

CONTENIDO

PRÓLOGO

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES GENERALES DE LA MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO 1

1.1	INTRODUCCIÓN	1
1.2	TENSORES	4
1.3	OPERACIONES CON TENSORES	9
	<i>Producto de tensores</i>	11
	<i>Multiplicación de tensores</i>	13
1.4	OPERADORES TENSORIALES	18
	<i>Delta de Kroneker</i>	18
	<i>Permutador</i>	19
1.5	FACTORIZACIÓN	21
1.6	TENSORES CON CARACTERÍSTICAS PARTICULARES	22
	<i>Tensor ortogonal</i>	22
	<i>Tensor isotrópico</i>	24
	<i>Componentes esférica y desviadora de los tensores</i> <i>simétricos de rango dos</i>	26
1.7	EIGENVALORES Y EIGENVECTORES	27
	<i>Valores y direcciones principales</i>	29
1.8	LEYES DE TRANSFORMACIÓN DE TENSORES	35
	<i>Ley de transformación para componentes cartesianos de vectores</i>	37
	<i>Ley de transformación entre tensores</i>	38
1.9	CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL APLICADO A TENSORES	41
	<i>Operador diferencial (∇)</i>	43
	<i>Divergencia de una díada</i>	47
	<i>Identidades de interés</i>	49
	<i>Operador gradiente</i>	50
	<i>Laplaciano de un tensor de segundo rango</i>	51
	<i>Derivada direccional y derivada normal</i>	52
1.10	TEOREMAS INTEGRALES PARA VECTORES	53
	<i>Teorema de la divergencia</i>	53

	<i>Vector solenoidal</i>	54
	<i>Teorema de Stokes</i>	55
	<i>Vectores conservativos e irrotacionales</i>	57
	<i>Representación de Helmholtz</i>	58
1.11	FÓRMULAS DE TRANSPORTE	60
	<i>Teorema de transporte de Reynolds</i>	61
1.12	COORDENADAS CURVILÍNEAS	61
	<i>Coordenadas cilíndricas</i>	61
	<i>Componentes de la divergencia de un tensor de 2.º orden</i>	64
	<i>Coordenadas esféricas (r, θ, ϕ)</i>	66
	EJERCICIOS RESUELTOS	68
	EJERCICIOS PROPUESTOS	73

CAPÍTULO 2 CINEMÁTICA DEL CONTINUO **81**

2.1	INTRODUCCIÓN	81
	<i>Noción de continuo</i>	82
2.2	CONCEPTOS GENERALES DE CINEMÁTICA DEL CONTINUO	82
2.3	DESCRIPCIÓN MATERIAL Y DESCRIPCIÓN ESPACIAL	84
2.4	DERIVADA MATERIAL	85
	<i>Derivada material de un tensor de primer rango</i>	86
2.5	CAMPO DE DESPLAZAMIENTO	89
	<i>Ecuación de movimiento para un cuerpo rígido</i>	89
2.6	CONCEPTOS Y DEFINICIONES	91
	<i>Condiciones estacionarias (Estacionalidad)</i>	91
	<i>Trayectoria –Líneas de Trayectoria (Pathline)</i>	91
	<i>Líneas de Corriente (Streamline)</i>	93
	<i>Líneas de traza (Streakline)</i>	94
	EJERCICIOS RESUELTOS	96
	EJERCICIOS PROPUESTOS	99

CAPÍTULO 3 DEFORMACIÓN **103**

3.1	CONCEPTOS GENERALES	103
	<i>Cinemática del continuo</i>	103
3.2	DEFORMACIÓN INFINITESIMAL	105
	<i>Dilatación unitaria</i>	111
	<i>Tensor infinitesimal de rotación</i>	112

3.3	TENSOR DE RAPIDEZ DE DEFORMACIÓN (D)	113
	<i>Rapidez de cambio unitario de volumen ($\dot{\delta}$)</i>	117
3.4	ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD	117
3.5	GRADIENTE DE DEFORMACIÓN (F)	119
	<i>Tensor de deformación de Cauchy – Green por derecha (c)</i>	123
3.6	TENSOR LAGRANGIANO DE DEFORMACIONES FINITAS (TENSOR LAGRANGIANO DE DEFORMACIÓN)	125
3.7	TENSOR DE DEFORMACIÓN CAUCHY-GREEN POR IZQUIERDA	127
3.8	TENSOR DE DEFORMACIÓN EULERIANA	128
3.9	CONDICIONES DE COMPATIBILIDAD PARA EL TENSOR DE DEFORMACIONES FINITAS	132
3.10	CAMBIO DE ÁREA DEBIDO A DEFORMACIÓN	132
3.11	CAMBIO DE VOLUMEN DEBIDO A DEFORMACIÓN	134
3.12	DESCRIPCIÓN DEL GRADIENTE DE DEFORMACIÓN PARA UNA REFERENCIA CILÍNDRICA (r, θ, z) Y PARA UNA BASE ESFÉRICA (r, θ, ϕ)	135
	EJERCICIOS PROPUESTOS	136
 CAPÍTULO 4		
ESFUERZOS		143
<hr/>		
4.1	CONCEPTOS GENERALES	143
4.2	VECTOR DE ESFUERZOS	145
4.3	TENSOR DE ESFUERZOS DE CAUCHY	147
	<i>Componentes del tensor de esfuerzos</i>	148
	<i>Simetría del tensor de esfuerzos de Cauchy</i>	149
	<i>Esfuerzos principales</i>	150
	<i>Esfuerzos cortantes máximos (σ_i)</i>	151
4.4	CÍRCULO DE MOHR PARA ESFUERZOS	155
	<i>Cortante octaédrico</i>	158
4.5	TENSORES DE ESFUERZOS DE PIOLA-KIRCHHOFF O TENSOR DE ESFUERZOS LAGRANGIANO	161
	<i>Primer tensor de esfuerzos de Piola-Kirchhoff o tensor de esfuerzos lagrangiano</i>	161
	<i>Segundo tensor de esfuerzos de Piola-Kirchhoff (\bar{T})</i>	163
	EJERCICIOS PROPUESTOS	165
 CAPÍTULO 5		
ECUACIONES GENERALES		171
<hr/>		
5.1	INTRODUCCIÓN	171
5.2	ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE MASA	172
5.3	ECUACIÓN DE LA CONTINUIDAD EN FORMA MATERIAL	174

5.4	ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO (ECUACIÓN DE CAUCHY)	177
	<i>Desarrollo de la Ecuación de conservación de movimiento en forma integral</i>	177
	<i>Simplificaciones de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento</i>	183
	<i>Ecuación de movimiento en forma material</i>	183
5.5	PRINCIPIO DE ESFUERZOS DE CAUCHY	185
5.6	ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA	187
5.7	ECUACIÓN DE LA ENERGÍA EN FORMA MATERIAL	192
5.8	DESIGUALDAD ENTRÓPICA	193
5.9	DESIGUALDAD ENTRÓPICA EN FORMA MATERIAL	195
	EJERCICIOS PROPUESTOS	196

CAPÍTULO 6

COMPORTAMIENTO ELÁSTICO

199

6.1	ANTECEDENTES	199
6.2	DESCRIPCIÓN DEL COMPORTAMIENTO	200
6.3	IDEALIZACIONES PARA EL COMPORTAMIENTO ELÁSTICO	207
	<i>Simetría elástica</i>	208
	<i>Sólido elástico, homogéneo, lineal y monotrópico</i>	210
	<i>Constantes elásticas para un material monotrópico (monoclínico)</i>	214
	<i>Sólido elástico, homogéneo, lineal y ortotrópico</i>	217
	<i>Determinación de las constantes elásticas independientes con base en la notación tensorial</i>	220
	<i>Sólido elástico, homogéneo, lineal y transversalmente isotrópico</i>	222
	<i>Ecuación constitutiva para un material elástico transversalmente isotrópico</i>	222
	<i>Sólido elástico lineal, homogéneo e isotrópico</i>	230
	<i>Otras constantes elásticas</i>	235
6.4	APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE LA ELASTICIDAD EN EL ANÁLISIS DE DIFERENTES PROBLEMAS BÁSICOS	241
	<i>Estudio de una barra circular sometida a torsión</i>	241
	<i>Esfuerzos principales</i>	248
	<i>Barra sometida a carga uniaxial (tracción o compresión)</i>	250
	<i>Principio de Saint Venant</i>	253
	<i>Viga (barra) sometida a flexión pura</i>	253
	<i>Efecto combinado de flexión y torsión</i>	261
6.5	ESTADOS PARTICULARES DE ESFUERZO Y DEFORMACIÓN	262
	<i>Estado plano de esfuerzos (Estado biaxial de esfuerzos)</i>	263
	<i>Estado de deformación biaxial</i>	264
	<i>Función de esfuerzos de Airy</i>	268

	Aplicación de las funciones de esfuerzo de Airy en la determinación del estado de esfuerzos y deformaciones asociados a la presencia de una dislocación de borde	271
	<i>Viga curvada sometida a flexión pura</i>	273
6.6	ECUACIONES DE LA TEORÍA INFINITESIMAL DE LA ELASTICIDAD	276
	<i>Ecuaciones de Navier</i>	279
	<i>Ecuación de Navier en coordenadas rectangulares</i>	280
	<i>Ecuaciones de Navier en coordenadas cilíndricas</i>	280
	<i>Ecuaciones de Navier en coordenadas esféricas</i>	283
6.7	ANÁLISIS DEL DESPLAZAMIENTO DE ONDAS ELÁSTICAS A TRAVÉS DE UN SÓLIDO	284
	<i>Análisis de una onda plana irrotacional</i>	284
	<i>Onda plana de equivolúmen</i>	289
6.8	ELASTICIDAD NO LINEAL	292
	EJERCICIOS RESUELTOS	294
	EJERCICIOS PROPUESTOS	324

CAPÍTULO 7

FLUIDOS VISCOSOS NEWTONIANOS

343

7.1	CONCEPTOS GENERALES	343
7.2	FLUIDOS COMPRESIBLES E INCOMPRESIBLES	347
7.3	ECUACIONES DE LA HIDROSTÁTICA	345
7.4	MOVIMIENTO DE CUERPO RÍGIDO DEL FLUIDO	349
7.5	FLUIDO NEWTONIANO	354
	<i>Fluido newtoniano incompresible</i>	357
	<i>Ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles</i>	359
	<i>Ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas cilíndricas</i>	361
	<i>Ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas esféricas</i>	363
7.6	LÍNEAS DE TRAYECTORIA Y LÍNEAS DE CORRIENTE.	365
7.7	FLUJO ESTABLECIDO Y FLUJO TRANSITORIO	369
7.8	FLUJO LAMINAR Y FLUJO TURBULENTO	369
7.9	FLUJO DE COUETTE	370
7.10	FLUJO UNIAXIAL PRODUCIDO POR PRESIÓN (FLUJO DE POISEUILLE)	373
7.11	FLUJO INDUCIDO POR PRESIÓN A TRAVÉS DE UN CONDUCTO DE SECCIÓN CIRCULAR (TUBO)	375
7.12	FLUJO INDUCIDO POR VELOCIDAD ENTRE DOS CILINDROS CON LONGITUD INFINITA	381
7.13	FLUJO ROTACIONAL E IRROTACIONAL	388
	<i>Flujo irrotacional</i>	390
	<i>Estado de esfuerzos para un flujo irrotacional de un fluido incompresible de densidad homogénea</i>	392

7.14	FUNCIONES DISIPATIVAS EN FLUIDOS NEWTONIANOS	393
	<i>Función disipativa para un fluido newtoniano compresible</i>	396
7.15	DIFUSIVIDAD TÉRMICA	397
7.16	FLUJO IRROTACIONAL DE UN FLUIDO NO VISCOSO DE DENSIDAD HOMOGÉNEA	399
	<i>Ecuación de Bernoulli</i>	399
	<i>Ecuación de Torricelli</i>	401
	<i>Flujos irrotacionales como solución a la ecuación de Navier-Stokes</i>	402
7.17	ECUACIÓN DE TRANSPORTE DE VORTICIDAD PARA UN FLUIDO VISCOSO INCOMPRESIBLE DE DENSIDAD HOMOGÉNEA	403
7.18	EL CONCEPTO DE CAPA LÍMITE	405
	<i>Ecuación de transporte de vorticidad para fluidos viscosos incompresibles de densidad constante (homogénea)</i>	406
	<i>Flujo irrotacional como solución de las ecuaciones de Navier-Stokes</i>	406
	<i>Demostración de la imposibilidad de cumplimiento de la ecuación de Laplace</i>	408
7.19	FLUIDO NEWTONIANO COMPRESIBLE	410
7.20	ONDAS ACÚSTICAS	413
	EJERCICIOS RESUELTOS	418
	EJERCICIOS PROPUESTOS	442

CAPÍTULO 8

VISCOELASTICIDAD LINEAL

451

8.1	CONCEPTOS BÁSICOS	451
8.2	COMPORTAMIENTO CARACTERÍSTICO DE LOS FLUIDOS NO NEWTONIANOS	455
8.3	TEORÍA UNIAXIAL	457
	<i>Fluido lineal viscoelástico (fluido de Maxwell)</i>	457
	<i>Modelo de Kelvin</i>	461
8.4	MODELOS COMPUESTOS	462
	<i>Modelos de 3 elementos</i>	462
	<i>Modelo de cuatro elementos</i>	467
8.5	MODELOS GENERALIZADOS	469
	<i>Modelo generalizado de Kelvin</i>	469
	<i>Modelo generalizado de Maxwell</i>	471
8.6	FLUENCIA Y RELAJACIÓN DE ESFUERZOS	472
8.7	INTEGRALES HEREDITARIAS	475
	EJERCICIOS RESUELTOS	476
	EJERCICIOS PROPUESTOS	482

CAPÍTULO 9

MATERIALES POROSOS

487

9.1	INTRODUCCIÓN	487
9.2	PRINCIPIOS FUNDAMENTALES	488
	<i>Hipótesis de continuidad</i>	488
	<i>Porosidades lagrangiana y euleriana</i>	489
	<i>Ecuación de continuidad</i>	490
	<i>Balance de masa considerando una discontinuidad</i>	491
	<i>Balance de cantidad de movimiento</i>	492
	<i>Energía cinética</i>	494
	<i>Conservación de energía y balance de entropía</i>	494
9.3	COMPORTAMIENTO POROELÁSTICO	496
9.4	CASOS DE ESTUDIO PARA MATERIALES POROSOS	498
	<i>Inyección de un fluido</i>	498
	<i>Sedimentación no lineal</i>	500
	<i>Histéresis capilar de materiales porosos</i>	503
	<i>Drenado de materiales porosos de baja permeabilidad</i>	503
9.5	POROPLASTICIDAD	503
	<i>Ecuaciones de estado para el comportamiento poroplástico de la matriz</i>	505
	<i>Ecuaciones de estado para el comportamiento poroplástico del estado poroso</i>	506
9.6	POROVISCOELASTICIDAD	507
	<i>Consolidación primaria y secundaria de suelos</i>	508
	BIBLIOGRAFÍA	509
