



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**



**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DIVISIÓN DE INGENIERIA EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**ANÁLISIS DE ECUACIONES RELACIONADAS A LA  
EXPLOTACIÓN DE YACIMIENTOS PETROLEROS  
PROCESADAS EN FORMA DE LÍNEA RECTA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**INGENIERO PETROLERO**

**P R E S E N T A :**

**MISAHEL YEDRA PÉREZ**

**ASESOR:**

**ING. MANUEL JUAN VILLAMAR VIGUERAS**

**MÉXICO, DF., CIUDAD UNIVERSITARIA.**

**SEPTIEMBRE 2012**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
60-I-284

**SR. MISAHIEL YEDRA PÉREZ**  
**Presente**

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Ing. Manuel Villamar Viguera y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

**ANÁLISIS DE ECUACIONES RELACIONADAS A LA EXPLOTACIÓN DE YACIMIENTOS PETROLEROS  
PROCESADAS EN FORMA DE LÍNEA RECTA**

RESUMEN  
INTRODUCCIÓN  
I CONCEPTOS BÁSICOS  
II TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE ECUACIONES  
III ANÁLISIS DE ECUACIONES DE YACIMIENTOS  
IV ANÁLISIS DE ECUACIONES DE PRODUCCIÓN  
V ANÁLISIS DE ECUACIONES DE PERFORACIÓN  
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES  
BIBLIOGRAFÍA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente

**“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”**

CD. Universitaria, D. F., a 26 de Abril del 2012

El Presidente del Comité de Titulación de Ingeniería en Ciencias de la Tierra

**DR. JOSÉ ANTONIO HERNÁNDEZ ESPRIÚ**

JAHE\*ICH\*srs

## *Agradecimientos*

*Quisiera expresar mi más sincero agradecimiento a mi asesor de Tesis el Ing. Manuel Juan Villamar Viguera, por su dedicación y su paciencia para la realización de esta tesis, así mismo a todos aquellos que con su trabajo contribuyen a que cientos de estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, concluyan exitosamente sus estudios.*

*Por su puesto, también agradezco:*

*A Alejandra Silis Vazquez por su apoyo y comprensión en los momentos más especiales de mi vida.*

*A mis hermanos Ana Bárbara Yedra Pérez y José Yedra Pérez.*

*A mi padre José Yedra Patiño.*

*Y en especial, a mi madre Ma. del Pilar Pérez Jiménez, quien nunca ha desistido en forjar un futuro para su familia.*

# ÍNDICE

	Pág.
<b>RESUMEN</b> .....	vii
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	viii
<b>CAPÍTULO 1. CONCEPTOS BÁSICOS</b>	
Introducción .....	1
<b>1.1. Conceptos Básicos de Geometría Analítica</b> .....	1
1.1.1. Sistema coordenado bidimensional.....	1
1.1.2. La línea recta.....	2
1.1.3. Parámetros de una recta .....	3
1.1.4. Familia de rectas .....	3
1.1.5. Gráfica de una ecuación y lugares geométricos .....	4
<b>1.2. Conceptos Básicos de Ingeniería Petrolera</b> .....	6
1.2.1. Propiedades de los fluidos.....	6
1.2.2. Propiedades de las rocas .....	7
1.2.3. Aspectos relacionados al pozo.....	10
1.2.4. Características del yacimiento .....	12
<b>CAPÍTULO 2. TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE ECUACIONES</b>	
Introducción .....	15
2.1. Correlación lineal.....	15
2.2. Representación gráfica .....	16
2.3. Análisis de regresión.....	16
2.4. Empleo de logaritmos.....	19
<b>CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE ECUACIONES DE YACIMIENTOS</b>	
Introducción .....	21
<b>3.1. Efecto Klinkenberg</b> .....	21
3.1.1. Efecto de resbalamiento.....	23

<b>3.2. Medición de la Porosidad</b> .....	25
<u>3.2.1</u> Relación porosidad- tiempo de tránsito, $\varphi$ vs $\Delta t$ .....	26
<u>3.2.2.</u> Relación porosidad – densidad , $\varphi$ vs $\rho$ .....	34
<u>3.3.3.</u> Relación porosidad – resistividad, $\varphi$ vs $R_o$ .....	39
<u>3.3.4.</u> Relación porosidad – factor de formación, $\varphi$ vs $F$ .....	43
<u>3.3.5.</u> Gráficas cruzadas.....	45
<b>3.3. Determinación de Volúmenes de Aceite y de Gas en el Yacimiento</b> .....	50
3.3.1. Ecuación de balance de materia en forma de la ecuación de una línea recta.....	51
3.3.2. Caso 1. Solución a la ecuación de balance de materia para yacimientos de aceite saturado .....	52
3.3.3. Caso 2. Solución a la ecuación de balance de materia para yacimiento de aceite bajosaturado.....	55
3.3.4. Caso 3. Solución de la ecuación de balance de materia para yacimientos de gas.....	56
<b>3.4. Pruebas de Presión</b> .....	65
3.4.1. Flujo de fluidos en el yacimiento .....	65
3.4.2. Ecuación de difusión .....	65
3.4.3. Principios de superposición en espacio y tiempo .....	67
3.4.4. Regiones del yacimiento .....	69
3.4.5. Prueba de incremento de presión .....	70
3.4.6. Prueba de decremento de presión .....	75
3.4.7. Prueba de interferencia entre pozos .....	78
<b>3.5. Curvas de Presión Capilar</b> .....	82
3.5.1. Modelo de presión capilar de Brooks y Corey .....	84
<b>CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE ECUACIONES DE PRODUCCIÓN</b>	
Introducción .....	87
<b>4.1. Índice de Producción</b> .....	87
4.1.1. IP.....	87

<b>4.2. Curvas de Declinación</b> .....	93
4.2.1. Análisis de curvas de declinación .....	93
4.2.2. Declinación exponencial .....	95
4.2.3. Declinación hiperbólica .....	98
4.2.4. Declinación armónica .....	100
4.2.5. Curvas tipo.....	104
<b>4.3. Efecto del Estrangulador sobre el Comportamiento del pozo</b> .....	106
4.3.1. Flujo a través del estrangulador.....	106
4.3.2. Flujo monofásico (líquido).....	107
4.3.3. Flujo monofásico (gas).....	108
4.3.4. Flujo líquido-gas .....	108
 <b>CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE ECUACIONES DE PERFORCIÓN</b>	
Introducción .....	111
<b>5.1. Las Presiones de Formación</b> .....	111
5.1.1. Efecto de sobrecarga.....	111
5.1.2. Geopresiones.....	114
5.1.3. Gradiente hidrostático .....	114
5.1.4. Gradiente litostático.....	115
5.1.5. Gradiente de poro .....	116
5.1.6. Gradiente de sobrecarga .....	117
5.1.7. Gradiente de fractura .....	117
<b>5.2. Reología de los Fluidos de Perforación</b> .....	119
5.2.1. Modelo Newtoniano .....	120
5.2.2. Modelos No Newtonianos.....	122
5.2.3. Efectos de la temperatura en los fluidos de perforación .....	125
<b>5.3. Temperaturas del Pozo y de la Formación</b> .....	127
5.3.1. Gradiente geotérmico .....	127
5.3.2. Factores que alteran el gradiente geotérmico .....	130

5.3.3. Transferencia de calor en el pozo .....	132
5.3.4. Fenómenos que se pueden observar durante las mediciones de temperatura .....	133
<b>5.4. Factores que Afectan el Ritmo de Perforación .....</b>	<b>136</b>
5.4.1. Factores mecánicos .....	137
5.4.2. Efectos de las propiedades del lodo de perforación .....	138
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>141</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>144</b>

## RESUMEN

Para el presente trabajo se abordan tres de las principales áreas de la Ingeniería Petrolera. Para cada una de estas áreas se han escogido algunas de las ecuaciones más comunes que se usan para la descripción del yacimiento, del comportamiento de la producción, de aspectos relacionados al pozo, etc. Algunas de estas ecuaciones poseen una forma lineal obvia; en otros casos es necesario manipularlas matemáticamente o restringir su campo de aplicación, para lograr una representación gráfica en forma de línea recta. Las bases para este propósito se describen en el Capítulo 2: **TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE ECUACIONES**.

En el área de yacimientos, la medición de algunas propiedades petrofísicas así como los fenómenos que ocurren durante su medición, la determinación de volúmenes de hidrocarburos y la caracterización de los yacimientos, por medio de pruebas de variación de presión, pueden ser evaluadas por medio de sus ecuaciones en forma de línea recta. En el Capítulo 3 serán discutidas dichas ecuaciones, mediante el análisis de los parámetros que gobiernan su comportamiento.

Posteriormente, en el Capítulo 4: **ANÁLISIS DE ECUACIONES DE PRODUCCIÓN**, el análisis de las principales ecuaciones que gobiernan el comportamiento de la producción, permite identificar problemas de producción, seleccionar diferentes esquemas de producción y pronosticar el comportamiento de un pozo.

Finalmente, en el Capítulo 5: **ANÁLISIS DE ECUACIONES DE PERFORACIÓN**, se incluye el estudio de ecuaciones lineales que tienen que ver con la temperatura y presión de la formación, aspectos que deben ser estudiados y monitoreados durante la perforación, así como el ritmo de perforación que es un indicador de ésta, además de otros aspectos relacionados con la reología de los fluidos de perforación, cuyo comportamiento también posee una tendencia lineal.

El análisis de cada ecuación consiste en identificar la pendiente y ordenada al origen, así como interpretar su significado físico; este proceso conlleva su representación gráfica, determinar su valor numérico y establecer las relaciones con las variables del fenómeno descrito.



## INTRODUCCIÓN

En el estudio de las Ciencias de la Tierra y en el caso específico de la Ingeniería Petrolera, es muy común que se utilicen modelos matemáticos para describir los fenómenos involucrados en la exploración, perforación y producción de los recursos naturales, tales como los hidrocarburos. En el desarrollo de estos modelos, basados en la observación, cuantificación y en ciertas hipótesis acerca de los fenómenos geofísicos y petrofísicos, se busca que sean: representativos, consistentes y de alguna manera también simples. Dentro de los modelos matemáticos más empleados en la Ingeniería se encuentra el modelo lineal.

Este modelo es simple y posee la característica de ser representado gráficamente por una línea recta. De esta manera, el análisis de las expresiones matemáticas que describen algún fenómeno o sistema geológico o petrofísico, tal como ocurre al evaluar el volumen de un fluido en el subsuelo, las propiedades de una formación o el comportamiento de la producción de hidrocarburos, tiende a relacionar una gran cantidad de variables; sin embargo, ven disminuida su complejidad al poder ser descritos por un modelo lineal que será representado gráficamente por una línea recta.

Esto hace posible que el estudio de los fenómenos que puedan modelarse de forma lineal, sea transportado al análisis de los parámetros de las ecuaciones en forma de la ecuación de la línea recta. Así, no sólo se pretende determinar un valor numérico, sino también agregar una interpretación a la forma gráfica que dictan los parámetros de las ecuaciones, sin olvidar el marco teórico de nuestro análisis para entender cada fenómeno y utilizar adecuadamente cada expresión.



# 1. CONCEPTOS BÁSICOS

## Introducción

En estudios de Ciencias de la Tierra, la Geometría Analítica es una herramienta que a través de sus postulados y relaciones fundamentales, considera métodos generales que permiten la construcción de curvas y la obtención de las ecuaciones de un lugar geométrico. En este caso particular, se limitará al estudio de la línea recta; de las diferentes formas en que se puede expresar matemáticamente, de su representación gráfica y de sus características y propiedades más importantes que nos serán de utilidad para poder dar solución a los problemas o bien, para analizar los fenómenos que tienen lugar durante la explotación de hidrocarburos. Por lo que, una vez que se hayan definido tales conceptos, será necesario también definir los conceptos básicos acerca de la Ingeniería Petrolera para conseguir nuestro propósito.

### 1.1. Conceptos Básicos de Geometría Analítica

---

#### 1.1.1. Sistema coordenado bidimensional

Este sistema consta de dos rectas dirigidas  $X'X$  y  $Y'Y$ , llamadas ejes coordenados, perpendiculares entre sí. La recta  $X'X$  se denomina eje X, mientras que a la recta  $Y'Y$  se le denomina eje Y, y al punto de intersección entre ambas (0) se le conoce como origen. Estos ejes coordenados dividen el plano en cuatro regiones llamadas cuadrantes (ver la Figura 1.1.1).

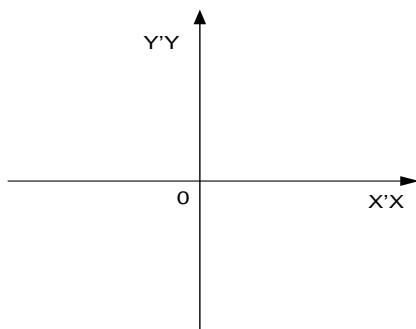


Figura 1.1.1. Espacio cartesiano bidimensional.

La importancia de este sistema coordenado radica en su utilidad para ubicar puntos dentro de él. Es evidente que a cada punto del plano coordenado le corresponde únicamente un par de coordenadas  $(x, y)$ , por lo que es posible obtener una relación biunívoca entre puntos y números reales. Cabe destacar que a la unión de dos o más puntos se le denomina línea.

#### *Intersecciones en el espacio cartesiano*

El punto o los puntos donde una línea cruza el eje X pueden determinarse haciendo  $y = 0$  en la ecuación de la línea al resolver para  $x$ . Estos puntos son llamados puntos de intersección. Las intersecciones con el eje Y se obtienen de manera análoga, se hace  $x = 0$  y se resuelve para  $y$ .

### Extensión de la curva

El lugar geométrico es el conjunto de todos los puntos cuyas coordenadas  $(x, y)$  satisfacen la ecuación dada para dicho lugar geométrico. Por definición  $(x, y)$  es una pareja ordenada de números reales.

Analizar la extensión de una curva consiste precisamente en determinar los intervalos de variación para los cuales los valores de  $x$  y  $y$  son valores reales, lo cual nos indica los intervalos en que la curva está definida.

#### 1.1.2. La línea recta

Recuérdese que una línea recta es el lugar geométrico de todos los puntos tales que tomados dos puntos diferentes cualesquiera;  $P_1(x_1, y_1)$  y  $P_2(x_2, y_2)$  el valor de la pendiente  $m$  resulta siempre el mismo.

En la Figura 1.1.2 se observa la gráfica de una línea recta con pendiente  $m$ .

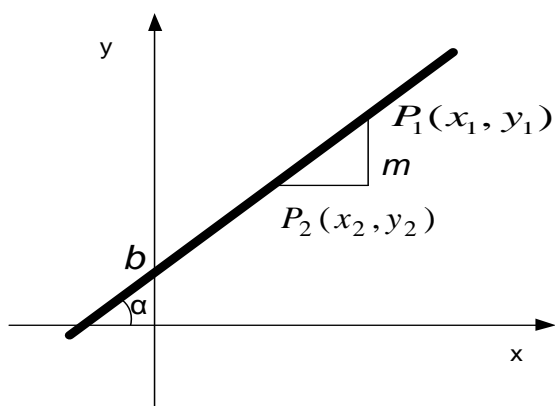


Figura 1.1.2. La Recta en el espacio cartesiano bidimensional

La línea recta puede ser representada de diferentes formas, algunas de éstas son:

#### Ecuación punto pendiente:

La ecuación de la recta que contiene al punto  $P_1(x_1, y_1)$  y cuya pendiente es  $m$ , es:

$$(y - y_1) = m(x - x_1). \quad (1.1.1)$$

#### Ecuación pendiente ordenada al origen:

La ecuación de la recta de pendiente  $m$  y que corta al eje coordenado  $Y$  en el punto  $(0, b)$ , siendo  $b$  la ordenada al origen, es:

$$y = mx + b. \quad (1.1.2)$$

Una recta paralela al eje  $Y$  no tiene ordenada al origen, por lo tanto su ecuación será de la forma:

$$x - c = 0, \quad (1.1.3)$$

donde:

$c =$  constante.

#### Ecuación general de la recta:

Sea una ecuación lineal o de primer grado en  $x, y$ , de la forma:

$$Ax + By + C = 0. \quad (1.1.4)$$

Esta ecuación representa una recta cuando  $A \neq 0$  y/o  $B \neq 0$ , en la cual la pendiente de la recta y su ordenada al origen están dadas respectivamente por:

$$m = -\frac{A}{B} \quad ; \quad b = -\frac{C}{B}.$$

Sí en la ecuación general  $C=0$ , entonces la recta pasa por el origen.

### 1.1.3. Parámetros de una recta

Se llama pendiente  $m$  de una recta a la tangente de su ángulo de inclinación:

$$m = \tan \alpha, \quad (1.1.5)$$

siendo  $\alpha$  el ángulo que forma la recta con la horizontal.

Si  $P_1$  y  $P_2$  son dos puntos cualesquiera de una recta, la pendiente es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (1.1.6)$$

La ordenada al origen,  $b$ , es la intersección de la recta con el eje de las ordenadas.

Haciendo en la ecuación 1.1.2,  $x = 0$ , la solución real de la ecuación resultante equivaldrá a la intersección con el eje Y.

$$b = y. \quad (1.1.7)$$

### 1.1.4. Familia de rectas

Dado que la ecuación de una recta queda determinada por dos condiciones independientes, cuando se considera tan solo una de estas condiciones; hay infinidad de rectas que cumplen con dicha condición, cada una de las cuales tiene la propiedad común asociada con esta única condición. La totalidad de las rectas que satisfacen una única condición geométrica se llama familia de rectas.

Por ejemplo, considerando las rectas cuya pendiente es igual a 5, la totalidad de estas rectas forma una familia de rectas paralelas, teniendo todas ellas la propiedad común de que su pendiente es igual a 5. Analíticamente, esta familia de rectas puede representarse por la ecuación 1.1.8.

$$y = 5x + b, \quad (1.1.8)$$

donde  $b$  es una constante arbitraria que corresponde a la ordena al origen y puede tomar todos los valores reales (véase Figura 1.1.3). Así se puede obtener la ecuación de cualquier recta de la familia asignando simplemente un valor a  $b$  en la ecuación.

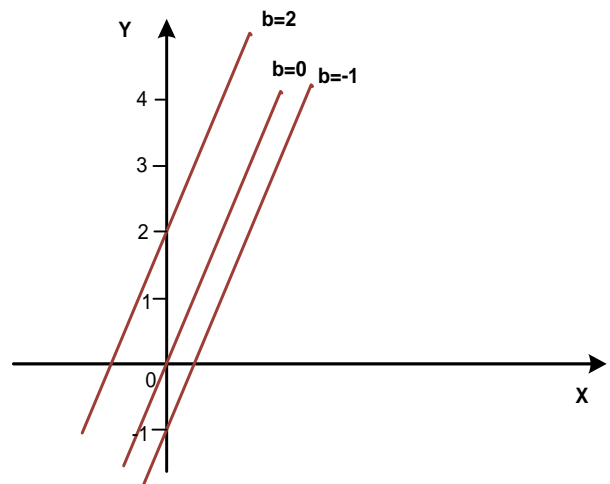


Figura 1.1.3 Familia de rectas en el espacio cartesiano

### 1.1.5. *Grafica de una ecuación y lugares geométricos*

El problema que constantemente está cubriendo la geometría analítica puede resumirse en dos casos fundamentales:

I. Dada una ecuación, interpretarla geoméricamente, es decir construir la gráfica correspondiente.

II. Dada una figura geométrica, o la condición que deben cumplir los puntos de la misma, determinar su ecuación.

Ambos problemas están tan relacionados, que constituyen juntos el problema de toda la geometría analítica.

*Primer problema fundamental: Gráfica de una ecuación*

Supóngase que se da una ecuación de dos variables,  $(x, y)$  que se puede escribir, brevemente como:

$$f(x, y) = 0. \quad (1.1.9)$$

En general hay un número infinito de pares de valores de  $(x, y)$  que satisfacen esta ecuación.

Cada uno de tales pares de valores reales se toma como coordenadas de un punto en el plano.

Partiendo de:

Definición 1. El conjunto de los puntos y solamente de aquellos puntos cuyas coordenadas satisfagan una ecuación  $A$ , se llama gráfica de la ecuación o bien lugar geométrico.

Definición 2. Cualquier punto cuyas coordenadas satisfacen a la ecuación 1.1.9, pertenece a la gráfica de la ecuación.

Como las coordenadas de los puntos de un lugar geométrico están restringidas por su ecuación, tales puntos estarán localizados, en general, en posiciones tales que, tomadas en conjunto, formen un trazo definido llamado curva, gráfica o lugar geométrico. El procedimiento consiste en trazar un cierto número de puntos y dibujar una línea continua que pasa por todos ellos, pero al hacer ésto, se supone que la gráfica entre dos puntos sucesivos cualesquiera tiene la forma de la curva continua que se dibuja uniendo los puntos, que no es cierto en todos los casos. Para evitar errores se debe realizar una investigación preliminar, en la que se haga una discusión de la ecuación.

*Segundo problema fundamental: Dada una figura geométrica determinar su ecuación*

Considerando ahora el caso en que, dada una figura geométrica o la condición que deben cumplir los puntos de la misma, se deba determinar su ecuación.

Se llama ecuación de un lugar geométrico plano a una ecuación de la forma

$$f(x, y) = 0. \quad (1.1.10)$$

Cuyas soluciones reales para valores correspondientes de  $x$  y  $y$  son todas las coordenadas de aquellos puntos, y solamente de aquellos puntos, que satisfacen la condición o condiciones geométricas dadas que definen un lugar geométrico.

De acuerdo con esto, el procedimiento para obtener la ecuación de un lugar geométrico es en general como sigue:

1. Se supone que el punto  $P$ , de coordenadas  $(x, y)$ , es un punto cualquiera que satisface la condición o condiciones dadas y, por tanto, es un punto del lugar geométrico.
2. Se expresa analíticamente la condición o condiciones geométricamente dadas por medio de una ecuación o ecuaciones en las coordenadas variables  $(x, y)$ .
3. Se simplifica, si hace falta, la ecuación obtenida en el paso dos, de tal manera que tome la forma de la expresión.

Se comprueba el recíproco para verificar la solución; sean  $(x_1, y_1)$  las coordenadas de cualquier punto que satisfacen la expresión 1.1.10 de tal manera que la ecuación 1.1.11 es verdadera.

$$f(x_1, y_1) = 0. \quad (1.1.11)$$

Si de la ecuación anterior se puede deducir la expresión analítica de la condición o condiciones geométricas dadas, cuando se aplica el punto  $(x_1, y_1)$ , entonces la expresión 1.1.10 es la ecuación del lugar geométrico que se buscaba.

## 1.1.5. Conceptos Básicos de Ingeniería Petrolera

### 1.2.1. Propiedades de los fluidos

Las propiedades de los fluidos generalmente son referidas a las condiciones en que se miden.

**Condiciones estándar.** Son las condiciones de presión y temperatura definidas para la medición práctica de los hidrocarburos, también conocidas como condiciones de tanque y corresponden, para la presión:  $P = 14.69 \text{ lb/pg}^2$  (1 atm, 1.033 kg/cm<sup>2</sup>) y para la temperatura:  $T = 60 \text{ }^\circ\text{F}$  (15.56 °C, 288.71 °K).

**Condiciones de Yacimiento.** Son las condiciones de presión y temperatura a las se encuentran los fluidos en cada yacimiento.

**Factor de volumen del gas,  $B_g$ .** Se define como el volumen de una masa de gas ( $V_g$ ) medida a condiciones de presión y temperatura del yacimiento, entre el volumen de la misma masa de gas medido a condiciones estándar.

$$B_g = \frac{V_g @ c.y}{V_g @ c.s}, \quad (1.2.1)$$

donde:

$V_g @ c.y$  = volumen de gas a condiciones de yacimiento [pie<sup>3</sup>]

$V_g @ c.s$  = volumen de gas a condiciones estándar [PCS]

$B_g$  = factor de volumen del gas [pie<sup>3</sup>/PCS] o [bbl/PCS]

**Factor de volumen del aceite,  $B_o$ .** Significa el volumen de aceite con gas disuelto a condiciones de presión y temperatura del yacimiento entre el volumen de aceite muerto a condiciones estándar.

$$B_o = \frac{V_o \text{ con } g.d @ c.y}{V_o \text{ muerto } @ c.s}, \quad (1.2.2)$$

donde:

$V_o @ c.y$  = volumen de aceite a condiciones de yacimiento [bbl]

$V_o @ c.s$  = volumen de aceite a condiciones estándar [STB]

$B_o$  = factor de volumen del aceite [bbl/STB] o [pie<sup>3</sup>/STB]

### Compresibilidad, $c$

Para un fluido, queda definida como la medida del cambio del volumen del fluido con la presión a temperatura constante; para el aceite:

$$c_o = -\frac{1}{V_o} \left( \frac{\partial V_o}{\partial P} \right)_T, \quad (1.2.3)$$

donde:

$c_o$  = compresibilidad del aceite [lb/pg<sup>2</sup>]<sup>-1</sup>

$V_o$  = Volumen de aceite [m<sup>3</sup>]

$\left( \frac{\partial V_o}{\partial P} \right)_T$  = derivada parcial del volumen de aceite respecto a la presión manteniendo la temperatura constante [m<sup>3</sup>/pg<sup>2</sup>]

Una expresión equivalente a la ecuación 1.2.3 puede usarse para determinar la compresibilidad del agua y del gas,  $c_w$  y  $c_g$ , respectivamente.

### Relación gas disuelto-aceite, $R_s$

Se puede decir que equivale al número de m<sup>3</sup> de gas disuelto en el aceite, medido a condiciones estándar, en una unidad de volumen de aceite muerto, medido a las mismas condiciones.

$$R_s = \frac{V_{gd \text{ en el aceite } @ c.s}}{V_o \text{ muerto } @ c.s}, \quad (1.2.4)$$

donde:

$V_{gd @ c.s}$  = volumen de gas disuelto a condiciones estándar [PCS]

$V_o @ c.s$  = volumen de aceite a condiciones estándar [STB]

$R_s$  = relación gas disuelto-aceite [PCS/STB]



### 1.2.2. Propiedades de la Roca

#### Porosidad

Todas las rocas clásticas están formadas por partículas llamadas clastos o granos, las cuales permanecen unidas por medio del material cementante. Entre los granos hay espacios vacíos o poros, donde se almacena aceite, gas o agua. La porosidad es la medida de la cantidad de espacio poroso en la roca, por lo que es definida como la relación entre el espacio poroso y el volumen total de la roca.

$$\text{Porosidad} = \frac{\text{volumen de poros}}{\text{volumen total de roca}}$$

$$= \frac{\text{volumen total de roca} - \text{volumen de solidos}}{\text{volumen total de roca}}$$

La cantidad total de espacio poroso en la roca es conocida como porosidad absoluta; sin embargo los Ingenieros Petroleros y Geólogos se concentran en otro tipo, al que denominan porosidad efectiva, que se refiere a la cantidad de espacio poroso interconectado útil para el movimiento de fluidos.

La porosidad, en rocas clásticas puede variar básicamente de acuerdo a:

- Tamaño y forma del grano
- Distribución de los granos

En la Figura 1.2.1 se observa la variación en la porosidad para distintos tipos de empaquetamientos y tamaño de grano.

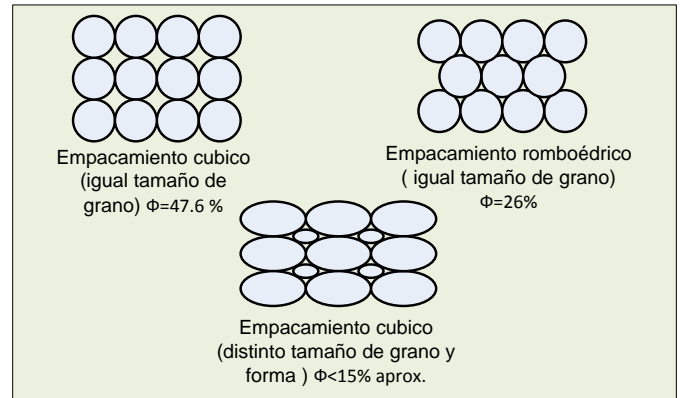


Figura 1.2.1. Variación en la porosidad de acuerdo a las características de los granos y su distribución.

Algunos valores de porosidad para las rocas más comunes son:

- De 10 a 40% en arenas, dependiendo de la naturaleza del cementante y su consolidación.
- De 20 a 45 % en arcillas dependiendo de su origen y profundidad a la que se encuentran.
- De 5 a 25 % en limolitas y dolomitas.

#### Compresibilidad total del sistema roca fluidos, $c_t$

Es la compresibilidad de la formación más la de los fluidos contenidos en ella:

$$c_t = c_f + c, \quad (1.2.5)$$

donde:

$c_t$  =compresibilidad total de la formación  $[\text{lb}/\text{pg}^2]^{-1}$

$c_f$  =compresibilidad de la formación  $[\text{lb}/\text{pg}^2]^{-1}$

$c = c_o S_o + c_w S_w + c_g S_g [\text{lb}/\text{pg}^2]^{-1}$

$S_o$  =saturación de aceite [frac]

$S_w$  =saturación de agua [frac]

$S_g$  =saturación de gas [frac]

## Permeabilidad

La permeabilidad es definida como la medida de la capacidad de la roca para permitir el flujo de fluidos a través de sus poros interconectados; su importancia radica en permitir el movimiento de los hidrocarburos del yacimiento hacia el pozo. A partir de la ecuación de Darcy:

$$k = \frac{q\mu L}{A\Delta p}, \quad (1.2.6)$$

donde:

$k$ = permeabilidad [d]

$\mu$ = viscosidad en la dirección de recorrido del fluido [cp]

$L$ = distancia que recorre el fluido [cm]

$A$ = sección transversal [cm<sup>2</sup>]

$\Delta p$ = diferencia de presión[atm]

$q$ = gasto de producción [cm<sup>3</sup>/s]

Al igual que la porosidad, la permeabilidad se presenta en diferentes formas. Se habla de permeabilidad absoluta cuando el medio esta saturado al 100% por un solo fluido, cuando dos o más fluidos saturan la roca se trata de permeabilidad efectiva y a la relación entre permeabilidad efectiva y la absoluta se denomina permeabilidad relativa.

$$k_r = \frac{k_e}{k}, \quad (1.2.7)$$

donde:

$k_r$ = permeabilidad relativa [adimensional]

$k_e$ = permeabilidad efectiva [md]

$k$ = permeabilidad absoluta [md]

Cuando existen dos fluidos en el medio poroso la alta permeabilidad efectiva a un fluido limita la permeabilidad al otro, por lo que cuando la permeabilidad a una fase decrece la permeabilidad ala otra fase se incrementa.

En la Figura 1.2.2 se observa la gráfica típica de curvas de permeabilidades relativas al agua y al aceite en función de la saturación de agua para una muestra de roca dada.

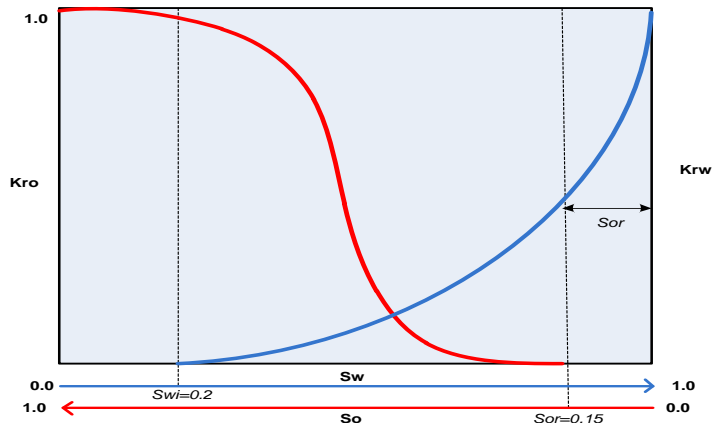


Figura 1.2.2. Ejemplo de curvas de permeabilidad relativa vs saturación de agua.

## Tortuosidad

La tortuosidad es la relación entre la longitud del tubo capilar, equivalente al medio poroso,  $L_e$ , y la longitud del medio poroso,  $L$ , (ver la Figura 1.2.3).

$$\tau = \left(\frac{L_e}{L}\right)^2, \quad (1.2.8)$$

donde:

$\tau$ = tortuosidad [adimensional]

$L_e$ = distancia promedio recorrida por el fluido dentro del medio poroso [cm]

$L$ = longitud entre dos superficies externas del medio poroso donde ocurre el flujo [cm]

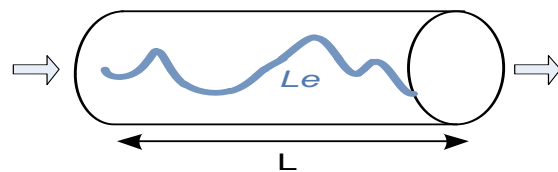


Figura 1.2.3. Ejemplo de la trayectoria del flujo en un medio poroso.

*Saturación de fluidos,  $S_f$*

Es la relación que expresa la cantidad de un fluido que satura el medio poroso. La cantidad de cada fluido en una muestra de roca puede determinarse por pruebas de laboratorio. Los datos son usados para comprender la distribución de los fluidos en la formación, además de ayudar a determinar los límites de las zonas de aceite y agua.

$$S_f = \frac{V_f}{V_p} * 100, \quad (1.2.9)$$

donde:

$S_f$ = saturación del fluido [%]

$V_f$ =volumen del fluido dentro del espacio poroso [cm<sup>3</sup>]

$V_p$ =volumen del espacio poroso [cm<sup>3</sup>]

Si se considera que el volumen del espacio poroso de una roca contiene hidrocarburos, ésta se puede encontrar saturada con petróleo, gas y agua, por lo tanto:

$$S_o + S_g + S_w = 1, \quad (1.2.10)$$

donde las saturaciones de fluidos están en fracción.

*Resistividad eléctrica de las rocas*

La resistividad eléctrica es la propiedad de un medio para impedir el flujo de la corriente eléctrica a través de él, se mide en unidades de Ohm-m. Dentro de un yacimiento la matriz de la roca y fluidos, como el aceite y el gas, son altamente resistentes por lo que juegan el papel de aislantes eléctricos, mientras que el agua es un conductor eléctrico en función de su salinidad y temperatura.

La resistividad eléctrica de un material cilíndrico de área A y longitud L se puede calcular a partir de la siguiente expresión:

$$R = r \frac{A}{L}, \quad (1.2.11)$$

donde:

R = resistividad eléctrica [Ω-m]

r = resistencia eléctrica [Ω]

A =área transversal del material [m<sup>2</sup>]

L =longitud del material [m]

Para un material cilíndrico, como el que se muestra en la Figura 1.2.4, del cual se desconoce su resistencia eléctrica, es posible determinar su resistividad eléctrica al medir la corriente eléctrica que pasa a través de él, empleando la ley de Ohm:

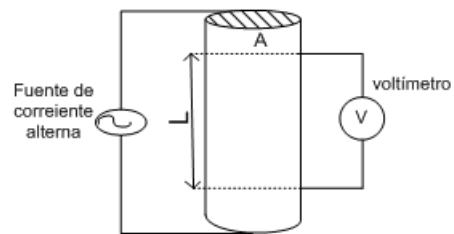


Figura 2.2.4. Esquema de medición de la corriente eléctrica a través de un material cilíndrico.

$$V = I r . \quad (1.2.12)$$

Despejando r de la ecuación 1.2.11 y sustituyendo en la ecuación 1.2.12.:

$$V = I R \frac{L}{A} .$$

Por lo tanto:

$$R = \frac{V A}{I L} , \quad (1.2.13)$$

donde:

V= voltaje [V]

I= intensidad de corriente eléctrica [A]

La resistividad de los hidrocarburos, ya sean aceite o gas, es del orden de millones de ohm-m, lo que los convierte en aislantes eléctricos.

### Capacidad calorífica

La capacidad calorífica,  $C$ , de una sustancia mide el aumento de temperatura que provoca el aporte de una cantidad de calor determinada, si  $\Delta Q$  es la cantidad de calor comunicado y  $\Delta T$  es el aumento de temperatura provocada, la capacidad calorífica es:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}, \quad (1.2.14)$$

donde:

$C$  = capacidad calorífica [cal/ °c]

$\Delta Q$  = cantidad de calor transferido [ cal]

$\Delta T$  = diferencia de temperatura [°c]

### 1.2.3. Aspectos relacionados al pozo

Una vez que es terminado un pozo petrolero, éste podrá producir natural o artificialmente, la Figura 1.2.5 corresponde al esquema de un pozo con una terminación sencilla sobre el agujero entubado que fluye naturalmente con un gasto,  $q$ , a una presión de fondo fluyendo,  $P_{wf}$ .

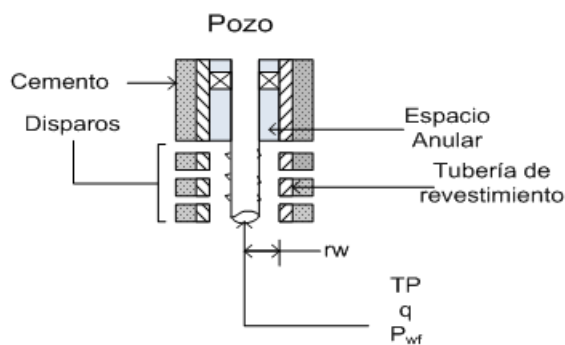


Figura 1.2.5. Diagrama de un pozo petrolero con terminación sencilla.

**Radio del Pozo ( $r_w$ ).** Es el radio que corresponde al área definida por la perforación del pozo.

**Radio de drene ( $r_e$ ).** Es el radio del área en la que tiene influencia el pozo, conocida como de drene. Se considera circular, como una aproximación, para los pozos.

Por ejemplo, en la Figura 1.2.6 se muestra el alcance de cada uno de estos radios.

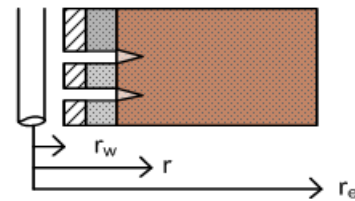


Figura 1.2.6. Radio del pozo y radio de drene.

### Espacio Anular

Es el espacio que existe entre la tubería de perforación y el agujero perforado, sirve como medio para la circulación del lodo de perforación.

### Lodo de perforación

Son fluidos encargados básicamente de la limpieza, control y soporte del pozo. Viajan a través de la sarta de perforación hacia la barrena y regresan por el espacio anular, sus características deben ser bien estudiadas ya que influyen en muchas de las operaciones en el pozo.

### Regímenes de Flujo en tuberías

El comportamiento del flujo de un fluido dentro de un conducto o tubería puede relacionarse con distintos regímenes (ver la Figura 1.2.7). Se han establecido cuatro regímenes de flujo en tuberías que dependen de la velocidad del fluido y de sus propiedades.

Considerando el Número de Reynolds (NR), se han establecido de la siguiente manera:

- Flujo tapón  $NR \leq 100$
- Flujo laminar  $100 < NR \leq 2100$
- Flujo transitorio  $2100 < NR \leq 3000$
- Flujo turbulento  $NR > 3000$

Donde:

$$NR = 928 \frac{d v \rho}{\mu}$$

NR= número de Reynolds [adimensional]

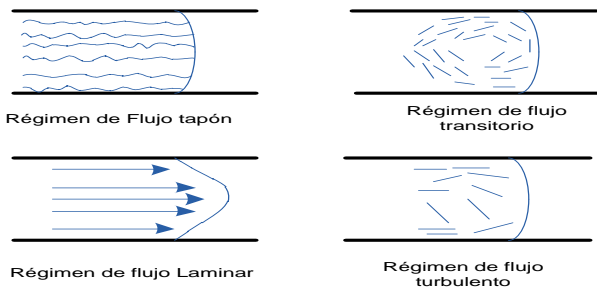
d =diámetro interno de la tubería [pg]

v =velocidaddel flujo [pie/s]

$\rho$  =densidad del fluido [lb/gal]

$\mu$  =viscosidaddel fluido [cp]

$$NR \quad (1.2.15)$$



Los principales parámetros físicos para evaluar un yacimiento son la porosidad, la saturación de hidrocarburos, el espesor y la permeabilidad.

De acuerdo al fundamento de medición y diseño de la herramienta o sonda, se puede clasificar, en general, a los registros geofísicos como:

- Registros de litología
  - Potencial espontaneo (SP)
  - Rayos gama (RG)
- Registros de porosidad
  - Sónico (BHC)
  - Neutrones (CNL)
  - Densidad (FDC)
- Registros de resistividad
  - Inducción
  - Doble inducción
  - Doble laterolog
  - Microesférico

#### Registros radioactivos

Están basados en la medición de emisiones naturales de rayos gama de las formaciones, originadas normalmente durante la meteorización que sufren las rocas. En formaciones sedimentarias generalmente, estos registros reflejan el contenido de arcilla de la formación ya que los elementos radiactivos tienden a concentrarse en ellas, incrementando la emisión de rayos gama.

Este tipo de registros sirven para: calcular el contenido de arcillas ( $V_{sh}$ ) en las rocas, para determinar el tamaño de grano, diferenciar litologías, etc.

Figura 1.2.7. Regímenes de flujo en tuberías.

#### Registros geofísicos

Un registro geofísico es un gráfico que muestra la variación de algún parámetro de la columna geológica perforada con respecto a la profundidad; su importancia radica en que estos parámetros pueden relacionarse con propiedades de la formación o de los fluidos, siendo una herramienta que puede analizarse cualitativa y cuantitativamente, por lo que es de gran utilidad para los Ingenieros.

## Registros Acústicos

Estos registros utilizan la mecánica de disipación de las ondas sonoras en la formación para relacionarlas con sus propiedades. Los equipos para estos tipos de registros consisten básicamente de un transmisor y un receptor, esta herramienta genera ondas compresionales que a su vez generan varias ondas acústicas en el sistema pozo-formación que subsecuentemente causan una señal que puede ser detectada en el receptor. El receptor convierte la energía acústica en una señal eléctrica.

## Registros de resistividad

Dado que la resistividad de una formación depende principalmente del tipo y la cantidad de fluido conductor contenido en ella, para interpretar las resistividades medidas, se combinan con la porosidad y la resistividad del agua de formación para obtener la saturación de agua, parámetro muy importante para evaluar la productividad de la formación.

Los registros de resistividad miden la diferencia de potencial causada por el paso de la corriente eléctrica a través de las rocas. Consiste en enviar corrientes eléctricas a la formación a través de unos electrodos y medir los potenciales en otros, de esta forma la resistividad de la roca puede medirse ya que esta resulta proporcional a la diferencia de potencial.

### 1.2.4. Características del yacimiento

#### *Mecanismos de Empuje*

Son los mecanismos por medio de los cuales el yacimiento es capaz de expulsar los fluidos hacia el pozo de forma natural, pueden ocurrir independientemente o en combinación. Estos mecanismos de empuje son:

Por expansión de la roca: Al iniciar la producción de aceite y gas del yacimiento, se genera una reducción

en la presión de los fluidos en el mismo, manifestando un aumento del valor de la presión de sobrecarga tal como si hubiera un incremento de esta presión sobre la formación. Al incrementarse la presión sobre los granos de la formación, ésta se compacta y expulsa el aceite y gas contenido en sus poros hacia las zonas de menor presión.

Por expansión de gas disuelto: Este empuje ocurre en combinación con la expansión del aceite, lo que permite equilibrar la reducción de presión debido a la producción con un incremento en el volumen de los fluidos en el yacimiento, esto ocurre particularmente en yacimientos cuya presión esta por arriba de la presión de saturación.

Por expansión de la capa de gas: Este mecanismo de producción tiene lugar cuando existe una alta saturación de gas en la parte superior del yacimiento de forma natural o artificial, el empuje que se genera al producir el aceite debido a la capa de gas puede llegar a ser el mecanismo preponderante de producción en el yacimiento.

Por empuje hidráulico: Este tipo de empuje se presenta en los yacimientos que tienen un acuífero asociado, en los cuales la reducción de presión es tal que permite la expansión del agua en el acuífero y su flujo hacia la zona de aceite del yacimiento.

Por segregación gravitacional: El mecanismo de empuje por segregación gravitacional se debe a la suma de las fuerzas de empuje,  $\vec{F}_e$ , y de gravedad,  $\vec{F}_g$ , dentro del yacimiento.

$$\vec{F}_{sg} = \vec{F}_e + \vec{F}_g \quad (1.2.16)$$

Este efecto puede maximizarse si existe una alta permeabilidad vertical, baja viscosidad del aceite y una fuerte echado del yacimiento, lo que permite que los fluidos se acomoden por diferencia de densidades. Además es conocido como el mecanismo más eficiente; sin embargo, no el más común.

### Regímenes de Flujo en medios porosos

Básicamente se consideran tres regímenes de flujo para describir el comportamiento del flujo de fluidos y la distribución de la presión en el yacimiento:

#### 1. Flujo transitorio

Cuando se abre a producción un pozo se alteran las condiciones de equilibrio en el yacimiento, originando una caída de presión causada por la expansión del aceite, gas y agua. Esta caída de presión alcanzará en algún momento las fronteras del yacimiento; sin embargo, el flujo transitorio queda definido antes de que las fronteras afecten el comportamiento de la presión, por lo que el cambio de la presión con respecto al tiempo es distinto de cero y no constante.

#### 2. Flujo pseudoestacionario

Este periodo queda definido una vez que el abatimiento de presión ha alcanzado las fronteras externas del yacimiento donde no hay flujo, en este periodo la caída de presión debida al volumen perdido en el yacimiento es recuperada por la compresibilidad del sistema roca-fluidos por lo que se establece que el cambio de la presión con respecto al tiempo es constante, es decir que la presión declina linealmente como una función del tiempo.

#### 3. Flujo estacionario

Este régimen de flujo corresponde para aquellos yacimientos en los que cualquier fluido producido es completamente sustituido por otro, por ejemplo

cuando existe un acuífero activo o la aplicación de un método de mantenimiento de presión, entonces la presión en cualquier punto del yacimiento para cualquier tiempo es constante.

### Geometría de flujo en los yacimientos

Existen diferentes geometrías de flujo que generan los diferentes patrones de flujo; por ejemplo, el flujo hacia un pozo totalmente penetrante en un yacimiento homogéneo exhibe un flujo radial cilíndrico, como se muestra en la Figura 1.2.8.

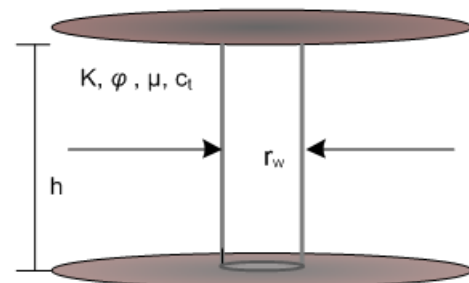


Figura 1.2.8. Flujo radial hacia un pozo.

En cambio, un pozo parcialmente penetrante exhibe varias geometrías de flujo (radial, esférico y pseudo radial) en distintas regiones del yacimiento.

### Reservas de hidrocarburos

La reserva de hidrocarburos es el volumen de hidrocarburos medido a condiciones estándar, que puede ser producido con cualquiera de los métodos y tecnologías existentes a cierta fecha.

Estas reservas pueden clasificarse de forma simple, como:

Reservas probadas. Son aquellos volúmenes de hidrocarburos, los cuales pueden ser estimados con

razonable certeza y evidencia de producción para ser comercialmente recuperables en un futuro.

Reservas probables. Son aquellas cuya existencia se supone en áreas vecinas a las probadas, de acuerdo con la interpretación geológica, geofísica o de ingeniería de los datos recopilados.

Reservas posibles. Son aquellas que por la falta de certidumbre en los datos geológicos y de ingeniería, se supone que pudieran provenir de áreas donde se han localizado condiciones favorables para la acumulación de hidrocarburos

### *Límites del yacimiento*

#### Límite físico

Se considera que un yacimiento está limitado físicamente por accidentes geológicos como fallas, discordancias, o bien por la disminución de los parámetros petrofísicos que hacen posible el flujo de fluidos, como: la saturación de hidrocarburos, la porosidad y la permeabilidad.

#### Límite convencional

Son los límites que se establecen de acuerdo al grado de conocimiento o investigación de la información geológica, geofísica o de ingeniería que se tenga del mismo.



## 2. TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE ECUACIONES

### Introducción

Es frecuente que en ingeniería exista interés por saber si dos o más variables están relacionadas entre sí y, en caso de estarlo, saber cuál es la función o modelo matemático que rige su dependencia, así como conocer y describir las constantes y variables involucradas, sus propiedades, características y su importancia. De todas las dependencias funcionales posibles, la más estudiada es la dependencia lineal. Se dice que existe dependencia lineal entre dos o más variables si las medidas de asociación que las rigen, así lo indican.

Cuando se analiza algún fenómeno físico, es común que se cuente con algunos datos experimentales, resultado de mediciones directas o indirectas, y sea posible integrar toda la información de la que se dispone en gráficas o diagramas de dispersión, el problema de ajustar un modelo matemático consiste en encontrar una función cuya gráfica se adopte lo más posible a la nube de puntos del diagrama de dispersión, de forma tal que proporcione una relación entre las variables, por lo que en este capítulo se presenta una serie de métodos y técnicas para el análisis de las ecuaciones.

### 2.1. Correlación lineal

En primer lugar, una correlación hace referencia al grado de relación entre dos variables. Matemáticamente, se puede calcular una correlación entre muchos factores. Dadas dos variables  $(x, y)$  es posible que entre ellas exista una relación matemática exacta que se pueda representar gráficamente, en cuyo caso se dice que existe una dependencia funcional, pero no todas las relaciones generan relaciones matemáticas exactas.

El objetivo de una correlación es estudiar el grado de asociación entre las variables, es decir, proporcionar coeficientes que midan el grado de dependencia mutua entre las variables.

Uno de estos coeficientes es el denominador, que está dado como:

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}. \quad (2.1)$$

El coeficiente de correlación  $r$ , debe quedar en el intervalo  $0 \leq |r| \leq 1$ .

De acuerdo al valor de  $r$ , se puede determinar qué tan fuerte es una correlación, ver Tabla 2.1

Tabla 2.3 Clasificación del tipo de correlación

Coeficiente de correlación $r$	Tipo de Correlación
0.9 – 1.0	Muy significativa o alta
0.6 – 0.9	Significativa
0.4 – 0.6	Baja
0.0 0.4	Nula

## 2.2. Representación gráfica

Se puede representar gráficamente la distribución de los resultados de un análisis en un diagrama cartesiano, en donde se tienen los ejes de las abscisas ( $x$ ) y de las ordenadas ( $y$ ). Considerando cada par de valores ( $x, y$ ) como las coordenadas de un punto que constituye un gráfico denominado Diagrama de dispersión.

En un diagrama de dispersión se puede apreciar, de forma cualitativa, el tipo, la dependencia y grado de relación entre las variables involucradas, de acuerdo a la disposición de la nube de puntos (Figura 2.1).

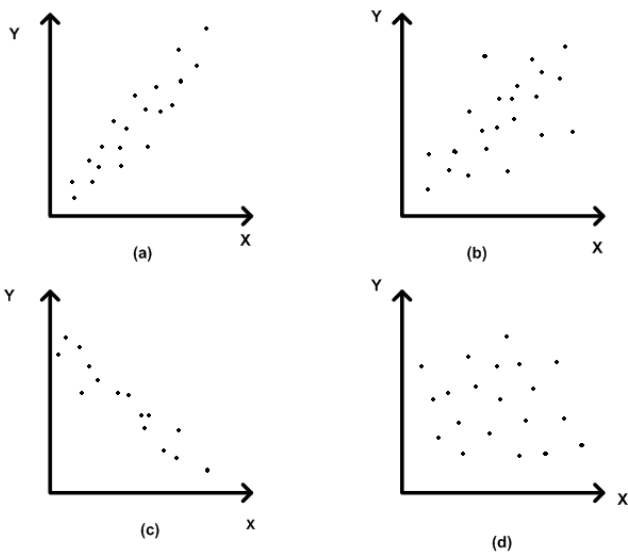


Figura 2.1 Tipos de correlación a) Significativa positiva b) Baja positiva c) Alta negativa d) Nula.

Estas dependencias pueden ser:

- Dependencia funcional: si la nube de puntos se sitúa en la gráfica de una función, excepto que ésta sea constante.
- Dependencia lineal: si la nube de puntos se sitúa sobre una línea recta.
- Dependencia aleatoria: si la nube de puntos se sitúa próxima a la gráfica de una función.
- Independencia: si hay ausencia de correlación alguna.

## 2.3. Análisis de regresión

Una vez que se ha determinado la existencia de una correlación con nuestra información (coeficiente de correlación significativamente mayor a cero), se puede realizar un análisis de regresión. Este análisis es un procedimiento estadístico que estudia la relación funcional entre variables, con el objeto de predecir una en función de las otras. El análisis de regresión estudia la naturaleza de la relación entre una variable dependiente y una o más variables independientes, esta relación se representa por un modelo matemático, dado por la ecuación de regresión.

El caso más sencillo es la regresión lineal simple, aunque existen ecuaciones que representan diferentes clases de regresión:

- Regresión lineal simple:  $y = A + Bx$
- Regresión lineal múltiple:  $Y = A + B(x) + \dots + B_k(x_k)$
- Regresión logarítmica:  $y = A + B \ln(x)$
- Regresión exponencial:  $y = AC(Bx)$
- Regresión cuadrática:  $y = A + Bx + Cx^2$

Donde; A, B y C son constantes.

El modelo de regresión lineal simple es una ecuación lineal que posee una ordenada al origen y una pendiente. Las estimaciones de estos parámetros se basan en los datos de una muestra y se determinan mediante formulas estándar.

En este caso se aplicará al procedimiento más usual, que se conoce como método de mínimos cuadrados.

### Ajuste por mínimos cuadrados

Cuando se trata de determinar los parámetros de la recta de mejor ajuste para un conjunto de datos, el método de mínimos cuadrados resulta ser el más eficiente.

Supóngase que se desea ajustar una función de la forma  $y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_n)$  a la nube de puntos  $(x_i, y_j)$ , para:  $i=1,2,\dots,p$ ,  $j=1,2,\dots,q$ . En la cual a cada valor de la variable independiente  $x_i$ , le corresponden dos valores de  $y_j$ : el valor observado,  $y_j$ , y el valor teórico,  $y_j^*$ , entre los cuales hay una diferencia que se denomina residuo, representada por  $C_j$  (ver la Figura 2.2).

Donde:

$$C_j = y_j - y_j^*$$

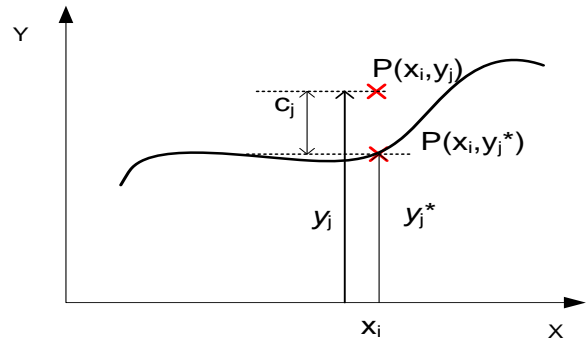


Figura 2.2 Residuo del valor observado y el valor teórico ( $C_j$ ).

El principio del método de mínimos cuadrados consiste determinar los parámetros  $a_1, a_2, \dots, a_n$  de forma tal que la suma ponderada de los residuos sea mínima, es decir se busca hacer mínima la expresión:

$$C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (y_j - y_j^*)^2 n_{ij}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (y_j - f(x, a_1, a_2, \dots, a_n))^2 n_{ij} \tag{2.2}$$

De entre todas las rectas del plano, se debe determinar la que mejor se ajuste a la nube de puntos  $P_i$  de la distribución, tal y como se observa en la Figura 2.3.

Sea  $y = m + bx$  la ecuación de la recta. Nuestro problema consiste en determinar los coeficientes  $m$  y  $b$ , utilizando los datos  $(x_i, y_j)$  que proporciona la distribución.

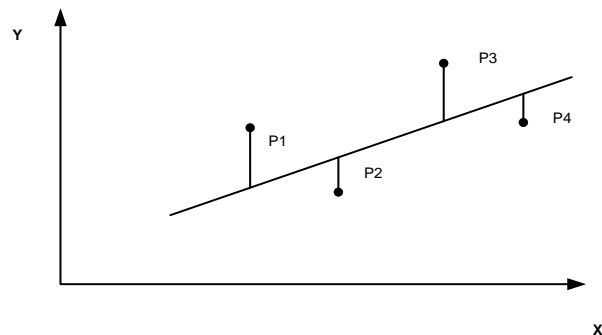


Figura 2.3 Línea de mejor ajuste.

De acuerdo al método de mínimos cuadrados por medio de las siguientes expresiones se puede conocer la pendiente y ordenada al origen, de la recta de mejor ajuste.

$$m = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2}, \quad (2.3)$$

$$b = \frac{\sum y - m \sum x}{n}, \quad (2.4)$$

donde:

$n$  = número de datos

#### Procedimiento de análisis de regresión lineal simple

Se puede considerar los siguientes pasos de un análisis de regresión lineal simple empleando el método de mínimos cuadrados:

- 1) Datos. Agrupar los datos experimentales de acuerdo al tipo de variable que representan para una muestra determinada.

Tabla 2.2 Datos  $n=3$

X	y
1.0	3.0
2.0	5.8
3.0	9.2

- 2) Identificar los puntos en un diagrama cartesiano.

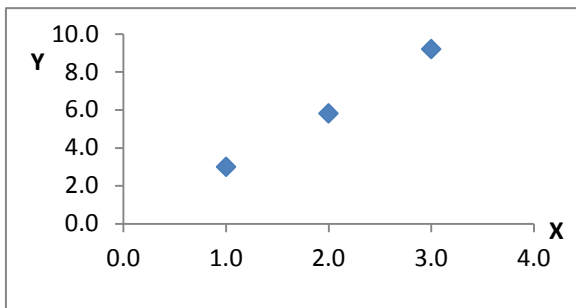


Figura 2.4 Gráfica de los datos de la Tabla 2.2.

- 3) Se realizan las sumatorias necesarias para el cálculo de los parámetros de la ecuación por medio del método de mínimos cuadrados.

Tabla 2.3 Sumatorias

	$x_i$	$y_i$	$xy$	$x^2$	$y^2$
	1.0	3.0	3	1	9
	2.0	5.8	11.6	4	33.64
	3.0	9.2	27.6	9	84.64
$\Sigma$	6.0	18.0	42.2	14	127.28

- 4) Determinar a qué tipo de correlación corresponden los datos.

Sustituyendo los valores de la tabla 2.3 en la ecuación 2.1:

$$r = \frac{42.2}{\sqrt{(14.0)(127.28)}} = 0.9996$$

El coeficiente  $r$  indica una correlación muy alta.

- 5) Se determinan los parámetros y la ecuación de la recta de mejor ajuste empleando el método de mínimos cuadrados:

Sustituyendo los datos de la tabla 2.3 en las ecuaciones 2.3 y 2.4 para el cálculo de la pendiente y ordenada al origen, respectivamente:

$$m = \frac{3(42.2) - (6.0)(18)}{3(14) - (6.0)^2} = 3.1$$

$$b = \frac{18.0 - 3.1(6.0)}{3} = -0.2$$

6) Ecuación y Gráfica de la recta de mejor ajuste.

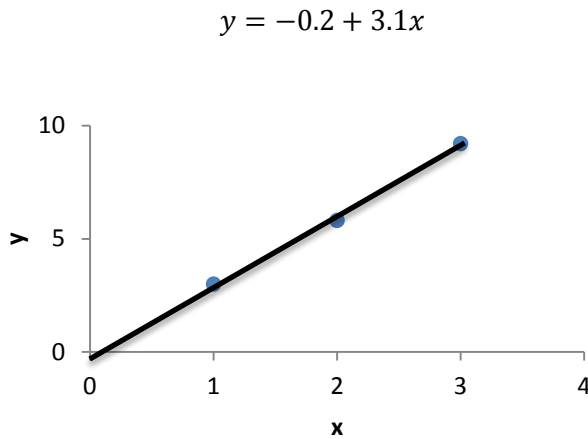


Figura 2.5. Recta de mejor ajuste a los datos de la Tabla 2.2.

#### 2.4. Empleo de logaritmos

Sí al analizar una ecuación se detecta que existe un incremento o decremento gradual de la variable dependiente con respecto a la variable independiente seguramente dará lugar a una curva cuando es graficada en escala normal; sin embargo, puede emplearse una escala semilogarítmica para representar la curva en forma de una línea recta.

Algunas expresiones generalizadas pueden emplearse con el fin de obtener una línea recta:

A.  $y = ab^{cx}$ ; esta expresión representa una curva exponencial, aplicando logaritmo de ambos lados:

$$\log(y) = cx \log(b) + \log(a). \quad (2.5)$$

Como ahora es una ecuación lineal de  $\log(y)$  contra  $(x)$  la curva llega a ser una línea recta en escala semilog.

B.  $y^2 = ax$ ; esta expresión corresponde a una parábola, nuevamente aplicando logaritmo llega a ser una línea recta cuando es graficada en escala log-log.

$$2 \log(y) = \log(x) + \log(a) . \quad (2.6)$$

C.  $(x + a)(y + b) = k$ ; representa la ecuación de una hipérbola; sin embargo, aplicando logaritmo:

$$\log(x + a) + \log(y + b) = \log(k). \quad (2.7)$$

Es una ecuación lineal de  $(x + a)$  contra  $(y + b)$  en escala log-log.

D.  $y^a = b\sqrt[c]{x}$ ; también es una ecuación lineal si  $\log(y)$  es graficado contra  $(1/c)\log(x)$  al usar una escala log-log

$$a \log(y) = \frac{1}{c} \log(x) + \log(b) . \quad (2.8)$$

*Ejemplo de aplicación:*

Una gráfica de razón de permeabilidades relativas ( $k_o/k_w$ ) contra saturación ( $S_w$ ) puede usarse para describir el flujo simultáneo de dos fluidos en un medio poroso. A continuación se muestran los resultados de una prueba de permeabilidad relativa.

De los siguientes datos:

Tabla 2.4. Datos para el ejemplo de aplicación 2.1

$S_w$ [frac]	$k_o/k_w$
0.8	0.0538
0.6	0.538
0.4	5.382
0.3	17.00
0.25	30.25

Se puede representar una gráfica  $y = \frac{k_o}{k_w}$  contra  $x = S_w$ , en escala semilog.

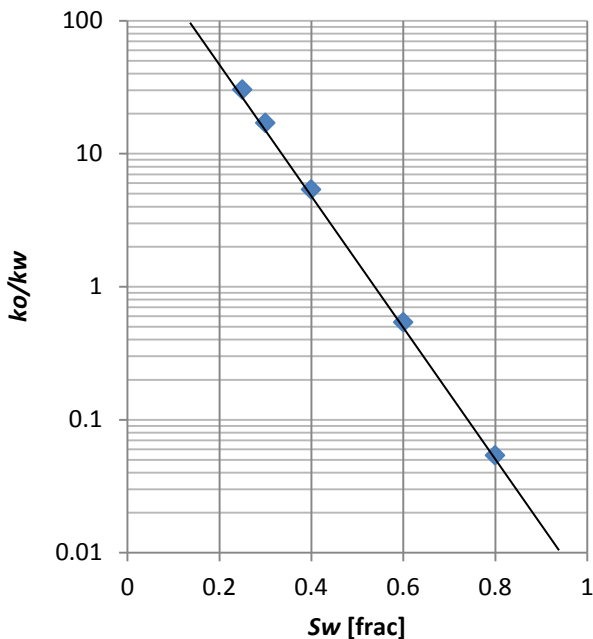


Figura 2.6. Gráfica de  $S_w$  contra  $k_o/k_w$  en escala semilog.

Ahora se debe determinar la pendiente:

Para una escala semilogarítmica se puede obtener la pendiente como:

$$y = be^{mx} \quad (2.9)$$

Aplicando logaritmo natural.

$$\ln y = \ln b + mx \quad (2.10)$$

Luego:

$$m = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{x_2 - x_1} \quad (2.11)$$

Si  $b = 1$

Tomando dos datos:

- Punto 1 ( $S_w=0.25, k_o/k_w=30.25$ )

$$\ln(30.25)=3.409$$

- Punto 2 ( $S_w=0.6, k_o/k_w=0.538$ )

$$\ln(0.538)=-0.612$$

Sustituyendo en 2.11

$$m = \frac{-0.612 - 3.409}{0.6 - 0.25} = -11.51$$

Para encontrar el valor de la ordenada al origen, se puede sustituir el valor de la pendiente y el punto P1 en la ecuación de la recta.

$$\ln b = \ln(30.25) - (-11.51)(0.25)$$

$$b = e^{6.28}$$

$b=537.59$  , por lo tanto:

$$k_o/k_w = 537.59e^{-11.51S_w}$$

Finalmente ésta ecuación expresa que la razón de permeabilidades relativas de una roca está en función de la saturación de fluidos, aunque es cierto también que la viscosidad de los fluidos, tensión interfacial y otros factores afectan parcialmente las permeabilidades relativas a una roca dada.

De forma semejante se realizará el mismo procedimiento de este ejemplo para determinar el valor de los parámetros de las ecuaciones que se analizarán en los siguientes capítulos.

## 3. ANÁLISIS DE ECUACIONES DE YACIMIENTOS

### Introducción

A lo largo del siguiente capítulo se presenta el análisis de algunas ecuaciones correspondientes al área de yacimientos, con la finalidad de establecer de qué modo cada modelo matemático analizado, que representa un fenómeno o el comportamiento de alguna propiedad de un yacimiento petrolero, puede ser representado como una línea recta, de tal modo que el análisis de los parámetros de la ecuación en forma de línea recta conlleve a comprender el comportamiento de los fenómenos o de las propiedades que representan.

Inicialmente se plantea el análisis sobre la medición de dos propiedades comunes de un yacimiento petrolero: primero bajo el estudio específico del efecto Klinkenberg sobre la permeabilidad y, posteriormente, con la medición de la porosidad. En ambos casos existen factores que afectan su medición, los cuales se discutirán bajo el mismo enfoque. Posteriormente, se presenta el análisis de las ecuaciones empleadas para medir los volúmenes de aceite y gas en el yacimiento bajo una técnica que permite relacionar, de acuerdo al tipo de yacimiento, los parámetros de una línea recta con dichos volúmenes de hidrocarburos.

Para finalizar este capítulo, partiendo de varias hipótesis, es posible llegar a una representación en forma de línea recta de las pruebas de presión de pozos, de modo que su interpretación quede en términos del análisis de sus ecuaciones.

### 3.1. Efecto Klinkenberg

---

Han sido ampliamente discutidas las precauciones que deben tenerse ante las diferentes técnicas de laboratorio empleadas para medir la permeabilidad usando muestras de roca, ya que pueden existir factores que afecten el resultado de la medición. Por ejemplo, al utilizar un líquido como fluido de prueba, se debe seleccionar aquel que no reaccione con los sólidos de la roca, además de considerar los cambios de permeabilidad en la muestra debido a la reducción de la presión de confinamiento.

En el caso de medir la permeabilidad utilizando fluidos gaseosos, Klinkenberg realizó mediciones sobre

una muestra de roca a diferentes gradientes de presión, obteniendo diferentes resultados con cada tipo de gas. Klinkenberg aplicó a un medio poroso los descubrimientos obtenidos por Maxwell y Chapman acerca del fenómeno de resbalamiento molecular, basados en la teoría cinética de los gases. Este fenómeno es conocido como efecto Klinkenberg. En la Figura 3.1.1 se observa la permeabilidad de un medio poroso determinada por diferentes gases (metano, etano y propano, hidrogeno, nitrógeno y CO<sub>2</sub>).

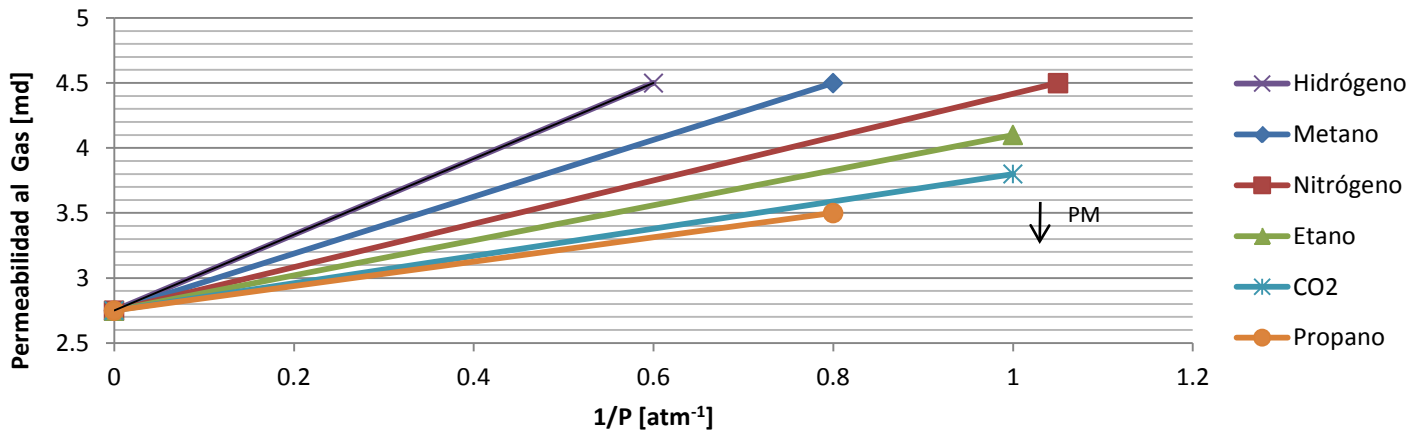


Figura 3.1.1 Permeabilidad al gas de una muestra de roca contra el recíproco de la presión media de medición.

Nótese que cada línea recta es obtenida relacionando la permeabilidad observada como función del recíproco de la presión media durante la prueba.

Extrapolando la líneas hasta la presión media infinita (1/pm=0), todas intersectan el eje de la permeabilidad en un punto común. Este punto es denominado  $k_L$ , permeabilidad al líquido.

Klinkenberg estableció que la permeabilidad de un medio poroso a un líquido homogéneo, que no reacciona con el medio y que satura la roca al 100%, es constante e independiente de la presión media, bajo un régimen de flujo laminar.

La permeabilidad al gas bajo estas condiciones no es constante y, como se observa en la Figura 3.1.1 depende de la presión media del gas en la roca en el momento de la medición.

Por lo tanto Klinkenberg propuso la siguiente expresión:

$$k_L = \frac{k_g}{1 + \delta/\bar{p}} = k_g - m \frac{1}{\bar{p}}, \quad (3.1.1)$$

donde:

$k_g$  = Permeabilidad al gas [md]

$k_L$  = permeabilidad al líquido [md]

$\bar{p}$  = presión media [atm]

$\delta$  = constante [atm]

$m$  = pendiente [atm·md]

De acuerdo a la Figura 3.1.1 se puede observar una familia de rectas para gases hidrocarburos y no

hidrocarburos, cuyo valor de la ordenada al origen es de 2.75 [md], que corresponde a la permeabilidad de la roca al líquido, cuando está saturada al 100%.

Matemáticamente es posible expresar esta familia de rectas como:

$$k_g = m \bar{p}^{-1} + 2.75$$

Leyendo algunos datos de la gráfica se pueden determinar las ecuaciones de cada recta.

- Para el Hidrógeno:

De la gráfica se lee:

Punto 1	y	Punto 2
( $x_1=0.2, y_1=3.24$ )		( $x_2=0.6, y_2=4.5$ )

$$m = \frac{4.5 - 3.24}{0.6 - 0.2} = 2.9$$

$$k_g = 2.9 \bar{p}^{-1} + 2.75$$

Por lo tanto:

- Para el Metano:

$$k_g = 2.18 \bar{p}^{-1} + 2.75$$

- Para el Nitrógeno:

$$k_g = 1.66 \bar{p}^{-1} + 2.75$$



- Para el Etano:

$$k_g = 1.35\bar{p}^{-1} + 2.75$$

- Para el Dióxido de carbono:

$$k_g = 1.05\bar{p}^{-1} + 2.75$$

- Para el Propano:

$$k_g = 0.93\bar{p}^{-1} + 2.75$$

Comparando las pendientes de cada recta con el peso molecular del gas correspondiente, se observa que las rectas con mayor pendiente corresponden a los gases con menor peso molecular.

Tabla 3.1.1. Pendiente de las rectas y peso molecular para cada gas de la Figura 3.1.1

Gas	m	PM
Hidrogeno H <sub>2</sub>	2.9	2.01
Metano CH <sub>4</sub>	2.18	16.043
Nitrógeno N <sub>2</sub>	1.66	26.01
Etano C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	1.35	30.07
Dióxido de Carbono CO <sub>2</sub>	1.05	44.01
Propano C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0.93	44.097

*Efecto de la presión sobre el movimiento libre del gas*

De acuerdo a la teoría cinética de los gases, las moléculas de un gas pueden ser consideradas como esferas pequeñas con un diámetro aproximadamente igual a una diezmilésima parte de una micra, separadas por aproximadamente una distancia igual a diez veces su propio tamaño a la presión atmosférica. Estas moléculas se mueven a velocidades muy altas cercanas a la velocidad del sonido (343.5 m/s a 20°C de temperatura) colisionando de manera aleatoria entre sí y con las paredes del medio en que fluyen. En lo que respecta al movimiento libre de las moléculas, es inversamente proporcional a la presión y para las moléculas de gases ligeros es mucho mayor.

Cabe destacar que a presiones cercanas a la presión atmosférica, la mayoría de las colisiones todavía se llevan a cabo entre las moléculas y no contra las paredes del medio debido a la gran cantidad de moléculas para una unidad de volumen. Pero a muy baja presión la fricción interna debido a las colisiones de las moléculas entre sí, tiende a desaparecer y el flujo se ve claramente afectado por el incremento de las colisiones con las paredes, en donde el fenómeno de resbalamiento presenta un mayor efecto.

Por lo tanto la simple aplicación de la ley de Darcy tiende a conducir más y más a resultados erróneos entre más cae la presión en el canal de flujo.

**3.1.1. Efecto de resbalamiento**

Klinkenberg postuló con bases en su experimento de laboratorio que los líquidos poseen una velocidad de cero al contacto con la superficie de los granos de la roca mientras que los gases presentan una velocidad finita en la superficie de los granos (ver la Figura 3.1.2), en otras palabras los gases exhiben resbalamiento en las superficies de la roca, que pudiera ser mayor en gases ligeros.

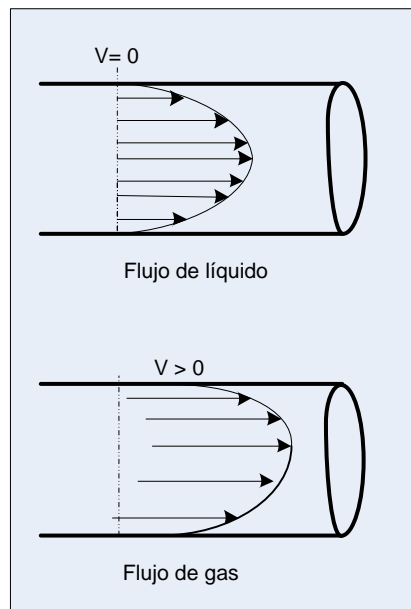


Figura 3.1.2. Efecto de resbalamiento.

Volviendo a la ecuación 3.1.1, despejando  $k_g$ :

$$k_g = m \frac{1}{\bar{P}} + k_L \quad . \quad (3.1.2)$$

$$y = mx + b$$

Se ha visto que  $k_L$  corresponde a la ordenada al origen y representa la permeabilidad al líquido, también se observa la familia de rectas generada a partir de la ecuación para cada tipo de gas, en donde existe una relación entre la pendiente y el peso molecular de cada gas.

Con respecto a la pendiente  $m$ , puede expresarse como el producto de dos factores:

$$m = \delta (k_L) \quad . \quad (3.1.3)$$

La constante  $\delta$ , depende principalmente de la trayectoria libre media del gas y del tamaño de las aberturas en el medio poroso. Esto hace pensar de que a presiones altas la pendiente se aproxime al valor de  $k_L$ , ya que  $\delta$  tiende a cero.

Por el contrario, a presiones bajas  $\delta$  influye más en el valor de la pendiente, y con ello se incrementa la desviación del valor de  $k_L$ .

Se puede hacer uso de la siguiente expresión para el cálculo de  $\delta$ .

$$\delta = \frac{4c'\lambda\bar{P}}{r} \quad , \quad (3.1.4)$$

donde:

$\lambda$ = trayectoria promedio libre de las moléculas del gas [pie]

$c'$ = es aproximadamente igual a 1 [adimensional]

$r$ = radio del canal de flujo [pie]

$\bar{P}$  =presión media [lb/pg<sup>2</sup>]

Por otra parte, la incongruencia en las mediciones de la permeabilidad por medio de gases pueden deberse en gran medida a la presión media de medición, ya que el tipo de flujo de un gas es más susceptible a los efectos de la presión, modificando la trayectoria libre de las moléculas. Aunado a este comportamiento, de acuerdo a las características de cada tipo de gas, como el peso molecular, se puede incrementar el efecto de resbalamiento. En general, a una baja presión el valor de la permeabilidad relativa al gas excede al de la permeabilidad al líquido y a una alta presión la permeabilidad al gas se acerca o iguala a la permeabilidad al líquido.

### **Análisis de los parámetros de la ecuación de Klinkenberg**

Por lo tanto como resultado de éste análisis se puede concluir, para cada parámetro de la ecuación 3.1.2, lo siguiente:

Pendiente,  $m$ : Depende de la presión media de medición y de la trayectoria libre de las moléculas del gas, cuyos efectos repercuten con mayor intensidad en gases ligeros, incrementando el valor de la pendiente.

Ordenada al origen,  $b$ : Depende de la permeabilidad al líquido de la roca. La permeabilidad al líquido se considera igual a la permeabilidad absoluta, por lo tanto, la ordenada al origen está definida por las características del espacio poroso, como lo es su geometría.

### 3.2. Medición de la Porosidad

La porosidad es la propiedad física de la roca que mide su capacidad de almacenar o acumular fluidos; es una propiedad estática que representa la fracción de vacíos existentes en una unidad de volumen de roca. Se puede medir directamente en laboratorio o indirectamente a través de registros geofísicos.

Esta propiedad suele clasificarse en porosidad primaria y secundaria; la primera se debe a los procesos que dieron origen a la roca y la segunda se genera a partir de la acción posterior de factores que afectaron la roca.

Matemáticamente se expresa como:

$$\varphi = \frac{V_p}{V_t} \times 100 = \frac{V_t - V_s}{V_t} \times 100, \quad (3.2.1)$$

donde:

$\varphi$  = Porosidad [%]

$V_p$  = volumen de poros [ $\text{cm}^3$ ]

$V_t$  = volumen total de la roca [ $\text{cm}^3$ ]

$V_s$  = volumen de sólidos [ $\text{cm}^3$ ]

La porosidad es una propiedad adimensional y se expresa en fracción o porcentaje.

Se habla de porosidad efectiva cuando se considera la relación entre el volumen de poros interconectados y el volumen total de la roca, que es en efecto la de más interés para los ingenieros que estudian los yacimientos petroleros.

Los métodos de medición de porosidad directos emplean el método del porosímetro tipo Boyle. Denominado de esta forma por basarse en ley de Boyle, donde se establece que el estado de un gas queda caracterizado por tres magnitudes físicas: presión, volumen y temperatura.

La ley de Boyle establece que el volumen de una cantidad fija de gas que se comporta idealmente a temperatura constante es inversamente proporcional a la presión del gas.

$$V \propto \frac{1}{P}$$

Al introducir el símbolo de igualdad:

$$VP = K. \quad (3.2.2)$$

Una expresión general de la ley de Boyle se puede escribir como:

$$P_1V_1 = P_2V_2. \quad (3.2.3)$$

En los dispositivos de medición de porosidad tipo Boyle, una muestra de roca seca es sometida a diferentes presiones manteniendo la temperatura constante. Los resultados del análisis y la ley de Boyle se usan para calcular el volumen de los granos, el cual será usado para determinar la porosidad efectiva.

De forma indirecta la medición se puede realizar por la aplicación de fórmulas como la de factor de formación o a partir de la interpretación cuantitativa de los siguientes registros de pozos:

- Sónico de porosidad
- De densidad
- Neutrón

El empleo de registros geofísicos para determinar la porosidad se lleva a cabo debido a que la respuesta de algunos registros se ve afectada por la porosidad, los fluidos y la matriz de la roca, principalmente. Por lo tanto, al conocer los efectos del fluido y la matriz, la respuesta de la herramienta puede relacionarse con la porosidad.

La gama de registros conocidos para este estudio es: registros sónico de porosidad, neutrón, de densidad y resistividad, de los que se analizaran las gráficas y ecuaciones que intervienen para el cálculo de la porosidad.

### 3.2.1. Relación porosidad -tiempo de tránsito, $\varphi$ vs $\Delta t$

Cuando se utiliza el registro sónico para determinar la porosidad se debe considerar que la propagación del sonido en un pozo es un fenómeno complejo, que se rige por las propiedades mecánicas de ambientes acústicos diferentes. Estos incluyen la formación, la columna de fluido y la misma herramienta de registro.

Las velocidades sónicas de las formaciones comúnmente van de 6,000 a 28,000 [pies/s]. Para evitar el uso de cifras grandes se emplea el inverso de la velocidad en  $\mu\text{s}/\text{pie}$  denotado como  $\Delta t$ , es decir el tiempo que tarda una onda sonora en recorrer un pie de roca.

Cuando se hace pasar una onda sonora a través de un medio poroso la velocidad de propagación del sonido es afectada por la porosidad de la roca. La velocidad del sonido cae aproximadamente un 60% en una formación si la porosidad varía de 3 a 30 %.

En formaciones sedimentarias, por ejemplo, la velocidad del sonido depende de varios parámetros:

- a) Naturaleza de la roca.
- b) Porosidad de la roca
- c) Densidad, tamaño, distribución y orientación del grano de la roca.
- d) Tamaño de poros y distribución.
- e) Compactación y cementación de la roca.
- f) Naturaleza de los fluidos que saturan la roca.
- g) Propiedades elásticas de la roca.
- h) Temperatura y presión.
- i) Método de medición.

La velocidad del sonido en las rocas puede ser medida en laboratorio sobre muestras de roca, o a través de registros geofísicos, de los cuales se han obtenido algunos datos que se muestran en la Tabla 3.2.1.

Tabla 3.2.1. Valores de velocidad y tiempo de tránsito para la matriz de varios tipos de roca y algunos fluidos

Material	$v_m$ [pie/s]	$\Delta t_m$ [ $\mu\text{s}/\text{pie}$ ]
Aire	1,088	919
Aceite	4,300	232
Agua	5,000-5,300	200-189
Lutitas	6000-16000	189-200
Sal	15,000	66.6
Arena consolidada	18,000	55.5
Arenisca	18,000-21,000	55.5-47.62
Arcilla argilolita	19,000	52.6
Yeso	19,050	52.4
Arenisca arcillosa	19,500	51.2
Anhidrita	20,000	50
Basalto	20,150	49.6
Caliza pura	21,000	47.6
Caliza arcillosa	21,000	47.6
Carbonato	21,000-23,000	47.6-43.5
Granito	21,350	46.9
Cuarzo	20,000	46.5
Dolomita	25,000	40
Pirita	28,000	35.7

### Formaciones consolidados y compactadas

Para una formación consolidada y compactada es posible obtener una gráfica como la que se muestra en la Figura 3.2.1. Esta gráfica se obtiene a partir de la lectura del tiempo de tránsito medida por un registro acústico graficada contra la porosidad obtenida en laboratorio. En la gráfica se ve claramente que la porosidad aumenta conforme el tiempo de tránsito es mayor.

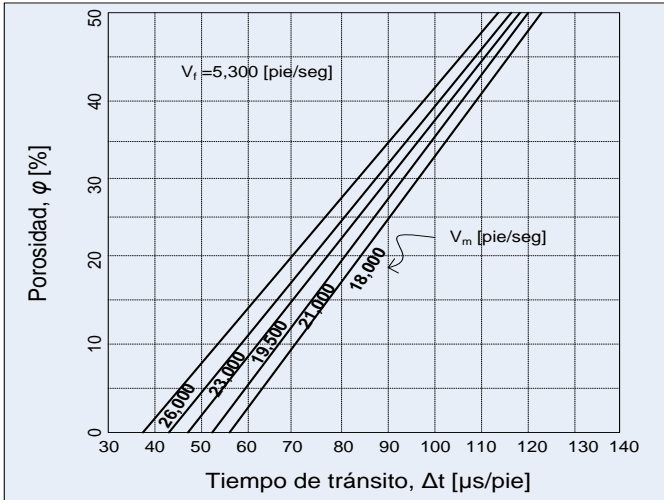


Figura 3.2.1. Representación gráfica de la relación entre el tiempo de tránsito y la porosidad para formaciones compactadas.

Por medio de pruebas de laboratorio y de registros de pozos, M.R.J Wyllie (1956) llegó a concluir que en formaciones sometidas a una alta presión efectiva, limpias y con pequeños poros distribuidos uniformemente existe una relación lineal entre la porosidad y el tiempo de tránsito. Esta relación establece básicamente que el tiempo de tránsito total es igual a la suma del tiempo de tránsito de la matriz de la roca más el tiempo de tránsito en el fluido contenido en los poros, por lo que también es conocida como ecuación del tiempo de tránsito promedio:

$$\Delta t_{log} = \varphi(\Delta t_f) + (1 - \varphi)\Delta t_m. \quad (3.2.4)$$

Resolviendo para la porosidad:

$$\varphi = \frac{\Delta t_{log} - \Delta t_m}{\Delta t_f - \Delta t_m}, \quad (3.2.5)$$

donde:

$\Delta t_{log}$  = lectura de tiempo de tránsito en el registro sónico en [μs/pie].

$\Delta t_f$  = tiempo de tránsito del fluido saturante (189 [μs/pie] aproximadamente para sistemas de lodo de agua dulce).

$\Delta t_m$  = tiempo de tránsito de la matriz de la roca [μs/pie].

Este modelo se aplica muy bien a formaciones arenosas consolidadas y bien compactadas. Expresa básicamente que la matriz de la roca y el fluido contenido en sus poros son los únicos factores que tienen influencia en la velocidad de las ondas sonoras a través de las rocas. Por ejemplo, en yacimientos que tienen muy baja saturación de agua con alta saturación de hidrocarburos habrá valores de tiempo de tránsito algo mayores que aquellos que existen frente a las mismas formaciones cuando están saturadas sólo con agua. Por otra parte, si en las areniscas existe presencia de arcillas la porosidad aparente del registro sónico se verá aumentada por una cantidad proporcional a la fracción del volumen total ocupado por tales arcillas. Estos y otros efectos que alteran el comportamiento del modelo lineal serán discutidos a continuación.

Bajo el modelo establecido por Wyllie es posible estimar las velocidades de transmisión de sonido a través de rocas con una mineralogía y fluido saturante dados, considerando que las rocas:

- Son isótropas.
- Están saturadas completamente por un fluido.
- Están sometidas a una presión diferencial mayor a 4000 [psi].
- Son consolidadas y cementadas
- Debe tener preferentemente porosidad primaria
- Son de mineralogía homogénea y sencilla.

La expresión definida por Wyllie, que fuera también sugerida por Hughes y Jones, es comúnmente expresada como:

$$\Delta t_{total} = \Delta t_{en\ la\ fracción\ líquida} + \Delta t_{en\ la\ fracción\ de\ la\ matriz\ de\ la\ roca}$$

$$\frac{1}{v_t} = \frac{\varphi}{v_f} + \frac{1-\varphi}{v_m} \quad (3.2.6)$$

$$\Delta t_t = (\Delta t_f - \Delta t_m)\varphi + \Delta t_m \quad (3.2.7)$$

donde:

$v_t$  = velocidad de sonido total [pie/s].

$v_f$  = velocidad del sonido en el fluido saturante [pie/s]

$v_m$  = velocidad del sonido en la matriz de roca [pie/s].

$\Delta t_t$  = tiempo de tránsito total [ $\mu$ s/pie].

### Formaciones no compactadas

En formaciones que no están sujetas a esfuerzos de sobrecarga suficientemente grandes, el uso directo de la relación expuesta por Wyllie proporciona valores de porosidad demasiado altos. Estas formaciones no compactadas se presentan más comúnmente en formaciones geológicamente recientes y especialmente a poca profundidad. Otros casos se presentan en formaciones cuya presión diferencial entre la presión de las capas superpuestas y la del fluido dentro de la formación, es menor de 4000 psi.

Las formaciones no compactadas exhiben tiempos de tránsito más altos que las formaciones compactadas, para la misma porosidad. Este tiempo de tránsito origina porosidades más grandes que las reales.

Experimentalmente se ha determinado que el tiempo de tránsito de las arcillas adyacentes en las formaciones,  $\Delta t_{sh}$ , es buen indicador de la presión de sobrecarga. Si el tiempo de tránsito de las arcillas es alrededor de 100  $\mu$ s/pie se trata de una formación no compactada.

Existen algunas modificaciones al modelo de tiempo de tránsito promedio propuesto por Wyllie, que consideran el efecto de la compresibilidad de la roca.

$$\varphi = \frac{\Delta t_t - \Delta t_m}{\Delta t_f - \Delta t_m} \cdot \frac{1}{C_p} \quad (3.2.8)$$

$$\Delta t_t = [(\Delta t_f - \Delta t_m)C_p]\varphi + \Delta t_m \quad (3.2.9)$$

donde:

$C_p$  = factor de corrección por compactación

El factor de corrección por compactación,  $C_p$ , puede ser determinado por medio de la siguiente ecuación empírica.

$$C_p = \frac{\Delta t_{sh}}{100} \quad (3.2.10)$$

donde  $\Delta t_{sh}$  es el tiempo de tránsito de las arcillas adyacentes.  $C_p$  también puede determinarse gráficamente para un intervalo dado, comparando el valor de la porosidad derivada de una formación limpia obtenida mediante otros registros con el valor que resulte de la ecuación 3.2.4.

El modelo sugerido por Wyllie indica que únicamente las propiedades de la matriz de la roca y del fluido que satura sus poros influyen en el tiempo de tránsito de formaciones limpias, compactadas y arenas consolidadas, por lo que la ecuación no es aplicable a formaciones no consolidadas y carbonatos con porosidad vugular.

Existe una relación derivada de la ecuación lineal de Wyllie propuesta por Geertsma, como:

$$\Delta t = \Delta t_B * \phi + \Delta t_A \quad , \quad (3.2.11)$$

donde los parámetros  $\Delta t_A$  y  $\Delta t_B$  deben ser determinados empíricamente para cada formación de interés en particular. Sí la roca está saturada por un fluido con la misma viscosidad se considera que  $\Delta t_A = \Delta t_m$ . El coeficiente  $\Delta t_B$  depende fuertemente del valor de compresibilidad de los poros pero no está vinculado a la presencia de un fluido en los poros. Debido a esta hipótesis, este modelo da buenos resultados al aplicarse a carbonatos con porosidad vulgar.

De una forma similar a la ecuación 3.2.9, Geertsma propuso la siguiente expresión para el coeficiente  $\Delta t_B$ :

$$\Delta t_B = C_p(\Delta t_f - \Delta t_m) \quad . \quad (3.2.12)$$

*Ejemplo de aplicación:*

La Figura 3.2.2 muestra la gráfica de porosidad contra tiempo de tránsito medido por un registro sísmico de porosidad para una arena saturada con un fluido cuyo tiempo de tránsito es de 189 [μs/pie].

Determine:

- a) Utilice el método de mínimos cuadrados para determinar la ecuación de Geertsma.
- b) La ecuación de la relación propuesta por Wyllie.
- c) El factor de corrección por compactación si es el caso y la ecuación del inciso b corregida.

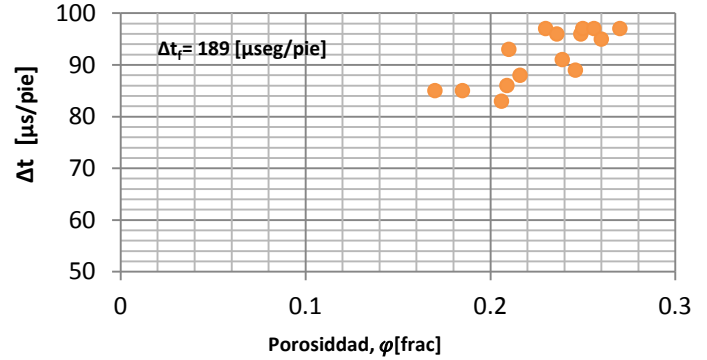


Figura 3.2.2. Gráfica de tiempo de tránsito contra porosidad para una arena limpia

Datos:

$$\Delta t_m = 55.5 \text{ [}\mu\text{s/pie]} \quad \Delta t_f = 189 \text{ [}\mu\text{s/pie]}$$

Solución:

a) Ecuación de Geertsma.

- 1) Leer los datos de la Figura 3.2.2

Tabla 3.2.2. Datos de la gráfica de φ vs Δt de la Figura 3.2.2

φ [frac]	Δt [μs/pie]	φ <sup>2</sup>	Δt <sup>2</sup>	(φ)(Δt)
0.17	85	0.032	7225	15.3
0.185	85	0.035	7225	15.8
0.206	84	0.042	6889	17.1
.209	86	0.044	7396	18.0
0.21	93	0.044	8649	19.5
0.216	88	0.047	7744	19.0
0.23	97	0.053	9409	22.3
0.236	96	0.056	9216	22.7
0.239	91	0.057	8281	21.7
0.246	89	0.061	7921	21.9
0.249	96	0.062	9216	23.9
0.25	97	0.063	9409	24.3
0.256	97	0.066	9409	24.8
0.26	95	0.068	9025	24.7
0.27	97	0.073	9409	26.2
Σ=3.44	Σ=1375	Σ=0.801	Σ=126,423	Σ=317.205

2) Empleando el método de mínimos cuadrados, se obtiene la pendiente y la ordenada al origen, según las ecuaciones 2.7 y 2.8 respectivamente.

$$\Delta t_A = b = \frac{1375 - 154.182(3.44)}{15} = 56.27$$

$$\Delta t_B = m = \frac{15(317.205) - (3.44)(1375)}{15(0.801) - (3.44)^2} = 154.182$$

3) La ecuación Geertsma para esta formación es:

$$\Delta t = 154.182(\phi) + 56.27$$

b) Empleando la ecuación 3.2.5 en forma de línea recta propuesta por Wyllie.

$$\Delta t_t = (\Delta t_f - \Delta t_m)\phi + \Delta t_m$$

$$m = (\Delta t_f - \Delta t_m) = 189 - 55.5 = 133.5$$

$$b = \Delta t_m = 55.5$$

Sustituyendo en la ecuación 3.2.6, se obtiene:

$$\Delta t = 133.5 * \phi + 55.5$$

Las ecuaciones resultantes son:

$$a) \Delta t = 154.182 * \phi + 56.27$$

$$b) \Delta t = 133.5 * \phi + 55.5$$

4) Graficando ambas ecuaciones:

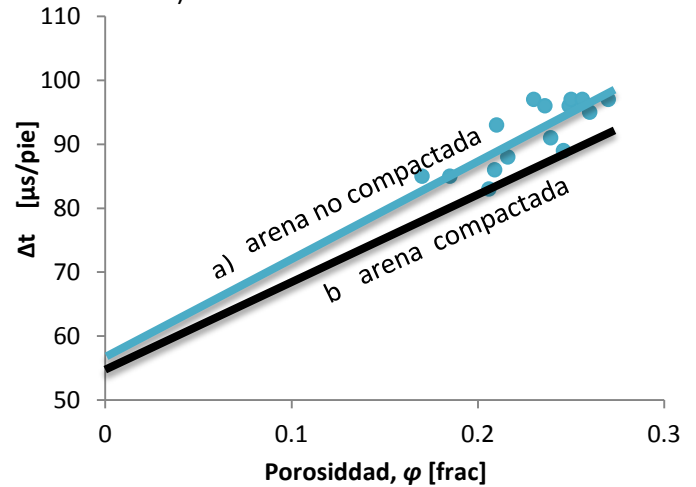


Figura 3.2.3. Gráfica de  $\phi$  vs  $\Delta t$  para una arena.

En la Figura 3.2.3 se observa una desviación de la recta de la ecuación del tiempo de tránsito promedio (b), con respecto a la línea recta de mejor ajuste (a), indicando una porosidad mucho más grande para un tiempo de tránsito dado. Esta desviación podría deberse a la falta de compactación de la roca.

c) Factor de corrección por compactación.

Ya que se tiene la ecuación propuesta por Geertsma para esta formación se puede utilizar la ecuación 3.2.12 para calcular  $C_p$ .

$$C_p = \frac{\Delta t_B}{(\Delta t_f - \Delta t_m)} \frac{154.182}{189 - 55.5} = 1.15$$

La ecuación corregida del inciso b queda de la siguiente forma:

$$\Delta t_t = [(\Delta t_f - \Delta t_m)C_p]\phi + \Delta t_m$$

$$\Delta t = 133.5 (1.15) * \phi + 55.5$$

$$\Delta t = 153.5 * \phi + 55.55$$



**Carbonatos**

En carbonatos con porosidad homogénea o intergranular, la ecuación propuesta por Wyllie proporciona buenos resultados, pero en carbonatos con una estructura y distribución de poros diferente, por ejemplo: con porosidad secundaria o en forma vugular, dicha relación no proporciona resultados muy satisfactorios ya que el tiempo de tránsito es a menudo más corto que el calculado para una porosidad dada. Esto puede deberse a que el registro sónico mide los tiempos de tránsito más rápidos a través de la formación, es decir mide los tiempos más cortos. Por otro lado los vúgulos están localizados de forma irregular en la roca y dado que las ondas compresionales viajan a través de la formación con menor porosidad, indican tiempos de tránsito más cortos para una formación carbonatada.

Wyllie concluyó que en las formaciones con porosidad secundaria ya sea en forma de vúgulos, canales o fracturas, la velocidad del sonido depende principalmente de la porosidad primaria. Por lo tanto, los valores obtenidos del registro sónico tienden a ser demasiado bajos debido a la no dependencia, por una cantidad equivalente, a la secundaria.

En estos casos la ecuación empírica propuesta por Geertsma (Ec. 3.2.12) es de mayor utilidad.

**Efecto de las arcillas**

El porcentaje de arcillas es tomado en cuenta en la medición e interpretación de algunos parámetros geofísicos de pozo debido a que su contenido en las rocas afecta a varias propiedades petrofísicas, por ejemplo, la permeabilidad y la resistividad eléctrica.

Una propiedad importante de los minerales que conforman las arcillas es la de aumentar de volumen por hidratación, otras pueden ser su capacidad de intercambio catiónico, de absorción y superficie específica.

El material arcilloso coexiste combinado con otros sedimentos como las areniscas, conglomerados, entre otros, ya sea en forma dispersa, como elemento constituyente del cemento que aglutina los granos o en finas estratificaciones alternadas con otros sedimentos (ver la Tabla 3.2.3). En todos estos casos las arcillas afectan las propiedades almacenadoras de las rocas de distintas formas. La pequeña dimensión de las partículas (menor a 2 micras) genera una superficie específica máxima de las partículas y por estas condiciones, la permeabilidad en ellas es nula.

Tabla 3.2.3. Tipos de presencia de arcillas

	<p>Arcilla dispersa</p> <p>En este caso las arcillas se encuentran diseminadas dentro del espacio poros, reduciendo drásticamente la porosidad</p>
	<p>Arcilla estructural</p> <p>Se presenta como granos dentro de la matriz de roca, reduciendo el volumen de la matriz pero sin alterar la porosidad de la roca</p>
	<p>Arcilla laminar</p> <p>Se presentan en capas de lutita delgadas dentro del cuerpo de roca ocupando una parte del espacio poroso y una parte del volumen de la matriz</p>

Cuando la arcilla se encuentra dispersa entre los poros de la matriz de la arena, la respuesta es similar a que si estos estuvieran ocupados por agua, ya que actúa como un barro.

Para una arena limpia, el tiempo de tránsito aumenta conforme aumenta la porosidad. En la Figura 3.2.4 se observan dos muestras de arena limpia, con el mismo volumen pero distinta porosidad.

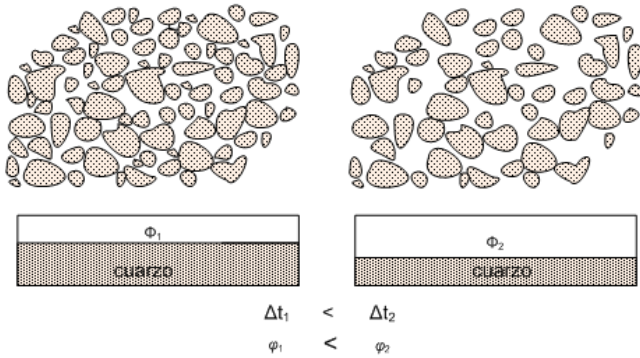


Figura 3.2.4. Variación en  $\Delta t$  para distinta porosidad en arena limpia.

Sin embargo, en una arena arcillosa comparada con otra arena limpia como las que se muestran en la Figura 3.2.5, el tiempo de tránsito se ve claramente afectado por el contenido de arcillas en forma estructural, ya que las arcillas poseen altos tiempo de tránsito debido a su naturaleza plástica.

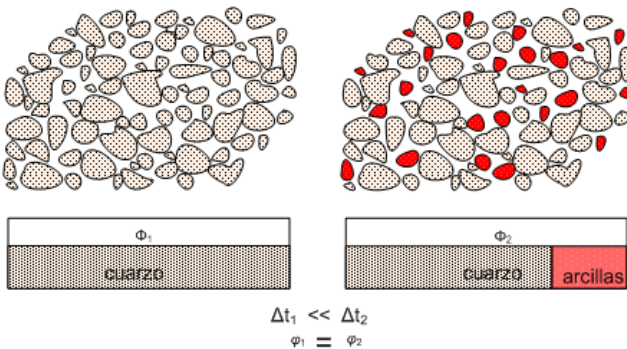


Figura 3.2.5. Variación en  $\Delta t$  por arcillocidad para la misma porosidad.

En la Gráfica 3.2.2 se puede ver claramente que el tiempo de tránsito se incrementa para una arena que contiene arcillas dispersas.

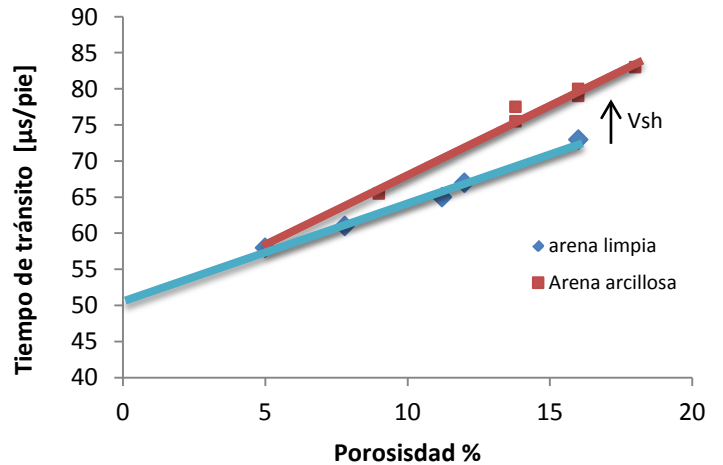


Figura 3.2.6. Efecto de las arcillas en el valor de  $\Delta t$ .

El valor de la pendiente es modificado por la presencia de las arcillas, que se comportan como un barro, su efecto va disminuyendo conforme la porosidad decrece hasta ser menos perceptible, si el volumen de arcillas también decrece, como se observa en la Figura 3.2.6.

En el caso en que el volumen de arcillas se mantenga constante el efecto de éstas, se mantendría aún en porosidades bajas hasta indicar un tiempo de tránsito en la matriz,  $\Delta t_m$ , diferente.

Si existen arcillas laminadas la porosidad se verá aumentada por una cantidad proporcional a la fracción del volumen total ocupado por estas láminas.

**Análisis de los factores que afectan la relación  $\phi$  vs  $\Delta t$**

Como se ha visto existen varios modelos que expresan una relación lineal entre la porosidad y el tiempo de tránsito, sin embargo algunos de ellos se aplican de forma particular para las formaciones y sus parámetros no corresponden a factores físicos bien definidos, esto hace que aunque la ecuación de Wyllie es simple, su aplicación sea muy común para la interpretación de registros y por lo tanto sea considerada para determinar qué factores intervienen en el comportamiento de los parámetros de tal ecuación.

*Pendiente*

La pendiente está determinada tanto por las características de la roca como por las características del fluido que saturan sus poros, hecho por el cual la porosidad determinada mediante el registro sísmico sea considerada como porosidad aparente. Dentro de las características de la roca que influyen prioritariamente sobre el valor de la pendiente está la composición mineralógica de la matriz, que varía con cada tipo de roca y por otro lado, el tipo de fluido predominante, contenido en los poros de la roca.

Debido que la mayor parte de la compresibilidad de la roca está en función de la distribución y tamaño de poro, de la composición del material cementante de la matriz, del tipo de roca y del esfuerzo de sobrecarga, un cambio en la compactación de la formación se manifiesta en la variación de la pendiente. Cuando las formaciones no son lo suficientemente compactadas la pendiente del modelo lineal de Wyllie es mayor comparada con la de una formación compactada.

Por otro lado las mediciones de registros acústicos son afectadas por la cantidad y por el tipo de distribución de arcillas. Las rocas clásticas sean o no compactadas contienen cierta cantidad de arcillas, así el tiempo de tránsito es mayor, al esperado en una arena limpia, por lo que el uso del modelo convencional de Wyllie

sobrestima el valor real de la porosidad manifestando una línea recta de mayor pendiente.

*Ordenada al origen*

Para la mayoría de las rocas, la ordenada al origen del modelo lineal está relacionada íntimamente con el tiempo de tránsito de la matriz de la roca, cuyas características dependen exclusivamente de su mineralogía. Por lo tanto este parámetro puede ser estimado con anticipación si se conocen tales características, a no ser que exista presencia de arcillas, cuyo tiempo de tránsito oscila normalmente entre 189 y 200 [ $\mu s/pie$ ].

La siguiente Tabla muestra algunos de los efectos sobre los parámetros del modelo lineal.

**Tabla 3.2.4 Factores que afectan la relación  $\phi$  - $\Delta t$**

<b>Relación <math>\phi</math>-<math>\Delta t</math></b>		
Registro sísmico.		
<b>Respuesta</b>	$\Delta t = \Delta t_B(\phi) + \Delta t_A$	
<b>Gráfica</b>		
<b>Medio óptimo</b>	Arena compactada y carbonatos con porosidad homogénea	
<b>Factores que afectan su interpretación</b>	Compactación	Las formaciones no compactadas exhiben tiempos de tránsito más altos que las formaciones compactadas para la misma porosidad.
	Presencia de arcillas	Se incrementa el tiempo de tránsito medido por el registro.
	Porosidad secundaria	El tiempo de tránsito medio es menor lo que indica una porosidad menor a la real.

### 3.2.4. Relación Porosidad – Densidad, $\varphi$ vs $\rho$

Es posible catalogar a la densidad en dos tipos, la de matriz y la total (*bulk density*,  $\rho_b$ ); la primera es la densidad media de todos los sólidos mientras que la densidad total es la densidad de los sólidos más la de los fluidos que saturan a los poros de la roca.

Mediante un registro de densidad es posible estimar la densidad del sistema roca-fluidos, que posteriormente servirá para calcular la porosidad por densidad ( $\varphi_D$ ). Este registro está basado en el efecto Campton, el cual corresponde a una de las tres formas principales en que los rayos gama interactúan con la materia, cediéndole parte de su energía. Básicamente, el registro de densidad mide la atenuación de rayos gama, las formaciones densas absorben más rayos gama que las formaciones de baja densidad, su respuesta está determinada esencialmente por el índice de densidad de los electrones de la formación, que a su vez está relacionada con la densidad total.

Para una saturación que consiste de un solo elemento, el índice de densidad de electrones se relaciona con la densidad total por medio de la siguiente expresión:

$$\rho_e = C\rho_b, \quad (3.2.13)$$

donde:

$\rho_e$  =índice de densidad de electrones [ $g/cm^3$ ]

$\rho_b$  =densidad total [ $g/cm^3$ ]

$$C = \frac{2Z}{A}$$

$Z$  y  $A$  corresponden al número y peso atómico respectivamente, para un compuesto:  $C = 2 \left( \frac{\sum Z_j}{PM} \right)$ .

Para la mayoría de los elementos y compuestos encontrados en rocas sedimentarias el valor de  $C$  se aproxima bastante a la unidad.

Tabla 3.2.5 Valor de  $2\sum Z_j/PM$  para compuestos presentes comúnmente en los Yacimientos Petroleros

Compuesto	Fórmula	$\rho_b$ [ $g/cm^3$ ]	$\frac{2\sum Z_j}{PM}$
Cuarzo	SiO <sub>2</sub>	6.654	0.9985
Calcita	CaCO <sub>3</sub>	2.71	0.9991
Dolomita	CaCO <sub>3</sub> MgCO <sub>3</sub>	2.87	0.9977
Anhidrita	CaSO <sub>4</sub>	2.96	0.999
Agua	H <sub>2</sub> O	1.00	1.1101
Agua salada	200,000 ppm	1.146	1.0797
Metano	CH <sub>4</sub>	$\rho_{CH_4}$	1.247

La densidad total es un promedio general de densidad de una unidad de formación y puede expresarse para una formación limpia que contenga un fluido de densidad constante en sus poros, como:

$$\rho_b = \varphi\rho_f + (1 - \varphi)\rho_m, \quad (3.2.14)$$

donde:

$\rho_b$ =densidad total [ $g/cm^3$ ]

$\varphi$  =porosidad [frac]

$\rho_f$ = densidad del fluido [ $g/cm^3$ ] (usualmente filtrado de lodo)

$\rho_m$ = densidad de la matriz de la roca [ $g/cm^3$ ]

Resolviendo la ecuación 3.2.14 para la porosidad se obtiene:

$$\varphi = \frac{\rho_m - \rho_b}{\rho_m - \rho_f}, \quad (3.2.15)$$

donde a formaciones densas les corresponden porosidades bajas.

Debido a que el radio de investigación del registro de densidad no es muy profundo, éste no sobrepasa la zona invadida por filtrado, por lo que para determinar la densidad del fluido,  $\rho_f$ , se tiene la siguiente expresión:

$$\rho_f = S_{xo}\rho_{mf} + (1 - S_{xo})\rho_h, \quad (3.2.16)$$

donde:

$S_{xo}$  = saturación de filtrado de lodo en la zona invadida [frac]

$\rho_{mf}$  = densidad del filtrado de lodo [ $g/cm^3$ ]

$\rho_h$  = densidad de los hidrocarburos en la zona invadida [ $g/cm^3$ ]

Si en la zona invadida  $S_{xo} = 1$ ,  $\rho_f = \rho_{mf}$ .

En la práctica se puede aproximar de acuerdo al tipo de lodo.

Tabla 3.2.6 Densidades del filtrado para diferentes tipos de lodo

Lodo base	$\rho_{mf}$ [ $g/cm^3$ ]
Agua	1.0
Aceite	0.9
Salmuera	1.1

Los valores mostrados en la tabla 3.2.6 también son usados para aproximar la densidad del filtrado de lodo en zonas de aceite. Esta aproximación se hace para una pequeña saturación de aceite residual,  $S_{or}$ , en la zona invadida por filtrado de lodo, donde la  $\rho_h$  casi no afecta. Estas suposiciones normalmente originan pequeños cambios en el valor de la porosidad.

*Ejemplo de aplicación de la tabla 3.2.6:*

La porosidad calculada a partir del registro de densidad se hace suponiendo un valor de  $\rho_f = 1$  [ $g/cm^3$ ]. Compare esta porosidad aparente,  $\varphi_a$ , con el valor de la porosidad verdadera,  $\varphi_t$ , que corresponde a una densidad total de  $2.1[g/cm^3]$ , para los siguientes medios:

- a) Arena saturada con salmuera invadida por filtrado de lodo de  $1.05$  [ $g/cm^3$ ].
- b) Arena saturada con aceite y salmuera con una saturación de aceite residual,  $S_{or} = 30\%$ .
- c) Arena saturada con gas a baja presión y salmuera con una saturación de gas residual,  $S_{gr} = 30\%$ .

Solución:

- 1) Calcular la porosidad aparente,  $\varphi_a$ .

Datos:

$$\rho_f = 1$$
 [ $g/cm^3$ ]

$$\rho_m = 2.65$$
 [ $g/cm^3$ ] (densidad de la matriz para una arena)

$$\rho_b = 2.1$$
 [ $g/cm^3$ ]

Sustituyendo en la ecuación 3.2.15.

$$\varphi = \frac{2.65 - 2.1}{2.65 - 1.0} = 0.33 \therefore \varphi_a = 33\%$$

- a) Arena saturada con salmuera

Datos:

$$S_{xo} = 1$$
 [frac]       $\rho_f = \rho_{mf} = 1.05$  [ $g/cm^3$ ]

$$\rho_m = 2.65$$
 [ $g/cm^3$ ]       $\rho_b = 2.1$  [ $g/cm^3$ ]

Sustituyendo en la ecuación 3.2.15.

$$\varphi = \frac{2.65 - 2.1}{2.65 - 1.05} = 0.34$$

$$\varphi_t = 34\%$$

$$\varphi_a \cong \varphi_t$$

- b) Arena saturada con salmuera y aceite

Datos:

$$S_{xo} = 70\%$$
       $\rho_{ma} = 2.65$  [ $g/cm^3$ ]

$$\rho_b = 2.1$$
 [ $g/cm^3$ ]       $\rho_h = 0.9$  [ $g/cm^3$ ]

$$\rho_f = 0.7(1.05) + (0.3)0.9 = 1.005$$

Sustituyendo en la ecuación 3.2.15.

$$\varphi_t = \frac{2.65 - 2.1}{2.65 - 1.005} = 0.33$$

$$\varphi_a = 33\%$$

$$\varphi_a = \varphi_t$$

c) Arena saturada con gas

Debido a la baja presión en la zona invadida se supone  $\rho_g = 0$ .

$$\rho_f = 0.7(1.05) + 0 = 0.735$$

$$\varphi_t = \frac{2.65 - 2.1}{2.65 - 0.735} = 0.287$$

$$\varphi_a = 33\%$$

$$\varphi_a > \varphi_t$$

Estos resultados muestran que excepto para formaciones con presencia de gas es posible asumir una densidad del filtrado de lodo,  $\rho_{mf} = 1 \frac{g}{cm^3}$ , para calcular la porosidad.

A continuación se presentan algunos valores para las densidades correspondientes a minerales relacionados a los yacimientos petroleros:

Tabla 3.2.7. Densidades para algunos minerales

Mineral	Composición	$\rho_m(\text{gr}/\text{cm}^3)$	$\rho$ leída en un registro ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )
Anhidrita	$\text{CaSO}_4$	2.96	2.957
Dolomita	$\text{CaCO}_3\text{MgCO}_3$	2.87	2.863
Calcita	$\text{CaCO}_3$	2.71	2.708
Cuarzo	$\text{SiO}_2$	2.654	2.65
Yeso	$\text{CaSO}_4\cdot 2\text{H}_2\text{O}$	2.32	2.372
Sal	$\text{NaCl}$	2.16	2.04
Lutita	Arcillas	2.2-2.8	-----

Ejemplo de aplicación de la Tabla 3.2.7:

De un registro de densidad se lee el valor de  $\rho_b = 2.31 \text{ [g/cm}^3\text{]}$ , la densidad de la matriz es  $\rho_m = 2.71 \text{ [g/cm}^3\text{]}$ , si además la densidad el fluido que satura la roca es  $\rho_f = 1.1 \text{ [g/cm}^3\text{]}$ , determine la porosidad de la roca según el registro de densidad.

1) Sustituyendo los valores de  $\rho_b$ ,  $\rho_m$  y  $\rho_f$  en la ecuación 3.2.15:

$$\varphi_D = \frac{2.71 - 2.31}{2.71 - 1.1} \times 100 = 25\%$$

Al graficar la porosidad contra la densidad para diferentes tipos de roca, saturadas todas con el mismo fluido cuya densidad es de  $1.1 \text{ [g/cm}^3\text{]}$ , es posible obtener la gráfica de un conjunto de rectas que a simple vista parecen ser paralelas, donde además se observa la relación inversa entre la densidad total de la formación y la porosidad.

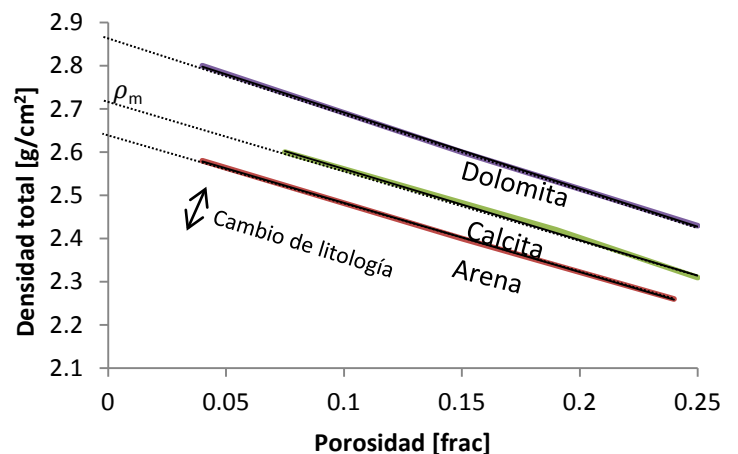


Figura 3.2.7. Gráfica de porosidad contra la densidad total de varias rocas.

### Efecto de las arcillas

Las ecuaciones que corresponden a cada recta son:

Para la dolomita:

$$\rho_b [g/cm^3] = -1.7628 [g/cm^3]\varphi + 2.88 [g/cm^3]$$

Para la calcita:

$$\rho_b [g/cm^3] = -1.64 [g/cm^3]\varphi + 2.72 [g/cm^3]$$

Para la arenisca:

$$\rho_b [g/cm^3] = -1.601 [g/cm^3]\varphi + 2.64 [g/cm^3]$$

Corroborando con la Tabla 3.2.6 se observa que la ordenada al origen en cada recta es aproximadamente igual a la densidad de la matriz de la roca. Por ejemplo, para la arenisca:

$$\rho_{m \text{ arenisca}} \cong b = 2.64$$

Por otro lado, la pendiente es de signo negativo ya que la densidad decrece conforme la porosidad se incrementa y su valor es aproximadamente igual a la diferencia entre la densidad del fluido y la densidad de la matriz ( $\rho_f - \rho_m$ ).

Para la calcita:

$$m \cong (\rho_f - \rho_m) = 1.1 - 2.71 = -1.61$$

La determinación de la porosidad por medio del registro de densidad se aplica básicamente para medios o formaciones relativamente sencillas. En ambientes complejos tales como arenas arcillosas, con presencia de gas o con litología compleja éste registro debe combinarse con otros registros para obtener una mejor evaluación de la porosidad.

El registro de densidad puede usarse para diferenciar entre varias litologías con base en el valor de densidad resultante, sin embargo es muy susceptible al contenido de arcillas, por lo que en general cuando existe presencia de arcillas la densidad leída es un tanto mayor. Aunque las propiedades de las arcillas pueden variar de acuerdo a su ubicación y tipo de formación, las densidades típicas para las capas y laminaciones arcillosas fluctúa entre 2.2 y 2.6 g/cm<sup>3</sup>.

Las densidades de las arcillas tienden a ser menores a poca profundidad donde las fuerzas compactantes no son tan grandes aunque se han observado desviaciones a esta tendencia en zonas sobrepresionadas donde la densidad de la arcilla disminuye al aumentar la profundidad, la cual aparece con frecuencia a varios cientos de metros arriba de arenas permeables a alta presión.

### Efecto de hidrocarburos

Si existen hidrocarburos residuales en la zona de investigación como petrolero ligero o gas, la herramienta del registro de densidad registra un valor menor para la densidad total, debido al contraste entre las densidades del filtrado de lodo y la de los hidrocarburos. Si la herramienta es calibrada para leer porosidad en una formación limpia saturada con agua la lectura del registro en una formación con gas es una porosidad aparente, la cual es mucho más alta que la porosidad verdadera de la formación.

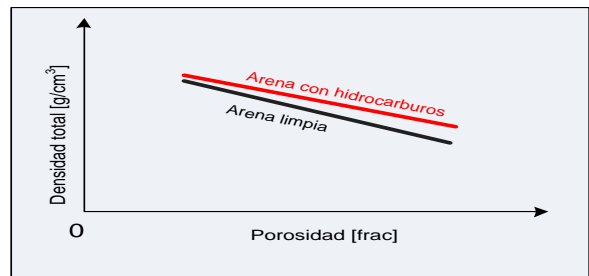


Figura 3.2.8. Efecto de la presencia de hidrocarburos ligeros o gas en la zona de investigación.

### Análisis de los factores que afectan la relación $\phi$ vs $\rho$

La relación entre la porosidad y la densidad total mediada por el registro de densidad expresa básicamente que a una formación densa le corresponde una baja porosidad y viceversa, esta respuesta puede ser expresado en un modelo lineal para una formación de litología sencilla completamente saturada con un líquido de densidad constante, como:

$$\rho_b = \rho_m - \phi(\rho_m - \rho_f), \quad (3.2.17)$$

para los parámetros de este modelo se tiene que:

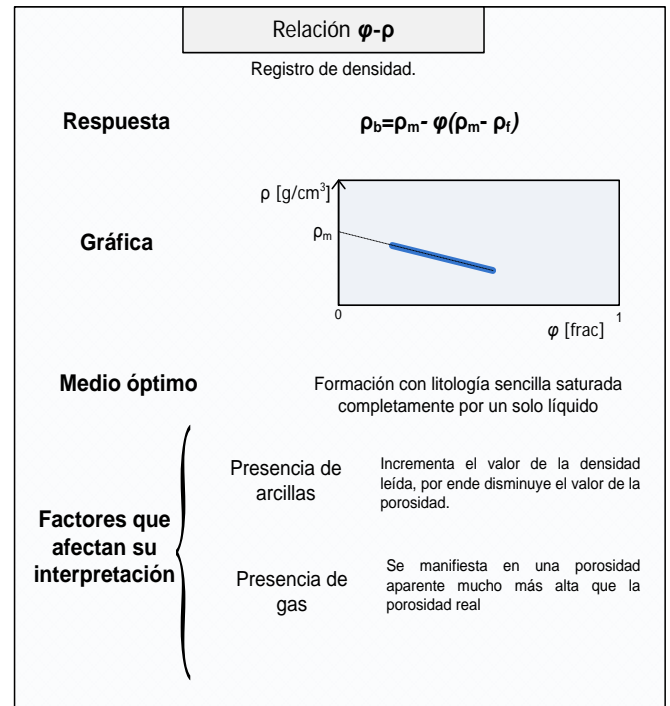
#### Pendiente

Este parámetro depende tanto de la densidad de la matriz de la roca como la del fluido que satura sus poros, por lo que la presencia de arcillas e hidrocarburos alteran su comportamiento. El contenido de arcillas disminuyen el valor de la porosidad reflejando un aumento en la pendiente, por su parte la presencia de gas en la zona de investigación altera el contraste de densidades del filtrado de lodo, por lo que la respuesta del registro es una porosidad mucho mayor a la real, que se visualiza gráficamente como una recta con menor pendiente comparada con una formación sin presencia de gas en la misma zona.

### Ordenada al origen

Ya que este parámetro es equivalente a la densidad de la matriz de la roca, se puede decir que la ordenada al origen depende exclusivamente de la composición mineralógica de cada tipo de roca. De este modo es posible obtener una familia de rectas de pendiente constante en una gráfica de  $\phi$  vs  $\rho_b$  para diversas litologías (véase Figura 3.2.7).

**Tabla 3.2.8. Factores que afectan la densidad total y su efecto sobre la porosidad**





### 3.2.3. Relación porosidad - resistividad, $\varphi$ vs $R_o$

Las rocas de los yacimientos petrolíferos generalmente corresponden a rocas sedimentaras, en las cuales se ha observado que su resistividad eléctrica es controlada, en parte, por los fluidos conductores de electricidad (agua salada) contenidos en sus poros, debido a que la resistividad de los minerales siliciclásticos, por ejemplo, es extremadamente alta comparada con la del agua de formación. Además del agua, las rocas de los yacimientos petroleros pueden contener aceite o gas natural, que al igual que el material de la matriz de la roca son débiles conductores de electricidad o más bien aislantes.

De este modo la resistividad eléctrica es básicamente una mediada de la saturación de fluidos de un yacimiento y está en función de su porosidad, tipo de fluido (agua limpia, salada o hidrocarburos) y del tipo de roca, por lo que las mediciones de resistividad tomadas por las herramientas de registros eléctricos pueden usarse para detectar hidrocarburos y estimar la porosidad de un yacimiento.

La Figura 3.2.9 representa un diagrama sencillo para medir la resistividad de una roca.

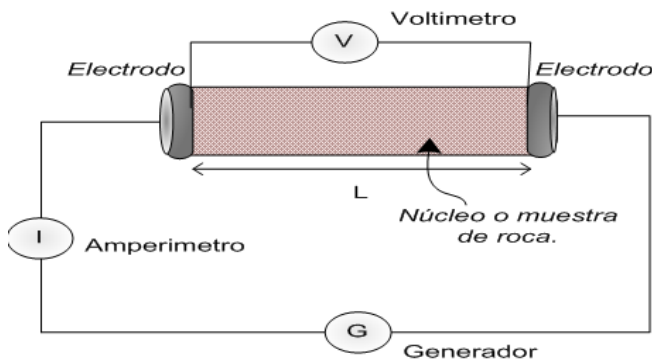


Figura 3.2.9. Circuito eléctrico para medir la resistividad eléctrica de una muestra de roca.

Entre los dos electrodos se coloca una muestra de roca cilíndrica, limpia y seca, que contiene únicamente aire dentro de sus poros. Este arreglo asegura un flujo de corriente lineal.

Con la muestra de roca limpia y seca conectada al generador, ninguna corriente eléctrica significativa pasa a través del circuito, ya que la matriz de la roca y el aire que satura sus poros son aislantes eléctricos. Sin embargo, las rocas de los yacimientos petroleros in situ son conductoras de electricidad, esta conducción resulta por la presencia de agua salda.

Al saturar el núcleo conectado al circuito de la Figura 3.2.9 con agua pura sin sales (agua destilada), no se observa ningún cambio significativo con respecto al caso previo del núcleo seco, ya que el agua pura es también un mal conductor de electricidad, pero si una sal como el cloruro de sodio (NaCl) es disuelta en el agua que satura la muestra de roca, ésta será capaz de conducir corriente eléctrica.

Ésta capacidad usualmente se debe a los electrolitos. Cuando las moléculas de sal son disueltas en agua se disocian en partículas llamadas iones. Los iones son átomos y moléculas eléctricamente cargadas como resultado del exceso o deficiencia de electrones.

Cuando un campo eléctrico se establece a lo largo de una muestra de roca, hace que los iones positivos viajen hacia el electrodo negativo y los iones negativos viajen hacia el electrodo positivo.

La relación entre la resistividad de la roca y la del fluido conductor contenido en sus poros ha sido estudiada en laboratorio para determinar la porosidad de una muestra de roca, saturando el espacio poroso con un fluido de resistividad conocida y midiendo la resistividad resultante de la muestra.

La resistividad de la muestra de roca puede ser determinada empleando la expresión 1.2.11.

$$R = r \frac{A}{L}, \quad (1.2.11)$$

donde para este caso particular:

$R$  = resistividad eléctrica de la roca [Ohm-m]  
 $r$  = resistencia eléctrica en la longitud del núcleo [Ohm]  
 $A$  = área transversal del núcleo de roca [m<sup>2</sup>]  
 $L$  = longitud del núcleo de roca [m]

Cuando la roca está completamente saturada por un fluido conductor la resistividad es  $R_o$ .

$$R_o = r_o \left( \frac{A}{L} \right), \quad (3.2.18)$$

donde:

$R_o$  = resistividad de la roca saturada 100% por un fluido conductor [Ohm-m]  
 $r_o$  = resistencia de la roca en la longitud  $L$  [Ohm]

Para el núcleo de la Figura 3.2.9, conectado al circuito eléctrico, el único medio conductor en la roca es el agua salada, por lo que es posible reemplazar la muestra de roca por un volumen de agua equivalente de la misma resistividad.

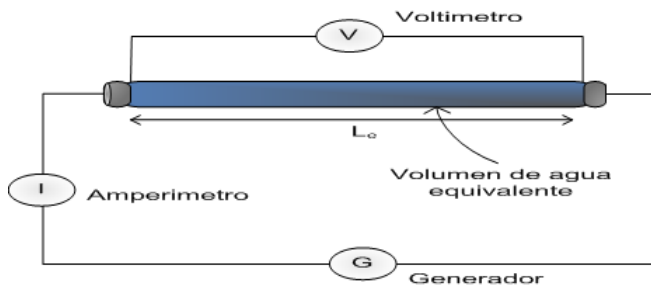


Figura 3.2.10. Diagrama de un circuito para medir la resistividad de un volumen de agua equivalente.

Los iones se mueven por medio del fluido contenido en los poros de la roca con una trayectoria tortuosa, por lo que la longitud del volumen equivalente de agua,  $L_e$ , es mayor que la longitud real,  $L$ . Si la porosidad de la roca es  $\phi$ , el volumen del agua en la roca es  $v = \phi AL$ . Este volumen deberá ser también el del volumen del cuerpo de agua equivalente,  $v_e$ , para mantener la misma salinidad.

Es decir:

$$v = v_e$$

Por lo tanto:

$$A\phi L = A_e L_e$$

Despejando  $A_e$ :

$$A_e = \frac{A\phi L}{L_e}. \quad (3.2.19)$$

Para el núcleo completamente saturado con agua salada:

$$r_o = R_o \left( \frac{L}{A} \right)$$

Para el volumen de agua equivalente:

$$r_w = R_w \left( \frac{L_e}{A_e} \right). \quad (3.2.20)$$

Sustituyendo  $A_e$  por  $\frac{A\phi L}{L_e}$  en la ecuación 3.2.18:

$$r_w = R_w \left( \frac{L_e^2}{A\phi L} \right)$$

Ya que;  $r_o = r_w$ :

$$R_o \left( \frac{L}{A} \right) = R_w \left( \frac{L_e^2}{A\phi L} \right)$$

$$R_o = R_w \left( \frac{L_e}{L} \right)^2 \frac{1}{\phi}. \quad (3.2.21)$$

De la ecuación 1.2.8:

$$\tau = \left( \frac{L_e}{L} \right)^2$$

Obtenemos:

$$\frac{\tau}{\phi} = F. \quad (3.2.22)$$

Sustituyendo la ecuación 3.2.22 en la ecuación 3.2.21:

$$R_o = FR_w, \quad (3.2.23)$$

donde:

$R_o$  = resistividad de la roca de la formación para  $S_w$  de 100% [ohm-m]

$R_w$  = resistividad del agua de formación [ohm-m]

$F$  = factor de resistividad de la formación

La ecuación 3.2.23 fue propuesta por Archie (1942) la cual expresa básicamente, que la resistividad de una muestra de roca completamente saturada con salmuera,  $R_o$ , es proporcional a la resistividad de la salmuera,  $R_w$ .

El factor de resistividad de la formación,  $F$ , es controlado principalmente por la tortuosidad y la porosidad, como se observa en la ecuación 3.2.22; sin embargo, esta ecuación no es práctica ya que generalmente la tortuosidad no puede ser medida experimentalmente y en la mayoría de los modelos clásicos de flujo y transporte en medios porosos se trata como un parámetro ajustable.

A lo largo de muchas investigaciones se han desarrollado modelos matemáticos acerca de la relación que tiene el factor  $F$  con otras propiedades petrofísicas. Dentro de estos estudios, se incluyen aquellos basados en mediciones en laboratorio sobre muestras de roca, otros basados en datos tomados de registros geofísicos:

Mediante mediciones en laboratorio de  $F$  y  $\varphi$  sobre muestras de roca, Archie sugirió la siguiente relación empírica.

$$F = \varphi^{-m}, \quad (3.2.24)$$

donde:

$m$  = factor de cementación

Otra relación empírica que relaciona  $F$  y  $\varphi$ , fue sugerida como resultado de mediciones experimentales conducidas por Winsauer y col.:

$$F = a\varphi^{-m}, \quad (3.2.25)$$

donde:

$a$  = factor de tortuosidad

La ecuación 3.2.25 es similar a la que propuso Archie pero generalmente proporciona un mejor ajuste a los datos.

Sustituyendo la ecuación 3.2.24 en la ecuación 3.2.23:

$$R_o = \frac{R_w}{\varphi^m}. \quad (3.2.26)$$

Sin embargo un registro eléctrico mide la resistividad verdadera de la formación,  $R_t$ , que resulta para una saturación de agua menor al 100%, lo que indica que el espacio poroso restante está saturado con fluido no conductor (aceite o gas). La respuesta de la herramienta de un registro eléctrico puede escribirse como:

$$R_t = \frac{R_w}{\varphi^m}. \quad (3.2.27)$$

Aplicando logaritmo natural de ambos lados de la ecuación:

$$\log R_t = -m \log(\varphi) + \log R_w. \quad (3.2.28)$$

La ecuación anterior corresponde a una línea recta en escala log-log con pendiente  $-m$  y ordenada al origen  $\log R_w$ .

### Factores de afectan la interpretación de los registros eléctricos

#### *Efecto de las arcillas*

Como se mencionó anteriormente una de las propiedades de las arcillas puede ser su capacidad de intercambio catiónico relacionada con su propiedad de absorber cationes mediante atracción eléctrica. Este fenómeno afecta la interpretación de los registros eléctricos, en formaciones arenosas generalmente causa una reducción en la resistividad y en consecuencia un aumento en los valores de porosidad.

Por otro lado, varios análisis de laboratorio han mostrado variaciones en la resistividad con respecto al esfuerzo de sobrecarga de las formaciones. Por ejemplo, Brace y col. (1965) analizaron en laboratorio muestras de roca ígnea y metamórficas las cuales poseen porosidades bajas a menudo menores a 0.01 saturadas al 100% con salmuera con resistividad de 0.25 [ohm-m], en las que pudieron observar que a bajos esfuerzos de sobrecarga la resistividad eléctrica de las rocas es controlada por las fracturas y grietas y conforme se incrementa el esfuerzo de sobrecarga la resistividad eléctrica también aumenta, ver Figura 3.2.11.

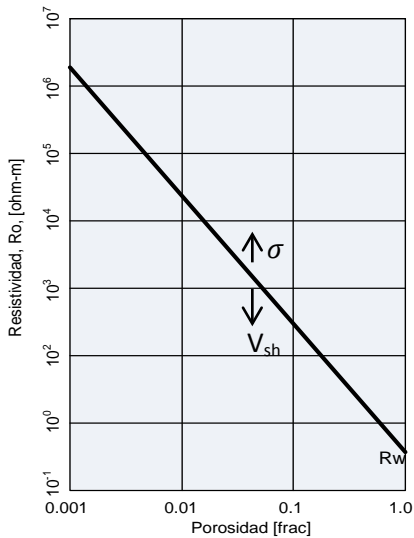


Figura 3.2.11. Resistividad para muestras de roca con diferente porosidad, saturadas al 100 % con una solución de NaCl ( $R_w=0.25$  [ohm-m]).

### Análisis de los parámetros de la relación lineal $\phi$ vs $R_o$

Como se ha visto es posible hacer una estimación de la porosidad con respecto al valor de la resistividad eléctrica de la formación, en general la resistividad se incrementa con forme el espacio poroso decrece, ya que junto con él disminuye la cantidad de fluido conductor.

#### Pendiente

La pendiente es equivalente a factor de cementación de la roca,  $m$ , que está en función del tipo de roca,

porosidad, algunas variaciones de este parámetro se han observado con el cambio en la presión de confinamiento y de la temperatura de la formación, las observaciones indican el incremento de  $m$  conforme incrementa la presión de confinamiento, este efecto en  $m$  puede ser ocasionado por la reducción en el espacio poroso causando pérdida de fluido conductor dentro del medio poroso, además se ha observado que el valor de  $m$  decrece conforme se incrementa la temperatura.

#### Ordenada al origen

Depende de la resistividad del fluido, es decir de las propiedades del agua de formación, específicamente del número de iones presentes en la solución, llamada concentración o salinidad para el agua de formación, de la velocidad a la que los iones se mueven a través de la solución y de la carga de los iones, que se determina por el tipo de sal en solución. A su vez debido a que las cargas eléctricas se llevan a través de las rocas sedimentarias por los iones en el agua de formación, los factores que afectan la resistividad del agua de formación también afectan a la resistividad de la roca.

Tabla 3.2.9. Factores que afectan la relación  $R_o$  vs  $\phi$

Relación $\phi$ - $R_o$	
Registro eléctrico.	
<b>Respuesta</b>	$\log R_o = -m \log(\phi) + \log R_w$
<b>Gráfica</b>	
<b>Medio óptimo</b>	Formación limpia
<b>Factores que afectan su interpretación</b>	Presencia de arcillas Debido a su alta conductividad disminuyen la resistividad de la formación, por ende se incrementa el valor de la porosidad medida.
	Esfuerzo de sobrecarga El incremento del esfuerzo de sobrecarga incrementa la resistividad de la formación por que disminuye la porosidad.

**3.2.4. Relación porosidad - factor de resistividad de la formación,  $\phi$  vs F**

El factor de formación, F, es una cantidad adimensional que depende únicamente de las propiedades de la roca, específicamente de la tortuosidad y de la porosidad, además de ser un importante parámetro en la interpretación de los registros geofísicos

La ecuación 3.2.23 puede usarse para determinar F cuando  $R_o$  y  $R_w$  son conocidos. F puede usarse para estimar la porosidad de la formación.  $R_w$  se puede determinar ya sea a partir de pruebas en laboratorio o por medio de registros geofísicos (SP) y  $R_o$ , por medio de una registro de resistividad de investigación profunda, en un intervalo con  $S_w=100\%$ .

Porter y Carothers, definieron un procedimiento para establecer una relación de datos obtenidos de los registros geofísicos bajo condiciones in-situ. Un total de 2995 datos de  $F-\phi$  fueron reunidos de 11 pozos de la zona de la costa de California correspondientes al Plioceno. Con estos datos obtuvieron la siguiente ecuación.

$$F = 2.45\phi^{-1.29} \quad (3.2.29)$$

**Relación  $F-\phi$  para carbonatos**

La gran variedad de rocas carbonatadas hacen aún más difícil definir una relación generalizada de  $F-\phi$ . Sin embargo, existe una relación que ha sido usada para este tipo de formaciones:

$$F = \phi^{-2} \quad (3.2.30)$$

Esta relación es soportada por el estudio de Carother sobre 188 muestras de carbonatos. Aunque muchos de estos datos representaban limolitas con porosidad intergranular, un número considerable era de limolita con porosidad vugular.

Las siguientes ecuaciones han sido recomendadas para formaciones compactadas con baja porosidad y carbonatos no fracturados, respectivamente.

$$F = \phi^{-2.2 a - 2.5} \quad (3.2.31)$$

$$F = \phi^{-1.87 + 0.019/\phi} \quad (3.2.32)$$

Timur y col. estudiaron un gran número de formaciones rocosas y encontraron que los coeficientes  $a$  y  $m$  varían en un amplio rango. El coeficiente o factor de tortuosidad,  $a$ , varía de 0.35 a 4.78 y  $m$  varía de 1.4 a 2.52. Para formaciones carbonatadas el exponente de cementación puede alcanzar 2.9 o más.

A continuación se presenta una gráfica en la que se observa el rango de variación de  $m$  de 1.3 a 2.2 cuando  $a = 1$ .

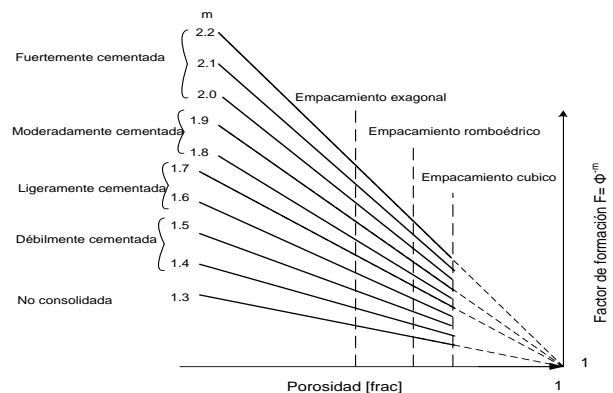


Figura 3.2.12. Factor de formación vs porosidad para diferentes tipos de roca de yacimientos. Gráfica en escala log-log.

### Generalización de la relación $\varphi$ vs $F$

En la práctica son comúnmente utilizadas las siguientes ecuaciones:

- a) Para formaciones consolidadas:

$$F = \varphi^{-2} . \quad (3.2.33)$$

- b) Ecuación propuesta por Humble Co.:

$$F = 0.62\varphi^{-2.15} . \quad (3.2.34)$$

- c) Para formaciones suaves:

$$F = 0.75\varphi^{-2} . \quad (3.2.35)$$

Cuyas gráficas se muestran en la Figura 3.2.13:

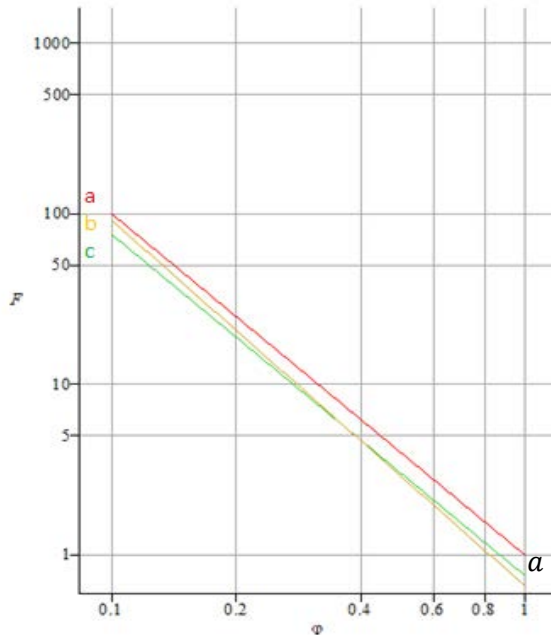


Figura 3.2.13. Gráfica de  $\varphi$  vs  $F$  para: a) formaciones consolidadas, b) de Humble Co. Y c) para formaciones suaves.

La utilidad de las ecuaciones vistas hasta ahora para determinar  $F$  ó  $\varphi$  es generada por los valores de  $a$  y  $m$ .

Estas ecuaciones fueron obtenidas para formaciones o áreas particulares y por lo tanto no son de aplicación general, las investigaciones teóricas y experimentales muestran que los valores de  $a$  y  $m$  varían principalmente con la geometría del espacio poroso. La gráfica de  $F$  vs  $\varphi$  se convierte en una línea recta al ser graficada en escala log-log, de pendiente  $m$  y ordenada al origen  $a$ , tal y como se observa en la Figura 3.2.14.

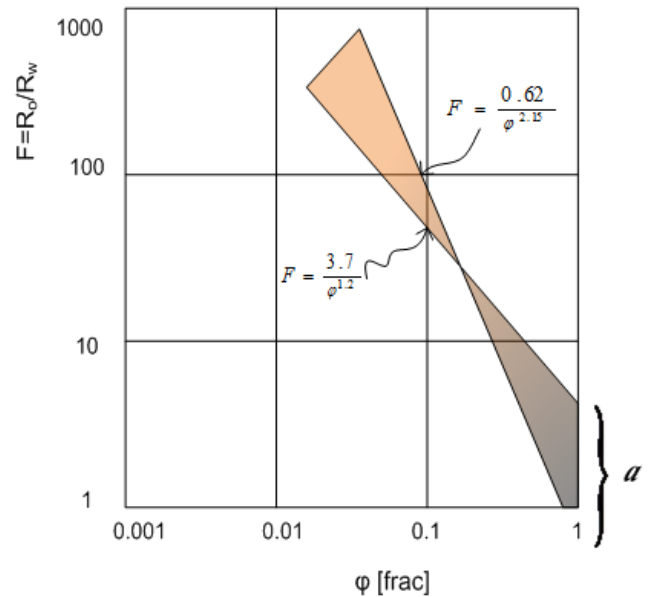


Figura 3.2.14. Gráfica de  $\varphi$  vs  $F$  donde se observa la variación de los factores de tortuosidad,  $a$ , y de cementación,  $m$ .

### 3.2.5. Gráficas cruzadas

Hasta ahora se ha considerado una  $S_w = 100\%$ ; sin embargo, en un yacimiento se encuentran confinados varios fluidos. Entonces, para una  $S_w < 100\%$  se utiliza la siguiente ecuación, también propuesta por Archie.

$$\frac{R_t S_w^n}{R_w} = \frac{a}{\varphi^m}, \quad (3.2.36)$$

donde:

- $R_t$ = resistividad de la roca con  $S_w < 100$  [%] o  $< 1$  [frac]
- también conocida como resistividad verdadera de la formación [Ohm-m]
- $S_w$ = saturación de agua [frac]
- $R_w$ = resistividad del agua [Ohm-m]
- $n$ = exponente de saturación
- $\varphi$ = porosidad [frac]
- $a$ = factor de tortuosidad [adimensional]
- $m$ = factor de cementación [adimensional]

Despejando  $S_w$ .

$$S_w = \sqrt[n]{\frac{a R_w}{R_t \varphi^m}}. \quad (3.2.37)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación fraccionada de Archie, para la que algunos autores han sugerido valores de  $a$ ,  $n$  y  $m$ . Por ejemplo, Hingle propuso  $a=1$ ,  $n=2$ ,  $m=2$ , resultando:

$$S_w = \sqrt{\frac{R_w}{R_t \varphi^2}}. \quad (3.2.38)$$

Al analizar los datos que arroja un registro geofísico en combinación con otras mediciones de un pozo, es común utilizar relaciones de este tipo, las cuales pueden resultar ambiguas o difíciles de interpretar. En estos casos se emplean técnicas para el reconocimiento e interpretación de patrones por

medio de gráficas entre los parámetros involucrados, comúnmente denominadas gráficas cruzadas.

Estas gráficas son muy utilizadas ya que pueden ayudar a identificar patrones entre dos o más parámetros que son poco perceptibles a simple vista. También resultan de utilidad para detectar y evaluar zonas de hidrocarburos en las zonas detectadas de interés para evaluar la porosidad y la litología de las formaciones analizadas.

#### Gráfica cruzada de Hingle

A.T Hingle introdujo una gráfica que relaciona a la porosidad con la resistividad, basada en el modelo petrofísico de Archie.

$$\frac{1}{\sqrt[m]{R_t}} = \sqrt[m]{\frac{S_w^n}{a R_w}} \varphi. \quad (3.2.39)$$

$$y = m \quad x + b$$

$$b = 0$$

Para su análisis considera zonas con  $R_w$  constante y la misma litología ( $a$  y  $m$  constantes). La gráfica de Hingle tiende a ser una línea recta para una  $S_w$  al graficar el valor de  $(R_t)^{-1/m}$ , en lugar de  $R_t$ , en el eje de las ordenadas contra la porosidad en el eje de las abscisas.

Matemáticamente se obtiene:

$$y = c\varphi, \quad (3.2.40)$$

donde:

$$y = \frac{1}{\sqrt[m]{R_t}} \quad (3.2.41)$$

$$c = \sqrt[m]{\frac{S_w^n}{a R_w}} \quad (3.2.42)$$

La representación gráfica se muestra en la Figura 3.2.15.

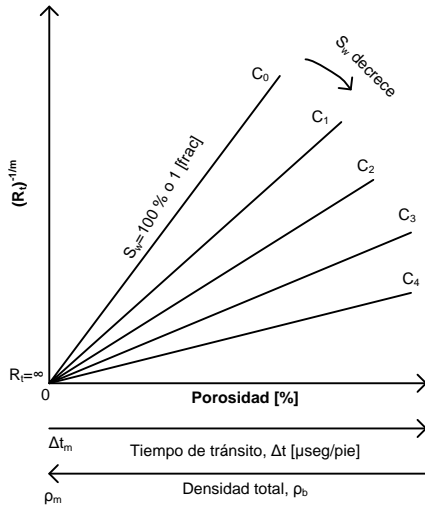


Figura 3.2.15. Gráfica de Hingle.

La Figura 3.2.15 muestra una familia de rectas que se desprende de la ecuación 3.2.40, cada línea corresponde a un valor específico del parámetro  $c$ , el cual refleja una variación en la saturación de agua. La línea superior representa una saturación de agua igual al 100%, conforme la saturación decrece ( $S_w < 1$ ) la pendiente de las rectas es menor.

Mediante esta técnica de análisis es posible medir cantidades proporcionales a la porosidad, tales como el tiempo de tránsito y la densidad, que resultan de la calibración con datos de núcleos de los registros sísmico y de densidad, respectivamente o de acuerdo a los siguientes desarrollos.

Partiendo de la ecuación 3.2.5:

$$\varphi = \frac{\Delta t_{log} - \Delta t_m}{\Delta t_f - \Delta t_m}$$

Puede ser expresada como:

$$\varphi = \alpha \Delta t + \beta, \quad (3.2.43)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son coeficientes que dependen de las propiedades de la matriz de la roca y del fluido saturante.

Sustituyendo 3.2.43 en 3.2.40:

$$y = c(\alpha \Delta t + \beta). \quad (3.2.44)$$

De la ecuación 3.2.15:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\rho_m - \rho_b}{\rho_m - \rho_f} \\ &= \frac{\rho_m}{\rho_m - \rho_f} - \frac{\rho_b}{\rho_m - \rho_f} \end{aligned}$$

Puede ser expresada como:

$$\varphi = k - \delta \rho_b. \quad (3.2.45)$$

Sustituyendo 3.2.45 en 3.2.40:

$$y = c(k - \delta \rho_b). \quad (3.2.46)$$

Las ecuaciones 3.2.44 y 3.2.46 describen una familia de rectas que pasan por un punto en común, el cual representa a la matriz de la roca, las coordenadas de este punto para el registro sísmico son; ( $\Delta t = \Delta t_m$ ,  $R_t = \infty$ ) y para el registro de densidad; ( $\rho_b = \rho_m$ ,  $R_t = \infty$ ).

*Ejemplo de aplicación:*

Para  $m=n=2$  y  $a=1$ :

- Utilizando el valor de  $(R_t)^{-1/m}$  en lugar de  $R_t$  en el eje de las ordenadas grafique  $R_t$  vs  $\varphi$  para una saturación de agua del 100% con  $R_w = 0.04$  [ $\Omega m$ ].
- Usando escalas lineales grafique  $R_t$  vs  $\varphi$  para la misma saturación y resistividad del agua del inciso anterior.



Solución:

- a) Gráfica de  $R_t$  vs  $\varphi$  para una saturación de agua del 100% con  $R_w = 0.04$  [ $\Omega m$ ].

Sustituyendo los valores a, m, n y  $R_w$  en la ecuación 3.2.39.

$$\frac{1}{\sqrt[2]{R_t}} = \sqrt[2]{\frac{1}{0.04}} (\varphi) = 5\varphi$$

$$\frac{1}{\sqrt[2]{R_t}} = 5\varphi$$

Para  $\varphi = 0.1$

$$\frac{1}{\sqrt[2]{R_t}} = 0.5$$

Para  $\varphi = 0.2$

$$\frac{1}{\sqrt[2]{R_t}} = 1.0$$

- b) Gráfica de  $R_t$  vs  $\varphi$  para una saturación de agua del 100% con  $R_w = 0.04$  [ $\Omega m$ ] en escala normal.

Despejando  $R_t$ .

$$R_t = (5\varphi)^{-2}$$

Para  $\varphi = 0.1$        $R_t = 4.0$

Para  $\varphi = 0.2$        $R_t = 1.0$

Tabla de resultados.

Tabla 3.2.10. Resultados para el ejemplo actual

$\varphi$ [frac]	$1/\sqrt{R_t}$	$R_t$ [ohm-m]
0.0	0	$\infty$
0.1	0.5	4.0
0.2	1.0	1.0
0.3	1.5	0.44
0.4	2.0	0.25

Gráfica.

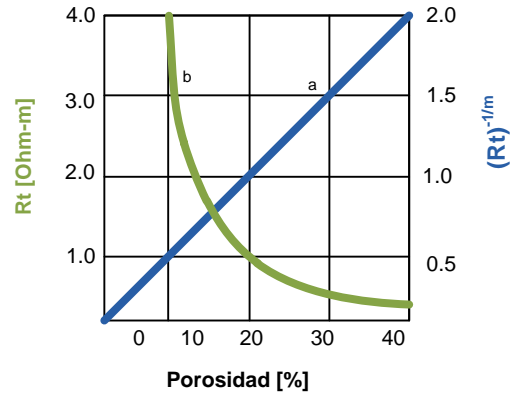


Figura 3.2.16. Representación gráfica de  $R_t$  vs  $\varphi$  para el ejemplo.

La Figura anterior muestra la relación  $R_t$  vs  $\varphi$  que corresponde a una línea curva (b); sin embargo, al graficar  $(R_t)^{-1/m}$  en lugar de  $R_t$  se obtiene una línea recta (a).

Por otro lado, para simplificar la construcción de la gráfica de Hingle, es necesario ajustar previamente una escala para  $R_t$ , esta escala dependerá del valor de  $m$ , que en general depende de la relación  $F - \varphi$ .

**Análisis de parámetros de la ecuación de Hingle**

*Pendiente*

El valor de la pendiente corresponde al valor de  $c$  que varía principalmente con la saturación de agua, que es el parámetro que puede variar más dentro de una formación. Entre más pequeño sea el valor de la saturación la pendiente será menor.

*Ordenada al origen*

Las rectas generadas por la ecuación de Hingle pueden considerarse como una familia de rectas que pasan por el origen ( $\varphi = 0$ ), este hecho se debe a que este parámetro indica el valor de la resistividad de la matriz de la roca que tiende a infinito.

### Gráfica cruzada de Pickett

Pickett introdujo una gráfica en escala Log-Log de la porosidad contra la resistividad, la cual está basada en tres ecuaciones básicas ( $F = \varphi^{-m}$ ,  $R_o = RF_w$  y  $R_t = R_o S_w^n$ ). Combinándolas se obtiene:

$$\log R_t = -m \log \varphi + \log(aR_w) - n \log S_w. \quad (3.2.47)$$

Resolviendo para  $\log \varphi$ :

$$\log \varphi = -\frac{1}{m} \log R_t + \frac{1}{m} [\log(aR_w) - n \log S_w] \quad (3.2.48)$$

$$y = \frac{1}{m} x + b$$

Considerando zonas con  $R_w$  constante y la misma litología ( $m$  y  $n$  constantes), la gráfica log-log de porosidad contra resistividad llega a ser una familia de rectas paralelas con pendiente  $-\frac{1}{m}$ , en la que cada línea corresponde a un valor específico de  $S_w$ .

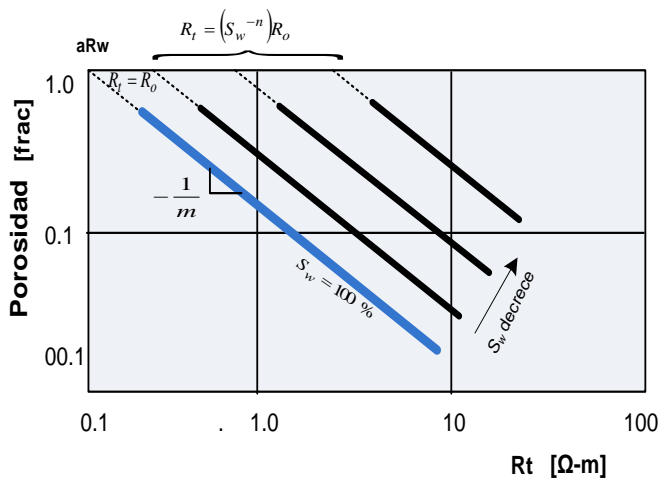


Figura 3.2.17. Gráfica de Pickett.

La línea inferior corresponde a una  $S_w = 100\%$ , mientras que las líneas por arriba indican una saturación menor.

La línea inferior es comúnmente llamada línea de agua o de  $R_o$ . Según la ecuación 3.2.48, las rectas intersectan la línea  $\varphi = 1$  en  $R_t = \frac{aR_w}{S_w^n}$ . Para  $S_w = 1$ , entonces;  $R_t = R_o = aR_w$ , por lo tanto de la intersección de la línea de agua con  $\varphi = 1$  se puede obtener el valor de  $R_w$ , si  $a$  es igual a 1.

Para el caso específico de la línea de agua:

$$\log R_o = -m \log \varphi + \log(aR_w) \quad (3.2.49)$$

o

$$\log \varphi = -\frac{1}{m} [\log R_o - \log(aR_w)]. \quad (3.2.50)$$

Esta técnica puede relacionarse también con otras mediciones hechas por los registros geofísicos ( $\Delta t$  y  $\rho$ ). La respuesta del registro sónico de porosidad y de densidad puede expresarse como:

$$\rho = \rho_m - A\varphi, \quad (3.2.51)$$

$$\Delta t = \Delta t_m + B\varphi. \quad (3.2.52)$$

Donde los coeficientes  $A$  y  $B$  dependen de las propiedades de la matriz y del fluido saturante.

Resolviendo para  $\varphi$  en la ecuación 3.2.52 y sustituyendo en 3.2.49:

$$\log R_o = -m \log(\Delta t_f - \Delta t_m) + \log B + \log R_w. \quad (3.2.53)$$

### Análisis de parámetros de la ecuación de Pickett

#### *Intersección con $\varphi = 1$*

Para una  $S_w = 100\%$  el valor de  $R_t$  al cual interseca la línea  $\varphi = 1$ , representa el valor de  $R_w$  si  $a = 1$ , es decir la resistividad del agua de formación, si se usan las escalas  $(\Delta t - \Delta t_m)$  o  $(\rho_m - \rho)$  esta intersección representará:  $\Delta t_f$  y  $\rho_f$  respectivamente. En este sentido se entiende que para una supuesta porosidad de 100% la resistividad solo depende de la cantidad y tipo de fluido conductor.

#### *Ordenada al origen*

Para la gráfica en escala log-log la ordenada al origen puede identificarse como la intersección de la familia de rectas con la línea  $R_t = 1$ .

Sustituyendo  $R_t = 1$  en la ecuación 3.2.48 el valor de la ordenada al origen se puede obtener de:

$$\varphi = \left( \frac{aR_w}{S_w^n} \right)^{1/m}$$

#### *Pendiente*

En este caso la ecuación de Pickett genera una familia de rectas paralelas con pendiente negativa igual a  $\frac{1}{m}$ , que corresponde al recíproco del exponente de cementación que varía de acuerdo al grado de cementación de la roca.

### 3.3 Determinación de Volúmenes de Aceite y de Gas en el Yacimiento

---

Cuando es necesario pronosticar el comportamiento de un yacimiento, conocer el volumen original de hidrocarburos que contiene es prioritario. Dependiendo de la información disponible se puede optar por alguno de los dos métodos generalmente conocidos: el método volumétrico o el de balance de materia.

#### *Métodos volumétricos*

Desde el punto de vista estático, el estudio de un yacimiento para aplicar uno de los métodos volumétricos comprende los siguientes pasos:

1. Construcción de secciones transversales utilizando registros geofísicos de pozo e información de núcleos.
2. Correlación de dichas secciones.
3. Construcción de mapas estructurales.
4. Cálculo de volumen de la roca.
5. Determinación de los valores medios de la porosidad y de la saturación de agua del yacimiento.
6. Cálculo del volumen original de hidrocarburos a condiciones del yacimiento.

Se puede aplicar otro método que no procesa valores medios de porosidad y de saturación de agua sino que se definen sus variaciones en el volumen de roca del yacimiento. Este procedimiento proporciona un valor más afinado del volumen original de hidrocarburos utilizando la misma información básica geológica y petrofísica que se obtiene de los registros de pozo y de muestras de roca.

Como se puede apreciar, los métodos volumétricos se basan en el conocimiento de las propiedades físicas de las rocas, de las saturaciones, y propiedades de los fluidos y en las características geométricas del yacimiento.

#### *Método de Balance de Materia*

Este método se basa en la aplicación de la Ecuación de Balance de Materia (EBM) y para este caso de estudio se utilizará la aplicación de la EBM en forma de línea recta.

El procedimiento basado en la EBM representada gráficamente en forma de línea recta, fue desarrollado por D. Havlena y S. Odeh (1964), quienes introdujeron la aplicación de balance de materia a la ingeniería de yacimientos para obtener el aceite original in situ,  $N$ , además de otros parámetros. Años más tarde la expresión fue generalizada por Dake.

Al comparar los resultados respecto al cálculo del volumen original de aceite y gas mediante ambos procedimientos, el resultado obtenido por algún método volumétrico depende de la exactitud de los datos geológicos y petrofísicos para incorporar la totalidad del volumen de aceite, parte del cual no contribuye a la historia de producción, en tanto que el resultado del método de balance de materia es función de la precisión de los datos que comprende la historia de presión-producción del yacimiento.

### 3.3.1 Ecuación de balance de materia en forma de línea recta

Ya que el procedimiento para calcular N a partir de la EBM procesada en forma de línea recta no está sujeto a ninguna interpretación geológica ni petrofísica, sino más bien en la reinterpretación de la ecuación de balance de materia basada en un ordenamiento de dicha ecuación para ser representada en forma de línea recta, cabe destacar que para algunos casos la solución de la EBM en forma de línea recta puede invalidar algunos términos de la ecuación, como por ejemplo, si un acuífero actúa sobre un yacimiento y no es considerado, el volumen original de aceite calculado puede decrecer con respecto al tiempo.

#### Procedimiento

El método de análisis de la EBM en forma de línea recta requiere graficar un grupo de variables contra otro, cuya selección se lleva a cabo conforme a los mecanismos de empuje bajo los cuales el yacimiento está produciendo.

A este método se le ha atribuido un comportamiento dinámico, ya que resulta un tanto complicado automatizar la secuencia del procedimiento por completo, el énfasis se coloca sobre la interpretación de la secuencia de los puntos. De hecho, se considera que el aspecto más importante de este método es que atribuye un significado a la secuencia de los puntos graficados, a la pendiente y a la ordenada al origen de la recta que resulta de graficar el grupo de variables correspondientes.

De esta forma, la solución de la ecuación de balance de materia se aplica de acuerdo al tipo de yacimiento, al tipo de empuje predominante y al conjunto de variables conocidas.

La expresión general de la ecuación de balance de materia puede escribirse como:

$$Np[Bt + Bg(Rp - Rs_i)] + Wp - Wi = N \left[ (Bt - Bt_i) + mBt_i \left( \frac{Bg}{Bg_i} - 1 \right) + \frac{Bt_i}{1 - S_w} (c_f + S_w c_w) \Delta p \right] + We \quad (3.3.1)$$

donde:

$Np$  = producción de aceite acumulada [STB]

$N$  = volumen de aceite original [STB]

$Wp$  = producción de agua acumulada [bbl]

$Wi$  = volumen de agua inyectada [bbl]

$We$  = entrada de agua [bbl]

$Gi$  = volumen de gas inicial [SCF]

$Bt$  = factor de volumen total [bbl/STB]

$Bt_i$  = factor de volumen total inicial [bbl/STB]

$Bg$  = factor de volumen del gas [bbl/SCF]

$Bg_i$  = factor de volumen inicial del gas [bbl/SCF]

$Rp$  = relación gas producido- aceite [SCF/STB]

$Rs_i$  = relación gas disuelto inicial-aceite [SCF /STB]

$S_w$  = saturación de agua [frac]

$c_w$  = compresibilidad del agua [lb/pg<sup>2</sup>]<sup>-1</sup>

$c_f$  = compresibilidad de la formación [lb/pg<sup>2</sup>]<sup>-1</sup>

$\Delta p$  = abatimiento de presión [lb/pg<sup>2</sup>]

$m$  = relación gas libre inicial - aceite inicial en el yacimiento [adimensional]

En el lado izquierdo de la ecuación se representa la producción neta del yacimiento y será denotado por F. Del lado derecho se tienen dos términos: el primero incluye la expansión del aceite,  $E_o$ , la expansión del gas libre,  $E_g$ , y la expansión de la roca con el agua congénita,  $E_{f,w}$ , mientras que el segundo término representa la entrada de agua,  $We$ .

Finalmente se puede escribir la EBM como:

$$F = N \left( E_o + m \frac{Bt_i}{Bg_i} E_g + E_{f,w} \right) + We, \quad (3.3.2)$$

donde:

$$F = Np[Bt + Bg(Rp - Rs_i)] + Wp - Wi \quad (3.3.3)$$

$$E_o = (B_t - B_{ti}) = (B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g \quad (3.3.4)$$

$$E_g = B_g - B_{gi} \quad (3.3.5)$$

$$E_{f,w} = (1 + m)B_{oi} \left( \frac{c_f + c_w S_{wc}}{1 - S_{wc}} \right) \Delta p \quad (3.3.6)$$

$$We = C \sum \Delta p Q(\Delta t_D) \quad (3.3.7)$$

$B_o$  =factor de volumen del aceite [bbl/STB]

$B_{oi}$  =factor de volumen inicial del aceite [bbl/STB]

$R_s$  =relación gas disuelto aceite [SCF /STB]

$C$  =constante de entrada de agua [bpd/psi]

### 3.3.2. Caso 1. Solución de la ecuación de balance de materia para yacimientos de aceite saturado

En este tipo de yacimientos, sin considerar entrada de agua, pueden coexistir, desde la presión de saturación: aceite, gas disuelto y gas libre. El gas libre puede estar disperso en el aceite o bien puede acumularse en la parte superior del yacimiento, si las condiciones de transmisibilidad vertical lo permiten.

D. Havlena y S. Odeh, realizaron el análisis de la ecuación de balance de materia de acuerdo al tipo de empuje que actúa sobre el yacimiento. Para yacimientos saturados es normal que la expansión de la roca y del agua congénita se consideren despreciables, entonces la ecuación 3.3.2 se convierte en:

$$F = NE_o + Nm \frac{Bt_i}{Bg_i} E_g + C \sum \Delta p Q(\Delta t_D), \quad (3.3.8)$$

donde:

$t_D$  = tiempo adimensional

$Q(\Delta t_D)$  = entrada de agua adimensional

$\Delta t_D = t_{Dn} - t_{D(i-1)}$  [adimensional]

En la ecuación 3.3.8 los mecanismos de producción considerados son: la expansión del aceite,  $E_o = (Bt - Bt_i)$ , la expansión del gas,  $E_g = (Bg - Bg_i)$ , y el empuje hidráulico. La ausencia de uno o dos de los mecanismos debe significar la omisión del término correspondiente en la EBM.

### Caso 1.1. Sin empuje hidráulico ni casquete de gas original

Bajo estas consideraciones la producción neta del yacimiento  $F$  es directamente proporcional a la expansión del aceite,  $E_o$ , ya que  $m$  y  $c$ , en la ecuación 3.3.8, son iguales a cero puesto que se considera que el gas no ha formado ningún casquete y no existe la acción de ningún acuífero sobre el yacimiento, caso que puede presentarse cuando la presión del yacimiento es ligeramente menor a la presión de saturación por lo que, existe gas pero no ha formado casquete. De este modo la ecuación 3.3.8 se convierte en la ecuación de una línea recta que se expresa de la siguiente forma:

$$F = N E_o \quad (3.3.9)$$

$$y = m x + b$$

$$b = 0$$

Una gráfica de  $F$  vs  $E_o$  da lugar a una línea recta que pasa por el origen cuya pendiente es igual a  $N$ .

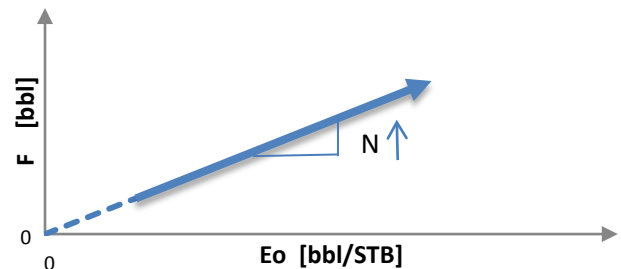


Figura 3.3.1 Para un yacimiento de aceite saturado sin empuje hidráulico ni casquete de gas original.

Considere que la recta resultante en la Figura 3.3.1 es extrapolada al origen tan solo para resaltar la tendencia recta.

### Caso 1.2. Con casquete de gas original, sin empuje hidráulico y $m$ conocida

En este caso tan solo la constante de intrusión de agua,  $C$ , es igual a cero, por lo que la ecuación 3.3.8 se reduce a:

$$F = N \left( E_o + m \frac{Bt_i}{Bg_i} E_g \right). \quad (3.3.10)$$

$$y = m x + b$$

$$b = 0$$

Por lo tanto, para lograr establecer una gráfica con tendencia recta es necesario graficar la producción neta,  $F$ , contra la expansión del aceite y del gas libre,  $E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g$ , dando lugar a una línea recta con pendiente igual al volumen original de aceite  $N$  y ordenada al origen igual a cero.

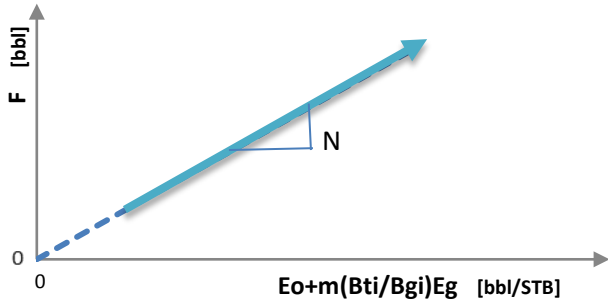


Figura 3.3.2. Gráfica de la EBM para un yacimiento de aceite saturado sin empuje hidráulico, con casquete de gas.

**Caso 1.3.** Con casquete de gas original, sin empuje hidráulico,  $N$  y  $m$  desconocidos

Existen dos métodos para la solución de la EBM bajo estas consideraciones:

Método a)

$$\frac{F}{E_o} = G \frac{E_g}{E_o} + N, \quad (3.3.11)$$

$$y = m x + b$$

donde:

$G = N m \frac{B_{ti}}{B_{gi}}$ , representa el volumen del casquete original de gas.

La gráfica de  $\frac{F}{E_o}$  contra  $\frac{E_g}{E_o}$ , es una línea recta que intercepta el eje de las ordenadas en el valor de  $N$ , y cuya pendiente es igual a  $G$ .

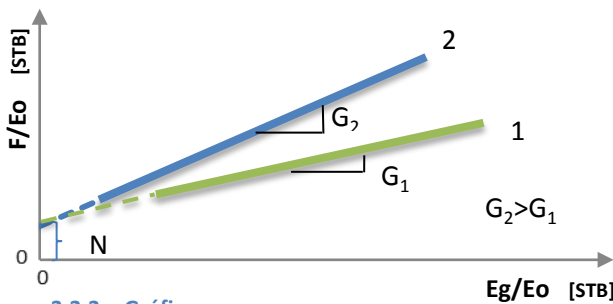


Figura 3.3.3. Gráfica para un yacimiento de aceite saturado sin empuje hidráulico,  $N$  y  $m$  desconocido. Método a).

En la Figura 3.3.3 se muestra la gráfica de  $\frac{F}{E_o}$  contra  $\frac{E_g}{E_o}$  para dos yacimientos hipotéticos, de los cuales, el de mayor volumen original de gas generará la recta de mayor pendiente.

Método b)

$$F = N \left( E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g \right). \quad (3.3.12)$$

$$y = m x + b$$

$$b = 0$$

En esta ecuación se suponen valores de  $m$ , si la suposición es correcta la ecuación dará lugar a una línea recta (a) que pasa por el origen con pendiente igual a  $N$ , de lo contrario generará una línea curva que puede comportarse en dos formas: si el valor de  $m$  es demasiado pequeño será cóncava hacia arriba (b), si es demasiado grande será una curva cóncava hacia abajo (c), como se observa en la Figura 3.3.4.

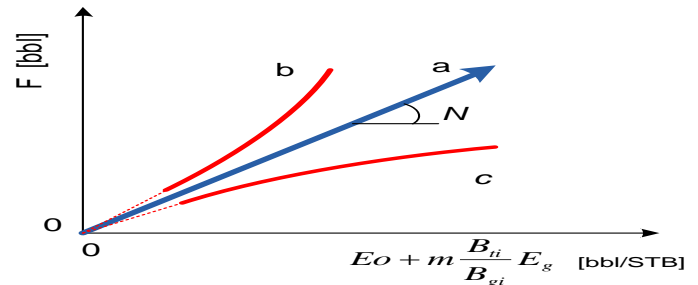


Figura 3.3.4. Gráfica para un yacimiento de aceite saturado sin empuje hidráulico,  $N$  y  $m$  desconocidos. Método b).

**Caso 1.4.** Con empuje hidráulico sin casquete de gas original

Se representa por:

$$\frac{F}{E_o} = C \frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{E_o} + N. \quad (3.3.13)$$

$$y = m x + b$$

Para resolver esta ecuación es necesario calcular el término  $\sum \Delta p Q (\Delta t_D)$ , suponiendo cierta configuración para la geometría del acuífero (radial o lineal). De acuerdo a esto, es posible obtener 4 tipos de gráficas, si se supone la geometría de flujo correcta la gráfica de  $\frac{F}{E_o}$  vs  $\frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{E_o}$  será una línea recta con pendiente igual a  $C$  y ordenada al origen igual a  $N$ , de lo contrario la

gráfica resultará en una línea curva en forma de "S" y se deberá suponer un flujo lineal en lugar de flujo radial.

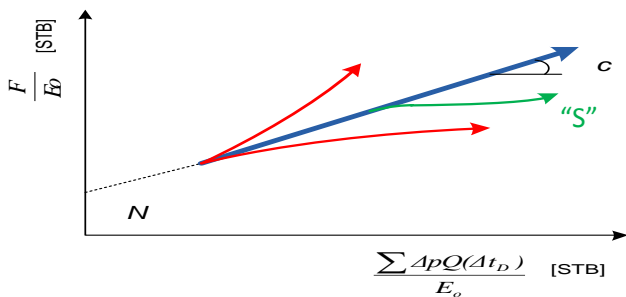


Figura 3.3.5. Gráfica para un yacimiento de aceite saturado con empuje hidráulico sin casquete de gas.

Por otro lado, cuando el tamaño del acuífero supuesto es incorrecto, la gráfica puede resultar en una línea curva hacia arriba o hacia abajo si la dimensión del acuífero es demasiado pequeña o demasiado grande, respectivamente (véase el ejemplo de aplicación; Campo Guico, Venezuela).

**Caso 1.5. Con empuje hidráulico y casquete de gas conocido**

En este caso los empujes por casquete de gas e hidráulico actúan sobre el yacimiento, por lo tanto, la EBM se puede escribir como:

$$\frac{F}{E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g} = C \frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g} + N \quad (3.3.14)$$

$$y = m x + b$$

La gráfica corresponde a una línea recta con pendiente igual a la constante de entrada de agua y ordenada al origen igual al volumen de aceite original en el yacimiento.

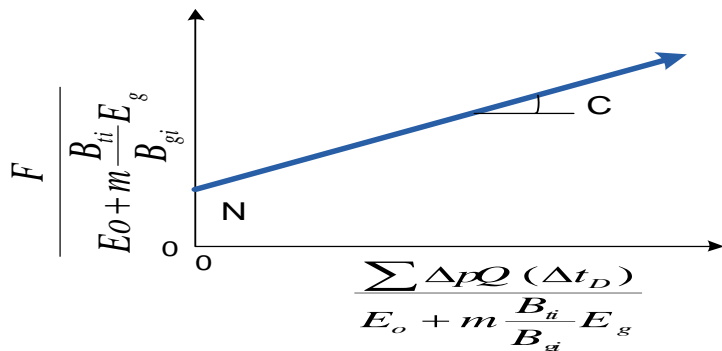


Figura 3.3.6. Gráfica para un yacimiento de aceite saturado con empuje hidráulico y capa de gas conocida.

**Caso 1.6. Acuífero muy pequeño sin casquete de gas original**

Como se mencionó anteriormente la entrada de agua puede ser representada como:

$$We = C \sum \Delta p Q (\Delta t_D)$$

Sin embargo, para un acuífero pequeño la entrada de agua puede ser aproximada como:

$$We = C' \Delta p', \quad (3.3.15)$$

donde:

- $\Delta p' = p_i - p$  [psi]
- $C' = W c_w$  [bbl/psi]
- $W$  = volumen de agua inicial en el acuífero [bbl]
- $c_w$  = compresibilidad del agua del acuífero [psi<sup>-1</sup>]

De tal modo, considerando la ecuación 3.3.15 para un yacimiento con acuífero pequeño sin casquete de gas original, la EBM puede se reduce a:

$$\frac{F}{E_o} = C' \frac{\Delta p'}{E_o} + N \quad (3.3.16)$$

$$y = m x + b$$

La ecuación 3.3.16 indica que al graficarse  $\frac{F}{E_o}$  contra  $\frac{\Delta p'}{E_o}$  deberá obtenerse la gráfica de una línea recta con pendiente igual a la constante de entrada de agua,  $C'$ , y ordenada al origen igual al volumen de aceite original en el yacimiento, tal y como se muestra en la Figura 3.3.7.

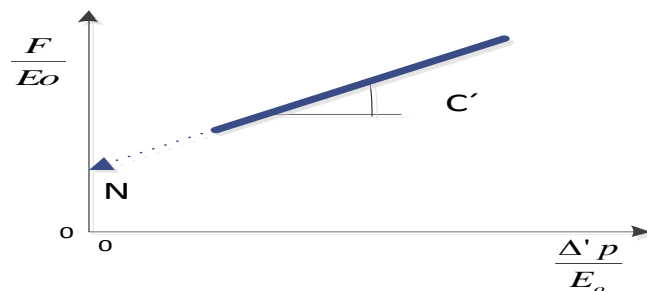


Figura 3.3.7. Gráfica para un yacimiento de aceite saturado con acuífero pequeño sin casquete de gas original.



En la Figura 3.3.7 se indica el sentido en que deben ser graficados los puntos. Los términos  $\frac{\Delta p'}{E_o}$  y  $\frac{F}{E_o}$  decrecen conforme disminuye la presión, y ya que  $C'$  es una constante positiva que representa la entrada de agua al yacimiento, los puntos deben ser graficados en sentido inverso para obtener una línea recta con pendiente positiva.

**Caso 1.7. Acuífero muy pequeño con casquete de gas conocido**

La solución a la EBM bajo estas condiciones está dada por:

$$\frac{F}{E_o + m \frac{Bt_i}{Bg_i} E_g} = C' \frac{\Delta p'}{E_o + m \frac{Bt_i}{Bg_i} E_g} + N. \quad (3.3.17)$$

$$y = m x + b$$

Cuya gráfica corresponde a una línea recta con pendiente  $C'$  y pendiente igual a  $N$ .

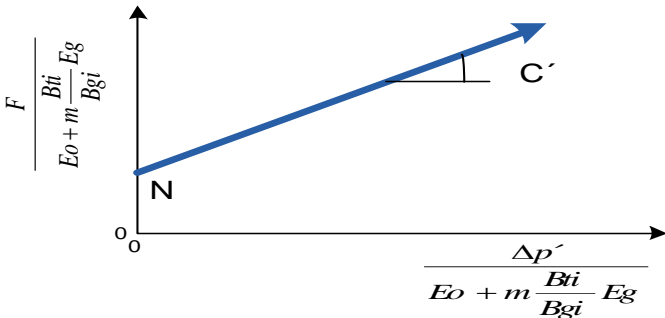


Figura 3.3.8 Gráfica para un yacimiento de aceite saturado con acuífero muy pequeño y capa de gas conocida.

**3.3.3. Caso 2. Solución a la ecuación de balance de materia para yacimientos de aceite bajosaturado**

Partiendo de la ecuación general de balance de materia:

$$\begin{aligned} Np[Bt + Bg(Rp - R_{s_i})] + Wp - Wi \\ = N \left[ (Bt - Bt_i) + mBt_i \left( \frac{Bg}{Bg_i} - 1 \right) \right. \\ \left. + \frac{Bt_i}{1 - S_w} (c_f + S_w c_w) \Delta p \right] + We \end{aligned}$$

Es importante recordar que para yacimientos bajosaturados:  $R_p = R_{s_i}$  y  $Bt = B_o$ , además de que la relación entre el volumen inicial de la capa de gas y el volumen original de aceite es cero ( $m = 0$ ) ya que  $G_i = 0$ .

Por lo tanto la EBM para yacimientos bajosaturados se reduce a:

$$\begin{aligned} NpB_o + Wp - Wi \\ = N \left[ (B_o - B_{o_i}) \right. \\ \left. + \frac{B_{o_i}}{1 - S_w} (c_f + S_w c_w) \Delta p \right] + We. \quad (3.3.18) \end{aligned}$$

Multiplicando y dividiendo por  $B_{o_i}$  el segundo miembro de la ecuación:

$$\begin{aligned} NpB_o + Wp - Wi = NB_{o_i} \left[ \frac{(B_o - B_{o_i})}{B_{o_i}} + \frac{(c_f + S_w c_w)}{1 - S_w} \Delta p \right] \\ + We. \quad (3.3.19) \end{aligned}$$

Es posible determinar  $B_o$  por medio de la siguiente expresión:

$$B_o = B_{o_i} e^{c_o \Delta p}. \quad (3.3.20)$$

Aproximando la ecuación 3.3.20 por medio de la serie de Taylor hasta el segundo término se puede llegar a:

$$B_o = B_{o_i} (1 + c_o \Delta p). \quad (3.3.21)$$

Multiplicando y dividiendo por  $S_o$  el segundo miembro de la ecuación y considerando  $S_o = 1 - S_w$  en la ecuación 3.3.21:

$$\frac{B_o - B_{o_i}}{B_{o_i}} = \frac{c_o S_o \Delta p}{1 - S_w}. \quad (3.3.22)$$

Sustituyendo la ecuación 3.3.22 en la ecuación 3.3.19:

$$\begin{aligned} NpB_o + Wp - Wi = NB_{o_i} \left( \frac{c_o S_o \Delta p}{1 - S_w} + \frac{(c_f + S_w c_w)}{1 - S_w} \Delta p \right) \\ + We. \quad (3.3.23) \end{aligned}$$

La expresión 3.3.23 es la ecuación de balance de materia para un yacimiento de aceite bajosaturado.

### Caso 2.1. Sin empuje hidráulico

En este caso los términos de entrada, inyección y producción de agua se anulan, por lo que se obtiene una línea recta que pasa por el origen con pendiente igual a N, cuya ecuación corresponde a:

$$N_p B_o = N B_{oi} \frac{(c_t) \Delta p}{1 - S_w} \quad (3.3.24)$$

$$y = m x + b$$

$$b = 0$$

Para este caso:  $c_t = S_o c_o + S_w c_w + c_f$

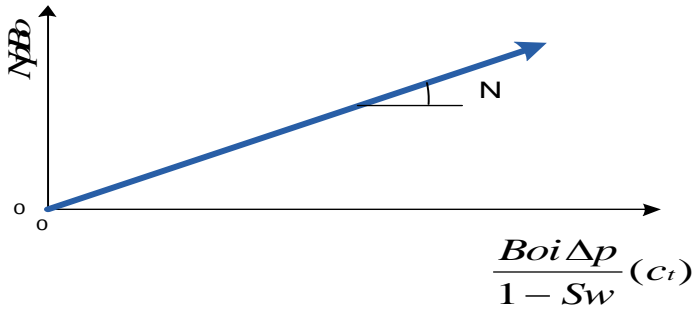


Figura 3.3.9. Gráfica para un yacimiento de aceite bajosaturado sin empuje hidráulico.

### Caso 2.2 Con empuje hidráulico.

Para lograr la tendencia recta con estas consideraciones es necesario agrupar las variables de la ecuación 3.3.23 en dos grandes términos.

$$\frac{N_p B_o + W_p - W_i}{\frac{B_{oi} \Delta p}{1 - S_w} (c_t)} = C \frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{\frac{B_{oi} \Delta p}{1 - S_w} (c_t)} + N \quad (3.3.25)$$

$$y = m x + b$$

De este modo la ecuación 3.3.25 es una línea recta con pendiente igual a la constante de intrusión de agua y la ordenada al origen igual al volumen de aceite original en el yacimiento.

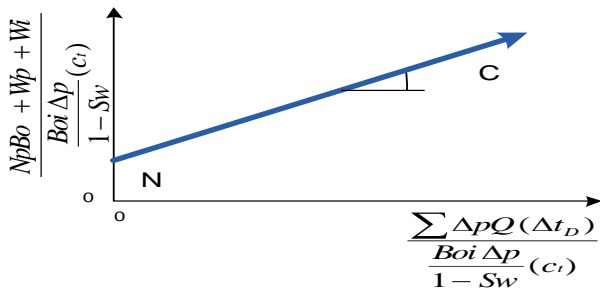


Figura 3.3.10. Gráfica para un yacimiento de aceite bajosaturado con empuje hidráulico.

### 3.3.4. Caso 3. Solución a la ecuación de balance de materia para yacimientos de gas.

Partiendo de la ecuación general de balance de materia:

$$Np[Bt + Bg(Rp - Rs_i)] + Wp - Wi$$

$$= N \left[ (Bt - Bt_i) + m Bt_i \left( \frac{Bg}{Bg_i} - 1 \right) \right]$$

$$+ \frac{Bt_i}{1 - S_w} (c_f + S_w c_w) \Delta p \Big] + We$$

Es posible expresarla de la siguiente forma:

$$NpBt + G_p Bg - NpRs_i + Wp - Wi$$

$$= N(Bt - Bt_i) + G Bg_i \left( \frac{Bg}{Bg_i} - 1 \right)$$

$$+ \frac{NBt_i c_t \Delta p}{1 - S_w} + We \quad (3.2.26)$$

Para yacimientos de gas la ecuación de balance de materia se reduce a:

$$G_p Bg + W_p - W_i = G E_g + W_e, \quad (3.2.27)$$

donde:

$G_p$  = volumen de gas producido [SCF]

$E_g = (Bg - Bg_i)$  [bbl/ SCF]

### Caso 3.1 Sin empuje hidráulico.

Para un yacimiento de gas sin empuje hidráulico al graficar  $G_p Bg$  contra  $E_g$  se obtiene una línea recta que pasa por el origen, cuya pendiente es precisamente el volumen de gas inicial en el yacimiento, tal y como se observa en la Figura 3.3.11.

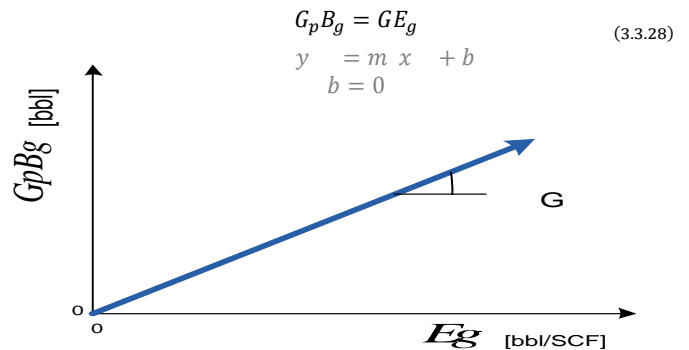


Figura 3.3.11. Gráfica para un yacimiento de gas sin empuje hidráulico.

**Caso 3.2 Con empuje hidráulico**

Para el caso de un yacimiento de gas con empuje hidráulico el procedimiento de análisis es semejante al procedimiento del caso 1.4 para yacimientos saturados.

Dividiendo por  $E_g$  en ambos lados de la ecuación 3.2.27 y sustituyendo  $W_e = \sum \Delta p Q(\Delta t_D)$ :

$$\frac{G_p B_g + W_p - W_i}{E_g} = C \frac{\sum \Delta p Q(\Delta t_D)}{E_g} + G \quad (3.3.29)$$

$y = m x + b$

De tal forma, la gráfica de la ecuación 3.3.29 corresponde una línea recta con pendiente igual a  $G$  y ordenada al origen igual a  $C$ .

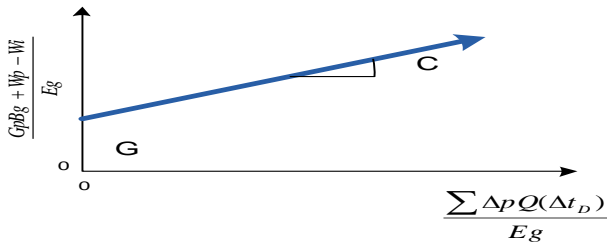


Figura 3.3.12. Gráfica para un yacimiento de gas con empuje hidráulico.

**Análisis de los parámetros de la EBM en forma de línea recta**

El empleo de la EBM en forma de la línea recta presenta varias ventajas, en primer lugar, resalta la relación entre la producción del yacimiento con los distintos mecanismos de empuje presentes en el mismo, además permite resolverla de forma exitosa para la mayoría de los casos si el resultado de graficar el grupo de variables correspondientes a cada caso genera una secuencia de puntos que puede aproximarse a una línea recta, y aunque este requisito no es suficiente para demostrar la singularidad de la solución, sí es una de las condiciones que una solución satisfactoria debe cumplir. La veracidad de la solución depende de la calidad y cantidad de los datos de producción, además de la experiencia del Ingeniero en el uso de este método.

La importancia de esta metodología reside en la relación que guardan los parámetros de la línea recta obtenida con el valor de los volúmenes de aceite y gas original, así como de la constante de entrada de agua.

Por ejemplo, el caso 1.4 de un yacimiento con empuje hidráulico pero sin casquete de gas puede representarse por la ecuación 3.3.13:

$$\frac{F}{E_o} = C \frac{\sum \Delta p Q(\Delta t_D)}{E_o} + N$$

$y = m x + b$

Al calcular correctamente  $\frac{F}{E_o}$  y  $\frac{\sum \Delta p Q(\Delta t_D)}{E_o}$  para cada dato de producción se puede obtener una línea recta como la que se muestra en la Figura 3.3.13 y relacionar los parámetros de la recta con  $N$  y  $C$ .

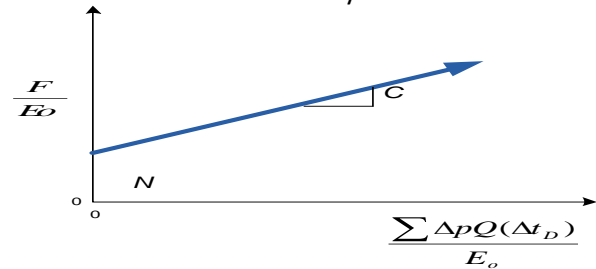


Figura 3.3.13. Gráfica para un yacimiento de aceite saturado con empuje hidráulico sin casquete de gas.

*Ordenada al origen*

Cuando este parámetro no es cero puede relacionarse con  $G$ ,  $N$  ó  $C$  según sea el caso. En la gráfica 3.3.13 se observa que la ordenada al origen representa el volumen inicial de aceite, esto se puede ver igualando el término relacionado a la entrada de agua a cero, lo cual quiere decir, que el volumen de aceite es proporcional a la expansión del aceite considerando despreciables la expansión de la roca y del agua congénita.

*Pendiente*

Por su parte, la pendiente siempre se podrá relacionar con  $G$ ,  $N$  ó  $C$  según corresponda a cada caso. En la figura 3.3.13 se observa que la pendiente es equivalente a la constante de intrusión de agua.

*Ejemplo de aplicación de la EBM en forma de línea recta:*

A continuación se presentan algunos datos para un campo de aceite saturado cuya historia de producción está contenida en la Tabla 3.3.1.

Datos:

$$P_b=4290 \text{ [psia]} \quad B_{ob}=1.6330 \text{ [bbl/STB]}$$

$$R_{si}=975 \text{ [SCF/STB]} \quad B_{oi}=1.6291 \text{ [bbl/STB]}$$

Determine el volumen original de aceite y gas en el yacimiento.

Solución:

- De acuerdo a la información, se puede calcular N y G por medio de la ecuación 3.3.11, para un yacimiento de aceite con capa de gas original (caso 1.3).

$$\frac{F}{E_o} = N + G \frac{E_g}{E_o}$$

- Determinar la relación gas aceite producida  $R_p$  para cada año.

$$R_{p1991} = \frac{G_p \text{ [SCF]}}{N_p \text{ [STB]}} = \frac{751,300,000}{492,500} = 1525 \left[ \frac{\text{SCF}}{\text{STB}} \right]$$

- Determinar la producción neta de fluidos F.

$$F = N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g]$$

$$F_{1991} = 492,500 [1.684 + (1525 - 975)0.00445]$$

$$= 2.04 \times 10^6 \text{ [bbl]}$$

- Calcular la expansión de aceite  $E_o$ .

$$E_o = B_t - B_{ti}$$

$$E_{o1991} = 1.684 - 1.6291 = 0.055 \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{STB}} \right]$$

- Calcular la expansión del gas  $E_g$ .

$$E_g = B_g - B_{gi}$$

$$E_{g1991} = 0.00445 - 0.00431 = 1.4 \times 10^{-4} \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{SCF}} \right]$$

- Calcular  $F/E_o$ .

$$\frac{F}{E_o} = 3.72 \times 10^7 \text{ [STB]}$$

- Calcular  $E_g/E_o$ .

$$\frac{E_g}{E_o} = 0.0255$$

**Tabla 3.3.1. Historial de producción para un yacimiento de aceite saturado**

Fecha	$N_p$ [STB]	$G_p$ [MSCF]	$\bar{P}_o$ [psia]	$\bar{P}_g$ [psia]	$B_{ta\bar{P}_o}$ [bbl/STB]	$B_{ga\bar{P}_g}$ [bbl/SCF]
05/01/1989	-----	-----	4415	4245	1.629	0.00431
01/01/1991	492,500	751,300	3875	4025	1.684	0.00445
01/01/1992	1,015,700	2,409,600	3315	3505	1.7835	0.0049
01/01/1993	1,322,500	3,901,600	2845	2985	1.911	0.00556

8) Resultados

Tabla 3.3.2 Resultados de la EBM para este ejemplo

Año	Rp	F	Eo	Eg	F/Eo	Eg/Eo
1991	1.525	$2.04 \times 10^6$	0.055	$1.4 \times 10^{-4}$	37149112.7	0,96
1992	2.372	$8.77 \times 10^7$	0.154	$5.9 \times 10^{-4}$	56774832.9	1.442
1993	2.950	$1.71 \times 10^7$	0.282	$1.25 \times 10^{-3}$	60485707.7	1.7

9) Obteniendo la ecuación de la recta por mínimos cuadrados.

Tabla 3.3.3 Resultados del método de mínimos cuadrados

x	y	(x)(y)	x <sup>2</sup>
0.00255	37149112.7	94730.2373	$6.502 \times 10^{-6}$
0.00382	56774832.9	216879.862	$1.459 \times 10^{-5}$
0.00443	60485707.7	267951.685	$1.962 \times 10^{-5}$
$\Sigma=0.0108$	$\Sigma=154409653$	$\Sigma=579561.784$	$\Sigma=4.07 \times 10^{-5}$

De la ecuación 2.7

$$m = \frac{3(218543589) - (0.0108)(154409653)}{3(4.07 \times 10^{-5}) - (0.0108)^2} = 12.874 \text{ [MMSCF]}$$

De la ecuación 2.8

$$b = \frac{154409653 - 12.874 \times 10^9 (0.0108)}{3} = 5.120 \text{ [MM STB]}$$

$$\frac{F}{E_o} = 12,874,786,559 \frac{E_g}{E_o} + 5,120,652.8$$

10) Graficando los datos de la Tabla 3.3.2.

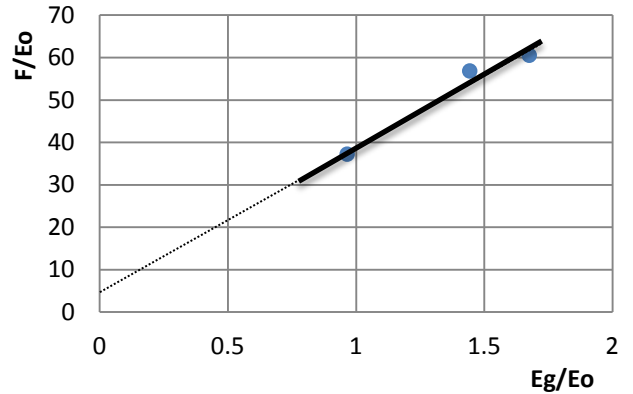


Figura 3.3.14 Gráfica de F/Eo vs Eg/Eo para este ejemplo.

De acuerdo a la ecuación de la recta se tiene

$$N = 5.120 \text{ [MM STB]}$$

$$G = 12.874 \text{ [MMSCF]}$$

El volumen original de aceite y gas a condiciones de yacimiento será:

$$NB_{oi} = (5.120 \times 10^6)(1.6291) = 8.34 \text{ MM [bbl]}$$

$$GB_{gi} = (12.87 \times 10^9)(0.0043) = 55.49 \text{ [MMpie}^3\text{]}$$

Cabe destacar que los cálculos de los volúmenes de aceite y gas inicial en el yacimiento empleando la EBM en forma de línea recta resultan más confiables en cuanto mayor es la calidad y cantidad de los datos de producción, por lo cual se puede esperar un resultado más aproximado después de un lapso de tiempo considerable.

*Ejemplo de aplicación; Campo Guico, Venezuela*

El yacimiento D<sub>4</sub> ubicado en el campo Guico en Venezuela, fue descubierto en 1943. Desde que fue descubierto, produjo por empuje hidráulico, por expansión de la capa de gas y por gas en solución. En noviembre de 1947 se inició la inyección de agua para contrarrestar la declinación de la presión.

Cuando se descubrió el yacimiento D<sub>4</sub>, era un yacimiento saturado con capa de gas, con una relación de gas libre entre aceite inicial,  $m=0.0731$ , un permeabilidad promedio de 500 [md], una viscosidad del aceite de 0.3 [cp],  $R_{si} = 900 \left[ \frac{SCF}{STB} \right]$  y porosidad de 25%.

Determine el volumen original de aceite.

Los datos de producción de 1943 hasta 1953 se muestran en Tabla 3.3.3.

**Tabla 3.3.3. Datos de presión, producción, inyección de agua y PVT para el campo el D<sub>4</sub>, Guico**

Fecha	P [psi]	Np [MMSTB]	Rp [SCF/STB]	Wp [MMSTB]	Wi [MMSTB]	Bt [bbl/STB]	BgX10 <sup>-3</sup> [bbl/SCF]
07-10-43	2055	0	-----	-----	-----	1.5166	1.2217
30-04-45	1964	1.383	970	-----	-----	1.5451	1.2835
30-09-45	1924	2.087	971	-----	-----	1.5623	1.313
28-02-46	1897	2.861	966	-----	-----	1.573	1.3337
31-05-46	1879	3.400	960	-----	-----	1.5808	1.348
31-07-46	1846	3.770	952	0.001	-----	1.5957	1.3745
30-04-47	1814	5.203	913	0.024	-----	1.6107	1.4017
30-06-47	1799	5.494	909	0.028	-----	1.6179	1.4143
30-09-47	1781	5.944	904	0.042	-----	1.627	1.4302
30-04-48	1778	7.967	916	0.013	0.478	1.6285	1.433
31-05-49	1760	8.907	927	0.13	0.864	1.6376	1.498
31-10-49	1750	9.555	939	0.222	1.24	1.6429	1.459
30-06-50	1738	10.52	952	0.322	1.674	1.6491	1.4703
28-02-51	1736	11.655	956	0.442	2.38	1.6502	1.4723
30-06-51	1764	12.188	959	0.489	2.459	1.6355	1.444
30-11-51	1734	12.79	963	0.557	2.752	1.613	1.4742
31-01-52	1729	13.022	970	0.603	2.875	1.6541	1.4792
31-05-52	1704	13.463	984	0.717	3.159	1.6681	1.504
30-11-52	1719	14.081	997	0.893	3.61	1.6597	1.489
30-05-53	1747	14.651	1001	0.932	4.253	1.6446	1.4618
30-11-53	1722	15.092	1005	0.966	4.699	1.658	1.486

Ya que este es un yacimiento con empuje hidráulico con casquete de gas conocido, se puede emplear la expresión 3.3.14, propuesta por Havlena y Odhe para conocer el volumen de aceite y la constante de entrada de agua:

$$\frac{F}{E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g} = C \frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g} + N$$

Solución:

- 1) Calcular F a partir de la ecuación 3.3.3:

$$F = N_p [B_t + (R_p - R_{si}) B_g] + W_p - W_i$$

Para el año de 1947:

$$F_{1947} = 5.204 \times 10^6 [1.6107 + (913 - 900)(1.4017 \times 10^{-3}) + 0.024 \times 10^6 = 8.47 \times 10^6 \text{ [bbl]}$$

- 2) Calcular el término  $E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g$  generalmente conocido como  $E_t$ .

$$E_o = B_t - B_{ti}$$

$$E_o_{1947} = 1.6107 - 1.5166 = 0.0941$$

$$E_g = B_g - B_{gi}$$

$$E_g_{1947} = 1.4017 \times 10^{-3} - 1.2217 \times 10^{-3} = 0.18 \times 10^{-3}$$

Por lo tanto:

$$E_{t_{1947}} = 0.0941 + 0.0781 \frac{1.5166}{1.2217 \times 10^{-3}} (0.18 \times 10^{-3})$$

$$= 0.110$$

3) Calcular  $\frac{F}{E_t}$ , para de 1947:

$$\frac{F}{E_t} = \frac{8.48 \times 10^6}{0.1104} = 0.768 \times 10^8$$

4) Realizando el mismo procedimiento para cada año se obtiene la Tabla 3.3.4.

Tabla 3.3.4. Resultados de; F, Et, F/Et

Fecha	t [día]	F x10 <sup>7</sup>	Et	F/Et x10 <sup>8</sup>
07-10-43	0	0	0	0
30-04-45	540	0.226	0.03410806	0.663
30-09-45	693	0.346	0.05398504	0.640
28-02-46	844	0.475	0.06656347	0.714
31-05-46	936	0.565	0.07566112	0.747
31-07-46	997	0.629	0.09296587	0.676
30-04-47	1270	0.848	0.11043414	0.768
30-06-47	1331	0.896	0.11877753	0.754
30-09-47	1423	0.970	0.12932038	0.750
30-04-48	1636	1.32	0.13107447	1.00
31-05-49	2032	1.49	0.14607291	1.02
31-10-49	2185	1.62	0.14783385	1.10
30-06-50	2427	1.82	0.15505927	1.17
28-02-51	2670	2.02	0.15634076	1.29
30-06-51	2792	2.10	0.13907267	1.51
30-11-51	2945	2.18	0.11931317	1.83
31-01-52	3007	2.29	0.1608669	1.42
31-05-52	3128	2.42	0.17711738	1.36
30-11-52	3311	2.54	0.1673562	1.52
30-05-53	3523	2.63	0.14978793	1.75
30-11-53	3676	2.74	0.16538397	1.66

5) Calcular  $\sum \Delta p Q(\Delta t_D)$ :

Como se mencionó anteriormente para calcular el término  $\sum \Delta p Q(\Delta t_D)$ , que corresponde a la entrada de agua hacia el pozo, es necesario determinar el tiempo adimensional,  $t_D$ , para cierta configuración del acuífero,  $\frac{r_e}{r_i}$ .

Partiendo de la definición de  $t_D$ :

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\varphi \mu_w c_t r_i^2}, \quad (3.3.30)$$

donde:

$k$  = permeabilidad [md]

$t$  = tiempo [día]

$\varphi$  = porosidad [%]

$\mu_w$  = viscosidad del agua [cp]

$c_t$  = compresibilidad total del acuífero [lb/pg<sup>2</sup>]<sup>-1</sup>

$r_i$  = radio externo del yacimiento o radio interno del acuífero [pie]

Como puede observarse el cálculo de  $t_D$ , requiere de datos del acuífero;  $\varphi$  y  $r$  en donde a medida que el producto  $\varphi c_t r_e^2$  aumenta,  $t_D$  disminuye. La mayoría de esta información se conoce con poca exactitud y es necesario asumirla a no ser que se perfora un pozo dentro del acuífero, con lo cual puede determinarse parte de esta información con mejor exactitud, generalmente se toman los valores correspondientes al acuífero de  $\varphi$  y  $k$  iguales a la zona de petróleo,  $\mu$  y  $c_t$ , se toman como valores del agua de formación,  $r_i$  se toma de acuerdo al tipo de la estructura yacimiento-acuífero y del conocimiento del tamaño y forma del mismo.

El valor de  $t_D$  es obtenido por ensayo y error asumiendo una configuración de  $\frac{r_e}{r_i}$ .

En este caso  $t_D$ , se supone igual a  $0.078 t$  con una configuración de  $\frac{r_e}{r_i} = 15$ , para el acuífero.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Valor propuesto por los autores en el artículo; The Material Balance as an Equation of a Straight Line Part II, Field Cases

6) Calcular la intrusión de agua adimensional  $Q(\Delta t_D)$ .

$Q(\Delta t_D)$  se define como:

$$Q(\Delta t_D) = \frac{-4.29881 + 2.02566(t_D)}{\ln(t_D)} \quad (3.3.31)$$

Para 1947

$t = 1270$  [día]

$t_D = 0.078(1270) = 99.06$

$$Q(\Delta t_D)_{1947} = \frac{-4.29881 + 2.02566(99.06)}{\ln(99.06)} = 42.727$$

7) Calcular  $\Delta p$ .

Existe un método para calcular los decrementos de presión,  $\Delta P_n$ , propuesto por Everdingen y col., a cualquier tiempo. En el que  $\Delta P_n$  puede tomarse como la mitad de la caída de presión en el intervalo anterior menos la caída de presión en el intervalo posterior:

$$\Delta p_n = \frac{1}{2}(P_{n-2} - P_n) \quad (3.3.32)$$

Para el año de 1947:

$$\Delta p_7 = \frac{1}{2}(1879 - 1814) = 32.5$$

8) Calcular el término:

$$\sum_{i=1}^n \Delta p_i Q(t_{Dn} - t_{Di-1})$$

Por ejemplo:

Para  $n=1$

$$\sum_{i=1}^1 \Delta p_i Q(t_{D1} - t_{Di-1}) = \Delta p_1 Q(t_{D1})$$

Para  $n=2$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \Delta p_i Q(t_{D2} - t_{Di-1}) \\ = \Delta p_1 Q(t_{D2} - t_{D0}) \\ + \Delta p_2 Q(t_{D2} - t_{D1}) \\ = \Delta p_1 Q(t_{D2}) + \Delta p_2 Q(t_{D1}) \end{aligned}$$

Para  $n=3$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \Delta p_i Q(t_{Dn} - t_{Di-1}) \\ = \Delta p_1 Q(t_{D3}) + \Delta p_2 Q(t_{D2}) \\ + \Delta p_3 Q(t_{D1}) \end{aligned}$$

Para  $n=4$

$$\sum_{i=1}^n \Delta p_i Q(t_{Dn} - t_{Di-1}) = \Delta p_1 Q(t_{D4}) + \Delta p_2 Q(t_{D3}) + \Delta p_3 Q(t_{D2}) + \Delta p_4 Q(t_{D1})$$

Para el año de 1947:

$n=7$ , por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^7 \Delta p_i Q(t_{D7} - t_{Di-1}) = 5971.52$$

9) Calcular:

$$\frac{\sum_{i=1}^7 \Delta p_i Q(t_{D7} - t_{Di-1})}{E_t}$$

Para el año de 1947:

$$\frac{\sum_{i=1}^7 \Delta p_i Q(t_{D7} - t_{Di-1})}{E_t} = \frac{5971.52}{0.1104} = 5.41 \times 10^4$$



La Tabla 3.3.5 muestra los resultados de los cálculos para determinar la intrusión de agua.

Tabla 3.3.5. Datos para el cálculo de  $\Sigma \Delta p Q(\Delta t_D)$  empleando el método de Everdingen y col.

$\Delta p$	$Q(t_D)$	$\Sigma \Delta p Q(\Delta t_D)$	$\frac{\Sigma \Delta p Q(\Delta t_D)}{E_t}$
0	0	0	0
45.5	21.66	0	0
65.5	26.37	985.557586	$1.83 \times 10^4$
33.5	30.82	2618.38063	$3.93 \times 10^4$
22.5	33.47	3854.93782	$5.10 \times 10^4$
25.5	35.20	4912.15453	$5.28 \times 10^4$
32.5	42.73	5971.52476	$5.41 \times 10^4$
23.5	44.37	7440.26733	$6.26 \times 10^4$
16.5	46.83	8901.42314	$6.88 \times 10^4$
10.5	52.42	10092.3705	$7.70 \times 10^4$
10.5	62.53	11272.1773	$7.72 \times 10^4$
14	66.35	12878.5386	$8.71 \times 10^4$
11	72.31	14727.5766	$9.50 \times 10^4$
7	78.21	16413.978	$1.05 \times 10^5$
-13	81.14	18125.5061	$1.30 \times 10^5$
1	84.80	19390.0647	$1.63 \times 10^5$
17.5	86.27	20819.2335	$1.29 \times 10^5$
15	89.13	22474.143	$1.27 \times 10^5$
5	93.42	24069.4477	$1.44 \times 10^5$
-21.5	98.35	25560.2449	$1.71 \times 10^5$
-1.5	101.88	26457.9961	$1.60 \times 10^5$

10) De este modo es posible determinar la gráfica de la ecuación de balance de materia para un yacimiento con empuje hidráulico con casquete de gas conocido.

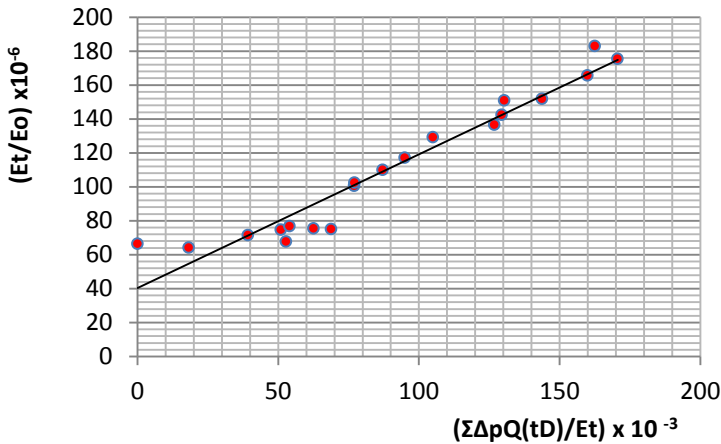


Figura 3.3.15. Gráfica de la EBM para el yacimiento D<sub>4</sub>, campo Guico

Empleando el método de mínimos cuadrados para determinar los parámetros de la ecuación:

Tabla 3.3.6. Sumatorias para el método de mínimos cuadrados

x	y	xy	x <sup>2</sup>
0	$6.6 \times 10^7$	0	0
$1.8 \times 10^4$	$6.4 \times 10^7$	$1.2 \times 10^{12}$	$3.33 \times 10^8$
$3.9 \times 10^4$	$7.1 \times 10^7$	$2.8 \times 10^{12}$	$1.55 \times 10^9$
$5.1 \times 10^4$	$7.5 \times 10^7$	$3.8 \times 10^{12}$	$2.60 \times 10^9$
$5.3 \times 10^4$	$6.8 \times 10^7$	$3.6 \times 10^{12}$	$2.79 \times 10^9$
$5.4 \times 10^4$	$7.7 \times 10^7$	$4.1 \times 10^{12}$	$2.92 \times 10^9$
$6.3 \times 10^4$	$7.5 \times 10^7$	$4.7 \times 10^{12}$	$3.92 \times 10^9$
$6.9 \times 10^4$	$7.5 \times 10^7$	$5.2 \times 10^{12}$	$4.74 \times 10^9$
$7.7 \times 10^4$	$1.0 \times 10^7$	$7.7 \times 10^{12}$	$5.93 \times 10^9$
$7.7 \times 10^4$	$1.0 \times 10^7$	$7.9 \times 10^{12}$	$5.95 \times 10^9$
$8.7 \times 10^4$	$1.1 \times 10^7$	$9.6 \times 10^{12}$	$7.59 \times 10^9$
$9.5 \times 10^4$	$1.2 \times 10^7$	$1.1 \times 10^{13}$	$9.02 \times 10^9$
$1.0 \times 10^5$	$1.3 \times 10^8$	$1.4 \times 10^{13}$	$1.10 \times 10^{10}$
$1.3 \times 10^5$	$1.5 \times 10^8$	$2.0 \times 10^{13}$	$1.70 \times 10^{10}$
$1.6 \times 10^5$	$1.8 \times 10^8$	$3.0 \times 10^{13}$	$2.64 \times 10^{10}$
$1.3 \times 10^5$	$1.4 \times 10^8$	$1.8 \times 10^{13}$	$1.67 \times 10^{10}$
$1.3 \times 10^5$	$1.4 \times 10^8$	$1.7 \times 10^{13}$	$1.61 \times 10^{10}$
$1.4 \times 10^5$	$1.5 \times 10^8$	$2.2 \times 10^{13}$	$2.07 \times 10^{10}$
$1.7 \times 10^5$	$1.8 \times 10^8$	$3.0 \times 10^{13}$	$2.91 \times 10^{10}$
$1.6 \times 10^5$	$1.7 \times 10^8$	$2.6 \times 10^{13}$	$2.56 \times 10^{10}$
$\Sigma=1.8 \times 10^6$	$\Sigma=2.23 \times 10^9$	$\Sigma=2.4 \times 10^{14}$	$\Sigma=2.10 \times 10^{11}$

11) Finalmente podemos conocer el volumen original de acetite y el valor de la constante de entrada de agua en el yacimiento D<sub>4</sub>.

$$m = C = \frac{20(2.4E + 14) - (1.8E + 06)(2.23E + 09)}{20(2.10E + 11) - (1.8E + 06)^2}$$

$$= 878.31 \left[ \frac{bbl}{psi} \right]$$

$$b = N = \frac{(2.23E + 09) - 8(1.8E + 06)}{20}$$

$$= 40.4 [MM STB]$$

Tabla 3.3.7. Clasificación de la EBM para cada tipo de yacimiento

Tipo de Yacimiento	Consideraciones	Ecuación	Parámetros Pendiente = m Ordenada al origen = b
Yacimientos de aceite saturado	Sin empuje hidráulico ni casquete de gas original	$F = NE_o$	m=N b=0
	Con casquete de gas original, sin empuje hidráulico y m conocida	$F = N \left( E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g \right)$	m=N b=0
	Con casquete de gas original, sin empuje hidráulico, N y m desconocidos	$\frac{F}{E_o} = G \frac{E_g}{E_o} + N$	m=G b=N
	Con empuje hidráulico Sin casquete de gas original	$\frac{F}{E_o} = C \frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{E_o} + N$	m=C b=N
	Con empuje hidráulico Y casquete de gas conocido	$\frac{F}{E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g} = C \frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g} + N$	m=C b=N
	Acuífero muy pequeño sin casquete de gas original	$\frac{F}{E_o} = C' \frac{\Delta p'}{E_o} + N$	m=C' b=N
	Acuífero muy pequeño con casquete de gas conocido	$\frac{F}{E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g} = C' \frac{\Delta p'}{E_o + m \frac{B_{ti}}{B_{gi}} E_g} + N$	m=C' b=N
Yacimientos de aceite bajosaturado	Sin empuje hidráulico	$N_p B_o = N B_{oi} \frac{(c_t) \Delta p}{1 - S_w}$	m=N b=0
	Con empuje hidráulico	$\frac{N_p B_o + W_p - W_i}{\frac{B_{oi} \Delta p}{1 - S_w} (c_t)} = C \frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{\frac{B_{oi} \Delta p}{1 - S_w} (c_t)} + N$	m=C b=N
Yacimientos de Gas	Sin empuje hidráulico	$G_p B_g = G E_g$	m=G b=0
	Con empuje hidráulico	$\frac{G_p B_g + W_p - W_i}{E_g} = C \frac{\sum \Delta p Q (\Delta t_D)}{E_g} + G$	m=C b=G

### 3.4. Pruebas de Presión

Las pruebas de presión o de variación de presión son herramientas que han sido utilizadas para la descripción del yacimiento en estado dinámico, además de contribuir a determinar el comportamiento de los pozos. Su objetivo es obtener información del yacimiento y del pozo a través del análisis de variaciones de presión generadas durante las pruebas.

Mediante ellas es posible obtener información que servirá para:

- Determinar la capacidad de producción de la formación.
- Evaluar presencia de daño en la formación.
- Determinar la naturaleza de los fluidos y posibles contactos
- Identificar los límites y barreras del yacimiento
- Identificar comunicación entre pozos.
- Determinar la permeabilidad de la formación.
- Determinar la presión media o inicial del yacimiento.

De forma general, durante una prueba de presión se registran los cambios producidos en la presión de fondo del pozo después de un cambio inducido en la tasa de flujo. Los datos registrados son interpretados mediante diferentes técnicas, una de ellas es el análisis de gráficas semilog, denominado análisis convencional, en el cual se analizan los parámetros de las líneas rectas generadas en este tipo de gráficas.

Dentro de las pruebas de presión más comunes se encuentran:

- Pruebas de presión
- Pruebas de incremento
  - Pruebas de decremento
  - Pruebas de interferencia
  - Pruebas de pulsos
  - Pruebas en pozos inyectores

Para efectos prácticos, este análisis se enfocará en las pruebas de incremento, decremento e interferencia de presión, para lo cual es necesario tener presente algunos de los conceptos básicos sobre el flujo de fluidos en el medio poroso.

#### 3.4.1. Flujo de fluidos en el yacimiento

Cuando un pozo es terminado satisfactoriamente en un yacimiento de hidrocarburos podrá iniciarse su producción. Con ello se alterarán las condiciones de presión en que se encontraba el yacimiento inicialmente, esa alteración en la presión creará, si es suficiente, el movimiento de los fluidos del yacimiento hacia el pozo. Este movimiento de fluidos es muy complejo por tratarse de un medio no homogéneo, anisótropo y con diferentes configuraciones de flujo. Sin embargo, existen modelos matemáticos que aproximan con bastante precisión los efectos del flujo de fluidos sobre la presión del yacimiento.

Para el desarrollo de las expresiones matemáticas que rigen el comportamiento del flujo de fluidos en el yacimiento, se requiere asumir ciertas suposiciones acerca del pozo y del yacimiento. Estas suposiciones son absolutamente necesarias para simplificar y adaptar una solución útil y así conformar una ecuación única.

#### 3.4.2. Ecuación de difusión

Al inicio de la producción de un pozo, la presión cae abruptamente provocando que el fluido cercano al pozo se expanda y se desplace hacia el área de menor presión. Dicho movimiento es retardado por la fricción contra las paredes del pozo, la propia inercia y por las características del medio y de los fluidos. A medida que los fluidos se mueven se crea un desbalance de presión desde el pozo hacia las fronteras del yacimiento, que induce a los fluidos aledaños a moverse hacia el pozo. El proceso continúa hasta que la caída de presión creada por la producción se disipa a lo largo del yacimiento. Este fenómeno físico que toma

lugar en el yacimiento puede ser descrito mediante la siguiente ecuación.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\varphi \mu c}{0.000264k} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (3.4.1)$$

donde:

P= presión [lb/pg<sup>2</sup>]

r= radio de drene [pie]

c= compresibilidad [lb/pg<sup>2</sup>]<sup>-1</sup>

φ= porosidad [frac]

k = permeabilidad [md]

μ= viscosidad [cp]

t= tiempo [hr]

La expresión 3.4.1 es una ecuación lineal de segunda orden no homogénea en derivadas parciales. La cual se limita principalmente a un medio homogéneo e isótropo en el que no hay variación vertical de la presión, para flujo laminar monofásico con un fluido de compresibilidad pequeña y de viscosidad constante.

Las soluciones a la ecuación de difusión pueden ser tan variadas como la cantidad de consideraciones tomadas. Por ejemplo: geometría del flujo (lineal, radial, esférico), tipo de fluido (compresible, ligeramente compresible, no compresible), tipo de yacimiento (infinito o finito), etc.

La forma más común de resolver la Ecuación 3.4.1 es conocida como la solución fuente lineal, que se representa como:

$$P_i - P(r, t) = -70.6 \frac{qB\mu}{kh} E_i \left( \frac{-948\varphi\mu c_t r_w^2}{kt} \right), \quad (3.4.2)$$

donde:

q= gasto de flujo [bpd]

B= factor de volumen de formación [bbl/STB]

h= espesor del yacimiento [pie]

P<sub>i</sub>= presión inicial en el yacimiento [lb/pg<sup>2</sup>]

P(r, t)= presión a una distancia r del pozo al tiempo t [lb/pg<sup>2</sup>]

c<sub>t</sub> =compresibilidad total [lb/pg<sup>2</sup>]<sup>-1</sup>

E<sub>i</sub>= función integral exponencial.

$$E_i(-x) = - \int_x^\infty \frac{e^{-u} du}{u} = \left[ \ln x - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2 \times 2!} - \frac{x^3}{3 \times 3!} + \dots \right] \quad (3.4.3)$$

A medida que avanza el tiempo, el argumento de E<sub>i</sub> en la ecuación 3.4.2 decrece, aún para valores pequeños de t, comúnmente su valor es menor de 0.02, de manera que se puede usar la aproximación E<sub>i</sub>(-x) = (ln 1.7806x) en el desarrollo de las ecuaciones para pruebas de presión.

De tal modo se tiene:

$$E_i \left( \frac{-948\varphi\mu c_t r_w^2}{kt} \right) = \left[ \ln \left( \frac{1688\varphi\mu c_t r_w^2}{kt} \right) \right]. \quad (3.4.4)$$

Sustituyendo la ecuación 3.4.4 en la ecuación 3.4.2 y considerando el daño de la formación:

$$P_i - P(r, t) = -70.6 \frac{qB\mu}{kh} \left[ \ln \left( \frac{1688\varphi\mu c_t r_w^2}{kt} \right) - 2s \right], \quad (3.4.5)$$

donde:

$$s = \left( \frac{k}{k_s} - 1 \right) \left( \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \quad (3.4.6)$$

s =factor de daño de la formación en el área de permeabilidad alterada [adimensional]

k<sub>s</sub> =permeabilidad de la zona alterada [md]

r<sub>s</sub> =radio de la zona alterada [pie]

La ecuación 3.4.5 permite calcular el abatimiento de presión ocasionado por la producción del yacimiento con un gasto de flujo constante bajo las mismas consideraciones de flujo de la ecuación 3.4.1.

### 3.4.3. Principios de superposición en espacio y tiempo

Los principios de superposición en espacio y tiempo son útiles para el desarrollo de las ecuaciones que modelan el comportamiento de las pruebas de presión, ya que permiten considerar los efectos de la presión ocasionados por otros pozos del mismo yacimiento o del mismo pozo con gasto de producción variable.

El principio de superposición en el espacio, establece que la caída de presión en cualquier parte del yacimiento es igual a la suma de las caídas de presión en ese punto causadas por el flujo de cada uno de los pozos que existe en el yacimiento.

Considérese la Figura 3.4.1 en la que se tiene un yacimiento cualquiera, con tres pozos productores y es necesario conocer la caída de presión en el pozo A.

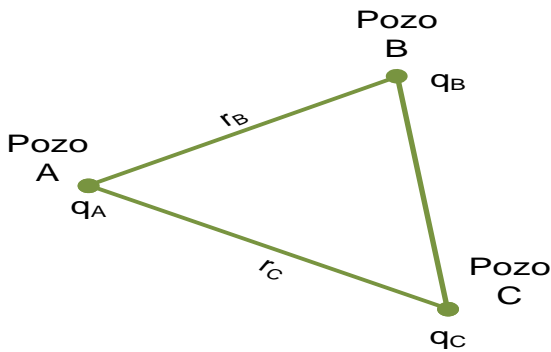


Figura 3.4.1. Esquema de tres pozos para un yacimiento dado.

De acuerdo al principio de superposición la caída de presión en el pozo A,  $(P_i - P_{wf})_A$ , es equivalente a la suma de las caídas de presión en cada uno de los pozos que existen en el yacimiento (pozos: A, B, C).

$$(P_i - P_{wf})_A = (P_i - P)_{\text{debido a A}} + (P_i - P)_{\text{debido a B}} + (P_i - P)_{\text{debido a C}}$$

Utilizando la expresión 3.4.5 como solución de la ecuación de difusión:

$$(P_i - P_{wf})_A = -70.6 \frac{q_A B \mu}{kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_{WA}^2}{kt} \right) - 2s \right] - 70.6 \frac{q_B B \mu}{kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_{AB}^2}{kt} \right) \right] - 70.6 \frac{q_C B \mu}{kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_{AC}^2}{kt} \right) \right] \quad (3.4.7)$$

De este modo se puede modelar cualquier número de pozos bajo la consideración de flujo constante en un yacimiento infinito, lo que permite el análisis de las pruebas de interferencia las cuales son realizadas básicamente para determinar las propiedades a partir de un pozo de observación.

Otra aplicación importante de este principio es la de modelar la caída de presión de un pozo que produce con gasto variable, para esto se utiliza el principio de superposición en el tiempo. Para ilustrar este principio considérese el caso en el cual un pozo produce un gasto  $q_1$  a partir del tiempo  $t_0$  hasta  $t_1$ ; al tiempo  $t_1$  el gasto cambia a  $q_2$ ; al tiempo  $t_2$  el gasto cambia a  $q_3$ , tal como se muestra en la Figura 3.4.2.

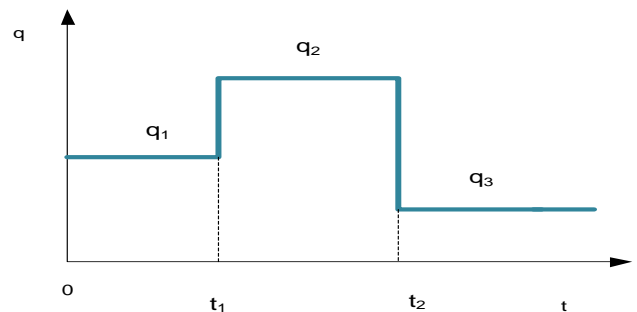


Figura 3.4.2. Gráfica de gasto vs tiempo para un pozo con gasto variable.

De acuerdo al principio de superposición en el tiempo, un pozo con gasto de producción variable puede visualizarse como varios pozos ubicados en el mismo punto, en el que cada uno produce a un gasto constante durante el periodo determinado para ese gasto.

Para el pozo de la Figura 3.4.2 la aplicación del principio de superposición en el tiempo resulta en 3 pozos que producen con un gasto de:  $q_1$ ,  $(q_2 - q_1)$  y  $(q_3 - q_2)$  cada uno, como se muestra a continuación.

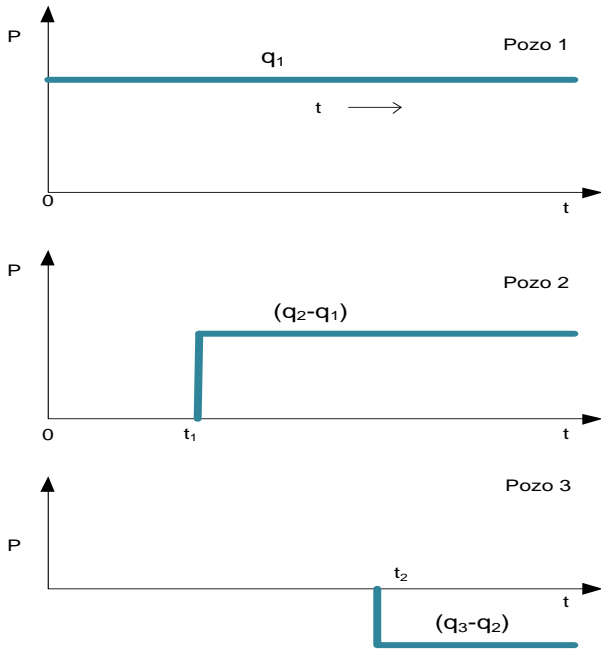


Figura 3.4.3. Principio de superposición en el tiempo aplicado a la gráfica de la Figura 3.4.2.

Matemáticamente se puede expresar el principio de superposición en el tiempo como:

$$\begin{aligned}
 P_i - P(r, t) &= (\Delta p)_1 + (\Delta p)_2 + (\Delta p)_3 \\
 &= -70.6 \frac{q_1 B \mu}{kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_{WA}^2}{kt} \right) - 2s \right] \\
 &\quad - 70.6 \frac{(q_2 - q_1) B \mu}{kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_{WA}^2}{k(t - t_1)} \right) - 2s \right] \\
 &\quad - 70.6 \frac{(q_3 - q_2) B \mu}{kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_{WA}^2}{k(t - t_2)} \right) - 2s \right] \quad (3.4.8)
 \end{aligned}$$

Esta aplicación del principio de superposición es de mucha utilidad para modelar las pruebas de decremento e incremento de presión, que utilizan gastos variables durante su desarrollo.

### 3.4.4. Regiones del yacimiento

El flujo que ocurre en el yacimiento durante una prueba de presión involucra cambios de la presión con respecto al tiempo, ya que el sistema roca fluidos se expande (o se contrae); esto significa que la presión cambia continuamente en todos los puntos del yacimiento.

Los cambios de la presión a lo largo del yacimiento se ven influenciados por las características del yacimiento en cada punto que es alcanzado por el radio de investigación, en general se pueden diferenciar tres regiones a lo largo del yacimiento cuando ocurre un cambio de presión, ver Figura 3.4.4.

**Región 1 (ETR, Early Time Region).** Es la región más cercana al pozo, por lo que en ella se manifiestan los efectos de zonas con permeabilidad alterada, de almacenamiento o descarga, para pruebas de incremento o decremento respectivamente. Debido a esto, los datos obtenidos durante este periodo comúnmente caracterizado como flujo transitorio, no pueden ser utilizados para evaluar las propiedades de la formación.

**Región 2 (MTR, Middle Time Region).** Una vez que el radio de investigación ha superado las zonas cercanas al pozo, la presión comienza a estabilizarse por lo que es posible relacionar el comportamiento de la presión con respecto al tiempo por una línea recta que deberá ser continua hasta que el radio de investigación alcance alguno de los límites del yacimiento.

**Región 3 (LTR, Late Time Region).** En esta región el radio de investigación ha alcanzado los límites del yacimiento, por lo que el comportamiento de la presión es dominado por: la configuración de la frontera, la interferencia de pozos cercanos, el contacto de los fluidos y las heterogeneidades importantes del yacimiento.

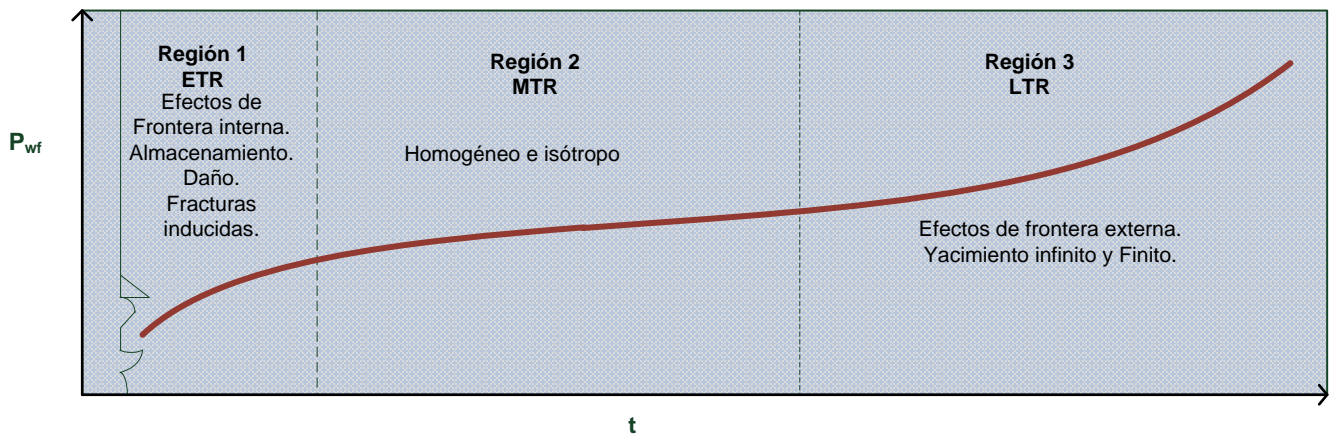


Figura 3.4.4. Regiones del yacimiento a lo largo del tiempo.

### 3.4.5. Prueba de incremento de presión

Para realizar una prueba de incremento, el pozo debe producir durante un tiempo  $t_p$  a gasto constante, posteriormente permanecerá cerrado un lapso de tiempo  $\Delta t$  mientras es registrada la presión estática de fondo,  $P_{wf}$ , en función del tiempo. Este tipo de pruebas son utilizadas para conocer la permeabilidad de la formación, la presión en el área de drene y el daño a la formación principalmente. Con fines prácticos se supone un yacimiento infinito, homogéneo e isótropo, por el que fluye un fluido ligeramente compresible cuyas propiedades se mantienen constantes en todo el yacimiento.

Una prueba de incremento de presión puede dividirse en dos periodos con respecto al tiempo: antes del cierre y posterior al cierre. En la Figura 3.4.5 se observa el comportamiento del gasto y de la presión con respecto al tiempo. En la gráfica de gasto contra tiempo, la línea continua representa una prueba de decremento de presión ideal, mientras que la línea punteada representa el comportamiento real, que inicialmente es curvo debido a los efectos de almacenamiento.

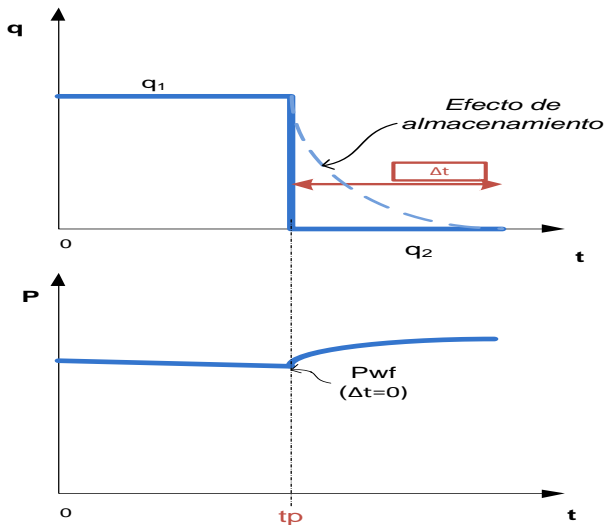


Figura 3.4.5 Gráficas de gasto y presión contra tiempo para una prueba de incremento de presión.

Para describir a ambos períodos se aplica el principio de superposición en el tiempo, de este modo se considera que existen dos pozos en el mismo punto, uno de ellos con un gasto de producción,  $q_1$ , de  $t_0$  a  $t$  y otro (imaginario) con un gasto,  $q_2 = -q_1$ , para un tiempo de  $t-t_1$ . Esto se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Delta p(t) &= -70.6 \frac{q_1 B \mu}{kh} E_i \left( \frac{-948 \phi \mu c_t r_w^2}{k(t)} \right) \\ &\quad - 70.6 \frac{(q_2 - q_1) B \mu}{kh} E_i \left( \frac{-948 \phi \mu c_t r_w^2}{k(t - t_1)} \right) \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

Para una prueba de incremento, como la que se representa en la Figura 3.4.5:

$$q_1 = q, \quad q_2 = 0 \quad y \quad t = t_p + \Delta t$$

Por lo tanto para la ecuación 3.4.9 se tiene:

$$\begin{aligned} P_i - P_{ws} &= -70.6 \frac{q B \mu}{Kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_w^2}{k(t_p + \Delta t)} \right) - 2s \right] \\ &\quad - 70.6 \frac{(-q) B \mu}{Kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_w^2}{k(\Delta t)} \right) - 2s \right] \end{aligned} \quad (3.4.10)$$

Reordenado los términos de la expresión anterior:

$$\begin{aligned} P_i - P_{ws} &= -70.6 \frac{q B \mu}{kh} \left[ \ln \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_w^2}{k(t_p + \Delta t)} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{1688 \phi \mu c_t r_w^2}{k(\Delta t)} \right) - 2s + 2s \right] \end{aligned}$$

Simplificando la expresión:

$$P_i - P_{ws} = 70.6 \frac{q B \mu}{kh} \left[ \ln(t_p + \Delta t) - \ln(\Delta t) \right] \quad (3.4.11)$$

Realizando cambio de base a  $\log_{10}$ .

$$\frac{\ln(t)}{\ln(10)} = \log(t)$$

$$P_i - P_{ws} = 70.6 (\ln 10) \frac{q B \mu}{Kh} \left[ \log \left( \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \right]$$



Finalmente despejando  $P_{ws}$ :

$$P_{ws} = -162.6 \frac{q\mu B}{kh} \log \left[ \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right] + P_i \quad (3.4.12)$$

$$y = m x + b$$

De acuerdo a la ecuación 3.4.12 es posible analizar una prueba de incremento de presión como una línea recta en escala semilogarítmica (véase Figura 3.4.6), por lo que es posible relacionar los parámetros de esta recta con las características y propiedades del yacimiento, como la permeabilidad y el daño a la formación.

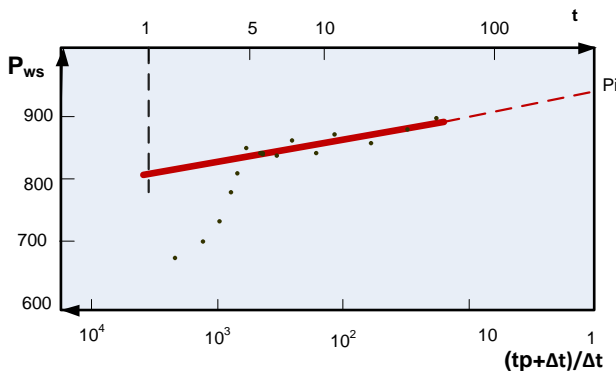


Figura 3.4.6 Gráfica semilog de una prueba de incremento de presión.

La gráfica de  $P_{ws}$  vs  $(t_p + \Delta t)/\Delta t$  en escala semi-log es comúnmente denominada gráfica de Horner (1951). Su pendiente, como puede observarse en la ecuación 3.4.12 corresponde a:

$$m = -162.6 \frac{q\mu B}{kh} \quad (3.4.13)$$

La pendiente es negativa ya que la presión crece conforme disminuye el valor de  $\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$ ; sin embargo, se utiliza el valor positivo ya que de este modo es posible determinar la permeabilidad de la formación.

$$k = \frac{162.6 q\mu B}{|m|h} \quad (3.4.14)$$

Es muy probable que al inicio de una prueba de incremento de presión no se aprecie una tendencia totalmente recta en el comportamiento de la gráfica semilog debido a efectos de daño y almacenamiento (véase la Figura 3.4.6) ya que muchos pozos presentan alteración de la permeabilidad en zonas cercanas al pozo, además del continuo movimiento del fluido dentro del pozo después de su cierre en superficie durante una prueba de incremento. Sin embargo, después del periodo de postflujo o de almacenamiento, la pendiente puede leerse de la gráfica tomando en cuenta un ciclo completo.

### Análisis de los parámetros del modelo lineal de una prueba de incremento de presión

Como se ha visto, una prueba de incremento de presión puede ser modelada mediante una línea recta graficada en escala semilog. De esta forma posee una pendiente y una ordenada al origen.

#### Pendiente

El valor de la pendiente está determinado por la ecuación 3.4.13 y al ser obtenido gráficamente (véase Figura 3.4.8) es usado comúnmente para determinar la permeabilidad del yacimiento.

Observando detenidamente las variables de las que depende la pendiente, es posible expresarla en términos de la transmisibilidad,  $T$ .

$$|m| = 162.6 \frac{qB}{T}, \quad (3.4.15)$$

donde:

$$T = \text{transmisibilidad} = kh/\mu \left[ \frac{md \cdot \rho_{ie}}{cp} \right]$$

La transmisibilidad es la facilidad con que fluye un fluido en un medio poroso. Un yacimiento que presenta condiciones favorables para el flujo de fluidos en conjunto con una facilidad para transmitir los cambios de presión también posee una alta transmisibilidad. De este modo es posible identificar cierto comportamiento en la pendiente con respecto a

las propiedades de un yacimiento y de los fluidos contenidos en él. Obviamente, no todas las propiedades que influyen en este proceso se incluyen en el cálculo de la pendiente, como por ejemplo, la porosidad y compresibilidad tanto de los fluidos como del medio poroso, que también interviene de forma importante.

Para el caso hipotético, en el cual un pozo ha sido sometido a una operación de estimulación exitosa, por medio de la cual la permeabilidad de la formación vecina al pozo ha sido incrementada, se considera también un incremento en la transmisibilidad de dicha formación.

Mediante una prueba de presión realizada antes de la operación de estimulación fue trazada la tendencia recta marcada en rojo ( $m_1$ ). Al realizar una prueba de incremento de presión posterior a la estimulación de la formación, ya que la transmisibilidad ha sido alterada por incremento de la permeabilidad, se obtiene la gráfica de la línea recta en color negro con pendiente ( $m_2$ ).

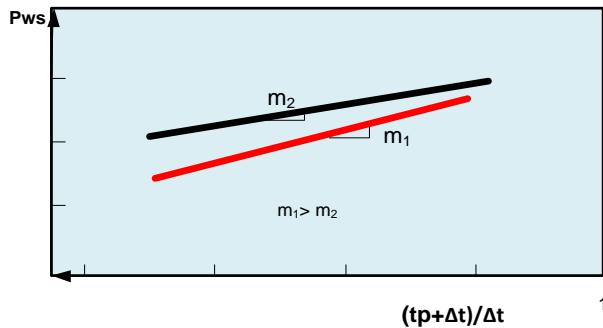


Figura 3.4.7. Variación en la pendiente por cambio de la permeabilidad.

La ecuación 3.4.12 también puede escribirse como:

$$P_i = -162.6 \frac{qB}{T} \log \left[ \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right] + P_i \quad (3.4.16)$$

Un yacimiento con alta transmisibilidad requiere un menor abatimiento de la presión para lograr mover los fluidos en el yacimiento.

Por medio de la Figura 3.4.7 y de la ecuación 3.4.15 se observa que la pendiente disminuye cuando las condiciones del yacimiento son favorables para el flujo.

En términos generales, la Tabla 3.4.1 muestra el comportamiento de la pendiente, la presión y la diferencia de presión ante la variación de la transmisibilidad.

Tabla 3.4.1 Comportamiento de los parámetros involucrados en una prueba de incremento de presión

T	m	$P_{ws}$	$(P_i - P_{ws})$
T↑	↓	↑	↓
T↓	↑	↓	↑

Esta hipótesis permite relacionar a la pendiente de una gráfica de Horner con respecto al comportamiento del yacimiento ya que cuanto más pequeña es la pendiente, existen condiciones favorables en el yacimiento para transmitir los cambios de presión y el flujo de fluidos son mejores.

#### Ordenada al origen

Según la ecuación 3.4.12, la ordenada al origen de la gráfica de una prueba de incremento de presión en escala semilog corresponde a la presión inicial del yacimiento,  $P_i$ . De esta forma, el valor de  $P_i$  puede obtenerse gráficamente al extrapolar la línea recta obtenida de esta gráfica hasta  $\left[ \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right] = 1$ , lo cual ocurre para un tiempo de cierre,  $\Delta t$ , lo suficientemente grande como para suponer el tiempo de producción antes del cierre,  $t_p$ , igual a cero.

Ejemplo de aplicación; prueba de incremento de presión:

Se realiza una prueba de incremento de presión en un pozo de aceite que se encontraba produciendo con un gasto estabilizado de 4900 [bpd] durante un tiempo de 310 [hr]. De acuerdo a los datos de la tabla 3.4.2 para una prueba de incremento de presión de un yacimiento cuyas propiedades se muestran a continuación, determine la permeabilidad y la presión inicial del yacimiento.

$$\begin{aligned}
 D &= 10,476 \text{ [pies]} & P_{wf} &= 2761 \text{ [psi]} (\Delta t = 0) \\
 r_w &= 4.25 \text{ [cm]} & B_o &= 1.55 \text{ [bbl/STB]} \\
 q_o &= 4900 \text{ [bpd]} & \mu_o &= 0.2 \text{ [cp]} \\
 \varphi &= 6.276 \text{ [pie]} & t_p &= 310 \text{ [hrs]} \\
 \bar{P} &= 3,342 \text{ [psig]} & r_e &= 2640 \text{ [pie]}
 \end{aligned}$$

Tabla 3.4.2 Resultados de la prueba de incremento de presión

$\Delta t$ [hr]	$P_{ws}$ [psig]	$t_p+\Delta t$ [hr] (310+ $\Delta t$ )	$(t_p+\Delta t)/\Delta t$
0	2761	-----	-----
0.10	3057	310.10	3101
0.21	3153	310.21	1477
0.31	2334	310.31	1001
0.52	3249	310.52	597
0.63	3256	310.63	493
0.73	3260	310.73	426
0.84	3263	310.48	370
0.94	3266	310.94	331
1.05	3267	311.05	296
1.15	3268	311.5	271
1.36	3271	311.36	229
1.68	3274	311.68	186
1.99	3276	311.99	157
2.51	3280	312.51	125
3.04	3283	313.04	103
3.46	3286	313.46	91
4.08	3289	314.08	77
5.03	3293	315.03	63
5.97	3297	315.97	53
6.07	3297	316.07	52
7.01	3300	317.01	45
8.06	3303	318.06	39
9.00	3305	319.00	35
10.05	3306	320.05	32
13.09	3310	323.09	25
16.02	3313	326.02	20
20.00	3317	330.00	17
26.07	3320	336.07	13
31.03	3322	341.03	11
34.98	3323	344.98	10
37.54	3323	347.54	9

Solución:

- 1) A partir del tiempo de cierre ( $t_p = 310$ ) calcular  $\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t}$  para cada  $\Delta t$ .

Por ejemplo, para  $\Delta t = 0.10$  [hr]:

$$\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} = \frac{310 + 0.1}{0.1} = 3101$$

- 2) Graficar los valores de  $P_{ws}$  contra los de  $\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t}$  en escala semilog.

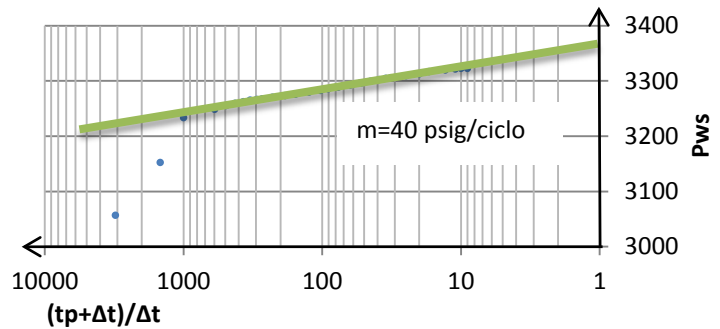


Figura 3.4.8.  $P_{ws}$  vs  $(t_p+\Delta t)/\Delta t$  para los datos de la tabla 3.4.2 en escala semilog.

La pendiente de la recta puede obtenerse por la diferencia de presión para un ciclo, en el cual ya no se aprecien los efectos del almacenamiento (aproximadamente antes de  $(t_p+\Delta t)/\Delta t = 1000$ ).

Para;  $\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t} = 10, P_{ws} = 3325$

Para  $\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t} = 100, P_{ws} = 3285$

$$\therefore m = -40 \left[ \frac{\text{psig}}{\text{ciclo}} \right]$$

La pendiente es negativa puesto que se está usando el eje de las abscisas en orden inverso.

Una vez determinada la pendiente es posible calcular la permeabilidad a partir de la ecuación 3.4.13:

$$k = \frac{162.6 q\mu B_o}{|m|h} = \frac{162.6(490)(0.2)(1.55)}{40(482)}$$

$$k = 12.8 \text{ [md]}$$

La presión inicial del yacimiento puede determinarse leyendo el valor de la ordenada al origen directamente de la gráfica o bien por medio de la ecuación de la línea recta para la prueba de incremento, dada por:

$$P_{ws} = -40 \log \left[ \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right] + P_i \quad (3.4.17)$$

Para una presión cercana al valor de la presión media:

$$P = 3320 \text{ [psig]}, \quad \left[ \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right] = 13$$

Sustituyendo en la ecuación 3.4.16:

$$P_i = 3320 + 40 \log(13)$$

$$P_i = 3364 \text{ [psig]}$$

*Ejemplo de aplicación; evaluación de una operación de acidificación:*

Se han realizado dos pruebas de incremento en un pozo para evaluar una operación de acidificación de la formación. Con base en los resultados de las pruebas de presión determine si la operación ha sido exitosa.

Datos:

Formación:

$$h = 40 \text{ [pie]} \quad B_o = 1.31 \text{ [bbl/STB]}$$

$$r_w = 0.333 \text{ [pie]} \quad \mu_o = 2.0 \text{ [cp]}$$

$$c_t = 15 \times 10^{-6} \text{ [psia}^{-1}] \quad r_e = 660 \text{ [pie]}$$

Antes de la acidificación:

$$q_o = 280 \text{ [STB/dia]} \quad p_{wf} = 1123 \text{ [psia]}$$

$$N_p = 2685 \text{ [STB]}$$

Después de la acidificación:

$$q_o = 149 \text{ [STB/dia]} \quad p_{wf} = 2300 \text{ [psia]}$$

Solución:

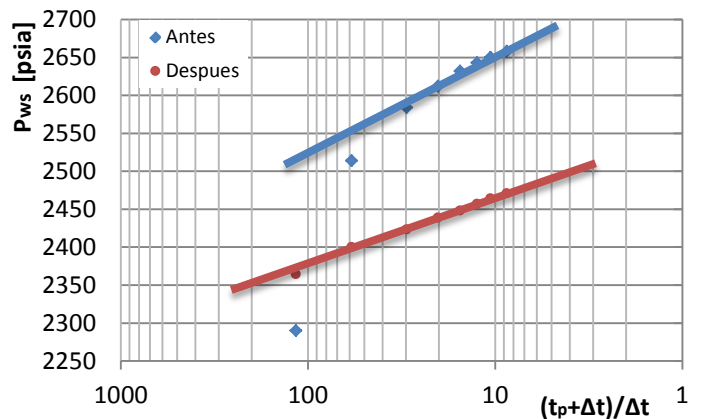
El tiempo antes del cierre de la prueba anterior a la acidificación se puede calcular por medio del volumen de aceite producido.

$$t_p = \frac{N_p \text{ [STB]}}{q_o \text{ [STB/D]}} \times 24 \text{ [hr/D]} = 230 \text{ [hr]}$$

Tabla 3.4.3 Datos antes y después de la acidificación

$\Delta t$ [hr]	$t_p + \Delta t$ [hr] (230 + $\Delta t$ )	$(t_p + \Delta t) / \Delta t$	$P_{ws}$ [psig] antes	$P_{ws}$ [psig] después
2	232	0.0086	2290	2364
4	234	0.017	2514	2400
8	238	0.034	2584	2423
12	242	0.050	2612	2439
16	246	0.065	2632	2448
20	250	0.080	2643	2457
24	254	0.095	2650	2464
30	260	0.115	2658	2471

- 1) Graficando los datos de  $p_{ws}$  antes y después de la prueba contra  $(t_p + \Delta t) / \Delta t$  en escala semilogarítmica.



- 2) Gráficamente se puede determinar la pendiente para cada caso:

- Antes de la acidificación:

$$m_1 = 140 \text{ [psia/ciclo]}$$

- Después de la acidificación:

$$m_2 = 80 \text{ [psia/ciclo]}$$

3) Obteniendo la permeabilidad para ambos periodos:

$$k_1 = \frac{162.6 q\mu B_o}{|m_1|h} = \frac{162.5(280)(2.0)(1.31)}{140(40)} = 17.6 [md]$$

$$k_2 = \frac{162.6 q\mu B_o}{|m_2|h} = \frac{162.6(149)(2.0)(1.31)}{80(40)} = 19.8 [md]$$

Los resultados indican una buena operación de acidificación debido al aumento de la permeabilidad de la formación cercana al pozo, que gráficamente se observa por la disminución de la pendiente de las rectas.

### 3.4.6. Prueba de decremento de presión

El objetivo de una prueba de decremento de presión es determinar la permeabilidad, el factor de daño y, en ocasiones, estimar el volumen del yacimiento. Esta prueba es particularmente aplicable a: pozos nuevos, pozos que han sido cerrados por un tiempo bastante largo para permitir que la presión se haya estabilizado y en pozos en los que una prueba de incremento de presión es económicamente inaceptable.

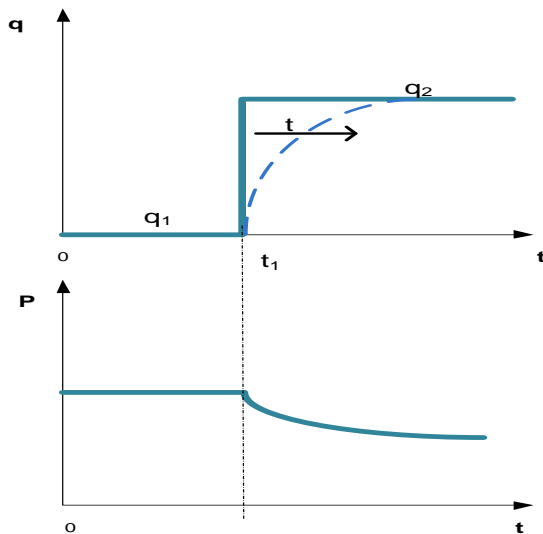


Figura 3.4.10. Gráficas de gasto y presión contra tiempo para una prueba de decremento de presión.

Una prueba de decremento se realiza por medio de la producción de un pozo a gasto constante una vez que ha permanecido cerrado un tiempo suficiente para permitir la estabilización de la presión en el yacimiento. El comportamiento puede ser aproximado empleando el principio de superposición en el tiempo, por lo tanto, es posible emplear la ecuación 3.4.8.

$$\Delta p(t) = -70.6 \frac{q_1 B\mu}{Kh} E_i \left( \frac{-948\phi\mu c_t r_w^2}{k(t)} \right) - 70.6 \frac{(q_2 - q_1) B\mu}{Kh} E_i \left( \frac{-948\phi\mu c_t r_w^2}{k(t - t_1)} \right)$$

Para una prueba de decremento se considera:

$$q_1=0; q_2=q \text{ y } t_1=0$$

Sustituyendo en la ecuación 3.4.8:

$$P_i - P_{wf} = -70.6 \frac{(0)B\mu}{Kh} \left[ \ln \left( \frac{1688\phi\mu c_t r_w^2}{k(t_1)} \right) - 2s \right] - 70.6 \frac{qB\mu}{Kh} \left[ \ln \left( \frac{1688\phi\mu c_t r_w^2}{k(t)} \right) - 2s \right] \quad (3.4.18)$$

Desarrollando el término;  $\ln \left( \frac{1688\phi\mu c_t r_w^2}{k(t)} \right)$

$$P_i - P_{wf} = 70.6 \frac{qB\mu}{Kh} \left[ \ln(t) + \ln \left( \frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} \right) - \ln(1688) + 2s \right] \quad (3.4.19)$$

Realizando cambio de base de  $\ln$  a  $\log_{10}$

$$\frac{\ln(t)}{\ln(10)} = \log(t)$$

$$P_i - P_{wf} = 70.6 \cdot \ln(10) \frac{qB\mu}{Kh} \left[ \log(t) + \log \left( \frac{k}{1\phi\mu c_t r_w^2} \right) - \log(1688) + \frac{2s}{\ln(10)} \right]$$

Simplificando:

$$P_{wf} = -162.5 \frac{qB\mu}{kh} \left[ \log(t) + \log \left( \frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} \right) - 3.227 + 0.868s \right] + P_i \quad (3.4.20)$$

De este modo la ecuación 3.4.20 que representa una prueba de decremento de presión tiene la forma de una línea recta al graficar la presión de fondo fluyendo contra el tiempo en escala semilogarítmica.

Nótese que los términos a la derecha de  $\log(t)$  se suponen constantes, por lo que no alteran el valor de la pendiente ni de la ordenada al origen.

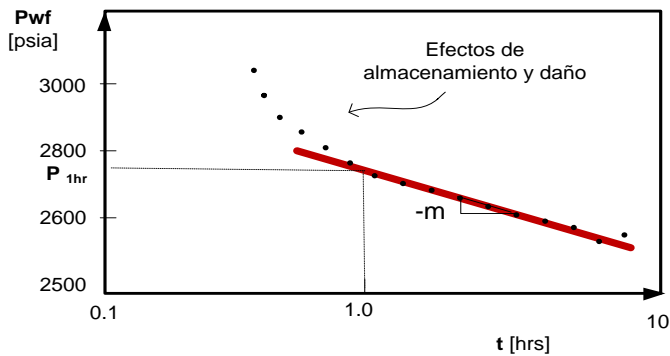


Figura 3.4.11. Gráfica semilog de  $P_{wf}$  contra  $t$  para una prueba de decremento de presión.

Como se puede observar en la Figura 3.4.11, en un principio debido a los efectos de descarga en la cara del pozo (Región ETR) provocados por la diferencia del ritmo al cual el fluido es removido de la cara de la formación respecto al ritmo con que ese fluido entra al pozo, el gasto constante de flujo no es alcanzado, por lo tanto el comportamiento lineal de la ecuación 3.4.20 para esta región no es visible.

Una vez que el radio de drene ha dejado atrás los efectos de daño y descarga, el comportamiento de la presión de fondo con respecto al tiempo puede relacionarse por medio de una línea recta.

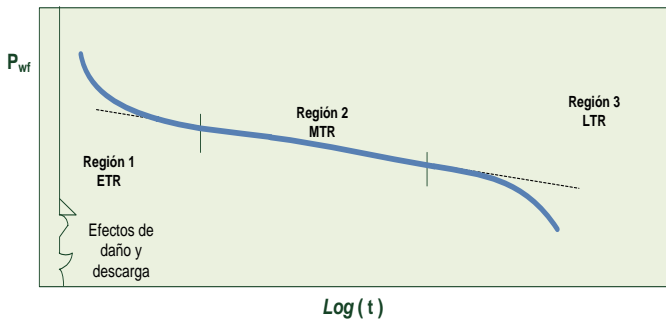


Figura 3.4.12.  $P_{ws}$  vs  $t$  para un comportamiento real durante una prueba de decremento de presión.

El factor de daño puede ser obtenido de la ecuación 3.4.20 para  $t = 1$  [hr]:

$$s = 1.151 \left[ \frac{(P_i - P_{1hr})}{m} - \log \left( \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 3.23 \right]. \quad (3.4.21)$$

Otro uso de las pruebas de decremento de presión es el de estimar el volumen de poros,  $V_p$ . Eso es posible cuando el radio de investigación ha alcanzado los límites del yacimiento durante la prueba bajo un régimen de flujo pseudoestacionario.

$$V_p = \frac{-0.234qB}{c_t \left( \frac{\partial p_{wf}}{\partial t} \right)}, \quad (3.4.22)$$

donde:

$V_p$  = volumen de poros [pie<sup>3</sup>]

$q$  = gasto de flujo [bpd]

$B$  = factor de volumen de formación [bbl/STB]

$c_t$  = compresibilidad total [psi<sup>-1</sup>]

$\frac{\partial p_{wf}}{\partial t}$  = derivada parcial de  $p_{wf}$  con respecto a  $t$  [psi/hr]

El término  $\frac{\partial p_{wf}}{\partial t}$  es simplemente la pendiente de la línea recta que se obtiene al graficar  $p_{wf}$  contra  $t$  en escala normal.

### Análisis de los parámetros del modelo lineal de una prueba de decremento de presión

De forma semejante al caso de una prueba de incremento de presión es posible modelar una prueba de decremento de presión mediante una línea recta graficada en escala semilog, de cuyos parámetros se puede decir:

#### Pendiente

La pendiente es equivalente a  $-162.5 \frac{qB\mu}{kh}$ . Es negativa puesto que la presión decrece conforme avanza el tiempo de producción del pozo, de igual forma puede ser utilizada para determinar la permeabilidad de la formación.

#### Ordenada al origen

Para el tiempo  $t=1$  [hr] el  $\log(t)$  es igual a cero por lo que se puede considerar que el valor de la presión a ese tiempo corresponde a la ordenada al origen, tal y como se observa en la Figura 3.4.11.

Ejemplo de aplicación; prueba de decremento de presión:

Los datos de la tabla 3.4.4 fueron registrados durante una prueba de decremento de presión para un gasto constante, durante la prueba el pozo presentó flujo intermitente de líquido- gas.

$$\begin{aligned}
 q &= 250 \text{ [bpd]} & B &= 1.136 \text{ [bbl/STB]} \\
 \mu &= 0.8 \text{ [cp]} & r_w &= 0.198 \text{ [pie]} \\
 h &= 69 \text{ [pie]} & \phi &= 0.039 \\
 c_t &= 17 \times 10^{-6} \text{ [psi}^{-1}\text{]}
 \end{aligned}$$

Determine la permeabilidad y el factor de daño de la formación.

Solución:

- 1) Graficando  $P_{wf}$  vs  $t$  en escala semi-log.

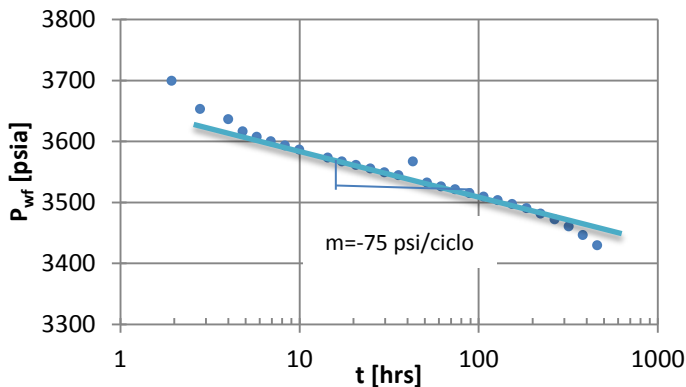


Figura 3.4.13. Gráfica  $P_{wf}$  vs  $t$  en escala semilog.

- 2) De la gráfica 3.4.13 se lee la pendiente para un ciclo completo:

$$m = \frac{1505 - 3580}{\text{ciclo}} = -75 \text{ [psi/ciclo]}$$

Utilizando la expresión 3.4.14 para determinar la permeabilidad:

$$k = 162.6 \frac{q\mu B}{|m|h}$$

Sustituyendom:

$$k = 162.6 \left( \frac{250 \cdot 0.8 \cdot 1.136}{(75)(69)} \right)$$

$$k = 7.13 \text{ [md]}$$

Tabla 3.4.4. Datos de una prueba de presión

t [hrs]	$p_{wf}$ [psia]	$\Delta p$ [psia]
0	4412	0
0.12	3812	600
1.94	3699	713
2.79	3653	759
4.01	3636	776
4.82	3616	796
5.78	3607	805
6.94	3600	812
8.32	3593	819
9.99	3586	826
14.4	3573	839
17.3	3567	845
20.7	3561	851
24.9	3555	857
29.8	3549	863
35.8	3544	868
43.0	3567	845
551.5	3532	880
61.8	3526	886
74.2	3521	891
89.1	3515	897
107	3509	903
128	3503	909
154	3497	915
185	3490	922
222	3481	931
266	3472	940
319	3460	952
383	3446	966
460	3429	983

- 3) Calculando el factor de daño a partir de la ecuación 3.4.21.

$$s = 1.151 \left[ \frac{(4,412 - 3652)}{70} - \log \left( \frac{7.13}{(0.039(0.8)(17 \times 10^{-6})(1.136))} \right) + 3.23 \right]$$

$$s = 6.33$$

El factor de daño es positivo por lo tanto existe daño a la formación.

### 3.4.7. Pruebas de interferencia entre pozos

Este tipo de pruebas se utiliza para determinar si dos o más pozos se encuentran comunicados en un yacimiento (si la presión disminuye en alguno de los pozos de observación indica comunicación del fluido entre los pozos). Cuando la comunicación existe es posible estimar a través de ellas: la permeabilidad vertical, el producto porosidad compresibilidad ( $\phi c_t$ ) en la vecindad del pozo y la transmisibilidad, entre otras características del yacimiento.

Inicialmente los pozos se encuentran cerrados por un periodo de tiempo suficiente para permitir el equilibrio de presiones en el área próxima a los pozos, posteriormente el pozo denominado pozo activo es puesto en producción o inyección, según sea el caso, mientras esto sucede se registran los cambios de presión en uno o demás pozos denominados pozos de observación que preferiblemente deben estar cerrados.

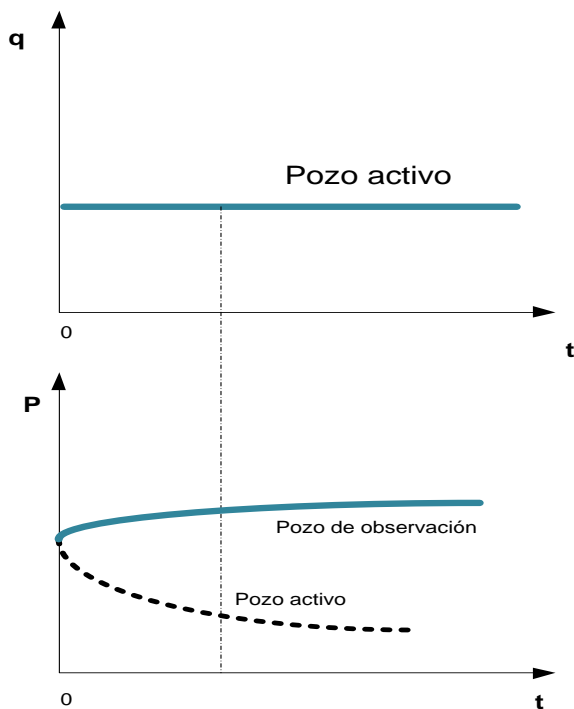


Figura 3.4.14. Respuesta de la presión durante una prueba de interferencia de presión a gasto constante.

La finalidad de una prueba de interferencia de presión es medir la presión a una distancia  $\Delta r$ , entre el pozo de observación y el pozo activo.

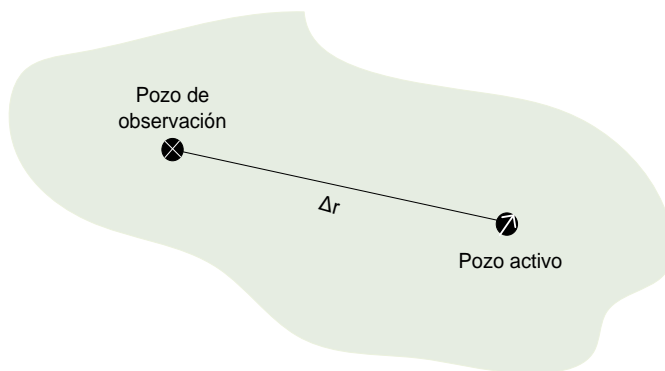


Figura 3.4.15. Yacimiento con dos pozos: un pozo observador y un pozo activo, separados por una distancia  $\Delta r$ .

El análisis de las pruebas de interferencia entre pozos mediante el método semilog ha sido considerado inapropiado por algunos especialistas del área debido a la invalidez de la aproximación logarítmica de la función integral exponencial para tiempos muy largos.<sup>2</sup>

Tiab y Kurmar (1987) propusieron una metodología basada en la solución fuente lineal de la ecuación de difusión para el análisis de las pruebas de interferencia entre pozos. Mediante este método logran obtener una relación lineal entre las variables resultantes de derivar y re arreglar la solución fuente línea, en el que emplean el máximo valor de la derivada de la presión con respecto al tiempo,  $p'$ , y el tiempo en ese punto, para estimar la transmisibilidad y la capacidad de almacenamiento.

La derivada de la presión con respecto al tiempo a una distancia radial,  $\Delta r$ , de un pozo activo puede

<sup>2</sup>Artículo: "A New Approach to Interference Test Analysis. SPE 13733.



obtenerse a partir de la solución fuente lineal, ya que la solución fuente lineal puede ser expresada como:

$$P_i - P_{obs} = -70.6 \frac{qB\mu}{kh} \left( - \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \right), \quad (3.4.23)$$

donde:

$$u = \frac{948\phi\mu c_t r_w^2}{kt}$$

$$du = \frac{-948\phi\mu c_t r_w^2}{kt^2} dt$$

Derivando con respecto al tiempo:

$$\begin{aligned} -p'_{(r,t)} &= -70.6 \frac{qB\mu}{kh} \frac{d}{dt} \left[ - \int_{-x}^\infty \frac{e^{-\frac{948\phi\mu c_t r_w^2}{kt}}}{\frac{948\phi\mu c_t r_w^2}{kt}} \left( \frac{-948\phi\mu c_t r_w^2}{kt^2} \right) \right] dt \\ p'_{(r,t)} &= 70.6 \frac{qB\mu}{kh} \left( \frac{e^{-\frac{948\phi\mu c_t r_w^2}{kt}}}{t} \right) \end{aligned} \quad (3.4.24)$$

Haciendo:

$$A = 70.6 \frac{qB\mu}{kh} \gamma \delta = \frac{948\phi\mu c_t r_w^2}{kt}$$

Se llega a:

$$p'(\Delta r, t) = A \frac{\exp\left(-\frac{\delta}{t}\right)}{t} \quad (3.4.25)$$

Multiplicando por  $t$  y aplicando logaritmo natural de ambos lados de la ecuación.

$$\ln(tp') = -\delta \left( \frac{1}{t} \right) + \ln A \quad (3.4.26)$$

$$y = m x + b$$

De esta forma se obtiene la gráfica de una línea recta con pendiente  $-\delta$  y ordenada al origen  $A$  al graficarse  $tp'$  contra  $\frac{1}{t}$  en escala semilog, (véase Figura 3.4.16)

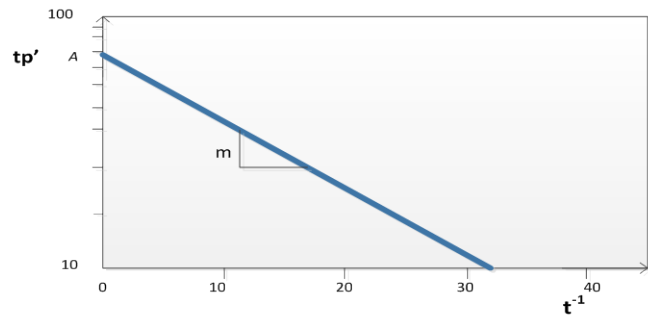


Figura 3.4.16. Gráfica para una prueba de interferencia de presión empleando el método de Tiab y Kurmar.

### Análisis de los parámetros del modelo lineal de una prueba de interferencia

En este caso se utilizará el modelo 3.4.30 como modelo para una prueba de interferencia, pues el análisis de sus parámetros resulta mucho más claro que el modelo semilog.

#### Pendiente

La pendiente es equivalente a:  $-\delta$ , donde  $\delta = \frac{948\phi\mu c_t r_w^2}{kt}$ , por medio de la cual cualquier cálculo a partir de ella resulta mucho más exacto que en los casos anteriores, pues considera los efectos de la compresibilidad total y la porosidad en la respuesta de la presión con respecto al tiempo.

#### Ordenada al origen

Su valor es igual a  $\ln(A)$ , el cual es directamente proporcional al gasto de flujo a la viscosidad y al factor de volumen del fluido e inversamente proporcional a la permeabilidad y al espesor de la formación.

Los parámetros  $A$  y  $b$  pueden relacionarse de la siguiente forma con la transmisibilidad y con el coeficiente de almacenamiento  $S$ :

$$T = \frac{kh}{\mu} = 70.6 \frac{qB}{A} \quad (3.4.27)$$

$$S = h\phi c_t = \frac{T\delta}{948(\Delta r)^2} \quad (3.4.28)$$

Ejemplo de aplicación; prueba de interferencia entre pozos:

La Tabla 3.4.5 contiene los datos de una prueba de interferencia de presión realizada en un yacimiento de gas con las siguientes características:

Datos del yacimiento:

$$\begin{aligned} \Delta r &= 495 \text{ [pie]} & q &= 1.25 \times 10^6 \text{ [pie}^3\text{/día]} \\ c_t &= 23.45 \times 10^{-5} \text{ [psi}^{-1}\text{]} & B_g &= 5.63 \times 10^{-3} \text{ [bbl/STB]} \\ h &= 12 \text{ [pie]} & \mu_g &= 0.0203 \text{ [cp]} \\ \varphi &= 17 \text{ [%]} \end{aligned}$$

Determine la transmisibilidad del yacimiento y el producto  $h\varphi c_t$ .

Solución:

- De acuerdo al modelo propuesto por Tiab y Kurmar para una prueba de interferencia es necesario calcular el término  $tp'$ , el cual puede ser aproximado mediante:  $\frac{\Delta p}{\Delta \ln t}$ , además de  $\left(\frac{1}{\bar{t}}\right)$  para determinar la gráfica de la prueba.

- Graficando  $\frac{\Delta p}{\Delta \ln t}$  vs  $\frac{1}{\bar{t}}$  en escala semi-log.

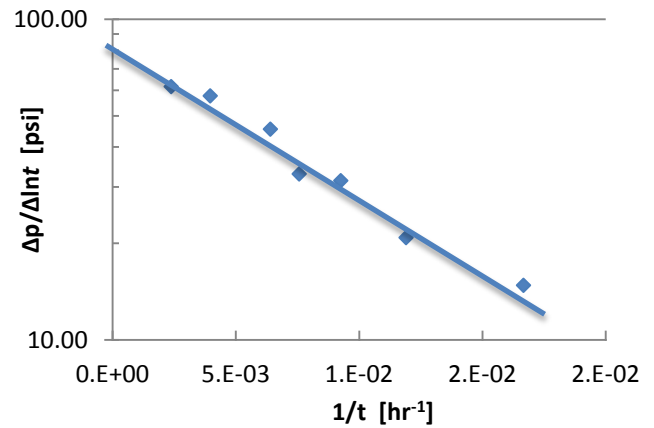


Figura 3.4.17. Gráfica de una prueba de interferencia por el método de Tiab y Kurmar.

- Mediante el método de mínimos cuadrados se obtiene la pendiente y la intercepción con el eje y de la recta de la Figura 3.4.17.

$$m = -\delta = -106.74$$

$$b = \ln(A) = e^{4.41} = 82.3$$

Tabla 3.4.5 Datos de una prueba de interferencia.

t [hr]	Pw [psi]	Δp [psi]	ln t	Δln t	Δp/Δln t	$\bar{t}$ [hr <sup>-1</sup> ]	1/ $\bar{t}$ [hr <sup>-1</sup> ]
0	2,715	0	-----	-----	-----	-----	-----
48	2,712	3	3.8712	-----	-----	-----	-----
72	2,706	6	4.2767	0.4055	14.80	60.0	0.017
96	2,700	6	4.5643	0.2877	20.86	84.0	0.012
120	2,693	7	4.7875	0.2231	31.37	108.0	0.0093
144	2,687	6	4.9698	0.1823	32.91	132.0	0.0076
168	2,680	7	5.1240	0.1542	45.41	156.0	0.0064
336	2,640	40	5.8171	0.6931	57.71	252.0	0.0040
504	2,615	25	6.2226	0.4055	61.66	420.0	0.0024

- 4) Obteniendo la transmisibilidad y el coeficiente de almacenamiento del yacimiento mediante los parámetros de la recta.

$$T = \frac{70.6(1.25 \times 10^6)(5.63 \times 10^{-3})}{82.3(5.61)}$$

$$T = 1076.18 \left[ \frac{md - pie}{cp} \right]$$

El producto  $h\phi c_t$  se obtiene de la pendiente como:

$$h\phi c_t = \frac{(1076.18)(106.74)}{948(495)^2}$$

$$S = 4.94 \times 10^{-4} [pie - psi^{-1}]$$

### Análisis de los parámetros de las ecuaciones que gobiernan las pruebas de presión

Como se ha visto una prueba de presión puede representarse por medio de una línea recta, la cual se logra mediante diferentes técnicas y haciendo uso de suposiciones acerca de las características y propiedades del yacimiento así como del flujo de fluidos a través de él; sin embargo, esto no significa una limitante para obtener una buena aproximación del comportamiento de las pruebas que se modelan mediante una línea recta. Con respecto a los parámetros de estas rectas se ha visto como son de utilidad para determinar las propiedades del yacimiento así como la permeabilidad y el daño de la formación, la presión media e inicial, el volumen de hidrocarburos, etc. Su comportamiento general puede resumirse como sigue:

#### *Pendiente*

La pendiente se relaciona generalmente con la respuesta de la presión a lo largo del yacimiento ante la variación de su volumen debido a la producción o inyección de fluidos con respecto al tiempo, por lo tanto, el comportamiento de este parámetro puede ser un indicativo de la existencia de condiciones favorables para el flujo de fluidos en un yacimiento.

#### *Ordenada al origen*

Este parámetro ha sido relacionado en muchas de estas pruebas con la presión inicial o con la presión a un tiempo de cierre dado, es decir se relaciona con una presión a una distancia  $r$  del pozo a un tiempo  $t$ , que esto sea cierto depende del tipo del yacimiento y de las condiciones en que ocurre la prueba de presión.

### 3.5. Curvas de Presión Capilar

La presión capilar es un parámetro fundamental en el estudio del medio poroso ante la presencia de dos o más fluidos inmiscibles; además, juega un papel muy importante en los procesos de recuperación de hidrocarburos. Para entender su comportamiento en tal medio puede ser relacionado al fenómeno capilar que ocurre en un tubo capilar.

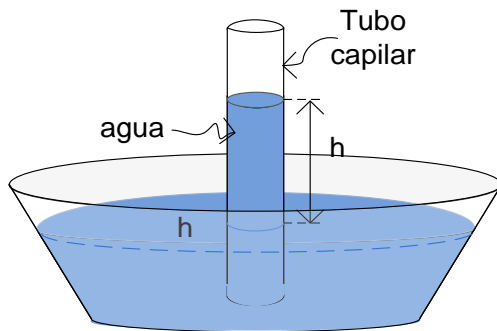


Figura 3.5.1. Tubo capilar dentro de un recipiente con agua.

Si un tubo capilar es colocado en un recipiente que contiene agua, la combinación de tensión superficial y mojabilidad del tubo de agua causará que el agua contenida en el tubo se eleve a un nivel mayor por encima del agua del recipiente. El agua se alzará en el tubo hasta que la presión capilar que actúa para jalar el líquido hacia arriba se equilibre con una fuerza igual y opuesta debida al peso de la columna del líquido.

En este sentido, la presión capilar puede ser calculada en términos de la columna del líquido, como:

$$P_c = gh(\rho_m - \rho_{nm}), \quad (3.5.1)$$

donde:

$P_c$  = presión capilar [N/m<sup>2</sup>]

$g$  = 9.807 [m/s<sup>2</sup>]

$h$  = altura del líquido en el tubo capilar [m]

$\rho_m$  = densidad de la fase mojanante [kg/m<sup>3</sup>]

$\rho_{nm}$  = densidad de la fase no mojanante [[kg/m<sup>3</sup>]

En unidades prácticas de campo la ecuación 3.5.1 se puede escribir como:

$$P_c = \frac{h}{144}(\rho_m - \rho_{nm}), \quad (3.5.2)$$

donde:

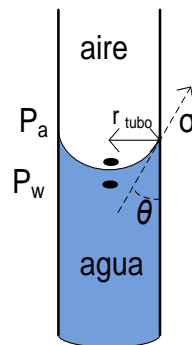
$P_c$  = presión capilar [psi]

$h$  = altura del líquido en el tubo capilar [ft]

$\rho_m$  = densidad de la fase mojanante [lb/ft<sup>3</sup>]

$\rho_{nm}$  = densidad de la fase no mojanante [lb/ft<sup>3</sup>]

La presión capilar es proporcional a la tensión superficial,  $\sigma$ , y al observar más de cerca lo que sucede en el interior del tubo capilar también es posible calcular la presión capilar en términos del ángulo de contacto,  $\theta$ , y del radio del tubo capilar.



$$P_c = \frac{2\sigma\cos\theta}{r_{tubo}}, \quad (3.5.3)$$

donde:

$P_c$  = presión capilar [dina/cm<sup>2</sup>]

$\sigma$  = tensión superficial [dina/cm]

$\theta$  = ángulo de contacto [°]

$r_{tubo}$  = radio del tubo capilar [cm]

Figura 3.5.2. Presión capilar en un tubo

Para convertir las unidades de la presión capilar de [dina/cm<sup>2</sup>] a [psi] se puede multiplicar por el factor  $1.45037 \times 10^{-5}$ .

La presión capilar también puede ser interpretada como la diferencia entre las presiones de las dos fases, si  $P_w$  y  $P_a$  son las presiones en el agua y en el aire en los lados opuestos e inmediatos a la curva de interface, se tiene que:

$$P_c = P_{aire} - P_{agua} \quad (3.5.4)$$

La geometría del espacio poroso es compleja, pero podría ser considerada como tubos capilares con muy pequeño diámetro. De hecho los modelos conceptuales de capilaridad en medios porosos a menudo hacen referencia a un modelo de tipo haz de tubos capilares, en los cuales la distribución de los tamaños de los poros es modelada mediante una distribución de los tubos capilares con diversos radios, cada tubo capilar es invadido por una fase de petróleo no mojanete con una presión capilar de entrada que es inversamente proporcional al radio de ese tubo capilar.

La presión capilar está relacionada con la mojabilidad y la saturación de las rocas, por ejemplo si se deja caer una roca saturada de aceite pero que es mojable por agua en un recipiente con este líquido, la roca absorberá una cantidad significativa de agua y expulsará aceite, este fenómeno se conoce como imbibición, que se refiere al incremento de la fase mojanete. Un fenómeno contrario es el proceso de drene, en el cual ocurre incremento de la saturación de la fase no mojanete que en muchos casos resulta ser el aceite.

En la Figura 3.5.3 se observan las gráficas para ambos procesos en una muestra de roca.

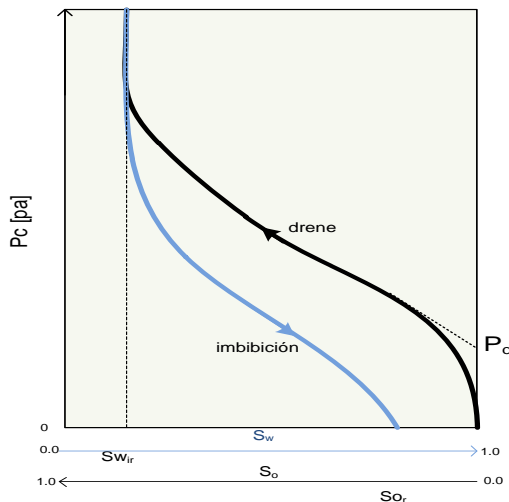


Figura 3.5.3. Procesos de drene e imbibición.

La curva de drene comienza en el punto  $P_d$ , con la muestra saturada al 100% con agua, la cual es desplazada por petróleo. La saturación de agua decrece hasta el punto en que no puede ser reducida más, sin importar cuánto aumente la presión capilar, que se conoce como saturación irreductible; por otro lado, si el petróleo se desplaza con agua el resultado es el proceso de imbibición, hasta que la saturación llega a su máximo valor  $S_w = 1 - S_{or}$ . La acumulación de hidrocarburos en un yacimiento es un proceso de drene mientras que la producción de hidrocarburos en un ejemplo de un proceso de imbibición.

La relación entre la saturación y la presión capilar es una relación inversa que se muestra comúnmente a través de las denominadas curvas de presión capilar. La Figura 3.5.4 es un caso hipotético de estas curvas.

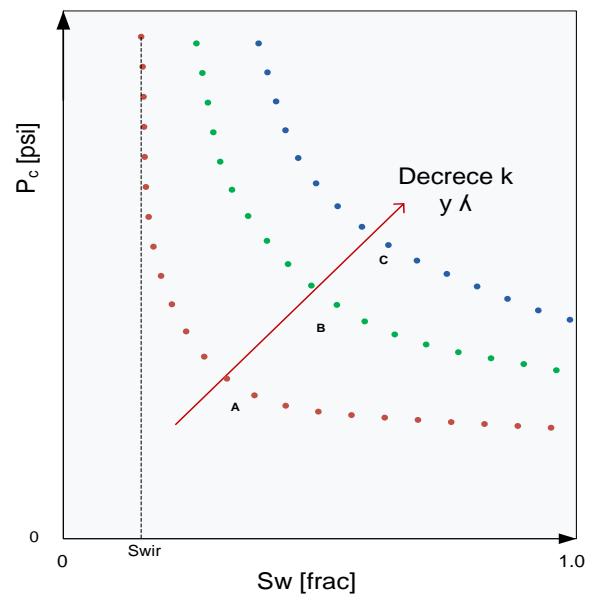


Figura 3.5.4. Curvas de presión capilar

Frecuentemente el modelo mediante el cual se expresan matemáticamente las curvas de presión es el propuesto por Brooks y Corey.

### 3.5.2. Modelo de presión capilar de Brooks y Corey

Brooks y Corey (1964) presentaron un modelo empírico entre la presión capilar y la saturación de la fase mojanete. Ellos encontraron que es posible representar las curvas de presión capilar en forma de líneas rectas al graficar la presión capilar en función de la saturación normalizada de la fase mojanete en escala log-log.

La saturación de la fase mojanete,  $S_m^*$ , se define como:

$$S_m^* = \frac{S_m - S_{mir}}{1 - S_{mir}}, \quad (3.5.5)$$

donde:

$S_m^*$  = saturación normalizada de la fase mojanete [frac]

$S_m$  = saturación de la fase mojanete [frac]

$S_{mir}$  = saturación irreductible de la fase mojanete [frac]

Por ejemplo cuando la fase mojanete es el agua:

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wir}}{1 - S_{wir}}. \quad (3.5.6)$$

Al realizar la transformación del eje de  $S_w$  a  $S_w^*$ , efectivamente se obtiene la grafica de un conjunto de líneas rectas en escala log-log. La expresión matemática para esta relación es conocida como el modelo de presión capilar de Brooks y Corey.

$$P_c = P_d (S_m^*)^{-\frac{1}{\lambda}}, \quad (3.5.7)$$

donde:

$P_c$  = presión capilar [ atm]

$P_d$  = presión de desplazamiento [ atm]

$\lambda$  = índice de distribución de tamaño de poro

Originalmente la relación 3.5.7 fue propuesta por Brooks y Corey de forma empírica, experimentando sobre numerosas muestras de roca; sin embargo, más

adelante Kewen Li (2004) demostró teóricamente mediante modelado fractal del medio poroso, las bases teóricas del modelo de Brooks y Corey, por lo que se entiende, el porqué del funcionamiento satisfactorio de dicho modelo.

La gráfica del modelo de Brooks y Corey en escala log-log corresponde a una línea recta de pendiente  $-\frac{1}{\lambda}$  y cuya ordenada al origen corresponde a la presión de desplazamiento,  $P_d$ .

El índice de distribución del tamaño de poro,  $\lambda$ , es un indicativo de qué tan dispersos o juntos se encuentran los poros en la estructura. Posee un significado dependiendo del valor que tome; los valores grandes indican que la distribución del tamaño de poro es amplia, es decir, que existen poros de diferentes tamaños. Por el contrario los valores pequeños indican que la distribución de poro es estrecha, es decir que la mayoría de los poros tienen el mismo tamaño. El típico rango de  $\lambda$  es 0.5 para una buena calidad de arenas, de 4 a 8 para mala calidad de arenas y carbonatos. Por tal motivo, las curvas tipo de presión capilar pueden ser usadas para evaluar la calidad de los yacimientos.

Por otro lado, la presión de desplazamiento,  $P_d$ , es la presión capilar mínima para iniciar el proceso de drene, y se empieza a drenar el liquido de los poros más grandes del medio poroso.

Para aplicar este modelo se debe asumir o conocer la saturación irreductible de la fase mojanete para poder calcular la saturación efectiva o normalizada de la fase mojanete, la saturación irreductible de la fase mojanete se elije de forma tal que los datos se ajusten lo más posible a una línea recta al graficarse en papel log-log.

La Figura 3.5.5 muestra las curvas de presión capilar calculadas usando diferentes valores de índice de distribución de tamaño de poro,  $\lambda$ . Por simplicidad, la saturación de la fase mojanete fue ajustada a 20%

mientras que la presión capilar de entrada fue ajustada a 0.4 [atm].

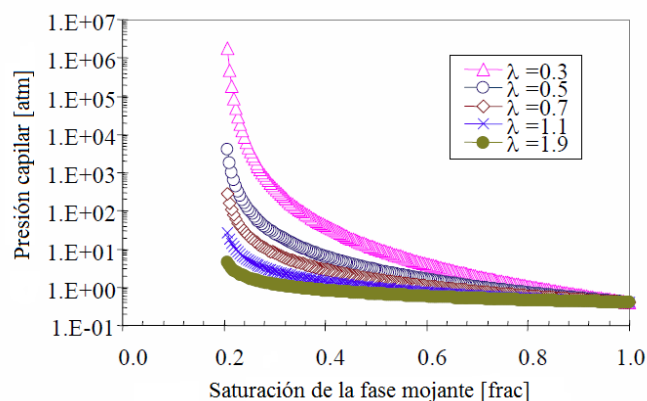


Figura 3.5.5. Curvas de presión capilar.

Al calcular la saturación normalizada de la fase mojante,  $S_m^*$ , usando la ecuación 3.5.5 y al graficarla con respecto a la presión capilar en escala doble logaritmo, resultan las gráficas de la Figura 3.5.6.

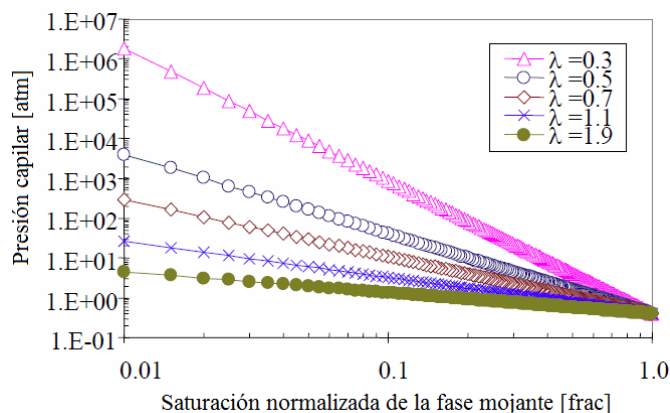


Figura 3.5.6. Gráfica de  $P_c$  vs  $S_w^*$  en escala log-log.

Los valores de  $\lambda$  oscilan en un rango de 0.3 a 1.9 y como se ve claramente la pendiente de las rectas se va incrementando conforme el índice de distribución de tamaño de poro disminuye. Algunos factores que ocasionan un incremento en  $\lambda$ , pueden ser decrementos en la permeabilidad y la porosidad.

En la Figura 3.5.7 se muestra las curvas de presión capilar medidas mediante técnicas de inyección de mercurio para diferentes muestras de roca (Berea,

Chalk y Yacimiento de arena) y como se puede observar, las curvas ya no son tan parecidas entre sí como en el caso de la Figura 3.5.5 debido a que corresponden a diferentes formaciones, diferentes tipos de roca y, por lo tanto, diferentes propiedades.

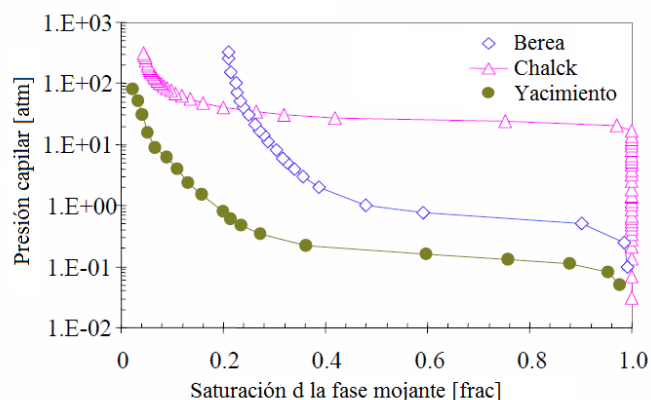


Figura 3.5.7. Curvas de presión capilar para diferentes rocas.

En la Figura 3.5.8 se presenta la gráfica de saturación normalizada de la fase mojante contra la presión capilar correspondiente a las tres formaciones. Se obtuvieron las líneas rectas empleando una escala doble logarítmica.

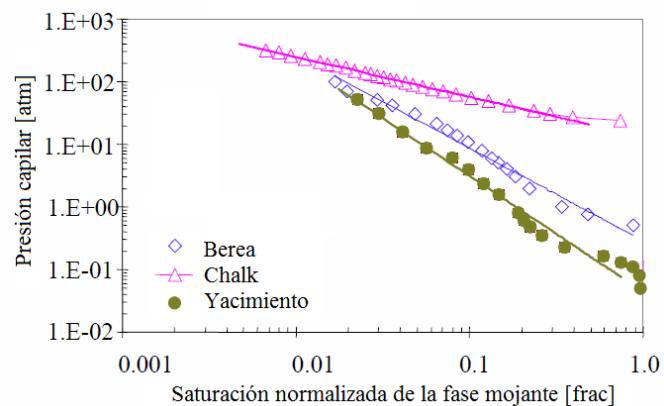


Figura 3.5.8. Gráfica de  $P_c$  vs  $S_w^*$  en escala log-log para diferentes rocas.

Los valores del índice de distribución del tamaño de poro fueron calculados usando la ecuación 3.5.6 y los resultados se muestran en la Tabla 3.5.1.

**Tabla 3.5.1. Valores del índice de distribución del tamaño de poro para diferentes rocas**

Roca	$\lambda$
Yacimiento	0.542
Berea	0.674
Chalk	1.572

Es importante recalcar la importancia de estimar la saturación residual de la fase mojante con cierta precisión, puesto que tanto la subestimación o sobrestimación de este parámetro puede producir una desviación en la tendencia recta de las líneas en la gráfica log-log de  $S_w^*$  vs  $P_c$ .

### **Análisis de los parámetros de las curvas de presión capilar obtenidas mediante el modelo de Brooks y Corey**

Como se pudo observar el modelo presentado por Brooks y Corey en 1964 ha proporcionado buenos resultados bajo diferentes esquemas de aplicación, además de proporcionar una representación que es mucho más fácil de interpretar.

#### *Pendiente*

La pendiente de las rectas generadas por este modelo depende principalmente del índice de distribución de tamaño de poro,  $\lambda$ . El valor de este parámetro decrece conforme decrece la permeabilidad y el tamaño de grano y usualmente se relaciona a una baja porosidad. Estos efectos desplazan las rectas hacia arriba.

#### *Ordenada al origen*

Este parámetro es equivalente a la presión capilar de entrada o la presión de desplazamiento, que es la presión capilar mínima requerida para forzar al fluido no mojante (aceite) y entre en los poros de la roca. La presión de desplazamiento es directamente proporcional a la tensión superficial e inversamente proporcional a la magnitud del radio de la garganta de poro más grande.



## 4. ANÁLISIS DE ECUACIONES DE PRODUCCIÓN

### Introducción

Dentro de las tareas principales de los Ingenieros de Producción se encuentra el análisis del comportamiento de la producción de los pozos petroleros, esto con el objetivo de determinar si un pozo está produciendo en forma correcta, de predecir su comportamiento futuro, de estimar el potencial del pozo, las reservas de hidrocarburos, etc. Mediante este análisis es posible que el Ingeniero de Producción pueda comprender las restricciones y posibilidades que ofrecen las condiciones de flujo hacia los pozos y de operación de los mismos, para manipular el comportamiento de la producción de forma óptima. En el presente capítulo se presenta el estudio del índice de Productividad, de las Curvas de Declinación y de los Efectos del Estrangulador sobre el comportamiento de los pozos, que pueden ser aproximados por modelos lineales, con el objetivo de conocer en qué forma las características del medio y de operación influyen en los parámetros de tales modelos.

### 4.1. Índice de Productividad

Al observar el comportamiento de afluencia de un pozo con respecto a la presión de fondo fluyendo ( $P_{wf}$ ) se pueden observar dos tipos de curvas.

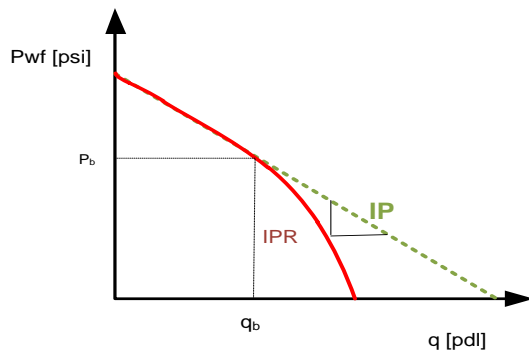


Figura 4.1.1 Gráfica de gasto de producción contra presión de fondo fluyendo.

La diferencia entre ellas se debe a la presión de saturación del yacimiento, la tendencia curva se presenta una vez que se ha alcanzado dicha presión, cabe recalcar que en esta zona la saturación de gas crece y con ello también crece la resistencia del aceite a fluir, reduciendo el gasto de producción del pozo.

Sin embargo cuando aún no se ha alcanzado la presión de saturación es posible estudiar el comportamiento del pozo por medio de una línea recta.

#### 4.1.1. IP

La tendencia recta se basa en la suposición de que el flujo de líquido en un pozo es directamente proporcional a la caída de presión en el fondo del mismo. El uso de este supuesto comportamiento puede ser descrito por medio de su Índice de Productividad,  $IP$ .

Una vez iniciada la producción de un pozo, ocurre un abatimiento de presión,  $\Delta P$ , expresado como:

$$\Delta P = P_s - P_{wf} \quad (4.1.1)$$

donde:

$P_s$ =presión estática [lb/pg<sup>2</sup>]

$P_{wf}$ =presión de fondo fluyendo [lb/pg<sup>2</sup>]

Tal abatimiento de presión se relaciona con el gasto de producción a partir del  $IP$ , como:

$$IP = J = \frac{q}{\Delta P} \quad (4.1.2)$$

Si, además se relaciona al espesor de la formación productora,  $h$ , se habla del índice de productividad específico,  $J_s$ , que es el número total de barriles de líquido, a condiciones de almacenamiento, producidos por día, cada  $lb/pg^2$  por cada pie de espesor de la formación,  $h$ .

$$J_s = \frac{q}{h\Delta P} \quad (4.1.3)$$

El  $IP$  fue desarrollado a partir de la ley de Darcy para flujo radial, estacionario, monofásico y fluido incompresible.

Para un pozo que se encuentra en el centro de un yacimiento como el que se representa en la Figura 4.1.2, cuya presión en su frontera externa se mantiene constante ( $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ ), el gasto de líquido en el área de flujo queda definido por la ecuación de Darcy como:

$$q = \frac{kA}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r}, \quad (4.1.4)$$

donde:

$q$  =gasto de flujo [ $cm^3/s$ ]

$k$  =permeabilidad [d]

$A$  =área de flujo [ $cm^2$ ]

$\mu$  =viscosidad [cp]

$P$  =presión a la distancia  $r$  [atm]

$r$  =distancia radial [cm]

Para una área de flujo a la distancia  $r$  dada por  $2\pi rh$ .

$$q = \frac{k2\pi rh}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (4.1.5)$$

Separando variables:

$$\frac{q\mu}{k2\pi h} \frac{\partial r}{r} = \partial P$$

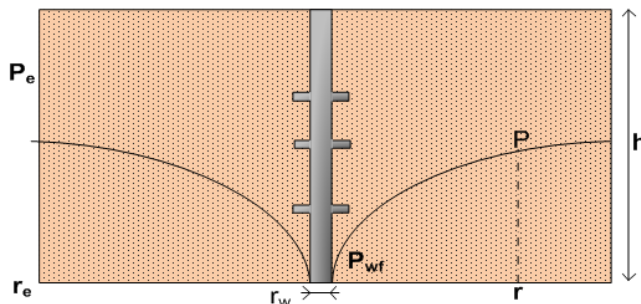


Figura 4.1.2. Yacimiento de cilindrico.

Integrando:

$$\frac{q\mu}{k2\pi h} \int_{r_w}^r \frac{\partial r}{r} = \int_{P_{wf}}^{P_e} \partial P$$

$$P_e - P_{wf} = \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) \quad (4.1.6)$$

Van Everdingen introdujo el concepto de daño a la formación como resultado de una caída de presión adicional, representada como:

$$\Delta ps = \frac{q\mu}{2\pi kh} s \quad (4.1.7)$$

Sustituyendo la ecuación

$$P - P_{wf} = \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[ \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) + s \right] \quad (4.1.8)$$

En unidades prácticas de campo:

$$P_e - P_{wf} = 141.2 \frac{qB\mu}{kh} \left[ \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) + s \right] \quad (4.1.9)$$

Combinando las ecuaciones 4.1.2 y la ecuación 4.1.9, se tiene:

$$J = \frac{q}{\Delta P} = \frac{kh}{141.2B\mu \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s \right]} \quad (4.1.10)$$

*Flujo pseudo estacionario*

El estudio de flujo estacionario implica considerar la presión en la frontera externa del yacimiento constante; naturalmente, esta condición de flujo puede aproximar el impacto de un acuífero activo o, artificialmente, el resultado de la inyección de agua bajo cierta configuración. Sin embargo, para yacimientos en cuyas fronteras no existe flujo ya sea como resultado natural de fallas y acuñamientos o bien artificialmente debido a la producción de pozos contiguos, su comportamiento puede ser a menudo referido como flujo pseudo estacionario. Donde la presión en las fronteras externas ya no es constante, pero declina con un ritmo constante respecto al tiempo.

$$\left(\frac{\partial P_e}{\partial t}\right) = cte$$

Bajo estas condiciones Dake (1986) propuso una ecuación en forma radial para estimar la presión media del yacimiento en un radio de drene,  $r_e$ .

$$\bar{P} - P_{wf} = 141.2 \frac{qB\mu}{kh} \left[ \ln\left(\frac{0.472r_e}{r_w}\right) + s \right], \quad (4.1.11)$$

donde:

$\bar{P}$  = presión media en el yacimiento [lb/pg<sup>2</sup>]

$r_e$  = radio de drene [pie]

*Ejemplo de aplicación:*

Para los siguientes datos de un yacimiento bajo saturado, determine:

- La gráfica de IPR para: 1, 6 y 24 meses considerando que no existe daño a la formación,  $s = 0$ .
- La gráfica de IPR considerando que la presión en la frontera externa se mantiene constante e igual a  $P_i$  cuando el daño a la formación es igual a: 0, 5, 10 y 50, además d. Utilice un radio de drene equivalente a 2980 [pie]

- La gráfica de IPR considerando que no existe daño a la formación ni flujo en la frontera externa del yacimiento, para un rango de presión media del yacimiento cada 500  $\frac{lb}{pg^2}$  de 5651 a 3500  $\frac{lb}{pg^2}$ .

Datos:

$k = 8.2 [md]$	$\mu = 1.7 [cp]$
$h = 53 [pie]$	$B = 1.1 [bbl/STB]$
$P_i = 5651 \left[\frac{lb}{pg^2}\right]$	$Rs = 150 [SCF/STB]$
$P_b = 1323 \left[\frac{lb}{pg^2}\right]$	$\phi = 0.19 [frac]$
$c_t = 1.29 \times 10^{-5} \left[\frac{lb}{pg^2}\right]^{-1}$	$Sw = 0.34 [frac]$
$r_w = 0.328 [pie]$	$P_{wf} = ?$

Solución:

- A partir de la ecuación 3.4.21, considerando  $s = 0$ .

$$P_{wf} = P_i - 162.5 \frac{qB\mu}{kh} \left[ \log(t) + \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 3.227 + 0.868s \right]$$

Despejando el gasto q:

$$q = \frac{kh(P_i - P_{wf})}{162.5B\mu \left[ \log(t) + \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 3.227 \right]} \quad 4.1.12$$

Sustituyendo las propiedades y características del yacimiento:

$$q = \frac{1.43(5651 - P_{wf})}{\log(t) + 4.03},$$

donde:

t = tiempo [hr]

Las ecuaciones del IPR para 1,6 y 24 meses son:

$$t = 1 \text{ mes} = 720 \text{ [hr]}$$

$$q_1 = 1173.30 - 0.207 P_{wf}$$

$$q_6 = 1054.19 - 0.186 P_{wf}$$

$$q_{24} = 977.43 - 0.173 P_{wf}$$

De este modo se obtiene la gráfica para cada recta:

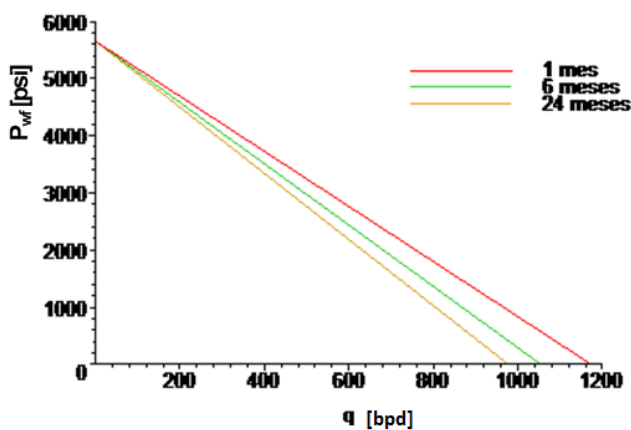


Figura 4.1.3. Gráfica de IP para diferentes tiempos.

En la gráfica de  $q$  vs  $P_{wf}$  se observa la dependencia con respecto al tiempo de la relación de  $q$  y  $P_{wf}$ .

b) La ecuación 4.1.8 puede ser expresada como:

$$P_i - P_{wf} = 141.2 \frac{qB\mu}{kh} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + s \right)$$

Sustituyendo los datos del yacimiento:

$$5651 - P_{wf} = 141.2 \frac{q(1.1)(1.7)}{8.2(53)} \left( \ln \frac{2980}{0.328} + s \right)$$

$$P_{wf} = 5651 - 0.6075q \left[ \ln \left( \frac{2980}{0.328} \right) + s \right]$$

Por ejemplo para  $s=10$ :

$$P_{wf} = 5651 - 11.6q$$

En la Figura 4.1.4 se muestra la gráfica de las ecuaciones restantes:

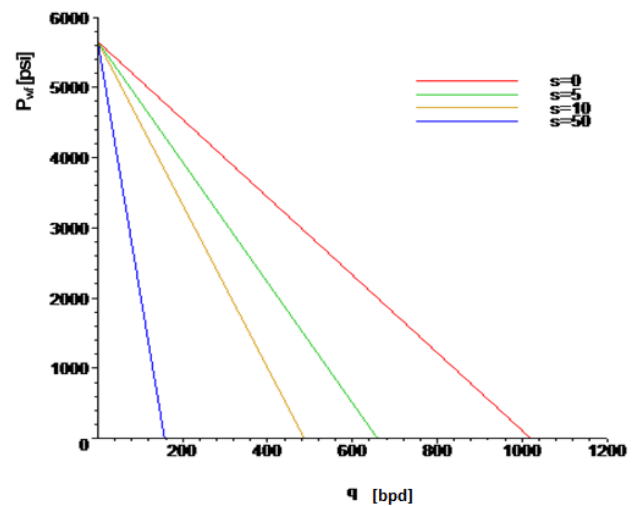


Figura 4.1.4. Gráfica de IP que muestra el efecto del daño a la formación.

De forma similar al caso anterior se observa un incremento en la pendiente de la gráfica de  $q$  vs  $P_{wf}$  conforme aumenta el daño a la formación.

c) Este procedimiento es uno de los más empleados para determinar el comportamiento del pozo.

Empleando la ecuación 4.1.11

$$\bar{P} - P_{wf} = 141.2 \frac{qB\mu}{kh} \left( \ln \frac{0.472r_e}{r_w} + s \right)$$

Sustituyendo las propiedades del fluido y del yacimiento:

$$\bar{P} - P_{wf} = 141.2 \frac{q(1.1)(1.7)}{(8.2)(53)} \left( \ln \frac{0.472(2980)}{0.328} + 0 \right)$$

$$P_{wf} = \bar{P} - 5.1q$$

La ecuación anterior corresponde a una familia de rectas paralelas con pendiente  $m = -5.1$ , graficando para un intervalo de presión media de 5651 a 3500 [psi]:

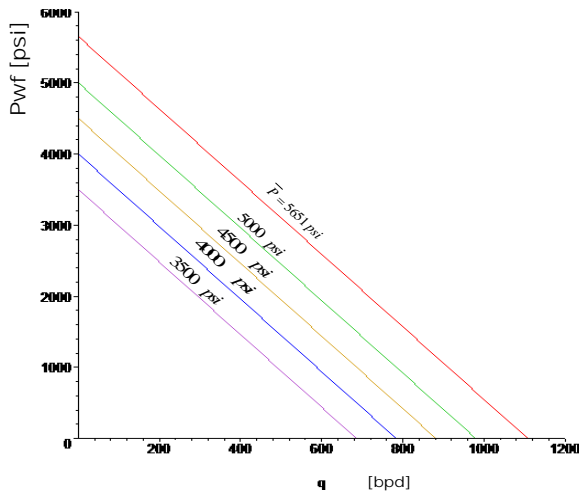


Figura 4.1.5 Gráfica de IP para estado pseudo-estacionario.

### Análisis de los parámetros que afectan el comportamiento del IP

Sí el valor del índice de productividad se mantiene constante independientemente de la producción del pozo, se puede describir a la ecuación 4.1.2 de la siguiente forma.

$$q = J\Delta p \quad (4.1.13)$$

Que corresponde a una línea recta que pasa por el origen, con pendiente J.

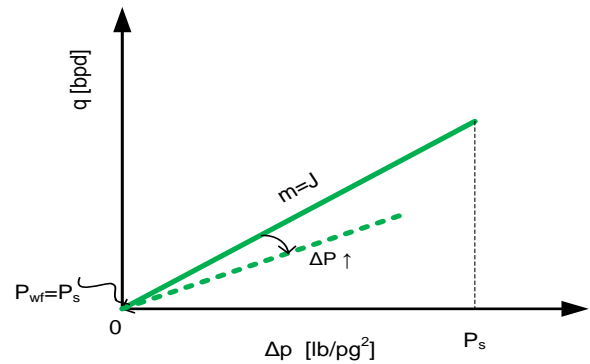


Figura 4.1.6 Gráfica de gasto de producción vs Δp.

De este modo se observa claramente que el flujo de líquido hacia un pozo depende de las características tanto del fluido como del yacimiento, así como de la presión de flujo en la cara de la formación productora. Entre mayor sea el Índice de Productividad mayor será la pendiente de la recta en la gráfica de  $\Delta P$  vs  $q$ .

Un objetivo de los Ingenieros de Producción es el de maximizar el Índice de Productividad de forma rentable, esto puede ocurrir por medio de un incremento en el gasto de flujo para una fuerza de empuje dada o bien minimizando la caída de presión para un gasto dado. En la práctica puede llevarse a cabo este objetivo por medio de un decremento en el factor de daño a la formación, a través de estimulación matricial o por fracturamiento hidráulico.

Sustituyendo la ecuación 4.1.1 en 4.1.2:

$$P_{wf} = P_s - \frac{q}{J} \quad (4.1.14)$$

Esta expresión corresponde a una línea recta con pendiente  $-\frac{1}{J}$ , cuya ordenada al origen corresponde al valor de  $P_s$ .

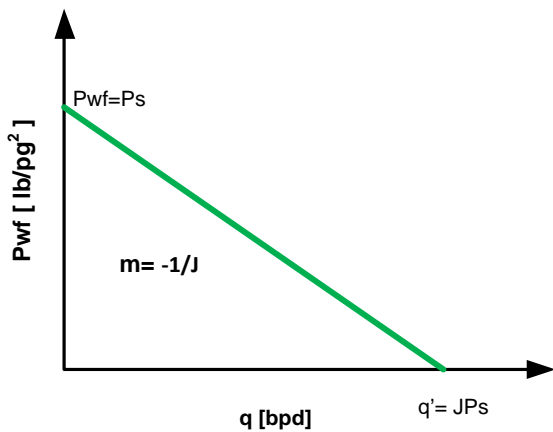


Figura 4.1. Representación gráfica del IP.

La línea central muestra el índice de productividad  $IP_1$ , ideal para una formación dada; sin embargo, si los datos de producción reflejan un índice de productividad diferente, como por ejemplo el índice de productividad  $IP_2$ , se puede atribuir este comportamiento a efectos de obstrucción en la tubería, diámetro incorrecto de la TP o de estrangulador, problemas en el sistema de bombeo, daño a la formación, etc. Por otra parte la recta del  $IP_3$ , puede ocurrir ante una estimulación de la formación como el fracturamiento o la acidificación de la formación.

La gráfica de la Figura 4.1.7 tiene la bondad de mostrar el potencial del pozo o de la formación para ser concretos, representada por  $q'$ , que es el gasto máximo ideal, al cual la formación puede entregar líquido hacia el pozo, cuando la presión de fondo fluído,  $P_{wf}$ , es cero.

Como se observó en el ejemplo 4.1.1, un pozo puede ser operado bajo distintas condiciones, de acuerdo a las cuales se puede alterar su rendimiento. En la Figura 4.1.8 se muestran tres posibles panoramas.

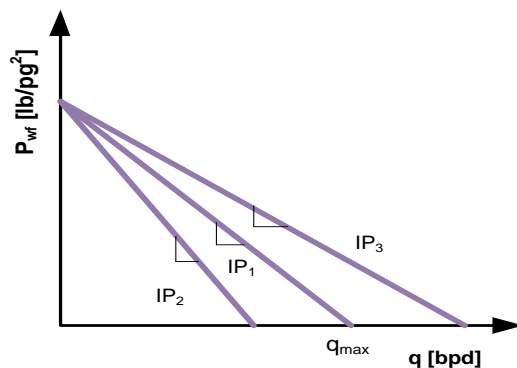


Figura 4.1.8 Gráfica de  $P_{wf}$  vs  $q$  para diferentes IP.

## 4.2. Declinación de la Producción

El análisis de la declinación de la producción es considerado como la piedra angular en el estudio del comportamiento de la producción de hidrocarburos. Tal análisis se ha llevado a cabo por medio de métodos empíricos, analíticos o, bien, por una combinación de ambos. Entre los métodos más conocidos está el análisis de curvas de declinación propuesto por Arps (1945) y el empleo de curvas tipo desarrollado por Fetkovich (1980). Ambos métodos utilizan modelos lineales para representar gráficamente y de forma sencilla el comportamiento de la producción.

### 4.2.1. Análisis de curvas de declinación

En pocas palabras, el análisis de la producción empleando curvas de declinación se basa en observaciones históricas del rendimiento de un pozo para ajustar los datos de su historia de producción a una curva; que servirá para predecir su comportamiento futuro, por lo que también es una herramienta para identificar problemas de producción de pozos y estimar reservas recuperables de hidrocarburos. Es un procedimiento empírico ya que aunque está basado en modelos gráficos y matemáticos no se basa en las leyes físicas que gobiernan el flujo de fluidos y se aplica según se considere apropiado para cada caso en particular; sin embargo, ya que dichas curvas están basadas en datos de producción reales, cuando las curvas de declinación se mantienen actualizadas pueden proporcionar información rápida y confiable, además de ser un respaldo de otros indicadores de reservas, tales como cálculos de balance de materia y factores de recuperación.

En un sentido estricto, existen ciertas restricciones para la aplicación de las curvas de declinación ya que sólo pueden utilizarse para condiciones de flujo estabilizado, esto significa que para una etapa de producción temprana, la teoría no podría ser aplicable ya que el flujo que generalmente se presenta en esta etapa suele ser transitorio y típicamente durante el flujo transitorio la tasa de declinación es alta e inestable, por lo que las curvas de declinación deben aplicarse sólo cuando el flujo del yacimiento hacia el pozo ha rebasado el periodo de flujo transitorio.

El enfoque práctico del análisis de curvas de declinación, se basa en elegir las variables que representadas en distintas gráficas sirvan de ayuda para observar el comportamiento de un pozo.

Algunas gráficas utilizadas comúnmente son:

- a) Gasto de producción de aceite contra tiempo. ( $q_o$  vs  $t$ )
- b) Gasto de producción de aceite contra producción acumulada. ( $q_o$  vs  $N_p$ )
- c) Porcentaje de agua producida contra producción acumulada. (WOR vs  $N_p$ )
- d) Presión contra producción acumulada (  $P$  vs  $N_p$ )

La intención es utilizar la combinación que se traducirá en la gráfica de una línea recta, la cual será fácil de extrapolar para fines de pronóstico.

Cabe mencionar que el análisis de curvas de declinación supone implícitamente que los factores causantes de la declinación siguen siendo los mismos durante el periodo de pronóstico. Estos factores incluyen las condiciones del yacimiento, y las

condiciones de operación del pozo. Con respecto al yacimiento, algunos factores pueden ser: el agotamiento de la presión, el número de pozos productores de aceite, los cambios de saturación y de la permeabilidad relativa. Mientras que la presión del separador, el diámetro de la tubería de producción y las modificaciones en el sistema de producción corresponden a las condiciones de operación que se supone se mantienen constantes. Si estas condiciones se alteran, por ejemplo, debido a una reparación del pozo, la tasa de declinación de la producción ya no será aplicable al periodo posterior a la reparación.

### Declinación de la producción

De forma general, al graficar la producción contra el tiempo, después de cierto periodo en el cual se produjo con flujo estabilizado, llega un momento en que el pozo es incapaz de sostener dicha producción que comienza a decaer mes tras mes de forma regular.

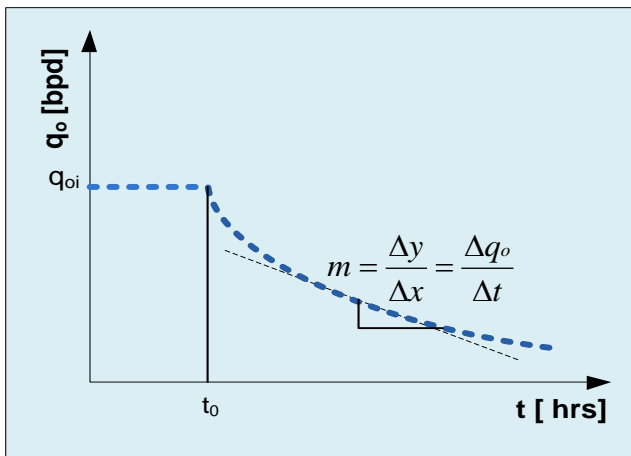


Figura 4.2.1 Gráfica de tiempo contra gasto de producción

La teoría del análisis de curvas de declinación se establece a partir de la definición del ritmo de declinación de la producción,  $D$ :

$$D = -\frac{\Delta q_o / q_o}{\Delta t} = -\frac{\Delta q_o / \Delta t}{q_o}, \quad (4.2.1)$$

donde:

- $D$  = ritmo de declinación de la producción  $\left[ \frac{\%}{\text{año}} \right]$
- $\Delta q_o$  = variación del gasto de producción [bpd]
- $\Delta t$  = variación de tiempo [año]
- $q_o$  = gasto de producción [bpd]

Arps (1945) presentó varias expresiones matemáticas que se han utilizado para el análisis del comportamiento de los pozos. Para un pozo que produce a una presión de fondo constante sugirió la siguiente expresión, en la que introdujo el concepto de exponente de declinación,  $b$ .

$$\frac{1}{q_o} \frac{dq_o}{dt} = -D q_o^b, \quad (4.2.2)$$

con:  $0 \leq b \leq 1$ .

El análisis de curvas de declinación considera tres modelos empíricos, resultantes de la expresión 4.2.2, denominados:

1. Declinación Exponencial.
2. Declinación Armónica.
3. Declinación Hiperbólica.

Cuando  $b = 0$  se trata de una declinación exponencial, si  $b = 1$  se tiene una declinación armónica, mientras que la declinación hiperbólica queda definida para  $0 < b < 1$ .

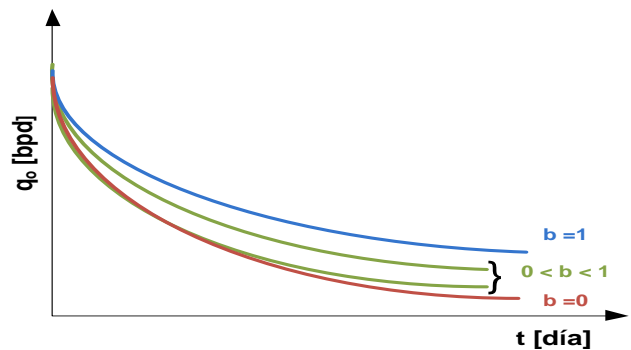


Figura 4.2.2 Tendencia para cada tipo de declinación



### 4.2.2. Declinación exponencial

Considerando un pozo de aceite cuyo gasto de producción comienza a declinar cuando la presión mínima permisible es alcanzada.

El gasto de producción en función del abatimiento depresión, para flujo pseudo estacionario puede expresarse como:

$$q_o = \frac{kh(\bar{P}_t - P_{wf}^c)}{141.2B_o\mu \left[ \ln\left(\frac{0.472 r_e}{r_w}\right) + s \right]}, \quad (4.2.3)$$

donde:

$q_o$  =gasto de producción [bpd]

$\bar{P}_t$ =presión media en el yacimiento al tiempo t [psi]

$P_{wf}^c$  =presión de fondo fluyendo crítica [psi]

$r_e$ = radio de drene [pie]

$r_w$ = radio del pozo [pie]

$k$ = permeabilidad [md]

$h$ = espesor [pie]

$B_o$  = factor de volumen del aceite [bbl/STB]

$\mu$ = viscosidad [cp]

La producción de aceite acumulada,  $N_p$ , puede ser expresada a partir de la expresión 4.2.3 como:

$$N_p = \int_0^t \frac{kh(\bar{P}_t - P_{wf}^c)}{141.2B_o\mu \left[ \ln\left(\frac{0.472 r_e}{r_w}\right) + s \right]} dt. \quad (4.2.4)$$

o también puede ser evaluada de acuerdo a la compresibilidad del yacimiento por:

$$N_p = \frac{C_t N_i}{B_o} (\bar{P}_o - \bar{P}_t), \quad (4.2.5)$$

donde:

$N_p$  =producción de aceite acumulada [STB]

$C_t$  = compresibilidad total en el yacimiento [psi<sup>-1</sup>]

$N_i$  = Aceite inicial en el área de drene [bbl]

$\bar{P}_o$  = presión media en el yacimiento al tiempo cero [psi]

$\bar{P}_t$  = presión media en el yacimiento al tiempo t [psi]

$B_o$  = factor de volumen del aceite [bbl/STB]

Igualando 4.2.4 y 4.2.5

$$\int_0^t \frac{kh(\bar{P}_t - P_{wf}^c)}{141.2B_o\mu \left[ \ln\left(\frac{0.472 r_e}{r_w}\right) + s \right]} dt = \frac{C_t N_i}{B_o} (\bar{P}_o - \bar{P}_t)$$

Derivando con respecto al tiempo en ambos lados de la igualdad.

$$\frac{kh(\bar{P}_t - P_{wf}^c)}{141.2\mu \left[ \ln\left(\frac{0.472 r_e}{r_w}\right) + s \right]} = -C_t N_i \frac{d\bar{P}_t}{dt}. \quad (4.2.6)$$

Derivando la ecuación 4.2.3 respecto al tiempo:

$$\frac{dq_o}{dt} = \frac{kh}{141.2\mu \left[ \ln\left(\frac{0.472 r_e}{r_w}\right) + s \right]} \frac{d\bar{P}_t}{dt} \quad (4.2.7)$$

Ya que el lado izquierdo de la ecuación 4.2.6 es igual a  $q_o$ .

$$q_o = -C_t N_i \frac{d\bar{P}_t}{dt}. \quad (4.2.8)$$

Despejando  $\frac{d\bar{P}_t}{dt}$  de la ecuación 4.2.7 y sustituyendo en la ecuación 4.2.8.

$$q_o = \frac{-141.2\mu C_t N_i \left[ \ln\left(\frac{0.472 r_e}{r_w}\right) + s \right] dq_o}{kh}. \quad (4.2.9)$$

Haciendo:

$$D = \frac{kh}{141.2C_t N_i \mu \left[ \ln\left(\frac{0.472 r_e}{r_w}\right) + s \right]}. \quad (4.2.10)$$

Finalmente:

$$\frac{1}{q_o} \frac{dq_o}{dt} = -D. \quad (4.2.11)$$

La ecuación 4.2.11 corresponde al caso particular de la ecuación propuesta por Arps para  $b = 0$  ( $\frac{1}{q} \frac{dq}{dt} = -Dq^{b=0}$ ), que indica un ritmo de declinación constante, cuyo comportamiento puede verse al integrar la ecuación 4.2.11.

Integrando la ecuación 4.2.11:

$$\int \frac{dq_o}{q_o} = - \int D dt$$

$$\ln q_o = -Dt + c \quad (4.2.12)$$

Si el periodo de declinación comienza en  $t_0$  y si la producción estabilizada anterior a ese tiempo es  $q_{oi}$ , la constante de integración puede determinarse como:

$$c = \ln q_{oi} + Dt_0 \quad (4.2.13)$$

Sustituyendo  $c$  en la ecuación 4.2.13

$$\ln q_o = -Dt + \ln q_{oi} + Dt_0$$

$$\ln q_o = \ln q_{oi} - D(t - t_0) \quad (4.2.14)$$

$$q_o = q_{oi} e^{-D(t-t_0)} \quad (4.2.15)$$

Finalmente la expresión 4.2.15 muestra que la gráfica de producción contra tiempo en escala semilog es una línea recta cuya pendiente equivale a menos la relación de declinación continua,  $-D$ .

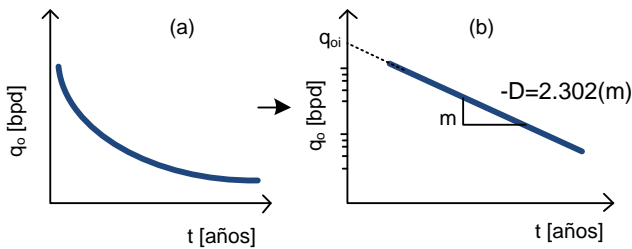


Figura 4.2.3. Declinación exponencial.

Normalmente cuando un pozo se encuentra produciendo a contrapresión constante la declinación exponencial se considera equivalente al flujo dominante en la frontera.

*Determinación del ritmo de declinación instantáneo, D*

El ritmo de declinación instantáneo,  $D$ , que corresponde a la pendiente de la gráfica 4.2.3b depende de la historia de producción del pozo y puede determinarse a partir de la línea recta

graficada para  $\log(q_o)$  vs  $t$ . Tomando dos puntos cualesquiera  $(t_1, q_{o1})$  y  $(t_2, q_{o2})$  los cuales cumplen con la ecuación 4.2.14, de tal modo que:

$$\frac{\ln q_{o2}}{\ln 10} = \frac{\ln q_{o1}}{\ln 10} - D \frac{(t_2 - t_1)}{\ln 10}$$

Despejando  $D$ :

$$D = -2.302 \frac{\log(q_{o2}/q_{o1})}{t_2 - t_1} \quad (4.2.16)$$

De este modo se demuestra que:

$$-D = 2.302(m)$$

Aunque  $D$  puede obtenerse también en función de la producción acumulada,  $N_p$ , como:

$$D = \frac{q_{o1} - q_{o2}}{N_{p2} - N_{p1}} \quad (4.2.17)$$

De hecho la declinación exponencial resulta también en una línea recta cuando se grafica el gasto de producción con respecto a la producción acumulada.

Ya que:

$$N_p = \int_0^t q_o dt = \int_0^t q_{oi} e^{-Dt} dt$$

$$N_p = \frac{q_{oi}}{D} (1 - e^{-Dt}) \quad (4.2.18)$$

Despejando  $e^{-D(t)}$  de la ecuación 4.2.15 y sustituyendo en la ecuación 4.2.18:

$$N_p = \frac{1}{D} (q_{oi} - q_o) \quad (4.2.19)$$

Despejando  $q_o$ :

$$q_o(t) = -DN_p + q_{oi} \quad (4.2.20)$$

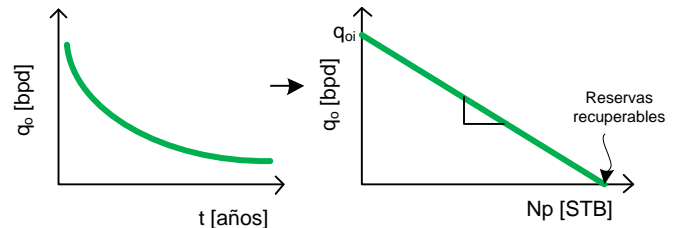


Figura 4.2.4. Declinación exponencial.

Dependiendo de las unidades que se utilicen para el tiempo, por ejemplo meses<sup>-1</sup>, años<sup>-1</sup> o días<sup>-1</sup>, se puede considerar:

$$D [\text{año}^{-1}] = 12D_m [\text{mes}^{-1}] = 365D_d [\text{día}^{-1}]$$

Ritmo de declinación efectivo,  $d$

En la práctica es muy común emplear el ritmo de declinación efectivo o nominal,  $d$ , que se define a partir del uso de la serie de Taylor para aproximar el término  $e^{-D}$  como:  $1 - D$ , para valores pequeños de  $D$ , y de esta forma expresar la declinación exponencial como:

$$d = \frac{q_{o1} - q_{o2}}{q_{o1}}, \quad (4.2.21)$$

donde:

$d$  = ritmo de declinación efectivo o nominal

Usualmente la diferencia entre  $d$  y  $D$  es muy pequeña por lo que los errores de cálculo no son muy grandes.

Considerando las siguientes unidades de tiempo:

$$(1 - d)[\text{año}^{-1}] = (1 - d_m)^{12}[\text{mes}^{-1}] \\ = (1 - d_d)^{365}[\text{día}^{-1}]$$

Al calcular el pronóstico del gasto de producción la utilización del ritmo de declinación instantáneo o efectivo proporcionan la misma respuesta.

*Ejemplo:*

Para un pozo que ha declinado de 100 [bpd] a 96 [bpd] durante el periodo de un mes, determine mediante el modelo de declinación exponencial:

1. El gasto de producción después de 11 meses.
2. La cantidad de aceite producido durante un año.
3. La producción anual para los siguientes 5 años.

Solución:

1.  $q$ , después de 11 meses.

$$t_0 = 0 \quad q_{oi} = 100 [\text{bpd}] \\ t_1 = 1 \text{ mes} \quad q_{o1} = 96 [\text{bpd}]$$

$D_m$ , durante el primer mes es igual a:

$$D_m = \frac{1}{(1 - 0)} \ln\left(\frac{100}{96}\right) = 0.04082 [\text{mes}^{-1}]$$

Para  $d_m$ :

$$d_m = \frac{100 - 96}{100} = 0.04 [\text{mes}^{-1}]$$

A partir de la ecuación 4.2.15:

$$q_o = q_{oi} e^{-D(t-t_0)} = 100 e^{-0.04082(12)} \\ = 61.27 [\text{bpd}]$$

2. La cantidad de aceite producida en el primer año,  $N_{p,1}$ .

$$D_d = \frac{12D_m}{365} = \frac{12(0.04082)}{365} = 1.342 \times 10^{-3} [\text{día}^{-1}]$$

$$N_{p,0} = 0 \quad q_{oi} = 100 [\text{bpd}] \\ N_{p,1} = ? \quad q_{o1} = 61.27 [\text{bpd}]$$

$$N_{p,1} = \frac{q_{oi} - q_{o1}}{D_d} = 28,859 [\text{bbl}]$$

3. Producción anual para los siguientes 5 años

$$N_{p,2} = \frac{61.27}{1.342 \times 10^{-3}} (1 - e^{-1.342 \times 10^{-3}(365)}) = 17,681 [\text{STB}]$$

$$q_{o2} = q_{oi} e^{-Dt} = 100 e^{-0.04082(12)(2)} = 37.54 [\text{bpd}]$$

$$N_{p,3} = \frac{37.54}{1.342 \times 10^{-3}} (1 - e^{-1.342 \times 10^{-3} (365)}) = 10,834 \text{ [STB]}$$

$$q_{o3} = q_{oi} e^{-Dt} = 100 e^{-0.04082(12)(2)} = 23.0 \text{ [bpd]}$$

$$N_{p,4} = \frac{23.0}{1.342 \times 10^{-3}} (1 - e^{-1.342 \times 10^{-3} (365)}) = 6,639 \text{ [STB]}$$

$$q_{o4} = q_{oi} e^{-Dt} = 100 e^{-0.04082(12)(2)} = 14.08 \text{ [bpd]}$$

$$N_{p,5} = \frac{14.08}{1.342 \times 10^{-3}} (1 - e^{-1.342 \times 10^{-3} (365)}) = 4,061 \text{ [STB]}$$

$$q_{o5} = q_{oi} e^{-Dt} = 100 e^{-0.04082(12)(2)} = 8.64 \text{ [bpd]}$$

Tabla 4.2.1 Producción anual después de 5 años.

Año	$q_o$ al final de cada año [bpd]	$N_p$ [STB]
0	100.0	-----
1	61.27	28,858
2	37.54	46,539
3	23.0	57,373
4	14.08	64,012
5	8.64	68,073

Como anteriormente se demostró, al graficar el gasto de aceite producido contra la producción acumulada de aceite, es posible obtener la gráfica de una línea recta como en la Figura 4.2.5.

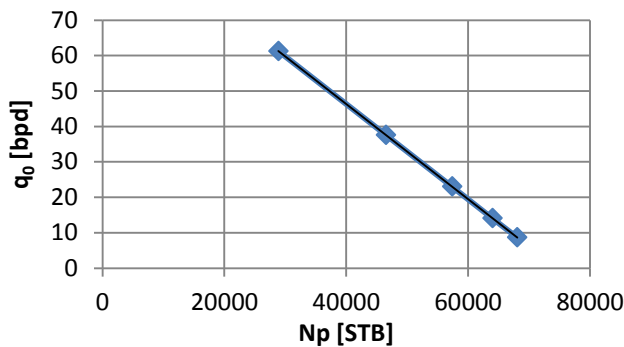


Figura 4.2.5. Gráfica de  $q_o$  v  $N_p$  para los datos de la Tabla 4.2.1.

Empleando el método de mínimos cuadrados es posible obtener la ecuación de la recta:

$$q_o = -0.0013422 N_p + 100 \quad (4.2.22)$$

De acuerdo al modelo 4.2.20:

$$q_o(t) = -D N_p + q_{oi}$$

Se puede identificar la pendiente como el ritmo de declinación instantáneo:

$$D = 0.0013422 \text{ [años}^{-1}\text{]}$$

Y a la ordenada al origen como el gasto de aceite inicial:

$$q_{oi} = 100 \text{ [bpd]}$$

Otra particularidad de esta gráfica es la de conocer el volumen de aceite recuperable al determinar la intersección de la recta con el eje de las abscisas ( $N_p$ ).

Sustituyendo  $q_o = 0$ ,  $q_{oi} = 100$  y  $D = 0.0013422$  en la ecuación 4.2.19

$$N_p = \frac{1}{0.0013422} (100 - 0) = 75,504 \text{ [STB]}$$

### 4.2.3. Declinación hiperbólica

Los inconvenientes que genera suponer el ritmo de declinación constante se pueden evitar al considerar el ritmo de declinación proporcional a la producción.

Como se ha ido mencionando la teoría de las curvas de declinación se basa en la definición del ritmo de declinación  $D$ ,

$$D = - \frac{\Delta q_o / q_o}{\Delta t}$$

Para la declinación hiperbólica, D no es constante y varía con el ritmo de la producción de acuerdo a:

$$D = -\frac{1}{q_o} \frac{dq_o}{dt} = kq_o^{-b},$$

para:

$$0 < b < 1$$

$$k = \frac{D_i}{q_{oi}^{-b}},$$

donde:

$b$  =exponente de declinación

$D_i$  = ritmo de declinación inicial [años<sup>-1</sup>]

$q_{oi}$  =gasto de producción de aceite inicial [bpd]

Integrando  $-\frac{1}{q_o} \frac{dq_o}{dt} = kq_o^{-b}$  de ambos lados:

$$\int_{q_{oi}}^{q_o} q_o^{-1-b} dq_o = -\int_0^t k dt$$

$$\frac{q_o^{-b} - q_{oi}^{-b}}{-b} = -kt$$

$$\frac{1}{q_o^b} = bkt + \frac{1}{q_{oi}^b} \quad (4.2.24)$$

Multiplicando por  $q_o^b$ :

$$\frac{q_{oi}^b}{q_o^b} = btkq_{oi}^b + 1$$

Despejando  $q_o$ :

$$q_o = \frac{q_{oi}}{(btkq_{oi}^b + 1)^{1/b}} \quad (4.2.25)$$

Sustituyendo el ritmo de declinación inicial,  $D_i$ , por  $kq_{oi}^b$  en la ecuación 4.2.25:

$$q_o(t) = \frac{q_{oi}}{(1 + bD_it)^{1/b}} \quad (4.2.26)$$

Para la producción acumulada  $N_p$ , se tiene:

$$N_p = \int_0^t q_o(\tau) d\tau$$

Empleando la ecuación 4.2.26:

$$N_p = \int_0^t \frac{q_{oi}}{(1 + bD_i\tau)^{1/b}} d\tau,$$

haciendo:

$$u = 1 + bD_i\tau$$

$$du = bD_id\tau$$

Resolviendo la integral por cambio de variable:

$$\int_0^t \frac{q_{oi}}{bD_i} u^{-1/b} du = \frac{q_{oi}}{bD_i} \frac{u^{1-1/b}}{1-1/b}$$

$$N_p = \frac{q_{oi}(1 + bD_i\tau)^{1-1/b}}{1 - \frac{1}{b}} \Bigg|_0^t$$

Finalmente

$$N_p = \frac{q_{oi}}{D_i(1-b)} \left[ 1 - (1 + bD_i\tau)^{1-1/b} \right] \quad (4.2.27)$$

En el caso de la declinación hiperbólica no hay una manera sencilla de plantear el modelo de tal manera que se pueda obtener una línea recta. Por lo tanto, al analizar los datos de producción por medio de una declinación hiperbólica una regresión no lineal debe ser aplicada para determinar los valores de los parámetros de tal modelo de declinación.

En la Figura 4.2.2 se observa el comportamiento del gasto de producción contra el tiempo de los tres modelos, como se puede ver el modelo de declinación hiperbólica indica un menor ritmo de declinación con respecto al modelo exponencial. Por tal motivo el modelo de declinación hiperbólica es usado algunas veces para calcular el volumen de reservas probables mientras que el modelo exponencial es usado para estimar el volumen de reservas probadas.

#### 4.2.4. Declinación armónica

La declinación armónica es un caso especial de la declinación hiperbólica, para  $a = 1$ :

$$q_o = \frac{q_{oi}}{(1 + D_i t)} \quad (4.2.28)$$

Para el caso de la producción acumulada de la declinación armónica:

$$Np = \int_0^t q_o dt = \int_0^t \frac{q_{oi}}{(1 + D_i t)} dt$$

$$Np = \frac{q_{oi}}{D_i} \ln(1 + D_i t) \quad (4.2.29)$$

Despejando el término  $(1 + D_i t)$  de la ecuación 4.2.28 y sustituyéndolo en la ecuación 4.2.29:

$$Np = \frac{q_{oi}}{D_i} \left( \ln \frac{q_{oi}}{q_o} \right) \quad (4.2.30)$$

Las expresiones 4.2.28 y 4.2.30 pueden escribirse como:

$$\frac{1}{q_o} = \left( \frac{D_i}{q_{oi}} \right) t + \frac{1}{q_{oi}} \quad (4.2.31)$$

y

$$\ln(q_o) = - \left( \frac{D_i}{q_{oi}} \right) Np + \ln(q_{oi}) \quad (4.2.32)$$

respectivamente.

De este modo, la ecuación 4.2.31 indica que la gráfica de  $\frac{1}{q_o}$  contra  $t$  en escala normal llega a ser una línea recta con pendiente  $\frac{D_i}{q_{oi}}$  y ordenada al origen  $\frac{1}{q_{oi}}$ . Mientras que la ecuación 4.2.32 indica que la gráfica de  $q_o$  contra  $Np$  en escala semilogarítmica llega a ser también una línea recta, pero con pendiente negativa de  $\frac{D_i}{q_{oi}}$  y ordenada al origen  $q_{oi}$ .

La gráfica  $q_o$  vs  $Np$  para la declinación armónica se convierte en una línea recta al ser graficada en escala semilog.

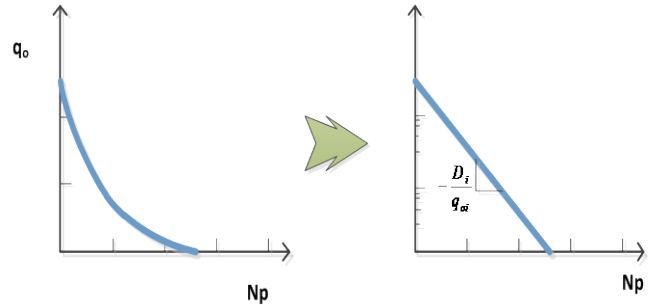


Figura 4.2.6. Declinación armónica.

Para la declinación armónica el ritmo de declinación  $D$  varía de acuerdo a:

$$D = k(q_o), \quad (4.2.33)$$

donde  $k$  es igual a  $D_i/q_{oi}$ .

Esto quiere decir que el ritmo de declinación es proporcional al gasto de producción. Este tipo de comportamiento se espera cuando existen mecanismos de empuje muy efectivos, tal es el caso de la producción por segregación gravitacional.

Por otro lado, un caso muy común en el cual puede presentarse declinación armónica es en la producción de aceite viscoso por medio un acuífero activo. Debido a la movilidad desfavorable para el aceite, existe una temprana irrupción de agua, por lo que la producción total se obtiene con altos cortes de agua. Si el gasto de flujo se mantiene constante, el incremento del volumen de entrada de agua causará que la producción de aceite decline. Esta declinación del gasto de aceite puede determinarse por medio de la declinación armónica.

Es muy común encontrar en la literatura una gráfica de:  $-\frac{\Delta q_o}{q_o \Delta t}$  contra  $q_o$ , como la que se muestra en la Figura 4.2.7. En la gráfica se muestran las diferentes declinaciones, en la que se observa principalmente a la declinación exponencial como una recta paralela al eje de las abscisas debido a que el ritmo de declinación es constante (véase Ec. 4.2.11). Lo cual

implica que el ritmo de declinación es independiente de la producción, por lo que su respuesta puede resultar demasiado conservadora para analizar el comportamiento de la producción.

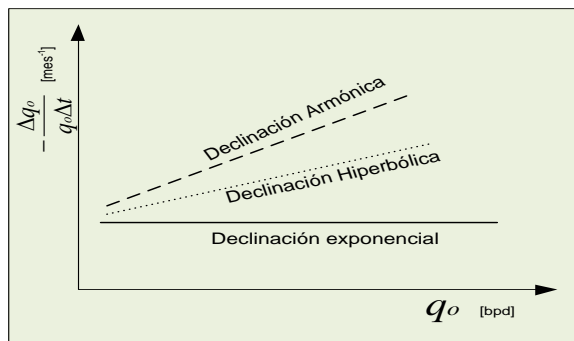


Figura 4.2.7 Gráfica del ritmo de declinación vs gasto de producción.

Ejemplo de aplicación:

Para los datos de la Tabla 4.2.2, que corresponden a la historia de producción de un pozo de aceite, determine:

- El modelo de declinación más adecuado para tal pozo.
- Los parámetros y la ecuación del modelo de declinación.

Tabla 4.2.2 Datos de producción contra tiempo

$t$ [mes]	$q_o$ [bpd]	$\frac{\Delta q_o}{q_o \Delta t}$ [mes <sup>-1</sup> ]	$t$ [mes]	$q_o$ [bpd]	$\frac{\Delta q_o}{q_o \Delta t}$ [mes <sup>-1</sup> ]
1	904.84	-----	13	272.53	0.0952
2	818.73	0.0952	14	246.60	0.0951
3	740.82	0.0952	15	223.13	0.0952
4	670.32	0.0952	16	201.90	0.0951
5	606.53	0.0952	17	182.68	0.0952
6	548.81	0.0952	18	165.30	0.0951
7	496.59	0.0952	19	149.57	0.0952
8	449.33	0.0952	20	135.34	0.0951
9	406.57	0.0952	21	122.46	0.0952
10	367.88	0.0952	22	110.80	0.0952
11	332.88	0.0951	23	100.26	0.0951
12	301.19	0.0952	24	90.72	0.0952

En una gráfica de  $q_o$  vs  $t$  se puede observar como decrece el gasto de producción con respecto al tiempo.

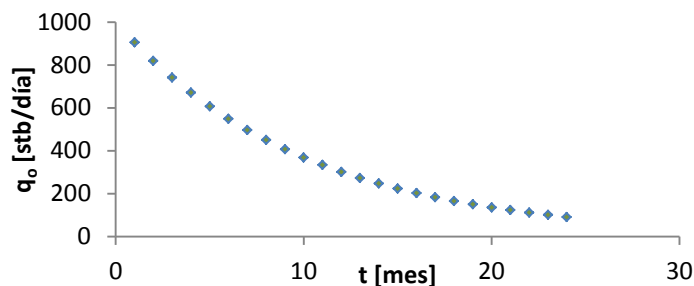


Figura 4.2.8 Gráfica de  $q_o$  vs  $t$  en escala normal.

Es posible identificar el tipo de declinación al graficar el ritmo de declinación contra el gasto:

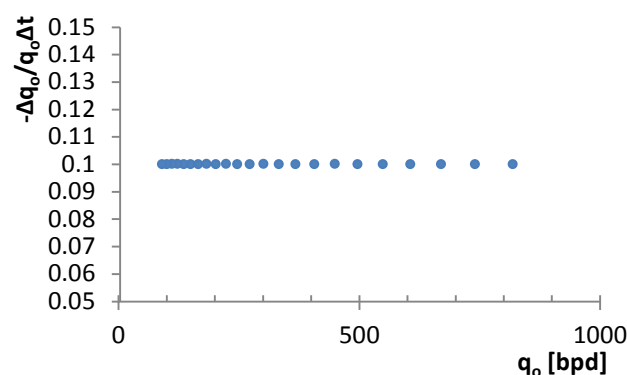


Figura 4.2.9. Gráfica de  $-\Delta q_o / q_o \Delta t$  vs  $q_o$ .

Como se puede observar el ritmo de declinación se mantiene constante con respecto al gasto de producción lo que indica que el modelo de declinación corresponde al modelo de declinación exponencial.

Ya que existe un decremento gradual entre las variables involucradas empleando una escala logarítmica para el gasto es posible obtener una gráfica como la de la Figura 4.2.10.

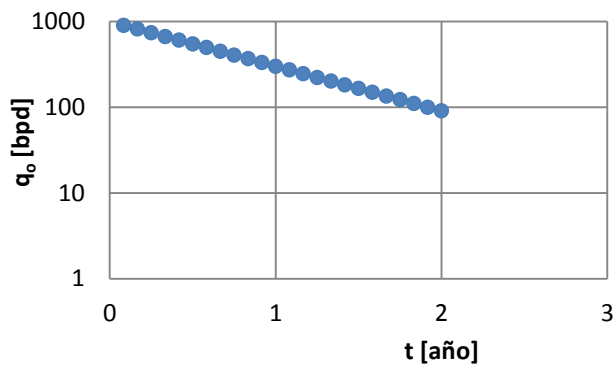


Figura 4.2.10. Gráfica de  $q_o$  vs  $t$  en escala semilog.

La gráfica corresponde a una línea recta que puede ser modelada por la ecuación 4.2.15 que corresponde a una declinación exponencial.

Determinar los parámetros del modelo:

$$q_o = q_{oi} e^{-D(t-t_o)}$$

Tomados dos puntos:

$$t_1 = 5 \text{ [mes]} = 0.416 \text{ [año]} \quad q_{o1} = 606.53 \text{ [STB/día]}$$

$$t_2 = 20 \text{ [mes]} = 1.66 \text{ [año]} \quad q_{o2} = 135.34 \text{ [STB/día]}$$

El ritmo de declinación se puede determinar a partir de la ecuación 4.2.16

$$D = -2.302 \frac{\log(q_{o2}/q_{o1})}{t_2 - t_1}$$

$$D = -2.302 \frac{\log(135.34/606.53)}{1.66 - 0.416}$$

$$= -1.207 [\text{años}^{-1}]$$

O bien de la Figura 4.2.10:

$$m = \frac{1 \text{ ciclo}}{-1.85 \text{ [año]}} = -0.54 [\text{año}^{-1}]$$

Ya que :

$$D = -2.302(m)$$

$$D = -2.302(-0.5236) = 1.205 [\text{año}^{-1}]$$

Determinar la ordenada al origen,  $q_{oi}$ :

$$\text{Luego; } \ln(q_{oi}) = \ln(q_o) + Dt$$

Sustituyendo  $t = 12 \text{ [meses]} = 1 \text{ [años]}$ ,  $q_o = 301.19 \text{ [stb/día]}$

$$\ln(q_{oi}) = \ln(301.19) + 1.205(1)$$

$$q_{oi} = 1005 [\text{bpd}]$$

La ecuación queda como:

$$q_o = 1005 e^{-1.205t}$$

### Análisis de los parámetros de los modelos de declinación propuestos por Arps

#### Ritmo de declinación y exponente de declinación

A través de este pequeño estudio de los modelos de declinación propuestos por Arps basados en observaciones empíricas se ha podido observar la importancia de dos parámetros principalmente: el ritmo de declinación y el exponente de declinación. El ritmo de declinación queda representado regularmente en la pendiente de las líneas rectas generadas a al graficar el gasto de producción contra el tiempo en escala semilogarítmica. El análisis de curvas de declinación establece que para algunos perfiles de producción el ritmo de declinación es proporcional al ritmo de producción elevado a una potencia  $b$  ( $D = kq^b$ ), donde  $b$  va de cero a uno.

Por otro lado, la expresión 4.2.10:

$$D = \frac{kh}{141.2 C_t N_i \mu \left[ \ln \left( \frac{0.472 r_e}{r_w} \right) + s \right]}$$

deja ver una relación muy estrecha del ritmo de declinación con respecto las propiedades del fluido y del yacimiento. De hecho, se ha observado cierto comportamiento de  $D$  con respecto al tipo de empuje predominante en el yacimiento.



De esta misma forma se han encontrado que si el exponente  $b$  no puede ser calculado de los datos de producción, puede ser determinado por medio de los mecanismos de empuje del yacimiento.

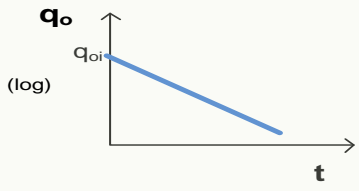
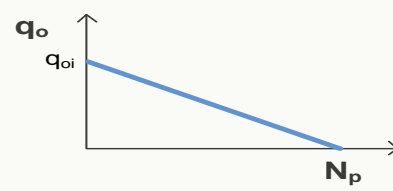
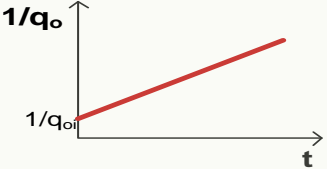
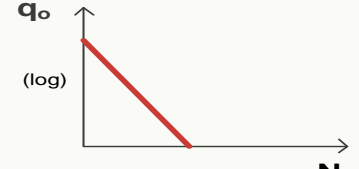
*Intersecciones con los ejes de las ordenadas y de las abscisas*

Al analizar la tasa de declinación, se ha visto que se utilizan comúnmente dos tipos de curvas, en las que el gasto de flujo se representa frente al tiempo o ante la producción acumulada. El tiempo es la variable independiente más conveniente debido a que los gráficos de gasto vs tiempo pueden ser utilizados directamente para el pronóstico de la producción y las evaluaciones económicas.

La ordenada al origen en este tipo de gráficas corresponde al gasto de producción inicial; sin embargo, debe recordarse que es muy probable que las curvas de declinación para etapas tempranas no concuerden con los perfiles de producción debido a las condiciones de flujo.

Por otro lado, la gráfica gasto de producción frente a la producción acumulada presenta sus propias ventajas, por ejemplo, al intersectar la línea recta resultante con el eje de las abscisas proporciona una estimación directa de la recuperación final a un límite económico determinado.

Tabla 4.2.3. Modelos de declinación propuestos por Arps

Caso	Relación
<b>Exponencial</b>	$q_o(t) = q_{oi} e^{-Dt}$
Gráfica:	$q_o(t) = -DN_p + q_{oi}$
	
	Escala: semi-log
	Escala: normal
<b>Hiperbólica</b>	$q_o(t) = \frac{q_{oi}}{[1 + bD_i t]^{1/b}}$
	$N_p(t) = \frac{q_{oi}}{(1-b)D_i} [1 - (1 + bD_i t)^{1-1/b}]$
	No presenta ninguna relación lineal.
<b>Armónica</b>	$\frac{1}{q_o} = \frac{D_i}{q_{oi}}(t) + \frac{1}{q_{oi}}$
Gráfica:	$\ln(q_o) = -\frac{D_i}{q_{oi}}(N_p) + \ln(q_{oi})$
	
	Escala: normal
	Escala: semi-log

#### 4.2.5. Curvas tipo

Muchas de las técnicas de análisis de curvas de declinación están basadas en los modelos empíricos propuestos por Arps: exponencial, hiperbólica y armónica. Las cuales presentan algunas desventajas. Por ejemplo, la declinación exponencial tiende a subestimar las reservas de hidrocarburos y el gasto de producción, mientras que la declinación armónica tiene una tendencia a sobrestimar el rendimiento de la producción. Por otro lado, en algunos casos la declinación de la producción no sigue ninguno de estos tres modelos.

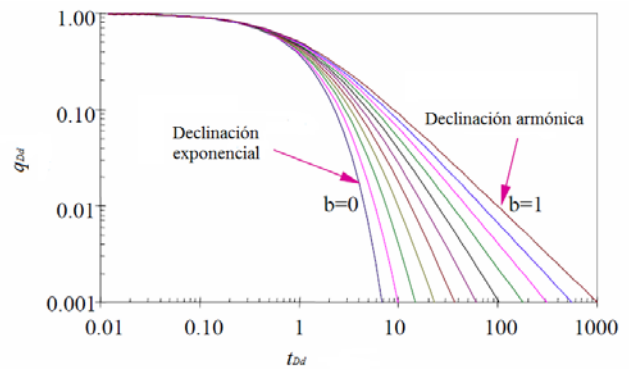


Figura 4.2.11. Curvas tipo basadas en las ecuaciones de Arps para el análisis de la declinación.

Fetkovich (1980) presentó el análisis de la declinación de la producción por medio del uso de curvas tipo basándose en las ecuaciones empíricas propuestas por Arps, principalmente en el modelo de declinación hiperbólica, obteniendo así una herramienta mucho más completa y de aplicación general, con bases teóricas.

Fetkovich desarrollo nomogramas o curvas tipo que permiten correlacionar el gasto de producción adimensional contra el tiempo, también adimensional, para diferentes presiones y sistemas de flujo, para yacimientos de aceite con empuje por gas en solución y para yacimientos de gas.

De cualquier forma se ha encontrado que el comportamiento no lineal de las curvas tipo (véase Figura 4.2.10) puede ser transformado a una relación lineal en una gráfica log-log. En la que se observa que todas las curvas coinciden en un punto específico de la gráfica, que indica el inicio del flujo límite, es decir el tiempo  $t_D$  al cual inicia la declinación de la producción.

A partir de las definiciones de gasto de declinación adimensional,  $q_{oDd}$ , y del tiempo de declinación adimensional,  $t_{Dd}$ :

$$q_{oDt} = \frac{q_o(t)}{q_{oi}} \quad (4.2.34)$$

$$t_{Dt} = D_i t \quad (4.2.35)$$

Es posible obtener a partir de la combinación de las ecuaciones 4.2.25, 4.2.34 y 4.2.35, la siguiente expresión:

$$\frac{d \ln q_{oDt}}{dt_{Dt}} = (q_{oDt})^b \quad (4.2.36)$$

Aplicando logaritmo de ambos lados de la ecuación 4.2.36

$$\log \left( \frac{d \ln q_{oDt}}{dt_{Dt}} \right) = b \log(q_{oDt}) \quad (4.2.37)$$

$$y = m x + b$$

$$b = 0$$

La expresión 4.2.37 demuestra la relación lineal entre  $\frac{d \ln q_{oDt}}{dt_{Dt}}$  y  $q_{oDt}$ .

Graficando para  $b = 0$  hasta  $b = 1$ .

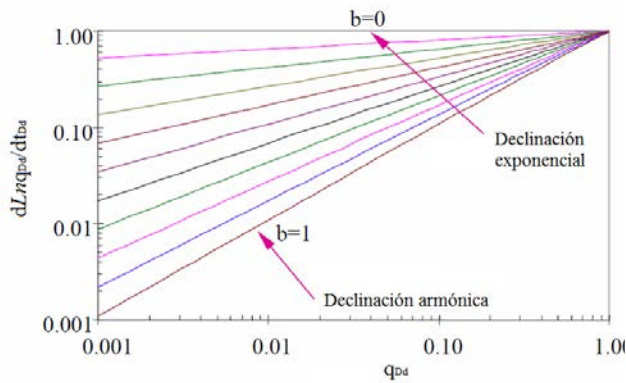


Figura 4.2.12. Curvas tipo procesadas en forma de línea recta.

Comparando las gráficas de las Figuras 4.2.10 y 4.2.11, la gráfica de  $\frac{d \ln q_{oDt}}{dt_{Dt}}$  vs  $q_{oDt}$  en escala log-log presenta algunas ventajas, por ejemplo es mucho más sencillo identificar a qué tipo de declinación se aproximan más los datos de producción.

### Análisis de los parámetros del modelo lineal de curvas tipo

#### Pendiente

De acuerdo a la expresión 4.2.37 el valor de la pendiente de cada recta corresponde al valor del exponente de declinación,  $b$ . Para una pendiente de  $45^\circ$  el modelo representa una declinación armónica, para una pendiente igual a cero el modelo representa una declinación exponencial y para una pendiente entre cero y uno, el modelo representa una declinación hiperbólica.

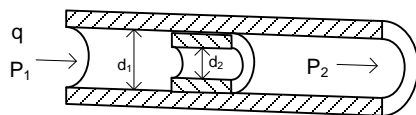
#### Ordenada al origen

En este caso el valor de este parámetro es cero es decir que todas las rectas pasan por el origen, y es indicativo del inicio del periodo de declinación de la producción del yacimiento.

### 4.3. Efecto del Estrangulador Sobre el Comportamiento del Pozo

El gasto de flujo para la mayoría de los pozos fluyentes es controlado con un estrangulador instalado en la cabeza del pozo, aunque también puede colocarse corriente abajo del cabezal del pozo o en el fondo de él para aquellos que son perforados en la plataforma continental. El estrangulador debe ser escogido de forma tal que las pequeñas variaciones en la presión corriente abajo, no afecten el comportamiento del pozo (en la Figura 4.3.1 se muestran algunas características de un estrangulador). Básicamente debe cumplir las siguientes funciones:

- Control del ritmo de producción.
- Prevenir la conificación de agua y/o gas.
- Prevenir y evitar daño a la formación productora.
- Proteger al equipo ante posibles fluctuaciones.
- Revenir la producción de arena.



$P_1$  = presión corriente arriba [psia]  
 $P_2$  = presión corriente abajo [psia]  
 $d_1$  = diámetro de la tubería [pg]  
 $d_2$  = diámetro del estrangulador [pg]  
 $q$  = gasto de flujo [bpd]

Figura 4.3.1. Esquema de un estrangulador.

En las terminaciones tradicionales, por ejemplo, la solución para contrarrestar el incremento del corte de agua o gas consiste en reducir el diámetro del estrangulador en la cabeza del pozo, lo cual reduce la caída de presión y con ello un gasto de producción menor; sin embargo, esto se traduce en niveles más altos de recuperación acumulada de petróleo.

#### 4.3.1 Flujo a través del estrangulador

Para que el estrangulador cumpla tales funciones es necesario que el fluido se desplace por el estrangulador a velocidades superiores a las del sonido, de esta forma cualquier variación en la presión corriente abajo del estrangulador no pueden reflejarse del lado opuesto ya que los disturbios de presión no pueden viajar corriente arriba tan rápido como a la velocidad del sonido, por lo tanto no existirá variación en el gasto aun cuando la presión corriente abajo del estrangulador caiga. Ésta es la razón por la cual cuando un estrangulador opera bajo flujo crítico aísla el pozo y su dominio del yacimiento, de los sistemas de producción en superficie, por lo que cuando el flujo crítico no ocurre el estrangulador puede considerarse como otra unidad de producción en superficie.

Cuando existe flujo de gas o de una mezcla de gas-líquido a través del estrangulador el fluido debe ser acelerado suficientemente para alcanzar la velocidad del sonido en la garganta del estrangulador. Ésto se puede verificar por medio de la relación gasto de flujo-caída de presión a través del estrangulador.

Para la determinación de flujo crítico, se debe considerar el comportamiento de flujo a nivel del estrangulador por medio de correlaciones empíricas o modelos mecánicos que permiten simular y reproducir un comportamiento para determinadas condiciones de operación. Mediante estos procedimientos se podrá conocer el diámetro de estrangulador óptimo para la explotación de un pozo.

Para garantizar flujo sónico a través del estrangulador la relación de presiones antes y después del estrangulador deberá cumplir con los siguientes valores:

$$\frac{P_2}{P_1} \leq 0.5283 \quad (4.3.1)$$

Gilbert propuso:

$$\frac{P_2}{P_1} \leq 0.7. \quad (4.3.2)$$

#### 4.3.2. Flujo monofásico (líquido)

El flujo a través del estrangulador instalado en la cabeza del pozo raramente ocurre en una sola fase ya que desde el flujo en la tubería vertical la presión casi siempre es menor a la presión de burbuja, de cualquier forma cuando ocurre flujo monofásico líquido la caída de presión a través del estrangulador se debe únicamente al cambio de la velocidad del fluido (despreciando los efectos de la caída de presión por fricción), de este modo la caída de presión en el estrangulador se puede escribir como:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2g_c} \Delta u^2, \quad (4.3.3)$$

donde:

$\Delta P$ = caída de presión [lb<sub>f</sub>/pie<sup>2</sup>]

$\rho$ = densidad del líquido [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]

$g_c$ = factor de conversión, 32.17 [lb<sub>m</sub> pie/lb<sub>f</sub> s<sup>2</sup>]

$\Delta u$ = velocidad del líquido [pie/s]

Cuando la caída de presión a través del estrangulador se debe al cambio de la energía cinética, para flujo en una sola fase, el segundo término de la derecha de la ecuación 4.3.3 puede escribirse como:

$$q = C_D A \sqrt{\frac{2g_c \Delta P}{\rho}}, \quad (4.3.4)$$

donde:

$q$  = gasto de flujo [pie<sup>3</sup>/s]

$A$ = área transversal del estrangulador [pie<sup>2</sup>]

$C_D$ =coeficiente de flujo del estrangulador [adimensional]

En unidades de campo:

$$q = 22800 C_D (d_2)^2 \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}, \quad (4.3.5)$$

donde:

$q$  = gasto de flujo [bbl/día]

$d_2$ = diámetro del estrangulador [pg]

$\Delta P$  = variación de presión en el estrangulador [lb/pg<sup>2</sup>]

$\rho$  = densidad del aceite [lb<sub>m</sub>/pie<sup>3</sup>]

El coeficiente  $C_D$  puede determinarse de acuerdo al número de Reynolds y a la relación de diámetros de la tubería de producción y del diámetro del estrangulador. Guo y Ghalambor (2005) determinaron una correlación para calcular  $C_D$ . Dicha correlación presenta mayor aproximación cuando el número de Reynolds se encuentra entre 10<sup>4</sup> y 10<sup>6</sup>.

$$C_D = \frac{d_2}{d_1} + \frac{0.3167}{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{0.6}} + 0.025[\log(N_{Re}) - 4]. \quad (4.3.6)$$

Resolviendo la ecuación 4.3.5 para  $\Delta P$ :

$$\Delta P = \frac{\rho}{[22800 C_D (d_2)^2]^2} q^2. \quad (4.3.7)$$

La ecuación 4.3.7 corresponde a una parábola y puede ser representada como una línea recta en escala log-log; sin embargo, la diferencia entre los valores de  $\Delta P$  y  $q$ , que es muy grande, impiden que resulte práctico obtener dicha gráfica.

### 4.3.3. Flujo monofásico (gas)

Al observar el flujo de gas a través del estrangulador es posible diferenciar el tipo de flujo (crítico o subcrítico) en una gráfica de la relación de presiones antes y después del estrangulador ( $P_2/P_1$ ) contra la velocidad del flujo de gas.

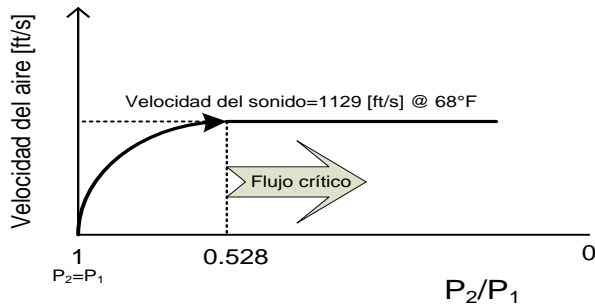


Figura 4.3.2. Gráfica de  $P_2/P_1$  vs velocidad por flujo de aire a través del estrangulador.

El flujo subcrítico de aire a través de estrangulador genera una línea curva que se convierte en una recta paralela al eje de las abscisas cuando la velocidad del flujo de aire alcanza la velocidad del sonido. En este sentido se puede observar que la velocidad del flujo de aire es limitada una vez que se ha alcanzado la condición de flujo crítico ( $P_2/P_1 \leq 0.5283$ ) en el estrangulador.

Para determinar el flujo a través del estrangulador se ha sugerido la siguiente ecuación:

$$q_g = 3.505 \alpha D_{64}^2 \left( \frac{P_1}{P_{sc}} \right) \sqrt{\left( \frac{1}{\gamma_g T_1} \right) \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{2/\gamma} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\gamma+1/\gamma} \right]}, \quad (4.3.8)$$

donde:

$q_g$  =gasto de gas [Mpcd]

$D_{64}^2$  = diámetro del estrangulador [pg/64]

$\alpha$  = coeficiente del estrangulador

$\gamma_g$  = gravedad específica del gas

$\gamma$  = relación de capacidad en la cabeza

$P_{sc}$  =presión a condiciones estándar [psia]

$T_1$  =temperatura [°R]

Utilizando la ecuación 4.3.8 se determinó el gasto de flujo máximo para los diámetros de 8/64, 12/64,16/64,20/64 y 24/64 de pulgada, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$q_g = 13.73 D_{64}^2 \sqrt{\left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{1.6} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{1.8} \right]}$$

Para:

$\alpha = 0.85$

$\gamma_g = 0.7$

$\gamma = 1.25$

$P_{sc} = 14.7$  [psi]

$T_1 = 560$  [°R]

Graficando la ecuación para tales gastos se obtuvo:

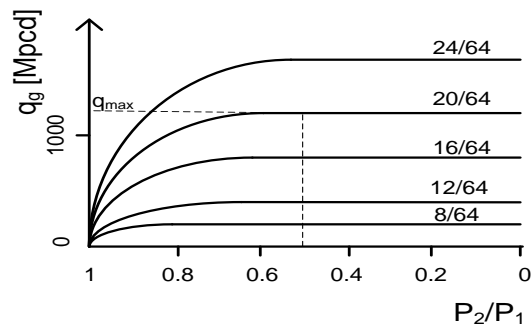


Figura 4.3.3. Gráfica de  $P_2/P_1$  vs  $q_g$  para flujo de gas a través del estrangulador.

Una vez que la tendencia se vuelve lineal conforme la relación de presiones  $P_2/P_1$  se acerca a 0.528 se puede utilizar la tendencia lineal para obtener el gasto máximo de acuerdo a cada diámetro de estrangulador al intersectar el eje de las ordenadas.

### 4.3.4. Flujo líquido-gas

El flujo bifásico es el que más se presenta a través del estrangulador y puesto que no ha sido bien descrito teóricamente, para determinar el gasto de flujo de dos fases a través del estrangulador, se han utilizado correlaciones de flujo crítico, algunas de estas correlaciones han sido propuestas por Gilbert y Ros.

Las correlaciones empíricas que fueron descritas por Gilbert (1954) y Ros (1960) tienen la misma forma y difieren únicamente en las constantes empíricas A, B y C:

$$P_1 = \frac{A(RGL)^B}{D_{64}^C} q, \quad (4.3.9)$$

donde:

$P_1$  = presión corriente arriba del estrangulador [lb/pg<sup>2</sup>]

RGL= Relación gas líquido producido [SCF/bbl]

q= gasto de flujo [bpd]

$D_{64}$ = diámetro del estrangulador (1/64) [pg]

Tabla 4.3.1. Constantes empíricas para la correlación de flujo crítico en dos fases

Correlación	A	B	C
Gilbert	10	0.546	1.89
Ros	17.4	0.5	2.0
Baxendell	9.56	0.546	1.93
Achong	3.82	0.65	1.88

La ecuación 4.3.9 se puede considerar como la ecuación de una línea recta con pendiente  $m = \frac{A(RGL)^B}{D_{64}^C}$ , que pasa por el origen y es utilizada comúnmente para analizar el comportamiento del estrangulador.

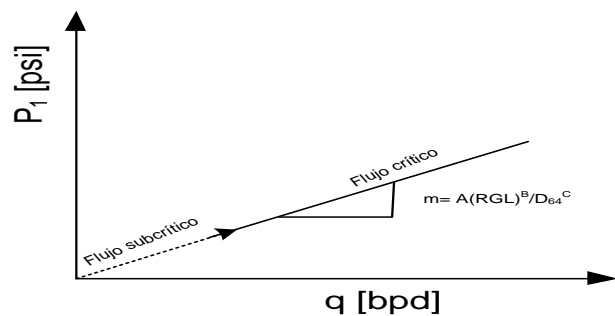


Figura 4.3.4. Comportamiento del estrangulador para una RGL y un diámetro de estrangulador dados.

Para analizar la ecuación del flujo crítico en dos fases a través del estrangulador se suponen algunos casos hipotéticos para observar el comportamiento para diferentes condiciones y correlaciones propuestas de la Tabla 4.3.1.

- a) Para una relación gas líquido de 500 [ft<sup>3</sup>/bbl] y un diámetro de estrangulador 24/64 [pg].

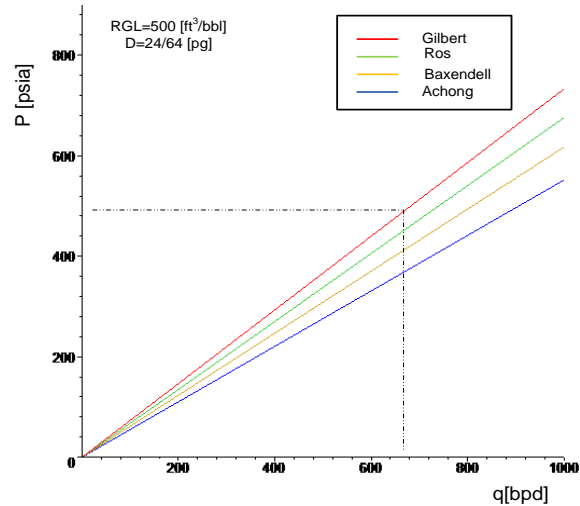


Figura 4.3.5. Comportamiento del estrangulador utilizando diferentes correlaciones.

Naturalmente la gráfica muestra una familia de rectas que pasan por el origen cuya pendiente es mayor para la correlación de Gilbert, es decir esta correlación es la menos optimista de todas, puesto que para una presión dada proporciona el menor gasto de flujo.

- b) Suponiendo una alta relación gas líquido:

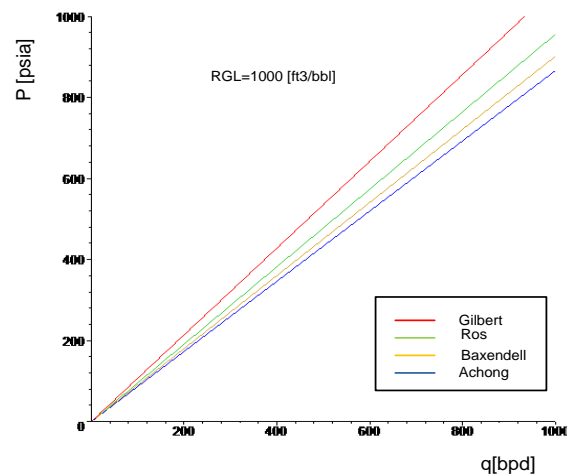


Figura 4.3.6. Comportamiento del estrangulador para una alta RGL.

En este caso la correlación de Gilbert es la que más se aparta de las demás correlaciones, esto sugiere que cuando es necesario modelar el comportamiento de un fluido con alta relación gas líquido, quizá lo más conveniente sea usar las correlaciones restantes.

c) Baja relación gas líquido.

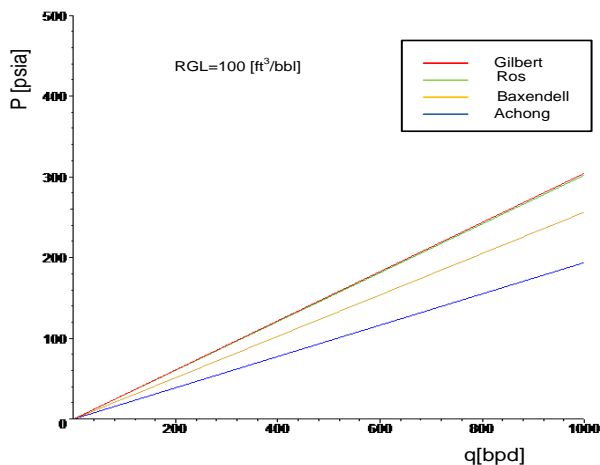


Figura 4.3.7. Comportamiento del estrangulador para una baja RGL.

El resultado para este caso es un tanto contrario al de una alta RGL, es decir las correlaciones de Gilbert y Ros se muestran más concordantes para una baja RGL.

Finalmente utilizando la correlación de Gilbert con una RGL de 500 [ft³/bbl], se determina el comportamiento del estrangulador para diferentes diámetros: 16/64 [pg], 24/64 [pg] y 32/64 [pg].

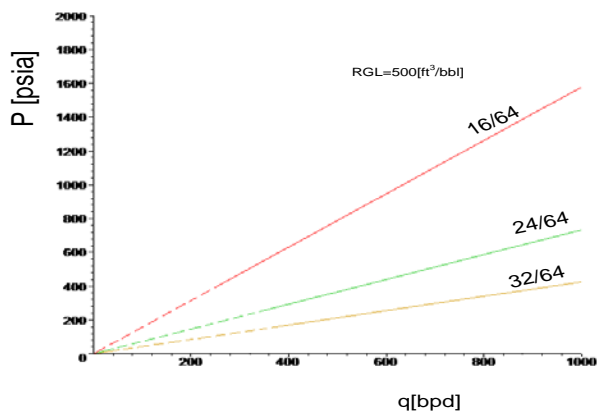


Figura 4.3.8. Comportamiento del estrangulador para diferentes diámetros.

En la gráfica de la Figura 4.3.8, se observa el incremento de la pendiente de las rectas conforme disminuye el diámetro del estrangulador, de hecho reducir el diámetro del estrangulador provoca una grave disminución del gasto de flujo, que a su vez permite una explotación moderada del yacimiento.

### Análisis de los parámetros del modelo de flujo crítico a través del estrangulador

#### Ordenada al origen

La relación que existe entre el gasto y la presión cuando el flujo a través del estrangulador es crítico, se puede entender como una relación lineal en la que el gasto de flujo es directamente proporcional a la presión, esto indica que en cuanto la presión cae el gasto también lo hace, de este modo al graficar el comportamiento del estrangulador se obtiene una familia de rectas que pasan por el origen.

#### Pendiente

La pendiente depende del diámetro y de la RGL, para diámetros pequeños la pendiente es mayor al igual que para altas RGL, cabe resaltar que aunque es posible aumentar al caudal del pozo al incrementar el diámetro del estrangulador esto repercutirá en la eficiencia de recuperación acumulada de hidrocarburos.



## 5. ANÁLISIS DE ECUACIONES DE PERFORACIÓN

### Introducción

En la perforación de pozos petroleros es común que muchos aspectos relacionados a esta área técnica pueden ser descritos mediante relaciones que se representan en forma de líneas rectas, como por ejemplo, al analizar el comportamiento de los esfuerzos que tienen lugar en el subsuelo o para representar los gradientes de presión y de temperatura de las columnas geológicas, información que es de vital importancia para llevar a cabo la planeación y desarrollo de la perforación de los pozos. Otro ejemplo de este tipo de relaciones se presenta en el estudio de los modelos reológicos establecidos para caracterizar los fluidos utilizados durante la perforación y en la interpretación de los efectos que algunos parámetros tienen sobre el ritmo de perforación. De este modo, en este capítulo se busca ahondar en los aspectos que influyen sobre la perforación con base en su comportamiento lineal.

### 5.1. Las Presiones de Formación

La determinación y estudio de las presiones de formación es esencial para la optimización de la producción y recuperación de hidrocarburos, ya que de ello depende el diseño y la optimización de los pozos, además de que muchos de los efectos de la presión alteran el ciclo de vida de un pozo, haciendo vital su conocimiento y determinación.

La presión natural del yacimiento es producto de la naturaleza misma del yacimiento que se deriva de procesos geológicos y de fuerzas como la de sobrecarga, que son originadas por las formaciones suprayacentes y/o acuíferos subyacentes, que pueden ser un factor importante en la expulsión del petróleo hacia los pozos.

#### 5.1.1. Efecto de sobrecarga

En la corteza terrestre externa se alberga un complejo conjunto de esfuerzos y geopresiones, el cual da lugar a distintas manifestaciones de presión en el sistema roca-fluidos, que constantemente procura alcanzar un estado de equilibrio. La forma más sencilla de representar ese conjunto es a

través de 3 esfuerzos principales: uno en dirección vertical,  $\sigma_v$ , y dos en dirección horizontal,  $\sigma_h$  y  $\sigma_H$ .

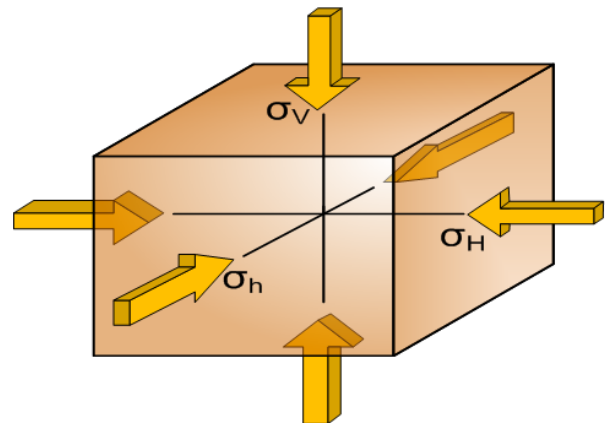


Figura 5.1.1. Esfuerzos principales aplicados sobre un cubo de muestra de roca sepultado en la tierra.

Normalmente se asume un sistema de esfuerzos como el de la Figura 5.1.1 en el que los ejes ortogonales están ordenados en sentido vertical y horizontal; sin embargo, el sistema puede ser trasladado con respecto al echeado estructural o como resulte más cómodo para su análisis.

El sistema de esfuerzo está integrado por componentes normales y de corte. El esfuerzo normal se aplica perpendicular a la superficie de roca, mientras que el esfuerzo de corte se aplica a lo largo de dicha superficie.

Al aplicarse un esfuerzo sobre un cuerpo de roca, éste responde a través de diversos modos de deformación que producen cambios de volumen y de forma. El espectro de esta deformación oscila entre la deformación elástica y plástica, o permanente, antes de terminar en la falla de la roca.

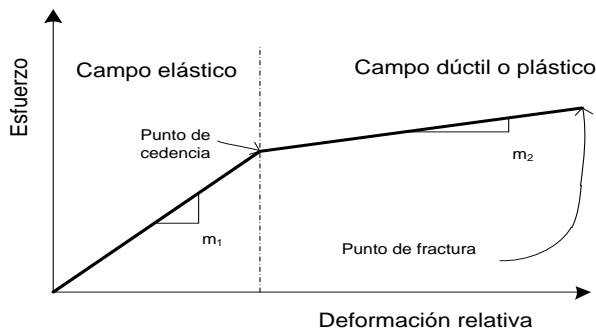


Figura 5.1.2. Esfuerzo vs deformación relativa.

En la Figura 5.1.2 se tiene una representación lineal del comportamiento de la respuesta de una roca al aplicársele cierto esfuerzo.

En un principio, al aplicar pequeños incrementos de esfuerzo, causan generalmente una deformación pequeña, de la cual la roca puede recuperarse, denominada deformación elástica, por lo que se considera que las rocas experimentan un almacenamiento de energía de deformación a medida que cambia su volumen. Esta etapa se define por una recta de fuerte pendiente. Una vez rebasado cierto esfuerzo (punto de cedencia) la roca no puede mantener este comportamiento elástico y ocurre un cambio en su comportamiento, de elástico a dúctil o plástico, en el que prácticamente la roca experimentara una deformación permanente.

**Ley de Hooke**

En la primera etapa, la deformación es puramente elástica y corresponde a una función lineal del esfuerzo, por lo que puede ser descrita mediante la ley de Hooke, que se expresa como sigue:

$$\sigma = M\varepsilon , \tag{5.1.1}$$

$$y = mx + b$$

$$b = 0$$

donde:

- $\sigma$ = esfuerzo [lb/pg<sup>2</sup>]
- $M$ = módulo de Young [lb/pg<sup>2</sup>]
- $\varepsilon$ =deformación de la roca [adimensional]

De esta forma la pendiente de la recta corresponde al módulo de Young que es una medida de la resistencia a la deformación de la roca.

Utilizando modelos mecánicos es posible observar claramente el comportamiento de esta relación.

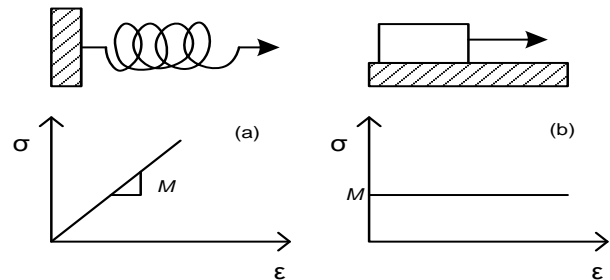


Figura 5.1.3. Modelos mecánicos donde se muestra la deformación elástica (a) y plástica (b).

El resorte de la Figura 5.1.3 ilustra claramente una deformación elástica. Siempre y cuando no se sobrepase el punto de cedencia, el resorte regresará a su forma original. En el segundo caso (b) se presenta una deformación plástica, la cual se comporta independiente respecto del tiempo.

**Ejemplo:**

Mediante una prueba uni-axial se mide la deformación de un núcleo de roca cuyo diámetro y longitud originales son: 1.03 [pg] y 2.435 [pg], respectivamente, al aplicar una carga máxima de 17,375 [lb]. Después de 8 segundos el cambio en la longitud fue de  $3.288 \times 10^{-6}$  [pg]. Calcule:

- a) El esfuerzo máximo que soporta el núcleo de roca antes de fallar
- b) La gráfica de esfuerzo contra deformación y el módulo de Young.

Solución:

- a) El esfuerzo máximo que soporta la roca está dado por:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{17,375}{\pi(1.03/2)^2} = 20,852 \text{ [psi]}$$

- b) Gráfica esfuerzo vs deformación

La deformación que sufre la roca se determina como:

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{3.288 \times 10^{-6}}{2.435} = 1.35 \times 10^{-6}$$

La Figura 5.1.4 se obtiene al graficar los datos que se obtuvieron de esfuerzo y de deformación del núcleo de roca.

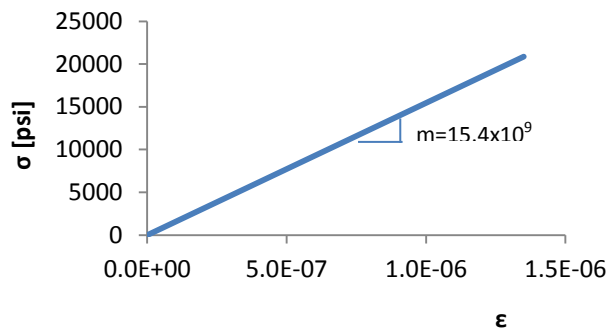


Figura 5.1.4. Gráfica de esfuerzo contra deformación.

La pendiente es equivalente al módulo de Young que para este núcleo de roca es equivalente a  $15.4 \times 10^9$  [psi].

**Análisis de los parámetros que afectan la relación Esfuerzo-Deformación de las rocas**

La relación esfuerzo - deformación para las rocas de los yacimientos petroleros está influenciada por un gran número de factores. Algunos de estos factores son: la composición y la litología de las rocas, su grado de cementación, tipo de material cementante, cantidad y tipo de fluido contenido en el espacio poroso, compresibilidad de la roca y del fluido, porosidad, así como la presión y temperatura del yacimiento. La mayoría de estos factores son interdependientes y su efecto puede presentarse

combinado o por separado; sin embargo, tales efectos sólo pueden medirse en laboratorio, controlando los parámetros para simular las condiciones del yacimiento. Generalmente para este objetivo se usan 3 técnicas: hidrostática, uni-axial y tri-axial. Sin embargo, por medio de estas pruebas se han realizado diagramas de deformación vs esfuerzo para diferentes tipos de roca, en los que si bien el módulo de Young no siempre es constante se puede observar un comportamiento generalizado.

Comúnmente, en las rocas sedimentarias el modo de falla puede variar desde un tipo frágil hasta uno de tipo plástico. Esto depende del estado de los esfuerzos del subsuelo, generalmente de la magnitud de la diferencia entre la presión de sobrecarga y la presión de formación. Algunos experimentos han mostrado que cuando ocurre un equilibrio entre las presiones de confinamiento o sobrecarga y la presión de formación, la falla es frágil, mientras que si la presión de confinamiento es mayor que la presión de formación, la falla de la roca cambia gradualmente de frágil a plástica.

Al modelar el comportamiento de deformación contra esfuerzo para algunos tipos de roca, se puede observar que las pendientes de mayor magnitud presentes en las rocas más rígidas corresponden a un comportamiento elástico mientras que las menores a un comportamiento plástico (ver Figura 5.1.5).

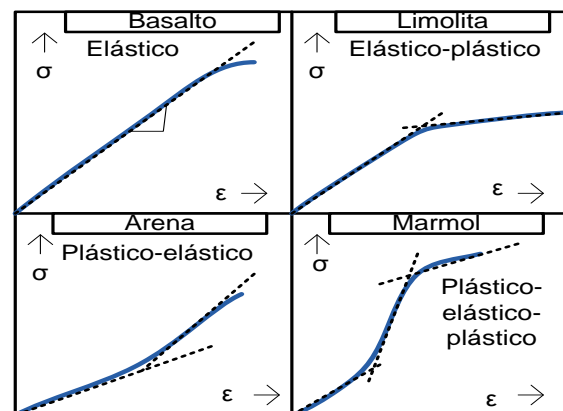


Figura 5.1.5. Relación esfuerzo-deformación para diferentes tipos de roca, de acuerdo a una prueba uni-axial.

### 5.1.2. Geopresiones

Una vez que se ha analizado cómo actúan los esfuerzos presentes en el subsuelo sobre una muestra de roca es posible ampliar el panorama para analizar cómo ocurren a lo largo de la columna geológica que se desea perforar.

En primer lugar, con la profundidad las rocas experimentan presión debida al propio peso de las rocas que subyace. Esta presión es conocida como presión de confinamiento o presión de sobrecarga ( $P_\sigma$ ). Las rocas experimentan el esfuerzo de sobrecarga tanto en los granos o clastos, como en el fluido contenido en sus poros, haciendo que la energía potencial del yacimiento se almacene en el fluido contenido ( agua o aceite).

Los esfuerzos presentes en los yacimientos, habiendo alcanzado un estado de equilibrio a lo largo del tiempo geológico, serán alterados por los proceso de perforación y producción de hidrocarburos. El conocimiento anticipado de estos cambios puede ahorrar tiempo y costos durante la explotación de los yacimientos.

### 5.1.3. Gradiente hidrostático

Entre las propiedades físicas más importantes de los fluidos de los yacimientos petroleros se encuentra la densidad, la cual tiene una relación muy grande con el gradiente de presión hidrostático. Cuando se tiene una columna de fluido, el incremento de la presión en el fondo se debe al incremento del peso del fluido. En la práctica es muy común relacionar la densidad de un líquido con la densidad del agua en condiciones estándar (1.0 gr/cm<sup>3</sup> @ 15°C y 1 atm), de esta forma el valor adimensional resultante es conocido como gravedad específica relativa al agua.

$$\gamma_l = \frac{\rho_l}{\rho_w}, \quad (5.1.2)$$

donde:

$\gamma_l$  = gravedad específica relativa al agua [adimensional]

$\rho_l$  = densidad del líquido [lb/ft<sup>3</sup>]

$\rho_w$  = densidad del agua, 62.37 [lb/ft<sup>3</sup>]

El gradiente de presión hidrostático,  $Gh$ , para cualquier fluido está dado por el producto de la densidad líquido por la fuerza de aceleración gravitatoria.

$$Gh = \rho_l g \quad (5.1.3)$$

Sustituyendo la ecuación 5.1.2 en 5.1.3 se tiene:

$$Gh = \rho_w \gamma_l g. \quad (5.1.4)$$

Considerando la densidad del agua igual a 1.0 gr/cm<sup>3</sup> y la fuerza de aceleración gravitatoria,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  se obtiene:

$$Gh = 9.81 \gamma_l \left[ \frac{\text{KPa}}{\text{m}} \right]. \quad (5.1.5)$$

En unidades de campo:

$$Gh = 0.433 \gamma_l \left[ \frac{\text{psi}}{\text{pie}} \right]. \quad (5.1.6)$$

Por lo tanto, el gradiente hidrostático del agua subsuperficial es mayor que 9.81 KPa por metro de profundidad (0.433 psi por pie) debido a que el agua de formación contiene sólidos disueltos que incrementan su densidad. El gradiente también es afectado por la temperatura y en algunas áreas por el gas disuelto, ambas disminuyen el gradiente de presión hidrostática.

Un gradiente de presión hidrostático promedio de 10.53 KPa(0.465 psi/pie) se usa usualmente en la literatura para salmueras subsuperficiales. Este valor corresponde a cerca de 80,000 ppm de sólidos a 25°C ( $\gamma=1.074$ ).El gradiente de presión de las formaciones está entre 0.1 y 0.16 kg/cm<sup>2</sup>/m (0.433-0.693 lb/pg<sup>2</sup>/pie). Cualquier valor debajo de 0.1, es subnormal y por encima de 0.16 tiende a ser alto.

### 5.1.4. Gradiente litostático

El gradiente de presión litostática es causado por la densidad de las rocas y es transmitido grano a grano a través del contacto sucesivo de las rocas subyacentes. Sin embargo, la carga litostática es también soportada por la presión de los fluidos subsuperficiales en el espacio poroso. De ahí que la presión de sobrecarga sea igual a la presión litostática más la presión del fluido de los poros de formación. Dado un gradiente de presión de sobrecarga promedio de 22.7 Kpa por metro de profundidad (1.0 psi/pie), éste corresponde a una gravedad específica total de las rocas más el fluido intersticial igual a 2.31 psi/pie.

$$P_{\sigma} = P_l + P_f, \quad (5.1.7)$$

donde:

$P_{\sigma}$  = presión de sobrecarga [psi]

$P_l$  = presión litostática [psi]

$P_f$  = presión del fluido [psi]

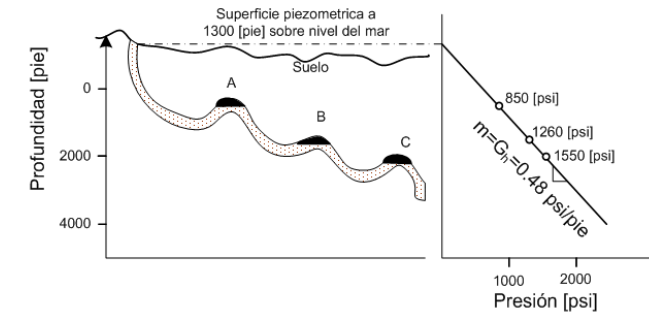


Figura 5.1.6. Origen de la presión en el yacimiento.

En la figura 5.1.6 se tienen 3 yacimientos de aceite: A, B y C. En cada uno la presión hidrostática será la necesaria para sostener una columna de agua cuya elevación va desde el afloramiento hasta la superficie piezométrica. Al graficar el gradiente de presión normal cuya pendiente es determinada por la densidad del agua de formación ( $Gh=0.48$  psi/pie), la presión de cada campo cae sobre esta recta.

Durante la perforación de un pozo se excava un volumen cilíndrico de roca con lo cual se perturba el equilibrio inicial de los esfuerzos presentes en la región vertical del pozo. Este proceso crea esfuerzos tangenciales o radiales que deben ser soportados por la roca que rodea al pozo. En la mayoría de las operaciones de perforación convencional, los perforadores utilizan la presión hidráulica del fluido de perforación como sustituto del soporte mecánico que se pierde a través del volumen cilíndrico excavado. Aunque obviamente la presión hidráulica del fluido de perforación no podrá equilibrarse contra los esfuerzos de corte presentes en una formación.

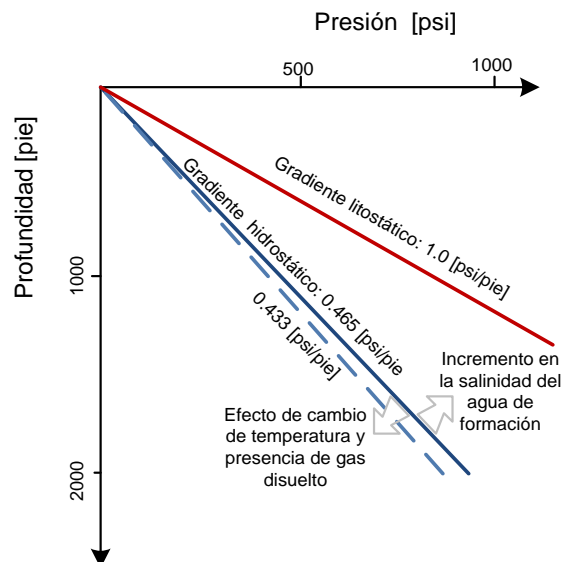


Figura 5.1.6 Gradientes: litostático e hidrostático.

Para el desarrollo de la perforación es necesario conocer las condiciones de presión subsuperficiales para ello es necesario determinar 3 gradientes relacionados a las formaciones:

- Gradiente de poro
- Gradiente de sobrecarga
- Gradiente de fractura

En donde cada una se define como sigue:

### 5.1.5. Gradiente de poro

Para comprender las fuerzas responsables de la presión del subsuelo en un área determinada se deben considerar los procesos geológicos en esa área, principalmente los relacionados a la depositación de los sedimentos.

En general, en áreas de depósito someras como las que ocurren en las desembocaduras de algunos ríos, los sedimentos no son bien compactados ni cementados por lo que poseen una porosidad y permeabilidad relativamente altas. Conforme ocurre más depositación de sedimentos, la compactación aumenta y el contacto entre los granos soporta más carga; sin embargo, el equilibrio en el espacio poroso se mantendrá siempre y cuando existan condiciones favorables para que el agua contenida en los poros fluya hacia áreas de menor presión. La presión de formación normal sólo puede mantenerse si existe la suficiente permeabilidad para permitir que el agua de formación migre con facilidad.

Por lo tanto, la presión hidrostática del líquido contenido en los espacios de los sedimentos depende solamente de la densidad del fluido y así el gradiente de poro de la formación puede ser calculada por el uso de la ecuación 5.1.5 o 5.1.6 para unidades de campo.

La presión de poro normal para un área dada generalmente se expresa en términos del gradiente hidrostático. La Tabla 5.1.1 muestra el gradiente de presión normal para varias áreas que tienen una considerable actividad de perforación.

**Tabla 5.1.1 Gradientes de presión de formación normal para diferentes áreas**

Zona	Gradiente de presión [psi/pie]	Densidad del agua equivalente [kg/m <sup>3</sup> ]
Oeste de Texas	0.433	1.00
Costa del Golfo de México	0.465	1.074
Mar del Norte	0.452	1.044
Malasia	0.442	1.021
Oeste de África	0.442	1.021
Cuenca Anadarko	0.433	1.00
Montañas Rocosas	0.436	1.007
California	0.439	1.014

### Presiones anormales

Una formación con presión de poro normal se considera igual a la presión hidrostática del agua intersticial. En las cuencas sedimentarias el agua intersticial generalmente posee una densidad 1.073 kg/m<sup>3</sup>, lo que establece un gradiente de presión normal de 0.465 psi/ft. La desviación significativa por arriba o por debajo de este gradiente se considera como presión anormal. Las presiones anormales se pueden presentar en yacimientos cuya presión original ha sido reducida como resultado de la producción; por otro lado, las presiones anormalmente altas pueden generarse debido a una tasa de sedimentación demasiado alta provocando que el agua atrapada en los poros se comprima.

### 5.1.6. Gradiente de sobrecarga

Se define a partir de la presión ejercida por el peso total de las formaciones que sobreyacen la formación de interés. Por lo que depende tanto del gradiente litostático como del gradiente hidráulico.

$$G_{\sigma} = 0.052[(1 - \varphi)\rho_m + (\varphi)\rho_f], \quad (5.1.8)$$

donde:

$G_{\sigma}$  = gradiente de sobrecarga [psi/pie]

$\varphi$  = porosidad [frac]

$\rho_m$  = densidad de la matriz de la roca [g/cm<sup>3</sup>]

$\rho_f$  = densidad de los fluidos de la formación [g/cm<sup>3</sup>]

### 5.1.7. Gradiente de fractura

El gradiente de fractura está en función de la presión a la cual se presenta una falla mecánica en la formación.

La mayoría de los pozos se perforan en condiciones de sobrebalance, con densidades de lodo de perforación superiores a la presión de formación. En las zonas de presión anormalmente altas, la densidad del fluido de perforación se debe aumentar para mantener la presión del pozo por encima de la presión de poro para prevenir el flujo de fluidos de las formaciones permeables hacia el pozo. Sin embargo, existe una densidad máxima del fluido de perforación que puede ser tolerada por la formación a una profundidad dada, la cual es proporcionada por al gradiente de fractura; de esta forma, la presión del pozo podrá mantenerse por debajo de la presión que ocasionaría una fractura en la formación. Esto significa que hay una profundidad máxima en la zona de presión anormal, a la cual se puede perforar con seguridad sin cementar para colocar la siguiente sarta de revestimiento en el pozo (véase Figura 5.1.7).

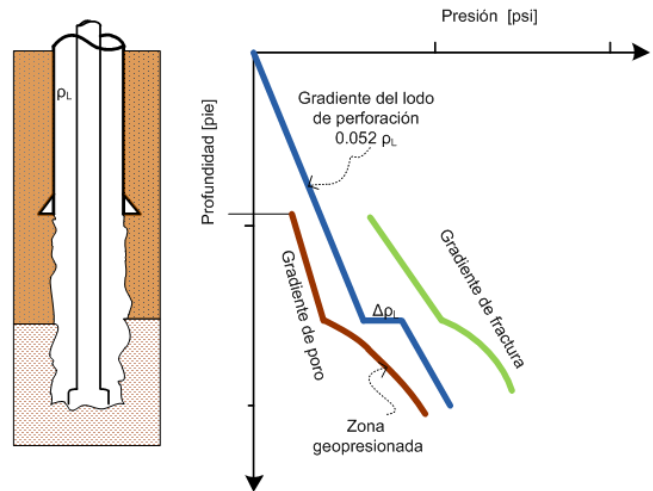


Figura 5.1.7. Ejemplo de un programa de lodo de perforación.

En la etapa de planeación del pozo, el gradiente de fractura puede estimarse a partir de datos de pozos de referencia, si no hay datos disponibles pueden emplearse métodos empíricos, como:

- Matthews Y Kelly
- Eaton
- Daines.

De acuerdo a Eaton:

$$G_f = \left[ \frac{P_{\sigma}}{D} - \frac{P_f}{D} \right] \left[ \frac{\gamma}{1 - \gamma} \right] + \frac{P_f}{D}, \quad (5.1.9)$$

dónde:

$G_f$  = gradiente de fractura [psi/pie]

$P_{\sigma}$  = presión de sobrecarga [psi]

$P_f$  = presión de poro [psi]

$\gamma$  = Relación de Poisson [adimensional]

$D$  = profundidad [pie]

El conocimiento previo de cómo la presión de fractura de la formación varía con la profundidad es tan importante como el conocimiento previo de la variación de la presión de poro, también respecto a la profundidad. En la planificación y la perforación de un pozo que penetra en formaciones con presiones anormales, las técnicas para determinar la presión de formación de fractura, al igual de aquellas que se utilizan para determinar la presión de poro, incluyen métodos de predicción y métodos de verificación. Esto es antes y después de la perforación.

Se puede obtener información más detallada de las geopresiones si se combina la información obtenida durante la perforación con datos de registros eléctricos, acústicos y de densidad, debido a que estos registros presentan una relación muy estrecha con la porosidad como se vió en capítulos anteriores. Por ejemplo, al estudiar el comportamiento de las lutitas se ha observado que éstas se comportan generalmente de forma uniforme con el incremento de la profundidad (véase Figura 5.1.8), es decir muestran una reducción de su porosidad y conductividad en función de la profundidad y la compactación, por lo que al existir una desviación en los niveles de agua congénita superior a la normal, se observa un incremento de la conductividad en los registros eléctricos, que se relaciona a la existencia de presión anormal en esa zona.

**Análisis de los parámetros relacionados a los gradientes de las presiones de formación**

Cuando las presiones de formación (presión de poro, sobrecarga y fractura) se representan en función de la profundidad se les denomina gradientes, de este modo representan una función lineal que posee una ordenada al origen y una pendiente.

*Ordenada al origen*

Este parámetro representa la presión en la superficie, es decir a la profundidad cero o a la que se inicia la perforación, aunque la presión en la superficie es por ejemplo 14.17 [lb/pg<sup>2</sup>] a nivel del mar, generalmente se considera cero para efectos prácticos.

*Pendiente*

La pendiente corresponde a la constante de proporcionalidad entre la presión y la profundidad. Si se habla de presión de poro, ésta se relaciona al gradiente hidrostático que depende absolutamente de la densidad del agua de formación que a su vez varía con su salinidad, la temperatura y presencia de gas en el yacimiento. En el caso del gradiente de sobrecarga depende de la densidad total de la formación es decir tanto de la densidad de la roca como de los fluidos contenidos en ella, por lo que varía en mayor medida en función de la litología de la columna geológica. Finalmente, el gradiente de fractura es uno de los más difíciles de predecir, puesto que está relacionado también con los gradientes anteriores.

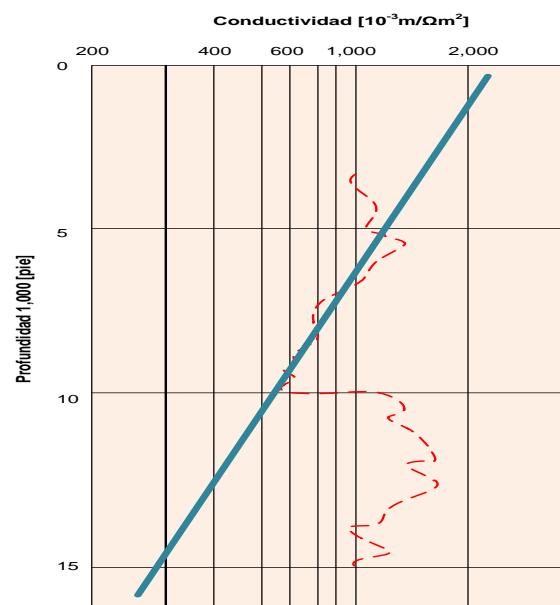


Figura 5.1.8. Empleo de un registro eléctrico para determinar zonas geopresionadas.



## 5.2. Reología de los Fluidos de Perforación

Durante la perforación rotatoria de un pozo, una de las fuerzas que requiere vencer el sistema se debe a la viscosidad de los fluidos de perforación a través de los largos y delgados conductos, es por ello que al evaluar las pérdidas de presión el término que corresponde a la pérdida por fricción es de gran utilidad para determinar la presión mientras se circula un fluido en un pozo; sin embargo, esta tarea es compleja, debido a que la mayoría de los fluidos con los que se perfora son fluidos no Newtonianos.

Conocer las pérdidas de presión en el pozo es de utilidad para determinar los requerimientos operacionales de la bomba, la tasa de flujo óptima, por ejemplo. Es por ello que, de manera conjunta, las propiedades de flujo de los fluidos de perforación deben ser controladas, si se pretende que se comporten en forma apropiada al cumplir sus diferentes funciones. Estas propiedades son tema de estudio de la reología, que es definida como la ciencia que estudia la deformación y el flujo de la materia, en este caso de los fluidos de perforación. Mediante la aplicación de los modelos reológicos se busca caracterizar el comportamiento de flujo de cada tipo de fluido mediante el desarrollo de relaciones entre el esfuerzo de corte aplicado y la tasa de corte resultante. Muchas de estas relaciones exhiben un comportamiento que puede ser aproximado por medio de ecuaciones que gráficamente se presentan en forma de líneas rectas.

En general, basados en la naturaleza de su comportamiento reológico, los fluidos pueden clasificarse como:

- Fluidos Newtonianos.
- Fluidos No Newtonianos.
- Fluidos Visco-elásticos.

Los fluidos Newtonianos son aquellos que poseen una viscosidad constante dependiente de la temperatura pero independiente de la velocidad de corte. Por lo que la relación entre el esfuerzo de corte aplicado y la tasa de corte, es constante respecto al tiempo.

Los fluidos No Newtonianos son aquellos que no pueden ser definidos por medio de un solo valor de viscosidad a una temperatura en específico, por lo que presentan una amplia variedad de relaciones entre el esfuerzo de corte y la tasa de corte. Son fluidos cuya viscosidad varía con respecto al tiempo. Una alta concentración de sólidos y baja temperatura induce o incrementa un comportamiento No Newtoniano.

Esta clase de fluidos puede subdividirse en dependientes del tiempo e independientes del tiempo. Para los fluidos independientes del tiempo, la viscosidad permanece constante con respecto al tiempo para una tasa de corte constante, mientras que para los fluidos dependientes del tiempo, la viscosidad varía con respecto al tiempo aún para una tasa de corte constante.

De este modo se tiene la siguiente clasificación para fluidos No Newtonianos:



Los fluidos que se circulan durante la perforación de un pozo en su mayoría son clasificados como fluidos No Newtonianos.

Los Fluidos Vico-elásticos son fluidos que exhiben un comportamiento tanto viscoso como elástico; al aplicárseles un esfuerzo se deforman y fluyen como un líquido pero una vez que se retira el esfuerzo recuperan parte de su estado natural como sólidos.

En la caracterización del comportamiento de los fluidos circulados durante la perforación de un pozo, se han realizado numerosos estudios con el objeto de obtener una descripción matemática de las fuerzas viscosas presentes, esta descripción permite desarrollar ecuaciones para determinar las pérdidas de presión por fricción que se producen al circular un fluido a través de un sistema.

Los modelos reológicos son usados generalmente por los ingenieros de perforación para aproximar el comportamiento real de los fluidos de perforación cuando su flujo es laminar. Entre estos modelos están:

- Modelo Newtoniano
- Modelos No Newtonianos
  - Modelo plástico de Bingham
  - Modelo de Ley de Potencia

Cada uno de estos modelos puede ser aplicado con base al tipo de fluido y representa un comportamiento diferente de acuerdo al régimen de flujo en el espacio anular.

### 5.2.1. Modelo Newtoniano

El agua, los hidrocarburos ligeros y todos los gases son ejemplos de fluidos Newtonianos. En estos fluidos las fuerzas que intervienen son principalmente caracterizadas por la viscosidad del fluido. Para entender la naturaleza de la viscosidad, considérese un fluido contenido entre dos placas largas de área A, las cuales están separadas por una

pequeña distancia L (véase la Fig. 5.2.1). La placa superior que inicialmente está en reposo (a), es puesta en movimiento en la dirección X con una velocidad constante  $\bar{v}$  (b). Después de que ha pasado suficiente tiempo se alcanza un movimiento uniforme (c), posteriormente una fuerza F es requerida para mantener la placa superior a una velocidad constante (d).

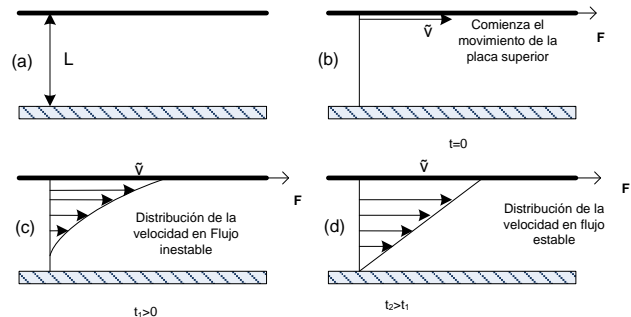


Figura 5.2.1 Distribución de la velocidad en un fluido entre dos placas.

La magnitud de la fuerza F, puede obtenerse de la siguiente relación:

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dL}, \quad (5.2.1)$$

donde:

$\tau$  = esfuerzo de corte [dina/cm<sup>2</sup>]

F = fuerza [dina]

A = área de la placa que está en contacto con el fluido [cm<sup>2</sup>]

$\mu$  = viscosidad del fluido [dina·s/cm<sup>2</sup>]

v = velocidad de la placa superior [cm/s]

L = distancia entre las placas [cm]

El factor,  $\frac{F}{A}$ , es denominado esfuerzo de corte y será denotado por la letra  $\tau$ .

El término  $\frac{dv}{dL}$  es conocido como tasa de corte y será denotado por la letra  $\dot{\gamma}$ , con unidad (s<sup>-1</sup>).

El modelo Newtoniano establece que la tasa de corte es directamente proporcional al esfuerzo, donde  $\mu$  es la constante de proporcionalidad y es conocida como la viscosidad del fluido. De este modo la gráfica de esfuerzo de corte contra tasa de corte para un fluido Newtoniano resulta en una línea recta (véase Figura 5.2.2) cuya pendiente equivale a la viscosidad del fluido. En términos del movimiento de las placas, al incrementar la fuerza  $F$ , el cambio de velocidad será en proporción a su viscosidad, lo cual indica que al aplicar una fuerza sobre dos fluidos con distinta viscosidad, el de menor viscosidad sufrirá un mayor cambio en su velocidad en comparación con el de mayor viscosidad.

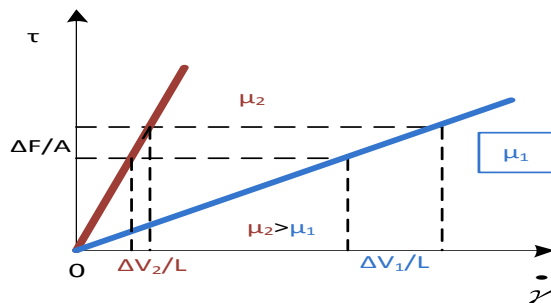


Figura 5.2.2 Modelo Newtoniano.

La ordenada al origen indica que tan pronto como la fuerza se aplica sobre la placa, el movimiento en la placa es iniciado.

Por lo tanto, al graficar la viscosidad contra la tasa de corte se obtendrá una línea recta paralela al eje de las abscisas (Fig. 5.2.3).



Figura 5.2.3. Gráfica de  $\mu$  vs  $\dot{\gamma}$  para un fluido Newtoniano ideal.

Ejemplo de aplicación:

Si la placa superior tiene un área de 20 [cm<sup>2</sup>] y está separada 1 [cm] de la placa inferior, calcular la viscosidad del fluido que está entre las placas, si se aplica una fuerza de 100 [dina] para mover la placa superior a una velocidad constante de 10 [cm/s].

- 1) Calcular el esfuerzo de corte

$$\tau = \frac{100 \text{ [dina]}}{20 \text{ [cm}^2\text{]}} = 5 \left[ \frac{\text{dina}}{\text{cm}^2} \right]$$

- 2) Calcular la tasa de corte

$$\dot{\gamma} = \frac{10 \left[ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right]}{1 \text{ [cm]}} = 10 \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

- 3) Calcular la viscosidad

$$\mu = \frac{5 \left[ \frac{\text{dina}}{\text{cm}^2} \right]}{10 \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 0.5 \left[ \frac{\text{dina} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} \right]$$

La viscosidad es expresada generalmente en poise que equivale a 1  $\left[ \frac{\text{dina} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} \right]$  o 1  $\left[ \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}} \right]$ ; sin embargo, en la industria petrolera un poise es una cantidad que se considera muy grande, por lo que es más común usar el centipoise, o sea la centésima parte de un poise. Por lo tanto para el Ejemplo 5.2.1 resulta:

$$\mu = 50 \text{ [cp].}$$

La relación lineal expuesta en la ecuación 5.2.1 es válida siempre y cuando el fluido tenga un flujo laminar, esto sucede cuando la tasa de corte es relativamente pequeña ya que a velocidades de corte altas el patrón de flujo cambia de laminar a turbulento, acerca del cual no se ha descrito mucho matemáticamente.

## Análisis de los parámetros del modelo Newtoniano

El modelo Newtoniano es utilizado para representar a aquellos fluidos cuya viscosidad se mantiene constante respecto a la velocidad de corte, aunque puede variar con la temperatura (véase Tabla 5.2.1).

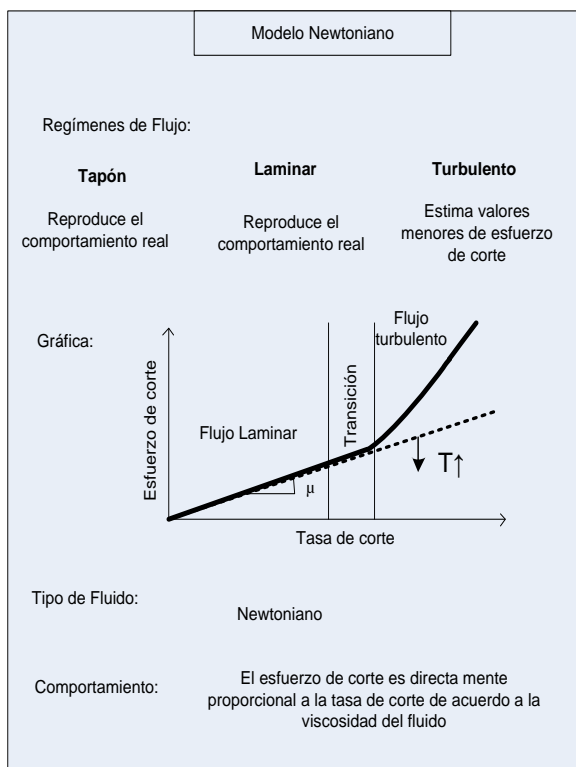
### Ordenada al origen

El modelo indica una relación directamente proporcional que gráficamente se describe por una línea recta que pasa por el origen.

### Pendiente

En este caso, cuando el régimen de flujo es laminar la pendiente es equivalente a la viscosidad del fluido, de tal modo que la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de corte es constante e independiente del tiempo. Si, en cambio, la viscosidad es dependiente de la temperatura: en general si la temperatura crece la viscosidad decrece.

Tabla 5.2.1. Resumen del comportamiento del Modelo Newtoniano



## 5.2.2. Modelos No Newtonianos

La mayoría de los fluidos de perforación son más complejos como para ser caracterizados por medio del valor de la viscosidad. Los fluidos que no exhiben una relación directamente proporcional entre el esfuerzo y la tasa de corte son clasificados como fluidos no newtonianos. Los fluidos que son dependientes de la velocidad de corte son los pseudoplásticos si la viscosidad aparente decrece con el incremento de la velocidad de corte y son dilatantes si la viscosidad aparente aumenta cuando se incrementa la velocidad de corte. Los fluidos dependientes de la velocidad de corte son tixotrópicos si la viscosidad decrece después de que la velocidad de corte se ha incrementado.

Los modelos plástico de Bingham y Ley de Potencia son usados para aproximar el comportamiento pseudoplástico de fluidos de perforación y las lechadas de cemento.

### Modelo plástico de Bingham

Este modelo tiene mucha aplicación en campo ya que a pesar de ser muy simple aporta buenos resultados. Se basa en la siguiente regla de correspondencia:

$$\tau = \mu_p \dot{\gamma} + \tau_y; \text{ si } \tau > \tau_y, \quad (5.2.2)$$

$$\gamma = 0; \text{ si } -\tau_y \leq \tau \leq \tau_y, \quad (5.2.3)$$

$$\tau = \mu_p \dot{\gamma} - \tau_y; \text{ si } \tau < -\tau_y, \quad (5.2.4)$$

donde:

$\mu_p$  = viscosidad plástica  $\tau$  = esfuerzo de corte

$\tau_y$  = punto de cedencia  $\dot{\gamma}$  = tasa o velocidad de corte.

En este modelo se considera que el fluido comenzará a moverse hasta que el esfuerzo de corte exceda el valor mínimo de  $\tau_y$  conocido como punto de cedencia. Después de que este punto ha sido rebasado el fluido se comporta como un fluido Newtoniano donde el esfuerzo de corte será proporcional a la velocidad de corte. La constante de proporcionalidad se conoce como viscosidad plástica

$\mu_p$ .

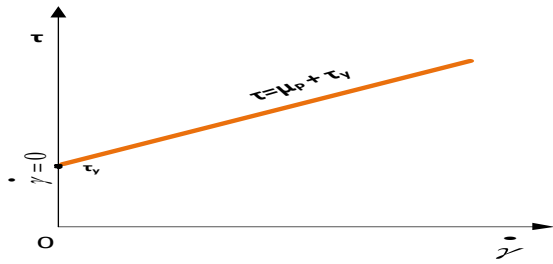


Figura 5.2.4. Gráfica de esfuerzo de corte contra velocidad de corte; modelo plástico de Bingham.

La principal variación con respecto al modelo Newtoniano es que en este caso la ordenada al origen tiene un valor distinto de cero, que representa el punto de cedencia.

El modelo de Bingham se ha utilizado en campo para describir el comportamiento de flujo de lodos de perforación con bajo contenido de arcilla y para algunas lechadas de cemento

**Análisis de los parámetros del modelo de Bingham**

*Pendiente*

La pendiente de este modelo se relaciona a la viscosidad plástica, que es causada por la fricción mecánica y puede ser afectada por la concentración de sólidos y por el tamaño y la forma de los sólidos. De esta forma, el disminuir el tamaño de las partículas a volumen constante se manifiesta en un incremento de pendiente que indica una mayor viscosidad plástica debido a que hay un aumento en el área de contacto entre las partículas, lo que incrementa la fricción, que puede ser incrementada también por alta concentración de sólidos.

*Ordenada al origen*

Se relaciona con el punto de cedencia, es decir el esfuerzo de corte máximo requerido para que el fluido comience a moverse, una vez que se rebasa este punto el fluido se comporta como fluido Newtoniano. El punto de cedencia es una medida de las fuerzas de atracción en el lodo,

resultado de cargas positivas o negativas localizadas cerca de la superficie de las partículas.

El comportamiento general de acuerdo a cada tipo de régimen de flujo se presenta en la Tabla 5.2.2.

Tabla 5.2.2 Resumen del comportamiento del Modelo de Bingham

Modelo de Bingham		
Regímenes de Flujo:		
<b>Tapón</b>	<b>Laminar</b>	<b>Turbulento</b>
Estima valores mayores de esfuerzo de corte	Reproduce el comportamiento real	Estima valores menores de esfuerzo de corte
Flujo tapón	Flujo Laminar	Flujo turbulento
Gráfica:		
Tipo de Fluido: Fluidos plásticos		
Comportamiento: El esfuerzo de corte es proporcional a la tasa de corte de acuerdo a la viscosidad plástica del fluido a partir del punto de cedencia		

**Modelo Ley de Potencia**

El modelo desarrollado por Ostwald (1929) es uno de los modelos más usados en la industria petrolera y es comúnmente denominado: modelo Ley de Potencia. Su importancia radica en que se puede aplicar a un gran número de fluidos No Newtonianos en un amplio intervalo de velocidades de corte. Los resultados de la aplicación de este modelo han mostrado una mayor aproximación al comportamiento real, esto se explica porque las velocidades de corte en el espacio anular frecuentemente están consideradas en el rango de este modelo.

Así como el modelo plástico de Bingham, el modelo de Ley de Potencia requiere de dos parámetros para la caracterización de un fluido.

$$\tau = K\dot{\gamma}^n, \quad (5.2.5)$$

donde

$K$  =índice de consistencia

$n$  =índice de comportamiento de flujo

$\tau$  =esfuerzo de corte [dina/cm<sup>2</sup>]

$\dot{\gamma}$  =tasa o velocidad de corte [s<sup>-1</sup>]

Este modelo puede emplearse para representar fluidos pseudoplásticos (para  $n < 1$ ), fluidos newtonianos (para  $n=1$ ) y fluidos dilatantes (sí  $n > 1$ ). Esto es válido solo para flujo laminar.

Para los fluidos No Newtonianos se utiliza el concepto de viscosidad aparente,  $\mu_a$ , relacionada a la ecuación 5.2.5. La viscosidad aparente en el caso de fluidos pseudoplásticos está dada por:

$$\mu_a = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (5.2.6)$$

En campo, el índice  $K$  es indicativo de la bombeabilidad del lodo y aumenta conforme el fluido se hace más viscoso.

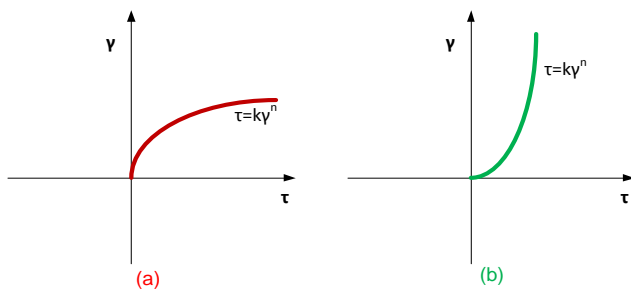


Figura 5.2.5 Gráfica de Esfuerzo vs velocidad de corte; (a) fluido pseudoplástico, (b) fluido dilatante.

Los valores de los parámetros  $n$  y  $K$  se puede determinar utilizando el viscosímetro Fann, con las siguientes ecuaciones:

$$n = 3.32 \text{Log} \left( \frac{L600}{L300} \right) \quad (5.2.7)$$

$$K = 1.066 \frac{L300}{(1.703 \times 300)^n}, \quad (5.2.8)$$

donde:

$L600$  =Lectura del viscosímetro Fann a 600 rpm

$L300$  =lectura del viscosímetro Fann a 300 rpm

De acuerdo al modelo 5.2.5 al graficar el esfuerzo de corte contra la velocidad de corte en escala log-log es posible obtener una línea recta con pendiente  $n$  y ordenada al origen  $K$ .

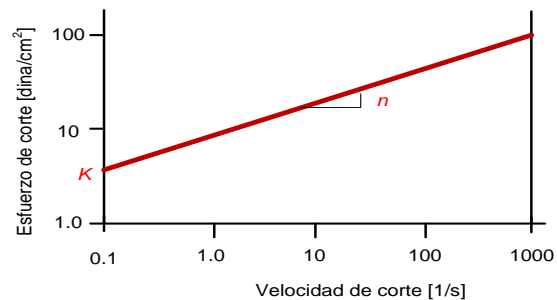


Figura 5.2.6. Gráfica de  $\tau$  vs  $\dot{\gamma}$  en escala log-log.

Aunque el modelo de Ley de Potencia cubre varias velocidades de corte, el modelo debe usarse dentro de la región de ley de potencia particular de cada fluido para asegurar una predicción exacta de la viscosidad del fluido. En la siguiente Figura 5.2.7 se muestra la desviación del modelo para bajas tasas de corte.

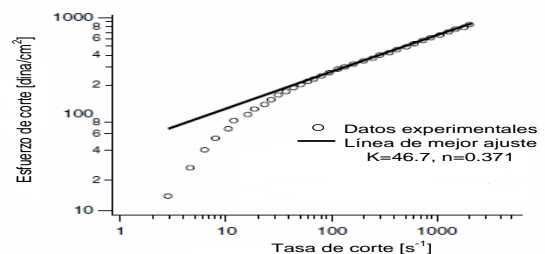


Figura 5.2.7. Desviación de la tendencia lineal a bajas tasas de corte.

### 5.2.3. Efectos de la temperatura en los fluidos de perforación

En general, en la mayoría de los líquidos y suspensiones se ha observado una disminución de la viscosidad con el incremento de la temperatura, se ha comprobado que la disminución de la viscosidad puede deberse a dos efectos:

- Disminución de la viscosidad del medio dispersante
- Debilitamiento de las estructuras por las partículas al aumentar la temperatura

A través de algunos estudios se han observado dichos efectos, por ejemplo, para una emulsión de petróleo se obtuvieron los siguientes resultados mediante un estudio reológico.

Tabla 5.2.3. Resultados obtenidos del estudio reológico

Tasa de corte $\dot{\gamma}$ [ $s^{-1}$ ]	Esfuerzo de corte [ $dina/cm^2$ ]		
	15 °C	25 °C	35 °C
90	20.1	16.2	11.3
150	29	19.1	18.5
250	41.1	27	20.1
400	59	39.5	26.3
650	70.1	44.6	37.2
800	82.5	60.1	45.1
999	95	65.6	52.3
1230	111.3	80	65.2
1550	136	100.3	76

Al graficar los datos de esfuerzo de corte contra la tasa de corte para cada temperatura se obtuvo la siguiente gráfica que puede ser modelada por la Ley de Potencia.

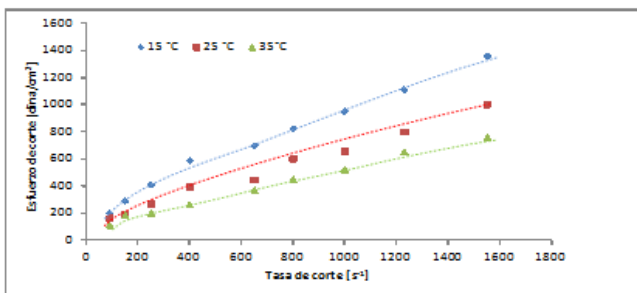


Figura 5.2.8. Gráfica de  $\tau$  vs  $\dot{\gamma}$  para los datos de la Tabla 5.2.3

A partir de las curvas obtenidas se estiman los valores del índice de flujo,  $n$ , y del índice de consistencia,  $K$ , para cada temperatura.

Tabla 5.2.4. Parámetros del modelo Ley de Potencia y de desviación media cuadrática

Parámetros	Temperatura °C		
	15	25	35
$K$ [ $dina \cdot s/cm^2$ ]	1.054	0.915	0.799
$n$ [adim]	0.646	0.640	0.642
R2	0.995	0.984	0.980

Al analizar los valores resultantes de  $n$  y  $K$  de la tabla 5.2.4 se puede ver claramente que la temperatura afecta los valores de índice de consistencia, pero no así los valores del índice de flujo. El índice de consistencia disminuye al aumentar la temperatura.

A partir de los valores de  $n$  y  $K$  se obtuvo la viscosidad aparente empleando la ecuación 5.2.6. Los resultados se muestran en la Tabla 5.2.5.

Tabla 5.2.5. Variación de la viscosidad aparente por cambio de temperatura.

Tasa de corte $\dot{\gamma}$ [ $s^{-1}$ ]	Viscosidad aparente [cp]		
	15 °C	25 °C	35 °C
90	21.420	18.081	15.960
150	17.875	15.041	13.292
250	14.916	12.512	11.071
400	12.629	10.562	9.356
650	10.634	8.867	7.863
800	9.880	8.228	7.300
999	9.132	7.595	6.742
1230	8.484	7.046	6.258
1550	7.8	6.5	5.8

Al graficar en escala logarítmica los valores de viscosidad aparente contra la tasa de corte para cada temperatura se obtuvo la gráfica de la Figura 5.2.9.

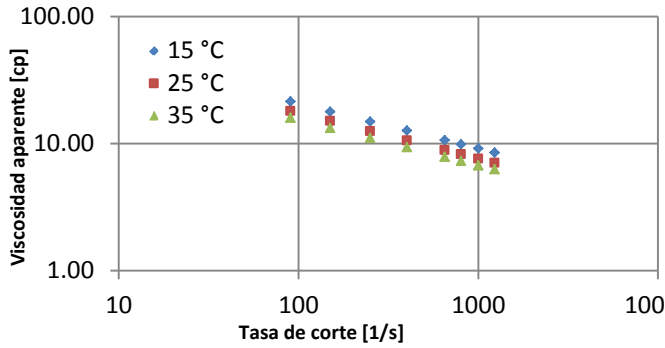


Figura 5.2.9. Gráfica de  $\dot{\gamma}$  vs  $\mu_a$  para 15, 25 y 35 °C.

Se puede notar que los valores de la viscosidad aparente en el caso de las tres temperaturas disminuyen con el aumento de la tasa de corte.

Finalmente en la Figura 5.2.10 se tiene la gráfica de temperatura contra viscosidad aparente, donde se observa claramente la disminución de la viscosidad con el incremento de temperatura.

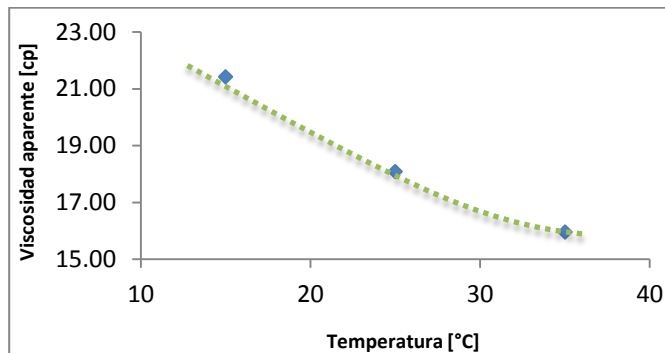


Figura 5.2.10. Gráfica de T vs  $\mu_a$  para una tasa de corte de  $90 \text{ s}^{-1}$ .

## Análisis de los parámetros del modelo Ley de Potencia

Se ha visto que el modelo Ley de Potencia puede ser representado gráficamente como una línea recta en escala doble logarítmica para su análisis (véase Tabla 5.2.6), cuyos parámetros dependen de:

### Ordenada al origen

Es equivalente al índice de consistencia, el cual se considera como un indicador de la viscosidad de fluido, su valor se ve claramente afectado por la variación de temperatura. En general disminuye con forme la temperatura decrece.

### Pendiente

La pendiente se relaciona al índice de flujo. Entre mayor pendiente mayor índice de flujo. Este parámetro es menos susceptible a los cambios de temperatura.

Tabla 5.2.6. Resumen del comportamiento del Modelo Ley de Potencia

Modelo Ley de Potencia		
Tapón	Laminar	Turbulento
Estima valores menores que el comportamiento real	Reproduce el comportamiento real	Estima valores mayores de esfuerzo de corte
Gráfica Log-Log:		
Tipo de Fluido:	Fluidos pseudoplásticos	
Comportamiento:	El esfuerzo de corte crece exponencialmente de acuerdo a la tasa de corte	



### 5.3. Temperaturas del Pozo y de la Formación

En las tareas de diseño, selección y cementación de tuberías de revestimiento, selección de fluidos de perforación, así como en estudios de producción y de recuperación mejorada, es necesario el conocimiento de la temperatura a lo largo del pozo y, por lo tanto, también del gradiente geotérmico.

En la práctica, los datos de temperatura recopilados durante la perforación de un pozo sirven como insumo fundamental para la exploración y explotación de hidrocarburos. Se obtienen por medio de herramientas que van desde termómetros o termistores ya se para medir temperaturas absolutas, diferenciales o gradientes. En general la medición de la temperatura puede ser tan simple como una serie de monitores de temperatura máxima que se adjuntan a la parte exterior de una cadena de herramientas; en este caso, solo la temperatura máxima es registrada, aunque también se puede leer la diferencia de temperatura entre dos sondas separadas a lo largo de la herramienta.

#### 5.3.1. Gradiente geotérmico

La temperatura de la corteza terrestre se incrementa con la profundidad debido a que el núcleo de la Tierra es extremadamente caliente y le sede parte de su energía, la cual se va perdiendo hacia la superficie. Otras fuentes de calor en la corteza y el manto superior ocurren debido a la presencia de radioelementos (uranio, potasio, etc.), que generan junto con la energía proveniente del núcleo, cerca del 90% del calor de la Tierra.

Suponiendo que la corteza terrestre que rodea un pozo actúa como una capa infinita, homogénea y de conductividad térmica constante, según la ley de Fourier el flujo de calor es proporcional al gradiente de temperatura:

$$\dot{Q} = k_h A \left( \frac{dT}{dz} \right), \quad (5.3.1)$$

donde:

$\dot{Q}$  = flujo de calor [ $10^{-3}$ cal/s  $cm^2$ ]

$T$  =temperatura [ $^{\circ}C$ ]

$z$  = profundidad [pie]

$k_h$  = conductividad térmica [ $10^{-3}$ cal/s  $cm^{\circ}C$ ]

$A$  =área de la corteza terrestre por la que ocurre el flujo de calor  $\dot{Q}$  [ $cm^2$ ]

La conductividad térmica es el factor de proporcionalidad para determinar la conducción de calor en la formación.

Considerando el flujo de calor en la corteza terrestre a través de un área dada ( $A$ ) independiente del tiempo.  $\dot{Q}$  permanece constante.

$$\frac{dT}{dz} = g_G, \quad (5.3.2)$$

donde  $g_G$  es constante y comúnmente denominado gradiente geotérmico.

Despejando  $dz$  de la ecuación 5.3.2:

$$\begin{aligned} dz &= \frac{1}{g_G} dT. & (5.3.3) \\ y &= m x + b \\ b &= 0 \end{aligned}$$

En la ecuación 5.3.3 se observa claramente que al graficar la distribución de la temperatura con respecto a la profundidad se obtiene una línea recta cuya pendiente es equivalente al recíproco del gradiente geotérmico (véase Fig. 5.3.1).

Integrando la ecuación 5.3.3.

$$\int_0^D dz = \frac{1}{g_G} \int_{T_s}^{T_f} dT$$

$$D = g_G(T_f - T_s)$$

$$T_f = T_s + g_G D \quad , \quad (5.3.4)$$

donde:

$T_f$  = temperatura en el fondo a la profundidad D [°F]  
 $T_s$  = temperatura superficial [°F] (varía de acuerdo a las condiciones climatológicas)  
 $D$  = profundidad de interés [pie]  
 $g_G$  = gradiente geotérmico [°F/pie]

La ecuación 5.3.4 puede usarse para determinar la temperatura en el fondo de un pozo a partir de una profundidad aproximada a 100 pies, a la cual las variaciones de temperatura en la superficie son menos perceptibles.

La ecuación 5.3.4 puede expresarse como:

$$g_G = \left[ \frac{(T_f - T_s)}{D} \right] 100, \quad (5.3.5)$$

donde el gradiente geotérmico,  $g_G$ , se expresa comúnmente en °F/100 pie o en °C/km, dependiendo de las unidades empleadas.

El gradiente geotérmico varía de acuerdo a cada región, su valor es determinado por las características geológicas subsuperficiales. Sin embargo, alrededor del

mundo se usa un gradiente geotérmico promedio (18.2°C/km o 1°F/100ft, ver Figura 5.3.1), aunque valores significativamente más altos (85° C/km) se pueden encontrar en zonas tectónicas activas mientras que valores más bajos (12 °C/km) se han registrado por ejemplo, en los círculos polares.

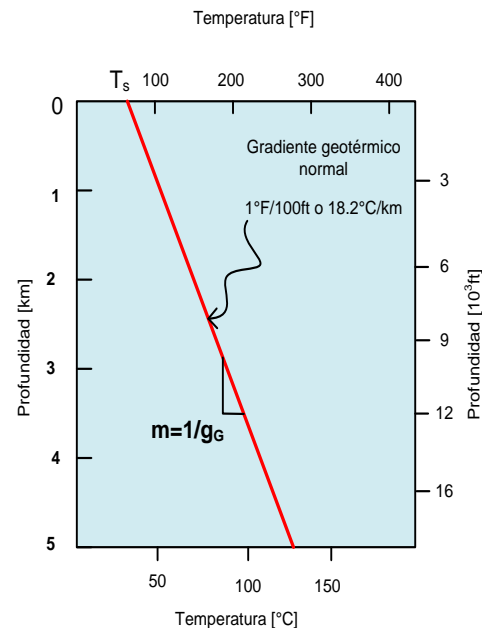


Figura 5.3.1. Gradiente geotérmico normal.

Sí el gradiente de temperatura es de 1°C por cada 30 metros de profundidad, se tendrá para un caso hipotético de un estrato a 1,500 metros, una temperatura de 50°C mayor que la ambiental y si la temperatura ambiental es de 28°C, la temperatura de ese estrato será 78°C, y a 3,000 metros será de 128 °C.

Para efectos prácticos se considera al gradiente geotérmico constante, aunque realmente esto no sea cierto. Debido a las diferentes propiedades de las rocas (conductividad térmica, porosidad), el gradiente geotérmico cambia a lo largo de la columna geológica (véase Fig. 5.3.2). Algunas rocas, como la caliza, actúan como aislantes térmicos, ya que poseen una conductividad térmica relativamente baja, mientras que rocas con alta conductividad térmica, como la dolomía,

pueden permitir la conducción térmica de manera eficiente (ver Tabla 5.3.1).

Tabla 5.3.1. Conductividad térmica para diferentes materiales presentes en los yacimientos petroleros

Material	Conductividad térmica [cal/s·cm·°C]
Gas	0.065
Aceite	0.35
Cemento	0.7
Agua	1.2 -1.4
Arcilla	2.8-5.6
Yeso	3.1
Arena	3.5-7.7
Caliza porosa	4-7
Caliza densa	6-8
Dolomía	9 -13
Sal	12.75
Anhidrita	13

Por lo tanto, puede indicarse que a mayor conductividad térmica de las rocas, se tendrá menor gradiente geotérmico.

La conductividad térmica de las rocas que comúnmente se encuentra en los yacimientos petroleros varía en un rango de 2 a 4 [cal/s·cm·°C] pero con valores extremos que pueden ser tan bajos como 0.5 [cal/s·cm·°C] en arcillas con elevada porosidad ocupada por agua o alcanzar hasta 7.7 [cal/s·cm·°C] en areniscas formadas exclusivamente por cuarzo. Los valores más bajos corresponden siempre a rocas con elevada porosidad. En general, la conductividad térmica de las rocas sedimentarias se ve afectada principalmente por su mineralogía, porosidad y tipo de fluido saturante.

La distribución de la temperatura real varia principalmente de acuerdo a la conductividad térmica de cada tipo de roca, en la Figura 5.3.2 se observa el cambio de pendiente conforme cambia el tipo de roca a medida que se perfora. Como se mencionó en un inicio,

el gradiente geotérmico se determina por la temperatura máxima de las formaciones a una profundidad determinada por lo que es muy probable que se ignoren las variaciones de temperatura existentes a menores profundidades.

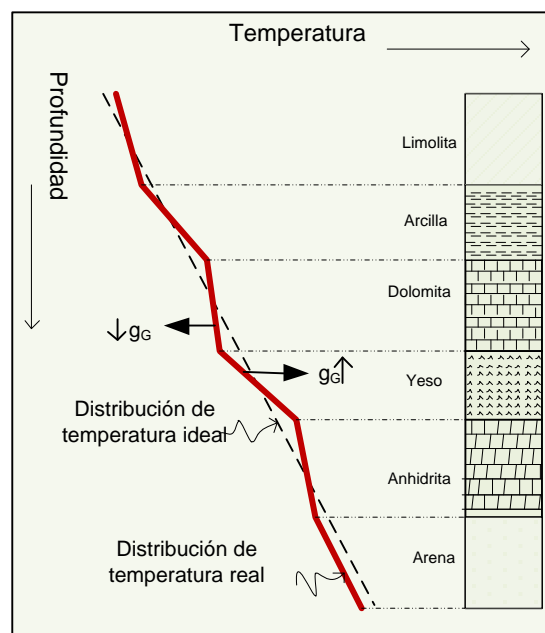


Figura 5.3.2. Distribución real e ideal de temperatura en la corteza terrestre.

Al observar el comportamiento de la distribución de la temperatura con respecto al cambio en la conductividad térmica de las rocas, se puede decir que a mayor conductividad térmica mayor pendiente y por lo tanto menor gradiente geotérmico. Esto se puede explicar ya que a una alta conductividad térmica se tiene un mayor flujo de calor originando que el calor se escape rápidamente y, por lo tanto, que la formación se enfríe. Contrariamente, las capas de rocas con menor conductividad actúan como un aislante térmico, atrapando calor, por lo que se registra un incremento en la temperatura.

*Ejemplo de aplicación:*

Una temperatura máxima de 216 °F es medida en un pozo perforado a 14,600 pies de profundidad. Si la temperatura superficial es de 70 °F, determine:

- 1) El gradiente geotérmico.
- 2) La temperatura de la formación a 12,000 pies de profundidad.
- 3) El gradiente geotérmico para temperaturas superficiales entre 60°F y 80 °F.

Solución:

- 1) A partir de la ecuación 5.3.4

$$g_G = \frac{T_f - T_s}{D} = \frac{216 - 70}{14600} \times 100 = 1 [^\circ F/100ft]$$

- 2) A una profundidad de 12,000 pies la temperatura de la formación es:

$$T_f = 70 + 1(12000/100) = 190 [^\circ F]$$

- 3) El gradiente de temperatura para una temperatura superficial de 60°F

$$g_G = \frac{216 - 60}{14600} \times 100 = 1.068 [^\circ F/100 pie]$$

El gradiente geotérmico para una temperatura superficial de 80°F

$$g_G = \frac{216 - 80}{14600} \times 100 = 0.931 [^\circ F/100 pie]$$

Graficando los tres gradientes:

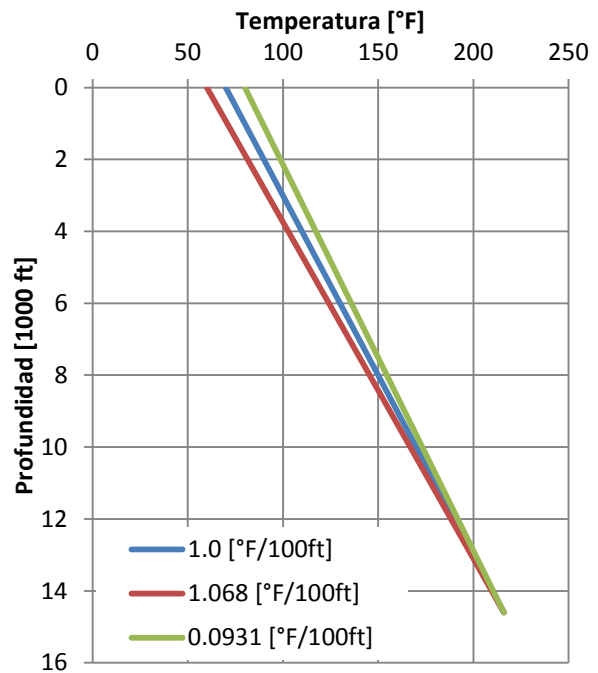


Figura 5.3.3. Gradientes de temperatura del ejemplo 5.3.1.

Se puede apreciar una variación de  $\pm 6.8\%$  en el gradiente geotérmico ante una desviación de 10°F en la temperatura superficial, que es una desviación muy pequeña para este caso. Por otro lado, el incremento en la temperatura superficial disminuye el gradiente de temperatura ya que reduce la diferencia de temperatura entre la superficie y el fondo de la formación.

### 5.3.2. Factores que alteran el gradiente geotérmico

Algunas variaciones del gradiente de temperatura de las formaciones se han observado en zonas con presión anormal.

En la Figura 5.3.4 se muestra el cambio originado en el gradiente geotérmico por la presencia de una zona con presión anormal.

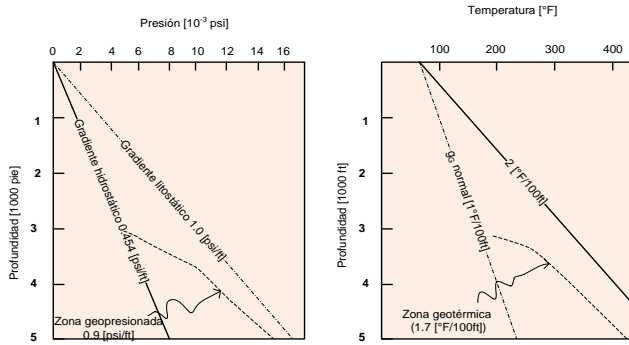


Figura 5.3.4. Gradiente de presión y temperatura para una misma formación.

La presión anormal se puede relacionar a una rápida depositación de los sedimentos, lo que ocasiona una baja compactación de las rocas, donde la expulsión completa de agua de la formación no se produce, dejando los sedimentos como un sistema débilmente ligado con agua intergranular y posiblemente con partículas de arcillas hinchadas (ver Figura 5.3.5).

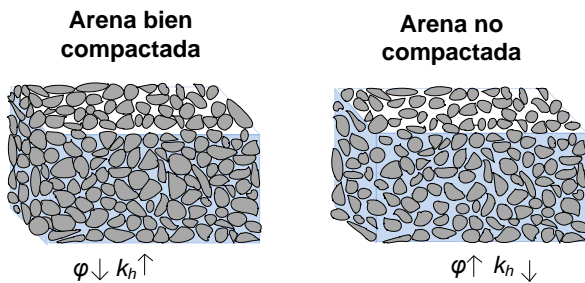


Figura 5.3.5. Cambio en la conductividad térmica por compactación.

Horai (1971) propuso un modelo para relacionar la conductividad térmica de una roca porosa,  $k_h$ , con la mineralogía y la porosidad, que se define como:

$$k_h = K_m^{(1-\varphi)} k_w^\varphi, \quad (4.3.6)$$

donde  $\varphi$  es la porosidad in situ,  $k_m$  y  $k_w$  son las conductividades de la matriz y del fluido respectivamente.

De acuerdo al modelo de Horai la conductividad de una arena compactada es mayor que la de una arena no compactada. Esto puede explicarse por el incremento de la saturación de agua en la arena menos compactada, la cual posee una conductividad térmica

menor, disminuyendo la conductividad térmica total de la roca. Sin embargo, esto no siempre sucede de esta forma ya que en formaciones superficiales bien compactadas se han determinado conductividades térmicas bajas, esto puede explicarse por el incremento de la temperatura de los fluidos contenidos en los poros de la roca por un efecto de la sobre carga, cuyo incremento de temperatura se relaciona a una baja conductividad.

Formaciones poco profundas, bien cementadas y con presión normal, generalmente poseen baja conductividad y actúan como aislantes térmicos disminuyendo la transferencia de calor proveniente del subsuelo.

Otros factores que pueden afectar el comportamiento del gradiente geotérmico son:

- El tipo de reacciones químicas que predominen en la zona (endotérmica y exotérmica). Si predominan las reacciones endotérmicas o de absorción de calor, el gradiente geotérmico será menor que en zonas en que predominen las reacciones exotérmicas
- Concentración de elementos radiactivos que desprenden calor en su desintegración, elevando el gradiente geotérmico.
- La proximidad de rocas eruptivas, aún no consolidadas, que aportan calor en forma considerable.

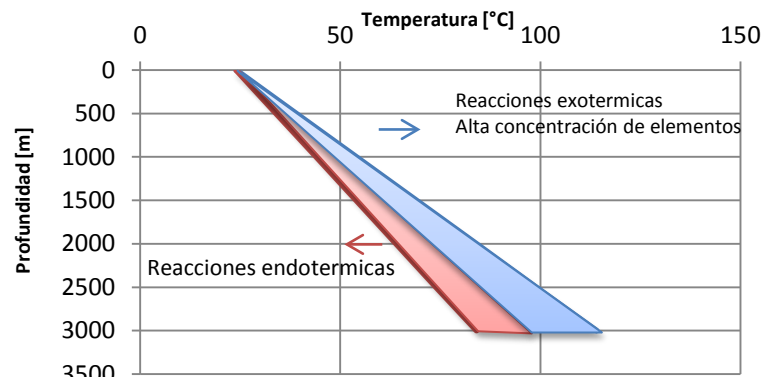


Figura 5.3.6. Factores de alteran el Gradiente Geotérmico.

En general, la corteza terrestre es un muy mal conductor de calor y actúa como un aislante térmico para las capas inferiores, que de esta forma pueden mantener las temperaturas altas, además de evitar que el calor del interior de la tierra se escape.

### 5.3.3. Transferencia de calor en el pozo

El calor en el interior de la tierra se transporta, en general, en 3 formas: por conducción, convección y por radiación. En la corteza terrestre principalmente actúa la transferencia de calor por conducción que se da de un cuerpo más caliente a otro más frío cuando se encuentran en contacto y su eficiencia depende de la conductividad térmica de los materiales. La transferencia de calor por convección se produce únicamente por medio de fluidos, cuando un fluido transporta calor de una zona a otra del yacimiento con diferentes temperaturas, al calentarse un fluido su temperatura aumenta y su densidad disminuye de esta forma es más ligero y asciende desplazando al fluido que se encuentra en la parte superior; en si, la convección involucra la transferencia de calor por medio de corrientes ascendentes y descendentes.

Durante la perforación de un pozo petrolero, el lodo de perforación es bombeado hacia el fondo del pozo por la tubería de perforación y regresa a la superficie por el espacio anular entre la tubería y la columna de estratos. Cuando la circulación del lodo de perforación comienza, la temperatura del lodo es relativamente baja por lo que la transferencia de calor fluye de la formación relativamente caliente hacia el lodo de perforación ( $q_{fa}$ ). Este flujo de calor por conducción hacia el espacio anular fluye a mayor velocidad que la transferencia de calor en la formación debido a la baja conductividad térmica de las rocas. El fluido contenido en la tubería de perforación también recibe calor del espacio anular por convección ( $q_{at}$ ), tal cual se observa en la figura 5.3.7. En general ocurre un ciclo de enfriamiento y calentamiento del fluido de perforación durante su circulación de la superficie al fondo del pozo,

hasta que finalizan las operaciones de perforación y limpieza del mismo.

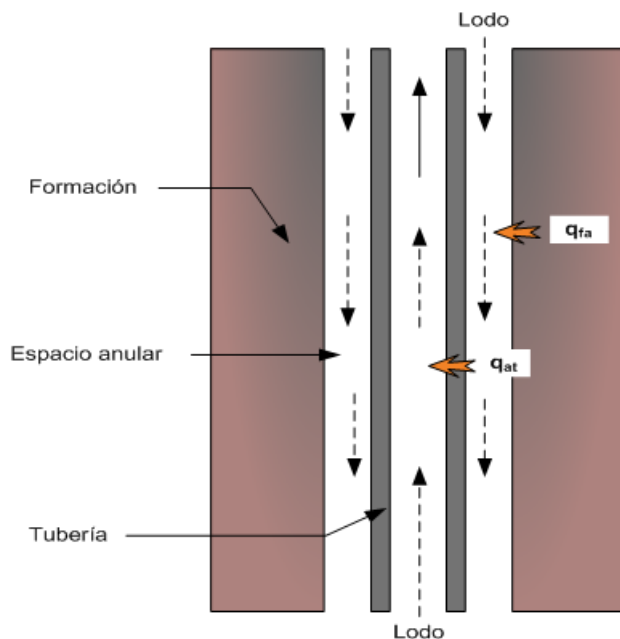


Figura 5.3.7 Transferencia de calor en el pozo.

Una vez que ha finalizado la limpieza del pozo y después de varios días de concluida la circulación del lodo de perforación se alcanza un equilibrio de temperatura caracterizado principalmente por las temperaturas del lodo de perforación y de la formación, del tiempo de duración de la perforación y de la limpieza del pozo, así como del radio y profundidad del mismo. Finalmente, se estabiliza la temperatura de todo el sistema mediante un proceso lento ya que se produce por conducción de calor cuya eficiencia es menor a la transferencia de calor por convección. Por lo tanto, las temperaturas registradas durante la mayoría de las operaciones comerciales de perforación no son temperaturas estáticas y son más bajas que la temperatura real de la formación debido a que los tiempos de paro de circulación de fluidos en el pozo son demasiado cortos y no permiten que el lodo en el pozo alcance el equilibrio térmico, lo cual requiere de varios días o semanas.

### 5.3.4. Fenómenos que se pueden observar durante las mediciones de temperatura

#### Variación de la temperatura por pérdida de circulación

Al estimar la temperatura de formación en función de las temperaturas del lodo a la entrada y a la salida del pozo mientras se perfora, se observa que una vez alcanzada la profundidad de pérdida de circulación la recuperación de la temperatura es mucho más lenta, conforme el volumen de pérdida es más alto. Este fenómeno es consistente con los registros de temperatura, que muestran temperaturas anormales en las zonas de pérdida como se muestra en la Figura 5.3.8.

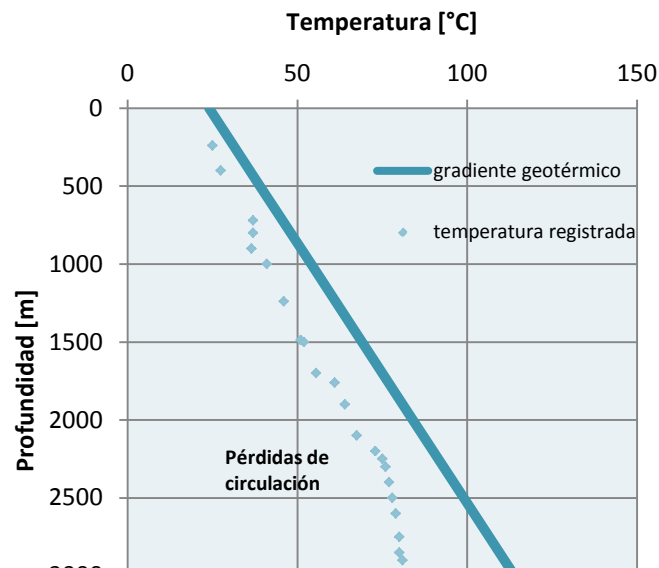


Figura 5.3.8. Efecto de pérdida de circulación en la temperatura del pozo

Conforme la profundidad del pozo aumenta la desviación de datos es más notable debido a la pérdida de circulación. Este problema conlleva a una estimación de la temperatura más compleja debido a que el lodo que se pierde hacia la formación afecta considerablemente las temperaturas de formación circundante debido a que se involucran procesos convectivos.

#### Distribución de la temperatura en pozos profundos

Generalmente los pozos profundos son perforados en varias secciones. Una vez que se perfora una sección, se corren los registros de interés y se entuba la sección antes de comenzar la perforación de la siguiente sección, la cual es perforada con un menor diámetro de barrena. Además de registrar el comportamiento de la sección de interés, los registros se corren a una profundidad media para checar condiciones anormales.

Al graficar la temperatura máxima obtenida a cada profundidad registrada usualmente se obtiene una gráfica similar a la Figura 5.3.9.

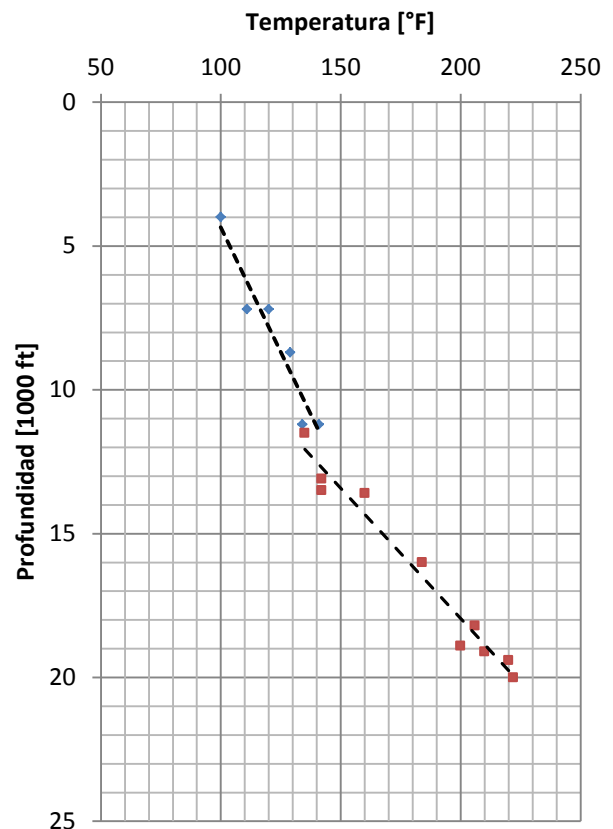


Figura 5.3.9. Gráfica de temperatura vs profundidad obtenida de pozos perforados en Pecos County, TX.

La Figura 5.3.9 muestra dos segmentos de líneas con diferentes pendientes. Existen varias explicaciones para este cambio de pendiente. La más sencilla o evidente es por un cambio drástico en el rango de conductividades térmicas de la formación, de alta a baja conductividad térmica, produciendo así un cambio en el gradiente geotérmico. Sin embargo, esta explicación no aplica en este caso ya que las formaciones superficiales para el área de Pecos County exhiben alta conductividad térmica debido a la baja consolidación y alta porosidad (Hilchie, 1968).

La explicación más aceptada es que en pozos profundos usualmente tienen un diámetro grande cerca de la superficie y un diámetro pequeño en la sección más profunda. En diámetros de agujero más grandes se espera que se tenga una temperatura más baja que para una diámetro pequeño, debido a que un gran volumen de lodo debe ser calentado después de que se detiene la circulación.

Por lo tanto, se piensa que la suposición hecha para derivar la ecuación 5.3.2 que resulta en una distribución lineal de temperatura no es válida para pozos profundos. La distribución de la temperatura de la Figura 5.3.9 es realmente una curva. La curva puede ser aproximada por un segmento de línea A en la sección superior (véase Fig. 5.3.10). Este segmento es observado en la superficie del pozo perforado inicialmente y concuerda con la suposición de la tendencia lineal de la temperatura.

Sin embargo, en los pozos más profundos una desviación de esta tendencia lineal es comúnmente observada. Las rectas A y B de la Figura 3.5.10 se encuentran formando un ángulo. Por lo que, asumir una distribución lineal en pozos profundos puede resultar en una interpretación equivocada de la temperatura de la formación, principalmente en la zona intermedia.

Definiendo el gradiente geotérmico basado en la Temperatura T1 obtenida a una profundidad intermedia

y aplicándolo para la parte más profunda del agujero resulta en una subestimación de la temperatura. Definiendo el gradiente basado en T2 a la profundidad total (TD) resulta en una sobre estimación de la temperatura.

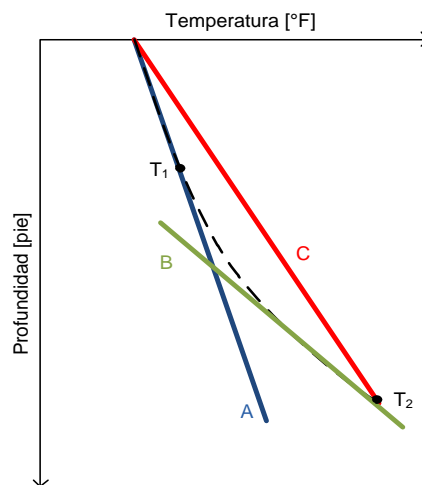


Figura 5.3.10. Distribución de la temperatura en pozos profundos

Representar la verdadera distribución con dos segmentos lineales como en la figura 5.3.10 es válido, sin embargo, requiere que los datos sean lo suficientemente exactos a la profundidad del codo o ángulo.

Graficando los datos de temperatura de la Figura 5.3.9 en un papel semis-log, resulta una tendencia lineal como se muestra en la Figura 5.3.11. Esta observación sugiere que la relación temperatura contra profundidad sea expresada matemáticamente como:

$$T_f = T_s e^{m_T D}, \quad (5.3.7)$$

donde  $m_T$  es una constante que relaciona a la pendiente de la línea recta con papel semilog. Por lo que  $m_T$  varía de región a región y posiblemente de pozo a pozo. La principal ventaja de la gráfica log-log de temperatura es que una curva caracterizada por una constante ( $m_T$ ) expresa la distribución de la temperatura de la cima al fondo del pozo.



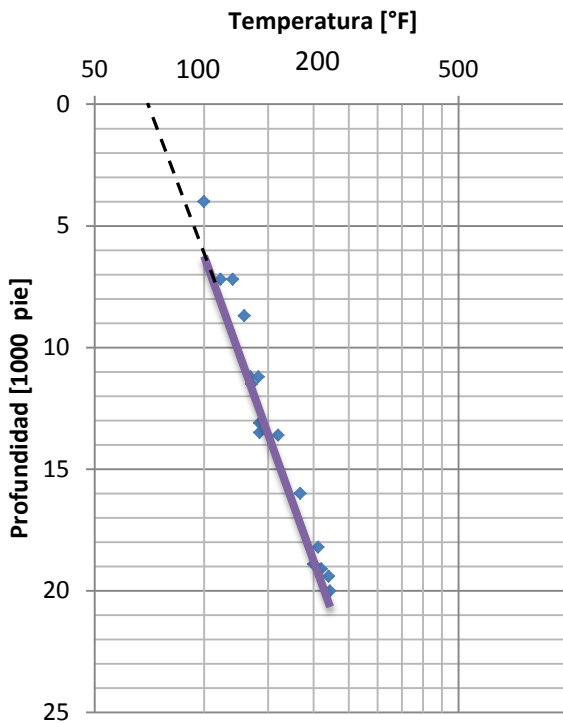


Figura 5.3.11. Gráfica log-log de temperatura contra profundidad para pozos profundos

**Análisis de los parámetros que afectan la distribución de la temperatura en los pozos**

De esta forma, se puede decir que el gradiente geotérmico varía para diferentes áreas de la tierra, dependiendo de varios factores, entre los principales se encuentran: la temperatura media anual en la superficie, la conductividad térmica de las rocas, la porosidad y el tipo de fluido contenido en los poros de las rocas.

Por lo que tomando en cuenta el modelo 5.3.3:

$$dz = \frac{1}{g_G} dT.$$

El gradiente geotérmico de las formaciones corresponde a una línea recta, para cuyos parámetros es posible mencionar lo siguiente:

*Pendiente*

Este parámetro es equivalente al inverso del gradiente geotérmico ( $m = 1/g_G$ ), es decir a mayor pendiente menor gradiente geotérmico, cuya variación ocurre de la siguiente forma: El gradiente geotérmico disminuye conforme se incrementa la conductividad térmica. Los parámetros que afectan el gradiente son: las altas concentraciones de elementos radioactivos, las reacciones exotérmicas y la presencia de presiones anormalmente altas incrementan el gradiente geotérmico, mientras que la pérdida de circulación, una alta compactación de las rocas disminuyen el gradiente geotérmico.

*Ordenada al origen*

Este parámetro no cobra mucho sentido si se analiza de la misma forma que el anterior, sin embargo, al cambiar los ejes coordenados  $y$  y  $x$  por:  $y = dT$  y  $x = dz$ , es posible obtener una gráfica como la que se muestra en la Figura 5.3.12.

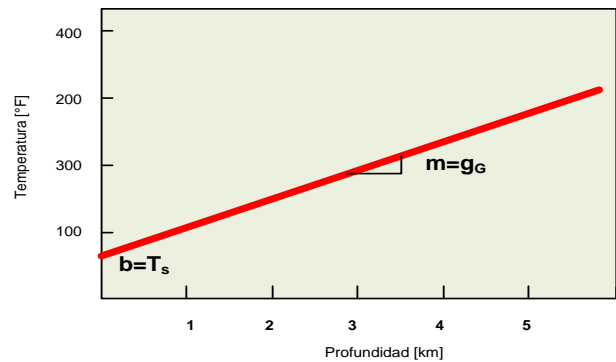


Figura 5.3.12. Gráfica de profundidad contra temperatura.

La ecuación para la recta de la Figura 5.3.12 queda representada por la ecuación 5.3.4:

$$T_f = g_G D + T_s.$$

De esta forma se aprecia claramente que la ordenada al origen corresponde a la temperatura superficial cuyo valor varía de acuerdo a las condiciones climatológicas de cada región.

## 5.4. Factores que Afectan el Ritmo de Perforación

---

Durante la perforación de un pozo petrolero casi siempre es posible planear las operaciones de forma tal que se pueda ahorrar tiempo y disminuir costos, a esto se le conoce como optimizar la perforación. Para la industria de la perforación, el primer pozo a perforar en un campo nuevo representa un verdadero reto y generalmente se asocia a un alto costo, conforme se incrementa la familiaridad con el área la optimización de la perforación puede ser implementada.

La optimización de la perforación tiene como objetivo optimizar las variables controlables durante las operaciones de perforación, tales como peso sobre barrena, velocidad de rotación, propiedades de los fluidos de perforación, para obtener el ritmo óptimo de perforación.

Sin embargo, los factores que afectan el ritmo de perforación son muy numerosos, por lo que un análisis riguroso del ritmo de perforación es extremadamente complicado debido a la dificultad que existe para aislar completamente a cada variable de estudio. Por ejemplo, durante la interpretación de datos de campo pueden resultar algunas incongruencias debido a las dificultades para identificar cambios en las propiedades de las rocas perforadas cuando no se cuenta con información suficiente, o bien al analizar los efectos del fluido de perforación surgen inconvenientes debido a la presencia de dos o más tipos de fluidos en el pozo.

El análisis de datos experimentales y de campo ha mostrado suficiente evidencia para clasificar los factores que afectan el ritmo de perforación en dos grandes grupos:

- Características de la formación
- Parámetros de perforación

Dentro del primer grupo se puede incluir la compactación, dureza, elasticidad y resistencia de la roca, su mineralogía, la presión de formación,

porosidad, permeabilidad, tendencia de embolamiento y contenido de líquido, por mencionar algunos. Para definir el efecto de estas características sobre el ritmo de perforación, ROP (por sus siglas en inglés), se han realizado numerosos estudios en laboratorio, aunque muchos de éstos no han sido modelados debido a la falta de correlaciones relacionadas a la elasticidad y resistividad de las rocas a condiciones de laboratorio y a las condiciones de presión y temperatura existentes a la profundidad en la que se encuentran sometidas en el subsuelo.

Dentro de los parámetros de perforación están los factores mecánicos, como el peso sobre barrena, WOB, y la velocidad de rotación, N. También dentro de este grupo se encuentran los factores hidráulicos (limpieza del pozo y velocidad del flujo) y las propiedades del lodo de perforación como: viscosidad, densidad y contenido de sólidos.

El tipo de barrena también es importante ya que existen diversos fenómenos que se presentan cuando no ocurre la selección de la barrena adecuada a cada tipo de formación; sin embargo, se supondrá que la selección de la barrena ha sido adecuada para efectos prácticos.

Los parámetros de perforación y de las propiedades de los fluidos de perforación pueden ser controlados mientras que los factores relacionados a las características de la formación deben ser simplemente estimados. De hecho, la industria petrolera ha desarrollado y utilizado multitud de sensores que controlan los parámetros de perforación, mientras que al mismo tiempo permite la estimación de las características de la formación. Esta información debe ser analizada in situ o posterior a la perforación para la planeación o el diseño de nuevos pozos.

Al analizar los factores que afectan el ritmo de perforación pueden resultar gráficos con tendencia que pueden ser aproximadas como líneas rectas, ya sea para

casos especiales o en ciertos rangos, aunque debido a la cantidad tan grande de factores que influyen en el ritmo de perforación, es muy difícil establecer un patrón de comportamiento exactamente lineal a cada parámetro relacionado, por lo que a continuación se presenta el análisis de los factores que pueden representarse gráficamente como una línea recta.

#### 5.4.1. Factores mecánicos

Los principales factores mecánicos que han sido estudiados en laboratorio y en campo son: el efecto del peso sobre la barrena y la velocidad de rotación. Estos factores se relacionan linealmente con el ritmo de penetración siempre y cuando los factores hidráulicos estén apropiadamente balanceados para asegurar la debida limpieza del pozo.

Una gráfica típica de ROP vs WOB se muestra en la Figura 5.4.1.

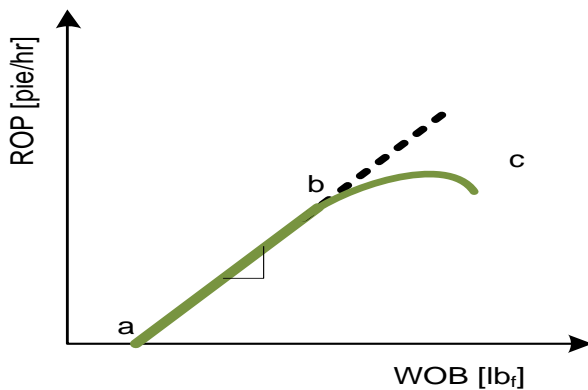


Figura 5.4.1. Ritmo de perforación, ROP, vs peso sobre barrena, WOB.

Esta gráfica corresponde a una línea recta que, básicamente, ocurre sólo para cierto rango de peso sobre barrena, WOB.

La gráfica inicia en el punto a, que puede señalarse como una intersección entre la línea recta y el eje de las abscisas, ésto es así debido a que no ocurre algún aumento en el ritmo de perforación hasta que sea rebasado cierto umbral del peso sobre barrena. Se

puede decir que la intersección corresponde al valor mínimo de peso sobre barrena requerido para perforar el primer pie de roca.

Posteriormente, conforme se incrementa el peso sobre barrena, WOB, puede seguirse una línea recta que indica que el ritmo de perforación es proporcional al peso sobre barrena; sin embargo, esto no sucede para todo WOB, sino que después de incrementar el peso sobre la barrena hasta cierto valor (del punto b al c), incrementar aún más el peso sobre la barrena repercute en el ritmo de perforación de forma drástica, disminuyéndolo.

Por otro lado, la gráfica de ritmo de perforación, ROP, vs velocidad de rotación, N, mostrada en la Figura 5.4.2 se obtuvo al mantener todas las otras variables de perforación constantes.

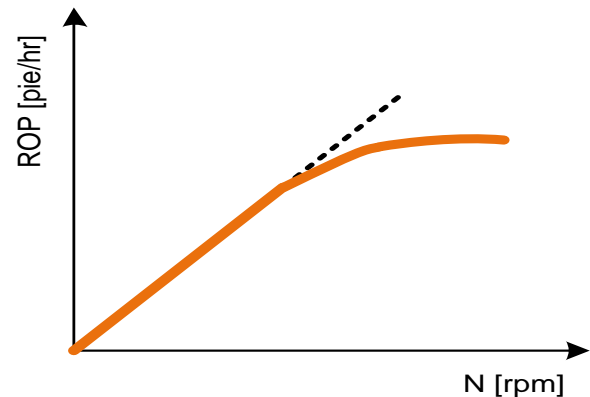


Figura 5.4.2. Gráfica de ROP vs N.

En la Figura 5.4.2 se observa que usualmente el ritmo de penetración se incrementa conforme crecen los valores de velocidad de rotación, para valores de rotación bajos; posteriormente, de forma semejante al caso anterior, al incrementar la velocidad de rotación continuamente la respuesta del ritmo de penetración decae.

En ambos casos se puede indicar que para un WOB moderado o para una baja velocidad de rotación es posible obtener una tendencia lineal que indica un ritmo óptimo de perforación, ROP\*. Para ambos casos es posible establecer una relación de proporcionalidad:

$$ROP \propto WOB$$

Y

$$ROP \propto N$$

Sí bien, la relación entre estos tres parámetros no es tan sencilla, el uso de algunos simuladores junto con registros de litología y de tiempo de perforación cuya característica principal es la de predecir el ritmo de perforación sugieren que si fuera posible obtener una sola constante ésta dependería de la compactación de la formación, de la presión diferencial así como del diámetro de la barrena y de la longitud promedio de los dientes de la barrena.

#### 5.4.2. Efectos de las propiedades del lodo de perforación

Es sabido que las propiedades de los fluidos de perforación pueden afectar el ritmo de perforación, de hecho se ha establecido así en la literatura y confirmado por numerosos estudios en laboratorio.

Obviamente, es imposible cambiar una propiedad del fluido de perforación sin afectar otras, esto hace difícil evaluar el verdadero efecto de un parámetro de forma individual si depende de las propiedades del lodo. Sin embargo, sí es posible descartar el efecto de otros factores, tales como el peso sobre barrena, velocidad de rotación, hidráulica y la profundidad, en el ritmo de penetración para identificar los efectos de las propiedades del lodo de perforación.

Bourgoyne y Yong (1974) propusieron un modelo de perforación bastante complejo, en el que utilizaron información de campo y de laboratorio para representar matemáticamente los diversos parámetros de perforación.

$$ROP = \exp[a_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_8x_8]. \quad (5.4.1)$$

El modelo presentado por Bourgoyne y Yong es función de varias variables en donde:  $a_1$  a  $a_8$  corresponden a constantes que se determinan experimentalmente y los productos:  $a_2x_2$  a  $a_8x_8$  representan el efecto de la compactación ( $a_2x_2$  y  $a_3x_3$ ), el efecto de la presión diferencial en el fondo del pozo, el efecto del diámetro y el peso sobre barrena, el efecto de la velocidad de rotación, el efecto del desgaste de los dientes de la barrena y el efecto de la hidráulica de la barrena respectivamente.

$$x_2 = 10000 - D, \quad (5.4.2)$$

$$x_3 = D^{.69}(g_p - \rho_n), \quad (5.4.3)$$

$$x_4 = D(g - \rho_n), \quad (5.4.4)$$

$$x_5 = \ln \left[ \frac{W/d - (W/d)_t}{4 - (W/d)_t} \right], \quad (5.4.5)$$

$$x_6 = \ln \left( \frac{N}{100} \right), \quad (5.4.6)$$

$$x_7 = -h, \quad (5.4.7)$$

$$x_8 = \ln \left( \frac{F}{1000} \right), \quad (5.4.8)$$

donde:

$D$  =profundidad [pie]

$g_p$  =gradiente de presión de poro [lb/gal]

$\rho_n$  =gradiente de presión normal del líquido [psi/pie]

$\left(\frac{W}{d}\right)_t$  =peso sobre barrena inicial [1000 lb/pg]

$h$  =altura fraccional del diente desgastada [fracción]

$F$  =fuerza de impacto [lb]

Con respecto a las ecuaciones 5.4.1 a 5.4.8 se puede asumir que el ritmo de perforación incrementa exponencialmente con respecto a las variables mencionadas.

Al normalizar el ritmo de perforación con respecto a la profundidad, al peso sobre barrena, a la velocidad de

rotación e hidráulica de la barrena, el resultado es un ritmo de penetración normalizado, NROP, que no es afectado por estas variables.

$$NROP = ROP * \exp[a_2(x_{2n} - x_2) + a_3(x_{3n} - x_3) + \dots + a_8(x_{8n} - x_8)], \tag{5.4.9}$$

donde:

NROP = ritmo de penetración normalizado [pie/hr]

$x_n$  = variable normalizada

De esta forma es posible analizar los efectos del lodo de perforación con una mayor aproximación.

En la Figura 5.4.3 se muestra una tendencia lineal respecto a la viscosidad al eliminar estos efectos.

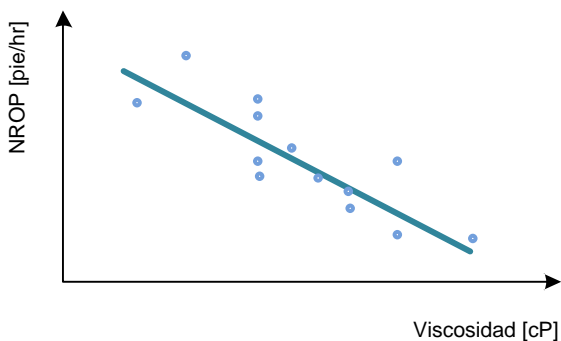


Figura 5.4.3. Gráfica de ritmo de penetración normalizada, NORP, contra la viscosidad del lodo de perforación.

De esta forma se observa el efecto de la viscosidad plástica sobre en el ritmo de penetración, el cual disminuye conforme la viscosidad aumenta.

Otro efecto comúnmente analizado por las propiedad del lodo de perforaciones el del contenido de sólidos. La Figura 5.4.4 muestra el ritmo de perforación normalizada, NORP, contra el contenido de sólidos.

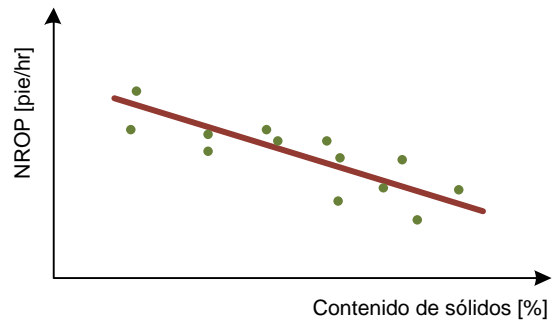


Figura 5.4.4. Gráfica NROP contra el Contenido de sólidos del lodo de perforación.

El efecto del contenido de sólidos en el ritmo de penetración es tal que éste disminuye conforme se incrementa en el lodo de perforación el contenido de sólidos, aunque su efecto no es tan pronunciado como en el caso anterior.

### Análisis de los parámetros que afectan el ritmo de penetración, ROP

Como se pudo observar a lo largo de este tema, existen diversos parámetros que intervienen en el comportamiento del ritmo de perforación de un pozo que pueden ser representados gráficamente como una línea recta, si bien, se puede determinar una ecuación para estas gráficas, esta ecuación no sería representativa para las distintas formaciones puesto que como se mencionó inicialmente existe una gran cantidad de variables que no pueden aislarse completamente. Una gran aportación se realizó por parte de Bourgoyne y Yong para determinar el ritmo de penetración considerando los principales parámetros de perforación.

De esta forma, se puede mencionar que para los factores que afectan el ritmo de perforación analizados en este pequeño estudio, el comportamiento del ROP fue distinto para cada caso:

### *Factores mecánicos:*

#### *Velocidad de rotación, N*

El ROP es directamente proporcional a la velocidad de rotación, por lo que es posible obtener una tendencia lineal hasta cierto valor de N.

#### *Peso sobre barrena, WOB*

El ritmo de penetración es directamente proporcional al peso sobre barrena aplicado una vez que se rebasa cierto umbral del peso sobre barrena y para un valor moderado del mismo.

#### *Propiedades del lodo de perforación; contenido de sólidos y viscosidad*

Una vez que se han eliminado los efectos de los parámetros de perforación sobre el ritmo de penetración al normalizar su valor, es posible determinar con mayor certeza el comportamiento del mismo respecto a otras variables, como pueden ser algunas de las propiedades del lodo de perforación.

Con respecto a la viscosidad del lodo de perforación, el ritmo de penetración disminuye conforme aumenta la viscosidad del fluido, este efecto se ha abordado como un problema de limpieza del pozo y de la velocidad del fluido a lo largo del pozo, ya que tanto una limpieza eficiente como una hidráulica favorable en el fondo del pozo y en la barrena, será mayor cuanto menor sea la viscosidad.

Con respecto al contenido de sólidos el ritmo de penetración disminuye conforme se incrementa el contenido de sólidos, de hecho se considera que es la propiedad que más efecto tiene sobre el ritmo de penetración. Aunado a esto, el tipo y dispersión de los sólidos tienen un efecto significativo en el ROP, por lo que es siempre recomendable mantener el contenido de sólidos tan bajo como sea posible.

## CONCLUSIONES Y RECOMDACIONES

### *Conclusiones*

El análisis desarrollado en cada uno de los temas presentados en este trabajo de tesis se enfocó a determinar de qué forma y bajo qué circunstancias es posible transportar el estudio de cada fenómeno al análisis de los parámetros de su modelo matemático, cuando puede ser procesado en forma de línea recta, con lo cual se logra disminuir principalmente la complejidad de cada análisis. Una vez procesado cada modelo, se analizaron las principales variables de las que dependen sus parámetros (pendiente y ordenada al origen) con el objetivo de determinar su efecto sobre el comportamiento de los fenómenos. Las conclusiones de cada tema en particular se presentan al final de cada uno. Sin embargo, es posible mencionar, de forma general, que cada análisis permitió, en primer lugar, comprender cómo se conforma cada modelo matemático; las técnicas empleadas para su desarrollo, si sus bases fueron sustentadas de forma experimental, teórica o bien de forma empírica por sus autores, así como de la descripción de las variables y/o propiedades que intervienen en cada uno de ellos. La variedad de suposiciones, idealizaciones, hipótesis o limitaciones que fueron consideradas, que sí bien son necesarias, no impiden que cada modelo deje de ser representativo.

En segundo lugar, al analizar el comportamiento de cada variable de los modelos lineales obtenidos, se observó que una parte fundamental es su representación gráfica, ya que a través de ella es posible identificar patrones de comportamiento o tendencias que únicamente con el modelo matemático resultan muy difíciles de determinar. Este análisis involucra el estudio de las variaciones de sus parámetros y la relación que guardan con las variables del modelo, de tal forma que sea posible comprender el significado físico de estas variaciones. Un ejemplo claro está presente en el subcapítulo 3.5. Curvas de Presión Capilar, con el modelo presentado por Brooks y Corey, cuyas bases fueron sustentadas inicialmente de forma empírica y que más adelante se demostrarían teóricamente; de ahí los buenos resultados que proporciona este modelo que relaciona la presión capilar con la saturación de la fase mojante, que cuando es representada de forma de la ecuación de una línea recta es posible observar que sus parámetros, es decir su pendiente y ordenada al origen, están relacionados con la distribución de poro y la presión de desplazamiento, respectivamente. Estos a su vez varían con la permeabilidad, con el tamaño de grano y de la garganta de poro, lo cual no resulta tan fácil de determinar sin este análisis.

En algunos casos fue posible observar el efecto que causa cada una de las variables involucradas en el comportamiento de los fenómenos como resultados de hipótesis o suposiciones, mientras que para la mayoría de los casos se observó el comportamiento general de las variables vinculadas a cada estudio. Cuando resulta imposible considerar todas las variables que afectan el comportamiento de un fenómeno se obtienen resultados poco predecibles o inesperados, por lo que los conocimientos y la experiencia del analista juegan un papel muy importante. Asimismo, resultó posible interpretar varios modelos en distintos esquemas, ya sea para determinar su comportamiento futuro, o bien para los que es imposible obtener información certera o confiable.

De este modo, con cada análisis realizado se logró adquirir una idea más clara acerca de los fenómenos estudiados, del por qué de su comportamiento y una mayor habilidad para manejar las ecuaciones que lo describen, a tal grado de poder discutir qué factores repercuten predominantemente en su comportamiento, cómo influyen en el valor de los parámetros de su modelo lineal y qué indica la variación de estos parámetros en su comportamiento. Resumiendo, a través de este trabajo se logró:

- Aumentar la habilidad en el manejo y dominio de las ecuaciones que gobiernan los fenómenos presentado en este trabajo.
- Incrementar el conocimiento de cada uno de los temas abordados.
- Identificar la representación gráfica de cada fenómeno.
- Relacionar las variables de cada modelo con los parámetros de la ecuación en forma de línea recta que mejor los representa.
- Comprender el significado físico de su representación gráfica en forma de línea recta.

Cabe destacar que las conclusiones hechas al final de cada tema fueron resultado de la comprensión que se obtuvo con base en la información consultada en la literatura que, en muchos de los casos, fue obtenida de mediciones hechas en laboratorio o en campo, como lo señalan los diferentes autores en la literatura; en otros sólo se contó con información obtenida de forma empírica, cuyas hipótesis se plantean para situaciones específicas que pudieran no ocurrir en todos los fenómenos correspondientes.



## **Recomendaciones**

Con base en las conclusiones obtenidas en esta tesis, se recomienda a los estudiantes o profesionales de las distintas áreas de Ciencias de la Tierra, el estudio de las ecuaciones que modelan los fenómenos correspondientes bajo el enfoque del análisis de sus parámetros, ya que resulta una herramienta rápida, clara y efectiva para comprender dichos fenómenos y cuyos resultados pueden generar la base para futuros análisis. Por ejemplo, ya que en este trabajo se limitó a realizar el análisis de las ecuaciones en forma de línea recta de temas escogidos, divididos en tres grupos: Yacimientos, Producción y Perforación, se recomienda realizarlos para otros temas en los que, por lo práctico de este método, puedan resolverse de forma sencilla.

Así mismo, se recomienda el uso de plataformas de programación que permitan la integración gráfica y matemática de cada análisis, para generar un programa de cómputo que pueda funcionar como:

- *Herramienta de aprendizaje*, mediante la cual, el usuario pueda manipular la representación gráfica de cada fenómeno, de tal forma que se indiquen y determinen los factores o las condiciones que son necesarias para obtener dicha gráfica. Si bien, en algunos casos tales factores no pueden ser modificados, pues son inherentes a cada sistema, se pueden diseñar de tal modo que se escojan los parámetros que permanecerán constantes y los que no, a fin de observar su comportamiento individual. Una área para su aplicación puede ser la de producción, pues intervienen parámetros que pueden ser manipulados, como el diámetro del estrangulador y de esta forma, observar y analizar el comportamiento que resulte de dicha manipulación. Por lo que este trabajo puede ser complementario para ayudar a comprender tales fenómenos.
- *Herramienta de trabajo*, pues resultaría una forma rápida y fácil de emplear para solucionar las ecuaciones que gobiernan tales fenómenos, ya que aunque este enfoque resulta mucho más sencillo que realizar el análisis de las ecuaciones en su forma original, en muchas ocasiones la solución no resulta tan fácil de determinar, tal cual se puede comprobar en el Ejemplo de aplicación; Campo Guico, Venezuela, contenido en el subcapítulo 3.3. Determinación de Volúmenes de Aceite y Gas en el Yacimiento, para el cual es necesario realizar cálculos que pueden resultar complicados, lo cual se eliminaría con este programa de cómputo.

## BIBLIOGRAFÍA

Aguilar J., I. P. y Arellano, G. J.: *Matemáticas Aplicadas a las Ciencias de la Tierra*, México, UNAM, Facultad de Ingeniería, 2010.

Amyx W., J et al.: *Petroleum Reservoir Engineering: Physical Properties*, USA, McGraw-Hill Book Company, 1960.

Arps J., J.: *Analysis of Decline Curve*, USA, AIME, 1944.

Barberii, E., E.: *El Pozo Ilustrado*, 4a. ed. Venezuela, FONCIED, septiembre, 1998.

Bassiouni, Z.: *Theory, Measurement and Interpretation of Well Logs*, USA, SPE, 1994

Bourgoyne, A.: *Applied Drilling Engineering*, USA, Society of Petroleum Engineers, 1991.

Brown, G. y otros: *Temperaturas de fondo de pozo obtenidas con fibra óptica*, Oilfield Review, Vol. 20, No. 4, 2009, 34-39

Craft, B.C. and Hawkins, M.F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*, USA, Prentice-Hall, 1987.

Doublet E., L., McCollum, T. J. and Blasingame, T. A.: *Decline Curve Analysis Using Type Curves- Analysis of Oil Well Production Data Using Material Time: Application to Field Cases*, USA, SPE, 1994.

Economides J., M., A. D., H. and Economides E., CH.: *Petroleum Production Systems*, USA, Prentice-Hall, 1993.

Ellis V., D. and Julian M. S.: *Well Logging for Earth Scientists*, 2a. ed. USA, Springer, 2008.

Fetkovich, M.J.: *Decline Curve Analysis Using Type Curves*, USA, JPT, June 1980.

Guo, B. and Lyons, W.: *Petroleum Production Engineering: A computer-Assisted Approach*, USA, Elsevier Science & Technology Books, 2007.

Havlena, D. and Odhe, A. S.: *The Material Balance as an Equation of a Straight Line, Part I*, Transactions AIME, Vol. 228, 1964

Havlena, D. y Odhe, A. S.: *The Material Balance as an Equation of a Straight Line, Part II Field Cases*, Transactions AIME, Vol. 231, 1964

Heast R., J.: *Well Logging for Physical Properties: A Handbook for Geophysics, Geologists and Engineers*, USA, Wiley, 2000.

Irawana, S. et al.: *Optimization of Weight Bit During Drilling Operation Based on Rate of Penetration Model*. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, Malaysia, Vol. 4, 2012, 1690-1695.

Kelesoidis C., V. and Dalamarinis, P.: *Monitoring Drilling Bit Parameters Allows Optimization of Drilling Rates*, Oil and Gas Exploration, Albena, Bulgaria, June 2009, 14-19.

Lehmann H., Ch.: *Geometría Analítica*. México, Limusa, 2004

Lee, J.: *Well Testing*, USA, Society of Petroleum Engineers, 1982.

Li, K. and Horne, R.N.: *A Decline Curve Analysis Model Based on Fluid Flow Mechanisms*, SPE 83470, May 2003.

Li, K: *Theoretical Development of the Brooks-Corey Capillary Pressure Model from Fractal Modeling of Porous Media*, SPE 89429, Oklahoma, USA, April 2004.

Leon L., J. G.: *Automatización de la Perforación: Factores que Afectan a la Velocidad de Perforación*, México

Mancilla, G.: *Análisis del comportamiento de estranguladores para maximizar la recuperación de aceite de Faja de Oro Marina*, México, CIPM, AMGP, AMGE y SPE, 2007.

McCain D., W. Jr.: *The properties of Petroleum Fluids*, Oklahoma, USA, Penn Publishing Company, 1990

Merkel H., R: *Well Log Formation Evaluation*, USA, Anaconda Company, 1986.

Naoman A., F. and King, U.A.: *New Approach to Interference Test Analysis*, SPE Formation Evaluation, December 1987, 609-610.

Nind, T.E.W.: *Fundamentos de producción y mantenimiento de pozos petroleros*, México, McGraw-Hill, 1987.

Nieto R., R.: *Principios de Mecánica de Yacimientos*, México, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1987.

Negredo M., A, Fernández, M. y Jurado, M.J.: *Determinación del flujo de calor a partir de sondeos petroleros en la Cuenca Catalano- Balear*, Acta Geológica Hispánica, Vol. 29, No. 1, 1994, 27-40.

Olea G., U. y otros: *Estimación de la Temperatura en Yacimientos: Método Inverso*. Revista Mexicana de Ingeniería Química, México, Vol. 6, 2007, 65-67.

Pérez P., R.: *Yacimientos con Empuje Hidráulico*, Venezuela, Escuela de Ingeniería de Petróleo, Universidad de Zulia, 1969.

Paiman M., A. et al.: *Effect of Drilling Fluid Properties on Rate of penetration*, NAFTA, No. 60, 2009, 129-139.

Prol-Ledesma, R. M.: *El calor de la Tierra*, México, Fondo de Cultura Económica, 2001.

Quintana R., C.: *Elementos de Inferencia Estadística*. San José, Costa Rica, Editorial de la

Universidad de Costa Rica, 1996.

Ramones, M. y Silva, R.: *Análisis de pruebas de Presión*, Maracaibo, Venezuela, CIED PDVSA, 1997.

Tarek, A. and Paul, D. McK.: *Advanced Reservoir Engineering*, USA, Elsevier, 2005.

Tharban Al- Garni, M.: *Investigation of wettability effects on capillary pressure and irreducible saturation for Saudi crude Oils, using rock centrifuge*, Oil and Gas Business, 2008.

Tiab, D. And Donaldson C., E.: *Petrophysics: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*, 2a. ed. USA, Gulf Professional Publishing, 2004.