



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**MÉTODO PARA LA EVALUACIÓN DEL  
DESEMPEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS  
HISTÓRICOS DE MAMPOSTERÍA**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS DE CONCRETO

P R E S E N T A :

**JUAN MIGUEL MEZA MÉNDEZ**

No. de Cuenta: 505008697

TUTOR:

**Dr. AMADO GUSTAVO AYALA MILIAN**

FECHA:

**ENERO 2007**



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Meli Piralla Roberto  
Secretario: Dr. López Bátiz Oscar  
Vocal: Dr. Ayala Milian Amado Gustavo  
1<sup>er</sup>. Suplente: Dr. Orduña Bustamante Agustín  
2<sup>do</sup>. Suplente: Dr. M. I. García Domínguez Octavio

Lugar o lugares donde se realizó la tesis

Universidad Nacional Autónoma de México  
Universidad de Colima

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Amado Gustavo Ayala Milian

---

**FIRMA**

## AGRADECIMIENTOS

Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología** por la beca otorgada durante la duración de mis estudios de maestría.

A la **Dirección General de Estudios de Postgrado** y al **Instituto de Ingeniería** por las facilidades otorgadas para uso de sus instalaciones para el desarrollo de mis actividades escolares.

A mis **sinodales**: Dr. Meli Piralla, Dr. López Bátiz y al M. I. Octavio García

Al **Dr. Agustín Orduña** por los conocimientos, dedicación y facilidades otorgadas para mi estancia en su área de trabajo.

Al **Dr. Gustavo Ayala** por el apoyo, el tiempo y la enseñanza académica dada durante el desarrollo de mis estudios y por tenerme la confianza desde el primer día que le pedí una oportunidad de poder integrarme a su grupo de trabajo, además de proporcionarme las mejores facilidades para desarrollar mis estudios. Estoy especialmente agradecido porque, para poder seguir apoyándome en el desarrollo de mi tesis, se tomo la molestia de no desampararme y asignarme con una persona de su confianza, además de los consejos de vida que me trato de hacer reflexionar pero que en su momento no los supe valorar.

Al **Dr. Guillermo Roeder** por sus consejos y disponibilidad, tanto académica como personal que me ofreció durante mi estancia en Colima.

A mi **familia**, compañeros y amigos, especialmente a mis amigos **Mauro Niño** y **Edén Bojorquez** por el apoyo general brindado durante mis estudios.

Última en mi lista pero primera en mi vida a mi novia **Maritza Torres** que me ha esperado durante este largo período de estudios.

## INDICE

<b>RESUMEN .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN</b>	
1.1. ANTECEDENTES .....	2
1.2. MOTIVACIÓN .....	4
1.3. OBJETIVOS .....	5
1.4. DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO DE LA TESIS.....	5
<b>CAPÍTULO 2. CARACTERÍSTICAS Y MODELADO DE LA MAMPOSTERÍA PARA EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS</b>	
2.1. ANTECEDENTES .....	7
2.2. LA MAMPOSTERÍA Y SU MODELADO.....	7
2.2.1. Micro-modelado.....	9
2.2.2. Macro-modelado .....	9
2.3. COMPONENTES DE LA MAMPOSTERIA.....	11
2.3.1. Unidad.....	12
2.3.2. Mortero.....	12
2.3.3. Interfaz .....	13
2.4. LA MAMPOSTERÍA COMO MATERIAL COMPUESTO .....	14
2.4.1. Comportamiento bajo carga uniaxial a tensión y compresión uniaxial .....	14
2.4.2. Comportamiento bajo carga biaxial .....	15
2.5. CONCLUSIONES .....	17
<b>CAPÍTULO 3. MÉTODOS PARA EVALUACIÓN SÍSMICA DE MARCOS PLANOS, BASADOS EN DESEMPEÑO..... (18 PAGINAS)</b>	
3.1. ANTECEDENTES .....	18
3.1.1. Tipos de objetivos .....	20
3.1.2. Niveles de desempeño.....	20
3.1.3. Niveles de diseño sísmico .....	21
3.2. EVALUACIÓN DE EDIFICIOS .....	22
3.3. MÉTODOS ESTATICOS NO LINEALES UNIMODALES PARA EDIFICIOS BAJOS A MEDIANOS .....	23
3.3.1. Método del espectro de capacidad.....	23
3.3.2. Método N2.....	23
3.3.3. Método de coeficientes de desplazamiento.....	26

3.4.	MÉTODOS ESTÁTICOS NO LINEALES MULTIMODALES PARA EDIFICIOS ALTOS.....	28
3.4.1.	Análisis de empujón modal.....	28
3.4.2.	Análisis espectral incremental.....	29
3.4.3.	Evaluación sísmica del desempeño de estructuras de concreto reforzado.....	31
3.4.4.	Método simplificado para la determinación de la respuesta sísmica de marcos de concreto reforzado .....	32
3.4.5.	Análisis de empujón adaptable basado en desplazamientos .....	33
3.5.	CONCLUSIONES .....	34

#### **CAPÍTULO 4. METODOS DE ANÁLISIS PARA DETERMINAR LA CURVA DE CAPACIDAD SÍSMICA DE ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA**

4.1.	MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS NO LINEALES (NLFEM) .....	36
4.2.	PROCEDIMIENTO LINEAL SECUENCIAL CON ABLANDAMIENTO DENTADO. .....	37
4.3.	MÉTODO MODAL ESPECTRAL EVOLUTIVO .....	40
4.3.1.	Hipótesis .....	41
4.3.2.	Procedimiento.....	41
4.4.	CONCLUSIONES .....	48

#### **CAPÍTULO 5. EVALUACIÓN DE LOS FACTORES DE AMPLIFICACIÓN MEDIANTE EL ANÁLISIS DE UNA VIGA CON MUESCA**

5.1.	DESCRIPCIÓN DEL MODELO.....	49
5.1.1.	Geometría .....	49
5.1.2.	Propiedades .....	50
5.2.	PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS.....	50
5.3.	RESULTADOS.....	51
5.4.	CONCLUSIONES .....	53

#### **CAPÍTULO 6. DESEMPEÑO DE UN MURO DE MAMPOSTERÍA SIMPLE**

6.1.	DESCRIPCIÓN DEL MODELO.....	55
6.1.1.	Geometría .....	55
6.1.2.	Propiedades .....	56
6.2.	PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS.....	56
6.3.	RESULTADOS.....	59
6.3.1.	Evolución del modo fundamental .....	61
6.3.2.	Daño, curvas de comportamiento y propiedades dinámicas .....	61
6.3.3.	Comparación de las curvas de comportamiento por modelo sísmico.....	70
6.3.4.	Comparación de las curvas de comportamiento por método de análisis .....	74
6.4.	CONCLUSIONES .....	76

## **CAPÍTULO 7. ANÁLISIS DEL MURO DE SAN VICENTE DE FORA**

7.1.	DESCRIPCIÓN DEL MODELO.....	79
7.1.1.	Geometría.....	79
7.1.2.	Propiedades .....	79
7.2.	PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS.....	81
7.3.	RESULTADOS.....	83
7.3.1.	Evolución del modo fundamental.....	84
7.3.2.	Comportamiento de la participación de masa modal.....	84
7.3.3.	Daño, curvas de comportamiento e idealización.....	85
7.3.4.	Comparación de las curvas de comportamiento por modelo sísmico.....	91
7.3.5.	Comparación de las curvas de comportamiento por método de análisis .....	93
7.3.6.	Evaluación del desempeño.....	95
7.3.7.	Representación gráfica del desempeño.....	97
7.4.	CONCLUSIONES .....	98

## **CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

8.1.	CONCLUSIONES .....	100
8.2.	RECOMENDACIONES .....	103

<b>APÉNDICES .....</b>	<b>105</b>
------------------------	------------

<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>120</b>
-------------------------	------------

# MÉTODO PARA LA EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS HISTÓRICOS DE MAMPOSTERÍA

## RESUMEN

Este documento expone un método para evaluar el desempeño sísmico de edificios históricos de mampostería. Se propone como una opción más simple que el análisis dinámico lineal paso a paso y como una alternativa dentro de los métodos simplificados de evaluación sísmica. En la primera parte de esta tesis se hace una revisión bibliográfica respecto de las propiedades básicas de la mampostería y de los métodos de evaluación por desempeño sísmico de estructuras, dentro de los cuales se considera el método propuesto. Estos tienen el objetivo de obtener índices de desempeño (desplazamientos, derivas y cortantes de entrepiso), empleando una serie de análisis (empujón o modal espectral) y un espectro de diseño. En los análisis, hechos con el método del elemento finito, se usan modelos constitutivos que permiten seguir la curva del comportamiento del material; además, en el modelo de la estructura se representa numéricamente el daño característico que sufre la mampostería cuando está sujeta a tensión. Este daño se considera como distribuido en todo el tamaño del elemento. Para establecer cuándo un elemento ha sufrido daño, se usa una superficie de falla de Rankine, y los esfuerzos principales a tensión calculados deben permanecer dentro o en el límite de ésta. Se desarrolla un procedimiento para determinar el factor de escala que amplifica la carga sísmica, que es necesaria para que los esfuerzos en uno o más elementos alcancen su respectiva resistencia. Tres ejemplos de diferentes escalas ilustran la aplicación del método propuesto, primero se evalúa una viga con muesca, utilizada para validar modelos numéricos que simulan fenómenos de fractura. Después, se analiza un muro de cortante de tamaño regular, común en estructuras de mampostería, y por último, un modelo que fue probado a escala natural, el muro del Monasterio de San Vicente de Fora en Lisboa. Como conclusión se obtuvo que el procedimiento del método propuesto para encontrar la curva de comportamiento no es aplicable a estructuras de mampostería simple que trabajan a cortante. Se encontraron mejores resultados con la estructura del muro de San Vicente de Fora, el cual está compuesto de tres columnas que pueden trabajar a flexión. Los resultados obtenidos con el método propuesto no presentaron el ablandamiento o reducción de resistencia que se obtienen comúnmente en este tipo de estructuras. Se obtuvo una mejor aproximación con una extensión del método de los autores Rots e Invernizzi (2004), tanto en la representación del comportamiento no lineal del modelo como en los resultados de los análisis. Para representar la carga sísmica se propusieron los modelos *AME* (Análisis Modal Espectral), *MODOI* (*AME* asignando los signos de los esfuerzos del modo fundamental) y *PUSH* (Pushover o empujón con patrón de carga triangular invertida). Se determinó, en cuanto a curva de comportamiento se refiere, que el modelo *AME* no es el adecuado cuando se usa el método de *Rots* y, los modelos *MODOI* y *PUSH* cuando se usa el método propuesto. En cuanto a resultados, la carga sísmica *MODOI* siempre fue aproximadamente igual a los de la carga sísmica *PUSH*.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

La necesidad de contar con procedimientos que permitan la evaluación del daño en las estructuras de mampostería, ha llevado a los ingenieros e investigadores a la búsqueda de procedimientos que consideren, de manera explícita, el desempeño de este tipo de estructuras, de acuerdo con los objetivos de diseño sísmico establecidos. Lo que implica poder considerar, durante la evaluación del comportamiento de una estructura, las demandas sísmicas exigidas durante su vida útil.

En años recientes los procedimientos inelásticos simplificados para diseño y evaluación sísmica han tenido un gran avance. Una gran proporción de estos procedimientos combinan los resultados de un análisis estático no lineal (pushover) de un modelo matemático simple y la demanda sísmica, generalmente dada por un espectro suavizado (e.g., Fajfar, 1999). Este último, describe el comportamiento que la estructura desarrolla durante un ensamble de eventos sísmicos.

Existen diversos procedimientos que combinan información experimental en un modelo analítico para evaluar la capacidad sísmica de una estructura existente, por lo que no es necesario esperar a que ocurra un evento sísmico para conocer su desempeño ante sismo. Esta base numérica-experimental combinada es primordial para validar, extender y mejorar los alcances de métodos existentes. Las simulaciones numéricas proveen un mejor entendimiento del comportamiento estructural y soportan la derivación de reglas de diseño racionales, pero no se pueden tener modelos numéricos aproximados y confiables sin una descripción minuciosa del material y una validación apropiada a través de un número significativo de resultados experimentales (Lourenço, 1996). Por ejemplo, las propiedades de ablandamiento y dilatación están virtualmente ausentes en la literatura, pero representan un papel importante en el proceso de análisis no lineal de estructuras de mampostería.

Otro aspecto importante de estos métodos es la posibilidad de estudiar la seguridad de estructuras existentes bajo nuevas o actuales condiciones de cargas, con énfasis en la preservación de estructuras históricas. Modelos numéricos confiables son necesarios para evaluar y fortalecer estructuras de mampostería existentes. Recientes ejemplos de las consecuencias de hacer caso omiso a esto, son la torre cívica de Pavía, Italia, y el campanario de San Marco en Venecia, Italia. Ambas fallaron sin previo aviso (Lourenço, 1996).

### 1.1. Antecedentes

Según el tipo de planeación y de construcción, las estructuras se diseñan para requerimientos especiales y un limitado período de uso. Una vez cumplido este período, la conservación y mantenimiento se basa en lo redituable de la inversión (Drysdale *et al*, 1994). Por lo tanto, un prerrequisito para la retención del capital representado por las estructuras existentes, es la verificación de su capacidad de servicio y de soportar carga, para evitar la pérdida de vidas y de la estructura en sí durante un sismo de intensidad considerable.

La protección de vidas y de construcciones durante sismos ha sido un objetivo de mayor prioridad en la investigación y práctica de la ingeniería, particularmente la sísmica. Hoy en día se observa un mayor compromiso entre investigadores y autoridades para reducir la vulnerabilidad de las construcciones ante sismos, con mejores prácticas de diseño, construcción, reforzamiento y reparación; desarrollo de sistemas de prevención y cooperación durante un desastre (Lourenço, 1996).

---



El daño parcial y total de estructuras observado durante sismos recientes de gran intensidad ocurridos en diversas regiones del mundo, ha mostrado que los reglamentos de diseño sísmico actuales y pasados no proveen necesariamente los niveles de seguridad esperados. La razón es que sus procedimientos de diseño no necesariamente garantizan los niveles de desempeño que una estructura debería desarrollar durante un evento sísmico correspondiente a las demandas de diseño. Por este motivo, la tendencia del diseño sísmico actual es emplear métodos aproximados e diseño que controlen el desempeño estructural, considerando objetivos de diseño sísmico para diversos niveles de demanda sísmica.

En lo que concierne a la evaluación de estructuras históricas de mampostería, muchas de ellas se encuentran en zonas de alta peligrosidad sísmica. Por ejemplo, los monasterios del Monte Athos al norte de Grecia, que fueron construidos en los inicios del primer milenio, han sido continuamente sacudidos por sismos ocurridos en 1366, 1511, 1572, 1776 y 1797, con magnitudes de alrededor de 6.5-6.7 (Papazachos B. y Papazachos C., 1997). En estos casos; sin embargo, se presentaron únicamente algunas grietas sobre los muros o colapso parcial, sin reportes de falla total (Salonikios *et al*, 2003). En contraste a este comportamiento, cálculos analíticos basados en métodos de evaluación convencional indican, que las estructuras debieron haber colapsado después de las acciones sísmicas. Tal incompatibilidad entre el comportamiento estructural observado y las predicciones hechas mediante métodos analíticos convencionales conduce a la necesidad de usar enfoques de evaluación más realistas y refinados.

Una evaluación de desempeño sísmico está ligada de alguna manera al proceso de diseño, e.g., algunos procedimientos aproximados recientes invertir el proceso de diseño para convertirlo en proceso de evaluación y viceversa. Entonces, conociendo las características y consideraciones de un proceso de diseño, es posible tener una idea de cómo evaluar una estructura existente. Así, cuando se busca una explicación de la diferencia entre el comportamiento esperado y el que se presenta durante un sismo, es común poner mayor atención al método que se usó para el diseño de la estructura (Torres, 2003).

De acuerdo con el informe Vision 2000 (SEAOC, 1995), el diseño sísmico por desempeño se define como la selección de criterios de diseño y sistemas estructurales apropiados, tal que, para un nivel dado de movimiento del terreno con niveles definidos de confiabilidad, la estructura no se dañará más allá de ciertos estados límites u otros límites de utilidad. Aunque el concepto de diseño sísmico por desempeño no es una nueva idea, este es muy usado por documentos recientes en el tema de diseño y evaluación sísmica de estructuras, sin embargo, a pesar de numerosas publicaciones en el tema todavía existen grandes lagunas en como lograrlo, y en la correcta implementación de algunos procedimientos de diseño hasta ahora propuestos.

Un nivel de desempeño estructural representa el estado de daño que se presenta en una estructura al ocurrir un determinado evento sísmico. Este nivel de desempeño también es conocido como estado límite en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (DDF, 2001).

Actualmente los procedimientos de diseño sísmico contemplados en algunos reglamentos (por ejemplo DDF, 2001) están basados en un único espectro de demanda, el cual corresponde a un evento de gran magnitud. Durante el diseño con este único espectro de demanda, se revisan distorsiones máximas de entrepiso para verificar que la estructura cumpla con los estados límite de servicio, y de la misma manera prevenir el colapso. En este tipo de procedimientos no se explican las bases que se consideran para establecer los estados límite de servicio para los que se está diseñando; además, no tienen un espectro de diseño específico para cada estado límite considerado. Por su parte, en la filosofía de diseño sísmico basado en desempeño, se considera que los procedimientos de diseño sísmico deben emplear métodos racionales que permitan controlar el desempeño de las estructuras empleando objetivos de diseño que relacionen niveles de diseño y de desempeño específicos.

Los requerimientos de códigos sísmicos actuales se basan en la premisa de que existe un estado límite o nivel de desempeño de falla; admitiendo que las construcciones correctamente diseñadas puedan presentar daño sin llegar a colapsar. Lo anterior se puede lograr mediante el conocimiento detallado del comportamiento individual de los elementos estructurales para distintos niveles de desempeño y, a partir de él, evaluar el comportamiento global de la estructura (Basilio, 2002). Debido a que la falla de uno o más elementos aislados, puede ser determinante en la definición de un criterio de aceptación para un nivel de desempeño particular, es importante conocer la historia de cómo la estructura va presentando daño en los elementos que la componen.

Las propuestas recientes de procedimientos de diseño sísmico basados en desempeño emplean los mismos conceptos de diseño estructural, utilizados desde hace muchos años en los reglamentos de diseño, estos son, soportar sismos frecuentes sin daño estructural y sismos extraordinarios evitando el colapso de la estructura. La diferencia de ahora con respecto a los procedimientos de diseño anteriores, son los objetivos de diseño específicos para cada nivel de diseño y desempeño estructural.

Con la evaluación sísmica por desempeño, se pretende predecir el desempeño sísmico de las construcciones, dando a los analistas herramientas con las cuales puedan determinar los niveles de desempeño con precisiones de acuerdo con la importancia y uso de las construcciones. Por otro lado una de las características del diseño sísmico por desempeño es que el proceso de evaluación comienza por la definición del comportamiento esperado, considerando el daño que tendrá la estructura antes de la demanda sísmica de diseño.

El problema común en el campo de la investigación de la mampostería es encontrar un modelo numérico que represente el comportamiento real de un elemento cuando es parte de una estructura. El fin es evaluar aquellas construcciones que empiezan a inquietar la seguridad de las personas que las ocupan o que son de interés común para la sociedad, o aquellas próximas a construirse, de tal manera que pueda obtenerse una estructura de bajo costo, segura y de larga duración. Dentro del enorme grupo de estructuras de mampostería se encuentran las estructuras históricas, las cuales reciben mayor atención por parte de algunos sectores de la sociedad, por representar las primeras ideas arquitectónicas del sitio donde están construidas. Éstas estructuras son el motivo principal de este trabajo para encontrar modelos numéricos para evaluar su capacidad de resistencia, cuando se someten a diferentes tipos de cargas accidentales, particularmente las sísmicas.

Evaluar el desempeño que tendrá una estructura de mampostería durante un evento sísmico, es uno de los problemas más complejos a los que se enfrentan los investigadores en ingeniería estructural. Esto lo refleja la gran cantidad de trabajos presentados con respecto al tema (Naraine y Sinha, 1991; Tomažević y Lutman, 1996; Molina *et al*, 2001), no sólo por el comportamiento a escala material sino por el estado de esfuerzos internos que se generan; además, de su anisotropía implícita.

## **1.2. Motivación**

Al observar los avances en las investigaciones realizadas para encontrar métodos más sencillos de evaluación de la capacidad y desempeño de las estructuras de concreto y acero durante un sismo, se encontró una falta de propuestas para evaluar estructuras de mampostería. Esto puede deberse a la complejidad de trabajar con elementos continuos y su comportamiento una vez que se han dañado. Es por esto, que se ha dedicado este trabajo para aportar un método y empezar a cubrir una pequeña parte de esta falta de procedimientos. Además, se espera estimular a investigadores para que aporten ideas que mejoren este método; de tal manera que pueda incluirse en un reglamento de diseño.

En este trabajo se propone un método, simple y de fácil aplicación, para evaluar la capacidad sísmica de estructuras de mampostería simple. En el método propuesto se trata de usar metodologías que son actualmente aplicadas a estructuras reticulares formadas por marcos, donde el daño se puede concentrar en puntos sobre los elementos que conforman al modelo, a estructuras de mampostería donde el daño se pueda localizar en cualquier punto del medio continuo que las conforma.

El tiempo y conocimiento que se requieren para realizar un análisis no lineal de una estructura de mampostería hacen que en ocasiones se ignore el comportamiento de ablandamiento en las curvas de capacidad. Con el método aquí presentado se pretende que este fenómeno pueda ser fácilmente modelado, sin pérdida de rapidez en la ejecución ni de aproximación en los resultados, respetando las condiciones teóricas que rigen el comportamiento mecánico de los materiales.

### **1.3. Objetivos**

El objetivo general de este trabajo es proponer un método aproximado para evaluar el desempeño sísmico de estructuras históricas de mampostería, por medio de herramientas computacionales de uso cotidiano en los despachos de ingeniería. Este método considera directamente las características no-lineales del comportamiento de la mampostería, los modos superiores de vibrar que influyen en la respuesta de las estructuras y características de demanda sísmica basadas en espectros de diseño.

Los objetivos particulares que se proponen, son:

- Evaluar la curva de capacidad de las estructuras hechas de mampostería, usando un procedimiento de empujón o un procedimiento alternativo que pueda reflejar el problema de ablandamiento, común en la mampostería (Rots e Invernizzi, 2004).
- Obtener una expresión que determine el factor mínimo que amplifique los esfuerzos generados por acción sísmica para que un elemento se dañe. Con este objetivo se pretende captar el comportamiento no lineal de las estructuras de mampostería por medio de un conjunto de análisis lineales.
- Demostrar que el método de análisis modal espectral propuesto para estructuras formadas por marcos de acero o concreto reforzado no es directamente aplicable a estructuras de mampostería simple. Esto se debe a que la curva esfuerzo-deformación del material de la mampostería, la cual normalmente presenta una resistencia a compresión mucho mayor a la de tensión. Esta característica es diferente a la que se presenta en las curvas momento-rotación de los elementos vigas y/o columnas en las que las resistencias son aproximadamente iguales, lo que indica que la estructura puede empujarse en cualquier sentido sin influir en la forma del comportamiento a nivel material de los elementos.

### **1.4. Descripción del contenido de la tesis**

En el capítulo 2 se describen los conceptos, características y comportamiento mecánico de la mampostería en general. En el capítulo 3 se citan procedimientos usados para evaluar la curva de capacidad de una estructura. En el capítulo 4 se analiza una viga con muesca, con el fin de ilustrar el comportamiento predicho mediante el procedimiento propuesto para tratar problemas de agrietamiento; además, se compara con el método de Rots e Invernizzi (2004) que considera este comportamiento y cuyos resultados están comprobados de manera numérica. En el capítulo 5 se analiza un modelo simple de un muro de mampostería y se aplican tres procedimientos de solución para obtener la curva de

capacidad. Para evaluar la diferencia entre usar una distribución de cargas de forma triangular invertida equivalentes a la acción sísmica y la de usar un análisis modal espectral. En el capítulo 6 se presenta el análisis de un modelo muy citado dentro del marco de estructuras históricas de mampostería, el muro de San Vicente de Fora, donde se evalúa la eficiencia del método aquí propuesto al comparar sus resultados con los de un modelo de laboratorio a escala 1:1. Al final, se discuten las conclusiones de este trabajo y las recomendaciones para desarrollos futuros. Adicionalmente, se incluyen dos apéndices, el primero trata de la aproximación de los resultados que arroja el programa SAP y la influencia que estos tienen en el comportamiento de las curvas de capacidad. En el segundo se explica el proceso analítico desarrollado para encontrar las fórmulas y las tablas propuestas para determinar el factor de amplificación mínimo de esfuerzos; el cual establece el incremento necesario para pasar de un nivel de daño a otro.

## CAPÍTULO 2

### CARACTERÍSTICAS Y MODELADO DE LA MAMPOSTERÍA PARA EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS

Ya que el objetivo principal de esta tesis es evaluar estructuras de mampostería, en este capítulo se hace una revisión breve y general de las características de comportamiento de la mampostería cuando se encuentra sometida a estados de esfuerzos complejos. El campo de conocimiento del comportamiento y aplicación de este tipo de material es muy extenso; en este trabajo solo se discuten las propiedades mecánicas básicas para su modelado y ulterior análisis. Se describen las características de las unidades de mampostería, mortero e interfaz, y describen dos formas de modelar la mampostería. En este capítulo no se tratan los métodos de homogenización; sin embargo, se reconoce que es necesario emplearlos para determinar las características de la mampostería como un material compuesto, a partir de las de sus componentes. De aquí, la importancia de describir las propiedades y comportamiento de cada uno de sus componentes.

#### 2.1. ANTECEDENTES

Posiblemente la mampostería ha sido el material de construcción más usado por el hombre, tomando como referencia las estructuras históricas existentes hoy en día. Se piensa que se usó por primera vez como protección de las calamidades naturales y después para mostrar devoción a sus dioses (Drysdale *et al.*, 1994). Aplicaciones innovadoras de la mampostería se han entorpecido por el simple motivo de que las reglas de diseño no avanzan a la par que las de concreto y acero (Lourenço, 1996). La razón esencial es el comportamiento complejo que presenta la mampostería como material compuesto y aun las unidades, el mortero y las juntas durante el análisis.

Hoy en día, existen bastantes prejuicios contra la mampostería estructural, basados en el argumento de que es un material caro, frágil e incapaz de soportar sismos; que depende de mano de obra no confiable y posee calidad y características poco conocidas. Como consecuencia la investigación orientada a los códigos actuales es subdesarrollada al haber una falta de conocimiento acerca del comportamiento real de este material. El punto fundamental de la investigación actual es racionalizar el diseño ingenieril de la mampostería estructural. Al respecto se han hecho grandes esfuerzos, pero el progreso se dificulta por la falta de comunicación entre personas de la construcción y las dedicadas a los experimentos e investigaciones (Lourenço, 1996).

La falta de información acerca de las propiedades de la mampostería, no es por que los investigadores no dediquen esfuerzos importantes para obtener una base completa de ensayos de laboratorio de este material, si no por la gran variedad de casos que pueden existir. En cada lugar del mundo la mampostería es diferente; al ser un material compuesto, se pueden usar muchas combinaciones de unidades y morteros. Además, las propiedades de la mampostería de barro dependen de las características mecánicas del suelo de la zona donde se construye (Drysdale *et al.*, 1994). Esto hace que los reglamentos de construcción no puedan beneficiarse de resultados que no es posible generalizar.

#### 2.2. LA MAMPOSTERÍA Y SU MODELADO

La mampostería es un material estructural compuesto, anisótropo, no homogéneo, que consiste de unidades y mortero. Su comportamiento no es perfectamente elástico, aún en intervalos de

---

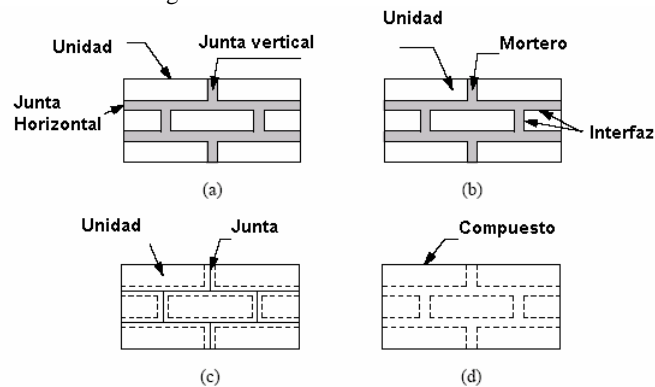
deformaciones pequeñas (Tomaževic y Lutman, 1996). Aunque en un ensayo se conserve la carga constante durante un lapso de tiempo, la resistencia y distribución de grietas cambian al tenerse un material generalmente trabajando en el intervalo no lineal de comportamiento, esto indica la sensibilidad de los resultados de la prueba sobre la historia en el tiempo de la aplicación de cargas laterales para la simulación de cargas sísmicas (Williams y Scrivener, 1974; Terceelj *et al.*, 1973).

En el marco del método del elemento finito, existen dos maneras de modelar la mampostería, por medio de micro y macro-modelos (Calderini y Lagomarsino, 2006), la selección de uno en particular depende de la aproximación y simplicidad deseadas. Los micro-modelos pueden ser de dos tipos: detallado y simplificado. En el primero las unidades y el mortero se representan por separado como elementos continuos, mientras que la interfaz unidad-mortero se representa como elemento discontinuo. En el segundo, las unidades “ampliadas” se representan por elementos continuos mientras que el comportamiento de las juntas de mortero e interfaz unidad-mortero se agrupa en elementos discontinuos (Bicanic *et al.*, 2006). En el macro-modelo las unidades, mortero e interfaz unidad-mortero se engloban y se distribuyen como un continuo (figura 2.2.1).

Un micro o macro-modelado exacto de estructuras de mampostería requiere de una descripción numérico-experimental minuciosa del material. Debido a esto, la comunidad de investigación en mampostería esta mostrando interés en desarrollar modelos numéricos sofisticados y llevar a cabo un extenso programa de pruebas para su validación (Dhanasekar *et al.*, 1985).

Al usar una estrategia de micro-modelado, todos los mecanismos de falla pueden ser incorporados en el modelo, debido a que las juntas y unidades están representadas por separado. En una estrategia de macro-modelado, las juntas y unidades se distribuyen como un continuo homogéneo anisótropo y la interacción entre los componentes no puede incorporarse en el modelo (Lourenço, 1996).

Independientemente del tipo de modelo adoptado, resultados suficientemente exactos se podrán obtener, si la descripción completa del material es disponible. Éste, no es generalmente el caso, porque la disponibilidad de datos experimentales del material específico de una estructura a analizar es escasa o no existe, especialmente en el régimen de ablandamiento.

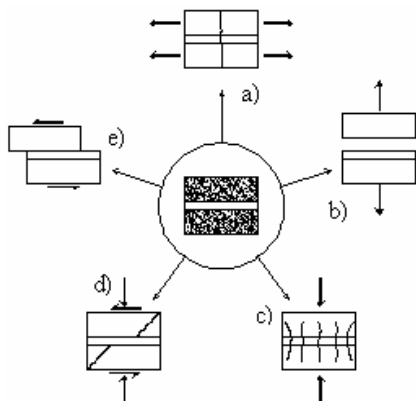


**Figura 2.2.1. Características de la mampostería y su modelado. (a) componentes de la mampostería; (b) micro-modelo detallado; (c) micro-modelo simplificado y (d) macro-modelo**

### 2.2.1. Micro-modelado

Los micro-modelos son probablemente la mejor herramienta disponible para entender el comportamiento de la mampostería. El beneficio de usar tal enfoque es que pueden considerarse todos los diferentes mecanismos de falla (figura 2.2.1.1). En ocasiones se pone mayor interés a la estrategia de modelado simplificado, en el cual se usan los elementos de interfaz como planos potenciales de aplastamiento, agrietamiento o deslizamiento; además, para modelar agrietamiento potencial en la unidad. Lourenço (1996) mostró que adoptando una estrategia de modelado simplificado se puede reducir el tiempo de cálculo sin perder aproximación. Un micro-modelo puede incluir todos los mecanismos de falla básicos que caracterizan a la mampostería (figura 2.2.1.1), estos son:

- Agrietamiento de las unidades en tensión
- Agrietamiento de las juntas horizontales
- Aplastamiento de la mampostería
- Agrietamiento a tensión diagonal de las unidades
- Deslizamiento a lo largo de la junta horizontal o vertical



**Figura 2.2.1.1. Mecanismos de falla en la mampostería. (a) agrietamiento de las unidades; (b) agrietamiento de las juntas horizontales; (c) aplastamiento; (d) agrietamiento diagonal de las unidades; (e) deslizamiento de la junta horizontal o vertical**

### 2.2.2. Macro-modelado

Los macro-modelos se utilizan en los análisis de estructuras de mampostería construidas con un gran número de unidades y juntas. En estos modelos se establece una relación entre esfuerzos y deformaciones promedios. El comportamiento constitutivo de la mampostería con características anisótropas surge del arreglo geométrico de unidades y mortero, aún, si las propiedades de éstos son isotrópicas. Para tratar la mampostería como un compuesto, se requieren implementaciones numéricas de modelos plásticos anisótropos. Aunque estos modelos se desarrollaron originalmente para metales (Hill, 1950), funcionan muy bien para materiales cementantes casi-frágiles. Otras opciones son los modelos que reproducen la degradación de rigidez elástica durante una carga cíclica como el de Pijaudier-Cabot *et al* (1994) basado en la teoría de daño; el de Chen y Han (1988), el cual se ubica dentro de los modelos de fractura plástica o los modelos de agrietamiento discreto / distribuido. Para cargas monótonas, se pueden utilizar el modelo de Feenstra (1993) o el de De Borst *et al* (1994), por mencionar algunos.

El marco de la teoría de plasticidad (Hill, 1950; Chen y Han, 1988) es suficientemente general para aplicarse tanto a modelos plásticos isotrópicos como anisótropos (Lourenço, 1996). Por otro lado, las implementaciones y ensayos de modelos anisótropos se han realizado con poco éxito, esto no es de sorprenderse, especialmente por las dificultades de comportamiento asociadas con los modelos. Una dificultad particular es la existencia de puntos singulares (esquinas de intersección de distintos límites de comportamiento elástico) en la superficie de falla compuesta, que define el comportamiento del material. Este problema es particular de modelos de plasticidad anisótropa, pero también existe en modelos isotrópicos.

Un análisis aproximado de estructuras de mampostería con macro-modelos, requiere una descripción del material para todos los posibles estados e historias de esfuerzos. Las dificultades surgen no sólo por el hecho de obtener la infinidad de combinaciones de esfuerzos, sino también por la complejidad intrínseca de la formulación del comportamiento anisótropo inelástico de la mampostería. Debido a esto, autores como Dhanasekar *et al* (1985), Seim (1994) y Ganz (1985), por mencionar algunos, han formulado modelos numéricos de macro-modelos específicos para el análisis de estructuras de mampostería.

Es de notarse que es difícil una representación gráfica de una superficie de falla ortótropa para el material compuesto en función de sólo esfuerzos principales o esfuerzos invariantes, por lo que es necesario el tensor de esfuerzos completo. Una posible representación puede obtenerse con esfuerzos principales y un ángulo. Este ángulo medirá la rotación entre el eje de los esfuerzos principales y el eje del material. Para diferentes valores del ángulo se obtendrán diferentes superficies de falla.

Pueden usarse dos enfoques diferentes para la formulación del macro-modelo de la mampostería; el primer enfoque es describir el comportamiento del material con un criterio de falla simple. El criterio de falla de Hoffman (1967) es flexible y atractivo, pero no cumple en forma aceptable con los resultados experimentales de la mampostería (Schellekens y De Borst, 1990). Un ajuste manual de las resistencias haría que esta superficie cumpliera con algunos valores, pero es posible que no se cumpla para otras. El segundo enfoque consiste en extensiones de formulaciones convencionales de materiales casi-frágiles isotrópicos, para describir el comportamiento ortótropo. Estas formulaciones, en forma general, consideran diferentes criterios inelásticos para tensión y compresión. Por ejemplo, un criterio de falla tipo Hill para compresión y otro tipo Rankine para tensión (Feenstra y De Borst, 1996).

El comportamiento de ablandamiento de la mampostería (figura 2.2.2.1), definido como reducción gradual de resistencia bajo incrementos continuos de deformación, se modela con un enfoque de agrietamiento distribuido; donde se considera que a pesar del daño del material, éste es todavía un continuo. Con esta suposición, el daño localizado se representa por un escalar, asociado con la energía liberada por área agrietada unitaria (área bajo la curva esfuerzo-deformación) y a una longitud equivalente (longitud de la parte dañada del material). En cálculos de elementos finitos esta longitud corresponde con una dimensión representativa del tamaño del elemento, de esta manera los resultados obtenidos son objetivos respecto del tamaño de la malla. La longitud equivalente depende de la selección del tipo, tamaño y forma del elemento, esquema de integración y del problema particular considerado. De esta manera, resulta un modelo relacionado con la energía que se libera debido al daño irreversible en el material. El fenómeno de ablandamiento a tensión se describe en forma detallada en Hordijk (1991) y a compresión en Mier (1984) y Vonk (1992).



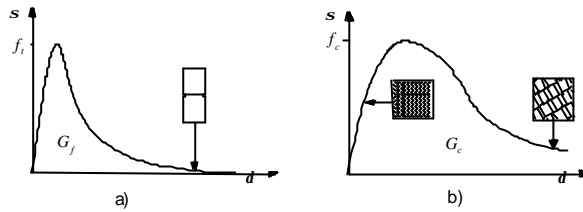


Figura 2.2.2.1. Curvas con ablandamiento. (a) tensión y (b) compresión; Lourenço (1996)

### 2.3. COMPONENTES DE LA MAMPOSTERÍA

La mampostería es un material compuesto que consiste de unidades, mortero e interfaz; este último, aunque no es físico, es tan importante como los anteriores. Por lo tanto, las propiedades mecánicas del compuesto están fuertemente relacionadas con las propiedades individuales de sus constituyentes. La mampostería normalmente se diseña para resistir fuerzas verticales (muros de carga o divisorios) pero en ocasiones para resistir fuerzas laterales (muros de cortante). De aquí, resulta que sus propiedades de mayor interés como un compuesto, son el comportamiento a compresión y tensión uniaxial, y biaxial. El conocimiento de las interacciones entre los componentes y de otros factores que afectan las propiedades físicas y mecánicas del compuesto, son necesarios para entender el comportamiento de la mampostería y sus fallas. Desde los trabajos pioneros de Hilsdorf (1969), se acepta que, la diferencia en propiedades elásticas de la unidad y mortero es el precursor de falla de la mampostería.

Los tipos modos de falla en general que pueden suceder en un material son (figura 2.3.1):

- Modo de apertura o “Modo I”, en el cual las caras de la fisura se separan casi paralelamente entre sí. En este modo se desarrollan esfuerzos de tensión.
- Modo de deslizamiento o “Modo II”, en el cual las caras de la fisura se deslizan una sobre la otra. Bajo este modo sólo se generan tensiones tangenciales.
- Modo de torsión o de rasgado o “Modo III”, donde las caras de una fisura se deslizan lateralmente una respecto a la otra. También en este caso se desarrollan tensiones tangenciales.

Estos modos comúnmente se dan en conjunto, pero el primero es el que domina sobre los otros y el que concuerda de mejor manera con datos experimentales (Oller, 2001). Estos modos se ilustran en la figura 2.3.1 debido a que se hace referencia a ellos al momento de calcular las energías de falla de la mampostería.

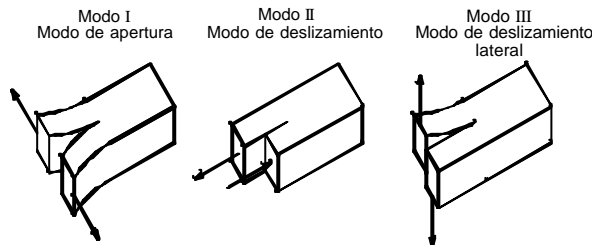


Figura 2.3.1. Modos de falla de un material

### 2.3.1. Unidad

Las unidades de la mampostería pueden ser de arcilla, concreto, calcio silicato (arena limosa), piedra y vidrio, pero comúnmente son de arcilla o concreto. Las unidades que son más del 75% sólidas generalmente se les llaman unidades sólidas y a las que tienen más del 25% de vacíos, unidades huecas. Esta característica tiene alto impacto sobre el comportamiento anisótropo de la mampostería (Drysdale *et al*, 1994).

A pesar del hecho de que las unidades de la mampostería tienden a suponerse como frágiles, usualmente se encuentran curvas de esfuerzo-deformación no lineal que incluyen un brazo descendente o de ablandamiento por deformación. Las curvas esfuerzo-deformación con una falla repentina cercana al esfuerzo máximo son generalmente el resultado de la liberación incontrolable de energía almacenada en el espécimen y máquina de ensayo, en vez de ser una característica del material (Drysdale *et al*, 1994).

Las propiedades que influyen en el comportamiento y calidad de las unidades de la mampostería son: resistencia a compresión y tensión, módulo de elasticidad, peso específico, volumen, área, contenido de humedad, absorción, cambio volumétrico y durabilidad (Drysdale *et al*, 1994).

Las resistencias a compresión de unidades cargadas normal y paralela a la longitud de la pieza difieren debido a su relación de forma. Son escasos los ensayos experimentales para determinar el comportamiento uniaxial a compresión después del punto máximo de resistencia de bloques y ladrillos, debido a esto es difícil obtener información acerca de la energía de fractura a compresión (Lourenço, 1996). Pruebas de tensión directa, de módulo de ruptura y de hendidura de la pieza, se llevan a cabo para obtener la resistencia a tensión de las unidades. Éstas; sin embargo, producen resultados muy variables, por lo tanto posiblemente no se puedan establecer preferencias entre ellas, en cuanto a la aproximación de los resultados se refiere.

No hay método estandarizado para determinar el módulo de elasticidad de unidades, normalmente se recomienda usar un módulo secante, descrito por la pendiente de una línea que va del esfuerzo cero a aproximadamente 33% de la resistencia en compresión del material (Drysdale *et al*, 1994). Algunos ensayos indican que un incremento del módulo de elasticidad incrementa la resistencia de ladrillos, el cual puede afectar el mecanismo de falla para ensambles de mampostería bajo carga a compresión.

Experimentos en el comportamiento biaxial de ladrillos y bloques son más escasos en la literatura, debido a la ortotropía del material. Debido a esto, el comportamiento biaxial de un ladrillo o block con una forma dada es probable que se desconozca; aún, si se conocen las características del material del cual está hecho (Lourenço, 1996).

La resistencia a tensión de las unidades de mampostería es importante para el entendimiento propio de los mecanismos de falla. Se ha visto en ensambles de mampostería cargados bajo compresión uniaxial o flexión en el plano, que el agrietamiento paralelo a la línea de acción de la carga implica alguna influencia de la resistencia a tensión de las unidades. Para estos casos la resistencia a tensión de las unidades puede controlar la capacidad de los elementos no confinados. Con respecto a la compresión de las unidades, éstas pueden fallar por aplastamiento.

Eliminado: ¶

### 2.3.2. Mortero

El mortero es una combinación de cemento Pórtland, cal, arena y agua mezclados en diversas proporciones. Básicamente, el cemento adiciona resistencia, la cal influye en la trabajabilidad, y la arena provee un relleno económico. Los morteros pueden clasificarse como M, S, N, O y K (MaSoN wOrK) cuando se usan reglamentos americanos o Tipo I, II y III, para reglamentos mexicanos

(DDF, 2001). Para mampostería ingenieril estadounidense, los tipos principales son M, S, N, los cuales pueden compararse con los tipos I, II y III mexicanos. La función principal del mortero es unir las unidades de la mampostería en un ensamblaje compuesto de manera que puedan actuar íntegramente.

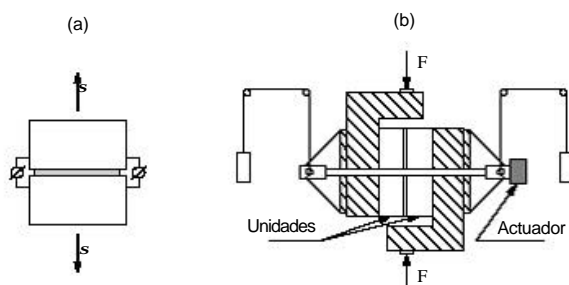
Las propiedades importantes del mortero endurecido que afectan a las construcciones de mampostería son adhesión, resistencia a compresión, cambios de volumen, y durabilidad. De estas propiedades, la más crítica es la adhesión por que influye en la resistencia de la mampostería terminada. Algunas características que afectan la adhesión son: el tipo de mortero, relación agua-cemento, propiedad de las unidades, mano de obra y condiciones de curado. Sin embargo, la compatibilidad total de una mezcla de mortero con las unidades es el más crítico.

Investigaciones en discos de mortero extraídos de juntas de mampostería, se realizan para caracterizar totalmente el comportamiento del mortero. A pesar de esto, hoy en día todavía existe una falta de conocimiento acerca del comportamiento completo uniaxial y biaxial del mortero, tanto en compresión como en tensión. Normalmente los modos de falla del mortero son por aplastamiento o disgregación por fricción.

### 2.3.3. Interfaz

La unión entre la unidad y el mortero es normalmente la parte más débil en la mampostería. La respuesta no lineal de las juntas, la cual es controlada por la interfaz unidad-mortero, es una de las características más relevantes del comportamiento de la mampostería (Giambanco y Di Gati, 1997).

Los resultados de ensayos (figura 2.3.3.1) normalmente conducen a un diagrama de ablandamiento a cortante exponencial con un nivel de esfuerzo de fricción residual (Lourenço, 1996). Al área definida debajo de la curva esfuerzo-desplazamiento y el nivel de cortante de fricción seco residual, se le llama energía de fractura Modo II.



**Figura 2.3.3.1. Pruebas de ensayo de la interfaz. (a) tensión y (b) de cohesión por cortante; Lourenço (1996)**

Dos fenómenos diferentes ocurren en la interfaz unidad-mortero (Pluijm, 1992), uno asociado con la falla a tensión (Modo I) y el otro asociado con la falla a cortante (Modo II), ver figura 2.3.3.1 y 2.3.3.2, respectivamente. Para el modo de falla II con esfuerzos confinantes nulos ( $s = 0$ ), ver figura 2.3.3.2, las pruebas resultan en una curva esfuerzo tangencial-desplazamiento con ablandamiento exponencial a tensión, con una energía de fractura relacionada con la resistencia de cohesión entre unidad y mortero. Esta energía de fractura se define como la cantidad de energía requerida para crear un área unitaria de una grieta a lo largo de la interfaz unidad-mortero.

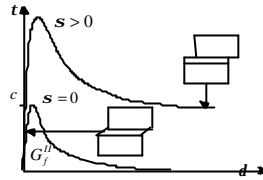


Figura 2.3.3.2. Modos de falla en la interfaz (Lourenço, 1996)

Para esfuerzos confinantes bajos ( $s > 0$ ), se encuentran resultados extremadamente frágiles con inestabilidad potencial. Para algunos especímenes con esfuerzos confinantes altos, el cortante en la interfaz unidad-mortero está acompañado por agrietamiento diagonal de la unidad (Pluijm, 1992).

## 2.4. LA MAMPOSTERÍA COMO MATERIAL COMPUESTO

Debido a la complejidad intrínseca de la mampostería, la cual obviamente se refleja en el esfuerzo computacional cuando se investiga el comportamiento global de una estructura completa, es necesario asumir apropiadamente materiales homogeneizados y evaluar el análisis a través del elemento finito (FEM). Durante las pruebas experimentales de la mampostería, se observa que el daño engloba diferentes mecanismos, haciendo difícil establecer criterios de falla en los modelos numéricos. Es por esta razón, que es importante conocer los diferentes comportamientos presentados durante ensayos experimentales, aún cuando no se puedan introducir implícitamente en el modelo compuesto de la mampostería.

### 2.4.1. Comportamiento bajo carga uniaxial a tensión y compresión uniaxial

Durante un ensayo a compresión uniaxial de la mampostería, se dice que éste genera un estado de compresión triaxial en el mortero y de compresión-tensión biaxial en la unidad (Drysdale *et al*, 1994). Considerando el comportamiento uniaxial a compresión, la resistencia en la dirección normal a la junta horizontal de la mampostería (figura 2.4.1.1d) es la propiedad más relevante. Incrementos en resistencia a compresión conducen a comportamientos más frágiles, generando; además, valores altos de energías de fractura (Vonk, 1992).

La resistencia a compresión uniaxial en la dirección paralela a la junta horizontal (figura 2.4.1.1c) ha recibido poca atención; sin embargo, la mampostería es un material anisótropo, particularmente cuando se tienen unidades de poca resistencia longitudinal. Por lo tanto, esta característica puede tener un efecto decisivo sobre la capacidad de soportar carga vertical de un muro (Lourenço, 1996).

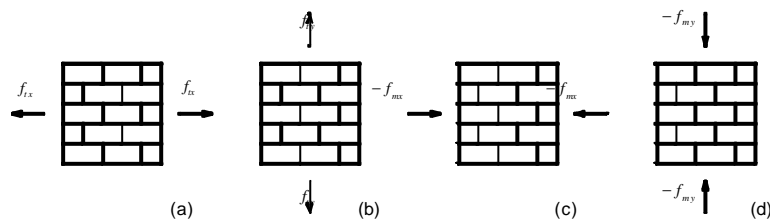


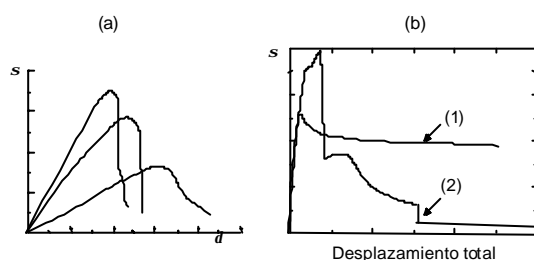
Figura 2.4.1.1. Ensayos de la mampostería con esfuerzos uniaxiales. (a) tensión paralela y (b) perpendicular a la junta horizontal; (c) compresión paralela y (d) perpendicular a la junta horizontal

Como una aproximación gruesa, la resistencia a tensión perpendicular a la junta horizontal (figura 2.4.1.1b) puede ser igualada a la resistencia de unión a tensión entre la junta y la unidad. Es difícil establecer una resistencia a tensión para la dirección paralela a la junta horizontal (figura 2.4.1.1a), debido a los diferentes mecanismos de falla que pueden presentarse.

En mampostería con unidades de resistencia menor a la de unión a tensión entre la junta horizontal y la unidad, la falla ocurre por que se excede la resistencia a tensión de la unidad. Como una aproximación gruesa, la resistencia de la mampostería en este caso puede igualarse a la resistencia a tensión de la unidad (Backes, 1985).

Se observa en las curvas experimentales para compresión uniaxial (figura 2.4.1.2a) en la dirección perpendicular a la junta horizontal, que inicialmente aparecen grietas verticales en las unidades y a lo largo de la línea media del espécimen, como continuando una junta vertical. Al incrementar las deformaciones, grietas adicionales aparecen en el lado pequeño del espécimen, llevándolo a una falla por deslizamiento perpendicular al plano del agrietamiento (Mann y Betzler, 1994).

Dos diferentes tipos de falla son posibles en tensión uniaxial paralela a las juntas horizontales (figura 2.4.1.2b), dependiendo de la resistencia relativa de las juntas y unidades. En el primer tipo de falla, cuyo comportamiento lo muestra la figura 2.4.1.2b(1) las grietas zigzaguean a través de juntas verticales y horizontales. La respuesta después del punto máximo del espécimen está gobernada por la energía de fractura de las juntas verticales y el comportamiento del modo II de las juntas horizontales. En el segundo tipo de falla, figura 2.4.1.2b(2) las grietas corren casi verticalmente a través de las unidades y juntas. La respuesta después del punto máximo está gobernada por la energía de fractura de las unidades y de las juntas verticales (Lourenço, 1996).



**Figura 2.4.1.2. Curvas esfuerzo-deformación experimentales de la mampostería. (a) compresión y (b) tensión uniaxial; (Lourenço, 1996)**

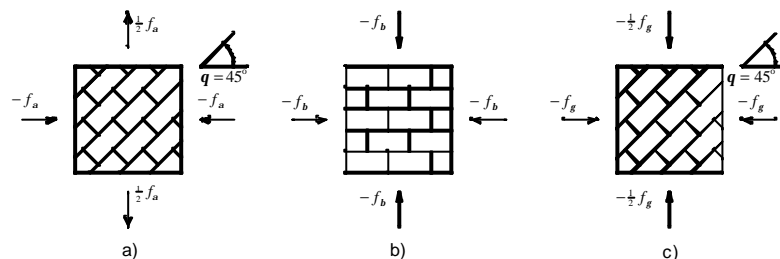
El comportamiento constitutivo de la mampostería bajo estados biaxiales de esfuerzos no se puede describir totalmente a partir del comportamiento constitutivo bajo condiciones de carga uniaxial. Debido a esto, se deben revisar las diferencias que existen cuando se consideran las curvas de comportamiento de ensayos uniaxiales para modelar el comportamiento biaxial de la mampostería. Por esta razón, en la siguiente sección se discuten algunas características de la mampostería bajo esfuerzos biaxiales.

#### 2.4.2. Comportamiento bajo carga biaxial

Muchos elementos de mampostería tales como muros de cortante y muros de relleno de marcos están sujetos a estados de esfuerzos biaxiales complejos producidos por carga sísmica en el plano. Recientes estudios se han concentrado en definir una superficie de falla, en vez de las características de deformación del material. Además, estos estudios se han restringido a ensayos bajo condiciones de

carga monótona. El trabajo de Naraine y Sinha (1991) muestra una investigación experimental del comportamiento sísmico de un muro de mampostería bajo estados de esfuerzos biaxiales. Bernardini *et al* (1982) derivaron un criterio de falla anisótropo para mampostería en compresión uniaxial y tensión diagonal. Ganz y Thurliman (1983) reportaron una superficie de falla para mampostería sujeta a esfuerzos biaxiales. Samarasinghe (1980) estableció experimentalmente una superficie de falla tridimensional para mampostería sujeta a esfuerzos de compresión-tensión biaxial. Page (1980) estableció una superficie de falla para estados de esfuerzos biaxiales tensión-tensión. Page (1981) derivó experimentalmente superficies de falla para mampostería sujeta a estados de tensión-compresión y compresión-compresión. Dhanasekar *et al* (1985) propusieron una superficie de falla en función de los esfuerzos, la cual conduce a una superficie cerrada que podría idealizarse como tres conos elípticos interceptados. Hamid y Drysdale (1982) propusieron un criterio de falla para mampostería anisótropa bajo estados de esfuerzos biaxial compresión-compresión en el plano.

La influencia del estado de esfuerzos biaxial ha sido investigada hasta valores máximos para proveer una resistencia envolvente, la cual no puede describirse solamente en función de esfuerzos principales bidimensionales, porque la mampostería es un material anisótropo. Por lo tanto, la envolvente de resistencia biaxial debe ser descrita en función de vectores de esfuerzos normales sobre un conjunto de rotaciones de ejes del material (figura 2.4.2.1) ó, en función de esfuerzos principales y el ángulo de rotación entre los esfuerzos principales y los ejes del material. Tanto la orientación de los esfuerzos principales con respecto a los ejes del material y la relación de esfuerzos principales influyen considerablemente en el modo de falla y resistencia.



**Figura 2.4.2.1. Pruebas de la mampostería bajo esfuerzos biaxiales para establecer una superficie de falla. (a) esfuerzos de compresión-tensión con rotación de los ejes del material; (b) esfuerzos de compresión biaxial sin rotación de los ejes del material y (c) con rotación de los ejes del material**

Para cargas de tensión perpendiculares a las juntas horizontales, la falla es generalmente causada por la baja resistencia de unión a tensión entre el mortero y la unidad. Para tensión uniaxial normal a la junta vertical, la falla ocurre por agrietamiento y deslizamiento de las juntas verticales y horizontales (Lourenço, 1996). En los casos de carga tensión-compresión la falla ocurre, o por agrietamiento y deslizamiento de las juntas solas, o en un mecanismo combinado, involucrando unidades como juntas. En compresión biaxial con relación de esfuerzos principales igual a uno, la falla ocurre por deslizamiento a la mitad del espesor del espécimen, en un plano paralelo a su superficie libre, sin importar de la orientación de los esfuerzos principales. Para relaciones de esfuerzos principales menores y mayores que 1, la orientación representa un papel importante y la falla ocurre en un mecanismo combinado, involucrando, tanto falla de la junta como deslizamiento lateral

No se sabe si las envolventes de falla de la mampostería obtenidas durante ensayos experimentales, son válidas para cargas no proporcionales, particularmente porque pueden ocurrir distintos modos de falla.

Otro punto es que los datos experimentales acerca del ablandamiento de la mampostería bajo una carga biaxial específica son escasos.

## **2.5. CONCLUSIONES**

En este capítulo se ha dado una breve revisión del comportamiento independiente y en conjunto de las partes que componen la mampostería, esto con el fin de mostrar la complejidad de trabajar con este tipo de material. De las dos formas de modelar la mampostería, el macro-modelo es apto para evaluar una estructura por desempeño, debido a que no es necesario conocer el comportamiento de cada uno de sus componentes. Es difícil establecer e incluir todos los mecanismos de falla en un macro-modelo, pero, aún así, pueden obtenerse resultados aproximados. Además, reducen el tiempo requerido para el análisis de una estructura de gran tamaño.

## CAPÍTULO 3

### MÉTODOS PARA EVALUACIÓN SÍSMICA DE MARCOS PLANOS, BASADOS EN DESEMPEÑO

En este capítulo se revisan métodos basados en desempeño para determinar la capacidad sísmica de estructuras formadas por elementos de concreto reforzado ya que a partir de ellos se toman las bases teóricas para aplicarlos a muros de mampostería. En general se hablan de las características particulares de cada uno de los métodos con el fin de mostrar las ventajas y desventajas que tienen implícitas en sus procedimientos.

#### 3.1. ANTECEDENTES

Algunos métodos que se han desarrollado para evaluar el desempeño sísmico de edificios existentes, están basados en una metodología que determina el comportamiento no lineal aproximado mediante análisis estáticos no-lineales. El procedimiento que más desarrollo ha tenido es el de el empuje lateral creciente que se utiliza para encontrar la curva de capacidad de la estructura, la cual relaciona el cortante basal con desplazamiento lateral de un punto característico de la estructura (Torres, 2003). Este procedimiento utiliza las formas modales de vibrar (fundamental o una combinación de las contribuciones de las mismas) del modelo representativo de la estructura para representar el patrón de carga estática equivalente desarrollada durante un evento sísmico. Una vez definida la curva de capacidad de la estructura, es posible conocer aproximadamente su desempeño bajo uno o varios eventos sísmicos previamente seleccionados o bajo un espectro suavizado de respuesta, a esto se le llama demanda sísmica (Avelar, 2002). El proceso de someter la estructura completa a estos eventos en un análisis dinámico no-lineal, requeriría demasiado tiempo y herramientas de cómputo no necesariamente asequibles a los profesionales de la ingeniería estructural, una manera de evitarlos es idealizando la estructura, de tal manera que el desempeño de un sistema con múltiples grados de libertad se pueda asociar al de un modelo de referencia de un grado de libertad (Chopra y Goel, 2002). Para esto se deben usar las ecuaciones de la dinámica estructural y ciertas consideraciones que eviten mediante las aproximaciones involucradas perder la esencia del desempeño sísmico de la estructura. En este proceso el paso siguiente, es establecer un criterio de correspondencia entre la demanda sísmica y la capacidad de la estructura, este criterio, siendo aproximado, varía significativamente de método a método empleado. Al punto de coincidencia de la demanda y la capacidad se le conoce como punto objetivo o de desempeño. Muchos autores de trabajos en el tema usan como punto del desempeño el cruce de la curva de capacidad con una aproximada de demanda que toma en cuenta el hecho de que la demanda es función intrínseca del desempeño (Freeman, 1995) o bien asumen que el desplazamiento no-lineal máximo el sistema de referencia puede aproximarse al desarrollado por ese mismo sistema elástico (Fajfar y Gaspersic, 1996; Alba, 2005). Para transformar el desempeño del sistema idealizado de referencia al de la estructura original, se usan las mismas ecuaciones de dinámica, pero en orden inverso. En situaciones más generales es posible dividir la curva de capacidad en intervalos, donde se consideran diferentes estados límites de la estructura (FEMA 273, 1997). Dependiendo donde se localice el punto objetivo o desempeño, se decide si es aceptable o no el comportamiento de la estructura.

El informe FEMA 273 (FEMA, 1997) introduce el Procedimiento Estático No lineal (NSP por sus siglas en Inglés) para el modelado y análisis sísmico de marcos de edificios. El NSP se conoce también como análisis de "Pushover" o de empujón, y es una manera relativamente fácil de evaluar el diseño de una estructura para fines de cargas laterales. Consiste en empujar un modelo matemático de una

---



estructura con una distribución prescrita de fuerzas monótonamente crecientes para predecir la secuencia de daño en el intervalo de comportamiento inelástico. El análisis con NSP provee una relación entre el desplazamiento de nudo de control (nudo seleccionado de la estructura donde se registra el desplazamiento) y el cortante basal. La relación resultante muestra los cambios de rigidez así como la capacidad de carga lateral de una estructura.

En un análisis “Pushover”, un modelo no lineal de una estructura dada, sujeto a cargas gravitatorias, se carga lateralmente de manera monótona creciente hasta que se alcanza un desplazamiento objetivo predefinido o bien el modelo colapsa. La carga tiene una distribución prescrita y el nudo de control es un punto particular de la estructura. Los resultados del análisis pueden expresarse en función del cortante basal contra el desplazamiento del nudo control. Dependiendo del comportamiento mecánico de la estructura y del grado de libertad controlado, esta curva de capacidad puede exhibir puntos límite y brazos de ablandamiento o aún, decrementos repentinos o puntos de bifurcación.

Debido al patrón prescrito de fuerzas laterales, un esquema de solución por control de fuerzas es correcto, pero únicamente funciona en sistemas en donde no existe ablandamiento por deformación o bien en sistemas con él pero solo sobre la línea ascendente de la curva de capacidad. Esto significa que, en sistemas con ablandamiento por deformación, a partir de este punto límite, ya no es posible incrementar la intensidad de demanda sísmica mediante fuerzas laterales adicionales, debido al inicio de una pendiente negativa de la curva de capacidad en punto de carga máxima. A partir de este punto las fuerzas laterales empiezan a disminuir con desplazamientos crecientes de manera que la estructura continua sufriendo daño adicional en vez de un simple descarga elástica. Durante esta fase, el desplazamiento del nudo de control incrementará (brazo de ablandamiento) o decrecerá (decrementos repentinos). El seguir un brazo de ablandamiento es un proceso complejo en el que se debe usar una técnica de control de desplazamiento (Archer, 2001), o bien otros esquemas más poderosos y consecuentemente más complejos (e.g., métodos de control de trabajo o longitud de arco) que pueden ser capaces de seguir brazos de caída repentina y detectar puntos de bifurcación.

Para simplificar un análisis dinámico lineal paso a paso de un sistema de múltiples grados de libertad sometido a uno o un ensamble de registros sísmicos, comúnmente se utiliza un análisis modal espectral; dicho análisis, sin embargo, debido al uso de reglas aproximadas de combinación de contribuciones modales no predice con exactitud el desempeño máximo que se obtendría de las estadísticas de resultados de los análisis paso a paso; sin embargo, se acepta que dicho análisis arroja resultados conservadores. Este procedimiento es general, ya que es aplicable tanto a estructuras que responden predominantemente en su modo fundamental, como a aquellas que tienen contribuciones importantes de los modos superiores. Después del análisis dinámico lineal paso a paso éste procedimiento es lo más exacto que se tiene.

En este método, la regla de combinación modal que se utilice, influye en la respuesta que se obtiene. Se sabe que la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados no da buenos resultados para sistemas con períodos de vibrar cercanos entre sí, por lo que en la práctica generalmente se opta por utilizar reglas que si consideran esta posible cercanía de periodos como es el caso de la combinación cuadrática completa (Chopra y Goel, 1999).

Dentro de los procedimientos de evaluación y diseño sísmico por desempeño existe el concepto denominado desplazamiento objetivo, el cual representa el máximo desplazamiento esperado en un diseño o el obtenido en una evaluación para una demanda sísmica determinada. Este desplazamiento es la finalidad de todo método de evaluación y de diseño sísmico por desempeño y puede incluirse como índices que definen los niveles de desempeño en representaciones como las de la figura 3.1.1, cuyo propósito es mostrar la relación que existe entre los niveles de desempeño y los de diseño para distintos objetivos de diseño sísmico.

**NIVEL DE DESEMPEÑO**

		Completamente funcional	Funcional	Seguridad de vida	Cercano al colapso
NIVEL DE DISEÑO	Frecuente (43 años) 50% en 30 años	?			
	Ocasional (72 años) 50% en 50 años	?			
	Raro (475 años) 10% en 50 años				
	Muy raro (970 años) 10% en 100 años				

*Nota: El contenido de la matriz está parcialmente oculto por una zona negra. Se observan fragmentos de palabras como 'ESTRUC' y 'CASAS'.*

**Figura 3.1.1. Objetivos de diseño sísmico**

Los objetivos de diseño sísmico son la unión entre un nivel de desempeño y uno de diseño sísmico. Los niveles de desempeño se refieren al daño máximo deseado en la estructura. Por su parte los niveles de diseño se refieren a los grupo de eventos sísmicos de diferentes intensidades que representan el peligro sísmico particular de la región donde se ubica la estructura; clasificándose por el período de retorno de un sismo de diseño o por su probabilidad de excedencia. La anterior definición se ilustra en la matriz de objetivos del diseño sísmico basado en desempeño (DSBD), para edificios, ver figura 3.1.1, propuesta por el comité Visión 2000 (SEAOC, 1995).

### 3.1.1. Tipos de objetivos

A continuación se presenta la clasificación de objetivos de desempeño, propuesta por Visión 2000, ilustrada por diagonales en la figura 3.1.1.

- 1) **Objetivo básico.** Se define como el objetivo de desempeño para edificios de ocupación y uso normal (oficinas, casas habitación).
- 2) **Objetivo esencial / riesgo.** Objetivo de desempeño mínimo aceptable para dos clases de estructuras, clasificadas como: indispensables, aquellas cuya operación es crítica después de un evento sísmico, por ejemplo: hospitales, estaciones de bomberos, centrales de comunicación, centros de control de emergencias o estaciones de policía; y estructuras peligrosas, aquellas que almacenan grandes cantidades de materiales tóxicos, cuya liberación provocarían un impacto mínimo a la población, como industrias petroleras, de agroquímicos, etc.
- 3) **Objetivo de seguridad crítica.** Objetivo de desempeño mínimo aceptable para estructuras que almacenan grandes cantidades de materiales peligrosos, cuya liberación pondría en peligro a una gran parte de la sociedad; ejemplos: centros nucleares, industrias de procesos químicos, etc.

### 3.1.2. Niveles de desempeño

Los niveles de desempeño son una expresión del daño máximo aceptable en una estructura cuando se presenta un sismo de determinada intensidad. En el caso de edificios, representa el grado de deterioro y degradación permisible en elementos estructurales o no estructurales. Una de las ventajas de proponer niveles de desempeño estructural, es el control de los daños esperados en cada tipo de inmueble. El

comité Visión 2000 propone cuatro niveles de desempeño para edificios (figura 3.1.1) y se describen de la siguiente manera:

- 1) Completamente funcional (servicio).- Las instalaciones continúan en operación normal; el daño es insignificante.
- 2) Funcional.- Las instalaciones continúan en operación con daño estructural menor e interrupciones mínimas en servicios no esenciales para el correcto funcionamiento del inmueble.
- 3) Seguridad de vidas.- Se protege la seguridad estructural; existe daño moderado.
- 4) Cercano al colapso.- La seguridad de la estructura está en riesgo, el daño estructural es severo, se previene el colapso de la estructura.

Por otra parte, en documentos como el FEMA 273 (FEMA 1997) los niveles de desempeño estructural se representan a través de una curva de capacidad obtenida de un análisis del empujón. En ésta se indican tres niveles de desempeño: ocupación inmediata, seguridad de vidas y prevención del colapso (figura 3.1.2.1).

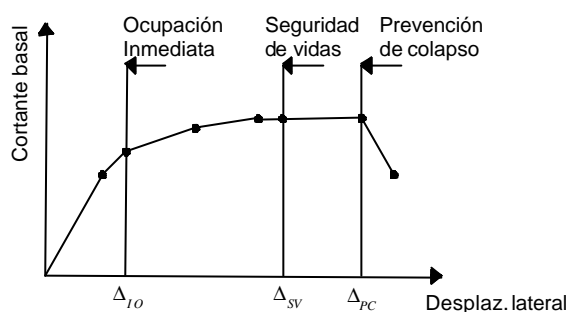


Figura 3.1.2.1. Curva de capacidad y niveles de desempeño FEMA 273, (FEMA, 1997)

### 3.1.3. Niveles de diseño sísmico

La manera en que se realiza la clasificación de los niveles de diseño sísmico es a través de la selección de un grupo de temblores que se han presentado en cierta región, deben ser representativos del nivel de intensidad sísmica para el cual se alcanza un desempeño particular en la estructura. Estos niveles se clasifican por el período de retorno de un sismo de diseño o su probabilidad de excedencia. Para el caso de edificios, el Comité Visión 2000 clasifica los niveles de diseño sísmico como se muestra en la tabla 3.1.3.1.

Tabla 3.1.3.1. Niveles de diseño sísmico

SISMO	PERÍODO DE RETORNO (años)	PROBABILIDAD DE EXCEDENCIA	
		(%)	(años)
Frecuente	43	50	30
Ocasional	72	50	50
Raro	475	10	50
Muy raro	970	10	100

Los períodos de retorno de los sismos de diseño y sus probabilidades de excedencia, corresponden al estado de California, por lo cual estos valores no necesariamente son aplicables a sitios en la República Mexicana.

### 3.2. EVALUACIÓN DE EDIFICIOS

Para contar con un marco teórico en el cual se desarrolla el método propuesto en este trabajo, es importante revisar los métodos existentes para evaluación y diseño por desempeño sísmico de estructuras. En esta descripción se presentan las principales características y procedimiento de aplicación. Los diferentes métodos de evaluación existentes, en general, manejan los mismos conceptos y tienen un esquema de solución muy parecido, que puede resumirse de la siguiente manera:

1. Se determina una distribución de cargas laterales. Puede proponerse un patrón de carga o se puede tomar la forma del modo fundamental de vibrar con o sin la contribución de los modos superiores, esto depende de las características de la estructura y del método seleccionado.
2. Se realiza un análisis de empuje lateral de la estructura con un patrón de carga definido y se obtiene una curva en el espacio cortante basal ( $v$ ) contra el desplazamiento de un punto de control ( $d_c$ ), llamada curva de capacidad.
3. Con el uso de fórmulas de dinámica estructural, la curva de capacidad se coloca en el espacio pseudo aceleración ( $Sa$ ) contra pseudo desplazamiento ( $Sd$ ) donde se le da el nombre de curva de comportamiento.
4. Se determinan las características de un sistema de referencia (masa, amortiguamiento, período y rigidez) considerando las propiedades del modelo de múltiples grados de libertad (masa total, amortiguamiento global, período del modo fundamental y rigidez lateral global).
5. Se obtiene el desplazamiento máximo del sistema de referencia, ya sea sometiéndolo a un registro sísmico (espectro de respuesta) o mediante un espectro de diseño inelástico.
6. Se transforma el desplazamiento máximo del sistema de referencia al desplazamiento máximo del punto característico de la estructura.
7. Se empuja nuevamente a la estructura, pero solo hasta el desplazamiento obtenido en el paso anterior. De este análisis se determinan algunos índices de comportamiento que definen el desempeño del edificio, tales como: ductilidad global, local, daño, distorsión de entrepiso, etc.

La idea global de los métodos de evaluación es construir la curva de respuesta del sistema de referencia, establecer una gráfica de demanda sísmica y de alguna manera relacionar ambas características. Esta idea ha dado origen a dos formas de evaluación; la primera desarrollada para marcos de edificios de baja a mediana altura o bien estructuras en los cuales se puede despreciar la participación de los modos superiores de vibrar y la segunda para marcos de edificios altos o estructuras en las que la participación de los modos superiores es importante. La aplicabilidad, sencillez y robustez teórica de los distintos métodos son considerablemente diferentes, actualmente no existe una preferencia absoluta hacia alguno de ellos.

### 3.3. MÉTODOS ESTÁTICOS NO LINEALES UNIMODALES PARA EDIFICIOS BAJOS A MEDIANOS

Los métodos estáticos no lineales unimodales no consideran la contribución de los modos superiores de vibrar. Aún así, son muy aceptados en la ingeniería práctica, particularmente en la aplicación a edificios bajos a medianos, ya que para la mayoría de este tipo de estructuras la precisión en la evaluación del desempeño sísmico es satisfactoria y, por lo tanto, no necesitan de mayor refinamiento.

#### 3.3.1. Método del espectro de capacidad

El método del espectro de capacidad (Freeman, 1995) utiliza un procedimiento gráfico para comparar la capacidad de una estructura con la demanda sísmica. La curva de capacidad se obtiene con un análisis estático no lineal en el que la estructura se empuja monótonamente hasta alcanzar un mecanismo de colapso (empujón). La curva de capacidad se pasa al espacio pseudo-aceleración espectral ( $S_a$ ) contra desplazamiento espectral ( $S_d$ ), donde recibe el nombre de espectro de capacidad, o curva de comportamiento. La demanda sísmica se define por medio de un espectro de diseño elástico con amortiguamiento alto, el cual toma en cuenta la energía histerética disipada por el comportamiento no lineal del sistema (Judi *et al*, 2002). En una misma gráfica se traza el espectro de demanda y la curva de comportamiento. En la intersección de la curva de comportamiento con el espectro de demanda inelástico donde el amortiguamiento de ambos coincide, se ubica al punto de desempeño. Una vez obtenido el punto de desempeño se pasa del espacio de  $S_a$  contra  $S_d$  al de cortante basal contra desplazamiento de azotea y se ubica en la curva de capacidad. Dependiendo en que intervalo de servicio predefinido (ocupación inmediata, seguridad de vida, prevención de colapso) de la curva de comportamiento quede el punto de desempeño, se determina la demanda generada sobre la estructura durante el evento sísmico seleccionado; ver figura 3.3.1.1.

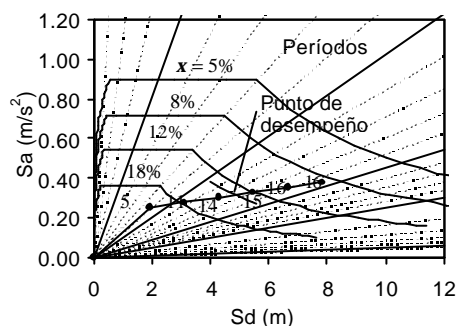


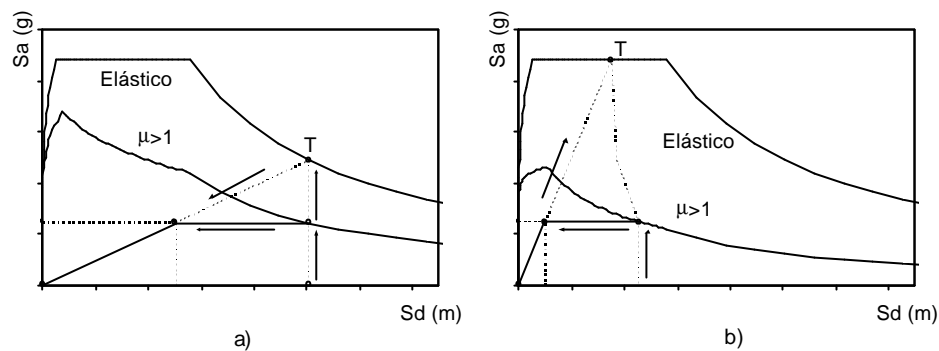
Figura 3.3.1.1. Método de Freeman

La reducción del espectro considera el efecto que tiene la no linealidad de la estructura sobre la demanda, esto hace que la capacidad y la demanda sean inter-dependientes, por lo tanto, para obtener la demanda máxima, es necesario un proceso iterativo, que no siempre es convergente (Chopra y Goel, 1999). Este problema de convergencia fue resuelto en Albanesi (2000), cuyo trabajo se llamó método del espectro de capacidad modificado.

#### 3.3.2. Método N2

El método N2 es un método de análisis estático no lineal propuesto para evaluar el desempeño de un edificio, fue desarrollado por Fajfar y Gaspersic (1996) y es básicamente igual al método del espectro de capacidad (Freeman, 1995). Es un procedimiento gráfico en el que la capacidad de la estructura se representa por una curva de respuesta elasto-plástica, diferente a la manejada en el método del espectro

de capacidad. La principal diferencia entre el método del espectro de capacidad y el N2, es la demanda sísmica. En este último se representa por un espectro llamado de ductilidad constante y obtenido a partir de uno elástico afectado por un factor de reducción por ductilidad,  $R_m$ . En una gráfica de  $S_a$  contra  $S_d$  (formato ADRS, por las palabras en inglés Acceleration-Displacement Response Spectrum), se traza tanto el espectro de demanda como la curva de respuesta. La intersección de estas dos curvas proporciona una estimación de la demanda de desplazamiento (figura 3.3.2.1). La ductilidad del sistema, obtenida con este desplazamiento, debe coincidir con la utilizada para calcular el factor de reducción,  $R_m$ . Fajfar (1999) sugiere que realizando los pasos de atrás hacia adelante este procedimiento puede emplearse como método de diseño basado en desplazamientos.



**Figura 3.3.2.1. Método N2. (a) caso cuando  $T^* > T_c$ ; (b) caso cuando  $T^* < T_c$**

El procedimiento del método es como sigue:

- Conversión del espectro de diseño elástico al formato  $S_a$ - $S_d$ . Cualquier espectro puede usarse, pero es conveniente usar el espectro tipo Newmark-Hall. Para estructuras de 1GDL tanto elásticas como inelásticas, los espectros se definen de la siguiente manera:

Para una estructura elástica,  $S_{ae}$  proviene del espectro elástico y  $S_{de}$  se determina con la ecuación 3.3.2.1.

$$S_{de} = \frac{T^2}{4p^2} S_{ae} \quad (3.3.2.1)$$

Para una estructura inelástica (Vidic *et al*, 1994) se usan las ecuaciones 3.3.2.2 y 3.3.2.3.

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_m} \quad (3.3.2.2)$$

$$S_d = m \frac{T^2}{4p^2} S_a \quad (3.3.2.3)$$

Donde  $T$  es el período del modo fundamental de la estructura,  $S_{ae}$  es la pseudo aceleración y  $S_{de}$  es el desplazamiento espectral,  $S_a$  es la pseudo aceleración inelástica,  $S_d$  es el desplazamiento inelástico,  $m$  es la ductilidad, definida como la relación entre el desplazamiento último y el de fluencia, y  $R_m$  es el factor de reducción por ductilidad definido por las ecuaciones 3.3.2.4 y 3.3.2.5.

$$R_m = (\mathbf{m}-1)\frac{T}{T_c} + 1 \quad T < T_c \quad (3.3.2.4)$$

$$R_m = \mathbf{m} \quad T \geq T_c \quad (3.3.2.5)$$

Donde  $T_c$  es el período característico del movimiento del terreno.

- b) Obtención de la curva de capacidad de la estructura. Fajfar (1999) propone un análisis de empujón no lineal basado en fuerzas, y se considera que la distribución de cargas a lo alto de la estructura permanece constante durante los incrementos. El vector de cargas laterales  $\mathbf{Y}$  se define en la ecuación 3.3.2.6.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}\mathbf{f} \quad (3.3.2.6)$$

Donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masas y  $\mathbf{f}$  es un vector de desplazamiento, cuya selección, no tiene una regla fija.

- c) Transformación de la curva de capacidad del modelo de múltiples grados de libertad (MGDL) de la estructura en una curva de capacidad o de respuesta de un sistema de 1 grado de libertad de referencia (1GDL). Partiendo de las ecuaciones y conceptos de la dinámica estructural (Chopra, 2001), para llevar a cabo la conversión de la curva, se usan las ecuaciones 3.3.2.7 a 10:

$$m^* = \mathbf{f}^T \mathbf{M} \mathbf{1} \quad (3.3.2.7)$$

$$\Gamma = \frac{m^*}{\mathbf{f}^T \mathbf{M} \mathbf{f}} \quad (3.3.2.8)$$

$$D^* = \frac{d_t}{\Gamma} \quad (3.2.2.9)$$

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma} \quad (3.3.2.10)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masa,  $\mathbf{1}$  es el vector de unos,  $\mathbf{f}$  es un vector de desplazamiento,  $m^*$  es la masa equivalente del sistema de 1GDL,  $\Gamma$  es una constante de transformación, que es función del vector  $\mathbf{f}$ ,  $d_t$  es el desplazamiento de azotea,  $V_b$  es el cortante basal de la estructura,  $D^*$  y  $F^*$  son el desplazamiento y el cortante del sistema de 1GDL de referencia.

- d) Idealización de la curva de capacidad equivalente como una elasto-plástica. Al generar este modelo idealizado, implícitamente se está modificando la rigidez de la estructura, por lo tanto, el nuevo período inicial se calcula con la ecuación 3.3.2.11,

$$T^* = 2\mathbf{p} \sqrt{\frac{m^* D_y}{F_y}} \quad (3.3.2.11)$$

donde  $D_y$  y  $F_y$  son los valores de desplazamiento y resistencia por fluencia, respectivamente, y  $T^*$  es el período del sistema idealizado

- e) Conversión de la curva de capacidad idealizada al formato  $S_a-S_d$ , para comparar con los espectros de demanda definidos inicialmente. La pseudo aceleración inelástica se determina

usando la ecuación 3.3.2.12 y el seudo desplazamiento permanece igual al determinado con la ecuación 3.3.2.9.

$$S_a = \frac{F^*}{m^*} \quad (3.3.2.12)$$

- f) Obtención de la demanda sísmica en la estructura de 1GDL. Del cruce de la curva de comportamiento idealizada con el espectro seleccionado (de respuesta o de diseño), de ductilidad  $m$ , se define el desplazamiento del punto de desempeño,  $S_d$ . El factor de reducción por ductilidad  $R_m$  del punto encontrado, se define por la ecuación 3.3.2.13 y 14.

$$R_m = \frac{S_{ae}(T^*)}{S_{ay}} \quad (3.3.2.13)$$

$$S_{ay} = \frac{F_y^*}{m^*} \quad (3.3.2.14)$$

Donde  $S_{ay}$  es la capacidad del sistema de 1GDL.

Aplicando la regla de iguales desplazamientos, para  $T^* > T_c$ , la ductilidad  $m$  y el desplazamiento inelástico  $S_d$  se calculan con las ecuaciones 3.3.2.15 y 16, respectivamente.

$$m = R_m \quad (3.3.2.15)$$

$$S_d = S_{de}(T^*) \quad (3.3.2.16)$$

Para períodos cortos  $T^* < T_c$ ,  $m$  y  $S_d$  se corrigen y se determinan con las ecuaciones 3.3.2.17 y 18, respectivamente.

$$m = (R_m - 1) \frac{T_c}{T^*} + 1 \quad (3.3.2.17)$$

$$S_d = m \frac{S_{de}}{R_m} \quad (3.3.2.18)$$

- g) Para obtener el desplazamiento de azotea  $d_t$  de la estructura, basta multiplicar el desplazamiento no lineal  $S_d$  del sistema equivalente de 1GDL por la constante de transformación  $\Gamma$ .

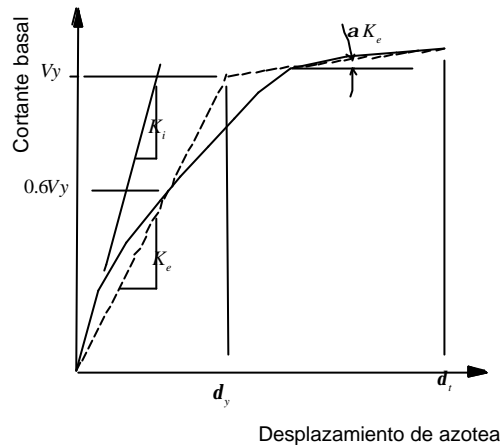
Los desplazamientos, derivas, rotaciones y articulaciones plásticas (daño) finales, se encuentran aplicando de nuevo el análisis de empujón hasta alcanzar el desplazamiento objetivo.

### 3.3.3. Método de coeficientes de desplazamiento

El método de coeficientes de desplazamiento conocido como FEMA 273 (FEMA, 1997), es un método de aplicación sistematizada y sencilla basado en la utilización de tablas y constantes. Con este método se obtienen resultados sin un completo entendimiento de las bases teóricas que lo sustentan. En el informe FEMA 273 (FEMA, 1997) se recomienda que este método no se aplique a estructuras en donde la contribución de los modos superiores de vibrar sea importante, a menos que se realice a la par, un análisis en el tiempo. Los pasos del método de coeficientes de desplazamiento son:



- Definición de un nudo de control en la estructura, sobre el cual se obtiene el desplazamiento objetivo para la curva de capacidad.
- Aplicación de un análisis de empujón a la estructura, basado en fuerzas o en desplazamientos, definiendo dos patrones de distribución de carga diferentes como mínimo. Debe llevarse la estructura hasta un 150% del desplazamiento objetivo esperado.
- Idealización bilineal de la curva de capacidad de la estructura, definiendo la rigidez inicial como la rigidez secante correspondiente al 60% del cortante basal de fluencia (figura 3.3.3.1).



**Figura 3.3.3.1. Idealización de la curva de capacidad**

- Obtención del período equivalente  $T_e$  para la curva idealizada por medio de la ecuación 3.3.3.1.

$$T_e = T_i \sqrt{\frac{K_i}{K_e}} \quad (3.3.3.1)$$

$T_i$  es el período fundamental elástico,  $K_i$  es la rigidez elástica de la estructura y  $K_e$  es la rigidez efectiva de la primera rama de la curva de capacidad idealizada e igual al cociente del cortante basal entre el desplazamiento, ambos en el punto de fluencia.

- Cálculo del desplazamiento objetivo del nudo de control  $d_t$  (ecuación 3.3.3.2), que será el desplazamiento máximo esperado durante el sismo de diseño.

$$d_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{P^2} g \quad (3.3.3.2)$$

En donde  $S_a$  es la pseudo aceleración espectral definida en el espectro de diseño;  $g$  es la aceleración de la gravedad;  $C_0$  es el factor que relaciona el desplazamiento espectral y el desplazamiento de azotea de la estructura (tabla 3.3.3.1);  $C_1$  es el factor que relaciona el desplazamiento no lineal esperado con el desplazamiento de la respuesta elástica lineal (ecuación 3.3.3.3a y b);  $C_2$  toma en cuenta la forma del comportamiento histerético de la estructura sobre la respuesta máxima de desplazamiento (tabla 3.3.3.2);  $C_3$  representa los incrementos de desplazamientos por los efectos  $P-\Delta$  dinámicos (ecuación 3.3.3.5).

**Tabla 3.3.3.1. Valores para el factor de modificación  $C_0$** 

Numero de niveles	Factor de modificación <sup>1</sup>
1	1.0
2	1.2
3	1.3
5	1.4
10+	1.5

1. Se realiza interpolación lineal para valores intermedios

$$C_1 = 1.0 \quad \text{para} \quad T_e \geq T_0 \quad (3.3.3.3a)$$

$$C_1 = [1.0 + (R - 1)T_0 / T_e] / R \quad \text{para} \quad T_e < T_0 \quad (3.3.3.3b)$$

$$R = \frac{S_a}{V_y / W} \cdot \frac{1}{C_0} \quad (3.3.3.4)$$

**Tabla 3.3.3.2. Valores para el factor de modificación  $C_2$** 

Nivel de desempeño	$T = 0.1$ segundo		$T \geq T_0$ segundo	
	Marco Tipo 1 <sup>1</sup>	Marco Tipo 1 <sup>2</sup>	Marco Tipo 1 <sup>1</sup>	Marco Tipo 1 <sup>2</sup>
Ocupación inmediata	1.0	1.0	1.0	1.0
Seguridad de vida	1.3	1.0	1.1	1.0
Prevención de colapso	1.5	1.0	1.2	1.0

1. Estructuras en las cuales más del 30% del cortante de entrepiso en cualquier nivel es resistido por componentes o elementos cuya resistencia y rigidez puede deteriorarse durante el sismo de diseño. Tales elementos y componentes incluyen: marcos resistentes a momento comunes, marcos arriostrados concéntricos, marcos con conexiones restringidos parcialmente, marcos arriostrados solo a tensión, marcos de mampostería no reforzada, muros críticos a cortante, o cualquier combinación de todos los mencionados.

2. Todos los marcos no mencionados dentro de los marcos Tipo 1.

$$C_3 = 1.0 + \frac{|a|(R-1)^{3/2}}{T_e} \quad (3.3.3.5)$$

Donde  $R$  es la relación de resistencias,  $V_y$  es el cortante basal de fluencia,  $W$  es la suma de carga muerta y viva,  $a$  es la relación entre la rigidez de post fluencia y la rigidez elástica efectiva.

### 3.4. MÉTODOS ESTÁTICOS NO LINEALES MULTIMODALES PARA EDIFICIOS ALTOS

Recientes investigaciones se están enfocando al desarrollo de métodos que consideren la participación de los modos superiores de vibrar en la respuesta. Algunos de los primeros trabajos con este enfoque son los realizados por Paret *et al* (1996) y Sasaki *et al* (1998).

#### 3.4.1. Análisis de empujón modal

El análisis de empujón modal es un procedimiento propuesto por Chopra y Goel (2002) y se propuso para estimar las demandas sísmicas inelásticas. Este procedimiento es llamado *Modal Pushover Analysis* (MPA), y consiste en realizar un análisis de empujón para cada modo de la estructura

incluyendo los modos superiores, con una distribución de fuerzas laterales definidas por la ecuación 3.4.1.1. Los modos superiores a incluir son aquellos que contribuyen significativamente en la respuesta total de la estructura. El Eurocódigo 8 (CEN, 2003) considera que se satisface cuando la suma de las masas efectivas de los modos incluidos es mayor al 90% de la masa total de la estructura.

$$\mathbf{S}_n^* = \mathbf{m} \mathbf{f}_n \quad (3.4.1.1)$$

donde  $\mathbf{S}_n^*$  es el vector de distribución espacial de fuerzas para el modo  $n$ ,  $\mathbf{m}$  es la matriz de masas y  $\mathbf{f}_n$  es la  $n$ -ésima forma modal. Esta carga se debe aplicar hasta llevar a la estructura a un valor máximo del desplazamiento de azotea  $u_{rno}$  para el modo  $n$ , definido por la ecuación 3.4.1.2.

$$u_{rno} = \Gamma_n \mathbf{f}_n D_n \quad (3.4.1.2)$$

donde  $\Gamma_n$  es el factor de participación del modo  $n$ ,  $\mathbf{f}_n$  es el valor de la forma modal en el nivel de azotea y  $D_n$  es el desplazamiento modal máximo, obtenido de la ecuación 3.4.1.3. En esta ecuación está implícita la hipótesis principal del método MPA. La ecuación 3.4.1.4 define la masa del modo  $n$ .

$$\ddot{\mathcal{B}}_n + 2\mathbf{x}_n \mathbf{w}_n \dot{\mathcal{B}}_n + \frac{F_{sn}}{L_n} = -a_g(t) \quad (3.4.1.3)$$

$$L_n = \mathbf{f}_n \mathbf{m} \mathbf{l} \quad (3.4.1.4)$$

donde  $\ddot{\mathcal{B}}_n$  es la aceleración,  $\dot{\mathcal{B}}_n$  es la velocidad,  $\mathbf{x}_n$  es el amortiguamiento,  $\mathbf{w}_n$  es la frecuencia,  $F_{sn}$  es la fuerza casi estática modal,  $\mathbf{m}$  es la matriz de masa,  $\mathbf{f}_n$  es el modo de vibrar,  $\mathbf{l}$  es la matriz de coeficientes de influencia; todos corresponden al modo  $n$ .  $a_g(t)$  es la ordenada de aceleración del sismo de interés.

Para obtener el desplazamiento modal máximo, es necesario resolver la ecuación 3.4.1.3; o alternativamente obtenerla directamente de un espectro de respuesta inelástico. Los índices de desempeño de la estructura, se obtienen para cada modo de la estructura deformada, hasta el desplazamiento de azotea máximo  $u_{rno}$ . Por último, una vez aplicado el análisis de empujón y obtenidos los resultados deseados para cada modo, se recomienda el uso de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS, por sus siglas en inglés o regla de Rosenblueth quién la propuso por primera vez), como regla de combinación modal para obtener los resultados globales.

Chopra y Goel (2002) explican que el método, concientemente usa el análisis modal también para estructuras inelásticas, aunque sea teóricamente incorrecto. Debido a la condición de no linealidad en la que incursionan estos tipos de estructuras, no se permite el uso de modos de vibrar dentro del análisis inelástico.

### 3.4.2. Análisis espectral incremental

El análisis modal espectral incremental es un método estático no lineal multi-modal, denominado en inglés *Incremental Response Spectrum Analysis* (IRSA) y fue propuesto por Aydinoglu (2003). Este método determina las curvas de comportamiento para cada modo de la estructura usando un procedimiento modal espectral, basado en desplazamientos. La respuesta no lineal de cada modo se calcula utilizando la regla de iguales desplazamientos propuesta por Veletsos y Newmark (1960).

El método concentra la no linealidad de los elementos por medio de articulaciones plásticas. Define cada paso del procedimiento como tramos de comportamiento lineal entre la aparición de articulaciones plásticas subsecuentes y, además, considera los efectos  $P-\Delta$ . Este método usa la

corrección para períodos cortos de la regla de iguales desplazamientos, por lo que su aplicación es posible no solo para estructuras con períodos iguales o mayores al período dominante del suelo. A continuación se describen los pasos del método.

- a) Análisis modal de la estructura. Obtención de las formas modales  $\varphi_n^{(i)}$  y de los factores de participación modal  $\Gamma_n^{(i)}$ , considerando el efecto  $P-\Delta$  y el nivel de daño de la estructura en cada etapa. Los subíndices  $n$  e  $i$  representan, el modo correspondiente y el paso actual del análisis, respectivamente.
- b) Aplicación del vector de desplazamientos espectral unitario  $\bar{u}_n^{(i)}$  a la estructura, definido en la ecuación 3.4.2.1.

$$\bar{u}_n^{(i)} = \varphi_n^{(i)} \Gamma_n^{(i)} \quad (3.4.2.1)$$

- c) De los resultados para cada modo, se obtienen los índices de desempeño (desplazamiento, deriva, rotación) y los elementos mecánicos (momento, cortante, axial), para monitorear la formación de articulaciones. La respuesta total se obtiene sumando la participación de cada modo mediante una regla de combinación modal (CQC o SRSS).
- d) Una de las respuestas totales de los elementos mecánicos debe utilizarse como índice de control para la aparición de las articulaciones plásticas. Las respuestas  $\bar{r}^{(i)}$  corresponden a un desplazamiento espectral unitario, por lo que es necesario encontrar el incremento  $\Delta d_1^{(i)}$  para que, en este paso del análisis se alcance sólo una articulación plástica. Esta articulación se encuentra por medio de la ecuación 3.4.2.2, y se define como la que requiere un menor incremento  $\Delta d_1^{(i)}$  para alcanzar el valor de la respuesta índice  $r^{(i)}$ . La respuesta índice se define como la respuesta a la falla y se basa en las características de las secciones y curvas de fluencia o elementos y superficies de falla.

$$r^{(i)} = r^{(i-1)} + \bar{r}^{(i)} \Delta d_1^{(i)} \quad (3.4.2.2)$$

- e) Una vez obtenido el incremento de desplazamiento espectral, el siguiente punto de la curva de comportamiento, para cada modo, se define mediante las ecuaciones 3.4.2.3a y b.

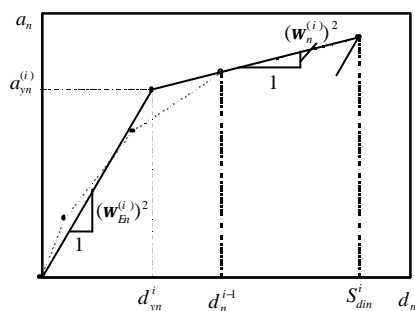
$$d_n^{(i)} = d_n^{(i-1)} + I_n^{(i)} \Delta d_1^{(i)} \quad (3.4.2.3a)$$

$$a_n^{(i)} = a_n^{(i-1)} + I_n^{(i)} (w_n^{(i)})^2 \Delta d_1^{(i)} \quad (3.4.2.3b)$$

Donde  $I_n^{(i)}$  es un factor de escala inter-modal que relaciona el desplazamiento espectral de cada modo con el del modo fundamental y se determina con la ecuación 3.4.2.4.

$$I_n^{(i)} = \frac{S_{din}^{(i)} - d_n^{(i-1)}}{S_{d1}^{(i)} - d_1^{(i-1)}} \quad (3.4.2.4)$$

Donde  $S_{d1}^{(p)}$  y  $S_{din}^{(p)}$  son los desplazamientos espectrales inelásticos del primer modo y del modo  $n$ , respectivamente.  $d_1^{(i-1)}$  y  $d_n^{(i-1)}$  desplazamiento del paso anterior del primer modo y del modo  $n$  (figura 3.4.2.1).



**Figura 3.4.2.1. Método Análisis espectral incremental**

- f) El método se basa en la regla de iguales desplazamientos, por lo que es necesario revisar para cada punto que se obtiene de las curvas de comportamiento, si no se ha alcanzado el desplazamiento espectral elástico  $S_{din}^{(p)}$  para cada modo, el cual considera el período fundamental de la estructura elástica. Cuando se alcanza este desplazamiento, el análisis se detiene; en caso contrario, el procedimiento continúa en el paso (g).
- g) Se incluye en el modelo analítico la articulación encontrada en el punto (d), y se comienza desde el punto (a) el siguiente paso del análisis. Esto se realiza cuantas veces sea necesario hasta alcanzar el desplazamiento objetivo.

### 3.4.3. Evaluación sísmica del desempeño de estructuras de concreto reforzado

La evaluación sísmica del desempeño de estructuras de concreto reforzado parte del método llamado “*Adaptative Pushover Análisis*”, y fue propuesto por Bracci *et al* (1997). La base de este método es desarrollar un grupo de curvas de demanda específica del sitio y compararlas a las curvas de capacidades obtenidas con el procedimiento “Pushover”, para cada entrepiso de la estructura. La diferencia principal entre este método y el método de capacidad espectral son: la forma de aplicar la carga lateral durante el análisis “Pushover”, el uso de demandas y capacidades por entrepiso y el considerar diferentes niveles de elasticidad para generar un grupo de curvas de demanda sísmica.

En este análisis del empujón, por primera vez se consideran cambios en el patrón de carga utilizado; reflejando el daño que se va presentando en la estructura a lo largo del análisis. Además, utiliza niveles de demanda y capacidad por entrepiso, a diferencia del método del espectro de capacidad en donde se evalúa la estructura a escala global. El método consta de cinco pasos principales:

- a) Definir del espectro de respuesta de diseño apropiado para el sitio.
- b) Obtener las curvas de capacidad para cada entrepiso de la estructura analizada. Se considera una distribución variable del vector de carga, definida por la ecuación 3.4.3.1, y se sugiere un vector de carga del tipo de triángulo invertido como punto de partida.

$$\Delta F_i^{j+1} = V^j \left( \frac{F_i^j}{V^j} - \frac{F_i^{j-1}}{V^{j-1}} \right) + \Delta P^{j+1} \left( \frac{F_i^j}{V^j} \right) \quad (3.4.3.1)$$

donde  $\Delta F_i^{j+1}$  es el incremento de fuerza por entrepiso,  $V^j$  es el cortante basal,  $\Delta P^{j+1}$  es el incremento en cortante basal y  $F_i^j$  es la fuerza de entrepiso  $i$  para el paso de análisis  $j$ .

La expresión 3.4.3.1 se puede interpretar como la distribución del cortante basal entre cada uno de los entrepisos. Cuyo porcentaje lo definen la fuerza de entrepiso entre el cortante basal total. De la misma manera se interpreta para el incremento de carga  $\Delta P^{j+1}$  propuesto.

- c) Cálculo de los valores característicos, formas modales, períodos y factores de participación modal del modelo. Este análisis se realiza para cada estado de daño de la estructura, descritos a continuación:
  - Estado inicial elástico.
  - Punto de fluencia de la estructura, determinado por el primer elemento que fluye en estructuras poco redundantes y por un cambio importante en la pendiente de la curva de capacidad para estructuras redundantes.
  - Formación incipiente del mecanismo de colapso, normalmente caracterizado por pérdida de resistencia.
  - Mecanismo de falla final.
- d) Determinación del cortante y del desplazamiento en cada nivel, para cada una de las cuatro etapas de la estructura mencionadas, utilizando la regla SRSS. Para todos los estados de daño descritos en el inciso (c) se generan intervalos de demanda sísmica.
- e) Evaluación del desempeño, mediante la superposición de la curva de capacidad generada en (b) para cada nivel y el intervalo generado en (d) por las curvas de demanda. Si el intervalo de demanda cruza la curva de capacidad en una zona de poca incursión no lineal, entonces el desempeño de la estructura ante el nivel de demanda solicitado es apropiado. Si por el contrario, la intersección se da cerca a la zona de pérdida de resistencia o del mecanismo de colapso, la estructura probablemente colapse ante ese nivel de demanda sísmica.

#### 3.4.4. Método simplificado para la determinación de la respuesta sísmica de marcos de concreto reforzado

El método simplificado para la obtención de respuestas sísmicas de una estructura que incursiona en el intervalo no lineal de desplazamientos, presentado por Requena y Ayala (2000), elimina las deficiencias del método propuesto por Camilo (1995), que no considera la participación de los modos superiores de vibrar, ni la disminución de la rigidez al incrementar los niveles de carga. El procedimiento se describe en los siguientes pasos:

- a) Generación de la curva de capacidad de la estructura por medio de un análisis de empujón, considerando la distribución de cargas presentada en la ecuación 3.4.4.1; el cual incluye la contribución de los modos superiores de vibrar, por medio de la ecuación 3.4.4.2.  $\Gamma_j$  se determina con la ecuación 3.4.4.3.

$$F_i = \frac{m_i \bar{f}_i}{\sum_{k=1}^N m_k \bar{f}_k} \cdot V \quad (3.4.4.1)$$

$$\bar{f}_i = \sqrt{\sum_{j=1}^N (f_j \Gamma_j)^2} \quad (3.4.4.2)$$

$$\Gamma_j = \frac{\sum_{k=1}^N m_k \mathbf{f}_{kj}}{\sum_{k=1}^N \mathbf{f}_{kj}^T m_k \mathbf{f}_{kj}} \quad (3.4.4.3)$$

$F_i$ ,  $\mathbf{m}_i$  y  $\bar{\mathbf{f}}_i$  son la fuerza lateral, la masa y la ordenada del modo de vibrar fundamental del nivel  $i$ ,  $V$  es el cortante basal,  $N$  es el número de niveles de la estructura, y  $\Gamma_j$  es el factor de participación del modo  $j$ .

- b) Idealización bilineal y transformación al espacio espectral  $S_a$  contra  $S_d$  de la curva de capacidad, definida como curva de comportamiento de un sistema de un grado de libertad equivalente.
- c) Definición de la masa equivalente para el sistema de un grado de libertad, considerando solamente la masa correspondiente al modo de vibrar fundamental de la estructura.
- d) Construcción de la curva de cortante basal  $V_b$  contra desplazamiento espectral  $S_d$ . Basta multiplicar la pseudo-aceleración de la curva obtenida en el inciso (b) por la masa equivalente.
- e) Con la curva del inciso (d) queda definida la rigidez elástica y la rigidez de post fluencia. Contando con las características del sistema equivalente de un grado de libertad, se obtiene la respuesta máxima para una acción sísmica determinada (o una familia de ellas), definida como el nivel de demanda sísmica, que genera el desplazamiento espectral máximo  $S_{d \max}$ .
- f) Una vez obtenido este desplazamiento, se utilizan en forma inversa las ecuaciones de la dinámica, para convertir el desplazamiento espectral  $S_{d \max}$ , del sistema de un grado de libertad de referencia, al desplazamiento máximo en el nivel de azotea de la estructura.
- g) Análisis de un segundo de empujón, hasta llevar a la estructura al desplazamiento máximo de azotea calculado en el inciso f) para obtener los índices de desempeño y los elementos mecánicos de la estructura, generados por la demanda sísmica.

### 3.4.5. Análisis de empujón adaptable basado en desplazamientos

Antoniou y Pinho (2004) presentaron una metodología para aplicar un análisis de empujón no lineal basado en desplazamientos. Este no es un método de evaluación completo, pero presenta un análisis de empujón diferente, para obtener la curva de capacidad de una estructura. El método consta de los siguientes pasos:

- a) Definición de la masa y del vector de carga nominal. Este paso se realiza sólo al principio del procedimiento y consiste en, definir la masa que debe ser incluida para los análisis de valores característicos y un vector de desplazamientos de entrepiso constante  $U_0$  a lo largo de la altura de la estructura, de magnitud suficiente para que al aplicarse el 100% se presente la falla o se esté cerca de ella.
- b) Cálculo del factor de carga. El factor  $\Delta I_t$  define la magnitud del incremento de desplazamiento en cada paso  $t$  del análisis de empujón. Se define un incremento de

desplazamiento constante en la estructura como índice de control (desplazamiento de azotea); por lo que se busca el factor de carga necesario en cada paso para que este índice se cumpla.

- c) Cálculo del vector de carga normalizado. Una vez definida la magnitud del incremento de desplazamiento, con el vector normalizado  $\bar{D}_i$  se define la forma del incremento (ecuación 3.4.5.1). Este vector de desplazamientos considera el nivel de daño de la estructura, implícita en las formas modales y factores de participación, y, por lo tanto, en cada paso del análisis se debe realizar un análisis de valores característicos.

$$\bar{D}_i = \frac{D_i}{\max D} \quad (3.4.5.1)$$

$$D_i = \sum_{k=1}^i \Delta_k \quad (3.4.5.2)$$

$$\Delta_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n [\Gamma_j (f_{i,j} - f_{i-1,j}) Sd_j]^2} \quad (3.4.5.3)$$

donde  $f_{i,j}$  son las formas modales,  $D_i$  es el desplazamiento en el nivel  $i$ ,  $\Gamma_j$  los factores de participación y  $Sd_j$  el desplazamiento espectral; correspondientes al modo  $j$  y al nivel  $i$ .

- d) Actualización del vector de desplazamientos. En cada paso del análisis, se tiene que actualizar el vector de desplazamientos  $U_i$ , mediante la ecuación 3.4.5.4.

$$U_i = U_{i-1} + \Delta I_i \cdot \bar{D}_i \cdot U_0 \quad (3.4.5.4)$$

donde  $U_{i-1}$  es el vector de desplazamientos utilizado para la obtención del punto anterior de la curva de capacidad.

Los pasos (b), (c) y (d) se repiten tantas veces como número de puntos se desea que tenga la curva de capacidad de la estructura y se detiene cuando se alcanza el mecanismo de colapso total o parcial de la estructura.

### 3.5. CONCLUSIONES

En este capítulo se han expuesto sólo algunos de los métodos utilizados para la evaluación de la capacidad de una estructura. Todos ellas han sido enfocados a modelos de marcos de concreto reforzado. Métodos como el N2, ya se han ampliado para considerar marcos con muros de mampostería, que se analizan como elementos diagonales (Dolšek y Fajfar, 2006). Otro método que posibilita la aplicación a estructuras de mampostería es el de Aydinoglu (2003). Éste especifica que si se considera el daño distribuido de elementos estructurales, el método que propone puede emplearse, pero se debe asegurar que los modos de vibrar no cambien de forma brusca entre un paso de análisis a otro.

El objetivo de este capítulo fue solo mostrar que la parte fundamental de los métodos de evaluación es definir una curva de capacidad. Por lo tanto, en el siguiente capítulo se analizan tres procedimientos, dos de autores conocidos y el que utiliza el método aquí propuesto para determinar la curva de capacidad de edificios históricos de mampostería. De esta manera se podrá evaluar el procedimiento que tiene integrado el método de evaluación propuesto.



Hasta donde llega el conocimiento del autor, no existen métodos de evaluación por desempeño para estructuras de mampostería simple. Se espera que este trabajo sea una primera aportación en la materia y cualquier omisión de investigaciones previas es definitivamente involuntaria.

## CAPÍTULO 4

### MÉTODOS DE ANÁLISIS PARA DETERMINAR LA CURVA DE CAPACIDAD

#### SÍSMICA DE ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA

En este capítulo se describen un software de elementos finitos, un procedimiento de solución para materiales con ablandamiento a la deformación y el método de evaluación propuesto, los cuales se usarán para determinar la curva de capacidad de estructuras de mampostería simple. El software empleado se llama *Método de análisis no lineal con elementos finitos* (NLFEM, por sus siglas en inglés) y usa iteraciones por incrementos de fuerzas o desplazamientos para aproximar los efectos no-lineales en las estructuras. El segundo es un *Procedimiento lineal secuencial con ablandamiento dentado* (LSAD) el cual introduce un modelo que reemplaza la curva esfuerzo-deformación descendente del material por una curva dentada (Rots e Invernizzi, 2004). Ambos proveen una solución para obtener la respuesta carga-desplazamiento de estructuras de mampostería simple. Y por último, el método de evaluación sísmica propuesto, el cual es una extensión del método propuesto por Alba y Ayala (2005), denominado *Método modal espectral evolutivo* (MEE) en el cual se define la curva de comportamiento mediante incrementos lineales de análisis modales espectrales. En este método los esfuerzos se acumulan en cada paso de análisis y se considera el comportamiento de la mampostería como elasto-plástico perfecto.

Los dos primeros métodos mencionados no evalúan el desempeño de estructuras, pero se utilizan para determinar la curva carga-desplazamiento de modelos de mampostería. En este capítulo se incluyen para propósitos de comparación. El método empleado en el programa NLFEM se aplica para obtener la curva de capacidad “exacta” de los modelos analizados; de esta manera, se tendrá una curva de capacidad como base de comparación. El método LSAD utiliza cargas laterales prestablecidas, pero se sustituirán por cargas obtenidas de análisis modales espectrales, esto con el fin de poder compararlo y usarlo dentro del método MEE. El uso de los tres métodos, tiene como objetivo exponer la eficiencia del método MEE cuando se define la curva de capacidad de un muro de mampostería. Una vez analizados los resultados del método propuesto, se podrá evaluar el desempeño sísmico de este tipo de estructuras.

#### 4.1. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS NO LINEALES (NLFEM)

El programa NLFEM es un software en desarrollo e implantación, cuyo diseño empezó en el año de 1999 dentro del grupo de Mecánica Numérica del Instituto de Ingeniería de la UNAM (Ayala y Roedor, 2004) con la finalidad de desarrollar y divulgar el conocimiento de los procedimientos numéricos avanzados que existen para el análisis no lineal de estructuras, donde se utiliza el método de los elementos finitos y que están enmarcados dentro de la especialidad de la mecánica numérica (Roeder, 2004). NLFEM es un programa que permite investigar el comportamiento físico y/o mecánico de una gran variedad de sistemas estructurales con diversos tipos e elementos y materiales como mampostería y concreto simple o reforzado entre otros.

NLFEM cuenta con una amplia gama de elementos finitos para el modelado de estructuras bidimensionales y tridimensionales. Algunos de estos son:

- Elementos para el estado plano de esfuerzos, estado plano de deformación y axi-simétricos
  - Elementos placas en flexión
-

- Elementos cascarones
- Elementos lineales y planos de interfaz

NLFEM tiene implantados diversos modelos constitutivos que permiten simular las características mecánicas no lineales de distintos tipos de materiales que se usan en la ingeniería. Todos estos modelos se pueden combinar con análisis que incluyan la no linealidad geométrica. Algunos modelos son:

- |   |   |
|---|---|
| <p>a) Modelos de plasticidad</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Von mises</li> <li>- Hoffman</li> <li>- Rankine isótropo</li> <li>- Mohr-Coulomb</li> <li>- Drücker-Präger</li> <li>- Tresca</li> </ul> | <p>b) Modelos de agrietamiento distribuido</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dirección de agrietamiento fijo</li> <li>- Dirección de agrietamiento variable</li> <li>- Relaciones esfuerzo-deformación establecidos con funciones exponenciales y lineales para simular el ablandamiento del material</li> </ul> |
|---|---|

Además, NLFEM cuenta con rutinas para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales. Los procedimientos integrados son:

- Procedimientos iterativos regulares y modificados de Newton-Raphson combinados con procedimientos de incrementos
- Controles de fuerzas, desplazamientos directos, por métodos de arco y de desplazamientos indirectos
- Limitadores de convergencia basados en las normas de la energía de los desplazamientos y de las fuerzas

De las características del programa, se seleccionaron sólo algunas para determinar la curva de capacidad del modelo propuesto en el capítulo 6. Para llevar a cabo el análisis del modelo se emplearon cargas preestablecidas para modelar la acción sísmica, el modelo de Rankine isótropo para representar la superficie de falla de la mampostería, una relación esfuerzo-deformación con ablandamiento lineal para el material y el método de longitud de arco para seguir la trayectoria de los esfuerzos una vez que se lleguen a los puntos de bifurcación de las curvas esfuerzo-deformación unitaria del material.

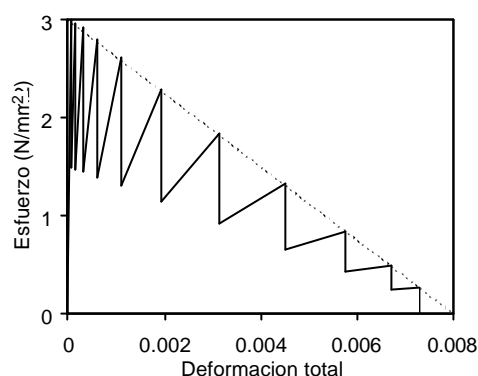
#### **4.2. PROCEDIMIENTO LINEAL SECUENCIAL CON ABLANDAMIENTO DENTADO**

El procedimiento lineal secuencial con ablandamiento dentado provee una solución para la curva de respuesta carga-desplazamiento, simplificando modelos de agrietamiento no lineales en modelos dentados lineales secuenciales (Rots e Invernizzi, 2004). Para esto, se introduce un modelo que reemplaza la curva esfuerzo-deformación descendente del material por una curva dentada (figura 4.2.1). Esta curva es un conjunto de líneas desacopladas de diferente pendiente, que van desde el origen hasta la resistencia actual. Los esfuerzos descienden verticalmente desde el valor máximo hasta un nivel residual, donde pasa un nuevo brazo ascendente de pendiente reducida. Las líneas se conectan y forman una curva discontinua. De esta manera, la respuesta se captura por medio de aproximaciones secantes con re-inicios del origen.

Este método utiliza un procedimiento de solución donde se realiza un análisis estático lineal, se localiza el elemento más crítico, se reduce la rigidez y resistencia de ese elemento de acuerdo con la curva dentada y se repite el proceso. Este enfoque evita el módulo de rigidez negativa, es

inherentemente estable y la energía de fractura disipada no depende del tamaño de la malla ni del número de dientes adoptados para discretizar el brazo de ablandamiento.

En este método la reducción consecutiva de resistencia y rigidez se basa en el concepto de ablandamiento por deformación a tensión. La curva esfuerzo-deformación de ablandamiento a tensión está definido por el módulo de Young,  $E$ , la resistencia a tensión,  $f_t$ , la forma del diagrama (lineal o exponencial) y el área bajo el diagrama. El área bajo el diagrama,  $A$ , representa la energía de fractura,  $G_f$ , dividida por el ancho de banda de la grieta,  $h$ . Se usa un diagrama de ablandamiento lineal (figura 4.2.1), pero puede extenderse a cualquier otra forma de diagrama.



**Figura 4.2.1. Diagrama envolvente esfuerzo-deformación de ablandamiento (intermitente) y aproximación dentada (continua)**

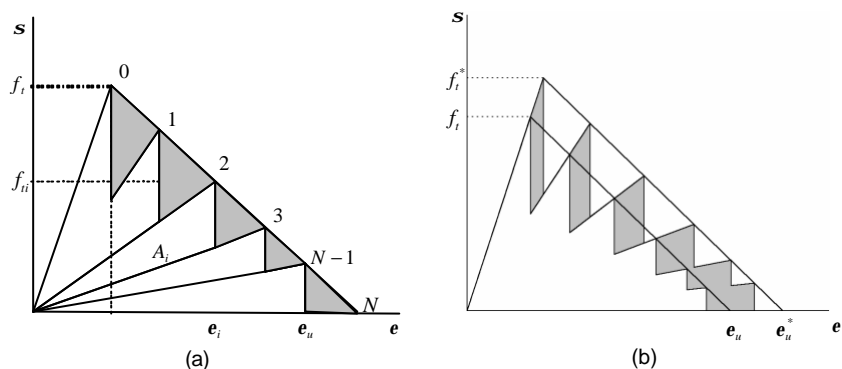
El procedimiento global es como sigue:

1. La estructura se discretiza con elementos continuos elásticos comunes.
2. El módulo de Young, la relación de Poisson y la resistencia a tensión, se asignan a los elementos.

Los siguientes pasos se llevan a cabo en forma secuencial.

3. Asignar las cargas externas como una carga unitaria normalizada.
4. Realizar un análisis elástico lineal.
5. Extraer los elementos críticos de los resultados. El elemento crítico es aquel para el cual el esfuerzo principal a tensión es el más cercano a la resistencia de tensión.
6. Calcular la carga global crítica como la carga unitaria veces la resistencia actual dividida por el esfuerzo del elemento crítico.
7. Registrar el desplazamiento global, para la curva carga-desplazamiento total.
8. Reducir el módulo de Young  $E$  y la resistencia a tensión  $f_t$  del elemento crítico, de acuerdo con la curva esfuerzo-deformación de ablandamiento a tensión dentada, como se describe en la próxima sección.
9. Volver a realizar un análisis lineal con la nueva configuración de la estructura en el cual  $E$  y  $f_t$  del elemento crítico previo fueron reducidos.
10. ....repetir de nuevo.....
11. Construir la curva carga-desplazamiento conectando consecutivamente todos los conjuntos cargas-desplazamiento encontrados en los pasos anteriores.
12. Trazar la malla deformada. Este trazo revela la localización de la fractura, porque las series de elementos degradados desplegarán grandes deformaciones, representando el ancho de la grieta.

Este esquema constituye la esencia del método. Un criterio muy grueso, es reducir el módulo de Young a cero inmediatamente después de haber alcanzado por primera vez la resistencia de tensión. Este enfoque elástico perfectamente frágil es probablemente dependiente de la malla de manera que no conduciría a la disipación correcta de energía. Con la técnica de regularización de deformación última y resistencia a tensión combinados (figura 4.2.2), se alcanza la independencia del tamaño de la malla para análisis lineal secuencial y los resultados son más exactos. La técnica está basada sobre la suposición que la energía disipada durante el régimen de ablandamiento debe ser invariante con respecto al tamaño de la malla.



**Figura 4.2.2. Técnica de regularización. (a) Esquema de aproximación dentada para ablandamiento, la energía de fractura se subestima. (b) Esquema de regularización**

Una secuencia para el cálculo de los parámetros es la siguiente:

1. Se escoge la cantidad de reducciones  $n$  que se aplicarán en total a un elemento.
2. Se selecciona la razón a la cual disminuirá el módulo de Young,  $a$ .
3. La deformación última  $e_u$  del diagrama (ecuación 4.2.1) se determina como

$$e_u = \frac{2G_f}{f_t h} \quad (4.2.1)$$

4. Se calcula la tangente  $D$  de la curva de ablandamiento esfuerzo-deformación (ecuación 4.2.2).

$$D = \frac{f_t}{e_u - (f_t/E)} \quad (4.2.2)$$

5. El módulo de Young del elemento crítico se reduce de acuerdo con la ecuación 4.2.3,

$$E_i = \frac{E_{i-1}}{a} \text{ para } i = 1 \text{ hasta } n \quad (4.2.3)$$

Donde  $i$  indica el paso actual en el diagrama dentado,  $i-1$  el paso previo y  $a$  una constante. Cuando un elemento ha sido crítico  $n$  veces, éste se remueve completamente en el próximo paso. Esta remoción puede hacerse explícitamente, o puede aproximarse manteniendo el elemento, pero asignándole un módulo de Young residual muy bajo (ejemplo  $10^{-6}$  veces el módulo de Young inicial).

6. La resistencia reducida  $f_{ti}$  correspondiente al módulo de Young reducido  $E_i$  se calcula con la ecuación 4.2.4.

$$f_{ii} = \mathbf{e}_u E_i \frac{D}{E_i + D} \quad (4.2.4)$$

7. El parámetro  $b_i$  se determina con la ecuación 4.2.5.

$$b_i = \left( 1 - \frac{E_{i+1}}{E_i} \right) \quad (4.2.5)$$

8. Se encuentra  $k$  aplicando la ecuación 4.2.6.

$$k = \sqrt{\frac{Gf/h}{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{2}(f_{ii}^2/E_i)b_i}} \quad (4.2.6)$$

9. Se actualizan la resistencia  $f_i^*$  y la deformación última  $\mathbf{e}_i^*$  con la ecuación 4.2.7.

$$f_i^* = k \cdot f_i \quad \mathbf{e}_i^* = k \cdot \mathbf{e}_i \quad (4.2.7)$$

10. Así, la resistencia y la deformación última total actualizadas (ecuaciones 4.2.8 y 9) correspondientes a cada paso son:

$$f_{ii}^* = k \cdot f_{ii} \quad \text{para } i = 0 \text{ hasta } n - 1 \quad (4.2.8)$$

$$\mathbf{e}_{ii}^* = \frac{f_{ii}}{E_i} \quad \text{para } i = 0 \text{ hasta } n - 1 \quad (4.2.9)$$

Una observación importante es que la reducción del módulo de Young se hace en todos los puntos del elemento. Esto puede considerarse daño isótropo, pero también puede extenderse a daño ortótropo.

### 4.3. MÉTODO MODAL ESPECTRAL EVOLUTIVO

En esta tesis se presenta un método Modal Espectral Evolutivo para la evaluación del desempeño sísmico de muros de mampostería. Para esto, se determina una curva de capacidad y, por medio de fórmulas de dinámica estructural, se convierte en una curva de respuesta de un sistema de un grado de libertad de referencia. El método se presenta como una opción más simple de análisis dinámico no lineal paso a paso, y a la vez como una mejor alternativa entre los métodos simplificados de evaluación. Éste incluye la contribución de los modos superiores de vibrar y hace uso de espectros de respuesta suavizados. Su propósito es la obtención de índices de desempeño tales como desplazamientos, derivas y cortantes de entrepiso, utilizando un espectro de diseño y una serie de análisis modales espectrales, usados normalmente en los análisis elásticos (Alba y Ayala, 2005).

El método propuesto considera el comportamiento no lineal de la estructura, por medio del cálculo paso a paso de la curva de capacidad y la construcción de la correspondiente curva de respuesta asociada al modo dominante, empleando una serie de análisis modales espectrales. Este método se basa en la metodología para evaluación del desempeño sísmico de viaductos irregulares de Isakovic *et al* (2005). No se considera un procedimiento estático no lineal, sino una evolución del método N2 del Eurocódigo 8 (CEN, 2003).

Para su aplicación se utilizan herramientas de análisis comerciales, e.g., SAP (CSI, 2003), por ser una herramienta práctica de análisis estructural en el campo de la ingeniería sísmica, haciendo el procedimiento práctico y sencillo.

#### 4.3.1. Hipótesis:

- Se considera agrietamiento distribuido. La ocurrencia de comportamiento no lineal se distribuye sobre todo el elemento. El comportamiento no-lineal se modela disminuyendo el módulo de Young del elemento, una vez que éste ha alcanzado su resistencia axial actual; el término actual se refiere al instante del paso de análisis que se realiza.
- Los elementos no fallan por compresión. Se supondrá que los elementos tienen más probabilidades de sufrir daño por esfuerzos principales a tensión. Aún cuando se puede extender el método para incluir la falla por compresión.
- Los elementos dañados no tienen masa. Una vez que los elementos están totalmente agrietados, se les retira la masa. Aunque al considerar esto se pierda un porcentaje de la masa total de la estructura, esto se realiza para evitar modos de vibrar espurios.
- Se considera que el material es isótropo. Aún cuando este método se puede ampliar a materiales ortótropos.
- Los esfuerzos de axiales y cortantes de un elemento corresponden. Se supondrá que los esfuerzos determinados por análisis modal espectral tienen relación entre sí, cumpliendo las condiciones de equilibrio, a pesar de que estos la pierdan al usar una regla de combinación modal.
- El daño puede modelarse con la superficie de falla de Rankine.
- El modo fundamental de la estructura es el que mayor participación tiene en la respuesta.

Las hipótesis anteriores se requieren para evaluar la curva de capacidad del modelo. Enseguida se mencionan las hipótesis adicionales para determinar el desempeño de la estructura.

- No es necesaria una idealización bilineal de la curva de capacidad de la estructura.
- En este método no se aplica la regla de iguales desplazamientos para terrenos blandos. Por lo que en los casos considerados, se excluyen terrenos blandos.

#### 4.3.2. Procedimiento

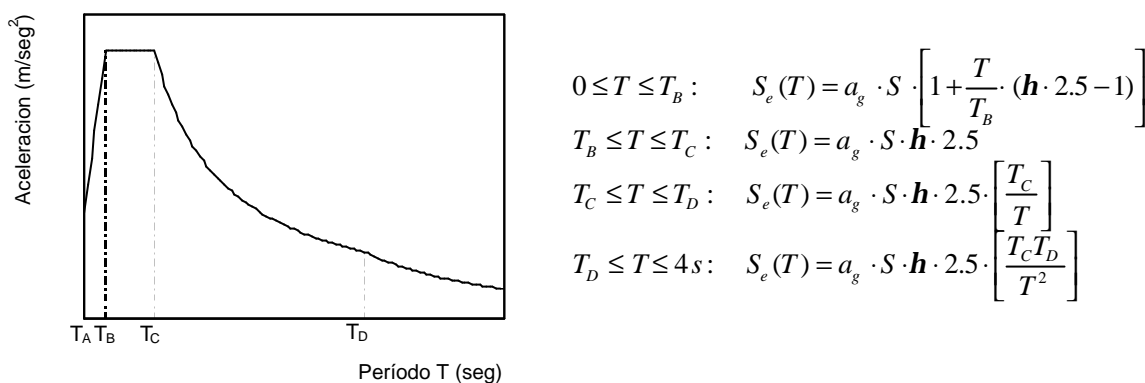
El método originalmente se desarrolla en los siguientes pasos:

1. Definición de la demanda sísmica por medio de un espectro elástico suavizado, seleccionado de cualquier reglamento de análisis y diseño.
2. Definición de la curva de comportamiento de la estructura. Se determina la curva de capacidad mediante una serie de análisis modales espectrales; considerando un nivel de daño por cada punto de la curva. Una vez obtenida, se convierte a una curva de comportamiento correspondiente al modo fundamental, la cual se define como la curva de comportamiento de un sistema de un grado de libertad equivalente.
3. Evaluación del punto de desempeño, usando la regla de iguales desplazamientos y su corrección para períodos cortos.

4. Evaluación del desempeño sísmico de la estructura, definido como la suma de las respuestas escaladas sucesivas de los análisis modales espectrales.

### Paso 1. Definición de la demanda sísmica.

La demanda sísmica depende del objetivo de diseño deseado y se define por medio del espectro elástico suavizado (figura 4.3.2.1), llamado generalmente espectro de diseño (CEN, 2003). El método propuesto utiliza este espectro en un formato  $S_a-S_d$ .

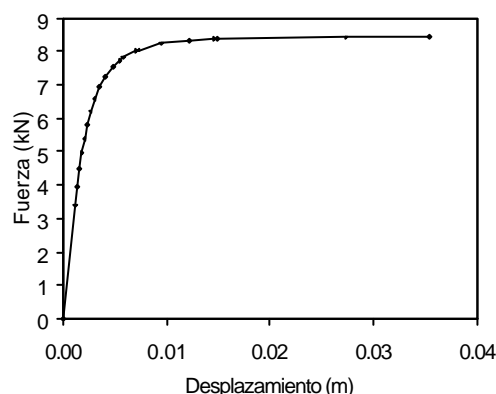


**Figura 4.3.2.1. Espectro de diseño elástico (Eurocódigo 2, CEN 2003)**

$T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$  y  $T_D$  son períodos que definen los intervalos en el espectro,  $S_e$  es la pseudo aceleración espectral,  $a_g$  es la aceleración máxima del terreno,  $S$  es el factor de amplificación del suelo y  $h$  es el factor de corrección por amortiguamiento.

### Paso 2. Curva de capacidad y de comportamiento

La curva de capacidad de una estructura (figura 4.3.2.2) se determina por medio de una serie de análisis modales espectrales, para cada nivel de daño consecutivo de los elementos. El número de análisis dependerá de la cantidad de elementos que se dañen hasta que se alcance la capacidad máxima de la estructura o se presente inestabilidad local o global.



**Figura 4.3.2.2. Curva de capacidad**



### Paso 2.1. Factor de escala del espectro.

El factor de escala  $Sf_j$  se calcula para cada análisis modal espectral  $j$  y con éste se reduce el espectro elástico, para que, uno o varios elementos alcancen su resistencia axial actual. Para la obtención del factor de escala de cada nodo del elemento se utiliza una superficie de falla tipo Rankine (Lourenço, 1995) representada por la ecuación 4.3.2.1.

$$f_1 = \frac{[s_x - f_t] + [s_y - f_t]}{2} + \sqrt{\left(\frac{[s_x - f_t] - [s_y - f_t]}{2}\right)^2 + t_{xy}^2} \leq 0 \quad (4.3.2.1)$$

Donde  $f_1$  es la función de falla,  $f_t$  es el esfuerzo principal resistente a tensión,  $s_x$  y  $s_y$  son los esfuerzos axiales en ambas direcciones globales y  $t_{xy}$  es el esfuerzo cortante.

En el método aquí propuesto esta ecuación se transforma en la ecuación 4.3.2.2.

$$f_1 = \frac{[(sac_x + Sf \cdot s \text{ int}_x) - f_t] + [(sac_y + Sf \cdot s \text{ int}_y) - f_t]}{2} + \sqrt{\left(\frac{[(sac_x + Sf \cdot s \text{ int}_x) - f_t] - [(sac_y + Sf \cdot s \text{ int}_y) - f_t]}{2}\right)^2 + (tac_{xy} + Sf \cdot t \text{ int}_{xy})^2} \leq 0 \quad (4.3.2.2)$$

Donde  $sac$  es el esfuerzo axial acumulado en ambas direcciones globales,  $s \text{ int}$  es el esfuerzo por acción sísmica en las mismas direcciones,  $tac_{xy}$  es el esfuerzo cortante acumulado,  $t \text{ int}_{xy}$  es el esfuerzo cortante por acción sísmica y  $Sf$  es el factor de amplificación. Haciendo algunas manipulaciones algebraicas se llega a la ecuación 4.3.2.3.

$$\begin{aligned} & [f_t^2 - tac_{xy}^2 + sac_x \cdot sac_y - f_t \cdot (sac_x + sac_y)] + \\ & + [sac_x \cdot s \text{ int}_y + s \text{ int}_x \cdot sac_y - 2tac_{xy} \cdot t \text{ int}_{xy} - f_t \cdot (s \text{ int}_x \cdot s \text{ int}_y)] \cdot Sf + \\ & + [s \text{ int}_x \cdot s \text{ int}_y - t \text{ int}_{xy}^2] \cdot Sf^2 \geq 0 \end{aligned} \quad (4.3.2.3)$$

Al resolver esta ecuación de segundo grado para  $Sf$ , se obtienen factores que en realidad representan un intervalo de valores donde la función de falla (ecuación 4.3.2.2) puede variar sin ser mayor que 0. De este intervalo de valores, se tomará el factor que haga que la ecuación 4.3.2.2 se satisfaga para cada nodo  $i$  de los elementos de la malla, evitando que los esfuerzos caigan fuera de la superficie de falla.

Así en cada análisis  $j$ , se determina para cada nodo del elemento  $i$ , el factor mínimo y máximo, mediante las ecuaciones 4.3.2.4a y b, respectivamente.

$$(Sf_{\min})_i^{(j)} = \frac{-b_i^{(j)} - \sqrt{(b_i^{(j)})^2 - 4a_i^{(j)}c_i^{(j)}}}{2a_i^{(j)}} \quad (4.3.2.4a)$$

$$(Sf_{\max})_i^{(j)} = \frac{-b_i^{(j)} + \sqrt{(b_i^{(j)})^2 - 4a_i^{(j)}c_i^{(j)}}}{2a_i^{(j)}} \quad (4.3.2.4b)$$

Donde:

$$a_i^{(j)} = \left[ f_t^2 - t ac_{xy}^2 + s ac_x \cdot s ac_y - f_t \cdot (s ac_x + s ac_y) \right]_i^{(j)} \quad (4.3.2.5)$$

$$b_i^{(j)} = \left[ s ac_x \cdot s int_y + s int_x \cdot s ac_y - 2t ac_{xy} \cdot t int_{xy} - f_t (s int_x \cdot s int_y) \right]_i^{(j)} \quad (4.3.2.6)$$

$$c_i^{(j)} = \left[ s int_x \cdot s int_y - t int_{xy}^2 \right]_i^{(j)} \quad (4.3.2.7)$$

De las expresiones anteriores,  $a_i^{(j)}$ ,  $b_i^{(j)}$  y  $c_i^{(j)}$  son los coeficientes de la ecuación de segundo grado 4.3.2.3.

Para determinar los intervalos, se establece la siguiente secuencia:

1. El número de nodo  $i$  varía de  $i=1$  hasta  $i=NN$ , donde  $NN$  es el número de nodos de cada elemento (triángulo o cuadrilátero) de la malla.
2. Se calcula el siguiente parámetro adicional  $q$  para cada uno de los nodos:

$$q_i^{(j)} = \left( \frac{s int_x + s int_y}{2} \right) + \left[ \left( \frac{s ac_x - s ac_y}{2} \right) \cdot \left( \frac{s int_x - s int_y}{2} \right) + t ac_{xy} \cdot t int_{xy} \right] \cdot \left[ \sqrt{\left( \frac{s ac_x - s ac_y}{2} \right)^2 + t ac_{xy}^2} \right] \quad (4.3.2.8)$$

3. Para encontrar los intervalos, se tomarán los parámetros calculados anteriormente,  $(Sf_{min})_i^{(j)}$ ,  $(Sf_{max})_i^{(j)}$ ,  $a_i^{(j)}$  y  $q_i^{(j)}$ , dependiendo del signo de éstos, se presentaran los casos presentados en la tabla 4.3.2.1.

**Tabla 4.3.2.1. Casos y criterios para determinar los intervalos de  $Sf$**

$a_i^{(j)} > 0$					$a_i^{(j)} < 0$				
SIGNO		INTERVALO			SIGNO		INTERVALO		
$(Sf_{min})_i^{(j)}$	$(Sf_{max})_i^{(j)}$	$?_i^{(j)}$	$LI_i^{(j)}$	$LS_i^{(j)}$	$(Sf_{min})_i^{(j)}$	$(Sf_{max})_i^{(j)}$	$?_i^{(j)}$	$LI_i^{(j)}$	$LS_i^{(j)}$
(-)	(-)	(-)	0	1000	(-)	(-)	(-)	SIN SOL.	SIN SOL.
(-)	(+)	(-)	$(Sf_{max})_i^{(j)}$	1000	(-)	(+)	(-)	0	$(Sf_{min})_i^{(j)}$
(+)	(+)	(-)	$(Sf_{max})_i^{(j)}$	1000	(+)	(+)	(-)	$(Sf_{max})_i^{(j)}$	$(Sf_{min})_i^{(j)}$
(-)	(-)	(+)	SIN SOL.	SIN SOL.	(-)	(-)	(+)	SIN SOL.	SIN SOL.
(-)	(+)	(+)	0	$(Sf_{max})_i^{(j)}$	(-)	(+)	(+)	0	$(Sf_{min})_i^{(j)}$
(+)	(+)	(+)	0	$(Sf_{max})_i^{(j)}$	(+)	(+)	(+)	$(Sf_{max})_i^{(j)}$	$(Sf_{min})_i^{(j)}$

NOTA: Para mayor información acerca de cómo se establecieron estos intervalos ver el Apéndice 2.

$LI_i^{(j)}$  es el límite inferior,  $LS_i^{(j)}$  es el límite superior, SIN SOL. significa sin solución y 1000 es un valor máximo arbitrario.

4. Determinados los intervalos de  $Sf$  se procede a encontrar el factor de escala positivo menor, que corresponde al elemento o los elementos más cercanos a alcanzar su resistencia actual. Este factor se determina mediante la ecuación 4.3.2.9.

$$Sf_j = \min(LS_i^{(j)}) \quad (4.3.2.9)$$

$s_{ac}$  es el esfuerzo interno acumulado definido en las ecuaciones 4.3.2.10a y 4.3.2.10b. El esfuerzo interno  $s_{int}$  es el que resulta del análisis sísmico espectral donde se considera la participación de los modos superiores de vibrar en la respuesta por medio de una regla de combinación modal (CQC ó SRSS).

Para el primer punto de la curva de capacidad, el esfuerzo actuante  $s_{ac}$  está dado por la ecuación 4.3.2.10a.

$$s_{ac_1} = s_{pp} \quad (4.3.2.10a)$$

donde  $s_{pp}$  es el esfuerzo por análisis del peso propio de la estructura. Para los puntos siguientes se usa la ecuación 4.3.2.10b.

$$s_{ac_j} = s_{ac_{j-1}} + s_{int_{j-1}} \cdot Sf_{j-1} \quad (4.3.2.10b)$$

### Paso 2.2. Espectro de Respuesta Escalado.

Una vez obtenido el factor de escala  $Sf_j$  positivo menor (ecuación 4.3.2.9), el espectro de respuesta elástico se escala, figura 4.3.2.3. Este espectro de escala menor corresponde a la intensidad de demanda sísmica necesaria para alcanzar la resistencia actual del o los elementos más críticos en el paso  $j$ .

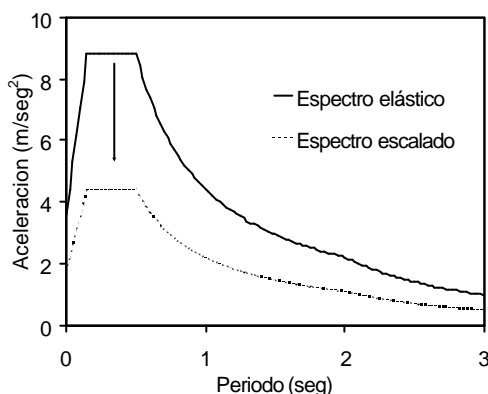


Figura 4.3.2.3. Espectro elástico y escalado

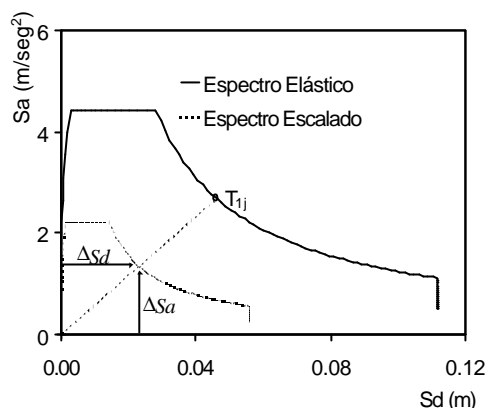
### Paso 2.3. Definición de la curva de comportamiento.

La curva de capacidad se representa en el espacio espectral de pseudo-aceleración contra desplazamiento, por lo que se denomina espectro de capacidad o curva de respuesta. Los puntos de esta curva se definen con las ecuaciones 4.3.2.11 y 12.

$$Sa_j = Sa_{j-1} + \Delta Sa \quad \text{con} \quad \Delta Sa = Sf_j \cdot Sa(T_{1j}) \quad (4.3.2.11)$$

$$Sd_j = Sd_{j-1} + \Delta Sd \quad \text{con} \quad \Delta Sd = Sf_j \cdot Sd(T_{1j}) \quad (4.3.2.12)$$

Donde  $j$  es el paso actual,  $j-1$  el paso anterior,  $\Delta Sd$  el incremento del desplazamiento espectral y  $\Delta Sa$  el incremento de la pseudo-aceleración, ambos corresponden al período fundamental de la estructura,  $T_{1j}$ , en el paso  $j$  del análisis y se grafican en formato  $Sa$ - $Sd$  (figura 4.3.2.4).

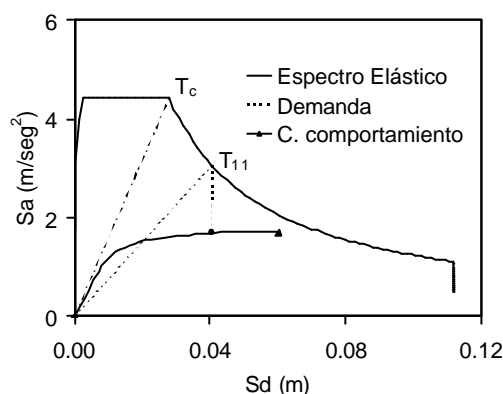


**Figura 4.3.2.4. Definición de los incrementos en aceleración y desplazamiento**

Finalmente, cuando un número suficiente de elementos llevan a un mecanismo de falla local o global de la estructura, o hasta que se desee, el análisis se detiene y se pasa al siguiente paso.

**Paso 3. Desplazamiento espectral objetivo**

La demanda de desplazamiento inelástico, llamada desplazamiento objetivo  $Sd^*$ , se determina utilizando la regla de iguales desplazamientos (Veletsos y Newmark, 1960) y considerando la corrección por período corto, anexo B del Eurocódigo 8 (CEN, 2003), partiendo del desplazamiento espectral elástico que corresponde al período fundamental del primer paso de análisis de la estructura,  $T_{11}$ . De esta manera, se considera un comportamiento lineal inicial de la estructura, y se obtiene la demanda de desplazamiento, figura 4.3.2.5.



**Figura 4.3.2.5. Regla de iguales desplazamientos ( $T_{11} > T_c$ ), desplazamiento sin corrección**

Para estructuras con período fundamental mayor que el período característico del suelo  $T_{11} > T_c$ , ver figura 4.3.2.5, el desplazamiento objetivo se toma igual al desplazamiento elástico, ecuación 4.3.2.13.

$$Sd^* = Sd \tag{4.3.2.13}$$

Si por el contrario, el período fundamental de la estructura es menor que el dominante del suelo,  $T_{11} < T_c$ , ver figura 4.3.2.6, se aplica la corrección por períodos cortos (ecuaciones 4.3.2.14 a 16).

$$Sd^* = \frac{Sd}{q_u} R \tag{4.3.2.14}$$

Donde:

$$q_u = \frac{S_e(T) m}{F_y} \quad (4.3.2.15)$$

$$R = (q_u - 1) \frac{T_c}{T} + 1 \quad (4.3.2.16)$$

$R$  es la capacidad de ductilidad,  $T_c$  el período característico del suelo,  $T_{11}$  el período fundamental inicial de la estructura,  $S_d$  el desplazamiento espectral elástico,  $S_d^*$  el desplazamiento espectral inelástico u objetivo,  $q_u$  el factor de reducción,  $S_e(T)$  la pseudo aceleración espectral elástica y  $F_y$  es la resistencia cuando se presenta el primer índice de daño o cuando la curva de comportamiento presente un cambio de pendiente considerable.

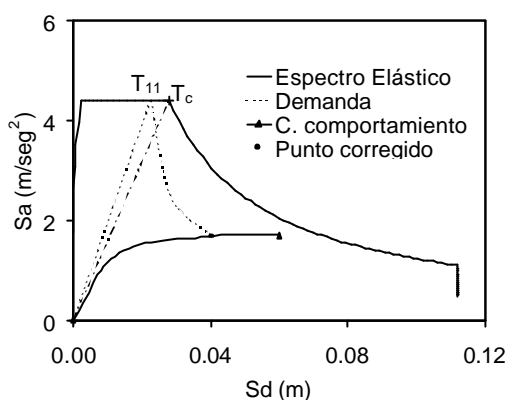


Figura 4.3.2.6. Regla de iguales desplazamientos ( $T_{11} < T_c$ ), desplazamiento corregido

#### Paso 4. Evaluación de desempeño

Cuando la estructura presenta inestabilidad antes de que el desplazamiento objetivo se alcance significa que la estructura no es capaz de soportar el nivel de demanda sísmica fijado. Por otro lado, cuando se alcanza el desplazamiento objetivo, normalmente se excede la demanda, ver figura 4.3.2.5; por lo tanto, se necesita un ajuste en la curva de comportamiento para alcanzar el punto de desempeño de manera exacta. Usando la ecuación 4.3.2.17 se calcula un nuevo factor de escala por medio de interpolación lineal para el primer punto de la curva de comportamiento que excede el desplazamiento objetivo. La nueva coordenada de desplazamiento  $Sd_j$  se sustituye generando un nuevo incremento en desplazamiento  $\Delta Sd_N$  y su respectivo factor de escala,

$$Sf_{jN} = Sf_j \left( \frac{Sd^* - Sd_{(j-1)}}{Sd_j - Sd_{(j-1)}} \right) \text{ para } Sd_j > Sd^* \quad (4.3.2.17)$$

Finalmente, la respuesta total  $r_{total}$  de la estructura (desplazamientos, derivas, cortantes, etc.) será la suma de la respuesta obtenida en cada paso  $r_j$  de los  $N$  análisis modales espectrales realizados, multiplicada por su correspondiente factor de escala  $Sf_j$ , ecuación 4.3.2.18.

$$r_{total} = \sum_{j=1}^N r_j Sf_j \quad (4.3.2.18)$$

#### **4.4. CONCLUSIONES**

La propuesta en este trabajo es un método de evaluación para estructuras de mampostería. Los dos procedimientos adicionales que se mencionan son para tener una base de comparación. Pero, el procedimiento LSAD se modificó, de tal manera que los esfuerzos por la acción sísmica provinieran de un análisis modal espectral, permitiendo compararlo con el método MEE. Además, se seleccionó por presentar buenos resultados para la curva de capacidad, cuando se considera el ablandamiento del material.

## CAPÍTULO 5

### EVALUACIÓN DE LOS FACTORES DE AMPLIFICACIÓN MEDIANTE EL ANÁLISIS DE UNA VIGA CON MUESCA

Las estructuras de mampostería tienen la habilidad de redistribuir los esfuerzos durante el agrietamiento. Una grieta puede iniciarse, propagarse y moverse hacia la superficie libre, después, los esfuerzos se redistribuyen y una nueva grieta puede empezar (Rots e Invernizzi, 2004). Este proceso hace que la curva carga-desplazamiento presente caídas y saltos, haciendo su análisis excesivamente complicado. Rots e Invernizzi (2004) encontraron una manera relativamente fácil de obtener la solución simplificando los modelos de agrietamiento no lineal en modelos dentados lineales secuenciales. Este procedimiento evita el uso de procedimientos iterativo-incrementales y módulos de rigidez negativos; además, es estable. Para validar su modelo numérico, Rots e Invernizzi (2004) utilizaron una viga con muesca. En este capítulo se seleccionó esta estructura para ilustrar la aplicación de los factores de amplificación. De los cuales, se extrae el mínimo de los máximos de cada intervalo por elemento. Este determina el incremento exacto de los esfuerzos para que un elemento alcance su resistencia de tensión. Este proceso establece un estado de daño diferente en cada análisis, lo cual se refleja en la curva carga-desplazamiento. De esta manera se podrá evaluar la eficiencia computacional del procedimiento que determina el factor de amplificación comparando las curvas fuerza-desplazamiento obtenidas por Rots e Invernizzi (2004) contra las obtenidas en este capítulo. Se harán dos tipos de análisis, uno donde se considerarán los esfuerzos en cada nodo de los elementos y otro, utilizando un solo punto, cuyos esfuerzos son el promedio de los obtenidos en los nodos. Estos análisis harán ver la diferencia que resulta entre las dos opciones. Un objetivo adicional será mostrar de que manera influyen los resultados (esfuerzos) obtenidos con el programa SAP.

#### 5.1. DESCRIPCIÓN DEL MODELO.

##### 5.1.1. Geometría

El modelo en estudio es una viga simétrica con una muesca en el centro del claro (figura 5.1.1). La viga tiene 500 mm de longitud total, claro libre entre apoyos de 450 mm, altura de 100 mm y espesor de 50 mm. La altura de la muesca es de 10 mm y el ancho dependerá del tamaño de discretización de la banda central seleccionada para el análisis. Se aplicarán dos cargas puntuales unitarias, la primera colocada a 175 mm a partir del extremo izquierdo de la viga y la segunda a la misma distancia, pero medida a partir del extremo derecho.

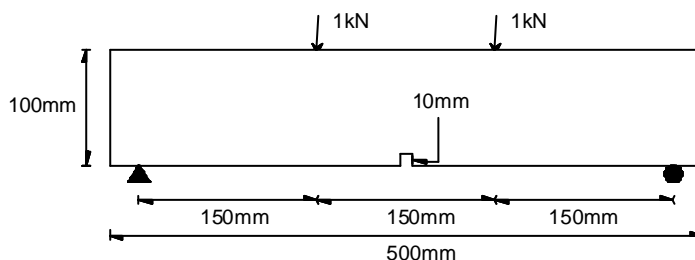


Figura 5.1.1. Viga y configuración de carga

### 5.1.2. Propiedades

Se seleccionaron mallas perfectamente regulares, de manera que la solución no se viese afectada por alguna variación en la trayectoria de la grieta en zig-zag. Se proponen tres mallas diferentes para el modeb (figura 5.2.1), denominadas: gruesa, media y fina. Estas mallas tienen un ancho de banda de grieta central de 20, 10 y 5 mm, respectivamente. La altura de los elementos de esta banda central es igual a su ancho correspondiente, de manera que el número de elementos a lo largo de la altura de la viga es de: 5 en la malla gruesa, 10 en la malla media y 20 en la fina. El factor  $a$  es igual a 2 y el factor  $n$  igual a 10. Esto implica que el módulo de Young del material del elemento crítico se reduce la mitad en cada paso y la resistencia a tensión del elemento será cero cuando sea diez veces crítico. Esto significa que cada vez que un elemento de la malla alcance su resistencia, será crítico, y cuando lo sea 10 veces, se reducirá el módulo de Young  $10^{-6}$  veces su valor inicial. Las propiedades del material a utilizar se muestran en la tabla 5.2.1.

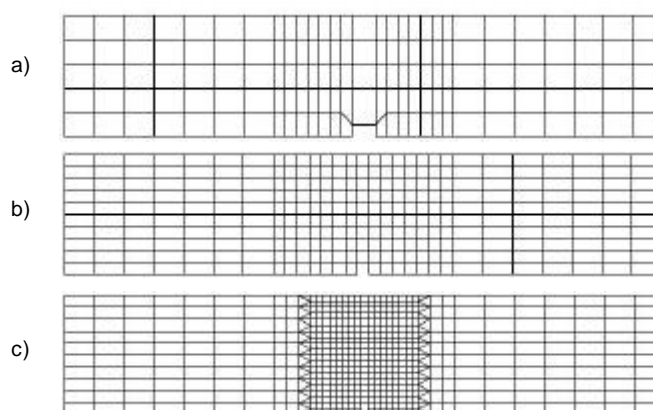


Figura 5.1.2. Mallas de elementos finitos para el análisis de la viga. (a) Malla gruesa; (b) media y (c) fina

Tabla 5.1.1. Propiedades del material utilizadas en la malla

Propiedades	Tipo de malla			Unidades
	Gruesa	Media	Fina	
Resistencia a tensión	3	3	3	N/mm <sup>2</sup>
Módulo de Young	38000	38000	38000	N/mm <sup>2</sup>
Módulo de Poisson	0.2	0.2	0.2	
Energía de fractura en tensión	0.06	0.06	0.06	N-mm/mm <sup>2</sup>
Ancho de banda de la grieta	20	10	5	mm
Deformación última	0.002	0.004	0.008	

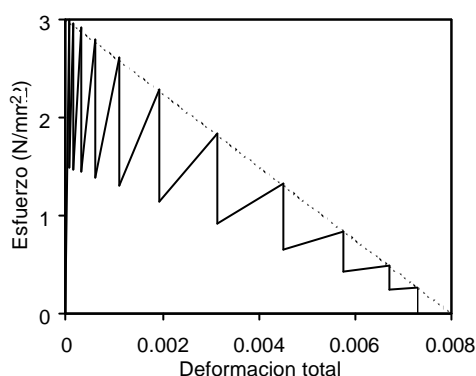
## 5.2. PROCEDIMIENTOS DE ANÁLISIS

En el análisis original (Rots e Invernizzi, 2004), se usaron elementos lineales de cuatro nodos. Estos se integraron usando una cuadratura de Gauss de 2x2, excepto para los elementos situados en la parte media de la viga, los cuales se integraron en su punto central. Esto significó que, si un punto de integración de un elemento de esta banda media alcanzaba un máximo local en la curva dentada (figura 5.2.1), el módulo de Young del elemento entero se reducía, así como su resistencia.



El modelo de la viga con muesca se analiza para hacer una comparativa de los resultados, entre los obtenidos por Rots e Invernizzi (2004) y los obtenidos en este capítulo aplicando los factores de amplificación. El método de Rots e Invernizzi (2004) se combina con las ecuaciones 4.3.2.3 a 4.3.2.8 y la tabla 4.3.2.1, las cuales no son parte de su procedimiento original y se utilizan para determinar el factor mínimo de amplificación. Se adiciona un análisis donde se considera el promedio de los esfuerzos en los puntos. Este valor promedio puede equipararse al esfuerzo calculado en el punto central del elemento (Apéndice 1).

Para llevar a cabo el procedimiento de análisis con el programa de computadora SAP (CSI, 2003), se utilizarán los esfuerzos en los nodos, los cuales, como se muestra en el Apéndice 1, son diferentes a los que se obtendrían por medio de fórmulas del método de elemento finito (Bathe, 1996).



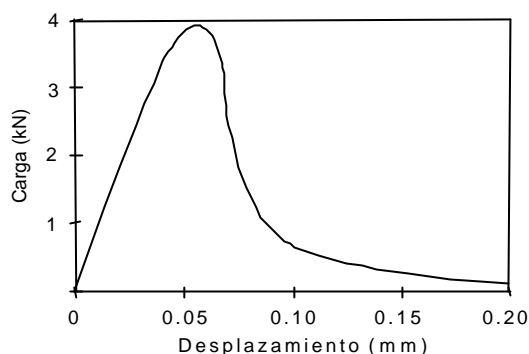
**Figura 5.3.1. Curva dentada esfuerzo-deformación total para el material**

El procedimiento de análisis será como sigue: se realizará un análisis para el estado de carga mostrado en la figura 5.1.1. Una vez obtenidos los esfuerzos, se procede a determinar los factores de amplificación; de éstos se escogerá el menor que lleve a uno o más elementos del modelo hasta el valor de su resistencia a tensión; teniendo cuidado que los esfuerzos de los demás elementos no sobrepasen sus respectivas resistencias. No se considera ningún límite de resistencia para el esfuerzo de compresión de los elementos.

### 5.3. RESULTADOS

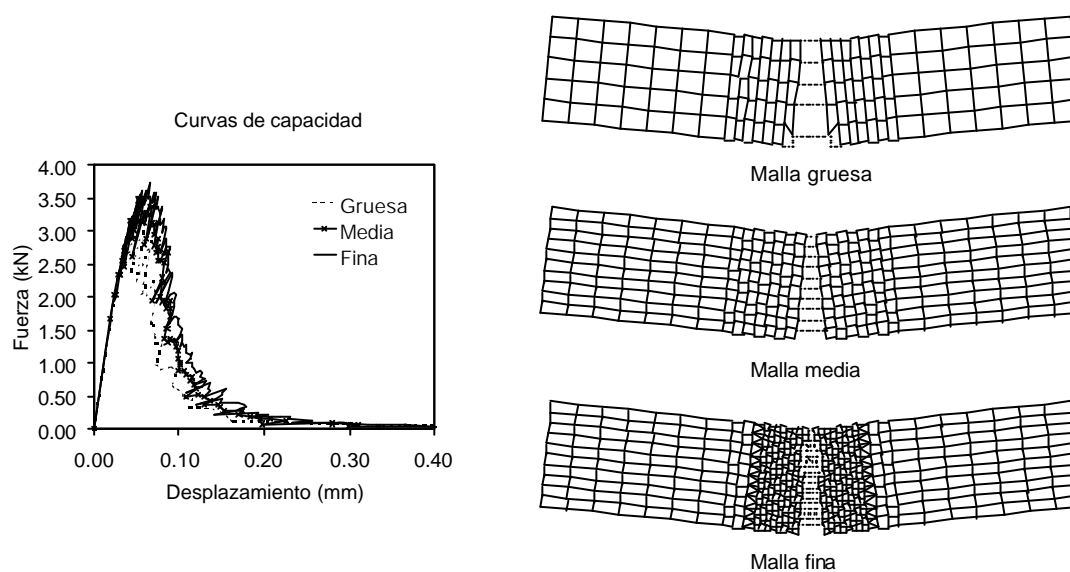
A continuación se muestran los resultados de la viga usando tres tipos de mallas y dos formas de evaluar las funciones de falla: una es con esfuerzos en los nodos y la otra con el promedio de los mismos. En la figura 5.3.1 se muestra la curva carga-desplazamiento de una viga con las mismas características que las aquí utilizadas, obtenida por Rots e Invernizzi (2004) en forma analítica. Esta servirá como base de comparación de los resultados obtenidos.

Las figuras de los resultados de los análisis se identificarán por esfuerzos en los nodos o su promedio. A la izquierda de las figuras se mostrarán las curvas fuerza-deformación, mientras que a la derecha se pondrán las tres mallas con el daño último obtenido en cada análisis. Aunque aquí no se muestra, el objetivo es mostrar que el daño que se encuentra es el mismo al que determina Rots(2001) ó Rots e Invernizzi (2004).



**Figura 5.3.1. Curva de capacidad del método de Rots e Invernizzi (2004)**

En la figura 5.3.2 se muestran los resultados obtenidos aplicando el método de Rots e Invernizzi (2004) y utilizando esfuerzos en los nodos. De esta figura se observa como las curvas fuerza-desplazamiento resultantes se acercan por debajo a la curva analítica a medida que la discretización de la malla aumenta. Esto indica que usando elementos menores se puede representar mejor el comportamiento de una grieta. Con respecto a la capacidad de resistencia residual; la cual se identifica cuando para cualquier incremento adicional de desplazamiento se mantiene un valor de carga constante, se observó que tiende a cero; por lo tanto, se ha disipado la capacidad total de la viga de soportar carga. El hecho que los resultados mejoren con una mayor discretización de la malla, hace que ésta sea objetiva con respecto al tamaño de los elementos.

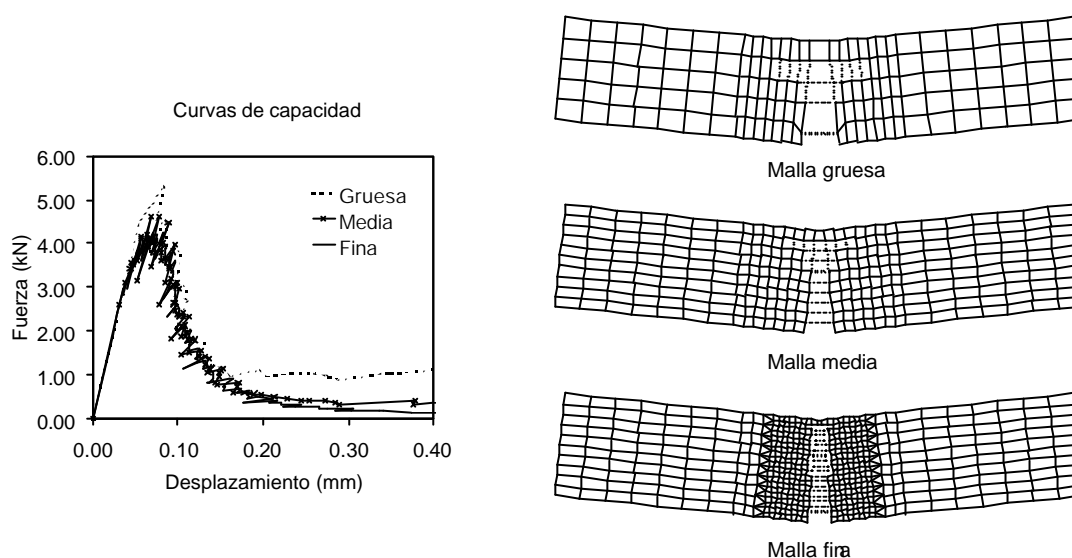


**Figura 5.3.2. Curvas de capacidad y daño en la viga; método de Rots e Invernizzi (2004) con esfuerzos en los nodos**

El comportamiento de los resultados mostrados por Rots e Invernizzi en su artículo, muestra que a una menor discretización de la malla, los resultados superan el valor máximo de la curva analítica (4 kN) y a medida que aumenta la discretización, esta diferencia se hace menor, esto indica que los resultados se acercan por arriba a la solución exacta. Este comportamiento no es el mismo encontrado en el análisis realizado aquí, esta vez los resultados fueron menores, pero, con el uso de mallas con un número

mayor de elementos, los resultados se hicieron más aproximados a los analíticos. El hecho de que los resultados sean menores con mallas mas gruesas, indica que los esfuerzos utilizados, obtenidos con el programa SAP, se sobrestiman, si se comparan con los obtenidos usando fórmulas del método del elemento finito.

En las curvas de la figura 5.3.3 se usa de nuevo el método de Rots e Invernizzi (2004), pero en esta ocasión con esfuerzos promedio. Aquí, la aproximación de los resultados hacia la curva analítica también tiende a mejorar con el número de elementos de la malla, pero los resultados calculados se aproximan por arriba, en concordancia con los resultados de Rots e Invernizzi (2004). Además, se registraron capacidades de resistencias residuales, mayores para la malla gruesa y mucho menores para la malla fina. Esto se debe al último elemento de la banda central de la viga que no puede dañarse. El comportamiento de la aproximación de los resultados sí concuerda con los obtenidos por Rots e Invernizzi (2004), la razón es que esta vez se está considerando esfuerzos promedio, que es equivalente a determinar los esfuerzos en el punto central del elemento. La única diferencia es que existe capacidad de resistencia residual, la cual no existe en los resultados de Rots e Invernizzi (2004).



**Figura 5.3.3. Curvas de capacidad y daño en la viga; método de Rots e Invernizzi (2004) con esfuerzos promedio**

#### 5.4. CONCLUSIONES

Se debe poner énfasis que los análisis estáticos lineales realizados reflejan el comportamiento no lineal del modelo y el fenómeno de ablandamiento. En dichos análisis se utilizaron únicamente el programa SAP, y las fórmulas y tablas, propuestas en este trabajo.

Tomando en cuenta los resultados, se puede observar que el evaluar la capacidad de un elemento estructural hecho con mampostería no es un procedimiento fácil de realizar. Pero se puede facilitar con el uso del factor mínimo de amplificación. Evaluar la capacidad es relativamente sencillo cuando se trabajan con marcos de concreto y acero, donde se concentra el daño en los extremos de los elementos, pero no el caso de la mampostería, debido a que se modela con elementos continuos y el daño se representa sobre todo el tamaño del elemento.

Una vez estudiados los resultados, a continuación se hace un resumen de las conclusiones:

- Se observó que los factores de amplificación encontrados para definir la curva fuerza-desplazamiento, dan una buena aproximación de la curva determinada por Rots e Invernizzi (2004).
- Cabe recordar que el procedimiento propuesto para determinar el factor de incremento para cada análisis, considera dos estados de cargas, uno constante (peso propio) y el otro variable (carga sismo), lo cual se puede considerar como una extensión del procedimiento original de Rots e Invernizzi (2004).
- Al utilizar los esfuerzos calculados en los nodos, las curvas fuerza-desplazamiento se subestiman y tienden hacia un límite superior a medida que disminuye el tamaño de los elementos de la malla.
- Cuando se utiliza el promedio de los esfuerzos de los nodos, las curvas fuerza-desplazamiento se sobrestiman y tienden hacia un límite inferior a medida que disminuye el tamaño de los elementos.
- Las dos características anteriores pueden usarse para definir el valor promedio real de la carga máxima que soporta un modelo. Las cuales establecerán un valor máximo y mínimo, respectivamente, de la carga resistente de la estructura.
- El método de Rots e Invernizzi (2004) mostró que no importa que tipo de esfuerzos se utilice, las curvas de fuerza-deformación siempre tendrán un valor límite hacia el cual tenderán.
- Si se requiere hacer un procedimiento más veloz, se puede disminuir el número de degradaciones del material. Por ejemplo, se pueden considerar cinco degradaciones en lugar de diez. Esto hará que la curva sea tan suavizada y exacta, pero se obtendrá una curva de capacidad de aproximación aceptable a la exacta.
- Sobre los resultados obtenidos con el SAP se observa que influyen en la tendencia de las curvas de capacidad. En el apéndice 1 se hace un estudio más detallado sobre la aproximación de los resultados.

## CAPÍTULO 6

### DESEMPEÑO DE UN MURO DE MAMPOSTERÍA SIMPLE

En este capítulo se analiza un muro de cortante de mampostería simple para evaluar el Método Modal Espectral Evolutivo. La mayor atención se pone en la curva de comportamiento, debido a que el procedimiento se propuso inicialmente para encontrar el desempeño de marcos de concreto (Alba y Ayala, 2005). Los objetivos principales de este capítulo son: mostrar que el procedimiento propuesto da resultados de acuerdo con la capacidad real del modelo, aún cuando no puede captar el comportamiento de ablandamiento presente en las estructuras de mampostería. Verificar si el primer modo siempre es el que más influye en la respuesta (modo fundamental), observar la evolución del daño en este tipo de estructuras y comparar los resultados que se obtienen de los distintos enfoques de análisis desarrollados.

#### 6.1. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

##### 6.1.1. Geometría

Se selecciona un muro de mampostería con geometría y propiedades representativas de estructuras históricas (figura 6.1.1.1). El material a utilizar para este modelo puede considerarse como mampostería simple. Los muros, cuando son parte de una estructura, tienen condiciones de frontera, como cargas adicionales al peso propio, confinamiento y restricciones de grados de libertad, que deben tomarse en cuenta para el análisis. En esta ocasión se estudia un modelo simple con el fin de lograr los objetivos propuestos.

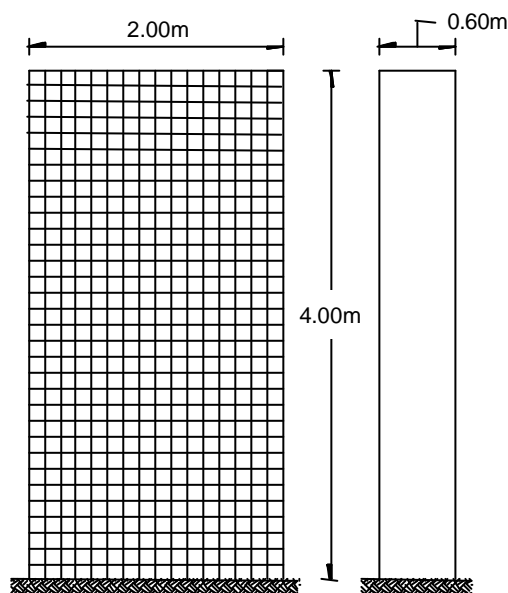


Figura 6.1.1.1. Geometría y malla de elementos finitos para el análisis del muro

El modelo se describe de la siguiente manera:

- Es de forma prismática rectangular, de 4.00 m de altura, 2.00 m de ancho y espesor constante de 0.60m.
- El lado menor está orientado horizontalmente, y restringido de tal manera que representa una base empotrada.
- Se discretiza con una malla de 16 x 32 elementos (figura 6.1.1.1).
- La malla está compuesta de elementos cuadriláteros de cuatro nodos de 12.5 x 12.5cm.

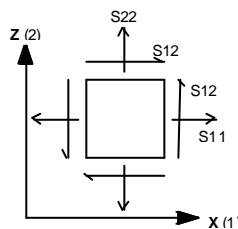
### 6.1.2. Propiedades

Las propiedades del material son representativas de modelos típicos de mampostería (Drysdale *et al*, 1994) y pueden considerarse como una media aproximada. Los valores de las propiedades del material a utilizar se muestran en la tabla 6.1.2.1. Las direcciones locales de los elementos (figura 6.1.2.1) tienen la convención que se emplea en la mayoría de los libros de texto de elemento finito (Bathe, 1996) y en particular en el SAP (CSI, 2003). Esto se menciona para establecer la convención de esfuerzos que se consideran en las fórmulas de los factores de escala (Apéndice 2).

**Tabla 6.1.2.1 Propiedades del material**

Parámetro	Magnitud	unidad
Resistencia a tensión ( $f_t$ )	1	kgf/cm <sup>2</sup>
Resistencia a compresión ( $f_c$ )	30	kgf/cm <sup>2</sup>
Módulo de Young ( $E$ )	10,194	kgf/cm <sup>2</sup>
Módulo de Poisson ( $\nu$ )	0.2	
Energía de fractura en tensión ( $G_f$ )	0.01	kgf-cm/cm <sup>2</sup>
Peso volumétrico ( $\rho$ )	0.00204	kgf/cm <sup>3</sup>

Las características descritas indican que se está considerando un modelo isótropo. Lo anterior, por supuesto, no concuerda con el comportamiento real de la mampostería. Pero se ha demostrado que, mediante técnicas de homogeneización, la mampostería puede idealizarse como un material isótropo u ortótropo y representarse por medios continuos (Anthoine, 1995 y 1998; Urbanski *et al*, 1995).



**Figura 6.1.2.1. Sistema de referencia local dentro de un sistema global**

## 6.2. PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS

Para llevar a cabo los análisis se utiliza el programa de computadora SAP (CSI, 2000). Con éste se obtienen los esfuerzos y las características dinámicas del modelo. En el Apéndice 1 se hacen comentarios sobre los resultados (esfuerzos) que genera este programa.

El modelo (figura 6.1.1.1) se somete a una serie de análisis, donde se determinan los estados de esfuerzo por peso propio y por acción sísmica. Ésta última se modela de tres formas diferentes, denominadas *AME*, *Modol* y *Push*, que a continuación se describen.

- *AME*. Este acrónimo proviene de las siglas del *Análisis Modal Espectral* (para información de las bases teóricas de este análisis véase Chopra, 2001). En este análisis se usan los primeros doce modos de vibrar de la estructura; se considera que con este número de modos se pueda captar, al menos, el 90% de la respuesta total (CEN, 2003). Se utiliza un espectro de diseño elástico (CEN, 2003), cuyos parámetros se muestran en la tabla 6.2.1, y un método de combinación modal denominado Combinación Cuadrática Completa (CQC, por sus siglas en inglés). Este se describe en forma detallada en Wilson *et al.* (1981). Los desplazamientos y esfuerzos que se obtienen son valores absolutos.

**Tabla 6.2.1. Parámetros para el espectro elástico (CEN, 2003)**

Parámetro		
Suelo tipo	B	
Amortiguamiento ( $\alpha$ )	5%	
Corrección por amortiguamiento ( $h$ ) <sup>1</sup>	1	
Factor de importancia ( $g_I$ )	1.2	$0 \leq T \leq T_B: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[ 1 + \frac{T}{T_B} \cdot (h \cdot 2.5 - 1) \right]$
Factor de amplificación del suelo ( $S$ )	1.2	$T_B \leq T \leq T_C: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot h \cdot 2.5$
Aceleración del terreno máxima ( $a_g$ ) <sup>2</sup>	0.30g	$T_C \leq T \leq T_D: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot h \cdot 2.5 \cdot \left[ \frac{T_C}{T} \right]$
$T_A$	0	$T_D \leq T \leq 4s: S_e(T) = a_g \cdot S \cdot h \cdot 2.5 \cdot \left[ \frac{T_C T_D}{T^2} \right]$
$T_B$	0.15 seg	
$T_C$	0.5 seg	
$T_D$	2 seg	

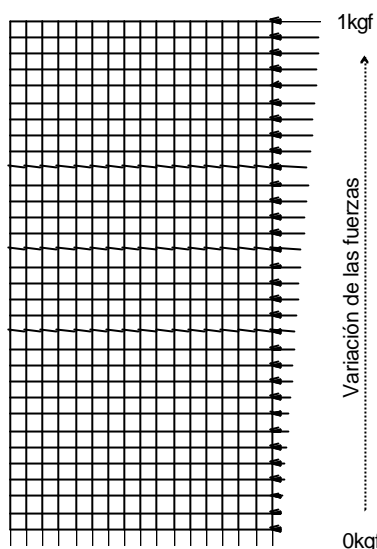
NOTA: Estos parámetros corresponden al espectro tipo 2

1.  $h=1$  para  $\alpha = 5\%$

2. La aceleración  $a_g$  se toma de Alba *et al.* (2005)

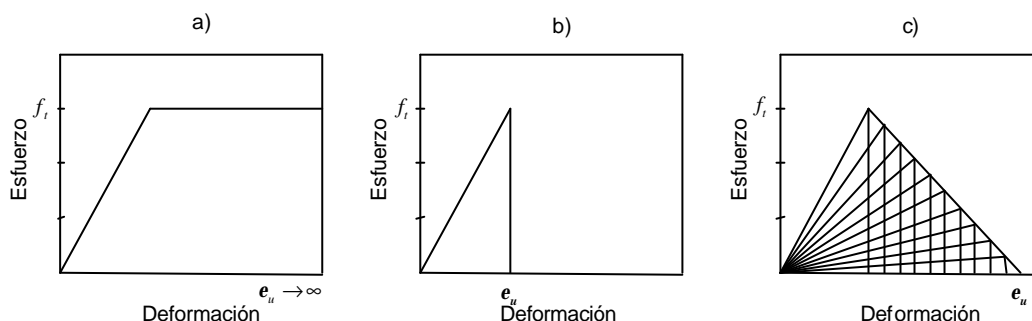
- *Modol*. Esta forma de modelar la acción sísmica tiene como base el *AME*, sólo que los valores de los esfuerzos se afectan por el signo correspondiente a los esfuerzos del modo fundamental de vibrar del modelo.
- *Push*. Procedimiento conocido como empujón, que proviene del inglés Pushover (ATC, 1986), y es la aplicación monótona de incrementos de carga lateral. En este modelo de la acción sísmica, se considera un patrón de cargas puntuales con forma triangular invertida (figura 6.2.1), aplicada en la altura del muro.

Las curvas de capacidad del muro se obtienen por medio de los tres métodos de solución descritos en el capítulo 4. Cada uno se denomina de la siguiente forma: Método Modal Espectral Evolutivo (método propuesto), toma el nombre de *MEE*; Método del Enfoque Lineal Secuencial con Ablandamiento Dentado (Rots e Invernizzi, 2004), se utiliza el nombre de *Rots* por ser el autor original (Rots, 2001); y Método de Elementos Finitos No Lineal, *NLFEM* por sus siglas en inglés (Roeder, 2004). En el método *NLFEM* la acción sísmica se modela únicamente como *Push*, por tanto, no incluye análisis modal espectral.



**Figura 6.2.1. Distribución de cargas puntuales del modelo de carga sísmica *Push***

Se consideran dos formas de degradación del material, una donde se reduce la rigidez en un sólo paso (*1Deg*), definida como comportamiento elasto-plástico para el método *MEE* (figura 6.2.2a) y comportamiento frágil para el método de *Rots* (figura 6.2.2b). Y otra, donde se reduce la rigidez en diez pasos (*10Deg*), ésta se conoce como ablandamiento lineal progresivo (figura 6.2.2c). La reducción de rigidez con mayor número de pasos no se aplica al método *MEE*. La Tabla 6.2.2 indica los tipos de análisis a realizar de acuerdo con el método de solución, del modelo de la acción sísmica y del número de degradaciones de la rigidez.



**Figura 6.2.2. Comportamiento de la resistencia del material. (a) método *MEE* con *1Deg*; (b) método *Rots* con *1Deg*; y (c) método *Rots* con *10Deg***

**Tabla 6.2.2. Tipos de análisis, según el modelo de la acción sísmica y el método de solución**

Modelo de la acción Sísmica	Método de solución			
	<i>MEE</i> 1Deg	<i>Rots</i> 1Deg	<i>Rots</i> 10Deg	NLFEM
<i>AME</i>	✓	✓	✓	✗
<i>Modo1</i>	✓	✓	✓	✗
<i>Push</i>	✓	✓	✓	✓



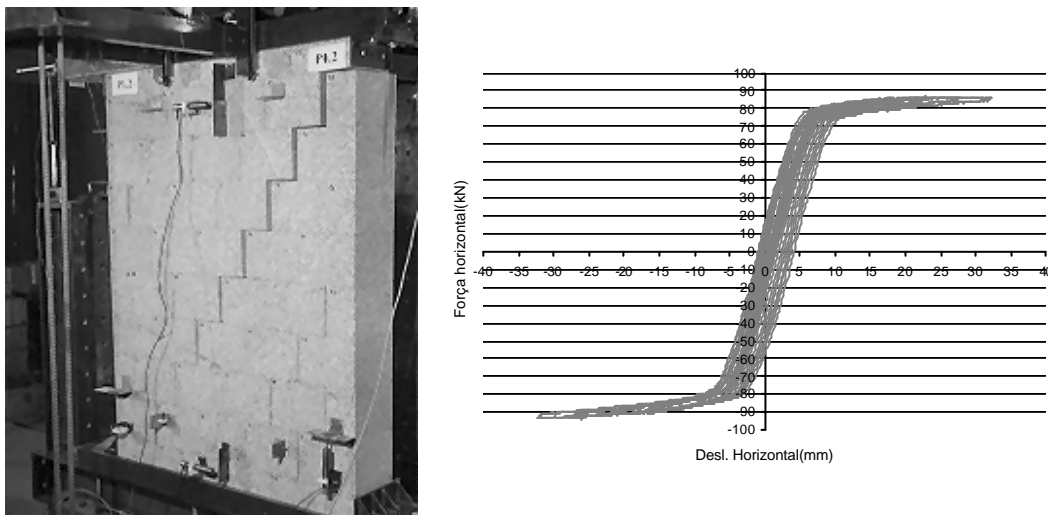
En total se desarrollan diez análisis diferentes. La nomenclatura que se establece para referirse a cada uno de ellos es la siguiente: **Método de solución - Modelo de la acción sísmica - Número de degradaciones del material**, por ejemplo, *MEE-AME-IDeg*, es el análisis cuyo método de solución es el método *Modal Espectral Evolutivo*, el modelo de la acción sísmica es *AME* y *IDeg* significa que el material reducirá su rigidez total en un solo paso a un valor muy pequeño de  $10^{-6}$  kgf/cm<sup>2</sup>, cuando alcance su resistencia a tensión.

Una vez que se obtienen los esfuerzos por peso propio y acción sísmica, se procede a determinar los intervalos de los factores de amplificación por elemento, de acuerdo con el Apéndice 2. Del conjunto de intervalos, se encuentra el factor que lleve a uno o más elementos del modelo hasta el valor de su resistencia a tensión correspondiente (elemento crítico). Una vez encontrado el valor de factor de escala, se revisa que los esfuerzos amplificados no hagan sobrepasar las resistencias de los demás elementos. Se degrada la rigidez en todo el (los) elemento(s) crítico(s) para el siguiente paso del análisis. El análisis continúa hasta que se pierda la capacidad de resistencia de la estructura o hasta donde se considere que la cantidad de datos es suficiente para evaluar el desempeño del modelo.

### 6.3. RESULTADOS

En este apartado se muestran, para el modelo propuesto y para cada tipo de análisis, el daño final, la curva de comportamiento analítica y su idealización, y la evolución de dos características dinámicas de la estructura: la masa por modo y los factores de participación modal. Con el uso de las fórmulas de dinámica estructural, las curvas de capacidad de los análisis *Pushover* se pasan del espacio carga-desplazamiento al espacio pseudoaceleración-desplazamiento espectrales, donde reciben el nombre de curvas de comportamiento. Los resultados se agrupan por método de solución, forma de modelar la acción sísmica y número de degradaciones.

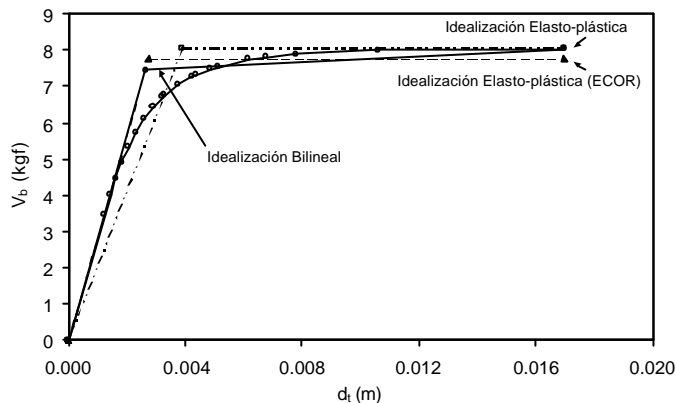
Para tener una base de comparación, en la figura 6.3.1 se muestra la curva carga-desplazamiento experimental de un muro sometido a un ensayo de laboratorio (Vasconcelos y Lourenço, 2004). Aún cuando este modelo no tiene la misma geometría utilizada aquí, su curva carga-desplazamiento puede utilizarse como referencia. Además, permite decidir el tipo de idealización de las curvas de comportamiento del modelo.



**Figura 6.3.1. Ensayo de laboratorio del modelo representativo de un muro; (a) modelo dañado; y (b) curva carga-desplazamiento experimental (Vasconcelos y Lourenço, 2004)**

En el trabajo de Alba (2005) se proponen tres formas de idealizar las curvas de capacidad (figura 6.3.2). Cabe aclarar que en este caso se aplicarán a las curvas de comportamiento. Esto es válido al considerarse las constantes de conversión de la dinámica ( $m^*$  y  $\Gamma$ ) que relacionan a los dos tipos de curvas (Fajfar, 1999). Las idealizaciones propuestas para la curva de comportamiento son:

1. Idealización bilineal con pendiente de post-fluencia,
  - Conserva la pendiente o rigidez inicial de la curva de capacidad analítica.
  - Cumple el principio de iguales energías.
  - Presenta una rigidez remanente después del punto de fluencia de la estructura.
2. Idealización elasto-plástica
  - No conserva la pendiente o rigidez inicial de la curva de capacidad analítica.
  - Cumple con el principio de iguales energías.
  - La rigidez después del punto de fluencia es nula.
3. Idealización Elasto-plástica con Conservación de Rigidez inicial (ECOR).
  - Conserva la pendiente o rigidez inicial de la curva de capacidad analítica.
  - Cumple con el principio de iguales energías.
  - La rigidez después del punto de fluencia es nula.



**Figura 6.3.2. Tipos de idealizaciones de la curva de capacidad**

Las curvas están formadas por tres puntos, denominados: punto inicial ( $S_{d0}, S_{a0}$ ), punto de fluencia ( $S_{dy}, S_{ay}$ ) y punto último ( $S_{du}, S_{au}$ ). Como se observa de la figura 6.3.1, la idealización más acorde es la elasto-plástica. Es importante mencionar que la curva de comportamiento del modelo experimental es elástica bilineal cuya segunda rama tiene rigidez cero, pero conserva su carácter elástico en el sentido que la descarga ocurre por la misma ruta de carga. Por tanto, estrictamente no pueden usarse las consideraciones usuales de la ingeniería sísmica, las cuales tienen implícito un comportamiento plástico perfecto después de la fluencia. Aún así, se selecciona la idealización elasto-plástica con conservación de rigidez inicial (ECOR) por ser bilineal, por conservar la rigidez inicial y porque la segunda rama de la curva tiene pendiente cero. Estas características se aproximan a la curva experimental. Una vez establecida la idealización, a continuación se procede a describir la evolución del modo fundamental del modelo y las observaciones de los resultados obtenidos de cada uno de los análisis.

### 6.3.1. Evolución del modo fundamental

En la figura 6.3.1.1 se muestra la forma del modo fundamental del modelo, el que tuvo mayor participación en la respuesta. La iteración inicial corresponde con el estado sin daño (estado elástico) y la iteración final con el estado de falla total del modelo. Esta evolución del modo fundamental se presentó en todos los casos de análisis aquí desarrollados. La forma del modo no presenta cambios significativos entre un paso de análisis y otro. La diferencia se presenta sólo en la parte baja, una vez que se desarrolla todo el análisis, lo que hace que la forma del modo inicial pase de una variación parecida a una parábola a una totalmente lineal al final del análisis. Esta es una característica importante para los métodos que utilizan análisis modales, porque se requiere que para realizar un análisis no lineal, las formas modales no deben presentar variaciones bruscas (Aydinoglu, 2003).

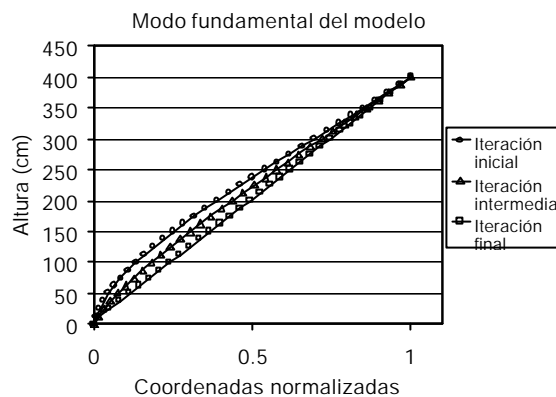


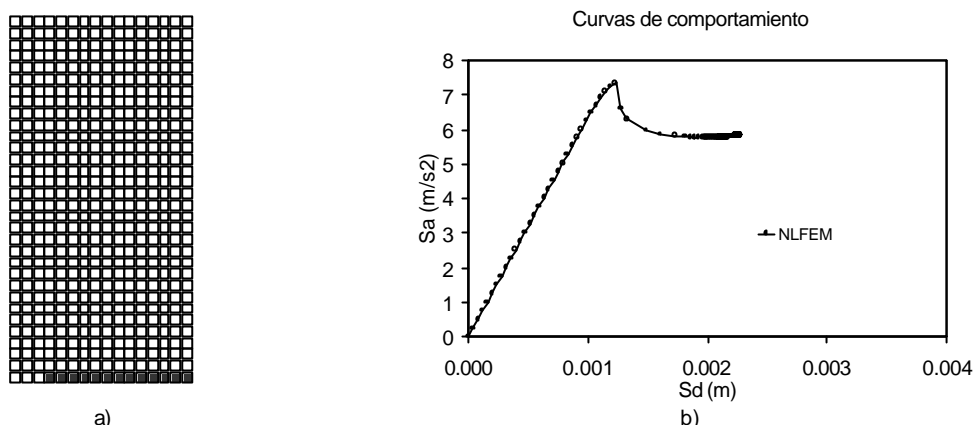
Figura 6.3.1.1. Evolución del modo fundamental del modelo durante los pasos del análisis

### 6.3.2. Daño, curvas de comportamiento y propiedades dinámicas

En esta sección se estudian, de manera individual, los resultados obtenidos de cada análisis. Para cada análisis se incluye: daño final del modelo, idealización de la curva de comportamiento (sólo en el método *MEE*), evolución de la relación de la masa modal con respecto a la masa total y de los factores de participación modal. El primer caso de análisis que se expone es el del método de solución *NLFEM*. Este se tomará como base de comparación por ser el más preciso de todos.

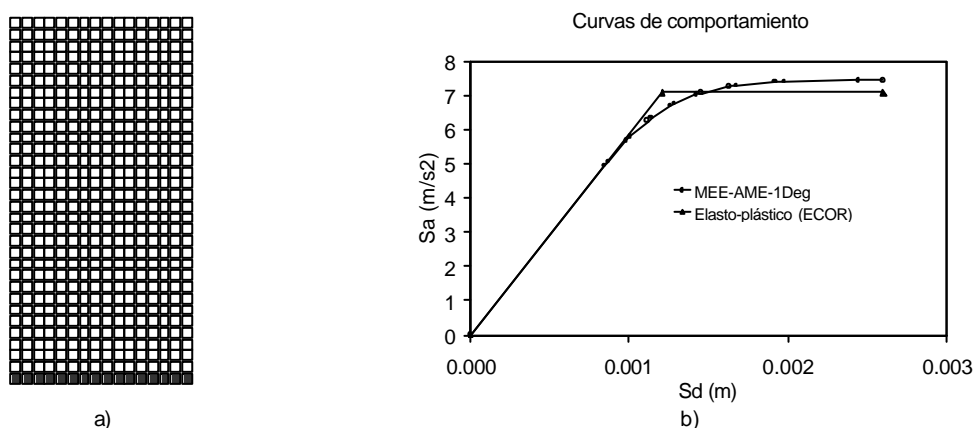
En la figura 6.3.2.1 se muestra el daño final y la curva de comportamiento analítica e idealizada del análisis *NLFEM*. Este análisis es único y considera lo siguiente: la energía de fractura del material, ablandamiento lineal del material, una superficie de falla a tensión y otra para compresión. De éste se obtuvo una curva de capacidad y se convirtió a una de comportamiento mediante las fórmulas de dinámica.

Como se observa de la figura 6.3.2.1a el modelo no falla completamente en la base. Esto se debe a que no se necesitan resultados adicionales para determinar el desempeño del modelo. Además, la pseudoaceleración ya no tiene grandes variaciones al final de los últimos pasos (figura 6.3.2.1b). La curva muestra ablandamiento en un pequeño intervalo justo después del punto de comportamiento elástico. Después del intervalo de ablandamiento la pseudoaceleración permanece constante. A esta característica comúnmente se le conoce como aceleración residual. En realidad durante este último intervalo sólo se incrementa la deformación del modelo hasta que se presenta la falla. Para determinar esta curva de comportamiento se necesitaron 200 pasos de análisis. Esto se menciona para futuras comparaciones con los siguientes análisis, en cuanto a rapidez se refiere.

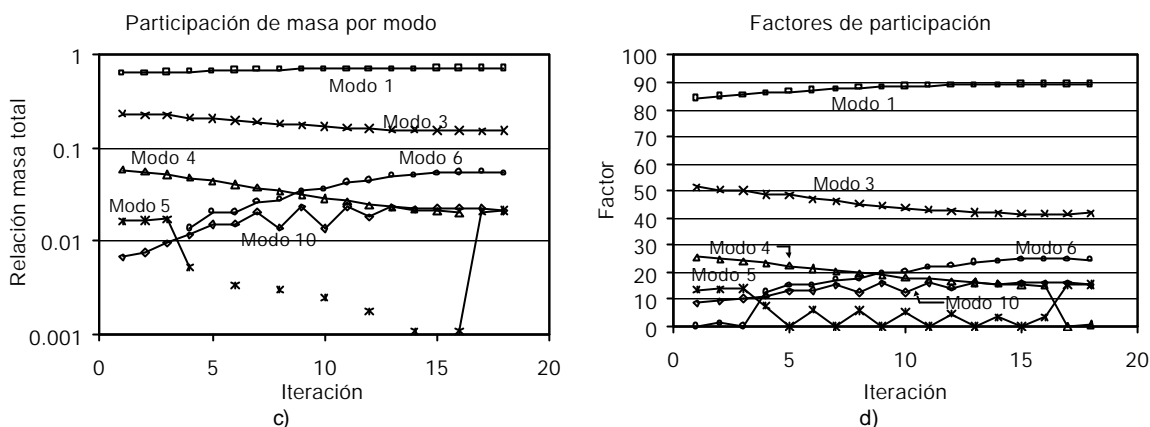


**Figura 6.3.2.1. Resultados del análisis *NLFEM*. (a) Daño en la estructura; y (b) Idealización de la curva de comportamiento**

En la figura 6.3.2.2 se muestra el daño al final del análisis, idealización de la curva de comportamiento y características dinámicas del modelo, obtenidas con el análisis *MEE-AME-1Deg*. En este análisis la estructura presentó degradación total en la primera hilera de elementos de la base (figura 6.3.2.2a). La característica que sobresale de este análisis, es que el daño de los elementos fue simétrico. Esto significa que los elementos fallaban en pares, empezando de los extremos hacia los del centro de la hilera. Lo cual se puede considerar como una columna empotrada que se articula en la base. La participación en masa del modo fundamental se mantuvo aproximadamente constante durante el análisis. La curva de comportamiento analítica (figura 6.3.2.2b) muestra que sólo se necesitaron 18 pasos para llevar al modelo hasta la falla, lo cual significa que es un método rápido comparado con el del análisis *NLFEM*. Es interesante ver que el desplazamiento de ambos análisis es parecido. Se puede observar de la figura 6.3.2.2b que después del punto elástico de la curva la aceleración espectral sigue aumentando, característica diferente a la que presenta la curva del análisis *NLFEM*. En la figura 6.3.2.2c se muestran únicamente los modos que tuvieron mayor participación con relación a la masa total del modelo. Aquí se aprecia que los modos 1 y 3 son los que tienen mayor influencia en la respuesta. De los demás modos, algunos fueron disminuyendo su participación a través del análisis, mientras que otros, incrementaron su participación. Pero, como sólo participan con menos del 10% su variación no tiene efectos en los resultados.



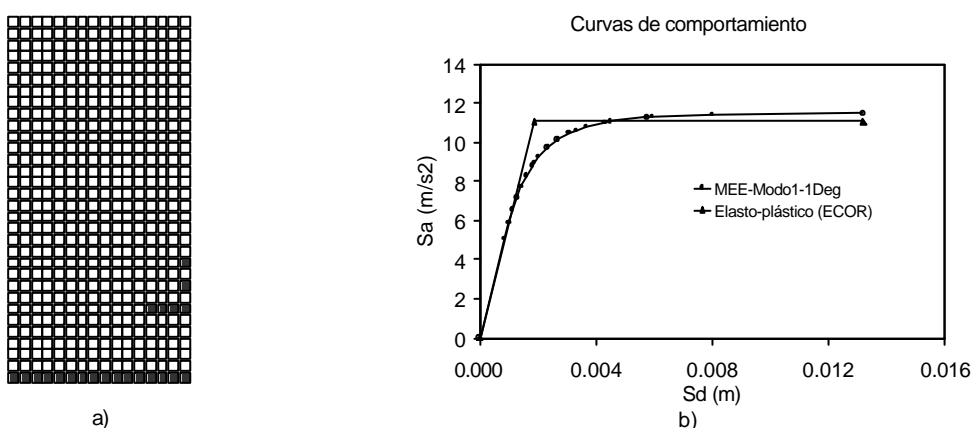
**Figura 6.3.2.2. Resultados del análisis *MEE-AME-1Deg*. (a) daño en la estructura; (b) idealización de la curva de comportamiento**



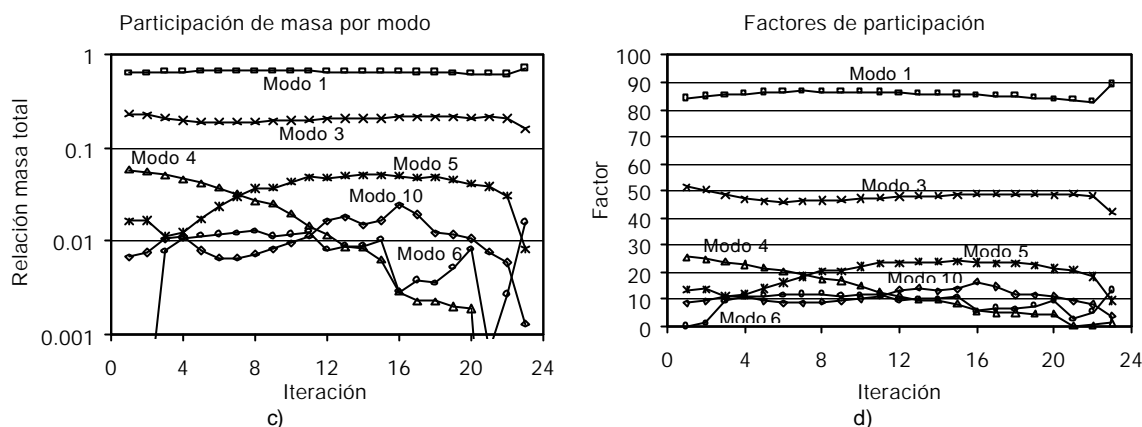
**Figura 6.3.2.2. (continuación) Resultados del análisis *MEE-AME-IDeg*. (c) participación de masa modal; y (d) factores de participación absolutos por modos**

El comportamiento de los factores de participación (figura 6.3.2.2d) fue aproximadamente el mismo que los de la masa. Ambas características dinámicas pueden usarse para mostrar información gráfica, acerca de cómo los modos influyen en la respuesta total. Además, dan una idea del comportamiento, pero no en valor, de la masa equivalente,  $m^*$ , y del factor,  $\Gamma$ , que se utiliza para convertir la curva de capacidad en una de comportamiento. Los puntos aislados que se muestran en la gráfica 6.3.2.2c indican que dicho modo participa en un paso de análisis y en otros no.

En la figura 6.3.2.3 se muestra el daño al final del análisis, idealización de la curva de comportamiento analítica y características dinámicas del modelo, obtenidas con el análisis *MEE-Modo1-IDeg*. El daño que sufrió la estructura fue diferente al análisis *MEE-AME-IDeg*. En esta ocasión el daño se presentó, adicionalmente a los de la base, en elementos localizados aproximadamente a un cuarto de la altura (figura 6.3.2.3a). La secuencia de daño se desarrolló de derecha a izquierda, lo cual refleja, de alguna manera, el sentido que generaban los signos del primer modo. La curva de comportamiento (figura 6.3.2.3b) muestra que el modelo desarrolla un mayor desplazamiento que el del análisis *MEE-AME-IDeg* para llegar al colapso.



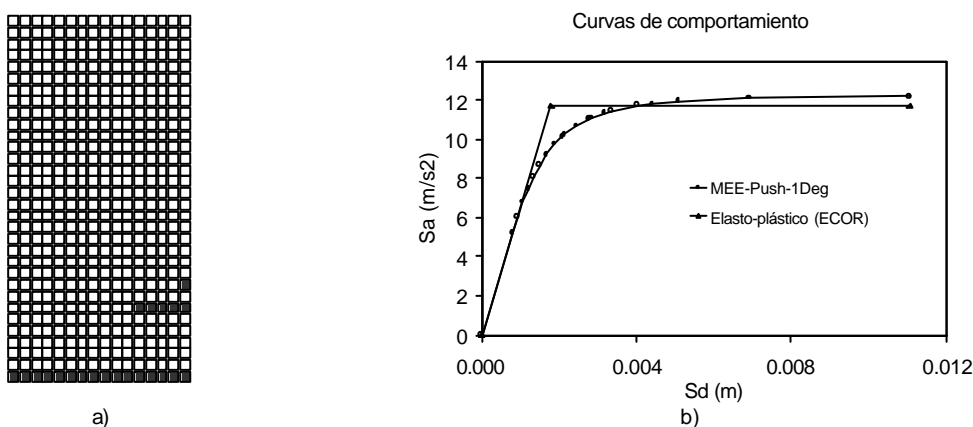
**Figura 6.3.2.3. Resultados del análisis *MEE-Modo1-IDeg*. (a) daño en la estructura; (b) idealización de la curva de comportamiento**



**Figura 6.3.2.3. (continuación) Resultados del análisis MEE-Modo1-1Deg. (c) participación de masa modal; y (d) factores de participación absolutos por modos**

La aceleración espectral continúa presentando incrementos después del punto elástico, pero ahora con variaciones mayores. Probablemente se debe a que en cada paso de análisis se degrada solo un elemento en vez de dos, como sucede en el análisis MEE-AME-1Deg. La relación de masa del modo fundamental que participa se mantiene aproximadamente constante (figura 6.3.2.3c). Esto también se refleja en los factores de participación que muestra la figura 6.3.2.3d. Esas dos características muestran que la altura del sistema equivalente que representa la curva de comportamiento es la misma durante todo el análisis (Fajfar, 1999), y que es válido que la respuesta dependa del período del primer modo de vibrar. Pero, cabe resaltar que uno de los modos superiores (modo 3) también tiene influencia en la respuesta. Esto de alguna manera hace que se subestime la capacidad de la estructura.

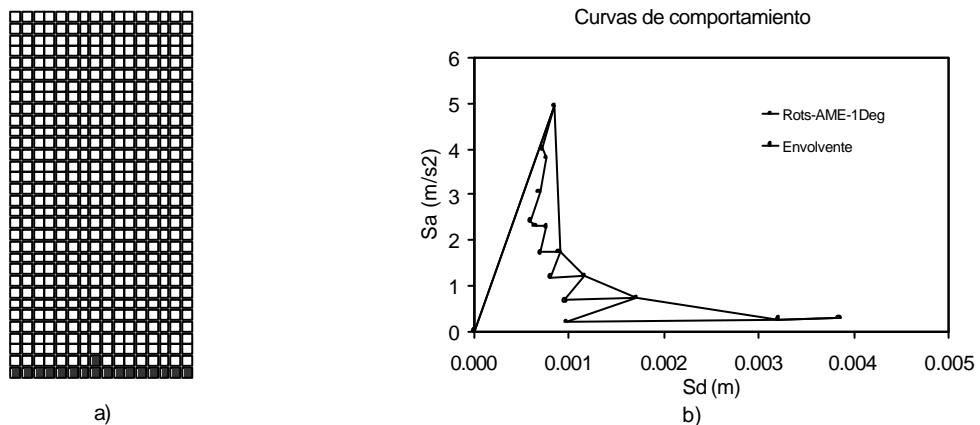
En la figura 6.3.2.4 se muestra el daño y la idealización de la curva de comportamiento para el análisis MEE-Push-1Deg. En los análisis donde se usa la acción sísmica Push, deben calcularse al inicio, una masa equivalente y un factor que toma en cuenta el representar un sistema de múltiple grados de libertad en uno equivalente de un grado de libertad. Estos, deben permanecer constantes durante todo el análisis. De esta manera se está estableciendo que la relación entre los puntos de desplazamiento que genera el vector de carga, también se mantiene constante. Esto se puede ver que se cumple de forma aproximada en la figura 6.3.1.1, en donde se muestra que las coordenadas que definen la forma del



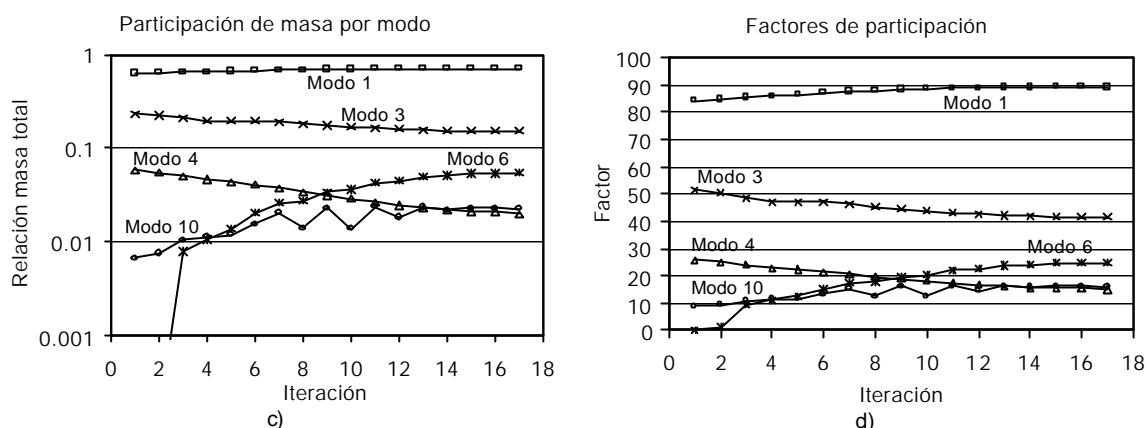
**Figura 6.3.2.4. Resultados del análisis MEE-Push-1Deg. (a) daño en la estructura; y (b) idealización de la curva de comportamiento**

primer modo se mantienen relativamente igual entre cada paso del análisis. El daño que sufre la estructura (figura 6.3.2.4a) es aproximadamente igual al que se presenta en el análisis *MEE-Modo1-IDeg* (Figura 6.3.2.3a). El desplazamiento que muestra la curva de comportamiento (figura 6.3.2.4b) es también casi el mismo que se desarrolla en ambos análisis. Esto hace suponer que la distribución de fuerzas entre los dos modelos de acción sísmica es similar. En cuanto a la aceleración los dos son relativamente iguales, solo que el análisis *MEE-Push-IDeg* es un poco mayor que el análisis *MEE-Modo1-IDeg*. Pero ambos están muy alejados de la pseudoaceleración que muestra el análisis *NLFEM*.

En la figura 6.3.2.5 se muestra el daño al final del análisis, la curva de comportamiento analítica y las características dinámicas del modelo, obtenidas con el análisis *Rots-AME-IDeg*. El desarrollo del daño (figura 6.3.2.5a) fue similar al del análisis *MEE-AME-IDeg*. La curva de comportamiento que resulta de este análisis (figura 6.3.2.5b) presenta un ablandamiento gradual hasta la pérdida total de resistir carga. Esto no es el comportamiento que se espera cuando un modelo se somete a una carga sísmica lateral. Por tanto, el método de solución de *Rots*, cuando se considera un modelo de carga sísmica *AME*, no da resultados que concuerden con los ensayos experimentales. Los análisis del método de solución de *Rots*, incluyen una envolvente de la curva de comportamiento, la cual permite determinar el área debajo de la curva (energía). Esta área se toma como base para encontrar la idealización bilineal que defina la misma área. La envolvente tiene la característica de que la secuencia de puntos que la componen, tienen desplazamientos crecientes. El procedimiento que se usa para encontrarla es el siguiente. Se toma el primer punto de la curva analítica como punto base, se busca, de los puntos siguientes, aquel que tenga un desplazamiento mayor que el primero. Una vez encontrado, se establece como nuevo punto base y se repite el proceso. Obsérvese de la figura 6.3.2.5b, que los puntos que tienen desplazamientos iguales o menores que un punto base, tienen aceleración menor. La mayor participación en masa fue la del modo 1 y 3 (figura 6.3.2.3c), esto también se refleja en los factores de participación (figura 6.3.2.5d). Lo cual indica que, aunque el método *MEE* considere un comportamiento elasto-plástico del material y el método de *Rots* un comportamiento frágil, esto no influye en la participación de los modos. Pero sí en las curvas de comportamiento (figura 6.3.2.2b y 6.3.2.5b). El número de pasos que se utilizan para llevar al modelo a la falla en los análisis donde se aplica el método de *Rots* con una degradación del material es aproximadamente el mismo que se usan en los análisis donde se aplica el método *MEE*. Esto indica que ambos métodos son igualmente rápidos. Pero, el método de *Rots* tiene la ventaja de representar el fenómeno de ablandamiento.

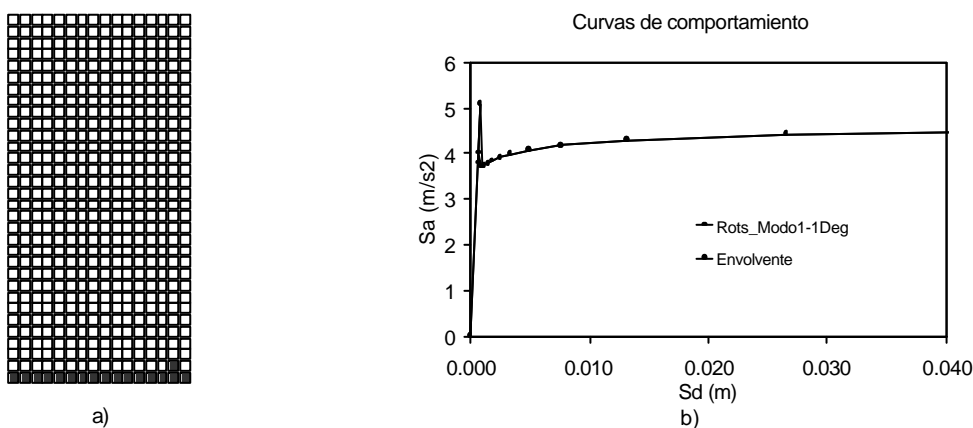


**Figura 6.3.2.5. Resultados del análisis *Rots-AME-IDeg*. (a) daño en la estructura; (b) curva de comportamiento con envolvente**



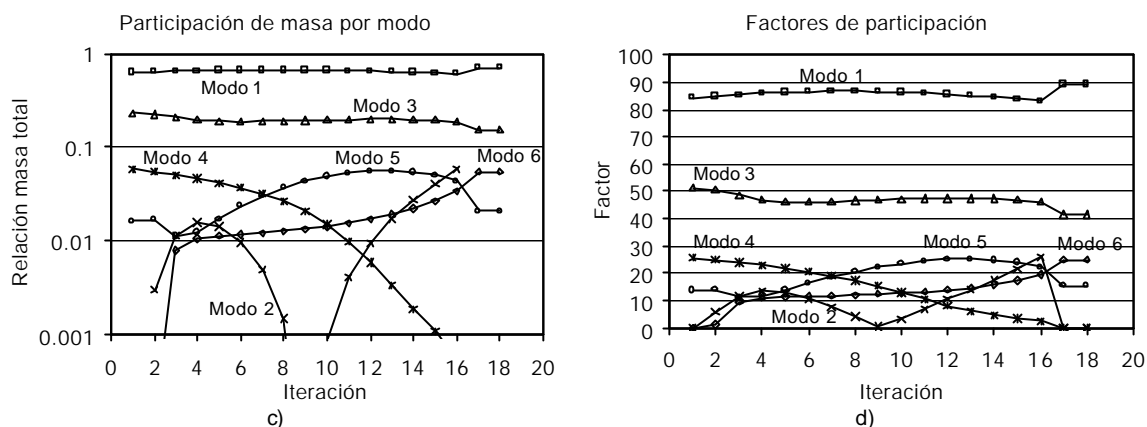
**Figura 6.3.2.5. (continuación) Resultados del análisis *Rots-AME-IDeg*. (c) participación de masa; y (d) factores de participación absolutos por modos**

En la figura 6.3.2.6 se muestra el daño en la estructura al final del análisis, la curva de comportamiento y las características dinámicas del modelo que resultaron del análisis *Rots-Modo1-IDeg*. El desarrollo del daño en el modelo (figura 6.3.2.5a) se presentó de manera similar al del análisis *NLFEM* pero no al del análisis *MEE-Modo1-IDeg*. La curva de comportamiento de este análisis (figura 6.3.2.6b) presenta ablandamiento repentino en un pequeño intervalo, justo después que se alcanza el límite elástico. Después de este intervalo la curva muestra una aceleración espectral residual constante. Este comportamiento se debe a que, como el método considera el peso propio del modelo en cada paso de análisis, el daño que sufre el modelo en su base hace que se recargue hacia un lado, en sentido contrario al de aplicación de las fuerzas por acción sísmica. Por lo tanto, las cargas deben incrementar para llevar el modelo a su posición vertical y seguir incrementando para permitir que el siguiente elemento se dañe. La participación de masa para los modos 1 y 3 se mantienen como los de mayor influencia (figura 6.3.2.6c). Hasta este momento queda claro que los factores de participación modal (figura 6.3.2.6d) muestran una relación con la masa que participa por modo (Fajfar, 1999). Así, al referirse en los siguientes análisis al comportamiento de la masa modal, se podrá establecer, de antemano, que los factores de participación modal tendrán el mismo comportamiento.



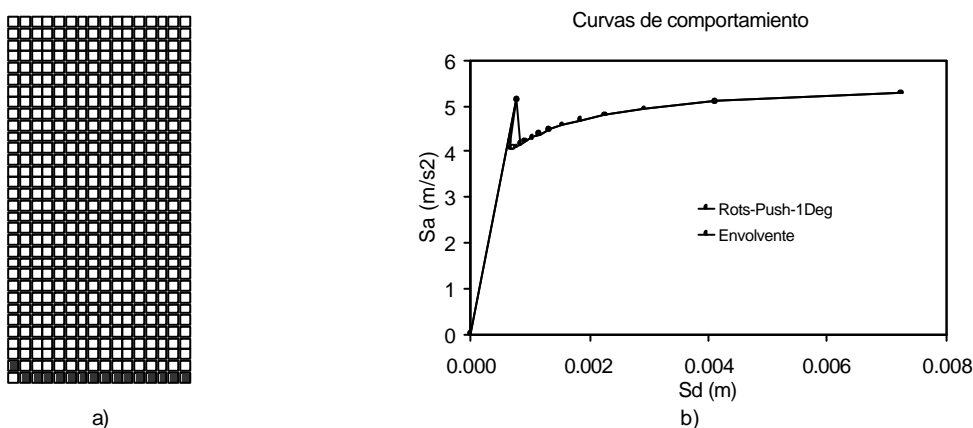
**Figura 6.3.2.6. Resultados del análisis *Rots-Modo1-IDeg*. (a) daño en la estructura; (b) curva de comportamiento**





**Figura 6.3.2.6. (continuación) Resultados del análisis *Rots-Modo1-1Deg*. (c) participación de masa; y (d) factores de participación absolutos por modos**

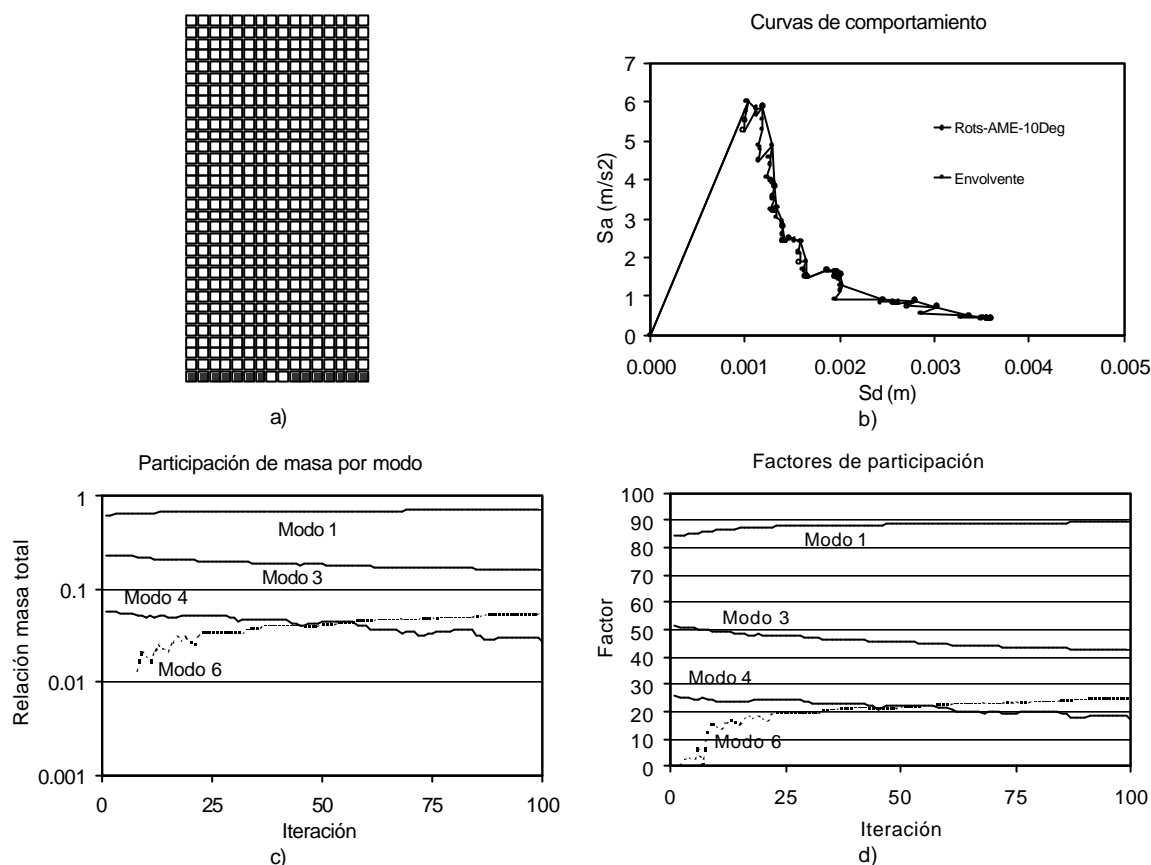
En la figura 6.3.2.7 se muestra el daño al final del análisis y la curva de comportamiento analítica, encontradas con el análisis *Rots-Push-1Deg*. En este análisis, el daño se presenta también en la base del modelo (figura 6.3.2.7a). Lo importante es hacer notar que la curva de comportamiento (figura 6.3.2.7b) refleja el fenómeno de ablandamiento de la misma manera que el análisis *Rots-Modo1-1Deg*, figura 6.3.2.6b. Esto indica que el método de solución funciona tanto para el modelo de carga sísmica *Modo1* como para *Push*. Obsérvese que en este análisis queda un elemento en la base que no se daña, pero el que se encuentra sobre éste, sí. La razón es que el elemento de la base soporta todo el peso del modelo, por tanto, se encuentra tanto a tensión como a compresión, por el efecto de palanca que provoca. El elemento sobre éste, también presenta el mismo estado de esfuerzos, pero con menor magnitud de compresión. Es por esto, que al aplicar la carga sísmica lateral, este último elemento es el que alcanza primero la resistencia a tensión, una vez que se contrarresta el esfuerzo a compresión.



**Figura 6.3.2.7. Resultados del análisis *Rots-Push-1Deg*. (a) daño en la estructura; y (b) curva de comportamiento**

En la figura 6.3.2.8 se muestra el daño al final del análisis, la curva de comportamiento y las características dinámicas del modelo, resultantes del análisis *Rots-AME-10Deg*. El daño no es total en la base (figura 6.3.2.8a) debido a que el análisis no se desarrolló completamente. La curva de comportamiento que resulta de este análisis (figura 6.3.2.8b) es similar a la del análisis *Rots-AME-1Deg* (figura 6.3.2.5b), la diferencia es que, en este caso, la curva es más suavizada. Además, las

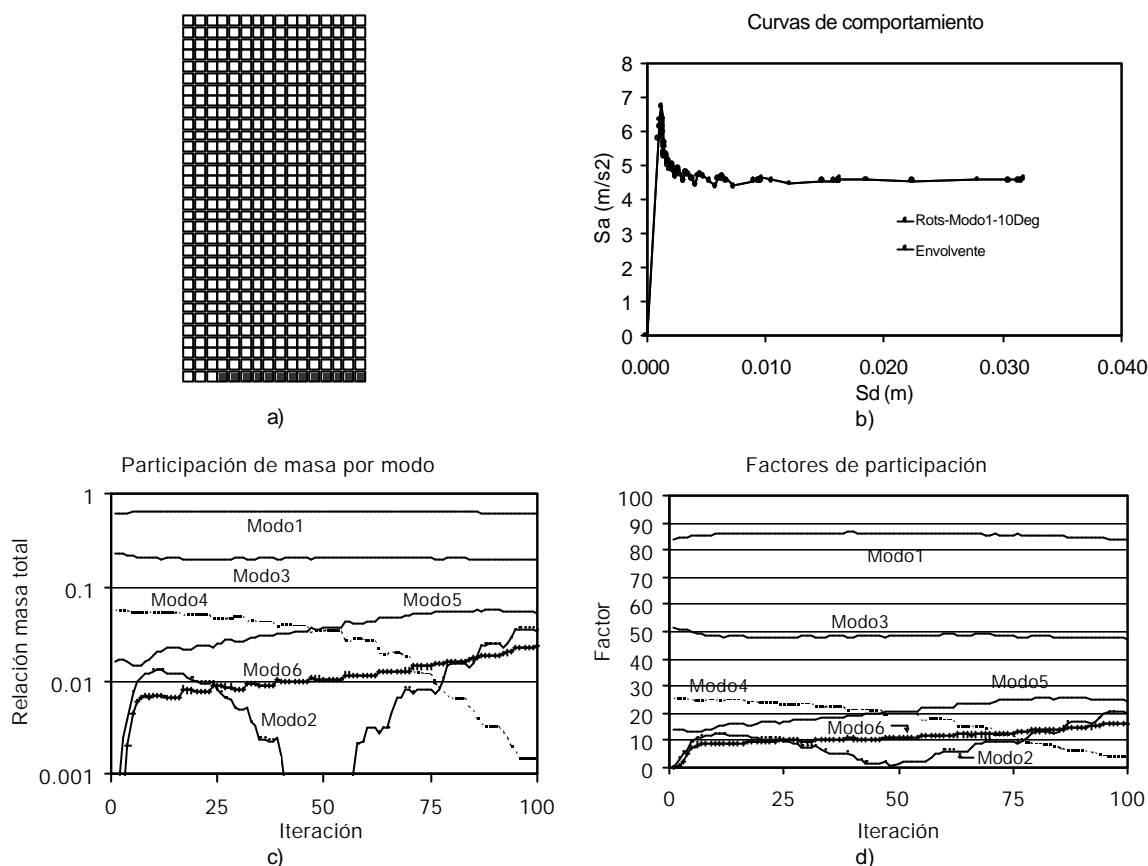
características dinámicas (figura 6.3.2.8c y d) son más estables y el número de modos superiores que participan de manera importante es menor.



**Figura 6.3.2.8. Resultados del análisis *Rots-AME-10Deg*. (a) daño en la estructura; (b) curva de comportamiento (c) participación de masa; y (d) factores de participación absolutos por modos**

No se tiene una curva de comportamiento adecuado del modelo, pero se encontró que al aumentar el número de degradaciones permite un daño progresivo suave, el cual disminuye el número de caídas súbitas (Snap-back) en la curva de comportamiento. Además, la curva envolvente coincide de forma más aproximada con la analítica, esto evita que se sobrestime el comportamiento del modelo. Los análisis que incluyen el método de *Rots* con diez degradaciones del material, toman más tiempo en desarrollarse, ya que para que un elemento se degrade totalmente debe alcanzar diez veces su resistencia a tensión. El beneficio que se obtiene es mejor aproximación de resultados, pero se emplea más tiempo para desarrollar completamente la curva de comportamiento.

En la figura 6.3.2.9 se muestra el daño al final del análisis, la curva de comportamiento y las características dinámicas del modelo, que resultaron del análisis *Rots-Modo1-10Deg*. El daño de la línea de la base (figura 6.3.2.9a) no es completo debido a que el análisis se detuvo antes de la falla total. Esto se debe a que la aceleración espectral ya no sufre variación. La curva de comportamiento que resulta de este análisis es similar al análisis *Rots-Modo1-1Deg*, figura 6.3.2.6b. La curva de comportamiento analítica (figura 6.3.2.9b), se suaviza y el ablandamiento se presenta en forma más gradual.

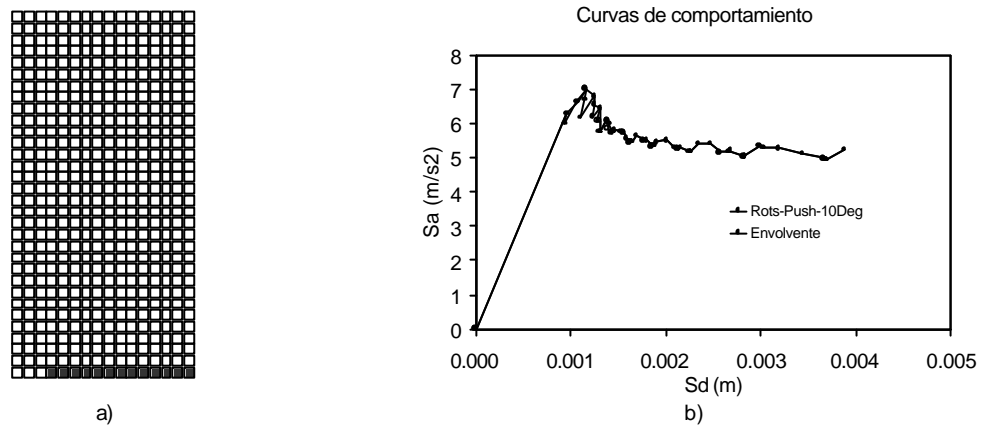


**Figura 6.3.2.9. Resultados del análisis *Rots-Modo1-10Deg*; (a) daño en la estructura; (b) curva de comportamiento; (c) participación de masa; y (d) factores de participación absolutos por modos**

Al comparar esta curva de comportamiento con la que resulta del análisis *NLFEM*, se observa una importante similitud. Tanto en que las dos reflejan un intervalo de ablandamiento y que ambas presentan aceleración residual. La diferencia en aceleración entre ambos análisis es más notoria una vez que las curvas de comportamiento salen del intervalo de ablandamiento, donde el análisis *NLFEM* presenta valores mayores. En cuanto a las características dinámicas, se encontró que los modos que siguen influyendo de manera notable en la respuesta son el 1 y el 3. Cabe recordar que aunque el modelo de la acción sísmica *Modo1* tiene como base el *AME*, donde se considera la participación absoluta de los doce primeros modos, y que considera los signos de los esfuerzos que genera el primer modo, lo cual le da sentido a los esfuerzos del *AME*, la capacidad de la estructura se está subestimando. Esto se debe a que las aceleraciones factorizadas que refleja la curva de comportamiento provienen de tomar el período del modo fundamental, entrar al espectro de diseño para determinar la ordenada espectral y el desplazamiento espectral. De forma implícita se está asegurando que la respuesta total depende completamente del primer modo. Pero, como se refleja en las figuras 6.3.2.9c y d, el modo 3 también participa de forma importante en la respuesta.

En la figura 6.3.2.10 se muestra el estado de daño final del modelo y la curva de comportamiento analítica, que resultaron del análisis *Rots-Push-10Deg*. De la figura 6.3.2.10a se observa que el modelo presentó un daño similar a los del análisis *NLFEM* y *Rots-Modo1-10Deg*. Este análisis viene a dar

validez a la opción de modelar la acción sísmica como *Modo1*. Pero, debe modificarse la forma de obtener la ordenada espectral, la cual debe reflejar la participación de los modos superiores de vibrar. El intervalo de ablandamiento también se presenta en este análisis. Cuando se aplique el método de *Rots*, se debe poner cuidado al graficar los desplazamientos. Los que muestran las curvas de comportamiento del método *MEE* corresponden únicamente a los generados por la carga sísmica. Lo correcto sería graficar el desplazamiento total, el cual debe considerar el desplazamiento por peso propio y carga sísmica. En todos los análisis realizados, donde se aplica el método de *Rots* y se usa la acción sísmica *Push*, se considera el desplazamiento por acción sísmica más la del peso propio. De esta manera se puede comparar con el que se obtiene de los análisis donde se usa el método *NLFEM*. El patrón de carga que se utilizó permaneció constante durante todo el análisis, igual que la masa equivalente  $m^*$  y el factor  $\Gamma$ , necesarios para convertir la curva de capacidad en una de comportamiento. Aunque lo correcto es calcularlos para cada nivel de daño. Pero con base en el comportamiento que muestra la forma del modo fundamental y de la masa modal, presentes en todos los análisis, se puede asegurar que no es necesario hacerlo.



**Figura 6.3.2.10. Resultados del análisis *Rots-Push-10Deg*; (a) daño en la estructura; y (b) curva de comportamiento**

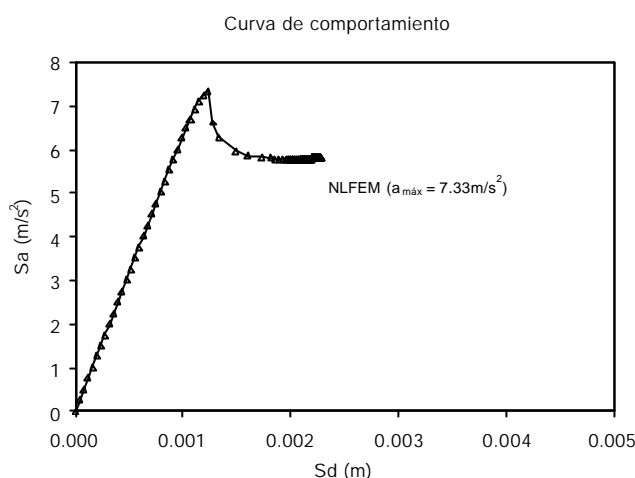
Es importante recordar que el método *MEE* evalúa el desempeño de estructuras de mampostería y está formado por dos procedimientos: uno para la curva de comportamiento y otra para la demanda sísmica. En los análisis mostrados, se evalúa el procedimiento para obtener la curva de comportamiento al cual se le llamó *MEE*. El método de *Rots*, originalmente se usa para determinar la curva fuerza-desplazamiento aplicando una distribución de cargas preestablecidas (*Push*). Aquí se presenta como dos propuestas más, combinándolo con los modelos de acción sísmica *AME* y *Modo1*.

### 6.3.3. Comparación de las curvas de comportamiento por modelo sísmico

Enseguida se hacen comparaciones de la aceleración máxima registrada entre los distintos análisis. Se crean tres secciones, donde se engloban las curvas según la acción sísmica, el método de solución y el número de degradaciones del material. La aceleración máxima que se registró en el análisis *NLFEM* se tomará como base de comparación.

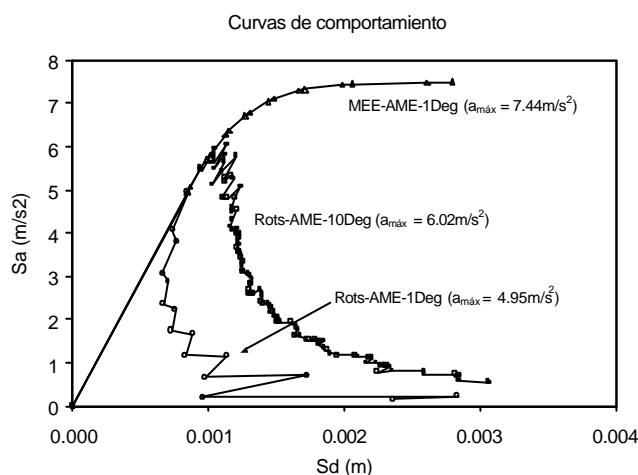
La figura 6.3.3.1 muestra la curva obtenida aplicando el programa *NLFEM*. Como puede observarse esta curva presenta ablandamiento después de haber alcanzado la máxima carga de resistencia. Este comportamiento se presentó únicamente por el método de *Rots*, sin incluir los análisis *AME* para una y

diez degradaciones. La pseudoaceleración máxima registrada es de  $7.33 \text{ m/s}^2$ , con un desplazamiento de  $1.23 \times 10^{-3} \text{ m}$ .



**Figura 6.3.3.1. Curva de comportamiento del método de NLFEM**

En la figura 6.3.3.2 se agrupan las curvas de comportamiento en las cuales la acción sísmica se modela mediante el análisis modal espectral (AME). Esta figura incluye los métodos *MEE* y *Rots* con reducción de resistencia del material en uno y diez pasos, *1Deg* y *10Deg*, respectivamente. Las curvas de comportamiento de los análisis *Rots-AME-1Deg* y *10Deg* no se incluirán en futuras comparaciones debido a que no representan correctamente el comportamiento del muro.



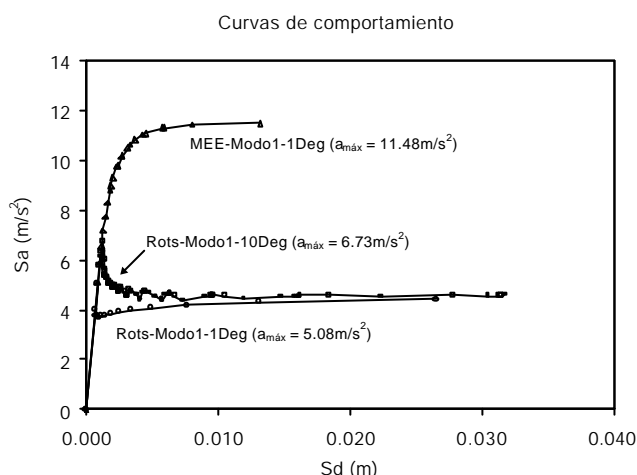
**Figura 6.3.3.2. Curvas de comportamiento: Modelo de acción sísmica AME**

De la figura 6.3.3.2 se observa que la aceleración máxima obtenida en el análisis *MEE-AME-1Deg* es 50% mayor que la obtenida por el análisis *Rots-AME-1Deg* y 24% mayor que la del análisis *Rots-AME-10Deg*. Al comparar las tres aceleraciones con la del *NLFEM*, se encontró que la mejor aproximación se obtiene con el método *MEE*, el error es menor que el 2%. Aunque se presenta en un desplazamiento mayor que los  $1.23 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Es de notarse que el ablandamiento y la aceleración que se presentan en las curvas de los análisis *Rots-AME-1Deg* y *Rots-AME-10Deg* es diferente. Esto se debe a que la energía de fractura es mayor cuando se usa degradación sucesiva de la rigidez de los elementos y menor para una degradación súbita. Esta última forma de degradación no se puede comparar con el método *MEE*, donde también se considera que la rigidez se degrada en un paso; la diferencia es que el

método *MEE* supone comportamiento elasto-plástico (figura 6.2.2a) y el método de *Rots* asume un comportamiento frágil (figura 6.2.2b).

En conclusión, la forma de las curvas de comportamiento obtenidas con el método de *Rots* no coincide con la que presenta la curva carga-desplazamiento experimental, por tanto, puede establecerse que no representan en buena forma la capacidad del modelo bajo la acción sísmica modelado como *AME*. El método *MEE* da buenos resultados en cuanto a la aceleración máxima registrada.

En la figura 6.3.3.3 se agrupan las curvas de comportamiento de los análisis que modelan la acción sísmica usando análisis modal espectral con signos del modo fundamental (*Modo1*). Esta figura incluye los métodos *MEE* y *Rots* con reducción de resistencia en un sólo paso (*1Deg*), y *Rots* con degradación progresiva en diez pasos (*10Deg*). De los resultados se encontró que la aceleración máxima obtenida por el método *MEE* (*MEE-Modo1-1Deg*) es aproximadamente 125% mayor que la aceleración máxima del análisis *Rots-Modo1-1Deg* y 70% mayor que la del análisis *Rots-Modo1-10Deg*. De todos, el que mejor se aproxima al análisis *NLFEM*, es el análisis *Rots-Modo1-10Deg* con el 92%. Además, ambos presentan la máxima aceleración alrededor del mismo desplazamiento. Probablemente esta aproximación se mejore si se realiza una mejor discretización de la malla del modelo (Apéndice 1). El análisis *Rots-Modo1-10Deg* presenta una aproximación del 70% que también puede mejorar con una malla más discretizada



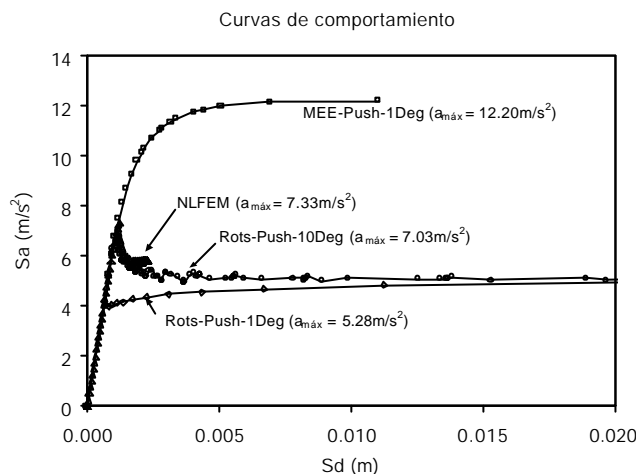
**Figura 6.3.3.3. Curvas de comportamiento: Modelo de acción sísmica *Modo1***

De la figura se aprecia que la diferencia de considerar una degradación súbita (*Rots-Modo1-1Deg*) y otra en pequeños pasos (*Rots-Modo1-10Deg*) del material, es que el ablandamiento se vuelve más suave en el segundo caso. Lo interesante de estas curvas es que presentan un comportamiento elasto-plástico, de la misma manera que el método *MEE*. Esta característica se observa en las curvas de comportamiento cuando la aceleración permanece constante con incrementos de desplazamiento. Una particularidad que se presentó, es que en algunos elementos el sentido de los esfuerzos que generaba el modo fundamental cambiaba de un paso de análisis a otro, haciendo que algunos elementos se mantuvieran en el intervalo elástico. Esto significa que los elementos que estaban cerca de su resistencia a tensión, en el siguiente paso de análisis presentaban esfuerzos de compresión, que al sumarse hacían que se alejaran de su límite de resistencia a tensión. Esto de alguna manera influye más en los resultados del análisis *MEE-Modo1-1Deg*, porque de tener una buena aproximación del 100% en el análisis *MEE-AME-1Deg* se dispara a una sobreestimación del 56%. No pasa lo mismo con el método de *Rots*, porque presenta aproximadamente las mismas aceleraciones con las acciones sísmicas *AME* y *Modo1*.

En cuanto al desplazamiento, no se puede establecer si el obtenido por el método de *Rots* es correcto cuando se consideran los modelos *AME* y *Modo1*, ya que no incluyen el desplazamiento por peso propio, el cual puede disminuir o aumentar el desplazamiento total. Para el método *MEE*, el desplazamiento por peso propio no influye de manera importante, debido a que sólo se toma en cuenta en el primer paso del procedimiento. Además, inicialmente el muro no está dañado, es simétrico y está en una posición estrictamente vertical, lo cual hace que no presente desplazamientos laterales.

En conclusión, las tres curvas de los análisis muestran un comportamiento elasto-plástico, pero con diferentes magnitudes de aceleración máxima y residual. El comportamiento es el esperado, tomando como referencia la curva experimental. Pero, aún no se puede concluir si la aceleración residual es correcta. En cuanto a la aceleración máxima se encontró que los dos análisis de *Rots* son más aproximados al análisis *NLFEM*. Si se quiere rapidez con una menor aproximación de resultados la opción será un análisis *Rots-Modo1-1Deg*, pero si se requiere una mejor aproximación con una curva de comportamiento mas suavizada, la opción es el análisis *Rots-Modo1-10Deg*.

La figura 6.3.3.4 muestra las curvas donde la acción sísmica se modeló por medio de una carga distribuida que varía linealmente a lo largo de la altura del modelo (*Push*). En este grupo de curvas (figura 6.3.3.4), se incluye la del método *NLFEM*, porque considera este tipo de distribución de cargas.



**Figura 6.3.3.4. Curvas de comportamiento: Modelo de acción sísmica *Push***

De la figura 6.3.3.4 se observa que la aceleración máxima obtenida por el análisis *MEE-Push-1Deg* es 66% mayor que la del análisis *NLFEM*. La curva del análisis *Rots-Push-1Deg* es diferente a la del *NLFEM* en el intervalo de ablandamiento, pero tienden a parecerse después de éste. En cuanto a la aceleración máxima, el análisis *Rots-Push-1Deg* es 28% menor que la de *NLFEM*. Para el análisis *Rots-Push-10Deg*, la curva de comportamiento fue aproximadamente igual a la del análisis *NLFEM*. Con respecto a la aceleración máxima se tiene una aproximación del 98%.

En conclusión, aún cuando todos los análisis consideran el mismo modelo sísmico, el que mejor se aproxima al análisis *NLFEM* en aceleración máxima, es el análisis *Rots-Push-10Deg*. Pero, no se debe dejar de considerar el análisis *Rots-Push-1Deg* como una opción. El método de *Rots* representa mejor el comportamiento no lineal del modelo. Aún considerando la degradación en un solo paso. En cuanto al análisis *MEE-Push-1Deg*, éste sobrestima por mucho la aceleración máxima del análisis *NLFEM*.

### 6.3.4. Comparación de las curvas de comportamiento por método de análisis

La figura 6.3.4.1 agrupa las curvas de comportamiento del modelo, analizado con el procedimiento propuesto *MEE*. De la figura se observa como las curvas de comportamiento de los análisis *MEE-Push-1Deg* y *MEE-Modo1-1Deg* son aproximadamente iguales. El hecho de que ambos análisis se parezcan, indica que el patrón de carga *Push* puede considerarse equivalente al patrón que define la forma fundamental de vibrar del modelo. La aceleración máxima que se obtiene en el análisis *MEE-Modo1-1Deg* es 6% menor que la del análisis *MEE-Push-1Deg*. Como se muestra en la figura 6.3.4.1, el análisis *MEE-AME-1Deg* tiene una aceleración máxima de  $7.44 \text{ m/s}^2$ , el análisis *MEE-Modo1-1Deg* de  $11.49 \text{ m/s}^2$  y el análisis *MEE-Push-1Deg* una de  $12.20 \text{ m/s}^2$ . De los tres, el que mejor se aproxima al análisis *NLFEM* es el *MEE-AME-1Deg*, superándolo en sólo 1.5%. Los otros dos análisis lo superan con 57% y 66%, respectivamente.

En conclusión, para el método de solución *MEE*, el hecho de considerar un análisis modal espectral con signos del modo fundamental y carga sísmica *Push*, se sobrestima, por mucho, la capacidad de la estructura. Se obtienen mejores resultados al modelar la acción sísmica como *AME*. Se concluye, además, que el modelo de acción sísmica *Modo1* es prácticamente equivalente al modelo de acción sísmica *Push*. El hecho de que ambos análisis sobrestimen la aceleración máxima del análisis *NLFEM*, depende del método de solución.

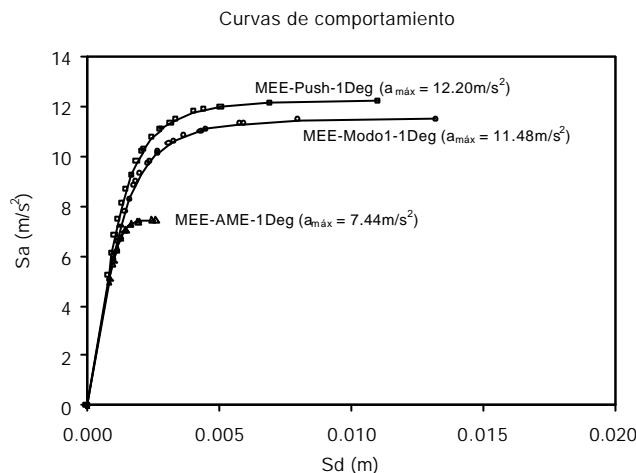
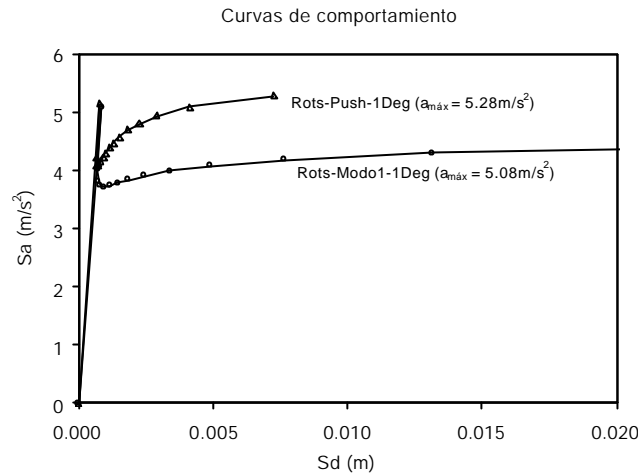


Figura 6.3.4.1. Curvas de comportamiento: Método de solución *MEE-1Deg*

La figura 6.3.4.2 muestra las diferencias que existen al utilizar el método de solución de *Rots*, considerando un paso de degradación y dos formas de modelar la acción sísmica. El análisis *Rots-AME-1Deg* no se incluye en estas comparaciones. La figura 6.3.4.2 muestra que los análisis *Rots-Modo1-1Deg* y *Rots-Push-1Deg* tienen aproximadamente el mismo comportamiento, que el primero es menor en aceleración que el segundo y que hay una diferencia entre aceleraciones máximas del 4%. La aceleración máxima del análisis *Rots-Modo1-1Deg* es de  $5.08 \text{ m/s}^2$  y la del *Rots-Push-1Deg* es de  $5.28 \text{ m/s}^2$ . Ambas son 31% y 28% menores, respectivamente, que la aceleración máxima del análisis *NLFEM*. Ésta relativa mejor aproximación del análisis *Rots-Push-1Deg* con *NLFEM* es de esperarse, debido a que ambos utilizan el mismo modelo de acción sísmica.

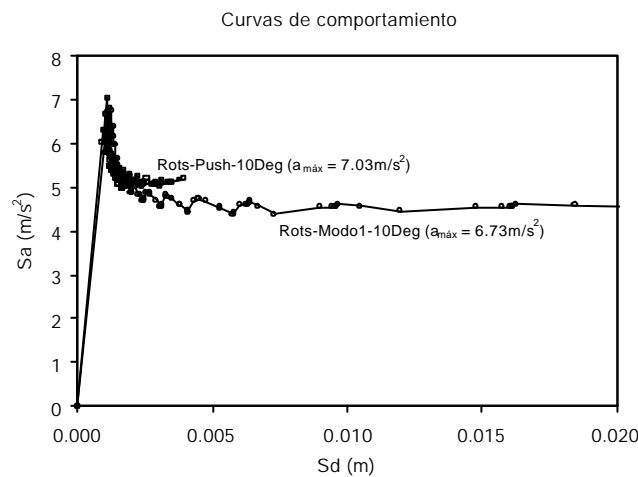
En conclusión, ambos análisis no tienen una buena aproximación en aceleración máxima respecto de la del análisis *NLFEM*, pero aun así representan en buena forma el fenómeno de ablandamiento. La aproximación probablemente se mejore con una malla más fina. Los dos análisis son una opción conveniente cuando se necesite una revisión rápida del comportamiento del modelo. Además, se sigue confirmando que la acción sísmica puede ser modelada como *Modo1* en lugar de *Push*.





**Figura 6.3.4.2. Curvas de comportamiento: Método de solución *Rots-1Deg***

Las curvas de la figura 6.3.4.3 se obtuvieron mediante el método de *Rots*, y tienen implícito la degradación de resistencia de los elementos en 10 pasos. Aquí se puede apreciar, si se compara con la figura 6.3.4.2, como la forma del ablandamiento se suaviza al considerar mayor número de pasos para la degradación de resistencia. Además, se encontró que las aceleraciones máximas y residuales aumentaron para los dos tipos de análisis. Esto indica que los resultados del procedimiento dependen del número de pasos que se considere en la degradación del material. Aún, cuando esta dependencia del número de pasos se resolvió en *Rots* e Invernizzi (2004), no se consideraba el caso de degradación en un paso. Las aceleraciones máximas por análisis son, *Rots-Modo1-10Deg* con  $6.73 \text{ m/s}^2$  y *Rots-Push-10Deg* con  $7.03 \text{ m/s}^2$ . Las cuales son menores 8% y 4%, respectivamente, que la del análisis *NLFEM*. Esto refleja una mejor aproximación que el usar un paso de degradación del material. La diferencia entre estos dos análisis es de 4%.



**Figura 6.3.4.3. Curvas de comportamiento. Método de solución: *Rots-10Deg***

En conclusión, cuando el método de *Rots* se utiliza con diez degradaciones del material, se observa que se tienen curvas más suavizadas y similares a las obtenidas con el método *NLFEM*. La característica de obtenerse mayor aproximación con mayor número de degradaciones se mostró en el capítulo 5. De nuevo, se obtuvieron resultados más aproximados cuando se usó la carga sísmica *Push*. Se concluye también, que cuando se utiliza el modelo *Modo1* para la carga sísmica, los resultados se mantienen menores que los del modelo *Push*.

En este capítulo se han comparado las curvas de comportamiento que resultaron de cada uno de los análisis con el objetivo de encontrar el método de solución, el modelo de la acción sísmica y el número de degradaciones del material, que definan una curva de comportamiento para evaluar el desempeño de la estructura. La tabla 6.3.4.1 muestra un resumen de las aceleraciones máximas obtenidas en cada uno de los análisis y de los porcentajes de aproximación que resulta de la comparación con el análisis *NLFEM* (columna 4). En la tabla 6.3.4.2 se muestran los desplazamientos y las aceleraciones de las idealizaciones elasto-plásticas ECOR de las curvas de comportamiento para los análisis realizados con el método *MEE*.

**Tabla 6.3.4.1. Aceleraciones máximas por análisis y sus porcentajes de aproximación**

Método de solución	Acción sísmica	$a_{m\acute{a}x}$ (m/s <sup>2</sup> )	Aprox. <i>NLFEM</i> (%)
<b>MEE</b> <b>1Deg</b>	<i>AME</i>	7.44	101
	<i>Modo1</i>	11.48	157
	<i>Push</i>	12.20	166
<b>Rots</b> <b>1Deg</b>	<i>AME</i>	-	-
	<i>Modo1</i>	5.08	69
	<i>Push</i>	5.28	72
<b>Rots</b> <b>10Deg</b>	<i>AME</i>	-	-
	<i>Modo1</i>	6.73	92
	<i>Push</i>	7.03	96
<b>NLFEM</b>	<i>Push</i>	7.33	100

**Tabla 6.3.5.1. Datos de las idealizaciones elasto-plásticas ECOR**

Método de solución	Acción sísmica	$S_{dy}$ (m)	$S_{ay}$ (m/s <sup>2</sup> )	$S_{du}$ (m)	$S_{au}$ (m/s <sup>2</sup> )
<b>MEE</b> <b>1Deg</b>	<i>AME</i>	0.00121	7.09	0.00260	7.09
	<i>Modo1</i>	0.00189	11.07	0.01321	11.07
	<i>Push</i>	0.00179	11.74	0.01105	11.74

## 6.4. CONCLUSIONES

En este capítulo se modeló un muro de mampostería simple con el objetivo de determinar la curva de comportamiento y evaluar los resultados del método *MEE*. Aunque el objetivo principal de esta tesis es evaluar el desempeño sísmico de las estructuras de mampostería, se puso mayor énfasis en determinar la curva de comportamiento.

- De los resultados, y por el tiempo de solución requerido, puede decirse que el método *MEE* es rápido y de fácil aplicación. Esto se debe a que considera un sólo paso de degradación del material. Pero, el inconveniente es que no se puede representar el comportamiento de ablandamiento implícito en las estructuras de mampostería.

- El método de *Rots* arroja resultados más aproximados y refleja de mejor manera el comportamiento no lineal del modelo. Además, este método de solución puede usar los modelos de acción sísmica *Push* y *Modo1*. Si se requiere rapidez, se pueden utilizar considerando un sólo paso de degradación del material (1Deg); y si se busca exactitud, se recomienda utilizar diez pasos (10Deg).
- Las curvas de comportamiento encontradas con el método *MEE* sobrestima demasiado la capacidad de resistencia de la estructura, para este caso en particular.
- El método de *Rots* subestima la capacidad de resistencia de la estructura. Pero, con una diferencia mucho menor a la diferencia de sobrestimación del método *MEE*. Cabe aclarar que esta diferencia es con respecto al análisis *NLFEM*.
- El modelo de acción sísmica *Modo1* que se propone, presenta buena aproximación de los resultados obtenidos con el modelo *Push*. Por tanto, se considera una opción adecuada para modelar la acción sísmica en lugar de usar el modelo *Push*. Esta concordancia se atribuye a que toma en cuenta la contribución de los modos de vibrar escogidos y por tener el patrón de distribución del modo fundamental.
- El modelo de acción sísmica *AME* queda excluido, en este caso, como opción para usarse junto con el método de *Rots*. Aunque probablemente funcione de mejor manera cuando se analicen otros tipos o modelos de estructuras de mampostería.
- El método de *Rots* necesita una envolvente para determinar la idealización de la curva de comportamiento. Esto se debe a que es necesario determinar la energía debajo de la curva de capacidad. Normalmente las curvas fuerza-desplazamiento que provienen del método *Rots*, presentan el fenómeno Snap-back, lo cual dificulta determinar el área que define la curva.
- La envolvente que se usa en los análisis de *Rots*, sobrestima muy poco el área definida por la curva de comportamiento cuando se consideran uno y diez pasos de degradación. Aunque, la sobrestimación es mucho menor cuando se usan más números de pasos para la degradación del material. La razón es que a mayor número de pasos, el modelo no presenta daños frágiles en sus elementos y la curva de comportamiento se vuelve más suave.
- El programa SAP es una buena herramienta de análisis, pero probablemente influya en los resultados que se encontraron en este capítulo. Esto se debe a que los esfuerzos que se obtienen por elemento, son esfuerzos extrapolados a los nudos. A esto agréguese el hecho de que el análisis modal espectral también es una envolvente de esfuerzos. Probablemente esto no permita encontrar resultados exactos comparados con los del análisis *NLFEM*.
- La aceleración máxima de la idealización bilineal depende del desplazamiento máximo que se considere en la curva de comportamiento analítica. Para un mayor desplazamiento de la curva analítica, la aceleración máxima de la idealización bilineal tiende a disminuir. Esto se debe a que la idealización compensa las áreas que están por debajo y por arriba de ella. Se puede escoger tan grande el desplazamiento del último punto, que la aceleración máxima de la idealización bilineal se iguala con la aceleración residual de la curva analítica.
- Se recomienda que el método de *Rots* se utilice para encontrar la curva de comportamiento. Como se presentaron buenos resultados con ambos modelos sísmicos *Push* y *Modo1*, cualquiera de los dos puede ser escogido. Con respecto al número de degradaciones se puede escoger *1Deg* si se requiere velocidad de solución y *10Deg* si se requiere exactitud.

## CAPÍTULO 7

### ANÁLISIS DEL MURO DE SAN VICENTE DE FORA

El Laboratorio Europeo para la Evaluación Estructural (ELSA, siglas en inglés) del Centro de Investigación en Ispra es el encargado de las investigaciones en el campo del patrimonio cultural Europeo, a través de su propio proyecto institucional, que está financiado por el programa de investigación de la Comisión Europea. Los objetivos principales de las investigaciones son caracterizar el comportamiento de estructuras históricas bajo cargas sísmicas, y contribuir a la definición y evaluación de metodologías de restauración/repación, mediante la aplicación de los avances recientes en ingeniería sísmica a estructuras históricas. Esto involucra el uso de métodos y técnicas modernas, como ensayos bajo carga pseudo-dinámica y herramientas de simulación avanzada como el Método del elemento finito. En los últimos años, ELSA ha realizado tres proyectos relacionados con estructuras históricas: el del palacio Geraci en Palermo (Proyecto Geraci), el del Monasterio de San Vicente de Fora en Lisboa (Proyecto COSISMO), figura 7.1, y el relacionado a la investigación del uso de aleaciones con memoria como instrumentos de disipación (Proyecto ISTTECH).



**Figura 7.1. (a) Vista exterior e (b) interior del monasterio de San Vicente de Fora**

El proyecto COSISMO se realizó en conjunto entre el Laboratorio Nacional de Ingeniería Civil (LNEC) en Lisboa y ELSA, de 1996 a 1998. El desarrollo del proyecto estuvo a cargo de la Dirección General Portuguesa de Monumentos y Edificios Nacionales (DGEMN, por sus siglas en portugués) y otras instituciones interesadas en el Monasterio de San Vicente de Fora. Este monumento se considera típico de Lisboa, visto desde el punto arquitectónico e ingenieril. La característica que lo hace importante es que sobrevivió al sismo catastrófico del primero de noviembre de 1755, a pesar de que sufrió grandes daños en su estructura. Aún con la descripción detallada de los daños, de los cuales algunos son todavía visibles, es un gran reto representar en forma numérica el modelo de capacidad actual del edificio. Este modelo sólo puede calibrarse con base en resultados experimentales de pruebas en el lugar y de laboratorio. El modelo de ensayo originalmente se definió para representar estructuras históricas típicas y reproducir técnicas de reparación. Mediante el enfoque junta no lineal-bloque elástico se pasó progresivamente del monumento al modelo numérico de prueba (Pegon y Pinto, 1996).

Las tareas principales del proyecto COSISMO fueron las siguientes:

- 1) La caracterización dinámica del monasterio mediante pruebas en el lugar y modelado numérico

- 2) Pruebas de laboratorio de un modelo representativo de un segmento de la estructura de mampostería para calibrar y/o desarrollar modelos numéricos no lineales, que puedan predecir la respuesta sísmica de este tipo de estructuras.
- 3) Desarrollo y calibración de modelos no lineales y lineales equivalentes, apropiados para temblores de alta intensidad.
- 4) Evaluación de la vulnerabilidad sísmica del monasterio, usando modelos calibrados y características apropiadas de amenaza sísmica
- 5) Investigación de la aplicabilidad de algunas técnicas de solución y restauración para estructuras históricas.

Por estas razones se consideró tomar este modelo como un ejemplo de aplicación del método *MEE* por ser una estructura de mampostería y tener similitud con un marco de tres columnas. Debido a que el método *MEE* originalmente se desarrolló para estructuras de concreto compuestas de marcos, se busca verificar si es aplicable a estructuras de mampostería con este tipo de característica. A continuación se hace una descripción geométrica y de las propiedades del modelo a utilizar.

## 7.1. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

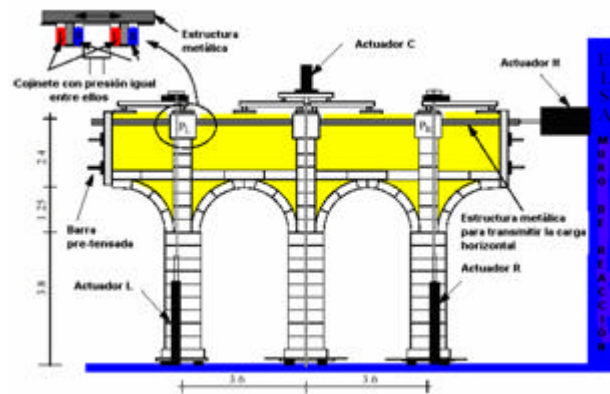
### 7.1.1. Geometría

La geometría del modelo es la siguiente:

- Se compone de un murete de mampostería y arcos, soportados por tres columnas, separadas entre sí a una distancia de 3.6 m (Fig. 7.1.1.1).
- Tiene una altura total de 7.45 m.
- El murete mide 2.4 m de alto y 10.80 m de largo. Los arcos tienen un radio de 1.25 m y las columnas, una altura de 3.8 m y un ancho de 0.80 m.
- El espesor de las columnas es de 0.91 m y, el del murete y los arcos de 0.57 m



(a)



(b)

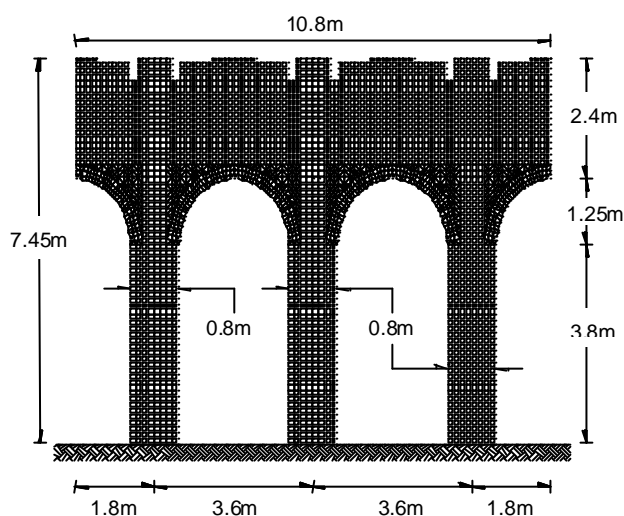
**Figura 7.1.1.1. (a) Modelo físico; (b) Descripción de los dispositivos necesarios para el ensayo**

### 7.1.2. Propiedades

Primero se hacen las siguientes consideraciones para modelar el muro como parte de una estructura:

- 1) La fachada completa del muro se considera como una estructura periódica (figura 7.1.2.1).

- 2) Las condiciones de frontera periódicas se modelan imponiendo desplazamientos iguales en los extremos laterales del murete, tanto en la dirección vertical como horizontal. Aunque probablemente se requiera un arreglo más complejo, ya que en el ensayo físico del muro se modela por medio de una barra pos-tensada.
- 3) Físicamente se colocaron tres actuadores verticales en el centro de las columnas para proveer las fuerzas gravitacionales de la parte superior faltante del monumento y compensar el momento de volteo generado por la fuerza horizontal aplicada en la parte superior del modelo. Aquí se modelan numéricamente como cargas puntuales, distribuidas por elementos planos infinitamente rígidos a compresión-tensión.
- 4) La distribución de fuerzas horizontales que resulta de la excitación sísmica, se representa por medio de una carga puntual aplicada en la parte superior del muro. Mayores detalles se pueden consultar en Ambrosetti (1998).



**Figura 7.1.1.1. Malla de elementos finitos para el muro de San Vicente de Fora**

En el modelo de ensayo, las propiedades mecánicas de las columnas difieren de las de los muros. Esto se debe a que las columnas son de bloques de piedra y los muros de mampostería. Por tanto, se usan dos materiales diferentes para el análisis del modelo (Tabla 7.1.2.1). El ancho de banda de la grieta que se considera, se basa en el tamaño promedio de los elementos, que es aproximadamente de 10 cm. Las demás propiedades fueron tomadas del trabajo de Ambrosetti (1998).

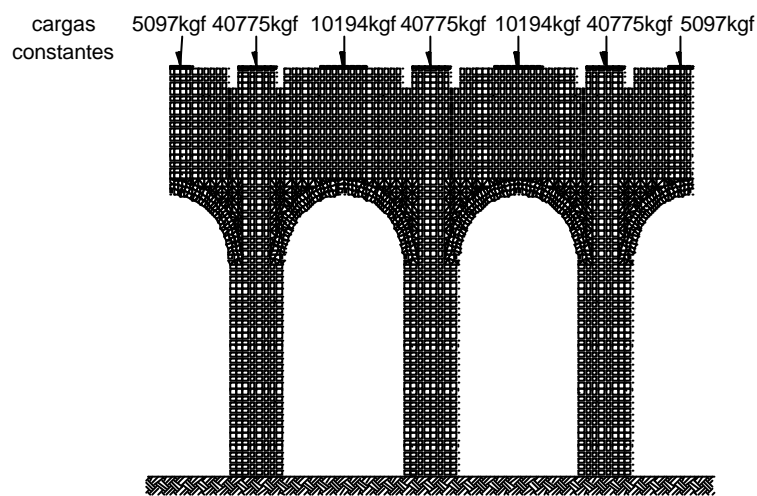
**Tabla 7.1.2.1. Propiedades de los materiales**

Parámetro	Tipo de material		Unidades
	Mampostería	Piedra	
Resistencia a tensión ( $f_t$ )	1.02	30.6	kgf/cm <sup>2</sup>
Resistencia a compresión ( $f_c$ )	101.9	305.8	kgf/cm <sup>2</sup>
Módulo de Young ( $E$ )	23445.5	234454.6	kgf/cm <sup>2</sup>
Módulo de Poisson ( $\nu$ )	0.2	0.2	
Energía de fractura en tensión ( $G_f$ )	0.01	0.306	kgf-cm/cm <sup>2</sup>
Ancho de banda de la grieta ( $h$ )	10	10	cm
Deformación última ( $\epsilon_u$ )	0.002	0.004	
Peso volumétrico ( $\rho$ )	1500	2500	kgf/m <sup>3</sup>

## 7.2. PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS

Los análisis se realizan con el programa de computadora SAP. Se determinan dos estados de esfuerzos: uno constante, que incluye la sobrecarga y peso propio del muro (*Pesom*), y otro variable, producido por acción sísmica. Éste último es objeto de estudio y se modela de tres formas diferentes, *AME*, *Modo1* y *Push*, que a continuación se describen en forma breve, debido a que ya fueron descritos en el capítulo 6:

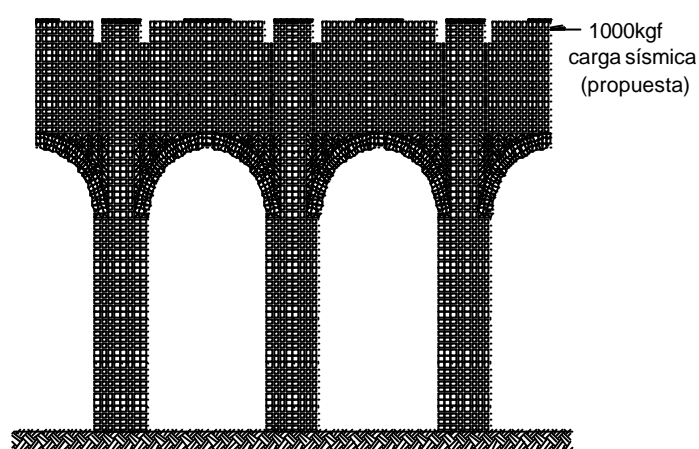
- *Pesom*. Como este muro soporta parte de la estructura, se le aplican fuerzas verticales en la parte superior, cuya magnitud se determina en Ambrosetti (1998) y se supone equivalente a la del peso de la estructura superior faltante. Adicionalmente, se considera el peso propio del muro. La configuración y magnitud de las cargas es la que se muestra en la figura 7.2.1.



**Figura 7.2.1. Estado de cargas por peso de la estructura superior faltante**

- *AME*. Este proviene de las siglas del Análisis Modal Espectral. En este análisis se usan los primeros doce modos de vibrar de la estructura. Con esto se espera que el número de modos considerados sea suficiente para obtener la respuesta prácticamente total de la estructura. Se utiliza un espectro de diseño elástico del Eurocódigo 8 (CEN, 2003), cuyos parámetros se muestran en la tabla 6.3.1 del capítulo 6 y la regla de combinación cuadrática completa (CQC) propuesta por Wilson *et al.* (1981). Los desplazamientos y esfuerzos que se obtienen son valores absolutos.
- *Modo1*. Este modelo es básicamente un *AME*, sólo que los valores de los esfuerzos se afectan por el signo correspondiente a los del modo fundamental del modelo.
- *Push*. Procedimiento conocido como empujón (ATC, 1986). En este modelo de la acción sísmica, la carga se aplica en forma puntual en la parte superior del muro (figura 7.2.2). El cálculo de la posición de aplicación se puede encontrar de forma detallada en Ambrosetti (1998). Se propone 1000kgf como una carga normalizada, ya que una carga unitaria arrojaría factores de amplificación muy grandes. Este modelo de carga corresponde con el que se usó en el ensayo experimental.

Las curvas de comportamiento y de capacidad del muro se determinan con sólo dos de los métodos de solución descritos en el capítulo 4. Se ignora el método *NLFEM* se tienen resultados experimentales que servirán de comparación. Los dos métodos a aplicar son: Método Modal Espectral Evolutivo (*MEE*) y Método Enfoque Lineal Secuencial con Ablandamiento Dentado (*Rots*). En la tabla 7.2.1 se indican los análisis a realizar con el modelo, que serán siete en total. El método de *Rots-10Deg* no incluye los modelos sísmicos *AME* y *Modo1*. El modelo *AME* no se incluye porque si se obtienen resultados adecuados para el análisis *Rots-AME-1Deg*, entonces también se realizará el análisis *Rots-AME-10Deg*, en caso contrario, se evita el análisis. El modelo *Modo1* tampoco se incluye, porque, con base en los resultados del capítulo 6, se espera que arroje resultados similares a los del modelo de acción sísmica *Push*. Esto se verificará al comparar los análisis *Rots-Modo1-1Deg* con *Rots-Push-1Deg*.



**Figura 7.2.2. Localización de aplicación de la carga sísmica *Push***

Se consideran dos formas de degradación del material, una donde se reduce la rigidez en un sólo paso (*1Deg*), definida como comportamiento elasto-plástico para el método *MEE* y comportamiento frágil para el método de *Rots*. Y otra, donde se reduce la rigidez en diez pasos (*10Deg*), ésta se conoce como ablandamiento lineal progresivo. La reducción de rigidez con mayor número de pasos no se aplica al método propuesto *MEE*.

La nomenclatura que se establece para referirse a cada uno de ellos es la siguiente: **Método de solución - Modelo de la acción sísmica - Número de degradación del material**, igual que en el capítulo 6. Una vez que se obtienen los esfuerzos por cargas estáticas y acción sísmica, se procede a determinar los intervalos de factores de amplificación por elemento. Del conjunto de intervalos se encuentra el factor que lleve a uno o más elementos del modelo hasta el valor de su resistencia a tensión correspondiente (elemento crítico). Una vez encontrado el valor del factor de escala, se revisa que los esfuerzos amplificados no hagan sobrepasar las resistencias de los demás elementos. Se degrada la rigidez en todo el (los) elemento(s) crítico(s) para el siguiente paso del análisis. Se continúa hasta que se pierde la capacidad de resistencia de la estructura o hasta que se considere que la cantidad de datos es suficiente para evaluar el desempeño del modelo.



Tabla 7.2.1. Análisis a realizar, según el modelo de la acción y método de solución

Modelo de la carga Sísmica	Método de solución		
	MEE 1Deg	Rots 1Deg	Rots 10Deg
AME	✓	✓	✗
Modo 1	✓	✓	✗
Push	✓	✓	✓

### 7.3. RESULTADOS

En este apartado se muestran, para el modelo de ensayo y para cada tipo de análisis, el daño final y la curva de comportamiento analítica y su idealización. La evolución de las dos características dinámicas de la estructura, masa modal y factores de participación, presentan el mismo comportamiento en todos los análisis. Es por eso que sólo se muestra uno representativo de ellos. Con el uso de las fórmulas de dinámica estructural, las curvas de capacidad de los análisis *Push* se pasan del espacio carga-desplazamiento al espacio pseudoaceleración-desplazamiento. Los resultados se agrupan por método de solución, forma de modelar la acción sísmica y número de degradaciones. El desempeño de la estructura se evalúa después de analizar los resultados.

Para comparar los resultados de los métodos, en la figura 7.3.1 se exponen la curva de capacidad y el daño del modelo del muro de San Vicente de Fora. Ambos, son resultados del ensayo experimental y pueden revisarse detalladamente en Ambrosetti (1998).

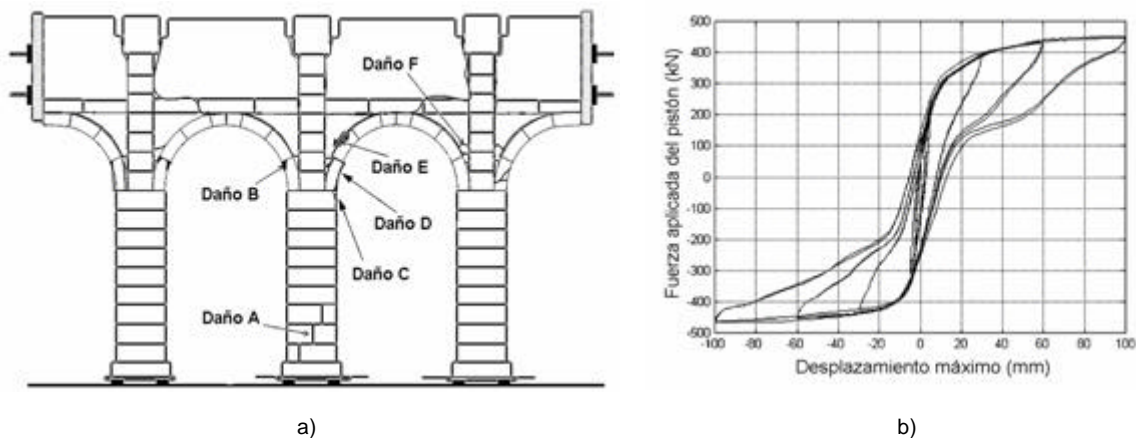


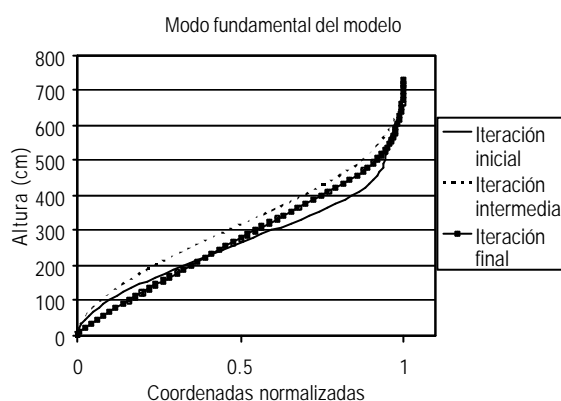
Figura 7.3.1. Resultados del ensayo experimental del muro de San Vicente de Fora; (a) daño en la estructura y; (b) curva carga-desplazamiento (Ambrosetti, 1998)

En la figura 7.3.1a se muestran los daños que sufrió el muro al final del ensayo. El daño A corresponde a la apertura tipo “engrane” que sufrió la columna central, el daño B al aplastamiento de la piedra, el daño C representa al aplastamiento del bloque, el daño D indica la dislocación del bloque, el daño E se refiere al movimiento relativo excesivo que existe entre el muro y el bloque del arco y, el daño F indica el aplastamiento del muro.

La curva carga-desplazamiento (figura 7.3.1b) tiene un comportamiento de histéresis cuyo desplazamiento residual que queda cuando la carga es igual a cero es muy pequeño. Esto hace que el ciclo de histéresis sea delgado. Obsérvese como este desplazamiento varió muy poco entre cada ciclo de carga. Por simplificación y por tener cierta similitud con la envolvente de las curvas de histéresis, se selecciona la idealización elasto-plástica con conservación de rigidez inicial (ECOR) para la evaluación del desempeño. Aunque, probablemente una idealización bilineal sea más adecuada, lo difícil sería encontrar el punto donde está el cambio de pendiente. Las curvas de idealización están formadas por tres puntos, denominados: punto inicial ( $S_{d0}, S_{a0}$ ), punto de fluencia ( $S_{dy}, S_{ay}$ ) y punto último ( $S_{du}, S_{au}$ ). La fuerza máxima experimental, que será base de comparación, es de aproximadamente 450kN. El desplazamiento final correspondiente será de 0.1m. Hay que considerar que por tener demasiadas condiciones internas y de frontera, además de las restricciones físicas impuestas en el modelo de ensayo, será difícil alcanzar el daño que se muestra en la figura 7.3.1a.

### 7.3.1. Evolución del modo fundamental

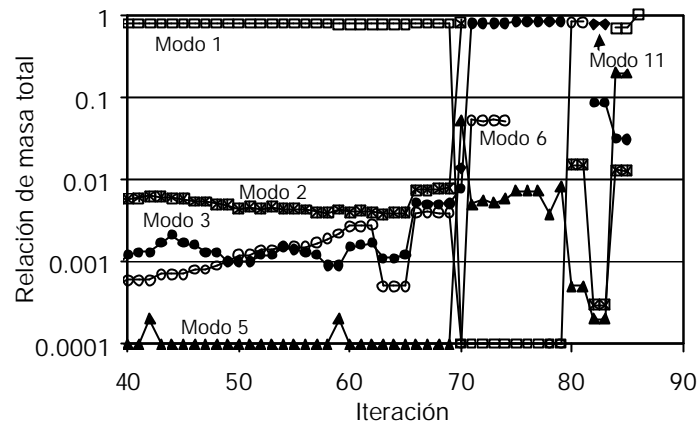
En la figura 7.3.1.1 se muestran las coordenadas normalizadas de desplazamientos de la columna central generados por el modo fundamental del modelo, el que tuvo mayor participación en la respuesta. La iteración inicial corresponde con el estado sin daño (estado elástico) y la iteración final con el estado de falla total del modelo. Esta evolución del modo fundamental se presentó en todos los casos de análisis aquí desarrollados. La forma del modo no presenta grandes cambios significativos entre un paso de análisis y otro. La diferencia se presenta en una posible distribución de rigidez por el daño que sufren los arcos de la estructura, la cual se refleja entre las iteraciones inicial y final de las formas modales.



**Figura 7.3.1.1. Representación gráfica del modo fundamental del modelo**

### 7.3.2. Comportamiento de la participación de masa modal

En la figura 7.3.2.1 se muestra el porcentaje de participación de masa de cada modo en la respuesta total del modelo. Aquí los modos están ordenados de acuerdo con su período. Un comportamiento similar de contribución se presentó en todos los casos de análisis. Como se observa de la figura, la participación mayor se presentó en forma alternativa entre los distintos modos. Esto se debe a que al inicio el primer modo era el fundamental, pero a medida que el modelo presentaba daño fueron apareciendo modos locales. Estos tomaron el lugar de primer modo e hicieron que el modo fundamental se recorriera.



**Figura 7.3.2.1 Modos con mayor participación con respecto a la masa**

La gráfica 7.3.2.1 refleja también en forma aproximada el comportamiento de los factores de participación durante el análisis. Es importante hacer notar que en la mayoría de los pasos de análisis el modo fundamental contribuyó con más del 98% de la masa total. Lo que significa que el hecho de usar el período del modo fundamental para determinar el desplazamiento o aceleración espectral es, en este caso, más preciso que cuando los modos superiores tienen una mayor participación, como en el caso del capítulo 6. El número de iteraciones que se muestran en la figura es el intervalo donde se tuvieron frecuentes cambios alternativos de modos como fundamental (iteración 40 hasta 90). Como se aprecia, inicialmente el modo 1 es el que tiene mayor participación en la respuesta. Después de algunas iteraciones el modo 2 toma su lugar, enseguida el modo 3, y así continúa la alternación de modos hasta que el modelo falla.

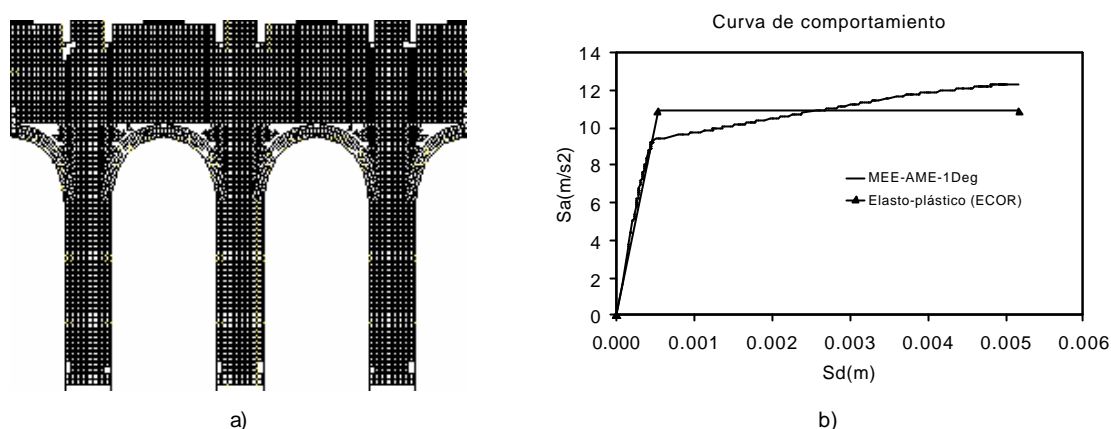
### 7.3.3. Daño, curvas de comportamiento e idealización

En esta sección se estudian, de manera individual, los resultados obtenidos de cada análisis. Para todos se incluye: daño del modelo al final del análisis e idealización de la curva de comportamiento. En los análisis donde se utiliza el método de *Rots* se determina una envolvente de la curva de comportamiento que permite realizar una idealización bilineal, aunque en este caso no se aplicará.

La figura 7.3.3.1 muestra el daño en el modelo al final del análisis, la curva de comportamiento analítica e idealización propuesta para el análisis *MEE-AME-IDeg*. El daño se presentó alrededor de los arcos, donde existe una transición de rigidez del modelo, y en la base, donde se encuentra empotrada la estructura. Aunque el modelo se considera como continuo, éste refleja el comportamiento de un marco de tres columnas que se articulan en los extremos. Ésta es una característica que puede mostrar si el método *MEE* funciona para estructuras de mampostería modeladas con elementos barras, de grandes dimensiones en sección transversal. De acuerdo con la curva analítica, el modelo tiene un comportamiento bilineal. Esto concuerda aproximadamente con el comportamiento que presenta la curva experimental.

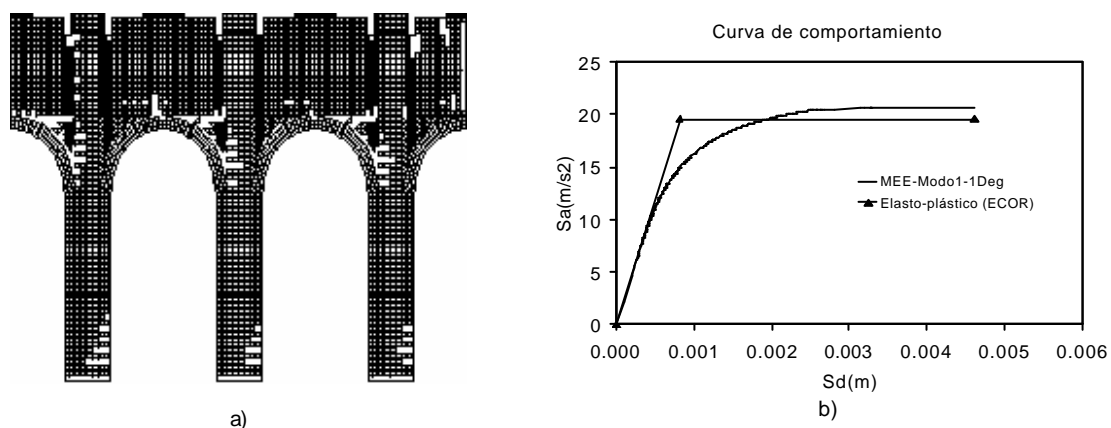
El desplazamiento que alcanzó el modelo al momento de la falla total es mucho menor que el desplazamiento desarrollado durante el ensayo experimental. Probablemente se debe a la barra tensora que se colocó físicamente en el interior del muro, el cual le permite desarrollar grandes desplazamientos. Durante el procedimiento de análisis no se tuvieron casos de no solución, debido a que sólo considera los esfuerzos por acción sísmica en cada paso. Se observó que los arcos tuvieron gran influencia en la rigidez del muro, ya que fueron los primeros en dañarse. En cuanto a la aceleración, no se puede comparar con los resultados que muestra la curva experimental fuerza-

desplazamiento, pero al final se calcularán las fuerzas máximas equivalentes por análisis y se compararán con la fuerza máxima experimental.



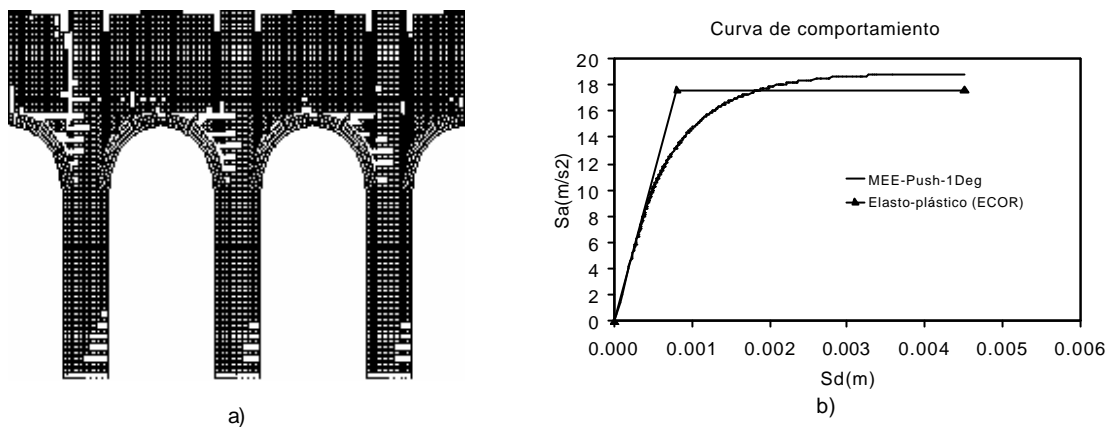
**Figura 7.3.3.1. Resultados del análisis *MEE-AME-1Deg*; (a) daño de la estructura y; (b) curva de comportamiento analítica e idealización**

En la figura 7.3.3.2 se muestran, el daño en el modelo al final del análisis, la curva de comportamiento analítica y su idealización, del análisis *MEE-Modo1-1Deg*. La curva analítica resultante tiene un comportamiento elasto-plástico aproximado. Como se ha presentado en análisis anteriores (capítulo 6), cuando se considera la acción sísmica *Modo1*, los resultados que muestran las curvas de comportamiento siempre son mayores a los del análisis *MEE-AME-1Deg*. El daño que se obtiene es razonable, debido a que refleja la orientación de los signos de los esfuerzos que genera el modo fundamental. El desplazamiento que se obtiene es aproximadamente el mismo que el análisis *MEE-AME-1Deg*, pero la aceleración prácticamente se duplica. Esto se debe a que el daño en el análisis *MEE-AME-1Deg* es mayor y más rápido que en el análisis *MEE-Modo1-1Deg*, esto se debe a los esfuerzos positivos que se generan en elementos simétricos. Los resultados del método *MEE* dependen del tamaño de los elementos, lo cual significa que, para un mismo modelo con elementos más pequeños su capacidad será ligeramente mayor, porque cada elemento que se dañe representará un incremento de la curva de comportamiento. Además, recuérdese que a mayor discretización de la malla (elementos más chicos) los resultados son más exactos y a mayor tamaño de elementos, los resultados se sobrestiman.



**Figura 7.3.3.2. Resultados del análisis *MEE-Modo1-1Deg*; (a) daño de la estructura y; (b) curva de comportamiento analítica e idealización**

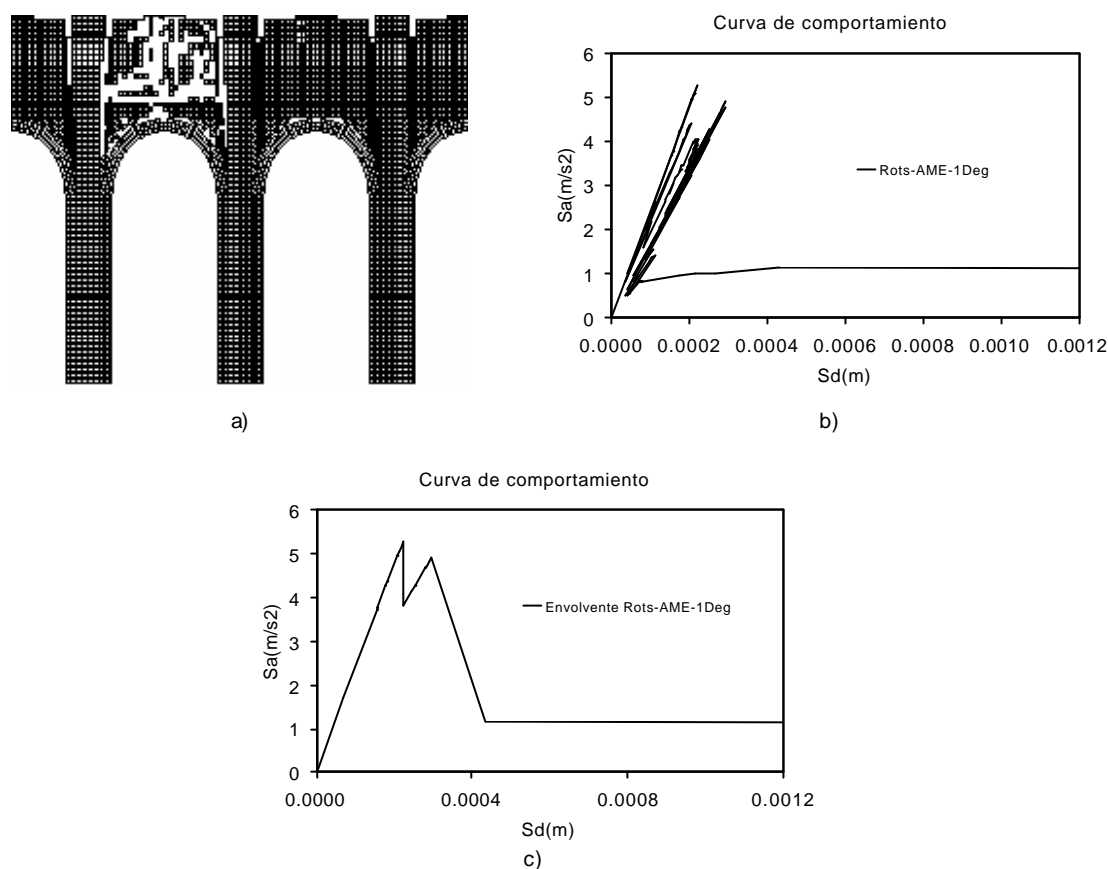
En la figura 7.3.3.3 se muestran el daño en el modelo al final del análisis, la curva de comportamiento analítica e idealización, que se obtuvieron del análisis *MEE-Push-1Deg*. Se observa que el daño es similar al encontrado en el análisis *MEE-Modo1-1Deg*, lo cual refleja que la orientación de los esfuerzos generados por la carga sísmica *Modo1* es similar a la generada por la carga sísmica *Push*. La aproximación en magnitud de la aceleración máxima, probablemente se deba a que en el análisis *MEE-Modo1-1Deg* los modos superiores no influyen significativamente en la magnitud de los esfuerzos. El desplazamiento desarrollado hasta la falla total del muro es prácticamente el mismo que el de los análisis *MEE-AME-1Deg* y *MEE-Modo1-1Deg*. Es de hacerse notar que, en este análisis se está utilizando una carga puntual en la parte superior del muro como acción sísmica, esto probablemente provoque que la capacidad de aceleración del muro se esté subestimando un poco.



**Figura 7.3.3.3. Resultados del análisis *MEE-Push-1Deg*; (a) daño de la estructura y; (b) curva de comportamiento analítica e idealización**

En la figura 7.3.3.4 se muestran, el daño en el modelo al final del análisis y la curva de comportamiento analítica, su envolvente e idealización propuesta del análisis *Rots-AME-1Deg*. El daño se presenta en forma local en el modelo y en la curva de comportamiento se observa que la resistencia se degrada muy rápidamente. Aquí se muestra de nuevo que el modelo de la carga sísmica *AME* no funciona con el procedimiento de *Rots*. El hecho de que el daño sucede en forma local se debe a la degradación frágil del material y al criterio que se estableció para dañar los elementos cuando no se puede determinar el factor de amplificación. El cual considera que, si dos o más elementos no tienen un factor común dentro de sus intervalos (caso de no solución), entonces todos ellos deben ser degradados. Esto hace que la resistencia del modelo caiga bruscamente. Además, provoca que los elementos contiguos a los que se dañan, sean los siguientes que presenten casos de no solución (Apéndice 2), debido a que se generan grandes esfuerzos a tensión por peso propio.

En los análisis donde se utiliza el método de solución de *Rots* se agrega una curva envolvente, y se basa en el criterio de seleccionar los puntos que tienen una secuencia incremental de desplazamiento. Por ejemplo, para determinarla, se selecciona el primer punto de la curva de comportamiento. Este se establece como punto de referencia y se busca el siguiente punto que tenga un desplazamiento mayor, sin considerar la magnitud de la aceleración. Una vez que se encuentra el siguiente punto, éste se establece como nuevo punto de referencia. El procedimiento continúa hasta recorrer todos los puntos de la curva de comportamiento. La conclusión de este análisis, es que el método de *Rots* no debe combinarse con el modelo de la acción sísmica *AME*. Por tanto, no se incluirá en comparaciones futuras.

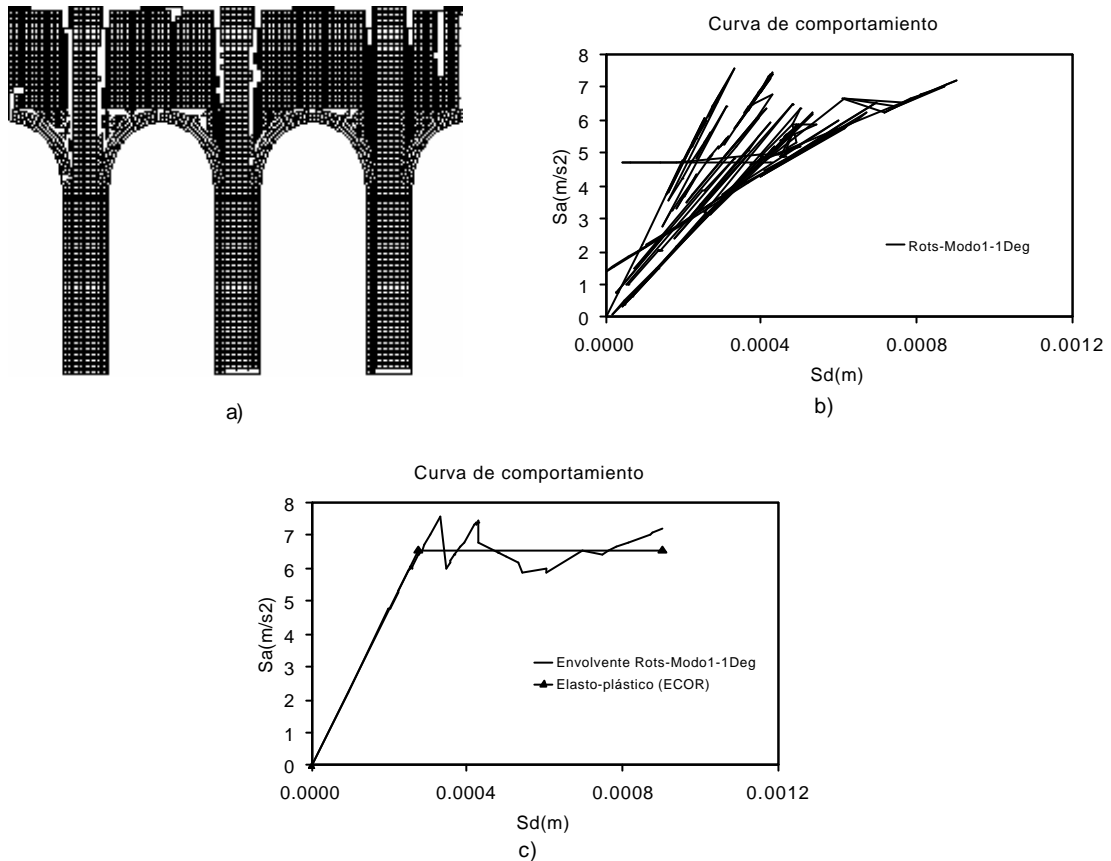


**Figura 7.3.3.4. Resultados del análisis *Rots-AME-IDE*; (a) daño de la estructura; (b) curva de comportamiento analítica y; (c) envolvente de la curva analítica**

En la figura 7.3.3.5 se muestran, el daño en el modelo al final del análisis, la curva de comportamiento analítica y su idealización, que provienen del análisis *Rots-Modo1-1Deg*. La curva de comportamiento analítica que resulta, presenta grandes caídas de resistencia. Pero, su envolvente representa de mejor manera la evolución de carga-desplazamiento a la cual está sometido el modelo que el análisis *Rots-AME-1Deg*. El análisis se detiene antes de que la columna de la izquierda se dañe en la base, debido a que la parte del muro que se encuentra entre esta columna y la de en medio, arriba del arco izquierdo, presentó un daño total.

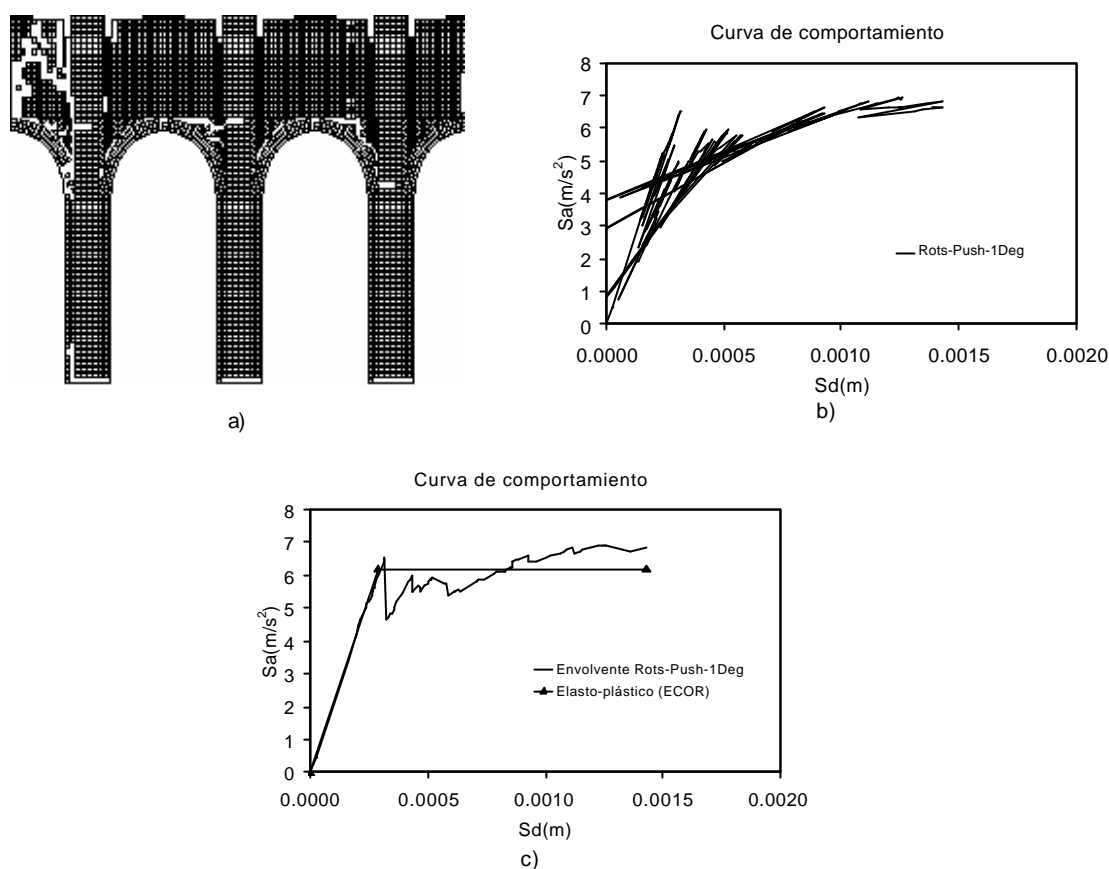
A pesar de que se obtienen mejores resultados que en el análisis *Rots-AME-1Deg*, este análisis se complicó al momento de localizar el modo fundamental; esto para obtener los signos de los esfuerzos. Una solución parcial se encontró con base en el cambio repentino del primer período de vibrar del modelo. Al observar una variación importante del período del modo fundamental, en ese momento se encontró que aparecía una falla local del modelo. Entonces, se buscó el número de modo que representaba al modo fundamental. El desplazamiento desarrollado hasta la falla es mucho menor que el de los análisis del método *MEE*. Como el método de *Rots* debe incluir el desplazamiento por peso propio, se hubiera esperado que éste no fuera de consideración, por el hecho de que las tres columnas evitan el momento de volteo generado por el daño de su parte inferior. En aceleración, todos los análisis del método *MEE* son mayores que el análisis *Rots-Modo1-1Deg*. El hecho de considerar el desplazamiento por peso propio hace que la curva de comportamiento presente desplazamientos

negativos, esto sólo representa la posición del modelo antes de aplicar la carga lateral, no la posición después de aplicar ambas cargas.



**Figura 7.3.3.5. Resultados del análisis *Rots-Modo1-1Deg*; (a) daño de la estructura; (b) curva de comportamiento analítica y; (c) envolvente de la curva analítica y su idealización**

En la figura 7.3.3.6 se muestra el daño en el modelo al final del análisis, la curva de comportamiento analítica y su idealización, para el análisis *Rots-Push-1Deg*. En este análisis la curva de comportamiento se vuelve más estable, aunque presenta caídas de resistencia que no concuerdan con el comportamiento real del modelo. Estas caídas reflejan en la pendiente, la rigidez que va teniendo el modelo a lo largo del análisis y, en la regresión (efecto Snap-back), la mayor influencia del desplazamiento por peso propio. Se observó la tendencia de la pendiente a ser horizontal, esto significa que el modelo tiene una rigidez lateral muy pequeña al final del análisis. El hecho de que se presente a una cierta altura (aceleración residual) indica que la pseudoaceleración graficada es provocada casi totalmente por el peso propio. Esto significa que gran parte del total de la fuerza aplicada sirve para contrarrestar el momento de volteo provocado por el daño de la base del modelo. El daño desarrollado (figura 7.3.3.6a) no concuerda con el que se presenta experimentalmente, quizás se deba a que las condiciones de frontera en el modelo analítico no se han representado adecuadamente. El hecho de modelar la carga sísmica como puntual, aplicada en la parte superior del muro, puede hacer que los esfuerzos se concentren en los elementos cercanos al punto de aplicación de la carga. Esta característica hace difícil comparar los resultados obtenidos con los análisis que incluyen la acción sísmica *Modo1*; debido a que el modelo *Modo1* considera las fuerzas sísmicas equivalentes aplicadas en toda la altura del muro, las cuales dependen de la distribución de masa. El efecto es diferente al de considerar toda esta distribución de fuerzas aplicadas en un sólo punto (*Push*).

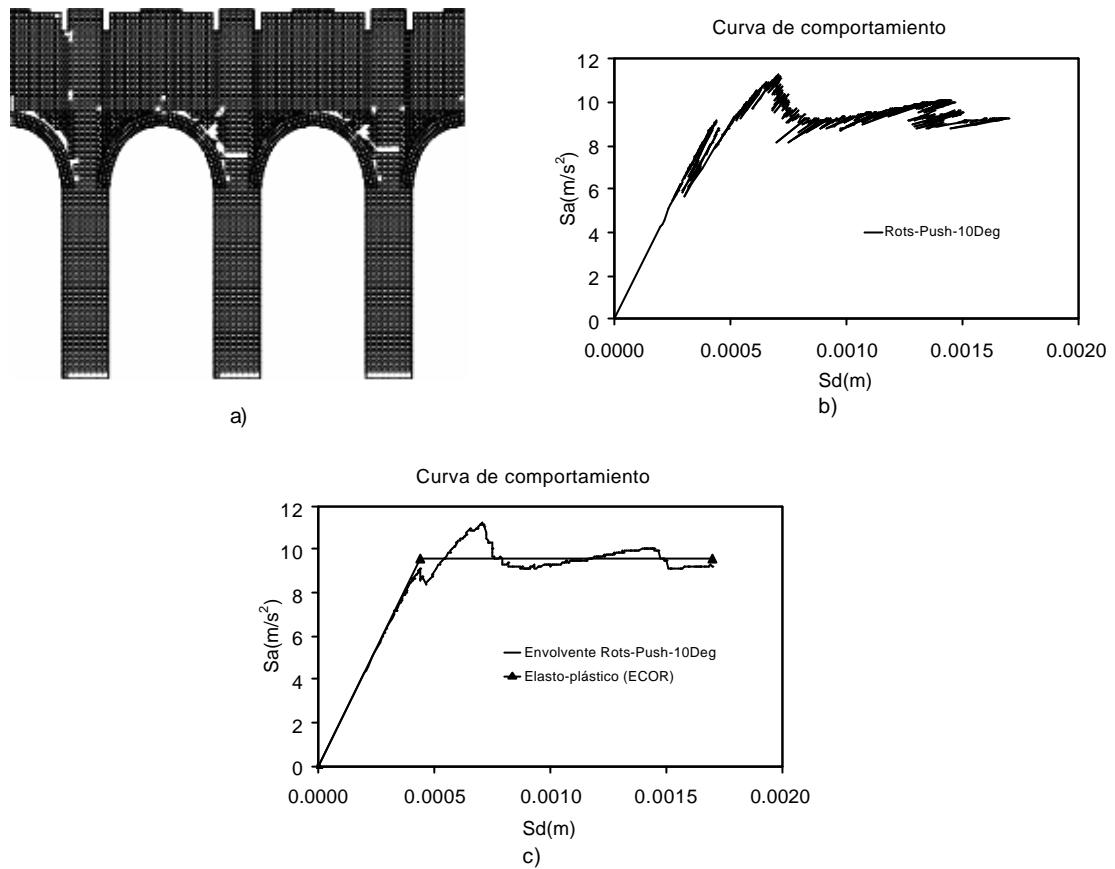


**Figura 7.3.3.6. Resultados del análisis *Rots-Push-1Deg*; (a) daño de la estructura; (b) curva de comportamiento analítica y; (c) envolvente de la curva analítica y su idealización**

En la figura 7.3.3.7 se muestran el daño en el modelo al final del análisis, la curva de comportamiento analítica e idealización, del análisis *Rots-Push-10Deg*. La curva de comportamiento resultante tiene un pequeño intervalo donde se presenta ablandamiento (figura 7.3.3.7b). Esta característica se presentó en el modelo analizado en el capítulo 6. En este análisis se obtuvo una curva más suavizada y se podría evitar determinar su envolvente.

La falla del muro (figura 7.3.3.7a) fue provocada por el daño completo de la base de las columnas. El desplazamiento final es aproximadamente el mismo que se desarrolla con los análisis *Rots-Modo1-1Deg* y *Rots-Push-1Deg*. La aceleración no tiene una tendencia constante, esto se debe a que el proceso de daño le da cierta rigidez y estabilidad al muro. Por ejemplo, obsérvese que el daño ocurre sólo en un lado de la base de la estructura, esto provoca que la estructura se incline hacia donde se ubica el daño, con lo cual provoca que los elementos tengan estados de esfuerzos de gran magnitud por peso propio. Una vez que se localiza y degrada la rigidez del elemento crítico la estructura sufrirá una relajación, provocando que para el siguiente análisis el factor de amplificación sea menor. Durante este análisis no se tuvieron casos de no solución. Esto permite que el método de *Rots* sea adecuado para determinar la curva de comportamiento de estructuras de mampostería.





**Figura 7.3.3.7. Resultados del análisis *Rots-Push-10Deg*; (a) daño de la estructura; (b) curva de comportamiento analítica y; (c) envolvente de la curva analítica y su idealización**

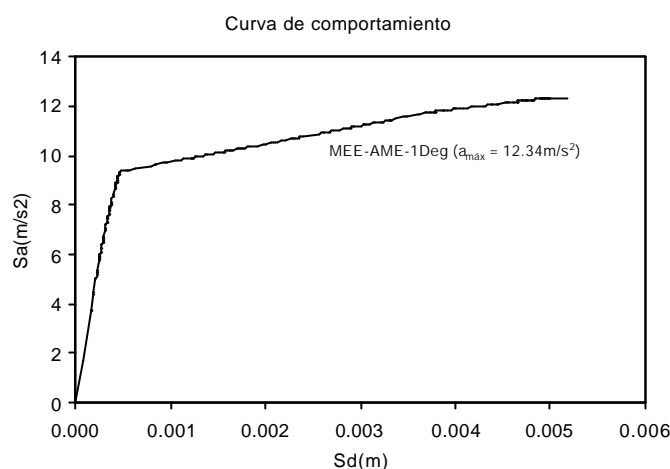
Enseguida se muestran comparaciones entre los siete tipos de análisis. Cada gráfico a considera una característica común entre ellos. Las comparaciones se engloban en dos secciones, según el modelo sísmico y el método de solución. Este último tiene implícito el número de degradaciones del material. Al final de las figuras se hace un resumen de las aceleraciones máximas y las fuerzas correspondientes. La fuerza máxima del ensayo experimental se toma como base de comparación.

#### 7.3.4. Comparación de las curvas de comportamiento por modelo sísmico

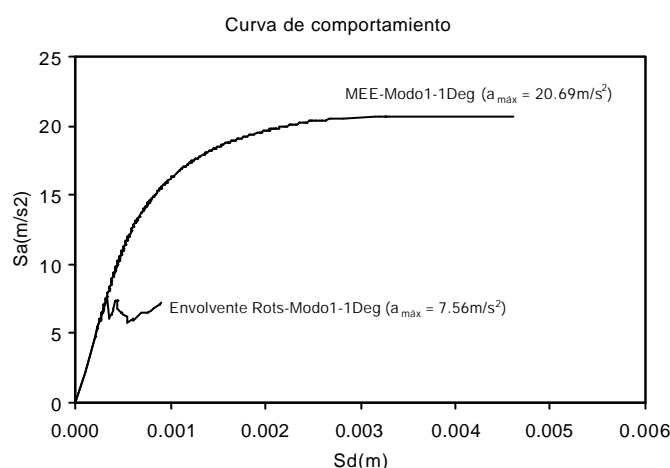
La figura 7.3.4.1 muestra una comparativa entre los análisis que consideran la acción sísmica *AME*, está únicamente el método de solución *MEE*, porque los análisis que consideran la acción sísmica *AME* y el método de *Rots*, no arrojan resultados que concuerden con los experimentales. La aceleración máxima del análisis *MEE-AME-1Deg* es de  $12.34 \text{ m/s}^2$ . El desplazamiento que se desarrolla hasta la falla, es mucho menor que el experimental. En conclusión, sólo el método *MEE* puede usar la acción sísmica *AME*.

En la figura 7.3.4.2 se muestran los análisis *MEE-Modo1-1Deg* y la envolvente del análisis *Rots-Modo1-1Deg*. Se observa una gran diferencia entre los dos métodos de solución, tanto en aceleración como desplazamiento máximos. A pesar de que el desplazamiento del método *MEE* es el mayor de los

dos, éste es muy lejano al experimental. La aceleración máxima del análisis *MEE-Modo1-1Deg* es de  $20.69 \text{ m/s}^2$ , la cual es 354% mayor a la del análisis *Rots-Modo1-1Deg*.



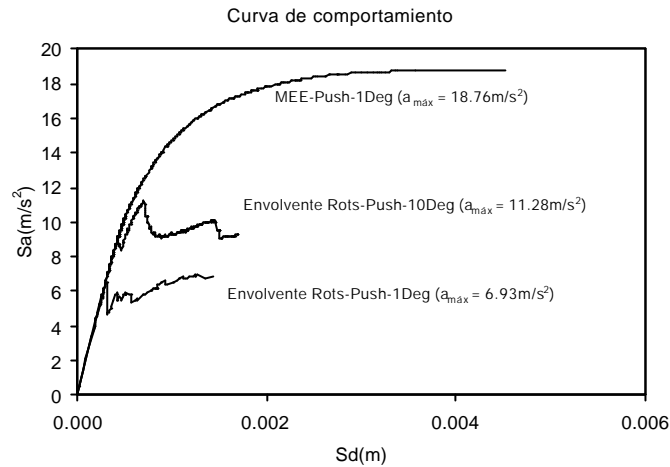
**Figura 7.3.4.1. Curvas de comportamiento. Modelo de carga sísmica: AME**



**Figura 7.3.4.2. Curvas de comportamiento. Modelo de carga sísmica: Modo1**

En la figura 7.3.4.3, se muestran las curvas de comportamiento para el modelo de carga *Push*. En ella se refleja que el método de Rots arroja una aceleración mayor cuando se considera mayor número de degradaciones. Pero es importante hacer notar que el desplazamiento final es aproximadamente el mismo. El método *MEE*, aún sigue arrojando resultados mucho mayores a los que se obtienen con el método de *Rots*. La aceleración máxima del método *MEE* es  $18.76 \text{ m/s}^2$ , el de *Rots* con *10Deg* es de  $11.28 \text{ m/s}^2$  y el de *Rots* con *1Deg* es de  $6.93 \text{ m/s}^2$ . De aquí resulta que el método *MEE* supera con 66% y 171%, respectivamente, al método de *Rots* con *10Deg* y *1Deg*.

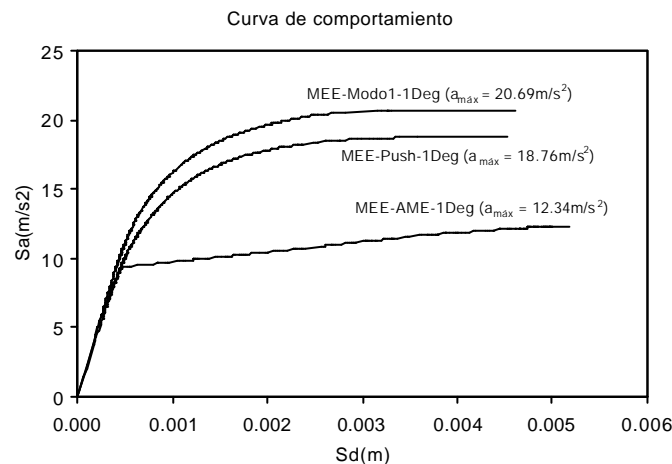
De las distintas comparaciones hechas con las figuras 7.3.4.1 a 3 se concluye que el modelo de acción sísmica *AME* no es adecuado combinarlo con el método de *Rots* cuando se trabaja con estructuras de mampostería. El modelo de acción sísmica *Modo1*, probablemente funcione mejor si se combina con el método de *Rots*, ya que los resultados presentados por el método de *MEE* casi se duplicaron con respecto a la acción sísmica *AME*. Al considerar la acción sísmica *Push*, el método de *MEE* sigue manteniendo una gran diferencia respecto al método de *Rots*, se concluye entonces que éstos jamás coincidirán en resultados.



**Figura 7.3.4.3. Curvas de comportamiento. Modelo de carga sísmica: Push**

### 7.3.5. Comparación de las curvas de comportamiento por método de análisis

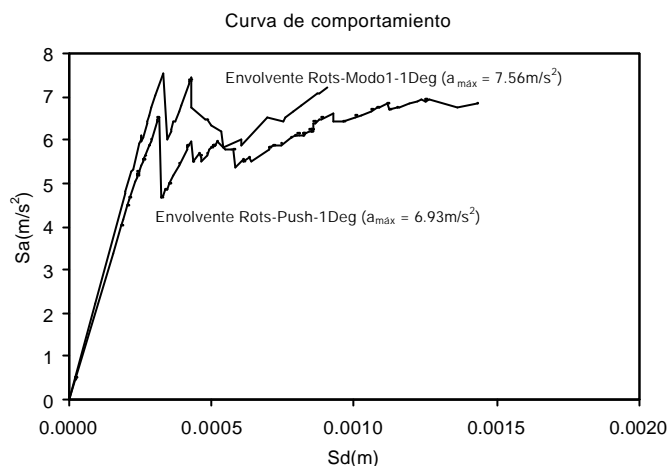
En la figura 7.3.5.1 se muestran las curvas de comportamiento de los análisis realizados con el método *MEE*. Se observa que los análisis con los modelos sísmicos *Push* y *Modo1* coinciden aproximadamente. El desplazamiento desarrollado hasta la falla es aproximadamente el mismo en los tres análisis, a pesar de que se tiene mayor daño con la acción sísmica *AME*. La aceleración máxima del análisis *MEE-Modo1-1Deg* es de  $20.69 \text{ m/s}^2$ , que es 10% mayor que la del análisis *Rots-Push-1Deg* y 68% mayor que la del análisis *MEE-AME-1Deg*. Es conveniente resaltar que la diferencia entre considerar la acción sísmica *Modo1* y *Push* es muy pequeña. Esto permite concluir que se puede usar el modelo *Modo1* como acción sísmica para tomar en cuenta la contribución a la respuesta de los modos de vibrar superiores.



**Figura 7.3.5.1. Curvas de comportamiento. Método de solución: MEE**

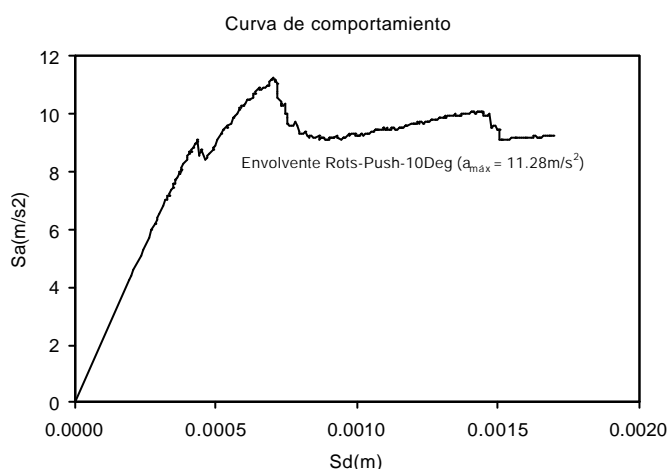
En la figura 7.3.5.2 se muestran las envolventes de las curvas de comportamiento de los análisis, aplicando el método de *Rots-1Deg*. Se observa una consistente similitud entre los análisis *Rots-Push-1Deg* y *Rots-Modo1-1Deg*. La diferencia en desplazamiento se debe a que el análisis *Rots-Modo1-1Deg* tuvo una falla local mucho antes de la falla completa de la estructura. El análisis *Rots-Modo1-1Deg* presentó una aceleración máxima de  $7.56 \text{ m/s}^2$ , 9% mayor que la del análisis *Rots-Push-1Deg*.

Esta es aproximadamente la misma diferencia que se obtuvo de la comparativa del método *MEE*. Como conclusión se llega a que el método de *Rots*, puede combinarse con el modelo de acción sísmica *Modo1*. Originalmente el método se utiliza con cargas preestablecidas, del tipo *Push*.



**Figura 7.3.5.2. Envolvente de las curvas de comportamiento. Método de solución: *Rots-1Deg***

En la figura 7.3.5.3 se muestra el análisis *Rots-Push-10Deg*. Se muestra sólo un análisis considerando *10Deg* porque probablemente se hubieran tenido resultados muy similares usando la acción sísmica *Modo1*. El desplazamiento último es muy pequeño, comparado con el experimental. La aceleración no tiene un comportamiento estable después del límite elástico, esto dificulta saber hacia qué valor tenderá.



**Figura 7.3.5.3. Envolvente de la curva de comportamiento. Método de solución: *Rots-10Deg***

La conclusión general que se tiene en cuanto al método de solución, es que el método *MEE* es más estable, pero el hecho de presentar valores de aceleraciones mayores a los del método de *Rots*, es posible que siempre sobreestime la capacidad de las estructuras de mampostería. El método de *Rots*, en esta ocasión no presenta un comportamiento estable entre análisis, lo cual se debe a la sensibilidad que tiene implícita cuando la estructura presenta grandes daños. El hecho de tener que determinar la envolvente de la curva de comportamiento analítica cuando se aplica el método de *Rots* hace que se trabaje un poco más, pero se recompensa con una mejor aproximación de los resultados.

La tabla 7.3.5.1 muestra un resumen de las aceleraciones máximas obtenidas en cada uno de los análisis y de los porcentajes de aproximación que resulta de la comparación de las fuerzas máximas equivalentes con la fuerza máxima del ensayo experimental, de aproximadamente 450kN.

**Tabla 7.3.5.1. Aceleraciones máximas por análisis y porcentajes de aproximación en carga**

Método de solución	Acción sísmica	$a_{m\acute{a}x}$ (m/s <sup>2</sup> )	Masa equiv. M* (kN-s <sup>2</sup> /m)	Factor G (m/s <sup>2</sup> )	Fuerza máxima (kN)	Aprox. Experimental (%)
<b>MEE 1Deg</b>	AME	12.34	35.50	1.14	499.40	111
	Modo1	20.69	35.50	1.14	837.32	186
	Push	18.76	38.45	1.11	800.67	178
<b>Rots 1Deg</b>	AME	-	-	-	-	-
	Modo1	7.56	35.50	1.14	305.95	68
	Push	6.93	38.45	1.11	295.77	66
<b>Rots 10Deg</b>	Push	11.28	38.45	1.11	481.42	107
<b>Experimental</b>	Push	-	-	-	450.00	100

### 7.3.6. Evaluación del desempeño

En esta sección se procede a determinar el desempeño de la estructura a partir de las distintas curvas de comportamiento obtenidas con el método *MEE*. A la vez, se hace un resumen de los desplazamientos y aceleraciones de las idealizaciones, de los desplazamientos de desempeño corregidos y de sus correspondientes factores de corrección. En la tabla 7.3.6.1 se muestran los desplazamientos y las aceleraciones de las idealizaciones elasto-plásticas ECOR de las curvas de comportamiento para los análisis realizados. En la tabla 7.3.6.2 se muestra la aceleración máxima de la idealización bilineal, la masa equivalente para cada modelo sísmico, el factor que se utiliza pasar de un modelo de 1GDL a MGDL y viceversa, las fuerzas correspondientes a las aceleraciones máximas y en la última columna se determina la aproximación en porcentaje de las fuerzas con respecto a la experimental (*Aprox. Experimental*). En la tabla 7.3.6.3 se presentan las características del modelo que se usan para el cálculo de los factores de corrección de desplazamiento. En la tabla 7.3.6.4 se muestran los datos obtenidos del espectro de diseño elástico a partir del período inicial del modelo, que es ligeramente diferente según el modelo de acción sísmica. En la tabla 7.3.6.5 se calculan los factores de reducción de desplazamiento y la ductilidad que se desarrolla. Y en la tabla 7.3.6.6 se corrigen los desplazamientos de desempeño por efecto de la ductilidad.

**Tabla 7.3.6.1. Idealizaciones elasto-plásticas ECOR**

Método de solución	Acción sísmica	Desp <sub>y</sub> (m)	Seudo Acel <sub>y</sub> (m/s <sup>2</sup> )	Desp <sub>u</sub> (m)	Seudo Acel <sub>u</sub> (m/s <sup>2</sup> )
<b>MEE 1Deg</b>	AME	0.00053	10.90	0.00518	10.90
	Modo1	0.00082	19.60	0.00462	19.60
	Push	0.00081	17.61	0.00452	17.61

Tabla 7.3.6.2. Fuerza máxima obtenida de las curvas idealizadas

Método de Solución	Acción sísmica	$a_{máx}$ idealizada (m/s <sup>2</sup> )	Masa equiv. $m^*$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	Factor $G$ (m/s <sup>2</sup> )	Fuerza máxima (kN)	Aprox. Experimental (%)
<b>MEE 1Deg</b>	<i>AME</i>	10.90	35.50	1.14	441.12	98
	<i>Modo1</i>	19.60	35.50	1.14	793.21	176
	<i>Push</i>	17.61	38.45	1.11	751.59	167
<b>Experimental</b>	<i>Push</i>	-	-	-	450.00	100

Tabla 7.3.6.3. Características de la estructura para determinar los factores de corrección

Acción sísmica	Masa equiv. $m^*$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	Período equiv. $T^*$ (s)	Período $T_c$ (s)
<i>AME</i>	35.50	0.04065	0.5
<i>Modo1</i>	35.50	0.04065	0.5
<i>Push</i>	38.45	0.04254	0.5

Tabla 7.3.6.4. Datos obtenidos del espectro de diseño elástico para la demanda

Acción sísmica	Período equiv., $T^*$ (s)	Seudo Acel., $S_{ae}(T^*)$ (m/s <sup>2</sup> )	Desp., $S_{d}(T^*)$ (m)
<i>AME</i>	0.04065	4.97	0.00021
<i>Modo1</i>	0.04065	4.97	0.00021
<i>Push</i>	0.04254	5.03	0.00023

Tabla 7.3.6.5. Cálculo de los factores de corrección

Método de solución	Acción sísmica	$S_{ae}(T^*)$ (m/s <sup>2</sup> )	$S_{ay}$ (kgf)	Factor de reducción ( $q_u$ )	Capacidad de ductilidad (R)
<b>MEE 1Deg</b>	<i>AME</i>	4.97	10.90	0.46	-5.69
	<i>Modo1</i>	4.97	19.60	0.25	-8.18
	<i>Push</i>	5.03	17.61	0.29	-7.40

Tabla 7.3.6.6. Desplazamiento de desempeño final corregido

Método de solución	Acción sísmica	$S_{d,des.}$ (m)	$S_{a,des.}$ (m/s <sup>2</sup> )	Ductilidad/corrección (R/ $q_u$ )	$S_{d}^*$ (m)
<b>MEE 1Deg</b>	<i>AME</i>	0.00021	4.97	1	0.00021
	<i>Modo1</i>	0.00021	4.97	1	0.00021
	<i>Push</i>	0.00023	5.03	1	0.00023

De la tabla 7.3.6.1 se puede observar la similitud en desplazamientos que tienen los análisis que consideran los modelos *Modo1* y *Push*. Aunque no con la misma exactitud, existe también una semejanza en aceleraciones. La tabla 7.3.6.2 muestra que la mejor aproximación con el resultado experimental se presenta cuando considera el modelo sísmico *AME*. En la tabla 7.3.6.3 existen dos tipos de masas equivalentes, 35.50 y 38.45 kN·s<sup>2</sup>/m, esto se debe a que el vector  $f$  (desplazamientos,

que depende del patrón de cargas laterales seleccionado) que se genera por los modelos sísmicos *AME* ó *Modo1* y *Push*, no es el mismo. Es de notarse que aún cuando el modelo de la estructura es el mismo, los períodos equivalentes obtenidos son ligeramente diferentes. El período  $T_c$  no cambia porque es una propiedad del espectro de diseño seleccionado. La tabla 7.3.6.4 muestra que los modelos *AME* y *Modo1* presentan igual aceleración y desplazamiento espectrales, debido a que tienen el mismo período equivalente. Para el modelo *Push* la pseudoaceleración y desplazamiento es un poco mayor ya que el período equivalente es ligeramente mayor. Al momento de calcular los factores de reducción se encontró que éstos eran menores que la unidad (tabla 7.3.6.5), lo que significa que el modelo no desarrollará ductilidad y, por tanto, no disminuirá su capacidad de resistencia. Esto también se ve reflejado en los valores negativos de la capacidad de ductilidad. En la tabla 7.3.6.6 se nota que el modelo tendrá solamente un comportamiento elástico cuando se somete al espectro de diseño seleccionado.

### 7.3.7. Representación gráfica del desempeño.

En este apartado se muestra en forma gráfica el desempeño obtenido para cada uno de los análisis. Las gráficas agrupan los análisis con base en el modelo sísmico. Las gráficas no incluyen los métodos de *Rots* debido a que las curvas de comportamiento no forman parte del método de evaluación por desempeño aquí propuesto. El punto de desempeño que se presenta en las gráficas es el corregido, aún cuando en esta ocasión no se necesitó porque en todos los análisis el modelo del muro tiene un comportamiento elástico. En las figuras 7.3.7.1 a 3, se muestra el desempeño que se obtuvo en cada análisis. En la figura 7.3.7.1 se representa el desempeño cuando se usa el modelo sísmico *AME*, en la figura 7.3.7.2 para el modelo *Modo1*, y en la figura 7.3.7.3 para el modelo *Push*.

De la tabla 7.3.6.6 y las figuras 7.3.7.1 a 3, se hacen las siguientes observaciones con respecto al desempeño de la estructura. El comportamiento reflejado por los diferentes análisis, indica que la estructura tendrá un comportamiento elástico cuando se presente un evento sísmico representado por el espectro de diseño. Con respecto a la carga máxima, la mejor aproximación se tiene con el modelo *AME* con 441.12 kN, 2% menor que la carga experimental. De antemano se debería suponer que los mejores resultados se obtendrían con el modelo *Push*, porque este tipo de carga es similar a la aplicada durante el ensayo del muro. Aún así, el análisis *MEE-Push-1Deg* presenta una fuerza máxima 176% mayor a la obtenida experimentalmente.

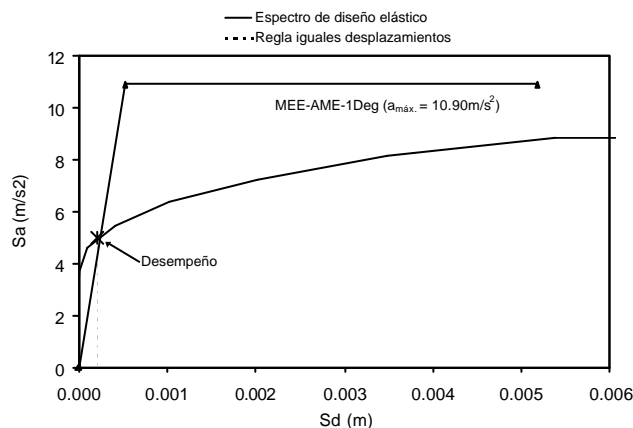


Figura 7.3.7.1. Desempeño de los análisis que consideran el modelo sísmico *AME*

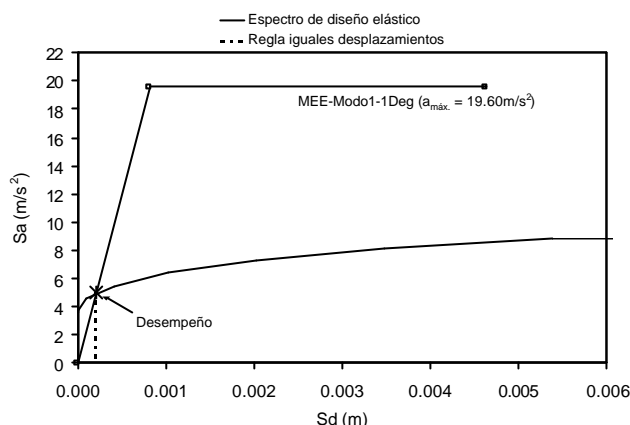


Figura 7.3.7.2. Desempeño de los análisis que consideran el modelo sísmico *Modol*

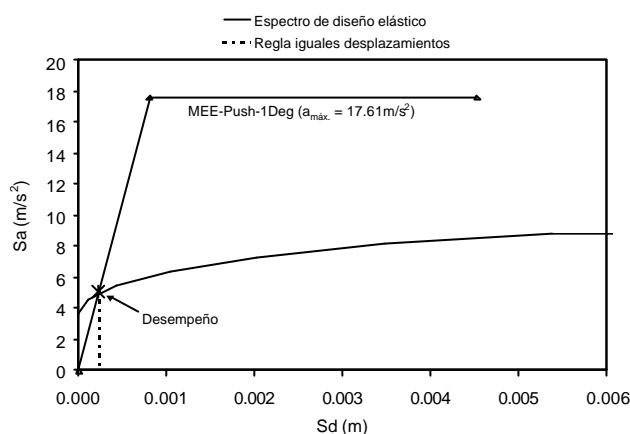


Figura 7.3.7.3. Desempeño de los análisis que consideran el modelo sísmico *Push*

#### 7.4. CONCLUSIONES

En este capítulo se modeló el muro de San Vicente de Fora con el objetivo de determinar su curva de comportamiento y evaluar los resultados de l método *MEE*. Esta estructura fue seleccionada por ser un modelo ensayado en laboratorio, cuyos resultados sirvieron de base de comparación, por representar a una estructura formada por columnas representativa de las construcciones del siglo XVIII en la península ibérica. De esta manera se hizo una comparativa entre los resultados obtenidos analítica y experimentalmente.

En esta ocasión el método *MEE* arrojó mejores resultados que en el capítulo 6, pero aún no son convincentes con respecto al modelo de acción sísmica. En definitiva el modelo *Modol* no debe considerarse por el método *MEE* para realizar análisis dinámicos, debido a que siempre se presentaron aceleraciones mucho mayores que las calculadas con la acción sísmica *AME*. Lo que se pone en duda es que, como el modelo *Modol* y *Push* arrojan aproximadamente los mismos resultados, entonces también el modelo *Push* se debe descartar. Por otro lado, lo correcto es considerar sólo el modelo *AME* porque con éste la estructura sufre daño simétrico de elementos, similar al que se produciría durante la aplicación cíclica de la aceleración del suelo haciendo que la capacidad disminuya bastante.



Con el método de *Rots* se obtuvieron resultados bastante aproximados, y reflejó de mejor manera el comportamiento no lineal del modelo cuando se usó la carga sísmica *Push* y *Modo1*. En esta ocasión presentó diferentes situaciones de comportamiento, como la tendencia no constante de las aceleraciones, desplazamientos negativos, concentración local del daño del modelo, por mencionar algunos, que necesitan una revisión en forma detallada. El método de *Rots* no debe combinarse con la acción sísmica *AME*, porque el daño de los elementos siempre es simétrico, esto hace que la curva de comportamiento siempre presente ablandamiento con pérdida total de capacidad de resistir carga de los modelos, esto no es muy común en las pruebas de laboratorio donde se aplican cargas laterales monótonas. En vista de que los resultados se mejoraron al aumentar el número de degradaciones, se concluye entonces que debe preferirse *10Deg*. Aunque esto consume mayor tiempo, por el número de análisis que se requieren para degradar totalmente un elemento y para llevar a la falla total los modelos analizados. Lo que se recomienda es probar con cinco degradaciones, en cuyo caso probablemente se tenga una aproximación aceptable y menor tiempo requerido para el análisis.

Un resultado importante que se obtuvo con respecto al modelo de acción sísmica es la similitud que se mantiene entre los modelos *Modo1* y *Push*, con cualquiera de los dos métodos de solución. Esto respalda la idea de modelar la acción sísmica como *Modo1* como una alternativa viable. Probablemente, si se hubiera realizado el análisis *Rots-Modo1-10Deg* se tendrían resultados similares a los del análisis *Rots-Push-10Deg*.

## CAPÍTULO 8

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En esta tesis se presentó un método para evaluar el desempeño sísmico de estructuras de mampostería simple. La evaluación consta de dos procedimientos independientes, el primero consiste en evaluar la curva de comportamiento, y el segundo establecer la demanda sísmica por medio de un espectro de diseño elástico. Aunque el objetivo es evaluar el desempeño, se puso mayor énfasis en validar el procedimiento propuesto para determinar la curva de comportamiento y establecer uno alternativo, ambos aplicables a estructuras de mampostería. Además, se modeló la acción sísmica de tres formas diferentes nombradas como *AME*, *Push* y *Modo1*. Las dos primeras son los ya conocidos métodos análisis modal espectral y del empujón (o Pushover), respectivamente, y la última se propone como una nueva opción. Este modelo de la acción sísmica consiste en un análisis modal espectral en el que los esfuerzos se afectan por los signos relativos de los esfuerzos correspondientes al modo fundamental. El objetivo es tomar en cuenta la contribución de los modos superiores de vibrar.

#### 7.1. CONCLUSIONES

Para tener una idea general del alcance del método propuesto *MEE*, enseguida se enlistan los puntos más importantes que se han considerado durante el desarrollo de esa tesis. Las conclusiones se dividen en tres partes, en la primera se establecen las consideraciones principales del método de evaluación, en la segunda parte se puntualizan lo referente a la curva de comportamiento y en la tercera, se presenta una lista de las observaciones derivadas de los resultados obtenidos.

En cuanto al método de evaluación de desempeño en general, se establecen las siguientes consideraciones:

- La mampostería se modela como un continuo usando elementos finitos con esfuerzos planos. Los estados de esfuerzos se determina por medio de un programa de análisis comercial y se evalúan en los nodos de los elementos.
- Los factores de amplificación están basados en la función de falla de Rankine y definen correctamente los incrementos para que uno o más elementos alcancen su resistencia a tensión. Se ignora la capacidad de resistencia a compresión de la mampostería. De esta manera los factores establecen el estado de daño del modelo para el siguiente análisis.
- Los elementos que se dañan completamente no se eliminan de la malla, a escala material, sólo se les reduce el módulo de Young a  $10^{-6}$  (kg/cm<sup>2</sup>) y se les asigna una densidad igual a cero para evitar modos locales espurios. De esta forma se representa numéricamente el fenómeno de agrietamiento distribuido y el comportamiento no lineal del material.
- La idealización que se toma para la curva de comportamiento es la elasto-plástica ECOR. Aunque, como se aprecia en las curvas experimentales de muros de mampostería, el comportamiento es aproximadamente elástico no lineal debido a que la trayectoria de descarga se produce cerca de la trayectoria de carga; además, el desplazamiento residual es pequeño cuando la curva regresa al punto de descarga total.
- Con los modelos de acción sísmica *AME* y *Modo1* se considera la contribución de los modos superiores de vibrar. La diferencia es que en el primero los esfuerzos siempre son positivos, lo

cual se evita con el segundo modelo usando los signos del modo fundamental. Pero, aún así las componentes de esfuerzo (tensión ó compresión y cortante) en ambos modelos no corresponden o no están relacionadas entre sí.

- Se aplica la regla de iguales desplazamientos y sus correcciones, aún cuando es un tema de investigación abierto, por esto debe estudiarse si el efecto es el mismo en estructuras de mampostería simple.
- No siempre el primer modo, el que tiene el período mayor, es el que más participa en la respuesta total. En ocasiones el modo fundamental, el que tiene mayor participación, tiene un período menor que el máximo.
- Una de las limitaciones del método es que no es aplicable a estructuras sobre suelos blandos, esto porque no se considera la interacción suelo-estructura. Aunque, las estructuras históricas son tan rígidas que probablemente tengan mayor respuesta cuando se desplantan sobre suelos rígidos.

En cuanto al procedimiento para definir la curva de comportamiento se tienen las siguientes conclusiones:

- La curva de comportamiento representa la capacidad de la estructura sometida a un proceso de incrementos monótonos de cargas asociadas a correspondientes incrementos de la intensidad sísmica. De aquí se puede considerar que la curva es una envolvente de los ciclos de cargas a las que se somete el modelo durante un evento sísmico.
- El método *MEE* considera la curva esfuerzo-deformación del material como elasto-plástica simétrica. Esta idealización se aleja del comportamiento real de la mampostería a escala material y se refleja en la sobrestimación de aceleraciones en la curva de comportamiento.
- El método de *Rots* considera la curva esfuerzo-deformación del material de dos formas, con ablandamiento lineal y con comportamiento frágil. En vista de los resultados obtenidos se concluye que no se debe usar el comportamiento frágil del material debido a que se generan casos de no solución cuando se intenta determinar el factor de amplificación. Además, la energía de fractura, definida como el área bajo la curva esfuerzo-deformación, se subestima.
- Si se usa el modelo de acción sísmica *AME*, la curva de comportamiento no depende de una distribución particular de cargas laterales, sino del número de modos de vibrar que se consideren para la combinación modal.
- Si se usa el modelo de acción sísmica *Modo1*, la curva de comportamiento depende de los signos de los esfuerzos que genera el modo fundamental y del sentido que toman.
- Al usar el modelo de acción sísmica *Push*, la curva de comportamiento depende de una distribución particular de cargas laterales.
- El procedimiento *MEE* no puede representar el ablandamiento en la curva de comportamiento por estar basado en la suma de incrementos de carga y aceleración.
- Las curvas de comportamiento obtenidas con el método de *Rots* presentan pendientes de desplazamientos negativas. Lo cual normalmente no se puede obtener para este tipo de curvas.

- Se tiene que usar una envolvente de las curvas de comportamiento cuando se aplique el método de *Rots*, porque para una demanda de desplazamiento, pueden corresponder dos o más ordenadas de la curva de comportamiento. Además, las envolventes se necesitan para determinar el área bajo la curva, y así poder realizar las idealizaciones elasto-plástica o bilineal.
- El método *MEE* no presenta casos de no solución y el método de *Rots* sí. Esto ocurre porque el método de *Rots* toma en cuenta los esfuerzos por peso propio en cada uno de los pasos del análisis, mientras que en el método *MEE*, el peso propio se calcula sólo en el primer paso.
- En el método *MEE*, los resultados que se presentan en la curva de comportamiento reflejan la contribución de los modos superiores de vibrar de manera indirecta. Esto se debe a que para determinar el factor de amplificación se usan los esfuerzos donde participan el número de modos de vibrar considerados, pero al momento de determinar la aceleración y desplazamiento espectrales, se toma sólo el período fundamental.

De los resultados de esta tesis se concluye lo siguiente:

- El método evalúa el desempeño de estructuras de mampostería simple, es sencillo, aplicable por medio de programas de análisis comerciales y utiliza un espectro de diseño como nivel de demanda sísmica.
- En los dos ejemplos de análisis, cuando se usaron los modelos de acción sísmica *Modo1* y *Push*, las curvas de comportamiento siempre fueron aproximadamente iguales, y a la vez, con aceleraciones superiores que la del modelo *AME*. En esta ocasión no se puede establecer cuál es mejor ya que depende del método que se use, así, el método *MEE* da mejores resultados con el modelo de acción sísmica *AME* y el método *Rots* con el modelo de acción sísmica *Modo1* y *Push*, considerando 10 degradaciones del material.
- El método de *Rots* no debe combinarse con el modelo de acción sísmica *AME* cuando se consideran dos estados de esfuerzos independientes entre sí, como los generados por peso propio y carga lateral. En este caso el método de *Rots* siempre representa el ablandamiento con pérdida total de resistencia en las curvas de comportamiento, lo cual no es común cuando existe un modelo que se somete a cargas sísmicas.
- De los resultados y por el tiempo de solución requerido, el método *MEE* es de más fácil aplicación y de mayor rapidez que el método de *Rots*, esto se debe a que considera un sólo paso de degradación del material. Pero el inconveniente es que no se puede obtener el comportamiento de ablandamiento que está implícito en las estructuras de mampostería.
- Cuando se use el método de *Rots*, debe evitarse usar el comportamiento frágil del material para no tener los casos sin solución. Estos se presentan cuando no es posible determinar un factor de amplificación de la carga sísmica. Con el método *MEE* esto no se presenta, la razón es que el comportamiento del material es elasto-plástico perfecto.
- El método de *Rots* necesita una idealización bilineal y el método *MEE* no, debido al efecto snap-back de la curva de comportamiento. Aún, cuando se propone una idealización de la curva de comportamiento para el método *MEE*, éste puede prescindir de ella debido a que se pueden determinar directamente la aceleración y desplazamiento de la curva de

comportamiento analítica. Cuando el punto de desempeño cae entre dos puntos, la aceleración y desplazamiento pueden obtenerse con una interpolación lineal.

De los puntos tratados en esta sección, en cuanto resultados, se concluye que la mejor opción para obtener la curva de comportamiento es usar el método de *Rots*, con la opción de combinarlo con degradaciones del material mayores que uno y menores que diez.

## 7.2. RECOMENDACIONES

En vista de los resultados obtenidos y del tiempo necesario para desarrollar completamente lo expuesto en este tema de tesis, se proponen las siguientes recomendaciones, que hacen ver la amplitud de opciones de temas de investigaciones que pueden ser llevadas a cabo por estudiantes interesados en este tema.

- Extender la aplicación de la metodología a edificaciones de mampostería de gran escala.
- Tomar en cuenta, en la determinación de los factores, un límite de esfuerzo a compresión.
- Es necesario validar la aplicabilidad de la regla de iguales desplazamientos en estructuras históricas de mampostería debido a que esta regla tiene implícito un comportamiento elasto-plástico perfecto con disipación de energía por histéresis. Sin embargo, las estructuras de mampostería simple presentan un comportamiento bilineal elástico con poca disipación de energía.
- Se sugiere que se considere el desplazamiento de desempeño para realizar la idealización elasto-plástica. Esto se debe a que la idealización depende del desplazamiento último de la curva de comportamiento, lo que hace que en ocasiones se subestime o sobrestime la capacidad de resistencia de los modelos analizados.
- Se necesita realizar un estudio minucioso para establecer criterios razonables para degradar los elementos en el caso en que en un determinado paso del análisis no se puede encontrar un factor mínimo.
- Es necesario establecer qué índices de desempeño podrán representar de manera más precisa el comportamiento de estructuras históricas de mampostería; ya que el desplazamiento en un punto determinado de la malla probablemente no represente el estado de este tipo de estructuras. Esto se explica cuando el punto que se selecciona para registrar los desplazamientos deja de ser continuo de la malla cuando se presenta una grieta. El punto probablemente presente grandes desplazamientos, pero no representará el que se genera globalmente en la estructura.
- Para una correcta validación del método, es necesario un estudio extensivo. En donde se incluya una mayor cantidad de estructuras, de diferentes alturas y características; y que se incluyan diferentes niveles de demanda sísmica.
- Se propone crear un programa de computo que evalúe los esfuerzos y aplique el método de *Rots*, que sea independiente del programa SAP.
- Se recomienda que el método de *Rots* se utilice como parte del método de evaluación *MEE* para determinar la curva de comportamiento

- Se recomienda investigar la posibilidad de usar un modelo de degradación ortótropo que considere las diferencias en las propiedades mecánicas de la mampostería en distintas direcciones.

En general y de los diferentes puntos anteriores expuestos se establece que el método *MEE* original para evaluar el desempeño no es aplicable a estructuras de mampostería debido a que considera el comportamiento del material (mampostería) como elasto-plástico. Esto no concuerda con estudios experimentales realizados por otros investigadores. Además, el procedimiento para determinar la curva de comportamiento no permite representar la degradación de rigidez de estructuras de mampostería, ya que está basado en la suma de incrementos. La alternativa será combinar el método de evaluación con el método de *Rots* para determinar la curva de comportamiento y con la opción de considerar el número de degradaciones (de 1 a 10) del material de acuerdo con la exactitud o rapidez de resultados, deseados.

## APÉNDICE 1

### ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL SAP2000 Y SU INFLUENCIA EN LOS PUNTOS QUE DEFINEN LA CURVA DE CAPACIDAD

Cuando se realiza un análisis lineal con elementos finitos (Chandrupatla y Belengudu, 1997) normalmente se prefiere trabajar con los esfuerzos calculados en los puntos de Gauss. Los puntos de Gauss son usados para determinar en forma numérica los esfuerzos dentro de un elemento. El elemento forma parte de una malla y puede ser una figura con forma de triángulo o cuadrilátero. La malla se usa para discretizar una figura compleja cualquiera, con elementos con forma conocida. Esto se hace con el fin de encontrar y observar las variaciones de los esfuerzos dentro de la figura compleja. Esta figura compleja representa un modelo físico, el cual se somete a estudio aplicando un estado de carga deseado.

Durante un análisis algunos autores (Lourenco, 1996; Rots e Invernizzi, 2004) prefieren trabajar con los puntos localizados en el centro geométrico de los elementos usados en la malla de elementos finitos. La razón es que este representa en forma más aproximada el esfuerzo promedio dentro del elemento. Además, como se trabaja con agrietamiento distribuido (Rots e Invernizzi, 2004) se considera que el daño está distribuido en todo el tamaño del elemento (Oller, 2001) y, por lo tanto, el esfuerzo debe ser constante. El daño que se considera en la mampostería es conocido como agrietamiento distribuido. Este agrietamiento es una representación equivalente usada en la teoría del elemento finito para representar un fenómeno complejo, como lo es el agrietamiento discreto (Oller, 2001).

El programa Sap2000 (CSI, 2003) es un programa de computadora usado para analizar cualquier tipo de estructura por medio de elementos finitos. Su interfaz de trabajo entre el usuario y el software es de forma gráfica; característica que no le reduce su capacidad de manejo y rapidez, para obtener resultados. Este programa puede mostrar los resultados tanto en forma gráfica como en tablas. Los resultados en tabla pueden manejarse por medio de archivos de Excel, Texto, etc.

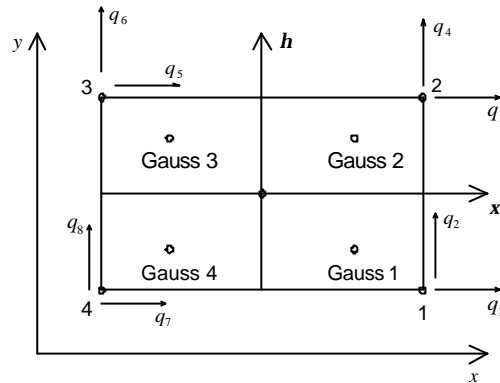
Una de las particularidades del Sap2000 es que cuando se trabaja con elementos finitos, muestra los resultados de los análisis realizados en los nodos de los elementos. Al momento de consultar la ayuda del programa Sap2000 (CSI, 2003), explica que, para elementos cuadriláteros, los esfuerzos se calculan en los puntos de Gauss con una regla de  $2 \times 2$ ; una vez calculados éstos, se extrapolan a los nodos. A partir de lo anterior recomienda que, para obtener los esfuerzos en los puntos de Gauss, se tomen los esfuerzos de los nodos y se interpolen a dichos puntos.

El Sap2000 es una herramienta que forma parte para el desarrollo del método propuesto, por lo tanto, es importante verificar con qué aproximación de esfuerzos se está trabajando. Para esto se realiza una comparativa por medio de un ejemplo entre los esfuerzos generados por el Sap2000 y los esfuerzos calculados en los puntos de Gauss, usando fórmulas del elemento finito. El ejemplo es un cuadrilátero de forma regular (Fig. A1.1), y se le aplican desplazamientos, diferentes entre sí, en los nodos. Las propiedades, coordenadas y desplazamientos se muestran en la tabla A1.1.

Una vez analizado el elemento, se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla A1.2 y A1.3. En esta última tabla se calcularon los esfuerzos en los nodos y en los cuatro puntos de Gauss para una regla  $2 \times 2$ . Además, se incluyó un punto adicional, con coordenadas en el centro del elemento para compararlo con el promedio de esfuerzos de los nodos obtenidos con el Sap2000.

**Tabla A1.1. Coordenadas, propiedades y desplazamientos para el ejemplo**

Punto	Coordenadas		Propiedades		Desplazamientos	
	X (cm)	Y (cm)	E (kg/cm <sup>2</sup> )	n	X (cm)	Y (cm)
1	40	10	38000	0.2	-2	-2
2	40	30	38000	0.2	3	1.5
3	10	30	38000	0.2	4	0
4	10	10	38000	0.2	0	0



**Figura A1.1. Elemento cuadrilátero**

**Tabla A1.2. Resultados Sap2000**

Etiqueta	Coordenadas		Esfuerzos		
	(x,y)	(?,?)	S <sub>11</sub>	S <sub>22</sub>	t <sub>12</sub>
1	(40,10)	(1, -1)	-1919.79	6392.71	3430.56
2	(40,30)	(1, 1)	-653.13	6392.71	3430.56
3	(10,30)	(-1, 1)	-653.13	-257.29	3430.56
4	(10,10)	(-1, -1)	-1919.79	-257.29	3430.56
Promedio	-	-	<b>-1286.46</b>	<b>3067.71</b>	<b>3430.56</b>

**Tabla A1.3. Resultados aplicando fórmulas del Elemento finito**

Etiqueta	Coordenadas		Esfuerzos		
	(x,y)	(?,?)	S <sub>11</sub>	S <sub>22</sub>	t <sub>12</sub>
1	(40,10)	(1, -1)	-1253.47	6399.31	2902.78
2	(40,30)	(1, 1)	65.97	6663.19	4750.00
3	(10,30)	(-1, 1)	-1319.44	-263.89	3958.33
4	(10,10)	(-1, -1)	-2638.89	-527.78	2111.11
Promedio	-	-	<b>-1286.46</b>	<b>3067.71</b>	<b>3430.56</b>
Gauss 1	(33.660,14.226)	(0.577, -0.577)	-1267.41	4991.21	3125.84
Gauss 2	(33.660,25.773)	(0.577, 0.577)	-505.63	5143.56	4192.34
Gauss 3	(16.340,25.773)	(-0.577, 0.577)	-1305.50	1144.21	3735.27
Gauss 4	(16.340,14.226)	(-0.577, -0.577)	-2067.28	991.85	2668.77
Promedio Gauss	-	-	<b>-1286.46</b>	<b>3067.71</b>	<b>3430.56</b>
Centro	(25,20)	(0, 0)	<b>-1286.46</b>	<b>3067.71</b>	<b>3430.56</b>

Los resultados obtenidos muestran que los esfuerzos calculados con las fórmulas utilizadas en la teoría del elemento finito difieren de los obtenidos por el Sap2000. En realidad no se sabe que tipo de interpolación usa para pasar los esfuerzos calculados en los puntos de Gauss a los nodos. Además, Se



observa que los esfuerzos axiales (Fig. A1.2 y A1.3), del Sap2000 siempre se muestran en pares iguales de esfuerzos; si se comparan con los calculados con las fórmulas, se verifica que no coinciden. Con respecto al esfuerzo cortante (Fig. A1.4), el Sap2000 arroja un esfuerzo constante, que es diferente del calculado con las fórmulas.

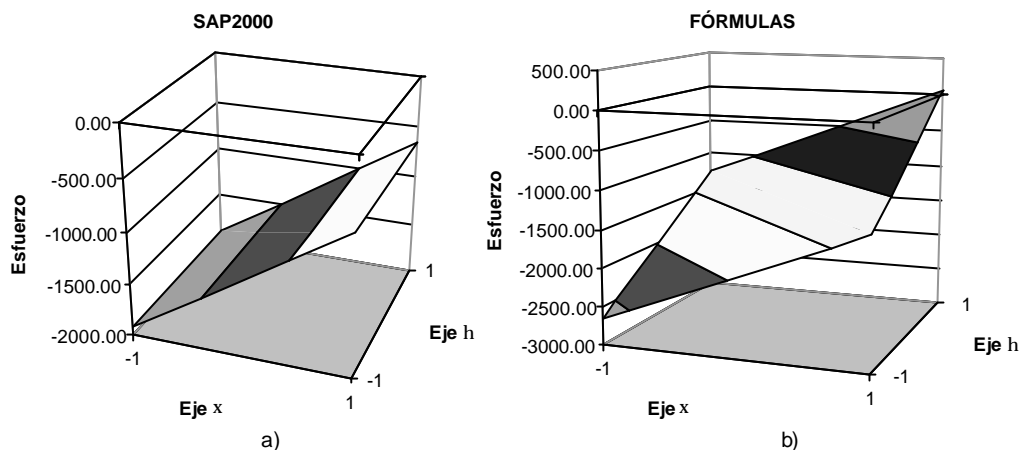


Figura A1.2. Variación del esfuerzo axial  $S_{11}$  en el elemento. (a) con Sap2000; (b) con fórmulas

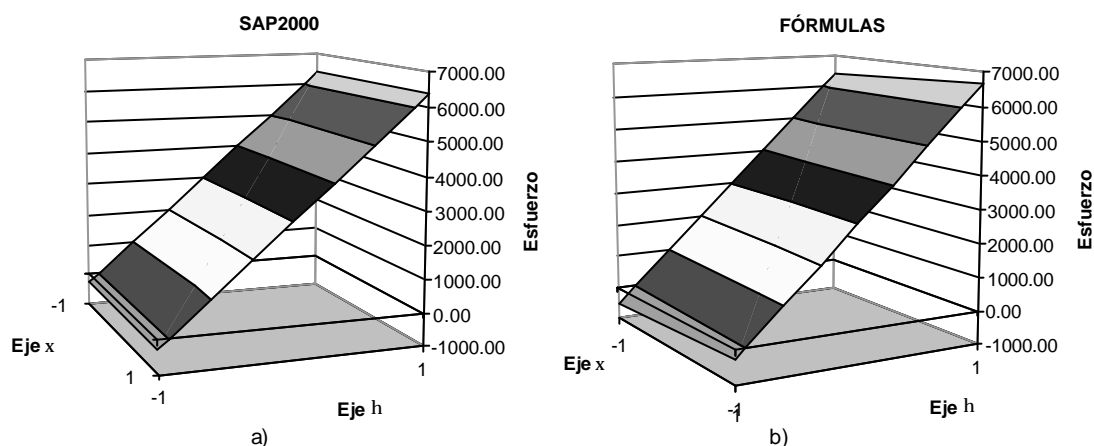


Figura A1.3. Variación del esfuerzo axial  $S_{22}$  en el elemento. (a) con Sap2000; (b) con fórmulas

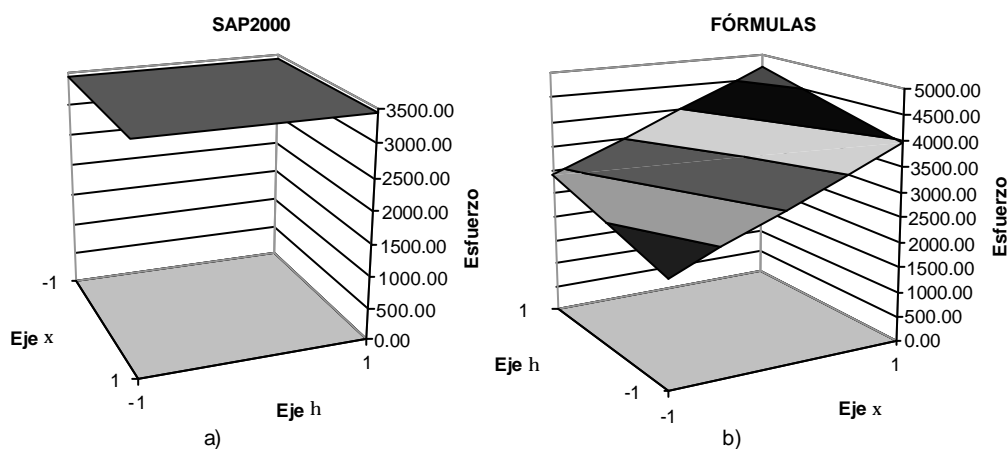
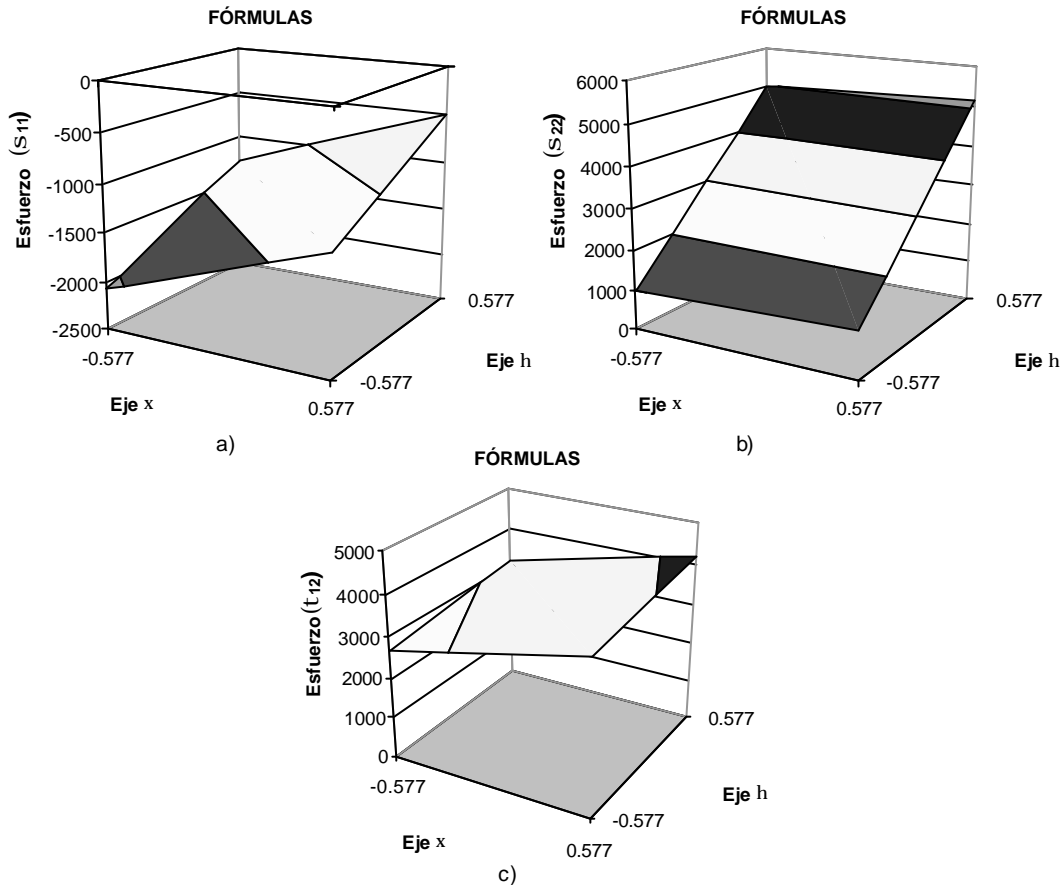


Figura A1.4. Variación del esfuerzo cortante  $t_{12}$  en el elemento. (a) con Sap2000; (b) con fórmulas

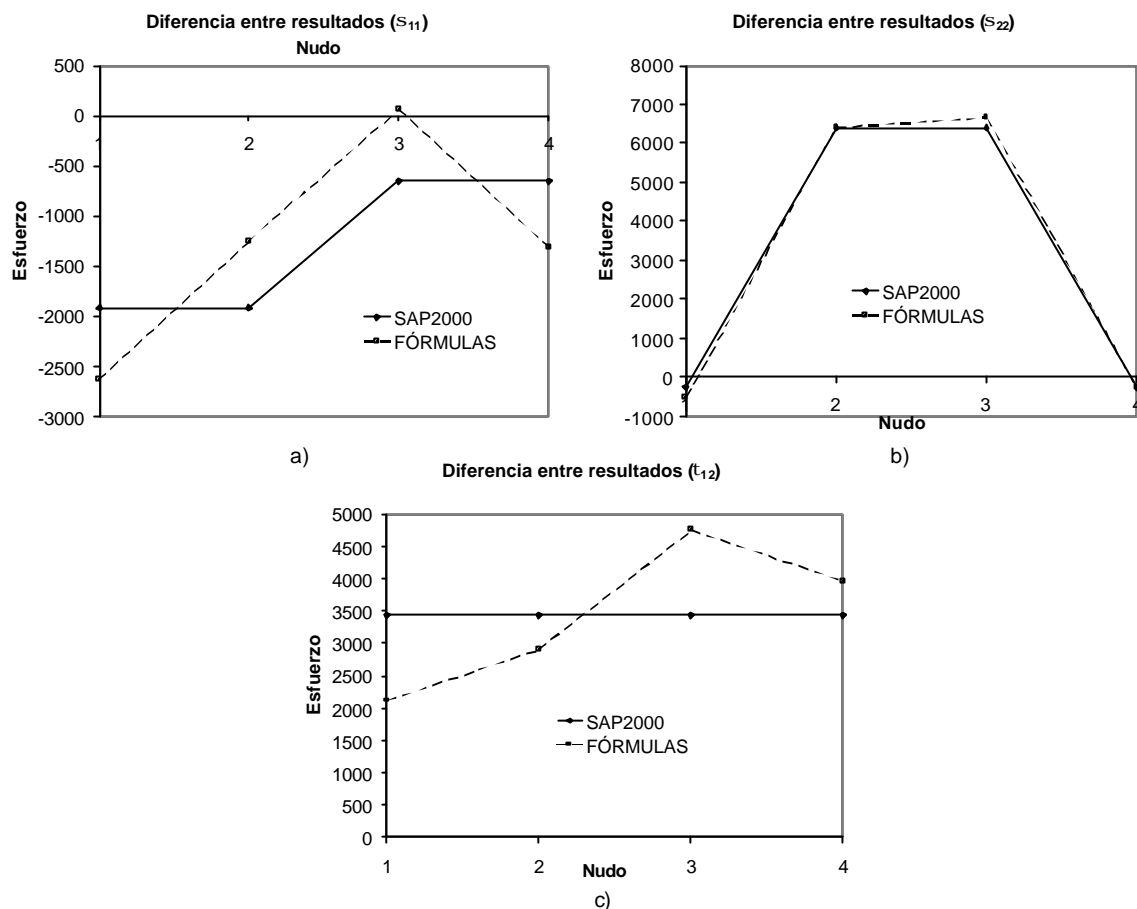
Un caso especial se observa cuando se determinan los promedios de los esfuerzos de los puntos de Gauss y de los obtenidos con el Sap2000. Es especial porque coinciden de manera exacta. Y, si estos se comparan con los esfuerzos calculados en el centro del elemento, se podría observar que también coinciden. Este hecho podría permitir trabajar con los esfuerzos promedio como un valor aproximado de los esfuerzos en el centro del elemento, si se requiriera.



**Figura A1.5. Variación de esfuerzos en los puntos de Gauss del elemento. (a) esfuerzo axial  $S_{11}$ ; (b) esfuerzo axial  $S_{22}$ ; (c) esfuerzo cortante  $t_{12}$**

El plano formado por los cuatro esfuerzos calculados en los puntos de Gauss (Fig. A1.5), muestra la misma orientación y variación de los esfuerzos calculados en los nodos (Fig. A1.2b, A1.3b y A1.4b); Sí se traslaparan dos gráficos que corresponden al mismo tipo de esfuerzos, el plano que muestra la variación de esfuerzos en los puntos de Gauss desaparecería dentro del plano de esfuerzos generado por los esfuerzos en los nodos.

Enseguida, se muestran tres gráficas (Fig. A1.6a, b y c), donde se observa de manera más detallada las diferencias entre los esfuerzos obtenidos por medio de fórmulas y los obtenidos usando el programa Sap2000. Las gráficas corresponden a los tres tipos de esfuerzos y su forma de obtenerlas.



**Figura A1.6. Diferencias entre los esfuerzos obtenidos con Sap2000 y fórmulas de elemento finito, ambos evaluados en los nudos. (a) esfuerzo axial  $S_{11}$ ; (b) esfuerzo axial  $S_{22}$ ; (c) esfuerzo cortante  $t_{12}$**

Cuando se analizó la viga con muesca con el Sap2000, la cual utilizó Rots (2004) para evaluar su modelo numérico, se encontraron diferencias entre considerar los esfuerzos en los nudos y el promedio de ellos. Se observó que cuando se consideraba una malla con discretización gruesa y se trabajaba con los esfuerzos en los nudos, la curva de capacidad subestimaba los resultados obtenidos por Rots y cuando se utilizó el promedio de ellos, la curva los sobrestimaba. A medida que la discretización de la malla era más fina, la curva empezaba a coincidir con la que encontró Rots aplicando su método. Pero la forma de coincidir fue diferente para los dos casos. Cuando se usaron los esfuerzos en los nudos, la curva empezó a aumentar hasta coincidir con la curva encontrada por Rots y cuando se usó el promedio de los esfuerzos, la curva disminuyó, también hasta coincidir con la curva de Rots. Este comportamiento coincide con los resultados que presentó Rots (2001).

De las gráficas A1.6a, b y c, se puede llegar a la conclusión que, se debe estar conciente que los resultados obtenidos con el Sap2000 no mantienen una variación específica. Si se conociera esta variación, se podría saber si se está trabajando con esfuerzos que están por debajo o por arriba de los reales. Una forma de evitar esto sería trabajar con el promedio de los esfuerzos, lo cual es más aproximado al promedio de los esfuerzos obtenidos por medio de las fórmulas de la teoría de elementos finitos, tanto en los nudos como en los puntos de Gauss. Además, coinciden con los esfuerzos calculados en el centro del elemento.

## APÉNDICE 2

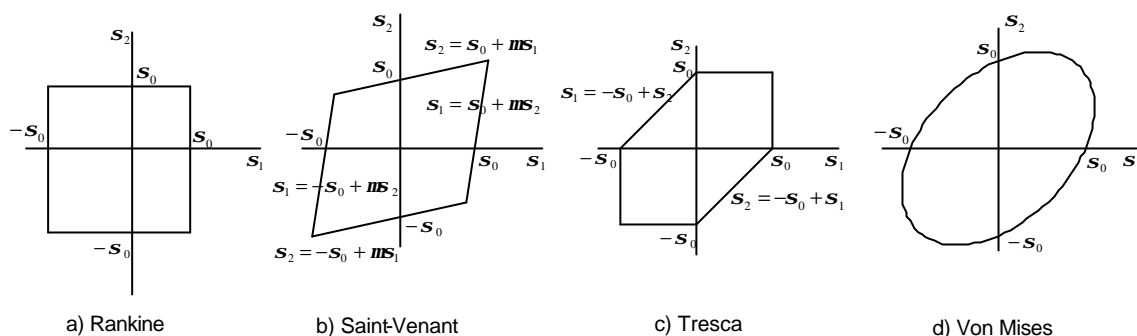
### DETERMINACIÓN DE LOS INTERVALOS DE LOS FACTORES DE ESCALA

Durante el desarrollo del método Modal Espectral Evolutivo se debe determinar una curva que represente la capacidad de la estructura sometida a cargas laterales. Esta curva se conoce como curva de capacidad, y está compuesta de pequeños incrementos de fuerza cortante y desplazamiento. Cada uno de estos incrementos se obtiene con el método del empujón, que es un análisis estático con incrementos sucesivos monótonos de fuerzas (ATC, 1986). Cada incremento, se acumula sucesivamente y se van formando los puntos de la curva. Un incremento de fuerza y desplazamiento corresponde a un paso necesario para que uno o más elementos de la estructura lleguen a su máxima resistencia y empiecen a sufrir daño. La fuerza se aplica a la estructura, y puede ser puntual, uniforme, etc., y tendrá el patrón que se considere adecuado. El desplazamiento se genera por la aplicación de la fuerza. Este desplazamiento es monitoreado en cualquier punto de la estructura; normalmente, se toma en la parte más alta, debido a que es el que presenta el mayor desplazamiento. El objetivo de este apéndice es mostrar cómo se determinan los factores de escala de los incrementos que forman la curva de capacidad del método propuesto.

#### A.2.1. FACTORES DE ESCALA PARA UN PUNTO

En una estructura que se somete a cargas elevadas, es normal que muchos de los elementos sufran daño. Cuando se presenta este fenómeno se dice que la estructura tiene un comportamiento inelástico. El daño está presente en las estructuras debido a la degradación de las propiedades del material, en este caso de la mampostería. Se pueden desarrollar diferentes modelos de daño para cada tipo de estructura. Para las estructuras de concreto (Park y Paulay, 1975), y acero, este daño puede representarse por medio de articulaciones plásticas. En el caso de las estructuras de mampostería, el daño se representa eliminando el elemento o por medio de la degradación del módulo de Young del material (Rots, 2001).

La mampostería es un material compuesto de unidades y mortero, y presenta un comportamiento mecánico difícil de modelar. Para su análisis se usan micro-modelos o macro-modelos. El micro-modelo considera las unidades y mortero por separado, y el macro-modelo representa a la mampostería como un conjunto. Cuando se usa este último, se le considera a este material como un continuo. La mampostería tiene una baja capacidad a resistir esfuerzos de tensión (Pluijm, 1992), por lo tanto, es el parámetro característico usado para determinar el momento en el cual sufre daño. Para determinar este momento, se utiliza una superficie de falla, que representa parcialmente el comportamiento del material para diferentes combinaciones de esfuerzos de compresión, tensión y cortante. Existe una gran variedad de superficies de falla (Figura A2.1), que se usan para modelar el comportamiento de los esfuerzos (Hill, 1950). La más sencilla y fácil de manejar para estructuras de mampostería es la superficie de falla de Rankine (Lourenço, 1995). Ésta fue seleccionada para el método aquí propuesto.

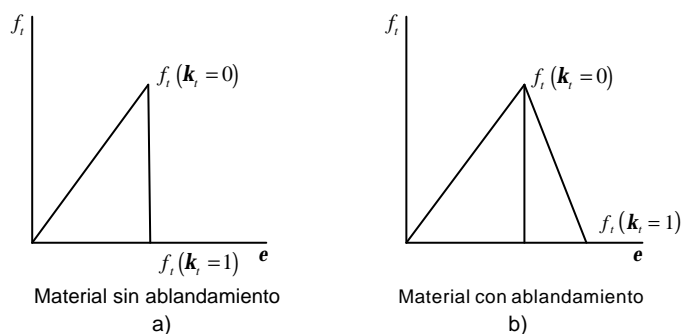


**Figura A2.1. Superficies de falla. (a) Rankine; (b) Saint-Venant; (c) Tresca; (d) Von Mises**

El criterio de falla de Rankine presenta dificultades para formularse en el espacio de esfuerzos principales (Feenstra, 1993). En Feenstra y De Borst (1995) se usa una formulación adecuada para este criterio. Ésta es una función simple (ecuación A2.1), que limita el primer esfuerzo principal a un esfuerzo equivalente  $\bar{s}_t$ , el cual describe el comportamiento de ablandamiento del material.

$$f_1 = \frac{s_x + s_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{s_x - s_y}{2}\right)^2 + t_{xy}^2} - \bar{s}_t(k_t) \tag{A2.1}$$

Donde  $s_x$  y  $s_y$  son los esfuerzos axiales en las direcciones globales,  $t_{xy}$  es el esfuerzo cortante y  $k_t$  es el parámetro que controla la cantidad de ablandamiento, en este caso, simultaneo en los dos ejes del material. Este factor varía entre cero y uno; es cero cuando se tiene la resistencia máxima del elemento y uno cuando la resistencia decrece a cero (Fig. A2.2).



**Figura A2.2. Variación del parámetro de ablandamiento  $k_t$ . (a) comportamiento frágil; (b) comportamiento con ablandamiento**

La función A2.1 define una superficie, y los esfuerzos deben quedar dentro o sobre la frontera que limita dicha superficie. Para asegurar esto, el valor de  $f_1$  debe ser menor o igual que cero (Lourenço, 1996). De esta manera la ecuación A2.1 se vuelve una desigualdad. Como en este caso no se considera ablandamiento,  $\bar{s}_t$  es constante e igual a la resistencia máxima del material  $f_t$ . Así, la función A2.1 se transforma en la A.2.2.

$$f_1 = \frac{s_x + s_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{s_x - s_y}{2}\right)^2 + t_{xy}^2} - f_t \leq 0 \tag{A2.2}$$

Ahora, considérense dos estados de esfuerzos diferentes, donde uno permanece constante ( $\mathbf{s}_{x1}$ ,  $\mathbf{s}_{y1}$  y  $\mathbf{t}_{xy1}$ ) y el otro se amplifica ( $\mathbf{s}_{x2}$ ,  $\mathbf{s}_{y2}$  y  $\mathbf{t}_{xy2}$ ) de tal forma que  $f_1$  sea cero. El primero corresponde con un sistema de cargas permanentes, y el segundo con un sistema de cargas variables. Estos dos estados de esfuerzos se relacionan mediante las ecuaciones A2.3, A2.4 y A2.5. Al sustituir las ecuaciones anteriores en la función A2.2, se obtiene la función A2.6a, la cual tiene implícito un factor  $A$ , necesario para que la desigualdad A2.2 se cumpla.

$$\mathbf{s}_x = \mathbf{s}_{x1} + A\mathbf{s}_{x2} \quad (\text{A2.3})$$

$$\mathbf{s}_y = \mathbf{s}_{y1} + A\mathbf{s}_{y2} \quad (\text{A2.4})$$

$$\mathbf{t}_y = \mathbf{t}_{xy1} + A\mathbf{t}_{xy2} \quad (\text{A2.5})$$

$$f_1 = \frac{(\mathbf{s}_{x1} + A\mathbf{s}_{x2}) + (\mathbf{s}_{y1} + A\mathbf{s}_{y2})}{2} + \sqrt{\left(\frac{(\mathbf{s}_{x1} + A\mathbf{s}_{x2}) - (\mathbf{s}_{y1} + A\mathbf{s}_{y2})}{2}\right)^2 + (\mathbf{t}_{xy1} + A\mathbf{t}_{xy2})^2} - f_t \leq 0 \quad (\text{A2.6a})$$

La desigualdad A2.6a se puede ver como la función A2.6b, condicionada a ser menor o igual que  $f_t$ .

$$f_2 = \frac{(\mathbf{s}_{x1} + A\mathbf{s}_{x2}) + (\mathbf{s}_{y1} + A\mathbf{s}_{y2})}{2} + \sqrt{\left(\frac{(\mathbf{s}_{x1} + A\mathbf{s}_{x2}) - (\mathbf{s}_{y1} + A\mathbf{s}_{y2})}{2}\right)^2 + (\mathbf{t}_{xy1} + A\mathbf{t}_{xy2})^2} \leq f_t \quad (\text{A2.6b})$$

Al igualar a cero la función A2.6a y despejar  $A$ , se obtiene la ecuación de segundo grado A2.7 ( $f_3 = 0$ ). La cual es una función, cuyas raíces definen los factores para que la función A2.6a sea igual a cero ( $f_1 = 0$ ), o de forma equivalente que, A2.6b sea igual a  $f_t$  ( $f_2 = f_t$ ).

$$\begin{aligned} f_3 = & \left[ \mathbf{s}_{x2} \cdot \mathbf{s}_{y2} - \mathbf{t}_{xy2}^2 \right] \cdot A^2 + \\ & + \left[ \mathbf{s}_{x1} \cdot \mathbf{s}_{y2} + \mathbf{s}_{x2} \cdot \mathbf{s}_{y1} - 2\mathbf{t}_{xy1} \cdot \mathbf{t}_{xy2} - f_t \cdot (\mathbf{s}_{x2} \cdot \mathbf{s}_{y2}) \right] \cdot A + \\ & + \left[ f_t^2 - \mathbf{t}_{xy1}^2 + \mathbf{s}_{x1} \cdot \mathbf{s}_{y1} - f_t \cdot (\mathbf{s}_{x1} + \mathbf{s}_{y1}) \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.7})$$

Al aplicar la fórmula para la solución exacta de ecuaciones de segundo grado (ecuación A2.8 a 11), se encuentran dos valores,  $A_1$  y  $A_2$ , que indican el factor necesario para que la función  $f_1$  (función A2.6a) sea igual que cero.

$$A_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{A2.8a})$$

$$A_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{A2.8b})$$

$$a = \left[ \mathbf{s}_{x2} \cdot \mathbf{s}_{y2} - \mathbf{t}_{xy2}^2 \right] \quad (\text{A2.9})$$

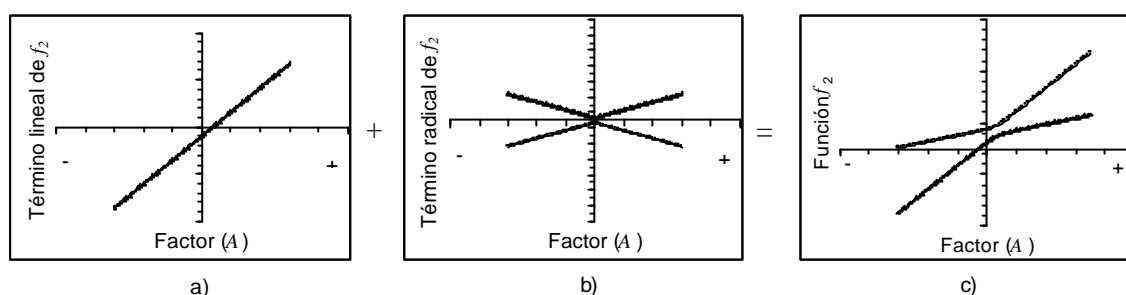
$$b = \left[ \mathbf{s}_{x1} \cdot \mathbf{s}_{y2} + \mathbf{s}_{x2} \cdot \mathbf{s}_{y1} - 2\mathbf{t}_{xy1} \cdot \mathbf{t}_{xy2} - f_t \cdot (\mathbf{s}_{x2} \cdot \mathbf{s}_{y2}) \right] \quad (\text{A2.10})$$

$$c = \left[ f_t^2 - \mathbf{t}_{xy1}^2 + \mathbf{s}_{x1} \cdot \mathbf{s}_{y1} - f_t \cdot (\mathbf{s}_{x1} + \mathbf{s}_{y1}) \right] \quad (\text{A2.11})$$

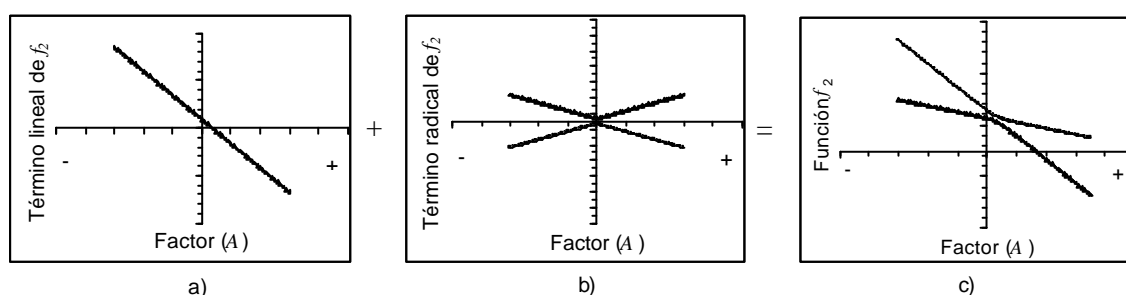
Donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son los coeficientes constantes de la función A2.7. Al estudiarse el comportamiento de la función  $f_3$  (ecuación A2.7), se observa que puede presentar dos casos diferentes. Cuando el coeficiente  $a$  es negativo (caso 1), la función tiene curvatura hacia abajo y presenta un máximo, y

cuando es positivo (caso 2), la función tiene curvatura hacia arriba y presenta un mínimo. Además, en cada caso la función  $f_1$  muestra comportamientos diferentes. En el caso 1, la función  $f_1$  solo asume un comportamiento (caso1) y en el caso 2, asume dos comportamientos diferentes (caso 2a y 2b). Para identificar y explicar la razón del porqué de estos tres comportamientos, se utiliza la función A2.6b y se detalla de la siguiente manera.

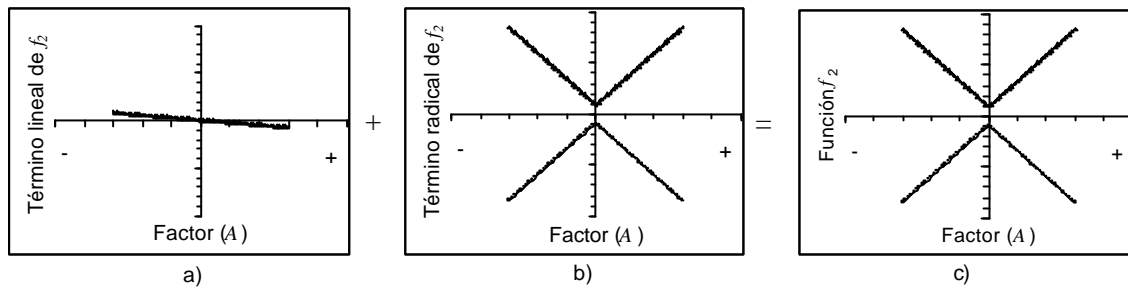
La función  $f_2$  (ecuación A2.6b) consta de dos términos, uno es lineal y el otro es un radical o raíz cuadrada. El término lineal puede variar de dos formas, ascendente (figura A2.3a) o descendente (figura A2.4a), lo cual indica que los esfuerzos aumentan o disminuyen con incrementos del factor. El término radical también tiene dos formas, depende del signo de la raíz. Cuando el radical se toma positivo, el término decrece hasta un punto no negativo y crece después de éste. Y cuando se toma negativo, primero crece, sin llegar a ser positivo, y después decrece (figuras A2.3b y A2.4b). Esto indica que los esfuerzos correspondientes al término radical son siempre del mismo signo, sin importar la variación del factor,  $A$ .



**Figura A2.3.** Comportamiento de la función  $f_2$  cuando el término lineal es ascendente y su valor es mayor que el del radical (comportamiento I). (a) término lineal; (b) término radical; (c) función  $f_2$



**Figura A2.4.** Comportamiento de la función  $f_2$  cuando el término lineal es descendente y su valor es mayor que el del radical (comportamiento II). (a) término lineal; (b) término radical; (c) función  $f_2$



**Figura A2.5. Comportamiento de la función  $f_2$  cuando el término lineal es descendente y su valor es menor que el del radical (comportamiento III). (a) término lineal; (b) término radical; (c) función  $f_2$**

Como se puede observar de las figuras anteriores (figuras A2.3 a A2.5), la función  $f_2$  presenta tres comportamientos diferentes (comportamientos I, II y III). Los comportamientos I y II (figuras A2.3c y A2.4c) los riges el término lineal, y se presentan cuando éste es ascendente (figura A2.3a) o descendente (figura A2.4a) y su variación en magnitud es mayor que el de la raíz (A2.3b o A2.4b). El comportamiento III lo riges el radical (figura A2.5c), y se presenta cuando éste tiene una variación en magnitud (figura A2.5b) mayor que el término lineal (figura A2.5a); sin importar si éste es ascendente o descendente. De los comportamientos I y II, cuando el término lineal es el que riges, la pendiente de la función  $f_2$  debe determinarse para conocer si es ascendente o descendente. Para el comportamiento III no es necesario, por ser un solo caso. La pendiente se define mediante la derivada de  $f_2$  respecto de  $A$ , la cual se muestra en la ecuación A2.12.

$$q = \frac{df_2}{dA} = \frac{1}{2}(s_{x2} + s_{y2}) + \frac{\left[\frac{1}{2}(s_{x1} - s_{y1})(s_{x2} - s_{y2}) + 2t_{xy1}t_{xy2}\right] + A\left[\frac{1}{2}(s_{x2} - s_{y2})^2 + 2t_{xy2}^2\right]}{\sqrt{\left[\frac{1}{2}(s_{x1} - s_{y1}) - A(s_{x2} - s_{y2})\right]^2 + (t_{xy1} + At_{xy2})^2}} \quad (A2.12)$$

Al analizar la función A2.12 y, las figuras A2.3c y 4c, se deduce que la pendiente siempre mantiene una variación positiva o negativa, esto depende de la derivada del término lineal, la cual es constante. Por lo tanto, no importa donde se evalúe la pendiente, lo que interesa es el signo y no la magnitud. Entonces, la pendiente se puede determinar mediante la ecuación A2.13.

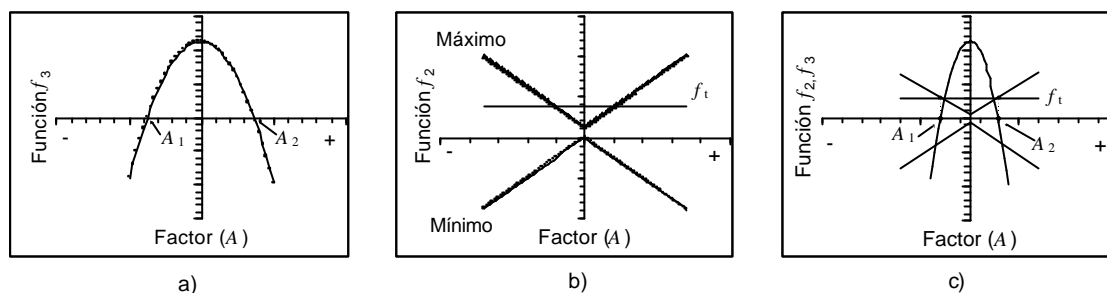
$$q = \frac{1}{2}(s_{x2} + s_{y2}) \quad (A2.13)$$

De los tres comportamientos de la función  $f_2$  (figuras A2.3c, A2.4c y A2.5c), se encontró que los comportamientos I y II se presentan cuando la constante  $a$  de la función  $f_3$  es negativa ( $a < 0$ ). Y cuando es positiva ( $a > 0$ ) se presenta el comportamiento III. De lo anterior, se puede establecer que las raíces de la ecuación A2.7 cuando  $a$  es negativa corresponden con los comportamientos I y II, y cuando  $a$  es positiva las raíces corresponden con el comportamiento III. Enseguida se analizan en forma detallada estos dos casos.

**Caso 1: coeficiente  $a$  negativo ( $a < 0$ )**

En la figura A2.6a se muestra la gráfica de la función  $f_3$ , ecuación A2.7, en la figura A2.6b la función  $f_2$ , ecuación A2.6b, con los valores negativos (mínimo) y positivos (máximo) de la raíz cuadrada, y en la figura A2.6c se muestran las dos juntas, para el caso de la función  $f_3$  con coeficiente  $a$  negativo. Las funciones se grafican en términos del factor de amplificación,  $A$ .

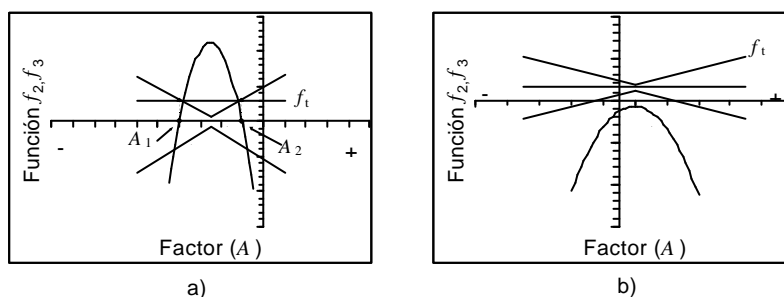




**Figura A2.6.** Comportamiento de las funciones cuando varía el factor  $A$  para  $a < 0$ . (a) gráfica de la función  $f_3$ ; (b) gráfica de la función  $f_2$ ; (c) gráfica de ambas funciones y el límite  $f_t$

A partir de la figura A2.6c se puede mostrar que la función  $f_3$  (ecuación A2.7) sólo se utiliza para encontrar los valores de los factores que sirven como límite de la función  $f_2$  (ecuación A2.6b), y que no puede representar la variación de los esfuerzos en función de los factores. Como la función  $f_2$  tiene una raíz cuadrada, en la gráfica A2.6b se muestran un esfuerzo principal mínimo y máximo. Al graficar juntas las funciones  $f_2$  y  $f_3$ , se observa que las raíces de la ecuación A2.7 ( $f_3 = 0$ ) coinciden con el esfuerzo de condición máxima  $f_2 = f_t$ . La primera raíz (ecuación A2.8a) se considera como un límite superior ( $LS$ ) y la segunda (ecuación A2.8b) como un límite inferior ( $LI$ ), debido a que el término  $2a$  de la ecuación A2.8 es negativo. Esto hace que las raíces cambien de orden ( $A_2 < A_1$ ). Y pueden establecerse como límites por que el factor puede variar en el intervalo formado por las dos raíces sin hacer que la función  $f_2$  (ecuación A2.6b) sea mayor que  $f_t$ .

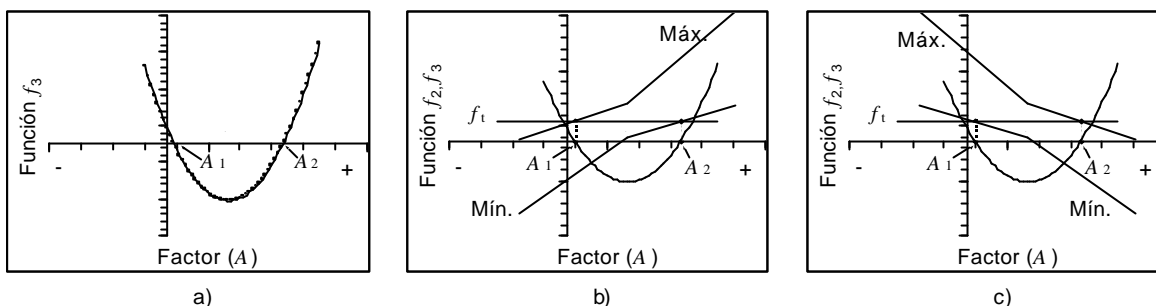
La ecuación A2.8 presenta dos casos donde no tiene solución para un determinado estado de esfuerzos. Un caso es cuando las dos raíces son negativas (figura A2.7a). Se dice que no tiene solución por que los factores (negativos) necesarios para alcanzar la resistencia deben de cambiar el sentido de la carga variable aplicada. Otro caso es cuando el valor mínimo de la función  $f_2$  es mayor que la resistencia. Esto indica que no importa qué valor tome  $A$ , la curva jamás tocará al punto de la resistencia (Fig. A2.7b). Esto se refleja en raíces imaginarias de la ecuación A2.8.



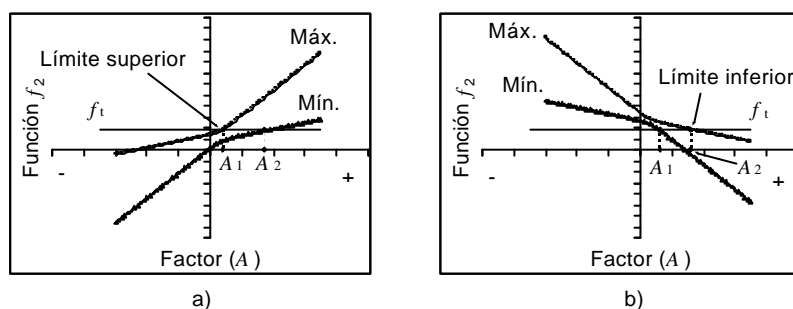
**Figura A2.7.** Casos sin solución de la ecuación A2.6. (a) raíces negativas; (b) raíces imaginarias

**Caso 2: coeficiente a positivo ( $a > 0$ )**

Es más difícil comprender el comportamiento de la función  $f_2$  (ecuación A2.6b) cuando  $a > 0$ . En la figura A2.8 se muestra la función  $f_3$  (ecuación A2.7) y dos tipos de comportamiento de la función  $f_2$  (casos 2a y 2b). En este caso es necesaria la pendiente de la función  $f_2$  (ecuación A2.13).



**Figura A2.8.** Comportamiento de las funciones variando el factor  $A$  cuando  $a > 0$ . a) gráfica de las funciones  $f_3$ ; b) gráfica de la función  $f_2$  y  $f_3$ , caso 2a; (c) gráfica de las funciones  $f_2$  y  $f_3$ , caso 2b



**Figura A2.9.** Límites de la función  $f_2$ . (a) raíz 1 como límite superior; (b) raíz 2 como límite inferior

En este caso, cuando  $a > 0$ , se dice que existe un límite superior o inferior (figura A2.9). Esto depende del signo de  $q$ . En la figura A2.9a se observa que, cuando  $q$  es positiva (caso 2a) se tiene un límite superior ( $LS$ ); y en la figura A2.9b, cuando  $q$  es negativa (caso 2b) se tiene un límite inferior ( $LI$ ). Para establecer una relación analítica entre estos límites y las raíces calculadas en la ecuación A2.7. Se puede razonar de la siguiente manera; de la ecuación A2.7 se obtienen dos raíces diferentes (ecuaciones A2.8a y b); en la figura A2.9a se aprecia que la gráfica del esfuerzo principal máximo es la primera que cruza la recta de la resistencia y enseguida cruza la gráfica del esfuerzo principal mínimo. En la figura A2.9b la primera que cruza la recta de la resistencia es la gráfica del esfuerzo principal mínimo y después la gráfica del esfuerzo principal máximo. Debido a que el término  $2a$  de la ecuación A2.8 es positivo entonces  $A_1 < A_2$ . Se deduce que la primera raíz de la ecuación A2.7 se relaciona con la primera curva que cruce la recta de la resistencia, y la segunda raíz con la segunda curva que cruce esta misma recta. Al seguir la variación de los esfuerzos principales mínimos y máximos se puede confirmar lo anterior. Enseguida se tratan los dos casos en forma detallada.

Para el caso 2a (figura A2.9a), cuando en la raíz  $A_1$  (ecuación A2.8a) el esfuerzo principal máximo es igual a la resistencia, entonces se dice que esta raíz es un límite superior ( $LS$ ), ver figura A2.9a. La razón es que en la raíz  $A_2$  (ecuación A2.8b), sólo el esfuerzo principal mínimo puede ser igual a la resistencia, esto por que el esfuerzo principal máximo ya ha cruzado la recta de la resistencia y por la pendiente positiva de las gráficas. Como éste es un valor mínimo, entonces el esfuerzo principal máximo será mayor que la resistencia, quedando fuera de la superficie de falla (inadmisible). Por lo tanto, sólo se puede tomar un límite y éste lo establece la primera raíz. Como en este caso el límite inferior es indeterminado, entonces se establece que sea cero ( $LI = 0$ ).

Para el caso 2b (figura A2.9b), como en la raíz  $A_1$  el esfuerzo principal mínimo es igual que la resistencia, entonces el esfuerzo principal máximo queda por arriba de la resistencia y se tiene un estado de esfuerzos inadmissible. Por lo tanto, en la raíz  $A_2$  el esfuerzo principal máximo es igual que la resistencia y se define como un límite inferior ( $LI$ ). Esto por ser la segunda función que cruza la recta de resistencias y por las pendientes negativas de las gráficas (figura A2.4c). Además, como es un valor máximo entonces el esfuerzo principal mínimo queda por debajo de la resistencia, y no se tienen estados de esfuerzos inadmissibles. Aquí no existe un límite superior, por lo tanto se establece a 1000, como un valor arbitrario relativamente grande ( $LS = 1000$ ).

Sólo habrá un caso de no solución para el cálculo de los factores, cuando el valor del límite superior (caso 2a) es negativo. Esto es por que el único factor que hace cumplir la ecuación es negativo, y como se buscan factores positivos, este deja de tener validez para el método. En el caso 2b no habrá problemas, porque las gráficas son descendentes, esto significa que no importa que valor tenga el límite inferior, para factores mayores que éste, los esfuerzos quedan por debajo de la resistencia. Pero cuando  $A_1 < 0$  entonces  $LI = 0$ .

Se recuerda que para el cálculo de los factores se ha tomado en cuenta sólo la capacidad de resistencia a tensión. Debido a esto, las gráficas de los esfuerzos máximos y mínimos pueden tomar todos los valores menores que la resistencia. Pero también se puede limitar el esfuerzo a compresión y encontrar factores que eviten que se sobrepase el valor de resistencia del mismo. En la tabla A2.1 se muestran en resumen los criterios para determinar el intervalo de los factores de amplificación.

**Tabla A2.1. Casos y criterios para determinar los intervalos de  $S_f$**

$a > 0$					$a < 0$				
SIGNO			INTERVALO		SIGNO			INTERVALO	
$A_1$	$A_2$	?	$LI$	$LS$	$A_2$	$A_1$	?	$LI$	$LS$
(-)	(-)	(-)	0	1000	(-)	(-)	(-)	SIN SOL.	SIN SOL.
(-)	(+)	(-)	$A_2$	1000	(-)	(+)	(-)	0	$A_2$
(+)	(+)	(-)	$A_2$	1000	(+)	(+)	(-)	$A_1$	$A_2$
(-)	(-)	(+)	SIN SOL.	SIN SOL.	(-)	(-)	(+)	SIN SOL.	SIN SOL.
(-)	(+)	(+)	0	$A_1$	(-)	(+)	(+)	0	$A_2$
(+)	(+)	(+)	0	$A_1$	(+)	(+)	(+)	$A_1$	$A_2$

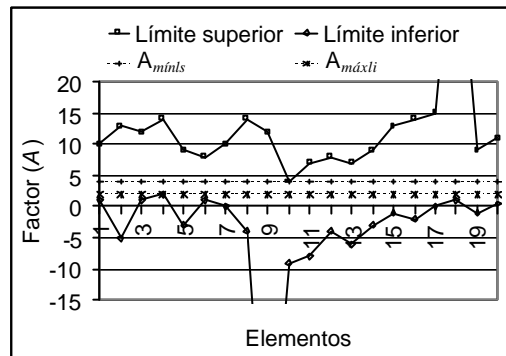
$LI$  es el límite inferior,  $LS$  es el límite superior, SIN SOL. significa sin solución y 1000 es un valor máximo arbitrario.

Cuando se presentan casos de no solución, se entiende que no pueden establecerse intervalos. Por lo tanto estos se les asignará el valor cero como intervalos. Los elementos que presenten esta situación, de antemano, se toman como críticos para el siguiente paso, el cual se desarrolla a continuación.

**A2.2. FACTORES DE ESCALA PARA UN MODELO ESTRUCTURAL**

Hasta este momento se ha desarrollado un procedimiento para determinar el intervalo de factores que hacen que un elemento que se somete a dos estados de esfuerzos, uno constante y el otro por amplificarse, alcance su resistencia. Pero en un análisis estructural se usan más de un elemento, por lo tanto, se debe formular un criterio para encontrar un factor que lleve a uno o más elementos a su resistencia. Debe revisarse que con este factor se alcance la resistencia del o los elementos críticos y asegurarse que no se sobrepasa en otros. En lo que sigue, el factor de escala  $A$ , afecta al sistema de cargas variables, por lo tanto es común para todos los elementos del modelo.

En la figura A2.10 se muestra el ejemplo de un análisis en el cual se desea determinar el factor mínimo que haga cumplir lo expuesto en el párrafo anterior. Los factores que son negativos no interesan por que estos afectan el sentido del estado de esfuerzos a amplificar, por lo tanto, se busca el factor positivo menor de entre todos los límites superiores. Los intervalos de cada elemento están ordenados de manera que los esfuerzos varían desde el límite inferior donde el esfuerzo principal es mínimo hasta el límite superior donde el esfuerzo principal es máximo e igual a la resistencia. Los intervalos donde no se muestra uno de los puntos indica que los límites, superior o inferior, son teóricamente infinitos.



**Figura A2.10. Intervalos del factor de escala en los elementos de un análisis estructural**

De la figura A2.10 se aprecia que existe un intervalo de los factores que hacen que todos los elementos alcancen o se mantengan por debajo de su respectiva resistencia. El límite inferior del intervalo surge como el máximo de los límites inferiores,  $A_{máxli}$ , de todos los elementos y el límite superior como el mínimo de los límites superiores,  $A_{mínls}$ . De esto dos valores se toma  $A_{mínls}$  como factor de amplificación.

En ocasiones no se podrá determinar el factor mínimo, esto es por que se presentan dos casos de no solución. Uno donde todos los límites superiores son negativos (Fig. A2.11a) y el otro donde existe un desfase entre los intervalos de dos elementos (Fig. A2.11b).

El caso de la figura A2.11a muestra que no existe un factor positivo que haga que los esfuerzos de los elementos alcancen su resistencia máxima, al contrario, éstos sin amplificar han sobrepasado su resistencia. El caso de la figura A2.11b, sucede cuando el límite inferior de un elemento es mayor que el límite superior de otro. Como no hay un factor que pertenezca a los intervalos de ambos elementos, entonces no existe solución.

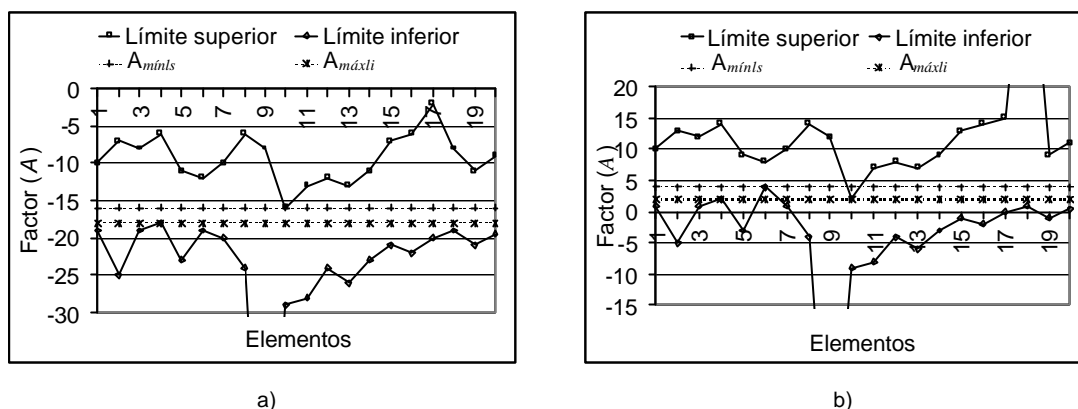


Figura A2.11. Casos de no solución para el factor mínimo. (a)  $A_{mínls}$  y  $A_{máxli}$  son negativos; (b)  $A_{mínls}$  es menor que  $A_{máxli}$

### A2.3. CONCLUSIONES

En conclusión, para determinar el factor mínimo de un elemento se debe de conocer el signo de la constante  $a$  y obtener la pendiente de la ecuación A2.6b ( $f_2$ ). Esta pendiente se obtiene derivándola y evaluándola en cualquier punto (ecuación A2.13) o usando la derivada del término lineal. Porque la pendiente se mantiene constante para el caso 2a y b ( $a > 0$ ) y lo que interesa es el signo (pendiente positiva o negativa). Se deben ordenar las raíces de la ecuación A2.7, de forma que se tenga un límite inferior y otro superior de intervalo para cada elemento. Una vez obtenidos los intervalos se debe encontrar el mínimo de los límites superiores y el máximo de los límites inferiores, si el intervalo está definido, se escoge  $A_{mínls}$  y si no lo está, se toma  $A_{mínls}$  igual que cero. Hay tres casos que hacen que no se pueda definir el factor  $A_{mínls}$ , dos cuando no se puede definir el  $A_{mínls}$ , por desfase de intervalos o por tener todos los intervalos con valores negativos. Y uno más cuando un elemento no tiene un intervalo definido. Para los tres casos, lo que se sugiere es que se seleccione un solo elemento de los que presentan no solución, para poder continuar con otro paso. En el cual ya no estará presente el elemento o le será degradada su resistencia. No se recomienda degradar todos los elementos que presenten no solución, porque se presentarían más casos de este tipo para el siguiente paso y puede reflejarse como un caso de comportamiento frágil de la estructura.

## REFERENCIAS

- Albanesi, T., Nuti, C., Vanzi, I., (2000), "A simplified procedure to assess the seismic response of nonlinear structures", *Earthquake Spectra*, 16(4), pp. 715-734.
- Alba F. (2005), "Método para la evaluación del desempeño sísmico de marcos planos", Tesis de Maestría, DEPFI, UNAM, México, D.F.
- Ambrosetti, C. (1998), "Sul comportamento sismico di un modulo strutturale di un monumento ad arco: analisi numerica con modello ad attrito", Tesis Doctoral, Laboratorio Europeo de Evaluación Estructural (ELSA) del Grupo del Centro de Investigación (JRC), Ispra, Italia.
- Archer, C.G. (2001), "A constant displacement Iteration algorithm for nonlinear static Pushover analyses", *Electronic Journal of Structural Engineering*, (2), pp. 120-134.
- Anthoine, A. (1995), "Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory", *International Journal of Solids and Structures*, 32(2), pp. 137-163.
- Anthoine, A. (1998), "Homogenization of periodic masonry: plane stress, generalized plane strain or 3d modelling?", *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 13(5), pp. 319-326.
- Antoniou, S., Pinho, R., (2004), "Advantages and limitations of adaptative and non-adaptative force based Pushover procedures", *Journal of Earthquake Engineering*, 8(4), pp. 497-522.
- ATC (1986), "ATC-40, Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings", Consejo de Tecnología Aplicada, Ciudad de Redwood, California.
- Avelar C.E. (2002), "Determinación de espectros de diseño de utilidad en el Diseño Sísmico Basado en Desempeño", Tesis de Maestría, DEPFI, UNAM, México, D.F.
- Aydinoglu, M. (2003), "An incremental response spectrum analysis based on inelastic spectral displacements for multi-mode seismic performance evaluation", *Boletín de Ingeniería Sísmica*, 1(1), pp. 3-36.
- Backes H.P. (1985), "Tensile strength of masonry", Séptimo Congreso Internacional de Mampostería, Editores T. McNeilly y J.C. Scrivener, Melbourne, pp. 779-789.
- Basilio, I. (2002), "Diseño sísmico por desempeño de edificios altos", Tesis de Maestría, DEPFI, UNAM, México, D.F.
- Bathe, Klaus-Jürgen (1996), "Finite element procedures" Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Bernardini, A., Modena, C., Vescovi, U. (1982), "An anisotropic biaxial failure criterion for hollow clay brick masonry", *International Journal of Masonry Construction*, 2(4), pp. 165-171
- Bicanic, N., Stirling, C., Pearce, C. (2006), "Discontinuous modelling of structural masonry", Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Glasgow, Escocia, Reino Unido, artículo en revisión.

- 
- Borst, R. De , Feenstra, P.H., Pamin, J., Sluys, L.J. (1994), "Some current issues, in: Computational Mechanics of Concrete", Modelado Computacional de Estructuras de Concreto, Editores H. Mang *et al*, Swansea, Reino Unido.
- Bracci, J., Kunnath, S., Reinhorn, A. (1997), "Seismic performance and retrofit evaluation of reinforced concrete structures", Journal of Structural Engineering, 123(1), pp. 3-10.
- Calderini C., Lagomarsino S. (2006), "A micromechanical inelastic model for historical masonry", Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica, artículo en revisión.
- Camilo, P. (1995), "Procedimiento aproximado para la determinación de la capacidad sísmica de edificios", Tesis de Maestría, DEPMI, UNAM, México, D.F.
- CEN (2003), "Eurocode 8, design of structures for earthquake resistance – part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings", Comisión de Comunidades Europeas (CEN), Bruselas, Belgica.
- Chen, W.F., Han, D.J. (1988), "Plasticity for structural engineers", Springer-Verlag, Nueva York, Nueva York, EU.
- Chopra, A., Goel, R. (1999), "Capacity demand diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems", Reporte No. PEER-1999/02, Centro de Investigación de Ingeniería Sísmica del Pacífico (PEER), Universidad de California, Berkeley.
- Chopra, A., Goel, R. (2002), "A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 31, pp. 561-582.
- Chopra, A.K. (2001), "Dynamic of structures: theory and applications to Earthquake Engineering", Segunda Edición, Prentice Hall, New Jersey.
- CSI (2003), "Integrated finite element analysis and design of structures", Computers and structures Inc. (CSI), Berkeley, California, EU.
- DDF (2001), "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y Normas Técnicas Complementarias", Diario Oficial de la Federación, México, D.F.
- Dhanasekar, M., Page, W. Kleeman, W. (1985), "Biaxial stress-strain relations for brick masonry", Journal of Structural Engineering, 111(5), pp. 1085-1100
- Dolšek, M., Fajfar, P. (2006), "Simplified nonlinear seismic analysis of infilled reinforced concrete frames", Facultad de Ingeniería Civil y Geodesia, Universidad de Ljubljana, Ljubljana, Eslovenia, Artículo en revisión.
- Drysdale, Hamid y Baker (1994), "Masonry structures: Behavior and Design", Prentice Hall. Inc., Nueva Jersey.
- Fajfar, P., Gaspersic, P., (1996), "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 25, pp. 31-46.
- Fajfar, P. (1999), "Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, (28), pp. 979-993.

- 
- Feenstra, P.H. (1993), "Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete", Tesis, Universidad de Tecnología de Delft, Delft, Holanda.
- Feenstra, P.H., Borst, R. DE (1995), "A plasticity model and algorithm for mode-I cracking in concrete", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38, pp. 2509-2529.
- FEMA (1997), "FEMA 273, NHERP Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings", Federal Emergency Management Agency, Washington D.C.
- Freeman, S. A. (1995), "Recommended methodology for seismic evaluation and retrofit of existing concrete buildings", Consejo de Tecnología Aplicada (ATC-90).
- Ganz, H.R. (1985), "Masonry walls under normal force and shear", Reporte No. 148, Instituto de Ingeniería Estructural, Instituto Federal Suizo de Tecnología de Zurich (ETHZ), Zurich, Suiza.
- Ganz, H.R., Thurlimann, B. (1983). "Strength of brick walls under normal force and shear", Octavo Congreso Internacional de Mampostería de Carga, Londres, Reino Unido.
- Giambanco G., Di Gati L. (1997), "A cohesive interface model for the structural mechanics of block masonry", *Comunidad de Ingeniería Mecánica*, 24(5), 503-512.
- Hamid, A.A., Drysdale, R.G. (1982), "Proposed failure criteria for brick masonry under combined stresses", Segundo Congreso de Mampostería Norteamericana, Colegio Park, pp. 9.2-9.11.
- Hill, R. (1950), "The mathematical theory of plasticity", Impresiones de la Universidad de Oxford, Londres, Reino Unido.
- Hilsdorf, H.K. (1969) , "Investigation into the failure of brick masonry loaded in axial compression. Designing, Engineering, and constructing with masonry products", Publicaciones Gulf , pp. 34-41.
- Hoffman, O. (1967), "The brittle strength of orthotropic materials", *Journal Composite Materials*, (1), pp. 200-206.
- Hordijk, D.A. (1991), "Local approach to fatigue of concrete", Tesis, Universidad de Tecnología de Delft, Delft, Holanda.
- Isakovic, T., Ayala, G., Niño, M., Alba, F. (2005), "Método de evaluación en puentes, bajo la filosofía del diseño por desempeño", Décimo quinto Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, México, D.F.
- Judi, H.J., Davidson, B.J., Fenwick, R.C. (2002), "Damping for the nonlinear static procedure in ATC-40", Séptimo Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Querétaro, México
- Lourenço, P.B., Rots, J.G., Feenstra, P.H. (1995), "A tensile Rankine type orthotropic model for masonry, in: Computer methods in structural masonry ", Editores G.N. Pande y J. Middleton, Books & Journals International, Swansea, Reino Unido.
- Lourenço, P.B. (1996), "Computational strategies for masonry structures", Facultad de Ingeniería de la Universidad de Delft, Editorial de la Universidad de Delft, Delft, Holanda.



- 
- Mann, W., Betzler, M. (1994), "Investigations on the effect of different forms of test samples to test the compressive strength of masonry", Décimo Congreso Internacional de Mampostería, Editores N.G. Shrive y A. Huizer, Universidad de Calgary, Calgary, Alberta, Canada, pp. 1305-1313.
- Mier, J.G.M. Van (1984), "Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions", Tesis, Universidad de Tecnología de Eindhoven, Eindhoven, Holanda.
- Molina, J. Le Pape, Y., Pegon, P., (2001), "Seismic assessment of masonry structures - experimental program", ELSA, IPSC, Grupo Central de Investigación, Comisión Europea, I21020, Ispra (VA), Italia.
- Naraine, K., Sinha, S. N. (1991), "Cyclic behavior of brick masonry under biaxial compression", Journal of Structural Engineering, ASCE, 117(5), pp. 1336-1355.
- Oller, S. (2001), "Fractura Mecánica – un enfoque global", Editorial CIMNE, Barcelona, España.
- Page, A. W. (1980), "A biaxial failure criterion for brick masonry in the tension-tension range", International Journal of Masonry Construction, 1(1), pp.26-29.
- Page, A. W. (1981), "The biaxial compressive strength of brick masonry", Colegio de Ingenieros Civiles., Segunda parte, (71), pp. 893-906.
- Papazachos B, Papasachous C. (1997), "The earthquakes of Greece", Publicaciones ziti, Thessaloniki, Grecia.
- Paret, T., Sasaki, K., Eilbeck, D., Freeman, S. (1996), "Approximate inelastic procedures to identify failure mechanisms from higher mode effects", Décimo primero Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Acapulco, México.
- Park, R., Paulay, T. (1975), "Reinforced concrete structures", Editores Wiley e hijos, Nueva York, E.U.
- Pegon P., Pinto A.V. (1996), "Seismic study of monumental structures - structural analysis, modelling and definition of experimental model", Reporte EUR 16387 EN, JRC, Ispra, Italia.
- Pijaudier-Cabot, G., Borderie, C. LA, Fichant, S. (1994), "Damage mechanics for concrete modeling: Applications and comparisons with plasticity and fracture mechanics, in: Computational modeling of concrete structures", Editores H. Mang et al. y Pineridge, Swansea, Reino Unido, pp. 17-36.
- Pluijm, R. Van Der (1992), "Material properties of masonry and its components under tension and shear", Sexto Simposio de Mampostería Canadiense, Editorial V.V. Neis, Saskatoon, Saskatchewan, Canada, pp. 675-686.
- Requena, M., Ayala, G. (2000), "Evaluation of a simplified method for the determination of the nonlinear seismic response of RC frames", Décimo segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Auckland, Nueva Zelanda, Documento No. 2109.
- Roeder, G. (2004), "Simulación numérica del comportamiento mecánico de la mampostería", Tesis Doctoral, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F.

- 
- Rots, J.G. (2001), "The role of structural modeling in preserving Amsterdam architectural city heritage", Tercer seminario Internacional de construcciones históricas, Editores Paulo Lourenço y Pere Roca, Guimarães, Portugal, pp. 685-695.
- Rots G., Invernizzi, S. (2004), "Regularized sequentially linear saw-tooth softening model", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, (28), pp. 821-856.
- Salonikios, T., Karakostas, C., Lekidis, V., Anthoine, A. (2003), "Comparative inelastic analysis of masonry frames", Engineering Structures, 25, pp. 1515-2003.
- Samarasinghe, W. (1980), "The in-plane failure of brickwork", Tesis, Universidad de Edinburgh, Edinburgh, Reino Unido.
- Sasaki, K., Freeman, S., Paret, T. (1998), "Multi-mode pushover procedure (MMP) – A method to identify the effects of higher modes in a pushover analysis", Sexto Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Instituto de Investigación de Ingeniería Sísmica, Oakland, California.
- SEAOC (1995), "Vision 2000, Performance based Seismic Engineering of buildings", Asociación de Ingenieros Estructurales de California, Sacramento, California
- Seim, W. (1994), "Numerical modeling of the failure of biaxially loaded masonry walls with consideration of anisotropy", Tesis, Universidad de Karlsruhe, Karlsruhe, Alemania.
- Schellekens, J.C.J., Borst, R. De (1990), "The use of the Hoffman yield criterion in finite element analysis of anisotropic composites", Computer and Structures, 37(6), pp. 1087-1096
- Telcelj, S., Sheppard, P., Turnsek, V. (1969), "The influence of frequency on the shear strength and ductility of masonry walls in dynamic loading tests", Sexto Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Asociación Internacional de Ingeniería Sísmica, Nueva Dehli, India, (3), pp. 2992-2999
- Tomaževic, M., Lutman, M. (1996), "Seismic behavior of masonry walls: modeling of hysteretic rules", Journal of Structural Engineering, ASCE, 122(9), pp. 1048-1054.
- Torres L. (2003), "Procedimiento de Diseño Sísmico Basado en Desempeño de edificios asimétricos", Tesis, DEPMI, UNAM, México, D.F.
- Urbanski, A., Szarlinski, J., Kordecki, Z. (1995), "Finite element modeling of the behavior of the masonry walls and columns by homogenization approach, in: Computer methods in structural masonry", Editores G.N. Pande and J. Middleton, Books & Journals International, Swansea, Reino Unido.
- Vasconcelos, G.F.M. y Lourenço, P.B. (2004), "Evaluación experimental del comportamiento de muros de mampostería no reforzada sujeta a acción sísmica en el plano", Sexto Congreso Nacional sobre Sismología e Ingeniería Sísmica, Editor Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Minho, Guimarães, Portugal, pp. 531-542.
- Veletsos, A., Newmark, N. (1960), "Effect of the inelastic behaviour on the response of simple systems to earthquake motions", Segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio, Japón, (2), pp. 895-912.

Vidic, T., Fajfar, P., Fischinger, M. (1994), "Consistent inelastic design spectra: strength and displacement", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 23: 502-521. 52

Vonk, R.A. (1992), "Softening of concrete loaded in compression", Tesis, Universidad de Tecnología de Eindhoven, Eindhoven, Holanda.

Williams, D., Scrivener, J.C. (1974), "Response of reinforced masonry shear walls to static and dynamic cyclic loading", *Quinto Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Asociación Internacional de Ingeniería Sísmica, 2, Roma, Italia, pp. 1491-1494.

Wilson, E. L., Der Kiureghian, A., Bayo, E. P. (1981), "A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, (9).