

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

# FACULTAD DE INGENIERÍA

## <u>"DETERMINACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE UN</u> <u>AISLADOR DE BASE FRICCIONANTE PARA EL PROBLEMA DE</u> <u>INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA, MEDIANTE EL</u> <u>PLANTEAMIENTO DEL ÍNDICE DE ENERGÍA."</u>

# TESI S

## QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

## **INGENIERO CIVIL**

## **PRESENTA:**

## JUAN CARLOS LARA CRUZ

DIRECTOR DE TESIS: Dr. EDUARDO BOTERO JARAMILLO.

MÉXICO, D.F.

2011

A mi Mamá: GREGORIA CRUZ GRANADOS A mis Hermanos: ROSAISELA , FREDY, OMAR, ALEJANDRO y VERÓNICA. A toda mi Familia: Tíos(as), Primos(as), Sobrinos(as), etc. Quienes con su apoyo, comprensión, cariño y amor, me supieron conducir, para lograr que hiciera posible, la realización de mi carrera.

## AI DR. EDUARDO BOTERO JARAMILLO

Investigador del Instituto de Ingeniería, UNAM.

Por su incalculable apoyo, atención y paciencia,

que ayudaron a alcanzar el objetivo anhelado,

y a quien considero ya

uno de mis mejores amigos.

#### RESUMEN

En esta tesis se estudia el comportamiento de una aislador de base friccionante para el problema de interacción suelo-estructura, utilizando el método del Índice de energía IE (Botero 2004). Dicho método cuantifica la transferencia de energía entre el plano de excitación y la base deslizante de los modelos de ensaye propuestos, proporcionando un análisis adecuado de caracterización de la transferencia de energía en la interfaz.

Además se hace una comparación de las respuestas modales de los diferentes tipos de modelos ensayados bajo diferentes frecuencias de excitación inducidas. Así como también se estudia la influencia de la flexibilidad del modelo y de la contribución de los efectos cinéticos inerciales en el movimiento resultante.

Se estudia al final la influencia que tiene la distribución de la masa en los desplazamientos relativos y en la disipación de energía según la fase de deslizamiento.

Para llevar a cabo los ensayes se utilizo una mesa vibradora y un equipo de cómputo para poder manipular las variables de entrada así como un programa para introducir las señales y capturar los registros. Ambos elementos se encuentran ubicados en el Laboratorio de Geotecnia del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

## NOMENCLATURA

Fr	Fuerza que se opone al deslizamiento
$\mu_{s}$	Coeficiente de fricción estática
g	Aceleración de la gravedad
N	Fuerza normal
μ	Coeficiente de fricción estática o cinética
x(t)	Desplazamiento de la masa con respecto a su base
x <sub>t</sub> (t)	Desplazamiento de la masa en cualquier instante con respecto a su posición inicial general
x <sub>g</sub> (t)	Desplazamiento del suelo
Ü <sub>q</sub>	Aceleración del suelo
m <sub>i</sub>	Masas concentradas del sistema discreto por encima de la superficie de
	deslizamiento
	Masa colocada directamente sobre la superficie de deslizamiento
$F_k$	Fuerza de rigidez
ĸ	Rigidez del elemento
F <sub>d</sub>	Fuerza de amortiguamiento
C	Amortiguamiento del elemento
U	Velocidad relativa de los nodos con respecto a la base
F <sub>i</sub>	Fuerza de inercia
$U_0$	Aceleración debida al desplazamiento relativo del sistema
F <sub>a</sub>	Fuerza resultante
Μ	Matriz de masa
С	Matriz de amortiguamiento
Κ	Matriz de rigidez
m <sub>i</sub>	Masa
Ci	Amortiguamiento del elemento
<i>k</i> <sub>i</sub>	Rigidez del elemento
Ü	Vector de aceleración relativa
Ú	Vector de velocidad relativa
U	Vector de desplazamiento relativo
$\mu_{c}$	Coeficiente de fricción cinética
Üg	Porcentaje de la aceleración que se transmite a la base del modelo

# ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS2 RESUMENNOMENCLATURA5INTRODUCCIÓN.71. MARCO TEÓRICO.91.1. RIESGO SÍSMICO.91.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO101.3. AISLADORES DE BASE FRICCIONANTES.131.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA252.3. CUERPOS RÍGIDOS.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN364.3. VARIACIÓN DE LA ADISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76			PÁGINA		
RESUMEN4NOMENCLATURA5INTRODUCCIÓN.71. MARCO TEÓRICO.91.1. RIESGO SÍSMICO.91.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO101.3. AISLADORES DE BASE FRICCIONANTES.131.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA252.3. CUERPOS RÍGIDOS.252.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA ADISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76	AGRADECIMIENTOS				
NOMENCLATURA5INTRODUCCIÓN.71. MARCO TEÓRICO.91.1. RIESGO SÍSMICO.91.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO101.3. AISLADORES DE BASE FRICCIONANTES.131.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76	RE	RESUMEN			
INTRODUCCIÓN.71. MARCO TEÓRICO.91.1. RIESGO SÍSMICO.91.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO101.3. AISLADORES DE BASE FRICCIONANTES.131.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.282.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76	NOMENCLATURA				
1. MARCO TEÓRICO.91.1. RIESGO SÍSMICO.91.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO101.3. AISLADORES DE BASE FRICCIONANTES.131.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN. 4.2. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO. 5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN. 5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.396. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76	INTRODUCCIÓN.				
1.1. RIESGO SÍSMICO.91.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO101.3. AISLADORES DE BASE FRICCIONANTES.131.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN. 4.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.365. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO. 5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN. 4.3. OISTRIBUCIÓN DE LA MASA.396. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76	1.	. MARCO TEÓRICO.			
1.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO101.3. AISLADORES DE BASE FRICCIONANTES.131.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN. 4.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.365. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO. 5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN. 4.5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.396. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		1.1. RIESGO SÍSMICO.	9		
1.3. AISLADORES DE BASE FRICCIÓNANTES.131.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		1.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO	10		
1.4. TEORIA DE LA PRICCIÓN ESTATICA Y CINETICA.161.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.212. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		1.3. AISLADORES DE BASE FRICCIONANTES.	13		
1.3. TELEMENERGY242. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		1.4. TEORIA DE LA FRICCIÓN ESTATICA I CINETICA. 1.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA	10 21		
2. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.242.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76			21		
2.1. ÍNDICE DE ENERGÍA242.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN. 4.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN. 4.3. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN. 	2.	MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.	24		
2.2. CUERPOS RÍGIDOS.252.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		2.1. ÍNDICE DE ENERGÍA	24		
2.3. CUERPO FLEXIBLES.282.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.313. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		2.2. CUERPOS RÍGIDOS.	25		
2.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.       31         3. EQUIPO DE LABORATORIO.       32         3.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.       32         4. PRUEBAS DE LABORATORIO.       36         4.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.       36         4.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.       36         4.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.       37         5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.       39         5.1. MATERIALES EN CONTACTO.       39         5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.       41         5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.       63         6. CONCLUSIONES       73         7. REFERENCIAS       76		2.3. CUERPO FLEXIBLES.	28		
3. EQUIPO DE LABORATORIO.323.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		2.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXCITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS	31		
<ol> <li>EQUIPO DE LABORATORIO.</li> <li>3.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.</li> <li>9.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.</li> <li>9.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.</li> <li>4.3. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN.</li> <li>4.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.</li> <li>5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.</li> <li>5.1. MATERIALES EN CONTACTO.</li> <li>5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.</li> <li>41. 5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.</li> <li>6. CONCLUSIONES</li> <li>7. REFERENCIAS</li> <li>76</li> </ol>		MODELOS ESTODIADOS.	51		
3.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.324. PRUEBAS DE LABORATORIO.364.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN. 4.2. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN. 4.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.365. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO. 5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN. 5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.396. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76	3.	EQUIPO DE LABORATORIO.	32		
<ul> <li>4. PRUEBAS DE LABORATORIO.</li> <li>4.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.</li> <li>4.2. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN.</li> <li>4.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.</li> <li>5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.</li> <li>5.1. MATERIALES EN CONTACTO.</li> <li>5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.</li> <li>5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.</li> <li>6. CONCLUSIONES</li> <li>7. REFERENCIAS</li> <li>76</li> </ul>		3.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.	32		
4.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN. 4.2. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN. 4.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.36 36 375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.39 5.1. MATERIALES EN CONTACTO. 5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN. 5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.39 41 636. CONCLUSIONES73 7 7. REFERENCIAS76	4.	4. PRUEBAS DE LABORATORIO.			
4.2. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN.364.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.375. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO.395.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		4.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.	36		
<ul> <li>4.3. VARIACION DE LA DISTRIBUCION DE LA MASA.</li> <li>5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.</li> <li>5.1. MATERIALES EN CONTACTO.</li> <li>5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.</li> <li>5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.</li> <li>63</li> <li>6. CONCLUSIONES</li> <li>73</li> <li>7. REFERENCIAS</li> <li>76</li> </ul>		4.2. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN.	36		
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.395.1. MATERIALES EN CONTACTO. 5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN. 5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.396. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		4.3. VARIACION DE LA DISTRIBUCION DE LA MASA.	37		
5.1. MATERIALES EN CONTACTO. 5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN. 5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.39 41 636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76	5.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.	39		
5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.415.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		5.1. MATERIALES EN CONTACTO.	39		
5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.636. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.	41		
6. CONCLUSIONES737. REFERENCIAS76		5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.	63		
7. REFERENCIAS 76	6.	CONCLUSIONES	73		
	7.	REFERENCIAS	76		

6

## INTRODUCCIÓN.

Los movimientos sísmicos anualmente causan grandes pérdidas humanas y materiales. Las cuales, a medida que crece la densidad poblacional, se han ido incrementando de manera significativa.

Es por esto que en las últimas décadas, la ingeniería ha investigado y desarrollado nuevos métodos que pueden ayudar a mitigar el impacto de este tipo de sucesos. Uno de los métodos que se ha desarrollado y en el cual está enfocada esta tesis es el denominado como "*aislamiento sísmico en la base de las estructuras*". Ésta es una técnica de diseño que busca reducir la energía que pasa a la estructura durante un sismo. Lo cual se puede llevar a cabo mediante la implementación de elementos flexibles o discontinuos que sirven de aisladores entre la cimentación de un edificio o puente y la superestructura.

El inicio de la implementación de los aisladores de base en las estructuras se remonta a décadas anteriores. Las primeras aplicaciones de los aisladores de base actuales fueron en puentes, debido a que por su estructuración y extensión (importante en algunos casos), hace que sean más vulnerables a los sismos.

El primer sistema de aislamiento para edificaciones se utilizó en la Escuela Heinrich Pestalozzi, en Skopje, Yugoslavia, en 1969. Mediante un método Suizo denominado "asilamiento total de la base en tres direcciones" usando vigas de caucho natural sin refuerzo. (Departamento de Ingeniería, Universidad de Santiago de Chile)

En los años posteriores se ha continuado de manera significativa en el desarrollo de los aisladores, hasta llegar hoy en día a sistemas de aislamiento sísmico en la base de las estructuras empleando elastómeros de caucho natural o neopreno reforzado con finas láminas de acero. Sin embargo, pese a éstos avances existe aún un limitado desarrollo de los sistemas de asilamiento sísmico basados en mecanismos de fricción.

El objetivo de la tesis es analizar los resultados obtenidos de pruebas en mesa vibradora realizadas en el Laboratorio de Geotecnia del Instituto de Ingeniería UNAM, para determinar la respuesta de modelos de laboratorio aislados en la base mediante mecanismos basados en la fricción. Lo cual se puede relacionar con ciertos sistemas de control pasivo de disipación de energía que trabajan por la fricción generada entre dos superficies que sufren desplazamiento relativo, contribuyendo a que se presenten pérdidas de energía.

Además se plantea el estudio de la influencia de la flexibilidad, la frecuencia de excitación y la distribución de las masas en el proceso de disipación de energía. Este aspecto se cuantifica, mediante el uso del Índice de Energía. Centrándose el estudio en el fenómeno de disipación de energía con las variables mencionadas anteriormente.

## Introducción

En el capítulo 1 se trata la importancia de considerar la cercanía de un sitio a las fallas geológicas ("peligro sísmico"), así como también el grado de vulnerabilidad y de exposición de los asentamientos humanos a los movimientos sísmicos ("riesgo sísmico"). Además se hace énfasis en las diferencias de ambos conceptos, aplicados al caso de la ciudad de México.

En ese mismo capítulo se presenta el estado del arte del aislamiento sísmico, así como también los estudios previos de los aisladores de base llevados a cabo en mesa vibradora.

En el capítulo 2 se hace una descripción detallada del método de análisis propuesto basado en la cuantificación de la energía resultante en la interfaz de deslizamiento y la relación de éste con los desplazamientos relativos. Se describen además, los modelos de análisis referentes a los cuerpos rígidos y flexibles, y la influencia de la frecuencia de excitación en el movimiento relativo.

En el capítulo 3 se detallan los ensayes propuestos, el equipo de laboratorio utilizado, el cual consiste en una mesa vibradora y modelos metálicos sencillos de 1 a 3 grados de libertad instrumentados con acelerómetros y un sensor de desplazamiento lineal.

En el capítulo 4 se hace una descripción de los ensayes de laboratorio entorno a las variables consideradas para el análisis (fricción, excitación y masa), que considera el método de análisis propuesto descrito en el capítulo 2.

En el capítulo 5 se presenta el análisis de los resultados obtenidos de las pruebas realizadas con el objetivo de visualizar el comportamiento del aislador friccionante durante las fases de movimiento, y se relaciona las respuestas con el método del Índice de Energía.

- 1. MARCO TEÓRICO.
  - 1.1. RIESGO SÍSMICO.

Es común que se trate de manera indistinta los términos Peligro Sísmico y Riesgo Sísmico, por lo cual, es importante hacer una diferenciación entre éstos.

El **peligro sísmico** se refiere al grado de exposición que un sitio dado tiene a los movimientos sísmicos, en lo referente a las máximas intensidades que en el pueden presentarse y el **riesgo sísmico** es una medida que combina la peligrosidad sísmica, con la vulnerabilidad y la posibilidad de que se produzcan en ella daños por movimientos sísmicos en un período determinado. (Meli P. y Bazán E., 2008)

La sismicidad de nuestro país se concentra especialmente en el sur y está dominada fundamentalmente por la interacción entre las placas oceánicas de Rivera y de Cocos en el Océano Pacífico y la placa Norteamericana, sobre la cual se encuentra México. (Figura 1.1)



Figura 1.1. Placas tectónicas existentes en el país. Imagen tomada de: <u>www.almez.pntic.mec.es</u>

En la Ciudad de México, se tiene la experiencia de varios terremotos en los que el peligro sísmico y el riesgo sísmico juegan un papel digno de consideración.

El 28 de Julio de 1957 se presentó un sismo de magnitud 7.9 grados en la escala de Richter, cuyo epicentro se ubicó en la costa de Guerrero a una distancia de 150 kilómetros de la Ciudad de México. El cual causó la muerte de 50 personas. Lo que indica que el peligro sísmico de la Ciudad de México era bajo en comparación con el riesgo sísmico que presentaba (relativamente alto) debido a la respuesta de los suelos lacustres sobre los cuales está construida la Cuidad. (Suárez y Reynoso, 2010)

Las observaciones del movimiento sísmico del suelo, muestran que las ondas sísmicas sufren una amplificación en las arcillas blandas de entre 8 y 50 veces

respecto de las amplitudes observadas en CU (el cual se encuentra sobre roca firme). El fenómeno de amplificación dinámica de las ondas sísmicas explica porqué la ciudad de México es mucho más vulnerable a los fenómenos sísmicos que otras ciudades ubicadas a distancias comparables del epicentro de un gran temblor. (Suárez y Reynoso, 2010)

Durante el sismo de 1985, los edificios que sufrieron más daños fueron aquellos cuyo periodo de vibración era cercano al periodo de 2 segundos de los depósitos de arcillas; debido a que el periodo principal del sismo se ubicó en 1.9 seg. Algunos de los colapsos fueron el resultado del fenómeno de resonancia. (Meli P. y Bazán E., 2008) Estos edificios fueron sometidos a solicitaciones de carga cercanas en su periodo natural por casi 3 minutos. Sin embargo, la fase intensa del movimiento a la cual estuvieron sujetos fue de alrededor de 40 seg. No obstante, lo que contribuyó a que colapsaran los edificios fue que muchas de las estructuras se encontraban dañadas o tenían un uso diferente al de su concepción.

Lo que posiblemente debemos esperar en el futuro es un terremoto originado en el Pacífico mexicano. Debido a que en una zona de las costas de Guerrero (llamada la brecha de Guerrero), no se han producido sismos de gran magnitud desde 1911, por lo tanto es razonable pensar que si no han tenido lugar un temblor en los últimos años en un segmento de falla geológica, eso se debe a que la energía se sigue acumulando y tendrá que liberarse eventualmente en forma de un gran terremoto. Finalmente, las experiencias de los sismos de Chile, Haití y Japón en los dos últimos años abren una serie de interrogantes importantes sobre la respuesta de las estructuras en la ciudad de México.

Es por ello que el desarrollo de los sistemas de aislamiento sísmico de naturaleza friccionante podría ser un punto de partida hacia el mejoramiento de las construcciones actuales y de las futuras.

## 1.2. RESEÑA HISTORICA DEL AISLAMIENTO SÍSMICO.

El concepto de aislamiento sísmico ha tenido la connotación de protección contra terremotos desde hace más de 100 años. Sin embargo, pese a su antigüedad, en la actualidad son relativamente pocas las estructuras que los utilizan. Hoy en día este concepto presenta un avance significativo y se trabaja en la práctica ingenieril en estructuras que por su importancia y tamaño justifican su implementación como una alternativa de resistencia sísmica.

A continuación se presenta una breve cronología de los acontecimientos que dieron lugar a los sistemas de aislamiento actuales.

El primer sistema de aislamiento implementado en una edificación, fue el que se utilizó en la Escuela Heinrich Pestalozzi, en Skopje, Yugoslavia, en 1969. Este aplicaba un método Suizo denominado "asilamiento total de la base en

tres direcciones" utilizando vigas de caucho natural sin reforzar, para aumentar su periodo fundamental de vibración (kelly, 1990)

En 1970 un número importante de puentes fueron construidos usando sistemas de aislamiento sísmico. Esto, debido a que por su simplicidad estructural, los puentes son particularmente vulnerables a un colapso cuando están sujetos a terremotos. Por lo cual, las fuerzas sísmicas en estas estructuras puede ser reducida modificando de forma adecuada el periodo fundamental de la estructura, alejándolo del periodo del terreno y el de los sismos típicos de la zona. O bien, incrementando la capacidad de disipación de energía (Kunde y Janid, 2003)

Posteriormente, un sistema sencillo de aislamiento mediante apoyos de goma fue usado en una escuela de tres niveles, en la pequeña ciudad de Lames C. Marseilles, en Francia. (Kelly, 1990)

El primer edificio con aisladores de base construido en Estados Unidos, fue el del centro de justicia del condado de San Bernandino, California, y fue diseñado para resistir el sismo máximo creíble del sitio.

Hoy en día Japón, Estados Unidos, Italia, Nueva Zelanda y China son los países que más han aportado al desarrollo de estas técnicas, (Robinson, 1998)

En nuestro país se han aplicado, principalmente, disipadores pasivos basados en deformación plástica, en especial dispositivos de tipo ADAS (added damping and stiffness) (Whittaker, Bertero y Alonso, 1989). Estos dispositivos ADAS, por estar compuestos de láminas delgadas de acero común (A36 entre otros), y por tener una geometría sencilla de manejar, se han convertido en una opción llamativa y económica dentro de la práctica de la ingeniería nacional.



Foto 1.1



Figura 1.2 (a,b) Disipador tipo ADAS (Tomado de Aiken et, al.,1993)

También, en ocasiones especiales se han utilizado amortiguadores viscosos, como es el caso de la Torre Mayor en la ciudad de México (Figura 1.3). Edificio de 59 niveles, construido en el año 2003.



Figura 1.3. Disipadores viscosos (fuente:www.taylordevices.com)

Es importante considerar que la norma ISO 3010 "Basis for design of structures -seismic action on structures" plantea una clasificación, que consiste en tres sistemas de control de respuesta sísmica: a) control pasivo, b) control activo e híbrido y c) control semiactivo [Hiashino, Masahiko y Okamoto,Shin ,2006] (tabla 1).

Sistema de				
control	Тіро	Tipo	Dispositivo	
Control pasivo	Aislamiento sísmico	Mecanismos deslizantes o de rodillos	Apoyo de rodillos Apoyo de placa deslizante, tipo péndulo,basculante. Capa deslizante Otros	
		Elemento Flexible	Elastómero de multicapas Dispositivo flexible Otros	
	Disipación de energía	De tipo histerético	Acero Plomo Otros	
		De tipo friccionante		
		De tipo fluido	Hidráulico Viscoso Otros	
	Efecto de masa adicional	De tipo viscoelástico De masa y resorte De tipo pendular Vibración de líquido Otros		
	Otro			
Control	Control de	Sistema de amortiguamiento	De tipo hidráulico	
Semactivo	Control de rigidez	Sistema de rigidez variable	Riostra Otro	
	Otro			
Control activo e hibrido	Efecto de masa	Amortiguamiento activo de masa Amortiguamiento híbrido de masa	Efecto de masa	
	Control de fuerza	Tendón activo Otro		
	Otro			

Tabla 1. Clasificación de las técnicas de control de respuesta sísmica.

## 1.3. AISLADORES SÍSMICOS EN LA BASE DE LAS ESTRUCTURAS.

Los aisladores sísmicos utilizados en la base de una estructura, son dispositivos adicionales al sistema estructural, que entran en acción cuando ocurre un sismo. Es decir, son colocados entre la cimentación y la superestructura con el objetivo de disipar parte de la energía a la que está sujeta la estructura durante movimiento sísmico.

En general, los dispositivos más comunes empleados para el aislamiento sísmico en la base de una estructura son aisladores constituidos por elastómeros reforzados o de caucho natural con núcleos metálicos, amortiguadores o elementos flexibles y aisladores friccionantes del tipo: deslizantes o basculantes (Figura 1.4).



Figura 1.4. Técnica de aislamiento sísmico en la base. Tomado de: Sistemas de control de respuesta sísmica en edificaciones (Oviedo y Duque 2006)

### Aisladores de elastómeros.

Los aisladores de elastómeros y los de caucho natural (Foto 1.2 y Figura 1.5) están compuestos por una serie de láminas de elastómeros o de caucho adheridas entre sí, intercaladas o no con láminas metálicas (tipo sándwich), con el fin de proveer capacidad para soportar cargas verticales y horizontales para confinar el núcleo que, por lo general, es de plomo.



Foto 1.2. Aislador de caucho natural. Figura 1.5. Características internas del aislador elastomérico. (Revista EIA 2006)

Los efectos de aislamiento en este tipo de sistemas se producen no por la absorción de la energía sísmica sino por la desviación a través de la dinámica del sistema (Kelly, 1997)

Los apoyos elastoméricos son rígidos en la dirección vertical y flexibles en la dirección horizontal.

A la fecha, estos sistemas han sido implementados principalmente para aislar la vibración de la estructura y en menor cuantía para protección sísmica.

#### Aisladores flexibles y amortiguadores.

En el caso de los aisladores flexibles, la disipación de energía ocurre por el incremento del período de vibración de la estructura, alejándola del período de vibración natural del suelo.

Los amortiguadores se utilizan para disminuir la sensibilidad del sistema a ciertas vibraciones del suelo y la vulnerabilidad a pulsos largos que ocurren en registros cercanos al epicentro del sismo. (Bozzo, 2001)

Los tipos de amortiguadores más utilizados como complemento a los sistemas de aislamiento son los amortiguadores metálicos (Fotos 1.3 y 1.4).

## Marco Teórico





Fotos 1.3 y 1.4. Amortiguadores metálicos. (Revista EIA 2006)

Los aisladores, como elementos flexibles, trabajan en el rango elástico y los amortiguadores, como elementos rígidos, presentan comportamiento elastoplástico. Eso hace que la energía sísmica se atenúe, de forma parcial antes de ser transmitida a la superestructura. Haciendo que la energía total sea balanceada por amortiguamiento propio del sistema, y reduciendo la energía elástica y cinética. (Dargusth and Soong, 1997)

La rigidez inicial aportada por los amortiguadores controla las vibraciones menores y da confort a los usuarios.

### Aisladores friccionantes.

El principio de los aisladores sísmicos por fricción se basa en el aislamiento en la interfaz suelo-cimentación, es decir, la superestructura es aislada parcialmente del movimiento sísmico al introducir una interfaz entre la cimentación y la base de la estructura. Así, el sistema de aislamiento cambia el período fundamental de la estructura y disipa energía. (Botero, 2004)

En cuanto a los aisladores de fricción se cuenta con los apoyos deslizantes y los apoyos basculantes tipo péndulo de fricción (Figura 1.6). Los apoyos basculantes consisten en una base cóncava sobre la que se colocan un patín esférico articulado y una platina de cubierta. La base cóncava tiene la función de restaurar la posición original del sistema, mientras que las superficies deslizantes, esferas, disipan energía por fricción. El movimiento que se produce en el dispositivo durante la acción de un sismo es similar al movimiento de un péndulo. (Oviedo A.J. y Duque, 2006)

## Marco Teórico



Figura 1.6. Aislador de fricción. Tomado de: <u>www.earthquakeprotection.com</u>

En los apoyos deslizantes las columnas descansan sobre elementos de deslizamiento de teflón o acero inoxidable y se genera disipación de energía por fricción.

El uso de este tipo de sistemas es cada vez más común en el mundo y constituye una técnica que debe ser considerada en zonas de alto riesgo sísmico. Aunque la implementación de éstos en la actualidad implica un costo inicial mayor, el beneficio y la inversión se ven reflejados al momento de ocurrir un sismo.

Es por eso que de una estructura complementada con un sistema de control de respuesta sísmica se espera que no sufra los mismos daños que una estructura convencional. Por lo que una estructura que no posea estos sistemas podrá sufrir daños que hagan que su rehabilitación sea excesivamente costosa y en el peor de los casos, su demolición inevitable.

El sistema de aislamiento que se analizará en el presente estudio, corresponde a un sistema "pasivo-mecánico" de respuesta, es decir, que por la interacción de las fuerzas inerciales de la estructura y la excitación, existe disipación de energía en la interfaz de deslizamiento, similar a la que se presenta en el sistema de aislamiento de apoyos deslizantes tipo péndulo de fricción que se mencionó anteriormente, actuando en el momento de un sismo.

## 1.4. TEORÍA DE LA FRICCIÓN ESTÁTICA Y CINÉTICA.

### Estudio de las fuerzas de fricción.

Las fuerzas que actúan sobre un bloque rígido deslizante (Figura 1.7), se calculan con base en las siguientes consideraciones: La fuerza resistente (Ecuación 1.1) depende del esfuerzo normal y del coeficiente de fricción desarrollados entre la base del bloque rígido deslizante y la superficie de apoyo. El coeficiente de fricción se modifica cuando la masa de suelo empieza a deslizar.



Figura 1.7. Diagrama de cuerpo libre de un bloque rígido en equilibrio límite bajo la acción de una aceleración horizontal.

Donde: Üg es la aceleración horizontal de la excitación actuando sobre el bloque,  $\mu$  es el coeficiente de fricción en la interfaz de deslizamiento, g es la aceleración de la gravedad, m es la masa del bloque, F y N son la fuerza de fricción y normal, respectivamente.

Dado:

$$N = m \times g \tag{1.1}$$

y:

$$F = m \times g \times \mu \tag{1.2}$$

Finalmente:

$$F = \mu \times N \tag{1.3}$$

El coeficiente de fricción ( $\mu$ ) es adimensional y representa las características de las superficies de contacto.La fuerza normal es la resultante de las acciones de la aceleración del terreno y de la aceleración de la gravedad sobre la masa del sistema. Esta fuerza varía en el tiempo debido a que la aceleración del terreno no es constante.

Para poder hacer una distinción adecuada de las fuerzas de fricción estática y cinética que se presentan en la superficie de deslazamiento, es necesario considerar los estudios recientes entorno al coeficiente de fricción presentado en la ecuación (1.3).

## Antecedentes experimentales del estudio del coeficiente de fricción.

<u>Constantinou et. al. (1987)</u> realizaron experimentos con un bloque rígido deslizando sobre una interfaz compuesta por teflón y acero inoxidable sometido a señales armónicas generadas por una mesa vibradora. Sus experimentos consistieron en excitar un bloque rígido apoyado directamente sobre la superficie de deslizamiento. (Figura 1.7)

Durante la excitación se midieron las aceleraciones de entrada (sobre el plano de deslizamiento) y salida (en el bloque rígido deslizado). A partir de un análisis inverso fue posible determinar el coeficiente de fricción en la interfaz.

Cuando el bloque no desliza con respecto a la base, se transfiere el 100% de la energía de la excitación a través de la interfaz. En el momento en que el cuerpo

se encuentra en el equilibrio límite, es decir, con un factor de seguridad de uno contra el deslizamiento, las fuerzas actuantes en la interfaz son iguales:

$$m\ddot{U}_{g} = mg\mu \tag{1.4}$$

En donde el coeficiente de fricción resulta:

$$\mu = \frac{\ddot{U}_g}{g} \tag{1.5}$$

La hipótesis de la ecuación 1.5, es que la aceleración del bloque,  $\ddot{U}$ , es igual a la aceleración del plano,  $\ddot{U}_g$ , sobre el que descansa, es decir, no hay deslizamiento relativo. Por lo tanto, una vez que se presenta el desplazamiento relativo en la interfaz, la ecuación 1.5 ya no es válida, por lo que la aceleración del bloque es menor que la aceleración de la excitación, debido a la disipación de energía a través del deslizamiento en la interfaz.

Finalmente, Constantinou *et.al.(1987)* plantearon la hipótesis de que el coeficiente de fricción cinético de la interfaz de deslizamiento de su experimento era igual a la aceleración máxima del bloque normalizada contra el valor de la aceleración gravitacional:

$$\mu = \frac{\dot{U}_{máx}}{g} \tag{1.6}$$

<u>Yegian y Lahlaf (1992)</u> llevaron a cabo experimentos en mesa vibradora con un bloque rígido de concreto deslizando sobre una interfaz de geomembrana – geotextil excitado a diferentes magnitudes de aceleración. Los resultados muestran que el coeficiente de fricción de la interfaz que utilizaron depende de la aceleración de la excitación. Yegian y Lahlaf trataron de explicar este fenómeno planteando la hipótesis de que el coeficiente de fricción se incrementa cuando comienza el deslizamiento y por ello aumenta la aceleración de respuesta del bloque.

En esta misma línea de investigación; Wartman *et. al.* (2003) realizaron experimentos en mesa vibradora con bloques rígidos y columnas de suelo arcilloso deslizando sobre una interfaz geomembrana-geotextil. Wartman et.al., al igual que Yegian y Lahlaf, encontraron que la aceleración máxima del bloque rígido aumentaba más allá del valor de fluencia y atribuyeron este incremento a la variación del coeficiente de fricción cinético con la velocidad de deslizamiento, e intentaron cuantificar esa dependencia.

<u>Yegian y Kadakal (2004)</u> publicaron resultados experimentales de ensayes en mesa vibradora con un bloque rígido deslizando sobre una interfaz de geotextil – UHMWPE (polietileno de ultra alto peso molecular, por sus siglas en inglés), con fines de aplicación al aislamiento sísmico de la base. Yegian y Kadakal estudiaron la dependencia del coeficiente de fricción de esta interfaz con la velocidad de deslizamiento, calculando nuevamente el coeficiente de fricción con la ecuación (1.6). Encontraron de nuevo (al igual que Wartman en 2003) que la aceleración máxima del bloque rígido era mayor al valor de fluencia y atribuyeron este fenómeno a la condición de deslizamiento intermitente.

<u>Chaudhuri y Hutchinson (2005)</u>, condujeron una investigación que reconoce la variación del coeficiente de fricción cinético, (no utilizaron la ecuación 1.6) y plantearon expresiones para obtener la variación del coeficiente de fricción cinético en función de la tasa de cambio de la velocidad de deslizamiento. Ellos encontraron que el coeficiente de fricción tiene variaciones suaves y graduales, a diferencia de la hipótesis de la ley de fricción de Coulomb. Plantearon también que el coeficiente de fricción cinética puede tomar valores mayores al estático.

<u>Kafali *et. al.* (2007)</u> llevaron a cabo un programa experimental muy amplio en donde ensayaron interfaces de baja, media y alta fricción. Los ensayes se hicieron en mesa vibradora y se utilizó el enfoque de la ley de fricción de Coulomb para interpretar los resultados, empleando la ecuación (1.6) para calcular los coeficientes de fricción cinética.

Finalmente, las evidencias experimentales demuestran que la ley de fricción de Coulomb, y la ley de fricción que considera al coeficiente cinético igual al estático, pueden llevar a resultados erróneos en los cálculos de desplazamientos permanentes inducidos sísmicamente (Méndez *et. al.*, 2009).

## Variación del coeficiente de fricción.

Las ecuaciones siguientes estudian la variación del coeficiente de fricción.

#### Modelo experimental, utilizando mesa vibradora, propuesto por Méndez, 2009:

La siguiente ecuación (1.7), parte de los resultados de los experimentos realizados en mesa vibradora y modela la variación del coeficiente de fricción desde un punto de vista experimental.

$$\mu(t) = \mu_s - \exp\left(-\frac{\lambda}{g} \left| \frac{d}{dt} \dot{U}_g(t) \right| \right)^{-1}$$
(1.7)

Donde  $\ddot{U}(t)$  es la velocidad de la excitación del sistema y  $\lambda$  es una constante experimental que depende del material de la interfaz y las características de la excitación (frecuencia, amplitud, etc.).

Modelo del coeficiente de fricción adaptado para el análisis dinámico de estructuras deslizantes.

A continuación se presentan las ecuaciones resultantes de la investigación, atendiendo a la variación (ya mencionada) del coeficiente de fricción.

Se obtuvo la ecuación siguiente:

$$\mu(t) = \mu_s - \exp\left(-\frac{\lambda}{g} \left| \frac{d}{dt} \dot{U}_g(t) \right| \right)^{-1} \bullet H\left[ \left| \dot{U}_g(t) \right| - \dot{U}_y \right]$$
(1.8)

La ecuación (1.8), es la forma adaptada para el caso horizontal de la variación del coeficiente de fricción utilizando el método de Newmark modificado (Botero, 2008). Los detalles de la modificación al método de Newmark se pueden consultar en el trabajo de Botero 2004 y Méndez 2008.

 $\ddot{U}_y$  es la aceleración de fluencia (Newmark, 1963,1965) H es la función escalón unitario:

$$H = \begin{cases} \ddot{U}_{g}(t) - \ddot{U}_{y} \le 0 , & 0 \\ \dot{U}_{g}(t) - \ddot{U}_{y} \ge 0 , & 1 \end{cases}$$
(1.9)

Se presentan los resultados del movimiento en el plano horizontal sólo con fines ilustrativos.



Figura 1.8. Ciclo de deslizamiento ilustrativo del comportamiento observado en el Laboratorio (Botero, 2004), junto con la respuesta asumida conforme al método de Newmark.

En esta figura se muestran las aceleraciones de la excitación, Üg, y de respuesta, Ü, registradas experimentalmente durante uno de los ensayes realizados con la interfaz madera – madera sobre un plano de deslizamiento horizontal.

## 1.5. FLEXIBILIDAD DE LA ESTRUCTURA.

# Antecedentes experimentales del estudio de la flexibilidad en modelos de base aislada.

La influencia de la flexibilidad en el comportamiento sísmico de los edificios, es un factor que es indispensable considerar en el análisis de estructuras aisladas en la base (Botero y Romo, 2003, 2004, a, b). Esta influencia tiene que ver con la respuesta dinámica modal de la estructura de base aislada ante el efecto de las cargas dinámicas generadas por los desplazamientos relativos durante el deslizamiento en la interfaz.

Generalmente, cuando se analizan edificios de base fija, esta flexibilidad se estudia utilizando un modelo de un grado de libertad (Figura 1.9), entonces las fuerzas inerciales generadas por los desplazamientos laterales se pueden expresar como productos de las masas por sus aceleraciones lineales (Meli P. - Bazán E., 2008), además de considerar las fuerzas de rigidez y de amortiguamiento (*k* y *c* en la figura) para calcular su respuesta modal.



Figura 1.9. Sistema de un grado de libertad (Oviedo y Duque, 2006)

Para estas condiciones, la ecuación de equilibrio dinámico se escribe como:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g \tag{1.10}$$

Donde:

<sup>mx</sup> Representa la fuerza inercial de la masa de la edificación

*cx* Es el amortiguamiento del sistema.

kx Es la fuerza elástica del sistema.

El sistema se somete a una carga sísmica representada por un desplazamiento del suelo  $X_g(t)$ . La respuesta del sistema consiste en cuantificar el

desplazamiento de la masa en cualquier instante con respecto a su posición inicial general,  $X_t(t)$ . Este parámetro se calcula en función del desplazamiento del terreno y del desplazamiento de la masa con respecto a su base:

$$x_{t}(t) = x_{g}(t) + x(t)$$
(1.11)

Sin embargo, para el caso de una estructura en la que se implementan los aisladores de base friccionante, existe disipación de energía al permitir los desplazamientos relativos entre la estructura y su cimentación de esta forma se modifica su respuesta modal y las cargas dinámicas dependen de la distancia de deslizamiento a lo largo de la interfaz, los cambios en la tasa de desplazamientos, el contacto completo en la interfaz durante el tiempo presismo, la transición de estático a cinético del coeficiente de fricción durante la iniciación del deslizamiento, la cantidad de energía que es transmitida a lo largo de la interfaz durante y rigidez del modelo (Botero, 2005).

Los desplazamientos relativos generados en cada elemento de la estructura en conjunto con la incidencia de la variación de la fricción durante las fases de cedencia y deslizamiento (debido a la velocidad relativa y longitud de desplazamientos) además de los efectos cinemáticos, influencian de manera global en la contribución a los modos de vibración.

<u>Matsagar y Janid, 2004,</u> han investigado también el papel que juega la flexibilidad en el comportamiento de una estructura de base aislada. En sus estudios, encontraron que la flexibilidad de la estructura es concentrada principalmente en el nivel de aislamiento y que se desarrolla un incremento substancial en la aceleración en el último nivel a la par del crecimiento del periodo fundamental de la estructura, lo que implica que las aceleraciones en la superestructura pueden subestimarse si se ignora la flexibilidad y se modela la estructura como rígida. Notaron también que si la aceleración se incrementa en la superestructura, esto no tiene una influencia significativa en la magnitud de los desplazamientos obtenidos.

El efecto de variar la configuración estructural y la distribución de las masas se ha analizado también en Botero (2004), en donde se compara la energía que pasa del plano de deslizamiento a los modelos utilizados (uno flexible y otro rígido) ambos con características equivalentes de área de la base, peso del modelo y fricción entre los materiales, y se ha observado menor pérdida de energía en el modelo rígido respecto a la del modelo flexible. El incremento en la magnitud de los desplazamientos en los modelos flexibles es significativamente mayor que en el modelo rígido, los cuales son de 3 a 5 veces superiores, lo que indica que la inercia de la masa influye en la transferencia de energía.

Estos resultados servirán de apoyo para analizar los efectos de la flexibilidad en las pruebas hechas en este estudio, que precisamente tiene su importancia en la configuración adoptada para el modelo rígido y flexible. Sirviendo de esta manera, como un elemento previo de visualización del comportamiento característico de una estructura de base aislada con variación en la distribución de la masa y la configuración estructural, a su vez influenciada por las fuerzas cinéticas generadas durante su respuesta dinámica.

Para disertar técnicamente las aseveraciones mencionadas, se mostrará en los capítulos posteriores, la comparación entre las respuestas modales de una estructura de base fija y una de base libre, utilizando el análisis dinámico modal para obtener la respuesta en el acoplamiento del movimiento de ambos modelos.

Las pruebas de laboratorio que se realizaron en el presente estudio representan condiciones controladas (laboratorio) de comportamiento, es decir, se cuidaron aspectos relacionados con el acoplamiento del movimiento, la variación de la frecuencia de excitación, la canalización del movimiento en una sola dirección, humedad, etc. Por ello es importante mencionar que los resultados pueden variar para condiciones de movimiento en el que no se tome en cuenta la influencia de estos factores o bien que la variación de los mismos propicie modificaciones en el movimiento tal que sea suficiente para desacoplar la estructura del movimiento en su base.

## 2. MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS.

En el capítulo se presenta la metodología empleada para el análisis de los resultados de laboratorio. Esta se basa en el concepto del Índice de Energía, el cual se describe enseguida.

2.1. INDICE DE ENERGÍA (IE)

El concepto del Índice de Energía se basa en las hipótesis planteadas en el estudio "Modelo Bidimensional No Lineal para el Análisis del Comportamiento Dinámico de Estructuras Térreas" (Botero, 2004). Esta es una relación entre la energía suministrada por la excitación y la energía presente en la superestructura, como consecuencia de dicha excitación. Con esto se busca determinar la influencia de la aceleración cinética generada por el efecto del desplazamiento relativo del modelo, los efectos inerciales causados por la flexibilidad de la estructura, los modos de vibración, y la influencia de la frecuencia de excitación en la respuesta de la estructura con aisladores de fricción.

El Índice de Energía se define de la siguiente forma:

### Índice de Energía (IE) = Energía de salida / Energía de entrada (2.1)

Donde:

*Energía de entrada* = es la correspondiente a un ciclo de la excitación, determinada en el plano de deslizamiento.

Energía de salida = es calculada en la base del modelo en el mismo ciclo.

Cuando el *IE* es igual a la unidad quiere decir que toda la energía, aportada por la excitación se transmite a la estructura, lo cual es indicativo de que esta se encuentra acoplada a la base de la mesa vibradora o en casos reales, el edificio no posee disipadores de energía por fricción (y de ningún otro tipo). Cuando el *IE* es menor que1, quiere decir que existe disipación de energía a través de la interfaz. Es importante anotar que la energía resultante en la estructura no es únicamente la que pasa por la interfaz, sino que estará compuesta también por las aportaciones de los efectos inerciales, cinéticos y modales.

Las hipótesis consideradas en el estudio de la respuesta de la estructura a nivel de desplazamientos relativos y aceleraciones resultantes, son:

- Influencia de la flexibilidad de la estructura.
- Influencia de la distribución de la masa.

- Variación del coeficiente de fricción cinética respecto del coeficiente de fricción estático.
- Influencia de los modos de vibración.
- Influencia de los materiales en contacto en la interfaz de deslizamiento.
- Contribución de la frecuencia de excitación.

## Cuantificación teórica de la energía cinética.

La energía de excitación y la energía resultante en la base del modelo se calculan con la siguiente ecuación:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \tag{2.2}$$

Donde:

E = es la energía de excitación o la energía resultante en la base del modelo, m = es la masa del modelo, v = es la velocidad resultante de la integración del acelerograma en la base deslizante.

Con el objetivo de cuantificar la energía que se transmite a través de la interfaz de deslizamiento, se presenta más adelante el cálculo de esta y su variación con respecto a la configuración estructural adoptada (cuerpos rígidos y flexibles).

## 2.2. CUERPOS RÍGIDOS.

La referencia más conocida del estudio de cuerpos rígidos sujetos a movimiento deslizante la encontramos en la propuesta de Newmark 1963, que estudia el deslizamiento de los taludes sujetos a movimientos sísmicos y se modela a la cuña deslizante como si fuera un **bloque rígido** sobre un plano inclinado. El desplazamiento relativo del bloque es causado por un pulso simple, cuando se le induce una aceleración superior a la aceleración de fluencia.

En este método se asume que las fuerzas actúan en el centro de gravedad del **bloque rígido** y que la fuerza resistente es continua durante la excitación. Además, supone al coeficiente de fricción estática igual al coeficiente de fricción dinámica.

Sin embargo, como puede inferirse, los desplazamientos por sismo, calculados con este método, generalmente difieren de los desplazamientos reales, debido

a la sobresimplificación del problema. Siendo este aspecto delicado, debido a que se presenta una subestimación en la respuesta del bloque deslizante.

Tomando en cuenta las limitantes que implica el método y adecuando el concepto al de una **estructura rígida** sobre un plano horizontal, se asumió la ocurrencia de la variación de la fricción durante el movimiento, la influencia de la frecuencia de excitación y la transferencia de energía en la interfaz para el análisis del bloque rígido propuesto en este capítulo.

Las fuerzas que intervienen en el movimiento del modelo de cuerpo rígido utilizado en el laboratorio, sometido a una excitación en su base, se muestran en el diagrama de cuerpo libre (Figura 2.1)

La fuerza inercial *Fi* desarrollada, depende de la aceleración de excitación  $\ddot{x}g$  aplicada y de la masa *m* del cuerpo rígido (de acuerdo a la ley de cantidad de movimiento de Newton). En tanto que la fuerza de fricción *Fr* depende de la fuerza normal *N* y del coeficiente de fricción entre las superficies en contacto.

La fuerza normal *N* es la acción que ejerce la superficie sobre el bloque rígido, de igual magnitud y dirección pero de sentido opuesto al peso del mismo.



Figura 2.1. Diagrama de cuerpo libre del modelo rígido utilizado.

### Cuantificación del Índice de Energía.

Para cuantificar el IE de un cuerpo rígido y evaluar su respuesta dinámica, se parte de las historias de aceleración registradas por medio de los acelerómetros. A partir de éstas se obtienen las historias de velocidades y desplazamientos por medio de la integración de la señal para la primera y la doble integración para la segunda.



Figura 2.2. Representación esquemática del modelo de cuerpo rígido utilizado para los ensayes.

Los pasos a seguir para evaluar el índice de energía en el modelo de cuerpo rígido son:

- 1) Se registran las historias de aceleración.
- 2) Se obtiene la curva de velocidades integrando la curva de aceleraciones con respecto al tiempo.
- 3) Se obtiene la curva de desplazamientos relativos integrando la curva de velocidades con respecto al tiempo.
- 4) Se seleccionan los puntos de interés en la curva de aceleraciones registradas.
- 5) Se calcula la energía cinética por medio de la ecuación 11 en la mesa y el modelo en dichos puntos.
- 6) Se calcula el índice de energía utilizando la ecuación 10.
- Se grafica el índice de energía (IE) en función de la frecuencia de excitación y los desplazamientos relativos para caracterizar las fases de deslizamiento entorno a la disipación de energía.

El estudio de este modelo representa el caso más sencillo de análisis debido a que su respuesta modal no se ve afectada por los modos superiores de vibración. Este aspecto si se toma encuentra en los modelos flexibles que a continuación se describen.

## 2.3. CUERPO FLEXIBLES.

## Cuantificación del Índice de Energía.

La determinación del (IE) en los modelos flexibles se lleva acabo siguiendo los mismos pasos 1) a 7) que se presentaron para el caso del cuerpo rígido. Sin embargo, el estudio dinámico modal de este modelo implica un análisis detallado debido a que existe influencia de la flexibilidad de la estructura y de los modos superiores de vibración así como de los efectos cinéticos generados durante el movimiento del modelo.

### Análisis modal.

Para realizar el análisis dinámico modal de los modelos flexibles, se utiliza la ecuación 1.10 presentada en el inciso 1.5, adaptada para los modelos de 1, 2 y 3 grados de libertad, respectivamente.

#### Ecuación de movimiento.

Expresando la ecuación 1.10 en términos de los vectores de fuerza se tiene:

$$Fi + Fc + Fk = F \tag{2.3}$$

Donde los vectores de fuerza son:

- $Fi = m \ddot{x}$ : Vector de acciones de inercia en las masas concentradas.
- $Fc = c \dot{x}$ : Vector de fuerzas por amortiguamiento.
- Fk = kx: Vector de fuerzas por deformación de la estructura.
- $F = -m \ddot{x}_g$ : Vector de cargas aplicadas externamente.

*k, c y m* representan la rigidez, amortiguamiento y masa del modelo,  $\ddot{x}$  es el vector de aceleración relativa entre la mesa el modelo,  $\dot{x}$  es el vector de velocidad relativa y  $x_t$  es el desplazamiento total con respecto a su posición inicial general,  $x_g$  es el desplazamiento del terreno y x es el desplazamiento de la masa con respecto a su base.

En la figura siguiente se puede apreciar, los vectores de fuerza que intervienen en el movimiento de los modelos flexibles de 1, 2 y 3 grados de libertad utilizados. Es importante mencionar que estos grados de libertad fueron considerados como dinámicos y no estáticos, debido a que las fuerzas de inercia importantes son solamente las que generan las masas al moverse lateralmente y las demás deformaciones de los nudos se consideraron despreciables.



Figura 2.3. Representación esquemática de los modelos flexibles ensayados.

Para simplificar los cálculos se considera que el efecto del vector de fuerzas por amortiguamiento (*Fc*) puede ser incluido por separado en la respuesta total del sistema ensayado (se asume un amortiguamiento del 5%) y considerando que no existe movimiento del terreno, la expresión 2.3 se convierte en:

$$Fi + Fk = 0 \tag{2.4}$$

La solución de la ecuación 2.4 corresponde a un problema de valores característicos cuya solución es:

$$\left[ \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = 0 \tag{2.5}^*$$

Donde: *M*, *K* son las matrices de masa y rigidez del modelo flexible, y  $\omega$  es la frecuencia natural circular de vibración.

La secuencia de cálculo a seguir para el análisis modal de los modelos flexibles es la siguiente:

- 1) Se determina la matriz *M* de masas de los modelos flexibles.
- 2) Se determina la matriz *K* de rigideces de los modelos flexibles.
- 3) Se calculan los valores y vectores propios  $\omega^2$ ,  $\omega$  con la ecuación 2.5.
- 4) Se calcula la frecuencia natural circular de vibración *f* con la siguiente ecuación:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$
(2.6)

\*La deducción de la ecuación 2.5 puede consultarse en "Diseño sísmico de edificios" Meli P. Roberto y Bazán Enrique.

5) Se calcula el periodo natural de vibración **T** con la siguiente ecuación:

$$T=1/f$$
 (2.7)

6) Se calculan las formas modales normalizadas Ø con la siguiente ecuación:

$$\phi = \frac{u_{jn}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} m_{jj} u^{2}_{jn}}}$$
(2.8)

Donde:  $\phi$ = es el componente de la forma modal normalizada

 $m_{jj}$  masa concentrada en el nudo j.

 $u_{jn}$  = el componente, para el nudo *j*, del vector propio asociado con el nudo *n*.

7) Se determina el factor de participación modal de la manera siguiente:

$$\Gamma = \frac{\left[\phi^{T}\right]M\left[1\right]}{Mn}$$
(2.9)

Donde:

M=matriz de masas del modelo.

 $\phi^{T}$ =matriz transpuesta de frecuencias modales normalizadas.

M<sub>n</sub> se calcula como:

$$\boldsymbol{M}_{n} = \left[\boldsymbol{\phi}^{T}\left[\boldsymbol{M}\right]\left[\boldsymbol{\phi}\right] = 1 \tag{2.10}$$

8) Finalmente se calculan los desplazamientos relativos máximos con la ecuación (2.11)

$$S_n = \Gamma[M][\phi] \tag{2.11}$$

# 2.4. INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE EXITACIÓN EN LOS MODELOS ESTUDIADOS.

La influencia de la frecuencia de excitación en el comportamiento del aislador de base friccionante es importante, porque participa en la determinación de la forma de disipar la energía y en la magnitud de los desplazamientos relativos.

El cambio en la frecuencia de excitación en los modelos de ensaye, se realiza utilizando un sistema de cómputo (Foto 2.1), el cual también adquiere y procesa las señales de los acelerómetros y del sensor de desplazamiento lineal (LVDT).

Los detalles del equipo pueden consultarse en el capítulo 3 de esta tesis.



Sistema de cómputo.

Foto 2.1. Equipo de laboratorio utilizado para realizar los ensayes (Botero 2004).

La importancia de variar la frecuencia de excitación en la base es para analizar su influencia en la energía que se transmite en la interfaz y la influencia de la flexibilidad de los modelos de 1, 2 y 3 GDL utilizados.

## 3. EQUIPO DE LABORATORIO.

## 3.1. DESCRIPCIÓN DE LA MESA VIBRADORA.

La mesa (Figura 3.1 y Foto 3.1) está compuesta por un marco rígido sobre el cual descansa la base deslizante. En éste marco, están montados el actuador o pistón neumático el cual produce la excitación, un sensor de posición, una servo-válvula que regula el caudal de aire y el sentido de este para producir el desplazamiento del pistón. Además, un tanque para altas demandas de aire, la tarjeta de conexión de la instrumentación, el acondicionador del sensor de desplazamiento lineal que sirve para determinar la posición del modelo (Lvdt) y los acelerómetros de tres ejes.





Figura 3.1. Esquema de componentes neumáticos

Foto 3.1. Componentes neumáticos



Foto 3.2. Acelerómetro montado en un cilindro



Foto 3.3. Sensor de desplazamiento





Foto 3.4. Acondicionador para el sensor de desplazamiento

Figura 3.2. Tarjeta controladora

### Base deslizante

La base deslizante (Figuras 3.3 y 3.4) está conformada por dos marcos de acero los cuales se encuentran unidos por medio de cuatro soportes y están colocados uno sobre el otro. Sobre el marco superior se encuentra colocada una lámina de madera.





Figura 3.3. Vista superior del marco rígido

Figura 3.4. Base deslizante

### Base del modelo para ensayes

El modelo propuesto de masas cilíndricas consta de una base de aluminio (Figuras 3.5 y 3.6) apoyada sobre una lámina de madera.



Figura 3.5 Base vista lateral

Figura 3.6 Base vista frontal

## Estructura flexible adosada a la base para ensayes.

Con el fin de evaluar el efecto de la influencia modal y de la inercia en la respuesta del modelo, se utilizó un sistema de tres cilindros de aluminio soportados por dos varillas (Foto 3.5).



Foto 3.5. Modelo compuesto con cilindros de aluminio

En el plano superior de la base móvil se encuentra fijo un sistema de guía (Figura 3.7 y Foto 3.6), el cual garantiza que el desplazamiento del modelo será únicamente en la dirección de la excitación y que la base de éste permanecerá en todo momento en contacto con la lámina de madera. El sistema para guiar al modelo longitudinalmente consta de dos láminas de aluminio las cuales se encuentran en contacto con la base del modelo.





Figura 3.7 Sistema de guía vertical Foto 3.6 Base del modelo, sistema de guía vertical

La base del modelo está diseñada para garantizar que la parte superior este siempre horizontal, con lo que se evita que se presente una descomposición de fuerzas y se presenten momentos de volteo, además de que exista consistencia en el modelado numérico.





Figura 3.8. Vista lateral

Figura 3.9. Vista frontal



Foto 3.7. Vista lateral de la mesa vibradora.

## 4. PRUEBAS DE LABORATORIO.

En este capítulo se presenta la descripción de las pruebas de laboratorio realizadas con el fin de analizar el fenómeno de fricción y el efecto de la distribución de la masa en los modelos flexibles y rígidos. Para esto, se varía la frecuencia de excitación y la distribución de la masa.

### 4.1. VARIACIÓN DE LA FRICCIÓN.

#### Interfaz madera-madera.

Se escogió la madera porque presenta duración en sus propiedades de fricción y desgaste (lineales y constantes) y ostenta además, facilidad de trabajo para llevar acabo los ensayes en el laboratorio. Es importante considerar que la madera es sensible a las condiciones ambientales (humedad en mayor porcentaje y temperatura). Por lo cual, se verificó conservar estas condiciones en parámetros similares en las pruebas realizadas, cuidándose que los ensayes se hicieran en un rango de temperatura y humedad lo más constante posible.

El contenido de humedad de los artículos de madera ordinarios en condiciones atmosféricas promedio está comprendido entre el 10 y el 20%. Este porcentaje de humedad, se encuentra dentro del rango en donde se altera más significativamente el comportamiento friccionante de la madera (Borden y Tabor 1964). Un contenido de humedad arriba de este porcentaje tiene poco efecto en el comportamiento de la madera. Es por ello que todos los ensayes con madera se realizaron a una humedad relativa aproximadamente constante, alrededor del 60 %, típica de las condiciones del laboratorio de mecánica de suelos del Instituto de Ingeniería.

## 4.2. VARIACIÓN DE LA EXCITACIÓN.

Se efectúa la variación de la frecuencia de excitación en las pruebas para estudiar el efecto de la disipación de energía para cada tipo de modelo (flexible o rígido). Como se mencionó al principio del capítulo, enseguida se describen las características que intervienen en el manejo de la excitación, es decir, la forma en la que se modifica la frecuencia de excitación, la descripción de los elementos utilizados y la manera en la que se toman registros.

#### Procedimiento.

Inicialmente, los modelos son excitados mediante un movimiento armónico con una frecuencia inicial de 3.4 Hz con el fin de calibrar los modelos y el equipo. Las historias de desplazamientos relativos y las de aceleraciones resultantes son registradas durante las pruebas. Para analizar los resultados experimentales se captura una ventana de tiempo de un único ciclo de
deslizamiento completo para cada prueba. Las ventanas son elegidas por la calidad de los registros y la ubicación de éstas dentro de la prueba total (en la cual se busca minimizar los efectos del arranque del ensaye, los cuales son irregulares por las características propias de un equipo neumático). Solo una ventana de tiempo por prueba es considerada porque todas las historias de tiempo son periódicas.

Antes de proceder a la realización de los ensayes se determinan diversas pruebas en las que se hace variar la frecuencia de excitación para calibrar el modelo y para determinar el rango de operación de la mesa vibradora, de esta manera, se pretende observar el rango de frecuencias para el cual movimiento de la mesa y del modelo son consistentes.

La señal generada de entrada es un seno con amplitud de 6 cm. Posteriormente, se realiza una variación de la frecuencia en un rango comprendido entre 2 y 3.5 Hz. Finalmente, se comprueba la reproducibilidad de los resultados en los rangos de frecuencias analizados.

4.3. VARIACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.

La finalidad es estudiar la variación de la distribución de la masa para analizar la respuesta dinámica de las estructuras con base fija y sobre una interfaz de deslizamiento, además de considerar modelos rígidos y flexibles con diferentes grados de libertad.

#### Modelos flexibles.

Se utilizaron modelos de 1, 2 y 3 grados de libertad para las condiciones de apoyo fijo y libre respectivamente. Constituidos por placas cilíndricas de aluminio y dos varillas de acero como soporte, montados en una mesa vibradora (como se vio en el capítulo 3). Se registraron las aceleraciones en los nodos en los que se concentran las masas. Los modelos tienen peso y área de contacto equivalente.





Figura 4.1. (a, b y c). Modelos flexibles usados para los ensayes.

# Modelo rígido

Se utilizó un modelo que fuera comparable con los modelos flexibles (mismos que se presentan más adelante), en lo referente al peso equivalente, área de la base, fricción y materiales en contacto en la interfaz, pero con la configuración de un **bloque rígido** tipo Newmark (Figura 23), deslizando sobre un plano horizontal inducido por una frecuencia de excitación de 2 a 2.3 Hz. Se utilizó un bloque rígido de aluminio con medidas 15 x 25 x 3.5 cm.





Se utilizó, además, un sensor de desplazamiento (LVDT) para indicar los desplazamientos que sufre el modelo en la base, y definir la historia de desplazamientos en los ensayes. Se cuidó que el material de las superficies en contacto tuviese las mismas características tanto para el modelo de **bloque** rígido como de los modelos flexibles.

# 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

El objetivo principal de este capítulo es analizar los resultados obtenidos de los ensayes y determinar la variación del Índice de Energía (IE) en cada modelo con respecto a la frecuencia de excitación y desplazamientos relativos. Además, se examina también la contribución de la distribución de la masa, la flexibilidad y los efectos inerciales en el movimiento del modelo.

En primera instancia, se estudia el comportamiento del material utilizado en la interfaz para observar el acoplamiento y desacoplamiento del plano de movimiento con respecto a la base del modelo, buscando interpretar adecuadamente el fenómeno de fricción que se presenta durante el inicio de la prueba. Posteriormente, se analizan las historias de aceleración registradas en los nodos y en la interfaz para cada frecuencia de excitación ensayada, con el objetivo de determinar las diferencias en las respuestas del modelo y su relación con el índice de energía. Finalmente se varía la distribución de la masa para cuantificar el IE y observar el efecto cinético que generan las fuerzas de inercia en cada modelo ensayado. De esta forma, se busca una mejor interpretación del movimiento de una estructura con un aislador del tipo friccionante en la base.

## 5.1. MATERIALES EN CONTACTO.

#### Interfaz madera-madera.

#### Análisis de un ciclo de aceleración típico en el modelo flexible.

Las aceleraciones entre el plano de deslizamiento y la base del modelo, se presenta a continuación con el fin de identificar la respuesta del modelo en los puntos críticos del movimiento.



# Gráfica 5.1.Historia de aceleración registrada para el modelo flexible de 3 GDL para la interfaz madera-madera.

En la grafica 5.1 se muestran las historias de aceleración registradas en un ensaye dinámico con plano horizontal. Debido a que el comportamiento que se presenta en las historias de aceleración es cíclico, en la figura 5.1 se muestra

sólo un ciclo (representativo) del mismo para analizar la respuesta del modelo flexible.

En este modelo se varia la frecuencia de excitación de 1.3 a 2 Hz con incrementos de 0.3 Hz y se definen seis puntos en el ciclo de deslizamiento para analizar su comportamiento (puntos A, B, C, C', D y E., figura 5.1).



Figura 5.1. Ciclo de deslizamiento ilustrativo del comportamiento observado en el Laboratorio.

El punto A muestra cuando inicio el ciclo, el punto B indica el comienzo de los desplazamientos relativos, el punto C y C' corresponden a las aceleraciones máximas registradas de la aceleración de excitación y de respuesta, en el punto D coinciden ambas aceleraciones y finalmente en el punto E los desplazamientos relativos son nulos.

Desde el punto A hasta el punto B, tanto la aceleración de excitación en la base del modelo como de respuesta tienden a incrementarse similarmente debido a que en ese lapso no existen desplazamientos relativos en la interfaz. A este se le conoce como "longitud de transición" y representa el cambio de las condiciones estáticas a dinámicas. El coeficiente de fricción que se presenta para esas condiciones es el estático.

En el punto B se alcanza una aceleración de fluencia de 2.95 m/s<sup>2</sup>. A partir de este punto, el valor de la aceleración de excitación aumenta muy por encima de la aceleración de respuesta hasta llegar a un valor de 5.04 m/s<sup>2</sup> en el punto C y el valor de la aceleración máxima de respuesta es de 3.4 m/s<sup>2</sup> en el punto C', y disminuye hasta llegar al punto D en donde nuevamente se acoplan las aceleración sobre la de respuesta. Lo cual, implica que no toda la energía de la excitación está siendo transferida a la base del modelo, lo que conlleva a que se disipe la energía en la interfaz, durante esta etapa de deslizamiento. El coeficiente de fricción que se presenta para esas condiciones es el cinético.

Como puede inferirse de los puntos mencionados anteriormente, las características del cambio de la fricción estática a cinética depende del

comportamiento de las superficies en contacto (interacción: cimentaciónmaterial aislador-superestructura) así como también de la excitación en el plano de deslizamiento y de la distribución de la masa en el modelo.

Posteriormente, al pasar del punto D al E, existe un comportamiento contrario al descrito arriba, el cual presenta un desacoplamiento en las aceleraciones registradas, es decir, mientras que por un lado la aceleración de excitación comienza a disminuir, por el otro la aceleración de respuesta del modelo se mantiene. Así, se observa como en esa fase de deslizamiento, el modelo conlleva el efecto cinético en su movimiento debido a la aceleración ganada en la fase anterior (efecto llamado Momemtum en física, referida al movimiento que desarrolla la inercia).

En seguida se estudiará el efecto que produce la variación de la frecuencia de excitación en el plano de deslizamiento y la influencia de la flexibilidad del modelo, sobre la respuesta dinámica modal para la cuantificación del IE.

## 5.2. FRECUENCIA DE EXCITACIÓN.

Se presentan los resultados de los ensayes experimentales llevados a cabo en mesa vibradora para analizar la influencia de la flexibilidad y la frecuencia de excitación en el comportamiento dinámico del modelo desde el punto de vista experimental.

Se calcularon las respuestas modales del modelo flexible de 3 grados de libertad de base libre (Figura 5.2), para analizar la contribución de los modos de vibración a la respuesta del modelo con aislador friccionante.



Figura 5.2. Sistema de tres grados de libertad dinámicos utilizado para los ensayes.

Para determinar las características del modelo anterior, se realizaron algunas pruebas en el laboratorio previas al comienzo de los ensayes.

Se determinó el rango de operación de acuerdo a la sensibilidad de los instrumentos para tomar lecturas. Se estableció la rigidez de las varillas del modelo mediante una prueba estática, en la cual se toma una de las varillas de acero que conforman la parte flexible y se le aplica una carga vertical en el

extremo (mediante una pesa atada en la punta), y posteriormente se mide la deflexión.

De esta manera, se determina la rigidez a flexión mediante la relación  $k = F / \Delta$ , donde: *k* es la rigidez del elemento,  $\Delta$  es la deflexión medida en el extremo de la barra y *F* es la fuerza aplicada en el extremo de la misma.

El módulo de rigidez a flexión resulta aproximadamente de 118 N/m. Se determinó un coeficiente de fricción estática de 0.83, mediante una prueba de deslizamiento en un plano inclinado. Con base en esto, se determina, de acuerdo a la experiencia en este tipo de ensayes, un coeficiente de fricción cinética 15% menor que el coeficiente de fricción estática. El modelo pesa 1.96 Kg.

Para visualizar las fases de acoplamiento al inicio del ciclo de movimiento (punto A de la figura 5.1) se compara la aceleración de excitación con la de respuesta en la base del modelo para las frecuencias 1.36, 1.50, 1.7, 1.76, 9 y 2Hz (de las gráficas 5.2, A a F) seleccionadas.



F=1.36 Hz





En las figuras anteriores, se observa que las aceleraciones de excitación y respuesta coinciden en el punto A al inicio del ciclo de deslizamiento para cada frecuencia de excitación. A simple vista no existen diferencias significativas

entre una y otra gráfica en dicho punto, sin embargo, al graficar los valores de las aceleraciones registradas, éstos difieren entre sí. (Figura 5.3)

Se unieron las aceleraciones con una línea continua para observar de manera gráfica las diferencias en los valores registrados tal y como se muestra en la figura siguiente.





Se observa que para las frecuencias de 1.36, 1.9 y 2 Hz las líneas que unen a ambas aceleraciones tienen pendiente negativa, implica que la respuesta es menor que la excitación. El índice de energía se presenta en la siguiente tabla:

Frecuencia	Tiempo	Respuesta	Excitación	IE
Hz	S	m/s2	m/s2	
1.36	10.21	0.023	0.09	0.26
1.90	10.55	0.184	0.24	0.76
2.00	10.32	0.022	0.11	0.20

Tabla 5.1 IE calculado para las frecuencias de 1.36, 1.9 y 2 Hz

En el punto A se aprecia que las diferencias en el cambio de pendiente de las gráficas de la figura 5.3 corresponden a los casos extremos de la frecuencia de excitación, es decir, para la frecuencia inicial de 1.36 Hz y las frecuencias de excitación últimas (1.9 y 2 Hz) del ciclo de movimiento, se tienen menores aceleraciones de respuesta en la base del modelo. Lo que sugiere que al ser menor la respuesta, tanto para las frecuencias iniciales como las últimas, el modelo se encuentra en una etapa de pre-acoplamiento en la que es posible

que se desarrolle un fenómeno de levantamiento de la base del modelo con respecto al plano de excitación o bien que el aislador entre en juego al generarse desplazamientos relativos pequeños.

Por otro lado, para las frecuencias intermedias del ciclo de deslizamiento (1.5, 1.7 y 1.76 Hz) se tienen mayores aceleraciones de respuesta en la base del modelo para el mismo punto, lo que sugiere que para estas frecuencias los efectos inerciales son mayores y no se alcanza a desarrollar un fase de preacoplamiento tan marcada.

Para las frecuencias de 1.36 y 2 Hz existe similitud en el Índice de Energía calculado en la interfaz y también en la forma de sus gráficas de la figura 5.3, mientras que para la frecuencia de 1.9 Hz se muestra un desfase debido a que no se desarrolla nuevamente de forma clara la etapa de acoplamiento de los dos cuerpos.

La incidencia de la frecuencia en la respuesta dinámica del modelo, aunado al efecto cinético adicional que provocan las fuerzas inerciales, hace que la transferencia sea diferente en cada uno de los casos, es decir, las aceleraciones en cada uno de los nodos del modelo contribuye a que la respuesta modal sea mayor o menor y, consecuentemente, ello afecta el nivel de transferencia de aceleración en la base. (Se analizará más adelante este aspecto)

Para las frecuencias de 1.5, 1.7 y 1.76 Hz, las líneas presentan pendiente positiva, lo cual implica que la respuesta es mayor que la excitación. Por lo que el IE calculado para estas frecuencias es:

Frecuencia	Tiempo	Respuesta	Excitación	IE
Hz	S	m/s2	m/s2	
1.50	10.15	0.102	0.001	102
1.70	10.11	0.014	0.01	1.4
1.76	10.06	0.315	0.02	15.75

Tabla 5.2 IE para las frecuencias de 1.5, 1.7 y 1.76 Hz

En este caso se puede apreciar que el IE alcanza un valor de más de 1.0, sin embargo es probable que este comportamiento sea el resultado de la contribución de las aceleraciones que aportan las masas en los nodos a la base del modelo, es decir, que la mayor parte de aceleración registrada en la respuesta del modelo proviene de los efectos inerciales adquiridos de la fase última del ciclo de deslizamiento anterior. Durante el movimiento, se libera energía cinética que provoca micro-desplazamientos relativos esporádicos en la base "similares a un jalón". Para observar los efectos de la aceleración inercial en el punto A se calcularon los modos de vibración de las frecuencias ya mencionadas, utilizando el procedimiento que se describe en el capítulo 2.

En la siguiente figura se muestra la variación del primer modo de vibración al comienzo del movimiento (en el punto A) al incrementarse la frecuencia de excitación para la interfaz madera-madera.



Figura 5.4. Primer modo de vibración calculado para el punto A de las frecuencias seleccionadas.

Como se vio en párrafos anteriores, para las frecuencias de 1.36, 1.9 y 2 Hz la aceleración de respuesta es menor que la de excitación, por lo que el Índice de Energía es menor a 1, esto implica que una parte de la energía cinética se transmite al modelo a través de la interfaz (contribución de la aceleración inercial al movimiento), reflejándose en una respuesta dinámica modal mayor para esas frecuencias en el primer modo de vibración.

Por otro lado, se vio que para las frecuencias de 1.5, 1.7 y 1.76 Hz, la aceleración de respuesta es mayor que la de excitación por lo que se obtuvieron Índices de Energía superiores a la unidad "efecto jalón" que implica nuevamente la contribución de la aceleración inercial al movimiento del modelo.

En la figura siguiente, se han graficado los desplazamientos dinámicos modales para el primer modo de vibración de cada frecuencia de excitación utilizada. Los tres puntos del mismo color representan los desplazamientos dinámicos modales de las masas.



Grafica 5.3. Respuestas modales de los ensayes para el punto A.

Nótese que se presentan diferencias de respuesta del modelo flexible entre una y otra frecuencia. Lo cual puede ser causado por las condiciones iniciales de aceleración en cada una de las masas, en el instante justo antes de comenzar el desplazamiento relativo.

Como se observa en las historias de aceleración siguientes, la aceleración en el nodo 4 influye en la respuesta del modelo de manera significativa, debido a que por su posición, la contribución de los efectos inerciales puede ser mayor que la que aportan los demás nodos.

F=1.36 Hz







Graficas 5.4 (A a D). Comparación de aceleraciones (punto A) en el último nodo para el modo 1

Por lo tanto, se corrobora la influencia de la aceleración de los nodos en la respuesta dinámica del modelo debido a la variación en la frecuencia de excitación y se muestra también que el cambio en la transferencia de energía en la interfaz en el punto A del movimiento, es debido a la forma del acoplamiento y/o desacoplamiento del movimiento entre ambas superficies.

Para continuar con el estudio del comportamiento del aislador friccionante, enseguida se analizará la influencia de la frecuencia de excitación en el punto B.

A continuación se presentan las historias de aceleración, de respuesta y excitación en la base deslizante para el modelo flexible estudiado.





F=1.36 Hz



F=1.5 Hz





Graficas 5.5. Comparación de aceleraciones (punto B) en la interfaz para el modo 1

Como se pudo apreciar anteriormente, al pasar de la aceleración inicial al valor de la aceleración de fluencia (del punto A al punto B) en las historias de aceleración, existe un lapso en donde se incrementan de manera conjunta las aceleraciones de respuesta y excitación en la base deslizante, lo que tiende a modificar la magnitud de la fricción en la interfaz. Este fenómeno se ha observado anteriormente por Méndez (2009) al cual se le ha denominado "longitud de transición del fenómeno".

Esta longitud de transición es influenciada por la frecuencia de excitación y la respuesta dinámica del modelo flexible y representa un intervalo en el cual la fricción estática en la interfaz cambia hacía la cinética, existiendo una disminución progresiva en su magnitud (sin presentarse aún la fricción cinética en sí, que corresponde al momento en el que se presentan los desplazamientos relativos). Esa longitud de transición puede llegar a controlar (aunque no es el único factor) la máxima energía para ser transferida a través de la interfaz deslizante.

Como se puede ver, en las historias de aceleración, al incrementar la frecuencia de excitación disminuye el tiempo en el cual se pasa del punto A al punto B. Es decir, la pendiente de la curva aumenta en menos tiempo a incrementos de frecuencia graduales. Entonces se puede afirmar que la longitud de transición del fenómeno depende de la flexibilidad del modelo, de la frecuencia de excitación y de la variación del coeficiente de fricción estático en la interfaz.

Adicionalmente, se muestran en la figura 5.5 las aceleraciones de excitación y respuesta para el punto B, con el fin de observar el acoplamiento del movimiento en la base del modelo.



Figura 5.5. Aceleraciones de excitación y respuesta del modelo flexible, punto B

Las líneas que unen a las aceleraciones de excitación y de respuesta tienen pendiente negativa, lo cual implica que la respuesta es menor que la excitación (como se vio en los análisis del comportamiento del modelo en el punto A) o sea hay disipación de energía. Es importante destacar que al llegar a este punto el modelo tiene un comportamiento más uniforme en cuanto a la transferencia de energía, es decir, los valores de la aceleración de excitación y de respuesta entre la base del modelo y el plano de deslizamiento son similares por lo que el IE calculado para este punto es cercano a la unidad en todos los casos. (Tabla 5.3)

Frecuencia	Tiempo	Respuesta	Excitación	IE
Hz	S	m/s2	m/s2	
1.36	10.28	2.700	2.75	0.98
1.50	10.20	1.924	2.06	0.93
1.70	10.16	2.503	2.81	0.89
1.76	10.11	2.684	3.33	0.81
1.90	10.60	3.401	3.69	0.92
2.00	10.35	1.740	2.01	0.87

Tabla 5.3 IE para las frecuencias seleccionadas

En la transición del fenómeno de fricción, el índice de energía tiene valores cercanos a la unidad, significa que el acoplamiento se mantiene hasta el punto B, sin embargo se debe analizar el efecto que la aceleración inercial de los nodos tiene en este punto.

Para el punto B, las aceleraciones en los nodos se incrementan debido a la interacción de las fuerzas inerciales generadas por el movimiento, durante la fase previa de acoplamiento, es decir, al comenzar el deslizamiento (punto A) el modelo desarrolla una aceleración semejante a la aceleración que presenta la mesa (punto B, graficas 5.5 A a E), esto hace que tenga un efecto cinético adicional en su movimiento al presentarse los desplazamientos relativos entre nodos.

Los desplazamientos más notables se presentan del tercer nodo al cuarto (que es el último nodo), como se puede apreciar en la siguiente figura:



Figura 5.6. Primer modo de vibración calculado para el punto B de las frecuencias seleccionadas.

A diferencia de la respuesta dinámica modal presentada para el punto A (Figura 5.4), en esta figura se observa un desfase de la base con respecto al punto cero de referencia, lo que indica la presencia de desplazamientos relativos.



Grafica 5.6. Respuestas modales de los ensayes para el punto B.

En la gráfica anterior se observa que los desplazamientos dinámicos modales son mayores para las frecuencias de 1.33 a 1.36 Hz y de 1.73 a 1.76Hz. Por otro lado, para la mayor parte de las frecuencias se registraron menores desplazamientos dinámicos modales.

Para los puntos C, C' se obtuvieron las historias de aceleración asociadas a la variación de la frecuencia (graficas 5.7, A a D).

F=1.36 Hz





Graficas 5.7. Comparación de aceleraciones (punto C y C').

En esta etapa del movimiento, la aceleración de respuesta en la base del modelo no alcanza a llegar al nivel de aceleración del plano de excitación. Esto nos habla de un fenómeno de disipación de energía en la interfaz segundos después de presentarse los desplazamientos relativos, lo que sugiere una disminución del índice de energía.

Físicamente, el área entre las curvas de las gráficas 5.7, representa la energía cinética de la excitación que es disipada en la interfaz por medio de la fricción desarrollada al presentarse los desplazamientos relativos. Enseguida se estudiarán los efectos de la energía que logra ser transmitida al modelo.

En la figura 5.7 se observa como las gráficas tienen pendientes negativas más pronunciadas que las obtenidas en el punto B lo que implica diferencias significativas entre las aceleraciones de excitación y de respuesta (haciendo referencia a lo observado en las gráficas 5.7 (A a D). Más adelante se cuantifica el IE para observar el porcentaje de transmisión de la energía cinética debida a la excitación sobre la base del modelo.



Figura 5.7. Aceleraciones de excitación y respuesta del modelo flexible para el punto C'

De esta manera, se puede comparar el fenómeno (de forma aproximada) que se produce cuando se retira instantáneamente el mantel de una mesa con la vajilla encima y esta se queda en el mismo sitio, lo cual puede servir para tener una idea de las diferencias de aceleración registradas en la interfaz deslizante.

El índice de energía calculado para las frecuencias de excitación mostradas anteriormente, es el que se presenta en la tabla siguiente:

Frecuencia	Tiempo	Respuesta	Excitación	IE
Hz	S	m/s2	m/s2	
1.36	10.32	3.320	5.04	0.66
1.50	10.25	2.837	5.45	0.52
1.76	10.14	2.421	4.14	0.59
1.90	10.62	3.201	4.31	0.74

Tabla 5.4 IE para las frecuencias seleccionadas

Como se pudo apreciar en las historias de aceleración, el desacoplamiento de aceleraciones es mucho mayor en este punto que en los anteriores. Este desacoplamiento indica que parte de la energía de excitación es disipada en la interfaz y parte de la energía es absorbida por el amortiguamiento del modelo reflejándose en una disminución del IE. Es necesario observar si la respuesta dinámica del modelo interviene en este comportamiento. Para ello se estudiaran sus respuestas modales en el primer modo de vibración.



Figura 5.8. Primer modo de vibración calculado para el punto C de las frecuencias seleccionadas.

Es interesante observar que la respuesta es muy parecida para distintas frecuencias. Los desplazamientos relativos entre los nodos 3 y 4 son los máximos registrados en todo el ciclo. Alcanzando valores de 3.52, 4.32, 4.91 y 5.32 mm, para las frecuencias 1.36, 1.5, 1.76 y 1.9 Hz respectivamente.



Grafica 5.8. Respuestas modales de los ensayes para el punto C'.

En la gráfica anterior se observa que las respuestas modales de las masas son mayores del nodo 3 al 4 y además la respuesta se incrementa conforme se incrementa la frecuencia de excitación.

Esto significa que en la primera fase del ciclo de deslizamiento, en la dirección inicial del movimiento, la aceleración de respuesta llega a su nivel máximo.

Se observa que este nivel depende de la frecuencia de excitación (en primera instancia), ya que la forma de la curva de aceleración de respuesta se va

asemejando a la de excitación con el aumento de la frecuencia en este punto. Hay que tomar en cuenta la distribución de la masa, las características del material aislante y la contribución de los efectos inerciales en este nivel de aceleración registrado.

Para el punto D también se tomaron lecturas y se analizaron los valores registrados de manera similar a los puntos anteriores. Es importante observar que a partir del punto C' y hasta el punto D comienza la segunda fase del ciclo de deslizamiento en el que se desacelera el movimiento del plano de excitación.

F=1.36 Hz



F= 1.5Hz







Graficas 5.9. Comparación de aceleraciones (punto D).

De las graficas anteriores se puede apreciar que después de alcanzar la aceleración de excitación y respuesta máximas, hay un descenso en ambos valores, significa que el plano de excitación se desacelera más rápido que la base del modelo coincidiendo en el punto D, en donde se interceptan.

El área comprendida entre la curva de aceleración de respuesta y de excitación (entre los puntos B y D) corresponde a la energía de excitación que es disipada en la interfaz, por lo cual al llegar al punto D el modelo mantiene parte de la energía máxima alcanzada en el punto C'.

De acuerdo a lo observado en las figuras de las gráficas 5.6, se puede visualizar que el IE alcanza valores mayores que la unidad porque la aceleración de respuesta en la base del modelo está muy por encima del valor de la aceleración de la excitación debido a que, en este momento, la base de la mesa se encuentra en un proceso de desaceleración (porque va a cambiar la dirección del movimiento), entonces el modelo tiende a mantener por más tiempo la aceleración originada por la componente inercial del movimiento, o sea que el aporte inercial es significativamente mayor.

Frecuencia	Tiempo	Respuesta	Excitación	IE
Hz	S	m/s2	m/s2	
1.36	10.36	2.860	2.67	1.07
1.50	10.30	2.485	2.39	1.04
1.76	10.16	2.166	2.85	0.76
1.90	10.66	2.212	1.99	1.11

El IE calculado para esta etapa se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 5.5 IE para las frecuencias seleccionadas

A pesar de que el IE calculado para estas frecuencias es muy similar, se observa que las aceleraciones de excitación y respuesta disminuyen con el aumento en la frecuencia de excitación.

Debe tenerse en cuenta la capacidad que tiene la estructura para resistir la fuerza de cortante en la base, una vez que se ha llegado al inicio de los desplazamientos relativos (punto B de la aceleración registrada) y a partir del momento en el que se inicia la contribución de los efectos cinéticos inerciales (punto D de aceleraciones registradas) ya que estos puntos son críticos en la transferencia de energía cinética de excitación aportada y de energía cinética inercial desarrollada.

En la siguiente figura se observa de manera esquemática el registro de aceleraciones de excitación y respuesta en la base, en el punto en cuestión.





A pesar de que en la fase anterior de movimiento, parte de la energía de excitación se ha disipado en la interfaz, aún así se manifiesta energía cinética adicional de la base del modelo sobre el plano de excitación, lo que sugiere la contribución de energía cinética de las masas de los nodos al movimiento resultante en la base del modelo.

En la figura 5.10 se han calculado los modos de vibración del modelo flexible de 3GDL y se han graficado los desplazamientos relativos de los nodos de las masas, mostrándose un desfasamiento lateral entre cada figura calculada.

Por ejemplo para el caso en el que se induce una frecuencia de excitación de 1.36 Hz se tienen los menores desplazamientos relativos en la interfaz debido a que la aceleración de respuesta es menor que la aceleración de excitación. Este comportamiento anteriormente se atribuyó a la disipación de una parte de la energía cinética de excitación en la interfaz, lo que propicia un menor desarrollo de movimiento relativo en la interfaz deslizante y por lo tanto una mayor transferencia de energía cinética que puede generar movimientos mayores a la superestructura. Por otro lado para el caso en el que se introdujo una frecuencia de excitación de 1.9 Hz se tienen los mayores desplazamientos relativos en la interfaz, las aceleraciones disminuyen simultáneamente por lo que existe una ligera disminución en el IE.



Figura 5.10. Primer modo de vibración calculado para el punto D de las frecuencias seleccionadas.

El comportamiento general de las masas para las diversas frecuencias se muestra enseguida:



Grafica 5.10. Respuestas modales de los ensayes para el punto D.

La respuesta dinámica modal es mucho mayor para las frecuencias intermedias que para las frecuencias extremas.

Finalmente se estudiará el comportamiento del modelo en el punto E de ciclo. El análisis de este punto es trascendental en el aislamiento de la base del modelo. Este punto es el máximo de transferencia de energía, esto se debe al cambio de dirección de la base de la mesa, ya que el modelo conserva el efecto inercial en la otra dirección.

Frecuencia	Tiempo	Respuesta	Excitación	IE
Hz	S	m/s2	m/s2	
1.36	10.45	1.790	1.73	1.03
1.50	10.46	0.451	0.35	1.28
1.76	10.26	1.538	1.49	1.03
1.90	10.79	1.108	1.07	1.03

El IE determinado al llegar a este punto es el que se presenta enseguida:

Tabla 5.6 IE para las frecuencias seleccionadas

El IE determinado es mayor que la unidad. La energía de excitación es menor que la de respuesta debido (de nueva cuenta) a la contribución de la aceleración inercial de las masas de los nodos. En este punto el modelo se encuentra en la fase final del ciclo de deslizamiento, por lo que el acoplamiento del movimiento de ambas superficies es importante en esta etapa debido a que en ella se presentan variaciones de desplazamientos relativos y en consecuencia mayores o menores solicitaciones estructurales.



Figura 5.11. Aceleraciones de excitación y respuesta del modelo flexible para el punto

Е

Las aceleraciones registradas muestran que las aceleraciones de excitación son mayores que las de respuesta para la mayoría de las frecuencias mostradas en la figura 5.11. Únicamente y de manera aislada, se tiene que para una frecuencia de excitación de 1.36 Hz, la aceleración de respuesta es mayor que la aceleración de excitación.

Otro punto importante es el hecho de que para las frecuencias de excitación extremas del movimiento, se tienen las mayores diferencias en las aceleraciones registradas que las obtenidas para frecuencias intermedias.

En la grafica 5.11, se observa como la respuesta dinámica modal es prácticamente nula para las frecuencias de excitación intermedias y es mucho mayor para las frecuencias de excitación extremas. Esto tiene un significado implícito sobre las propiedades del material de suelo sobre el que pueda desplantar una estructura real con aislamiento friccionante en su base. Para menores frecuencias de excitación se tienen las mayores diferencias de aceleración registradas, esto implica que para suelos con mayor capacidad para transmitir las ondas sísmicas se tendrán menores demandas estructurales, debido a que la estructura puede entrar más rápido a la fase de acoplamiento en la que aumentan los desplazamientos relativos sustancialmente en la base deslizante y disminuye por lo tanto la contribución de la energía cinética inercial de los nodos de las masas.



Grafica 5.11. Respuestas modales de los ensayes para el punto E.

# 5.3. DISTRIBUCIÓN DE LA MASA.

Retomando las configuraciones de los modelos flexibles y rígidos descritos en los capítulos anteriores (Figuras: 4.1 y 4.2) se presentan enseguida los resultados de los ensayes de tales modelos, con el objetivo de cuantificar el IE y relacionarlo con los desplazamientos relativos en la base.

## Modelo rígido.

Para el ensaye del modelo rígido mostrado en los capítulos 3 y 4 se tomó en cuenta la variación de la fricción debida al coeficiente de fricción entre las superficies.

Para estos análisis, se cambió el rango de frecuencias de excitación de 2 a 2.5 Hz debido a que a partir de estas frecuencias, el modelo comienza a mostrar desplazamientos relativos en la base, presentando un comportamiento distinto al del modelo flexible de 3GDL analizado anteriormente.

En la figura siguiente se presenta el IE calculado en función de la frecuencia de excitación.



Grafica 5.12. Índice de energía calculado para el modelo rígido de base libre.

Como se puede ver en la gráfica, la tendencia del Índice de Energía es aproximarse a la unidad (de 0.71067 a 0.9105) con el incremento en la frecuencia de excitación, lo que significa que se incrementa la cantidad de la energía que se transmite a la base del modelo, ello propicia que los desplazamientos relativos en la interfaz se reduzcan y por lo tanto las superficies tienden al acoplamiento del movimiento más rápidamente.

En la siguiente figura se observa efectivamente que al aumentar la frecuencia de excitación para el modelo rígido de base libre, disminuyen los desplazamientos relativos de manera gradual.



Grafica 5.13.Desplazamientos relativos obtenidos para el modelo rígido de base libre.

Al inicio del movimiento los desplazamientos relativos son mayores que cuando se incrementa la frecuencia de excitación. Ello indica que el efecto de la excitación sobre un modelo rígido es crítica en el comienzo del ciclo.

En el inicio del movimiento se presentan fenómenos de interacción entre la base del modelo y de la mesa, presentando intermitencia de desplazamientos o bien disminuciones drásticas debidas a el levantamiento de superficies (como se observó en el caso del modelo flexible de 3 GDL, durante las primeras fases del movimiento), por lo que en el estudio es muy difícil separarlos.

Este movimiento es diferente al que puede presentar una estructura rígida de base fija. Por un lado la presencia de desplazamientos relativos en la interfaz, para el modelo de base aislada, es un indicador de la energía que se disipa en el movimiento y por el otro, en el modelo de base fija, los desplazamientos relativos no existen y en consecuencia la energía que podría manifestarse en desplazamientos relativos pasa directamente a la estructura aumentando las demandas estructurales.

Estos ensayes representan condiciones de comportamiento que sirven de comparación entre los demás tipos de ensayes.

Para que pueda observarse de manera directa la relación de los desplazamientos relativos con el Índice de Energía, enseguida se presenta el comportamiento de ambos en el tramo de frecuencias seleccionado.



Grafica 5.14.Desplazamientos relativos vs. Índice de Energía obtenidos para el modelo rígido de base libre.

La influencia de la flexibilidad en la disipación de energía es importante porque, para el modelo rígido la mayor parte de la energía se transmite a la base del modelo con el aumento de la frecuencia de excitación manifestándose en una disminución progresiva de los desplazamientos relativos y llegando a un acoplamiento más fácilmente que en un modelo flexible. En el modelo flexible (como se vio en el modelo flexible de 3GDL), la disipación de energía es irregular debido a que intervienen las aceleraciones de las masas y los efectos cinéticos adicionales de los ciclos de deslizamiento anteriores, todo ello como consecuencia del poco acoplamiento en el movimiento entre el modelo y la base deslizante.

#### Modelo flexible de 3GDL.

El modelo flexible de 3GDL que se utilizó, fue el mismo que se presentó en el subcapítulo 5.2, pero con la diferencia de que en este caso se modificó la frecuencia de excitación de 2 a 2.5 Hz con la finalidad de observar de manera especial los desplazamientos relativos.

La siguiente gráfica (5.15) muestra la variación del índice de energía con la frecuencia de excitación para el modelo de tres grados de libertad, en la condición de base libre.



Grafica 5.15.Índice de energía calculado para el modelo flexible de 3 GDL de base libre.

Nótese que el Índice de Energía se mantiene prácticamente constante llegando al valor de 0.45 aproximadamente, representando un comportamiento distinto al del modelo rígido anteriormente estudiado. Por un lado, en el modelo rígido se obtuvieron valores del IE cercanos a la unidad, lo que implica una menor disipación de energía en la interfaz, en tanto que para el modelo flexible de 3GDL este índice es menor que la mitad de la unidad, por lo cual, existe una mayor disipación de energía en la interfaz deslizante.

El cambio en el valor del IE entre uno y otro ensaye se debe a que la distribución de la masa propicia la aparición de fuerzas inerciales y cinéticas en el movimiento del modelo esto hace que se desarrollen aceleraciones desacopladas en los nodos de las masas que aumenten o disminuyan

simultáneamente, manifestándose en variaciones en los desplazamientos en la base.

La variación irregular en los desplazamientos al inicio del movimiento, se le atribuye a que la estructura se encontraba en las fases de cedenciadeslizamiento (fenómeno "stick-slip", Méndez 2004 y Botero 2005).

A continuación, se han graficado los desplazamientos relativos en función del IE. (Grafica 5.16)



Grafica 5.16. Comparación entre el Índice de Energía y los desplazamientos relativos para el modelo flexible de 3GDL de base libre.

Es importante notar que la tendencia de los desplazamientos en comparación con el Índice de Energía es a la inversa, es decir, que al haber un menor valor del IE, los desplazamientos relativos son mayores, como consecuencia de que los periodos de acoplamiento del modelo y la base disminuyen, por esto se presenta mayor disipación de energía.

Con el objetivo de analizar el Índice de Energía cuando se utiliza la misma configuración estructural pero se fija la base del modelo, se presentan los resultados registrados para el mismo intervalo de frecuencias (Grafica 5.17).



Grafica 5.17. Comparación del Índice de energía calculado para el modelo flexible de 3 GDL de base fija y libre.

Es evidente que la masa tiene una implicación directa en el movimiento del modelo debido a que, cuando la estructura esta fija al suelo, las fuerzas inerciales desarrolladas son mayores que las que se desarrollan cuando la estructura no está fija a su base.

Las aceleraciones en cada uno de los nodos tienen una participación directa en la respuesta global del modelo. Como se vio en la figura 5.17 esta influencia de aceleraciones nodales provoca un mayor desacoplamiento de las superficies que en el caso del modelo fijo a su base, lo que provoca que existan mayores desplazamientos en la interfaz y a su vez se transmita menor energía a la superestructura.

Es importante observar que la implementación de aisladores del tipo friccionante en la base de una estructura tiene un impacto trascendental en el desempeño sísmico de las estructuras como se pudo ver claramente en la figura anterior. Al considerar un modelo sin aisladores en su base, entonces toda la energía de excitación es transmitida a la superestructura incrementando su periodo natural de vibración y provocando mayores demandas estructurales. Por otro lado cuando se implementan estos aisladores, la energía de excitación que se disipa oscila entre un 50% y un 60% permitiendo que la estructura esté sujeta a menores esfuerzos y mejorando su desempeño total.

## Modelo flexible de 2GDL.

Para el modelo flexible de 2 GDL de base libre, el Índice de Energía toma valores mucho menores al 30% de la energía que entra en la base. Esto implicaría un excelente desempeño en una estructura real con aisladores friccionantes en su base, debido a que solo un porcentaje de menos de la mitad del la energía de excitación sísmica sería transmitida al modelo.



Grafica 5.18. Índice de energía calculado para el modelo flexible de 2 GDL.

En la figura anterior se presenta el comportamiento del IE con la variación de la frecuencia de excitación para el modelo flexible de 2 GDL de base libre. En primera instancia, el índice de energía decrece hasta llegar aproximadamente al valor de 0.15 para una frecuencia de 2.5 Hz. Esta disminución en el IE en el inicio, indica que existe liberación de energía cinética en la interfaz debida a la fase de pre-acoplamiento en la que existe levantamiento de las superficies e intermitencia de desplazamientos relativos.

Posteriormente finaliza la disminución del IE y comienza a incrementarse hasta alcanzar un valor máximo de 0.3 en la frecuencia de 3 Hz, ello sugiere que el modelo se encuentra en una fase de acoplamiento con el plano de excitación por lo que mayor parte de la energía cinética es transmitida a la base del modelo y a su vez disminuyen los desplazamientos relativos en la interfaz.

En la siguiente gráfica puede apreciarse que los desplazamientos relativos aumentan con el incremento de la frecuencia en el intervalo de 2.2 a 2.4 Hz., mientras el índice de energía disminuye.



Grafica 5.19. Comparación entre el Índice de Energía y los desplazamientos relativos para el modelo flexible de 2 GDL de base libre.

Nótese que el cambio en el comportamiento del índice de energía entre una y otra condición de apoyo (fijo-libre) es notoria. Mientras que para el modelo de base libre el porcentaje de disipación de energía oscila entre el 30%, en el modelo de base fija este porcentaje rebasa el 95%.

Pero recuérdese que hay diferencia en la manera de dispar la energía cinética entre una y otra configuración. Por una parte el modelo de base fija transfiere la energía por medio de su flexibilidad estructural, ampliando la respuesta dinámica modal que se refleja en el incremento en el periodo de vibración y por otra parte el modelo de base libre disipa la energía en la interfaz generando desplazamientos relativos que disminuyen con el incremento en la frecuencia de excitación. Esta diferencia es más notoria en la siguiente figura, en ella se puede ver claramente las diferencias descritas.



Grafica 5.20. Comparación del Índice de energía calculado para el modelo flexible de 2 GDL de base fija y libre.

Finalmente se presentan a continuación las diferencias entre el modelo de 1 GDL de base fija y libre en términos del índice de energía.

## Modelo flexible de 1GDL.

La comparación de índices de energía para el modelo de 1 GDL de base fija y libre se presenta en la grafica.

Como era de esperarse, el comportamiento entre uno y otro sigue la misma tendencia que se presentó para el modelo de 2 y 3 GDL en ambas condiciones de apoyo. Para la condición de base libre el índice toma valores más bajos que cuando el sistema se encuentra fijado a su base, pero particularmente la magnitud del índice cambia entre una y otra configuración.



Grafica 5.21. Comparación del Índice de energía calculado para el modelo flexible de 1 GDL de base fija y libre.

#### Comparación de resultados

Se graficaron los resultados obtenidos para cada configuración adoptada (Gráfica 5.22), y se observó que a medida que se disminuyen los grados de libertad en la estructura el índice de energía aumenta, quiere decir que la mayor concentración de masa propicia mayor acoplamiento de las superficies y por lo tanto menor manifestación de desplazamientos (Caso del bloque rígido). En tanto que para los modelos flexibles la respuesta dinámica fue variable debido que las aceleraciones de masas en los nodos fue irregular, lo que propició un aumento o disminución del Índice de Energía con la variación de la frecuencia de excitación.





Por lo tanto, se concluye que la variación en la distribución de la masa influye de manera significativa en la respuesta de los modelos de ensaye estudiados.

Recuérdese que las pruebas realizadas, representan condiciones ideales de comportamiento y que los resultados obtenidos aquí tienen el objetivo de estudiar el fenómeno de disipación de energía cinética desde el punto de vista de la cuantificación por medio del Índice de Energía, relacionando este último con la presencia de los desplazamientos relativos, la flexibilidad, la distribución de las masas y la fricción generada.
## 6. CONCLUSIONES

Como resultado de este estudio, se pudo identificar cuatro etapas del movimiento del modelo flexible de 2 y 3 GDL en los que existe relación entre la frecuencia de excitación, los desplazamientos relativos en la base deslizante y el Índice de Energía calculado, como se describe enseguida:

- Ira etapa, al comienzo del movimiento acoplado: Se observó que en esta etapa comienza el movimiento acoplado del modelo con respecto a su base (actuando como una estructura de base fija), es decir, no se manifiestan desplazamientos relativos para frecuencias menores de 2 Hz., por lo que la condición de fricción estática predomina en la interfaz deslizante. La disipación de la energía cinética desarrollada en cada ciclo es asumida por la flexibilidad y rigidez estructural. El modelo actúa como una estructura fija a su base y el índice de energía tiende a acercarse a la unidad debido a la nula diferencia de aceleraciones entre la base deslizante y la del modelo.
- 2da etapa, al comienzo del movimiento intermitente: En esta etapa comienza el movimiento relativo en la interfaz de manera irregular. Existe además intermitencia en los desplazamientos relativos causados por la transición del fenómeno de fricción estática a cinética (fenómeno "stick-slip", Botero) que ocasiona que se presente variación del Índice de Energía de manera drástica. De esta forma, se presentan (súbitamente) desplazamientos relativos en la base, lo que provoca que varíe de manera abrupta el Índice de Energía. En esta etapa la transición del fenómeno es crucial, porque ella determina el tiempo de acoplamiento de la aceleración de respuesta del modelo con la de excitación en la base. Mientras mayor sea la longitud de transición del fenómeno, la aceleraciones. Hay que distinguir el hecho de que este comportamiento se presenta para un intervalo de frecuencias corto (de 1, 2, 3 o más Hz.) dependiendo de las características del modelo y del aislador utilizado.
- 3ra etapa, durante la 1ra fase de movimiento relativo: Al aumentar la frecuencia de excitación de 2 a 2.5 Hz., aumentan los desplazamientos relativos y disminuye el Índice de Energía. Esta etapa puede ser perjudicial para la estructura debido a que las solicitaciones son mucho mayores en el modelo flexible de base libre, que las que se obtendrían para un modelo de base fija. Tómese en cuenta que además de las fuerzas inerciales debidas a la masa y al movimiento del modelo, también participan las fuerzas cinéticas adicionales, manifestándose en una traslación más amplia de la respuesta dinámica modal del modelo y ocasionando que se presente incremento en el periodo fundamental de vibración de la estructura.

> 4ta etapa, durante la segunda fase de movimiento relativo: En esta etapa se comienza a tener un comportamiento opuesto al que se mostró en la primera fase de movimiento relativo, es decir, los desplazamientos relativos disminuyen considerablemente con el incremento de la frecuencia de excitación (de 2.5 a 3 Hz.), a su vez, el índice de energía tiende a aumentar. Es evidente notar que en esta etapa la frecuencia toma una importancia singular debido a que la aceleración resultante en la interfaz es mayor, lo que conlleva a que se disipe mayor energía cinética en la base y se transmita menos aceleración a los nodos. Esta etapa es la que permitiría a la estructura dispar más energía en la interfaz y disminuir las solicitaciones accidentales aceptablemente. Las características ideales que se podrían esperar del desarrollo de aisladores friccionantes es que las superficies en contacto tuvieran la capacidad de entrar en esta etapa más rápidamente (con superficies menos ásperas que limiten la fricción) disminuyendo así el tiempo de mayor demanda estructural y aumentando la fase en la que los daños estructurales pueden ser mucho menores.

Estas etapas fueron observadas en los modelos de 2 y 3 GDL únicamente, con la característica de que en el modelo de 3 GDL es más notorio el paso de una etapa a otra.

Para el modelo rígido de base libre no se percibieron las etapas de movimiento anteriores, sino que el modelo desarrolló un comportamiento totalmente diferente, con una tendencia de incremento en el índice de energía con el incremento de la frecuencia de excitación y una disminución gradual de los desplazamientos relativos en todo el ciclo. Este comportamiento es debido a que el movimiento del modelo rígido no se ve afectado por la flexibilidad (como en el caso de los modelos de 2 y 3 GDL de base libre) ya que es nula y la concentración de la masa propicia que el modelo responda únicamente en aceleración cinética que se desarrolla en su base, disipando más energía y disminuyendo los desplazamientos relativos.

Como consecuencia de las etapas de deslizamiento observadas, se resume enseguida las conclusiones objetivas de este estudio.

- ✓ La interacción suelo-estructura no es lineal ni constante, y eso influye en la forma y cantidad de energía que se disipa y en el nivel de daño que se puede llegar a generar en el edificio.
- ✓ La inercia disipa energía como fue observado en el modelo rígido.
- ✓ La frecuencia de excitación influye en la disipación de energía en la interfaz.
- ✓ La capacidad de disipación cambia a lo largo del ciclo de deslizamiento.
- En los estudios de interacción suelo-estructura, se debe tener especial cuidado en la variación porcentual de la masa.

- El tipo de material utilizado en la interfaz influye de manera directa en la disipación de energía y en la longitud de transición del fenómeno.
- Se debe tener en cuenta los efectos cinéticos adicionales al movimiento en modelos de base aislada.
- ✓ El índice de energía contabiliza, de manera efectiva, la disipación de la energía en la interfaz y a su vez relaciona de manera práctica los desplazamientos relativos en la interfaz deslizante.

## 7. REFERENCIAS

- 1. Oviedo A. J. y Duque M. del P."Sistemas de Control de Respuesta Sísmica en Edificaciones". Escuela de Ingeniería de Antioquia, Medellín (Colombia). Diciembre 2006
- Universidad de Santiago de Chile. Departamento de Ingeniería en Obras Civiles. "Estudio Comparativo Económico de Edificios con Aislamiento Sísmico en la Base"
- 3. Suarez y Reynoso 2010
- Tesis Doctoral: "Una nueva ley de fricción cinética para bloques rígidos y su aplicación a problemas geosísmicos". Dr. Bogart Camille Méndez Orquídez. México D.F. 2009
- 5. Tesis Doctoral: "Modelo bidimensional no-lineal para el análisis del comportamiento dinámico de estructuras térreas". Dr. Eduardo Botero Jaramillo. México D.F. 2004
- 6. Bozzo R., Luis y Ordóñez O., Daniel. Disipadores mecánicos de energía. Revista Bit, marzo 2001. Chile.
- Kelly, J. M.; Skinner, R. I. and Heine, A. J. (1972). Mechanism of energy absorption in special devices for use in earthquake resistant structures. Bull. N. Z. Nat. Soc. for Earthquake Engineering.
- 8. Kelly, James M. Base isolation: linear theory and design. *Earthquake Spectra*, vol. 6, No. 2, 1990.
- 9. Meli P. Roberto y Bazán Enrique. "Diseño Sísmico de Edificios". Editorial Limusa. México 2008.
- 10. Kunde y Janid 2003
- Robinson, W. H. Passive control of structures, the New Zealand experience. *ISET Journal of Earthquake Technology*, paper No. 375, vol. 35, No. 4, December 1998.
- Whittaker, A.; Bertero, V. V. and Alonso, J. Earthquake simulator testing of steel plate added damping and stiffness elements. Report No. UCB/EERC-89/02. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA, 1989.

- Aiken, Ian D.; Nims, Douglas K.; Whittaker, Andrew S. and Kelly, James M. Testing of passive energy dissipation systems. Earthquake Spectra Vol. 9, No. 3, 1993.
- 14. Higashino, Masahiko and Okamoto, Shin. (eds). Response control and seismic isolation of buildings. CIB/TG44. Taylor and Francis. September 2006.
- 15. Kelly J M. Earthquake-resistant design with rubber, 2nd ed. London: *Springer -Verlag;* 1997.
- Dargush, G. F. and Soong, T. T. Recent structural applications of passive energy dissipation in North America. Workshop Technical Papers. ATC-15-5.
- 17. Constantinou M C, Caccese J, Harris H G, (1987). Frictional characteristics of Teflon-steel interfaces under dynamic conditions, Earthquake Engineering and Structural Dynamics.
- Yegian M K, Lahlaf A M, (1992). Dynamic interface shear strength properties of geomembranes and geotextiles, Journal of Geotechnical Engineering.
- 19. Yegian M K, Kadakal A M, (2004). Foundation isolation for seismic protection using a smooth synthetic liner, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering.
- 20. Méndez B C y Romo M P, (2005). Transition from the static to the kinetic coefficient of friction, Proceedings of the 11th international conference of IACMAG, Turin, Italy
- 21. Méndez B C, Romo M P, (2006). Experiments on frictional behavior of a sliding block. Serie Investigación y Desarrollo del Instituto de Ingeniería, UNAM, México, DF 2006.
- 22. Méndez B C, Botero E., Romo M.P. (2009). A new friction law for sliding rigid blocks under cyclic loading, Soil Dynamics and Earthquake Engineering.
- 23. Wartman J, Bray J D, Seed RB, (2003). Inclined plane studies of the Newmark sliding block procedure. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering.
- 24. Chaudhuri R, Hutchinson T C, (2005). Characterizing frictional behavior for use in predicting the seismic response of unattached equipment, Soil Dynamics and Earthquake Engineering.

- 25. Kafali C, Fathali S, Grigoriu M, Whittaker A S, (2007). Static and kinetic coefficients of friction for rigid blocks. MCEER Technical Report MCEER-07-0001
- 26. Vasant A. Matsagar, R.S. Jangid. Seismic response of base-isolated structures during impact with adjacent structures. Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology Bombay, Powai, Mumbai 400 076, India
- 27. Newmark N M, (1963). Earthquake effects on dams and embankments. ASCE Structural Engineering Conference, San Francisco, California, USA.
- 28. Bowden F.P., y Tabor, D. (1964). The friction and lubrication of solids, Oxford, Clarendon Press
- 29. Botero E, Romo MP. Earthquake energy transmission at interfaces. Proceed- ings of the 11th international conference of IACMAG, Turin, Italy, 2005, paper #197.

Revistas:

- 30. Revista EIA, ISSN 1794-1237 Número 6, p. 105-120. Diciembre 2006
- 31. Revista Ingeniería Sísmica.

Sitios de Internet:

- 32. www.almez.pnic.mec.es
- 33. www.taylordevices.com
- 34. www.earthquakeprotection.com