



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

CONTROL NO LINEAL DE CONVERTIDORES  
ESTÁTICOS BIDIRECCIONALES DE  
POTENCIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

ELÉCTRICA – CONTROL AUTOMÁTICO

P R E S E N T A :

IVÁN MARTÍNEZ PEREZ

TUTOR

DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ

2008



**JURADO ASIGNADO:**

**Presidente:** Dr. Sira Ramírez Hebbert  
**Secretario:** Dr. Alvarez Icaza Longoria Luis Agustín  
**Vocal:** Dr. Espinosa Pérez Gerardo René  
**1er. Suplente:** Dr. Cardenas Galindo Victor Manuel  
**2do. Suplente:** Dr. Maya Ortiz Paul Rolando

**Lugar o lugares donde se realizó la tesis:**

**México D. F.**

**TUTOR DE TESIS:**

**Dr. Espinosa Pérez Gerardo René**

---

**FIRMA**

# Índice general

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introducción</b>  | <b>7</b>  |
| 1.1. Motivación y antecedentes  | 9         |
| 1.1.1. Perspectiva de la calidad de la energía eléctrica                                | 9         |
| 1.1.2. Soluciones   | 12        |
| 1.2. Formulación del problema   | 15        |
| 1.3. Contribuciones   | 18        |
| 1.4. Contenido de la tesis  | 19        |
| <b>2. Control Basado en Pasividad por Asignación de Interconexión y Amortiguamiento</b> | <b>21</b> |
| 2.1. Control Basado en Pasividad  | 21        |
| 2.1.1. Definición de Pasividad  | 21        |
| 2.1.2. Propiedades de control   | 22        |
| 2.2. Propiedad de pasividad de Sistemas Hamiltonianos                                   | 24        |
| 2.3. Objetivo de Control  | 25        |
| 2.3.1. Moldeo de Energía  | 25        |
| 2.3.2. Preservación de Estructura   | 26        |
| 2.4. Procedimiento de diseño  | 26        |
| <b>3. Modelo GSSA del convertidor</b>   | <b>31</b> |
| 3.1. Modelado GSSA, definición y antecedentes   | 31        |
| 3.1.1. Propiedades fundamentales en el modelado GSSA                                    | 33        |

|   |           |
|---|-----------|
| 3.1.2. Promediación generalizada para sistemas hamiltonianos . . .    | 34        |
| 3.2. Dinámicas Lagrangiana y Hamiltoniana del convertidor . . . . .   | 35        |
| 3.3. Modelo en variables GSSA del modelo Hamiltoniano del convertidor | 38        |
| 3.4. Puntos de equilibrio del modelo GSSA . . . . .                   | 43        |
| <b>4. Diseño del controlador</b>                                      | <b>47</b> |
| 4.1. Preservación de estructura . . . . .                             | 47        |
| 4.2. Condición de integrabilidad . . . . .                            | 48        |
| 4.3. Asignación del equilibrio . . . . .                              | 50        |
| 4.4. Estabilidad en el sentido de Lyapunov . . . . .                  | 52        |
| 4.5. Leyes de control en el dominio del tiempo . . . . .              | 53        |
| <b>5. Resultados de simulación</b>                                    | <b>55</b> |
| <b>6. Conclusiones</b>  | <b>67</b> |
| <b>A. Propiedades elementales del modelado GSSA</b>                   | <b>71</b> |
| A.1. Propiedad de simetría . . . . .                                  | 71        |
| A.2. Diferenciación con respecto al tiempo . . . . .                  | 73        |
| A.3. Cálculo del promedio de un producto . . . . .                    | 74        |
| <b>Bibliografía</b>   | <b>75</b> |

# Índice de figuras

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Suministro de Energía Eléctrica . . . . .   | 9  |
| 1.2. Circuito del convertidor back to back . . . . .   | 16 |
| 3.1. Circuito del convertidor back to back . . . . .   | 35 |
| 5.1. Respuesta transitoria inicial de la tensión del capacitor de enlace ( $V_1$ )   | 57 |
| 5.2. Respuesta transitoria de la tensión del capacitor de enlace ( $V_1$ ),<br>cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de $i_{l_1}$ a $i_{l_2}$ ) . .   | 57 |
| 5.3. Respuesta en estado estacionario de la tensión del capacitor de en-<br>lace ( $V_1$ ), cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro. . .  | 58 |
| 5.4. Tensión de suministro ( $V_i$ ), respuesta transitoria inicial de la co-<br>rriente de línea ( $i_1$ , para dos valores diferentes de $n$ ) y corriente de<br>carga ( $i_l$ ). . . . .  | 58 |
| 5.5. Tensión de suministro ( $V_i$ ), corriente de línea ( $i_1$ , para dos valores<br>diferentes de $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ), cuando ocurre el cambio<br>de flujo de potencia (cambio de $i_{l_1}$ a $i_{l_2}$ ). . . . . | 59 |
| 5.6. Tensión de suministro ( $V_i$ ), respuesta en estado estacionario de la<br>corriente de línea ( $i_1$ , para dos valores diferentes de $n$ ), cuando la<br>potencia fluye hacia la fuente de suministro. . . . .                  | 59 |
| 5.7. Respuesta transitoria inicial de la tensión de salida ( $V_o$ , para dos<br>valores diferentes de $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ). . . . .   | 60 |

---

|  |    |
|--|----|
| 5.8. Tensión de salida ( $V_o$ , para dos valores diferentes de $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ), cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de $i_{l1}$ a $i_{l2}$ ). . . . .                 | 60 |
| 5.9. Respuesta en estado estacionario de la tensión de salida ( $V_o$ , para dos valores diferentes de $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ), cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro. . . . . | 61 |
| 5.10. Respuesta transitoria inicial del esfuerzo de control $U_1$ para dos valores diferentes de $n$ . . . . .   | 61 |
| 5.11. Esfuerzo de control $U_1$ para dos valores diferentes de $n$ , cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de $i_{l1}$ a $i_{l2}$ ). . . . .  | 62 |
| 5.12. Respuesta permanente del esfuerzo de control $U_1$ para dos valores diferentes de $n$ , cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro. . . . .  | 62 |
| 5.13. Respuesta transitoria inicial del esfuerzo de control $U_2$ para dos valores diferentes de $n$ . . . . .   | 63 |
| 5.14. Esfuerzo de control $U_2$ para dos valores diferentes de $n$ , cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de $i_{l1}$ a $i_{l2}$ ). . . . .  | 63 |
| 5.15. Respuesta permanente del esfuerzo de control $U_2$ para dos valores diferentes de $n$ , cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro. . . . .  | 64 |

# Capítulo 1

## Introducción

Los convertidores alimentados en voltaje (VSCs<sup>1</sup>, por sus siglas en inglés) pueden ser utilizados usualmente como interfaz entre las redes eléctricas y los diversos sistemas generadores de electricidad existentes, para entregar o demandar energía a estas redes con la mejor calidad posible. Un ejemplo de estos convertidores es el bidireccional, usualmente llamado *back to back*, el cual debido a que permite controlar de manera muy eficiente el flujo de potencia eléctrica, es objeto de estudios permanentes para mejorar su desempeño [1].

El convertidor *back to back* monofásico, que se estudia en esta tesis, se conforma por dos puentes completos que son acoplados por medio de un capacitor de enlace. La función de los puentes es que actúen simultánea y/o alternadamente, uno como rectificador<sup>2</sup> y otro como inversor<sup>3</sup>, para cuando la potencia fluye desde/hacia la fuente (sistemas generadores).

Desde el punto de vista de control, los objetivos para este convertidor son, en esencia, conseguir regulación de la tensión en el capacitor de enlace y hacer segui-

---

<sup>1</sup>Voltaje Source Converters

<sup>2</sup>VSC que convierte CA en CD

<sup>3</sup>VSC que convierte CD en CA

miento de trayectorias en la tensión de CA de salida y en la corriente que circula a través de la fuente (o corriente de línea).

La técnica de control basado en pasividad por asignación de interconexión y amortiguamiento (IDA-PBC<sup>4</sup>, por sus siglas en inglés) ha demostrado ser útil y eficaz para satisfacer objetivos de regulación en sistemas dinámicos y al ser ésta la técnica que motiva el trabajo, resulta necesario replantear los objetivos de control del convertidor como únicamente problemas de regulación.

Utilizando el método de modelado por promediación generalizada del espacio de estados (GSSA<sup>5</sup>, por sus siglas en inglés), es posible plantear, bajo ciertas condiciones, problemas de seguimiento de trayectorias a través de objetivos de regulación [4] [5].

El contexto en el que cae el modelo obtenido por GSSA del modelo Hamiltoniano del convertidor es, también, Hamiltoniano. Como los Sistemas Hamiltonianos son pasivos en un sentido natural, es posible aprovechar esta propiedad para desarrollar esquemas de control.

IDA-PBC además de aprovechar esta propiedad de pasividad, moldea la energía conjunta del sistema planta-controlador para satisfacer los objetivos de control, propicia un panorama más claro del funcionamiento del sistema en lazo cerrado.

---

<sup>4</sup>Interconnection-and-damping assignment passivity-based control

<sup>5</sup>Generalized State Space Averaging



## 1.1. Motivación y antecedentes

La primera parte de esta sección del capítulo describe el problema de ingeniería eléctrica que fundamenta la iniciativa de realizar esta tesis. La segunda cita de manera muy general, las soluciones que existen a este problema y los antecedentes.

### 1.1.1. Perspectiva de la calidad de la energía eléctrica

#### Importancia del suministro de la energía eléctrica

Al ser el suministro de energía eléctrica uno de los principales servicios en las sociedades industrializadas para el sustento de la vida, es claro que la calidad de este servicio soporta y apuntala la vitalidad comercial, cultural y social de los países.

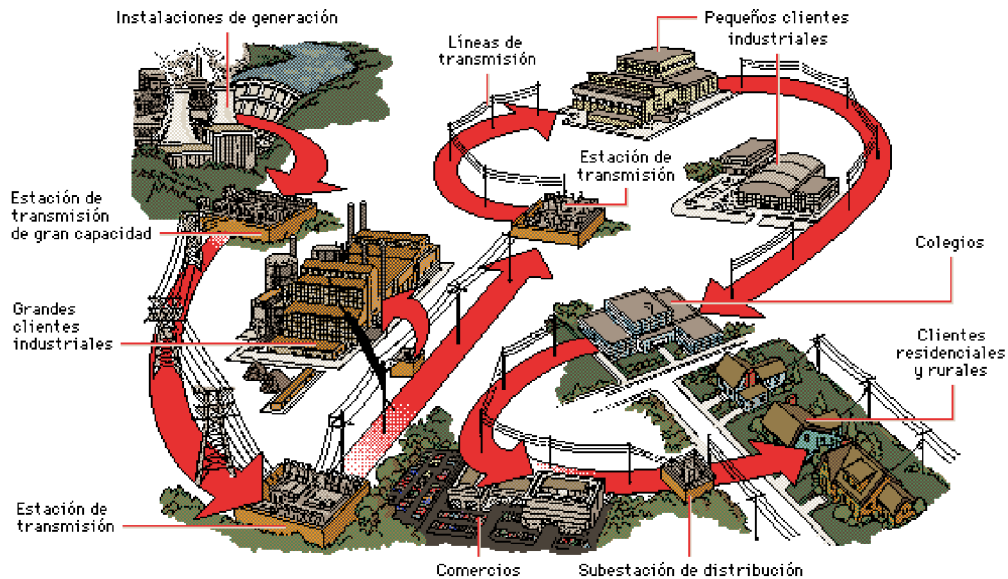


Figura 1.1: Suministro de Energía Eléctrica

Los consumidores de electricidad, poco a poco, han tomado conciencia de la

necesidad de contar con un servicio de alto nivel, en el cual la calidad de la energía eléctrica (PQ<sup>6</sup>, por sus siglas en inglés) entregada por la empresa suministradora juega un papel importante. La calidad de la energía eléctrica se define como el concepto de energizar y poner a tierra un equipo electrónico sensible de tal forma que sea apta para la operación de tal equipo [23]. La parte de la calidad de la energía eléctrica que se trata en este trabajo es el de la energización. Específicamente se aborda el aspecto de la forma de onda de la tensión de conexión a las cargas<sup>7</sup>.

El enfoque anterior es para cuando la energía fluye de las fuentes hacia las redes (entrega). El problema cuando el flujo de potencia sucede de las redes a las fuentes (demanda) es aprovechar de manera eficiente esta energía. El aprovechamiento de la energía, en ambos casos de flujo de potencia, sucede si las fuentes trabajan con factor de potencia unitario.

### **Factores que afectan la calidad de la energía eléctrica**

Las principales razones operativas que propician una deficiencia en la calidad de la energía eléctrica son:

- La conexión de cargas o equipos electrónicos a las redes eléctricas, ya que estos dispositivos presentan características altamente no lineales que son fuente de perturbaciones que ocasionan distorsiones en la tensión de suministro.
- Existe, también, la tendencia de incrementar el uso de estos equipos electrónicos (uso irremplazable, en muchos de los casos) en casas, oficinas y fábricas que cambian la impedancia característica de la carga.
- Se presenta, entonces, un problema inminente de conexión de cargas (no lineales), ya que debido a que cada carga aporta distorsión a la tensión de suministro y existe un número creciente de cargas conectadas en el mismo punto

---

<sup>6</sup>Power Quality

<sup>7</sup>De aquí en adelante solo tensión de conexión

que aportan su respectiva perturbación, el problema total es de mayor dimensión.

- El mal diseño de instalaciones eléctricas, tales como los sistemas de puesta a tierra, que no consideran equipos electrónicos.

### **Consecuencias de una mala calidad de la energía eléctrica**

Para ejemplificar las consecuencias de una mala calidad de la energía eléctrica, se citan solamente los efectos de la conexión de cargas no lineales a las redes eléctricas:

- Corrientes excesivas en los conductores de neutro que los sobrecalientan
- Altos niveles de tensión entre los conductores de neutro y tierra.
- Sobrecalentamiento de transformadores y motores.
- Campos magnéticos muy intensos en los transformadores

Las consecuencias de estos fenómenos pueden ser desde un mal funcionamiento de los equipos conectados a la tensión de suministro, hasta la degradación en el tiempo de vida de los elementos que componen dichos equipos, tales como: transformadores, conductores, bancos de capacitores de corrección de factor de potencia, etc. También cabe destacar que tales perturbaciones incrementan la ocurrencia de cortes de suministro y variaciones de tensión.

Es claro que sin acciones correctivas (e incluso preventivas), las compañías suministradoras y los usuarios experimentarán un número creciente de fallas en sus sistemas y equipos, con los problemas subsecuentes, como pérdida de producción y competitividad.

Los factores que afectan y las consecuencias son los mismos para ambos casos de flujo de potencia.

### **Características de la calidad de la energía eléctrica**

La calidad de la energía eléctrica depende de, al menos, una docena de características claves de las fuentes, por ejemplo variaciones en la frecuencia y amplitud de la tensión que proporcionan, siendo las más críticas el contenido armónico y los transitorios por sobretensión. A continuación se enlistan algunas por considerarlas punto de partida para tratar los demás.

Variaciones en la frecuencia y amplitud de la tensión. Esta característica se refiere a mantener fija la frecuencia y la amplitud de la tensión de conexión ya que muchas de las cargas conectadas a las redes están diseñadas para operar, o se obtiene un mejor provecho de ellas, en valores determinados de estos parámetros. Tal es el caso de los bancos de capacitores para corrección de factor de potencia que requieren precisión en la amplitud, o de los motores en el caso de la frecuencia y amplitud, ya que un desbalance superior al 5 imposibilita su uso.

Distorsión armónica. Consiste en evitar la existencia de réplicas de la tensión de suministro en múltiplos de la frecuencia fundamental (frecuencia de la tensión de suministro).

#### **1.1.2. Soluciones**

Existen soluciones comerciales que individualmente o combinadas reducen significativamente el riesgo de problemas con armónicas y otras perturbaciones que degradan la calidad de la energía eléctrica. A continuación se citan algunas que abordan las características a tratar en este trabajo:

- Para variaciones en la frecuencia y amplitud
  - Fuentes Ininterrumpibles de Energía (UPS<sup>8</sup>, por sus siglas en inglés)

---

<sup>8</sup>Uninterruptible Power Supply

- Para armónicos
  - Filtros pasivos y activos
  - Transformadores de aislamiento y con fase desplazada

Muchas de estas aplicaciones se basan en la electrónica de potencia para cumplir con su objetivo. La electrónica de potencia son las aplicaciones de la electrónica de estado sólido para el control y la conversión de la energía eléctrica. Los dispositivos encargados de llevar al cabo el mejoramiento de la calidad de la energía eléctrica en estas aplicaciones son los convertidores estáticos de potencia<sup>9</sup> (arreglos bien definidos de los conmutadores electrónicos en un circuito). Entre los más utilizados están los VSCs [21].

En los últimos años ha surgido, como una solución alternativa para atender el problema de corrección de factor de potencia, el uso del convertidor *back to back*, el cual también es un VSC [1]. El modo de empleo de este convertidor para abordar esta característica se explica en la siguiente sección de este capítulo.

### **Antecedentes**

Los estudios realizados a este convertidor en [15], [16], [17], por citar a algunos, están enfocados en la optimización de sus componentes. El tipo de enfoque con que se estudia el convertidor en estas referencias es aquél en donde el diseño electrónico juega un papel importante por medio de la definición de nuevas topologías y la evaluación de nuevos dispositivos de conmutación principalmente. En los trabajos citados se utiliza al convertidor para la solución del flujo bidireccional de potencia únicamente.

En adición a esto, es cada vez más frecuente el uso de técnicas de control no lineal en los convertidores estáticos de potencia, ya que son robustas y garantizan la

---

<sup>9</sup>De aquí en adelante solo convertidores

operación del sistema alrededor de un punto específico mediante una justificación rigurosamente matemática.

Por ejemplo en [14] se desarrolla un controlador, basado en modos deslizantes, que resuelve los mismos tópicos de la calidad de la energía que se abordan en esta tesis, de manera robusta ante variaciones en la carga resistiva del convertidor, pero no atiende el flujo bidireccional de potencia.

Una de éstas técnicas de control no lineal, es aquella que fundamenta su teoría en las propiedades de disipación de energía de los sistemas dinámicos, denominada control basado en pasividad (PBC). Existen diversos trabajos que abordan, de manera individual, a los dos VSC que conforman al convertidor y que son antecedentes para abordar al convertidor mediante esta técnica de control. Por ejemplo en [18] y [19] se desarrollan esquemas de control para el inversor. Esquemas de control que, también, sólo consideran cargas de tipo resistivo al igual que en [20] donde se presenta un esquema de control para el rectificador. La aportación de estos controladores son su sencilla implementación y la mejora en el desempeño.

Al ser la carga conectada a estos VSCs de tipo resistivo en estos estudios, se establece el flujo de potencia en un solo sentido y se aborda, como consecuencia, solo el estudio de calidad de la energía.

En [5] se abordan ambos problemas para el rectificador. En este estudio se asume la bidireccionalidad del flujo de potencia mediante el sentido de flujo de la corriente de carga. Sin embargo al tratarse del rectificador, y como debería esperarse idealmente en este convertidor, la corriente de carga se asume en un valor constante, lo cual conlleva a simplificar el análisis. Este estudio se basa en la teoría de pasividad ya antes mencionada.

Cabe destacar que en la teoría de pasividad existen dos enfoques, el tradicional

(PBC) y el que ha surgido en los últimos años, denominado Control por Asignación de Interconexión y Amortiguamiento (IDA). El que se utiliza en este trabajo es el segundo que, aunque está todavía en proceso de desarrollo para resolver problemas de seguimiento de trayectorias, proporciona las herramientas necesarias para satisfacer objetivos de control de regulación. Además, al trabajar en un entorno energético, más allá del de sólo señales, IDA-PBC proporciona un panorama detallado del funcionamiento del sistema en lazo cerrado.

Por último, otra ventaja de IDA-PBC es que su metodología para el diseño de controladores es sistemática y sencilla de aplicar. Por estas razones y las que se mostrarán adelante en el capítulo destinado a esta técnica de control, es que se selecciona este enfoque para resolver los problemas del convertidor en mención.

## 1.2. Formulación del problema

Bajo el panorama anterior, el problema es emplear al convertidor *back to back* para controlar la forma de onda de la tensión de conexión y atender el problema de corrección de factor de potencia cuando los sistemas de generación entreguen o demanden energía eléctrica a las cargas, bajo circunstancias normales de operación. Con el fin de conseguir este objetivo, es necesario explicar la constitución y funcionamiento de este convertidor.

La Figura 1.2 muestra la constitución del convertidor *back to back* monofásico, al cual lo conforman dos puentes completos monofásicos (topología de los conmutadores electrónicos) que se conectan por medio de un capacitor de enlace; uno se conecta a una fuente de tensión monofásica, mientras que al otro se le conecta un filtro paso bajas de salida. El circuito establece una conversión del tipo CA/CD/CA.

El sentido de las corrientes y las polaridades en las tensiones de la figura 1.2 muestran que el flujo de potencia se establece de la fuente  $V_i$  a la carga conectada

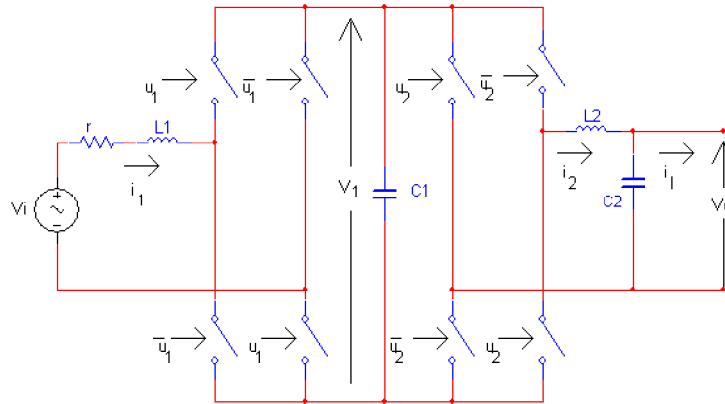


Figura 1.2: Circuito del convertidor back to back

en la tensión de conexión,  $V_o$ . Este sentido de flujo de potencia establece una etapa de rectificación para la tensión alterna de la fuente  $V_i$  mediante el puente completo monofásico que está conectado a ella. Esta tensión rectificada,  $V_1$ , es utilizada por la etapa de inversión, determinada por el puente completo conectado al filtro paso bajas formado por  $L_2$  y  $C_2$ , para obtener una tensión alterna. El filtro a su vez realiza su función sobre esta tensión alterna para que  $V_o$  esté libre de contenido armónico de alta frecuencia.

Para hacer referencia al caso cuando el flujo de potencia se establece de la carga hacia la fuente, considerese un cambio en el sentido de las corrientes que se muestran la figura 1.2. Bajo estas condiciones la rectificación se realiza mediante el puente completo conectado al filtro mientras que la inversión la realiza el puente conectado a la fuente.

El aprovechamiento de la energía, que es el problema del flujo bidireccional de potencia que se aborda en este trabajo, sucede si  $V_i$  trabaja con factor de potencia unitario en ambos casos de flujo de potencia.



Cabe mencionar que la calidad de la tensión rectificada,  $V_1$ , influye de manera directa sobre la forma de onda de  $V_o$ , ya que se cuenta con un mayor contenido armónico de baja frecuencia, en esta última, si  $V_1$  no es constante.

Se exige mantener una forma de onda senoidal para  $V_o$ , de frecuencia y fase igual a la componente fundamental de  $V_i$ , para ambos sentidos del flujo de potencia, ya que, en principio, es en esta última donde las cargas se conectarían y, en segunda, por simplicidad en el diseño.

Las circunstancias anteriores establecen las condiciones operativas del convertidor *back to back* para atender las exigencias de la formulación del problema, por lo que los objetivos de control se pueden sintetizar de la siguiente manera:

- Un factor de potencia unitario para la fuente  $V_i$ .
- Un valor deseado constante,  $V_d$ , para la tensión  $V_1$ .
- Una tensión de salida de la forma  $V_o = E_2 \sin(\omega_s t)$ , donde  $E_2$  es un valor positivo deseado.

Como se aprecia de la constitución del convertidor, la tensión de entrada  $V_i$  se asume senoidal, por lo se cuenta únicamente con las señales de conmutación  $U_1$  y  $U_2$  que accionan a los dispositivos conmutadores para satisfacer los objetivos anteriormente planteados. Por lo que el objetivo del presente trabajo es desarrollar una política de conmutación, para estos dispositivos conmutadores a partir de la técnica de control no lineal IDA-PBC.

De los objetivos de control, se identifica un problema de regulación (para la tensión de  $V_1$ ) y dos problemas de seguimiento de trayectorias (uno para la corriente  $i_1$  y otro para  $V_o$ ). Sin embargo IDA-PBC se ha desarrollado, hasta nuestros días, para resolver problemas de regulación, por lo que resulta necesario replantear estos

problemas de seguimiento como problemas de regulación.

Las condiciones bajo las cuales se desarrolla el trabajo son:

- Todos los elementos o parámetros que conforman el circuito del convertidor son conocidos e invariantes en el tiempo.
- Todos las variables o estados son medibles.

### 1.3. Contribuciones

La principal contribución de este trabajo, es la obtención de las políticas de conmutación para los dispositivos conmutadores que conforman las etapas de rectificación e inversión del convertidor *back to back*, que permiten operar al convertidor no solo para controlar la forma de onda de la tensión de conexión con la que se energizan las cargas conectadas a los sistemas de generación (fuente) como en [22] y en [14] (donde las cargas conectadas son resistencias), sino además para corrección del factor de potencia cuando existe flujo bidireccional de potencia. Esto se debe a que se se trabaja con la generalización de la corriente de carga, es decir, se utilizan modelos matemáticos completos que representan a dicha corriente. Adicionalmente, se trabaja con un modelo que representa la interconexión de las dos etapas que conforman al convertidor en estudio, para las cuales sus análisis y soluciones se han hecho de manera separada. Por ejemplo, para la etapa de inversión [18] y [19] resuelven satisfactoriamente el problema de seguimiento de trayectorias que se presenta en la salida de esta etapa, como se presentan también en este trabajo, pero asumen fuentes constantes de entrada para esta etapa y, al considerar cargas de tipo resistivo, no abordan el problema de bidireccionalidad del flujo de potencia <sup>10</sup>.

---

<sup>10</sup>Para ilustrar ejemplos para la otra etapa se remite al lector a la sección de antecedentes de este capítulo

## 1.4. Contenido de la tesis

El presente trabajo está constituido por seis capítulos. En el segundo capítulo se citan de la bases del IDA-PBC y se sintetiza el procedimiento utilizado para la obtención de controlador. En el tercer capítulo se provee de una breve revisión del método de modelado GSSA y se presenta el modelo obtenido del convertidor *back to back* en estas variables. El cuarto capítulo describe a detalle el diseño del controlador para el convertidor, explicando las consideraciones que se hacen para obtenerlo, las cuales son provistas por la dinámica del convertidor. Los resultados de simulación numérica son expuestos en el quinto capítulo. Estos se presentan para los dos casos de direccionamiento de potencia. En el sexto capítulo quedan plasmadas las conclusiones de la realización del trabajo. Ahí mismo se enlistan las líneas futuras de investigación del trabajo. En el apéndice A se reproducen las demostraciones de las propiedades esenciales en la metodología GSSA. Las referencias consultadas se incluyen al final de este trabajo.



## **Capítulo 2**

# **Control Basado en Pasividad por Asignación de Interconexión y Amortiguamiento**

En la primera sección de este capítulo se hace una breve reseña de la filosofía de la técnica de control basado en pasividad. En la segunda se presenta la propiedad de pasividad de los Sistemas Hamiltonianos (SH). Se presenta después la estructura que debe preservar el sistema en lazo cerrado (planta-controlador) para satisfacer los objetivos de control. Por último se presenta el método de desarrollo de esquemas de control utilizado.

### **2.1. Control Basado en Pasividad**

#### **2.1.1. Definición de Pasividad**

El concepto de pasividad se relaciona con la manera en cómo sucede el intercambio de energía en los sistemas dinámicos y su entorno.

Considere el sistema en el espacio de estados

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) & , \quad u \in U \\ y = h(x, u) & , \quad y \in Y \end{cases}$$

donde  $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$  y  $U \subset \mathbb{R}^m$ ,  $Y \subset \mathbb{R}^m$  son espacios lineales

**Definición [Pasividad]**

El sistema  $\Sigma$  es pasivo si existe una función  $S : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^+$ , llamada función de almacenamiento, tal que para todo  $t_1 \geq t_0$  y toda función  $u \in U$  se satisfacc que

$$\underbrace{S(x(t_1))}_{\text{Energía almacenada final}} \leq \underbrace{S(x(t_0))}_{\text{Energía almacenada inicial}} + \underbrace{\int_{t_0}^{t_1} y^T(t)u(t)dt}_{\text{Energía suministrada}}$$

La definición de anterior implica que un sistema pasivo no almacena más energía que la que le es suministrada, siendo la diferencia entre ellas la energía disipada [11].

**2.1.2. Propiedades de control**

Es posible aprovechar las definiciones anteriores para establecer condiciones para el diseño de controladores, las cuales se citan a continuación:

- Se tiene que  $-\int_0^T y^T u dt \leq \mathcal{S}[x(t_0)] < \infty$ , i.e. la cantidad de energía extraíble de un sistema pasivo es finita.
- En un sistema pasivo con entrada cero las trayectorias terminan en un punto de energía mínima, lo que implica que es estable en el sentido de Lyapunov.
- La tasa de convergencia se incrementa si  $u = -Ky$ , con  $K = K^T > 0$ .

El término Control Basado en Pasividad (PBC<sup>1</sup>, por sus siglas en inglés) fue introducido por primera vez en [9], para definir una metodología de diseño de controladores cuyo objetivo es la estabilización del sistema en lazo cerrado por pasivización. La estabilización se consigue asignando una función de almacenamiento que tiene un mínimo en el punto de equilibrio deseado. La aplicación de la idea ha tenido éxito en sistemas mecánicos, en donde la energía total es la diferencia entre la energía almacenada y la suministrada, por lo que se concluye que la estabilización se consigue moldeando la energía. En el caso de sistemas mecánicos la energía que se moldea es la energía potencial. Estas características convenientes explican el éxito práctico del PBC.

PBC ha sido también aplicado a sistemas físicos descritos por ecuaciones Euler Lagrange (EL), sistemas que incluyen aplicaciones mecánicas, eléctricas y electromecánicas. Desafortunadamente en aplicaciones donde es requerida la modificación de la energía cinética, la función de almacenamiento del lazo cerrado no tiene la interpretación de energía total aún cuando el lazo cerrado define un mapa pasivo [10].

En [7] se presenta una teoría alternativa del PBC, llamada Asignación de Interconexión y Amortiguamiento (IDA-PBC) la cual extiende, a una amplia gama de sistemas que requieren el moldeo de la energía total, las características convenientes del PBC, consiguiendo, por una parte, la preservación de la estructura en el lazo cerrado y, por otra, que la función de almacenamiento del mapa pasivo sea, precisamente, la energía total del sistema en lazo cerrado.

Para conseguirlo, se trabaja con modelos de Sistemas Hamiltonianos (SH), los cuales engloban una extensa clase de sistemas físicos no lineales. Los modelos de SH resultan de la teoría de modelado por redes de sistemas físicos conservativos y de parámetros concentrados con elementos almacenadores independientes. Además de recuperar la característica de balance de energía de sistemas físicos, los modelos

---

<sup>1</sup>Passivity-Based Control

SH definen la estructura de interconexión relacionada con los cambios de energía.

## 2.2. Propiedad de pasividad de Sistemas Hamiltonianos

El modelo Hamiltoniano de un sistema dinámico es de la forma

$$\dot{x} = [\mathcal{J}(x, u) - \mathcal{R}(x)](\nabla H(x))^T + g(x, u) \quad (2.1)$$

donde las variables de energía son descritas por  $x \in \mathfrak{R}^n$ ;  $H(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^+$  es el Hamiltoniano, dado por la energía total del sistema;  $\mathcal{J} = -\mathcal{J}^T$  es una matriz antisimétrica, que captura la estructura de interconexión del sistema;  $\mathcal{R} = \mathcal{R}^T \geq 0$  es la matriz de disipación de energía y  $g$  es la matriz de conexión, la cual describe el flujo de la energía hacia/desde el sistema. Las variables duales de potencia  $u$  y  $y = g^T(\nabla H)^T$  establecen el mecanismo para proporcionar energía al sistema [12].

Si se evalúa la derivada respecto al tiempo de la función de energía,  $H$ , se obtiene

$$\dot{H} = - \left[ \frac{\partial H}{\partial x}(x) \right]^T \mathcal{R} \frac{\partial H}{\partial x}(x) + u^T y \quad (2.2)$$

donde el primer término del lado derecho de la igualdad es negativo y representa la disipación hecha por los elementos resistivos en el sistema. Integrando a (2.2) se obtiene la siguiente ecuación, denominada ecuación de *balance de energía*

$$\underbrace{\int_0^t u^T(s)y(s)ds}_{\text{suministrada}} = \underbrace{H[x(t)] - H[x(0)]}_{\text{almacenada}} + \underbrace{\int_0^t \left[ \frac{\partial H}{\partial x}[x(s)] \right]^T \mathcal{R}[x(s)] \frac{\partial H}{\partial x}[x(s)] ds}_{\text{disipada}} \quad (2.3)$$

sí la función de energía  $H(x)$  es acotada por abajo, los SH definen un mapa pasivo  $\Sigma : u \rightarrow y$  y en ese caso (2.3) reitera el hecho de que un sistema pasivo no puede almacenar más energía de la que le es suministrada.



## 2.3. Objetivo de Control

A partir de (2.3) se observa que la energía de un sistema no controlado ( $u = 0$ ) no se incrementa, esto es  $H[x(t)] \leq H[x(0)]$  e incluso decrece en presencia de disipación. Si la función de energía está acotada por abajo, el sistema se detiene eventualmente en un punto de mínima energía,  $\check{x}$ . En diversos casos, este punto resulta de poco interés y se recurre al control para operar al sistema alrededor de un punto  $x^*$ , que no es de equilibrio o de mínima energía en lazo abierto.

### 2.3.1. Moldeo de Energía

Para alcanzar el objetivo de control anterior, aprovechando la propiedad natural de pasividad de los SH, IDA-PBC propone buscar una retroalimentación estática de estados, como ley de control de la forma  $u = \beta(x) + v$  que preserve la dinámica del sistema en lazo cerrado como un SH y que satisfaga la *nueva ecuación de balance de energía*

$$\underbrace{H_d[x(t)] - H_d[x(0)]}_{\text{almacenada}} = \underbrace{\int_0^t v^T(s)y'(s)ds}_{\text{suministrada}} - \underbrace{d_d(t)}_{\text{disipada}} \quad (2.4)$$

donde  $H_d(x)$  es la función de energía total deseada del lazo cerrado, la cual debe tener un mínimo estricto en  $x^*$ ,  $y'$  es la nueva salida pasiva (la cual puede ser igual a  $y$ ) y se reemplaza el término natural de disipación por alguna función  $d_d(t) \geq 0$  para incrementar la velocidad de convergencia.

Resulta claro que si  $v = 0$ , la ley de control propuesta,  $u = \beta(x)$ , resuelve el objetivo de control estabilizando  $x^*$  con función de Lyapunov  $H_d(x)$  [7].

La solución a la búsqueda de la retroalimentación de estados, propuesta por IDA-PBC para satisfacer el objetivo de control propuesto, se puede sintetizar de la siguiente manera:

1. Recordando que en SH los intercambios internos de energía son capturados

por las matrices de interconexión y disipación, primero se procede a componer la estructura deseada de estas matrices, de aquí el nombre de IDA.

2. Después se obtiene una ecuación diferencial parcial (PDE<sup>2</sup>, por sus siglas en inglés) parametrizada por estas matrices cuyas soluciones caracterizan todas las funciones que pueden ser asignadas. Finalmente, de esta familia de soluciones se escoge una que satisfaga el requisito del mínimo y se calcula el control.

### 2.3.2. Preservación de Estructura

La retroalimentación estática de estados de control  $u = \beta(x)$  debe, entonces, satisfacer que la dinámica del sistema en lazo cerrado sea un SH con disipación de la forma:

$$\dot{x} = (\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)) \frac{\partial H_d}{\partial x}(x) \quad (2.5)$$

donde las matrices  $J_d(x) = -J_d^T(x)$  y  $R_d(x) = R_d^T(x) \geq 0$  son las matrices de interconexión y amortiguamiento, respectivamente, que son compuestas en el principio de la búsqueda de la retroalimentación de estados,  $\beta(x)$ .

## 2.4. Procedimiento de diseño

A continuación se presentan las proposiciones utilizadas, que ayudan a resolver el problema de estabilización de los SH alrededor de un punto de operación,  $x^*$ , que no es punto de equilibrio natural de los SH, y que forman parte de los resultados de [7].

**Proposición 1.** Dados  $\mathcal{J}(x, u)$ ,  $\mathcal{R}(x)$ ,  $H(x)$ ,  $g(x, u)$  y el equilibrio deseado a estabilizar,  $x^* \in \mathfrak{R}^n$ , asumir que se pueden encontrar funciones  $\beta(x)$ ,  $\mathcal{J}_a(x)$ ,  $\mathcal{R}_a(x)$

---

<sup>2</sup>Partial Differential Equation

y un vector de funciones  $K(x)$  que satisfacen

$$[\mathcal{J}(x, \beta(x)) + \mathcal{J}_a(x) - (\mathcal{R}(x) + \mathcal{R}_a(x))]K(x) = -[\mathcal{J}_a(x) - \mathcal{R}_a(x)] \frac{\partial H_d}{\partial x}(x) + g(x, \beta(x)) \quad (2.6)$$

tal que

- Se preserva estructura

$$\mathcal{J}_d(x) := \mathcal{J}(x, \beta(x)) + \mathcal{J}_a(x) = -[\mathcal{J}(x, \beta(x)) + \mathcal{J}_a(x)]^T,$$

$$\mathcal{R}_d(x) := \mathcal{R}(x) + \mathcal{R}_a(x) = [\mathcal{R}(x) + \mathcal{R}_a(x)]^T \geq 0$$

- $K(x)$  es el gradiente de una función escalar. Esto es,

$$\frac{\partial K}{\partial x}(x) = \left[ \frac{\partial K}{\partial x}(x) \right]^T \quad (2.7)$$

- $K(x)$ , en  $x^*$ , cumple

$$K(x^*) = -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*) \quad (2.8)$$

- El Jacobiano de  $K(x)$ , en  $x^*$ , satisface la cota

$$\frac{\partial K}{\partial x}(x^*) > -\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}(x^*) \quad (2.9)$$

Bajo estas condiciones, el lazo cerrado, sistema dado por 2.1 con  $u = \beta(x)$ , será un SH con disipación de la forma (2.5), donde

$$H_d(x) := H(x) + H_a(x) \quad (2.10)$$

y

$$\frac{\partial H_a}{\partial x} = K(x) \quad (2.11)$$

Más aún,  $x^*$ , será un equilibrio estable (localmente) del sistema en lazo cerrado.

**Proposición 2.** Si existe una función  $\beta(x)$  tal que  $\dot{x} = [\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)] (\partial H)/\partial x + g(x)\beta(x)$  es estable, entonces existen las matrices  $\mathcal{J}_a(x)$ ,  $\mathcal{R}_a(x)$  y una función  $H_a(x)$  que satisfacen las condiciones de la proposición 1.

Estas dos proposiciones afirman que IDA-PBC genera todos los controladores estabilizantes asintóticos para los SH de la forma (2.1).

Bajo las condiciones de la Proposición 1 es que se obtuvo el controlador para el convertidor y cuyas particularidades se presenta en el capítulo de diseño del controlador.

El problema del procedimiento radica en resolver la ecuación (2.6), denominada ecuación de matching, la cual puede ser resuelta de diferentes maneras. Una posibilidad es imponer una función de almacenamiento  $H_d$  y entonces solucionar para  $J_d$  y  $R_d$ . Otra opción radica en asignar la estructura de estas matrices y hallar entonces la función de almacenamiento que cumpla con la Proposición 1. Esta última opción es la que se sigue en este trabajo ya que si se elige componer a estas matrices se determina la forma de interconexión y disipación del lazo cerrado.

Es preciso señalar que la estabilización del sistema en lazo cerrado, por medio de IDA-PBC de SH, se hace en el punto de equilibrio deseado  $x^*$ , lo cual establece que únicamente se consigue resolver problemas de regulación. Para poder resolver problemas de seguimiento de trayectorias, se debe buscar una representación alternativa del modelo del sistema.

Recordando que dos de los objetivos de control planteados son de seguimiento de trayectorias, es que se necesita una herramienta de modelado que permita replantear los problemas de seguimiento de trayectorias como problemas de regulación.

La técnica que se utiliza en este trabajo se basa en métodos de promediación, abreviada GSSA, cuyos fundamentos y aplicación al modelo del convertidor empleado en este trabajo se detallan en el siguiente capítulo.

## Control Basado en Pasividad por Asignación de Interconexión y Amortiguamiento

# Capítulo 3

## Modelo GSSA del convertidor

En éste capítulo se abordan, en primera instancia, la teoría básica, condiciones y restricciones para utilizar GSSA en modelos Hamiltonianos. En segunda, se presenta la dinámica Lagrangiana del convertidor y con base en ésta se retoman los objetivos de control. Ahí mismo, se estructura este modelo en su forma Hamiltoniana. Enseguida, se muestra la aplicación de GSSA al modelo Hamiltoniano. Por último, se detalla la obtención de los puntos de equilibrio del modelo en variables GSSA que satisfacen los objetivos de control.

### 3.1. Modelado GSSA, definición y antecedentes

En [3] se presenta un método efectivo, conocido como promediación del espacio de estados (SSA<sup>1</sup>, por sus siglas en inglés), para el análisis y diseño del control por modulación de ancho de pulso (PWM<sup>2</sup>, por sus siglas en inglés) de convertidores electrónicos de potencia y que debido a su clara justificación ha llegado a ser muy popular. Este método de promediación se basa en la idea de que el estado cambia lentamente entre instantes de conmutación y las cantidades promediadas se calculan

---

<sup>1</sup>Space State Averaging

<sup>2</sup>Pulse Width Modulation

de la forma

$$\langle x \rangle(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau \quad (3.1)$$

donde  $T > 0$  se elige de acuerdo a las metas del problema. Más aún, si  $T \rightarrow 0$ , entonces (3.1) recupera de manera exacta a  $x(\tau)$ . En los convertidores estáticos de potencia esto sucede si la frecuencia de conmutación de los convertidores es alta. Es claro que esta condición establece un esfuerzo mayor de los conmutadores electrónicos existentes, mayor disipación de energía (generación de calor) y un mayor costo si se desea emplear conmutadores más rápidos. Sin embargo la tecnología en la fabricación de estos dispositivos avanza sosteniblemente, por lo que se cuenta con nuevos conmutadores con mejor eficiencia y desempeño que los de una generación anterior. El hecho de no poder trabajar a los dispositivos conmutadores a altas frecuencias trae consigo pérdida de precisión y exactitud, ya que existe un rango de error permisible, que también depende de la aplicación, para el cual la promediación refleje el comportamiento real del sistema.

Con esta aproximación se obtiene el promedio de cambio de las variables entre instantes de conmutación, es decir, una forma de onda que sigue al promedio de movimiento de la variable real, por ende, los detalles finos de la variación no son recuperados.

La expansión GSSA mejora esto y captura los detalles finos de la evolución de los estados. El procedimiento fue introducido en 1991 en [8] y considera que  $x(\tau)$  en el intervalo  $\tau \in [t-T, t]$  puede representarse por su serie de Fourier [8], esto es,

$$x(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega\tau}, \quad (3.2)$$

donde  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ,  $k \in Z$  y las cantidades promediadas  $\langle x \rangle_k(t)$  son los coeficientes complejos de la serie de Fourier o también conocidos como  $k$ -fasores. Estos coefi-



cientes son funciones que se determinan de la siguiente manera

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) e^{-jk\omega\tau} d\tau. \quad (3.3)$$

Dichos promedios son las nuevas variables de estado en la metodología GSSA y en esta tesis se les denomina variables GSSA.

La expresión (3.3) con  $k = 0$  equivale al promedio usado en (3.1) y, por lo tanto, GSSA es una generalización de SSA que aporta mayor precisión al modelado por considerar más términos en la serie de Fourier de  $x(\tau)$ , en vez de considerar únicamente el término de orden cero (o de corriente directa en terminología de circuitos eléctricos) como lo hace SSA.

Conocidas las variables GSSA para reconstruir  $x(\tau)$  a partir de los coeficientes de la serie de Fourier, se recurre a (3.2), de lo cual resulta

$$x(\tau) = \langle x \rangle_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [\langle x \rangle_k^R \cos(k\omega\tau) - \langle x \rangle_k^I \text{sen}(k\omega\tau)] \quad (3.4)$$

siendo  $\langle x \rangle_k^R$  y  $\langle x \rangle_k^I$  las partes real e imaginaria respectivamente del coeficiente complejo  $\langle x \rangle$  (de aquí en adelante se omite su argumento en  $t$  para simplificar la notación) [4].

### 3.1.1. Propiedades fundamentales en el modelado GSSA

Las propiedades que a continuación se enumeran permiten obtener un modelo dinámico en variables GSSA de cualquier sistema dinámico, en principio, a partir de su modelo (Lagrangiano o Hamiltoniano) y son las más recurridas en los trabajos donde se reporta aplicación de GSSA [2]. Las demostraciones de estas propiedades se presentan en el apéndice de esta tesis.

1. La primera propiedad reafirma la simetría existente en la serie de Fourier.

Como se mencionó antes  $\langle x \rangle$  es complejo generalmente y si además  $x(\tau)$  es real, entonces se cumple que

$$\langle x \rangle_{-k} = \overline{\langle x \rangle_k} \quad (3.5)$$

2. Diferenciación con respecto al tiempo. Esta propiedad relaciona la derivada con respecto al tiempo de una variable de estado  $x(t)$  con las variables GSSA y sus derivadas con respecto al tiempo.

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_k - \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k = jk\omega \langle x \rangle_k \quad (3.6)$$

3. Cálculo del promedio de un producto. Esta propiedad nos proporciona la herramienta para obtener el k-ésimo fasor del producto de dos variables del estado.

$$\langle xy \rangle_k = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \langle x \rangle_{k-l} \langle y \rangle_l \quad (3.7)$$

### 3.1.2. Promediación generalizada para sistemas hamiltonianos

Retomando la forma explícita Hamiltoniana de un sistema dinámico, dada por (2.1), si todos sus términos tienen una expansión en serie exponencial de Fourier, se usan (3.6) y (3.7) para obtener la evolución de las ecuaciones para  $\langle x \rangle_k$ . Adicionalmente, si en el estado estacionario el sistema tiene un contenido espectral finito, entonces se pueden seleccionar únicamente algunos de los coeficientes de esta expansión y obtener una expansión GSSA truncada. El resultado es también una representación SH del sistema truncado. Así, alcanzar una dinámica deseada puede entonces ser visto como un problema de regulación, para el cual valores constantes apropiados de los coeficientes seleccionados son predeterminados [2], [5].

## 3.2. Dinámicas Lagrangiana y Hamiltoniana del convertidor

Las ecuaciones EL que describen el comportamiento dinámico del convertidor son:

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_1}{dt} &= V_i - U_1 V_1 - r i_1 \\
 C_1 \frac{dV_1}{dt} &= U_1 i_1 - U_2 i_2 \\
 L_2 \frac{di_2}{dt} &= U_2 V_1 - V_o \\
 C_2 \frac{dV_o}{dt} &= i_2 - i_l
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

que son obtenidas del análisis de mallas y nodos del circuito de la Figura 1.2, la cual se vuelve a ilustrar aquí con fines de simplificar la lectura de este documento.

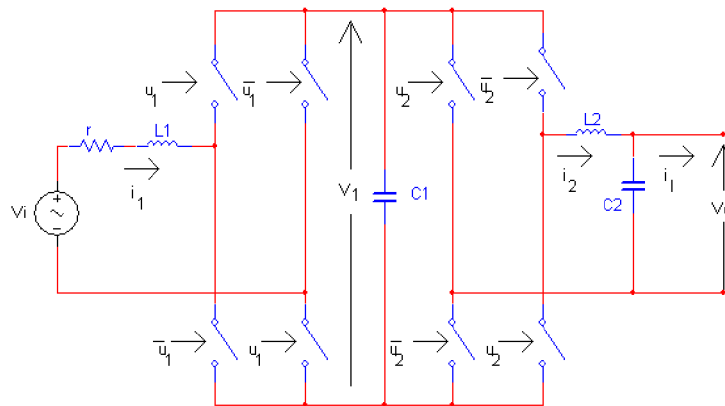


Figura 3.1: Circuito del convertidor back to back

Notese que las posiciones de los interruptores están representados por las señales discretas  $U_1$  y  $U_2$ , que toman sus valores en el conjunto finito  $\{-1,1\}$  y. Estas varia-

bles discretas toman el valor de +1 cuando  $u_j$  está cerrado y -1 cuando  $u_j$  está abierto. Más aún, como puede apreciarse en la Figura 3.1, son complementarias en una misma rama. Este tipo de conmutación complementaria define, lo que se conoce en la literatura como, una conmutación PWM de dos niveles. Esta definición se refiere al hecho de generar solo dos niveles de tensión complementarios en las terminales de salida de los convertidores.

El aumento en el número de niveles de tensión establece un mejor desempeño en este tipo de aplicaciones, sin embargo su análisis se complica ligeramente ya que para que se aprecien todas las topologías posibles que brindan los convertidores, se utilizan más señales de conmutación, las cuales aparecen en el modelo como un conjunto de operaciones entre ellas, lo que implica un trabajo adicional para recuperar la política de conmutación de cada una de ellas. Por esta razón y como punto de partida se trabaja en este trabajo con la conmutación PWM de dos niveles.

Las características de la fuente son  $V_i = V_i(t) = E_1 \text{sen}(\omega_s t)$ , mientras que  $L_1$  modela los efectos de la inductancia del transformador asociado a la fuente,  $C_1$  es el capacitor de vínculo,  $r$  considera todas las resistencias de pérdidas (inductor, fuente y switches),  $L_2$  y  $C_2$  conforman el filtro paso bajas de salida del inversor,  $i_1 = i_1(t)$  es la corriente que se demanda a la fuente,  $V_1 = V_1(t)$  es la tensión del capacitor de enlace,  $i_2 = i_2(t)$  es la corriente que circula por la bobina que conforma el filtro,  $V_o = V_o(t)$  es la tensión de salida e  $i_l$  es la corriente que la carga demanda y que se asume de la forma  $i_l = I_l \text{sen}(\omega_s t + \phi)$ .

Los objetivos de control, planteados en la introducción, para el convertidor representado por la Figura 3.1, son:

- Un valor deseado constante,  $V_d$ , para la tensión  $V_1$ .
- Un factor de potencia unitario para la fuente  $V_i$ .

- Una tensión de salida de la forma  $V_o = E_2 \sin(\omega_s t)$ , donde  $E_2$  es un valor positivo deseado.

Más aún, retomando también la motivación de la introducción, estos objetivos de control se deben satisfacer para ambos casos de flujo de la corriente  $i_l$ , el cual se determina con el valor del ángulo de defasamiento  $\phi$  que guarde esta corriente con la tensión de salida. Así, por ejemplo, para que haya un flujo de potencia de la carga hacia la fuente, el rango de valores de  $\phi$  debe ser  $90^\circ < \phi < 270^\circ$ . Mientras que en el rango de  $-90^\circ < \phi < 90^\circ$  la potencia se dirige hacia la carga.

Este modelo recupera el formalismo Lagrangiano, sin embargo para utilizar IDA-PBC se requiere una estructura Hamiltoniana. Para ello se recurre a las relaciones constitutivas de los elementos almacenadores de energía que relacionan las variables Lagrangianas y Hamiltonianas en circuitos eléctricos, éstas son:

$$\begin{aligned}\lambda &= Li \\ q &= CV\end{aligned}\tag{3.9}$$

por lo tanto (3.8) toma la forma

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1 &= V_i - \frac{1}{C_1}U_1q_1 - \frac{r}{L_1}\lambda_1 \\ \dot{q}_1 &= \frac{1}{L_1}U_1\lambda_1 - \frac{1}{L_2}U_2\lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 &= \frac{1}{C_1}U_2q_1 - \frac{1}{C_2}q_2 \\ \dot{q}_2 &= \frac{1}{L_2}\lambda_2 - i_l.\end{aligned}\tag{3.10}$$

Sí se considera el siguientes cambio de variables

$$z = \frac{1}{2}q_1^2 \quad (3.11)$$

y, además, se define como nuevas variables de control a

$$v_1 = -U_1q_1 \text{ y } v_2 = -U_2q_1 \quad (3.12)$$

se obtiene un SH de la forma

$$\begin{pmatrix} \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \\ \dot{z} \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r & 0 & v_1 & 0 \\ 0 & 0 & -v_2 & -1 \\ v_1 & v_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_{\lambda_1} H \\ \partial_{\lambda_2} H \\ \partial_z H \\ \partial_{q_2} H \end{pmatrix} + i_t \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + V_i \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

con

$$H(\lambda_1, \lambda_2, z, q_2) = \frac{z}{C_1} + \frac{\lambda_1^2}{2L_1} + \frac{\lambda_2^2}{2L_2} + \frac{q_2^2}{2C_2} \quad (3.14)$$

donde  $\partial_x H$  denota la derivada parcial de  $H$  con respecto a la variable  $x$

### 3.3. Modelo en variables GSSA del modelo Hamiltoniano del convertidor

Al analizar los objetivos de control, se sugiere utilizar una expansión GSSA truncada con  $\omega = \omega_s$ . Así, por ejemplo, como el objetivo de alcanzar un valor deseado constante,  $V_d$ , de la tensión del bus de CD ( $V_1$ ), que implica también un valor constante para  $z$ , es suficiente conservar únicamente la componente de orden cero de esta última variable. Queda así definida la primera variable GSSA, esto es,  $x_1 = \langle z \rangle_0$ .

Al asumir senoidal, con primer armónico en  $\omega_s$ , a  $V_i$  y por el objetivo de alcanzar factor de potencia unitario en esta fuente, se sugiere como otras variables GSSA a las componentes de primer orden de la corriente de línea ( $i_1$ ), que implica considerar las componentes de primer orden de su flujo asociado. Por ello otras dos variables GSSA son:  $x_2 = \langle \lambda_1 \rangle_1^R$ ,  $x_3 = \langle \lambda_1 \rangle_1^I$ .

Requerir una tensión de salida ( $V_o$ ) senoidal en fase con la tensión de suministro plantea conservar las componentes de primer orden de esta tensión, que también implica considerar únicamente las componentes de primer orden de la carga del capacitor asociado,  $C_2$ . Por ello otras dos variables GSSA son:  $x_6 = \langle q_2 \rangle_1^R$ ,  $x_7 = \langle q_2 \rangle_1^I$ .

La dinámica del convertidor establece que si se desea alcanzar el objetivo de control anterior, la corriente  $i_2$  debe ser senoidal con primera armónica en  $\omega_s$ . Esto sugiere que se deben considerar las componentes de primer orden de esta corriente, que nuevamente implica considerar únicamente las componente de primer orden de su flujo asociado. Por ello otras dos variables GSSA son:  $x_4 = \langle \lambda_2 \rangle_1^R$ ,  $x_5 = \langle \lambda_2 \rangle_1^I$ .

Esto implica trabajar con una aproximación de la dinámica del sistema y se debe evaluar que tan satisfactoria resulta esta.

Para obtener la dinámica de estos coeficientes se utilizan las propiedades (3.5), (3.6 y (3.7), para cuya aplicación se toman en cuenta las siguientes consideraciones:

- El único coeficiente diferente de cero de  $V_i$  es  $\langle V_i \rangle_1^I = -\frac{E_1}{2}$ .
- Al ser las nuevas variables de control de naturaleza alterna (dependen de  $U_1$  y  $U_2$ ), se consideran solamente las componentes de primer orden de ambas, esto es:  $w_1 = \langle v_1 \rangle_1^R$ ,  $w_2 = \langle v_1 \rangle_1^I$ ,  $w_3 = \langle v_2 \rangle_1^R$  y  $w_4 = \langle v_2 \rangle_1^I$ .
- Bajo esta promediación y por la consideración anterior, cuando se recupere la forma de las señales de control  $U_1$  y  $U_2$  mediante la transformación inversa

de GSSA dada por (3.4), estas serán ahora de naturaleza continua. Para recuperar señales de tipo discreto, ya que en principio se necesitan señales de esta naturaleza para hacer conmutar a los semiconductores de potencia que conforman a los puentes completos, las señales de control continuas que se obtengan se deben de implementar en un esquema de conmutación PWM.

- Con fin de iniciar la evaluación de la aproximación se contempla que la expansión de  $i_l$  es:  $\langle i_l \rangle_1^R = I_L^R$  e  $\langle i_l \rangle_1^I = I_L^I$ .
- En términos de las partes real e imaginaria, la propiedad de convolución (3.7) se convierte en:

$$\begin{aligned} \langle xy \rangle_k^R &= x_k^R y_0^R + \sum_{l=1}^{\infty} [(x_{k-l}^R + x_{k+l}^R) y_l^R - (x_{k-l}^I - x_{k+l}^I) y_l^I] \\ \langle xy \rangle_k^I &= x_k^I y_0^R + \sum_{l=1}^{\infty} [(x_{k-l}^I + x_{k+l}^I) y_l^R - (x_{k-l}^R - x_{k+l}^R) y_l^I]. \end{aligned} \quad (3.15)$$

- E igualmente, en función de la parte real e imaginaria, la propiedad dada por la ecuación (3.6), toma la forma

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x_k^R &= \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k^R + k\omega x_k^I \\ \frac{d}{dt} x_k^I &= \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k^I - k\omega x_k^R. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Con el fin de ilustrar la aplicación de la metodología GSSA, se ejemplifica la obtención de  $\dot{x}_1$

$$\dot{x}_1 = \frac{d}{dt} \langle z \rangle_0 \quad (3.17)$$

Para este caso resulta necesario aclarar, en primera instancia, que cuando un término en (2.1) se representa únicamente por su armónico de orden cero, esto es  $k = 0$ , solo existe componente real y, en segunda, que suele omitirse este hecho en la notación.



Este es el caso, en esta tesis, para la componente de orden cero de la tensión del capacitor de vínculo. Continuando con esta lógica, es claro ver que (3.17) es ahora

$$\dot{x}_1 = \langle \dot{z} \rangle_0 \quad (3.18)$$

a partir de (3.13) se tiene que

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{L_1} \langle \lambda_1 v_1 \rangle_0 + \frac{1}{L_2} \langle \lambda_2 v_2 \rangle_0 \quad (3.19)$$

de donde, aplicando la propiedad (3.15), se obtiene que

$$\langle \lambda_1 v_1 \rangle_0 = \langle \lambda_1 \rangle_0 \langle v_1 \rangle_0 + \langle \lambda_1 \rangle_{-1} \langle v_1 \rangle_1 + \langle \lambda_1 \rangle_1 \langle v_1 \rangle_{-1} \quad (3.20)$$

por lo que a su vez, utilizando (3.5), se transforma en

$$\langle \lambda_1 v_1 \rangle_0 = \langle \lambda_1 \rangle_0 \langle v_1 \rangle_0 + 2[\langle \lambda_1 \rangle_1^R \langle v_1 \rangle_1^R + \langle \lambda_1 \rangle_1^I \langle v_1 \rangle_1^I] \quad (3.21)$$

y por la definición de variables GSSA se obtiene

$$\langle \lambda_1 v_1 \rangle_0 = 2(x_2 w_1 + x_3 w_2) \quad (3.22)$$

realizando un procedimiento análogo para  $\langle \lambda_2 v_2 \rangle_0$  y sustituyendo el resultado en (3.19) se consigue finalmente

$$\dot{x}_1 = -\frac{2}{L_1} x_2 w_1 - \frac{2}{L_1} x_3 w_2 + \frac{2}{L_2} x_4 w_3 + \frac{2}{L_2} x_5 w_4 \quad (3.23)$$

Ahora se citan los resultados para las demás variables GSSA

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C_1} w_1 - \frac{r}{L_1} x_2 + \omega_s x_3 \quad (3.24)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{C_1} w_2 - \frac{r}{L_1} x_3 - \frac{E_1}{2} - \omega_s x_2 \quad (3.25)$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{C_1}w_3 - \frac{1}{C_2}x_6 + \omega_s x_5 \quad (3.26)$$

$$\dot{x}_5 = -\frac{1}{C_1}w_4 - \frac{1}{C_2}x_7 - \omega_s x_4 \quad (3.27)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{1}{L_2}x_4 - I_L^R + \omega_s x_7 \quad (3.28)$$

$$\dot{x}_7 = \frac{1}{L_2}x_5 - I_L^I - \omega_s x_6 \quad (3.29)$$

Este nuevo sistema de ecuaciones diferenciales también guarda una estructura Hamiltoniana de la forma

$$\dot{x} = (J(w) - R)(\nabla H)^T + g_1 E_1 + g_2 I_L^R + g_3 I_L^I \quad (3.30)$$

donde

$$J(w) = \begin{pmatrix} 0 & -w_1 & -w_2 & w_3 & w_4 & 0 & 0 \\ w_1 & 0 & \frac{\omega_s L_1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_2 & -\frac{\omega_s L_1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -w_3 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_s L_2}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -w_4 & 0 & 0 & -\frac{\omega_s L_2}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{\omega_s C_2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{\omega_s C_2}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad g_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad y \quad g_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

con Hamiltoniano

$$H(x) = \frac{1}{C_1}x_1 + \frac{1}{L_1}x_2^2 + \frac{1}{L_1}x_3^2 + \frac{1}{L_2}x_4^2 + \frac{1}{L_2}x_5^2 + \frac{1}{C_2}x_6^2 + \frac{1}{C_2}x_7^2 \quad (3.31)$$

Bajo esta representación alternativa del convertidor *back to back* se puede utilizar IDA-PBC, ya que el alcanzar la dinámica deseada se replantea como un problema de regulación, para el cual valores constantes apropiados de los coeficientes seleccionados son determinados. Y entonces lo que procede es buscar el punto de equilibrio,  $x^*$ , a estabilizar.

### 3.4. Puntos de equilibrio del modelo GSSA

Algunas de las componentes del punto de equilibrio a estabilizar son determinadas por los objetivos de control, mientras que las restantes se obtienen mediante el procedimiento habitual para obtener puntos de equilibrio con ayuda de (3.30) y los valores de las componentes mencionadas anteriormente.

Para ejemplificar cómo los objetivos de control determinan el valor de algunos de los coeficientes en el estado estacionario, se obtiene el valor de  $x_1^*$ . Como primer paso se aplica (3.3) a la señal que define el objetivo de control, en este caso a la señal para la cual se exige tenga un valor constante, es decir, para  $V_1$ .

$$\langle V_1 \rangle_0(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t V_1(\tau) e^{-j0\omega\tau} d\tau$$

con el valor deseado de  $V_1 = V_d$  en el estado estacionario, el resultado de la integral anterior es:

$$\langle V_1 \rangle_0 = \frac{1}{T} [t - (t - T)] V_d,$$

lo cual demuestra que para componentes de orden cero su valor en estado estacionario es el valor deseado. Además, recordando, la relación entre variables Hamiltonianas y Lagrangianas dadas por (3.9) y el cambio de variables definido por (3.11), el valor de la primera componente del punto de equilibrio es:

$$\langle z \rangle_0^* = x_1^* = \frac{1}{2} C_1^2 V_d^2.$$

Siguiendo procedimientos análogos para las otras señales definidas por los restantes dos objetivos de control, se tiene otras tres componentes del punto de equilibrio, que son:

$$x_2^* = 0, \quad x_6^* = 0 \quad \text{y} \quad x_7^* = -\frac{C_2 E_2}{2}$$

Teniendo así establecidos los valores de cuatro de las variables GSSA que deben conformar el punto de equilibrio. Para encontrar el valor de las restantes componentes se sigue el procedimiento habitual para hallar puntos de equilibrio en sistemas dinámicos.

Así, para obtener a  $x_5^*$  se recurre a (3.29) y con ayuda de  $x_6^*$ , se consigue

$$x_5^* = L_2 I_L^I$$

Por medio de (3.28) y con el valor de  $x_7^*$  se obtiene a  $x_4^*$

$$x_4^* = \frac{L_2}{2} (2I_L^R + \omega_s C_2 E_2)$$

de las ecuaciones (3.24), (3.25), (3.26) y (3.27) se despejan a las leyes de control  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  y  $w_4$  que, sustituyéndolas en (3.23) junto con todos los valores de las componentes del punto de equilibrio encontradas, permite obtener la siguiente ecuación

$$x_3^{*2} + \frac{E_1 L_1}{2r} x_3^* + \frac{L_1^2 E_2 I_L^I}{4r} = 0$$

que resulta una ecuación de segundo grado en  $x_3^*$ , cuya solución proporciona la

componente faltante para el punto de equilibrio

$$x_3^* = \frac{-\frac{E_1 L_1}{2r} \pm \sqrt{\left(\frac{E_1 L_1}{2r}\right)^2 + \frac{2L_1^2 E_2 I_L^I}{r}}}{2}$$

Como se puede apreciar existen dos puntos de equilibrio que satisfacen los objetivos de control. Sin embargo, se escoge el valor de  $x_3^*$  tal que para que cuando  $i_l = 0$  entonces  $i_1 = 0$ . Más aún, se pueden establecer condiciones acerca de la magnitud de la amplitud de la corriente  $i_l$  para que funcione el controlador.

$$I_{Lmax}^I = -\frac{E_1^2}{2r E_2}. \quad (3.32)$$

Recopilando, el valor de las componentes, en variables GSSA, del punto de equilibrio, que satisface los objetivos de control, a estabilizar, son:

$$x^* = \left[ C_1^2 V_d^2, 0, \frac{-\frac{E_1 L_1}{2r} - \sqrt{\left(\frac{E_1 L_1}{2r}\right)^2 + \frac{2L_1^2 E_2 I_L^I}{r}}}{2}, \frac{L_2}{2} (2I_L^R + \omega_s C_2 E_2), L_2 I_L^I, 0, -\frac{C_2 E_2}{2} \right]$$

Hasta este punto del trabajo, se cuenta con la representación alternativa del modelo Hamiltoniano del convertidor, que nos permite aplicar IDA-PBC, y el punto de equilibrio a estabilizar. Y aunque, en principio, el aumento en el orden del sistema pareciese ser el principal obstáculo para la aplicación de la técnica de control, tal inconveniente es fácilmente superado, ahora en nuestros días, por contar con computadores sofisticados que realizan complejos calculos matemáticos.



# Capítulo 4

## Diseño del controlador

### 4.1. Preservación de estructura

La idea central de la técnica IDA-PBC es asignar al lazo cerrado una función de energía por medio de la modificación de las matrices de interconexión y disipación. La dinámica a alcanzar es un sistema Hamiltoniano de la forma

$$\dot{x} = (J_d - R_d)(\nabla H_d)^T \quad (4.1)$$

donde  $H_d(x)$  es la energía total asignada al sistema por  $J_d = -J_d^T$  y  $R_d = R_d^T \geq 0$  que son las nuevas matrices de interconexión y disipación, respectivamente.

Por lo tanto para alcanzar los objetivos de control es necesario satisfacer la siguiente ecuación diferencial parcial

$$(J(w) - R)(\nabla H)^T + g = (J_d - R_d)(\nabla H_d)^T \quad (4.2)$$

donde,  $g = g_1 E_1 + g_2 I_L^R + g_3 I_L^I$ .

Más aún, para lograr la estabilización del punto de equilibrio  $x^*$  (que satisface

los objetivos de control) se debe imponer que  $x^*$  sea un mínimo de  $H_d(x)$ .

Asignando las matrices  $J_d = J$  y  $R_d = R$ , por no contar con otra estructura posible para estas matrices, la ecuación (4.2) se simplifica a

$$-(J(w) - R)(\nabla H_a)^T + g = 0, \quad (4.3)$$

## 4.2. Condición de integrabilidad

Definiendo  $k(x) = (k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7)^T = (\nabla H_a)^T$  y junto con el empleo de (4.3) se obtiene

$$w_1 k_2 + w_2 k_3 - w_3 k_4 - w_4 k_5 = 0 \quad (4.4)$$

$$-w_1 k_1 + \frac{r}{2} k_2 - \frac{\omega_s L_1}{2} k_3 = 0 \quad (4.5)$$

$$-w_2 k_1 + \frac{\omega_s L_1}{2} k_2 + \frac{r}{2} k_3 - \frac{1}{2} E_1 = 0 \quad (4.6)$$

$$w_3 k_1 - \frac{\omega_s L_2}{2} k_5 + \frac{1}{2} k_6 = 0 \quad (4.7)$$

$$w_4 k_1 + \frac{\omega_s L_2}{2} k_4 + \frac{1}{2} k_7 = 0 \quad (4.8)$$

$$-\frac{1}{2} k_4 - \frac{\omega_s C_2}{2} k_7 - I_L^R = 0 \quad (4.9)$$

$$-\frac{1}{2} k_5 + \frac{\omega_s C_2}{2} k_6 - I_L^I = 0 \quad (4.10)$$

Cabe recalcar que este método de solución fue el que en principio se eligió, pero como se cita en el capítulo segundo, existen otras maneras para solucionar la ecuación de matching.



Las ecuaciones (4.5),(4.6),(4.7) y (4.8) se utilizan para resolver los controles

$$w_1 = \frac{1}{2k_1}[rk_2 - \omega_s L_1 k_3] \quad (4.11)$$

$$w_2 = \frac{1}{2k_1}[rk_3 + \omega_s L_1 k_2 - E_1] \quad (4.12)$$

$$w_3 = \frac{1}{2k_1}[\omega_s L_2 k_5 - k_6] \quad (4.13)$$

$$w_4 = \frac{1}{2k_1}[-\omega_s L_2 k_4 - k_7] \quad (4.14)$$

que sustituyendolas en (4.4) generan la siguiente ecuación diferencial parcial

$$rk_2^2 + rk_3^2 - E_1 k_3 + k_4 k_6 + k_5 k_7 = 0 \quad (4.15)$$

la cual se debe satisfacer para todas las  $k_i$  involucradas, en conjunto con las ecuaciones (4.9) y (4.10). Notese que para esto  $i = 2, \dots, 7$

Como el objetivo es encontrar a las leyes de control (4.11) - (4.14), se restringe a que dependan de  $x_1$  únicamente, ya que, recordando,  $v_1 = -U_1 q_1$  y  $v_2 = -U_2 q_1$  y además se realiza esto con fines de simplificar la solución. Por lo que se toman a las  $k_j = k_j(x_1)$ , con  $j = 1, \dots, 7$ .

Consecuentemente, usando la condición de integrabilidad

$$\frac{\partial k_i}{\partial x_j}(x) = \frac{\partial k_j}{\partial x_i}(x)$$

se observa que las  $k_j$  deben ser constantes, esto es  $k_j = a_j$ , ahora con  $j=2, \dots, 7$ . Con esto las PDEs (4.9), (4.10) y (4.15), se convierten en las siguientes ecuaciones algebraicas

$$-\frac{1}{2}a_4 - \frac{\omega_s C_2}{2}a_7 - I_L^R = 0 \quad (4.16)$$

$$-\frac{1}{2}a_5 + \frac{\omega_s C_2}{2}a_6 - I_L^I = 0 \quad (4.17)$$

$$ra_2^2 + ra_3^2 - E_1 a_3 + a_4 a_6 + a_5 a_7 = 0 \quad (4.18)$$

### 4.3. Asignación del equilibrio

Para encontrar el valor de estas constantes (que satisfacen estas últimas ecuaciones) y la forma de  $k_1(x_1)$  se recurre a la condición de equilibrio, la cual establece

$$\nabla H_d|_{x=x^*} = (\nabla H + \nabla H_a)|_{x=x^*} = 0 \quad (4.19)$$

y cuyo desarrollo es

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1} + k_1(x_1^*) &= 0 \\ \frac{2}{L_1}x_2^* + a_2 &= 0 \\ \frac{2}{L_1}x_3^* + a_3 &= 0 \\ \frac{2}{L_2}x_4^* + a_4 &= 0 \\ \frac{2}{L_2}x_5^* + a_5 &= 0 \\ \frac{2}{C_2}x_6^* + a_6 &= 0 \\ \frac{2}{C_2}x_7^* + a_7 &= 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

de donde se desprende que  $a_2 = 0$ ,  $a_3 = -\frac{2}{L_1}x_3^*$ ,  $a_4 = -\frac{2}{L_2}x_4^*$ ,  $a_5 = -\frac{2}{L_2}x_5^*$ ,  $a_6 = 0$  y  $a_7 = -\frac{2}{C_2}x_7^*$ .

Estos valores, como se mencionó anteriormente, deben satisfacer las ecuaciones

algebraicas (4.16), (4.16) y (4.18). Así para (4.16) se obtiene la siguiente ecuación

$$\frac{1}{L_2}x_4^* + \omega_s x_7^* - I_L^R = 0 \quad (4.21)$$

la cual, considerando los valores de  $x_4^*$  y  $x_7^*$ , se reduce a la siguiente identidad

$$\frac{1}{L_2} \left( \frac{L_2}{2}(2I_L^R + \omega_s C_2 E_2) \right) + \omega_s \left( -\frac{C_2 E_2}{2} \right) - I_L^R = 0. \quad (4.22)$$

Análogamente para (4.17) se obtiene la siguiente ecuación

$$\frac{1}{L_2}x_5^* - I_L^I = 0 \quad (4.23)$$

de donde con el valor de  $x_5^*$  se reduce a la siguiente identidad

$$\frac{1}{L_2} (L_2 I_L^I) - I_L^I = 0. \quad (4.24)$$

Respecto a (4.18) se obtiene la ecuación

$$x_3^{*2} + \frac{E_1 L_1}{2r} x_3^* + \frac{L_1^2}{r L_2 C_2} x_5^* x_7^* = 0 \quad (4.25)$$

que con los valores de  $x_5^*$  y  $x_7^*$  se reduce a

$$x_3^{*2} + \frac{E_1 L_1}{2r} x_3^* + \frac{L_1^2 E_2 I_L^I}{4r} = 0 \quad (4.26)$$

que es la misma identidad obtenida en el procedimiento de la búsqueda de  $x_3^*$ .

El desarrollo anterior permite concluir que  $k_1(x_1)$  no depende de estas constantes y por lo tanto se puede seleccionar una función que satisfaga (4.20). Proponiendo a

$$k_1(x_1) = -\frac{1}{C_1} \left( \frac{x_1}{x_1^*} \right)^n \quad (4.27)$$

donde  $n$  es un parámetro libre de ajuste, se calcula  $H_a$ , que resulta ser

$$H_a = -\frac{(x_1^*)^{-n}}{C_1(n+1)}x^{(n+1)} - \frac{2}{L_1}x_3^*x_3 - \frac{2}{L_2}x_4^*x_4 - \frac{2}{L_2}x_5^*x_5 - \frac{2}{C_2}x_7^*x_7 \quad (4.28)$$

#### 4.4. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

Con el fin de garantizar que  $H_d$  tiene un mínimo en  $x = x^*$ , el Hessiano de ésta función debe cumplir

$$\left. \frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2} \right|_{x=x^*} > 0$$

Con ayuda de (4.28) y (3.31), resulta

$$\left. \frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2} \right|_{x=x^*} = \text{diag} \left[ -\frac{(n-1)}{C_1}, \frac{2}{L_1}, \frac{2}{L_1}, \frac{2}{L_2}, \frac{2}{L_2}, \frac{2}{C_2}, \frac{2}{C_2} \right] \quad (4.29)$$

de donde se establece la condición bajo la cual la ganancia  $n$  satisface la condición de positividad, es decir

$$n < 1 \quad (4.30)$$

Sustituyendo todos los resultados obtenidos en (4.11), (4.12), (4.13) y (4.14), las leyes de control se expresan en términos del voltaje de  $V_1$  como

$$w_1 = -\frac{\omega_s x_3^* C_1 V_d^{2n}}{V_1^{2n}} \quad (4.31)$$

$$w_2 = \frac{L_1 C_1 V_d^{2n} E_2 I_L^I}{2 V_1^{2n} x_3^*} \quad (4.32)$$

$$w_3 = \frac{\omega_s C_1 V_d^{2n} L_2 I_L^I}{V_1^{2n}} \quad (4.33)$$

$$w_4 = -\frac{\omega_s C_1 V_d^{2n} L_2 [\omega_s C_2 E_2 + 2 I_L^R - 2 E_2]}{4 V_1^{2n}} \quad (4.34)$$

## 4.5. Leyes de control en el dominio del tiempo

Escribiendo (4.31), (4.32), (4.33) y (4.34) en sus coordenadas originales, usando la transformada inversa de GSSA, se tiene que las leyes de control que resuelven los objetivos control planteados toman la forma

$$V_1 = 2[w_1 \cos(\omega_s t) - w_2 \text{sen}(\omega_s t)]$$

$$V_2 = 2[w_3 \cos(\omega_s t) - w_4 \text{sen}(\omega_s t)]$$

y considerando que  $V_1 = -U_1 q_1$  y  $V_2 = -U_2 q_1$ , las acciones de control se simplifican finalmente a

$$U_1 = \frac{2\omega_s x_3^* V_d^{2n}}{V_1^{2n+1}} \cos(\omega_s t) + \frac{L_1 V_d^{2n} E_2 I_L^I}{x_3^* V_1^{2n+1}} \text{sen}(\omega_s t) \quad (4.35)$$

$$U_2 = -\frac{2\omega_s V_d^{2n} L_2 I_L^I}{V_1^{2n+1}} \cos(\omega_s t) - \frac{(\omega_s V_d^{2n} L_2 [\omega_s C_2 E_2 + 2I_L^R - 2E_2])}{2V_1^{2n+1}} \text{sen}(\omega_s t) \quad (4.36)$$

Cabe hacer notar la siguientes observaciones: El hecho de asignar a  $k_1(x_1)$  hace que las leyes control  $U_1$  y  $U_2$  estén en función de  $V_1$ ; Por consecuencia el hecho de que dependan de este estado resalta el acoplamiento transcendental que existe entre el Inversor y el Rectificador por medio del capacitor de vínculo. Incluso este acoplamiento se reitera ya que las leyes de control dependen del valor deseado de esta variable, es decir, dependen de  $V_d$ ; La bidireccionalidad del flujo de potencia se atiende por medio del conocimiento de las componentes de primer orden de la corriente de carga ( $i_l$ ), esto es, por medio de  $I_L^R$  e  $I_L^I$ .

La obtención del controlador anterior está sujeta, entonces, a demostrar la factibilidad de su implementación física en un esquema de muestreo PWM.



# Capítulo 5

## Resultados de simulación

En este capítulo se presentan las evaluaciones numéricas del funcionamiento del convertidor *back to back*, descrito en los capítulos primero y tercero, con el controlador obtenido por IDA-PBC en el capítulo cuarto. Las simulaciones se efectuaron con el modelo Lagrangiano del convertidor dado por (3.8), ya que este describe de manera directa el funcionamiento del convertidor, y las señales promediadas obtenidas por el controlador para las señales de conmutación  $U_1$  y  $U_2$ . Los parámetros utilizados son:  $E_1 = 120[V]$ ,  $f_s = 60[Hz]$ ,  $r = 0,5[\Omega]$ ,  $L_1 = 1[mH]$ ,  $C_1 = 4700[\mu F]$ ,  $L_2 = 5[mH]$  y  $C_2 = 100[\mu F]$ . El valor deseado para  $V_1$  se fija en  $V_d = 150[V]$ . A su vez, la amplitud de la tensión del voltaje senoidal de salida se considera  $E_2 = E_1$ , con lo que por (3.32) se determina a  $|I_{L_{max}}^I| = 120[A]$ . Con fines de ilustrar el funcionamiento del circuito cuando ocurre un cambio en el flujo de la potencia, se propone que la corriente  $i_l$  pasa de  $i_{l_1} = 30\text{sen}(\omega_s t)$  a  $i_{l_2} = 50\text{sen}(\omega_s t - 180^\circ)$  en  $t = 10s$ . Las evaluaciones se hacen para dos valores diferentes del parámetro libre de diseño  $n$ , esto es, para  $n = -\frac{1}{2}$  y  $n = -1$ .

Los resultados obtenidos para el primer objetivo de control se presentan en las Figuras 5.1 a la Figura 5.3. La tensión del voltaje del capacitor de vínculo inicia en  $V_1(0) = 90\%V_d$  como se muestra en la Figura 5.1. La Figura 5.2 muestra el cambio en esta variable cuando ocurre el cambio en la dirección del flujo de potencia. El

error en estado estacionario corresponde a los armónicos no considerados en el diseño de la ley de control usando GSSA, como se muestran en las figuras 5.2 y 5.3.

Para validar el logro alcanzado para el segundo objetivo de control se tiene que recurrir a las formas de onda de la tensión y corriente de línea ( $V_i$  e  $i_1$ , respectivamente). La respuesta transitoria inicial y cuando ocurre el cambio de flujo potencia se observan en las Figuras 5.4 y 5.5 respectivamente. El estado estacionario para cuando la potencia fluye hacia la fuente ( $V_i$ ) está plasmado en la figura 5.6. Adicionalmente en éstas figuras se ilustra la corriente de carga  $i_l$  con el fin de mostrar el flujo de potencia.

Las Figuras 5.7 y 5.8 muestran la respuesta transitoria inicial y cuando ocurre el cambio de flujo de potencia del voltaje de salida ( $V_0$ ), respectivamente. Y en la Figura 5.9 se ilustra el estado estable de ésta señal para cuando la potencia fluye hacia la fuente ( $V_i$ ). Estas figuras representan el éxito para el tercer objetivo de control.

La viabilidad y factibilidad de la implementación del controlador se demuestra con las formas de onda de la leyes de control representadas en las Figuras 5.10 a la Figura 5.15, que ilustran el hecho de que las leyes de control continuas pertenecen al conjunto  $[1,-1]$  para los dos valores de  $n$  utilizados.



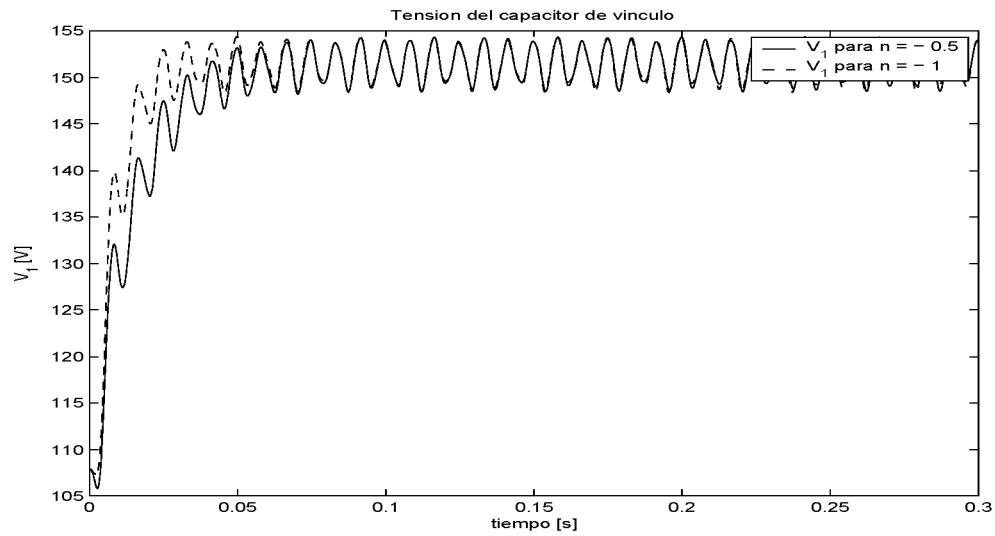


Figura 5.1: Respuesta transitoria inicial de la tensión del capacitor de enlace ( $V_1$ )

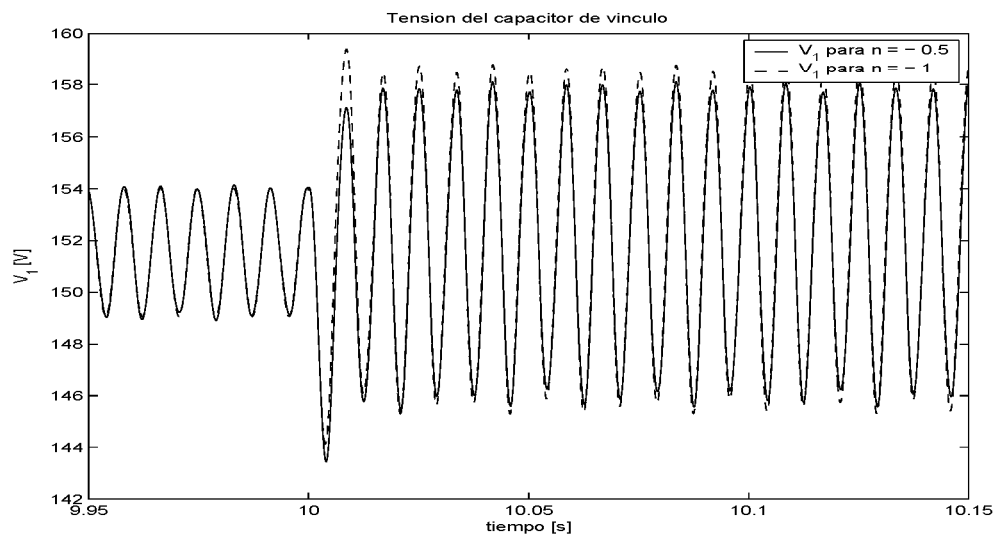


Figura 5.2: Respuesta transitoria de la tensión del capacitor de enlace ( $V_1$ ), cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de  $i_{l_1}$  a  $i_{l_2}$ )

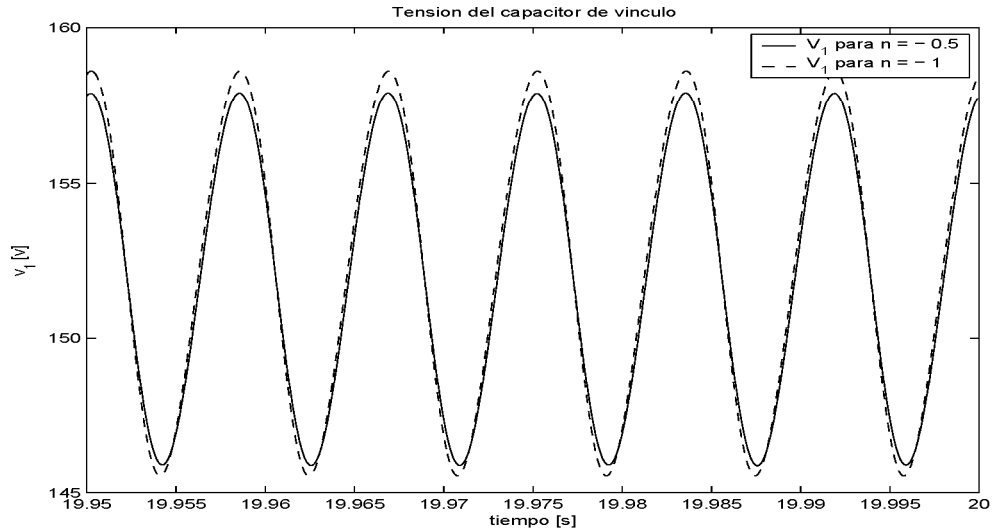


Figura 5.3: Respuesta en estado estacionario de la tensión del capacitor de enlace ( $V_1$ ), cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro.

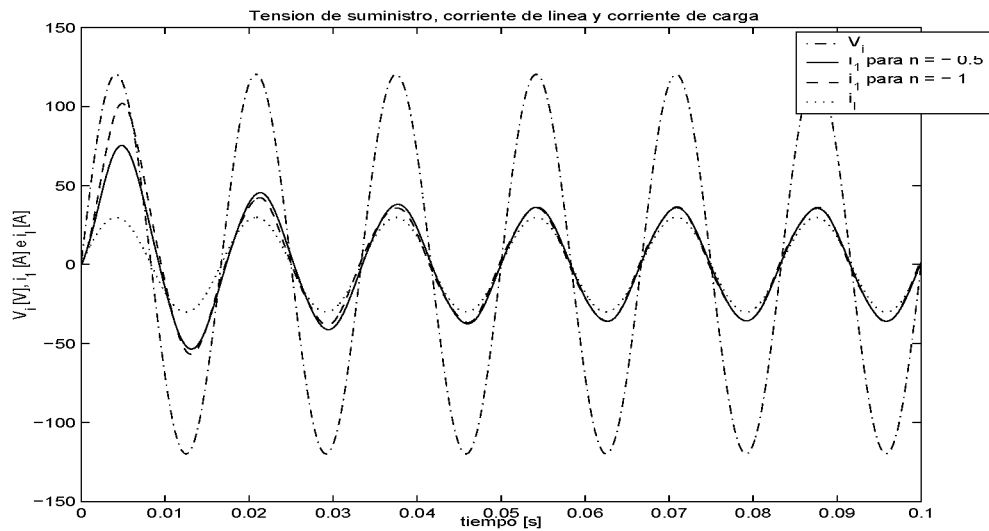


Figura 5.4: Tensión de suministro ( $V_i$ ), respuesta transitoria inicial de la corriente de línea ( $i_1$ , para dos valores diferentes de  $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ).

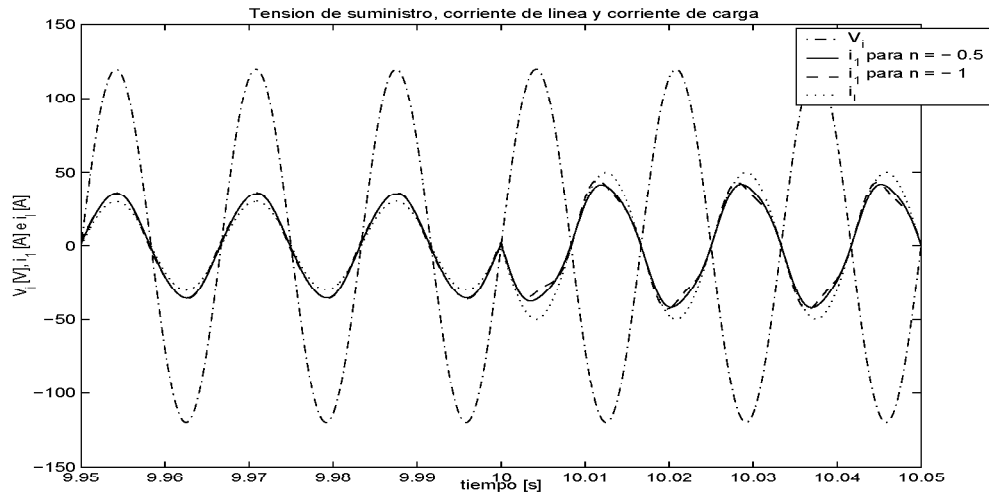


Figura 5.5: Tensión de suministro ( $V_i$ ), corriente de línea ( $i_1$ , para dos valores diferentes de  $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ), cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de  $i_{l1}$  a  $i_{l2}$ ).

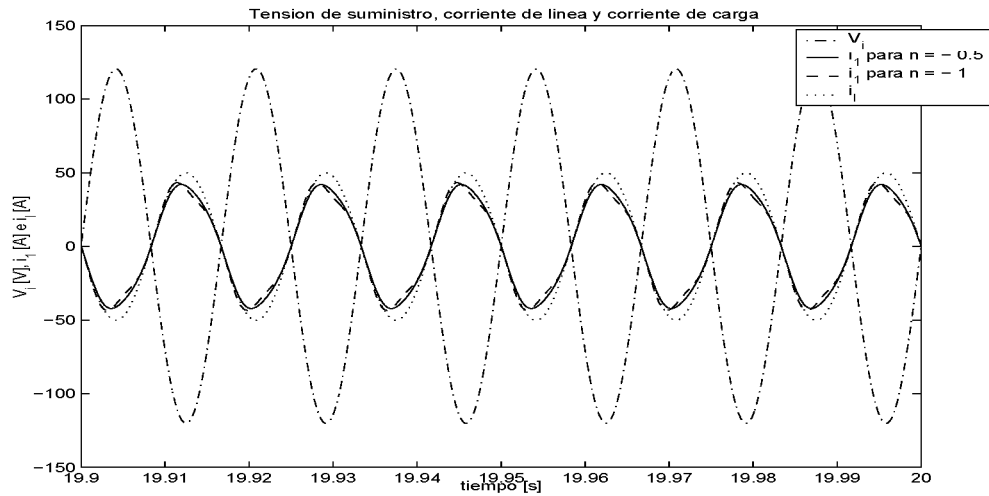


Figura 5.6: Tensión de suministro ( $V_i$ ), respuesta en estado estacionario de la corriente de línea ( $i_1$ , para dos valores diferentes de  $n$ ), cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro.

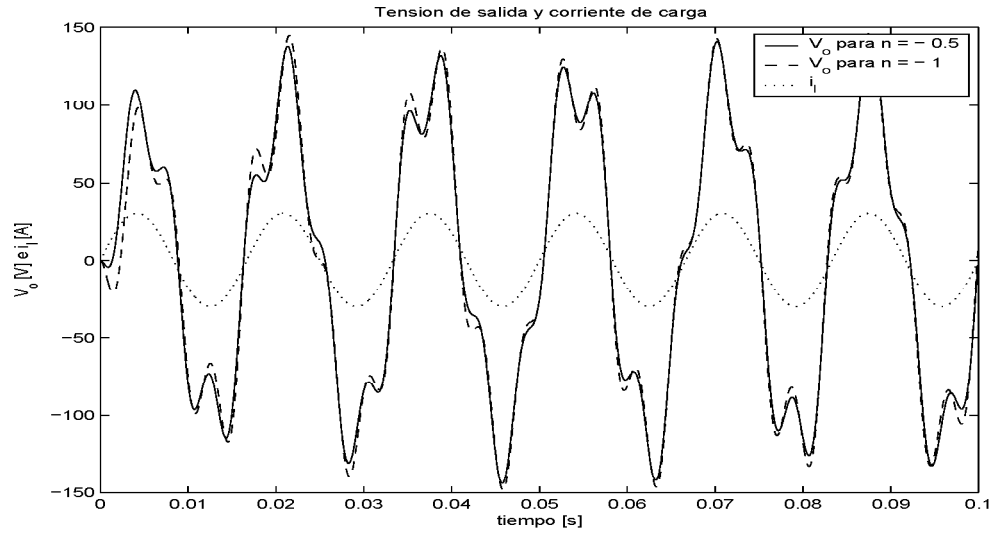


Figura 5.7: Respuesta transitoria inicial de la tensión de salida ( $V_o$ , para dos valores diferentes de  $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ).

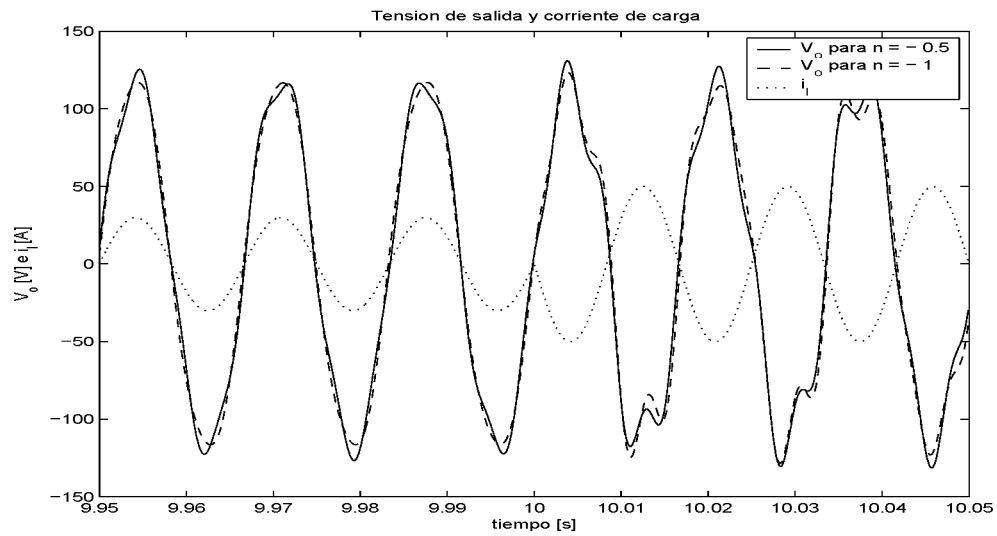


Figura 5.8: Tensión de salida ( $V_o$ , para dos valores diferentes de  $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ), cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de  $i_{l1}$  a  $i_{l2}$ ).

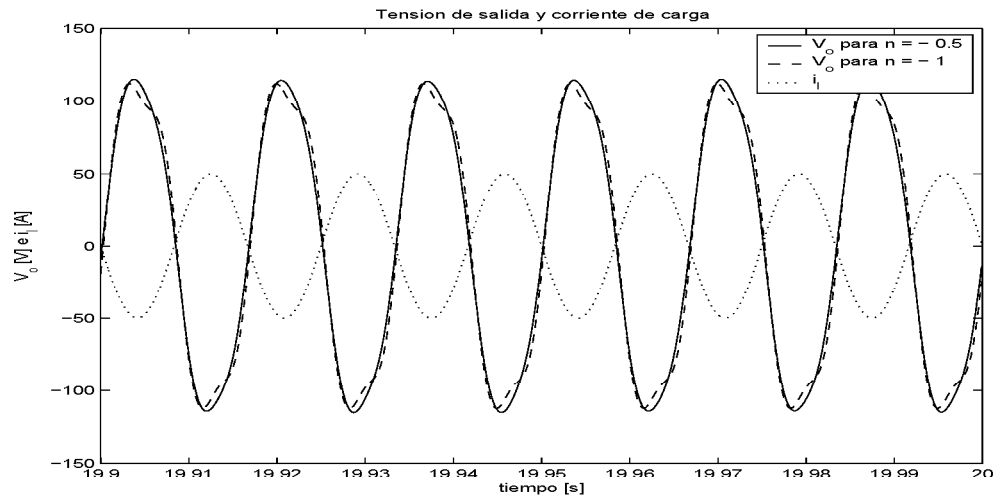


Figura 5.9: Respuesta en estado estacionario de la tensión de salida ( $V_o$ , para dos valores diferentes de  $n$ ) y corriente de carga ( $i_l$ ), cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro.

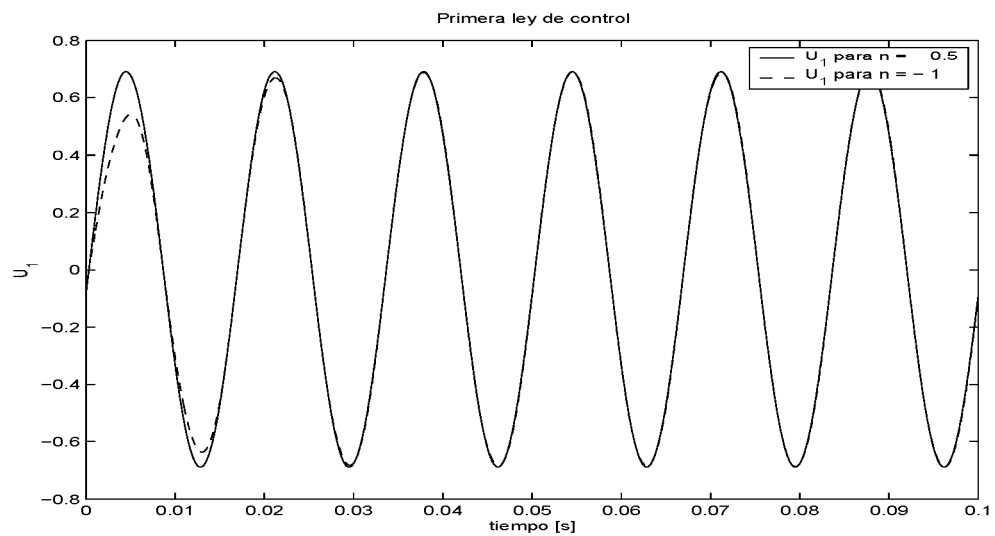


Figura 5.10: Respuesta transitoria inicial del esfuerzo de control  $U_1$  para dos valores diferentes de  $n$ .

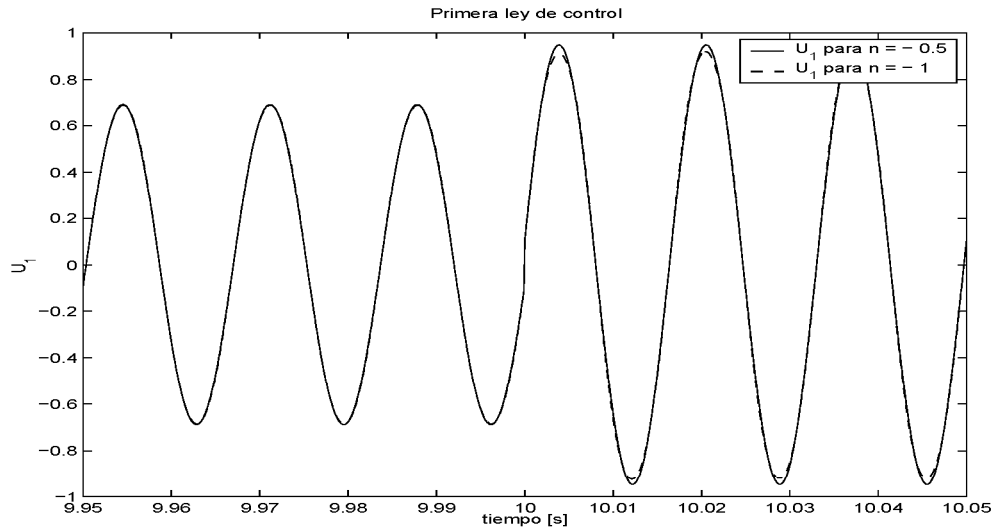


Figura 5.11: Esfuerzo de control  $U_1$  para dos valores diferentes de  $n$ , cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de  $i_{l1}$  a  $i_{l2}$ ).

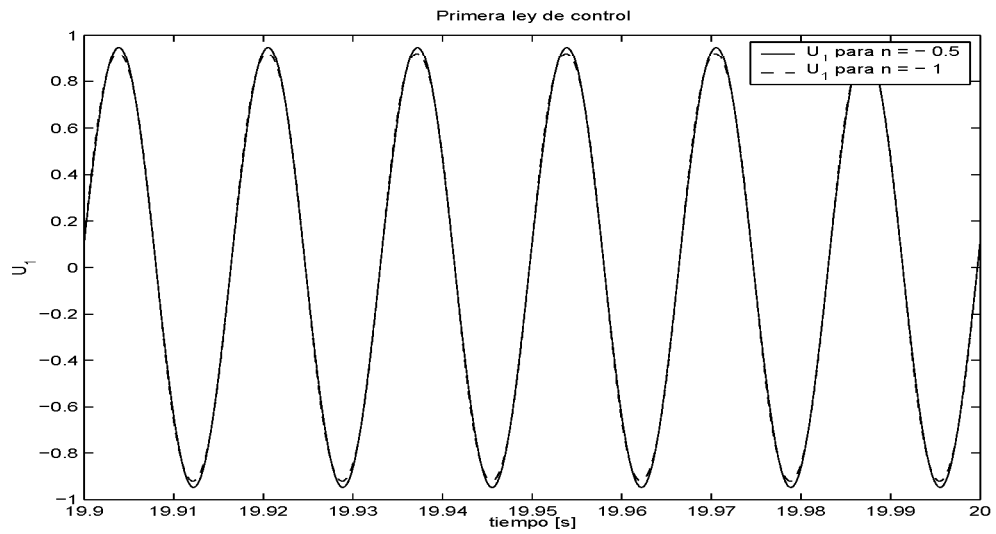


Figura 5.12: Respuesta permanente del esfuerzo de control  $U_1$  para dos valores diferentes de  $n$ , cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro.

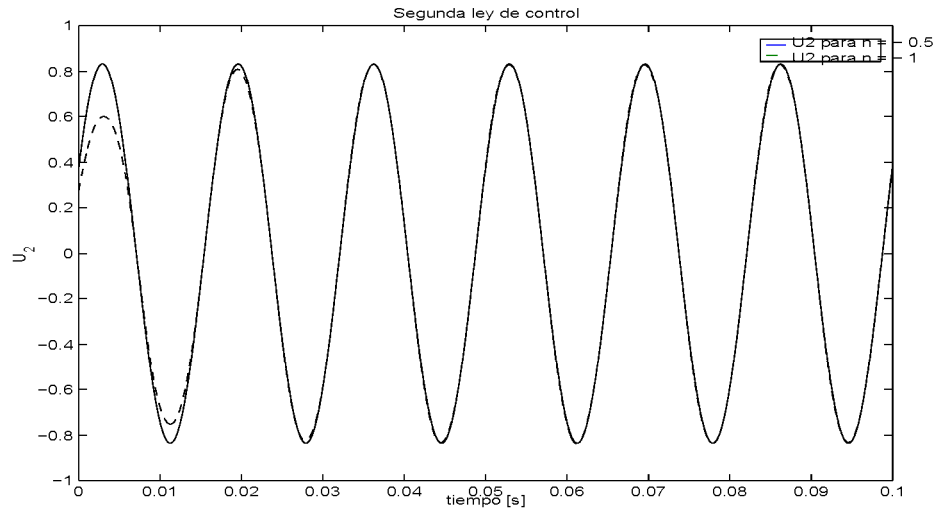


Figura 5.13: Respuesta transitoria inicial del esfuerzo de control  $U_2$  para dos valores diferentes de  $n$

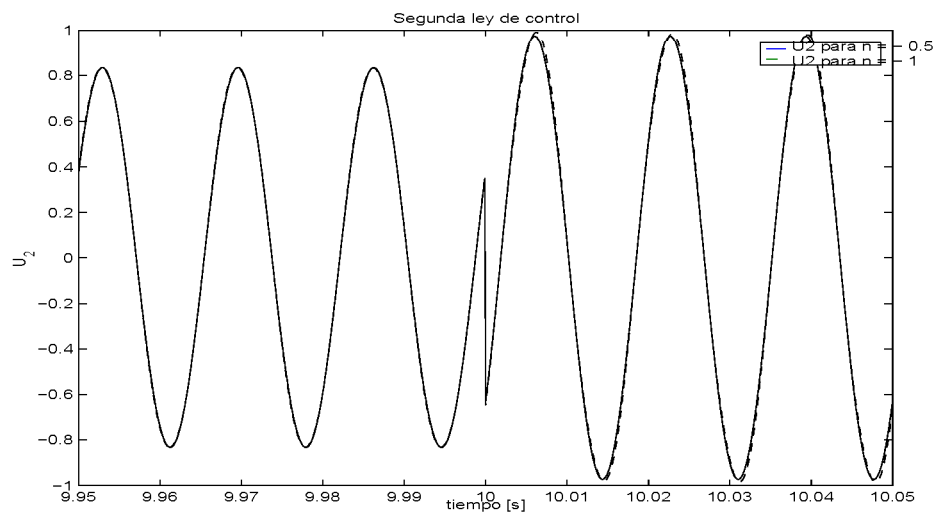


Figura 5.14: Esfuerzo de control  $U_2$  para dos valores diferentes de  $n$ , cuando ocurre el cambio de flujo de potencia (cambio de  $i_{l1}$  a  $i_{l2}$ ).

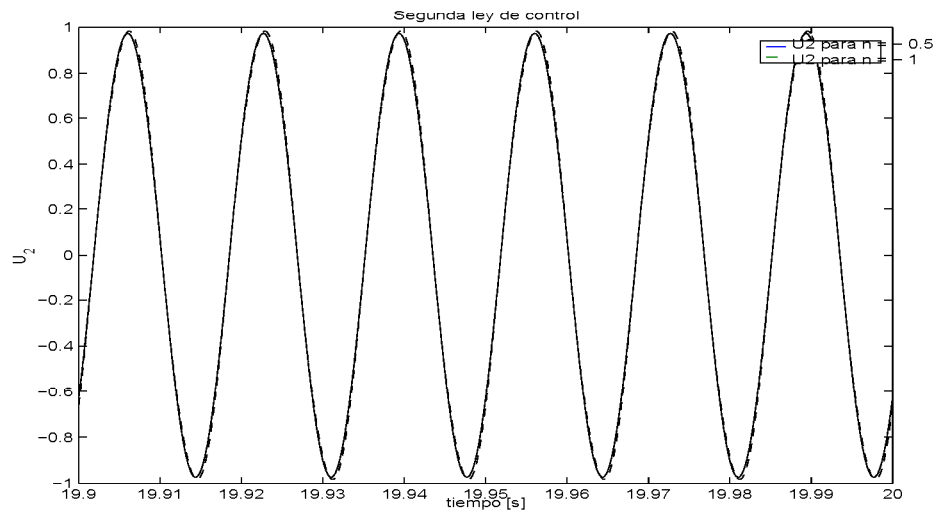


Figura 5.15: Respuesta permanente del esfuerzo de control  $U_2$  para dos valores diferentes de  $n$ , cuando la potencia fluye hacia la fuente de suministro.



Los resultados presentados establecen que el efecto del parámetro libre  $n$  es diferente para distintas circunstancias de operación. Se contempla un mejor desempeño del convertidor cuando el flujo de potencia se dirige hacia la carga y el valor de  $n$  se aproxima hacia su valor admisible (en este caso  $n = -\frac{1}{2}$ ), mientras que cuando el flujo de potencia es hacia la fuente  $V_i$  se obtiene un mejor desempeño si el valor de  $n$  se aleja de ese valor admisible (en este caso  $n = -1$ ). Por ejemplo de la figura 5.7 se aprecia un mejor desempeño en la tensión  $V_o$  cuando de  $n = -\frac{1}{2}$ . La anterior circunstancia de operación describe el flujo de potencia hacia la carga (en estado estacionario), mientras que en la Figura 5.9 muestra un mejor desempeño cuando  $n = -1$ , cuando el flujo de potencia es hacia la  $V_i$ . De la Figura 5.2 se observa casi el mismo efecto, en la tensión  $V_1$ , de los diferentes valores de  $n$  cuando el flujo de potencia es hacia la carga, sin embargo en las Figuras 5.2 y 5.3 se observa un mejor desempeño en dicha tensión para un valor de  $n = -1$ .

Los tiempos de respuesta son lentos como se pueden apreciar de las figuras que describen el inicio de los experimentos y en aquellas donde se plasma las respuestas al cambio en el flujo de potencia. Por ejemplo, el seguimiento en  $V_o$  sucede en  $t = 0.2$  [s]. Las oscilaciones que se presentan durante los transitorios son el resultado de simular de manera exacta a  $i_L$ , como se define en el principio de este capítulo ( $i_{L1}$  pasa a ser  $i_{L2}$ ). A diferencia del presente trabajo, en [22] se simula al convertidor *back to back* con una carga conectada de tipo resistivo ( $R = 50[\Omega]$ ) y no existen oscilaciones. Cabe señalar que pueden existir tales oscilaciones, por ejemplo en el caso de cargas resistivas, si el diseño del filtro no especifica el rango de valores admisibles de la carga para obtener un buen factor de calidad en el filtro.



# Capítulo 6

## Conclusiones

De la realización del presente trabajo se concluye que el convertidor *back to back* es una alternativa para controlar la tensión de conexión de las cargas y corregir factor de potencia en los sistemas de generación, ya que, al estar constituido por conmutadores electrónicos, las pérdidas por conmutación son mínimas (en comparación de la potencia que circula por él) y además la constante innovación en la tecnología de fabricación de estos dispositivos permite trabajarlos en altas frecuencias. Por esta última circunstancia, el desarrollo de esquemas de control basado en técnicas de promediación es altamente factible en este tipo de convertidores. Sin embargo el empleo de este tipo de convertidores, en grandes sistemas de intercambio de flujo de potencia, implica utilizar complejos sistemas de protecciones para su adecuado funcionamiento.

Del controlador obtenido por IDA-PBC se concluye que es el principio de una línea de investigación, para el control de convertidores estáticos bidireccionales de potencia, cuyo desempeño se puede mejorar si se explora en profundidad en la familia de soluciones que brinda IDA-PBC, como se menciona en el capítulo destinado a esta técnica de control. Y aunque no se contemplan dinámicas de su implementación (retrasos y pérdidas por conmutación, principalmente) se estima que tendrá un buen desempeño experimental debido a que la técnica de control empleada es ro-

busta, ya que la obtención del controlador está parametrizada en función de todas las posibles familias de soluciones que garantizan la estabilización del punto de equilibrio.

El método de diseño IDA-PBC resulta de fácil y sistemático. Más allá de esto, el hecho de que el controlador obtenido preserve la estructura del sistema original (Hamiltoniana) representa una gran ayuda, ya que la interpretación del sistema en lazo cerrado y su implementación resultan, por lo tanto, comprensibles y factibles. Y aunque pareciese que el principal inconveniente es encontrar las soluciones a las ecuaciones diferenciales parciales que aparecen, para el caso del convertidor en estudio fue fácil encontrar la solución al explotar la naturaleza del convertidor, como lo es en muchos otros sistemas dinámicos.

La técnica de modelado GSSA resulta ser sumamente eficaz para convertir problemas de seguimiento de trayectorias en problemas de regulación, ya que proporciona un panorama claro del cambio fino de las variables del sistema. La sencilla y fácil aplicación de su metodología reafirma la conclusión anterior. Más aún, cuando se buscan los puntos de equilibrio, se obtiene, de una manera natural, el balance de energía que se debe alcanzar para conseguir el objetivo de control.

El presente trabajo es la continuación de la línea de investigación que comienza con [22], en el cual solo se contempla carga del tipo resistivo y por lo tanto solo se establece el flujo de potencia en un solo sentido.

Las líneas de investigación inmediatas a este trabajo son:

1. Encontrar la familia de soluciones de los controladores de IDA-PBC que mejoren el desempeño obtenido, considerando cargas reales.
2. La implementación física.

3. Encontrar un controlador, igual de sencillo que en este trabajo, para el modelo en GSSA que represente dinámicas no modeladas.



# Apéndice A

## Propiedades elementales del modelado GSSA

En este apéndice se reproducen las demostraciones para las propiedades dadas por (3.5), (3.6) y (3.7).

### A.1. Propiedad de simetría

La propiedad de simetría se refiere al hecho de que los coeficientes complejos dados por (3.3) son complejos conjugados para el mismo valor absoluto de  $k$ . Para demostrar esta propiedad se considera que  $x(\tau)$  tiene también una descomposición en serie trigonométrica de Fourier, esto es

$$x(\tau) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega\tau) + b_k \sen(k\omega\tau)) \quad (\text{A.1})$$

donde  $a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T x(\tau) d\tau$ ,  $a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(\tau) \cos(k\omega\tau) d\tau$  y  $b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(\tau) \sen(k\omega\tau) d\tau$  son los coeficientes de la serie trigonométrica.

Por otro lado, se sabe que

$$\cos(k\omega\tau) = \frac{1}{2} (e^{jk\omega\tau} + e^{-jk\omega\tau}) \quad (\text{A.2})$$

$$\text{sen}(k\omega\tau) = -\frac{j}{2} (e^{jk\omega\tau} - e^{-jk\omega\tau}) \quad (\text{A.3})$$

sustituyendo (A.2) y (A.3) en (A.1) y reagrupando términos, se produce

$$x(\tau) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2} e^{jk\omega\tau} [a_k - jb_k] + \frac{1}{2} e^{-jk\omega\tau} [a_k + jb_k] \right) \quad (\text{A.4})$$

si se define a

$$X_0 = \frac{a_0}{2} \quad (\text{A.5})$$

$$X_k = \frac{1}{2} [a_k - jb_k] \quad (\text{A.6})$$

$$X_{-k} = \frac{1}{2} [a_k + jb_k] \quad (\text{A.7})$$

entonces se reescribe a (A.4) como

$$x(\tau) = X_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (X_k e^{jk\omega\tau} + X_{-k} e^{-jk\omega\tau}) \quad (\text{A.8})$$

que a su vez se puede simplificar a

$$x(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jk\omega\tau} \quad (\text{A.9})$$

con lo cual se tiene la misma forma de expresión que (3.2), que es la expresión para definir a  $x(\tau)$  que utiliza GSSA, que implica

$$\langle x \rangle_k = X_k \quad (\text{A.10})$$



Por lo tanto las componentes de  $\langle x \rangle_k$  deben tener la estructura que guardan (A.5), (A.6) y (A.7) y que como se puede apreciar son complejos conjugados para el mismo valor absoluto de  $k$ .

## A.2. Diferenciación con respecto al tiempo

Haciendo el siguiente cambio de variables  $\sigma = \tau - t$ , la ecuación (3.3) puede escribirse,

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{-T}^0 x(t + \sigma) e^{-jk\omega(t+\sigma)} d\sigma \quad (\text{A.11})$$

definiendo  $f(\sigma) = x(t + \sigma)$  y  $g'(\sigma) = e^{-jk\omega(t+\sigma)} d\sigma$  siendo  $g'(\sigma) = \frac{dg(\sigma)}{d\sigma}$  por lo que

$$g(\sigma) = -\frac{1}{jk\omega} e^{-jk\omega(t+\sigma)} d\sigma = -\frac{1}{jk\omega} g'(\sigma) \quad (\text{A.12})$$

y evaluando  $\langle x \rangle_k(t)$  mediante una integración por partes

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{-T}^0 f(\sigma) g'(\sigma) d\sigma = \frac{1}{T} \left( [f(\sigma)g(\sigma)]_{-T}^0 - \int_{-T}^0 f'(\sigma)g(\sigma) d\sigma \right) \quad (\text{A.13})$$

de donde se obtiene de reemplazar  $g(\sigma)$

$$\langle x \rangle_k(t) = -\frac{1}{jk\omega} \left( \frac{1}{T} [f(\sigma)g'(\sigma)]_{-T}^0 - \int_{-T}^0 f'(\sigma)g'(\sigma) d\sigma \right) \quad (\text{A.14})$$

que puede reescribirse como

$$jk\omega \langle x \rangle_k(t) = -\frac{d\langle x \rangle_k(t)}{dt} + \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k \quad (\text{A.15})$$

que proporciona la útil relación

$$\frac{d}{dt}\langle x \rangle_k = \left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k - jk\omega \langle x \rangle_k \quad (\text{A.16})$$

que es la relación que se cito en (3.6).

### A.3. Cálculo del promedio de un producto

Usando la definición de la ecuación (3.3) con  $y(\tau)x(\tau)$  en lugar de únicamente  $x(\tau)$  y luego reemplazando  $x(\tau)$  por la expresión (2.1) y  $y(\tau)$  por una expresión similar, el único término que sobrevive a la integración es  $e^{jk\omega\tau}$  y entonces

$$\langle xy \rangle = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \langle y \rangle_{k-i} \langle x \rangle_i \quad (\text{A.17})$$

# Bibliografía

- [1] Mojtaba Noroozian, Abdel-Aty Edris, David Kidd y Albert J. F. Keri: "The Potential Use of Voltage-Sourced Converter-Based Back to Back Tie in Load Restorations", *IEEE Trans. on power delivery*, Vol. 18 No. 4 pp. 1416-1421, Octubre de 2003.
- [2] Carlos Batlle, Enric Fossas y Robert Griñó: "Generalized state space averaging for port controlled hamiltonian systems.", *16th IFAC World Congress*, 2005.
- [3] Middlebrook, R. y Cuk, S. : "General unified approach to modelling switching power converter stages.", *IEEE Power Electronic Specialist Conference*, Rec 26, pp 18-34, 1976.
- [4] Carlos Gaviria, Enric Fossas y Robert Griñó: Robust Controller for a Full-Bridge Rectifier Using the IDA-PBC Approach and GSSA Modeling.", *IEEE Trans. on circuits and systems*, Vol. 52 No. 3 pp. 609-612, Marzo de 2005.
- [5] Carlos Batlle, Arnau Dòria-Cerezo y Enric Fossas: "IDA-PBC controller for a bidirectional power flow full-bridge rectifier.", *IEEE Conference on Decision and Control*, Diciembre de 2005.
- [6] J. Mahdavi, A. Emmadi, M. D. Bellar, y M. Ehsani: "Analysis of power electronic converters using the generalized state-space averaging approach.", *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, Vol. 44 pp 767-770, Agosto de 1997.

- [7] R. Ortega, A. van der Schaft, B. Maschke y G. Escobar: "Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled Hamiltonian systems.", *Automatica*, (38): pp. 585-596, 2002.
- [8] Sanders, S., Noworolowski, J., Liu, X. y Verghese, G.: "Generalized averaging method for power conversion systems.", *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol 6, pp 251-259, 1991.
- [9] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, and H. Sira-Ramirez: "Passivity-based control of Euler-Lagrange systems." *Springer-Verlag*, 1998.
- [10] R. Ortega, A. van der Schaft, B. Maschke y I. Mareels: "Putting energy back in control.", *IEEE Control Systems Magazine*, 21(2): pp. 18-33.
- [11] R. Ortega y M. Spong: "Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial.", *Automatica*, 25(6): pp. 877-888.
- [12] A. van de Schaft: " $L_2$ -gain and passivity techniques in nonlinear control.", Berlin: Springer.
- [13] R. Jiménez, J. Cerero: "Perspectiva de la calidad de la energía eléctrica y su importancia en México.", Normalización ANCE.
- [14] C. Batlle, D. Biel, E. Fossas, C. Gaviria y R. Griñó: "GEOPLEX: Control y Analysis of GSSA and VSS Models.", IOC-DT-P-2004-20, Octubre 2004.
- [15] J. Sung, S. Lim. and K. Nam: "A feedback linearizing control scheme for a pwm converter-inverter having very small dc-link capacitor." *IEEE Trans. Circuits and system*, 2003.
- [16] L.M. Malesani, L. Rossetto, and P. Tomasin: "AC/DC/AC pwm converter with reduced energy stored in the dc link." *IEEE Trans. Ind. Applications*, 31:287-292, 1995.

- 
- [17] N J Wheeler, H Zhang and D A Grant: "MINIMISATION OF REACTIVE COMPONENT VALUES IN BACK-TO-BACK CONVERTERS." *IEEE Transactions on Power Electronics and Variable-Speed Drives*, pp 240-245, 1994.
- [18] G. Espinosa-Pérez G. and Campos-Cantón: "Nonlinear control of a half-bridge dc-ac converter: Application to ups." *Conference on Decision and Control, Proceedings of the 38th*, 1999.
- [19] G. Espinosa-Pérez y D. Noriega-Pineda: Control de convertidores de tipo buck mediante retroalimentación de la corriente en el capacitor." *AMCA*, 2003.
- [20] Dimitrios Karagiannis, Eduardo Mendes, Alessandro Astolfi and Romeo Ortega: An Experimental Comparison of Several PWM Controllers for a Single-Phase AC-DC Converter." *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 11, NO. 6, NOVEMBER 2003.
- [21] Rashid Muhammand H.: "Electrónica de Potencia" *Prentice Hall Hispanoamericana*, Segunda edición, 1993.
- [22] I. Martínez Pérez, G. Sandoval Rodríguez y G. Espinosa-Pérez: Control por Asignación de Interconexión y Amortiguamiento de un Convertidor Bidireccional Monofásico." *AMCA*, 2007.
- [23] IEEE Recommended Practice for Powering and Grounding Electronic Equipment, Std. 1100-1999: