



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

## ANÁLISIS NO LINEAL DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE TALUDES SUMERGIDOS

### T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

### MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA

P R E S E N T A :

**LUZ CATALINA CARDONA GIRALDO**



TUTOR:

**DOCTOR JUAN MANUEL MAYORAL VILLA**

MÉXICO, D.F. MARZO DE 2008



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. MIGUEL PEDRO ROMO ORGANISTA

Secretario: DR. EFRAÍN OVANDO SHELLEY

Vocal: DR. JUAN MANUEL MAYORAL VILLA

1<sup>er</sup>. Suplente: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO

2<sup>do</sup>. Suplente: DR. MANUEL JESÚS MENDOZA LÓPEZ

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

DR. JUAN MANUEL MAYORAL VILLA

---



*“La virtud es deseosa de peligros,  
y pone la mira en la parte hacia  
donde camina y no en lo que ha  
de padecer, porque el mismo  
padecer le es parte de la gloria”*

*Julio Cesar*

## **DEDICATORIA**

A Dios por darme la fuerza para perseverar y seguir adelante. A mis padres quienes con su amor, esfuerzo, tolerancia y respaldo debo todo lo que soy. A mi esposo por su amor, comprensión y apoyo incondicional en todo momento.





## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco de manera especial, el apoyo brindado por parte del Instituto de Ingeniería, UNAM, al darme la oportunidad de realizar este trabajo de grado en sus instalaciones y por brindarme los medios necesarios al incorporarme como becaria.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, por abrirme sus puertas y fortalecer mi preparación como profesional y como persona.

Al Dr. Juan Manuel Mayoral Villa por su dirección, apoyo, paciencia, conocimientos compartidos y valiosa asesoría durante la realización de esta tesis.

A cada uno de los integrantes del comité de sinodales: Dr. Miguel Pedro Romo Organista, Dr. Efraín Ovando Shelley, Dr. Rigoberto Rivera Constantino y Dr. Manuel Jesús Mendoza López, por sus comentarios y aportes durante la evaluación de mi trabajo.

A mis amigos y compañeros del Instituto de Ingeniería, especialmente al Dr. Eduardo Botero Jaramillo y M. en I. Bogart Camille Méndez Urquidez, de quienes siempre he recibido apoyo.

---



## ÍNDICE

<b>NOMENCLATURA</b>	<b>i</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo	3
1.2 Alcances	3
<b>2 ANTECEDENTES</b>	<b>5</b>
2.1 Casos históricos	5
2.1.1 Grand Bank	7
2.1.2 Papua	7
2.1.3 Sumatra	8
2.1.4 México	10
2.2 Estudios previos de estabilidad de taludes sumergidos	11
2.2.1 Método pseudoestático	11
2.2.1.1 Método de talud infinito	12
2.2.1.2 Método de las dovelas	14
2.2.2 Análisis unidimensional de propagación de ondas	16
2.2.3 Análisis bidimensional de propagación de ondas	20
2.2.3.1 Método del elemento finito	20

---



2.2.3.2	Método de diferencias finitas	22
2.2.4	Análisis tridimensional de propagación de ondas	24
<b>2.3</b>	<b>Modelos constitutivos más comunes</b>	<b>24</b>
2.3.1	Elástico lineal	25
2.3.2	Elastoplástico	26
2.3.3	Hiperbólico	28
2.3.4	Iwan	30
2.3.5	Corte simple directo	31
2.3.5.1	Modelado de la respuesta monotónica	32
2.3.5.2	Modelado de la respuesta cíclica	34
<b>3</b>	<b>ANÁLISIS CRÍTICO DE MODELOS CONSTITUTIVOS</b>	<b>38</b>
<b>3.1</b>	<b>Parámetros de entrada</b>	<b>38</b>
3.1.1	Propiedades índice y mecánicas	38
3.1.2	Propiedades dinámicas	40
<b>3.2</b>	<b>Resultados de laboratorio</b>	<b>40</b>
<b>3.3</b>	<b>Predicciones numéricas</b>	<b>41</b>
3.3.1	Modelo elástico lineal	42
3.3.2	Modelo elastoplástico	43
3.3.3	Modelo hiperbólico	45
3.3.4	Modelo de corte simple directo	46
<b>3.4</b>	<b>Comparación de resultados</b>	<b>49</b>
<b>4</b>	<b>MARCO METODOLÓGICO</b>	<b>51</b>
<b>4.1</b>	<b>Descripción de la metodología</b>	<b>51</b>
4.1.1	Ecuación de movimiento	53
4.1.2	Formulación de los elementos	53

---



4.1.3	Solución de la ecuación de movimiento	56
4.1.4	Análisis de la disipación del exceso de la presión de poro	58
<b>4.2</b>	<b>Validación del modelo numérico considerado</b>	<b>60</b>
4.2.1	Método de las ocho constantes	60
4.2.2	Descripción del caso a estudiar	62
4.2.3	Análisis lineal con método de las ocho constantes	65
4.2.3.1	Matriz global de masa	66
4.2.3.2	Matriz global de rigidez	66
4.2.3.3	Amortiguamiento	66
4.2.3.4	Respuesta del depósito de suelo	67
4.2.4	Análisis lineal con AMPLE	71
4.2.4.1	Matriz global de masa	71
4.2.4.2	Matriz global de rigidez	73
4.2.4.3	Matriz global de amortiguamiento	73
4.2.4.4	Respuesta del depósito de suelo	74
4.2.5	Análisis lineal con SHAKE	78
4.2.6	Análisis no lineal con AMPLE	81
4.2.7	Análisis lineal equivalente con SHAKE	85
4.2.8	Comparación de resultados	89
<b>5</b>	<b>ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE CASOS</b>	<b>92</b>
5.1	Influencia del tipo de sismo	95
5.2	Influencia del ángulo del talud	98
5.3	Influencia del coeficiente de consolidación, $c_v$	101
5.4	Influencia del estado de esfuerzos	103
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>107</b>

---

---



<b>REFERENCIAS</b>	<b>110</b>
--------------------	------------

---

<b>APÉNDICES</b>	<b>121</b>
------------------	------------

---

<b><u>A2. DETERMINACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS POR EL MÉTODO DE LA DIFERENCIA CENTRAL</u></b>	<b>123</b>
---	------------

<b><u>A3. CÓDIGO PARA EL ANÁLISIS DE SUPERPOSICIÓN MODAL Y LA SUBROUTINA DE LAS OCHO CONSTANTES</u></b>	<b>125</b>
---	------------

<b><u>A4. DETERMINACIÓN DE LAS MATRICES GLOBALES DE MASA Y RIGIDEZ</u></b>	<b>133</b>
--	------------

---



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Algunos mecanismos de falla de talud marino y su impacto en la infraestructura.....	1
Figura 2.1. Consecuencias del Tsunami ocasionado por el sismo de Grand Bank en Terranova, 1929 (Batterson et al. 1999). .....	7
Figura 2.2. Consecuencias del Tsunami ocasionado por el sismo de Papua, Nueva Guinea, 1998 (AFP, 1998).....	8
Figura 2.3. Banda Aceh, Indonesia, antes y después del tsunami (DigitalGlobe). 9	
Figura 2.4 Escenario sismo-tectónico de la costa del Pacífico de México (Farreras et al., 2005). .....	10
Figura 2.5. Equilibrio de un talud infinito bajo condiciones no drenadas y con una fuerza pseudoestática (Kramer, 1996).....	13
Figura 2.6. Relación entre el ángulo máximo de inclinación del talud y la resistencia al corte no drenada para una fuerza pseudoestática (Morgenstern, 1967).....	13
Figura 2.7. Fuerzas actuantes en una dovela (Turner y Schhuster, 1996) .....	14
Figura 2.8. Depósito de suelo estratificado sobre roca elástica (Kramer, 1996). 17	
Figura 2.9. Modelo de elemento finito del perfil en Ormen Lange del deslizamiento de Storegga (Kvalstad et al., 2005).....	22
Figura 2.10. Vista batimétrica del área de Ormen Lange del deslizamiento de Storegga (Kvalstad et al., 2005). .....	22
Figura 2.11. Modelo de diferencias finitas (Borg, 1962).....	23

---



Figura 2.12. Representación de la relación esfuerzo-deformación para el modelo elástico.....	25
Figura 2.13. Representación del comportamiento esfuerzo-deformación cíclico para el modelo elastoplástico. ....	27
Figura 2.14. Distribución de deformaciones, de acuerdo con la inclinación de talud.....	27
Figura 2.15. Representación del comportamiento esfuerzo-deformación para el modelo hiperbólico.....	29
Figura 2.16. Modelo Reológico de Iwan.....	30
Figura 2.17. Representación de la curva esqueleto para el Modelo de Iwan (Pestana y Nadim, 2000). ....	31
Figura 2.18. Estado de esfuerzos idealizado asumidos en el modelo plástico simplificado. ....	32
Figura 2.19. Representación del comportamiento esfuerzo-deformación cíclico para el modelo DSS.....	37
Figura 3.1. Localización del sitio donde se obtuvieron las muestras (Biscontin, 2001).....	39
Figura 3.2. Historia de esfuerzos y deformaciones.....	40
Figura 3.3. Relación esfuerzo-deformación .....	41
Figura 3.4. Exceso de presión de poro .....	41
Figura 3.5. Historia de esfuerzos y deformaciones.....	42
Figura 3.6. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo elástico.....	43
Figura 3.7. Historia de esfuerzos y deformaciones.....	44
Figura 3.8. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo elastoplástico .....	44
Figura 3.9. Historia de esfuerzos y deformaciones.....	45
Figura 3.10. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo hiperbólico .....	46
Figura 3.11. Historia de esfuerzos y deformaciones.....	47

---



Figura 3.12. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo DSS .....	48
Figura 3.13. Exceso de presión de poro generada por el modelo DSS .....	48
Figura 3.14. Ciclos de histéresis generados para los modelos comparados con el ensaye de corte simple cíclico. ....	50
Figura 3.15. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo DSS y por el ensaye de corte simple cíclico. ....	50
Figura 3.16. Exceso de presión de poro generada por el modelo DSS y por el ensaye de corte simple cíclico. ....	50
Figura 4.1. Modelo idealizado para el análisis de la respuesta dinámica del talud sumergido (Pestana y Nadim, 2000). ....	52
Figura 4.2. Condiciones de frontera para un deposito de suelo, drenado por una sola cara (Pestana y Nadim, 2000). ....	52
Figura 4.3. Interpolación de un acelerograma (Chopra, 2000) .....	61
Figura 4.4. Variación de la densidad del suelo, $\rho$ , y la resistencia al corte no drenada, $s_u$ , con la profundidad. ....	62
Figura 4.5. Variación del módulo de rigidez al corte máximo, $G_{máx}$ , y velocidad de onda de corte, $V_s$ , con la profundidad. ....	63
Figura 4.6. Curvas de degradación del módulo de rigidez al corte y amortiguamiento (Sun et al., 1988). ....	63
Figura 4.7. Distribuciones del coeficiente de consolidación, $c_v$ , con la profundidad. ....	64
Figura 4.8. Historia de aceleraciones y espectro de respuesta empleados para definir el ambiente sísmico. ....	64
Figura 4.9. Discretización del depósito de suelo en un sistema con masas concentradas. ....	65
Figura 4.10. Respuesta del talud en términos de desplazamientos para el análisis lineal con el método de las 8 constantes. ....	68

---



Figura 4.11. Respuesta del talud en términos de aceleraciones para el análisis lineal con el método de las 8 constantes. ....	69
Figura 4.12. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral para el análisis lineal con el método de las 8 constantes. ....	70
Figura 4.13. Discretización del depósito de suelo en un sistema con nueve elementos y 10 nodos. ....	72
Figura 4.14. Comportamiento esfuerzo-deformación para el análisis lineal con AMPLE. ....	74
Figura 4.15. Respuesta del talud en términos de desplazamientos para el análisis lineal con AMPLE. ....	75
Figura 4.16. Respuesta del talud en términos de la aceleración para el análisis lineal con AMPLE. ....	76
Figura 4.17. Respuesta del talud en términos aceleración espectral para el análisis lineal con AMPLE. ....	77
Figura 4.18. Comportamiento esfuerzo-deformación para el análisis lineal con SHAKE. ....	78
Figura 4.19. Respuesta del talud en términos de aceleración para el análisis lineal con SHAKE. ....	79
Figura 4.20. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral para el análisis lineal con SHAKE. ....	80
Figura 4.21. Comportamiento esfuerzo-deformación para el análisis no lineal con AMPLE. ....	81
Figura 4.22. Respuesta del talud en términos de desplazamientos para el análisis no lineal con AMPLE. ....	82
Figura 4.23. Respuesta del talud en términos de aceleraciones para el análisis no lineal con AMPLE. ....	83
Figura 4.24. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral para el análisis no lineal con AMPLE. ....	84
Figura 4.25. Trayectorias de esfuerzos para el análisis no lineal con AMPLE. ....	85

---



Figura 4.26. Comportamiento esfuerzo-deformación para el análisis lineal-equivalente con SHAKE.....	86
Figura 4.27. Respuesta del talud en términos de aceleración para el análisis lineal-equivalente con SHAKE. ....	87
Figura 4.28. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral para el análisis lineal-equivalente con SHAKE. ....	88
Figura 4.29. Comportamiento esfuerzo-deformación.....	90
Figura 4.30. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral.....	91
Figura 5.1. Talud hipotético de arcilla de pendiente $\alpha$ .....	92
Figura 5.2. Variación de la densidad del suelo, $\rho$ , y la resistencia al corte no drenada, $s_u$ con la profundidad. ....	93
Figura 5.3. Variación del módulo de rigidez al corte máximo, $G_{máx}$ , y velocidad de onda de corte, $V_s$ , con la profundidad.....	93
Figura 5.4. Distribuciones del coeficiente de consolidación, $c_v$ , con la profundidad para los casos 1 y 2. ....	94
Figura 5.5. Historias de aceleraciones y espectros de respuesta utilizadas para definir los ambientes sísmicos. ....	95
Figura 5.6. Seudoaceleración normalizada entre la aceleración máxima del terreno (PGA). ....	96
Figura 5.7. Espectro de aceleración calculado a una profundidad de 50 m, comparado con el de roca. ....	96
Figura 5.8. Variación de los desplazamientos permanentes, el exceso en la presión de poro y $FS$ con la profundidad, para los tres sismos. ....	97
Figura 5.9. Variación de la deformación angular en el tiempo variando el ángulo de inclinación del talud.....	99
Figura 5.10. Variación de las deformaciones angulares, los desplazamientos permanentes y el factor de seguridad con el ángulo de inclinación del talud. ....	99

---



Figura 5.11. Efecto de la inclinación del talud en la respuesta del talud a una profundidad de 50 m. .... 100

Figura 5.12. Disipación del exceso de presión de poro, variando la distribución del coeficiente de consolidación,  $c_v$ ..... 102

Figura 5.13. Evolución después del sismo del exceso de presión de poro normalizada, variando la distribución del coeficiente de consolidación,  $c_v$ . .... 102

Figura 5.14. Influencia del comportamiento a largo plazo en la respuesta del talud a una profundidad de 50 m. .... 106



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Características de algunos deslizamientos sumergidos (Edgers y Karlsrud, 1982). .....	6
Tabla 3.1. Propiedades índice y mecánicas de la arcilla normalmente consolidada de la bahía de San Francisco. ....	39
Tabla 3.2. Parámetros del modelo elastoplástico anisotrópico .....	43
Tabla 3.3. Parámetros del modelo hiperbólico isotrópico .....	45
Tabla 3.4. Parámetros del modelo de corte simple directo, DSS.....	47
Tabla 4.1. Periodos y frecuencias fundamentales del sistema de 9 grados de libertad.....	67
Tabla 4.2. Identificación de elementos finitos .....	71
Tabla 4.3. Comparación de resultados para los análisis lineal, no lineal y lineal equivalente. ....	90
Tabla 5.1 Propiedades del modelo constitutivo utilizadas en el análisis.....	94
Tabla 5.2. Comparación entre la deformación angular máxima y la permanente	99
Tabla 5.3. Estado de esfuerzos y exceso de presión de poro para las diferentes etapas del análisis. ....	103

---



## NOMENCLATURA

$s_u$ :	Resistencia al corte no drenado
$\alpha$ :	Inclinación del talud
$\gamma$ :	Peso unitario de sedimento
$\gamma'$ :	Peso unitario sumergido de sedimento
$z$ :	Profundidad del sedimento
$c_s$ :	Coficiente seudoestático (medido como fracción de la aceleración debido a la gravedad, g).
$FS$ :	Factor de seguridad
$FS_f$ :	Factor de seguridad para el equilibrio de fuerzas
$FS_m$ :	Factor de seguridad para el equilibrio de momentos
$c'$ :	Cohesión efectiva
$\beta'$ :	Ángulo que forma la horizontal con la tangente al centro en la base de cada dovela.
$\mu$ :	Presión de poro
$\phi'$ :	Ángulo de fricción interna efectivo
$W$ :	Peso total de una dovela de ancho $b$ y altura $h$
$l$ :	Longitud de la base de cada dovela



- $R$ : Radio para una superficie circular de deslizamiento o el brazo del momento asociado a la fuerza de corte movilizada para cualquier forma de la superficie de falla.
- $f$ : Distancia perpendicular a la fuerza normal con el centro de rotación
- $x$ : Distancia horizontal de la línea central de cada dovela al centro de rotación.
- $e$ : Distancia vertical desde el centroide de cada dovela al centro de rotación.
- $N$ : Fuerza normal total en la base de la dovela
- $X_R$ : Fuerza vertical de corte en la cara derecha de la dovela
- $X_L$ : Fuerza vertical de corte en la cara izquierda de la dovela
- $E_R$ : Fuerza normal horizontal en la cara derecha de la dovela
- $u(z,t)$ : Desplazamiento en función de la profundidad y el tiempo
- $A$ : Amplitud de la onda que viaja en el sentido  $z+$  y depende de las propiedades del depósito.
- $B$ : Amplitud de la onda que viaja en el sentido  $z-$  depende de las propiedades del depósito.
- $\omega$ : Frecuencia del esfuerzo armónico transmitido (la frecuencia de la onda).
- $k$ : Número de onda
- $k^*$ : Número de onda complejo
- $G$ : Módulo de rigidez al corte dinámico
- $G^*$ : Módulo de rigidez al corte dinámico complejo
- $\rho$ : Densidad del suelo
- $\eta$ : Viscosidad del suelo
- $\xi$ : Fracción del amortiguamiento crítico:
- $\tau$ : Esfuerzo cortante
-



$h$ :	Espesor del estrato
$\alpha_m^*$ :	Relación compleja de impedancia en la frontera entre los estratos $m$ y $m+1$ .
$\{v\}$ :	Desplazamiento del suelo en cualquier punto dentro del elemento
$\{q\}$ :	Vector de desplazamientos en los puntos nodales
$[N]$ :	Matriz de funciones de forma
$[B]$ :	Matriz deformación-desplazamiento
$\{\varepsilon\}$ :	Vector de deformaciones
$[D]$ :	Matriz esfuerzo-deformación
$\{\sigma\}$ :	Vector de esfuerzos
$[m]_{el}$ :	Matriz de masa elemental
$[k]_{el}$ :	Matriz de rigidez elemental
$[c]_{el}$ :	Matriz de amortiguamiento elemental
$\{\ddot{q}\}$ :	Vector de aceleración en el elemento
$\{\dot{q}\}$ :	Vector de velocidad en el elemento
$\{q\}$ :	Vector de desplazamiento en el elemento
$\{Q(t)\}$ :	Vector de fuerzas en el elemento
$[M]$ :	Matriz global de masa
$[C]$ :	Matriz global de amortiguamiento
$[K]$ :	Matriz global de rigidez
$\{\ddot{u}\}$ :	Vector global de aceleración nodal
$\{\dot{u}\}$ :	Vector global de velocidad nodal
$\{u\}$ :	Vector global de desplazamiento nodal
$\{P(t)\}$ :	Vector de carga dinámica que para la excitación en la base
$u_g(t)$ :	Historia de aceleraciones en la base



$[K^*]$ :	Matriz de rigidez compleja
$m_1$ :	Pendiente en el punto 1
$\Delta x$ :	Espaciamiento de la malla, $\Delta x$
$G_{m\acute{a}x}$ :	Módulo de rigidez al corte dinámico máximo
$d\gamma$ :	Incremento de la deformación angular
$s_{uu}$ :	Resistencia al corte no drenada positiva
$s_{ul}$ :	Resistencia al corte no drenada positiva
$G_{m\acute{a}x_{s_{ul}}}$ :	Relación entre $G_{m\acute{a}x}$ y $s_{ul}$
$\tau_1$ :	Esfuerzo cortante en el sentido del talud
$\tau_2$ :	Esfuerzo cortante perpendicular al talud
$\Omega$ :	Parámetro que controla la redistribución de esfuerzos de corte en dos direcciones durante la fluencia plástica.
$\tau_{rev}$ :	Esfuerzo cortante en la inversión de carga
$\gamma_{rev}$ :	Deformación angular en la inversión de carga
$C$ :	Parámetro que depende de las deformaciones angulares de referencia
$\gamma_{ref\_l}$ :	Deformación angular de referencia en el sentido de carga
$\gamma_{ref\_u}$ :	Deformación angular de referencia en el sentido de descarga
$\sigma_n$ :	Esfuerzo efectivo normal
$\sigma_p$ :	Esfuerzo efectivo de preconsolidación
$\tau$ :	Esfuerzo efectivo de corte
$\tau_c$ :	Esfuerzo efectivo de corte de consolidación
$\psi$ :	Ángulo de oblicuidad a grandes deformaciones
$\beta$ :	Relación de falla
$m$ :	Parámetro del material la forma de la “superficie de estado plástico”
$S_t$ :	Sensitividad del suelo



- $\eta_t$ : Relación entre  $\tau$  y  $\sigma_n$
- $\eta_{tc}$ : Relación entre  $\tau_c$  y  $\sigma_p$
- $\dot{\gamma}$ : Tasa de deformación angular
- $b$ : Constante que describe la variación exponencial de  $G_{m\acute{a}x}$  en función de  $\sigma'_n$ .
- $G_{m\acute{a}xNC}$ :  $G_{m\acute{a}x}$  para estados normalmente consolidados
- $G_n$ : Relación entre  $G_{m\acute{a}xNC}$  y  $\sigma_p$
- $G_p$ : Define la curva esqueleto para especímenes normalmente consolidados.
- $\eta_{irev}$ : Relación del esfuerzo cortante para la última inversión de carga
- $\sigma_{nrev}$ : Esfuerzo normal efectivo para la última inversión de carga
- $\theta$ : Parámetro del material que controla la velocidad con que se genera el exceso de presión de poro.
- $\lambda$ : Parámetro del material que controla la acumulación de deformaciones plásticas en función del número de ciclos.
- $\dot{\gamma}$ : Tasa de deformación angular que define el sentido de la carga
- $\{I\}$ : Vector identidad
- $u$ : Desplazamiento
- $F_m$ : Factor de masa que varía entre 0 y 1
- $\alpha_{el}$ : Coeficiente de proporcionalidad del amortiguamiento para la masa
- $\beta_{el}$ : Coeficiente de proporcionalidad del amortiguamiento para la rigidez
- $\xi_{el}$ : Amortiguamiento histerético para el elemento,  $el$
- $\omega_1$ : Frecuencia natural del sistema
- $\omega_2$ : Segunda frecuencia del sistema
- $\{F(u)\}$ : Fuerza no lineal interna de los resortes
-

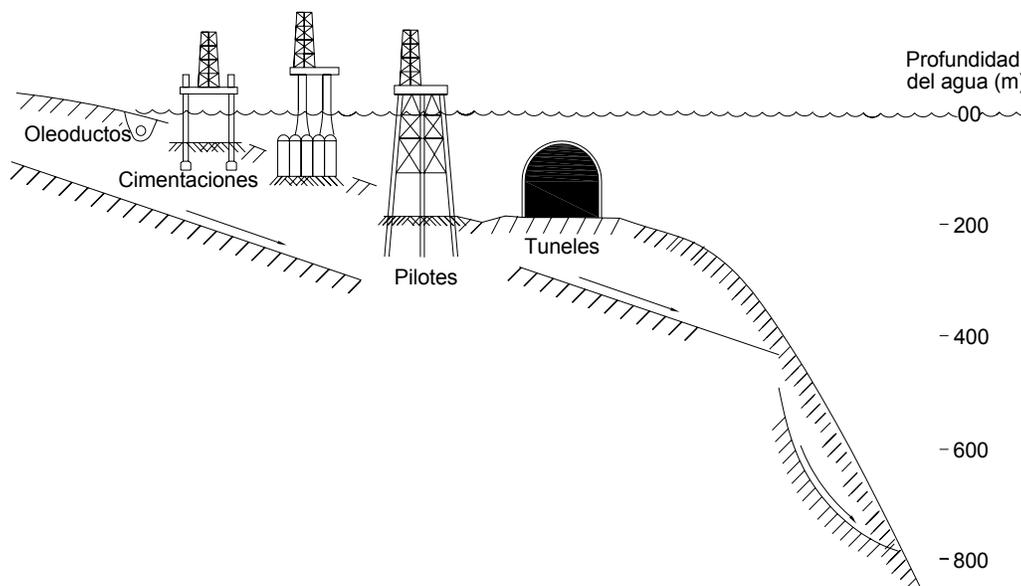


$\ddot{u}_t$ :	Aceleración para el tiempo $t$
$\dot{u}_t$ :	Velocidad para el tiempo $t$
$u_t$ :	Desplazamiento para el tiempo $t$
$\delta u_t$ :	Incremento de desplazamiento relativo para el tiempo $t$
$K$ :	Conductividad hidráulica del suelo
$\gamma_w$ :	Peso volumétrico del agua
$m_v$ :	Coefficiente de cambio volumétrico del suelo
$c_v$ :	Coefficiente de consolidación del suelo
$\Delta\mu$ :	Exceso de presión de poro
$\{\mu\}$ :	Vector de valores nodales para el exceso de presión de poro
$T_n$ :	Periodo natural del sistema
$\omega_n$ :	Frecuencia natural del sistema
$\omega_D$ :	Frecuencia natural amortiguada del sistema
$p_t$ :	Carga forzadora del sistema de un grado de libertad
$a_{m\acute{a}x}$ :	Aceleración máxima
$Sa_{m\acute{a}x}$ :	Seudoaceleración máxima
$D_{m\acute{a}x}$ :	Desplazamiento máximo
$\gamma_{m\acute{a}x}$ :	Deformación angular máxima



## 1 INTRODUCCIÓN

El análisis de la respuesta sísmica de taludes sumergidos es esencial para entender los fenómenos asociados a la inestabilidad del fondo marino, y en la evaluación de las consecuencias de una falla (ej. pérdidas de vidas humanas, daños ambientales y económicos). Asimismo, en la estimación del riesgo geotécnico de estructuras costeras y fuera de costa tales como plataformas petroleras, túneles, terminales de gas natural licuado y sistemas de tuberías para conducción de hidrocarburos (Figura 1.1).



*Figura 1.1. Algunos mecanismos de falla de talud marino y su impacto en la infraestructura.*



La estabilidad de taludes sumergidos sometidos a sismo se puede analizar a través de métodos pseudoestáticos o de análisis dinámicos resolviendo el problema de propagación de ondas. Con los métodos pseudoestáticos se obtiene un factor de seguridad ante falla sísmica para la superficie de falla más crítica. Este método simplifica el problema, sin embargo, surge la necesidad de obtener la respuesta sísmica del perfil de suelo, lo cual matemáticamente radica en resolver el problema de propagación de ondas en un medio continuo. Existen diversos programas para resolver la ecuación de onda con diferentes modelos constitutivos, que permiten modelar el comportamiento del suelo. No obstante, en la mayoría de los casos se asumen ondas SH propagándose verticalmente de la base de mayor impedancia dinámica hasta la superficie. Programas como SHAKE (Schnabel et al. 1972 e Idriss y Sun, 1992), SASSI (Lysmer et al., 1981), FLUSH (Lysmer et al., 1975), PLUSH (Romo et al., 1980), PTLUSH (Romo et al., 1989) resuelven el problema de propagación de ondas en un medio elástico seminfinito y estratificado horizontalmente. El análisis lo realizan en el dominio de la frecuencia a partir de la transformada de Fourier, la no linealidad del suelo la consideran empleando propiedades lineales equivalentes compatibles con una fracción de la deformación angular máxima,  $\gamma_{m\acute{a}x}$ , y el comportamiento esfuerzo-deformación lo calculan en términos de esfuerzos totales. Este método no es enteramente aplicable, cuando los efectos no lineales son apreciables, en cuyo caso es más apropiado usar un modelo discreto del perfil de suelo (ej. diferencias finitas o elementos finitos), y realizar el análisis no lineal en el dominio del tiempo para tomar en cuenta el comportamiento de los geomateriales. En este tipo de enfoques, las ecuaciones no lineales de onda se resuelven numéricamente a través de integración directa y el comportamiento cíclico esfuerzo-deformación del suelo se considera por medio de un modelo constitutivo, ya sea en términos de esfuerzos totales o efectivos.



En este trabajo de tesis se utiliza un método basado en esquemas numéricos formulados en el dominio del tiempo. Así la ecuación de movimiento obtenida para un modelo idealizado de un talud, se integra a través del método de la diferencia central, considerando la no linealidad del suelo, actualizando la matriz de rigidez para cada intervalo de tiempo, en función de un modelo constitutivo no lineal en términos de esfuerzos efectivos, el cual permite considerar el estado de esfuerzos de preconsolidación y obtener la generación del exceso de presión de poro, los esfuerzos efectivos normales y cortantes generados durante un sismo, además de las historias de aceleraciones, desplazamientos y deformaciones angulares. Adicionalmente, se considera en el análisis el fenómeno de consolidación, a través de la ecuación de difusión, calculando la disipación del exceso de presión de poro en función del tiempo, con el fin de observar el comportamiento a largo plazo y obtener resultados más aproximados a las observaciones de la respuesta de arcillas normalmente consolidadas, útiles en la estimación de riesgos potenciales de falla del terreno posterior a un sismo importante.

### **1.1 Objetivo**

Implementar una herramienta numérica que nos permita analizar la respuesta no lineal de taludes sumergidos y determinar los factores que afectan su respuesta antes, durante y después de un evento dinámico, a través de análisis paramétricos en donde se varíen las propiedades del suelo, la pendiente del talud y la excitación (contenido de frecuencias y duración), entre otros.

### **1.2 Alcances**

Los alcances de esta tesis incluyen:

- Revisar casos historia asociados a fallas debidas a sismo de taludes sumergidos.



- Compilar información acerca de los métodos de análisis empleados para el análisis sísmico de la estabilidad de taludes sumergidos.
- Recopilar información de modelos constitutivos empleados para simular el comportamiento cíclico de los suelos.
- Comparar pruebas reales de laboratorio con las predicciones numéricas obtenidas con los modelos constitutivos más comúnmente empleados, con el fin de seleccionar el modelo constitutivo más adecuado para reproducir el comportamiento esfuerzo-deformación de las arcillas marinas.
- Implementar y validar la herramienta numérica propuesta por Pestana y Nadim (2000), con el fin de determinar la amplificación del movimiento del terreno, las historias de aceleraciones y desplazamientos, la relación esfuerzo-deformación en términos de esfuerzos efectivos, la generación y disipación del exceso de la presión de poro y las trayectorias de esfuerzos, entre otros.
- Realizar un análisis paramétrico con el fin de evaluar los factores que afectan la respuesta de los taludes sumergidos antes, durante y después de un evento dinámico.



## 2 ANTECEDENTES

### 2.1 *Casos históricos*

Algunas de las preguntas que deben ser respondidas cuando se estudian las causas de inestabilidad de un talud submarino son 1) ¿Por qué esta área específica falló? y 2) ¿Puede esta área fallar de nuevo?. Para que los cuestionamientos anteriores puedan ser contestados, es esencial entender las causas y los mecanismos que provocan la falla de un talud sumergido. Esto se puede lograr estudiando casos históricos y mediante su comparación y análisis, proponer medidas de mitigación. La inestabilidad de taludes sumergidos provocados por sismo y los fenómenos asociados a éstos, han sido estudiados por numerosos investigadores (ej. Lee, 1989; Schwab et al., 1996; Hampton et al., 1996; Locat y Lee, 2002; Leroueil et al., 1996 y Locat, 2001). En particular Edgers y Karlsrud (1982) recopilaron datos de algunos deslizamientos sumergidos que se presentan en la Tabla 2.1.



*Tabla 2.1 Características de algunos deslizamientos sumergidos (Edgers y Karlsrud, 1982).*

Deslizamiento	Fecha	V (m <sup>3</sup> )	L (km)	H (m)	L/H	Tipo de suelo	Referencias
Bassein	Antiguo	900x10 <sup>9</sup>	215	2200	98		Moore et al., 1976
Storegga	Antiguo	800x10 <sup>9</sup>	>160	1700	94		Bugge et al. 1979
Grand Banks	1929	760x10 <sup>9</sup>	>750	5000	152	Arena y limo	Hezzen y Ewing, 1952
Sahara Español	Antiguo	600x10 <sup>9</sup>	700	3100	226	arena con grava y arcilla	Embley, 1976
Rockall	Antiguo	296x10 <sup>9</sup>	>13.5	700	>19.3		Roberts, 1972
Bahía Walvis S. W. Africa	Antiguo	90x10 <sup>9</sup>	250	2100	119		Emery et al. 1975
Messina	1908	<<10 <sup>6</sup>	>220	3200	>69	Arena y limo	Ryan y Heezen, 1965
Orleansville	1954	<<10 <sup>6</sup>	100	2600	38		Hezzen y Ewing, 1955
Bahía Ice Malaspina	Antiguo	32x10 <sup>9</sup>	12	80	150	Arcilla limosa	Carlson, 1978
Río Copper	Antiguo	24x10 <sup>9</sup>	8	85	94	Limo y arena	Carlson y Molnia, 1977
Ranger	Antiguo	20x10 <sup>9</sup>	37	800	46	Limo Arcilloso y limoso	Normark, 1974
Mid. Alb. Bank	Antiguo	19x10 <sup>9</sup>	5.3	600	9	Arcilla limosa	Hampton et al., 1978
Cañón Wil.	Antiguo	11x10 <sup>9</sup>	60	2800	21.4	Arcilla limosa y limo	McGregor y Bennet, 1977
Kidnappers	Antiguo	8x10 <sup>9</sup>	11	200	55	Limo arenoso y arcilla	Lewis, 1971
Kayak Trough	Antiguo	5.9x10 <sup>9</sup>	18	150	120	Limo arcilloso	Carlson y Molnia, 1977
Paoanui	Antiguo	1x10 <sup>9</sup>	7	200	35	Limo y arena	Lewis, 1971
Talud Mid. Atl. Cont.	Antiguo	4x10 <sup>9</sup>	3.5	300	11.7	Arcilla limosa	Knebel y Carson, 1979
Río Magdalena	1935	3x10 <sup>8</sup>	24	1400	17		Heezen, 1956; Menard, 1964
California	Antiguo	2.5x10 <sup>8</sup>	3.5	150	23	Limo Arcilloso y arenoso	Edwards et al., 1980
Suva, Fiji	1953	1.5x10 <sup>8</sup>	110	1800	61	Arena	Houtz y Wellman, 1962
Valdez	1964	7.5x10 <sup>7</sup>	1.28	168	7.6	Arena limosa y gravosa	Coulter y Migliaccio, 1966
Orkdalsfjord	1930	2.5x10 <sup>7</sup>	22.5	500	45	Arena y limo	Bjerrum, 1971
Sokkelvik	1959	10 <sup>6</sup> -10 <sup>7</sup>	>5	100	>50	Arcilla lavada altamente sensitiva	Brænd, 1961
Sandnessjoen	1967	10 <sup>5</sup> -10 <sup>6</sup>	1.2	180	7		Karlsrud, 1979
Helsinki harbour	1936	6x10 <sup>3</sup>	0.4	11	13	Arena y limo	Andresen y Bjerrum, 1967

A continuación se describen algunos casos históricos de inestabilidad del fondo marino debido a actividad sísmica.



### 2.1.1 Grand Bank

El 18 noviembre de 1929 se presentó el evento sísmico de Grand Bank, cuyo epicentro se ubicó a 280 km al sur de la costa de Terranova, Canadá con una magnitud,  $M_w$  de 7.2, ocasionando un deslizamiento que movilizó cerca de  $200 \text{ km}^3$  de material (Heezen y Ewing, 1952; Batterson et al. 1999) y accionó un enorme movimiento el cual rompió 12 cables transoceánicos de telégrafo a 1000 km y generó un tsunami que devastó varias comunidades costeras en la península de Buring matando a 28 personas y dejando a 10,000 damnificados (Fine et al., 2004).



*Figura 2.1. Consecuencias del Tsunami ocasionado por el sismo de Grand Bank en Terranova, 1929 (Batterson et al. 1999).*

### 2.1.2 Papua

El 17 de julio de 1998 ocurrió un evento sísmico cuyo epicentro se ubicó en Papua, Nueva Guinea a 70 km al sureste de Vanimo cerca de la fosa de Wewak, donde la placa del norte de Bismarck subduce bajo la placa continental



australiana (Tregoning et al., 1998), con epicentro a 19 km de la costa, una magnitud,  $M_w$  de 7.0 y una profundidad focal de 33 km (Hurukawa et al., 2003). Tapping et al. (1999) propusieron que el sismo ocasionó un gran deslizamiento submarino o una depresión del sedimento que a su vez generó un tsunami con olas que alcanzaron 15 m de altura, por lo cual el sismo de Papua causó un daño más severo de lo que su magnitud sugeriría. Como consecuencia fallecieron más de 2000 personas y 6000 quedaron damnificadas (Tappin et al., 2001).



*Figura 2.2. Consecuencias del Tsunami ocasionado por el sismo de Papua, Nueva Guinea, 1998 (AFP, 1998).*

### 2.1.3 Sumatra

El 26 de diciembre de 2004 se presentó un devastador sismo en la costa al noroeste de Sumatra de magnitud,  $M_w$  9.3 y ha sido el segundo acontecimiento más grande del que se tenga registro. Se observó que el terremoto de Sumatra de 2004 se detectó por semanas en los sismógrafos, debido a que alcanzó



periodos mayores a los 1000 s. Al mismo tiempo, este evento produjo un salto en el movimiento secular del polo rotacional (Chao y Gross, 2005) y se caracterizó por una deformación considerable del relieve superficial. Se ha encontrado, de hecho, que el terremoto produjo deformaciones de 1 mm registradas por GPS situados hasta 5000 km del epicentro (Banerjee et al., 2005). Este sismo dejó más de 275,000 muertos, cientos de desaparecidos y grandes pérdidas económicas (Figura 2.3).



*Figura 2.3. Banda Aceh, Indonesia, antes y después del tsunami (DigitalGlobe)*



### 2.1.4 México

Estudios realizados evidencian que las costas del Pacífico de México, específicamente en los Estados de Nayarit, Jalisco, Colima, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas, donde que la placa de Rivera gira y la de Cocos subduce bajo la placa de Norteamérica a lo largo de la Fosa Mesoamericana, formando una frontera de colisión con subducción (Farreras et al., 2005) poseen mayor riesgo por inestabilidad del fondo oceánico debido a sismo que las costas de Baja California, Sonora y Sinaloa, donde la Placa del Pacífico se desliza hacia el norte con respecto a la Placa de Norteamérica. Sin embargo, no se encontró información específica respecto a deslizamientos en taludes submarinos en las costas de México.



Figura 2.4 Escenario sismo-tectónico de la costa del Pacífico de México (Farreras et al., 2005).



## **2.2 Estudios previos de estabilidad de taludes sumergidos**

Los movimientos sísmicos inducen esfuerzos dinámicos normales y de corte a lo largo de la superficie potencial de falla de un talud. Cuando se superponen con esfuerzos de corte estáticos preexistentes, los esfuerzos resultantes pueden exceder la resistencia al corte disponible y producir inestabilidad del talud. Se han propuesto numerosas técnicas para realizar el análisis de estabilidad de taludes, las cuales difieren principalmente en la aproximación con la cual se representa el movimiento sísmico y la respuesta dinámica del suelo. Por ejemplo, el análisis pseudoestático produce un factor de seguridad ante falla sísmica del talud. Mientras que otras aproximaciones evalúan los desplazamientos permanentes del talud producidos por un movimiento sísmico, esto es, se basan en una evaluación por desempeño.

### 2.2.1 Método pseudoestático

En este tipo de análisis la influencia del sismo se incorpora mediante fuerzas de cuerpo horizontales. La fuerza horizontal pseudoestática disminuye el factor de seguridad (aumenta la fuerza actuante). La fuerza vertical pseudoestática, puede incrementar o disminuir la magnitud de las fuerzas actuante y resistente dependiendo de su sentido positivo o negativo. Por lo tanto, al emplear un análisis pseudoestático, se asume que la aceleración del movimiento del terreno es aplicada en un período de tiempo suficientemente largo como para que los esfuerzos inducidos se puedan considerar constantes (Hampton et al., 1996).

El aspecto más importante en un análisis de estabilidad de taludes pseudoestático es la selección apropiada del coeficiente sísmico ya que los resultados son fuertemente dependientes de su magnitud. Éste controla la fuerza pseudoestática actuando sobre el talud. Por lo tanto, su valor puede ser relacionado con alguna medida de la amplitud de la fuerza inercial inducida en el material potencialmente



inestable. Si el material del talud fuese rígido, la fuerza inercial inducida podría ser igual al producto de la aceleración real horizontal y la masa del material inestable. Esta fuerza inercial podría lograr su valor máximo cuando se alcance la aceleración horizontal máxima. Considerando que los taludes reales no son rígidos y que la aceleración máxima se presenta en un tiempo infinitesimal, los coeficientes pseudoestáticos usados en la práctica corresponden a aceleraciones diferentes a la aceleración máxima en la base del talud (Kramer, 1996).

La representación a través de una aceleración pseudoestática constante unidireccional de los efectos dinámicos de los movimientos sísmicos es evidentemente limitada y alejada de la física real del problema específicamente si se desarrollan altas presiones de poro en el suelo o se presenta más del 15% de degradación en la resistencia al corte ante carga cíclica (Kramer, 1996).

#### 2.2.1.1 Método de talud infinito

Algunos estudios de estabilidad de taludes sumergidos (Dimakis, 2000; Urgeles, 2006) usan la simplificación de talud infinito de Morgenstern (1967), debido a que las fallas observadas en taludes son muy esbeltas considerando la relación entre su espesor y longitud. Para el cálculo del factor de seguridad,  $FS$ , se emplea la Ecuación (2.1), la cual se obtiene al hacer equilibrio de fuerzas paralelas a la pendiente del talud de la dovela mostrado en la Figura 2.5:

$$FS = \frac{s_u}{\frac{1}{2} z \gamma' \operatorname{sen} 2\alpha + c_s z \gamma \cos^2 \alpha} \quad (2.1)$$

donde  $s_u$  es la resistencia al corte no drenada,  $\alpha$  es la pendiente del talud,  $\gamma$  es el peso unitario de sedimento,  $\gamma'$  es el peso unitario sumergido de sedimento, y  $z$  es la profundidad del sedimento. En la Figura 2.6 se presenta la relación entre el ángulo máximo de inclinación del talud y la resistencia al corte no drenada

---



para una carga sísmica. El análisis de talud infinito planteado inicialmente ha sufrido modificaciones importantes, con el fin de incorporar efectos presentes en el análisis de estabilidad, como el caso de taludes que estén en proceso de formación debido a la acción de la depositación de los sedimentos, para lo cual, la solución teórica de Gibson (1958) proporciona una determinación apropiada de la evolución de la presión de poro durante y después de la depositación de los sedimentos en depósitos horizontales y taludes de arcilla con pendientes moderadas (menores a  $10^\circ$ ).

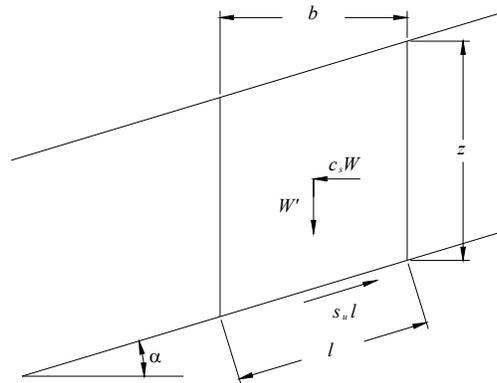


Figura 2.5. Equilibrio de un talud infinito bajo condiciones no drenadas y con una fuerza pseudoestática (Kramer, 1996).

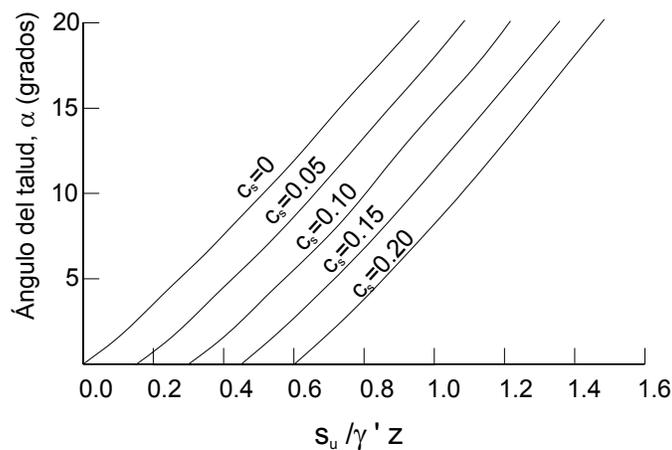


Figura 2.6. Relación entre el ángulo máximo de inclinación del talud y la resistencia al corte no drenada para una fuerza pseudoestática (Morgenstern, 1967).



### 2.2.1.2 Método de las dovelas

Otro análisis seudoestático basado en la teoría del equilibrio límite es el que divide el talud en dovelas de igual ancho y considera una superficie de falla circular o en espiral logarítmica (Fredlund y Krahn, 1977). Su ventaja frente a otros métodos basados en el equilibrio límite consiste en que satisface el equilibrio de fuerzas y de momentos. En este análisis para obtener la respuesta dinámica, se introduce igualmente una aceleración seudoestática para considerar la aceleración resultante del sismo (Figura 2.7).

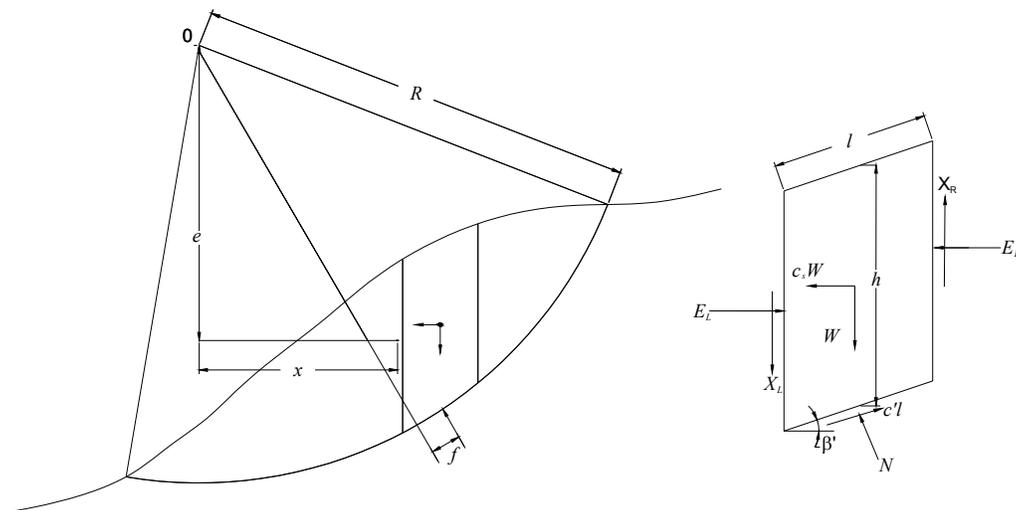


Figura 2.7. Fuerzas actuantes en una dovela (Turner y Schuster, 1996)

El método de las dovelas considera el criterio de falla de Mohr-Coulomb, asume un factor de seguridad,  $FS$ , igual para toda la masa de suelo. El  $FS$  para el equilibrio de fuerzas,  $FS_f$ , se define en la Ecuación (2.2) y el  $FS$  para el equilibrio de momentos,  $FS_m$ , en la Ecuación (2.3) se calculan a partir de un proceso iterativo:

$$FS_f = \frac{\sum (c'l \cos \beta + (N - \mu l) \tan \phi' \cos \beta)}{\sum N \sen \beta + \sum c_s W} \quad (2.2)$$



$$FS_m = \frac{\sum (c'lR + (N - \mu l)R \tan \phi')}{\sum W_x + \sum Nf + \sum c_s W e} \quad (2.3)$$

donde  $c'$  es la cohesión efectiva,  $\beta'$  es el ángulo entre la tangente al centro en la base de cada dovela y la horizontal,  $\mu$  presión de poro,  $\phi'$  es el ángulo fricción interna efectivo,  $c_s$  es el coeficiente pseudoestático (medido como fracción de la aceleración debido a la gravedad,  $g$ ),  $W$  es el peso total de una dovela de ancho  $b$  y altura  $h$ ,  $l$  es la longitud de la base de la dovela,  $R$  es el radio para una superficie circular de deslizamiento o el brazo del momento asociado a la fuerza de corte movilizada para cualquier forma de la superficie de falla,  $f$  es la distancia perpendicular a la fuerza normal con el centro de rotación,  $x$  es la distancia horizontal de la línea central de cada dovela al centro de rotación,  $e$  es la distancia vertical desde el centroide de cada dovela al centro de rotación y  $N$  es la fuerza normal total en la base de la dovela según se define en la siguiente ecuación:

$$N = \frac{W + (X_R - X_L) - \frac{c'l \operatorname{sen} \beta' + \mu l \operatorname{sen} \beta' \tan \beta' \phi'}{FS}}{\cos \beta' + \frac{\operatorname{sen} \beta' \tan \phi'}{FS}} \quad (2.4)$$

donde las  $X$  son las fuerzas verticales de corte entre cada dovela ( $X_L$  y  $X_R$  definen la cara izquierda y derecha de las dovelas, respectivamente).

Al relacionar las Ecuaciones (2.2) y (2.3) es necesario hacer algunas hipótesis sobre las fuerzas actuantes entre las dovelas. Morgenstern y Price (1965) propusieron la relación presentada en la siguiente ecuación:

$$X = E \lambda f(x) \quad (2.5)$$

en la cual el ángulo entre las fuerzas normales y de corte varía según una función arbitrariamente especificada,  $f(x)$ , en este caso definida por la mitad de



una función seno restringida entre 0.5 y 1, y un factor  $\lambda$  que se obtiene con un segundo proceso iterativo.  $E$  corresponde a las fuerzas normales horizontales entre cada dovela, las cuales se calculan con un proceso de integración según la ecuación que se presenta a continuación.

$$E_R = E_L + \frac{(c'l - \mu l \tan \phi') \cos \beta'}{F} + N \left( \frac{\tan \phi' \cos \beta'}{F} - \text{sen } \beta' \right) - c_s W \quad (2.6)$$

### 2.2.2 Análisis unidimensional de propagación de ondas

Generalmente se realiza un análisis de respuesta de sitio cuando es de interés la caracterización del comportamiento de un depósito de suelo, Este análisis consiste en resolver la ecuación de movimiento, dada una excitación sísmica.

Una aproximación adecuada de dicha respuesta, se logra modelando el comportamiento no lineal del suelo, así como la propagación tridimensional de la onda. Sin embargo, el problema generalmente se simplifica considerando un caso unidimensional tomando en cuenta solamente uno de los componentes del sismo y asumiendo que las ondas  $SH$  se propagan normales al campo libre (ej. verticalmente para las condiciones de depósitos horizontales).

A continuación se presenta el análisis de la respuesta en campo libre de un suelo estratificado, con amortiguamiento, sobre una roca elástica. Se considera este modelo ya que, dentro de los más sencillos, es el que mejor representa las condiciones reales de un depósito de suelo.

La elasticidad de la roca bajo el perfil de suelo implica que los esfuerzos que viajen hacia abajo y que alcancen la frontera suelo-roca serán reflejados sólo parcialmente, ya que parte de su energía será transmitida a través de la frontera para seguir viajando a través de la roca. Si la roca se extiende a gran



profundidad, la energía elástica de estas ondas será eliminada del depósito de suelo.

Se considera un depósito de suelo de  $n$  estratos horizontales, en el cual el estrato  $n$  es roca, la ecuación de onda es de la forma de la siguiente ecuación:

$$u(z,t) = A \exp(i(\omega t + k^* z)) + B \exp(i(\omega t - k^* z)) \quad (2.7)$$

donde  $A$  y  $B$  son las amplitudes de las ondas que viajan en el sentido  $z+$  y  $z-$ , respectivamente y dependen de las propiedades del depósito,  $\omega$  es la frecuencia del esfuerzo armónico transmitido (la frecuencia de la onda),  $k$  es el número de onda ( $k = \omega/V_s$ ) y  $k^*$  es el número de onda complejo expresado por:

$$k^* = \omega \sqrt{\rho/G^*} = \omega \sqrt{\rho/(G + i\omega\eta)} \quad (2.8)$$

La viscosidad  $\eta$  puede relacionarse con el amortiguamiento  $\xi$  por medio de la expresión:

$$\eta = \frac{2G}{\omega} \xi \quad (2.9)$$

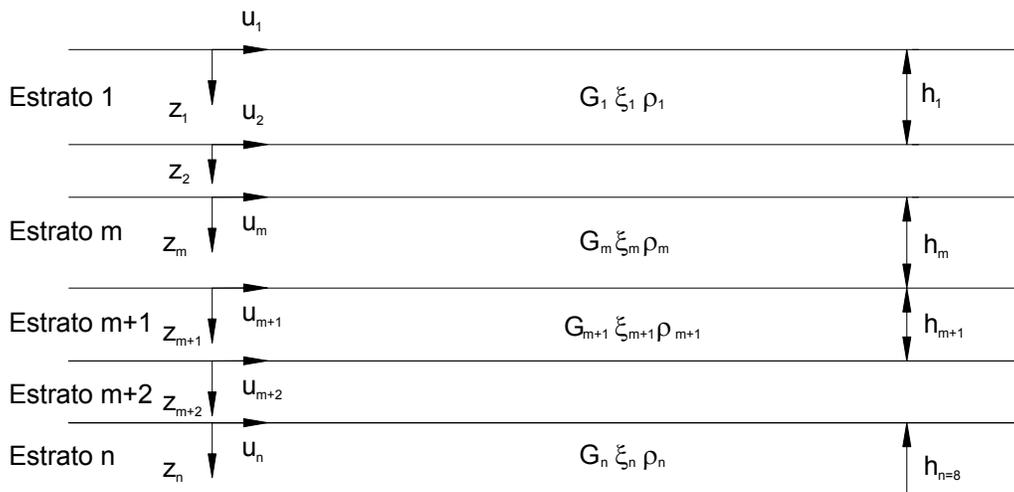


Figura 2.8. Depósito de suelo estratificado sobre roca elástica (Kramer, 1996)



El esfuerzo cortante está dado por:

$$\tau(z,t) = G^* \frac{\partial u}{\partial z} = (G + i\omega\eta) \frac{\partial u}{\partial z} = G(1 + 2i\xi) \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.10)$$

donde  $G^*$  es el módulo de rigidez al corte dinámico complejo,  $G^* = G(1 + 2i\xi)$ .

Para solucionar la ecuación de onda se considera un sistema coordinado local,  $Z$ , para cada estrato, los desplazamientos en la parte superior e inferior del estrato  $m$  son:

$$u_m(Z_m = 0, t) = (A_m + B_m) \exp(i\omega t) \quad (2.11)$$

$$u_m(Z_m = h_m, t) = (A_m \exp(ik_m^* h_m) + B_m \exp(-ik_m^* h_m)) \exp(i\omega t) \quad (2.12)$$

Los desplazamientos en las fronteras entre estratos deben ser compatibles. Aplicando la condición de compatibilidad a la frontera entre el estrato  $m$  y el  $m+1$ , resulta:

$$u_m(Z = h_m, t) = u_{m+1}(Z_{m+1} = 0, t) \quad (2.13)$$

$$A_{m+1} + B_{m+1} = A_m \exp(ik_m^* h_m) + B_m \exp(-ik_m^* h_m) \quad (2.14)$$

Los esfuerzos de corte en las fronteras superior e inferior del estrato  $m$  son:

$$\tau_m(Z_m = 0, t) = ik_m^* G_m^* (A_m - B_m) \exp(i\omega t) \quad (2.15)$$

$$\tau_m(Z_m = h_m, t) = ik_m^* G_m^* (A_m \exp(ik_m^* h_m) - B_m \exp(-ik_m^* h_m)) \exp(i\omega t) \quad (2.16)$$

Como los esfuerzos deben ser continuos en las fronteras de las capas

$$\tau_m(Z_m = h_m, t) = \tau_{m+1}(Z_{m+1} = 0, t) \quad (2.17)$$

$$A_{m+1} - B_{m+1} = \frac{k_m^* G_m^*}{k_{m+1}^* G_{m+1}^*} (A_m \exp(ik_m^* h_m) - B_m \exp(-ik_m^* h_m)) \quad (2.18)$$



Sumando las Ecuaciones (2.14) y (2.18), y sustrayendo (2.17) de (2.14), se obtienen las fórmulas de recurrencia:

$$A_{m+1} = \frac{1}{2} A_m (1 - \alpha_m^*) \exp(ik_m^* h_m) + \frac{1}{2} B_m (1 - \alpha_m^*) \exp(-ik_m^* h_m) \quad (2.19)$$

$$B_{m+1} = \frac{1}{2} A_m (1 - \alpha_m^*) \exp(ik_m^* h_m) + \frac{1}{2} B_m (1 - \alpha_m^*) \exp(-ik_m^* h_m) \quad (2.20)$$

donde  $\alpha_m^*$  es la relación compleja de impedancia en la frontera entre los estratos  $m$  y  $m+1$  y es igual a:

$$\alpha_m^* = \frac{k_m^* G_m^*}{k_{m+1}^* G_{m+1}^*} = \frac{\rho_m (V_s^*)_m}{\rho_{m+1} (V_s^*)_{m+1}} \quad (2.21)$$

En la superficie del terreno el esfuerzo cortante debe ser cero, lo que requiere que en la Ecuación (2.15)  $A_1 = B_1$ . Si se aplican las fórmulas de recurrencia a las capas 1 a  $m$ , las funciones que relacionan las amplitudes del estrato  $m$  con las del estrato 1 se pueden expresar por:

$$A_m = a_m(\omega) A_1 \quad (2.22)$$

$$B_m = b_m(\omega) B_1 \quad (2.23)$$

La función de transferencia, que relaciona la amplitud del desplazamiento en la capa  $i$  con la amplitud de la capa  $j$ , está dada por:

$$F_{ij}(\omega) = \frac{|u_i|}{|u_j|} = \frac{a_i(\omega) + b_i(\omega)}{a_j(\omega) + b_j(\omega)} \quad (2.24)$$

Como  $|\dot{u}| = \omega|u| = \omega^2|u|$  para un movimiento armónico, la Ecuación (2.24) también describe la amplificación de las aceleraciones y velocidades del estrato  $i$  al  $j$ . Esta expresión, indica que el movimiento en una capa dada puede determinarse a partir del movimiento en cualquier otra.



### 2.2.3 Análisis bidimensional de propagación de ondas

Los métodos unidimensionales de análisis de respuesta dinámica del suelo son útiles para suelos estratificados horizontalmente o con una ligera pendiente, con fronteras paralelas. Sin embargo, en muchos problemas que se presentan en la realidad, no es aceptable considerar la propagación de ondas en una sola dimensión, por lo que es necesario llevar a cabo un análisis bidimensional para terrenos en talud o de superficie irregular. Dado que la solución de la ecuación de movimiento para estos casos numéricamente es más complicada generalmente se recurre a métodos como los descritos a continuación.

#### 2.2.3.1 Método del elemento finito

Para el análisis de la respuesta de sitio en dos dimensiones es muy útil la técnica del elemento finito. Éste trata al continuo como un conjunto de elementos discretos cuyas fronteras están definidas por puntos nodales, y supone que la respuesta del continuo puede ser descrita por la combinación de respuestas de los puntos nodales.

El campo de desplazamientos del suelo en cualquier punto dentro del elemento,  $\{v\}^T = \{u \cdot v\}$ , se expresa en términos de los desplazamientos de los puntos nodales  $\{q\}^T = \{u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdot u_4 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot v_4\}$  (en el caso de elementos cuadriláteros), por medio de:

$$\{v\} = [N] \cdot \{q\} \quad (2.25)$$

donde  $[N]$  es la matriz de funciones de forma. La matriz deformación-desplazamiento  $[B]$  permite determinar las deformaciones a partir de los desplazamientos de los puntos nodales, como sigue:

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{q\} \quad (2.26)$$



y la matriz esfuerzo-deformación  $[D]$  relaciona los esfuerzos con las deformaciones:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \quad (2.27)$$

La ecuación de movimiento de un elemento,  $el$ , se puede escribir como:

$$[m]_{el} \{\ddot{q}\} + [c]_{el} \{\dot{q}\} + [k]_{el} \{q\} = \{Q(t)\} \quad (2.28)$$

donde  $\{Q(t)\}$  es el vector de fuerzas en el elemento. Una vez que se obtienen las ecuaciones de movimiento de cada elemento, se combinan de tal forma que se cumpla con la compatibilidad de desplazamientos para obtener la ecuación global de movimiento, como sigue:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P(t)\} \quad (2.29)$$

donde  $[M]$  es la matriz global de masa,  $[C]$  la matriz global de amortiguamiento,  $[K]$  la matriz global de rigidez,  $\{u\}$  es el vector global de desplazamiento de los puntos nodales, y  $\{P(t)\}$  el vector de carga dinámica.

En el caso de que la carga sea inducida por una historia de aceleraciones, la ecuación de movimiento queda en la siguiente forma:

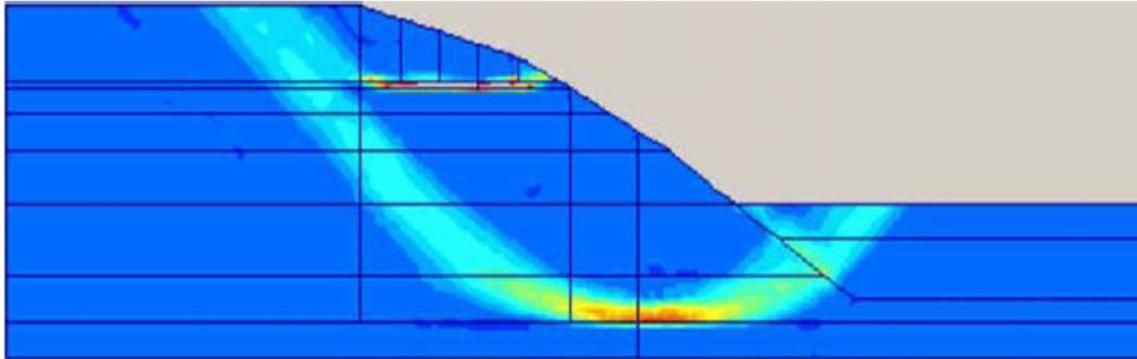
$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M][1]u_g(t) \quad (2.30)$$

donde  $u_g(t)$  es la historia de aceleraciones en la base. Para sistemas lineales esta ecuación puede resolverse por superposición modal, entre otros.

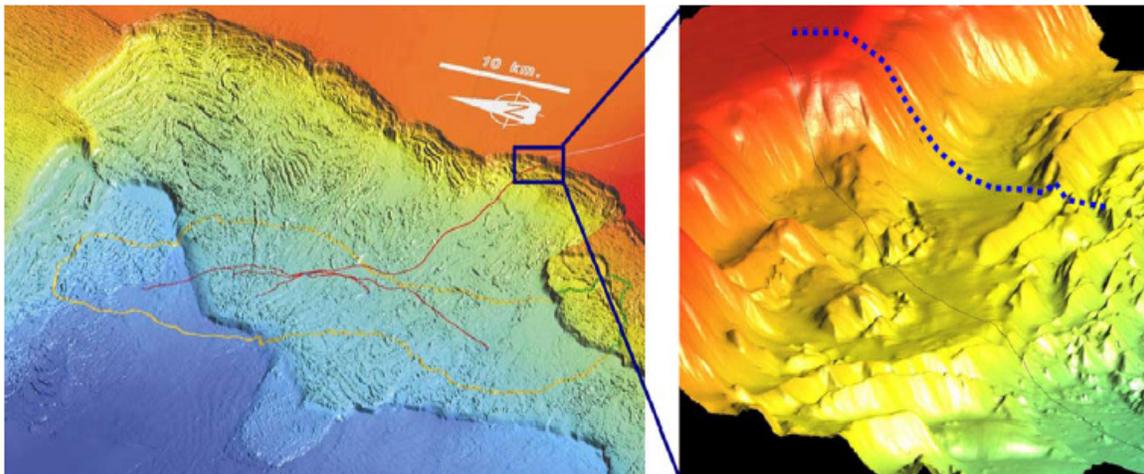
Para realizar este tipo de análisis con mayor facilidad, debido al gran volumen de información que puede llegar a manejarse, se han desarrollado diversos programas de computadora, en la Figura 2.9 se presenta un perfil modelado con elemento finito con el programa de computadora PLAXIS de un talud submarino



ubicado en el área de Ormen Lange, Noruega la cual está afectada por el deslizamiento de Storegga (Figura 2.10).



*Figura 2.9. Modelo de elemento finito del perfil en Ormen Lange del deslizamiento de Storegga (Kvalstad et al., 2005).*



*Figura 2.10. Vista batimétrica del área de Ormen Lange del deslizamiento de Storegga (Kvalstad et al., 2005).*

### 2.2.3.2 Método de diferencias finitas

El método numérico de diferencias finitas al igual que el del elemento finito, permite resolver ecuaciones diferenciales, con la diferencia de que en éste, se substituyen las derivadas por diferencias de cantidades (pendientes). Así en la



Figura 2.11 la pendiente en el punto 1 está dada exactamente por la ecuación siguiente:

$$m_1 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_1 \quad (2.31)$$

La cual puede ser aproximada por la siguiente ecuación:

$$m_1 = \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_1 = \frac{y_2 - y_1}{\Delta x} \quad (2.32)$$

En el problema presentado en la Figura 2.11. En la formulación general de problemas los cuales pueden contener variables en el tiempo y en el espacio se debe considerar:

- Que el tamaño del espaciamiento de la malla determina el número de ecuaciones que deben ser resueltas, y
- El decremento del espaciamiento de la malla seleccionada aumenta la aproximación de la solución obtenida a la exacta. Sin embargo, aumenta el número de ecuaciones y por lo tanto la complejidad del análisis.

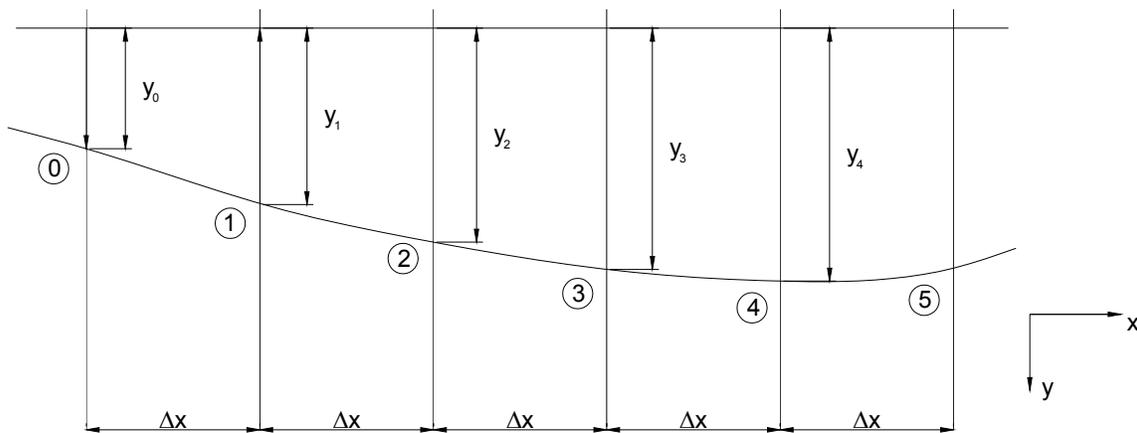


Figura 2.11. Modelo de diferencias finitas (Borg, 1962)



La aproximación para la segunda derivada,  $d^2y/dx^2$  es obtenida de la siguiente forma:

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_1 = \left[ d\left(\frac{dy}{dx}\right)/dx \right]_1 = \left[ \Delta\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)/\Delta x \right]_1 \quad (2.33)$$

$$= \frac{\left(\frac{y_2 - y_1}{\Delta x}\right) - \left(\frac{y_1 - y_0}{\Delta x}\right)}{\Delta x} \quad (2.34)$$

$$= \frac{y_2 - 2y_1 + y_0}{(\Delta x)^2} \quad (2.35)$$

Y en general para los puntos  $(n-1)$ ,  $(n)$  y  $(n+1)$  está dada por:

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_1 = \frac{y_{(n+1)} - 2y_{(n)} + y_{(n-1)}}{(\Delta x)^2} \quad (2.36)$$

Las relaciones anteriores son específicamente para la malla de la Figura 2.11. Sin embargo, la forma por la cual fueron obtenidas corresponde al procedimiento a seguir para un caso cualquiera de ecuaciones diferenciales parciales u ordinarias.

#### 2.2.4 Análisis tridimensional de propagación de ondas

En los problemas en los cuales se requieren tomar en cuenta las heterogeneidades horizontales y ortogonales del terreno o las variaciones en las condiciones de frontera en las tres dimensiones, o en los que la respuesta tridimensional sea de interés, pueden ser utilizados los métodos de análisis del elemento finito y de diferencias finitas.

### 2.3 Modelos constitutivos más comunes

En esta sección se describen algunos de los modelos constitutivos más empleados para considerar el comportamiento del suelo.



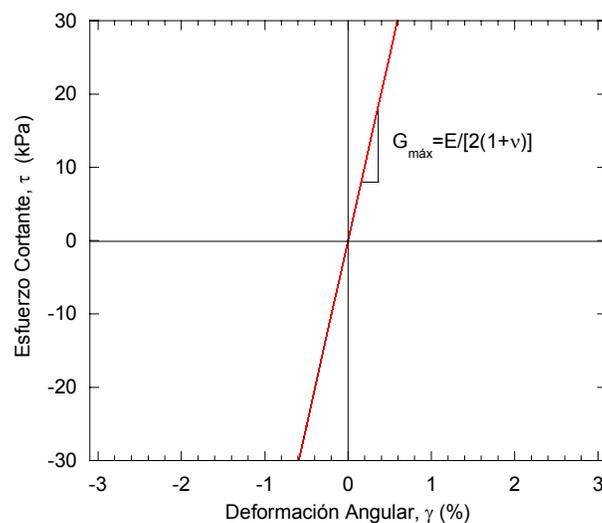
### 2.3.1 Elástico lineal

En general, cuando se resuelve el problema de propagación de ondas en su forma más sencilla se asume que el suelo es un material elástico lineal con propiedades controladas por la velocidad de onda de corte, o la rigidez a pequeñas deformaciones angulares. En este caso, la relación esfuerzo-deformación está dada por:

$$d\tau = G_{m\acute{a}x} \cdot d\gamma \quad (2.37)$$

donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $G_{m\acute{a}x}$  es el módulo de rigidez al corte dinámico máximo y  $d\gamma$  es el incremento de la deformación angular.

Para que la teoría de la elasticidad lineal e isotrópica sea válida, se requiere que las deformaciones sean pequeñas y que los ejes principales de deformación y de esfuerzos coincidan. La Figura 2.12 presenta la curva esfuerzo deformación para el modelo elástico-lineal, en el cual la pendiente de la recta es el módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{m\acute{a}x}$ .



*Figura 2.12. Representación de la relación esfuerzo-deformación para el modelo elástico.*



### 2.3.2 Elastoplástico

Es importante tener en cuenta que los suelos en realidad presentan anisotropía inducida por estados de esfuerzos no hidrostáticos y deformaciones plásticas (no recuperables) para la mayoría de las cargas usuales que se inducen bajo condición de trabajo (Reséndiz, 1970). En la Figura 2.13 se presenta el comportamiento de un modelo del tipo elastoplástico el cual exhibe un comportamiento próximo al elástico lineal hasta que el esfuerzo aplicado alcanza un cierto valor de esfuerzo de fluencia. Una vez alcanzado este valor, se produce un cambio de comportamiento en el cual las deformaciones crecen más rápidamente, mientras que el esfuerzo se mantiene sensiblemente constante, fenómeno llamado fluencia del material. En este régimen elastoplástico, las deformaciones no son recuperables en su totalidad. Posteriormente, se puede producir la ruptura del material. En este modelo se asume que el suelo es un material elástico-lineal hasta la falla, con propiedades esfuerzo-deformación controladas por la velocidad de onda de corte,  $V_s$ , o la rigidez a pequeñas deformaciones angulares,  $G_{máx}$ . El comportamiento antes de la falla de la relación esfuerzo-deformación es controlado por la Ecuación (2.37).

Para aplicar este modelo es necesario definir los parámetros  $G_{máx\_s_{ul}}$ ,  $s_{uu}$ ,  $s_{ul}$ ,  $\alpha$  y  $\Omega$ . Donde  $G_{máx\_s_{ul}}$  es la relación entre el módulo de rigidez al corte dinámico máximo y la resistencia al corte no drenada en el sentido de la carga,  $s_{uu}$  y  $s_{ul}$  son la resistencia al corte no drenada en sentido de la deformación angular positiva (i.e., en sentido talud abajo) y negativa (i.e., en sentido talud arriba) respectivamente como se muestra en la Figura 2.14.

$$-s_{ul}(\text{corte negativo}) < \tau < s_{uu}(\text{corte positivo})$$

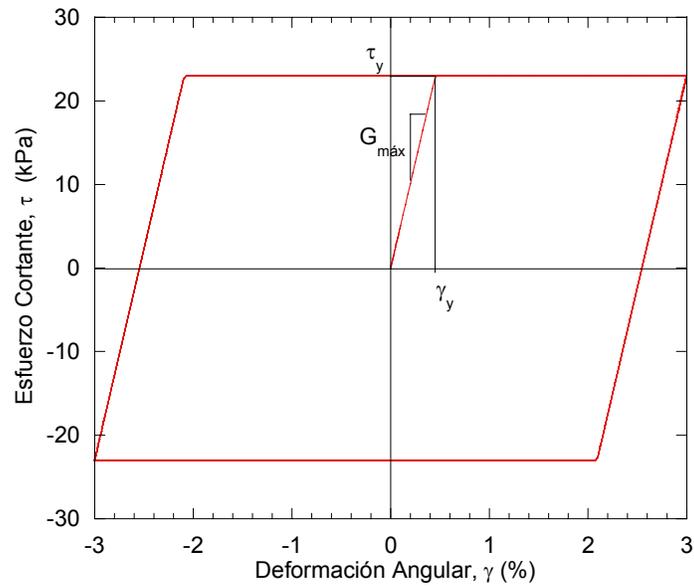


Figura 2.13. Representación del comportamiento esfuerzo-deformación cíclico para el modelo elastoplástico.

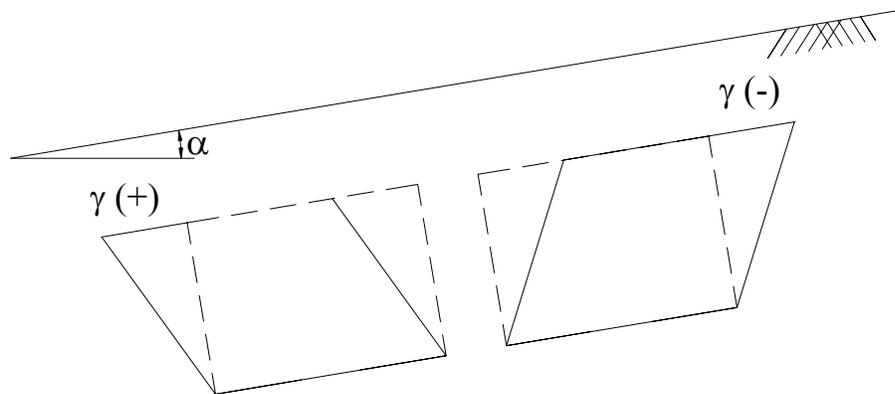


Figura 2.14. Distribución de deformaciones, de acuerdo con la inclinación de talud.

Para terreno horizontal, ambos valores de la resistencia al corte no drenada son iguales pero de sentido contrario, y se presenta una respuesta isotrópica. Para terreno inclinado la respuesta es anisotrópica, donde  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) define la resistencia al corte no drenada en dos direcciones, la cual está dada por:

$$(\tau_1 - \tau_{10})^2 + (\tau_2/\alpha)^2 = \tau_{\max}^2 \tag{2.38}$$



$$\tau_{10} = (s_{ul} - s_{uu})/2; \quad \tau_{m\acute{a}x} = (s_{ul} + s_{uu})/2 \quad (2.39)$$

donde,  $\tau_1$  y  $\tau_2$  son los esfuerzos de corte en el sentido del talud y perpendicular al talud respectivamente, y  $\Omega$  es un parámetro que controla la redistribución de esfuerzos de corte en dos direcciones durante la fluencia plástica.

En el modelo elastoplástico las deformaciones son, al menos en parte, permanentes y se debe considerar que los esfuerzos no pueden aumentar de manera indefinida sin que el material llegue a un estado límite y se produzca la ruptura u otros cambios de comportamiento, por lo que es razonable plantear otros tipos de ecuaciones constitutivas, que involucren la plasticidad y que además permitan determinar de forma directa los estados últimos y de ruptura, modelar deformaciones no recuperables, cambios de comportamiento y materiales frágiles o reblandecibles.

### 2.3.3 Hiperbólico

Uno de los modelos no lineales más simples, es el modelo hiperbólico, en el que el comportamiento del suelo es definido por  $G_{\max\_s_{ul}}$ , que es la relación entre el módulo de rigidez al corte dinámico máximo y la resistencia al corte no drenada en el sentido de la carga. Con estos dos parámetros, una relación hiperbólica define la curva de esfuerzo-deformación del suelo para los ciclos de carga y descarga, empleando el procedimiento propuesto por Pyke (1979). Este procedimiento se basa en la hipótesis de que el elemento de suelo sólo es afectado por el último punto de inversión de carga, esto es, se tiene en cuenta la historia previa de esfuerzos y el hecho de que va a fallar si se somete a grades deformaciones angulares en un sentido. Este procedimiento usa una representación sencilla de la curva esfuerzo-deformación y la escala entre el último punto de inversión y el valor de falla (Figura 2.15). La relación esfuerzo-deformación completa se define por:



$$\tau - \tau_c = G_{\max} \cdot \frac{(\gamma - \gamma_{rev})}{(1 + (\gamma - \gamma_{rev}) / (C \gamma_{ref}))} \quad (2.40)$$

donde  $\tau_{rev}$ ,  $\gamma_{rev}$  son los valores del esfuerzo cortante y la deformación angular en la inversión de carga respectivamente,  $C$  es un parámetro que depende de las deformaciones angulares de referencia,  $\gamma_{ref\_l}$  y  $\gamma_{ref\_u}$ , en porcentaje, para el modelo hiperbólico en el sentido de carga y descarga, y está dado por:

$$C = 1 - \tau_{rev} / s_u^+; \gamma_{ref} = \gamma_{ref\_l} \text{ para } \tau_{rev} > 0 \quad (2.41)$$

$$C = 1 - \tau_{rev} / s_u^-; \gamma_{ref} = \gamma_{ref\_u} \text{ para } \tau_{rev} < 0 \quad (2.42)$$

$$\text{Si } \gamma_{ref\_l} = 0 \text{ entonces } \gamma_{ref\_l} = s_u^+ / G_{\max}$$

$$\text{Si } \gamma_{ref\_u} = 0 \text{ entonces } \gamma_{ref\_u} = s_u^- / G_{\max}$$

Para condiciones de terreno horizontal, los valores de  $s_u^-$  y los  $s_u^+$  son iguales y el modelo se reduce a un modelo hiperbólico isotrópico.

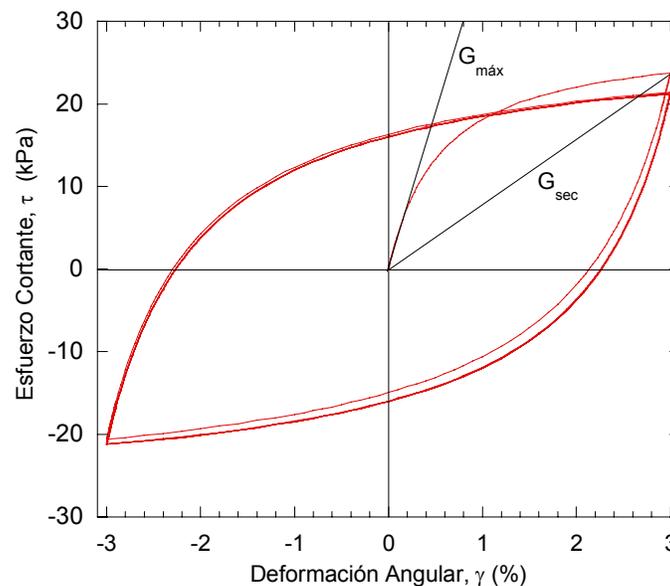


Figura 2.15. Representación del comportamiento esfuerzo-deformación para el modelo hiperbólico.



El modelo hiperbólico obedece las reglas para carga cíclica propuestas por Masing (1926), y tiene la desventaja de predecir de manera incorrecta una alta disipación de energía para ciclos con deformaciones angulares grandes.

#### 2.3.4 Iwan

Iwan (1966) propuso un modelo multilíneal que implica una secuencia de elementos de Jenkins, los cuales son unidades elastoplásticas ideales, que a su vez están compuestas de un resorte elástico lineal y un deslizador friccional o elemento de Coulomb (Figura 2.16) que se desplaza cuando la fuerza en el resorte alcanza la resistencia crítica. Se puede representar aproximadamente la relación esfuerzo-deformación con un ajuste apropiado de los parámetros y eligiendo un número conveniente de elementos de Jenkins. Inicialmente, todos los elementos de Coulomb se encuentran en reposo. A medida que se le aplica fuerza al modelo, los resortes lineales se desplazan y algunos elementos friccionantes comienzan a moverse al aplicarse una fuerza crítica de deslizamiento relativamente baja, causando una disminución en la rigidez del sistema, introduciendo disipación de energía en las interfaces friccionantes. Esto corresponde a microdesplazamientos. Cuando se incrementa la fuerza, los deslizadores adicionales se desplazan, disminuyendo la rigidez y aumentando el amortiguamiento aún más. Eventualmente, si se aplica una "fuerza última"  $f_y$ , todos los elementos friccionantes o de Coulomb se deslizarán, en este momento inician los macro desplazamientos llegando al punto donde la rigidez del sistema llega a ser cero, lo cual contradice las observaciones experimentales, (Gaul y Bohlen, 1987).

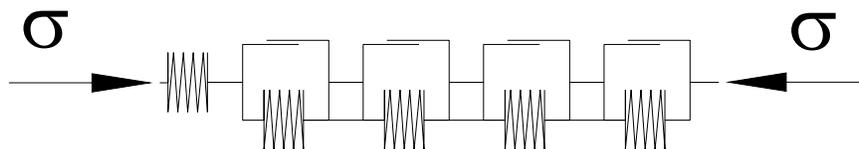


Figura 2.16. Modelo Reológico de Iwan



Este modelo requiere de ocho parámetros ( $G_{m\acute{a}x\_s_{ul}}$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $G_2/G_{m\acute{a}x}$ ,  $G_3/G_{m\acute{a}x}$ ,  $G_4/G_{m\acute{a}x}$ , y  $s_{ul}$ ) donde  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  y  $\tau_3$  son los esfuerzos de corte y  $G_2$ ,  $G_3$ ,  $G_4$  son los m\u00f3dulos de rigidez al corte que describen la curva de primer carga o tambi\u00e9n llamada curva esqueleto como se muestra en la Figura 2.17.

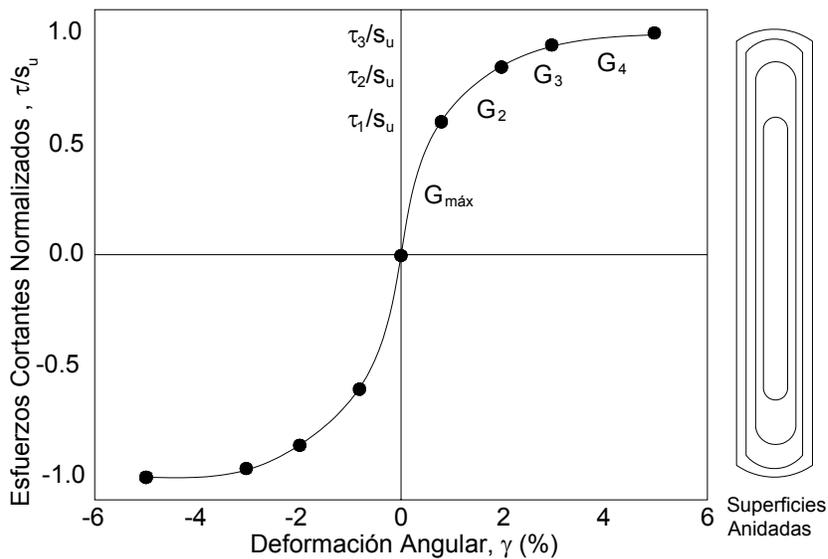


Figura 2.17. Representaci\u00f3n de la curva esqueleto para el Modelo de Iwan (Pestana y Nadim, 2000).

### 2.3.5 Corte simple directo

El modelo de corte simple, DSS (Pestana y Biscontin 2000) es una ley constitutiva desarrollada para simular el comportamiento de arcillas normalmente consolidadas sometidas a carga c\u00edclica, formulada en t\u00e9rminos de esfuerzos efectivos. Adicionalmente, es capaz de simular el primer ciclo de carga, capturar deformaciones pl\u00e1sticas, la evoluci\u00f3n de la presi\u00f3n de poro durante la carga c\u00edclica, transitoria y establecida. La formulaci\u00f3n asume un estado idealizado de esfuerzos similares a los que prevalecen en una prueba de corte directo simple (DSS), de esta forma, s\u00f3lo se considera un esfuerzo normal  $\sigma_n$  y dos esfuerzos de corte ortogonales  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{yz}$  (Figura 2.18).

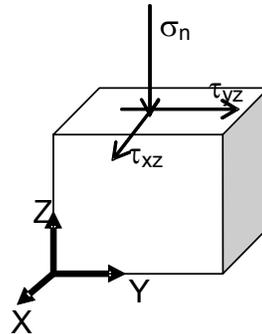


Figura 2.18. Estado de esfuerzos idealizado asumidos en el modelo plástico simplificado.

El modelo requiere siete parámetros de entrada, de los cuales cinco definen la respuesta monótonica y dos la respuesta cíclica. Dichos parámetros se pueden obtener a través de estudios paramétricos y resultados de pruebas de corte directo simple monótonico y cíclico multidireccional (DSS).

#### 2.3.5.1 Modelado de la respuesta monótonica

La trayectoria de esfuerzos efectivos durante el ensayo de corte simple directo monótonico para estados normalmente consolidados se describe por una “superficie de estado plástico” definida en el espacio de esfuerzos efectivos normal y de corte ( $\sigma_n, \tau$ ):

$$\tau^2 = \sigma_n^2 \tan^2 \psi \left( \frac{1 - (\sigma_n / \sigma_p)^m}{1 - \beta^m} \right) \text{ para } (\sigma_n / \sigma_p) > \beta, \psi > 0, m \geq -2, \beta > 0 \quad (2.43)$$

donde  $\psi$  es el ángulo de oblicuidad a grandes deformaciones, el cual define la envolvente de falla de esfuerzos efectivos y es igual a  $\tan^{-1}(\tau / \sigma'_v)$  en una prueba de corte simple,  $\beta$  es la relación de falla y corresponde a la relación del esfuerzo efectivo normal y el esfuerzo normal máximo,  $\sigma_p$  y  $m$  es un parámetro del material el cual define la esbeltez o la forma de la “superficie de estado plástico”. Para valores de  $m$  pequeños la superficie forma un elipsoide, mientras que para



valores altos la forma se aproxima a una superficie triangular. La resistencia al corte no drenada,  $s_{u0}$ , se determina según la siguiente ecuación:

$$\frac{s_{u0}}{\sigma_p} = A \tan \psi \left( \frac{2}{2+m} \right)^{1/m} \quad \text{donde } A = \left( \frac{1}{(2/m+1)(1-\beta^m)} \right)^{1/2} \leq 1 \quad (2.44)$$

La sensibilidad del suelo,  $S_t$ , se define como la relación de la resistencia al corte no drenada y el esfuerzo cortante a grandes deformaciones (i.e.  $\tau$  para  $\sigma_n/\sigma_p = \beta$ ) y está dada por la siguiente ecuación:

$$S_t = \frac{s_{u0}}{\beta \sigma_p \tan \psi} \quad (2.45)$$

Por simplicidad, el modelo describe la relación esfuerzo-deformación en términos de la variación de la relación de esfuerzos,  $\eta_t$ , en función de las deformaciones angulares y descomponiendo la deformación del material en una componente elástica y una plástica, como sigue:

$$\frac{\partial \eta_t}{\partial \gamma} = \left( \frac{1}{[\partial \eta_t / \partial \gamma]^e} \right) + \left( \frac{1}{[\partial \eta_t / \partial \gamma]^p} \right)^{-1} \quad (2.46)$$

donde  $\eta_t = \tau/\sigma_n$  es la relación del esfuerzo cortante,  $\tau$ , entre el esfuerzo efectivo normal actuando en el plano de falla,  $\sigma'_n$ . En la formulación propuesta, la componente elástica está dada por:

$$\left( \frac{\partial \eta_t}{\partial \gamma} \right)^e = G_n \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_n} \right)^{1-b} \quad \text{donde } G_n = \frac{G_{\text{máxNC}}}{\sigma_p} \quad (2.47)$$

El parámetro  $G_{\text{máx}}$  es el módulo de rigidez al corte dinámico máximo del suelo a bajas deformaciones, calculado a partir de mediciones de velocidad de onda de corte, mientras que  $b$  es una constante que describe la variación exponencial de



$G_{m\acute{a}x}$  en funci3n del esfuerzo normal efectivo,  $\sigma_n$ , en una prueba de corte directo simple es el esfuerzo de consolidaci3n.  $\sigma_p$  es el esfuerzo normal m\acute{a}ximo o el esfuerzo m\acute{a}ximo a que ha estado sujeto el suelo (esfuerzo de preconsolidaci3n).  $G_n$  es la relaci3n entre el m3dulo de rigidez al corte din\`amico m\acute{a}ximo para un estado normalmente consolidado,  $G_{m\acute{a}xNC}$ , y el valor del esfuerzo de preconsolidaci3n. La componente pl\`astica del modelo est\`a dada por:

$$\left(\frac{\partial \eta_t}{\partial \gamma}\right)^p = G_p \frac{(\tan \psi - \text{sign}(\eta_{tc} \dot{\gamma}) \eta_{tc})}{(\eta_t - \eta_{tc})} (\tan \psi - \text{sign}(\eta_t \dot{\gamma}) \eta_t) \quad (2.48)$$

$$\text{sign}(\eta_{tc} \dot{\gamma}) = \{1 \text{ si } \eta_{tc} \dot{\gamma} > 0; 0 \text{ si } \eta_{tc} \dot{\gamma} = 0; -1 \text{ si } \eta_{tc} \dot{\gamma} < 0\} \quad (2.49)$$

donde  $G_p$  describe la curva de primer carga o esqueleto para espec\`imenes normalmente consolidados, su incremento hace que el comportamiento obtenido por el modelo, sea el de un material r\`igido y la deformaci3n a la falla decrece,  $\eta_{tc}$  es la relaci3n del esfuerzo de consolidaci3n ( $\eta_{tc} = \tau_c / \sigma_p$ ) y  $\dot{\gamma}$  es la tasa de deformaci3n angular que define el sentido de la carga. Despreciando la componente el\`astica, se obtiene una expresi3n anal\`itica, aproximada pero simple para condiciones de corte simple unidireccional:

$$G_p \gamma = \ln \frac{(\tan \psi - \eta_t)}{(\eta_{tc} - \eta_t)} - \left( \frac{\tan \psi - \eta_{tc}}{\tan \psi - \eta_t} \right) \quad (2.50)$$

### 2.3.5.2 Modelado de la respuesta c\`iclica

Uno de los objetivos al modelar el comportamiento c\`iclico de una arcilla es predecir la acumulaci3n de las deformaciones pl\`sticas y el exceso de presi3n de poro inducido por el esfuerzo cortante a medida que se incrementa el n\`umero de ciclos. El modelo DSS predice una trayectoria de esfuerzos efectivos la cual controla el desarrollo de presi3n de poro durante la carga c\`iclica. En contraste



con las formulaciones tradicionales que emplean la superficie de estado limite, el modelo DSS asume una "superficie de estado de transición" definiendo la trayectoria de esfuerzos efectivos seguida por los especímenes de suelo para casos en los cuales la superficie de estado plástico no se activa, en función de la variación de la deformación. La orientación de la superficie de transición se controla únicamente por la relación de esfuerzo cortante,  $\eta_{irev}$ , y el esfuerzo normal efectivo,  $\sigma_{nrev}$ , para la última inversión de carga. Para condiciones unidireccionales, la inversión de deformación se determina por el cambio en el sentido de la misma. La forma de la superficie de transición es controlada igualmente por el esfuerzo normal efectivo,  $\sigma_{nrev}$ , y la relación de esfuerzo cortante,  $\eta_{irev}$ , en la última inversión de carga y un parámetro del material dependiente de la deformación,  $\theta$  (Pestana y Biscontin, 2000), cuando  $\theta$  aumenta la acumulación del exceso de presión de poro disminuye para un número establecido de ciclos. Para acumulación de presión de poro lenta se emplean valores de  $\theta$  pequeños, por el contrario para acumulación de presión de poro rápida, se debe tener en cuenta para la determinación de este parámetro que las cargas sísmicas corresponden a velocidades de deformación rápidas y por lo tanto su valor será mayor.

$$\eta_t^2 = \frac{\tan^2 \psi}{1 - \beta^m} - \left( \frac{\tan^2 \psi}{1 - \beta^m} + \eta_{irev}^2 - 2\eta_t \eta_{irev} \right) \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_{nrev}} \right)^B \quad \text{para } \eta_t < \tan \psi \quad (2.51)$$

$$B = \theta \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_{nrev}} \right)^2 \quad (2.52)$$

Las Ecuaciones (2.51) y (2.52) son válidas para valores de deformación angular menores que las correspondientes al criterio de falla a grandes deformaciones y controla la generación del exceso de presión de poro positiva. Una vez que la superficie de estado plástico se activa, los esfuerzos de corte en el mismo



sentido causarán una disminución en el exceso de presión de poro (i.e. comportamiento dilatante) con aumentos en los esfuerzos normal y de corte y una disminución de la relación de esfuerzo cortante. El esfuerzo efectivo normal para la superficie de estado plástico activa está dado por la Ecuación (2.53) y para la superficie de estado plástico inactiva por las Ecuaciones (2.54) y (2.55):

$$\sigma_n = \sigma_p \left[ \beta^m + (1 - \beta^m) \frac{(\tan^2 \psi - \eta_t^2)}{\tan^2 \psi + 0.8\eta_{rev}^2 - 1.8\eta_t\eta_{rev}} \right]^{1/m} \quad (2.53)$$

$$\sigma_n = \sigma_{nrev} \left[ \frac{(\tan^2 \psi - \eta_t^2(1 - \beta^m))}{\tan^2 \psi + (\eta_{rev}^2 - 2\eta_t\eta_{rev})(1 - \beta^m)} \right]^{1/B} \quad \text{para } \eta_t < \tan \psi \quad (2.54)$$

$$\sigma_n = \sigma_{nrev} \left[ \frac{\beta^m \tan^2 \psi}{\tan^2 \psi + (\eta_{rev}^2 - 2\eta_t\eta_{rev})(1 - \beta^m)} \right]^{1/B} \quad \text{para } \eta_t \geq \tan \psi \quad (2.55)$$

La generación de presión poro no se describe explícitamente en términos del número de ciclos, sin embargo, es función de la historia previa de la relación esfuerzo-deformación, de la magnitud del esfuerzo cortante cíclico y de la presión de poro actual.

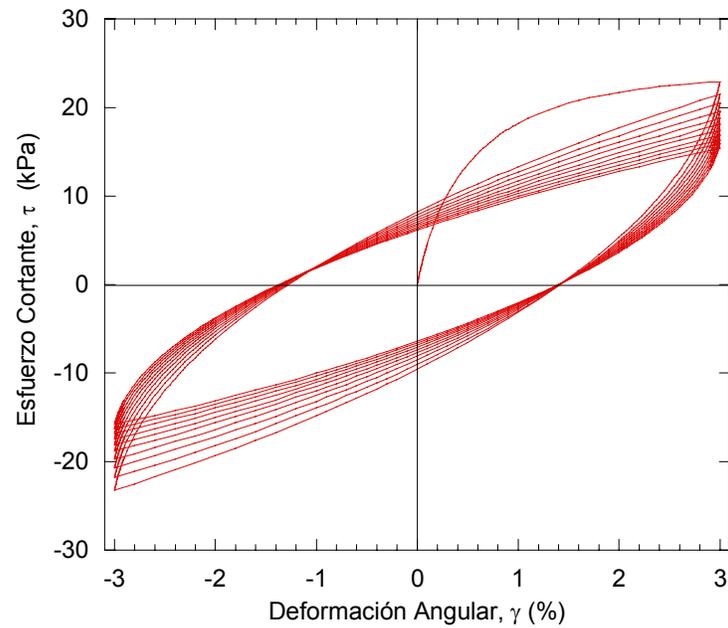
La Ecuación (2.56) presenta la relación esfuerzo-deformación para estados contenidos en la superficie de fluencia:

$$\left( \frac{\partial \eta_t}{\partial \gamma} \right)^p = \lambda \left( 1 - \text{sign}(\eta_t \dot{\gamma}) \frac{\eta_t^2 (1 - \beta^m)}{\tan^2 \psi} \right) \left( \frac{(\tan \psi / \sqrt{1 - \beta^m} - \text{sign}(\eta_{rev} \dot{\gamma}) (\eta_{rev})_{\max})}{(\eta_t - \eta_{rev})} \right) \quad (2.56)$$

donde  $\lambda$  es un parámetro del material que controla la acumulación de deformaciones plásticas en función del número de ciclos. La formulación es similar al criterio de falla propuesto por Pyke (1979) e introduce un parámetro adicional para controlar la magnitud de la deformación plástica residual. El modelo propuesto no sigue las reglas de Masing, sin embargo, se obtienen resultados más satisfactorios para cargas cíclicas y dinámicas irregulares donde



es de interés la deformación plástica residual (Pestana et al., 2000). En la Figura 2.19 se puede observar una curva esfuerzo-deformación cíclica obtenida a partir del modelo DSS.



*Figura 2.19. Representación del comportamiento esfuerzo-deformación cíclico para el modelo DSS.*



### **3 ANÁLISIS CRÍTICO DE MODELOS CONSTITUTIVOS**

En este capítulo se evalúa la capacidad de algunos de los modelos descritos anteriormente, con el fin de comparar y determinar cuál es el más adecuado para reproducir el comportamiento no lineal de una arcilla. Se compararán dichas predicciones con ensayos de laboratorio y se establecen las ventajas y las limitaciones de cada uno.

#### **3.1 Parámetros de entrada**

El análisis crítico de los modelos constitutivos se llevó a cabo con resultados de ensayos de corte simple de una arcilla normalmente consolidada de la bahía de San Francisco (Young Bay Mud), las muestras fueron extraídas de la zona donde se ubica la base de la fuerza aérea de Hamilton, como se muestra en la Figura 3.1. Los resultados de los ensayos de corte simple directo cíclicos y monotónicos empleados fueron publicados por Kammerer (1999) y algunas propiedades del mismo material por Balakrishnan (1998).

##### **3.1.1 Propiedades índice y mecánicas**

En la Tabla 3.1 se presentan las propiedades índice y algunas propiedades mecánicas (Bonaparte y Mitchell, 1979) de la arcilla normalmente consolidada de la bahía de San Francisco.

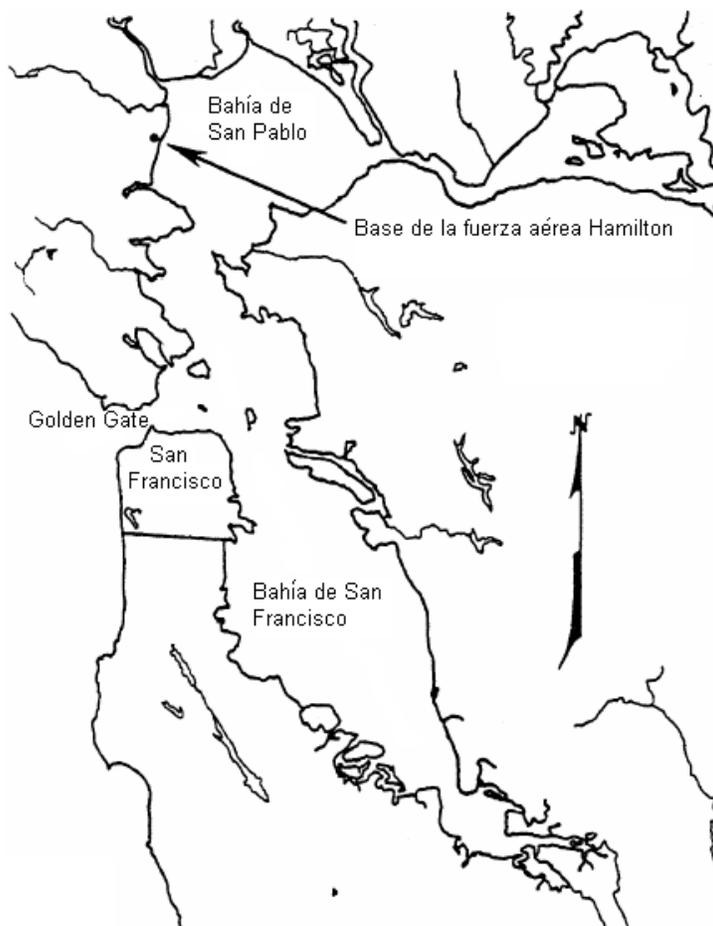


Figura 3.1. Localización del sitio donde se obtuvieron las muestras (Biscontin, 2001).

Tabla 3.1. Propiedades índice y mecánicas de la arcilla normalmente consolidada de la bahía de San Francisco.

Propiedad	Valor
Clasificación SUCS	CH
Límite líquido (%)	99
Límite plástico (%)	40
Índice de plasticidad, $I_p$ (%)	59
Contenido de agua (%)	89.2-99.9
Gravedad específica	2.72
Relación de vacíos, $e$	1.3
Peso volumétrico ( $\text{kN/m}^3$ )	14.3
OCR	1
Índice de compresión, $C_c$	0.9-1.25
Índice de recompresión, $C_r$	0.08-0.15
Coefficiente de consolidación, $c_v$ ( $\text{m}^2/\text{año}$ )	0.5-1



### 3.1.2 Propiedades dinámicas

La velocidad de onda de corte para la arcilla normalmente consolidada de la bahía de San Francisco (YBM) empleada en el análisis está en un intervalo de 150 a 183 m/s y la velocidad de onda de compresión tiene un valor promedio de 1236 m/s (Alba y Faris, 1996).

### 3.2 Resultados de laboratorio

En la Figura 3.2 se presentan las historias de esfuerzos y deformaciones correspondientes a una muestra típica de arcilla de la bahía de San Francisco obtenida a 12.5 m de profundidad, consolidada a 150 kPa y ensayada en corte directo simple cíclico, considerando 25 ciclos de carga, con una amplitud de la deformación angular del 3% como se observa en la Figura 3.3. En la Figura 3.4, se presentan el exceso de presión de poro generada durante el ensaye.

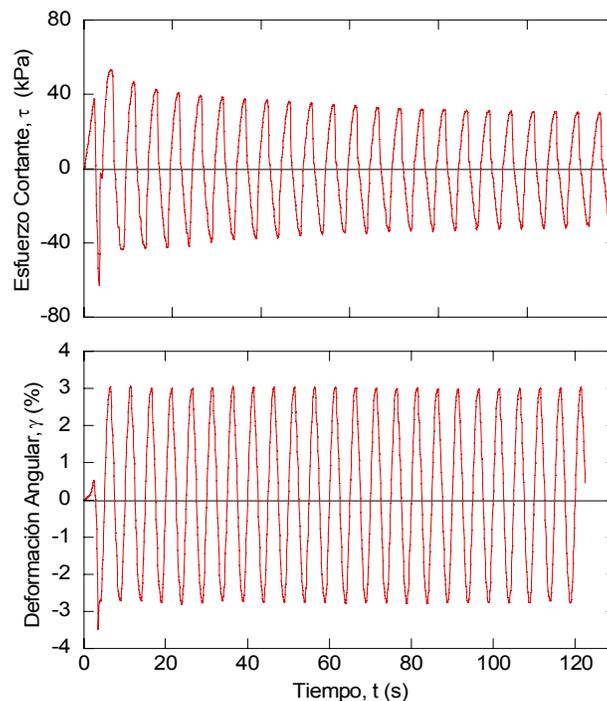


Figura 3.2. Historia de esfuerzos y deformaciones

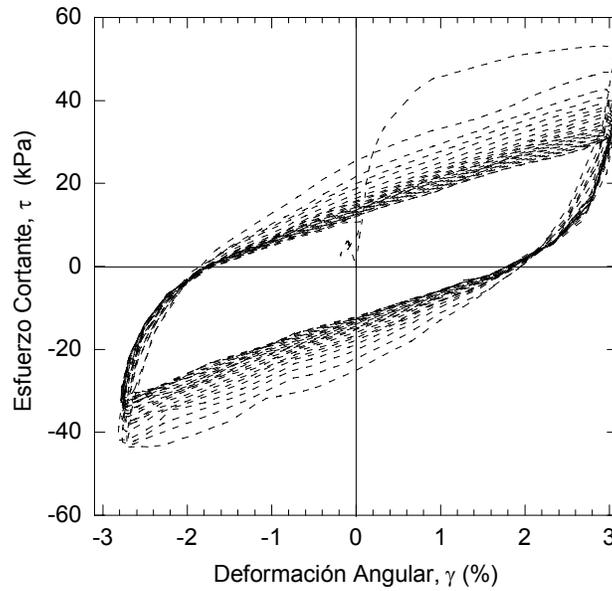


Figura 3.3. Relación esfuerzo-deformación

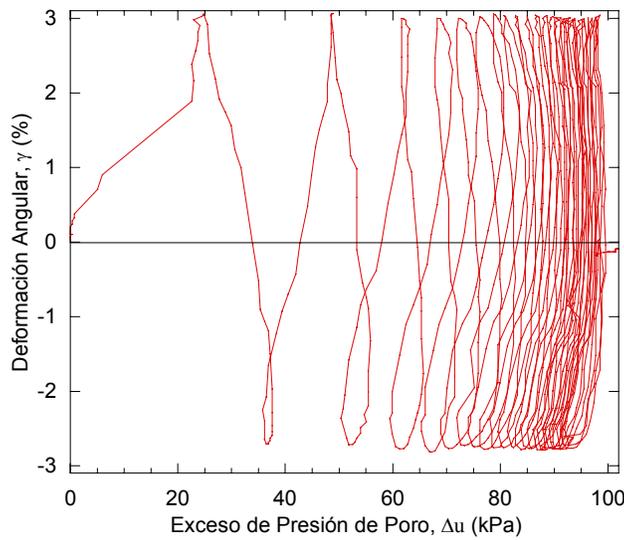


Figura 3.4. Exceso de presión de poro

### 3.3 Predicciones numéricas

Se procedió a evaluar los modelos constitutivos más comúnmente empleados, simulando la respuesta de un suelo sometido a corte bidireccional o unidireccional y suponiendo un estado idealizado de esfuerzos, similares a los



observados en una prueba de corte directo simple cíclico (Direct Simple Shear, DSS). Considerando diferentes modelos constitutivos como el elástico lineal, el elastoplástico, el hiperbólico y el de corte simple directo (DSS).

### 3.3.1 Modelo elástico lineal

Como puede observarse en la Figura 3.6 el modelo lineal presenta una pendiente correspondiente al módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{m\acute{a}x}$  igual a 15199 kPa. Este modelo, es útil para predecir el comportamiento del suelo a bajas deformaciones ( $\gamma \approx 1 \times 10^{-4} \%$ ), ya que para este nivel de deformaciones el comportamiento que exhiben las arcillas plásticas, es aproximadamente elástico, (i.e. rango lineal). Sin embargo, es limitado y no es representativo de las deformaciones a las cuales está sometido un depósito de suelo ante carga sísmica ni permite capturar directamente el amortiguamiento del suelo.

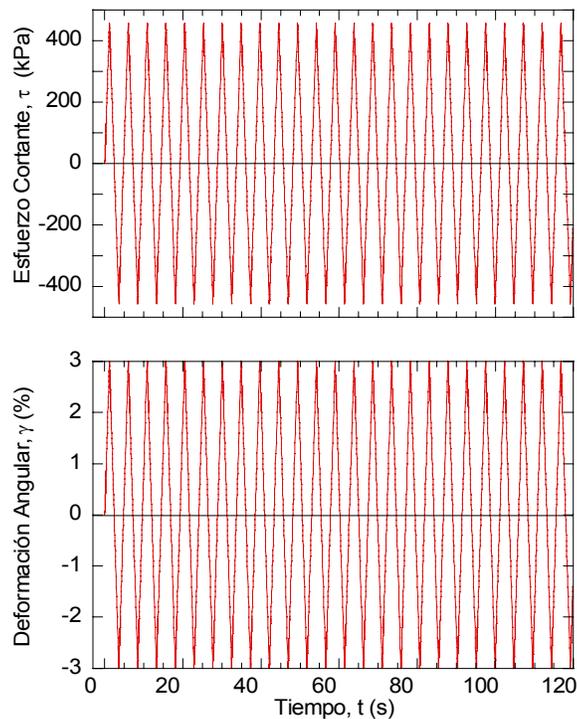


Figura 3.5. Historia de esfuerzos y deformaciones

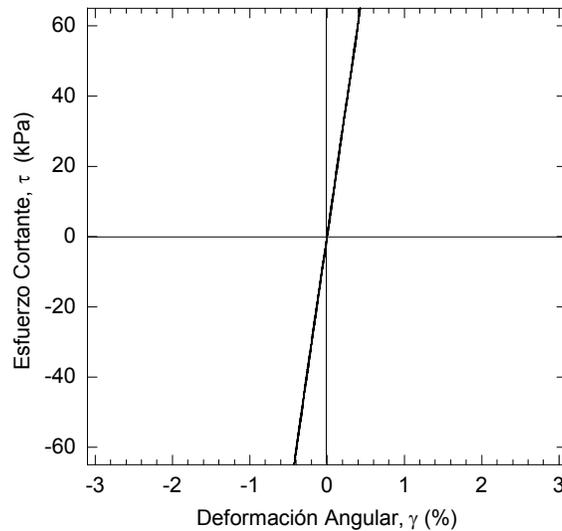


Figura 3.6. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo elástico

### 3.3.2 Modelo elastoplástico

El modelo elastoplástico (Figura 3.8), parte con la misma pendiente que el anterior ( $G_{máx}$ ), hasta que alcanza el esfuerzo de fluencia de 53 kPa, el cual se sostiene hasta alcanzar una deformación del 3% que es la que se estableció como máxima para la prueba a deformación controlada. En la historia de esfuerzos (Figura 3.7) se puede observar que en el momento en el cual se alcanza el esfuerzo de fluencia, dicho esfuerzo se sostiene por aproximadamente 2.7 s, mientras que al mismo tiempo la historia de deformaciones sigue su incremento hasta alcanzar su valor máximo (3%) y posteriormente comienza a decrecer.

Tabla 3.2. Parámetros del modelo elastoplástico anisotrópico

Propiedad	Valor
$G_{máx\_s_{ul}}$	286.08
$s_{uu}$ (kPa)	-53.13
$s_{ul}$ (kPa)	53.13
$\alpha$	1
$\Omega$	0.5

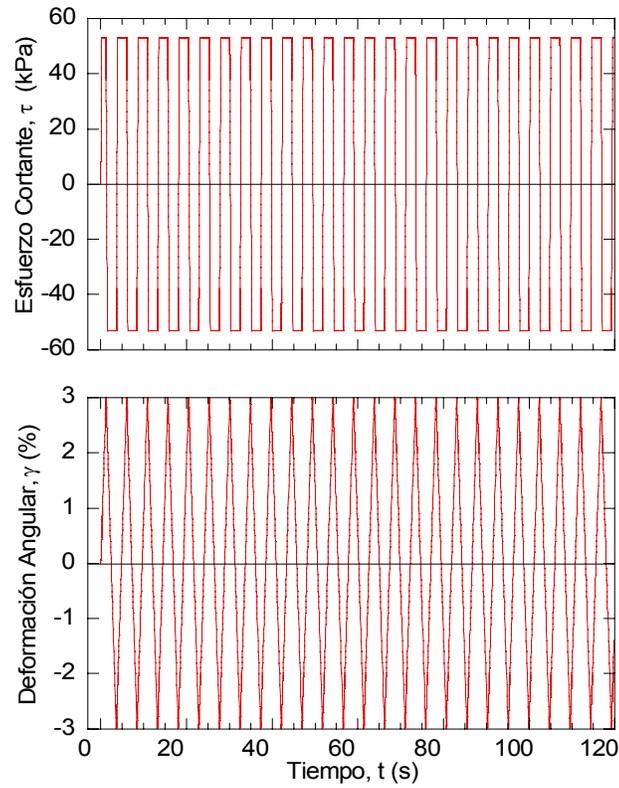


Figura 3.7. Historia de esfuerzos y deformaciones

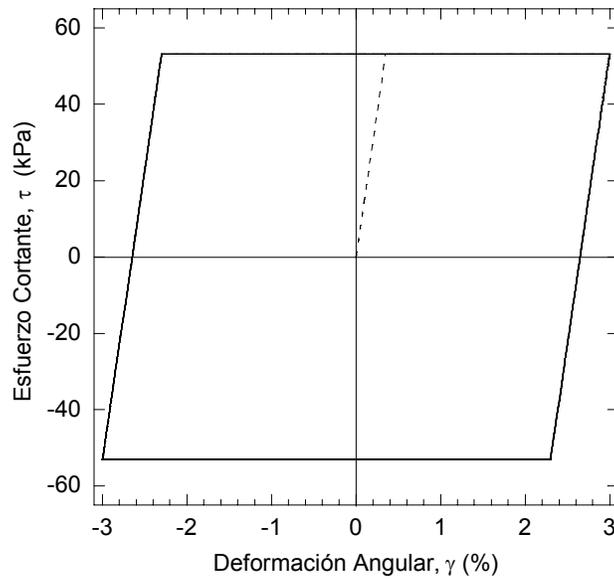


Figura 3.8. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo elastoplástico



### 3.3.3 Modelo hiperbólico

El modelo hiperbólico a diferencia del modelo elastoplástico, no presenta fluencia después de superar la resistencia al esfuerzo cortante, sin embargo, sí presenta deformaciones plásticas como se puede observar en la Figura 3.9. Adicionalmente, como su nombre lo indica, la relación esfuerzo-deformación sigue la forma de una curva hiperbólica (Figura 3.10).

Tabla 3.3. Parámetros del modelo hiperbólico isotrópico

Propiedad	Valor
$G_{máx\_s_{ul}}$	286.08
$s_{uu}$ (kPa)	-53.13
$s_{ul}$ (kPa)	53.13
$\alpha$	1
$\Omega$	0.5
$\gamma_{ref\_l}$	0.2
$\gamma_{ref\_u}$	-0.2

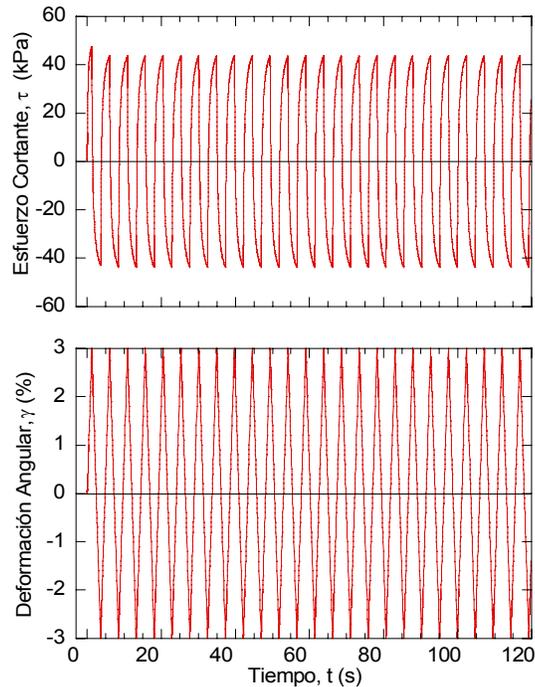


Figura 3.9. Historia de esfuerzos y deformaciones

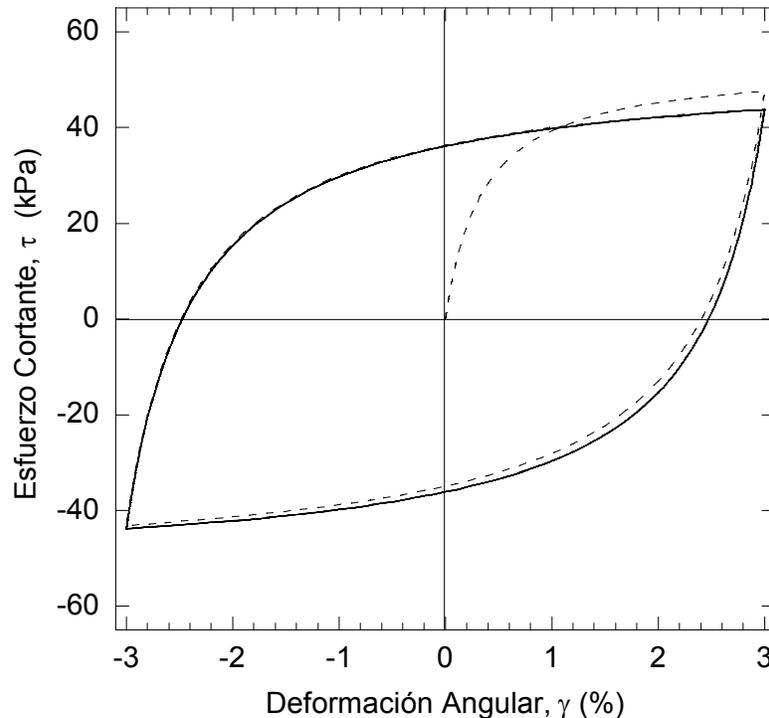


Figura 3.10. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo hiperbólico

### 3.3.4 Modelo de corte simple directo

En la Figura 3.11 se pueden observar las historias de esfuerzos y deformaciones obtenidas con el modelo de corte simple directo o DSS (Pestana et al., 2000). Dado que la simulación del ensaye de corte simple directo se realiza bajo deformación controlada, se puede notar que para un nivel de deformación máxima del 3% se reduce progresivamente el nivel de esfuerzo cortante al que está sometida el espécimen de arcilla normalmente consolidada de la bahía de San Francisco. La curva esfuerzo deformación para este ensaye inicia con un módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{máx}$  y al completar 25 ciclos, el módulo de rigidez al corte secante disminuye notablemente como se nota en la Figura 3.12, en la Figura 3.13 se presenta la correspondiente presión de poro generada por el modelo DSS para la misma prueba.



Tabla 3.4. Parámetros del modelo de corte simple directo, DSS

Propiedad	Valor
$\beta$	0.67
$m$	0.6
$\psi$	28
$G_n$	100
$p$	0.5
$G_p$	75
$\theta$	12
$\lambda$	12

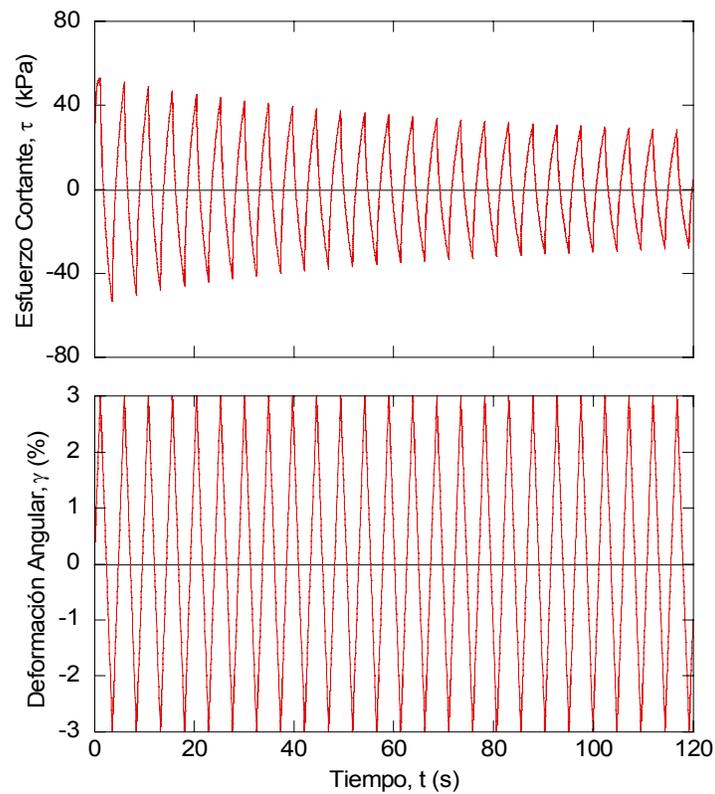


Figura 3.11. Historia de esfuerzos y deformaciones

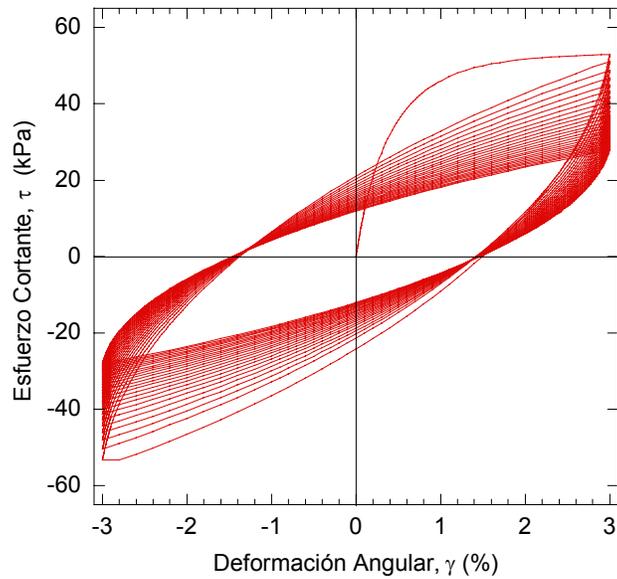


Figura 3.12. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo DSS

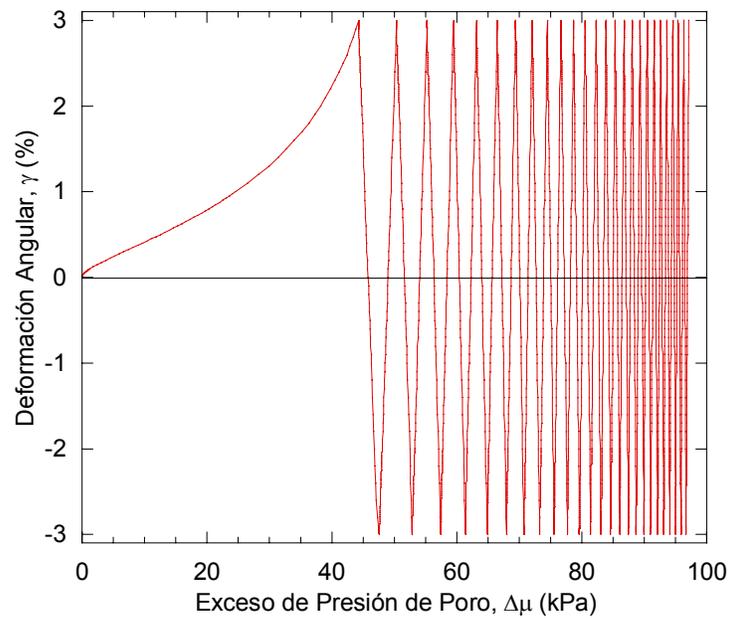


Figura 3.13. Exceso de presión de poro generada por el modelo DSS



### 3.4 Comparación de resultados

Las bondades de cada modelo para representar la relación esfuerzo-deformación se muestran en la Figura 3.14, en donde se comparan con los resultados reales obtenidos en el laboratorio. En la Figura 3.16 se observa el exceso en la presión de poro predicha por el modelo DSS comparado con los resultados del ensaye.

De acuerdo con los resultados presentados y con la comparación entre las curvas esfuerzo-deformación obtenidas a partir de pruebas de corte simple directo realizadas en laboratorio y de los modelos seleccionados para este análisis (Figura 3.14), se concluye que el modelo de corte simple directo (DSS) presenta la predicción más realista del comportamiento cíclico de la arcilla ya que incorpora la no linealidad del suelo (Figura 3.15). Adicionalmente, considera el efecto de la historia de esfuerzos de consolidación, la generación del exceso de presión de poro (Figura 3.16) y la acumulación de deformaciones durante corte cíclico irregular.

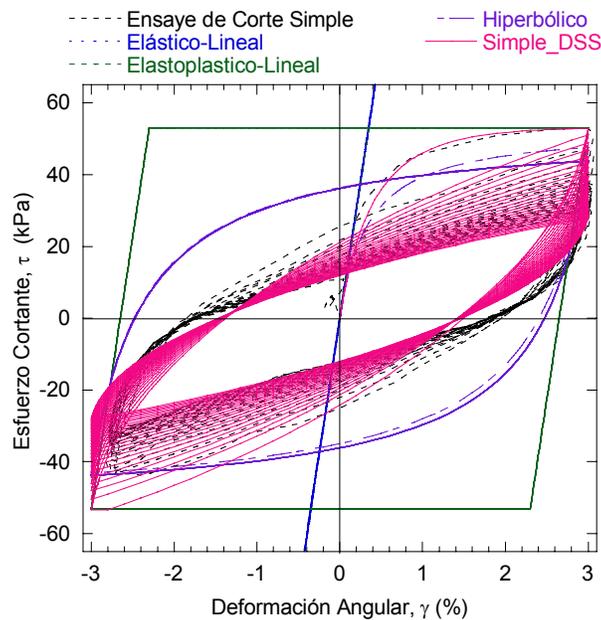




Figura 3.14. Ciclos de histéresis generados para los modelos comparados con el ensaye de corte simple cíclico.

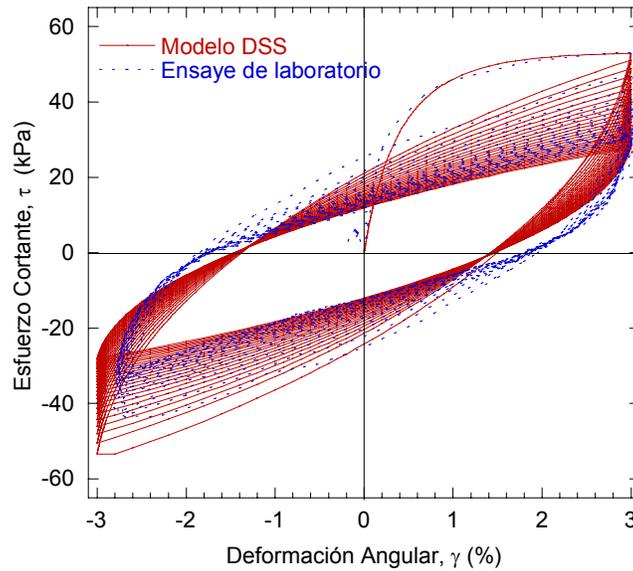


Figura 3.15. Relación esfuerzo deformación generada por el modelo DSS y por el ensaye de corte simple cíclico.

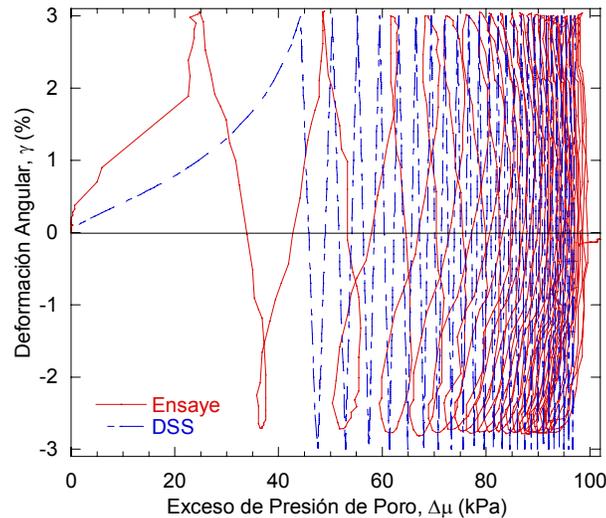


Figura 3.16. Exceso de presión de poro generada por el modelo DSS y por el ensaye de corte simple cíclico.



## 4 MARCO METODOLÓGICO

### 4.1 Descripción de la metodología

Para realizar el análisis de la estabilidad sísmica del talud sumergido se implemento y calibro el programa AMPLE (Pestana y Nadim, 2000) el cual emplea un modelo numérico idealizado del talud sumergido como se muestra en la Figura 4.1. El problema de propagación de ondas lo resuelve considerando ondas SH propagándose verticalmente, en un depósito de suelo arcilloso normalmente a ligeramente preconsolidado, estratificado, subyacente por un depósito competente de mayor rigidez (roca). La excitación se especifica en los depósitos de mayor rigidez (i.e., mayor impedancia dinámica), en donde se supone la base del talud, y directamente en cada una de las masas, aplicando historias de aceleraciones modificadas de acuerdo a una ley de atenuación, para tomar en cuenta de forma aproximada el efecto de ondas arribando horizontalmente al talud, generadas por la inclinación del estrato rígido. La relación esfuerzo-deformación del suelo la define a través del Modelo DSS, (Pestana et al., 2000) el cual supone un estado idealizado de esfuerzos, similares a los observados en una prueba de corte simple directo cíclico. El programa AMPLE (Pestana y Nadim, 2000) permite obtener las presiones de poro antes, durante y después del evento sísmico, satisfaciendo la ecuación de difusión unidimensional considerando condiciones de frontera completamente drenadas en la parte superior del talud y una roca impermeable en su base,



como se muestra en la Figura 4.2. De esta forma se determinan las deformaciones permanentes asociadas a carga cíclica y las asociadas a consolidación a corto, mediano y largo plazo.

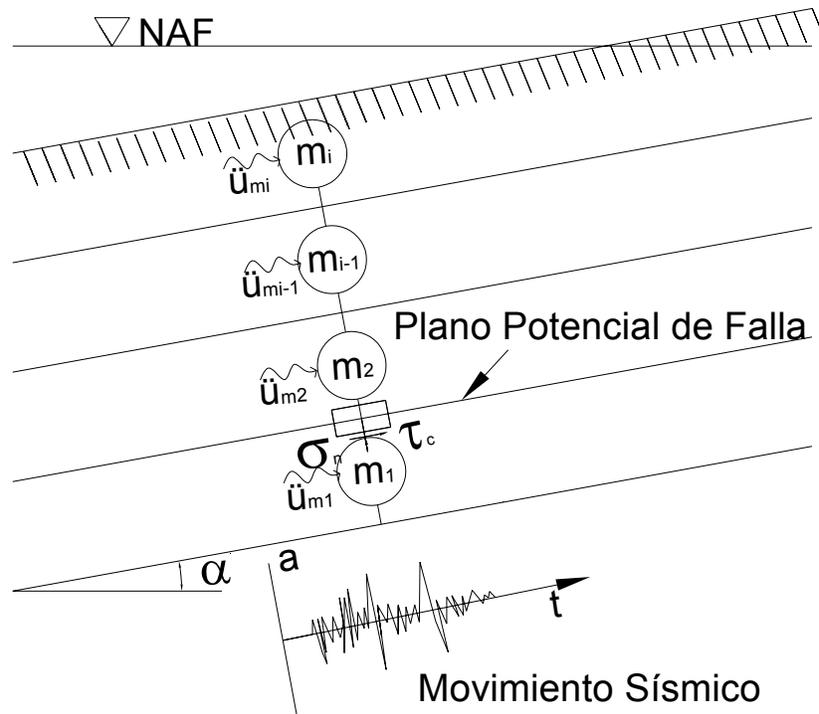


Figura 4.1. Modelo idealizado para el análisis de la respuesta dinámica del talud sumergido (Pestana y Nadim, 2000).

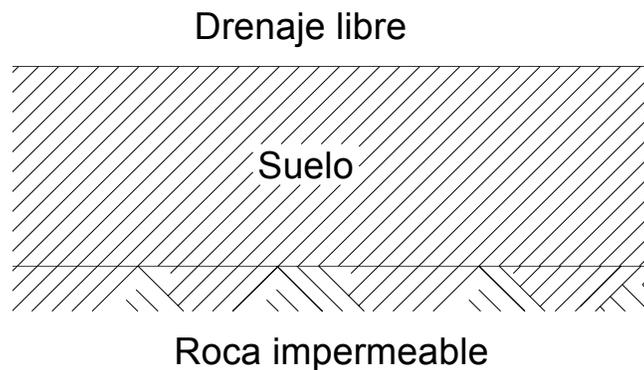


Figura 4.2. Condiciones de frontera para un deposito de suelo, drenado por una sola cara (Pestana y Nadim, 2000).



#### 4.1.1 Ecuación de movimiento

El análisis dinámico del perfil de suelo, cuando se aplica la técnica del elemento finito, requiere resolver la ecuación global de movimiento, expresada comúnmente en forma matricial, como se muestra en la siguiente expresión

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P(t)\} \quad (4.1)$$

donde  $[M]$ ,  $[C]$  y  $[K]$  son las matrices globales de masa, amortiguamiento, y rigidez resultantes del ensamblaje de las matrices individuales de cada elemento. Las matrices globales son simétricas, tridiagonales y de tamaño  $n \times n$ , donde  $n$  es el número de estratos de suelo, y  $\{\ddot{u}\}$ ,  $\{\dot{u}\}$ ,  $\{u\}$  son las aceleraciones, velocidades y desplazamientos nodales relativos,  $\{P(t)\}$  es el vector de carga dinámico que para la excitación en la base en términos de aceleración, puede escribirse como:

$$P(t) = -[M]\{I\}u_g(t) \quad (4.2)$$

donde  $\{I\}$  es el vector identidad (i.e., columna) y  $u_g(t)$  es la historia de aceleraciones de entrada, aplicada en la base del modelo.

#### 4.1.2 Formulación de los elementos

Con base en la formulación del elemento finito unidimensional, y asumiendo una variación lineal del desplazamiento,  $u$ , en cada capa, se obtienen las siguientes relaciones:

$$u = u_j(1 - z_j/h_j) + u_{j-1}(z_j/h_j) \quad (4.3)$$

$$\gamma_j = \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_j = \frac{u_{j+1} - u_j}{h_j} \quad (4.4)$$

$$\tau = f(G_j, \gamma_j) \quad (4.5)$$



donde  $\gamma$ ,  $\tau$  y  $G$  son la deformación angular, el esfuerzo cortante y módulo de rigidez al corte dinámico. En general, la rigidez al corte es función del modelo constitutivo y de la historia del esfuerzo-deformación. Con base en el principio variacional (Bathe y Wilson, 1976), es posible escribir la matriz de masa  $[m]_{el}$  y de rigidez,  $[k]_{el}$  elemental, para el sustrato  $j$ :

$$[m]_{el} = \frac{\rho_j h_j}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$[k]_{el} = \frac{G_j}{h_j} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

donde  $\rho_j$  es la densidad del estrato de suelo  $j$ . La matriz de masa mostrada en la Ecuación (4.6) es denominada como la matriz de masa consistente. Si se usa la formulación de diferencias finitas, se obtiene un sistema similar de ecuaciones, entonces la matriz de masa elemental se describe por:

$$[m]_{el} = \frac{\rho_j h_j}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

la cual es llamada matriz de masa concentrada. La matriz de rigidez elemental es idéntica a la obtenida a partir de la formulación del elemento finito. Con el fin de optimizar la habilidad de los elementos para transmitir altas frecuencias, se emplea la combinación presentada en la Ecuación 4.9 entre la matriz de masa concentrada y la de masa consistente (Romo et al., 1980), ya que la formulación basada en la matriz de masa concentrada tiende a subestimar las frecuencias naturales reales del sistema, y la formulación basada en la matriz de masa consistente tiende a sobrestimarlas.

$$[m]_{el} = F_m ([m]_{el})_{concentrada} + (1 - F_m) ([m]_{el})_{consistente} = \frac{\rho_j h_j}{6} \begin{bmatrix} 2 + F_m & 1 - F_m \\ 1 - F_m & 2 + F_m \end{bmatrix} \quad (4.9)$$



donde  $F_m$  es un factor de masa que varía entre 0 y 1. Un valor de 1 indica que se considera el 100% de la matriz de masa concentrada mientras que un valor de 0 toma el 100% del valor de la matriz de masa consistente. Para valores de  $F_m$  de 0.4 a 0.5 se logra una estimación más aproximada a las frecuencias naturales en la mayoría de los casos prácticos, en el Apéndice 1 se incluye el estudio del efecto del factor de masa en la respuesta de un depósito de suelo. Debe emplearse un valor de 0 si se desea hacer una comparación directa con el método del elemento finito.

Durante la excitación sísmica, la disipación de energía histerética ocurre a través del comportamiento no lineal del suelo. La no linealidad del suelo significa que la matriz de rigidez debe ser actualizada a cada incremento de tiempo. La mayoría de los modelos basados en el comportamiento histerético, predicen un amortiguamiento muy cercano a cero a deformaciones angulares muy pequeñas (i.e.  $\gamma < 10^{-4}\%$ ), lo cual según evidencia experimental, no es real (Pestana y Nadim, 2000). Con el fin de considerar el amortiguamiento del suelo a estas deformaciones pequeñas, se ensambla la matriz de amortiguamiento viscoso para el sistema. La matriz global de amortiguamiento en la ecuación de movimiento se obtiene a través del ensamble de las matrices elementales de amortiguamiento que están basadas en la formulación del amortiguamiento tipo Rayleigh:

$$[c]_{el} = \alpha_{el}[m]_{el} + \beta_{el}[k]_{el} \quad (4.10)$$

donde  $[m]_{el}$ ,  $[c]_{el}$  y  $[k]_{el}$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez para el elemento,  $el$ , y  $\alpha_{el}$  y  $\beta_{el}$  son los coeficientes de proporcionalidad de amortiguamiento de masa y de rigidez (Hudson et al., 1994), respectivamente y se dan por:



$$\alpha_{el} = \frac{2\xi_{el}\omega_1\omega_2}{(\omega_1 + \omega_2)} \quad (4.11)$$

$$\beta_{el} = \frac{2\xi_{el}}{(\omega_1 + \omega_2)} \quad (4.12)$$

donde  $\omega_1$  es la frecuencia natural del sistema y  $\omega_2$  es la segunda frecuencia (i.e.  $\omega_2 = n\omega_1$ ,  $n$ : el entero impar más pequeño para que  $\omega_2$  sea más grande que la frecuencia predominante del sismo). Este planteamiento de las dos frecuencias da como resultado que el sistema este subamortiguado entre  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . Este enfoque es sólo una aproximación al amortiguamiento independiente de la frecuencia, utilizado en soluciones formuladas en el dominio de la frecuencia, el cual no tienen una solución exacta en el dominio del tiempo. La matriz global de amortiguamiento  $[C]$  se ensambla a partir de las matrices elementales de amortiguamiento.

#### 4.1.3 Solución de la ecuación de movimiento

Para un sistema no lineal, la ecuación de movimiento puede ser reescrita para considerar la fuerza no lineal interna:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + \{F(u)\} = P(t) \quad (4.13)$$

donde  $\{F(u)\}$  es la fuerza no lineal interna de los resortes (Pestana y Nadim, 2000). Si se considera la Ecuación (4.13) como una ecuación diferencial ordinaria con coeficientes constantes, es posible emplear diferencias finitas para aproximar las aceleraciones y las velocidades en términos de los desplazamientos. El método de la diferencia central es un procedimiento eficaz en la solución de algunos problemas de este tipo, en el cual se obtienen las aceleraciones y las velocidades para el tiempo,  $t$ , con las siguientes expresiones (Bathe y Wilson, 1976):



$$\ddot{u}_t = \frac{1}{\Delta t^2}(u_{t-\Delta t} - 2u_t + u_{t+\Delta t}) = \frac{1}{\Delta t^2}(\delta u_{t+\Delta t} - \delta u_t) \quad (4.14)$$

$$\dot{u}_t = \frac{1}{2\Delta t}(-u_{t-\Delta t} + u_{t+\Delta t}) = \frac{1}{2\Delta t}(\delta u_{t+\Delta t} + \delta u_t) \quad (4.15)$$

donde  $\ddot{u}_t$ ,  $\dot{u}_t$  y  $u_t$  son la aceleración, la velocidad y el desplazamiento para el tiempo  $t$  respectivamente y  $\delta u_t$  es el incremento de desplazamiento relativo, dado por:

$$\delta u_t = u_t - u_{t-\Delta t} \quad (4.16)$$

Sustituyendo las Ecuaciones (4.14) y (4.15) en la ecuación de movimiento dada por la Ecuación (4.13), las ecuaciones incrementales pueden escribirse como se presenta en la Ecuación (4.17), el procedimiento completo para obtener los desplazamientos relativos por el método de la diferencia central se incluye en el Apéndice 2.

$$\delta u_{t+\Delta t} \left[ [M] \frac{1}{\Delta t^2} + [C] \frac{1}{2\Delta t} \right] = P(t) - \{F(u_t)\} + \delta u_t \left[ [M] \frac{1}{\Delta t^2} + [C] \frac{1}{2\Delta t} \right] \quad (4.17)$$

a partir de la cual se puede obtener el desplazamiento relativo para el siguiente incremento de tiempo,  $\delta u_{t+\Delta t}$  y puede escribirse como:

$$\delta u_{t+\Delta t} [A] = \{b\}_t \quad (4.18)$$

donde la matriz  $[A]$  y el vector que contiene la función de carga  $\{b\}_t$  son:

$$A = \left[ [M] \frac{1}{\Delta t^2} + [C] \frac{1}{2\Delta t} \right] \quad (4.19)$$

$$\{b\}_t = P(t) - \{F(u_t)\} + \delta u_t \left[ [M] \frac{1}{\Delta t^2} + [C] \frac{1}{2\Delta t} \right] \quad (4.20)$$



Con la hipótesis de que la matriz de amortiguamiento sólo depende de la masa y de la rigidez inicial del perfil de suelo, se considera que  $[C]$  es constante a lo largo del análisis. Como resultado, la matriz  $[A]$  es constante y sólo es necesario triangularla una vez. La no linealidad del suelo se considera con la variación de la rigidez, lo cual sólo afecta al vector de carga efectiva  $\{b\}_t$ , a través del vector de fuerza interna  $\{F(u)\}$  que a su vez, es dependiente de los valores del desplazamiento relativo actual (o deformaciones) considerando apropiadamente la deformación pasada y la historia de esfuerzo. El vector  $\{F(u)\}$  contiene las fuerzas puntuales nodales que corresponden al estrato elemental en el tiempo  $t$ . Es importante considerar que la solución de  $\delta u_{t+\Delta t}$  se calcula a partir de la ecuación de movimiento directamente, por lo que este procedimiento es un método de integración explícito.

#### 4.1.4 Análisis de la disipación del exceso de la presión de poro

Los incrementos del exceso de presión de poro producidos durante un evento sísmico se acumulan progresivamente y, al mismo tiempo, estas presiones de poro tienden a disiparse (Ovando, 1996). El análisis de disipación de presión de poro generada durante el sismo después del evento dinámico se realiza empleando nuevamente la técnica del elemento finito, con las suposiciones comúnmente usadas para flujo de agua en medios porosos (Pestana y Nadim, 2000). El problema consiste en encontrar el exceso de presión de poro en campo,  $\mu$ , satisfaciendo la ecuación de difusión unidimensional con las condiciones de frontera adecuadas:

$$\nabla \frac{K}{\gamma_w} \nabla \mu = m_v \frac{\partial \mu}{\partial t} \quad (4.21)$$

donde  $\nabla$  es el operador diferencial laplaciano,  $K$  es la conductividad hidráulica del suelo,  $\gamma_w$  es el peso volumétrico del agua y  $m_v$  es el coeficiente de cambio



volumétrico del suelo, la Ecuación (4.21) se puede escribir en términos del coeficiente de consolidación del suelo,  $c_v$ :

$$\nabla c_v \cdot \nabla u = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (4.22)$$

Puede encontrarse una solución numérica para Ecuación (4.22), la cual usa el método del elemento finito, y abarca la solución aproximada de un sistema de ecuaciones:

$$[A]\{\mu\} + [D]\frac{d\{\mu\}}{dt} = 0 \quad (4.23)$$

donde  $\{\mu\}$  representa el vector de valores nodales para el exceso de presión de poro, y  $[A]$  y  $[D]$  son matrices dadas por:

$$[A] = \sum_{el}^{n_{el}} [A]_{el}; [A]_{el} = \frac{c_{vel}}{\Delta h_{el}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$[D] = \sum_{el}^{n_{el}} [D]_{el}; [D]_{el} = \frac{\Delta h_{el}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

donde  $[A]_{el}$  y  $[D]_{el}$  son matrices elementales,  $n_{el}$  es el número de elementos,  $[c_v]$  es el coeficiente de consolidación. La Ecuación (4.22) representa un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que pueden aproximarse a partir del incremento de tiempo,  $t \rightarrow t + \Delta t$ , como se presenta a continuación:

$$[A]\{\beta\{\mu\}_{t+\Delta t} + \alpha\{\mu\}_t\} \Delta t + [D]\{\{\mu\}_{t+\Delta t} - \{\mu\}_t\} = \{0\} \quad (4.26)$$

donde  $\beta + \alpha = 1$  para consistencia de la aproximación ( $\alpha = \beta = 0.5$ ). El exceso de presión de poro puede obtenerse para un instante  $t + \Delta t$  en función de valores en  $\Delta t$  previos:

$$\{\mu\}_{t+\Delta t} = [AAQ]^{-1}[b] \quad (4.27)$$



$$[AAQ] = \beta \cdot \Delta t [A] + [D] \quad (4.28)$$

$$[b] = ([D] - \alpha \cdot \Delta t [A]) \{ \mu \}_i \quad (4.29)$$

## 4.2 Validación del modelo numérico considerado

Con el fin de validar la metodología usada en la implementación realizada, se programó el método de superposición modal para evaluar la respuesta sísmica de un sistema de  $n$  grados de libertad, donde la ecuación matricial de propagación de ondas se desacopla en  $n$  ecuaciones para  $n$  sistemas de un grado de libertad resolviendo el problema de eigenvalores obteniendo las frecuencias y formas modales, así como los factores de participación de cada uno de los modos de vibrar. Las  $n$  ecuaciones de movimiento resultantes se integran numéricamente en el dominio del tiempo paso a paso con el método implícito de las 8 constantes el cual se describe más adelante, En el Apéndice 3 se incluye el código completo, programado en Fortran, con el análisis de superposición modal y la subrutina de las ocho constantes. Adicionalmente, se comparan las predicciones obtenidas por ambos métodos con SHAKE (Schnabel et al. 1872 e Idriss y Sun, 1992).

### 4.2.1 Método de las ocho constantes

El método de las ocho constantes es un método numérico, el cual interpola el sismo de entrada de forma lineal para un intervalo de tiempo muy corto, igual o menor al  $\Delta t$  del acelerograma, como se muestra en la Figura 4.3. Este método da como resultado la solución exacta de la ecuación de movimiento en términos de los desplazamientos, velocidades y desplazamientos para cada incremento de tiempo,  $t$ , con las siguientes expresiones (Chopra, 2000):

$$u_{t+1} = Au_t + Bu_t + Cu_{g-t} + Du_{g-t} \quad (4.30)$$

$$\dot{u}_{t+1} = A'u_t + B'\dot{u}_t + C'u_{g-t} + D'\dot{u}_{g-t} \quad (4.31)$$



$$u_{t+1} = -u_{g_{t+1}} - 2\xi\omega_n \dot{u}_{t+1} - \omega_n^2 u_{t+1} \quad (4.32)$$

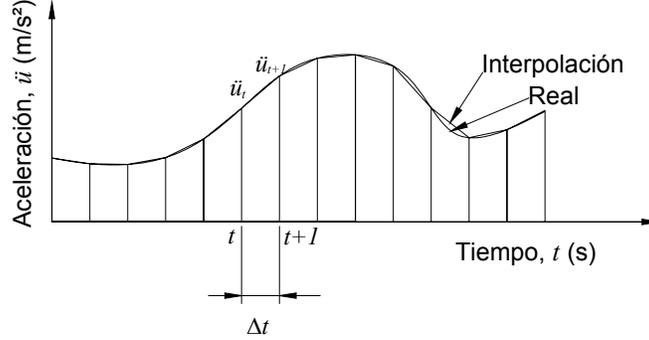


Figura 4.3. Interpolación de un acelerograma (Chopra, 2000)

donde  $u_i$  y  $\dot{u}_i$  son el desplazamiento y la velocidad para el tiempo  $t$  respectivamente,  $u_{g_{t}}$  es la excitación de entrada,  $A, B, C, D$ , son las cuatro constantes para el desplazamiento,  $A', B', C', D'$  son las cuatro constantes para la velocidad y corresponden a las siguientes ecuaciones:

$$A = \exp(-\xi\omega_n \Delta t) \left( \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sen}(\omega_D \Delta t) + \cos(\omega_D \Delta t) \right) \quad (4.33)$$

$$B = \exp(-\xi\omega_n \Delta t) \left( \frac{1}{\omega_D} \text{sen}(\omega_D \Delta t) \right) \quad (4.34)$$

$$C = \frac{-1}{\omega_n^2} \left\{ \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} + \exp(-\xi\omega_n \Delta t) \left[ \left( \frac{1-2\xi^2}{\omega_D \Delta t} - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}(\omega_D \Delta t) - \left( 1 + \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} \right) \cos(\omega_D \Delta t) \right] \right\} \quad (4.35)$$

$$D = \frac{-1}{\omega_n^2} \left[ 1 - \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} + \exp(-\xi\omega_n \Delta t) \left( \frac{2\xi^2 - 1}{\omega_D \Delta t} \text{sen}(\omega_D \Delta t) + \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} \cos(\omega_D \Delta t) \right) \right] \quad (4.36)$$

$$A' = -\exp(-\xi\omega_n \Delta t) \left( \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sen}(\omega_D \Delta t) \right) \quad (4.37)$$

$$B' = \exp(-\xi\omega_n \Delta t) \left( \cos(\omega_D \Delta t) - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sen}(\omega_D \Delta t) \right) \quad (4.38)$$



$$C' = \frac{-1}{\omega_n^2} \left\{ -\frac{1}{\Delta t} + \exp(-\xi \omega_n \Delta t) \left[ \left( \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} + \frac{\xi}{\Delta t \sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}(\omega_D \Delta t) + \frac{1}{\Delta t} \cos(\omega_D \Delta t) \right] \right\} \quad (4.39)$$

$$D' = \frac{-1}{\omega_n^2 \Delta t} \left[ 1 - \exp(-\xi \omega_n \Delta t) \left( \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sen}(\omega_D \Delta t) + \cos(\omega_D \Delta t) \right) \right] \quad (4.40)$$

#### 4.2.2 Descripción del caso a estudiar

En esta sección se analiza la respuesta sísmica de un talud real de la Bahía de San Francisco con una profundidad hasta la roca basal de 91 m, compuesto de arcilla, con nueve estratos horizontales de propiedades y geometría variables. La Figura 4.4 muestra la distribución de la densidad del suelo,  $\rho$ , y la resistencia al corte no drenada,  $s_u$ , con la profundidad en el depósito de arcilla.

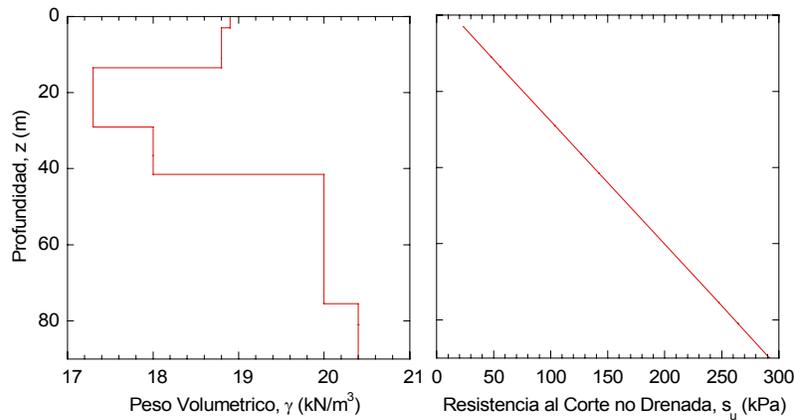


Figura 4.4. Variación de la densidad del suelo,  $\rho$ , y la resistencia al corte no drenada,  $s_u$ , con la profundidad.

La variación de la velocidad de onda de corte,  $V_s$ , y el módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{máx}$ , con la profundidad, se incluyen en la Figura 4.5. Asimismo, las curvas de degradación del módulo de rigidez al corte y del amortiguamiento se presentan en la Figura 4.6 y en la Figura 4.7 se muestra la variación del coeficiente de consolidación.



El ambiente sísmico empleado en este análisis corresponde a un sismo sintético generado para la zona de subducción de Cascadia (Noroeste de Estados Unidos) con una duración de 330 s, una aceleración máxima del terreno 0.05 g, y un periodo fundamental de 1.62 s cuya historia de aceleraciones y espectro de respuesta se muestran en la Figura 4.8.

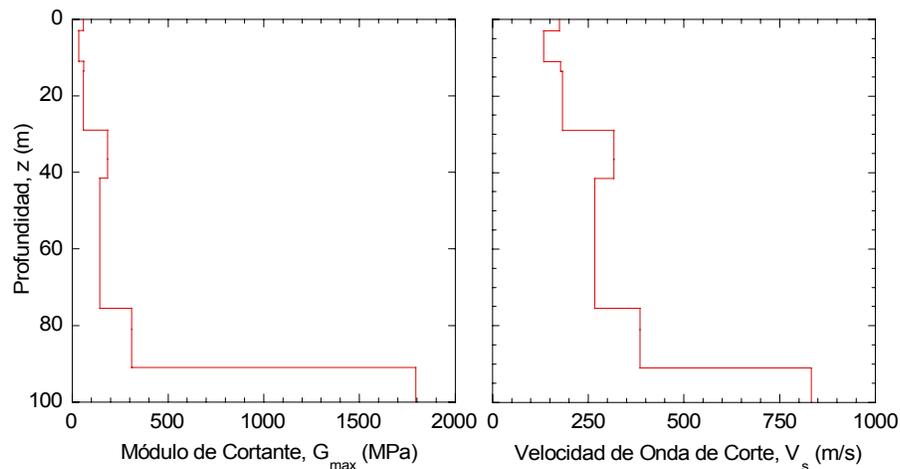


Figura 4.5. Variación del módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{\max}$ , y velocidad de onda de corte,  $V_s$ , con la profundidad.

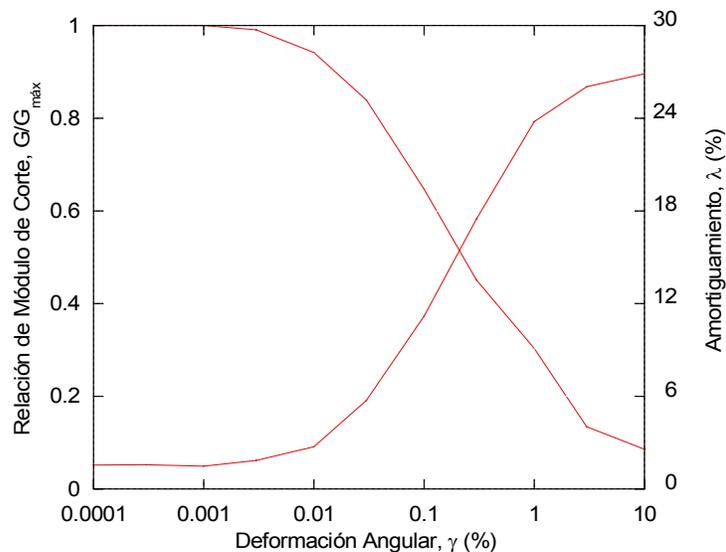


Figura 4.6. Curvas de degradación del módulo de rigidez al corte y amortiguamiento (Sun et al., 1988).

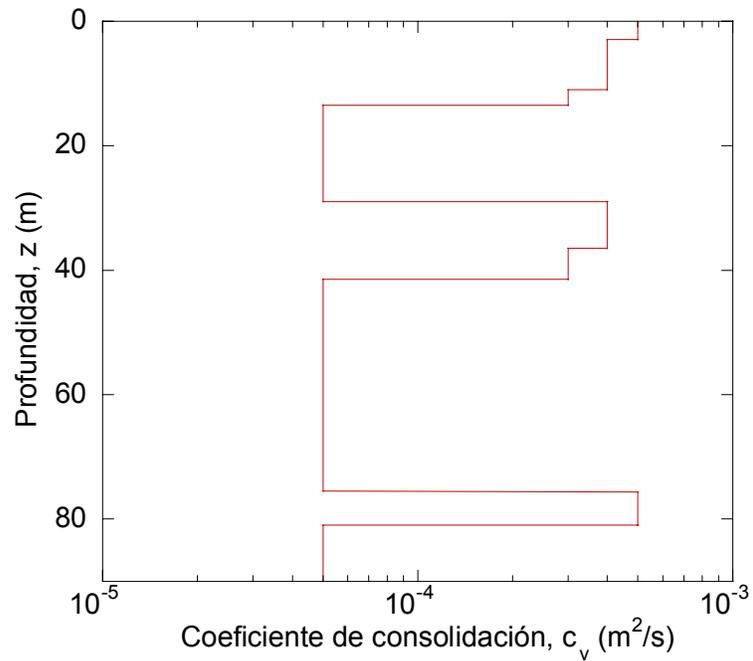


Figura 4.7. Distribuciones del coeficiente de consolidación,  $c_v$ , con la profundidad.

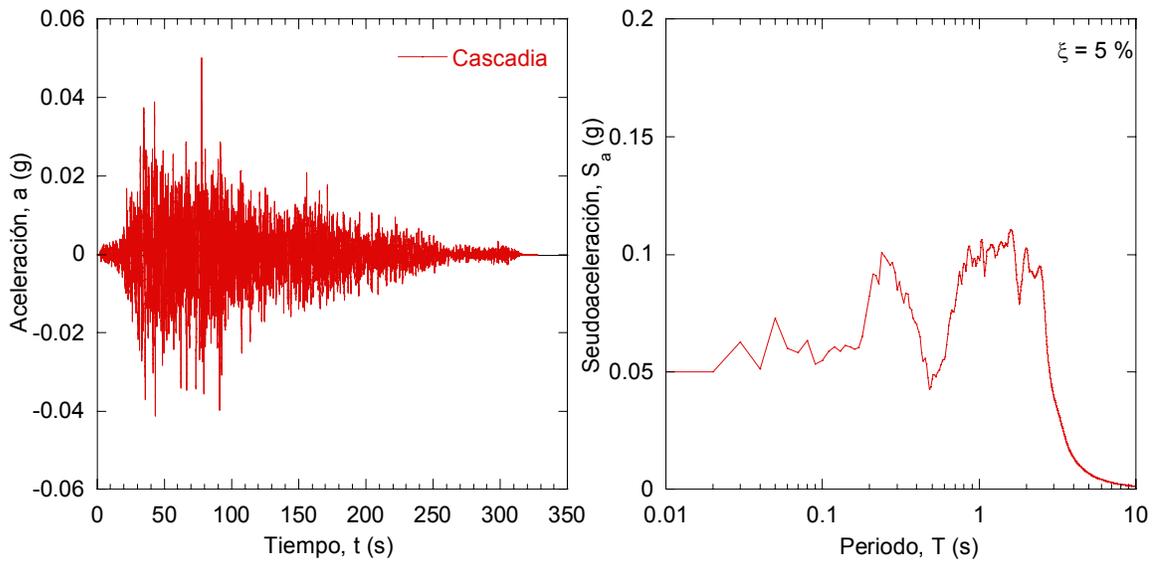


Figura 4.8. Historia de aceleraciones y espectro de respuesta empleados para definir el ambiente sísmico.



### 4.2.3 Análisis lineal con método de las ocho constantes

En este caso el método de las ocho constantes se emplea en combinación con el método de superposición modal con el fin de aplicarlo a un depósito de 9 estratos, discretizándolo en un sistema de nueve masas concentradas como se muestra en la Figura 4.9. Es importante resaltar que las masas se ubican en la interfaz de los estratos, ya que para fines comparativos es de interés obtener las respuestas en dichos puntos del depósito.

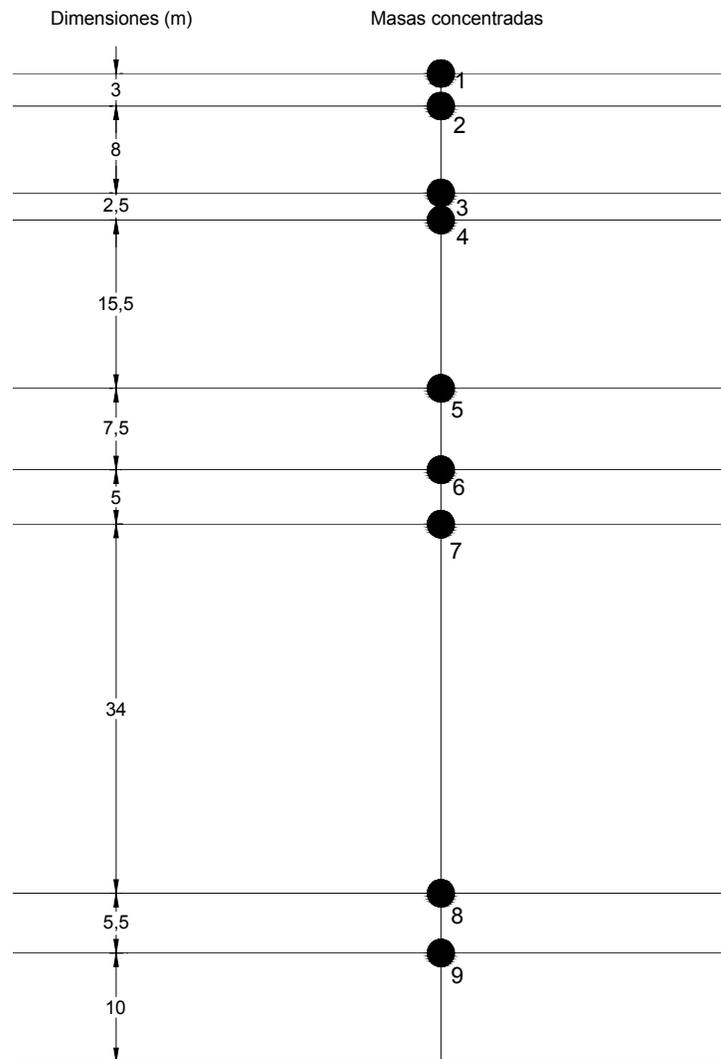


Figura 4.9. Discretización del depósito de suelo en un sistema con masas concentradas.



#### 4.2.3.1 Matriz global de masa

La matriz global de masa presenta en su diagonal principal los valores de las masas concentradas, de acuerdo con la discretización realizada para los estratos del depósito de suelo, como se presenta a continuación:

$$[M]= \begin{bmatrix} 2889.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10555.56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10061.16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16062.69 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20547.91 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11467.89 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 39245.67 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 40377.17 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 161163.21 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.3.2 Matriz global de rigidez

La matriz global de rigidez es una matriz tridiagonal y se determina sumando las contribuciones de la rigidez de los estratos adyacentes a cada una de las masas concentradas respectivamente. La matriz de rigidez obtenida para el sistema de 9 grados de libertad es la que se muestra a continuación:

$$[K]= \begin{bmatrix} 19667431.19 & -19667431.19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -19667431.19 & 23968817.53 & -4301386.34 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4301386.34 & 28589223.24 & -24287836.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24287836.9 & 28098035.18 & -3810198.28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3810198.28 & 28394.663.12 & -24584464.83 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24584464.83 & 61464162.08 & -36876697.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -36876697.25 & 41151386.94 & -4274689.69 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4274689.69 & 60609012.74 & -56334323.05 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -56334323.05 & 87318200.72 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.3.3 Amortiguamiento

El amortiguamiento se emplea una vez que está desacoplada la ecuación de movimiento para cada uno de los modos de vibrar, introduciendo el amortiguamiento correspondiente que es igual a 1.5% en todo el depósito.



El método de superposición modal emplea las matrices de masa y rigidez para el cálculo de las frecuencias y formas modales, en la Tabla 4.1 se presentan los periodos y frecuencias fundamentales del sistema con 9 grados de libertad en que fue discretizado el depósito de suelo.

*Tabla 4.1. Periodos y frecuencias fundamentales del sistema de 9 grados de libertad.*

No. Modo	Frecuencia (rad/s)	Frecuencia (cps)	Periodo (s)
1	4.975	0.792	1.26293
2	11.704	1.863	0.53685
3	22.313	3.551	0.28159
4	23.141	3.683	0.27151
5	35.637	5.672	0.17631
6	65.589	10.439	0.0958
7	80.031	12.737	0.07851
8	80.23	12.769	0.07831
9	93.631	14.902	0.06711

#### 4.2.3.4 Respuesta del depósito de suelo

En la Figura 4.10, 4.10 y 4.11 se puede observar la respuesta lineal en términos de historias de desplazamientos, de aceleraciones y de la aceleración espectral para cada uno de los estratos del depósito de suelo.

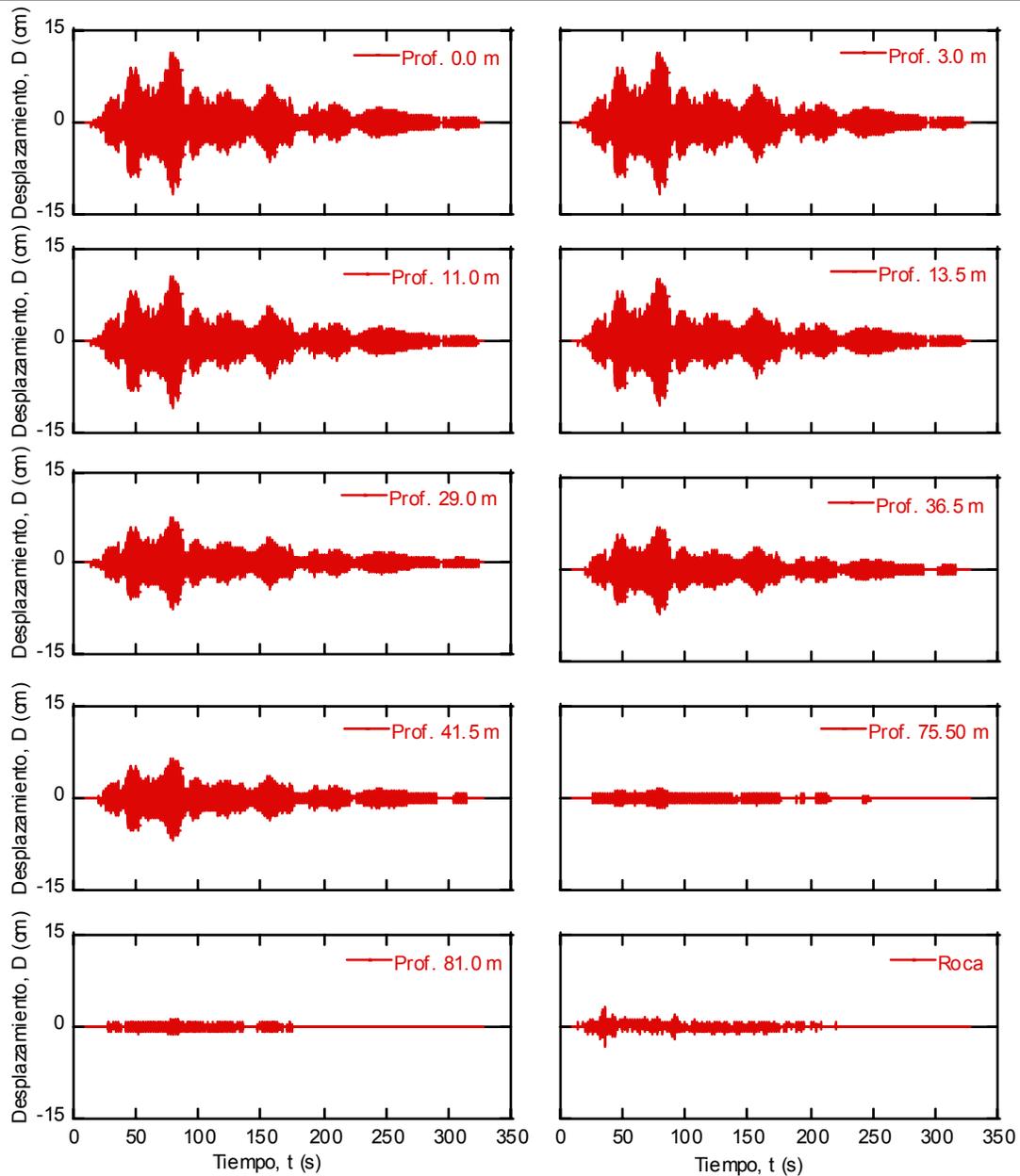


Figura 4.10. Respuesta del talud en términos de desplazamientos para el análisis lineal con el método de las 8 constantes.

Se puede observar que se presenta una amplificación importante de la respuesta hacia la superficie, como era de esperarse (Figura 4.12). La pseudoaceleración se amplifica de 0.11 g en la roca a 2.35 g en la superficie y el periodo fundamental de la respuesta del depósito es 1.26 s.

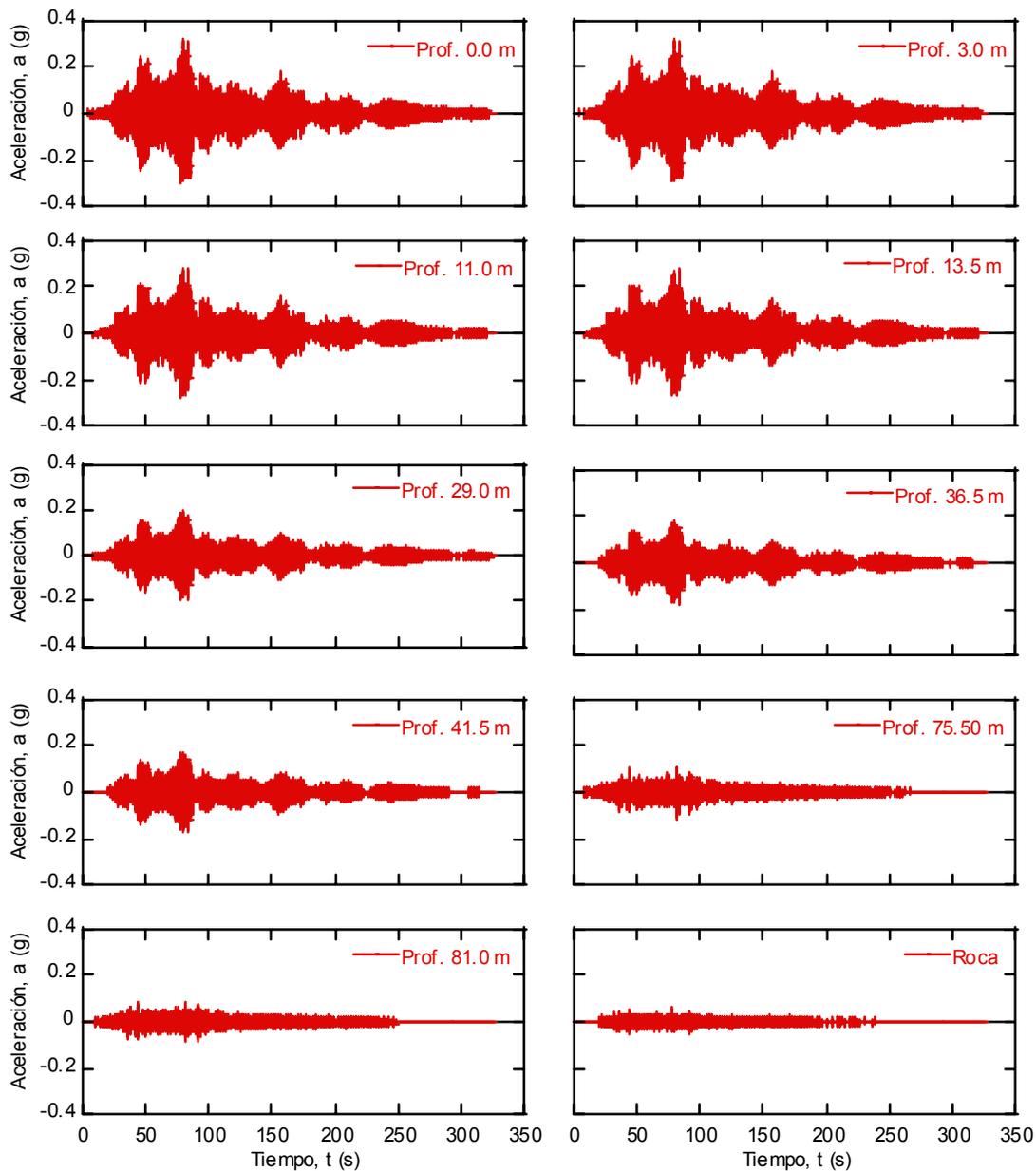


Figura 4.11. Respuesta del talud en términos de aceleraciones para el análisis lineal con el método de las 8 constantes.

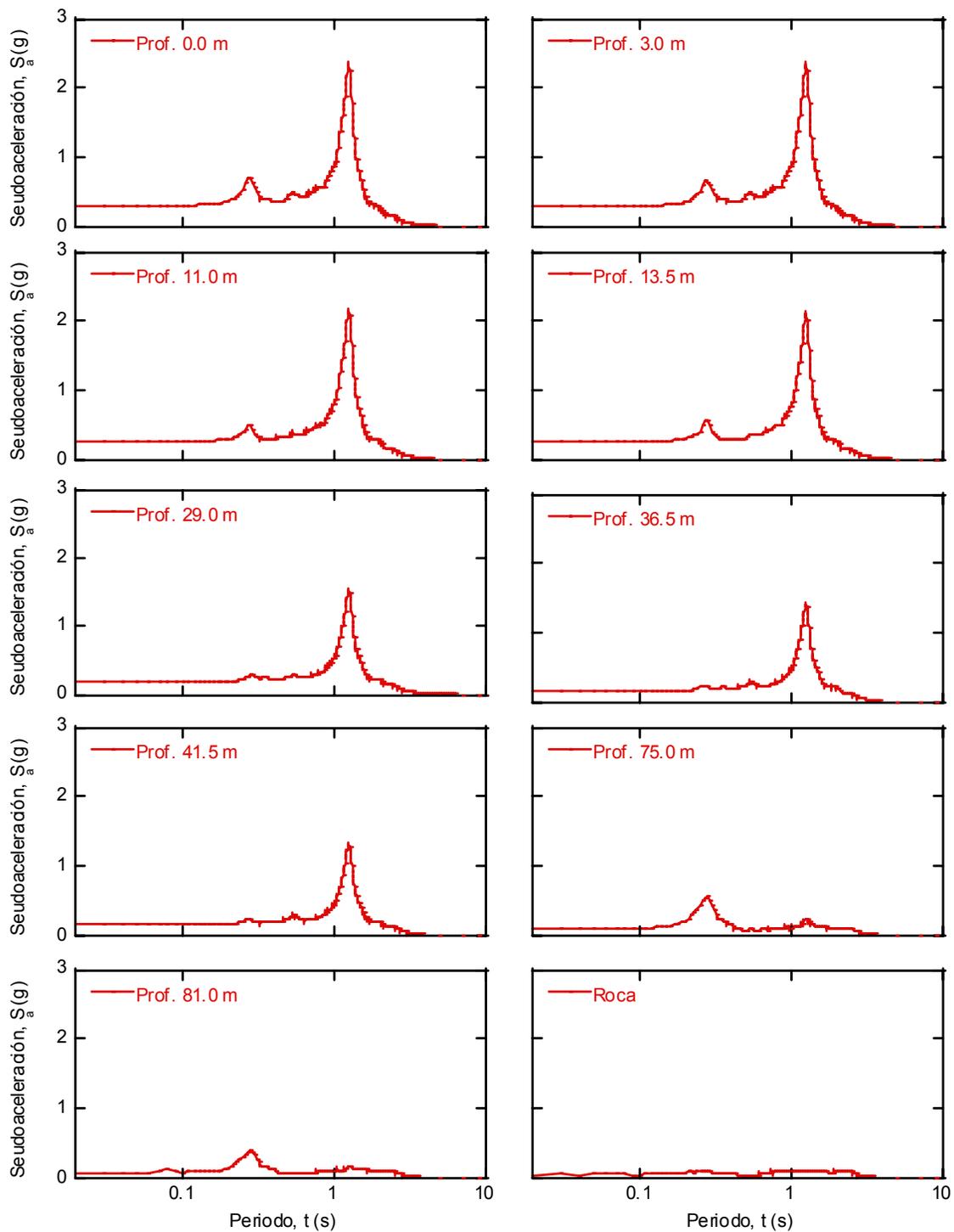


Figura 4.12. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral para el análisis lineal con el método de las 8 constantes.



#### 4.2.4 Análisis lineal con AMPLE

Inicialmente se procede a discretizar el depósito de suelo con 9 estratos, como se muestra en la Figura 4.13. Cada estrato se representa por un elemento como se identifica en la Tabla 4.2. Posteriormente se procede a determinar la masa, el amortiguamiento y la rigidez de cada uno de los elementos por medio de las matrices elementales. Por último se ensamblan las matrices elementales para obtener las matrices globales de masa, rigidez y amortiguamiento, respectivamente, las cuales se presentan a continuación.

*Tabla 4.2. Identificación de elementos finitos*

Número de elemento	Conexiones nodales	
	Nodo 1	Nodo 2
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	5
5	5	6
6	6	7
7	7	8
8	8	9
9	9	10

##### 4.2.4.1 Matriz global de masa

La matriz global de masa se determina sumando las contribuciones de los nueve elementos, obteniendo inicialmente las matrices elementales de acuerdo con la Ecuación (4.6). En el Apéndice 4, se presenta el procedimiento completo de obtención y ensamblaje de la matriz global de masa que se muestra a continuación:



CAPÍTULO 4: Marco Metodológico

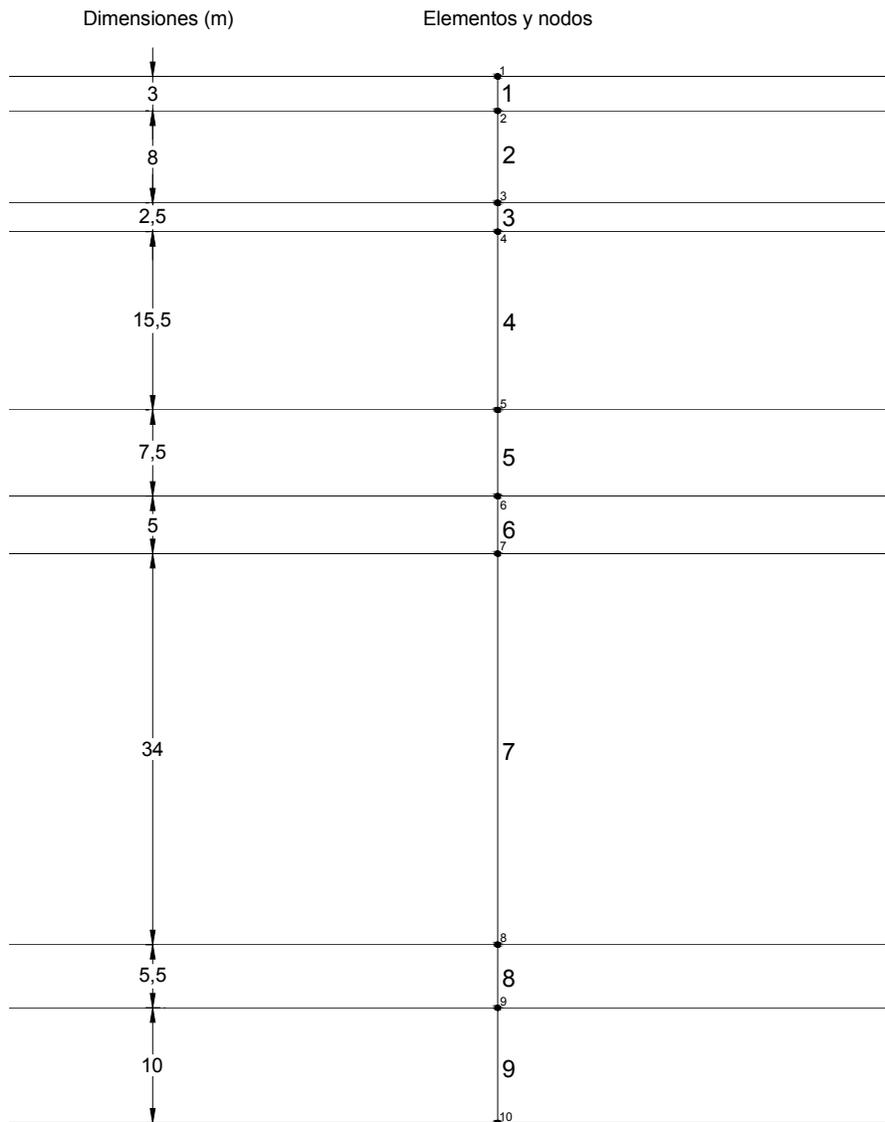
$$[M] = \begin{bmatrix} 2889.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10555.56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10061.16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16062.69 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20547.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11467.89 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 39245.67 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 40377.17 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16116.21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10397.55 \end{bmatrix}$$


Figura 4.13. Discretización del depósito de suelo en un sistema con nueve elementos y 10 nodos.



#### 4.2.4.2 Matriz global de rigidez

La matriz global de rigidez se determina, igualmente, sumando las contribuciones de los nueve elementos, obteniendo inicialmente las matrices elementales de acuerdo con la Ecuación (4.7). En el Apéndice 4, se presenta el procedimiento completo de obtención y ensamblaje de la matriz global de rigidez que se muestra a continuación:

$$[K] = \begin{bmatrix} 19667431.19 & -19667431.19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -19667431.19 & 23968817.53 & -4301386.34 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4301386.34 & 28589223.24 & -24287836.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24287836.9 & 28098035.18 & -3810198.28 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3810198.28 & 28394.663.12 & -24584464.83 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24584464.83 & 61464162.08 & -36876697.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -36876697.25 & 41151386.94 & -4274689.69 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4274689.69 & 60609012.74 & -56334323.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -56334323.05 & 87318200.72 & -30983877.68 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30983877.68 & 30983877.68 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.4.3 Matriz global de amortiguamiento

La matriz global de amortiguamiento en la ecuación de movimiento se obtiene a través del ensamble de las matrices elementales de amortiguamiento que están construidas en base a una formulación tipo Rayleigh para lo cual se deben obtener los parámetros  $\alpha_{el}$  y  $\beta_{el}$  a partir del amortiguamiento elemental del suelo,  $\xi_{el}$  a pequeñas deformaciones (i.e.  $\gamma < 10^{-4}\%$ ), y las frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . El primero se obtiene de la curva de amortiguamiento presentado para este material en la Figura 4.6 y  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son consideradas como la primera y tercera frecuencia natural del perfil de suelo en el rango lineal determinadas a partir de los valores característicos del sistema.

Dado que este caso se consideró un amortiguamiento inicial constante para el perfil de suelo el  $\alpha_{el}$  y  $\beta_{el}$  son iguales para todos los elementos:

$$\alpha_{el} = \frac{2 \cdot 0.015 \cdot 4.975 \cdot 22.313}{(4.975 + 22.313)} = 0.12 \quad \beta_{el} = \frac{2 \cdot 0.015}{(4.975 + 22.313)} = 0.0011$$



Una vez obtenidos  $\alpha_{el}$  y  $\beta_{el}$  se procede a obtener la matriz global de amortiguamiento,  $[C]$  de la siguiente forma:  $[C]=0.12 \cdot [M]+0.0011 \cdot [K]$

$$[C]=\begin{bmatrix} 18410.0 & -18057.32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -18057.32 & 23294.76 & -3949.24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3949.24 & 27476.57 & -22299.47 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22299.47 & 27758.02 & -3498.27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3498.27 & 28577.74 & -22571.81 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -22571.81 & 57829.07 & -33857.72 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -33857.72 & 42571.98 & -3924.73 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3924.73 & 60574.75 & -51722.41 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -51722.41 & 82136.55 & -28447.32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28447.32 & 29716.24 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.4.4 Respuesta del depósito de suelo

En la Figura 4.14 se muestra la relación esfuerzo-deformación para los nueve estratos del depósito de suelo, donde dicha relación presenta una pendiente igual al módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{m\acute{a}x}$ . La Figura 4.15 muestra la historia de desplazamientos. En la Figura 4.16 se presenta la respuesta del depósito en términos de aceleración y en la Figura 4.17 en términos de la aceleración espectral.

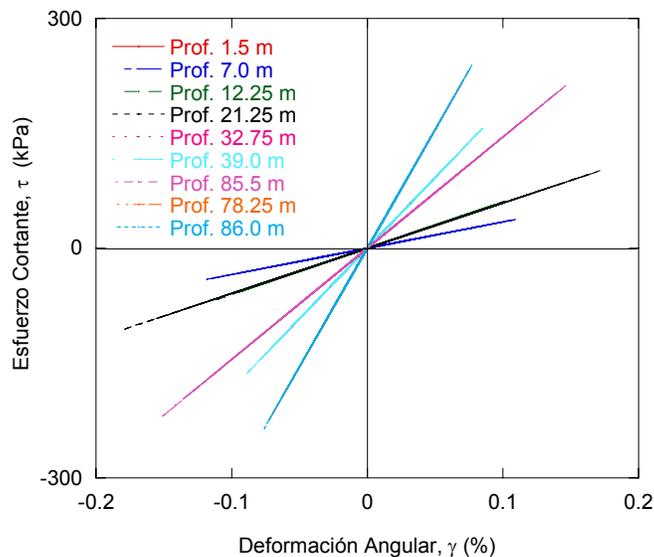


Figura 4.14. Comportamiento esfuerzo-deformación para el análisis lineal con AMPLE.

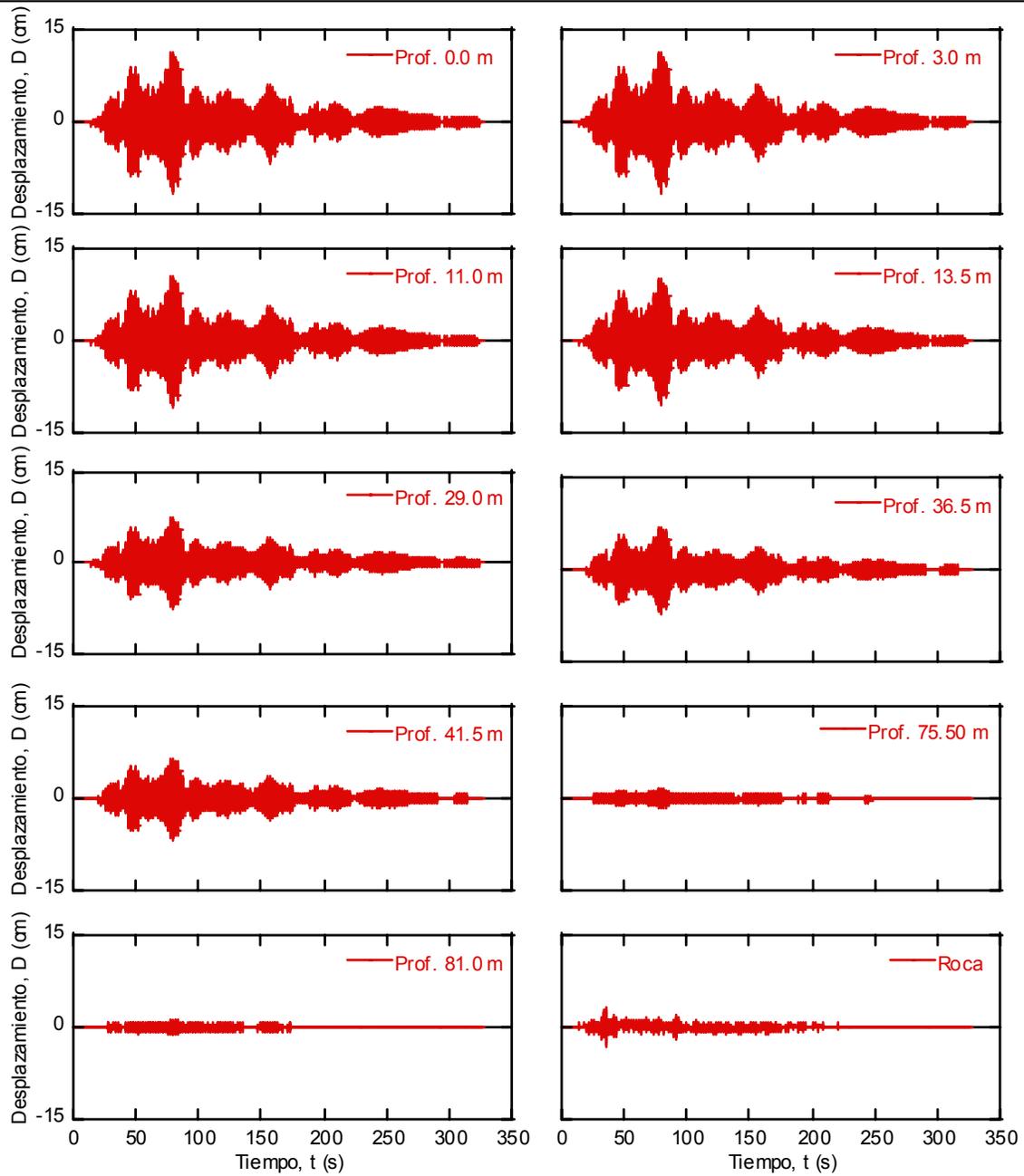


Figura 4.15. Respuesta del talud en términos de desplazamientos para el análisis lineal con AMPLÉ.

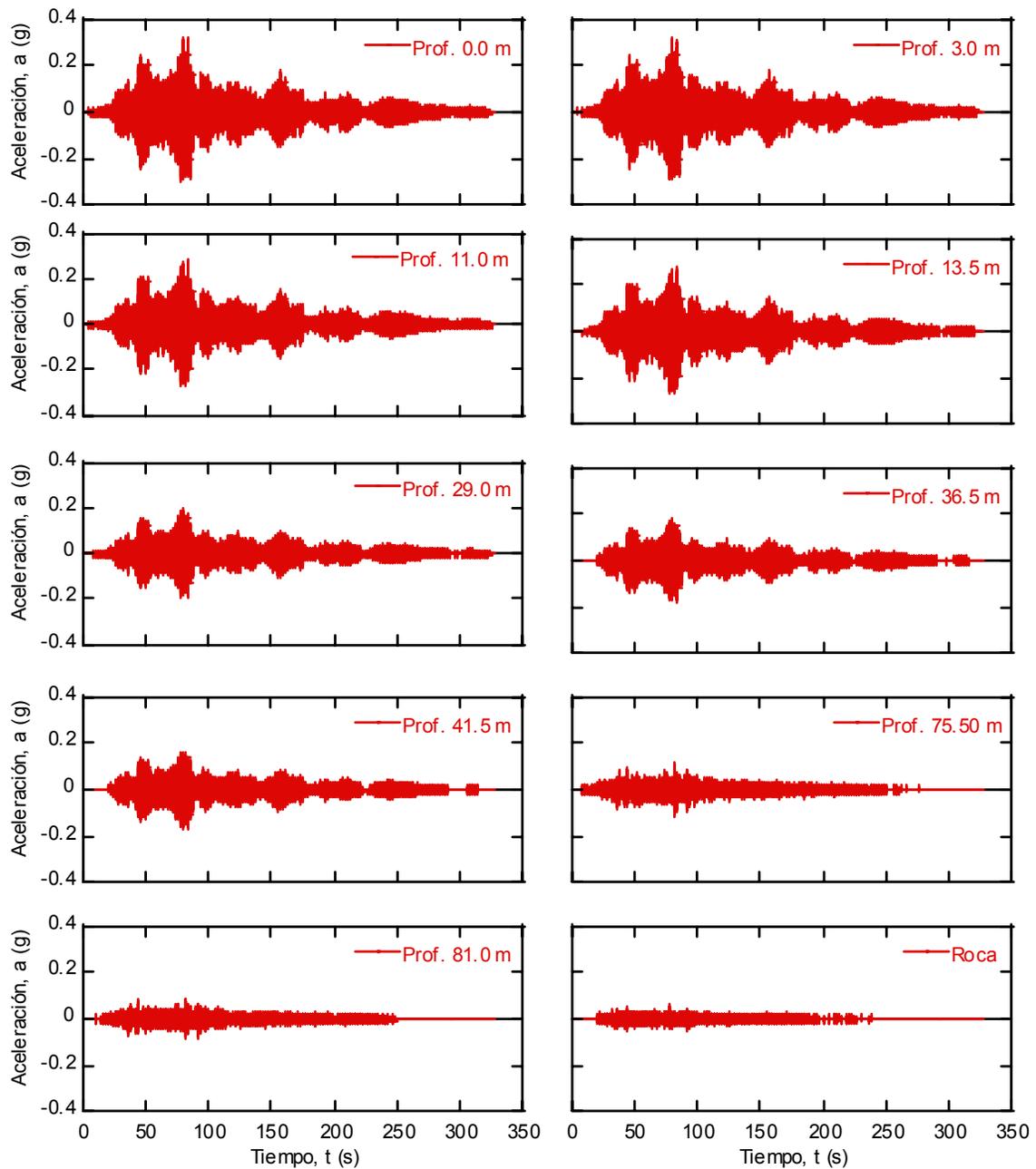


Figura 4.16. Respuesta del talud en términos de la aceleración para el análisis lineal con AMPLE.

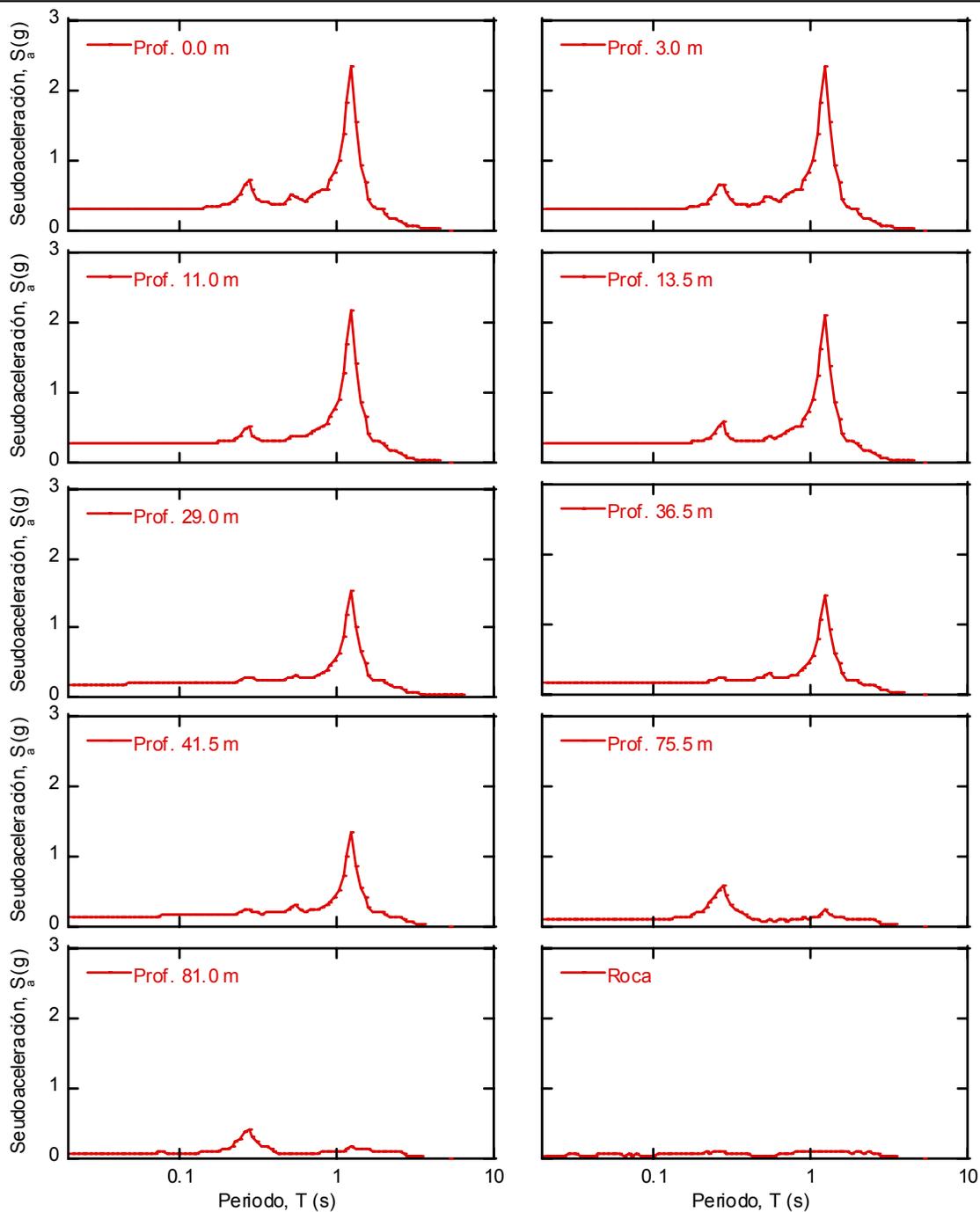


Figura 4.17. Respuesta del talud en términos aceleración espectral para el análisis lineal con AMPLE.



#### 4.2.5 Análisis lineal con SHAKE

En la Figura 4.18 se muestra la relación esfuerzo-deformación para los nueve estratos del depósito de suelo, donde dicha relación presenta una pendiente igual al módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{máx}$ , ya que el programa SHAKE (Schnabel et al. 1872 e Idriss y Sun, 1992) se usó en forma lineal, es decir, sólo se realizó una iteración y no se permitió que el módulo de rigidez al corte dinámico y el amortiguamiento inicial cambiaran, ya que las curvas que se consideraron en el análisis fueron constantes. En la Figura 4.19 se presenta la respuesta del depósito en términos de aceleración y en la Figura 4.20 en términos de la aceleración espectral, en ambas figuras se puede apreciar la amplificación hacia la superficie.

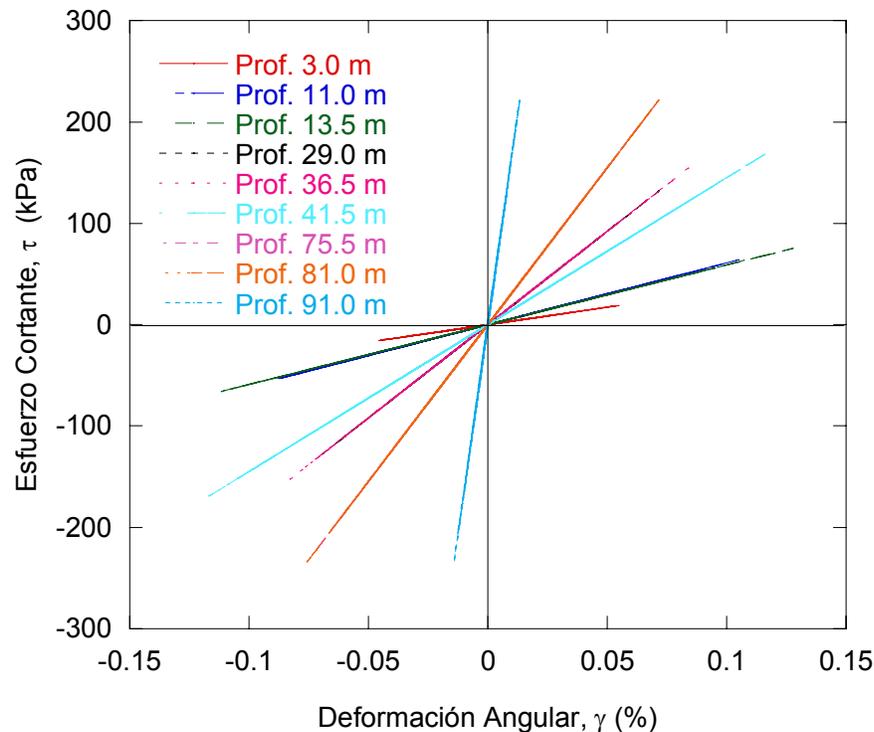


Figura 4.18. Comportamiento esfuerzo-deformación para el análisis lineal con SHAKE.

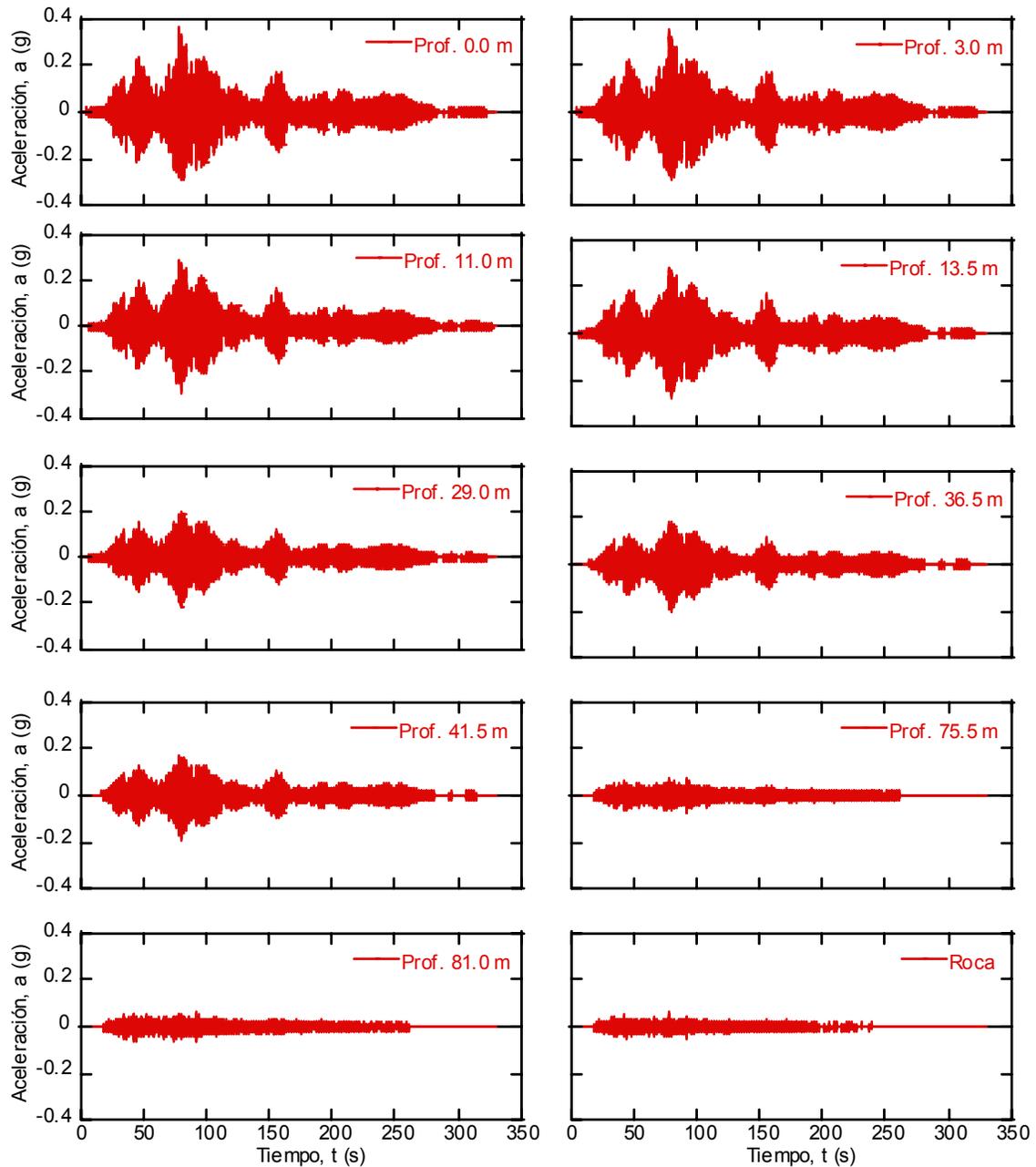


Figura 4.19. Respuesta del talud en términos de aceleración para el análisis lineal con SHAKE.

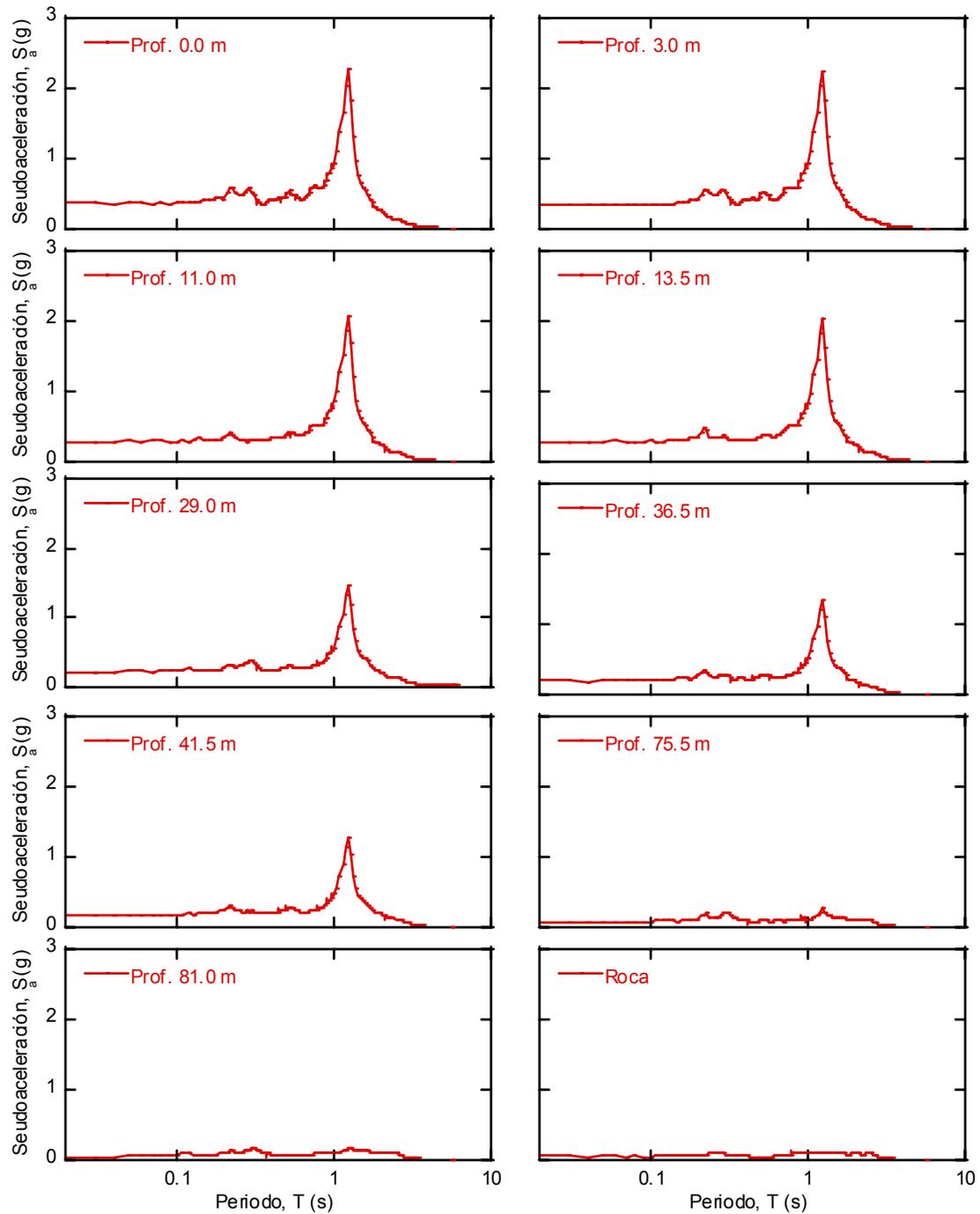


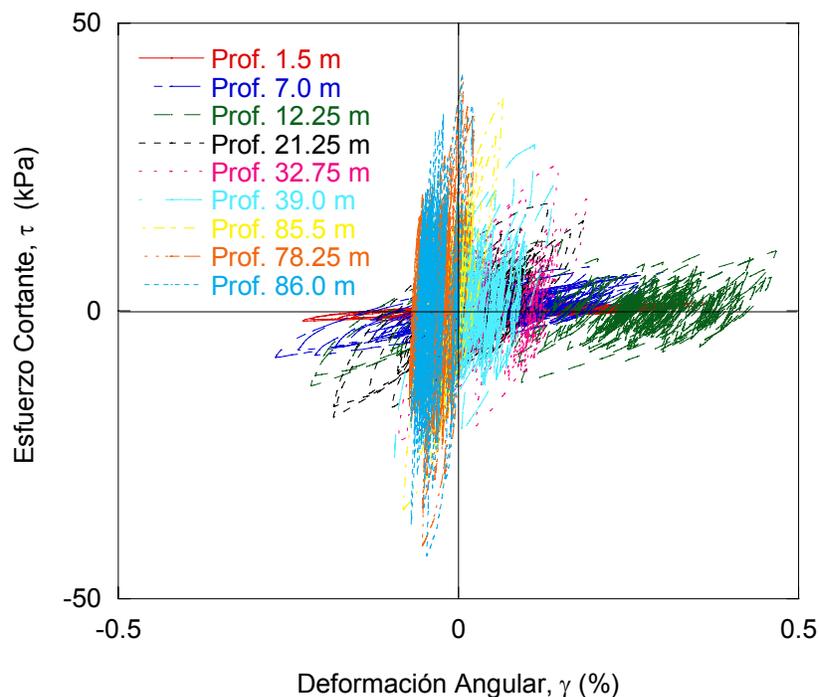
Figura 4.20. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral para el análisis lineal con SHAKE.



#### 4.2.6 Análisis no lineal con AMPLE

La Figura 4.21 muestra la relación esfuerzo-deformación para los nueve estratos del depósito de suelo, es importante resaltar como dicha relación parte de un módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{m\acute{a}x}$ , y posteriormente el módulo de rigidez al corte secante se reduce conforme se somete a diferentes niveles de deformación angular.

En la Figura 4.22 se muestra la historia de desplazamientos, donde se pueden observar los máximos y permanentes al final del sismo. En la Figura 4.23 se presenta la respuesta del depósito en términos de aceleración y en la Figura 4.24 en términos de la pseudoaceleración.



*Figura 4.21. Comportamiento esfuerzo-deformación para el análisis no lineal con AMPLE.*

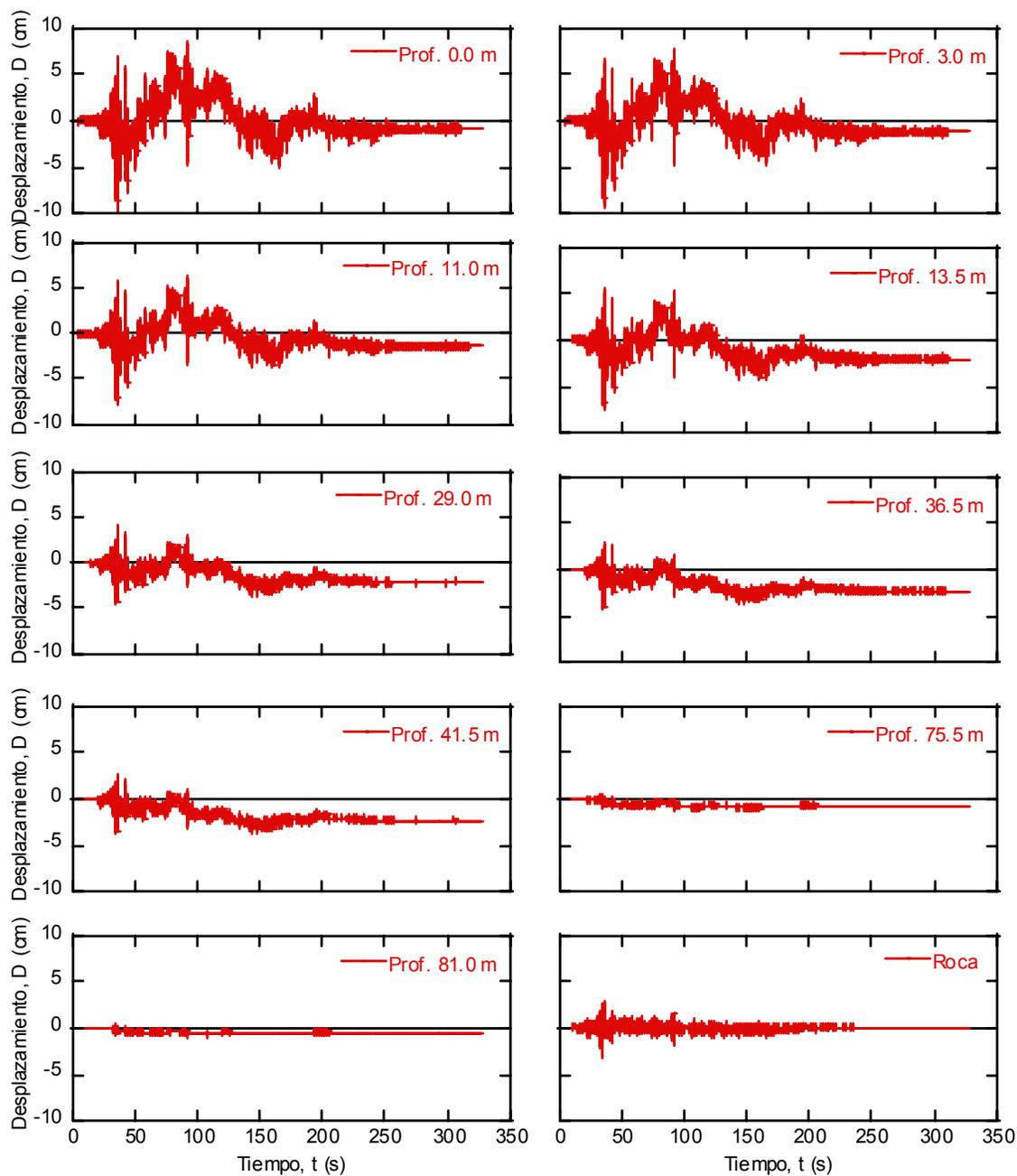


Figura 4.22. Respuesta del talud en términos de desplazamientos para el análisis no lineal con AMPLE.

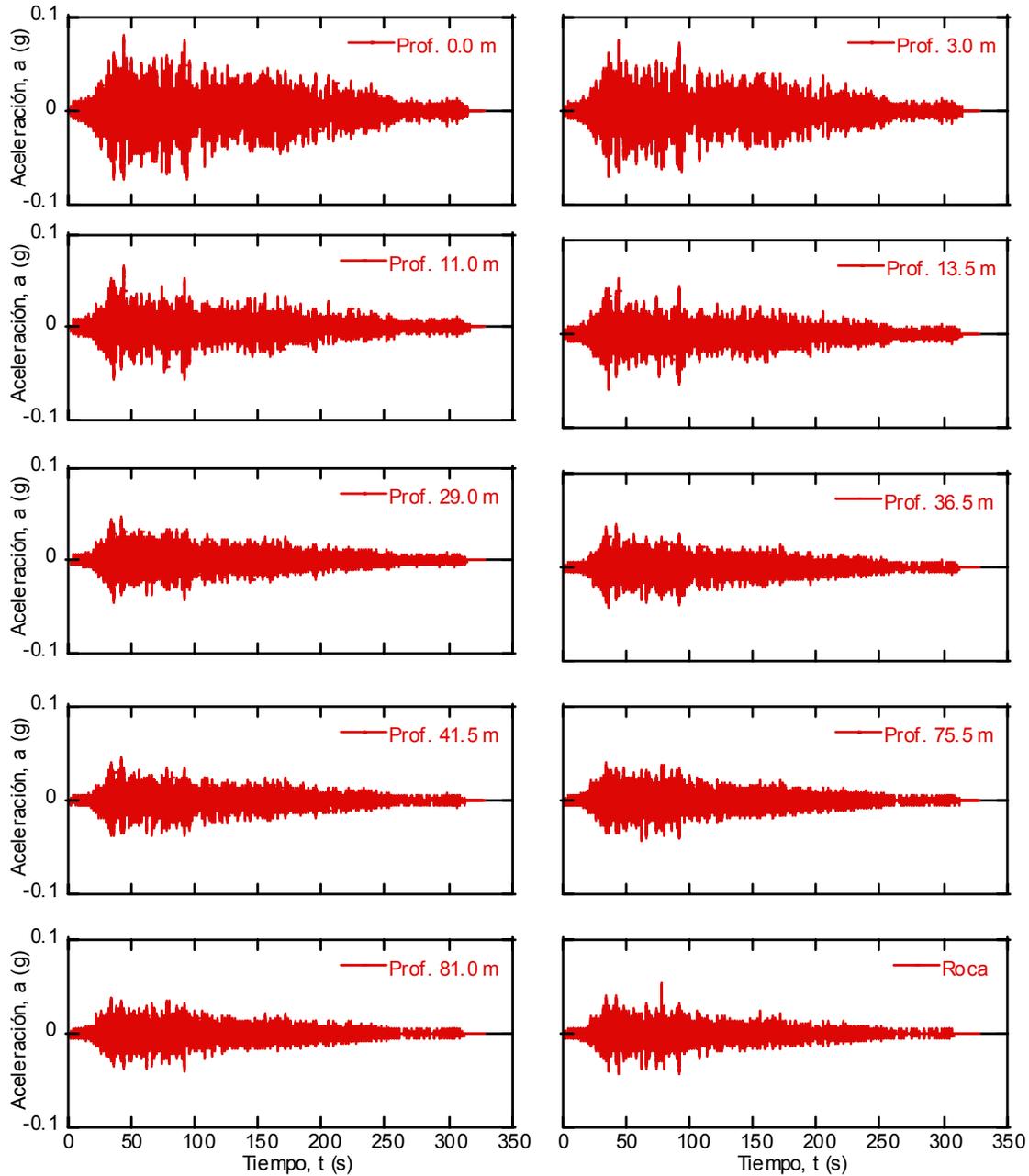


Figura 4.23. Respuesta del talud en términos de aceleraciones para el análisis no lineal con AMPLE.

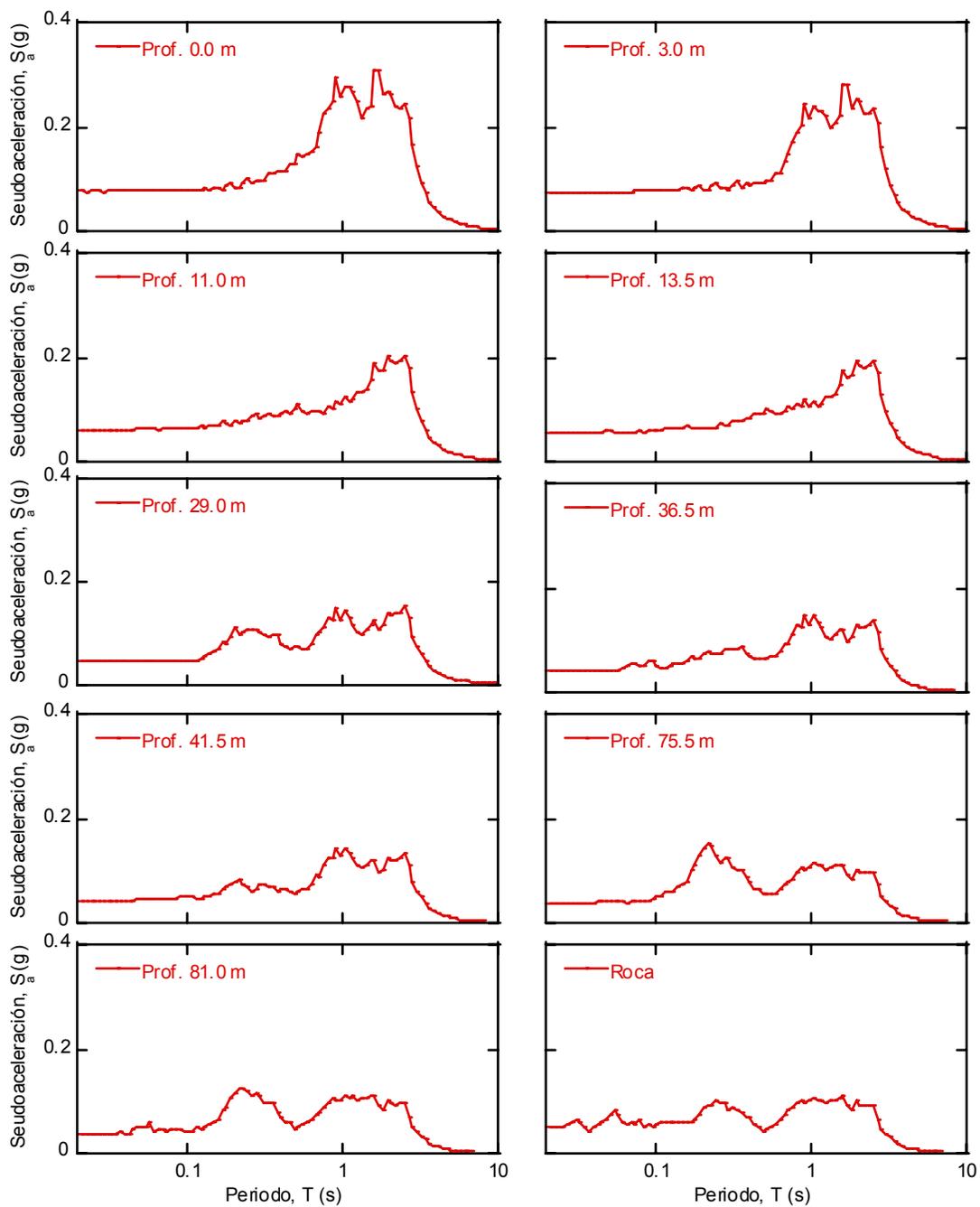


Figura 4.24. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral para el análisis no lineal con AMPLE.

La Figura 4.25 muestra las trayectorias de esfuerzos monotónica y cíclica a tres profundidades, como se puede observar la trayectoria de esfuerzos cíclica sigue



la envolvente generada por la trayectoria de esfuerzos monotónica, en caso que el esfuerzo cortante inducido por el sismo sea superior a esta envolvente, el suelo presentará fluencia plástica, y en el caso que la trayectoria no alcance dicha superficie y llegue directamente a la envolvente de falla de esfuerzos efectivos representada por el ángulo de oblicuidad a grandes deformaciones,  $\psi$ , la falla del talud será súbita. Por otra parte, se observa el efecto de la carga sísmica en la reducción de la resistencia al corte no drenada y se tiene que el esfuerzo normal efectivo normalizado por el de preconsolidación,  $\sigma_n/\sigma_p$ , pasa de 1.0 a 0.71 para la profundidad de 3 m, de 1.0 a 0.95 para 41.5 m y de 1.0 a 0.97 para la profundidad de 81 m. Es importante considerar que en el caso de una réplica, o un evento posterior, la resistencia inicial a tomar en cuenta en los análisis de estabilidad sísmica debe de ser acorde a las condiciones de presión de poro prevalecientes en ese momento, ya que el suelo estaría más cerca de la falla, en el caso que la presión de poro generada por un evento anterior, no se haya disipado en su totalidad.

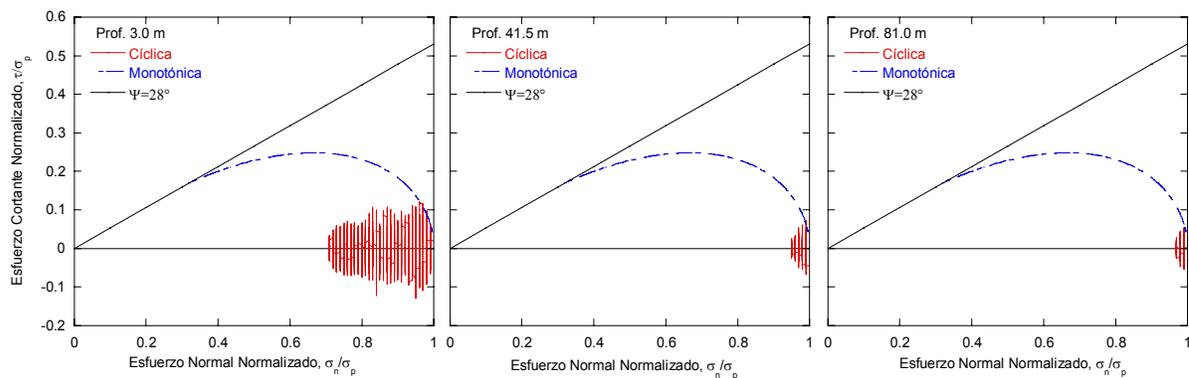


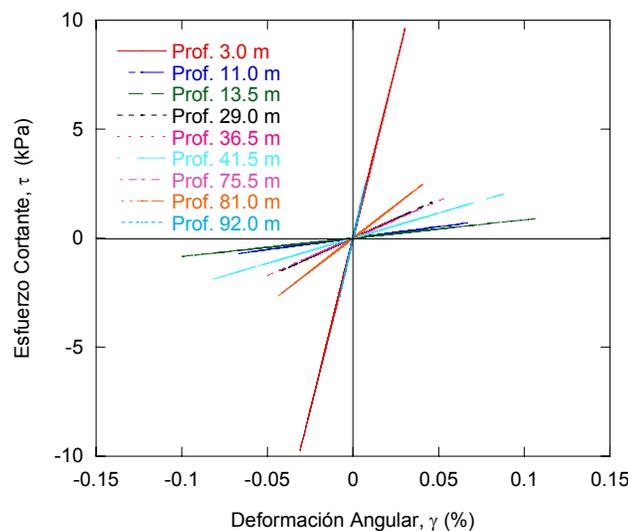
Figura 4.25. Trayectorias de esfuerzos para el análisis no lineal con AMPLÉ.

#### 4.2.7 Análisis lineal equivalente con SHAKE

En el método lineal equivalente, se realiza un análisis lineal. Donde se introducen los valores iniciales del amortiguamiento y la velocidad de onda de corte, a partir de la cual se calcula el módulo de rigidez al corte dinámico



máximo. Se obtiene la respuesta de depósito de suelo mediante la función de transferencia y la transformada de Fourier y se registra la deformación angular máxima,  $\gamma_{máx}$ , para cada estrato. De una fracción de  $\gamma_{máx}$  usualmente de 0.65, se determinan nuevos valores del amortiguamiento y del módulo de rigidez al corte dinámico, mediante las curvas de degradación obtenidas en laboratorio, que relacionan el amortiguamiento y el módulo rigidez al corte dinámico secante con la amplitud de la deformación angular. Con el nuevo amortiguamiento y el módulo rigidez al corte dinámico secante, se itera nuevamente, hasta que no se obtengan cambios en las propiedades dinámicas. En este punto, se han encontrado valores "compatibles con las deformaciones" para el amortiguamiento y el módulo de rigidez al corte dinámico. En la Figura 4.26 se muestra la relación esfuerzo-deformación lineal equivalente para nueve estratos del depósito de suelo, donde dicha relación presenta una pendiente igual al módulo de rigidez al corte compatible con las deformaciones. En la Figura 4.27 se presenta la respuesta del depósito en términos de aceleración y en la Figura 4.28 en términos de la aceleración espectral, en ambas figuras se puede apreciar la amplificación hacia la superficie.



*Figura 4.26. Comportamiento esfuerzo-deformación para el análisis lineal-equivalente con SHAKE.*

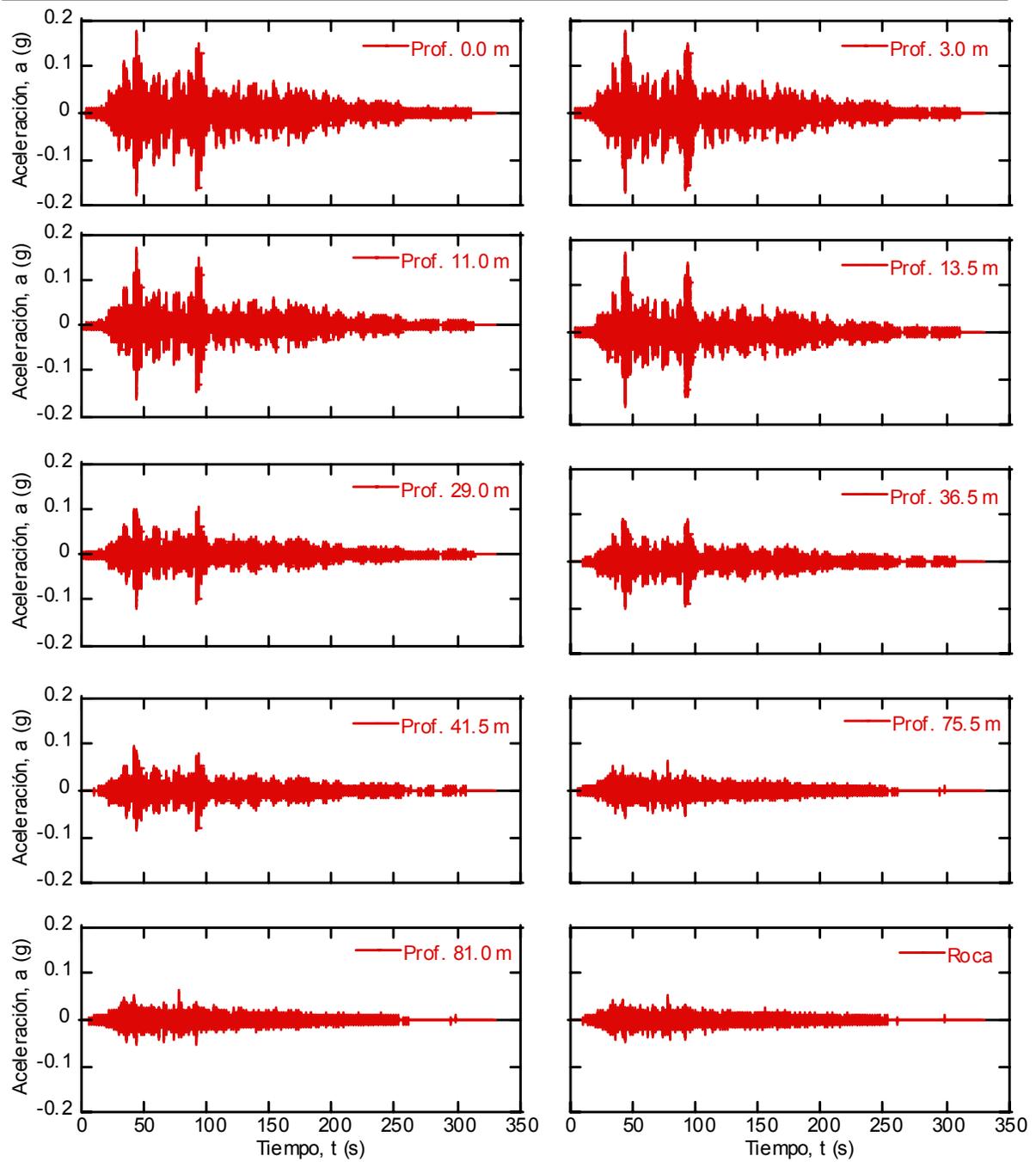


Figura 4.27. Respuesta del talud en términos de aceleración para el análisis lineal-equivalente con SHAKE.

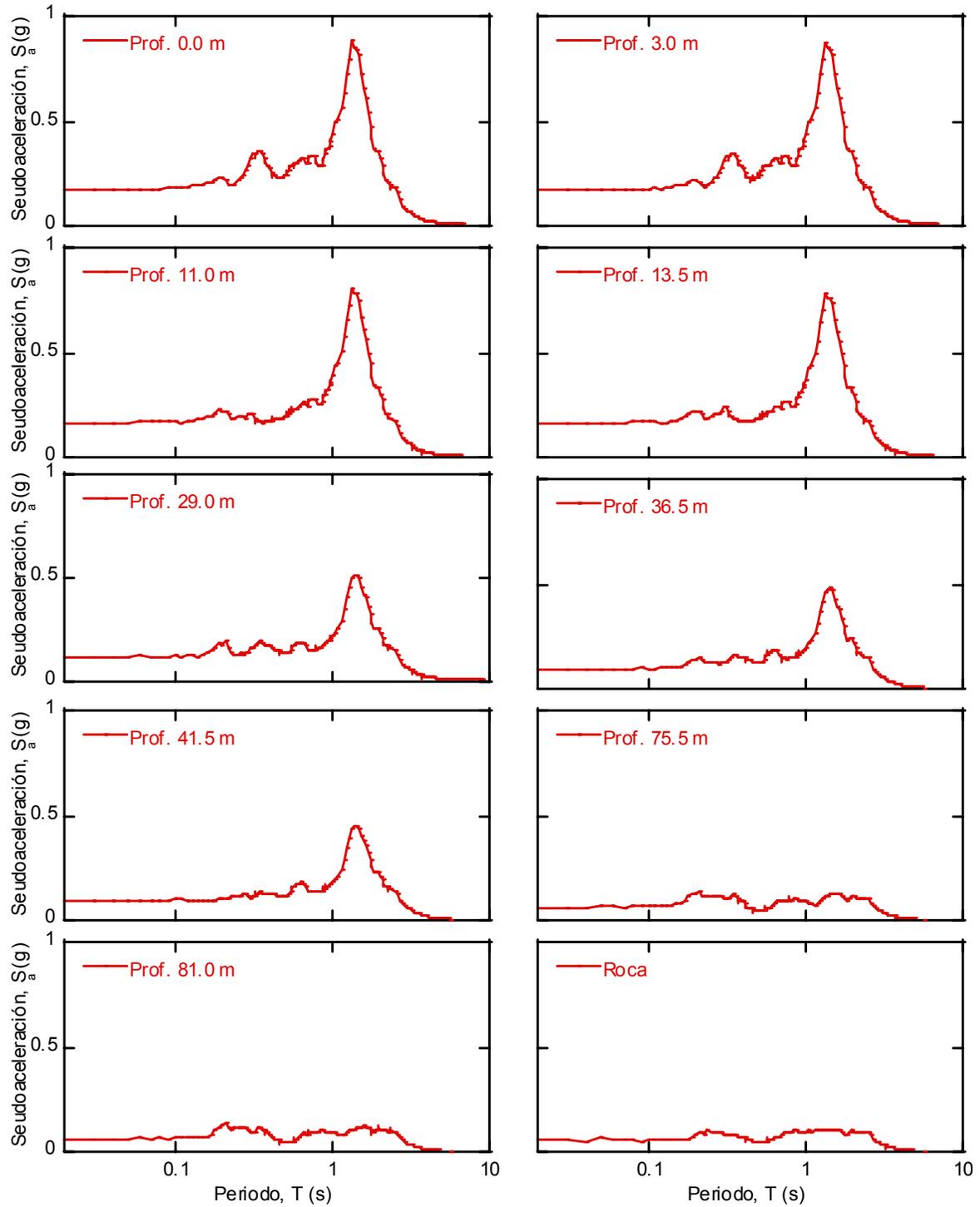


Figura 4.28. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral para el análisis lineal-equivalente con SHAKE.



#### 4.2.8 Comparación de resultados

En la Tabla 4.3, se presentan los valores máximos de los resultados para tres profundidades, obtenidos con el análisis lineal, no lineal y lineal equivalente. Como era de esperarse el módulo de rigidez al corte dinámico máximo es igual para todos los análisis, a excepción del análisis lineal equivalente, dado que en éste caso se emplea un módulo secante compatible con las deformaciones máximas. Por lo tanto, el valor de dicho módulo respecto al máximo, se reduce significativamente, con el fin de reproducir en forma aproximada la no linealidad del suelo (Figura 4.29). Al considerar la degradación del suelo (no linealidad) el amortiguamiento aumenta y el módulo de rigidez disminuye, por lo tanto, los valores de desplazamientos, aceleraciones y pseudoaceleraciones obtenidas son menores con respecto a las predichas con el método lineal y el periodo fundamental del depósito migra hacia periodos más altos como se puede observar en la Figura 4.30. La respuesta obtenida con el análisis lineal equivalente es intermedia entre el análisis lineal y el no lineal, por lo cual se concluye que en este caso no se simula completamente la no linealidad del suelo debido a que se trata de un sismo severo. Sin embargo para sismos de mediana intensidad, el método lineal equivalente produce resultados semejantes (en términos de espectros de respuesta e historias de aceleración) a los obtenidos con métodos no lineales.



Tabla 4.3. Comparación de resultados para los análisis lineal, no lineal y lineal equivalente.

0.0 m de Profundidad					
Metodología	$T_n$	$G_{m\acute{a}x}$ (MPa)	$a_{m\acute{a}x}$	$D_{m\acute{a}x}$ (cm)	$Sa_{m\acute{a}x}$ (g)
8 Cts. L.	1.26	59	0.32	10.90	2.35
AMPLE L.	1.26	59	0.32	10.86	2.36
SHAKE L.	1.25	59	0.36	-	2.27
AMPLE NL.	1.72	59	0.08	8.25	0.31
SHAKE LE.	1.35	1.73	0.17	-	0.88353
41.5 m de Profundidad					
Metodología	$T_n$	$G_{m\acute{a}x}$ (MPa)	$a_{m\acute{a}x}$	$D_{m\acute{a}x}$ (cm)	$Sa_{m\acute{a}x}$ (g)
8 Cts. L.	1.26	184.38	0.16	6.15	1.33
AMPLE L.	1.26	184.38	0.16	6.14	1.34
SHAKE L.	1.25	184.38	0.16	-	1.27
AMPLE NL.	1.04	184.38	0.04	2.30	0.15
SHAKE LE.	1.45	5.04	0.09	-	0.45
81.0 m de Profundidad					
Metodología	$T_n$	$G_{m\acute{a}x}$ (MPa)	$a_{m\acute{a}x}$	$D_{m\acute{a}x}$ (cm)	$Sa_{m\acute{a}x}$ (g)
8 Cts. L.	0.27	309.84	0.08	0.77	0.71
AMPLE L.	0.28	309.84	0.07	0.77	0.72
SHAKE L.	0.31	309.84	0.05	-	0.17
AMPLE NL.	0.23	309.84	0.03	0.21	0.13
SHAKE LE.	0.21	9.04	0.06	-	0.14

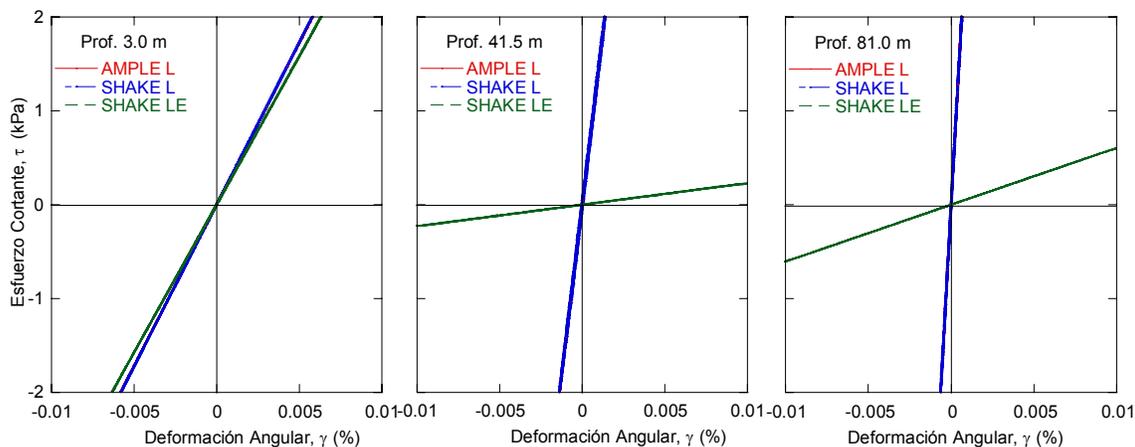


Figura 4.29. Comportamiento esfuerzo-deformación

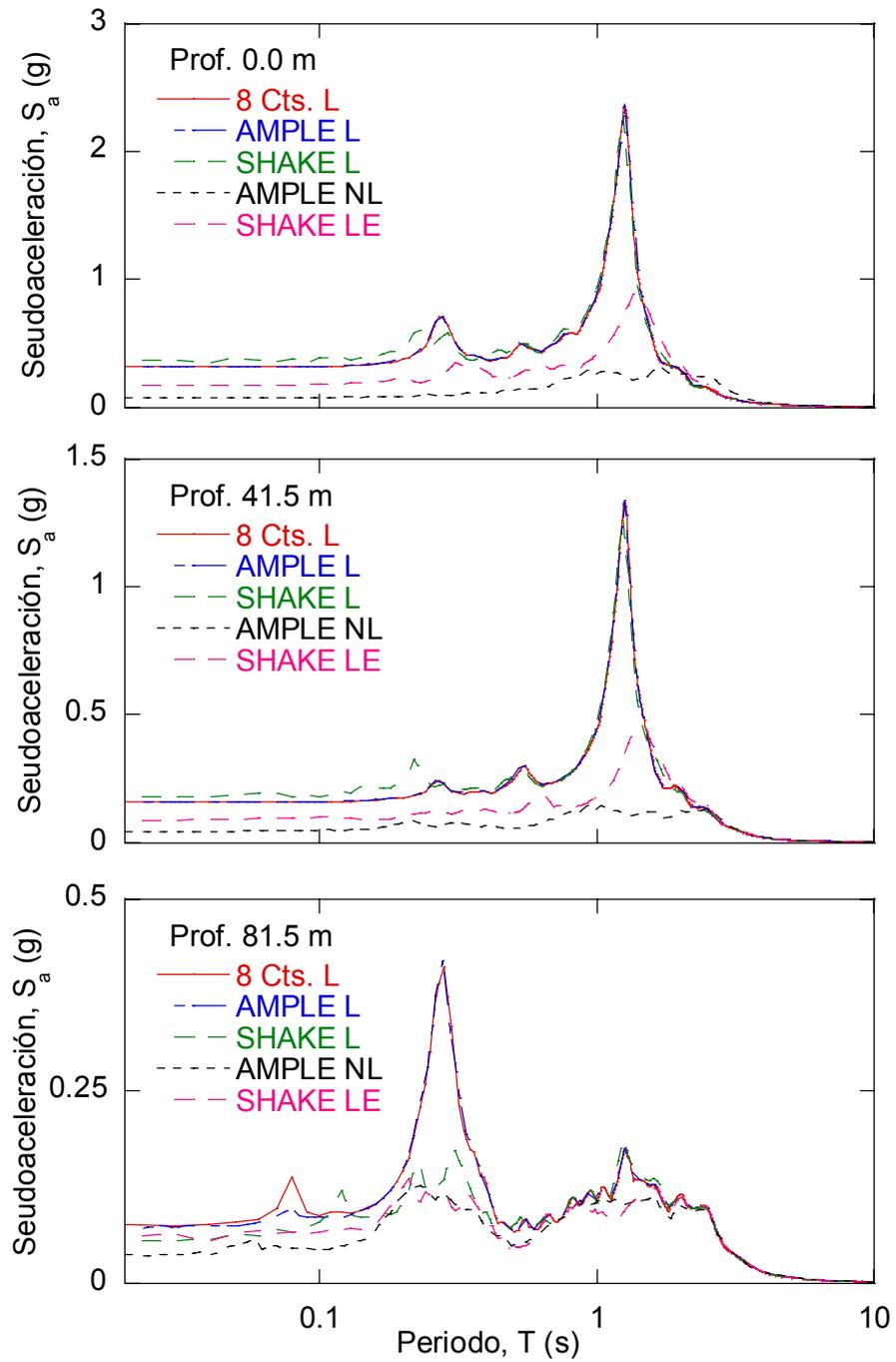


Figura 4.30. Respuesta del talud en términos de aceleración espectral



## 5 ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE CASOS

La Figura 5.1 presenta un talud sumergido hipotético de arcilla, el cual será objeto de estudio, con pendiente moderada, que variara con ángulos de  $0^\circ$ ,  $5^\circ$  y  $10^\circ$ . El talud está normalmente consolidado, tiene una profundidad de 100 m, y estará sujeto a tres ambientes sísmicos. Dado que el talud es de gran extensión perpendicular al plano de deslizamiento el análisis se simplifica a un caso en dos dimensiones.

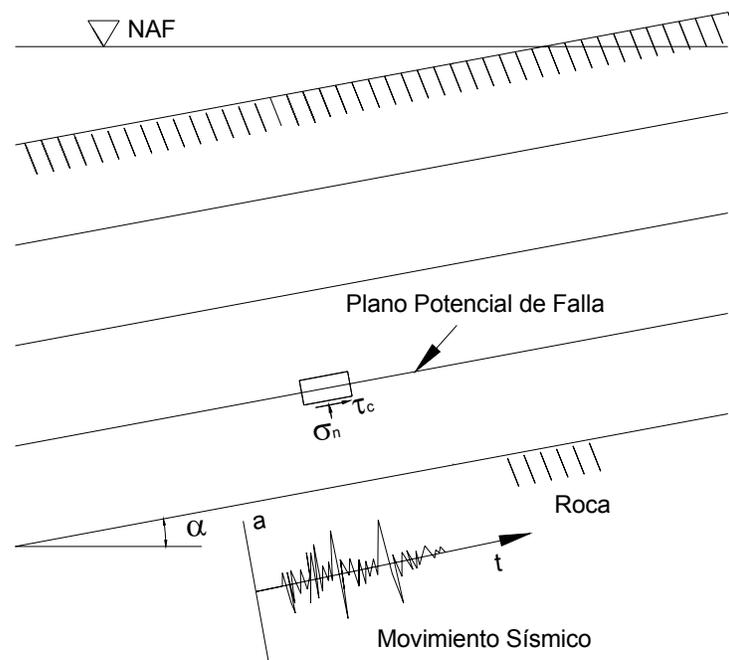


Figura 5.1. Talud hipotético de arcilla de pendiente  $\alpha$



La variación de la densidad del suelo,  $\rho$ , y la resistencia al corte no drenada,  $s_u$ , se muestra en la Figura 5.2. La velocidad de onda de corte,  $V_s$ , y el módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{m\acute{a}x}$ , con la profundidad se presentan en la Figura 5.3.

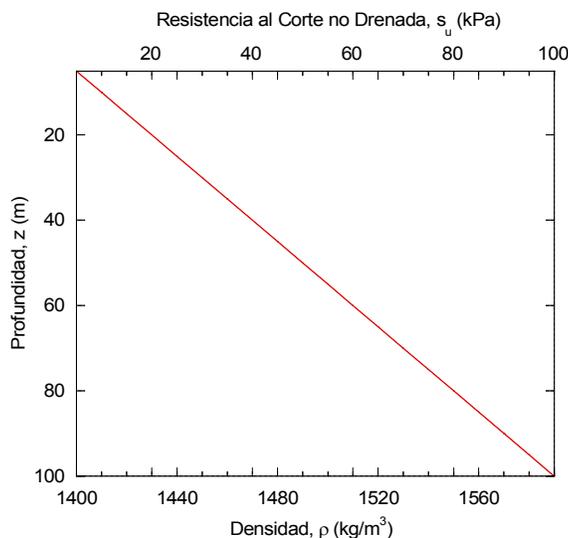


Figura 5.2. Variación de la densidad del suelo,  $\rho$ , y la resistencia al corte no drenada,  $s_u$  con la profundidad.

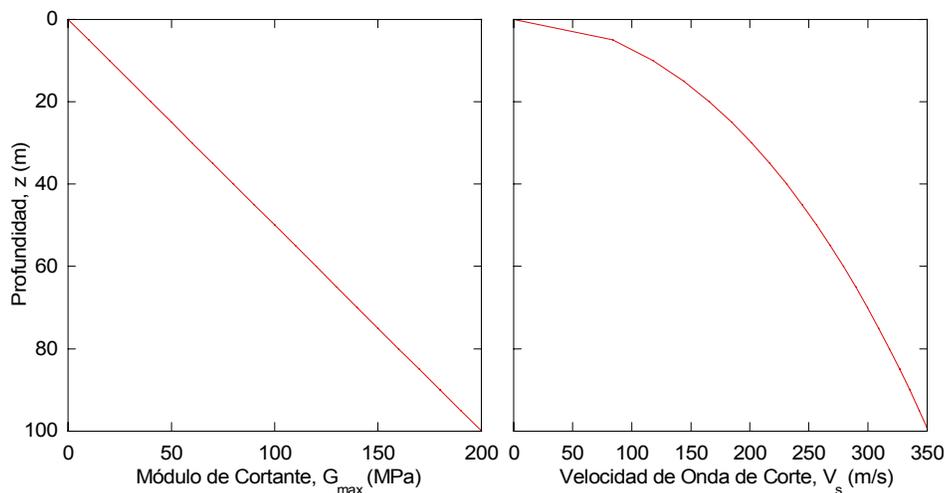


Figura 5.3. Variación del módulo de rigidez al corte máximo,  $G_{m\acute{a}x}$ , y velocidad de onda de corte,  $V_s$ , con la profundidad.



Con el fin de tomar en cuenta la presencia de gases producto de la descomposición de materia orgánica en estratos superiores, lo cual hace que se disminuya el coeficiente de consolidación en los estratos superiores de arcilla (Pestana et al, 2000), se consideraron dos distribuciones del coeficiente de consolidación,  $c_v$ , una constante y otra variable como se indica en la Figura 5.4.

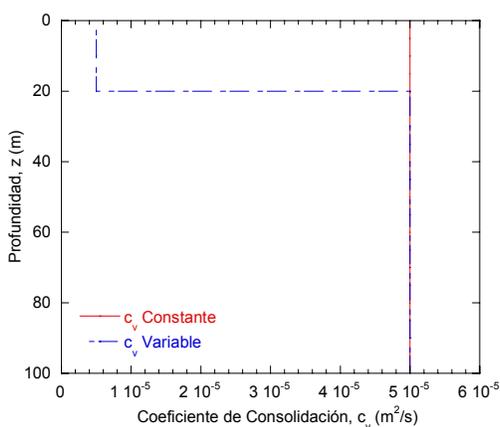


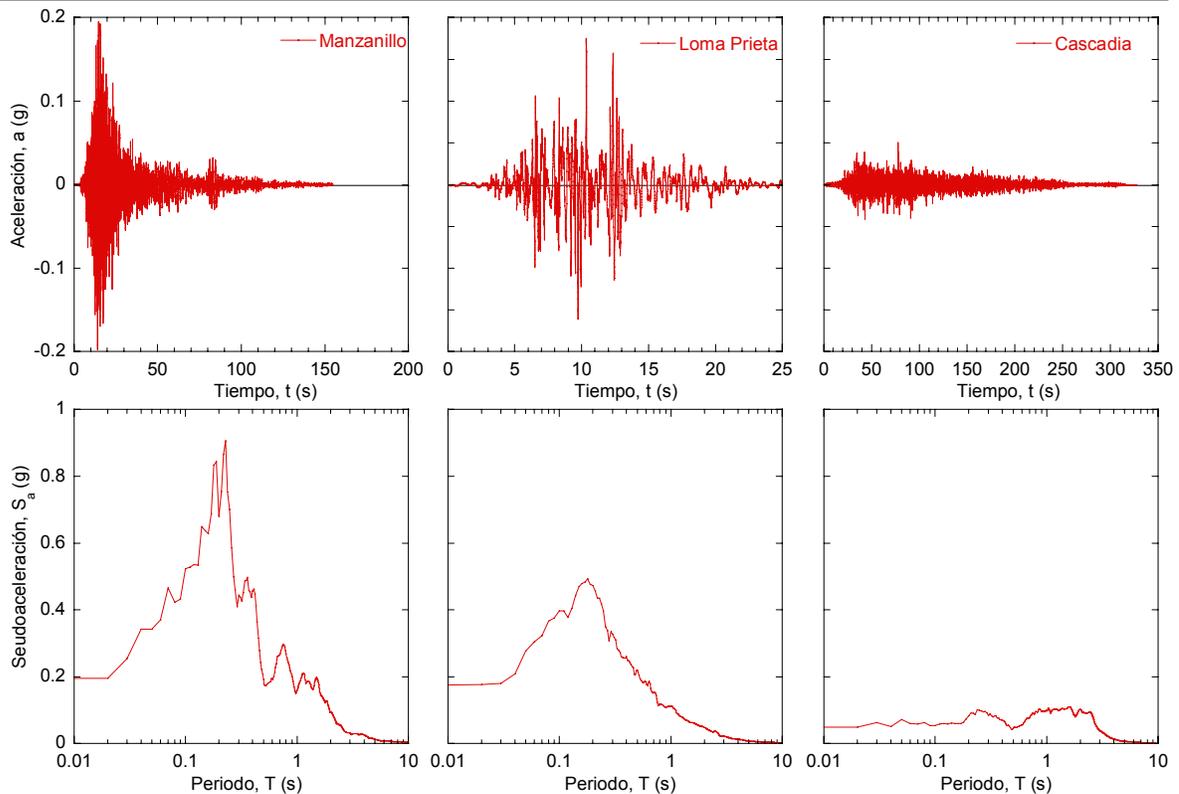
Figura 5.4. Distribuciones del coeficiente de consolidación,  $c_v$ , con la profundidad para los casos 1 y 2.

La Figura 5.5 presenta las historias de aceleraciones aplicadas en la base del modelo y los espectros de respuesta para definir los tres ambientes sísmicos.

Las propiedades del material usadas para el análisis, corresponden a las de una arcilla de plasticidad media y son mostradas en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Propiedades del modelo constitutivo utilizadas en el análisis

Parámetro	Valor
$\beta$ , relación de falla	0.32
$m$ , parámetro de forma	1.0
$\Psi$ , ángulo de oblicuidad para grandes deformaciones	28
$G_p$ , define la curva esqueleto	8.5
$\theta$ , define la trayectoria de esfuerzos efectivos	30
$\lambda$ , controla la rigidez al corte y deformaciones angulares para carga cíclica	13



*Figura 5.5. Historias de aceleraciones y espectros de respuesta utilizadas para definir los ambientes sísmicos.*

A continuación se procede a obtener la respuesta del talud evaluando la influencia de los diferentes aspectos considerados en el análisis.

### **5.1 Influencia del tipo de sismo**

Se usaron tres movimientos diferentes, el primero corresponde a un evento de subducción registrado el 9 de octubre de 1995 en Colima a 15 km al suroeste de Manzanillo con una duración aproximada de 160 s, una aceleración máxima de 0.197 g, y un periodo fundamental de 0.23 s. Posteriormente, un evento superficial registrado en Loma Prieta con una duración aproximada de 25 s, una aceleración máxima de 0.175 g, y un periodo fundamental de 0.175 s. Y por último un sismo sintético generado para la zona de subducción de Cascadia con una duración aproximada de 320 s, una aceleración máxima de 0.05 g, y un periodo fundamental de 1.62 s. Como es mostrado en Figura 5.6, los espectros



de respuesta (para un amortiguamiento del 5%) tienen un contenido de frecuencias diferentes y fueron seleccionados con el fin de introducir este aspecto en el análisis.

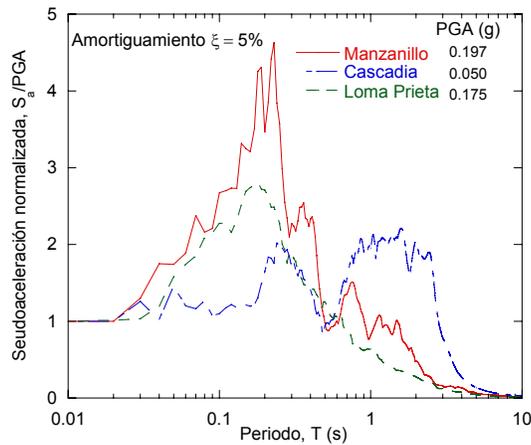


Figura 5.6. Seudoaceleración normalizada entre la aceleración máxima del terreno (PGA).

Para fines comparativos se tomaron en cuenta los resultados obtenidos para el talud con una inclinación de 5°. La Figura 5.7 muestra los espectros de respuesta en términos de aceleración para cada uno de los movimientos sísmicos a una profundidad media de 50 m y en el lecho de roca.

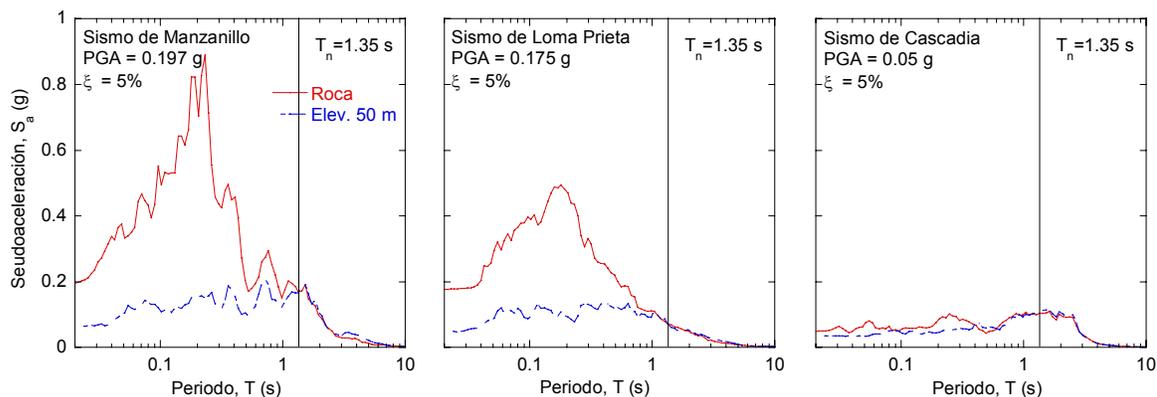


Figura 5.7. Espectro de aceleración calculado a una profundidad de 50 m, comparado con el de roca.



Después de comparar los tres espectros de respuesta a 50 m (Figura 5.7), se nota que el rango de amplitudes es similar, considerando las grandes diferencias entre los espectros de los movimientos en el lecho de roca (ej. Sismo de Manzanillo y de Cascadia). El registro de Manzanillo tiene la aceleración espectral más alta (0.89 g a 0.23 s) y la energía tiende a concentrarse en los periodos más bajos, el registro de Loma prieta posee una aceleración espectral pequeña (0.494 g) y energía concentrada en los periodos más bajos (0.18 s), el registro de Cascadia tiene un espectro con la energía más dispersa y una aceleración espectral máxima de 0.11 g a 1.62 s.

En la Figura 5.8 se observa que los valores de los desplazamientos permanentes y el exceso en la presión de poro fueron mayores para el sismo de Manzanillo aunque muy cercanos al de Cascadia, ya este registro presenta un nivel de aceleraciones espectrales de entrada mayores que los otros dos sismos considerados. Adicionalmente, se nota que en los depósitos superficiales (0 a 10 m) el factor de seguridad,  $FS$  es menor que uno, lo cual se refleja en el aumento súbito de los desplazamientos y en el exceso de la presión de poro para todos los casos.

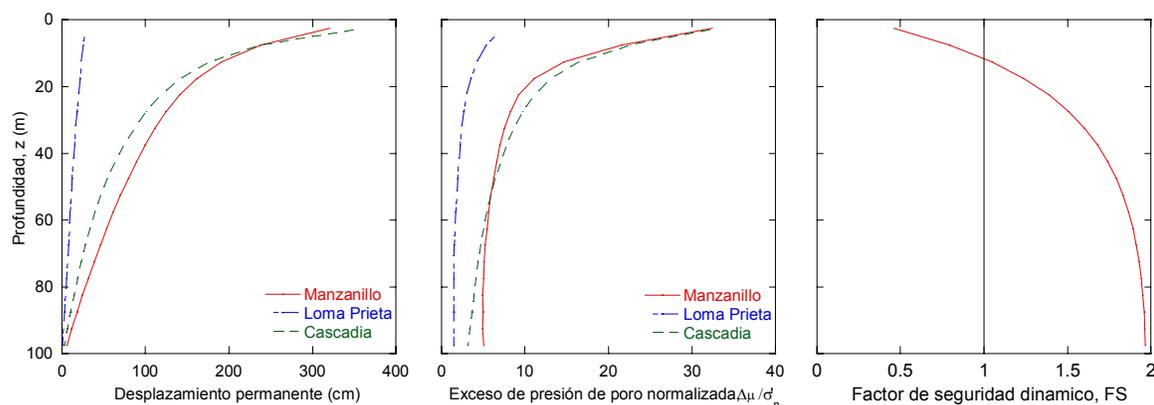


Figura 5.8. Variación de los desplazamientos permanentes, el exceso en la presión de poro y  $FS$  con la profundidad, para los tres sismos.



## **5.2 Influencia del ángulo del talud**

En un depósito de suelo horizontal en condiciones estáticas el esfuerzo cortante es nulo. Durante el sismo, los desplazamientos instantáneos se producen en el mismo sentido de la aceleración y las deformaciones acumuladas dependiendo de las características del movimiento pueden ser en sentido "izquierdo" o "derecho". Por lo tanto, se espera que el suelo experimente desplazamientos positivos y negativos.

Cuando el suelo está inclinado, incluso por muy pocos grados, se alcanza a desarrollar un esfuerzo cortante, bajo condiciones estáticas. Este esfuerzo tiene un efecto importante en el comportamiento del talud. Durante un sismo los desplazamientos instantáneos se producen en el mismo sentido de la aceleración, pero las deformaciones aumentan en el sentido de la pendiente, independientemente de las características del sismo. En la Figura 5.9 se comparan las historias de deformaciones angulares para los tres casos considerados. Se puede observar que para las condiciones inclinadas ( $5^\circ$  y  $10^\circ$ ) la acumulación de la deformación media en el sentido talud abajo es más rápida que en el sentido talud arriba, aun cuando se presenta inversión de carga. Esto produce deformaciones permanentes o desplazamientos más grandes para los taludes inclinados que para un depósito de suelo horizontal. Adicionalmente, considerando que las aceleraciones en el sentido talud arriba producen deformaciones pequeñas, las deformaciones máximas son aproximadamente iguales a las deformaciones al final del sismo (Tabla 5.2). Incluso para un talud con una inclinación muy baja la tendencia a deformarse en el sentido talud abajo (o positiva) supera el predominio de aceleraciones en sentido talud arriba en el sismo (Figura 5.10). Lo anterior está de acuerdo con los resultados experimentales de ensayos de corte simple (Malek et al., 1989; Lefebvre y Pfendler, 1996). Dado que el esfuerzo cortante inicial depende de la inclinación



del talud y que es directamente proporcional, el factor de seguridad disminuye como se puede observar en la Figura 5.10.

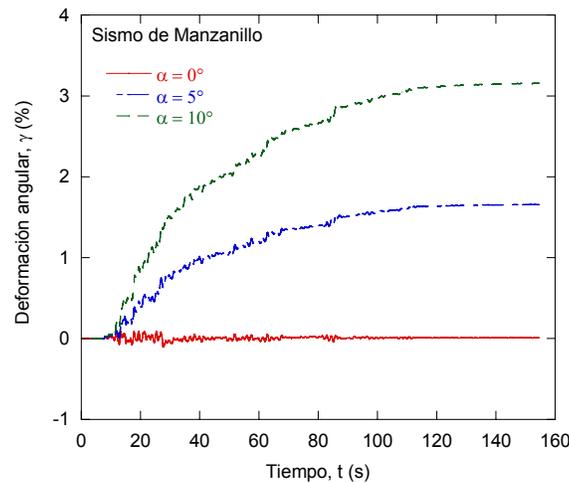


Figura 5.9. Variación de la deformación angular en el tiempo variando el ángulo de inclinación del talud.

Tabla 5.2. Comparación entre la deformación angular máxima y la permanente

Angulo del talud	Deformación angular máxima (%)	Deformación angular permanente (%)
0°	0.0942	0.0084
5°	1.6591	1.6578
10°	3.1577	3.1564

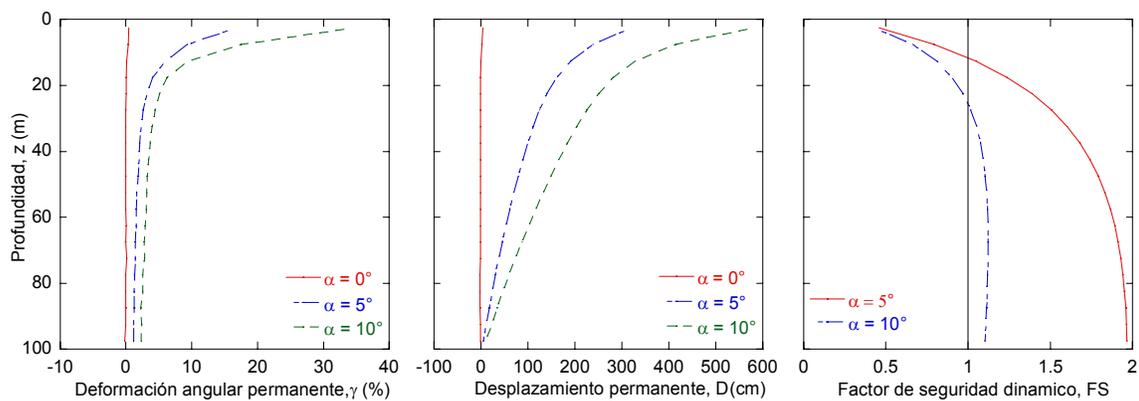


Figura 5.10. Variación de las deformaciones angulares, los desplazamientos permanentes y el factor de seguridad con el ángulo de inclinación del talud.



Los espectros de aceleraciones a 50 m de profundidad mostrados en la Figura 5.11 presentan algunas diferencias debido a la inclinación del talud, con amplificaciones importantes en los periodos cercanos al periodo natural degradado del sitio. En los periodos bajos la respuesta de los taludes es similar, la amplificación cambia a los periodos más altos con el aumento de la pendiente del talud.

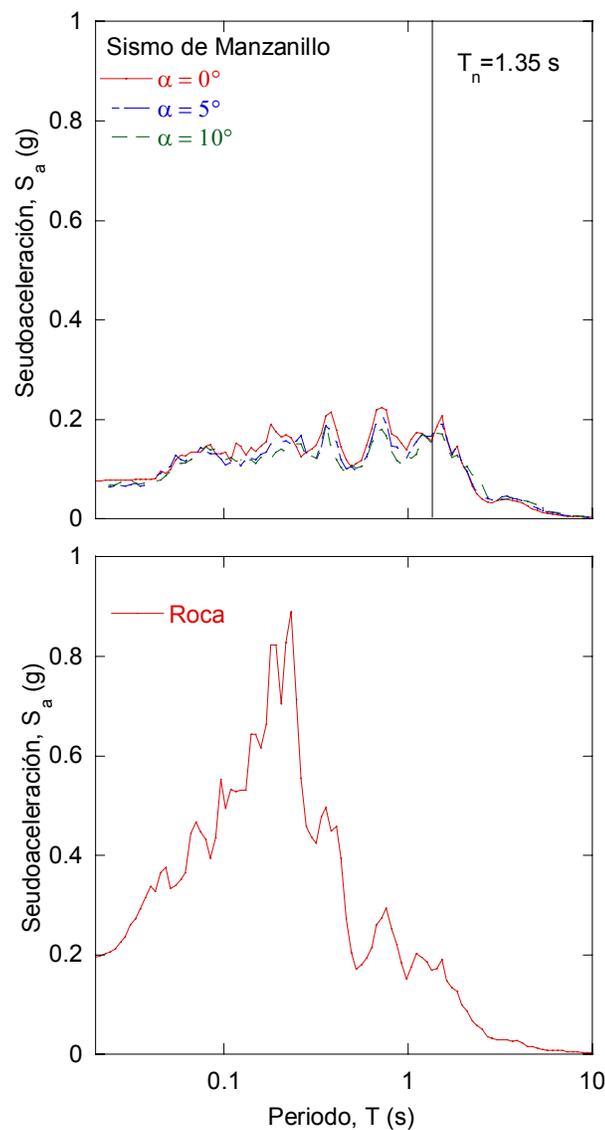


Figura 5.11. Efecto de la inclinación del talud en la respuesta del talud a una profundidad de 50 m.



### 5.3 Influencia del coeficiente de consolidación, $c_v$

Después de que el sismo termina el exceso de presión de poro se disipa gradualmente en función del tiempo. Se requiere el empleo de un valor realista y representativo del coeficiente de consolidación,  $c_v$ , del estrato de suelo y de su variación en función de la profundidad, con el fin de obtener resultados significativos. Se analizan dos casos hipotéticos: (A) el coeficiente de consolidación es igual a  $c_v = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  y es constante con la profundidad, y (B) el coeficiente de consolidación para el estrato superior de 0 a 20 m, es un orden de magnitud menor que para el resto del estrato de suelo  $c_v = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . Una conductibilidad hidráulica más baja hace que  $c_v$  sea más bajo y puede ser el resultado de aspectos tales como la presencia de gas (disminuye la saturación), hidratos de gas, suelo más fino, acreción mineral debido a actividad biológica o a precipitación química. El coeficiente de consolidación también depende del nivel de esfuerzo a través del coeficiente de compresibilidad volumétrico,  $m_v$ . Para niveles de esfuerzo bajos (i.e., en la superficie del talud) el  $m_v$  es mucho mayor que en los estratos más profundos donde el nivel de esfuerzo es más alto. Como consecuencia, el coeficiente de consolidación,  $c_v$ , es más bajo para los estratos superficiales del talud que para los estratos profundos.

La disipación del exceso de presión de poro con el tiempo para los casos I y II se muestran en la Figura 5.12. Para el caso donde el  $c_v$  es constante, el exceso de presión de poro después del sismo disminuye, lentamente con el tiempo, tardándose aproximadamente 20 años en disiparse completamente. Por otra parte, para el caso variable la capa menos permeable impide que el agua fluya ascendentemente y el exceso de la presión de poro es más alto que en el caso anterior sobre todo para las capas superficiales ya que el flujo ascendente



contribuye a su aumento, y tarda aproximadamente 80 años en disiparse totalmente.

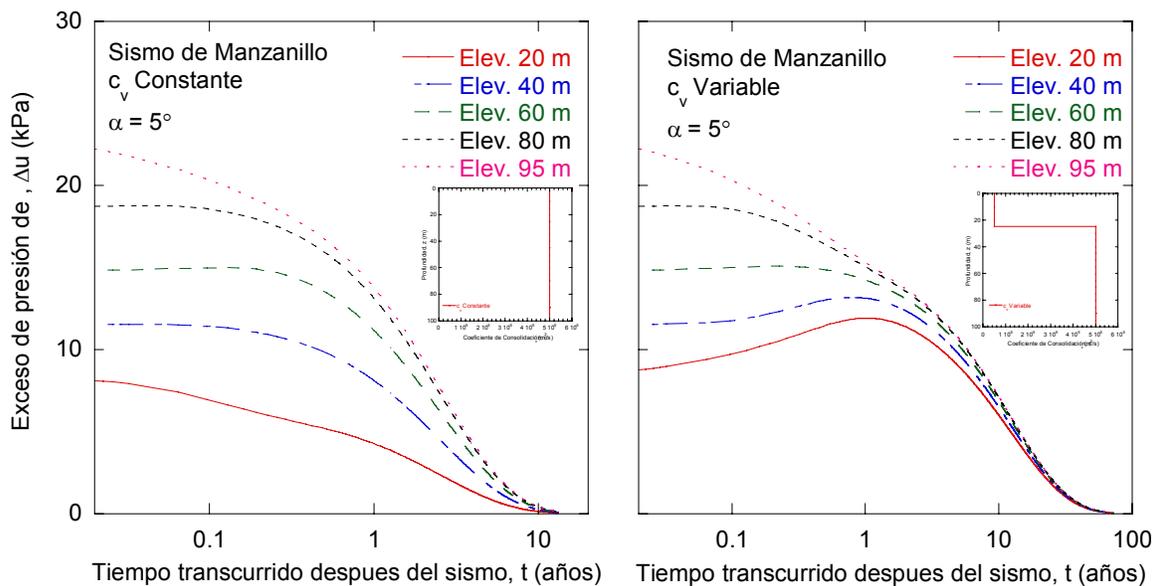


Figura 5.12. Disipación del exceso de presión de poro, variando la distribución del coeficiente de consolidación,  $c_v$ .

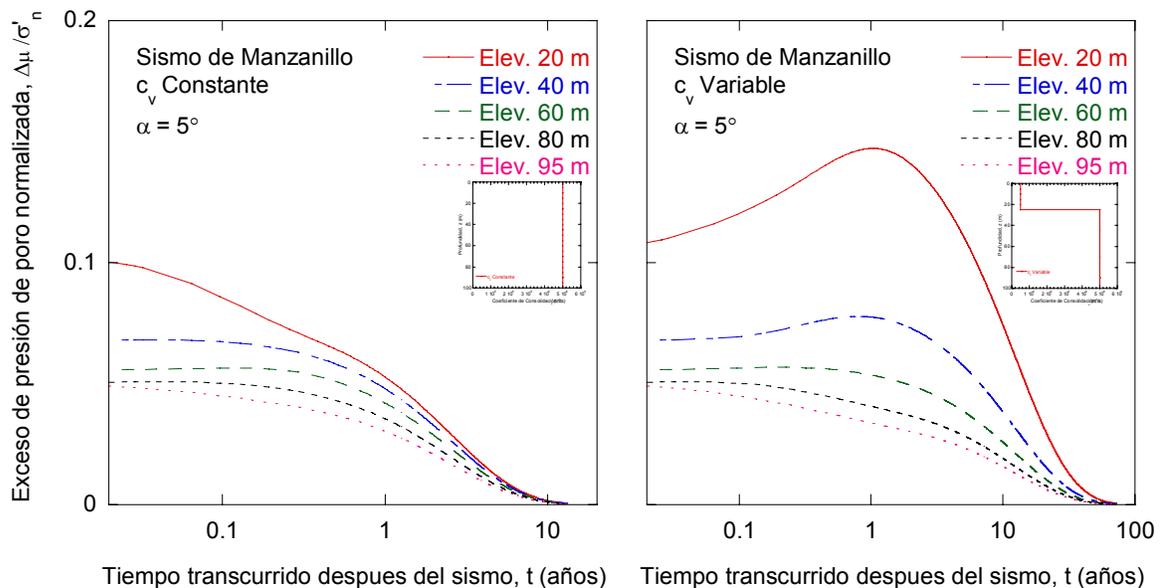


Figura 5.13. Evolución después del sismo del exceso de presión de poro normalizada, variando la distribución del coeficiente de consolidación,  $c_v$ .



En la Figura 5.13 se puede observar más claramente la diferencia entre los resultados que induce el hecho de considerar una capa poco permeable de 0 a 20 m de profundidad. Asimismo, también se observa como el máximo exceso de presión de poro normalizada se obtiene entre 1 a 2 años después del sismo. Esta situación puede generar inestabilidad en los estratos superiores del talud, particularmente por el efecto acumulado por la acción de varios sismos, ya que los esfuerzos efectivos se reducen con el tiempo conllevando a una falla del talud la cual puede ser difícil de relacionar con un evento sísmico específico.

#### 5.4 Influencia del estado de esfuerzos

A través de la ecuación de difusión es posible estimar la consolidación que sufre el talud sumergido una vez finalizado el sismo y por lo tanto la disipación del exceso de presión de poro generada, en función del tiempo. Con el fin de evidenciar el efecto que tiene el estado de esfuerzos iniciales, así como el exceso de presión de poro residual, en el comportamiento de un talud, éste se sometió a tres sismos distintos, considerando inicialmente el sismo de Cascadia, dos años después, el sismo de Loma Prieta y por último 5 años después del primero, el evento de Manzanillo, la distribución del coeficiente de consolidación se consideró constante con la profundidad e igual a  $c_v = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  y la inclinación del talud de  $5^\circ$ . En la Tabla 2.1 se resumen los resultados para las diferentes etapas del análisis.

Tabla 5.3. Estado de esfuerzos y exceso de presión de poro para las diferentes etapas del análisis.

Parámetro	Punto						
	Inicio	A	B	C	D	E	
Exceso de presión de poro (kPa)	0	14.4	6.7	10.9	8.1	21.7	
Esfuerzo normal (kPa)	228.7	214.3	222.0	217.8	220.6	207.0	
Esfuerzo cortante (kPa)	20	20	20	22	22	22	



El punto *A* de la Figura 5.14 define la finalización del sismo de Cascadia, el cual tuvo una duración de 326 s, y el comienzo de la disipación del exceso de la presión de poro generada durante el mismo. Se puede observar que se generó un exceso de presión de poro de 14.4 kPa, lo cual produjo una reducción en el esfuerzo normal efectivo inicial de 228.7 a 214.3 kPa al final del sismo. Asimismo, se muestra la historia de esfuerzos cortantes para este intervalo de tiempo.

El Punto *B* define el estado de esfuerzos después de dos años de disipación del exceso de la presión de poro generados por el sismo de Cascadia, así como el estado de esfuerzo inicial en el momento en que se produce el evento de Loma Prieta, el exceso de presión de poro se disipó 7.75 kPa, logrando que se incrementara el esfuerzo normal efectivo hasta 222 kPa (punto *B*) y el esfuerzo cortante permaneció constante.

El punto *C* define la finalización del sismo de Loma Prieta y el comienzo de la disipación del exceso de la presión de poro generada durante el mismo. El sismo de Loma Prieta con una duración de 24.5 s generó un exceso de presión de poro de 4.2 kPa lo cual produjo una reducción en el esfuerzo normal efectivo inicial de 222 a 217.8 kPa al final del sismo. El esfuerzo cortante incremento de 20 a 22 kPa.

El punto *D* define el estado de esfuerzos después de tres años de disipación del exceso de la presión de poro generados por el sismo de Loma Prieta, así como el estado de esfuerzo inicial en el momento en que se produce el evento de Manzanillo, el exceso de presión de poro se disipó 2.8 kPa, logrando que se incrementara el esfuerzo normal efectivo inicial de 217.8 a 220.6 kPa y el esfuerzo cortante permaneció aproximadamente igual.

El punto *E* define la terminación del sismo de Manzanillo y el comienzo de la disipación total del exceso de la presión de poro generada durante todo el

---



análisis. El sismo de Manzanillo tuvo una duración de 154.6 s y generó un exceso de presión de poro de 13.6 kPa causando una reducción en el esfuerzo normal efectivo inicial de 220.6 a 207 kPa al final del sismo. Después del punto *E* se dejó disipar totalmente el exceso de presión de poro, tardándose aproximadamente 20 años. Sin embargo, el tiempo de disipación total, desde el inicio del análisis fue de 25 años. Lo cual demuestra la importancia del estado de esfuerzos efectivos y por lo tanto del exceso de la presión de poro inicial en los resultados de los análisis de estabilidad de taludes sumergidos, ya que en el caso de una réplica, o un evento posterior, la resistencia inicial a tomar en cuenta en los análisis de estabilidad sísmica debe de ser acorde a las condiciones de presión de poro prevalecientes en ese momento, ya que el suelo estaría más cerca de la falla, en el caso que la presión de poro generada por un evento anterior, no se haya disipado en su totalidad.

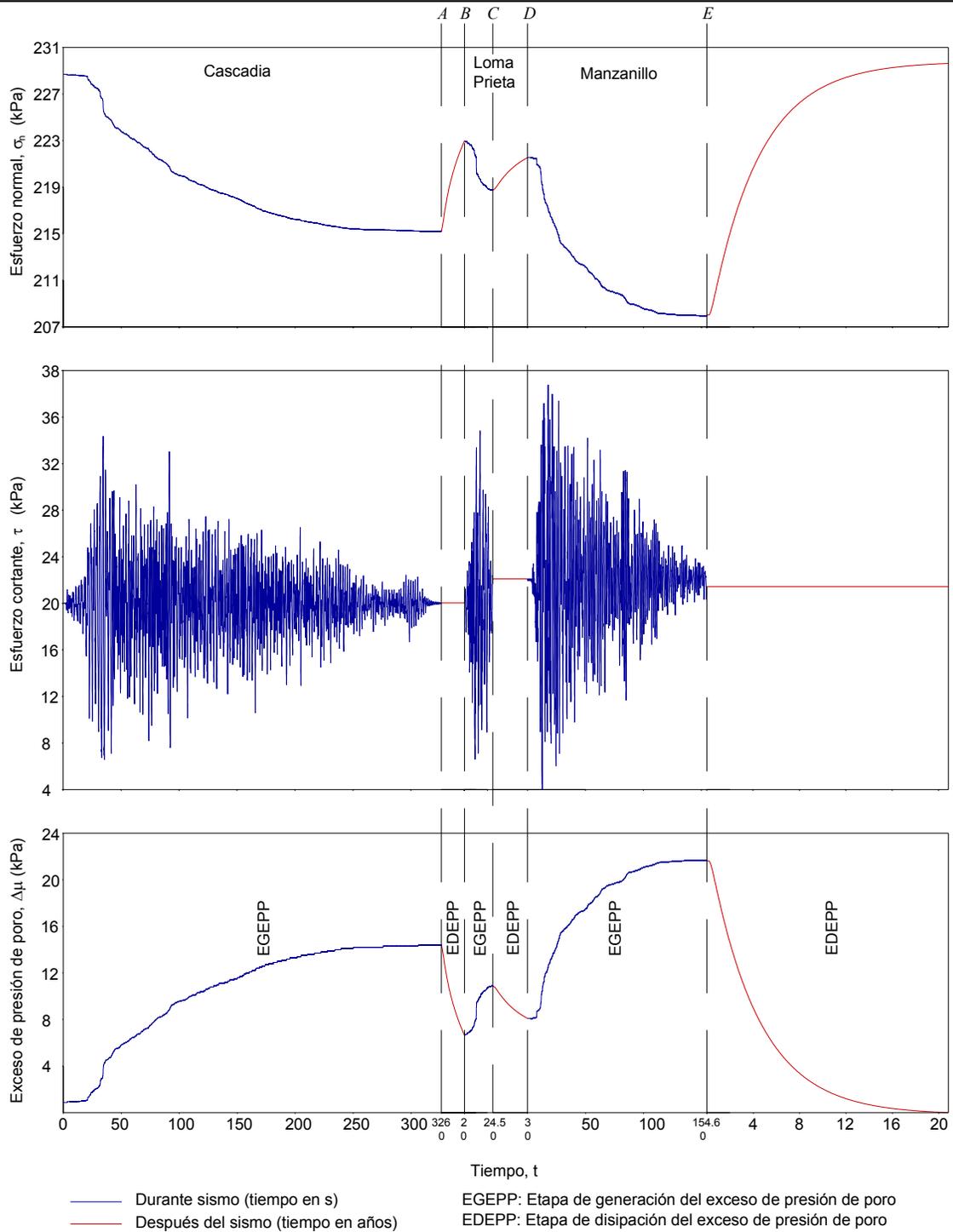


Figura 5.14. Influencia del comportamiento a largo plazo en la respuesta del talud a una profundidad de 50 m.



## 6 CONCLUSIONES

- De los análisis realizados en esta tesis se encontró que para una simulación de un ensaye de corte simple directo bajo deformación controlada, el modelo lineal presenta una pendiente correspondiente al módulo de rigidez al corte máximo y no permite capturar directamente el amortiguamiento del suelo ya que el área de los ciclos de histéresis es nula. Lo cual no reproduce la respuesta real de un suelo porque no considera la degradación sus propiedades dinámicas, aunque es útil para predecir su comportamiento a bajas deformaciones ( $\gamma \approx 1 \times 10^{-4} \%$ ). De los modelos no lineales considerados (i.e. elastoplástico e hiperbólico) se encontró que el modelo elastoplástico, parte con la misma pendiente que el modelo lineal ( $G_{máx}$ ), hasta que alcanza el esfuerzo de fluencia, momento en el cual para un mismo nivel de esfuerzos, las deformaciones incrementan hasta la falla del material. Igualmente, el modelo hiperbólico es capaz de reproducir deformaciones plásticas, siguiendo una curva esfuerzo-deformación hiperbólica.
- El modelo DSS captura en forma realista el comportamiento cíclico esfuerzo-deformación del suelo e incorpora el efecto de la historia de esfuerzos de consolidación de una muestra in situ, la no linealidad del suelo, la evolución del exceso de la presión de poro del espécimen de suelo sometido a corte cíclico irregular y su impacto en la reducción de



resistencia no drenada y los desplazamientos permanentes asociados al corte cíclico irregular. El modelo DSS se basa en una formulación en términos de esfuerzos efectivos que permite la simulación de las pruebas monotónicas y de corte simple cíclico de arcillas normalmente consolidadas a ligeramente preconsolidadas, bondades que no poseen otros modelos constitutivos considerados en el análisis.

- Al comparar el método numérico de la diferencia central con el de las ocho constantes y el análisis en el dominio de la frecuencia, sin considerar la no linealidad del suelo, se encontró que los resultados son similares. Sin embargo, por la diferencia en la forma de discretizar el depósito de suelo, los espectros de respuesta obtenidos con análisis en el dominio del tiempo difieren un poco hacia los periodos bajos, respecto a los obtenidos con el análisis en el dominio de la frecuencia.
- Se encontró que la presencia de una inclinación en el talud puede cambiar perceptiblemente la respuesta total de la columna de suelo, dado que se aumenta el esfuerzo cortante en sentido talud abajo, contribuyendo a que las fuerzas actuantes sean mayores y como consecuencia, que las deformaciones estimadas se acumulen en el mismo sentido, en este caso la deformación permanente está muy cerca de la máxima ya que las deformaciones que se presentan son plásticas y por lo tanto el suelo no vuelve a su posición original al final del evento. Para la condición de terreno plano (estratigrafía horizontal), parte de las deformaciones generadas durante el sismo, son elásticas y al final del sismo se observó que las deformaciones permanentes son solamente una fracción de la máxima predicha durante el evento (Tabla 5.2). En general, sin importar el sentido de la aceleración máxima, el talud desarrolla siempre deformaciones permanentes en el sentido talud abajo, mientras que un



depósito de suelo podría tener deformaciones permanentes en cualquier sentido.

- Para taludes con una distribución de coeficiente de consolidación constante la disipación del exceso de presión de poro es más rápida que en el caso de tener una capa menos permeable en la superficie impidiendo que el agua fluya ascendentemente. Esta situación puede generar inestabilidad en los estratos superiores del talud, particularmente por el efecto acumulado de varios eventos dinámicos, ya que los esfuerzos efectivos se reducen con el tiempo conllevando a una falla del talud la cual puede ser difícil de relacionar con un evento sísmico específico.
- La resistencia inicial a tomar en cuenta en los análisis de estabilidad sísmica debe de ser acorde a las condiciones de presión de poro prevalecientes en ese momento, ya que en el caso que la presión de poro generada por un evento anterior, no se haya disipado en su totalidad el suelo estaría más cerca de la falla. Lo cual demuestra la importancia del estado de esfuerzos efectivos y por lo tanto del exceso de la presión de poro inicial en los resultados de los análisis de estabilidad de taludes sumergidos.

**REFERENCIAS**

- Aki, K y Larner KL (1970), Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *Journal Geophysical Research* **75**, 1921-1941
- EPRI (1993), Guidelines for determining design basis ground motions, Palo Alto, California, Electric Power Research Institute, **1**, EPRI TR-102293
- Andresen, A, Berre, T, Kleven, A, y Lunne, T (1979), Procedures used to obtain soil parameters for foundation engineering in the North Sea, *Marine Geotechnology* **3**, 201-266
- Andresen, A, Bjerrum, L (1967), Slides in subaqueous slopes in loose sand and silt, *Marine Geotechnique*, Norwegian Geotechnical Institute Publication **81**
- Balakrishnan, A (1998), Summary of geotechnical data for Treasure Island, Technical report, Center for Geotechnical Modeling, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, California
- Banerjee, P, Pollitz, FF, Bürgmann, R (2005), The size and duration of the Sumatra-Andaman earthquake from far-field static offsets, *Science Magazine* **308**, 1769-1772
- Bathe, KJ y Wilson, EL (1976), Numerical methods in finite element analysis, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 528 pp



- Batterson, M, Liverman, DGE, Ryan, J y Taylor, D (1999), The assessment of geological hazards and disasters in Newfoundland: an update, Geological Survey, report **99(1)**, 93-123
- Biscontin, G y Pestana, JM (2006), Factors affecting seismic response of submarine slopes, *Natural Hazards and Earth System Sciences* **6**, 97-107
- Biscontin, G (2001), Modeling the dynamic behavior of lightly overconsolidated soil deposits on submerged slopes, Ph.D. Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Biscontin, G, Pestana, JM, Nadim, F (2004), Seismic triggering of submarine slides in soft cohesive soil deposits, *Marine Geology* **203(3)**, 241-354
- Bjerrum, L y Landva, A (1996), Direct simple-shear tests on a Norwegian quick clay, *Geotechnique* **16**, 1-20
- Bjerrum, L (1971), Subaqueous slope failures in Norwegian fjords, *Proceedings of the First International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*, Trondheim, Norway, **1**, 24-47
- Bonaparte, R y Mitchell, J (1979), The properties of San Francisco bay mud at Hamilton air force base, California, Geotechnical Research Report, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, California
- Borg, SF (1962), *Fundamentals of Engineering Elasticity*, The University Series in Civil Engineering and Applied Mechanics, D. Van Nostrand, Princeton, 310 pp
- Brooks, JM, Field, ME y Kennicutt, MC (1991), Observations of gas hydrates in marine sediments, offshore northern California, *Marine Geology* **96**, 103-109
- Cardona, C y Mayoral, JM (2006), Algunos aspectos a considerar durante el análisis de respuesta de sitio, *Memorias de la XXIII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos*, Tuxtla, México



- Chao, BF, Gross RS (2005), Did the 26 December 2004 Sumatra, Indonesia, earthquake disrupt the Earth's Rotation as the mass media have said?, EOS, Transactions American Geophysical Union **86**(1), 1-2
- Chopra, AK (2000), Dynamic of structures: theory an applications to earthquake engineering, 2da ed, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 844 pp
- Cochonat, P, Cadet JP, Lallemand, SJ, Mazzotti, S, Nouze, H, Fouchet, C y Foucher, JP (2002), Slope instabilities and gravity processes in fluid migration and tectonically active environment in the eastern Nankai accretionary wedge (KAICO-Tokai'96 cruise), Marine Geology **187**(1), 193-202
- Dawson, AG (1999), Linking tsunami deposits, submarine slides and offshore earthquakes, Quaternary International **60**, 119-126
- de Alba, P y Faris, JR (1996), Current state of site characterization and instrumentation, Report to workshop on future research deep instrumentation array Treasure Island NGES
- Dikmen, S y J Ghaboussi (1984), Effective stress analysis of seismic response and liquefaction theory, Journal of Geotechnical Engineering **110**(5), 628-644
- Dimakis, P, Elverhøi, A, Høeg, K, Solheim, A, Harbitz, CB, Laberg, JS, Vorren, TO y Marr, J (2000), Submarine slope stability on high-latitude glaciated Svalbard-Barents Sea margin, Marine Geology **162**(2), 303-316
- Edgers, L y Karlsrud, K (1982), Soil flows generated by submarine slides: case studies and consequences, Proceedings of the 3rd International Conference on the Behavior of Off-Shore Structures, Cambridge, UK, **2**, 425-437
- Farreras, SF, Domínguez R y Gutiérrez CA (2005), Tsunamis, Serie Fascículos, Centro Nacional de Prevención de Desastres, Secretaria de Gobernación, 39 pp



- Fine, IV, Rabinovich, AB, Bornhold, BD, Thomson, RE y Kulikov, EA (2005), The Grand Banks landslide-generated tsunami of November 18, 1929: preliminary analysis and numerical modeling, *Marine Geology* **215**, 45-57
- Fredlund, DG, Krahn, J (1977), Comparison of slope stability methods of analysis, *Canadian Geotechnical Journal* **14**, 429-439
- Frydman, S, Talesnick, M, Almagor, G y Wiseman, G (1988), Simple shear testing for the study of the earthquake response of clay from the Israeli continental slope, *Marine Geotechnology* **7**, 143-171
- Garnica, P, Gómez, JA, Flores, M, Pérez, A y López, J (2002), Estabilidad de taludes sumergidos aplicación a la estabilidad de escolleras en puertos mexicanos, Secretaria de Comunicaciones y Transportes Instituto Mexicano del Transporte, Publicación Técnica, Sanfandila, Querétaro, **199**, 118 pp
- Gaul, L y Bohlen, S (1987), Identification of nonlinear structural joint models and implementation in discretized structure models, Proceedings of 11th ASME conference on mechanical vibration and noise, The role of damping in vibration and noise, Boston, EUA, **5**, 213-219
- Gee, MJR, Gawthorpe, RL y Friedmann JS (2005), Giant striations at the base of a submarine landslide, *Marine Geology* **214**, 287-294
- Gibson, RE (1958), The progress of consolidation in a clay layer increasing in thickness with time, *Geotechnique* **8**, 171-82
- Haflidason, H, Lien, R, Sejrup, HP, Forsberg, CF y Bryn, P (2005), The dating and morphometry of the Storegga Slide, *Marine and Petroleum Geology* **22**, 123-136
- Hampton, MA, Lee, HJ y Locat, J (1996), Submarine landslides, *Reviews of Geophysics* **34**, 33-59
- Heezen, BC y Ewing, M (1952), Turbidity currents and submarine slumps, and the 1929 Grand Banks Earthquake, *American Journal of Science* **250**(12), 849-873



- Hudson, M, Idriss, I y Beikae, M (1994), Quad4M: A computer program to evaluate the seismic response of soil structures using finite element procedures and incorporating a compliant base, Technical report, Center for Geotechnical Modeling, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, California
- Hurukawa, N, Tsuji, Y y Waluyo, B (2003), The 1998 Papua New Guinea earthquake and its fault plane estimated from relocated aftershocks, *Pure and Applied Geophysics* **160**, 1829-1841
- Idriss, IM, Seed, HB y Serff, N (1874), Seismic Response by Variable Damping Finite Elements, *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE* **100**(1), 1-13
- Idriss, I, y Sun, J (1992), User's Manual For SHAKE 91, Center for Geotechnical Modeling, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, California
- Iwan, W (1967), On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems, *Journal of Applied Mechanics* **34**(3), 612-617
- Jaime, A y Romo, MP (1988), The Mexico earthquake of September 19, 1985- correlations between dynamic and static properties of Mexico City clay, *Earthquake Spectra* **4**, 787-804
- Jansen, E, Befring, S, Bugge, T, Eidvin, T, Holtedahl, H y Sejrup, HP (1987), Large submarine slides on the Norwegian continental margin: sediments, transport and timing, *Marine Geology* **78**, 77-107
- Kammerer, A, Hunt, C y Riemer, M (1999), UC Berkeley geotechnical testing for the East Bay crossing of the San Francisco-Oakland Bay bridge, Technical Report UCB/GT/99-18, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Kramer, SL (1996), *Geotechnical Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 653 pp



- Kvalstad, TJ, Nadim, F, Kaynia, AM, Mokkelbost KH y Bryn, P (2005), Soil conditions and slope stability in the Ormen Lange area, *Marine and Petroleum Geology* **22**, 299-310
- Lee, HJ (1989), Undersea landslides: extent and significance in the Pacific Ocean, *Proceedings of the 28th International Geological Conference*, Washington, D.C., **2**, 275-276
- Lee, HJ, Locat, J, Dartnell, P, Israel, K, y Wong, F (1999), Regional variability of slope stability: application to the Eel margin, California, *Marine Geology* **154**, 305-321
- Lee, MKW y Finn, L (1978), Desra-2: Dynamic effective stress response analysis of soil deposits with energy transmitting boundary including assessment of liquefaction potential, Technical Report 38, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, Canada
- Lee, HJ y Edwards, BD (1986), Regional method to assess offshore slope stability, *Journal of Geotechnical Engineering* **112**(5), 489-509
- Lee, HJ y Baraza, J (1999), Geotechnical characteristics and slope stability in the Gulf of Cadiz, *Marine Geology* **155**, 173-190
- Lee, HJ, Edwards, BD y Field, ME (1981), Geotechnical analysis of a submarine slump, Eureka, California, *Proceedings of the 13th Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, EUA, 53-59
- Lefebvre, G y Pfendler, P (1996), Strain rate and preshear effects in cyclic resistance of soft clay, *Journal of Geotechnical Engineering* **122**, 21-26
- Leroueil, S, Vaunat, J, Picarelli, L, Locat, J, Lee, HJ, y Faure, R (1996), Geotechnical characterization of slope movements, *Proceedings of the 7th International Symposium on Landslides*, Trondheim, Norway, 22 pp
- Leynaud, D, Mienert, J, y Nadim, F (2004), Slope stability of the Helland Hansen area offshore the Mid-Norwegian margin, *Marine Geology* **213**, 457-480



- Li, X, Wang, Z y Shen, C (1992), SUMDES: a nonlinear procedure for response analysis of horizontally layered sites subjected to multi-directional earthquake loading, Technical report, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, California
- Locat, J (2001), Instabilities along ocean margins: a geomorphological and geotechnical perspective, *Marine and Petroleum Geology* **18**(4), 503-512
- Locat, J, y Lee, HJ (2002), Submarine landslides: advances and challenges, *Canadian Geotechnical Journal* **39**, 193-212
- Lysmer, J, Udaka, T, Tsai, CF y Seed, HB (1975), FLUSH: a computer program for approximate 3-D analysis of soil-structure interaction problems, Geotechnical Engineering Report Report No. UCB/EERC-75-30, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Lysmer, J, Tabatabaie-Raisi, M, Tajirian, F y Ostadan, F (1981), SASSI: a system for analysis of soil-structure interaction, Geotechnical Engineering Report no. UCB/GT/81-02 Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Malek, A, Azzouz, A, Baligh, M, y Germaine, J (1989), Behavior of foundation clays supporting compliant offshore structures, *Journal of Geotechnical Engineering* **115**(5), 615-636
- Martel, SJ (2004), Mechanics of landslide initiation as a shear fracture phenomenon, *Marine Geology* **203**, 319-339
- Martin, PP y Seed, HB (1978), MASH: a computer program for the nonlinear analysis of vertically propagating shear waves in horizontally layered deposits, Geotechnical Engineering Report No. UCB/EERC-8/23, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Masing, G (1926), Self stretching and hardening for brass, *Proceedings of the Second International Congress for Applied Mechanics*, Zurich, Switzerland, 332-335



- Mayoral, JM (2002), Two-Directional Effects on Seismic Soil-pile-structure interaction in soft clay, Ph.D. Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Mayoral, JM, Pestana, JM Seed, RB y Romo, MP (2006), A simplified plastic hysteretic model for multi-directional nonlinear site response in soft soils, Proceedings of the 4th International Conference on Soft Soil Engineering, Vancouver, Canada
- Mayoral, JM, Cardona, C y Romo, MP (2006), Evaluación de la Respuesta Sísmica de Taludes Submarinos en Suelos Cohesivos, Memorias de la XXIII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Tuxtla, México
- McAdoo, BG, Pratson, LF y Orange, DL (2000), Submarine landslide geomorphology, US continental slope, *Marine Geology* **169**, 103-136
- Morgenstern, NR y Price, VE (1965), The analysis of the stability of generalized slip surfaces, *Geotechnique* **15**, 79-93
- Morgenstern, NR (1967), Submarine slumping and the initiation of turbidity currents, *Marine Geotechnique*, University of Illinois Press, Chicago, 189-220
- Nadim, F, Kvalstad, TJ y Guttormsen, T (2005), Quantification of risks associated with seabed instability at Ormen Lange, *Marine and Petroleum Geology* **22**, 311-318
- Norem, H, Locat, J y Schieldrop, B (1990), An approach to the physics and the modelling of submarine landslides, *Marine Geotechnology* **9**, 93-111
- Ovando, E (1996), Aspectos geotécnicos para evaluar riesgos en puertos, Memorias de la Reunión Conmemorativa: 40 años de la Investigación y Práctica en Geotecnia, Los Retos Geotécnicos del Futuro, **II**
- Pestana, JM, Biscontin, G, Nadim, F y Andersen, K (2000), Modeling cyclic behavior of lightly overconsolidated clays in simple shear, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **19**, 501-519



- Pestana, JM y Biscontin, G (2000), A simple model describing the cyclic behavior of lightly over consolidated clays in simple shear, Geotechnical Engineering Report No UCB/GT/2000-03, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California,
- Pestana, JM, Surface User's Manual, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California, (2000)
- Pestana, JM, Nadim, F (2000), Nonlinear site response analysis of submerged slopes, Geotechnical Engineering Report No UCB/GT/2000-04, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Poulos, HG (1988), Marine Geotechnics, Academic Division of Unwin Hyman, London, 473 pp
- Prior, DB y Coleman, JM (1978), Disintegrating retrogressive landslide on very-low-angle subaqueous slopes, Mississippi Delta, Marine Geotechnology **3**, 37-60
- Puzrin, A, Frydman, S y Talesnick, M (1997), Effect of degradation on seismic response of Israeli continental slope, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering **123**, 85-93
- Pyke, R (1979), Non-linear soil models for irregular cyclic loadings, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE **105**, 715-726
- Reséndiz, D (1970), Las relaciones esfuerzo-deformación de los suelos: una revisión de enfoques, UNAM, Instituto de Ingeniería, Series del Instituto de Ingeniería 247, México, DF, 152 pp
- Romo, MP, Chen, JH, Lysmer, J y Seed, HB (1980), PLUSH: a computer program for probabilistic finite element analysis of seismic soil-structure interaction, Geotechnical Engineering Report No. UCB/EERC-77/01, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California



- Romo, MP, Villarraga, MR, Magaña, R, Hernandez, RS y Zea, C (1989), PTLUSH: a computer three-dimensional program for probabilistic finite element analysis of seismic soil-structure interaction. Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F.
- Schnabel, PB, Lysmer, J y Seed, HB (1972), SHAKE: a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered soil, Geotechnical Engineering Report No. UBC/EERC-72/12, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Schwab, WC, Lee, HJ, Twichell, DC, Locat, J, Nelson, HC, McArthur, M y Kenyon, NH (1996), Sediment mass-flow processes on a depositional lobe, *Journal of Sedimentary Research* **66**, 916-927
- Sultan, N, Cochonat, P, Canals, A, Cattaneo, A, Dennielou, B, Haflidason, H, Laberg, J, Long, D, Mienert, J, Trincardi, F, Urgeles, R, Vorren, T, y Wilson, C (2004), Triggering mechanisms of slope instability processes and sediment failures on continental margins: a geotechnical approach, *Marine Geology* **213**, 291-321
- Sun, JI, Golesorkhi, R, y Seed, HB (1988), Dynamic moduli and damping ratios for cohesive soils, Geotechnical Engineering Report No. UCB/EERC-88/15, Earthquake Engineering Research Center, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, California
- Tappin, DR, Watts, P, McMurtry, GM, Lafoy, Y y Matsumotu, T (2001), The Sissano, Papua New Guinea tsunami of July 1998: offshore evidence on the source mechanism, *Marine Geology* **175**, 1-23
- Tregoning, P, Lambeck, K, Stolz, A, Morgan, P, McClusky, SC, van der Beek, P, McQueen, H, Jackson, RJ, Little, RP, Laing, A y Murphy, B (1998), Estimation of current plate motions in Papua New Guinea from Global Positioning System observations, *Journal of Geophysical Research* **103**(B6), 12,181-12,203



- Turner, AK y Schuster, RL (1996), Landslides investigation and mitigation, Transportation Research Board, National Research Council, Special Report 247, National Academy Press, Washington, DC, 129-177
- Urgeles, R, Leynaud, D, Lastras, G, Canals, M y Mienert, J (2006), Back-analysis and failure mechanisms of a large submarine slide on the Ebro slope, NW Mediterranean, Marine Geology **226**, 185- 206
- Vucetic, M y Dobry, R (1991), Effect of soil plasticity on cyclic response, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE **111**(1), 89-107
- Ward, SN (2001), Landslide tsunami, Journal of Geophysical Research **106**, 11201-11215
- Wood, DM (1991), Soil behavior and critical state soil mechanics, Cambridge University Press, 486 pp

Paginas Web:

Agence France-Presse: <http://www.afp.com/espanol/home/>

Digitalglobe: <http://www.digitalglobe.com/>

Elsevier: [http://www.elsevier.com/wps/find/homepage.cws\\_home](http://www.elsevier.com/wps/find/homepage.cws_home)

Observatorios de Variables Ambientales en Tiempo Real en la Costa Occidental de México: <http://observatorio.cicese.mx/>

ScienceDirect: <http://www.sciencedirect.com/>

SpringerLink: <http://www.springerlink.com/home/main.mpx>

U.S. Army Corps of Engineer: <http://www.usace.army.mil/>

U.S. Geological Survey Earthquake Hazards Program:  
<http://earthquake.usgs.gov/>



## APÉNDICES

### A1. EFECTO DEL FACTOR DE MASA EN LA RESPUESTA DE UN DEPOSITO DE SUELO

Dado que la formulación basada en la matriz de masa concentrada tiende a subestimar las frecuencias naturales reales un depósito de suelo, y la formulación basada en la matriz de masa consistente tiende a sobrestimarlas. Se analiza el efecto de considerar en un análisis lineal la matriz de masa concentrada o la matriz de masa consistente y diferentes relaciones entre las mismas variando el parámetro  $F_m$  (factor de masa) entre 0 y 1, ya que un valor de 1 indica que se considera el 100% de la matriz de masa concentrada mientras que un valor de 0 toma el 100% del valor de la matriz de masa consistente. Adicionalmente se compararán con un análisis lineal en el dominio de la frecuencia, con el fin de definir cual combinación es la que mejor representa las frecuencias naturales en la mayoría de los casos prácticos. El análisis se llevó a cabo para tres eventos sísmicos, en la Figura A.1 se pueden observar los resultados obtenidos. El problema fundamental que se ha presentado en cuanto diferencia en los valores de aceleraciones espectrales predichas para las frecuencias altas, se presenta principalmente en sismos cuyos periodos fundamentales están hacia los periodos bajos, como fue el caso de los sismos de Manzanillo y de Loma Prieta, para los cuales se presenta una gran diferencia en las frecuencias altas para la respuesta obtenida con el método en el dominio



de la frecuencia (SHAKE) y el análisis considerando diferentes combinaciones de la matriz de masa concentrada y consistente. Por otra parte el sismo de Cascadia, el cual tiene un periodo fundamental,  $T$  alto, no presenta diferencias significativas entre las diferentes respuestas y se puede observar que un valor de  $F_m$  de 0.4 a 0.5 da la respuesta más aproximada a la obtenida en el dominio de la frecuencia en términos de espectros de respuesta.

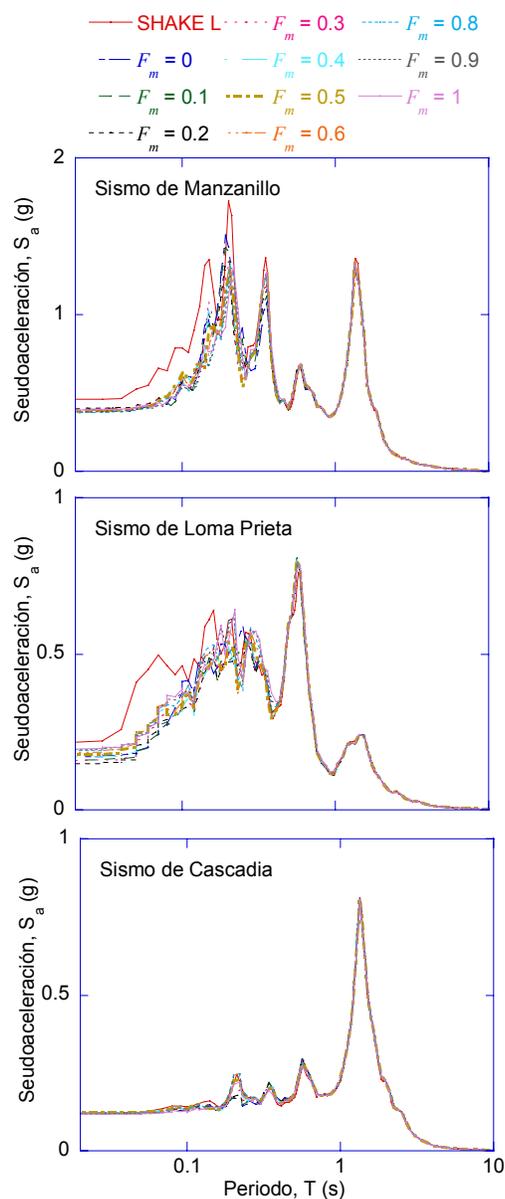


Figura A.1. Efecto del factor de masa en la respuesta de un depósito de suelo



## A2. DETERMINACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS RELATIVOS POR EL MÉTODO DE LA DIFERENCIA CENTRAL

Para un sistema no lineal, la ecuación de movimiento puede ser reescrita para considerar la fuerza no lineal interna:

$$[M]\{u\} + [C]\{\dot{u}\} + \{F(u)\} = P(t) \quad (\text{A.1})$$

donde  $\{F(u)\}$  es la fuerza no lineal interna de los resortes. En el método de la diferencia central se obtienen las aceleraciones y las velocidades para el tiempo,  $t$  con las siguientes expresiones:

$$u_t = \frac{1}{\Delta t^2} (u_{t-\Delta t} - 2u_t + u_{t+\Delta t}) \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{u}_t = \frac{1}{2\Delta t} (-u_{t-\Delta t} + u_{t+\Delta t}) \quad (\text{A.3})$$

con el fin de expresarlas en función del desplazamiento relativo, se realizan las siguientes operaciones:

$$u_t = \frac{1}{\Delta t^2} (- (u_t - u_{t-\Delta t}) - u_t + u_{t+\Delta t}) \quad (\text{A.4})$$

$$u_t = \frac{1}{\Delta t^2} (-\delta u_t - \delta u_t - u_{t-\Delta t} + u_{t+\Delta t}) \quad (\text{A.5})$$

Donde:

$$\delta u_t = u_t - u_{t-\Delta t} \quad (\text{A.6})$$



$$\delta u_{t+\Delta t} = u_{t+\Delta t} - u_t \quad (\text{A.7})$$

$$\delta u_t + \delta u_{t+\Delta t} = u_{t+\Delta t} - u_{t-\Delta t} \quad (\text{A.8})$$

Así:

$$u_t = \frac{1}{\Delta t^2} (-2\delta u_t - u_{t-\Delta t} + u_{t+\Delta t}) \quad (\text{A.9})$$

$$\ddot{u}_t = \frac{1}{\Delta t^2} (-2\delta u_t + \delta u_t + \delta u_{t+\Delta t}) \quad (\text{A.10})$$

$$\ddot{u}_t = \frac{1}{\Delta t^2} (\delta u_{t+\Delta t} - \delta u_t) \quad (\text{A.11})$$

$$\ddot{u}_t = \frac{1}{2\Delta t} (\delta u_{t+\Delta t} + \delta u_t) \quad (\text{A.12})$$

Sustituyendo las Ecuaciones (A.11) y (A.12) en la ecuación de movimiento dada por la Ecuación (A.1), las ecuaciones incrementales pueden escribirse como se presenta a continuación:

$$[M] \left\{ \frac{1}{\Delta t^2} (\delta u_{t+\Delta t} - \delta u_t) \right\} + [C] \left\{ \frac{1}{2\Delta t} (\delta u_{t+\Delta t} + \delta u_t) \right\} + \{F(u)\} = P(t) \quad (\text{A.13})$$

$$\delta u_{t+\Delta t} [M] \frac{1}{\Delta t^2} - \delta u_t [M] \frac{1}{\Delta t^2} + \delta u_{t+\Delta t} [C] \frac{1}{2\Delta t} + \delta u_t [C] \frac{1}{2\Delta t} + \{F(u)\} = P(t) \quad (\text{A.14})$$

Haciendo factor común:

$$\delta u_{t+\Delta t} \left[ [M] \frac{1}{\Delta t^2} + [C] \frac{1}{2\Delta t} \right] - \delta u_t \left[ [M] \frac{1}{\Delta t^2} + [C] \frac{1}{2\Delta t} \right] + \{F(u)\} = P(t) \quad (\text{A.15})$$

Despejando el incremento de desplazamiento relativo para el tiempo  $t + \Delta t$ :

$$\delta u_{t+\Delta t} \left[ [M] \frac{1}{\Delta t^2} + [C] \frac{1}{2\Delta t} \right] = P(t) - \{F(u_t)\} + \delta u_t \left[ [M] \frac{1}{\Delta t^2} + [C] \frac{1}{2\Delta t} \right] \quad (\text{A.16})$$



### A3. CÓDIGO PARA EL ANÁLISIS DE SUPERPOSICIÓN MODAL Y LA SUBROUTINA DE LAS OCHO CONSTANTES

```
!*****  
!PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE RESPUESTA MODAL PARA UN  
!SISTEMA DE N GRADOS DE LIBERTAD  
!*****
```

PROGRAM RespuestaSNGL

Use MSIMSL

```
!*****DEFINICIÓN DE VARIABLES*****  
Real delta,alfa,beta2,t,A1,A2,A3,A4,B1,B2,B3,B4  
Integer N,NM,NP,NE,i,j,NGLP,G,SX,SV,SAR,SAA,CD,CV,CAR,CAA  
Character*20 input,filein  
Real,Allocatable  
M(:,,:),K(:,,:),Xi(:,,:),JF(:,,:),MResult(:,,:),AS(:,,:),VK(:,,:),BETA1(:,,:),Omega(:,,:),L2R(:) ::  
Real, Allocatable :: PHI(:,,:),OmegaO(:,,:),PHIP(:,,:) ::  
Integer, Allocatable :: VPermu(:,,:),VD(:,,:),VV(:,,:),VAR(:,,:),VAA(:)  
Complex, Allocatable :: ALPHA1(:,,:),EVEC(:,,:),L2C(:)  
Real, Allocatable :: FP(:,,:),MJF(:,,:),PHIT(:,,:),PHITM(:,,:) ::  
Real, Allocatable :: Mast(:,,:),I(:,,:) ::  
Real, Allocatable :: ASFP(:,,:),Y(:,,:),YPr(:,,:) ::  
Real, Allocatable :: MD(:,,:),MV(:,,:),MAR(:,,:),MAA(:,,:) ::  
Character*3, Allocatable :: VTxt(:)  
!*****  
  
!*****LEER NOMBRE DEL ARCHIVO DE ENTRADA*****  
Print*, "ENTRE EL NOMBRE Y LA EXTENCION DEL ARCHIVO DE DATOS:"  
Read(*,*) filein  
!*****
```



```
!*****Archivos de entrada y salida*****
Open (1,file=filein, status='unknown')
Open (3,file='DR.RES', status='replace')
Open (4,file='VR.RES', status='replace')
Open (5,file='AR.RES', status='replace')
Open (6,file='AA.RES', status='replace')

!*****

!*****LECTURA DE ARCHIVO DE ENTRADA*****
Read (1,*) N,NM
Allocate (M(N,N),K(N,N))
Allocate (Xi(N),JF(N,1))
Allocate (PHI(N,N),PHIP(N,N),VK(N))
Allocate (Omega(N),OmegaO(N))

Allocate (ALPHA1(N),BETA1(N),L2R(N))
Allocate (EVEC(N,N),L2C(N))
Allocate (VPermu(N))
Allocate (MJF(N,1),PHIT(N,N),PHITM(N,N))
Allocate (Mast(N,N))

      K=0.0;M=0.0
Do i=1,N
      Read (1,*) VK(i), M(i,i)
End do
Do i=1,N

      If (i==1) then
          K(i,i)=VK(i)
          K(i,i+1)=-VK(i)
      Else if (i==N) then
          K(i,i-1)=-VK(i-1)
          K(i,i)=VK(i-1)+VK(i)
      Else
          K(i,i-1)=-VK(i-1)
          K(i,i)=VK(i-1)+VK(i)
          K(i,i+1)=-VK(i+1)
      End if
end do

Read (1,*) NE

If (NE==0) then
```



```
      Read (1,*) alfa,beta2
Else
      Do i=1,N
        Read (1,*) Xi(i)
      End do

End if

Do i=1,N
JF(i,1)=1.0
End do

Read (1,*) input
Read (1,*) NP,delta

Allocate (MResult(NP,5))
NGLP = 0

DO WHILE (.NOT. EOF(1))

      NGLP = NGLP+1
      Read
                                                (1,*)
MResult(NGLP,1),MResult(NGLP,2),MResult(NGLP,3),MResult(NGLP,4),MResult(NGLP,5)
END DO
!*****

!*****LECTURA DEL ACELEROGRAMA*****
Open (2,file=input)
Allocate (AS(NP))
Do i=1,NP
      Read (2,*) AS(I)
End do
!*****

!*****CÁLCULO DE VECTORES Y VALORES PROPIOS*****
CALL GVCRG(N,K,N,M,N,ALPHA1,BETA1,EVEC,N)

PHI=Real(EVEC)

Do i=1,N
```



```
L2C(i)=ALPHA1(i)/BETA1(i)
L2R(i)=Real(L2C(i))
Omega(i)=sqrt(L2R(i))
End do
!*****
!*****SUBROUTINA PARA ORDENAR EL VECTOR*****
!*****DE FRECUENCIAS DE MENOR A MAYOR*****
CALL SVRGN(N,Omega,OmegaO)

Deallocate (EVEC,ALPHA1,BETA1,OMEGA)

!*****SUBROUTINA PARA PERMUTAR LAS COLUMNAS DE PHI*****
Do i=1,N
  If (i==1) then
    VPERMU(i)=N
  Else if (i==N) then
    VPERMU(i)=1
  Else
    VPERMU(i)=N-i+1
  End if
End do
CALL PERMA(N,N,PHI,N,VPERMU,2,PHIP,N)
Deallocate (PHI,VPermu)
!*****
!*****FACTORES DE PARTICIPACIÓN*****
Allocate (FP(N,1))
Allocate (I(N,1))
MJF=Matmul(M,JF)
PHIT=Transpose(PHIP)
PHITM=Matmul(PHIT,M)
Mast=Matmul(PHITM,PHIP)
I=Matmul(PHIT,MJF)
Do i=1,N
  FP(i,1)=I(i,1)/Mast(i,i)
End do
Deallocate (MJF,PHIT,PHITM,Mast)
!*****
!*****CÁLCULO DEL VECTOR DE AMORTIGUAMIENTOS*****
!***** PARA EL CASO GENERAL *****
```



```
If (NE==0) then
  Xi=0.0
  Do i=1,NGLP
    Xi(i)=alfa/(2*OmegaO(i))+(beta2)*OmegaO(i)/2
  End do
Else
End if
!*****
!*****VARIABLES PARA MÉTODO DE OCHO*****
!*****CONSTANTES Y MATRICES DE RESPUESTA*****

Do i=1,NGLP
  SX=SX+MResult(i,2)
  SV=SV+MResult(i,3)
  SAR=SAR+MResult(i,4)
  SAA=SAA+MResult(i,5)
End do

Allocate (ASFP(NP))
Allocate (Y(NP),YP(NP),YPPr(NP))
Allocate (MD(NP,SX),MV(NP,SV),MAR(NP,SAR),MAA(NP,SAA))
Allocate (VD(SX),VV(SV),VAR(SAR),VAA(SAA))
MD=0.0
MV=0.0
MAR=0.0
MAA=0.0

!*****SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO,
!***** MÉTODO DE LAS 8 CONSTANTES PARA CALCULAR LA RESPUESTA
!DE LOS GRADOS DE LIBERTAD ESPECIFICADOS EN EL ARCHIVO DE
!ENTRADA

Do i=1,NM
  Do t=1,NP
    ASFP(t)=AS(t)*FP(i,1)
  End do
  Y(1)=0
  YP(1)=0
  YPPr(1)=-2*Xi(i)*OmegaO(i)*YP(1)-OmegaO(i)**2*Y(1)-ASFP(1)
  CALL OchoCtes(Xi(i),OmegaO(i),delta,A1,A2,A3,A4,B1,B2,B3,B4)
  Do t=2,NP
    Y(t)=A1*Y(t-1)+A2*YP(t-1)+A3*ASFP(t-1)+A4*ASFP(t)
    YP(t)=B1*Y(t-1)+B2*YP(t-1)+B3*ASFP(t-1)+B4*ASFP(t)
```



---

```
YPPr(t)=-OmegaO(i)**2*Y(t)-2*Xi(i)*OmegaO(i)*YP(t)-ASFP(t)
End do
CD=0
CV=0
CAR=0
CAA=0
Do j=1,NGLP
  If (MResult(j,2)==1) then
    G=MResult(j,1)
    CD=CD+1
    VD(CD)=G
    Do t=1,NP
      MD(t,CD)=MD(t,CD)+PHIP(G,i)*Y(t)
    End do
  else
  End if
  If (MResult(j,3)==1) then
    G=MResult(j,1)
    CV=CV+1
    VV(CV)=G
    Do t=1,NP
      MV(t,CV)=MV(t,CV)+PHIP(G,i)*YP(t)
    End do
  else
  End if
  If (MResult(j,4)==1) then
    G=MResult(j,1)
    CAR=CAR+1
    VAR(CAR)=G
    Do t=1,NP
      MAR(t,CAR)=MAR(t,CAR)+PHIP(G,i)*YPPr(t)
    End do
  else
  End if
  If (MResult(j,5)==1) then
    G=MResult(j,1)
    CAA=CAA+1
    VAA(CAA)=G
    Do t=1,NP
      MAA(t,CAA)=MAA(t,CAA)+(PHIP(G,i)*(YPPr(t)+ASFP(t)))
    End do
  else
  End if
```

---



```
End do
End do

!*****FORMATO DE LOS ARCHIVOS DE
SALIDA*****
20 format(100(5X,A3,1X,I4,2X))
30 format(100(2X,E13.5))
!*****

!*****IMPRIMIR RESULTADOS DE DESPLAZAMIENTO*****
Allocate (VTxt(SX))
VTxt="GDL"
Write (3,20) (VTxt(i),VD(i),i=1,SX)
Do t=1,NP
    Write (3,30) (MD(t,j),j=1,SX)
End do
Deallocate (VTxt)
!*****

!*****IMPRIMIR RESULTADOS DE VELOCIDAD*****
Allocate (VTxt(SV))
VTxt="GDL"
Write (4,20) (VTxt(i),VV(i),i=1,SV)
Do t=1,NP
    Write (4,30) (MV(t,j),j=1,SV)
End do
Deallocate (VTxt)
!*****

!*****IMPRIMIR RESULTADOS DE ACELERACIÓN RELATIVA*****
Allocate (VTxt(SAR))
VTxt="GDL"
Write (5,20) (VTxt(i),VAR(i),i=1,SAR)
Do t=1,NP
    Write (5,30) (MAR(t,j),j=1,SAR)
End do
Deallocate (VTxt)
!*****

!*****IMPRIMIR RESULTADOS DE ACELERACIÓN ABSOLUTA*****
Allocate (VTxt(SAA))
VTxt="GDL"
Write (6,20) (VTxt(i),VAA(i),i=1,SAA)
Do t=1,NP
```



```
Write (6,30) (MAA(t,j),j=1,SAA)
End do
Deallocate (VTxt)
!*****

!*****CERRAR ARCHIVOS*****
Close (1)
Close (2)
Close (3)
Close (4)
Close (5)
Close (6)
!*****

End Program

!*****SUBROUTINA PARA CALCULAR LAS 8 CONSTANTES*****

Subroutine OchoCtes(Xi,Omega,delta,A1,A2,A3,A4,B1,B2,B3,B4)

Real Xi,Omega,delta,A1,A2,A3,A4,B1,B2,B3,B4,EX,C,S,OmegaD

OmegaD=Omega*sqrt(1-Xi**2)
EX=exp(-Xi*Omega*delta)
C=cos(OmegaD*delta)
S=sin(OmegaD*delta)

A1=EX*(Xi*S/sqrt(1-Xi**2)+C)
A2=EX*S/OmegaD
A3=(-1/Omega**2)*(2*Xi/(Omega*delta)+EX*(((1-2*Xi**2)/(OmegaD*delta)-
Xi/sqrt(1-Xi**2))*S-(1+2*Xi/(Omega*delta))*C))
A4=(-1/Omega**2)*(1-2*Xi/(Omega*delta)+EX*((2*Xi**2-
1)*S/(OmegaD*delta)+2*Xi*C/(Omega*delta)))

B1=-EX*Omega*S/sqrt(1-Xi**2)
B2=EX*(C-Xi*S/sqrt(1-Xi**2))
B3=(-1/Omega**2)*(-1/delta+EX*((Omega/sqrt(1-Xi**2)+Xi/(delta*sqrt(1-
Xi**2)))*S+C/delta))
B4=(-1/(Omega**2*delta))*(1-EX*(Xi*S/sqrt(1-xi**2)+C))

End
!*****
```

**A4. DETERMINACIÓN DE LAS MATRICES GLOBALES DE MASA Y RIGIDEZ**

Inicialmente se procede a determinarlas Matrices de masa elemental:

$$[m]_1 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_1 h_1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_1 h_1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1926.61 \cdot 3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1926.61 \cdot 3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2889.91 & 0 \\ 0 & 2889.91 \end{bmatrix}$$

$$[m]_2 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_2 h_2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_2 h_2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1916.41 \cdot 8}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1916.41 \cdot 8}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7665.65 & 0 \\ 0 & 7665.65 \end{bmatrix}$$

$$[m]_3 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_3 h_3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_3 h_3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1916.41 \cdot 2.5}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1916.41 \cdot 2.5}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2395.51 & 0 \\ 0 & 2395.51 \end{bmatrix}$$

$$[m]_4 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_4 h_4}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_4 h_4}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1763.51 \cdot 15.5}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1763.51 \cdot 15.5}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13667.18 & 0 \\ 0 & 13667.18 \end{bmatrix}$$

$$[m]_5 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_5 h_5}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_5 h_5}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1834.86 \cdot 7.5}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1834.86 \cdot 7.5}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6880.73 & 0 \\ 0 & 6880.73 \end{bmatrix}$$

$$[m]_6 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_6 h_6}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_6 h_6}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1834.86 \cdot 5}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1834.86 \cdot 5}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4587.16 & 0 \\ 0 & 4587.16 \end{bmatrix}$$



$$[m]_7 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_7 h_7}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_7 h_7}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2038.74 \cdot 34}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2038.74 \cdot 34}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34658.51 & 0 \\ 0 & 34658.51 \end{bmatrix}$$

$$[m]_8 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_8 h_8}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_8 h_8}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2079.51 \cdot 5.5}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2079.51 \cdot 5.5}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5718.65 & 0 \\ 0 & 5718.65 \end{bmatrix}$$

$$[m]_9 = \begin{bmatrix} \frac{\rho_9 h_9}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_9 h_9}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2079.51 \cdot 10}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2079.51 \cdot 10}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10397.55 & 0 \\ 0 & 10397.55 \end{bmatrix}$$

posteriormente se procede a ensamblar las matrices elementales para obtener la matriz global de Masa. Primero se reescriben las matrices elementales en términos de la numeración global. De esta manera, para el elemento (1) se tiene:

$$\begin{bmatrix} 2889.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2889.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el elemento (2) se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7665.65 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7665.65 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el elemento (3) se tiene:



---

---

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	2395.51	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2395.51	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (4) se tiene:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	13667.18	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	13667.18	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (5) se tiene:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	6880.73	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	6880.73	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (6) se tiene:



---

---

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	4587.16	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4587.16	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (7) se tiene:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	34658.51	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	34658.51	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (8) se tiene:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	5718.65	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	5718.65	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (9) se tiene:



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10397.55 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10397.55 \end{bmatrix}$$

La matriz global se obtiene agregando las contribuciones de todos los elementos:

$$[M] = \begin{bmatrix} 2889.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10555.56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10061.16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16062.69 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20547.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11467.89 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 39245.67 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 40377.17 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16116.21 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10397.55 \end{bmatrix}$$

Ahora las Matrices de rigidez elemental:

$$[k]_1 = \begin{bmatrix} \frac{G_1}{h_1} & -\frac{G_1}{h_1} \\ -\frac{G_1}{h_1} & \frac{G_1}{h_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19667431.19 & -19667431.19 \\ -19667431.19 & 19667431.19 \end{bmatrix}$$

$$[k]_2 = \begin{bmatrix} \frac{G_2}{h_2} & -\frac{G_2}{h_2} \\ -\frac{G_2}{h_2} & \frac{G_2}{h_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4301386.34 & -4301386.34 \\ -4301386.34 & 4301386.34 \end{bmatrix}$$

$$[k]_3 = \begin{bmatrix} \frac{G_3}{h_3} & -\frac{G_3}{h_3} \\ -\frac{G_3}{h_3} & \frac{G_3}{h_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24287836.9 & -24287836.9 \\ -24287836.9 & 24287836.9 \end{bmatrix}$$



$$[k]_4 = \begin{bmatrix} \frac{G_4}{h_4} & -\frac{G_4}{h_4} \\ -\frac{G_4}{h_4} & \frac{G_4}{h_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3810198.28 & -3810198.28 \\ -3810198.28 & 3810198.28 \end{bmatrix}$$
$$[k]_5 = \begin{bmatrix} \frac{G_5}{h_5} & -\frac{G_5}{h_5} \\ -\frac{G_5}{h_5} & \frac{G_5}{h_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24584464.83 & -24584464.83 \\ -24584464.83 & 24584464.83 \end{bmatrix}$$
$$[k]_6 = \begin{bmatrix} \frac{G_6}{h_6} & -\frac{G_6}{h_6} \\ -\frac{G_6}{h_6} & \frac{G_6}{h_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36876697.25 & -36876697.25 \\ -36876697.25 & 36876697.25 \end{bmatrix}$$
$$[k]_7 = \begin{bmatrix} \frac{G_7}{h_7} & -\frac{G_7}{h_7} \\ -\frac{G_7}{h_7} & \frac{G_7}{h_7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4274689.69 & -4274689.69 \\ -4274689.69 & 4274689.69 \end{bmatrix}$$
$$[k]_8 = \begin{bmatrix} \frac{G_8}{h_8} & -\frac{G_8}{h_8} \\ -\frac{G_8}{h_8} & \frac{G_8}{h_8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56334323.05 & -56334323.05 \\ -56334323.05 & 56334323.05 \end{bmatrix}$$
$$[k]_9 = \begin{bmatrix} \frac{G_9}{h_9} & -\frac{G_9}{h_9} \\ -\frac{G_9}{h_9} & \frac{G_9}{h_9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30983877.68 & -30983877.68 \\ -30983877.68 & 30983877.68 \end{bmatrix}$$

Ahora se ensamblan las matrices de rigidez elementales para obtener la matriz global, para lo cual se reescriben las matrices elementales en términos de la numeración global.

Para el elemento (1) se tiene:



---

---

19667431.19	-19667431.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-19667431.19	19667431.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (2) se tiene:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4301386.34	-4301386.34	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-4301386.34	4301386.34	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (3) se tiene:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	24287836.9	-24287836.9	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-24287836.9	24287836.9	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (4) se tiene:



---

---

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3810198.28	-3810198.28	0	0	0	0	0
0	0	0	-3810198.28	3810198.28	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (5) se tiene:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	24584464.83	-24584464.83	0	0	0	0
0	0	0	0	-24584464.83	24584464.83	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (6) se tiene:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	36876697.25	-36876697.25	0	0	0
0	0	0	0	0	-36876697.25	36876697.25	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para el elemento (7) se tiene:



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4274689.69 & -4274689.69 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4274689.69 & 4274689.69 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el elemento (8) se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 56334323.05 & -56334323.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -56334323.05 & 56334323.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el elemento (9) se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30983877.68 & -30983877.68 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30983877.68 & 30983877.68 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz global se obtiene agregando las contribuciones desde todos los elementos:



## APÉNDICE 4

---

---

$$[K] = \begin{bmatrix} 19667431.19 & -19667431.19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -19667431.19 & 23968817.53 & -4301386.34 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4301386.34 & 28589223.24 & -24287836.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -24287836.9 & 28098035.18 & -3810198.28 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3810198.28 & 28394.663.12 & -24584464.83 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -24584464.83 & 61464162.08 & -36876697.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -36876697.25 & 41151386.94 & -4274689.69 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4274689.69 & 60609012.74 & -56334323.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -56334323.05 & 87318200.72 & -30983877.68 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30983877.68 & 30983877.68 & 0 \end{bmatrix}$$

---

---