



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**MODELO ANALÍTICO DE CONEXIONES  
SEMI-RÍGIDAS DE ACERO**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

**DANIEL ESTEBAN CHÁVEZ**

TUTOR:

**DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**



México D.F., 2008

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente:	Dr. Gómez Martínez Roberto
Secretario:	Dr. López Bátiz Oscar
Vocal:	Dr. Escobar Sánchez José Alberto
1 <sup>er</sup> . Suplente:	Dr. Pérez Gavilán Juan José
2 <sup>do</sup> . Suplente:	M.I. Jean Perrilliat Raúl

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

**DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
POSGRADO EN INGENIERÍA**

## ***DEDICATORIA***

*A mi madre Maria Elena Chávez Medina †,  
donde quiera que estés, gracias por tu amor y enseñanzas.*

## ***AGRADECIMIENTOS***

*A la Universidad Nacional Autónoma de México*

*A todos mis profesores incluyendo a mis sinodales*

*A mi asesor Dr. José Alberto Escobar Sánchez*

## CONTENIDO

<b>CONTENIDO .....</b>	<b>v</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>vii</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>9</b>
<b>CAPITULO 1</b>	
<b>ANTECEDENTES.....</b>	<b>10</b>
<b>1.1 CLASIFICACIÓN DE LAS CONSTRUCCIONES SEGÚN EL AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC).....</b>	<b>10</b>
<b>1.2 MODELOS DE CONEXIÓN SEMI-RÍGIDA .....</b>	<b>11</b>
<b>1.3 ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS CON CONEXIONES SEMI-RÍGIDAS.....</b>	<b>12</b>
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>CLASIFICACIÓN DE LAS CONEXIONES DE ACERO.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1 CLASIFICACIÓN DE ACUERDO CON EL TIPO DE FIJACIÓN.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1.1 Conexiones atornilladas.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1.2 Conexiones con pernos.....</b>	<b>14</b>
<b>2.1.3 Conexiones soldadas.....</b>	<b>14</b>
<b>2.2 CLASIFICACIÓN DE ACUERDO CON EL TIPO DE FUERZA ACTUANTE.....</b>	<b>15</b>
<b>2.3 CLASIFICACIÓN DE ACUERDO CON EL TIPO DE RIGIDEZ Y RESISTENCIA.....</b>	<b>17</b>
<b>2.3.1 Clasificación cualitativa.....</b>	<b>20</b>
<b>2.3.2 Diagrama momento rotación.....</b>	<b>22</b>
<b>2.4 COMPORTAMIENTO DE HISTÉRESIS DE ALGUNAS CONEXIONES</b>	<b>30</b>
<b>2.4.1 Conexión de placa extremo.....</b>	<b>30</b>
<b>2.4.2 Conexión de placas atornilladas en los patines.....</b>	<b>32</b>
<b>2.4.3 Conexión de T recortada.....</b>	<b>34</b>
<b>2.4.4 Conexión de ángulos en patines y alma.....</b>	<b>35</b>

<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>ANÁLISIS NUMÉRICO.....</b>	<b>38</b>
<b>3.1 MATRIZ DE RIGIDEZ MODIFICADA.....</b>	<b>38</b>
<b>3.2 ANALOGÍA DE RIGIDEZ.....</b>	<b>42</b>
<b>3.3 FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA.....</b>	<b>44</b>
<b>3.3.1 Factor de longitud efectiva inelástico.....</b>	<b>46</b>
<b>CAPITULO 4</b>	
<b>APLICACIÓN.....</b>	<b>48</b>
<b>4.1 DESCRIPCIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>48</b>
<b>4.1.1 Simulación de prueba experimental.....</b>	<b>51</b>
<b>4.2 APLICACIÓN DEL MODELO.....</b>	<b>52</b>
<b>4.2.1 Descripción de modelos.....</b>	<b>52</b>
<b>4.2.2 Solicitaciones aplicadas.....</b>	<b>53</b>
<b>4.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN.....</b>	<b>57</b>
<b>4.4 COMPORTAMIENTO NO LINEAL.....</b>	<b>60</b>
<b>4.4.1 Modelo no lineal.....</b>	<b>61</b>
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>62</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>63</b>

## RESUMEN

Se propone un método para analizar el comportamiento de estructuras con conexiones semi-rígidas utilizando un programa comercial de análisis estructural. El método está basado en una investigación de resultados experimentales del comportamiento del diagrama momento-rotación de conexiones semi-rígidas de acero sometidas a carga cíclica.

Con la finalidad de especificar el campo de aplicación del método descrito, se plantea el procedimiento para clasificar las conexiones de acero de acuerdo con su rigidez y resistencia.

Se realiza una recopilación de estudios experimentales con el propósito de obtener el comportamiento histerético característico de las conexiones semi-rígidas.

Una de las principales ventajas que tiene una conexión de acero semi-rígida, es que se puede controlar su rigidez, resistencia y capacidad de disipación de energía, sin que esto demande un aumento considerable en su costo. Para ello, se analizan estructuras con conexiones con diferente rigidez. Se evalúa la cantidad de energía que disipan y se compara con la que disipa un modelo similar con conexiones rígidas, donde sus elementos estructurales fluyen debido a las cargas sísmicas. Se discuten y analizan sus ventajas y desventajas.

## ABSTRACT

A method is proposed to analyze the behavior of semi-rigid connections structures, using a commercial program for structural analysis. This method is based on experimental results about the moment-rotation diagram for semi-rigid steel connections submitted to a cyclical load.

With the purpose of specifying the field of application for the described method, it describes the procedure for classifying steel connections according to resistance and inflexibility

There is realized a summary of experimental studies by the intention of obtaining the hysteretic behavior typically of the semi-rigid connections.

One of the principal advantages that a semi-rigid steel connection has is that, it is possible to control his inflexibility, resistance and capacity of energy dissipation without an increase in costs. For it, structures are analyzed by connections with different inflexibility. There is evaluated the quantity of energy that they remove and it is compared with the same quantity removed by a similar model that use a rigid connections, where his structural elements flow due to seismic loads. Advantages and disadvantages are discussed and analyzed.

## INTRODUCCIÓN

Al determinar si una estructura alcanzará o no su carga última calculada, las conexiones juegan un papel fundamental debido a que en la intersección de dos o más elementos generalmente se forma una articulación plástica. Comúnmente las conexiones deben transmitir grandes fuerzas cortantes, además, generalmente se encuentran localizadas en puntos de máximo momento. Bajo estas condiciones, los procedimientos de diseño deben garantizar que las conexiones desarrollen y mantengan el momento plástico requerido.

Con la finalidad de realizar diseños estructurales más económicos y aceptando que se presente un cierto nivel de daño, en los últimos años se han desarrollado diferentes dispositivos disipadores de energía que presentan un comportamiento histérico estable. Uno de los medios para disipar energía en una estructura de acero consiste en hacer las conexiones semi-rígidas.

El presente trabajo tiene como objetivo proponer un modelo matemático que permita analizar el comportamiento de estructuras con conexiones semi-rígidas, además, se compara el comportamiento de los modelos actuales con el propuesto.

# CAPITULO 1

## ANTECEDENTES

Comúnmente en el análisis del comportamiento de estructuras, el comportamiento de las conexiones viga-columna se idealiza y simplifica mediante dos casos extremos: conexiones rígidas y conexiones flexibles. En estructuras reales estas idealizaciones no siempre son exactas porque todas las conexiones presentan un comportamiento semi-rígido.

### 1.1 CLASIFICACIÓN DE LAS CONSTRUCCIONES SEGÚN EL AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC)

El American Institute of Steel Construction (AISC) clasifica las construcciones de acero considerando la rigidez de las conexiones. En las especificaciones del AISC-ASD (1978) clasifican las construcciones en tres tipos:

- Tipo 1 construcciones con estructuras rígidas o continuas, se considera que la conexión entre vigas y columnas tienen la suficiente rigidez para que se conserven, sin cambios significativos, los ángulos entre los ejes de los elementos estructurales que concurren.
- Tipo 2 construcciones libremente apoyadas, los extremos de las vigas están conectados de tal manera que solo transfieren fuerzas cortantes, y pueden girar libremente bajo carga gravitacional.
- Tipo 3 construcciones semi-rígidas, las conexiones poseen cierta capacidad para transmitir momento comprendida entre la rigidez de la construcción tipo y la flexibilidad de la tipo 2.

Las especificaciones del AISC-LRFD (1986) y AISC-LRFD (1999) consideran las construcciones clasificadas en dos tipos, se reconoce que todas las conexiones poseen un cierto grado de restricción al giro y dependiendo de la restricción ofrecida la conexión se clasifican como:

- Tipo FR (Fully-Restrained) corresponde al Tipo 1 del AISC-ASD (1978), se considera una conexión a momento de una estructura rígida.
- Tipo PR (Partially-Restrained) incluye el Tipo 2 y 3 del AISC-ASD (1978).

En el Manual de Construcciones de Acero del AISC (2005) las estructuras se clasifican de igual forma que el AISC-LRFD (1986) y AISC-LRFD (1999), pero establece los límites para definir la clasificación de la conexión en función de su rigidez y capacidad.

Las recomendaciones para estructuras con conexiones semi-rígidas en zona sísmica son limitadas básicamente por dos incertidumbres:

Si las conexiones semi-rígidas tienen la capacidad de suministrar ductilidad rotacional y máxima rotación plástica requerida en un sismo severo.

Si la distorsión de entrepiso para estructuras de acero construidas con conexiones semi-rígidas excede los límites elástico e inelástico admisibles.

No obstante, si una estructura semi-rígida y sus conexiones son diseñadas para satisfacer los estados límite de servicio, integridad estructural y supervivencia, puede comportarse como un seguro y eficiente sistema estructural bajo carga sísmica.

## 1.2 MODELOS DE CONEXIÓN SEMI-RÍGIDA

Una de las propiedades más importantes que describen el comportamiento de las conexiones es el diagrama momento-rotación. La Figura 1.1 muestra curvas momento-rotación típicas de algunas conexiones.

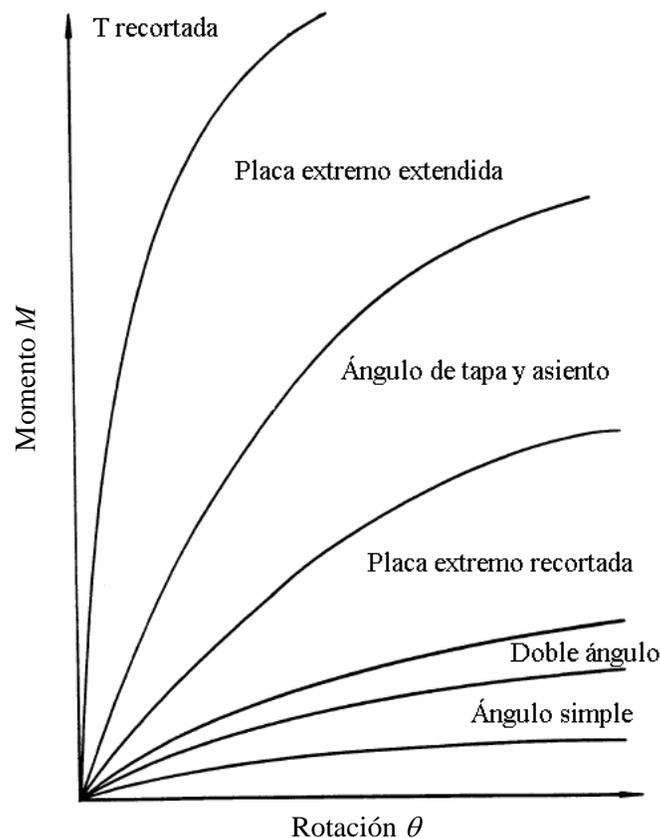


Figura 1.1 Curvas momento-rotación de algunas conexión

En la Figura 1.1 se puede observar que el comportamiento de la conexión es no lineal, para simular este comportamiento se han desarrollado diferentes modelos. Modelo lineal, Modelo power, Modelo exponencial, Modelo cubic B-Spline y Modelo polinomial son algunos de los más populares (Wu, 1988).

### **1.3 ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS CON CONEXIONES SEMI-RÍGIDAS**

El Manual de Construcciones de Acero del AISC (2005) menciona que; cuando una conexión se clasifica como PR las características relevantes de la respuesta de la conexión pueden ser incluidas en el análisis, para esto se requieren las características del diagrama momento rotación e incluir dichas características en el análisis. Se pueden encontrar ejemplos del procedimiento para modelar el comportamiento de estas conexiones en: BJORHOVDE y otros, 1988; CHEN y LUI, 1991; BJORHOVDE, y otros, 1992; LORENZ y otros, 1993; CHEN y TOMA, 1994; CHEN, y otros, 1995; BJORHOVDE, y otros, 1996; LEON, y otros, 1996; LEON y EASTERLING, 2002.

Además, el AISC (2005) especifica que el grado de sofisticación del análisis depende del problema en cuestión.

## CAPITULO 2

### CLASIFICACIÓN DE LAS CONEXIONES DE ACERO

Las conexiones de acero pueden ser clasificadas de acuerdo con Willems y Kuzmanovic, (1977):

- 1.- Técnica de fijación
- 2- Tipo de fuerza actuante
- 3.- Rigidez y resistencia de la conexión

#### 2.1 CLASIFICACIÓN DE ACUERDO AL TIPO DE FIJACIÓN

Actualmente, en las estructuras de acero, las conexiones se realizan mediante tornillos, remaches, o soldadura.

##### 2.1.1. Conexiones atornilladas

Con base en el material y la resistencia los tornillos estructurales se pueden clasificar como tornillos estructurales ordinarios y tornillos de alta resistencia. En la actualidad los tornillos de alta resistencia son las uniones más utilizadas en las estructuras de acero.

A diferencia de las conexiones soldadas, las conexiones atornilladas tienen las siguientes ventajas:

1. No se requiere de mano de obra calificada para el montaje de las estructuras.
2. La supervisión se realiza mas fácilmente.
3. Comúnmente las estructuras presentan un modo de falla dúctil.
4. El trabajo en campo no se afecta por factores climáticos.

Entre las principales desventajas que presentan las conexiones atornilladas se pueden mencionar:

1. La exactitud que requieren en la fabricación y en el montaje, haciendo mas difícil corregir errores en campo.
2. El costo puede ser mayor comparadas con las conexiones soldadas, tanto de los elementos de unión como el proceso de diseño.



Figura 2.1 Conexión atornillada

### 2.1.2 Conexiones con pernos

Un perno o pasador es una viga corta de acero de forma cilíndrica, que une varios elementos estructurales que convergen en una unión de la estructura. Las conexiones con pasadores sólo tienen un conector, comúnmente se utilizan para uniones articuladas, Figura 2.2.



a) Vista general



b) Detalle

Figura 2.2 Conexión con pernos

### 2.1.3 Conexiones soldadas

La soldadura es un procedimiento de unión entre dos superficies metálicas por la aplicación de calor, presión o una combinación de ambas y con o sin metal de aportación. Un ejemplo de conexiones soldadas se muestra en la Figura 2.3.



a) Vista general



b) Detalle

Figura 2.3 Conexión soldada

Las características esenciales de las conexiones soldadas son:

Se requiere un menor número de placas, ángulos, etc., para transmitir los elementos mecánicos entre las piezas unidas. De esta forma se obtienen conexiones más ligeras.

El empleo de conexiones soldadas, en lugar de atornilladas, permite un ahorro de material, menos trabajo y, por lo tanto menos personal que la colocación de remaches o tornillos. Adicionalmente existe un ahorro considerable en el cálculo, detallado y montaje de las estructuras.

La soldadura permite realizar una gran variedad de conexiones, cosa que no se puede llevar a cabo con tornillos. Las conexiones soldadas permiten hacer ajustes de proyecto más fácilmente que en otro tipo de conexiones. Las estructuras soldadas pueden repararse muy fácilmente a diferencia del resto.

Las conexiones soldadas son más rígidas que las demás, lo cual permite una verdadera continuidad en la transmisión de elementos mecánicos entre elementos estructurales. Además, el metal de aportación tiene una mayor resistencia.

Algunos inconvenientes de las conexiones soldadas son:

En el proceso de soldar, debido al gradiente de temperatura que se presenta entre la zona de fusión y las fibras más alejadas, se generan esfuerzos residuales, que provocan distorsiones entre las piezas soldadas. Así, se generan micro fisuras que propician fallas frente a la fatiga y ruptura frágil.

Por este motivo, es necesario, contar con personal calificado, usar un procedimiento de control de calidad y proteger, ante los cambios climáticos, el proceso de soldar. Todo esto es factible en taller, sin embargo, en obra es complicado tener un control adecuado del proceso de soldadura.

## **2.2 CLASIFICACIÓN DE ACUERDO CON EL TIPO DE FUERZA ACTUANTE**

Sin considerar el tipo de sujeción y dependiendo de la fuerza actuante, comúnmente las conexiones pueden ser clasificadas como conexiones a cortante directo y conexiones a momento.

Conexiones a cortante directo. Tienen la capacidad de transferir únicamente cortante. Conservadoramente, se supone que los extremos de los elementos estructurales con conexiones a cortante directo están libres para rotar. La Figura 2.4 muestra ejemplos de conexiones atornilladas trabajando a cortante directo.

Conexiones a momento. Deben transferir los momentos y la fuerza cortante en los extremos de la viga a la columna. Por ejemplo, en una viga I flexionada alrededor de su eje mayor, el alma soporta prácticamente todo el cortante y el momento flexionante es resistido principalmente por los patines, Figura 2.5.

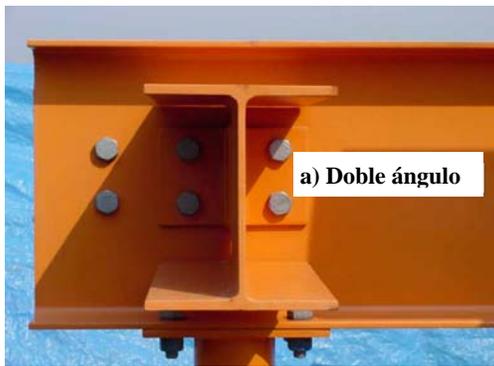


Figura 2.4 Conexión a cortante directo (Murray, 2001)



a) Conexión de placa extremo con atiesadotes



b) Conexión con patines soldados

Figura 2.5 Conexiones a momento

## 2.3 CLASIFICACIÓN DE ACUERDO CON LA RIGIDEZ Y RESISTENCIA

Además de transmitir las solicitaciones entre los elementos concurrentes en los nodos, debe asegurarse que las conexiones desarrollen y subsecuentemente mantengan la capacidad de carga requerida. Así, de acuerdo con el criterio de diseño columna fuerte-viga débil, el comportamiento de una estructura depende de la capacidad de rotación de sus conexiones y de la capacidad a flexión de sus vigas y columnas.

La clasificación cuantitativa de las conexiones que se utilizan en las estructuras de acero se basa en el concepto de rigidez a flexión. Así se tiene:

- Estructuras de marcos rígidos. Las conexiones pueden desarrollar el momento de empotramiento  $M_f$  de las vigas que se conectan.
- Estructuras con conexiones semi-rígidas. Las conexiones pueden desarrollar un porcentaje del momento de empotramiento.
- Estructuras que teóricamente permiten la rotación libre en los nodos con conexiones a cortante. Generalmente no se usan en la unión viga-columna sólo en conexiones de vigas y largueros secundarios.

El parámetro  $m$  para definir la rigidez de la unión viga-columna es (Astaneh-Asl, 1995)

$$m = \frac{K}{\left(\frac{EI}{L}\right)} \quad (2.1)$$

donde  $K$  es la rigidez rotacional de la conexión viga-columna y depende del tipo de conexión;  $E$ ,  $I$  y  $L$  son el módulo de elasticidad, el momento de inercia y la longitud de la viga, respectivamente. Dependiendo del valor de  $m$  la conexión se clasifica como se indica en la Tabla 2.1 (Astaneh-Asl, 1995).

Tabla 2.1. Clasificación de las conexiones de acuerdo con su rigidez (Astaneh-Asl, 1995)

$m$	Conexión
$m \geq 18$	rígida
$18 > m \geq 0.5$	semi-rígida
$m < 0.5$	flexible

En la Figura 2.6, con base en la curva momento-rotación, se muestran las tres regiones del comportamiento del momento basado en la rigidez rotacional relativa de una conexión. La clasificación se basa en la rigidez rotacional elástica de las conexiones de vigas de un claro. Esta categorización ha sido utilizada en el diseño elástico de vigas bajo carga gravitacional.

En diseño sísmico, la capacidad de momento plástico de las conexiones y vigas también debe ser clasificada. Por ejemplo, en una conexión rígida,  $m > 18$ , con capacidad de momento plástico menor que la capacidad del momento plástico de la viga. Después de que la conexión alcanza su capacidad de momento plástico y desarrolla articulaciones

plásticas, la conexión se comporta como semi-rígida. Para definir el comportamiento de una conexión como rígido, semi-rígido o flexible, además del parámetro  $m$ , se utiliza el parámetro  $\alpha$  que se define como la relación entre la capacidad de carga de la conexión y la viga, esto es (Astaneh-Asl, 1995):

$$\alpha = \frac{(M_P)_{CONEXIÓN}}{(M_P)_{VIGA}} \quad (2.2)$$

donde  $(M_P)_{CONEXIÓN}$  y  $(M_P)_{VIGA}$  son la capacidad de momento plástico de la conexión y de la viga, respectivamente.

Así, al incorporar los efectos de plastificación de la viga y la conexión, la definición de conexiones rígidas, semi-rígidas y flexibles se presenta en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Calcificación de las conexiones de acuerdo con su rigidez y relación de resistencia (Astaneh-Asl, 1995)

<i>Parámetros</i>			<i>Conexión</i>
$m \geq 18$	y	$\alpha \geq 1.0$	rígida
$m > 18$	y	$0.2 < \alpha < 1.0$	semi-rígida
$18 > m \geq 0.5$	y	$\alpha > 0.2$	flexible
$m \leq 0.5$		$\alpha < 0.2$	

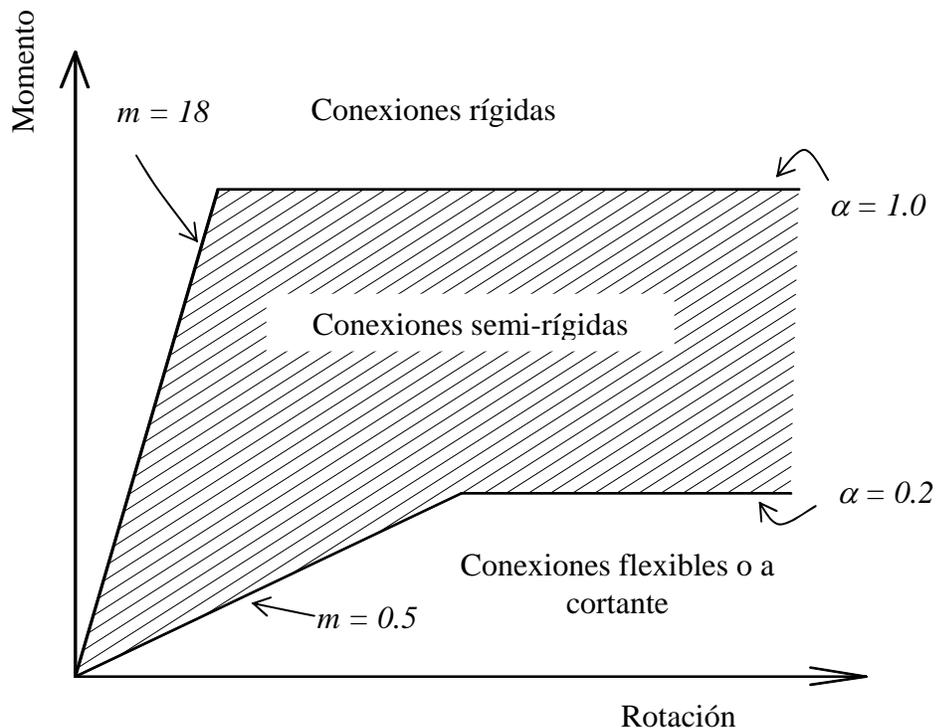


Figura 2.6 Curva momento-rotación de conexiones (Astaneh-Asl, 1995)

En las especificaciones del manual de construcciones de acero del AISC (2005), la clasificación de acuerdo con la rigidez de la conexión se presenta con algunas variaciones. La diferencia consiste en que el valor de  $m$  está dado por (AISC, 2005):

$$m = \frac{K_s}{\left(\frac{EI}{L}\right)} \quad (2.3)$$

donde  $K_s$  es la rigidez secante en carga de servicio:

$$K_s = \frac{M_s}{\theta_s} \quad (2.4)$$

$M_s$  y  $\theta_s$  son el momento y rotación de carga de servicio, respectivamente, Figura 2.7.

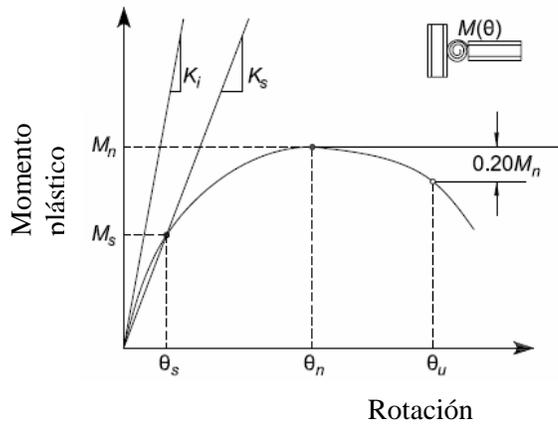


Figura 2.7. Definición de rigidez secante (AISC, 2005)

Los valores que se especifican para  $m$  están dados en la Tabla 2.3:

Tabla 2.3. Clasificación de las conexiones de acuerdo con el manual del (AISC, 2005)

<b>Parámetro</b>	<b>Conexión</b>
$m \geq 20$	rígida
$20 > m \geq 2$	semi-rígida
$m \leq 2$	flexible

En lo que respecta a la capacidad de las conexiones, las especificaciones de (AISC, 2005), mencionan que, de no ser conocido el momento máximo de la conexión, puede considerarse como máximo al momento que presente una rotación de 0.02 radianes.

Además, las especificaciones del AISC, describen el comportamiento dúctil de las estructuras de acuerdo con la capacidad de la conexión y la viga. Cuando la capacidad de la conexión es mayor que la de la viga, la ductilidad del sistema estructural se encuentra controlada por ésta y la conexión sufre deformaciones elásticas. Cuando la capacidad de

la conexión es ligeramente mayor que la de la viga, la conexión puede experimentar sustancialmente deformaciones inelásticas. Si la capacidad de la viga excede a la de la conexión, las deformaciones se concentran en esta última.

Según los criterios del Eurocódigo 3 (Monfort, 1999), las conexiones se clasifican de acuerdo con su rigidez y resistencia, como se indica en la Tabla 2.4 y 2.5.

Tabla 2.4. Clasificación de las conexiones de acuerdo con su rigidez según el Eurocódigo (Monfort, 1999)

<i>Parámetro para marccos</i>	<i>Conexión</i>
$m \geq 25$ <b>no arriostrados</b>	rígida
$m \geq 8$ <b>arriostrados</b>	
$25 > m \geq 0.5$ <b>no arriostrados</b>	semi-rígida
$8 > m \geq 0.5$ <b>arriostrados</b>	
$m \leq 0.5$	flexible

Tabla 2.5. Clasificación de las conexiones de acuerdo con su resistencia según el Eurocódigo (Monfort, 1999)

<i>Parámetro</i>	<i>Conexión</i>	<i>Comentario</i>
$\alpha \geq 1.2$	rígida	sin necesidad de comprobar capacidad de giro
$1.2 > \alpha \geq 1.0$		siempre y cuando tenga capacidad de giro adecuado
$0.25 < \alpha < 1.0$	semi-rígida	
$\alpha \leq 0.25$	flexible	

### 2.3.1. Clasificación cualitativa

Considerando que en cada tipo de conexión, su rigidez rotacional y capacidad a momento plástico, se evalúan de diferente forma, se puede recurrir, además de una clasificación cuantitativa, a una clasificación cualitativa basada en resultados experimentales, (Figura 2.10 y 2.11). Sin embargo, es importante reconocer que el cambio en el detallado de la conexión puede conducir a cambios significativos en la respuesta momento-rotación de la conexión (Nader y Astaneh-Asl, 1992).

Por ejemplo, una conexión de placa extremo puede tener variantes:

Conexión de placa extremo recortada, generalmente se considera que esta conexión no tiene capacidad de transmitir momento.

Conexión de placa extremo extendida, es considerada una conexión a momento.

Conexión de placa extremo extendida y atiesada, un atiesador en la placa de extremo puede incrementar la rigidez de la conexión, el número de tornillos y el espesor de la placa de extremo también son factores que influyen en la rigidez y resistencia de la conexión.



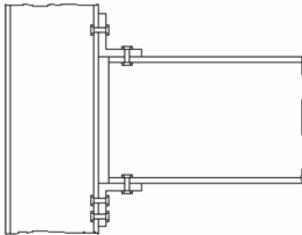
Conexión T



Conexión doble ángulo  
a) TIPO A



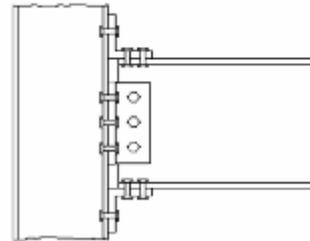
Conexión a cortante



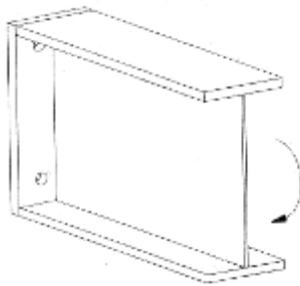
Conexión con ángulos de tapa y asiento



b) TIPO B



Conexión con ángulos en el alma, tapa y asiento

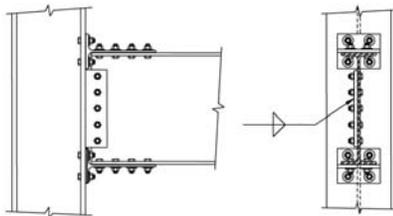


Conexión de placa extremo recortada

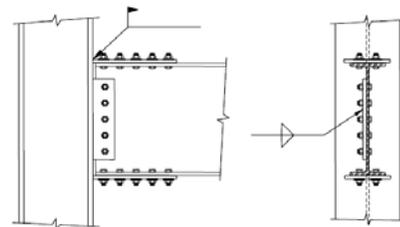


Conexión de placa extremo extendida

c) TIPO C



Conexión de T recortada



Conexión de placas en patines

d) TIPO D

Figura 2.10. Conexiones viga columna comunes

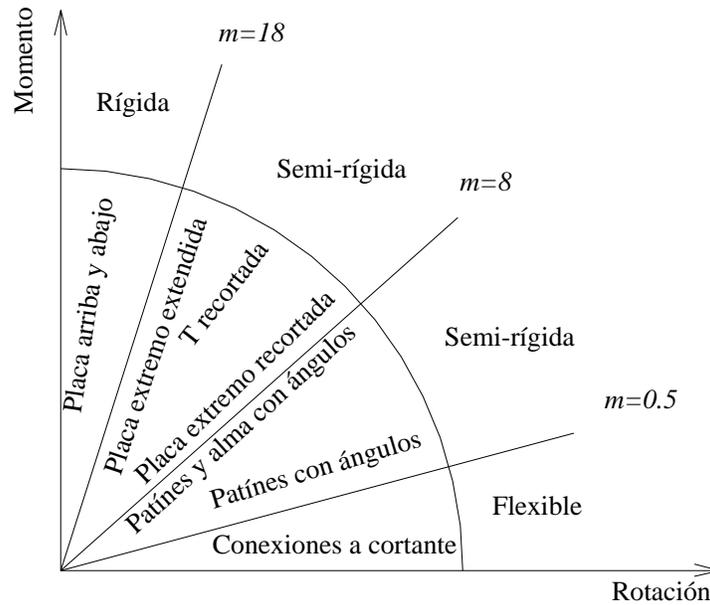


Figura 2.11. Clasificación de conexiones momento-rotación (Nader y Astaneh-Asl, 1992)

### 2.3.2. Diagrama momento rotación

Dada la importancia que tiene el diseño de las conexiones en las estructuras metálicas se han realizado estudios que permiten modelar su comportamiento mediante diagramas momento-rotación. Así, un nodo de una estructura se puede modelar como un resorte con rigidez a giro, de tal manera que, en función del momento flexionante  $M$  que le transmita la viga, se producirá un giro relativo  $\theta$  entre las barras unidas. Si se representan gráficamente los pares de valores  $M-\theta$ , correspondientes a distintas solicitaciones, se obtiene un diagrama momento-rotación (Figura 2.12). Este diagrama permite cuantificar la rigidez de la conexión para analizar el comportamiento global de la estructura.

La influencia del comportamiento de los nodos en las estructuras se puede observar en un ejemplo como el de la Figura 2.13, correspondiente a una viga con carga uniformemente repartida. Se consideran tres tipos de conexión.

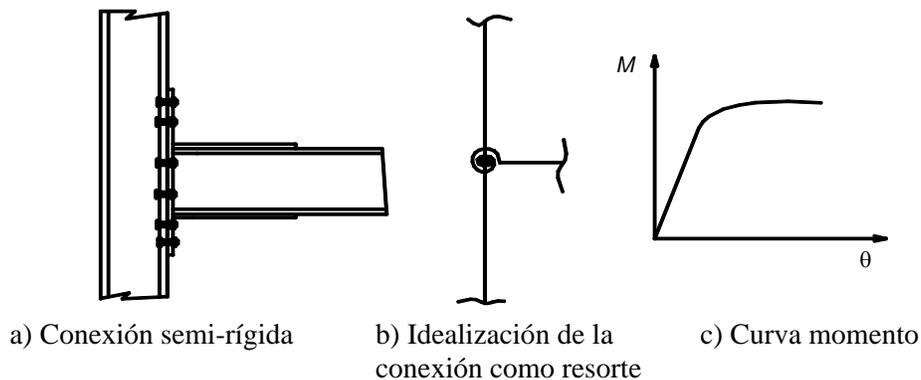


Figura 2.12 Diagrama momento curvatura

En el primer caso, se tienen conexiones con rigidez infinita, por lo tanto su giro es nulo. El diagrama de momento flexionante se muestra en la Figura 2.13b, y el valor  $M-\theta$  asociado, estará definido por el punto A en el diagrama de la Figura 2.13e.

En el extremo opuesto de comportamiento se encuentra el tercer caso que presenta rigidez nula en las conexiones. Su diagrama de momento flexionante se presenta en la Figura 2.13d, y valor  $M-\theta$  correspondiente en el diagrama será el punto B.

En la Figura 2.13e, la recta AB representa el comportamiento de las conexiones en cualquier situación intermedia entre las dos consideradas anteriormente y superponiendo la curva  $M-\theta$  de un nodo semi-rígido, su intersección con la recta AB proporciona los valores  $M_I-\theta_I$  que define el momento de la barra correspondiente a la rigidez del nodo (Figura 2.13c).

La recta AB (Figura 2.13e), conocida como *línea de la viga*, representa la rigidez intrínseca de esta y se define como (Salmon y Johnson, 1996):

$$M = M_f - \frac{2EI}{L} \theta \quad (2.5)$$

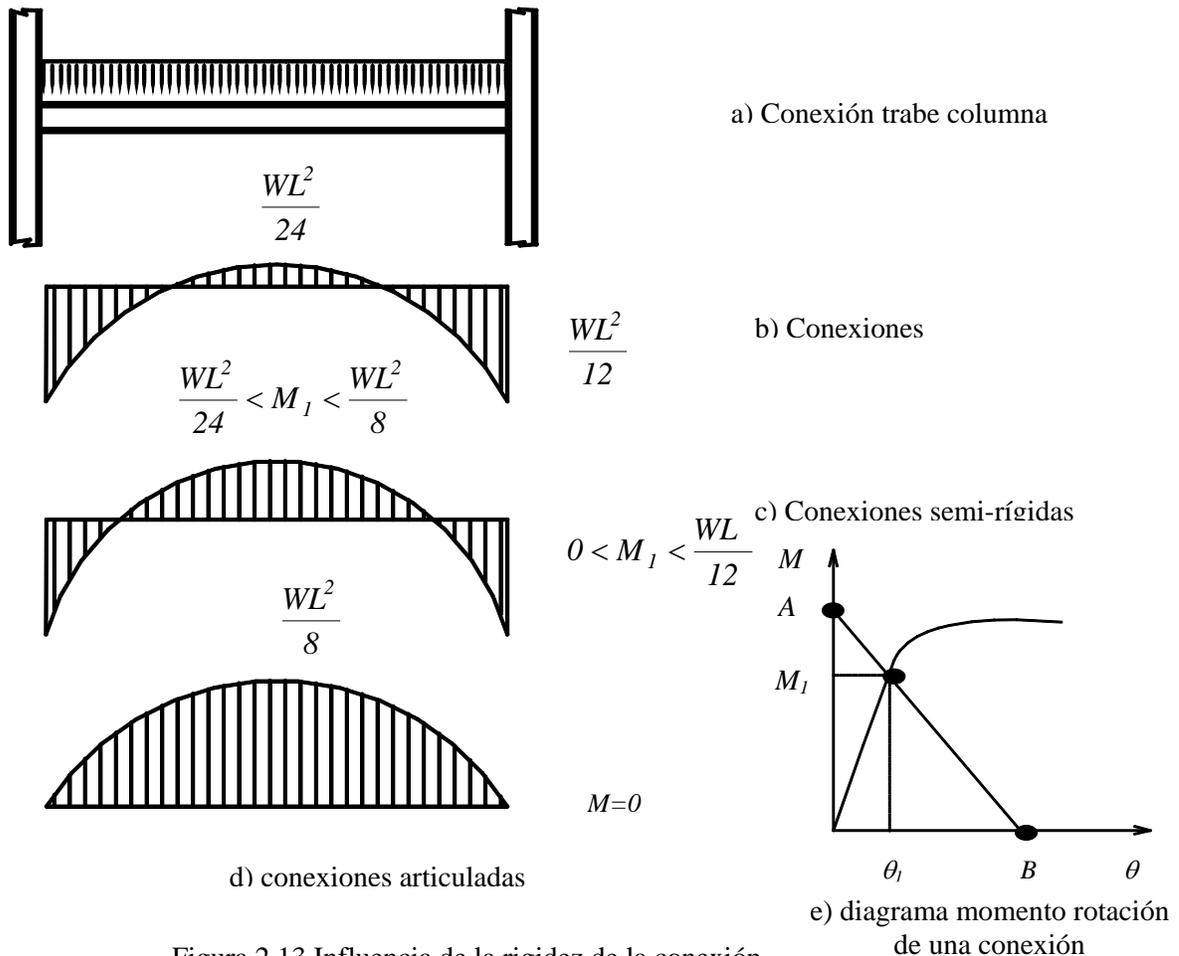


Figura 2.13 Influencia de la rigidez de la conexión

donde  $M$  es el momento flexionante de la viga,  $M_f$  es el momento de empotramiento,  $E$ ,  $I$  y  $L$  son el módulo de elasticidad del acero, el momento de inercia y la longitud de la viga, respectivamente, y  $\theta$  es el ángulo de rotación de la línea de la viga.

La curva que describe el comportamiento de una conexión semi-rígida puede aproximarse mediante el método propuesto por Kishi y Chen, (1990), que consiste en usar la rigidez inicial  $K$  de la conexión y su capacidad de momento último. El modelo matemático es:

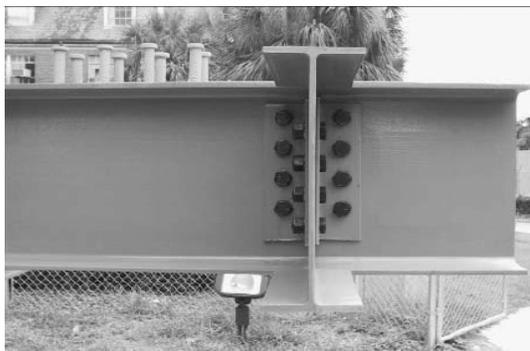
$$M = \frac{K\theta}{\left[1 + \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \quad (2.6)$$

$$\theta_0 = \frac{M_u}{K} \quad (2.7)$$

donde  $\theta_0$  es el ángulo de rotación donde inicia la rotación plástica,  $n$  es el parámetro de forma,  $K$  es la rigidez rotacional de la conexión viga-columna,  $M_u$  es el momento último de la conexión y  $M$  es el momento flexionante correspondiente a la rotación  $\theta$ .

La solución simultánea de las ecuaciones 2.5 y 2.6 proporciona los valores  $M_I-\theta_I$  (Figura 2.13 e) que define el momento de la barra correspondiente a la rigidez de la conexión semi-rígida.

Al utilizar la ecuación 2.6 se debe considerar que existe una gran variedad de conexiones. Por otra parte, la rigidez inicial de la conexión depende del tipo de arreglo que se analice. Kishi y Chen (1990), propusieron modelos matemáticos para obtener la rigidez inicial para conexiones de doble ángulo (Figura 2.14) tapa-asiento, y tapa-asiento-doble ángulo (Figura 2.15).



a) vista lateral



b) vista en perspectiva

Figura 2.14 Conexión de doble ángulo (Green, 2006)

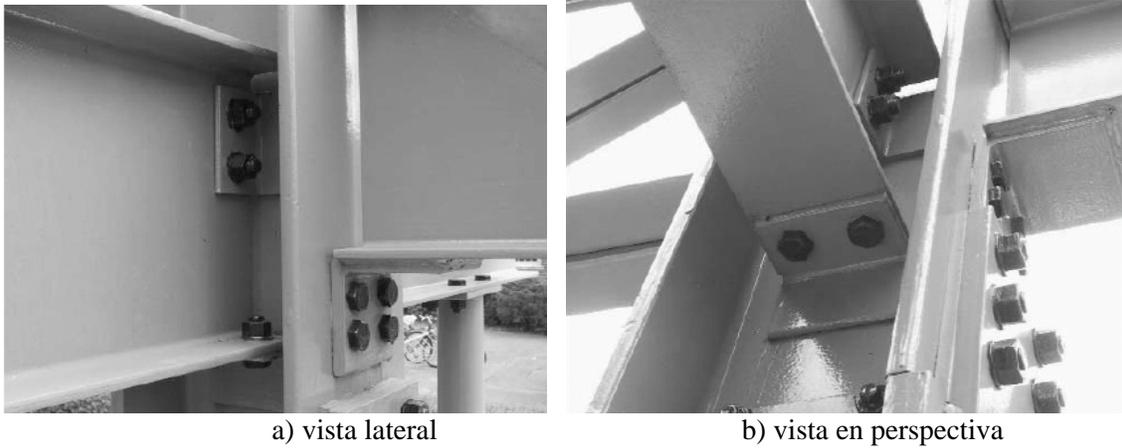


Figura 2.15 Conexión tapa-asiento-doble ángulo (Green, 2006)

Premthamkorn y Chomchuen (2006), realizaron investigaciones experimentales en tres tipos de conexión y propusieron ecuaciones para calcular el valor de  $n$  como sigue:

Conexiones con ángulos atornillados

$$n = 1.2575 + \frac{0.0014K}{M_p} \quad (2.8)$$

Conexiones de placa extremo atornillada

$$n = 1.7472 + \frac{0.0012K}{M_p} \quad (2.9)$$

Conexiones soldadas

$$n = 1.2923 + \frac{0.0039K}{M_p} \quad (2.10)$$

donde  $M_p$  y  $K$  son el momento plástico y la rigidez rotacional de la conexión viga-columna.

La obtención del parámetro  $\alpha$  implica el momento plástico de la viga el cual se puede obtener con el módulo de sección plástico:

$$(M_p)_{VIGA} = \sigma_y Z \quad (2.11)$$

El momento plástico de la conexión se obtiene según sea el arreglo que se tenga, se proponen expresiones para algunos tipos de conexiones.

Para los siguientes tres tipos de conexiones se puede aplicar el modelo del diagrama momento rotación de la conexión, desarrollado por Kishi y Chen, 1990.

$$M = \frac{K\theta}{\left[1 + \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \quad (2.6)$$

Conexión a cortante de ángulo en el alma de la viga (Figura 2.4 c).

$$K = G \frac{t_a^3}{3} \frac{\alpha \cosh(\alpha\beta)}{(\alpha\beta) \cosh(\alpha\beta) - \sinh(\alpha\beta)} \quad (2.12)$$

donde  $t_a$  es el espesor del ángulo,  $\alpha$  tiene un valor de 4.2967 cuando la relación de Poisson es 0.3,  $\beta$  es el resultado del cociente de  $g_l$  entre  $l_p$ ,

$$g_l = g_c - k_a - \frac{w}{2} \quad (2.13)$$

donde  $w$  es el diámetro del agujero para el tornillo,  $g_y$  y  $k_a$  se ilustran en la Figura 2.16.

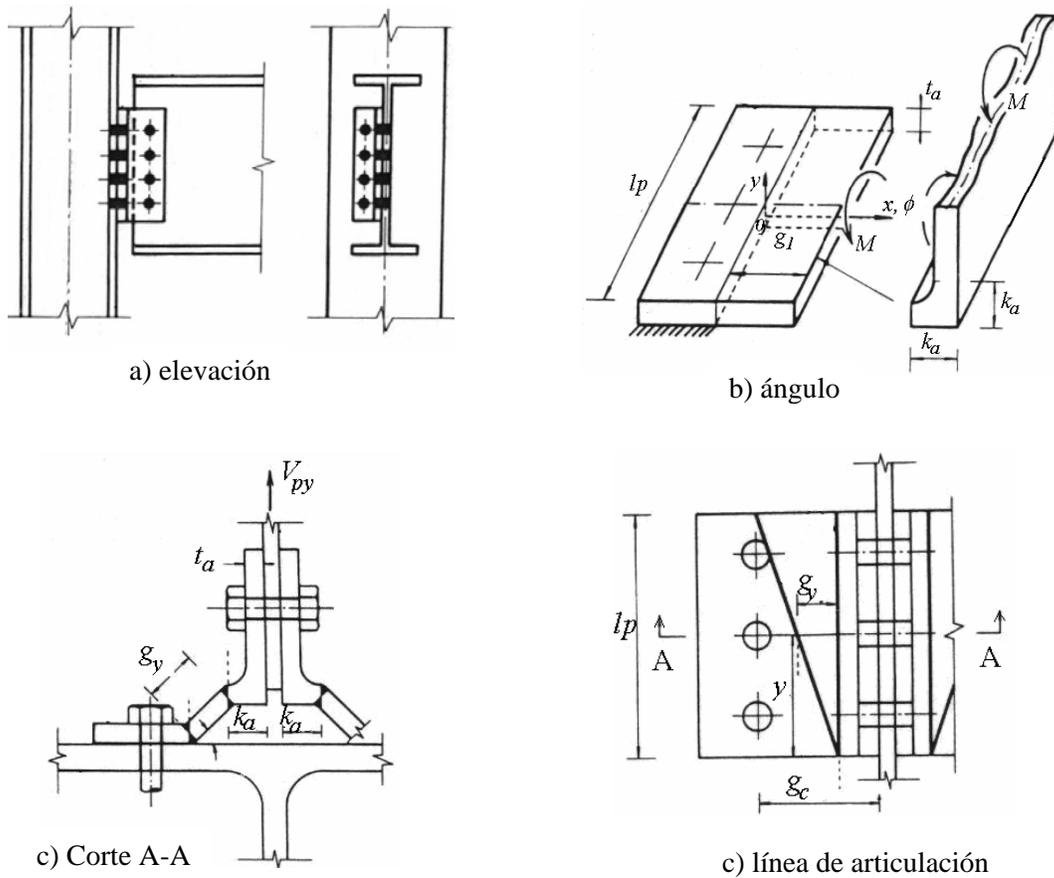


Figura 2.16 Mecanismo de condición última para una conexión de ángulo en el alma (Kishi y Chen, 1990)

Conexión con ángulo de tapa y asiento.

$$K = \frac{3EI_t d_1^2}{1 + \frac{0.78t_t^2}{g_1^2} g_1^3} \quad (2.14)$$

donde  $EI_t$  es la rigidez a flexión de la parte del ángulo conectada a la columna,  $d_1$ ,  $t_t$  y  $g_1$  se ilustran en la Figura 2.17.

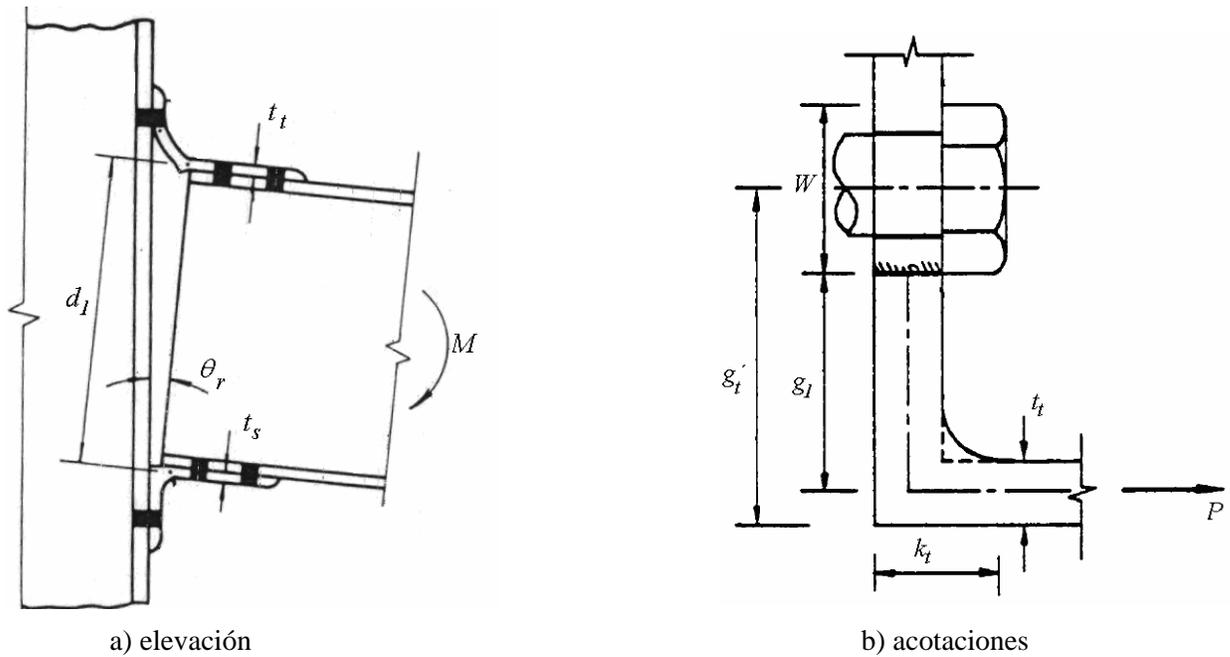
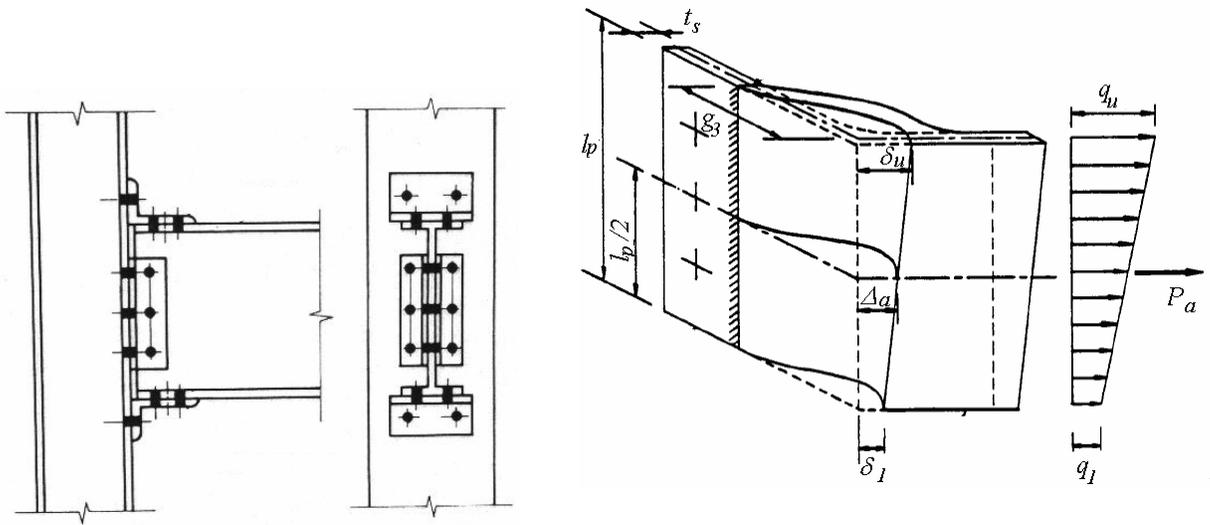


Figura 2.17 Configuración de la deflexión de una conexión de ángulos de tapa y asiento (Kishi y Chen, 1990)

Conexión con ángulo en el alma de la viga, patín inferior y superior, (Figura 2.18) la rigidez inicial se puede obtener como (Kishi y Chen, 1990):

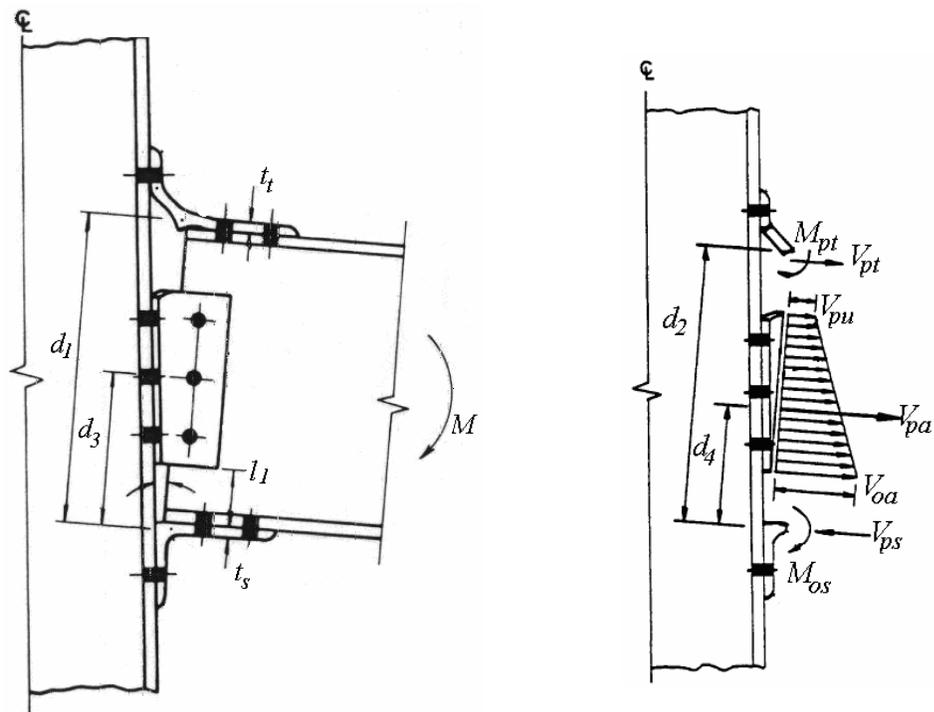
$$K = \frac{3EI_t d_1^2}{g_1 (g_1^2 + 0.78t_t^2)} + \frac{6EI_a d_3^2}{g_3 (g_3^2 + 0.78t_a^2)} \quad (2.15)$$

donde  $EI_a$  es la rigidez a flexión del ángulo colocado en el alma de la viga.



a) elevación

b) fuerza en el ángulo de la conexión



c) conexión deformada

d) fuerza en el ángulo y falla

Figura 2.18 Configuración de conexión de ángulos en patines y alma (Kishi y Chen, 1990)

Para las conexiones de patines soldados se considera que el momento plástico de la conexión es igual o mayor al momento plástico de la viga, el valor de  $\alpha$  depende de la calidad de la soldadura.

En las conexiones de placa extremo el valor del momento plástico de la conexión se puede calcular con la ecuación 2.16 (AISC, 1990).

$$(M_p)_{CONEXIÓN} = \frac{0.9\sigma_y t_p^2 b_p}{4} \quad (2.16)$$

Astaneh-Asl, 1995, ha propuesto ecuaciones para obtener el valor del parámetro  $m$  de acuerdo a las propiedades de la conexión que se tenga, conexión de:

Patines y alma con ángulos (Figura 2.18 b):

$$m = \left( \frac{10f_y}{E} \right) \left( \frac{d_b^3 b_f}{I} \right) \left( \frac{t_{sa}^2}{\delta_{say}} \right) \left( \frac{1}{g - f - x} \right) \quad (2.17)$$

donde,  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero,  $d_b$ ,  $b_f$ ,  $I$ , son el peralte, ancho del patín y momento de la viga, respectivamente,  $t_{sa}$  es el espesor del ángulo de asiento,  $\delta_{sa}$ , la deformación del ángulo de asiento correspondiente a la fluencia de la conexión,  $g$ , es la distancia del centro del tornillo conectado a la viga a la columna,  $f$ , es la distancia del extremo del ángulo a la línea de fluencia y  $x$  es el radio de la cabeza del tornillo (Figura 2.19).

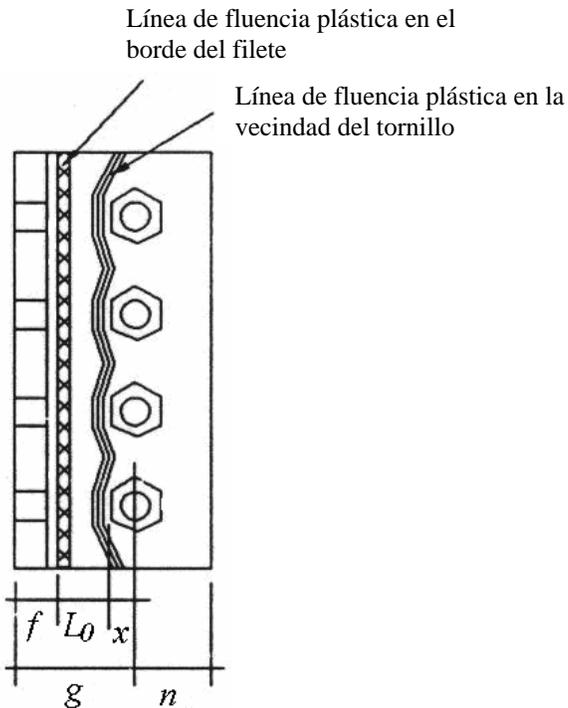


Figura 2.19 Patrones de las líneas de fluencia de conexiones de ángulos en patines y alma (Astaneh-Asl, 1995)

Placa extremo extendida (Figura 2.18 c):

$$m = \left( \frac{20 f_y}{E_v} \right) \left( \frac{b_f d_b^3}{I} \right) \left( \frac{t^2}{\delta_{epy}} \right) \quad (2.18)$$

donde  $\delta_{epy}$  es la deformación de la placa extremo correspondiente a la fluencia de la conexión y  $v$  es la distancia del centro del tornillo a la línea de fluencia del mecanismo de falla (Figura 2.20).

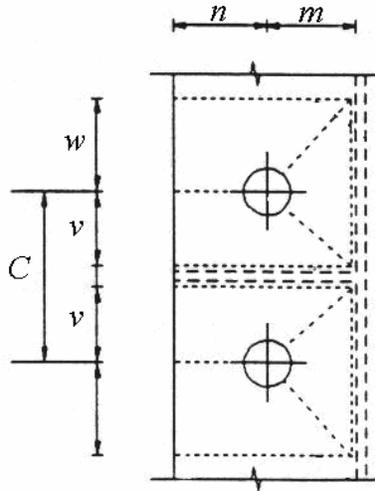


Figura 2.20 Líneas de fluencia del mecanismo de falla (Astaneh-Asl, 1995)

Placas en patines (Figura 2.18 d):

$$m = (10) \left( \frac{b_{fp} d_b^3}{I} \right) \left( \frac{t_{fp}}{0.5 L_p} \right) \quad (2.19)$$

donde  $b_{fp}$ ,  $t_{fp}$ ,  $L_p$ , son el ancho, espesor y longitud de la placa en el patín respectivamente,  $d_b$ ,  $I$ , son el peralte y momento de la viga.

## 2.4 COMPORTAMIENTO DE HISTÉRESIS DE ALGUNAS CONEXIONES

No todas las conexiones atornilladas de acero tienen el mismo comportamiento bajo la acción de carga cíclica, la ductilidad alcanzada para cada tipo de conexión depende del mecanismo de fluencia y tipo de falla, a su vez, estos dependen de la geometría y propiedades de los materiales de los componentes de la conexión.

### 2.4.1 Conexión de placa extremo

Las Figuras 2.21, 2.22 y 2.23 muestran el comportamiento de las curvas de histéresis de conexiones de placa extremo obtenidas durante pruebas de carga cíclica, (FEMA, 2000b).

La Figura 2.21 corresponde a la falla por fractura de los tornillos, la Figura 2.22 muestra el comportamiento cuando se presenta la fluencia en la placa extremo y la 2.23 presenta una conexión con buena disipación de energía y se puede alcanzar un comportamiento inelástico si la conexión es lo bastante fuerte para asegurar la formación de articulaciones plásticas en la viga, esta conexión tiene una rigidez en la placa extremo que asegura la fluencia de la viga.

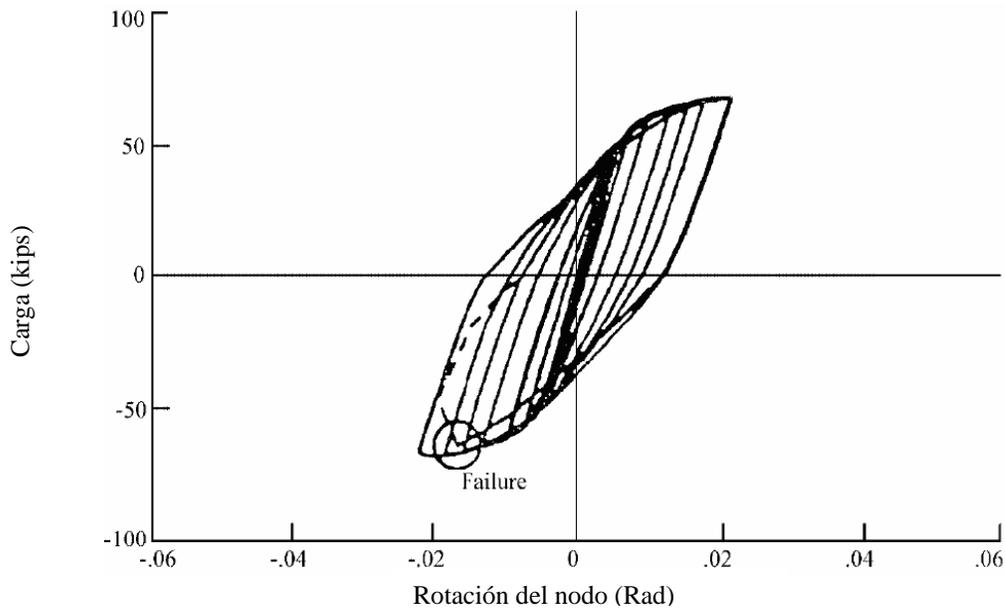


Figura 2.21 Comportamiento Momento-Rotación para una conexión de placa extrema extendida con fractura en los tornillos (FEMA, 2000b)

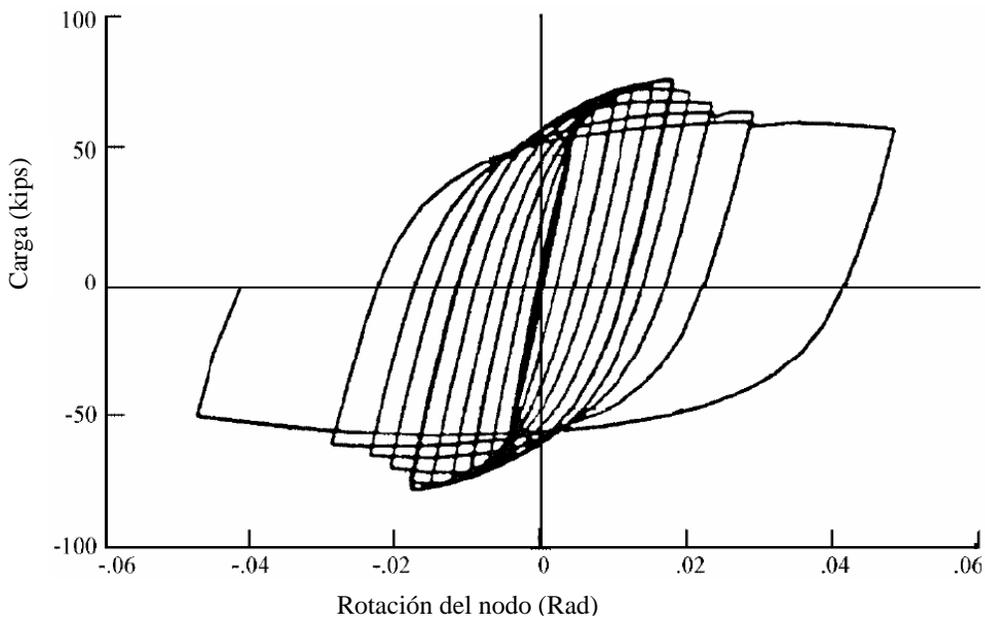


Figura 2.22 Comportamiento Momento-Rotación para una conexión de placa extrema extendida con deformación plástica en la placa extremo (FEMA, 2000b)

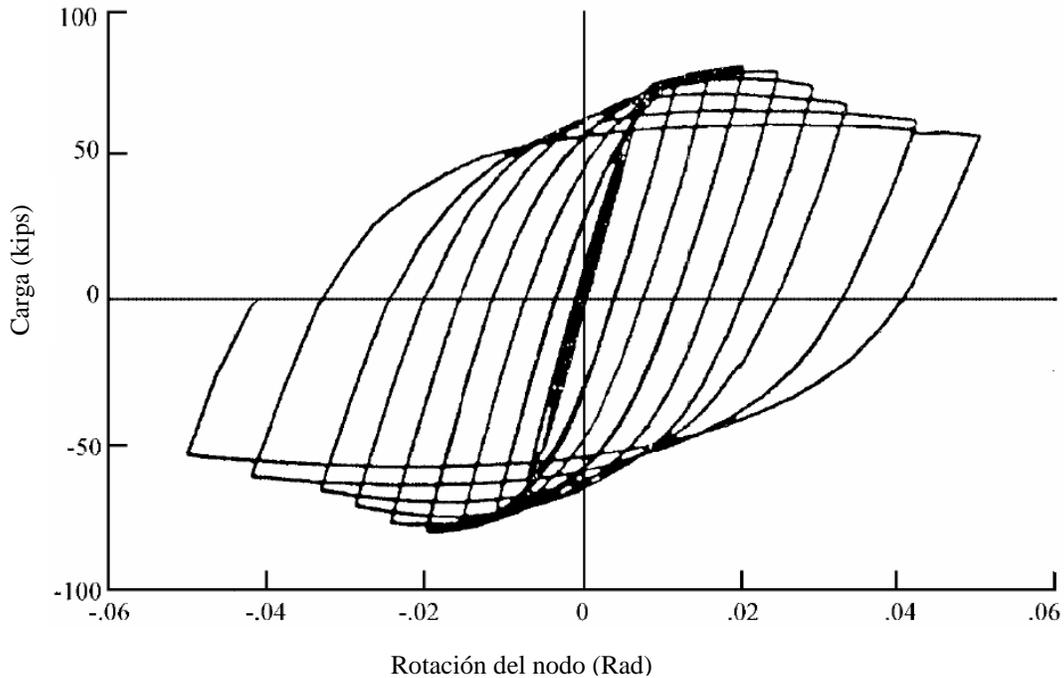


Figura 2.23 Comportamiento Momento-Rotación para una conexión de placa extrema extendida con deformación plástica en la viga (FEMA, 2000b)

Al comparar las Figuras 2.21 a 2.23, se observa que se alcanza una pequeña ductilidad cuando se produce la fractura en los tornillos, pero se alcanza una ductilidad grande cuando la fluencia de la placa o la plastificación de la viga controlan la capacidad.

Pueden presentarse otros modos de falla, por ejemplo, la fractura de la soldadura entre la viga y la placa extremo puede producir una reducción de, ductilidad, disipación de energía y capacidad de rotación inelástica. La Tabla 2.6 enlista los mecanismos de fluencia y modos de falla comunes para una conexión de placa extremo.

Tabla 2.6 Mecanismos de fluencia y modos de falla comunes para conexiones de placa extremo

<i>Mecanismo de fluencia</i>	<i>Modo de falla</i>
Flexión plástica de la viga	Desgarramiento y fractura debido a la deformación plástica
Deformación plástica de la placa extremo	Fractura de la placa extremo
Fluencia en la zona del panel	Fractura de la soldadura
	Fractura de los tornillos
	Deformación local de la columna a través de la fuerza del tornillo

## 2.4.2 Conexión de placas atornilladas en los patines

Las Figuras 2.24 y 2.25 muestran dos de las curvas momento rotación de pruebas experimentales aplicadas a conexiones de placas atornilladas en patines realizadas por

Harriott y Astaneh, (1990). Al comparar estas figuras con las Figuras 2.21 a 2.23, se puede observar que las conexiones de placa extremo tiene un mejor comportamiento al disipar una mayor cantidad de energía.

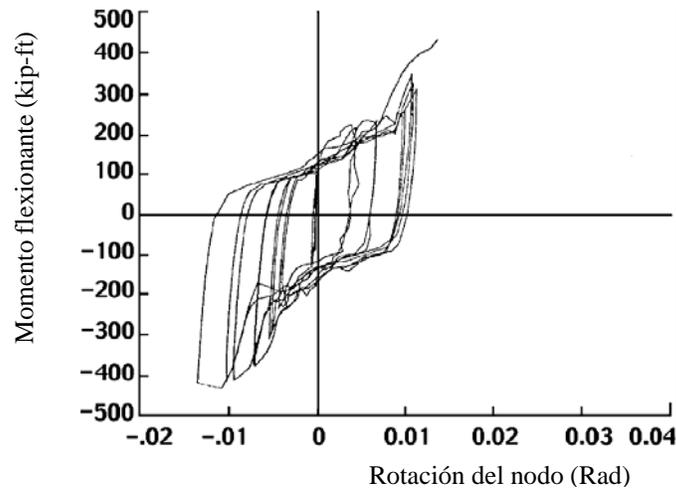


Figura 2.24 Curva momento-rotación de una conexión de placas atornilladas en patines con capacidad de rotación limitada (FEMA, 2000b)

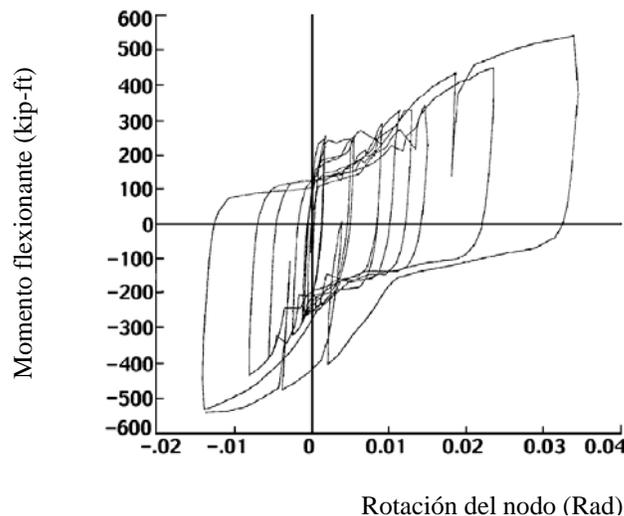


Figura 2.25 Curva momento-rotación de una conexión de placas atornilladas en patines con gran capacidad de rotación (FEMA, 2000b)

Las curvas de histéresis de las conexiones de placas atornilladas en los patines presenta un estrechamiento debido al deslizamiento de las placas. Este tipo de conexiones pueden alcanzar una considerable disipación de energía y capacidad de rotación, como lo muestra la Figura 2.25, pero también pueden tener una muy limitada disipación de energía cuando la capacidad de rotación es pequeña, como lo muestra la Figura 2.24. Estas diferencias dependen del mecanismo de fluencia y modo de falla. La fractura de la sección neta en la placa o la fractura de la soldadura en el patín, son los dos tipos más comunes de falla en

estas conexiones. Estos modos de falla son frágiles con una limitada capacidad de deformación inelástica a no ser que éste sea retrasado con una rotación plástica en otra zona de la conexión.

La rigidez de la conexión de placas atornilladas en los patines depende de la longitud y tamaño de la placa, del número y tamaño de los tornillos, y del ajuste de los agujeros de los tornillos.

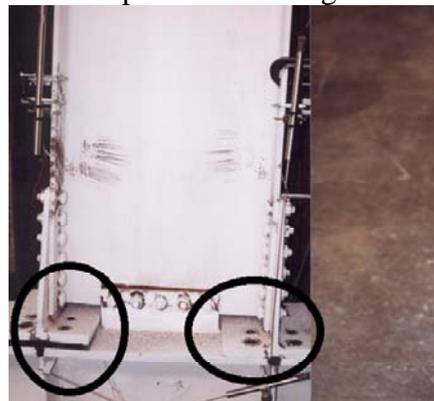
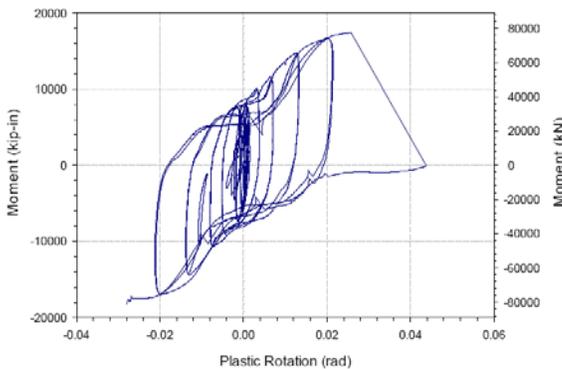
La Tabla 2.7 menciona los mecanismos de fluencia y modos de falla posibles en una conexión de placas atornilladas en los patines.

Tabla 2.7 Mecanismos de fluencia y posibles modos de falla de una conexión de placa atornillada en patines

<i>Mecanismo de fluencia</i>	<i>Modo de falla</i>
Fluencia por tensión y elongación de la placa	Fractura de soldadura
Fluencia por flexión en la viga	Fractura de la sección neta de la placa
Elongación de los tornillos	Cortante de los tornillos
Fluencia por cortante en la zona del panel	Fractura de la sección neta de la viga
	Capacidad de momento plástico de la viga
	Elongación de los agujeros de tornillos incluyendo block de cortante
	Fractura local de la columna

### 2.4.3 Conexión de T recortada

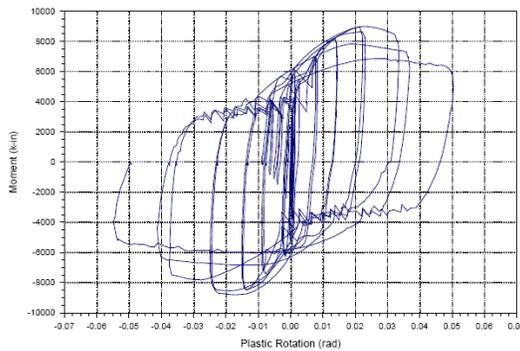
Pruebas experimentales demuestran que la conexión de T recortada es capaz de desarrollar rotaciones plásticas y resistencia. Sin embargo, cuando la fluencia de los patines de la sección T ocurre, se inicia el efecto de fuerza de palanca de los tornillos, cuando dicha fuerza es significativa ocurre la falla por fractura de los mismos. Las Figuras 2.26 y 2.27 muestran el comportamiento de la curva momento rotación de dos conexiones T recortada con diferente tipo de falla, en la primera, la falla fue por fractura en los tornillos y en la segunda se presentó una articulación plástica en la viga.



a) Diagrama momento-rotación

b) Fractura de los tornillos

Figura 2.26 Conexión que falló por fractura de los tornillos



a) Diagrama momento-rotación



b) Articulación plástica de la viga

Figura 2.27 Conexión con buena capacidad de disipación de energía

La conexión de T recortada es difícil de diseñar debido a los diversos mecanismos de fluencia y modos de falla, Tabla 2.8.

Tabla 2.8 Mecanismos de fluencia y modos de falla comunes para las conexiones T recortadas

<i>Mecanismo de fluencia</i>	<i>Modo de falla</i>
Fluencia por tensión de la T	Fractura en la sección neta de la T
Fluencia por flexión de la viga	Fractura por cortante de los tornillos
Flexión local de los patines de la T	Fractura de la sección neta de la viga
Fluencia por cortante en la zona de panel	Capacidad de momento plástico de la viga
	Elongación de los agujeros de los tornillos incluyendo block de cortante
	Fractura por tensión de los tornillos
	Fractura de los patines de la T
	Falla local de la columna
	Fractura de los patines de la T debido a deformación local

#### 2.4.4 Conexión de ángulos en patines y alma

Las conexiones de ángulos en patines y alma son más débiles y flexibles que las conexiones mencionadas anteriormente. Usualmente no desarrollan más del 30 al 70 % de la capacidad a flexión plástica de la viga. En las Figuras 2.28 y 2.29 se presentan las curvas momento rotación de dos conexiones de ángulos en patines y alma. La Figura 2.31 muestra el comportamiento de la conexión que presenta fluencia por flexión y falla por ruptura de los tornillos que sujetan el ángulo a la columna. La Figura 2.29 muestra el comportamiento de la conexión que presenta fluencia por tensión y ruptura de los tornillos.

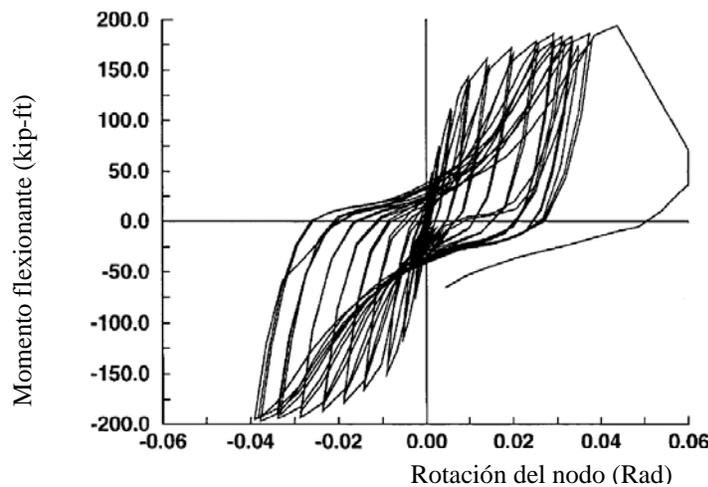


Figura 2.28 Diagrama momento-rotación de una conexión de ángulos en los patines y el alma, fluencia por flexión (FEMA, 2000b)

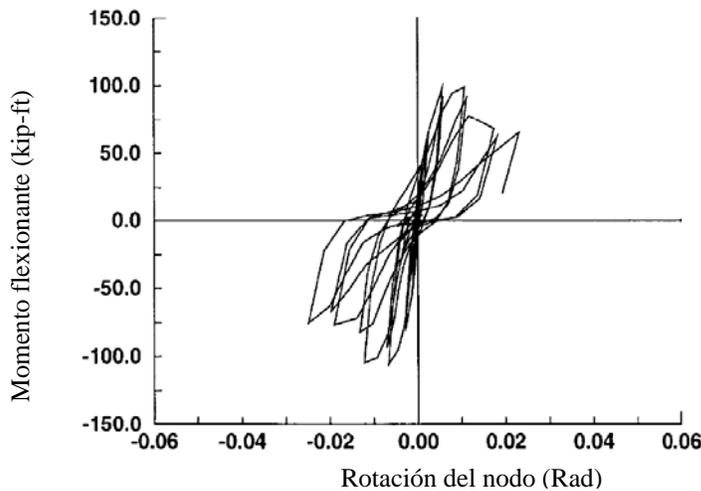


Figura 2.29 Diagrama momento-rotación de una conexión de ángulos en los patines y el alma, poca capacidad de rotación (FEMA, 2000b)

La Tabla 2.9 presenta los mecanismos de fluencia y modos de fallas comunes para las conexiones de ángulos en los patines y el alma.

Tabla 2.9 Mecanismos y modos de falla de conexiones de ángulo doble

<i>Mecanismo de fluencia</i>	<i>Modo de falla</i>
Fluencia por tensión del ángulo	Fractura de la sección neta del ángulo
Flexión local del ángulo	Fractura por cortante de los tornillos
Fluencia por cortante en la zona de panel, es posible pero menos probable	Elongación de los agujeros de los tornillos incluyendo block de cortante
	Falla local de la columna
	Fractura por tensión de los tornillos
	Fractura por flexión del ángulo debido a deformación local

La investigación documental realizada muestra que las conexiones de placa extremo presentan un mecanismo de fluencia y falla que pueden ser regulados en el diseño de la conexión, tienen una buena capacidad de disipación de energía, es decir, la rigidez y la resistencia de la conexión son controlados en el diseño.

Para las conexiones de placa extremo se han realizado diferentes tipos de investigaciones de tal forma que se cuenta con ecuaciones que permiten diseñar conexiones de acero atornilladas bajo los efectos de sismo (AISC, 2004).

En 2004, el American Institute of Steel Construction AISC aceptó el uso de conexiones de placa extremo en zona sísmica, pero solamente con las especificaciones y configuraciones que se muestran en el manual de diseño sísmico (AISC, 2006). Hasta ese entonces las conexiones de placa extremo sólo se recomendaban para carga estática, sin embargo en México se han usado con anterioridad.

Las Normas Técnicas del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, (RCDF, 2005) no cuentan actualmente con un apartado que especifique detalladamente el tipo de conexión que debe usarse en zona sísmica, sólo menciona que se debe asegurar que “Las conexiones deben ser capaz de transmitir los elementos mecánicos calculados en los miembros que ligen, satisfaciendo, al mismo tiempo, las condiciones de restricción y continuidad supuestas en el análisis de la estructura”.

En los Comentarios, Ayudas de Diseño y Ejemplos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas, (De Buen, 1993), se considera que las conexiones semi-rígidas son aquellas que tienen capacidad de transmitir entre el 25 y 90 % del momento de empotramiento perfecto de la viga conectada a un apoyo completamente rígido, sin embargo, se menciona que, debido a las dificultades para definir las características de resistencia y capacidad de rotación de las conexiones semi-rígidas, en las Normas Técnicas del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal se limitan a dos los tipos de construcciones: Tipo 1 y Tipo 2 según el AISC-ASD (1978).

## CAPITULO 3

### ANÁLISIS NUMÉRICO

En el presente trabajo se proponen dos alternativas para análisis de estructuras de acero con conexiones semi-rígidas, la primera consiste en modificar implícitamente la matriz de rigidez de la estructura mediante la modificación del momento de inercia de las vigas, esta propuesta tiene la ventaja de que no se requieren programas especializados ni complicadas expresiones, además, si el programa de análisis estructural que se use permite simular articulaciones plásticas, se puede modelar el comportamiento no lineal de la conexión considerando su rigidez y resistencia. La segunda propuesta consiste en modelar la conexión con un resorte de rigidez equivalente a la flexión al de la conexión semi-rígida.

#### 3.1 MATRIZ DE RIGIDEZ MODIFICADA

La matriz de rigidez de un elemento prismático de longitud  $L$  con conexiones rígidas y desplazamientos en un plano definido está dada por:

$$[K] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} A/I & 0 & 0 & -A/I & 0 & 0 \\ 0 & 12/L^2 & 6/L & 0 & -12/L^2 & 6/L \\ 0 & 6/L & 4 & 0 & -6/L & 2 \\ -A/I & 0 & 0 & A/I & 0 & 0 \\ 0 & -12/L^2 & -6/L & 0 & 12/L^2 & -6/L \\ 0 & 6/L & 2 & 0 & -6/L & 4 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Si las conexiones del elemento no son rígidas, la matriz anterior se puede modificar para tomar en cuenta los efectos de las deformaciones correspondientes a cada grado de libertad.

Para obtener la matriz de rigidez modificada existen diferentes métodos, (Lionberger y otros, 1969; Galea, 1992; King y Chen, 1993).

De acuerdo con el trabajo realizado por (Morfonton y Wu, 1963) la matriz de rigidez de un elemento prismático con conexiones rígidas se puede corregir para considerar las conexiones como semi-rígidas, el procedimiento es el siguiente:

La matriz de de rigidez  $[K]$  se divide en cuatro submatrices:

$$[K_{ii}] = \begin{pmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ 0 & \frac{6}{L} & 4 \end{pmatrix} \quad (3.2 \text{ a}) \quad [K_{ij}] = \begin{pmatrix} -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ 0 & -\frac{6}{L} & 2 \end{pmatrix} \quad (3.2 \text{ b})$$

$$[K_{ji}] = \begin{pmatrix} -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} \\ 0 & \frac{6}{L} & 2 \end{pmatrix} \quad (3.2 \text{ c}) \quad [K_{jj}] = \begin{pmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} \\ 0 & -\frac{6}{L} & 4 \end{pmatrix} \quad (3.2 \text{ d})$$

Y las submatrices de corrección son (Morfonton y Wu, 1963):

$$[C_{ii}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\gamma_j - 2\gamma_i + \gamma_i\gamma_j}{4 - \gamma_i\gamma_j} & -2L \frac{\gamma_i(1 - \gamma_j)}{4 - \gamma_i\gamma_j} \\ 0 & \frac{6}{L} \frac{\gamma_i - \gamma_j}{4 - \gamma_i\gamma_j} & 3 \frac{\gamma_i(2 - \gamma_j)}{4 - \gamma_i\gamma_j} \end{bmatrix} \quad (3.3 \text{ a})$$

$$[C_{jj}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\gamma_j - 2\gamma_j + \gamma_i\gamma_j}{4 - \gamma_i\gamma_j} & -2L \frac{\gamma_j(1 - \gamma_i)}{4 - \gamma_i\gamma_j} \\ 0 & \frac{6}{L} \frac{\gamma_i - \gamma_j}{4 - \gamma_i\gamma_j} & 3 \frac{\gamma_j(2 - \gamma_i)}{4 - \gamma_i\gamma_j} \end{bmatrix} \quad (3.3 \text{ b})$$

$$C_{ii} = C_{ji} \quad (3.3 \text{ c})$$

$$C_{ij} = C_{jj} \quad (3.3 \text{ d})$$

Realizando las operaciones

$$K_{\text{corregida } ii} = K_{ii} C_{ii} \quad (3.4 \text{ a})$$

$$K_{\text{corregida } ji} = K_{ji} C_{ji} \quad (3.4 \text{ b})$$

$$K_{\text{corregida } ij} = K_{ij} C_{ij} \quad (3.4 \text{ c})$$

$$K_{\text{corregida } jj} = K_{jj} C_{jj} \quad (3.4 \text{ d})$$

Ensamblando nuevamente la matriz corregida se obtiene:

$$K_{\text{corregida}} = \begin{bmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 & -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{\gamma_i + \gamma_j + \gamma_i \gamma_j}{L^2(4 - \gamma_i \gamma_j)} & 6\lambda_i \frac{2 + \gamma_j}{L(4 - \gamma_i \gamma_j)} & 0 & -12 \frac{\gamma_i + \gamma_j + \gamma_i \gamma_j}{L^2(4 - \gamma_i \gamma_j)} & 6\lambda_j \frac{2 + \gamma_i}{L(4 - \gamma_i \gamma_j)} \\ 0 & 6\lambda_i \frac{2 + \gamma_j}{L(4 - \gamma_i \gamma_j)} & 4 \frac{3\gamma_i}{4 - \gamma_i \gamma_j} & 0 & -6\lambda_i \frac{2 + \gamma_j}{L(4 - \gamma_i \gamma_j)} & 2 \frac{3\gamma_i \gamma_j}{4 - \gamma_i \gamma_j} \\ -\frac{A}{I} & 0 & 0 & \frac{A}{I} & 0 & 0 \\ 0 & -12 \frac{\gamma_i + \gamma_j + \gamma_i \gamma_j}{L^2(4 - \gamma_i \gamma_j)} & -6\lambda_i \frac{2 + \gamma_j}{L(4 - \gamma_i \gamma_j)} & 0 & 12 \frac{\gamma_i + \gamma_j + \gamma_i \gamma_j}{L^2(4 - \gamma_i \gamma_j)} & -6\lambda_j \frac{2 + \gamma_i}{L(4 - \gamma_i \gamma_j)} \\ 0 & 6\lambda_j \frac{2 + \gamma_i}{L(4 - \gamma_i \gamma_j)} & 2 \frac{3\gamma_i \gamma_j}{4 - \gamma_i \gamma_j} & 0 & -6\lambda_j \frac{2 + \gamma_i}{L(4 - \gamma_i \gamma_j)} & 4 \frac{3\gamma_j}{4 - \gamma_i \gamma_j} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

el factor  $\gamma_{i,j}$  puede interpretarse como la relación entre la rotación  $\alpha_{i,j}$  del extremo del elemento estructural y la rotación combinada  $\phi_{i,j}$  del elemento con la conexión para una unidad de momento último.

$$\gamma_{i,j} = \frac{\alpha_{i,j}}{\phi_{i,j}} = \frac{1}{1 + (3EI / LK_{s-i,j})} \quad (3.6)$$

$K_{s-i,j}$  es la rigidez secante en carga de servicio en la conexión  $i$  y  $j$  respectivamente, está dada por la ecuación (2.4). Se pueden considerar distintos valores de esta rigidez secante para un mismo nodo correspondientes a cada caso de carga y estado límite que se considere (Monfort, 1999),  $EI/L$  es la rigidez a flexión de la unión viga columna.

Considerando que no es simple obtener el valor de la rigidez secante  $K_s$ , partiendo de la clasificación cualitativa, (Figura 2.9) se propone:

$$K_s = m \frac{EI}{L} \quad (3.7)$$

Sustituyendo la ecuación (3.7) en la (3.6) se obtiene:

$$\gamma_{i,j} = \frac{m}{m+3} \quad (3.8)$$

En la Figura 3.1 se muestra la relación entre  $m$  y  $\gamma$

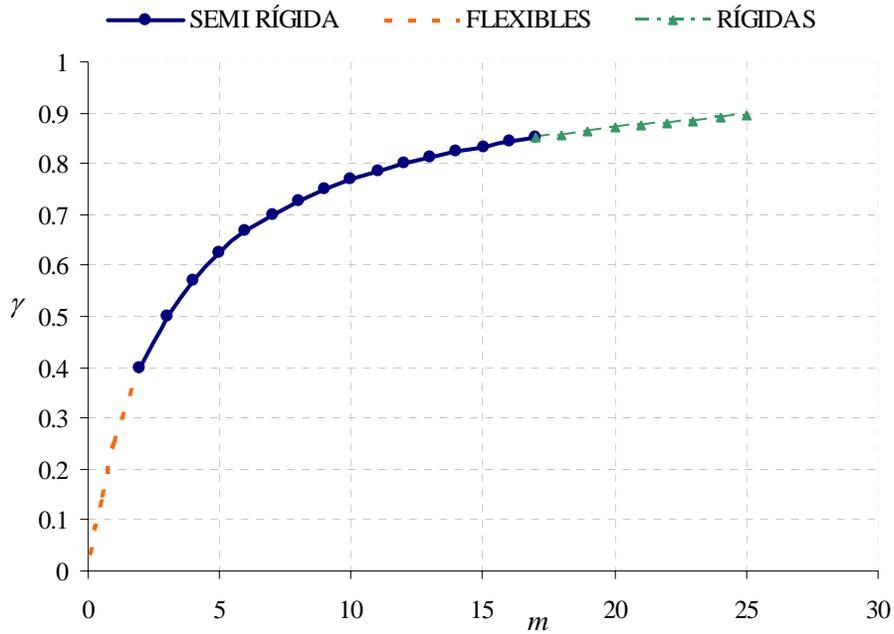


Figura 3.1. Relación entre  $m$  y  $\gamma$  para la clasificación de las conexiones

Sustituyendo la ecuación (3.8) en la matriz de rigidez corregida y factorizando se obtiene:

$$[K] = \frac{m}{m+6} \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{A m+6}{I m} & 0 & 0 & -\frac{A m+6}{I m} & 0 & 0 \\ 0 & 12/L^2 & 6/L & 0 & -12/L^2 & 6/L \\ 0 & 6/L & 4\frac{m+3}{m+2} & 0 & -6/L & 2\frac{m}{m+2} \\ -\frac{A m+6}{I m} & 0 & 0 & \frac{A m+6}{I m} & 0 & 0 \\ 0 & -12/L^2 & -6/L & 0 & 12/L^2 & -6/L \\ 0 & 6/L & 2\frac{m}{m+2} & 0 & -6/L & 4\frac{m+3}{m+2} \end{bmatrix} \quad (3.9 a)$$

Si se considera que

$$\frac{m}{m+2} \approx 1 \quad \frac{m+3}{m+2} \approx 1 \quad A_c = A \frac{m+6}{m}$$

se puede escribir

$$[K] = \frac{m}{m+6} \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{A_c}{I} & 0 & 0 & -\frac{A_c}{I} & 0 & 0 \\ 0 & 12/L^2 & 6/L & 0 & -12/L^2 & 6/L \\ 0 & 6/L & 4 & 0 & -6/L & 2 \\ -\frac{A_c}{I} & 0 & 0 & \frac{A_c}{I} & 0 & 0 \\ 0 & -12/L^2 & -6/L & 0 & 12/L^2 & -6/L \\ 0 & 6/L & 2 & 0 & -6/L & 4 \end{bmatrix} \quad (3.9 b)$$

Por lo tanto, se puede apreciar que para realizar una aproximación del efecto de las conexiones semi-rígidas en un análisis estructural, es necesario afectar el momento de inercia de la viga en cuestión por el siguiente factor:

$$C = \frac{m}{m+6} \quad (3.10)$$

En la Figura 3.2 se presenta la relación entre  $m$  y  $C$ :

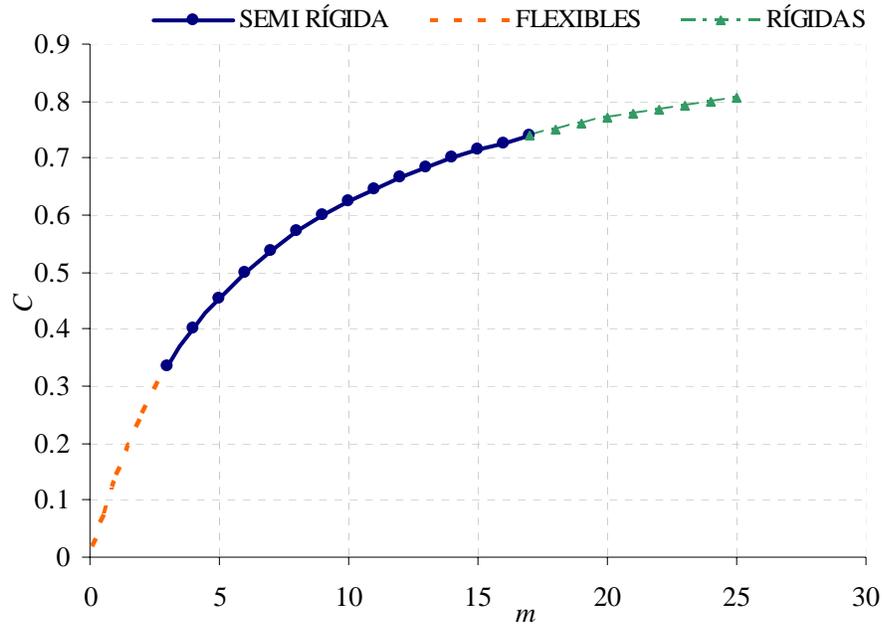


Figura 3.2. Relación entre  $m$  y  $C$  para la clasificación de las conexiones

### 3.2 ANALOGÍA DE RIGIDEZ

Para el análisis de estructuras con conexiones semi-rígidas, cuando se conoce la rigidez elástica de la conexión semi-rígida,  $K$ , se proponen dos métodos, utilizando el programa comercial SAP2000 (Computers and Structures, Inc., 1995a, 1995b).

#### MÉTODO I

La conexión semi-rígida se simula por medio de un resorte equivalente con una rigidez a la flexión igual a la rigidez elástica de la conexión. Para calcular las propiedades geométricas del resorte se obtiene la rigidez elástica  $K$  de la conexión y se iguala con la rigidez a flexión  $K_f$  de éste, esto es

$$K_f = \frac{EI}{Le} = K \quad (3.11)$$

donde  $Le$  será la longitud del resorte equivalente. Con esta ecuación se propone una sección transversal que la satisfaga. Con este proceder se considera que la estructura se

comportará con nodos semi-rígidos pero la aproximación es en el intervalo de comportamiento elástico.

## MÉTODO II

Consiste en utilizar la herramienta de articulaciones plásticas del SAP2000 denominada “Hinge”. Esta propuesta considera el diagrama momento-rotación de las conexiones y la línea de la viga calculadas con las ecuaciones 2.5 y 2.6 (Figura 3.3).

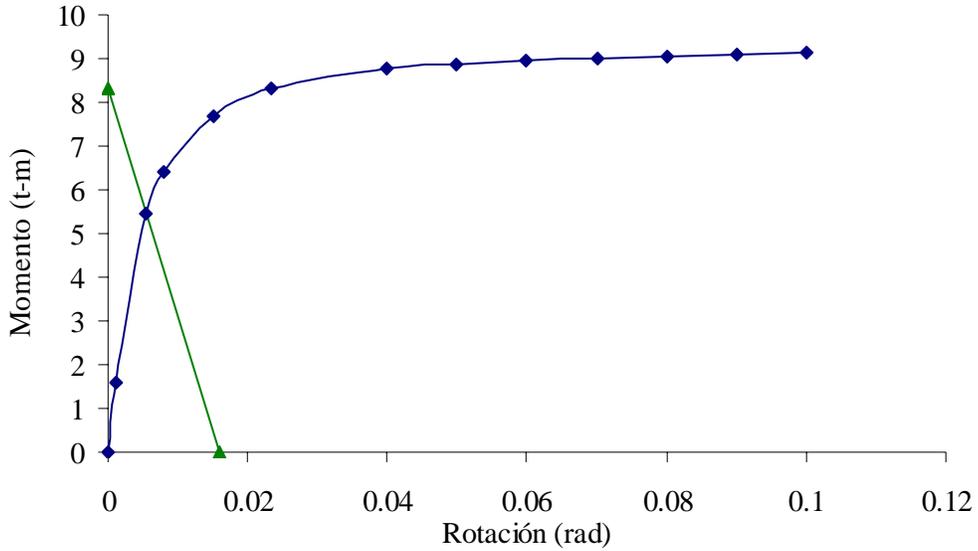


Figura 3.3 Diagrama momento-rotación de una conexión

El programa considera la gráfica momento-rotación mediante un modelo lineal aproximado y normalizado (Figura 3.4). Las propiedades del elemento “Hinge” se basan en los criterios del FEMA (2000).

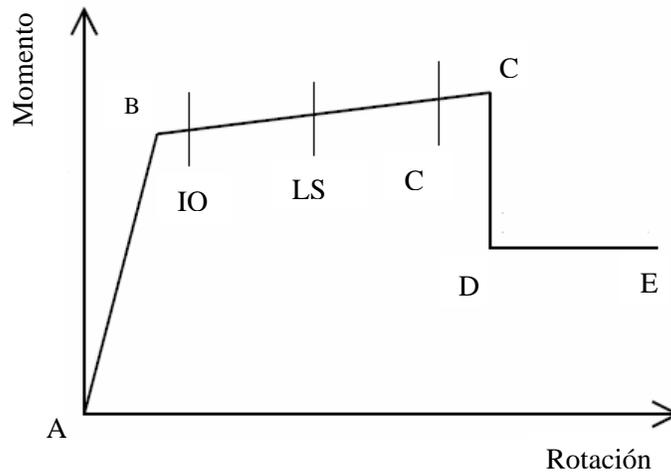


Figura 3.4 Diagramas momento-rotación de un elemento “Hinge” (Computer and Structures, Inc. 1995b)

Para simular el comportamiento de una conexión semi-rígida en el intervalo de comportamiento no lineal se debe obtener una sección equivalente que cumpla con:

- Su rigidez a flexión debe ser igual a la rigidez inicial de la conexión
- El momento de fluencia debe ser igual al correspondiente a la intersección de la curva momento-rotación y la línea de la viga (Figura 3.3).

### 3.3 FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA

La carga crítica de pandeo elástico de una columna puede obtenerse mediante la solución de la ecuación diferencial que controla la forma flexionada de la columna:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{P}{EI}u = 0 \quad (3.12)$$

Para resolver la ecuación (3.12) se emplean condiciones de frontera idealizadas, en el caso fundamental se supone que los dos extremos están articulados, la solución se puede expresar como:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (3.13)$$

donde  $L$  es la longitud de la columna,  $K$  es el factor de longitud efectiva y  $P_{cr}$  es la carga crítica de Euler.

La ecuación de Euler puede emplearse para calcular la carga crítica de pandeo de columnas con diferentes condiciones de apoyo.

En la realidad es difícil obtener las condiciones de apoyo idealizadas, en la práctica comúnmente se recurre a nomogramas para determinar los factores  $K$  en columnas de marcos rectangulares.

Los nomogramas se basan en condiciones ideales que rara vez se cumplen en estructuras reales (Vinnakota, 2006):

1. La estructura consta de marcos rectangulares regulares
2. Todos los elementos estructurales tienen sección transversal constante
3. Todas las conexiones trabe a columna son **rígidas**
4. El parámetro de rigidez  $\alpha L = \pi \sqrt{P/P_E}$  es constante para todas las columnas
5. Todas las columnas alcanzan su carga de pandeo de forma simultánea
6. En una unión, el momento restrictivo provisto por las traveses se distribuye en la columna arriba y debajo de la unión considerada, en proporción a las relaciones  $I/L$  de las dos columnas

7. No existen fuerzas de compresión axial significativas en las trabes
8. El comportamiento del material es *elástico*
9. Para marcos arriostrados, al inicio del pandeo, la rotación en los extremos opuestos de las trabes es igual en magnitud y en sentido contrario, y se produce curvatura simple simétrica por flexión
10. Todas las vigas tienen la misma longitud
11. Todas las columnas tienen la misma longitud
12. La carga axial en las columnas es constante

Para utilizar los nomogramas se debe obtener el factor de rigidez relativa,  $G$ :

$$G_{A,B} = \frac{\sum_c (E_c I_c) / L_c}{\sum_g (E_g I_g) / L_g} \quad (3.14)$$

donde  $E$ ,  $I$ , y  $L$ , representan el módulo de elasticidad, el momento de inercia y la longitud del elemento, los subíndices  $c$  y  $g$  indican columna o trabe respectivamente.

Una alternativa para el cálculo del factor de longitud efectiva, considerando y sin considerar, desplazamiento lateral impedido es la ecuación 3.15 y 3.16 respectivamente (Dumonteil, 1992):

$$K = \frac{3G_A G_B + 1.4(G_A + G_B) + 0.64}{3G_A G_B + 2.0(G_A + G_B) + 1.28} \quad (3.15)$$

$$K = \sqrt{\frac{G_A(1.6G_B + 4.0) + 4(G_B + 7.5)}{G_A + G_B + 7.5}} \quad (3.16)$$

Cuando las condiciones reales son, en gran medida, diferentes a las hipótesis, se debe tener cuidado de no estar realizando diseños no realistas. Existen métodos para hacer modificaciones para el uso de los nomogramas, (Bjorhovde, 1984; Yura, 1971).

La condición 3 menciona que las conexiones trabe columna son rígidas, para poder considerar a la conexión como semi-rígida se propone utilizar el factor  $C$  obtenido anteriormente, el factor de rigidez relativa se modifica:

$$\frac{G_e}{C} = \frac{\sum_c (E_c I_c) / L_c}{\sum_g (E_g I_g C) / L_g} \quad (3.17 a)$$

El valor de  $C$  siempre será menor que uno, lo que hace que el valor de  $G_e$  se incremente y por consecuencia el valor de la resistencia de diseño a compresión axial disminuya.

El procedimiento anterior demuestra que las conexiones semi-rígidas disminuyen la capacidad de resistencia a compresión axial de las columnas.

### 3.3.1 Factores de longitud efectiva inelásticos

Para determinar la ecuación de Euler se supuso que la pieza se comporta elásticamente hasta la iniciación del pandeo. Sin embargo, en la realidad es más probable que se presente la inestabilidad en los marcos de acero después de que en algunas partes se ha presentado el esfuerzo de fluencia.

La ecuación (3.18) es válida únicamente para el intervalo de valores de la relación de esbeltez a los que corresponden esfuerzos críticos no mayores que el límite de proporcionalidad.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (3.18 \text{ a})$$

Despejando  $L/r$  se obtiene:

$$\frac{L}{r} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}} \quad (3.18 \text{ b})$$

La rigidez de una columna cargada en el intervalo elástico es proporcional a  $EI$ . En el intervalo inelástico puede ser determinada con el valor del módulo tangente  $E_t$ . La ecuación 17 b se modifica de tal forma que (Vinnakota, 2006):

$$G_i = \frac{\sum_c (E_t I)_c / L_c}{\sum_g (EI)_g C / L_g} = \frac{E_t}{EC} G_e = \frac{\tau}{C} G_e \quad (3.17 \text{ b})$$

donde  $G_e$  es el factor  $G$  elástico considerando que las columnas y traveses se comportan elásticamente,  $G_i$  es el factor  $G$  inelástico suponiendo que las traveses se comportan elásticamente y las columnas inelásticamente,  $\tau$  es el factor de rigidez.

Cuando la trabe se encuentra en el intervalo elástico y la columna se comporta inelásticamente, el valor de  $G$  se reduce, por consecuencia el factor de longitud efectiva,  $K$ , se reducen y a su vez la resistencia de diseño en compresión axial se incrementa (Yura, 1971).

Los valores del factor de reducción de rigidez,  $\tau$ , se puede obtener con las ecuaciones (3.19) y (3.20) (Vinnakota, 2006)

Para  $P_n/P_y \leq 0.39$  (elástico)

$$\tau = 1.0 \quad (3.19)$$

Para  $Pn/Py > 0.39$  (inelástico)

$$\tau = -2.724(Pn/Py) / \ln(Pn/Py) \quad (3.20)$$

En la Figura 3.2 se observa que los valores del factor  $C$  siempre son menores que uno, por lo que al considerar que la columna se encuentra trabajando en el intervalo inelástico, la trabe en el elástico y unidas con una conexión semi-rígida, los valores de la Tabla 3.1 se incrementan inversamente proporcional al valor de  $C$ , por lo que la resistencia de diseño de la columna en compresión axial se reduce.

## CAPITULO 4

### APLICACIÓN

Para tener parámetros de comparación entre el comportamiento de las conexiones semi-rígidas reales y el arreglo planteado, se propone modelar conexiones de placa extremo de las cuales existe en la literatura resultados de pruebas experimentales.

#### 4.1 DESCRIPCIÓN DE PRUEBAS EXPERIMENTALES

Se usa como referencia ensayos realizados por Guirão y otros, (2004). El programa experimental consiste de cuatro series de dos pruebas cada una. Los parámetros principales que variaron son: el espesor de la placa y el grado del acero, (Tabla 4.1).

Los especímenes están conformados por una viga conectada a un segmento de columna. Todas las vigas fueron soldadas a su respectiva placa extremo, Figura 4.1.

Tabla 4.1 Detalles de los especímenes (Guirão y otros, 2004)

<i>Espécimen</i>	<i>Número</i>	<i>Columna</i>		<i>Viga</i>		<i>Placa extremo</i>	
		<i>Perfil</i>	<i>Grado del acero</i>	<i>Perfil</i>	<i>Grado del acero</i>	<i>t<sub>p</sub> (mm)</i>	<i>Grado del acero</i>
FS1a, b	2	HE340M	S355	IPE300	S235	10	S355
FS2a, b	2	HE340M	S356	IPE301	S236	15	S356
FS3a, b	2	HE340M	S357	IPE302	S237	20	S357
FS4a, b	2	HE340M	S358	IPE303	S238	10	S690

La Tabla 4.2 muestra las propiedades geométricas de cada espécimen.

Tabla 4.2 Geometría de las conexiones (en mm) (Guirão y otros, 2004)

<i>Espécimen</i>	<i>Columna</i>			<i>Viga</i>				
	<i>h<sub>c</sub></i>	<i>b<sub>c</sub></i>	<i>t<sub>fc</sub></i>	<i>h<sub>b</sub></i>	<i>b<sub>fb</sub></i>	<i>t<sub>fb</sub></i>	<i>t<sub>wb</sub></i>	<i>L<sub>b</sub></i>
FS1	376	307.5	40.21	300.45	150.50	10.76	7.20	1200.00
FS2	376	307.5	40.21	301.40	149.60	10.67	7.01	1200.00
FS3	376	307.5	40.21	301.46	149.75	10.57	7.03	1191.50
FS4	376	307.5	40.21	300.66	149.54	11.86	7.03	1218.75

<i>Espécimen</i>	<i>Placa extremo</i>			
	<i>L<sub>t</sub></i>	<i>h<sub>p</sub></i>	<i>b<sub>p</sub></i>	<i>t<sub>p</sub></i>
FS1	1002.50	401.04	149.84	10.40
FS2	1000.25	400.84	149.41	15.01
FS3	992.63	401.40	150.47	20.02
FS4	991.88	401.69	149.76	10.06

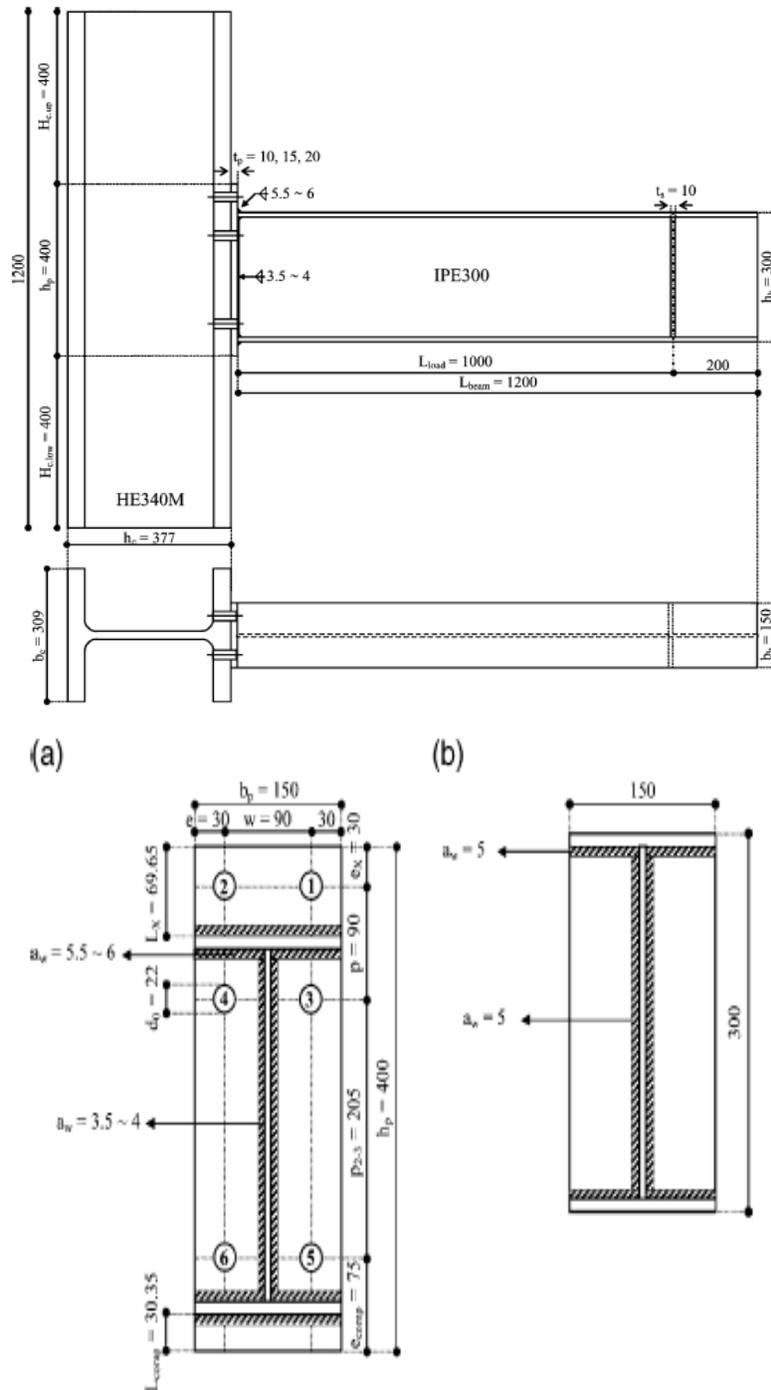


Figura 4.1 Arreglo general del montaje de los especímenes (Guirão y otros, 2004)

El objetivo principal de la instrumentación fue medir la carga aplicada, los desplazamiento vertical de la viga y el desplazamiento horizontal de la placa extremo.

Las mediciones que son de interés para aplicar la ecuación (2.6) son las deformaciones de la placa extremo (Figura 4.2).



Figura 4.2 Ilustración de la deformación de la palca extremo (Guirão y otros, 2004)

Las curvas momento rotación de las ocho conexiones se muestran en la Figura 4.3

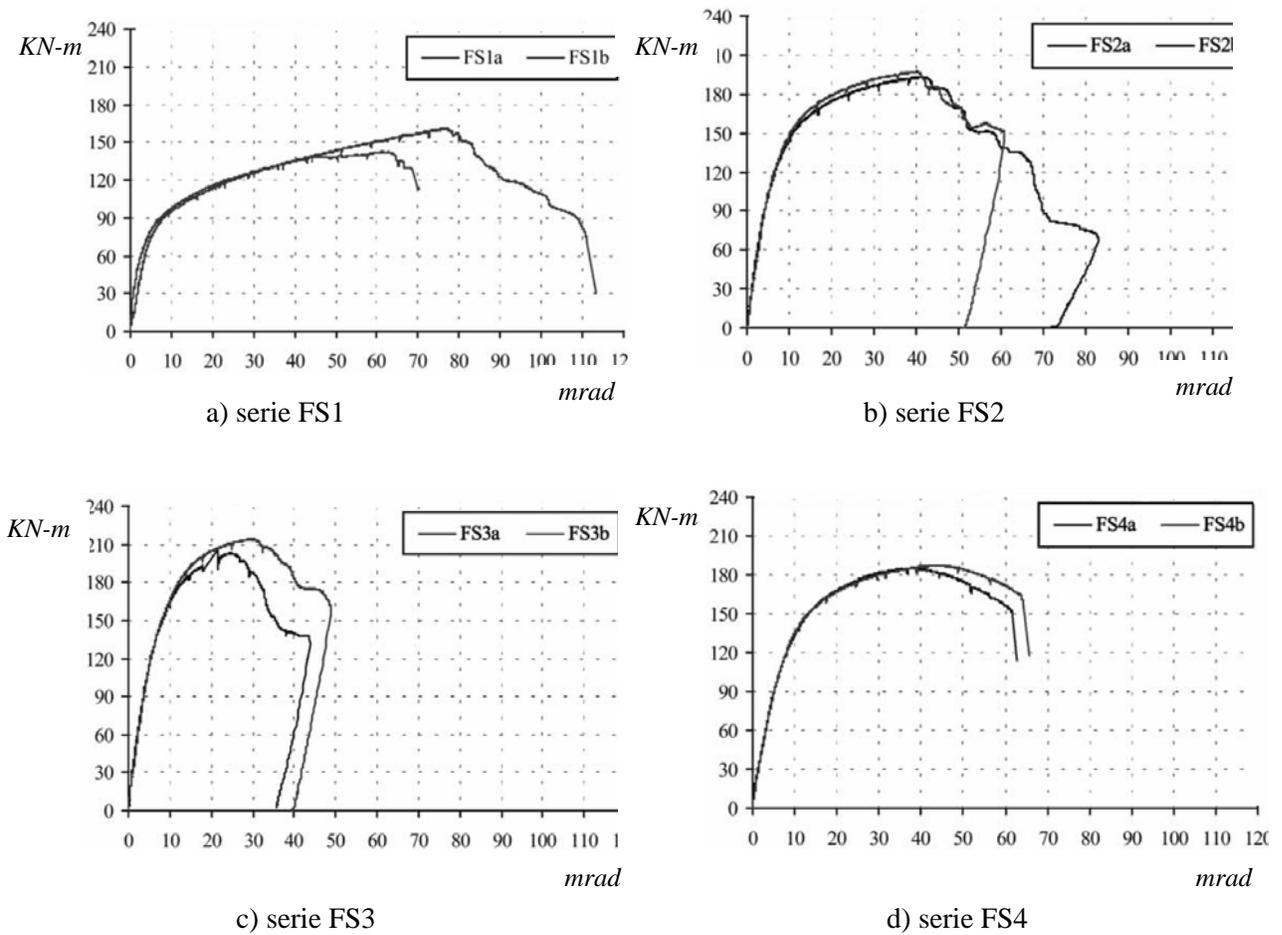


Figura 4.3 Curva momento rotación de las cuatro series de especímenes (Guirão y otros, 2004)

Con la ecuación (2.18) se clasifica la conexión como rígida, semi-rígida o flexible (Tabla 4.3).

$$m = \left( \frac{20f_y}{Ev} \right) \left( \frac{b_f d_b^3}{I} \right) \left( \frac{t^2}{\delta_{epy}} \right) \quad (2.18)$$

Tabla 4.3 Valores del parámetro  $m$  para la clasificación de la conexión

<i>Espécimen</i>	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$E$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$ (cm)	$b_f$ (cm)	$t_f$ (cm)	$t_w$ (cm)	$d_b$ (cm)	$I$ (cm <sup>4</sup> )	$t_p$ (cm)	$\delta_{epy}$ (cm)	$m$	$C$
FS1a,b	3469.2	2140531.2	3.4	15.05	1.08	0.72	30.045	8100.1	1.04	0.3	1.73	0.224
FS2a,b	3496.8	2127087.6	3.4	14.96	1.07	0.701	30.14	8032.2	1.501	0.1	11.11	0.6493
FS3a,b	3494.7	2127944.4	3.4	14.975	1.06	0.703	30.146	7990.2	2.002	0.1	19.88	0.7682
FS4a,b	7125.2	2085512.4	3.4	14.954	1.19	0.703	30.066	8644.6	1.006	0.3	3.19	0.3469

#### 4.1.1 Simulación de prueba experimental

Para simular el comportamiento de la conexión semi-rígida, se afectó el momento de inercia de la viga por el factor  $C$ , se obtuvo el diagrama momento desplazamiento vertical de la viga en el punto de aplicación de la carga, se comparó con el registrado en el programa experimental.

En la Figura 4.4, se observa el comportamiento experimental del espécimen FS1a y el comportamiento teórico considerando tres modelos.

En un primer caso se consideró la conexión como rígida, es decir  $C = 1$ , la gráfica del comportamiento de la conexión queda por arriba de los datos teóricos, Figura 4.4.

En otro modelo se consideró que en los extremos existen dos segmentos de viga con el momento de inercia modificado, en la Figura 4.4 se observa que el comportamiento de este modelo experimental con el teórico es prácticamente el mismo en el intervalo lineal.

Por último se afectó el momento de inercia de toda la viga, la curva calculada queda por debajo de la experimental, se tiene una aproximación más conservadora y acorde a lo recomendado por el AISC al realizar la clasificación de la conexión se considera la rigidez secante, Figura 4.4.

En las especificaciones del AISC (2005), se menciona que la rigidez inicial de la conexión no es adecuada para caracterizar la respuesta bajo carga de servicio debido a que el comportamiento de las conexiones es no lineal prácticamente en todo su intervalo de comportamiento.

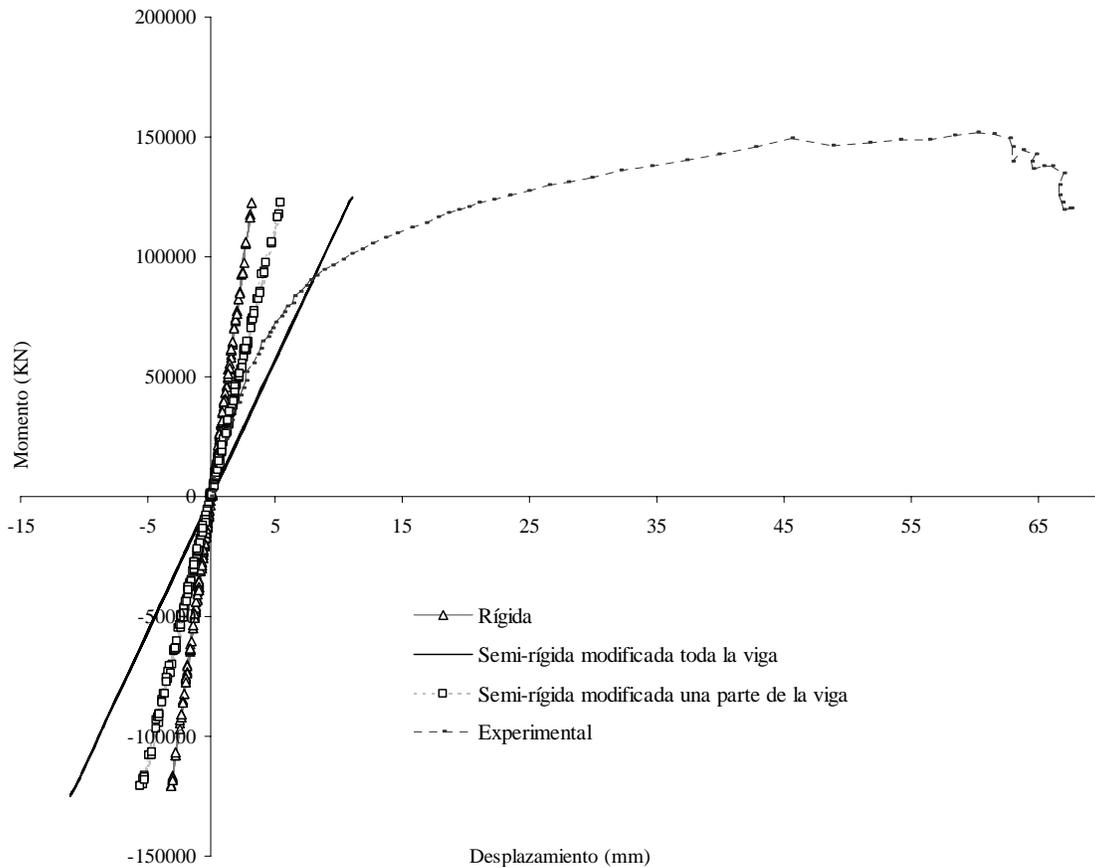


Figura 4.4. Diagrama momento-desplazamiento

## 4.2 APLICACIÓN DEL MODELO

Para comparar el comportamiento de las conexiones flexibles, semi-rígidas y rígidas, se propuso modelar tres estructuras con diferente número de pisos, aplicando tres historias de tiempo distintas y considerando conexiones flexibles, semi-rígidas y rígidas.

### 4.2.1 Descripción de modelos

Los tres modelos están conformados por vigas de perfil IR 305x59.8 kg/m de 5 m de longitud, columnas de perfil IR 305x21.1 con 3 metros de altura (IMCA, 2005), de acero estructural A36, la diferencia entre cada modelo es el número de pisos, el modelo I, II y III tienen 1, 5 y 10 pisos respectivamente, en cada modelo se modificó el momento de inercia de la viga desde un valor de  $C = 0.2$  hasta  $C = 1$ , (Figura 4.5).

Los parámetros a comparar entre cada estructura son el desplazamiento máximo del último piso, cortante basal, rigidez y periodo de vibración.

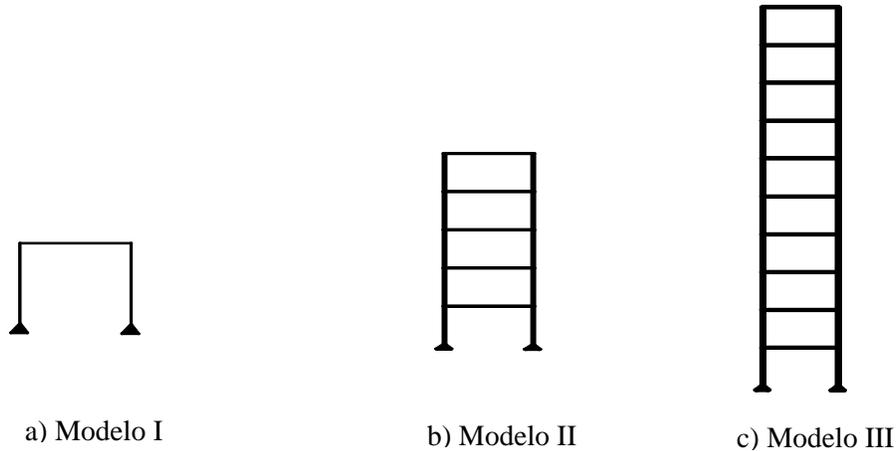


Figura 4.5. Descripción de modelos

#### 4.2.2 Solicitaciones aplicadas

A cada viga se le aplicó una carga uniformemente repartida de 1.5 t/m. Con el objetivo de estudiar el comportamiento de estructuras con diferentes características dinámicas y desplantadas en varios tipos de suelo, se seleccionaron acelerogramas de sismos ocurridos en suelo duro (CU), blando (SCT) y de transición (VIV). En la Tabla 4.4 se presentan las características de estos registros.

Tabla 4.4 Características de los registros sísmicos seleccionados

<i>Características</i>	<i>CU</i>	<i>SCT</i>	<i>VIV</i>
<i>Estación</i>	<i>Instituto de Ingeniería, UNAM</i>	<i>SCT B-1</i>	<i>Sismex Viveros</i>
Coordenadas	19.330 LAT. N. 99.183 LONG. W.	19.3930 LAT. N. 99.1470 LONG. W.	19.3580 LAT. N. 99.1710 LONG. W.
Altitud	2240 msnm	2240 msnm	2240 msnm
Suelo	Roca	blando	transición
Intervalo de muestreo	0.01 s	0.01 s	0.01 s
Magnitud	8.1°	8.1°	8.1°
Fecha	19/sep/1985	19/sep/1985	19/sep/1985
Duración de registro	177.99 s	183.51 s	129.15 s
No. de muestras	17799	18351	12915
Aceleración máxima	-32.54 cm/s <sup>2</sup>	161.63 cm/s <sup>2</sup>	-41.63 cm/s <sup>2</sup>
Orientación	N90E	N90E	N58E
Dirección	N-S	N-S	N-S

En la Tabla 4.5 se muestran los porcentajes de variación del periodo de vibración,  $T$ , cortante basal,  $V_b$ , desplazamiento máximo del último piso y rigidez,  $K_M$ , de la

estructura considerando un incremento del 30 % del parámetro  $C$ , los mayores porcentajes corresponden al acelerograma de la SCT y a la estructura de 10 pisos.

Tabla 4.5 Porcentajes de variación de los resultados obtenidos en función del parámetro  $C$

	$C$	$T$	$CU$			$SCT$			$VIV$		
			$V_b$	máx. desp. del último piso	$K_M$	$V_b$	máx. desp. del último piso	$K_M$	$V_b$	máx. desp. del último piso	$K_M$
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
1 piso	30	-5	-5	-15	9	5	-4	9	2	-8	9
5 piso	30	-12	21	-3	23	-9	-47	26	20	12	9
10 piso	30	-14	19	20	-1	65	42	39	4	-23	22

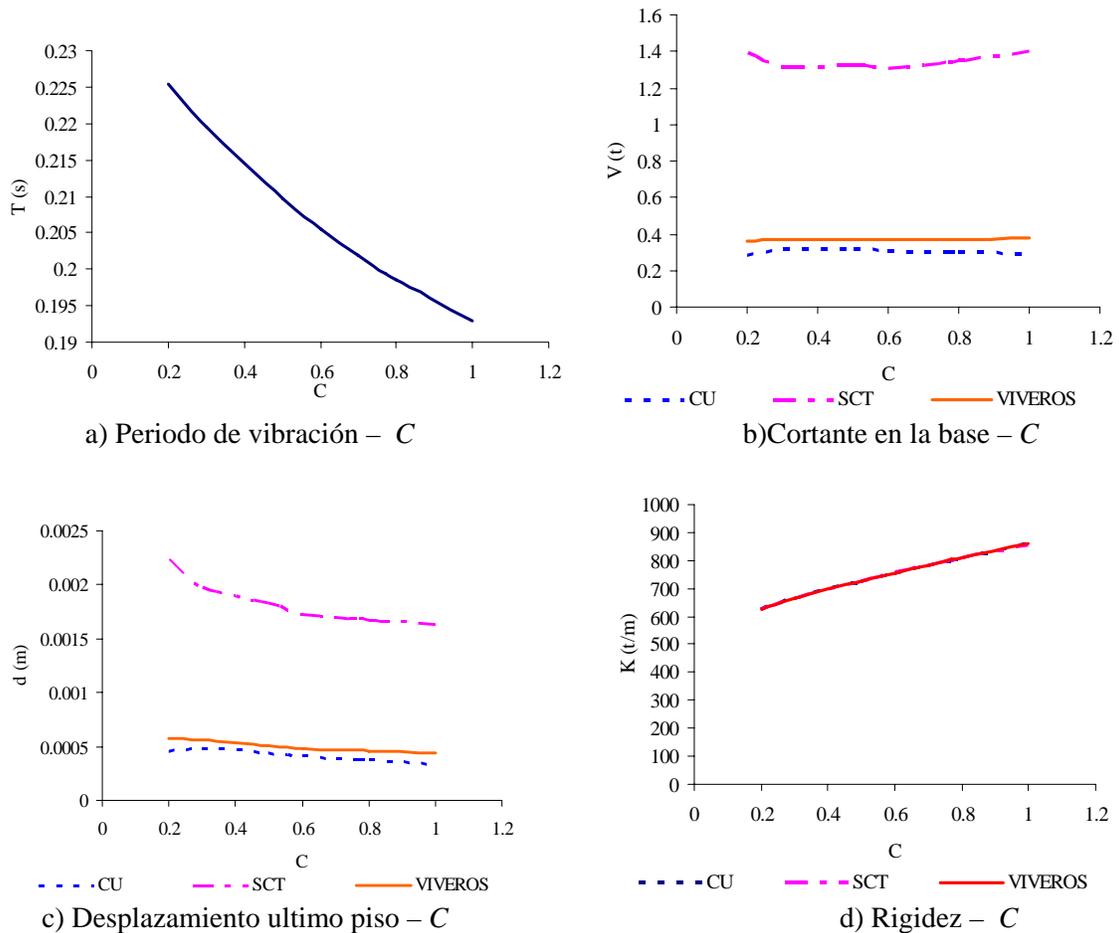


Figura 4.7 Resultados del marco de un piso

En la Figura 4.7 se puede observar el comportamiento de la estructura de un piso para los tres acelerogramas considerados, conforme el valor del parámetro  $C$  aumenta, el periodo de la estructura se reduce y la rigidez aumenta, mientras que el cortante y los desplazamientos tienen poca variación.

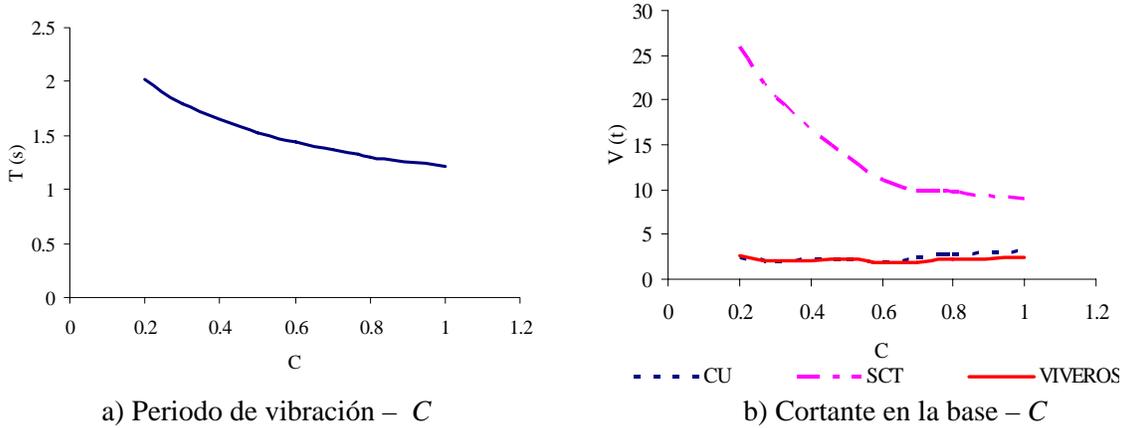


Figura 4.8 Resultados del marco de cinco pisos

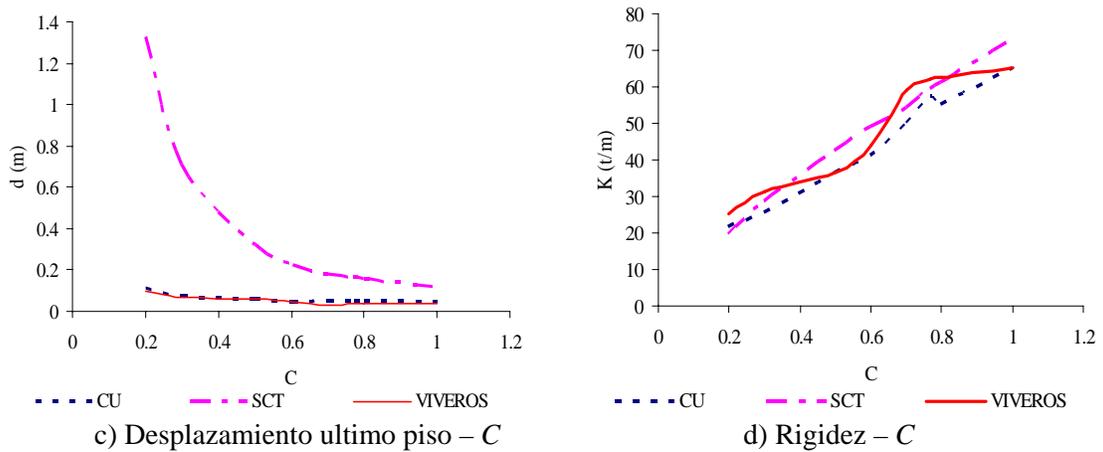


Figura 4.8 Resultados del marco de cinco pisos

Al igual que en el caso anterior en la Figura 4.8 se muestra que, mientras el periodo de vibración disminuye, la rigidez de la estructura aumenta. Para el acelerograma de la SCT registrado en suelo blando, cuando el valor del parámetro  $C$  aumenta, los desplazamientos y el cortante se reducen, considerablemente a diferencia de los acelerogramas en roca y transición, es decir los efectos de usar conexiones semi-rígidas en estructuras de mediana altura y desplantados en suelos blandos son mas pronunciados.

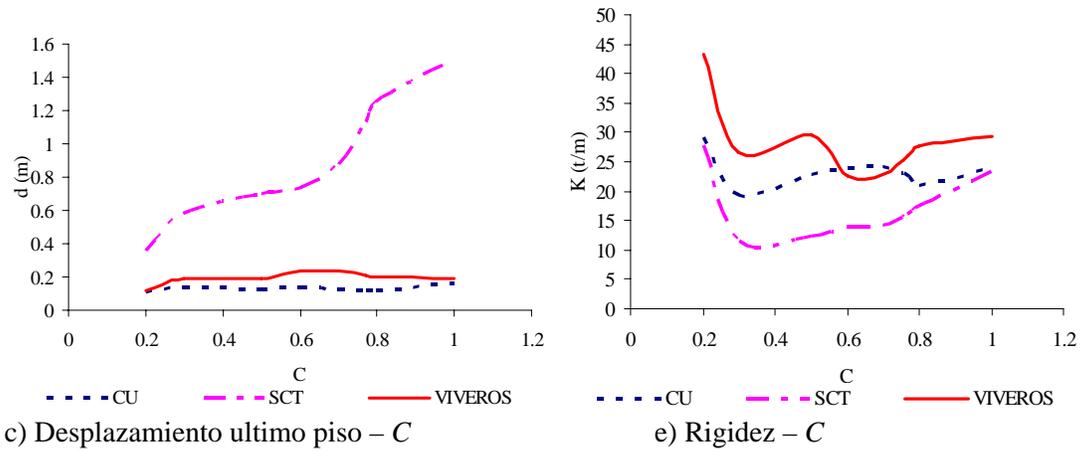
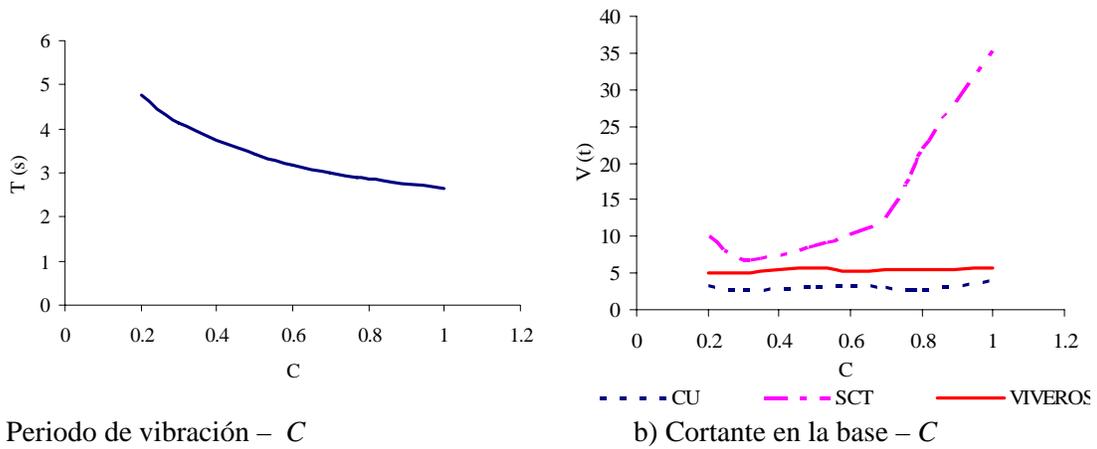


Figura 4.9 Resultados del marco de diez pisos

Contrariamente al caso anterior, para el acelerograma de la SCT, al incrementar la rigidez de las conexiones el valor del cortante se incrementa y los desplazamientos se reducen, mientras que en los otros dos acelerogramas el cortante y los desplazamientos no tienen grandes variaciones.

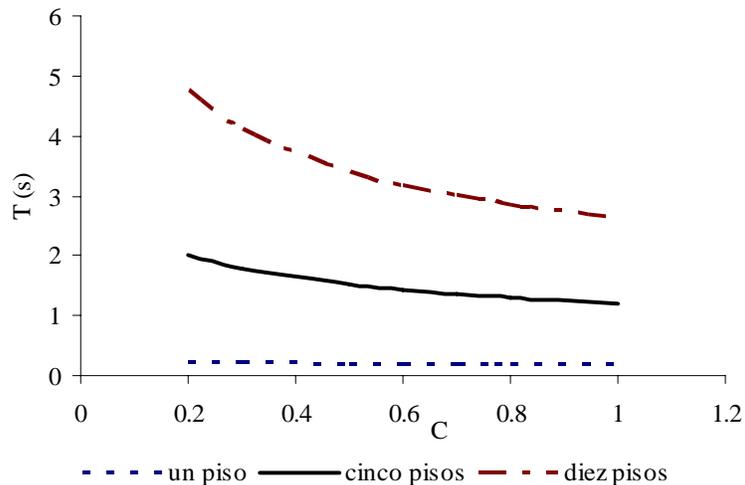


Figura 4.10 Variación del periodo de vibración en función del parámetro  $C$

La Figura 4.10 muestra el incremento que tiene el periodo de vibración de la estructura conforme disminuye la rigidez de las conexiones, el efecto mencionado es más pronunciado en la estructura de mayor número de pisos.

### 4.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con la finalidad de sustentar la simplificación de la ecuación 3.9, se ilustran dos procedimientos de cálculo para simular analíticamente conexiones semi-rígidas.

El primero consiste en el método de la matriz de continuidad para marcos planos, el segundo, considerado el más exacto que el anterior, se realiza con el programa SAP 2000 (Computers and Structures, 1995b).

Con ambos métodos se analizan los casos siguientes del comportamiento de las conexiones:

- Caso I, conexiones rígidas ( $m > 18$ )
- Caso II, conexiones semi-rígidas ( $m = 10$ )

Se analiza un marco de un piso y una crujía, la viga es un perfil IR 305x59.8 kg/m, con columnas de perfil IR 305x21.1 (IMCA, 2005) de acero estructural A36 con carga puntual de 20 t, Figura 4.11.

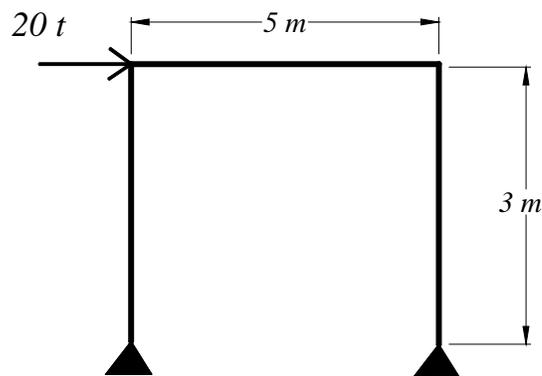


Figura 4.11 Descripción de la estructura

#### Procedimiento 1 caso I

Matriz de rigidez angular diagonal de cada elemento:

$$k_{di} = \begin{pmatrix} r_{AA} - r_{AB} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{BB} - r_{AB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_N \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

$$r_{AA} = \frac{4EI}{L} \quad (4.2 \text{ a})$$

$$r_{BA} = \frac{2EI}{L} \quad (4.3 \text{ a})$$

$$r_N = \frac{EA}{L} \quad (4.4 \text{ a})$$

$$r_{BB} = r_{AA} \quad (4.5 \text{ a})$$

$$r_{AB} = r_{BA} \quad (4.6 \text{ a})$$

Con las matrices de continuidad,  $A_i$ , y de rigidez angular de cada elemento,  $k_d$ , se obtiene la matriz de rigidez de la estructura:

$$K = A_1^T k_{d1} + A_2^T k_{d2} + A_3^T k_{d3} \quad (4.7)$$

Los desplazamientos se obtienen como

$$d = K^{-1}F \quad (4.8)$$

donde  $d$  es el vector de desplazamientos y  $F$  el vector de fuerzas.

El vector de deformaciones,  $e_i$ :

$$e_i = A_i d \quad (4.9)$$

y elementos mecánicos

$$P_i = k_{di} e_i \quad (4.10)$$

### Procedimiento 1 caso II

Se obtiene la matriz de rigidez angular diagonal de cada elemento, ecuación (4.1). Si no se realiza la simplificación de la ecuación (3.9) se tiene:

$$r_{AA} = \frac{4EI}{L} \frac{3\gamma_i}{4 - \gamma_i \gamma_j} \quad (4.2 \text{ b})$$

$$r_{BB} = r_{AA} \quad (4.3 \text{ b})$$

$$r_{BA} = \frac{2EI}{L} \frac{3\gamma_i \gamma_j}{4 - \gamma_i \gamma_j} \quad (4.4 \text{ b})$$

$$r_{AB} = r_{BA} \quad (4.5 \text{ b})$$

$$r_N = \frac{EA}{L} \quad (4.6 \text{ b})$$

Al simplificar la ecuación (3.9) se tiene:

$$r_{AA} = \frac{4EI}{L} \frac{m}{m+6} \quad (4.2 \text{ c})$$

$$r_{BB} = r_{AA} \quad (4.3 \text{ c})$$

$$r_{BA} = \frac{2EI}{L} \frac{m}{m+6} \quad (4.4 \text{ c})$$

$$r_{AB} = r_{BA} \quad (4.5 \text{ c})$$

$$r_N = \frac{EA}{L} \quad (4.6 \text{ c})$$

Igual que el caso anterior, se ensambla la matriz de rigidez de la estructura, ecuación 4.7, posteriormente se determinan los desplazamientos, deformaciones y elementos mecánicos.

### Procedimiento 2 caso I

En el programa SAP2000, (Computers and Structures, 1995b) se elaboró el modelo de la estructura de la Figura 4.11 con sus correspondientes propiedades y se determinan los desplazamientos y elementos mecánicos.

### Procedimiento 2 caso II

Igual que en el procedimiento 2 caso I, se elaboró el modelo de la estructura de la Figura 4.11, pero el momento de inercia de la viga se afecta por el factor  $C$ , ecuación 3.10.

En la Tabla 4.6 se presenta el resumen de los resultados obtenidos para los casos anteriores.

Tabla 4.6 Resultados para el Caso I

<i>Procedimiento</i>	<i>Desplazamiento (cm)</i>	<i>Rotación en el nodo 1 (rad)</i>	<i>Momento en el nodo 1 (t-m)</i>
1	3.7	0.00468	13.27
2	3.99	0.00497	13.8
error relativo (%)	-7.27	-5.84	-3.84

En la Tabla 4.6 se puede observar que los dos procedimientos dan resultados con muy buena precisión, con esto se justifica que los dos procedimientos de la matriz de continuidad para marcos planos es adecuado.

En los resultados para el caso II, Tabla 4.7, el porcentaje de error considerando la simplificación de la ecuación (3.9) es muy similar a los obtenidos con el procedimiento donde no se considera la simplificación, por lo tanto ésta es aceptable.

Tabla 4.7 Resultados, Caso II

<i>Procedimiento</i>	<i>Desplazamiento (cm)</i>	<i>% error</i>	<i>Rotación en el nodo 1 (rad)</i>	<i>% error</i>	<i>Momento en el nodo 1 (t-m)</i>	<i>error relativo (%)</i>
1 (sin considerar la simplificación ecuación 3.9)	4.064	-6.36	0.00708	-3.41	13.27	0.61
1 (considerando la simplificación ecuación 3.9)	4.064	-6.36	0.00709	-3.27	13.26	0.53
2	4.34	0.00	0.00733	0.00	13.19	0.00

#### 4.4 COMPORTAMIENTO NO LINEAL

Para determinar el comportamiento no lineal de estructuras con conexiones semi-rígidas se utiliza el elemento “Hinge” del SAP 2000, y proporcionar al programa los valores del diagrama de la Figura 4.12.

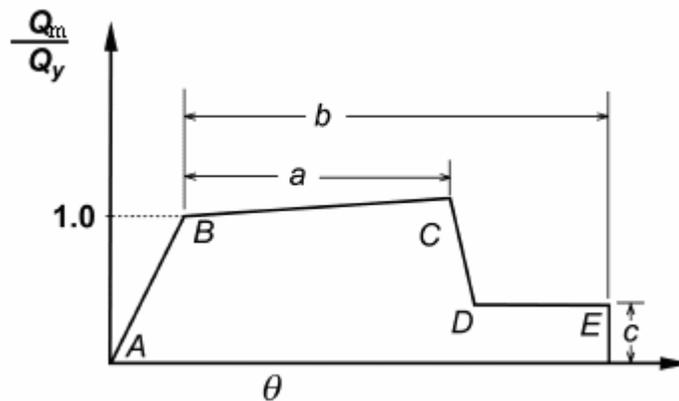


Figura 4.12 Comportamiento no lineal idealizado

donde  $Q_m$  representa el momento máximo que se espera y  $Q_y$  el momento plástico de la sección, por lo que se puede deducir que el valor máximo de  $Q_m/Q_y$  corresponde al factor de forma de la sección, ecuación 4.1.

$$f = \frac{Z}{S} \quad (4.1)$$

$\theta_y$  está dado por:

$$\theta_y = \frac{ZF_y L}{6EI} \quad (4.2)$$

Los valores a, b, c son calculados de acuerdo con el criterio del FEMA, (2000) en donde se especifican los parámetros de modelación y criterios aceptados para el procedimiento de análisis no lineal de estructuras de acero.

Para analizar el comportamiento de las conexiones considerando la clasificación de rigidez y resistencia, además de afectar el momento de inercia de la viga, la conexión se modeló como una articulación plástica. Cuando se considera que la conexión tiene la misma resistencia que la viga el parámetro  $\alpha = 1$ , equivalente a considerar  $Q_m/Q_y = 1$  en el programa SAP2000, si la conexión tiene una resistencia menor que la viga, por ejemplo  $\alpha = 0.8$ , entonces  $Q_m/Q_y = 0.8$ .

### 4.3.1 Modelo no lineal

Se analizó el comportamiento no lineal del modelo II de 5 pisos, pero ahora considerando articulaciones plásticas, estas pueden ser de la viga o la conexión. Los valores del patrón de comportamiento no lineal, según la Figura 4.12, son:

A (0,0)      B (0,1)      C (4,1.12)      D(4,0.2)      E(6,0.2)

La Figura 4.13 muestra que, al igual que en el análisis lineal, el periodo de la estructura disminuye mientras el parámetro  $C$  disminuye, el cortante basal y los desplazamientos se mantienen con poca variación sobretodo en suelo duro (acelerograma de CU).

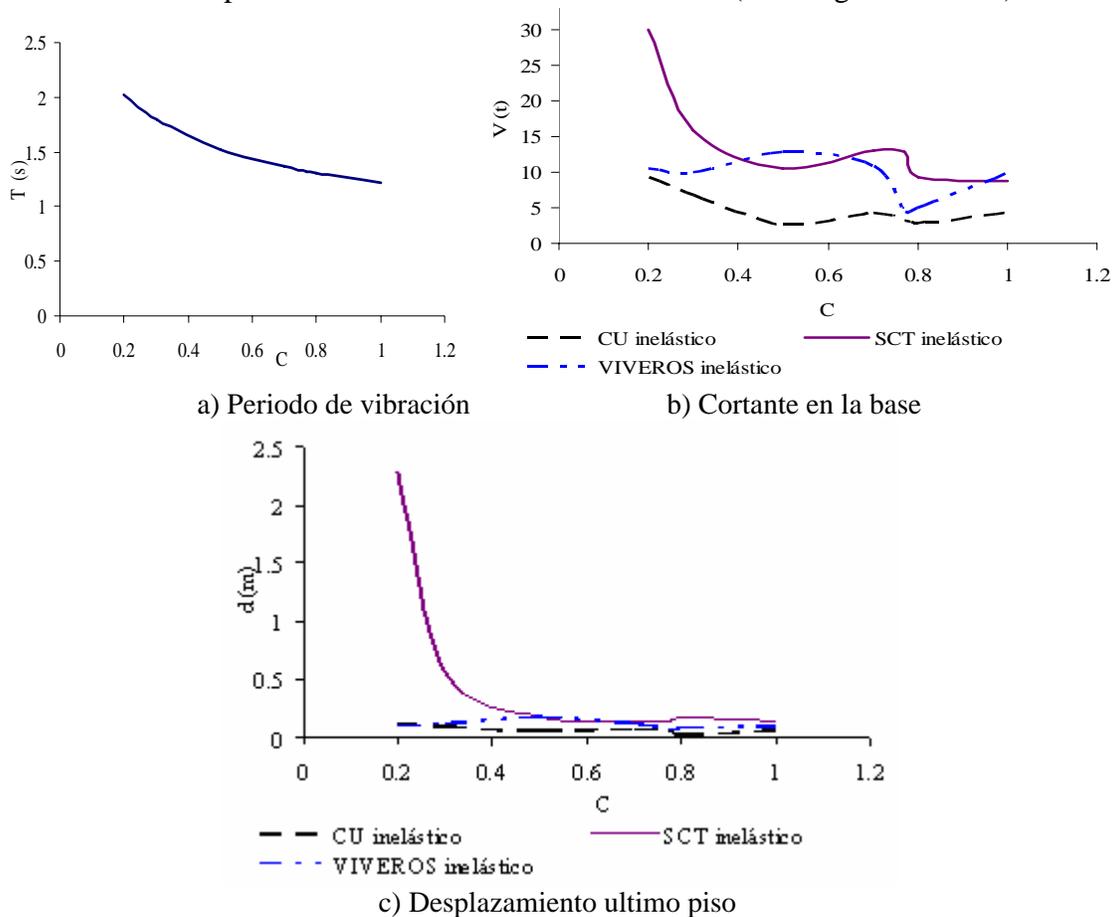


Figura 4.13 Variación de la respuesta no lineal del marco de cinco pisos con respecto a  $C$

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La clasificación de las conexiones de acuerdo con su rigidez, resistencia y ductilidad, permite tener un panorama general del comportamiento de las estructuras.

Por medio de un modelo matemático, se puede conocer el comportamiento de conexiones tipo a partir de sus propiedades.

Al obtener la rigidez de las conexiones se puede predecir el comportamiento de conexiones semi-rígidas mediante un modelo analítico para una relación momento rotación.

Al incorporar el efecto de las conexiones semi-rígidas, la longitud efectiva de las columnas se incrementa por lo cual su resistencia de diseño es menor.

Las conexiones de acero semi-rígidas permiten disipar energía pero se debe tener en cuenta que la conexión cumpla con los mecanismos de fluencia y modos de falla que le permitan alcanzar el comportamiento esperado.

Al usar conexiones semi-rígidas en estructuras de acero desplantadas en suelo blando el valor del periodo de vibración, los desplazamientos de entrepiso y el cortante basal tienen variaciones considerables.

La recomendación que hace el AISC para conexiones de acero atornilladas con respecto a la resistencia de las conexiones es que siempre sea mayor que la resistencia de la viga conectada.

El trabajo realizado está fundamentado en modelos teóricos por lo que se requiere calibrar el modelo con ensayos experimentales que además permitan conocer el comportamiento de estructuras en tres dimensiones, la influencia de la losa en el comportamiento histerético de la conexión y la longitud efectiva de las columnas. En los ensayos que se realicen se sugiere que se modelen conexiones de placa extremo extendida diseñadas bajo los criterios que especifica el AISC, lo anterior se recomienda debido a que estas conexiones son las más analizadas y ensayadas hasta el momento y son las únicas conexiones atornilladas que se recomiendan para usar en zona sísmica.

## REFERENCIAS

AISC-ASD (1978), "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings", American Institute of Steel Construction, Chicago, IL.

AISC-LRFD (1986), "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings", American Institute of Steel Construction, Chicago, IL.

AISC (1990), "Design Guide for Extended End-Plate Moment Connections", American Institute of Steel Construction, Chicago, IL.

AISC-LRFD (1999), "Load and Resistance Factor Design Specification For Structural Steel Buildings", American Institute of Steel Construction, Chicago, IL.

AISC (2004), "Steel Design Guide 4. Extended End-Plate Moment Connections. Seismic and Wind Applications", American Institute of Steel Construction, Second Edition, EUA.

AISC (2005), "Steel Construction Manual", American Institute of Steel Construction, Inc. Edición 13, EUA.

AISC (2006), "Seismic Design Manual", American Institute of Steel Construction, Inc. and the Structural Steel Educational Council, EUA.

Astaneh-Asl A. (1995), "Seismic Design of Bolted Steel Moment-Resisting Frames. Steel Tips," Department of Civil and Environmental Engineering University of California, Berkeley, EUA, julio, pp 1- 20.

Bjorhovde, R. (1984), "Effect of End Restraint on Column Strength—Practical Applications", Engineering Journal, AISC, vol. 22, núm. 1, pp. 1-13.

Bjorhovde, R., Brozzetti, A., y Colson, A., (1988) "Connections in Steel Structures: Behavior, Strength and Design", Elsevier Applied Science, Londres, Inglaterra.

Bjorhovde, R., Colson, A., Haaijer, G., y Stark, J.W.B., (1992), "Connections in Steel Structures II: Behavior, Strength and Design", American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago IL, EUA.

Bjorhovde, R., Colson, A. y Zandonini, R., (1996), "Connections in Steel Structures III: Behavior, Strength and Design", Pergamon Press, Londres, Inglaterra.

Chen, W. F. y Lui, E. M., (1991), "Stability Design of Steel Frames", CRC Press, Boca Raton, FL, EUA.

Chen, W.F. y Toma, S., (1994), "Advanced Analysis of Steel Frames", CRC Press, Boca Raton, FL, EUA.

Chen, W. F., Goto, Y., y Liew, J. Y. R., (1995), "Stability Design of Semi-Rigid Frames", John Wiley and Sons, New York, N. Y., EUA.

Computer and Structures, Inc. (1995a), "Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, and SAFE", University Avenue, Berkeley California, EUA.

Computer and Structures, Inc. (1995b), "SAP2000 Static and Dynamic Finite Element Analysis of Structures Advanced C 9.1.0", University Avenue, Berkeley California, EUA.

De Buen, O. (1993), "Comentarios, Ayudas de Diseño y Ejemplos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas", DDF", Vol. I y II, Series del Instituto de Ingeniería, No. ES-3, México.

Dumonteil, P. (1992), "Simple Equations for Effective Length Factors", Engineering Journal, AISC, vol. 29, núm. 3, pp. 111-115.

FEMA (2000), "Prestandard and Commentary for Seismic Rehabilitation of Buildings", Report No. FEMA-356, Federal Emergency Management Agency, noviembre, Washington, D.C., EUA.

FEMA (2000b), "State of the Art Report on Connection Performance", Report No. FEMA-355D, Federal Emergency Management Agency, septiembre, Washington, D.C., EUA.

Galea, Y. (1992), "Non-linear Analysis of Plane Frame Structures with Semi-rigid Connections", C. T. I. C. M., Francia.

Guirão, A. M, Bijlaard, y F. S. Simões, L. (2004) "Experimental Assessment of the Ductility of Extended end Plate Connections", Engineering Structures, Vol. 26, pp. 1185-1206.

Green P. S. (2006), "Connection Teaching Toolkit. A Teaching Guide for Structural Steel Connections", American Institute of Steel Construction, EUA.

Harriott, L.D., y Astaneh, A. (1990), "Cyclic Behavior of Steel Top-and-Bottom Plate Moment Connections", EERC Report 90-19, University of California Berkeley, EUA.

IMCA (2005), "Manual de Construcción en Acero. Diseño por Esfuerzos Permisibles", Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A. C. Limusa Noriega Editores. México.

King, W-S y Chen, W. F. (1993), "LRFD Analysis for Semi-rigid Frame Design", Engineering Journal, Vol 30 No. 4, pp. 130-140.

Kishi, N. y Chen, W. F. (1990), "Moment-Rotation Relations of Semi Rigid Connections with Angles" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 116, No. 7, julio, pp 1813 a 1834.

Leon, R. T., Hoffman, J. y Staeger, T., (1996), "Design of Partially-Restrained Composite Connections", Steel Design Guide Series No. 8, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, IL, EUA.

Leon, R. T. y Eastetling, W.S., (2002), "Connections in Steel Structures IV: Behavior, Strength and Design", American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago IL., EUA.

Lionberger, Steven R. y Weaver, W. (1969), "Dynamic Response of Frames with Nonrigid Connections", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 95 EMI, pp.95-114.

Lorenz, R. F., Kato, B., y Chen, W.F. (1993), "Semi-Rigid Connections in Steel Frames", Council for Tall Buildings and Urban Habitat, Bethlehem, PA, EUA.

Monfort, L. J. (1999), "Estructuras Metálicas para Edificación. Según Criterio del Eurocódigo 3", Editorial Universidad Politécnica de Valencia. Tomo I. Valencia, España.

Morfonton, G. R., y Wu, T.S. (1963), "Matrix Analysis of Semi Rigidly Connected Frames", ASCE Journal of Structural Engineering , 89(ST6) 13-42

Murray, T. (2001), "Fundamentals of Connection Design with Emphasis on the LRFD Method", American Institute of Steel Construction, EUA.

Nader, M. N. y Astaneh-Asl, A. (1992), "Seismic Behavior and Design of Semi-Rigid Steel Frames", Report No. UCB/EERC-92/06 Earthquake Engineering Research Center College of Engineering University of California, Berkeley, EUA.

Premthamkorn P. y Chomchuen P. (2006), "Modeling of Semi-Rigid Steel Connections by Multi-Linear Equation", Thailand.  
[http://www.cv.titech.ac.jp/~jsps/workshopG3/Proceedings/PDF%20papers/19\\_Premthamkorn.pdf](http://www.cv.titech.ac.jp/~jsps/workshopG3/Proceedings/PDF%20papers/19_Premthamkorn.pdf)

RCDF (2005), "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal: Reglamento, Normas Técnicas, Ley de Desarrollo Urbano del Distrito Federal, Reglamento de la Ley de Desarrollo Urbano del Distrito Federal, Ilustraciones y Comentarios, Graficas Planos y Lineamientos", Trillas. México.

Salmon, C. G. y Johnson J. E. (1996), “Steel structures, Design and Behavior”, Prentice-Hall. Inc, 4th ed., EUA.

Vinnakota, S., (2006), “Estructuras de Acero. Comportamiento y Diseño” Mc Graw Hill, México.

Willems, N. y Kusmanovic, B. O., (1977), “Steel Design for Structural Engineers”, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, EUA.

Wu, F-H., (1988), “Semi-rigid Connections in Steel Frame” Tesis doctoral Purdue University, CE-STR-89-3, EUA.

Yura, J. A., (1971), “The Effective Length of Columns in Unbraced Frames”, Engineering Journal, AISC, vol. 8, núm. 2, pp. 37-42.