



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA.**

**“ANÁLISIS DINÁMICO DE SERIES DE TIEMPO DE PRECIPITACIÓN  
A DIFERENTES ESCALAS DE TIEMPO Y ESPACIO”**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO GEOFÍSICO**

**PRESENTA:**

**MONROY MARTÍNEZ JOSÉ DOLORES**



**DIRECTOR DE TESIS:**

**DR. TOMÁS MORALES ACOLTZI**

**MÉXICO D.F. JUNIO DE 2012**

## ÍNDICE

RESUMEN.....	1
INTRODUCCIÓN.....	3
MARCO TEÓRICO.....	7
CAPÍTULO I ESCALAS ESPACIO-TEMPORALES DE LA VARIABILIDAD EN LA RELACIÓN OCÉANO-ATMÓSFERA.....	19
I.1 ESCALAS DE LOS PROCESOS DEL TIEMPO.....	23
I.2 EL ESPECTRO DEL PROCESO ATMOSFÉRICO.....	26
CAPÍTULO II VARIABILIDAD SINÓPTICA VS VARIABILIDAD DIARIA.....	32
II.1 CLIMATOLOGÍA Y PRECIPITACIÓN.....	32
II.2 VARIABILIDAD ANUAL.....	32
II.3 VARIACIONES INTRA-ANUALES.....	33
II.3.1 VARIACIONES INTRA-ANUALES EN TLAXCALA.....	34
II.4 VARIABILIDAD DIARIA.....	38
CAPÍTULO III ANÁLISIS DE BASES DE DATOS Y METODOLOGÍAS.....	41
III.1 ANÁLISIS GRÁFICOS DE DINÁMICAS NO LINEALES.....	41
III.2 ESPACIO DE FASES.....	43
III.3 GRÁFICOS DE RECURRENCIAS.....	44
III.4 FUNCIÓN DE CORRELACIÓN.....	44
III.5 ANÁLISIS CUANTITATIVOS DE COMPLEJIDAD.....	45
III.5.1 DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN.....	46
III.5.2 EXPONENTES DE LYAPUNOV.....	47

III.5.3 SUSTITUCIÓN DE DATOS.....	49
III.6 ANÁLISIS DE DATOS DE SERIES DE TIEMPO (METODOLOGÍA).....	49
III.6.1 CÁLCULO DEL ESPECTRO DE POTENCIA WAVELET.....	61
CAPÍTULO IV EXPERIMENTOS NUMÉRICOS.....	64
CAPÍTULO V RESULTADOS CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	97
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	105

## RESUMEN

En Geofísica el registro de la actividad de los sistemas en estudio quedan expresados en series de tiempo (**ST**) y pueden exhibir no estacionariedad en los datos, sin embargo, pueden contener señales periódicas dominantes que presentan variabilidad con respecto a la frecuencia y al tiempo.

Este trabajo busca caracterizar dicha variabilidad en **ST** de variables atmosféricas, en particular, registros de precipitación diaria como base, buscando la pertinencia de los métodos aplicados, con la implementación del análisis de sistemas dinámicos no lineales (**SDNL**) e identificando en un dominio tiempo-frecuencia en la **ST**, la contribución de las frecuencias mediante la Transformada wavelet (**TW**).

La metodología propuesta nos permitió identificar características nuevas con respecto a los métodos tradicionales. Los resultados nos permitieron crear categorías de comportamiento en las **ST**.

## **ABSTRACT**

In Geophysics recording the activity of the systems under consideration are expressed in time series (**TS**) and can exhibit non-stationarity of the data, however, may contain dominant periodic signals which show variability with respect to frequency and time. This work seeks to characterize this variability in **TS** of atmospheric variables, including daily precipitation records as a basis, seeking the relevance of the methods used, with the implementation of the analysis of nonlinear dynamical systems (**SDNL**) and identifying a time-domain frequency in the **TS**, the contribution of the frequencies by wavelet Transform (**TW**). The proposed methodology allowed us to identify new features compared to traditional methods. The results allowed us to create categories of behavior in the **TS**.

# INTRODUCCIÓN

Los científicos no estudian la naturaleza porque es útil, la estudian porque se deleitan y se deleitan en ella porque es hermosa. Si no fuera hermosa, posiblemente no valdría la pena conocerla, y si no vale la pena conocerla, quizá la vida no vale la pena vivirla (HENRI POINCARÉ 1890).

Fundamental para la ciencia es el hecho de que los experimentos son predecibles y repetibles. Esto es lo que sorprende a muchos científicos cuando encuentran que sistemas determinísticos simples no son ni predecibles ni repetibles. En su lugar exhiben caos<sup>1</sup>, en el cual un mínimo cambio en las condiciones iniciales produce un resultado muy diferente, siempre y cuando las ecuaciones que lo gobiernan sean conocidas exactamente.

Aspectos del caos han sido conocidos por cientos de años. Isaac Newton que dijo tenía dolores de cabeza contemplando el problema gravitacional de los tres cuerpos el Sol, la Luna y la Tierra. En 1887, el rey Oscar II de Suecia ofreció un premio de 2500 coronas a cualquiera quien pudiera resolver el problema de n-cuerpos y por lo tanto demostrara la estabilidad del Sistema Solar. El premio aguardó hasta Enero 21 de 1889, a Jules Henri Poincaré, no por resolver el problema, sino por la presentación de un trabajo de cerca de 200 páginas mostrando que incluso el problema de los tres cuerpos era imposible de resolver. Él también concluyó que diferencias mínimas en las condiciones iniciales podían resultar en soluciones muy diferentes después de un largo tiempo. En 1903 en un ensayo en 'Science and Method,' Poincaré escribió:

---

<sup>1</sup> La palabra caos data de alrededor de 800 DC y deriva del griego  $\chi\alpha\omicron\varsigma$ , que significa una completa ausencia de orden, el cual, como veremos más adelante es un nombre poco apropiado.

*“Sí nosotros conocemos exactamente las leyes de la naturaleza y la situación del universo en el momento inicial, podremos predecir exactamente la situación del mismo universo en un momento subsecuente. Pero siempre está el caso que las leyes naturales no tengan algunos grandes secretos para nosotros, que podríamos conocer la situación inicial solo de manera aproximada. Si lo que nos permitió la situación siguiente con la misma aproximación, esto es todo lo que necesitamos, y podemos decir que el sistema ha sido predicho, ya que es gobernado por leyes”*

Poincaré se anticipó mucho al caos moderno, pero sus descubrimientos permanecieron dormidos por más de cien años esperando el avance de las computadoras que ayudarán a los científicos a resolver problemas cuyas soluciones son caóticas y para visualizar dichas soluciones.

Un ejemplo de sistemas dinámicos es el movimiento de un fluido (líquido, gas o plasma) consiste en una interacción muy grande de partículas o infinitamente muchos elementos infinitesimales moviéndose en respuesta a sus vecinos. La mezcla que ocurre cuando revuelve la crema en su café es un proceso caótico. Los fluidos pueden fluir de manera laminar (regular) o turbulenta (caótica).

Dos palos colocados en un río de flujo suave puede permanecer uno al lado del otro por un largo tiempo., pero se separarán rápidamente si el flujo del río es turbulento. El movimiento atmosférico caótico evita la predicción del tiempo y el clima en una escala de tiempo mayor e ilustra la dependencia de sensibilidad sobre las condiciones iniciales conocida como el efecto mariposa en el cual “el aleteo de una mariposa en Brasil puede causar tornados en Texas” (Lorenz 1993). Otros ejemplos de sistemas dinámicos que exhiben caos incluyen el

movimiento de los electrones en los átomos, la expansión de un incendio forestal, el comportamiento de las multitudes, la propagación de los terremotos, y el movimiento del tráfico automovilístico y aéreo.

Los sistemas caóticos tienen ciertas características:

- 1) Son aperiódicas (nunca se repiten).
- 2) Exhiben dependencia de sensibilidad a las condiciones iniciales (y por lo tanto son impredecibles en el largo plazo).
- 3) Son gobernadas por uno o más parámetros de control, un pequeño cambio en los cuales pueden causar que el caos aparezca o desaparezca.
- 4) Las ecuaciones que los gobiernan son no lineales.

Sin embargo, cada vez que encontramos un proceso como el caos que ocurre en muchos contextos diferentes, una aproximación científica muy usada es encontrar y estudiar el sistema más simple que exhibe éste. Tal vez el sistema caótico matemático más simple es el mapeo logístico. El cual involucra una sola variable y un solo parámetro de control. Soluciones exactas pueden ser encontradas usando sólo algebra, y esto puede ser visualizado gráficamente. Esto exhibe muchos aspectos de otros sistemas caóticos más complicados y, por ende, ellos sirven como un prototipo. Es muy usado para modelar eventos en campos como: biodiversidad, ecología, oncología, finanzas, geofísica e ingeniería.

El objetivo de esta investigación es determinar las causas que producen el comportamiento anómalo de la variable precipitación en el Estado de Tlaxcala durante el periodo 1960-2010, por medio de un análisis dinámico, a diferentes



escalas de tiempo, de las **ST** de precipitación acoplado con el método de la **TW**.

La distribución de las bases conceptuales, metodológicas, experimentos numéricos y de resultados, conclusiones y trabajos futuros, quedó de la siguiente forma:

En el capítulo uno, presentamos un análisis sobre el concepto de escalas tanto en el espacio como en el tiempo, ilustrando con algunos sistemas atmosféricos. Presentamos ejemplos de variabilidad atmosférica con sistemas que potencialmente afectan la República Mexicana en el capítulo dos. La base de datos y la metodología son analizados, capítulo tres, con énfasis en la variable de precipitación. En los capítulos cuatro y cinco presentamos los experimentos numéricos y resultados, conclusiones, trabajos futuros, respectivamente.

## MARCO TEÓRICO

La transformada de Fourier está diseñada para señales estacionarias que consisten en una superposición lineal, independiente y sin involucrar periodicidades.

La infinita repetición de funciones senos y cosenos, las cuales constituyen las bases clásicas de Fourier, está bien para el tratamiento de datos que involucran procesos periódicos estacionarios. Sin embargo, este tratamiento no sitúa de buena manera las frecuencias dominantes que involucran procesos transitorios.

Enfocándonos en la hidrología, las fluctuaciones de las señales son altamente no estacionarias y el proceso físico obtenido opera bajo un amplio rango de escalas que varían desde un día a varias décadas, tanto para las razones de lluvia (Mandelbrot and Wallis, 1968; Tessier et al., 1996; de Lima et al., 1999) y para las descargas de los ríos (Pandey, 1998; Labat et al., 2000,2002).

El análisis de Fourier tiene limitaciones, tal y como todo método tiene alcances y limitaciones, para el análisis de señales que incluyen particiones significativas causadas por estacionalidad, consistentes de procesos intermitentes. Un alto número de coeficientes de Fourier son necesarios para considerar estas estructuras las cuales son visibles sobre algunos intervalos e invisibles en otros. Cada proceso llega a ser más o menos indetectable cuando usamos el análisis clásico de Fourier.

El análisis wavelet ha sido desarrollado para proveer una herramienta diseñada para el análisis de señales que no presentan estacionalidad. Existe la

posibilidad de una localización de procesos, gracias a la proyección sobre una clase de funciones base, las cuales a su vez hacen posible extraer información sin un comportamiento local

## VENTANEO DE FOURIER

### DEFINICIÓN

En la ventana de la Transformada de Fourier (**TF**), la localización en el tiempo se lleva a cabo por el ventaneo de los datos en varios tiempos, es decir, usando una función ventana  $g(t)$ , y después tomando la **TF**. Esto es, la Transformada de Fourier por ventanas (**WFT**) por sus siglas en inglés, también llamada la **TF** de tiempo corto,  $Gf(\omega, t)$ , está dada por:

$$\begin{aligned} Gf(\omega, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g(u-t)e^{-i\omega u} du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g_{\omega,t}(u)du \end{aligned}$$

Donde el kernel de integración es  $g_{\omega,t}(u) \equiv g(u-t)e^{-i\omega u}$ . Esta transformación mide de manera local, alrededor del punto  $t$ , la amplitud de la componente de la onda sinusoidal de frecuencia  $\omega$ . La función ventana  $g(t)$  es usualmente elegida como un real, cualquier función con la máxima concentración de energía en las componentes de baja frecuencia. Notando que el kernel analizado  $g_{\omega,t}(u)$  tiene el mismo soporte<sup>2</sup> para cualquier  $t$  y  $\omega$  pero el número de ciclos varía con la frecuencia  $\omega$ .

---

<sup>2</sup> Soporte está definido como la cercanía del conjunto sobre el cual la señal/proceso es diferente de cero.

La representación de la función  $f(t)$  en el plano tiempo-frecuencia, es decir, plano  $(\omega, t)$ , lo que se obtiene es la llamada representación del espacio de fase.

La **WFT** es una transformación que preserva la energía o isométrica, es decir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |Gf(\omega, t)|^2 d\omega dt$$

Es invertible con la fórmula de reconstrucción dada por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Gf(\omega, u)(u - t)e^{i\omega t} d\omega du$$

Los parámetro  $t$  y  $\omega$  pueden ser valores discretos asignados, es decir  $t=n_t0$  y  $\omega = m\omega_0$ , y obtenemos la Transformada Discreta de Fourier por Ventanas (**DWFT**)

$$G_d(m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g(u - nt_0)e^{-im\omega_0 u} du$$

Para que la **DWFT** sea invertible se debe cumplir la condición  $\omega_0 t_0 < 2\pi$ .

## LOCALIZACIÓN TIEMPO FRECUENCIA

Para estudiar la propiedad de localización tiempo frecuencia de la **WFT**, es necesario estudiar las propiedades de  $|g_{\omega, t}|^2$  y  $|\hat{g}_{\omega, t}|^2$  con lo cual podremos determinar las características de  $f(t)$  que serán extraídas. Iniciamos usando el Teorema de Parseval, escribiendo:

$$Gf(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega') \overline{\hat{g}_{\omega, t}(\omega')} d\omega'$$

Donde  $\hat{g}_{\omega,t}(\omega')$  es la **TF** de  $g_{\omega,t}(u)$  y la barra superior indica el conjugado complejo. Ahora definimos la desviación estándar de  $g_{\omega,t}$  y  $\hat{g}_{\omega,t}$  como  $\sigma_g$  y  $\sigma_{\hat{g}}$  respectivamente, es decir:

$$\sigma_g = \left( \int_{-\infty}^{\infty} (u - t)^2 |g_{\omega,t}(u)|^2 du \right)^{1/2} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} u^2 g(u)^2 du \right)^{1/2}$$

y

$$\sigma_{\hat{g}} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} (\omega' - \omega)^2 |\hat{g}_{\omega,t}(\omega')|^2 d\omega' \right)^{1/2}$$

Estos parámetros miden la distribución de la función  $|g_{\omega,t}|$  y  $|\hat{g}_{\omega,t}|$ , sobre  $t$  y  $\omega$ , respectivamente. De acuerdo al principio de incertidumbre, los productos de  $\sigma_g^2$  y  $\sigma_{\hat{g}}^2$  satisfacen:

$$\sigma_g^2 \sigma_{\hat{g}}^2 \geq \frac{\pi}{2}$$

Es decir, una precisión arbitraria en tiempo y frecuencia no se puede lograr. La igualdad en la ecuación de arriba se logra sólo cuando  $g(t)$  es el Gaussiano, esto es:

$$g(t) = \pi^{-1/4} e^{-t^2/2}$$

Cuando la función Gaussiana es usada como una ventana, la **TF** es llamada la transformada de Gabor.

Una vez que la función de ventaneo es elegida  $\sigma_g$  y  $\sigma_{\hat{g}}$  son fijas. Por lo tanto, para cualquier  $t_0$  y  $\omega_0$ , la resolución tiempo frecuencia puede ser representada por la celda de resolución fija  $[t_0 \pm \sigma_g \times \omega_0 \pm \sigma_{\hat{g}}]$ , es decir, la **WTF** de cualquier

punto  $(t_0, \omega_0)$  en el espacio de fase le provee información sobre  $f(t)$  que esta localizada con una incertidumbre de  $\sigma_g$  en el dominio del tiempo y  $\sigma_{\hat{g}}$  en el dominio de Fourier, y esta localización es uniforme en el espacio de fase completo. En otras palabras, el espacio de fase entero está uniformemente en capas con celdas de resolución o ladrillos de dimensiones fijas. Esto plantea dos tipos de limitaciones. Primero, si el proceso tiene una componente transitoria con un soporte menor que  $\sigma_g$ , lo que dificulta localizarlo con una precisión mejor que  $\sigma_g$ . En segunda si el proceso tiene características importantes de tamaños diferenciados entonces no podremos encontrar una  $g(t)$  óptima para analizar el proceso. Por lo tanto, la **WFT** es más adecuada para analizar procesos donde todas las características aparecen aproximadamente a la misma escala. La transformada wavelet **WT** supera las limitaciones inherentes en la **WFT**.

## WAVELETS

En la **WFT**, la función a analizar  $g_{\omega,t}$  para toda  $\omega$  y  $t$  consiste del mismo paquete  $g(t)$  lleno en frecuencia con sinusoides de frecuencia  $\omega$ . Debido a la composición fija  $g(t)$  el tamaño de la resolución de las celdas en el espacio de fase está dada por  $[\sigma_g \times \sigma_{\hat{g}}]$  es la misma para toda  $\omega$  y  $t$ . Desde las mayores características de frecuencia(o longitud de onda corta) tienen un soporte más pequeño, sería deseable tener una función de análisis, es decir  $\varphi(t)$ , de la cuál su desviación estándar  $\sigma_\varphi$  sea pequeña cuando  $\varphi(t)$  caracteriza componentes de alta frecuencia y viceversa. Esto se desarrollo al descomponer la función  $f(t)$  usando una familia de dos parámetros de funciones llamadas wavelets. Uno de los dos parámetros es el parámetro de traslación como en el caso de la

**WFT**, pero el otro parámetro es el de dilatación  $\lambda$  en vez del parámetro de frecuencia  $\omega$ .

La transformada wavelet de la función  $f(t)$  con energía finita está definida como la transformada integral de una familia de funciones  $\varphi_{\lambda,t}(u) \equiv \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\varphi\left(\frac{u-t}{\lambda}\right)$  y está dada por

$$\begin{aligned} Wf(\lambda, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(u)\varphi_{\lambda,t}u du \quad \lambda > 0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(u)\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\varphi\left(\frac{u-t}{\lambda}\right)du \end{aligned}$$

Aquí  $\lambda$  es el parámetro de escala,  $t$  el parámetro de localización y la función  $\varphi_{\lambda,t}(u)$  son llamadas wavelets. En caso de que la  $\varphi_{\lambda,t}(u)$  sea compleja, usaremos el conjugado  $\bar{\varphi}_{\lambda,t}(u)$  en la integración presentada arriba. Cambiando el valor de  $\lambda$  tiene el efecto de dilatar ( $\lambda > 1$ ) o contraer ( $\lambda < 1$ ) la función  $\varphi(t)$  y combinado  $t$  tiene el efecto de analizar la función  $f(t)$  alrededor del punto  $t$ . La constante de normalización  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$  es elegido de tal manera que

$$\|\varphi_{\lambda,t}\|^2 \equiv \int |\varphi_{\lambda,t}(u)|^2 du = \int |\varphi(t)|^2 dt$$

Para todas las escalas  $\lambda$  (nótese que la identidad  $\varphi(t) \equiv \varphi_{1,0}(t)$ ). También escogemos la normalización  $\int |\varphi(t)|^2 dt = 1$ . La transformada wavelet  $Wf(\lambda, t)$  es obtenida denotando el producto inercial  $\langle f, \varphi_{\lambda,t} \rangle$ .

En contraste con la **WFT**, el número de ciclos en la wavelet  $\varphi_{\lambda,t}(u)$  no cambia con el parámetro de dilatación (escala)  $\lambda$  pero la longitud del soporte lo hace. Veremos que cuando  $\lambda$  es pequeña, lo que corresponde a un soporte de la

ventana pequeño, la transformada wavelet resalta los componentes de alta frecuencia y viceversa.

La elección de la wavelet  $\varphi(t)$  es completamente única no arbitraria. La función  $\varphi(t)$  con energía unitaria y tiene que tener:

1. Soporte compacto, o un decaimiento suficientemente rápido, para obtener una localización en el espacio;

2. Media cero, es decir,  $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 0$ , y para momentos de mayor orden puede también ser cero, es decir,

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^k \varphi(t) dt = 0 \quad \text{for } k = 0, \dots, N - 1.$$

El requerimiento de la media cero es conocido como la condición de admisibilidad de las wavelets. Esto debido a las dos condiciones anteriores que la función  $\varphi(t)$  es llamada wavelet. La segunda propiedad asegura que  $\varphi(t)$  tiene una ondulación, es decir, es una onda en sí, y la primera asegura que ésta no es una onda.

La transformada wavelet inversa está dada por

$$f(t) = \frac{1}{c_{\varphi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \lambda^{-2} Wf(\lambda, u) \varphi_{\lambda, u}(t) d\lambda du$$

Donde

$$C_{\varphi} = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{|\hat{\varphi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty$$

La transformada wavelet también es una transformación que preserva la energía, es decir, una transformación isométrica, esto es:



$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{C_\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} |Wf(\lambda, u)|^2 \lambda^{-2} d\lambda du$$

## LOCALIZACIÓN TIEMPO FRECUENCIA

En orden para entender de la transformación wavelet en el dominio de la frecuencia de la mejor manera, es usual reconocer que la transformada wavelet, utilizando el teorema de Parseval, puede ser escrito de manera equivalente como:

$$Wf(\lambda, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) \overline{\hat{\varphi}_{\lambda,t}(\omega)} d\omega$$

Por lo tanto, como en la **TF**, necesitamos estudiar las propiedades de  $|\varphi_{\lambda,t}(u)|^2$  y  $|\hat{\varphi}_{\lambda,t}(u)|^2$  para entender las propiedades de localización tiempo-frecuencia de la transformada wavelet. Específicamente, necesitamos entender el comportamiento de las desviaciones estándar de  $|\varphi_{\lambda,t}|^2$  y  $|\hat{\varphi}_{\lambda,t}|^2$  es decir  $\sigma_{\varphi_{\lambda,t}}$  y  $\sigma_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}$ . Note que debido a la propiedad 2,  $\hat{\varphi}_{\lambda,t}(\omega = 0) = 0$ . En consecuencia, el centro pasa banda  $\omega_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}^0$ , para  $\varphi_{\lambda,t}(t)$  lejos del origen  $\omega = 0$ . Este puede ser obtenido como el centro de masa (o primer momento alrededor del origen) del lóbulo derecho como:

$$\omega_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}^0 = \frac{\int_0^{\infty} \omega |\hat{\varphi}_{\lambda,t}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |\hat{\varphi}_{\lambda,t}(\omega)|^2 d\omega}$$

Entonces definimos la desviación estándar (la raíz cuadrada del segundo momento central del lóbulo derecho)  $\sigma_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}$  como

$$\sigma_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}} = \left( \int_0^{\infty} (\omega - \omega_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}^0)^2 |\hat{\varphi}_{\lambda,t}(\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2}$$

De manera similar en el dominio del tiempo, la desviación estándar  $\sigma_{\varphi_{\lambda,t}}$  se puede obtener como

$$\sigma_{\varphi_{\lambda,t}} = \left( \int_0^{\infty} (u - t_0)^2 |\varphi_{\lambda,t}(u)|^2 du \right)^{1/2}$$

Donde  $t_0$  está dado por

$$t_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} u |\hat{\varphi}_{\lambda,t}(u)|^2 du}{\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_{\lambda,t}(u)|^2 du}$$

Es fácil verificar que las siguientes relaciones se cumplen:

1. La desviación estándar  $\sigma_{\varphi_{\lambda,t}}$  satisface

$$\sigma_{\varphi_{\lambda,t}} = \lambda \sigma_{\varphi_{1,0}}$$

2. La desviación estándar  $\sigma_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}$ , satisface

$$\sigma_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}} = \frac{\sigma_{\hat{\varphi}_{1,0}}}{\lambda}$$

3. El centro de pasa banda  $\omega_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}^0$  correspondiente a la wavelet  $\varphi_{\lambda,t}(u)$  satisface la relación

$$\omega_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}^0 = \frac{\omega_{\hat{\varphi}_{1,t}}^0}{\lambda}$$

De las relaciones de arriba uno puede ver fácilmente que conforme  $\lambda$  aumenta, es decir, la función se dilata,  $\omega_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}^0$  y  $\sigma_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}$  decrecen indicando que el centro de pasa banda se activa hacia las componentes de baja frecuencia y la incertidumbre también, y decrece viceversa. En el espacio de fase la resolución

de la celda para la transformada wavelet alrededor del punto  $(t_0, \omega_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}^0)$  está dada por  $\left[ t_0 \pm \lambda \sigma_{\varphi_{1,0}} \times \frac{\omega_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}^0}{\lambda} \pm \frac{\sigma_{\hat{\varphi}_{1,0}}}{\lambda} \right]$  la cual tiene una dimensión variable dependiendo del parámetro de escala  $\lambda$ . Sin embargo, el área de resolución de la celda  $[\sigma_{\varphi_{\lambda,t}} \times \sigma_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}]$  permanece independiente de la escala o el parámetro de localización. En otras palabras, el espacio de fase está en capas con celdas de resolución de dimensión variable las cuales están en función de la escala la cual tiene un área constante. Por lo tanto, de acuerdo al principio de incertidumbre, un incremento en la resolución en el dominio del tiempo para la localización en tiempo de componentes de alta frecuencia viene con un costo: una incertidumbre en la localización en frecuencia que es medido por  $\sigma_{\hat{\varphi}_{\lambda,t}}$ . Uno también puede interpretar la transformada wavelet como un microscopio matemático donde el aumento está dado por  $1/\lambda$ .

## **SERIES DE TIEMPO Y DINÁMICA NO LINEAL**

Al encontrar un indicador o precursor del evento anómalo, dentro de las ST a diferentes escalas espacio-temporales, se facilitará la búsqueda y caracterización de una variabilidad sinóptica o diaria, según sea el caso.

En las últimas décadas se han desarrollado diferentes técnicas de análisis que permiten captar algunas de las principales propiedades en las que se manifiesta la complejidad de cierto tipo de sistemas que denominados, justo por ello, complejos. En concreto, muchas de estas técnicas permiten poner al descubierto la no-linealidad, caoticidad y fractalidad de tales sistemas. Presentaremos algunos de los principales procedimientos gráficos (diagramas de fases, gráficos de recurrencias y función de correlación) junto con algunos

de los principales estadísticos cuantitativos que permiten caracterizar métricamente la complejidad (dimensión de correlación, exponentes de Lyapunov y datos sustitutos). Además de la descripción de dichas técnicas se presentará cómo pueden aplicarse utilizando algunas de las principales aplicaciones de software existentes (**VRA**, tisean, netle, etc.) que en muchos casos se distribuyen libremente a través de la red.

Analizar las propiedades caóticas de un sistema conocidas las ecuaciones que rigen su dinámica impulsó a los primeros estudiosos del caos a proponer diferentes estadísticos que permitían la caracterización métrica de dichos sistemas, sin embargo, dicho proceder resultaba limitado para la expansión de estas teorías a otras disciplinas en las que de manera habitual no se disponía de información sobre las ecuaciones generadoras de las dinámicas objeto de estudio. Ante este hecho, junto con el impacto que las teorías del caos y de la complejidad tuvieron en ciencias como la biología, la ecología o la economía y geofísica el reto metodológico se trasladó a cómo obtener información estadística relevante a partir de series temporales (series fáciles de conseguir en dichas disciplinas) que informarían del carácter complejo de las mismas aunque se desconocieran aspectos importantes del sistema objeto de estudio como, por ejemplo, cuántas variables estaban implicadas o cuáles eran las ecuaciones que regían dicha dinámica.

Durante la década de los ochenta numerosos estudiosos, especialmente los vinculados al conocido como grupo de Santa Fe (Shaw, Farmer, Packard, Crutchfield), aportaron diferentes soluciones a esta cuestión que nos permiten hoy caracterizar la dinámica de un sistema partiendo de la información que nos

aporta una serie temporal de cualquiera de las variables que conforman dicho sistema. Este impulso ha continuado en décadas posteriores y hoy en día disponemos de un número amplio de técnicas útiles para estos fines.

## **CAPÍTULO I ESCALAS ESPACIO-TEMPORALES DE LA VARIABILIDAD EN LA RELACIÓN OCÉANO-ATMÓSFERA.**

La historia de los métodos científicos de la predicción del tiempo (por no decir nada de sus métodos no científicos cómo se explica en el Almanaque del viejo granjero). Cinco eventos que parecen tener un papel importante en la formulación moderna de la teoría de pronóstico del tiempo y que nos dan una idea de las dificultades, independientemente de la época y los medios para enfrentarlos.

El primer de estos eventos fue la organización de un servicio del tiempo por Urbain Leverrier, director del Paris Astronomical Observatory. Leverrier recibió un contrato proveniente del gobierno francés después de la tormenta catastrófica del 14 de noviembre de 1854 en Balaklava. El 19 de febrero de 1855, llegó a ser la primera persona en compilar un mapa del tiempo del mismo día.

El segundo evento fue la publicación de un artículo por Vilhelm Bjerknes, titulado "*The Problem of a Weather Forecasting, Considered of point of View of Mathematics and Mechanics*" (1904). En su artículo, la predicción del tiempo fue formulada por primera vez como un problema de valor inicial para las ecuaciones hidrodinámicas de un fluido baroclínico. En palabras de Jakob Bjerknes en 1917-1919 y subsecuentemente trabajo por el que es llamado a la escuela Bergen, dos conceptos importantes fueron desarrollados: acerca de los frentes atmosféricos- es decir, las interfaces entre diferentes masas de gas – y sobre la formación de los ciclones resultantes de la inestabilidad de las ondas

en las interfaces frontales. Estos trabajos fueron la base de los métodos sinópticos modernos de la predicción del tiempo a corto plazo.

Sin embargo, estos conceptos han tenido hasta ahora poca importancia en la predicción numérica, aunque por razones puramente técnicas. Las mallas espaciales usadas en la predicción numérica tienen incrementos horizontales de varios cientos de kilómetros; por lo tanto no toman en cuenta el considerar zonas estrechas con grandes gradientes de campo hidrodinámico- en particular, frentes atmosféricos. A fin de tomar en cuenta dichas zonas dentro de la predicción numérica, es necesario desarrollar otros métodos.

El tercer mayor evento fue la publicación de Lewis Richardson "Weather Prediction by Numerical Process" (1922). En este libro Richardson presenta el primer intento de predicción del tiempo por el uso de soluciones numéricas de las ecuaciones hidrodinámicas (de la misma forma en la que los astrónomos predecían a posición de los planetas por la solución de las ecuaciones de la dinámica del sistema planetario). Este intento falló: Completada después de cálculos muy largos, su predicción para un día (20 de mayo de 1910, para el área de Nuremberg- Augsburg) fue insatisfactoria. Desde el punto de vista de hoy la razón de esta falla es clara: lo incompleto de los datos iniciales ( para ese tiempo únicamente pocos datos estaban disponibles para una escasa red de estaciones en Europa); la imperfección de esquemas de diferencias finitas (por ejemplo, él no estaba consciente del criterio que Courant-Friedrich-Lewy, establecido en 1928, para correlacionar intervalos computacionales espacio-tiempo); integró la complejidad física necesaria de las ecuaciones, lo cual describe no solo los movimientos importantes para el tiempo (los llamados

procesos de escala sinóptica) además todos los tipos de ruido, como las ondas acústicas, la respiración de una planta, etcétera.

Esta última dificultad fue superada en 1940 por el trabajo de Kibel, la publicación que constituye el cuarto hito en esta breve cuenta histórica. Kibel propuso un principio básico para simplificar las ecuaciones hidrodinámicas: el “desarrollo asintótico casi-geostrófico”. Este análisis hizo posible filtrar a partir de las soluciones de las ecuaciones el ruido meteorológico, como ondas de gravedad e inerciales, que no es esencial para la predicción del tiempo. La creación de una teoría hidrodinámica de predicción del tiempo de corto plazo fue subsecuentemente basada sobre este mismo principio.

En 1940, tratando de limitar sus cálculos para solo la porción baja de la atmósfera (la tropósfera), Kibel impuso para el límite superior de esta capa (la tropopausa) una condición artificial que no siguiera las leyes de la hidrodinámica. Las ecuaciones de la aproximación casi-geostrófica, libres de esta limitante, fueron derivadas solo en los años de la postguerra. Su aparición marca el quinto evento en este conteo) en artículos publicados casi simultáneamente por Obukhov y Charney.

Estas ecuaciones fueron implementadas inmediatamente en cálculos prácticos; la predicción del tiempo fue uno de los problemas que Jhon von Neumann tuvo en mente cuando la alta velocidad de las máquinas en cálculo fue comenzada a idearse-, él fue coautor de uno de los primeros artículos en la integración de las ecuaciones cuasi geostróficas con una computadora electrónica. El logro más sobresaliente de la física atmosférica en los años de la postguerra fue la formulación de la teoría hidrodinámica para la predicción del tiempo a corto



plazo de los campos meteorológicos. Por ahora, esta teoría ha sido publicada en un número de libros especialmente dedicados a los métodos numéricos para la predicción del tiempo.

En cuanto a las bases físicas de la predicción de largo plazo, la historia de este desarrollo es mucho más corta; data de un artículo de 1943 por Blinova. Hasta el momento no se ha alcanzado una formulación definitiva en esta área. Una diferencia fundamental entre la predicción de corto y largo plazo (la cual también se toma en cuenta para las diferencias entre las distintas teorías) es, en nuestra opinión, que la aproximación adiabática es suficiente para las ecuaciones hidrodinámicas en la predicción de corto plazo, mientras que el proceso no adiabático constituye la esencia misma de los cambios del tiempo a largo plazo.

Cómo podemos ver, a lo largo de la historia de la predicción del tiempo y el modelado de la atmósfera en sus diferentes escalas se presentan dificultades inherentes al desarrollo de las técnicas utilizadas, desde el punto de vista físico y matemático, aunque sin dejar de lado otro aspecto importante, la manera en la que las estaciones meteorológicas y sus operarios recaban y procesan los datos respectivamente.

Al analizar las **ST** de precipitación, es decir la caracterización y la organización de los datos en el tiempo y el espacio, son determinadas por la naturaleza y la magnitud de los procesos meteorológicos que producen la precipitación.

## I.1 ESCALAS DE LOS PROCESOS DEL TIEMPO

Algunas características numéricas que serán útiles para el entendimiento de las magnitudes de espacio, tiempo y energía que existen en la interacción océano-atmósfera. La masa  $M$  de la atmósfera es  $5.3 \times 10^{21}$  g. La energía cinética total de este movimiento  $E$  tiene una magnitud de  $10^{21}$  Joules (aproximadamente, la energía de un ciclón individual es más pequeña en dos órdenes de magnitud; una forma de compararlo, un megatón de TNT  $4 \times 10^{15}$  J). De acuerdo a estimaciones empíricas por Borisencov, para el Hemisferio Norte  $E = 4 \times 10^{20}$  J en invierno y  $1.9 \times 10^{20}$  J en verano; para el Hemisferio Sur las magnitudes son  $7.1 \times 10^{20}$  J en invierno y  $3.9 \times 10^{20}$  J en verano. Estimaciones similares hechas por Pisharoty y Gruza (Gruza demostró que en la tropósfera sobre el promedio más del 70% de la energía cinética es debido al movimiento zonal, es decir latitudinal y menos del 30% es debido al movimiento meridional, aproximadamente la mitad de la energía está asociada con la circulación zonal media y la mitad con la desviación de ésta). La energía cinética por unidad de masa,  $E/M$  es del orden de  $10^2$  J/kg =  $(10 \text{ m/s})^2$ ; por lo tanto  $U = 10 \text{ m/seg}$  es tomada como la velocidad típica del movimiento del aire en un proceso de escala sinóptica.

El calor solar es la fuente de energía primaria para el proceso atmosférico. La potencia que el Sol transmite a la Tierra es igual a  $1.8 \times 10^{14}$  kW, pero alrededor del 40% de la radiación del Sol es inmediatamente reflejada de vuelta al espacio. Esto, como una figura inicial uno puede tomar  $1 \times 10^{14}$  kW, o una potencia promedio por unidad de área superficial,  $20 \text{ mW/cm}^2$ . Solo una pequeña fracción de esta energía es convertida en energía cinética del

movimiento atmosférico. De acuerdo a la estimación empírica de Palmén , la razón  $\delta E/\delta t$  a la cual la energía potencial es convertida en energía cinética es aproximadamente igual a  $2 \times 10^{12}$  kW para la atmósfera como un todo. El coeficiente de eficiencia para la máquina atmosférica asciende tan solo a 2% (en ciclones individuales  $\delta E/\delta t$  aproximadamente  $1 \times 10^{11}$  kW a  $2 \times 10^{11}$  kW, fuera del cual hay en promedio una conversión inversa lenta de energía cinética en energía potencial). De acuerdo a esto, la razón promedio de generación de energía cinética en una unidad de masa,  $(1/M)(\delta E/\delta t)$ ,  $4 \text{ cm}^2/\text{seg}^3$ . La razón promedio específica  $\varepsilon$  de la disipación de energía cinética en calor (producida por fricción) puede ser del mismo orden de magnitud; y en efecto, por un método independiente Brunt en 1926 obtuvo  $\varepsilon$  es aproximadamente  $5 \text{ cm}^2/\text{seg}^3$  para la troposfera.

El tiempo típico de conversión de energía es  $\tau = ((1/E)(\delta E/\delta t))^{-1} = (10^9)/(2 \times 10^{12} \text{ kW}) = 5 \times 10^5 \text{ seg}$ , es decir, aproximadamente una semana.

En un proceso sinóptico el tiempo de relajación típica debido a la viscosidad es del mismo orden. En realidad, considerando la siguiente situación: En el intervalo de escalas  $L$  un proceso de cascada toma lugar con energía transmitida de movimientos de gran escala a movimientos de pequeña escala. Esto sucede a una razón constante  $\varepsilon$  (la cuál es independiente de  $L$ ). La viscosidad efectiva bajo estas condiciones tendrá la forma  $\nu(L) \sim \varepsilon^{1/3} L^{4/3}$ . Ésta es la tercera y cuarta ley de Richardson, que es válida para casi el espectro completo de escalas del movimiento atmosférico, desde milímetros hasta cientos de kilómetros. Como resultado de esta viscosidad, el tiempo de relajación será  $\tau(L) \sim L^2/\nu(L) \sim \varepsilon^{-1/3} L^{2/3}$ . De acuerdo a Obukhov, la longitud

de escala típica para un proceso sinóptico está en el orden de  $L_0 = c/l$ , donde  $c$  es la velocidad del sonido y  $l = 2\omega \cos\theta$  también llamado parámetro de Coriolis ( $\omega = 7.29 \times 10^{-5} \text{ seg}^{-1}$  es la velocidad angular de la rotación de la Tierra, y  $\theta$  es la latitud más  $\pi/2$ ); en latitudes templadas  $L_0 \sim 3000 \text{ km}$ . Usando este valor de  $L_0$  y el valor de  $\varepsilon$  dado arriba, obtenemos para los procesos sinópticos  $\tau(L_0) \sim \varepsilon^{-1/2} L_0^{2/3} \sim 3 \times 10^5 \text{ seg}$ . Note que la escala de tiempo Euleriano para procesos sinópticos  $\tau_1 = L_0 / U$  es del mismo orden de magnitud (ahora, en el flujo oeste-este en las zonas templadas las capas atmosféricas medias completan un circuito alrededor de la tierra en pocas semanas mientras que en la escala Euleriana de tiempo atmosférica está en el orden de meses).

Eso también será usado para citar algunos datos sobre el rol que juega la humedad del aire en la energía de reserva de la atmósfera.

De acuerdo a Rudloff, Neik da figuras similares, la atmósfera contiene un promedio de  $1.24 \times 10^{19} \text{ g}$  de mezcla, equivalente a una capa de 24mm de precipitación. (El océano contiene  $1.37 \times 10^{24} \text{ g}$  de agua. Glaciares agregan otros  $2.9 \times 10^{22} \text{ g}$  de hielo; al derretirse provocarían un incremento en el nivel del océano de 20m). El promedio anual de lluvia aproximadamente es de  $3.96 \times 10^{20} \text{ g}$  ( $2.97 \times 10^{20} \text{ g}$  sobre los océanos y  $0.99 \times 10^{20} \text{ g}$  sobre tierra seca). Esto es equivalente a una capa de 780mm de agua. (Este vapor de agua en la atmósfera es remplazado sobre un promedio de  $780/24 \approx 32$  veces por año, o una vez cada once días) La cantidad anual de evaporación es la misma; solo la superficie oceánica es  $3.34 \times 10^{20} \text{ g}$ , y la evaporación, proveniente de la tierra seca, está alrededor de  $0.62 \times 10^{20} \text{ g}$ . Escurrimiento a partir de los acumulados de la Tierra de  $0.37 \times 10^{20} \text{ g}$ . Si tomamos del calor latente de vaporización el

valor  $2.4 \times 10^3$  J/g, entonces el poder del calor emitido en la vaporización se acerca a  $3 \times 10^{13}$  kW- que es, 30% de los  $10^{14}$  Kw del calor solar absorbido por la Tierra. Esto resulta ser 15 veces mayor que la razón de generación de energía cinética en la atmósfera ( $2 \times 10^{12}$  kW).

## I.2 EL ESPECTRO DEL PROCESO ATMOSFÉRICO.

Elementos meteorológicos- la velocidad del movimiento de aire, temperatura, presión, humedad, etc. -cambian con el tiempo. Sus oscilaciones tienen componentes con periodos que van desde una fracción de segundo hasta decenas de cientos de años. El espectro completo de estos periodos de oscilación pueden ser divididos en los siguientes nueve intervalos.

a) Oscilaciones micrometeorológicas: con periodos que van desde una fracción de segundo hasta un minuto. Los mayores contribuyentes de esta categoría son las turbulencias de pequeña escala. En la capa superficial de la atmósfera este espectro de energía  $fS(f)$  tiene un periodo  $\tau$  es del orden de un minuto ( $f$  es la frecuencia,  $\tau$  el periodo de oscilación, y  $S(f)$  la densidad de energía espectral). Esto corresponde a una escala de las inhomogeneidades de turbulencia horizontal  $L=U \tau_{\max} \sim 600\text{m}$ . Para  $f \gg 1/\tau_{\max}$ , el espectro de la velocidad del viento satisface la ley de los cinco tercios de Kolmogorov y Obukhov,  $S(f) \sim (E^{2/3}/U) (f/U)^{-5/3}$ . El espectro de temperatura tiene una forma similar  $S_T(f) \sim (N\epsilon^{-1/3}/U) (f/U)^{-5/3}$ , donde  $N=\chi(\nabla T)^2$  es la razón de decaimiento de las inhomogeneidades de la temperatura,  $T$  la temperatura,  $\chi$  la conductividad molecular. En la región de máxima frecuencia de fluctuaciones turbulentas  $f \sim U\epsilon^{1/4} \nu^{-3/4}$  ( $\nu$  es la viscosidad molecular), el espectro de turbulencia decae bruscamente.

Además de la turbulencia, la categoría de oscilaciones micrometeorológicas incluyen ondas gravitacionales de periodo corto y acústicas (con amplitudes relativamente pequeñas). De acuerdo a la teoría, las ondas gravitacionales predominantemente tienen periodos mayores a los 300 m/seg, y las ondas acústicas con periodos menores a los 300 seg. Esto explica el mínimo cerca de  $\tau \sim 300\text{seg}$  en el espectro  $fS_p(f)$  de la fluctuaciones de presión.

b) Oscilaciones mesometeorológicas, con periodos en el rango desde un minuto a una hora. Aquí la oscilaciones intensas de los elementos meteorológicos (incluidos, por ejemplo, aquellas oscilaciones durante las tormentas eléctricas, u ondas gravitacionales con grandes amplitudes) son relativamente raras; por lo tanto, hay usualmente un mínimo pronunciado en el espectro  $fS(f)$  dentro de este intervalo. Para un recuento concerniente a los datos de este intervalo, ve el documento de Kolesnikova y Monin. El mínimo mesometeorológico está claramente definido, por ejemplo, Van der Hoven construyó este espectro de la velocidad del viento horizontal con datos provenientes de medidas tomadas sobre los 125 metros de la torre del tiempo Brookhaven. El mínimo en este espectro corresponde a un periodo  $\tau$  sobre el orden de los veinte minutos y a una escala  $L=U\tau$ , sobre el orden del espesor efectivo de la atmósfera  $H \sim 10\text{km}$  (la parte baja de la capa de 10km de la atmósfera contiene el 80% de la masa de la atmósfera). El mínimo separa las cuasi bidimensionales (casi-horizontales) inhomogeneidades sinópticas con escalas  $L \gg H$  de las esencialmente tridimensionales (casi-isotrópicas) inhomogeneidades micrometeorológicas con escalas  $L < H$ . La presencia de este mínimo permite obtener valores medios relativamente estables para a velocidad del viento, temperatura, etc., en la micrometeorología. Esto está dado

por un promedio sobre el rango de periodos que se encuentran dentro del intervalo mesometeorológico (en la práctica  $\tau$  es tomada en el intervalo de 10 a 20 minutos).

c) oscilaciones sinópticas, con periodos que van desde muchas horas a varios días y con un espectro máximo de energía cercano  $\tau = 4$  días (ver Fig.3). Van der Hoven considera el máximo relativo a  $\tau = 12$  hrs insignificante). Fluctuaciones diurnas también caen dentro de este intervalo. Esto puede verse, por ejemplo, en el espectro de temperatura en la forma de una línea espectral diurna y en el espectro de presión en la forma de líneas diurnas y semidiurnas. En la parte de alta frecuencia del intervalo sinóptico hay una cascada de energía transfiriéndose a lo largo de movimientos de gran escala a movimientos de pequeña escala. Este transferencia se debe a la inestabilidad hidrodinámica de los movimientos sinópticos casi horizontales con grandes números de Reynolds  $Re = UL/\nu$ . (En las bajas frecuencias fin del intervalo sinóptico, esto aparentemente es una energía de transmisión en la dirección opuesta- desde los movimientos sinópticos a movimientos de una escala aún mayor, esto es, los movimientos de la circulación general de la atmósfera.) Sin embargo, todos los movimientos dentro de la escala sinóptica generan microturbulencia directa (esto es, pasando todos los movimientos de escalas intermedias) y continuamente. Esta generación resulta a partir de la inestabilidad hidrodinámica de las no-homogeneidades verticales en el campo de vientos, específicamente cercanas a la superficie de la tierra y en los llamados "jet-stream", corriente en chorro, en donde los gradientes verticales de la velocidad del viento tienen la mayor magnitud.

Al considerar la microturbulencia como factor disipativo de los movimientos sinópticos, este puede ser caracterizado por un coeficiente de viscosidad efectiva  $\nu_{\text{turb}}$ . La escala mínima de los movimientos sinópticos capaz de superar esta viscosidad es igual a  $L_{\text{min}} \sim \epsilon^{-1/4} \nu_{\text{turb}}^{3/4}$ . La presencia del mínimo mesometeorológico indica que  $L_{\text{min}} > H$ .

d) Oscilaciones globales. Con periodos que abarcan desde semanas hasta meses. Estos son los de mayor interés para los problemas de predicción del tiempo a largo plazo, pero aun están poco estudiados. Hasta el momento, tal vez solo los ciclos indexados están más o menos determinados precisamente. Este es el ciclo de oscilación de la circulación planetaria entre estados de flujo zonal intenso (la transferencia oeste-este) con una mezcla meridional semanal y estados de flujo zonal semanal con una mezcla meridional intensa. Este ciclo fue trazado, por ejemplo, a través de las oscilaciones del índice de circulación  $\alpha = u/a \sin\theta$ , es decir, la velocidad angular media de la rotación atmosférica en latitudes templadas con respecto a la Tierra. (Aquí  $u$  es la velocidad media zonal a lo largo de una línea de latitud y  $a$  es el radio de la Tierra). El periodo del ciclo índice es cercano a dos semanas. La figura 4 ilustra la densidad espectral  $S(\tau)$  de las variaciones en el índice de circulación. Un gran máximo ocurre en un  $\tau=12$  días. (Note que las oscilaciones del índice de circulación son, estrictamente hablando, no estacionarias pero son un proceso periódicamente aleatorio con periodo de un año).



e) oscilaciones estacionales son las oscilaciones con periodo de un año y son armónicos.

f) Oscilaciones interanuales, con periodos del orden de varios años. El espectro de estas variaciones está virtualmente poco estudiado (Considerando un ritmo de 26 meses de oscilaciones en la estratósfera ecuatorial, observados por varios autores, y también las hipótesis del ciclo de 11-años de la actividad solar esta manifestada en el tiempo de la Tierra, el cuál en mi opinión carece de pruebas convincentes.) De acuerdo con Klesnikova y Monin, la amplitud de las fluctuaciones interanuales en los valores promedio de temperatura y algunos otros componentes meteorológicos usualmente son del 15% a 30% de la amplitud de sus variaciones estacionales e irregulares a lo largo del año.

Uno no debe confundir variaciones interanuales con variaciones climáticas. Si todas las oscilaciones (de la 3.1 a la 3.6) discutidas anteriormente son llamadas oscilaciones de periodo corto, entonces el clima es un régimen estadístico de oscilaciones meteorológicas de periodo corto, el espectro de éstas puede ser dividido en los siguientes tres intervalos.

g) Oscilaciones intraseculares, un claro ejemplo de éstas es la tendencia de calentamiento en la primera mitad del siglo veinte. Aquí se observa una conexión entre los cambios climáticos y el carácter de la circulación general de la atmósfera; de acuerdo a Dzerdzeyevky, los tipos zonales de circulación en el Hemisferio Norte donde se observan con menor frecuencia y tipos meridionales con mayor frecuencia obtenidos en 1900-1930 que en 1930-1950. Ejemplificando la fuente de calentamiento climático en el siglo veinte es un problema puntual para la teoría física del clima.

h) Oscilaciones Interseculares. Éstas incluyen el calentamiento después de la Era de Hielo (65 siglos A.C.). Este calentamiento condujo al llamado óptimo climático del siglo XD al siglo XX A.C., con el empeoramiento subsecuente en el periodo Sub-Atlántico (siglo X A.C. la siglo III D.C.). La mejora del clima durante el siglo IV al X D.C. se deterioró de nuevo en los siglos XIII y XIV, mejorando en el siglo XV al XVI y deteriorándose del siglo XVII al XIX (la también llamada pequeña Edad de Hielo).

i) Los periodos glaciares del Pleistoceno. Günz (500 mil-475mil A.C.), Mindel (425 mil-325mil A.C.), Riss (200 mil-125mil A.C.) y Würm (60 mil-29 mil A.C.). Durante estos periodos la temperatura promedio de la capa baja de aire (en nuestros días 15°C) cayó aparentemente 10°C. Muchas causas han sido propuestas para explicar la glaciación de la Tierra, tal vez uno no debería de tratar de explicar el fenómeno de glaciación sino la ausencia de glaciaciones durante el 90%del tiempo post-Cámbrico.

En resumen, el comportamiento dinámico de la interacción entre atmósfera-océanos-continentes-biósfera-criósfera (conjunto de hielo y nieve), da una gama amplia de procesos en diferentes escalas de espacio y tiempo, dando un comportamiento integral complejo.

## **CAPÍTULO II VARIABILIDAD SINÓPTICA VS VARIBILIDAD DIARIA**

### **II.1 CLIMATOLOGÍA DE LA PRECIPITACIÓN**

En la distribución de la precipitación anual se hacen patentes las influencias de la longitud geográfica, aunque también la topografía juega un papel importante.

Una parte fundamental en la distribución de las precipitaciones a lo largo del Estado de Tlaxcala, es su distancia del océano sobre la dirección predominante de los vientos, la influencia moderadora de las masas de agua de su interior y el efecto de las barreras topográficas en la penetración de las corrientes marítimas al interior, del Pacífico y del Golfo de México.

### **II.2 VARIABILIDAD ANUAL**

La mayor escala de tiempo sobre la cual varía la precipitación es la de año con año en la acumulada total. En muchos aspectos es también la más importante, puesto que tendencias a largo plazo, tengan un incremento o decremento constante, o una fluctuación notablemente regular, se puede tener un efecto potencialmente catastrófico sobre el bienestar de un área y sus habitantes. Dichas tendencias tendrán un impacto sobre la expansión del tiempo del orden de décadas, las cuales ocurren comúnmente en muchas de las tierras áridas de África y, particularmente, en el Sahel. La sequía del Sahel de 1970 y 1980 comenzó alrededor de 1960 con una caída en los totales anuales de lluvias (Nicholson 1980), y aunque Bunting et al. (1976) señaló que en ese tiempo no había evidencia que la secuencia inusual de años secos representará un cambio climático.

Un factor crucial que gobierna el impacto de los marcados déficits o superávits de precipitación, cuando comparamos en las **ST**, es su persistencia. Cambios continuos en la precipitación anual sobre periodos decadales pueden indicar un pronunciado cambio climático regional. Una última consideración importante es el tiempo o no marcar año con año una fluctuación en la cantidad de lluvia que cae. Claramente en el contexto de identificar las tendencias y las periodicidades, los métodos estadísticos han sido importantes para descifrar la verdad, estadísticamente significativa, variaciones en el medio de fondo, ruido aleatorio. Para muchas áreas del mundo las periodicidades en la lluvia han sido investigadas las cuales indican, por ejemplo, la influencia del sistema **ENSO**.

### **II.3 VARIACIONES INTRA-ANUALES**

Una consideración de la variación general estacional y mensual a lo largo de un año típico, y de deshacernos de la tendencia en años individuales, es importante ya que en áreas templadas y tropicales, la estación del máximo de precipitación puede ser determinada por cambios estacionales en la circulación atmosférica. Esto puede gobernar los procesos por los cuales la precipitación es producida, y podría en cambio verse reflejada en el carácter de corto plazo de los eventos de precipitación en el tiempo y el espacio.

Sobre, el interior de la República Mexicana entra humedad desde el océano Atlántico, a través del Golfo de México y en el oeste por el Océano Pacífico.

La variación intra-anual en la precipitación estacional y mensual está muy relacionada con la circulación estacional y los cambios en la radiación solar. Las principales áreas globales de precipitación en la figura de abajo se desarrollaron de acuerdo a una climatología de precipitación intra-anual.

La localización con respecto a fuentes de mezcla y cuerpos de agua es importante, ya que éstas determinan que tan extensa será la mezcla que permita que una tormenta convectiva pueda desarrollarse, y también determinar el máximo que podrá ocurrir durante el día o la noche. Ésta puede dominar durante los veranos cálidos, con la penetración de la humedad producida por depresiones de los océanos adyacentes.

### II.3.1 VARIACIONES INTRA-ANUALES EN TLAXCALA



FIG 2.1 CLIMATOLOGÍA DE TLAXCALA, INEG

El estado de Tlaxcala, posee en general climas templados subhúmedos con lluvias de verano. Las precipitaciones medias anuales son más abundantes en el centro y sur, donde van de 600 a 1200 mm, en tanto que en el oriente las lluvias son menores de 500 mm al año. Los climas templados se presentan particularmente en los valles y las llanuras. El volcán de la Malinche, al sur del estado tiene un clima semifrío, excepto en sus cumbres más altas, donde el clima puede calificarse como frío. En algunas partes de la entidad se producen heladas y granizadas casi todo el año; fenómenos climatológicos que, junto con la escasez y la irregularidad de

las lluvias, obstaculizan la actividad agrícola. A continuación una descripción más detallada de las variables climáticas de la entidad.

## **CLIMA TEMPLADO SUBHÚMEDO**

Presenta una temperatura media anual entre 12 y 16°C; la del mes más frío oscila entre 3 y 18°C. Este tipo de clima cubre alrededor de 94% de la superficie del estado y se presenta con tres subtipos distintos en cuanto a grado de humedad.

### a) Clima Templado Subhúmedo con lluvias en verano, de mayor humedad

Es el más húmedo de los templados con lluvia en verano y porcentaje de lluvia invernal menor de 5. Rige en el sur de la entidad, en una franja que corre de este a oeste; comprende parte de los municipios de Nanacamilpa de Mariano Arista, Españita, Ixtacuixtla de Mariano Matamoros, **Xaltocan**, Huamantla, Santa Cruz Tlaxcala, Contla de Juan Cuamatzi, Acuamanala de Miguel Hidalgo, Mazatecochco de José María Morelos, Papalotla de Xicohtécatl, Tenancingo, San Francisco Tetlanohcan, Santa Catarina Ayometla, San Pablo del Monte, Cuaxomulco y Tzompantepec, entre otros. La precipitación media anual fluctúa entre 700 y 1 000 mm y la temperatura media anual entre 12 y 18°C. La máxima incidencia de lluvia se presenta en julio, con un rango que va de 150 a 160 mm, en tanto que la sequía se registra en los meses de enero y febrero, con un valor menor de 10 mm.

Los meses más cálidos son marzo, junio, julio y agosto, con una

temperatura entre 14 y 15°C; y los meses más fríos son enero y diciembre, con una temperatura entre 11 y 12°C.

b) Clima Templado Subhúmedo con lluvias en verano, de humedad media

Es intermedio en cuanto a humedad, con precipitaciones en verano y un porcentaje de lluvia invernal menor de 5. Es el clima que se encuentra más extendido en la entidad, se le localiza principalmente hacia el norte, en una franja que va de este a oeste, en partes de los siguientes municipios: Terrenate, Emiliano Zapata, Lázaro Cárdenas, Tlaxco, Tetla de Solidaridad, Tocatlán, Xalostoc, Apizaco, Muñoz de Domingo Arenas, **Xaltocan**, Hueyotlipan, Sanctorum de Lázaro Cárdenas y Calpulalpan; además se distribuye en otra zona donde abarca los municipios de Tlaxcala, San Damián Texoloc, Santa Isabel Xiloxotla, San Jerónimo Zacualpan y parte de Ixtacuixtla de Mariano Matamoros, Nativitas, Tetlatlahuca y Chiautempan. El régimen pluvial medio anual tiene un rango entre 600 y 1000 mm y la temperatura media anual fluctúa entre 12 y 16°C. Los meses de junio, julio y agosto registran la mayor precipitación, que va de 150 a 160 mm, en tanto que febrero presenta la mínima: 5 mm.

La más alta temperatura media mensual corresponde a abril y mayo, con un valor que oscila entre 18 y 19°C y la mínima se presenta en enero, con una media entre 13 y 14°C.

c) Clima Templado Subhúmedo con Lluvias en verano, de menor humedad

Es el menos húmedo de los templados subhúmedos, con lluvia en verano y porcentaje de precipitación invernal menor de 5. Se localiza en el noroeste y oriente de la entidad, principalmente en partes de los siguientes municipios: Tlaxco, Benito Juárez, Cuapiaxtla, El Carmen, Huamantla, Alzayanca, Ixtenco y Zitlaltepec de Trinidad Sánchez Santos. La precipitación media anual fluctúa entre 400 y 700 mm, el régimen térmico medio anual oscila entre 12 y 16°C. La mayor precipitación se registra en junio, con un valor entre 110 y 120 mm. La mínima corresponde a enero y febrero con un valor menor de 10 mm. Las temperaturas máximas se presentan en los meses de abril, mayo y junio, cuyas medias mensuales oscilan entre 17 y 18°C; y en enero se registra la mínima, con un rango que fluctúa entre 11 y 12°C.

### **CLIMA SEMIFRÍO SUBHUMEDO**

El rasgo que caracteriza a este tipo de clima es un régimen térmico medio anual menor de 12°C. Los tipos de vegetación que comúnmente se desarrollan en estas condiciones son bosques y praderas de alta montaña. Se localiza en pequeñas zonas del norte, sureste, este y oeste de la entidad y ocupa aproximadamente 5% de su superficie.

a) Clima Semifrío Subhúmedo con Lluvias en verano

Es el más húmedo de los semifríos y tiene lluvias en verano. La precipitación del mes más seco registra un valor inferior a 40 mm y



un porcentaje de lluvia invernal menor de 5. Se ubica en pequeñas zonas del oeste y sureste de la entidad, que comprenden secciones de los municipios de Calpulalpan, Nanacamilpa de Mariano Arista, Sanctórum de Lázaro Cárdenas, Huamantla, San Francisco Tetlanohcan, Teolochocho y Zitlaltepec de Trinidad Sánchez Santos. La precipitación media anual va de 700 a 1 000 mm y la temperatura media anual tiene un valor menor de 12°C. La máxima incidencia de lluvias se presenta en junio, con un rango que oscila entre 160 y 170 mm; y la mínima se registra en febrero y diciembre, con un valor menor de 10 mm. Los meses más cálidos son abril, mayo y junio, con una temperatura media de 13 a 14°C y los meses más fríos son enero y febrero, con medias que fluctúan entre 8 y 9°C.

El estado de Tlaxcala no sólo precisa de este tipo de climas, pero los de mayor importancia para la investigación los planteamos arriba.

#### **II.4 VARIABILIDAD DIARIA**

Aunque es un asunto relativamente sencillo de indicar la variación intra-anual completa en la precipitación para muchas áreas, sobre el largo plazo y para años individuales, la precipitación diaria es mucho más variable. Pocas áreas del mundo experimentan una climatología de precipitación diaria la cuál es estadísticamente predecible.

Las áreas que están sujetas a una variación estacional o mensual no pronunciada poseen una climatología de precipitación diaria, la cual es poco fiable. En dichas áreas es comparativamente raro que la lluvia ocurra

diariamente. En otras partes de los trópicos cuya experiencia distingue entre estaciones secas y húmedas, la lluvia no está garantizada para cada día, aún en la estación húmeda. Además en muchas otras partes la lluvia ocurre como resultado de un proceso convectivo, o como resultado de alguna característica de escala sinóptica móvil, como una depresión tropical o ciclón. En el primer caso la magnitud de la precipitación desarrollada durante el día depende del grado de inestabilidad atmosférica, la cual varía ampliamente de día a día, y en consecuencia, las características sinópticas de gran escala pueden producir mayor intensidad, persistencia de la lluvia desde el nivel de horas hasta el de días. La circulación atmosférica de larga escala, las masas de aire que gobiernan la convección, y las depresiones altamente móviles de temperatura, hacen poco predecible la climatología de la precipitación diaria.

Las escalas espaciales que se manejan en el estudio de la meteorología juegan un papel fundamental en la explicación de los sucesos inusuales que dentro de estos espacios se puedan presentar.

En cada una de las variables que conforman el estado del tiempo en alguna región de nuestro Planeta o país y en este caso en particular para Tlaxcala, el efecto de inmensa cantidad de factores se ve reflejado en sus valores al final del periodo en el cual se obtuvieron. En esta investigación se seleccionó el Estado de Tlaxcala, parte del Altiplano, relativamente pequeño ubicado en el Eje Neovolcánico, debido a que se han realizado estudios piloto de cambio climático, INE 2007, pues se considera como sitio de estudio representativo de la forma de apropiación y uso de recursos naturales de la mayor parte del país.

A lo largo del tiempo las condiciones en las cuales las estaciones meteorológicas capturan los datos de temperatura, precipitación, evaporación, etc. Cambian debido a forzantes externos inherentes al lugar en el que están, como la distribución del tipo de suelo, orografía, latitud, además de su población.

Para la precipitación, los valores registrados en las estaciones son los mm acumulados diarios producidos ya sea por alguna de las siguientes causas zonas de corrientes convergentes, vientos con mayor o menor humedad, la distancia a una costa o cualquier otro cuerpo de agua, o una combinación de ellas. No podemos basar nuestras hipótesis de la manera en la que llueve haciendo caso únicamente de un instante antes y otro después de por qué llueve como llueve en determinado momento o lapso de tiempo, lo ideal es buscar las causas en diferentes escalas de espacio y tiempo y a su vez buscar similitudes en el comportamiento de la precipitación en estas diferentes escalas, que toman en cuenta cada una por su parte, factores diversos.

Lo que una escala no es capaz de capturar otra lo logra de la manera ideal o por lo menos un poco mejor, además de que a diferentes escalas se puede magnificar, en alguna, los efectos de otras variables que estén activadas en el momento en el que la estación captura los datos, por ejemplo, la temperatura máxima y la mínima.

## CAPÍTULO III ANÁLISIS DE BASES DE DATOS Y METODOLOGÍAS

### III.1 ANÁLISIS GRÁFICOS DE DINÁMICAS NO LINEALES

Es posible caracterizar la complejidad de un sistema partiendo de la información que nos aporta una variable cualquiera que pertenezca al sistema de interés. Esto ha sido demostrado en el conocido teorema de Withney-Takens (Takens, 1981) fundamentado en la equivalencia topológica entre el sistema y cualquiera de las variables que lo conforman. Dicho teorema demuestra matemáticamente que las propiedades estadísticas fundamentales del atractor subyacente a un sistema (o patrón dinámico del comportamiento del sistema) se conservan en los mapas de retardo (procedimiento gráfico que explicaremos a continuación) reconstruidos con la información proporcionada por una serie temporal de una de las variables relevantes en dicho sistema. De esta manera se han podido reconstruir, por ejemplo, la mayoría de los atractores de conocidas ecuaciones caóticas como las de Lorenz, Rössler, etc. Reconstruido el atractor pueden calcularse diferentes índices estadísticos así como pueden emplearse otros tantos procedimientos gráficos que permiten describir algunas de las propiedades más importantes en las que suele manifestarse la complejidad tales como la no linealidad, la caoticidad y la fractalidad (Munné, 2005).

Para la reconstrucción del atractor mediante el uso de los mapas de retardo se necesitan de dos informaciones fundamentales que serán necesarias incluir luego en el cálculo de variables posteriores. En primer lugar, es necesario elegir el valor de retardo más apropiado (*lag*) con el que se puede reconstruir el atractor y, segundo, será igualmente necesario elegir el espacio dimensional en

el que se reconstruye dicho atractor (la dimensión de incrustamiento o *embedding dimension*).

Como las series de las que se parte para el análisis complejo son series temporales el primer valor necesario de calcular para la reconstrucción del atractor es el retardo (*lag*) o valor del corte temporal que se tomará para su representación gráfica. En la elección del valor de retardo adecuado el método de cálculo más extendido en la actualidad y que resulta más fiable es el conocido como procedimiento información mutua promediada, **AMI** por sus siglas en inglés (*average mutual information*). Dicho procedimiento lo que hace es calcula la información (bits) que puede ser predicha de un dato tomando los datos precedentes. El valor óptimo del retardo es el primer valor mínimo encontrado del promedio de la información predicha (para detalles, ver Frasser y Swinney, 1986). El procedimiento **AMI** se encuentra implementado en el Tisean o en el **VRA**.

Por su parte, la dimensión contenedora (*embedding dimension*) hace referencia a la dimensión mínima para caracterizar el sistema y está relacionada con la dimensión real del sistema. Para que con la información aportada por una serie temporal pueda reproducirse la dinámica del sistema original, y sus propiedades métricas, necesitaremos asegurar que la dimensión contenedora es al menos el doble más uno de la dimensión real del sistema.

La dimensión real del sistema podrá ser calculada mediante la dimensión de correlación. Para el cálculo de la dimensión contenedora suele emplearse el método de falsos vecinos más cercanos **FNN** (*false nearest neighbours*) que determina cuál es la dimensión que minimiza la existencia de puntos vecinos en el atractor los cuáles no son tales si se toman dimensiones mayores (falsos

vecinos) (Kennel, Brown y Abarbanel, 1992). El valor de la dimensión que minimiza el número de falsos vecinos es la dimensión óptima contenedora. El método **FNN** se halla implementado en el Tisean y **VRA**.

### **III.2 ESPACIO DE FASES**

Calculados los valores óptimos del retardo y de la dimensión de incrustamiento pueden obtenerse una representación gráfica del atractor subyacente a la dinámica gracias a la utilización del espacio de fases. Un tipo específico de éstos, los mapas de retardo, toman dimensiones temporales ( $t$ ,  $t+1$ ,  $t+2$ , etc.) como referencia para graficar el comportamiento dinámico del sistema objeto de estudio. Gracias a los mapas de retardo conseguimos seguir el rastro de los valores de una variable y cómo éstos van cambiando a lo largo del tiempo.

Conseguimos, por tanto, graficar la dinámica del sistema. la teoría matemática de los atractores nos muestra que son cuatro, como grandes arquetipos, los tipos posibles de dinámica que podemos encontrar en cualquier sistema:

- 1) Dinámicas con atractores de punto fijo (dinámicas que se estabilizan en un punto concreto del espacio de fases)
- 2) Dinámicas con atractores de ciclo límite (dinámicas que quedan atrapadas en una repetición de estados que conforman ciclos)
- 3) Dinámicas con atractores extraños (dinámicas caóticas, regulares en el patrón global pero irregulares en las trayectorias concretas)
- 4) Dinámicas sin atractores o completamente aleatorias (sin región del espacio de fases que atrape la dinámica del sistema).

Los dos primeros tipos se corresponderían con dinámicas lineales mientras que el tercero se correspondería con una dinámica no lineal o caótica. El **VRA** permite la realización de los mapas de retardo.

### III.3 GRÁFICOS DE RECURRENCIAS

Este tipo de procedimiento se fundamenta en la idea de buscar órbitas regulares (recurrencias), estables o inestables, de una forma gráfica. el que sea un procedimiento capaz de ilustrar la existencia de éstas últimas, de dinámicas regulares pero inestables, lo convierte en una herramienta especialmente interesante para la detección de dinámicas deterministas no lineales o caóticas. Además, otra de las ventajas interesantes de los gráficos de recurrencias es que pueden aplicarse a series cortas de datos pues lo único que se busca es la presencia de alguna de estas recurrencias indicativas de un orden complejo. Hay software específico, como el **VRA**, que permite trabajar con series de 100 puntos.

Los gráficos de recurrencias representan la dinámica recogida en la serie temporal en un espacio bidimensional, cuyos ejes representan el número de registros de la serie, y en donde la presencia de regularidades en la dinámica quedan recogidas con regularidades que aparecen en el gráfico. Para el caso concreto de dinámicas caóticas aparecen algunas líneas cortas paralelas a la diagonal principal, mientras que para el caso de dinámicas aleatorias el gráfico muestra una representación uniforme de puntos representativa de que no existe estructura alguna en los datos.

### III.4 FUNCIÓN DE CORRELACIÓN

Otro procedimiento gráfico útil para caracterizar diferentes tipos de dinámicas es la función de correlación (Sprott y Rowlands, 1995). Este procedimiento aporta una medida de la dependencia de un punto de la serie con los registros precedentes, de este modo, cuando la serie analizada oculta una dinámica azarosa las correlaciones entre los diferentes valores consecutivos son

inexistentes y la función de correlación muestra un gráfico que cae abruptamente a valores cercanos a cero y se mantienen en esos valores a lo largo de los diferentes retardos. Por el contrario, para series que encierran dinámicas deterministas lineales las correlaciones en retardos cortos son altas (los registros están altamente correlacionados con sus registros vecinos) y dichos valores van decayendo progresivamente a lo largo del tiempo. La función de correlación en este caso muestra un gráfico continuo de descenso en las correlaciones a medida que se aumentan los retardos. Por fin, para series generadas por dinámicas caóticas las correlaciones son medias en los retardos cortos y caen a valores cercanos a 0 para retardos medios y largos, lo cual está en consonancia con la caracterización del caos como una dinámica predecible en el corto plazo pero impredecible en el medio y largo plazo.

La función de correlación es un procedimiento gráfico interesante que permite trabajar con series temporales cortas (en torno a los 100 registros) y se halla implementado en el **CDA**.

### **III.5 ANÁLISIS CUANTITATIVOS DE LA COMPLEJIDAD**

Además de los procedimientos gráficos vistos existen múltiples estadísticos que permiten la caracterización métrica de los sistemas complejos. Éstos permiten la descripción de importantes aspectos de la complejidad como el número de variables que están determinando la dinámica (valor aportado por la dimensión de correlación y la dimensión fractal), el grado de fractalidad (dimensión fractal), el grado de caoticidad o nivel de dependencia a las condiciones iniciales (exponentes de Lyapunov) y la capacidad de realizar predicciones fiables en un sistema (entropía). Veamos algunos de estos estadísticos que representan los procedimientos más comúnmente utilizados.



### III.5.1 DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN

La dimensión de correlación se refiere al número mínimo de dimensiones necesario para caracterizar al sistema. La baja dimensionalidad, si existe, es indicativa de la existencia de un modelo simple que está generando y rigiendo el sistema objeto de estudio.

Por otro lado, la dimensión de correlación supone la cuota inferior de la dimensión fractal y, al igual que ésta última, también es una dimensión fraccionaria. La dimensión fractal es un indicador de la complejidad de un sistema y se interpreta como el número mínimo de variables que están determinando el comportamiento de un sistema.

Existen varias propuestas para el cálculo de la dimensión de correlación siendo el método propuesto por Grassberger y Procaccia (1983) el más común al no precisar de series temporales tan largas como el método originariamente propuesto por Takens (1981). Para su cálculo se elige al azar un punto perteneciente a la dinámica y sobre él se marca una esfera de radio  $r$ . a continuación se cuenta en número de puntos que se encuentran dentro de la esfera y se estudia como varía este número en función del radio  $r$  de la esfera. Así, para una distribución uniforme de puntos en un volumen (objeto de tres dimensiones), el número de puntos varía como  $r^3$ . En general, se encuentra que los exponentes de  $r$  son los valores de las dimensiones necesarias para describir la dinámica. Para dinámicas caóticas se encuentran formulaciones del tipo  $r^n$ , donde  $n$  es un número no entero. El método de Grasberger y Procaccia ha supuesto una mejora del tradicional método de 'recuento de cajas' (*box-counting*) ya que es aplicable a sistemas con dimensiones mayores de dos.

Algunos autores ( Heath, 2000) sugieren que conviene probar con diferentes valores para la dimensión de incrustamiento y observar en qué valores se estabiliza la dimensión de correlación. Igualmente, una dimensión de correlación elevada (mayor que cinco) suele ser indicativa de aleatoriedad en la serie. Por último, algunos autores (Smith, 1988) han propuesto que para su correcto cálculo la serie temporal ha de disponer de al menos  $10\xi$  registros, siendo  $\xi$  el valor de la propia dimensión de correlación. La dimensión de correlación puede calcularse con el **VRA**.

### **III.5.2 EXPONENTES DE LYAPUNOV**

Los exponentes de Lyapunov representan tal vez la medida más clásica en el estudio de los sistemas con dinámicas no lineales y caóticas. Proporcionan una medida de la rapidez con la que aumenta o disminuye una perturbación en un sistema al ser indicativos de la divergencia de trayectorias. De otra forma, suponen una medida de la dependencia sensible a las condiciones iniciales, propiedad definitoria de los sistemas caóticos. Por ello también son indicativos de la pérdida de información en el sistema y, por tanto, de la generación de nueva información.

Se ha podido comprobar que las dinámicas caóticas muestran al menos un exponente de Lyapunov positivo (hay un exponente por dimensión), las dinámicas cíclicas tienen un exponente de cero exacto y los demás son negativos, y las dinámicas de punto fijo muestran exponentes de Lyapunov negativos. En las dinámicas caóticas, y a fin de mantener la estabilidad global del sistema, además de existir uno o varios exponentes positivos alguno de los restantes será negativo de tal forma que compense la divergencia del atractor. Gracias a ello el atractor será globalmente estable.

Para su cálculo conviene manejar varias dimensiones de incrustamiento y observar si se estabiliza en algún valor que será el exponente apropiado. Además, se ha podido comprobar que manejando dimensiones de incrustamiento grandes el exponente de lyapunov puede mostrar valores negativos que son espurios e inestables. También es importante considerar el valor del número de pasos que hay que tener en cuenta para su cálculo. El método de cálculo de los exponentes de lyapunov emplea el contraste entre puntos separados de la serie, siendo la separación el número de registros entre ambos puntos considerados. Brown, Bryant y Abarbanel (1991) ha propuesto que este valor sea inversamente proporcional a la frecuencia dominante del espectro de la serie. Wolf, Swift, Swinney y Vastano (1985) propusieron un algoritmo que permite el cálculo de los exponentes de lyapunov partiendo de los valores consecutivos de una serie temporal, algoritmo que es el utilizado en el cda (comando lyapunov exponent). Por su parte, rosenstein, collins y de luca (1993) han propuesto un algoritmo de cálculo especialmente indicado para series cortas de entre 100 y 500 registros. Este algoritmo se halla implementado en el tisean (comando lyap\_r, ver tabla 1). También existe software específico como el netle que realiza el cálculo del espectro de todos los exponentes de lyapunov de la serie utilizando una red neuronal.

Por último, y relacionado con los exponentes de lyapunov se encuentra otro estadístico conocido como entropía. La entropía es la suma de los exponentes de lyapunov positivos y facilita una medida del ritmo de pérdida de información en el sistema, magnitud que es conocida como entropía de Kolmogorov-Sinai. La entropía puede entenderse como el límite a la capacidad de predicción del sistema. Para comportamientos periódicos basta con conocer la evolución

anterior de la dinámica para poder predecir el futuro de la misma. No hay sorpresas, no hay nuevas informaciones proporcionadas por la evolución del sistema. La entropía es, en este caso, nula. En cambio, para dinámicas caóticas el conocimiento de la evolución pasada no permite la predicción segura, de tal forma que, cada nueva medida aporta una nueva información.

### **III.5.3 SUSTITUCIÓN DE DATOS**

El último procedimiento estadístico que veremos útil para caracterizar sistemas complejos es la técnica denominada de datos sustitutos o *surrogate data*. Los datos sustitutos utilizan un procedimiento ingenioso que permite diferenciar entre dinámicas con determinismo no lineal y dinámicas aleatorias. En concreto, los datos sustitutos son un conjunto de series obtenidas a partir de la serie original y en la que se han desordenado completamente, y al azar, el orden de los registros. Luego se chequean algunos estadísticos (por ejemplo, el retardo, la dimensión de incrustamiento, la dimensión de correlación y exponentes de Lyapunov) para ver si son iguales o no entre las series modificadas y la serie original. De ser iguales puede inferirse que la serie original también era aleatoria, ya que los datos sustitutos que hemos generado sabemos que lo son. De ser distintos puede inferirse que la serie original presenta una dinámica determinista no lineal.

### **III.6 ANALISIS DE DATOS DE SERIES DE TIEMPO (METODOLOGÍA)**

Tenemos **ST** de precipitación diaria del estado de Tlaxcala (Apizaco, Atlangatepec), los datos abarcan un periodo desde antes de los años sesenta hasta el 2007.

Un suceso atípico que ocurrió en este lapso, en el cual la cantidad de lluvia anual de 1970-1990 se mantiene en el promedio de cada una de las

estaciones, con la salvedad de que el número de días que contribuyeron con la lluvia en este periodo fue de casi el doble con respecto a periodos inmediatos tanto al inicio como al final, así que por ejemplo las décadas 1960-1969 y 1991-2010 presentan el mismo número de días que contribuyen con la precipitación ¿Qué causó este comportamiento atípico en la distribución intranual de la lluvia diaria?

La herramienta matemática aplicada fue desde el punto de vista de no linealidad, específicamente se aplicó el software VRA. La ventaja de éste es su despliegue gráfico, que se aprovechó este potencial en el análisis de algunas series teóricas y las ST observadas.

Para ilustrar el funcionamiento del software y su interpretación, se presentan a continuación unos experimentos con funciones relativamente sencillas y conocidas. Por ejemplo, para familiarizar al lector con la gráfica de **VRA** para una función con un comportamiento periódico, función  $\sin(\theta)$ , se tiene:

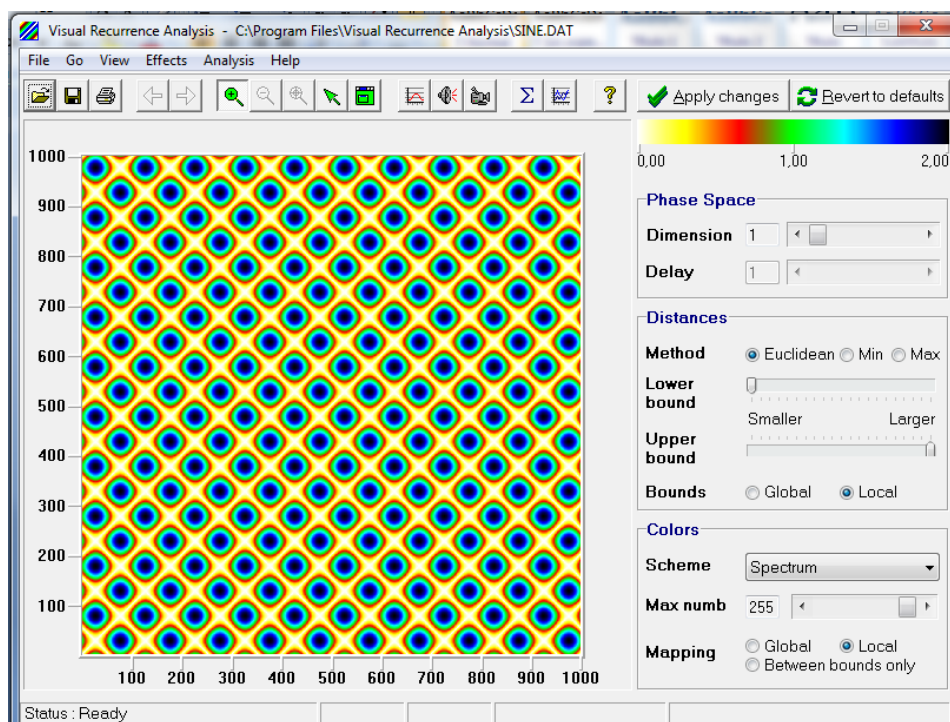


FIG. 3.1 Patrón dinámico de una función periódica  $\sin(\theta)$ .

En la figura 1, se muestra el comportamiento relativamente sencillo en colores de la función seno, mostrando periodicidad en su patrón dinámico. Este software basa su análisis en el cálculo del delay que se utiliza para la reconstrucción del atractor correspondiente en el espacio de fase.

Por otro lado, para el caso de la misma función ahora con ruido, se presenta la gráfica 2, ahora puede identificarse un patrón dinámico relativamente más complejo que el de la figura 1, cuando no se tiene ruido.

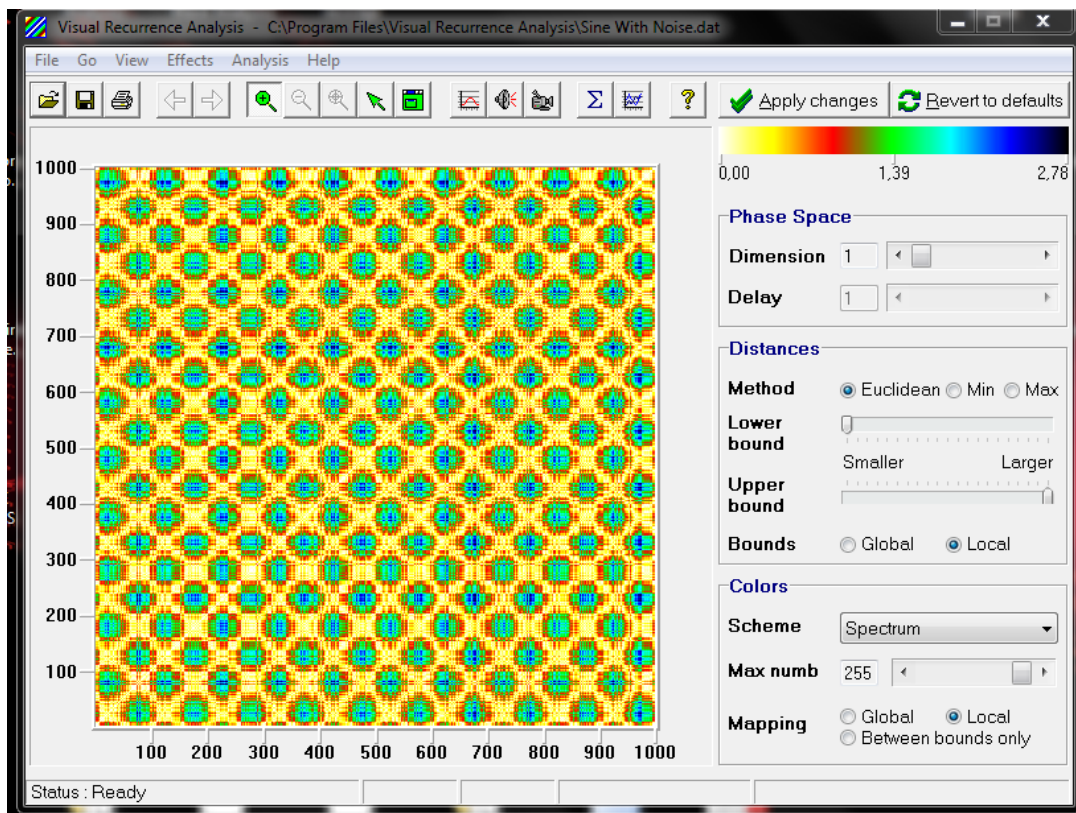


FIG3.2 Patrón dinámico de una función periódica con ruido,  $\sin(\theta)$ .

Esta ventaja del **VRA**, en su despliegue gráfico nos ilustra de forma rápida las características de las **ST** analizadas.

Presentaremos las gráficas y los valores correspondientes al procedimiento aplicado para obtener: gráfica de punto, el delay,  $\tau$ , dimensión de embedding,

m, y su dimensión de correlación,  $D_2$  tanto para las series teóricas como las observadas.

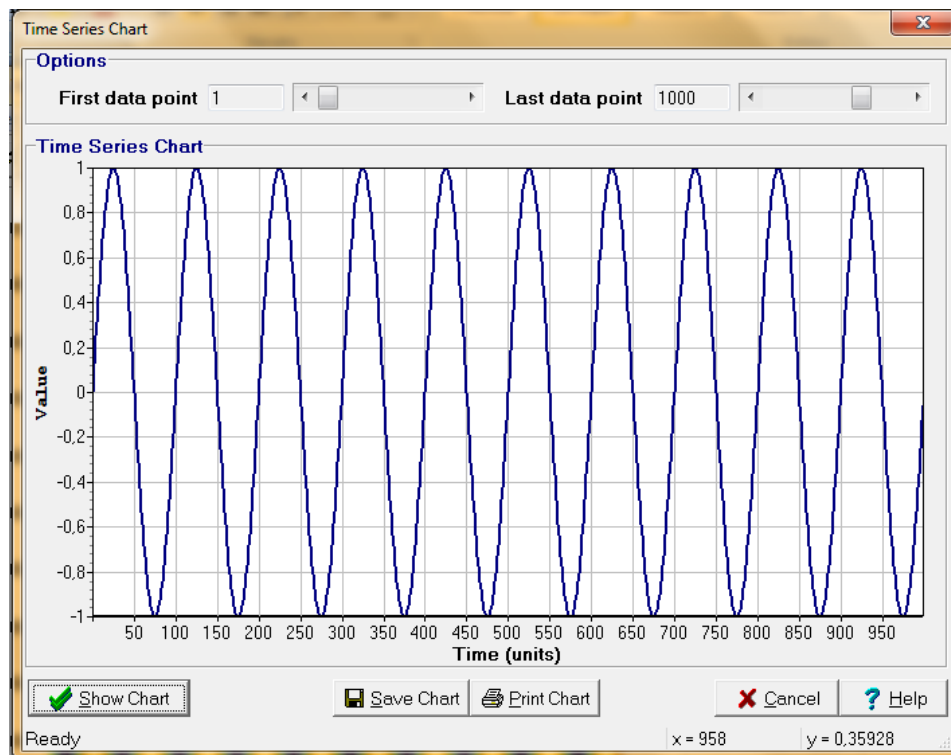


FIG3.3. GRÁFICA DE PUNTO DE LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$ .

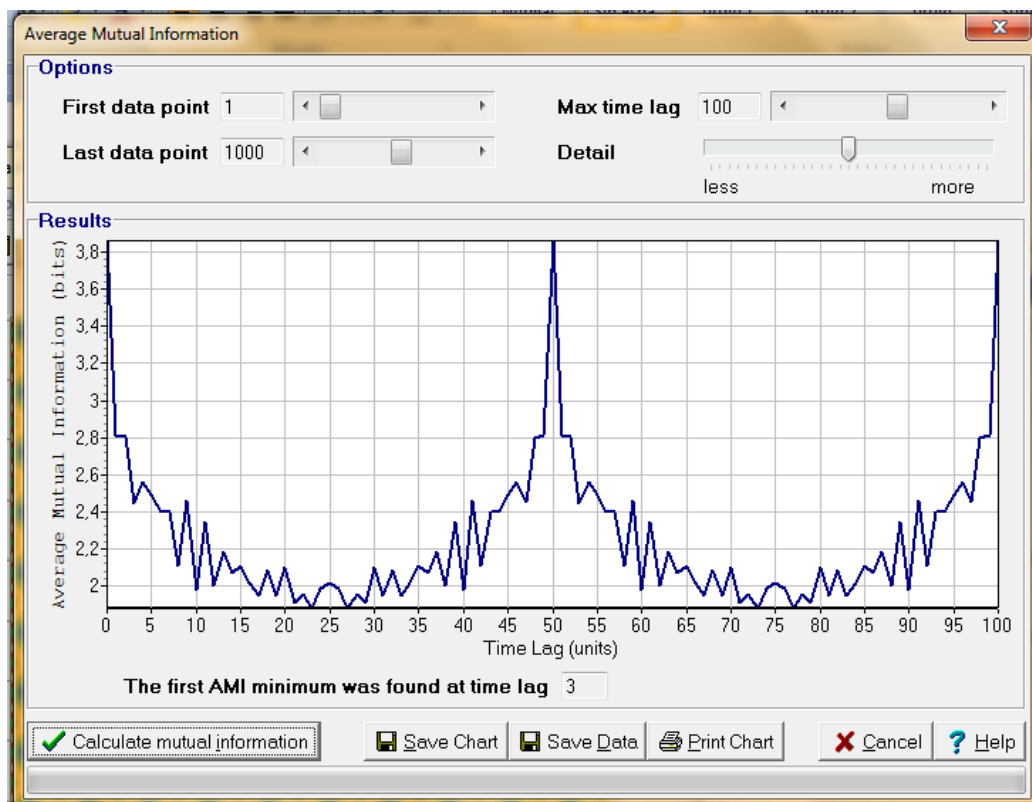


FIG 3.4. DETERMINACIÓN DEL DELAY PARA LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$ .

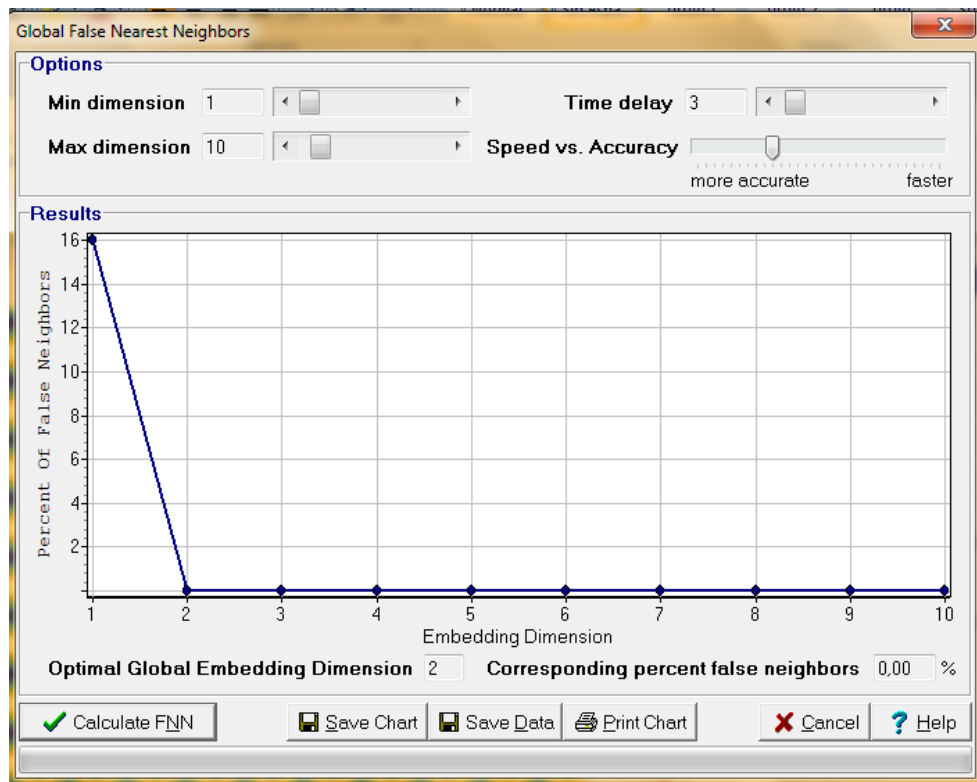


FIG 3.5. CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN DE EMBEDDING, PARA LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$ .

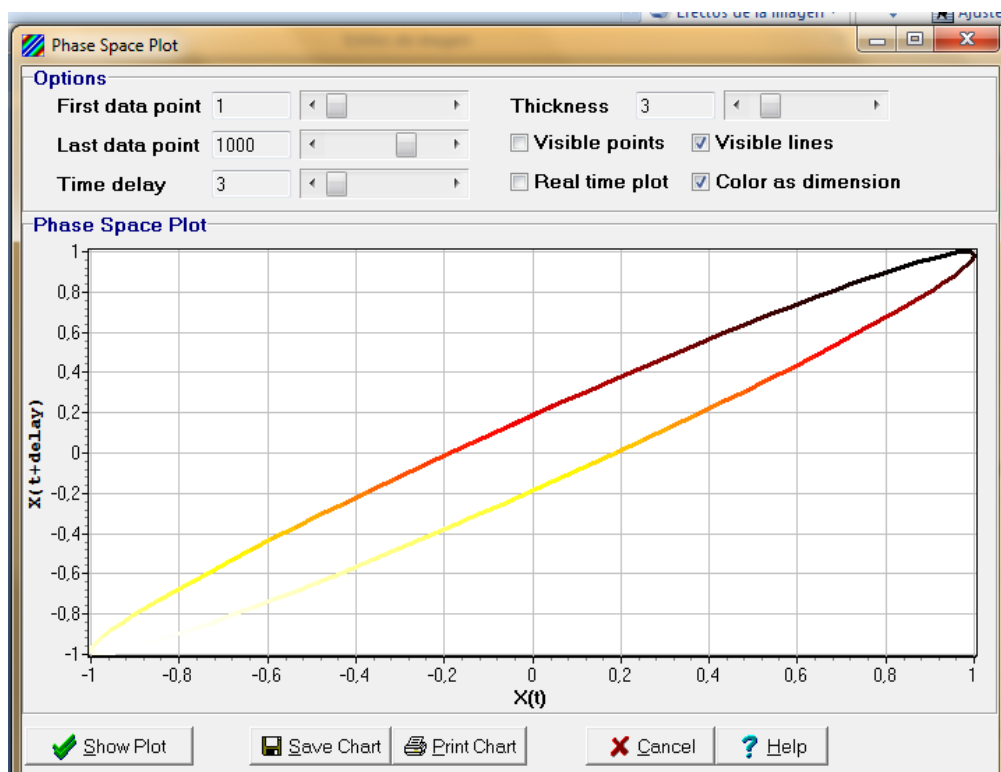


FIG 3.6. REPRESENTACIÓN DEL ATRACTOR EN 2D DE LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$ , ESPACIO DE FASE.



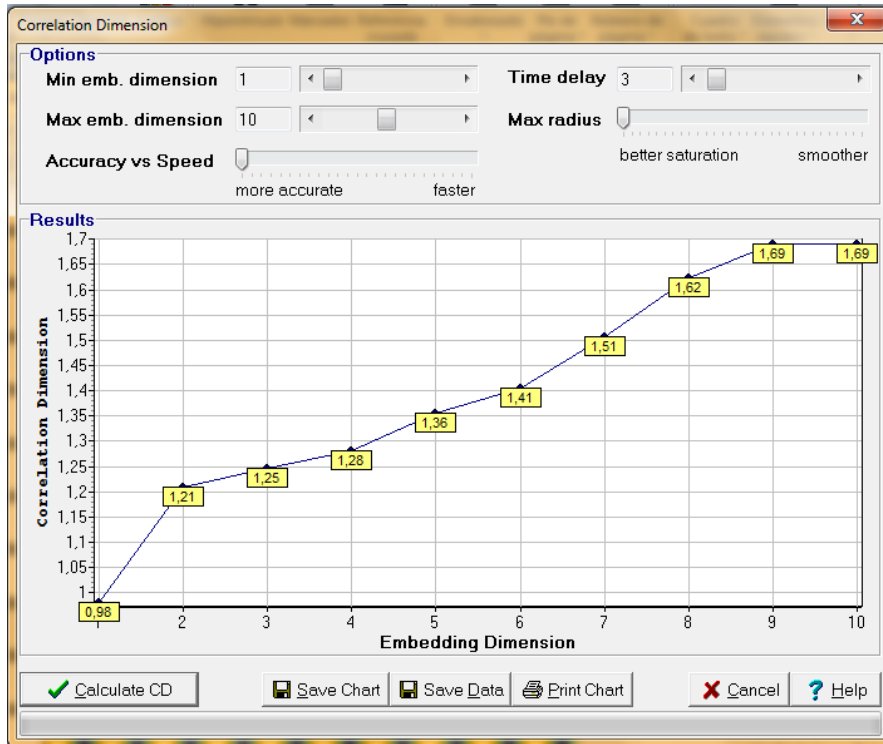


FIG 3.7. CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN DE LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$ .

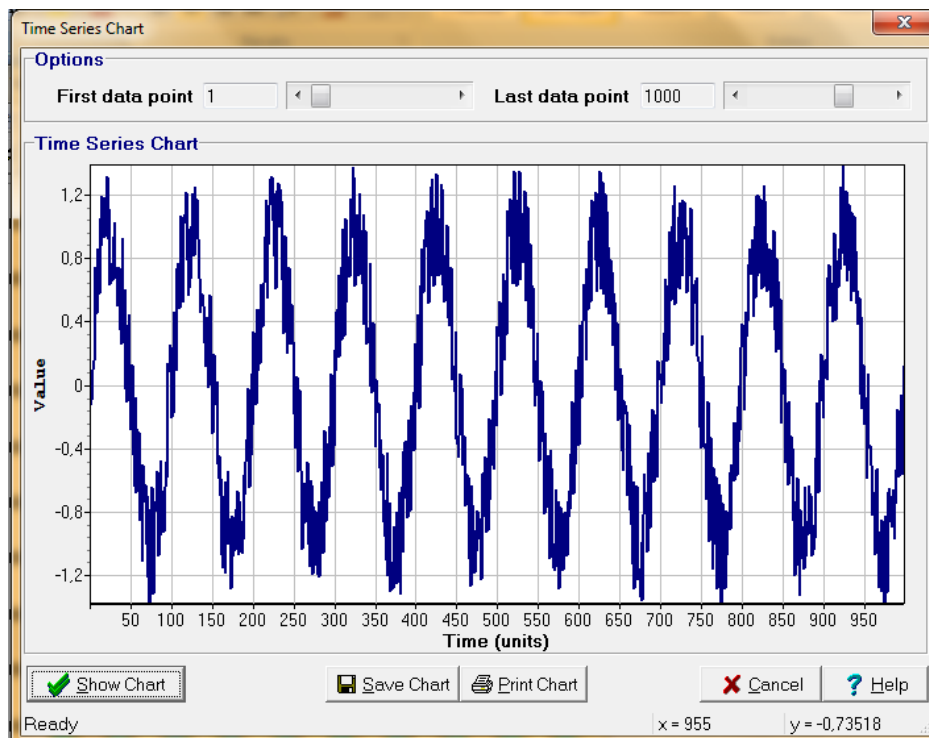


FIG 3.8. GRÁFICA DE PUNTO DE LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$  CON RUIDO.

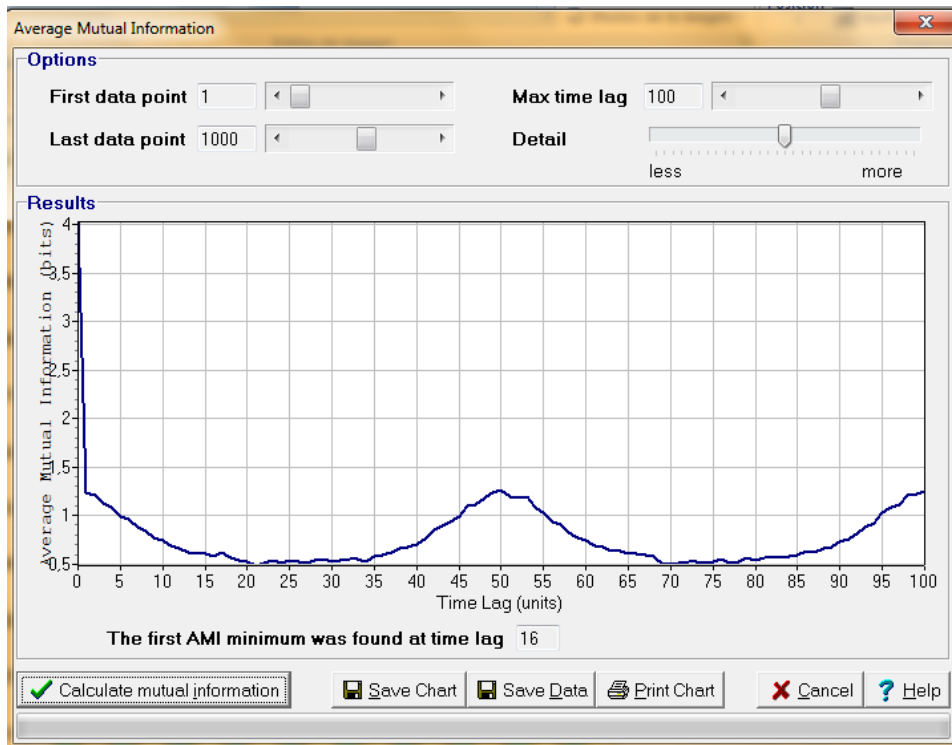


FIG 3.9. DETERMINACIÓN DEL DELAY PARA LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$  CON RUIDO.

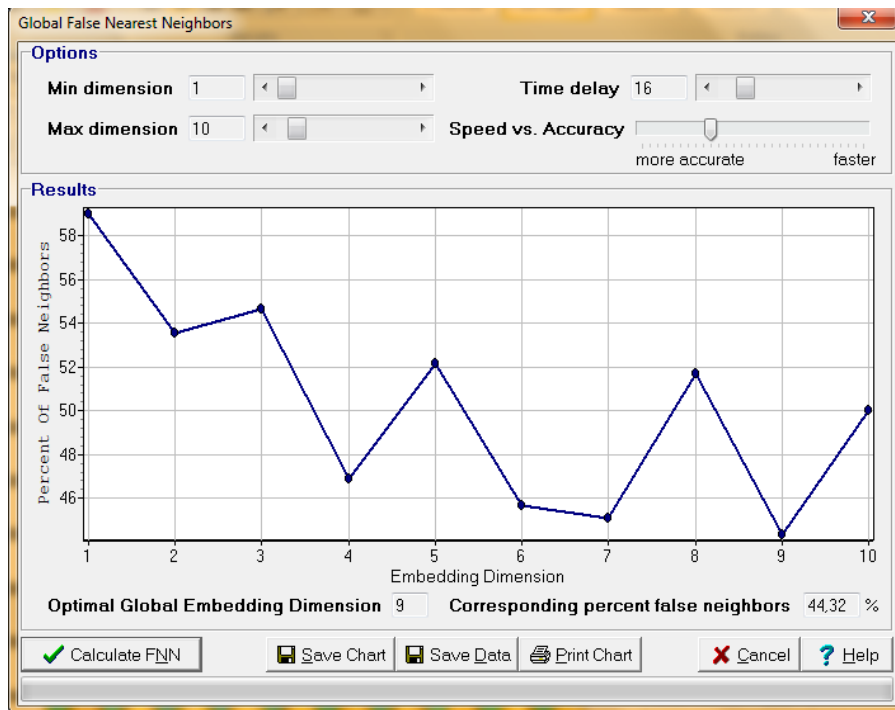


FIG 3.10. CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN DE EMBEDDING, PARA LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$ .

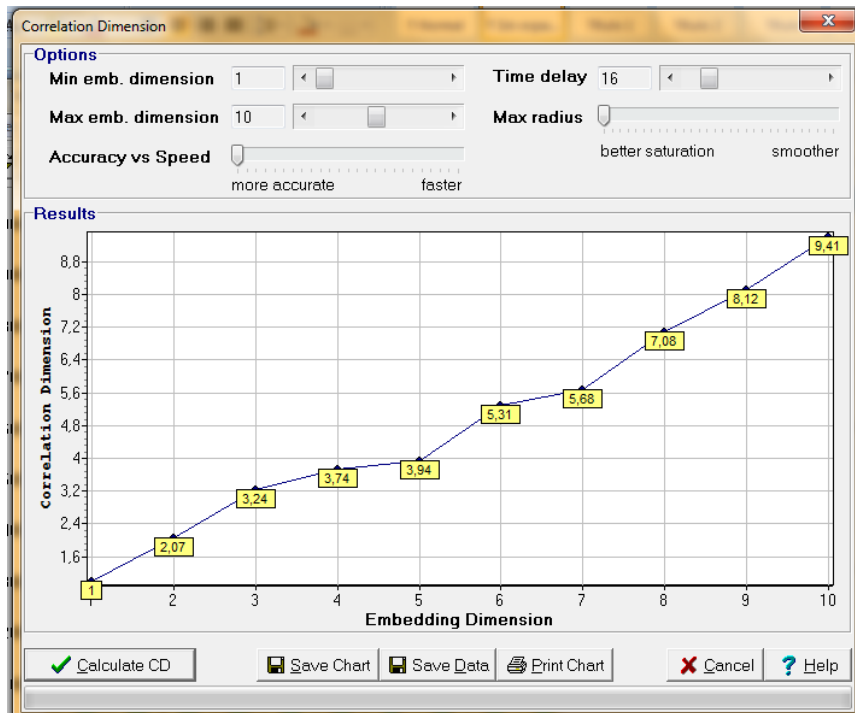


FIG 3.11. CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN DE LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$  CON RUIDO.

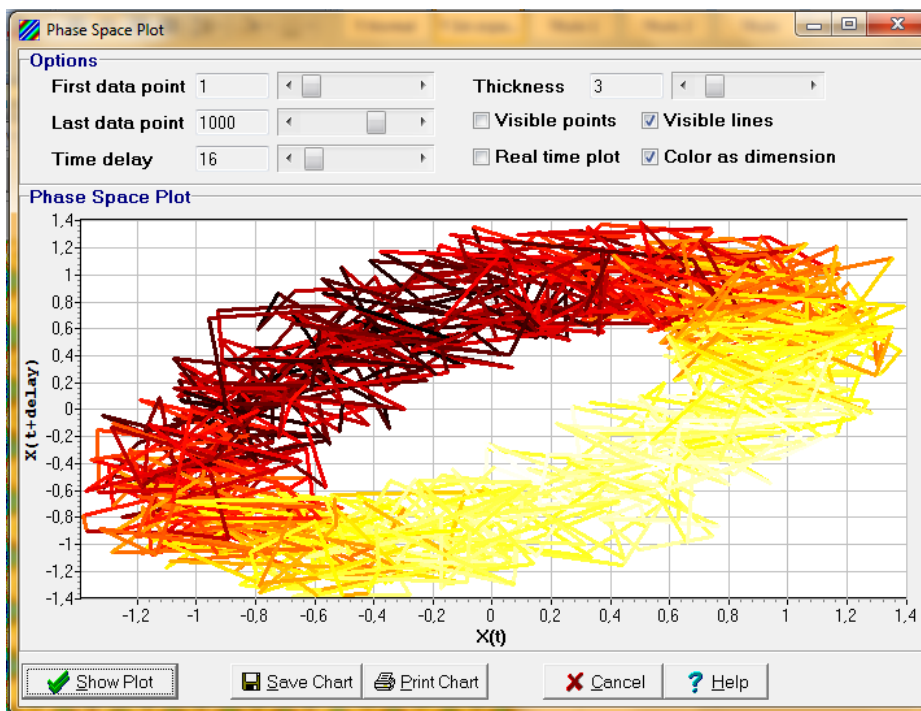


FIG 3.12. REPRESENTACIÓN DEL ATRACTOR EN 2D DE LA FUNCIÓN  $\text{sen}(\theta)$  CON RUIDO, ESPACIO DE FASE.

En los anteriores experimentos con la función seno, con y sin ruido, nos muestra el potencial gráfico del software **VRA**. Destacando la dimensión de correlación en el caso de la función seno sin ruido, al tener convergencia en la

fase de incremento de dimensiones en el espacio de embedding,  $m$ ; para el caso con ruido la gráfica en el espacio de fase es más compleja y con mayor capacidad de ocupar espacio.

Otro sistema mundialmente conocido es el del movimiento Browniano, en la figura 13 se representa el diagrama en colores y líneas mostrándonos la complejidad involucrada en la **ST**.

Cabe resaltar el número de líneas y patrones menos definidos que los que se obtenían para una función periódica, el  $\text{sen}(\theta)$ .

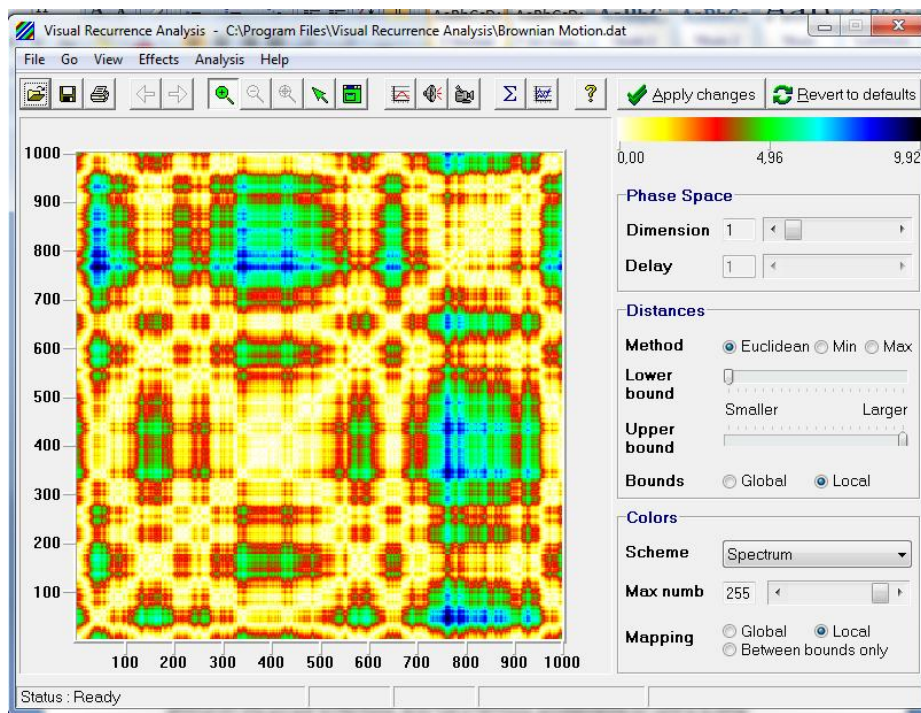


FIG. 3.13 PATRÓN DINÁMICO DEL MOVIMIENTO BROWNIANO.

Presentaremos a continuación el cálculo de: gráfica de punto, delay, embedding, dimensión de correlación y representación del atractor para el movimiento Browniano.



FIG 3.14 GRÁFICA DE PUNTO DEL MOVIMIENTO BROWNIANO.

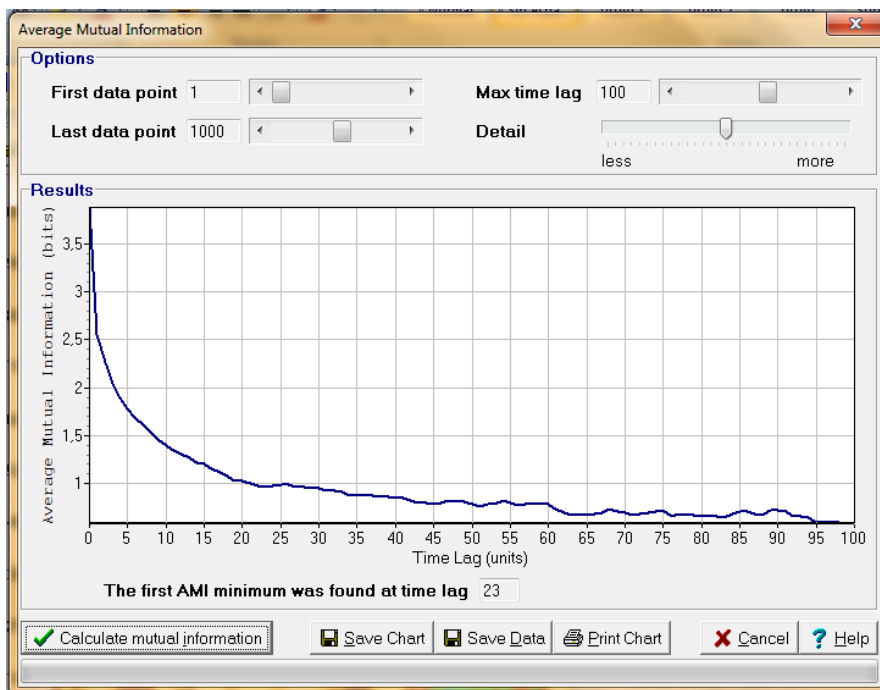


FIG 3.15. CÁLCULO DEL DELAY DEL MOVIMIENTO BROWNIANO.

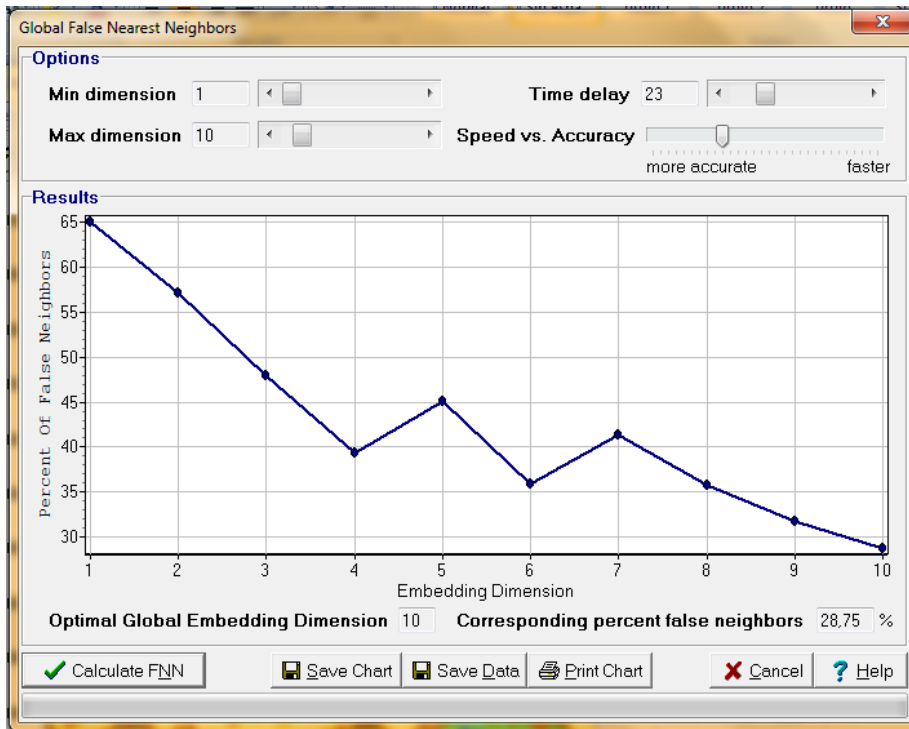


FIG 3.16. CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN DE EMBEDDING DEL MOVIMIENTO BROWNIANO.

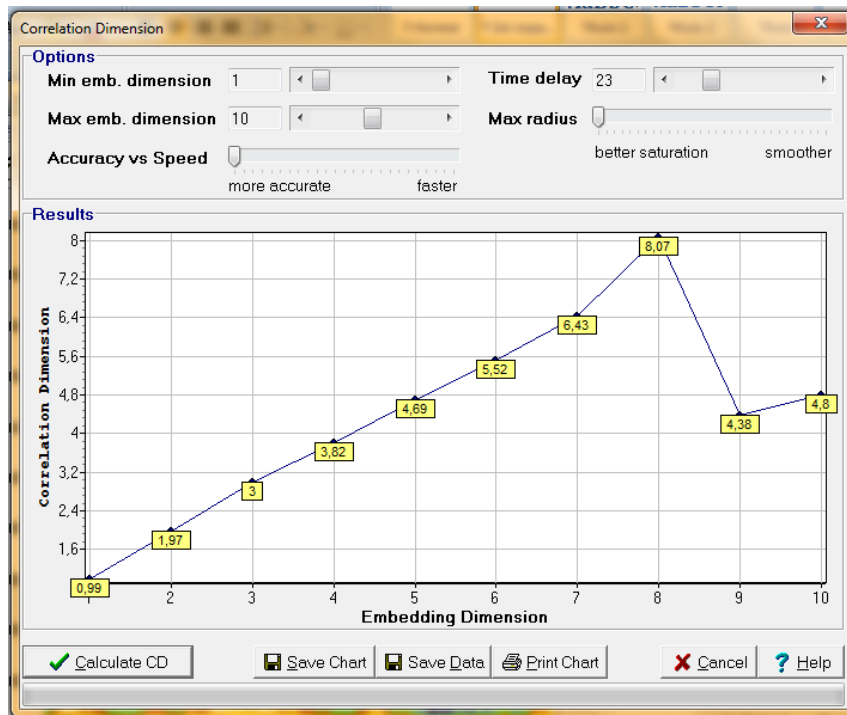


FIG. 3.17 CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN DEL MOVIMIENTO BROWNIANO.

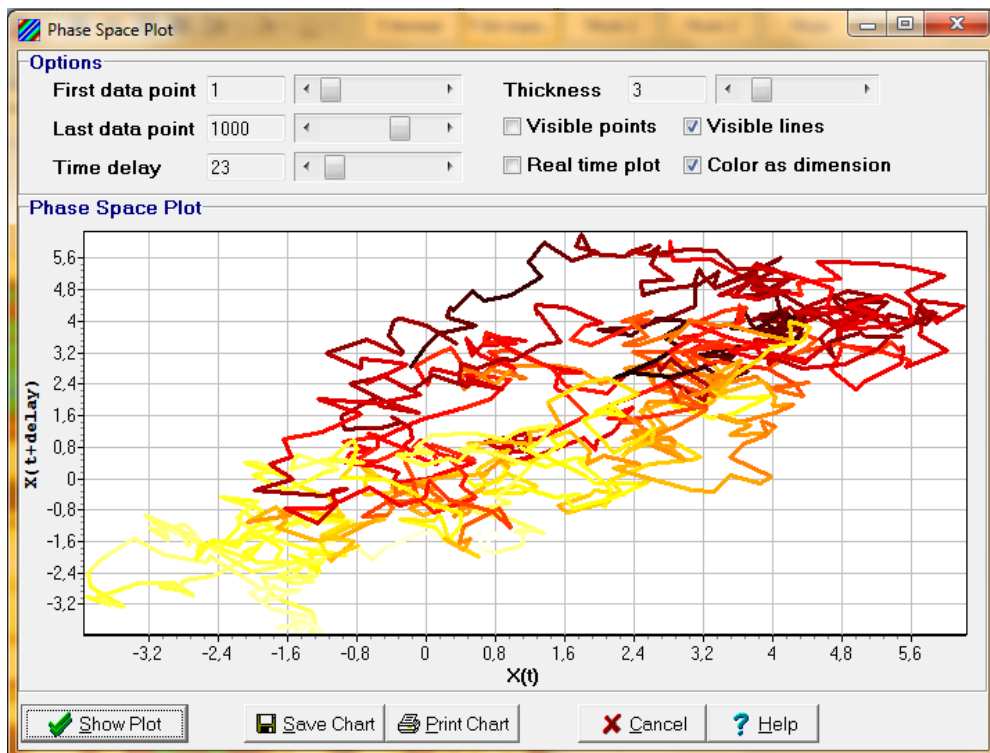


FIG 3.18. REPRESENTACIÓN DEL ATRACTOR EN 2D DEL MOVIMIENTO BROWNIANO, ESPACIO DE FASE.

Al observar la figura 18 notamos inmediatamente que el atractor correspondiente al movimiento Browniano no tiene un patrón definido como en los casos anteriores, es decir, el atractor correspondiente al movimiento Browniano captura la complejidad del sistema (aleatoriedad) y lo refleja en la falta de periodicidad.

La finalidad de calcular los estadísticos no lineales ( $\square$ ,  $\square_2$ ,  $\square$ ) de las **ST** es encontrar un cambio en su magnitud al tomar en cuenta tres periodos, el primero para los años anteriores a la década de 1970, el segundo de 1970-1990 y el último de 1990 en adelante.

### III.6.1 CÁLCULO DEL ESPECTRO DE POTENCIA WAVELET

Tenemos acceso a dos procedimientos para calcular la transformada wavelet:

1. Utilizando el link <http://ion.researchsystems.com/IONScript/wavelet/>, y
2. Modificación del software que contiene el link.

La modificación se realizó debido a que el link sólo permite hasta 2000 puntos en la **ST** analizada.

Para demostrar la equivalencia de la aplicación del software libre **ION** y la modificación de éste en **Matlab**, la figura 19 muestra el espectro de potencia wavelet de la misma **ST**, con resultados semejantes, demostrando la validez de las modificaciones realizadas en el software.

### TEMPERATURA MÁXIMA ESTACIÓN APIZACO

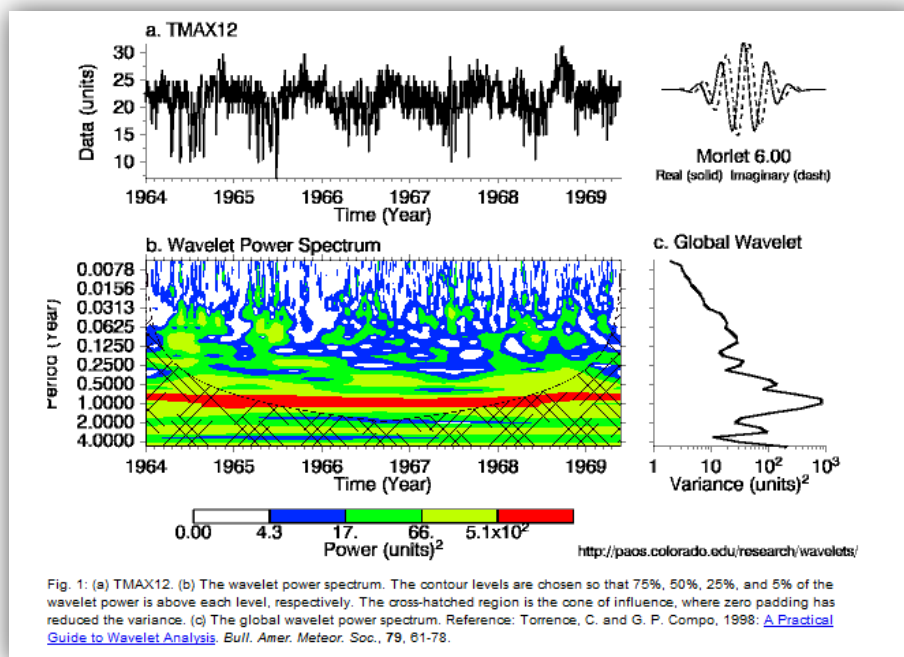


FIG.3.19 a) ESPECTRO DE POTENCIA WAVELET DE LOS ÚLTIMOS 2000 DATOS DEL PERIODO 1940-1970. (OBTENIDO DEL SOFTWARE EN LÍNEA ION SCRIPTS WAVELETS).



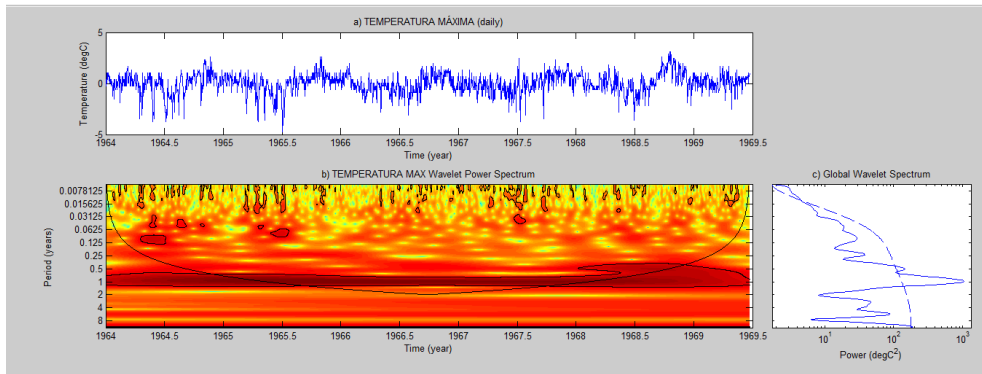


FIG.3.19 b) ESPECTRO DE POTENCIA WAVELET APIZACO DE LOS ÚLTIMOS 2000 MIL DATOS DEL PERIODO 1940-1970. (OBTENIDO DEL SOFTWARE ION SCRIPTS WAVELETS MODIFICADO EN MATLAB)

Por otro lado, las series de tiempo analizadas en esta investigación, están a escala diaria, por lo que fácilmente se tienen más de 2000 puntos.

Presentamos ahora, los experimentos numéricos que nos permiten intercomparar alcances y limitaciones entre el análisis tradicional de Fourier, que trabaja un dominio, el de la frecuencia media, y el análisis con wavelets, que trabaja en dos dominios, tiempo-frecuencia. Para mostrar ventajas y desventajas de los dos métodos, presentamos un análisis con series teóricas, ya que en éstas podemos controlar ciertas combinaciones de frecuencias.

En la figura 20 observamos dos funciones senoidales con las mismas frecuencias pero distribuidas de diferente forma a lo largo del tiempo, al calcular el espectro de potencia de Fourier, las frecuencias que más contribuyen en la señal son las mismas, pero Fourier no distingue la distribución de éstas en el tiempo al contrario del espectro Wavelet que las ubica perfectamente.

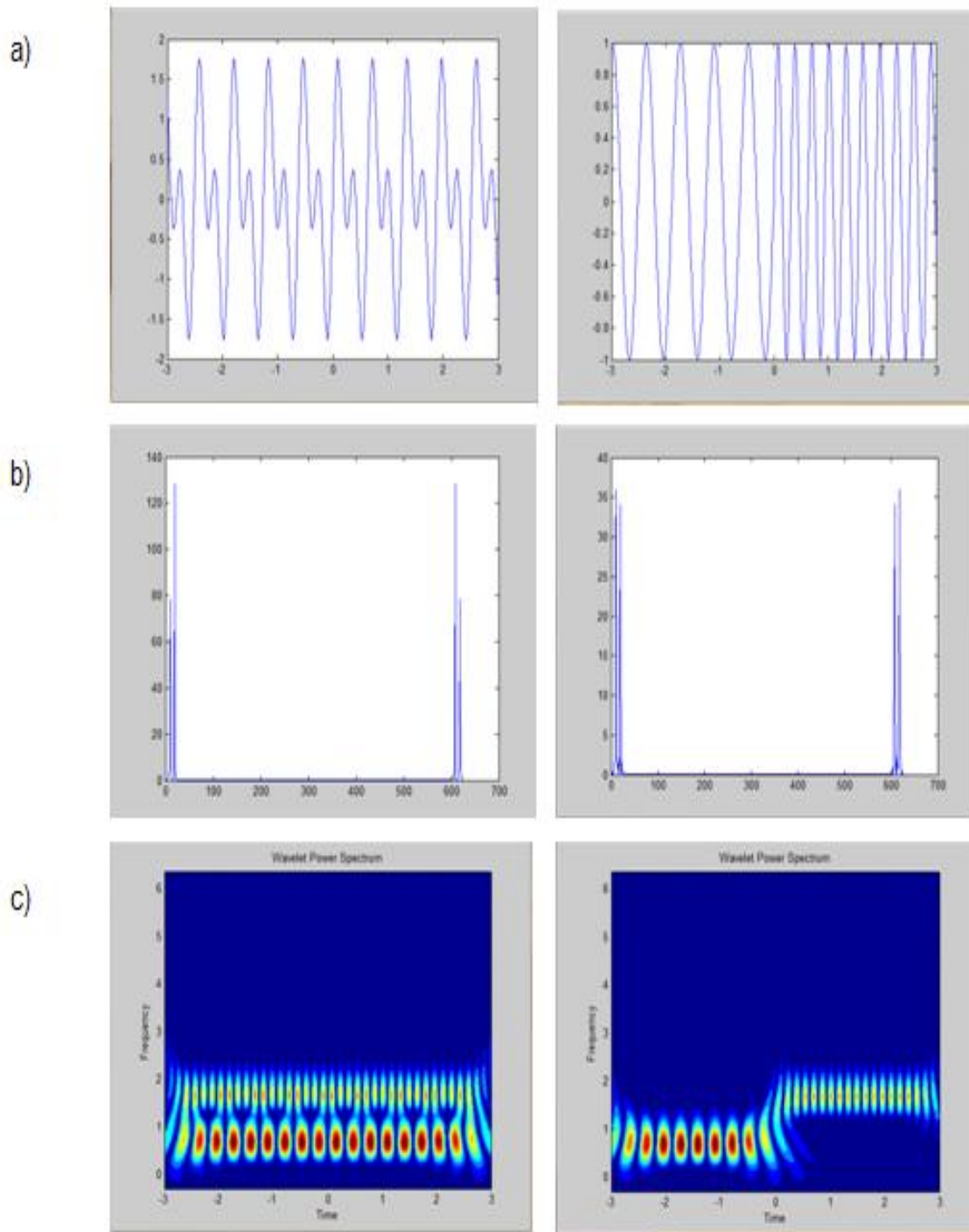


FIG 3.20 a) FUNCIÓN  $\text{sen}(10t)+\text{sen}(20t)$  PARTE SUPERIOR DERECHA, EN LA IZQUIERDA  $\text{sen}(10t)$  PARA  $t<0$  Y  $\text{sen}(20t)$  PARA  $t>0$  b) EN EL CENTRO, ESPECTRO DE POTENCIA DE FOURIER DE AMBAS FUNCIONES c) PARTE BAJA, ESPECTRO DE POTENCIA WAVELET PARA AMBAS FUNCIONES.

## CAPÍTULO IV EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Para las **ST** de las estaciones Apizaco, ubicada en una parte relativamente alta con viento casi constante, y Atlangatepec, que tiene un cuerpo de agua, una presa, calculamos sus invariantes: delay –número de observaciones que deben “perderser” para hacer independiente a la nueva serie contemplando múltiplo de este valor-; dimensión de embedding, calculado con el método **FNN** –es la dimensión del espacio contenedor del atractor que representa la dinámica de la **ST** en estudio-; dimensión de correlación –su valor representa la capacidad de ocupar espacio por el atractor: si se trata de un valor entero –cero, que corresponde a un punto y se trata de sistemas dinámicos que llegan al reposo; uno, cualquier línea,...- no existe el límite de predictibilidad; si es fraccionario o fractal tiene dos interpretaciones: i) Existe límite a la predictibilidad, pero no nos dice que valor, para ello existe el método de los exponentes de Lyapunov y, ii) Su valor redondeado al siguiente número representa –para ambos casos entero y fraccionario- el número de ecuaciones necesarias para modelar la dinámica del sistema representado por la **ST** o alternativamente, el número de grados de libertad activados determinando la evolución del sistema representado por la **ST**- para el periodo completo **TC**(1950-2007) y tres subperiodos **T1**(1950-1969), **T2**(1970-1990), **T3**(1991-2007) y los resultados se muestran en las siguientes figuras.

## IV.1 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS ST PRECIPITACIÓN ESTACIÓN APIZACO

A continuación presentamos los diferentes conjuntos de experimentos numéricos para las estaciones y variables seleccionadas, indicando en cada bloque: nombre de la estación y variable en análisis. Los experimentos se efectuaron con el software libre **VRA**, que tiene la ventaja de dar resultados finales gráficamente, desde luego que la interpretación es lo más importante

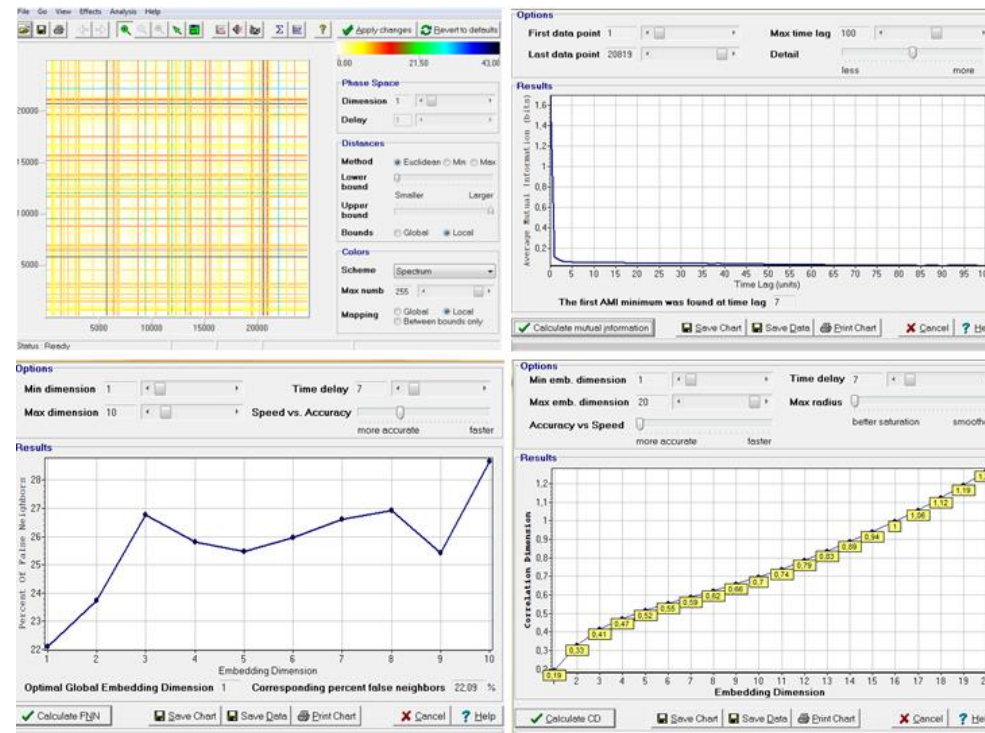


FIG 4.1 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES ST DE PCP DIARIA DEL PERIODO TC

Para eliminar la alta intermitencia de la **ST** de precipitación diaria, es decir, tener el menor número de “ceros”, se consideró la ST de datos de precipitación acumulada en cinco días, con este cambio de escala tenemos una **ST** pentadal, en consecuencia está activado el proceso más continuamente, ganando determinismo con respecto a la ST diaria.

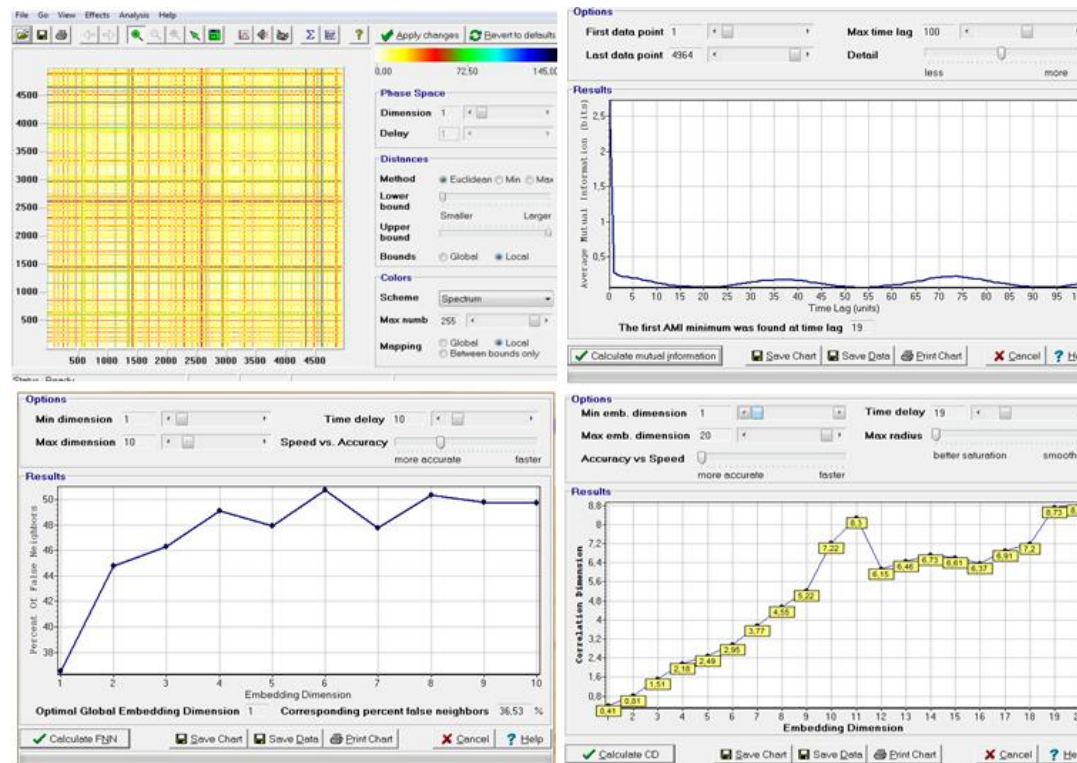


FIG 4.2 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA **ST** DE **PCP** ORGANIZADOS EN PENTADAS PERIODO **TC**

Al dividir los experimentos por periodo esperamos obtener una diferencia en el valor de los invariantes, sobre todo para el **T2**, sin embargo, es posible que la cantidad de datos requerida sea insuficiente para que exista un cálculo óptimo de estos.

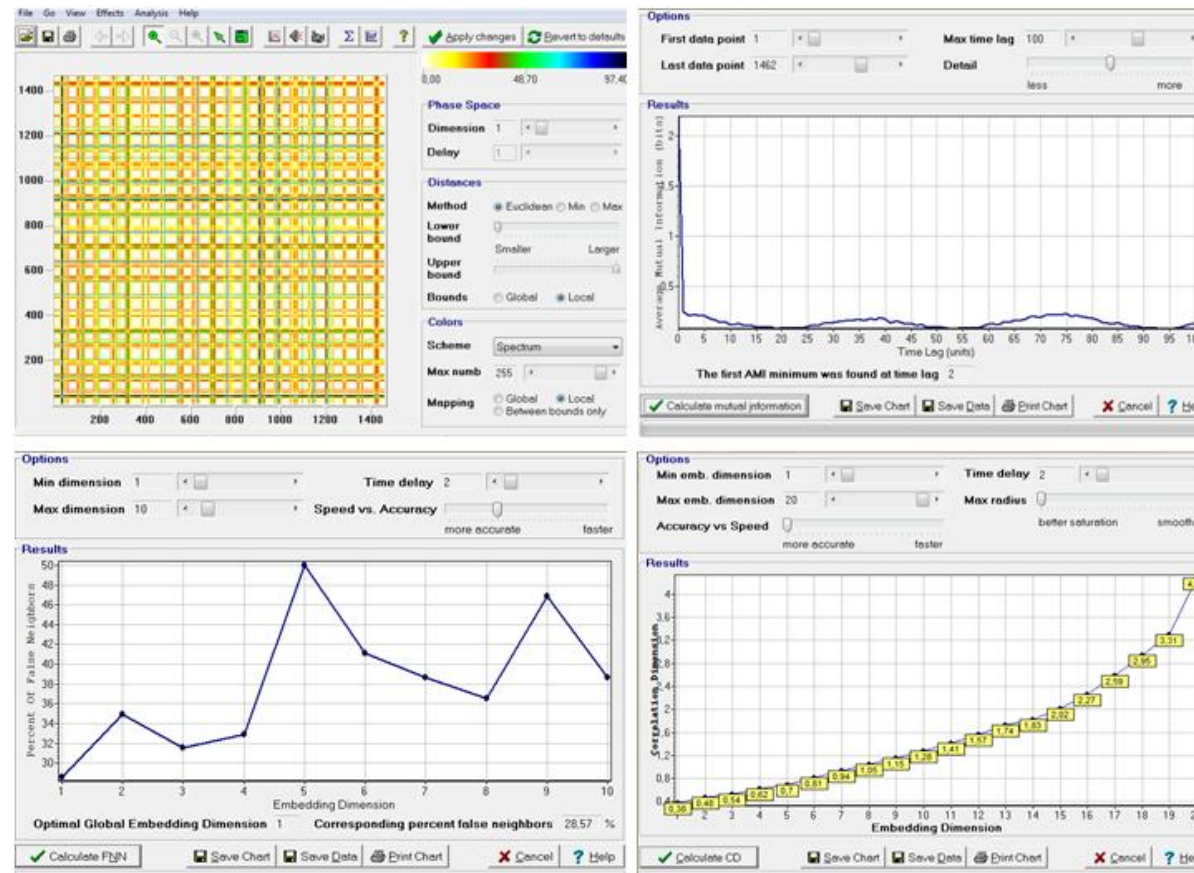
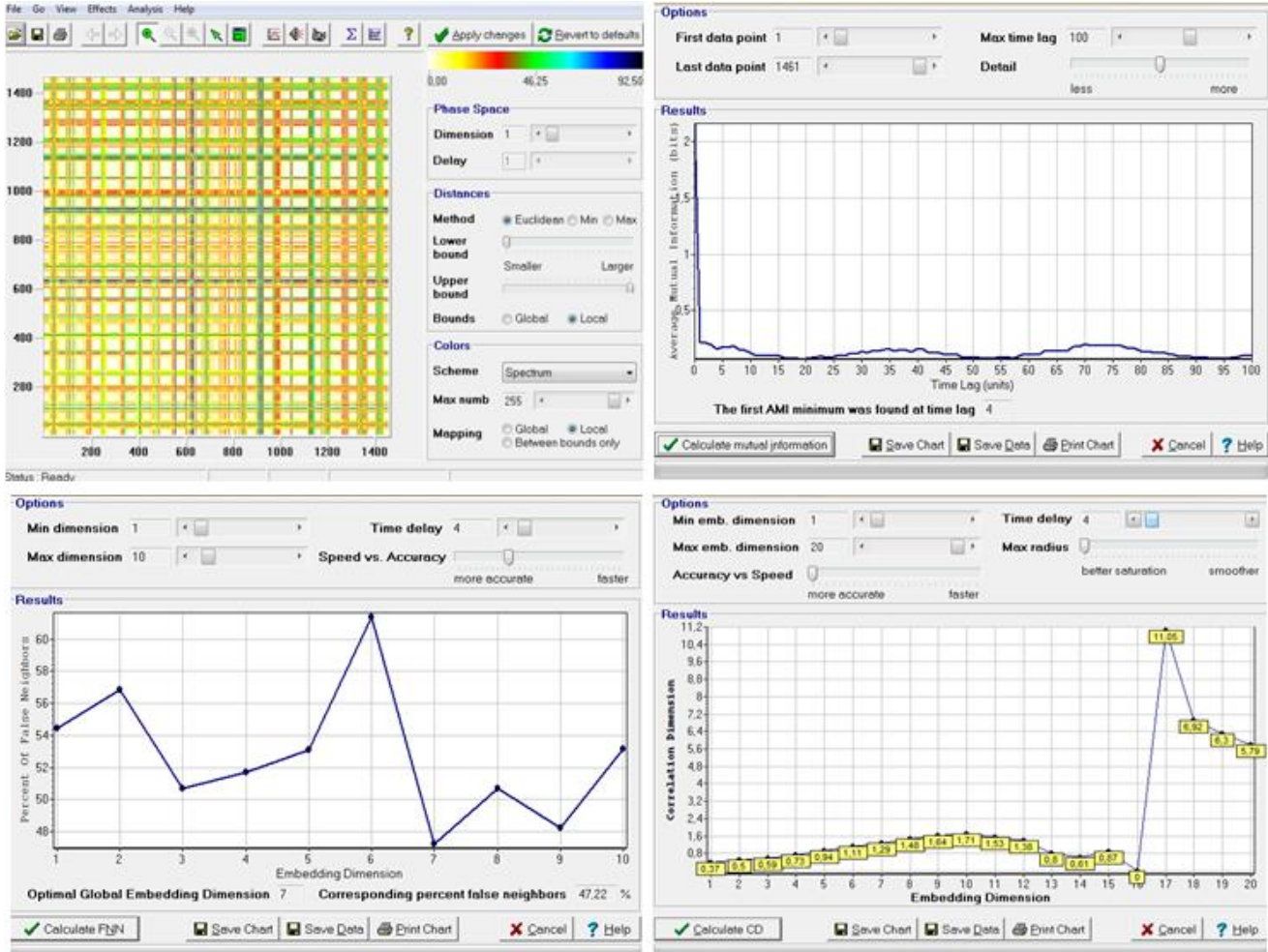


FIG4.3 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE PCP ORGANIZADOS EN PENTADAS PERIODO T1



En este caso la única serie de la cual obtenemos un valor para la dimensión del atractor es la **ST de PCP** del segundo periodo, aunque ésta es mucho menor que la obtenida para la **ST** completa.



**FIG4.4** CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA **ST** DE **PCP** ORGANIZADOS EN PENTADAS PERIODO T2

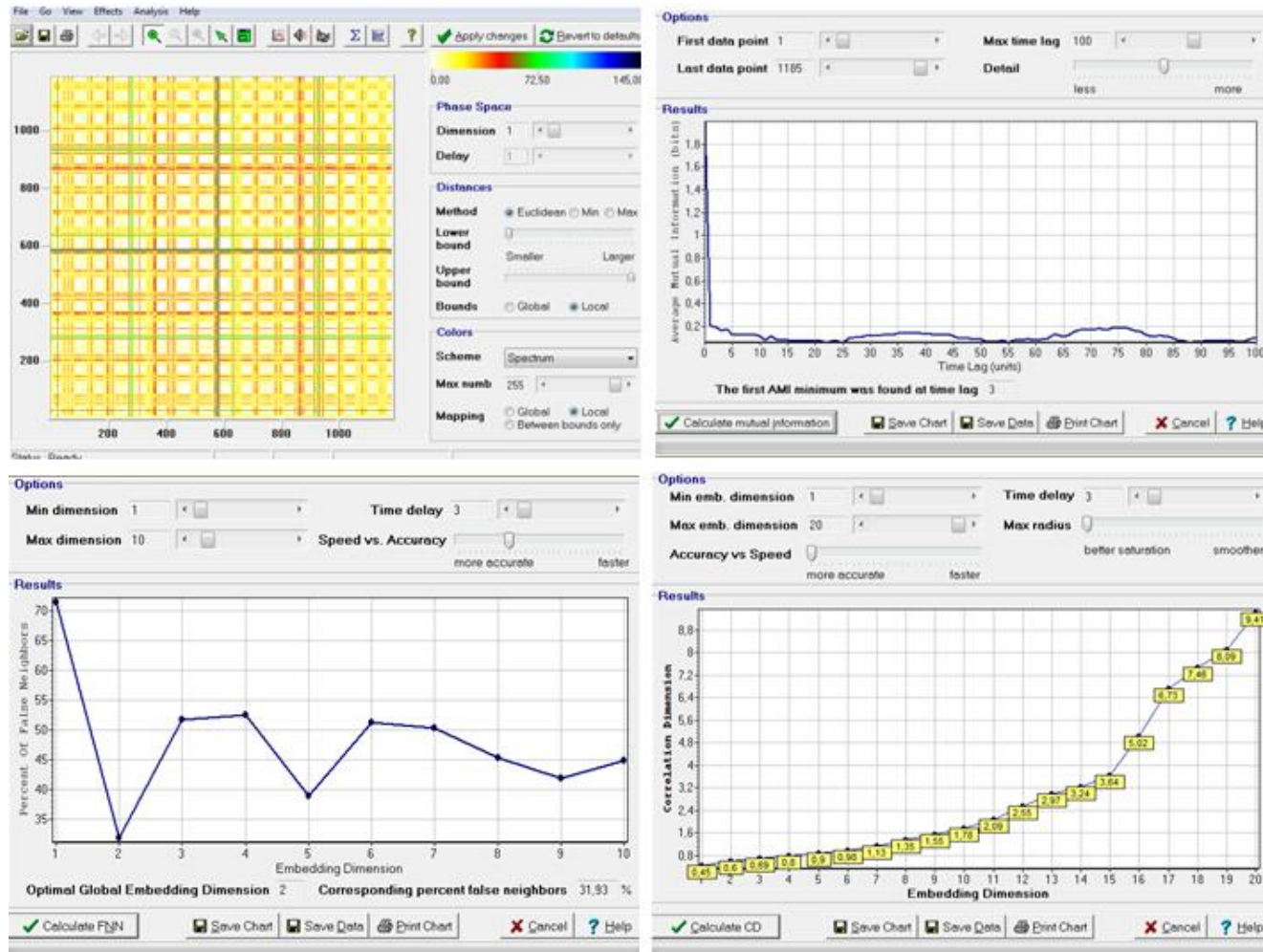


FIG 4.5 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE PCP ORGANIZADOS EN PENTADAS PERIODO T3



## IV.2 EXPERIMENTOS ST DE TEMPERATURA ESTACIÓN APIZACO

Para una variable que está presente de manera diaria como la temperatura el gráfico de recurrencia muestra patrones con mayor densidad de datos, además, la gran mayoría diferentes de cero. Esto permite que el cálculo de la dimensión del atractor converga de manera pronta y suave.

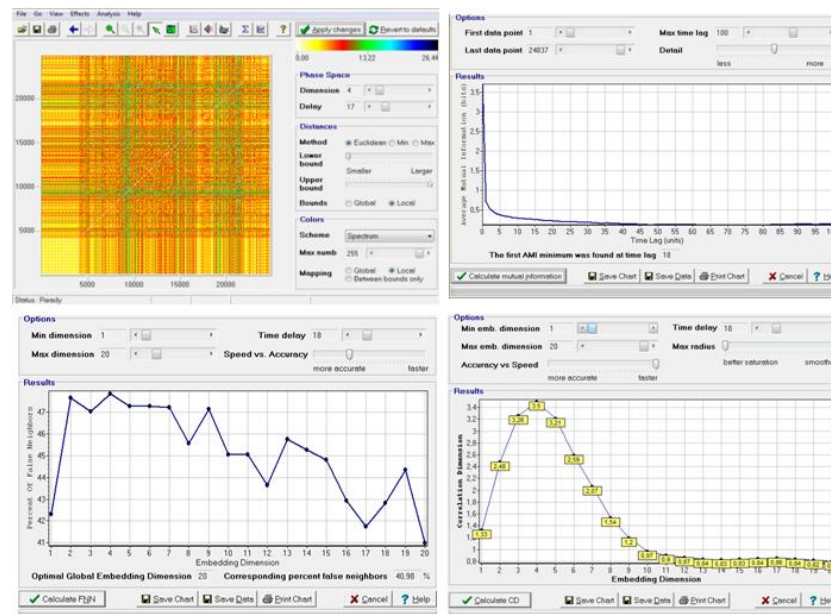


FIG 4.6 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMAX DIARIOS DEL PERIODO TC

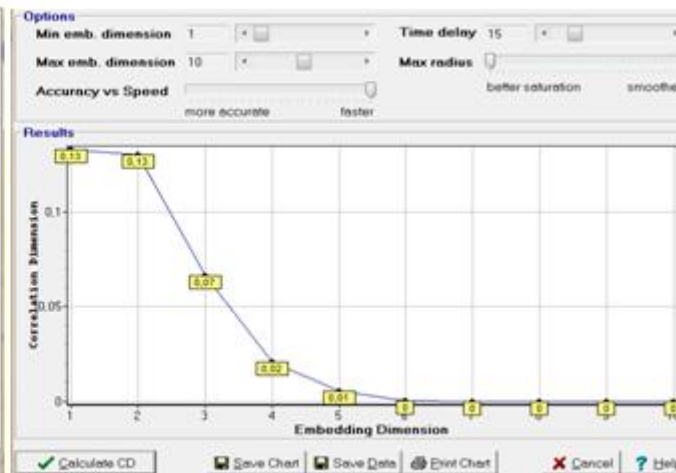
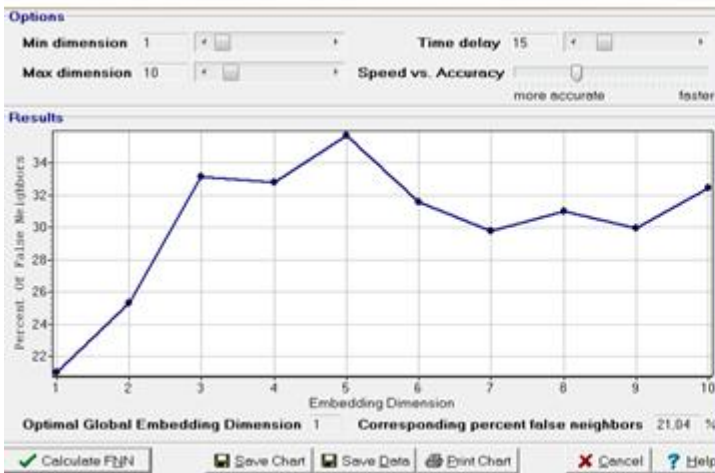
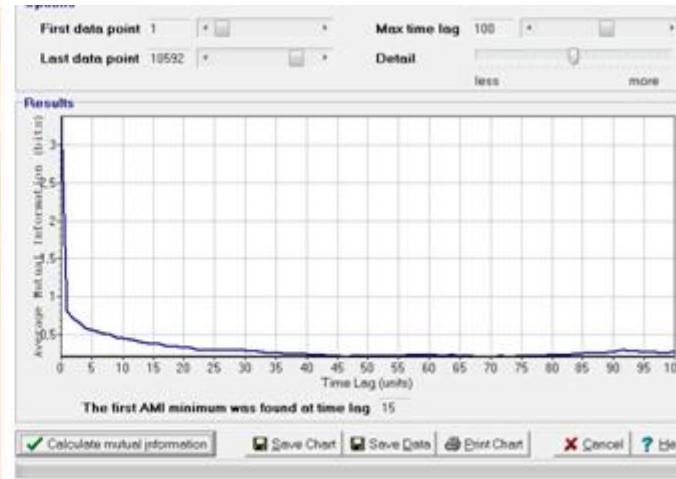
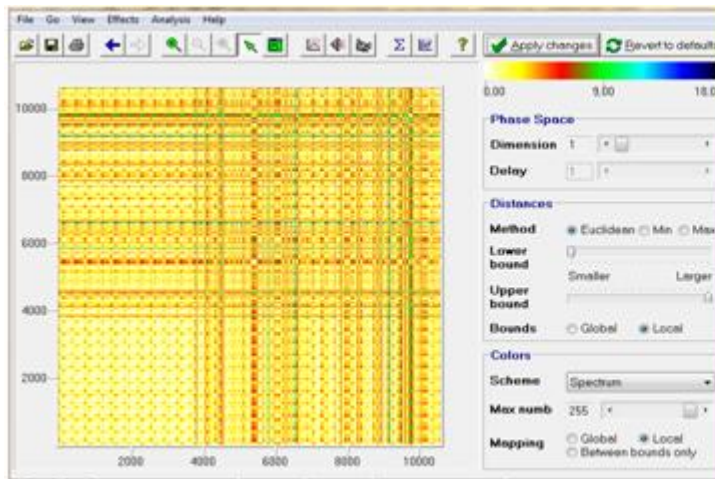


FIG 4.7 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMAX DIARIOS DEL PERIODO T1

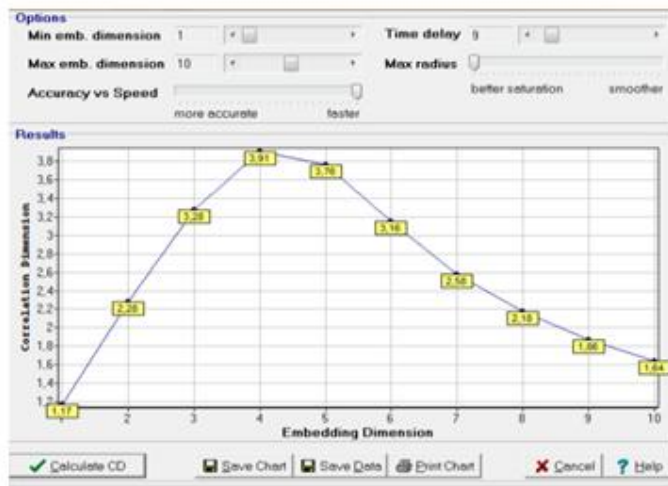
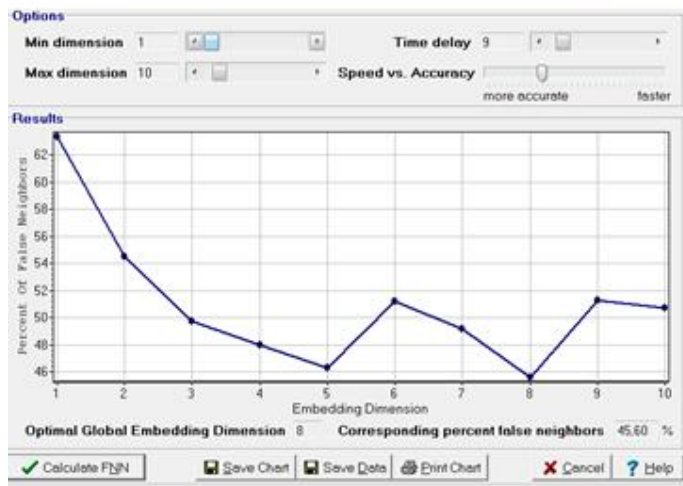
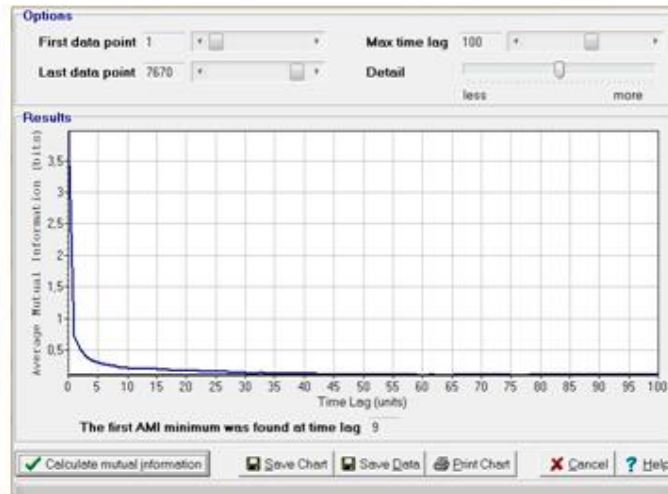
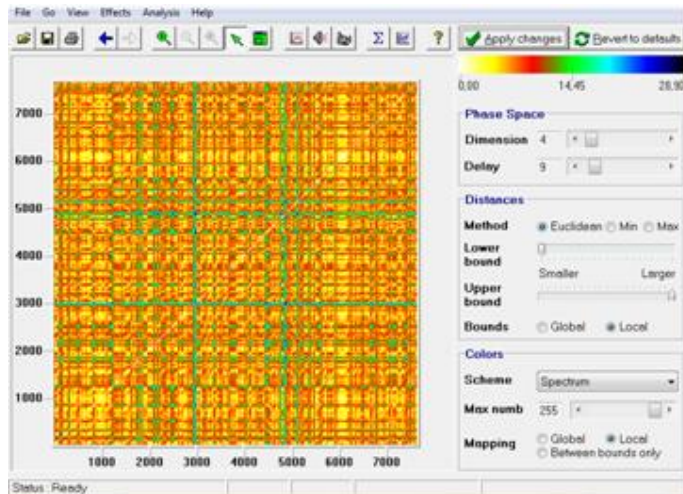


FIG 4.8 CÀLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMAX DIARIOS DEL PERIODO T2

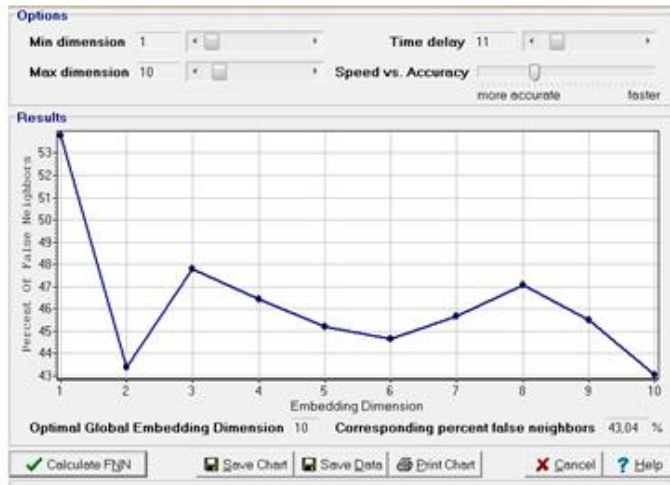
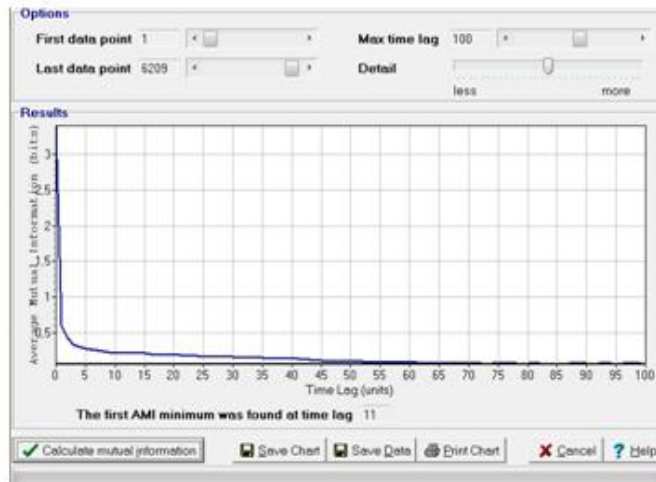
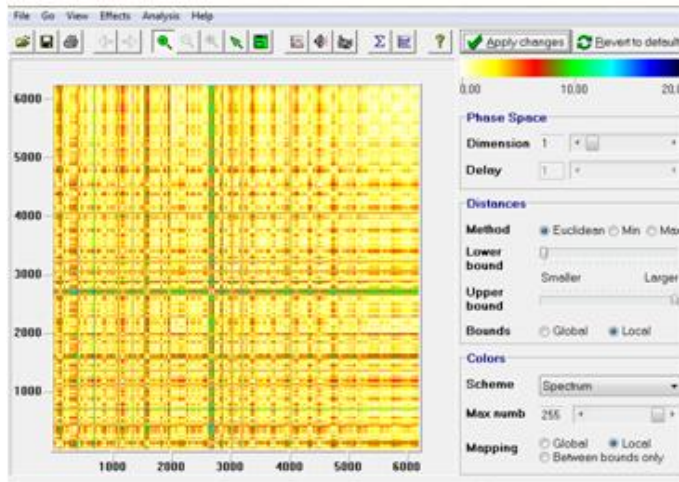


FIG 4.9 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMAX DIARIOS DEL PERIODO T3



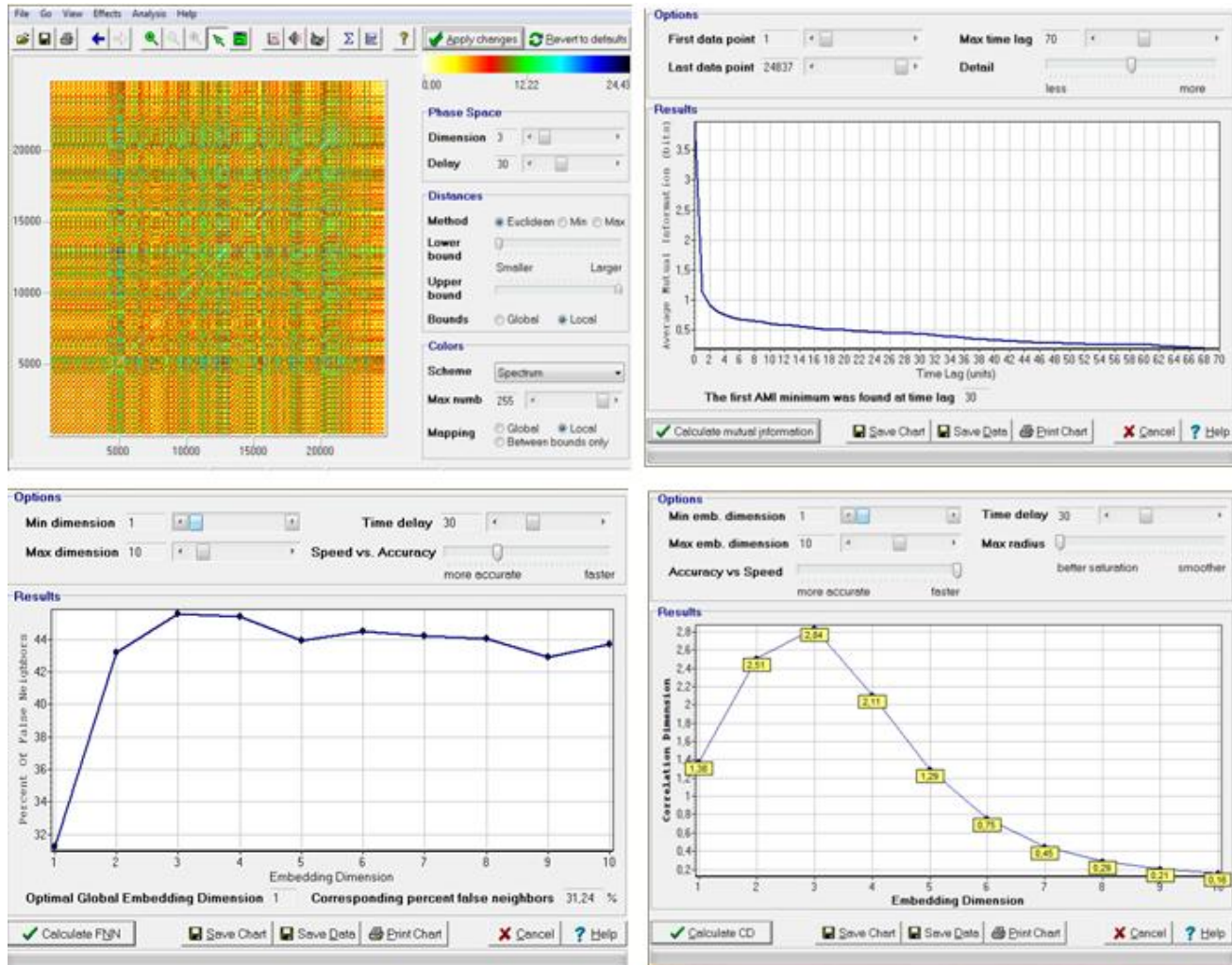


FIG 4.10 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMIN DIARIOS DEL PERIODO TC

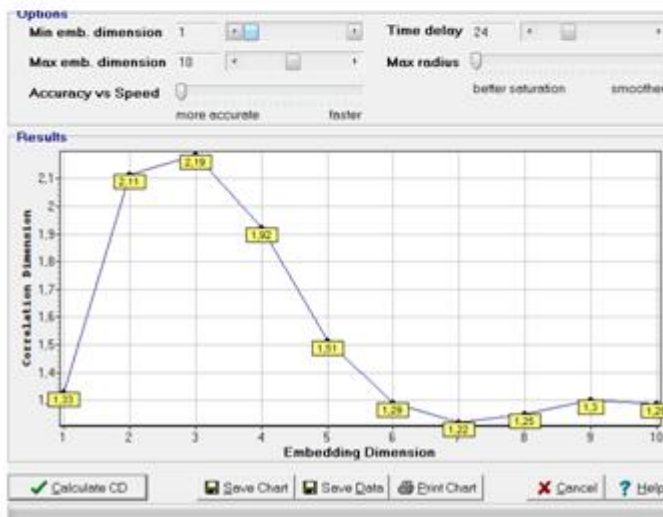
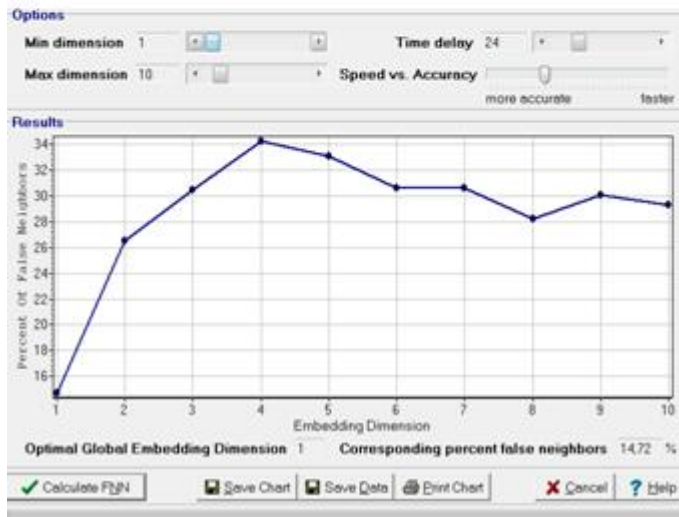
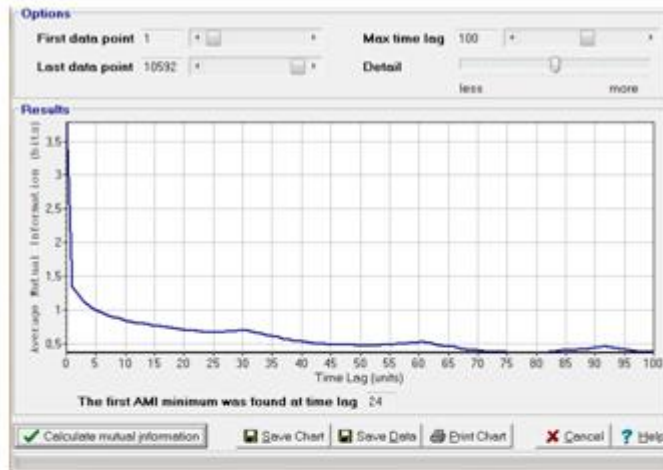
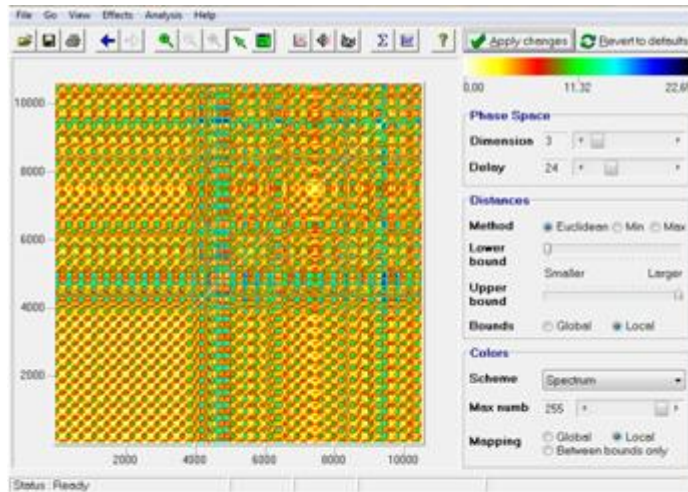


FIG 4.11 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMIN DIARIOS DEL PERIODO T1

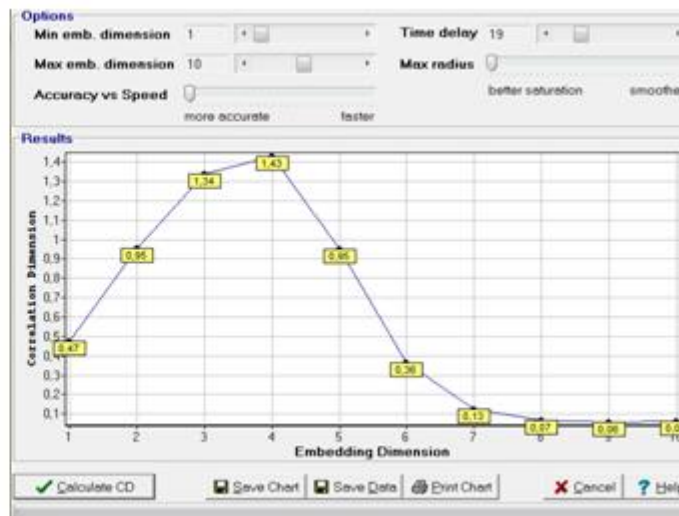
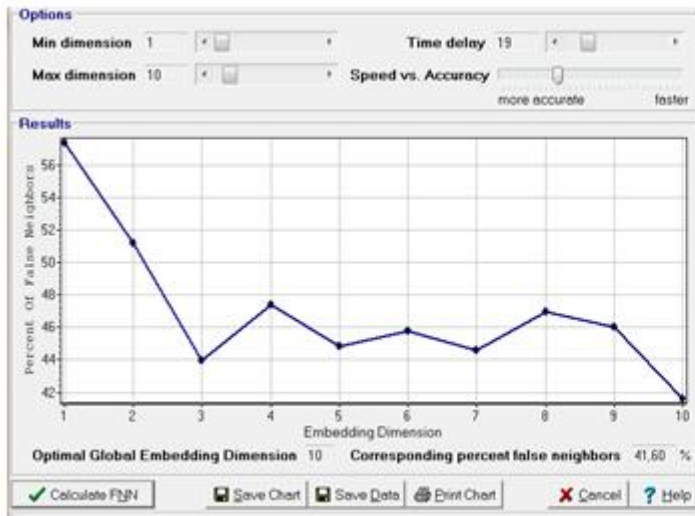
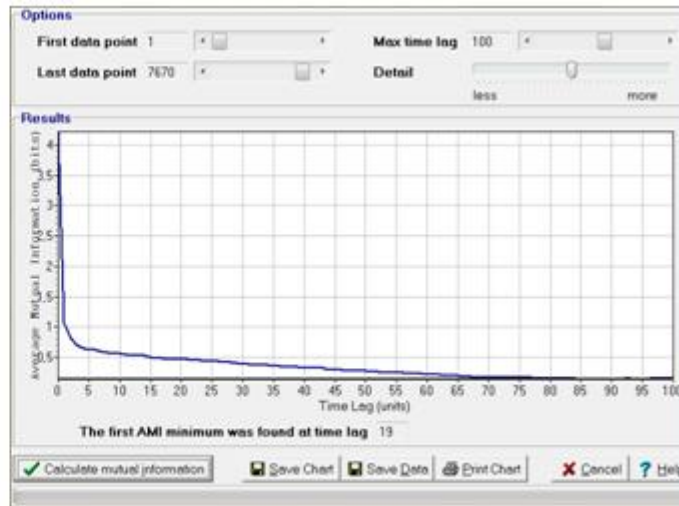
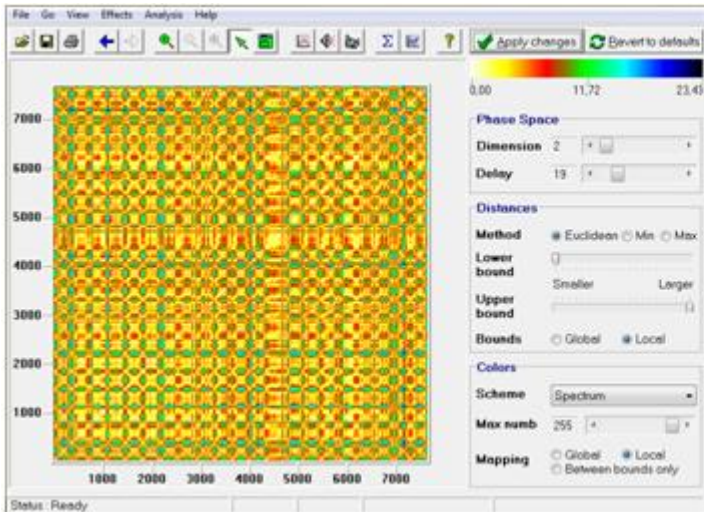


FIG 4.12 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMIN DIARIOS DEL PERIODO T2



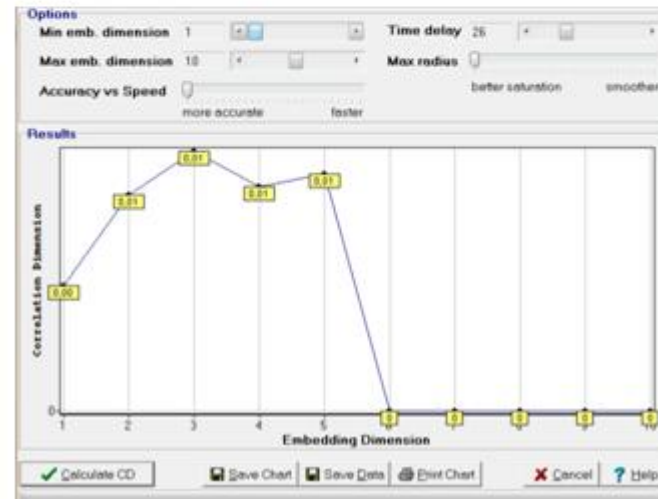
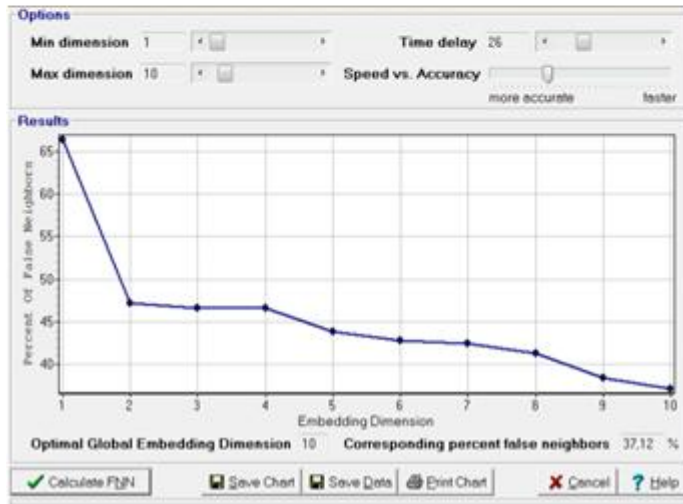
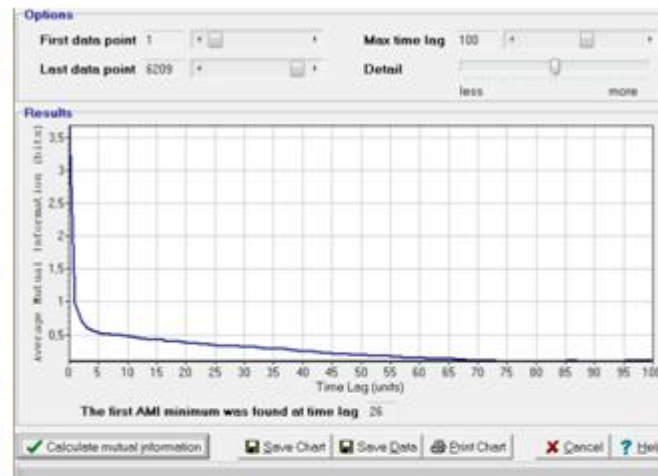
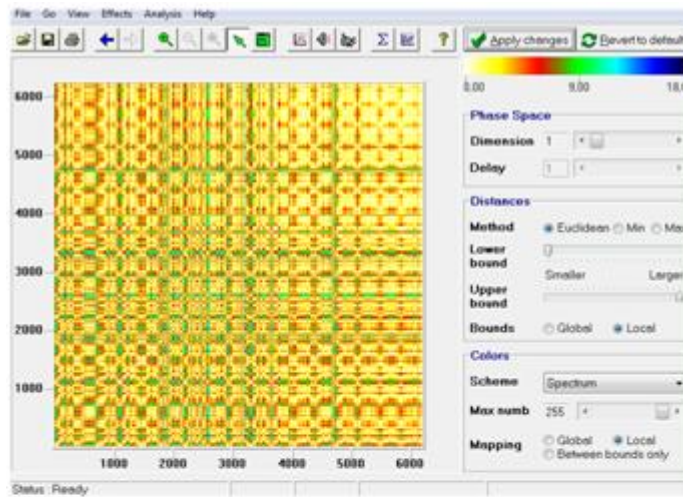


FIG 4.13 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMIN DIARIOS DEL PERIODO T3



## IV.3 EXPERIMENTOS NUMÈRICOS ST PCP ESTACIÒN ATLANGATEPEC

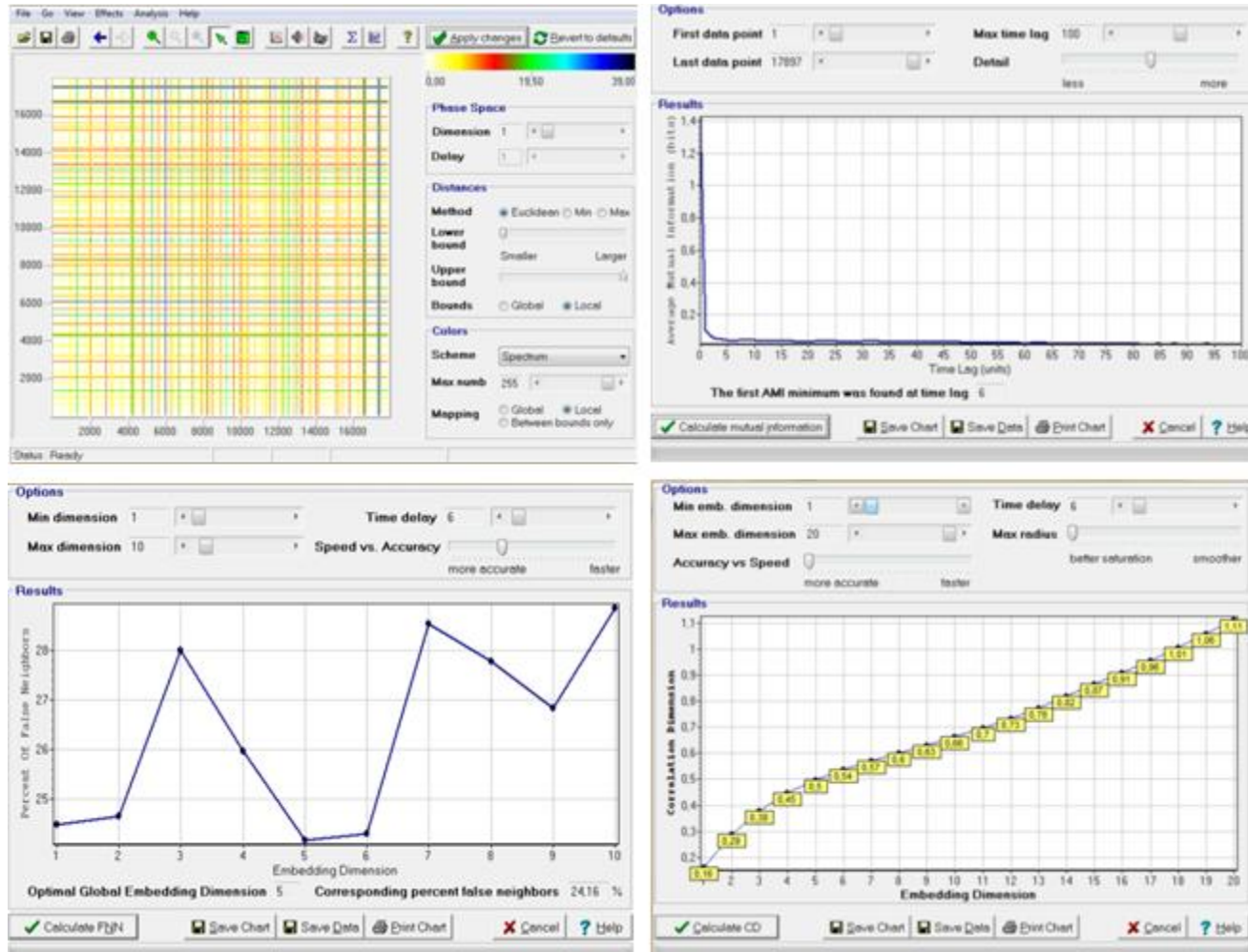


FIG 4.14 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE PCP DIARIOS DEL PERIODO TC

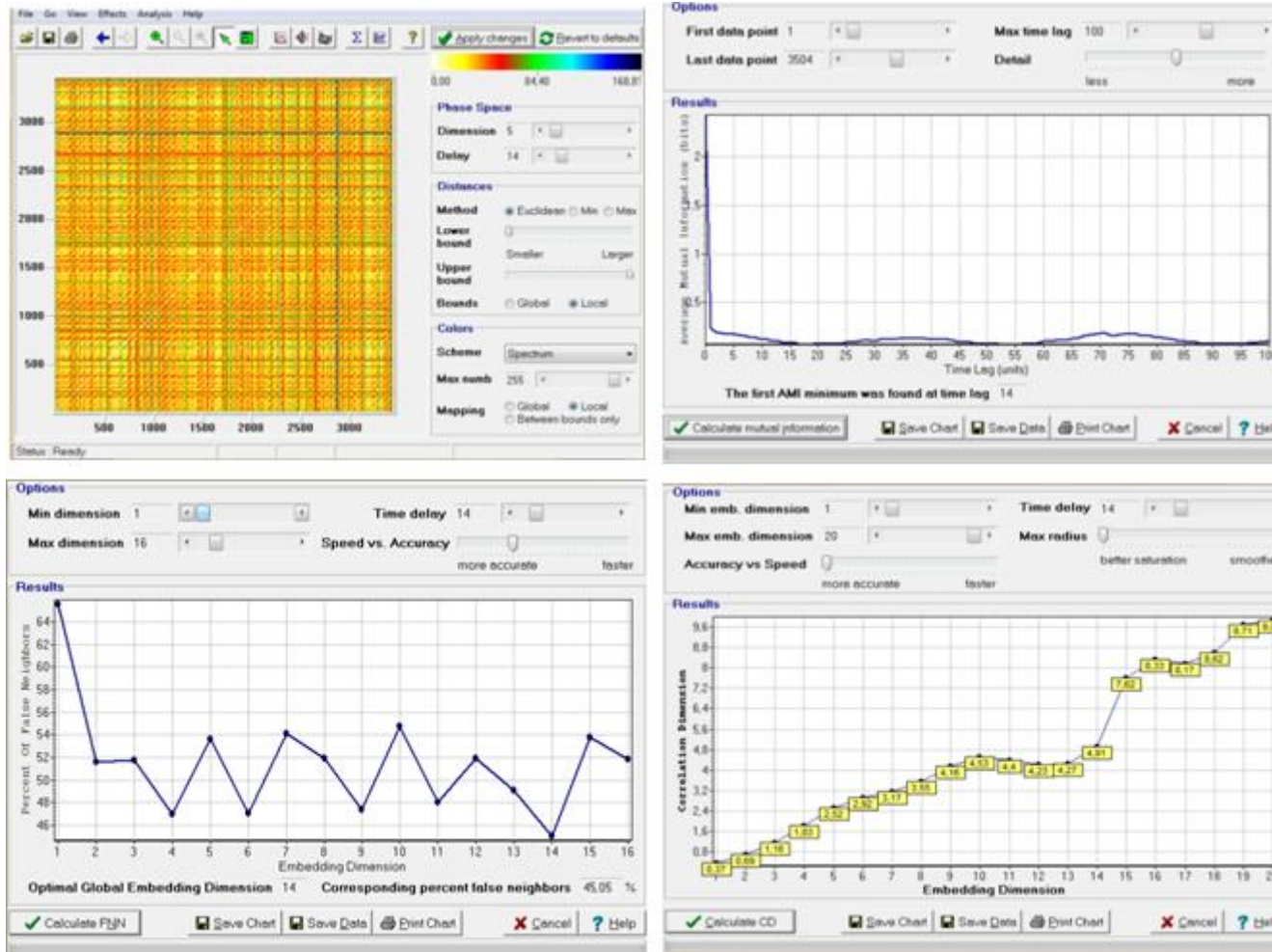


FIG 4.15 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE PCP ORGANIZADA EN PENTADAS PERIODO TC

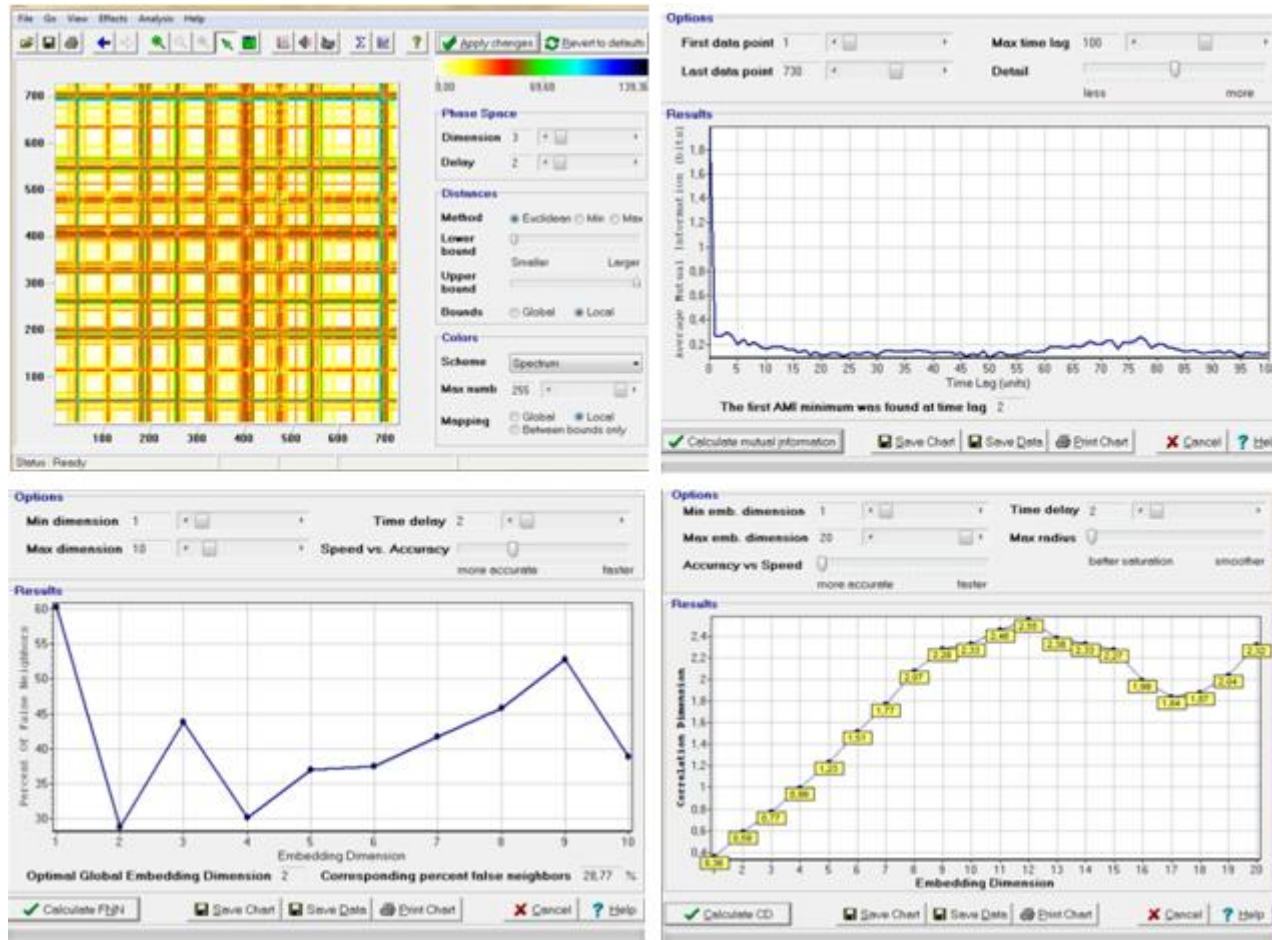


FIG 4.16 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE PCP ORGANIZADA EN PENTADAS PERIODO T1

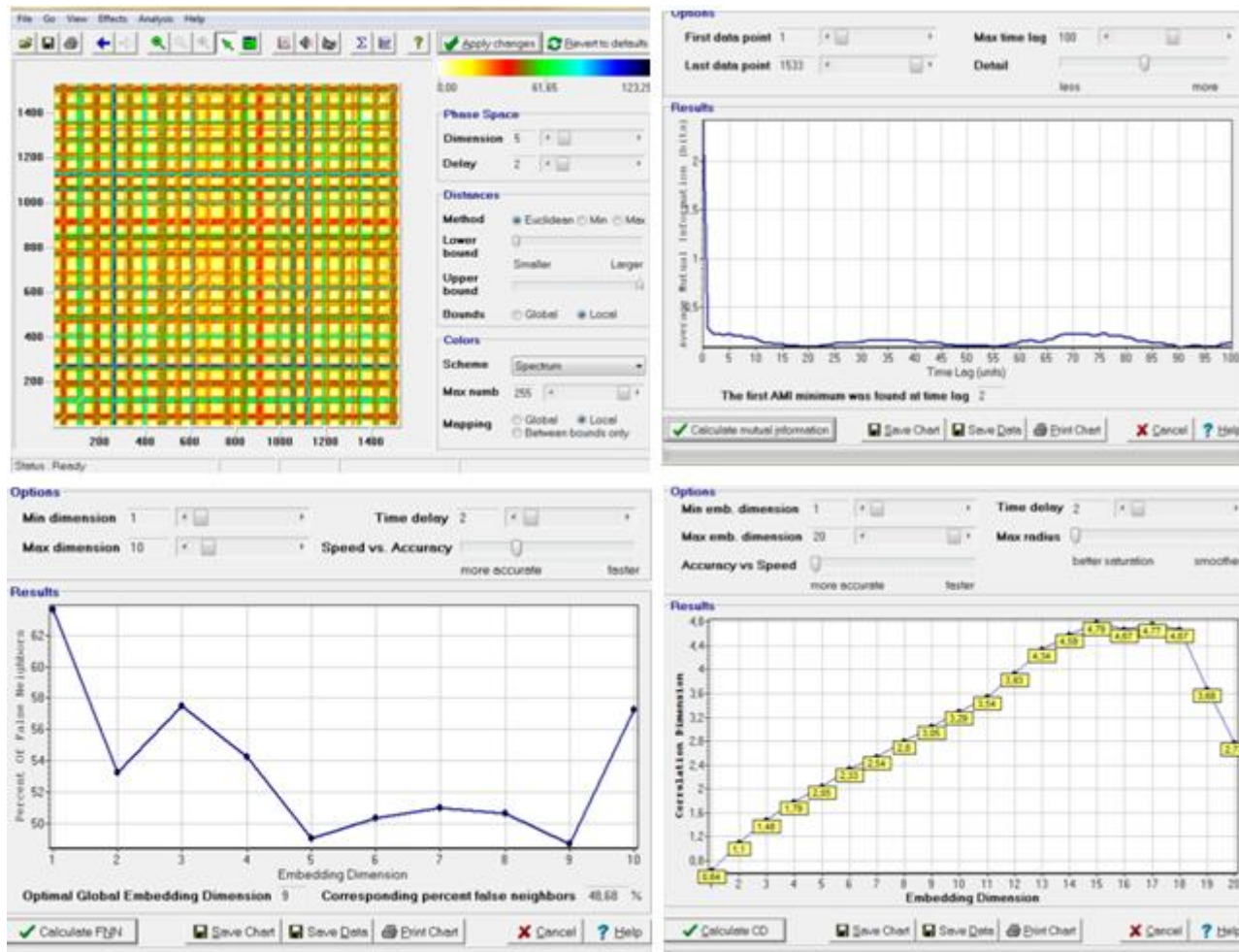


FIG 4.17 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE PCP ORGANIZADA EN PENTADAS PERIODO T2



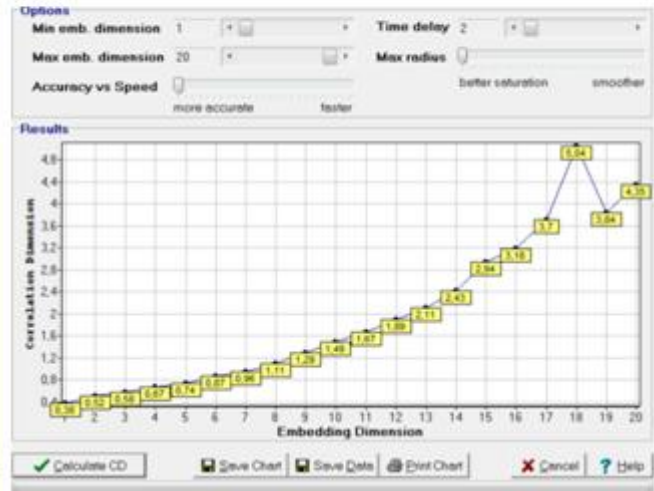
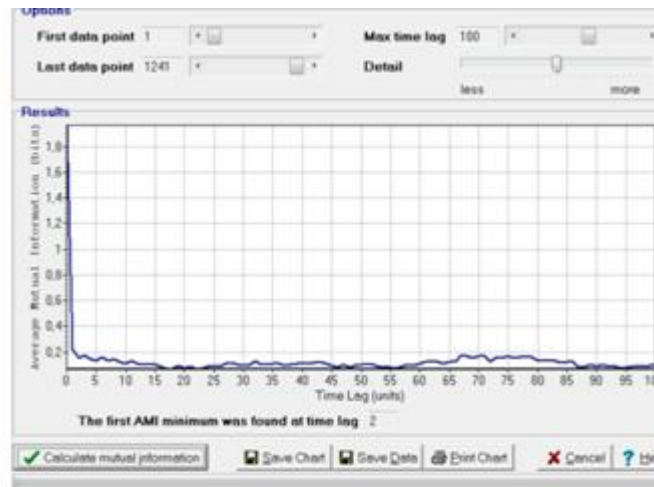
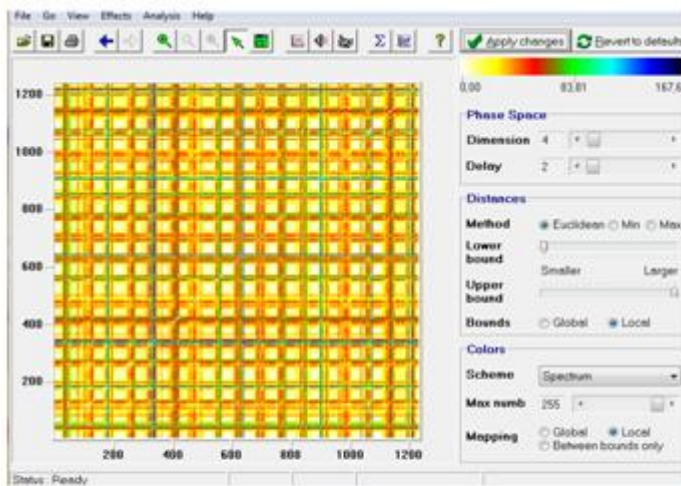


FIG 4.18 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE PCP ORGANIZADA EN PENTADAS PERIODO T3

## IV.4 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS ST DE TEMPERATURA ESTACIÓN ATLANGATEPEC

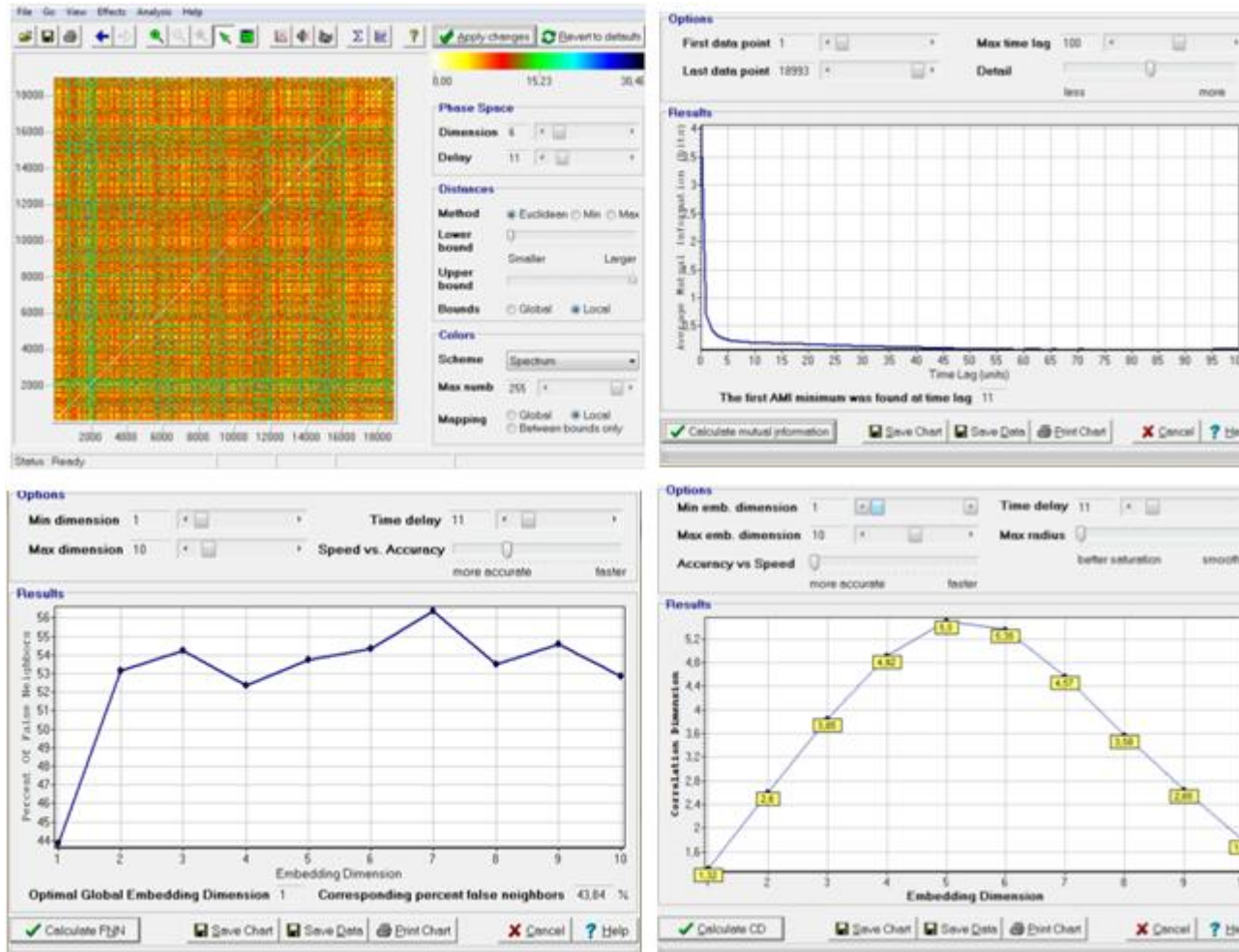


FIG 4.19 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMAX DIARIA DEL PERIODO TC

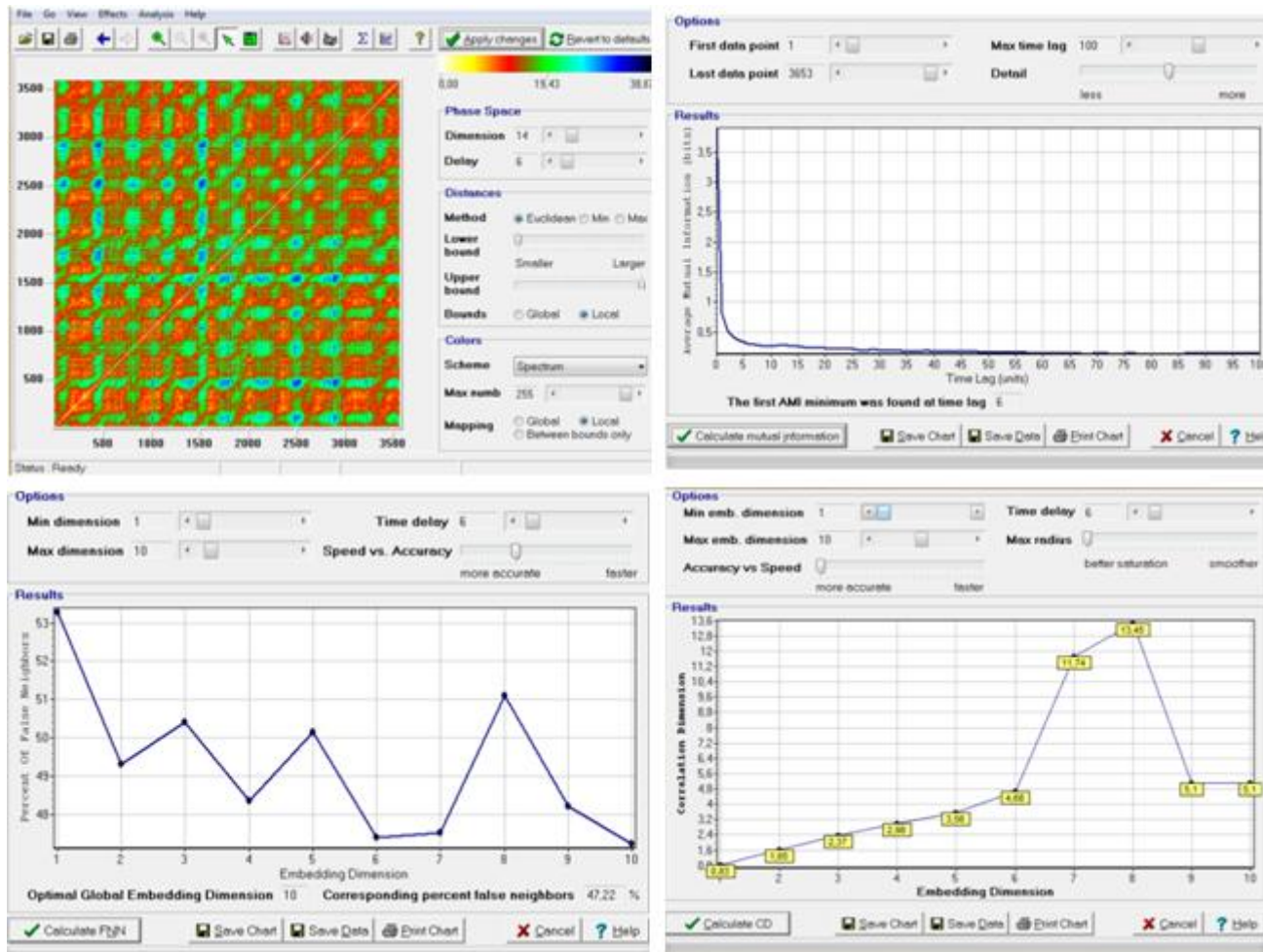


FIG 4.20 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMAX DIARIA DEL PERIODO T1

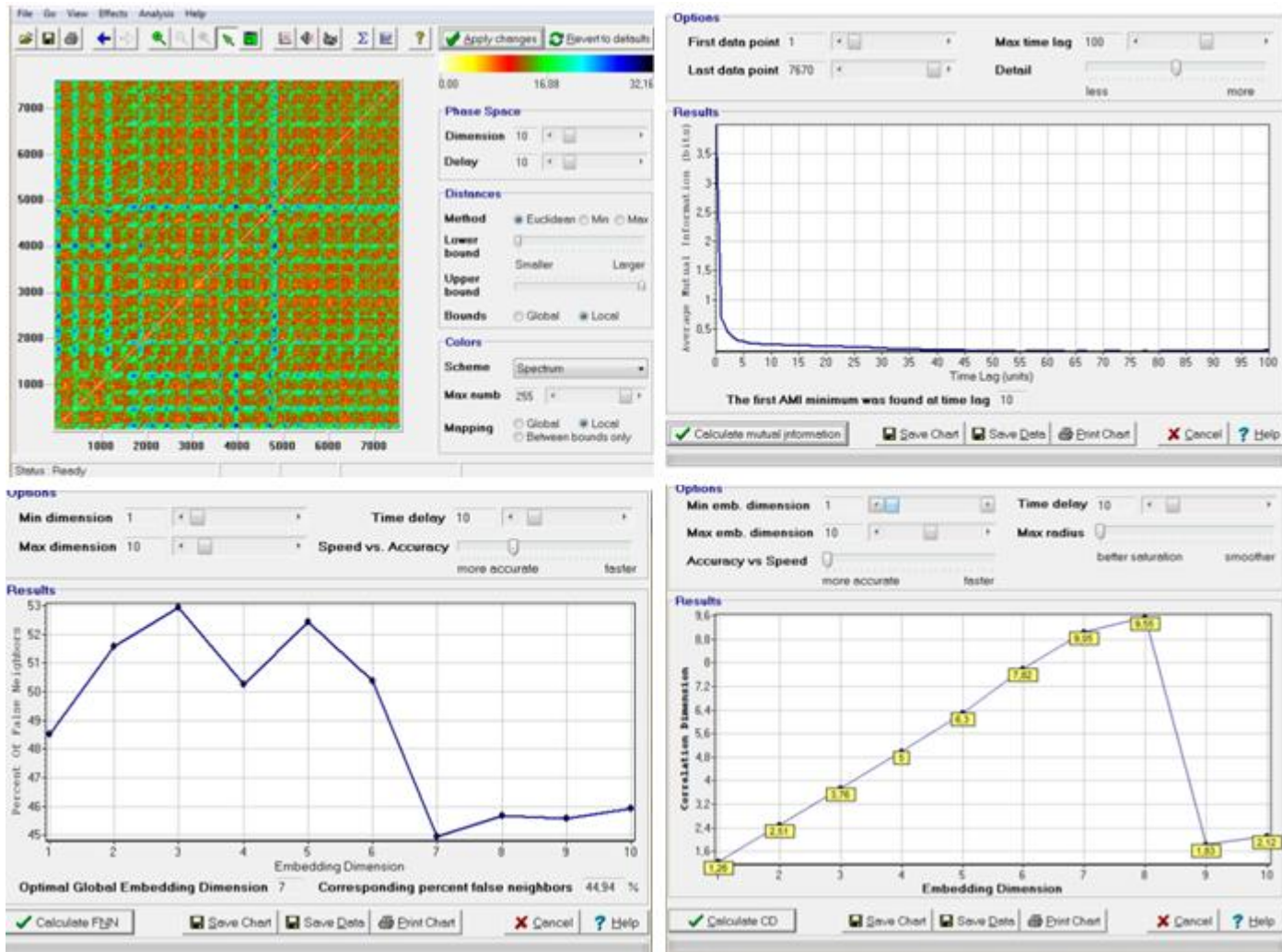


FIG 4.21 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMAX DIARIA DEL PERIODO T2



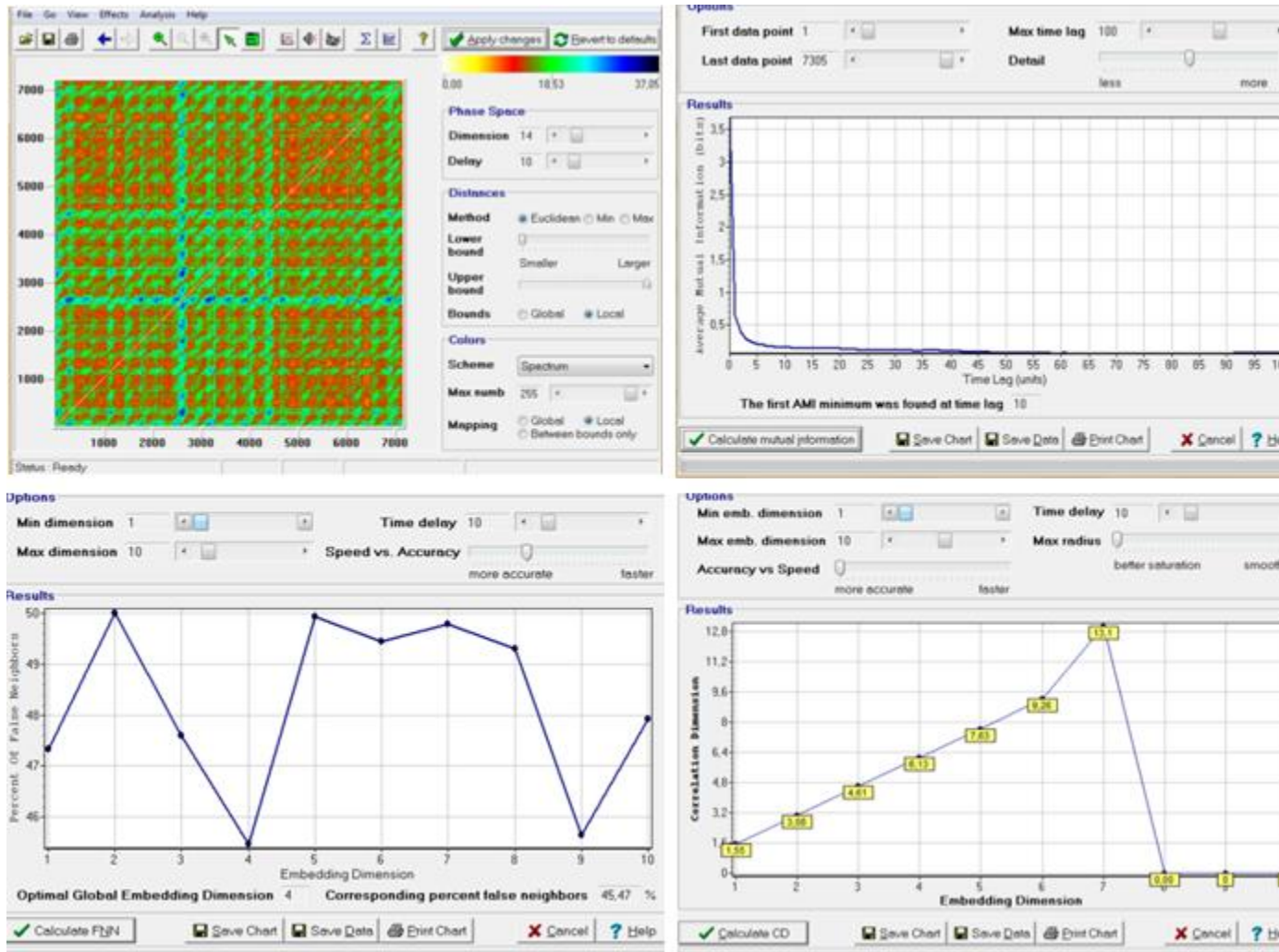


FIG 4.22 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMAX DIARIA DEL PERIODO T3

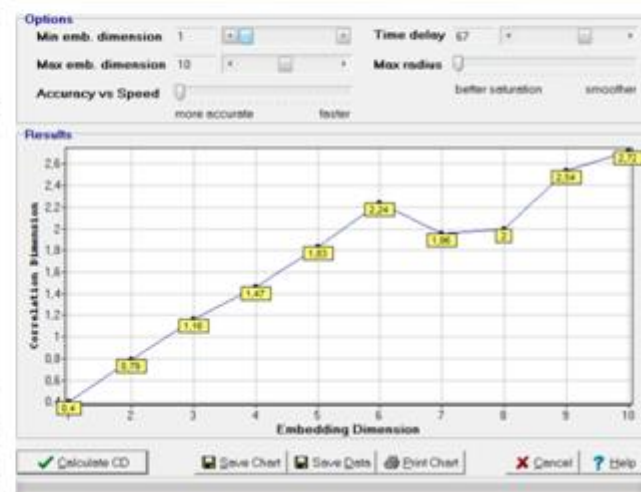
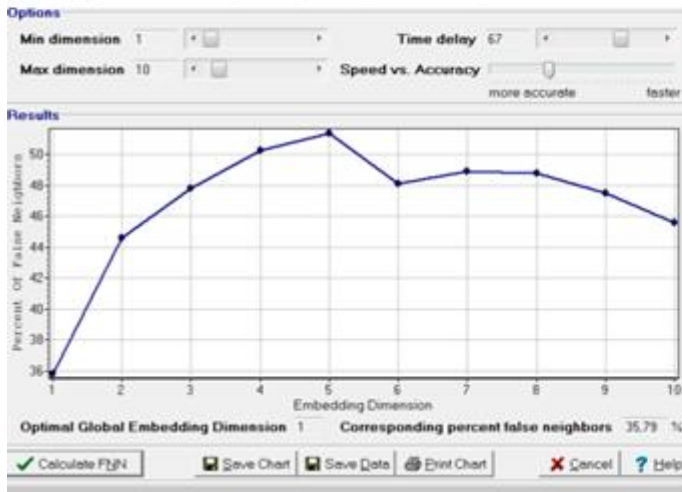
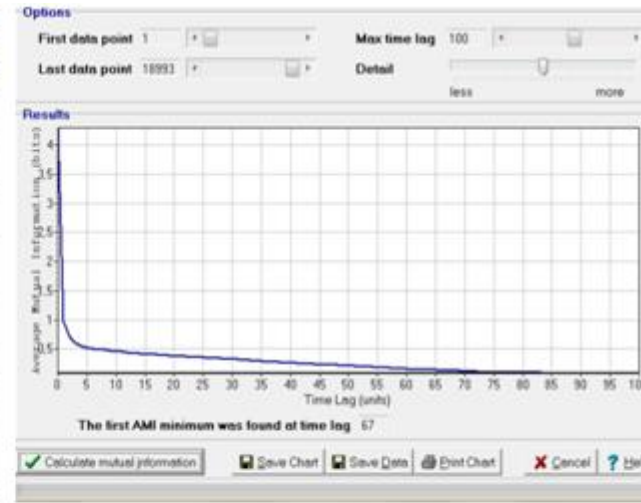
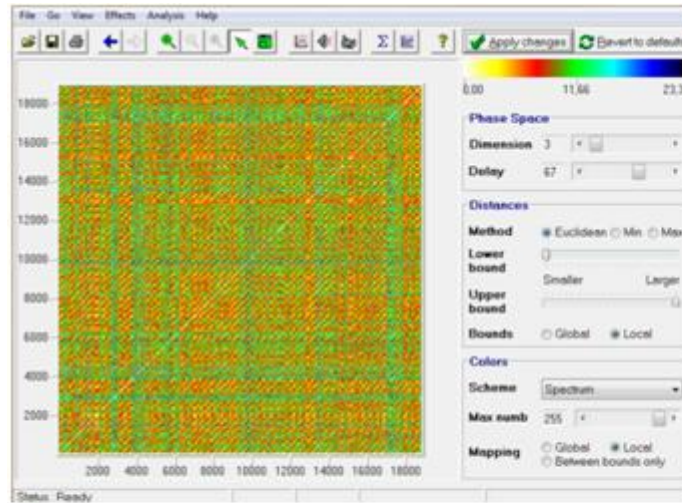


FIG 4.23 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMIN DIARIA DEL PERIODO TC

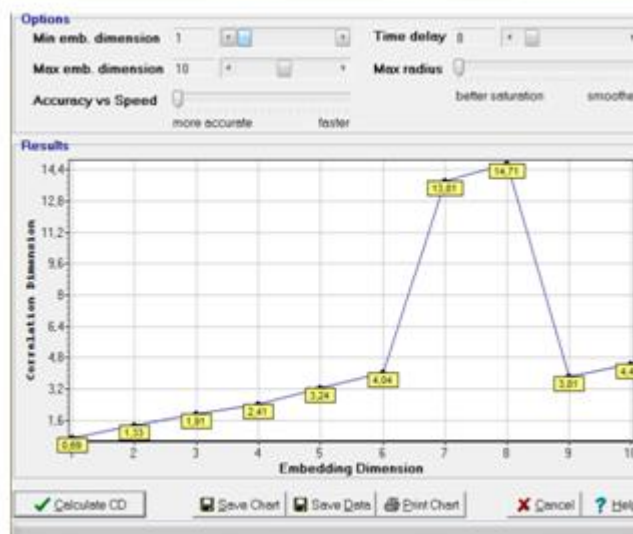
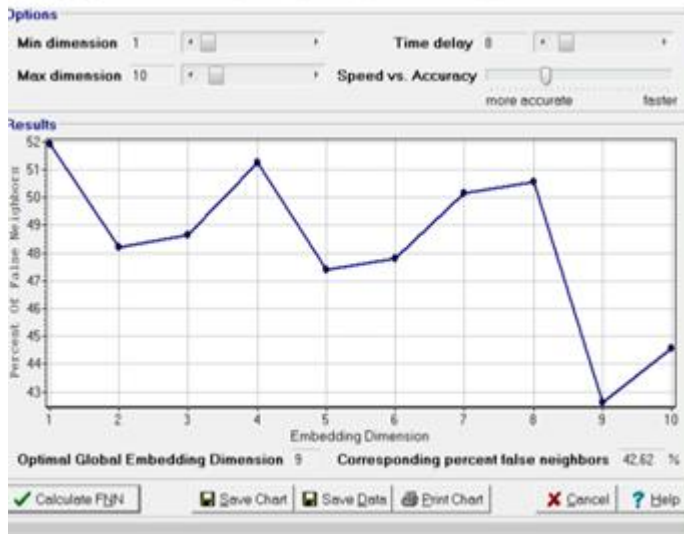
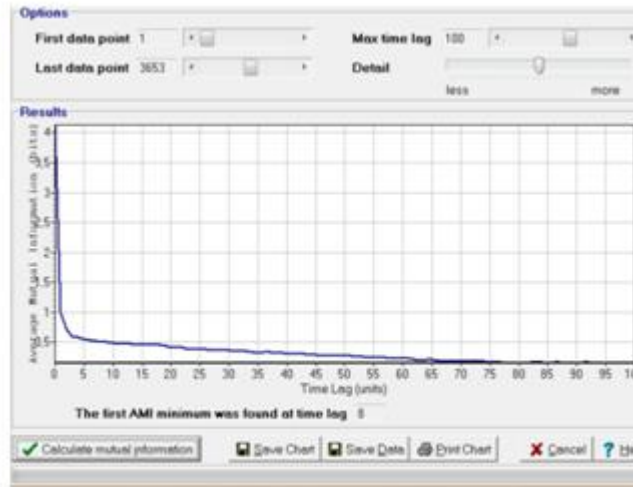
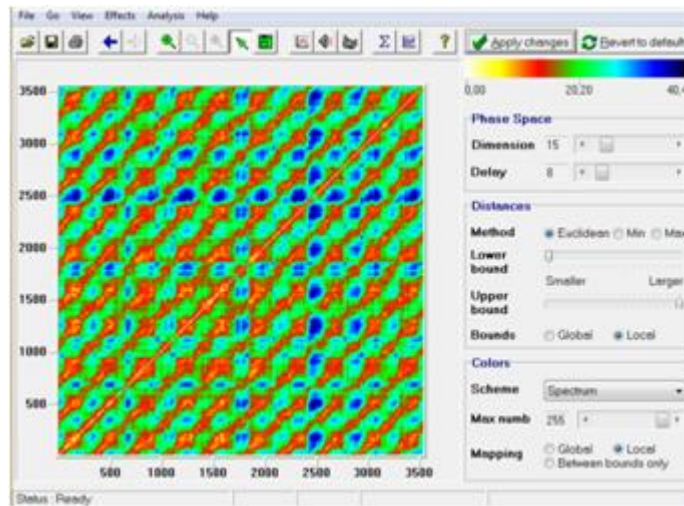


FIG 4.24 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMIN DIARIA DEL PERIODO T1

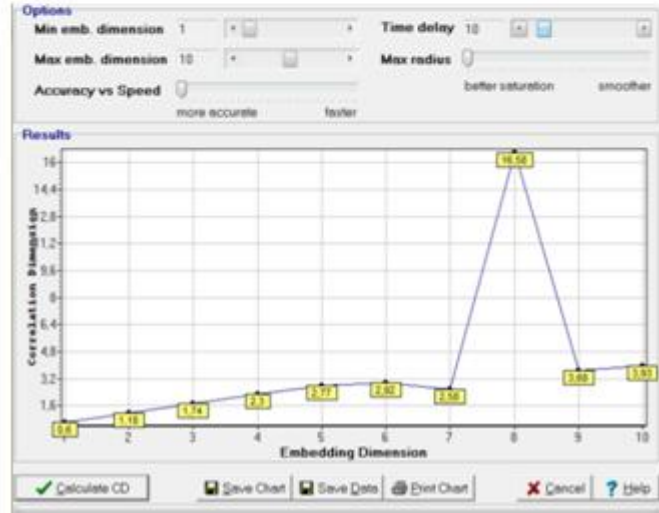
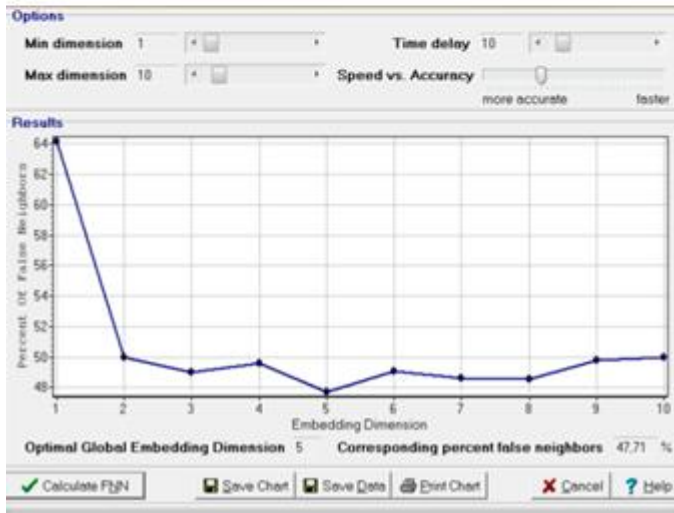
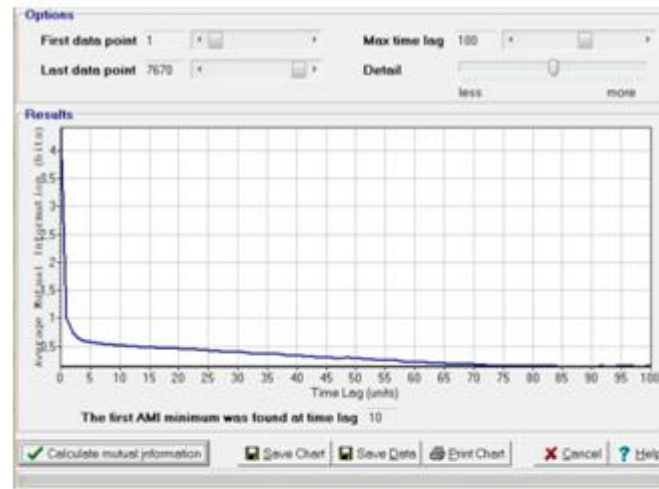
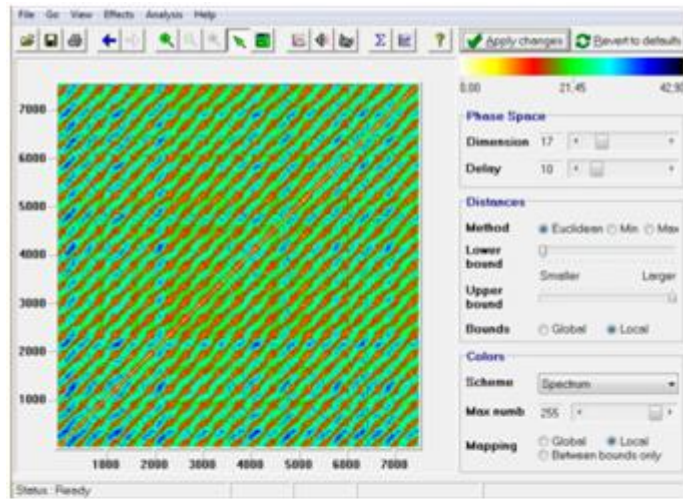


FIG 4.25 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMIN DIARIA DEL PERIODO T2



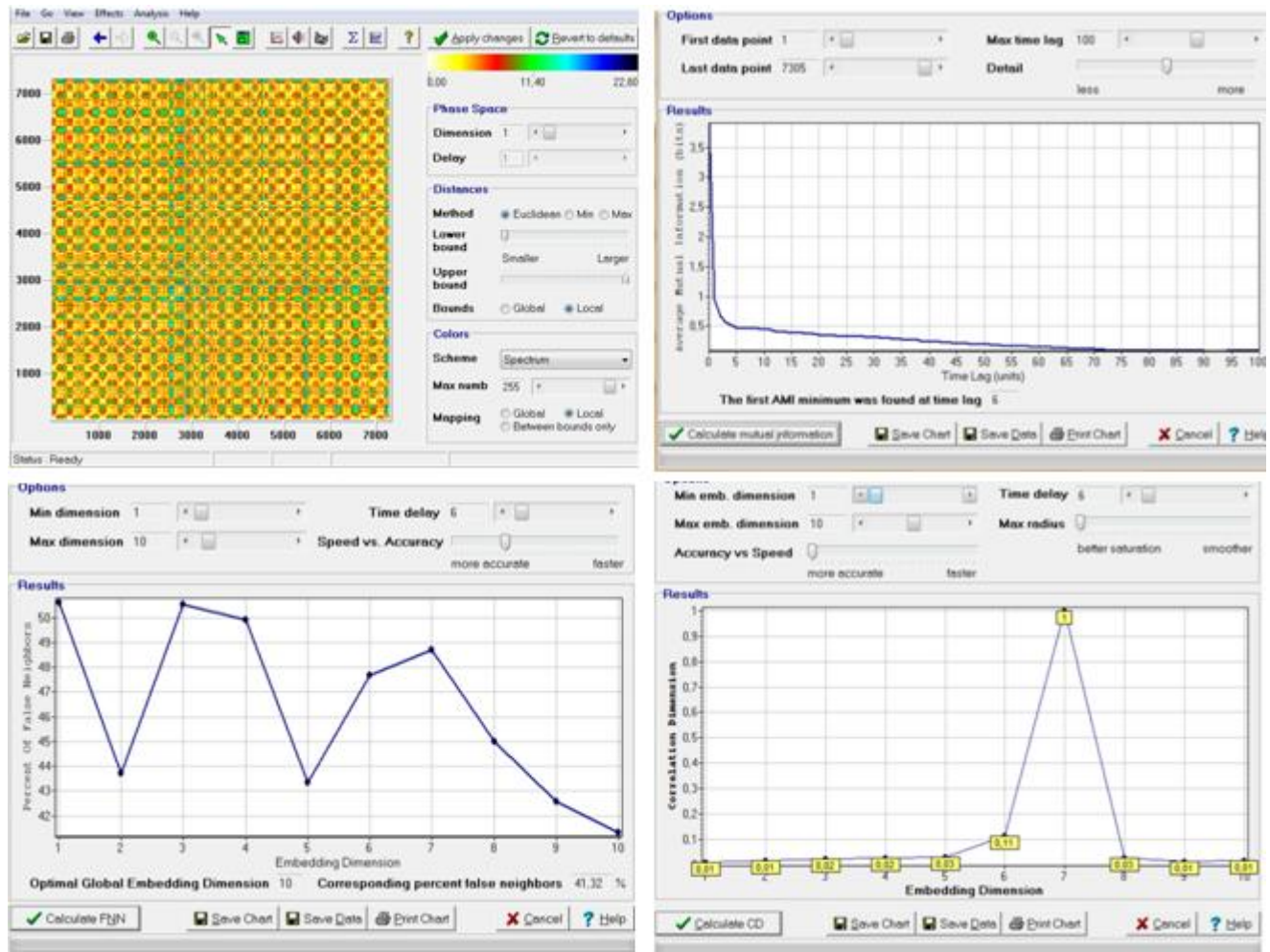


FIG 4.26 CÁLCULO DE LOS INVARIANTES PARA LA ST DE TMIN DIARIA DEL PERIODO T3

#### IV.5 ESPECTRO DE POTENCIA DE ONDÍCULA PARA ST DE PRECIPITACIÓN Y TEMPERATURA, ESTACIÓN ATLANGATEPEC

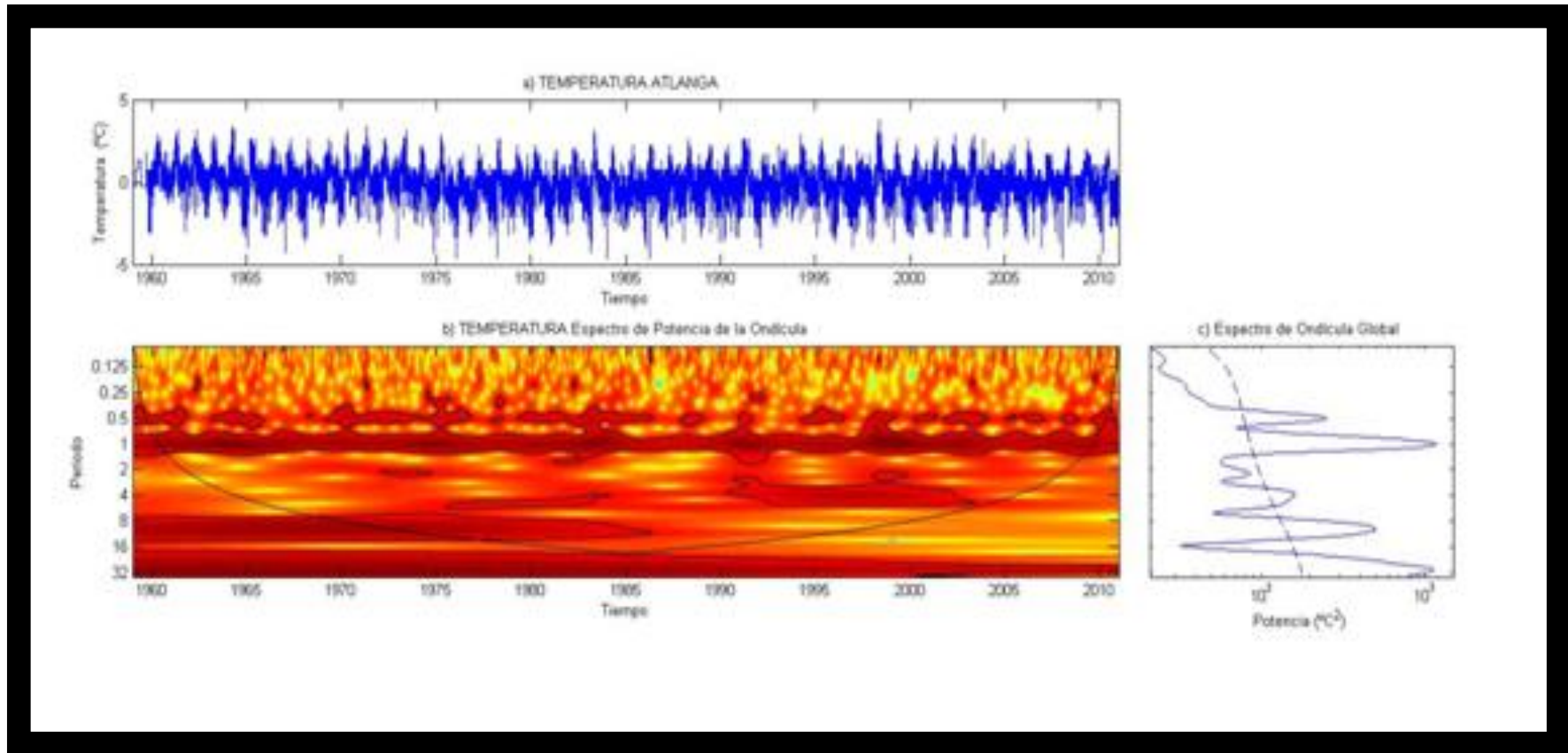
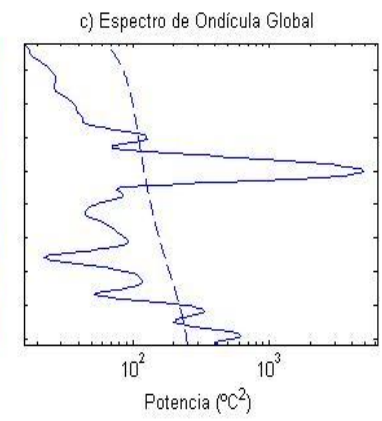
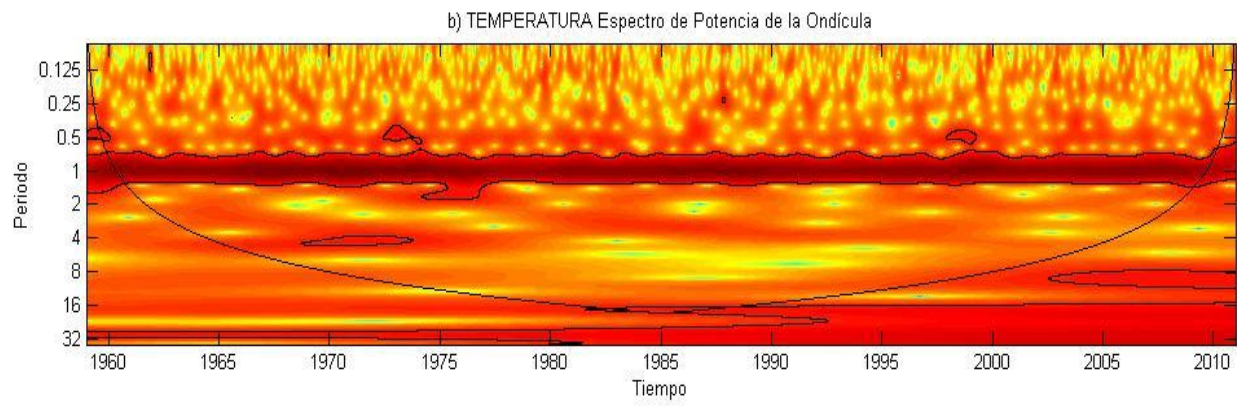
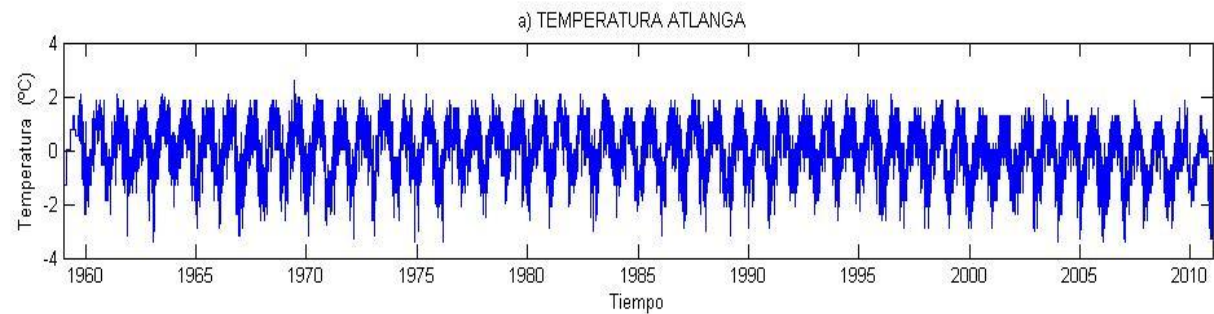
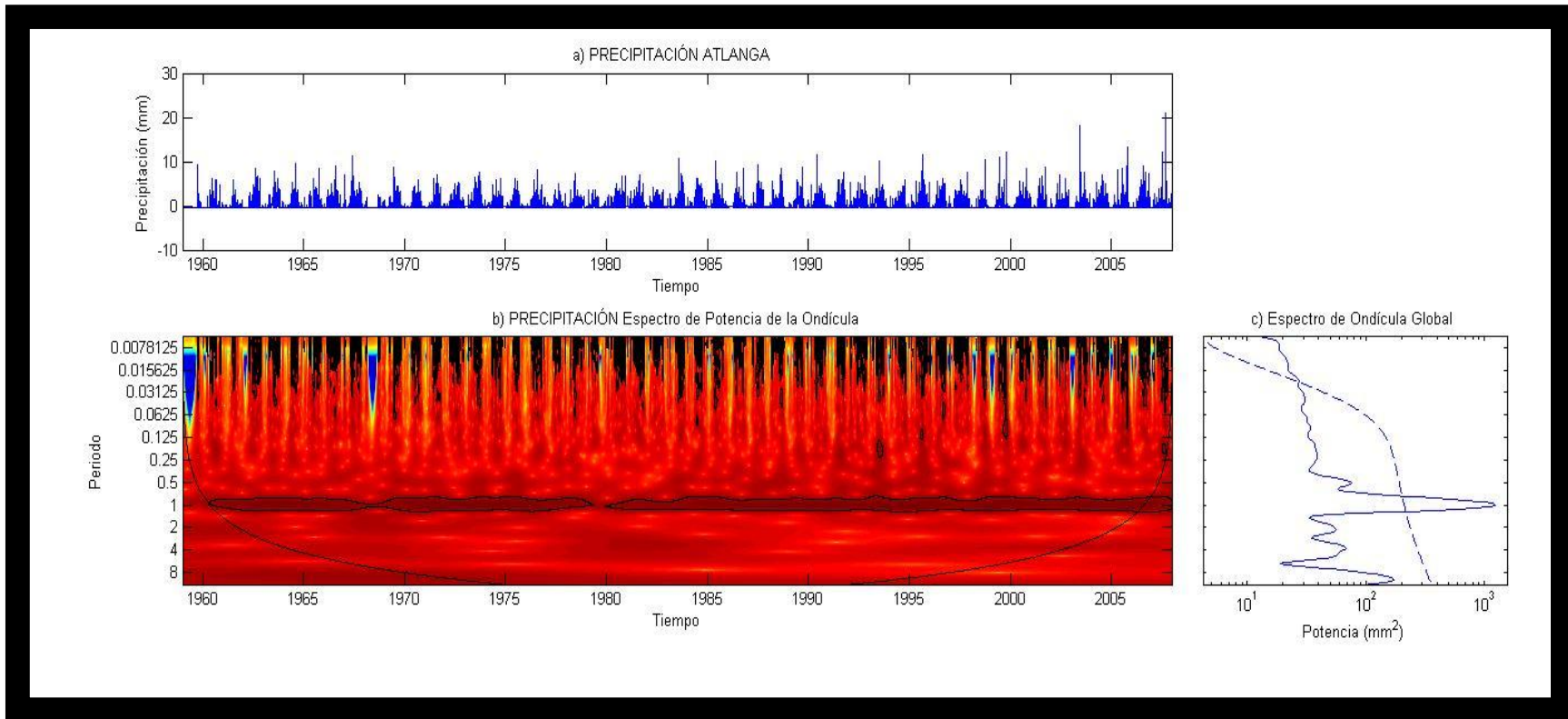


FIG 4.27 ESPECTRO DE POTENCIA DE LA ONDÍCULA PARA TMAX



**FIG 4.28** ESPECTRO DE POTENCIA DE LA ONDÍCULA PARA TMIN



**FIG 4.29** ESPECTRO DE POTENCIA DE LA ONDÍCULA PARA ST PCP



#### IV.6 ESPECTRO DE POTENCIA DE ONDÍCULA PARA ST DE PRECIPITACIÓN Y TEMPERATURA, ESTACIÓN APIZACO

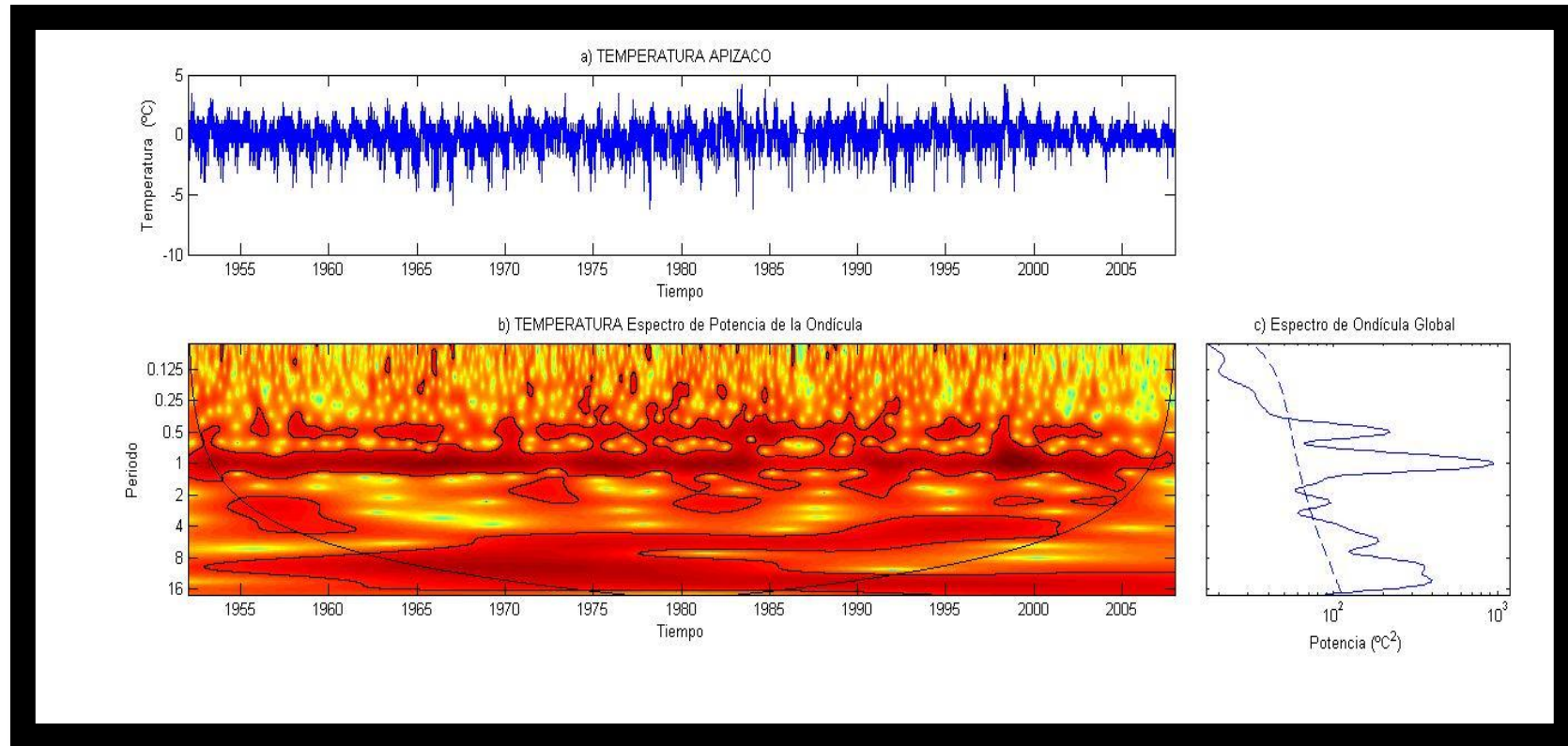
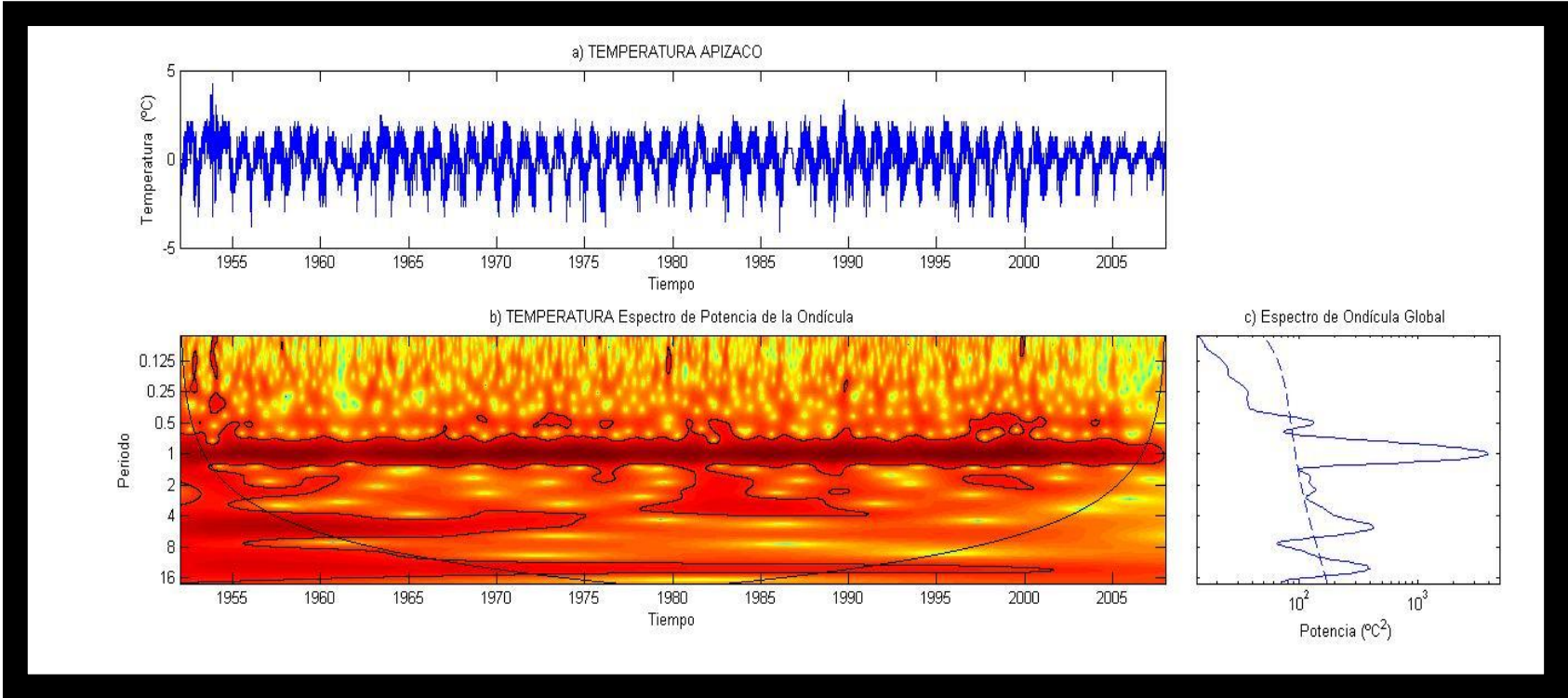
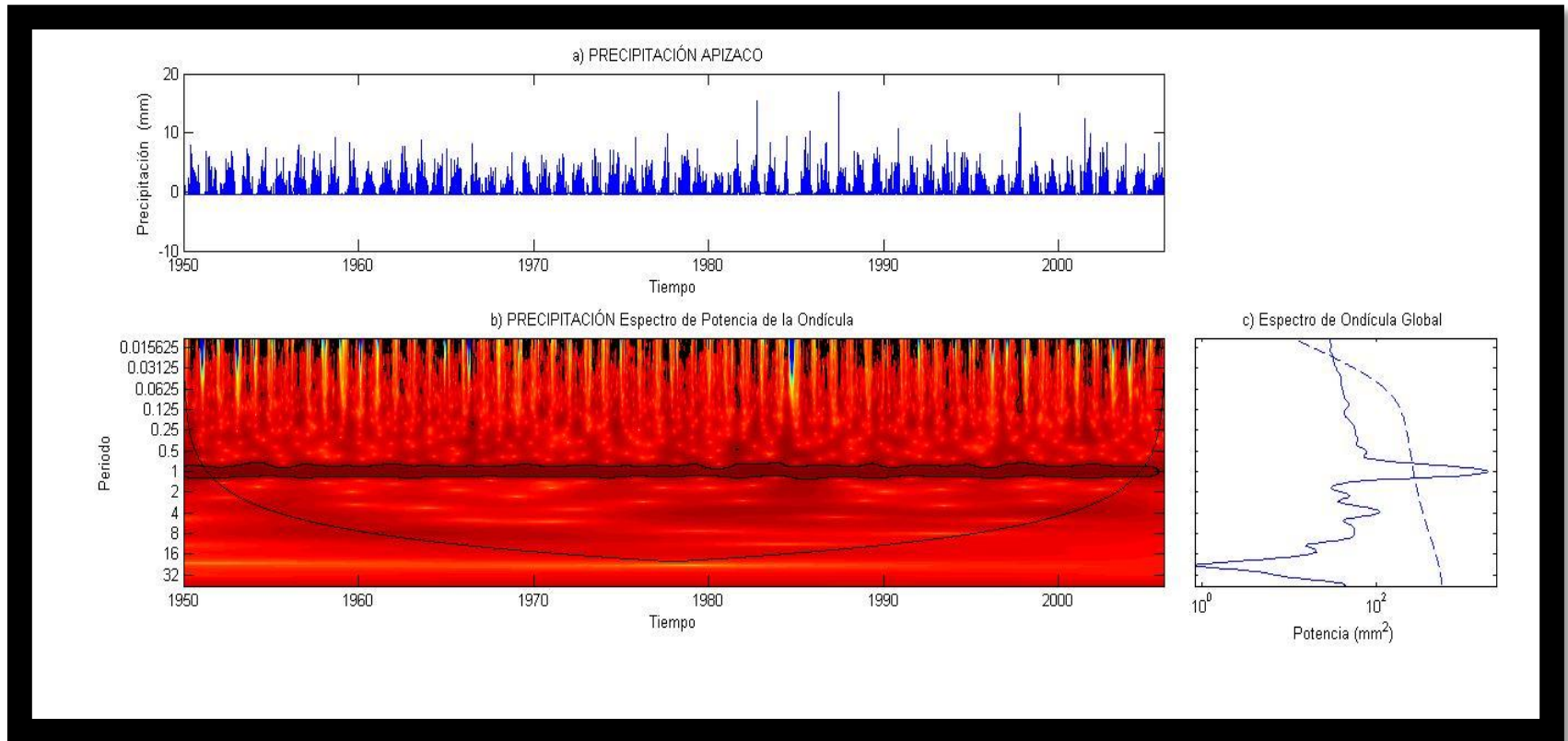


FIG 4.30 ESPECTRO DE POTENCIA DE LA ONDÍCULA PARA TMAX



**FIG 4.31 ESPECTRO DE POTENCIA DE LA ONDÍCULA PARA TMIN**



**FIG 4.32 ESPECTRO DE POTENCIA DE LA ONDÍCULA PARA ST PCP**

## CAPÍTULO V. RESULTADOS, CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

### RESULTADOS

Los resultados para precipitación, tanto con el cálculo de invariantes como con el análisis de wavelets, mostraron un comportamiento esperado. Para el caso de la precipitación diaria, al no existir precipitación todos los días o equivalentemente con fuerte intermitencia, presentaron un comportamiento parecido al de un sistema aleatorio. Sin embargo, en cuanto eliminamos la alta intermitencia, al pasar a una escala pentadal adquiere un comportamiento determinístico, al presentar una saturación en el cálculo de su dimensión de correlación. Por otro lado, los resultados de ambas estaciones muestran diferentes valores y comportamientos, debido a que se tiene un cuerpo de agua en Atlangatepec, termorregulando la dinámica de la interacción aire-agua y la estación de Apizaco.

En los plots de recurrencia mostrados en el capítulo anterior observamos para las temperaturas máximas y mínimas la diferencia en la saturación de los datos en las **ST**, pues a diferencia de la precipitación, se tienen medidas de estas variables todos los días.

En la siguiente tabla mostramos los valores de los invariantes dinámicos para las dos estaciones para los tres periodos:

VARIABLE	PERIODO	ATLANGATEPEC			APIZACO		
		DELAY	EMBEDDING	DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN	DELAY	EMBEDDING	DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN
PCP	TC	14	14	No converge	7	1	9
	T1	2	2	3	2	1	No converge
	T2	2	9	5	4	7	12
	T3	2	1	No converge	3	2	No converge
TMAX	TC	11	1	6	18	20	4
	T1	6	10	14	15	1	1
	T2	10	7	10	9	8	4
	T3	10	4	13	11	10	1
TMIN	TC	67	1	No converge	30	1	3
	T1	8	9	15	24	1	3
	T2	10	5	17	19	10	2
	T3	6	10	1	26	10	1

TABLA 1.Descripción integral de los invariantes de las **ST** analizadas

El espectro de potencia wavelet es un herramienta muy potente que nos permite el análisis de la **ST** completa mostrando además los componentes de frecuencia más importantes.

Para las **ST** de **PCP** la variabilidad anual se impone como la principal componente de energía que afecta la “manera” en la que llueve en una misma región a lo largo del tiempo, sin embargo, se alcanza a distinguir que los periodos de intermitencia disminuyen en duración durante el segundo periodo **T2** en ambas estaciones, pero es más notorio en Atlangatepec.

En la figura se distingue con un color rojo más intenso la componente de frecuencia más importante para el espectro de ondícula global, y se encierra en color negro componente de frecuencia que tienen una certeza o valor de confianza del 95%. Sin embargo las **ST** de **PCP** por sí solas, no tienen la información necesaria para distinguir alguna frecuencia que nos hiciera pensar que la causa de la modificación en los patrones de lluvia durante 1970-1990 fuera una distinta a la variabilidad anual.

Así como en el análisis de dinámicas no lineales utilizamos a la variable temperatura (**TMAX-TMIN**) como índice de cambio en la relación océano-atmósfera-tierra, para el espectro wavelet la utilizamos de la misma forma.

La temperatura, tanto máxima como mínima, incluye procesos tales como las tres componentes de movimiento, energía térmica y continuidad, etc., que a diferencia de la precipitación (como un valor entre 0 y 1, en el sentido de intermitencia), son más “constantes” y siempre están presentes en la relación antes mencionada.

Para Atlangatepec el rango de frecuencias que contribuyen al espectro de ondícula global a lo largo del tiempo es mucho menor o simplemente sus

efectos se ven disminuidos, pues el cuerpo de agua que existe en esta zona minimiza los efectos de la Temperatura, es decir, actúa como termorregulador. La energía proveniente del sol se ve reflejada en la cantidad de procesos que están “activados” en distintos instantes en los que son medidas las variables, por lo que notamos que para las temperaturas mínimas en ambas estaciones las frecuencias activadas abarcan un menor rango, pues la energía radiada por el sol es menor siempre en la noche y madrugada. Por lo que tampoco nos puede indicar la causa a parte de la variabilidad anual por la que cambien los patrones de lluvia.

La temperatura máxima es la que nos da la pauta para identificar las frecuencias principales que pudieron haber causado que la lluvia se distribuyera de diferente forma para el periodo **T2**. Para la estación Apizaco el rango de frecuencias que aportan mayor energía está entre los periodos de 6 meses a 2 años y de 2 a 8 y 10 años que coincide con el **ENSO** (Torrence y Gilbert 1998) ( Acoltzi *et al.*2012) como a continuación mostramos:

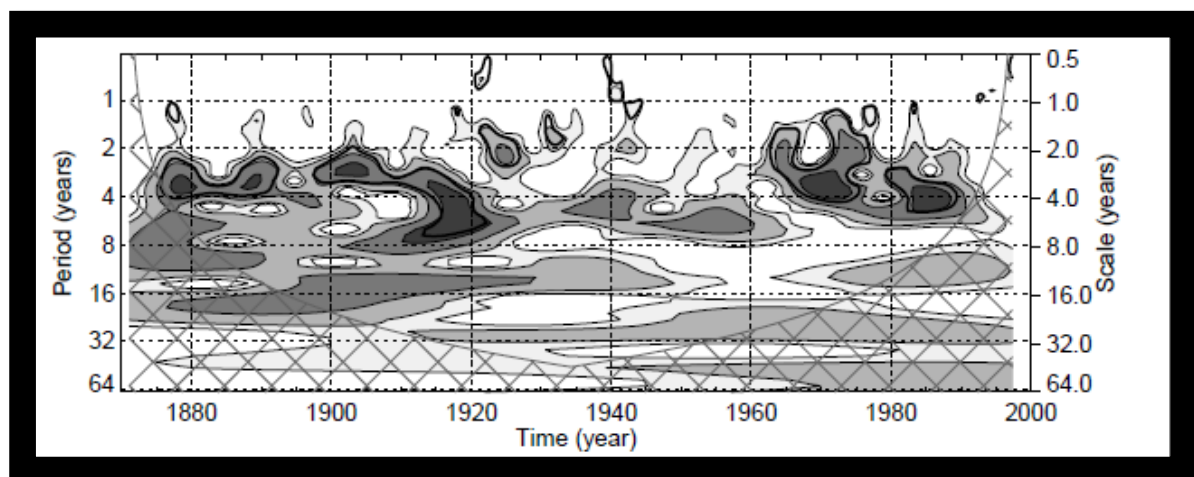


Fig. 5.1 Análisis con wavelets de las **SSTA** a escala anual

En la figura se representa la temperatura superficial del mar **SST** (por sus siglas en inglés: **Sea Surface Temperature**) donde se muestra que las



componentes de frecuencia más significativas para el periodo de estudio se encuentran en los periodos entre 2-8 años.

El estado de Tlaxcala está localizado al norte 19°44', al sur 19°06'; al este 97°38', al oeste 98°43' de longitud oeste:

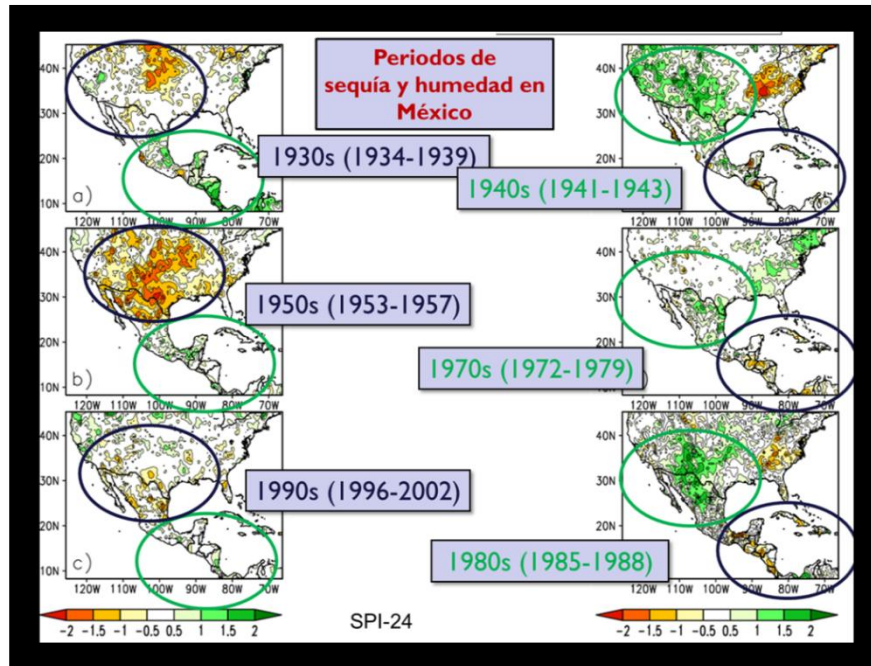


Fig. 5.2 Variabilidad decadal de las anomalías de **PCP**, Norteamérica.

En la imagen se muestran los periodos húmedos y secos, alternantes entre el norte y el sur de la región, a lo largo de Norteamérica; destaca una zona de transición que queda comprendida en el Altiplano mexicano y, en particular, Tlaxcala está ubicado en la zona de interacción entre periodos secos y húmedos, ¿A qué régimen pertenecerá?, el periodo correspondiente a **T2** en nuestro estudio, **1970-1990**, las décadas de los setenta y ochentas quedan incluidas en un periodo relativamente húmedo; lo que podría explicar la regulación de la **PCP** en forma más frecuente.

Queda pendiente comprobar si este patrón se repite a lo largo de nuestro país en otros estados de la República, observar la manera en la que en estos influyen las condiciones de relieve y microclimas. Una de las limitantes en las



**ST**, en general y para la Geofísica, son los datos faltantes y los métodos para sustituirlos de manera correcta. Sin embargo existen técnicas innovadoras como las redes neuronales artificiales (Alva Pacheco 2012) para que esto ya no sea un obstáculo.

Por mucho tiempo el análisis de Fourier ha sido fundamental su ayuda para el procesamiento de datos Geofísicos y constituye aún la principal herramienta para nosotros como ingenieros (en todos los ámbitos de la Ingeniería); pero con el pasar del tiempo el grado de dificultad en tratamiento e interpretación de datos aumenta de acuerdo al grado de resolución requerido (Exploración en aguas profundas, predicción del tiempo a corto y largo plazo, caracterización de patrones climáticos, etc.), el ancho de banda y los periodos de análisis sobre los que se da el evento de interés.

La **TW** ha mostrado ser una técnica, relativamente nueva, y capaz de adaptarse a las necesidades de la Geofísica con gran facilidad, además, aunada a su potencia, están los métodos que caracterizan dinámicas no lineales, que simplifican el tratamiento de problemas aparentemente difíciles.

## CONCLUSIONES

Se logró probar que la combinación de metodologías, Sistemas dinámicos no-lineales y wavelets un método que incluye un análisis de las ST en dos dominios: tiempo-frecuencia, nos permitió identificar la diferencia de la dinámica entre dos estaciones con forzantes diferentes: Atlangatepec con un cuerpo de agua, una presa y Apizaco, bajo una influencia casi constante de viento.

También la combinación de métodos nos permitió caracterizar la evolución a escala decadal de las **ST** de **PCP** diaria, para las décadas setentas y ochentas en la que casi se duplicó el número de días con precipitación, resaltando la influencia de la variabilidad de los océanos a escala decadal de la **PCP** en estas dos estaciones del Altiplano mexicano.

Por otra parte, el cambio de escala en la **ST** de **PCP** incluyendo menos ceros nos permitió encontrar un incremento en su comportamiento de tipo determinístico, reflejado en los valores de sus invariantes.

Es importante resaltar que las **ST** de **TMAX** y **TMIN** presentaron una información adicional, referente a la **ST** de **PCP** de tal forma que nos permitió caracterizar las **ST** para los tres diferentes periodos.

La caracterización dinámica de las **ST** de **PCP** y temperaturas extremas diarias, lograda en este estudio, a través de sus valores de sus invariantes: retraso óptimo o delay,  $\tau$ , y sus dimensiones de embedding o contenedoras,  $m$ , así como de correlación o dimensión del atractor,  $D_2$ , se realizó de una forma sistemática y objetiva al aplicar el software **VRA** permitiéndonos conocer, en forma implícita el grado de complejidad asociado a cada **ST** estudiada al darnos a conocer los grados de libertad activados, o equivalentemente, al

número de ecuaciones necesarias para modelar la dinámica del sistema representado por la **ST** en estudio.

## **TRABAJOS FUTUROS**

Aplicar la metodología propuesta en este trabajo, a escala regional, incluyendo todas las **ST** disponibles, con diferentes superficies: municipal y estatal buscando obtener más información acerca de los forzantes que determinan periodos secos y húmedos.

Utilizar las técnicas de la **TW** y **SDNL** para solucionar problemas relacionados con la predicción del tiempo a corto y mediano plazo, con mayor grado de certidumbre al aplicar un enfoque de minería de datos, es decir, necesitamos considerar las fases: datos, información, conocimiento y toma de decisiones.

## Referencias bibliográficas.

A. Katok, B. Hasselblatt, *Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

D. Labat : *Recent advances in wavelet analyses: Part 1. A review of concepts*, *Journal of Hydrology* 314 (2005) 275–288

Farge, M., 1992: *Wavelet transforms and their applications to turbulence*. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 24, 395–457.

Liu, P. C., 1994: *Wavelet spectrum analysis and ocean wind waves*. *Wavelets in Geophysics*, E. Foufoula-Georgiou and P. Kumar, Eds., Academic Press, 151–166.

Mak, M., 1995: *Orthogonal wavelet analysis: Interannual variability in the sea surface temperature*. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 76, 2179–2186.

Matias Méndez and Victor Magaña, 2009: *Regional Aspects of Prolonged Meteorological Droughts over Mexico and Central America*, *Journal of Climate*, *Amer. Meteor. Soc.*23, 1175-1188

N. Marwan et al: *Recurrence plots for the analysis of complex systems*, *Physics Reports* 438 (2007) 237– 329

Sprott C. J. 2003: *Chaos and Time Series Analysis* Oxford University Press 15-40,245-260.

Torrence, C., and P. J. Webster, 1998: *The annual cycle of persistence in the El Niño–Southern Oscillation*. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 118, 877-926.

INE 2007, *Informe Proyecto: Fomento de las Capacidades para la Etapa II de Adaptación de Cambio Climático en Centroamérica, México y Cuba*. PNUD, pp. 31.

Walker, J.S., 1997. *Fourier analysis and wavelet analysis*. *Notices of the American Mathematical Society* 44 (6), 658–670.

## Referencias en Internet

<http://ion.researchsystems.com/IONScript/wavelet/> (Fecha de consulta 20/04/2012)

<http://mapserver.inegi.org.mx/geografia/espanol/estados/tlax/clim.cfm?c=444&e=21> (Fecha de consulta 25/05/2012)

[http://www.visualization-2002.org/VRA\\_MAIN\\_PAGE\\_.html](http://www.visualization-2002.org/VRA_MAIN_PAGE_.html) (Fecha de consulta 12/12/11)