



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

*Universidad Nacional Autónoma de México*  
*Facultad de Ingeniería*  
*División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra*  
*Departamento de Geofísica*



# ***Localización de eventos volcánicos cuasi- estáticos***

***TESIS***

***Que para obtener el título de: Ingeniero Geofísico***

***Presenta: Alan Fernando Rendón Gutiérrez***



***Director de Tesis:***

***Dr. Denis Legrand***



***Ciudad Universitaria, México D.F. 2012***



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
60-I-1024

**SR. ALAN FERNANDO RENDÓN GUTIÉRREZ**

**Presente**

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Dr. Denis Legrand y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Geofísico:

**LOCALIZACIÓN DE EVENTOS VOLCÁNICOS CUASI- ESTÁTICOS**

- I PRINCIPIOS TEÓRICOS SIMPLES
- II APLICACIÓN A MODELOS COMPLEJOS
- III MÉTODO DIRECTO
- IV MÉTODO INVERSO
- V RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente

**"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"**

CD. Universitaria, D. F. a 21 de Septiembre de 2011

El Presidente del Comité de Titulación de Ingeniería en Ciencias de la Tierra

  
**DR. JOSÉ ANTONIO HERNÁNDEZ ESPRIÚ**

JAHE\*MNF\*srs



## Índice

Agradecimientos	5
Abstract	7
Resumen	7
<b>1.- Introducción</b>	<b>8</b>
<b>2.-Fundamentos Volcano-Tectónicos</b>	<b>10</b>
2.1 Marco geológico	10
2.2 Marco tectónico	13
2.3 Eventos de campo cercano y su aplicación	16
<b>3.- Principios Teóricos</b>	<b>17</b>
3.1 Tensor de Esfuerzo y Tensor de Deformación	17
3.2 Deformación Superficial	24
<b>4.- Antecedentes</b>	<b>26</b>
4.1 Diagrama de Mimatsu	26
4.2 Modelo de Mogi	27
4.3 Modelo Bonaccorsso y Davis	31
4.4 Caso de Cayol	33
4.5 Métodos de Inversión de Monte Carlo	35
<b>5.- Aplicación a Modelos complejos</b>	<b>36</b>
5.1 Caso propuesto	36
<b>6.- Método Directo</b>	<b>37</b>
6.1 Modelo de Mogi	37
6.2 Modelo de Bonaccorsso y Davis	39
6.3 Modelo combinado	42
<b>7.- Método Inverso</b>	<b>43</b>
7.1 Metodología Montecarlo	43

<b>8.- Resultados y Análisis</b>	<b>48</b>
8.1 Resultados modelo esférico	48
8.2 Análisis modelo esférico	51
8.3 Resultados modelo Bonaccorso y Davis	53
8.4 Análisis modelo Bonaccorso y Davis	56
8.5 Resultados modelo combinado	58
8.6 Análisis modelo combinado	61
8.7 Resultados Método Inverso	63
8.8 Análisis Método inverso	72
<b>9.- Conclusiones y Propuesta</b>	<b>73</b>
9.1 Conclusiones Método directo	73
9.1.1 Modelo esférico	73
9.1.2 Modelo cilindro	73
9.1.3 Modelo combinado	74
9.2 Conclusiones Método Inverso	75
9.2.1 Inversión de malla completa	75
9.2.2 Inversión para 5 estaciones	75
9.3 Instrumentación propuesta para caso de estudio	75
<b>Referencias</b>	<b>77</b>
Bibliográficas	77
Digitales	78
Conferencias	78

Agradecimientos:

Este trabajo ha sido la culminación de un arduo camino que oficialmente ha comenzado hace más de 5 años desde mi ingreso a la carrera, y a lo largo de estos años no es fácil recordar todas las idas y venidas todas las encrucijadas. Sin embargo si las más importantes, y aquí los reconozco y agradezco por su tiempo, sus risas, su compañía, la convivencia, y la supervivencia a las adversidades.

Al Doctor Denis Legrand, por su constancia, paciencia, y sus esfuerzos mas allá de sus fuerzas por la continuación y culminación de este proyecto, por sus explicaciones, y la oportunidad de hacer algo más que un proyecto de tesis, por permitirme empezar mi sueño de la vulcanología. Por no rendirse y creer en mí.

A mis sinodales, a Raúl Valenzuela Wong por sus atenciones, por dirigirme a mis primeros pasos hacia el Dr Legrand, sus análisis y discusiones que me ayudaron a clarificar tantas dudas, desde el aula y luego como mi sinodal. A David Escobedo Zenil, por todo su apoyo desde el momento en que lo conocí, por su tiempo para escuchar mis sueños, por encaminarme a siempre mejorar, por siempre apoyar el gran proyecto de mi carrera, y encaminarme a un futuro promisorio. A Vala Hjörleifsdottir por su disposición y oportunos consejos, sin su apoyo para este trabajo, seguramente este trabajo no sería entendible o coherente, por su tiempo en la discusión que enriqueció grandemente este trabajo. A Carlos Valdés por sus consejos que repercutieron más en mi carácter y en mi persona reflejadas en este trabajo, por su apoyo en conocer a Denis Legrand y empezar este gran proyecto.

Al instituto de Geofísica y a PAPIIT por el apoyo para el desarrollo pleno de este trabajo.

A mi madre, siempre solidaria y voluntariosa, a pesar de no entender mucho de mi trabajo, por esa atención que ponía a mi emoción cada vez que intentaba explicar el desarrollo tanto de la tesis como de la carrera, por nunca rendirse ni dejarme rendirme.

A mi padre por ser el compañero de aventuras y el amigo que necesitaba, por demostrarme que me puedo valer solo en este mundo y darme las más duras lecciones en el poco tiempo juntos.

A mis tíos, por siempre ser mis ejemplos a seguir, y aprender tanto como ellos estuvieron dispuestos a enseñarme, por cada lección y cada gesto, y a mis primos por prestarme a sus papas cuando los necesitaba.

A mi hermano, por ser más que un hermano y siempre ser el hombre virtuoso al que un día quiero llegar a emular, por siempre estar a mi lado en las buenas y en las malas, por esos momentos compartidos donde el mundo se desvanece en el fondo de una mesa.

A Katya, por ser uno de los pilares fundamentales durante este tiempo, por todo lo que me has hecho vivir, por todo lo que me has apoyado, y me has ayudado a alcanzar más de lo que podía soñar, por los sueños compartidos y las metas alcanzadas juntos. Gracias.

A Belén por siempre estar ahí en las aulas, por acompañarme en mis aventuras y desventuras, por ser la persona con quien podía reír gritar llorar, enojarme y alegrarme en un mismo día. Por ser esa cosa que toda persona necesita para terminar cada día sonriente. Sin ti nada de esto se hubiese alcanzado.

A los amigos y hermanos eternos por creer en mí y en la distancia siempre saberme apoyado, Cristóbal, Mike, Isboset, Cristina... Diego.

A todos los "Geovengadores" Thalia, Martin, Sebas, Joshua, Paco, Memo, a mis amigos que compartieron mis ilusiones y desvarios durante 5 años, por seguirme en las buenas y en las malas, porque sin ustedes en algún momento u otro todo se hubiese derrumbado como un castillo de naipes. Gustavo gracias por tu apoyo sin ti el módulo hubiese sido un suplicio y un aburrimiento, por esos momentos de sinceridad y hacerme ver un error donde nadie más quería verlo, por ese apoyo de un amigo verdadero

A mis profesores que marcaron los momentos más impactantes en la carrera. Al Dr. Gerardo Suarez por ser el investigador al que aspiro ser, por su apoyo incondicional dentro y fuera del aula y por las oportunidades que me ofreció. Al Ing. Roberto Uribe Afif, por mostrarme la otra cara de las ciencias de la tierra, por abrir mi panorama de perspectivas. Al Dr. Antonio Uribe Carvajal por creer en mí y permitirme soñar, y empujarme al riesgo de la aventura y todas sus enseñanzas.

Al Dr. Gabriel Reyes por esta plática hace más de 9 años donde recibió a un niño lleno de dudas y le abrió los ojos a un mundo tan maravilloso, por ese primer empujón que se convirtió en una avalancha.

A los compañeros del Instituto de geofísica, por sus aportaciones e interes en cada proceso del trabajo, por nombrar algunos, Zack, Nancy, Judith, Mauricio, Oscar. Sin olvidar a todos pero sin espacio para nombrarlos

A todos aquellos que no creyeron también, pues cuando los buenos deseos y la voluntad no bastaban o flaqueaban, ustedes fueron el combustible de mi obstinación, para levantarme cuando nada mas lo lograba. Gracias.

A todos los que pueda omitir, por falta de espacio, no crean que son olvidados.

**A ti, porque sin tu granito de arena este trabajo no se hubiese terminado y no tendría sentido.**

### **Abstract**

The purpose of this work is to evaluate the errors in the locations of very long period volcanic events when the topography of the volcano is ignored. We present two simple methods to locate very low frequency volcanic events. The first one consists of different source geometries within an elastic flat half-space. The geometries considered are a sphere (Mogi, 1958), a pipe (Bonaccorso and Davis, 1999) and a combined model of a sphere plus a pipe. The second method approximates the topography of the volcano by a cone and uses the same geometries as just described. We compare for all the cases, the errors in locations of those events. The main errors are in the estimations of depths when the sources are close to the top of the volcano. If the sources are much deeper than the height of the volcano, these errors are smaller, until they become insignificant. Hence, it is important to take into account the topography of a volcano when the sources are close to the summit, which is the case of many volcanic seismic sources.

### **Resumen**

El propósito de este trabajo es evaluar los errores en las ubicaciones de eventos volcánicos de periodo largo cuando no se toma en cuenta la topografía del volcán. Se presentan dos métodos simples para simular eventos de frecuencia muy baja. El primero consiste en diferentes geometrías de fuente dentro de una semi-espacio plano elástico. Las geometrías consideradas son una esfera (Mogi, 1958), un cilindro (Bonaccorso y Davis, 1999) y un modelo combinado de una esfera y un cilindro juntos. El siguiente consiste en aproximar la geometría de un volcán usando un cono y usar las mismas geometrías descritas anteriormente para las posibles fuentes. Para estos casos comparamos los errores de la localización de estos eventos, mediante el análisis del área superficial deformada debido a un evento. Si la profundidad de la fuente analizada es mayor a la altura del volcán, el error en la localización disminuye, hasta ser insignificante. Entonces es importante tomar en cuenta la topografía del volcán cuando la fuente está más cerca al cono del volcán, el cual es el caso para varias fuentes sísmicas volcánicas.

## **1.- Introducción**

La sismología en nuestro país es una ciencia de gran interés, dadas sus particularidades geológicas y sismo-tectónicas. Esto la hace una ciencia con aplicaciones inmediatas lo que incrementa su importancia. Una de las aplicaciones importantes hoy en día son los estudios de los volcanes a partir de sus eventos sísmicos. Es a partir de estos estudios que ha sido posible prevenir una serie de daños colaterales de gran consideración. A pesar de que es aún imposible predecir el tiempo de ocurrencia exacta de un sismo, los sismólogos han sido capaces de prevenir daños a la sociedad, mediante prevención de las poblaciones cercanas a las zonas de riesgo, tanto de la proximidad de una falla activa, como de los volcanes. Un caso claro de la importancia de la correcta aplicación de medidas preventivas ante los eventos volcano-tectónicos sucedió en 1914 en la isla de Japón cuando el volcán Sakurajima tuvo su erupción más grande y violenta registrada, afortunadamente una evacuación oportuna de las comunidades bajo mayor riesgo permitió salvar miles de vidas. Sin embargo se deben tomar en cuenta los riesgos implicados que conlleva una evacuación general dada la necesidad de una coordinada logística a gran escala, organización entre gobierno y localidades, así como el apoyo de la comunidad.

Este trabajo tiene la intención de aportar información sobre las características particulares de una fuente sísmica de período largo generada en un volcán. También se pretende comprobar la importancia de considerar la existencia del cono volcánico en el momento de utilizar los modelos de deformación superficial ya existentes.

Para desarrollar el trabajo que nos llevará a nuestros objetivos, se pretende utilizar de manera teórica el modelo base creado por Kiyoo Mogi (1958) inspirado en los análisis gráficos de Masao Mimatsu durante la erupción del volcán Usu en 1943. El modelo original de Mogi asume una fuente esférica a una profundidad específica, generando una presión hidrostática, causando de esta manera una deformación en la superficie cercana al epicentro. También aplicaremos el modelo de Bonaccorso y Davis (1999) el cual simula la deformación superficial generada por la fuente más somera, identificada como la chimenea volcánica. Estos dos modelos serán analizados basados en las consideraciones de Cayol y Cornett (1998), donde estudiaron la implicación de la pendiente del volcán en los análisis de la deformación superficial, basados en el modelo de Mogi para una fuente esférica. Calculando el error en la estimación de la ubicación de la fuente para tres casos basados en el ángulo de la pendiente. A diferencia de los casos propuestos por Cayol, aquí intentamos generar un modelo que pueda ser utilizado para cualquier pendiente ideal o irregular.

En este trabajo introduciremos el modelo de Mogi en un espacio de tres dimensiones, donde se considerará un espacio más similar a un escenario volcánico mediante un cono ideal. Para desarrollar este cono se utilizarán dimensiones aproximadas del volcán de Colima, debido a las intenciones de utilizar este modelo teórico en los estudios de este volcán. Una vez introducida esta variante se aplicaran tanto el modelo de Mogi como el modelo de Bonaccorso y Davis y se analizarán las diferencias que resultan de utilizar el modelo con el cono simulando la topografía volcánica y el asumir el semi-espacio plano que es considerado en la mayoría de los casos.

Utilizaremos varios casos donde fuentes de varios tamaños serán ubicadas a diferentes profundidades para analizar la importancia de la deformación superficial considerando la topografía y si esta consideración es en algún caso insignificante.

Con los resultados obtenidos en la simulación de los distintos escenarios, se espera notar una diferencia considerable entre los datos obtenidos al introducir la topografía y los datos obtenidos al asumir el semi-espacio plano. Esto se asocia al aumento de la distancia en la componente vertical a lo largo de las componentes horizontales y la imposición de una pendiente hacia abajo al alejarse del epicentro, mientras más nos alejamos del centro del cono la distancia disminuye, hasta llegar al espacio plano. Atenuando de esta forma la deformación total en la superficie, debido a una mayor distancia entre la fuente y el punto de referencia y disminuyendo su atenuación natural al alejarse del epicentro.

Para respaldar la consideración de la topografía en estos estudios se simulará un caso ideal de deformación superficial en el volcán simulado y se procederá a identificar la ubicación y volumen de la fuente mediante una inversión por método de Montecarlo usando el modelo de Mogi tanto con un espacio plano, como con la topografía considerada. Con estos resultados observaremos la relevancia de la introducción de la topografía en el proceso de identificar y ubicar la fuente para casos reales.

## 2.-Fundamentos volcano-tectónicos:

Este trabajo presenta un modelo teórico que tiene por objetivo ser aplicado a cualquier caso práctico posible, pendientes reales de cualquier volcán. Sin embargo es posible determinar el marco geológico que tendrán algunos casos de estudio cuando se comience a aplicar el modelo, a grandes rasgos.

El objetivo de este trabajo es que sea, en el futuro, aplicado al volcán de Colima, que tiene una amplia y diversa red de instrumentación de monitoreo, lo cual permitirá de manera más sencilla elegir la opción más óptima para registrar las deformaciones superficiales.

### 2.1 Marco geológico:

La aproximación de esta investigación no debe ser interpretada, como un caso único para este modelo, ya que el objetivo de este trabajo es preparar un modelo capaz de interpretar datos de cualquier tipo de volcán. Por este motivo en este espacio se describirán las generalidades de la geología de los tipos de volcanes más característicos, obtenidos de las notas digitales del profesor Stephen Nelson en la página web de la universidad de Tulane.

- Escudos volcánicos: Estructuras extensas de pendientes suaves y baja altitud, su lava presenta baja viscosidad, debido a la baja concentración de silicatos. Sus eventos eruptivos son poco explosivos, encontramos con mayor facilidad estos volcanes en suelo oceánico dado su composición máfica. Un volcán representativo de este tipo es el volcán Kilauea en Hawái con una pendiente de  $5^{\circ}$  a  $10^{\circ}$  aproximadamente en toda su estructura

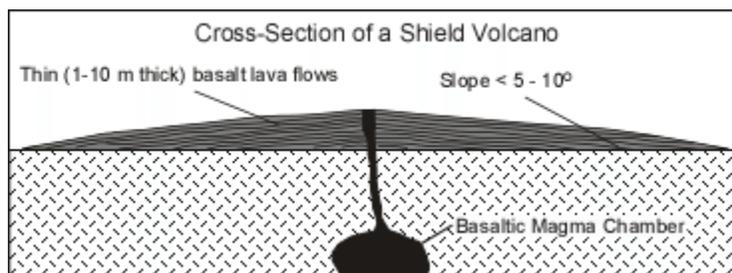


Figura 2.1

Representación de un escudo volcánico, como se muestra en la página de <http://www.tulane.edu> "Volcanic landforms"

- Domos de lava: Estructuras generadas por el flujo de lava más viscosa. La viscosidad es causada por los niveles de concentración de silicatos, entre basálticas y riolíticas. Sus eventos son muy explosivos, sin embargo el flujo de lava es lento y no abarca un área de extensión considerable, generando estructuras de pendientes más abruptas. Un ejemplo claro es el volcán Chaitén ubicado en Chile

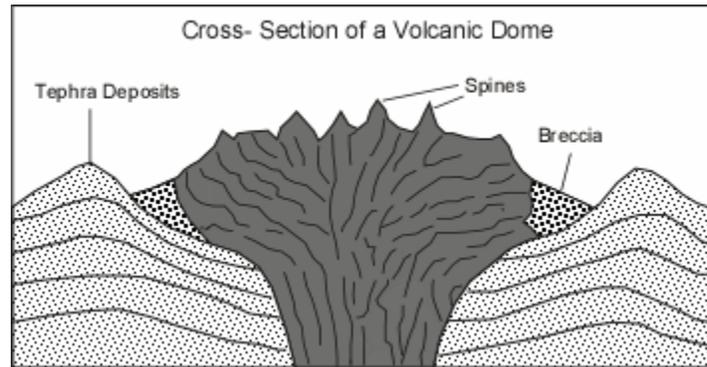


Figura 2.2

Estructura de un domo de lava, como se muestra en la página de <http://www.tulane.edu> "Volcanic landforms"

- Cono cinerítico: Estructuras resultantes de un evento de eyección de material piroclástico y cenizas en su mayoría, poca presencia de lava. El material es depositado en los alrededores en forma de cono con pendientes considerables entre 25° y 35°. Uno de sus ejemplos más claros es el volcán Parícutín en México

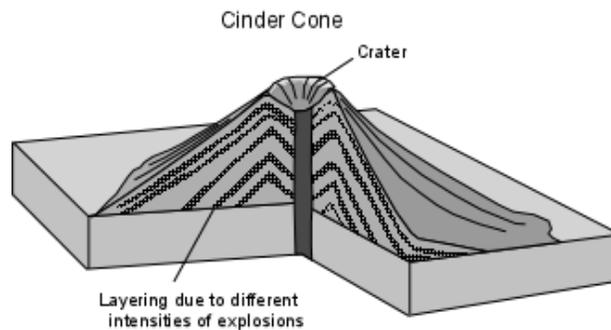


Figura 2.3

Estructura de un cono cinerítico, como se muestra en la página de <http://www.tulane.edu> "Volcanic landforms"

- Estratovolcanes: Estructuras creadas por los depósitos secuenciales de múltiples eventos creados por este volcán depositado en un orden de: piroclastos, ceniza y lava. Este proceso se repite durante la vida activa del volcán, haciéndolos alcanzar grandes alturas en estadios maduros de los volcanes. Sus erupciones son altamente explosivas y peligrosas para los seres vivos a su alrededor, su concentración silícica es intermedia, andesítica. Estos volcanes pueden tener pendientes de hasta  $30^\circ$  los ejemplos más claros en México son el Volcán de Fuego en Colima y el Popocatepetl

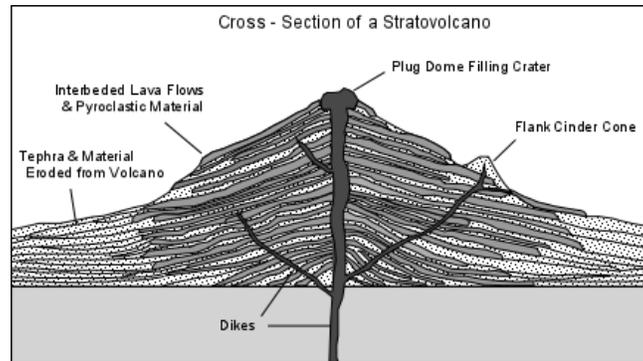


Figura 2.4

Estructura general de un estratovolcán, como se muestra en la página de <http://www.tulane.edu> "Volcanic landforms"

Para el caso que vamos a modelar consideramos para nuestro modelo ideal las características del volcán de Colima. El cual tiene una altura de 3825 metros sobre el nivel medio del mar en la punta de su cráter. El cono tiene una extensión aproximada de 10 km de radio.

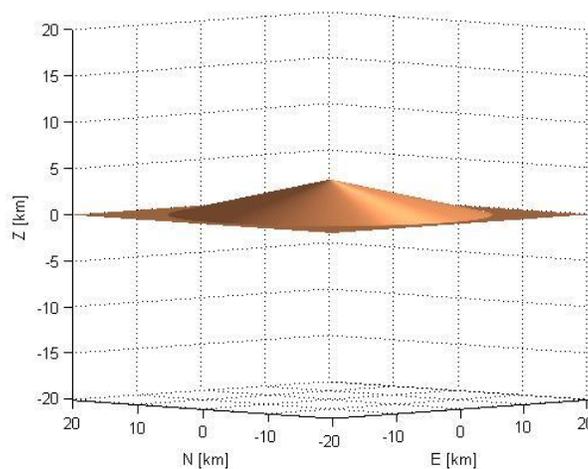


Figura 2.5: simulación del volcán de colima usada para los modelos en escala real para apreciar la pendiente del caso.

## 2.2 Marco tectónico

Así como para el marco geológico a continuación se presenta un panorama y ambiente general tectónico donde la mayoría de los volcanes son formados de acuerdo con los apuntes digitales del USGS "Volcanoes" del Dr. Robert Tilling:

- Ambiente "arco de islas"

Se trata de una subducción entre dos placas oceánicas. Los volcanes yacen a lo largo de la cresta cortical, ligada directamente a la zona convexa del arco formado por el choque de una trinchera volcánica en una zona de subducción, con la placa oceánica de menor densidad. Comúnmente de contenido silícico y de carbonatos sobreyace fácilmente al suelo oceánico basáltico, proveniente del manto.

Este mismo magma basáltico asciende a través de las fracturas provocadas en la corteza continental al ser elevada por el empuje de la capa que le subyace, estos magmas sin embargo, conforme llegan a la superficie sufren cambios en su composición debido a la mezcla de todas las rocas de la corteza que se derriten ante el paso del magma basáltico cuya temperatura de fundición es muy superior a las rocas silíceas.

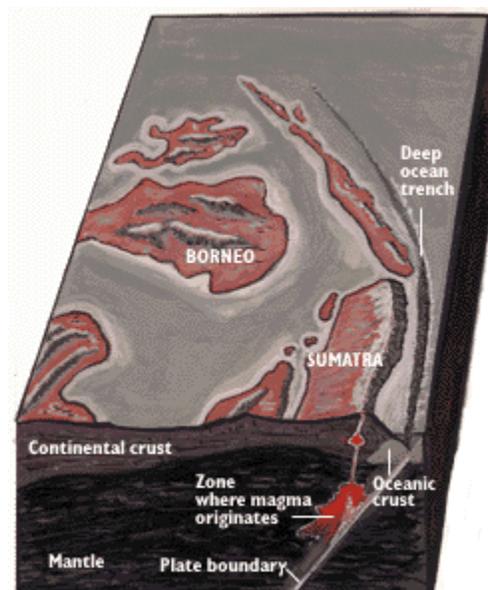


Figura 2.6 Representación de un ambiente "arco de islas" obtenida de <http://pubs.usgs.gov> "Volcano Environments"

- Ambiente oceánico:

Se pueden presentar tres casos. En el primero los volcanes se encuentran en zonas de divergencia, son provocados por a fracturas corticales dentro de la misma placa tectónica donde no se presenta un choque de placas sino una separación de estas. Los volcanes son localizados en la cima de las crestas provocadas por la expulsión de magma a través de las fracturas antes mencionadas, generalmente estos volcanes yacen bajo el agua, al no existir una capa sobre el magma que asciende la consistencia y composición del magma no se ve alterado.

El segundo de los casos consiste en el tipo de volcanes son conocidos como "Hot spots". Estos son volcanes producidos por el ascenso de plumas del manto profundo, las plumas del manto son de larga duración y relativamente estables, mientras las placas se mueven sobre la pluma nuevos volcanes son creados. Un claro ejemplo de este ambiente son las islas de Hawái.

El tercer tipo se encuentra al existir un choque entre una placa oceánica con una placa continental. En estos la placa oceánica de mayor densidad se subduce bajo la placa continental de menor densidad, mientras la placa oceánica se adentra hacia el manto, comienza a fundirse y a crear magma más liviano que asciende derritiendo la placa continental sobre ella. Así creando los volcanes continentales.

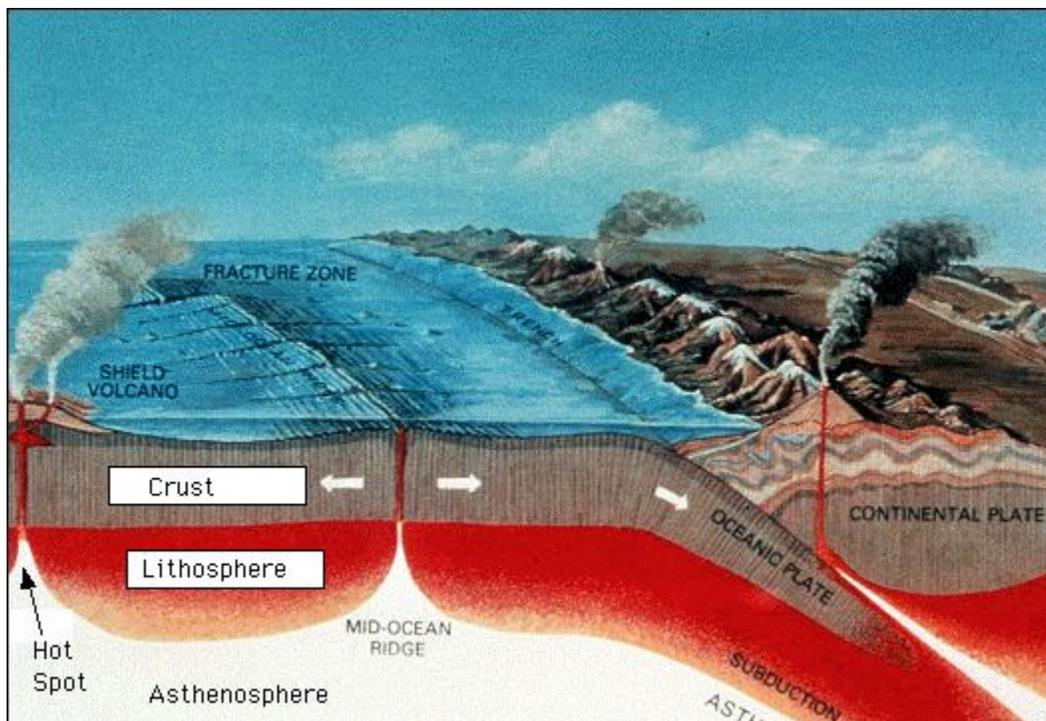


Figura 2.7 Representación de los tres ambientes oceánicos de izquierda a derecha, Hotspot, zona de divergencia, zona de subducción oceánico-continental obtenida de <http://www.windows2universe.org>

- Ambiente continental: Se localizan sobre cinturones montañosos inestables, provocados por la falla de subducción, donde la corteza de mayor densidad al subducirse bajo la corteza de menor densidad provoca deformaciones en forma de estos cinturones de montañas. Estas tienen raíces profundas de rocas graníticas o similares. Los magmas se generan cerca de la base de las raíces de la montaña debido al contacto de la capa de mayor densidad derriéndose mientras desciende al manto, y a su vez derriendiendo la raíz de la montaña debido a su temperatura de fundición inferior que la del suelo basáltico. Este asciende lentamente a través del cuerpo montañoso a través de fracturas pre-existentes. La composición de este magma a su vez cambia comúnmente debido a la interacción con la roca de la montaña generando volcanes no basálticos.

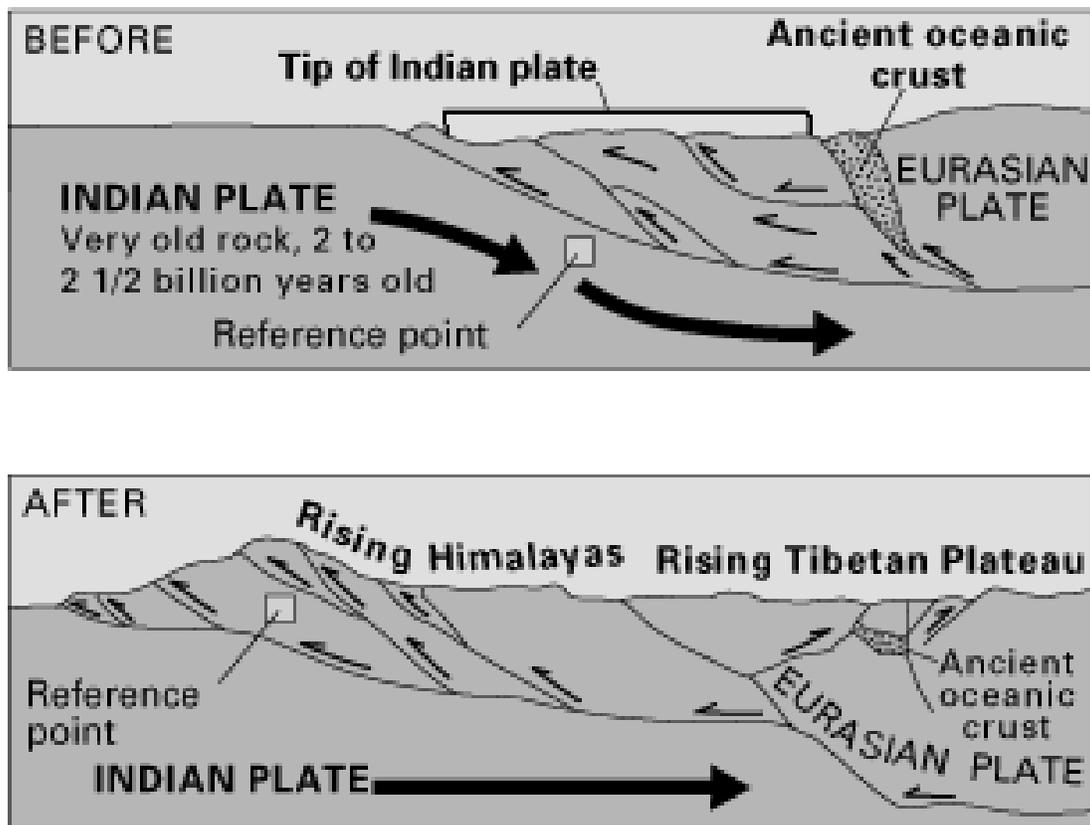


Figura 2.8: Representación de un ambiente continental, cortesía del Dr. Legrand

### 2.3 Eventos de campo cercano y su aplicación

Hay una diferencia grande entre los terremotos tectónicos, como en una zona de subducción y los sismos volcánicos que pueden tener una historia temporal más larga, debido por ejemplo a movimientos lentos del magma. Los sismos volcánicos se dividen en varias clasificaciones:

- Volcano-tectónico: Sismos de alta frecuencia, con características similares a los sismos tectónicos, podemos identificar ondas P y S, la fuente es somera (generalmente profundidades menores a 20 km). Estos sismos son asociados al rompimiento de la roca.
- Largo Período (LP): Originados cerca de la superficie. Se caracterizan por ser eventos de baja magnitud con frecuencias menores a 3 Hz, arribo de onda P emergente, generalmente sin ondas S. Se asocia a la desgasificación del magma, para el caso estudiado asociamos estos sismos al movimiento de los fluidos dentro del volcán ya sea gas o magma. Si estos eventos se prolongan por más tiempos con las mismas características excepto por las frecuencias que se vuelven más bajas los eventos son denominados como eventos de periodo muy largo (VLP, por sus siglas en inglés)
- Tremores: Magnitud menor comparada con los eventos tectónicos, provocados por el movimiento del magma a través de las paredes del volcán eventos de baja frecuencia en el rango entre 0.1 y 5 Hz, se puede presentar de manera armónica o espasmódica

Una fuente (tectónica o volcánica) genera ondas de dos tipos básicamente. Unas son ondas de campo lejano: estas tienen una forma que es proporcional a la derivada de la función fuente que en primera aproximación podemos asimilar a un Heaviside. Eso significa que en campo lejano no hay deformación permanente. Pero en campo cercano, existen las ondas de campo cercano cuyas formas son proporcionales directamente a la función fuente. En ese caso, vamos a tener una deformación permanente. Son estas las que son de nuestro interés para medir por ejemplo con un GPS, o en la parte estática obtenida por doble integración de un acelerograma. Las fuentes de los eventos volcánicos son muchas veces registrados en el campo cercano, así que contienen una parte de deformación permanente. Es esa parte que queremos modelar en ese trabajo. Los eventos de ondas de periodo largo (LP ó VLP) contienen la información de campo cercano, en particular la parte estática filtrada por el sismómetro. En teoría deberíamos modelar la parte de frecuencia cero, pero en la práctica, vamos a modelar solo la parte de más baja frecuencia.

### 3.- Principios Teóricos:

En este capítulo analizaremos los fundamentos teóricos que sustentan los estudios aquí propuestos en capítulos siguientes, los planteamientos aquí postulados se escriben como fueron desarrollados por Jaeger y Cook en "Fundamentals of Rock Mechanics".

#### 3.1 Tensor de Esfuerzos y Deformación:

En cualquier estudio de mecánica, es importante conocer las variables fundamentales las cuales parten de una sola. La *posición* del cuerpo a ser estudiado, esta variable y sus dos derivadas inmediatas la *velocidad* y *aceleración* del cuerpo. Estas tres variables deben ser manejadas con un dominio completo en el momento de analizar la mecánica de los cuerpos. Al analizar la interacción de un cuerpo entre otros la denominamos fuerza que los cuerpos externos aplican al cuerpo de estudio, cada una de estas interacciones son regidas por las leyes de Newton. Para los estudios de mecánica clásica nos referimos principalmente a la fuerza ejercida entre partículas de un mismo cuerpo, sin embargo tales conceptos pueden ser aplicados a cuerpos extendidos y deformables tales como cuerpos de roca.

Para tal efecto es necesario alterar algunos de estos principios a fin de ser aún validos, entre ellos se debe considerar lo siguiente:

- Heterogeneidad de la distribución de la fuerza: la fuerza aplicada sobre un cuerpo rocoso no será distribuida de manera uniforme lo cual generara una diferencia de fuerzas entre punto y punto. A partir del punto de mayor influencia la fuerza será distribuida de manera dominante.
- La idealización de fuerzas actuando de manera puntual no es suficiente para explicar la dinámica de cuerpos mas grandes como es el caso. Para esto debemos introducir el principio de tracción, está dependerá de la orientación de la superficie sobre la cual actúa, para tal efecto es usado el *Tensor de Esfuerzos*.
- A diferencia de la mecánica de partículas en mecánica de medios deformables, diferentes partes del cuerpo estudiado sufrirán diferentes cantidades de desplazamiento proporcional a la distancia de la zona más próxima a la fuerza actuando sobre el cuerpo. En general es más simple hablar sobre el desplazamiento relativo de las partículas cercanas, que del desplazamiento absoluto de una partícula. Estos desplazamientos solo pueden ser analizados como resultado de tracciones dado que una roca o cualquier cuerpo puede ser movido como un cuerpo rígido de un lugar a otro. Después del cual las fuerzas externas actuando sobre el cuerpo pueden permanecer inalteradas por tanto el desplazamiento no puede ser relacionado directamente con cargas o fuerzas aplicadas. Sin embargo el desplazamiento relativo a elementos cercanos del cuerpo puede ser cuantificado en sus múltiples direcciones como el *Tensor de Deformación*.

Tracción: Conviene en este momento definir el vector de tracción, el cual puede ser definido como la relación de la fuerza resultante a la superficie de contacto, el vector de tracción puede ser aproximado de manera puntual en el cuerpo rocoso mediante el uso de derivadas al reducir el área de influencia de la fuerza de tracción hasta que sea casi nula convirtiendo la función de tracción como se presenta:

$$p = \frac{F}{A} \dots \dots \dots (3.1) \quad p(X, n) = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dF}{dA} \dots \dots \dots (3.2)$$

Donde  $p$  es el vector tracción,  $F$  el vector de fuerza resultante aplicada y  $A$  el área del plano donde la fuerza es ejercida  $X$  por el punto en el plano cuyo vector perpendicular de salida es  $n$ , cabe recordar que  $d$  antes de cada parámetro denota la diferencial al reducir la superficie de contacto al mínimo posible.

Cabe destacar una convención importante frecuente en mecánica clásica, pero universal en el estudio de rocas y suelos, la cual explica que la componente cartesiana de la tracción  $p$  en cualquier dirección  $r$  será considerada positiva siempre que el producto punto de  $p$  y el vector unitario en dirección de  $r$  sea negativo. Esto es que la tracción está basada en la interacción con  $-F$ , cuando se explique el tensor de esfuerzos, esta convención será abordada con mayor detalle

El tensor de esfuerzos: Tensor simétrico de segundo orden elaborado para definir la tracción de un cuerpo compuesto tanto de su posición como del vector unitario normal saliente de la fuerza que actúa sobre un cuerpo. Esto permite que todos los posibles vectores de tracción en un punto puedan ser representados con una entidad matemática única el cual no depende explícitamente de ningún plano particular incluyendo el plano normal. Para esto el esfuerzo debe ser considerado como un tensor matricial, y no en un vector.

Pueden existir un número indeterminado de vectores de tracción pasando por un solo punto, correspondientes al número infinito de planos que atraviesan ese único punto; sin embargo los vectores de tracción posibles pueden ser encontrados al relacionar los vectores de tracción entre dos o más planos mutuamente ortogonales. Para establecer correctamente la relación de una tracción en un plano arbitrario es necesario tomar en cuenta los argumentos postulados por Cauchy.

La primera Ley de Cauchy puede ser ejemplificada cuando uno supone una capa de roca delgada circular con grosor  $h$  y radio  $r$  donde el vector normal del frente derecho ( $F_d$ ), de nuestro cuerpo ideal es  $n$ , mientras que el vector normal al frente izquierdo ( $F_{iz}$ ) es denotado como  $-n$ , podemos determinar que las fuerzas totales actuando sobre cada cara al despejar la fuerza de la formula (1) resultando:

$$F_d = \pi r^2 p(n) \dots \dots \dots (3.3) \quad F_{iz} = \pi r^2 p(-n) \dots \dots \dots (3.3.1)$$

Si calculamos la fuerza ejercida sobre el borde exterior del cuerpo puede ser calculado mediante la integral de la tracción sobre el área exterior la cual resultara en:

$$\pi r^2 p(n) + \pi r^2 p(-n) + 2\pi r h t = 0 \dots \dots \dots (3.4)$$

Donde t es la tracción media sobre el borde exterior, sin embargo si consideramos que el cuerpo es extremadamente delgado el último término se vuelve despreciable; lo cual permite la demostración de la primera Ley de Cauchy

*"si un material en el lado izquierdo ejerce una tracción 'p' sobre el material de la derecha, el material de la derecha ejercerá una tracción '-p' en el material izquierdo"*

$$p(-n) = -p(n) \dots \dots \dots (3.5)$$

Si complejizamos el ejemplo anteriormente mostrado, al introducir un cuerpo diferente. El vector tracción será generado a través de los vectores normales unitarios en direcciones de plano de referencia con diferentes magnitudes para construir la dirección verdadera de la fuerza ejercida, esto puede ser denotado de la siguiente manera

$$p(n) = n_x p(e_x) + n_y p(e_y) \dots \dots \dots (3.6)$$

Donde  $e_x$  y  $e_y$  representan los vectores unitarios en la dirección de 'x' y 'y' respectivamente, mientras  $n_x$  y  $n_y$  representan las componentes del vector normal en cada dirección principal. Este planteamiento del vector tracción, se conoce como la segunda ley de Cauchy. El cual enuncia que un vector de tracción puede ser definido como una suma de vectores en las direcciones principales de cualquier plano de referencia en el que se trabaja; independiente de la forma del cuerpo que sea sometido a este vector.

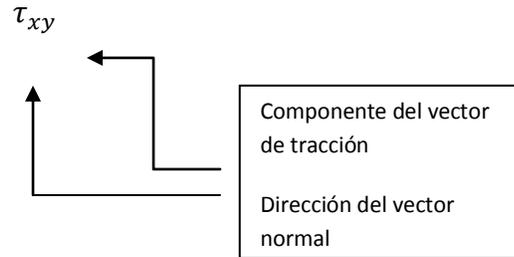
El modelo 6 se mantendrá sin alteraciones para cualquier cuerpo sobre el cual se aplique un vector de tracción cualquiera, ya sea que las fuerzas superficiales actúen sobre la superficie la superficie exterior de un elemento del cuerpo, las fuerzas de cuerpo actuarán sobre el todo el volumen de la roca. Un ejemplo entre las fuerzas de cuerpo más obvias y comunes encontradas en el estudio de mecánica de rocas es la fuerza de gravedad, la cual tiene una magnitud de  $\rho g$  (densidad por fuerza de gravedad) en una dirección vertical hacia abajo. Otras fuerzas similares importantes en la mecánica de rocas son el gradiente de temperatura, y la presión de fluido de poro los cuales generarán efectos similares a las fuerzas de cuerpo distribuidas.

Cabe recordar que cada componente de tracción es en realidad un vector que (para un caso de 2D) tendrá dos componentes, cada una en dirección coordenada, cada componente del vector tracción son denotadas con dos subíndices; el primero para denotar la dirección del vector normal saliente del plano, el segundo para indicar la componente del vector tracción:

$$p(e_x) = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\tau_{xx} \quad \tau_{xy}]^T \dots \dots \dots (3.7)$$

$$p(e_y) = \begin{bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \end{bmatrix} = [\tau_{xy} \quad \tau_{yy}]^T \dots \dots \dots (3.7.1)$$

Donde:



Por lo tanto la ecuación 6 puede ser reescrita usando la noción de la tracción como vectores de la siguiente manera:

$$p(n) = n_x \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} + n_y \begin{bmatrix} \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3.8)$$

En la primera expresión de la fórmula 8 consideramos a  $n_x$  y  $n_y$  como escalares actuando sobre los vectores de tracción, mientras que en la segunda son considerados las componentes del vector normal de la fuerza actuando sobre el cuerpo. Utilizando la convención estándar del álgebra matricial podemos definir esta operación como la transpuesta de una matriz con componentes del vector tracción, como se muestra a continuación:

$$p(n) = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} = \tau^T n \dots \dots \dots (3.9)$$

Donde  $n$  es un vector normal unitario al plano donde la fuerza de tracción  $p$  es aplicada, y  $\tau$  es la matriz de esfuerzos o *tensor de esfuerzos* para el caso de 2 dimensiones, el tensor de esfuerzos tendrá 4 componentes; en el caso de tres dimensiones 9. La ecuación 3.9 describe la tracción sobre cualquier plano arbitrariamente orientado en términos del tensor de esfuerzos; relativo tanto a un sistema ortogonal coordinado fijo y a los cosenos direccionales entre el vector normal unitario saliente del plano, y los dos ejes coordinados (en nuestro caso bidimensional).

El tensor de esfuerzos, a pesar de ser denotado como una matriz, posee propiedades matemáticas específicas las cuales no necesariamente son compartidas con los arreglos

matriciales arbitrarios. El tensor de esfuerzos es el acoplamiento de los vectores de tracción en filas, esto es, la primer fila del tensor de esfuerzos es el vector de tracción sobre la dirección 'x', mientras la segunda fila representa al vector de tracción sobre el vector 'y', y así sucesivamente.

Describiendo la relevancia física del tensor de esfuerzos es más simple si observamos una figura como la mostrada a continuación donde se considera un elemento de roca cuadrado en dos dimensiones cuyas caras son perpendiculares a cada uno de los vectores normales unitarios de la siguiente manera.

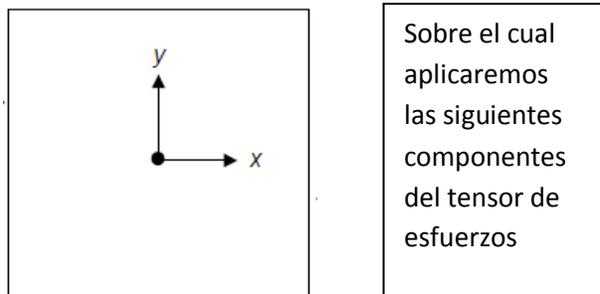


Figura 3.1

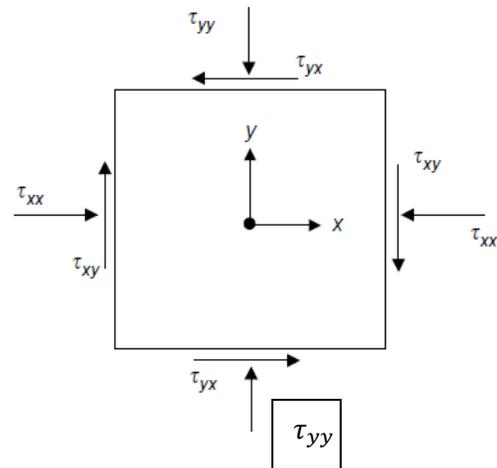


Figura 3.2

Cuando observamos las fuerzas de tracción actuando sobre el cuerpo podemos observar que cada una de las fuerzas actuando sobre el cuerpo, son vectores, propiamente por su naturaleza intrínseca, los cuales son indicados como flechas en la figura 3.2. Consideramos a estos vectores positivos siempre y cuando mantengan la orientación opuesta al vector unitario saliente de cada dirección coordenada respectivamente. Mientras los esfuerzos sean compresivos serán considerados positivos mientras los esfuerzos tensionales serán negativos. Esta convención se usa ya que es más común en la mecánica de rocas encontrarse con esfuerzos compresivos en el medio, a diferencia de las consideraciones aceptadas por la mecánica clásica. De seguir esta convención todos los cálculos hechos contendrían una gran cantidad de números negativos cuando se trate de esfuerzos en rocas.

Deformación:

Tanto en la mecánica clásica como en la mecánica de rocas, una variable cinemática de gran importancia es el desplazamiento, el cual puede ser interpretado como el vector que cuantifica el cambio de posición de una partícula. La posición de cada partícula queda definido por un sistema cartesiano fijo, esto se puede analizar de manera estática, al registrar la posición original de la partícula en un punto  $X(x,y,z)$ ; después analizar su posición final en un punto  $X^*(x^*,y^*,z^*)$ . De estas posiciones de la misma partícula podemos definir la posición final como una alteración de la posición a causa de un desplazamiento de la siguiente manera.

$$x^*=x-u \dots (3.10)$$

$$y^*=y-v \dots(3.11)$$

$$z^*=z-w\dots(3.12)$$

Donde  $u, v, w$  son las componentes del vector de desplazamiento los cuales tienen una aportación negativa para darle continuación al principio inverso de la mecánica de rocas donde los esfuerzos compresivos, negativos en la convención clásica, son positivos, este vector puede ser interpretado como el vector direccional cuyo origen es el punto  $x$  original de la partícula y punto resultante es el punto  $x^*$  desplazado.

En la mecánica de rocas, para calcular el vector de desplazamiento en cada punto de un cuerpo analizado, es necesario introducir cantidades intermedias, las cuales son definidas en grupo como la *Deformación*. Dado que los esfuerzos tienen una relación más estrecha con la deformación que con el desplazamiento resulta más simple para calcular este.

La deformación está definida como la medición del desplazamiento relativa de una partícula, respecto a su entorno, se puede ver de manera simple como la parte no rotacional de la derivada espacial del desplazamiento. Al igual que el esfuerzo, la deformación puede ser definida como un tensor el cual se comporta de la siguiente manera:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta u}{\delta x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} \right) & \frac{\delta v}{\delta y} \end{bmatrix} \dots \dots (3.13)$$

Donde la deformación en la diagonal principal, son las deformaciones normales provocadas directamente por el desplazamiento en la misma dirección mientras los esfuerzos en los triángulos principales son conocidos como deformaciones cortantes provocadas por el desplazamiento en el sentido opuesto. Este tensor es definido de la misma manera que el gradiente de desplazamiento simétrico, cuyas componentes son las derivadas parciales espaciales del desplazamiento.

$$\varepsilon = \text{sym}(\nabla u) = \frac{1}{2} [\nabla u + (\nabla u)^T] \dots \dots (3.14)$$

$$\nabla u = \begin{bmatrix} \frac{\delta u}{\delta x} & \left(\frac{\delta u}{\delta y}\right) \\ \left(\frac{\delta v}{\delta x}\right) & \frac{\delta v}{\delta y} \end{bmatrix} \dots \dots 3.15$$

El tensor de deformación cuantifica el estiramiento y distorsión sufrido por el cuerpo sometido a esfuerzos, sin embargo hay algunos tipos de esfuerzos que no conllevan algún tipo de deformación. Uno de los ejemplos más claros de este caso particular es la traslación del cuerpo rígido. Cuando las partículas que conforman la totalidad de un cuerpo son desplazadas en la misma dirección en la misma magnitud, esto hace al vector de desplazamiento constante, y por lo tanto a sus derivadas como elementos nulos.

Cuando tratamos con cuerpos rocosos rígidos es natural trabajar con sistemas coordenados de tres dimensiones, los cuales no presentan mayor dificultad al utilizar los sistemas bidimensionales expresados con anterioridad. Introduciendo la tercera variable de posición normalmente denominada z, para el caso aquí mencionado siempre tendremos seis direcciones de deformación y tres direcciones de desplazamiento debido a las propiedades de estos tensores descritas anteriormente. En el caso de que el campo de desplazamiento sea conocido, la función de desplazamiento puede ser calculada fácilmente con una serie de derivadas parciales las cuales fueron postuladas anteriormente. Sin embargo para el problema contrario, calcular los desplazamientos a partir de deformaciones, resultaría en una serie de integraciones complejas. Cabe considerar que existen muchos problemas donde lo que se desea saber solo son los esfuerzos aplicados, mientras que los desplazamientos resultan irrelevantes, por tanto las ecuaciones para calcular el esfuerzo usan las deformaciones en lugar de los desplazamientos, lo cual simplifica el problema para muchos casos.

Sin embargo, al momento de intentar deducir a partir de los esfuerzos las demás variables, mediante las ecuaciones de elasticidad, el número de ecuaciones será menor al de incógnitas a resolver. Por esta razón se deben considerar un conjunto de ecuaciones adicionales conocidas como las ecuaciones de compatibilidad las cuales consisten en condiciones necesarias para que las ecuaciones diferenciales que definen a la deformación sean satisfechas de manera satisfactoria. Estas condiciones deben ser respetadas aunque no se lleve a cabo el proceso de integración inverso.

Las ecuaciones de compatibilidad simples son definidas mediante parámetros M y N los cuales cumplen las siguientes características:

$$M(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x}, \dots \dots (16) \quad N(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y} \dots \dots (3.17)$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{\partial N}{\partial x} \dots\dots(3.18)$$

Esta última igualdad denota la interdependencia en que son definidas las ecuaciones de compatibilidad que ayudan a definir cada ecuación a partir de a otra. Para el caso de tres dimensiones la deformación de un cuerpo aplicada a las ecuaciones de compatibilidad, seis relaciones pueden ser derivadas de las ecuaciones de compatibilidad para los casos ideales.

$$\begin{aligned} 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial y^2}, \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial z} \right). \end{aligned} \dots\dots(3.19)$$

Estas condiciones son fundamentales, y suficientes, para la existencia continua de los desplazamientos como funciones uni-valuadas continuas. Sin embargo cabe recordar que las ecuaciones de compatibilidad rigen la variación de cambio de deformación de punto a punto; no así los valores de cada componente que pueden tomar cualquier valor arbitrario.

### **3.2 Deformación superficial:**

Llamamos de esta forma a la deformación provocada en la superficie de un cuerpo finito, debido a un tensor de esfuerzos actuando en el interior del cuerpo de la siguiente forma:

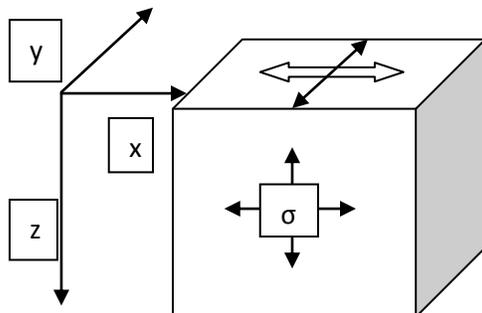


Figura 3.3

En términos de nuestro tensor de esfuerzos y desplazamiento

$$\varepsilon = \lim_{z \rightarrow 0} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \lim_{z \rightarrow 0} \begin{bmatrix} \frac{\delta u}{\delta x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} \right) & \frac{\delta v}{\delta y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \right) & \frac{\delta w}{\delta z} \end{bmatrix} \dots \dots (3.20)$$

Esto convertirá nuestro problema de tensor de 6 componentes principales a un problema de 4 componentes al eliminar el efecto de deformación cortante de la componente vertical de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta u}{\delta x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right) & 0 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} \right) & \frac{\delta v}{\delta y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta w}{\delta z} \end{bmatrix} \dots \dots (3.21)$$

Esto hará que para efectos de deformación superficial la componente vertical se comporte únicamente como un esfuerzo normal saliente del plano

## 4.- Antecedentes

### 4.1 Diagrama de Mimatsu:

Durante el periodo comprendido entre 1944 y 1945, el volcán Usu experimentó una serie de eventos volcánicos, resultantes en la formación de su más reciente domo el "showa shinzan". Este fenómeno tiene la particularidad de ocurrir en el período final de la Segunda Guerra Mundial, en un país que ese momento tenía un fuerte arraigo a sus costumbres y tradiciones, entre ellas la relación entre fenómenos naturales y su desarrollo como sociedad. Por esto el gobierno Japonés de ese entonces decide tratar este fenómeno con la mayor discreción posible. A pesar de la discreción con que fue tratado por las autoridades, esta erupción se convirtió en el precursor de los análisis de deformaciones superficiales como consecuencia de la actividad volcánica. Gracias a que este evento fuese registrado por Masao Mimatsu, mediante una técnica muy sencilla, la cual consistía en colocar un pliego de papel sobre una ventana, a través de la cual se podía apreciar el panorama cambiante a causa de esta actividad. Cada cierto tiempo Masao Mimatsu trazaba sobre el mismo pliego de papel el perfil cambiante de la montaña que ante sus ojos se desarrollaba, esto se convirtió en el famoso "Diagrama de Mimatsu".

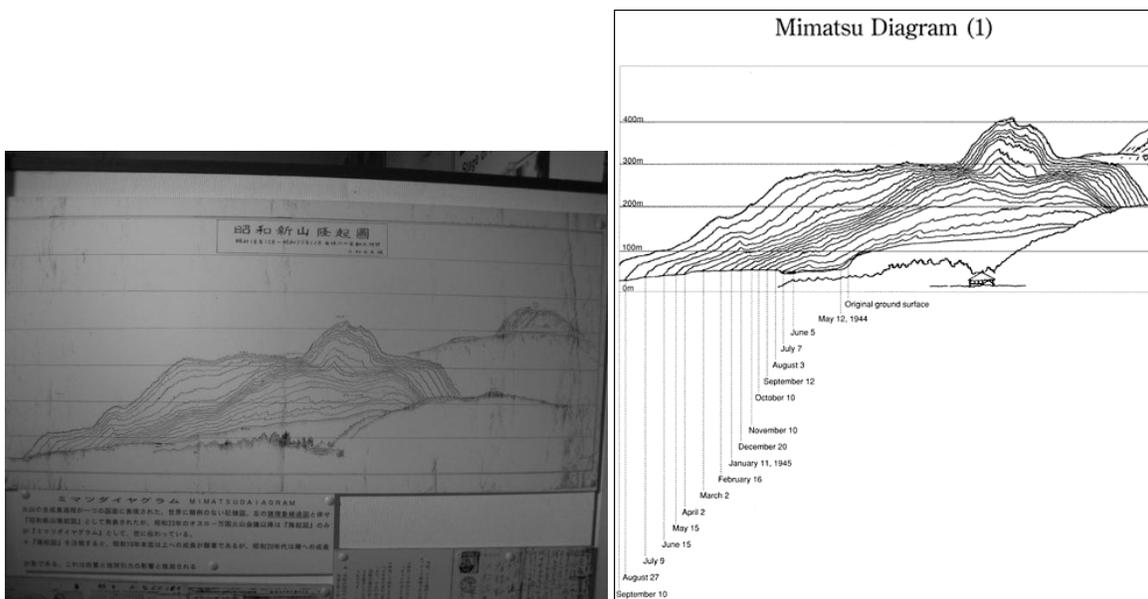


Figura 4.1

*Diagrama de Mimatsu versión original y copia traducida al inglés con fechas de cada trazo obtenidas de <http://idogepem.blog.hu>*

Este trabajo fue el precursor de grandes investigaciones a pesar de ser un estudio meramente observacional, motivó a sismólogos de la época a aplicar estas observaciones como el resultado de los tensores de deformación calculados para el caso de un volcán o una fuente térmica con presión variante.

Uno de los más grandes logros del seguimiento de este estudio fue elaborado en 1958 por Kiyoo Mogi que se describirá a continuación.

#### 4.2 Modelo de Mogi

En 1958 Kiyoo Mogi escribe el primer trabajo en el cual explica con detalle la deformación superficial, como consecuencia de un tensor de esfuerzos. Su artículo postula el primer modelo donde considera a la cámara magmática como una esfera de presión uniforme en un medio lineal homogéneo isótropo y plano. A pesar de su simplicidad resulta en la primera aproximación sintética que permite inferir la forma de la fuente volcánica debajo de la superficie con una exactitud muy cercana al comportamiento real.

Para proponer este modelo partió de asumir ciertas características del medio:

- La corteza de la Tierra es un cuerpo plano elástico y semi-infinito dado que durante la erupción volcánica la corteza parece obedecer este tipo de comportamiento para las deformaciones de largo periodo
- La deformación de la corteza es causada por una fuente esférica de presión hidrostática ya que este modelo tiene una aproximación muy parecida a la forma de un reservorio volcánico (aquí identificada como una cámara magmática) y la presión hidrostática sería provocada por el magma al ser un fluido en estado líquido incompresible

Una vez asimiladas estas características para la creación del modelo general, se consideraron las siguientes características

- La profundidad debe ser un valor positivo, invirtiendo la dirección del eje z
- La profundidad del reservorio es mayor que el radio de este mismo

Después de añadir las consideraciones fundamentales para analizar el escenario deseado, las ecuaciones fueron desarrolladas de tal manera que su modelo final para una fuente puntual, resulta como se presenta a continuación:

$$\Delta d = \frac{3a^3 P}{4\mu} \frac{d}{(f^2 + d^2)^{3/2}} \dots \dots (4.1)$$

$$\Delta h = \frac{3a^3 P}{4\mu} \frac{f}{(f^2 + d^2)^{3/2}} \dots \dots (4.2)$$

Donde:

d- Distancia radial en superficie del epicentro a un punto de medición cualquiera

$\Delta d$ - desplazamiento en dirección de os ejes horizontales sobre la superficie

$\Delta h$ - desplazamiento vertical en la superficie

a- radio de la esfera

P- cambio en la presión hidrostática dentro de la esfera

f- profundidad del centro de la esfera referenciado a la superficie

$\mu$ - modulo de rigidez

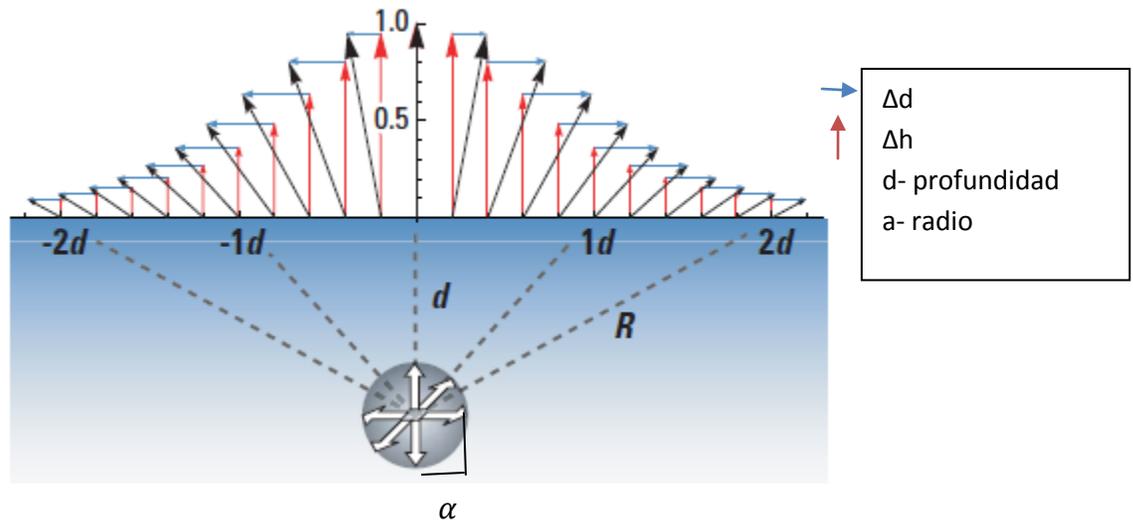


Fig. 4.2 Esquema de la deformación generada por el modelo de Mogi, (Dzurisin 2007)

El caso que analizó Kiyoo Mogi en su trabajo, fue la erupción del volcán Sakurajima el cual hizo erupción, lo cual provocó que la presión fuese una variable negativa dado que iba perdiendo presión a medida que liberaba material piroclástico. Más aún después del evento fue capaz de extraer datos de desplazamientos horizontales y verticales de la región hasta una proximidad de 5 km del cráter. Esto gracias a que el flujo de material fue en dos direcciones principales E-W lo cual permitió que las estaciones de registro en las laderas Norte y sur pudiesen ser retiradas para analizar sus datos.

Con estos datos y reportes locales de las poblaciones próximas se encontraron 2 movimientos principales aparentemente opuestos:

1. El área más cercana al cráter sufrió perturbaciones verticales ascendentes de manera local con un valor de "ganancia" (tilt) positivo aunque muy pequeño
2. En las regiones alejadas hasta un radio de 10 km se sufrió una depresión representada mediante círculos concéntricos hacia el cráter, cuyos contornos están definidos por la depresión total registrada del suelo

Mediante estos registros y el modelo matemático Kiyoo Mogi pudo determinar la deformación como una consecuencia directa del movimiento del material contenido en el reservorio volcánico el cual fue expulsado de manera súbita creando un cambio en la

presión de la corteza de la tierra. La magnitud del área deformada es afectada por la profundidad de la fuente que causa la deformación superficial.

Con esto Mogi separó las fuentes en 2 casos:

La elevación de la región cercana al cráter fue causada por una fuente de origen somero, esto se puede interpretar como la ascensión rápida de magma y su expulsión de manera constante provocando una presión vertical dominante.

Mientras que el origen de la depresión en los alrededores son causados por una fuente más profunda, esto puede ser el reservorio magmático perdiendo presión, causando un desequilibrio estático en el medio compensándolo con un movimiento descendente de la superficie.

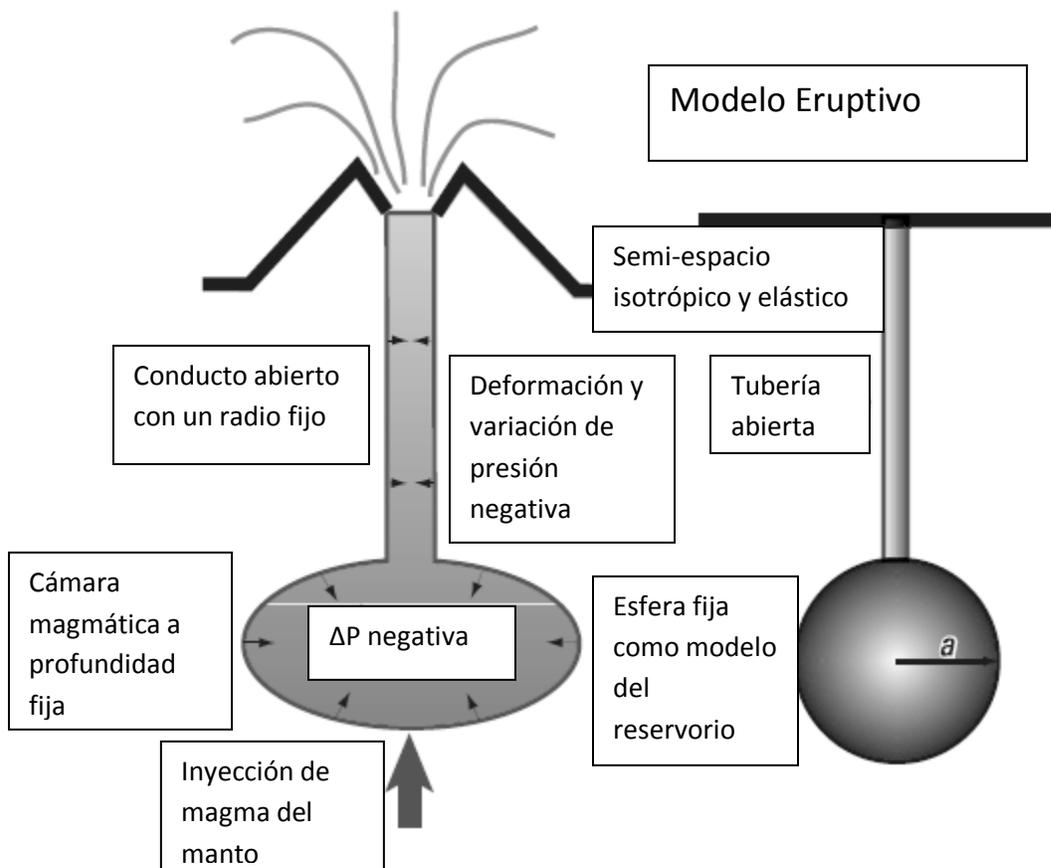


Figura 4.3

*Izquierda: Imagen representativa del caso que estudió Mogi mediante su modelo. Derecha Escenario geométrico que asumió Mogi para su modelo inverso, (Dzurisin 2007)*

El modelo aquí representado podría ejemplificar el caso en el que Mogi se encontró, donde la tubería abierta provocaba una elevación de la región más cercana al cráter por la expulsión de lava y otros materiales. Mientras la pérdida de presión dentro del reservorio provocaba las depresiones de una región de mayor extensión.

En su modelo original, Mogi se enfocó en la parte de la depresión causada por la deflación de la cámara magmática representándola como una esfera con pérdida de presión, identificada en su artículo como la fuente lejana. En la representación de la derecha Mogi se enfocó a la esfera como causante del desplazamiento considerando irrelevante la deformación causada por la chimenea asumiendo que solo era provocada por una fuente cercana y por tanto solo afectaría un radio muy pequeño de la superficie.

Con los datos recabados después de la erupción, Mogi comprobó la veracidad de su modelo, logrando de esta forma ubicar la cámara magmática en el espacio con un radio de la esfera propuesto con una gran exactitud. Al observar las deformaciones calculadas con aquellas medidas obtenidas de los registros del evento como se muestra en la siguiente figura.

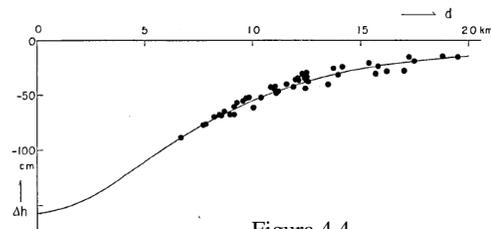


Figura 4.4

*Comparación del modelo generado por Mogi en línea continua y los datos de deformación registrados durante el evento de 1914, (Mogi 1958)*

La simulación e inversión correcta de este modelo dio como resultado la ubicación del reservorio como se muestra a continuación:

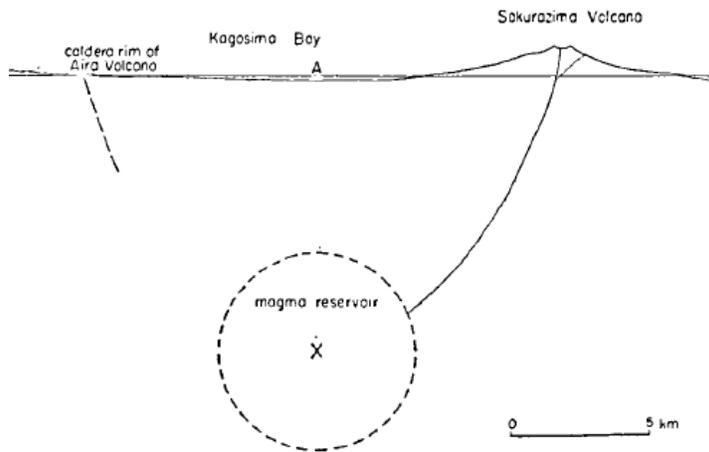


Figura 4.5

*Resultado obtenido por Mogi al hacer la inversión de su modelo de deformación superficial para ubicar la fuente (Mogi 1958)*

Esta fue la primera aproximación de la localización de un reservorio volcánico obtenido a partir de los cálculos de la deformación superficial en el área circundante del volcán. Después de este evento inmediatamente el volcán volvió a entrar en actividad registrada de nuevo con los instrumentos usados anteriormente. Esta vez la variación vertical era positiva

lo que indicaba que dentro del reservorio de magma la presión comenzaba a aumentar como consecuencia de la inyección de magma desde el manto

La fuente tomada en cuenta en esta investigación de Kiyoo Mogi era una esfera, lo que es una aproximación grosera de una cámara magmática. La deformación propuesta por Mogi para un caso ideal se presenta de la siguiente forma:

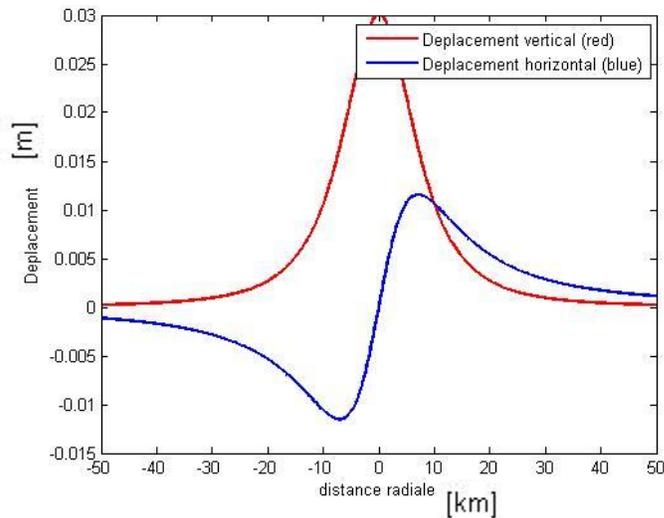


Figura 4.6

Imagen obtenida del primer modelo de Mogi formulado en Matlab en mi trabajo mostrando el desplazamiento en el eje y, y la distancia radial a la fuente en el eje x

### 4.3 Modelo de Bonaccorso y Davis:

Los autores (1999) proponen un modelo con otra forma geométrica. Calculan los desplazamientos provocados por un tubo cerrado con una variación de presión hidrostática de la misma forma que Mogi postuló para su esfera:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\alpha^2 \Delta P}{4G} \left( \frac{c_1^3}{R_1^3} + \frac{2c_1(-3+5\nu)}{R_1} + \frac{5c_2^3(1-2\nu) - 2c_2r^2(-3+5\nu)}{R_2^3} \right) \frac{x}{r^2} \\ v &= \frac{\alpha^2 \Delta P}{4G} \left( \frac{c_1^3}{R_1^3} + \frac{2c_1(-3+5\nu)}{R_1} + \frac{5c_2^3(1-2\nu) - 2c_2r^2(-3+5\nu)}{R_2^3} \right) \frac{y}{r^2} \\ w &= -\frac{\alpha^2 \Delta P}{4G} \left( \frac{c_1^2}{R_1^3} + \frac{2(-2+5\nu)}{R_1} + \frac{c_2^2(3-10\nu) - 2r^2(-2+5\nu)}{R_2^3} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots (4.3)$$

Donde:

- u, v, w son los desplazamientos en las direcciones principales x, y, z.
- G- constante de rigidez.
- c1 y c2 profundidades de tope y fondo del cilindro propuesto.

Los demás términos son tales como los describió Mogi en su artículo original.

La distribución de la deformación superficial de esta estructura se comporta de manera diferente al caso esférico de Mogi. Es necesario tomar en cuenta dos hipótesis principales.

- Los conductos por lo general son menores en dimensiones a la cámara magmática
- La deformación de campo cercano de fuentes distendidas varían de acuerdo a la relación de Poisson

Esto resulta en que la deformación causada por este cilindro genera proporcionalmente una mayor deformación horizontal que una fuente esférica, también la deformación (tanto vertical como horizontal) tiene un decaimiento más suave y prolongado a través del medio.

El perfil de desplazamiento vertical posee una depresión sobre el centro del cilindro; característica causada por la contracción Poissoniana en la dirección vertical como respuesta de la expansión horizontal del cilindro.

El modelo del Bonaccorso y Davis presenta perfiles de deformación de la siguiente forma (obtenida de Dzurisin 2007):

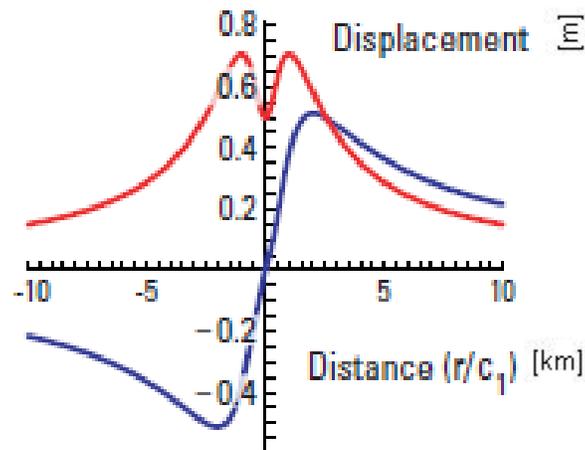


Figura 4.7  
*Desplazamiento superficial obtenido mediante el modelo de Bonaccorso, (Dzurisin 2007)*

Donde el perfil en rojo representa el desplazamiento vertical con la depresión en el origen mencionada anteriormente, mientras el perfil azul representa la deformación horizontal, en ambos casos podemos apreciar un decaimiento de la deformación más atenuado que el del modelo de Mogi. Este decaimiento suave se debe a que la fuente tiene una mayor influencia sobre la superficie debido a su cercanía a cada punto de la misma ya que la fuente es somera comparada con la profundidad a la que se considera la fuente esférica.

#### 4.4 Caso de Cayol

Cayol y Cornet (1998) exponen que el modelo de Mogi, a pesar de registrar resultados muy aproximados a las mediciones reales, posee una hipótesis fuerte de una superficie plana. La topografía no fue considerada por el autor en su tiempo. La topografía del volcán, tiene una influencia importante sobre los desplazamientos calculados proporcional a la pendiente que este presenta.

Mogi no observó la influencia de la topografía debido a que los registros que obtuvo después del evento volcánico no eran de estaciones cercanas. El error causado por la topografía es muy grande en zonas más cercanas al epicentro (cráter) mientras que decae rápidamente mientras más se aleja y tiende a responder igual que el semi-espacio plano postulado por Mogi. Hay que mencionar que la hipótesis de Mogi era válida en su estudio debido a que la mayoría de los volcanes japoneses y del pacífico son escudos volcánicos cuyas pendientes son no mayores a  $20^\circ$  de inclinación por esto estudios japoneses posteriores no encontraron tal problema al usar datos de estaciones más cercanas a la fuente.

Cayol presenta los casos de distintos volcanes ideales con pendientes de  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  y  $30^\circ$  respectivamente donde observa claramente que la topografía altera los desplazamientos sufridos en la superficie más cercana al cráter mientras que los registros más alejados no presentan una variación pero esto se debe a que mientras más se alejan del cráter la topografía poco a poco se normaliza a una superficie plana como se aprecia en la figura siguiente.

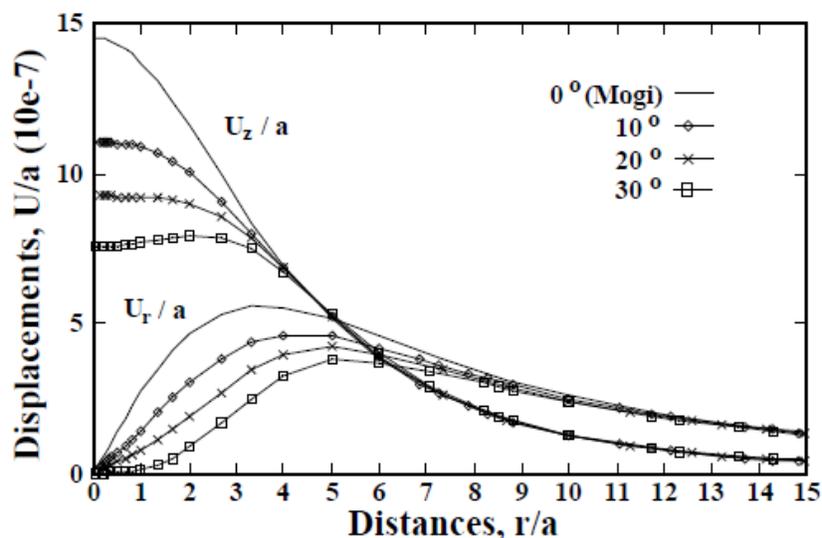


Figura 4.8

*Imagen obtenida de "Effects of topography on the interpretation of the deformation field of prominent volcanoes- Application to Etna" donde se muestra como la señal con topografía aplicada tiende a acoplarse con el cálculo de la superficie plana a distancias grandes la distancia se mide en unidades de distancia ( $r$ ) sobre radio ( $a$ )*

En sus resultados Cayol observa que mientras que una pendiente de  $20^\circ$  aún expone la profundidad exacta de la fuente, existe una sobre-estimación del volumen de la fuente, este caso se repite para todas las simulaciones donde el espacio no es plano. A pesar de ubicar la fuente en profundidad de manera aceptable el volumen considerado se encuentra sobreestimado debido a que el modelo de Mogi no considera la profundidad como una variable sino como una constante a lo largo del perfil.

Cayol utiliza como caso de ejemplo la erupción del monte Etna durante el periodo de 1991 a 1993 mediante registros de interferometría. Al aplicar el modelo de Mogi al problema inverso sin considerar la topografía la profundidad de la fuente resulta indeterminable debido a que el resultado presenta una incertidumbre de la misma magnitud que la altura del volcán.

Para comprobar los resultados construyeron un modelo de topografía real compleja, la cual representa un relieve real del volcán, con una fuente esférica, el mallado fue extendido más allá del radio del volcán para poder observar con mejor detenimiento la deformación y evitar efectos de filo. Esto resultó en la demostración de la sobreestimación volumétrica del modelo de Mogi en un 8% este porcentaje tan bajo se debe a que la pendiente del monte Etna ( $15^\circ$ ) no es grande por tanto el efecto de sobre estimación, tal como fue demostrado en las varias simulaciones usadas por este trabajo, es menor en pendientes bajas.

La profundidad calculada por el modelo de Cayol, tuvo la misma media de la estimación de Mogi, sin embargo con una incertidumbre mucho menor; lo que hizo posible que la profundidad fuese determinada.

#### 4.5 Métodos inversos de Monte Carlo

Para resolver problemas inversos de varias dimensiones, se requieren una gran cantidad de puntos de medición, es por esto que se crearon los algoritmos aleatorios o pseudo-aleatorio.

Se puede mostrar matemáticamente que es más rápido encontrar los parámetros que describen el modelo con una búsqueda al azar que con una sistemática. Es el propósito del método de Monte Carlo. Dado el factor de azar que juega una parte importante en el cálculo de estos algoritmos, estos se denominan métodos de Monte Carlo, en referencia a la ciudad famosa por sus casinos y juegos de azar. Estos consisten en generar de manera aleatoria muchas soluciones posibles (en nuestro caso muchas localizaciones), aplicar en cada de esas soluciones el método directo (en nuestro caso calcular los desplazamiento en superficie) y guardar las mejores soluciones (es decir los desplazamientos calculados lo más cercanos a los desplazamiento observados con datos reales). Este método resulta más rápido que un método sistemático convencional que consistiría en buscar todas las localizaciones posibles.

Para resolver problemas mediante este tipo de modelos inversos se han creado una gran variedad de algoritmos cada uno ofreciendo cualidades y problemas. El método de Montecarlo tiene la ventaja de ser muy fácil de implementar y permite estudiar la existencia de la unicidad de la solución.

## 5 Aplicación a modelos complejos

### 5.1 Caso propuesto

En este trabajo, utilizaremos la plataforma matemática MATLAB para generar un modelo 2-D y 3-D para casos con tres tipos de fuentes, esférica, cilíndrica y combinada. Comparando los cálculos de una superficie plana postulada por Mogi contra el mismo modelo considerando la topografía sintética postulada. La topografía propuesta aquí será un semi-cono perfecto el cual representará a la topografía volcánica cuyo radio en la base será proporcional al radio del cono del volcán de Colima, se le darán parámetros de pendiente y altura similares a los del volcán de Colima con el interés de futuras aplicaciones en este.

Se harán simulaciones de fuente para el caso de una esfera en varios escenarios, tanto en profundidad como en volumen, y se compararán entre sí para observar con mayor facilidad el efecto de la topografía y como este varía a medida que la fuente varía en profundidad.

Las mismas consideraciones se harán para el caso del modelo de una "chimenea" volcánica (Bonaccorso y Davis, 1999) donde variaremos la posición del tope y fondo del cilindro, así como su radio máximo. Observando las consecuencias que conlleva variar su extensión y profundidad, en el desplazamiento general. Se esperan resultados distintos al variar la extensión dado que el tope del cilindro se encuentra generalmente cercano a la superficie por lo tanto se cree que aumentará la zona de afectación.

Para simplificar la observación de estos parámetros se modelarán en perfiles bidimensionales donde serán graficados los resultados del espacio plano y la topografía sobrepuestos uno sobre otro, comparando así con mayor efectividad las mediciones y el error provocado por el espacio plano. Después se procederá a obtener resultados en un espacio tridimensional donde se observen los vectores de deformación con 3 componentes a lo largo de la superficie esto con el fin de apreciar mejor el fenómeno de deformación superficial.

Para el método inverso se utilizará el modelo de Mogi aplicando la topografía sintética propuesta anteriormente, calculando los desplazamientos únicamente para 5 puntos que representan 5 estaciones reales del volcán de Colima (SOMA, EZ5V, INCA, MNGR y JUBA). Estas son estaciones sísmicas, de la red RESCO. Una vez calculados los desplazamientos serán introducidos a un programa nuevo donde se calcule la ubicación de la fuente mediante la inversión de Montecarlo (prueba y error) postulando múltiples ubicaciones de la fuente, y de esa manera localizar la fuente, y su volumen. También se postulará un caso teórico de múltiples estaciones colocadas en un arreglo de malla cuadrada en la zona más cercana al epicentro, ya que, es en esa zona que la influencia de la topografía es mayor y se analizará los resultados de la inversión simple.

## 6.- Método directo:

### 6.1 Modelo de Mogi

Para aplicar el modelo directo de Mogi se creó un programa en la plataforma MATLAB donde uno establece los parámetros del volcán de acuerdo al caso que se esté trabajando, esto permitirá que este programa sea usado para cualquier volcán que se desee analizar, en este programa uno debe introducir los parámetros siguientes:

1. Desplazamiento horizontal de la fuente (de ser el caso)
2. Altura máxima del cono
3. Distancia entre altura máxima y mínima
4. Profundidad de la fuente
5. Radio de la fuente

El primer parámetro es opcional si se desea analizar una fuente que no se encuentre justo debajo del centro del cono, sin embargo no es necesario introducir un desplazamiento para este programa, es por esto que este parámetro es condicional, de no introducirse desplazamiento, se considera que la fuente esta en el centro del plano horizontal. Para el caso propuesto en este trabajo las fuentes simuladas en cada escenario se localizan debajo del cráter. Los parámetro 2 y 3 son los parámetros necesarios para generar la topografía sintética con la cual se trabajará. Estos parámetros crearán la función  $Z$  que sustituirá el valor constante que considera Mogi al convertir a la profundidad en una suma como se presenta a continuación:

$$Z = F(z) + d \dots \dots (6.1)$$

Donde  $Z$  es la profundidad relativa al punto en la superficie;  $F(z)$  la función de la topografía sintética y  $d$  es la profundidad.

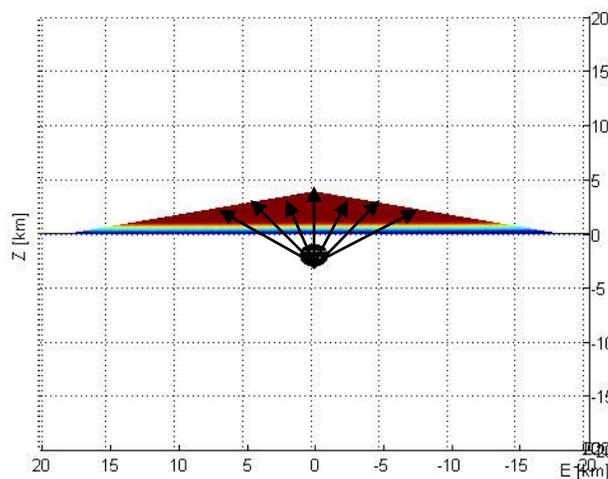


Fig 6.1 representación de la variación real de la profundidad en el modelo propuesto

Para este caso no se utilizará la altura máxima del volcán de Colima sino el residuo resultante entre la altura máxima y mínima encontradas en los alrededores del volcán de Colima, esto con la finalidad de tener como punto de referencia, referido como línea cero en el diagrama no el nivel medio del mar, sino el nivel medio del suelo alrededor del volcán. Los últimos dos parámetros son aquellos que definirán el desplazamiento superficial de acuerdo a la función de Mogi, la profundidad y el radio de la esfera.

Una vez introducidos estos valores la función de Mogi será calculada para todos los puntos de la variable Z que es en este caso nuestra superficie donde se observa el desplazamiento. Para este modelo hicimos pruebas para observar el comportamiento de los desplazamientos ocasionados por fuentes de dos radios cada uno a tres profundidades como se muestra en la tabla (unidades en kilómetros):

Tabla 6.1: Escenarios considerados para la simulación de una fuente esférica mediante el modelo de Mogi

Radio de la esfera -----	1.5	5
Profundidad 1	1.5	5
Profundidad 2	3	10
Profundidad 3	10	25

Una vez realizadas las pruebas se compararán los modelos obtenidos asumiendo tanto la superficie plana, así como topografía sintética, se compararán los gráficos en 2 maneras. Primero se compararán ambos resultados sobrepuestos con los valores reales, para así determinar la sobreestimación o subestimación de la deformación a causa de la presencia de la topografía. En segundo término se compararán las gráficas normalizadas cada una a su respectiva componente máxima, esto con la finalidad de determinar la subestimación o sobre estimación del área de deformación causada por cada fuente y la disipación de la energía.

De esta forma las graficas sobrepuestas nos permitirán observar con facilidad la influencia de la topografía para reservorios cercanos a la superficie, así como para reservorios más profundos.

Se analizarán a detalle cuatro de los seis casos, los más extremos, siendo los de mayor y menor profundidad para cada radio. A partir de estas observaciones se analizarán los escenarios de manera general si es que los resultados guardan una relación.

## 6.2 Modelo de Bonaccorso

Para el caso de una fuente con forma de cilindro, aplicaremos el modelo de Bonaccorso como es mostrado en el libro "Volcano Deformation" (Dzurisin 2007) para una tubería cerrada, donde estamos midiendo la deformación de un volcán previo a la erupción, cuando la tubería no se encuentra abierta, sino cerrada, por lo tanto en un estado de presión creciente. Para esto también se hará un programa en la plataforma MATLAB donde introduciremos los siguientes parámetros:

- Desplazamiento horizontal de la fuente (de ser el caso)
- Altura máxima del cono
- Distancia entre altura máxima y mínima
- Profundidad del tope del cilindro
- Profundidad del fondo del cilindro
- Radio máximo del cilindro

Como se puede apreciar los parámetros introducidos no difieren mucho de los declarados para el modelo esférico de Mogi a excepción de la localización, para el modelo de Bonaccorso no se declara la profundidad del centro del cuerpo sino de los bordes ya que son estos parámetros los necesarios para hacer los cálculos de la deformación superficial, estos parámetros nos darán tanto la profundidad como la extensión de nuestra fuente.

Igual que para el caso de la esfera, haremos las simulaciones pertinentes introduciremos parámetros aquí propuestos para observar el comportamiento de la deformación en un semi espacio plano, así como para una topografía sintética, los parámetros son los siguientes:

Tabla 6.2: Escenarios considerados para la simulación de una fuente cilíndrica usando el modelo de Bonaccorso

Radio máximo	1	3.5
Profundidad (s,f)1	-3, 2	-3, 7
Profundidad (s,f)2	-2.5, 2.5	-1.5, 8.5
Profundidad (s,f)3	-0.5, 4.5	-0.5, 9.5

Los parámetros aquí propuestos fueron escogidos cuidadosamente, para el radio máximo mayor se considero una chimenea del tamaño de la circunferencia del cráter del volcán de Colima lo que simularía un caso extremo en el que la chimenea estuviese lo más expuesta posible con un tapón de volumen mínimo comparado con el volumen de magma de la fuente, mientras que para el radio menor se considera una chimenea de 1 km de radio. Así como las profundidades negativas aquí consideradas representan cilindros que se extienden sobre el nivel medio del terreno analizado, sin alcanzar la altura máxima de la topografía donde el cilindro estaría abierto y comenzaría a perder presión.

La extensión de los cilindros se mantuvo constante en cada caso de los radios respectivamente (5 y 10 km de longitud) esto para que la variación de la deformación se deba únicamente al cambio de posición y no a la elongación del cilindro; así el efecto de la topografía, y su relación con la profundidad, podrá ser observado bajo una mayor objetividad.

Cabe resaltar que para ambos casos la fuente no se considera desplazada para los modelos a simular con la intención de suponer un sistema simple cuya fuente esté localizada debajo del centro del cono para apreciar la máxima atenuación del desplazamiento provocada por la topografía posible. Dado que un desplazamiento horizontal creará un patrón de deformación radial más complejo de interpretar, lo cual se consideró poco prudente para los primeros análisis de deformación sin embargo fundamentales para análisis más complejos.

Al igual que para el caso esférico de Mogi se describirán los casos más extremos para ambas longitudes del cilindro haciendo conclusiones particulares, para posteriormente establecer análisis generales de todos los casos para el modelo. Si es que los 6 modelos guardan alguna relación entre ellos

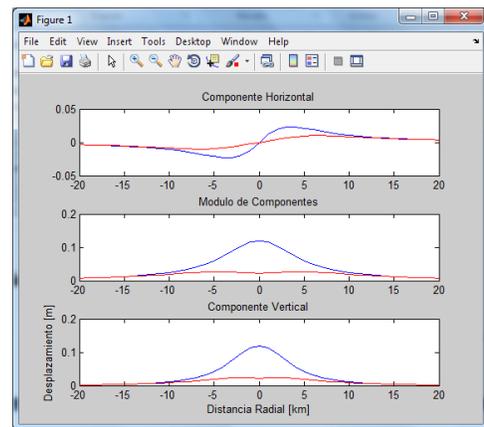
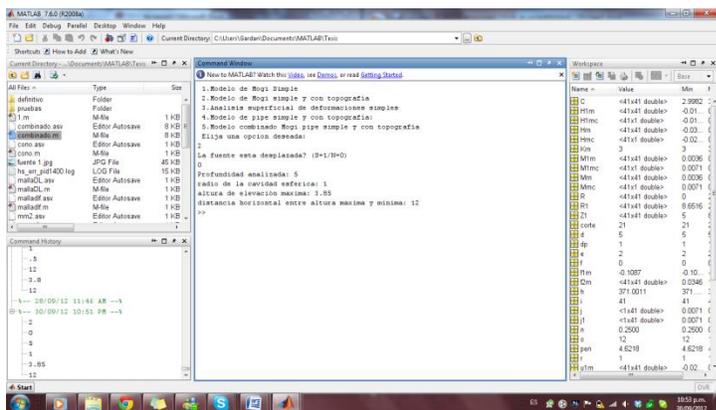


Fig 6.2.1 izq Pantalla de inicio del programa Matlab utilizado para los modelos directos. Figura 6.2.2 Pantalla de resultados mostrando la deformación superficial

### 6.3 Modelo Combinado

El modelo propuesto para el método directo creamos un tercer programa en la plataforma MATLAB donde calcularemos la deformación provocada por una fuente compleja consistente en una esfera y un cilindro de presión hidrostática. Estos representarán tanto la cámara magmática como la chimenea, los cuales representan los componentes básicos de una estructura volcánica interna. En este programa, así como en los otros, el usuario debe introducir los parámetros necesarios para hacer los cálculos de deformación, a continuación se presentan los parámetros que se necesitan introducir:

- Desplazamiento horizontal de la fuente (opcional)
- Profundidad analizada (M)
- Radio de la cavidad esférica (M)
- Profundidad de superficie del cilindro (B)
- Profundidad de fondo (B)
- Radio máximo del conducto (B)
- Altura de elevación máxima (T)
- Distancia horizontal entre altura máxima y mínima (T)

Donde los parámetros seguidos por (M) son los parámetros necesarios para identificar la función de Mogi, mientras la (B) indica los parámetros para calcular la función de Bonaccorso y Davis, mientras que (T) sucede a los parámetros necesarios para aplicar la topografía sintética. El primer parámetro de desplazamiento, si se desea utilizar, será de 1, 2 ó 3 pares de coordenadas dependiendo de si se quieren desplazar únicamente la esfera de posición, o junto con el cilindro, o si se desplaza la esfera, y al cilindro se le quiere dar una inclinación.

Para hacer las simulaciones combinadas se utilizarán los parámetros anteriormente usados para los modelos de cada fuente separada,

Tabla 6.3: Escenarios considerados para la simulación de una fuente combinada de una esfera y un cilindro considerando ambos casos

Casos	Mogi (unidades km)		Bonaccorso (unidades km)		
	Radio de cámara	Profundidad	Radio máx.	Prof. Sup	Prof. fondo
Caso 1	1.5	1.5	1	-3	2
Caso 2	1.5	3	1	-2.5	2.5
Caso 3	1.5	10	1	-0.5	4.5
Caso 4	5	5	3.5	-3	7
Caso 5	5	10	3.5	-1.5	8.5
Caso 6	5	25	3.5	-0.5	9.5

Estos parámetros son los mismos que los usados anteriormente para los cálculos de deformación para modelos de fuente simple, con la intención de poder comparar directamente la deformación causada por las 3 fuentes, esto con la finalidad de observar con mayor detenimiento la diferencia en la deformación calculada por cada modelo. Al igual que en los anteriores para este caso no se considerará la deformación causada por una fuente desplazada sino una con centro en el origen de nuestro plano. La plataforma usada en este rubro es la misma señalada en la figura 6.2.1. Los ejemplos gráficos se presentan en el capítulo 8 en conjunto con los resultados de cada caso. De nueva cuenta se analizarán los casos 1, 3, 4 y 6 representando las condiciones más extremas a las que nuestro modelo es sometido, para cada escenario se harán discusiones particulares de cada una, y a partir de la observación del comportamiento general de los seis escenarios crearemos análisis generales que pueden representar cualquier caso, si es que la relación entre estos casos lo permite.

A continuación se presenta el código MATLAB para la función de Mogi usada en este trabajo de tesis, abajo el código de la topografía sintética, el cual usara el mismo modelo de Mogi cambiando únicamente el factor R por R1

```
%estableciendo parametros
d=input('Profundidad analizada: ');
r=input('radio de la cavidad esferica: ');
%Vectores establecidos
[x,y]=meshgrid((-20:1:20), (-20:1:20));
corte=round(length(x)/2);
R=sqrt((x-x0).^2+(y-y0).^2+d.^2);
%parametros escalares
dp=1; %Presion puntual
n=0.25; %relacion de poisson
%Parametros para simplificar la funcion de mogi
Km=3*(r.^3).*dp./(4*n);
    um=Km.*(x./(R.^3)); %funcion mogi componente horizontal 1 plana
    vm=Km.*(y./(R.^3)); %Funcion mogi compoentente horizontal 2 plana
    wm=Km.*(d./(R.^3)); %funcion mogi componente vertical plana
    Mm=sqrt(um.^2+vm.^2+wm.^2); %función mogi modulo de componentes plana
    Hm=(um+vm)./2; mogi componente horizontal plana
    %introduciendo topografía sintetica
h=input('altura de elevación maxima: ');
o=input('distancia horizontal entre altura maxima y minima: ');
R=sqrt((x-x0).^2+(y-y0).^2);
pen=15/3.2455;
zt=h-R./pen;
for i=1:length(x)
    for j=1:length(y)
if zt(i,j)>0
    zt(i,j)=zt(i,j);
else
    zt(i,j)=0;
end
end
end
Z1=d+zt;    R1=sqrt((x-x0).^2+(y-y0).^2+Z1.^2);
```

## 7.- Método Inverso

### 7.1 Metodología de Montecarlo

Para comprobar que nuestro modelo aplicando la topografía sintética carece del problema de no unicidad, se procede a la localización de la fuente a partir de los vectores de desplazamiento. Para esto, se decidió crear una inversión simple la cual nos permita obtener la localización de la fuente con una asertividad mínima aceptable, esta expectativa no es muy alta (un error menor al 30%) debido a que usamos pocas estaciones (5 en el caso del volcán de colima).

Para analizar el método inverso, se procedió a calcular mediante el modelo directo las deformaciones ocurridas en 5 puntos específicos colocados sobre la topografía de tal forma que representan la posición de cinco estaciones reales sobre el volcán de Colima, estas deformaciones se calculan para un caso ideal de una fuente esférica de radio de 1 km a una profundidad de 2 km sobre el nivel medio sin desplazamiento horizontal, (0,0,-2); estos datos son guardados como la entrada de datos reales. Como se muestra en la figura 7.1:

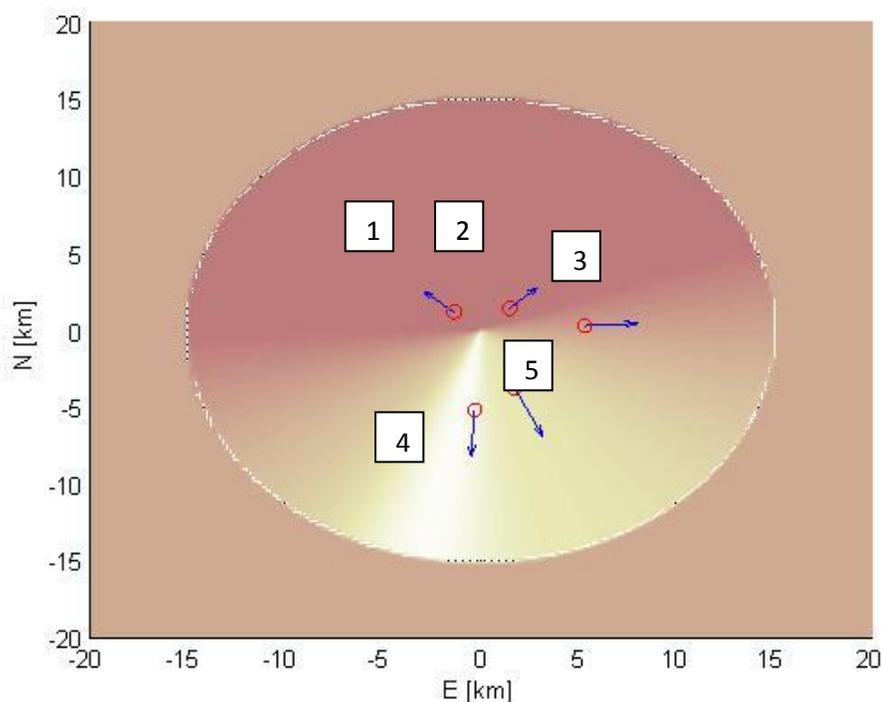


Figura 7.1

*Ubicación de las estaciones del volcán de colima utilizadas para las simulaciones del método inverso marcadas con círculos rojos, 1-SOMA, 2-INCA, 3-JUBA, 4-MNGR, 5-EZ5V, donde el punto 0,0 es el centro del cráter del volcán, en azul los vectores de desplazamiento en [m] causados por la fuente ideal*

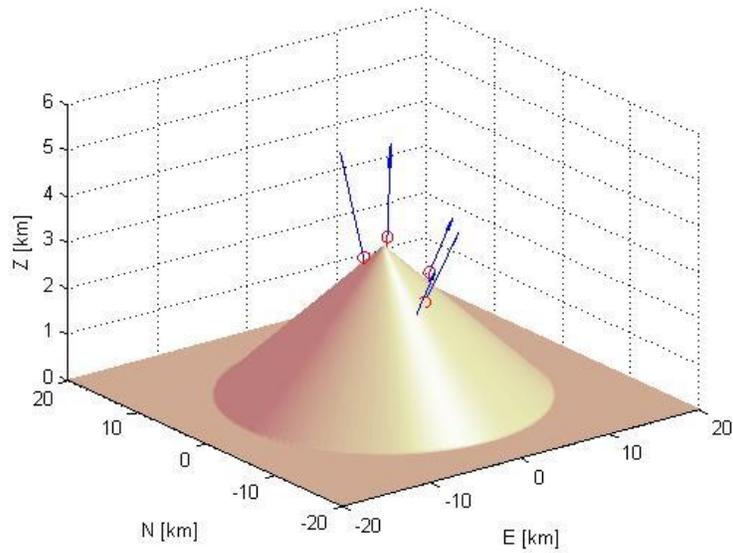


Figura 7.2

*Perspectiva tridimensional de la ubicación real de las estaciones acopladas (en rojo) sobre el cono modelado la dirección de los vectores de desplazamiento obtenidos según el modelo de Mogi*

A continuación se procede con la simulación inversa del problema la cual consiste en crear inicialmente una malla de 3 dimensiones con múltiples puntos donde se pueda ubicar el centro de la fuente, se calcula los desplazamientos debido a una fuente de Mogi aplicada para cada uno de estos puntos. Los puntos donde se puede localizar la fuente se muestran en la figura 7.3.

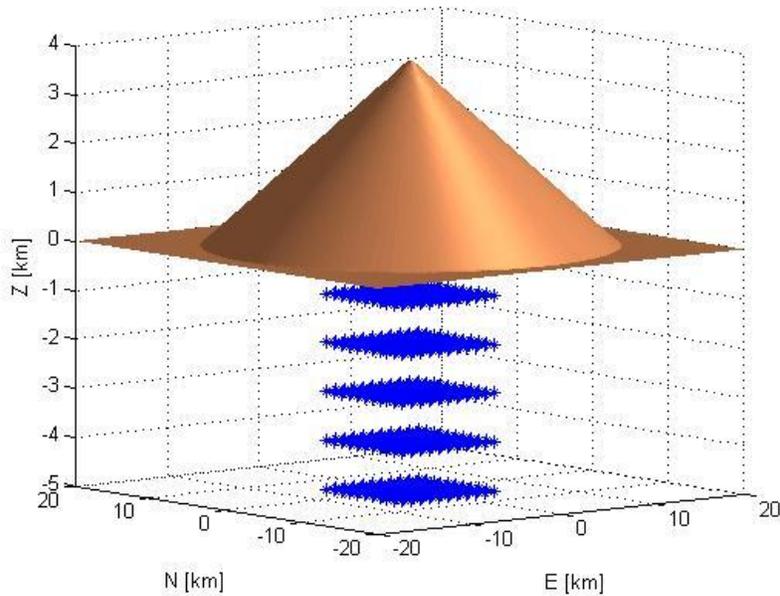


Figura 7.3

*Modelo de posibles fuentes localizadas bajo el cono donde puede encontrarse el centro de la esfera de la fuente real*

La figura 7.3 muestra la topografía propuesta para el análisis superficial, mientras debajo de este se colocan todos los puntos donde se encuentran los posibles centros de la esfera que representa a la fuente puntual de deformación del modelo de Mogi, que en este caso representaría a la cámara magmática.

Para cada punto se calcularán los desplazamientos para una fuente con centro en este punto mediante la fórmula de Mogi, luego se compararán con los desplazamientos guardados previamente (que simulan los datos reales) y se calculará el error entre ambos datos. Las regiones con menor error serán graficadas en perfiles bidimensionales. Se usará el siguiente modelo simple.

$$\varepsilon = \frac{Mog_p - Mog_r}{Mog_r} \dots \dots (7.1)$$

$\varepsilon$ -error
$Mog_p$ -Modelo propuesto de Mogi
$Mog_r$ - Modelo real de Mogi

Las estaciones reales aquí propuestas tienen un arreglo geométrico deficiente. Es por lo cual se eligieron, para simular con mejor detalle los efectos que pueden conllevar el arreglo geométrico entre las estaciones. Para observar con mayor detenimiento los efectos tanto de un pobre arreglo como el topográfico. Se propone a su vez un caso ideal creando una malla de muchas estaciones en gran parte del cono, donde se calculan las deformaciones en puntos distribuidos de manera simétrica alrededor del centro del cono. Este arreglo se elige dado que en esa región es donde la topografía presenta su mayor influencia en la deformación superficial.

Para ambas pruebas se calcula de manera directa la deformación para un caso ideal. Después se procede a crear la malla de posibles posiciones de la fuente; calculando el error mediante la ecuación 7.1 y así obtener el mejor ajuste del modelo y la fuente. Se procederá a graficar los contornos pertinentes para tener una mejor observación de la ubicación de la fuente.

$$a = 1 - \varepsilon \dots \dots (7.2)$$

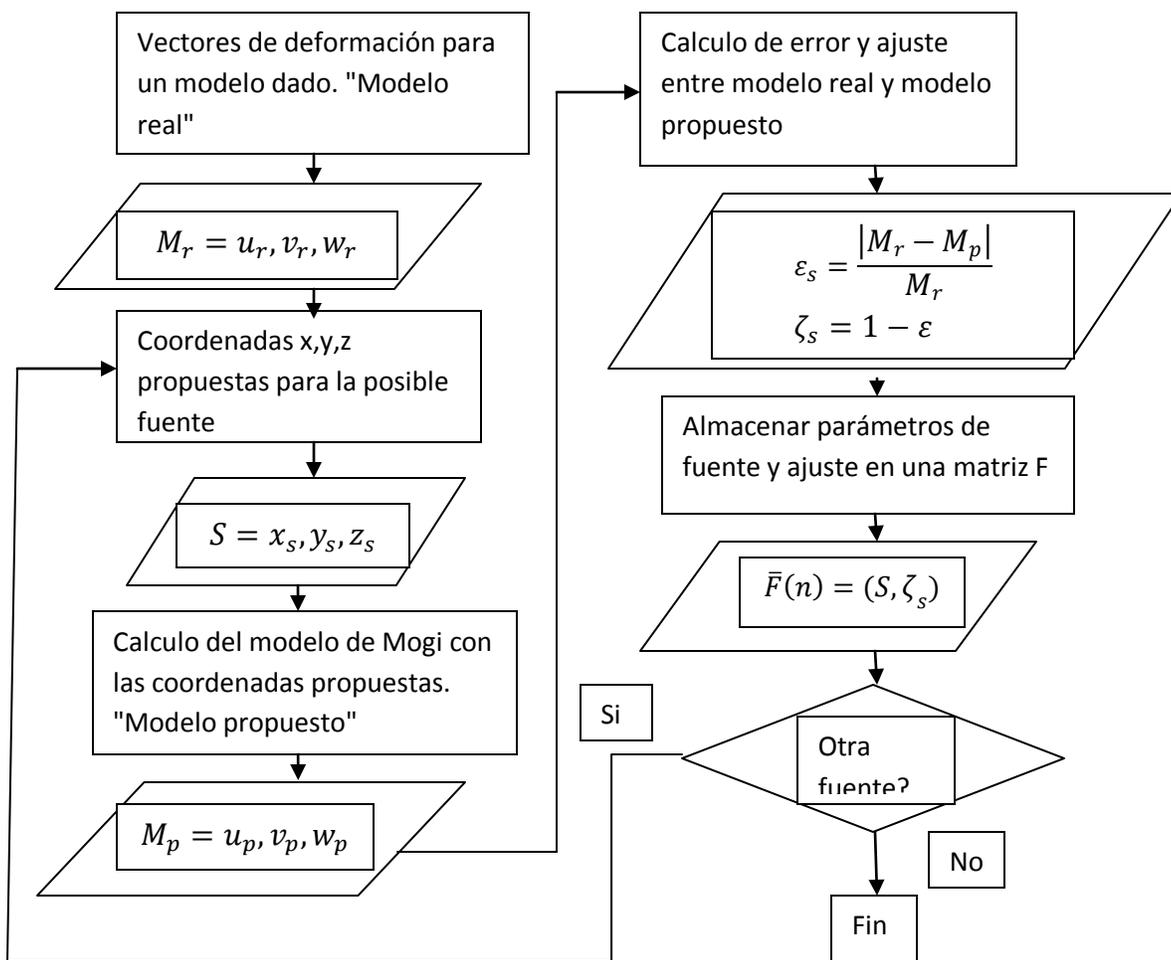
$a$ - ajuste
$\varepsilon$ - error

Para el arreglo simétrico se eligió un escenario de 121 estaciones con un espaciamiento de un kilómetro entre cada estación repartiéndolas hasta una extensión de cinco kilómetros al norte, sur, este y oeste del centro de la malla, el cual es el cráter. Al medir la deformación y aplicar las ecuaciones 7.1 y 7.2 para realizar la inversión simple obtendremos un modelo inverso de poca resolución (1 punto por kilómetro). Esto esperamos creará un modelo ideal cúbico, en lugar del modelo esférico real.

Durante la programación de la inversión simple, el programa escrito para esta tesis resultó deficiente. Esto debido a que el número de puntos en un espacio horizontal donde se puede simular la fuente, debe ser el mismo que el número de estaciones registrando datos en superficie. El número de profundidades posibles no se vio afectado por esta restricción. La separación entre puntos y estaciones, son independientes. Esto hace que en particular para el programa de inversión aquí usado una mayor cantidad de estaciones registrando el evento permitan una mejor resolución

Con estos resultados, comparando los modelos inversos para 5 y 121 estaciones, esperamos comprobar que si tendríamos un número muy grande de instrumentos podríamos localizar muy bien la fuente volcánica. Eso demostrará que un número grande de estaciones en el cálculo de la deformación conlleva una buena estimación en dimensiones, y profundidad de la fuente, para esto también haremos la inversión de los datos para el caso de Mogi en una superficie plana, esto para comprobar los errores que resulta asumir el espacio plano en el método inverso, de la misma forma en la que existe para el método directo.

A continuación se presenta un diagrama de flujo representativo de la inversión hecha en código MATLAB.



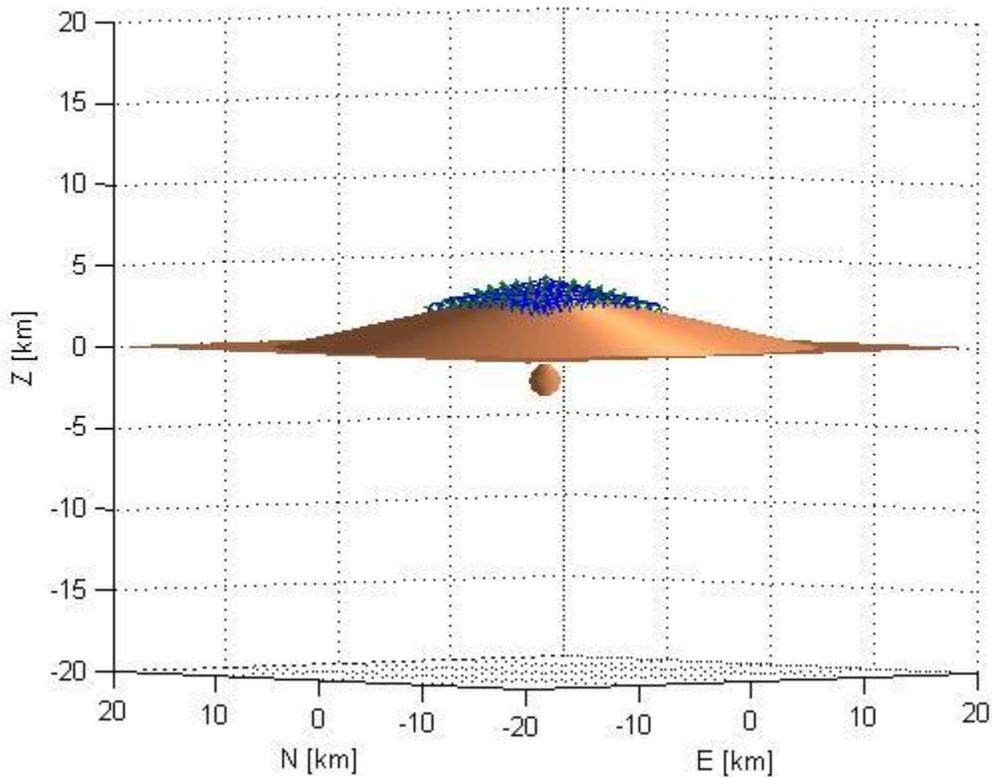


Figura 7.4

*Representación a escala del modelo utilizado para la inversión de una esfera ideal, ubicando las estaciones ideales (círculos verdes) y los vectores de desplazamiento (flechas azules) resultantes de una fuente ideal esférica de 1 km de radio*

En la imagen aquí mostrada se grafican las ubicaciones de las estaciones ideales rodeando al cono en una malla cuadrada representada como círculos verdes. En todas ellas se calcula un desplazamiento para una fuente con epicentro en el origen y profundidad de 2 km para una fuente esférica de 1 km de radio observada debajo del cono. Los vectores de desplazamiento se indican en color verde representando la deformación superficial usando el modelo de Mogi considerando la topografía.

## 8.- Resultados y Análisis

### 8.1 Resultados modelo esférico

Aquí se presentan los gráficos obtenidos para la simulación del modelo de Mogi para los 6 casos indicados previamente. En Fig. 8.1-8.6 El gráfico de la línea azul representa el modelo de Mogi para un espacio plano, mientras que el gráfico en rojo representa el modelo de Mogi considerando la topografía sintética. Los primeros tres gráficos en el lado izquierdo son las componentes: horizontal, vertical y modulo de las componentes en su escala real en orden descendente, los gráficos en el lado derecho son las mismas componentes normalizadas al máximo de la deformación máxima modular, el último gráfico representa la geometría del modelo:

Escenario 1

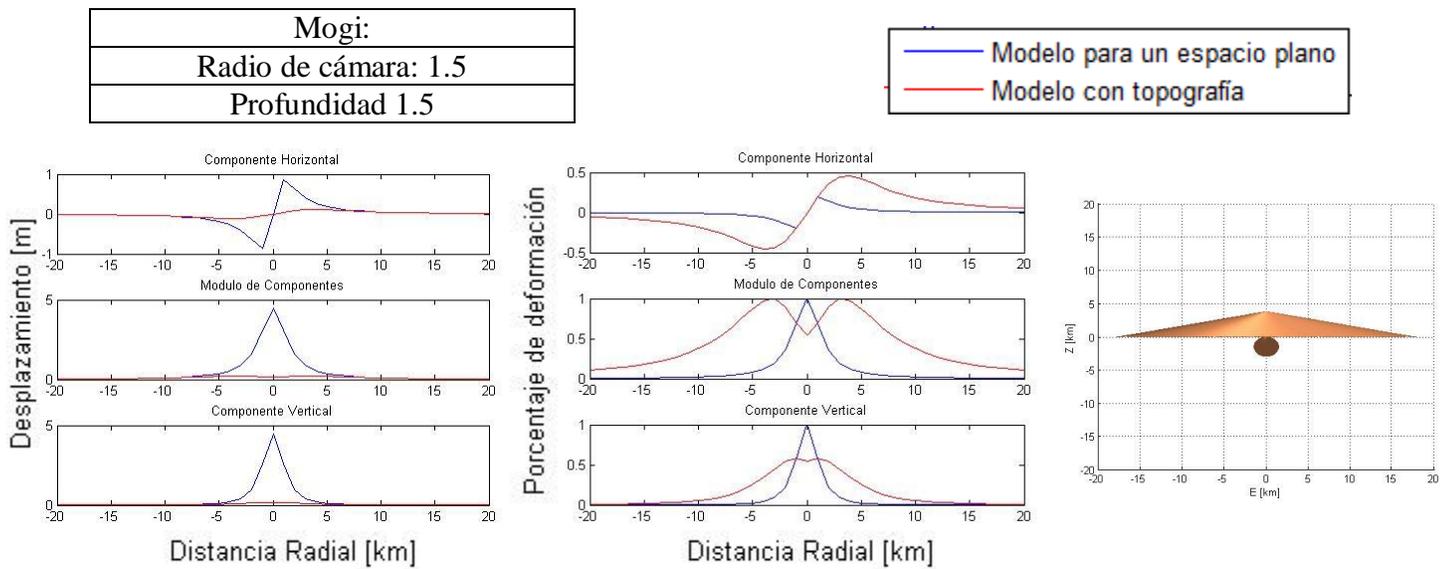


Figura 8.1: Resultados escenario 1 para modelo esférico usando la función de Mogi

Escenario 2

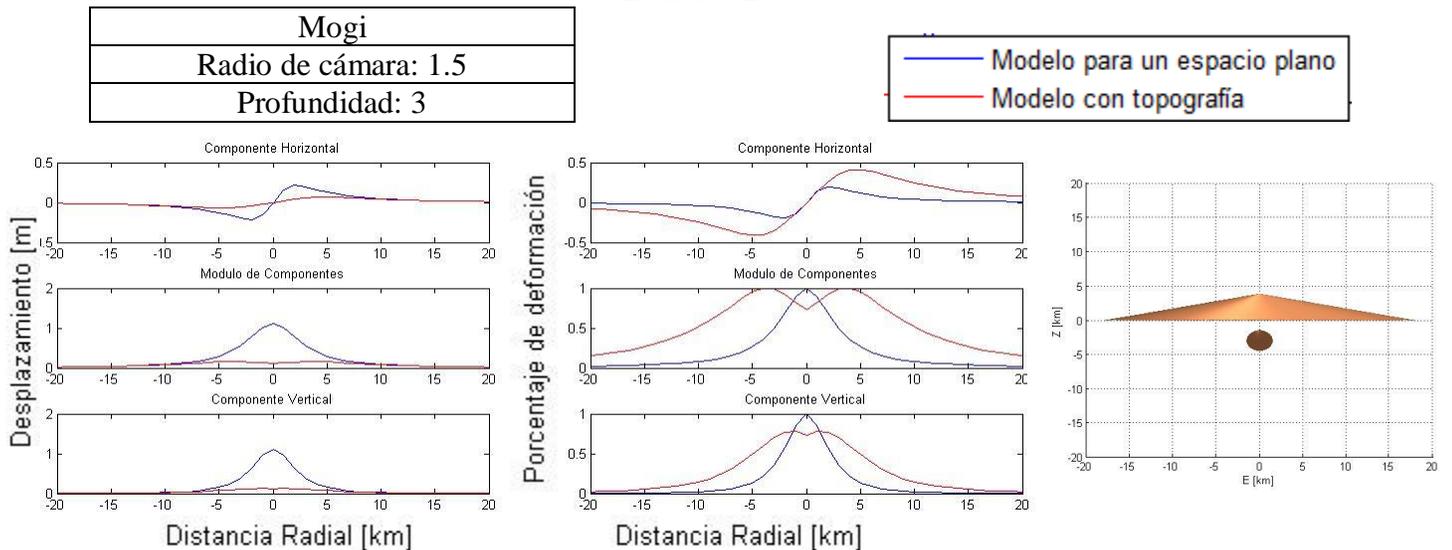


Figura 8.2: Resultados del escenario 2 para modelo esférico usando la función de Mogi

### Escenario3

Mogi
Radio de cámara: 1.5
Profundidad: 10

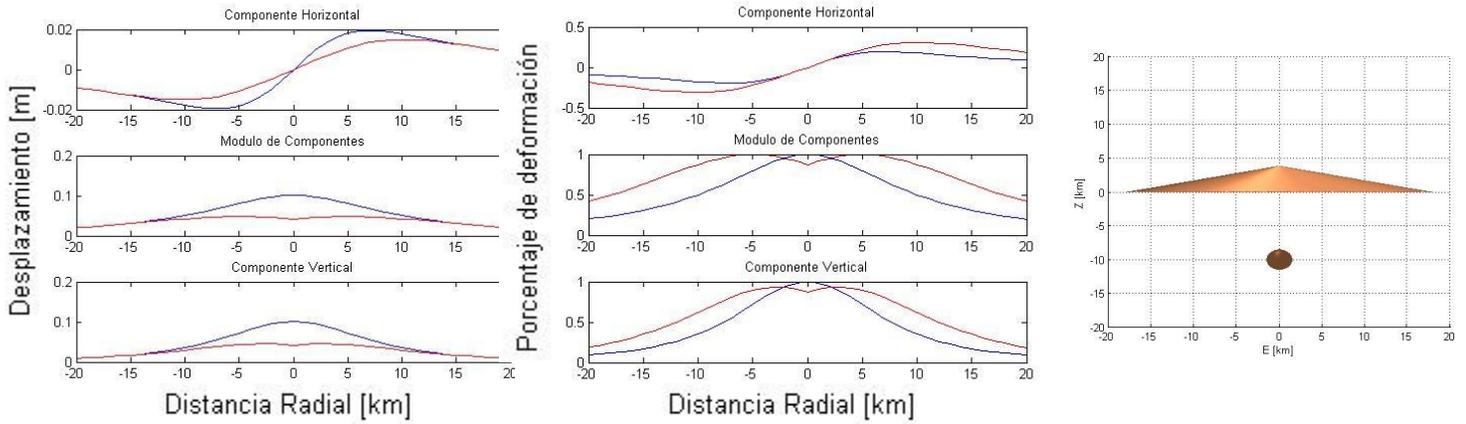
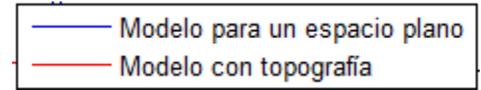


Figura 8.3: Resultados del escenario 3 para modelo esférico usando la función de Mogi

### Escenario 4

Mogi:
Radio de cámara: 5
Profundidad: 5

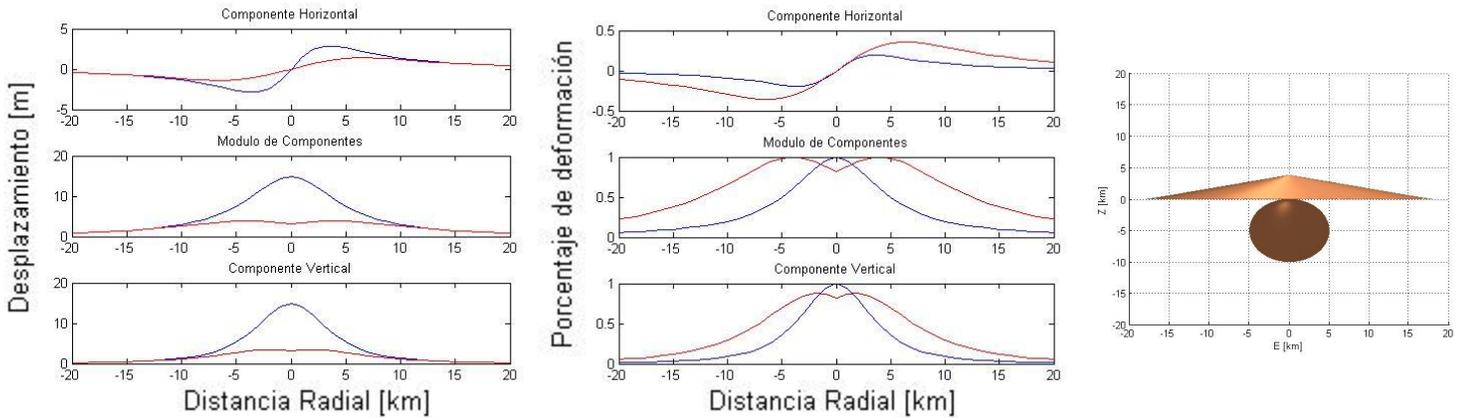
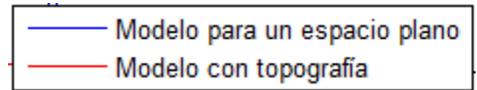


Figura 8.4: Resultados del escenario 4 para modelo esférico usando la función de Mogi

### Escenario 5

Mogi
Radio de cámara: 5
Profundidad: 10

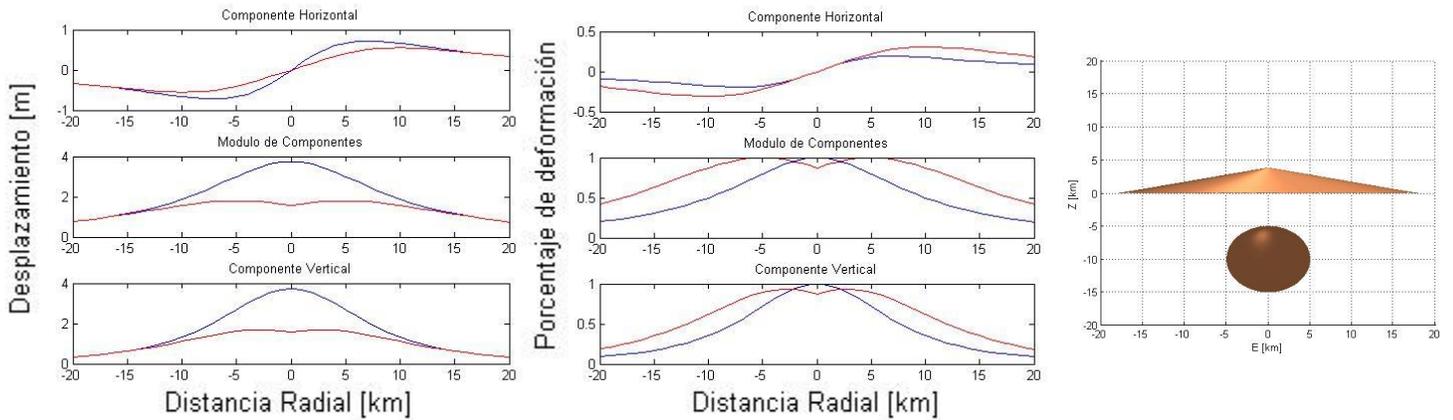
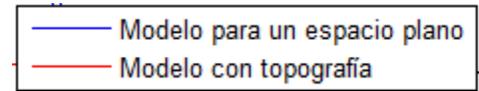


Figura 8.5: Resultados del escenario 5 para modelo esférico usando la función de Mogi

### Escenario 6

Mogi
Radio de cámara: 5
Profundidad: 25

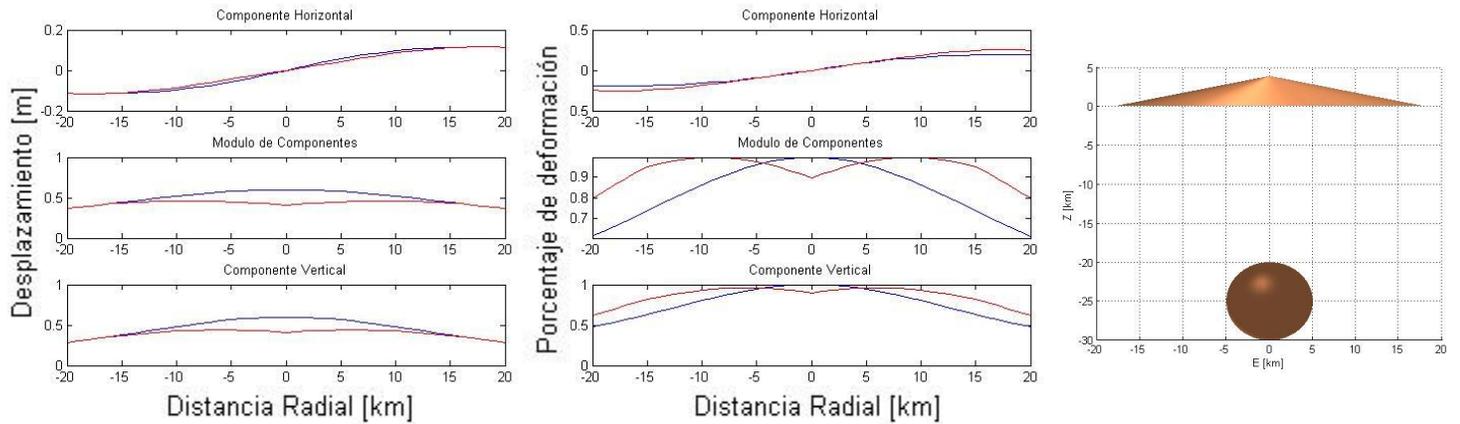
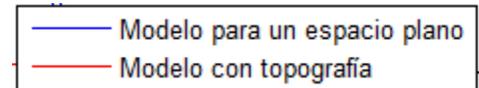


Figura 8.6: Resultados del escenario 6 para modelo esférico usando la función de Mogi

## 8.2 Análisis Mogi

Podemos comparar los escenarios más extremos, representados por las figuras 8.1, 8.3, 8.4 y 8.6 entre la fuente más pequeña somera, y la fuente de mayores dimensiones y las profundidades mayores y menores.

En la Figura 8.1 que representa el escenario 1, con un reservorio esférico de 1.5 km de radio ubicado a una profundidad de 1.5 km de la línea cero. Observamos que para las 3 componentes el desplazamiento considerando la topografía la señal se ve atenuada alcanzando una escala menor a 1/10 veces la deformación calculada para el espacio plano. Así mismo el porcentaje de deformación a lo largo de la componente horizontal se disipa más lentamente, dado que la distancia radial no incrementa al mismo ritmo para el espacio plano y la topografía.

En la figura 8.3 se representa el escenario 3, de un reservorio esférico de 1.5 km de radio a una profundidad de 10 kilómetros. Se aprecia una menor escala de desplazamiento en las tres componentes dada la profundidad entre la fuente y la superficie. Sin embargo la diferencia entre el modelo del espacio plano y el modelo de la topografía tienen una diferencia menor, con menos de un 40% de diferencia aproximada entre los modelos del espacio plano y los de topografía en todas sus componentes. También la diferencia del porcentaje de deformación disminuye hasta tener una diferencia máxima del 30% en las tres componentes

La figura 8.4 representando el escenario 4, un reservorio de 5 km de radio a una profundidad de 5 km, presenta resultados similares, en la forma de los gráficos, a la figura 8.3 sin embargo a escalas considerablemente más grandes, debido a la profundidad menor y mayor radio de la esfera. Se demuestra que el desplazamiento modelado para el espacio plano es más de 5 veces mayor que el modelado para el modelo con topografía, mientras el porcentaje de deformación cae con una atenuación casi 3 veces mayor para el espacio plano que para la topografía.

Para los resultados en la figura 8.6 representando un escenario de un reservorio esférico de 5 km de radio a una profundidad de 25 kilómetros desde el nivel cero propuesto. Se aprecia que las deformaciones tienden a asemejarse y a tener una relación 1/1 para los casos del espacio plano y la topografía sintética, esto lo asociamos a que la profundidad es mucho mayor a la altura del cono propuesto que representa el volcán. Esperamos que esta característica de su comportamiento se acentúe si proponemos fuentes a mayor profundidad. El porcentaje de deformación también parece disminuir la brecha entre ambos casos, sin embargo aún se observa en el módulo de deformaciones. Para el modelo con topografía una disipación más lenta de la deformación sin embargo en el trabajo se sostiene que los porcentajes de energía también tiendan a asemejarse si se incrementa la profundidad

Podemos apreciar con claridad que las deformaciones de fuente más cercana se comportan como es de esperar con un decaimiento rápido, en la deformación radial. También se observa en las imágenes una sobre estimación de la magnitud de la deformación, esto se debe a que las ondas deformantes tienen una trayectoria más larga a través de suelo que funciona como un medio disipativo debido a que la profundidad relativa  $Z$  es mayor a la profundidad  $d$  considerada en el espacio plano. Esto se debe a una profundidad real mayor que la ideal del espacio plano, resultando en una deformación menor mientras más tiempo tarde la onda en llegar hasta la superficie. Mientras que aquellos eventos simulados con una profundidad mucho mayor al radio de la fuente esférica, tienden a tener un decaimiento más lento, así como a ser menos afectados por la topografía mostrando resultados muy similares al modelo del espacio plano.

Por otro lado el gráfico normalizado nos muestra que el decaimiento de la señal se encuentra subestimado para todos los casos, observable a través de las gráficas normalizadas. A partir de las cuales podemos deducir su causa a que los puntos más alejados del epicentro se encuentran a menor distancia vertical con la fuente. Por lo que la deformación es menor. Esto implica una afectación superficial en mayores distancias horizontales.

Comprobamos que la función de Mogi debe ser corregida por el efecto de la topografía cuando la fuente es más somera, dado que de no hacerlo es posible incurrir en una sobre estimación de la deformación causada por fuentes a ciertas profundidades. También se observa la subestimación del decaimiento de estas deformaciones a distancia radial al epicentro. Esto generará varios problemas al invertir el problema para obtener tanto el radio de la fuente como su ubicación en profundidad, es necesario tener en mente estas conclusiones para poder obtener una inversión acertada.

### 8.3 Resultados modelo de Bonaccorso y Davis

Los siguientes gráficos fueron obtenidos mediante la modelación directa de la deformación con el modelo generado para la deformación de Bonaccorso y Davis de una fuente cilíndrica para los 6 casos propuestos anteriormente, al igual que en el modelo de Mogi antes observado en los tres gráficos a la izquierda se presenta la deformación superficial para un espacio plano en magnitud real de las componentes horizontal, vertical y el módulo de ambas, mientras en el gráfico a la derecha mostramos la deformación normalizada a razón del valor máximo del módulo de deformaciones; en el extremo derecho el modelo 3D propuesto.

Escenario 1

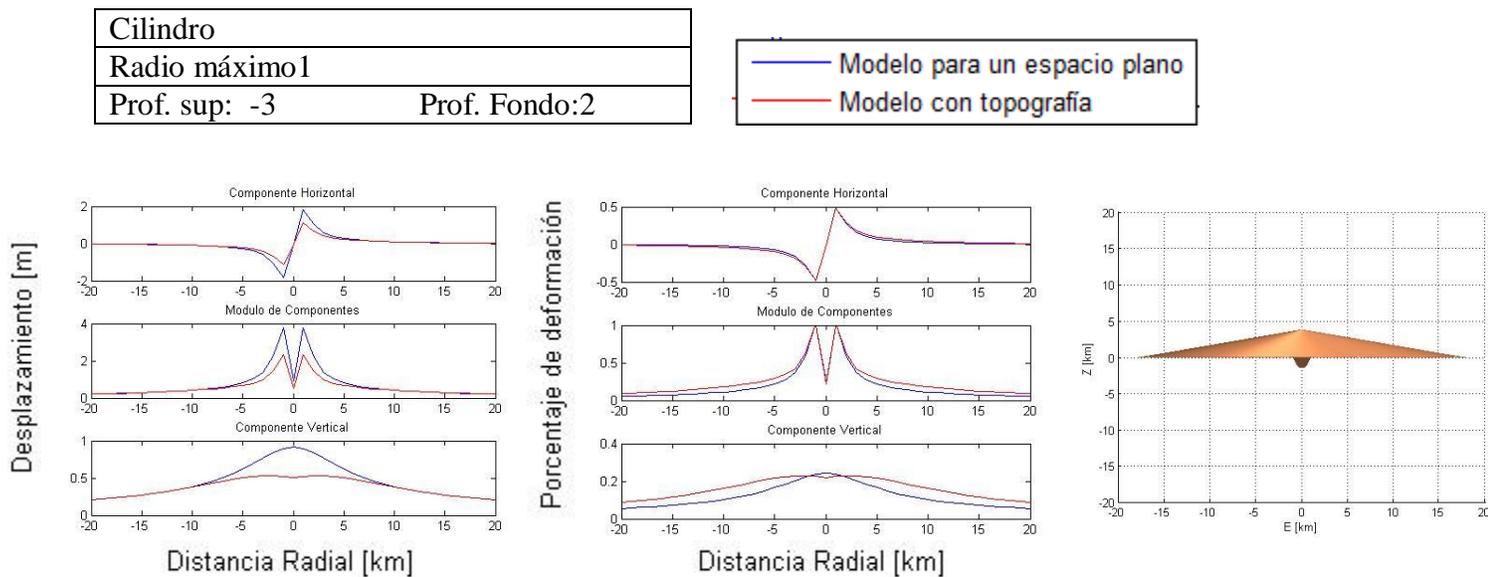


Figura 8.7: Resultados del escenario 1 para modelo de cilindro usando la función de Bonaccorso y Davis

Escenario 2:

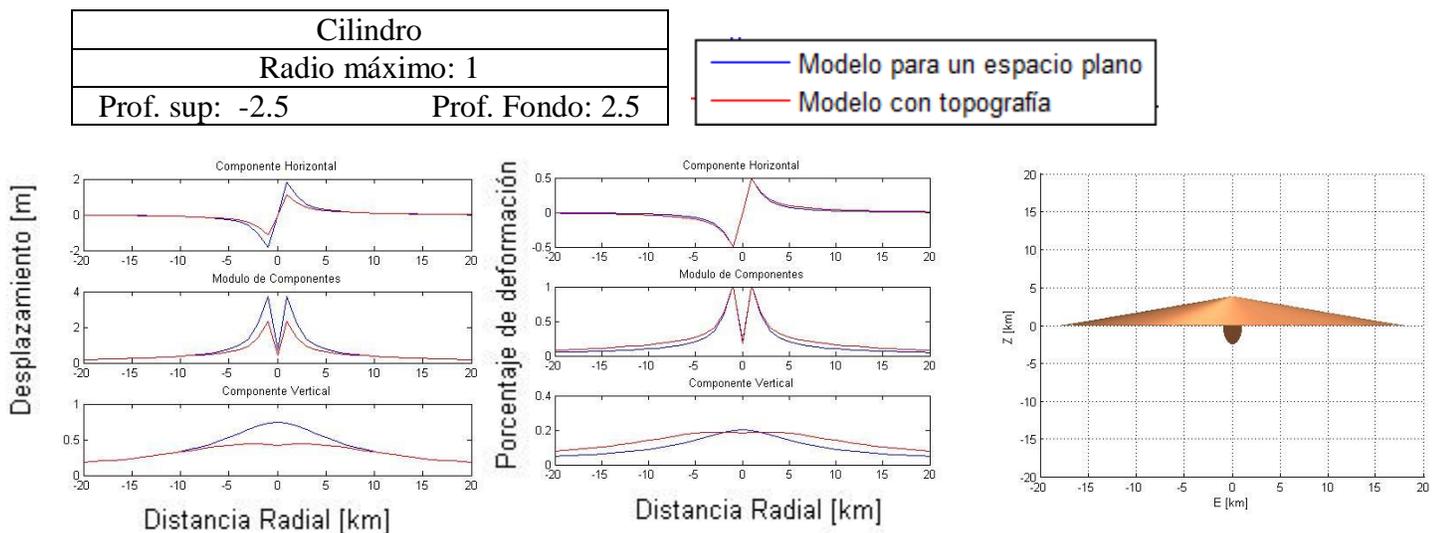


Figura 8.8: Resultados del escenario 2 para modelo de cilindro usando la función de Bonaccorso y Davis

### Escenario3

<b>Cilindro</b>	
Radio máximo: 1	
Prof. sup: -0.5	Prof. Fondo: 4.5

—	Modelo para un espacio plano
—	Modelo con topografía

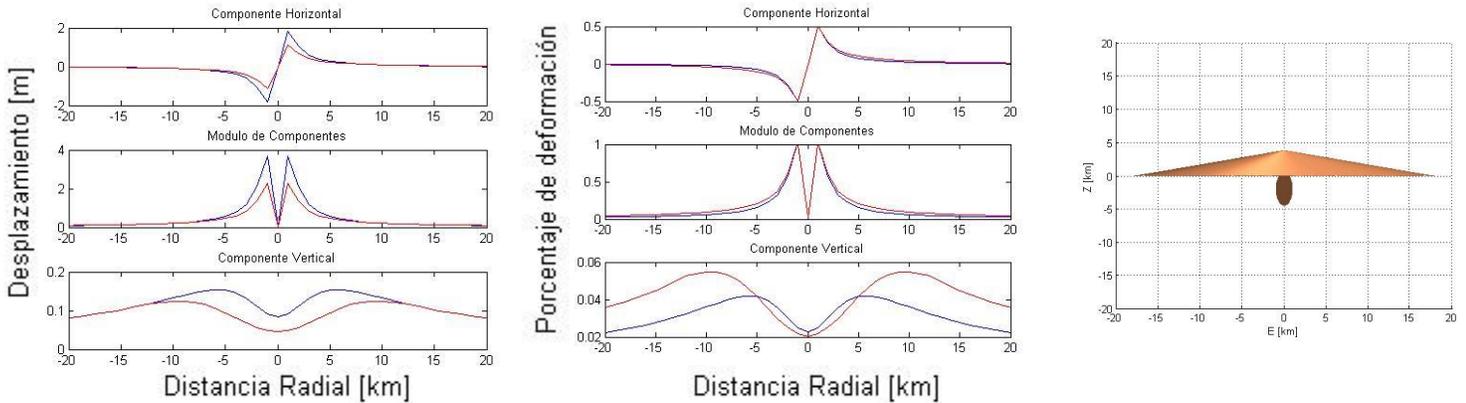


Figura 8.9: Resultados del escenario 3 para modelo de cilindro usando la función de Bonaccorso y Davis

### Escenario 4

<b>Cilindro</b>	
Radio máximo: 3.5	
Prof. sup: -3	Prof. Fondo: 7

—	Modelo para un espacio plano
—	Modelo con topografía

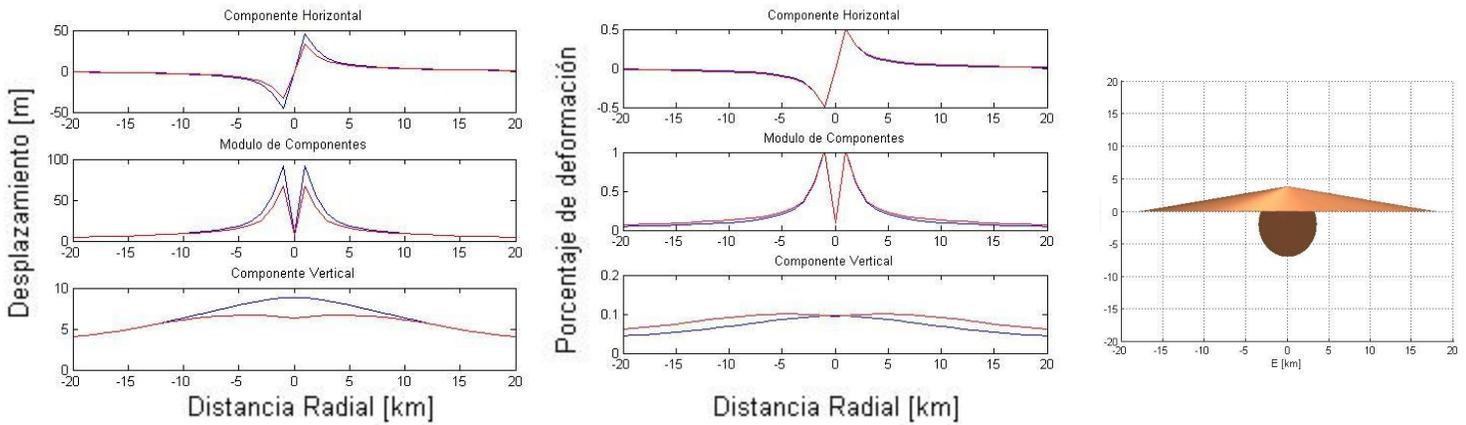


Figura 8.10: Resultados del escenario 4 para modelo de cilindro usando la función de Bonaccorso y Davis

### Escenario 5

<b>Cilindro</b>	
Radio máximo: 3.5	
Prof. sup: -1.5	Prof. Fondo: 8.5

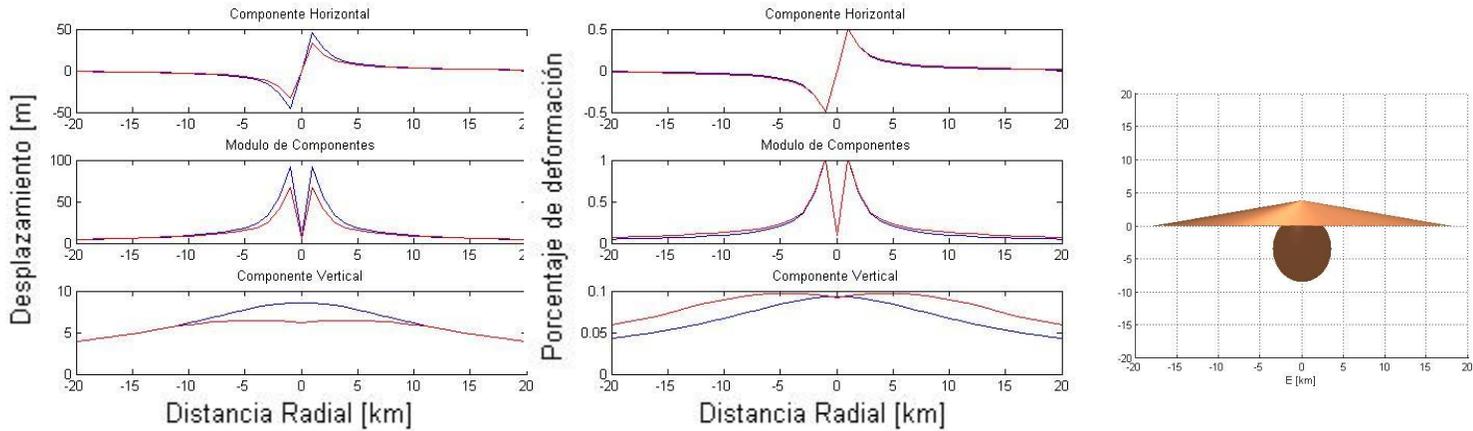
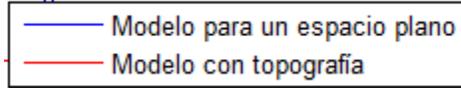


Figura 8.11: Resultados del escenario 5 para modelo de cilindro usando la función de Bonaccorso y Davis

### Escenario 6

<b>Pipe</b>	
Radio máximo: 3.5	
Prof. sup: -0.5	Prof. Fondo: 9.5

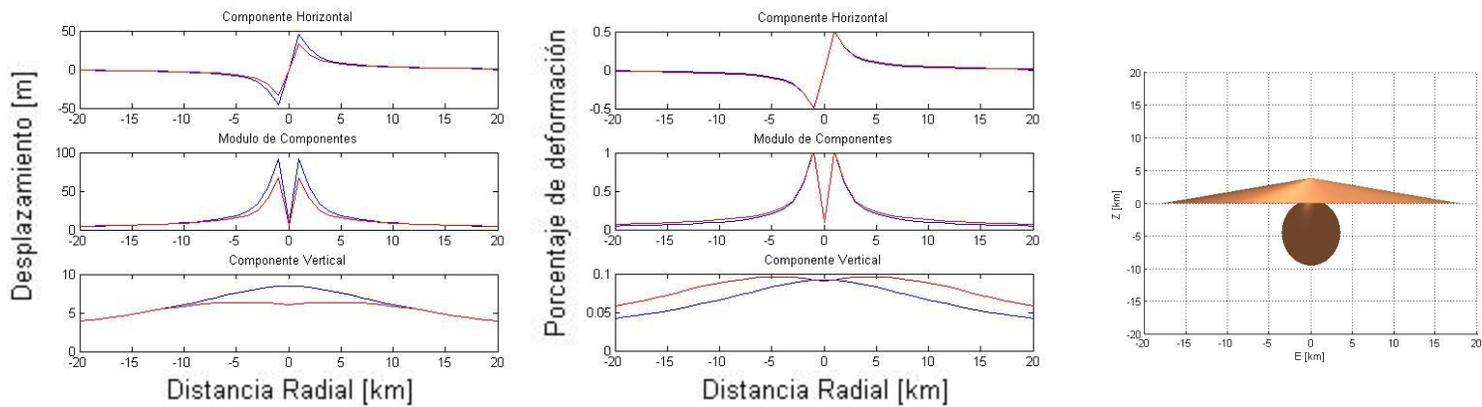
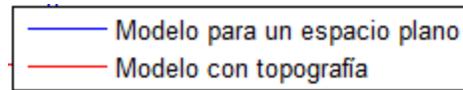


Figura 8.12: Resultados del escenario 6 para modelo de pipe cilindro usando la función de Bonaccorso y Davis

#### 8.4 Análisis modelo de cilindro (pipe)

Analizando los escenarios extremos, representados en las figuras 8.7, 8.9, 8.10 y 8.12 podemos analizar nuevamente el caso de fuentes pequeñas o grandes, contra profundidades someras o mayores.

Para el escenario 1 de un cilindro de longitud de 5 kilómetros con un radio máximo de 1 kilómetro cercano a la altura máxima del cráter representado en la figura 8.7. Observamos los gráficos de desplazamiento que guardan una relación muy estrecha entre el caso del espacio plano y el caso de la topografía propuesta. Sin embargo los gráficos propuestos para el modelo del espacio plano no son confiables particularmente en estos seis casos, debido a que se utiliza el modelo de Bonaccorso y Davis propuesto para un pipe cerrado sin embargo el cilindro está fuera del espacio plano creando una incongruencia matemática. Sin embargo fue graficado para darle continuidad a lo propuesto de comparar los modelos en la línea cero de profundidad. Ya que compararlos para un espacio plano fuera de la línea cero de profundidad crearía una incongruencia con el resto de los modelos. A pesar de este inconveniente los resultados comparativos guardan una ligera similitud con las analizadas en el caso de Mogi. Esto es la señal de menor desplazamiento para el caso con topografía, y la atenuación más rápida para el espacio plano.

La figura 8.9 representa al escenario 3 representa una fuente cilíndrica de una longitud de 5 km cuya superficie superior se localiza cercana a la línea cero, siendo la fuente pequeña más profunda. Se observa que el desplazamiento en las tres componentes para el modelo del espacio plano y el modelo con topografía, la componente vertical presenta una deformación más suave, para las tres componentes se aprecia que rápidamente ambos modelos alcanzan la misma deformación. Sin embargo la atenuación tiene un comportamiento similar a los analizados para el resto de los modelos.

El escenario 4 presentado en la figura 8.10 es el escenario de una fuente de máxima longitud a poca profundidad. Dada la cercanía de la fuente con la superficie se puede observar que la diferencia entre los modelos del espacio plano y la topografía son menores al 50% sin embargo aun es importante considerar esta diferencia sobre todo para el análisis de una fuente tan cercana como lo es el cilindro. Las diferencias del decaimiento porcentual también se ven reducidas presentando menos del 10% de desajuste entre los modelos.

Para el escenario de un cilindro de longitud de 10 km, radio máximo de 3.5 km cuya superficie superior se encuentra más cercana a la línea cero donde se propone el espacio plano graficado en la figura 8.12. Se puede considerar un modelo aceptable el que se propone para el espacio plano ya que, la mayoría del volumen de la fuente se encuentra por debajo de la línea cero sin embargo aún representaría el caso de un pipe abierto donde la presión no puede ser acumulada. Sin embargo la componente vertical presenta una

diferencia más apreciable tanto en su desplazamiento como en el porcentaje de deformación, con resultados similares a los analizados en el caso de Mogi.

Podemos observar en el modelo de Bonaccorso y Davis, como se esperaba que las deformaciones se dieran en una zona radial menor a las causadas por el modelo de Mogi para radios similares. Dado que, como Mogi lo explicó en su artículo, este mecanismo es una fuente más somera. Sin embargo así como en el modelo anterior, hay una sobre estimación apenas apreciable en la magnitud de la deformación total. Este fenómeno es debido a la influencia de la topografía, efecto que se va atenuando conforme la fuente se desplaza a mayores profundidades. Sin embargo el parecido no es tan fácilmente comparable como lo fue para el modelo de Mogi. El único gráfico con diferencias apreciables, son los de la componente vertical para los seis escenarios con una diferencia en porcentaje de energía que nunca supera el 20% y el error entre el efecto de topografía y espacio plano en términos de desplazamiento no varía más allá de un 15%. Esto se puede deber a que la fuente no fue suficientemente profundizada. Se aprecia que la sobre estimación disminuye conforme la fuente se desplaza sobre el eje vertical.

Para los gráficos normalizados se puede observar que el decaimiento no tiene una subestimación importante esto se puede deber a la extensión del cilindro que es mayor que la altura de la topografía. También resulta interesante apreciar que en algunos casos Figuras 8.7, 8.8 y 8.9, los desplazamientos en el epicentro resultan emergentes mientras por lo general lo esperado es una deformación decaiga, esto se debe a que en el epicentro se presenta una depresión. Interpretada a partir de la deformación negativa en la componente vertical.

A diferencia del modelo de Mogi, en el caso del modelo de Bonaccorso y Davis mientras más somera y cercana la fuente era modelada, la componente horizontal corregida con topografía perdía importancia porcentual al ser normalizada. Debido a que representaba menos porcentaje de deformación que la deformación horizontal registrada por el modelo para un semi-espacio plano. Sin embargo guarda mantiene un porcentaje de deformación constante para todos los escenarios, un 50% de la deformación en su punto máximo. Así mismo podemos apreciar un cambio considerable en la señal de deformación en su componente vertical debido a la presencia de la topografía. Esto se debe a que en el espacio plano se tendría un cilindro fuera del semi-espacio creando un problema de incongruencia al tener un cilindro abierto generando presión fuera del semi-espacio. Al introducir la topografía sintética la componente vertical tiende a tener un comportamiento similar al modelo de Mogi con una componente emergente sin deformaciones por deflación, sin embargo en un área de menor alcance dada su naturaleza de fuente más somera.

Se observa claramente que para los casos de fuente de mayor longitud, la deflación es inexistente y es suplantada por una inflación más súbita que la registrada para el caso de Mogi creando una región pequeña de incremento en la deformación ascendente.

### 8.5 Resultados para el modelo combinado

En este punto, analizamos los resultados obtenidos por el modelo de fuente combinada, para una cavidad esférica y cilíndrica ejerciendo una variación de presión positiva, por lo tanto causando una deformación de inflación del suelo. Son los seis casos postulados anteriormente para Mogi, así como los seis casos postulados para el modelo de Bonaccorso y Davis (aquí se le referirá como modelo de Bonaccorso). La ventana a la izquierda representa la deformación en magnitud real, mientras la ventana a la derecha la deformación normalizada a la deformación máxima modular. El gráfico en azul representa la deformación para un semi-espacio plano, mientras que el gráfico en rojo representa la deformación para un modelo con topografía sintética. Mientras en el extremo derecho una vez más se presenta el gráfico del modelo propuesto.

Escenario 1

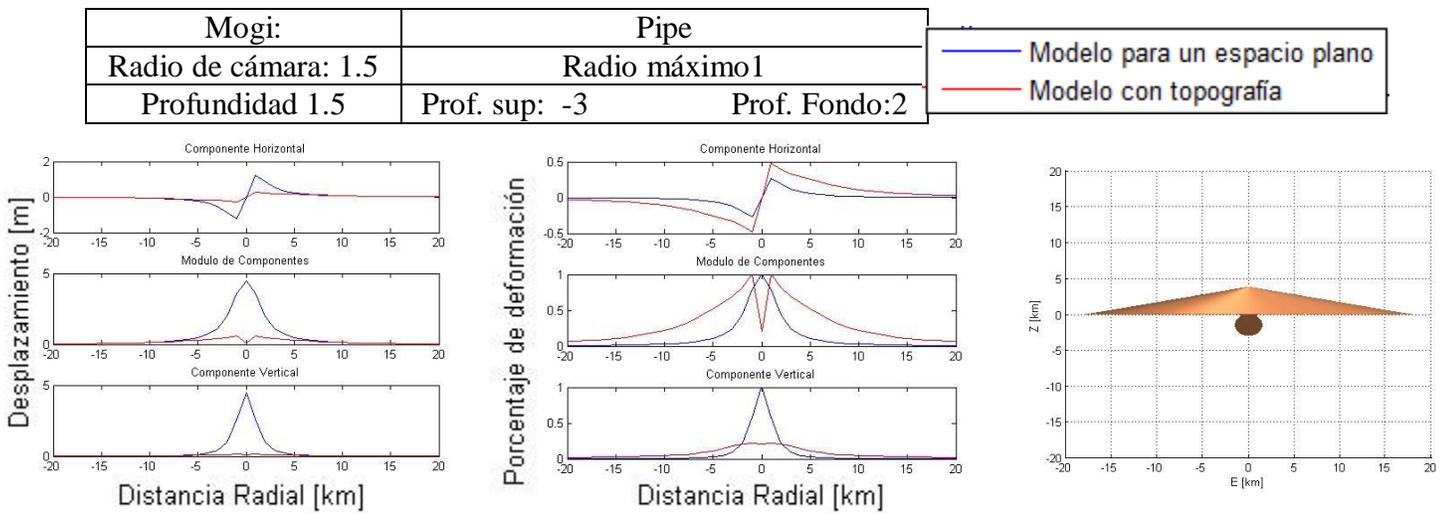


Figura 8.13: Resultados del escenario 1 para un modelo combinado usando funciones de Mogi y Bonaccorso

Escenario 2

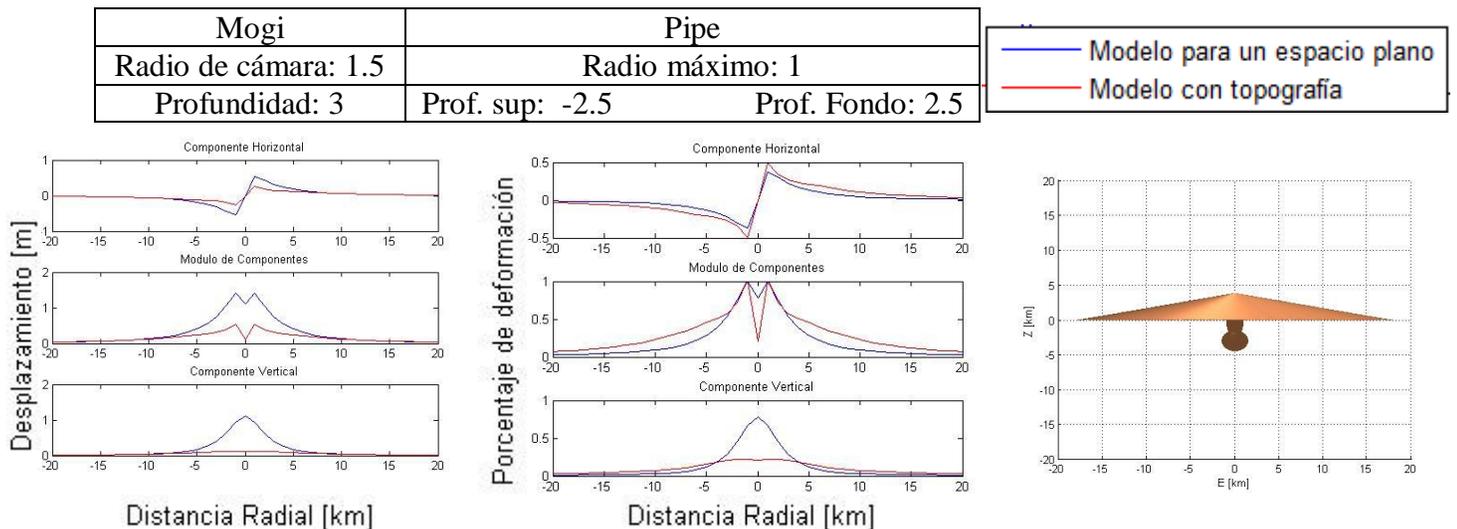


Figura 8.14: Resultados del escenario 2 para un modelo combinado usando funciones de Mogi y Bonaccorso

### Escenario 3

Mogi	Pipe
Radio de cámara: 1.5	Radio máximo: 1
Profundidad: 10	Prof. sup: -0.5      Prof. Fondo: 4.5

— Modelo para un espacio plano  
— Modelo con topografía

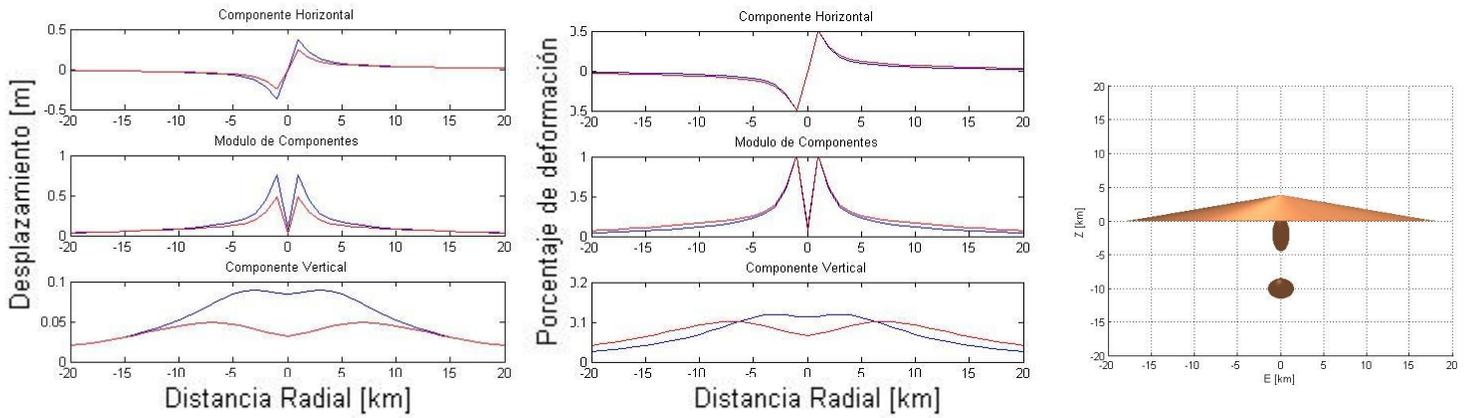


Figura 8.15: Resultados del escenario 3 para un modelo combinado usando funciones de Mogi y Bonaccorso

### Escenario 4

Mogi:	Pipe
Radio de cámara: 5	Radio máximo: 3.5
Profundidad: 5	Prof. sup: -3      Prof. Fondo: 7

— Modelo para un espacio plano  
— Modelo con topografía

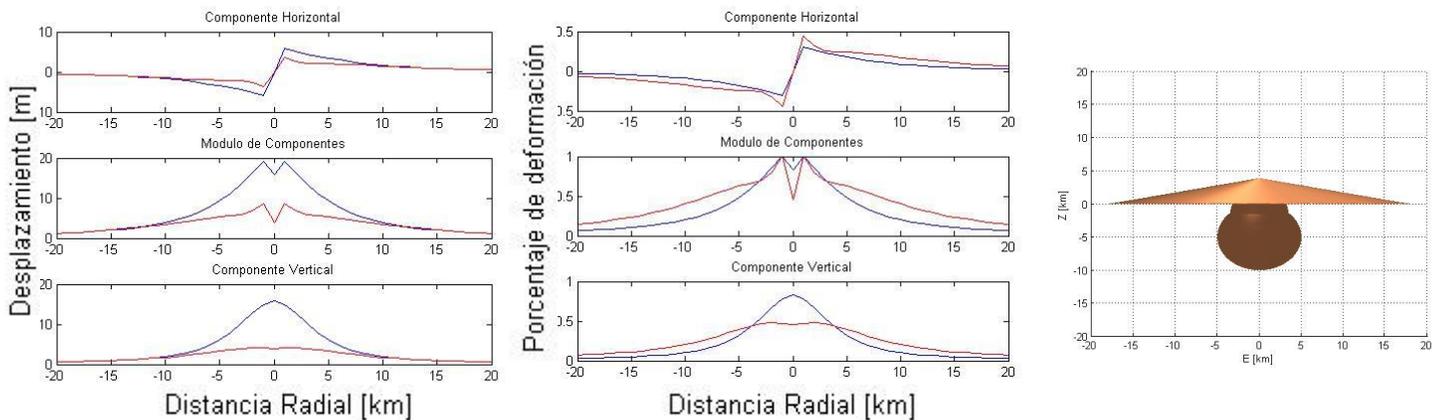
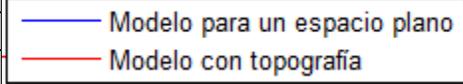


Figura 8.16: Resultados del escenario 4 para un modelo combinado usando funciones de Mogi y Bonaccorso

### Escenario 5

Mogi	Pipe	
Radio de cámara: 5	Radio máximo: 3.5	
Profundidad: 10	Prof. sup: -1.5      Prof. Fondo: 8.5	

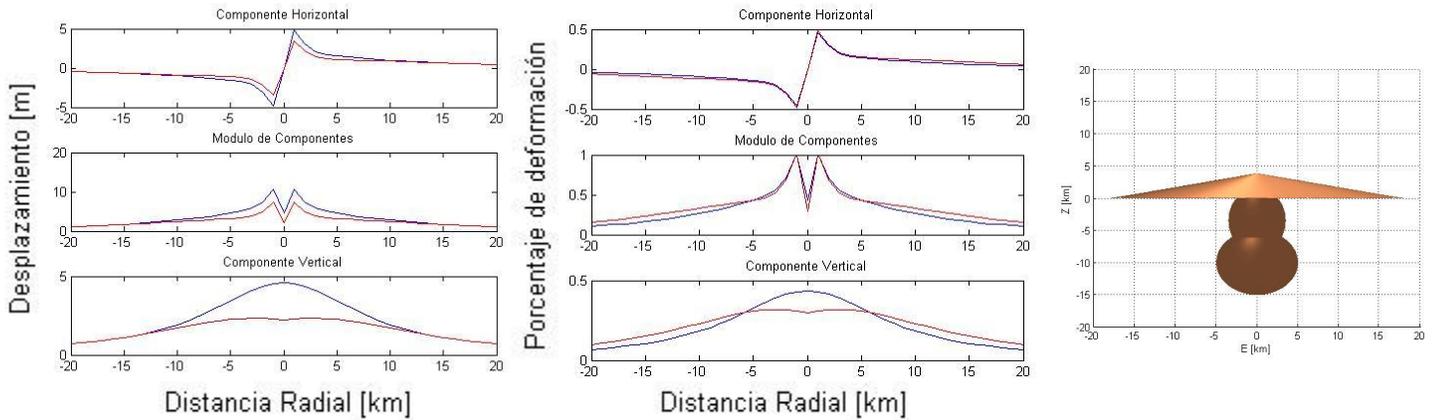
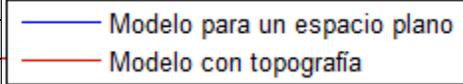


Figura 8.17: Resultados del escenario 5 para un modelo combinado usando funciones de Mogi y Bonaccorso

### Escenario 6:

Mogi	Pipe	
Radio de cámara: 5	Radio máximo: 3.5	
Profundidad: 25	Prof. sup: -0.5      Prof. Fondo: 9.5	

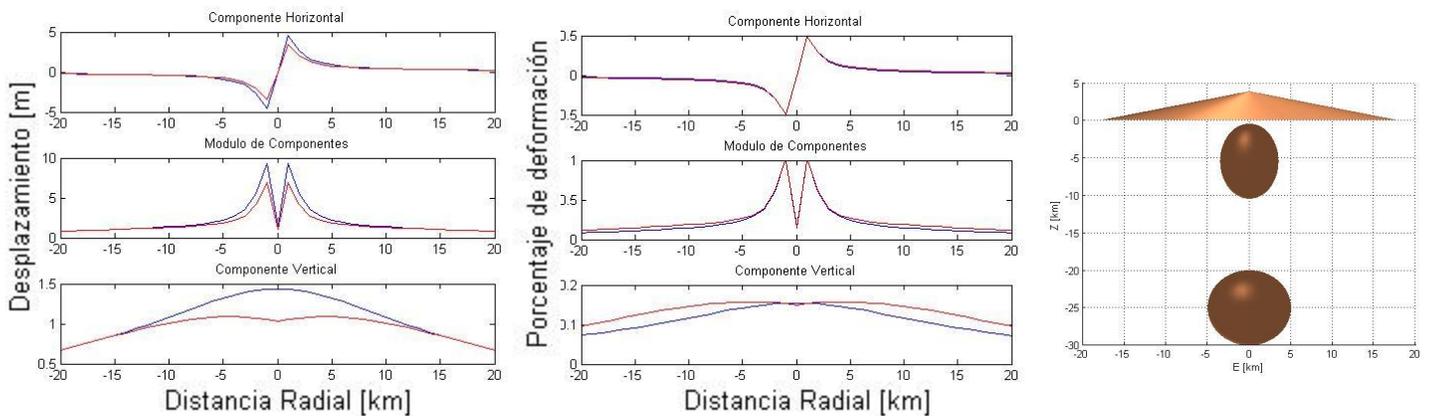


Figura 8.18: Resultados del escenario 6 para un modelo combinado usando funciones de Mogi y Bonaccorso

### 8.6 Análisis modelo combinado

De nuevo analizando de manera particular los escenarios extremos de fuente combinada pequeña y el modelo de fuente separadas a baja profundidad y a mayor profundidad representados por las figuras 8.13, 8.15, 8.16 y 8.18.

Para el caso de la figura 8.13 observamos un acoplamiento diferenciado, esto es las señales modeladas para este caso son continuas, sin embargo se nota claramente la dominante presencia del efecto del cilindro en la zona más cercana del epicentro. Mientras que la tendencia al alejarse es a la del comportamiento del modelo esférico. En relación al desplazamiento se observa que para la fuente mas somera el desplazamiento para el caso con la topografía es una señal muy pequeña, de una escala menor a 1/10 en comparación a la deformación modelada para un caso de espacio plano, observado en todas sus componentes. Mientras que el porcentaje de deformación es perdido más rápidamente para los modelos del espacio plano, haciendo que el modelo con topografía atenúe su señal hasta 2 veces más lento que la del espacio plano.

La figura 8.15 representa el caso 3 de una fuente combinada pequeña a mayor profundidad lo que genera una señal de menor magnitud mas acoplado las componentes de desplazamiento presentan una diferencia máxima menor al 50%, en la componente vertical, entre el modelo de espacio plano y el modelo con topografía. En el resto de las componentes la diferencia es mucho menor. Así mismo la atenuación del porcentaje de deformación tiene su variación predominante en la componente vertical, mientras para el resto de las componentes parecen acoplarse con un mínimo error.

El escenario 4 presentado en la figura 8.16 presenta claramente la diferencia entre la región mas cercana donde la deformación se encuentra dominada por el efecto del cilindro, mientras el desplazamiento y porcentaje de deformación en las zonas más lejanas se comporta predominantemente como el modelo esférico. La señal de desplazamiento para el modelo con modelo de topografía tiene un escalamiento mínimo de 1/3 veces el modelo del espacio plano en su punto de mayor diferencia, sin embargo en la componente horizontal esta variación es menor. La atenuación tiene una caída considerable a excepción de la componente horizontal donde la atenuación de la deformación es muy similar para ambos casos, sin embargo para las otras componentes el modelo del espacio plano se comporta a una escala de mínimo 2 veces la atenuación de la señal del modelo con topografía.

Para el caso de la figura 8.18 del caso extremo contrario. Es posible observar que la presencia del modelo del cilindro es predominante en la componente horizontal por una extensión de distancia más grande, repercutiendo directamente en el módulo de componentes. Mientras la componente vertical tiene un comportamiento más similar a los observados para el modelo esférico. Sin embargo estos siguen la tendencia de los resultados aislados, donde las señales propuestas para el caso de un espacio plano y uno con

topografía tienden a acoplarse en ambos gráficos. Desplazamiento y porcentaje de deformación. Viendo que el desajuste en desplazamiento de la componente vertical es el más drástico con una diferencia no mayor al 30%, y en el porcentaje de deformación una diferencia menor al 4%.

En los resultados podemos ver en primer lugar como afecta a la deformación que las fuentes no estén en contacto (como es el caso del escenario 3 y 6), convirtiéndolo en un problema de dos cuerpos independientes creando una deformación de manera independiente sobre el espacio, pero que difícilmente se apreciará en el campo.

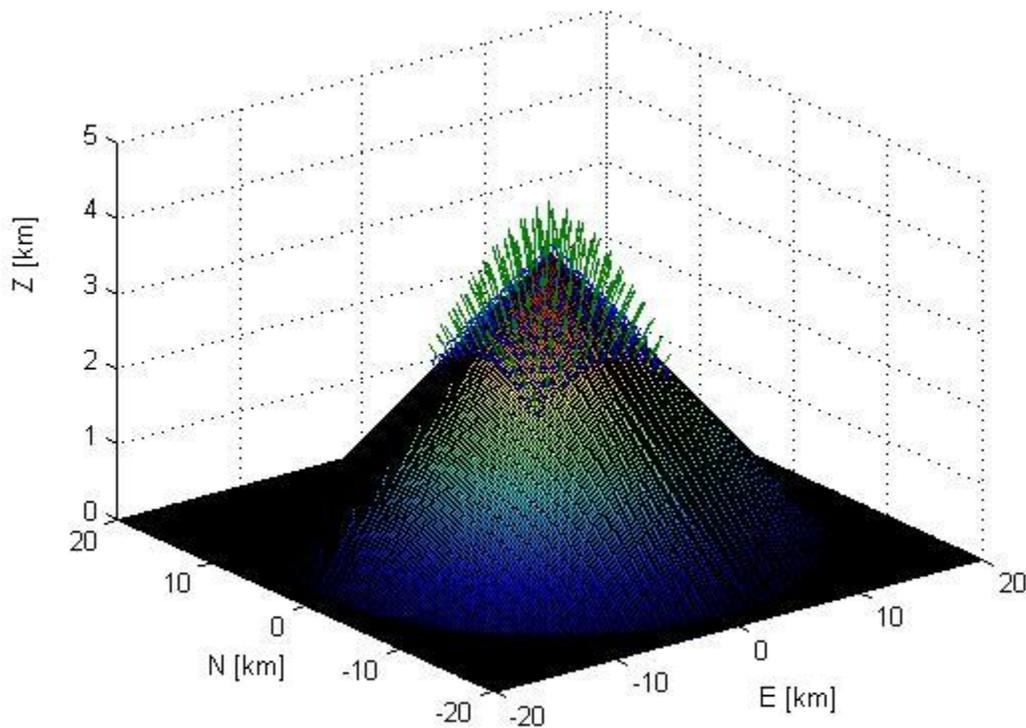
Mientras tanto el resto de los escenarios tienden a tener un comportamiento más similar al mostrado por el caso de Mogi, con la diferencia que en las zonas cercanas al epicentro de la fuente, la señal tiene una deflación inicial apreciable tanto para las fuentes a mayor profundidad como someras. Al alcanzar una distancia radial similar al radio del cráter comienza un decaimiento súbito; mientras que para los modelos de fuentes más cercanas a la superficie podemos apreciar con mayor facilidad la deflación inicial. Sin embargo el decaimiento cercano que sucede al ciclo deflación-inflación del epicentro, tiene un comportamiento similar a la deformación causada por el pipe.

Al igual que en los casos de fuentes simple, se observa la sobreestimación de la magnitud de deformación máxima registrada. Debido a la influencia de la topografía, mientras se muestra una sub-estimación evidente en el caso del decaimiento de energía observable en los gráficos normalizados. A diferencia del modelo de Bonaccorso y Davis simple podemos apreciar claramente aquí, como la deformación horizontal con la topografía no se ve sobre estimada. Incluso se puede decir que en este modelo la deformación superficial desestima rápidamente el efecto de la topografía mientras la fuente se desplaza en profundidad. Sin embargo la componente vertical si presenta de manera perceptible un cambio considerable al analizar el modelo con topografía que para un semi-espacio plano.

En comparación podemos observar como para zonas muy cercanas al cráter y al epicentro del evento volcánico la deformación se comporta claramente con los patrones semejantes al modelo de pipe simple, con la poca sub estimación en el decaimiento del modelo ideal. Mientras que para las zonas más lejanas de la zona epicentral, observamos un comportamiento donde la componente más lejana (esfera) de la fuente domina claramente en los patrones de deformación

### 8.7 Resultados método inverso

A continuación se presentan los resultados obtenidos para la localización de la cámara magmática. Primero se presenta la localización mediante las ecuaciones 7.1 y 7.2 de ajuste a partir de las lecturas de una malla ideal de red de instrumentación. El centro del cono se encuentra acoplado con el centro de la malla. La distribución de los puntos consiste en un arreglo cuadrado simétrico de 11x11 que se extiende 5 km alejándose del centro del cono en dirección E y N. Eso que crea 121 estaciones de registro. Esta distribución representa una red extensa de instrumentación sobre el volcán ignorando el riesgo que implica estaciones sobre el mismo cráter. Para fines prácticos de análisis teóricos es un caso favorable dado que se registran las señales de máxima deformación las cuales nos ofrecen la mayor calidad en los datos para invertir. En la Figura 8.19 presentamos la malla ideal con las estaciones representadas en círculos azules, así como los vectores de deformación verde en cada punto que representa una estación sobre la topografía sintética:



*Figura 8.19 Representación del modelo ideal de una malla cuadrada para aplicar inversión*

En las figuras siguientes (8.20 a 8.23) presentamos los resultados de la inversión obtenida a partir de estos datos, para una malla de posibles fuentes de la misma dimensión que la malla de estaciones que fue mostrada anteriormente durante la descripción de la metodología. Se presenta en el gráfico, la ubicación de los puntos posibles con menor error

para la ubicación, mediante cortes de contorno en tres dimensiones, haciendo énfasis en la localización original de la fuente. Los cortes en  $N=0$ ,  $E=0$  y  $z=-2$  cuyo punto de convergencia es el punto del centro de la fuente. Son los parámetros con los cuales se modelaron los datos que fueron invertidos, la escala de barra representa el ajuste de los modelos en escala 0 a 1 siendo 1 el 100% de ajuste representando el punto más probable donde se ubica la fuente

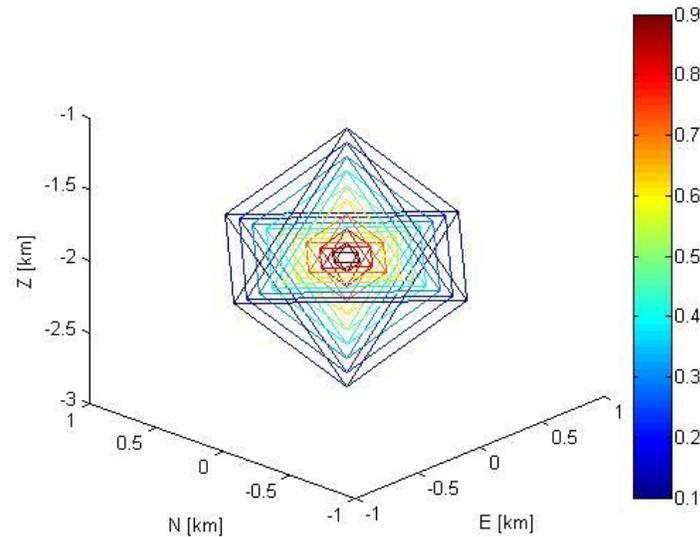


Figura 8.20: Modelo en tres dimensiones del mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple con una malla ideal, la escala de color representa el mejor ajuste

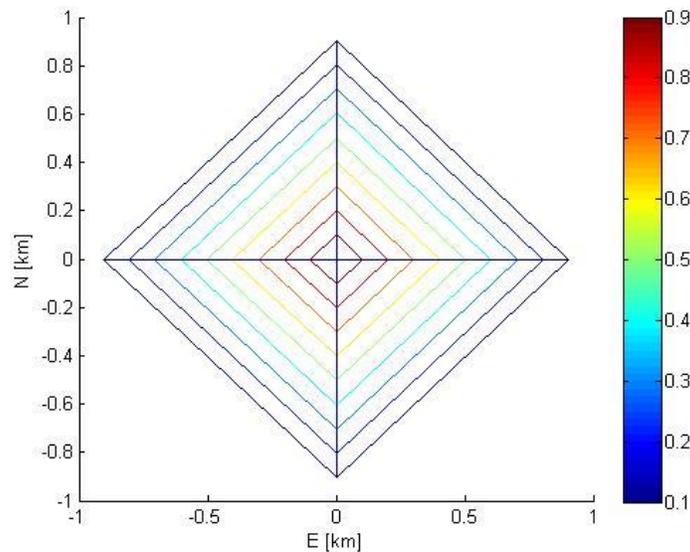


Figura 8.21: Perfil horizontal (E-N) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple con una malla ideal, la escala de color representa el mejor ajuste

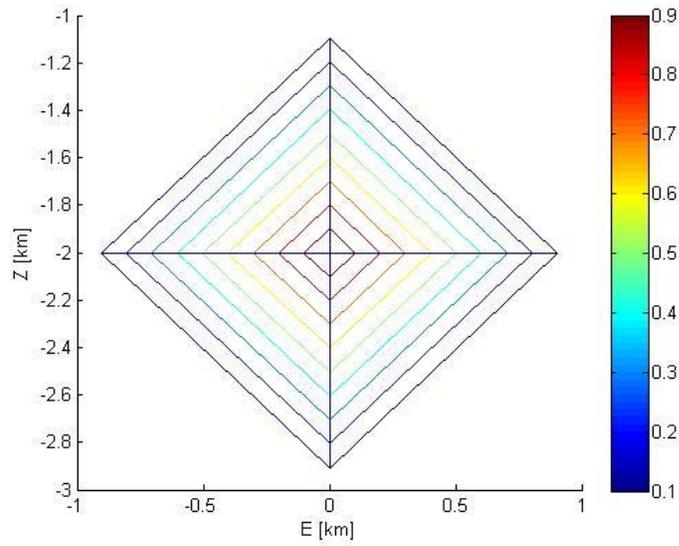


Figura 8.22: Perfil vertical (E-Z) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple con una malla ideal, la escala de color representa el mejor ajuste

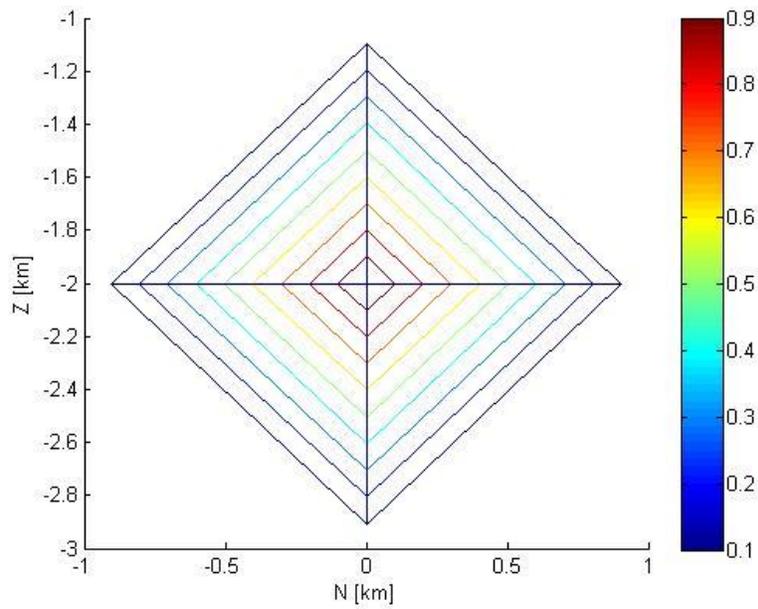


Figura 8.23: Perfil vertical (N-Z) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple con una malla ideal, la escala de color representa el mejor ajuste

A continuación presentamos los resultados de la inversión considerando el modelo de Mogi para un espacio plano igual que para el caso con topografía hacemos perfiles claros entre los límites donde fue modelada la fuente para calcular los datos (Figuras 8.24 a 8.27).

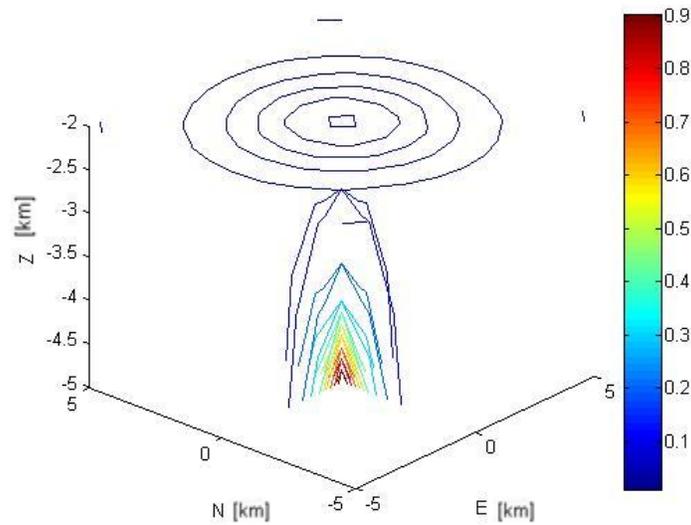


Figura 8.24: Modelo en tres dimensiones de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple con una malla ideal para un espacio plano, la escala de color representa el mejor ajuste

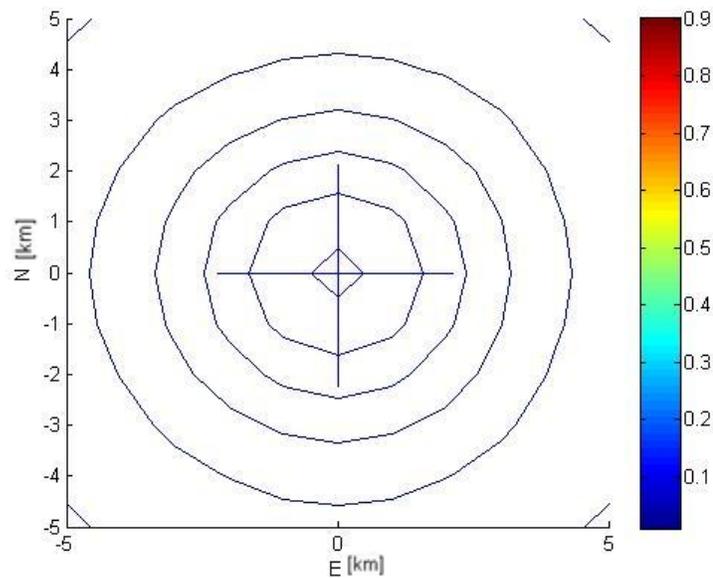


Figura 8.25: Perfil horizontal (E-N) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple con una malla ideal para un espacio plano, la escala de color representa el mejor ajuste

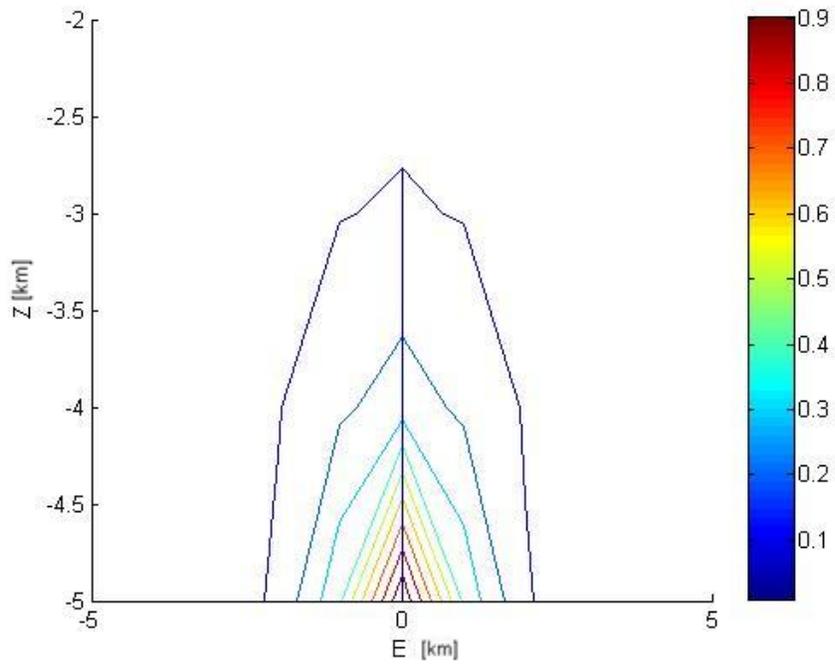


Figura 8.26: Perfil vertical (E-Z) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple con una malla ideal para un espacio plano, la escala de color representa el mejor ajuste

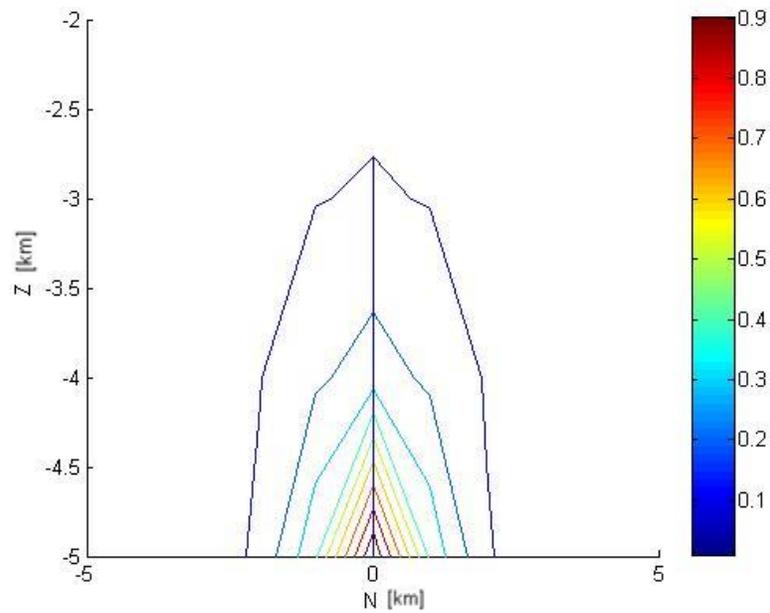


Figura 8.27: Perfil vertical (N-Z) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple con una malla ideal para un espacio plano, la escala de color representa el mejor ajuste

A continuación presentamos los resultados para la inversión de datos obtenidos únicamente por las 5 estaciones reales consideradas. Presentamos esta localización para los cortes más característicos en la zona donde se encuentra la fuente real. Y se presenta el modelo aproximado obtenido para esta, mediante la inversión con cinco estaciones (Figuras 8.28-8.31):

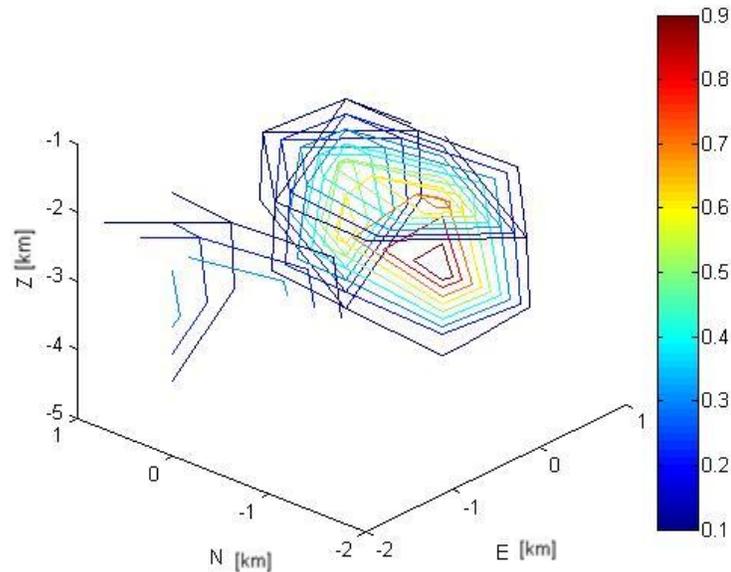


Figura 8.28: Modelo en tres dimensiones de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple para 5 estaciones reales, la escala de color representa el mejor ajuste

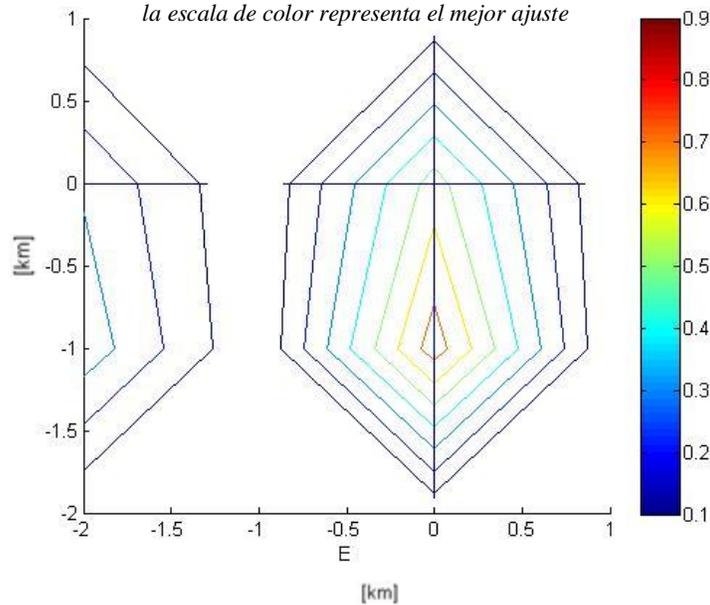


Figura 8.29: Perfil horizontal (E-N) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple para 5 estaciones reales, la escala de color representa el mejor ajuste

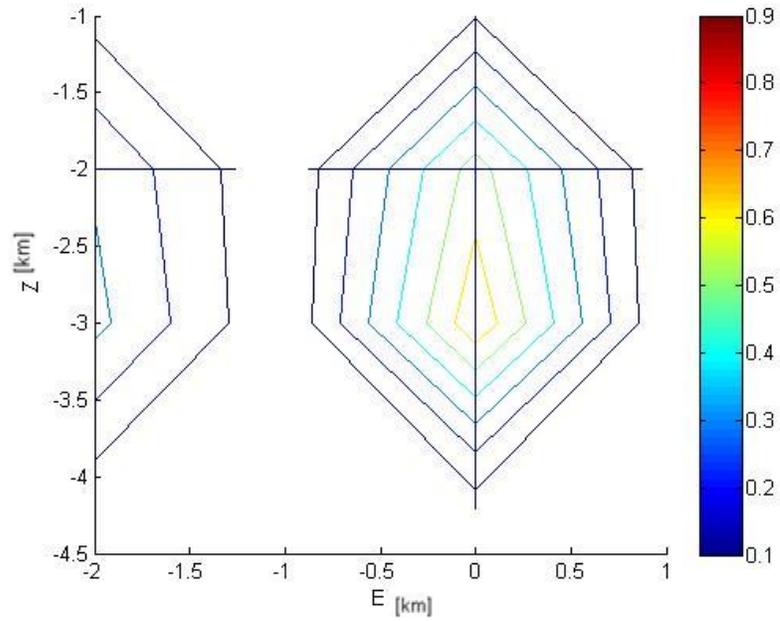


Figura 8.30: Perfil vertical (E-Z) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple para 5 estaciones reales, la escala de color representa el mejor ajuste

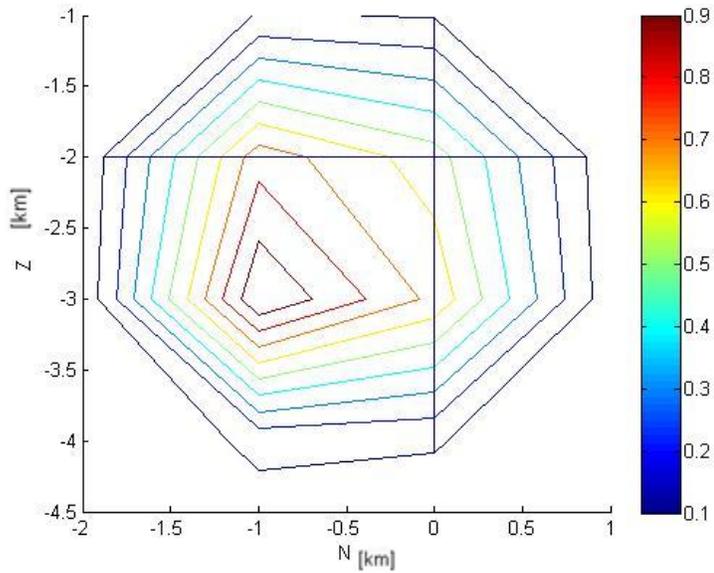


Figura 8.31: Perfil horizontal (N-Z) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple para 5 estaciones reales, la escala de color representa el mejor ajuste

Las siguientes imágenes presentan la inversión para el modelo de Mogi para un espacio plano analizando las señales de 5 estaciones con cortes claros en los planos que intersecan en la fuente real (Figuras 8.32 a 8.35).

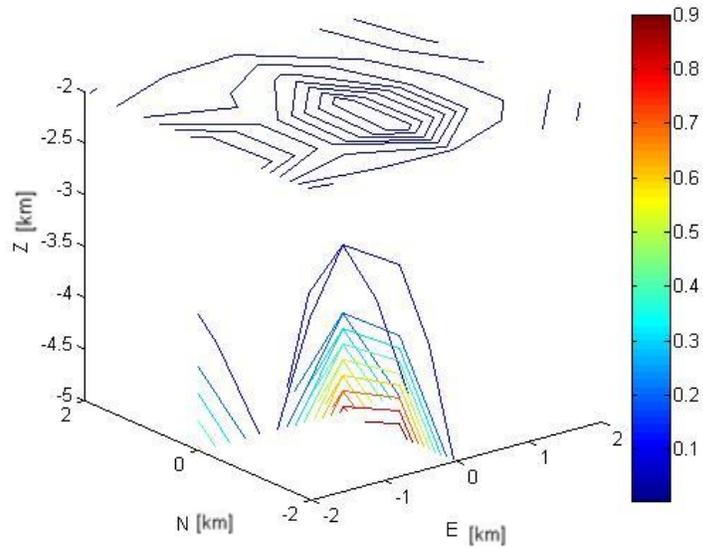


Figura 8.32: Modelo en tres dimensiones de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple para 5 estaciones reales para un espacio plano, la escala de color representa el mejor ajuste

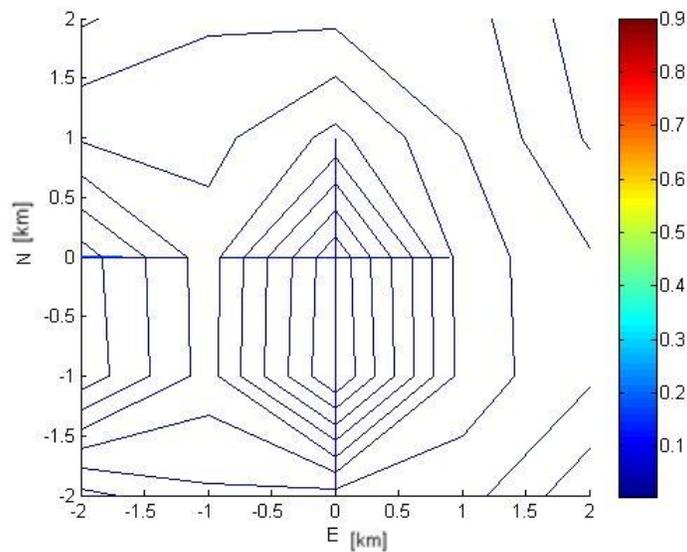


Figura 8.33: Perfil horizontal (E-N) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple para 5 estaciones reales para un espacio plano, la escala de color representa el mejor ajuste

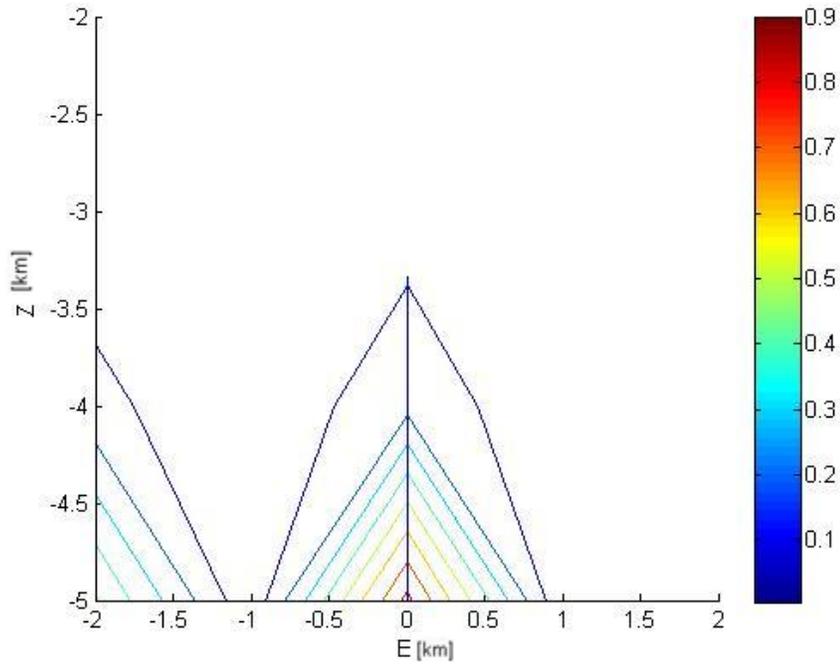


Figura 8.34: Perfil vertical (E-Z) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple para 5 estaciones reales para un espacio plano, la escala de color representa el mejor ajuste

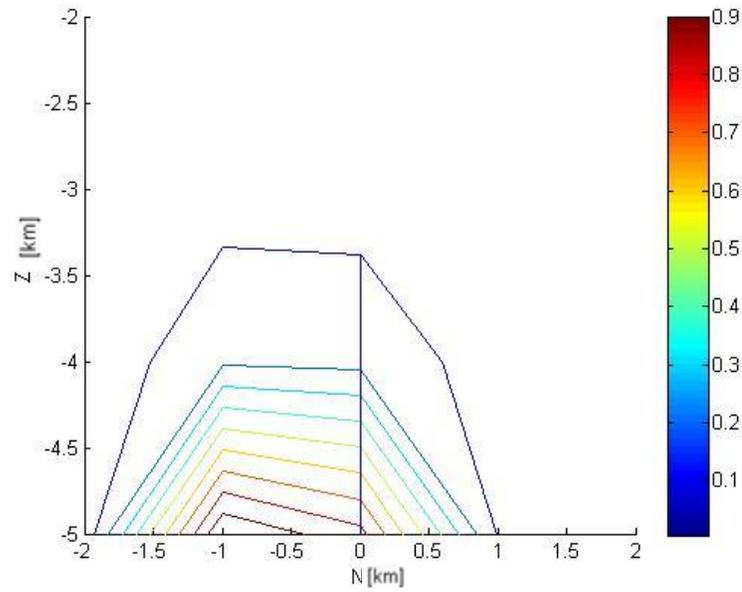


Figura 8.35: Perfil horizontal (N-Z) del modelo de mejor ajuste de la inversión de Montecarlo simple para 5 estaciones reales para un espacio plano, la escala de color representa el mejor ajuste

## 8.8 Análisis método inverso

### Análisis método inverso malla completa:

Con las imágenes obtenidas mediante el método de Montecarlo observamos un cambio importante en la localización mediante la introducción de la topografía. Tanto en el cálculo de Mogi como en la inversión es necesaria la consideración de la topografía para localizar correctamente las coordenadas de la fuente. Ya que observamos que si invertimos los datos obtenidos mediante la inversión con el uso de la función de Mogi en el espacio plano, la fuente está mal localizada, desplazándola en profundidad al no considerar la topografía. Las dimensiones de la fuente parecen verse afectadas, ya que se observa que la profundidad se encuentra muy alejada de su profundidad real aumentando su profundidad más del 100%. Estos resultados cumplen las expectativas que se tenían para el método inverso; dado que la introducción de este factor ayuda a la identificación de la ubicación acertada de la fuente

Observamos claramente que en la ubicación de la malla encontramos la fuente incluyendo su radio, dado que el acoplamiento nos permitió un aproximado de las dimensiones que es observado de mejor manera en los cortes  $E=0$ ,  $N=0$ ,  $Z=-1$ . Al observar un gran acoplamiento de las posibles fuentes, en la proximidad del origen con un radio de 1km tanto en la componente horizontal como vertical lo que permite interpretar la fuente de una manera aproximada.

### Análisis para la inversión con 5 estaciones

Las imágenes obtenidas con la inversión para las 5 estaciones, demuestra una deformidad en el modelo obtenido la cual se considera que es causada por el arreglo horizontal de las estaciones. Al no tener simetría el modelo se vuelve deficiente, y tener una mayor expansión en la componente E-W nos permite una ubicación más precisa. Mientras que para la componente N-S no tenemos una dispersión suficiente, que sumando esto la cantidad de estaciones al ser impar y distribuidas asimétricamente. Esto provoca la pérdida de resolución en la localización en la componente donde tienen menos simetría. Vemos también que la solución no es única: existen dos localizaciones posibles, la real y un artefacto en el flanco oeste del modelo. Eso se debe al número limitado de estaciones (en este caso 5). Al igual que para el arreglo de más estaciones observamos que la introducción de la topografía como un factor variante en el modelo es fundamental para la localización precisa de la fuente, pues a pesar de el desfase en componente N-S la componente E-W y Z se comportan de forma similar para ambos casos, lo cual nos ayuda a analizar la forma que se necesitan arreglar las estaciones y los desfases que podemos esperar debido a la falta de suficientes estaciones simétricas.

## **9.- Conclusiones y propuestas**

### 9.1 Conclusiones método directo

#### 9.1.1 Modelo esférico

Durante las simulaciones pudimos observar la importancia de considerar la topografía en el momento de aplicar el modelo de Mogi para estimar tanto la deformación causada por las fuentes planteadas, como la atenuación de la señal.

Se observó la ley de atenuación de las deformaciones, cuando aumenta la profundidad de la fuente dado que las ondas se propagan a través de la tierra que actúa como un medio disipativo. Las fuentes más someras tienen un área de deformación máxima de menor tamaño menor al 50% que las fuentes más profundas, a pesar de tener un máximo superior. Es necesario considerar la topografía natural del medio donde se hagan las simulaciones para obtener modelos más cercanos a la realidad.

#### 9.1.2 Modelo cilindro

Al analizar el modelo cilíndrico usando la ecuación de Bonaccorso observamos un comportamiento anómalo para las fuentes más cercanas al cono; en forma de una deformación negativa. Esa deformación negativa que no existía en el modelo de Mogi permite en teoría distinguir una fuente esférica de una fuente cilíndrica.

Igual que para el caso del modelo de la esfera, si no se toma en cuenta la topografía se involucran errores de estimación de las profundidades de las fuentes. Se sobreestima el desplazamiento absoluto al no considerar la topografía sin embargo en escalas mucho menores a las del modelo esférico, menores al 20% en el mejor de los casos. Sin embargo es importante recalcar que todos los modelos de cilindro hechos en este trabajo sus modelos estaban sobre la línea cero haciéndolos incongruentes para un modelo real pero necesarios para el análisis combinado y realista.

### 9.1.3 Modelo combinado

Durante el análisis de los diversos escenarios simulados en el presente trabajo, se observó claramente los conceptos de Mogi referente al tipo de afectación causado por cada componente de los modelos. Mientras la región más lejana del epicentro de la fuente presentaba un comportamiento afectado mayormente por la componente esférica de la fuente compleja, se observaba con claridad un comportamiento predominantemente afectado por la fuente cilíndrica en la región más cercana al epicentro; estos efectos fueron visibles sin necesidad de considerar los factores de peso que conciernen a la influencia real de cada parte de la fuente. Los cuales se espera se presenten de la siguiente forma.

$$U_c = aU_M + bU_{BD}$$

$U_c$ – deformación del modelo combinado
$U_M$ y $U_{BD}$ - Deformación del modelo de Mogi y Bonaccorso respectivamente
$a$ y $b$ - factores de peso de las componentes

Factores que serán analizados a futuro con la utilización de datos obtenidos en campo y una inversión más compleja.

Existe un desplazamiento negativo con un modelo combinado diferente al de una esfera y de un cilindro, lo que en teoría permite distinguir y determinar la forma de las fuentes.

A partir de los resultados para los tres casos analizados (fuente esférica, fuente cilíndrica y fuente combinada), se concluye, para este trabajo de tesis, que es la consideración de un modelo combinado con topografía la mejor opción. Para el análisis y caracterización de los desplazamientos originados por eventos volcánicos cuasi-estáticos, o de periodo largo, son estas condiciones las que definen de manera más acertada el comportamiento del medio, ya que consideran ambas componentes de la fuente que afectan tanto la zona cercana como la zona distante, y al mismo tiempo consideran las condiciones reales de atenuación de la energía para el medio.

## 9.2 Conclusiones Método Inverso

### 9.2.1 Inversión de malla completa

La inversión de la deformación observada sobre una malla completa ideal permite obtener la ubicación y dimensiones aproximadas de la fuente ideal. También se analizó y se comprobó la necesidad de considerar la topografía para la inversión ya que a pesar de que se localizó la fuente en el plano horizontal, la profundidad de este fue sobre estimada en sobremanera debido a la falta de la consideración de este factor durante la inversión.

### 9.2.2 Inversión para 5 estaciones

La inversión para 5 estaciones demostró que aún con una pequeña cantidad de datos es posible localizar la fuente, aunque esta será mal calculada teniendo un mayor volumen donde la fuente puntual puede ser localizada. Así mismo un rango de ajuste efectivo en coordenadas desfasadas por un kilómetro de distancia de la fuente real. Sin embargo el artefacto ubicado en el flanco oeste con características similares a la fuente localizada, es un indicio que la baja resolución de la inversión. Debido a la poca cantidad de datos puede crear un problema de no unicidad al caracterizar la fuente deseada.

También se comprobó la degeneración de la geometría de la fuente la cual consideramos consecuencia de dos factores:

- 1 La poca cantidad de datos
- 2 La falta de simetría en el arreglo de estaciones seleccionadas generando una malla irregular que no abarca equidistantemente el epicentro de la fuente.

La ausencia de la topografía en la inversión fue considerablemente más importante al tener tan pocos datos dado, ya que la inversión no pudo generar un modelo con ajuste mínimo aceptable bajo estas condiciones para las posibles fuentes. Esto indica que la profundidad se encuentra sobreestimada a una escala mayor que para la inversión de la malla simétrica

Es importante considerar que para ambos casos de la inversión el ajuste fue muy bueno debido a que el único factor que se alteró fue el número de estaciones, asumiendo datos libres de ruido ambiental, o contaminados por eventos ajenos a la deformación volcánica.

## 9.3 Instrumentación propuesta para caso de estudio

Una vez observados estos resultados teóricos, como conclusión de los modelos obtenidos gracias a los programas hechos para las simulaciones se proponen 3 posibles formas de adquirir datos. El caso de estudio que se propone trabajar es el volcán de Colima dada su extensa red de instrumentación para su monitoreo constante, las propuestas son las siguientes:

#### -Datos de sismogramas y acelerogramas:

La red sismológica de Colima (RESCO), ofrece una extensa base de datos de sismogramas con monitoreo constante. Estos ofrecen una excelente oportunidad para obtener los desplazamientos de sus ubicaciones mediante los sismogramas al convertir la señal, ya sea de aceleración o velocidad, en desplazamiento. Mediante la cual se puede establecer el vector de desplazamiento al final de los eventos registrados por esta red. Por otro lado el tratamiento de cada componente de registro para obtener un solo vector de desplazamiento, significa una gran cantidad de tiempo en la simple preparación de los datos. Esto conllevaría a un trabajo largo. Aunado a esto también es necesario definir el origen del evento si fue originado en el volcán o es la recepción de un evento ajeno a la dinámica del volcán, así como identificar si el evento fue originado por el movimiento de los fluidos, o por el rompimiento de la roca.

#### -Datos de posicionamiento satelital de las estaciones GPS

Mediante mediciones regulares de la localización precisa de cada estación se puede monitorear el desplazamiento sufrido por estas debido a los eventos de período largo los cuales ya fueron identificados como los causantes de la deformación debido al movimiento de la estructura volcánica interna; sin embargo se debe tener en cuenta que no solo la deformación volcánica puede afectar su posicionamiento por lo tanto se debe tratar con cuidado los datos que se elijan usar para los estudios.

#### -Fotogrametría y monitoreo volcánico mediante cámaras

Durante la visita del doctor Thomas Walter en el volcán de Colima, director del GFZ (GeoForschungsZentrum) en Alemania, el experto en vulcanología compartió su experiencia sobre la facilidad de monitorear volcanes mediante el uso de técnicas de fotogrametría las cuales, usadas apropiadamente, ofrecen una mayor cantidad de datos con mejor resolución que la proporcionada por estaciones de registro fijas. Sin embargo se debe tener en cuenta los muchos factores que pueden afectar un óptimo análisis mediante fotogrametría entre ellos densidad de nubes, sombras hora de registro entre otros lo cual hace un procesamiento y tratamiento de datos más complejo.

## Referencias

- Bibliográficas

- Bonaccorso A. and Davis P. "Models of ground deformation from vertical volcanic conduits with application to eruptions of Mount St. Helens and Mount Etna" *Journal of Geophysical Research* vol 104, Mayo 1999
- Cayol, V. and Cornet F.H. "Effects of topography on the interpretation of the deformation field of prominent volcanoes- application to Etna" *Geophysical Research Letters*, 1998
- Dzurisin, D. "Volcano Deformation, Geodetic Monitoring Techniques" Editorial Springer & Praxis publishing, 2007; pp: 279-304
- Jaeger, J.C, Cook, N. G. W. and Zimmerman, R. W. "Fundamentals of Rock Mechanics" Blackwell publishing 4a edición, 2007 pp 9-60
- Lokmer, I. and Bean, C. "Properties of the near-field term and its effect on polarisation analysis and source locations of long-period (LP) and very-long-period (VLP) seismic events at volcanoes" *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 2010
- Mogi, K. "Relations between the Eruptions of Various Volcanoes and the Deformations of the ground surfaces around them" *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, Japon, 1958
- Rymer, H. and Williams, J. "Volcanic eruption prediction: Magma chamber physics from gravity and deformation measurements" *Geophysical Research Letters* vol 27, 2000
- Sambridge, M. and Mosegaard K. "Montecarlo methods in geophysical inverse problems" *Rev. Geophys*, 40(3), 1009, doi:10.1029/2000RG00089, 2002.
- Tanaka H. and Yokoyama I. "Muon radiography and deformation analysis of the lava dome formed by the 1944 eruption of Usu, Hokkaido —Contact between high-energy physics and volcano physics—" *Boletín de la academia japonesa de ciencias*, 2008
- Tarantola, A. "Inverse Problem Theory and methods for model parameters estimation" Ed. Siam, 2005. Pp. 29-56
- Zobin, V. M. "Introduction to Volcanic Seismology" ed. Elsevier, 2012 pp. 327-354

- **Digitales:**

Volcano Environments

<http://pubs.usgs.gov/gip/volc/environments.html>

VOLCANOES

by Robert I. Tilling

<http://pubs.usgs.gov/gip/volc/text.html#top>

Volcanic Landforms

<http://www.tulane.edu/~sanelson/geol204/volclandforms.htm>

- **Conferencias:**

Volcano Deformation Monitoring by cameras

Presentada por: Dr Thomas Walter

Director GFZ

29 de Febrero de 2012 auditorio "Ricardo Monges López"