

CAPÍTULO 2

INTERACCIÓN ESTÁTICA SUELO-ESTRUCTURA, MÉTODO DEMÉNEGHI

2.1 INTRODUCCIÓN

En suelos friccionantes se insiste en que uno de los factores más importantes es el efecto de la presión de confinamiento en su comportamiento. En efecto Burland et al (1973) señala que se tiene que tomar en cuenta la no homogeneidad del subsuelo, en el sentido de que la rigidez de éste aumenta con el confinamiento.

Por otra parte Burland et al(1977), indica que el cálculo de los esfuerzos en el terreno se puede realizar empleando la teoría de la elasticidad, y que los resultados son satisfactorios para fines prácticos, siempre y cuando se tome en cuenta la variación de la rigidez con la profundidad. Un factor significativo es el efecto de la precarga en los suelos, En efecto, la rigidez de un suelo friccionante precargado puede ser de 3 a 4 veces mayor que la del material normalmente cargado; las deformaciones del suelo serán por la tanto muy diferentes en cada caso (Decourt, 1989).

El principio general de prácticamente todos los métodos de interacción estática suelo-estructura, consiste en establecer la compatibilidad de deformaciones entre estructura y terreno de cimentación.

Las reacciones del suelo r_i se manejan como incógnitas, y se realiza un análisis estructural (Deméneghi, 1970). A continuación se lleva a cabo un análisis de deformaciones del suelo, considerando que las cargas que transmite la estructura sobre el terreno de apoyo son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura, por la tercera ley de Newton; las deformaciones del terreno quedan en función de las reacciones r_i . Finalmente, se establece la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo, lo que permite resolver el problema.

La cimentación de estructuras sobre suelos de mediana a alta compresibilidad, plantea el problema de determinar los hundimientos totales y diferenciales, así como los elementos mecánicos (momento flexionante, fuerza cortante y fuerza normal), tanto en la subestructura como en la superestructura, ocasionados por los hundimientos del terreno de cimentación. Estos valores dependen por un lado de la compresibilidad del subsuelo y por otro lado la rigidez de la estructura. Es por ello, que a menudo al realizar el análisis estructural se considera a la estructura empotrada o articulada en su cimentación, o de manera paralela los hundimientos del terreno de cimentación, se calculan considerando la estructura de cimentación totalmente flexible, las consideraciones antes mencionadas distan mucho de la realidad, por tal motivo se ha recurrido a desarrollar nuevos métodos que tomen en cuenta los efectos de hundimientos y que al mismo tiempo, permitan calcular los valores de estos últimos. A estas técnicas es lo que se denomina interacción estática suelo-estructura.

Es por ello, que el propósito de la interacción estática suelo-estructura es llevar a cabo un análisis estructural tomando en cuenta el efecto de la rigidez del terreno de cimentación. La interacción suelo-estructura proporciona los diagramas de hundimientos diferenciales y de reacción del terreno de cimentación, por consiguiente, obtener los diagramas de elementos mecánicos en la cimentación, considerando la influencia de la rigidez del suelo, lo que conduce a un diseño racional de dicha subestructura. Las características de alta compresibilidad de los sedimentos del subsuelo de la Ciudad de México han dado lugar a que se desarrollen un buen

número de métodos de interacción suelo-estructura, por lo tanto se puede aseverar que nuestro país es inclusive uno de los pioneros en este campo de estudio.

En zonas sísmicas es conveniente unir zapatas aisladas mediante traveses de liga, esto se hace con el objetivo de que la estructura de cimentación se comporte como una sola unidad ante los movimientos de la masa del suelo, además de que, con dichas traveses se disminuyen considerablemente los desplazamientos diferenciales de la estructura

Ya que en estas tesis, el análisis y diseño se pretende realizar para una cimentación a base de zapatas aisladas unidas mediante traveses de liga es conveniente definir el proceso, es por ello que en esta parte se hablará acerca de un procedimiento para estimar los esfuerzos de contacto y los asentamientos de dicha cimentación.

El desplazamiento vertical de una zapata rígida apoyada sobre un sólido elástico, homogéneo, Isotrópico y semi-infinito puede obtenerse a partir de la teoría de la elasticidad (Zeevaert, 1973).

$$\delta = \alpha_e(2\beta)(1-\mu^2)M_e*q_a \quad (2.1)$$

Donde M_e es el módulo de deformación del suelo, q_a es el esfuerzo de contacto promedio suelo-zapata, μ es la relación de Poisson del suelo, $2B$ es el ancho de la zapata, $2L$ es la longitud de la zapata y α_e es un factor que es función de la relación L/B , para $L = B$ se tiene $\alpha_e = 0.95$.

Zeevaert (1980), presenta un procedimiento para obtener la ecuación matricial de interacción (EMI) para una losa de cimentación, este procedimiento puede utilizarse para obtener EMI en zapatas aisladas unidas mediante traveses de liga.

Primeramente se pueden determinar los desplazamientos verticales en los puntos 1, 2, ..., n y representa la condición $X = 0$. El desplazamiento total en un punto cualquiera de la trabe debido a la condición $X = 0$ es:

$$\Delta_i = \Delta_F + \Delta_A \quad (2.2)$$

Donde Δ_F es el desplazamiento vertical por flexión de la viga, Δ_A es el desplazamiento vertical por asentamientos de los apoyos.

Las reacciones en las zapatas, X_1, X_2, \dots, X_n se obtienen estudiando el efecto que producen cada una de ellas sobre la estructura de cimentación y el suelo. Para ello primeramente se aplica una carga unitaria $X_1 = 1$ y para esta condición se calcula el desplazamiento total en los puntos 1, 2, ..., n; posteriormente se aplica una carga unitaria $X_2 = 1$ en el punto 2, determinándose el desplazamiento total en los puntos 1, 2, ..., n; continuándose de esta forma, hasta finalmente aplicar una carga unitaria $X_n = 1$ en el punto n.

El desplazamiento total de la trabe y suelo para la condición $X_1 = 1$ es:

$$\text{Bajo el punto } i \quad S_{ii} = S_{ii}' + S_{ii}'' + S_{ii}''' \quad (2.3)$$

$$\text{Bajo el punto } j \quad S_{ji} = S_{ji}' + S_{ji}'' + S_{ji}''' \quad (2.4)$$

Donde S_{ji} es el desplazamiento bajo el punto j provocado por una carga unitaria aplicada a i , S_{ji}' es el desplazamiento por flexión de la trabe de liga, S_{ji}'' es el desplazamiento por asentamiento de los apoyos y S_{ji}''' el desplazamiento por deformación del suelo.

Por medio del principio de superposición se pueden obtener las ecuaciones de compatibilidad para cada uno de los puntos, sumando los efectos inducidos por las reacciones X_1, X_2, \dots, X_n sobre la estructura de cimentación y la masa de suelo:

$$S_{11}X_1 + S_{12}X_2 + S_{1n}X_n = \Delta_1$$

$$S_{21}X_1 + S_{22}X_2 + S_{2n}X_n = \Delta_2$$

$$\dots \dots \dots = \dots$$

$$S_{n1}X_1 + S_{n2}X_2 + S_{nn}X_n = \Delta_n$$

Del sistema de ecuaciones anterior se obtienen las reacciones X_1, X_2, \dots, X_n y éste se puede escribir de forma matricial

$$[S_{ij}] * [X_i] = [\Delta_i] \quad (2.5)$$

A la ecuación matricial anterior se le llama Ecuación Matricial de Interacción (EMI).

La interacción de la estructura de cimentación con el suelo depende del valor del módulo de cimentación, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$K_i = X_i/\delta_i \quad (2.6)$$

Los valores de Δ_i, S_{ij} y S_{ii} están en función del módulo K_i , por lo que la interacción de la estructura de cimentación con la masa de suelo se obtiene en forma iterativa, dicho proceso se detalla en el capítulo 3.

2.2 ANÁLISIS DE DEFORMACIONES EN SUELOS FRICCIONANTES

Se considera un elemento de suelo que por peso propio está sometido a un estado de esfuerzos. Consideremos que este estado de esfuerzos se puede sustituir por una presión de confinamiento equivalente al esfuerzo normal en el plano octaédrico p_c , dada por el promedio de los tres esfuerzos normales.

$$p_c = \frac{1}{3}(p_x + p_y + p_z) \quad (2.7)$$

Suponemos que las presiones horizontales p_x y p_y son iguales entre si y proporcionales a la presión vertical p_z .

$$p_x = p_y = K_0 p_z \quad (2.8)$$

Donde K_0 es el coeficiente de presión en reposo del suelo.

Ahora supongamos que se construye una cimentación la cual ocasiona incrementos de esfuerzo normal Γ_x , Γ_y , Γ_z en el elemento. Estos incrementos de esfuerzos producen deformaciones verticales y horizontales en el elemento. La deformación que interesa al Ingeniero, es la deformación vertical δ_z . Existen varios métodos para determinar esta deformación uno de ellos trata del empleo de la ley de Hooke:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_x - \sigma_y)) \quad (2.9)$$

$\varepsilon_z =$ Deformación unitaria vertical

$E =$ Módulo de deformación $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$\sigma_z =$ Esfuerzo en el suelo en dirección z $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$\nu =$ Relación de Poisson

$\sigma_x =$ Esfuerzo en el suelo en dirección x $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$\sigma_y =$ Esfuerzo en el suelo en dirección y $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$$\delta_z = \varepsilon_z H \quad (2.10)$$

$\delta_z =$ Deformación en el suelo (m)

$\varepsilon_z =$ Deformación unitaria

$H =$ Espesor del estrato (m)

Los esfuerzos δ_z , δ_x y δ_y , se pueden obtener empleando las ecuaciones de Damy (1985), Dashko y Kagan (1980):

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{x^2+z^2} + \frac{1}{y^2+z^2} \right) \frac{xyz}{A} + \operatorname{atan} \frac{xy}{zA} \right] \quad (2.11)$$

$\sigma_z =$ Esfuerzo en dirección z $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$q =$ Acción vertical sobre el suelo $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$x =$ Coordenada x del punto donde se encuentra el esfuerzo (m)

$y =$ Coordenada y del punto donde se encuentra el esfuerzo (m)

$z =$ Coordenada z del punto donde se encuentra el esfuerzo (m)

$$\sigma_x = \frac{q}{2\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(x^2+z^2)A} - \operatorname{atan} \frac{zA}{xy} + (1-2\nu) \left(\operatorname{atan} \frac{x}{y} - \operatorname{atan} \frac{yA}{xz} \right) \right) \quad (2.12)$$

Y en dirección "Y":

$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(y^2+z^2)A} - \operatorname{atan} \frac{zA}{xy} + (1-2\nu) \left(\operatorname{atan} \frac{x}{y} - \operatorname{atan} \frac{xA}{yz} \right) \right) \quad (2.13)$$

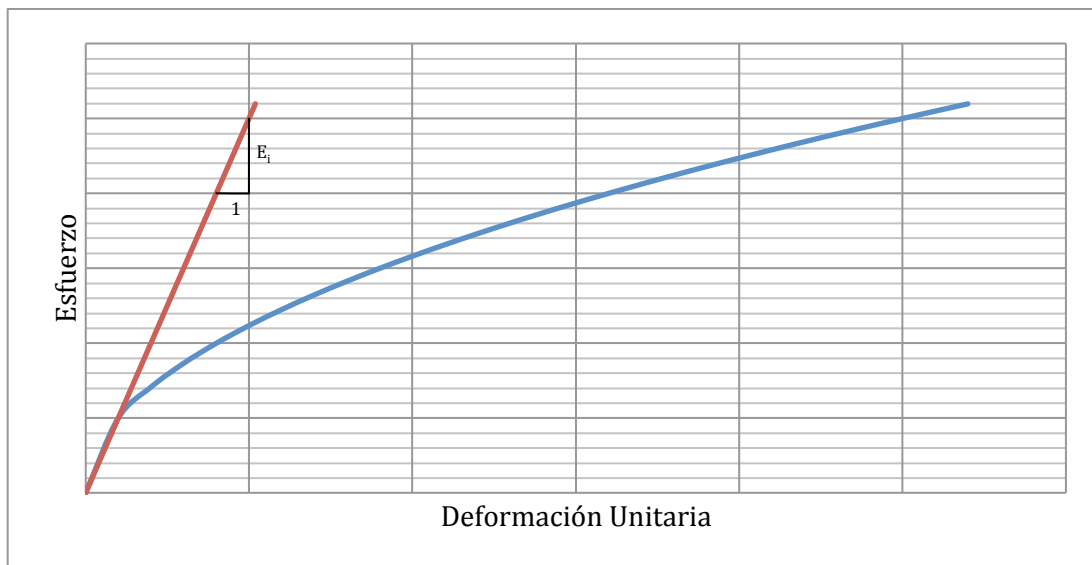
$\nu =$ Relación de Poisson

$$A = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (2.14)$$

2.2.1 CARACTERÍSTICAS GENERALES DE DEFORMABILIDAD EN LOS SUELOS

- a) Su curva esfuerzo-deformación unitaria es no lineal.

Consideremos una muestra de suelo sometido a una presión de confinamiento P_c , y apliquemos un esfuerzo desviador σ_z , se observa que el tramo inicial es una línea recta, después de cierto esfuerzo se convierte en una curva de concavidad hacia abajo. A la pendiente de la recta inicial se le conoce como módulo tangente inicial E_i del suelo, como se muestra en la gráfica 1.



Gráfica 1. Curva Esfuerzo-Deformación Unitaria en suelos.

b) La rigidez del suelo es función de la presión de confinamiento.

En términos generales, al aumentar la presión de confinamiento se incrementa la rigidez de un suelo siendo este fenómeno más acusado en suelos friccionantes. Por lo anterior en la mayoría de los suelos la rigidez aumenta con la profundidad; una conclusión importante en mecánica de suelos es que se puede usar la teoría de la elasticidad para el cálculo de los asentamientos, pero considerando que la rigidez aumenta con la profundidad.

Una forma común de no homogeneidad es aquella en que la rigidez aumenta linealmente con la profundidad, de tal forma que $E' = E_0' + kz$ (Burland et al, 1973).

Una forma aproximada de tomar en cuenta el fenómeno del incremento de rigidez con el confinamiento consiste en el empleo del criterio de Janbu (1963, citado por Duncan y Chang, 1970) que establece que el módulo tangente inicial de deformación está dado en arenas por:

$$E_i = E_{i0} + K p_a \left(\frac{p'_c}{p_a} \right)^n \quad (2.15)$$

$$E_i = \text{Módulo de deformación} \left(\frac{t}{m^2} \right)$$

E_{i0} = Módulo tangente inicial de deformación para un confinamiento efectivo igual a cero

K = Coeficiente de rigidez del material

$$p_a = \text{Presión atmosférica} = 10.3 \left(\frac{t}{m^2} \right)$$

$$p'_c = \text{Presión de confinamiento efectiva} \left(\frac{t}{m^2} \right)$$

n = Exponente en función del tipo de suelo

Siendo:

$$p'_c = p_{c0} + \frac{\Delta p'_c}{2} \quad (2.16)$$

Donde:

$$\Delta p'_c = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2.17)$$

$$\sigma_x = \text{Esfuerzo en dirección } x \left(\frac{t}{m^2} \right)$$

$$\sigma_y = \text{Esfuerzo en dirección } y \left(\frac{t}{m^2} \right)$$

$$\sigma_z = \text{Esfuerzo en dirección } z \left(\frac{t}{m^2} \right)$$

El asentamiento se calcula empleando la ley de Hooke para cada estrato.

$$\delta = \varepsilon H \quad (2.18)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E_i} (\sigma_z - \nu(\sigma_x - \sigma_y)) \quad (2.19)$$

c) La deformación de un suelo depende de la trayectoria de esfuerzos.

El ejemplo más claro de que la deformación de un suelo depende de la trayectoria de esfuerzos consiste en la diferencia de rigidez entre un suelo normalmente consolidado y un suelo pre consolidado.

El efecto de la precarga en las arenas es muy significativo, así puede haber arenas “precargadas” o “normalmente cargadas” con similar D_r , pero con comportamiento muy diferente (Laad et al, 1977). De acuerdo con Burland y Burbridge (1985), el asentamiento de una zapata sobre una arena normalmente consolidada, independientemente de la magnitud de la relación de pre consolidación (OCR).

2.2.2 CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES DEL TERRENO DE CIMENTACIÓN

Como se mencionó al principio se consideran las cargas que transmite la estructura sobre el terreno de apoyo, las que son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura. Se calculan los asentamientos del terreno en función de estas cargas; consideramos una reacción r_k actuando en la superficie; la presión vertical vale $\frac{r_k d_k}{a_k}$, donde d_k y a_k son la longitud y el área en las que actúa la carga, respectivamente.

La deformación del estrato de espesor H_{ij} , debida a la carga r_k vale, según la ley de Hooke:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_x - \sigma_y)) \quad (2.20)$$

$\varepsilon =$ Deformación unitaria

$E =$ Módulo de deformación $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$\sigma_z =$ Esfuerzo en el suelo en dirección z $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$\sigma_x =$ Esfuerzo en el suelo en dirección x $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$\sigma_y =$ Esfuerzo en el suelo en dirección y $\left(\frac{t}{m^2}\right)$

$\nu =$ Relación de Poisson

$$\delta_z = \varepsilon_z H \quad (2.21)$$

$\delta_z =$ Deformación en el suelo (m)

$\varepsilon_z =$ Deformación unitaria

$H =$ Espesor del estrato (m)

Pero

$$\sigma_{zijk} = \frac{I_{zijk} r_k d_k}{a_k} \quad (2.22)$$

$$\sigma_{xijk} = \frac{I_{xijk} r_k d_k}{a_k} \quad (2.23)$$

$$\sigma_{yijk} = \frac{I_{yijk} r_k d_k}{a_k} \quad (2.24)$$

Donde I_{zijk} , I_{xijk} , I_{yijk} son los valores de influencia, los cuales están dados por los esfuerzos normales σ_z , σ_x , σ_y en el punto i , j , producidos por una presión unitaria actuando en el área a_k (Zeevaert, 1973).

En consecuencia

$$\delta_{ijk} = \frac{1}{E} H_{ij} \left(I_{zijk} - \nu (I_{xijk} + I_{yijk}) \right) \frac{r_k d_k}{a_k} \quad (2.25)$$

Si

$$I_{ijk} = I_{zijk} - \nu (I_{xijk} + I_{yijk}) \quad (2.26)$$

La deformación del estrato en el punto i debida a todas las cargas vale

$$\delta_{ijk} = \sum_{j=1}^{n_e} \frac{1}{E_{ij}} H_{ij} \sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} \frac{r_k d_k}{a_k} \quad (2.27)$$

Donde

$n_r =$ número total de cargas r_k

$n_e =$ número total de estratos

2.3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

MÉTODO DE RIGIDECES. MARCOS PLANOS CON BARRAS INCLINADAS.

El método de rigideces consta de las siguientes etapas (Beaufait et al, 1970).

- Se empotra la estructura y se determinan los elementos mecánicos cuando la estructura está empotrada;
- Se liberan los nudos de la estructura y se hallan los elementos mecánicos debidos a desplazamientos lineales y angulares;

- c) Se establecen las condiciones de equilibrio en cada uno de los nudos donde se haya desplazamientos diferentes de cero;
- d) Se resuelven las ecuaciones de equilibrio y se obtienen los desplazamientos de la estructura;
- e) Se obtienen los elementos mecánicos en los nudos de la estructura.

La ecuación general de equilibrio de la estructura es:

$$K\delta + P_e + P_c = 0 \quad (2.28)$$

Donde

$K =$ Matriz de rigideces de la estructura

$\delta =$ Vector de desplazamientos

$P_e =$ Vector de cargas de empotramiento

$P_c =$ Vector de cargas concentradas

A continuación obtendremos la matriz de rigideces y el vector de cargas de empotramiento de una barra con apoyos continuos, sometida a una carga uniformemente repartida ω .

Los elementos mecánicos que aparecen en la barra m son:

$$M'_p = \frac{wL^2}{12} + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta'_p + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta'_q - \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\delta'_r + \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\delta'_s \quad (2.29)$$

$$M'_q = -\frac{wL^2}{12} + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta'_p + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta'_q - \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\delta'_r + \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\delta'_s \quad (2.30)$$

$$V'_r = -\frac{wL}{2} - \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\theta'_p - \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\theta'_q + \left(\frac{12EI}{L^3}\right)\delta'_r - \left(\frac{12EI}{L^3}\right)\delta'_s \quad (2.31)$$

$$V'_s = -\frac{wL}{2} + \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\theta'_p + \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\theta'_q - \left(\frac{12EI}{L^3}\right)\delta'_r + \left(\frac{12EI}{L^3}\right)\delta'_s \quad (2.32)$$

$$N'_u = \left(\frac{AE}{L}\right)\delta'_u - \left(\frac{AE}{L}\right)\delta'_v \quad (2.33)$$

$$N'_v = -\left(\frac{AE}{L}\right)\delta'_u + \left(\frac{AE}{L}\right)\delta'_v \quad (2.34)$$

$$M'_a = \left(\frac{GI_t}{L}\right)\theta'_a - \left(\frac{GI_t}{L}\right)\theta'_b \quad (2.35)$$

$$M'_b = -\left(\frac{GI_t}{L}\right)\theta'_a + \left(\frac{GI_t}{L}\right)\theta'_b \quad (2.36)$$

Los elementos mecánicos que transmite la barra al nudo están dados por:

$$P'_m = K'_m \delta'_m + (P'_m)' \quad (2.37)$$

Donde:

$$K'_m = \begin{matrix} & \theta'_p & \theta'_q & \delta'_r & \delta'_s & \delta'_u & \delta'_v & \theta'_p & \theta'_q \\ \left[\begin{array}{cccccccc} 4\frac{EI}{L} & 2\frac{EI}{L} & -6\frac{EI}{L^2} & 6\frac{EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\frac{EI}{L} & 4\frac{EI}{L} & -6\frac{EI}{L^2} & 6\frac{EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6\frac{EI}{L^2} & -6\frac{EI}{L^2} & 12\frac{EI}{L^3} & -12\frac{EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6\frac{EI}{L^2} & 6\frac{EI}{L^2} & -12\frac{EI}{L^3} & 12\frac{EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_t}{L} & -\frac{GI_t}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_t}{L} & \frac{GI_t}{L} \end{array} \right] & (2.38) \end{matrix}$$

El vector de desplazamientos es:

$$\delta'_m = \begin{bmatrix} \theta'_p \\ \theta'_q \\ \delta'_r \\ \delta'_s \\ \delta'_u \\ \delta'_v \\ \theta'_p \\ \theta'_q \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

El vector de cargas de empotramiento en la superestructura es:

$$P_m^{e'} = \begin{bmatrix} \frac{wL^2}{12} \\ \frac{wL^2}{12} \\ -\frac{wL}{2} \\ -\frac{wL}{2} \\ \frac{wL}{2} \\ \frac{wL}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Donde:

K_m' = Matriz de rigidez de la barra m .

δ_m' = Vector de desplazamiento de la barra m .

$P_m^{e'}$ = Vector de cargas de empotramiento de la barra m .

El vector de cargas de empotramiento en la estructura de cimentación vale:

$$P_m^e = \begin{bmatrix} \frac{wL^2}{12} - \frac{11}{192}L^2r_r - \frac{5}{192}L^2r_s \\ -\frac{wL^2}{12} + \frac{5}{192}L^2r_r + \frac{11}{192}L^2r_s \\ -\frac{wL}{2} + \frac{13}{32}Lr_r + \frac{3}{32}Lr_s \\ \frac{wL}{2} + \frac{3}{32}Lr_r + \frac{13}{32}Lr_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

2.4 COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES

En esta etapa se establece la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo de cimentación, lo que equivale a considerar que tanto los desplazamientos de la estructura como los del terreno son iguales. Analíticamente esto se alcanza sustituyendo los valores dados por la ec. 2.39 en la ec. 2.27 De esta manera desaparecen como incógnitas los desplazamientos lineales y quedan únicamente como incógnitas los giros en los nudos y las reacciones del terreno. Por último se obtienen los elementos mecánicos con las ecuaciones 2.29 a 2.36.