

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS DE LA FORMACIÓN Y
COLAPSO DE UNA CAVIDAD EN UNA
SUPERFICIE LIBRE APLICADO A LOS
CLAVADOS**

**TESIS QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO
MECÁNICO PRESENTA:**

ADRIÁN JEFTÉ ELÍAS JIMÉNEZ

**DIRECTOR DE TESIS
ROBERTO ZENIT CAMACHO**

2012

Agradecimientos

Antes que nada quiero agradecer a mi familia más cercana a estas personas que han dado todo su energía y dedicación para hacerme lo que hasta ahora soy y ayudarme a mantenerme de pie hasta en las condiciones más difíciles con todo su corazón: Mirna Jiménez, David Elías, Augusto Elías y Axel Elías, familia Jiménez, familia Viñas, a mis abuelitos Francisco Jiménez, Eva Lamas y familia. A mis camaradas de la gimnasia y guerreros de sangre: Ricardo Diaz, Carlos Carillo, Cesar Hidalgo, Tonatiuh Mendoza, Cristina Desentis, Enrique Bravo, Salvador Valle, Emilio Sagré, Pablo Moguel, Frank Pelaez, Luis Malpica, Raul Nivon, Uziel, Abraham Mendoza, Nisea, Selene, Melina, Alethia y familia, Andrea, Karla Alejo, Citlali Diaz, Luis Cigala, Mariana Banderas, MarianaVazquez, Arturo Gutierrez, Evelyn Gonzalez, Crispitina, Gaby la médica, Javier Diaz, Hector Silva, Gerardo Gomez, Rodolfo Bonilla, Javier Salas, Ruben Muñoz, Jacobo Ciprés, los hermanos azules de aeróbica, Samuel Arvizu, Andrea, Marisela Arizmendi, a mis hijos del CNAR, a toda la preselección nacional de gimnasia artística varonil, a mis amigos de la secundaria: Aletya de la Horta, Samuel Raginey, Manuel Vargas, Celeste Rosas, Nathan Ortiz, Ricardo Neri. Agradezco también a mis amigos de la facultad Diana Zezatti, los vagos (Jorge Diaz, Alberto y David). Muchas gracias a mis amigos de la prepa 6. A todos aquellos que con creatividad, honor y técnica me han aportado con el conocimiento para formarme como profesional

Doctor José Roberto Zenit Camacho, Doctor Jorge Luís Naude de la Llave, , Doctor Enrique Soto Castruita, Doctor Javier Francisco Solorio Ordaz, Profesores de la Facultad de Ingeniería, Licenciado Artemio Izquierdo Tena y Licenciada Silvia Ríos, Maestro en ciencias Juan Carlos Cajas, Doctor Miguel Aguilar de medicina del deporte de la UNAM. A el departamento de investigación del SIMEDAR del 2010 - 2011 que me motivó a ser siempre mejor. Y nunca olvidar a todos aquellos que me dijeron que era imposible lograr titularme como ingeniero mecánico y dudaron de mi desarrollo, porque me retaron a hacer de mi vida una emocionante batalla contra el cansancio, la desmotivación, la tristeza, el dolor y el estrés.

Pensamiento

Esta investigación nace de unir mi carrera deportiva y mi carrera profesional con el propósito de dar un grano de arena a la UNAM para crear líneas de investigación y ser la Universidad pionera en las ciencias del deporte y la investigación de la salud en apoyo a México. El conocimiento es como el agua si no se circula se estanca.

1 Contenido

1. INTRODUCCIÓN.....	6
1.1 ANTECEDENTES.....	8
1.2 EL DEPORTE DE CLAVADOS	10
1.2.1 HISTORIA.....	10
1.2.2 CALIFICACIÓN EN COMPETENCIA	10
1.2.3 DESCRIPCIÓN DE LA ENTRADA AL AGUA	11
1.3 TEORÍA DE MODELOS Y ANÁLISIS DIMENSIONAL	11
1.4 ANÁLISIS DIMENSIONAL DEL IMPACTO DE UN SÓLIDO SOBRE UNA SUPERFICIE LÍQUIDA.....	12
1.5 PROPIEDADES FÍSICAS DE LÍQUIDOS Y GASES	15
1.6 TENSIÓN SUPERFICIAL.....	16
1.7 OBJETIVO	17
1.8 HIPÓTESIS.....	18
1.9 JUSTIFICACIÓN	19
2 DESCRIPCIÓN DE EXPERIMENTOS	20
2.1 CÁLCULOS PARA EL CLAVADISTA	22
2.2 ANÁLISIS DEL CLAVADISTA.....	23
2.2.1 FORMACIÓN DE LA CAVIDAD EN CLAVADISTA.....	23
2.3 ENTRADA AL AGUA PARA EL CLAVADISTA	24
3 RESULTADOS	26
3.1 FASES DE IMPACTO PARA UNA ESFERA.....	26
3.1.1 CONTACTO.....	26
3.1.2 FORMACIÓN DE LA CAVIDAD	27
3.1.3 DIVISIÓN DE LA BURBUJA	29
3.1.4 PINZAMIENTO	30
3.2 ANÁLISIS CINEMÁTICO DE LA ESFERA.....	32
3.3 ANÁLISIS CINEMÁTICO DE LA CAVIDAD DESPUÉS DEL IMPACTO	33
3.3.1 FORMACIÓN DEL PINZAMIENTO	37
3.4 ANÁLISIS PARA ESFERAS A DIFERENTES VELOCIDADES.....	39
3.4.1 DETECCIÓN DE LA VELOCIDAD CRÍTICA.....	40
4 ANÁLISIS DE MODELOS DE CLAVADISTA A ESCALA.....	44
4.1 FASE DE CONTACTO Y PRINCIPIO DE SALPICADO	44
4.1.1 FORMACIÓN DE LA CAVIDAD	44

4.1.2	CIERRE DE LA CAVIDAD	45
4.1.3	FORMACIÓN DEL PINZAMIENTO	46
4.2	CÁLCULOS PARA MODELO A ESCALA	47
4.2.1	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN CON EL MODELO REAL	47
4.2.2	RESULTADOS DE LOS MODELOS A ESCALA	50
5	<u>ANÁLISIS DE CLAVADISTA</u>	<u>51</u>
5.1	TÉCNICAS DE ENTRADA AL AGUA	51
5.2	CLAVADO SIN MOVIMIENTO DE BRAZOS	51
5.3	CON MOVIMIENTO DE BRAZOS LATERAL	53
5.4	CON MOVIMIENTO FRONTAL DE BRAZOS	54
6	<u>CONCLUSIONES</u>	<u>56</u>
6.1	ESTUDIO DE LA ESFERA	56
6.2	CONCLUSIONES PARA LOS MODELOS A ESCALA	56
6.3	CONCLUSIÓN PARA CLAVADISTAS	57
6.3.1	POSTURA DEL CLAVADISTA	57
6.3.2	TÉCNICA RECOMENDADA	58 <u>1</u>
7	<u>TABLA DE FIGURAS</u>	<u>59</u>
8	<u>CONTENIDO DE TABLAS</u>	<u>60</u>
9	<u>REFERENCIAS</u>	<u>62</u>

Resumen

A partir de un estudio de cuerpos impactándose en superficies libres líquidas, se analizaron los procesos de formación de cavidad y salpicado. El primer paso de la investigación consistió en explicar las fases que ocurren durante el impacto de un objeto en el líquido. Para simplificar la observación y análisis del fenómeno se inició con una esfera. Posteriormente, en la segunda etapa se realizaron observaciones con un modelo a escala. Por último se finalizó con la observación a personas, tal como sucede en el deporte de los clavados. A lo largo de la investigación, se realizó un análisis dimensional y se aplicó la teoría de modelos para comprender mejor el fenómeno. Con base en este estudio, se proponen gestos motores que potencialmente disminuyen la cantidad de agua expulsada durante el ingreso del clavadista al agua, por lo mismo, una mejor ejecución y finalmente, un mejor resultado.

1. Introducción

Para entender las condiciones en que se forma una cavidad de aire durante un clavado y la morfología del salpicado, es fundamental estudiar el comportamiento del agua cuando se impacta un sólido en su superficie. Esta investigación nace de la observación de clavadistas olímpicos en competencias internacionales. Después de observar varias ejecuciones de los clavadistas en dichos eventos, se encontró que los clavadistas con mejores calificaciones producían un menor salpicado de agua después del impacto. Es por ello que se considera necesario estudiar la naturaleza del fenómeno y tomar en cuenta cada uno de los elementos involucrados durante el impacto sobre una superficie líquida. En este estudio se llevará a cabo el análisis para un clavadista, primero uno a escala y posteriormente uno real. Se analizarán las fases del proceso modificando las variables principales. También se analizarán las diferencias y similitudes entre estos casos con diferentes parámetros a dimensionales para sólidos impactándose con superficies libres.

Una fase muy importante de este fenómeno es la manera como se forma una cavidad de aire en el interior de agua después del impacto. El estudio del impacto de sólidos con superficies libres es un reto ya que involucra varios procesos de gran complejidad que involucra las siguientes fases:

- Impacto
- Principio del salpicado
- Formación de cavidad
- División de la burbuja
- Cierre de la superficie
- Desbarbado por pinzamiento

1.1 Antecedentes

El estudio del impacto de esferas en superficies líquidas es un fenómeno que requiere de conceptos de mecánica de fluidos moderna y clásica. El estudio de cuerpos impactándose en líquidos inició hace un siglo (Worthington, 1908), donde se observaron los diferentes tipos de salpicado que pueden haber para una esfera pulida impactándose en el agua. Desde entonces, se han hecho investigaciones tomando en cuenta la fuerza que genera el agua sobre la esfera y se han dado explicaciones sobre la geometría de la cavidad de aire con diferentes condiciones de los gases y de los sólidos que interactúan en el fenómeno.

Recientemente (Glasheen & T. A. McMahon, 1996), explicaron las fuerzas que experimentan los discos cuando se impactan a baja velocidad con líquidos incompresibles. En el caso de (Richardson, 1955), éste se dedicó a estudiar el ruido generado en fluidos incompresibles, comprobó que los factores más importantes para el impacto son el volumen de aire interior de agua y su frecuencia de oscilación. Así mismo (Duez & Ybert, 2007), encontraron que la condición para que se forme una cavidad cuando un objeto se impacta es la velocidad, ésta tiene que ser mayor que la velocidad crítica para que se forme la cavidad. Además, se demostró que la capacidad de humectación del cuerpo es un factor clave para determinar la cantidad de agua salpicada, y se encontró que los cuerpos hidrofóbicos provocan mayor salpicado.

En esta misma investigación, se encontró que hay una relación entre la velocidad crítica y al ángulo de contacto con un líquido. Se hizo un modelo cuantitativo para la velocidad crítica tomando en cuenta las consideraciones teóricas de la película líquida que moja el sólido durante el impacto con finalidad de encontrar las variables que ocasionan la formación de la cavidad. Para una velocidad más pequeña que la crítica, la película fina es estable y se cierra suavemente en la parte superior de la esfera. Si la esfera se mueve más rápido que la velocidad crítica se formará una película de líquido inestable, entonces el aire entrará entre la película y la esfera provocando que se forme una cavidad.

En 1929, Karman modeló el cuerpo sólido como un disco plano, calculó que la masa se incrementaría con la inmersión y que estaría en función de la distancia a la superficie. Mientras que Greenhow, en 1988, creó una simulación del proceso de impacto usando un límite bidimensional considerando un flujo no rotacional. El investigador (Lin, 1988) analizó el impacto de un cilindro en agua y la formación de la cavidad detrás del cilindro a diferentes

velocidades. Sin embargo, en estas simulaciones no se tomaron en cuenta las propiedades de la superficie mojada.

En 2008, Villanueva, et. Al estudiaron el fenómeno tomando en cuenta las propiedades químicas de la superficie mojada basándose en la energía de la interface sólido-líquido.

Mientras que (Torben, Andrew, & Joseph, 2007) observaron una cavidad de aire bien definida cuando entraba un cuerpo a grandes velocidades a un líquido (agua o etanol). Las ondas que generaba el impacto de la esfera fueron tomadas justamente después del pinzamiento. Las oscilaciones generadas por la burbuja fueron simultáneas con su emisión acústica. En esta investigación se encontró que para algunos cuerpos la burbuja formada después del impacto pulsa y para otros se producen ondas. Se encontró que la ondulación de la burbuja se debe a la emisión acústica. Las condiciones para que se dé el inicio de la ondulación todavía no son del todo claras lo que podría ser aclarado controlando la geometría y velocidad del objeto.

1.2 El deporte de Clavados

1.2.1 Historia

Las competencias de saltos se remontan a la antigua Grecia, se realizaban lanzándose al mar desde las costas del Peloponeso y de las islas Eólicas. Los cretenses también nos dejaron vestigios de que se realizaban competencias de saltos hacia el mar. En épocas más recientes, los saltos de trampolín se empezaron a desarrollar como resultado del avance de la gimnasia en la Europa del siglo XIX. Posteriormente, en los Juegos Olímpicos modernos se acogieron por primera vez a los saltos de trampolín como disciplina en 1904 (San Luís, EUA). En esta justa sólo participaron varones con dos tipos de saltos: *normales* y de *variedad*. Las damas tuvieron que esperar hasta los Juegos Olímpicos de Estocolmo en 1912, para participar en esta disciplina.

Por último, los más recientes cambios se dieron en la copa del Mundo de 1995, donde debutaron como exhibición los saltos sincronizados y para los Juegos Olímpicos de Sydney 2000 se estrenaron como disciplina olímpica.

1.2.2 Calificación en competencia

El deporte de Clavados es complejo por la precisión que se requiere para realizar diferentes ejecuciones en el aire, de manera elegante y estética. La puntuación de los jueces depende de la impresión, belleza, dificultad y técnica. Los clavados se componen de cinco eventos: trampolín de 1 y 3 metros, así como de las plataformas de 5, 7.5 y 10 metros.

Los jueces al calificar el clavado toman en cuenta 6 aspectos:

Aproximación. El cuerpo estará recto, la cabeza erguida y los brazos extendidos en cualquier posición.

El impulso o despegue. El salto será controlado, equilibrado y potente al momento del despegue, el salto debe ser alto con la finalidad de terminar el clavado lo más arriba posible para que luzca, en caso de que el salto sea de un trampolín, se calificará también el llamado estribo (caminata e impulso sobre el trampolín).

Elevación. Se considerará la altura que el clavadista alcance.

Ejecución. Se tratará de evaluar el salto en sí mismo, analizando la técnica, la posición, los giros, etc.

Entrada en el agua. Deberá ser vertical con el cuerpo recto, los pies juntos y los brazos estirados más allá de la cabeza. Salpicará lo menos posible al entrar en el agua.

Dificultad. Esto tiene que ver con el número de giros, posiciones y rotaciones realizados durante el vuelo y el grupo de clavados al que pertenezca. Cada salto aumentará de valor proporcionalmente a la cantidad de giros, posiciones y rotaciones que se incorporen.

En los saltos sincronizados se tendrá en cuenta, además de lo anterior, que ambos clavadistas tengan una elevación, coordinación de los movimientos y ángulos de entrada en el agua lo más parecida posible.

1.2.3 Descripción de la entrada al agua

En las competencias de clavados la entrada al agua solo se califica con el ángulo del clavadista en la fase del contacto. La cantidad de agua expulsada después del impacto no determina la calidad del clavado pero para la mayoría de jueces si define al ganador entre 2 concursantes con la misma calidad de ejecución. La cantidad de agua expulsada después del impacto es un parámetro que distingue a los clavadistas con mayor precisión en la acrobacia. Entre menor agua expulsada, mayor maestría técnica y mejor presentación.

1.3 Teoría de Modelos y Análisis dimensional

Algunos fenómenos en la mecánica de fluidos dependen de parámetros geométricos y de flujo. Por ejemplo, considerando la fuerza de arrastre en una esfera lisa inmersa en un flujo uniforme. Para este caso antes que nada tenemos que determinar los parámetros que son importantes para calcular la fuerza de arrastre. Podemos intuir que los factores que determinaran dicha fuerza serán: el tamaño de la esfera (el diámetro D), la velocidad del fluido v , la viscosidad del fluido μ , y densidad del fluido ρ . De esta manera podemos decir que la fuerza de arrastre se define como $F_D = f(v, \mu, \rho, D)$. En este caso podemos hacer experimentos de laboratorio. Lo primero es medir la fuerza con diferentes velocidades, después medir la fuerza variando la viscosidad, y así hacer experimentos en el tunel de viento con la fuerza de arrastre respecto a las 4 variables. De esta manera si se quisiera probar con 10 densidades distintas, 10 viscosidades distintas, 10 diámetros distintos y 10 velocidades del flujo distintas tendríamos que hacer 10^4 experimentos para tener las

combinaciones entre estas 4 variables.

Aplicando el teorema de Buckingham solo tendríamos que repetir 10 veces el experimento relacionando al coeficiente de arrastre con el número de Reynolds $C_d = f\left(\frac{\rho v D}{\mu}\right)$. Es decir, para este caso se encuentra un valor para del número Reynolds asociado al coeficiente de arrastre correspondiente, para finalmente calcular la fuerza de arrastre. Es por ello la importancia de la aplicación de un análisis dimensional.

1.4 Análisis dimensional del impacto de un sólido sobre una superficie líquida

El problema de estudio considera el impacto de un sólido contra una superficie líquida. Para el clavadista y los modelos a escala necesitaremos hacer un análisis dimensional con apoyo del teorema π de Buckingham. Para determinar los números dimensionales utilizaremos las siguientes variables:

d	ancho característico del objeto
H_c	altura del objeto
ρ_{liq}	densidad del líquido
ρ_{sol}	densidad del sólido
μ	viscosidad del agua
γ	tensión superficial
U	velocidad de caída
g	aceleración gravitatoria

Tabla 1 Variables utilizadas en el estudio de formación de una cavidad

L	Longitud
T	Tiempo
M	Masa

Tabla 2. Variables con dimensión independiente

El teorema π de Buckingham se aplica considerando 8 variables y 3 variables con dimensión independiente (dimensiones fundamentales) nos ayuda a construir 3 números adimensionales.

H_c	L
ρ_{liq}	$\frac{M}{L^3}$
ρ_{sol}	$\frac{M}{L^3}$
D	L
μ	$\frac{M}{LT}$
γ	$\frac{M}{T^2}$
U	$\frac{L}{T}$
g	$\frac{L}{T^2}$

Tabla 3. Igualdad entre variables y variables dimensionales independientes

Relacionando las variables para obtener los números adimensionales se encuentran los siguientes números:

$$\pi_1 = \frac{H_c}{d} \dots \dots \dots \text{relación de altura - ancho}$$

Este número define las propiedades geométricas de ancho y largo del clavadista y el modelo a escala.

$$\pi_2 = \frac{\rho_{sol}}{\rho_{liq}} \dots \dots \dots \text{relación de densidades}$$

Esta relación nos dice que tan denso es el líquido respecto al sólido que vamos a analizar.

$$\pi_3 = \frac{vd \rho_{liq}}{\mu} \dots \dots \dots \text{número de Reynolds}$$

El **número de Reynolds** (Re) es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos y fenómenos de transporte para caracterizar el movimiento de un fluido. Este número recibe su nombre en honor de Osborne Reynolds (1842-1912), quien lo describió en 1883, es una combinación adimensional relacionado con el hecho de que el flujo pueda considerarse laminar (número de Reynolds pequeño) o turbulento (número de Reynolds grande). En la parte superior de esta relación tenemos las fuerzas inerciales y en la parte inferior las fuerzas viscosas.

$$\pi_4 = \frac{v^2 d \rho_{\text{liq}}}{\gamma} \dots\dots\dots \text{número de Weber}$$

Es una medida de la importancia relativa de la inercia del fluido comparada con su tensión superficial. Por ejemplo, este número es útil en analizar flujos multifásicos en superficies. Se denomina así en honor a Moritz Weber (1871-1951).

Sustituyendo a $\Delta\rho$ al análisis dimensional se consigue el último número:

$$\pi_5 = \frac{(\Delta\rho)g d^2}{\gamma} \dots\dots\dots \text{Número de Bond}$$

Es el número adimensional que relaciona la fuerza capilar debida a la flotación respecto a la tensión superficial. Entre mayor es la diferencia de densidades entre líquido y sólido $\Delta\rho = \rho_{\text{sol}} - \rho_{\text{liq}}$ mayor será la fuerza de flotación.

Nótese que estos números no son únicos, el teorema de Buckingham únicamente nos dice cuantos números independientes se pueden construir. Así, es posible combinar los números anteriores para generar otros nuevos. Tradicionalmente en el problema de impacto de sólidos sobre superficies libres se utilizan los números capilar, $Ca = \frac{\mu U}{\gamma}$ y el número de Froude $Fr = \frac{u^2}{\sqrt{gd}}$. El número capilar toma en cuenta la relación entre las fuerzas viscosas y la tensión superficial, mientras que el número de Froude es una relación entre la inercia y la gravedad. Ambos números se pueden recuperar de los números mencionados anteriormente, por medio de las ecuaciones. Por ejemplo:

$$Ca = \frac{We}{Re},$$

1.5 Propiedades físicas de líquidos y gases

Las características que tienen en común los líquidos y gases, a diferencia de los sólidos, es que pueden fluir y cambiar de forma. Desde el punto microscópico la principal diferencia entre gases y líquidos es su estructura molecular que permite que cuando un gas está en equilibrio ocupa todo el volumen disponible, mientras que los líquidos mantienen su volumen constante. Como resultado cuando una cantidad dada de líquido es vaciada en un envase abierto el líquido tendrá una superficie libre. Para la mayoría de flujos con superficie libre, la compresibilidad del líquido puede ser despreciada y ser tratada como un medio incompresible donde puede cambiar la forma.

1.6 Tensión superficial

Visto desde el lado macroscópico la tensión superficial es una fuerza que actúa sobre la superficie libre en dirección tangencial a la misma. Como resultado, la superficie libre se comporta como una membrana estirada que intenta minimizar su área. En el caso del agua las fuerzas intermoleculares de atracción entre moléculas de agua se deben a los enlaces de hidrógeno y estos representan una alta energía, la tensión superficial del agua es mayor que la de muchos otros líquidos.

1.7 Objetivo

El principal objetivo de este trabajo es proponer un modelo capaz de describir lo que ocurre cuando un objeto se impacta con agua para dos geometrías distintas:

- Esféricas
- Humanoides

Estos objetos se estudiarán esto por medio del análisis y descripción de cada una de las etapas del proceso, así como de las variables físicas involucradas.

El proyecto tiene como objetivo visualizar y explicar los fenómenos asociados al impacto de sólidos en superficies libres, mediante la descripción paso por paso de las distintas etapas involucradas en este proceso y por medio de las principales variables involucradas proponer una correlación en el modelo a escala y el de tamaño real, con un enfoque en la geometría del cuerpo y en el efecto que se produce en el colapso de la cavidad.

Analizar un clavadista real y las diferentes técnicas para observar en detalle sus consecuencias en el comportamiento del agua y del aire que se modifican con la entrada del cuerpo humano al agua.

1.8 Hipótesis

A partir de estudios con esferas podemos visualizar las etapas del impacto, el aire que arrastra el sólido en su descenso, la forma en la que lo introduce y la posición en la que se impacta el sólido con el agua son determinantes en este fenómeno. Las principales propiedades del cuerpo son la densidad y la geometría del cuerpo tomando como principio que se dejan caer los objetos desde una altura constante.

La forma de la cavidad que se genera cuando un objeto se impacta con una superficie libre estará determinada por las siguientes variables: velocidad de impacto, densidad del cuerpo, forma del cuerpo, carácter hidrofóbico, tensión superficial y densidad del líquido.

1.9 Justificación

Debido a que solo existen investigaciones con esferas y cilindros el fin de esta investigación es explicar el comportamiento de la formación y cierre de una cavidad para personas. En una competencia los clavadistas demuestran la maestría y calidad de ejecución en una actuación deportiva desde que se despegan del trampolín, sin embargo después de que se ejecutan las rotaciones y giros en el aire, los resultados se definen por la mejor entrada al agua, sobre todo si se trata de una competencia de alto nivel. A partir de la comprensión de los efectos que genera el cuerpo al impactarse se persigue mejorar la técnica de entrada al agua de un clavadista a partir de un estudio fase por fase del fenómeno.

Si el entrenador, metodólogo, y deportista son capaces de conocer los factores que mejoran su actividad ellos pueden estar conscientes de usar la técnica más conveniente para tener el efecto deseado. De esta manera las investigaciones pueden funcionar para muchas áreas donde se quiera controlar, modificar o entender los efectos para diferentes objetos, cuerpos o seres vivos.

En este caso se busca aplicar los conocimientos de mecánica de fluidos para entender este fenómeno, en particular utilizando la herramienta de análisis dimensional para tomar en cuenta todas las variables físicas involucradas en el sistema.

2 Descripción de experimentos

La etapa de visualización fue llevada a cabo en el Instituto de Investigación en Materiales y en la fosa de clavados olímpica de Ciudad Universitaria. El primer experimento se realizó con esferas, de diferentes radios y materiales para visualizar las etapas principales. En esta primera fase experimental se grabó con una cámara a 1000 cuadros por segundo para tener una visualización detallada de la forma en que se mueve el agua, el aire y el sólido. Se utilizaron lámparas de 5000 watts, ya que se requiere de mucha luz, para hacer mediciones a altas tasas de adquisición. En el estudio de modelos, a partir de los datos obtenidos, se consiguieron tomas por afuera y por dentro del agua. Para el estudio de esferas a diferentes velocidades usamos una pistola de balines y diferentes alturas para lograr todas las velocidades deseadas (ver diagrama 1). Para los clavadistas utilizamos las mirillas de la fosa de clavados de la alberca universitaria y una cámara de alta velocidad Casio Exilim FH125 para observar el comportamiento del agua cuando el clavadista se impacta, tal como se muestra en la figura 1.

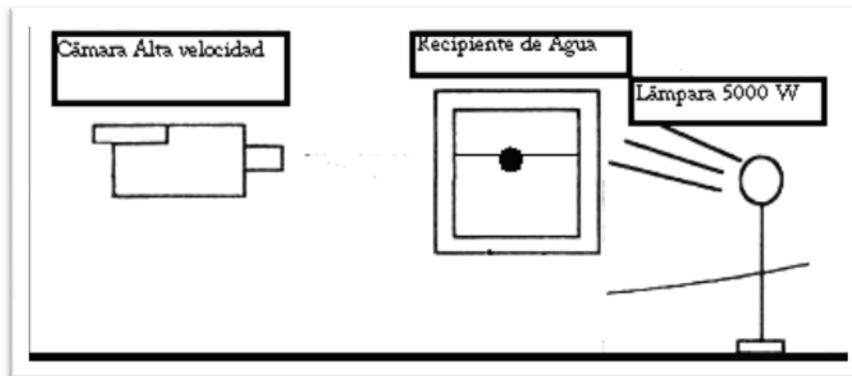


Diagrama 1. Muestra la colocación del material para la grabación de esferas y modelos a escala.

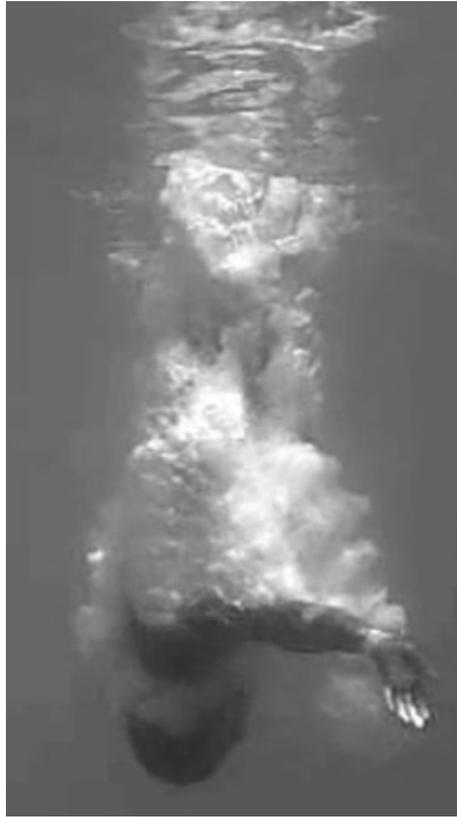


Figura 1. Imagen de la entrada al agua en un clavado típico (toma bajo la superficie)

El método experimental siguió los siguientes pasos:

- Grabación en alta velocidad y estudio con esferas de diferentes diámetros a diferentes velocidades impactándose sobre superficies libres teniendo como resultados fotos como la vista en la figura 2.

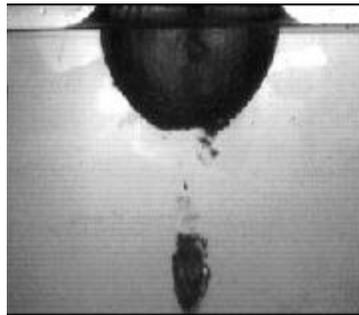


Figura 2. Imagen tomada después del colapso de la cavidad. Se observa el salpicado en la superficie y una burbuja remanente

- Mediciones a partir las imágenes, con esto podemos definir como es el comportamiento en cada etapa vista por arriba y por abajo del agua.
- Grabación y estudio con modelos a escala de clavadistas para ver las variaciones con

la geometría, densidad y velocidad.

- Grabación con cámara de alta velocidad de clavadistas del equipo representativo de la UNAM, para ver el comportamiento del agua en las diferentes etapas de la formación y colapso de la cavidad.
- Análisis de los movimientos y características geométricas que ocasionan el colapso de la cavidad.

2.1 Cálculos para el Clavadista

El primer paso es calcular las velocidades para caídas libres de 10 m, 5m, 3m, y 1m.

Tenemos una aceleración

$$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$$

$$V = 9.81 t \frac{m}{s}$$

$$S = \frac{9.81}{2} (t^2) + Vt + Y_{inicial}$$

$$Y_{inicial} = 0 m$$

Por lo tanto para s=10

$$s = \frac{9.81}{2} (t^2) \text{ Entonces } t = \sqrt{\frac{2s}{9.81}}$$

Y también podemos calcular las velocidades para dichos tiempos con la ecuación de la velocidad;

$$V = 9.81 t \frac{m}{s}$$

Así como también como apoyo se usan los siguientes números adimensionales:

$$Ca = \frac{\mu V}{\gamma}$$

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu}$$

$$Bo = \frac{\Delta\rho g d^2}{\gamma}$$

Considerando las propiedades del agua y las velocidades de impacto se pueden calcular los números Ca y Re para un clavadista de dimensiones reales, con 27 cm de ancho de hombros, que cae de 1, 3, 5,7 y 10 metros. Se tiene una relación de densidades 1-1 entre

sólido y líquido. En la tabla 1 se pueden ver las variables y números adimensionales necesarios para el estudio de los clavadistas humanos.

En la tabla 4 se pueden observar los datos del clavadista que relaciona viscosidad, velocidad, altura respecto al nivel del agua, densidad del sólido con los números adimensionales mencionados.

v	T	S	d [m]	ρ [kg/m ³]	ρ_{sol}		Re	Ca	We	Bo
14.01	1.43	10	0.27	998	1100	0.07	4240858.68	0.02	734278.5	1013.13
11.72	1.19	7	0.27	998	1100	0.07	3548156.93	0.01	513994.95	1013.13
9.9	1.01	5	0.27	998	1100	0.07	2998739.93	0.01	367139.25	1013.13
7.67	0.78	3	0.27	998	1100	0.07	2322813.96	0.01	220283.55	1013.13
4.43	0.45	1	0.27	998	1100	0.07	1341077.27	0.01	73427.85	1013.12

Tabla 4 Números adimensionales por cada altura del deporte de los Clavados

2.2 Análisis del Clavadista

2.2.1 Formación de la cavidad en clavadista

En este caso analizaremos la formación de la cavidad que es la parte clave para una buena entrada al agua, el clavadista es el cuerpo más complejo que se analiza en este trabajo. Las imágenes y videos que obtuvimos nos ayudan a entender que pasa afuera y adentro del agua. La tabla 1 muestra los datos obtenidos del clavado de la figura 3. Este clavado de 1m es el que se analizó a detalle y se utilizó para realizar los cálculos mostrados a continuación.

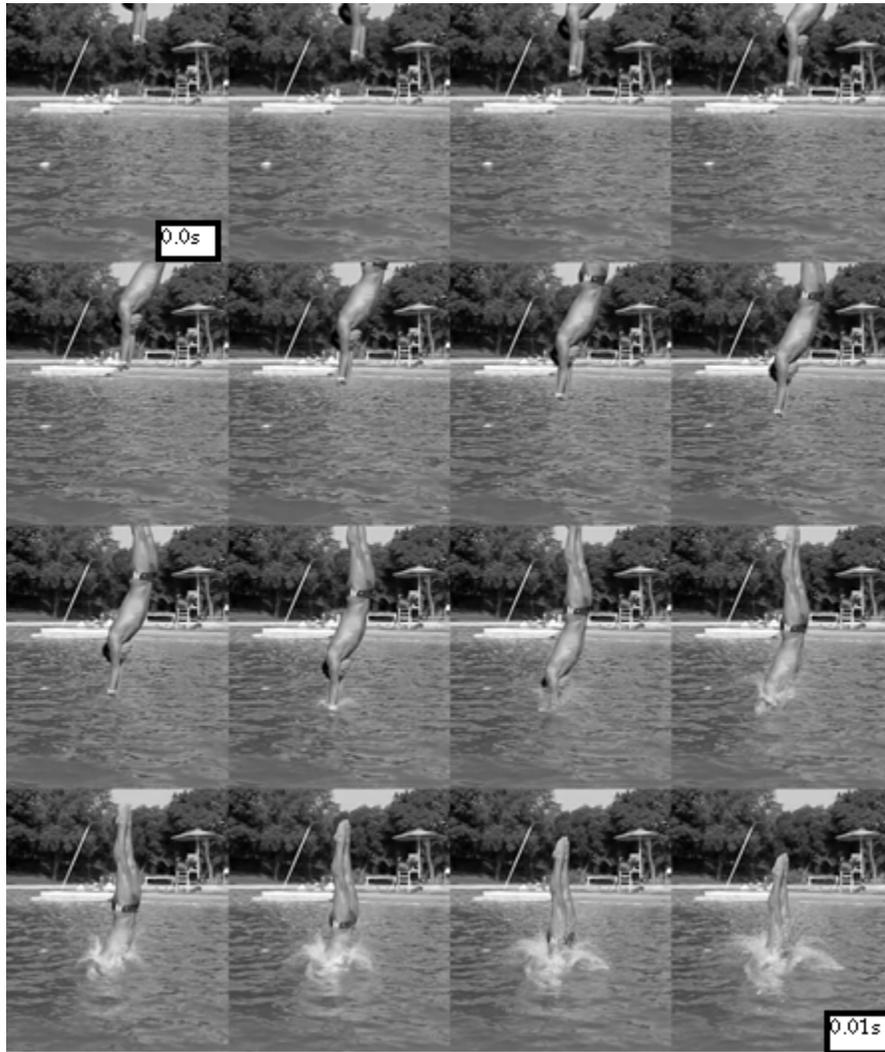


Figura 3 .Imágenes tomadas a partir de la entrada de un clavadista al agua.

2.3 Entrada al agua para el clavadista

El clavadista usa diferentes técnicas antes de tocar el agua y después de tocar el agua. Se grabó a un clavadista con el clavado más sencillo desde 1, 3, 5, 7 y 10 metros de altura donde el clavadista solo se lanzaba desde la altura indicada haciendo media rotación saltando con los pies y recibiendo el agua con las manos como se puede ver en la figura 3.

La formación de la burbuja con la que entra el clavadista tiene comportamientos que no se pueden analizar a una velocidad de adquisición de imágenes regular. Gracias a la grabación subacuática podemos ver cómo se comporta el aire que entra con el clavadista y como se colapsa la burbuja de aire. En la figura 4 se observa el desplazamiento del aire en el momento que entra el clavadista al agua. Sin embargo, el análisis subacuático se

complementa con una grabación externa donde podemos observar como es la parte de preparación para recibir el agua del clavadista humano.



Figura 4. Entrada de un clavadista vista por medio de una pared de cristal para visualizar los efectos de los impactos de un cuerpo humano con el agua. Fotos tomadas después de la caída de la figura 3.

3 Resultados

3.1 Fases de impacto para una esfera

3.1.1 Contacto

En el momento en que se sumerge la esfera arrastra agua se rompe la tensión superficial, lo cual se puede visualizar en la secuencia de fotografías de la figura 5. Al final de esta fase se empieza a crear la cavidad de aire adentro del agua en el tiempo 0.005 s.

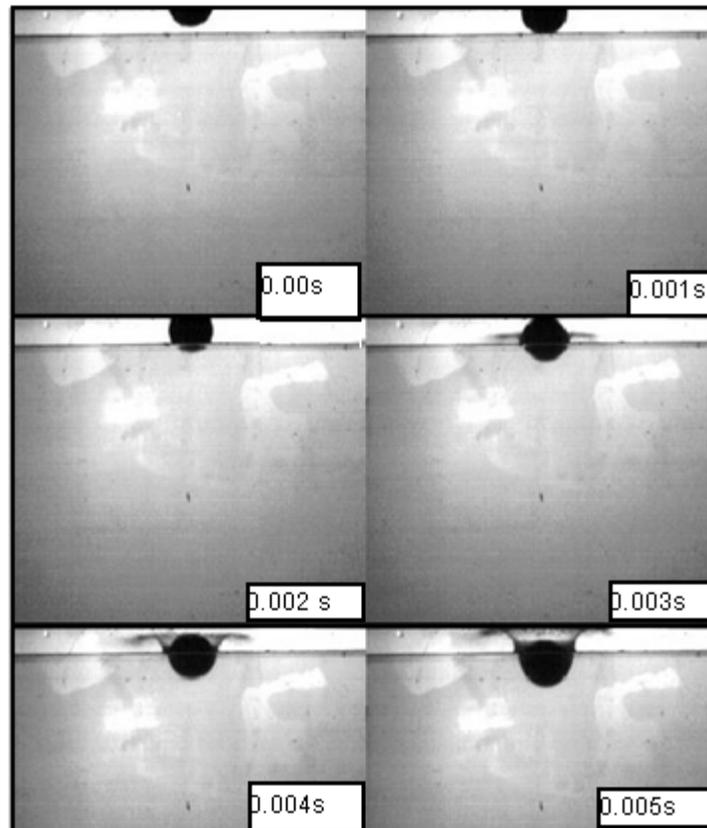


Figura 5. Contacto de la esfera con el agua desde el tiempo 0 al tiempo al 0.005 s. La esfera se impacta con una velocidad de 3.5 m/s

Después de que la esfera se impacta con el agua, esta sale expulsada en forma parabólica hacia los lados como se puede observar en el segundo 0.004 s de la figura 5.

3.1.2 Formación de la cavidad

Así como se empieza a salpicar el agua al lugar contrario al movimiento de la esfera, también se arrastra agua y aire en dirección de la misma. De esta manera, se logra una superficie similar a la de un hiperboloide de revolución que se va alargando con el movimiento de la esfera, como se presenta en la figura 6.

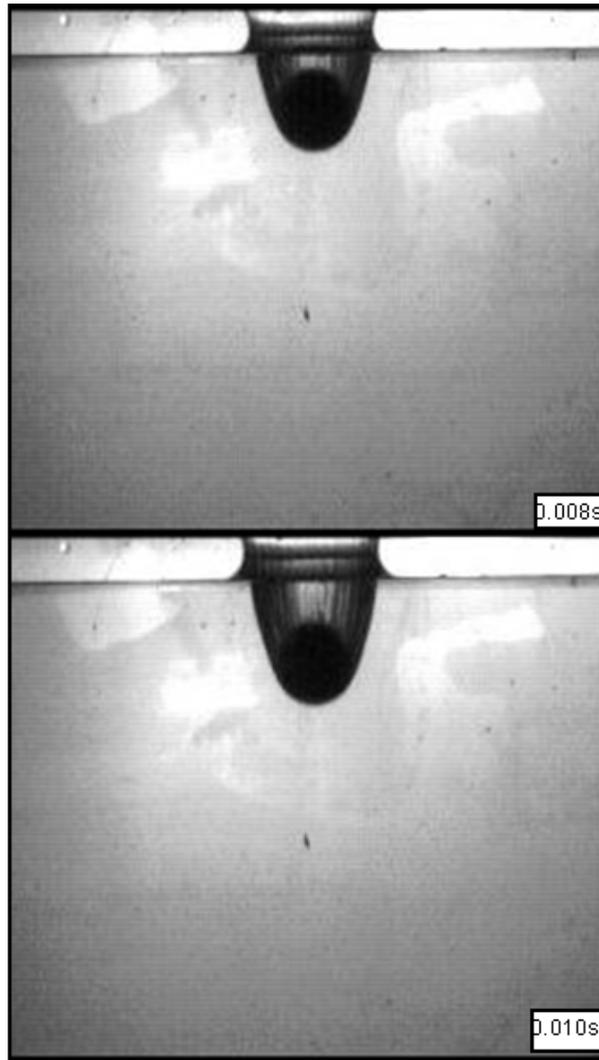


Figura 6 Formación de la cavidad por el impacto de una esfera de aluminio a 3.5 m/s para tiempos de 0.008 s a 0.010 s.

La esfera va a una velocidad relativamente baja pero se ve claramente como el aire toma una forma característica: la parte de debajo de la esfera tiene la misma forma circular de la geometría de la superficie.

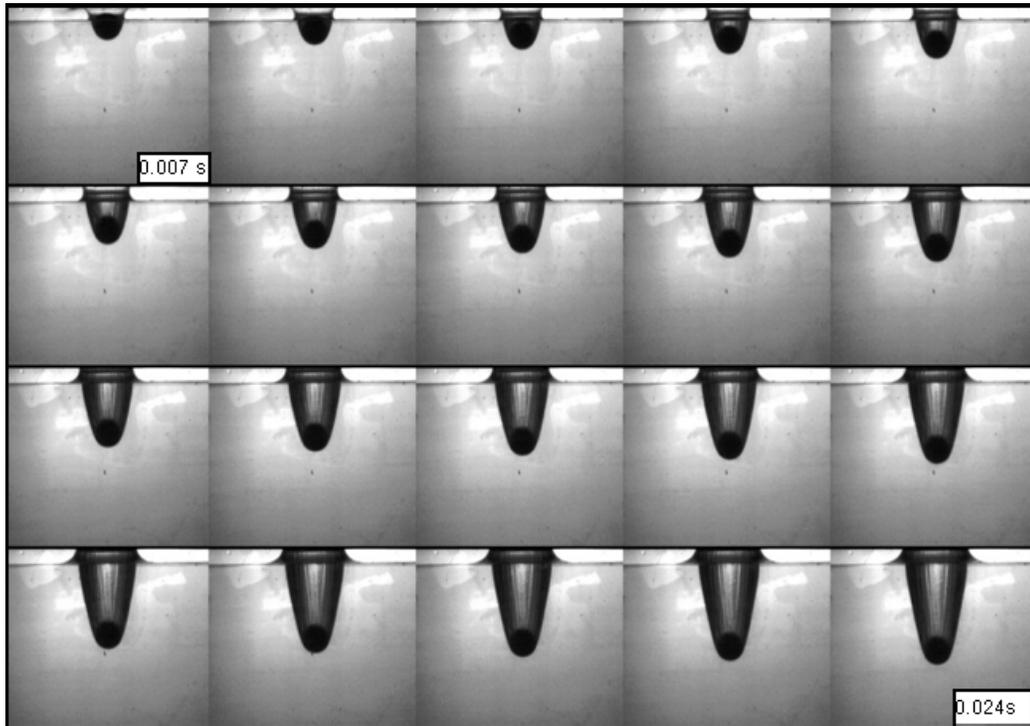


Figura 7 Alargamiento de la cavidad con el desplazamiento de la esfera en el líquido.

En la figura 7 se muestran la evolución de la formación de la cavidad de aire desde el primer contacto hasta instantes antes de que suceda la división de la burbuja (la cual se explica a continuación).

3.1.3 División de la burbuja

Instantes más tarde, la burbuja se divide en dos partes: la superior que es la que alcanza abrirse más en la dirección horizontal y la inferior que genera una burbuja más pequeña estos detalles se presentan en la figura 8.

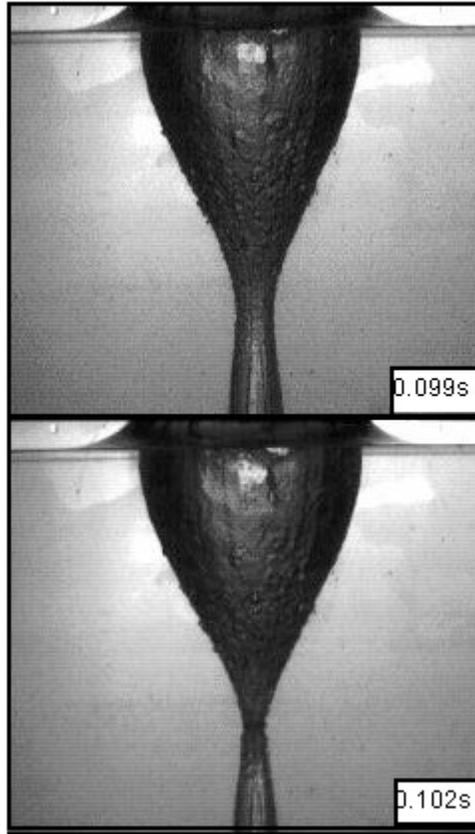


Figura 8. División de la cavidad en una cavidad grande y una burbuja de menor tamaño del segundo 0.099 al segundo 0.102.

Una parte de la burbuja se queda pegada a en la superficie de la esfera. Otra se desprende y asciende a la superficie. La burbuja que permanece alrededor de la esfera es arrastrada hacia el fondo ver (figura 8), mientras que la burbuja superior se empieza a engrosar, ver (figura 9).

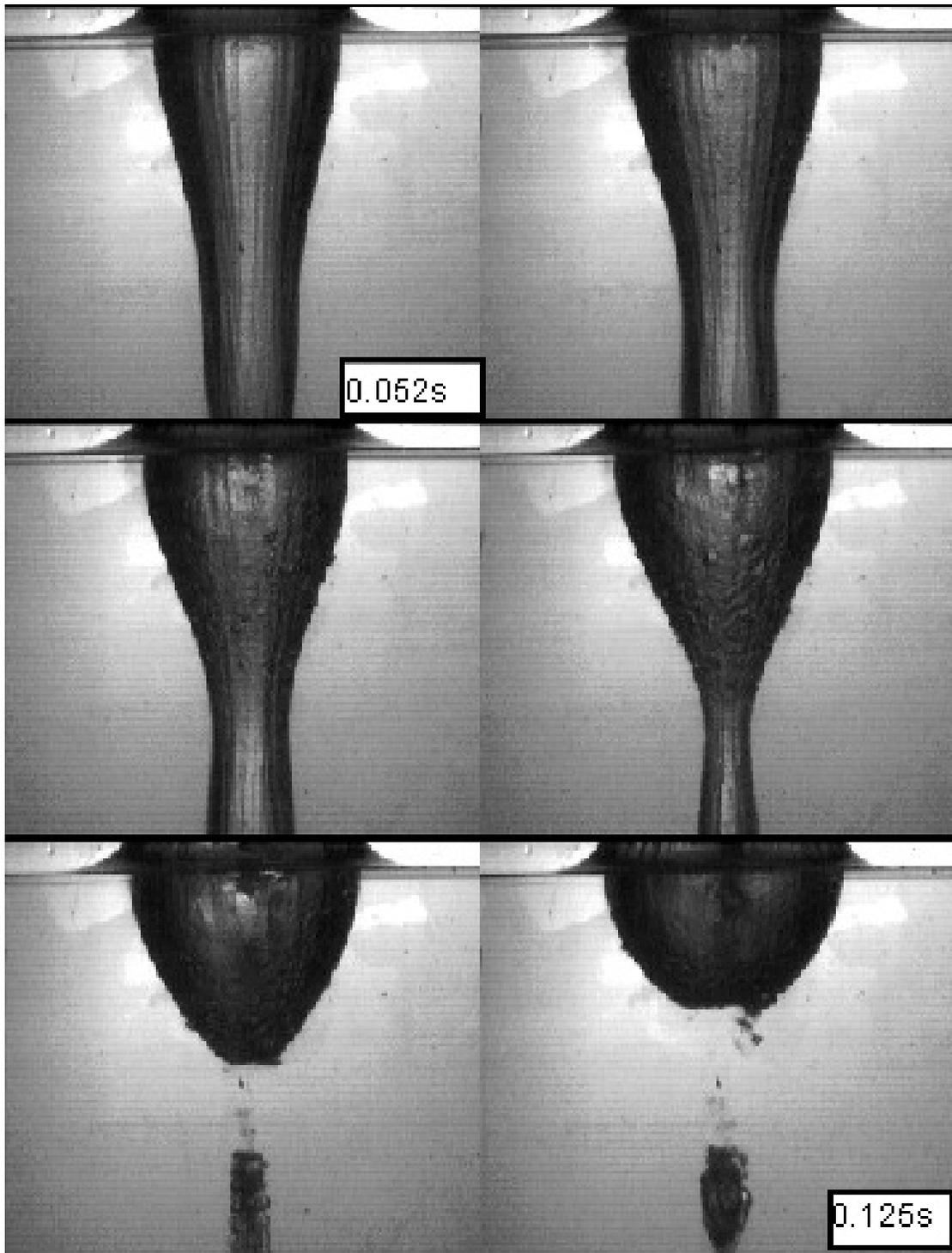


Figura 9. División completa de la burbuja de la cavidad y comienzo del cierre de la cavidad del segundo 0.052 al segundo 0.125.

Como se puede ver en la figura 9 se muestra la parte superior de la burbuja superior que se va cerrando en $t = 0.125$ s y como la burbuja inferior se colapsa y se separa en burbujas más pequeñas.

3.1.4 Pinzamiento

Si analizamos una serie de fotos tomadas de la superficie libre por encima de la superficie, se observa cómo se empieza a formar el pinzamiento con la burbuja como se muestra en el figura 10. Se ve claramente como antes de que se cierre la cavidad se empieza a formar un chorro vertical que crece mientras se cierra la cavidad en adentro del agua.

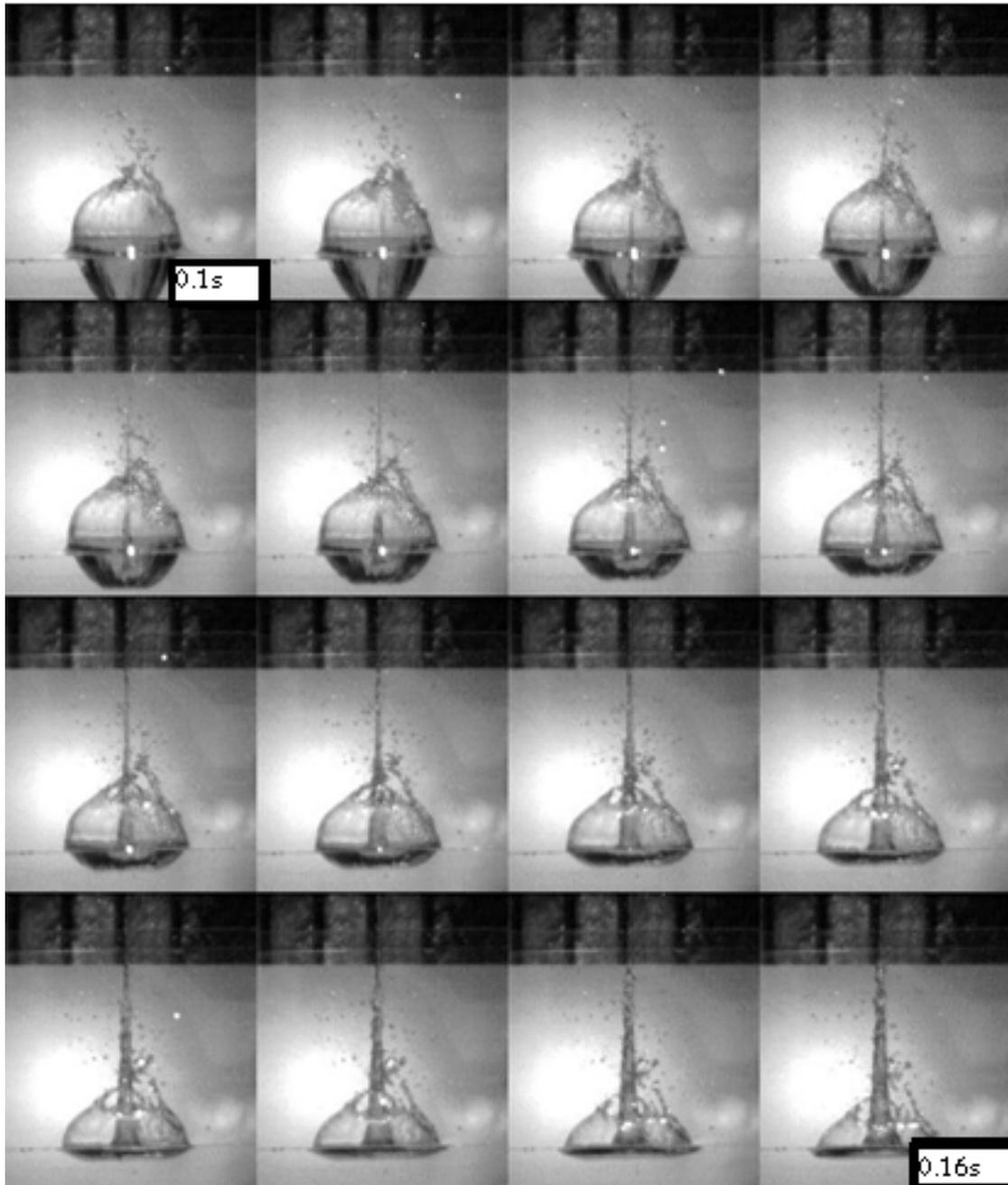


Figura 10. Secuencia fotográfica de comportamiento del impulso arriba de la superficie de agua
Una forma de explicar esto es que las partes externas de la cavidad empujan el agua radialmente hacia el centro causando la formación del pinzamiento. Esta fase es donde se

concentran las fuerzas en el centro de forma vertical. El crecimiento de este chorro de agua se puede ver claramente en la figura 10 así como el adelgazamiento que tiene este al aumentar la altura.

3.2 Análisis Cinemático de la esfera

A partir de un análisis de video utilizado con el programa Kinovea 6.0 se realizó un análisis cinemático manual y automático (seguimiento automático de píxeles). De esta manera se busca entender cómo se modifica la velocidad de la esfera después del impacto en dirección vertical y la distribución de las velocidades en diferentes puntos de la cavidad en dirección horizontal.

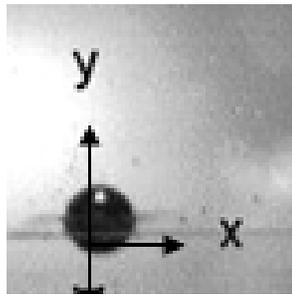


Figura 11. Ejes tomados para el análisis de la esfera

En la figura 11 podemos ver el sistema de referencia que tomamos siendo el eje “x” paralelo a la interfaz líquida y el eje “y” perpendicular a la superficie líquida.

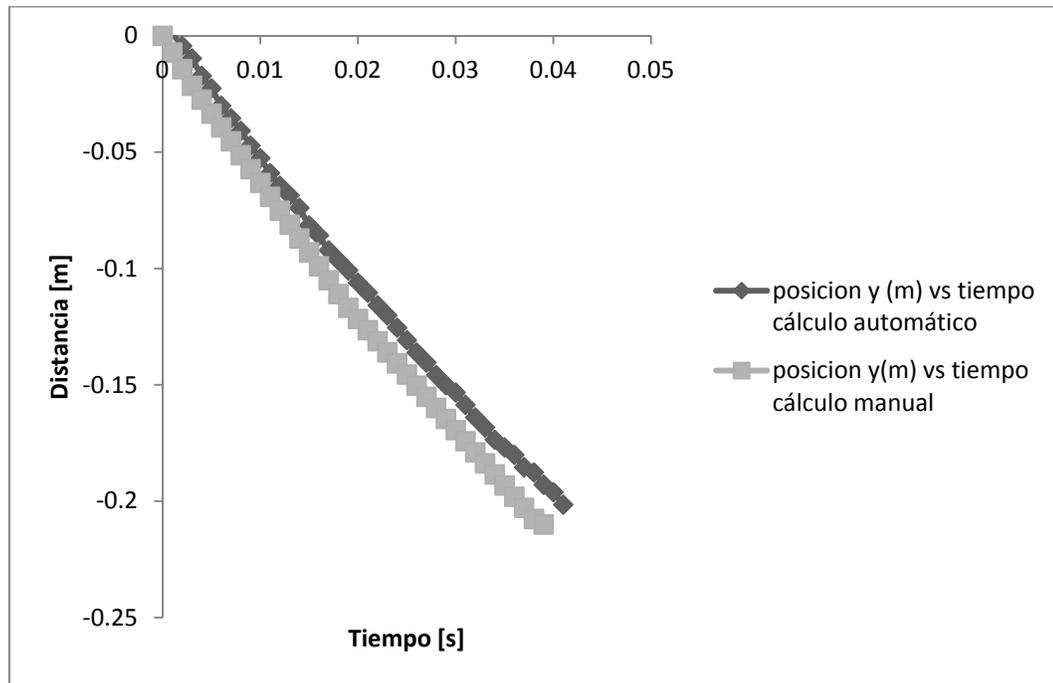


Figura 12. Comportamiento de la posición de la esfera respecto al tiempo

En la figura 12 se muestra una gráfica de la posición de la esfera en la dirección “y” según el sistema de referencias visto en la figura 11. En el caso la curva de línea con rombos se maneja el seguimiento de píxeles con el software Kinovea y la curva con cuadrados se siguió con seguimiento manual de la esfera. Estos dos análisis se obtuvieron gracias a la toma de video de alta velocidad. La medición que tiene mayor validez es la generada por el software Kinovea debido a que la selección por píxeles tiene menor margen de error que la selección de la esfera con un modo manual.

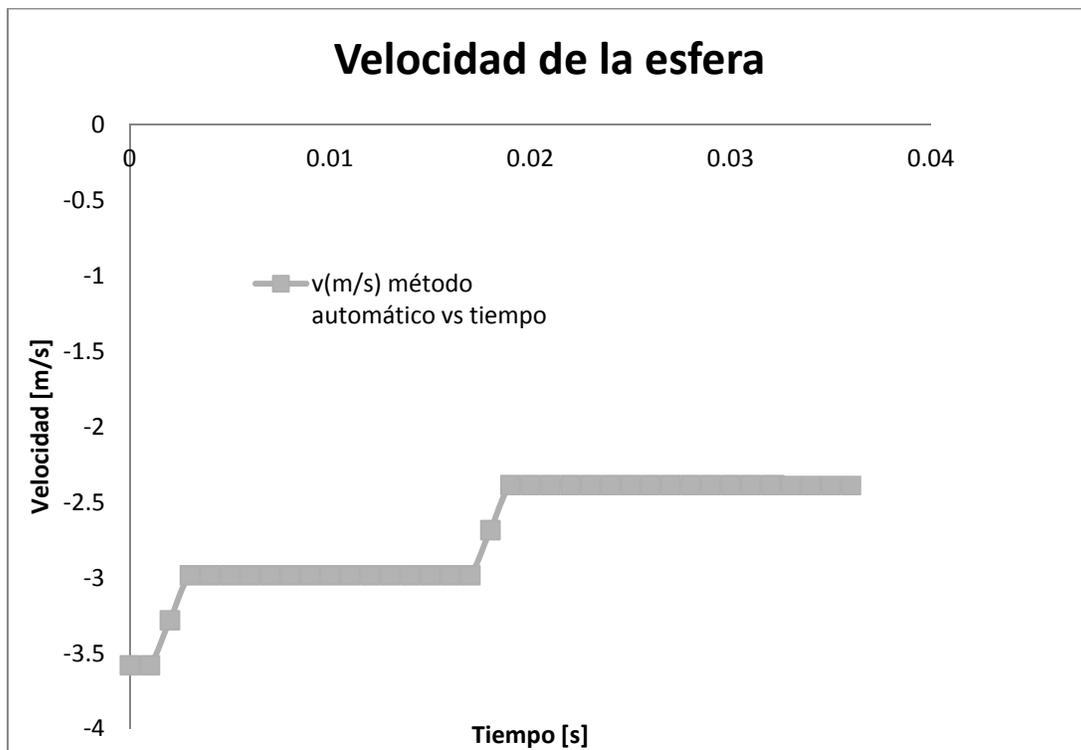


Figura 13 Comportamiento la Velocidad V_c de la esfera respecto al tiempo

Tanto en la figura 12 y 13 podemos observar la disminución de la velocidad después del impacto. Es decir entre más avanza la esfera hacia el fondo del agua, mayor será la pérdida de velocidad. Ya que la esfera va en dirección contraria al sistema de referencias “y” por ende se tiene velocidades negativas disminuyendo su magnitud. Como se observa en la figura 13 la disminución de la velocidad se ve mucho más marcada en el $t= 0.02$ s en la fase de formación de la cavidad de aire después del impacto de la esfera.

3.3 Análisis cinemático de la cavidad después del impacto

Este análisis nos muestra cómo se comporta el ancho de la cavidad en diferentes alturas respecto al tiempo. La figura 14 muestra la medición que se hizo en la dirección horizontal.

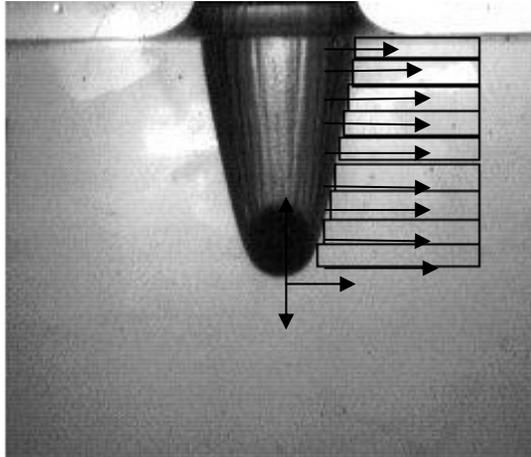


Figura 14 .Corte en el plano XY para la representación placas de agua durante la formación de la cavidad

En la figura 14 podemos ver claramente la dirección de la velocidad que estudiaremos. La velocidad en dirección “x” define la rapidez con que se abre y cierra la cavidad en dirección horizontal. A partir de un análisis de video de la interfaz líquido-sólido a diferentes alturas, podemos encontrar la velocidad durante el descenso de la esfera. Se analizaron cuadro a cuadro la abertura de la cavidad de aire.

Para el estudio cuantitativo del comportamiento de la cavidad se utilizaron 2 números adimensionales $\frac{h}{d_{esfera}}$ y $\frac{y}{d_{esfera}}$..

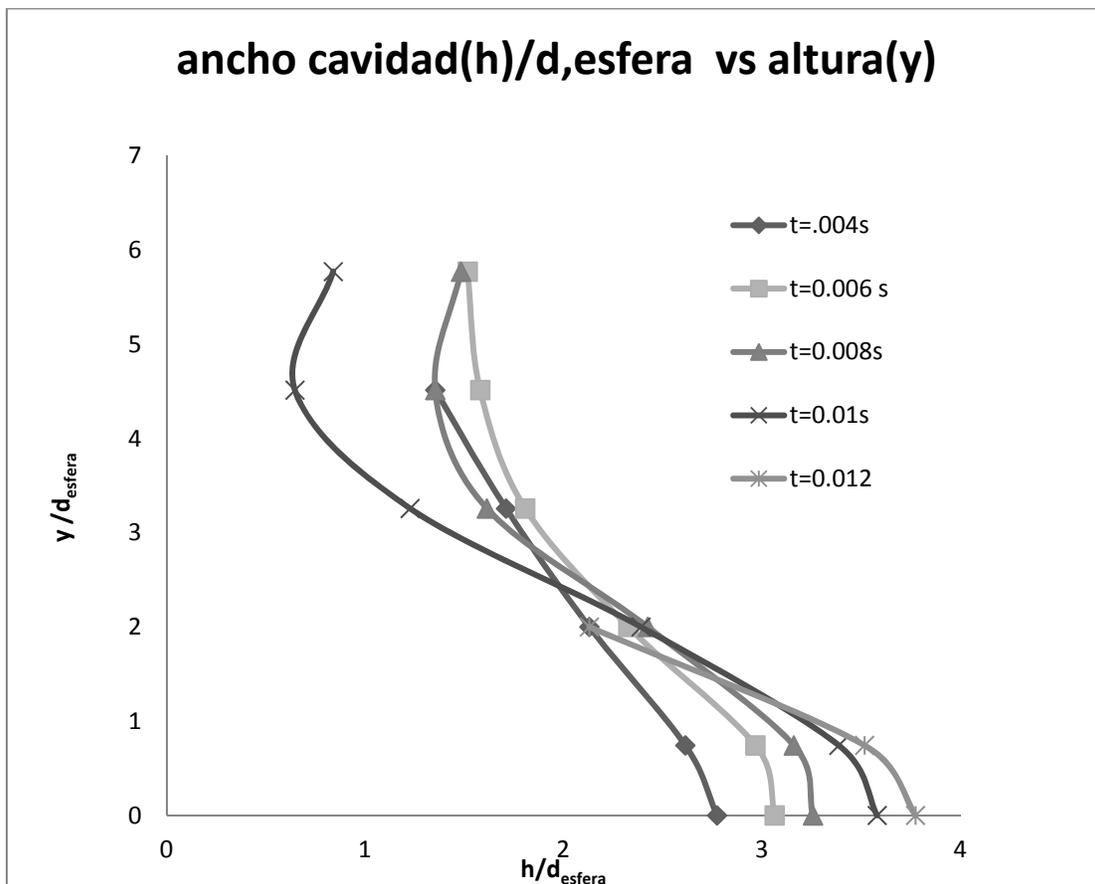


Figura 15. Comportamiento del ancho respecto a la altura en 5 tiempos distintos

A partir de un video con una adquisición de 1000 cuadros por segundo se efectuó el cálculo de la velocidad de la abertura de la cavidad los valores positivos son de expansión de la cavidad y los valores negativos son de cierre. Con el fin de volver adimensional la velocidad de la esfera se utilizó el número $F_v = \frac{v}{\sqrt{gd}}$ donde v es la velocidad en dirección de x , g es la aceleración de la gravedad, y d es el diámetro de la esfera. La altura se dividió entre el diámetro de la esfera. En la figura 15 podemos ver el comportamiento de la abertura desde $t=0.0$ s hasta $t=0.012$ s; el tiempo $t=0$ corresponde al instante en que la esfera hace contacto con la superficie de agua. Se muestra que cada uno de los puntos tiene diferentes posiciones mientras aumenta el tiempo.

La figura 16 muestra el comportamiento de la velocidad en diferentes puntos de la cavidad de aire a diferentes alturas respecto a la horizontal. Se debe tener en cuenta que los puntos se enumeraron de menor a mayor empezando desde la superficie de agua hasta el fondo del agua.

Para entender la gráfica de la figura 16 podemos tomar el caso de $t = 0.004$ s. La velocidad máxima a la que se mueve la cavidad es en la altura “y” del primer punto (contando desde el eje vertical) y la velocidad mínima es para el tercer punto medido.

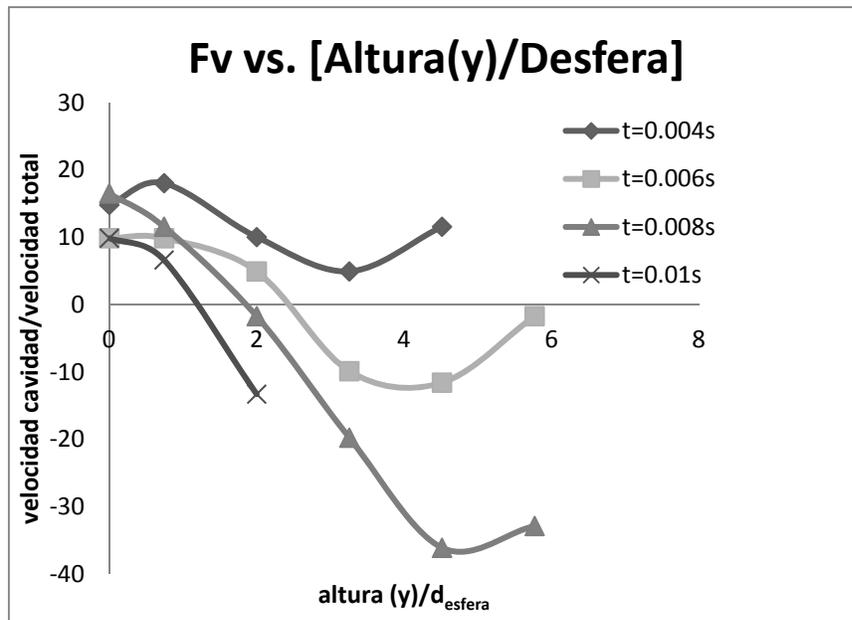


Figura 16. Comportamiento de la velocidad de la abertura de la cavidad respecto de $t=0.004$ s a $t=0.01$ s

El comportamiento de la esfera en dirección vertical modifica la forma en que se comporta la cavidad. El tiempo total se mide desde que la esfera toca la superficie de agua hasta que desaparece del cuadro. Después de la fase de impacto el ancho de la cavidad va creciendo hasta llegar a su ancho máximo. Es entonces cuando la cavidad disminuye hasta cerrarse. Por esta razón las velocidades cambian para cada altura de positivo a negativo. Justamente en la figura 16 se puede visualizar como después de llegar a su ancho máximo se cambia la velocidad de positivo a negativo. Si se sigue punto a punto cada curva se observa que todas las curvas empiezan con la velocidad más alta hasta disminuir y vuelven a subir en el momento en que se cambia la dirección de la velocidad después de llegar a su velocidad tope. Por ejemplo estos 7 puntos que se grafican en la figura 15 y figura 16 muestran para un instante la distribución de velocidades horizontales para diferentes posiciones en diferentes alturas “y”. En la figura 17 se muestra cómo se comportan las velocidades en dirección horizontal antes de que se forme el pinzamiento.

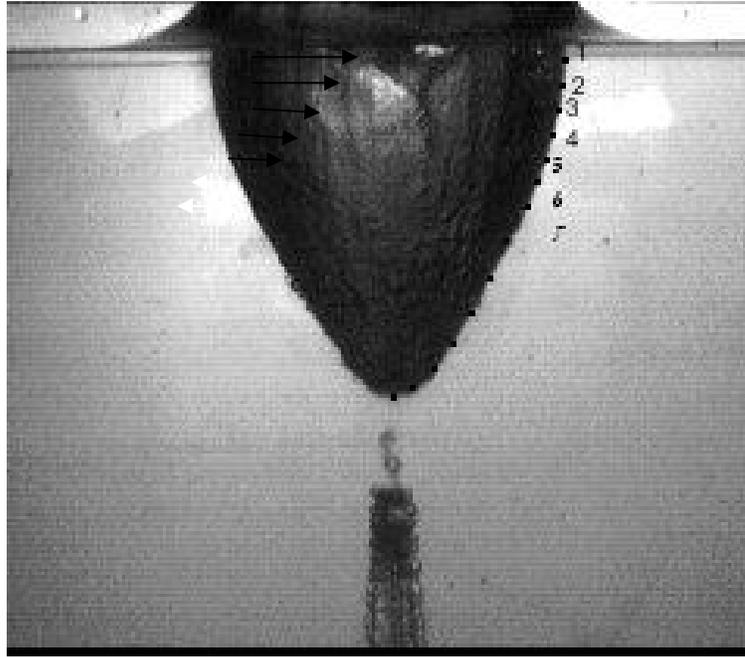


Figura 17. Comportamiento de las velocidades después de la separación de los principales cuerpos de aire

3.3.1 Formación del pinzamiento

En el caso del impacto de sólidos esféricos se forma un pinzamiento o impulso. La formación del pinzamiento es una respuesta del fluido provocado por el cierre de la cavidad. A partir de un estudio descriptivo podemos encontrar sus características fundamentales y semejanzas con otros fenómenos físicos.

3.3.1.1 Análisis de la geometría del pinzamiento

A partir de la observación se puede notar la semejanza entre la geometría en la caída de agua de una llave y la formación de un pinzamiento en el impacto de un sólido en una superficie libre.



Figura 18. Principio de formación del impulso después del impacto de la esfera y la caída del agua de un sifón.

En el caso de la caída del agua en una llave, el ancho máximo está en la parte superior y se va adelgazando hasta que se separan las gotas de agua como en la figura 18 (del lado derecho).

En el caso del pinzamiento es el caso inverso, el chorro es más grueso en la parte de abajo y se va adelgazando en la parte superior. Es decir que es un efecto similar pero con una forma de distribuir las velocidades en la parte superior e inferior.

Para explicar este fenómeno, se usará la ley de conservación de momento lineal, en la cual el producto de la masa y la velocidad se mantienen constantes. La manera en que se mide el ancho se puede visualizar en la figura 19.

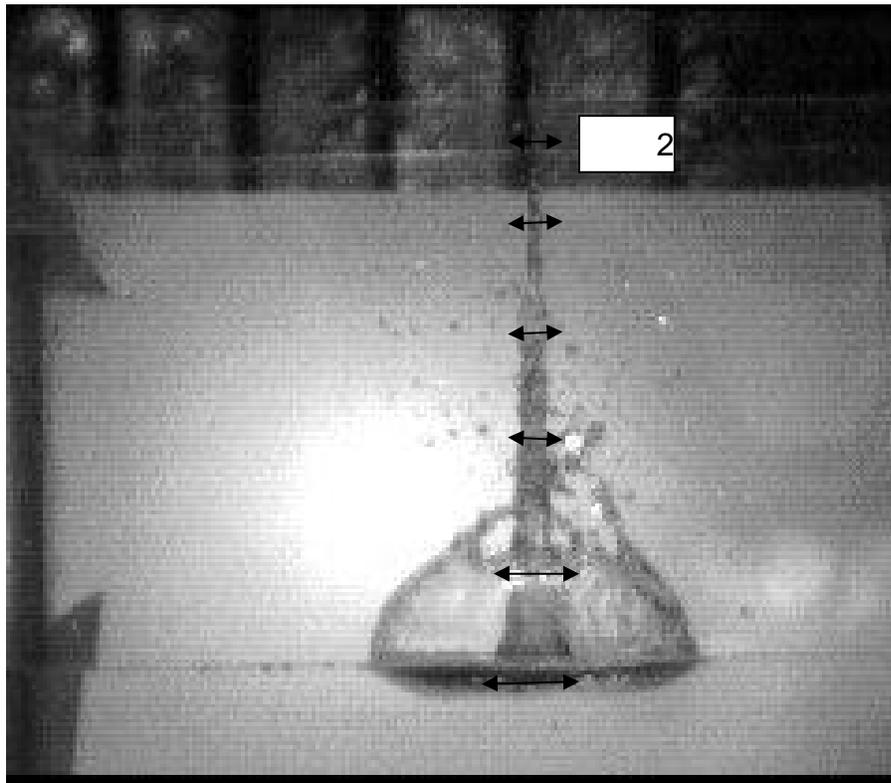


Figura 19 Cambio de ancho en “x” del pinzamiento con el cambio de altura “y”.
Usando coordenadas polares y dividiendo entre la densidad de ambos lados tenemos:

$$\int v_1 r_1 dr = \int v_2 r_2 dr$$

Integrando y despejando podemos relacionar los cambios de velocidad con los del radio

$$v_1 = v_2 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

Aunque el modelo es aproximado, podemos ver que si el radio aumenta el doble la velocidad se tiene que reducir 4 veces para que el flujo se mantenga constante. Es por ello que el chorro toma la forma similar a un paraboloide circular.

3.4 Análisis para esferas a diferentes velocidades

Se hizo un estudio sobre los diferentes comportamientos que se pueden tener en una cavidad de aire después del impacto de una esfera a diferentes velocidades. Se relaciona la velocidad de impacto con el ancho de la cavidad, el tiempo de abertura y tiempo de cierre.

La figura 20 presenta la velocidad con la que choca la esfera en el agua como función del tiempo de cierre y de abertura. Para la gráfica las variables se utilizaron números adimensionales considerando $\pi_1 = \frac{t}{t_c}$ donde $t_c = \frac{d}{v}$ y $\pi_2 = F_v$, donde $F_v = \frac{v}{\sqrt{gd}}$ donde g es la aceleración de la gravedad y d es el diámetro de la esfera.

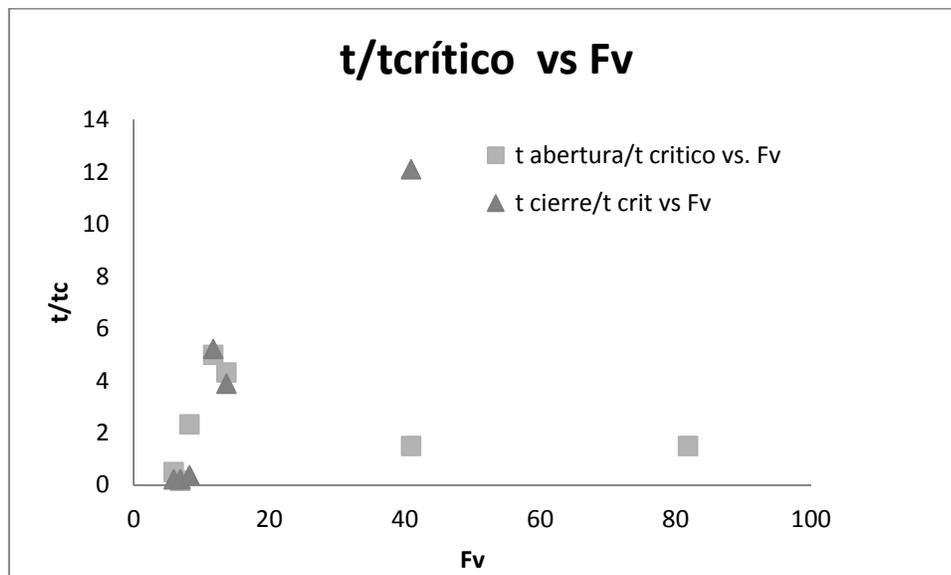


Figura 20. Comportamiento del tiempo de abertura y tiempo de cierre respecto a la velocidad

El tiempo (t abertura) es el tiempo que se necesita para llegar al ancho máximo de la superficie; y (t cierre) es el tiempo que tarda la cavidad en cerrarse después de lograr su ancho máximo.

Lo que podemos ver en las gráficas es que hay una velocidad crítica $v = (4 \text{ m/s})$ con un número ($\pi_2 = F_v = 13.63$). Existe un F_v para el cual el tiempo de abertura de la cavidad de aire comienza a disminuir y el tiempo de cierre empieza a aumentar. Esto significa que a velocidades mayores a la velocidad crítica se cambia de un cierre suave de la cavidad a un cierre violento y con mayor arrastre de aire.

En la figura 21 se muestra la relación entre la velocidad de impacto y el ancho máximo alcanzado por la cavidad. Para la figura 21 las variables se dimensionaron de la siguiente

manera $\pi_1 = \frac{h_{max}}{d}$ donde h_{max} es el ancho máximo y $\pi_2 = F_v$, donde $F_v = \frac{v}{\sqrt{gd}}$ g es la aceleración de gravedad y d es el diámetro de la esfera.

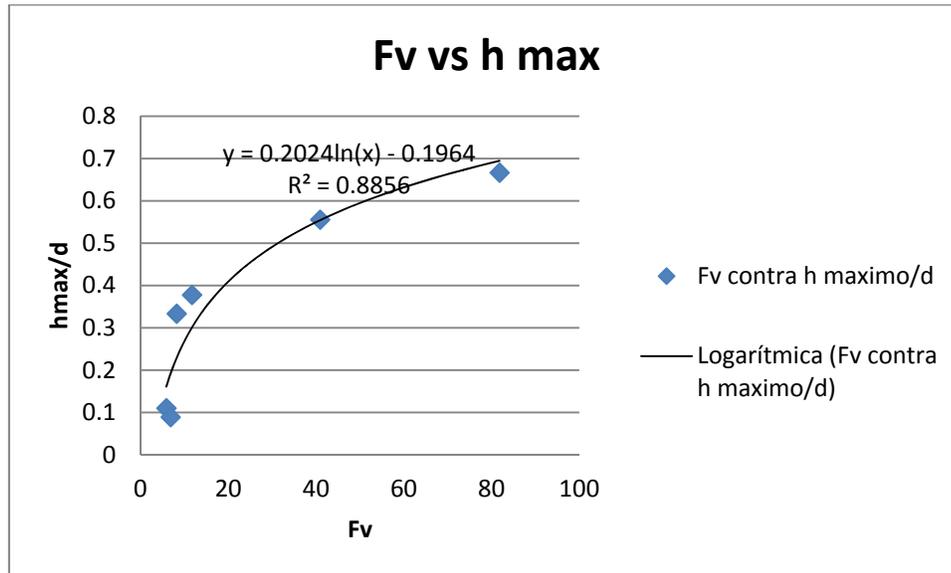


Figura 21. Variación del comportamiento del ancho de la cavidad con diferentes velocidades

Se puede observar un cambio de comportamiento cerca de $v = \frac{4m}{s}$ ($\pi_2 = F_v = 13.6$).

Esto indica que dicha velocidad es crítica, como se muestra en la figura 21. Con valores menores a la velocidad crítica los cambios del ancho máximo son grandes, cuando se sobrepasa, el ancho de la cavidad deja de crecer.

De la figura 22 podemos ver que la variable que aumenta después de la velocidad crítica es el tiempo de cierre. Sin embargo la velocidad y el ancho máximo disminuyen cuando se vence la velocidad crítica.

3.4.1 Detección de la velocidad crítica

Es importante haber detectado la velocidad crítica, ya que sobrepasando ésta se tiene un cambio de comportamiento en la forma en la que entra el objeto al agua. En la figura 22 podemos ver el un comportamiento de cierre suave, donde no se forma cavidad. En la tabla 5 se muestran las mediciones de las características principales de los impactos a diferentes velocidades. Podemos ver que después de la velocidad crítica (a los 4 m/s) cambia substancialmente el proceso de penetración del objeto.

velocidad (m/s)	ancho máximo de cavidad (mm)	Tiempo de abertura (ms)	tiempo de cierre (ms)	tiempo(ms)
1.71	3.30	2.50	1.67	11.67
2.00	2.67	0.83	1.67	10.00
2.40	10.00	11.67	2.83	8.33
3.43	11.33	25.00	39.17	5.83
4.00	18.67	21.60	29.17	5.00
12.00	16.67	7.50	90.83	1.67
24.00	20.00	7.50	88.33	0.83

Tabla 5. Variables principales en el estudio de impacto de esferas pequeñas a diferentes velocidades

En la figura 22 (lado izquierdo) se observan fotos del impacto de una esfera a una velocidad menor a la velocidad crítica sombreada de color gris en la tabla 5. El cierre de la cavidad de no arrastra una cantidad de aire suficiente para formar un colapso.

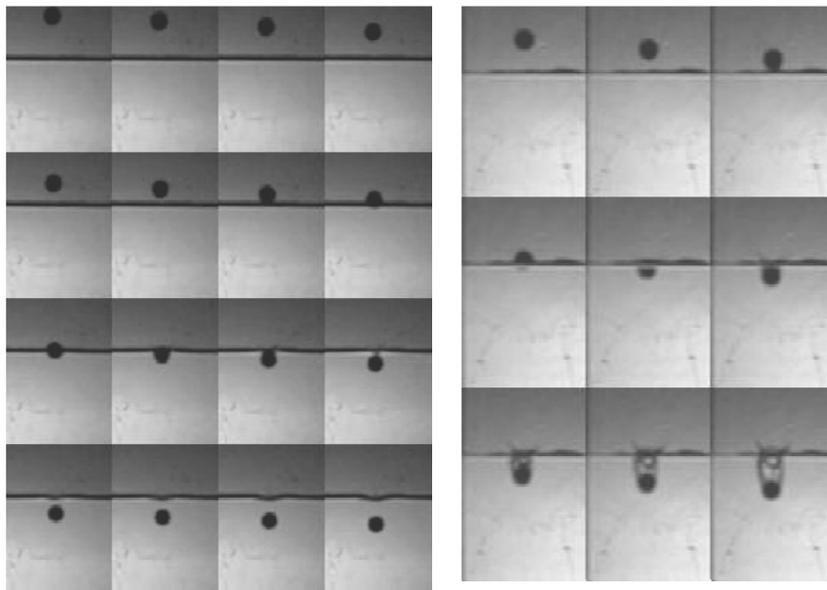


Figura 22. Secuencia fotográfica de la caída de un balón de plástico en agua para un cierre gentil

En la figura 22 (lado derecho) existe una formación de cavidad. Con una velocidad mayor a la velocidad crítica se forma una cavidad de aire. Esto se debe a que el sólido se rodea por una fase gaseosa. Se retrasa el cierre de la cavidad en la zona de la fase líquida en la parte superior de la esfera sólida, y esto crea una cavidad que produce un salpicado. Si cambia la forma de la cavidad, el salpicado también se modificará.

La gráfica 25 muestra 2 números adimensionales $\pi_1 = \frac{t}{t_c}$ donde $t_c = \frac{d}{v_c}$ y $\pi_2 = Ca$ donde $Ca = \frac{\mu u^*}{\gamma}$, es $F_v = \frac{v}{\sqrt{gd}}$ donde g es la aceleración de la gravedad y d es el diámetro del balón esférico.

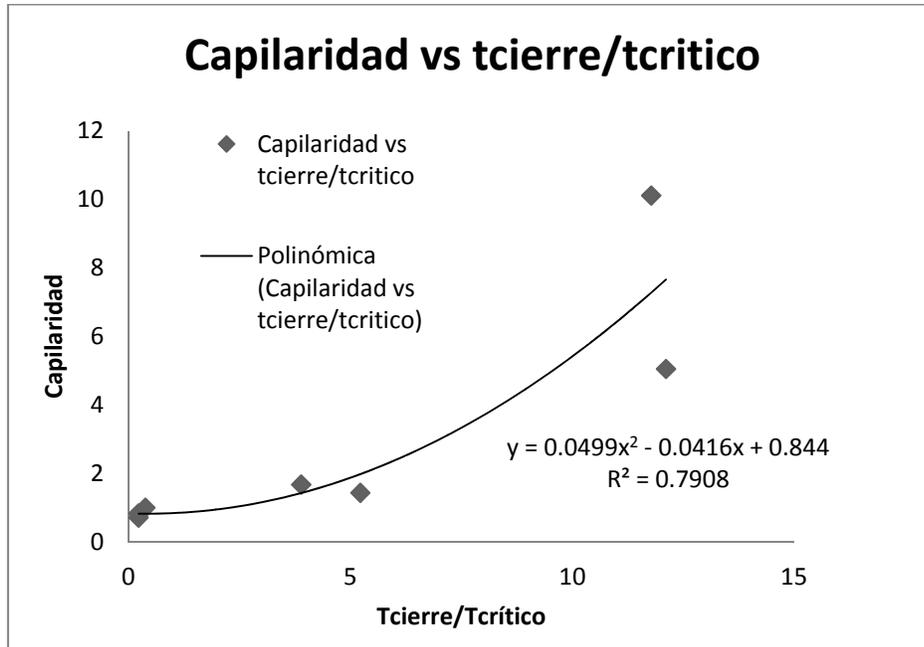


Figura 23. Gráfica de la capilaridad respecto al tiempo adimensional.

Es importante notar en la figura 23 que entre mayor es la capilaridad mayor es también el tiempo de cierre de la cavidad/t crítico. En la figura 24 se observa cómo se va modificando el ancho de la cavidad respecto al número de Reynolds, lo cual es lógico, entre mayor velocidad, mayor es el tiempo que tarda en cerrarse la cavidad después de llegar a su ancho máximo. Donde después de que se supera la velocidad crítica el cambio de ancho deja de modificarse en forma aparente.

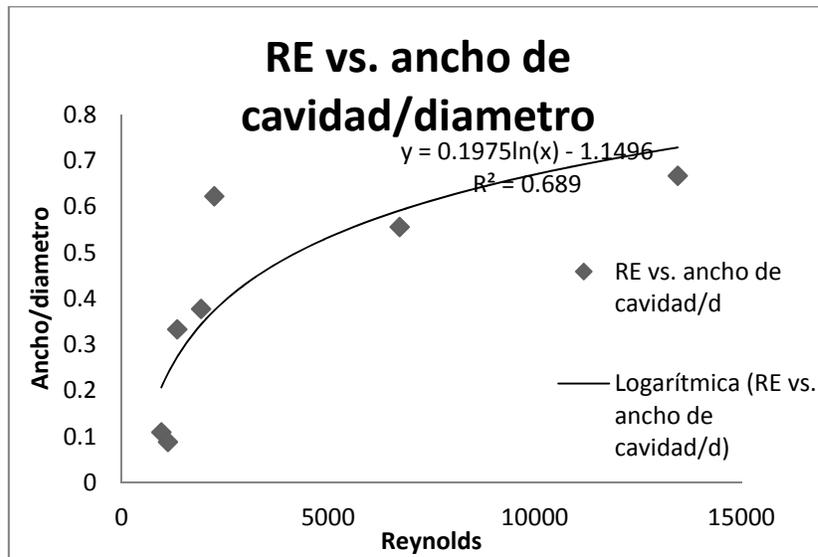


Figura 24. Gráfica de ancho/diámetro respecto al Número de Reynolds.

4 Análisis de modelos de clavadista a escala

Una vez obtenida la descripción del choque con la superficie, considerando una geometría simple (esferas), se realizaron grabaciones utilizando un modelo a escala de plastilina y cobre con la forma de un clavadista humano. En este experimento se modificaron las proporciones de plastilina y cobre para tener diferentes propiedades geométricas, de volumen y de masa. Para el primer caso se formó un modelo a escala con una densidad de 998 kg/m^3 y 10 cm de diámetro la cual cumple con los datos de la tabla 3.

V (m/s)	μ	μ_l [Pa s]	densidad [kg/m^3]	Re	C_a	We	Bo
9.30	4.41	0.001	998.00	1040000.00	.12	0.00	101

Tabla 6. Tabla de propiedades para el impacto del modelo a escala

4.1 Fase de contacto y principio de salpicado

En la fase de contacto se rompe la interfaz y se expulsa agua con lo cual se comienza a formar la cavidad, el agua se desplaza hacia ambos lados de forma horizontal, como se muestra en la figura 25.

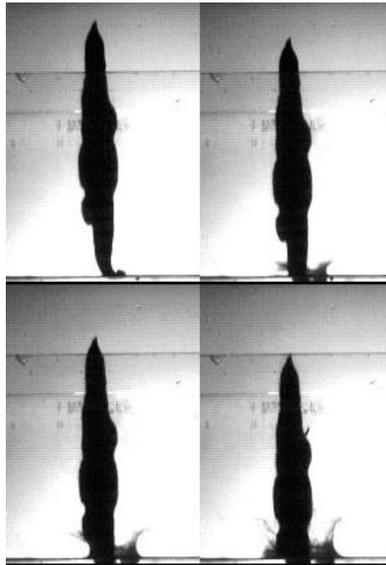


Figura 25. Primeras fases del choque de un clavadista a escala hecho de plastilina y cobre.

4.1.1 Formación de la cavidad

Conforme se hunde el modelo el agua se abre y se observa salpicado. También se

observa que el modelo arrastra aire hacia el fondo del tanque. A diferencia de la esfera, el modelo a escala forma una cavidad irregular.

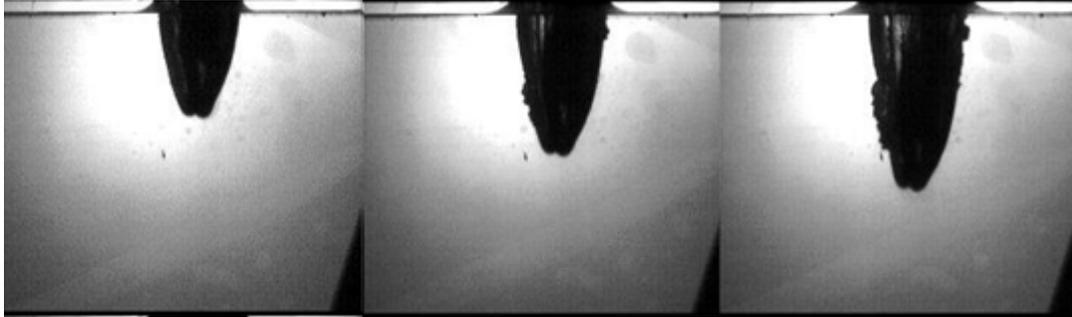


Figura 26. Formación de la cavidad para el modelo a escala.

En la figura 26 se muestra la formación de la cavidad. Es interesante notar las diferencias en la geometría de la cavidad respecto al caso de la esfera. La principal diferencia es que la cavidad no toma la misma forma en el modelo a escala que en la esfera. En este caso la cavidad tiene irregularidades y se forman algunas burbujas en la superficie de la cavidad, como se puede observar en la imagen del extremo derecho de la figura 26, esto puede deberse a la presencia de alguna inestabilidad en la interfaz agua-aire.

4.1.2 Cierre de la cavidad

En la figura 27 se muestra el cierre de la cavidad. En este caso se tiene una entrada ligeramente inclinada la cual tiene como consecuencia la formación de 2 burbujas. Se puede observar una diferencia de color muy claro y otra de color muy oscuro. La burbuja oscura se forma con la parte superior de del modelo y la burbuja clara se forma otra con la parte inferior de este. Esto se debe a que una burbuja esta sobrepuesta de la otra. Para impactos de modelos a escala se puede visualizar la irregularidad en la geometría de la burbuja de aire.

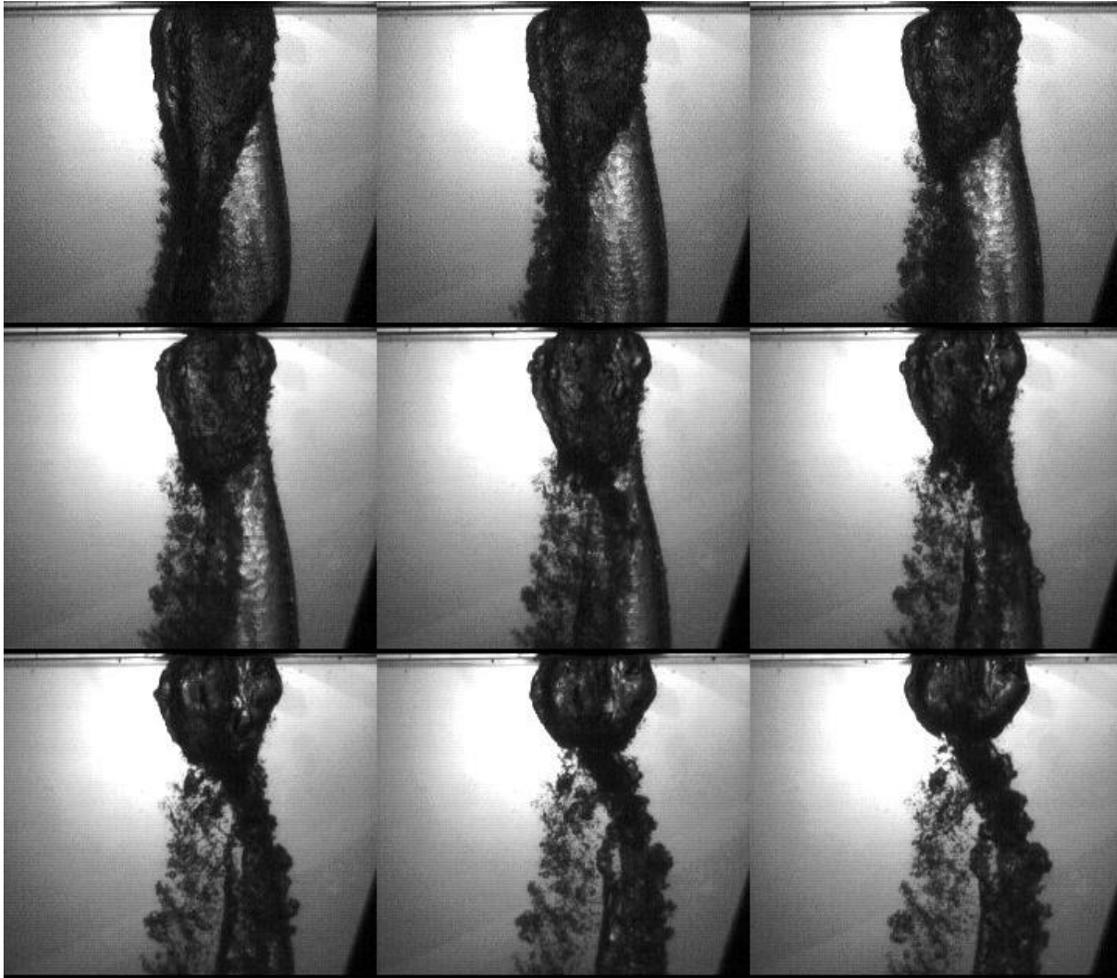


Figura 27 Cierre de la cavidad para el clavadista hecho a escala.

4.1.3 Formación del pinzamiento

En este caso la formación del pinzamiento es mucho más caótica que en la esfera, el agua es expulsada en diferentes direcciones. En este caso es visible la formación de 2 burbujas. La primera baja con el modelo a escala, la segunda sube y causa la formación del pinzamiento que se observa en la figura 28.



Figura 28. Pln zamiento después de que cae el modelo a escala al agua.

4.2 Cálculos para modelo a escala

4.2.1 Análisis y Comparación con el modelo real

Las ventajas de visualizar modelos a escala es que fue posible repetir una mayor cantidad veces los experimentos para tener una óptima visualización del fenómeno. El objetivo de estos experimentos es encontrar la mejor manera de hacer una visualización completa con características lo más cercanas posible al modelo real, con el análisis dimensional necesario para tener una equivalencia entre modelos real y modelo a escala. Como no fue posible hacer coincidir los 5 números adimensionales, se plantearon 3 experimentos con 3 números adimensionales que fueran iguales al clavado del modelo real. La velocidad, tiempo y posición inicial del lanzamiento que se midieron para el modelo real y se muestran en la tabla 7.

v(m/s)	t(s)	s(m)	d [m]	l [kg/m ³]	Densidad	Re	Ca	We	Bo
4.43	0.45	1	0.27	998	1100	1341077.27	0.01	73427.85	1013.12

Tabla 7 Datos para modelo real con impactos desde un metro de altura

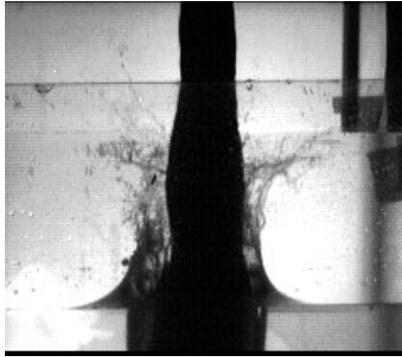


Figura 29. Fotografía del impacto del modelo para el primer caso.

4.2.1.1 Primer Caso

Para el primer modelo (figura 29) se hace semejanza con el número de Bond, Weber y relación ancho largo, con lo cuales se necesitarían las siguientes velocidades, tiempos y alturas.

V (Re)	Mu (Pa s)	l d [m]	densidad l [kg/m ³]	densidad sólido	gamma	Re	a C	We	Bo
11.96	.29	0.1	998	2200	0.07	1341077.27	0.15	198255.2	2223.6

Tabla 8 Números adimensionales para el caso del clavadista de 10cm de ancho

Tenemos para este caso una relación de densidades de 2.2. Número de Bond tiene un valor similar para el modelo y el prototipo, ver tabla 5. Diseñamos un modelo a escala en forma de clavadista con 10 cm de ancho de la distancia entre la distancia que existe entre los hombros del modelo a escala, 40 cm de alto y hecho de plastilina y cobre con densidad de 2200 kg/m³ (ver figura 30). Para hacer coincidir los números adimensionales la velocidad debe tener un valor de 11.9 m/s, lo cual se logra dejando caer al modelo de una altura de 7.29 metros. Para este primer caso se satisfacen:

$$\pi_1 = \frac{H_{c1}}{D_1} = \frac{H_{c2}}{D_2} \dots \text{Relación de ancho y largo}$$

$$\pi_3 = \frac{U_{imp1} D_1 \rho_1}{\mu} = \frac{U_{imp2} D_2 \rho_2}{\mu} \dots \text{número de Reynolds}$$

$$\pi_2 = \frac{\rho_{liq1} g D_1^2}{\gamma} \cong \frac{\Delta \rho_{liq2} g D_2^2}{\gamma} \dots \text{número de Bond}$$

Los números π_2 y π_4 no se pudieron igualar o asemejar.

4.2.1.2 Segundo caso

Para este caso se utilizó un modelo de 10 cm de longitud entre los extremos que simulan los hombros. Se tiene para este caso una relación de densidades de 1.31 también pero en este caso se tomará en cuenta Bond y Reynolds. En este caso el impacto se puede visualizar en la figura 30 y los números adimensionales se pueden ver en la tabla 9.

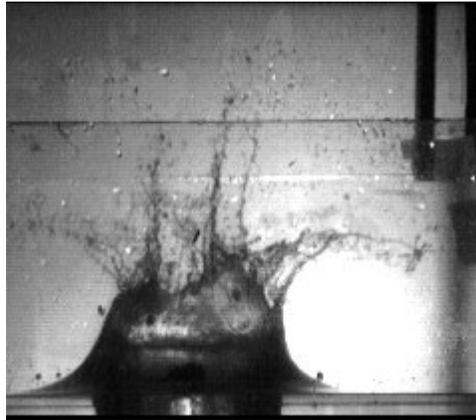


Figura 30. Fotografía del impacto del modelo escala para el segundo caso

$(Re)^V$	$(Re)^s$	d [m]	den sol	gamma	Re	Ca	We	Bo
9.3	4.41	0.1	1450	0.07	1043060.1	0.11	119932.16	1013.13

Tabla 9. Tabla de números asociados a diferentes velocidades finales para el modelo a escala con un mismo número de Bond

Diseñamos un modelo a escala en forma de clavadista con 10 cm de diámetro con densidad de 1450 kg/m^3 . Se necesita una velocidad de 9.3 m/s aplicada hacia abajo con una altura inicial de 2m.

Para este tercer caso se satisfacen las relaciones:

$$\pi_1 = \frac{H_{c1}}{D_1} = \frac{H_{c2}}{D_2} \dots \text{Relación de ancho y largo}$$

Con lo cual si el clavadista mide 1.58 m y tiene un ancho de hombros de 0.3 m en el caso del

$$\pi_2 = \frac{\rho_{sol1}}{\rho_{liq1}} \cong \frac{\rho_{sol2}}{\rho_{liq2}} \dots \text{Relación de densidades}$$

$$\pi_3 = \frac{U_{imp1} D_1 \rho_1}{\mu} \cong \frac{U_{imp2} D_2 \rho_2}{\mu} \dots \text{Número de Reynolds}$$

$$\pi_5 = \frac{\Delta \rho_{liq1} g D_1^2}{\gamma} = \frac{\Delta \rho_{liq2} g D_2^2}{\gamma} \dots \text{número de Bond}$$

En este caso el número de Reynolds es similar. Y no se cumple con el número de Weber.

4.2.1.3 Tercer Caso

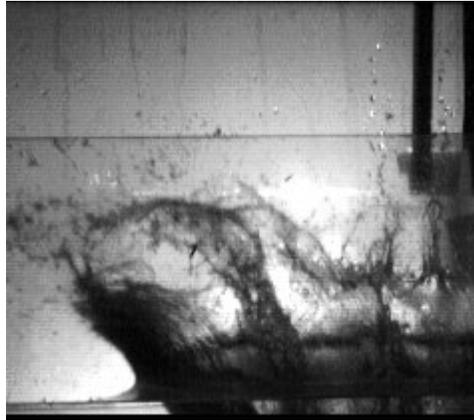


Figura 31. Formación de la cavidad para un modelo para el tercer caso

En este caso no se cumple con Reynolds pero se cumple con la relación de densidades y el número de Bond, en el cual toma en cuenta la fuerza capilar debido a la flotación (ver figura 31).

V (Re)	s (Re)	d	sol	gamma	Re	Ca	We	Bo
14.95	11.39	0.08	2160	0.07	1341077.27	0.18	247819	1013.13

Tabla 10 Tercer caso para clavadora a escala

Cumple nada más con:

$$\pi_1 = \frac{H_{c1}}{D_1} = \frac{H_{c2}}{D_2} \dots \dots \text{relación de altura - ancho}$$

$$\pi_3 = \frac{U_{imp1} D_1 \rho_1}{\mu} = \frac{U_{imp2} D_2 \rho_2}{\mu} \dots \dots \dots \text{Número de Reynolds}$$

$$\pi_5 = \frac{\Delta \rho_{liq1} g D_1^2}{\gamma} = \frac{\Delta \rho_{liq2} g D_2^2}{\gamma} \dots \dots \dots \text{número de Bond}$$

4.2.2 Resultados de los modelos a escala

Se obtuvieron clavados con las 5 etapas marcadas desde el impacto hasta el pinzamiento. Con el estudio para 3 casos principales se descubrió que la mejor manera para asemejar el modelo con el clavado es igualando la relación de ancho / alto y el número de Bond, además de asemejar la relación de densidades y número de Reynolds como sucede en el caso 2. Esto significa que la geometría, las propiedades de flotación y las propiedades inerciales son determinantes en un fenómeno de impactos en superficies libres, en donde a una altura constante de caída la densidad es la variable fundamental.

5 Análisis de clavadista

5.1 Técnicas de entrada al agua

Uno de los objetivos de esta investigación es aplicar de los conocimientos obtenidos del estudio con esferas y modelos para mejorar la técnica deportiva. Para entender la importancia que tienen los segmentos principales del cuerpo para el impacto de un cuerpo humano en una superficie se hará una descripción de las 3 técnicas distintas para un clavadista varón de 18 años del equipo representativo de la UNAM. Cada una de estas descripciones facilitará la comprensión de la importancia del impacto de cada uno de los segmentos corporales con el agua.

5.2 Clavado sin movimiento de brazos

En este caso los únicos movimientos de los brazos son involuntarios. El atleta procura comportarse como un cuerpo rígido, como sucede en el modelo a escala. La importancia de este estudio radica que podemos encontrar que el atleta tiene movimientos de sus segmentos cuando choca con la superficie de agua. El clavadista debe vencer la tensión superficial y otras fuerzas que se oponen al movimiento. A partir de este estudio no solo podremos relacionar los resultados del modelo a escala con el modelo real, sino que también se podrá entender la visualización del clavado de las siguientes 2 técnicas a partir del estudio del clavado sin movimiento de brazos ya que es el que involucra menor número de gestos motores.

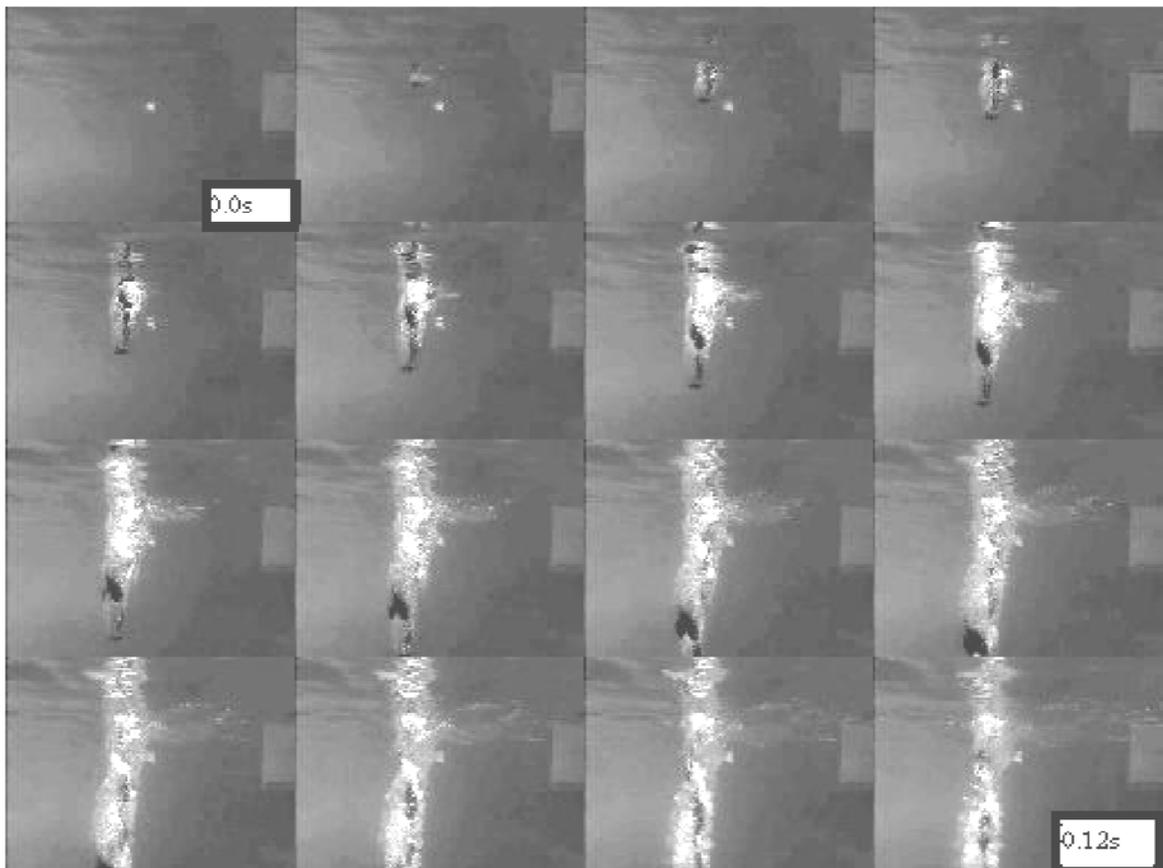


Figura 32 Entrada de clavadista al agua sin movimiento de brazos

La técnica sin movimiento de brazos propone no tener movimientos voluntarios de los brazos ni del pecho. Dicho movimiento provoca que se abra la cavidad para las manos y se vaya abriendo con las diferentes partes del cuerpo como se muestra en la figura 32. En este caso la velocidad de los segmentos brazo, pierna comparado con el modelo a escala son mínimos. En la fase de formación de la cavidad de aire ocurre un proceso similar para un cuerpo humano que para una esfera, ya que el aire pegado a la piel es la que se arrastra hacia el fondo, el cual produce inestabilidad en el agua. Esta técnica no se utiliza más que para la enseñanza de los clavados; sin embargo, se ve muy claro que el comportamiento es similar al de la esfera hasta del tiempo $t=0$ al $t=.06$ s de la figura 32, desde el momento en que las manos tienen contacto con el agua hasta el momento en que el pecho sobrepasa la superficie del agua. Cuando van entrando los segmentos más gruesos (pecho y cadera) se abre la cavidad notablemente. La última parte en entrar al agua son los pies, los cuales rompen la cavidad y hacen que se forme el pinzamiento antes del cierre de la cavidad. Aquí radica la importancia de un giro mínimo del cuerpo humano para el impacto en el agua.

5.3 Con movimiento de brazos lateral

En este caso se hace un movimiento lateral, en el cual los brazos se cierran uniéndose a los costados. De esta forma se logra dispersar la cavidad de aire que se va formando por el pecho, brazo, cadera, del tiempo $t=0$ s hasta el tiempo $t=0.019$ s de la figura 33. De esta manera las burbujas que se forman alrededor del pecho, que podemos visualizar en el tiempo $t=0.6$ s de la figura 32 (sin movimiento de brazos), se dispersan en el segundo $t=0.031$ s de la figura 33. La dispersión es resultado del movimiento de los brazos.

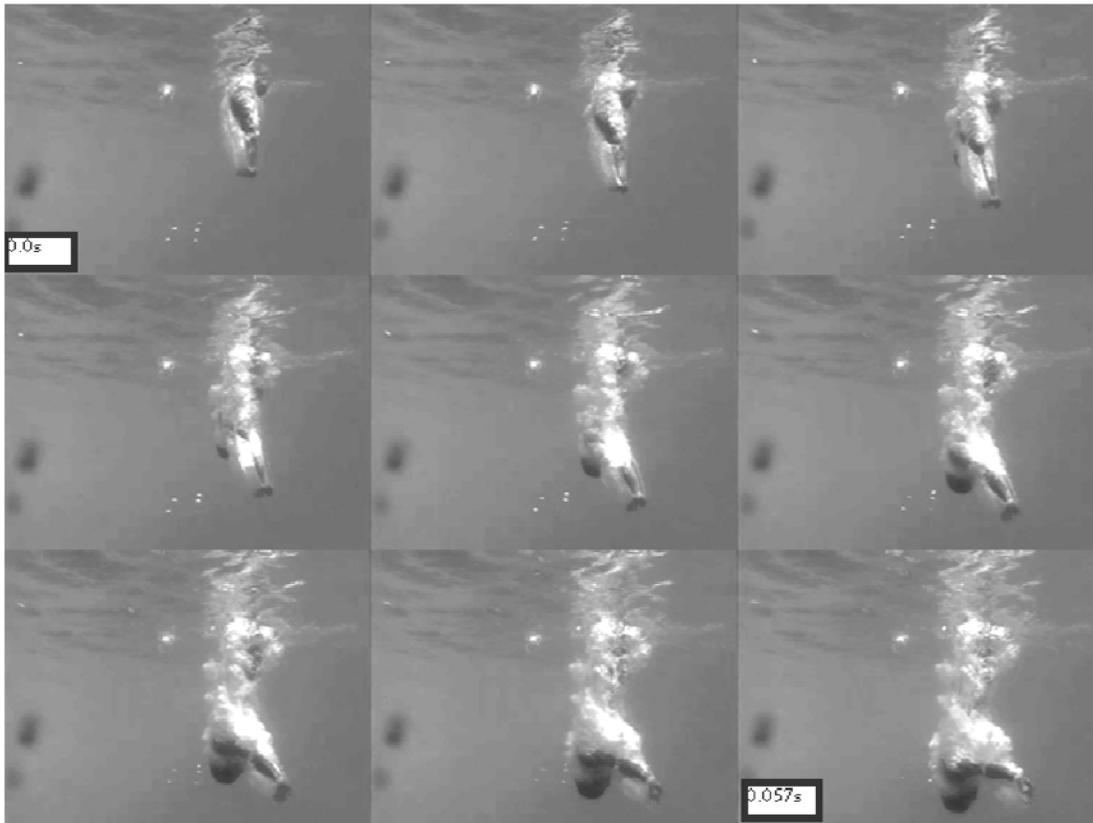


Figura 33 Movimiento de brazos después del contacto con el agua

En la figura 33 se observa cómo se arrastran las burbujas hacia el pecho, después del impacto.

En la segunda parte del clavado se unen las manos al dorso por lo cual se logra arrastrar el aire hacia el fondo del agua reduciendo la cantidad de aire que regresa a la superficie del agua en los instantes inmediatos posteriores a la entrada completa del clavadista a la superficie del agua.

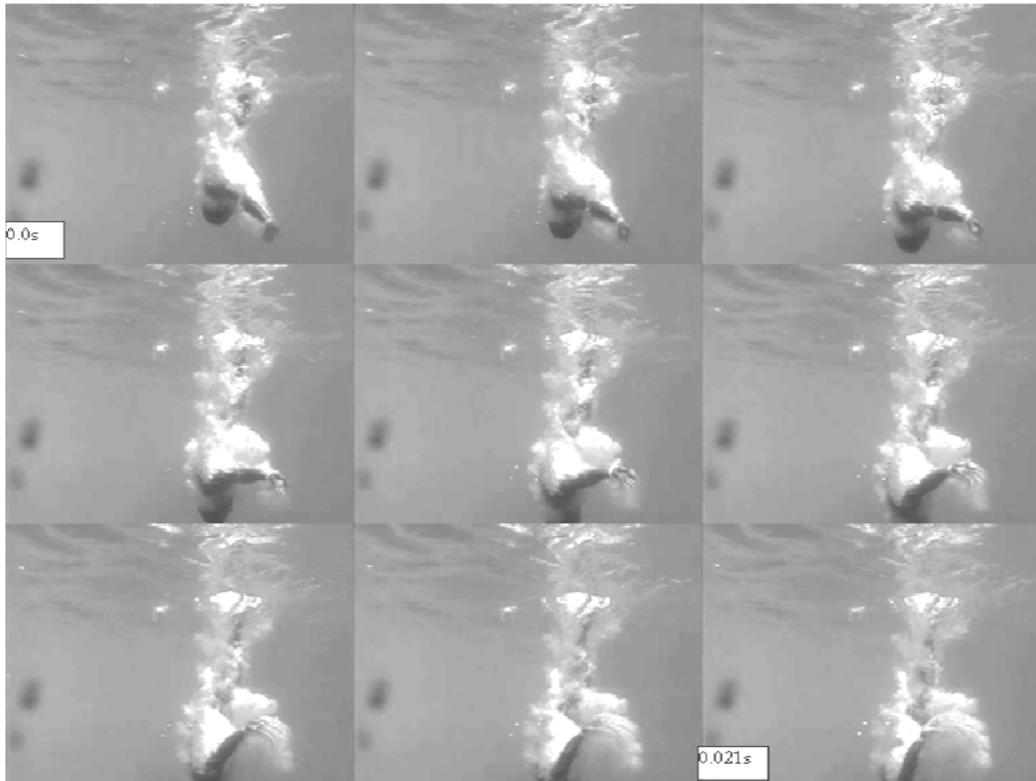


Figura 34 Técnica con movimiento lateral de brazos

En la figura 34 se puede ver que cuando los brazos se están uniendo hacia el cuerpo se dispersan las burbujas. Cuando un clavadista se impacta con el agua los pies son los últimos en entrar al agua y son los que originan el pinzamiento antes de que se rompa la cavidad. Entre mayor sea la velocidad angular en los pies y la desviación respecto a la vertical mayor será la cantidad de agua expulsada.

5.4 Con movimiento frontal de brazos

En este caso también se “jala” el agua y aire hacia el cuerpo. En este caso el arrastre es más grande. Para esta técnica el impacto con los hombros hace más grande e inestable la cavidad. Como se puede observar en la figura 35, se puede observar que el objetivo del movimiento de brazos deber ir enfocado a reducir el área que se impacta en el agua cuando se logra abrir la cavidad y así lograr arrastrar la mayor cantidad de agua y aire en cuando logran entrar los segmentos más gruesos (hombro y tórax).

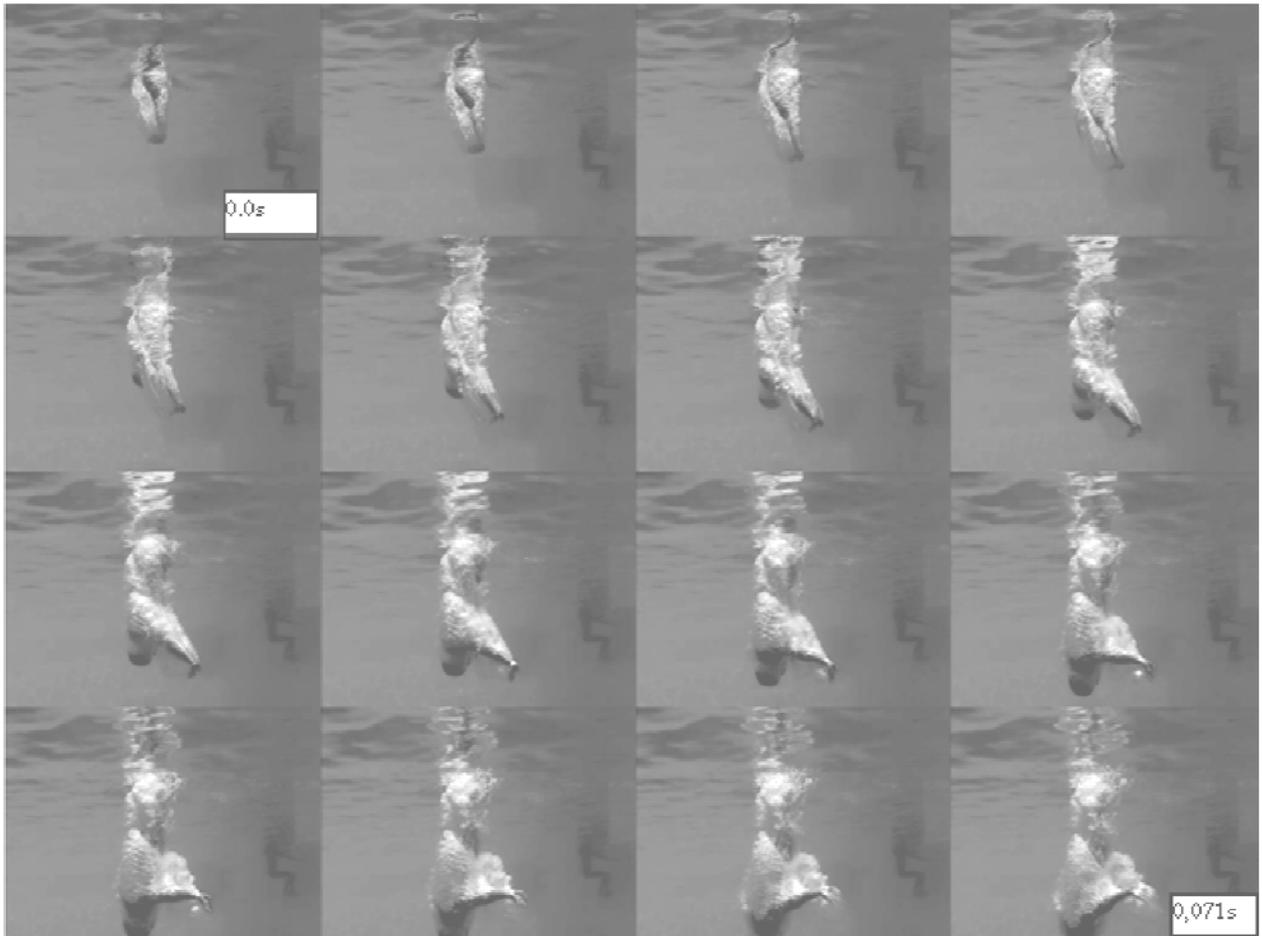


Figura 35. Movimiento frontal de brazos para la formación de la cavidad para un clavadista

6 Conclusiones

6.1 Estudio de la esfera

Después de analizar videos y fotos de impacto de esferas se encontró que existe una velocidad crítica por encima de la cual se forma una cavidad y un pinzamiento. El análisis descriptivo de cada fase nos aportó información relevante sobre la esfera, el líquido y el aire. La forma en que interactúan estos elementos en un impacto se analizó al impactar esferas a diferentes velocidades. Sin embargo al hacer el estudio desde velocidades muy bajas hasta velocidades altas se encontró que hay tres comportamientos principales.

- Cierre gentil de la cavidad
- Cierre con formación de cavidad de aire

Se encontró que superando la velocidad crítica para esferas se tiene un cierre con formación de la cavidad de aire. Es entonces donde se estudió la formación de la cavidad y su comportamiento de las velocidades del balón. Se hizo un análisis descriptivo de la formación de la cavidad para comprender lo que sucede en cada una de las fases. También se encontró el comportamiento de la velocidad del balón en dirección vertical (descendente) y la velocidad horizontal en diferentes puntos de la cavidad. Esta fase de la investigación es fundamental ya que revela todas las fases del impacto de los cuerpos y define la importancia de la velocidad crítica en esferas y sus consecuencias en la formación de la cavidad.

6.2 Conclusiones para los modelos a escala

Gracias al estudio con esferas se pudo estudiar un cuerpo con otra geometría. Esta geometría fue hecha a semejanza del cuerpo humano con el fin de visualizar las mismas fases que para la esfera con un cierre violento de la cavidad de aire. Después de hacer el análisis de semejanza con modelos se encontró un caso que fue bastante similar al clavado analizado. Este análisis ayudó para ver las fases arriba de la superficie y abajo del agua, para una geometría irregular. La fase de impacto y la de formación de cavidad fueron similares a la esfera, pero las siguientes fases fueron distintas debido a que la cavidad toma la forma del modelo a escala en la fase donde se forma la cavidad. Este fenómeno característico del agua provoca formación de pequeñas burbujas. En la etapa donde se

separan las burbujas, la más grande regresa a la superficie creando una inestabilidad mucho mayor que para la esfera. Esto nos ayudó a entender la importancia de la densidad, la geometría del modelo y la velocidad a la que se impacta un cuerpo en una superficie libre. Aplicando esta investigación al cuerpo humano la densidad no cambia lo suficientemente de una persona para otra pero el ancho de hombros y altura es fundamental para salpicar menos agua. En el caso del deporte de los clavados la altura no cambia, de esta manera lo que debe buscar un clavadista es disminuir su velocidad de rotación antes del impacto.

6.3 Conclusión para clavadistas

El siguiente paso de la investigación fue comprender el efecto que tiene el cuerpo humano después del impacto con el agua. Las fases para la esfera, el modelo a escala y el cuerpo humano son los mismos. Después de los resultados obtenidos hasta ahora es aplicar el conocimiento para las personas que se dedican al deporte de los clavados. Sin embargo el cuerpo humano no es rígido. Sin embargo al atleta se le argumentó que tensara sus músculos estabilizadores de la parte superior lo más rígido posible ya que es la mejor forma de comparar el modelo a escala con el real. Se encontraron 3 partes del cuerpo que hacen más inestable la formación de la cavidad de aire después del contacto de las manos:

- Hombros
- Pecho
- Pies

Se encontró la mejor técnica para disminuir la cantidad de agua expulsada reduciendo el impacto producido por los segmentos antes mencionados. La técnica que se encontró se basa en un movimiento de brazos lateral en el cual se dispersan las burbujas hacia los lados. El objetivo de esta técnica es reducir el impacto en los hombros y disminuir la cantidad de agua que regresa a la superficie después de que se separa la cavidad de aire en dos burbujas.

6.3.1 Postura del clavadista

Las observaciones muestran que para esferas y clavadistas a escala afecta el área impactada en la superficie. En el clavadista los segmentos móviles (cabeza, brazos, piernas) se deben trabajar para causar el menor movimiento posible durante el impacto.

Estas posturas dependen de la movilidad y flexibilidad articular, así como la

capacidad de mantenerse en línea los segmentos durante el impacto. Esto requiere una fuerza muscular que pueda mantener a todas las partes del cuerpo rígidas durante la caída libre y para la entrada al agua.

Basándose en los experimentos con esferas y modelos a escala podemos inferir que las fuerzas de tensión superficial se vencen con mayor facilidad a velocidades mayores y áreas mínimas de contacto; sin embargo después de estudiar cuerpos móviles se encontró que el clavadista debe tener una rotación mínima para reducir el salpicado y caer en una posición lo más vertical posible.

6.3.2 Técnica recomendada

La técnica correcta empieza con un empuje de los hombros hacia arriba así como un cierre de pecho que reduce el área de contacto con el agua.

En el caso de los brazos estos deben ir atrás de la oreja ya que con esta postura se puede tener menos desviaciones del segmento brazo, tronco, cabeza, pierna. En línea recta es la mejor manera de permanecer rígido durante el impacto

Se propone que se alcance una mayor extensión del cuerpo para de esta manera lograr el menor ancho de hombros posible y con este movimiento se reduce el salpicado. Cuando se empieza a mover los brazos se debe tener una postura sobre la cabeza que esté en línea con la espalda, pues son las protuberancias las que producen una abertura de la cavidad como se observa en la figura 36.



Figura 36. Postura antes de impactarse con el agua

7 Tabla de Figuras

FIGURA 1. IMAGEN DE LA ENTRADA AL AGUA EN UN CLAVADO TÍPICO (TOMA BAJO LA SUPERFICIE).....	21
FIGURA 2. IMAGEN TOMADA DESPUÉS DEL COLAPSO DE LA CAVIDAD. SE OBSERVA EL SALPICADO EN LA SUPERFICIE Y UNA BURBUJA REMANENTE	21
FIGURA 3 .IMÁGENES TOMADAS A PARTIR DE LA ENTRADA DE UN CLAVADISTA AL AGUA.	24
FIGURA 4. ENTRADA DE UN CLAVADISTA VISTA POR MEDIO DE UNA PARED DE CRISTAL PARA VISUALIZAR LOS EFECTOS DE LOS IMPACTOS DE UN CUERPO HUMANO CON EL AGUA. FOTOS TOMADAS DESPUÉS DE LA CAÍDA DE LA FIGURA 3.	25
FIGURA 5. CONTACTO DE LA ESFERA CON EL AGUA DESDE EL TIEMPO 0 AL TIEMPO AL 0.005 s. LA ESFERA SE IMPACTA CON UNA VELOCIDAD DE 3.5 M/s.....	26
FIGURA 6 FORMACIÓN DE LA CAVIDAD POR EL IMPACTO DE UNA ESFERA DE ALUMINIO A 3.5 m/s PARA TIEMPOS DE 0.008 s A 0.010 s.	27
FIGURA 7 ALARGAMIENTO DE LA CAVIDAD CON EL DESPLAZAMIENTO DE LA ESFERA EN EL LÍQUIDO.	28
FIGURA 8. DIVISIÓN DE LA CAVIDAD EN UNA CAVIDAD GRANDE Y UNA BURBUJA DE MENOR TAMAÑO DEL SEGUNDO 0.099 AL SEGUNDO 0.102.	29
FIGURA 9. DIVISIÓN COMPLETA DE LA BURBUJA DE LA CAVIDAD Y COMIENZO DEL CIERRE DE LA CAVIDAD DEL SEGUNDO 0.052 AL SEGUNDO 0.125.	30
FIGURA 10. SECUENCIA FOTOGRÁFICA DE COMPORTAMIENTO DEL IMPULSO ARRIBA DE LA SUPERFICIE DE AGUA	31
FIGURA 11. EJES TOMADOS PARA EL ANÁLISIS DE LA ESFERA	32
FIGURA 12. COMPORTAMIENTO DE LA POSICIÓN DE LA ESFERA RESPECTO AL TIEMPO	33
FIGURA 13 COMPORTAMIENTO LA VELOCIDAD V_c DE LA ESFERA RESPECTO AL TIEMPO.....	34
FIGURA 14 .CORTE EN EL PLANO XY PARA LA REPRESENTACIÓN PLACAS DE AGUA DURANTE LA FORMACIÓN DE LA CAVIDAD.....	35
FIGURA 15. COMPORTAMIENTO DEL ANCHO RESPECTO A LA ALTURA EN 5 TIEMPOS DISTINTOS	36
FIGURA 16. COMPORTAMIENTO DE LA VELOCIDAD DE LA ABERTURA DE LA CAVIDAD RESPECTO DE $T=0.004s$ A $T=0.01 s$	37
FIGURA 17.COMPORTAMIENTO DE LAS VELOCIDADES DESPUÉS DE LA SEPARACIÓN DE LOS PRINCIPALES CUERPOS DE AIRE	38
FIGURA 18.PRINCIPIO DE FORMACIÓN DEL IMPULSO DESPUÉS DEL IMPACTO DE LA ESFERA Y LA CAÍDA DEL AGUA DE UN SIFÓN.....	38
FIGURA 19 CAMBIO DE ANCHO EN “x” DEL PINZAMIENTO CON EL CAMBIO DE ALTURA “y”	39
FIGURA 20. COMPORTAMIENTO DEL TIEMPO DE ABERTURA Y TIEMPO DE CIERRE RESPECTO A LA VELOCIDAD.....	40
FIGURA 21. VARIACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL ANCHO DE LA CAVIDAD CON DIFERENTES VELOCIDADES.....	41
FIGURA 22.SECUENCIA FOTOGRÁFICA DE LA CAÍDA DE UN BALÍN DE PLÁSTICO EN AGUA PARA UN CIERRE GENTIL.....	42
FIGURA 23. GRÁFICA DE LA CAPILARIDAD RESPECTO AL TIEMPO ADIMENSIONAL.	43
FIGURA 24.GRÁFICA DE ANCHO/DIÁMETRO RESPECTO AL NÚMERO DE REYNOLDS.....	44
FIGURA 25.PRIMERAS FASES DEL CHOQUE DE UN CLAVADISTA A ESCALA HECHO DE PLASTILINA Y COBRE.	45
FIGURA 26. FORMACIÓN DE LA CAVIDAD PARA EL MODELO A ESCALA.	46
FIGURA 27 CIERRE DE LA CAVIDAD PARA EL CLAVADISTA HECHO A ESCALA.	47
FIGURA 28. PINZAMIENTO DESPUÉS DE QUE CAE EL MODELO A ESCALA AL AGUA.	48
FIGURA 29. FOTOGRAFÍA DEL IMPACTO DEL MODELO PARA EL PRIMER CASO.	49
FIGURA 30.FOTOGRAFIA DEL IMPACTO DEL MODELO ESCALA PARA EL SEGUNDO CASO	50
FIGURA 31. FORMACIÓN DE LA CAVIDAD PARA UN MODELO PARA EL TERCER CASO	51

FIGURA 32 ENTRADA DE CLAVADISTA AL AGUA SIN MOVIMIENTO DE BRAZOS.....	53
FIGURA 33 MOVIMIENTO DE BRAZOS DESPUÉS DEL CONTACTO CON EL AGUA.....	54
FIGURA 34 TÉCNICA CON MOVIMIENTO LATERAL DE BRAZOS	55
FIGURA 35.MOVIMIENTO FRONTAL DE BRAZOS PARA LA FORMACIÓN DE LA CAVIDAD.....	56
FIGURA 36. POSTURA ANTES DE IMPACTARSE CON EL AGUA	59

8 Contenido de Tablas

TABLA 1 VARIABLES UTILIZADAS EN EL ESTUDIO DE FORMACIÓN DE UNA CAVIDAD.....	12
TABLA 2. VARIABLES CON DIMENSIÓN INDEPENDIENTE	12
TABLA 3.IGUALDAD ENTRE VARIABLES Y VARIABLES DIMENSIONALES INDEPENDIENTES	13
TABLA 4 NÚMEROS ADIMENSIONALES POR CADA ALTURA DEL DEPORTE DE LOS CLAVADOS	23
TABLA 5. VARIABLES PRINCIPALES EN EL ESTUDIO DE IMPACTO DE ESFERAS PEQUEÑAS A DIFERENTES VELOCIDADES	42
TABLA 6. TABLA DE PROPIEDADES PARA EL IMPACTO DEL MODELO A ESCALA.....	45
TABLA 7 DATOS PARA MODELO REAL CON IMPACTOS DESDE UN METRO DE ALTURA	48
TABLA 8 NÚMEROS ADIMENSIONALES PARA EL CASO DEL CLAVADISTA DE 10CM DE ANCHO	49
TABLA 9. TABLA DE NÚMEROS ASOCIADOS A DIFERENTES VELOCIDADES FINALES PARA EL MODELO A ESCALA CON UN MISMO NÚMERO DE BOND ...	50
TABLA 10 TERCER CASO PARA CLAVADISTA A ESCALA.....	51

9 Referencias

Duez, C., & Ybert, C. (2007). Making a splash with water repellency. *nphys45* , 180-183.

Glasheen, J. W., & T. A. McMahon. (1996). Vertical water entry of disks at low Froude numbers. *Phys. Fluids 8* , 2078 .

Greenhow, M. (1988). Water Entry and exit of a horizontal circular cylinder. *Ocean* , 10,191.

Karman, T. V. (1929). The impact on seaplane floats during landing . *NACA, Technical Report* , 321.

Lin. (1988). A fixed-grid model for simulation of a moving body in free surface flows . *Compute Fluids* , 10,191.

Richardson, E. G. (1955). The sounds of impact of a solid on a liquid surface. *Physics Society London* , 68,541.

Torben, G., Andrew, B., & Joseph, B. K. (2007). Cavity Ripples Observed during the Impact of Solid Objects into Liquids. *PHYSICAL REVIEW LETTERS* , 114502.

Villanueva, W., Gronhagen, K., & Amberg, G. (n.d.). Multicomponent and multiphase simulations of liquid phase sintering. *Physics Reviews* .

Worthington, A. M. (1908). A Study of Splashes. *Longmans* .

Yulij D, S. (2000). *Capillary Flows with forming interfaces*. Chapman and HALL/CRC.