



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO  
EN INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE AMPLIFICACIÓN  
DINÁMICA EN EDIFICIOS ASIMÉTRICOS DE VARIOS  
NIVELES**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A:

**LEOBARDO DE LA ROSA SÁNCHEZ**

TUTOR:

**M. EN I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ**

ABRIL, 2008



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Gustavo Amador Ayala Milian

Secretario: Dr. Oscar López Bátiz

Vocal: M. en I. Octavio García Domínguez

1<sup>er</sup>. Suplente: Dr. Eduardo Reinoso Angulo

2<sup>do</sup>. Suplente: M. en I. Raúl Jean Perrilliat

Lugar o lugares donde realizó la tesis:  
SECRETARÍA DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**TUTOR DE TESIS:**

M. EN I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ

---

**FIRMA**

**AGRADEZCO A:**

**Dios**

Por darme la oportunidad de vivir cada día  
lleno de bendiciones y darme una familia ejemplar.

**Mis padres**

Por darme todo su amor, su ejemplo, apoyo  
y la confianza para poder cumplir con mis objetivos.

**Mis Hermanos**

Piezas fundamentales en mi formación personal y académica. Por  
todo el cariño, su comprensión, así como su valioso apoyo.

**Universidad Nacional Autónoma de México**

Por darme la oportunidad de pertenecer a ella.

**Facultad de Ingeniería**

Por ser formadora de profesionistas  
y prepararme para ser uno de ellos.

**M. I. Octavio García Domínguez**

Por su valioso apoyo, su tiempo y sus consejos  
siempre encaminados a la superación académica y personal.

**Dr. Gustavo Ayala Milián**

Por su valioso aporte en la realización  
de este trabajo, así como el apoyo brindado.

**Profesores**

Por seguir aportando sus conocimientos  
con el objeto de formar verdaderos ingenieros.

**Amigos**

Por compartir su amistad conmigo,  
en buena medida me han enriquecido.

**CONACyT**

Por el patrocinio de mis estudios de Posgrado.

SINCERAMENTE: Leobardo De la Rosa Sánchez

---

# ÍNDICE

## EVALUACIÓN DE LOS EFECTOS DE AMPLIFICACIÓN DINÁMICA EN EDIFICIOS ASIMÉTRICOS DE VARIOS NIVELES.

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>i</b>
<b>1. ANTECEDENTES</b>	<b>1</b>
1.1 Estudios Previos	1
1.2 Normatividad Internacional de Diseño Sísmico por Torsión	6
1.2.1 Consideraciones de Algunas Normas Internacionales para Diseño Sísmico por Torsión	6
<b>2. GENERALIDADES DEL ANÁLISIS Y COMPORTAMIENTO SISMICO TORSIONAL DE EDIFICIOS</b>	<b>9</b>
2.1 Generalidades	9
2.2 Amplificación Dinámica	10
2.3 Clasificación de los Efectos Sísmicos Torsionales	13
2.4 Torsión Natural	14
2.5 Excentricidad Estática o Estructural	14
2.6 Excentricidad de Diseño	15
2.7 Definición de Centro de Torsión	16
2.8 Eje Instantáneo de Rotación (EIR)	16
2.9 Método Matricial Tridimensional para Determinar el Centro de Torsión	17
2.10 Análisis Sísmico Estático	19
2.11 Análisis Dinámicos	22
2.11.1 Análisis Modal	22
2.11.2 Análisis Paso a Paso	25
2.12 Análisis Modal Tridimensional	26
2.13 Factores Involucrados en el Comportamiento No Lineal de Estructuras Asimétricas	28
2.13.1 Diversos Parámetros Involucrados en el Comportamiento Elástico e Inelástico de Estructuras Asimétricas	28
2.13.2 Incertidumbres en Rigideces	29
2.13.3 Efectos Rotacionales en la Base de un Edificio	29
<b>3. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS</b>	<b>31</b>
3.1 Modelos de Edificios Estudiados	31
3.2 Consideraciones en el Análisis y Diseño	33
3.2.1 Materiales	33
3.2.2 Análisis y Combinaciones de Carga	34
3.3 Diseño de los Elementos Estructurales	39

<b>4.</b>	<b>EVALUACIÓN DE LA AMPLIFICACIÓN DINÁMICA EN EDIFICIOS</b>	<b>40</b>
4.1	Hipótesis y Consideraciones	40
4.2	Determinación del Factor de Amplificación Dinámica	40
	4.2.1 Modelos Analizados Elásticamente	40
	4.2.2 Modelos Analizados Inelásticamente	42
<b>5.</b>	<b>PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	<b>44</b>
5.1	Periodos y Relación de Frecuencias	44
5.2	Factor de Amplificación Dinámica	46
5.3	Comparación de Resultados	50
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>58</b>
	<b>REFERENCIAS</b>	

## RELACIÓN DE FIGURAS

### CAPÍTULO 1

- Figura 1.1 Modelo de cortante con tres elementos resistentes, Gómez, Ayala y Jaramillo (1987)
- Figura 1.2 Modelos de cortante con dos, tres y cuatro elementos resistentes, Ayala y Barrón (1990)
- Figura 1.3 Modelo de cortante con elementos resistentes ortogonales, Ayala y García (1992)
- Figura 1.4 Envolventes de ductilidades máximas normalizadas Vs. distribución de resistencias en planta, Criterio de diseño 1, (a) Modelo asimétrico en rigideces, (b) Modelo asimétrico en masas
- Figura 1.5 Envolventes de ductilidades máximas normalizadas Vs. distribución de resistencias en planta, Criterio de diseño 3, (a) Modelo asimétrico en rigideces, (b) Modelo asimétrico en masas
- Figura 1.6 Distribución de la sobrerresistencia en los planos resistentes de las zonas flexible y rígida en función de los tres criterios de diseño estudiados
- Figura 1.7 Modelo de tres niveles estudiado por Zapata y Ayala (1993)
- Figura 1.8 Geometría en planta y elevación de los edificios estudiados por Chipol y García (2001)
- Figura 1.9 Modelo tipo utilizado por De la Colina, et. al. (2005)

### CAPÍTULO 2

- Figura 2.1 Identificación de las zonas flexible y rígida de la planta asimétrica de un entrepiso
- Figura 2.2 (a) Oscilador con amortiguación excitado armónicamente, (b) diagrama de cuerpo libre
- Figura 2.3 Amplificación dinámica en función de la relación de frecuencias para varios valores de la amortiguamiento
- Figura 2.4 Ángulo de fase en función de la razón de frecuencias para distintos valores de amortiguamiento
- Figura 2.5 Excentricidad estática o estructural de entrepiso
- Figura 2.6 Edificio de N niveles con diafragma de piso rígido
- Figura 2.7 Fuerzas sísmicas estáticas en un edificio
- Figura 2.8 Forma general de un espectro de diseño
- Figura 2.9 Componente sísmica NS del sismo del 19 de septiembre de 1985, estación SCT
- Figura 2.10 Componente sísmica EW del sismo del 19 de septiembre de 1985, estación SCT

### CAPÍTULO 3

- Figura 3.1 Elevación de los edificios estudiados
- Figura 3.2 Planta de modelos excéntricos en masas
- Figura 3.3 Planta de modelos excéntricos en rigideces, 1 muro en cada dirección
- Figura 3.4 Planta de modelos excéntricos en rigideces, 2 muros en cada dirección

## **CAPÍTULO 4**

- Figura 4.1 Modificación de la posición de la fuerza cortante en el entrepiso  $i$

## **CAPÍTULO 5**

- Figura 5.1 Valores de la relación de frecuencias desacoplada para los modelos de 4 niveles
- Figura 5.2 Valores de la relación de frecuencias desacoplada para los modelos de 8 niveles
- Figura 5.3 Valores de la relación de frecuencias desacoplada para los modelos de 15 niveles
- Figura 5.4 Historia del momento torsionante efectivo en el entrepiso 1 del modelo M15 – R10
- Figura 5.5 Historia del momento torsionante efectivo en el entrepiso 3 del modelo M15 – R10
- Figura 5.6 Historia del momento torsionante efectivo en el entrepiso 15 del modelo M15 – R10
- Figura 5.7 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M4 – M10
- Figura 5.8 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M4 – M20
- Figura 5.9 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M8 – M10
- Figura 5.10 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M8 – M20
- Figura 5.11 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M15 – M10
- Figura 5.12 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M15 – M20
- Figura 5.13 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M4 – R10
- Figura 5.14 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M4 – R20
- Figura 5.15 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M8 – R10
- Figura 5.16 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M8 – R20
- Figura 5.17 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M15 – R10
- Figura 5.18 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M15 – R20

## RELACIÓN DE TABLAS

### CAPÍTULO 1

Tabla 1.1 Criterios de diseño por torsión estudiados por Ayala y García (1992)

### CAPÍTULO 2

Tabla 2.1 Valores de los parámetros para calcular los espectros de aceleraciones (Los periodos  $T_a$  y  $T_b$  están en segundos)

### CAPÍTULO 3

Tabla 3.1 Cargas muertas consideradas para los niveles intermedios

Tabla 3.2 Cargas muertas consideradas para la azotea

Tabla 3.3 Cargas vivas consideradas

Tabla 3.4 Fuerzas sísmicas, modelo simétrico de 4 niveles

Tabla 3.5 Fuerzas sísmicas, modelo simétrico de 8 niveles

Tabla 3.6 Fuerzas sísmicas, modelo simétrico de 15 niveles

Tabla 3.7 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en masas de 4 niveles

Tabla 3.8 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en masas de 8 niveles

Tabla 3.9 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en masas de 15 niveles

Tabla 3.10 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 1 muro en cada dirección, 4 niveles

Tabla 3.11 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 1 muro en cada dirección, 8 niveles

Tabla 3.12 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 1 muro en cada dirección, 15 niveles

Tabla 3.13 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 2 muros en cada dirección, 4 niveles

Tabla 3.14 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 2 muros en cada dirección, 8 niveles

Tabla 3.15 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 2 muros en cada dirección, 15 niveles

Tabla 3.16 Dimensiones de los elementos estructurales para edificios de 4 niveles

Tabla 3.17 Dimensiones de los elementos estructurales para edificios de 8 niveles

Tabla 3.18 Dimensiones de los elementos estructurales para edificios de 15 niveles

### CAPÍTULO 4

### CAPÍTULO 5

Tabla 5.1 Periodos en segundos y relaciones de frecuencias desacopladas de los modelos de edificios de 4 niveles

Tabla 5.2 Periodos en segundos y relaciones de frecuencias desacopladas de los modelos de edificios de 8 niveles

Tabla 5.3 Periodos en segundos y relaciones de frecuencias desacopladas de los modelos de edificios de 15 niveles

Tabla 5.4 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M4 – M10

Tabla 5.5 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M4 – M20

Tabla 5.6 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M8 – M10

Tabla 5.7 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M8 – M20

Tabla 5.8 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M15 – M10

Tabla 5.9 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M15 – M20

Tabla 5.10 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M4 – R10

Tabla 5.11 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M4 – R20

Tabla 5.12 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M8 – R10

Tabla 5.13 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M8 – R20

Tabla 5.14 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M15 – R10

Tabla 5.15 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M15 – R20

## INTRODUCCIÓN

Actualmente, el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-2004), permite tomar en cuenta el acoplamiento de los efectos de torsión y traslación que puede experimentar una estructura asimétrica. La aplicación de la normatividad de diseño sísmico por torsión cuando se emplea el análisis sísmico estático, involucra la aplicación de expresiones simples que tratan de caracterizar la naturaleza dinámica del problema, como las ecs. 1 y 2, en las cuales se consideran además de la amplificación, una excentricidad accidental asociada a diversas incertidumbres en la distribución de las masas, rigideces, resistencias de elementos y torsiones inducidas a la cimentación por fuentes desconocidas, entre otras. Esto se realiza mediante un factor que amplifica o deamplifica la excentricidad estática relativa a la torsión natural y, por tanto, a los momentos de entrepiso, para determinar las fuerzas de diseño en la estructura.

Una manera usual de considerar la torsión accidental en el diseño sísmico de estructuras, es incluyendo un momento adicional, generado por el movimiento del centro de masas y por tanto de la fuerza sísmica, una distancia calculada como un porcentaje de la dimensión máxima de la planta de la estructura medida perpendicularmente a la dirección del sismo, que se considera.

Para fines de diseño, en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCDS) se menciona que, el momento torsionante de entrepiso se tomará por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte más desfavorable de las siguientes dos expresiones:

$$e_{d1} = 1.5e_s + 0.1b \quad (1)$$

$$e_{d2} = e_s - 0.1b \quad (2)$$

donde los factores de 1.5 y 1.0 consideran efectos de amplificación dinámica y el factor 0.1 considera efectos de amplificación de la excentricidad por efectos accidentales, como se explico antes.

Estos factores se propusieron en base a resultados de estudios con modelos simples de cortante de 1 nivel y la normatividad asume que son invariables independientemente del tipo de sistema estructural sismo-resistente, materiales de construcción, número de niveles o altura, tipos de asimetría e irregularidad en planta y elevación, entre otras.

Dado que el fenómeno de la torsión es complejo, inicialmente se realizaron estudios en modelos inelásticos de cortante de un nivel, cuyo objetivo fue primeramente, comprender las características del comportamiento sísmico de estructuras asimétricas e identificar los parámetros estructurales más importantes que participan en la respuesta sísmica torsional. Para ello, se evaluaron parámetros como: la asimetría en masas y rigideces, la relación de aspecto de la planta, la relación de frecuencias desacopladas, los periodos de vibrar en traslación, la distribución de las resistencias y distintos criterios de diseño por torsión que se aplican en diversos países, en función del valor de los coeficientes contenidos en las ecs. 1 y 2.

Recientemente, se han realizado otros estudios con modelos de edificios de varios niveles, en los cuales se han comparado las respuestas elásticas e inelásticas de estructuras torsionalmente

acopladas Chipol (2001), con objeto de evaluar las variaciones que éstas sufren cuando se realiza análisis sísmicos estáticos y dinámicos, para poder estimar los niveles de amplificación o deamplificación que se pueden presentar, lo cual constituye la base de este trabajo según se describe a continuación.

En este trabajo se realiza una evaluación de la amplificación dinámica elástica e inelástica que puede experimentar la respuesta de edificios asimétricos de varios niveles, representativos de estructuras existentes en la ciudad de México, cuando se someten a sismos intensos. Los modelos estudiados consideran la existencia de asimetría en planta, por rigideces y masas. Se realizan análisis elásticos e inelásticos y se comparan los resultados con las recomendaciones de diseño sísmico por torsión de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCDS) del RCDF-2004. Se determina que los efectos de amplificación presentan variaciones asociadas con la altura de los edificios y tipo de asimetría, lo cual hace evidente una inconsistencia con la normatividad.

Los resultados de los análisis realizados a los edificios seleccionados, permitieron obtener un factor indicativo del nivel de amplificación de la respuesta dinámica experimentada, elástica e inelásticamente, para modelos con diferentes características estructurales y tipos de asimetría. Además se describen algunos parámetros involucrados en el comportamiento sísmico torsional de edificios de varios niveles, tales como, el Eje Instantáneo de Rotación (EIR),

Se cuestiona la generalidad de las expresiones anteriores, ya que se entiende que, como se mencionó, estas se pueden aplicar indistintamente a cualquier tipo de estructura que se pretenda analizar y a cualquier entrepiso en una altura dada. Para ello se estudian diferentes modelos de tal forma que se tengan en cuenta diferencias en geometría, propiedades de los materiales, asimetría en masas y rigideces en planta, periodo fundamental, relación de frecuencias, entre otras, para observar así su comportamiento y poder de alguna manera evaluar el efecto de amplificación dinámica de acuerdo a las características propias de la estructura en estudio. Además se analizan los efectos asociados al estudio de la amplificación dinámica en función de la distribución de cortantes tanto en planta como en elevación de los edificios.

Con este trabajo, se pretende mostrar una más de las consideraciones que hay que tomar en cuenta en la modelación de una estructura y poder así analizar su respuesta sísmica de manera más cercana a la realidad. Se pone de manifiesto que las estructuras de edificios pueden, como ocurre en la gran mayoría de los casos, verse sometidas a efectos de torsión importantes similares, y aunque posean características estructurales parecidas, el comportamiento de éstos no necesariamente es igual en todos los casos.

En el capítulo 1, se presentan diversos estudios que se han realizado en México y en el extranjero en relación con el comportamiento sísmico torsional de estructuras, se involucran diversos parámetros de estudio tales como el periodo de vibrar, la distribución de los planos resistentes y la distribución de las fuerzas cortantes, etc. En su mayoría estos estudios están basados en modelos simplificados de un nivel, sin embargo, teniendo en cuenta algunas consideraciones se puede aplicar a modelos de varios niveles.

También se describen de manera general las consideraciones que hacen algunos reglamentos internacionales de diseño sísmico para tomar en cuenta el efecto de la torsión y poder así determinar las fuerzas y momentos de diseño.

En el capítulo 2, se hace referencia a los principales conceptos y parámetros que se ven involucrados en la fundamentación teórica del fenómeno de la torsión sísmica en edificios. Asimismo, se presentan distintos métodos de análisis sísmicos planteados por la normatividad vigente del Distrito Federal, los cuales dan la pauta para realizar el presente trabajo. Finalmente, se presentan algunos de los factores que se involucran en el comportamiento no lineal de estructuras asimétricas.

En el capítulo 3, se presentan los modelos de edificios estudiados y analizados en el presente trabajo para evaluar la amplificación dinámica, describiendo su geometría y propiedades de sus materiales. Se presentan las consideraciones que se hicieron en el análisis y diseño de los edificios, las combinaciones de carga que se aplicaron y finalmente el diseño de los elementos estructurales que conforman la estructura.

En el capítulo 4, se explican las hipótesis y consideraciones hechas para la evaluación de la amplificación dinámica y se explica en forma detallada el procedimiento llevado a cabo para calcular el factor de amplificación dinámica tanto para los modelos de edificios asimétricos en masas como los modelos asimétricos en rigideces. Adicionalmente se explica el procedimiento llevado a cabo para estimar una excentricidad dinámica máxima que se genera en los modelos de edificios simétricos.

En el capítulo 5, se presentan los resultados obtenidos respecto a los modelos de edificios estudiados. Primero se presentan los periodos y relaciones de frecuencias de todos los modelos, posteriormente se presentan los valores calculados del factor de amplificación dinámica para los modelos de edificios asimétricos en masas y en rigideces, adicionalmente se muestran los valores de excentricidades dinámicas máximas estimados para los modelos de edificios simétricos. Finalmente se presentan gráficamente los valores del factor de amplificación dinámica de los modelos asimétricos y se hace un análisis de estos resultados.

En el capítulo 6, se presentan las conclusiones derivadas de los análisis y resultados obtenidos en el presente trabajo. Asimismo, se hacen algunas recomendaciones al respecto.

## CAPÍTULO 1

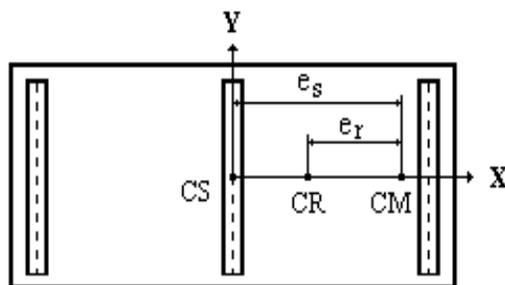
### ANTECEDENTES

#### 1.1 ESTUDIOS PREVIOS

En México, así como en otros países se han venido realizando diversos estudios referentes al comportamiento sísmico de estructuras sometidas a sismos intensos. Esto debido a que durante sismos intensos como el sismo ocurrido el 19 de septiembre de 1985, se ha podido observar una gran cantidad de edificios dañados y hasta colapsados. En México los daños presentados se atribuyeron en un 42% a efectos de torsión, notándose que una de las características más comunes de los edificios dañados fue la presencia de distribuciones asimétricas en planta de masas, rigidez y/o resistencias. Debido a esto, se cuestionó fuertemente la normatividad de diseño sísmico existente, además de que se despertó el interés de los investigadores por tratar de entender mejor el comportamiento dinámico de estructuras en general y con más atención en estructuras con efectos de torsión importantes.

A continuación se describen algunas de las investigaciones de interés realizadas en México, así como algunas llevadas a cabo en el extranjero.

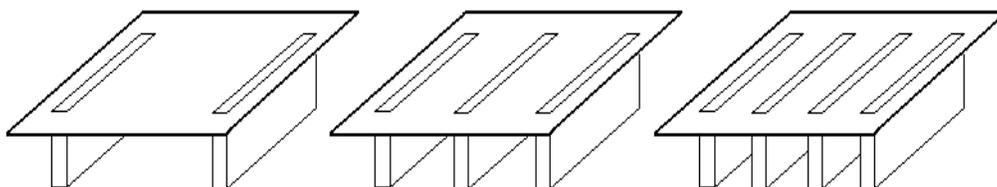
En cuanto al tema de la torsión inelástica, una de las primeras investigaciones realizadas fue la de Gómez, et al. (1987). En este trabajo se usaron modelos de cortante de un nivel con tres elementos resistentes y asimétricos en una dirección, figura 1.1. Se realizó un estudio paramétrico en el que se consideraron tres periodos fundamentales de vibrar (0.5, 1.0 y 1.5 segundos) y el efecto que produce la excentricidad estática en el comportamiento sísmico de estructuras. Algunos de los resultados muestran que a medida que la excentricidad estática aumenta, también aumenta la demanda de ductilidad y por otro lado, conforme se incrementa la asimetría en resistencias, la demanda de ductilidad tiende a disminuir y permanecer constante (ver figuras 1.4 y 1.5).



**Figura 1.1 Modelo de cortante con tres elementos resistentes, Gómez, Ayala y Jaramillo (1987)**

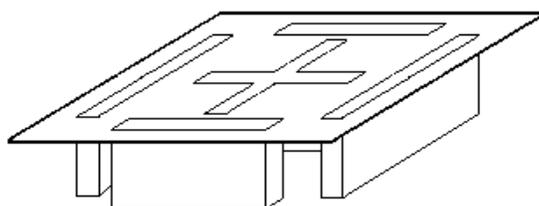
Estas investigaciones continuaron con los estudios por Ayala y Barrón (1990) en modelos de cortante con dos, tres y cuatro elementos resistentes en una sola dirección de análisis, figura 1.2. Los modelos se diseñaron con base en las especificaciones de las NTCDS-1987 y con dos criterios alternos de diseño por torsión que modificaban los valores de las excentricidades de diseño que se explican a detalle más adelante. En este caso se estudió la relación entre la resistencia real y la nominal, el efecto de la excentricidad accidental reglamentaria, el efecto de la distribución de resistencias y la relación de aspecto de la planta. Al igual que en la

investigación anterior se estudiaron modelos con tres periodos traslacionales (0.5, 1.0 y 1.5 s). Se observó que las mayores demandas de ductilidad se presentaron en el modelo con el periodo fundamental de 1.0 s. Además se observó que para valores de relación de frecuencias desacopladas cercanos a uno, los valores de ductilidad máxima fueron menores que para valores diferentes a uno, lo cual contrasta con lo observado en análisis elásticos en donde las respuestas máximas ocurren para valores de esta relación cercanos a uno.



**Figura 1.2 Modelos de cortante con dos, tres y cuatro elementos resistentes, Ayala y Barrón (1990)**

Ayala y García (1992) efectuaron estudios similares a los anteriores, pero con elementos resistentes ortogonales diseñados con las NTCDS-1987 (ver figura 1.3) y con tres diferentes criterios de diseño, tabla 1.1. Se consideraron distintas relaciones de aspecto de la planta y periodos traslacionales de vibrar (0.5, 1.0 y 1.5 s), así como la variación del numero de planos resistentes; la excitación sísmica fue aplicada en una y dos direcciones ortogonales. El comportamiento se evaluó mediante la relación de la ductilidad máxima demandada en la estructura asimétrica a la ductilidad máxima de una estructura simétrica de referencia. En este trabajo se demuestra que el comportamiento estructural presenta una tendencia común, ya que las ordenadas de ductilidad se reducen conforme se incrementa la resistencia de los elementos de entrepiso, se observa que lo anterior induce un mejor comportamiento estructural y que es posible obtener un mejor comportamiento cuando la resultante de resistencia a la fuerza cortante se localiza cercana al centro de torsión, o cuando la distribución de resistencias es similar a la de rigideces, figuras 1.4 y 1.5.

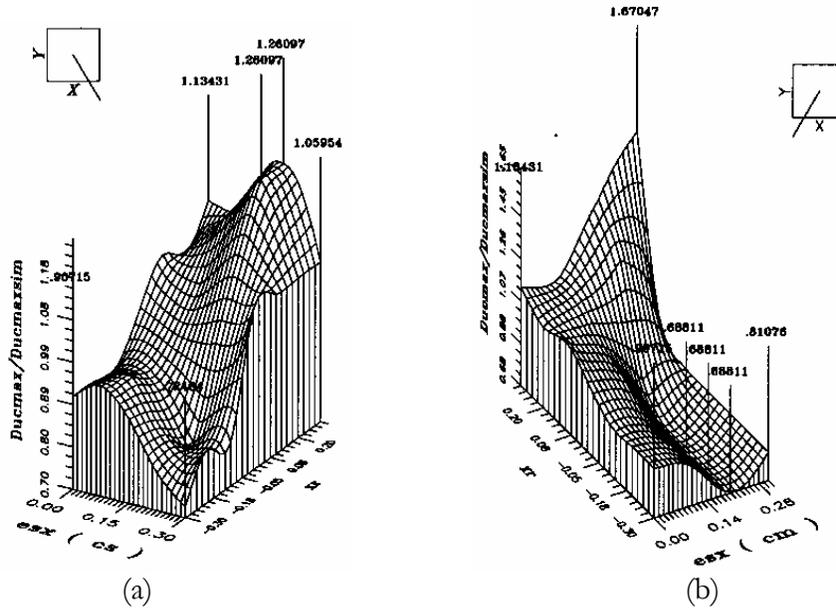


**Figura 1.3 Modelo de cortante con elementos resistentes ortogonales, Ayala y García (1992)**

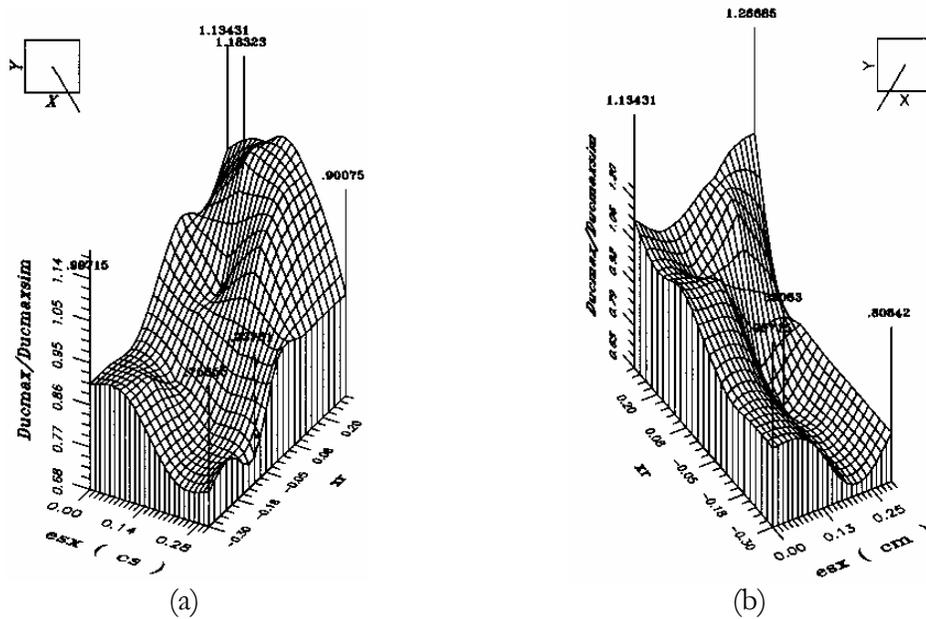
**Tabla 1.1 Criterios de diseño por torsión estudiados por Ayala y García (1992)**

Diseño	$\alpha^*$	$\delta^*$	$\beta^*$
Criterio 1 (NTCDS-1987)	1.5	1.0	0.1
Criterio 2	1.25	0.75	0.1
Criterio 3	1.0	0.5	0.1

\* Estos parámetros se definen en la pág. 16 del presente trabajo



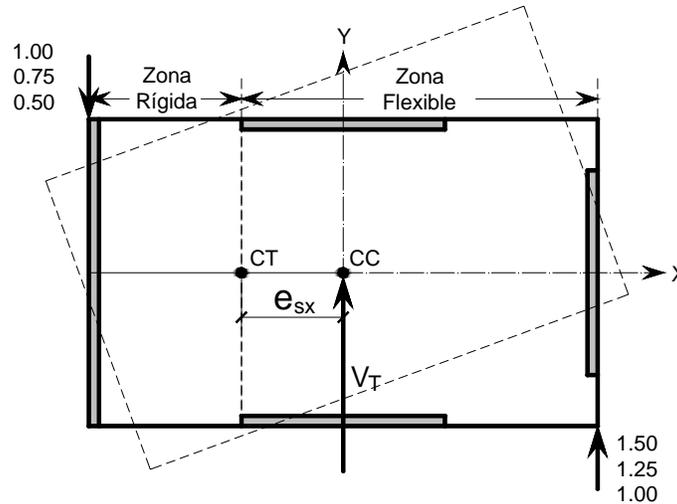
**Figura 1.4 Envolventes de ductilidades máximas normalizadas Vs. distribución de resistencias en planta, Criterio de diseño 1, (a) Modelo asimétrico en rigideces, (b) Modelo asimétrico en masas**



**Figura 1.5 Envolventes de ductilidades máximas normalizadas Vs. distribución de resistencias en planta, Criterio de diseño 3, (a) Modelo asimétrico en rigideces, (b) Modelo asimétrico en masas**

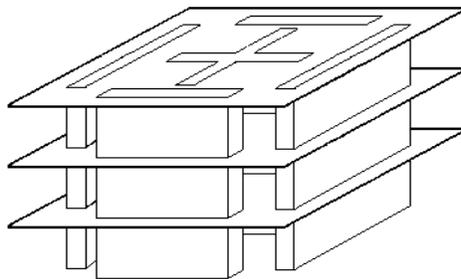
Resultados obtenidos en este estudio, indican que el criterio de diseño por torsión que establece el reglamento vigente, no necesariamente representa la mejor alternativa de diseño al distribuir toda la sobrerresistencia por torsión que arroja la aplicación de las excentricidades de diseño, entre aquellos elementos resistentes a los cuales se les suma el cortante producido por el momento torsionante. Tomando como base las demandas máximas de ductilidad, el estudio

reporta un mejor comportamiento estructural inelástico, al distribuir la sobrerresistencia torsional, entre aquellos elementos de entrepiso, a cuyo cortante directo, se le resta el cortante producido por el momento torsionante generado en el entrepiso; esto se logra aplicando el criterio de diseño 3 indicado en la tabla 1.1.



**Figura 1.6 Distribución de la sobrerresistencia en los planos resistentes de las zonas flexible y rígida en función de los tres criterios de diseño estudiados**

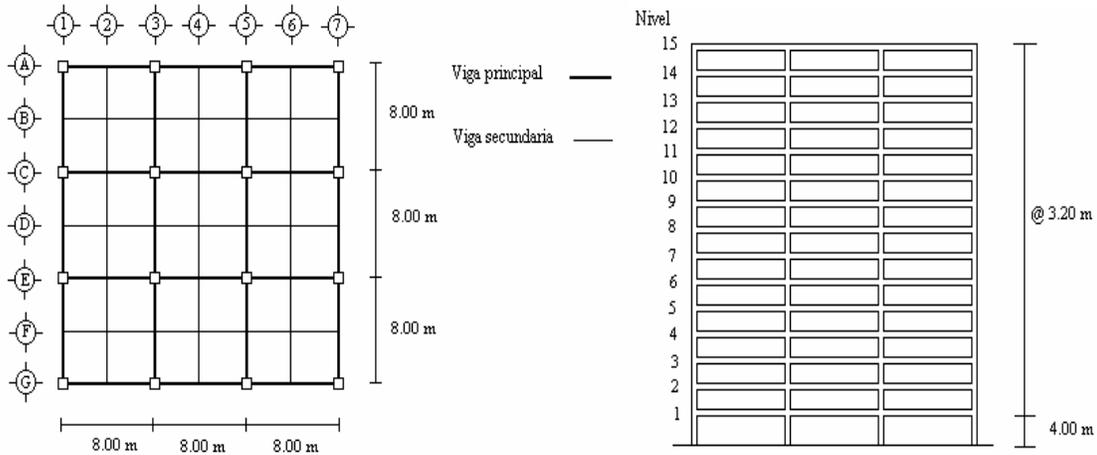
Zapata y Ayala (1993) utilizaron modelos de edificios de cortante de tres niveles con periodos fundamentales traslacionales de 0.5, 1.0 y 1.5 s, figura 1.7. Los parámetros que se estudiaron son: el periodo fundamental de vibrar, la distribución de rigidez con la altura, la relación de resistencia real y nominal de la estructura, la distribución de la sobrerresistencia torsional requerida para diferentes valores de excentricidad estática, la presencia de elementos resistentes y la excitación sísmica en dos direcciones ortogonales. Se consideró solo el modelo excéntrico en rigidez y rigidez lateral disminuyendo con la altura. Se encontró que los modelos con un periodo de 1.5 s presentaron los mejores comportamientos.



**Figura 1.7 Modelo de tres niveles estudiado por Zapata y Ayala (1993)**

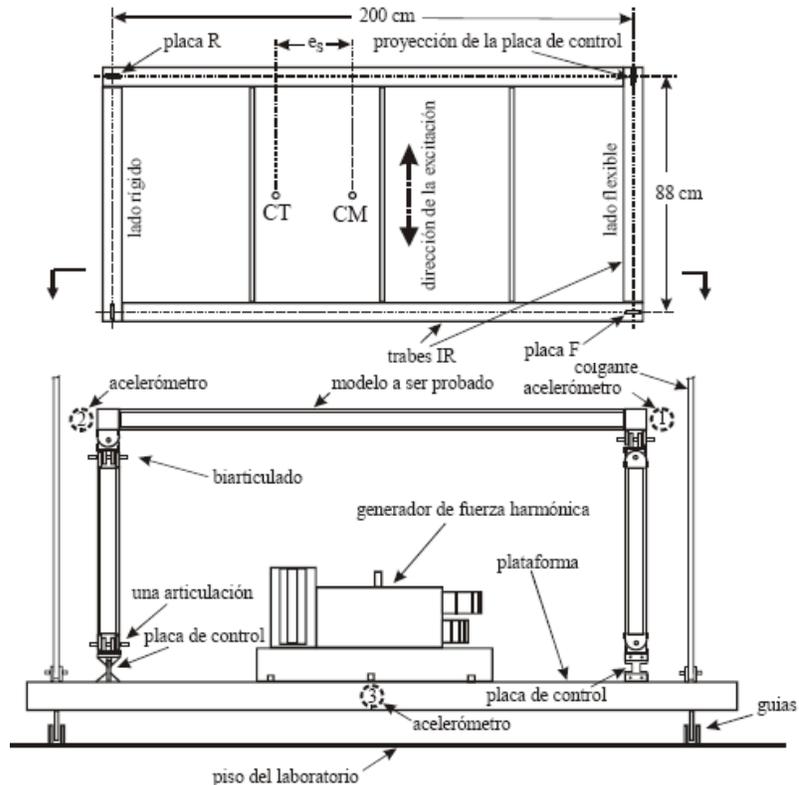
Chipol y García (2001) realizaron un estudio sobre la respuesta sísmica de modelos tridimensionales de edificios torsionalmente acoplados. En este trabajo se estudió con detalle la variación espacial del centro de torsión en edificios asimétricos en planta de 15 niveles, figura 1.8. Sin embargo, se estudió también el fenómeno de la amplificación dinámica inelástica encontrando que el patrón de comportamiento indica que la amplificación dinámica tiende a disminuir con la altura del edificio, así como con el grado de asimetría en planta, es decir, entre

más asimétrica sea la estructura en planta el factor de amplificación dinámica tiende a disminuir.



**Figura 1.8 Geometría en planta y elevación de los edificios estudiados por Chipol y García (2001)**

De la Colina, et al.(2005) hicieron estudios dinámicos en modelos de acero de un piso torsionalmente desbalanceados, figura 1.9. Se analizaron ocho modelos diferentes, asociados cada uno a distintas rigideces y excentricidades. Los modelos se probaron para distintos niveles de excitación. Las pruebas se enfocaron a estimar los factores de amplificación dinámica ( $\alpha$  y  $\delta$ ) involucrados en el cálculo de la excentricidad de diseño de sistemas torsionalmente desbalanceados.



**Figura 1.9 Modelo tipo utilizado por De la Colina, et. al. (2005)**

Se encontró que la media de los valores estimados para el factor de amplificación dinámica mostró una pendiente creciente respecto a la excentricidad del modelo, se observó que la dispersión de los valores fue mayor para excentricidades pequeñas que para excentricidades grandes. El promedio estimado para el factor de amplificación  $\alpha$  resultó ser igual a 1.5.

## 1.2 NORMATIVIDAD INTERNACIONAL DE DISEÑO SÍSMICO POR TORSIÓN

Comúnmente el procedimiento para incorporar los efectos torsionales en el análisis estructural consiste en la modificación de las excentricidades estáticas, para obtener un momento torsionante de diseño, que incrementa el cortante en los diferentes elementos resistentes de acuerdo con su ubicación en la planta, lo cual se traduce en una sobrerresistencia proporcionada a la estructura. Cuando el edificio que se estudia es de varios pisos, en lugar de utilizarse los centros de masa CM de las plantas se emplean los centros de cortante CC, que es el centro de aplicación de la fuerza cortante que toma en cuenta las posiciones de los centros de masa de los pisos superiores.

En las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo se establece, para cada dirección de análisis, un factor de amplificación  $\alpha$  de la excentricidad estática  $e_s$ , el cual controla el diseño de los planos resistentes de la zona flexible de la planta. De igual forma, para el diseño de la zona rígida de la planta, se considera un factor de control  $\delta$  para modificar la excentricidad estática  $e_s$ . Adicionalmente se suma para la zona flexible o se resta para la zona rígida una excentricidad llamada accidental, la cual se establece como un porcentaje  $\beta$  del ancho de la planta  $b$ , perpendicular a la dirección del análisis. De esta manera se generan dos momentos torsionantes de diseño que tienen la forma:

$$M_{d1} = V(\alpha \cdot e_s + \beta \cdot b) \quad (1.2.1)$$

$$M_{d2} = V(\delta \cdot e_s - \beta \cdot b) \quad (1.2.2)$$

donde  $e_s$  y  $V$  se toman con signo positivo. Las zonas de la planta, flexible o rígida, en este caso, se identifican por  $i = 1$  ó  $2$ , respectivamente. Luego se combinan las respuestas para las dos componentes ortogonales del sismo añadiendo, a cada respuesta ante una componente, el 30% de la respuesta ante la componente ortogonal.

### 1.2.1 Consideraciones de algunas Normas Internacionales para Diseño Sísmico por Torsión

En las Normas norteamericanas del UBC (Uniform Building Code) y del SEAOC (Structural Engineers Association of California) se usaba, hasta entrada la década de los 80's,  $\alpha = 1$ ,  $\delta = 0$  y  $\beta = 0.05$ . No se amplificaba la excentricidad estática para la zona flexible de la planta, pero a cambio había reducción en la zona rígida en relación con la distribución de cargas correspondiente a la traslación uniforme de la planta. Se ha comprobado que esto último ayudaba a un buen comportamiento inelástico de la zona rígida, cuando se trataba de una planta torsionalmente flexible.

Las recientes Normas Norteamericanas del UBC-1997, y el “International Building Code” 2000 utilizan una formulación diferente a la que usaron anteriormente. En primer lugar calculan los desplazamientos máximo ( $d_{max}$ ) y promedio ( $d_{prom}$ ) de los planos resistentes en cada nivel de la edificación y en cada dirección, bajo la aplicación de las fuerzas cortantes de piso más el momento torsionante calculado con la expresión (1.2.1) con  $\alpha = 1$  y  $\beta = 0.05$ . A partir de ellos se infiere el factor de amplificación  $A$  de los momentos torsionantes básicos, en cada nivel estructural:

$$1 \leq A = \left( \frac{d_{max}}{1.2 \cdot d_{prom}} \right)^2 \leq 3 \quad (1.2.3)$$

La estructura se diseña mediante la aplicación de las expresiones (1.2.1) y (1.2.2) pero con los factores  $\alpha = A$ ,  $\delta = 1$  y  $\beta = 0.05 \cdot A$ .

La norma de Nueva Zelanda prescribe usar  $\alpha = \delta = 1$  y  $\beta = 0.10$  para edificaciones regulares con poca excentricidad, pero obliga a hacer un análisis dinámico espacial para edificaciones con excentricidad considerable.

En la Norma de Canadá se establece el uso de  $\alpha = 1.0$ ,  $\delta = 1.0$  y  $\beta = 0.10$ . En esta norma enfatiza en el control de la zona rígida de la planta, pero sin llegar al extremo de las antiguas Normas del UBC y SEAOC.

La Norma Venezolana COVENIN 1756 “Edificaciones Antisísmicas” de 1982 estipulaba un valor variable de  $\alpha = 1.5, 3$  o  $5$  (salvo estimación más exacta), dependiente de la distribución de rigideces en planta, junto con  $\delta = 1$  y  $\beta = 0.10$ . El valor variable de  $\alpha$  intentaba estimar la diferente amplificación dinámica que se produce para plantas con rigidez torsional grande, moderada o pequeña, con la finalidad de obtener una confiabilidad semejante en el diseño de los distintos tipos de plantas.

En la versión 2001 de la Norma Venezolana se hicieron algunas modificaciones al respecto, de tal forma que se proponen incluso expresiones para determinar los factores de las expresiones (1.2.1) y (1.2.2). Además se establecieron irregularidades de las edificaciones por causas torsionales. En ambas versiones existen diferencias en los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , originados en un ajuste llevado a cabo respecto a la aplicación global de la norma. Las expresiones para determinar los factores arriba mencionados son:

$$\alpha = \begin{cases} 1 + (4 - 16\varepsilon)\Omega & \text{para } 0.5 \leq \Omega \leq 1 \\ 1 + (4 - 16\varepsilon(2 - \Omega))(2 - \Omega)^4 & \text{para } 1 \leq \Omega \leq 2 \\ 1 & \text{para } \Omega \geq 2 \end{cases} \quad (1.2.4)$$

$$\delta = 6(\Omega - 1) - 0.6 \quad \text{acotando } -1 \leq \delta \leq 1; \text{ y} \quad (1.2.5)$$

$$\beta = 0.06 \quad (1.2.6)$$

donde:

$\Omega$  es la relación de frecuencias desacopladas que se define como la relación entre la frecuencia rotacional y la frecuencia traslacional  $\Omega = \omega_\theta / \omega_i$  en la sección 2.13.3 de este trabajo, se presenta con detalle este concepto.

$\varepsilon$  es el índice de excentricidad, definido como la relación entre la excentricidad estática  $e_i$  en cuestión y el radio de giro inercial  $r$  de la planta, como:  $\varepsilon = e_i / r$

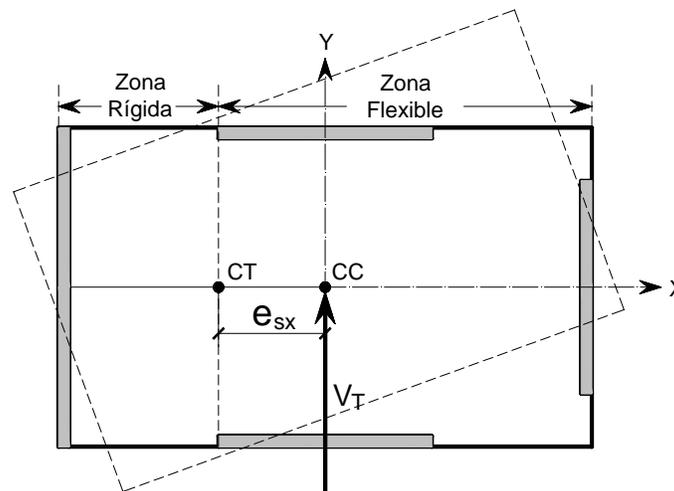
La norma restringe la aplicación del método estático, con limitaciones tales como: a) evitar excentricidades grandes, b) se impiden rigideces torsionales pequeñas y c) se previenen relaciones indeseables entre la rigidez torsional y la excentricidad.

## CAPÍTULO 2

## GENERALIDADES DEL ANÁLISIS Y COMPORTAMIENTO SÍSMICO TORSIONAL DE EDIFICIOS

## 2.1 GENERALIDADES

El comportamiento elástico bajo efectos de torsión de las edificaciones depende básicamente de las distribuciones de masa y rigidez en sus plantas o entrepisos. A grandes rasgos, las estructuras pueden clasificarse en simétricas, cuando las posiciones en planta de los centros de masa (CM) y de torsión (CT) de los niveles coinciden, y asimétricas cuando no coinciden. Para fines prácticos, se denominan plantas uni-asimétricas a aquellas que tienen excentricidad en una sola dirección principal y bi-asimétricas a las que presentan excentricidad en ambas direcciones principales. En las plantas, de manera precisa para edificaciones de un nivel y en forma aproximada para edificaciones de varios niveles, se pueden identificar dos zonas para cada dirección del análisis llamadas zona flexible y zona rígida. La zona flexible es la que experimenta los mayores desplazamientos por efectos de torsión y abarca desde el CT hasta el plano resistente más alejado y que contiene al CM, mientras que la zona rígida es el resto de la planta, figura 2.1.



**Figura 2.1** Identificación de las zonas flexible y rígida de la planta asimétrica de un entrepiso

Cuando una estructura asimétrica se somete a la acción de una fuerza cortante estática, aplicada en el CT sus plantas tienen desplazamientos solamente en traslación, mientras que cuando se aplica en el CM las plantas pueden tener desplazamientos traslacionales y además rotacionales, que dan origen al efecto de torsión en edificios. En cambio, cuando la estructura es excitada por un movimiento sísmico, es decir, por cargas actuando dinámicamente, las respuestas máximas probables en los distintos puntos de la planta son diferentes a las correspondientes a la acción de la fuerza cortante de piso actuando estáticamente en el CM. Estas respuestas pueden caracterizarse en función de desplazamientos, distribución de fuerzas cortantes, demandas de ductilidad, etc. El fenómeno de amplificación o deamplificación dinámica se presenta cuando las respuestas dinámicas varían respecto a las correspondientes estáticas.

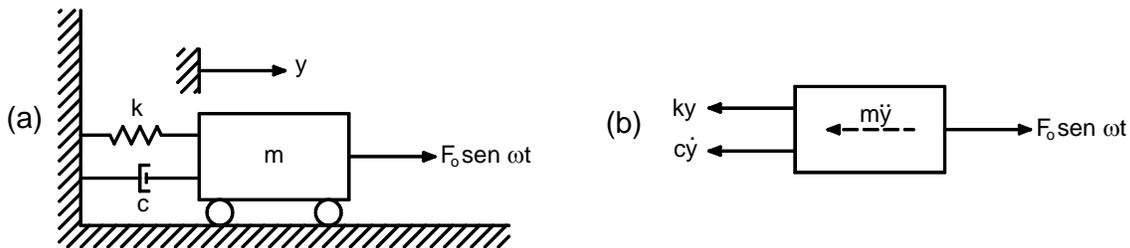
## 2.2 AMPLIFICACIÓN DINÁMICA

En el caso de un sistema de un grado de libertad vibrando bajo la influencia de una amortiguación viscosa, la ecuación diferencial del movimiento se obtiene igualando a cero la suma de fuerzas en el diagrama de cuerpo libre del sistema, figura 2.2. Por lo tanto, queda de la siguiente manera:

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + ky = F_0 \text{sen } \bar{\omega} t \quad (2.2.1)$$

La solución completa de esta ecuación consiste, en la solución complementaria  $y_c(t)$  y la solución particular  $y_p(t)$ . La solución complementaria está dada para el caso subamortiguado ( $c < c_{cr}$ ) por la ecuación:

$$y_c(t) = e^{-\xi \bar{\omega} t} (A \cos \omega_D t + B \text{sen } \omega_D t) \quad (2.2.2)$$



**Figura 2.2 (a) Oscilador con amortiguación excitado armónicamente, (b) diagrama de cuerpo libre**

La solución particular puede ser hallada sustituyendo  $y_p$ , que se puede suponer de la forma:

$y_p(t) = C_1 \text{sen } \bar{\omega} t + C_2 \cos \bar{\omega} t$  en la ecuación (2.2.1) y estableciendo la igualdad de coeficientes para las funciones de seno y coseno. Utilizando la relación de Euler se puede escribir la ecuación de movimiento y la solución particular respectivamente como:

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + ky = F_0 e^{i \bar{\omega} t} \quad (2.2.3)$$

$$y_p(t) = C e^{i \bar{\omega} t} \quad (2.2.4)$$

Al sustituir la solución particular en la ecuación (2.2.3), resulta:

$$-m \bar{\omega}^2 C + ic \bar{\omega} C + kC = F_0 \quad (2.2.5)$$

de donde:

$$C = \frac{F_0}{k - m \bar{\omega}^2 + ic \bar{\omega}} \quad (2.2.6)$$

por lo tanto la solución particular queda como:

$$y_p = \frac{F_0 e^{i\bar{\omega}t}}{k - m\bar{\omega}^2 + ic\bar{\omega}} \quad (2.2.7)$$

Usando la representación en coordenadas polares, podemos escribir el denominador complejo de la ecuación (2.2.7), como:

$$y_p = \frac{F_0 e^{i(\bar{\omega}t - \theta)}}{\sqrt{(k - m\bar{\omega}^2)^2 + (c\bar{\omega})^2}} \quad (2.2.8)$$

siendo

$$\tan \theta = \frac{c\bar{\omega}}{k - m\bar{\omega}^2} \quad (2.2.9)$$

La respuesta a la fuerza  $F_0 \text{sen} \bar{\omega}t$ , es entonces el componente imaginario de la expresión (2.2.8), es decir:

$$y_p = \frac{F_0 \text{sen}(\bar{\omega}t - \theta)}{\sqrt{(k - m\bar{\omega}^2)^2 + (c\bar{\omega})^2}} = Y \text{sen}(\bar{\omega}t - \theta) \quad (2.2.10)$$

donde

$$Y = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\bar{\omega}^2)^2 + (c\bar{\omega})^2}} \quad (2.2.11)$$

es la amplitud de movimiento permanente, podemos escribir convenientemente en función de parámetros sin dimensiones, las expresiones (2.2.9) y (2.2.10), como:

$$y_p = \frac{y_{st} \text{sen}(\bar{\omega}t - \theta)}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (2.2.12)$$

y

$$\tan \theta = \frac{2\xi r}{1 - r^2} \quad (2.2.13)$$

Donde:

$y_{st} = F_0 / k$ , es el desplazamiento o flecha estática del resorte producida por la fuerza  $F_0$ ;  $\xi = c / c_{cr}$  es la relación de amortiguación; y

$r = \bar{\omega} / \omega$  es la relación de frecuencias.

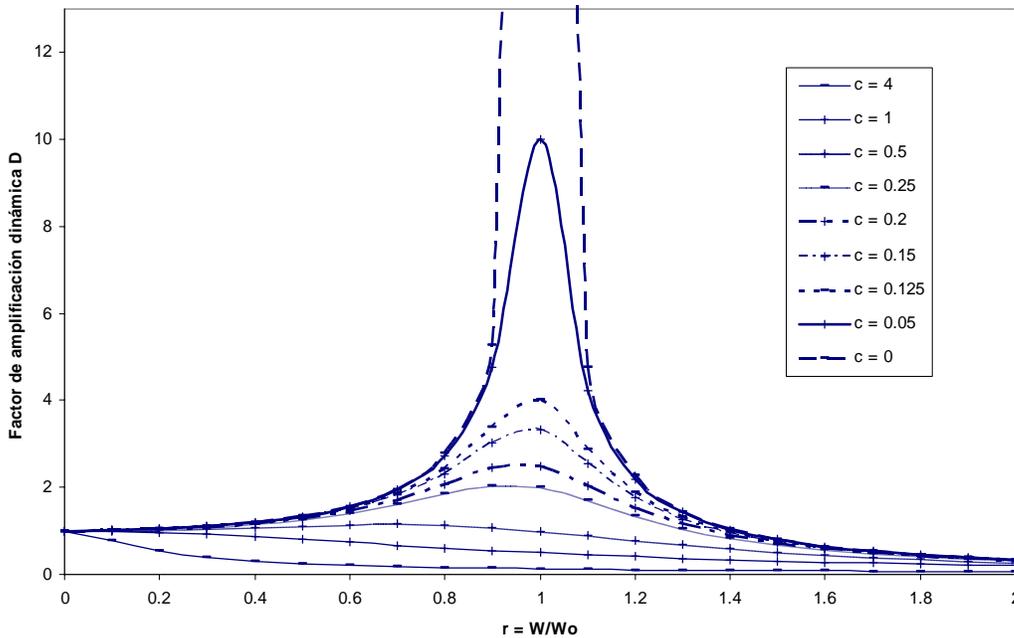
La respuesta total se obtiene, entonces, sumando la solución complementaria y la solución particular de la ecuación (2.2.12), es decir:

$$y(t) = e^{-\xi\omega t} (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t) + \frac{y_{st} \sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (2.2.14)$$

Es importante mencionar que las constantes de integración A y B deben ser calculadas a partir de las condiciones iniciales usando la respuesta total dada por esta última ecuación. Examinando el componente transitorio de la respuesta, puede verse que la presencia del factor exponencial  $e^{-\xi\omega t}$  hará que este componente desaparezca con el tiempo dejando solamente el movimiento permanente que esta dado por la ecuación (2.2.12).

La relación entre la amplitud del componente permanente  $y_p(t)$  y la deformación estática  $y_{st}$  definida anteriormente, se conoce con el nombre de amplificación dinámica D, y se obtiene de las ecuaciones (2.2.10) y (2.2.12) como:

$$D = \frac{Y}{y_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (2.2.15)$$

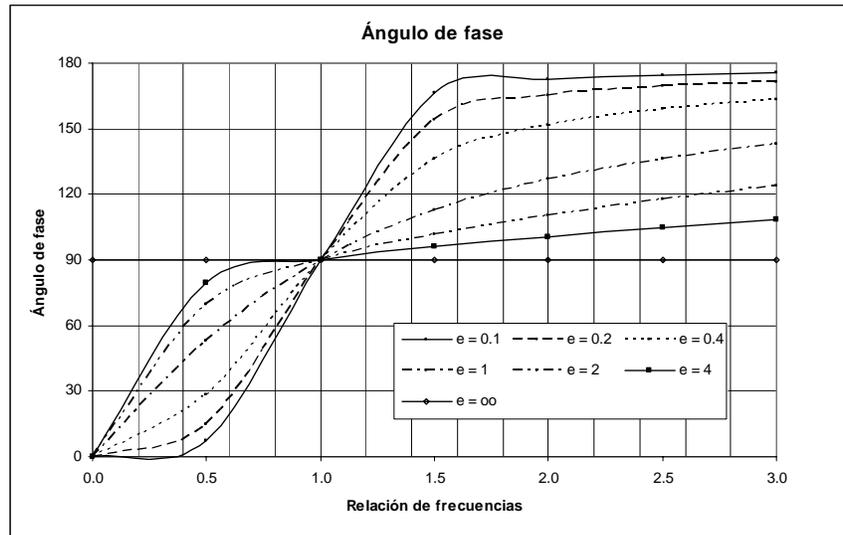


**Figura 2.3 Amplificación dinámica en función de la relación de frecuencias para varios valores de la amortiguamiento**

De la ecuación (2.2.15), se puede observar que la amplificación dinámica varía con la relación de frecuencias y con la relación de amortiguamiento. Curvas paramétricas de la amplificación dinámica se muestran en la figura 2.3. El ángulo de fase dado por la ecuación (2.2.13), también varía con estos parámetros como se muestra en la figura 2.4. Se puede notar de la figura 2.2 que, en un sistema ligeramente amortiguado, la amplitud máxima ocurre cuando el valor de la relación de frecuencias es muy cercano a 1, es decir, la amplificación dinámica tiene su valor máximo virtualmente en resonancia. Si se sustituye el valor de  $r = 1$  en la ecuación (2.2.8)

resulta que en la condición de resonancia la amplificación dinámica es inversamente proporcional a la relación de amortiguamiento, es decir:

$$D(r = 1) = \frac{1}{2\xi} \quad (2.2.16)$$



**Figura 2.4 Ángulo de fase en función de la razón de frecuencias para distintos valores de amortiguamiento**

Aún cuando la amplificación dinámica calculada en la condición de resonancia da un valor cercano a su valor máximo, no es exactamente igual a la respuesta máxima de un sistema amortiguado. Sin embargo, para valores moderados de amortiguamiento, la diferencia entre el valor aproximado dado por la ecuación (2.2.16) y el valor máximo exacto es insignificante.

En el RCDF-2004, se estipula un factor de amplificación dinámica  $\alpha = 1.5$ , para análisis estático o cuando el análisis dinámico se hace considerando sólo desplazamientos como grados de libertad, mismo que es utilizado en la expresión 1.2.1, además de los factores de  $\delta = 1.0$  usado en la expresión 1.2.2 y  $\beta = 0.1$  en ambas expresiones.

### 2.3 CLASIFICACIÓN DE LOS EFECTOS SÍSMICOS TORSIONALES

Desde el punto de vista de sus causas los efectos sísmicos torsionales se pueden clasificar de la siguiente manera:

- a) Efectos naturales, que corresponden a la influencia en la respuesta dinámica de las propiedades estructurales de la estructura, tales como inercias, rigideces, excentricidades, etc. y
- b) Efectos accidentales, que toman en cuenta la influencia de las variaciones aleatorias de las distribuciones de masa, rigidez y resistencia, y la influencia de la componente rotacional del sismo.

Desde el punto de vista de sus consecuencias de los efectos torsionales, pueden dividirse en:

- a) Efectos elásticos, que se desarrollan mientras todos los elementos resistentes de la estructura permanecen en el rango de comportamiento lineal, generalmente sucede cuando la intensidad del sismo es moderada, y
- b) Efectos inelásticos, que corresponden a la condición en que algunos elementos de la estructura rebasan su resistencia de fluencia, es decir, incursionan en el rango de comportamiento no-lineal y ocurren por lo regular ante la acción de los sismos más severos.

En este trabajo se estudian con más cuidado los efectos denominados naturales, que tienen que ver directamente con el fenómeno de amplificación dinámica en la respuesta de una estructura bajo la acción de cargas estáticas y dinámicas.

## **2.4 TORSIÓN NATURAL**

La torsión natural elástica, se caracteriza por la respuesta estática y dinámica en el rango de comportamiento lineal de una estructura, ante componentes sísmicas traslacionales. Como modelo de referencia generalmente se ha considerado en diversos estudios previos, un sistema estructural de un nivel constituido por un diafragma horizontal con masa y absolutamente rígido en su plano, con comportamiento elástico lineal. Los resultados que se obtienen con este tipo de modelos son representativos de la respuesta de los edificios regulares, es decir, que tengan distribuciones semejantes de masa y de rigidez en sus plantas y por lo tanto sus centros de masa y de rigidez estén aproximadamente alineados a un eje vertical.

Tomando como referencia la figura 2.1, llamemos  $m$  la masa total distribuida en la planta, CM el centro de masa y  $j = mr^2$  la inercia rotacional, donde  $r$  es el radio de giro inercial. La distribución de los elementos de la estructura establece dos ejes principales (X, Y) y la posición del centro de torsión CT. Además se admite movimiento de la masa solo en el plano horizontal, descrito por 2 traslaciones ( $u_x, u_y$ ) y una rotación de eje vertical ( $u_\theta$ ). Se puede observar que quedan definidas dos excentricidades nominales ( $e_x, e_y$ ) entre el CT y el CM. Cabe aclarar que cuando se tiene únicamente un solo nivel, el CM y el CC resulta ser el mismo punto.

## **2.5 EXCENTRICIDAD ESTÁTICA O ESTRUCTURAL**

En el rango de comportamiento elástico lineal de una estructura, la no coincidencia entre la resultante de la fuerza cortante sísmica actuante y la fuerza resistente de los entrepisos de un edificio, trae como consecuencia el acoplamiento entre las respuestas traslacionales y rotacionales de los sistemas de piso, a este fenómeno se le conoce como “Torsión Sísmica en Edificios”. Es importante cuantificar estos efectos de torsión para poderlos considerar en el diseño estructural.

Un edificio puede presentar asimetría debido a una distribución no uniforme de rigideces de sus elementos estructurales resistentes, a una distribución asimétrica de las masas de sus niveles, o simplemente por la geometría de las plantas y elevaciones. Un parámetro que generalmente es tomado en cuenta para medir la asimetría de un edificio, es la excentricidad

estática o estructural, que no es más que la distancia que hay entre el centro de torsión CT y el centro de cortante CC de un entrepiso (figura 2.5) y se puede expresar como:

$$e_{sxj} = X_{CCEj} - X_{CTEj} \quad (2.5.1)$$

$$e_{syj} = Y_{CCEj} - Y_{CTEj} \quad (2.5.2)$$

Donde:

$(X_{CCEj}, Y_{CCEj})$ : coordenadas del centro de cortante del entrepiso j

$(X_{CTEj}, Y_{CTEj})$ : coordenadas del centro de torsión del entrepiso j

$e_{sxj}$ : excentricidad estructural en la dirección “x”

$e_{syj}$ : excentricidad estructural en la dirección “y”

A partir de las posiciones de los centros de masas de los niveles del edificio, se pueden obtener las coordenadas del centro de cortante del entrepiso como:

$$X_{CCEj} = \sum_{j=1}^{NN} F_j X_{Nj} / V_j \quad (2.5.3)$$

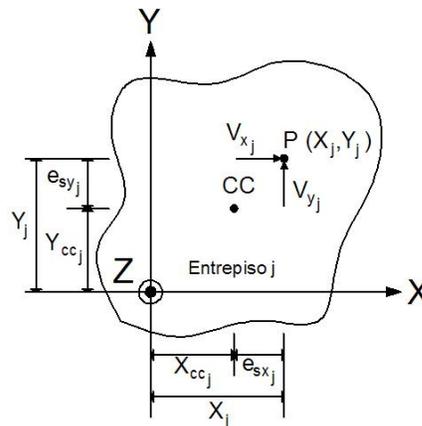
$$Y_{CCEj} = \sum_{j=1}^{NN} F_j Y_{Nj} / V_j \quad (2.5.4)$$

Donde:

$(X_{Nj}, Y_{Nj})$ : coordenadas del centro de masas del nivel j

$V_j$ : es el cortante en el entrepiso j

$F_j$ : es la fuerza sísmica que actúa en el nivel j



**Figura 2.5 Excentricidad estática o estructural de entrepiso**

## 2.6 EXCENTRICIDAD DE DISEÑO

Al hacer un análisis sísmico tridimensional de un edificio se toma en cuenta el acoplamiento entre los desplazamientos de traslación y los de rotación, asociados a la traslación y giro de los

diafragmas de los niveles. Para el análisis sísmico estático, el RCDF-2004 permite hacer el análisis considerando solo traslación de los niveles e incluye los efectos torsionantes mediante fuerzas cortantes adicionales derivadas de un momento torsionante calculado como el producto del cortante del entrepiso por una excentricidad de diseño, esta excentricidad de diseño incluye implícitamente efectos dinámicos y otro tipo de incertidumbres. En distintos códigos de diseño sísmico por torsión, estas excentricidades de diseño tienen la forma:

$$e_{d1} = \alpha e_s + \beta b \quad (2.6.1)$$

o bien

$$e_{d2} = \delta e_s - \beta b \quad (2.6.2)$$

Donde:

$e_s$ : es la excentricidad estática o estructural,

$b$ : es la máxima dimensión en planta del edificio, medida perpendicularmente a la acción del sismo,

$\alpha$  y  $\delta$ : consideran efectos de amplificación dinámica o en otras palabras, consideran las diferencias entre análisis estáticos y dinámicos, y

$\beta$ : es un coeficiente de torsión accidental que se pretende cubrir incertidumbres en rigideces, resistencias, masas, etc.

## 2.7 DEFINICIÓN DE CENTRO DE TORSIÓN

El centro de torsión CT de un edificio se define como el lugar geométrico en sus niveles o entrepisos, en el cual se debe de aplicar la fuerza en el nivel o la fuerza cortante sísmica, para que exista solamente traslación. Dicho de otro modo, el centro de torsión es el punto en el cual se ubica la resultante de las resistencias de un entrepiso cuando sólo existe traslación.

Es importante hacer notar que se debe manejar el concepto del CT como un concepto tridimensional, que es función de la geometría y rigidez de la estructura, así como de la distribución de las cargas laterales aplicadas a la misma.

## 2.8 EJE INSTANTÁNEO DE ROTACIÓN

Desde el punto de vista de la cinemática, el eje instantáneo de rotación se define como un eje sobre el cual rotan las partículas de un cuerpo rígido para un instante cualquiera, cuando este describe un movimiento en el plano Solar (1998). Se puede demostrar que bajo efectos rotacionales las partículas en dicho eje tienen velocidad nula, es decir, no experimentan desplazamiento. La ubicación del Eje Instantáneo de Rotación (EIR) utilizado en este planteamiento puede estimarse conociendo las direcciones de las velocidades de dos partículas del cuerpo rígido, en el instante de interés.

Para fines estructurales Chipol (2001) construyó a partir de los resultados arrojados por el programa de análisis CANNY – E, una matriz de rigidez de entrepiso que permitió calcular la posición del EIR. Esta matriz se obtuvo considerando el efecto de los tres grados de libertad por nivel y tiene la forma:

$$\begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{xy}] & [K_{x\theta}] \\ [K_{yx}] & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{\theta x}] & [K_{\theta y}] & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \quad (2.8.1)$$

Si los marcos son ortogonales, se cumple que  $K_{xy} = K_{yx} = 0$ .

Para la obtención del EIR, se definió como condición de análisis que los elementos de las matrices  $K_{\theta x}$  y  $K_{\theta y}$  fueran iguales a cero, es decir, los desplazamientos traslacionales por efecto de la rotación que experimenta un entrepiso son nulos. Con base en lo anterior y aplicando las expresiones empleadas para  $K_{\theta x}$  y  $K_{\theta y}$  en el análisis sísmico estático de edificios considerando marcos planos presentado por Chipol (2001), se pueden calcular, respectivamente, las coordenadas del EIR en X e Y.

Es importante mencionar que en el caso del análisis sísmico estático que se explica mas adelante, el CT y el EIR corresponden al mismo punto, sin embargo en el análisis dinámico, ya sea elástico o inelástico, ambos puntos tienen ubicaciones diferentes y cobra importancia el hecho de conocer únicamente la ubicación del EIR, ya que respecto a este punto se tiene que calcular el momento efectivo que produce la rotación de los niveles o entrepisos de un edificio.

## 2.9 MÉTODO MATRICIAL TRIDIMENSIONAL PARA DETERMINAR EL CENTRO DE TORSIÓN

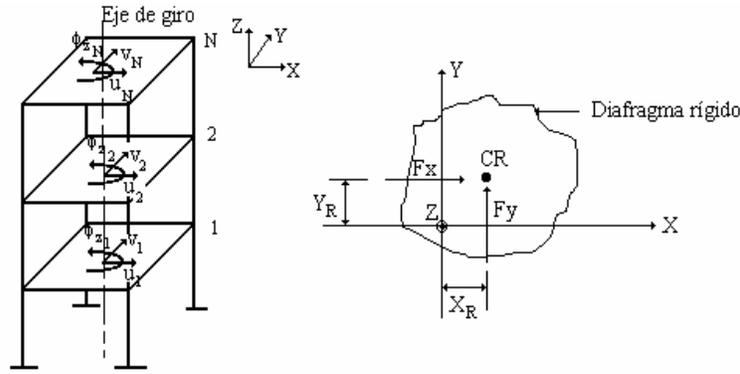
A continuación se presenta un método para determinar el centro de torsión de los niveles y/o entrepisos de un edificio, Damy y Alcocer (1987). Este método está basado en la definición del centro de torsión mencionada anteriormente, se parte de la ecuación de equilibrio del edificio y se obtienen sus coordenadas mediante el análisis de la estructura en dos direcciones ortogonales independientes, referidas a un sistema cartesiano derecho de dos dimensiones.

Para una dirección dada, se obtienen primeramente los desplazamientos laterales de la estructura que se generan al restringir el giro de los niveles. Posteriormente, se calculan los momentos necesarios para impedir que los niveles roten. Las coordenadas del CT se obtienen al dividir el momento entre la fuerza sísmica actuando en el nivel para cada dirección.

Se considera que la estructura está formada por un ensamble de marcos planos unidos mediante un diafragma de piso lo suficientemente rígido para poder estudiarlo contemplando únicamente tres grados de libertad que son dos traslaciones horizontales ortogonales ( $u$  y  $v$ ) y una rotación alrededor de un eje vertical perpendicular al plano del diafragma de piso ( $\phi$ ).

Si se considera la acción de una fuerza sísmica  $F$  actuando en los niveles del edificio, proyectada paralelamente al sistema de referencia, se obtienen dos componentes sísmicas  $F_x$  y  $F_y$ , figura 2.6. Estas componentes producen respecto al origen un momento que vale:

$$M_j = F_{yj} X_{CTNj} - F_{xj} Y_{CTNj} \quad (2.9.1)$$



**Figura 2.6 Edificio de N niveles con diafragma de piso rígido**

Por otro lado, la ecuación de equilibrio lateral de una estructura como la mostrada en la figura 2.6. se puede escribir como sigue:

$$\begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{xy}] & [K_{x\theta}] \\ [K_{yx}] & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{\theta x}] & [K_{\theta y}] & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{\theta\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F_x\} \\ \{F_y\} \\ \{M_z\} \end{bmatrix} \quad (2.9.2)$$

de manera resumida:

$$\{F\} = [K_G] \{d\} \quad (2.9.3)$$

Partiendo de esta ecuación y tomando como hipótesis que no hay rotación en los niveles del edificio, se pueden analizar de manera independiente las fuerzas sísmicas aplicadas. De este modo al aplicar las cargas en dirección “x”, se tiene:

$$\begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{xy}] & [K_{x\theta}] \\ [K_{yx}] & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{\theta x}] & [K_{\theta y}] & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{\theta = 0\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F_x\} \\ \{F_y\} \\ \{M_z\} = \{-F_x Y_{CTN}\} \end{bmatrix} \quad (2.9.4)$$

Haciendo las operaciones matriciales:

$$[K_{xx}] \{u\} + [K_{xy}] \{v\} = \{F_x\} \quad (2.9.5)$$

$$[K_{yx}] \{u\} + [K_{yy}] \{v\} = \{0\} \quad (2.9.6)$$

$$[K_{\theta x}] \{u\} + [K_{\theta y}] \{v\} = -[F_x] \{Y_{CTN}\} \quad (2.9.7)$$

Resolviendo las primeras dos ecuaciones, se obtienen los vectores de desplazamientos traslacionales  $\{u\}$  y  $\{v\}$ . Sustituyendo estos desplazamientos en la tercera ecuación, se puede

despejar el vector que contiene los valores de las ordenadas del centro de torsión  $\{Y_{CTN}\}$ , quedando como:

$$\{Y_{CTN}\} = -[F_x]^{-1} \left( [K_{\theta_x}] \{u\} + [K_{\theta_y}] \{v\} \right) \quad (2.9.8)$$

De manera análoga, cuando el sismo actúa en la dirección “y”, se puede obtener el vector que contiene los valores de las abcisas del centro de torsión, que es:

$$\{X_{CTN}\} = [F_y]^{-1} \left( [K_{\theta_x}] \{u\} + [K_{\theta_y}] \{v\} \right) \quad (2.9.9)$$

En las expresiones (2.9.8) y (2.9.9),  $[F_x]$  y  $[F_y]$  son matrices diagonales que contienen las fuerzas actuantes en los niveles del edificio, en “x” e “y”, respectivamente. Las coordenadas del centro de torsión están referidas al origen del sistema de referencia.

Se han determinado hasta el momento, las expresiones que permiten calcular las coordenadas del centro de torsión en edificios. Por estática se pueden obtener las coordenadas de los centros de torsión en los entrepisos, aplicando las siguientes expresiones:

$$X_{CTE j} = \sum_{j=1}^{NN} F_j X_{CTN j} / V_j \quad (2.9.10)$$

$$Y_{CTE j} = \sum_{j=1}^{NN} F_j Y_{CTN j} / V_j \quad (2.9.11)$$

Donde:

$NN$ ; es el número de entrepisos o niveles

$(X_{CTE j}, Y_{CTE j})$ : son las coordenadas del centro de torsión en el entrepiso  $j$

$(X_{CTN j}, Y_{CTN j})$ : son las coordenadas del centro de torsión en el nivel  $j$

$V_j$ : es el cortante en el entrepiso  $j$

$F_j$ : es la fuerza sísmica que actúa en el nivel  $j$

## 2.10 ANÁLISIS SÍSMICO ESTÁTICO

Entre otras modificaciones, en las NTCDS-2004 se establecieron nuevos límites que restringen la aplicación del método sísmico estático para analizar estructuras, estos límites son: para estructuras regulares, de altura no mayor de 30 m, y estructuras irregulares de no más de 20 m. Para edificios ubicados en la zona I, los límites anteriores se amplían a 40 m y 30 m, respectivamente.

Se pretende estimar las fuerzas cortantes en los diferentes entrepisos de una estructura, para ello, se supone un conjunto de fuerzas sísmicas horizontales actuando sobre cada uno de los puntos donde se supongan concentradas las masas, es decir, en el centro de masas, CM. Cada una de estas fuerzas se tomará igual al peso de la masa que corresponde, multiplicado por un

coeficiente proporcional a  $h$ , siendo  $h$  la altura de la masa en cuestión sobre el desplante como se indica en la ecuación 2.10.1. El coeficiente se tomará de tal manera que la relación  $V_0/W_0$  sea igual a  $c/Q'$  pero no menor que  $a_0$ , donde  $a_0$  es la ordenada espectral que corresponde a  $T = 0$  y  $c$  el coeficiente sísmico.  $a_0$  y  $c$  se determinan de la tabla 2.1, que se presenta en las NTCDS-2004 en su capítulo 3.

**Tabla 2.1 Valores de los parámetros para calcular los espectros de aceleraciones (Los periodos  $T_a$  y  $T_b$  están en segundos)**

Zona	$c$	$a_0$	$T_a$	$T_b$	$r$
I	0.16	0.04	0.20	1.35	1.00
II	0.32	0.08	0.20	1.35	1.33
III <sub>a</sub>	0.40	0.10	0.53	1.80	2.00
III <sub>b</sub>	0.45	0.11	0.85	3.00	2.00
III <sub>c</sub>	0.40	0.10	1.25	4.20	2.00
III <sub>d</sub>	0.30	0.10	0.85	4.20	2.00

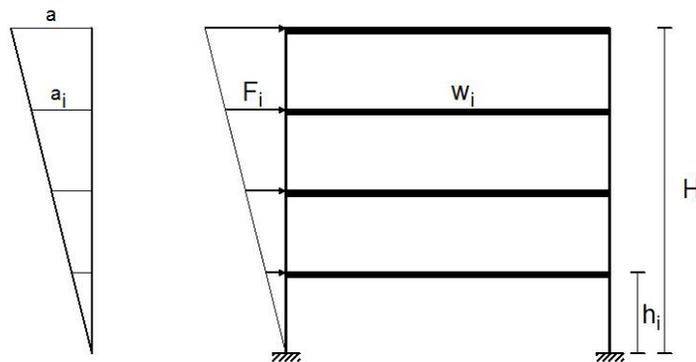
La fuerza lateral que actúa en el  $i$ -ésimo nivel,  $F_i$ , se puede calcular entonces como:

$$F_i = \frac{c}{Q'} W_i h_i \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} ; \frac{c}{Q'} \geq a_0 \quad (2.10.1)$$

Donde:

$W_i$  peso de la  $i$ -ésima masa; y

$h_i$  altura de la  $i$ -ésima masa sobre el desplante



**Figura 2.7 Fuerzas sísmicas estáticas en un edificio**

Las fuerzas cortantes calculadas según la sección anterior, podrán reducirse siempre y cuando se tome en cuenta el valor del periodo fundamental de vibración de la estructura  $T$ , para ello, este periodo se puede estimar como:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum W_i x_i^2}{g \sum F_i x_i}} \quad (2.10.2)$$

Donde:

$x_i$  es el desplazamiento del nivel  $i$ , relativo a la base de la estructura, en la dirección de la fuerza,

$g$  es la aceleración de la gravedad, y las sumatorias se llevan a todos los niveles.

Si  $T$  es menor o igual que  $T_b$ , se procederá a calcular las fuerzas sísmicas con la ecuación (2.10.1), pero de tal manera que la relación  $V_0/W_0$  sea igual a  $a/Q'$ , obteniéndose  $a$  de la tabla 2.1 y  $Q'$  se calcula como se especifica a continuación:

$$Q' = Q; \quad \text{si se desconoce } T, \text{ o si } T \geq T_a \quad (2.10.3)$$

$$Q' = 1 + \frac{T}{T_a}(Q - 1); \quad \text{si } T < T_a$$

$T$  se tomará igual al periodo fundamental de vibración de la estructura cuando se utilice el método estático, e igual al periodo natural de vibración del modo que se considere cuando se utilice el análisis dinámico modal;  $T_a$  es un periodo característico del espectro de diseño que se define en la sección (2.11.1).  $Q$  es el factor de comportamiento sísmico definido como se indica en las NTCDS-2004.

Este factor de reducción se emplea para el cálculo de las fuerzas sísmicas para análisis estático y de las obtenidas del análisis dinámico modal.

En el otro caso, si  $T$  es mayor que  $T_b$ , cada una de las fuerzas laterales se tomará igual a

$$F_i = W_i(k_1 h_i + k_2 h_i^2) \frac{a}{Q'} \quad (2.10.4)$$

Donde

$$k_1 = [1 - 0.5r(1 - q)] \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} \quad (2.10.5)$$

$$k_2 = 0.75r(1 - q) \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i^2} \quad (2.10.6)$$

$q$  se calcula como  $q = (T_b/T)^r$  y el valor de  $a$  no se tomará menor que  $a_0$ .

Para considerar efectos de torsión, en el método sísmico estático se calcula la excentricidad estática o estructural en cada entrepiso,  $e_s$ . Para fines de diseño, se calcula un momento torsionante, el cual, se tomará por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad de diseño que para cada marco o muro resulte más desfavorable de las expresiones (1) y (2).

Se deben hacer consideraciones de acuerdo a las NTCDS-2004 tales como que, la excentricidad de diseño no sea menor que la mitad del máximo valor de  $e_s$  calculado para los entrepisos que se hallan abajo del que se considera, ni se tomará el momento torsionante de ese entrepiso menor que la mitad del máximo calculado para los entrepisos que están arriba del considerado.

Además, en estructuras para las que el factor de comportamiento sísmico  $Q$  definido en el Capítulo 5 de las NTCDS-2004 sea mayor o igual a 3, en ningún entrepiso la excentricidad estática deberá exceder el 20 por ciento de la dimensión más grande de la planta medida perpendicularmente a la acción del sismo. Para estas estructuras en especial se considera que el efecto de la torsión se puede incrementar cuando alguno de sus elementos resistentes que contribuya significativamente a la rigidez de entrepiso entre en el rango de comportamiento no lineal o falle. Con la intención de disminuir este efecto, se pretende diseñar de tal manera que las resistencias de los elementos resistentes del entrepiso sean aproximadamente proporcionales a sus rigideces, estos elementos se deben de distribuir de una manera uniforme, es decir, si por ejemplo, en un lado la rigidez y resistencia son suministradas por columnas, en el lado opuesto también deben ser suministradas por columnas, o si de un lado por muros de concreto, en el opuesto también por muros de concreto.

Al hacer un análisis estático se deben de tomar en cuenta los efectos de ambos componentes horizontales del movimiento del terreno, éstos efectos se combinarán considerando el 100 por ciento de los efectos del componente que obra en una dirección determinada y el 30 por ciento de los efectos del que obra perpendicularmente a ella, con los signos que resulten más desfavorables para cada concepto.

Además en las NTCDS-2004 se especifican otras consideraciones para estructuras cuyas relaciones fuerza-deformación difieran en sentidos opuestos y que es importante tener en cuenta, aunque estas consideraciones escapan del alcance del presente trabajo.

## **2.11 ANÁLISIS DINÁMICOS**

En las NTCDS-2004 se aceptan como métodos de análisis dinámico el análisis modal espectral y el método denominado cálculo paso a paso de respuestas a sismos específicos, ambos métodos se describen brevemente a continuación.

### **2.11.1 Análisis modal**

Esté método plantea y resuelve la ecuación de movimiento de una estructura y de ahí se derivan los modos de vibrar, los periodos fundamentales, así como las frecuencias naturales de vibración. El equilibrio dinámico considera las fuerzas de inercia que son el producto de una matriz de masas por las aceleraciones de la misma, así como del suelo, las fuerzas de los elementos elásticos, que son el producto de la matriz de rigidez lateral por los desplazamientos laterales y las fuerzas de amortiguamiento viscoso que se pueden expresar como el producto de una matriz de amortiguamientos por las velocidades. Para cada masa o momento de inercia, la suma de todas las fuerzas o momento debe ser cero. De este modo se llega a la siguiente ecuación de equilibrio dinámico:

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + Ku = -M R \ddot{s}(t) \quad (2.11.1)$$

De lo anterior se deriva que para obtener las frecuencias de vibrar de sistemas estructurales se debe de resolver la ecuación:

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (2.11.2)$$

donde  $\omega$  representa las frecuencias naturales de vibración  $\omega = \sqrt{k/m}/2\pi$ . De ahí se obtienen los periodos de al estructura que no son más que el valor inverso de las frecuencias.

Para calcular las formas modales hay que introducir el valor de cada frecuencia en el siguiente sistema de ecuaciones indeterminado y resolverlo:

$$(K - \omega^2 M) \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (2.11.3)$$

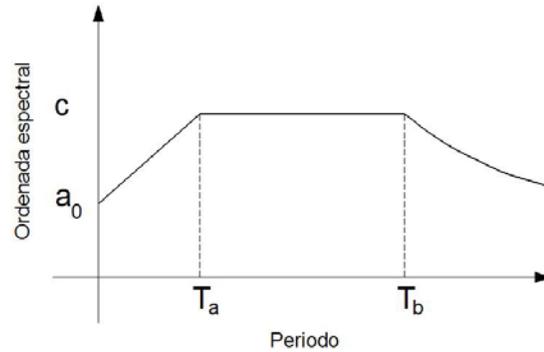
El análisis modal espectral implica el uso simultáneo de modos de vibración y espectros de diseño, los cuales representan la acción sísmica que actúa dinámicamente sobre la estructura. Estos espectros se construyen de la siguiente manera:

Se adopta como abscisa del espectro de pseudoaceleraciones para diseño sísmico, el periodo  $T$  en segundos y como ordenada el valor de  $a$ , que se expresa como fracción de la aceleración de la gravedad y se define como:

$$\begin{aligned} a &= a_0 + (c - a_0) \frac{T}{T_a}; & \text{si } T < T_a \\ a &= c; & \text{si } T_a \leq T \leq T_b \\ a &= qc; & \text{si } T > T_b \end{aligned} \quad (2.11.4)$$

donde:  $q = \left(\frac{T_b}{T}\right)^r$

Todos los parámetros involucrados en las expresiones anteriores se obtienen de la tabla 2.1 y la construcción del espectro queda como se muestra en la figura 2.8.



**Figura 2.8 Forma general de un espectro de diseño**

En las NTCDS-2004 se señala que cuando en el análisis modal se desprecie el acoplamiento entre los grados de libertad de traslación horizontal y de rotación con respecto a un eje vertical, deberá incluirse el efecto de la respuesta de todos los modos naturales de vibración con periodo mayor o igual a 0.4 segundos, sin embargo, en ningún caso podrán considerarse menos de los tres primeros modos de vibrar en cada dirección de análisis, salvo para estructuras de uno o dos niveles. Si en el análisis modal espectral se considera el acoplamiento mencionado, se debe incluir el efecto de los modos naturales que, ordenados según valores decrecientes de sus periodos de vibración, sean necesarios para que la suma de los pesos efectivos en cada dirección de análisis sea cuando menos el 90 por ciento del peso total de la estructura. Los pesos modales efectivos,  $W_{ei}$ , se determinan como:

$$W_{ei} = \frac{(\{\phi_i\}^T [W] \{J\})^2}{\{\phi_i\}^T [W] \{\phi_i\}} \quad (2.11.5)$$

donde:

$\{\phi_i\}$  es el vector de amplitudes del  $i$ -ésimo modo natural de vibrar de la estructura,

$[W]$  la matriz de pesos de las masas de la estructura, y

$\{J\}$  un vector formado con “unos” en las posiciones correspondientes a los grados de libertad de traslación en la dirección de análisis y “ceros” en las otras posiciones.

Las respuestas modales denominadas de manera general como  $S_i$  ya que se puede hablar de fuerza cortante, desplazamiento lateral, momento de volteo, u otras, se combinarán usando la regla de combinación que sea más adecuada de acuerdo con ciertas características propias de las mismas respuestas para calcular las respuestas totales  $S$  de acuerdo con la expresión (2.11.6).

$$S = \sqrt{\sum S_i^2} \quad (2.11.6)$$

Esta expresión se puede usar siempre y cuando los periodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos diez por ciento entre sí, para las respuestas en modos naturales que no cumplan con esta condición se tendrá en cuenta el acoplamiento entre ellos.

Para calcular la participación que tiene en la respuesta cada modo natural, en las fuerzas laterales que actúan sobre la estructura, se suponen las aceleraciones espectrales de diseño especificadas en la tabla 2.1, y se deberán reducir como se establece anteriormente.

Por otro lado, el efecto de la torsión accidental, se toma en cuenta trasladando transversalmente  $\pm 0.1b$  las fuerzas sísmicas resultantes para cada dirección de análisis; es importante considerar el mismo signo en todos los niveles.

### 2.11.2 Análisis paso a paso

Si para analizar la estructura se emplea el método de análisis llamado “paso a paso” se deben emplear acelerogramas de temblores reales o bien de movimientos simulados, incluso combinaciones de ambos; para ello se deben emplear no menos de cuatro movimientos representativos que sean independientes entre sí y cuyas intensidades sean compatibles con los criterios que se especifican en las NTCDS-2004 y que se tenga en cuenta el comportamiento no lineal de la estructura y las incertidumbres que haya con respecto a sus parámetros.

En este trabajo se utilizan datos obtenidos por Ortega (2001) quien empleo este tipo de análisis usando como excitación sísmica el registro de la estación de la SCT, del sismo del 19 de septiembre de 1985, ambas componentes de este registro se presentan en las figuras 2.9 y 2.10.

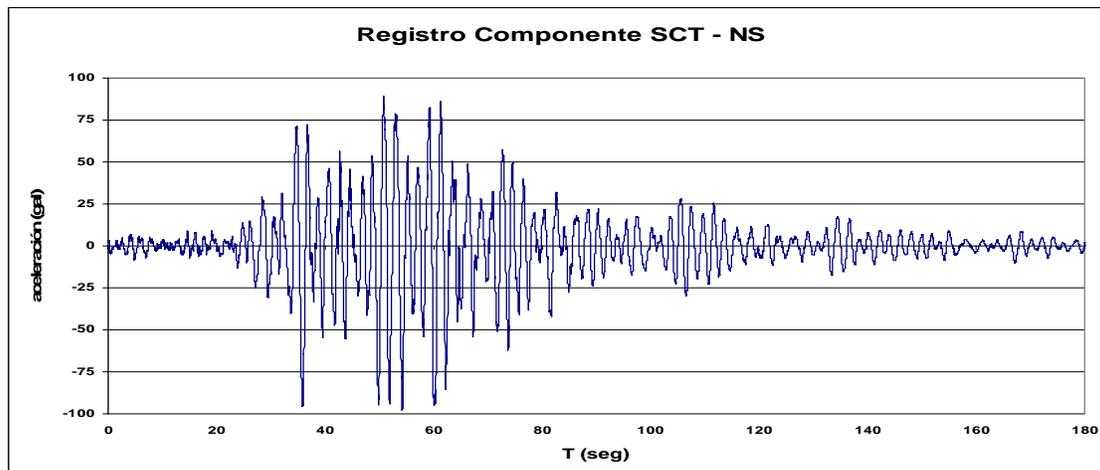


Figura 2.9 Componente sísmica NS del sismo del 19 de septiembre de 1985, estación SCT

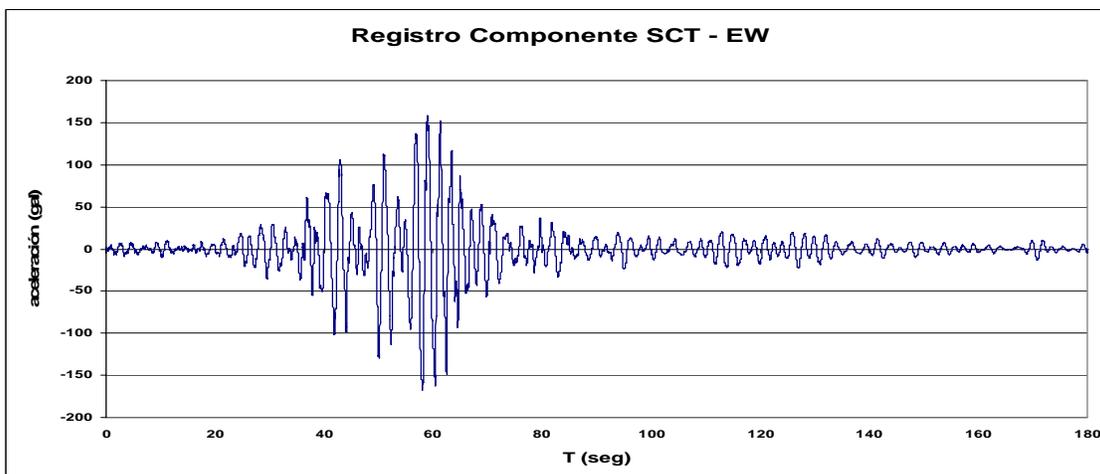


Figura 2.10 Componente sísmica EW del sismo del 19 de septiembre de 1985, estación SCT

Cualquiera de los análisis dinámicos que haya sido empleado, se debe hacer una revisión del cortante basal, de tal manera que si se encuentra que, en la dirección que se considera, la fuerza cortante basal  $V_0$  es menor que  $0.8 a W_0/Q'$ , se deben incrementar todas las fuerzas de diseño, en una proporción tal que el cortante basal  $V_0$  iguale a este valor;  $a$  y  $Q'$  se calculan para el periodo fundamental de la estructura en la dirección de análisis, como se indica en los Capítulos 3 y 4 de las NTCDS-2004. En ningún caso  $V_0$  se tomará menor que  $a_0 W_0$ .

Al hacer un análisis dinámico se deben considerar efectos bidireccionales ortogonales del movimiento del terreno, los cuales se combinarán como se especifica en relación con el método estático de análisis sísmico.

## 2.12 ANÁLISIS MODAL TRIDIMENSIONAL

En el análisis modal tridimensional de edificios comúnmente se considera a los sistemas de piso como diafragmas rígidos; la metodología requiere la obtención de las matrices de masas y rigideces, así como de modos de vibrar y factores de participación. Una vez obtenida esta información, el análisis sísmico espectral se efectúa de manera similar que en el caso de edificios de varios grados de libertad sin torsión en el cual se emplean los espectros de diseño estipulados en el RCDF-2004. Dicho de otro modo, la ecuación 2.12.1 que determina la participación del modo  $j$  al desplazamiento de la  $n$ -ésima masa sigue siendo válida, con la diferencia de que en este caso se aplica a dos desplazamientos horizontales ortogonales y al giro alrededor de un eje vertical de la masa en cuestión.

$$u_{nj \max} = A_j p_j z_{nj} / \omega_j^2 \quad (2.12.1)$$

Haciendo las mismas observaciones de igual forma son aplicables las expresiones 2.11.2 y 2.12.3 para las aceleraciones y fuerzas en la masa  $n$ , debidas al  $j$ -ésimo modo.

$$\ddot{u}_{nj \max} = A_j p_j z_{nj} \quad (2.12.2)$$

$$f_{nj \max} = m_n A_j p_j z_{nj} \quad (2.12.3)$$

Las aceleraciones del terreno existen sólo en la dirección de análisis, mientras que las de los pisos en general ocurren en las dos direcciones horizontales y tienen además una componente rotacional. Esto se tiene en cuenta mediante el vector  $R$  en la fórmula para calcular el coeficiente de participación del modo  $j$  cuando se emplean modos ortonormales, ecuación 2.12.4:

$$p_j = Z_j^T M R \quad (2.12.4)$$

También es apropiado mencionar que, aunque el modelo tridimensional del edificio incluye los elementos resistentes a cargas laterales en todas direcciones, al determinar cuál es el factor de comportamiento sísmico  $Q$  apropiado, deben considerarse solamente los sistemas resistentes en la dirección del movimiento del terreno. Es posible que el valor de  $Q$  difiera de una dirección a otra, por ejemplo, si en una dirección hay muros que son la base de la resistencia y en la otra dirección predominan los marcos.

A continuación se presentan los principales conceptos del análisis sísmico modal espectral, aplicados a un modelo de un nivel, mismos que se pueden extrapolar para el caso de edificios de varios pisos.

Primeramente se obtienen las matrices de rigideces y de masas, así como sus modos y periodos de vibración. Enseguida se calculan las masas modales generalizadas, como:

$$m^*_j = Z_j^T M Z_j \quad (2.12.5)$$

Para ortonormalizar los modos, los dividimos por la raíz cuadrada de su correspondiente  $m^*_j$ . Cuando se considera el sismo actuando en la dirección X, el vector R resulta ser:

$$R_x = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.12.6)$$

Con lo anterior, se tienen los elementos necesarios para determinar los factores de participación. A continuación se calculan las masas efectivas  $m'_j$  y se constata que la suma de ellas es igual a m.

Las aceleraciones y los desplazamientos en cada modo j valen:

$$\ddot{U}_j = p_j A_j Z_j \quad (2.12.7)$$

$$U_j = p_j A_j Z_j / \omega^2_j \quad (2.12.8)$$

Donde  $A_j$  es la ordenada del espectro de aceleraciones correspondientes al periodo j, en la dirección en que actúa el sismo, reducida por el comportamiento inelástico. Dividiendo entre el cuadrado de la frecuencia correspondiente se obtienen los desplazamientos asociados a los grados de libertad mencionados anteriormente.

Finalmente, las fuerzas cortantes y los momentos de torsión se pueden calcular multiplicando las matrices de rigideces por los respectivos desplazamientos, o las aceleraciones modales por la matriz de masas. Cuando se considera el sismo actuando en dirección Y, se debe usar el vector:

$$R_y = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.12.9)$$

Para poder aplicar este método en edificio de varios pisos se emplean vectores R de orden 3n, donde n es el número de niveles del edificio y los valores unitarios se asocian a la dirección del sismo y del número de niveles.

## 2.13 FACTORES INVOLUCRADOS EN EL COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE ESTRUCTURAS ASIMÉTRICAS

### 2.13.1 Diversos Parámetros Involucrados en el Comportamiento Elástico e Inelástico de Estructuras Asimétricas

Como ya se había mencionado antes, la respuesta sísmica torsional de las estructuras depende de muchos parámetros elásticos e inelásticos. Los que aparentemente tienen mayor influencia son: el nivel de excentricidad estructural ( $e_s$ ), el periodo desacoplado lateral de vibrar ( $T_x$  y  $T_y$ ), la relación que existe entre las frecuencias desacopladas torsional a lateral ( $\Omega$ ), la sobrerresistencia en la estructura, es decir, el cociente de resistencia real a resistencia nominal, la distribución de resistencias y/o rigideces en planta, entre otros.

Un parámetro importante a tomar en cuenta en el análisis por torsión es la Relación de frecuencias desacopladas torsional y traslacional, denominada como  $\Omega = \omega_\theta / \omega_t$ , donde  $i$  puede ser referido de acuerdo a un sistema cartesiano derecho al eje  $x$  o al eje  $y$ . Se llaman plantas torsionalmente rígidas a las de valores grandes de  $\Omega$ , y plantas torsionalmente flexibles a las de valores pequeños de  $\Omega$ .

Dentro de los parámetros elásticos, uno clave es la relación de frecuencias desacopladas  $\Omega$ , que se define como la relación entre la frecuencia desacoplada torsional ( $\omega_\theta$ ) y la frecuencia lateral desacoplada ( $\omega_t$ ). Dado que  $\omega = 2\pi / T$ , en términos de periodos  $\Omega$  es igual a:

$$\Omega = \frac{\omega_\theta}{\omega_t} = \frac{2\pi T_t}{2\pi T_\theta} = \frac{T_t}{T_\theta} \quad (2.13.1)$$

La forma en que intervienen en la respuesta, el grado en que lo hacen y la forma en que se relacionan entre sí es aún difícil de entender. Si  $\Omega > 1$ , la estructura es definida como “torsionalmente rígida”, esto es, su respuesta es principalmente traslacional, los valores de  $\Omega$  se deben a rigideces laterales elevadas de elementos estructurales cercanos al perímetro de la planta. Por el contrario, si  $\Omega < 1$ , la respuesta se ve afectada en gran medida por un comportamiento torsional, y la estructura se clasifica como “torsionalmente flexible”, donde los valores de  $\Omega$  son debidos a concentraciones de rigidez hacia el centro de las plantas. Se ha acostumbrado trazar la línea entre sistemas rígidos y flexibles torsionalmente, en  $\Omega = 1$ .

En los últimos años el comportamiento torsional inelástico de estructuras ha sido profundamente investigado. Los resultados numéricos de esas investigaciones han mostrado que la respuesta en el rango no lineal, además de los parámetros que influyen en la respuesta elástica, depende en gran parte de la distribución en planta de las resistencias entre los planos resistentes, y por lo tanto del código de diseño sísmico que se utilice, del nivel de sobrerresistencia proporcionado y de la excitación sísmica considerada, entre otras.

Algunas investigaciones con modelos de un nivel coinciden en que la excentricidad estructural tiene un efecto más grande en el rango de comportamiento no lineal que la relación de frecuencias desacopladas, y que la respuesta depende del nivel de fluencia y de las

características fuerza-desplazamiento de los elementos resistentes que lo forman, así como del número y distribución en planta de los mismos, del nivel de excitación relativo a la resistencia de fluencia del sistema y del contenido de frecuencias de la excitación, principalmente en periodos más allá del periodo elástico, Tso y Sadek (1985).

Sin embargo, otros investigadores han encontrado que la respuesta es fuertemente dependiente de la relación de frecuencias desacopladas torsional a lateral ( $\Omega$ ), de las dimensiones en planta (B y D) y del periodo fundamental de la estructura ( $T_x$  y  $T_y$ ), Shakib et. al. (1991).

Ayala et. al. (1991), han encontrado que los parámetros que tienen la mayor incertidumbre son los correspondientes a la excitación sísmica, la localización del centro de masas y los valores de resistencia y rigidez de los elementos estructurales. De los anteriores, las características de los movimientos sísmicos son los que probablemente tienen el mayor impacto en la respuesta estructural.

### **2.13.2 Incertidumbres en Rigideces**

Las rigideces nominales de los elementos estructurales que se usan en el análisis son diferentes a los valores reales y conducen a discrepancias de distribución de rigidez en planta. Esta incertidumbre es generada por diversos factores entre los que se pueden mencionar: incertidumbre en las propiedades del material y dimensiones reales del elemento, agrietamientos, contribución de rigidez de los elementos no estructurales, control de calidad y variabilidad en los métodos de fabricación, así como los modelos teóricos usados para calcular la rigidez de los elementos estructurales.

De la Llera y Chopra (1994) encontraron que una estructura con planta nominalmente simétrica puede poseer algún grado de asimetría y llegar a experimentar vibración torsional cuando ésta se vea sometida a movimientos del terreno puramente traslacionales, lo anterior debido posiblemente a las diferencias entre las rigideces reales y las calculadas de los elementos estructurales.

### **2.13.3 Efectos Rotacionales en la Base del Edificio**

Debido a la acción sísmica en la base de un edificio se puede generar un movimiento rotacional de la cimentación del edificio alrededor de un eje vertical como consecuencia de la variación espacial no uniforme del movimiento del terreno. Esta variabilidad, se le atribuye principalmente a dos efectos: a la propagación de las ondas y a la incoherencia del movimiento del terreno. El primero se refiere a que diferentes puntos de la superficie del terreno son excitados de manera distinta debido a un retraso o defasamiento de las ondas sísmicas. El segundo de ellos implica que diferentes puntos del terreno experimentan movimientos con diferentes amplitudes y características de la fase, debido a la llegada de ondas de diferentes partes de una fuente sísmica de gran extensión, reflexiones y refracciones de ondas alrededor de la cimentación de la estructura, o a los cambios que se producen en las ondas cuando viajan de la fuente de excitación a la estructura a través de caminos con diferentes propiedades físicas.

Según resultados obtenidos por De la Llera y Chopra (1994), la excentricidad accidental ( $e_a$ ) es mayor cuando un edificio que experimenta rotación en su base, tiene un periodo de vibración

T corto y un valor de relación de frecuencias  $\Omega$  pequeño. De hecho el cociente  $e_a/b$ , entendiéndose por b como la máxima dimensión en planta medida en el mismo sentido de  $e_a$ , alcanza un valor máximo de 7%, cuando T es cercano a 0.1 seg., este valor decrece rápidamente conforme se incrementa el valor de T y está por debajo de 2% cuando  $T > 0.5$  seg., independientemente del valor de  $\Omega$ . Los valores calculados de excentricidad accidental fueron mucho más pequeños que los valores establecidos en algunos códigos (entre 0.05b y 0.1b), excepto para los sistemas con dimensiones en planta grandes, es decir,  $b > 50$  m.

En resumen los parámetros elásticos e inelásticos que se ha encontrado tienen más influencia en el comportamiento sísmico torsional son los siguientes:

- Excitación sísmica
- Distribución de rigidez y/o resistencia en planta
- Excentricidad estática
- Periodo fundamental de vibrar
- Relación de frecuencias desacopladas
- Relación de aspecto de la planta
- Sobrerresistencia

## CAPÍTULO 3

### DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

#### 3.1 MODELOS DE EDIFICIOS ESTUDIADOS

Los modelos de edificios que se toman como base en este trabajo fueron estudiados por Ortega (2001). Se estudian en total 3 grupos de edificios con diferente número de niveles, figura 3.1, para los que se consideran casos simétricos y asimétricos; estos últimos son producidos por distribución asimétrica de masas y de rigideces. En total se estudian 12 modelos, los cuales se definen por simplicidad y para hacer referencia a ellos de la siguiente manera:

Mi – M10	Modelo de $i$ niveles, excéntrico en masas; 0.10b
Mi – M20	Modelo de $i$ niveles, excéntrico en masas; 0.20b
Mi – R10	Modelo de $i$ niveles, excéntrico en rigideces; 1 muro en cada dirección
Mi – R20	Modelo de $i$ niveles, excéntrico en rigideces; 2 muros en cada dirección

Donde  $i = 4, 8, \text{ y } 15$  niveles.

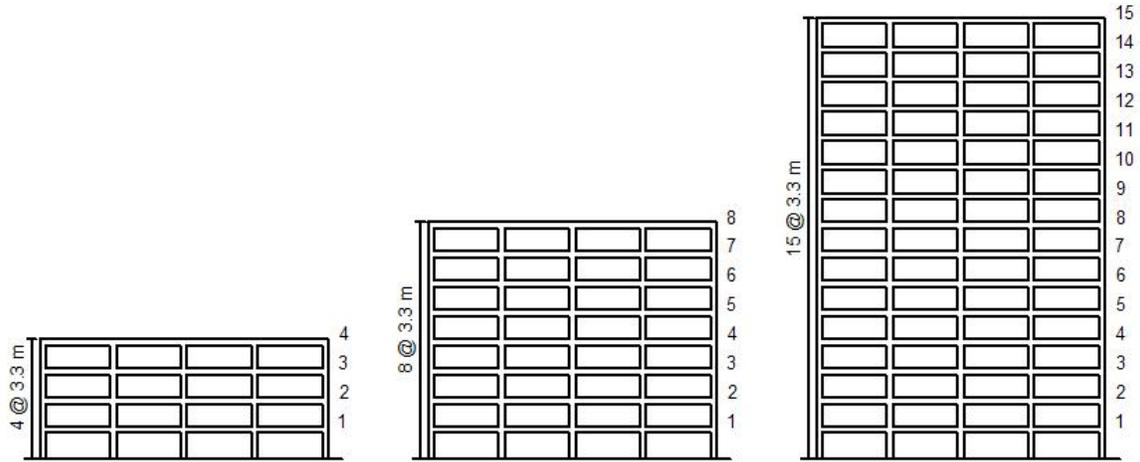
Estos modelos se consideran representativos de edificios bajos, medianos y altos existentes en la ciudad de México. En la figura 3.1 se muestra la elevación de los distintos modelos de edificios en estudio, en donde la altura de entrepiso en todos los casos se tomó de 3.3 m.

El hecho de proponer modelos de edificios con diferente número de niveles, con distintos valores de periodo fundamental de vibración y con una relación de aspecto en planta diferente a uno, es con la intención de poder estudiar modelos que presenten variedad en su configuración geométrica y estructural, para poder estudiar su comportamiento ante eventos sísmicos, particularmente los efectos de amplificación torsional que se presentan en los distintos niveles.

En el caso de los modelos cuya asimetría se debe a distribuciones en planta no uniformes de masas, simplemente se mueve el centro de masas de cada nivel respecto del centro geométrico del mismo, manteniéndose estas excentricidades constantes en todos los niveles de los modelos. Se estudiaron para cada grupo de edificios, dos casos en que el valor de la excentricidad es de 0.10b y 0.20b. El centro de torsión se mantuvo en el centro geométrico debido a que se consideró distribución uniforme en cuanto a rigideces, figura 3.2.

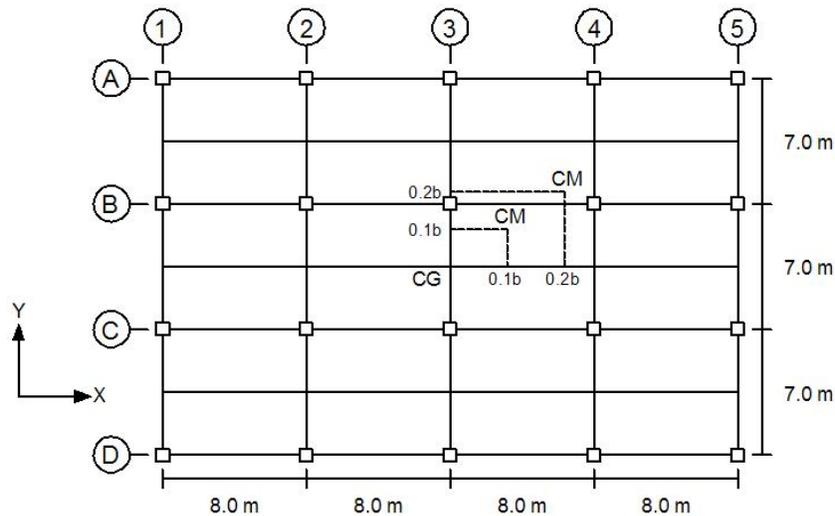
En los modelos asimétricos en rigideces, la excentricidad en rigidez se proporcionó mediante la colocación de muros, con lo cual se lograron diferentes niveles de asimetría en rigideces en cada dirección de análisis. Se intentó que los niveles de excentricidad estructural alcanzados fueran equivalentes a los producidos por la asimetría en masas. Debido a que la ubicación del centro de torsión varía con la altura del edificio Chipol (2001), se llevaron a cabo algunos análisis previos para determinar el grado de asimetría estructural, así como el número de muros requeridos para alcanzar los niveles de excentricidad en planta. Lo anterior se hizo con el objeto de ver la tendencia del centro de torsión al ser modificado por la variación del número de muros. Con el objetivo de lograr la asimetría buscada, en este caso, se tomó el promedio de la asimetría en todos los entrepisos. Finalmente se tomó, para todos los modelos excéntricos

en rigideces, dos casos para cada grupo, uno con un solo muro de esquina en cada dirección de análisis, y otro con dos muros en la misma ubicación. En estos modelos, la distribución de masas se conservó uniforme en todos los niveles y su centro se ubicó en el centro geométrico de la planta, figuras 3.3 y 3.4.



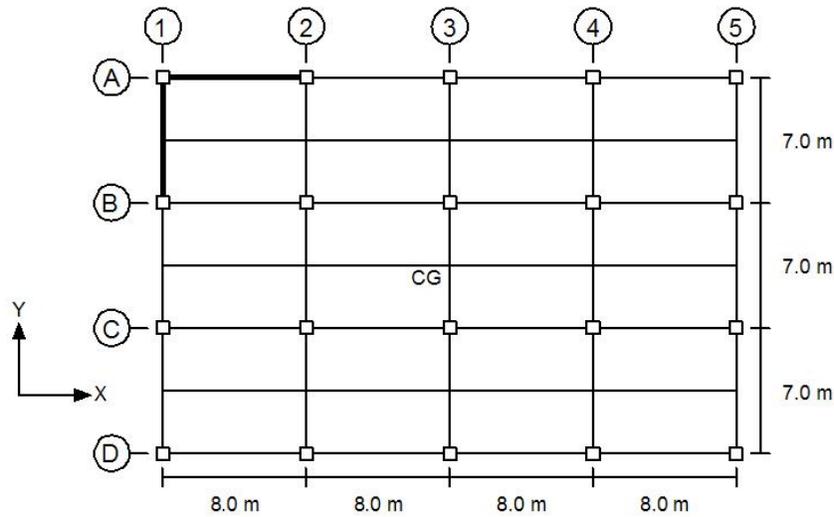
**Figura 3.1 Elevación de los edificios estudiados**

Los modelos de edificios, están formados a base de marcos de concreto reforzado y tienen una relación de aspecto en planta de aproximadamente 1.5. La planta tipo de estos modelos tiene tres crujeas de 7.0 m. en sentido transversal (dirección Y) y cuatro en el longitudinal de 8 m. (dirección X), cuenta con traveses secundarios en el sentido longitudinal al centro de las crujeas de 7 m. En la figura 3.2 se muestra la planta tipo de los modelos de edificios y las posiciones de los centros de masas para cada caso de asimetría.

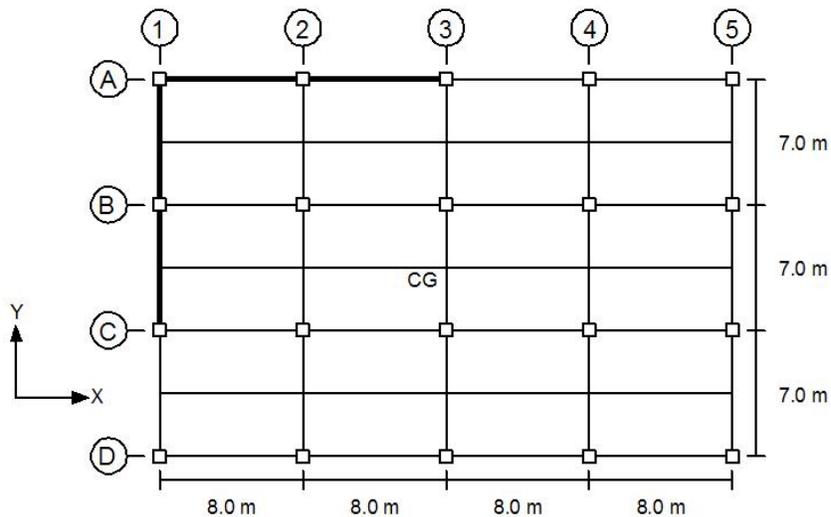


**Figura 3.2 Planta de modelos excéntricos en masas**

En las figuras 3.3 y 3.4 se muestran la planta tipo de los modelos de edificios excéntricos en rigideces con uno y dos muros, respectivamente.



**Figura 3.3 Planta de modelos excéntricos en rigideces, 1 muro en cada dirección**



**Figura 3.4 Planta de modelos excéntricos en rigideces, 2 muros en cada dirección**

## 3.2 CONSIDERACIONES EN EL ANÁLISIS Y DISEÑO

### 3.2.1 Materiales

El concreto considerado en el diseño de los edificios de concreto reforzado es de Clase I, con las siguientes propiedades:

- Módulo de elasticidad  $E_c = 221\,359 \text{ kg/cm}^2$
- Resistencia a la compresión  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$
- Peso volumétrico  $\gamma_c = 2\,400 \text{ kg/m}^3$

- Módulo de cortante  $G = 92\,233\text{ kg/cm}^2$ , que corresponde a un módulo de Poisson  $\nu = 0.2$ .

Las propiedades del acero de refuerzo consideradas son:

- Esfuerzo a la fluencia  $f_y = 4\,200\text{ kg/cm}^2$
- Módulo de elasticidad  $E = 2\,000\,000\text{ kg/cm}^2$

### 3.2.2 Análisis y Combinaciones de Carga

Se asume que los edificios serán destinados para el uso de oficinas, por lo tanto se consideran del grupo B, y ubicados en la zona III, con base en la zonificación geotécnica de la Ciudad de México que establece el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal 2004. Se estimaron los pesos de los niveles intermedios y de la azotea de los edificios como se indica en las tablas 3.1 y 3.2, respectivamente.

**Tabla 3.1 Cargas muertas consideradas para los niveles intermedios**

Cargas	Peso (kg/m <sup>2</sup> )
Losa de 12 cm. de espesor	288
Pisos	65
Mortero	52
Falso plafón	30
Muros	100
Carga adicional (NTC - SCADEE)	40
<b>Total cargas muertas</b>	<b>575</b>

**Tabla 3.2 Cargas muertas consideradas para la azotea**

Cargas	Peso (kg/m <sup>2</sup> )
Losa de 12 cm. de espesor	288
Relleno para dar pendientes	100
Impermeabilizante	65
Falso plafón	30
Carga adicional (NTC - SCADEE)	40
<b>Total cargas muertas</b>	<b>523</b>

Las cargas vivas que se utilizaron en el análisis se presentan en la tabla 3.3.

**Tabla 3.3 Cargas vivas consideradas**

Nivel	Cargas vivas (kg/m <sup>2</sup> )	
	Gravitacionales	Sismo
Azotea	100	70
Intermedio	250	100

Conforme al Título VI del RCDF – 2004 las acciones a las que va a estar sometida una estructura y las resistencias de los elementos estructurales de ésta se deben afectar por un factor de carga (FC) y un factor de resistencia (FR), respectivamente, que son los siguientes:

#### Factores de Carga

- 1.4, para combinaciones de cargas permanentes y variables (Carga Muerta + Carga Viva)
- 1.1, para combinaciones de cargas permanentes, variables y accidentales (Carga Muerta + Carga Viva + Sismo)

#### Factores de Resistencia

- 0.9, para flexión
- 0.7 y 0.8, para cortante
- 0.8, para torsión

Los modelos de edificios estudiados en el presente trabajo se analizaron elásticamente, con ayuda del programa SAP2000, empleando el método sísmico estático y el dinámico modal espectral, y se seleccionó el caso en que las condiciones de trabajo de la estructura fueran más críticas.

Se consideró el peso de columnas, trabes principales, trabes secundarias y en su caso los muros para el cálculo de las fuerzas sísmicas y masas por nivel. Para el caso de la azotea se consideró sólo la mitad del peso de las columnas del piso inferior y en los niveles intermedios se consideró la altura total.

A continuación se presenta de manera ilustrativa el cálculo de las fuerzas sísmicas que actuarían estáticamente en los niveles, así como de las fuerzas cortantes estáticas que actuarían en los entresijos de los modelos simétricos correspondientes a los edificios de 4, 8 y 15 niveles, tablas 3.4, 3.5 y 3.6. Es claro que, estas acciones son distintas para el caso de los modelos asimétricos en rigideces.

**Tabla 3.4 Fuerzas sísmicas, modelo simétrico de 4 niveles**

Nivel	Wi (Ton)	hi (m)	Wi*hi	Fi (Ton)	Vi (Ton)
4	589.296	13.20	7778.71	96.34	
					96.34
3	683.208	9.90	6763.76	83.77	
					180.12
2	683.208	6.60	4509.17	55.85	
					235.97
1	683.208	3.30	2254.59	27.92	
					263.89
<b>Suma</b>	<b>2638.92</b>		<b>21306.23</b>		

**Tabla 3.5 Fuerzas sísmicas, modelo simétrico de 8 niveles**

Nivel	Wi (Ton)	hi (m)	Wi*hi	Fi (Ton)	Vi (Ton)
8	662.688	26.40	17494.96	119.44	
					119.44
7	768.480	23.10	17751.89	121.19	
					240.63
6	768.480	19.80	15215.90	103.88	
					344.51
5	768.480	16.50	12679.92	86.57	
					431.07
4	768.480	13.20	10143.94	69.25	
					500.33
3	768.480	9.90	7607.95	51.94	
					552.27
2	768.480	6.60	5071.97	34.63	
					586.89
1	768.480	3.30	2535.98	17.31	
					604.20
<b>Suma</b>	<b>6042.05</b>		<b>88502.52</b>		

**Tabla 3.6 Fuerzas sísmicas, modelo simétrico de 15 niveles**

Nivel	Wi (Ton)	hi (m)	Wi*hi	Fi (Ton)	Vi (Ton)
15	735.936	49.50	36428.83	141.52	
					141.52
14	870.240	46.20	40205.09	156.19	
					297.71
13	870.240	42.90	37333.30	145.03	
					442.74
12	870.240	39.60	34461.50	133.88	
					576.62
11	870.240	36.30	31589.71	122.72	
					699.34
10	903.504	33.00	29815.63	115.83	
					815.17
9	903.504	29.70	26834.07	104.25	
					919.42
8	903.504	26.40	23852.51	92.66	
					1012.08
7	903.504	23.10	20870.94	81.08	
					1093.16
6	903.504	19.80	17889.38	69.50	
					1162.66
5	939.936	16.50	15508.94	60.25	
					1222.91
4	939.936	13.20	12407.16	48.20	

					1271.11
3	939.936	9.90	9305.37	36.15	1307.26
2	939.936	6.60	6203.58	24.10	1331.36
1	939.936	3.30	3101.79	12.05	1343.41
<b>Suma</b>	<b>13434.10</b>		<b>345807.79</b>		

Las masas traslacionales y rotacionales de cada uno de los niveles de los modelos de edificios asimétricos en masas, se presentan en las tablas 3.7 a 3.9. y en las tablas 3.10 a 3.15 las correspondientes a los modelos asimétricos en rigideces.

**Tabla 3.7 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en masas de 4 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
4	60.07	60.07	122.08	7333.66
1 al 3	69.64	69.64	122.08	8502.38

**Tabla 3.8 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en masas de 8 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
8	67.55	67.55	122.08	8247.01
1 al 7	78.34	78.34	122.08	9563.57

**Tabla 3.9 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en masas de 15 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
15	75.02	75.02	122.08	9158.56
11 a 14	88.71	88.71	122.08	10829.95
6 a 10	92.10	92.10	122.08	11243.91
1 a 5	95.81	95.81	122.08	11697.30

**Tabla 3.10 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 1 muro en cada dirección, 4 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
4	60.27	60.27	122.08	7357.85
1 al 3	70.81	70.81	122.08	8644.84

**Tabla 3.11 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 1 muro en cada dirección, 8 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
8	67.35	67.35	122.08	8221.92
1 al 7	79.10	79.10	122.08	9656.75

**Tabla 3.12 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 1 muro en cada dirección, 15 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
15	74.52	74.52	122.08	9097.64
11 a 14	89.18	89.18	122.08	10887.29
6 a 10	92.57	92.57	122.08	11301.26
1 a 5	96.77	96.77	122.08	11813.78

**Tabla 3.13 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 2 muros en cada dirección, 4 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
4	60.47	60.47	122.08	7382.05
1 al 3	71.98	71.98	122.08	8787.31

**Tabla 3.14 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 2 muros en cada dirección, 8 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
8	67.14	67.14	122.08	8196.83
1 al 7	79.86	79.86	122.08	9749.94

**Tabla 3.15 Masas traslacionales y rotacionales, modelos asimétricos en rigideces con 2 muros en cada dirección, 15 niveles**

Nivel	Masa tras X (Ton s <sup>2</sup> /m)	Masa tras Y (Ton s <sup>2</sup> /m)	J (m <sup>2</sup> )	Masa rot (Ton s <sup>2</sup> m)
15	74.02	74.02	122.08	9036.71
11 a 14	89.65	89.65	122.08	10994.64
6 a 10	93.04	93.04	122.08	11358.60
1 a 5	97.72	97.72	122.08	11930.27

Para modelar el movimiento de terreno sobre el que se encuentra desplazado el edificio, se han considerado dos direcciones principales ortogonales, para el caso de los análisis inelásticos éstas se combinaron con el 100% del sismo actuando en una dirección principal de análisis y 30% del sismo actuando perpendicularmente a ella, identificando la condición que resulte más desfavorable. Las combinaciones así como los factores de carga que se utilizaron se enlistan a continuación.

- $1.4CM + 1.4CV_{máx}$
- $1.1CM + 1.1CV_{ins} + 1.1S_x + 0.33S_y$
- $1.1CM + 1.1CV_{ins} - 1.1S_x + 0.33S_y$
- $1.1CM + 1.1CV_{ins} + 0.33S_x + 1.1S_y$
- $1.1CM + 1.1CV_{ins} - 0.33S_x + 1.1S_y$
- $1.1CM + 1.1CV_{ins} + 1.1S_x - 0.33S_y$
- $1.1CM + 1.1CV_{ins} - 1.1S_x - 0.33S_y$
- $1.1CM + 1.1CV_{ins} + 0.33S_x - 1.1S_y$
- $1.1CM + 1.1CV_{ins} - 0.33S_x - 1.1S_y$

Donde:

$CM$  : Carga muerta gravitacional

$CV_{m\acute{a}x}$  : Carga viva máxima

$CV_{ins}$  : Carga viva instantánea

$S_x$  : Sismo en la direcci3n x

$S_y$  : Sismo en la direcci3n y

Para el análisis elástico de los modelos se consideraron de igual forma dos direcciones principales ortogonales pero desacopladas ya que así lo permite el análisis dinámico y se ha empleado otro método para estimar el factor de amplificaci3n dinámica como que explica más adelante en el capítulo 4 de este trabajo, sin embargo, también se ha identificado la condici3n más desfavorable para cada caso.

### 3.3 DISEÑO DE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES

En la tablas 3.16 a 3.18 se presentan las características geométricas de los elementos estructurales en base a los resultados del análisis y de acuerdo con las especificaciones del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal 2004.

**Tabla 3.16 Dimensiones de los elementos estructurales para edificios de 4 niveles**

Nivel	Columnas (cm)	Trabes principales (cm)	Trabes secundarias (cm)	Muros (cm)
1 al 4	70 X 70	70 X 30	60 X 25	16

**Tabla 3.17 Dimensiones de los elementos estructurales para edificios de 8 niveles**

Nivel	Columnas (cm)	Trabes principales (cm)	Trabes secundarias (cm)	Muros (cm)
1 al 8	80 X 80	80 X 40	60 X 25	16

**Tabla 3.18 Dimensiones de los elementos estructurales para edificios de 15 niveles**

Nivel	Columnas (cm)	Trabes principales (cm)	Trabes secundarias (cm)	Muros (cm)
1 al 5	120 X 120	100 X 40	60 X 25	20
6 al 10	110 X 110	100 X 40	60 X 25	16
11 al 15	100 X 100	100 X 40	60 X 25	16

En relaci3n a los análisis inelásticos, éstos fueron realizados por Ortega (2001) empleando el programa CANNY – E. Para ello se realiz3 un análisis paso a paso considerando los registros de la SCT del sismo del 19 de septiembre de 1985.

## CAPÍTULO 4

### EVALUACIÓN DE LA AMPLIFICACIÓN DINÁMICA EN EDIFICIOS

#### 4.1 HIPÓTESIS Y CONSIDERACIONES

En la modelación de los edificios estudiados en el presente trabajo se han hecho varias hipótesis y consideraciones, entre otras, a continuación se mencionan las más importantes.

- Se ha despreciado la Interacción Suelo – Estructura.
- Los sistemas de piso se han considerado que trabajan como diafragmas de piso rígidos en su plano, lo suficiente como para poder así hacer el análisis teniendo en cuenta tres grados de libertad por piso que son dos traslaciones ortogonales en el plano horizontal y una rotación alrededor de un eje vertical.
- Para el cálculo de diversos factores que participan en el comportamiento sísmico de edificios, se han tomado como referencia, las recomendaciones de diseño estipuladas en el RCDF2004 y sus Normas Técnicas Complementarias.
- Para hacer el análisis dinámico modal espectral de los modelos de edificios, así como el cálculo de los centros de torsión se ha utilizando el programa de análisis estructural SAP2000 (Structural Analysis Program), Computers & Structures, Inc. (CSI).

#### 4.2 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE AMPLIFICACIÓN DINÁMICA

Con base en los resultados de análisis elásticos e inelásticos, a continuación se describe la metodología empleada para estimar la amplificación dinámica en cada caso.

##### 4.2.1 Modelos Análizados Elásticamente

La literatura reporta, Bazán y Meli (2000), que al realizar un análisis modal tridimensional de un edificio sensiblemente simétrico se obtienen prácticamente las mismas fuerzas cortantes que con un análisis modal unidimensional en las respectivas direcciones X e Y. Para lograr los objetivos planteados en este trabajo, se usaron modelos tridimensionales de los cuales es posible obtener directamente los momentos torsionantes en cada entrepiso requeridos para calcular las excentricidades dinámicas  $e_d$ , ec. (4.1). El cálculo del momento torsionante se realiza respecto al centro de masa, a partir de las fuerzas cortantes en los diferentes planos resistentes, que se obtuvieron del análisis en cada una de las direcciones principales.

$$e_d = M_d/V_d \quad (4.1)$$

Por otro lado, existe una excentricidad estática, la cual ya se definió en el capítulo 2 y que también puede obtenerse mediante el cociente entre el momento torsionante estático del entrepiso y su respectiva fuerza cortante.

Una vez calculado el momento dinámico  $M_d$  con respecto al centro de masa y considerando la acción del sismo en forma desacoplada, es decir, primero en dirección “x” y luego en dirección “y”, se podrá evaluar la excentricidad dinámica en ambas direcciones, en función del cortante dinámico  $V_d$  obtenido mediante la suma de los cortantes de los ejes paralelos a la línea de acción del sismo considerada con la siguiente expresión:

$$\alpha = (e_s + e_d) / e_s \quad (4.2)$$

La ecuación anterior permite calcular los Factores de Amplificación Dinámica (FAD) respecto a la excentricidad estática, Bazán y Meli (2000). Es de interés mencionar que la ec. 4.2 no aplica para sistemas simétricos.

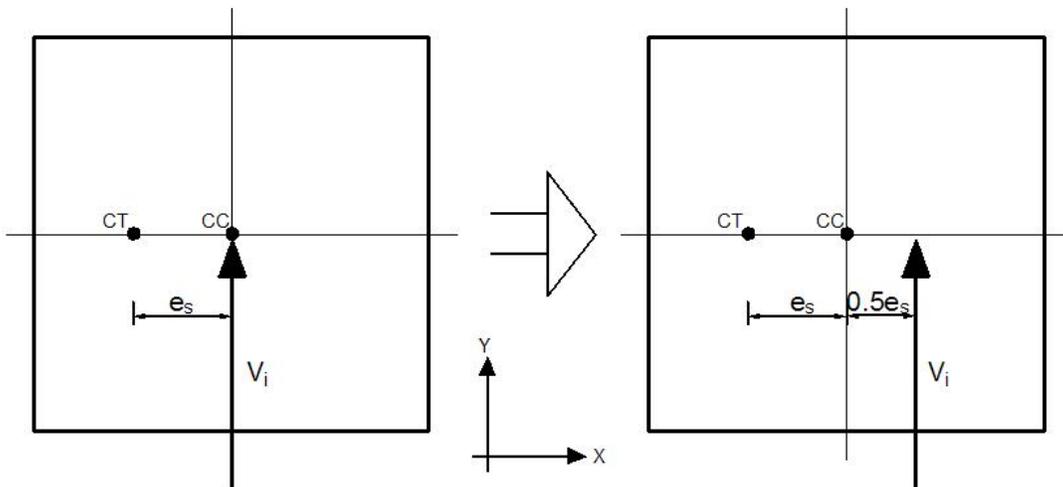
En la Normatividad Mexicana de la ecuación para calcular la excentricidad de diseño (ec. 2.6.1)  $\alpha = 1.5$ . Despreciando por el momento los efectos accidentales para modificar el valor de la excentricidad estática se llega a la siguiente expresión:

$$e_{d1} = 1.5e_s \quad (4.3)$$

Que también se puede escribir como:

$$e_{d1} = \frac{e_s + e_d}{e_s} e_s \quad (4.4)$$

De donde se puede ver claramente que para que las ecs. 4.3 y 4.4 sean iguales necesariamente  $e_d = 0.5e_s$ . Como un caso particular puede presentarse  $e_d = 0$ , sustituyendo este valor en la ec. 4.2 indicaría que  $\alpha = 1.0$ , es decir, que no hay amplificación dinámica.



**Figura 4.1 Modificación de la posición de la fuerza cortante en el entrepiso i**

Analíticamente, el manejo de las ecs. 4.3 y 4.4 puede interpretarse como la modificación de la posición en donde actuaría la fuerza cortante sísmica de  $e_s$  a  $1.5e_s$  con respecto al CT, o dicho de otra manera, se incrementa la excentricidad estática en un 50%, figura 4.1.

En ocasiones, los valores del FAD pueden resultar elevados, sin embargo se ha visto que esto ocurre para ciertos grados de asimetría en planta de la estructura y cuando las fuerzas cortantes se distribuyen de tal forma que la excentricidad dinámica resulta sensiblemente mayor a la excentricidad estática.

Comúnmente en los criterios de combinación de respuestas modales se pierde el signo de la respuesta combinada, aunque para ciertos parámetros esto resulta irrelevante ya que el signo es obvio o sin trascendencia, en otros casos el signo es parte importante de la respuesta correcta. Es de interés el signo del momento torsionante con respecto al de la fuerza cortante, ya que el cociente de estos dos valores define, como se mencionó anteriormente, el valor de la excentricidad dinámica. Sin embargo, en general es aceptable considerar que las fuerzas cortantes y momentos torsionantes tienen el signo que les toca en el modo que más contribuye al valor combinado. De acuerdo con el análisis modal unidimensional, en estructuras regulares como los edificios estudiados en este trabajo, se considera que un criterio congruente para definir el signo de las excentricidades dinámicas y por lo tanto de los momentos torsionantes dinámicos, es asignarles el signo de las respectivas excentricidades estáticas.

En general las excentricidades dinámicas tienen magnitudes diferentes de las estáticas, y no se puede concluir directamente cuáles son más o menos conservadoras, si se tiene presente que las torsiones sísmicas son desfavorables para ciertos elementos resistentes y benéficas para otros, dependiendo básicamente de su posición en planta y del signo de la excentricidad de diseño.

#### 4.2.2 Modelos Analizados Inelásticamente

Cuando se lleva a cabo un análisis dinámico, ya sea elástico o inelástico, por efecto de la vibración torsional aparece un momento adicional al generado por las fuerzas sísmicas en cada nivel, este momento se define como momento dinámico total. Entonces en cada entrepiso se produce un momento torsionante efectivo que se calcula a partir de la ubicación de un eje instantáneo de rotación EIR de cada entrepiso, definido en el Capítulo 2. Tomando los resultados de análisis inelásticos realizados a diferentes modelos Chipol (2001) y Ortega (2001) en el presente trabajo, se analizan los valores de momentos dinámicos totales y momentos torsionantes efectivos en los entrepisos 1 y 3 para los modelos de 4 niveles, los de los entrepisos 1, 3 y 8 para los modelos de 8 niveles y los de los entrepisos 1, 3 y 15 para los modelos de 15 niveles. La selección de estos entrepisos se basó en las observaciones realizadas sobre el comportamiento de la asimetría estructural en modelos elásticos.

En el capítulo 5 se presentan los valores calculados de factores inelásticos de amplificación dinámica para los modelos asimétricos tanto en masas como en rigideces, los cuales se calculan dividiendo el valor del momento torsionante efectivo más crítico obtenido del análisis dinámico paso a paso, entre el momento estático calculado sin reducir los cortantes estáticos por el valor de  $Q'$  y considerando nuevamente las condiciones más críticas de análisis cuando actúan dos componentes ortogonales simultáneamente con 100% y 30% de sus efectos. Se consideraron los siguientes momentos estáticos:

- $M_{e1} = 1.0 V_y e_{sx} + 0.3 V_x e_{sy}$
- $M_{e2} = 1.0 V_y e_{sx} - 0.3 V_x e_{sy}$

- $M_{e3} = -1.0 V_y e_{sx} + 0.3 V_x e_{sy}$
- $M_{e4} = -1.0 V_y e_{sx} - 0.3 V_x e_{sy}$
- $M_{e5} = 0.3 V_y e_{sx} + 1.0 V_x e_{sy}$
- $M_{e6} = 0.3 V_y e_{sx} - 1.0 V_x e_{sy}$
- $M_{e7} = -0.3 V_y e_{sx} + 1.0 V_x e_{sy}$
- $M_{e8} = -0.3 V_y e_{sx} - 1.0 V_x e_{sy}$

Cabe aclarar que en cuanto a magnitud  $V_x$  y  $V_y$  es en realidad el mismo valor. Por otra parte se pudo determinar que los valores de momentos estáticos en magnitud son en realidad cuatro distintos únicamente.

Para los modelos de edificios simétricos se estimaron excentricidades dinámicas inelásticas máximas en diferentes entrepisos. Estas excentricidades están asociadas a las condiciones del cortante estático y se obtienen análogamente a la determinación de los momentos estáticos antes definidos y con base en los resultados obtenidos del momento torsionante efectivo máximo. Estos valores de excentricidades dinámicas se expresan como una fracción del ancho  $b$  en planta del edificio en cuestión y se determinan como el cociente entre el momento torsionante efectivo máximo en el análisis dinámico paso a paso y el cortante estático de la condición más desfavorable de análisis.

## CAPÍTULO 5

## PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos después de hacer los análisis elásticos a todos los modelos de edificios estudiados y de analizar los resultados encontrados por Ortega (2001) y Chipol (2001). Primeramente, se presentan los periodos de vibrar, así como las relaciones de frecuencias desacopladas, posteriormente se presentan los Factores de Amplificación Dinámica (FAD) calculados para el caso de modelos asimétricos en masas y en rigideces y excentricidades dinámicas máximas para el caso de modelos simétricos, finalmente se comparan con la ayuda de gráficas los resultados obtenidos. Todos los resultados se discuten en el presente Capítulo y en el Capítulo 6 se presentan conclusiones y recomendaciones al respecto.

Vale la pena recordar la nomenclatura utilizada para identificar a cada modelo de edificio estudiado en el presente trabajo, la cuál es como sigue:

En total se estudian 12 modelos, los cuales se identifican de la siguiente manera:

- Mi – M10      Modelo de i niveles, excéntrico en masas; 0.10b
- Mi – M20      Modelo de i niveles, excéntrico en masas; 0.20b
- Mi – R10      Modelo de i niveles, excéntrico en rigideces; 1 muro en cada dirección
- Mi – R20      Modelo de i niveles, excéntrico en rigideces; 2 muros en cada dirección

Donde i = 4, 8, y 15 niveles.

## 5.1 PERIODOS Y RELACIÓN DE FRECUENCIAS

En las tablas 5.1, 5.2 y 5.3 se presentan los periodos de vibrar de los modelos de edificios estudiados. En estas se indican además sus respectivas relaciones de frecuencias desacopladas ( $\Omega$ ). Los periodos que corresponden al primer modo traslacional y al primer modo rotacional, se indican con un superíndice t y  $\theta$ , respectivamente.

**Tabla 5.1 Periodos en segundos y relaciones de frecuencias desacopladas de los modelos de edificios de 4 niveles**

Modelo	Modo					$\Omega = T_t/T_\theta$
	1	2	3	4	5	
M4 – M10	0.7492 <sup>t</sup>	0.7089	0.5616 <sup>0</sup>	0.2187	0.2068	1.3340
M4 – M20	0.8311 <sup>t</sup>	0.7089	0.5214 <sup>0</sup>	0.2428	0.2068	1.5940
M4 – R10	0.6733 <sup>t</sup>	0.3683	0.1968	0.1762 <sup>0</sup>	0.1082	3.8212
M4 – R20	0.6756 <sup>t</sup>	0.2359	0.1975	0.1171 <sup>0</sup>	0.0994	5.7694

**Tabla 5.2 Periodos en segundos y relaciones de frecuencias desacopladas de los modelos de edificios de 8 niveles**

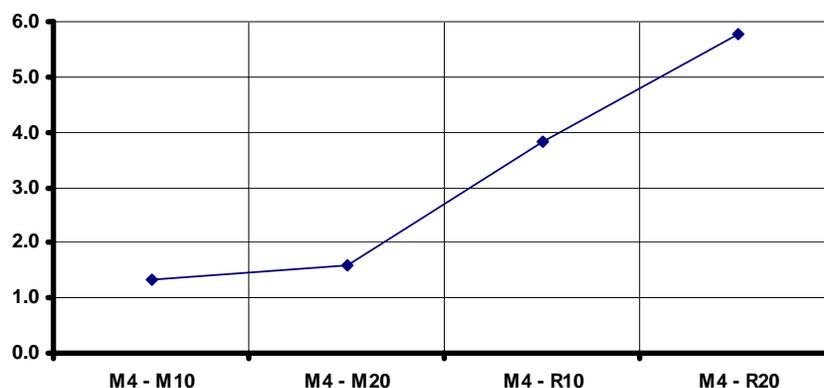
Modelo	Modo					$\Omega = T_t/T_\theta$
	1	2	3	4	5	
M8 – M10	1.1905 <sup>t</sup>	1.1294	0.9030 <sup>0</sup>	0.3754	0.3562	1.3184
M8 – M20	1.3116 <sup>t</sup>	1.1296	0.8459 <sup>0</sup>	0.4140	0.3562	1.5505

M8 – R10	1.1504 <sup>t</sup>	0.8421	0.4347 <sup>0</sup>	0.3622	0.2391	2.6464
M8 – R20	1.1507 <sup>t</sup>	0.5746	0.3630	0.2673 <sup>0</sup>	0.1985	4.3049

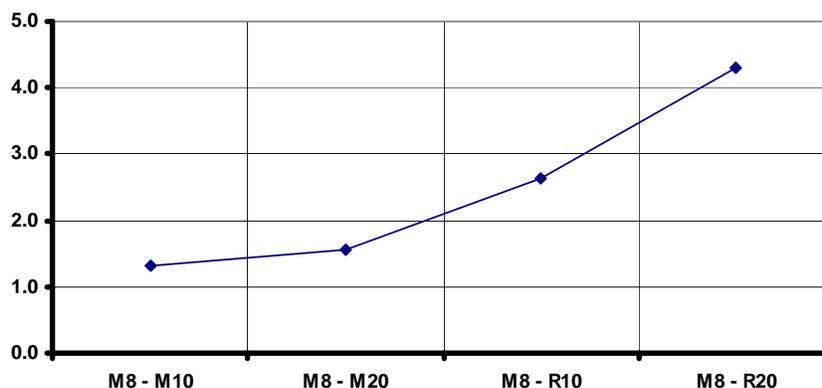
**Tabla 5.3 Periodos en segundos y relaciones de frecuencias desacopladas de los modelos de edificios de 15 niveles**

Modelo	Modo					$\Omega = T_t/T_0$
	1	2	3	4	5	
M15 – M10	1.6617 <sup>t</sup>	1.5844	1.2711 <sup>0</sup>	0.5724	0.5464	1.3073
M15 – M20	1.8069 <sup>t</sup>	1.5856	1.2083 <sup>0</sup>	0.6254	0.5465	1.4954
M15 – R10	1.7859 <sup>t</sup>	1.5279	0.9297 <sup>0</sup>	0.5623	0.4492	1.9209
M15 – R20	1.7744 <sup>t</sup>	1.1911	0.5944 <sup>0</sup>	0.5520	0.3366	2.9852

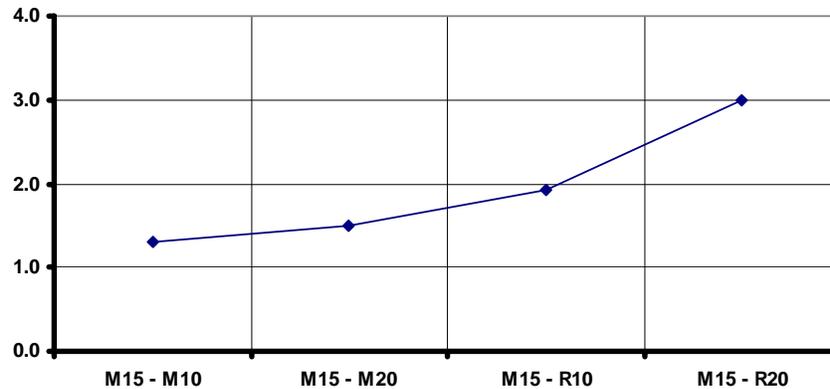
En las figuras 5.1, 5.2 y 5.3 se presentan graficados los valores de la relación de frecuencias desacopladas de cada modelo. Se puede notar que de acuerdo con la definición que se dio en el Capítulo 2 todos los modelos se pueden considerar como sistemas “torsionalmente rígidos”. Adicionalmente, se puede observar que de manera general el valor de la relación de frecuencias se incrementa conforme se incrementa la asimetría del modelo y esto se enfatiza más cuando el modelo es asimétrico en rigideces en comparación con los modelos asimétricos en masas o con el correspondiente modelo simétrico.



**Figura 5.1 Valores de la relación de frecuencias desacoplada para los modelos de 4 niveles**



**Figura 5.2 Valores de la relación de frecuencias desacoplada para los modelos de 8 niveles**



**Figura 5.3 Valores de la relación de frecuencias desacoplada para los modelos de 15 niveles**

## 5.2 FACTOR DE AMPLIFICACIÓN DINÁMICA

Como se ha explicado en el capítulo anterior, se han calculado Factores de Amplificación Dinámica (FAD) para todos los modelos de edificios estudiados tanto en el rango lineal de comportamiento como en el no lineal, a continuación se presentan en las tablas 5.4 a 5.9 los valores encontrados de FAD en los modelos asimétricos en masas y en las tablas 5.10 a 5.15 los valores encontrados de FAD en los modelos asimétricos en rigideces. Estos resultados se discuten más adelante.

### Modelos asimétricos en masas

A continuación se presentan los valores de los FAD calculados para los modelos asimétricos en masas, ya sea de los análisis elásticos así como de los inelásticos y para distintos entrepisos de cada edificio. En las tablas 5.4 y 5.5 se presentan los correspondientes a los modelos de 4 niveles, en las tablas 5.6 y 5.7 los valores correspondientes a los modelos de 8 niveles y finalmente en las tablas 5.8 y 5.9 los que corresponden a los modelos de 15 niveles.

**Tabla 5.4 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M4 – M10**

Mod. M4 – M10	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
Nivel 4	1.29	1.32	---
Nivel 3	1.29	1.32	1.32
Nivel 1	1.29	1.33	1.84

**Tabla 5.5 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M4 – M20**

Mod. M4 – M20	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
Nivel 4	1.08	1.02	---
Nivel 3	1.08	1.02	0.73
Nivel 1	1.08	1.02	1.09

**Tabla 5.6 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M8 – M10**

Mod. M8 – M10	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
8	1.14	1.22	2.01
3	1.18	1.31	2.44
1	1.19	1.32	2.19

**Tabla 5.7 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M8 – M20**

Mod. M8 – M20	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
8	1.03	1.00	0.76
3	1.04	1.01	1.06
1	1.04	1.01	1.42

**Tabla 5.8 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M15 – M10**

Mod. M15 – M10	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
15	1.17	1.29	1.61
3	1.01	1.22	1.78
1	1.01	1.23	1.65

**Tabla 5.9 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M15 – M20**

Mod. M15 – M20	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
15	1.09	1.14	0.96
3	1.04	1.03	1.75
1	1.04	1.02	1.56

### Modelos asimétricos en rigideces

En las siguientes tablas se presentan los valores de los FAD elásticos e inelásticos calculados para los modelos de edificios asimétricos en rigideces. Las tablas 5.10 y 5.11 contienen los correspondientes a los modelos de 4 niveles, las tablas 5.12 y 5.13 muestran los relacionados con los modelos de 8 niveles y finalmente las tablas 5.14 y 5.15 contienen los que corresponden a los modelos de 15 niveles.

**Tabla 5.10 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M4 – R10**

Mod. M4 – R10	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
4	2.72	1.06	---
3	2.57	1.41	1.12
1	2.60	1.32	1.53

**Tabla 5.11 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M4 – R20**

Mod. M4 – R20	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
4	2.34	1.20	---
3	2.30	1.28	0.95
1	2.36	1.25	1.38

**Tabla 5.12 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M8 – R10**

Mod. M8 – R10	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
8	1.05	1.67	2.49
3	2.68	1.06	2.65
1	2.70	1.00	2.75

**Tabla 5.13 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M8 – R20**

Mod. M8 – R20	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
8	3.32	12.88	1.21
3	2.26	1.05	1.66
1	2.24	1.10	1.72

**Tabla 5.14 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M15 – R10**

Mod. M15 – R10	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
15	1.50	1.74	3.43
3	3.12	1.06	2.55
1	3.69	1.09	2.75

**Tabla 5.15 Factores de Amplificación Dinámica estimados para el modelo M15 – R20**

Mod. M15 – R20	Factor de Amplificación Dinámica (FAD)		
Nivel	Análisis Elástico		Análisis Inelástico
	Sismo en X	Sismo en Y	
15	1.39	1.58	1.66
3	2.89	1.75	1.93
1	3.27	1.70	1.58

Debido a la gran cantidad de información producto de los resultados de los análisis hechos a los modelos de edificios, se presentan con fines ilustrativos en las figuras 5.4 a 5.6 los valores en el tiempo del momento torsionante efectivo dinámico total generado en cada paso de análisis para el modelo de 15 niveles asimétrico en rigideces con 1 muro en cada dirección, es decir para el modelo M15 – R10, lo anterior se hace tomando los valores calculados por Ortega (2001).

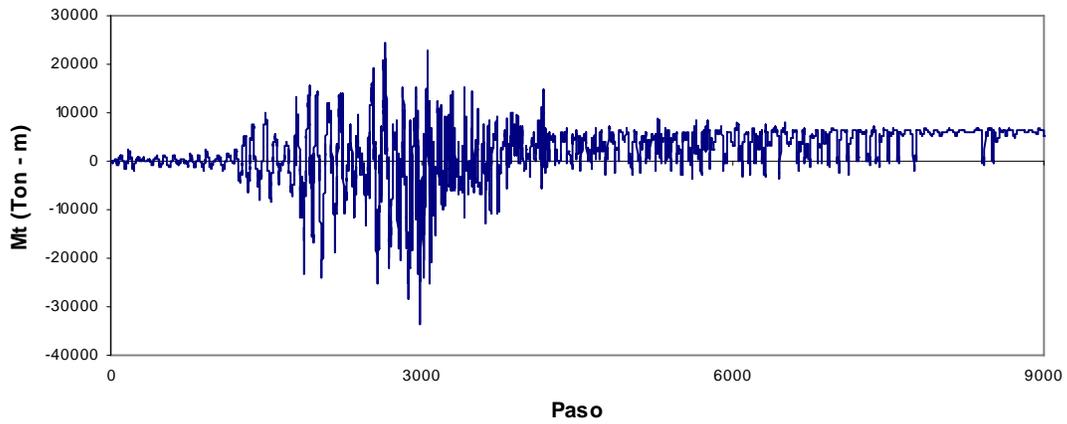


Figura 5.4 Historia del momento torsionante efectivo en el entrepiso 1 del modelo M15 – R10

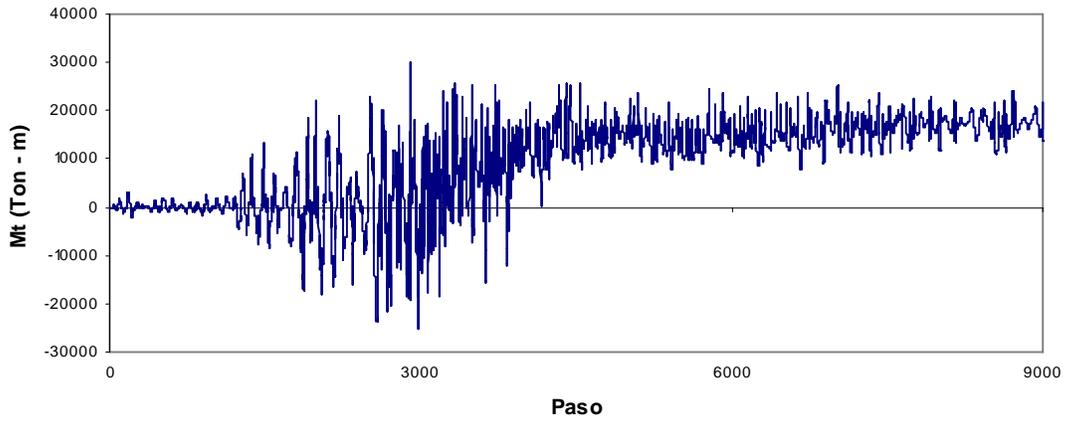


Figura 5.5 Historia del momento torsionante efectivo en el entrepiso 3 del modelo M15 – R10

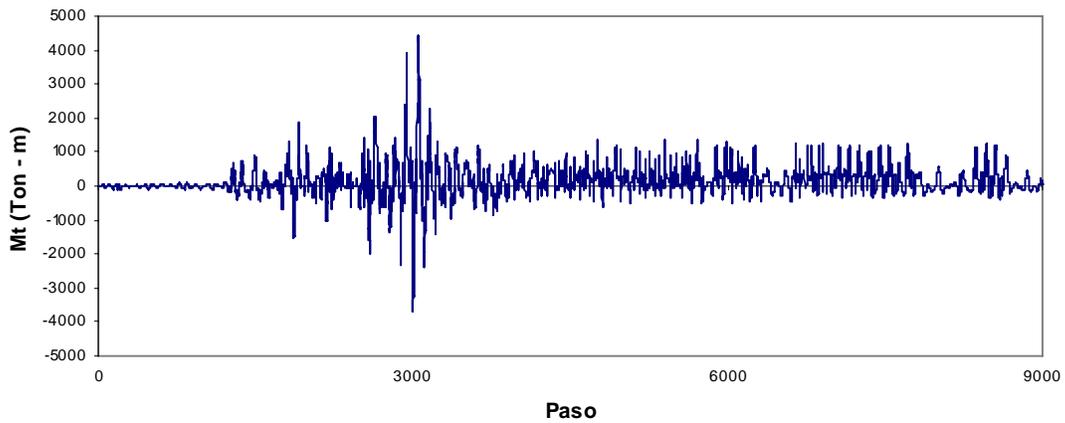


Figura 5.6 Historia del momento torsionante efectivo en el entrepiso 15 del modelo M15 –R10

Como ya se había dicho, en las figuras 5.4 a 5.6 se presenta la historia del momento torsionante efectivo en cada paso de análisis para los entrepisos 1, 3 y 15, del modelo M15 – R10, respectivamente. Tomando como referencia las figuras 2.9 y 2.10 que representan la excitación sísmica, se puede observar que los momentos torsionantes máximos ocurren durante la fase intensa del sismo, además de que la magnitud de los mismos parte de un valor inicial igual a cero y va tomando valores de manera gradual hasta llegar a los máximos, los cuales se traducen en un efecto de amplificación dinámica máxima. Los valores de estos momentos tienden a disminuir después de la fase intensa, sin embargo, se nota que sobre todo en los entrepisos 1 y 3 y de acuerdo a los resultados encontrados, la presencia de momentos torsionantes hasta el final de la excitación, mientras que para el entrepiso 15 la magnitud de los momentos llega a valores muy cercanos a cero hacia el final de la excitación.

### 5.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

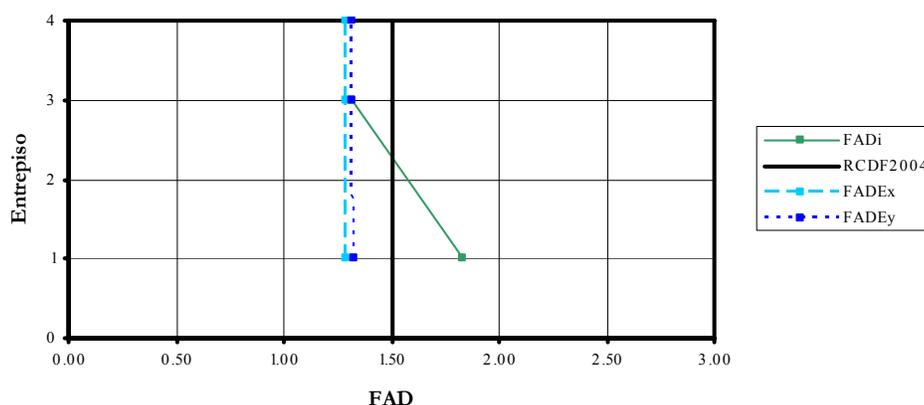
A continuación se grafican en las figuras 5.7 y 5.8 los valores del Factor de Amplificación Dinámica presentados en la sección anterior para los modelos asimétricos en masas de 4 niveles, las figuras 5.9 y 5.10 corresponden a los valores de FAD para los modelos de 8 niveles y en las figuras 5.11 y 5.12 los correspondientes a los modelos de 15 niveles. Los valores de FAD para los modelos asimétricos en rigideces se presentan en las figuras 5.13 a 5.18 siendo las dos primeras las correspondientes a los modelos de 4 niveles, las figuras 5.15 y 5.16 corresponden a los modelos de 8 niveles y finalmente las figuras 5.17 y 5.18 corresponden a los modelos de 15 niveles. Se ha usado en las gráficas la siguiente nomenclatura:

FADi: Para el FAD derivado del análisis dinámico no lineal.

FADEx: Para el FAD derivado del análisis dinámico lineal con la componente del sismo en dirección X.

FADEy: Para el FAD derivado del análisis dinámico lineal con la componente del sismo en dirección Y.

RCDF2004: FAD propuesto por el RCDF - 2004



**Figura 5.7 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M4 – M10**

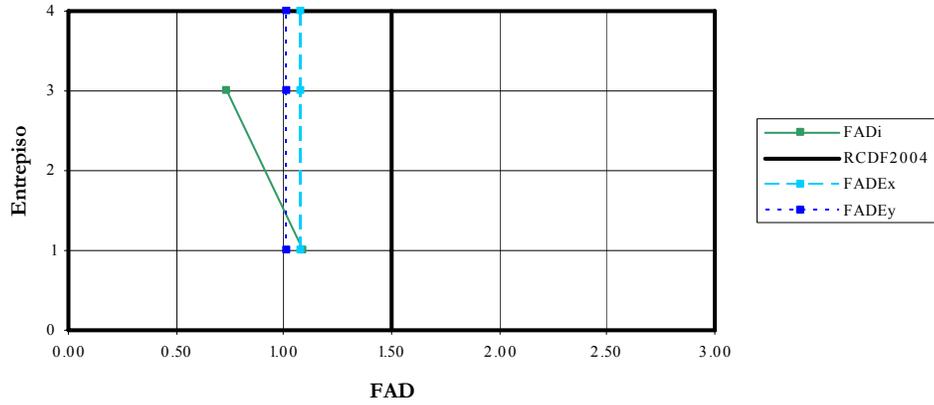


Figura 5.8 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M4 – M20

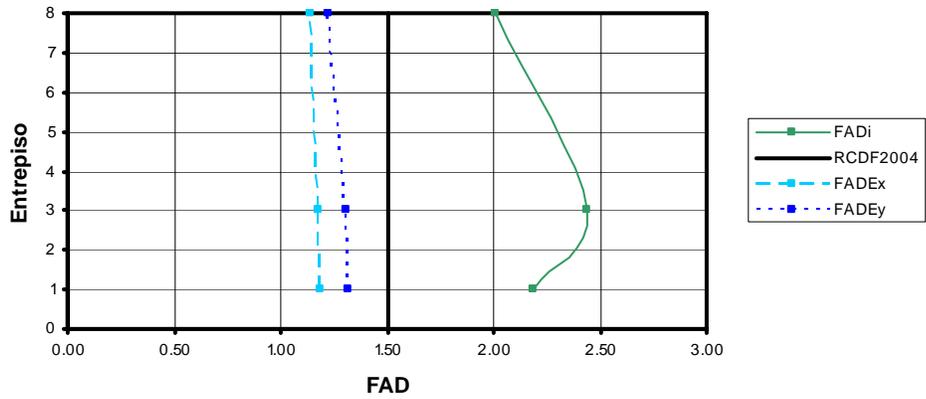


Figura 5.9 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M8 – M10

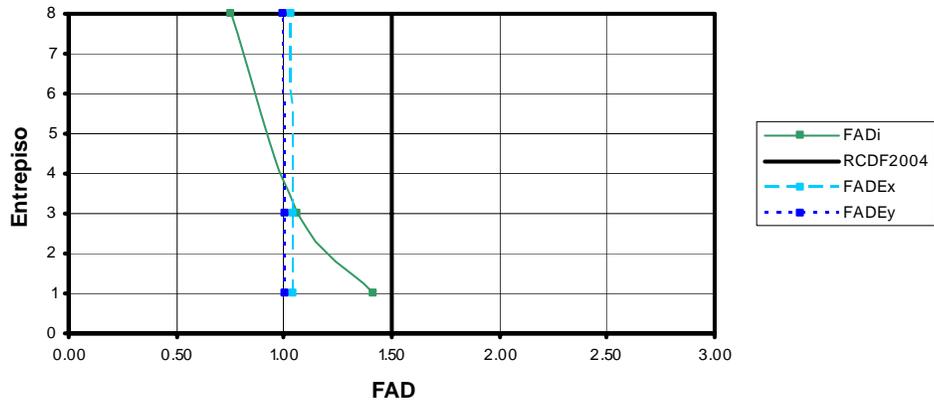


Figura 5.10 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M8 – M20

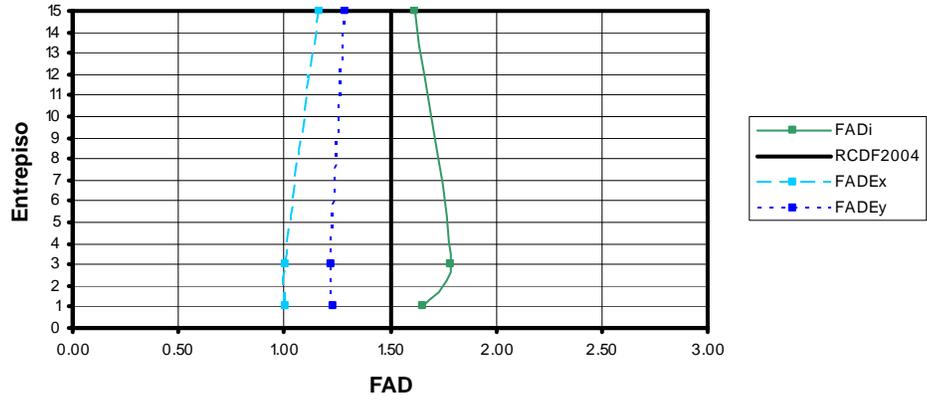


Figura 5.11 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M15 – M10

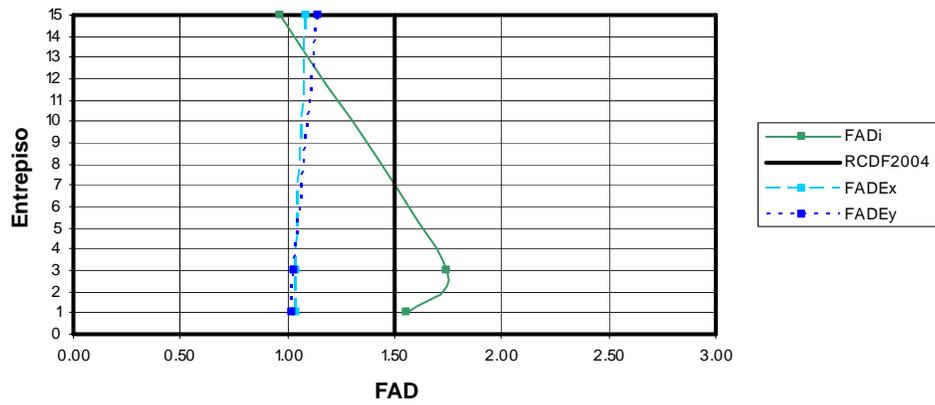


Figura 5.12 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M15 – M20

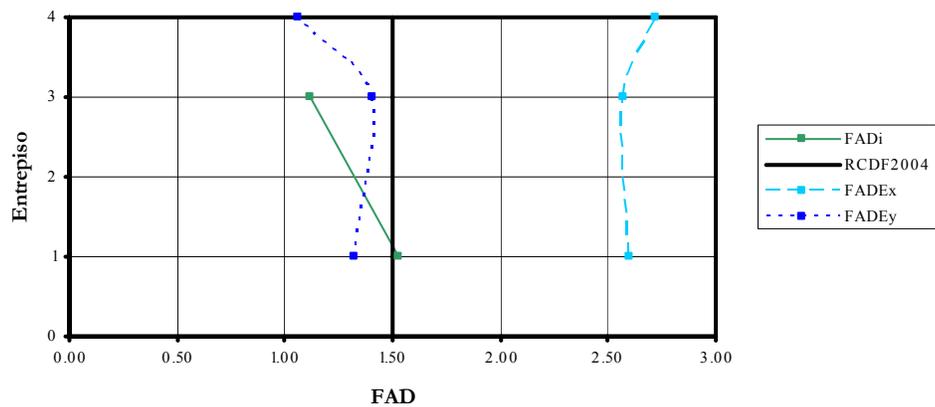


Figura 5.13 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M4 – R10

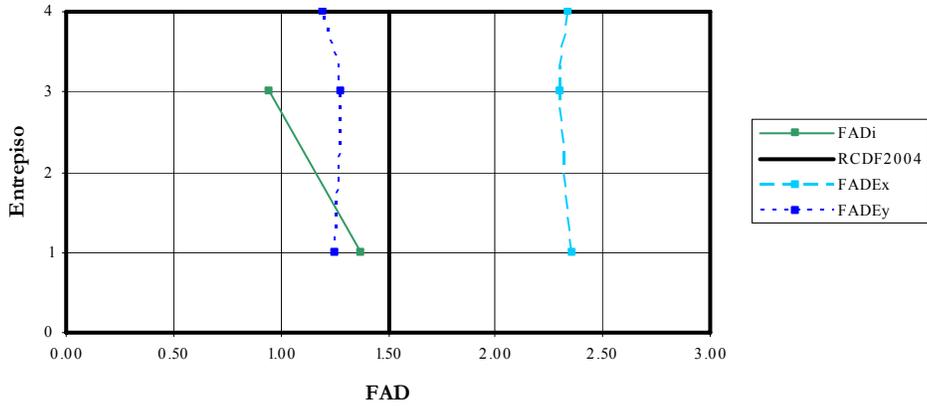


Figura 5.14 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M4 – R20

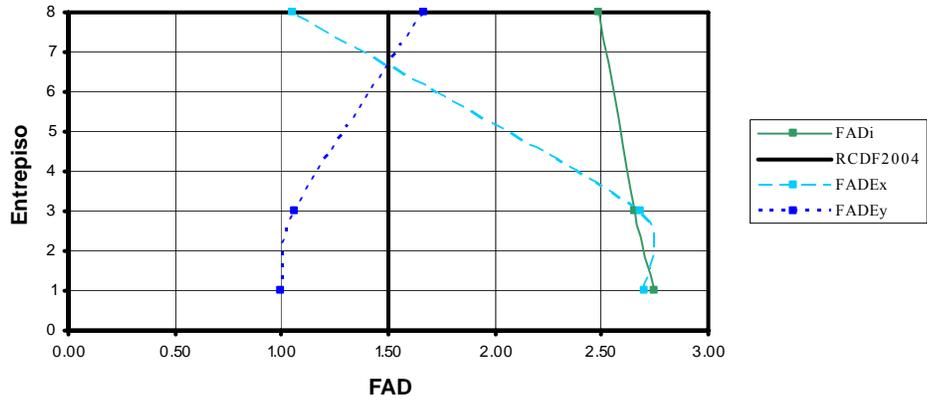


Figura 5.15 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M8 – R10

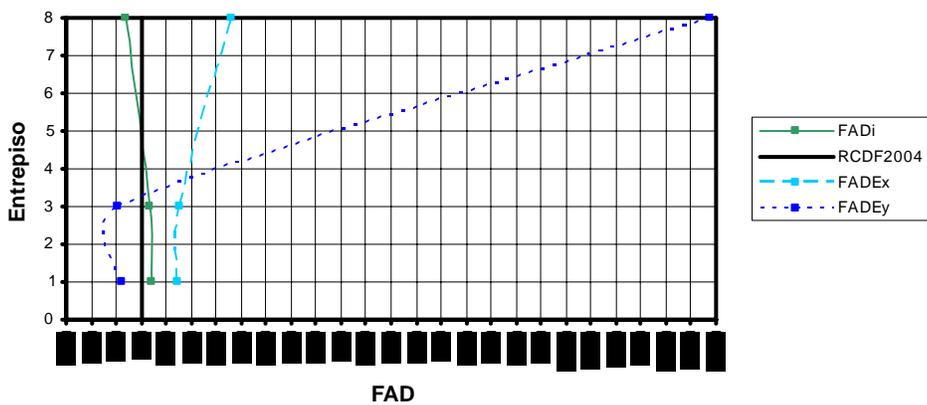


Figura 5.16 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M8 – R20

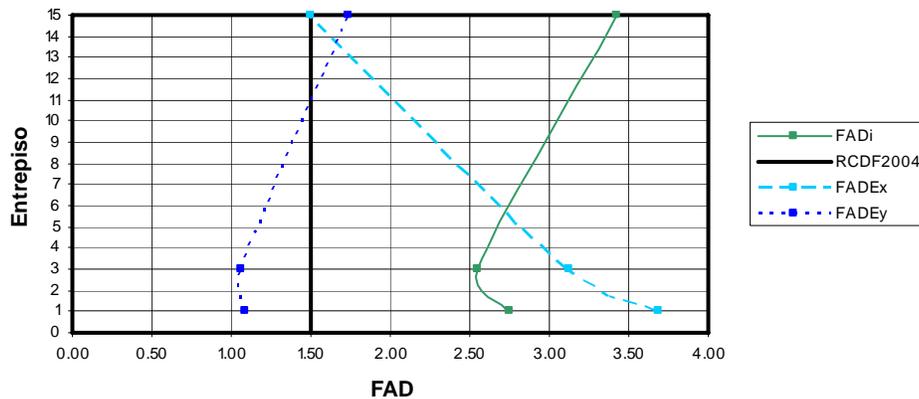


Figura 5.17 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M15 – R10

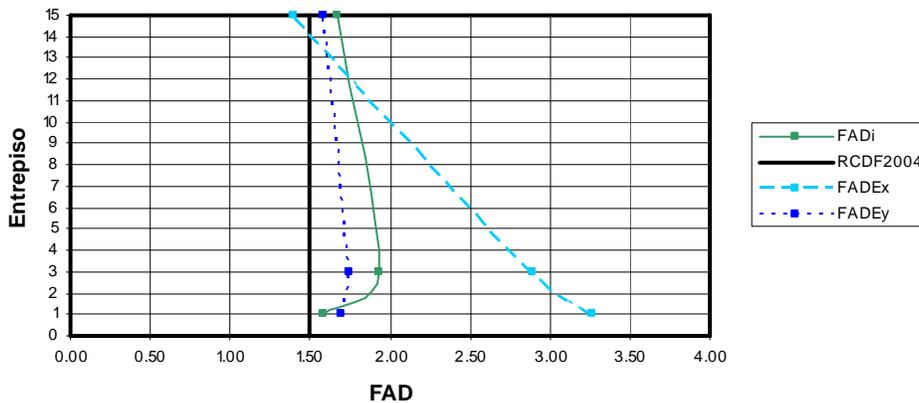


Figura 5.18 Valores del Factor de Amplificación Dinámica para el modelo M15 – R20

#### Modelos de 4 Niveles, asimétricos en masas

Los resultados de estos modelos analizados elásticamente muestran que el factor de amplificación dinámica se mantiene aproximadamente constante con la altura; en el caso de asimetría de 0.1b el valor oscila en 1.3 tanto para el modelo en que el sismo actúa en dirección X como para el modelo en donde la acción del sismo es en dirección Y, figura 5.7. Los resultados del análisis inelástico arrojan que solo en el entrepiso basal se obtiene un valor de amplificación entre 1.5 y 2.

Para el caso elástico con una excentricidad de 0.2b, la amplificación es casi nula, figura 5.8, es decir el valor del FAD resulta ser muy cercano a la unidad. Los valores de FAD calculados con un análisis no lineal, muestran que la amplificación dinámica es variable con la altura del edificio y experimentan una disminución con esta.

Tanto para un análisis elástico como inelástico, se nota una aparente disminución del efecto de amplificación dinámica cuando la estructura presenta mayor asimetría en planta, esto se puede atribuir a la poca altura de los edificios y a que los elementos resistentes, perpendiculares a la

acción del sismo, empiezan a aportar cierta rigidez y tienden a contrarrestar el momento torsionante del entrepiso.

### **Modelos de 8 Niveles, asimétricos en masas**

De manera muy similar al caso de los modelos elásticos de 4 niveles, se puede ver que los valores del factor de amplificación dinámica se mantienen aproximadamente constantes con la altura. En el caso de los modelos asimétricos 0.1b se puede ver que los valores oscilan entre 1.15 y 1.3 aproximadamente, figura 5.9, y en el caso de los modelos con asimetría de 0.2b se puede ver que este factor tiende a la unidad, figura 5.10. Es importante hacer notar que nuevamente los valores reportados están por debajo de 1.5 que propone el RCDF-2004.

Para los mismos modelos analizados inelásticamente se puede ver que el valor del FAD es variable con la altura. En el caso de asimetría de 0.1b el valor del FAD empieza a crecer con la altura alcanzando un valor cercano a 2.5 en el tercer entrepiso y de ahí empieza a disminuir con la altura del edificio hasta un valor de 2, figura 5.9. En el caso de asimetría de 0.2b el valor del FAD disminuye con la altura desde un principio, manteniéndose por debajo de 1.5 e incluso ocasionando deamplificación en la respuesta dinámica, es decir, cuando se tienen valores del FAD menores de 1.0, figura 5.10.

### **Modelos de 15 Niveles, asimétricos en masas**

En los modelos de 15 niveles se puede ver que la respuesta de los modelos analizados elásticamente es muy parecida cuando la acción del sismo es en dirección X o en dirección Y, sin embargo ahora se destaca que el valor del FAD varía ligeramente y tiende a aumentar conforme incrementa la altura del edificio. Para los modelos asimétricos 0.1b el valor del FAD varía entre 1.0 y 1.3 aproximadamente, figura 5.11 y para los modelos asimétricos 0.2b el valor del FAD también aumenta ligeramente con la altura y toma valores de 1.0 a 1.2 aproximadamente, figura 5.12.

Para el caso de los modelos analizados inelásticamente se puede observar que, en un inicio y para ambos casos de asimetría, los valores del FAD aumentan con la altura para después disminuir, llegando a valores máximos de 1.80 aproximadamente. Se aprecia que para el modelo con menor asimetría, el FAD siempre presenta valores por encima de 1.5, a pesar de la disminución con la altura. En el modelo con una excentricidad de 0.2b, el FAD rebasa 1.5 en los primeros entrepisos y disminuye drásticamente hasta que la amplificación es nula, figuras 5.11 y 5.12 en su último entrepiso.

### **Modelos de 4 Niveles, asimétricos en rigideces**

En este grupo de modelos, se encontraron, valores y comportamientos del FAD distintos a encontrados en los modelos de edificios asimétricos en masas. Además se pudo observar otra notoria diferencia en los valores del FAD de los análisis elásticos cuando cambia la dirección del sismo. Los mayores valores del FAD se obtuvieron cuando el sismo actuó en la dirección X. Estos comportamientos se observan en las figuras que corresponden a los modelos M4 – R10 y M4 – R20, figuras 5.13 y 5.14. Los valores del FAD con sismo actuando en dirección X oscilan entre 2.6 y 2.75 en el M4 – R10 y entre 2.3 y 2.35 en el M4 – R20, mientras que en los modelos con sismo actuando en dirección Y oscilan entre 1.0 y 1.4 para el M4 – R10 y entre

1.2 y 1.3 para el M4 – R20. Aunque los valores de FAD que se obtienen para los modelos con asimetría en rigideces son mucho mayores que los correspondientes a los modelos asimétricos en masas, presentan una característica común, disminuyen cuando incrementa el nivel de asimetría.

Cuando el modelo se analiza inelásticamente se puede observar la misma tendencia identificada para los modelos de 4 niveles asimétricos en masas, es decir, los valores del FAD son más pequeños mientras más asimétrico es el modelo, mostrando una tendencia a disminuir con la altura, con valores que varían de 1.1 a 1.5 para el M4 – R10 y de entre 0.95 a 1.4 para el M4 – R20, figuras 5.13 y 5.14.

### **Modelos de 8 Niveles, asimétricos en rigideces**

De los valores de FAD calculados elásticamente para el modelo M8 – R10, figura 5.15, se puede observar que el sismo en la dirección X, ocasiona una mayor amplificación de la respuesta, con una tendencia a disminuir con la altura, alcanzando valores de 2.7 en los primeros entrepisos y de 1.0 en el último de ellos. Para la dirección Y, no se presentan efectos de amplificación de la respuesta de los primeros entrepisos, sin embargo, posteriormente se incrementa con la altura a un valor de 1.7.

Para el modelo M8 – R20, figura 5.16, correspondiente a un nivel de asimetría promedio mayor que el anterior, se puede observar un cambio radical en la tendencia respecto a la del modelo M8 – R10. Llama la atención que el FAD aumenta notablemente su valor para el análisis con el sismo en dirección Y. Es evidente que a este efecto contribuye el bajo nivel de asimetría que presenta el edificio cuando el sismo actúa en esa dirección, de tal forma que al emplear la ec. (4.1) para calcular el valor de FAD, esa excentricidad estática pequeña hace que se eleve drásticamente el valor del FAD. Se considera que, en cierta medida, este comportamiento puede estar asociado al fenómeno reportado en Chipol (2001), donde al estudiar la variación con la altura del centro de torsión para edificios asimétricos en rigideces medianos y altos, se encontró que para los últimos entrepisos, este centro cambia su ubicación en planta hacia la zona flexible e invierte el sentido del momento torsionante respecto a los entrepisos inferiores, produciendo condiciones de carga más desfavorables.

En cuanto al comportamiento del FAD cuando los modelos se analizan inelásticamente se puede observar que en ambos casos la tendencia es a disminuir gradual y ligeramente con la altura, figuras 5.15 y 5.16. Los valores que toma el FAD son de entre 2.5 y 2.75 para el modelo M8 – R10 y de entre 1.2 a 1.75 para el modelo M8 – R20.

### **Modelos de 15 Niveles, asimétricos en rigideces**

El último grupo de modelos de edificios es el que comprende a los modelos M15 – R10 y M15 – R20. En las figuras correspondientes se puede ver que, para ambos niveles de asimetría con sismo en dirección X, el FAD elástico presenta valores que disminuyen con la altura desde 3.5 hasta 1.0. Para la dirección del sismo en dirección Y se amplifica ligeramente la respuesta desde 1.0 a 1.7 cuando hay bajo nivel de asimetría y decrece de 1.7 a 1.6 cuando la asimetría incrementa.

Los resultados de los modelos inelásticos hacen evidente que, para niveles bajos de asimetría, los FAD's, figura 5.17 presentan una tendencia contraria a los obtenidos de análisis elásticos con sismo en dirección X, es decir, incrementan su valor con la altura hasta valores cercanos a 3.5.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Después de analizar los resultados, en los cuales se intentó caracterizar distintos valores y tipos de asimetría en planta de modelos de edificios de varios niveles, se puede ver que el efecto de la amplificación dinámica de la respuesta torsional, presentó tendencias consistentes para determinados grupos de edificios, pero también variaciones importantes en otros. Si bien es cierto que no se identificó un patrón suficientemente claro para mostrar el comportamiento global del denominado Factor de Amplificación Dinámica (FAD) en una estructura, se puede concluir que éste se ve fuertemente influido por algunos parámetros tales como, la altura del edificio y la ubicación del entrepiso en la estructura, el grado y tipo de asimetría (en masas o en rigideces), el vector de cargas laterales y la distribución de rigideces en planta, entre otros.

Se puede apreciar que, de manera general, cuando los edificios con asimetría en masas se comportan elásticamente, las recomendaciones de diseño por torsión de la NTCDS son satisfactorias ya que la amplificación de la respuesta no rebasa el valor de FAD (1.5) establecido para tomar en cuenta este efecto. Esto no sucede cuando este mismo grupo de edificios incursionan en el rango no lineal de comportamiento, ya que su respuesta dinámica sobrepasa de manera importante a la correspondiente elástica, alcanzando un valor del FAD de aproximadamente 2.4 para los edificios de 8 niveles y escasa asimetría. Al respecto, se observó que, independientemente del número de niveles de los edificios, existe una tendencia a disminuir los efectos de amplificación torsional en un entrepiso conforme se ubique a una altura mayor respecto a la base, aunque no necesariamente el entrepiso basal es el que resultó más demandado.

Para los edificios con asimetría en rigideces, se aprecia un comportamiento completamente diferente. El nivel de amplificación que experimenta la respuesta torsional elástica de modelos de baja altura rebasa el valor de 1.5, aunque no lo exceden aquellos modelos con comportamiento inelástico. Para los edificios de 8 y 10 niveles se presentan resultados más críticos cuando la excentricidad es relativamente baja ya que cuando la respuesta en estos es elástica, se obtienen FAD's de hasta 3.7 en los primeros entrepisos y disminuyen de manera importante conforme incrementa la altura a la que se encuentre el entrepiso. El caso contrario se presenta en los edificios que experimentan un comportamiento inelástico, cuyo FAD aumenta desde 2.5 hasta 3.5.

En términos generales se puede concluir que los edificios con poca asimetría son más sensibles a los efectos de amplificación dinámica de su respuesta torsional y que, no importando el número de niveles, esta presenta una tendencia a disminuir en los entrepisos conforme se incrementa la altura a la que estos se localicen respecto a su base. Esto puede asociarse a la variación de los efectos torsionales en la altura del edificio (referencias [4], [5] y [24]). Fue evidente que el comportamiento de los modelos asimétricos en rigideces experimentó un comportamiento más crítico que cuando la asimetría estuvo dada por masas. Al respecto, si se observa la relación de frecuencias desacopladas para los casos de edificios con asimetría en rigideces, se calificarían como torsionalmente más rígidos que aquellos con asimetría en masas y en principio, según algunos estudios reportados en la literatura especializada, serían menos vulnerables a los efectos de torsión, lo cual no ocurre necesariamente después de evaluar los resultados que aquí se discuten.

Los valores obtenidos del FAD dan una buena idea de cómo podría ser el comportamiento de la amplificación dinámica en edificios como los estudiados en este artículo, incluso se observa que para algunos casos pueden rebasar de manera importante las recomendaciones de diseño sísmico por torsión de las NTCDS vigentes al hacer análisis elásticos.

A la luz de los resultados obtenidos se pudo observar que las ecuaciones que se presentan en la normatividad vigente respecto a las excentricidades de diseño, son incapaces de caracterizar la amplificación de la respuesta dinámica de una estructura, debido a su simplicidad. Es necesario evaluar la participación de otro tipo de parámetros en estas expresiones, tales como la relación de frecuencias desacopladas, la demanda de ductilidad, el coeficiente de amortiguamiento, el periodo de vibrar, entre otros, como se establece en algunos códigos de otros países.

## REFERENCIAS

1. **Ayala, G. y Barrón, R. (1990)**, “Evaluación de la Respuesta Sísmica de Estructuras de Edificios Asimétricos Diseñados de Acuerdo a una Norma”, Informe interno, Proyecto 9704, Instituto de Ingeniería, UNAM.
2. **Ayala, G. y García, O. (1992)**, “Criterios de Diseño Sísmico para Estructuras en Torsión”, Informe al CONACyT, Proyecto 0740, Instituto de Ingeniería, UNAM.
3. **Bazán, E. y Meli, R. (2000)**, “Diseño Sísmico de Edificios”, Ed. Limusa, México.
4. **Chipol, A. (2001)**, “Estudio de la Respuesta Sísmica de Modelos Tridimensionales de Edificios Torsionalmente Acoplados”, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería, UNAM.
5. **Chipol, A. y García, O. (2001)**, “Variación Espacial del Centro de Torsión Utilizando Modelos de Flexión para Edificios de Varios Niveles con Asimetría en Planta y Elevación”, Posgrado en Ingeniería, UNAM.
6. **COVENIN 1756, (1982)**, “Edificaciones Antisísmicas”.
7. **COVENIN 1756 – 1: 2001, (2001)**, “Edificaciones Sismorresistentes”, Caracas 2001.
8. **Damy, J. y Alcocer, S. (1987)**, “Obtención del Centro de Torsión de Edificios”, Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica.
9. **De la Colina, J., Acuña, Q. y Valdés, J. (2005)**, “Estimación Experimental de los Factores de Amplificación para Diseño de Estructuras por Torsión”, XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Artículo XIV – 01.
10. **De la Llera, J. C. y Chopra, A. K. (1994)**, “Accidental and Natural Torsion in Earthquake Response and Design of Buildings”, Report No. UBC/EERC-94-07, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
11. **García, O. (1992)**, “Criterios de Diseño Sísmico para Estructuras en Torsión”, Tesis de Maestría, DEPI, UNAM
12. **García, O. y Ayala, G. (2005)**, “Torsión Sísmica en Edificios: Visión del Estado Actual de Conocimiento en México y su Impacto en la Práctica Profesional”, XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Artículo XIV – 05.
13. **Gómez, R., Ayala G. y Jaramillo J. D. (1987)**, “Respuesta Sísmica de Edificios Asimétricos”, Informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM.

- 
14. **Hernández, J. y López, O. (2003)**, “Confiabilidad del Método de la Torsión Estática de la Norma Sismorresistente Venezolana”, Boletín Técnico IMME, Vol. 41, No. 2 – 3.
  15. **International Code Council Inc. (ICC), (2000)**, “International Building Code”, Birmingham, AL., U.S.A.
  16. **International Conference of Building Official (ICBO)**, “1997 Uniform Building Code”, Structural Engineering Design Provisions, Whittier, CA.
  17. **Li, Kang. N. (1996)**, “CANNY-E, Three – Dimensional Nonlinear Dynamic Structural Analysis Computer Program Package”, Canny Consultants PTE LTD, Singapore.
  18. **Meli, R. (2004)**, “Diseño Estructural”, 2da Edición, Ed. Limusa, México.
  19. **NRCC, (1990)**, “National Building Code of Canada”, Associate Comite on the National Building Code, National Research Council of Canada, Ottawa.
  20. **NTCDCEC – 2004, (2004)**, “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F.
  21. **NTCDCEM – 2004, (2004)**, “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F.
  22. **NTCDS – 2004, (2004)**, “Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F.
  23. **NTCSCADEE – 2004, (2004)**, “Normas Técnicas Complementarias Sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F.
  24. **Ortega, J. (2001)**, “Efecto de la Variación del Periodo Fundamental en la Respuesta Sísmica Inelástica de Edificios Torsionalmente Acoplados”, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería, UNAM.
  25. **RCDF – 2004, (2004)**, “Reglamento de Construcciones del Distrito Federal”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F.
  26. **SANZ, (1992)**, “Code of Practice for General Structural Design and Design Loadings for Buildings, NZS 4203:1992”, Standard Association of New Zealand, Wellington.
  27. **SAP2000** (Structural Analysis Program), Computers & Structures, Inc. (CSI).
-

28. **Solar, J. (1998)**, “Cinemática y Dinámica Básicas para Ingenieros”, Editorial Trillas, 2da. Edición.
29. **Zapata, U. y Ayala, G. (1993)**, “Comportamiento en Torsión de Modelos de Estructuras de Cortante de Varios Niveles”, Memorias del X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puerto Vallarta, Jalisco.