

## CAPÍTULO 3

# CONFORMADO MECÁNICO DE LOS METALES

### 3.1 GENERALIDADES DE LOS PROCESOS DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA

Existen diversas formas de clasificar los procesos de conformado mecánico de los metales; ésta se puede realizar en función del endurecimiento, nivel de deformación, materia prima, etapa del proceso, entre otras. Si se considera la etapa, se puede hablar de procesos primarios y secundarios o de acabado; en el caso de tomar como base el nivel de acritud producto de la deformación, se pueden referir a procesos en caliente, en frío y en tibio, si se toma en cuenta la materia prima se pueden referir a procesos de deformación volumétrica y procesos de trabajo en chapa. Al final de cuentas, todo método se puede relacionar con la etapa y los gradientes de deformación que se tienen; a elevadas temperaturas (procesos primarios o en caliente) se presentan fenómenos de recristalización dinámica que permiten grandes porcentajes de deformación con un bajo consumo de energía, a la vez de tolerancias abiertas y acabados superficiales de limitada calidad.

Por otra parte, los procesos de acabado o secundarios, en general, se producen en frío y se caracterizan por menor deformación por etapa y acumulada, lo cual redundará, en muchas ocasiones, en la necesidad de recocidos intermedios. Estos procesos muchas veces se realizan en lámina y al efectuarse a temperatura ambiente permiten mejores acabados y tolerancias más cerradas.

Se tiene entonces:

- a. *Trabajo en caliente.* La temperatura de proceso  $\theta_p$  es mucho mayor que la de recristalización  $\theta_p \geq 0.75\theta_f$  ( $\theta_f$  es la temperatura de fusión en °K). Es por consecuencia que existirá recristalización dinámica, permitiendo así grandes deformaciones, aunadas a menores cargas (figura 3.1).

- b. *Trabajo en frío.* En este caso la deformación se realiza a temperaturas menores de la de recristalización siendo lo más usual a temperatura ambiente  $\theta_p \approx \theta_a$ . Se tendrá con esto una mayor precisión dimensional a la vez de permitir el control de las propiedades mecánicas. Resulta por demás evidente que las deformaciones por etapa y acumuladas serán menores, ya que de otra forma se requerirá de recocidos intermedios (figura 3.2).
- c. *Trabajo en tibio.* En este caso la deformación se realiza a temperaturas mayores a la ambiente, las cuales pueden ser aún del orden de la de recristalización; sin embargo, las velocidades de deformación (por consecuencia de endurecimiento) son superiores a los fenómenos de recristalización dinámica.



FIGURA 3.1 Forja abierta en prensa de bastidor abierto

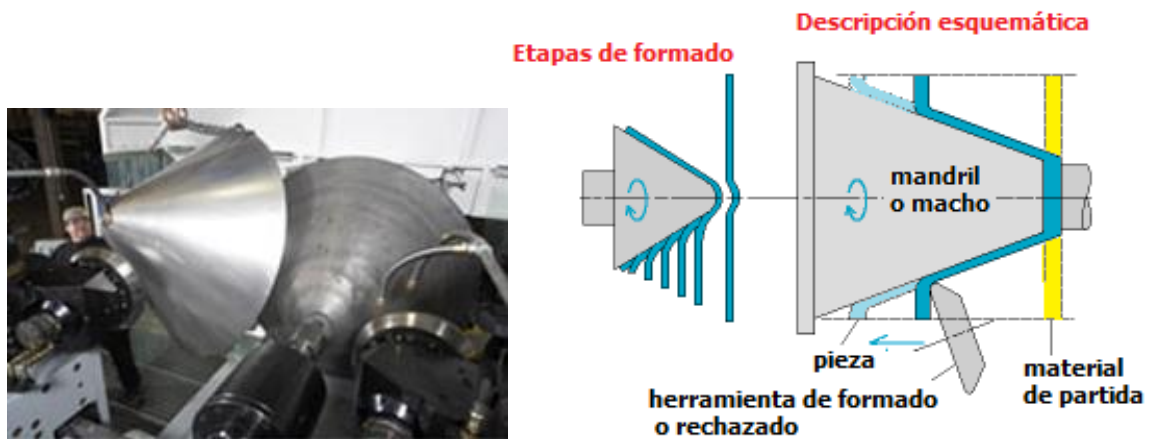


FIGURA 3.2 Proceso de rechazado de chapa metálica

Por otra parte, considerando el nivel de deformación y las características de los procesos se clasifican en:

- a. *Procesos primarios.* Éstos se realizan en caliente y se caracterizan por grandes deformaciones. Los productos obtenidos se caracterizan por, usualmente, requerir todavía de procesos adicionales para convertirse en elementos útiles.
- b. *Procesos de acabado.* Se caracterizan por menores deformaciones que permiten obtener elementos útiles.

Asimismo, también se pueden clasificar en:

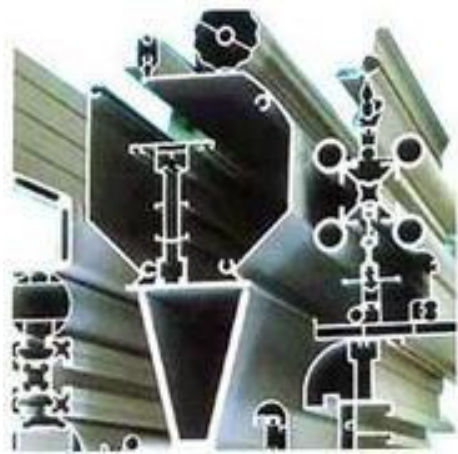
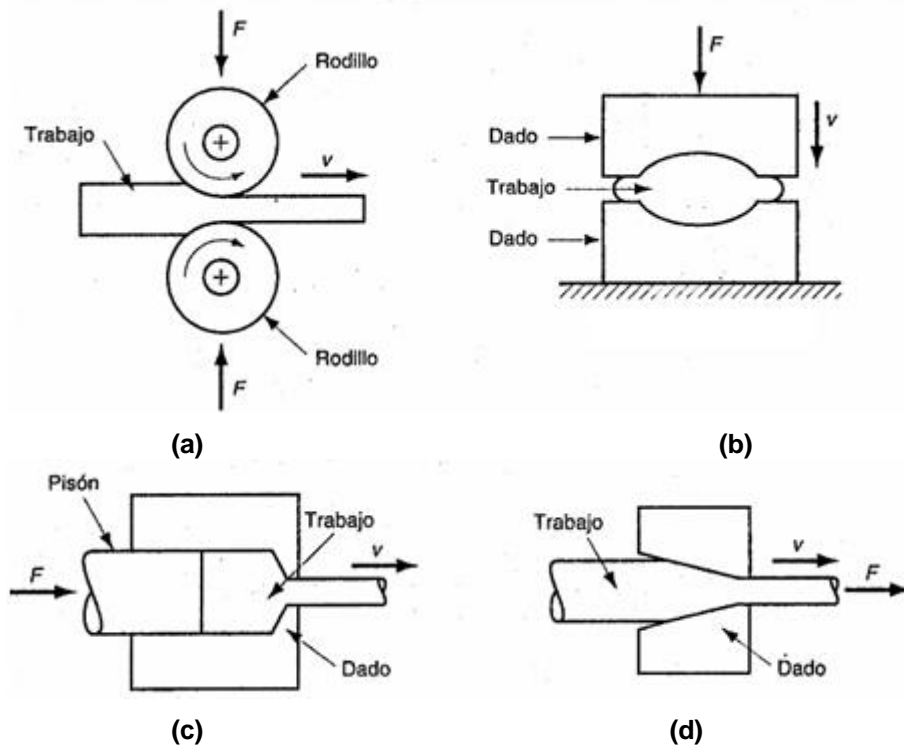
### ***Procesos de deformación volumétrica***

Se caracterizan por deformaciones significativas y cambios de forma, todo lo cual corresponde con los procesos primarios de deformación. En general, la relación entre el área superficial y el volumen de trabajo es relativamente pequeña. El término volumétrico describe a las partes de trabajo que tienen esta baja relación de área volumen. La forma del trabajo inicial para estos procesos incluye tochos cilíndricos y barras rectangulares. Las operaciones básicas en deformación volumétrica (figura 3.3), se pueden clasificar en:

- *Laminación.* Es un proceso de deformación por compresión directa, en el cual el espesor del lingote se reduce al pasar a través de dos rodillos que giran en sentido opuesto, y cuya separación es menor que el espesor inicial del rodillo. Este proceso se puede realizar tanto en frío como en caliente, figura 3.3 (a).
- *Forja.* En este caso, el material se deforma entre dos dados, de tal manera que la forma del dado se imprima para obtener la geometría deseada (forja en estampa). En algunos casos los dados tienen geometrías simples refiriéndose al proceso como forja libre. En virtud de las grandes deformaciones, característica del proceso, éste se realiza en caliente; sin embargo, cuando se pretende calibrar las dimensiones se realizará en frío, figura 3.3(b)
- *Extrusión.* Proceso de compresión indirecta en el cual el metal se hace fluir a través de la abertura de un dado para que adquiera su geometría. El proceso se realiza en caliente con excepción de su aplicación en metales suaves en donde la longitud del perfil obtenido es del orden de su diámetro. El proceso se caracteriza por permitir la producción de piezas de sección transversal constante con un costo mínimo de

herramental; esto aunado a la factibilidad de generar secciones transversales imposibles de producir por laminación, figura 3.3 (c).

- *Estirado*. En este proceso el diámetro de un alambre o barra se reduce cuando éste se hace pasar, por efecto de una fuerza de tracción, a través de la abertura de un dado. En este caso, la deformación se produce por cargas de compresión indirecta en el dado, inducidas por la carga de tracción aplicada, figura 3.3. (d).



**FIGURA 3.3** Procesos de deformación volumétrica. (a) laminación, (b) forja en matriz, (c) extrusión, (d) estirado, (e) formador de lazo durante la laminación de barras de refuerzo para construcción, (f) diferentes perfiles obtenidos por extrusión de aluminio

### **Procesos en chapa (láminas metálicas)**

Se trata generalmente de procesos de acabado. Por las características inherentes al propio material se tiene que la relación entre el área superficial y el volumen del material es alta; por lo que esta relación es un medio útil para diferenciar la deformación volumétrica de los procesos con láminas metálicas. En este rubro se encuentran las operaciones donde la deformación que se realiza es por corte, flexión y dobléz. Es común referir a este tipo de procesos como estampado de chapa metálica (figura 3.4). Se pueden referir a operaciones de troquelado, punzonado, embutido, acuñado, rolado, entre otras.



**FIGURA 3.4** Los diferentes elementos que forman la carrocería de un automóvil se producen a partir de chapa metálica. Diseño híbrido de la carrocería, el frente (azul) corresponde a los componentes producidos en aluminio. Este diseño es utilizado por BMW en su serie 5 (fuente BMW)

Las operaciones con láminas metálicas se ejecutan siempre en frío y en el caso de operaciones de troquelado se utiliza un juego de herramientas llamadas punzón y matriz. El punzón es la porción positiva y el dado es la porción negativa del juego de herramientas. Las operaciones básicas con láminas de metal se describen en la figura 3.2 y entre otras se puede mencionar a las siguientes:

- *Doblado*. El doblado implica la deformación de una lámina metálica o placa para que adopte un ángulo con respecto a un eje recto, en la mayoría de los casos, figura 3.5 (a).
- *Embutido (estirado)*. En el trabajo de láminas metálicas, el embutido se refiere a la transformación de una lámina de metal en una forma hueca o cóncava. Se usa un sujetador o pisador para mantener fija la plantilla, mientras el punzón empuja la lámina de metal, como se muestra en la figura 3.5 (b). En términos generales se considera que

el espesor de la lámina no se modifica durante el proceso de deformación. En este proceso, la deformación se genera por efecto de las cargas de tracción producto de la acción de estirado del punzón con relación a la matriz.

*Corte.* Este proceso se caracteriza por que las cargas aplicadas generan en el material solicitaciones superiores a su resistencia al corte, lo que produce la separación de la chapa. Si bien el objeto fundamental del proceso es el corte más que el cambio de forma, se considera dentro de los procesos de conformado por la importancia que tiene en el formado del metal. En esta operación se corta la parte usando un punzón y un dado, como se muestra en la figura 3.5 (c).

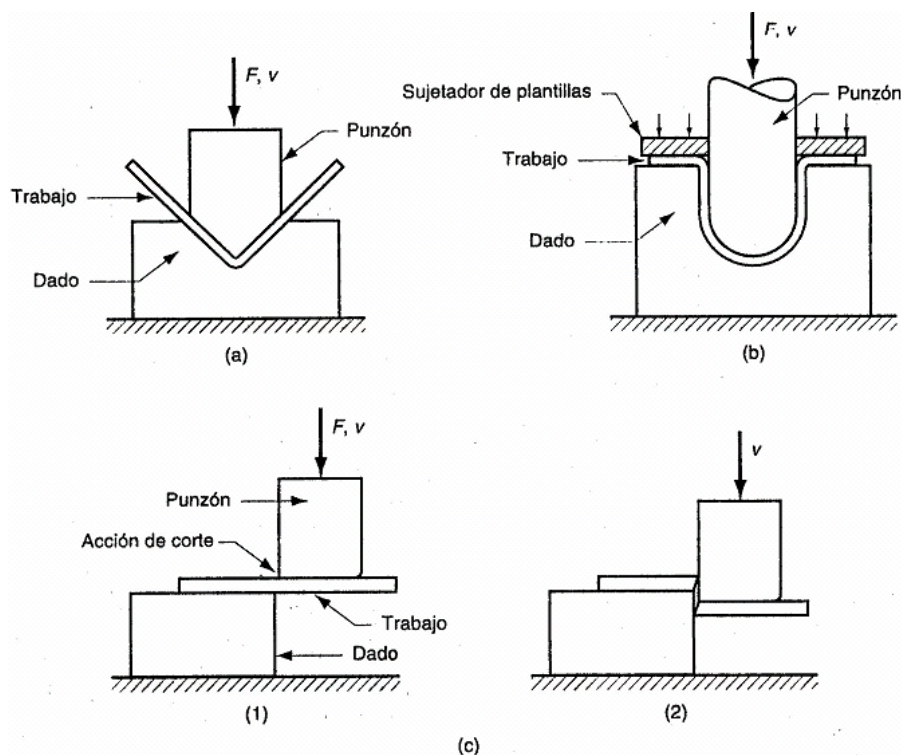


FIGURA 3.5 Operaciones básicas sobre chapa metálica. (a) doblado, (b) embutido, (c) corte

## 3.2 OPERACIONES DE FORMADO VOLUMÉTRICO

### Laminación

El laminado es un proceso de deformación en el cual el metal se deforma al pasar entre dos rodillos que giran en sentido contrario y cuya separación es menor que el espesor inicial del material. Por el tipo de producto que se genera se clasifica en laminación de planos (rodillos lisos) y laminación de perfiles (rodillos acanalados).

Los procesos de laminado se orientan a grandes volúmenes de producción e involucran una gran inversión de capital, ya que se requiere de molinos de laminación, hornos y equipos auxiliares de proceso. Por lo cual, producciones de 20 o más toneladas por hora representan las condiciones industriales mínimas para el método. La elevada inversión requiere que la producción sea en grandes cantidades y, por lo general, artículos estándares como láminas y placas. La mayoría de los productos laminados se realizan en caliente debido a la gran cantidad de deformación requerida. Los metales laminados en caliente están generalmente libres de esfuerzos residuales y sus propiedades son isotrópicas. Las desventajas del laminado en caliente son que el producto no puede mantenerse dentro de tolerancias adecuadas, y la superficie presenta una capa de óxido característica, véase la figura 3.6.

En la laminación el trabajo empieza con la producción de un lingote producido por colada continua o en lingotera. El lingote se coloca en un horno de precalentamiento (horno de recalentamiento o de resudar) donde permanece por el tiempo suficiente para que se homogenice la temperatura y la microestructura, de tal manera que tenga las mejores propiedades para el laminado. Para el acero, la temperatura de inicio de laminación es alrededor de 1200 °C.

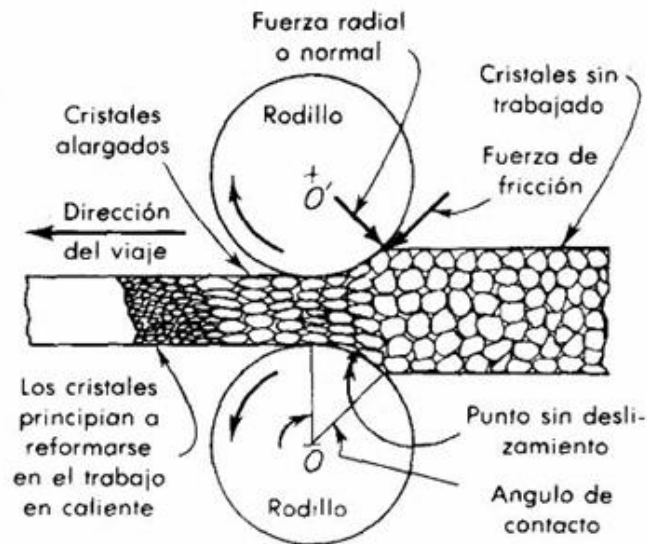


FIGURA 3.6 Proceso de laminado, su efecto sobre la microestructura

El lingote recalentado pasa al molino de desbaste (primera etapa del laminado), donde se lamina para convertirlo en una de las tres formas intermedias llamadas lupias, tochos o planchas. Una lupia tiene una sección transversal cuadrada de 150 mm de lado o mayor. Un tocho se lamina a partir de una lupia, es de sección transversal cuadrada de 38 mm por lado o mayor. Una plancha se lamina a partir de un lingote o de una lupia y, tiene una sección rectangular de 250 mm de

ancho o más, y un espesor de 38 mm o más. Estas formas intermedias se laminan posteriormente para convertirlas en productos finales, esto puede verse en la figura 3.7.

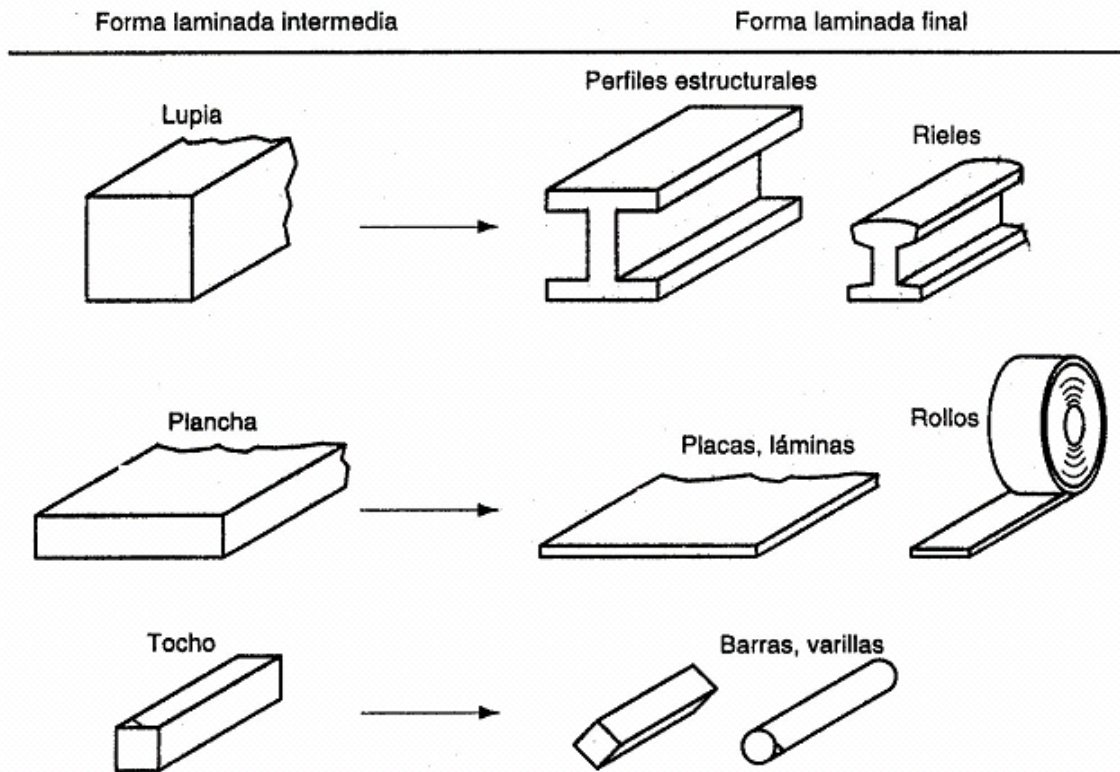


FIGURA 3.7 Algunos ejemplos de productos laminados

Las lupias se laminan para generar perfiles estructurales y rieles para ferrocarril. Los tochos se laminan para producir barras y varillas. Estas formas son la materia prima para el maquinado, estirado de alambre, forjado y otros procesos de trabajo de metales. Las planchas se laminan para convertirlas en placas, láminas y tiras. Las placas laminadas en caliente se usan para la construcción de barcos, puentes, calderas, estructuras soldadas para maquinaria pesada, tubos y tuberías, y muchos otros productos.

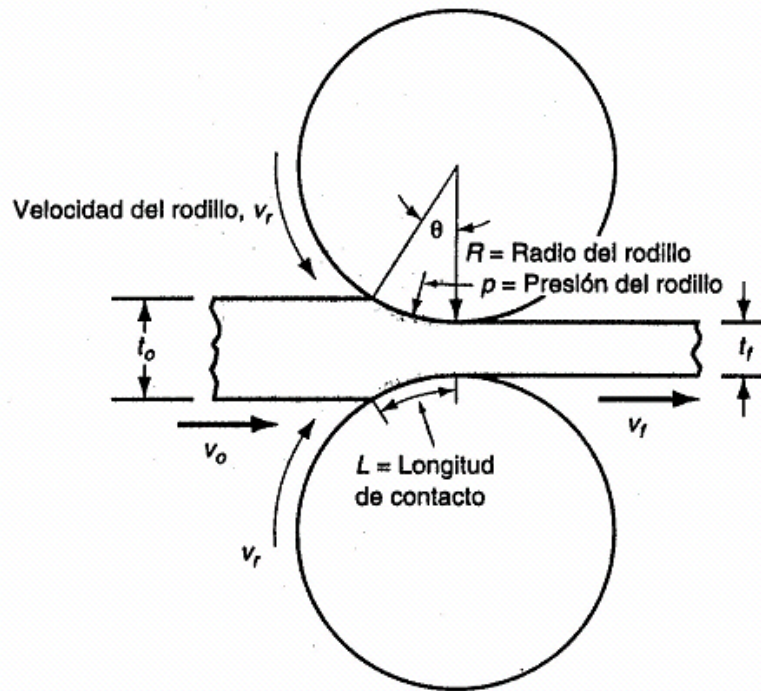
### **Laminado plano y su análisis**

El laminado plano se ilustra en las figuras 3.8 y 3.9, involucra el laminado de planchas, tiras, láminas y placas, partes de trabajo de sección transversal rectangular con un ancho mucho mayor que el espesor.





**FIGURA 3.8** En la figura de la derecha se observa un tren de laminación en caliente, del lado izquierdo se tiene una laminador cuarto para operaciones de calibrado de espesor



**FIGURA 3.9** Descripción del proceso de laminado

En el laminado, la carga requerida para la deformación es proporcional a la reducción en la sección transversal; en el caso de productos planos se considera la reducción de espesor.

$$r = \frac{h_f - h_0}{h_0} = \frac{\Delta h}{h_0} \quad (3.1)$$

Considerando que el volumen del material se conserva durante la deformación, se tiene que:

$$h_0 l_0 w_0 = h_f l_f w_f \quad (3.2)$$

donde

$w_0, l_0$  son el ancho y largo iniciales de trabajo (mm)

$w_f, l_f$  son el ancho y largo finales de trabajo (mm)

De igual forma, el gasto volumétrico antes ( $\dot{V}_0$ ) y después ( $\dot{V}_f$ ) debe ser el mismo, así que las velocidades pueden relacionarse antes y después a través de:

$$\begin{aligned}\dot{V}_0 &= \dot{V}_f \\ h_0 w_0 v_0 &= h_f w_f v_f\end{aligned}\tag{3.3}$$

donde

$v_0, v_f$  son las velocidades de entrada y salida del material de trabajo.

Los rodillos entran en contacto con el material de trabajo, a lo largo de un arco de contacto definido por el ángulo  $\theta$ . Cada rodillo tiene un radio  $R$ , una velocidad de rotación  $\omega$ , y una velocidad superficial  $v_r$ . Esta velocidad es mayor que la velocidad inicial de la pieza de trabajo  $v_0$  y menor que la velocidad de salida  $v_f$ . Como el flujo de metal es continuo, hay un cambio gradual en la velocidad del material de trabajo entre los rodillos. Sin embargo, existe un punto a lo largo del arco donde la velocidad de trabajo se iguala la velocidad del rodillo; este punto se llama **punto de no deslizamiento**, también conocido como punto neutro. A cualquier lado de este punto, ocurren deslizamientos con fricción entre el rodillo y el material de trabajo. La cantidad de deslizamiento entre los rodillos y el material de trabajo puede medirse a través del avance  $s$ , este término se define como:

$$s = \frac{v_f - v_r}{v_r}\tag{3.4}$$

donde

$s$  = deslizamiento hacia adelante

$v_f$  = velocidad final de la pieza a la salida [m/s]

$v_r$  = velocidad del rodillo [m/s]

La deformación real experimentada por el material de trabajo, se basa en el espesor del material antes y después del laminado

$$\varepsilon = \ln \frac{h_0}{h_f} \quad (3.5)$$

Se puede usar la deformación real para determinar el esfuerzo de fluencia promedio  $\bar{\sigma}$  aplicado al material de trabajo en el laminado plano. Se tiene que:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\Delta\varepsilon} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_f} k\varepsilon^n d\varepsilon \quad (3.6)$$

El esfuerzo de fluencia promedio será útil para estimar la fuerza y potencia en el proceso de laminado.

La fricción se presenta en el laminado con un cierto coeficiente de fricción, la fuerza de compresión de los rodillos, multiplicada por este coeficiente de fricción da por resultado una fuerza de fricción entre los rodillos y el material de trabajo. En el lado de la entrada, la fuerza de fricción tiene una dirección; en el otro lado, tiene la dirección opuesta. Sin embargo, las dos fuerzas no son iguales. La fuerza de fricción es mayor en la entrada, de manera que la fuerza neta que jala el material de trabajo es a través de los rodillos. El laminado no sería posible sin estas diferencias. Hay un límite para el máximo posible que se puede alcanzar en el laminado plano con un coeficiente de fricción, esto es:

$$\Delta h_{\text{máx}} = \mu^2 R \quad (3.7)$$

donde:

$\Delta h_{\text{máx}}$  = reducción máxima

$\mu$  = coeficiente de fricción

$R$  = radio del rodillo

La ecuación muestra que si la fricción fuera cero, la reducción máxima posible también sería igual a cero y esto haría imposible la operación de laminado

El coeficiente de fricción en el laminado depende de varios factores como lubricación, material de trabajo y temperatura de laminado, en la tabla 3.1 se dan algunos valores típicos de coeficientes de fricción, según el proceso.

**TABLA 3.1** Valores típicos de coeficientes de fricción

Tipo de laminado	Coefficiente de fricción $\mu$
Laminado en frío	0.1
Laminado en tibio	0.2
Laminado en caliente	0.4

El laminado en caliente se caracteriza frecuentemente por una condición llamada adherencia, en la cual la superficie caliente del material de trabajo se pega a los rodillos sobre el arco de contacto. Esta condición ocurre frecuentemente en el laminado de aceros y aleaciones para alta temperatura. Cuando se presenta la adherencia, el coeficiente de fricción puede ser tan alto como 0.7. La consecuencia de la adherencia es que las capas superficiales del material de trabajo no se pueden mover a la misma velocidad que la velocidad del rodillo, y debajo de la superficie la deformación es más severa a fin de permitir el paso de la pieza a través de la separación entre los rodillos.

Dado un coeficiente de fricción suficiente para realizar el laminado, la fuerza  $F$  requerida para mantener la separación entre los dos rodillos se puede calcular integrando la presión unitaria de laminado (mostrada como  $p$  en la figura 3.10) sobre el área de contacto rodillo-material de trabajo. Esto se puede expresar como sigue:

$$P = \int_0^{L_p} p w dx \quad (3.8)$$

donde:

$P$  = carga de laminado

$w$  = ancho del material de trabajo que se está laminando

$p$  = presión de laminado

$L_p$  = longitud del arco de contacto entre el rodillo y el material de trabajo

La integración requiere dos términos separados, uno a cada lado del punto neutro. Las variaciones, en la presión del rodillo a lo largo de la longitud de contacto son significativas. La figura 3.10 da una idea de esta variación. La presión alcanza un máximo en el punto neutro y se reduce a cada lado de los puntos de entrada y salida. Al aumentar la fricción, la presión se incrementa al máximo relativo entre los valores de entrada y salida. Al disminuir la fricción el punto neutro se corre hacia la salida a fin de mantener una fuerza neta que jale el material en la dirección del laminado. De otra forma, con una baja fricción, el material de trabajo podría deslizarse en lugar de pasar entre los rodillos.



**FIGURA 3.10** Perfil de la variación de presión ejercida por los rodillos a lo largo de la longitud proyectada

Se puede determinar de manera aproximada la carga de laminación (ecuación 3.9) a partir de considerar un valor promedio en el esfuerzo de fluencia y cuantificar el efecto de la carga de fricción de tal forma que:

$$P = 1.2\bar{\sigma}wL_p \quad (3.9)$$

donde:

$\bar{\sigma}$  = esfuerzo de fluencia promedio

$wL_p$  = área de contacto rodillo-material de trabajo

La longitud del arco de contacto se expresa como:

$$L_p = \sqrt{R\Delta h} \quad (3.10)$$

El par requerido para accionar a un rodillo se puede estimar suponiendo que la presión de laminación se distribuye en forma simétrica sobre la longitud proyectada del arco de contacto:

$$T_R = \frac{PL_p}{2} \quad (3.11)$$

Por lo que el par de laminación es

$$T_L = PL_p \quad (3.12)$$

La potencia requerida para mover cada rodillo es el producto del par por la velocidad angular. La velocidad angular es  $\pi N / 30$ , donde  $N$  es la velocidad de rotación del rodillo en (rev/min). Por consecuencia, el par de laminación (requerido para mover ambos rodillos) es

$$\dot{W} = T_L \omega \quad (3.13)$$

donde

$\dot{W}$  = potencia

$\omega$  = velocidad angular de rotación

### ***Laminado de perfiles***

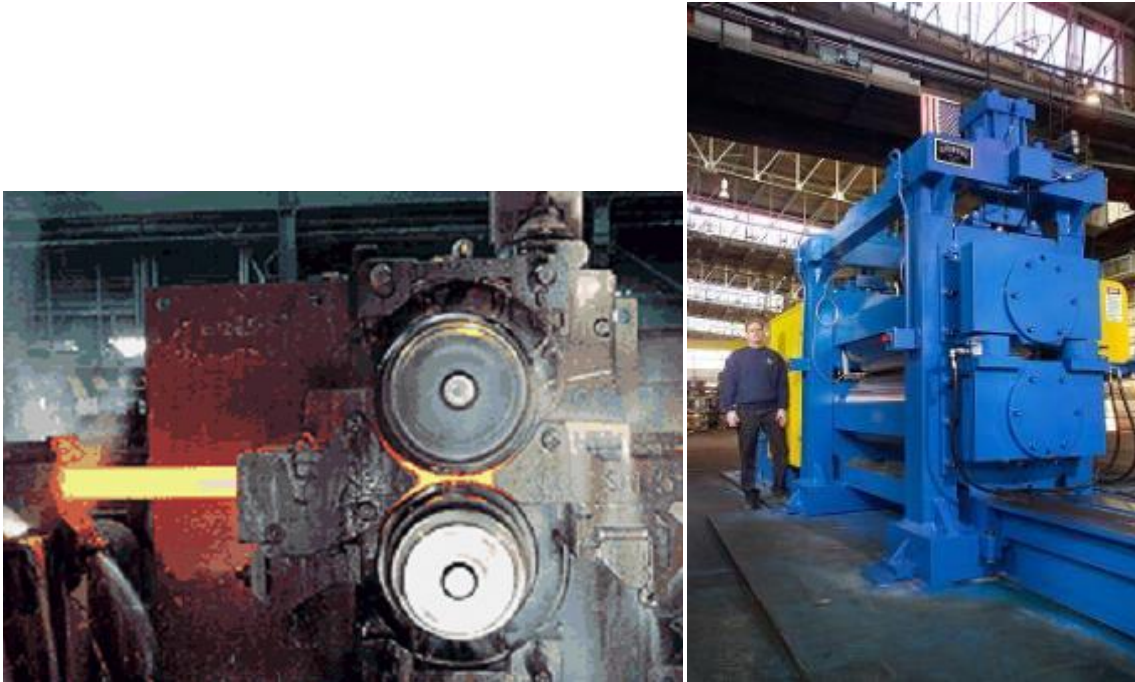
En el laminado de perfiles, el material de trabajo se deforma y se genera un contorno en la sección transversal. Los productos hechos por este procedimiento incluyen perfiles de construcción como perfiles en I, canales, ángulos, rieles para vías de ferrocarril y barras redondas y cuadradas, así como varillas. El proceso se realiza pasando el material de trabajo a través de rodillos que tienen impreso el gravado de la forma deseada.

La mayoría de los principios que se aplican al laminado plano son aplicables al laminado de perfiles. Los rodillos formadores son más complicados y el material inicial, de forma generalmente cuadrada, requiere una transformación gradual a través de varios rodillos para alcanzar la sección final. El diseño de la secuencia de las formas intermedias y los correspondientes rodillos se llama diseño de pases de laminación. Su meta es lograr una deformación uniforme a través de las secciones transversales de cada reducción. De otra forma, ciertas porciones de trabajo se reducen más que otras, causando una mayor deformación en estas secciones. Las consecuencias de una reducción no uniforme pueden ser distorsión y agrietamiento del producto laminado. Se utilizan rodillos horizontales y verticales para lograr una reducción consistente del material de trabajo.

### ***Arreglos de laminadores***

Se dispone de varias configuraciones de laminadores para una gran variedad de aplicaciones. El molino de laminación básico consiste en dos rodillos del mismo diámetro, los cuales giran en sentidos siempre en el mismo sentido y se denomina caja dúo (figura 3.11). Los rodillos en estos arreglos tienen diámetros que van de 0.3 a 1.2 m. La configuración de dos rodillos puede ser reversible o no reversible. En el arreglo no reversible los rodillos giran siempre en la misma dirección y el trabajo siempre pasa a través del mismo lado. Los laminadores reversibles

permiten la rotación de los rodillos en ambas direcciones, de manera que el trabajo puede pasar a través de cualquier dirección. Esto permite una serie de reducciones que se hacen a través del mismo juego de rodillos, pasando simplemente el trabajo varias veces desde direcciones opuestas. La desventaja de la configuración reversible es debido a la inercia inherente a las dimensiones y velocidad de los rodillos.

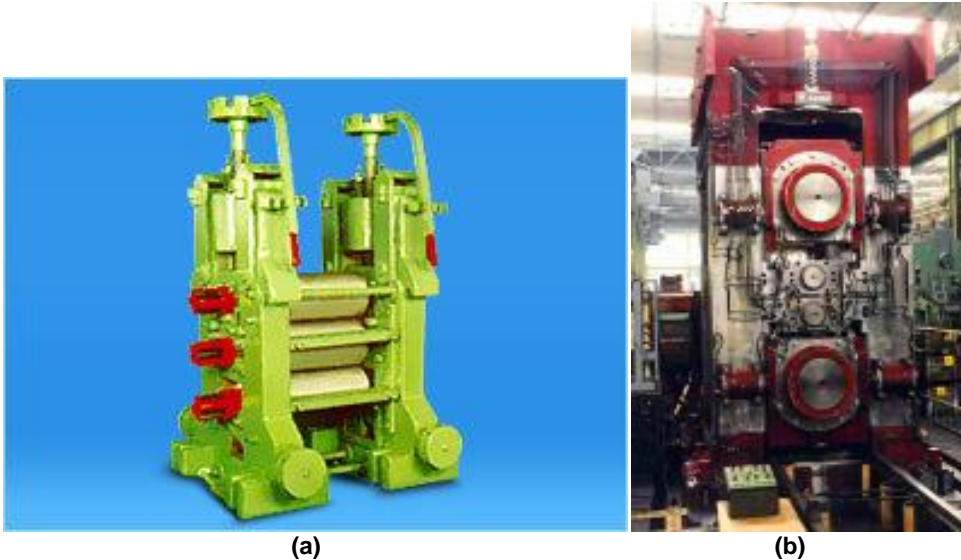


**FIGURA 3.11** Laminador dúo (laminado en caliente de palanquilla), derecha; caja dúo con sistema hidráulico de ajuste de rodillos, izquierda

En la figura 3.12(a) se ilustra la configuración de tres rodillos (trío), en ella hay tres rodillos con sus respectivos ejes contenidos en un mismo plano vertical, en los que la dirección de rotación de cada rodillo permanece sin cambio. Para lograr una serie de reducciones se puede pasar el material de trabajo en cualquier dirección, ya sea elevando o bajando el lingote después de cada paso. El equipo en un molino de tres rodillos se vuelve más complicado debido al mecanismo elevador que se necesita para elevar o bajar el material de trabajo.

Al reducir el diámetro de los rodillos, la longitud del arco proyectado de contacto se reduce y esto redundará en menores fuerzas de laminación, par y potencia; sin embargo, las máximas reducciones se ven afectadas negativamente. En los arreglos de cuatro rodillos (laminadores cuarto) se usan dos rodillos de diámetro menor para hacer contacto con el trabajo y dos rodillos como respaldo (figura 3.12b). Debido al menor diámetro de los rodillos de trabajo se reduce la carga; sin embargo, a la vez se compromete la rigidez (se presenta flexión elástica)

promoviendo variaciones en la sección de la chapa laminada; esto se compensa a través del empleo de rodillos más grandes de respaldo que los soportan. Otra configuración que permite el uso de rodillos menores contra el trabajo es el arreglo en racimo (figura 3.13)



(a) (b)  
**FIGURA 3.12 (a) Laminador trío, (b) laminador cuarto**



**FIGURA 3.13 Laminador en racimo, (derecha) desmontaje de los rodillos de apoyo**

Para grandes producciones se emplean varias cajas de laminación que operan de manera secuencial, lo cual permite incrementar muy sensiblemente la producción (figura 3.14), la



clasificación y aplicación de éstas dependerá de su ordenamiento (continuo, semicontinuo, alineados, etc.). Aun cuando en la figura 3.14 el arreglo que se muestra consiste en siete cajas, estos pueden disponer de más de 10 en función del producto y de la capacidad de la planta. A cada paso de laminación se incrementa la velocidad haciendo significativo el problema de sincronizar las velocidades de los rodillos en cada etapa.



**FIGURA 3.14** Tren de laminación continuo (7 cajas)



**FIGURA 3.15** Se observa parte de un tren alineado o desplegado en el formador de lazo

### 3.3 ALGUNAS OPERACIONES DE TRABAJO EN CHAPA

#### *Embutido*

Se trata de una operación de formado de láminas metálicas que se emplea para producir piezas huecas a partir de chapa metálica. El proceso se efectúa colocando una lámina de metal sobre la cavidad de un dado o matriz y empujando el metal hacia la cavidad con un punzón

(figuras 3.16 y 3.17). Para evitar la formación de pliegues o arrugas, la chapa deberá sujetarse mediante un pisador. Por embutido se producen latas para bebidas, casquillos de municiones, lavabos, utensilios de cocina y partes para carrocería de automóviles (figura 3.18).

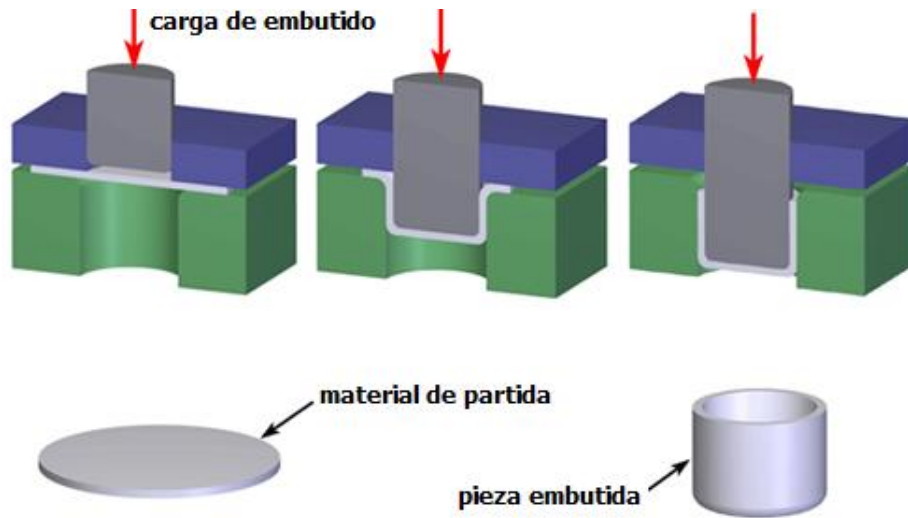


FIGURA 3.16 Proceso de embutido. Tomado de CustoPartNet

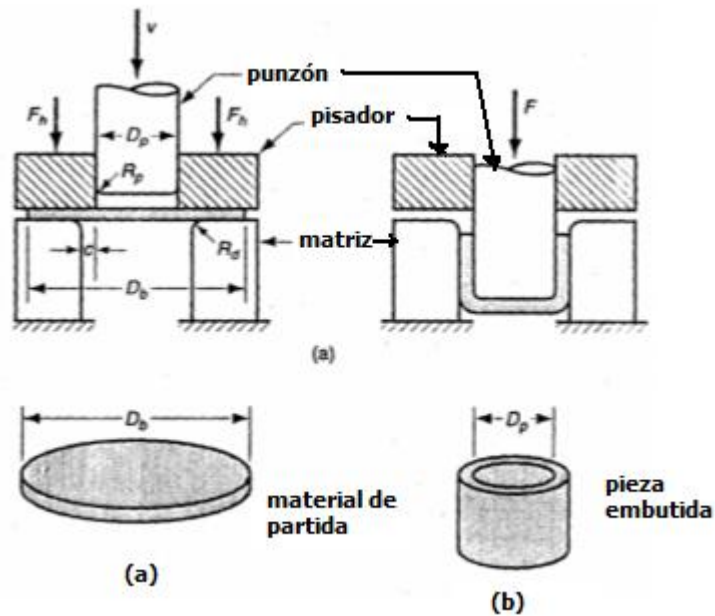


FIGURA 3.17 Parámetros del proceso de embutido



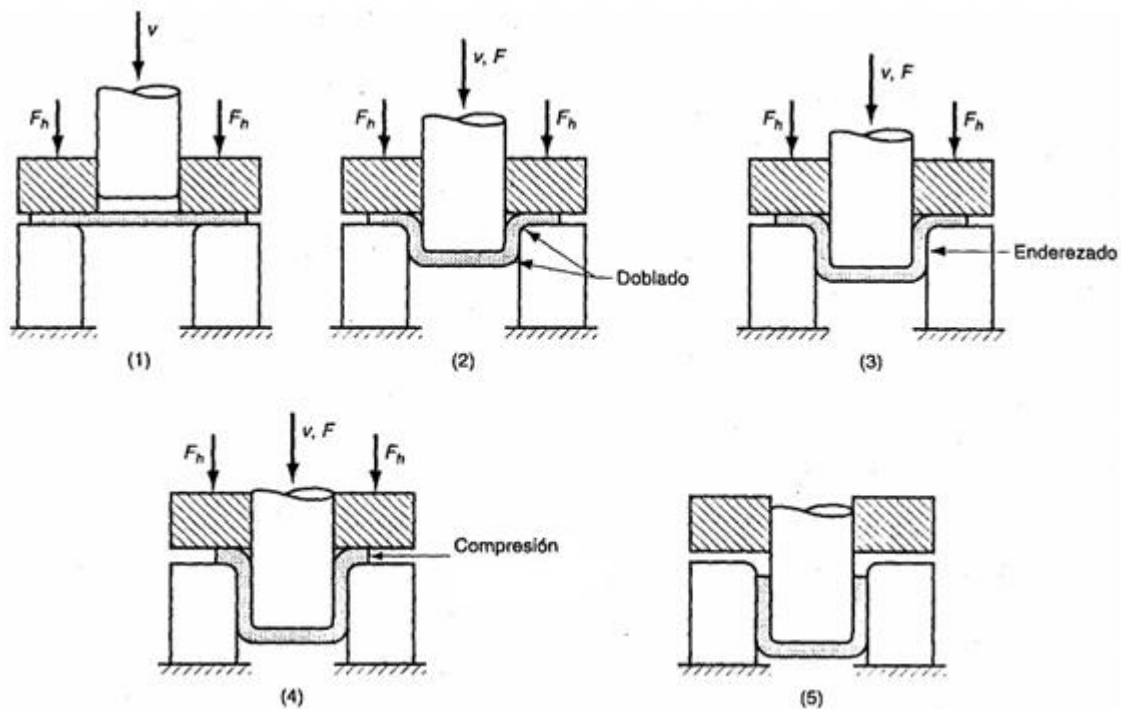
FIGURA 3.18 Ejemplos de piezas producidas por embutido

### **Mecánica de embutido**

El embutido de piezas en forma de lata (figura 3.16) es la operación básica del embutido. Con las dimensiones y los parámetros que se muestran en la figura 3.17 se analizará la operación y la mecánica del embutido. Se embute un disco de diámetro  $D_b$  dentro de un dado por medio de un punzón de diámetro  $D_p$ . El punzón y el dado deben tener un radio en las esquinas determinado por  $R_p$  y  $R_d$ . Si el punzón y el dado tienen esquinas agudas ( $R_p = R_d = 0$ ), se realizará una operación de perforado (punzonado) de un agujero en lugar de una operación de embutido. Los lados del punzón y del dado están separados por un claro  $c$ .

Este claro es aproximadamente 10% mayor que el espesor del material en embutido  $c = 1.1h$ , donde  $h$  es el espesor de la chapa.

El punzón aplica una fuerza  $F$  para realizar la deformación del metal y el sujetador de piezas o de formas aplica una fuerza de sujeción  $F_h$  (figura 3.19).



**FIGURA 3.19** Etapas en el proceso de embutido

Conforme el punzón se desliza hacia abajo, hasta su posición final, la pieza de trabajo experimenta una serie compleja de esfuerzos y deformaciones al tomar gradualmente la forma definida por el punzón y la cavidad del dado. Las etapas en el proceso de deformación se ilustran en la figura 3.19. Cuando el punzón empieza a empujar al material de trabajo, somete al metal a una operación de doblado. La lámina es doblada simplemente sobre la esquina del punzón y la esquina del dado, como se muestra en la figura 3.19 (2). El perímetro exterior del disco se mueve hacia el centro en esta primera etapa, pero sólo ligeramente. A medida que el punzón avanza, ocurre una acción de enderezado del metal que fue previamente doblado sobre el radio del dado, etapa (3) de la figura. El metal en el fondo de la copa, así como a lo largo del radio del punzón, se ha movido hacia abajo junto con el punzón, pero el metal que se había doblado sobre el radio del dado se endereza para que pueda jalarse dentro del claro y formar la pared del cilindro. En este punto se necesita más metal para reemplazar al que ahora forma la pared del cilindro. Este nuevo metal viene del borde exterior de la forma original. El metal en la porción exterior de la forma se jala o embute hacia la apertura del dado para sustituir al metal previamente doblado y enderezado que ahora forma la pared del cilindro. De este tipo de flujo de metal a través de un espacio restringido es de donde toma su nombre

el proceso de embutido. Durante esta etapa del proceso, la fricción y la compresión en el sujetador juegan papeles importantes. Para que el material, cuyo movimiento es restringido por el pisador, se deslice hacia la cavidad deberá superar la fricción entre la lámina de metal y la superficie del pisador. Inicialmente se involucra la fricción estática hasta que el metal empieza a moverse; debido al flujo de metal, es entonces que la fricción cinemática gobierna el proceso. La magnitud de la fuerza de sujeción aplicada por el sujetador, así como las condiciones de fricción de las dos intercaras son factores que determinan el éxito de la operación de embutido. Generalmente, se usan lubricantes o compuestos para reducir las fuerzas de fricción durante el embutido. Al final del proceso, y de acuerdo con el diseño del pisador, se pueden presentar algunas arrugas en el extremo del material embutido, especialmente cuando la lámina es delgada o cuando la fuerza del sujetador es demasiado baja. Esta condición no puede corregirse una vez que ha ocurrido.

La fuerza de sujeción aplicada sobre la forma se ve ahora como un factor crítico en el embutido profundo. Si ésta es muy pequeña ocurre la formación de arrugas en el borde superior; si es muy grande, evita que el metal fluya adecuadamente hacia la cavidad del dado, ocasionando estirado y posible desgarramiento (fractura) de la lámina. La determinación de la fuerza adecuada de sujeción implica un delicado balance entre estos factores opuestos.

El movimiento progresivo del punzón hacia abajo ocasiona la continuidad del flujo de metal, causado por el estirado y la compresión que se han descrito previamente. Ocurre además, que puede presentarse adelgazamiento de las paredes del cilindro (no deseable), de tal forma que en una operación exitosa de embutido puede permitirse hasta un 25% de adelgazamiento, la mayor parte cerca de la base de la copa.

*Medidas del embutido:* Una medida de la severidad de una operación de embutido profundo es la relación de embutido  $R$ . Ésta se define más fácilmente para una forma cilíndrica como la relación entre el diámetro del disco inicial  $D_b$  y el diámetro del punzón  $D_p$ . En forma de ecuación,

$$R = \frac{D_b}{D_p} \quad (3.14)$$

La relación de embutido proporciona un índice de la severidad de una operación de embutido. A mayor relación, mayor severidad de la operación. Un límite superior aproximado de la relación de embutido es un valor de 2.0. El valor limitante real para una

operación depende del radio de las esquinas en el punzón y el dado ( $R_p$  y  $R_d$ ), de las condiciones de fricción, de la profundidad de embutido y de las características de la lámina de metal (ductilidad y grado de anisotropía).

Otra forma de caracterizar una operación dada de embutido es por la reducción  $r$ , donde:

$$r = \frac{D_b - D_p}{D_b} \quad (3.15)$$

El valor de  $r$  está vinculado muy estrechamente con la relación de embutido. Consistente con el límite previo de  $R$ , el valor de la reducción  $r$  debe ser menor que 0.5.

Una tercera medida en el embutido profundo es la relación de espesor al diámetro  $h/D_b$ , (espesor de la forma inicial  $h$  dividido por el diámetro de la forma  $D_b$ ) cuyo valor en porcentaje es recomendable que sea mayor que 1%. Conforme decrece  $h/D_b$ , aumenta la tendencia al arrugado.

En los casos en que el diseño de la parte embutida exceda los límites de la relación de embutido, la reducción  $r$  y la relación  $t/D_b$ , la forma debe ser embutida en dos o más pasos, algunas veces con recocido entre los pasos.

La *fuerza de embutido* requerida para realizar una operación dada se puede estimar aproximadamente mediante la siguiente expresión (suponiendo una sección circular de la pieza):

$$F = \sigma_{m\acute{a}x} \pi h D_p \left( \frac{D_b}{D_p} - 0.7 \right) \quad (3.16)$$

donde

$F$  = fuerza de embutido

$h$  = espesor inicial

$\sigma_{m\acute{a}x}$  = resistencia a tracción

$D_b$  y  $D_p$  son los diámetros del disco inicial y del punzón, respectivamente. La constante 0.7 es un factor de corrección para la fricción. La ecuación 3.16 estima la fuerza máxima en la

operación. La fuerza de embutido varía a través del movimiento hacia abajo del punzón (figura 3.17), alcanzando usualmente su valor máximo a una tercera parte de la longitud de la carrera.

La *fuerza de sujeción* (aplicada por el pisador) es un factor importante en la operación de embutido. Como una primera aproximación, la presión de sujeción se puede establecer en un orden del 0.015 de la resistencia a la fluencia de la lámina de metal. Este valor se multiplica por la porción del área de la forma inicial que será sostenida por el sujetador:

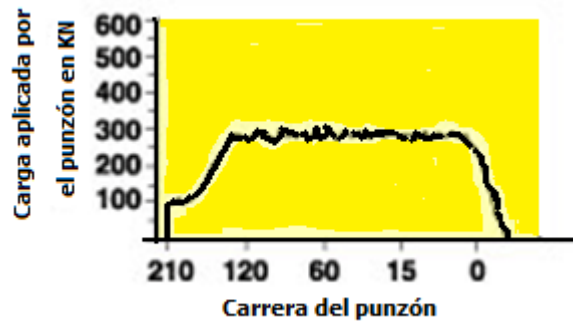


FIGURA 3.20 Fuerza aplicada por el punzón contra desplazamiento de éste

$$F_p = 15 \times 10^{-4} \sigma_0 \pi \left[ D_b^2 - (D_p + 2.2h + 2R_d)^2 \right] \quad (3.17)$$

donde:

$F_p$  = fuerza de sujeción en embutido

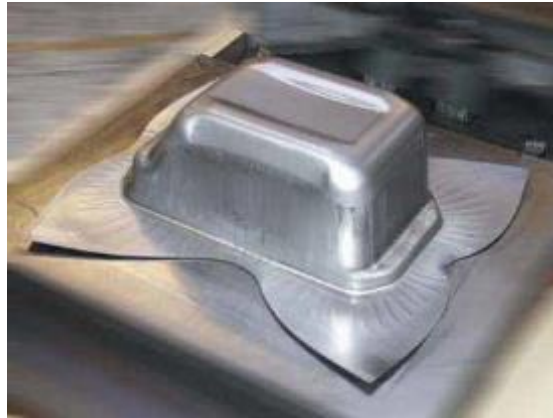
$\sigma_0$  = esfuerzo de fluencia de la lámina metálica

$h$  = espesor inicial del material

$R_d$  = radio de la esquina del dado

La fuerza de sujeción es una aproximadamente tercera parte de la fuerza de embutido.

*Determinación del tamaño de la forma.* Para lograr una dimensión satisfactoria de una parte embutida cilíndrica, se necesita el diámetro correcto de la forma inicial. Ésta debe ser lo suficientemente grande para suministrar el metal necesario que complete la parte. Si hay demasiado material, habrá desperdicio innecesario (figura 3.21). Para formas no cilíndricas, existe el mismo problema de estimar el tamaño de la forma inicial, sólo que ésta no será circular.



**FIGURA 3.21** La geometría irregular y la propia anisotropía del material se traducen en un mayor porcentaje de desperdicio

Un método utilizado para estimar el diámetro del disco inicial en una operación de embutido profundo en la que se produce una pieza de sección circular (simetría axial) requiere tan solo partir de la premisa de que el espesor de la lámina permanece constante durante la deformación y, por consecuencia, la suma de las áreas del producto se igualan con la del material del partida.

*Embutido sin pisador.* La función principal del pisador (sujetador) consiste en prevenir la formación de pliegues o arrugas mientras se embute la parte. La tendencia al arrugamiento se reduce al aumentar la relación entre el espesor y el diámetro de la forma inicial. Si la relación  $h/D_b$ , es lo suficientemente grande, se puede alcanzar el embutido sin necesidad de un sujetador. Puede estimarse la condición limitante para el embutido sin pisador mediante:

$$D_b - D_p \leq 5h \quad (3.18)$$

En este caso, el dado de embutido debe tener forma de embudo o cono para permitir que el material a embutir se ajuste a la cavidad del dado. La ventaja del embutido sin pisador, cuando éste es posible, es el menor costo de las herramientas y el uso de una prensa más simple, porque se evita la necesidad de un control separado de los movimientos del sujetador y del punzón.



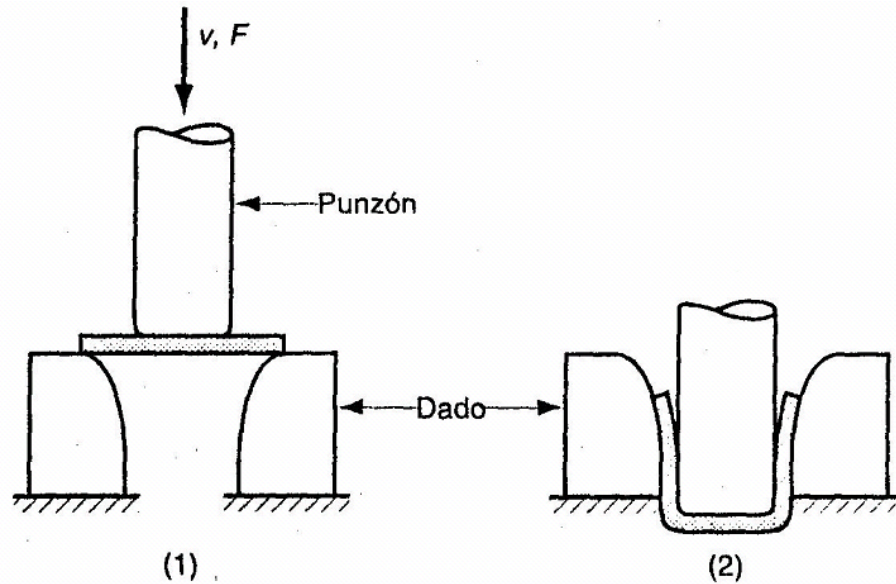


FIGURA 3.22 Embutido sin pisador

### Defectos en el embutido

El embutido es una operación más compleja que el corte o el doblado de lámina, por tanto, hay más cosas que pueden fallar. Pueden presentarse numerosos defectos en un producto embutido. Los más usuales son se muestran en la figura 3.23:

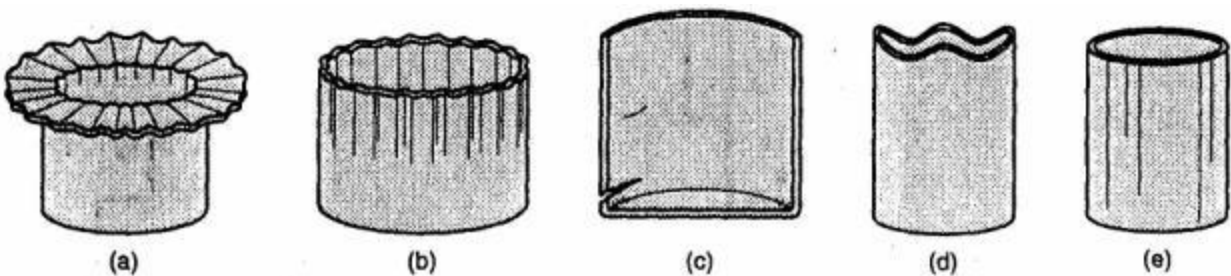


FIGURA 3.23 Defectos en piezas embutidas

- Formación de pliegues en la brida o pestaña.*
- Formación de arrugas en la pared.* Si la brida arrugada se embute en el cilindro, estos pliegues aparecen en la pared vertical del cilindro.
- Fracturas de desgarre.* Este defecto consiste en una grieta que se abre en la pared vertical, usualmente cerca de la base de la copa embutida, debido a altos esfuerzos a la tracción que causan adelgazamiento del metal en esta región. Este

tipo de falla puede también ocurrir cuando el metal se estira sobre una esquina afilada del punzón.

- d) *Formación de orejas.* Ésta es la formación de irregularidades (llamadas orejas) en el borde superior de la pieza embutida, causada por anisotropía en la lámina de metal. Si el material es perfectamente isotrópico no se forman las orejas.
- e) *Rayado superficial.* Se pueden presentar marcas longitudinales en la dirección de avance del punzón por efecto de un mal acabado de las herramientas, por falta de lubricación o de concentricidad del punzón con el dado.

### 3.4 PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LOS PROCESOS DE ARRANQUE DE VIRUTA

Los procesos de fabricación mediante mecanizado (maquinado) consisten en arrancar el exceso de material en forma de virutas o partículas, utilizando las máquinas y herramientas cortantes adecuadas para conseguir la geometría de la pieza deseada, las tolerancias y los acabados requeridos. Este tipo de procesos se basa en una deformación plástica localizada en la zona adyacente al borde de corte (filo de la herramienta), de tal manera que una vez que se alcanza la resistencia máxima del material se desprenda una rebaba o viruta, dando lugar a una nueva superficie. Por efecto de la deformación se presenta endurecimiento tanto en el material desprendido como en la zona superficial y subsuperficial que se ha generado por efecto de la operación. El elevado nivel de deformación plástica localizada inherente al proceso así como la fricción existente entre material y herramienta da como resultado una elevada generación de calor lo que a su vez demanda el uso de fluidos de corte los cuales a la vez de reducir el coeficiente de fricción ayudan en la disipación del calor generado.



FIGURA 3.24 (a) Torno paralelo, (b) Torno vertical

La obtención de las dimensiones y geometría definitiva de una pieza mediante el arranque de viruta, se realiza partiendo de productos fabricados por fundición, forja, laminación o por pulvimetalurgia, a los que, en algunos casos, se les han efectuado operaciones previas de doblado, soldadura u otras.

En la operación de cilindrado, el desprendimiento de la viruta se produce al mantenerse la interferencia entre la herramienta y la pieza de trabajo; esto a través de la rotación de la pieza que se traduce en la velocidad de corte y el desplazamiento de la herramienta o avance.

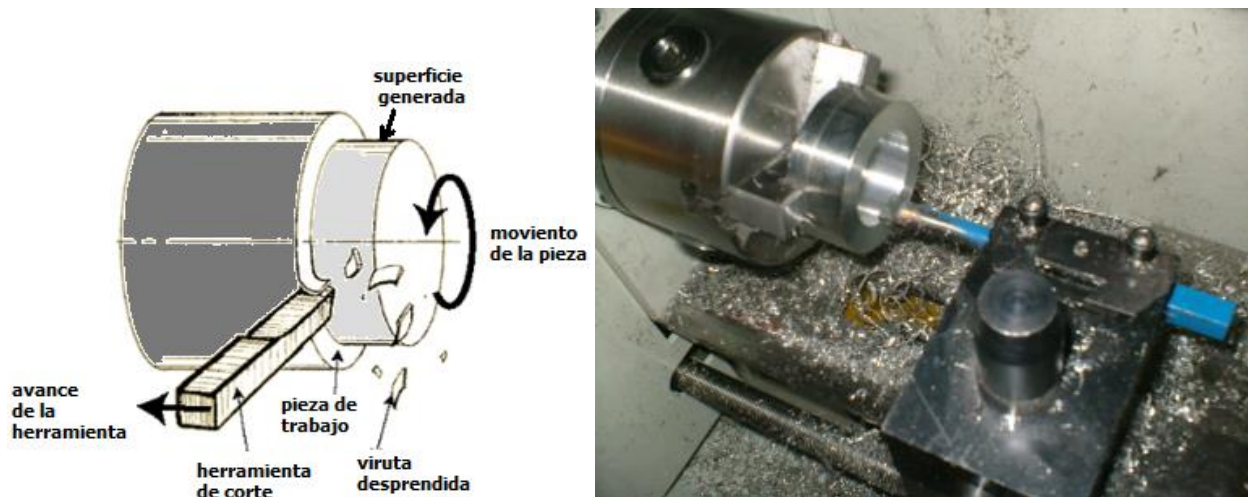
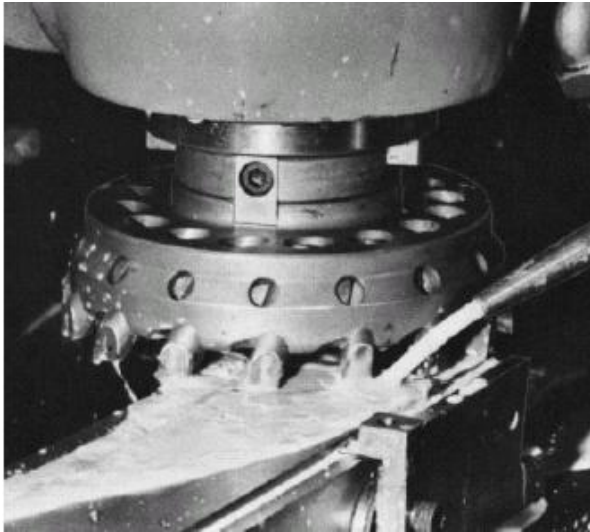


FIGURA 3.25 Operación de cilindrado exterior e interior

Los procesos con arranque de viruta se caracterizan en general por su mayor costo, sin embargo, presentan inigualables ventajas como son:

- Permite producir piezas con una exactitud del orden de micras (esto dependerá el proceso, máquina y herramienta).
- Se obtienen acabados superficiales muy finos, como es en el caso de operaciones de rectificado y pulido.
- Se pueden generar una amplia variedad de geometrías.

A las máquinas empleadas en las operaciones con arranque de viruta se denominan como máquinas herramientas taladros: fresadoras, tornos, rectificadoras, etc.



**FIGURA 3.26** Generación de una superficie plana con una fresadora vertical

Las operaciones con arranque de viruta se caracterizan en:

- El material remanente es la parte deseada.
- La acción de corte involucra la deformación por esfuerzos de corte en el material de trabajo y posibilita la formación de la viruta.
- El maquinado se lleva a cabo después de los otros procesos de manufactura. Éstos permiten formar la parte para que por maquinado se genere la forma final de la pieza, con las dimensiones y acabado requeridos.
- Se trata de métodos muy complejos de modelar dadas la variedad de parámetros que intervienen (mecánicas, termodinámicas, metalúrgicas, etc).
- Generalmente el maquinado se aplica para formar partes metálicas, aunque pueden maquinarse también plásticos y componentes cerámicos. Estos últimos presentan más dificultades por su dureza y fragilidad.
- Con el maquinado se consiguen tolerancias aún menores a 0.01 mm y acabados superficiales de hasta 0.4 micras.

## **Movimientos de corte**

El arranque de viruta o partícula se realiza mediante la penetración de una herramienta, cuyo material es de mayor dureza que el de la pieza a cortar. Esto se produce mientras se efectúa el movimiento relativo entre la pieza a trabajar y la herramienta de corte.

### **Movimientos fundamentales**

#### *Movimiento de corte*

Es el que permite que la herramienta penetre en el material, produciendo viruta, y se identifica a través del parámetro *velocidad de corte*.

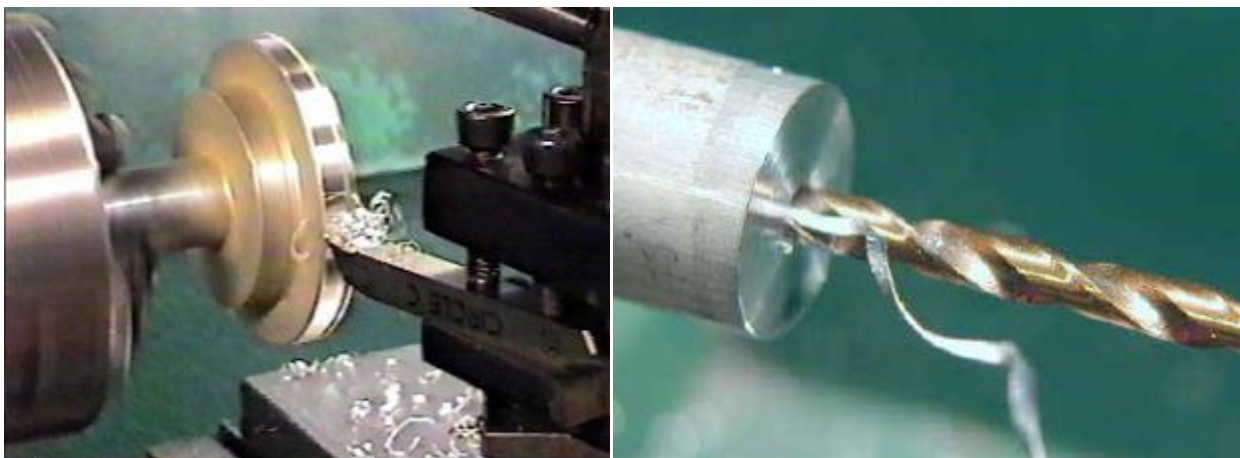
#### *Movimiento avance*

Es el desplazamiento del punto de aplicación de corte, identificado a través del parámetro *velocidad de avance*. Sitúa frente a la herramienta una nueva capa sin mecanizar.

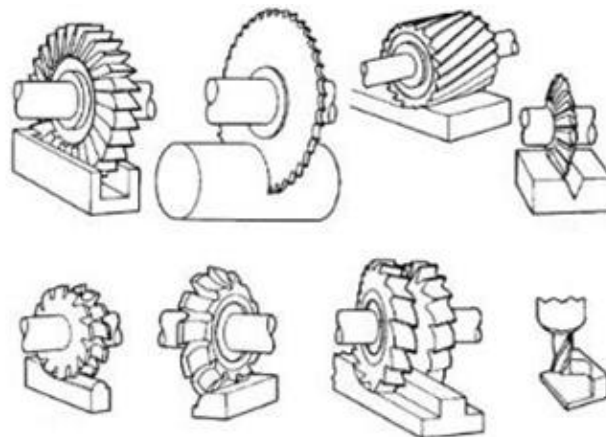
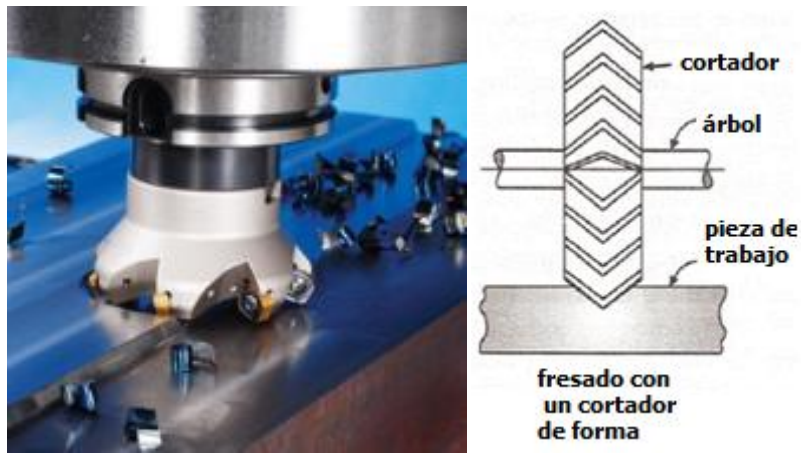
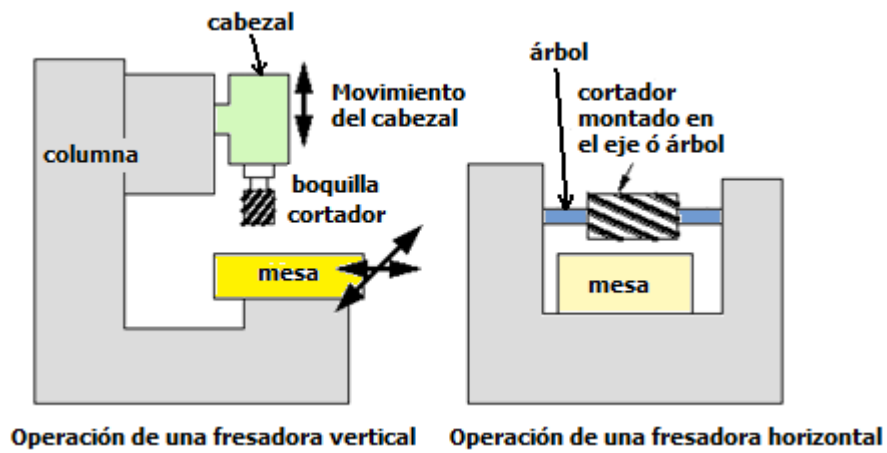
#### *Movimiento de alimentación*

Es con el que se consigue cortar un espesor de material, identificado a través del parámetro *profundidad de corte*. Sitúa frente a la herramienta una nueva capa sin mecanizar.

- Los movimientos relacionados pueden aplicar tanto a la pieza como a la herramienta.
- La herramienta y la pieza se fijan a la máquina, esta última es la encargada de transmitirle a las primeras, el movimiento de corte y el de avance, ya sean de rotación o traslación, indistintamente, dependiendo del tipo de trabajo a realizar y de la máquina que lo ejecuta.



**FIGURA 3.27** El torno es una de las máquinas herramienta más versátiles, ya que permite cilindrado, taladrado, refrentado, roscado, moleteado y operaciones de conizado entre las más usuales



**FIGURA 3.28** Las fresadoras, dependiendo de su tipo permiten la generación de superficies planas, ranuras, guías, generación de engrane, cuñeros, entre otros muchas operaciones

De acuerdo a la forma como se produce el corte, muchos autores consideran tres operaciones básicas:

1. Torneado: Se generan superficies, planas y cilíndricas
2. Fresado: Superficies planas, ranuras, guías, cavidades
3. Barrenado o Taladrado: Cavidades cilíndricas

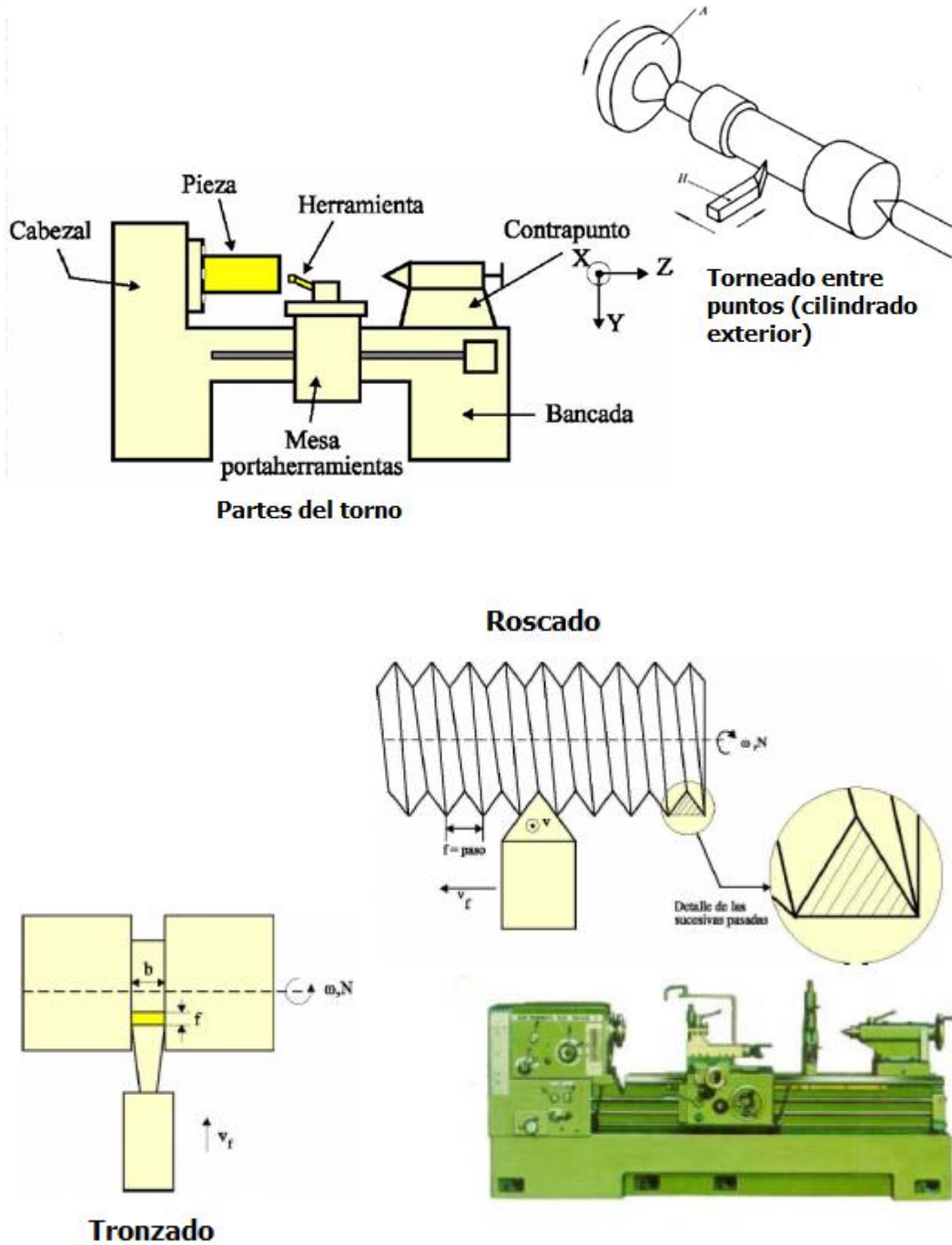


FIGURA 3.29 Operaciones de torneado

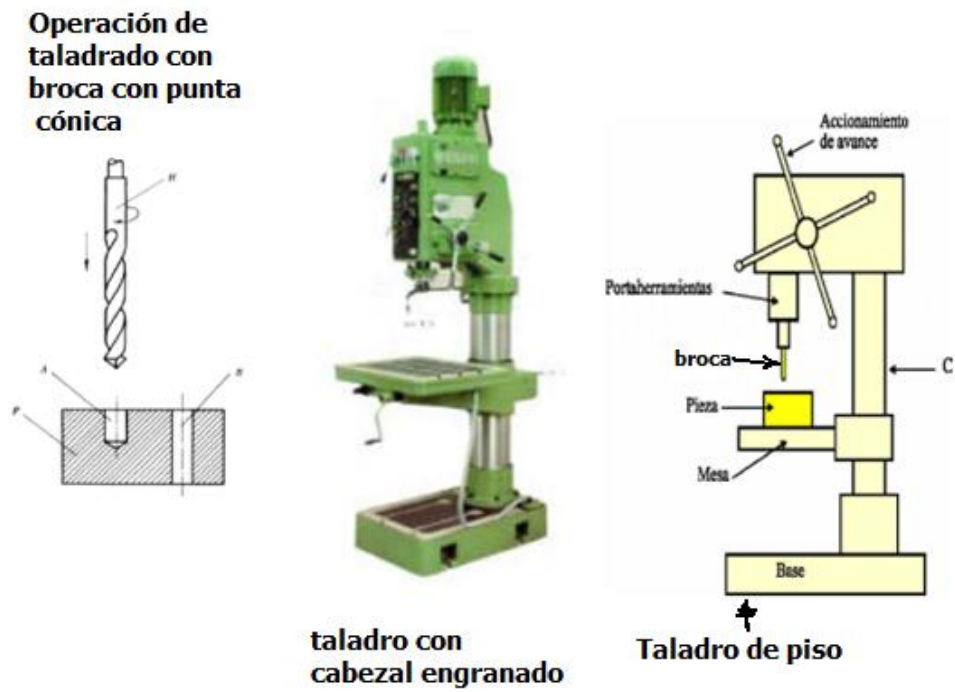


FIGURA 3.30 Operaciones de taladrado

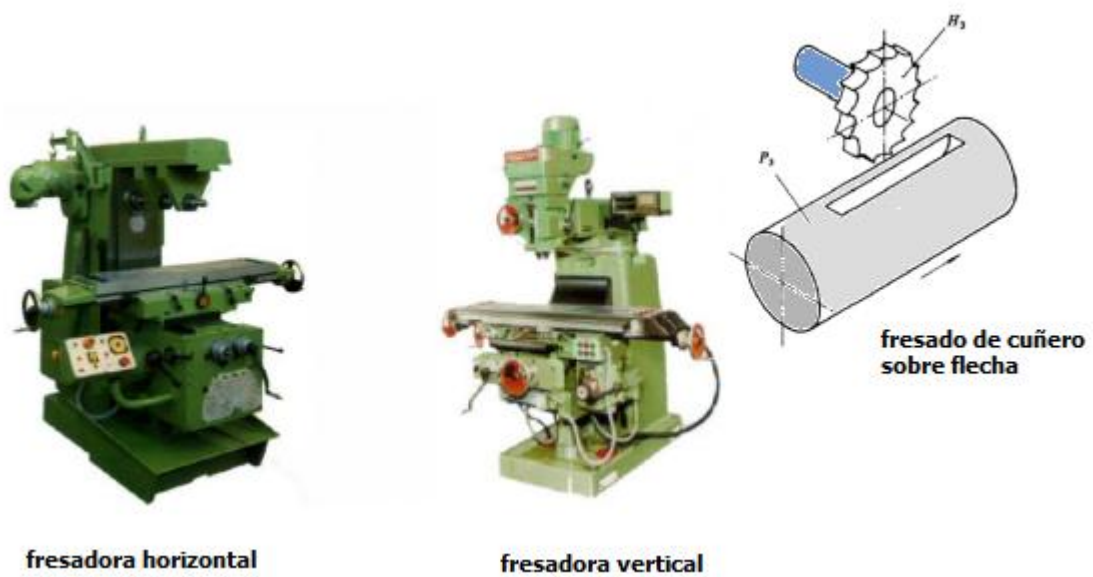


FIGURA 3.31(a) Operaciones de fresado



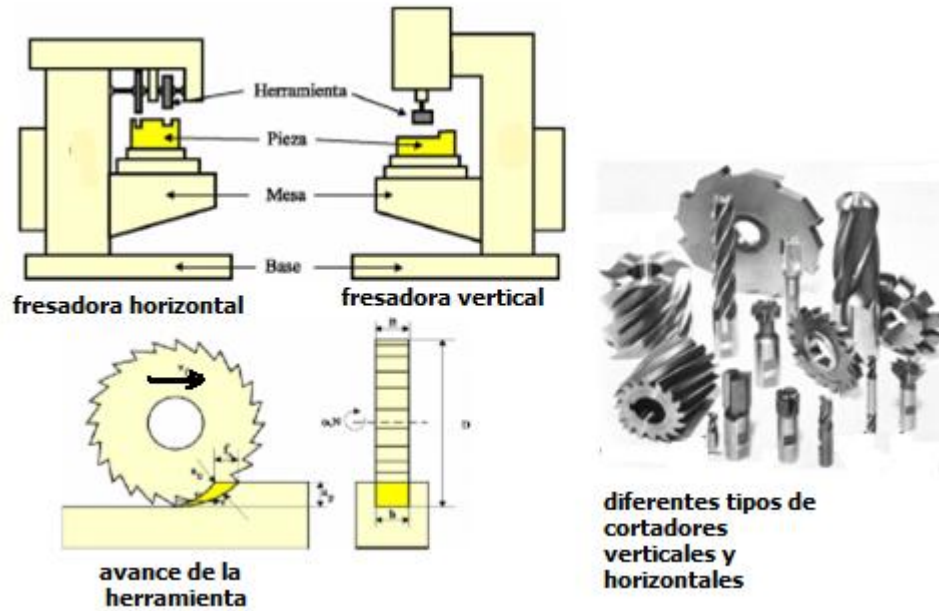


FIGURA 3.31(b) Operaciones de fresado

### Herramienta

Es el elemento que entra en contacto directo con la pieza y produce la eliminación del material sobrante de la preforma. Una herramienta consta, en general, de una o varias aristas o filos, materializadas por la intersección de superficies, con frecuencia planas.



FIGURA 3.32 Diversos tipos de herramienta: derecha, herramientas multifilo (fresas o cortadores verticales); izquierda, herramientas monofilo, pastillas y porta pastillas

Entre estas superficies, resulta de mayor interés la denominada cara de incidencia, aquella que queda enfrentada a la superficie mecanizada de la pieza y la cara de desprendimiento, aquella por la que se desprende el material eliminado o viruta. Las aristas se denominan filos de corte.

La tipología existente de herramientas es muy amplia ya que depende, entre otras, de la operación a realizar y condiciones de la misma, de la máquina-herramienta en el que se desarrolla dicha operación y de las propiedades que se pretenden conseguir en la pieza una vez finalizado el proceso.

En función del número de aristas de corte es frecuente considerar una primera clasificación de herramientas (figura 3.32) en herramientas *monofilo*, como las empleadas en operaciones de torno, y en herramientas *multifilo*, como las empleadas en operaciones de fresado. La herramienta se completa con una parte no activa que permite su fijación a los elementos de sujeción de la máquina-herramienta.



**FIGURA 3.33** Diversos tipos de fresas: verticales con insertos de carburo

Según su construcción pueden considerarse herramientas *monobloque* o *enterizas*, cuando toda la herramienta es del mismo material, y herramientas con *insertos* o *plaquitas* cuando la parte activa y el resto de la herramienta son de materiales diferentes.

Se denominan de esta forma porque la parte activa suele tener forma de pequeñas placas (figura 3.32 y 3.33) que se unen al mango o al cuerpo de la herramienta mediante soldadura o medios de fijación mecánica (tornillos, bridas, etc.)

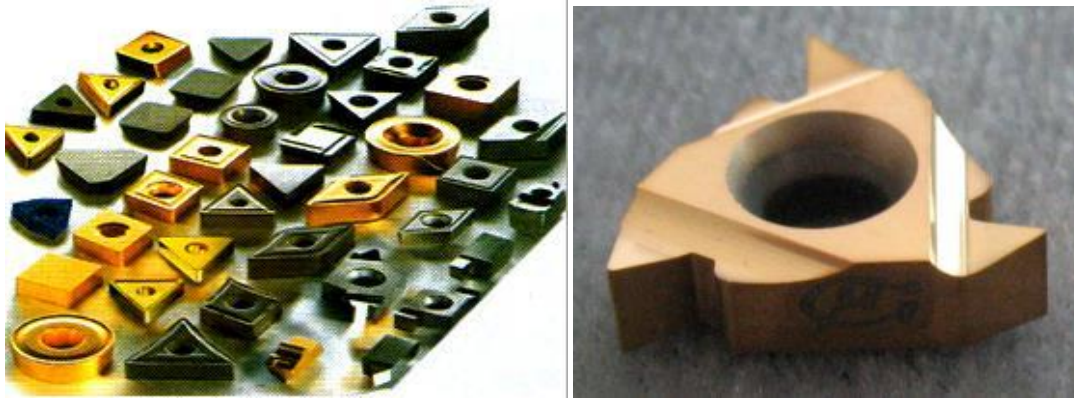


FIGURA 3.34 Placas o insertos de carburo revestidas



FIGURA 3.35 Diferentes tipos de herramientas enterizas (de un solo material); lado derecho machuelos de acero rápido, a la izquierda se presentan cortadores verticales de carburo de tungsteno

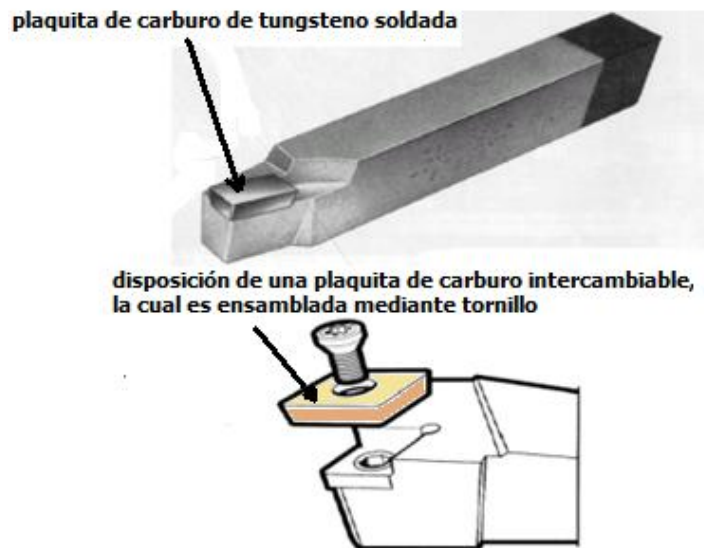


FIGURA 3.36 Herramientas para torno con inserto

### ***Materiales de herramientas***

Existe una amplia variedad de materiales empleados en la parte activa de la herramienta. La elección de uno u otro tipo depende fundamentalmente de las propiedades mecánicas del material a mecanizar y de los requerimientos del proceso por realizar. Por lo general, se requiere una elevada dureza y una elevada resistencia al desgaste que permita la eliminación continua de material.

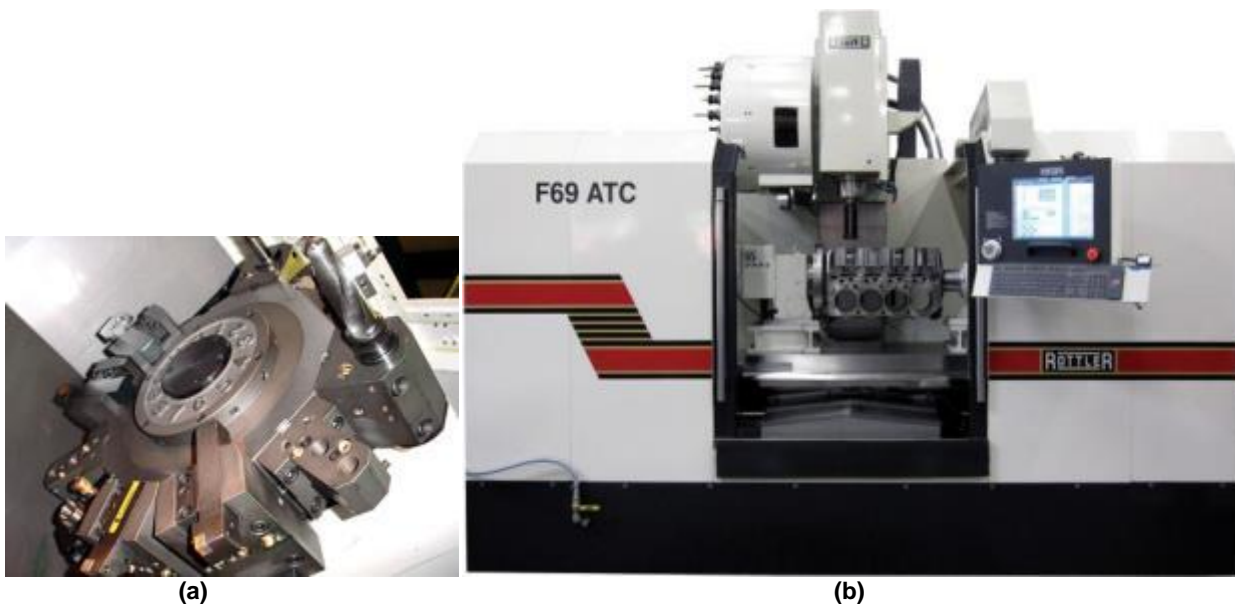
En términos generales las herramientas de corte han ido evolucionando a la par de las máquinas herramienta, originalmente se emplearon aceros de alto carbono templados hasta que a inicios del siglo XX se desarrollaron los conocidos como aceros rápidos ( $\text{Cr4W18V1C0.8Fe}$  el resto,  $\text{W6Mo5Cr4V2C1Fe}$  el resto), denominados así ya que su uso revolucionó las operaciones de corte permitiendo velocidades mucho más elevadas que con los aceros al carbono. Ya para la tercera década del siglo pasado se desarrollaron las herramientas de carburo de tungsteno-cobalto, las cuales permitieron mayores velocidades de corte con el inconveniente de no soportar vibración, conviviendo hasta la fecha con el uso de los aceros rápidos, los últimos desarrollos se han orientado básicamente a la producción de herramientas de carburo recubiertas con nitruros o carbonitruros, este tipo de herramientas son adecuadas para muy elevados gastos volumétricos de corte de metal, lo cual las hace la opción más adecuada para los actuales centros de maquinado y tornos de control numérico (figura 3.37).



**FIGURA 3.37** Centro de maquinado de CNC



**FIGURA 3.38** Torno de CNC



**FIGURA 3.39 (a)** Detalle del revolver portaherramientas de un torno CNC, 5.36 **(b)** Centro de maquinado vertical CNC, se observa en la parte superior izquierda el magazine de herramientas

Resulta esencial que las propiedades mecánicas (dureza, resistencia, tenacidad) se mantengan en caliente debido al incremento de temperatura producido en la zona de corte como consecuencia del rozamiento entre la pieza y la herramienta. Este hecho descarta el empleo de materiales tales como los aceros al carbono, al no mantener estas propiedades

### 3.5 CRITERIOS DE FALLA

Desde que se modeló el comportamiento de los diferentes materiales fue de interés definir las condiciones bajo las cuales éstos fallan. En un principio dicha condición se relacionó simplemente con el máximo esfuerzo normal bajo el cual se presentaba la falla, naciendo así los criterios del máximo esfuerzo normal  $\sigma_1 \leq \sigma_{\text{máx}}$  o de la máxima deformación normal. Más adelante se encontró que dicha descripción no siempre se verificaba, por lo que fue necesario desarrollar otros métodos o principios que permitieran describir la condición límite con la cual podía ser utilizado el material con seguridad. Una de las primeras cuestiones que hubo que discernir era cuando se presentaba la falla, para esto fue necesario describir el inicio de falla para materiales frágiles como la piedra o el concreto y también para materiales dúctiles como los metales y aleaciones.

En los materiales frágiles, y debido a su comportamiento implícito, se puede considerar que la falla se presenta de tal forma que la máxima resistencia es igual al límite de cedencia, para describir dicha condición se emplea la teoría de Mohr-Coulomb, que describe el comportamiento de un material como el concreto o el mármol bajo esfuerzos de corte y esfuerzos normales. Esta teoría aplica a materiales cuya resistencia a la compresión excede con mucho su límite bajo tracción. La teoría de fricción de Coulomb se emplea como hipótesis para determinar la combinación de esfuerzo de corte-esfuerzos normales que producen la fractura del material, el círculo de Mohr es empleado para determinar la combinación de esfuerzos que producen la falla y el ángulo en que ésta se presenta, siendo el esfuerzo normal máximo perpendicular a ésta superficie (materiales frágiles). Se puede considerar que el material que falla de acuerdo con la hipótesis de Coulomb presentará un desplazamiento a un ángulo de la línea de fractura igual al ángulo de fricción interna. Esto permite determinar la resistencia del material al comparar el trabajo mecánico externo generado por la carga aplicada con el trabajo desarrollado por el esfuerzo y deformación que presenta el material. Por conservación de energía la suma de éstos debe ser cero y por ende se puede determinar el esfuerzo de fractura.

Coulomb presentó su teoría en 1776 en "*Essai sur une application des règles des maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture*", mientras que Mohr trabajó un siglo después. El criterio de Mohr-Coulomb representa la envolvente que es generada a partir de dibujar el esfuerzo normal y el cortante máximos (figura 3.40) de tal forma que:

$$\tau = \sigma \tan(\phi) + c$$

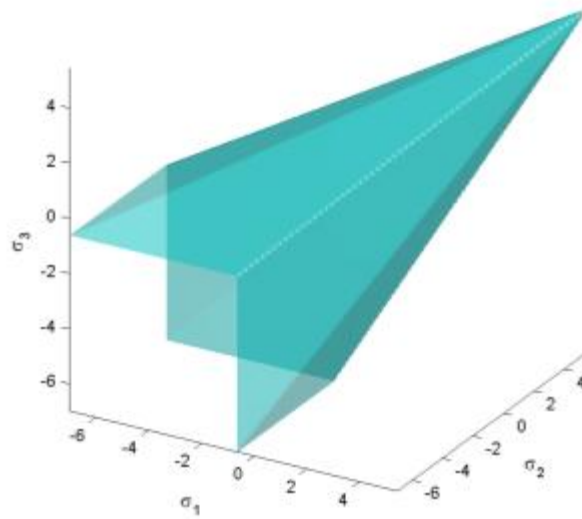


FIGURA 3.40 Superficie de fluencia Mohr-Coulomb

### ***Criterio de Tresca o del máximo cortante***

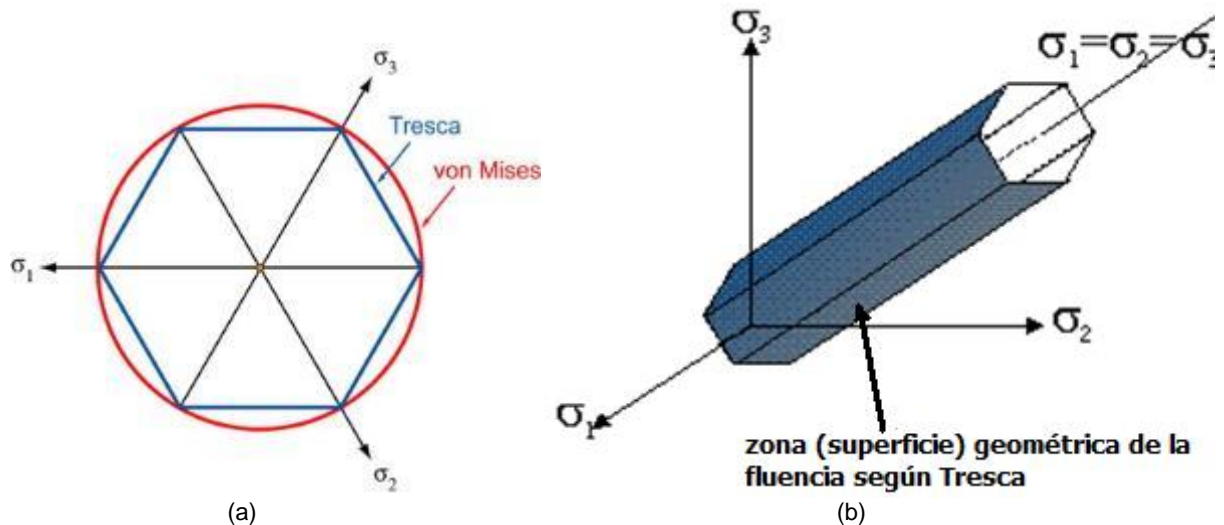
Para mediados del siglo XIX, se hizo evidente que los criterios de falla desarrollados hasta ese momento no correspondían con la realidad experimental en metales y aleaciones, ya que describían la falla como el inicio de la deformación permanente. Por otra parte, se aceptó que el flujo plástico en los metales se relacionaba con los esfuerzos de corte, es entonces que en principio  $\sigma_0 = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ ; sin embargo, con esta perspectiva, Henry Tresca (ingeniero mecánico francés y al cual se le considera el padre de la teoría de la plasticidad ya que estudió las deformaciones no recuperables) inició sus trabajos en 1864 para describir una relación entre el estado general de esfuerzos y el esfuerzo de flujo determinado experimentalmente a través de un ensayo de tracción, de estos se desprende que la cedencia se produce cuando el cortante máximo alcanza un valor crítico (de donde toma su nombre el criterio de falla)  $\tau_2 = k$ ,

por otra parte  $\tau_2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ ; considerando que el criterio debe ser válido bajo cualquier estado

de esfuerzos se tiene que  $k = \frac{\sigma_0}{2}$ , esto es, el cortante crítico es igual a un medio del esfuerzo

de cedencia  $\sigma_0$ , entonces el criterio se puede expresar, en principio, como:  $\sigma_0 = \sigma_1 - \sigma_3$ , descripción que relaciona el valor experimental con los esfuerzos principales.

Por otro lado, el cortante asociado con el esfuerzo hidrostático es igual a cero  $\tau(\sigma_H) = 0$ , razón por la cual al definir gráficamente el criterio de Tresca en el espacio vectorial de los esfuerzos, y particularmente considerando como base los ejes principales, se encuentra que este criterio describe en el plano, cuya normal es la componente hidrostática, un hexágono regular (figura 3.41a), mientras que en el espacio describe un prisma de base hexagonal cuya generatriz está dada por la dirección del hidrostático (este eje está igualmente inclinado con relación a los ejes principales) (figura 3.41b).



**FIGURA 3.41** (a) Descripción del criterio de Tresca sobre el plano del hidrostático (plano octaédrico) (b) Criterio de Tresca en el espacio vectorial de los esfuerzos

### ***Criterio de Von Mises-Hencky o de la energía de distorsión***

A fines del siglo XIX se encontró que en muchos casos existían importantes diferencias entre los esfuerzos de flujo experimentales con los descritos a través del criterio de Tresca, por otra parte, dicho criterio solo consideraba uno de los esfuerzos de corte principales  $[\tau_2]$ , por lo que se podría concluir que la falta de precisión se debía a la falla inherente al no considerar la totalidad de éstos  $[\tau_1, \tau_2, \tau_3]$ . Con base en lo anterior, se requiere de una nueva descripción del estado de esfuerzos que no tome en consideración la componente hidrostática del esfuerzo ( $\sigma_H$ ), ya que ésta no aporta a los cortantes, por tanto, se define entonces el desviador de esfuerzos  $S_{ij}$  mediante  $\sigma_{ij} = S_{ij} + \sigma_H \delta_{ij}$ , dado que la descripción debe de ser independiente a la base, entonces  $\sigma_0 = f(J_1, J_2, J_3)$ , donde  $J_1, J_2, J_3$  representan los invariantes del desviador de esfuerzos. Como el primer invariante es proporcional al esfuerzo hidrostático asociado y como el hidrostático del desviador es igual a cero, entonces  $J_1 = 0$ , por lo que en



sentido estricto cualquier criterio de fluencia se debe presentar en la forma  $\sigma_0 = f(J_2, J_3)$ . En particular, el criterio de Von Mises indica que la cedencia se presenta cuando el segundo invariante del desviador de esfuerzos alcanza un valor crítico  $\sigma_0 = f(J_2)$ , esto es:  $J_2 = k^2$ , desarrollando el segundo invariante se tiene  $(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2 = 2\sigma_y^2$ , resulta evidente que cada uno de los términos representa a un cortante máximo ya que  $\sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_3$ ,  $\sigma_2 - \sigma_3 = 2\tau_1$ ,  $\sigma_3 - \sigma_1 = 2\tau_2$  la relación se puede expresar también como  $(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) = 3k^2 = \sigma_y^2$

Considerando la representación general, la relación se expresa

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2) = 6k^2 = 2\sigma_0^2$$

Esta ecuación en el espacio vectorial de los esfuerzos define un cilindro (figura 3.42a y b), donde el plano del desviador representa un círculo.

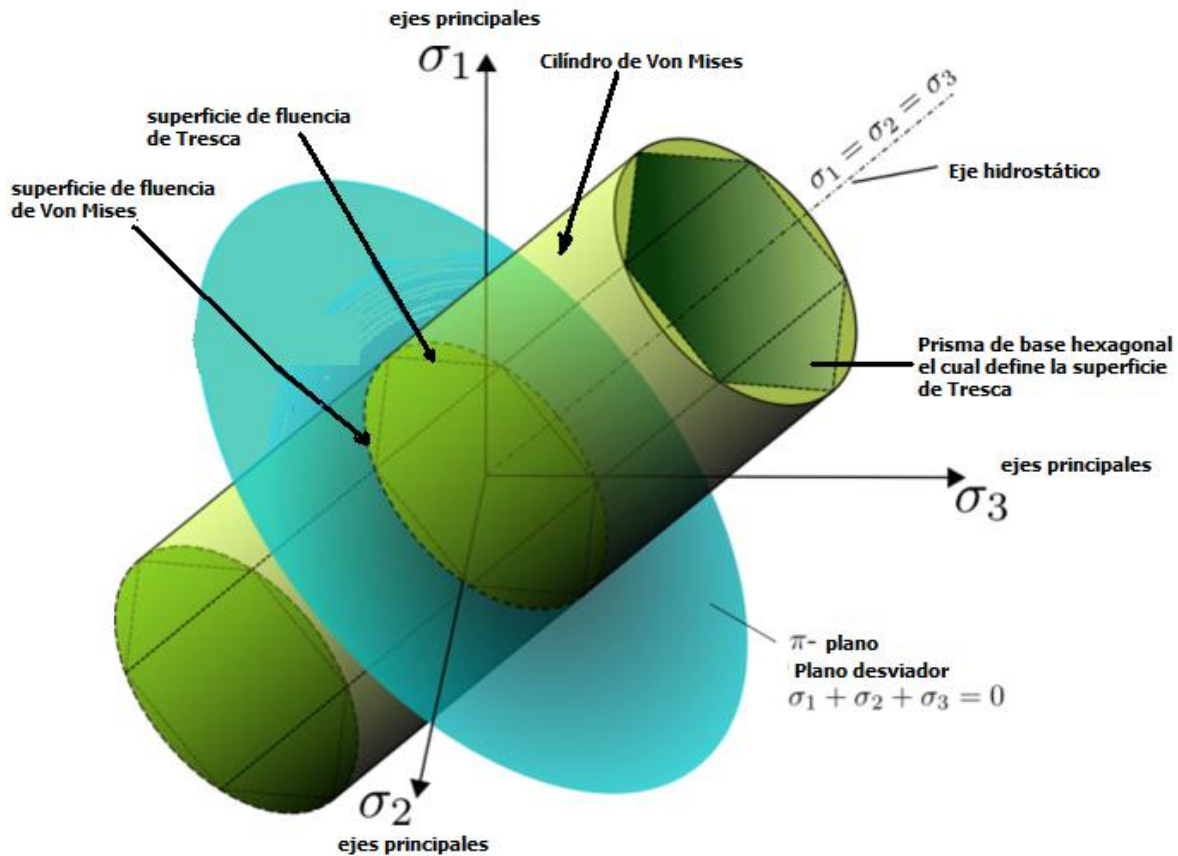


FIGURA 3.42 (a)

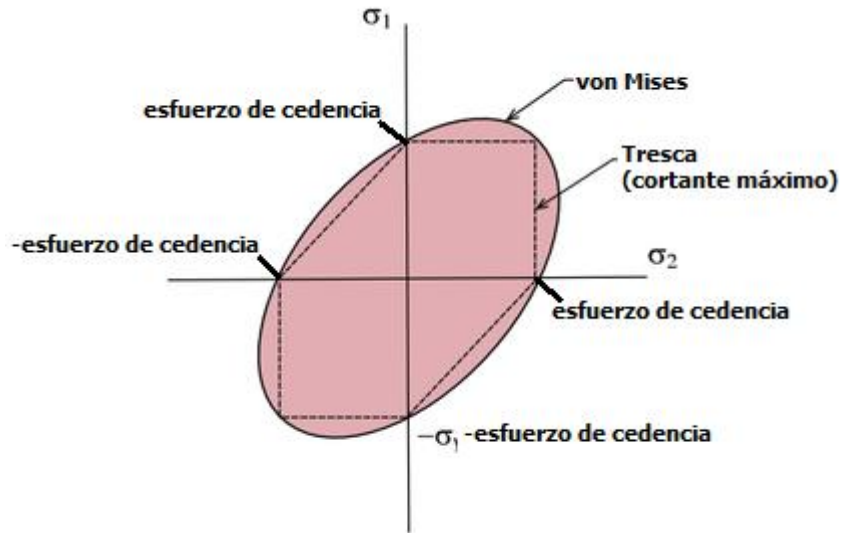


FIGURA 3.42 (b) Lugar geométrico de la fluencia de acuerdo a Von Mises y Tresca

El esfuerzo  $k$  en el criterio de Von Mises representa el esfuerzo de flujo del material a corte puro y está relacionado con el esfuerzo de cedencia bajo condición de carga uniaxial  $\sigma_0$ , como

$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ . En sentido estricto a través de  $J_2$  se determina un esfuerzo eficaz o de Von Mises

$\sigma_{VM}$ , la fluencia se presentará siempre que este esfuerzo alcance al valor de flujo  $\sigma_0 - \sigma_{VM} = 0$ .

Por otra parte, todo lo antes expuesto se puede presentar como  $\sigma_{VM}^2 = 3J_2$

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{3} \sigma_{VM}^2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$$

donde el término  $S_{ij}$  se refiere al desviador de esfuerzos.

Para 1924, Heinrich Hencky (1885-1951) propuso una explicación física a la teoría de von Mises indicando que la cedencia se presentaba cuando la energía de distorsión del cuerpo alcanzaba un valor crítico, esto es, que el segundo invariante del desviador de esfuerzos  $J_2$  representaba la energía de cambio de forma del cuerpo. Por su parte, Nadai en 1937 completó la descripción al proponer que la cedencia se presenta cuando el cortante octaédrico  $\tau_{oct}$  alcanza un valor crítico, esto es el estado de esfuerzos se descompone en dos términos la componente hidrostática  $\sigma_H$  la cual no tiene efecto en la cedencia (y es normal al plano octaédrico) y el cortante octaédrico, de tal forma que:

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2$$

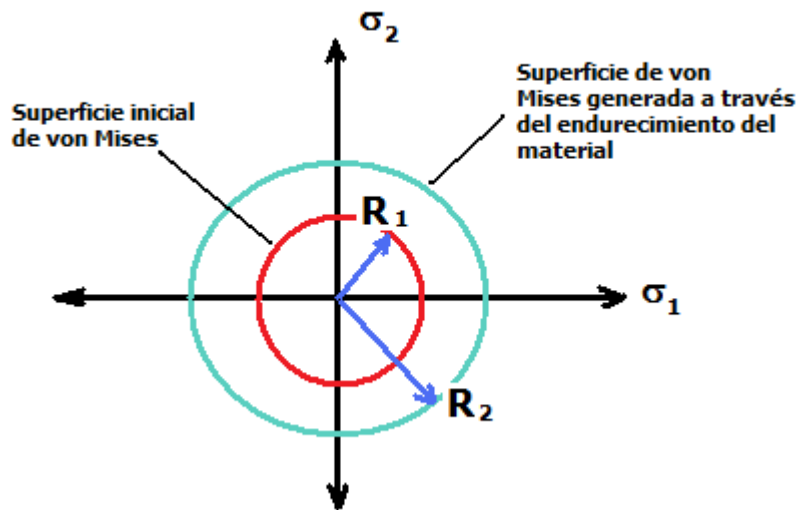
$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_0$$

El criterio de von Mises Hencky presenta una muy aproximada correlación entre el valor definido teóricamente con el valor medido en forma experimental, además permite en forma muy simple considerar el endurecimiento, ya que solo habrá que considerar círculos concéntricos a partir del valor medido, en el caso de que el comportamiento sea isotrópico (figura 3.41) o se distorsionará el cilindro en función del grado de anisotropía característica del material (figura 3.42), de tal forma que el criterio se expresa (a esto se le conoce como criterio de fluencia de Hill):

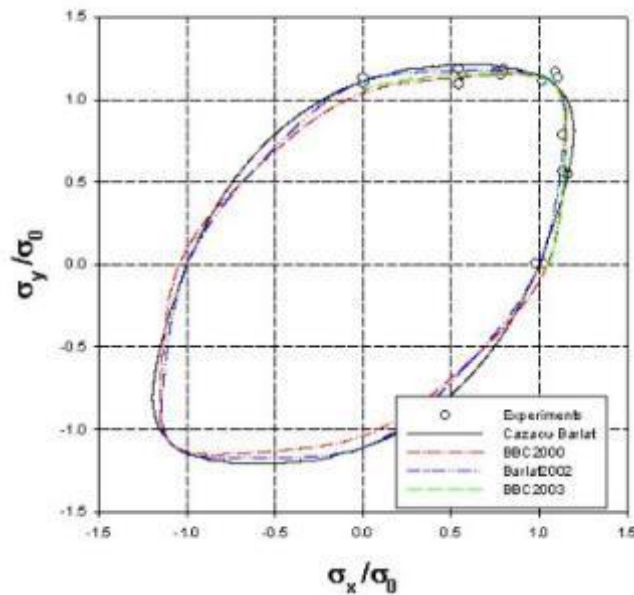
$$\alpha(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \beta(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \eta(\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 1$$

donde  $\alpha, \beta, \eta$  son constantes medidas experimentalmente, las cuales están relacionadas con el esfuerzo de cedencia. Para un estado general, la expresión queda:

$$\alpha(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \beta(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \eta(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2(\phi\sigma_{12}^2 + \varphi\sigma_{23}^2 + \kappa\sigma_{31}^2) = 1$$



**FIGURA 3.43** Considerando el criterio de Von Mises, el endurecimiento se manifiesta como un incremento en el radio de la superficie de fluencia. En el caso de que el material presente un comportamiento anisotrópico durante el endurecimiento, entonces se manifestará como una distorsión en la geometría, no generándose un círculo sino modificándose el radio en función del eje



**FIGURA 3.44** Comportamiento anisotrópico

En general, cualquier criterio de fluencia deberá de ser independiente de la base y del estado de esfuerzos, y debe de relacionarse con los invariantes del desviador de esfuerzos.