



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Diseño de una Losa de Cimentación con geometría
en planta irregular, empleando interacción suelo –
estructura estática

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Civil

P R E S E N T A

María Cristina Ramírez López

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Armando Rafael Hermosillo Arteaga



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2020

AGRADECIMIENTOS

A DIOS

Por permitirme despertar cada día y acompañarme en mi andar por la vida, principalmente por su compañía en momentos difíciles.

A MI DIRECTOR DE TESIS

Dr. Armando Rafael Hermsillo Arteaga por su gran apoyo y paciencia para el desarrollo de este trabajo.

A MIS SINODALES

Por su apoyo, en especial al Mtro. Héctor Sanginés García, por su apoyo y las grandes oportunidades que me ha brindado desde que comencé mi servicio social. Siempre estaré muy agradecida.

A MIS PADRES

Minerva López Millán
Olegario Ramírez López
Por darme la vida, brindarme su apoyo y confianza.

A MIS HERMANOS

Por apoyarme, cuidarme, escucharme, por ser una fuente de inspiración.

A MIS COMPAÑÍAS PELUDAS

Galantis, Bola, Taily, Michael, Bibi, Maika, Coronel y todos los animalitos que me han dado la oportunidad de convivir con ellos, muchas gracias por momentos tan bonitos, por brindar amor y compañía incondicional.

Contenido

Introducción	4
I. Análisis de deformaciones en la masa del suelo.....	5
I.I Distribución de esfuerzos en el suelo	6
I.II Deformación en suelos friccionantes.....	8
I.III Compresión por cambio de volumen	8
I.IV Compresión por cambio de forma.....	9
I.V Efecto de la presión de confinamiento.....	10
I.VI Efecto de la trayectoria de esfuerzos	13
II. Análisis Estructural.....	14
II.I Métodos matriciales	14
II.II Método de las Rigideces	14
II.II.I Formación de la matriz de rigidez.....	15
II.II.II Análisis matricial de un elemento barra.....	16
III. Interacción Suelo – Estructura	20
III.I Interacción suelo cimiento – continuo	21
III.II Análisis estructural	23
III.III Cálculo de deformaciones en arenas, tomando en cuenta la no linealidad del suelo.....	26
III.IV Compatibilidad de deformaciones.....	29
III. V Método de Newton para solución de sistemas no lineales	30
IV. Análisis de ISE de un edificio desplantado sobre suelo friccionante	32
IV.I Características estratigráficas y propiedades de deformación del suelo.	34
IV.II Análisis de cargas gravitacionales	36
IV. III Análisis de resultados.....	42
IV.IV Elementos mecánicos	43
V. Diseño estructural de Losa de Cimentación.....	52
V.I Método 1. Calculo con los momentos y cortantes máximos.....	52
V.II Método 2. Calculo con el reglamento por el método de los coeficientes de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto – 2017.	54
V.III Análisis de resultados de ambos métodos de diseño	61
VI. Conclusiones	61
VII. Referencias	63

Introducción

Los cimientos tienen un papel muy importante dentro de la edificación ya que éstos son los que distribuyen las cargas de la estructura hacia el suelo y los materiales que lo constituyen deben tener la capacidad suficiente para soportarlas sin sufrir deformaciones excesivas.

La interacción suelo-estructura es aquella parte de la ingeniería que estudia las deformaciones del terreno de cimentación cuando éstas se ven afectadas por la presencia y rigidez de la propia estructura.

El propósito de emplear la ISE, es llevar a cabo un análisis de la estructura y subestructura, además de estimar las deformaciones causadas en el suelo, considerando el efecto de la rigidez, y llevando a cabo después una combinación adecuada de ambos a través de la compatibilidad de las deformaciones. Con la aplicación de la ISE, obtendremos la configuración de hundimientos diferenciales y de reacciones del terreno sobre la cimentación, lo cual permite a su vez determinar los diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes actuantes sobre la estructura y subestructura, lo que conduce al diseño racional de dicha estructura.

En el capítulo I se presentan los antecedentes referentes al cálculo de las deformaciones en los suelos. Dependiendo de cómo se considere el comportamiento mecánico del material, puede utilizarse una teoría elástica lineal o una no lineal. En este trabajo de tesis se presentan los casos particulares de la teoría de elasticidad lineal y la teoría del M.I. Agustín Demeneghi para suelos friccionantes.

En el capítulo II se presenta la teoría sobre el análisis estructural, que en el caso particular de este trabajo y del software utilizado, se presenta el caso particular del método de las rigideces.

Una vez caracterizados, tanto la estructura como el suelo, se presenta en el capítulo III la teoría de la interacción suelo-estructura con la cual se hace interactuar la estructura con el suelo a través de la compatibilidad de las deformaciones. Para mostrar un ejemplo de la aplicación de la interacción suelo estructura, en el capítulo IV se presenta un caso de estudio que consiste en el análisis de interacción suelo-estructura de un edificio de planta irregular con losa de cimentación desplantado sobre un suelo friccionante; para las simulaciones numéricas se utilizó el programa de computadora ISE3D, desarrollado por los profesores Héctor Sanginés y Armando Hermosillo, de la DICyG de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

Al final, en el capítulo V se presentan comentarios y conclusiones referentes a la importancia de considerar en el diseño de edificios la interacción suelo-estructura.

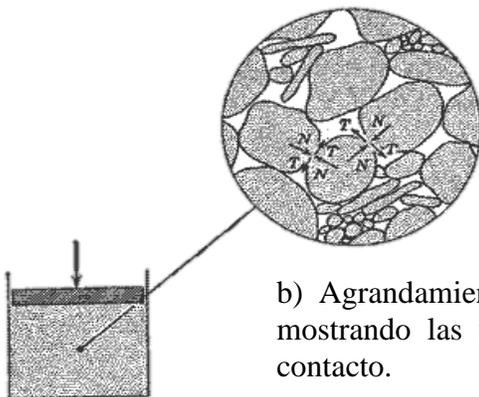
I. Análisis de deformaciones en la masa del suelo

La masa de suelo ante la acción de fuerzas verticales presenta cambios en su estructura tendiendo a deformarse en uno o varios de sus estratos dependiendo de la compresión y propiedades del mismo, estas deformaciones pueden variar con el tiempo o con algunos factores como lo son: la variación del volumen de vacíos como consecuencia de la consolidación del suelo, el desplazamiento y disminución de la distancia relativa entre partículas, produciendo de forma acumulada con los demás estratos un asentamiento en la superficie de contacto entre la cimentación y la masa del suelo.

Como respuesta al fenómeno de deformación se produce la compresión de la masa de suelo, debida a dos causas:

- a) Por el reacomodo de sus partículas, por la disminución de la relación de vacíos.
- b) Por la deformación de los granos de suelo bajo la acción de las fuerzas que se ejercen en los puntos de contacto.

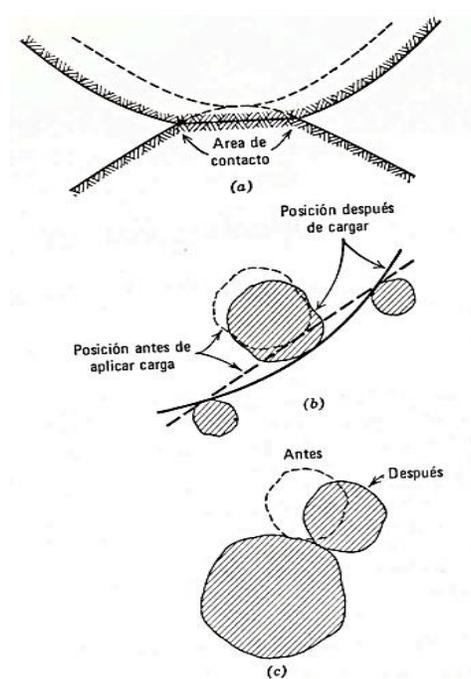
Para analizar ambos casos estudiemos una muestra de suelo seco contenido en un recipiente con una carga vertical aplicada, como se muestra en la *Ilustración 1*. Al hacer un acercamiento notaremos que al aplicar la fuerza vertical se desarrollan fuerzas de contacto entre las partículas de suelo, estas fuerzas se pueden descomponer en fuerzas normales N y tangenciales T , y como resultado de su existencia las partículas de suelo se deforman siendo más frecuentes las deformaciones elásticas o plásticas en los puntos de contacto.



a) Sección a través de una caja llena de suelo.

b) Agrandamiento a través de una porción de suelo mostrando las fuerzas que actúan en dos puntos de contacto.

Ilustración 1 Representación esquemática de la fuerza de transmisión a través del suelo. En la Ilustración 2 se pueden ver tres consecuencias de la deformación del suelo por la carga vertical aplicada, entre ellas se encuentra el incremento del área de contacto entre partículas *Ilustración 2.a*, en el caso de partículas con forma laminar se produce un movimiento relativo entre partículas adyacentes *Ilustración 2.b* y el deslizamiento entre partículas al exceder la resistencia tangencial en dicho punto *Ilustración 2.c*.



a) Movimiento de las partículas debido a la deformación del contacto. Línea que muestra a superficie de las partículas después de la carga, la línea punteada muestra la superficie antes de la carga.

b) Movimiento relativo de las partículas antes a la inclinación de la lámina de partículas.

c) Movimiento relativo de las partículas debido al deslizamiento interparticular.

Ilustración 2 Causas del movimiento relativo entre las partículas del suelo.

I.I Distribución de esfuerzos en el suelo

Uno de los principales desafíos para el cálculo de las deformaciones de la masa de suelo, se basan en las distribuciones de esfuerzos a la cual está sometido, los esfuerzos en la superficie no son iguales a los esfuerzos a diferentes profundidades, por lo que es necesario determinar los asentamientos inducidos en los estratos de suelos, específicamente en el estrato donde se desplantara la cimentación. Las soluciones aplicadas se encuentran desarrolladas en base a la Teoría de la Elasticidad.

La distribución de los esfuerzos incurre en la hipótesis principal que la base de la cimentación está apoyada en un material elástico isotrópico, sin embargo, en la realidad esta hipótesis carece de certeza. La labor constitutiva del suelo es aproximada a un ente linealmente elástico, por lo tanto, la rigidez puede variar con el esfuerzo de confinamiento. Al aplicarse una carga se producen esfuerzos que pueden ser determinados con las propiedades elásticas y de compatibilidad del material

El matemático Joseph Boussinesq, basándose en la Teoría de Elasticidad, presento una de las primeras soluciones a este problema para una carga puntual actuando en la dirección normal a la superficie de un semi-espacio linealmente elástico.

Tomando como hipótesis simplista que el medio donde se transmite el esfuerzo es un medio elástico, por tanto, obedece la Ley de Hooke, además, el medio se considera anisótropo y semi-infinito. Otra de las hipótesis consideradas es que la distribución de esfuerzos se considera independiente del tipo de material del medio y esta se considera válida para una distribución de esfuerzos lineal.

Las ecuaciones obtenidas por Boussinesq en 1885 se basan en la hipótesis de que el esfuerzo se presenta en un espacio elástico semi-infinito. La distribución de esfuerzos en el centro de una carga circular, de radio r , a una profundidad z , se encuentra dada por la siguiente ecuación:

$$\sigma_z = q \left[1 - \frac{z^3}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \text{ ec. 1} \quad (I.1)$$

El incremento de esfuerzo radial horizontal está dado por:

$$\sigma_r = \frac{q}{2} \left[1 + 2\nu - \frac{2(1+\nu)z}{(r^2+z^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{z^3}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \text{ ec. 2} \quad (I.2)$$

Se proponen las deformaciones laterales como nulas considerando un confinamiento infinito, por lo tanto:

$$\Delta\varepsilon_x = \Delta\varepsilon_y = 0$$

$$\Delta\varepsilon_z \neq 0$$

Con la simplificación anterior, empleando la ecuación de Damy, para obtener los esfuerzos en la dirección Z para una carga vertical:

$$\sigma_z = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{x^2+z^2} + \frac{1}{y^2+z^2} \right) \frac{xyz}{B} + \tan^{-1} \frac{xy}{zB} \right] \text{ ec. 3} \quad (I.3)$$

Para los esfuerzos laterales debido a la aplicación de un esfuerzo vertical en la superficie se tiene (ecuaciones de Daskó y Kagán, 1980):

$$\sigma_x = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(y^2+z^2)B} - \tan^{-1} \frac{zB}{xy} + (1-2\nu) \left(\tan^{-1} \frac{x}{y} - \tan^{-1} \frac{yb}{yz} \right) \right] \text{ ec. 4} \quad (I.4)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(x^2+z^2)B} - \tan^{-1} \frac{zB}{xy} + (1-2\nu) \left(\tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{yb}{xz} \right) \right] \text{ ec. 5} \quad (I.5)$$

Donde:

x, y, z : coordenadas del punto de estudio

μ : Relación de Poisson

$B = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$

I.II Deformación en suelos friccionantes

Existen fundamentalmente dos mecanismos de deformación en suelos granulares: distorsión (y rotura) de partículas individuales y movimientos relativos entre granos como resultado de un deslizamiento o un giro. Ambos fenómenos rara vez son independientes entre sí; dado que las partículas no son rígidas, su deformación causaría pequeños movimientos, produciendo el colapso del conjunto. Mientras que los movimientos entre granos son los causantes de las grandes deformaciones de los suelos, estos desplazamientos no serían posibles si no hubiera distorsiones de las partículas.

Para el estudio de la deformación de un suelo, podemos dividirla en dos componentes:

- I. Compresión por cambio de volumen
- II. Compresión por cambio de forma

I.III Compresión por cambio de volumen

Retomando el ejemplo anterior del recipiente con arena y considerando las paredes del recipiente rígidas de tal forma que actúen como confinantes, al aplicarle una carga vertical que comprima el suelo la muestra disminuirá su volumen conforme la carga incrementa debido a que internamente las partículas se reacomodaran.

Lo anterior ejemplifica de manera simple la prueba de compresión confinada, esta prueba de laboratorio trata de aproximarse a las condiciones de campo y de ella se obtiene una curva de compresibilidad como la de la *Ilustración 3*, donde se observa que al inicio de la carga las deformaciones serán grandes, por el movimiento y reacomodo de las partículas del suelo. Conforme el esfuerzo vertical incrementa los movimientos disminuirán y las deformaciones serán el resultado de la compresión elástica de cada partícula. Durante este proceso se producen roturas tangenciales o de corte (deslizamientos) en muchos puntos de contacto, pero no una rotura general por corte en la masa del suelo.

El ciclo de descarga y recarga ABCA (*Ilustración 3.a*), que no coincide con la curva inicial, muestra que al deslizarse las partículas y reacomodarse su deformación es irreversible y no lineal. Bajo esfuerzos altos se presenta rotura de los granos, que se traduce en un cambio de pendiente de la curva de la *Ilustración 3.b*.

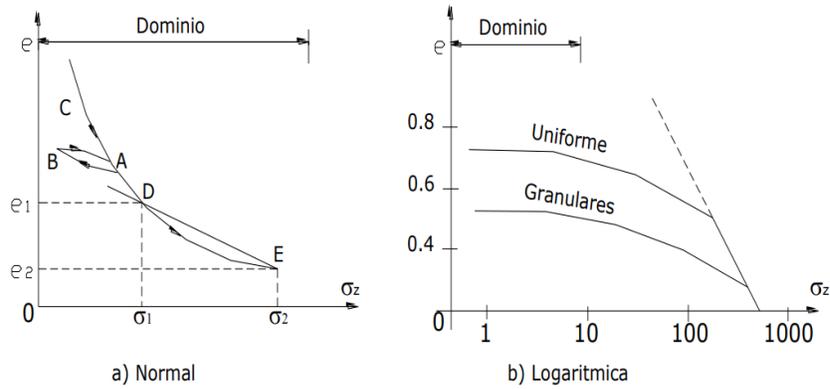


Ilustración 3 Curvas de compresión

Si a la muestra de suelo se le retira la carga vertical aplicada la masa de suelo experimentará un incremento de volumen por la redistribución de las partículas, a este proceso se denomina expansión.

I.IV Compresión por cambio de forma

La *Ilustración 4* presenta los resultados de una prueba de compresión triaxial en una arena. La relación esfuerzo – deformación unitaria se curva a pequeñas deformaciones y alcanza un máximo para una deformación unitaria del orden del 2%, y aún para pequeñas deformaciones, la curva esfuerzo – deformación unitaria es no lineal. De las gráficas también se observa que para grandes deformaciones no importa si la arena esta compacta o suelta, tenderán a la misma relación de vacíos y resistencia.

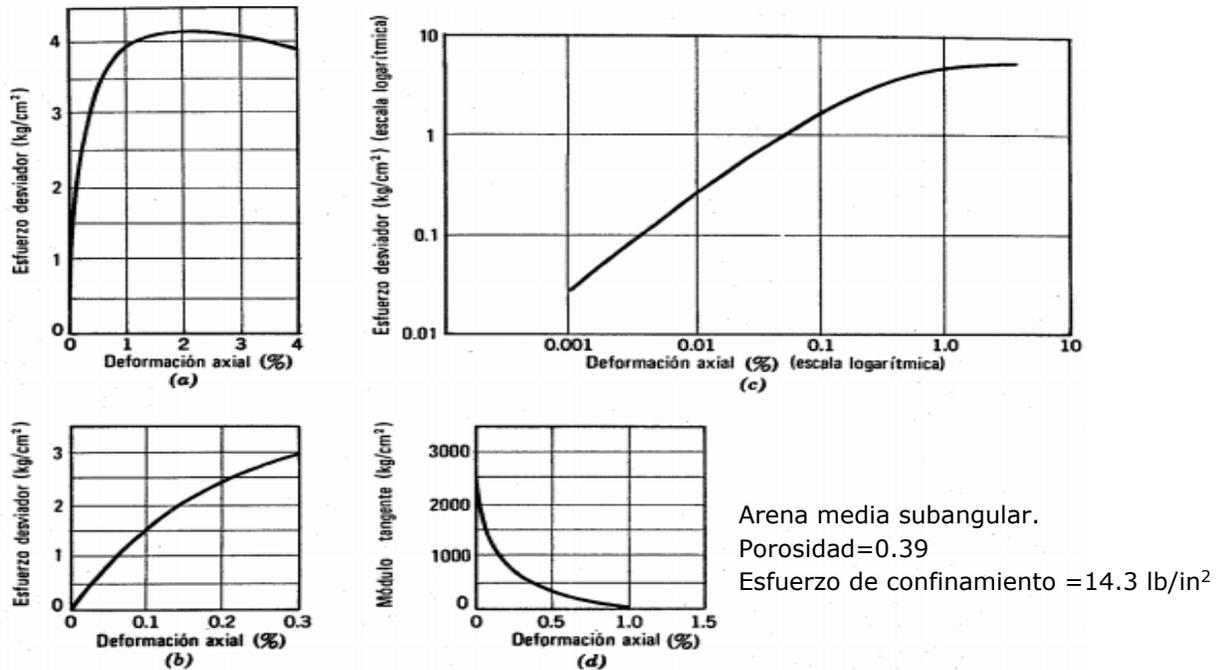


Ilustración 4 Curvas esfuerzo - deformación de ensayos triaxiales (Chen, 1948).

I.V Efecto de la presión de confinamiento

Consideremos una muestra de suelo sometido a una presión de confinamiento p_c , y apliquemos un esfuerzo desviador, σ_z , en la *Ilustración 5*, se muestra una curva típica esfuerzo desviador - deformación unitaria de un suelo en compresión triaxial. Observamos que el tramo inicial es una línea recta, y que después de cierto nivel de esfuerzo se convierte en una curva de concavidad hacia abajo, a la pendiente de la recta inicial se le conoce como módulo tangencial inicial E_i del suelo.

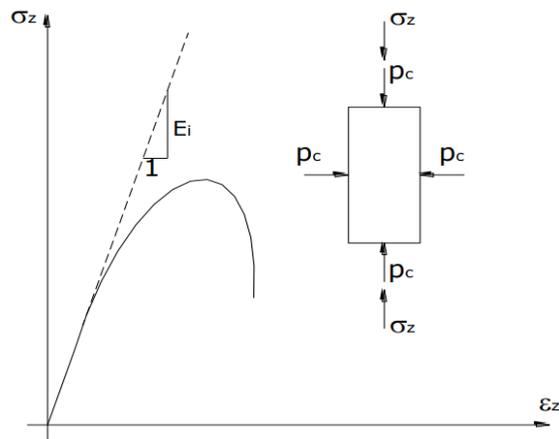


Ilustración 5 Curva esfuerzo - deformación de un suelo

En términos generales, al incrementar la presión de confinamiento p_c se incrementa la rigidez de un suelo, siendo este fenómeno más acusado en suelos friccionantes. En la *Ilustración 6* se muestra la variación del módulo tangencial inicial E_i (o E_{50}) con la presión de confinamiento de un suelo.

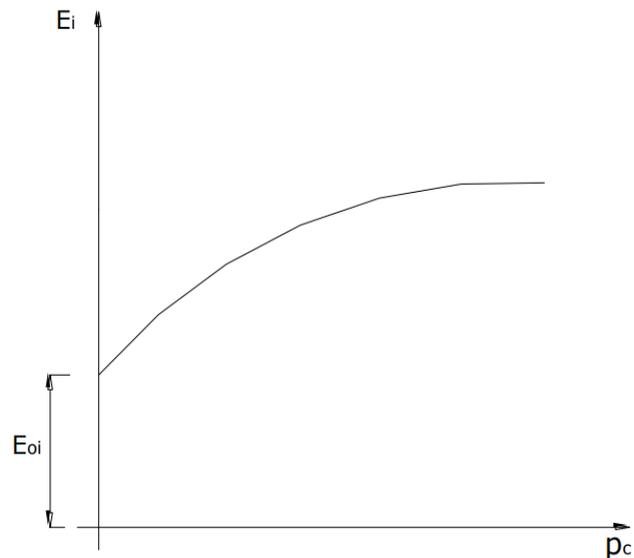


Ilustración 6 Variación de módulo tangencial inicial con la presión de confinamiento

Una forma de tomar en cuenta el fenómeno del incremento de rigidez con el confinamiento consiste en el empleo del criterio de Janbu, que establece que el módulo tangente inicial de deformación está dado por:

$$E_i = E_{i_0} + K p_a \left(\frac{p_c}{p_a} \right)^n \text{ ec. 6} \quad (\text{I.1})$$

Donde:

E_i : Módulo tangente inicial de deformación.

E_{i_0} : Modulo tangente inicial de deformación par un confinamiento efectivo igual a cero.

k : Coeficiente que depende de la rigidez del material.

p_a : Presión atmosférica, 10.3 [t/m³].

p_c : Presión de confinamiento.

n : exponente que depende de la clase del suelo.

En el campo, los esfuerzos horizontales por peso propio del suelo en general son diferentes del esfuerzo vertical (*Ilustración 7*).

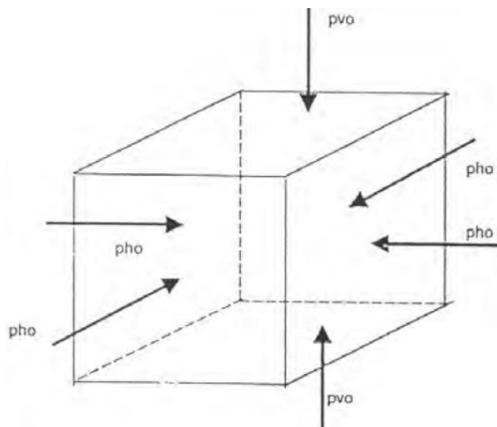


Ilustración 7 Esfuerzo de un elemento de suelo. Esfuerzo por peso propio. Es usual tomar una presión de confinamiento de campo dada por:

$$p_{co} = \frac{p_{vo} + p_{ho} + p_{ho}}{3} = \frac{p_{vo} + 2p_{ho}}{3} \text{ ec. 7} \quad (\text{I.2})$$

Entonces, la presión horizontal vale:

$$p_{ho} = K_o p_{vo} \text{ ec. 8} \quad (\text{I.3})$$

Donde K_o es el coeficiente de presión en reposo, y está dado por:

$$k_o = (1 - \text{sen}\phi')(OCR)^{\text{sen}\phi} \text{ ec. 9} \quad (\text{I.4})$$

Donde:

ϕ : Ángulo de fricción interna del suelo.

OCR: Relación de preconsolidación del suelo.

Cuando se reemplaza la ecuación 8 en la ecuación 7, se tiene:

$$p_{co} = \frac{(1+2k_o)p_{vo}}{3} \text{ ec. 10} \quad (\text{I.5})$$

Si se construye una obra de ingeniería, esta produce incrementos de esfuerzo σ_z , σ_x y σ_y (Ilustración 8).

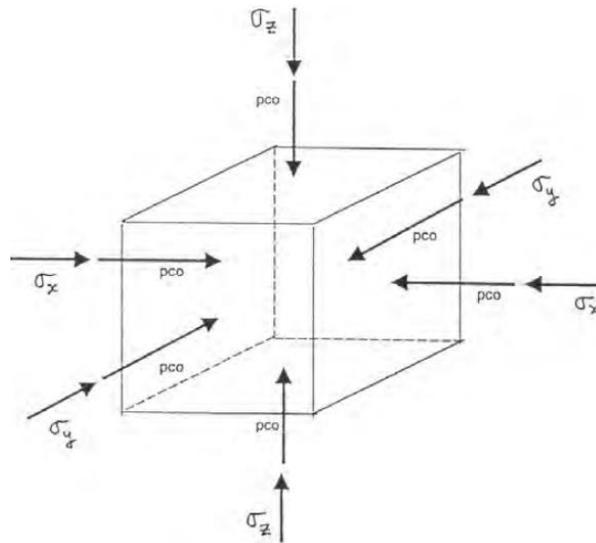


Ilustración 8 Esfuerzos en un elemento de suelo. Incrementos de esfuerzo por la presencia de una obra de ingeniería

La presión de confinamiento se incrementa en la cantidad

$$p_{cf} = p_{co} + \Delta p_c$$

$$\Delta p_c = \frac{1}{3} (\sigma_z + \sigma_x + \sigma_y)$$

Por lo tanto

$$p_{cf} = p_{co} + \frac{1}{3} (\sigma_z + \sigma_x + \sigma_y) \text{ ec. 11} \quad (\text{I.6})$$

Por otra parte, el módulo de Poisson se puede obtener de manera aproximada de la siguiente forma:

Consideremos un estrato de suelo cubierto por otros estratos en procesos de sedimentación, en el cual, por simetría, la deformación horizontal vale cero:

$$\varepsilon_h = 0.$$

Cuando se aplica la Ley de Hooke, se tiene:

$$\varepsilon_h = \frac{1}{E} [p_{ho} - v(p_{vo} + p_{ho})] = 0$$
$$p_{ho} = \left[\frac{v}{(1-v)} \right] p_{vo} \text{ ec. 12} \quad (I.7)$$

Pero:

$$p_{ho} = k_o p_{vo}$$

Por consiguiente:

$$v = \frac{k_o}{1+k_o} \text{ ec. 13} \quad (I.8)$$

I.VI Efecto de la trayectoria de esfuerzos

El ejemplo más claro de que la deformación de un suelo depende de la trayectoria de esfuerzos consiste en la diferencia de rigidez entre un suelo normalmente cargado y un suelo precargado, en este último su rigidez puede ser tres a cuatro veces mayor que la del material normalmente cargado; las deformaciones del suelo serán, por esta razón, muy diferentes en cada caso.

El efecto de la precarga en arenas es muy significativo, así puede haber arenas precargadas o normalmente cargadas con similar D_r pero con un comportamiento muy diferente en consecuencia resulta inadecuada la utilización de la compacidad relativa D_r como un índice único de comportamiento de una arena; por el mismo motivo la poca sensibilidad de la prueba de penetración estándar SPT para detectar el incremento de compresibilidad en arenas causado por la precarga (o pre consolidación) es la razón principal de la gran dispersión hallada en la predicción de asentamientos de zapatas en arenas. Por lo anterior es importante hacer una diferencia en los métodos de análisis de arenas normalmente cargadas de las precargadas.

De acuerdo con estudios de Burland y Burbridge el asentamiento de una zapata en una arena precargada es aproximadamente igual a un tercio de la misma zapata sobre una arena normalmente cargada, independientemente, de la magnitud del Coeficiente de Preconsolidación (OCR).

A continuación, se presenta una tabla con valores estadísticos de módulos de deformación que se utilizan solo como referencia

Tabla 1. Valores aproximados de propiedades de deformación en suelos friccionantes (Janbu, 1963).

Estado	Dr	N	qc	n	Normalmente	Precargado
					cargado	k
Muy suelto	< 0.2	< 4	< 20	0.65	< 140	< 420
Suelto	0.2 – 0.4	4 – 10	20 – 40	0.65 – 0.62	140 – 290	420 – 870
Medianamente compacto	0.4 – 0.6	10 – 30	40 – 120	0.62 – 0.58	290 – 800	870 – 2400
Compacto	0.6 – 0.8	30 – 50	120 – 400	0.58 – 0.55	800 – 1300	2400 – 3900
Muy compacto	> 0.8	> 50	> 400	0.55	> 1300	> 3900

II. Análisis Estructural

II.I Métodos matriciales

Los métodos de análisis matricial se encargan de organizar la información en forma de matrices, permitiendo todas las relaciones entre las distintas partes de una estructura que dan lugar a sistemas de ecuaciones con un alto número de variables, las simplificaciones que se toman en cuenta permiten que no se ignore información relevante.

En el análisis estructural matricial existen dos métodos que son genéricos en mecánica del medio continuo de sólidos deformables, el método utilizado dependerá del orden en que se valla aplicando. Las ecuaciones que se tienen en la solución son las ecuaciones de equilibrio, las de comportamiento y las de compatibilidad. Cuando se parte de las ecuaciones de equilibrio para incorporar estas en las ecuaciones de comportamiento y finalmente el resultado en las ecuaciones de compatibilidad estamos hablando del método de flexibilidad; si el procedimiento es inverso se emplea el método de rigideces.

II.II Método de las Rigideces

El método de las rigideces está planteado para determinar primero los desplazamientos en ciertos puntos de la estructura y luego las fuerzas internas.

La matriz de rigideces de una estructura se genera a partir de las matrices de rigideces de los elementos individuales de la estructura, lo que implica que los desplazamientos unitarios sean introducidos uno cada vez en cada nudo en la dirección en cada eje coordinado y con esto, el cálculo de las fueras necesarias en cada nudo.

II.II.I Formación de la matriz de rigidez

La rigidez de un elemento estructural se entiende como la magnitud de la fuerza requerida para producir cierta deflexión (Kardenstuncer, 1975). El método de rigideces trabaja con las siguientes hipótesis:

- La estructura tiene un comportamiento lineal, por lo que los desplazamientos y cada uno de los esfuerzos son funciones lineales de las cargas.
- Se presentan pequeñas deformaciones en la estructura.
- Las secciones de análisis son barras rectas de sección constante.
- El comportamiento del material de la estructura es homogéneo e isotrópico.

El método de las rigideces consta de las siguientes etapas (Beaufait, 1970):

1. La estructura se empotra y se obtienen los elementos mecánicos bajo estas condiciones.
2. Los nudos de la estructura se liberan y se obtienen los elementos mecánicos debidos a desplazamientos lineales y angulares.
3. Se establecen las condiciones de equilibrio en cada uno de los nudos donde existan desplazamientos diferentes de cero.
4. Teniendo las ecuaciones de equilibrio, entonces se resuelven y se obtienen los desplazamientos que sufrió la estructura.
5. Finalmente, se obtienen los elementos mecánicos en los nudos de la estructura.

Este método sigue la siguiente ecuación de equilibrio para una estructura:

$$K\delta + P^e + P^c = 0 \quad (\text{II.1})$$

Donde:

K : Matriz de rigideces de la estructura

δ : Vector de desplazamientos

P^e : Vector de cargas de empotramiento

P^c : Vector de cargas concentradas

Considerándose las siguientes variables:

E : Módulo de elasticidad

I : Momento de Inercia

A : Área transversal de la sección

L : Longitud del elemento

Para el estudio de una estructura por este método, se dispone de tres ecuaciones que deben cumplirse: Ecuaciones de Compatibilidad, Ecuaciones Constitutivas y Ecuaciones de Equilibrio.

Las ecuaciones de compatibilidad relacionan las deformaciones de las barras con los desplazamientos de los nudos; cuando se introducen las ecuaciones de compatibilidad en las ecuaciones constitutivas se hace una relación entre las fuerzas en los extremos de las barras con los desplazamientos nodales, introduciendo estas ecuaciones en las ecuaciones de equilibrio se obtiene un conjunto de fuerzas nodales que están en función de desplazamientos, formando así ecuaciones de equilibrio de la estructura en función de desplazamientos.

El procedimiento anterior se lleva a cabo en barras o vigas por separado, formando matrices de rigidez locales, por lo que para obtener la matriz de rigidez de una estructura se realiza la suma de las matrices de todas las barras o vigas que forman la estructura, formando una matriz global.

II.II.II Análisis matricial de un elemento barra

La matriz de rigidez que relaciona fuerzas y desplazamientos en un extremo de un elemento barra, sin considerar efectos de torsión, genera una matriz de seis renglones y seis filas. Como caso general, se presenta la obtención de la matriz de rigidez de una barra horizontal con apoyos continuos, sometida a una carga uniformemente repartida " w " con una masa m y rigidez EI (Ilustración 9), se desprecian efectos de torsión.

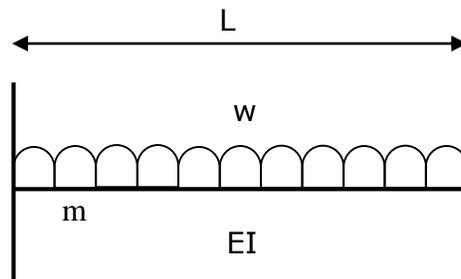


Ilustración 9 Barra " m " con carga distribuida uniformemente, w .

Empleando la convención de signos para una barra horizontal mostrada en la Ilustración 10, considerando giros positivos en sentido anti horario, los desplazamientos verticales positivos si van hacia abajo y los desplazamientos horizontales son positivos si van hacia la izquierda.

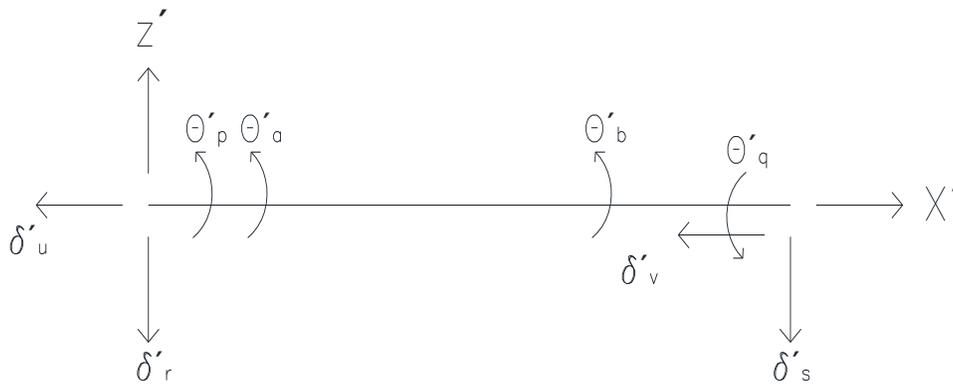


Ilustración 10 Convención de signos para barra horizontal. Desplazamientos. Para los elementos mecánicos, los momentos flexionantes son positivos en sentido horario, las fuerzas cortantes verticales son positivas si van hacia arriba y las fuerzas cortantes horizontales son positivas si van hacia la derecha (*Ilustración 11*).

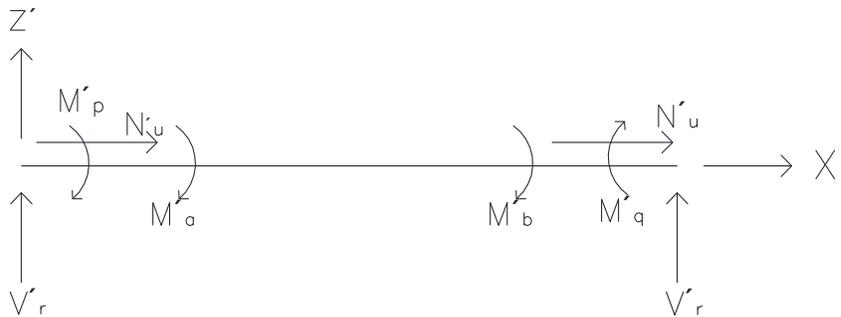


Ilustración 11 Convención de signos. Elementos Mecánicos de una barra. Definida la convención de signos, será necesario establecer el sistema de ecuaciones que estarán dadas por las ecuaciones de equilibrio.

En el extremo izquierdo de la barra, aplicamos un giro θ'_p , produciendo los elementos mecánicos que se muestran en la *Ilustración 12.a*. En la *Ilustración 12.b* se muestran los elementos mecánicos producidos por un giro θ'_q , en el extremo derecho. Las *Ilustraciones 12.c* y *12.d* exhiben los elementos mecánicos provocados por un desplazamiento vertical δ'_r en el nudo izquierdo y un desplazamiento vertical δ'_s en el nudo derecho respectivamente.

Las *Ilustraciones 12.e* y *12.f* muestran los elementos mecánicos producidos por un desplazamiento horizontal, δ'_u en el nudo izquierdo y un desplazamiento horizontal, δ'_v en el nudo derecho.

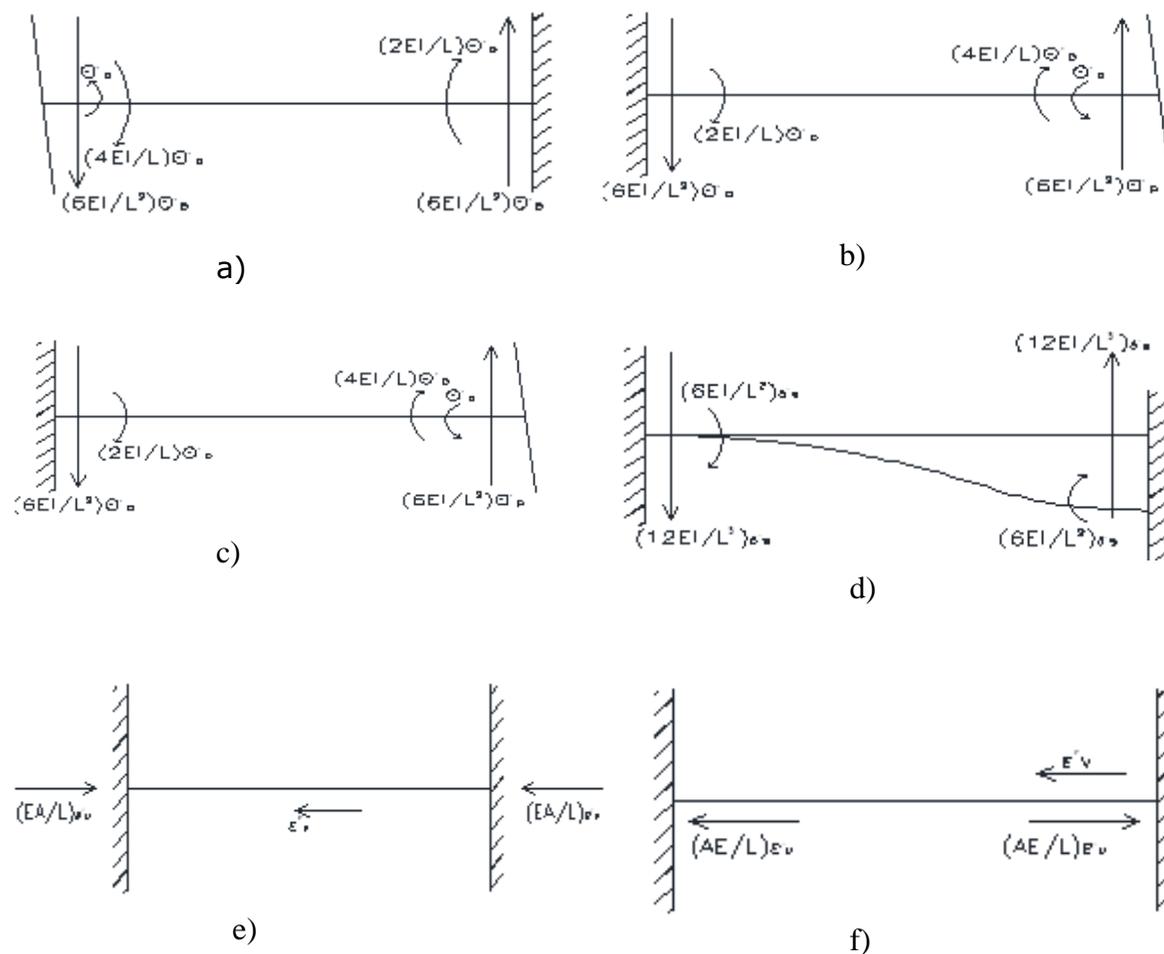


Ilustración 12 Elementos mecánicos ocasionados por giros y desplazamientos en barras. Los elementos mecánicos que aparecen en la barra valen:

$$M_p' = \frac{\omega L^2}{12} + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_p' + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_q' - \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\delta_r' + \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\delta_s' \quad (\text{II.2})$$

$$M_q' = -\frac{\omega L^2}{12} + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_p' + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_q' - \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\delta_r' + \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\delta_s' \quad (\text{II.3})$$

$$V_r' = -\frac{\omega L}{2} - \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\theta_p' - \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\theta_q' - \left(\frac{12EI}{L^3}\right)\delta_r' - \left(\frac{12EI}{L^3}\right)\delta_s' \quad (\text{II.4})$$

$$V_s' = -\frac{\omega L}{2} + \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\theta_p' + \left(\frac{6EI}{L^2}\right)\theta_q' - \left(\frac{12EI}{L^3}\right)\delta_r' + \left(\frac{12EI}{L^3}\right)\delta_s' \quad (\text{II.5})$$

$$N_u' = \frac{AE}{L}\delta_u' - \frac{AE}{L}\delta_v' \quad (\text{II.6})$$

$$N_u' = \frac{AE}{L}\delta_u' - \frac{AE}{L}\delta_v' \quad (\text{II.7})$$

$$N_v' = -\frac{AE}{L}\delta_u' + \frac{AE}{L}\delta_v' \quad (\text{II.8})$$

$$M_a' = \frac{Gl_t}{L}\theta_a' - \frac{Gl_t}{L}\theta_b' \quad (\text{II.9})$$

$$M_b' = -\frac{G I_t}{L} \theta_a' + \frac{G I_t}{L} \theta_b' \quad (\text{II.10})$$

En una viga de sección rectangular de dimensiones b por h , el momento polar de inercia debido a la torsión se puede valorar en forma aproximada con la siguiente ecuación (Beaufait, 1970):

$$I_t = \frac{h b^3}{3} \left[1 - \frac{0.63b}{h} + 0.052 \left(\frac{b}{h} \right)^5 \right], \quad h \geq b \quad (\text{II.11})$$

Los elementos mecánicos que transmite la barra al nudo están dados por:

$$P_m = K_m \delta_m + P_m^e \quad (\text{II.12})$$

Al acomodar los elementos mecánicos de la barra en forma matricial, obtenemos:

$$K_m = \begin{bmatrix} \theta_p' & \theta_q' & \delta_r' & \delta_s' & \delta_u' & \delta_v' & \theta_a' & \theta_b' \\ \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L} & \frac{6EI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{G I_t}{L} & -\frac{G I_t}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{G I_t}{L} & \frac{G I_t}{L} \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

El vector de desplazamientos para la barra:

$$\delta_m = \begin{bmatrix} \theta_p' \\ \theta_q' \\ \delta_r' \\ \delta_s' \\ \delta_u' \\ \delta_v' \\ \theta_a' \\ \theta_b' \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

El vector de cargas de empotramiento de una viga queda expresado de la siguiente forma:

$$P_m^e = \begin{pmatrix} \frac{\omega L^2}{12} \\ -\frac{\omega L^2}{12} \\ -\frac{\omega L}{2} \\ \frac{\omega L}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.15})$$

III. Interacción Suelo – Estructura

La interacción suelo-estructura es aquella parte de la ingeniería que estudia las deformaciones del terreno de cimentación cuando éstas se ven afectadas por la presencia y rigidez de la propia estructura.

La influencia de la estructura puede ser en condiciones estáticas, lo cual es tratado por la interacción estática suelo-estructura, o puede ser en condiciones dinámicas, lo cual cae en el campo de la interacción dinámica suelo-estructura. En este trabajo se aplicará el análisis estático.

Los métodos de interacción suelo estructura-estática están basados en el principio de que en el contacto cimiento-terreno los desplazamientos del terreno de cimentación como en la superestructura son iguales, es decir, existe compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo. Por un lado, se plantea la matriz global de rigideces de la sub y superestructura empleando el método de las rigideces, mientras que las deformaciones en el suelo se plantean en términos de la matriz de flexibilidades. La matriz de flexibilidades es función de las propiedades del suelo y depende de cómo se considere el suelo: 1) lineal, empleando la teoría de la elasticidad, 2) no lineal, empleando una teoría no lineal, por ejemplo, empleando la teoría de Agustín Demeneghi para suelos friccionantes. Por tanto, al hacer compatibles las deformaciones en el suelo y la sub estructura se tiene un sistema de ecuaciones ampliado del sistema de rigideces.

Se distinguen dos clases de situaciones en relación con la interacción:

- 1) Cuando los cimientos están suficientemente separados de tal forma que la carga sobre un apoyo no ejerce influencia sobre los desplazamientos de los apoyos vecinos (éste fenómeno se presenta generalmente en zapatas aisladas);
- 2) Cuando se trata de un cimiento continuo donde el desplazamiento de un punto de dicho cimiento está afectado por la carga repartida en toda la subestructura (es el caso de zapatas corridas o losas de cimentación).

III.I Interacción suelo cimiento – continuo

En cuanto a la distribución de asentamientos y esfuerzos, veamos los casos de suelos puramente friccionantes y puramente cohesivos, esto para hacer una comparación, y los casos límites de cimentaciones totalmente flexibles y cimentaciones totalmente rígidas.

Consideremos un cimiento continuo flexible con carga uniforme apoyado en un suelo cohesivo totalmente saturado. De acuerdo con los diagramas de reacción del terreno estudiados por Sower en 1962, el asentamiento a largo plazo, ocasionado por la carga aplicada, toma la forma indicada en la *Ilustración 13* donde se observa que el diagrama de reacción del terreno, para el caso del suelo cohesivo totalmente saturado, es igual al de la carga, es decir, la reacción es uniforme.

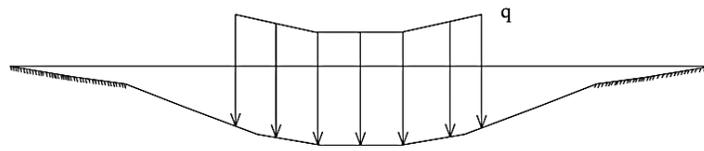
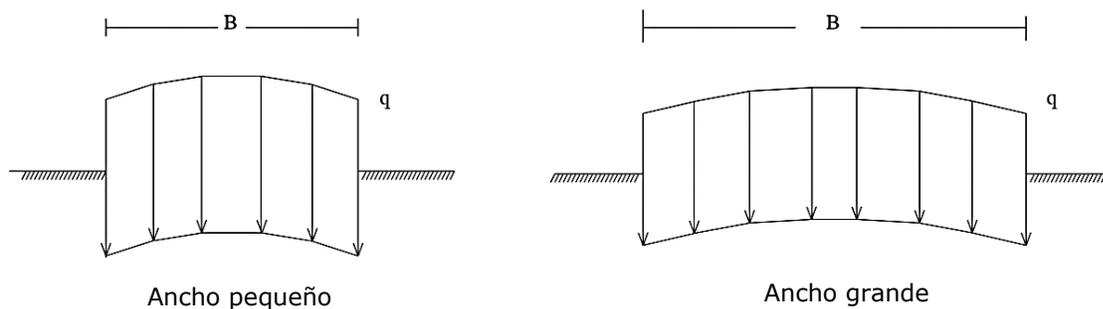


Ilustración 13 Cimiento sobre arcilla totalmente saturada.

Si el cimiento flexible se apoya sobre un suelo friccionante (arenas o gravas), *Ilustración 14*, la distribución de presiones del cimiento será igual a las presiones del suelo, y la distribución de asentamientos no será uniforme, en los extremos serán mayores y menores al centro del área cargada.

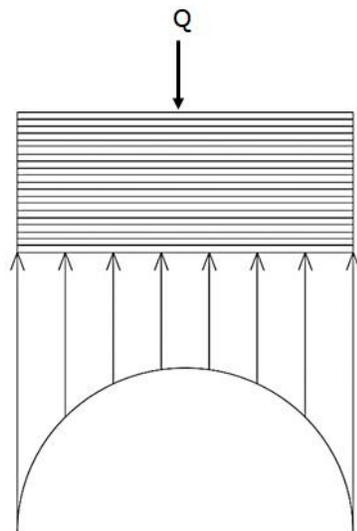


Cimiento sobre suelos friccionantes

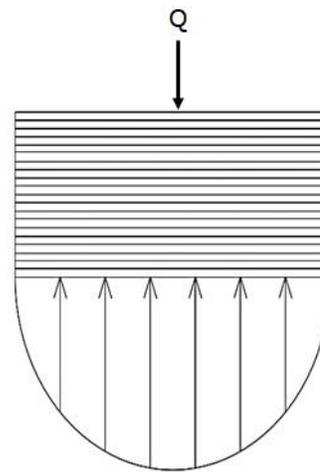
Ilustración 14 Perfil del asentamiento bajo un área uniformemente cargada sobre la superficie de la masa de suelo (Sowers, 1962)

Para el cálculo de una estructura de cimentación real con rigidez infinita, obtendremos configuraciones diferentes a las anteriores, ya que los diagramas de reacciones y deformaciones dependen del tipo de suelo y de la rigidez de la estructura; ahora consideremos que la carga se transmite al suelo a través de una placa de rigidez infinita apoyada en una arcilla totalmente saturada, los asentamientos serán uniformes, por

lo que la presión de contacto entre la placa y el medio continuo en general no podrá ser uniforme. *Ilustración 15.a*



a) Material isotrópico, elástico y homogéneo, tal como una arcilla saturada



b) Material elástico y homogéneo cuya rigidez aumenta con el confinamiento, tal como una grava o arena sin cohesión.

Ilustración 15 Distribución de presiones bajo una placa infinitamente rígida (Sowers), 1962)

De los diagramas de asentamientos y reacciones del terreno antes mostrados, se observa que el comportamiento depende del tipo de suelo y de la rigidez de la estructura, sin embargo, un cimiento real puede quedar entre los dos casos extremos señalados, ya que su rigidez no necesariamente es nula o infinita.

Consideremos un marco estructural con una cimentación a base de una losa de cimentación, *Ilustración 16.a*, en el cual se tratan de obtener los diagramas de asentamientos y de reacciones del terreno de cimentación, *Ilustración 16.b* y *Ilustración 16.c*.

En el caso general, la forma del diagrama de reacciones del suelo es diferente de una reacción uniforme, *Ilustración 17 b*. Para simplificar el problema sustituimos la curva de reacción del terreno por una serie de reacciones uniformes r_1, r_2, \dots, r_n como se aprecia en la *Ilustración 17. a*. La interacción suelo-estructura estática, como se explicó anteriormente, consiste en tres fases:

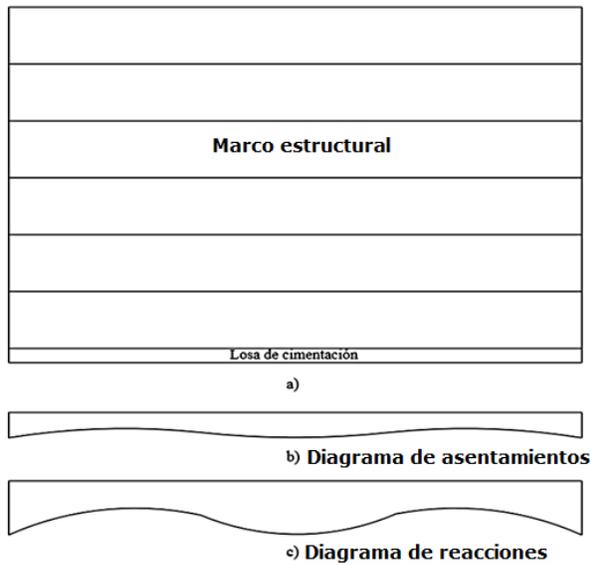


Ilustración 16 Marco estructural con losa de cimentación

- Se calculan los desplazamientos de la estructura. El cálculo de los desplazamientos provocado por la acción de cargas sobre la estructura se realiza utilizando el método de rigidez expuesto.
- Se calculan los desplazamientos del suelo de cimentación. Estos se calculan en función de las cargas que actúan sobre él, esto se logra aplicando las cargas r_i sobre el terreno (por tercera Ley de Newton, a toda reacción corresponde una reacción igual en magnitud y de sentido contrario (Deméneghi y coautores, 2003)
- Una vez generado el sistema de ecuaciones entre estructura y suelo se establece la compatibilidad de deformaciones entre ambos medios, es decir, si el suelo está en contacto con la estructura de cimentación, las deformaciones de ambos medios deben ser iguales.

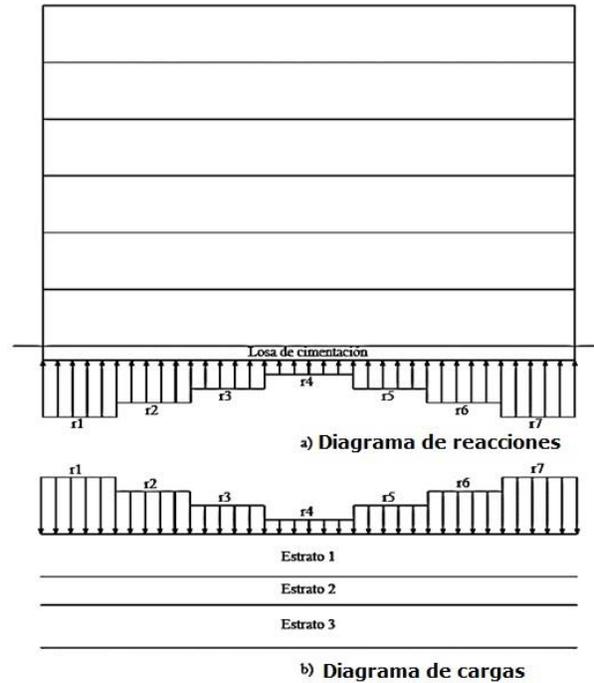


Ilustración 17 Diagrama de Reacciones y cargas sobre el terreno

III.II Análisis estructural

El análisis estructural para el proceso de interacción se estudiará con el método matricial: método de rigideces, explicado en el capítulo anterior. Este método nos permitirá formar un sistema de ecuaciones que incluyan la variable función de las deformaciones: las reacciones r_i .

En el capítulo anterior, al aplicar el método de rigideces se debe cumplir con la siguiente ecuación de equilibrio:

$$K\delta + P^e + P^c = 0 \quad (\text{III.1})$$

Donde:

K : Matriz de rigideces de la estructura

δ : Vector de desplazamientos

P^e : Vector de cargas de empotramiento

P^c : Vector de cargas concentradas

Para el análisis de una cimentación que, para estudio de esta tesis, consiste en una losa de cimentación, esta se dividirá en elementos barra de las cuales cada una de ellas tendrá una matriz de rigidez local, y que al sumar cada una de ellas se obtendrá la matriz de rigidez global. Cada elemento barra tendrá los grados de libertad que se muestran en la *Ilustración 18*.

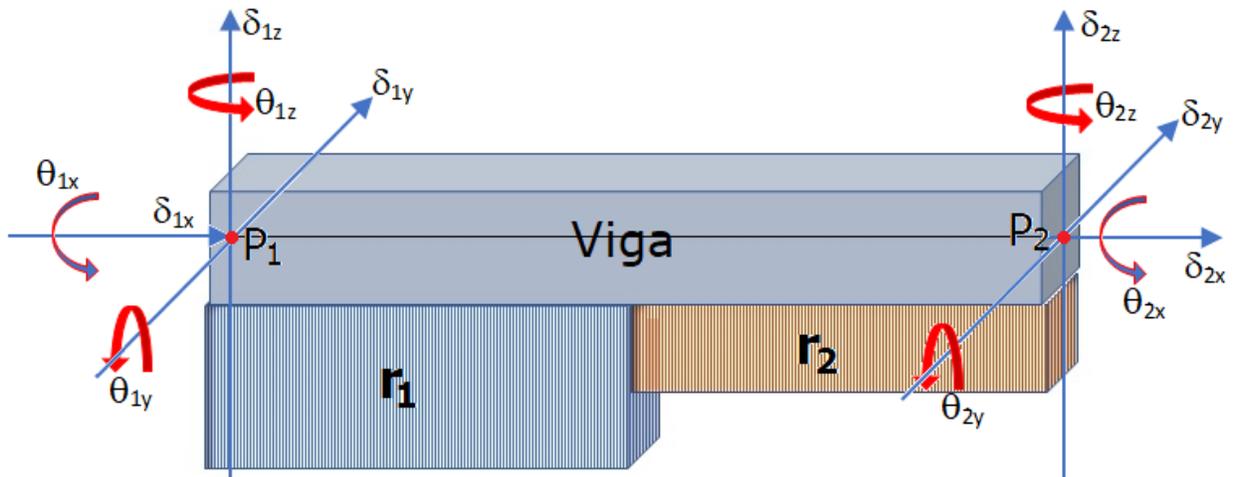


Ilustración 18 Reacciones y desplazamientos sobre la barra
Matriz de rigidez global del elemento barra de la *Ilustración 18*.

$$[k] = \begin{bmatrix} \delta'_p & \delta'_r & \delta'_u & \theta'_p & \theta'_r & \theta'_u & \delta'_q & \delta'_s & \delta'_v & \theta'_q & \theta'_s & \theta'_v \\ r_{az} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_{az} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{aax} & 0 & 0 & 0 & r_{abx} & 0 & -r_{aax} & 0 & 0 & 0 & r_{bax} \\ 0 & 0 & r_{aay} & 0 & -r_{aby} & 0 & 0 & 0 & -r_{aay} & 0 & -r_{bay} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_{aby} & 0 & r_{11y} & 0 & 0 & 0 & r_{aby} & 0 & r_{12y} & 0 \\ 0 & r_{abx} & 0 & 0 & 0 & r_{11x} & 0 & -r_{abx} & 0 & 0 & 0 & r_{12x} \\ -r_{az} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{az} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_{aax} & 0 & 0 & 0 & -r_{abx} & 0 & r_{aax} & 0 & 0 & 0 & -r_{bax} \\ 0 & 0 & -r_{aay} & 0 & r_{aby} & 0 & 0 & 0 & r_{aay} & 0 & r_{bay} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_{bay} & 0 & r_{12y} & 0 & 0 & 0 & r_{bay} & 0 & r_{22y} & 0 \\ 0 & r_{bax} & 0 & 0 & 0 & r_{12x} & 0 & -r_{bax} & 0 & 0 & 0 & r_{22x} \end{bmatrix} \quad (III.2)$$

Donde:

$$r_{az} = \frac{EA}{L}; \quad r_j = \frac{GJ}{L};$$

$$r_{aax} = \frac{12EI_x}{L^3}; \quad r_{abx} = r_{bax} = \frac{6EI_x}{L^2}; \quad r_{11x} = r_{22x} = \frac{4EI_x}{L}; \quad r_{12x} = r_{21x} = \frac{2EI_x}{L}$$

$$r_{aay} = \frac{12EI_y}{L^3}; \quad r_{aby} = r_{bay} = \frac{6EI_y}{L^2}; \quad r_{11y} = r_{22y} = \frac{4EI_y}{L}; \quad r_{12y} = r_{21y} = \frac{2EI_y}{L}$$

Para establecer la compatibilidad de deformaciones entre el suelo y la estructura, se hace un vínculo entre ambos: por medio de las reacciones del suelo, para ello ambos sistemas de ecuaciones quedarán en función de las reacciones del suelo. Este vínculo se establece entre el vector de cargas de empotramiento y las reacciones, obteniendo así el vector de cargas en función de las reacciones del suelo:

$$(p_m^e) = \begin{bmatrix} \frac{wL^2}{12} - \left(\frac{11}{192}\right)L^2r_1 - \left(\frac{5}{192}\right)L^2r_2 \\ -\frac{wL^2}{12} + \left(\frac{5}{192}\right)L^2r_1 + \left(\frac{11}{192}\right)L^2r_2 \\ -\frac{wL}{2} + \left(\frac{13}{32}\right)Lr_1 + \left(\frac{3}{32}\right)Lr_2 \\ -\frac{wL}{2} + \left(\frac{3}{32}\right)Lr_1 + \left(\frac{13}{32}\right)Lr_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\theta'_{x1} \\ -\theta'_{x2} \\ -\delta'_{y1} \\ -\delta'_{y2} \\ \delta'_{z1} \\ \delta'_{z2} \\ \delta'_{x1} \\ \delta'_{x2} \\ \theta'_{y1} \\ \theta'_{y2} \\ \theta'_{z1} \\ \theta'_{z2} \end{bmatrix} \quad (III.3)$$

Como puede observarse de la *Ilustración 19* y del vector de cargas de empotramiento P^e , aparecen dos nuevas incógnitas que son r_1 y r_2 . Por tanto, el sistema global de equilibrio se ha incrementado en número de variables, pero en este punto, el sistema no puede resolverse, pues se tienen más incógnitas que ecuaciones. Para poder resolver el sistema, se plantean las ecuaciones de deformación en el suelo que completan el sistema debido a que los esfuerzos en dichas ecuaciones son función de las reacciones r_i . De esta manera se logra tener un sistema bien definido de igual número de incógnitas y ecuaciones.

III.III Cálculo de deformaciones en arenas, tomando en cuenta la no linealidad del suelo

Las deformaciones que se presentan en el terreno de cimentación dependen de las cargas que la estructura transmite al terreno de apoyo, mismas que por la tercera ley de Newton son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura. Por este motivo, los asentamientos del terreno se pueden calcular en función de estas cargas. Llamando r_k a una reacción linealmente repartida que actúa sobre una superficie, la presión vertical vale $r_k d_k / a_k$ donde d_k y a_k son la longitud y el área en las que actúa la carga, respectivamente. La deformación del estrato de espesor H_i debida a la carga r_k es:

$$\delta_{ijk} = \left(\frac{1}{E_{zij}} \right) H_j \sigma_{zjik} \quad (\text{III.4})$$

Pero:

$$\sigma_{zijk} = \frac{I_{zijk} r_k d_k}{a_k} \quad (\text{III.5})$$

Donde:

I_{zijk} : es el valor de influencia vertical, el cual es igual al esfuerzo normal vertical en el punto ij que es producido por una presión unitaria cuando está actuando en el área a_k , (Zeevart 1973).

E_{zij} : es el módulo lineal de deformación, el cual se define como el cociente del esfuerzo normal vertical entre la deformación unitaria vertical que se presenta en el punto ij.

$$\delta_{ijk} = \frac{1}{E_{zij}} \frac{H_j I_{zijk} r_k d_k}{a_k} \quad (\text{III.6})$$

La deformación del estrato, j , que es debida a todas las cargas vale:

$$\delta_{ijk} = \left(\frac{1}{E_{zij}} \right) H_j \sum_{k=1}^{nr} \frac{I_{zijk} r_k d_k}{a_k} \quad (\text{III.7})$$

Donde:

nr : es el total de cargas, r_k

$$\delta_i = \delta_{oi} + \sum_{j=1}^{ne} \left(\frac{1}{E_{zij}} \right) H_j \sum_{k=1}^{nr} \frac{I_{zijk} r_k d_k}{a_k} \quad (\text{III.8})$$

Donde:

ne : es el total de estratos.

En la ecuación anterior los hundimientos quedan en función de las cargas r_k .

Cabe aclarar que, aunque el procedimiento es unidimensional aparentemente, en la práctica se pueden tomar en cuenta, en la estimación de E_{zij} , tanto los incrementos

del esfuerzo horizontal como el efecto de la presión de confinamiento en la rigidez del suelo, así como, el hecho de que la curva esfuerzo-deformación unitaria es no lineal. En efecto, E_{zij} esta dado por:

$$E_{zij} = \frac{\sigma_{zij}}{\varepsilon_{zij}} \quad (\text{III.9})$$

El cálculo de asentamientos es una de las principales razones por la cual se estudian las propiedades de los suelos, la influencia que tienen en la estabilidad de la estructura es altamente considerada debido a los daños que los asentamientos diferenciales pueden inferir. Este fenómeno es generado por la presencia de esfuerzos en la masa de suelo, por lo que para su cálculo es necesario obtener primeramente las propiedades mecánicas del suelo, y tener conocimiento de cómo se transmiten los esfuerzos hasta la profundidad de estudio, por lo que se deben obtener los esfuerzos efectivos (presión existente entre los granos de suelo).

Para el cálculo de deformaciones se asume que las cargas que transmite la estructura al terreno de cimentación son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura, por la Tercera Ley de Newton (Deméneghi, 996).

Se estudiarán, para fines de esta tesis, los asentamientos de un cimiento apoyado en depósitos de arena, y serán calculados con una ecuación constitutiva no lineal que toma en cuenta el efecto de la presión de confinamiento con la magnitud de la rigidez del terreno. La ventaja al considerar la no linealidad del suelo es que no se requieren muchas propiedades mecánicas del suelo, y que las que se emplean no cambian con la presión de confinamiento.

Las deformaciones verticales de una cimentación en suelos friccionantes de espesor Δz_0 sujeto a incrementos de esfuerzos σ_x , σ_y y σ_z está dado por:

$$\delta_z = \left\{ 1 - \exp \left\{ -\frac{f[(p_{co} + c\sigma_z)^{1-s} - (p_{co})^{1-s}]}{(1-s)cAP_a} \right\} \right\} \Delta z_0 \quad (\text{III.10})$$

Donde:

$$f = 1 - v(a_1 + a_2); \quad a_1 = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \quad a_2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_z}$$

s: es coeficiente que depende del tipo de suelo, el cual vale 0.5 para suelos friccionantes.

$$c = 1/3 + 1/3(a_1 + a_2)$$

Los incrementos de esfuerzo σ_x , σ_y y σ_z se calculan a partir de

$$\sigma_{z11} = I_{z111} \frac{r_1 d_1}{a_1} + I_{z112} \frac{r_2 d_2}{a_2} + I_{z113} \frac{r_3 d_3}{a_3} \quad (\text{III.11})$$

$$\sigma_{x11} = I_{x111} \frac{r_1 d_1}{a_1} + I_{x112} \frac{r_2 d_2}{a_2} + I_{x113} \frac{r_3 d_3}{a_3} \quad (\text{III.12})$$

$$\sigma_{y11} = I_{y111} \frac{r_1 d_1}{a_1} + I_{y112} \frac{r_2 d_2}{a_2} + I_{y113} \frac{r_3 d_3}{a_3} \quad (\text{III.13})$$

Expresiones que corresponden solo para el primer punto, el estrato uno y con tres reacciones.

I_z : Valor de influencia, es el incremento de esfuerzo vertical producido por una carga unitaria en la esquina de un rectángulo cargado uniformemente Ilustración 19, se calcula con la ecuación de Damy.

I_x, I_y : Valores de influencia horizontales, producidos por una carga unitaria, en la esquina de un rectángulo cargado uniformemente, Ilustración 19, se calculan con las ecuaciones de Dashko y Kagan, (Dashkó, 1980)

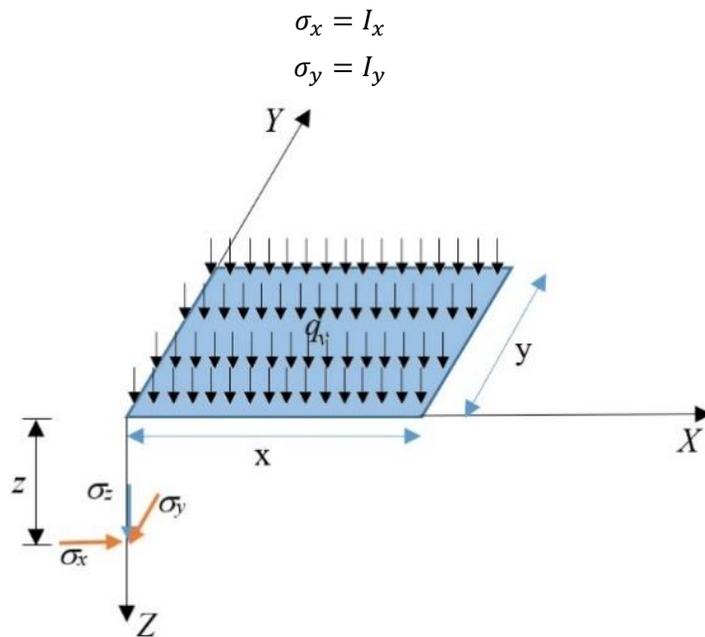


Ilustración 19. Incrementos de esfuerzo normal bajo la esquina de un rectángulo cargado uniformemente en un medio semiinfinito

$$p_{co} = \frac{p_{vo} + p_{ho} + p_{ho}}{3} = \frac{p_{vo}}{3} (1 + 2K_o) \quad (\text{III.14})$$

p_{vo} es la presión vertical inicial

p_{ho} es la presión horizontal inicial

El coeficiente K_o se calcula con la expresión de Mayne y Kulhawy, (Mayne et al., 1982)

$$K_o = (1 - \text{sen}\varphi)(OCR)^{\text{sen}\varphi} \quad (\text{III.15})$$

OCR Relación de preconsolidación del suelo.

A es el módulo de rigidez del suelo, el cual puede calcularse con la expresión:

$$A = A_m C$$

$$A_m = 26.25 N^{1.125} \quad (\text{III.16})$$

$$C = \exp \left[-0.784 t_\alpha \sqrt{1.00758 + 0.0152 (\ln N - 2.976)^2} \right] \quad (\text{III.17})$$

en donde

N: número de golpes de la penetración estándar y t_α es una variable t de Student, cuyos valores en función de α se muestran en la tabla 1.

Tabla 2. Variable aleatoria t de Student.

Nivel de Confianza α (%)	t_α
2.5	1.978
5.0	1.657
10	1.288
15	1.041
20	0.844
25	0.676
30	0.526
40	0.254
50	0.000

III.IV Compatibilidad de deformaciones

La compatibilidad de deformaciones se realiza igualando las ecuaciones (GGGG) resultando un sistema de ecuaciones no lineales que se resuelve con el método de Newton. En las ecuaciones se establece que los desplazamientos de la estructura como los del terreno son iguales. Al igualar las ecuaciones los desplazamientos desaparecen como incógnitas

Desarrollado el análisis anteriormente descrito, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones formado por las rigideces de la estructura y cargas de empotramiento:

$$\underline{K} \bar{\delta} + \underline{P}_e \bar{r} = -\bar{b} \quad (\text{III.18})$$

Asi como el sistema de ecuaciones formado por las deformaciones y reacciones en el suelo:

$$\bar{\delta} - f(r_1, r_2, \dots) = \bar{b}_b \quad (\text{III.19})$$

Expresándolo matricialmente se tiene que:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{e11} & p_{e12} & \cdots & p_{e1n} \\ p_{e21} & p_{e22} & \cdots & p_{e2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{en1} & p_{en2} & \cdots & p_{enn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

$$\begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \delta_{nn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1(r_1, r_2, \dots) \\ f_2(r_1, r_2, \dots) \\ \vdots \\ f_n(r_1, r_2, \dots) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{b1} \\ b_{b2} \\ \vdots \\ b_{bn} \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

En donde:

$f_i(r_1, r_2, \dots)$ son funciones de las reacciones para cada desplazamiento δ_i , que pueden ser no lineales.

\bar{b}_b es el vector de términos independientes, producto de la compatibilidad de deformaciones en el suelo

Las ecuaciones anteriores forman el sistema completo ampliado de interacción suelo-estructura, ya que el modelo constitutivo a utilizar en las ecuaciones de deformación del suelo es no lineal, la solución del sistema se realiza empleando el método de Newton, descrito a continuación.

III. V Método de Newton para solución de sistemas no lineales

El problema de encontrar la solución de un sistema de ecuaciones no lineales resulta más complicado que el caso de la solución de ecuaciones lineales. De hecho, algunos conjuntos de ecuaciones carecen de soluciones reales. El método de Newton puede aplicarse a sistemas de ecuaciones, así como a una sola ecuación no lineal. Comenzando con el siguiente ejemplo de dos ecuaciones con dos incógnitas, e igualando a cero:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 0 \\ g(x, y) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

Sea $x = r$, $y = s$, y ambas funciones se desarrollan en una serie de Taylor con respecto a un punto (x_i, y_i) en términos de $(r - x_i)$, $(s - y_i)$, donde (x_i, y_i) es un punto cerca de la raíz:

$$f(r, s) = 0 = f(x_i, y_i) + f_x(x_i, y_i)(r - x_i) + f_y(x_i, y_i)(s - y_i) + \dots, \quad (\text{III.23})$$

$$g(r, s) = 0 = g(x_i, y_i) + g_x(x_i, y_i)(r - x_i) + g_y(x_i, y_i)(s - y_i) + \dots, \quad (\text{III.24})$$

Al truncar la serie se obtiene:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_i, y_i) \\ g(x_i, y_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x(x_i, y_i) & f_y(x_i, y_i) \\ g_x(x_i, y_i) & g_y(x_i, y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r - x_i \\ s - y_i \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

Lo anterior puede reescribirse para resolverse como el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} f_x(x_i, y_i) & f_y(x_i, y_i) \\ g_x(x_i, y_i) & g_y(x_i, y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f(x_i, y_i) \\ g(x_i, y_i) \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

donde

$$\Delta x_i = r - x_i, \text{ y } \Delta y_i = s - y_i$$

La ecuación 19 se resuelve por eliminación gaussiana y luego, si se hace

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

se obtiene una estimación mejorada de la raíz (r, s) . Este proceso se repite con i reemplazada por $i + 1$ hasta que f y g están próximas a 0. La extensión a más de dos ecuaciones simultáneas es directa. Por tanto, el método de Newton para un sistema de n ecuaciones puede escribirse al desarrollar la ecuación 19. Así, se tiene:

$$\begin{bmatrix} f_{1x} & f_{1y} & f_{1z} & \cdots \\ f_{2x} & f_{2y} & f_{2z} & \cdots \\ f_{3x} & f_{3y} & f_{3z} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{nx} & f_{ny} & f_{nz} & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \\ \vdots \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (\text{III.28})$$

evaluando en (x_i, y_i, z_i, \dots) . Al resolver lo anterior se calcula:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i, \quad y_{i+1} = y_i + \Delta y_i, \quad z_{i+1} = z_i + \Delta z_i, \dots \quad (\text{III.29})$$

En un programa de computadora resulta tedioso introducir cada una de las funciones de las derivadas parciales (que a menudo deben desarrollarse manualmente, a menos que se tenga acceso al sistema de álgebra por computadora o a una calculadora avanzada) a utilizar en la ecuación 19. Una técnica alternativa es aproximar estas parciales volviendo a calcular la función con una pequeña perturbación a cada una de las variables a la vez:

$$\begin{aligned} (f_1)_x &\doteq \frac{f_1(x + \delta, y, z, \dots) - f_1(x, y, z, \dots)}{\delta}, \\ (f_1)_y &\doteq \frac{f_1(x, y + \delta, z, \dots) - f_1(x, y, z, \dots)}{\delta}, \\ &\vdots \\ (f_i)_{x_j} &\doteq \frac{f_i(x, y, z, \dots, x_j + \delta) - f_i(x, y, z, \dots, x_j)}{\delta} \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

Relaciones semejantes se usan para cada variable en cada función.

IV. Análisis de ISE de un edificio desplantado sobre suelo friccionante

Los objetivos del análisis de ISE en este ejemplo de aplicación, en primera instancia son el análisis de dos casos en uno considerando el comportamiento lineal del suelo empleando la Teoría de Elasticidad y en el segundo caso tomando en cuenta la no linealidad de deformación del suelo con una ecuación constitutiva para suelos granulares. Los resultados que se obtendrán al realizar el análisis de ambos casos son las deformaciones en el suelo, las reacciones en la cimentación y los elementos mecánicos (cortante y momento) en la cimentación y superestructura, con los que se realizará la propuesta de diseño estructural, y que para verificar que los resultados del análisis con el software ISE3D2018 sean confiables se realizara el análisis de la losa de cimentación con el método de los coeficientes propuesto en el Capítulo 3.3 Análisis de losas de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (2017)

A continuación, se presenta el análisis de interacción suelo – estructura de un edificio de cuatro niveles con una losa de cimentación apoyada sobre un suelo friccionante. El análisis se realizará utilizando el software ISE3D2018 desarrollado por M.I. Héctor Sanginés y el Dr. Armando Hermosillo actualizado para considerar estructuras en tres dimensiones. Para más información acerca del software puede consultarse directamente con los autores de este trabajo.

En la Ilustración 20 se presenta el modelo en estudio donde se observa la sub y superestructura constituida a base de barras y nodos. La cimentación en forma de "L", a base de losas se encuentra sobre cuatro estratos de suelo friccionante. Cada nivel de la superestructura se presenta mediante un color diferente. En la Ilustración 21 se presentan las dimensiones en planta, así como el sistema de ejes de referencia.

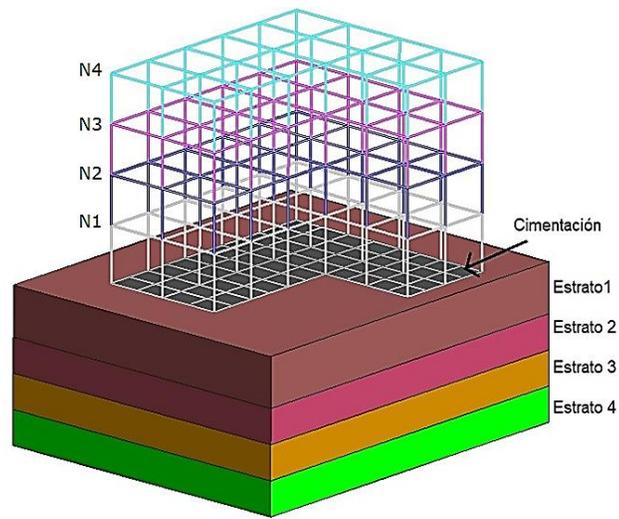


Ilustración 20 Edificio de cuatro niveles con losa de cimentación. Desplantado sobre estratos de arena.

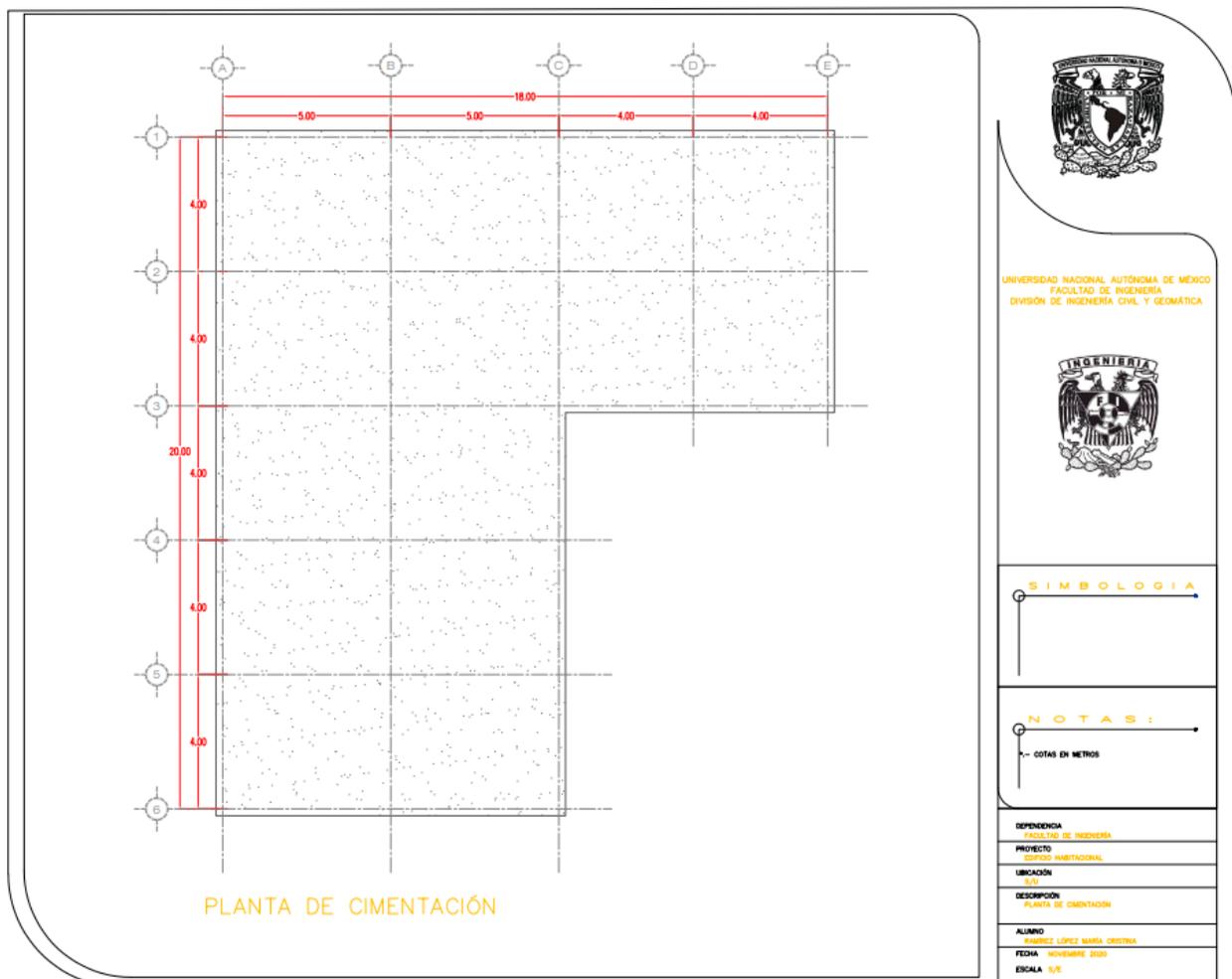


Ilustración 21 Planta de cimentación con ejes de referencia.

IV.I Características estratigráficas y propiedades de deformación del suelo.

Para realizar el análisis de ISE es necesario contar con algunos parámetros geotécnicos que permitan el cálculo de deformaciones por lo que se llevaron a cabo trabajos de exploración para la obtención de muestras representativas del suelo para posteriormente realizar con ellas pruebas de laboratorio.

El predio de interés se localiza en la Zona I (Zona de Lomas), que de acuerdo con las NTCR (2017), para Zona I:

“Lomas formadas por roca o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o intercalados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. En esta zona es frecuente la presencia de oquedades en rocas, de cavernas y túneles excavados para explorar minas de arena y de rellenos no controlados.”

Los resultados de las pruebas de laboratorio se resumen en las Tablas 3 y 4. De acuerdo con el perfil estratigráfico el subsuelo está conformado por un relleno hasta los 1.20 m de profundidad, debajo se encuentra un estrato de arena limosa semicompacta hasta los 3.60 m, inmediatamente debajo se encuentra un estrato de arena limosa muy compacta hasta los 5.40 m, en el último estrato de análisis se halló una arena limosa semicompacta. El Nivel de Agua Freática no se encontró hasta la máxima profundidad explorada.

Tabla 3. Estratigrafía y resultados de pruebas de laboratorio de los estratos en análisis.
(Parte 1)

Estrato	Profundidad m		Descripción	Consistencia o compacidad	No. De golpes N	Contenido de agua W%	SUCS
1	0	- 1.20	Relleno	Muy compacta	52	8.2	
2	1.20	- 3.50	Arena limosa café con grava	Semicompacta	21	12.10	SM
3	3.50	- 6.00	Arena limosa con grava	Muy compacta	> 50	11.00	SM
4	6.00	- 8.50	Arena limosa con grava	Suelta	8	8.90	SM
5	8.50	- 11.00	Arena limosa con grava	Semicompacta	14	14.90	SM

Tabla 4. Estratigrafía y resultados de pruebas de laboratorio de los estratos en análisis.
(Parte 2)

Estrato	Profundidad		Descripción	Límite líquido %	Límite Plástico %	Índice Plástico %	% Grava G	% Arena S	% Finos F	φ Grados
1	0	- 1.20	Relleno							
2	1.20	- 3.50	Arena limos café con grava	20.80	15.60	5.20	37.70	52.00	10.30	32
3	3.50	- 6.00	Arena limosa con grava	21.80	17.80	4.00	0.00	76.00	24.00	38
4	6.00	- 8.50	Arena limosa con grava	SM	15	11.20				28
5	8.50	- 11.00	Arena limosa con grava	19.40	13.40	6.00	29.00	36.70	34.70	31

Donde:

N: es el número de golpes de la prueba de penetración estándar.

w: es el contenido de agua.

φ : es el ángulo de fricción interna.

A continuación, se muestran los parámetros necesarios para que el software ISE3D2018 calcule las deformaciones en el suelo para el caso lineal y no - lineal.

Tabla 5 Propiedades elásticas de los suelos.

Estrato	E (t_f/m^2)	ν	γ (t/m^3)	Espesor (m)
1	3207.80	0.32	1.80	3.5
2	4949.74	0.27	1.80	2.5
3	1979.90	0.34	1.80	2.5
4	2619.16	0.32	1.80	2.5

Tabla 6 Propiedades no - lineales de los suelos.

Estrato	A	s	ν	Ko	K
1	300.0	0.5	0.32	0.47	749.00
2	1096.0	0.5	0.27	0.38	647.00
3	139	0.5	0.34	0.53	647.00
4	262	0.5	0.32	0.48	647.00

Donde:

E: Modulo de deformación del suelo

ν : Coeficiente de Poisson

γ : Masa volumétrica del suelo

A: Módulo de deformación no lineal del suelo adimensional (Método Deméneghi)

Ko: Coeficiente de presión en reposo

K: Coeficiente k del suelo, para el cálculo del módulo de deformación E_i del estrato.

IV.II Análisis de cargas gravitacionales

Para el análisis de cargas gravitacionales se tomarán en cuenta dos tipos de acciones:

a) Acciones permanentes

Son aquellas que obran en forma continua y cuya intensidad puede considerarse que no varían con el tiempo. Entran en esta categoría: cargas muertas debidas al peso propio de la estructura y al de los elementos no estructurales de la construcción.

Pesos de materiales y cargas en Losa de Azote

Material	P.E.	Espesor	Carga Superficial
-	kg/m ³	m	kg/m ²
Losa de concreto armado	2400	0.12	288
Sobrecarga por elementos barra			150
Plafón			40
Instalaciones			40
Relleno de Tezontle seco	1550	0.10	155
Entortado de Mortero (arena cemento)	2100	0.04	84
Impermeabilizante			10
Sobrecarga (NTC 5.1.2)			40
		$W_{CM} =$	810

Pesos de materiales y cargas en Losa de Entrepiso

Material	P.E.	Espesor	Carga Superficial
-	kg/m ³	m	kg/m ²
Losa de concreto armado	2400	0.120	288
Sobrecarga por elementos barra			200
Pega azulejo	1800	0.005	9
Recubrimiento Granito 40 x 40			65
Instalaciones			40
Plafón			40
Sobrecarga (NTC 5.1.2)			40
		$W_{CM} =$	690

Pesos de materiales y cargas en Planta Baja

Material	P.E.	Espesor	Carga Superficial
-	kg/m ³	m	kg/m ²
Losa de concreto armado	2400	0.35	840
Sobrecarga por elementos barra			60
Pega azulejo	1800	0.005	9
Recubrimiento Granito 40 x 40			65
Instalaciones			40
Sobrecarga (NTC 5.1.2)			40
		$W_{CM} =$	1110

b) Acciones variables

Aquellas que obran sobre la estructura con una intensidad variable con el tiempo, pero que alcanzan valores significativos durante lapsos grandes. Se incluyen en esta categoría: cargas vivas o sea aquellas que se deben al funcionamiento propio de la construcción y que no tienen carácter permanente.

Destino de piso o cubierta	Carga Viva kg/m ²
Habitación	190
Azotea con pendiente no mayor de 5%	100

Tabla 7. Resumen de cargas gravitacionales repartidas en el área de cada planta.

Nivel	Carga Muerta (kg/m ²)	Carga Viva Máxima (kg/m ²)	W_{CM+CV} (kg/m ²)
Azotea	810	100	910
Entrepiso	690	190	880
Subestructura	1110	190	1300

Las cargas distribuidas en la cimentación se muestran en la Ilustración 22 de igual manera para el sistema de entrepisos en la Ilustración 23 y azotea en la Ilustración 24. Las propiedades de las barras de cimentación se presentan en la Tabla 7.

Tabla 8. Propiedades de las secciones de las barras en la cimentación. E es el módulo de elasticidad y ν la relación de Poisson

Barras	Base (m)	Altura (m)	Módulo E (t/m ²)	ν
Contra			113000	
Trabes	0.3	1.0	0	0.2

Tabla 9. Propiedades de las secciones de vigas y columnas. E es el módulo de elasticidad y ν la relación de Poisson

Barras	Base (m)	Altura (m)	Módulo E (t/m ²)	ν
Trabes	0.25	0.4	1130000	0.2
Columnas	0.4	0.6	1130000	0.2



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA



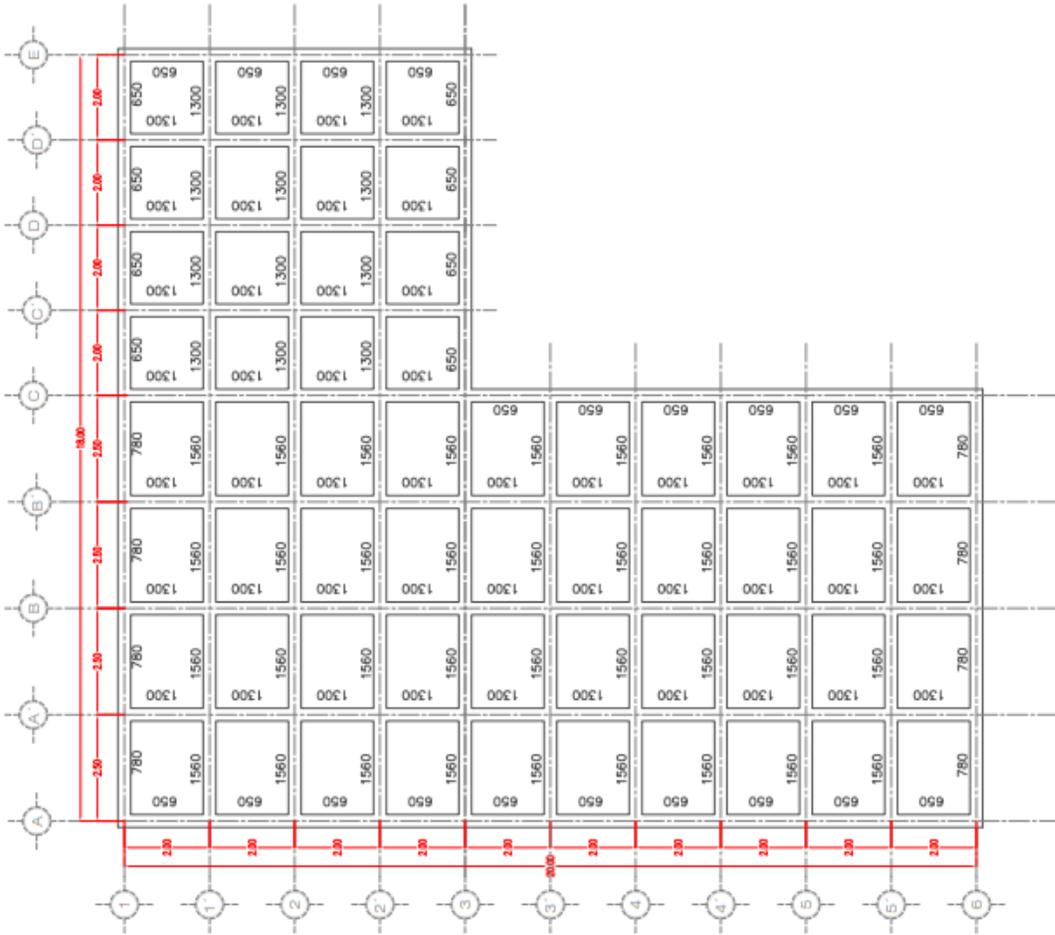
S I M B O L O G Í A



N O T A S :

- UNIDAD DE CARGA DISTRIBUIDA kg/m²
- COTAS EN METROS

DEPENDENCIA	FACULTAD DE INGENIERÍA
PROYECTO	EDIFICIO HABITACIONAL
UBICACIÓN	5/3
DESCRIPCIÓN	CONSECUENCIA CON DISTRIBUCIÓN DE CARGAS DISTRIBUIDAS
ALUMNO	ROBERTO LÓPEZ BARRA GARCÍA
FECHA	NOVIEMBRE 2023
ESCALA	5/4



PLANTA DE CIMENTACIÓN

Ilustración 22



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA



S I M B O L O G I A

- Columna de concreto
Sección 40x60 cm
(Unidades en m)
- Viga de concreto
Sección 25x45
(Unidades en cm)

N O T A S :

- C- CARGAS DE CARGA DETERMINADA kg/m²
- P- CORTES EN METROS

DEPENDENCIA	FACULTAD DE INGENIERÍA
PROYECTO	ESPESOS HABITACIONAL
UBICACIÓN	
DESCRIPCIÓN	PLANTA DE DIVISORIO, ENTREGADOR DE CARGAS SUPORTABLES
ALUMNO	NANCY LÓPEZ MARÍA CRISTINA
FECHA	NOVIEMBRE 2020
ESCALA	5:6

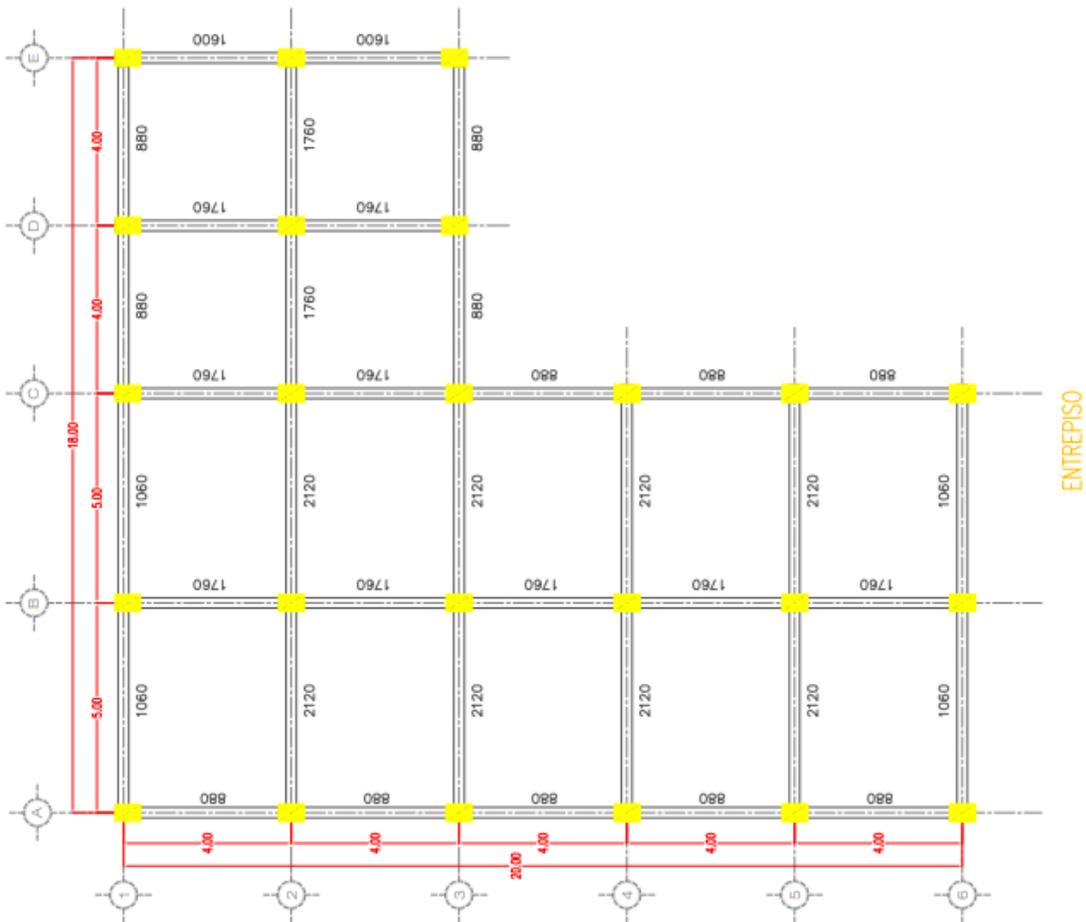


Ilustración 23

IV. III Análisis de resultados

En las Ilustraciones 25 y 26 se presenta la estructura deformada para los análisis lineal y no lineal respectivamente. La escala muestra los desplazamientos verticales. Puede observarse que para el caso no-lineal el desplazamiento máximo calculado es de 2.3 cm mientras que para el caso lineal se alcanza un desplazamiento de 1.4 cm. También puede observarse en las Ilustraciones que los tableros de las losas de cimentación se flexionan hacia arriba en sus claros libres, indicando que las tensiones máximas aparecen al centro de los claros de cada tablero, en la parte superior. Esto se corrobora más adelante en los diagramas de elementos mecánicos.

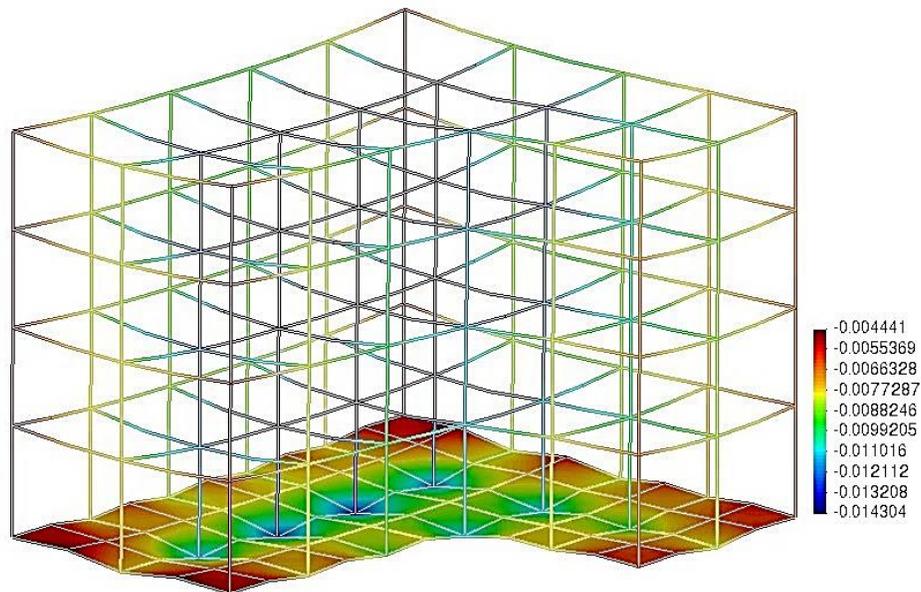


Ilustración 25. Desplazamientos en la estructura y losa de cimentación, análisis lineal. Escala en metros.

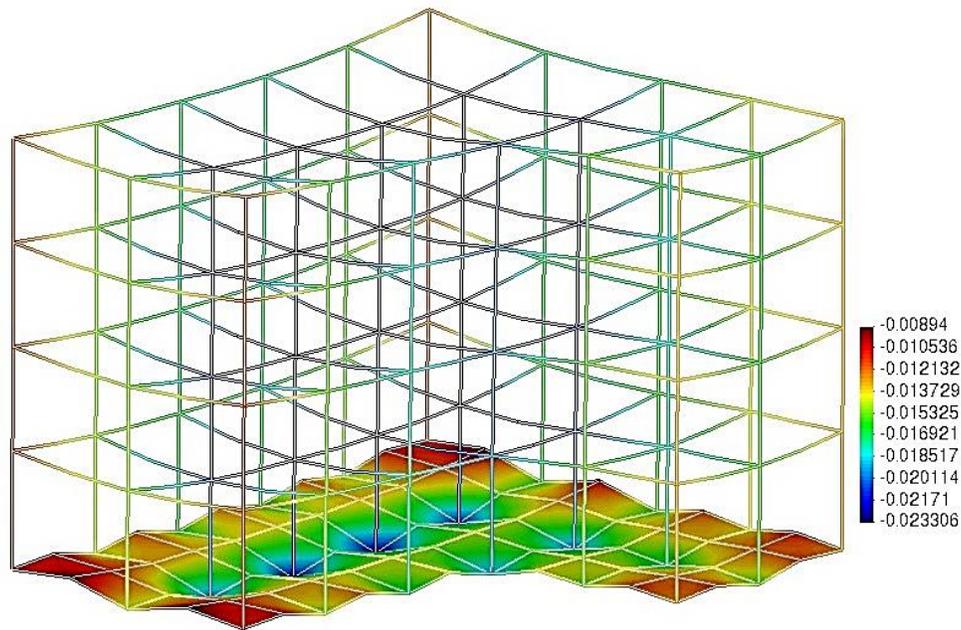


Ilustración 26. Desplazamientos en la estructura y losa de cimentación, análisis no lineal. Escala en metros.

IV.IV Elementos mecánicos

En las siguientes gráficas se presentan los elementos mecánicos sobre algunos de los ejes, tanto de la cimentación como del primer nivel de la superestructura. En dichas gráficas se comparan las fuerzas cortantes y momentos flexionantes para la condición lineal y no lineal del suelo.

- En losa de cimentación

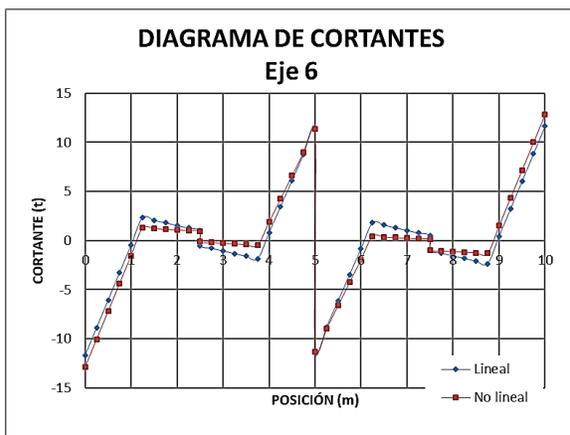


Ilustración 27. Diagramas de cortante, eje 6.

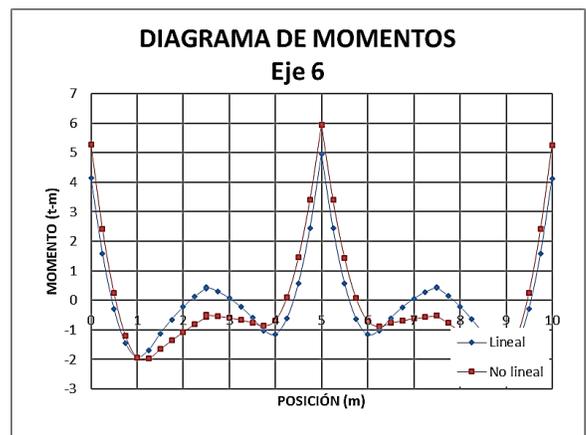


Ilustración 198. Diagrama de momentos, eje 6.

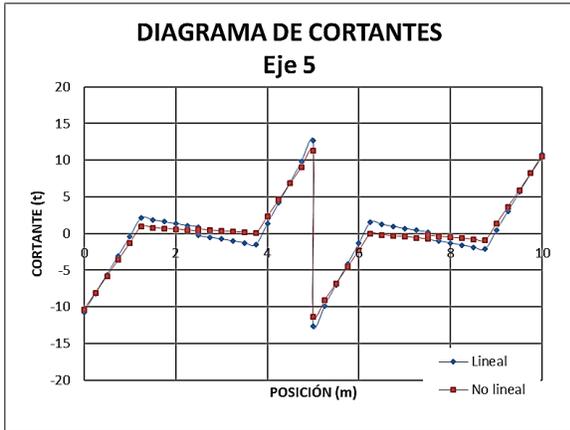


Ilustración 29. Diagramas de cortante, eje 5.

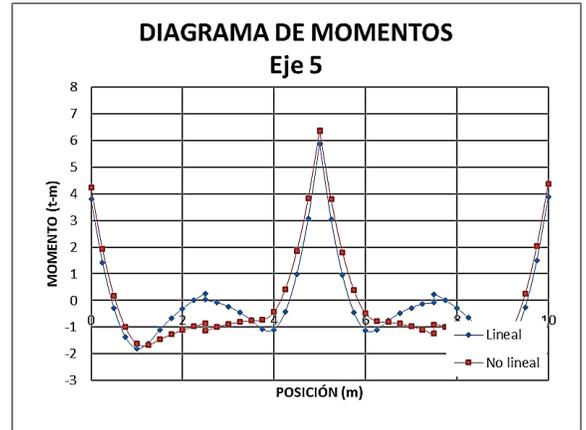


Ilustración 30. Diagramas de momentos, eje 5.

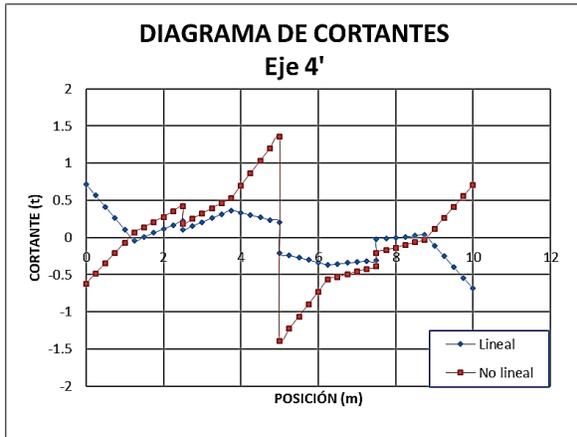


Ilustración 31. Diagramas de cortante, eje 4'

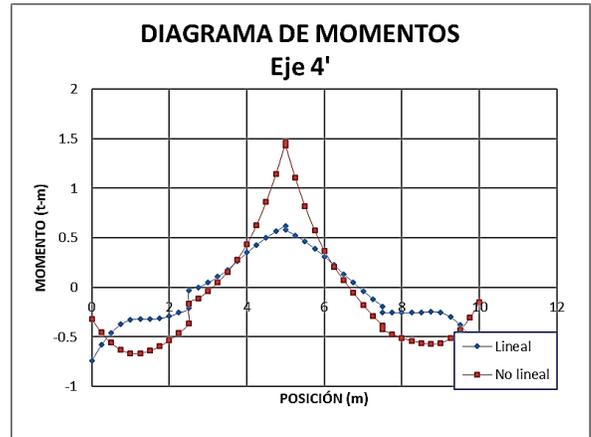


Ilustración 32. Diagramas de momentos, eje 4'

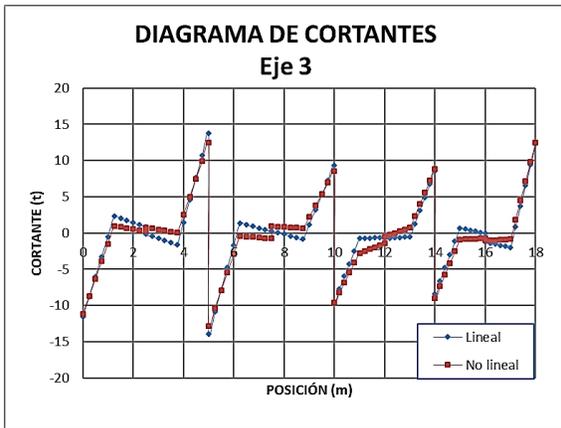


Ilustración 33. Diagramas de cortante, eje 3

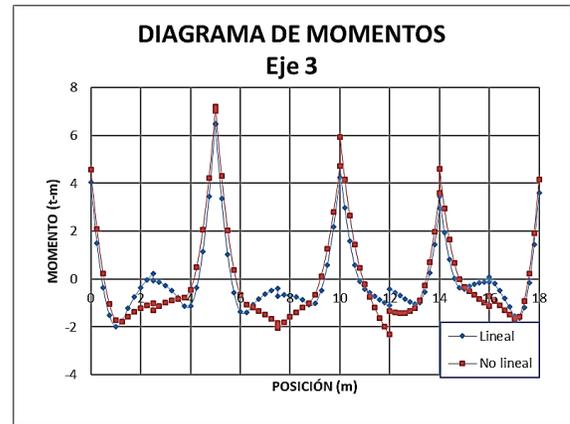


Ilustración 34. Diagramas de momentos, eje 3

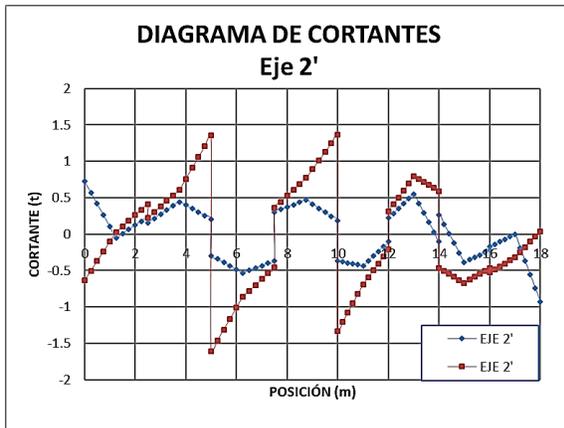


Ilustración 35. Diagramas de cortante, eje 2'

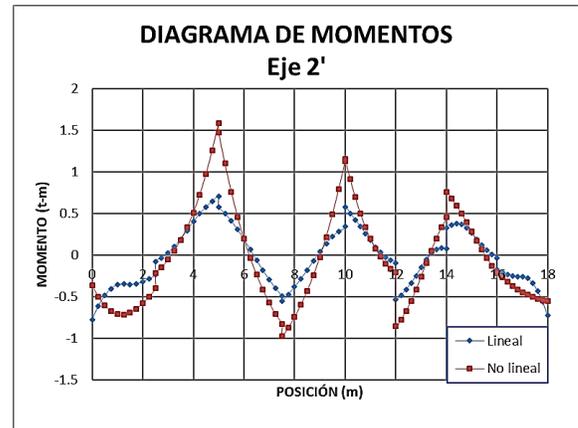


Ilustración 36. Diagramas de momento, eje 2'

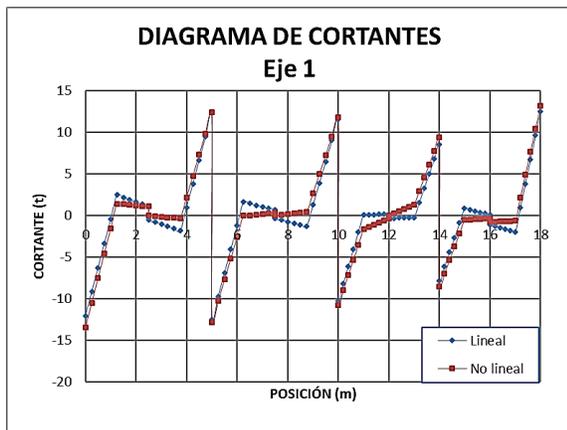


Ilustración 37. Diagramas de cortante, eje 1

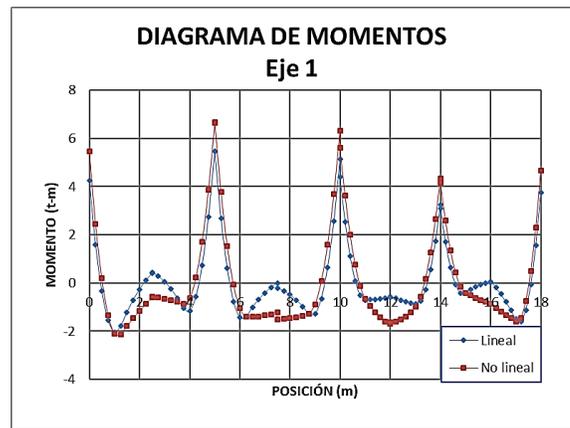


Ilustración 38. Diagramas de momentos, eje 1.

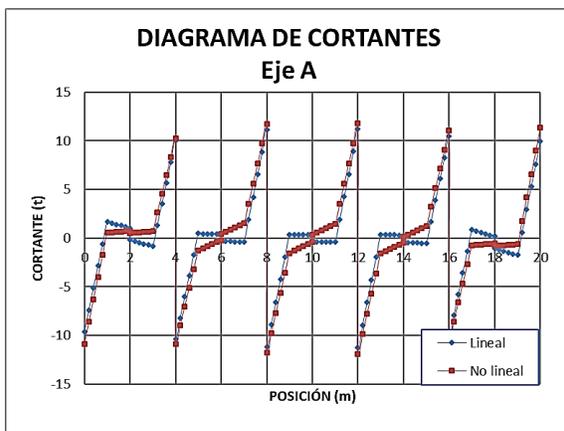


Ilustración 209. Diagramas de cortante, eje A

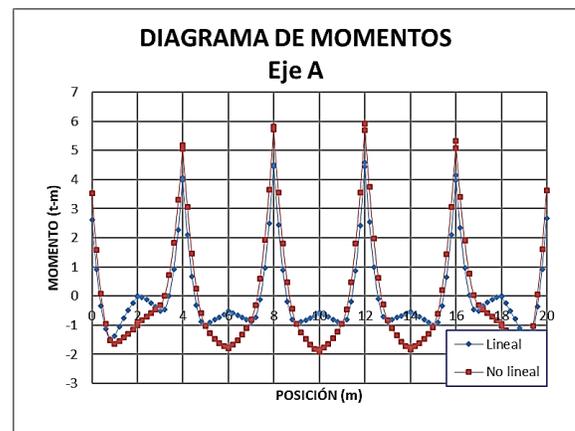


Ilustración 40. Diagramas de momentos, eje A

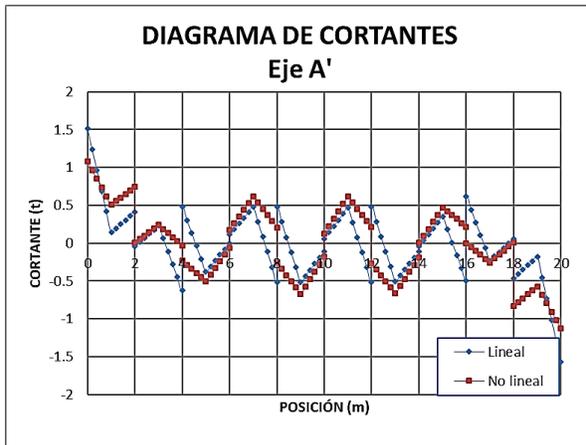


Ilustración 41. Diagramas de cortante, eje A'

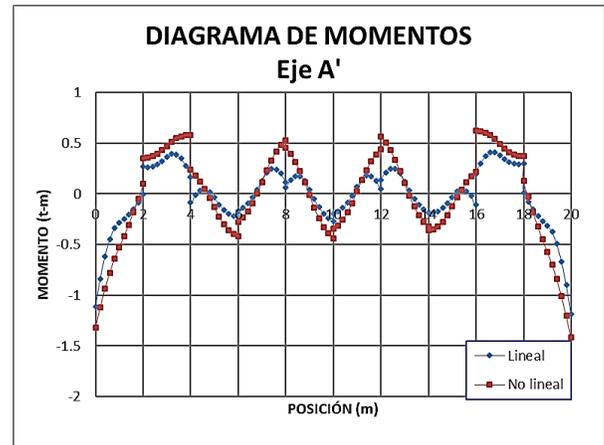


Ilustración 42. Diagramas de momentos, eje A'

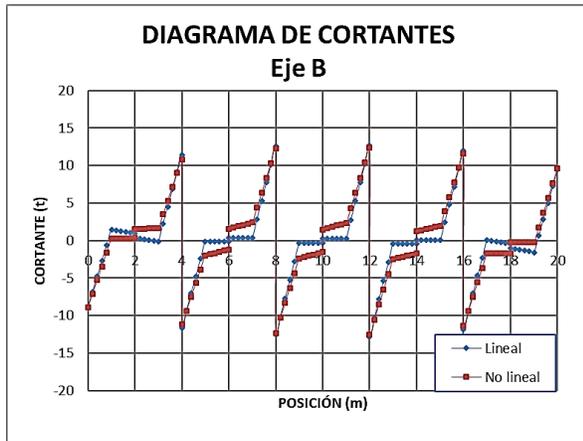


Ilustración 43. Diagrama de cortante, eje B

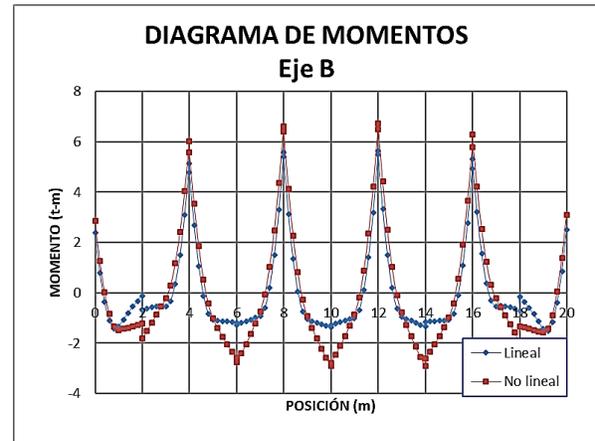


Ilustración 214. Diagrama de momentos, eje B

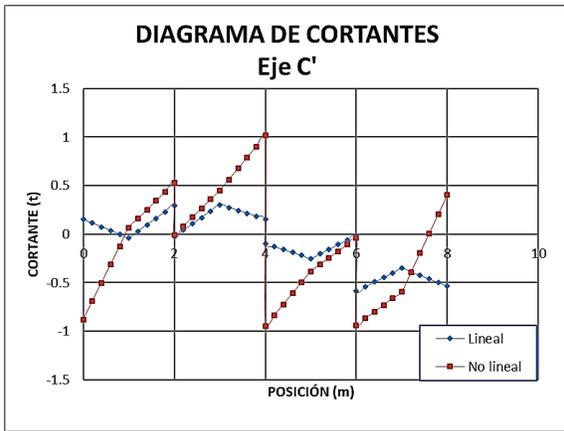


Ilustración 45. Diagramas de cortante, eje C'

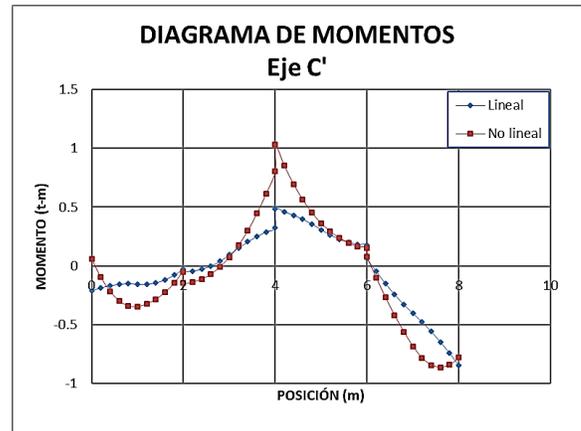


Ilustración 226. Diagramas de momentos, eje C'

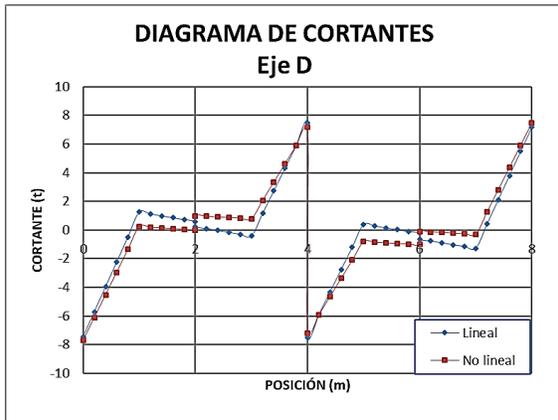


Ilustración 47. Diagramas de cortante, eje D

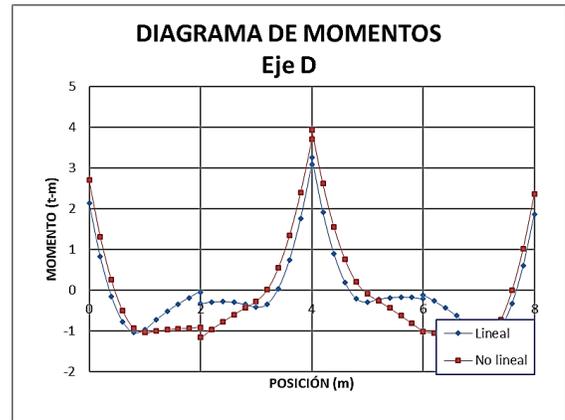


Ilustración 238. Diagramas de momentos, eje D

De las gráficas presentadas puede observarse que en general, para el caso no lineal los elementos mecánicos son ligeramente más grandes. Entre los ejes 6, 5 (Ilustraciones 27-30) y 3 (Ilustraciones 33 y 34) se encuentran las fuerzas cortantes y momentos flexionantes más grandes. Los momentos máximos negativos se encuentran al centro de claro de la viga y su forma simula la reacción del suelo con sentido contrario, mientras que los momentos negativos positivos se hallan en los extremos de cada barra que es donde se encuentran las mayores descargas transmitidas por las columnas, ocurriendo lo mismo para los esfuerzos cortantes.

- Superestructura. Vigas del nivel 1

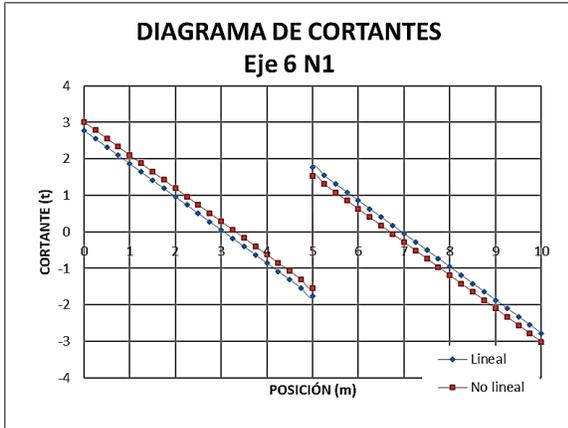


Ilustración 49. Diagrama de cortante, eje 6 N1

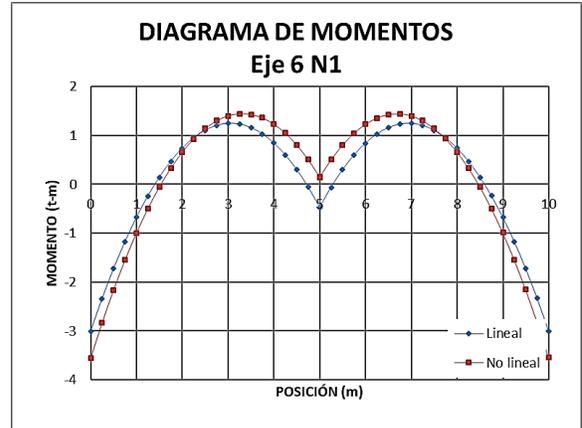


Ilustración 50. Diagramas de momentos, eje 6 N1

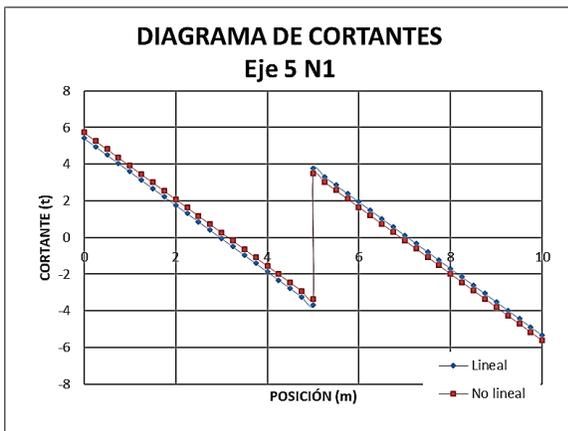


Ilustración 51. Diagrama de cortante, eje 5 N1

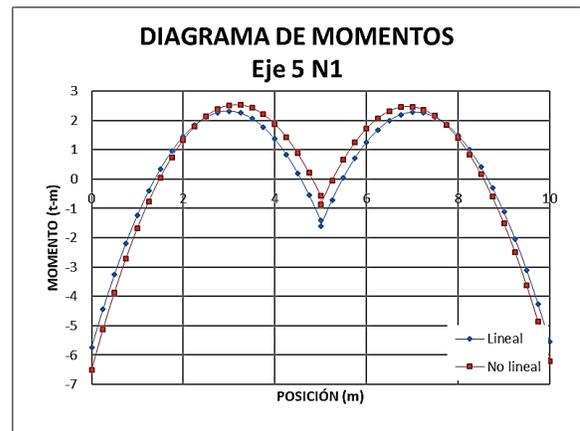


Ilustración 52. Diagramas de momentos, eje 5 N1

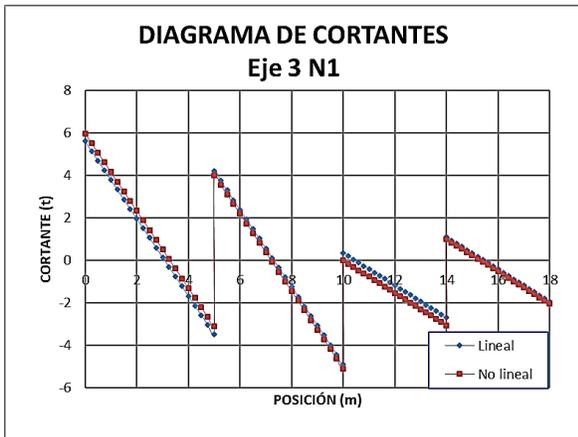


Ilustración 53. Diagramas de cortante, eje 3 N1

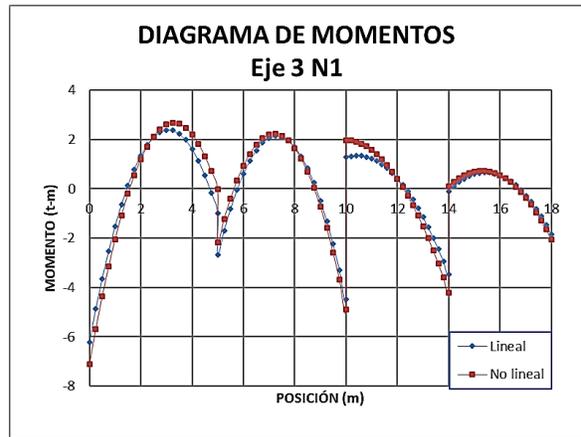


Ilustración 244. Diagramas de momentos, eje 3 N1

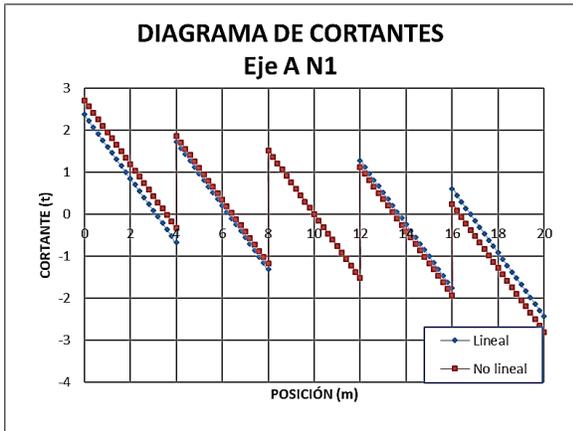


Ilustración 55. Diagramas de cortante, eje A N1

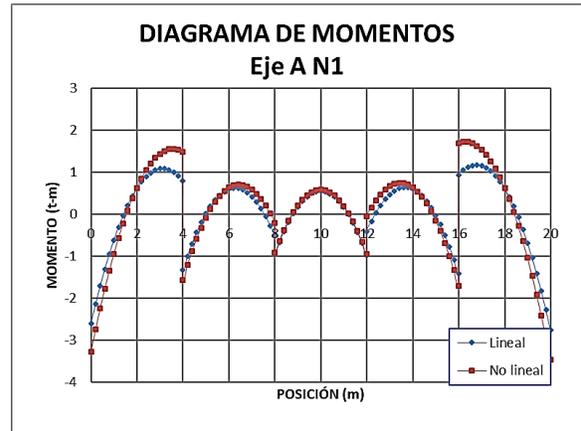


Ilustración 56. Diagramas de momentos, eje A N1

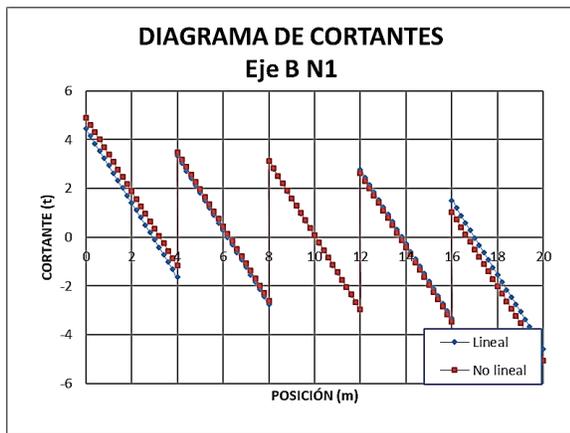


Ilustración 57. Diagramas de cortante, eje B N1

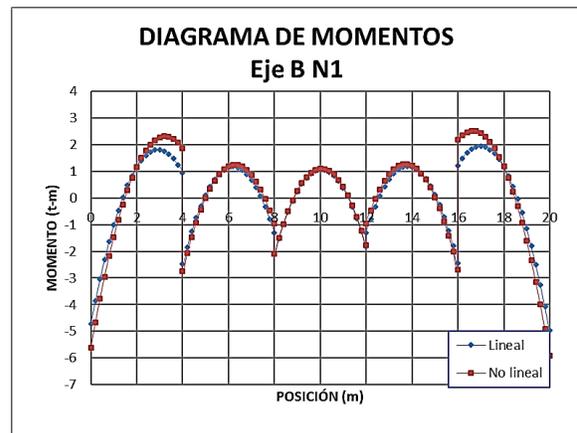


Ilustración 58. Diagramas de momentos, eje B N1

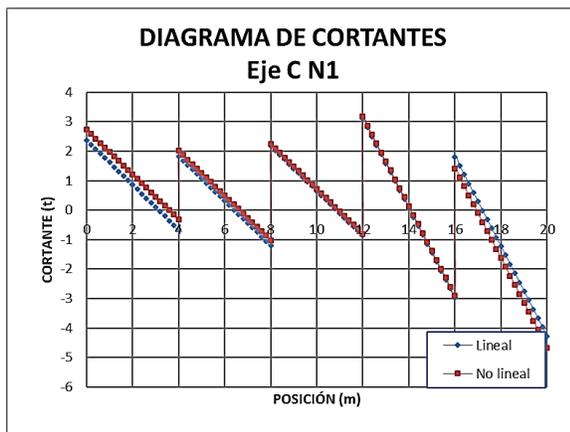


Ilustración 59. Diagramas de cortante, eje C N1

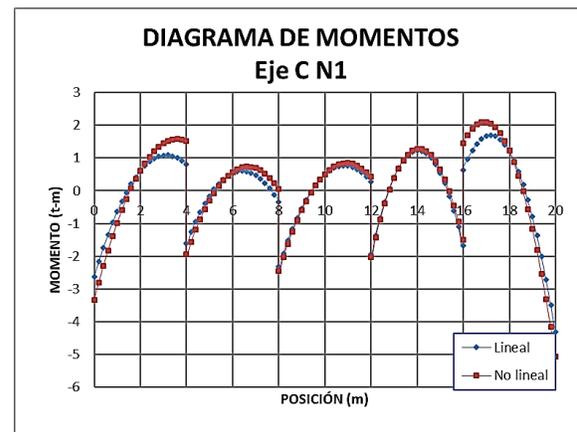


Ilustración 60. Diagramas de momentos, eje C N1

En las gráficas de elementos mecánicos correspondientes a las vigas de los ejes del primer nivel se observa que, para el caso no lineal las fuerzas cortantes y momentos flexionantes son ligeramente más grandes, cabe destacar que la diferencia entre los diagramas de elementos mecánicos radica en el tipo de análisis (lineal o no lineal), y que a pesar de que los elementos que constituyen la superestructura no entran en contacto directo con el suelo, el comportamiento de la cimentación afecta directamente el de la superestructura. La distribución de momentos de la superestructura se invierte, a diferencia de las barras de cimentación los momentos máximos positivos se hallan al centro del claro y los momentos máximos negativos en los extremos, lo anterior debido a que las barras de entrepiso deben soportar los esfuerzos de flexión producidos por cargas gravitacionales mientras que las barras de cimentación soportan los esfuerzos de flexión producidos por la reacción del suelo.

V. Diseño estructural de Losa de Cimentación

Para el diseño estructural de la losa de cimentación se emplearán dos métodos para comparar los resultados obtenidos, el primero con los momentos y cortante máximo obtenidos del análisis de ISE con el programa ISE3D2019, y el segundo método con los momentos obtenidos con el método de los coeficientes y cortante establecido en las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (2017).

V.I Método 1. Calculo con los momentos y cortantes máximos.

Se toman como elementos mecánicos para diseño de losa de cimentación los correspondientes al Eje 3.

Diseño de Losa de Cimentación																												
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Datos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b:</td> <td>100 cm</td> </tr> <tr> <td>h:</td> <td>40 cm</td> </tr> <tr> <td>r:</td> <td>5 cm</td> </tr> <tr> <td>r':</td> <td>2.5 cm</td> </tr> <tr> <td>d:</td> <td>35 cm</td> </tr> </tbody> </table>		Datos		b:	100 cm	h:	40 cm	r:	5 cm	r':	2.5 cm	d:	35 cm	Ancho Peralte Recubrimiento inferior Recubrimiento superior Espesor efectivo														
Datos																												
b:	100 cm																											
h:	40 cm																											
r:	5 cm																											
r':	2.5 cm																											
d:	35 cm																											
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Elementos Mecánicos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$M_n^{(+)}$=</td> <td>7400 kg-m</td> </tr> <tr> <td>$M_n^{(-)}$=</td> <td>2500 kg-m</td> </tr> <tr> <td>V_n=</td> <td>14200 kg</td> </tr> </tbody> </table>		Elementos Mecánicos		$M_n^{(+)}$ =	7400 kg-m	$M_n^{(-)}$ =	2500 kg-m	V_n =	14200 kg	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Materiales</th> </tr> <tr> <th colspan="2">Concreto</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Clase:</td> <td>I</td> </tr> <tr> <td>β_1:</td> <td>0.85</td> </tr> <tr> <td>f'_c:</td> <td>250 kg/cm²</td> </tr> <tr> <th colspan="2">Acero de refuerzo</th> </tr> <tr> <td>f_y:</td> <td>4200 kg/cm²</td> </tr> </tbody> </table>	Materiales		Concreto		Clase:	I	β_1 :	0.85	f'_c :	250 kg/cm ²	Acero de refuerzo		f_y :	4200 kg/cm ²				
Elementos Mecánicos																												
$M_n^{(+)}$ =	7400 kg-m																											
$M_n^{(-)}$ =	2500 kg-m																											
V_n =	14200 kg																											
Materiales																												
Concreto																												
Clase:	I																											
β_1 :	0.85																											
f'_c :	250 kg/cm ²																											
Acero de refuerzo																												
f_y :	4200 kg/cm ²																											
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Consideraciones Generales</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f'_c'' = 0.85 f'_c$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>si $f'_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>emplear: $\beta_1 = 0.85$</td> <td>NTCRC 3.5.1</td> </tr> <tr> <td>En Flexión:</td> <td></td> </tr> <tr> <td>- Área de Acero Máxima</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$A_{s\text{máx}} = \frac{6000 \beta_1 f'_c''}{6000 - f_y} bd$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>- Área de Acero Mínima</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$A_{s\text{mín}} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} bd$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>- Momento Resistente de la Sección</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$M_R = F_R bd^2 f'_c q (1 - 0.5q)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>donde:</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$q = \frac{p f_y}{f'_c''}$</td> <td>$p = \frac{A_s}{bd}$</td> </tr> </tbody> </table>			Consideraciones Generales		$f'_c'' = 0.85 f'_c$		si $f'_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$		emplear: $\beta_1 = 0.85$	NTCRC 3.5.1	En Flexión:		- Área de Acero Máxima		$A_{s\text{máx}} = \frac{6000 \beta_1 f'_c''}{6000 - f_y} bd$		- Área de Acero Mínima		$A_{s\text{mín}} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} bd$		- Momento Resistente de la Sección		$M_R = F_R bd^2 f'_c q (1 - 0.5q)$		donde:		$q = \frac{p f_y}{f'_c''}$	$p = \frac{A_s}{bd}$
Consideraciones Generales																												
$f'_c'' = 0.85 f'_c$																												
si $f'_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$																												
emplear: $\beta_1 = 0.85$	NTCRC 3.5.1																											
En Flexión:																												
- Área de Acero Máxima																												
$A_{s\text{máx}} = \frac{6000 \beta_1 f'_c''}{6000 - f_y} bd$																												
- Área de Acero Mínima																												
$A_{s\text{mín}} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} bd$																												
- Momento Resistente de la Sección																												
$M_R = F_R bd^2 f'_c q (1 - 0.5q)$																												
donde:																												
$q = \frac{p f_y}{f'_c''}$	$p = \frac{A_s}{bd}$																											
		En Cortante - Resistencia a fuerza cortante 5.3.2 $V_{CR} = F_R 0.5 \sqrt{f'_c} bd$																										
		Donde: d: Peralte efectivo de la sección. b: Ancho de sección f'_c'' : Esfuerzo uniforme de compresión A_s : Área de refuerzo en tensión p: Cuantía de acero a tensión q: índice de refuerzo a tensión																										

Peralte Mínimo

El peralte efectivo mínimo de la losa se puede calcular empleando la siguiente expresión.

$$d_{\min} = P * \frac{f}{250}$$

donde:

f: 1.25 losa monolítica

Para el calculo del peralte mínimo se toma como referencia el tablero de dimensiones 5x5 m-

$$d_{\min} = \frac{(500 \times 4) \times 1.25}{250} = 10 \text{ cm}$$

De acuerdo con las NTCRC 2017, el recubrimiento mínimo para protección contra corrosión es de 50 mm cuando "se emplea plantilla o membrana impermeable entre el terreno y el concreto por colar", en este caso previo a la colocación de la losa se propone una plantilla de 5 cm de espesor de concreto $f'c=100 \text{ kg/cm}^2$.

Por lo anterior se opta por una losa de $h = 40$ cm

h	>	h_{\min}	Cumple
-----	---	------------	--------

Diseño a Flexión

Lecho Superior

Mu kg-m	FR	b cm	d cm	$f'c$ kg/cm ²	q	p	As cm ²
3500	0.9	100	35	212.5	0.0151	0.0008	2.67

Asmín:	9.22	cm ²	Área de acero mínima	No cumple
Asmáx:	66.41	cm ²	Área de acero máxima	Cumple

As<As mín Se diseña con área de acero mínimo

Acero #	as cm ²	No. Barras por metro	As real cm ²	s cm
5	1.98	6	11.88	17.00

Área de Acero Mínima	As real >	Asmín:	Cumple
Área de Acero Máxima	As real <	Asmáx:	Cumple
Separación de barras	s <	s máx	Cumple

Diseño a Flexión

Lecho Inferior

Mu kg-m	FR	b cm	d cm	$f'c$ kg/cm ²	q	p	As cm ²
10360	0.9	100	35	212.5	0.0452	0.0023	8.01

Asmín:	9.22	cm ²	Área de acero mínima	No cumple
Asmáx:	66.41	cm ²	Área de acero máxima	Cumple

As<As mín Se diseña con área de acero mínimo

Acero #	as cm ²	No. Barras por metro	As real cm ²	s cm
5	1.98	6	11.876	16

Área de Acero Mínima	As real >	Asmín:	Cumple
Área de Acero Máxima	As real <	Asmáx:	Cumple
Separación de barras	s <	s máx	Cumple

Diseño por Cortante

Vu: 19,880 kg

FR	$f'c$ kg/cm ²	b cm	d cm	V_{CR} kg
0.75	250	100	35	20,752

Vu	<	V_{CR}	Cumple
----	---	----------	--------

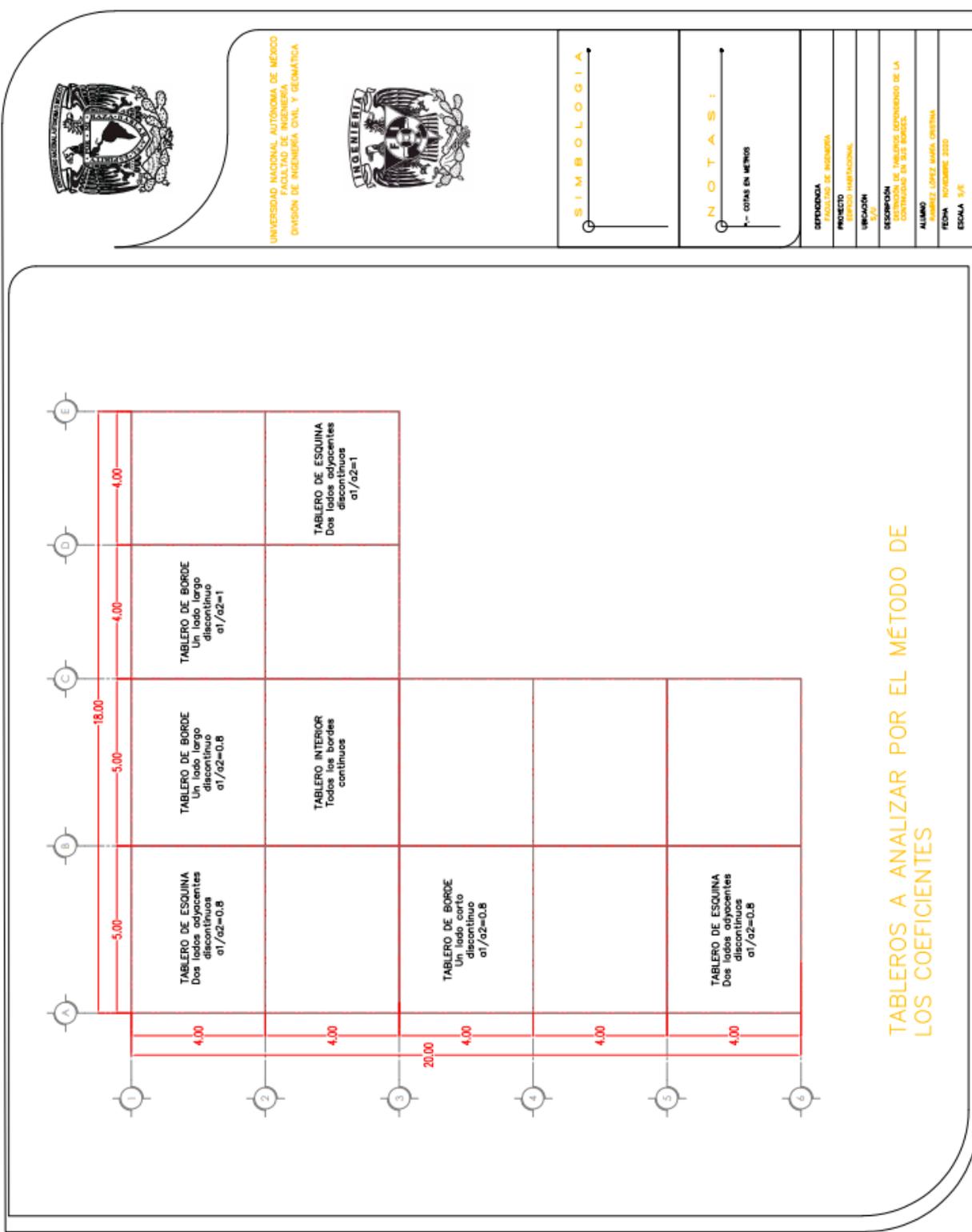
V.II Método 2. Cálculo con el reglamento por el método de los coeficientes de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto – 2017.

Se estudian los tableros apoyados en dos direcciones, los cuales se consideran colados monolíticamente (Caso II). Los momentos flexionantes en losas perimetralmente apoyadas se calcularían con los coeficientes de la Tabla 12, satisfaciendo las limitaciones de las NTCRC:

- a) Los tableros son aproximadamente rectangulares;
- b) La distribución de las cargas es aproximadamente uniforme en cada tablero;
- c) Los momentos flexionantes negativos en el apoyo común de dos tableros adyacentes difieren entre sí una cantidad no mayor que 50 por ciento del menor de ellos;
- d) La relación entre carga viva y muerta no es mayor de 2.5 para losas monolíticamente con sus apoyos, ni mayor de 1.5 en otros casos. Para valores intermedios de la relación, m , entre el claro corto, a_1 , y el claro largo, a_2 , se interpolará linealmente;

En cuanto a la distribución de momentos, cuando en el borde común de dos tableros adyacentes el valor del momento difiere en más del 50 por ciento, se distribuyen dos tercios del momento de desequilibrio entre los dos tableros.

En la Ilustración 61 se observan los tableros a analizar: dos tableros de esquina, dos tableros de borde y un tablero interior. En el caso de los tableros de esquina y borde se tienen dos por la relación a_1/a_2 , ya que entre los Ejes A-C la relación $m = a_1/a_2 = 4/5 = 0.8$ y entre los Ejes C-E la relación $m = a_1/a_2 = 4/4 = 1.0$



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISION DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA



S I M B O L O G I A

N O T A S :

— COTAS EN METROS

DEPENDENCIA: FACULTAD DE INGENIERÍA
PROYECTO: SERVICIO HABITACIONAL
UNIDAD: S/20
DESCRIPCIÓN: DISEÑO DE TABLEROS DE BORDO DE LA CONTIGUOS EN SUS BORDOS
ALUMNO: ROBERT LÓPEZ BARRA CRISTINA
FECHA: NOVIEMBRE 2020
ESCALA: 5/4

TABLERO A ANALIZAR POR EL MÉTODO DE
LOS COEFICIENTES

Ilustración 61

El cálculo de momentos se realiza multiplicando los coeficientes por $10^{-4}wa_1$ dando como resultado momentos flexionantes por unidad de ancho. Donde a^1 es el lado corto del tablero de análisis y w es la carga por unidad de área.

$$M = \alpha 10^{-4}wa_1$$

Del análisis de ISE, se obtienen las reacciones del suelo por metro lineal, partiendo de esta información se puede obtener la carga por metro cuadrado de la estructura siendo de 5.7 t/m^2 . En la Tabla 11, se realizó el cálculo de momentos de acuerdo al tablero de análisis y en la Ilustración 62 se observa la distribución de ellos.

DISEÑO DE LOSA DE CIMENTACIÓN

Método de los coeficientes

Tableros entre Ejes A - C

$a_1 =$	5 m
$w =$	5760 kg/m^2

Tablero	Momento	Claro	Coeficiente	M (kg-m)	
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos.	Negativo en bordes interiores	corto largo	419 394	6034 5674	
	Negativo en borde discontinuo	corto largo	250 222	3600 3197	
		corto largo	216 140	3110 2016	
	De borde Un lado corto discontinuo	Negativo en bordes interiores	corto largo	403 350	5803 5040
			largo	222	3197
Positivo		corto largo	202 131	2909 1886	
		De borde Un lado largo discontinuo	Negativo en bordes interiores	corto largo	397 379
Negativo en bordes discontinuos	corto		250	3600	
Positivo	corto largo		202 135	2909 1944	
Interior Todos los bordes continuos	Negativo en bordes interiores	corto largo	381 347	5486 4997	
		Positivo	corto largo	192 128	2765 1843

Tableros entre Ejes C - E

$a_1 =$	4 m
$w =$	5760 kg/m^2

Tablero	Momento	Claro	Coeficiente	M (kg-m)	
De borde Un lado largo discontinuo	Negativo en bordes interiores	corto largo	297 315	2737 2903	
		Negativo en bordes discontinuo	corto	190	1751
	Positivo	corto largo	129 133	1189 1226	
		De esquina Dos lados adyacentes discontinuos.	Negativo en bordes interiores	corto largo	324 324
	Negativo en borde discontinuo		corto largo	190 190	1751 1751
Positivo			corto largo	137 137	1263 1263

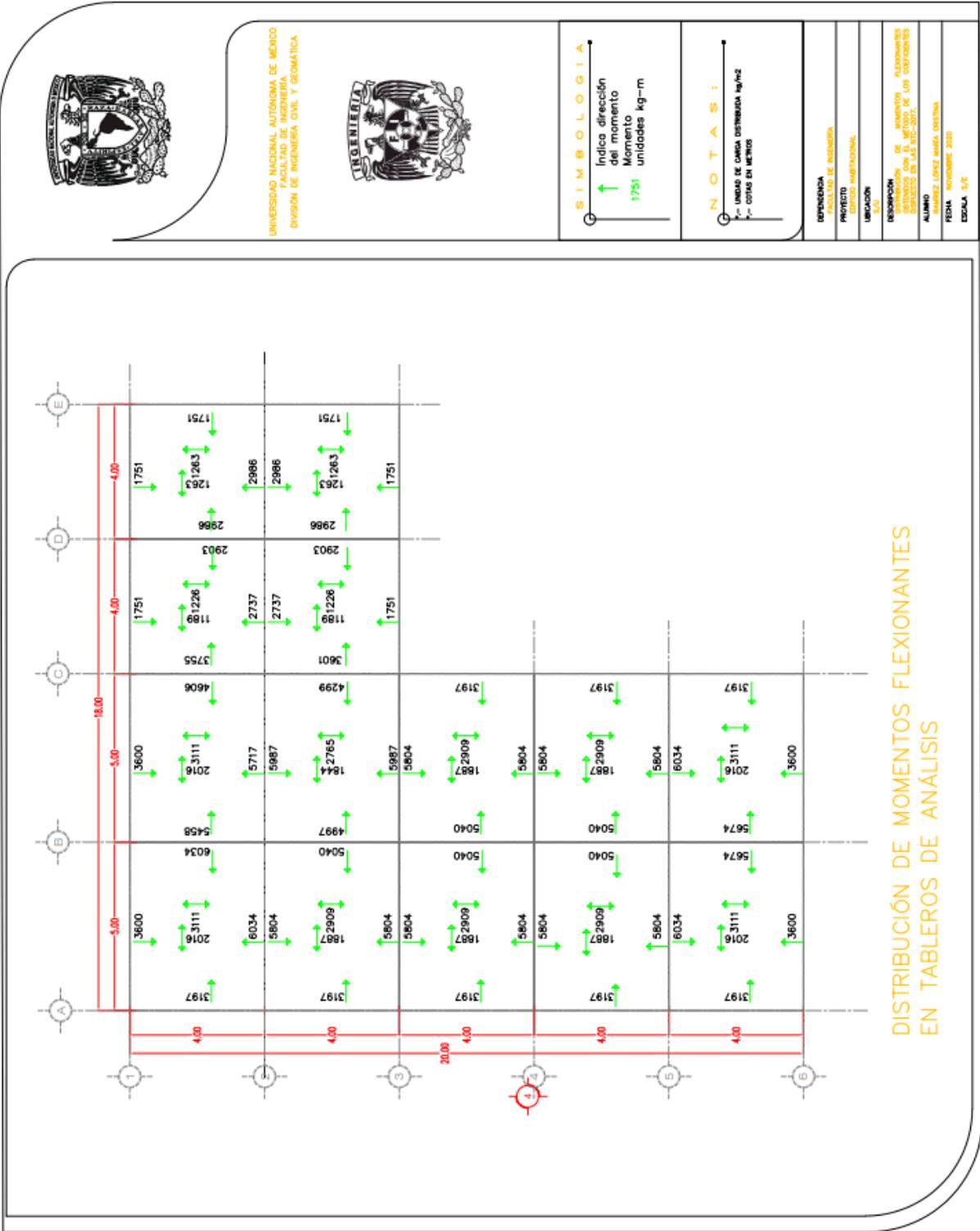


Ilustración 62

Para el diseño de la losa se tomarán como valores de análisis los máximos correspondientes al tablero de esquina situado entre los Ejes A-B y 1-2.

Diseño de Losa de Cimentación				
Método de los coeficientes				
Datos		Ancho Peralte Recubrimiento inferior Recubrimiento superior Espesor efectivo	Materiales	
b:	100 cm		Concreto	
h:	40 cm		Clase: I	
r:	5 cm		β_1 : 0.85	
r' :	2.5 cm		f'_c : 250 kg/cm ²	
d:	35 cm	Acero de refuerzo		
				f_y : 4200 kg/cm ²
Elementos Mecánicos				
$M_n^{(+)}$	=	6034 kg-m		
$M_n^{(-)}$	=	3111 kg-m		
V_n	=	14200 kg		

Consideraciones Generales	
$f_c'' = 0.85 f_c'$	
si $f_c' \leq 280 \text{ kg/cm}^2$	
emplear: $\beta_1 = 0.85$	NTCRC 3.5.1
En Flexión:	En Cortante
- Área de Acero Máxima	- Resistencia a fuerza cortante 5.3.2
$A_{s\text{máx}} = \frac{6000 \beta_1 f_c''}{6000 - f_y} bd$	$V_{CR} = F_R 0.5 \sqrt{f_c''} bd$
- Área de Acero Mínima	
$A_{s\text{mín}} = \frac{0.7 \sqrt{f_c''}}{f_y} bd$	
- Momento Resistente de la Sección	
$M_R = F_R bd^2 f_c' q(1 - 0.5q)$	
donde:	Donde:
$q = \frac{p f_y}{f_c''}$	d: Peralte efectivo de la sección.
$p = \frac{A_s}{bd}$	b: Ancho de sección
	f_c'' : Esfuerzo uniforme de compresión
	A_s : Área de refuerzo en tensión
	p: Cuantía de acero a tensión
	q: Índice de refuerzo a tensión

Peralte Mínimo	
El peralte efectivo mínimo de la losa se puede calcular empleando la siguiente expresión.	
$d_{\text{mín}} = P * \frac{f}{250}$	
donde:	
f:	1.25 losa monolítica
Para el calculo del peralte mínimo se toma como referencia el tablero de dimensiones 5x5 m-	
$d_{\text{mín}} = \frac{(500 \times 4) \times 1.25}{250} = 10 \text{ cm}$	
De acuerdo con las NTCRC 2017, el recubrimiento mínimo para protección contra corrosión es de 50 mm cuando "se emplea plantilla o membrana impermeable entre el terreno y el concreto por colar", en este caso previo a la colocación de la losa se propone una plantilla de 5 cm de espesor de concreto $f'_c = 100 \text{ kg/cm}^2$.	
Por lo anterior se opta por una losa de h=	40 cm
	h > h _{mín} Cumple

Diseño a Flexión Lecho Superior

Mu kg-m	FR	b cm	d cm	fc" kg/cm ²	q	p	As cm ²
4356	0.9	100	35	212.5	0.0188	0.0009	3.32

Asmín:	9.22	cm ²	Área de acero mínima	No cumple
Asmáx:	66.41	cm ²	Área de acero máxima	Cumple

As<As mín Se diseña con área de acero mínimo

Acero #	as cm ²	No. Barras por metro	As real cm ²	s cm
5	1.98	6	11.88	17.00

Área de Acero Mínima
 Área de Acero Máxima
 Separación de barras

As real	>	Asmín:	Cumple
As real	<	Asmáx:	Cumple
s	<	smáx	Cumple

Diseño a Flexión Lecho Inferior

Mu kg-m	FR	b cm	d cm	fc" kg/cm ²	q	p	As cm ²
8448	0.9	100	35	212.5	0.0367	0.0019	6.50

Asmín:	9.22	cm ²	Área de acero mínima	No cumple
Asmáx:	66.41	cm ²	Área de acero máxima	Cumple

As<As mín Se diseña con área de acero mínimo

Acero #	as cm ²	No. Barras por metro	As real cm ²	s cm
5	1.98	6	11.876	16

Área de Acero Mínima
 Área de Acero Máxima
 Separación de barras

As real	>	Asmín:	Cumple
As real	<	Asmáx:	Cumple
s	<	smáx	Cumple

Diseño por Cortante

Vu: 19,880 kg

FR	f'c kg/cm ²	b cm	d cm	V _{CR} kg
0.75	250	100	35	20,752

Vu	<	V _{CR}	Cumple
----	---	-----------------	--------

Armado de losa de cimentación



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA



SIMBOLOGÍA

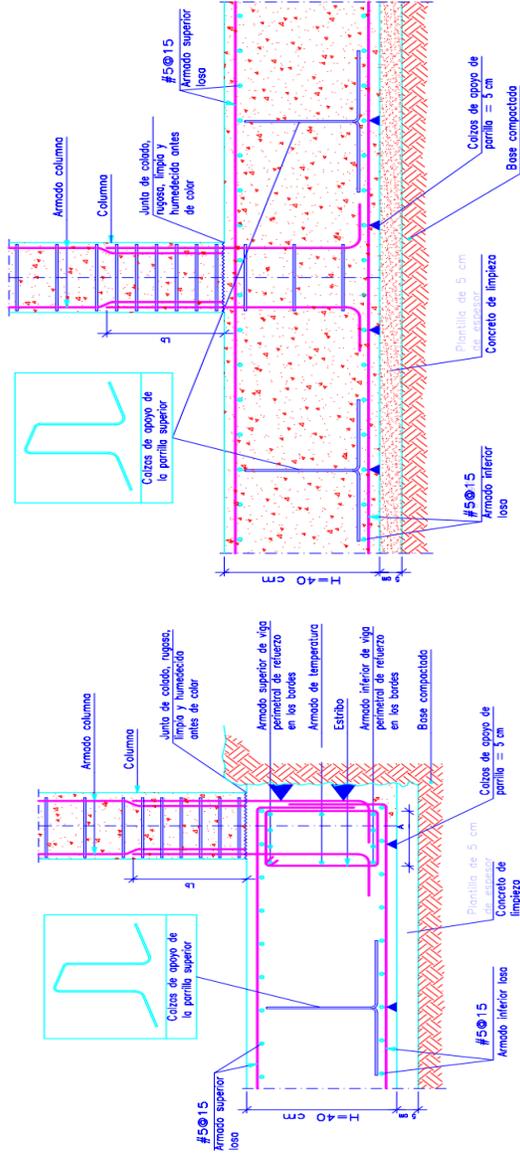
NOTAS:

1.- COTAS EN METROS

DEPENDENCIA: FACULTAD DE INGENIERÍA
PROYECTO: EDIFICIO INSTITUCIONAL
UBICACIÓN: S/VA

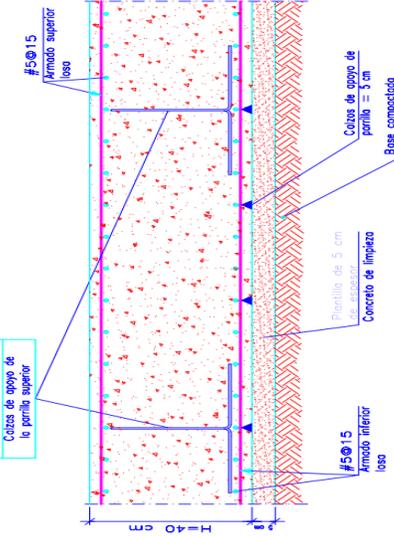
RESUMEN: DETALLE DE ARMADO DE LOSA DE CIMIENTACIÓN

ALUMNO: HUMBERTO LÓPEZ MARÍA CRISTINA
FECHA: NOVIEMBRE 2020
ESCALA: 3/4"



Detalle Losa de Cimentación - Columna de Borde

Detalle Losa de Cimentación - Columna Central



DETALLE DE ARMADO DE LOSA DE CIMIENTACIÓN

V.III Análisis de resultados de ambos métodos de diseño

La distribución de momentos obtenida con el Método de los coeficientes con respecto a la obtenida con el análisis del programa ISE3D2019 para los apoyos extremos discontinuos varía de forma significativa, en la mayoría de los casos el momento resultante del segundo método es menor en más del 50%. En el caso de los tramos intermedios los momentos positivos y negativos son menores a los obtenidos con el programa ISE3D2019, sin embargo, son muy similares. Para el caso de los momentos externos en bordes discontinuos se tendría que hacer una consideración extra para tomar en cuenta los esfuerzos que transmiten las columnas y que provoca que los momentos sean mayores a los obtenidos con el segundo método de análisis.

A pesar de lo anterior, en este caso el esfuerzo cortante es el que rige para el diseño de la losa de cimentación por lo que prácticamente el armado de acero es el mismo y corresponde al área de acero mínima para ambos lechos.

VI. Conclusiones

- Debido al comportamiento no lineal de los suelos, resulta adecuado emplear ecuaciones no lineales en el estudio de la interacción suelo-estructura. Para ello, en este trabajo se empleó la expresión para calcular desplazamientos en suelos friccionantes propuesta por Deméneghi (2008).
- Al formarse un sistema no lineal de ecuaciones, resulta conveniente el uso de métodos numéricos para su resolución. En este caso se empleó el método de Newton.
- Mediante el programa de computadora desarrollado, el cual considera la interacción suelo-cimentación-superestructura considerando la no linealidad del suelo, pueden obtenerse los elementos mecánicos en cada elemento estructural, tanto de la cimentación como de la superestructura, a partir del vector de desplazamientos calculado y con ello, puede realizarse el diseño estructural de la cimentación y de la superestructura de una manera más confiable.
- La distribución de esfuerzos entre la superficie de contacto de la cimentación y la masa de suelo es variable y está relacionada con las propiedades mecánicas de los estratos de suelo, las cargas aplicadas, así como la rigidez del cimiento.
- Los esfuerzos que se generan en el suelo debido a las presiones del cimiento producen asentamientos que dependen de las propiedades mecánicas del suelo y de las cargas aplicadas (cargas muertas + cargas vivas).
- Los efectos de interacción suelo estructura afectan de manera general a los elementos mecánicos de las estructuras.
- Las diferencias entre los elementos mecánicos obtenidos con el método de los coeficientes se deben a que es un método simplificado que no toma en cuenta

la flexión que sufre el elemento provocada por la reacción del suelo (en este caso).

- La simplificación en los métodos de análisis de estructuras como considerar una base rígida que carece de deformaciones, traslaciones y rotaciones puede hacernos caer en un error de análisis y no estar representando adecuadamente las características de la estructura y del suelo, en ocasiones podríamos caer en el sobredimensionamiento de la obra encareciéndola o por el contrario dimensionándola por debajo de sus requerimientos, haciendo así una obra que quizá no falle pero que con el paso del tiempo requerirá refuerzo para cumplir con su uso.
- Es recomendable entonces realizar análisis de interacción suelo-estructura para considerar las condiciones reales a las que está sometida la cimentación y el suelo.
- Se recomienda que el programa ISE3D posibilite la opción de calcular las cargas hacia cada uno de los elementos estructurales sólo dando como dato la carga por unidad de área de los sistemas de piso (carga muerta y carga viva).

VII. Referencias

- Lambe T.W & Whitman R.V. (2002). Mecánica de Suelos. México: LIMUSA, S.A. de C.V.
- Damy, J (1985). "Integración de las ecuaciones de Boussinesq, Westergaard y Fröhlich, sobre superficies poligonales de cualquier forma, cargadas con fuerzas verticales uniformemente repartidas", Rev Ingeniería, Vol LV, N° 1: 82-86
- Dashkó, R E y Kagán, A A (1980). Mecánica de Suelos en la Práctica de la Geología Aplicada a la Ingeniería, Cap 2, MIR, Moscú
- Deméneghi A (2008) "Cálculo del asentamiento de un cimiento en arena". XXIV Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Aguascalientes, Ags
- Deméneghi A., Puebla M. y Sanginés H. (2008) "Apuntes de análisis y diseño de cimentaciones: Tomo 2 : Ejemplos de Aplicación". Facultad de Ingeniería, UNAM
- Gerald C. F. y Wheatley P. O. (2000) "Análisis numérico con aplicaciones". Pearson, Prentice Hall. México
- Hermosillo A., Deméneghi A. y Sanginés H. (2012) "Cálculo de asentamientos con interacción suelo-estructura utilizando una ecuación constitutiva no lineal". XXVI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Cancún, Quintana Roo, México.
- Mayne, P W y Kulhawy, F H (1982) "Ko -OCR relationships in soil". Jour Geot Eng Div, ASCE, GT8, junio.
- Sanginés H. (2000). "Interacción Suelo Estructura en Suelos Friccionantes". Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería, UNAM

ANEXO

Tabla de las Normas Técnicas Complementarias para el diseño de estructuras de Concreto para el diseño de losas por medio de coeficientes.

Anexo 1 Tabla 3.3.1. Coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franjas centrales

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m=a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1	
			I ²	II ²	I	II										
Interior Todos los bordes continuos	Negativo en bordes interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292
	Positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130
De borde Un lado corto discontinuo	Negativo en bordes interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311
	Positivo	corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144
		largo	179	187	142	149	137	143	133	140	131	137	129	136	129	135
De borde Un lado largo discontinuo	Negativo en bordes interiores	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346
	Positivo	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
		largo	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos.	Negativo en bordes interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Positivo	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos.	Positivo	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153
		largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153

223	2.5000	12.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	259	0.0000	0.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
224	5.0000	12.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	260	2.5000	0.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
225	7.5000	12.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	261	5.0000	0.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
226	10.0000	12.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	262	7.5000	0.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
227	12.0000	12.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	263	10.0000	0.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
228	14.0000	12.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	264	0.0000	2.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
229	16.0000	12.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	265	5.0000	2.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
230	18.0000	12.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	266	10.0000	2.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
231	0.0000	14.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	267	0.0000	4.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
232	5.0000	14.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	268	2.5000	4.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
233	10.0000	14.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	269	5.0000	4.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
234	14.0000	14.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	270	7.5000	4.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
235	18.0000	14.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	271	10.0000	4.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
236	0.0000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	272	0.0000	6.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
237	2.5000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	273	5.0000	6.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
238	5.0000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	274	10.0000	6.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
239	7.5000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	275	0.0000	8.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
240	10.0000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	276	2.5000	8.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
241	12.0000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	277	5.0000	8.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
242	14.0000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	278	7.5000	8.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
243	16.0000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	279	10.0000	8.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
244	18.0000	16.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	280	0.0000	10.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
245	0.0000	18.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	281	5.0000	10.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
246	5.0000	18.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	282	10.0000	10.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
247	10.0000	18.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	283	0.0000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
248	14.0000	18.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	284	2.5000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
249	18.0000	18.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	285	5.0000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
250	0.0000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	286	7.5000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
251	2.5000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	287	10.0000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
252	5.0000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	288	12.0000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
253	7.5000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	289	14.0000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
254	10.0000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	290	16.0000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
255	12.0000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	291	18.0000	12.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
256	14.0000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	292	0.0000	14.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
257	16.0000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	293	5.0000	14.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000
258	18.0000	20.0000	11.0000	0	0	0	0	0	0	0.0000	294	10.0000	14.0000	14.5000	0	0	0	0	0	0	0.0000

PROPIEDADES DE LAS BARRAS

No	SECCI3N	W1(t/m)	w2(t/m)	W3(t/m)	W4(t/m)	PI	PJ	NK	TIPO	PERF	SUELO	Iy	Iz	J
1	VIGA100x30		0.78	0.78	0.78	0.78	1	2	76	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
2	VIGA100x30		0.78	0.78	0.78	0.78	2	3	77	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
3	VIGA100x30		0.78	0.78	0.78	0.78	3	4	78	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
4	VIGA100x30		0.78	0.78	0.78	0.78	4	5	79	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
5	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	6	7	81	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
6	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	7	8	82	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
7	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	8	9	82	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
8	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	9	10	83	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
9	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	11	12	84	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
10	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	12	13	85	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
11	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	13	14	86	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
12	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	14	15	87	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
13	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	16	17	89	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
14	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	17	18	90	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
15	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	18	19	90	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
16	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	19	20	91	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
17	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	21	22	92	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
18	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	22	23	93	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
19	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	23	24	94	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
20	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	24	25	95	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
21	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	26	27	97	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
22	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	27	28	98	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
23	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	28	29	98	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
24	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	29	30	99	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
25	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	31	32	100	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
26	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	32	33	101	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
27	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	33	34	102	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
28	VIGA100x30		1.56	1.56	1.56	1.56	34	35	103	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
29	VIGA100x30		0.65	0.65	0.65	0.65	35	36	104	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
30	VIGA100x30		0.65	0.65	0.65	0.65	36	37	105	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
31	VIGA100x30		0.65	0.65	0.65	0.65	37	38	106	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725
32	VIGA100x30		0.65	0.65	0.65	0.65	38	39	107	Cim	1	1	0.00225	0.025 0.02725

33	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	40	41	109	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
34	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	41	42	110	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
35	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	42	43	110	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
36	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	43	44	111	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
37	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	44	45	111	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
38	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	45	46	112	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
39	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	46	47	112	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
40	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	47	48	113	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
41	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	49	50	114	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
42	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	50	51	115	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
43	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	51	52	116	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
44	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	52	53	117	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
45	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	53	54	118	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
46	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	54	55	119	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
47	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	55	56	120	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
48	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	56	57	121	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
49	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	58	59	123	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
50	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	59	60	124	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
51	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	60	61	124	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
52	VIGA100x30	1.56	1.56	1.56	1.56	61	62	125	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
53	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	62	63	125	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
54	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	63	64	126	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
55	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	64	65	126	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
56	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	65	66	127	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
57	VIGA100x30	0.78	0.78	0.78	0.78	67	68	128	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
58	VIGA100x30	0.78	0.78	0.78	0.78	68	69	129	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
59	VIGA100x30	0.78	0.78	0.78	0.78	69	70	130	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
60	VIGA100x30	0.78	0.78	0.78	0.78	70	71	131	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
61	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	71	72	132	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
62	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	72	73	133	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
63	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	73	74	134	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
64	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	74	75	135	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
65	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	1	6	76	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
66	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	6	11	81	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
67	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	11	16	86	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
68	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	16	21	91	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725

69	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	21	26	96	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
70	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	26	31	101	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
71	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	31	40	106	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
72	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	40	49	115	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
73	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	49	58	124	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
74	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	58	67	133	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
75	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	2	7	77	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
76	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	7	12	85	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
77	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	12	17	85	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
78	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	17	22	93	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
79	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	22	27	93	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
80	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	27	32	101	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
81	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	32	41	101	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
82	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	41	50	115	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
83	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	50	59	115	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
84	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	59	68	129	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
85	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	3	8	78	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
86	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	8	13	82	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
87	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	13	18	86	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
88	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	18	23	90	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
89	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	23	28	94	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
90	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	28	33	98	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
91	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	33	42	102	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
92	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	42	51	110	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
93	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	51	60	116	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
94	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	60	69	124	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
95	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	4	9	79	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
96	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	9	14	87	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
97	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	14	19	87	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
98	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	19	24	95	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
99	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	24	29	95	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
100	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	29	34	103	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
101	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	34	43	103	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
102	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	43	52	117	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
103	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	52	61	117	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
104	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	61	70	131	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725

105	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	5	10	80	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
106	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	10	15	83	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
107	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	15	20	88	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
108	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	20	25	91	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
109	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	25	30	96	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
110	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	30	35	99	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
111	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	35	44	104	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
112	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	44	53	111	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
113	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	53	62	118	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
114	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	62	71	125	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
115	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	36	45	105	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
116	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	45	54	119	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
117	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	54	63	119	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
118	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	63	72	133	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
119	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	37	46	106	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
120	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	46	55	112	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
121	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	55	64	120	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
122	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	64	73	126	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
123	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	38	47	107	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
124	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	47	56	121	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
125	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	56	65	121	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
126	VIGA100x30	1.3	1.3	1.3	1.3	65	74	135	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
127	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	39	48	108	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
128	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	48	57	113	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
129	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	57	66	122	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725
130	VIGA100x30	0.65	0.65	0.65	0.65	66	75	127	Cim	1	1	0.00225	0.025	0.02725