



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**CRITERIOS COSTO/BENEFICIO PARA LA  
INSPECCIÓN Y MANTENIMIENTO DE  
PLATAFORMAS MARINAS**

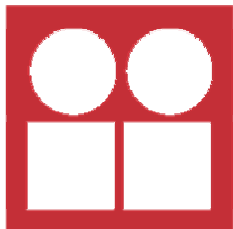
**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**DOCTOR EN INGENIERÍA  
(Ing. Civil- Estructuras)**

**P R E S E N T A**

**MARCO ANTONIO TORRES PÉREZ-NEGRÓN**



**DIRECTORA DE TESIS:  
DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ**

**CO-DIRECTOR DE TESIS:  
DR. DAVID DE LEÓN ESCOBEDO**

**NOVIEMBRE 2006**

## **JURADO ASIGNADO**

PRESIDENTE: Dr. Luis Esteva Maraboto

SECRETARIO: Dr. José Alberto Escobar Sánchez

1er. VOCAL: Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez

2do. VOCAL: Dr. Roberto Meli Piralla

3er. VOCAL: Dr. Ernesto Heredia Zavoni

1er SUPLENTE: Dr. Eduardo Reinoso Angulo

2do. SUPLENTE: Dr. David De León Escobedo

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTORA DE TESIS



---

DRA. SONIA E. RUIZ GÓMEZ



# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>iv</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
• Objetivos	4
• Antecedentes	4
<b>PRIMERA PARTE: CRITERIO PARA EVALUAR LA CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL CONSIDERANDO LA DEGRADACIÓN DE LA CAPACIDAD EN EL TIEMPO</b>	
<b>CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL EN EL TIEMPO</b>	<b>10</b>
• Aleatoriedad e Incertidumbre en la Capacidad y en la Demanda Estructural	11
• Formulación para Estimar el Número de Fallas en un Intervalo de Tiempo	12
• Método Simplificado	15
• Número de Fallas correspondiente a un Nivel de Confianza	17
• Formato DCFD (“Demand and Capacity Factor Design”)	19

---

---

---

---

<b>EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD EN EL TIEMPO DE UNA PLATAFORMA MARINA</b>	<b>22</b>
• Curva de Peligro de Oleaje	23
• Juntas Críticas	26
• Daño Acumulado	29
• Evaluación de la Capacidad Estructural	32
• Evaluación de la Demanda Estructural	34
• Número de Fallas de la Estructura en Distintos Intervalos de Tiempo	35
• Factor y Nivel de Confianza (Formato DCFD)	36
<b>SEGUNDA PARTE: TIEMPO ÓPTIMO PARA LA INSPECCIÓN Y MANTENIMIENTO CON BASE EN LA OPTIMIZACIÓN DE LOS COSTOS TOTALES</b>	
<b>OPTIMIZACIÓN DE COSTOS BASADA EN CONFIABILIDAD</b>	<b>39</b>
• Planteamiento General de la Función de Costos Totales	42
• Aplicación de Estrategias de Inspección y Reparación a la Función de Costos Totales	46
• Tiempo Óptimo para Inspección y Mantenimiento con base en la Optimización de Costos Totales	49
<b>OBTENCIÓN DEL TIEMPO ÓPTIMO DE INSPECCIÓN PARA UNA PLATAFORMA MARINA</b>	<b>52</b>
• Costos de Inspección	53
• Costos de Reparación	54
• Costos de Falla	56
<b>COMENTARIOS FINALES</b>	<b>65</b>
<b>APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN DOCTORAL</b>	<b>68</b>

---

---

---

---

<b>APÉNDICE A: DESARROLLO DEL NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO</b>	<b>70</b>
<b>APÉNDICE B: DESARROLLO DEL FACTOR Y NIVEL DE CONFIANZA (FORMATO DCFD)</b>	<b>72</b>
<b>APÉNDICE C: SIMULACIÓN DE OLEAJE</b>	<b>74</b>
<b>APÉNDICE D: ANÁLISIS DE FATIGA</b>	<b>79</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>87</b>
<b>ARTÍCULO EN PRENSA PARA SU PUBLICACIÓN EN LA REVISTA <i>ENGINEERING STRUCTURES</i></b>	<b>95</b>

---

---



# RESUMEN

En la primera parte de esta tesis se propone un criterio para evaluar la confiabilidad estructural tomando en cuenta la degradación de la capacidad estructural en el tiempo. Se consideran dos indicadores alternos de la confiabilidad:

- a) En términos del número esperado de fallas en un intervalo de tiempo,  $\eta(t)$ , tomando en cuenta la aleatoriedad de la respuesta y las incertidumbres epistémicas, y
- b) En términos del factor y del nivel de confianza,  $\lambda(t)$  y  $K(t)$ , en función del tiempo, de acuerdo con el formato DCFD (“Demand and Capacity Factor Design”)

Ambos indicadores se extienden aquí (a partir de las expresiones propuestas por el Prof. Cornell y colaboradores) para estimar la confiabilidad de la estructura en un intervalo de tiempo. El proceso de deterioro se representa mediante la disminución de la capacidad global de la estructura asociada a cierto estado límite.

Como ejemplo de aplicación se considera el caso de una plataforma marina tipo “jacket” ubicada en la Sonda de Campeche. Se considera como condición de daño el crecimiento de grietas por fatiga en las juntas críticas de la estructura. Para el proceso de simulación de las historias de crecimiento de grietas por fatiga se consideraran los esfuerzos aleatorios originados tanto por el oleaje de servicio, como por las tormentas que

---

---

puedan ocurrir en el lapso de tiempo analizado (obtenidas a partir de la curva de peligro de oleaje). Se considera que la ocurrencia de tormentas sigue un proceso de Poisson. Los resultados obtenidos se comparan con los que se calculan a partir de un proceso de la integración numérico.

En la segunda parte, el método de confiabilidad propuesto se utiliza para la planificación de programas de inspección y mantenimiento de plataformas marinas (a partir de análisis costo/beneficio). La estrategia de inspección óptima se identifica a través de la comparación de los costos económicos totales esperados de las diferentes estrategias alternativas de inspección, acciones de reparación e intervalos de tiempo en que se realizan. También se toman en cuenta las consecuencias económicas del nivel de daño que llegue a sufrir la estructura como son daños en los equipos, derrames de crudo, pérdidas de producción, lesiones y pérdidas humanas. El análisis costo/beneficio se ejemplifica usando el modelo simplificado de una plataforma marina.



# ABSTRACT

In the first part of the thesis, an approach to evaluate the structural reliability that takes into account the capacity degradation over time by means of closed mathematical expressions is proposed. Two alternative indicators of structural reliability are considered:

- 1) The expected number of failures over a time interval, taking into account the uncertainty due to both aleatory and epistemic uncertainties, and

- 2) The confidence factor,  $\lambda_{conf}(t)$ , and the confidence level,  $K_x(t)$ , as functions of time ( $t$ ) are presented within a Demand-and-Capacity-Factor Design format.

Both indicators are extended (based on the approach proposed by Prof. Cornell and collaborators) to estimate the reliability of a structure over a time interval. The deterioration process is represented through a reduction on the global structural capacity related to a limit state.

An illustrative example is presented using a simplified model of a fixed steel “jacket” platform located at Campeche Bay in the Gulf of Mexico. The damage condition considered is the fatigue crack size at the critical joints caused by random stresses related to service and storm waves (obtained from a wave hazard curve). The environmental hazard is represented in this example by means of exceedance rate curves of the maximum wave

---

---



heights. It is assumed that the storm occurrence follows a Poisson process. The results obtained from the proposed expression are analyzed and compared with those obtained from numerical integration.

In the second part, the proposed expression is implemented to planning inspection and maintenance programs of marine platforms (from a cost/benefit analysis) based in the work made by Ortega et al. (2003). The optimum inspection strategy is identified from the comparison of the total economical costs of different alternatives of inspection and repair. The economical consequences of the structural damage level as equipment damage, crude spilling, loss due to deferred production, injuries and fatalities are taken into account. The cost/benefit analysis is exemplified by using a simplified model of a marine platform



# INTRODUCCIÓN

La degradación de la capacidad estructural en el tiempo es un problema que afecta la infraestructura estratégica de muchos países (puentes, plataformas marinas, plantas nucleares, edificios, etc.)(ie. Frangopol, 1999; Faber, 2001; Braverman et al., 2004). Esta degradación es causada principalmente por la exposición de las estructuras a condiciones ordinarias de servicio (corrosión, humedad, vibración, etc.) y a cargas ambientales extraordinarias (huracanes, sismos, oleajes, etc.). *Con el tiempo, la reducción de la capacidad estructural puede provocar un mal desempeño o niveles de confiabilidad inaceptables en la estructura.*

Un desempeño inadecuado de este tipo de estructuras durante su vida útil produciría costos sociales y económicos muy altos. El envejecimiento de la infraestructura a nivel mundial y la falta de códigos que permitan el manejo de la seguridad estructural durante la vida de diseño hacen necesario el *desarrollo de herramientas que permitan evaluar la confiabilidad estructural para diferentes intervalos de tiempo, considerando la acumulación del daño en la estructura y la consecuente reducción de su capacidad.*

Una forma de contribuir a que la infraestructura existente opere y se mantenga en niveles adecuados de seguridad es mediante la instrumentación de políticas de inspección y mantenimiento del sistema estructural. *Las políticas más racionales predicen la variación del riesgo en el tiempo y proponen programas de inspección y mantenimiento de la estructura* para orientar la inversión a las áreas físicas, y a los tiempos específicos en los que el riesgo demanda tal inversión, evaluada en función de la proximidad del riesgo con los niveles mínimos adecuados de confiabilidad estructural.

Debido a la gran importancia de los hidrocarburos para el desarrollo económico de México, y a que existen un número importante de plataformas que necesitan inspeccionarse en el país, este trabajo se enfoca a las plataformas marinas; sin embargo, los conceptos detallados a lo largo de este trabajo doctoral pueden ser de utilidad para otros tipos de estructuras.

En la primera parte de este trabajo doctoral *se propone un criterio para evaluar la confiabilidad estructural que toma en cuenta la degradación de la capacidad estructural en el tiempo* (ver artículo anexo de Torres y Ruiz, 2006). Se consideran dos indicadores alternos de la confiabilidad:

- a) En términos del número esperado de fallas en un intervalo de tiempo,  $\eta(t)$ , tomando en cuenta la aleatoriedad de la respuesta y las incertidumbres epistémicas, y
- b) En términos del factor y del nivel de confianza,  $\lambda(t)$  y  $K(t)$ , en función del tiempo de acuerdo al formato DCFD (“Demand and Capacity Factor Design”)

Ambos formatos pueden usarse para estimar la confiabilidad de la estructura en un intervalo de tiempo considerando que la capacidad estructural se deteriora con el tiempo. El proceso de deterioro se representa mediante la consecuente disminución de la capacidad asociada a un estado límite de la estructura. De esta manera es posible tomar en cuenta los diferentes tipos de daño que repercuten en la capacidad global de la estructura.

Como ejemplo del criterio desarrollado se considera el caso de una plataforma marina tipo “jacket” ubicada en la Sonda de Campeche. Para efectos de simplificación se

---



analiza únicamente uno de los marcos interiores de la subestructura mediante un modelo en 2D. Se considera como condición de daño el crecimiento de grietas por fatiga en las juntas críticas de la estructura. Para el proceso de simulación de las historias de crecimiento de grietas por fatiga se consideraran los esfuerzos aleatorios originados tanto por el oleaje de servicio, como por las tormentas que puedan ocurrir en el lapso de tiempo analizado (obtenidas a partir de la curva de peligro de oleaje). Se considera que la ocurrencia de tormentas sigue un proceso de Poisson. Se analizan diferentes intervalos de tiempo (1,3,5,7,10 y 15 años).

La segunda parte de la investigación se refiere a una metodología para encontrar los intervalos de tiempo óptimos para realizar los trabajos de inspección y reparación de una estructura sometida a daño estructural acumulable a través del tiempo. El intervalo de tiempo adecuado será aquel que produzca los menores costos económicos asociados a la inspección, reparación y falla considerando el riesgo y la confiabilidad de la estructura. Se considera el daño acumulado durante el intervalo de tiempo debido a condiciones de servicio y a eventos ambientales extraordinarios.

El método de confiabilidad propuesto se implementa para la planificación de programas de inspección y mantenimiento de plataformas marinas (a partir de análisis costo/beneficio) tomando como base el trabajo realizado por Ortega et al. (2003). La estrategia de inspección óptima se identifica a través de la comparación de los costos económicos totales esperados de las diferentes estrategias alternativas de inspección, acciones de reparación e intervalos de tiempo en que se realizan. También se toman en cuenta las consecuencias económicas del nivel de daño que llegue a sufrir la estructura como son daños en los equipos, derrames de crudo, pérdidas de producción, lesiones y pérdidas humanas. Debido a la ausencia de datos se han adoptado hipótesis gruesas para estimar cada uno de los componentes del costo de falla. El análisis costo/beneficio se aplica al modelo simplificado de la misma plataforma marina que se analiza en la primera parte de la tesis.

## OBJETIVOS

- Proponer expresiones simplificadas para la evaluación de la confiabilidad estructural considerando la degradación de la capacidad de la estructura (asociada a un cierto estado límite) debida a la acumulación de daño en sus elementos a través del tiempo.
- Aplicar las expresiones simplificadas para el desarrollo de programas de inspección y mantenimiento óptimos, considerando las consecuencias económicas de las inspecciones, de las reparaciones y de la falla de la estructura.

## ANTECEDENTES

Los programas de inspección basados en análisis de riesgo se basan en aceptar un cierto nivel de riesgo tolerable en relación con la seguridad del personal que labora en las plataformas, el impacto ambiental y los costos económicos de las consecuencias asociadas al programa elegido. Las actividades de inspección y mantenimiento se planean para que la estructura pueda cumplir toda su vida útil dentro de los niveles de riesgo establecidos.

Es importante establecer un balance óptimo entre las diferentes medidas que pueden tomarse para conservar la seguridad de la estructura en la etapa de diseño, cuando los costos por incrementar la resistencia son pequeños en comparación con los que se tendrían si la estructura ya existiera. Sin embargo, los programas de inspección (métodos, frecuencia, estrategia de reparación, etc.) para controlar los daños (por ejemplo, grietas por fatiga) establecidos en la etapa de diseño deben actualizarse con la información adicional que se obtenga durante las etapas de fabricación y uso. Dependiendo de lo que se encuentre durante las inspecciones tendrán que implementarse algunas otras acciones (Moan, 1998; Montes, Heredia y Esteva, 2003).

La planeación de inspecciones en base al riesgo y la confiabilidad en las plataformas marinas ha sido tema de gran importancia en las últimas dos décadas. Las primeras iniciativas y desarrollos fueron dirigidos específicamente hacia la planeación de inspecciones para conexiones soldadas sujetas a fatiga en plataformas marinas fijas de acero (Skjong 1985, Madsen et al. 1989 y Sørensen et al. 1991). Después la misma

---



metodología fue adoptada para otras estructuras; sin embargo, la aplicación práctica de los programas de inspección basados en el riesgo y la confiabilidad había sido limitada por el hecho de *que se requería personal que fuera experto tanto en el campo de la teoría de la confiabilidad como en el uso de sistemas de programas de cómputo especializados.*

A pesar de que se han desarrollado programas de cómputo que facilitan el cálculo automático de análisis de riesgo para la elaboración de programas de inspección, los usuarios de estos sistemas deben ser expertos o por lo menos con amplia experiencia en el campo de la teoría de la confiabilidad. Es por eso que *en los últimos años se han dirigido los esfuerzos en adaptar dichas metodologías a un formato en el cual puedan ser fácilmente aplicados por ingenieros* en estructuras costa afuera con un nivel medio de especialización. La idea es desarrollar programas de inspección en términos de parámetros estándar de diseño (Faber, 2001).

En la literatura existen algunos estudios sobre cómo se puede modelar el problema de la optimización del programa de inspección y las estrategias de reparación basándose en la confiabilidad y el riesgo de las estructuras. Además, se han desarrollado varias herramientas de cómputo que permiten la evaluación de la confiabilidad de las plataformas con diferentes niveles de complejidad en el modelo que se utiliza (Bea et al., 1999; Hellan et al., 1997; Dharmavasan S., 1994, etc.), algunos programas incluso tienen herramientas más elaboradas que permiten hacer otros tipos de análisis permitiendo que los programas de inspección y mantenimiento que se elaboren se basen en resultados más aproximados a la realidad.

Thoft-Christensen y Sørensen (1987), Madsen et al.(1989) y Sørensen et al. (1991) describen metodologías por medio de las cuales se determina el programa de inspección total tomando en cuenta un análisis de sensibilidad a la fatiga que presentan las juntas de acero de las plataformas marinas tipo “jacket”.

Fujita y colaboradores (1989) presentan un criterio para la actualización de los programas de inspección y reparación. Este método permite que cada vez que se realiza una

inspección, el programa de inspección pueda actualizarse con base en la estrategia de reparación que se ejecute, por lo que el tiempo para realizar la siguiente inspección y la calidad que tendrá esta se determina de una manera flexible. Esto se logra mediante la actualización de los parámetros del modelo, a partir de los datos obtenidos en cada inspección.

Moan y colaboradores (1998) estudian la influencia de la inspección de ciertas juntas en la confiabilidad de un sistema en serie y el efecto que tiene la inspección repetitiva por fatiga de las juntas considerando la probabilidad de detección. En este trabajo también se encuentra que el efecto de una política de actualización de la confiabilidad del sistema en base a lo que se obtiene a partir de análisis de fatiga, es significativo.

Faber (2001) resume los estudios hechos por Faber et al.(2000), Sørensen et al. (2000), Engelund et al. (2000) y Faber et al. (2001). En este trabajo se muestra la forma en que deben implementarse métodos simplificados y prácticos para la elaboración de los planes de inspección y mantenimiento. Para esto se recurre a la utilización de parámetros prácticos de diseño como son los factores de diseño por fatiga (FDF) y el factor de reserva de resistencia (RSR). Los FDF son factores que permiten tomar en cuenta el efecto de la fatiga sobre un elemento durante su vida útil. El RSR es el cociente entre la carga de resistencia última y una carga de referencia, como puede ser la carga de diseño elástico.

Marley y colaboradores (2001) describen un modelo para obtener la confiabilidad de una plataforma considerando varios tipos de incertidumbres. Este procedimiento se aplicó a cuatro plataformas marinas ubicadas en el campo Ekofisk en el Mar del Norte. Para esto se adoptaron diferentes niveles de seguridad, expresados en términos de la probabilidad anual de falla, basándose en estudios hechos por Moan (1995). Este estudio sirve como base para calcular el refuerzo de las plataformas del campo mediante técnicas que permiten la optimación de los costos (Grigorian et. al., 2001)

Existen varios trabajos en donde se ha estudiado el efecto de la fatiga de una manera más profunda para saber cómo tomarla en cuenta y cómo puede llegar a afectar a la



confiabilidad del sistema (Yang, 1994; Moan et al., 1997; Heredia et al., 2002). También existen investigaciones en donde, además, se ha estudiado el efecto de otros tipos de daño (abolladuras, pandeos, corrosión, etc) al sistema para poderlos tomar en cuenta en los análisis de riesgo (Aviguetero y Bea, 1996; De León y Campos, 2001; Ortega et al., 2002).

En México, recientemente se ha propuesto el uso de varias técnicas cuyo objetivo es reducir los costos de inspección en las plataformas marinas mexicanas (API, 1993; De León et al., 2000; De León y Pérez, 2000; IMP, 1999). Esto se ha logrado identificando las áreas críticas que requieren mayor supervisión, así como la frecuencia con la que deben realizarse estas inspecciones basándose en análisis de fatiga de los nodos de la plataforma y la evolución del daño esperado (Ortega, 2003).

Ortega y De León (2003) realizan una adaptación del método presentado en Sørensen (1991). Este trabajo permite tomar en cuenta como influyen, además de los daños provocados por la fatiga, los daños debidos al pandeo y a las abolladuras en los elementos en la capacidad global de la estructura. Este procedimiento fue aplicado a una plataforma marina ubicada en la Sonda de Campeche.

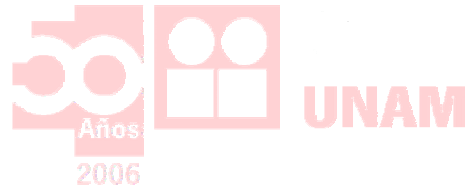
Heredia y colaboradores (2004) presentan una formulación general para evaluar la variación con el tiempo de la probabilidad de falla acumulada de plataformas marinas considerando los efectos del daño estructural. Se utiliza un procedimiento para evaluar la probabilidad de falla condicional mediante simulaciones de Monte Carlo. Con fines de aplicación se muestra como los modelos y métodos desarrollados se utilizan para el diseño de planes de inspección por fatiga de juntas de plataformas marinas.

En la actualidad se han elaborado planes de inspección por fatiga para varias plataformas ubicadas en la Sonda de Campeche. Estos trabajos también han incluido análisis de vida remanente para continuar con la operación de plataformas instaladas en la década de los 80's. Se pretende que en el corto plazo, la totalidad de las plataformas de esta región cuenten con planes de inspección para fatiga basados en análisis de riesgo y confiabilidad (Heredia, 2005).



Heredia (2005) menciona que el principal reto en la actualidad consiste en *formular un modelo integral para el costo total esperado que considere el deterioro y daño estructural acumulado con el tiempo*, así como los programas de inspección y las estrategias de mantenimiento. Ya que una formulación de este tipo podría tomar en cuenta el efecto que las decisiones de diseño tienen en la probabilidad de inspeccionar y reparar la estructura para mantenerla dentro de niveles de seguridad aceptable durante su vida de servicio.

La experiencia en este tema ha demostrado que el principal problema no es la capacidad básica de la estructura a resistir el colapso; los casos en donde se han registrado accidentes catastróficos se deben a una rara ocurrencia generalmente asociada a condiciones inapropiadas de operación (explosiones, fuego, carga y descarga, colisiones, etc.) y de mantenimiento (no reparar elementos con corrosión y fracturas). *El principal problema está asociado con el no previsto, y en muchos casos ignorado, mantenimiento de la estructura*. No solo se asocian costos con la reparación de la estructura, sino que además existen costos muy significativos asociados con el paro y la no disponibilidad de las funciones de la estructura. En algunos casos el mantenimiento no adecuado de la estructura ha dado lugar a pérdidas económicas muy importantes (Bea, 1998).



**PRIMERA PARTE:**

**CRITERIO PARA EVALUAR LA  
CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL  
CONSIDERANDO LA  
DEGRADACIÓN DE LA CAPACIDAD  
EN EL TIEMPO**



# CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL EN EL TIEMPO

El propósito del diseño es desarrollar un sistema estructural de una manera óptima, de acuerdo con un conjunto de necesidades predefinidas y de valores aceptables (Khachaturian, 1969). Actualmente se reconoce que los problemas estructurales no son determinísticos y, por lo tanto, para proponer un diseño óptimo el ingeniero deberá enfrentarse con las incertidumbres. Para esto es necesario recurrir a conceptos y metodologías de confiabilidad estructural.

En esta parte se propone un criterio para evaluar la confiabilidad estructural que toma en cuenta la degradación de la capacidad estructural en el tiempo (ver artículo anexo de Torres y Ruiz, 2006). Se consideran dos indicadores alternos de la confiabilidad:

- a) En términos del número esperado de fallas en un intervalo de tiempo,  $\eta_{F,T}(t, \Delta t)$ , tomando en cuenta la aleatoriedad de la respuesta y las incertidumbres epistémicas, y
- b) En términos del factor y del nivel de confianza,  $\lambda_{conf}(t, \Delta t)$  y  $K_x(t)$ , en función del tiempo de acuerdo al formato DCFD (“Demand and Capacity Factor Design”)

Ambos formatos pueden usarse para estimar la confiabilidad de la estructura en un intervalo de tiempo considerando que la capacidad estructural se deteriora con el tiempo. Al



complementar los resultados de los análisis de confiabilidad en el tiempo con la optimización de costos es posible formular programas de mantenimiento que permitan que la estructura mantenga cierto nivel de desempeño a lo largo de su vida de diseño (Liu, Rosenblueth, 1976; Sorensen et al., 1991; Esteva et al., 1999; Estes y Frangopol, 2001; Burns y Wen, 2003).

### **ALEATORIEDAD E INCERTIDUMBRE EN LA CAPACIDAD Y EN LA DEMANDA ESTRUCTURAL**

Debido a las limitaciones existentes en la información y en los métodos para la evaluación de la capacidad,  $C$ , y las demandas,  $D$ , en la estructura es necesario tomar en cuenta las incertidumbres que afecten los resultados. Para lograr esto se hace una distinción entre las fuentes que producen la incertidumbre y la aleatoriedad en el cálculo de la capacidad y de la demanda en la estructura.

La *aleatoriedad* en el análisis estructural se asocia a la variabilidad de los parámetros físicos de los cuales depende el desempeño de las estructuras. Las cargas aplicadas a una estructura (ola, sismo, viento, etc.) por lo general son aleatorias en magnitud, distribución, tiempo de ocurrencia y duración. De la misma manera, las propiedades mecánicas (fluencia, ductilidad, rigidez, etc.) y geométricas de las secciones de una estructura presentan variaciones debido a los procesos constructivos utilizados.

Las *incertidumbres epistémicas* se asocian a la falta de conocimiento o de información, restricciones o imperfecciones del modelo, consideraciones probabilísticas, etc., como por ejemplo, las incertidumbres en los modelos usados para predecir las magnitudes y distribuciones de las cargas, así como de las respuestas estructurales.

## FORMULACIÓN DEL NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO

En lo que sigue se definen conceptos básicos de probabilidad para tomar en cuenta las características de la *intensidad del evento*, de la *demanda estructural* y de la *capacidad estructural del estado límite* con el fin de obtener una función que indique la probabilidad de exceder un estado límite específico (falla del estado límite) durante un intervalo de tiempo, considerando la degradación de la capacidad.

Las *intensidades de los eventos* son caracterizadas por curvas de peligro que nos proporcionen la información sobre la probabilidad anual (mediante el valor esperado de tasas de excedencia) de que la intensidad aleatoria de un evento (sismo, huracán, tormenta, etc.) en un sitio sea igual o mayor a un valor específico.

La *demanda estructural* se representa mediante la respuesta estructural originada por la ocurrencia de un evento de una cierta intensidad. La demanda asociada a cada nivel de intensidad puede expresarse en términos de respuestas locales o globales de la estructura como por ejemplo: elementos mecánicos, desplazamientos, demandas de ductilidad, energía disipada, etc.

La *capacidad estructural del estado límite* se define como la respuesta estructural límite que permite que la estructura se mantenga dentro de un cierto nivel de desempeño (estado límite). De la misma manera que la demanda estructural, la capacidad del estado límite se expresa en términos de respuestas de la estructura a nivel global o local.

A continuación se muestra el planteamiento formal de confiabilidad utilizando el concepto de *tasa anual de falla* estructural. Este concepto es extendido para obtener el número de fallas en un intervalo de tiempo considerando el deterioro de la capacidad.

La *tasa media anual de falla* correspondiente a un cierto nivel de desempeño,  $v_F(c)$ , representa el valor esperado del número de veces por año que la capacidad del estado límite,  $c$ , se excede por los efectos de las cargas asociadas a eventos de todas las posibles intensidades. Para evaluar  $v_F(c)$ , primero se calcula la probabilidad de falla condicional a la



ocurrencia de un evento de intensidad  $y$ . La condición de falla se alcanza cuando la capacidad del estado límite,  $c$ , es menor que la demanda de la sollicitación,  $S$ , asociada a una intensidad,  $y$ . Por lo que la probabilidad de falla de un estado límite dado un evento de intensidad  $y$  se representa por la siguiente probabilidad condicional  $P[c < S|y]$ . El siguiente paso es evaluar esta probabilidad condicional para todas las posibles intensidades en el sitio, considerando la función de densidad de probabilidad de las intensidades del evento  $p_y(y)$ . Usando el teorema de probabilidad total, la tasa media anual de falla para una estructura con propiedades determinísticas en su capacidad del estado límite, tomando en cuenta todos las posibles intensidades de eventos en el sitio, está dada por (Cornell, 1968; Esteva, 1968):

$$v_F(c) = \int_0^{\infty} \left| \frac{dv_y(y)}{dy} \right| P[c < S|y] dy \quad (1)$$

en donde  $\left| \frac{dv_y(y)}{dy} \right|$  es el valor absoluto de la derivada de la curva de peligro,  $v_y$ . Es necesario el valor absoluto debido a que la derivada es negativa.

Cuando se toman en cuenta las incertidumbres relacionadas con la capacidad del estado límite de la estructura, ésta se expresa como una variable aleatoria con una función de densidad de probabilidad. El valor esperado de  $v_F$  se calcula de la siguiente forma:

$$E[v_F] = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C < S|y,c] f_C(c) dy dc \quad (2)$$

donde  $P[C < S|y,c]$  es la probabilidad condicional de falla cuando ocurre un evento de intensidad  $y$  y la capacidad del estado límite,  $C$ , toma el valor  $c$ ; y  $f_C(c)$  es la función de densidad de probabilidades de la capacidad estructural del estado límite en estudio. Las integrales con respecto a  $y$  y  $c$  se utilizan para tomar todos los posibles valores de intensidades de eventos y capacidades del estado límite, respectivamente.

El número de fallas durante un intervalo de tiempo es igual a la tasa de falla anual integrada para ese intervalo de tiempo. Para tomar en cuenta la degradación de la estructura

en el tiempo,  $\tau$ , se considera que la capacidad del estado límite,  $C(\tau)$ , y su función de densidad de probabilidad son funciones que varían en el tiempo. Por lo tanto, el valor esperado del número de fallas evaluado para el intervalo de tiempo  $[0, \Delta t)$  se expresa como:

$$E[\eta_{F,T}(0, \Delta t)] = \int_0^{\Delta t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C(\tau) < S|y, \tau] f_c(c|\tau) dy dc d\tau \quad (3)$$

donde  $P[C(\tau) < S|y, \tau]$  es la probabilidad de falla condicional a que ocurra el evento de intensidad  $y$  y la capacidad del estado límite tenga el valor  $C(\tau)$ ;  $f_c(c|\tau)$  representa la función de densidad de probabilidad condicional de la capacidad estructural en el instante de tiempo  $\tau$ . Cuando  $\tau = 0$ , la estructura tiene sus propiedades originales (sin ningún tipo de daño acumulado por condiciones de servicio o cargas de eventos); a medida que el tiempo transcurre, el daño acumulado se incrementa y la capacidad estructural para el estado límite se reduce.

De la misma manera, el valor esperado del número de fallas durante el intervalo  $[t, t + \Delta t)$ , considerando que la capacidad estructural sufre degradación puede calcularse como:

$$E[\eta_{F,T}(t, \Delta t)] = \int_t^{t+\Delta t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C(\tau) < S|y, \tau] f_c(c|\tau) dy dc d\tau \quad (4)$$

en este caso es necesario considerar el daño que la estructura presenta al inicio del intervalo de tiempo, en el instante  $t$ . Se hace notar que  $E(\eta_{F,T})$  representa la tasa anual de falla  $E(v_F)$  de la estructura cuando  $\Delta t \rightarrow 1$ .

Considerando la probabilidad de falla estructural,  $p_F$ , como un proceso estocástico no-homogéneo de Poisson durante el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ , se puede expresar como:

$$p_F(t, \Delta t) = 1 - \exp\{-E[\eta_{F,T}(t, \Delta t)]\} \quad (5)$$

Cuando se toma en cuenta la degradación de la capacidad en el tiempo la función de confiabilidad (ver ecs. 3 y 4) se vuelve muy complicada para ser evaluada numéricamente



debido a que tanto la capacidad estructural como su función de densidad de probabilidad son dependientes del tiempo. Una opción para encontrar una solución es mediante simulaciones de Monte-Carlo (Esteva y Díaz, 1993); sin embargo, este procedimiento puede consumir mucho tiempo de cómputo debido a las probabilidades tan bajas que se obtienen en el análisis. La solución formal también puede ser aproximada mediante soluciones basadas en métodos FORM/SORM (Madsen y Tvedt, 1990; Rackwitz, 2001), o en simulación direccional (Melchers, 1992; Mori y Ellingwood, 1993), o algunos otros métodos (Yao y Wen, 1996; Beck y Melchers, 2004).

A continuación se propone un criterio para evaluar la confiabilidad estructural en un intervalo de tiempo. La metodología se basa en las expresiones simplificadas propuestas por Cornell y colaboradores, ampliándolas aquí para considerar la degradación de la capacidad estructural que sufre la estructura a través del tiempo.

#### MÉTODO SIMPLIFICADO

Tomando como base la expresión del número esperado de fallas en un intervalo de tiempo, a continuación se desarrolla una expresión cerrada simplificada. Las integrales con respecto a las variables  $y$  y  $c$  en la ec. 4 pueden simplificarse si se hacen las siguientes suposiciones (Cornell, 1996):

- La curva de peligro,  $v_y(y)$ , se puede representar en la región de intensidades de interés mediante la función  $v_y(y) = k \cdot y^{-r}$ , donde  $k$  y  $r$  son parámetros que definen la forma de la curva de peligro ambiental. En este estudio se considera que la curva de peligro ambiental es independiente del tiempo.
- El valor de la mediana de la demanda estructural,  $\hat{D}$ , puede representarse como función de la intensidad de la carga ambiental,  $y$ , mediante  $\hat{D} = a \cdot y^b$ . Se considera que la demanda estructural tiene distribución lognormal con desviación estándar del logaritmo natural de la demanda igual a  $\sigma_{\ln D}$  (Rosenblueth y Esteva, 1972; Shome y Cornell, 1999).



- La capacidad estructural del estado límite en el tiempo  $t$  también tiene distribución lognormal con mediana,  $\hat{C}(t)$ , y desviación estándar del logaritmo igual a  $\sigma_{\ln C|t}$ .

Al tomar en cuenta lo anterior, el valor esperado del número de fallas durante el intervalo  $[t, t + \Delta t)$  expresado en la ecuación 4 puede simplificarse a una expresión similar a la obtenida por Cornell et al. (2002), y usada por el autor (Torres, 2002; Montiel, Ruiz y Torres, 2003; Torres y Ruiz, 2004). Esta expresión se extiende en esta tesis para cubrir el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ :

$$\bar{n}_{F,T}(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} k(y_{\hat{C},\tau})^{-r} \exp\left[\frac{r^2}{2b(\tau)^2} \left(\sigma_{\ln D|y_{\hat{C},\tau}}^2 + \sigma_{\ln C|\tau}^2 + \sigma_{UD|\tau}^2 + \sigma_{UC|\tau}^2\right)\right] d\tau \quad (6)$$

donde  $y_{\hat{C},\tau} = \left[\frac{\hat{C}(\tau)}{a(\tau)}\right]^{\frac{1}{b(\tau)}}$  es la intensidad de la carga ambiental asociada con la mediana de la capacidad del estado límite  $\hat{C}(\tau)$  en el tiempo  $\tau$ ;  $\sigma_{\ln D|y_{\hat{C},\tau}}$  y  $\sigma_{\ln C|\tau}$  son las desviaciones estándar de los logaritmos naturales de la demanda estructural,  $D$ , y de la capacidad del estado límite,  $C$ , en el tiempo  $\tau$ , respectivamente;  $\sigma_{UD|\tau}$  y  $\sigma_{UC|\tau}$  representan las incertidumbres epistémicas relacionadas con la demanda estructural y con la capacidad del estado límite en el tiempo  $\tau$ , respectivamente. Los valores de  $a(\tau)$  y  $b(\tau)$  son parámetros que definen la forma de la mediana de la demanda estructural en el tiempo  $\tau$ .

Para resolver la integral de la ec. 6 se hacen las siguientes simplificaciones:

- La mediana de la capacidad,  $\hat{C}$ , varía linealmente en el tiempo:

$$\hat{C}(\tau) = \alpha + \beta \cdot \tau \quad (7)$$

en donde  $\beta < 0$ .

- Los valores  $\sigma_{\ln C|\tau}$  y  $\sigma_{\ln D|y_{\hat{C},\tau}}$  se consideran constantes para el intervalo de tiempo  $\Delta t$  expresándose de la siguiente forma:

$$\sigma_{\ln C|\tau} = \sigma_{\ln C|t} \quad (8)$$

$$\sigma_{\ln D|y_{\hat{C},\tau}} = \sigma_{\ln D|y_{\hat{C},t}} \quad (9)$$



en el caso de que la variación de estos valores en el tiempo fuera significativa, se recomienda utilizar el valor promedio presentado durante el intervalo, debido a que se ha observado que da lugar a resultados aceptables.

- Los parámetros  $a(\tau)$  y  $b(\tau)$  tienen valores constantes durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$ , por lo que:

$$a(\tau) = a_t \quad (10)$$

$$b(\tau) = b_t \quad (11)$$

La integral de la ec. 6 se obtuvo en la presente investigación doctoral de forma cerrada. El detalle de la integración se presenta en el Apéndice A. El valor esperado del número de fallas considerando la degradación de la capacidad para un intervalo de tiempo (en años) resulta como sigue:

$$\bar{n}_{F,T}(t, \Delta t) = k(y_{C|t})^{-r} \exp\left[\frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{lnD|y_{C,t}}^2 + \sigma_{lnC|t}^2 + \sigma_{UD|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \cdot \Omega(t, \Delta t) \quad (12)$$

donde

$$y_{C|t} = \left(\frac{\hat{C}(t)}{a_t}\right)^{\frac{1}{b_t}} \quad (13)$$

$$\Omega(t, \Delta t) = \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \frac{b_t}{(b_t - r)} \left[ \left(1 + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t}\right)^{1 - \frac{r}{b_t}} - 1 \right] \quad (14)$$

donde  $y_{C|t}$  es la intensidad del evento relacionada con la capacidad del estado límite  $\hat{C}(t)$  en el tiempo de inicio del intervalo de evaluación,  $t$ .

## NÚMERO DE FALLAS CORRESPONDIENTE A UN NIVEL DE CONFIANZA

En la mayoría de los códigos existentes los estados límite utilizados como objetivo se encuentran expresados en función de valores determinísticos. Estos valores se encuentran relacionados con niveles de daño que limitan el nivel de desempeño que la estructura pueda desarrollar. En la actualidad, es muy difícil predecir con certeza cuanto daño puede experimentar una estructura ante un evento de cierta intensidad. Esto se debe a que existen muchos factores que afectan el comportamiento y la respuesta de la estructura,

como son la rigidez que aportan los elementos no estructurales, la resistencia individual de cada elemento de la estructura, la calidad de la construcción, la precisión de los métodos analíticos que se usan para determinar la respuesta de la estructura, las características de los eventos que afectarán la estructura, etc. (FEMA-351, 2000).

Debido a todas estas incertidumbres se utiliza una forma en que el método basado en confiabilidad las reconozca explícitamente; expresándolas en términos de un nivel de confianza. Si una evaluación indica un alto nivel de confianza, por ejemplo 90%, significa que la probabilidad de alcanzar el nivel de desempeño calculado es muy alta (aun así, existe una probabilidad muy baja de que no se cumpla). Si se obtiene un nivel de confianza bajo, por ejemplo 30%, quiere decir que es muy poco probable que la estructura alcance el nivel de desempeño deseado.

Para establecer un intervalo de confianza alrededor de la mediana del número de fallas como un factor de control para cada intervalo de tiempo en esta tesis se emplea un procedimiento similar al propuesto por Cornell et al. (2002) y por Jalayer y Cornell (2003).

El número de fallas correspondiente a un nivel de confianza,  $x$ , durante un cierto tiempo,  $\eta_{F,T|x}$ , se puede expresar como:

$$\eta_{F,T|x}(t, \Delta t) = \hat{\eta}_{F,T,R}(t, \Delta t) \cdot \exp(K_{x|t} \sigma_{\eta_{F,T,U}}) \quad (15)$$

donde

$$\hat{\eta}_{F,T,R}(t, \Delta t) = k(y_{C|t})^r \exp\left[\frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{\ln D|y_{C,t}}^2 + \sigma_{\ln C|t}^2)\right] \Omega(t, \Delta t) \quad (16)$$

$$\sigma_{\eta_{F,T,U}} = \frac{r}{b_t} \sqrt{\sigma_{UD|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2} = \frac{r}{b_t} \sigma_{UT|t} \quad (17)$$

$$K_{x|t} = \Phi^{-1}(x) \quad (18)$$

en donde  $\eta_{F,T|x}$  se supone con distribución lognormal;  $\hat{\eta}_{F,T,R}$  es la mediana del número de fallas en un intervalo de tiempo, y está asociada con la aleatoriedad de la respuesta  $R$ ;  $\sigma_{\eta_{F,T,U}}$  es la desviación estándar del logaritmo natural de  $\eta_{F,T,U}$  para la capacidad de un estado límite considerando las incertidumbres epistémicas relacionadas con la demanda



estructural,  $\sigma_{UD|t}$ , y con la capacidad del estado límite,  $\sigma_{UC|t}$ ; y  $K_{x|t}$  es una variable Gaussiana estandarizada con probabilidad  $x$  de no ser excedida, dado un tiempo  $t$  (ver Figura 1). Los valores medios  $k$  y  $r$  representan los parámetros que definen la forma de la curva de peligro ambiental.

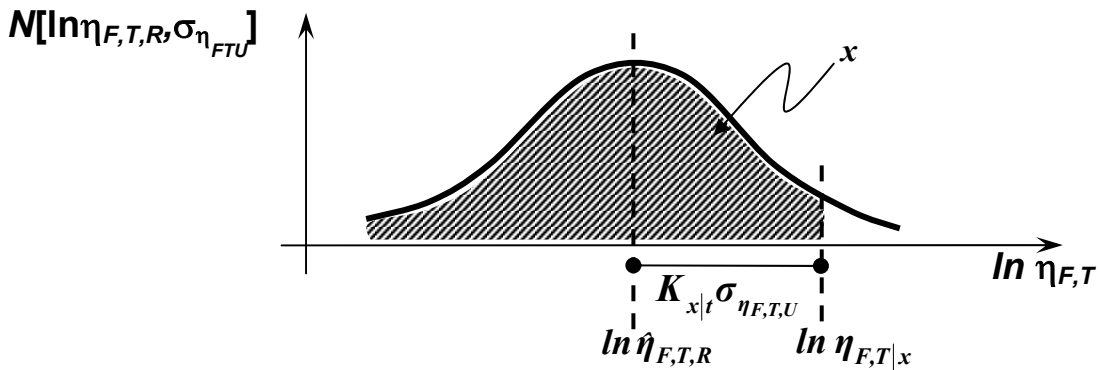


Figura 1. Nivel de confianza del número de fallas

#### FORMATO DCFD (“DEMAND AND CAPACITY FACTOR DESIGN”)

A continuación se describe un criterio alternativo al descrito en la sección anterior, basado en el formato DCFD tomando en cuenta la degradación de la capacidad estructural. Este formato es similar al empleado por el FEMA-351(2000) para la evaluación de estructuras de acero, pero extendido en esta investigación doctoral para tomar en cuenta la degradación de la capacidad estructural en el tiempo.

El formato DCFD tiene una forma análoga a los métodos LRFD (“Load and Resistance Factor Design”). Como su nombre lo indica, este formato se constituye por la demanda y la capacidad estructural multiplicada por sus respectivos factores de seguridad. El concepto de los factores probabilísticos de la demanda y de la capacidad del formato DCFD es muy similar al de los factores de seguridad aplicados a la carga y la resistencia en los procedimientos LRFD. Este formato se obtiene, mediante algunos arreglos, a partir de las expresiones obtenidas para el cálculo del número de fallas correspondiente a un nivel de confianza, por lo que todas las simplificaciones hechas anteriormente se encuentran implícitas en el método.

El formato DCFD considera que la tasa anual de falla estructural,  $v_F$ , debe ser menor o igual que una tasa anual permisible,  $v_{perm}$ :

$$v_F \leq v_{perm} \quad (19)$$

De manera similar, para un nivel de confianza  $x$ , dado un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , y considerando fija la tasa anual aceptable se puede establecer la siguiente condición:

$$\eta_{F,T|x}(t, \Delta t) \leq v_{perm} \cdot \Delta t \quad (20)$$

Sustituyendo las ecs. 15-18 en ec. 20, queda como:

$$k \left( \frac{\hat{C}(t)}{a_t} \right)^{\frac{-r}{b_t}} \exp \left[ \frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{lnD|yC,t}^2 + \sigma_{lnC|t}^2) \right] \exp \left[ K_{x|t} \cdot \frac{r}{b_t} \sigma_{UT|t} \right] \cdot \Omega(t, \Delta t) \leq v_{perm} \cdot \Delta t \quad (21)$$

Resolviendo y separando términos, se obtiene la siguiente expresión la deducción de esta ecuación se presenta en el Apéndice B):

$$\lambda_{conf}(t, \Delta t) \leq \frac{\phi_t \hat{C}(t)}{\gamma_t \hat{D}_{v_{perm}|t}} \Psi(t, \Delta t) \quad (22)$$

donde

$$\phi_t = \exp \left[ -\frac{r}{2b_t} (\sigma_{lnC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2) \right] \quad \gamma_t = \exp \left[ \frac{r}{2b_t} (\sigma_{lnD|yC,t}^2 + \sigma_{UD|t}^2) \right] \quad (23)(24)$$

$$\hat{D}_{v_0|t} = a_t \left( \frac{v_{perm}}{\bar{k}} \right)^{\frac{b_t}{r}} \quad \lambda_{conf}(t) = \exp \left[ \sigma_{UT|t} \left( K_{x|t} - \frac{r}{2b_t} \sigma_{UT|t} \right) \right] \quad (25)(26)$$

$$\Psi(t, \Delta t) = \left[ \frac{\Omega(t, \Delta t)}{\Delta t} \right]^{\frac{b_t}{r}} \quad (27)$$

$\phi_t$  y  $\gamma_t$  son los factores de reducción de capacidad y de amplificación de demanda para un tiempo  $t$ , respectivamente;  $\hat{D}_{v_0|t}$  es la mediana de la demanda estructural causada por cargas ambientales asociadas con la tasa anual de excedencia tolerada,  $v_{perm}$ , en el tiempo  $t$ ;  $\lambda_{conf}$  representa el factor de confianza correspondiente la nivel de confianza  $x$ ; y  $k, r, a_t, b_t, \sigma_{UD|t}$  y  $\sigma_{UC|t}$  se definen anteriormente.



El parámetro  $K_{x|t}$  puede despejarse a partir de la ec. 26; por lo que el valor de  $K_{x|t}$  dado  $\lambda_{conf}$ ,  $r$ ,  $b$ ,  $\sigma_{UD|t}$  y  $\sigma_{UC|t}$  es igual a:

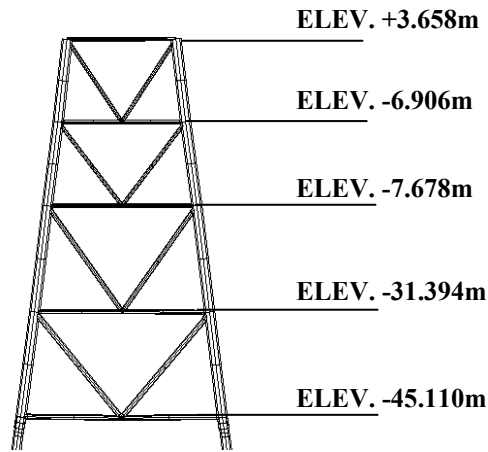
$$K_{x|t} = \left\{ \ln[\lambda_{conf}(t, \Delta t)] + \frac{r}{2b} \sigma_{UT|t}^2 \right\} \frac{I}{\sigma_{UT|t}} \quad (28)$$

$K_{x|t}$  es una variable estándar Gaussiana asociada con la probabilidad  $x$  de no ser excedida. Como se puede observar existe una influencia clara en el valor de  $K_{x|t}$  de parte de  $\lambda_{conf}$ , por lo que cualquier variación  $\lambda_{conf}$  de influirá directamente en el nivel de confianza que se obtenga. Conforme vaya pasando el tiempo y exista acumulación de daño, el factor de confianza irá disminuyendo y de la misma manera lo hará el nivel de confianza.



# **E**VALUACIÓN **DE LA** **CONFIABILIDAD** **EN EL TIEMPO** **DE UNA** **PLATAFORMA** **MARINA FIJA**

En lo que sigue se aplica la metodología descrita anteriormente a una plataforma de acero tipo “jacket” instalada en 1979 ubicada en la Sonda de Campeche. Para simplificar el análisis se utiliza un modelo en dos dimensiones de uno de los marcos interiores de la plataforma, considerando únicamente la parte del “jacket”. La estructura tiene aproximadamente 48m de altura. El sitio posee un tirante de agua de 45.11m. En la Figura 2 se muestra un esquema del marco analizado. Se considera la aportación de los pilotes que se encuentran dentro de las piernas de la plataforma, suponiendo que los pilotes reciben y transmiten únicamente fuerza cortante. Para los análisis se consideran las propiedades mecánicas medias de la plataforma. El peso medio de la cubierta que le corresponde a este marco se supone igual a 500 ton.



*Figura 2. Estructura utilizada como ejemplo*

### **CURVA DE PELIGRO DE OLEAJE**

Para realizar un análisis de confiabilidad es necesario contar con información que nos permita conocer con suficiente precisión el tipo y la magnitud de las solicitaciones a las que estará sujeta la estructura. Para el caso de una plataforma marina se debe de contar con información oceanográfica y meteorológica del sitio en particular. Esta información incluye alturas y periodos de olas, velocidades de viento y condiciones de ráfaga durante tormenta, socavación o deslizamiento del fondo marino, corrientes marinas, mareas, condiciones de hielo, sismología del lugar, etc.

La norma “Diseño y Evaluación de Plataformas Marinas Fijas en la Sonda de Campeche” (PEMEX, 2000) cuenta con las condiciones extremas de oleaje, viento y corrientes marinas obtenidas a partir de huracanes y tormentas marinas para varios sitios en la Sonda de Campeche. En la Tabla 1 se muestran estos valores para el área Akal. Estos valores se encuentran asociados a diferentes periodos de retorno para poder evaluar, dependiendo de la importancia que tenga la plataforma (moderada, alta, muy alta), diferentes condiciones de su capacidad (etapa de diseño, evaluación de la capacidad elástica y de la resistencia última, etc).



**Tabla 1.** Condiciones extremas de oleaje, viento y corrientes marinas obtenidas a partir de huracanes y tormentas marinas para el área Akal en la Sonda de Campeche (PEMEX, 2000)

PARÁMETROS	DISEÑO	EVALUACIÓN			
		INTERVALO ELÁSTICO	RESISTENCIA ÚLTIMA		
		DISEÑO ELÁSTICO	MODERADA	ALTA	MUY ALTA
Periodo de retorno de referencia (años)	180	99	753	892	1485
Altura de ola máxima (m)	16.70	15.00	21.00	21.50	23.00
Periodo de la ola (s)	12.06	11.46	13.52	13.70	14.24
<b>Velocidad máximas de viento a 10 m sobre NMM (m/s)</b>					
3s	58.77	53.30	72.60	74.22	79.09
5s	56.79	51.51	70.16	71.73	76.43
15s	52.54	47.65	64.91	66.36	70.71
1min	47.18	42.79	58.28	59.58	63.49
1hr	39.42	35.75	48.70	49.79	53.06
<b>Velocidades de corriente (cm/s)</b>					
0 % de la profundidad	125	111	159	163	175
50 % de la profundidad	97	83	131	135	147
95 % de la profundidad	78	70	100	102	109

Con esta información se elaboró una curva de peligro de oleaje a partir de la cual se puede obtener la tasa de excedencia de una cierta altura de ola máxima asociada a tormentas de invierno y huracanes.

En la Tabla 2 se muestran los valores obtenidos a partir de los que se recomiendan en los primeros renglones de la Tabla 1.

**Tabla 2.** Probabilidades obtenidas a partir de los periodos de retorno establecidos en la norma (PEMEX, 2000)

Tr (años)	$h_{m\max}$ (m)	P(H $\geq$ h) (anual)
99	15.0	0.0101
180	16.7	0.0055
753	21.0	0.0013
892	21.5	0.0011
1485	23.0	0.0006



Con la información dada por la Norma PEMEX (2000) se elaboró una curva de peligro de oleaje a partir de la cual se puede obtener la tasa de excedencia de una cierta altura de ola máxima asociada a tormentas de invierno y huracanes. Se ajustó una función de probabilidad anual acumulada de valores extremos de Gumbel a los valores de  $P(H \geq h)$  de la forma:

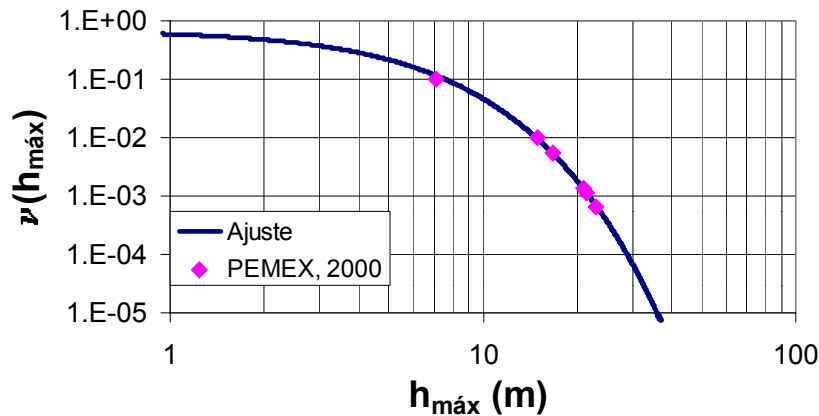
$$P(H_{m\acute{a}x} \geq h_{m\acute{a}x}) = v(h_{m\acute{a}x}) = 1 - \exp\{-\exp[-\alpha(h - u)]\} \quad 0 \leq h_{m\acute{a}x} \leq \infty \quad (29)$$

en donde

$H_{m\acute{a}x}$  = la altura máxima de ola

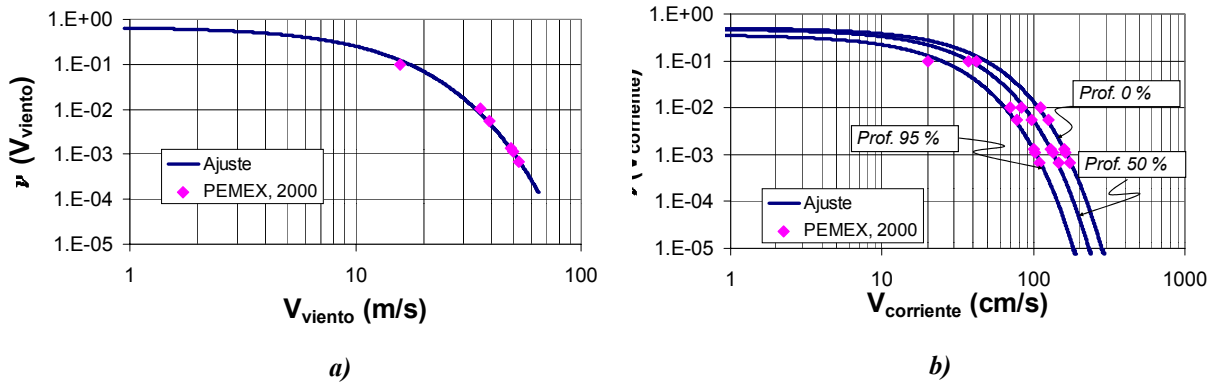
$\alpha, u$  = parámetros por ajustar

En la Figura 3 se presentan los datos de la norma PEMEX (2000) y el ajuste de la curva de peligro de oleaje para tormentas de invierno y huracanes para el sitio Akal en la Sonda de Campeche.



**Figura 3.** Curva de peligro de oleaje para el sitio Akal

De la misma manera, se obtuvieron curvas de probabilidad de excedencia para velocidades de viento (Figura 4a) y para velocidades de corrientes asociadas a profundidades de 0%, 50% y 95% de la profundidad total, para el sitio Akal (Figura 4b). En la Tabla 3 se presentan los valores de ajuste obtenidos para cada una de las curvas de peligro.



**Figura 4.** Curvas de peligro de velocidad de viento y de velocidades de corrientes para el sitio Akal

**Tabla 3.** Valores de los parámetros de ajuste para las curvas de peligro

	CURVA DE OLEAJE	CURVA DE VIENTO	CURVA DE CORRIENTE		
			PROF. 0%	PROF. 50%	PROF. 95%
$\alpha$	0.3260	0.1392	0.0395	0.0477	0.0584
$u$	0.6641	1.1603	-8.6797	-9.1844	-13.8188

### JUNTAS CRÍTICAS

En este trabajo se seleccionan como juntas críticas aquellas que tienen mayor contribución en la capacidad global de la estructura. La capacidad global se mide aquí en términos del cortante basal resistente de la plataforma. Para determinar las juntas críticas se realizaron análisis estáticos no lineales (“pushover”) considerando la reducción de la capacidad de cada una de las juntas. Para estimar la contribución de cada junta a la capacidad global se reduce la capacidad de una junta (tomando el 30% de su capacidad original) y se realizan varios análisis estáticos considerando varios perfiles de carga (a partir de oleajes simulados). Para cada perfil de carga se calcula el máximo cortante basal resistente.

Posteriormente, considerando una distribución lognormal, se obtienen los valores de la mediana de la capacidad,  $\hat{C}$ , y de la desviación estándar del logaritmo natural,  $\sigma_{\ln C}$ . El procedimiento se repite para cada junta. Los valores de  $\hat{C}$  y  $\sigma_{\ln C}$  que se obtienen para cada junta se muestran en la Tabla 4. Se seleccionaron las cinco juntas que provocaban los

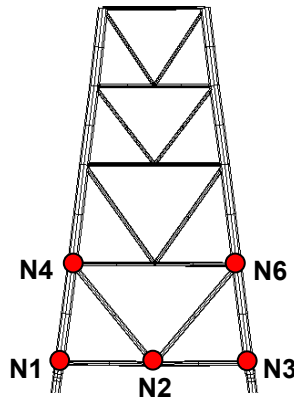


menores valores de  $\hat{C}$ . Las juntas seleccionadas como críticas fueron la N1, N2, N3, N4 y N6 (ver Figura 5). Para comprobar la importancia de estas juntas en la capacidad global de la estructura se realizaron otros análisis estáticos manteniendo la capacidad de las juntas críticas al 100% mientras que el resto de las juntas fueron deterioradas en un 70%. Los valores de la capacidad global obtenidos fueron comparados con los de la estructura sin daño (últimos dos renglones de la Tabla 4). Se observa que estos valores se encuentran muy aproximados.

**Tabla 4.** Valores de la mediana y de la desviación estándar del logaritmo natural de la capacidad de la estructura para determinar las juntas críticas

JUNTA DAÑADA	$\hat{C}$ (kg)	$\sigma_{\ln C}$
N1*	367065	0.01410
N2*	853047	0.03913
N3*	361788	0.02050
N4*	906267	0.01624
N5	959892	0.03584
N6*	906263	0.01682
N7	914916	0.01506
N8	910772	0.01581
N9	915527	0.01544
N10	907848	0.01297
N11	907862	0.01587
N12	907540	0.01489
<b>Sin Daño (Estructura Original)</b>	<b>907862</b>	<b>0.01580</b>
<b>Sin Daño en juntas críticas (Resto de Juntas con Daño)</b>	<b>934238</b>	<b>0.05659</b>

*\*Juntas seleccionadas como críticas*



**Figura 5.** Juntas críticas consideradas en el ejemplo

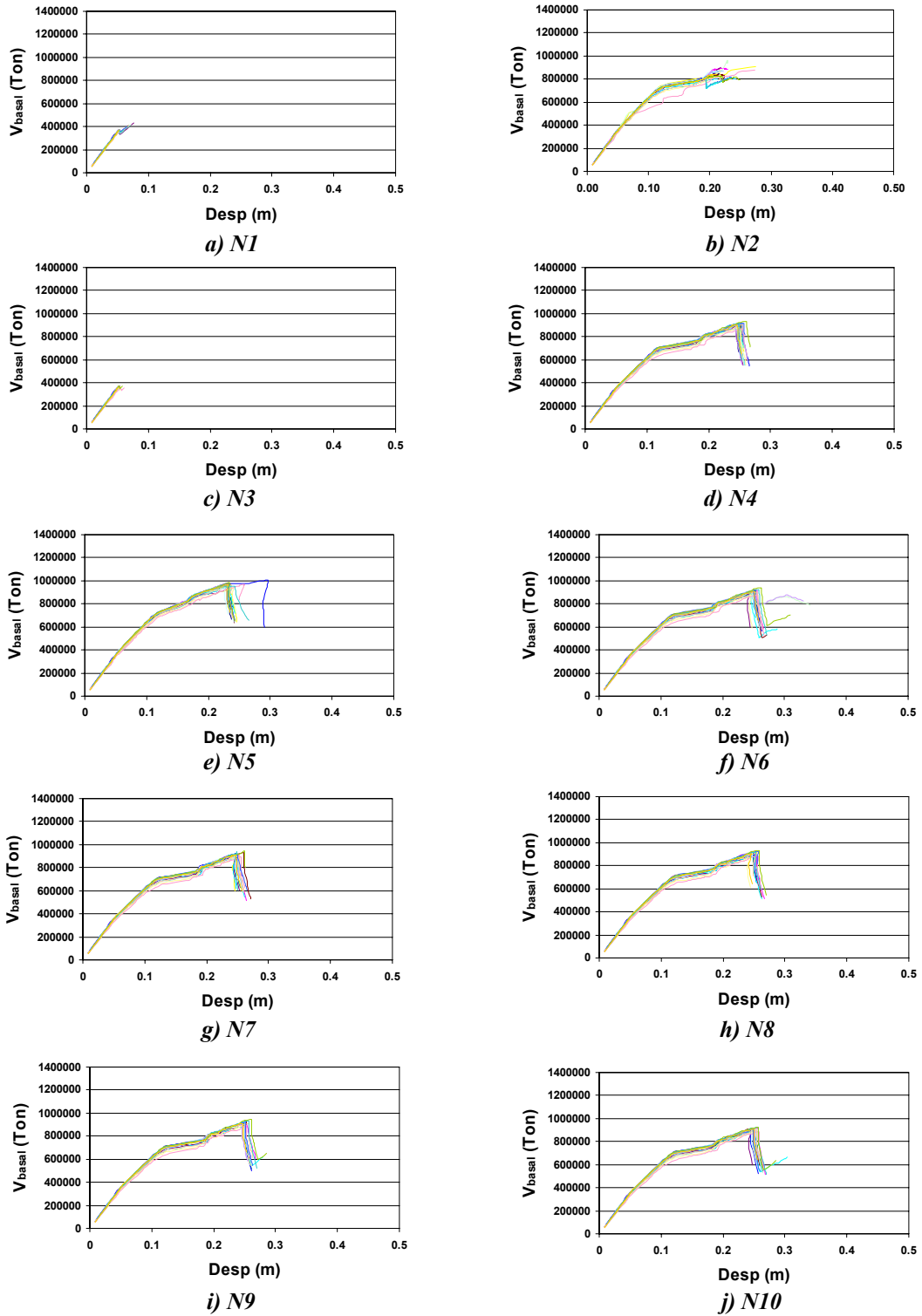
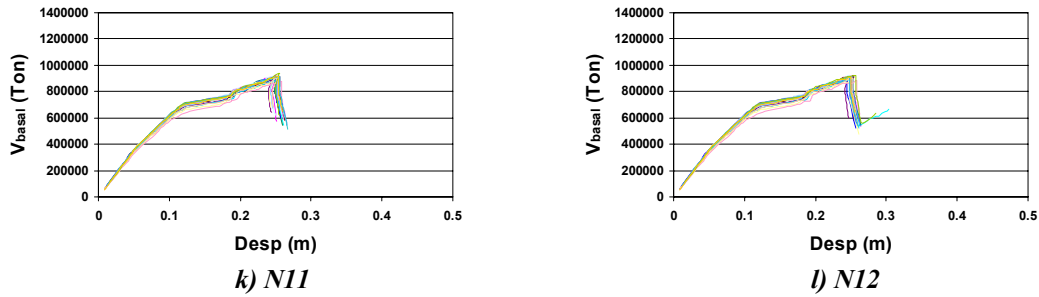


Figura 6. Curvas de capacidad considerando daño en cada uno de los nodos para determinar las juntas críticas



**Figura 6(cont.).** Curvas de capacidad considerando daño en cada uno de los nodo para determinar las juntas críticas

### DAÑO ACUMULADO

Aquí se considera como condición de daño el crecimiento de las grietas por fatiga en las juntas críticas. Los esfuerzos en los puntos críticos de las juntas analizadas se calculan mediante análisis dinámicos en el tiempo, utilizando diez historias de oleaje simuladas. El contenido de frecuencias se obtiene a partir de espectros de Pierson-Moskowitz (Pierson y Moskowitz, 1964) (ver Apéndice C). Se considera que la superficie del mar se representa como un proceso homogéneo estacionario Gaussiano. Este proceso se expresa como la superposición de olas regulares con una generación aleatoria de sus ángulos de fase considerando una distribución uniforme entre  $0$  y  $2\pi$ . Los espectros de amplitudes de los oleajes simulados están asociados a diferentes intervalos de tiempo de retorno,  $T_R$ .

El valor esperado del crecimiento de la grieta debido a cargas aleatorias se calcula mediante la ecuación modificada de Paris-Erdogan (Paris y Erdogan, 1963; Sobczyk y Spencer, 1992) (ver el Apéndice D):

$$\frac{da'}{dt} = C(\Delta K_{mr})^m v' \quad (30)$$

$$\Delta K_{mr} = Y S_{mr} \sqrt{\pi a'} \quad (31)$$

en donde  $a'$  es el tamaño de la grieta,  $C$  y  $m$  están en función de las propiedades de los materiales,  $\Delta K_{mr}$  es el intervalo de intensidad de esfuerzos medio,  $S_{mr}$  es el intervalo de esfuerzos medio,  $Y$  es el factor de corrección geométrica (Newman y Raju, 1981)(ver Apéndice D) y  $\nu'$  es la tasa de cruces por cero con pendiente positiva en un cierto tiempo  $t$ . Sustituyendo la ec. 31 en la ec. 30 se obtiene la siguiente expresión:

$$\int_{a_0}^{a_f} \frac{da'}{Y^m (\sqrt{\pi a'})^m} = C \cdot S_{mr}^m \cdot N \quad (32)$$

donde  $N = \nu' \cdot t$  representa el número de ciclos en el tiempo  $t$ ,  $a_0$  es el tamaño inicial de grieta, y  $a_f$  es el tamaño de la grieta después de  $N$  ciclos.

La descripción probabilística del crecimiento de las grietas por fatiga se estima mediante simulación de Montecarlo. Los parámetros estadísticos que se utilizan aquí son los que se muestran en el trabajo de Silva y Heredia (2004) para las plataformas de la Bahía de Campeche (ver Tabla 5).

**Tabla 5.** Variables utilizadas para calcular el crecimiento de la grieta mediante la ec. de Paris-Erdogan (Silva y Heredia, 2004)

VARIABLES (ton/m)	VALOR MEDIO $\mu$	DESVIACIÓN ESTÁNDAR $\sigma$	DISTRIBUCIÓN
$a_0$	0.00011	-----	-----
$\ln C^*$	-40.39	-0.69067	Normal
$M^*$	3.0	0.3	Normal
$a'/c$	0.25	-----	-----
$S_{mr}$	Función del tiempo y de la junta	Función del tiempo y de la junta	Rayleigh
$\nu_0$	Función del tiempo y de la junta	Función del tiempo y de la junta	Lognormal

\* Coeficiente de correlación  $\rho_{\ln C, m} = 0.9$ .

En los análisis se consideran los oleajes asociados a servicio y a tormentas (ver Figura 7). Se considera que la altura de ola asociada a una tormenta sigue una distribución de Gumbel (ec. C27) como se muestra en el Apéndice C. La ocurrencia de eventos se comporta como un proceso de Poisson en donde los tiempos de espera entre tormentas,  $t_{esp}$ ,



se encuentra exponencialmente distribuidos. La duración de cada tormenta se considera de 60 minutos. Durante el tiempo de espera entre tormentas se considera que actúa el oleaje de servicio. Para obtener los esfuerzos debidos al oleaje de servicio se consideraron los estados de mar establecidos en la norma PEMEX (2000) a partir de estudios oceanográficos (ver Apéndice D). Como se aprecia en la tabla de la Figura 8 se relacionan la altura y el periodo de la ola significativa y la probabilidad de ocurrencia de cada estado de mar. En este ejemplo se considera que la incidencia del oleaje es exclusivamente en una dirección; sin embargo, en un análisis detallado es necesario considerar todas las posibles direcciones. Para el cálculo de la esperanza del tamaño de grieta,  $E[a]$ , y la desviación estándar,  $\sigma_{lna}$ , se considera que el tamaño de la grieta,  $a$ , en un cierto tiempo  $t$  tiene una distribución lognormal.

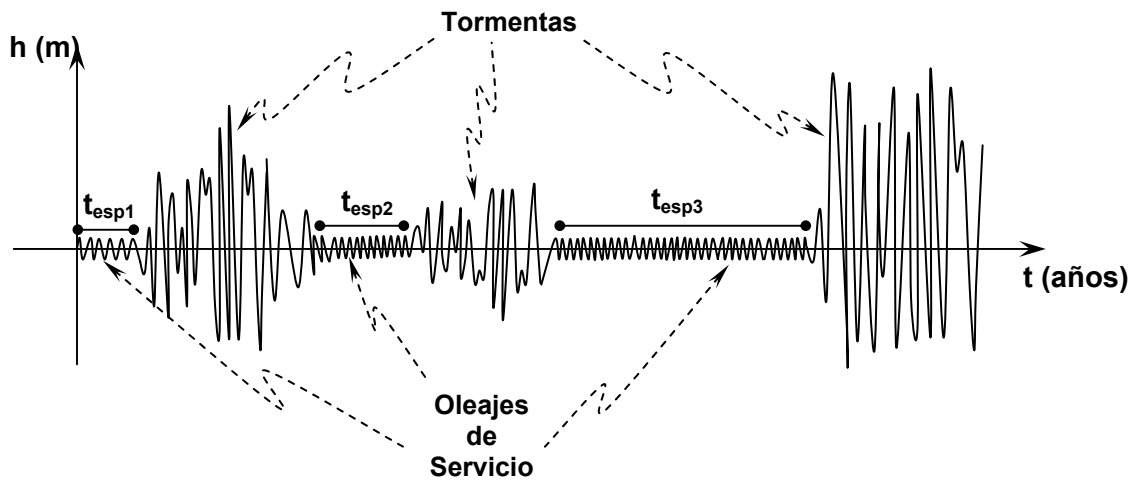


Figura 7. Ilustración de las historias de oleaje simuladas para la vida de diseño de la plataforma

Periodo Pico (s)	ALTURA DE OLA SIGNIFICANTE (m)														Total:					
	0	0.25	0.75	1.25	1.75	2.25	2.75	3.25	3.75	4.25	4.75	5.25	5.75	6.25		6.75	7.25	7.75	8.25	
0.00 - 0.9999																				
1.00 - 1.9999	0.0003	0.0315																		0.0318
2.00 - 2.9999		0.1695	0.0173																	0.1867
3.00 - 3.9999		0.0019	0.0401																	0.0591
4.00 - 4.9999		0.0145	0.2797	0.0212																0.3154
5.00 - 5.9999		0.0119	0.0531	0.0866	0.0042	0.0001														0.1559
6.00 - 6.9999		0.0003	0.0025	0.0242	0.0136	0.0009														0.0667
7.00 - 7.9999		0.0046	0.0189	0.0282	0.0285	0.0072	0.0005													0.0088
8.00 - 8.9999		0.0008	0.0068	0.0091	0.0159	0.0177	0.0107	0.0004												0.0615
9.00 - 9.9999		0.0001	0.0006	0.0016	0.0023	0.0027	0.0074	0.0009	0.0021	0.0002										0.0262
10.00 - 10.9999					0.0003	0.0003	0.0014	0.0016	0.0021	0.0008										0.0065
11.00 - 11.9999									0.0003	0.0009	0.0005	0.0001								0.0019
12.00 - 12.9999												0.0001	0.0002							0.0003
Total:	0.0003	0.2549	0.4417	0.1708	0.0646	0.029	0.019	0.0108	0.0038	0.0026	0.016	0.0005	0.0002	0.0002						1.0000

Figura 8. Tabla de estados de mar para el análisis de fatiga en condiciones de servicio mostrada en la norma PEMEX (2000) para el sitio Akal



Debido a que el agrietamiento en juntas afecta en su rigidez y resistencia, varios autores (ie. Stacey et al., 1996; Burdekin, 2002) proponen que la capacidad de la junta intacta,  $P_k$ , se modifique por un factor de reducción lineal. Si  $P_k$  se determina mediante las recomendaciones del API (1993), la resistencia de la junta agrietada,  $P_c$ , se obtiene de la siguiente forma:

$$P_c = P_k \left( 1 - \frac{A_{grieta}}{A_{junta}} \right) \quad (33)$$

donde  $A_{grieta}$  y  $A_{junta}$  representan el área de la grieta y de la sección transversal de los elementos que llegan a la junta, respectivamente.

### EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD ESTRUCTURAL

La capacidad estructural se obtiene mediante análisis estáticos no lineales (“pushover”) en términos del cortante basal resistente en el tiempo de evaluación. En este trabajo se utilizan 20 perfiles de carga diferentes para los análisis, calculados a partir de historias de oleajes simuladas. El perfil de carga utilizado corresponde a las fuerzas actuantes cuando el oleaje simulado produce el máximo cortante basal. Se considera que la capacidad última de la estructura se representa mediante el máximo cortante basal resistente.

Para evaluar la capacidad de la estructura en un cierto tiempo  $t$  se simulan diferentes tamaños de las grietas para cada junta crítica considerando una distribución lognormal con media  $E[a]$  y desviación estándar del logaritmo  $\sigma_{ln a}$ . Una vez obtenidos los tamaños de las grietas se reduce la capacidad de la junta mediante la ec.33, y se realizan los análisis estáticos no lineales utilizando diferentes perfiles de carga.

En la Figura 9 se muestran los análisis estáticos no lineales efectuados para calcular la capacidad de la estructura. En estas curvas de capacidad se grafica el cortante basal de la plataforma contra el desplazamiento de la cubierta. Estas curvas se realizan para diferentes instantes de tiempos considerando el daño acumulado, en donde a cada curva le



corresponde un perfil de carga lateral y un tamaño de grieta simulado. A partir de estas curvas se obtiene la mediana de la capacidad,  $\hat{C}$ , y la desviación estándar del logaritmo natural de la capacidad del estado límite,  $\sigma_{lnC}$ , que se sustituyen más adelante en las ecs. 12 y 22.

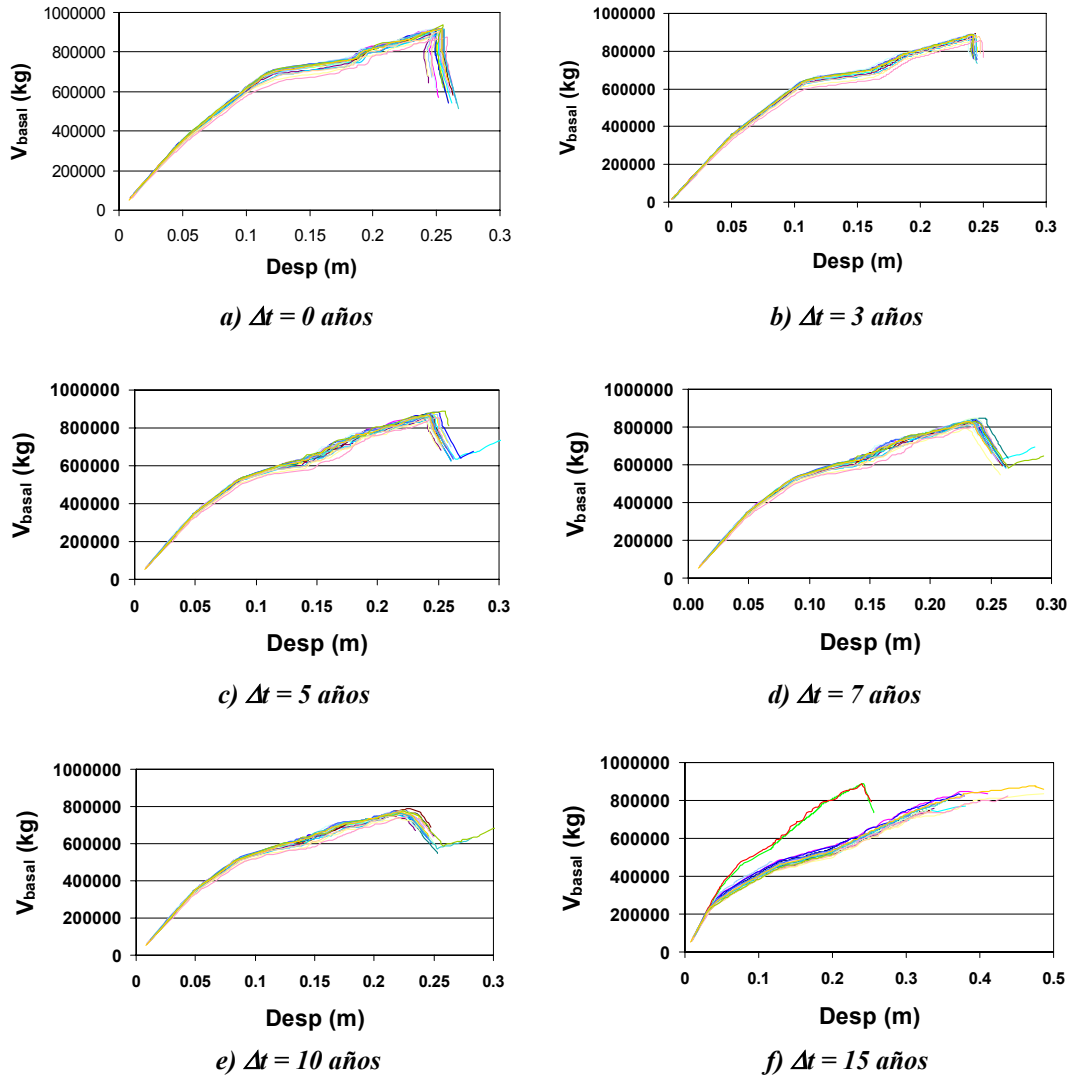


Figura 9. Curvas de capacidad de la plataforma ( cortante basal vs desplazamiento de cubierta) considerando daño en diferentes intervalos de tiempo

En la Figura 10 se muestra la reducción de la mediana de la capacidad estructural debida al daño acumulado en el tiempo.

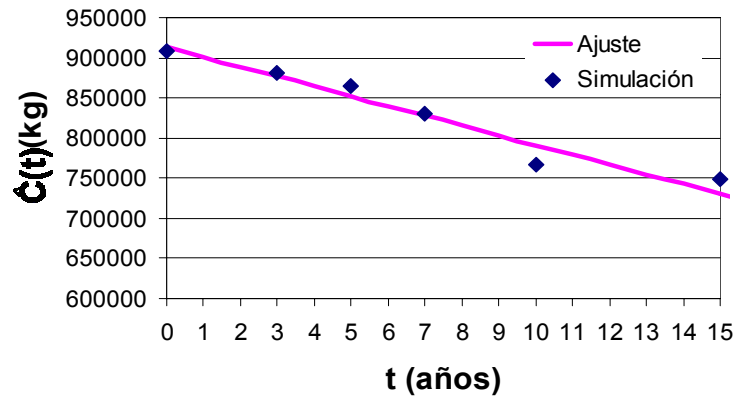


Figura 10. Degradación de la mediana de la capacidad estructural en el tiempo

### EVALUACIÓN DE LA DEMANDA ESTRUCTURAL

Como primer paso para el cálculo de la demanda estructural se excita la plataforma mediante análisis dinámicos “paso a paso” en el tiempo utilizando un conjunto de oleajes (simulados anteriormente) para diferentes alturas de ola (asociadas a diferentes periodos de retorno). En la Figura 11 se muestra el cortante basal máximo,  $V_{basal}$ , asociado a diferentes alturas de ola máxima,  $h_{m\acute{a}x}$ . Estas se ordenan para diferentes periodos de retorno. Para cada altura de ola máxima se obtienen los valores de la mediana de la demanda,  $\hat{D}$ , y de la desviación estándar del logaritmo suponiendo que la respuesta tiene una función de distribución del tipo lognormal,  $\sigma_{ln D}$ . Posteriormente se ajustan los valores de las medianas y de las desviaciones estándar del logaritmo mediante una función del tipo  $\hat{D} = a \cdot (h)^b$ . Se considera que la demanda estructural permanece constante en el tiempo.

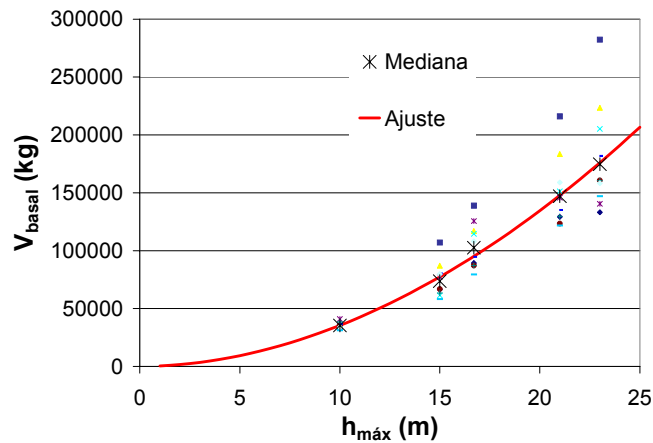


Figura 11. Valores del cortante basal demandado a la estructura



**NÚMERO DE FALLAS DE LA ESTRUCTURA EN DISTINTOS INTERVALOS TIEMPO**

A continuación se calcula el número de fallas de la plataforma en el tiempo,  $\eta_{F,T}$ , utilizando la ec. 12. Se considera como falla de la estructura cuando el máximo cortante basal resistente es menor que el cortante basal causado por las solicitaciones. Se considera como condición inicial el tiempo  $t = 0$ . Los incrementos de tiempo,  $\Delta t$ , que se evalúan aquí son 1, 3, 5, 7, 10 y 15 años. En la Tabla 6 se muestran los valores utilizados en la ec.12. Se considera que las incertidumbres epistémicas asociadas a la demanda,  $\sigma_{UD}$ , y a la capacidad,  $\sigma_{UC}$ , de la estructura permanecen constantes en el tiempo. Los valores de la desviación estándar del logaritmo natural de la capacidad,  $\sigma_{mC}$ , para los intervalos de tiempo de evaluación se muestran en la Tabla 7. Se hace notar que estos valores son las desviaciones promedio presentadas durante el intervalo de tiempo a evaluar. Nótese que para 15 años se incrementó la dispersión promedio debido a la mayor acumulación de daño en las juntas críticas.

**Tabla 6.** Valores utilizados para obtener el número de fallas de la estructura (ec. 12)

$\hat{C}$		$\hat{D}$		$\sigma_{In D}$		$\sigma_{UD}$	$\sigma_{UC}$	k	r
$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$				
913152.90	12196.8	424.18	1.92	0.21	0.76	0.15	0.15	0.50	8

**Tabla 7.** Valores de la desviación estándar del logaritmo de la capacidad para los intervalos de tiempo evaluados

$\Delta t$ (años)	$\sigma_{In c}$
1	0.01587
3	0.01149
5	0.01474
7	0.01543
10	0.01615
15	0.02764

En las Figuras 12 y 13 se muestran la variación del número de fallas,  $\eta_{F,T}$ , y el factor de corrección,  $\Omega(t)$ , en el tiempo, respectivamente. En la Figura 12 se hace una

comparación entre los resultados de la expresión propuesta (ec. 12) y los obtenidos de realizar la integración numérica de la ec. 6. Los resultados son casi iguales, lo que indica que la aproximación de la ec. 12 es bastante aceptable para el caso analizado.

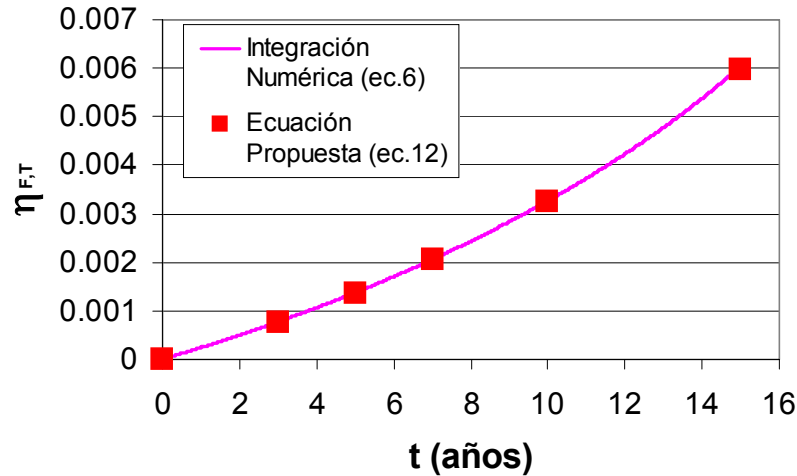


Figura 12. Valor esperado del número de fallas en el tiempo

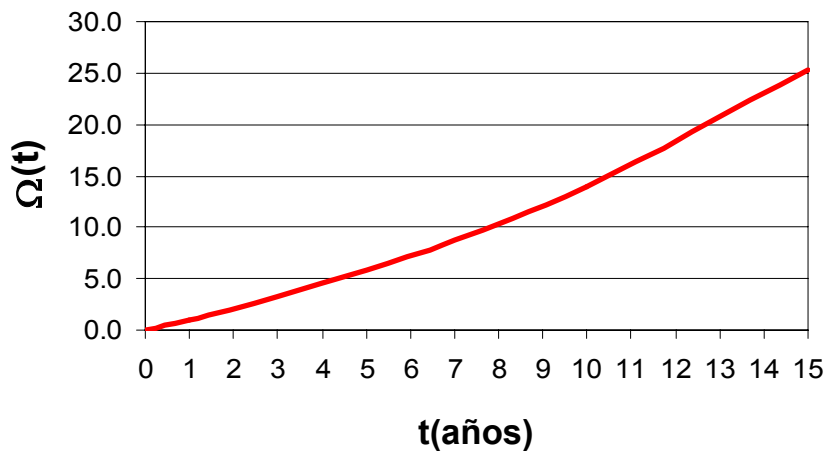


Figura 13. Factor de corrección del número esperado de fallas (ec. 12)

### FACTOR Y NIVEL DE CONFIANZA (FORMATO DCFD)

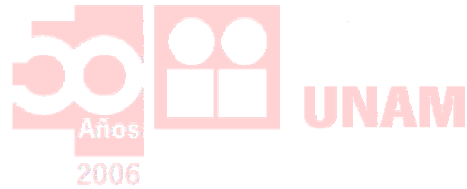
En esta sección se calcula el factor de confianza,  $\lambda_{conf}(t)$ , y el nivel de confianza,  $\Phi(K_{x|t})$ , mediante las ecs. 22 y 28. Los valores calculados de  $\phi_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $\lambda_{conf}(t)$ ,  $\Psi(t)$  y  $\Phi(K_{x|t})$  se presentan en la Tabla 8. En esta se puede observar que el factor de la capacidad



$\phi_t$  permanece prácticamente constante hasta  $t = 15 \text{ años}$ , donde presenta una pequeña reducción debida al incremento en la incertidumbre de la capacidad estructural (ver segunda columna de la Tabla 8). Se puede apreciar que el valor de  $\lambda_{conf}(t)$  se reduce en el tiempo debido al efecto de la degradación de la capacidad estructural (ver cuarta columna de la Tabla 8). Se puede observar que  $\Phi(K_{x|t})$  se reduce del 93.98% para  $t = 1 \text{ año}$  hasta 84.82% para  $t = 15 \text{ años}$  (última columna de la Tabla 8). Esto significa que para  $t = 15 \text{ años}$  la plataforma tiene una probabilidad de 84.82% de tener un factor de confianza  $\lambda_{conf} = 1.124$ .

**Tabla 8.** Valores de los parámetros del formato DCFD en función del tiempo

$\Delta t$ (años)	FACTOR DE CAPACIDAD $\phi_t$	FACTOR DE DEMANDA $\gamma_t$	FACTOR DE CONFIANZA $\lambda_{conf}(t)$	FACTOR DE CORRECCIÓN $\Psi(t)$	NIVEL DE CONFIANZA $\Phi(K_{x t})$ (%)
1	0.95040	1.09545	1.257	0.9933	93.98
3	0.95065	1.09545	1.240	0.9796	93.18
5	0.95047	1.09545	1.222	0.9655	92.22
7	0.95043	1.09545	1.204	0.9512	91.14
10	0.95038	1.09545	1.176	0.9288	89.20
15	0.94931	1.09545	1.124	0.8896	84.82



**SEGUNDA PARTE:**  
**TIEMPO ÓPTIMO PARA LA**  
**INSPECCIÓN Y MANTENIMIENTO**  
**CON BASE EN LA OPTIMIZACIÓN**  
**DE LOS COSTOS TOTALES**



# **O**PTIMIZACIÓN **DE COSTOS** **BASADA** **EN CONFIABILIDAD**

El desarrollo de modelos para la optimización basada en confiabilidad aparentemente fue iniciado por Forssell (1924) quien formuló el problema de optimización como una minimización del costo total de la estructura. El término costo total, implicaba el costo inicial de la estructura y todos aquellos costos que se tendrían si la estructura fallara o sufriera algún daño. Este criterio gobernó casi todos los trabajos que surgieron en la década de los 50's como se puede ver en los trabajos realizados por Johnson (1953), Ferry-Borges (1954), Freudenthal (1956) y Paez y Torroja (1959) entre otros.

Durante la siguiente década (1960-1970) se reconoció la importancia de la teoría bayesiana para la toma de decisiones en la optimización estructural y varios autores incluyeron esta teoría para mejorar los métodos de optimización basados en confiabilidad estructural (i.e. Benjamin, 1968; Esteva, 1968; Cornell, 1969 y Turkstra 1970). En la misma década, hubo la necesidad de disminuir el peso de la estructura sin sacrificar la confiabilidad del sistema, particularmente en aplicaciones aeroespaciales. Moses (1969) escribe en uno de los primeros trabajos en el campo del diseño óptimo basado en la confiabilidad estructural: “Un diseño verdaderamente óptimo debe considerar el comportamiento estructural para varios tipos de cargas, así como los posibles deterioros de la resistencia”.



En la década de los 70's se volvió claro que los conceptos y métodos de probabilidad eran la base para el desarrollo de criterios de diseño estructural óptimos. Es por eso que desde esa época hasta la fecha, muchos investigadores han dirigido sus esfuerzos en desarrollar estrategias para la identificación de modos de falla de sistemas estructurales, utilizando cada vez métodos más sofisticados; procedimientos de optimización basados en confiabilidad; algoritmos para la optimización multicriterio utilizando restricciones impuestas por varias condiciones de desempeño; técnicas para establecer la sensibilidad de la respuesta ante los cambios de ciertos parámetros en los problemas de optimización.

En México, Rosenblueth y Mendoza (1971) proponen el uso de la optimización. Sus criterios han sido revisado y ampliados por Rosenblueth (1976), Rosenblueth (1986), Reyes (1999), Rackwitz (2000), Esteva et al.(2001), Sierra (2002) e Ismael (2003) entre otros.

Para producir el mejor diseño posible con los recursos disponibles, el estructurista debe pesar el valor de los criterios que envuelven varios factores (i.e. requerimientos de funcionalidad, aspectos técnicos, teorías científicas, factores económicos y consideraciones sociales y humanas), por lo que, la optimización estructural corresponde a un proceso de toma de decisiones.

Los componentes esenciales de un problema de optimización estructural son los siguientes (Frangopol, 1985b):

- *Parámetros preasignados:* Las cantidades que describen al sistema estructural y que se mantienen constantes durante el proceso de optimación.
- *Variables de diseño:* Las cantidades que definen al sistema estructural y que varían para lograr un diseño óptimo.
- *Condiciones de carga:* Una o varias cargas que representan el efecto en la estructura del ambiente al cual se encuentra expuesto.



- *Modos de falla:* Comportamiento estructural que no es favorable, en el cual se ve envuelto cualquier comportamiento de pérdida de funcionalidad y/o daño.
- *Función objetivo (también llamada criterio):* Es la “meta” que acompaña al proceso de optimización y que constituye la base para la selección de una de las varias alternativas de diseño.

De la misma manera, al diseñar los programas para la inspección y mantenimiento de estructuras (ie. plataformas marinas), basándose en el daño y en el comportamiento que la estructura vaya presentando a través de su vida útil, es necesario tomar en cuenta los factores antes mencionados para tratar de modelar una estructura existente de la manera más “real” posible. Además se debe de tratar que la solución que se toma, sea la óptima entre una serie de soluciones analizadas en función de los parámetros que se consideren. Esto dependerá del criterio del diseñador y de los intereses que se tengan relacionados con la seguridad de la estructura.

Las políticas más racionales de inspección y mantenimiento predicen la variación del riesgo y de la confiabilidad en el tiempo (considerando la degradación de la capacidad estructural) y proponen programas para orientar la inversión a las áreas físicas, en los tiempos específicos en los que el riesgo demanda tal inversión, cumpliendo los niveles mínimos adecuados de confiabilidad estructural.

En esta segunda parte de la investigación doctoral se plantea una metodología para encontrar los intervalos de tiempo para realizar los trabajos de inspección y reparación de una estructura sometida a daño estructural acumulado a través del tiempo. El intervalo de tiempo adecuado será aquel que produzca los menores costos económicos asociados a la inspección, reparación y falla considerando el riesgo y la confiabilidad de la estructura. Se considera el daño acumulado durante el intervalo de tiempo debido a condiciones de servicio y a eventos ambientales extraordinarios.

## COSTOS DE INSPECCIÓN, REPARACIÓN Y FALLA CONSIDERADOS EN LA FUNCIÓN DEL COSTO TOTAL DURANTE EL INTERVALO DE TIEMPO $[t, t + \Delta t)$

En este trabajo, la función del costo total esperado de una estructura durante el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$  se define como la suma de los costos esperados de inspección, de reparación y de falla de la estructura que se tienen durante dicho intervalo de tiempo (como se muestra en la ec. 34).

$$\bar{C}_{TOT}(t, \Delta t) = \bar{C}_I(t, \Delta t) + \bar{C}_R(t, \Delta t) + \bar{C}_F(t, \Delta t) \quad (34)$$

A continuación se definen las consideraciones y las estrategias a seguir para el cálculo de los costos esperados de inspección, reparación y falla de la estructura durante el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ .

### COSTOS DE INSPECCIÓN

De manera general, el costo esperado de inspección durante el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$  se obtiene mediante la ec. 35:

$$\bar{C}_I[t, \Delta t] = \int_t^{t+\Delta t} C_i[d(\tau)|S] \cdot p_I(\tau|S) \cdot p_S[d(\tau)] \cdot e^{-\gamma\tau} d\tau \quad (35)$$

donde:

$S$  indica la condición de sobrevivencia de la estructura.

$\bar{C}_I[t, \Delta t]$  es el valor esperado del costo de inspección de la estructura en el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ .

$C_i[d(\tau)|S]$  es el costo por inspeccionar la estructura para un tipo de daño  $d$  acumulado hasta el instante de tiempo  $\tau$ , dado que la estructura ha sobrevivido. El costo de la inspección se encuentra en función del daño que se espera en la estructura debido a que la técnica y equipo que se utilicen puede depender del daño que se espera.

$p_I(\tau|S)$  es la probabilidad de inspeccionar la estructura en el instante de tiempo  $\tau$ , dado que la estructura ha sobrevivido. La inspección de la estructura puede estar condicionada a algún evento o condición además de la sobrevivencia de la estructura.

$p_S[d(\tau)]$  es la probabilidad marginal de sobrevivencia de la estructura dado un nivel de daño  $d$ , en un instante  $\tau$ .



$e^{-\gamma \cdot \tau}$  es un factor para convertir el costo a valor presente dado un tiempo  $\tau$  y una tasa de descuento  $\gamma'$ , en donde  $\gamma = \ln(I + \gamma')$ .

Se considera que la inspección de la estructura se realizará al final del intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ , siempre y cuando la estructura sobreviva hasta el final del intervalo de tiempo por lo que el costo, la probabilidad de inspección y el factor de valor presente se pueden simplificar de la siguiente forma:

$$C_i[d(\tau), S] = C_{i|t+\Delta t} \quad (36)$$

$$p_I[d(\tau), S] = p_{I|t+\Delta t} = I \quad (37)$$

$$e^{-\gamma \cdot \tau} = e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t)} \quad (38)$$

en donde  $C_{i|t+\Delta t}$ ,  $p_{I|t+\Delta t}$  y  $e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t)}$  representan el costo de inspección, la probabilidad de inspección y el factor de valor presente en el instante de tiempo  $t + \Delta t$ . Sustituyendo las ecs. 36, 37 y 38 en la ec. 35:

$$\bar{C}_I[t, \Delta t] = C_{i|t+\Delta t} \cdot e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t)} \int_t^{t+\Delta t} p_S[d(\tau)] d\tau \quad (39)$$

Si consideramos que la probabilidad de falla de la estructura en el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$  sigue un proceso de Poisson, la probabilidad de sobrevivencia se expresa de la siguiente forma(ec. 40):

$$\int_t^{t+\Delta t} p_S[d(\tau)] d\tau = e^{-\int_t^{t+\Delta t} \eta_F(\tau) d\tau} = e^{-\eta_F(t, \Delta t)} \quad (40)$$

en donde es el número esperado de fallas en el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$  considerando la degradación de la capacidad estructural (ver ecs. 4 y 12).

Por lo que el costo esperado de inspección al final del intervalo se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\bar{C}_I[t, \Delta t] = C_{i|t+\Delta t} \cdot e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t)} \cdot [e^{-\eta_F(t, \Delta t)}] \quad (41)$$

$$= C_{i|t+\Delta t} \cdot e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t) - \eta_F(t, \Delta t)} \quad (42)$$

## COSTO DE REPARACIÓN

De manera general, el costo esperado de inspección durante el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$  se obtiene mediante la ec. 35:

$$\bar{C}_R [t, \Delta t] = \int_t^{t+\Delta t} \sum_{k=1}^n C_{r_k} [d(\tau)|S] \cdot p_{R_k} [d(\tau)|S] \cdot e^{-\gamma \cdot \tau} \cdot p_S [d(\tau)] d\tau \quad (42)$$

$n$  es el número total de elementos considerados para reparación.

$\bar{C}_R [t, \Delta t]$  es el valor esperado del costo de reparación de la estructura en el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ .

$C_{r_k} [d(\tau)|S]$  es el costo de reparación del elemento  $k$  para un nivel de daño  $d$  acumulado hasta el instante de tiempo  $\tau$ , dado que la estructura ha sobrevivido.

$p_{R_k} [d(\tau)|S]$  es la probabilidad de reparación del elemento  $k$  en función de un nivel de daño  $d$  acumulado hasta el instante de tiempo  $\tau$ , dado que la estructura ha sobrevivido.

Después de cada inspección, la reparación de los elementos dañados de una estructura se puede realizar de acuerdo con alguna de las siguientes *estrategias*:

- Cuando la cantidad de daño local o global esperada alcance cierto valor.
- Cuando la confiabilidad del elemento sea menor o igual a cierto valor establecido.
- Cuando la confiabilidad global de la estructura sea menor o igual al límite establecido.

En este estudio se considera que las reparaciones de los elementos dañados se llevarán a cabo después de cada inspección cuando el nivel de daño local esperado sea igual o mayor que cierto valor preestablecido. De acuerdo con esto la probabilidad de reparación de un elemento  $k$  se define como:

$$p_{R_k} [d(\tau)|S] = P(D_k \geq d|\tau) \cdot p_{I_k} (\tau|S) \quad (43)$$

en donde  $P(D \geq d|\tau)$  es la probabilidad condicional acumulada de que el nivel de daño  $D$  sea mayor o igual a un nivel establecido, en el elemento a reparar dado el instante de



tiempo  $\tau$ ;  $p_{I_k}(\tau, S)$  es la probabilidad de inspeccionar el elemento  $k$  dado que la estructura ha sobrevivido hasta el instante de tiempo  $\tau$ .

Al considerar que la reparación del elemento  $k$  se efectuará después de la inspección, al final del intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ , el costo, la probabilidad de reparación y el factor de valor presente se simplifican como:

$$C_{r_k} [d(\tau)|S] = C_{r_k|t+\Delta t} \quad (44)$$

$$p_{R_k} [d(t + \Delta t)|S] = P(D_k \geq d|t + \Delta t) \cdot p_{I_k} (t + \Delta t|S) = P(D_k \geq d|t + \Delta t) \quad (45)$$

$$e^{-\gamma \cdot \tau} = e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t)} \quad (46)$$

en donde  $C_{r_k|t+\Delta t}$  es el costo de reparación del elemento  $k$  al final del intervalo de tiempo. La probabilidad de inspeccionar el elemento  $k$  al final del intervalo de tiempo es igual a 1 [ $p_{I_k} (t + \Delta t, S) = 1$ ] debido a la estrategia de inspección considerada previamente.

Sustituyendo las ecs. 44, 45 y 46 en la ec. 42 se reescribe como:

$$\bar{C}_R [t, \Delta t] = \sum_{k=1}^n C_{r_k|t+\Delta t} \cdot P(D_k \geq d|t + \Delta t) \cdot e^{-\gamma \cdot \tau} \cdot \int_t^{t+\Delta t} p_S [d(\tau)] d\tau \quad (47)$$

Considerando que la probabilidad de falla de la estructura en el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$  sigue un proceso de Poisson se sustituye la ec. 40 en la ec. 47, por lo que el costo esperado de reparación de la estructura al final del intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$  se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\bar{C}_R [t, \Delta t] = \sum_{k=1}^n C_{r_k|t+\Delta t} \cdot P(D_k \geq d|t + \Delta t) \cdot e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t)} \cdot e^{-\eta_F(t, \Delta t)} \quad (48)$$

$$= \sum_{k=1}^n C_{r_k|t+\Delta t} \cdot P(D_k \geq d|t + \Delta t) \cdot e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t) - \eta_F(t, \Delta t)} \quad (49)$$

## COSTO DE FALLA

El costo esperado de falla durante el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$  se obtiene mediante la ecuación:

$$\bar{C}_F(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} C_f[d(\tau), F] \cdot p_F[d(\tau)] \cdot e^{-\gamma \cdot \tau} d\tau \quad (50)$$

donde:

$F$  indica la condición de falla de la estructura.

$\bar{C}_F[t, \Delta t]$  es el valor esperado del costo de falla de la estructura en el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ .

$C_f[d(\tau), F]$  es el costo de falla de la estructura dado un nivel de daño  $d$  acumulado hasta el instante de tiempo  $\tau$ .

$p_F[d(\tau)]$  es la probabilidad marginal de falla de la estructura dado un nivel de daño  $d$ , en un instante  $\tau$ .

Considerando los costos condicionales a la falla de la estructura como constantes durante el intervalo de tiempo, se puede escribir como:

$$C_F[d(t), F] = C_{f|t+\Delta t} \quad (51)$$

donde  $C_{f|t+\Delta t}$  representa el costo de la falla al final del intervalo, en el tiempo  $t + \Delta t$ .

Sustituyendo la ec. 51 en la ec. 50:

$$\bar{C}_F(t, \Delta t) = C_{f|t+\Delta t} \cdot \int_t^{t+\Delta t} p_F[d(\tau)] \cdot e^{-\gamma \cdot \tau} d\tau \quad (52)$$

El valor esperado del costo de falla de la estructura en el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ ,  $\bar{C}_F(t, \Delta t)$ , (para cualquier valor de  $\Delta t > 1 \text{ año}$ ) se puede obtener mediante la suma de los costos totales anuales de la siguiente manera:

$$\bar{C}_F(t, \Delta t) = \sum_{j=t}^{t+\Delta t} \bar{C}_F(j, 1) \quad (53)$$

en donde  $\bar{C}_F(j, 1)$  representa el costo esperado de falla de la estructura considerando el tiempo inicial  $j$  y un intervalo de tiempo de 1 año. Debido a que el factor de valor presente



puede expresarse en términos de una tasa de descuento anual, es posible considerar que este factor permanece constante durante un intervalo de tiempo anual:

$$e^{-\gamma\tau} = e^{-\gamma(t+I)} \quad (54)$$

por lo que para intervalos de tiempo de 1 año es posible “sacar” el factor de valor presente de la integral. Al sustituir las ecs. 53 y 54 en la ec. 52 se obtiene:

$$\bar{C}_F(t, \Delta t) = C_{f|t+\Delta t} \cdot \sum_{j=t}^{t+\Delta t} \left[ e^{-\gamma(j+1)} \cdot \int_j^{j+1} p_F[d(\tau)] d\tau \right] \quad (55)$$

Si el valor esperado de la probabilidad de falla considerando la degradación de la capacidad estructural en el intervalo de tiempo  $[j, j+1]$  sigue un proceso de Poisson, entonces:

$$\int_j^{j+1} p_F[d(\tau)] d\tau = 1 - e^{-\int_j^{j+1} v_F(\tau) d\tau} = 1 - e^{-\eta_{F,T}(j,1)} \quad (56)$$

entonces el costo esperado de falla de la estructura queda como:

$$\bar{C}_F(t, \Delta t) = C_{f|t+\Delta t} \cdot \sum_{j=t}^{t+\Delta t} \left\{ e^{-\gamma(j+1)} \cdot \left[ 1 - e^{-\eta_{F,T}(j,1)} \right] \right\} \quad (57)$$

Sustituyendo los valores esperados de los costos de inspección, de reparación y de falla en el intervalo de tiempo  $[t, t + \Delta t)$ , los costos totales al final del intervalo de tiempo (ecs. 42, 49 y 57 en la ec. 34) se expresan como:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{TOT}(t, \Delta t) &= C_{i|t+\Delta t} \cdot e^{-\gamma(t+\Delta t) - \eta_F(t, \Delta t)} \\ &+ \sum_{k=1}^n C_{r_k|t+\Delta t} \cdot P(D_k \geq d|t + \Delta t) \cdot e^{-\gamma(t+\Delta t) - \eta_F(t, \Delta t)} \\ &+ C_{f|t+\Delta t} \cdot \sum_{j=t}^{t+\Delta t} \left\{ e^{-\gamma(j+1)} \cdot \left[ 1 - e^{-\eta_{F,T}(j,1)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (58)$$



## TIEMPO ÓPTIMO PARA INSPECCIÓN Y MANTENIMIENTO CON BASE EN LA OPTIMIZACIÓN DEL COSTO TOTAL DE VIDA

Para calcular el costo total de vida de una estructura se hacen las siguientes hipótesis:

- Los intervalos de tiempo entre inspecciones son equidistantes. Por lo que se considera que los elementos críticos serán inspeccionados cada cierto intervalo de tiempo constante siempre y cuando la estructura no haya fallado antes.
- Los elementos recuperan su capacidad estructural original después de cada reparación. Esto implica que después de reparar todos los elementos críticos, la estructura recuperará su capacidad original sin daño.

Al tomar en cuenta estas consideraciones, el costo total de vida de la estructura se puede expresar de la siguiente forma:

$$\bar{C}_T(t, \Delta t, VD) = \bar{C}_I(t, \Delta t, VD) + \bar{C}_R(t, \Delta t, VD) + \bar{C}_F(t, \Delta t, VD) \quad (59)$$

en donde:

$$\bar{C}_I(t, \Delta t, VD) = \sum_{m=1}^{NI} C_{i|t+\Delta t} \cdot e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t) - \eta_F(t, \Delta t)} \quad (60)$$

$$\bar{C}_R(t, \Delta t, VD) = \sum_{m=1}^{NI} \sum_{k=1}^n C_{r_k|t+\Delta t} \cdot P(D_k \geq d|t + \Delta t) \cdot e^{-\gamma \cdot (t+\Delta t) - \eta_F(t, \Delta t)} \quad (61)$$

$$\bar{C}_F(t, \Delta t, VD) = \sum_m C_{f|t+\Delta t} \cdot \sum_{j=t}^{t+\Delta t} \left\{ e^{-\gamma \cdot (j+1)} \cdot [1 - e^{-\eta_{F,T}(j,1)}] \right\} \quad (62)$$

donde  $NI$  es el número de inspecciones que se planean realizar a lo largo de la vida de diseño de la estructura,  $VD$ , en intervalos de tiempo constantes,  $\Delta t$ , a partir del tiempo  $t$ .

Esto puede expresarse mediante la ecuación:

$$NI = \frac{VD - t}{\Delta t} \quad (63)$$

Si el número de inspecciones se calcula cuando la estructura presenta su capacidad sin daño (recién instalada o después de ser reparada) se considera  $t = 0$ .

El problema para obtener el intervalo de tiempo óptimo,  $\Delta t_{op}$  para la inspección y mantenimiento de una estructura se resuelve cuando se encuentra el intervalo de tiempo que



produce el menor costo total de vida, manteniendo a la estructura dentro de los límites de confiabilidad establecidos, es decir:

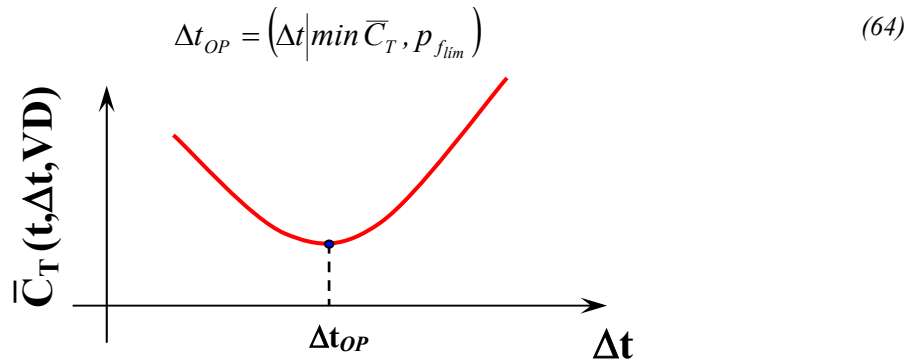


Figura 14. Obtención del intervalo de tiempo óptimo

A pesar de que se considera en el análisis de costos toda la vida de diseño de la estructura, se recomienda que después de cada inspección se actualice el programa de inspección y mantenimiento en base a los resultados obtenidos de la última inspección. Algunos parámetros como el daño acumulado en el tiempo pueden ser actualizados mediante técnicas Bayesianas (ie. Heredia y Montes, 2001; Montes, Heredia y Esteva, 2003; Montes, 2006). Además se permite utilizar nuevas técnicas de inspección y reparación que en el futuro pueden resultar más eficientes y económicas.



# **OBTENCIÓN DEL TIEMPO ÓPTIMO DE INSPECCIÓN PARA UNA PLATAFORMA MARINA**

A continuación se realiza un análisis costo/beneficio para determinar los intervalos óptimos de inspección y mantenimiento para la plataforma marina analizada en la primera parte. La estrategia de inspección y mantenimiento óptima puede identificarse a través de la comparación de los costos totales esperados correspondientes a posibles estrategias alternativas de inspección, tiempos de inspección y acciones de reparación. Para ello, se requiere calcular los costos esperados de reparación, de inspección, por daños estructurales, daño al equipo, derrame de crudo, pérdidas de producción y ocasionalmente costos debidos al personal lesionado o bien pérdidas económicas debidas a fatalidades humanas que pudieran generarse en caso de daño o falla de la plataforma durante su tiempo de vida de diseño. Para esto se utilizaran los procedimientos utilizados en estudios previos (ie. Faber 2001; Ortega et al. 2003; Ortega 2003). Se considera que la vida de diseño de la plataforma es de *30 años*, el equipo de perforación se estima en *130,000,000 USD* (IMP, 1998), y que maneja una producción aproximada de *184,000* barriles de petróleo por día (IMP, 1998). Debe tenerse cuidado de expresar los costos consistentemente, es decir, en términos de valor presente; para esto se considera una tasa anual de descuento,  $\gamma'$ , del *6%*.

**COSTOS DE INSPECCIÓN**

Para poder evaluar esta expresión es necesario conocer el número de elementos a inspeccionar en cada tiempo. Para la plataforma que se revisó se consideraron las cinco juntas críticas obtenidas en la primera parte. Se considera un costo de inspección de 3,518 USD por junta, de acuerdo a un trabajo realizado por Raine A. (2000).

En la Tabla 9 se presentan los costos de inspección obtenidos mediante la ecuación 61. Se consideran diferentes intervalos de tiempo entre inspecciones. Como se puede observar el costo se va reduciendo conforme el tiempo entre inspecciones se hace más grande debido a que el número de inspecciones a lo largo de los 30 años de vida de diseño de la plataforma se reduce. Si consideramos que las inspecciones se efectuarán cada año, implica que a lo largo de la vida de la plataforma se realizarán 30 inspecciones, en cambio si se realizan cada 15 años únicamente se realizarán 2 inspecciones. Esto sin considerar la utilidad de realizar la inspección en el año 30 de vida de la plataforma cuando teóricamente cumple con el fin de su vida útil.

**Tabla 9.** Costos de inspección durante el tiempo de vida de la plataforma (TV=30años) considerando diferentes intervalos de tiempo

$\Delta t$ (años)	$\eta(0, \Delta t)$	$e^{-\gamma t}$	$C_i$
1	0.0002	0.94340	\$ 497,710
2	0.0005	0.89000	\$ 234,765
3	0.0008	0.83962	\$ 147,649
4	0.0011	0.79209	\$ 97,502
5	0.0014	0.74726	\$ 78,842
6	0.0017	0.70496	\$ 61,981
7	0.0020	0.66506	\$ 46,777
8	0.0024	0.62741	\$ 33,096
9	0.0028	0.59190	\$ 31,222
10	0.0032	0.55839	\$ 29,454
11	0.0036	0.52679	\$ 18,524
12	0.0041	0.49697	\$ 17,475
13	0.0046	0.46884	\$ 16,485
14	0.0052	0.44230	\$ 15,552
15	0.0058	0.41727	\$ 14,671

## COSTOS DE REPARACIÓN

Después de cada inspección existen dos opciones: no reparar o efectuar la reparación; solamente en la segunda opción es cuando se devengan los costos de reparación. La reparación se llevará a cabo cuando la profundidad de la grieta en uno de los elementos estructurales sea mayor o igual a la tercera parte del espesor de la placa (5mm aprox.) en cada punto crítico. Se considera que el costo de reparación de cada uno de los puntos críticos de la junta es de 20,000USD.

De acuerdo a las suposiciones realizadas previamente, la probabilidad de reparar un punto crítico es igual a la probabilidad de que el tamaño de la grieta sea mayor o igual a la tercera parte del espesor de la placa. En la Tabla 10 se muestran los resultados obtenidos a partir de los análisis de fatiga realizados anteriormente para cada punto crítico considerado.

**Tabla 10.** Probabilidad de que el tamaño de la grieta exceda la tercera parte del espesor de la placa de la junta (5mm aprox.)

t años	N1		N2				N3		N4		N6	
	A1	A2	A1	A2	B1	B2	A1	A2	A1	A2	A1	A2
1	0.0023	0.0016	0.7882	0.0508	0.2274	0.2042	0.0015	0.0000	0.0065	0.0998	0.0000	0.0000
2	0.0192	0.0393	0.9963	0.2850	0.4461	0.4088	0.0273	0.0022	0.6475	0.9583	0.0000	0.0000
3	0.0316	0.0977	1.0000	0.4454	0.5673	0.5206	0.0890	0.0270	0.9840	0.9999	0.0000	0.0000
4	0.0588	0.1587	1.0000	0.5727	0.6415	0.5954	0.1428	0.0928	0.9998	1.0000	0.0000	0.0004
5	0.0948	0.2119	1.0000	0.6748	0.6995	0.6494	0.1872	0.1388	1.0000	1.0000	0.0001	0.0005
6	0.1262	0.2723	1.0000	0.7602	0.7446	0.6949	0.2243	0.1748	1.0000	1.0000	0.0003	0.0009
7	0.1438	0.3161	1.0000	0.8264	0.7838	0.7275	0.2742	0.2201	1.0000	1.0000	0.0015	0.0041
8	0.1679	0.3663	1.0000	0.8778	0.8153	0.7579	0.3099	0.2612	1.0000	1.0000	0.0024	0.0070
9	0.1926	0.4107	1.0000	0.9171	0.8424	0.7842	0.3412	0.2900	1.0000	1.0000	0.0090	0.0052
10	0.2125	0.4394	1.0000	0.9464	0.8654	0.8028	0.3698	0.3379	1.0000	1.0000	0.0062	0.0093
11	0.2332	0.4718	1.0000	0.9675	0.8835	0.8172	0.3987	0.3748	1.0000	1.0000	0.0109	0.0219
12	0.2525	0.5041	1.0000	0.9821	0.9001	0.8329	0.4234	0.4064	1.0000	1.0000	0.0185	0.0357
13	0.2738	0.5298	1.0000	0.9913	0.9143	0.8454	0.4543	0.4301	1.0000	1.0000	0.0187	0.0359
14	0.2932	0.5581	1.0000	0.9965	0.9259	0.8569	0.4757	0.4563	1.0000	1.0000	0.0248	0.0484
15	0.3164	0.5844	1.0000	0.9990	0.9364	0.8680	0.5022	0.4820	1.0000	1.0000	0.0321	0.0539

En la Tabla 11 se muestran los costos de reparación,  $C_R$ , de la plataforma durante su vida de diseño asociados a diferentes intervalos de tiempo para su inspección y mantenimiento, obtenidos mediante la ecuación 62 (9ª columna de la Tabla 11). De la



misma manera que con los costos de inspección, entre menor es el intervalo de tiempo entre reparaciones mayor es el número de reparaciones que se realicen y por consecuencia el costo es mayor. En la tabla también es posible apreciar el costo de reparación de cada nodo crítico (columnas 4-8). A diferencia del costo total de reparación, este costo es el que se tiene por cada sesión de reparación y no representa el costo del ciclo de vida de diseño. Como se puede apreciar en la columna final de la Tabla 11 los nodos con mayores costos de reparación son el 2 y el 3.

*Tabla 11. Costos de reparación de los nodos críticos durante la vida útil de la plataforma asociados a diferentes intervalos de inspección y mantenimiento*

$\Delta t$ (años)	$\eta(0, \Delta t)$	$e^{-\gamma t}$	NODOS CRÍTICOS					$C_R$
			N1	N2	N3	N4	N6	
1	0.0002	0.94340	\$ 74	\$ 23,968	\$ 28	\$ 2,005	\$ 0	\$ 782,237
2	0.0005	0.89000	\$ 1,042	\$ 38,015	\$ 525	\$ 28,576	\$ 0	\$ 1,022,363
3	0.0008	0.83962	\$ 2,171	\$ 42,530	\$ 1,947	\$ 33,306	\$ 0	\$ 799,554
4	0.0011	0.79209	\$ 3,445	\$ 44,496	\$ 3,731	\$ 31,671	\$ 6	\$ 583,449
5	0.0014	0.74726	\$ 4,582	\$ 45,176	\$ 4,870	\$ 29,881	\$ 9	\$ 507,115
6	0.0017	0.70496	\$ 5,617	\$ 45,099	\$ 5,625	\$ 28,189	\$ 17	\$ 422,738
7	0.0020	0.66506	\$ 6,116	\$ 44,379	\$ 6,573	\$ 26,593	\$ 74	\$ 334,938
8	0.0024	0.62741	\$ 6,701	\$ 43,288	\$ 7,163	\$ 25,087	\$ 118	\$ 247,072
9	0.0028	0.59190	\$ 7,139	\$ 41,935	\$ 7,469	\$ 23,667	\$ 169	\$ 241,136
10	0.0032	0.55839	\$ 7,277	\$ 40,350	\$ 7,901	\$ 22,327	\$ 173	\$ 234,080
11	0.0036	0.52679	\$ 7,423	\$ 38,630	\$ 8,146	\$ 21,062	\$ 345	\$ 151,215
12	0.0041	0.49697	\$ 7,516	\$ 36,908	\$ 8,244	\$ 19,869	\$ 539	\$ 146,152
13	0.0046	0.46884	\$ 7,531	\$ 35,154	\$ 8,289	\$ 18,744	\$ 512	\$ 140,461
14	0.0052	0.44230	\$ 7,527	\$ 33,413	\$ 8,240	\$ 17,682	\$ 647	\$ 135,018
15	0.0058	0.41727	\$ 7,513	\$ 31,722	\$ 8,208	\$ 16,681	\$ 718	\$ 129,682

## COSTOS DE FALLA

Para calcular los costos esperados de falla es necesario considerar los daños que se tienen en los equipos, los costos asociados con la contaminación, lesiones, prevención de pérdida de vidas, producción diferida y los costos indirectos. El costo de falla puede obtenerse mediante la siguiente expresión que incluye componentes de costos de diversas consecuencias asociadas al daño:

$$C_f = C_{PE} + C_{CC} + C_L + C_{PV} + C_{PD} + C_{PI} \quad (68)$$

donde  $C_{PE}$  es el costo por pérdida o daño al equipo,  $C_{CC}$  el costo por contaminación,  $C_L$  el costo por lesiones,  $C_{PV}$  el costo por evitar la pérdida de vidas humanas,  $C_{PD}$  el costo de la pérdida de utilidad por producción diferida y  $C_{PI}$  los costos por pérdidas indirectas.

Los componentes del costo de falla mencionados anteriormente se encuentran en función de un índice de daño global,  $D$ . Este índice de daño tendrá un intervalo de valores entre 0 y 1, en donde 0 indica que no hay ningún daño estructural y 1 que el daño es total, es decir, que el daño es tal que produce la falla de la plataforma. Estas condiciones se pueden expresar en términos del cortante basal resistente mediante la siguiente relación lineal:

$$D(t) = \frac{V_0 - V_b(t)}{V_0 - V_{\text{ult}}} \quad (69)$$

en donde  $V_0$  es el cortante basal resistente de la estructura sin ningún daño,  $V_b(t)$  es el cortante basal resistente de la estructura en el tiempo  $t$  y  $V_{\text{ult}}$  es el cortante basal demandado por la “ola de colapso”. Para el caso de estudio se consideró una altura de ola de 23m asociada a un periodo de retorno de 1485 años (PEMEX, 2000). El cortante basal demandado por la ola de colapso es de 635475 kg. En la Tabla 12 se muestra la variación del cortante basal resistente y del índice de daño en el tiempo. Como se puede apreciar conforme el tiempo va pasando, el daño va en aumento, y el cortante basal disminuye.



Tabla 12. Variación de la tasa anual de falla, el cortante basal resistente y el índice de daño en el tiempo

t (años)	$\eta(t,1)$	$V_{\text{basal}}$ (kg)	D
1	0.000242	913152.88	0.000
2	0.000256	900956.06	0.044
3	0.000271	888759.25	0.088
4	0.000288	876562.44	0.132
5	0.000306	864365.63	0.176
6	0.000325	852168.81	0.220
7	0.000345	839972.00	0.264
8	0.000366	827775.19	0.307
9	0.000390	815578.38	0.351
10	0.000414	803381.56	0.395
11	0.000443	791184.75	0.439
12	0.000476	778988.00	0.483
13	0.000512	766791.19	0.527
14	0.000553	754594.38	0.571
15	0.000598	742397.56	0.615

El costo debido al daño del equipo se obtiene mediante una relación lineal que permite ir aumentando el costo conforme aumenta el daño hasta que el daño llega a ser total y por lo tanto la pérdida del equipo alcanza su costo máximo,  $C_{PE_{\text{máx}}}$ . Para el ejemplo se considera que el costo del equipo es de  $130,000,000$  USD. La ecuación que se utiliza para calcular este costo es:

$$C_{PE} = C_{PE_{\text{máx}}} D \tag{70}$$

En la Figura 15 se muestra la forma en que varían los costos en función del índice de daño.

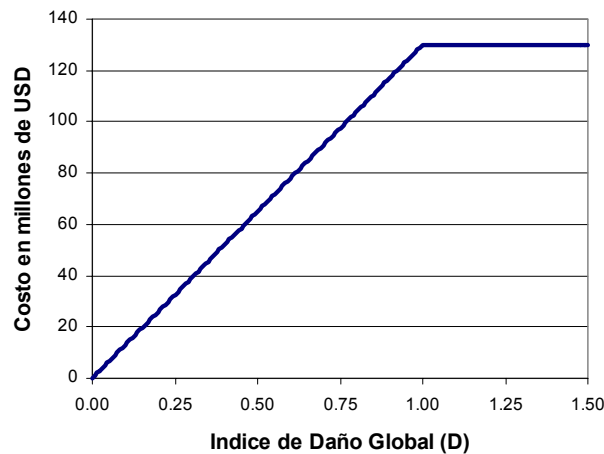


Figura 15. Costos por daño al equipo



El costo por la contaminación toma en cuenta todos los gastos que se realizan para limpiar un derrame de hidrocarburo, por lo que para su cálculo se tomará en cuenta el tamaño del derrame asociado a un cierto nivel de daño de la plataforma, la forma en que se comporta la mancha y el costo que tiene recoger el crudo. Para modelar la mancha se utiliza una formulación de derrame de hidrocarburo propuesta por Lehr et al. (2001). Este autor estima el área de la mancha mediante la siguiente ecuación (ver Figura 16):

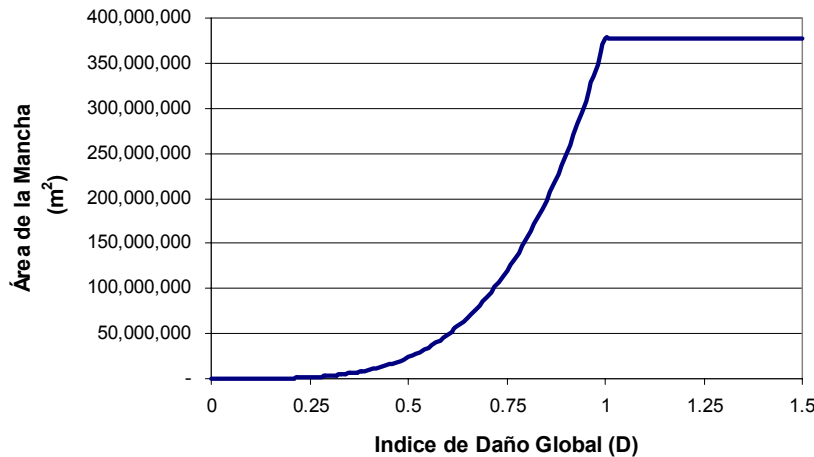
$$A = 2.27(\Delta_w V_D)^{2/3} t^{1/2} + 0.04(\Delta_w V_D U^4) \quad (71)$$

donde  $\Delta_w$  es la diferencia entre las densidades relativas del crudo y del agua,  $U$  es la velocidad del viento a una altura de 10 m,  $V_D$  es el volumen del derrame y  $t$  es el tiempo. Para este caso el volumen del derrame se calcula en función del índice de daño global mediante la expresión (ver Figura 17)

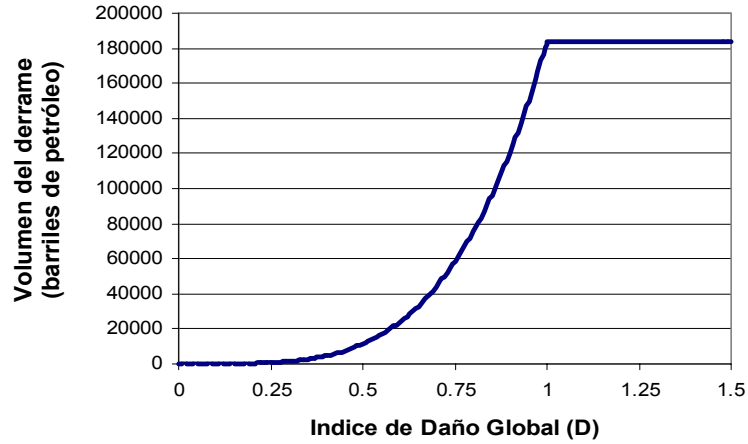
$$V_D = V_{m\acute{a}x} D^4 \quad (72)$$

siendo  $V_{m\acute{a}x}$  la producción total que tiene la plataforma. Para esta plataforma se usaron los siguientes valores  $\Delta_w = 0.06341$ ,  $U = 30\text{m/s}$ ,  $t = 2400\text{s}$  y  $V_{m\acute{a}x} = 184,000\text{barriles/día}$ . Además, se consideró que el costo de recuperación del crudo es de  $541.67\text{USD/hr}$  con un rendimiento de  $0.81\text{hr/km}^2$  (Campos et al., 1999), por lo que el costo total que tendrá la recuperación del hidrocarburo se obtiene de la forma que se muestra en la ecuación 73 (ver Figura 18):

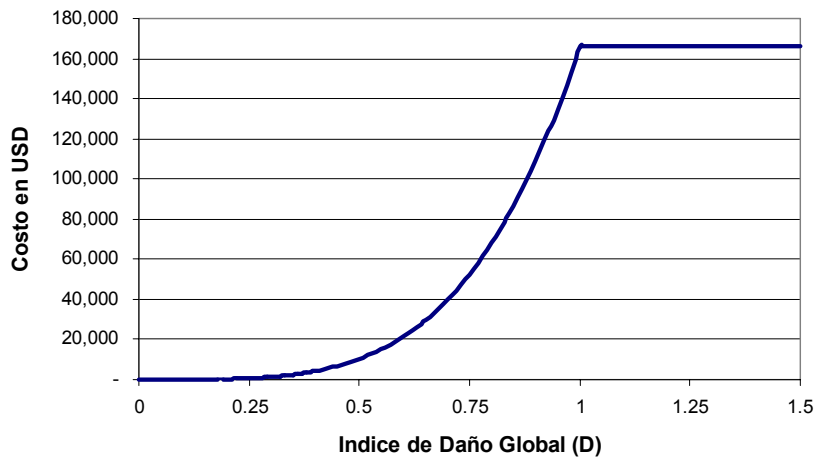
$$C_{CC} = 541.67 \left( \frac{A}{1000^2} \right) 0.81 \quad (73)$$



**Figura 16.** Área de la mancha de crudo en función del índice de daño global



*Figura 17. Volumen del derrame de crudo en función del índice de daño global*



*Figura 18. Costos por la contaminación debida a un derrame*

En caso de tormenta, PEMEX cuenta con una serie de planes de acción para prevenir lesiones y pérdidas de vidas humanas por lo que la posibilidad de que una persona muera como consecuencia de la destrucción de la plataforma durante una tormenta es muy baja. Sin embargo, durante el proceso de evacuación pueden presentarse condiciones desfavorables en el tráfico de helicópteros que provoquen un accidente y algunas personas podrían resultar lesionadas e incluso fallecer. Es por esto que estos costos se consideran independientes de la cantidad de daño que tenga la estructura. Sin embargo, existen otras propuestas que sí toman en cuenta esta relación (ie. De León, 2002)

El costo debido a lesiones en el personal depende de la probabilidad de que ocurra un accidente durante la evacuación,  $P_A$ . En este trabajo se consideró que esta probabilidad es igual a  $1/3'000,000$ . Este valor se basa en informes sobre de accidentes de aviación (CAW, 2001). También se considera que las lesiones que se pueden presentar son de dos tipos: las que producen incapacidad temporal y las que provocan una incapacidad permanente (De León, 1996). Para este último caso se usa la suposición de que el número de lesiones que producen incapacidad permanente es igual a la mitad del número de heridos totales que se puedan presentar. El costo de las lesiones que producen una discapacidad temporal será de  $2,000USD$  por persona. Este valor se obtuvo de algunos informes de costos médicos e incluye tratamiento para heridas ligeras, estancia corta en el hospital, honorarios y medicinas. El costo de las lesiones que provocan incapacidad permanente se considera de  $330,000USD$  por persona. Este mismo valor se utilizará para considerar el costo de una pérdida de vida. Por lo tanto el costo que se tienen por lesiones se define como:

$$C_L = 2000P_A\left(\frac{P_E}{4}\right) + 330,000P_A\left(\frac{P_E}{4}\right) \quad (74)$$

El costo que tiene evitar la pérdida de vidas humanas también depende de la probabilidad de que se presente un accidente durante el proceso de evacuación. Este costo se estima como la cantidad que estaría dispuesta a pagarse por evitar la pérdida de una vida. Para esto es necesario calcular lo que se pagaría en caso de una fatalidad por el número de casos que se podrían presentar. En este trabajo se utilizó un valor de  $330,000USD$  por persona. Esta cantidad proviene de multiplicar el ingreso promedio anual que tiene una persona por un estimado del resto de vida que le queda. El costo por evitar la pérdida de vidas se calcula con la ecuación 75:

$$C_{PV} = 330000P_A\left(\frac{P_E}{2}\right) \quad (75)$$

Debido a que el huracán afecta toda la zona de plataformas ( $200$  plataformas) es necesario realizar la evacuación del personal de todas ellas. Para el costo por lesiones y pérdida de vidas se considera que el número de personas evacuadas por plataforma es de  $50$  personas por lo que el total de personas evacuadas en toda la zona es de  $10,000$  personas.



Considerando esto el costo por lesiones y pérdidas de vidas es de 276.67USD y 550USD, respectivamente.

El costo por pérdida de utilidad por producción diferida se encuentra asociado a la interrupción de las operaciones de producción durante el tiempo de recuperación de la producción  $T_R$  debido a los trabajos de reparación de la plataforma, el costo del crudo  $\$P$ , la producción de la plataforma  $V_{m\acute{a}x}$ . Los valores que usan Ortega y De León (2003) son  $T_R = 4 \text{ años}$ ,  $\$P = 17 \text{ USD / barril}$  y  $V_{m\acute{a}x} = 184,000 \text{ barriles / día}$  (IMP, 1998). Para calcular las pérdidas por producción diferida se utilizó la ec. 76 (Sthal, 1986), en donde  $R(\tau)$  es la utilidad a percibir por la comercialización del producto extraído,  $\gamma'$  tasa anual de descuento,  $L$  es la vida útil de la plataforma y  $t$  es el tiempo de falla de la plataforma. La utilidad anual de la plataforma se obtiene mediante la ec. 77 en donde se considera que la utilidad por la comercialización es el 12% del valor del producto extraído.

$$C_{PD} = \int_t^L R(\tau) e^{-\gamma(\tau-t)} d\tau - \int_{t+T_R}^{L+T_R} R(\tau) e^{-\gamma(\tau-t)} d\tau \quad (76)$$

$$R(\tau) = \$P \cdot V_{m\acute{a}x} \cdot (0.12) \cdot (365) \quad (77)$$

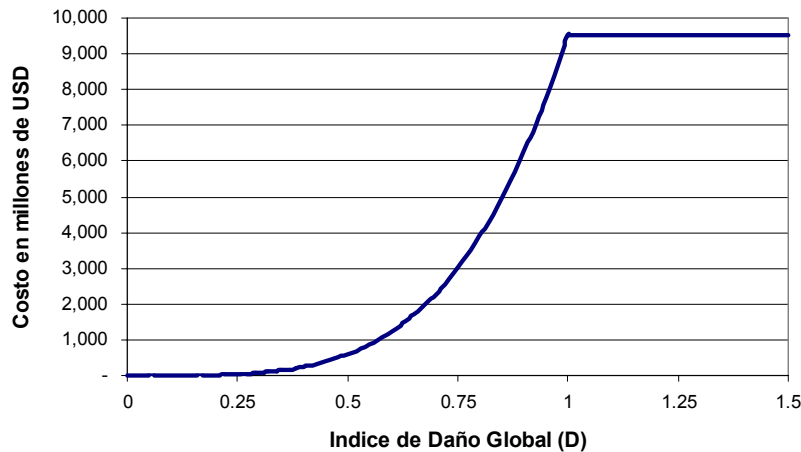
Los costos por pérdidas económicas indirectas son el resultado de multiplicar los efectos en la economía ocasionados por el daño de la tormenta en un campo petrolero (Boisvert, 1992). Los sectores que se consideraron para calcular las pérdidas indirectas fueron agricultura, carbón, gas y aceite, minerales y metales, aceite refinado, petroquímica, química básica, neumáticos de hule, electricidad, textiles. Para este trabajo se utilizó la ecuación

$$C_{PI} = C_B \left( \frac{V_{m\acute{a}x}}{V_{total}} \right) \quad (78)$$

en donde la pérdida debida al daño estructural provocada por una tormenta,  $C_B$ , puede separarse en pérdidas de primera y segunda fase,  $C_{B1}$  y  $C_{B2}$ . Además, la pérdida indirecta también se supone como una función a la 4ª potencia de  $D$ , por que la expresión queda:

$$C_B = (C_{B1} + C_{B2})D^4 \quad (79)$$

Los valores utilizados fueron  $V_{m\acute{a}x} = 184,000$  barriles / día, la producción total de la Sonda de Campeche  $V_{total} = 2,100,000$  barriles / día y  $(C_{B1} + C_{B2}) = 1.086 \times 10^{11}$  USD. Este valor se obtiene suponiendo que ninguna de las plataformas del complejo podrá producir debido a la tormenta (INEGI, 1986). El resultado final se puede observar en la Figura 19. Para que estos costos sean significativos es necesario que se pierda la producción de todo un campo de explotación, ya que si solamente resulta dañada una plataforma las pérdidas económicas indirectas son muy pequeñas.



**Figura 19.** Costos por pérdidas económicas indirectas

En la Tabla 13 se muestran los costos de falla de la plataforma. Como se puede observar los costos que menos influyen en el costo de falla total son los asociados a las lesiones y a las pérdidas de vidas (columnas 4 y 5 de la Tabla 13). Esto se debe a las políticas de evacuación implementadas ante la ocurrencia de huracanes. El costo total de falla se va incrementando conforme va creciendo el tiempo debido a que crece la probabilidad de que la plataforma falle en ese intervalo de tiempo (última columna de la Tabla 13).

**Tabla 13. Costos producidos por el daño que sufre la estructura**

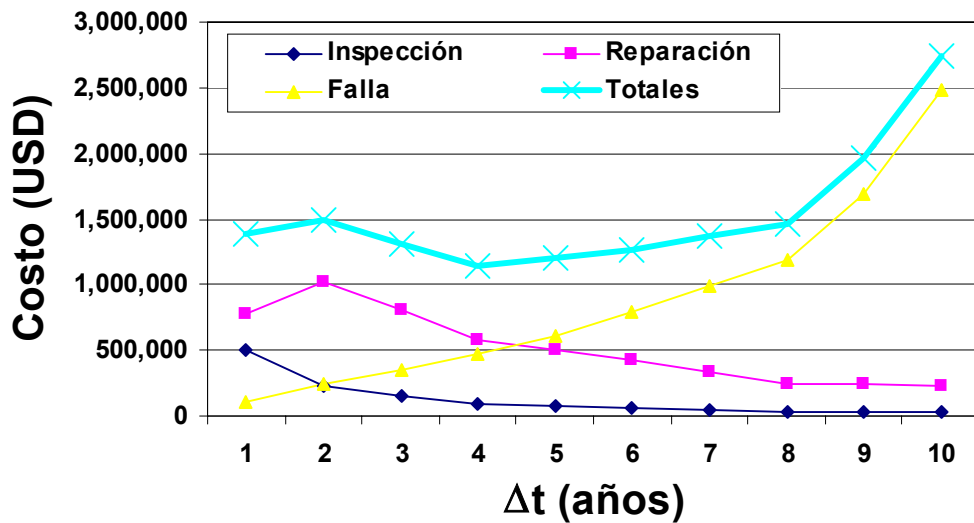
$\Delta t$ (años)	$C_f$						$C_F$
	$C_{PE}$	$C_{CC}$	$C_L$	$C_{PV}$	$C_{PD}$	$C_{PI}$	
1	\$ -	\$ -	\$276.67	\$550.00	\$464,243,044	\$ -	\$ 105,958.07
2	\$ 5,710,157	\$ 0.62	\$276.67	\$550.00	\$431,853,713	\$ 35,420	\$ 236,348.96
3	\$ 11,420,314	\$ 9.92	\$276.67	\$550.00	\$401,350,590	\$ 566,718	\$ 356,590.14
4	\$ 17,130,470	\$ 50.12	\$276.67	\$550.00	\$372,623,831	\$ 2,869,010	\$ 467,645.01
5	\$ 22,840,627	\$ 158.29	\$276.67	\$550.00	\$345,569,988	\$ 9,067,489	\$ 612,585.13
6	\$ 28,550,784	\$ 386.31	\$276.67	\$550.00	\$320,091,639	\$ 22,137,424	\$ 785,469.89
7	\$ 34,260,941	\$ 800.85	\$276.67	\$550.00	\$296,097,032	\$ 45,904,163	\$ 986,083.71
8	\$ 39,971,097	\$ 1,483.43	\$276.67	\$550.00	\$273,499,763	\$ 85,043,127	\$ 1,185,988.41
9	\$ 45,681,254	\$ 2,530.37	\$276.67	\$550.00	\$252,218,457	\$ 145,079,824	\$ 1,697,875.24
10	\$ 51,391,411	\$ 4,052.80	\$276.67	\$550.00	\$232,176,477	\$ 232,389,821	\$ 2,481,981.86
11	\$ 57,101,568	\$ 6,176.69	\$276.67	\$550.00	\$213,301,651	\$ 354,198,788	\$ 2,614,773.37
12	\$ 62,811,695	\$ 9,042.79	\$276.67	\$550.00	\$195,526,010	\$ 518,581,480	\$ 3,749,634.16
13	\$ 68,521,852	\$ 12,806.71	\$276.67	\$550.00	\$178,785,541	\$ 734,465,343	\$ 5,355,174.36
14	\$ 74,232,009	\$ 17,638.86	\$276.67	\$550.00	\$163,019,961	\$ 1,011,625,564	\$ 7,575,939.16
15	\$ 79,942,165	\$ 23,724.46	\$276.67	\$550.00	\$148,172,497	\$ 1,360,688,057	\$10,586,067.75

Una vez que se han calculado los costos esperados de inspección, reparación y de falla se obtienen los costos totales asociados a diferentes intervalos de tiempo para la inspección y la reparación de la estructura. Como se puede observar en la Tabla 14 para intervalos de tiempo pequeños, los costos asociados a la inspección y reparación son los que más influyen en el costo total de vida de la estructura. Esto se debe a las bajas probabilidades de falla y al mayor número de inspecciones y reparaciones que se deben realizar durante la vida de diseño de la estructura. Sin embargo, conforme el intervalo de tiempo va creciendo mayor es la influencia de los costos de falla.

La Figura 20 se muestra el costo total de inspección y mantenimiento que tendrá la plataforma, así como sus distintas componentes, en función de diferentes intervalos de inspección. De la Figura 20 y de la Tabla 14 se puede concluir que si las inspecciones en los nodos y elementos que se consideran como críticos se realizan cada cuatro años se obtendrán los costos mínimos.

**Tabla 14.** Variación de los costos de vida de la plataforma en función del intervalo de tiempo entre inspecciones

$\Delta t$ (años)	$C_I$	$C_R$	$C_F$	$C_{TOT}$
1	\$497,710	\$782,237	\$105,958	\$1,385,905
2	\$234,765	\$1,022,363	\$236,349	\$1,493,477
3	\$147,649	\$799,554	\$356,590	\$1,303,793
<b>4</b>	<b>\$97,502</b>	<b>\$583,449</b>	<b>\$467,645</b>	<b>\$1,148,597</b>
5	\$78,842	\$507,115	\$612,585	\$1,198,541
6	\$61,981	\$422,738	\$785,470	\$1,270,189
7	\$46,777	\$334,938	\$986,084	\$1,367,799
8	\$33,096	\$247,072	\$1,185,988	\$1,466,156
9	\$31,222	\$241,136	\$1,697,875	\$1,970,233
10	\$29,454	\$234,080	\$2,481,982	\$2,745,517
11	\$18,524	\$151,215	\$2,614,773	\$2,784,512
12	\$17,475	\$146,152	\$3,749,634	\$3,913,262
13	\$16,485	\$140,461	\$5,355,174	\$5,512,121
14	\$15,552	\$135,018	\$7,575,939	\$7,726,509
15	\$14,671	\$129,682	\$10,586,068	\$10,730,420



**Figura 20.** Variación del costo total de vida en función del intervalo de tiempo entre inspecciones



# COMENTARIOS FINALES

Uno de los objetivos de esta tesis es proponer expresiones simplificadas para calcular niveles de desempeño especificando la probabilidad de que se exceda cada estado límite de comportamiento considerando la degradación de la capacidad estructural en el tiempo.

El modelo de degradación *lineal* de la capacidad estructural no se cumple necesariamente para todo tipo de estructuras o para intervalos de tiempo muy grandes. Sin embargo, para otro tipo de variaciones de la capacidad en el tiempo es posible realizar discretizaciones en segmentos lineales; por lo que la probabilidad de falla en todo el intervalo de tiempo será igual a la suma de las probabilidades de falla de los segmentos lineales.

La consideración de las incertidumbres *epistémicas* (tanto de la demanda como de la capacidad estructural) se utiliza para representar un cierto margen de error que se tiene por factores que no son cuantificables (debido a su complejidad o a la carencia de información) y que, sin embargo, influyen en la confiabilidad de la estructura. Esto hace posible la implementación del nivel de confianza en el cálculo de la confiabilidad estructural, con lo que se intenta ilustrar de manera cuantitativa la probabilidad de que las tasas de falla



“reales” no excedan los valores calculados. Si una evaluación indica un alto nivel de confianza, por ejemplo 90%, significa que la probabilidad de alcanzar el nivel de desempeño calculado es muy alta (aun así, existe una probabilidad muy baja de que no se cumpla). Si se obtiene un nivel de confianza bajo, por ejemplo 30%, quiere decir que es muy poco probable que la estructura alcance el nivel de desempeño deseado. (FEMA-351)

Como ejemplo de aplicación se consideró el caso de una plataforma marina tipo “jacket” ubicada en la Sonda de Campeche. Se consideró como condición de daño el crecimiento de grietas por fatiga en las juntas críticas de la estructura; sin embargo, es posible tomar en cuenta *otros tipos de daño* que tengan repercusión en la capacidad global de la estructura. Se analizaron diferentes intervalos de tiempo (1,3,5,7,10 y 15 años). Los resultados obtenidos con la expresión simplificada fueron muy cercanos a los obtenidos mediante la integración numérica.

Una vez obtenida la forma en que varía la confiabilidad de la estructura en el tiempo (considerando la degradación de la capacidad) es posible determinar cuando la estructura se convierte en insegura mediante el establecimiento de valores límite de confiabilidad, que de no cumplirse provocarían que se tuviera un mal comportamiento estructural; sin embargo, en la mayoría de los códigos no existen guías suficientemente claras que propongan estos tipos de valores, por lo que se hacen necesarios la experiencia y el criterio del especialista. Debido a lo anterior, es deseable realizar análisis de *calibración* para proponer valores aceptables de confiabilidad.

El análisis costo/beneficio se aplicó al modelo simplificado de la plataforma marina. Al obtener los costos totales esperados para diferentes intervalos de tiempo, se aprecia que el costo mínimo se obtiene cuando el intervalo de inspección y reparación es de 4 años. Por lo que se concluye que la siguiente inspección debe realizarse en ese tiempo.

Se recomienda que después de la inspección se vuelva a realizar el análisis para programar la siguiente. Este nuevo análisis costo/beneficio debe realizarse tomando en cuenta la información recabada durante la inspección. Algunos parámetros como el daño



acumulado (ie. tamaño de las grietas) en el tiempo pueden ser actualizados mediante técnicas de análisis bayesiano. Además permite tomar en cuenta nuevas técnicas de inspección y reparación que en el futuro pueden resultar más eficientes y económicas.

Las metodologías propuestas en este trabajo son aplicables para la evaluación de cualquier estado límite de distintos tipos de estructuras; sin embargo, es deseable el desarrollo de algoritmos costo/beneficio que permitan tomar en cuenta dos o más estados límite simultáneamente. Esto permitirá que en los análisis de optimización que se realicen se tomen en cuenta las consecuencias de que la estructura no cumpla con varios niveles de desempeño y que los programas de inspección que resulten sean óptimos para los estados límite analizados, y no solamente para uno de ellos.



# **A**PORTACIONES **DE LA** **INVESTIGACIÓN** **DOCTORAL**

Las principales aportaciones realizadas en la elaboración de esta tesis doctoral son:

- I. Se desarrolló una expresión cerrada para evaluar el número de fallas de la estructura en un intervalo de tiempo. El modelo considera la degradación de la capacidad resistente de la estructura ocasionada por la acumulación de daño en el tiempo. Se considera la falla de la estructura ante eventos de todas las intensidades posibles mediante curvas de peligro ambiental. El criterio se aplicó al modelo simplificado de una plataforma marina fija ubicada en la Sonda de Campeche, considerando como condición de daño el crecimiento de grietas por fatiga ocasionado por oleajes de servicio y tormentas.
  
- II. Se propuso una formulación en formato DCFD para la evaluación del factor de confianza estructural en un intervalo de tiempo, tomando en cuenta la degradación de la capacidad de la estructura. La formulación permite establecer el nivel de confianza con el que se estima el factor de confianza de la estructura para un intervalo de tiempo dado. El criterio se aplicó al modelo simplificado de la plataforma marina analizada previamente.



- III. La expresión cerrada del número de fallas de la estructura que se encontró en el inciso I se utilizó para programar planes de inspección y mantenimiento óptimos mediante el planteamiento del análisis del costo total de una estructura en un intervalo de tiempo. El costo total incluye los costos asociados con la inspección, la reparación y la falla de la estructura. Al utilizar la expresión propuesta del número de fallas se reduce el tiempo de cómputo en el cálculo al realizar un número menor de simulaciones. Este procedimiento permite tomar en cuenta el efecto de eventos de todas las posibles intensidades en el sitio.



# APÉNDICE A: DESARROLLO DEL NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO

Si partimos de la ec. 6 se tiene:

$$\bar{n}_{F,T}(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} k \left( \frac{\alpha + \beta\tau}{a(\tau)} \right)^{\frac{-r}{b_t}} \exp \left[ \frac{r^2}{2b(\tau)^2} (\sigma_{lnD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2 + \sigma_{lnC|\tau}^2 + \sigma_{UC|\tau}^2) \right] d\tau \quad (A1)$$

$$\bar{n}_{F,T}(t, \Delta t) = \exp \left[ \frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{lnD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2 + \sigma_{lnC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2) \right] \int_t^{t+\Delta t} k \left( \frac{\alpha + \beta\tau}{a_t} \right)^{\frac{-r}{b_t}} d\tau \quad (A2)$$

$$\bar{n}_{F,T}(t, \Delta t) = \exp \left[ \frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{lnD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2 + \sigma_{lnC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2) \right] \cdot \left[ kb_t (\alpha + \beta(t + \Delta t)) \frac{(\alpha + \beta(t + \Delta t))^{\frac{-r}{b_t}}}{\beta a_t^{\frac{-r}{b}} (b_t - r)} - kb_t (\alpha + \beta t) \frac{(\alpha + \beta t)^{\frac{-r}{b_t}}}{\beta a_t^{\frac{-r}{b}} (b_t - r)} \right] \quad (A3)$$



$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = \exp\left[\frac{r^2}{2b_t^2}(\sigma_{InD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2 + \sigma_{InC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \cdot \frac{b_t}{(b_t - r)} \left[ k \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \left( I + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t} \right) \left( \frac{\alpha + \beta t + \beta \Delta t}{a_t} \right)^{\frac{-r}{b}} - k \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \left( \frac{\alpha + \beta t}{a_t} \right)^{\frac{-r}{b_t}} \right] \quad (A4)$$

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = \exp\left[\frac{r^2}{2b^2}(\sigma_{RD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2 + \sigma_{RC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \cdot \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \frac{b}{(b - r)} k \left( \frac{\alpha + \beta t}{a} \right)^{\frac{-r}{b}} \left[ \left( I + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t} \right) \left( I + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t} \right)^{\frac{-r}{b}} - I \right] \quad (A5)$$

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = \exp\left[\frac{r^2}{2b^2}(\sigma_{RD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2 + \sigma_{RC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \cdot \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \frac{b}{(b - r)} k \left( \frac{\alpha + \beta t}{a} \right)^{\frac{-r}{b}} \left[ \left( I + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t} \right)^{I - \frac{r}{b}} - I \right] \quad (A6)$$

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = k(y_{C|t})^r \exp\left[\frac{r^2}{2b_t^2}(\sigma_{InD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2 + \sigma_{InC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \cdot \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \frac{b_t}{(b_t - r)} \left[ \left( I + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t} \right)^{I - \frac{r}{b_t}} - I \right] \quad (A7)$$

si definimos

$$\Omega(t, \Delta t) = \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \frac{b_t}{(b_t - r)} \left[ \left( I + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t} \right)^{I - \frac{r}{b_t}} - I \right] \quad (A8)$$

entonces

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = k(y_{C|t})^r \exp\left[\frac{r^2}{2b_t^2}(\sigma_{InD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2 + \sigma_{InC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \cdot \Omega(t, \Delta t) \quad (A9)$$



# APÉNDICE B:

## DESARROLLO DEL FACTOR Y NIVEL DE CONFIANZA (FORMATO DCFD)

Si partimos de la ec. 20 se tiene:

$$\eta_{F,T|x} \leq \int_t^{t+\Delta t} v_0 \, d\tau \quad (B1)$$

$$k \left( \frac{\hat{C}(t)}{a_t} \right)^{-\frac{r}{b_t}} \exp \left[ \frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{\ln D|y\hat{C},t}^2 + \sigma_{\ln C|t}^2) \right] \exp \left[ K_{x|t} \cdot \frac{r}{b} \sigma_{UT|t} \right] \cdot \Omega(t, \Delta t) \leq v_0 \cdot \Delta t \quad (B2)$$

$$\hat{C}(t) \exp \left[ -\frac{r}{2b_t} (\sigma_{\ln D|y}^2 + \sigma_{\ln C|t}^2) \right] \geq a_t \left( \frac{v_0 \cdot \Delta t}{k} \right)^{-\frac{b_t}{r}} \left[ \frac{1}{\Omega(t, \Delta t)} \right]^{\frac{b_t}{r}} \exp \left[ K_{x|t} \cdot \sigma_{UT|t} \right] \quad (B3)$$

$$\text{si } D_{v_0|t} = a_t \left( \frac{v_0}{k} \right)^{\frac{b_t}{r}} \quad (B4)$$

$$\hat{C}(t) \exp \left[ -\frac{r}{2b_t} (\sigma_{\ln D|y}^2 + \sigma_{\ln C|t}^2) \right] \geq D_{v_0|t} \cdot \left[ \frac{\Delta t}{\Omega(t, \Delta t)} \right]^{\frac{b_t}{r}} \exp \left[ K_{x|t} \cdot \sigma_{UT|t} \right] \quad (B5)$$



multiplicando ambos lados por

$$Z_t = \exp\left[-\frac{r}{2b_t}(\sigma_{UD|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] = \exp\left[-\frac{r}{2b_t}\sigma_{UT|t}^2\right] \quad (B6)$$

$$\hat{C}(t) \exp\left[-\frac{r}{2b_t}(\sigma_{inD|y}^2 + \sigma_{inC|t}^2)\right] \cdot Z_t \geq D_{v0|t} \cdot \left[\frac{\Delta t}{\Omega(t, \Delta t)}\right]^{-\frac{b_t}{r}} \cdot \exp\left[K_{x|t} \cdot \sigma_{UT|t}\right] \cdot Z_t \quad (B7)$$

$$\hat{C}(t) \exp\left[-\frac{r}{2b_t}(\sigma_{inD|y}^2 + \sigma_{inC|t}^2 + \sigma_{UD|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \geq D_{v0|t} \cdot \left[\frac{\Delta t}{\Omega(t, \Delta t)}\right]^{-\frac{b_t}{r}} \cdot \exp\left[K_{x|t} \cdot \sigma_{UT|t} - \frac{r}{2b_t}\sigma_{UT|t}^2\right] \quad (B8)$$

separando los términos relacionados con la demanda de los relacionados con la capacidad:

$$\hat{C}(t) \exp\left[-\frac{r}{2b_t}(\sigma_{inC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \geq D_{v0|t} \exp\left[\frac{r}{2b_t}(\sigma_{inD|y}^2 + \sigma_{UD|y}^2)\right] \cdot \left[\frac{\Delta t}{\Omega(t, \Delta t)}\right]^{-\frac{b_t}{r}} \cdot \exp\left[\sigma_{UT|t} \left(K_{x|t} - \frac{r}{2b_t}\sigma_{UT|t}\right)\right] \quad (B9)$$

si consideramos que:

$$\lambda_{conf}(t, \Delta t) = \exp\left[\sigma_{UT|t} \left(K_{x|t} - \frac{r}{2b_t}\sigma_{UT|t}\right)\right] ; \quad \Psi(t, \Delta t) = \left[\frac{\Omega(t, \Delta t)}{\Delta t}\right]^{-\frac{b_t}{r}} \quad (B10)(B11)$$

$$\phi_t = \exp\left[-\frac{r}{2b_t}(\sigma_{inC|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] ; \quad \gamma_t = \exp\left[\frac{r}{2b_t}(\sigma_{inD|yC,t}^2 + \sigma_{UD|t}^2)\right] \quad (B12)(B13)$$

entonces, la ecuación B9 se escribe de la siguiente forma:

$$\phi_t \cdot \hat{C}(t) \geq \gamma_t \cdot D_{v0|t} \cdot \Psi(t, \Delta t) \cdot \lambda_{conf}(t, \Delta t) \quad (B14)$$





## APÉNDICE C: SIMULACIÓN DE OLEAJE

Existen diferentes fenómenos físicos que pueden producir olas, pero estas principalmente son producidas por el viento al viajar sobre la superficie del agua, debido a la interfase que existe entre dos fluidos de diferentes densidades como lo son el agua y el aire. El viento transmite energía al agua generando olas que normalmente son progresivas y se mueven fuera del área en donde inicialmente fueron creadas.

A medida que las olas avanzan, gradualmente pierden energía debido a la resistencia del aire, fricciones internas y su interacción con el lecho marino. En el mar existen un gran número de olas, con diferentes alturas, periodos y direcciones actuando en una misma área y la superposición de todas esas olas genera la superficie del mar que conocemos.

El espectro de Pierson-Moskowitz (1964) describe la energía contenida en el mar, transferida a partir de las fuerzas del viento. El modelo se encuentra referido a la velocidad del viento medido a una altura de *19.5m (54 pies)* sobre el nivel medio del mar (N.M.M). La expresión de su densidad espectral,  $S(\omega)$ , es la siguiente:

$$S(\omega)d\omega = \frac{Ag^2}{\omega^5} \exp\left[-B\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4\right]d\omega \quad (C1)$$

$$\omega_0 = \frac{g}{U} \quad U = V_{10} \left(\frac{19.5}{10}\right)^{0.099} \quad (C2) (C3)$$

en donde

$$A = 0.0081$$

$$B = 0.74$$

$g$  es la aceleración de la gravedad

$U$  es la velocidad del viento a una altura de  $19.5m$  sobre el N.M.M.

$V_{10}$  es la velocidad del viento a una altura de  $10m$  sobre el N.M.M.

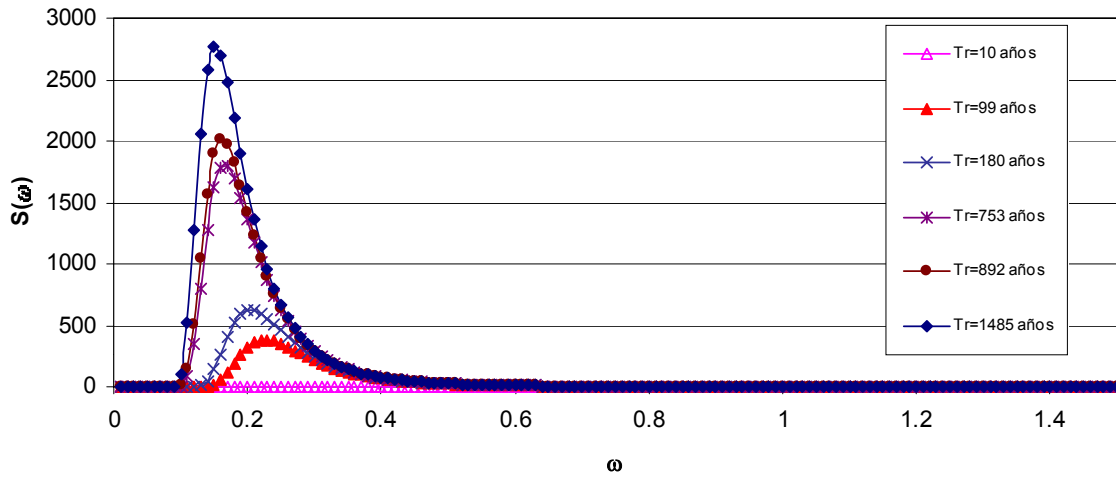
$\omega$  es la frecuencia para la cual se calcula el valor de  $S(\omega)$ .

En la Tabla C1 se muestran los valores de la velocidad del viento obtenida a una altura de  $10m$ ,  $V_{10}$ , y para  $19.5 m$ ,  $U$ , sobre el N.M.M. Los valores fueron obtenidos a partir de las normas de PEMEX (Tabla 1).

**Tabla C1.** Velocidades de viento para  $10m$  (PEMEX,2000) y  $19.5m$  sobre el N.M.M

$T_R$ (años)	$V_{10}$ (m/s)	$U$ (m/s)
10	15.70	16.7731
99	35.75	38.1935
180	39.42	42.1143
753	48.70	52.0286
892	49.79	53.1931
1485	53.06	56.6866

En la Figura C1 se muestran los espectros de Pierson-Moskowitz para cada periodo de retorno, utilizando las velocidades de viento de la Tabla C1.



**Figura C1.** Espectros de oleaje de Pierson-Moskowitz, para el área Akal, asociados a diferentes periodos de retorno

El espectro puede ser usado en análisis en el dominio de la frecuencia o del tiempo para descomponer las alturas de olas aleatorias en una sumatoria de componentes de olas regulares. Suponiendo que la elevación unidireccional de la superficie libre del mar,  $h$ , es un proceso estacionario de banda angosta, homogéneo, gaussiano, puede expresarse como la superposición lineal de un número de ondas regulares mediante la ecuación C5, suponiendo la generación aleatoria de los ángulos de fase,  $\phi_i$ , con una distribución uniforme entre  $0$  y  $2\pi$  [ $P(\phi_i) = 1 / 2\pi$ ].

$$h(t) = \sum_{i=1}^n A_i \text{sen}(\omega_i t + \phi_i) \quad (C4)$$

$$A_i = \sqrt{2S_i(\omega)\Delta\omega_i} \quad (C5)$$

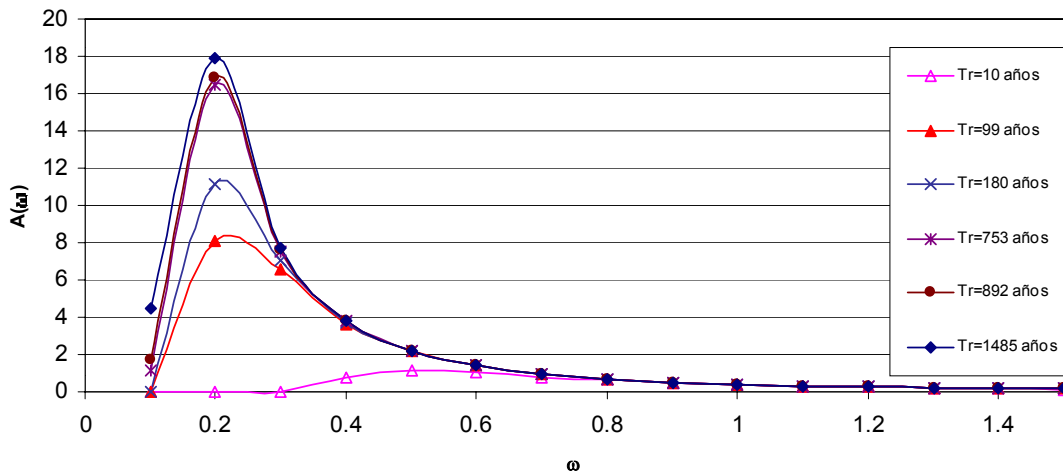
donde  $S_i(\omega)$  es el valor de densidad espectral en la frecuencia  $\omega_i$  (ver ecuación C1) y  $\Delta\omega_i$  es el ancho de banda para una frecuencia aproximada para una ola regular de amplitud  $A_i$ . El factor de 2 se incluye debido a que  $S(\omega)$  se calcula como una función de dos lados y solamente se emplea uno, para valores de frecuencia entre  $0$  y  $\infty$ . Con el fin de que  $\Delta\omega_i$  no sea demasiado grande y produzca errores de precisión en el contenido de frecuencias del espectro, se utiliza la frecuencia de Nyquist para determinar el  $\Delta\omega_{m\acute{a}x}$ :

$$\Delta\omega_{im\acute{a}x} = \frac{\pi}{\Delta t} \quad ; \quad \Delta t = \frac{\pi}{2\omega_{m\acute{a}x}} \quad (C6)(C7)$$

donde  $\omega_{m\acute{a}x}$  es la frecuencia de la ola máxima en el registro. En la Tabla C2 se muestran los valores de  $\Delta\omega_{im\acute{a}x}$  obtenidos. Se utilizó un valor de  $\Delta\omega$  igual a  $0.1$ . Como se puede observar, es menor que el obtenido en todos los casos de la Tabla C2. En la figura C2 se puede observar la amplitud que tiene cada frecuencia utilizando un  $\Delta\omega = 0.1$ . Estos valores se emplearon para simular el oleaje irregular.

**Tabla C2.** Valores de la  $\Delta\omega_{m\acute{a}x}$  calculados a partir de la frecuencia de Nyquist

$T_R$ (años)	$\Delta\omega_{m\acute{a}x}$
10	1.02
99	0.46
180	0.40
753	0.34
892	0.32
1485	0.30



**Figura C2.** Espectro de amplitudes utilizado para obtener la simulación del oleaje irregular,  $\Delta\omega=0.1$



### PROBABILIDAD DE ALTURA MÁXIMA DE OLA

Para realizar las simulaciones de las alturas máximas de ola,  $h_{m\acute{a}x}$ , es necesario obtener su funci3n de distribuci3n de probabilidades. Para esto se deriva la curva de oleaje y se normaliza de tal manera que el 3rea contenida bajo la curva sea igual a la unidad. La expresi3n obtenida es:

$$f(h_{m\acute{a}x}) = \frac{-\alpha \exp[-\alpha(h_{m\acute{a}x} - u)] \exp[-\exp[-\alpha(h_{m\acute{a}x} - u)]]}{1 - \exp[-\exp(\alpha \cdot u)]} \quad (C8)$$

donde los valores de los par3metros de ajusta  $\alpha$  y  $u$  son los mismos que se obtuvieron para la curva de peligro de oleaje.

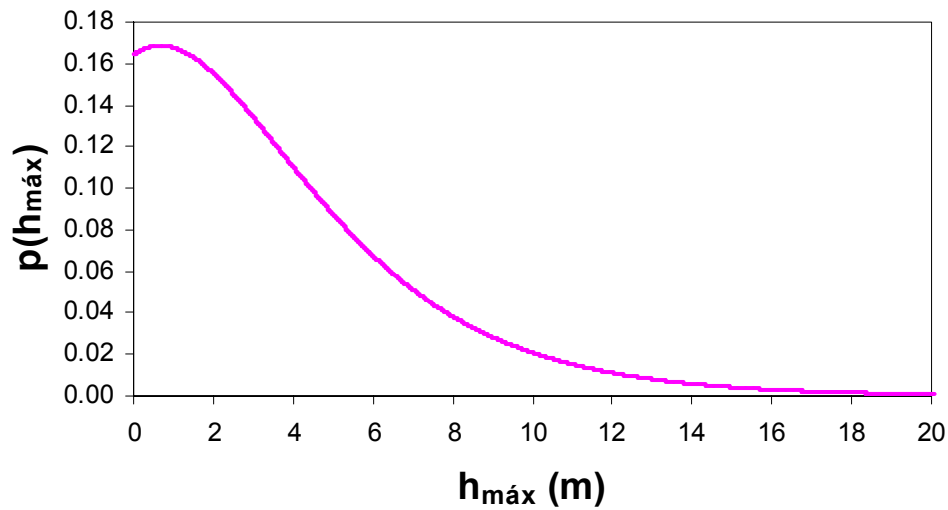


Figura C3. Funci3n de densidad de probabilidad de la altura m3xima de ola



# APÉNDICE D:

## ANÁLISIS DE FATIGA

### ESFUERZOS EFECTIVOS EN LOS PUNTOS CRÍTICOS

Los esfuerzos efectivos en los puntos críticos,  $\sigma_{ef}$ , se calculan de acuerdo con los elementos mecánicos, propiedades de la sección tubular, factores de concentración de esfuerzos y las coordenadas del punto crítico con respecto al centro de gravedad de la sección en sus ejes locales ( $z$ ,  $y$ ). Todo esto queda resumido en la expresión:

$$\sigma_{ef}(h, T_R) = FCE_{axial} \frac{P}{A} + FCE_{fep} \frac{M_{fep}}{I} z + FCE_{ffp} \frac{M_{ffp}}{I} y \quad (D1)$$

en donde

$FCE$  = Factor de concentración de esfuerzos ante carga axial (*axial*), flexión en el plano (*fep*) y fuera del plano de flexión (*ffp*)

$P$  = Carga axial actuante en la sección

$A$  = Área transversal de la sección

$M$  = Momentos que actúan en el plano (*fep*) y fuera del plano (*ffp*) de flexión

$I$  = Momento de inercia de la sección

$h$  = Altura de ola máxima

$T_R$  = Periodo de retorno

Como producto de la configuración de las juntas tubulares y de los abruptos cambios en la geometría que estas presentan, los esfuerzos en las juntas se ven afectados dando como resultado una distribución que no es uniforme, generándose zonas de concentraciones de esfuerzos. La concentración de estos esfuerzos en una junta dependerá de su geometría, de cómo es aplicada la carga, de los apoyos, así como de la relación diámetro/espesor y el ángulo de los elementos que inciden en la junta. Varios autores han propuesto diferentes formas para calcular estos factores a partir de pruebas de laboratorio y modelos con programas de elemento finito (i.e. Kuang, 1975; Marshall, 1976; Efthymiou, 1985; Wordsworth, 1981).

Los esfuerzos efectivos en los puntos críticos se calculan para ambos lados de la conexión. Esto se hace utilizando los factores (*FCE*) obtenidos para el elemento principal y los factores correspondientes al refuerzo o diagonal. Esto se debe a que las concentraciones de esfuerzos son diferentes para los dos elementos que inciden en la conexión.

### ESFUERZOS ASOCIADOS AL OLEAJE DE SERVICIO

Los estados de mar para el cálculo de los esfuerzos por oleaje de servicio se utilizaron de la siguiente manera:

- 1) Para cada altura de ola significativa se seleccionó el estado de mar con mayor probabilidad de ocurrencia y se le asignó la probabilidad correspondiente al total de la probabilidad de esa altura de ola significativa.
- 2) Se obtuvieron los esfuerzos efectivos relacionados con cada uno de los oleajes utilizados. Se consideró la teoría lineal de oleaje de Airy para determinar la aceleración y la velocidad de las partículas de agua.
- 3) Para el cálculo del crecimiento de la grieta en un punto se obtuvieron los esfuerzos efectivos de operación,  $\sigma_{op}$ , de la siguiente forma:

$$\sigma_{op} = \sum_{i=1}^{TEM} \sigma_{ef_i} \cdot p(h_i) \quad (D2)$$



en donde  $\sigma_{ef_i}$  es el esfuerzo efectivo asociado al  $i$ -ésimo estado de mar,  $p(h_i)$  es la probabilidad de ocurrencia del estado de mar asociado a la altura de ola  $h_i$  y  $TEM$  representa el número total de estados de mar a considerar, que para el caso de aplicación de esta tesis fue igual a trece. El cálculo de las grietas se realiza mediante la expresión de Paris-Erdogan.

### ECUACIÓN MODIFICADA PARA EL CÁLCULO DEL CRECIMIENTO DE GRIETA POR FATIGA PARA CARGA ALEATORIA (SOBCZYK Y SPENCER, 1992)

Se considera un elemento estructural que se encuentra sujeto a una carga aleatoria que varía en el tiempo y que el material es linealmente elástico con un factor de intensidad de esfuerzo,  $K$ , conocido. Sea  $S(t)$  un proceso estocástico que caracteriza los esfuerzos aleatorios aplicados en la estructura. Se supone que la media,  $m_S(t)$ , y la función de correlación,  $K_S(t_1, t_2)$ , del proceso son conocidas y que la raíz cuadrática media,  $S_{rms}$ , se calcula como  $S_{rms}(t) = [K_S(t, t)]^{\frac{1}{2}}$ . Si el proceso  $S(t)$  es estacionario entonces  $m_S(t) = m_S = \text{constante}$ ,  $K_S(t_1, t_2) = K_S(t_2 - t_1)$ , y  $S_{rms}(t) = S_{rms} = \text{constante}$ .

Con el fin de utilizar las ecuaciones empíricas que describen el crecimiento de la grieta para el caso considerado, es necesario realizar algunas modificaciones. El parámetro que controla el crecimiento de una grieta por fatiga bajo carga cíclica es el intervalo del factor de intensidad,  $\Delta K$ . Varios estudios sugieren que  $\Delta S$  debe remplazarse por el doble de  $S_{rms}$ . Sin embargo, una cantidad más adecuada es el rango medio,  $S_{mr}$ , del proceso aleatorio  $S(t)$ , que a continuación se define:

$$S_{mr} = \Delta S = S_{m\acute{a}x} - S_{m\acute{i}n} \quad (D3)$$

$$S_{m\acute{a}x} = m_S + Z \quad (D4)$$

$$S_{m\acute{i}n} = m_S - Z \quad (D5)$$

donde  $Z$  es la altura aleatoria de los picos con una cierta distribución de probabilidad  $f(z)$ . Continuando con la suposición de que el proceso  $S(t)$  es estacionario, gaussiano con media cero y varianza  $\sigma_S^2 = \lambda_\theta$ , entonces  $f(z)$  es igual a:



$$f_{max}(z) = \frac{\epsilon}{\sqrt{\lambda_0}} \varphi\left(\frac{z}{\epsilon\sqrt{\lambda_0}}\right) + \sqrt{1-\epsilon^2} \frac{z}{\lambda_0} \exp\left(-\frac{z^2}{2\lambda_0}\right) \Phi\left(\frac{z(1-\epsilon^2)^{\frac{1}{2}}}{\epsilon\sqrt{\lambda_0}}\right) \quad (D6)$$

$$\epsilon = (1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad \alpha = \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_0\lambda_4}} \quad ; \quad \lambda_K = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^k g(x) dx \quad (D7)(D8)(D9)$$

donde

$\epsilon$  = parámetro de ancho espectral

$\lambda_K$  = momentos espectrales

$\varphi$  = función de densidad de probabilidad normal estándar

$\Phi$  = función de distribución acumulada de probabilidad normal estándar

Por lo que el rango medio  $S_{mr} = 2Z$ , al realizar la integración queda como

$$S_{mr} = 2S_{rms} \sqrt{\frac{\pi}{2}(1-\epsilon^2)} \quad (D10)$$

Para un proceso de banda angosta (en donde  $\epsilon \rightarrow 0$ ), entonces

$$S_{mr} = 2S_{rms} \sqrt{\frac{\pi}{2}} = \sqrt{2\pi} S_{rms} \quad (D11)$$

Otra modificación que debe realizarse a la metodología que considera la amplitud constante tiene que ver con el concepto de ciclo (o frecuencia) que juega un papel importante en el análisis convencional de fatiga. La ecuación empírica del crecimiento de la

grieta generalmente se expresa como  $\frac{dA}{dN}$ , en donde  $N$  es el número de ciclos. En el caso

de una carga senoidal  $N = \omega t$ , donde  $\omega$  es la frecuencia. Cuando la carga varía aleatoriamente en el tiempo, la definición de ciclo no es tan rigurosa y no es única. La relación entre el número de ciclos,  $N$ , y el tiempo,  $t$ , también es aleatoria,  $N = N(t, \gamma)$ .

Cuando el proceso es de banda angosta existe una frecuencia dominante. La frecuencia equivalente,  $\omega_e$ , se puede definir a partir del número de cruces por cero con pendiente positiva.



Tomando en cuenta las modificaciones comentadas anteriormente, el crecimiento de grieta promedio en un elemento estructural bajo carga aleatoria puede representarse mediante la ecuación diferencial modificada de Paris-Erdogan con la siguiente forma:

$$\frac{da}{dt} = C(\Delta K_{mr})^m v_0 \quad (D12)$$

$$\Delta K_{mr} = Y S_{mr} \sqrt{\pi a} \quad (D13)$$

donde  $\Delta K_{mr}$  es el intervalo de esfuerzo medio y  $v_0$  es la tasa de cruces por cero con pendiente positiva en un cierto tiempo. Como se puede apreciar, la carga aleatoria se reemplaza por una carga cíclica equivalente cuya amplitud y frecuencia se expresan en función de las propiedades medias del proceso aleatorio original. Las modificaciones que realiza este método son bastante aceptables desde el punto de vista práctico; sin embargo, todavía no existe suficiente información para hacer totalmente confiable la predicción del cálculo del crecimiento de las grietas por fatiga.

### SOLUCIÓN DE NEWMAN-RAJU PARA EL CÁLCULO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE ESFUERZOS, $K$ (ETUBE, 2001)

Newman y Raju (1981) desarrollaron una solución para el factor de intensidad de esfuerzos,  $K$ , para una grieta semielíptica en una placa plana, en donde consideran una grieta de profundidad,  $a$ , y una longitud en la superficie,  $2c$ . La ecuación obtenida es de la forma:

$$K = Y\sqrt{\pi \cdot a} \quad (D14)$$

$$Y = \frac{F_m \sigma_m + F_b \sigma_b}{\Phi} \quad (D15)$$

donde  $F_m$  y  $F_b$  son las funciones de corrección para los esfuerzos de tensión y de flexión,  $\sigma_m$  y  $\sigma_b$ , respectivamente.  $\Phi$  es una integral elíptica aproximada mediante la función:

$$\Phi = \sqrt{1 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}} \quad (D16)$$

Las funciones de corrección  $F_m$  y  $F_b$  se encuentran dadas por las siguientes ecuaciones:

$$F_m = \left[ M_1 + M_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{t} \right)^4 \right] f_w \quad (D17)$$

$$Fb = \left[ 1 + G_1 \left( \frac{a}{t} \right) + G_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right] \left[ M_1 + M_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{t} \right)^4 \right] f_w \quad (D18)$$

$$G_1 = -1.22 - 0.12 \left( \frac{a}{c} \right) \quad (D19)$$

$$G_2 = 0.55 - 1.05 \left( \frac{a}{c} \right)^{0.75} + 0.47 \left( \frac{a}{c} \right)^{1.5} \quad (D20)$$

$$M_1 = 1.13 - 0.09 \left( \frac{a}{c} \right) \quad (D21)$$

$$M_2 = -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + \left( \frac{a}{c} \right)} \quad (D22)$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1.0}{0.65 + \left( \frac{a}{c} \right)} + 14 \left[ 1.0 - \left( \frac{a}{c} \right) \right]^{24} \quad (D23)$$

$$f_w = \sqrt{\sec \left( \frac{\pi c}{w} \sqrt{\frac{a}{c}} \right)} \quad (D24)$$

donde  $f_w$  es la función de corrección por ancho de placa,  $w$ , y  $t$  es el espesor de la placa.

En las Figuras D1 y D2 se esquematizan los procedimientos utilizados para el cálculo de esfuerzos y del crecimiento de grietas, respectivamente.

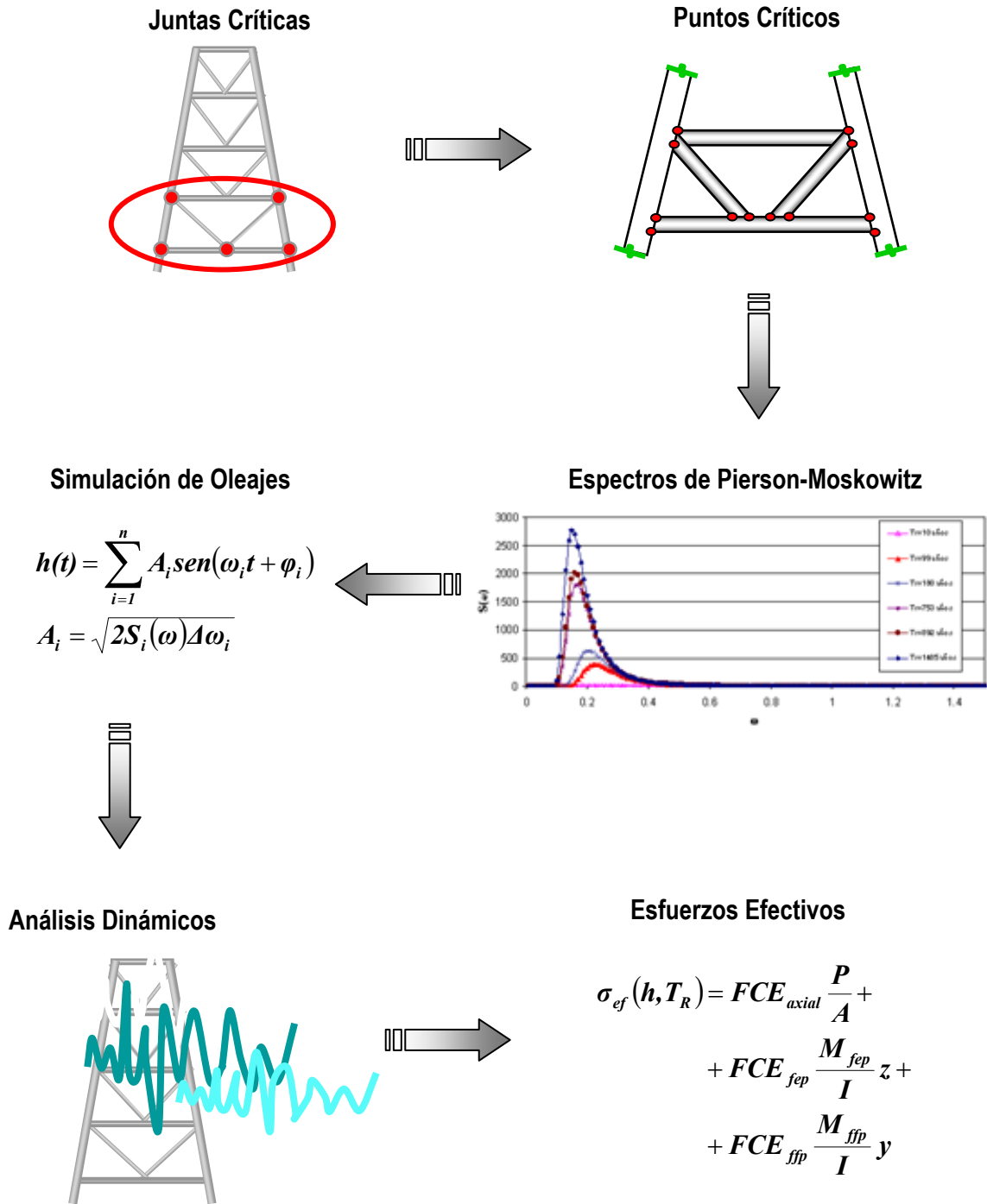


Figura D1. Esquema del procedimiento para el análisis de esfuerzos efectivos en los puntos críticos de las juntas consideradas

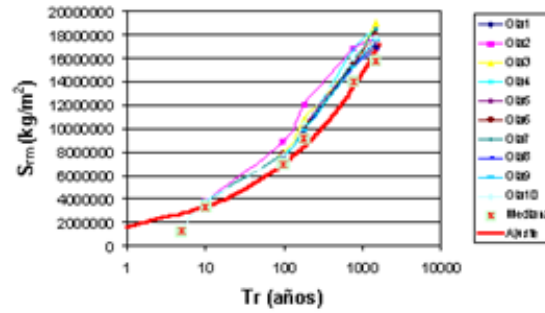
**Análisis Dinámicos**

$$S_{rms} = \text{var}[\sigma_{ef}]$$

$$S_{rm} = \sqrt{2\pi} S_{rms}$$



**Rango Medio de Esfuerzos para Diferentes Tr**



**Simulación  $h_{m\acute{a}x}$ ,  $t_{esp}$ ,  $S_{rm}$  y  $v'$**

- $h_{m\acute{a}x}$  Gumbel
- $t_{esp}$  Exponencial
- $S_{rm}$  Rayleigh
- $v'$  Lognormal

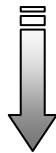


**Crecimiento de Grietas**

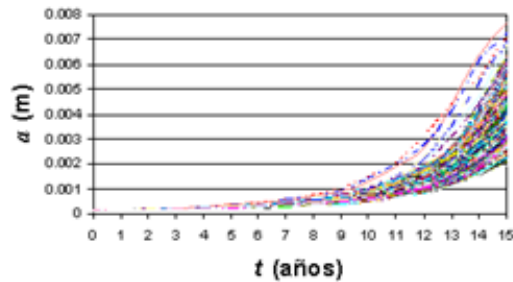
$$\frac{da}{dt} = C(\Delta K_{mr})^m v'$$

$$\Delta K_{mr} = Y S_{mr} \sqrt{\pi a}$$

$$\int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{Y^m (\sqrt{\pi a})^m} = C S_{mr}^m v' t$$



**Simulaciones de Crecimiento de Grietas**



**Parámetros Estadísticos de las Grietas**

- $a(t)$  Dist. Lognormal
- $\mu_a(t), \sigma_{\ln a(t)}$

*Figura D1. Esquema del procedimiento para el análisis de crecimiento de grietas por fatiga en los puntos críticos de la juntas consideradas*



## REFERENCIAS

**Ackoff R. L., Gupta S. K. y Minas J. S., 1962.** *Scientific Method*. Wiley

**Aker Offshore Partner A.S., 1999.** *Target Levels for Reliability-Based Assessment of Offshore Structures During Design and Operation*. Offshore Technology Report 1999/60 for the Health & Safety Executive, Noruega.

**American Petroleum Institute, API, 1993.** *Recommended practice for planning, designing and construction fixed offshore platforms- load and resistance factor design*. API RP 2<sup>a</sup>-LRFD, primera edición, julio, Washington D.C.

**Anderson T.L., 1991.** *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. Boca Ratón: CRC.

**Arroyo M., 1984.** *Análisis de Confiabilidad de Estructuras Marinas ante Cargas de Oleaje*. Tesis Maestría, DEPMI, UNAM.

**Aviguetero T.A. y Bea R., 1996.** *ULSLEA: Parametric studies of the effects of local damage and repairs on global lateral load capacity of a typical offshore platform*. Reporte para la U.S Minerals Management Service, MTM Group, Universidad de California en Berkeley.

**Barranco F., Castro E. y Sudati L., 2003.** *Systems Reliability with Multiple Design Points Through Evolutionary Strategies*. 22<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, junio 8-13, Cancún, México.

- Bea R., 1998.** *Marine Structural Integrity Programs: inspection, maintenance and repairs.* International Symposium on Offshore Hydrocarbons Exploitation Technologies, Cd. Del Carmen, Campeche, México.
- Beck A.T. y Melchers R.E., 2004.** *On the ensemble crossing rate approach to time variant reliability analysis of uncertain structures.* Probabilistic Engineering Mechanics, January 2004; 19(1): 9-19
- Benjamín J.R. y Cornell C.A., 1970.** *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers.* McGraw Hill, 1970.
- Boisvert R.N., 1992.** *Indirect losses from catastrophic earthquake and the local, regional and national interest.* Indirect Economic Effects of a Catastrophic Earthquake, Development Technologies, Inc., FEMA number EMW-90-C-3598, Julio, pp. 209-265.
- Burdekin F.M., 2002.** *The Static Strength of Cracked Joints in Tubular Members.* Offshore Technology Report 2001/080, Health and Safety Executive, London.
- Campos D. et al, 1999.** *Assessment of consequences of failure in jacket structures.* 18<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, July, St. Johns, Newfoundland, Canadá.
- Cornell A., 1968.** *Engineering seismic risk analysis.* Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 58, No. 5, 1583-1606.
- Cornell C.A., 1996** *Calculating Building Seismic Performance Reliability: A Basis for Multi-level Design Norms.* Proc. 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake, Paper No. 2122.
- Cornell C.A., Jalayer F., Hamburger R.O. y Foutch D.A., 2002.** *The Probabilistic Basis for the 2000 SAC/FEMA Steel Moment Frame Guidelines.* J. Of Structural Engineering, ASCE, 128(4), pp. 526-533.
- De León D., 1996.** *Integrating socio-economics in the development of criteria for optimal aseismic design of R/C buildings.* Tesis Doctoral, Universidad de California en Irvine, Ca., EUA.
- De León D. y Pérez F., 2000.** *Optimal inspection schedule for fatigue cracks in offshore structures.* 8<sup>th</sup> ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability.
- De León D. y Campos D., 2001.** *P-D Effects on the reliability of offshore platforms.* International PEP-IMP Symposium on Risk and Reliability Assessment for Offshore Structures, México D.F., diciembre 3-4
- De León D. y Heredia E., 2001.** *Probability distributions of mechanical damage for offshore marine platforms.* International Offshore and Polar Engineering Conference, Vol 4, pp. 511-515.
- De León D. y Ang A, 2002.** *Development of a cost-benefit model for the management of structural risk on oil facilities in Mexico.* Computational Structural Engineering , vol. 2, No.1, pp. 19-23
- Det Norske Veritas (DNV), 1992.** *Structural Reliability Analysis of Marine Structures.* DNV Classification Note No. 30.6.



**Dharmavasan S., 1994.** *Reliability based inspection scheduling for fixed offshore platforms: RISC.* Thermie Project OG/0019/90/UK-NL-IT, NDE Center, University College London, London, UK.

**Eftymio M. y Durkin S., 1985.** *Stress Concentration in T/Y and Gap/Overlap K-Joints.* Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.

**Engelund S.E., Faber M.H., Sørensen J.D. y Bloch A., 2000.** *Approximations in inspection planning.* 8<sup>th</sup> ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, Notre Dame, Julio.

**Estes A.C. y Frangopol D.M., 2001.** *Minimum expected cost-oriented optimal maintenance planning for deteriorating structures: application to concrete bridge decks.* Reliability Engineering and System Safety; 73: 281-291.

**Esteva L. y Diaz O., 1993.** *Influence of cumulative damage on the seismic reliability of multistory frames.* Proceedings of the IFIP WG7.5, 5th Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems, 65-72.

**Esteva L., Díaz-López O.J. y García-Pérez J., 1999.** *Life-cycle optimization of structures with seismic energy-dissipating devices.* Case Studies in Optimal Design and Maintenance of Civil Infrastructure Systems, Special Volume ASCE, Ed. D.M. Frangopol.

**Esteva L., Díaz O., García J., Sierra G. e Ismael E., 2001.** *Life-cycle optimization in the establishment of performance-acceptance parameters for seismic design.* Memorias ICOSSAR-2001, Newport Beach, California, EEUU.

**Etube L.S., 2001.** *Fatigue and Fracture Mechanics of Offshore Structures.* Engineering Research Series, Londres.

**Faber M.H., Engelund S., Sørensen J.D. y Bloch A., 2000.** *Simplified and generic risk based inspection planning.* OMAE 2000, Nueva Orleans.

**Faber M.H., Straub D. y Goyet J., 2001.** *Unified approach to risk based inspection planning for offshore production facilities.* OMAE 2001, Río de Janeiro.

**Faber M.H., 2001.** *Reliability Based Inspection Planning of Fatigue Damaged Offshore Platforms.* 1<sup>st</sup> International Symposium on Analysis of Structural Risk and Reliability for Offshore Facilities, diciembre, IMP, México D.F.

**Ferry-Borges J., 1954.** *O Dimensionamento de Estruturas.* Publicn 54, Ministerio de Obras Públicas, Laboratorio Nacional de Ingeniería Civil, Lisboa, Portugal.

**Forsell C., 1924.** *Ekonomi och Byggnadsvasen (Economía y Construcción).* Sunt Fornoft, abril, pp. 74-77.

**Frangopol D.M., 1985a.** *Multi-Criteria Reliability –Based Optimization of Structural Systems.* Memorias ICOSSAR'85, vol. 3, Kobe, Japón, mayo 27-29, pp. 591-595.

**Frangopol D.M., 1985b.** *Structural Optimization Using Reliability Concepts.* Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 111, no. 11, noviembre, pp.2288-2301.



- Freudenthal A.M., 1956.** *Safety and the Probability of Structural Failure.* Transactions, ASCE, vol. 121, pp. 1337-1375.
- Fu G. y Frangopol D.M., 1990.** *Reliability-Based Vector Optimization of Structural Systems.* Journal of Structural Engineering, vol. 116, no. 8, agosto, pp. 2143-2160.
- Fujita M., Schall G. y Rackwitz R., 1989.** *Adaptive reliability based inspection strategies for structures subject to fatigue.* ICOSSAR89, San Francisco, pp.1619-1626.
- Graff W.J., 1981.** *Introduction to Offshore Structures.* Gulf Publishing Company, Houston, Texas.
- Grigorian H., Scherf I. y Christensen Ø., 2001.** *Cost-efficient structural upgrade and life extension of Ekofisk platforms with use of modern reassessment techniques.* Offshore Technology Conference, OTC 13187, Houston, Texas, EUA.
- Guenard Y.F., 1984.** *Application of System Reliability Analysis to Offshore Structures.* Reporte No. 71, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Stanford, Ca. USA.
- Han S.W., 1994.** *Method of Reliability-Based Calibration of Seismic Structural Design Parameters.* Tesis Doctoral, Universidad de Illinois en Urbana.
- Hellan O., Amdahl J., Brodtkorb B., Holmas T. y Eberg E., 1997.** *USFOS – A Computer Program for Progressive Collapse Analyses of Steel Offshore Structures.* Report STF71 F88039 SINTEF, Structures and Concrete, Trondheim, Noruega.
- Heredia E., Montes R., Inda G., Campos D., y Soriano A., 2004.** *Análisis de Confiabilidad Global de Plataformas Marinas sometidas a Daño por Fatiga y Aplicaciones a la Inspección basada en Riesgo.* XIV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Acapulco, Guerrero.
- Heredia E., 2005.** *Análisis de Riesgo y Confiabilidad en la Ingeniería Estructural de Plataformas Marinas en México: Avances y Perspectivas.* Investigación Tecnológica, revista publicada por la Academia de Ingeniería A.C., vol.2, núm. 5
- Instituto Mexicano del Petróleo, IMP, 1999.** *Filosofía de Inspección y Mantenimiento de Plataformas Marinas Fijas Localizadas en la Sonda de Campeche.* Reporte para PEMEX, México, D.F.
- Ismael E., 2003.** *Funciones de Vulnerabilidad Sísmica para el Diseño Óptimo de Sistemas Marco-Muro.* Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Johnson A.I., 1953.** *Strength, Safety and Economical Dimensions of Structures.* Boletín de la División de Estadística de Edificios e Ingeniería Estructural, Real Instituto de Tecnología, No. 12, Estocolmo, Suecia.
- Khachaturian N.A., 1969.** *Basic concepts in Structural Optimization. An Introduction to Structural Optimization.* Editado por M. Z. Cohn, División de Mecánica de Sólidos, Universidad de Waterloo, Estudio No. 1, pp. 1-18
- Kuang J.G., Potvin A.B. y Leick R.D., 1975.** *Stress Concentration in Tubular Joints.* Offshore Technology Conference.



**Lehr W.J., 2001.** *Review of modeling procedures for oil spill weathering behavior.* Capítulo 3 del libro “Oil Spill Modeling and Processes”, editado por Brebbia C.A., publicado por WIT press.

**Liu M., Burns S. A. y Wen Y.K., 2003.** *Optimal Seismic Design of Steel Frame Buildings Based on Life Cycle Cost Considerations.* Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Wiley InterScience, No. 32, pp. 1313-1332.

**Madsen H.O., Sørensen J.D. y Olsen R., 1989.** *Optimal inspection planning for fatigue damage of offshore structures.* ICOSSAR 89, San Francisco, USA, PP. 2099-2106.

**Madsen H.O. y Tvedt L., 1990.** *Methods for time-dependent reliability and sensitivity analysis.* J Engineering Mechanics, ASCE; 116(10): 2118-2135.

**Mahadevan S. y Shi P., 2001.** *Multiple Linearization Method for Nonlinear Reliability Analysis.* Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol. 127, no. 11.

**Marley M.J., Etterdal B. y Grigorian H., 2001.** *Structural reliability assessment of Ekofisk jackets under extreme loading.* Offshore Technology Conference, OTC 13190, Houston, Texas, EUA.

**Marshall P.W., 1976.** *General Considerations for Tubular Joint Design.* Welding Institute Conference, Welding in Offshore Construction, New York, England.

**Martínez G., 2001.** *Análisis Espectral de Fatiga en una Plataforma Marina Fija Tipo Jacket, Ubicada en la Sonda de Campeche, México.* Tesis Maestría, DGEP, UNAM.

**Melchers R.E., 1992.** *Load-space formulation for time-dependent structural reliability.* J Engineering Mechanics, ASCE; 118(5): 853-870.

**Moan T., 1995.** *Target safety level for reassessment of North Sea offshore platforms.* SINTEF Structures and Concrete, enero.

**Moan T., 1998.** *Research & applications developments.* 17<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Lisboa, Portugal.

**Moan T. y Song R., 1998.** *Implication of inspection updating on system fatigue reliability of offshore structures.* 17<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE-98-1214, Lisboa, Portugal.

**Moan T., Vardal O.T., Helleving N.C. y Skjoldli K., 1997.** *In service observations of cracks in North Sea jackets: a study on initial crack depth and POD values.* 16<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE-97, Yokohama, Japón, pp 209-218.

**Montes R., 2006.** *Uso de Redes Bayesianas para la Planeación de Inspecciones de Plataformas Marinas.* Primer Simposio Internacional “Aplicaciones del Análisis de Riesgo y Confiabilidad en la Planeación y Diseño de Ingeniería”, UAEM, 16 al 18 de enero, Toluca, México.

**Montes R., Heredia E. y Esteva L., 2003.** *Optimal Maintenance Strategies for Structures in Seismic Zones.* Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 32:245-264.

**Montiel M.A., Ruiz S.E. y Torres M.A., 2003.** *Comparison of Two Alternative Methods for Estimating Annual Mean Seismic Failure.* I Coloquio Internacional de Riesgo, Vulnerabilidad y Confiabilidad en la Construcción, 11 y 12 de Octubre, Argel, Argelia.

**Mori Y. y Ellingwood B.R., 1993.** *Time-dependent system reliability analysis by adaptive importance sampling.* Structural Safety, April 1993; 12(1):59-73

**Moses F., 1969.** *Approaches to Structural Reliability and Optimization. An Introduction to Structural Optimization.* Editado por M. Z. Cohn, División de Mecánica de Sólidos, Universidad de Waterloo, Estudio No. 1, pp. 81-120.

**Newman J.R. y Raju I.S., 1981.** *An Empirical Stress Intensity Factor Equation for the Surface Crack.* Engineering Fracture Mechanics, 15, 1-2, pp. 185-192.

**Ortega C., 2003.** *Análisis de Riesgo y Confiabilidad de Estructuras. Una Aplicación en la Inspección de Plataformas Marinas.* Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma del Estado de México. (En proceso)

**Ortega C. y De León E., 2002.** *Análisis de confiabilidad de plataformas marinas considerando daños por abolladuras, pandeos y corrosión en elementos así como por fatiga en juntas.* XIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. Puebla, México.

**Ortega C. y De León E., 2003.** *Development of a Cost-Benefit Model for Inspection of Offshore Jacket Structures in Mexico.* OMAE 2003, Cancún, México.

**Osyczka A., 1984.** *Multicriterion Optimization in Engineering.* Ellis Horwood Ltd., Chichester, Inglaterra.

**Paez A. y Torroja E. 1959.** *La Determinación del Coeficiente de Seguridad en Distintas Obras.* Instituto Técnico de la Construcción y el Cemento, Madrid, España.

**Paris P. y Erdogan F., 1963.** *A Critical Analysis of Crack Propagation Laws.* ASME, Journal of Basic Engineering, 85, pp. 258-534.

**Patel M.H., 1989.** *Dynamics of Offshore Structures.* Butterworth & Co. Ltd.

**Petróleos Mexicanos (PEMEX), 2000.** *Diseño y Evaluación de Plataformas Marinas Fijas en la Sonda de Campeche.* NRF-003-PEMEX-2000, Rev. 0, Comité de Normalización para PEMEX y Organismos Subsidiarios.

**Petróleos Mexicanos (PEMEX), 2000b.** *Especificaciones Técnicas para la Inspección de Plataformas Marinas Fijas.* Subdirección de Tecnología y Desarrollo Profesional, Unidad de Normatividad Técnica

**Pinna R., Ronalds B. y Andrich M., 2001.** *Cost effective design criteria for australian monopods.* 20<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2001/S&R-2121, Río de Janeiro, Brasil

**Rackwitz R., 2000.** *Optimization – The Basis of Code-Making and Reliability Verification.* Structural Safety, No. 22, pp. 27-60



**Rackwitz R., 2001.** *Reliability analysis: a review and some perspectives.* Structural Safety; 23: 365-395.

**Raiffa H., 1970.** *Decision Analysis, Introductory Lectures on Choices under Uncertainty.* Addison-Wesley, Reading Mass.

**Raine A., 2000.** *The development of alternating current field measurement (ACFM) technology as a technique for the detection of surface breaking defects in conducting material and its use in commercial and industrial applications.* 15<sup>th</sup> World Conference on Non-Destructive Testing, octubre, Roma, Italia.

**Rosenblueth E. y Mendoza E., 1971.** *Reliability Optimization in Isostatic Structures.* Journal Engineering Mechanics, ASCE, No. 97, pp. 1625-1642.

**Rosenblueth E., 1976.** *Optimum Design for Infrequent Disturbances.* Journal of Structural Division ASCE, No. 102, pp. 1807-1825.

**Rosenblueth E., 1986.** *Optimum Reliabilities and Optimum Design.* Structural Safety, Elsevier Science, No. 3, pp. 69-83.

**Salazar T., 2001.** *Respuesta Dinámica de Plataformas Marinas Sometidas a Oleaje Aleatorio de Banda Angosta.* Tesis Maestría, DEPMI, UNAM.

**Sierra M. G., 2002.** *Optimización en Ciclo de Vida para Establecer Parámetros de Diseño Sísmico Basado en Desempeño.* Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

**Silva F.L. y Heredia E., 2004.** *Effect of Uncertainties on the Reliability of Fatigue Damaged Systems.* 23th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Junio 20-25, Vancouver, Canadá.

**Skjong R., 1985.** *Reliability based optimization of inspection strategies.* ICOSSAR 85 Vol. III, Kobe, Japón, pp. 614-618.

**Sobczyk K. y Spencer B. F., 1992.** *Random Fatigue: From Data to Theory.* Academic Press Inc.

**Sørensen J.D., Faber M.H., Rackwitz R. y Thoft-Christensen P., 1991.** *Modeling in optimal inspection and repair.* OMAE91, Stavanger, Noruega, pp. 281-288.

**Sørensen J.D., Bloch A. y Faber M.H., 2000.** *Simplified approach to inspection planning.* 8<sup>th</sup> ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, Notre Dame, julio.

**Stacey A., Sharp J.V. y Nichols N.W., 1996.** *Static Strength Assessment of Cracked Tubular Joints.* 15<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol. 3, pp. 211-224, , Junio 16-20, Florencia, Italia.

**Stadler , 1988.** *Multicriteria Optimization in Engineering and Sciences.* Plenum Press, New York.

**Stahl B., 1986.** *Reliability Engineering and Risk Analysis*. Chapter 5 from *Planning and Design of Fixed Offshore Platforms*, Edited by McClelland, B. and Reifel, M. D. Van Nostrand Reinhold Co, New York.

**Thoft-Christensen P. y Murotsu Y., 1985.** *Application of structural systems reliability theory*. Springer-Verlag.

**Thoft-Christensen P. y Sørensen J.D., 1987.** *Optimal strategies for inspection and repair of structural systems*. Civil Engineering Systems, Vol. 4, pp. 94-100.

**Torres M. A., 2002.** *Método Basado en Confiabilidad para el Diseño por Desempeño del Refuerzo de Edificios con Disipadores de Energía Sísmica*. Tesis de Maestría, DEPFI, UNAM.

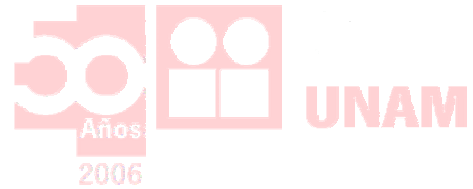
**Torres M. A., 2003.** *Reporte sobre Tesis Doctoral del Semestre 2003-2*. DEPFI-UNAM.

**Turkstra C.J., 1970.** *Theory of Structural Design Decisions*. Editado por N. C. Lind, División de Mecánica de Sólidos, Universidad de Waterloo, Estudio No. 2.

**Wordsworth A.C., 1981.** *Stress Concentration at K, KT, Circular Hollow Section Joints*. ICE Conference, Fatigue in Offshore Structural Steel, Paper 27, Londres.

**Yang J.N., 1994.** *Application of reliability methods to fatigue, quality assurance and maintenance*. Structural Safety & Reliability. Editado por Schuëller, Shinozuka y Yao, Balkema, Rotterdam.

**Yao T.H-J, y Wen Y.K., 1996.** *Response surface method for time-variant reliability analysis*. J Engineering Mechanics, ASCE; 122: 193-201



**ARTÍCULO EN PRENSA PARA SU  
PUBLICACIÓN EN LA REVISTA  
*ENGINEERING STRUCTURES***

---

# STRUCTURAL RELIABILITY EVALUATION CONSIDERING CAPACITY DEGRADATION OVER TIME

Marco A. Torres and Sonia E. Ruiz

*Institute of Engineering, Dept. of Applied Mechanics, National University of Mexico, Coyoacan 04510, Mexico, D.F., MEXICO. [atop@pumas.iingen.unam.mx](mailto:atop@pumas.iingen.unam.mx); [sruizg@iingen.unam.mx](mailto:sruizg@iingen.unam.mx)*

## **ABSTRACT**

Due to the ageing of the existing infrastructure in a worldwide scale and to the lack of codes for the continued safety management of structures during their lifetime it is necessary to develop mathematical tools to evaluate the structural reliability over a time interval considering the reduction in structural capacities. In this paper an approach to evaluate the structural reliability that takes into account the capacity degradation over time by means of closed mathematical expressions is proposed. Two alternative indicators of structural reliability are considered: 1) the expected number of failures over a time interval, taking into account the uncertainty due to both aleatory and epistemic uncertainties; 2) The confidence factor,  $\lambda_{conf}(t)$ , and the confidence level,  $K_x(t)$ , as functions of time ( $t$ ) are presented within a Demand-and-Capacity-Factor Design format (as used in FEMA 351). Both indicators are extended (based on the approach proposed by Cornell and collaborators) to estimate the reliability of a structure over a time interval. The reliability analysis takes into account events of different intensities (all possible events at the site) by means of environmental hazard curves. It is assumed that the structural capacity decreases linearly with time. The proposed expressions can be applied to different types of structures and can consider different conditions and levels of cumulative damage. An illustrative example is presented using a

simplified model of a fixed steel jacket platform located at Campeche Bay in the Gulf of Mexico. The damage condition considered is the fatigue crack size at the critical joints caused by service and storm waves. The environmental hazard is represented in this example by means of exceedance rate curves of the maximum wave heights. The results obtained from the proposed expression are analyzed and compared with those obtained from numerical integration.

**KEYWORDS:** *expected number of failures, time interval, capacity degradation, DCFD format.*

## **INTRODUCTION**

Structural capacity degradation over time is a problem that affects strategic infrastructure (bridges, marine platforms, nuclear plants, building structures, etc) of many countries [1][2][3]. Such degradation is mainly caused by the exposition of the structures to ordinary actions (wind, waves, corrosive agents, etc) and to extreme environmental loads (hurricanes, earthquakes, storms, etc).

Due to the high social and economic costs that would be paid for the inadequate performance of those structures during their design life, it is necessary to develop mathematical tools to evaluate the structural reliability over a time interval. The importance of this concept is related to the ageing of the existing infrastructure in a worldwide scale and to the lack of codes for the continued safety management of structures during their lifetime.



Structures are exposed to load conditions that may cause different types and levels of damage during their design life. Some of the most common types of damage that can affect many of the existing structures are mentioned in what follows:

i) Corrosion may seriously affect structural capacity of systems such as bridges, pipes, buildings, etc, due to the thickness reduction of the structural steel. Corrosion may also affect the reinforcement of concrete elements. Besides the reduction in the reinforcement area, the rust products can create expansive pressure on the surrounding concrete. After some time of increasing corrosion, the tensile stresses can reach a critical value and can develop corrosion cracks. With further production of rust, the crack opening will increase, and eventually result in spalling [4][5][6][7].

ii) Current philosophy of structural design accepts the possibility that significant structural inelastic behavior may occur during extreme load conditions. The mechanical properties of a structure under cyclic loading may deteriorate when the deformations reach the inelastic behavior range. A consequence of this is the failure of critical elements at deformation levels that are significantly smaller than their ultimate deformation capacity under unidirectional loading. This failure mode is commonly called low-cycle fatigue [8][9][10][11].

iii) Fatigue is one of the most common damage types that may occur when structures are subjected to repetitive or cyclic load patterns. Fatigue damage

begins with cracks that initiate in structural elements, and may continue with their growth and with initiation of other cracks [12][13][14].

When capacity degradation over time is taken into account, the closed-form reliability function becomes too complicated to be evaluated numerically because both the structural capacity and its probability density function become time dependent. Standard Monte-Carlo simulation has been used [15]; however this approach may become excessively time consuming because of the small probabilities that must be estimated in the analysis. The formal solution can be approximated by nested FORM/SORM solutions [16][17], or by directional simulation [18][19], or other methods [20][21]. Time-variant reliability (complemented with costs optimization) has been used to formulate maintenance programs that would allow structures to present an adequate structural performance level during its design life [22][23][24][25][26].

In the present paper a structural-reliability evaluation criterion is proposed that takes into account the structural capacity degradation over time. The approach is based on the simplified expressions proposed by Cornell and collaborators, but here those expressions are extended in order to consider the capacity degradation over time. Two alternative indicators of structural reliability are considered: 1) the expected number of failures over a time interval, taking into account the uncertainty due to both aleatory and epistemic uncertainties; 2) The confidence factor,  $\lambda_{conf}(t)$ , and the confidence level,  $K_x(t)$ , as functions of time ( $t$ ) presented within a

Demand-and-Capacity-Factor Design format . The approaches proposed can be used to estimate the reliability that a structure will present over a certain interval of time (taking into account that its structural capacity will deteriorate with time).

## **RELIABILITY ANALYSIS**

Due to the limitations in information and in different approaches to evaluate structural demands and limit state capacities, it is necessary to take into account the uncertainties (that affect reliability results) that can not be evaluated in a direct way. A distinction is made between aleatory (random) and epistemic uncertainty:

*Randomness* in structural analysis comes as a result of the variability in the physical entities on which the performance of structures depends. The loads applied to a structure (waves, earthquakes, winds, etc) are generally random in magnitude, distribution, time of arrival, and duration. The mechanical characteristics (yield strength, ductility, etc.) of the structural materials are also random, as well as the geometrical properties (element sizes, straightness, etc.) of the actual structure.

*Epistemic uncertainties* arise because more or less sophisticated models are used to predict load magnitudes and distributions as well as structural responses. Those uncertainties may result from lack of knowledge or information, model constraints or imperfections, probabilistic assumptions, etc.

### **1) Formulation of the Expected Number of Failures over a Time Interval**

In this section, common probabilistic analysis tools are used to convolute the characteristics of the *load intensity*, the *structural demand*, and the *structural limit state capacity* in order to derive an expression for the probability of exceeding the specified limit state capacity (limit state failure) over a time interval, considering capacity degradation.

The *load intensities* are characterized by environmental hazard curves that give information about the annual probability (by means of the annual expected exceedance rate) that the random intensity of a natural event (earthquake, hurricane, storm, etc) at the site will be equal to or larger than a specified value. This information is provided by specialists in natural hazard events for specific sites.

The *structural demand* (produced by an environmental event) is represented by the structural response caused by a natural event of a given intensity. The structural demand associated with each intensity can be expressed in terms of local or global structural responses such as peak mechanic elements, displacements, ductility demands, dissipated energy, etc.

The *structural limit state capacity* represents the structural limit response that preserves the structure below a certain critical performance level (for example serviceability, life safety, or collapse prevention states). Similarly to the structural demand, the limit state capacity is expressed in terms of local or global structural response amplitudes.

In this paper, a formal reliability framework is developed based on the concept of annual structural failure rate, where a joint probabilistic representation is developed for the three elements mentioned above (load, structural demand and limit state capacity). This concept is extended here in order to obtain the expected number of failures *during a given time interval*, taking into account the time variation of the limit state capacity. Based on the formal expression of the expected number of failures over a time interval, the authors derived an expression that simplifies the analysis.

### *Reliability Framework*

The mean annual failure rate corresponding to a given performance level,  $v_F(c)$ , represents the expected value of the mean number of times per year that the limit state capacity,  $c$ , is exceeded by the effects of all possible environmental loads of a specific site. In order to evaluate  $v_F(c)$ , it is first necessary, to evaluate the failure probability associated with the limit state conditional to the occurrence of  $y$ . The failure condition is reached when the limit state capacity,  $c$ , is smaller than the excitation,  $S$ , associated with the intensity,  $y$ . So, the failure probability of the limit state given an intensity  $y$  is represented by the following conditional probability  $P[c < S|y]$ . The next step is to evaluate this conditional probability for all

the possible intensities of the site, considering the probability density function of the intensity  $p_Y[y]$ . Using the total probability theorem, the mean annual failure rate of a structure with deterministic limit state capacity, taking into account all the possible event intensities at the site is given by [27][28]:

$$v_F(c) = \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[c < S|y] dy \quad (1)$$

where  $\left| \frac{dv(y)}{dy} \right|$  is the absolute value of the derivative of the environmental hazard curve,  $v(y)$ . The absolute value is needed because the derivative is negative.

When the uncertainties related to the limit state capacity of the structure are considered, the limit state capacity,  $C$ , is expressed as a random variable with a probability density function. The expected value of  $v_F$  should be calculated as follows:

$$E[v_F] = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C < S|y, c] f_C(c) dy dc \quad (2)$$

where  $P[C < S|y, c]$  is the conditional probability of failure when the event intensity,  $y$ , occurs and the limit state capacity,  $C$ , has the value  $c$ ; and  $f_C(c)$  is the probability density function of the limit state capacity,  $C$ . The integrals over  $y$  and over  $c$  are used to evaluate the possible values of all load intensities and limit state capacities, respectively.

The number of failures during a given time interval is equal to the annual structural failure rate integrated for that time interval. In order to take into account the capacity degradation over time ( $\tau$ ), the limit state capacity is assumed as a random variable,  $C(\tau)$ , with a probability density function that changes with time; therefore the conditional probability of failure will also be a function of time. Then, the expected value of the number of failures evaluated over the time interval  $[0, \Delta t)$  is expressed as:

$$E[\eta_{F,T}(0, \Delta t)] = \int_0^{\Delta t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C(\tau) < S|y, \tau] f_C(c|\tau) dy dc d\tau \quad (3)$$

where  $P[C(\tau) < S|y, \tau]$  is the conditional failure probability when the event intensity  $y$  occurs and the limit state capacity has the value  $C(\tau)$ ;  $f_C(c|\tau)$  represents the conditional probability density function of the capacity at instant  $\tau$ . When  $\tau=0$ , the structure has its original properties (without any damage caused by environmental loads and service conditions); while time grows, the cumulative damage increases, and the structural capacity degrades.

In a similar way, the expected value of the number of failures during the time interval  $[t, t + \Delta t)$ , considering that the structural capacity suffers degradation, can be calculated as

$$E[\eta_{F,T}(t, \Delta t)] = \int_t^{t+\Delta t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C(\tau) < S|y, \tau] f_C(c|\tau) dy dc d\tau \quad (4)$$

For this case (eq. 4) it is necessary to consider the degradation that the structural capacity has suffered up to the time interval under study. It is noticed that  $E(\eta_{F,T})$  represents the mean annual structural failure rate  $E(v_F)$  when  $\Delta t \rightarrow 1$ .

If the probability of the structural failure is assumed as an inhomogeneous Poisson stochastic process over the time interval  $[t, t + \Delta t)$ , then it can be expressed as

$$p_f = 1 - \exp[-E(\eta_{F,T})] \quad (5)$$

### *Simplified Approach*

Based on the formal expression of the expected number of failures over a time interval shown in the previous section, a simplified expression is developed in the following. Integrals in equation 4, over  $y$  and over  $c$ , can be simplified if the following considerations are made:

- The environmental hazard curve,  $v(y)$ , is represented around the intensity region of interest by the function  $v(y) = ky^{-r}$ , where  $k$  and  $r$  are parameters defining the shape of the hazard curve [29]. In the present study it is assumed that the environmental hazard curve is time independent.
- The median value of the structural demand  $\hat{D}$  can be represented as function of the environmental intensity level,  $y$ , by  $\hat{D} = ay^b$  [29]. The structural demand is assumed lognormally distributed with standard deviation of the natural logarithm of the demand equal to  $\sigma_{lnD}$  [30][31].



- The limit state capacity at time  $t$  is also assumed lognormally distributed with median  $\hat{C}(t)$  and standard deviation of the logarithm equal to  $\sigma_{lnC|t}$ .

Following the assumptions mentioned above, the expected value of the number of failures during  $[t, t + \Delta t)$  expressed in eq. 4 can be simplified to an expression similar to that obtained by Cornell et al [32], used by the authors [33, 34], and extended here to cover a specified time interval:

$$\bar{n}_{F,T}(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} k(y_{\hat{C},\tau})^{-r} \exp\left\{\frac{r^2}{2b(\tau)^2} [\sigma_{lnD}^2(y_{\hat{C},\tau}) + \sigma_{lnC}^2(\tau) + \sigma_{UD}^2(\tau) + \sigma_{UC}^2(\tau)]\right\} d\tau(6)$$

where  $y_{\hat{C},\tau} = \left[\frac{\hat{C}(\tau)}{a(\tau)}\right]^{\frac{1}{b(\tau)}}$  is the environmental load intensity associated with the median of the limit state capacity,  $\hat{C}(\tau)$ , at time  $\tau$ ;  $\sigma_{lnD}(y_{\hat{C},\tau})$  and  $\sigma_{lnC}(\tau)$  are the standard deviations of the natural logarithms of the structural demand,  $D$ , and of the limit state capacity,  $C$ , at time  $\tau$ , respectively;  $\sigma_{UD}(\tau)$  and  $\sigma_{UC}(\tau)$  represent the epistemic uncertainties related to the structural demand and to the limit state capacity, at time  $\tau$ , respectively. The values  $a(\tau)$  and  $b(\tau)$  are parameters defining the shape of the median structural demand at time  $\tau$ .

In order to perform the integral in eq. 6 the following assumptions are made:

- The median capacity,  $\hat{C}(\tau)$ , **varies linearly in time**:  $\hat{C}(\tau) = \alpha + \beta\tau$ , where  $\alpha > 0$  and  $\beta \leq 0$ .

- $\sigma_{mC}(\tau), \sigma_{mD}(y_{\hat{C},\tau}), \sigma_{UD}(\tau)$  and  $\sigma_{UC}(\tau)$  are constant values over the integration time interval  $\Delta t$ .
- $a(\tau)$  and  $b(\tau)$  are constant values over the time interval  $\Delta t$ :  $a(\tau) = a_t$  and  $b(\tau) = b_t$

The assumption that  $\hat{C}$  varies linearly in time was selected because of mathematical convenience; however, it could be assumed with a more general form; for example:  $\hat{C}(\tau) = \alpha + \beta\tau + \gamma\tau^2 + \dots$

Solving eq. 6, the expected value of the number of failures considering capacity deterioration over a time interval (in years) is written as:

$$\bar{n}_{F,T}(t, \Delta t) = k(y_{\hat{C}|t})^{-r} \exp\left[\frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{mD|y_{\hat{C},t}}^2 + \sigma_{mC|t}^2 + \sigma_{UD|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2)\right] \cdot \Omega(t, \Delta t) \quad (7)$$

where

$$y_{\hat{C}|t} = \left(\frac{\hat{C}(t)}{a_t}\right)^{\frac{1}{b_t}} \quad (8)$$

$$\Omega(t, \Delta t) = \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \frac{b_t}{(b_t - r)} \left[ \left(1 + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t}\right)^{1 - \frac{r}{b_t}} - 1 \right] \quad (9)$$

where  $y_{\hat{C}|t}$  is the environmental load intensity related to the limit state capacity  $\hat{C}(t)$  at the beginning of the evaluation time interval.

## 2) Demand-and Capacity-Factor (DCFD) design format

In this section an alternative approach (taking into account the degradation of the structural capacity) based on the Demand-and-Capacity-Factor (DCFD)

design format is developed. This format is similar to that implemented for performance evaluation of existing steel moment resisting structures in FEMA 351 [35].

The formulation considers that a confidence level can be established about the median estimate of the number of failures as a control factor for each time interval. Following a similar formulation to that proposed in [32, 36], but extended here as function of time, the number of failures corresponding to the confidence level,  $x$ , during a given time, can be expressed as:

$$\eta_{F,T|x}(t, \Delta t) = \hat{\eta}_{F,T,R}(t, \Delta t) \exp(K_{x|t} \sigma_{\eta_{F,T,U}})$$

here

$$\hat{\eta}_{F,T,R}(t, \Delta t) = \bar{k}(y_{C|t})^{-\bar{r}} \exp\left[\frac{r^2}{2b_t^2} \left(\sigma_{\ln D|y_{C,t}}^2 + \sigma_{\ln C|t}^2\right)\right] \Omega(t, \Delta t) \quad (11)$$

$$\sigma_{\eta_{F,T,U}} = \frac{r}{b_t} \sqrt{\sigma_{UD|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2} = \frac{r}{b_t} \sigma_{UT|t} \quad (12)$$

here  $\eta_{F,T,R}$  is assumed to have lognormal distribution,  $\hat{\eta}_{F,T,R}$  is the median estimate of the number of failures (over a given time interval) associated with the aleatory uncertainty  $R$ ;  $\sigma_{\eta_{F,T,U}}$  is the standard deviation of the natural logarithm of  $\eta_{F,T,U}$  for a limit state capacity that considers the epistemic uncertainties (U) related to the structural demand,  $\sigma_{UD|t}$ , and to the limit state capacity,  $\sigma_{UC|t}$ ; and  $K_{x|t}$  is a standardized Gaussian variate with probability  $x$  of not being exceeded, given a time  $t$ . Values of  $K_{x|t}$  represent the number of standard deviations above or below

the mean ( $\bar{\eta}_{F,T,R} = \ln \hat{\eta}_{F,T,R}$ ), as illustrated in fig 1. The mean values  $\bar{k}$  and  $\bar{r}$  represent the parameters that define the shape of the *mean* hazard curve.

The DCFD format assumes that the annual structural failure rate,  $v_F$ , must be smaller than or equal to a prescribed annual failure rate,  $v_0$  [32, 36]:

$$v_F \leq v_0 \quad (13)$$

In a similar way, for a confidence level  $x$ , the following condition can be established:

$$\eta_{F,T|x}(t, \Delta t) \leq v_0 \cdot \Delta t$$

Substituting eqs. 10-12 in eq. 14, this is rewritten as (in the following  $\bar{k}$  and  $\bar{r}$  will be simply called  $k$  and  $r$  but they are associated with the mean estimate of the hazard curve):

$$k \left( \frac{\hat{C}(t)}{a_t} \right)^{\frac{-r}{b_t}} \exp \left[ \frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{\ln D|y\hat{C},t}^2 + \sigma_{\ln C|t}^2) \right] \exp \left[ K_{x|t} \cdot \frac{r}{b_t} \sigma_{UT|t} \right] \cdot \Omega(t, \Delta t) \leq v_0 \cdot \Delta t \quad (15)$$

Solving and separating terms, the following expression is obtained:

$$\lambda_{conf}(t, \Delta t) \leq \frac{\phi_t \hat{C}(t)}{\gamma_t \hat{D}_{v_0|t}} \Psi(t, \Delta t) \quad (16)$$

where

$$\phi_t = \exp \left[ -\frac{r}{2b_t} (\sigma_{\ln C|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2) \right] \quad \gamma_t = \exp \left[ \frac{r}{2b_t} (\sigma_{\ln D|y\hat{C},t}^2 + \sigma_{UD|t}^2) \right] \quad (17,$$

$$\hat{D}_{v_0|t} = a_t \left( \frac{v_0}{\bar{k}} \right)^{\frac{b_t}{\bar{r}}} \quad \lambda_{conf}(t, \Delta t) = \exp \left[ \sigma_{UT|t} \left( K_{x|t} - \frac{r}{2b_t} \sigma_{UT|t} \right) \right] \quad (19, 20)$$

$$\Psi(t, \Delta t) = \left[ \frac{\Omega(t, \Delta t)}{\Delta t} \right]^{-\frac{b_t}{r}} \quad (21)$$

where  $\phi_t$  and  $\gamma_t$  are the capacity reduction factor and the demand amplification factor at time  $t$ , respectively;  $\hat{D}_{v_0|t}$  is the median structural demand caused by environmental loads related to the tolerable annual exceedance rate  $v_0$ , at time  $t$ ;  $\lambda_{conf}$  represents the confidence factor corresponding to the confidence level  $x$ ; and  $k$ ,  $r$ ,  $a_t$ ,  $b_t$ ,  $\sigma_{\ln D|yC,t}$ ,  $\sigma_{\ln C|t}$ ,  $\sigma_{UD|t}$  and  $\sigma_{UC|t}$  were defined above.

The confidence-measuring parameter  $K_{x|t}$  can be calculated from the confidence factor from eq. 20; so, the value of  $K_{x|t}$ , given  $\lambda_{conf}(t, \Delta t)$ ,  $r$ ,  $b$ , and  $\sigma_{UT|t}$ , is:

$$K_{x|t} = \left\{ \ln[\lambda_{conf}(t, \Delta t)] + \frac{r}{2b} \sigma_{UT|t}^2 \right\} \frac{1}{\sigma_{UT|t}} \quad (22)$$

$K_{x|t}$  is a standard Gaussian variate associated with probability  $x$  of not being exceeded [36] (found in standard probability tables) .

Conversely, if, as SAC/FEMA has chosen for design requirements, one wants to set the criterion that there must be a confidence of at least a given value (i.e, 90%) that the actual (but uncertain) probability of the limit state at time  $t$  is less than the objective  $v_0$ , then the checking procedure would be similar to that mentioned in [32]: ensure that the ratio of factored capacity to factored demand at

time  $t$  is smaller than a certain critical value  $\lambda_{conf}(t, \Delta t)$  found by substituting the appropriate value of  $K_{x|t}$  in eq. 20.

## **APPLICATION OF THE CRITERION TO AN OFFSHORE PLATFORM**

In this section an application of the formulation proposed above is presented. It is applied to a steel jacket platform that was built in 1979 at Campeche Bay in the Gulf of Mexico. For simplicity, only a simple 2D-model of one of the inner jacket frames is studied here. The jacket structure is about  $48m$  high and the water depth at the site is about  $45.11m$ . An illustration of the steel frame is shown in figure 2. The contribution of the piles inside the jacket legs to the lateral shear strength was taken into account, as well as the soil-structure interaction effects of the steel pile foundation. The mean mechanical properties of the structural elements were used for the analysis. The expected weight of the deck was assumed equal to  $500 ton$ .

### **Environmental Load Hazard Curves**

In this study extreme conditions of wave, wind and sea currents are obtained from hurricanes and winter storms data. The environmental hazard curves used, which relate maximum wave height ( $h_{max}$ ), wind velocity ( $V_{wind}$ ) and sea current velocities ( $V_{current}$ ) for different percentages of the total depth, are shown in Figures 3 and 4. The information is based on the Design and Evaluation Code for Fixed Marine Platforms located in Campeche Bay [37].

## Cumulative Fatigue Damage

An offshore platform is subjected to environmental and operational conditions that cause different levels and types of damage, such as corrosion, buckling and denting of elements, and fatigue of the structural joints [38]. The acceptable risk associated with structural collapse generally includes an entire set of possible collapse mechanisms [39]; however, in the present study only the fatigue damage is considered.

Here, only three joints ( $N1$ ,  $N2$ , and  $N3$ ) were checked for fatigue damage (see figure 5). Those joints were selected because they provide a significant contribution to the global structural capacity. Two points were analyzed for each structural element connected to the critical joints. The points correspond to the zones of maximum and of minimum stresses in the transverse section of the element, as it is shown in figure 6. Two points were studied in each of joints  $N1$  and  $N3$ , while four points were analyzed in joint  $N2$  (see figure 6). The thickness of the elements connected to the critical joints is equal to  $0.0159\text{ m}$  (which is the maximum size that the crack can develop).

The stresses on the selected points of the joints are calculated by means of dynamic analyses using ten simulated wave time histories. The wave frequency content is based on the Pierson-Moskowitz spectrum [40]. It is assumed that the sea surface elevation can be represented as a homogeneous Gaussian stationary process. The process is expressed as the linear superposition of regular waves with random generation of phase angles with uniform distribution between 0 and

$2\pi$ . The amplitude spectra of the simulated waves are related to different return time intervals,  $T_r$ .

The mean crack growth under stochastic loads was calculated using the modified differential equation of Paris-Erdogan [41][42]:

$$\frac{da'}{dt} = C(\Delta K_{mr})^m \nu' \quad (23)$$

$$\Delta K_{mr} = Y S_{mr} \sqrt{\pi a'} \quad (24)$$

where  $a'$  is the crack size,  $C$  and  $m$  are related to the material properties,  $\Delta K_{mr}$  is the mean stress intensity range,  $S_{mr}$  is the mean stress range of the random responses of the elements,  $Y$  is a finite geometrical correction factor [43], and  $\nu'$  is the rate of crossings through zero with positive slope in a given time  $t$ . In this equation the random load is replaced by an equivalent cyclic load with amplitude and frequency expressed as functions of the mean properties of the original stochastic process. Substituting equation 24 in 23, the following expression is obtained:

$$\int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{Y^m (\sqrt{\pi a'})^m} = C \cdot S_{mr}^m \cdot N \quad (25)$$

where  $N = \nu' \cdot t$  represents the number of cycles at time  $t$ ,  $a_0$  is the initial crack value and  $a_f$  is the crack size after  $N$  cycles.

The probabilistic description of the fatigue crack growth is estimated here by means of Montecarlo simulation. The statistical values applied, based on those used by Silva and Heredia [44], are shown in Table 1. Operational as well as storm



waves were considered in the analysis. In the simulations it is assumed that the storm wave heights followed a Gumbel distribution; the arrival times between storms were exponentially distributed; and the time-dependent crack size had lognormal distribution.

Since the joint cracking affects the stiffness and the resistance of the structural elements, some authors [45][46] propose that the capacity of the intact joint,  $P_k$ , be modified by a linear correction factor. Then, if  $P_k$  is calculated by means of API [47] recommendations, the capacity of the cracked joint,  $P_c$ , can be obtained as:

$$P_c = P_k \left( 1 - \frac{A_{crack}}{A_{joint}} \right) \quad (26)$$

where  $A_{crack}$  and  $A_{joint}$  represent the area of the crack and of the transverse section, respectively, of all the elements connected to the joint.

The total size of the crack in the joint is calculated as the summation of cracks of all selected points at the section of interest. It is considered that the joint is completely cracked (100%) when all the selected points reach the total thickness of the transverse section of the elements connected at the joint of interest. As illustration, the percentages of the simulated cracked areas ( $A_{crack}/A_{joint} \times 100$ ) over time, corresponding to joint N2, are shown in figure 7.

## Evaluation of the Structural Capacity as Function of Time

The structural capacity is obtained by means of a non-linear static “push-over” analysis, in terms of the maximum resistant base shear of the jacket at the evaluation time. Here, twenty load patterns are used for the analyses. They were calculated from simulated wave time histories. The load patterns correspond to the instant when the simulated waves produce the maximum base shear response.

The simulated cracked areas, as shown in figure 7, are used to represent the damage condition on the critical joints. The undamaged structure corresponds to time  $t = 0$ . The median value of the structural capacity (in terms of the base shear force) as function of time is presented in Figure 8. It shows that, for the conditions of this example, the structural capacity presents a ***linear reduction with time***. The standard deviation of the logarithm,  $\sigma_{lnC}$ , resulted about  $0.014$  when  $t < 15$  years; however, for  $t=15$  years such deviation increases to  $0.09$ , due to the effect of the cumulative structural damage.

## Evaluation of the parameters $a, b, k$ and $r$ (associated with the simplified approach)

As a first step in the calculation of the expected number of failures during a time interval, the undamaged marine platform is excited by means of dynamic time-history analyses using a group of simulated wave histories associated with different maximum wave heights (related to different return periods,  $T_r$ ). In this study, it is assumed that the structural demand remains constant in time, independently of the

damage state. Figure 9 shows the maximum base shear demand,  $V_{base}$ , as a function of the maximum wave height,  $h_{max}$ . The structural response (associated with a given  $h_{max}$  value) is assumed to have a lognormal distribution. The median and the standard deviation of the logarithm of  $V_{base}$  were fitted as follows:

$$\hat{V}_{base} = \hat{D} = 424.18(h_{max})^{1.92}, \text{ and } \sigma_{\ln V_{base}} = \sigma_{\ln D} = 0.21(h_{max})^{0.76}, \text{ respectively.}$$

The ultimate capacity state was evaluated assuming a maximum wave height corresponding to a return period of *1485 years* [37]. Based on the wave hazard curve, a function of the form  $K(h_{max})^{-r}$  was fitted. For the region near the maximum wave height ( $h_{max} = 28.25m$ ), the values found were  $K=0.50$  and  $r = 8$ .

### Results corresponding to equation 7

The expected number of failures,  $\bar{\eta}_{F,T}$ , was calculated by means of the eq. 7. The initial conditions correspond to time  $t=0$ . The time increments,  $\Delta t$ , considered are *1, 3, 5, 7, 10 and 15 years*. The values of  $\sigma_{lnC}$  were taken as the arithmetic mean of the standard deviations corresponding to the integration time interval under study. The epistemic uncertainties represented by  $\sigma_{UC|t}$  were considered as constant in time.

The values of the correction factor,  $\Omega(t)$ , and of the expected number of failures,  $\bar{\eta}_{F,T}$ , (eq. 9 and eq. 7, respectively) for different time intervals are shown in figures 10 and 11, respectively. Figure 11 verifies that the results of the proposed

expression (eq. 7) **are similar** to those obtained from the numerical integration approach (eq. 6).

### **Results corresponding to DCFD formulation**

On the other hand, the confidence factor,  $\lambda_{conf}(t)$ , and the confidence level,  $\Phi(K_{x|t})$  were calculated using eqs. 20 and 22, respectively. The corresponding values of  $\phi_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $\lambda_{conf}(t)$ ,  $\Psi(t)$  and  $\Phi(K_{x|t})$  are presented in Table 2. From this table it can be seen that the capacity factor  $\phi_t$  remains practically constant up to  $t=15$  years, where it presents a small reduction due to an increment in the uncertainty about the structural capacity (see second column of table 2). It can also be appreciated that  $\lambda(t)$  decreases in time because of the structural capacity degradation effect (see fourth column of table 2). Notice also that  $\Phi(K_{x|t})$  decreases from 93.98% for  $t = 1$  year to 84.82% for  $t = 15$  years (see last column of table 2). This means that over 15 years the structure has a probability of 84.82% of having a  $\lambda_{conf} = 1.124$ .

### **FINAL COMMENTS**

The reliability approaches proposed here are useful to calculate in first place the expected number of failures over a time interval, and in second place the confidence level associated with a given structural performance (in DCFD format) that the structure will present after a given time interval. The expressions proposed

are similar to those used in FEMA 351, but extended to take into account (in both cases) the structural capacity degradation during a time interval.

Our goal is to provide simplified expressions based on target performance levels for given time intervals. These are defined as specified probabilities of exceeding given performance limit states, taking into account the capacity degradation of the structure with time. The assumption of the linear degradation model of structural capacity may not necessarily be true for long time intervals and for all kinds of structures. For other forms of variation of structural capacity with time, a discretization in linear segments can be done, and the reliability over the entire time interval can be obtained by summing the reliabilities of the linear segments.

Consideration of the epistemic uncertainties in the probabilistic evaluation of structural demands and of limit state capacity allows the derivation of confidence levels that measure the probability that the failure rates do not exceed their calculated values. For instance, if an evaluation indicates a high level of confidence over the time interval, for example 90 or 95% that a performance objective can be achieved, then this means it is very likely (but not guaranteed) that the building will be capable of meeting the desired performance. If still lower confidence is calculated, for example 30%, then this indicates the building will likely not be able to meet the desired performance objective.

It is assumed that the randomness related to the structural demands and to the limit state capacities (represented by the values of  $\sigma_{\ln D|y_C, \tau}$  and  $\sigma_{\ln C|\tau}$ ) do not vary significant with time; the values of these parameters can be taken equal to those valid at the start; however, it is recommended to use the mean values during the time interval. It was observed that this assumption produces more accurate results.

When reliability-time profile of the structure is established (based on a degradation model), the engineer has to decide when the structure becomes unsafe by proposing a reliability index that can be used as an acceptable level below which the structure is considered unsafe. There are not enough clear guidelines available for the establishment of this acceptance level; therefore, engineering judgment and experience are required.

An illustrative example has been presented using a 2D model of a fixed steel jacket platform located at Campeche Bay in the Gulf of Mexico. Different time intervals were analyzed (1,3,5,7,10, and 15 years). The fatigue crack size at critical structural joints was considered as the cumulative damage condition. The results obtained with the simplified expression proposed here are very close to those obtained by means of numerical integration.

The criterion can be applied to other damage measures considering different load conditions and types of structures. These approaches can be used as a basis for structural maintenance programs.

It would be desirable to perform calibration analyses to propose acceptable values of the expected value of the number of failures during a given time interval ( $\bar{n}_{F,T}$ ) taking into account capacity degradation for different typical structures, as well as different load conditions and damage measures. The values of those parameters could be incorporated in future probability-based design codes as was done for the Load and Resistance Factor Design (LRFD)[48][49][50] and for the Demand and Capacity Factor Design formats [32][35].

## **ACKNOWLEDGEMENTS**

The authors thank L. Esteva for the manuscript review and D. De León for his valuable discussions during the development of this research. This project had the support of CONACyT and DGAPA (IN106205). The use of the IMP facilities is acknowledged.

## **REFERENCES**

- [1] Frangopol DM. Case studies in optimal design and maintenance of civil infrastructure systems. Special Volume ASCE, Ed. D.M. Frangopol, 1999.
- [2] Braverman JI, Miller CA, Hofmayer CH, Ellingwood BR, Naus DJ, and Chang TY. Degradation assessment of structures and passive components at nuclear power plants. Nuclear Engineering and Design, March 2004; 228(1-3): 283-304 .

[3] Faber MH. Reliability based inspection planning of fatigue damaged offshore platforms. 1<sup>st</sup> International Symposium on Analysis of Structural Risk and Reliability for Offshore Facilities, IMP, Mexico 2001.

[4] Thoft-Christensen P. Recent progress in modeling deterioration of reinforced concrete structures. Proceedings of Symposium "Luis Esteva: Tendencias y Retos de la Ingeniería Sísmica",. September 12th 2005.

[5] Liang MT, and Lan JJ. Reliability analysis for the existing reinforced concrete pile corrosion of bridge substructure. Cement and Concrete Research, March 2005; 35(3): 540-550.

[6] Thoft-Christensen P, Jensen FM, Middleton CR, and Blackmore A. Assessment of the reliability of concrete slab bridges. In: Frangopol DM, Corotis RB, Rackwitz R, editors. Reliability and Optimization of Structural Systems. Oxford: Pergamon, 1997.

[7] Enright MP, and Frangopol DM. Probabilistic analysis of resistance degradation of reinforced concrete bridge beams under corrosion. Engineering Structures, November 1998; 20(11): 960-971.

[8] Terán-Gilmore A, and Jirsa J. A Damage model for practical seismic design that accounts for Low Cycle Fatigue. Earthquake Spectra 2005; 21(3): 803-832.

[9] Lashkari B. Seismic risk evaluation of steel structures based on low-cycle fatigue. Reliability Engineering & System Safety, 1988; 20(4): 297-302.

[10] Krawinkler H, and Zohrei M. Cumulative damage in steel structures subjected to earthquake ground motions. Comp. & Struct, 1983; 16(1-4): 531-541

[11] Bojorquez E, and Ruiz SE. Strength reduction factors for the Valley of Mexico, considering low-cycle fatigue effects. 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, August 2004; Paper 516.

[12] Etube LS. Fatigue and Fracture Mechanics of Offshore Structures. Engineering Research Series, London, 2001.

[13] Zheng R, and Ellingwood BR. Stochastic fatigue crack growth in steel structures subject to random loading. Structural Safety 1998; 20: 303-323.

[14] Moan T, Vardal OT, Helleving NC, and Skjoldli K. In service observations of cracks in North Sea jackets: a study on initial crack depth and POD values. 16<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Yokohama, Japan; 1997: 209-218.

[15] Esteva L, and Diaz O. Influence of cumulative damage on the seismic reliability of multistory frames. Proceedings of the IFIP WG7.5, 5th Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems 1993, 65-72.



- [16] Rackwitz R. Reliability análisis: a review and some perspectivas. Structural Safety 2001; 23: 365-395.
- [17] Madsen HO, Tvedt L. Methods for time-dependent reliability and sensitivity análisis. J Engineering Mechanics, ASCE 1990; 116(10): 2118-2135.
- [18] Melchers RE. Load-space formulation for time-dependent structural reliability. J Engineering Mechanics, ASCE 1992; 118(5): 853-870.
- [19] Mori Y, and Ellingwood BR. Time-dependent system reliability analysis by adaptive importance sampling. Structural Safety, April 1993; 12(1):59-73
- [20] Yao TH-J, and Wen YK. Response surface method for time-variant reliability analysis. J Engineering Mechanics, ASCE 1996; 122: 193-201
- [21] Beck AT, and [Melchers RE](#). On the ensemble crossing rate approach to time variant reliability analysis of uncertain structures, Probabilistic Engineering Mechanics, January 2004; 19(1): 9-19
- [22] Esteva L, Díaz-López OJ, and García-Pérez J. Life-cycle optimization of structures with seismic energy-dissipating devices. Case Studies in Optimal Design and Maintenance of Civil Infrastructure Systems, Special Volume ASCE, Ed. D.M. Frangopol, 1999.
- [23] Sørensen JD, Faber MH, Rackwitz R, and Thoft-Christensen P. Modeling in optimal inspection and repair. OMAE91, Stavanger, Noruega, 1991; pp. 281-288.
- [24] Rosenblueth E. Optimum design for infrequent disturbances. Journal of the Structural Division. Proc. of ASCE 1976; 102:1807-1825
- [25] Estes AC, and Frangopol DM. Minimum expected cost-oriented optimal maintenance planning for deteriorating structures: application to concrete bridge decks. Reliability Engineering and System Safety, 2001; 73: 281-291.
- [26] Liu M, Burns SA, and Wen YK. Optimal seismic design of steel frame buildings based on life cycle cost considerations. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2003; 32: 1313-1332.
- [27] Esteva L. Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico. Research Report 182, Institute of Engineering, UNAM, Mexico, 1968.(in Spanish)
- [28] Cornell CA. Engineering Seismic Hazard Analysis. Bulletin of the Seismological Society of America, 1968; 58(5): 1583-1606.

- [29] Cornell CA. Calculating building seismic performance reliability: A basis for multi-level design norms. 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, 1996; Paper 2122.
- [30] Rosenblueth E, and Esteva L. Reliability basis for some Mexican codes. ACI Publication SP-31; 1972: 1-41.
- [31] Shome N, and Cornell CA. Probabilistic seismic demand analysis of nonlinear structures. Report No. RMS-35, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, 1999.
- [32] Cornell CA, Jalayer F, Hamburger RO, and Foutch DA. The probabilistic basis for the 2000 SAC/FEMA steel moment frame guidelines. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2002; 128 (4): 526–533.
- [33] Torres MA, and Ruiz SE. Design algorithm based on probabilistic seismic demands for buildings rehabilitated with hysteretic energy-dissipating devices. Earthquake Spectra, May 2004; 20(2): 503-521.
- [34] Montiel MA, and Ruiz SE. Seismic design method for reliability-based rehabilitation of buildings. Earthquake Spectra, Feb 2006; 22(1): 189-214.
- [35] FEMA 351, Recommended seismic evaluation and upgrade criteria for existing welded steel moment-frame buildings, Report No. FEMA-351, SAC Joint Venture, Washington, D.C. 2000.
- [36] Jalayer F, and Cornell A. A technical framework for probability-based demand and capacity factor (DCFD) seismic formats. Technical Report PEER 2003/08, 2003.
- [37] Petróleos Mexicanos. Diseño y evaluación de plataformas marinas fijas en la sonda de campeche. NRF-003-PEMEX-2000, Mexico, 2000 (in Spanish).
- [38] De León D, and Heredia E. Probability distributions of mechanical damage for offshore marine platforms. International Offshore and Polar Engineering Conference; 2001, 4: 511-515.
- [39] Straub D, and Faber MH., Risk based acceptance criteria for joints subject to fatigue deterioration, 22<sup>nd</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2003-37224, June 2003, Cancun, Mexico.
- [40] Pierson WJ, and Moskowitz L. A proposed spectral form for full-developed wind sea based on the similarity law of S. A. Kitaigorodskii. Journal of Geophysical Research, 1964; 69(24): 5181-5190.
- [41] Paris P, and Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws. ASME, Journal of Basic Engineering, 1963; 85: 258-534.

[42] Sobczyk K, and Spencer BF. Random fatigue: from data to theory. Academic Press Inc, 1992.

[43] Newman JR, and Raju IS. An empirical stress intensity factor equation for the surface crack. Engineering Fracture Mechanics 1981;15(1-2): 185-192.

[44] Silva FL, and Heredia E. Effect of uncertainties on the reliability of fatigue damaged systems. 23<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, June 2004, Vancouver, Canada.

[45] Stacey A, Sharp JV, and Nichols NW. Static strength assessment of cracked tubular joints. 15<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, June 1996, Florence, Italy, Vol. 3: 211-224.

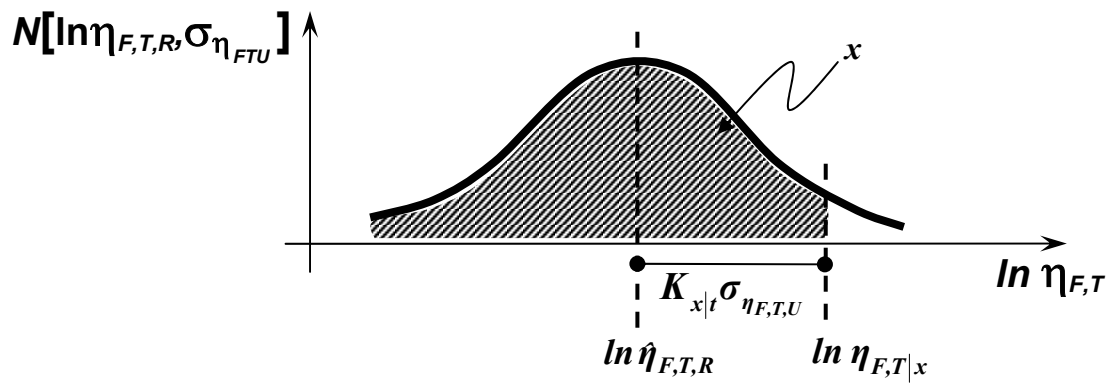
[46] Burdekin FM. The static strength of cracked joints in tubular members. Offshore Technology Report 2001/080, Health and Safety Executive 2002, London.

[47] American Petroleum Institute. Recommended practice for planning, designing and construction fixed offshore platforms- load and resistance factor design. API RP 2<sup>a</sup>-LRFD, July 1993, Washington D.C.

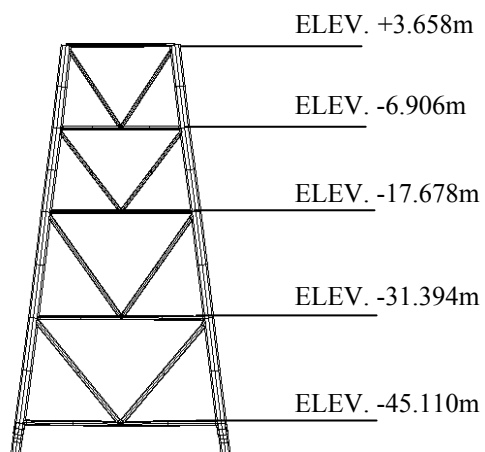
[48] Galambos TV, Ellingwood BR, McGregor JG, and Cornell CA. Probability based load criteria: assessment of current design practice. Journal of Structural Division, ASCE, 1982; 108(ST5): 959-977.

[49] Ellingwood BR. Reliability basis of load and resistance factors for reinforced concrete design. NBS Building Science Series 110, 1978; U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington.

[50] Ellingwood BR, Galambos TV, McGregor JG, and Cornell CA. Probability based load criteria: load factors and load combinations. Journal of Structural Division, ASCE, 1982; 108(5):978-997



**Figure 1.** Confidence level of the number of failures



**Figure 2.** Steel jacket frame analyzed in this study.

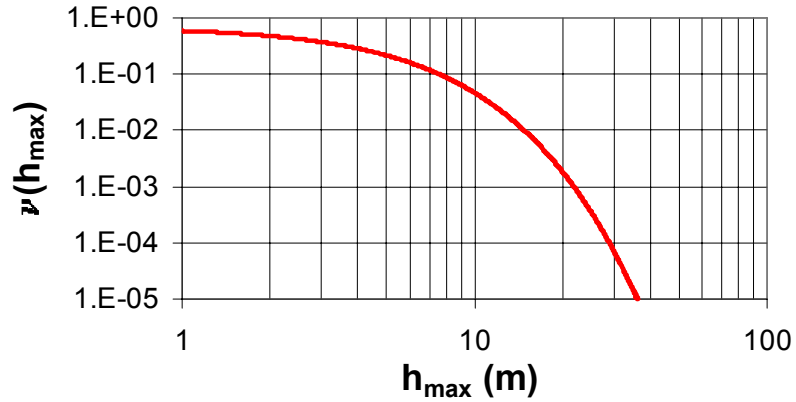
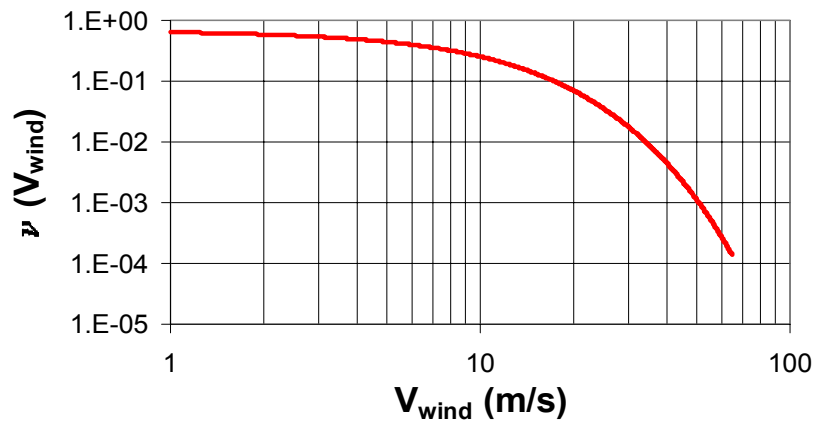
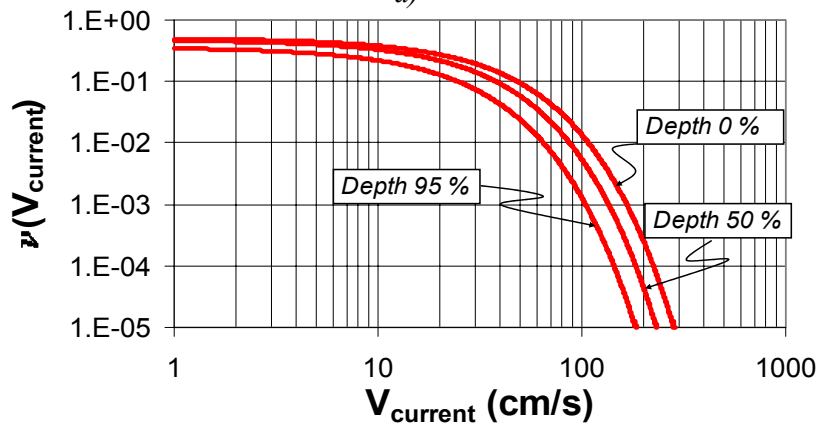


Figure 3. Wave hazard curve used in this study.

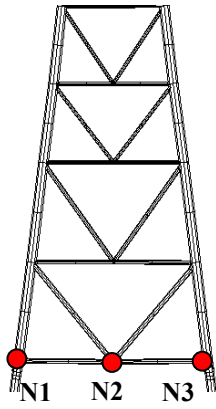


a)

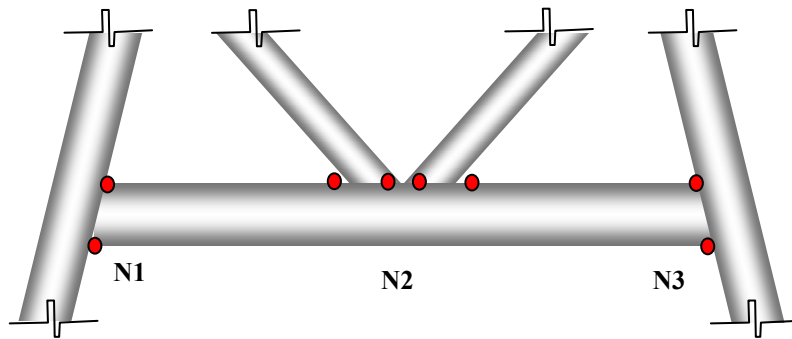


b)

Figure 4. Wind speed and sea currents hazard curves used in this study.



**Figure 5.** Critical joints evaluated.



**Figure 6.** Points considered in the fatigue analysis.

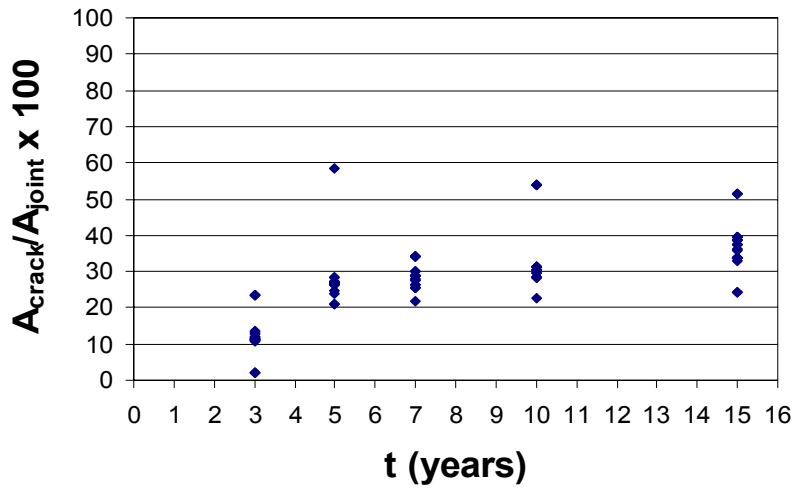


Figure 7. Percentages of the simulated cracked areas of the critical joint N2.

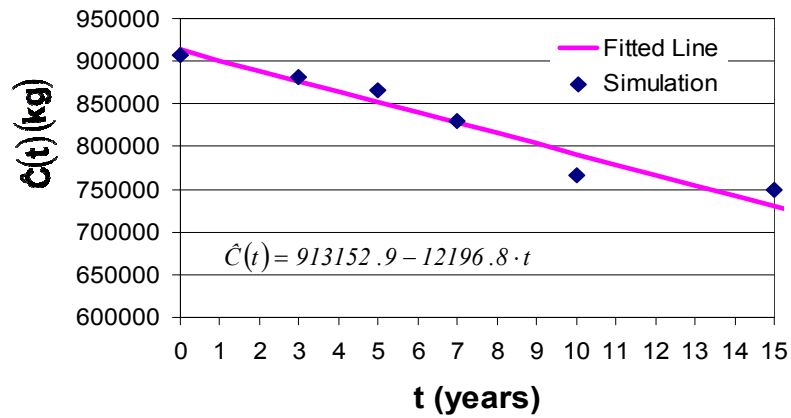
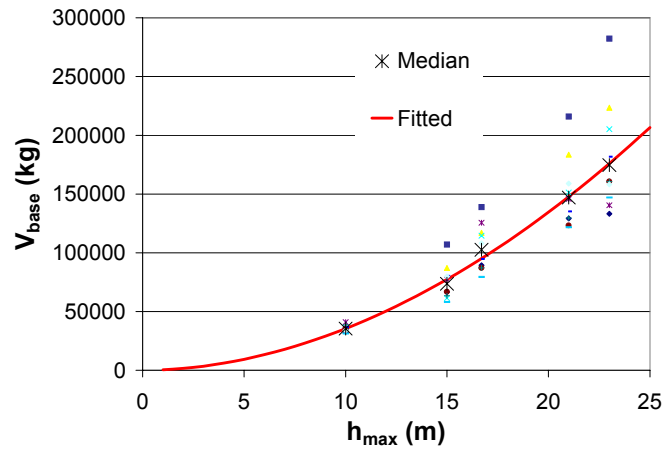
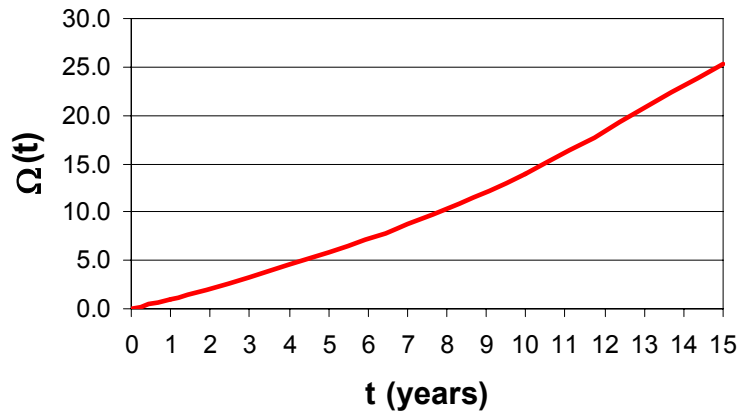


Figure 8. Degradation of the median structural capacity over time.



**Figure 9.** Median values of the base shear force demands.



**Figure 10.** Correction factor of the expected number of failures (eq. 9).



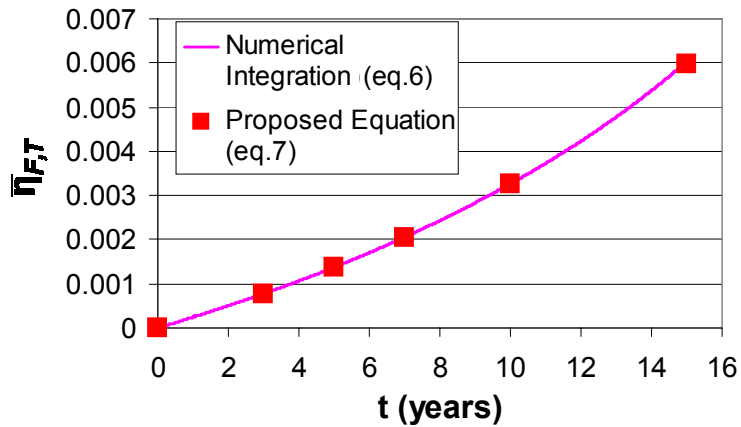


Figure 11. Expected number of failures during time  $t$ .

Variables (ton/m)	$\mu$	$\sigma$	Distribution
$a_0$	0.00011	-----	-----
$\ln C^*$	-40.39	-0.69067	Normal
$m^*$	3.0	0.3	Normal
$a'/c$	0.25	-----	-----
$S_{mr}$	Function of time and of joint	Function of time and of joint	Rayleigh
$v_0$	Function of time and of joint	Function of time and of joint	Lognormal

\* Correlation coefficient  $\rho_{\ln C, m} = 0.9$ .

Table 1. Values used to calculating the crack growth by means of the Paris-Erdogan equation

$\Delta t$ (years)	Capacity Factor $\phi_t$	Demand Factor $\gamma_t$	Confidence Factor $\lambda(t)$	Correction Factor $\Psi(t)$	Confidence Level $\Phi(K_{x t})$ (%)
1	0.95040	1.09545	1.257	0.9933	93.98
3	0.95065	1.09545	1.240	0.9796	93.18
5	0.95047	1.09545	1.222	0.9655	92.22
7	0.95043	1.09545	1.204	0.9512	91.14
10	0.95038	1.09545	1.176	0.9288	89.20
15	0.94931	1.09545	1.124	0.8896	84.82

**Table 2.** Values of the DCFD format parameters as function of time.