



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Caracterización de registros
sísmicos del Valle de México
utilizando Mapas de Recurrencia**

TESIS

Para obtener el título de

Ingeniero Civil

P R E S E N T A

Julian Molina Padilla

DIRECTORA DE TESIS

Dra. Silvia Raquel García Benítez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2020

ÍNDICE

Objetivo (3)

Justificación (3)

Alcance y metas (4)

Introducción (5)

I. Complejidad **(9)**

I.1. Una nueva visión (10)

I.2. Sistemas Complejos (16)

I.3. Multidimensionalidad y no linealidad (18)

I.4. Criticalidad auto – organizada y ley de potencias o de escala (18)

I.5. Entropía (21)

II. Teoría del Caos **(23)**

II.1. El Cisne Negro (24)

II.2. ¿Cómo trabaja el caos? (26)

II.3. El fractal de Borges... ¿un sendero al caos? (30)

II.4. Espacio de fase y atractores (32)

III. Análisis de series de tiempo **(36)**

III.1. Observando al mundo complejo (37)

III.2. Anatomía del tiempo (39)

III.3. Movimiento (44)

III.4. Herramientas para un análisis no lineal (51)

IV. Análisis de Recurrencias **(54)**

IV.1. Mapas (55)

IV.2. Construcción de un Mapa de Recurrencia (59)

IV.3. Interpretación de estructuras de un Mapa de Recurrencia (68)

V. Resultados: Interpretación de acelerogramas **(74)**

- V.1. Mapas de Recurrencia a partir de registros sísmicos (75)
- V.2. Base de datos (77)
- V.3. Proceso de construcción de un Mapa de Recurrencia a partir de registros sísmicos (80)
- V.4. Notas de la geología del Valle de México (86)
- V.5. Aspectos básicos de la sismicidad del Valle de México (91)
- V.6. Clasificación geotécnica de la Ciudad de México (94)
- V.7. Mapas de Recurrencia a partir de registros sísmicos del Valle de México (97)

- ✧ Mapas de Recurrencia de registros sísmicos en estaciones de la zona de loma (97)
- ✧ Mapas de Recurrencia de registros sísmicos en estaciones de la zona de transición (101)
- ✧ Mapas de Recurrencia de registros sísmicos en estaciones de la zona de lago (104)
- ✧ Tipología de los Mapas de Recurrencia de registros sísmicos (108)

V.8. Textura de los Movimientos debidos a sismos (115)

- ✧ Texturas de Mapas de Recurrencia de la zona de loma (115)
- ✧ Texturas de Mapas de Recurrencia de la zona de transición (118)
- ✧ Texturas de Mapas de Recurrencia de la zona de lago (121)
- ✧ Comentarios acerca de las texturas (124)
- ✧ Periodo de vibración de suelos en la zona de lago: vibración en sistemas deterministas (124)

VI. Discusión de hallazgos (128)

VII. Conclusiones (132)

Apéndice: Análisis de Fourier (135)

Referencias (137)

Objetivo

Los modelos matemáticos tradicionales relacionados con el análisis de los terremotos son, en su mayoría, lineales o *cuasi*-lineales y son incapaces de predecir comportamientos de masas de suelo y roca que se consideran altamente no lineales y complejos. En este trabajo de Tesis se describe la aplicación de un método alternativo para el análisis de series de tiempo sísmicas. La herramienta topológica de la Teoría del Caos, los Mapas de Recurrencia (MR), permite el reconocimiento y el tratamiento de las series de tiempo medidas durante un sismo desde la expansión de la dimensión del vector de aceleraciones. De un Mapa de Recurrencia (MR), obtenido a partir de datos sísmicos, pueden obtenerse interpretaciones sobre los movimientos de masas naturales en términos de su determinismo y evolución. Los atributos sísmicos de un MR pueden ser utilizados para discriminar entre patrones ligados a estratigrafías particulares o para reconocer las *verdaderas* oscilaciones en las respuestas grabadas, duración de fase intensa, periodo de vibración, por ejemplo. Los datos que se estudian para mostrar la herramienta son registros de aceleraciones en distintos arreglos (estratigrafías propias de cada Zona Geotécnica) del Valle de México que fueron sometidos a diversos eventos sísmicos (extremos, menores, subducción, intraplaca, profundos, someros, lejanos, cercanos, por mencionar algunas de sus categorizaciones). Se intenta que las indicaciones y hallazgos de este trabajo abonen al conocimiento sobre los procesos detrás de las manifestaciones sísmicas.

Justificación

Los métodos tradicionales para analizar series de tiempo provienen de campos bien establecidos del procesamiento de señales digitales. En la Ingeniería Civil, además de la opción de extraer características del movimiento directamente del acelerograma (en el dominio del tiempo), el estudio en el dominio transformado es la vertiente más conocida y ampliamente utilizada. La Transformada de Fourier, como una de las alternativas de análisis, visualización y procesamiento de registros sísmicos (en suelos o en estructuras) está restringida hacia datos que se suponen estacionarios o independientes del tiempo y con una dinámica bastante simple (baja dimensión y lineales). Sumando esto a los supuestos adicionales de bajo ruido y la no presencia de banda ancha en el espectro de potencia, entonces una clase muy limitada de datos puede ser estudiada con esta herramienta. Por lo anterior, sigue siendo necesaria la búsqueda de alternativas de análisis que se ajusten de mejor forma a las características de los fenómenos

sísmicos. La solidez del método y la teoría que lo respalde, repercutirá sobre la confianza en los hallazgos, las conclusiones y las recomendaciones prácticas. La Dinámica No-Lineal, en particular la herramienta Mapas de Recurrencia, se presenta como un camino asequible, conceptualmente simple, visualmente atractivo y que arroja certezas adicionales sobre los patrones en los movimientos de respuesta.

Alcance y metas

- ❏ Presentar la herramienta MR para análisis de acelerogramas (series de tiempo sísmicas).
- ❏ Enunciar los pasos para construir un MR de un acelerograma.
- ❏ Describir el acercamiento (lectura) de un MR cuando éste describe la evolución de un movimiento de suelo durante un terremoto.
- ❏ Caracterizar MRs de señales sísmicas de acuerdo con el sitio de grabación.
- ❏ Mostrar un parámetro sísmico de utilidad asociado a un MR.

Introducción

El análisis de datos a menudo requiere la presentación de conclusiones significativas sobre sistemas complejos que se conceptualizan a partir de datos de series temporales grabados con un sensor único, o con un conjunto limitado. Cuando se tratan señales registradas durante terremotos, el reto es en extremo complicado. Generalmente, existe simultáneamente tanto abundancia y como falta de datos: por un lado existe el registro de megabytes de datos de series de tiempo sobre un solo parámetro (enormes vectores de aceleraciones, por ejemplo) pero, por otro lado, hay poca o no hay información sobre otros parámetros importantes (normalmente se conceptualizan pero no se contabilizan, o por su naturaleza su medición es imposible). Si bien algunas técnicas de minería de datos proporcionan formas útiles de tratar con éxito grandes volúmenes de números, el desafío para el Ingeniero Civil es generar conocimiento a partir de la escasez parcial de geo-parámetros y mediciones de respuestas a procesos sísmicos.

Si el sistema objetivo es altamente complejo, por ejemplo: una liberación repentina de tensión/energía acumulada durante largos intervalos de tiempo en la parte superior de la corteza terrestre, en forma de ondas sísmicas, irradiada en todas direcciones desde la fuente a través del interior de la Tierra, y cuya manifestación más superficial se graba a distancias lejanas (desde la posición de la fuente o foco de liberación y la posición de la estación de medición) mediante sismógrafos de cierta sensibilidad, pero sólo algunas de sus propiedades importantes (por ejemplo la aceleración en superficie) es accesible por sensor, la aplicación de los procedimientos convencionales de análisis de datos parece estar limitada.

El caso de un sistema mecánico de resorte/masa – el que se ve en la figura A – es el tipo de problema que aborda este trabajo de tesis. Si con sensores se miden, en datos de series temporales, la posición y la velocidad de la masa, se registrará que en ciertas condiciones este sistema es lineal: la masa responde en proporción a los cambios (tirar de la masa dos unidades hacia abajo provocará una oscilación del doble de lo que lo hace cuando se tira una unidad, no lo hará 2.15 o \log_2 veces más grande). Sin embargo, si se tira de la masa (que está colgando hacia abajo) en ángulo, éste tendrá un cierto efecto sobre el desplazamiento, siendo estos ligeros cambios en las posiciones iniciales del movimiento los responsables de efectos muy significativos en sus respuestas. Esta distinción es extremadamente importante para la ciencia. Si el sistema bajo examen es lineal, el análisis de datos es comparativamente sencillo y las herramientas, para dicho análisis,

están bien desarrolladas. Los datos pueden ser caracterizados con estadísticas (media, desviación estándar, etc.), ajustados con curvas (aproximación funcional) y graficados para ayudar a comprender el comportamiento. Si se requiere un análisis más detallado, el sistema puede ser representado con "entrada + función de transferencia \rightarrow salida" usando cualquiera de una amplia variedad de modelos de dominio de tiempo o frecuencia.

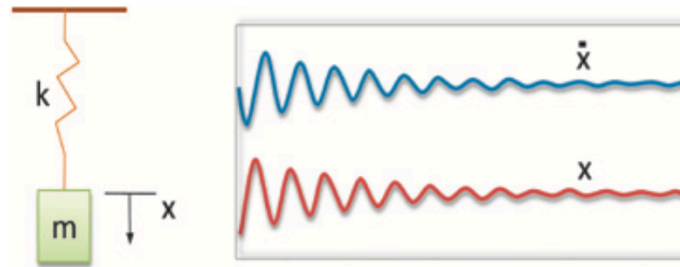


Figura A. Sistema resorte/masa. A la izquierda está un esquema que intenta representar a un cuerpo cualquiera, con cierta masa, colgando de un resorte, el cual está fijo en su extremo superior; dicho sistema es libre para moverse del extremo inferior, es decir, se puede hacer mover a la masa hacia arriba y hacia abajo, o hacia cualquier dirección, alargando y contrayendo al resorte tirando del cuerpo. A la derecha están las gráficas de las series de tiempo (registros) de las variables de interés para este sistema. Las series de tiempo son de mediciones hechas en dirección vertical: el desplazamiento en x y la velocidad con que ocurre ese cambio de posición, denotada como \dot{x} . *Tomada de García, et al (2013)*

Los sistemas no lineales plantean una pregunta importante al análisis inteligente de datos. Además de ser ubicuos en ciencia e ingeniería, sus matemáticas son mucho más difíciles y las técnicas estándar de análisis de series de tiempo simplemente no aplican. Los problemas no lineales no pueden ser descompuestos en el estándar "entrada + transferencia función \rightarrow salida", ni puede el ruido eliminarse simplemente con filtros. El concepto de conjunto discreto de componentes espectrales carece de sentido en muchos problemas extremadamente no lineales. Así, usar las transformaciones entre el tiempo y la frecuencia podría derivar en conclusiones equivocadas sobre las dinámicas de los sistemas.

Otra complicación común en el análisis de datos (particularmente para el sujeto de este trabajo de investigación, los datos sísmicos) es la observabilidad – acceso a suficiente información que describa completamente al sistema –. En el sistema

de resorte/masa, por ejemplo, se tienen dos variables de estado, la posición y la velocidad de la masa y ambas se pueden medir y con ambas se puede definir íntegramente el estado del sistema en el tiempo. Pero en sistemas complejos la pregunta es cómo identificar todas sus variables e inferir sus valores a partir de las señales que se pueden observar/registrar. Es en este sentido que las geociencias, la sismología y la Ingeniería Civil deben responder con conclusiones precisas sobre dinámicas reconstruidas porque los sistemas completamente observables son raros y muchas veces las variables de estado son físicamente inaccesibles o no se pueden medir con sensores disponibles.

Quien presenta esta tesis está consciente que los parámetros como atributos sísmicos (medidas derivadas de datos de acelerogramas o de sus transformaciones convencionales (Sheriff, 1991; Brown, 1996; Chen y Sidney, 1997; Eastwood, 2002; Chopar y Marfurt, 2005)) que hasta hoy día se han desarrollado e introducido en la práctica ingenieril, sostienen la infraestructura segura de todo el planeta, sin embargo, y sobre todo ante los efectos de megaterremotos, aún muchas preguntas sobre comportamientos están sin respuesta y la efectividad y la practicidad de usar sin reparos estas técnicas convencionales (lineales y estacionarias) han sido puestas en entredicho.

En este trabajo de tesis se presenta un procedimiento de análisis de series temporales que ha probado ser útil para analizar y avanzar en el conocimiento de la evolución, la dinámica, y la naturaleza de los comportamientos adheridos a fenómenos naturales. El objetivo de la investigación es aplicar algunos conceptos de la Teoría del Caos para la caracterización global de depósitos de suelo y roca (o materiales rígidos) a través de las estructuras de las imágenes bidimensionales o Mapas de Recurrencia (Eckmann, et al, 1986), MR. Los mapas recurrentes o de recurrencia fueron descritos primero por J. P. Eckmann y sus colaboradores, y con el paso de los años se han mostrado como una herramienta gráfica relativamente nueva para el análisis cualitativo de series de tiempo. Con los MRs, se pueden detectar gráficamente patrones escondidos y cambios estructurales en los datos, o ver similitudes en patrones a través de las series de tiempo bajo estudio. Los MRs son además una excelente herramienta para la visualización de la dinámica multidimensional, esos eventos raros con muchas variables involucradas. Se tiene una función $y = f(x)$ y se desea examinar su comportamiento. Así, se grafica Y versus X sobre una gráfica regular. Pero, ¿qué pasa si la función es más compleja, como $y = f(x, w, z, r)$? No hay forma de graficar todas las variables al mismo tiempo. Aquí es donde los mapas se vuelven muy útiles. Con los MRs, se puede graficar y visualizar la dinámica del sistema en cualquier número de dimensiones.

En lo que resta del documento se presentan MR contruidos a partir de series temporales de aceleración. Los registros significan respuestas en i. diversos arreglos estratigráficos, ii. entradas sísmicas (desde el origen, subducción o intraplaca), iii. profundidad focal y iv. distancia epicentral.

La metodología para construir e interpretar un MR de datos sísmicos propuesta aquí, intenta auxiliar al ingeniero en la interpretación práctica de las estructuras de tal forma que “lea” acelerogramas desde su topología. Mediante la visualización y evaluación cuantitativa de estas configuraciones, las manifestaciones de suelo/roca (materiales semi-homogéneos o heterogéneos vibrando) pueden ser descritas más precisamente. Los resultados muestran el gran potencial de la Teoría del Caos y particularmente los MR, para caracterizar respuestas registradas en la compleja Ciudad de México.

Capítulo I

Un mundo complejo

Capítulo I

COMPLEJIDAD

Una nueva visión
Sistemas Complejos
Multidimensionalidad y no linealidad
Criticalidad auto-organizada y ley de potencias o de escala
Entropía

Una nueva visión

En todo momento los seres humanos realizamos actividades, la mayoría de ellas las repetimos todos los días (las rutinarias), como comunicarnos, ir a la escuela o al trabajo, almorzar, subir y bajar de medios de transporte; y en particular cada persona lleva a cabo labores propias según cómo se desenvuelve en la sociedad. También, hay actividades que llegamos a realizar de forma imprevista ya sea porque sorprendentemente nos ganáramos unas vacaciones o porque tristemente ocurriera algún accidente.

Es fácil aceptar que cada vez más, a todas estas actividades, las realizamos con mayor sencillez y comodidad, no sólo porque somos testigos directos de ello, sino también, porque no es raro escuchar a las personas más adultas decir frases como “cuándo se iba a pensar que se podría tener todo en un celular” o bien que “las cosas de hoy en día ya no son las mismas de antes”. Aunque esto último lo pueden decir negativa o positivamente, la mayoría de las veces cuando se refieren a lo positivo es por algún avance tecnológico que se da a conocer. Incluso se podría pensar que hay gente trabajando para reducir la frecuencia y el impacto de accidentes, por lo que nos sentimos más seguros gracias a aquellos gestores de riesgo.

Tomando en cuenta este último caso, algunos aseguran que las sociedades de seres humanos están “evolucionando”. Lo cual es (o podría ser) consecuencia, como se dijo, de algún avance tecnológico o científico, gracias a alguna brillante idea de alguna persona en estas áreas (Vega, 2012). Esta evolución o tendencia modernizadora es evidente, de cierta manera, porque cada vez se construyen edificios más altos, se desarrollan nuevos y mejores medicamentos, los

dispositivos electrónicos se vuelven más pequeños y rápidos, se descubren nuevos materiales, se construyen más grandes o resistentes presas ...

Para llegar a este grado de desarrollo las ciencias han abordado a su objeto particular de estudio con la intención de comprenderlo para múltiples fines. La finalidad, en realidad, depende de los deseos, necesidades, aspiraciones, conocimientos, ... particulares de cada individuo que hace ciencia. Unos desean aplicar los conocimientos generados para el bien común (ciencia e ingeniería aplicadas) y otros prefieren únicamente saber su porqué (ciencias puras) y con eso les basta. Pero sea cual sea la preferencia, hasta hace poco el pensamiento de los científicos había sido intentar entender a la naturaleza con representaciones matemáticas (modelos matemáticos) bien definidos, a través ecuaciones, esas que implican un signo de “igualdad” (Ramírez, 2010; Raviolo, et al, 2010; Boccara, 2010). Se pensaba que, a partir de estas representaciones, al conocer algo que llaman condiciones iniciales era posible determinar cómo iba a responder la naturaleza, es decir, a partir de las causas se creían saber completamente los efectos (Laguna, et al, 2016; Ramírez, 2010). Sin embargo, la naturaleza no tiene por qué ajustarse a entrar en zapatos que quizá no son de su tamaño. Entender a la naturaleza con un modelo implica que éste se construye omitiendo, por “simplificación”, muchas características y hechos que bien podrían ser significativos, al puro estilo de los Pitagóricos o Platón: *ocultar lo irracional (sucesos raros) bajo la alfombra* (Taleb, 2013). A esta idea de plantear un modelo matemático que represente a la naturaleza y que con él se sea capaz de predecir su comportamiento futuro se le llamó determinismo y así se construyó y se siguen construyendo las ciencias (Laguna, et al, 2016; Ramírez, 2010).

Se pueden distinguir dos razones por las que se han realizado estas simplificaciones. Una identificada por Taleb (2013) que es saciar la sed platónica que el ser humano practica por naturaleza. Por *platonidad* se refiere, siguiendo las ideas y creencias de Platón, a la tendencia natural que tenemos a confundir el mapa con el territorio, a centrarnos en formas puras y bien definidas, desde objetos como triángulos e ideas sociales como las utopías, hasta las nacionalidades; es lo que nos hace pensar que entendemos más de lo que en realidad entendemos. Dice que, aunque estos mapas intelectuales de la realidad no siempre están mal, el problema es que no sabemos, de antemano, si en realidad lo están o no y que, aunque estos modelos sean medicinas potencialmente útiles, la sed platónica por ellos puede tener efectos secundarios graves. Lo que lleva a la otra razón, que es el hacerlas con todo uso de razón y sacrificando los “detalles finos” para poder continuar con el progreso tecnológico

(los individuos dedicados a la ingeniería parecen inclinarse por esta última). Aun con las simplificaciones, la evidencia del desarrollo humano es clara y se aceptan para “poder continuar con el desarrollo” (otros dicen que se hace lo que se puede con lo que se tiene).

Para establecer estas representaciones de la naturaleza (los modelos platónicos) se intentó entender cómo interactúan los distintos elementos de ésta, es decir, ante una acción (excitación, causa, ...) cómo se relacionan para generar una reacción (respuesta, efecto, ...). Con esto reconocido se plantea matemáticamente su comportamiento (Laguna, et al, 2016, Boccara, 2010). Así nacen las ecuaciones, que dicen que lo que está a la izquierda (causa) del signo de igualdad es equivalente (igual) o genera (es función) a lo que está a la derecha (efecto), que una cosa es función de la otra. Así, las grandes mentes como Kepler y Galileo propusieron su modelo del universo y de la interacción de sus partes: planetas, galaxias, estrellas, ... Como se sabe, estos modelos no fructificaron, incluso, los modelos que los reemplazaron también fueron desplazados por otros. Einstein se encargó de ello y a su vez algunas de sus ideas no se consiguen que encajen completamente en una teoría unificada (Laguna, et al, 2016; Restrepo, 2012; Maravall, 2011; Ynduráin, 2007).

A partir de la segunda mitad del siglo XX los científicos comenzaron a observar a la naturaleza con otros ojos, un tanto menos platónicos, haciendo un esfuerzo para cambiar los paradigmas de la ciencia tradicional. Estos esfuerzos empezaron cuando algunos hombres de ciencia aceptaron que los sucesos que ocurren en la naturaleza no ocurren como los modelos (platónicos, deterministas, rígidos, ...) dicen que ocurren.

A la vez que se aceptaba que, al menos por ahora, no se es capaz de establecer una representación matemática exacta de la interacción de estos elementos, los científicos observaron que hay muchos sucesos en la naturaleza que, aunque a simple vista son diferentes, comparten características en común (Miramontes, et al, 2005). Uno de estos aspectos es que el suceso no es proporcional a sus causas, a esta falta de proporcionalidad entre causas y efectos se le llama *no linealidad* (Martínez, et al, 2017; Laguna, et al, 2016; Martínez, 2000), y al agente (la parte de la naturaleza que se está intentando comprender) que propicia dicho suceso a partir de ciertas causas se le llama *sistema*. Entonces, como se dijo, la no linealidad es una característica de los sistemas en los que es complicado ver la interacción de sus elementos a partir de un modelo matemático. Parece que en la naturaleza no hay algo más que sistemas que se asemejan a los de esta clase, en cambio los otros (los lineales) sólo están en nuestra imaginación, puesto que

la premisa de estos es la proporcionalidad entre causas y efectos, lo contrario, es decir, la linealidad (Martínez, 2000; Laguna, et al, 2016).

Ejemplos de estos sistemas (los más reales y menos platónicos) pueden ser un reloj de arena, las montañas nevadas y los terremotos (Miramontes, 2005). Al parecer no tienen algo en común, pero tal vez sí... En el reloj de arena, la arena cae formando un montecito y al acumularse suficiente material, el último grano en caer puede provocar dos cosas (dos posibles estados): uno sería provocar una serie de avalanchas y el otro sería provocar el descenso de éste único grano por la ladera formada, la figura 1.1 intenta ilustrar este hecho. Al hecho de tener estás dos o más alternativas tan diferentes entre sí se le llama *criticalidad autoorganizada* y se considera que es un estado de equilibrio que el sistema alcanza por sí mismo y en el que la más mínima perturbación puede tener consecuencias impredecibles a gran escala.



Figura 1.1. Avalanchas en relojes de arena o en cualquier montículo de material suelto. En el reloj, mientras la arena cae, la pendiente aumenta hasta alcanzar alguna “pendiente crítica”, después de la cual ocurre una avalancha, si siguiese cayendo más arena después de la avalancha, el proceso se repetiría una y otra vez: la pendiente aumentaría hasta alcanzar una crítica dando paso a otra avalancha y así una y otra vez. *Tomadas de Freepik.es y de Serrano, et al (2012)*

Otro ejemplo de avalanchas está en las de las montañas nevadas, como la de la figura 1.2.



Figura 1.2. Avalancha en montaña nevada. *Tomada de Lugaresdenieve.com*

Por otro lado, la corteza terrestre está formada por enormes bloques de material sólido, llamados placas tectónicas, que son movilizadas por las corrientes convectivas del manto de la tierra. Este movimiento propicia interacciones de todo tipo entre ellas que generan que se acumule energía, la cual puede, o no, ser liberada en cualquier momento. A la liberación de la energía se le llama temblor (como el que intenta representar la figura 1.3) y su ocurrencia depende de variaciones tal vez indistinguibles entre sí, entre la interacción entre las placas. Es decir, hay criticalidad autoorganizada.

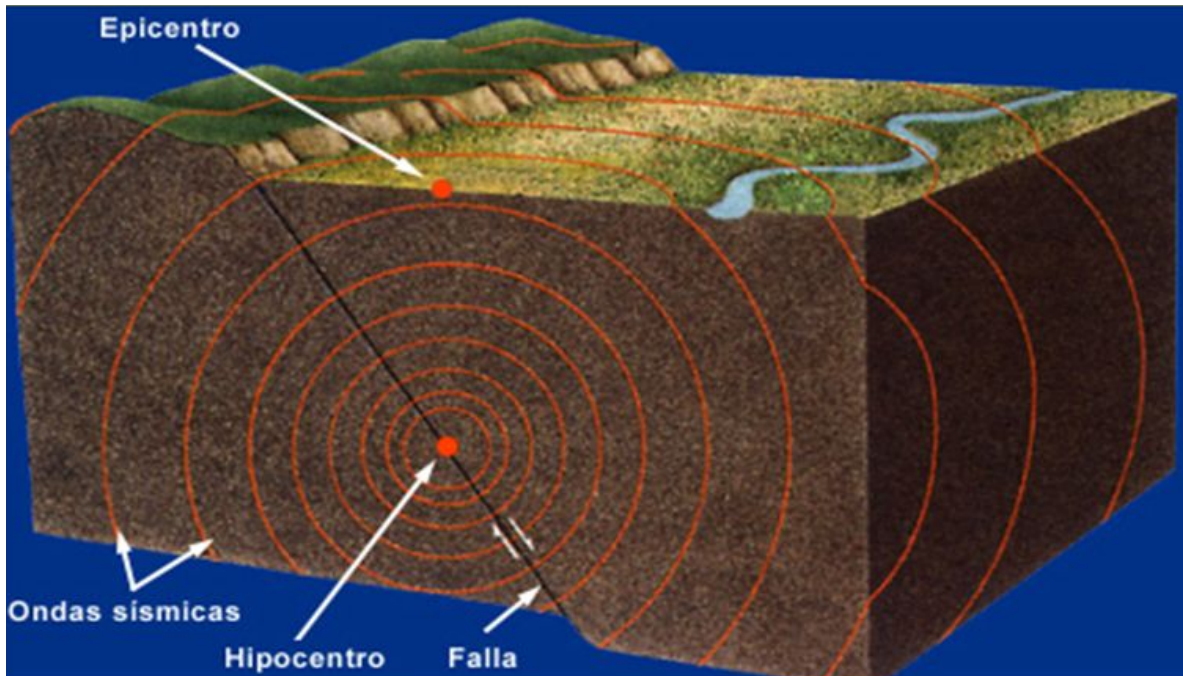


Figura 1.3. Liberación de energía tras su acumulación debido a la interacción de las placas tectónicas, hoy sabemos que este es, también, un proceso de criticalidad autoorganizada, en el cual los temblores tienen magnitudes que obedecen leyes de escala: muchos temblores tienen poca intensidad que no son perceptibles por los humanos y hasta ahora, por fortuna, han sido pocos aquellos que alcanzan escalas catastróficas (Miramontes, 2005). *Tomada de Slideplayer.es*

Se puede distinguir en estos ejemplos que siempre se da la ocurrencia de un suceso o evento que toma un nombre (avalancha, terremoto, ...) y ocurre con cierta intensidad, en cierto lugar del espacio y con frecuencia de ocurrencia en el tiempo. Es decir, hay cambios en el valor de las distintas variables (intensidad, ubicación, causas) a lo largo del tiempo, y son a estas variaciones de un sistema en el tiempo a las que se les denomina *series de tiempo*.

Estos sistemas, además de la no linealidad y la criticalidad autoorganizada, también comparten otras características importantes (Martínez, et al, 2017; Serrano, et al, 2012), que son:

- * Se componen de múltiples elementos que son más simples en comparación con el conjunto total o sistema.
- * En general no hay una causa única para los efectos: multidimensionalidad
- * Las causas no son proporcionales a los efectos: no linealidad

- * A partir de un estado de equilibrio aparente que genera el mismo sistema, la más mínima perturbación puede tener consecuencias o efectos muy diferentes: criticalidad autoorganizada
- * Hay una relación entre la intensidad y la frecuencia de ocurrencia de un evento, dicha relación está determinada por una ley de escala
- * Los elementos por separado pueden actuar distinto de cómo actúan juntos como sistema. Se dice que “el todo es más que la suma de sus partes” o “el sistema es más que la suma de sus elementos” (propiedades emergentes). Esto no es causado por algún control central, tan solo emerge.

Cuando se identificó que en la naturaleza hay muchos sistemas que comparten estas características en común, se les llamó *sistemas complejos* (Laguna, et al, 2016; Boccara, 2010, Bar – Yam, 1997, Mitchell, 2009). Y en seguida se intentarán explicar sus características.

Sistemas Complejos: propiedades emergentes

Por sistema nos referiremos a un conjunto de elementos que, ante ciertas causas (condiciones iniciales), trabajan en conjunto para conseguir un objetivo (efecto, respuesta) como grupo. Y le damos el adjetivo complejo a aquellos sistemas que presentan las características enunciadas: multidimensionalidad, no linealidad, criticalidad autoorganizada, regidos por leyes de escala y que presenten propiedades emergentes (Martínez, 2000; Laguna, et al, 2016; Boccara, 2010, Bar – Yam, 1997, Mitchell, 2009). Cabe mencionar que, para llamar complejo a un sistema su característica principal es que el todo es más que la suma de sus partes (propiedades emergentes), un ejemplo son las sociedades de hormigas de la figura 1.4.

Como ya se dijo, la naturaleza y los eventos (fenómenos) que ocurren en ella, parecen ser más sistemas complejos que únicamente sistemas deterministas (ordenados, simples, regidos “perfectamente” por modelos matemáticos simplificados y lineales) (Miramontes, 2010; Martínez, 2000). El estudio del orden, y por ende del desorden, constituye la esencia de los sistemas complejos, a la coexistencia entre ellos, aquello con cierto grado de orden y desorden al mismo tiempo, se le ha denominado *borde del caos* (Miramontes, 2005).

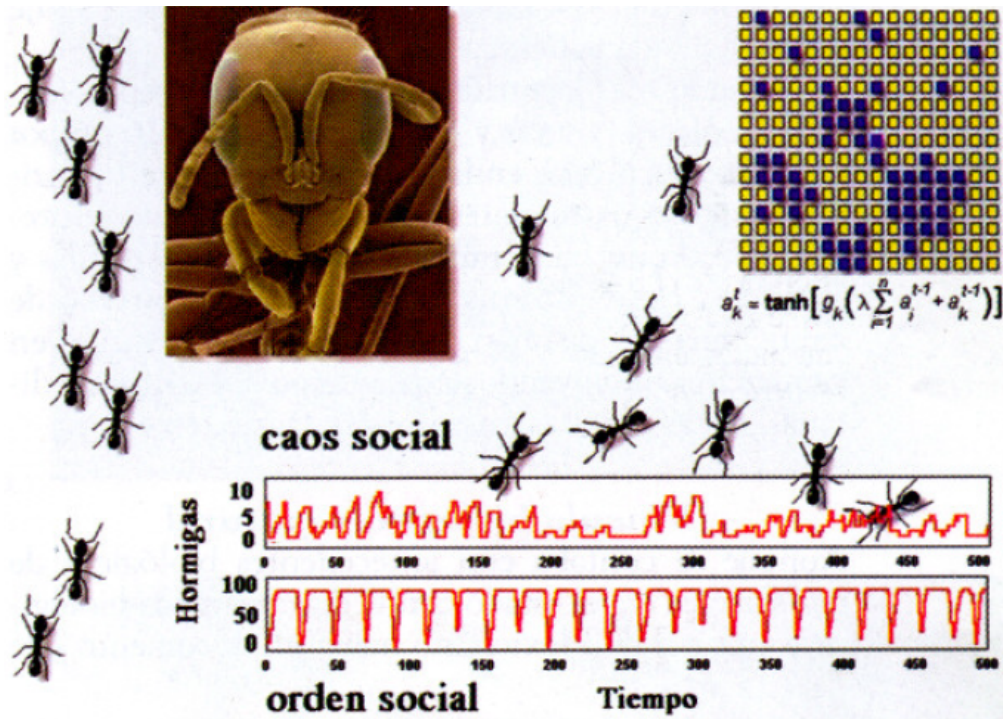


Figura 1.4. La fuerza de las sociedades de hormigas emerge de las interacciones entre sus individuos. La ciencia de los sistemas complejos se interesa por los fenómenos (los sucesos, los eventos, las avalanchas) como una propiedad emergente de un colectivo de individuos en interacción, sin importar demasiado sus detalles materiales. El interés en el estudio del orden-desorden radica en que ni el orden ni el desorden son tan interesantes como puede llegar a ser aquello que está en medio. Un ejemplo son las sociedades de hormigas del género *Leptothorax* que están constituidas por colonias de unos 100 individuos entre los que no hay castas. Se ha encontrado, mediante experimentos en laboratorio, que en el interior de los nidos cada individuo aislado de su colonia se activa y desactiva de manera errática, sin ninguna regularidad. En cambio, juntos ya actúan como una sociedad, es decir, el todo es más que la suma de las partes: hay propiedades emergentes (Miramontes, 2005a; Martínez, et al, 2017).

Tomada de Miramontes, 2005b

Multidimensionalidad y no linealidad

Cuando se dice que un sistema complejo tiene multidimensionalidad, se refiere a que no existe una única causa que propicie que el sistema produzca ciertos efectos. Es decir, que el resultado o respuesta no está en función de una sola variable, sino de varias. En otras palabras, si se idealiza matemáticamente, un sistema complejo sería como una función de varias variables: un sistema complejo es un sistema de múltiples grados de libertad (Serrano, et al, 2012). O sea que, los parámetros de los que depende la ocurrencia de un fenómeno son muchos y, además, pueden cambiar los valores de cada uno de ellos.

En un sistema en general, aunque sea representado por funciones de varias variables, las causas producen ciertos efectos. En los sistemas deterministas, si se cambian las causas, el cambio en los efectos es proporcional; a esto se le llama respuesta lineal. En los sistemas complejos cualquier cambio en las causas, por aparentemente mínimo que sea, puede producir efectos completamente diferentes e incluso extraordinarios, a esto se le llama respuesta no lineal (Laguna, et al, 2016; Estrada, 2012).

Criticalidad autoorganizada y ley de potencias o de escala

De la misma manera que en las avalanchas en el reloj de arena y en las montañas nevadas, así como en los terremotos (Miramontes, 2005), la criticalidad autoorganizada se puede ver cuando se intenta mover, por ejemplo, una mesa empujándola o arrastrándola sobre el piso como en la figura 1.5. Cuando comenzamos a empujar, la mesa no se mueve, como si estuviera pegada al piso, pero al continuar empujando llega un momento en el que la mesa se mueve bruscamente (en los otros ejemplos éste es el momento en el que ocurre la avalancha o el terremoto). La impresión de que la mesa esté pegada se debe a que existe un rozamiento que “empotra” las rugosidades de la pata de la mesa con las del piso (a lo cual los físicos llaman fricción entre dos cuerpos). Cuando empujamos lo suficiente para vencer dicho “empotramiento” entonces la mesa se moverá repentina y abruptamente. Si no dejamos de empujar vemos que el proceso se repite, porque de repente la mesa parecerá de nuevo estar pegada al piso y habrá nuevamente que vencer la fricción, este ciclo se repite continuamente hasta que hayamos arrastrado la mesa al lugar deseado (Miramontes, 2005; García, et al, 2008).

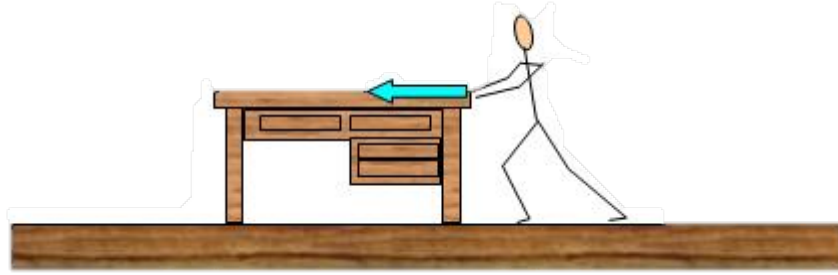


Figura 1.5. Sistema mesa – piso. Cuando la mesa es empujada, sus patas se van “atorando” y “desatorando” con el piso, debido a las rugosidades de ambos. Es ejemplo de criticalidad autoorganizada. Tomada de Docenteca.com

Distinguimos que hay un cambio entre equilibrio (que por cierto es un equilibrio aparente) y movimiento (que es brusco) a lo cual se le llama *transición de fase*. Al punto exacto en el que el cambio de fase ocurre se le conoce como *punto crítico de transición de fase* y lo común es que esté determinado por algún parámetro móvil (Serrano, et al, 2012) que en el caso del sistema mesa–piso es el empuje que vence la fricción, pero en general puede ser algún parámetro como la temperatura, la presión, ... de un sistema que lo haga cambiar de fase (Serrano, et al, 2012).

Cada instante (segundo, décima de segundo, o la unidad de tiempo que se elija) de la evolución de este proceso se dice que es un estado del sistema. A todo estado en la fase antes del punto crítico se le llama estado subcrítico y a todo estado en la fase después del punto crítico se le llama estado supercrítico.

Serrano, et al, (2012) comentan que los sistemas complejos se organizan naturalmente hacia un estado crítico, caracterizado por tener avalanchas de todos los tamaños y obedeciendo a una frecuencia en ley de potencia. El sistema tiende irremediamente a el punto crítico sin importar las condiciones iniciales, en el caso de la mesa y el piso no importa qué tanto empujemos, mientras lo sigamos haciendo, ya sea estando en estados subcríticos o supercríticos, siempre el empujar llevará espontáneamente al estado crítico (Serrano, et al, 2012; Bak, et al, 1988; Miramontes, 2010). El estado crítico al que el sistema es recurrente se le conoce como *atractor* (Martínez, et al, 2017; Bak, et al, 1988).

El comportamiento que se presenta en este ejemplo, así como el de las avalanchas en el reloj de arena y los otros, se puede ver, como se ha mencionado, en toda la naturaleza. Raup en 1986 mostró que la evolución biológica es intermitente en

largos periodos estáticos interrumpidos abruptamente por eventos de extinción (Serrano, et al, 2012), es decir, hay un estado de aparente equilibrio que en realidad es un conjunto de estados que tiende a una “avalancha”. Se dice que la distribución de estos eventos también es similar a la ley de Gutenberg – Richer que determina la energía liberada por los terremotos, fenómeno en el que se ve claramente la criticalidad autoorganizada. Se hace evidente entonces, que el mecanismo que genera eventos de grandes magnitudes o “catástrofes” es el mismo que genera eventos de pequeña magnitud, y que no es necesario un cataclismo externo para generarlo (Serrano, et al, 2012; Miramontes, 2010).

Consideremos el reloj de arena. Si una avalancha que desplaza 20 g de arena fuera, por decir algo, 10 veces menos frecuente, que una que desplazara 2 g. Al aumentar la escala de la magnitud de la avalancha en un factor de 10 (o sea, 10 veces más grande), la proporción se mantendrá: es decir, que una avalancha de 200 g será 10 veces menos frecuente que una de 20 g. Y una de 2 000 g será 10 veces menos frecuente que una de 200 g y así sucesivamente. Es decir, que la distribución de las frecuencias no depende de la escala con la que sea tomada la magnitud del evento (Serrano, et al, 2012; Bak, et al, 1988; Bonachela, 2008).

Siguiendo esta idea, un objeto (o evento de la naturaleza) que se parece a sí mismo en cualquier escala en que se le observe es un *fractal* (Martínez, et al, 2017; Miramontes, 2010; Serrano, et al, 2012). Esta descripción indica que el objeto contiene réplicas de sí mismo en todas las escalas –diremos que los fractales son conjuntos autosimilares o invariantes con la escala– y no hay posibilidad, por tanto, de determinar si una observación se ha realizado desde lejos o, por el contrario, es una pequeña parte del conjunto ampliada convenientemente (Martínez, et al, 2017).

La autosemejanza se puede ver como una ley de potencias determinada por una función como (Miramontes, 2010; Bonachela, 2008; Serrano, et al, 2012)

$$f(x) = bx^{-a} \tag{1.1}$$

porque si se cambia a x por cx , y se acomoda así

$$f(cx) = b(cx)^{-a} = bc^{-a}x^{-a} = (c^{-a})bx^{-a}$$

entonces se puede ver que bx^{-a} , es decir, la misma $f(x)$ original, volvió a aparecer, pero afectada (multiplicada) por un factor c^{-a} . Esto es el equivalente a ver a un sistema más grande indistinguible de uno más pequeño a una escala de c^{-a} .

El caso tipo de función en específico ($f(x) = bx^{-a}$) se usa para entender la ley de escalas o de potencia, pero en general se dice que una función $f(x)$ que represente la intensidad de un evento en función de la distribución de su frecuencia de ocurrencia, sigue una ley de escala si satisface la condición de la forma

$$f(cx) = g(c)f(x) \quad (1.2)$$

para cualquier valor c . Así, si se incrementa la escala de los valores de x por una constante c , el comportamiento de la distribución $f(x)$, permanecerá inalterado, excepto por una constante multiplicativa general (Serrano, et al, 2012).

Entropía

Antes de las ideas de que los sistemas complejos son una mezcla de orden y desorden, los físicos ya tenían cierta noción de qué ocurre en la transición entre estos dos. Fue el físico Ludwig Boltzmann quién comenzó a aclarar esta noción pues introdujo un concepto para entender hacia cuál lado se inclina más un sistema, es decir, qué tan ordenado o desordenado está y lo hace contando el número de configuraciones posibles para cierto estado en particular (Fariña, et al, 2002). Si a este número le obtenemos su logaritmo, y lo multiplicamos por una constante universal de la física que actualmente se conoce como constante de Boltzmann, tendremos la entropía del sistema. Matemáticamente se plantea como sigue (Cuesta, 2006).

$$S = k \cdot \log(\omega) \quad (1.3)$$

En dicha ecuación, S es la entropía del sistema (qué tan ordenado o desordenado), k es la constante de Boltzmann cuyo valor es $1,3805 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$ y ω es el número de configuraciones para cierto estado del sistema.

Vemos en la ecuación que, si el número de configuraciones posibles para cierto estado aumenta, también lo hace la entropía. Si se considera a dos gases en un recipiente cerrado, las estructuras (estados) que crean sus moléculas lo hacen tan rápido como se destruyen (Miramontes, 2005; Fariña, et al, 2002; Cuesta, 2006). Se puede admitir fácilmente que es más probable que ocurra, para cierto instante de tiempo, que las moléculas de ambos estén repartidas por todo el recipiente (están desordenados) que el que ocurra de pronto que todas las moléculas de un gas estén en un lado (separadas por completo) y las del otro estén en el lado opuesto (ordenados cada uno por su parte). Matemáticamente es más probable que ocurra el primer caso que el segundo por el simple hecho de que el estado en el que los gases están dispersos por el recipiente tiene más

configuraciones posibles que el estado en el que cada gas está por su lado. Es decir, la probabilidad del desorden es mayor porque en la estadística se refleja que hay mayor número de configuraciones posibles para este estado. Es justo por esto que se asocia que a mayor entropía mayor grado de desorden en un sistema (Fariña, et al, 2002; Cuesta, 2006). Esto se intenta ilustrar en la figura 1.6.

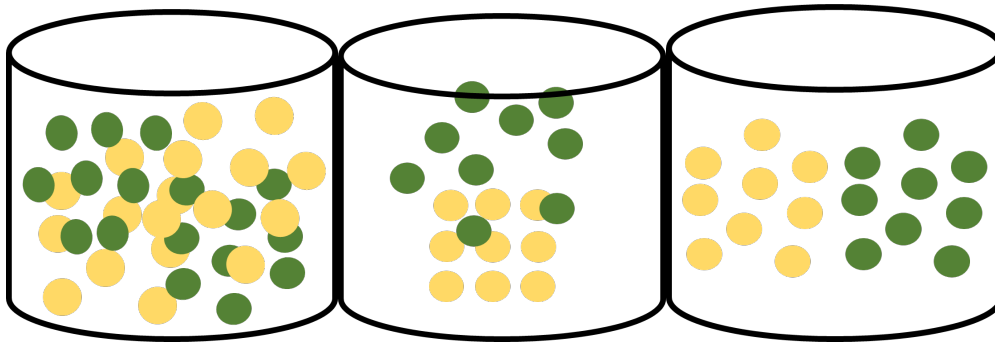


Figura 1.6. ¿Cuál de estos estados es el más probable de ocurrir?

Capítulo II

Un desorden ordenado

Capítulo II

TEORÍA DEL CAOS:

UN DESORDEN ORDENADO

El Cisne Negro
¿Cómo trabaja el caos?
El fractal de Borges... ¿un sendero al caos?
Espacio de fase y atractores: la receta del panadero

El Cisne Negro

Lo que actualmente se conoce como la Teoría del caos, es considerada una rama más de las matemáticas, tal como la teoría de números, la geometría, el álgebra, la probabilidad, etc (Aldana et. al, 2011). La noción actual del caos se debe a resultados que sorprendieron a científicos cuando estudiaban cuerpos celestes y a la atmósfera (Martínez et. al, 2017; Escalante, 2016). La idea del caos como un desorden ordenado se debe a la forma en que se descubrió, pues fue a partir del determinismo que implica orden, rigidez, predictibilidad. Y el caos, en todo caso, implicaría ¿lo contrario? (Sergio de Régules, 2000; Miramontes, 1998).

El cometa Halley es, sin duda, el más famoso cometa que se conoce. Halley no descubrió el cometa que lleva su nombre, su aportación consistió en emplear las ecuaciones del movimiento de Newton y sugerir que el cometa que Peter Apian (1495 – 1552) había observado en el año 1531, Johannes Kepler (1571 – 1630) en 1607 y él mismo en 1682, tendría que regresar a las proximidades del Sol a finales de 1758. Halley murió en 1742 y no pudo ver confirmada su predicción, pero el 21 de enero de 1759, el cometa fue avisado por el astrónomo francés Charles Messier (1730 – 1817) desde el Observatorio de París. El cometa había vuelto, y este suceso (predicho y confirmado) fue un acontecimiento deslumbrante para la ciencia (Martínez et. al, 2017; Miramontes, 1998; Germinal et. al, 2002; Arita 2007).

Así como este suceso se predijo y luego se confirmó, también sucedió con otros muchos que habían sido sostenidos por herramientas deterministas (Miramontes 1988) como las ecuaciones del movimiento de Newton y derivaciones de éstas como las propuestas por Gauss, Euler, Cauchy, Laplace (Martínez et. al, 2017). Parecía entonces que los fenómenos de la naturaleza eran

predecibles a través de modelos matemáticos: el universo parecía ser determinista. Después, ocurriría lo que tal vez Taleb (2013) llamaría un *Cisne Negro*, pues cumple con las características.

Un *Cisne Negro* es un suceso que tiene tres atributos. Primero, es raro, pues habita fuera de las expectativas normales. Segundo, tiene un impacto tremendo, ya sea positivo o negativo. Tercero, aunque es raro, la naturaleza humana hace que inventemos explicaciones de su existencia con lo que se hace explicable y predecible, pero sólo en retrospectiva (Taleb, 2013).

Taleb (2013) también habla de que, así como un conocimiento científico actual y nuevo hace añicos y se ríe del anterior, en el futuro vendrá otro que hará lo mismo con el actual. Y que con la ciencia se pueden evitar Cisnes Negros negativos pero que también con ella se pueden generar otros.

Fue Henri Poincaré quien descubriría que el universo no es del todo determinista, pues se encontró con un comportamiento que desafiaba todo lo que los científicos habían creído hasta ese momento; algo que parecía una criatura mitológica, una mezcla inconcebible de orden y desorden, de determinismo con aleatoriedad, de armonía y confusión (Miramontes, 1998; 2010). Poincaré en 1890 trató de resolver una versión simplificada del problema del movimiento de tres cuerpos sujetos a la acción de la gravedad (con dos como la Tierra y la Luna los físicos lo tienen resuelto) y se dio cuenta de que, pese a lo simple y determinista de las ecuaciones, el movimiento de estos cuerpos es tan complicado que resulta impredecible. “Puede suceder”, escribió más tarde Poincaré, “que pequeñas diferencias en las condiciones iniciales engendren diferencias muy grandes en los fenómenos finales; un error pequeño en las primeras produciría un error enorme en los últimos. La predicción entonces se vuelve imposible” (De Régules, 2000; Du Sautoy, 2018; Miramontes, 1998; 2010).

El meteorólogo Edward Lorenz, en 1963, redescubriría este comportamiento presentándolo en un artículo para la revista *Sciences* (Miramontes, 2010; Cárdenas 2014). Lorenz realizó un modelo simplificado (Esteva, 1985) del comportamiento de la atmósfera basado en ecuaciones diferenciales no lineales; por lo que no era tratable analíticamente y recurrió a resolverlo usando una computadora. Introdujo sus ecuaciones en la computadora con ciertas condiciones iniciales de presión, temperatura, ... Dejó que la computadora trabajara y cuando arrojó los resultados los anotó. Después quiso repetir el experimento pero ahora para un periodo más largo de tiempo. Para ahorrarse tiempo, decidió comenzar en algún instante intermedio del periodo de tiempo anterior, introduciendo como condiciones iniciales las arrojadas como resultados

en el experimento anterior para ese instante. Pensó que además le serviría para corroborar los resultados. Se sorprendió al ver que la evolución meteorológica de la segunda ejecución no correspondía con la de la primera en el periodo de tiempo que éstas tenían en común. Aunque al principio los resultados sí eran parecidos, poco a poco se iban separando más, hasta que había un momento en el que ya no se parecían. Lorenz había reencontrado al caos (Martínez et. al, 2017; Cárdenas, 2014).

Se dio cuenta que lo que causaba la brutal discrepancia (el caos) era que la computadora había arrojado los resultados de la primera ejecución con seis cifras decimales y él, al ingresar los correspondientes como condiciones iniciales, lo había hecho sólo con tres. Este redondeo tan pequeño, en apariencia, generó que los resultados fueran cada vez más diferentes entre sí. A este hecho de cambiar ligeramente, en apariencia, las condiciones iniciales de un sistema (en este caso el sistema son las ecuaciones diferenciales no lineales de Lorenz que representan la evolución meteorológica de la atmósfera) y que los resultados sean muy diferentes se llama *sensibilidad a las condiciones iniciales* y Lorenz, así como Poincaré en su respectivo estudio, concluyó que era imposible pronosticar el clima después de unos cuantos días (Martínez et. al, 2017; Miramontes, 2010; Cárdenas 2014). Incluso actualmente, donde hay sensibilidad a las condiciones iniciales ni la computadora más poderosa puede hacer predicciones útiles a largo plazo, por más deterministas y simples que sean las ecuaciones (De Régules, 2000; Miramontes, 2010; 1998).

¿Cómo trabaja el caos?

Un fenómeno caótico 1) está en todas partes y 2) detrás de su desorden aparente se oculta un orden matemático. La disciplina que estudia el caos se llama *teoría de sistemas dinámicos no lineales* (De Régules, 2000; King et. al, 2010; Aldana et. al, 2011). Entre quienes la utilizan se pueden encontrar físicos, matemáticos, biólogos, médicos, economistas, sociólogos e ingenieros (De Régules, 2000).

Un sistema dinámico es cualquier cosa para la cual se puedan definir: 1) las variables que determinan lo que uno ha decidido llamar *estado* del sistema, y 2) la *dinámica*, es decir, la receta para mover las variables en el tiempo (De Régules, 2000, Martínez et. al 2017, Schifter, 2003).

En los sistemas dinámicos la secuencia de valores se obtiene a partir de un valor inicial dado por medio de una regla general – una función –. De esta manera obtenemos una secuencia x_0, x_1, x_2, \dots donde el subíndice nos indica el orden en

el que el resultado ha aparecido en la secuencia a partir del valor inicial x_0 . En definitiva, el comportamiento del sistema viene determinado por la función y por el valor inicial x_0 y lo podemos representar por una expresión de la forma (Martínez et. al, 2017; King et. al, 2014) de la ecuación (2.1).

$$x_{i+1} = f(x_i) \quad (2.1)$$

Donde x_{i+1} es el valor que se obtiene a partir de su antecesor en la iteración x_i , aplicándole la función f .

En otras palabras, el valor siguiente se obtiene de aplicarle ciertas operaciones al valor anterior y todo esto comienza a partir de un valor inicial (condición inicial). El comportamiento del sistema está determinado por la función f y por el valor inicial x_0 . A la serie de valores representados por x_0, x_1, x_2, \dots se le llama *órbita* (King et. al, 2014). Y se entiende que el subíndice i representa algún valor intermedio de la ejecución (por ejemplo x_6) e $i + 1$ el valor siguiente (x_7).

Para comprender cómo funciona este proceso iterativo se puede ilustrar a partir de ejemplos simples (Martínez et. al 2017; Esteva, 1985). Verhulst publicó, en el siglo XIX, una ecuación, la (2.2), para estudiar la dinámica de la población basándose en iteraciones sencillas

$$x_{i+1} = x_i + ax_i(1 - x_i) \quad (2.2)$$

que cumple con ser de la forma de la ecuación (2.1). Se ve fácilmente al caos haciendo lo mismo que hizo Lorenz. Con la ecuación (2.2) se hace una ejecución (se obtiene una órbita), por ejemplo hasta $i = 50$ y después se hace otra pero en ésta última se interrumpe en, por ejemplo, $i = 10$, y se sustituye el valor de x_{10} de la ejecución anterior (la que no tuvo interrupción) pero redondeado a menos cifras decimales y se continua la iteración a partir de este x_{10} redondeado. Se puede comprobar que al principio (las sucesivas cercanías de x_{10}) serán parecidas pero los valores irán divergiendo hasta que las respectivas x_{50} ya sean muy diferentes. La tabla 2.1 muestra un resumen y la figura 2.1 sus gráficas.

Se consideran $x_0 = 0,2$ y $a = 3$, siguiendo el ejemplo de los autores.

Tabla 2.1. Descubriendo el caos con Verhulst. *Elaboración propia, inspirada en Martínez et. al (2017)*

i	x sin interrupción	x con interrupción	diferencia
0	0,2	0,2	0
1	0,68	0,68	0
2	1,3328	1,3328	0
3	0,00213248	0,00213248	0
4	0,00851628	0,00851628	0
5	0,03384753	0,03384753	0
6	0,13195315	0,13195315	0
7	0,4755777	0,4755777	0
8	1,22378836	1,22378836	0
9	0,40217959	0,40217959	0
10	1,1234731	Redondeando a 1,123	0,0004731
11	0,70731699	0,708613	-0,00129601
12	1,32837599	1,32805485	0,00032114
13	0,01975566	0,02103035	-0,00127469
14	0,07785177	0,08279458	-0,0049428
15	0,2932244	0,31061349	-0,01738908
		⋮	
47	0,82022655	1,13862754	-0,31840099
48	1,26259142	0,66509213	0,59749929
49	0,26795439	1,3333259	-1,06537151
50	0,85641889	2,975E-05	0,85638914

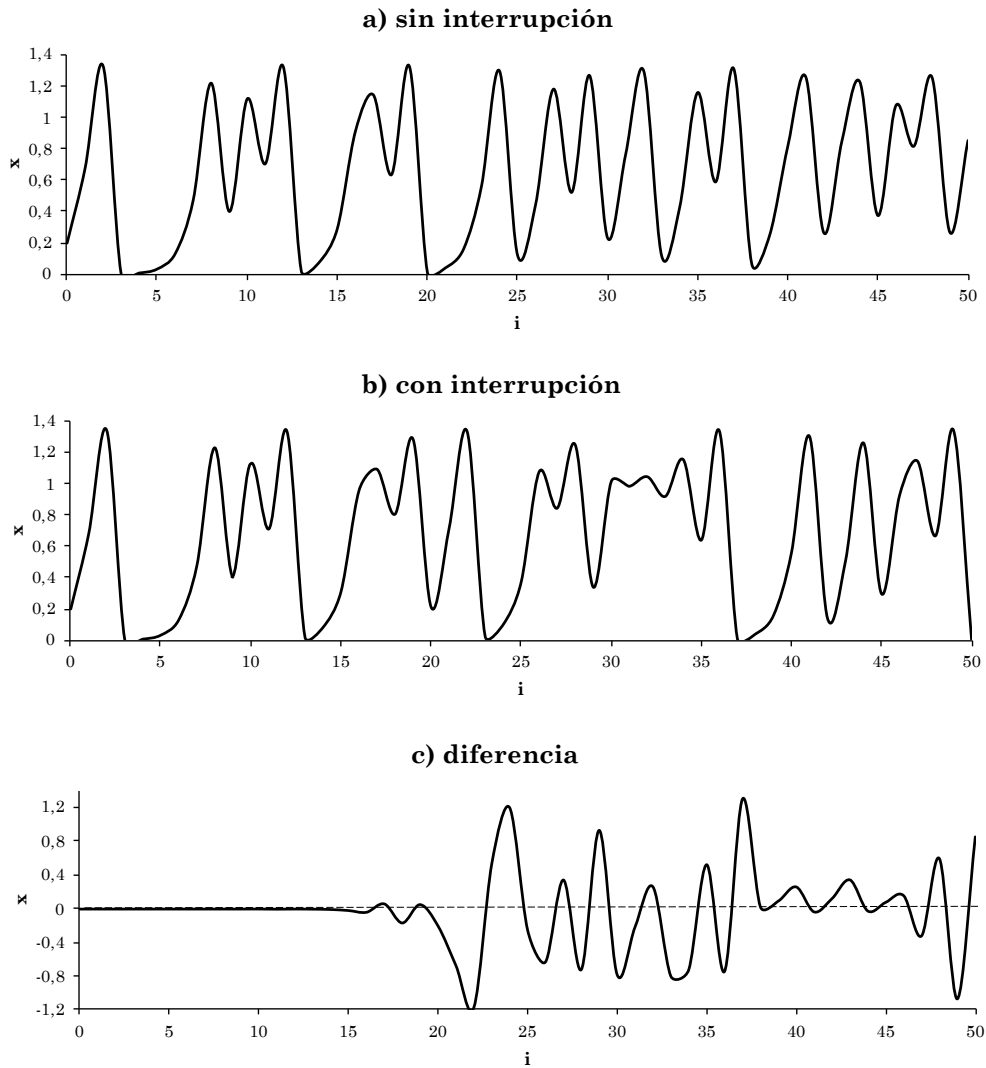


Figura 2.1. Gráficas de Verhulst. *Elaboración propia, inspirada en Martínez et. al (2017)*

La figura 2.1 muestra en el eje de las abscisas la evolución de i y en el eje de las ordenadas los valores que x_i va tomando con esta evolución (serie de tiempo). Esta figura muestra las gráficas sin y con interrupción, así como la diferencia entre ambas en a, b y c respectivamente. En la gráfica c de las diferencias se puede ver que los valores son iguales hasta antes de 10, después comienzan a ser diferentes, hasta que la diferencia llega a ser tan grande como los valores de las x_i ...se devela el caos.

El fractal de Borges... ¿un sendero al caos?

En 1976, Robert May (1932) publicó un artículo en la revista Nature, donde presentaba una ecuación, aquí la (2.3), parecida a la de Verhulst pero prescindiendo del primer término (Martínez et. al, 2017; King et. al, 2014).

$$x_{i+1} = ax_i(1 - x_i) \quad (2.3)$$

La ecuación de May también cumple con ser de la forma de (2.1). Al variar el parámetro a y el valor inicial (x_0) elegido, se llega a resultados muy diferentes, unos de ellos serán caóticos, pero otros no. Si se considera que $x_0 = 0,2$ y que el parámetro a puede variar, se observa qué pasa cuando $a = 2,75$, $a = 3,2$ y $a = 2,4$.

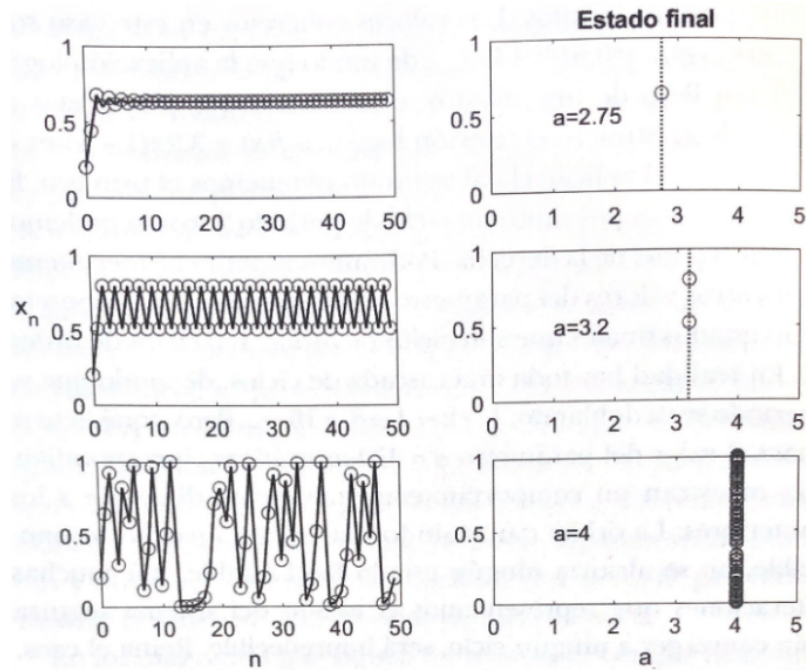


Figura 2.2. Tres órbitas para tres a 's. Tomada de Martínez et. al (2017)

En la figura 2.2 se muestra, del lado izquierdo, la evolución temporal (aumentando i) de las órbitas que resultan de aplicar la ecuación de May para cada valor de a mencionado. Se ve que se parte de la condición inicial $x_0 = 0,2$ y variando rápidamente se estabiliza hacia un valor que, se puede comprobar fácilmente a mano o en una hoja de cálculo, y es $\frac{7}{11}$. Este valor es el estado final (porque el sistema tiende a él) del sistema dinámico que representa la ecuación

de May con los valores x_0 y a elegidos; y su “proyección” se puede ver en la imagen de la derecha correspondiente. A este valor se le llama *punto fijo* y se denota con p_a , se le llama así porque verifica que $p_a = f(p_a)$, o sea que $\frac{7}{11} = f\left(\frac{7}{11}\right)$ para siempre. En otras palabras, un punto fijo es aquel valor x_i que al aplicarle la función (seguir iterando) da como resultado el mismo valor, es decir, cuando se da que $x_i = x_{i+1}$. En este caso, con $a = 2,75$ se llegó a que hay un único punto fijo (a continuación se verá que pueden haber más), cuando sucede esto, se dice que este punto fijo es un *atractor*. Y el que se ve aquí es sólo un tipo de ellos (Martínez et. al, 2017; De Régules, 2000).

Cuando $a = 3,2$ no sucede lo mismo, ahora el estado final oscila entre dos puntos, que igualmente se puede comprobar, son 0,79945549 y 0,51304450. Matemáticamente quiere decir que cuando se le aplica la función a uno resulta en el otro y así para siempre. Como el estado final oscila entre dos puntos, el atractor no es un punto fijo como en el caso anterior, ahora es un ciclo que va entre dos puntos.

Y ahora ... ¿qué sucede para $a = 4$? En la figura 2.2 se ve, en la imagen correspondiente, que el estado final de la órbita no tiende a un punto fijo o a un ciclo. La órbita danza sin un patrón determinado, eso es el caos.

Ahora sería adecuado preguntarse ¿por qué el estado final tiende a uno, dos y ningún valor para estas a 's? Si se programa en una hoja de cálculo la ecuación de May y se juega con los valores de a se puede ver que para valores de a de 0 a 1, todo es 0, pues a es factor común en la ecuación de May. De 1 a 3 cada estado final es un único punto fijo, tal como se comprobó para $a = 2,75$, es decir, todo es estable. Pero para valores de a mayores a 3 este sendero de un solo punto fijo comienza a bifurcarse, primero aparecen dos puntos (un ciclo de dos) como se comprobó para $a = 3,2$. Por ahí de $a = 3,449490$ estos nuevos dos senderos se vuelven a bifurcar, porque el estado final ahora tiende a cuatro puntos (un ciclo de 4), después se vuelven a bifurcar, pues aparecen 8, luego aparecen 16, ... en intervalos de a cada vez más pequeños (los senderos se hacen más cortos o se bifurcan más rápido). Pero cuando $a = 3,5699456$... ya no se encuentra algún ciclo con periodo y el estado final se vuelve caótico (Martínez et. al, 2017; Esteva, 1985). A este último valor de a se le conoce como el punto de Feigenbaum, pues el físico Michell Feigenbaum (1944) realizó estudios del caos, los cuales están relacionados con el diagrama que lleva su nombre, en el cual se ve este punto. Pues si se grafican los valores a los que tiende el estado final correspondientes a su respectiva a , se ve cómo, a partir de una muy determinista ecuación de May, un sendero comienza a bifurcarse hasta llegar al punto de Feigenbaum donde el

caos inicia (Martínez et. al, 2017; Sprott, 2000). El diagrama de Feigenbaum se presenta en la figura 2.3.

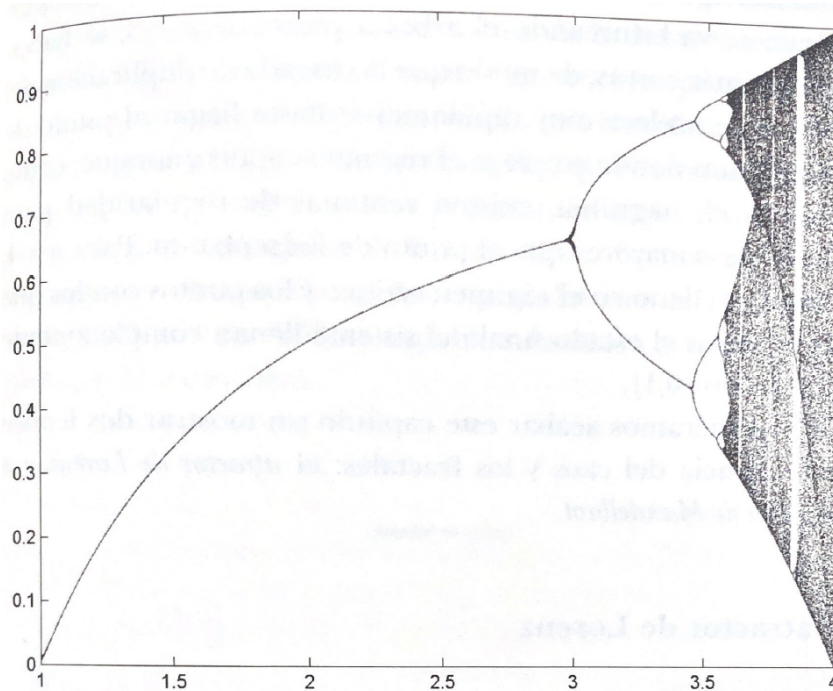


Figura 2.3. Diagrama de Feigenbaum. Tomada de Martínez et. al (2017)

Espacio de fase y atractores: la receta del panadero

Un sistema dinámico físico simple es el socorrido péndulo, cuyo estado queda determinado por las variables posición y velocidad. Eso es todo lo que se necesita para saber qué está haciendo el péndulo en un instante dado. La dinámica es la ecuación de movimiento del péndulo, dictada por las leyes de Newton (De Régules, 2000; Aldana et. al, 2011).

Una forma especialmente útil de representar el comportamiento de un sistema dinámico es construir su *espacio de fase* (lo que antes se dijo era la “proyección del estado final”), que es un sistema de ejes de coordenadas cartesianas. Hay un eje por cada variable del sistema, de modo que el péndulo tiene un espacio de fase de dos dimensiones, pero un sistema dinámico más complicado puede tener un espacio de fase de muchas más (De Régules, 2000; Schifter, 2003; Cedillo, 2008; García, 1993).

El estado del sistema se representa por un punto y la dinámica dice cómo se pasea ese punto por el espacio de fase al correr del tiempo. El péndulo hace cosas muy simples en su espacio de fase: si no hay pérdida de energía por fricción, da

vueltas y vueltas en un ciclo; si la hay, hace una espiral que cae hasta el origen; si está conectado a un mecanismo que le restituye la energía perdida por fricción, como el del péndulo de un reloj, parta de donde parta, siempre acabará en el mismo ciclo. El ciclo y el punto al que cae el péndulo con fricción son ejemplos de atractores en el espacio de fase. En general, un atractor es una región del espacio de fase en la que todas las trayectorias acaban por caer, sin importar de dónde salgan, y representa el comportamiento del sistema dinámico a largo plazo. (De Régules, 2000; Schifter, 2003; Cedillo, 2008; Aldana et. al, 2011). El espacio de fase de estas clases de péndulos se presentan en la figura 2.4.

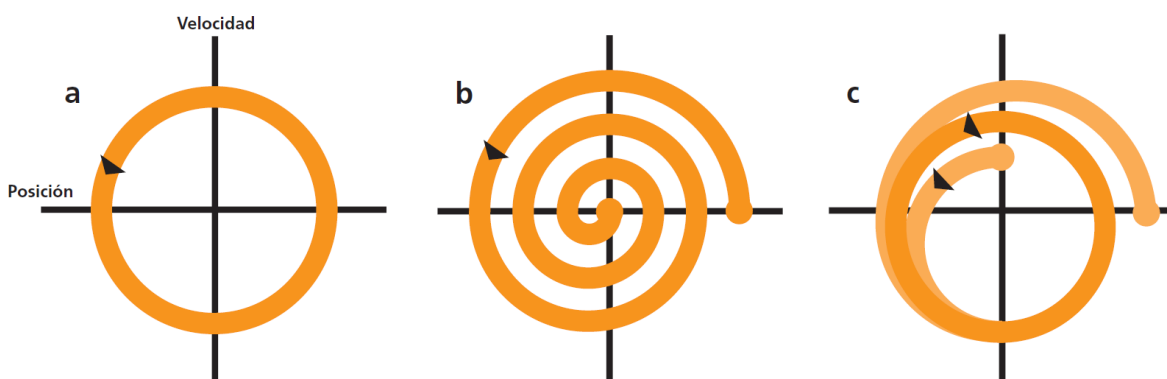


Figura 2.4. Espacio de fase del péndulo. *Tomada de De Régules (2000)*

Eso hizo Edward Lorenz con su modelo de la atmósfera: construyó el espacio de fase y se puso a ver qué hacían las trayectorias. Hasta ese día sólo se conocían tres tipos de atractor: el punto, el ciclo y la dona, a la que los matemáticos llaman toro. Esta clase de figuras son los atractores de los sistemas dinámicos lineales. Son sencillas y predecibles. Pero cuando Lorenz puso a su sistema a pasearse por el espacio de fase, vio aparecer una figura extraña. No era ni punto, ni ciclo, ni toro: era una superficie llena de pliegues. Los pliegues tenían más pliegues, que tenían más pliegues, y así sucesivamente, a escalas cada vez más pequeñas, hasta el infinito (De Régules, 2000; Chaparro, 2008). El espacio de fase del sistema de Lorenz es el de la imagen de la figura 2.5.

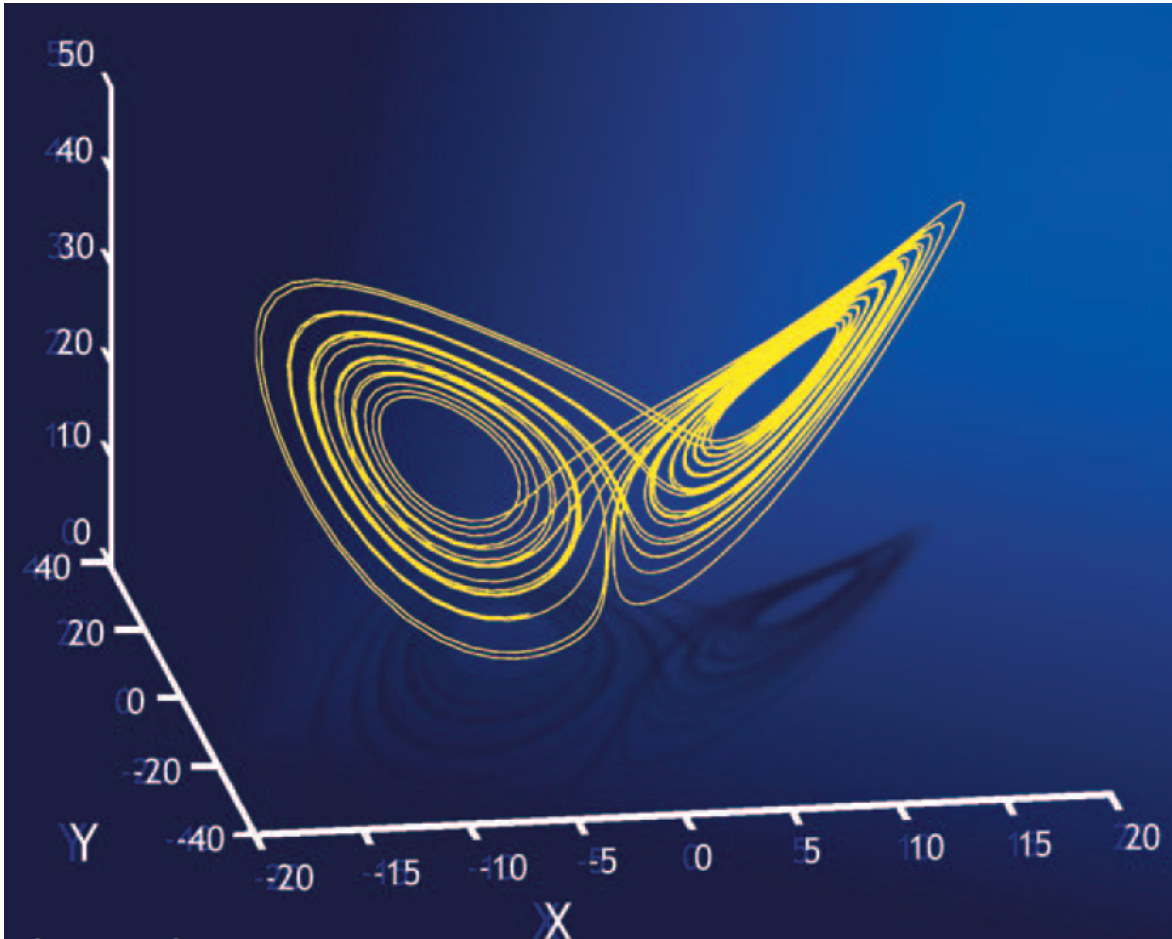
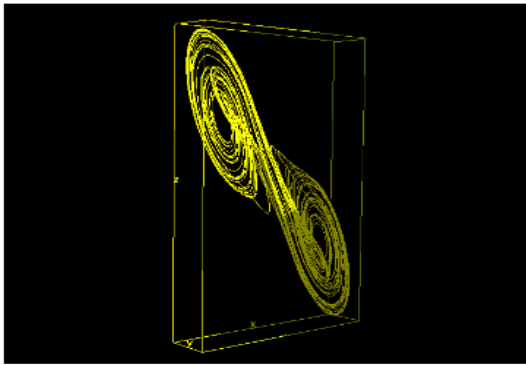


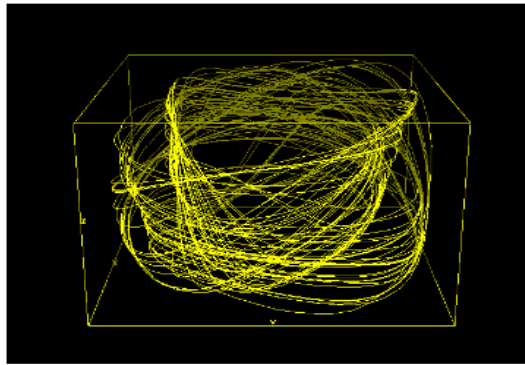
Figura 2.5. Atractor de Lorenz. Tomada de De Régules (2000)

Lorenz descubrió de dónde venía el comportamiento caótico de su sistema: dos puntos iniciales muy cercanos, correspondientes a condiciones iniciales muy parecidas, no tardaban en separarse (De Régules, 2000; Balibrea, 1999). El atractor de Lorenz convertía discrepancias microscópicas en diferencias gigantescas en poco tiempo. Éstos se conocen como *atractores extraños*. Detrás del desorden de un fenómeno caótico se encuentra el orden de un atractor extraño (De Régules, 2000; Schifter, 2003).

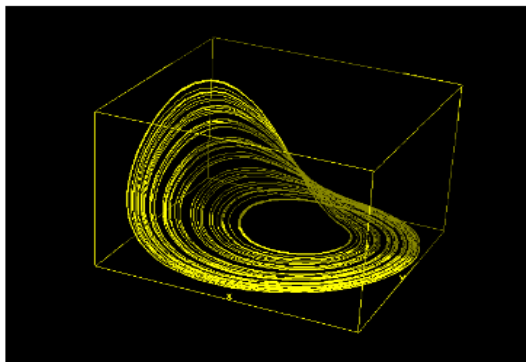
En la figura 2.6 se muestran seis atractores extraños, los primeros cuatro tienen un espacio de fase de tres dimensiones, pues dependen de tres variables. Los dos últimos son de dos dimensiones.



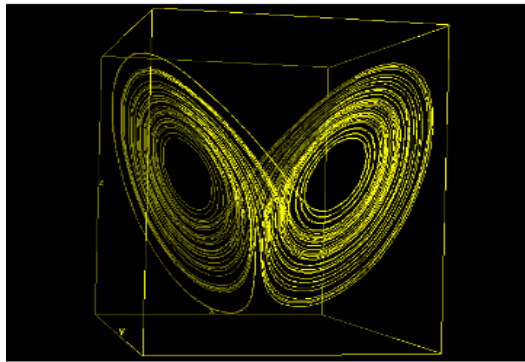
Chua
(circuito eléctrico)



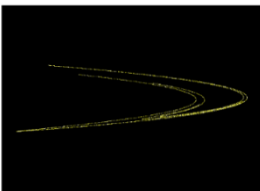
Durffing
(oscilador no lineal)



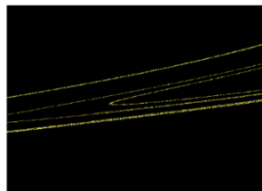
Rössler
(cinética química)



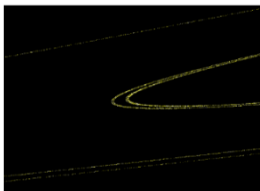
Lorenz
(convección atmosférica)



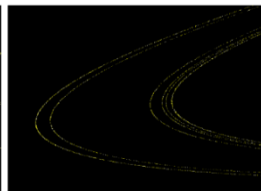
original



8 veces más



64 veces más

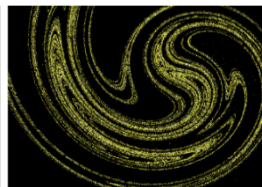


512 veces más

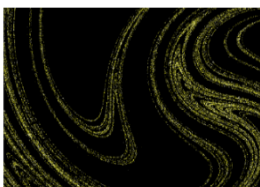
Hénon con amplificaciones sucesivas



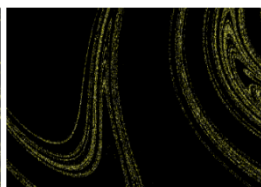
original



4 veces más



16 veces más



64 veces más

Iker con amplificaciones sucesivas

Figura 2.6. Atractores extraños. Tomadas de Hypertextbook.com/chaos/

Capítulo III

Observando la evolución de un mundo complejo

Capítulo III

ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO: *LA EVOLUCIÓN DE LO COMPLEJO*

Observando al mundo complejo
Anatomía del tiempo
Movimiento
Herramientas para un análisis no lineal

Observando al mundo complejo

Verhulst, Lorenz, Rössler, May y cualquiera que nos haya brindado una receta para generar un atractor han dado justo eso, una receta a partir de la cual construirlo. Nos han proporcionado una ecuación matemática, o un conjunto de éstas, que intenta aproximarse al comportamiento real de algún fenómeno de la naturaleza, al cual se le ha considerado como un sistema complejo. Se pone a pasear al sistema en el espacio de fase y, listo.

Pero ¿qué sucede cuando no se tiene a dicho modelo matemático? Anteriormente, un paso intermedio entre el modelo matemático y el paseo en el espacio de fase era aplicar la recursividad para obtener valores sucesivos de la variable del sistema, es decir, se calculaba la órbita del sistema. Se dijo que dicha órbita no era más que una serie de tiempo.

Ésta es precisamente la situación a la que nos enfrentamos en el mundo real, es decir, ¿de dónde los panaderos obtuvieron sus recetas? Ya que, para empezar, en esta realidad se desconoce el total de las variables que al interactuar entre ellas determinan al estado de los sistemas complejos y tampoco se conocen a las ecuaciones que los gobiernan; de tal manera que cuando se observa a un fenómeno, solamente se observa cómo se comporta una única variable de éste, es decir, la variable que más nos interesa, la cual se registra, para el estudio de su comportamiento y nosotros, dado lo que sabemos de los sistemas complejos, entendemos, de antemano, que esta medición no es asilada sino que depende de muchas otras variables, pero nos fijamos sólo en ella pues es la que nos preocupa en especial para algún fin en particular (Cedillo, 2008; Espinosa, 2004; Hand, et al, 2002). También puede darse el caso en el que solamente se mida una variable debido a que es la única a la que se tiene acceso y, aunque se entienda que no es

la única que interviene en el proceso, el análisis del sistema entero se vuelve complicado de analizar (Zamora, 2016; Cedillo, 2008).

Es justamente a partir del registro de la observación de esta variable de interés que se construye un modelo matemático, o se emplea alguna técnica al ingenio del observador, para intentar entender cómo se da la evolución del sistema. Estas observaciones se registran en intervalos regulares de tiempo, se aplica una técnica matemática y, finalmente, se introduce en el espacio de fase. Existen varias técnicas matemáticas para dar este paso, la que se usará en este trabajo será la de introducir un desfase en la serie de tiempo, a este desfase se lo conoce como *tiempo de retraso* (Cedillo, 2008; Hand, et al, 2002).

En matemáticas, a un registro de datos, medidas, resultados,... obtenidos a partir de observaciones (o cálculos, o iteraciones) de algún fenómeno (natural o artificial) y hecho en intervalos regulares de tiempo se le conoce como *serie de tiempo* (Espinosa, 2004; Cedillo, 2008; Bello, et al, 2007).

En el caso del ruido blanco, cada frecuencia sonora tiene la misma probabilidad de ser escuchada, ya que todas suenan por igual. Pero no siempre es así, en general cada observación en una serie de tiempo tiene distinta probabilidad de ocurrencia y, mayor aún, cada probabilidad de cada observación se calcula diferente, los matemáticos dirían que cada una pertenece a una *distribución de probabilidad* diferente (Uribe, 2016; Rincón, 2014). Entendiéndose por distribución de probabilidad a la manera en que se calcula la probabilidad de ocurrencia de un suceso (Rincón, 2014).

En el mundo de los fenómenos aleatorios, a las observaciones realizadas a un fenómeno que no obedece a patrón alguno se les llama *variables aleatorias* (Rincón, 2012; 2014) y cada variable (observación) tiene cierta intensidad, magnitud, ... Tal como pasa con el ruido rojo, predominan bajas frecuencias (bajas magnitudes, en este caso de frecuencia) y la probabilidad de que se presenten se calculan todas de la misma manera. Pero, como se dijo, no siempre es así.

En general cuando se tiene un conjunto de observaciones provenientes de fenómenos aleatorios (conjunto de variables aleatorias) se dice que se tiene un *proceso estocástico* (Rincón, 2012, Uribe, 2016). Las series de tiempo serían un caso particular de esta clase de procesos porque la probabilidad de que cada observación haya sucedido de la manera en que lo hizo puede, o no, calcularse de diferente manera, en palabras matemáticas: cada observación es una variable aleatoria que puede provenir de distinta distribución de probabilidad (Uribe,

2016). Es decir, a la ocurrencia de cada punto de la gráfica de la serie de tiempo se calcula diferente, al contrario de como sucede con los colores del ruido donde cada una se calcula con la misma ecuación (su ley de potencias).

En pocas palabras, el estudio general de las series de tiempo le concierne al área de las matemáticas llamada estadística y en específico, esta rama las considera como un caso particular de lo que llaman proceso estocástico, ya que cada observación registrada puede pertenecer a una distribución de probabilidad distinta.

Las series de tiempo se analizan para distintos propósitos. Uno de ellos, por ejemplo, es pronosticar el futuro (obtener puntos más allá de donde termina la gráfica de la serie de tiempo, más allá de lo registrado u observado) a partir de las observaciones registradas (a partir de los puntos que sí tenemos) (Hernandez, et al, 2008). Otro propósito es, y que corresponde precisamente al que interesa para este trabajo, conocer y entender el comportamiento que tuvo el fenómeno observado durante el intervalo de tiempo en el que se registraron los datos.

Gracias a los avances en las herramientas de análisis de series de tiempo que los matemáticos han logrado y a que el estudio de ellas lo han hecho de manera general, dichas técnicas resultan ser una herramienta útil y poderosa para cualquier campo de estudio, ya que en todos se hacen observaciones de una variable, registrándola cronológicamente y después se desea analizar su comportamiento, es decir, qué sucede con esa receta, esa manivela de la dinámica, para luego poder trabajar con ella.

Anatomía del tiempo

El registro de la evolución de cualquier cosa en el tiempo es una serie de tiempo. Series de tiempo son: el registro de la altura de un infante cada año (vemos cómo evoluciona su estatura al pasar el peso de los años por él); el registro semanal, mensual, bimestral, ... de los ingresos monetarios de una papelería (vemos la evolución del dinero recibido en el tiempo); el registro de cuánto se mueve el suelo durante un sismo (los geofísicos observan cómo evoluciona el desplazamiento del suelo durante un temblor) (Cedillo, 2008; Rickles, et al, 2007). Si todos estos registros se hacen en periodos de tiempo iguales entonces se les puede llamar serie de tiempo. Algunas de las gráficas de las series de tiempo de estos ejemplos están en la figura 3.1.

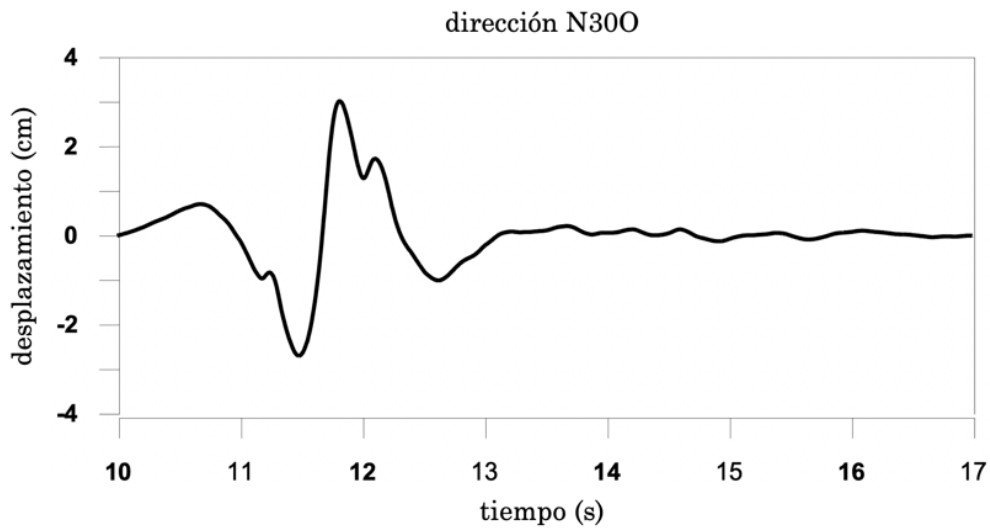
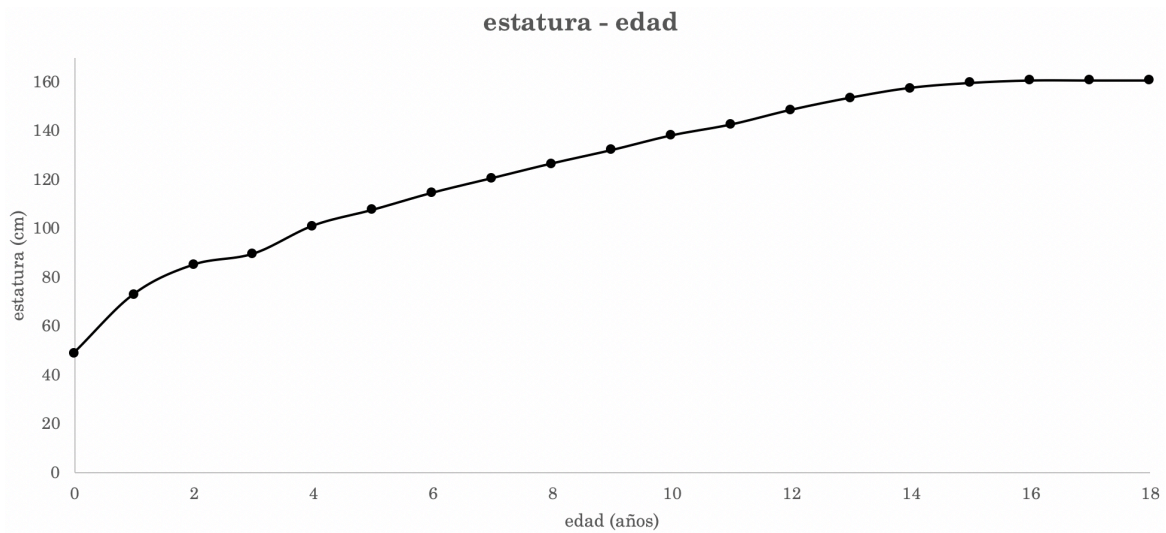


Figura 3.1. Ejemplos de gráficas de series de tiempo. La primera del crecimiento de infantes entre 0 a 18 años, *elaborada a partir de datos de Sobradillo, et al (2016)*. La segunda es la gráfica del registro de desplazamientos del suelo en la ciudad de Lorca, España; en la dirección N300 durante el sismo del 2011, *tomada y modificada de Susagna, et al (2012)*

Nosotros ya conocemos algunas series de tiempo, en específico, se obtuvieron a partir del estudio de sistemas dinámicos no lineales: la ecuación de Verhulst, el ruido blanco, el ruido rosa, el ruido rojo. Sus gráficas son las de la figura 3.2.

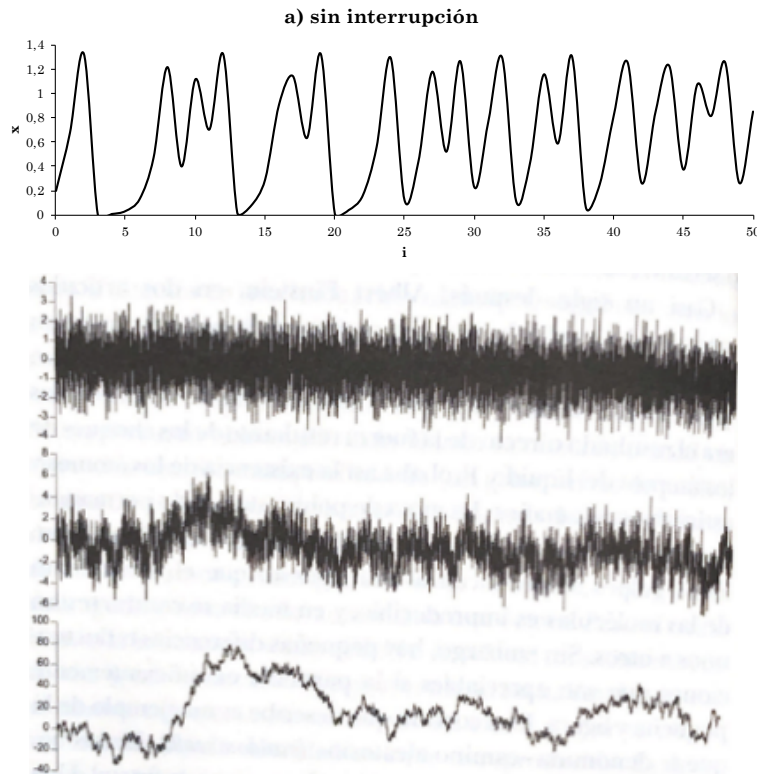


Figura 3.2. Series de tiempo de la ecuación de Verhulst y de los ruidos blanco, rosa y rojo. Tomada de Martínez, et al (2017)

Los matemáticos observaron a toda clase de series de tiempo (así, en general) y distinguieron cuatro situaciones que les acontecen a todas, aunque en ocasiones unas son más distinguibles en ciertas series de tiempo que en otras.

Tomaron una serie cualquiera y observaron que si se considera a la serie de tiempo en su totalidad (a la gráfica completa) se ve que, en general, sus puntos tienden a subir o crecer respecto de los anteriores; o a bajar, decrecer respecto de los anteriores; o incluso a permanecer más o menos igual, los puntos se acotan en un rango horizontal. Es decir, a largo plazo la serie de tiempo presenta una *tendencia*: creciente, decreciente o constante (Cedillo, 2008; Hernandez, et al, 2008).

Este comportamiento se aprecia en situaciones reales que tienden a incrementar o disminuir sus valores, porque si se traza una línea, recta, por ejemplo, entre dos de sus puntos que estén alejados entre sí, dicha recta tendrá cierta pendiente, ya sea positiva (tendencia creciente) o negativa (tendencia decreciente). Por ejemplo, el contenido de contaminantes (provenientes de la industria) en la atmósfera tiende a ser mayor, y se refleja en la gráfica de su serie de tiempo porque se aprecia la tendencia creciente. Otros casos, como que el consumo de chocolate en Australia aumenta, el uso de automóviles de combustibles fósiles ¿disminuye?, los ingresos de una empresa aumentan porque la marca cada vez tiene más adeptos, ...

Para que esta línea sea considerada como una tendencia válida, debe de pasar lo más cercano posible a la mayor cantidad de puntos de la gráfica, lo que conlleva a que no siempre la mejor opción para representar a una tendencia sea una recta, y como se intenta representar con una herramienta matemática bien definida se recurre a líneas como las que resultan de las curvas exponencial, logarítmica, polinómica, ... (Hernandez, et al, 2008) o la que más se preste para pasar cerca de la mayor cantidad de puntos. En la figura 3.3 se presentan tres clases de tendencias y sus diferentes formas.

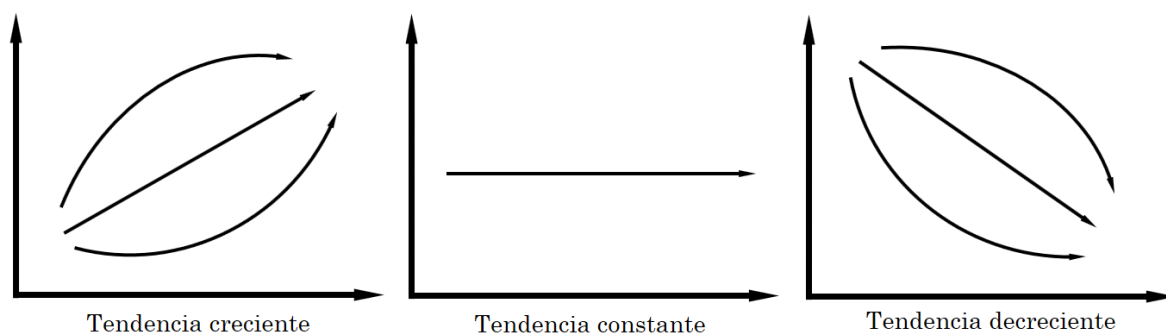


Figura 3.3. Tipos de tendencias

En el esfuerzo de los matemáticos por distinguir más patrones dentro de las series de tiempo, observaron, por ejemplo, a las series de tiempo de los ingresos monetarios de una papelería. Es un hecho que en todo momento uno necesita adquirir artículos de esta clase de comercios, se puede decir que sus ingresos, gracias a estas necesidades, son más o menos los mismos ¿todo el año? En general sí, pero por ahí del mes de agosto ocurre un suceso que mueve a la economía de la nación (Rodríguez, 2018), los estudiantes de todos los grados de estudio

regresan a sus labores escolares después de vacaciones. Cada inicio de clases los estudiantes saturan las papelerías para comprar útiles escolares como si el mundo se fuese a acabar. Sumándole el hecho de que las papelerías elevan el precio de sus artículos por eso de las inquisitivas oferta y demanda (Austillo, et al, 2012;), los ingresos de estos negocios en ese mes de agosto son considerablemente superiores al “promedio” de los ingresos del resto del año. Así como la primavera, el verano, el otoño y el invierno regresan (recurren) cada año con la misma periodicidad (siempre caen en el mismo mes), le sucede lo mismo al incremento de los ingresos de las papelerías, siempre son mayores en agosto. Entonces se dice que en las series de tiempo de los ingresos de las papelerías se presenta un efecto de *estacionalidad* (Hernandez, et al, 2008; Cedillo, 2008), que en este caso sucede cada agosto. Sería apropiado resaltar que se consideran efectos estacionales en las series de tiempo cuando ocurren en periodos menores a un año y así cada año, en otras palabras: a corto plazo y siempre se repite en la misma fecha.

Los efectos estacionales son más apreciables en series de tiempo que pertenecen a registros de eventos de fechas importantes (Cedillo, 2008), por ejemplo, el aumento en los ingresos monetarios en ropa de temporada invernal en fines de año, el consumo de pavo en esta misma época (navidad), el mayor consumo de agua en verano, el mayor consumo de energía eléctrica en invierno, la venta de trajes de baño y ropa de playa en verano. Un caso parecido al de estos efectos es cuando se presentan variaciones (incrementos o decrementos) en periodos prolongados de tiempo (mediano plazo), entonces se presentarán valores por arriba y por debajo de la línea de tendencia en periodos prolongados de tiempo, es decir, habrá *fluctuaciones* arriba y debajo de la línea de tendencia.

Finalmente, están los sucesos raros, aquellos para los que los matemáticos no pudieron reconocer patrón alguno en las gráficas de las series de tiempo. En dichas gráficas, se presentan como puntos aislados que son completamente diferentes y fuera de los patrones de los otros efectos (tendencia, estacionalidad y fluctuación). En la realidad corresponderían a sucesos imprevistos que se dan a corto plazo y que para nada son recurrentes. Así como en los fenómenos de la naturaleza en los que no se distinguen patrones, a este tipo de comportamiento de las series de tiempo se le conoce como *aleatoriedad*. También podrían considerarse como todo aquello que no es alguna de las anteriores situaciones por lo que también se les llama *residuo* (Cedillo, 2008).

Al conjunto de estas cuatro maneras de comportarse de una serie de tiempo se le llama *componentes de una serie de tiempo* (Hernandez, et al, 2008) y aunque

pueden ser más notorias o distinguibles en unas series que en otras, en general las cuatro se “combinan de alguna manera” y se considera que la gráfica que podemos ver es la consecuencia de dicha combinación.

De estos ejemplos se ve que las gráficas de las series de tiempo se representan en un plano cartesiano (coordenadas cartesianas) con dos ejes, uno para el tiempo (abscisas) y otro para la variable observada (ordenadas). Cada punto que surge de esta representación de la serie de tiempo es la ocurrencia del suceso observado. La intersección de la proyección de este punto con el eje de las abscisas (horizontal) dice el momento en el tiempo en el que ocurre y su intersección con el de las ordenadas (vertical) dice el valor de la variable observada, su intensidad o magnitud del suceso en ese instante del tiempo.

Con esto, las gráficas de las series de tiempo presentan el momento o instante en que ocurrió el evento y su magnitud. La figura 3.4 muestra justamente el significado de cada eje y dice qué es lo que ocurre dentro del plano que estos forman.

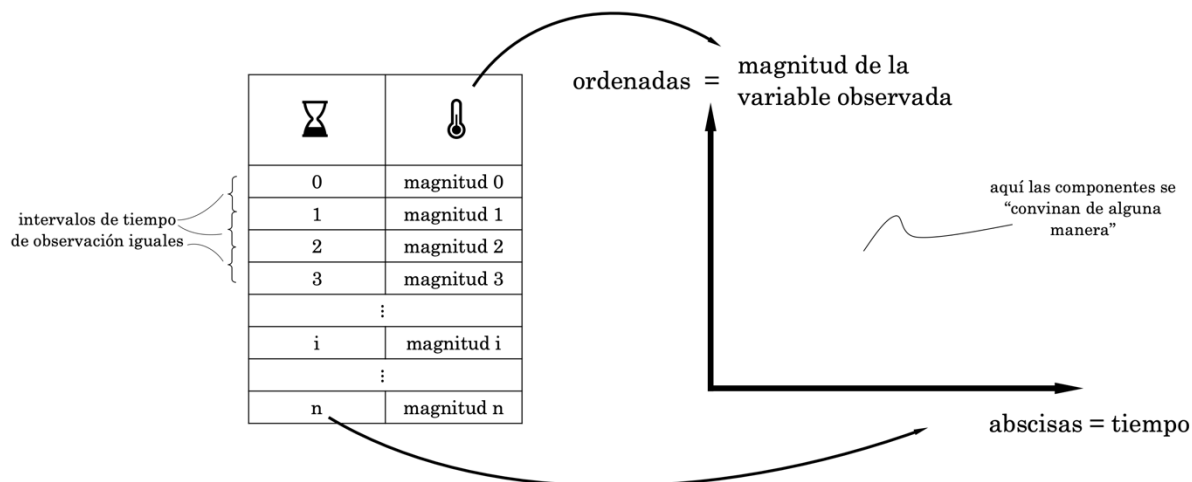


Figura 3.4. Serie de tiempo y su gráfica

Movimiento

El ejemplo por excelencia de una serie tiempo en la ingeniería geotécnica, geofísica, estructural, ... es el registro de la aceleración del suelo en un lugar determinado (de interés) debido a un sismo. Los registros de la aceleración se realizan en intervalos de tiempo iguales y luego se grafican, es una serie de tiempo. Estos registros (observaciones) nos intentan decir cómo se mueve el suelo

en cierto instante. Dicho movimiento del suelo, en general, puede ser ocasionado por diferentes eventos dinámicos (no lineales) de la naturaleza (sismos, vulcanismo, ...) o por la acción humana (paso de automóviles, explosiones, ...); y son divididos en dos categorías: *periódicos* y *no periódicos* (Espinosa, 2004; Kramer, 1996).

Los movimientos periódicos son aquellos que se repiten en intervalos regulares de tiempo, es decir, el valor de una variable u observación registrada en algún momento es igual a la registrada cierto tiempo después, a ese tiempo después se le llama periodo y se representa por T_f (Kramer, 1996). Matemáticamente, al valor de una variable en cierto momento, llamemos a ese momento t , se le denota $u(t)$ y pertenece a un movimiento periódico si después de cierto tiempo T_f tiene el mismo valor, es decir, $u(t) = u(t + T_f)$, en todo momento, para toda t (Anguiano; 1996; Kramer, 1996; Zamora, 2016). La forma más notoria de un movimiento periódico es el movimiento armónico simple, que es el movimiento en el que su desplazamiento varía en el tiempo exactamente igual que la gráfica de la función seno (Kramer, 1996). El valor de T_f es el valor del tiempo mínimo en el que se repite el mismo valor de la observación o variable.

Los movimientos no periódicos son los que no se repiten en intervalos constantes de tiempo; pueden ser el resultado de impactos al suelo de corta duración, como explosiones o derrumbes; o de alta duración, como sismos o el tránsito vehicular (Kramer, 1996). Gráficas de series de tiempo que resultan de observaciones de estas dos categorías de movimientos están en la figura 3.5.

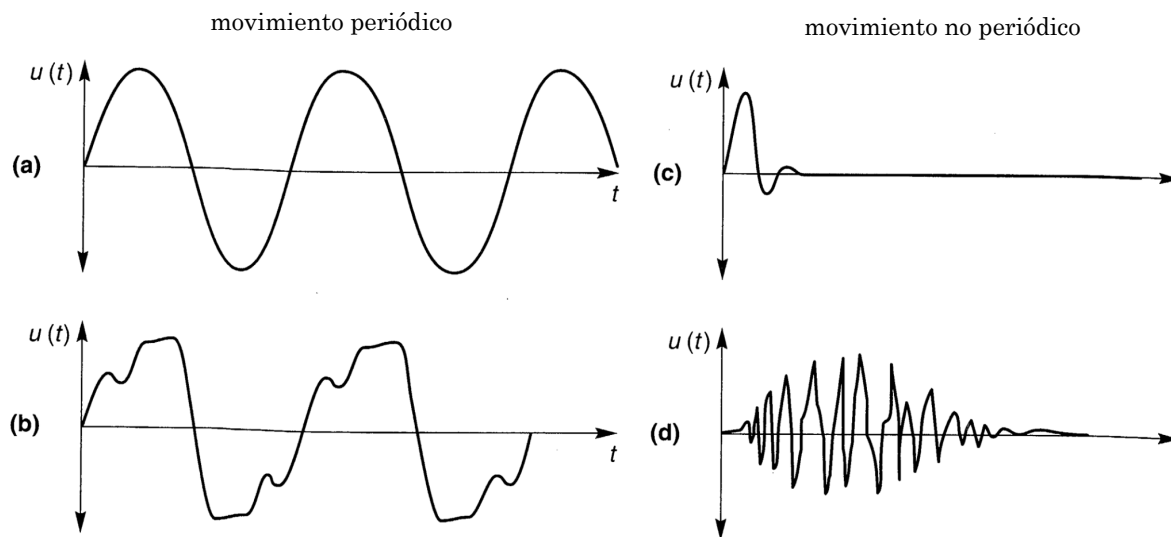


Figura 3.5. Gráficas de series de tiempo de observaciones a movimientos periódicos y no periódicos. Tomada de Kramer (1996)

La gráfica de la figura 3.5a es la gráfica de la función seno: el movimiento armónico simple. La b, aunque de forma más irregular, también es de un movimiento periódico. Las dos últimas son de movimientos no periódicos: la c es del resultado de un impacto instantáneo al suelo y la d es el movimiento del suelo durante un sismo.

La forma de las tres últimas parece ser más irregular que la de a. Sin embargo, se cuenta con herramientas matemáticas que permiten descomponer a esas formas irregulares en una clase de “suma” de formas regulares, conocidas, de la gráfica del movimiento armónico simple, de sumas de funciones seno y coseno, tan solo variando el periodo y la amplitud éstas (Kramer, 1996).

En matemáticas se tienen muchas formas de representar, por medio de una ecuación, al movimiento armónico simple, una de ellas es su forma trigonométrica, es decir, como una función seno con algunas características; a lo que se le ha llamado $u(t)$ es el desplazamiento que se genera debido a este movimiento (Kramer, 1996) y su forma trigonométrica es la de la ecuación 3.1.

$$u(t) = A \text{ sen}(\omega t + \phi) \quad (3.1)$$

En dicha ecuación A es la amplitud o magnitud del desplazamiento, ω es la frecuencia circular y ϕ es el ángulo de fase. La frecuencia circular, ω , representa el número de oscilaciones cada segundo pero en termino de radianes, es decir, donde un ciclo del movimiento corresponde a 2π veces. El ángulo de fase, junto con la frecuencia circular, dicen cuánto está desplazada la función tratada respecto de una función seno que en su forma “pura” intersecta con el origen. Este desplazamiento es, más bien, un desfase en el tiempo de la función tratada respecto de la función seno pura. Dicho tiempo, llamémoslo t , está dado como la relación, pero con signo negativo, entre estos dos, es decir, $t = -\frac{\phi}{\omega}$. Esto intenta representar que si es negativo la función tratada llega después que la función seno pura, lo cual implica un desplazamiento a la derecha de la primera respecto de la segunda; y si es positivo llega antes, implicando un desplazamiento a la izquierda (Kramer, 1996). Justo esto se intenta mostrar en la figura 3.6.

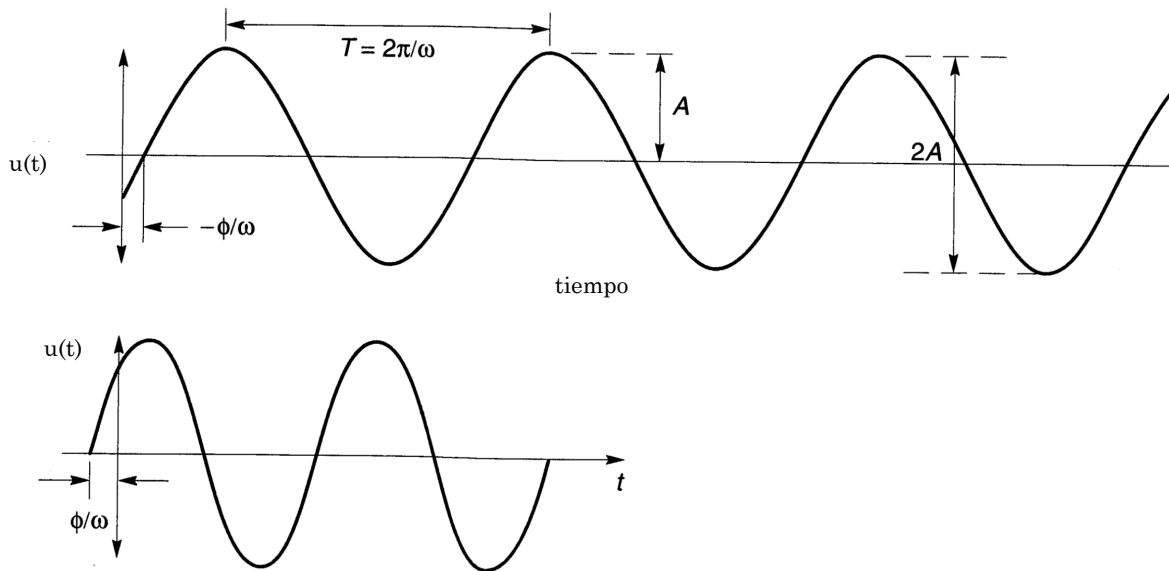


Figura 3.6. Gráfica de la serie de tiempo de un movimiento armónico simple. *Tomada de Kramer (1996)*

Se puede pensar en un segmento de recta dirigido, inmerso en un plano (vector en \mathbb{R}^2), dando vueltas alrededor del origen de sus ejes coordenados, la frecuencia circular, ω , sería el número de vueltas que da en cierto tiempo, t . La longitud del segmento corresponde a la amplitud A , como se ve en la figura 3.7.

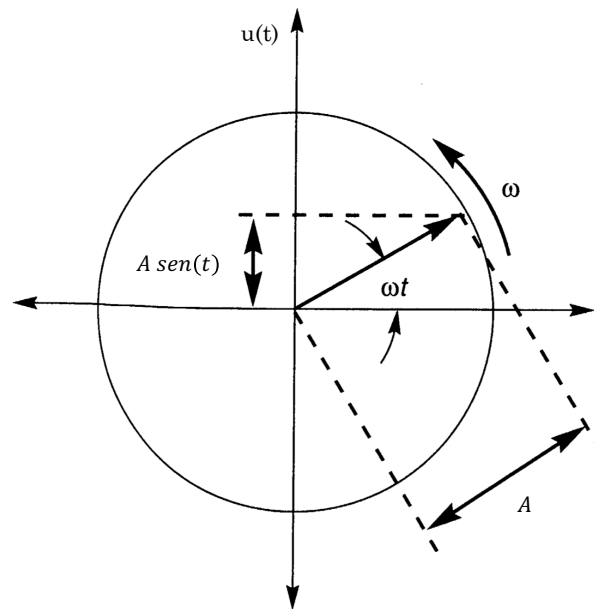


Figura 3.7. Representación del movimiento armónico simple a través de la rotación de un segmento de recta dirigido inmerso en un plano. *Tomada de Kramer (1996)*

En otras palabras, el número de ciclos en un determinado tiempo, los ciclos están dados en radianes, en múltiplos de 2π . El ángulo que el segmento dirigido forma respecto al eje horizontal, llamémoslo θ en radianes, al dividirlo respecto del tiempo da justamente a la frecuencia circular $\omega = \frac{\theta}{t}$. Por lo que dicho ángulo, en función de la frecuencia estaría dado por la expresión $\theta = \omega t$.

El tiempo en el que el segmento da una vuelta completa, regresa al mismo valor, se llama periodo de vibración y se denota por T y en términos de la frecuencia circular está dado como $T = \frac{2\pi}{\omega}$. En la misma figura, vemos que el desplazamiento, $u(t)$, que está en el eje vertical, para cierto valor del ángulo, no es más que la componente vertical del segmento y que también se puede expresar como función del tiempo y de la frecuencia circular; como en la ecuación 3.2.

$$u(t) = A \operatorname{sen}(\theta) = A \operatorname{sen}(\omega t) \quad (3.2)$$

El movimiento armónico simple, $u(t)$, también puede ser representado como la suma de una función seno y una función coseno, como en la ecuación 3.3.

$$u(t) = a \cos(\omega t) + b \operatorname{sen}(\omega t) \quad (3.3)$$

El resultado de esta suma es también una función sinusoidal y que también oscila con una frecuencia circular ω . La gráfica de dicha suma no tiene los máximos y mínimos en el mismo momento que los de las funciones seno y coseno de las que salió. Las gráficas de las funciones $a \cos(\omega t)$, $b \operatorname{sen}(\omega t)$ y su suma, la 3.3, aparecen en la figura 3.8.

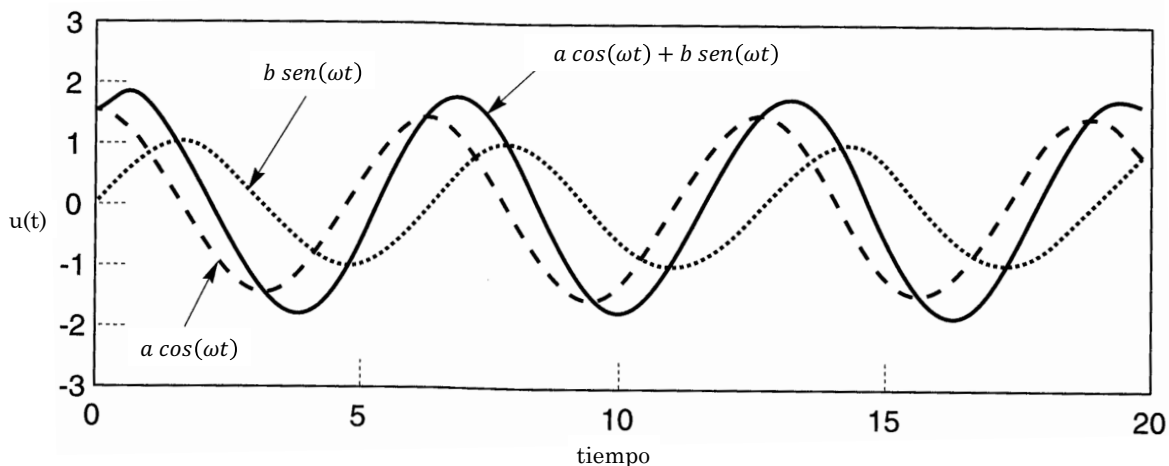


Figura 3.8. Funciones seno, coseno y su suma. Tomada de Kramer (1996)

El movimiento $u(t)$ de la ecuación 3.3, que corresponde al eje de las ordenadas, es, en realidad, la componente vertical de un nuevo segmento dirigido que es el resultado de la suma vectorial de dos segmentos cuya longitud es a y b , respectivamente. Entonces, como se puede ver en la figura 3.9, las componentes verticales de estos dos segmentos son $a \cos(\omega t)$ y $b \sin(\omega t)$ respectivamente y su suma es, justamente, el movimiento $u(t)$ de la ecuación 3.3. La longitud de este nuevo segmento dirigido es la amplitud del movimiento armónico simple que, en términos de las longitudes de los otros dos, está dada como la hipotenusa del triángulo rectángulo formado, $A = \sqrt{a^2 + b^2}$. Por lo que el ángulo de fase, ϕ , es el que separa al segmento de longitud A del de longitud b , o bien, es el que se forma dentro del triángulo rectángulo cuyo cateto adyacente es el segmento de longitud b , por lo que podría expresarse como $\phi = \text{angtg} \left(\frac{a}{b} \right)$. De ahí se puede ver que el ángulo entre el nuevo segmento de longitud A y el eje horizontal es, precisamente, el que aparece en el argumento de la función seno de la ecuación 3.1, $\omega t + \phi$.

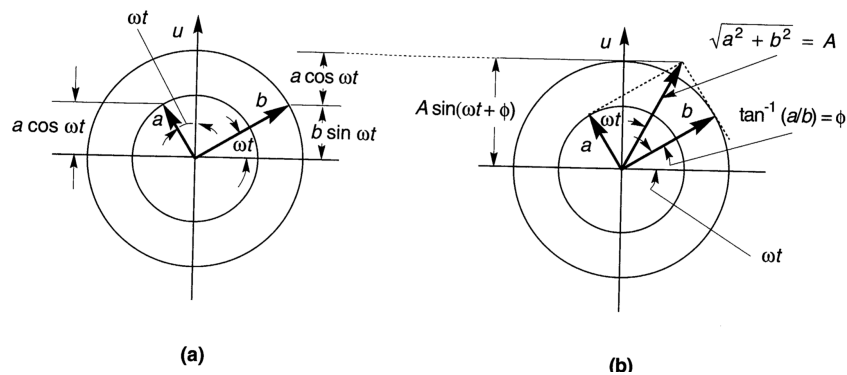


Figura 3.9. Representación del movimiento armónico simple a través de la suma vectorial de dos segmentos dirigidos en el plano. *Tomada de Kramer (1996)*

El desplazamiento no es el único parámetro que describe el movimiento. También es de interés determinar cuánto cambia dicho desplazamiento en el tiempo. Las ecuaciones que describen la velocidad y la aceleración se obtienen al derivar la ecuación del desplazamiento, la 3.1, así se obtienen las ecuaciones 3.4a, b y c.

Desplazamiento $u(t) = A \text{sen}(\omega t + \phi)$ (3.4a)

Velocidad $\dot{u}(t) = \frac{du}{dt} = \omega A \text{cos}(\omega t + \phi)$ (3.4b)

Aceleración $\ddot{u}(t) = \frac{d^2u}{dt^2} = -\omega^2 A \text{sen}(\omega t + \phi) = -\omega^2 u$ (3.4c)

En estas ecuaciones se puede ver que la amplitud del desplazamiento es A , la de la velocidad es ωA y la de la aceleración es $\omega^2 A$.

En las mismas ecuaciones y en la figura 3.10 se puede ver que la velocidad está desfasada $\frac{\pi}{2}$ radianes (90°) del desplazamiento; mientras que la aceleración está desfasada $\frac{\pi}{2}$ y π radianes de la velocidad y del desplazamiento respectivamente, de ahí que la aceleración sea ω^2 veces el desplazamiento pero con signo negativo.

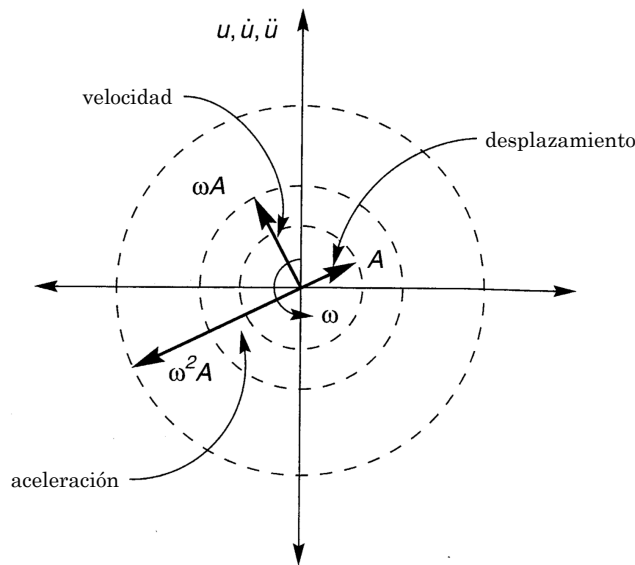


Figura 3.10. Representación del desplazamiento, la velocidad y la aceleración usando segmentos de recta. Tomada de Kramer (1996)

Los movimientos no periódicos, como los del suelo que son generados por sismos, abarcan un amplio rango de frecuencias, a dicho rango se le llama *contenido de frecuencia* y, a su vez, cada frecuencia de este rango está asociada a una amplitud o intensidad del movimiento (Kramer, 1996; Espinosa, 2004).

Si se graficara dicha la amplitud, en el eje de las ordenadas, y su frecuencia asociada, en el eje de las abscisas, se tiene lo que se llama *espectro de amplitud (de Fourier)*, el cual nos permite visualizar gráficamente cómo la amplitud o intensidad del movimiento varían respecto de la frecuencia (Kramer, 1996). El análisis de Fourier se explica brevemente en el Apéndice.

Herramientas para un análisis no lineal

Recordando un poco, los sistemas complejos están en algún punto entre el determinismo y el caos, o bien, son una mezcla de ambos mundos. Se puede decir que toman lo mejor de cada mundo para que de la nada emerjan propiedades que los dotan de tal complejidad. Lo determinista es lo ordenado que se puede predecir totalmente y lo caótico es lo raro pero ordenado que no en todos los casos se puede predecir.

Al visualizar una serie de tiempo (o bien, sus componentes ya “mezcladas”), de la distribución de sus puntos, es decir, de la forma en general de ésta, se intenta inferir la clase de sistema o proceso a la que pertenece (Rickles, et al, 2007). En otras palabras, al observar la gráfica de una serie de tiempo se hace un esfuerzo por saber qué tan caótico o determinista es el sistema al que pertenece la serie de tiempo, esto se hace buscando patrones en dicha gráfica.

Al mirar de esta manera a las gráficas de las series de tiempo, se puede ver en algunas, si se hace un acercamiento a cierta parte de la gráfica, que esta parte más pequeña recuerda a la gráfica completa, de cierta manera es auto – semejante, tiene una apariencia fractal. Si recordamos, se había dicho que muchas veces lo fractal está relacionado con lo caótico. Por lo que se dice que si la gráfica de una serie de tiempo tiene una estructura fractal, entonces dicha serie pertenece a un fenómeno o proceso caótico (Rickles, et al, 2007).

Siguiendo esta idea, una serie de tiempo puede ser clasificada según el comportamiento que presente; o bien, la apariencia que tenga su gráfica. Entonces las hay constantes (no sólo la tendencia, sino la gráfica misma, en general), periódicas (como las funciones seno o coseno), cuasiperiódicas (como la función doble seno), caóticas (como las de los experimentos de Lorenz, Verhulst y May) y aleatorias (no sólo la tendencia sino la gráfica en general; como la del ruido rojo) (Espinosa, 2004). La figura 3.11 muestra la apariencia que tendría cada uno de estos tipos de gráficas.

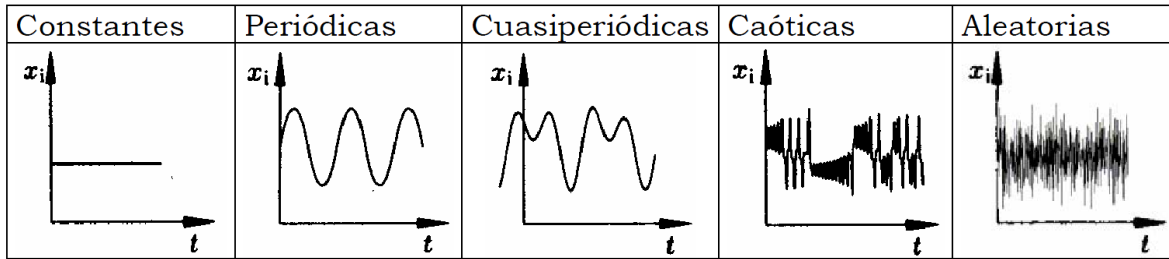


Figura 3.11. Gráficas de series de tiempo con comportamientos distintos. *Tomada de Espinosa (2004)*

Los sistemas complejos y caóticos son sistemas dinámicos no lineales, por lo que las series de tiempo que se obtengan de la observación de alguna de las variables de este tipo de sistemas también lo serán (Rickles, 2007). Si fuesen lineales, se tiene una dotación abundante de técnicas para el estudio de esos datos; pero como no lo son, la situación se torna más interesante, pues las herramientas matemáticas disponibles a la fecha son complicadas, incluso para los expertos.

Como se ha dicho, los fenómenos naturales aparentan ser como sistemas complejos, por lo tanto, son no lineales. Cuando se trata de estudiar esta clase de sistemas uno se encuentra con una situación que parece ser paradójica. Generalmente, sólo es observable una de las múltiples variables de las que depende; por lo que el análisis de las series de tiempo generadas a partir de esa única variable parecería ser incompleto, por más que sepamos que las otras existen, ya que no sabemos más que eso de ellas, ni siquiera el número de ellas, tan solo que ahí están (Hand, et al, 2002; Marwan, 2003).

Por un lado, se puede llegar a tener demasiados datos recabados de la variable observable que, aunque podría convertirse en un inconveniente, la minería de datos provee técnicas adecuadas para extraer información útil de todo ese cúmulo de datos (Chelidze, 2017; Hand, et al, 2002); pues se debe tener cuidado en que la información sea realmente la que uno necesita y no se estén extrayendo cosas irrelevantes para el fin del estudio.

Por otro, la carencia de información de las variables no observables es total. Como se ha dicho, el espacio de fase es un conjunto de ejes coordenados de las variables del sistema. Entonces, si sólo tenemos una única variable ¿cómo se podría generar al espacio de fase y por lo tanto al atractor? Es justamente el paso intermedio del que se hablaba al comienzo. El tiempo de retraso es una forma para atacar este inconveniente, permite inferir información útil a partir de una serie de tiempo de una sola variable observada para aproximarse al posible

estado del sistema en cierto instante de tiempo (Hand, et al, 2002), recordando que el estado del sistema queda definido cuando se conocen todas las variables de sistema. Claro, la reconstrucción efectuada por el tiempo de retraso no es totalmente equivalente a la dinámica interna (real) del sistema, pero si se hace adecuadamente, puede ser realmente útil; porque garantiza que los resultados sean, al menos, cualitativamente iguales a la dinámica real del sistema (Hand, et al, 2002; Espinosa, 2004), en palabras matemáticas: son topológicamente idénticas la dinámica reconstruida y la real.

Entonces, el usar al tiempo de retraso como una manera para reconstruir la dinámica del sistema a partir de una única variable observada, es considerada una herramienta poderosa, pues en la naturaleza (en la vida real) es prácticamente una regla que sólo sea observable una única variable, dejando como casos raros a los que tengan más. Al espacio de fase generado a partir de tal reconstrucción se le llama justo así *espacio reconstruido o embebido* (Hand, et al, 2002; Espinosa, 2004).

Capítulo IV

Coloreando series de tiempo

Capítulo IV

ANÁLISIS DE RECURRENCIAS: COLOREANDO SERIES DE TIEMPO

Mapas

*Construcción de un Mapa de Recurrencia
Interpretación de estructuras de un Mapa de Recurrencia*

Mapas

Los procesos que encontramos en la naturaleza, que estudiamos como sistemas y observamos registrándolos a través de series de tiempo, tienden a *recurrir*, o al menos acercarse, a comportamientos o estados que previamente ya habían presentado; el retorno o acercamiento a estas condiciones previas puede ser periódico o irregular (Marwan, 2003).

La *recurrencia* en los fenómenos naturales ya ha sido estudiada desde hace bastante tiempo por diversos investigadores; como ejemplo se tiene al estudio de la intensidad de rayos cósmicos realizada por Monk, et al (1939); pero, nuevamente, Poincaré es pionero en las observaciones de este tipo de comportamiento al hablar de ello en 1890 (Marwan, et al, 2007). Una herramienta para estudiar el comportamiento de la recurrencia en los sistemas fue presentada por Eckmann, Kamphorst y Ruelle (1987), la cual es una herramienta gráfica para el estudio de sistemas dinámicos y aporta información que no se obtiene fácilmente utilizando otros métodos, es llamada *Mapas de Recurrencia*.

Ante los problemas más comunes dentro de la ingeniería y las ciencias, como lo es el analizar la dinámica no lineal de los sistemas reales a los que se enfrentan, los Mapas de Recurrencia son una herramienta que parece adecuada para el análisis no lineal de series de tiempo que provienen de observaciones de esa clase de sistemas (Hand, et al, 2002; Andreadis, 2020). Con ellos se pueden detectar gráficamente patrones escondidos y cambios estructurales en los datos o ver similitudes en patrones a través de las series de tiempo bajo estudio (Espinosa, 2004).

Un Mapa de Recurrencia es una representación en 2 dimensiones de la trayectoria en el espacio de fase de un sistema dinámico, cuyos ejes coordenados

corresponden a la misma variable, dicha variable es el conjunto de datos de la serie de tiempo, pero esta vez, ambos ejes corresponden a la variable observada: la serie de tiempo es desglosada en ambos ejes, tanto en abscisas como en ordenadas (Hand, et al, 2002). En vez de considerar puntos dentro del plano formado y trazar una gráfica; se consideran los pixeles dentro del plano, cada uno es coloreado según la distancia existente entre sus coordenadas (Hand, et al, 2002). La única condición, para utilizar esta herramienta, es que los datos estén igualmente espaciados (López, et al, 2001), dado que dichos datos son los de la serie de tiempo, se cumple con esa condición. Esta idea es la que trata de representar la figura 4.1.

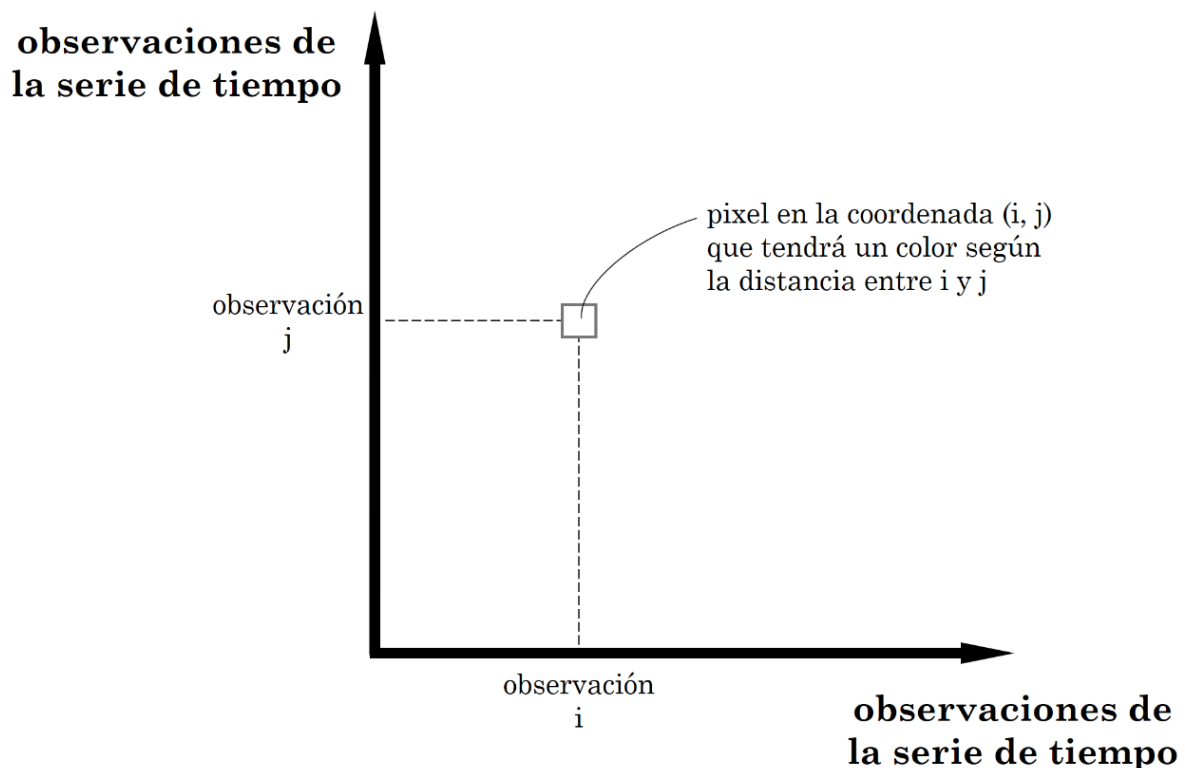


Figura 4.1. Noción de Mapa de Recurrencia

En la figura 4.2 se muestra el Mapa de Recurrencia obtenido de la serie de tiempo periódica de mediciones del ángulo, en radianes, formado por un péndulo, tomadas cada 0,165 milisegundos; cuya dinámica converge a un ciclo.

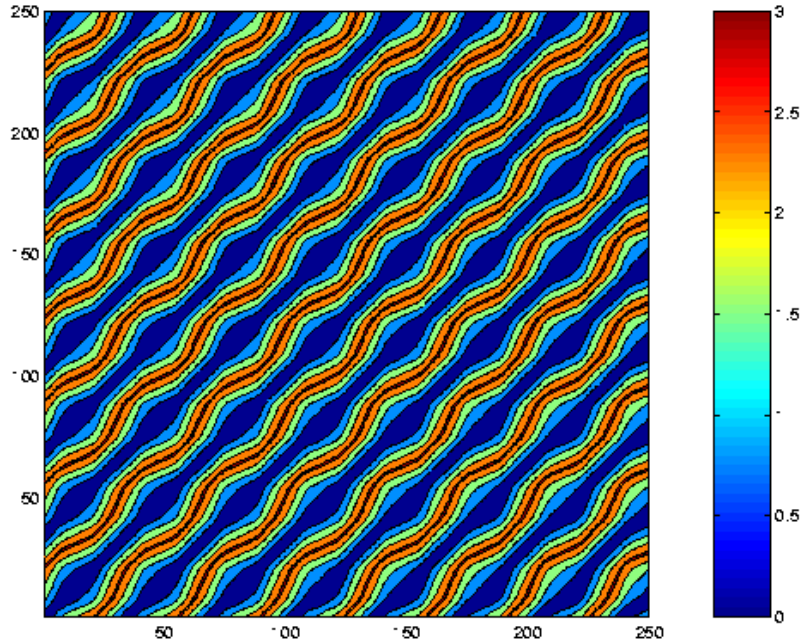


Figura 4.2. Mapa de Recurrencia del movimiento de un péndulo. *Tomada de Cs.colorado.edu/~lizb/rps.html*

De esta manera se puede visualizar gráficamente la recurrencia a cierto estado que presente la trayectoria de un sistema dinámico en el espacio de fase, lo que sería complicado hacer teniendo únicamente a este último, pues este puede llegar a tener un número grande de dimensiones y sólo se podrían visualizar mediante proyecciones en dos o tres dimensiones (Marwan, 2003; Espinosa, 2004).

La noción de Mapa de Recurrencia que se dio es conocida como *Unthresholded Recurrence Plot (UTRP)* pues no se restringe a colorear o no el pixel, simplemente se colorea según la distancia calculada (Bradley, et al, 1998). En cambio, los *Thresholded Recurrence Plot (TRP)* son aquellos en los que se elige un radio de vecindad, denotado por ϵ , y se colorea el pixel de negro si la distancia calculada es menor al radio y se deja en blanco (no se colorea) en el caso contrario; por lo que estos últimos son representaciones en blanco y negro (Bradley, et al, 1998; Marwan 2003). Estos últimos fueron los que primeros que Eckmann, Kamphorst y Ruelle presentaron en 1987, siendo los UTRP una variación de la idea original (Marwan, 2007; Eckmann, et al, 1987).

En la figura 4.3 se ven dos gráficas de series de tiempo, una generada a partir de la función seno y otra a partir del sistema de Lorenz, después de cada serie están sus respectivos Mapas de Recurrencia, ambos (uno a color y otro blanco y

negro) corresponden a la misma serie, respectivamente, pero uno es un UTRP y el otro es TRP.

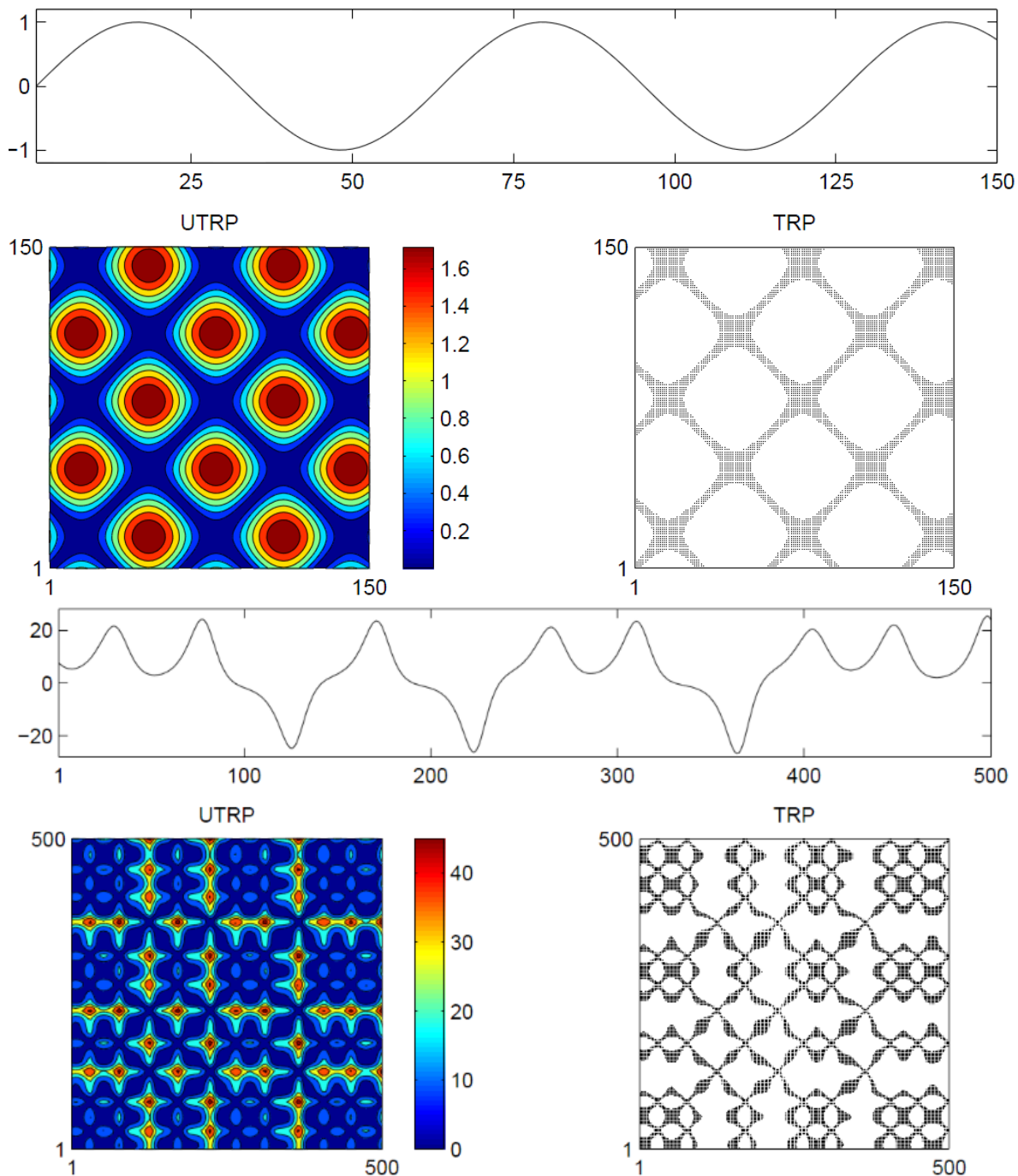


Figura 4.3. Series de tiempo y Mapas de Recurrencia UTRP y TRP correspondientes a la función seno (gráfica superior) y al sistema de Lorenz (gráfica inferior). *Tomadas de Bradley, et al (1998)*

Los investigadores que trabajan con estos mapas, generan distintas clases de ellos, pues pueden, según los objetivos de sus trabajos, elegir entre usar UTRP, TRP o ambos. Además, si se desea utilizar dos series de tiempo con la finalidad de compararlas, se puede desglosar, ahora sí, cada una en un eje del plano y generar el Mapa de Recurrencia; esto se utiliza para saber qué tanto un sistema depende de otro o qué tan parecidos son, a los Mapas de Recurrencia generados de esta manera se les conoce como *Cross Recurrence Plots* (Marwan, 2003)

Construcción de un Mapa de Recurrencia

Para la construcción de un Mapa de Recurrencia se debe, primero, reconstruir al espacio de fase, es decir, obtener al espacio embebido o reconstruido (Espinosa, 2004; Andreadis, 2020); pues el proceso de esta reconstrucción permite conocer al tiempo de retraso y a la dimensión embebida, lo cual es necesario para la generación del Mapa de Recurrencia (Eckmann, 1987) y son denotados como τ y d_E (Hand, et al, 2002), respectivamente.

Esto quiere decir que se reconstruirá la dinámica del sistema, lo cual se hará conociendo la evolución a través del tiempo de una única variable, la observada en la serie de tiempo. En otras palabras: se procederá a reconstruir la dinámica embebiendo una serie de tiempo de una dimensión (una sola variable observada) en un espacio reconstruido de dimensión d_E (García, et al, 2013).

El procedimiento para generar dicho espacio embebido es el siguiente. Se considera una serie de tiempo de una dimensión, por ejemplo, la de la tabla 4.1. En ella se ha observado a la variable x cada 0,001 segundos. La columna de la izquierda muestra el instante de tiempo en el que se tomaron las observaciones y la de la derecha la observación correspondiente.

Tabla 4.1. Ejemplo de serie de tiempo de una dimensión. *Tomada de Hand, et al (2002)*

t	x_i
0,000	1,6352
0,001	1,6337
0,002	1,6322
0,003	1,6306
0,004	1,6276
0,005	1,6260
0,006	1,6230
0,007	1,6214
0,008	1,6214

0,009	1,6183
0,010	1,6183
0,011	1,6168
0,012	1,6137
0,013	1,6107
0,014	1,6076
0,015	1,6045

Si se dice que el espacio embebido es de dimensión 2, $d_E = 2$; con un tiempo de retraso de 0,005 segundos, $\tau = 0,005$ s; se debe generar una nueva columna con los mismos elementos de la columna x_i , pero el primer elemento de esta nueva será el que correspondía al tiempo 0,005 después del primero de la original, es decir, la nueva columna, o nueva serie de tiempo, se generó desplazando τ unidades la serie original (el primer elemento de la nueva serie es el que corresponde al elemento $1 + \tau$ ó τ elementos después del primero de la anterior, en este caso, la original), por lo que a la nueva columna se le llama $x_{i+\tau}$ (Hand, et al, 2002; Espinosa, 2004) pues cualquier elemento de la nueva se obtuvo desplazando τ intervalos la original. Esto se intenta expresar en la tabla 4.2. La última columna no corresponde al proceso, pero se agrega únicamente para indicar el número de observación a la que corresponde cada renglón.

Tabla 4.2. Series de tiempo para un espacio embebido de dimensión $d_E = 2$ y tiempo de retraso $\tau = 0,005$ s. *Elaborada a partir de la 4.1*

t	x_i	$x_{i+\tau}$	número de observación
0,000	1,6352	1,6260	$i = 1$
0,001	1,6337	1,6230	$i = 2$
0,002	1,6322	1,6214	$i = 3$
0,003	1,6306	1,6214	$i = 4$
0,004	1,6276	1,6183	$i = 5$
0,005	1,6260	1,6183	$i = 6$
0,006	1,6230	1,6168	$i = 7$
0,007	1,6214	1,6137	$i = 8$
0,008	1,6214	1,6107	$i = 9$
0,009	1,6183	1,6076	$i = 10$
0,010	1,6183	1,6045	$i = 11$
0,011	1,6168		$i = 12$
0,012	1,6137		$i = 13$
0,013	1,6107		$i = 14$
0,014	1,6076		$i = 15$
0,015	1,6045		$i = 16$

Cada renglón de las dos columnas juntas de ambas series de tiempo (las que corresponden a las dos columnas centrales de la tabla 4.2, que se llaman x_i y

$x_{i+\tau}$, respectivamente) corresponde a un vector en el espacio embebido de dimensión $d_E = 2$, formada a partir de una serie de tiempo con retraso $\tau = 0,005$ s, dicho vector, para este ejemplo, tiene componentes $(x_i, x_{i+\tau})$, que en particular para la observación $i = 7$, por ejemplo, el vector es $(1,6230, 1,6168)$. En la tabla 4.2 se puede ver que se formaron 11 vectores y no 16, que es el número de observaciones; por lo que se conocen 11 estados del espacio embebido o reconstruido del sistema del que se observó la variable a través de la serie de tiempo original.

En general, se considera un conjunto, sus elementos son las observaciones de una serie de tiempo de dimensión uno, denotado como $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_N\} = \{x_i\}_{i=1}^N$ (Chelidze, 2017), expresando así, a la serie de tiempo original que tiene N observaciones o elementos y x_i corresponde a la observación número i . Además, los datos están separados o muestreados cada Δt segundos (Hand, et al, 2002; Chelidze, 2017).

El hecho de observar una sola variable (la de la serie de tiempo) equivale a ver proyectado el espacio de fase de dimensión d (la real) en un único eje y el embeber o reconstruir tiene como objetivo desdoblarse dicha proyección, aunque en ejes diferentes a los reales, pues ahora se tendrán d_E nuevos ejes; la teoría garantiza que, si se eligen valores adecuados para el tiempo de retraso, τ , y la dimensión embebida, d_E , aunque esta última sea distinta a la real, $d_E \neq d$, las propiedades de ambos espacios (embebido y real) serán equivalentes (Hand, et al, 2002).

De esta manera se tendrá un elemento de la serie original, x_i , que corresponderá a la primer componente del vector del espacio embebido; la segunda componente de dicho vector será el elemento $x_{i+\tau}$ de la serie original que pertenecería a una primera serie desplazada τ intervalos respecto de la original; la tercer componente será el elemento $x_{i+2\tau}$ de la serie original que pertenecería a una segunda serie, desplazada 2τ veces respecto, también, de la original; y así sucesivamente hasta que tener d_E componentes, pues esa es la dimensión del espacio reconstruido; esta última componente, la d_E -sima, será el elemento $x_{i+(d_E-1)\tau}$ de la serie original y pertenecería a una serie desplazada $(d_E - 1)\tau$ intervalos respecto de la original (Hand, et al, 2002).

Así, se formará un vector, cuyas componentes son $\mathbf{x}_i = (x_i, x_{i+\tau}, x_{i+2\tau}, x_{i+3\tau}, \dots, x_{i+(d_E-1)\tau})$ y su dimensión es d_E ; el número posible de vectores es $N - (d_E - 1)\tau$, recordando que N es el número de elementos de la serie original; lo cual se denota como $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^{N-(d_E-1)\tau}$ (Chelidze, 2017). Debe distinguirse que para denotar al vector del espacio embebido se usan **negritas**. También debe observarse que la primera

componente del vector \mathbf{x}_i del espacio embebido es el elemento x_i (sin negritas) que corresponde a la observación número i de la serie de tiempo original.

Si en el ejemplo que se utilizó, ahora se dice que, con el mismo tiempo de retraso $\tau = 0,005$, se reconstruya el espacio de fase con una dimensión embebida $d_E = 3$, se generaría una tabla como la 4.3.

Tabla 4.3. Series de tiempo para un espacio embebido de dimensión $d_E = 3$ y tiempo de retraso $\tau = 0,005$ s. *Elaborada a partir de la 4.2*

t	x_i	$x_{i+\tau}$	$x_{i+2\tau}$	número de observación
0,000	1,6352	1,6260	1,6183	$i = 1$
0,001	1,6337	1,6230	1,6168	$i = 2$
0,002	1,6322	1,6214	1,6137	$i = 3$
0,003	1,6306	1,6214	1,6107	$i = 4$
0,004	1,6276	1,6183	1,6076	$i = 5$
0,005	1,6260	1,6183	1,6045	$i = 6$
0,006	1,6230	1,6168		$i = 7$
0,007	1,6214	1,6137		$i = 8$
0,008	1,6214	1,6107		$i = 9$
0,009	1,6183	1,6076		$i = 10$
0,010	1,6183	1,6045		$i = 11$
0,011	1,6168			$i = 12$
0,012	1,6137			$i = 13$
0,013	1,6107			$i = 14$
0,014	1,6076			$i = 15$
0,015	1,6045			$i = 16$

La tabla 4.3 es prácticamente la 4.2 pero con una columna nueva para la tercera componente, dicha columna es la serie original pero ahora desplazada $2\tau = 0,010$ s. El número de vectores que se forma es el número de renglones completos, que equivale a $N - (d_E - 1)\tau = 16 - (3 - 1)5 = 6$ vectores de 3 componentes, dado que es de 3 dimensiones, esto considerando a τ como intervalos desplazados no como segundos.

El vector correspondiente a la observación $i = 3$, por ejemplo, sería el vector $\mathbf{x}_3 = (x_3, x_{3+5}, x_{3+2.5}) = (x_3, x_8, x_{13}) = (1,6322, 1,6214, 1,6137)$, del cual, sus

componentes corresponden justamente a las observaciones 3, 8 y 13 de serie original.

En el ejemplo se tomaron ciertos valores para el tiempo de retraso y para la dimensión embebida. Sin embargo, para que la reconstrucción del espacio de fase sea adecuada, estos valores deben ser elegidos apropiadamente (Marwan, 2007).

El valor de la dimensión embebida se obtiene con el método del *falso vecino cercano* (Hand, et al, 2002; Marwan, 2003; Chelidze, 2017) y el del tiempo de retraso con el método de la *información recíproca (mutual information)* o bien con inspecciones visuales de representaciones con varios valores de retraso para concluir sobre el tiempo de retraso ideal para el objetivo de cada investigación (García, 2009; Marwan, 2003; 2007; Hand, et al, 2002).

El método del falso vecino cercano, con el que se calcula la dimensión embebida, utiliza una serie de tiempo y un tiempo de retraso para saber el desfase a emplear en dicha serie. Puede suponerse que se tiene una serie de tiempo de registros de temperaturas, por ejemplo; y en un eje se desglosa la serie de estos registros de las temperaturas, como en la figura 4.4. De la observación de la distribución de los puntos en dicho eje se pueden considerar a dos de esos puntos como “ceranos”, digamos, el punto x_3 es cercano a x_4 , esto es: en una dimensión, dos puntos tienen cierta distancia.

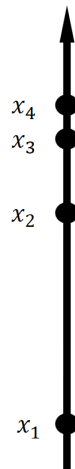


Figura 4.4. Representación de una serie de tiempo en un eje (dimensión 1). *Tomada y modificada de Abraham, et al (1992)*

Si ahora considerásemos hacer una gráfica de dos dimensiones, digamos, la común gráfica de la serie de tiempo, es decir, instante de muestreo (tiempo) contra magnitud de la observación (temperatura) se obtendría una gráfica como la de la figura 4.5. En ella se puede ver que los puntos x_3 y x_4 que considerábamos cercanos en dimensión 1, ahora, en dimensión 2, ya no lo son, o al menos la distancia entre ellos cambió.

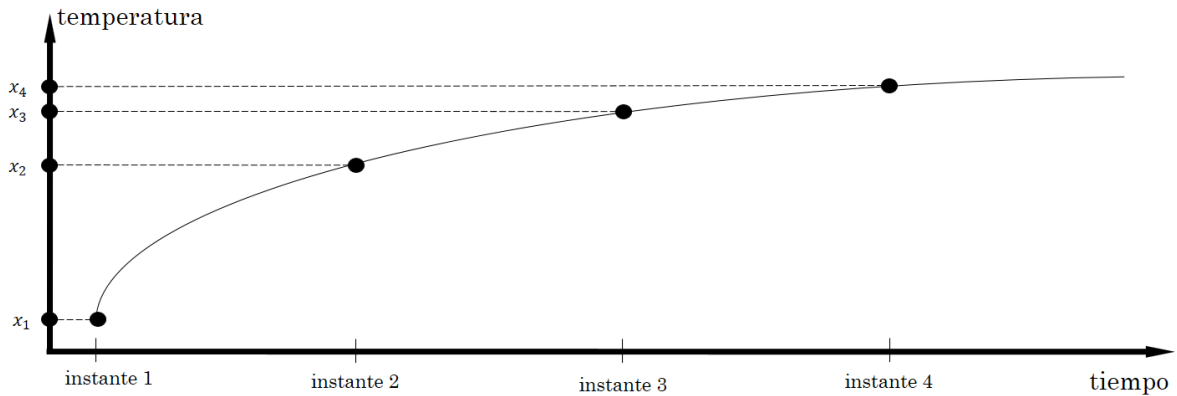


Figura 4.5. Gráfica de una serie de tiempo (dimensión 2). *Tomada y modificada Abraham, et al (1992)*

Para los fines de la reconstrucción del espacio de fase del sistema para la construcción de un Mapa de Recurrencia, no se considera un eje para el tiempo, pues se dice que el tiempo ya está implícito en la órbita del sistema dibujada en dicho espacio, pues la órbita se dibuja en el espacio de fase siguiendo la secuencia de las observaciones de la serie de tiempo, como un trazo (Marwan, 2007).

El ejemplo de las temperaturas únicamente se utilizó para entender la idea de los vecinos que falsamente aparentan ser cercanos. Pero como en el espacio de fase no se considera un eje para el tiempo, se puede pensar de manera general para la reconstrucción del espacio de fase a la figura 4.6. El gráfico mostrado sí se puede considerar como un espacio de fase si se piensa que cada eje corresponde a una variable del sistema (ninguno es tiempo), algo así como el espacio de fase del péndulo de la figura 2.4, donde un eje correspondía a la posición y otro a la velocidad; aunque en general el falso vecino cercano puede suceder siempre que se consideren dimensiones menores de cualquier espacio de dimensión mayor.

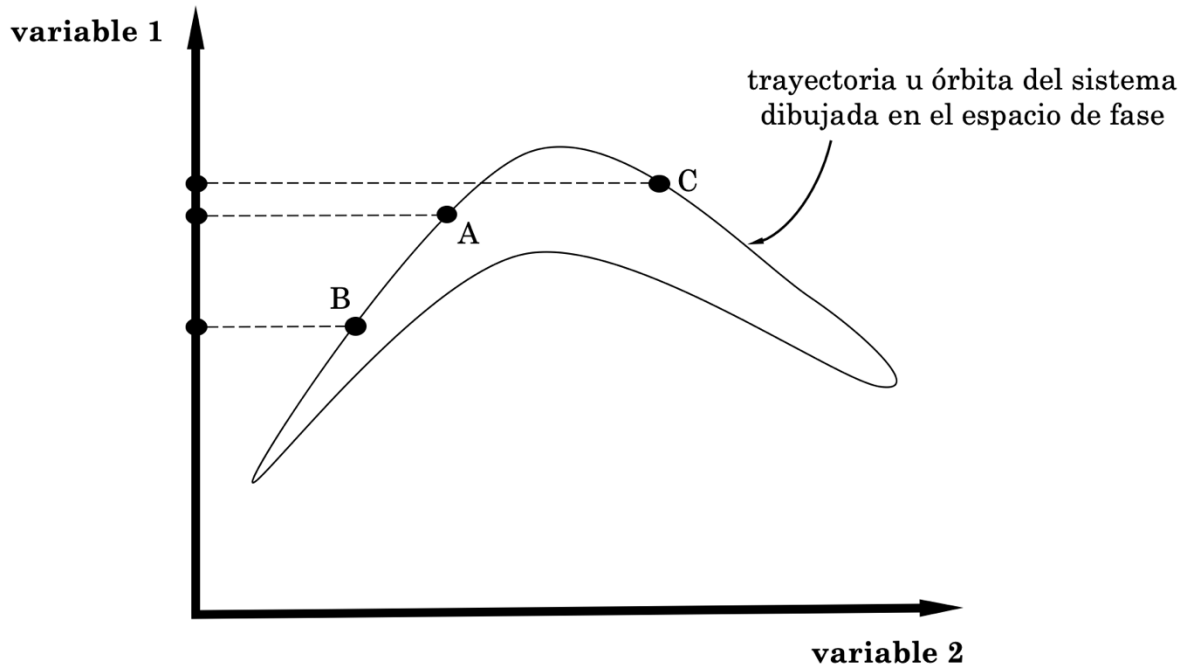


Figura 4.6. Visualización de la proyección de un espacio de dimensión 2 (gráfica) en uno de dimensión 1 (eje). *Tomada y modificada en Hand, et al (2002)*

Para encontrar la dimensión embebida con el método del falso vecino cercano, se comienza considerando una dimensión embebida igual a 1, $d_E = 1$, y se calcula la distancia entre los puntos (es decir, para este caso, se calcula la distancia entre cada punto de la serie original); después se crea un sistema embebido de dimensión 2, $d_E = 2$, lo cual se hace con la ayuda del tiempo de retraso e igualmente se calculan las distancia entre los puntos pero ahora son puntos en un espacio de dimensión 2; si la separación entre los puntos cambia abruptamente al pasar del espacio de dimensión 1 al de dimensión 2, entonces los puntos eran falsos vecinos (como le sucede a los puntos A y C de la figura 4.6 al ser proyectados al eje vertical, correspondiente a la variable 1); se continua añadiendo dimensiones (embebiendo el sistema) hasta tener un número suficientemente pequeño de falsos vecinos cercanos, considerando al valor de esta última dimensión estimada como el valor de la dimensión embebida d_E (Hand, et al, 2002).

Sucede lo mismo en cualquier dimensión. Por ejemplo, en un espacio de 3 dimensiones, una curva cerrada, que en la figura 4.7 corresponde a la línea azul, se ve proyectada en un espacio de dimensión 2, la línea discontinua roja de la misma figura, otras proyecciones en dimensión 2, son las líneas negras punteadas, sólo que éstas se encuentran en otros planos al de la roja y cuya

proyección (sombra) es distinta a la de la roja. Los puntos A' y B' en la proyección de dimensión 2 son falsos vecinos, pues en dimensiones más altas se encuentran considerablemente separados (A y B). Al mismo tiempo los puntos C' y D' sí son vecinos cercanos, ya que C y D son cercanos aun en dimensión 3.

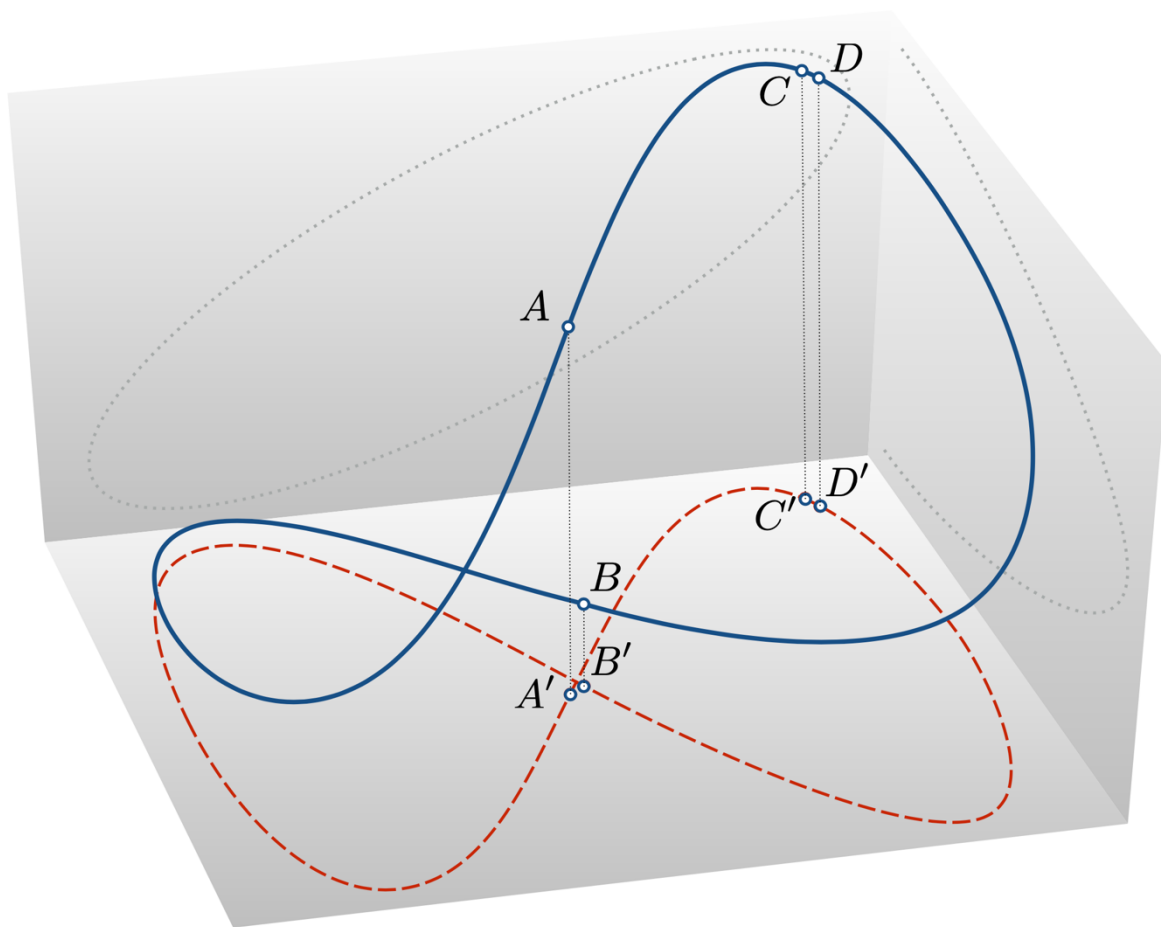


Figura 4.7. Vecinos cercanos en cierta dimensión, por ejemplo la 2, pueden ser falsos (A y B) o verdaderos (C y D) en dimensiones más altas, por ejemplo en la 3. Tomada de Chelidze (2017)

Entonces, para construir al Mapa de Recurrencia, el paso que sigue es elegir a la norma, denotada como D , con la que se calculará a la distancia entre los puntos \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_j (los vectores, en **negritas**), es decir, entre dos puntos cualesquiera del espacio embebido, reconstruido a partir de la serie de tiempo; dicha norma elegida es la *norma euclidiana*. A la distancia entre esos puntos, calculada con

esa norma, se le denota como $D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ y es a la cual se le asigna un color (García, et al, 2013).

Para calcular esta distancia a la cual se le asignará un color, en este caso (para la norma elegida), se toma a un par de vectores (puntos del espacio embebido) cualquiera, llamesmoslos, para tratar esto de manera general, \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_j , que en su forma explícita serían $\mathbf{x}_i = (x_i, x_{i+\tau}, x_{i+2\tau}, x_{i+3\tau} \dots, x_{i+(d_E-1)\tau})$ y $\mathbf{x}_j = (x_j, x_{j+\tau}, x_{j+2\tau}, x_{j+3\tau} \dots, x_{j+(d_E-1)\tau})$. Ahora, tomemos una componente de cada uno, pero de ambas componentes deben corresponder sus respectivos subíndices, por ejemplo, si se toma a $x_{i+3\tau}$ del primero, entonces se debe tomar a $x_{j+3\tau}$ del segundo. Después, se calcula el valor absoluto de la distancia entre ambos, esto es, $|x_{i+3\tau} - x_{j+3\tau}|$; este valor absoluto representa a la distancia entre dos componentes correspondientes (componentes con mismos subíndices) de dos vectores cualquiera del espacio embebido (llamados \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_j), lo cual se debe hacer para cada par de componentes correspondientes entre estos dos vectores, es decir, se debe calcular $|x_{i+(k-1)\tau} - x_{j+(k-1)\tau}|$ para valores de k desde $k = 1$ hasta $k = d_E$. Por lo que se tendrá al mismo número de distancias entre componentes correspondientes que número de componentes de vectores, es decir, el número de distancias es el valor de la dimensión embebida, d_E . De éstas d_E distancias calculadas se elige a la que tenga el valor máximo. Esta distancia que tiene el valor mayor es considerada como la distancia entre los vectores \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_j utilizando el criterio de la norma euclidiana, se denota como $D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$, que matematicamente se refiere a $D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \max_{1 \leq k \leq d_E} |x_{i+(k-1)\tau} - x_{j+(k-1)\tau}|$ y es a la que se le asigna color (García, et al, 2013).

Se puede entender a un Mapa de Recurrencia como una matriz cuadrada cuyos elementos no son número, son colores, donde cada color (elemento) está determinado por $D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$, y cuyo orden m es igual al número N de observaciones de la serie de tiempo, $m = N$. Además, la matriz (el mapa) resulta ser simétrica respecto de la diagonal secundaria (pues sus filas y columnas se numeran o desglosan en el sentido de dos ejes coordenados, es decir, de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba), dicha diagonal se conoce como *línea de identidad* (Line Of Identity, LOI; aunque es la diagonal secundaria si se considera como una matriz convencional; ésta se considera como la diagonal principal del Mapa de Recurrencia) (Marwan, 2003). A esta matriz se le llama *matriz de recurrencia*, se denota como $A(i, j)$ y sus elementos están determinados como $A(i, j) = D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \max_{1 \leq k \leq d_E} |x_{i+(k-1)\tau} - x_{j+(k-1)\tau}|$, el proceso se hace para cada par de vectores \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_j , es decir, $1 \leq i, j \leq N - (d_E - 1)\tau$ (García, et al, 2013).

De ahí que el pixel que caiga en la coordenada (i, j) sea coloreado de acuerdo con la distancia entre los puntos correspondientes y que un Mapa de Recurrencia sea simétrico respecto a su línea de identidad. Si, por ejemplo, se consideran a los puntos (observaciones de la serie de tiempo) número 117 y 9 435, y resulta que la distancia entre ellos es de 14 unidades, entonces el pixel del Mapa de Recurrencia que cae en la coordenada (117, 943 5), será coloreado con el color correspondiente a la distancia de 14 unidades (García, et al, 2013).

Así como en las figuras 4.2 y 4.3, justo al lado de cada Mapa de Recurrencia se presenta una barra con una gama de colores en la que se indica según una escala numerada, el color que le corresponde a cada unidad de distancia.

Interpretación de estructuras de un Mapa de Recurrencia

El propósito original de los Mapas de Recurrencia fue *visualizar trayectorias* de espacios de fase; lo cual es de ayuda, en especial, cuando se tienen sistemas de altas dimensiones (aquellos con muchas variables, como los complejos. Los Mapas de Recurrencia conducen a importantes y diferentes perspectivas respecto a la evolución en el tiempo de estas trayectorias porque los patrones típicos vistos en los Mapas de Recurrencia son asociados a comportamientos específicos de los sistemas (Marwan, 2004; et al, 2007).

Con el objetivo de *identificar patrones* en las estructuras de los Mapas de Recurrencia, de manera arbitraria podemos optar por visualizarlos a gran escala (macroescala) o a pequeña escala (microescala; acercándose y agrandando zonas específicas del mapa); se dice que se observa su *tipología* a gran escala, o su *textura* a pequeña escala (Eckmann, et al, 1987).

En cuando a la tipología, ésta nos brinda una primera impresión, una impresión o visualización global del Mapa de Recurrencia (de la dinámica del sistema) y según Marwan, et al (2007) los patrones típicos en las estructuras de los Mapas de Recurrencia son: homogeneidad, periodicidad, desvanecimientos e interrupciones (García, et al, 2013).

- ❖ *Homogeneidad*; los Mapas de Recurrencia homogéneos son característicos de procesos estacionarios, en los cuales los tiempos de relajación son cortos en comparación con el tiempo que generó al mapa. Las series de tiempo generadas a partir de datos aleatorios llevan a Mapas de Recurrencia homogéneos.

- ❏ Los sistemas periódicos o cíclicos llevan a Mapas de Recurrencia con diagonal orientada y estructura *periódica*, esto es líneas diagonales repetidas regularmente o cualquier tipo de estructuras repetidas regularmente en todo el mapa (o plano) como el tablero de ajedrez, el tiempo que separa a dichas estructuras (ya sean líneas o cualquier otra cosa y que se puede observar en el mapa) corresponden al periodo del sistema; pero, si el mapa presenta estas estructuras repetidas pero no en intervalos de tiempo iguales entonces corresponde a un proceso *cuasi-periódico*. Ejemplos de estructuras periódicas son los Mapas de Recurrencia generados a partir de la función seno como el de la figura 4.3 y el de la 4.8.b.
- ❏ Sistemas cuyos parámetros varían lentamente generan *desvanecimientos* en los Mapas de Recurrencia, el proceso es no estacionario. En éste tipo de mapas se ve a un desvanecimiento en los bordes superior izquierdo e inferior derecho, es decir, en los bordes alejados de la diagonal como se ve en la figura 4.8.c.
- ❏ Cambios drásticos en la dinámica, o bien, eventos raros o eventos extremos generan *interrupciones* en los Mapas de Recurrencia. Las interrupciones son aquellas áreas o bandas que aparecen en los mapas. Se deben a procesos no estacionarios que presentan estados inusuales o alejados de los estados normales o más recurrentes.

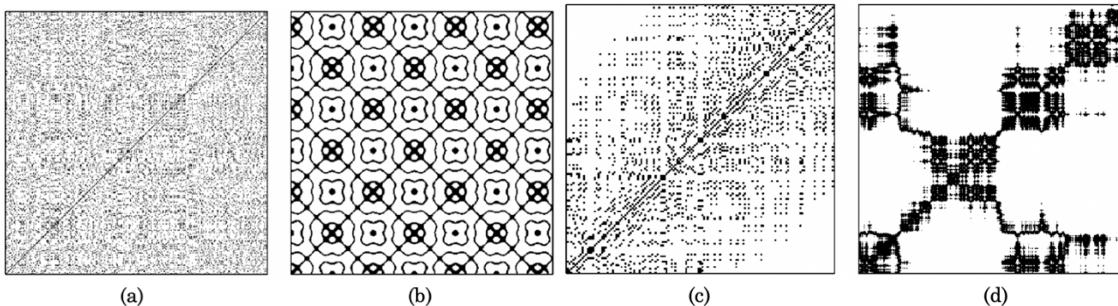


Figura 4.8. Mapas de Recurrencia del tipo TRP pero que ayudan a entender a la tipología un MR cualquiera. (a) es homogéneo pues presenta una distribución uniforme, corresponde al ruido blanco. (b) es periódico, corresponde a superposición de osciladores armónicos. (c) tiene desvanecimientos, corresponde a una variación de la ecuación de May. (d) tiene interrupciones, corresponde al movimiento browniano. En (a), (c) y (d) fue usada una dimensión embebida de 1 (recordando que en este caso ya no tienen sentido el tiempo de retraso) y radio de vecindad de 0,2. En (b) fue usada una dimensión embebida de 4, un tiempo de retraso de 9 y un radio de vecindad de 0,4. *Tomada de Marwan, et al (2007)*

Una inspección más detallada a los Mapas de Recurrencia revela estructuras a escalas menores, se entiende como una textura del mapa, que según Marwan, et al (2007), pueden ser consideradas, comúnmente, así:

- ❖ *Puntos aislados*; si ocurren estados inusuales que persisten en lapsos de tiempo realmente cortos, o bien debido a altas fluctuaciones.
- ❖ Si un segmento de la trayectoria en el espacio de fase es paralelo a otro segmento de dicha trayectoria, en el Mapa de Recurrencia se formarán *líneas paralelas perpendiculares a la diagonal*; la longitud de dicha diagonal es el tiempo en el que ambos segmentos de la trayectoria en el espacio de fase evolucionaron de manera similar o paralela. También pueden presentarse líneas diagonales pero perpendiculares a la diagonal, lo que frecuentemente implica que un embebido inapropiado por ser insuficiente.
- ❖ *Líneas verticales u horizontales*; implican un intervalo de tiempo en el cual un estado no cambia o cambia muy lentamente. Los Mapas de Recurrencia que presentan este comportamiento son característico de procesos laminares (intermitencia). Pueden presentarse éstas dos al mismo tiempo, formando agrupaciones rectangulares de puntos recurrentes, no necesariamente estos recuadros son iguales como en el tablero de ajedrez.
- ❖ *Líneas curvas*; la forma de la línea curva depende de la relación temporal local entre los correspondientes segmentos de trayectoria que son cercanos. Se puede interpretar que el proceso es similar a diferentes escalas pero con velocidades diferentes, por lo que la dinámica del sistema podría estar cambiando.

Cabe mencionar que si se tienen estructuras repetidas puede tratarse de procesos deterministas y si las estructuras, por ejemplo las líneas diagonales, aparecen en zonas aisladas del MR, podría tratarse de un proceso caótico (Marwan, et al, 2007).

Veámoslo con un ejemplo. Tomemos 4 Mapas de Recurrencia de tal manera que cada uno de ellos sea hecho a partir de series de tiempo de un comportamiento dinámico distinto. Los elegidos son 1 sistema determinista y los otros 3 raros, que se ven en la figura 5.9 acompañados de sus respectivas gráficas de sus series de tiempo.

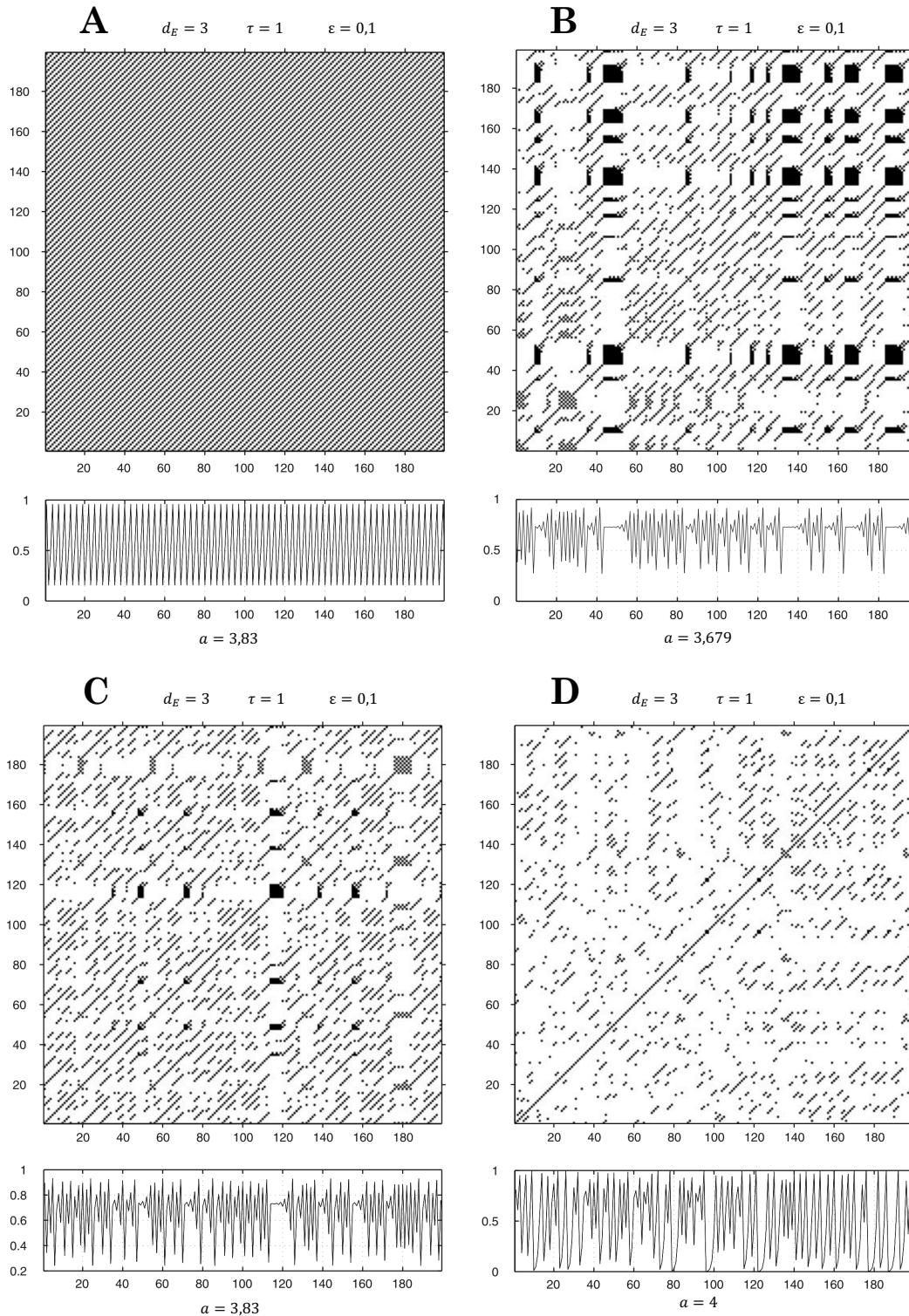


Figura 5.9. MR de 4 comportamientos distintos. En A, B, C y D se indica la dimensión embebida, el tiempo de retraso y el radio de vecindad (porque son del tipo TRP) con que se generó cada uno. Debajo de cada mapa está la gráfica de la serie de tiempo a partir de la cual se generó. *Tomada de Marwan, et al (2007)*

Estos MR fueron hechos a partir de la ecuación de May, la que se estudió en el capítulo de Teoría del Caos como la 2.3, que es $x_{i+1} = ax_i(1 - x_i)$. Recordemos que las series de tiempo (órbitas) desarrolladas a partir de esta ecuación se comportan muy diferente para valores de a distintos. Entonces se han elegido 4 valores de a distintos de tal manera que se tengan 4 dinámicas diferentes. Por lo que al variar el parametro a los MR exhiben características visuales específicas para cada valor (Marwan, et al, 2007). En concreto, se han elegido valores de a más allá del punto de Feigenbaum (son mayores a $a = 3,5699456$) donde el diagrama, de Feigenbaum, se torna cada vez más caótico. Sin embargo, el primer valor de a es 3,83 que corresponde en el diagrama a una ventana de ciclo tres, por lo que este comportamiento se considera como el determinista (Marwan, et al, 2007).

Los sistemas deterministas generan Mapas de Recurrencia con líneas diagonales continuas con separación periódica entre ellas, como es el caso del MR de la figura 4.9A. Por otro lado, cuando el sistema se sale del determinismo y está en un estado que evoluciona hacia el caos, en los MRs se dibujan extensiones verticales y horizontales de amplitudes máximas (regiones de color negro, si se trata de un TRP; o regiones de color azul, o cualquiera que se haya asignado según el código de colores, si se trata de un UTRP), como en los MR de las figuras 5.9B y C; incluso, se forman líneas diagonales. Finalmente, los MR que reflejan la dinámica de sistemas que están en estados definitivos de caos generan MR demasiado homogéneos con muchos puntos o muchas regiones aisladas; además, aparecen líneas verticales o diagonales de longitud corta en comparación con la longitud de la línea de identidad.

Los Mapas de Recurrencia de estos sistemas complejos aportan una introducción sistemática e instructiva en la dinámica y a las trayectorias de comportamiento a través de la topología característica y la textura, pero la interpretación visual de los Mapas de Recurrencia requiere de experiencia (García, et al, 2013; Marwan, 2007).

La figura 4.10 muestra otros ejemplos Mapas de Recurrencia generados a partir de series de tiempo provenientes de datos u observaciones diferentes: desde una serie de tiempo derivada de la función seno, hasta la serie que representa el ruido blanco. Además, se acompañan del espacio de fase de cada sistema. Los Mapas de Recurrencia en el fondo de la figura 4.10, generados a partir de conjuntos de datos caóticos, son mucho más complicados. Ellos también tienen estructuras de bloques que semejan lo que se esperaría de una señal periódica, pero esto en realidad no resulta de una periodicidad tan evidente. En el caso de datos de

origen caótico los elementos estructurales repetidos en el mapa requieren una explicación más profunda. Los puntos de recurrencia del ruido blanco no existen y despliegan simplemente manchas distribuidas en un patrón aleatorio homogéneo, lo que significa que la variable registrada carece de estructuras deterministas (García, et al, 2016).

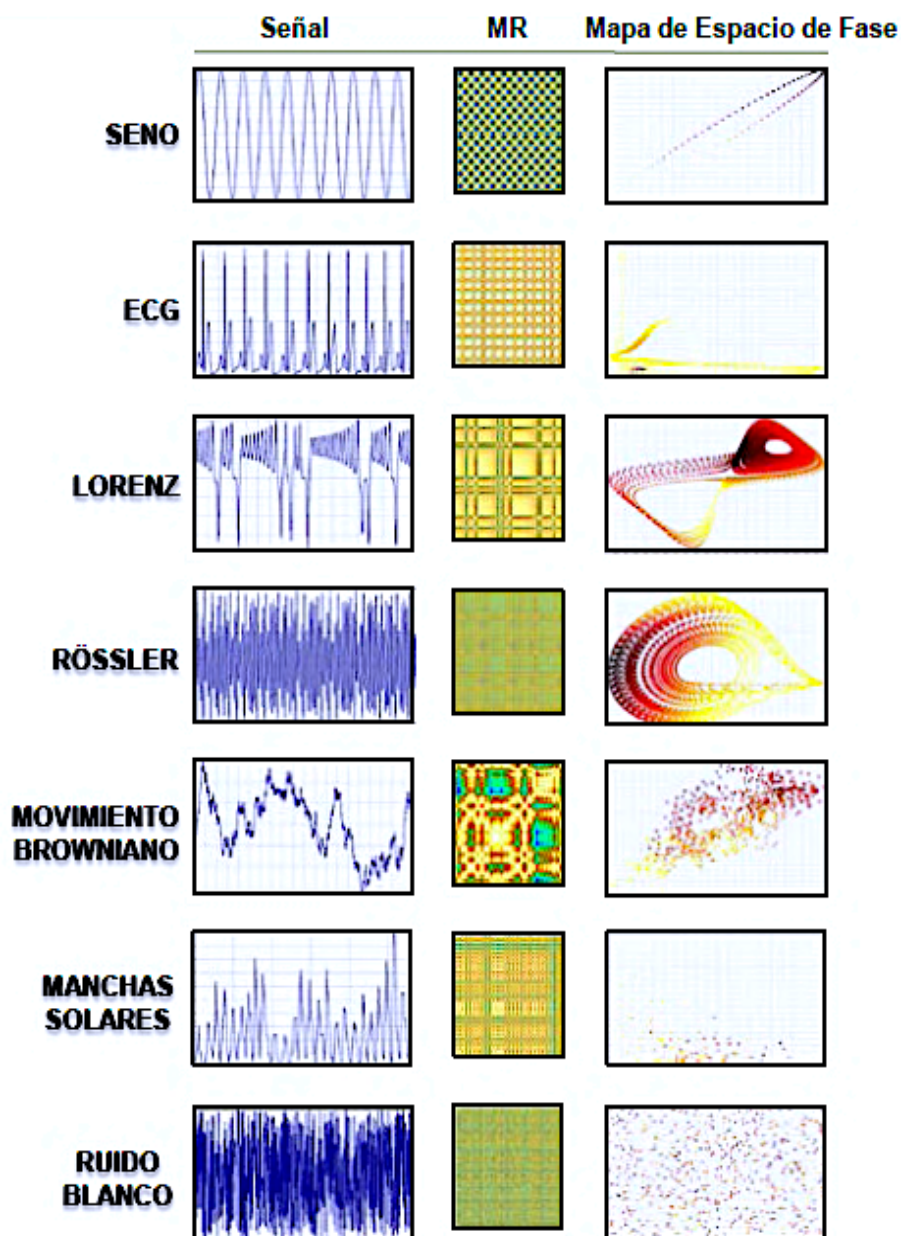


Figura 4.9. Ejemplos de Mapas de Recurrencia calculados a partir de observaciones a comportamientos conocidos. *Tomada de García, et al (2016)*

Capítulo V

Coloreando acelerogramas

Capítulo V

RESULTADOS: INTERPRETACIÓN DE ACELEROGRAMAS

Complejidad en los terremotos y un desorden ordenado en los acelerogramas
Base de datos
Proceso de construcción de un MR a partir de registros de datos sísmicos
Notas sobre la geología del Valle de México
Aspectos básicos de la sismicidad del Valle de México
Clasificación geotécnica de la Ciudad de México
Coloreando acelerogramas
Tipología de MR
Textura de MR

V. 1. Mapas de Recurrencia a partir de datos sísmicos: la complejidad en los terremotos y el desorden ordenado en los acelerogramas

Estaciones del año, temporadas de frutos, lluvia, nevadas, huracanes, terremotos, fuertes corrientes de viento y cualquier evento que a la naturaleza le parezca apropiado son como actividades que hace un anfitrión para proveer a su hogar y para mantenerlo limpio. Los seres humanos, como visitantes o huéspedes pasajeros (con el don de ayudarla o estorbarle en ello), deberíamos hacer un esfuerzo para encajar en ese hogar sin alterar sus procesos y continúe teniendo la capacidad de recibir a más, pues al parecer ese es su deseo (Mitchell, 2009; Laguna, et al, 2016).

La Ingeniería Civil es, por supuesto, una actividad del ser humano que se esfuerza para hacer esto posible; en su búsqueda por esta sana coexistencia tiene por objetivo principal desarrollar edificaciones sustentables y resilientes para que los seres humanos hagamos nuestras actividades felizmente y con la conciencia tranquila (Carlín, 2012; Li, et al, 2010; Enshassi, et al, 2014; Ragheb, et al, 2016; Sawit, 2017; Rodríguez, et al, 2010; Sánchez, 2014; Huelsz, et al, 2013; Acevedo, 2012; Mund, 2015). Aún con la existencia de gigantes, seguros y sustentables rascacielos, desarrollar esta clase de edificaciones no es una tarea simple, pues hay muchas situaciones a tomar en cuenta: es una tarea verdaderamente compleja para nuestros conocimientos actuales.

Reducir los daños, para minimizar las consecuencias negativas que sufren los edificios ante terremotos, es una de las situaciones a tener presente. La

liberación repentina, en forma de ondas sísmicas, de energía acumulada durante un largo tiempo en la corteza terrestre, irradiada en todas direcciones desde la fuente a través del interior de la Tierra, es, sin duda, otro fenómeno *complejo* en sí mismo. Además, su manifestación más superficial, el terremoto, se graba a distancias lejanas (de la fuente a la estación donde se mide es una gran distancia) con sismógrafos de cierta sensibilidad de tal manera que sólo algunas de sus propiedades importantes (por ejemplo, la aceleración del suelo, en superficie) son observables por ese sensor, es decir, es de esos eventos naturales a los que se tiene acceso limitado de los que se hablaba en el capítulo de series de tiempo, de esos en los que las *series de tiempo* extraídas son *unidimensionales* (de una sola variable registrada), la aceleración del suelo, se le llama *serie de tiempo sísmica* (García, et al, 2013; et al, 2013b) y su gráfica es el *acelerograma*.

Sería adecuado estudiar al movimiento de los suelos, que se genera por esas manifestaciones superficiales de liberación de energía, con aquello que más nos ayude a comprenderlo tal cual es, o al menos se acerque a ello. Los capítulos anteriores nos sugieren que la Teoría del Caos se intuye como una alternativa bastante apropiada para esto, pues, aunque sabemos que es un fenómeno complejo con tal número de variables (algunas incluso podríamos ignorar) que es ideal reconstruir esa dinámica en un *espacio de fase* que, topológicamente, sería equivalente al real: se puede generar al *espacio embebido* de la serie de tiempo sísmica para reconstruir su dinámica. Con la *dimensión embebida* y el *tiempo de retraso* se puede generar un Mapa de Recurrencia para visualizar de forma gráfica, en dos dimensiones y además a colores, toda esa complejidad subyacente al fenómeno sísmico. Con esto se pueden identificar comportamientos y tendencias en los movimientos que sólo pueden ser descubiertas en esa dimensión reconstruida (García, et al, 2012; et al, 2013b).

Comparando los Mapas de Recurrencia generados a partir de series de tiempo sísmicas se pueden reconocer en cuales se describen procesos aleatorios, caóticos o, incluso, deterministas. Esta comparación puede ser una solución alternativa a preguntas sobre la dinámica del fenómeno sísmico: ¿cómo vibran los suelo cuando tiembla? o ¿cómo se determina el periodo de vibrar del suelo?, que aún son preguntas abiertas dentro de la comunidad científica (García, et al, 2012).

Para tener una primera impresión de estas comparativas y de estas preguntas, hay que ver a los Mapas de Recurrencia del movimiento de tres tipos de suelo, uno rígido (en una zona de loma), uno blando (en una zona lacustre) y uno con propiedades transitivas entre los otros dos, que están en la figura 5.1, en concreto hay que observar las regiones azules (las de distancias mayores entre puntos del

espacio de fase reconstruido). Cabe mencionar que para la obtención del MR del suelo rígido, en esa figura, se utilizó una dimensión mayor a la mínima embebida, pues de esta manera se alcanzan a visualizar mejor los patrones subyacentes a su dinámica, en cambio, en los MR subsecuentes se han construido con la dimensión mínima embebida, como lo marca la teoría.

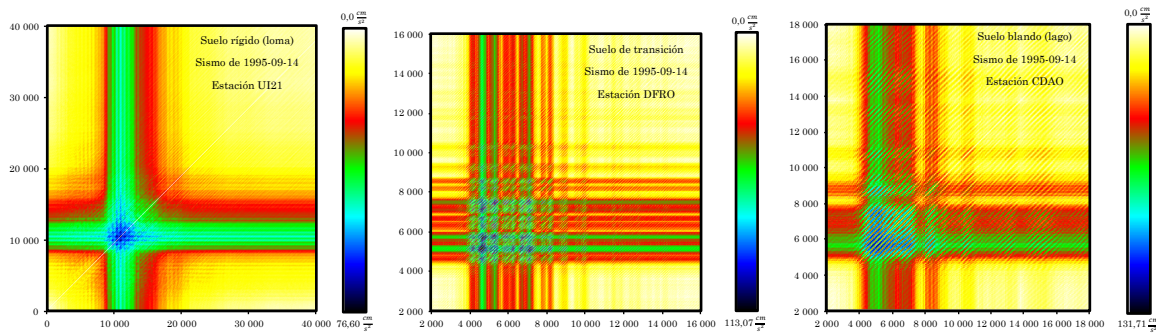


Figura 5.1. Tres comportamientos de MR de tres tipos de suelo. A la izquierda el MR de un registro sísmico de una estación en suelo rígido, al centro uno en transición y a la derecha uno en blando

Al observar las diferentes respuestas entre los MR surge una idea intrigante respecto al paradigma que se tiene sobre el concepto de periodo de vibración de suelos (vibración armónica y periodo fundamental) y el tipo de movimientos que la loma y la transición presentan. Esta presentación visual ya ofrece atributos adicionales para calificar y cuantificar las manifestaciones en superficie (García, et al, 2013b).

V. 2. Base de datos

Los registros empleados en este trabajo fueron obtenidos de 22 estaciones acelerográficas (información compilada y administrada en la Base Nacional de Sismos Fuertes), de las cuales 7 están en suelo duro (roca o semi-rígido), 5 en transición y 10 en suelo blando (o lo que se conoce como zona de lago) y comprenden respuestas ante diversos eventos sísmicos.

Para discriminar entre señales de respuesta se filtró por magnitud (sólo eventos con $M > 5$) y que la firma sísmica se pudiera ratificar. En la tabla 5.1 se presentan las características de las 22 estaciones, indicando: la zona (según la clasificación geotécnica: loma-I, transición-II o lago-III) a la que pertenecen, las coordenadas

de localización y el periodo fundamental del depósito de suelo sobre el que están dispuestas según código (NTC-CDMX). La figura 5.2 muestra la localización relativa de las estaciones en la Ciudad de México.

Tabla 5.1. Estaciones

Zona	Estación	Coordenadas		T _n (s) NTC 2017
		Latitud N (°)	Longitud W (°)	
Loma	CENA	19,314 3	-99,176 2	0,49
	CE18	19,34	-99,085	0,417
	CU01	19,33	-99,183	0,431
	CUP5	19,330 24	-99,181 076	0,388
	TACY	19,4045 05	-99,195 246	0,423
	TE07	19,427	-99,222	0,49
	UI21	19,365	-99,226	0,49
Transición	AO24	19,358	-99,154	0,936
	PENR	19,332 671	-99,041 35	1,143
	DFRO	19,405	-99,166	1,308
	SXVI	19,358	-99,171	0,621
	DX37	19,332	-99,144	0,718
Lago	AR14	19,481	-99,076	2,395
	CDAO	19,373 913	-99,096 997	2,649
	CCCL	19,449 858	-99,137 919	1,649
	CE32	19,386	-99,054	2,935
	ZARS	19,419 2	-99,087 6	3,717
	GC38	19,316	-99,106	1,425
	IB22	19,345	-99,13	1,403
	JC54	19,313	-99,127	1,113
	SCT1	19,394 694	-99,148 678	1,73
SCT2	19,393	-99,147	1,744	

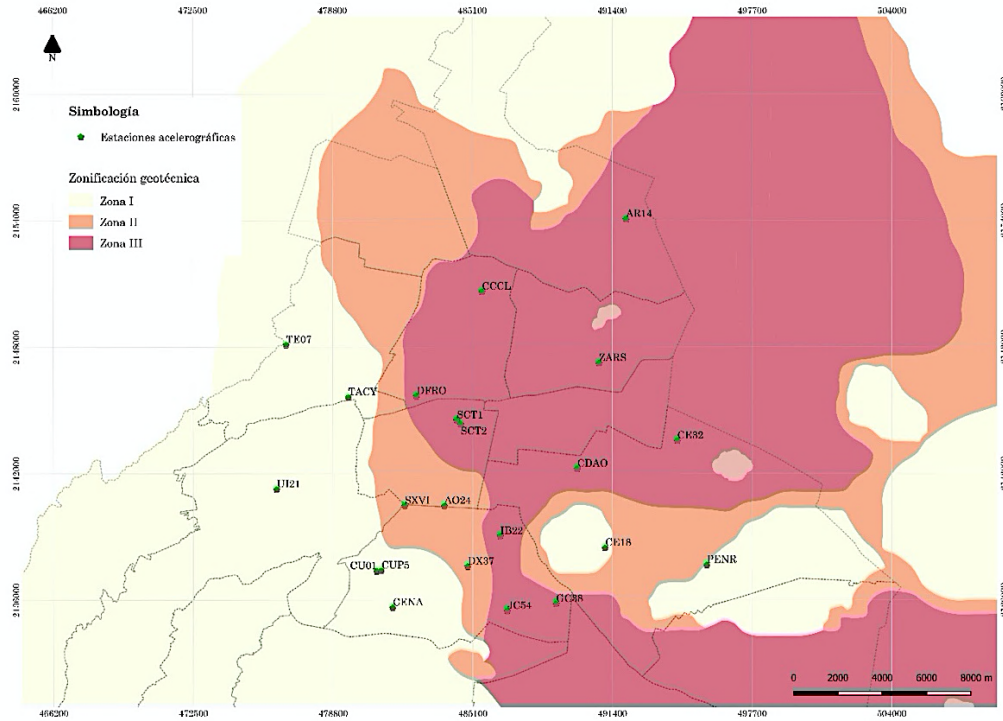


Figura 5.2. Localización de las estaciones dentro de la zonificación geotécnica de la Ciudad de México

La tabla 5.2 presenta a los sismos estudiados identificándolos con la fecha en que ocurrieron, las coordenadas de su epicentro, la magnitud máxima registrada y su profundidad focal. La figura 5.3 muestra la localización del epicentro de cada sismo sobre el mapa de la república mexicana.

Tabla 5.2. Sismos estudiados

Fecha (año-mes-día)	Coordenadas del epicentro		Magnitud máxima	Profundidad focal (km)
	Latitud N (°)	Longitud W (°)		
1985-09-19	18,081	102,942	$M_c = 8,10$	15
1989-04-25	16,603	99,4	$M_s = 6,90$	19
1995-09-14	16,31	98,88	$M_e = 7,3$	22
1995-10-09	18,74	104,67	$M_c = 7,5$	5
1999-06-15	18,18	97,51	$M_c = 5,4$	69
1999-09-30	15,95	97,03	$M_e = 7,6$	16
2000-07-21	18,09	98,97	$M_e = 6,0$	48
2012-03-20	16,42	98,36	$M_c = 7,4$	15
2017-09-08	14,761	94,103	$M = 8,2$	45,9
2017-09-19	18,335 3	98,676 3	$M = 7,1$	38,5

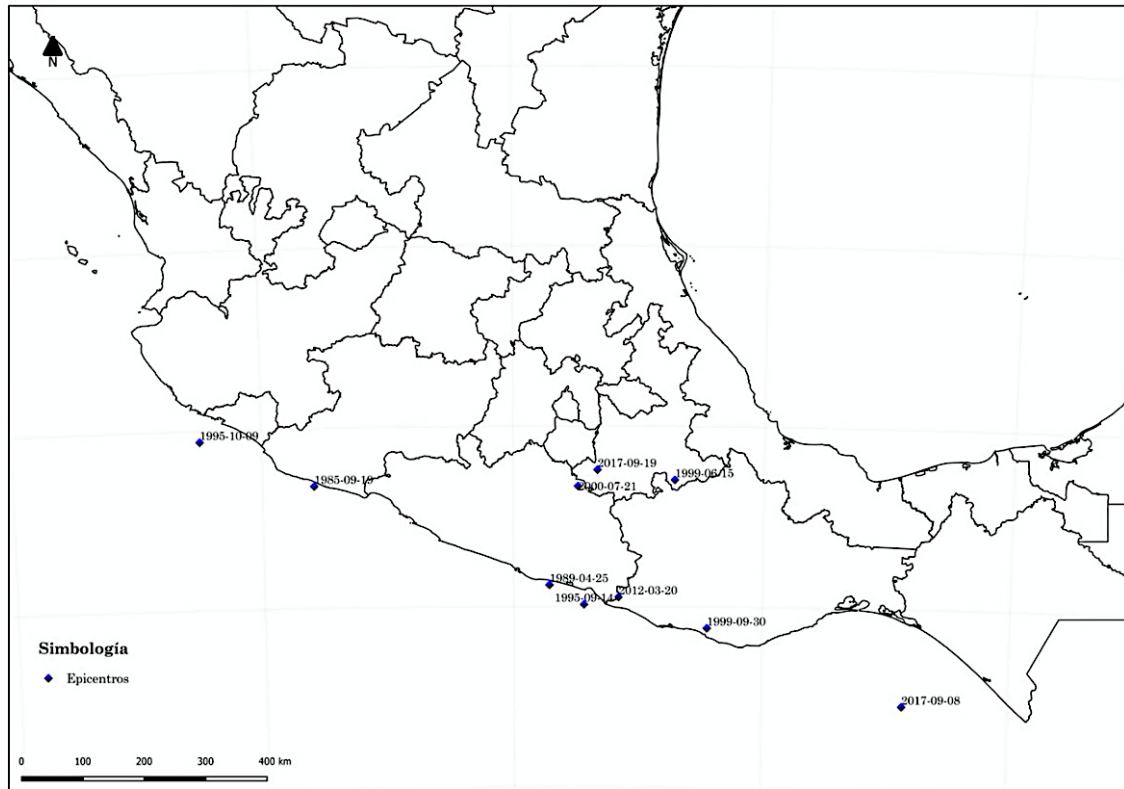


Figura 5.3. Localización de los epicentros de los sismos estudiados

V. 3. Proceso de construcción de un Mapa de Recurrencia a partir de registros sísmicos

Comencemos por construir el MR de una de las 3 series (tres direcciones de registro, dos horizontales y una vertical) del sismo del 19 de septiembre de 1985 de la estación CU01. Con intervalos de muestreo de 0.01 s entre las componentes N00E, N90E y vertical se elige la que presentó la aceleración máxima (32.54 cm/s² dirección N90E) (figura 5.4). El total de observaciones (17 800) publicadas significan 178 s de duración total del registro.

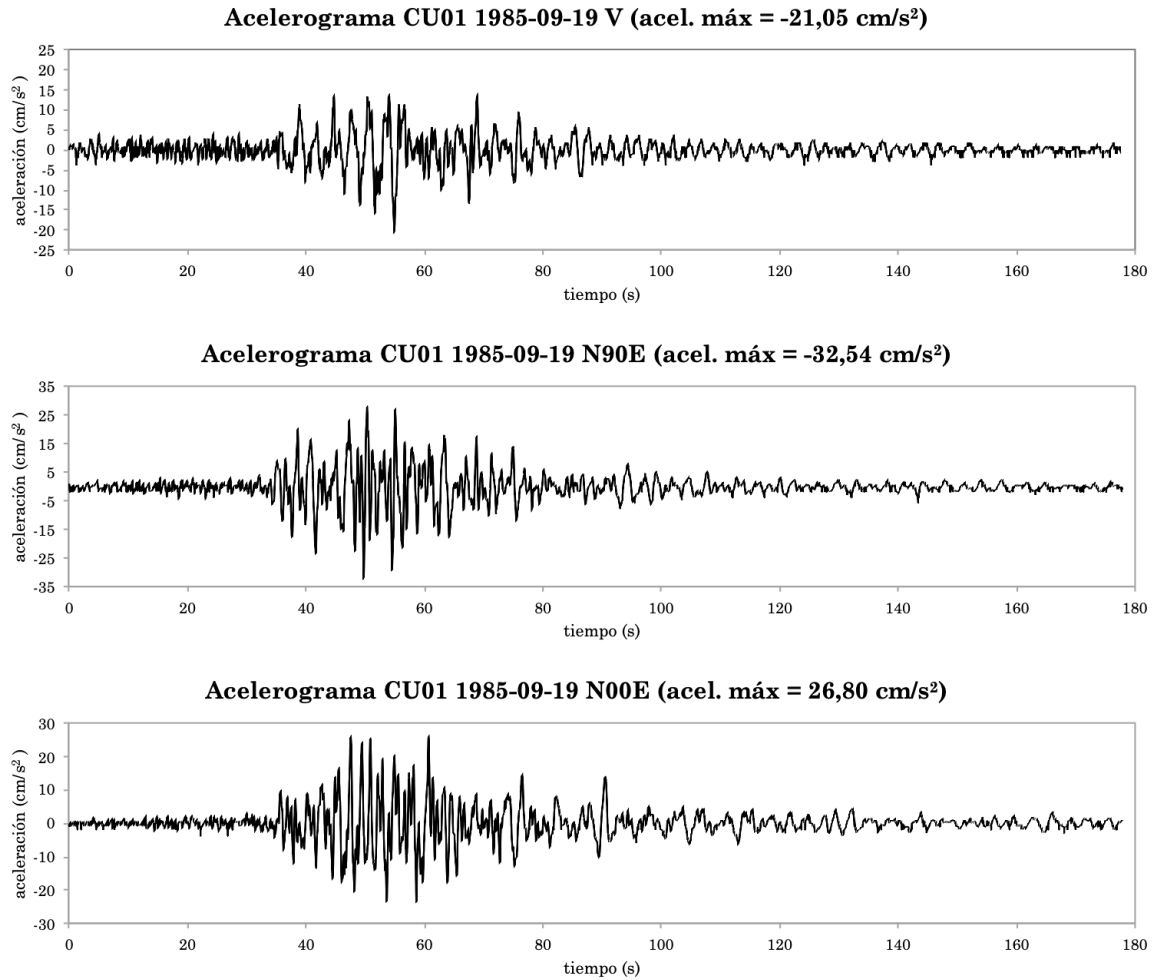


Figura 5.4. Gráfica de las series de tiempo sísmicas registradas en la estación CU01, direcciones N00E, N90E y vertical, de arriba hacia abajo

Los Mapas de Recurrencia contruidos para este trabajo parten de la componente en la que se registró la aceleración máxima para cada evento y se siguieron los siguientes pasos:

- ❖ *Cálculo del tiempo de retraso y de la dimensión embebida (ejemplo CU01 $\tau = 34$ y $d_E = 10$).*
- ❖ *Formación de los vectores del espacio embebido.* Para este caso, dichos vectores tienen 10 componentes cada uno, pues ese es el valor de la dimensión del espacio, de los cuales cada componente se forma desplazando la serie cada 34 observaciones (o muestras) hacia arriba colocándola en la componente que sigue. Por ejemplo, el 3^{er} vector, correspondiente a la observación número 3 ($i = 3$), que denotado como \mathbf{x}_3

su forma explícita tendría las componentes $\mathbf{x}_i = (x_i, x_{i+\tau}, x_{i+2\tau}, x_{i+3\tau}, \dots, x_{i+(d_E-1)\tau}) \Rightarrow \mathbf{x}_3 = (x_3, x_{3+34}, x_{3+2\cdot34}, x_{3+3\cdot34}, \dots, x_{3+(10-1)34}) = (x_3, x_{37}, x_{71}, x_{105}, x_{139}, x_{173}, x_{207}, x_{241}, x_{275}, x_{309})$ de la serie original que son $\mathbf{x}_3 = (0,96, -0,96, 0,96, -0,96, 0,96, -0,96, -0,96, 0, 0, 0,96)$. En la tabla 5.3 se muestran algunos vectores del espacio embebido para esa serie de tiempo y con esos valores de tiempo de retraso y dimensión embebida. En esa tabla la primera columna corresponde a la serie de tiempo original.

Tabla 5.3. Algunos vectores del espacio embebido del evento sísmico de 1985 observado en CU01. Se muestran los vectores ordenados en forma de tabla. En la primera flecha que conecta rectángulos de pequeños, se intenta ejemplificar cómo se van desplazando los elementos de la serie original según el valor del tiempo de retraso y después se muestra, con los rectángulo más grandes que ese desplazamiento es de filas completas

No. de componente		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
No. de obs	tiempo (s)	aceleración (cm/s/s)									
1	0	0,96	-0,96	0	-0,96	0,96	0	-0,96	0	-0,96	0,96
2	0.01	0,96	-0,96	0	0	0	-0,96	-0,96	0	0	0,96
3	0.02	0,96	-0,96	0,96	-0,96	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96
4	0.03	0,96	-0,96	0	0	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96
					:						
35	0.34	-0,96	0	-0,96	0,96	0	-0,96	0	-0,96	0,96	0
36	0.35	-0,96	0	0	0	-0,96	-0,96	0	0	0,96	-0,96
37	0.36	-0,96	0,96	-0,96	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96	0
38	0.37	-0,96	0	0	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96	0
					:						
69	0.68	0	-0,96	0,96	0	-0,96	0	-0,96	0,96	0	0
70	0.69	0	0	0	-0,96	-0,96	0	0	0,96	-0,96	0
71	0.7	0,96	-0,96	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96	0	0
72	0.71	0	0	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96	0	0
					:						
103	1.02	-0,96	0,96	0	-0,96	0	-0,96	0,96	0	0	0,96
104	1.03	0	0	-0,96	-0,96	0	0	0,96	-0,96	0	0,96
105	1.04	-0,96	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96	0	0	0,96
106	1.05	0	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96	0	0	0,96
					:						
137	1.36	0,96	0	-0,96	0	-0,96	0,96	0	0	0,96	0,96
138	1.37	0	-0,96	-0,96	0	0	0,96	-0,96	0	0,96	0,96
139	1.38	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96	0	0	0,96	0,96
140	1.39	0,96	-0,96	-0,96	0	0	0,96	0	0	0,96	0,96
					:						

❖ *Cálculo del número total de vectores del espacio embebido.* Como el número de observaciones es $N = 17\ 800$, entonces el número total de vectores es $N - (d_E - 1)\tau = 17\ 800 - (10 - 1)34 = 17\ 494$.

❖ *Cálculo de la distancia entre los vectores del espacio embebido.* Por ejemplo, para los vectores \mathbf{x}_3 y \mathbf{x}_{35} y la segunda componente de cada uno, la distancia es $|-0,96 - 0| = 0,96$; si se hace esto para cada par de componentes correspondientes (componentes con mismos subíndices) entre estos dos vectores, se tiene al conjunto de distancias: 1,92, 0,96, 1,92, 1,92, 0,96, 0, 0,96, 0,96, 0,96, 0,96; de las cuales 1,92 es la máxima y es la de las componentes número 1, 3 y 4 simultáneamente, es decir (por ejemplo, para la componente 4 de estos vectores):

$$D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \max_{1 \leq k \leq d_E} |x_{i+(k-1)\tau} - x_{j+(k-1)\tau}|$$

$$\Rightarrow D(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_{35}) = \max_{1 \leq k \leq 10} |x_{3+(k-1)34} - x_{72+(k-1)34}| = |x_{3+(4-1)34} - x_{72+(4-1)34}|$$

$$= |x_{71} - x_{103}| = |-0,96 - 0,96| = 1,92$$

Se repite este paso para cada par de vectores, \mathbf{x}_i y \mathbf{x}_j , del espacio embebido, es decir, desde que i y j valen 1 hasta que valen 17 494 ($1 \leq i, j \leq 17\,494$).

❖ *Generación del Mapa de Recurrencia.* Se asigna un color a cada valor de $D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$. Cada color/distancia es un elemento de la matriz de recurrencia/Mapa de Recurrencia, es decir, los elementos de la matriz, los cuales son los colores, están dados por las distancias entre vectores del espacio embebido: $A(i, j) = D(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$. Dicha matriz no es más que un Mapa de Recurrencia, como el de la figura 5.5.

❖ *Barra de colores.* La barra de colores a un costado del MR es el código de colores con que se colorea cada pixel según el paso anterior. En los MR presentados para esta investigación, esta barra, de arriba hacia abajo parte del blanco y pasa por amarillo y rojo, estos dos son considerados colores cálidos, después verde hasta llegar al azul marino, que son colores fríos.

En la figura 5.5 se colocan el MR, el registro y sus interpretaciones espectrales de Fourier y de Respuesta para la misma serie de tiempo.

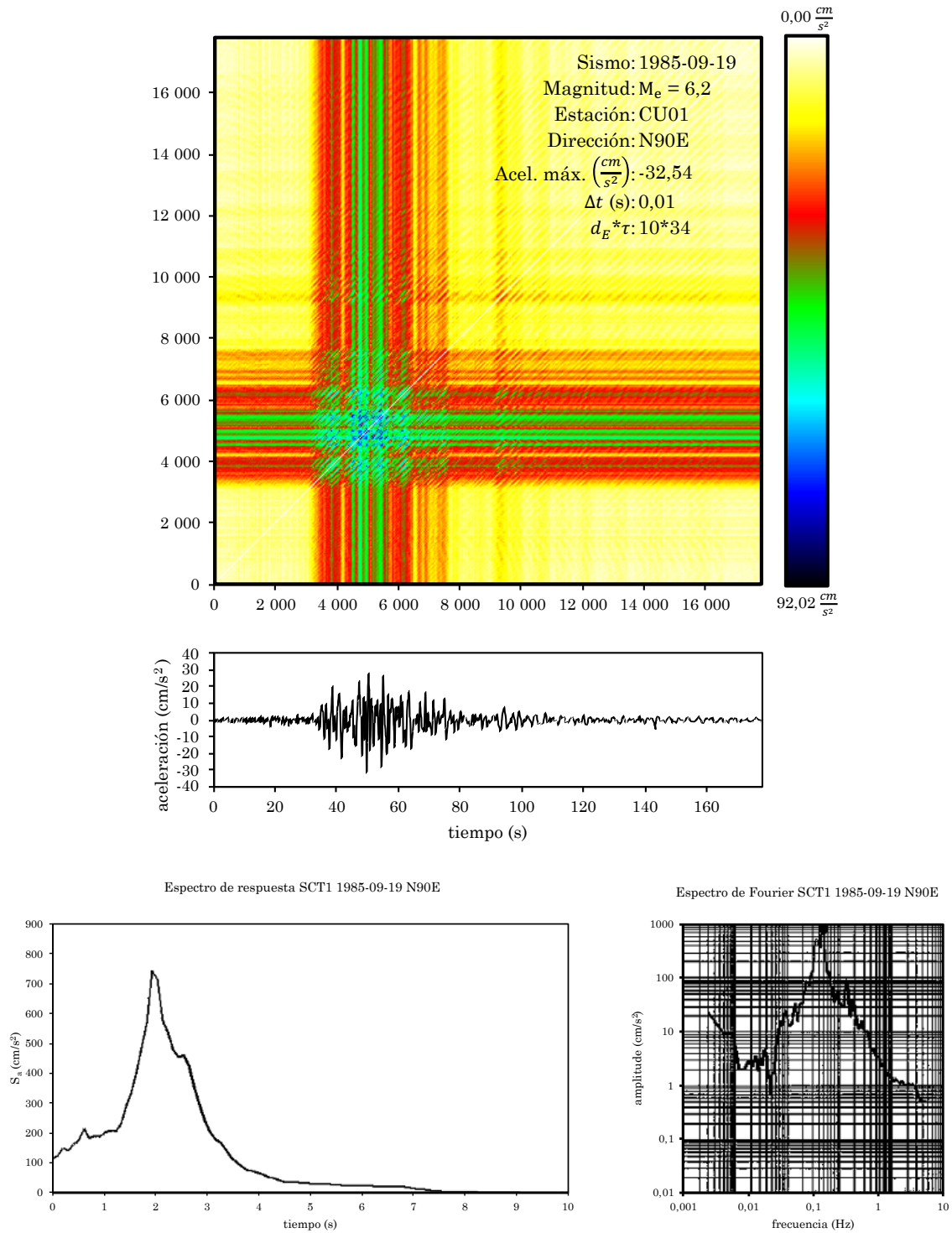


Figura 5.5. Mapa de Recurrencia del sísmico de 1985, correspondiente a la serie de tiempo sísmica registrada en la dirección en la que se presentó la aceleración máxima. Debajo el acelerograma (señal) y espectros de respuesta (izquierda abajo) y Fourier (derecha abajo)

En la figura 5.6 está el MR para el mismo sismo pero ahora del registro tomado en la estación SCT1 que está en la zona de lago. También se han colocado las interpretaciones espectrales correspondientes.

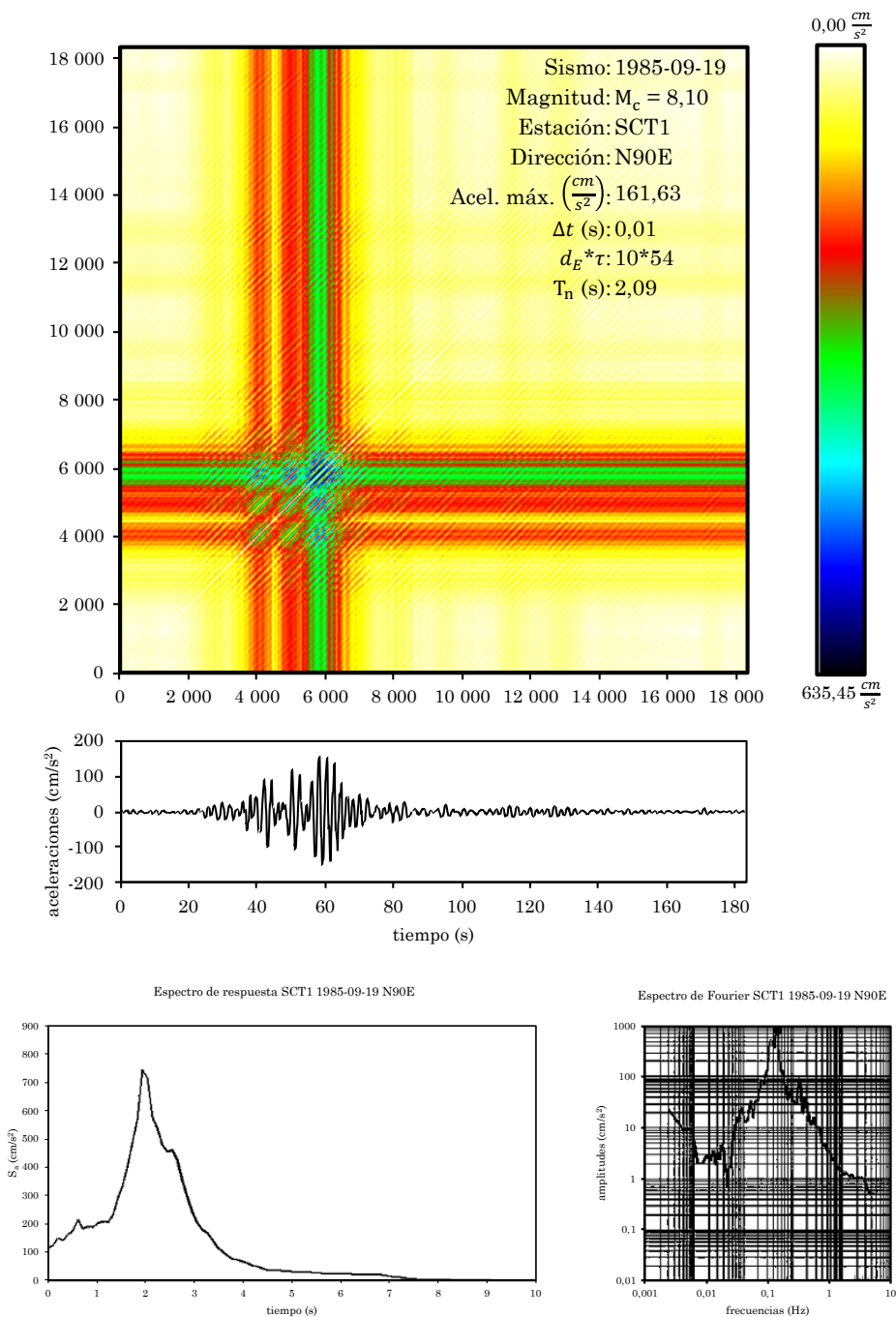


Figura 5.6. Mapa de Recurrencia del sismo del 19 de semtiembre de 1985, a partir del registro de la estación SCT1. Abajo el acelerograma y los espectros de respuesta y de Fourier

Para la explotación de los MRs en el estudio del comportamiento sísmico de sistemas geotécnicos primero hay que conocer profundamente las características que hacen a cada depósito como sujeto perteneciente a una categoría geotécnica y por lo tanto los elementos sísmicos que se espera reporten en los registros de sus movimientos. Por esta razón, y para hacer este texto auto-contenido, se presenta una breve explicación de estos temas.

V. 4. Notas sobre la geología del Valle de México

El Valle de México está ubicado en el Cinturón Volcánico Mexicano el cual atraviesa el continente desde el océano Pacífico hasta la costa del océano Atlántico (Negendank, 1963; Ferrari, et al, 1999; Mora, et al, 1991; SSN, 2019). Se define como un arco volcánico producido por la subducción de la Placa de Cocos y Rivera por debajo de la placa Norteamericana (Arce, et al, 2015; Mora, et al, 1991). El Valle de México era una cuenca endorreica hasta que en 1789 se abrió el tajo de Nochistongo (Marsal, et al, 1969). Con una superficie aproximada de 9 540 km², el valle incluye una extensa planicie lacustre que está delimitada por cuatro sierras de origen volcánico: la Sierra Chichinautzin, al sur; la Sierra de las Cruces, al poniente; la Sierra Nevada, al oriente; y la Sierra de Pachuca y Tezontlalpan, al norte. Además, alberga algunos conjuntos volcánicos de diversas dimensiones, como las sierras de Guadalupe y de Santa Catarina (Perez, 1988; González, et al, 2015). La planicie central se encuentra a una elevación promedio entre los 2 230 y 2 250 m sobre el nivel medio del mar (Ruiz, et al, 2015).

En la figura 5.8 se presenta un mapa de México donde se ubica al Cinturón Volcánico Mexicano (ahí llamado eje volcánico transversal mexicano) con una línea azul y dentro de éste se localiza, en rojo, al Valle de México (ahí llamado Cuenca de México).

Se considera que el Valle de México es una depresión profunda que se originó en repuesta a la actividad volcánica y tectónica de la región. En forma general, el relleno del valle está conformado por depósitos lacustres en la parte superior, y derrames de lava, materiales epiclásticos y depósitos piroclásticos en la parte inferior (González, et al, 2015). También se depositaron los productos derivados de la erosión de las dos sierras laterales y de la de Pachuca; es por esto que algunos lo visualizan como el vaso de una gran presa natural azolvada cuya cortina fue la Sierra de Chichinautzin (Mooser, 1978; del Castillo, 1978; Marsal, 1978).

El Valle de México representa una región de importancia por varias razones entre las cuales destaca que en el sector suroccidental se edifica la Ciudad de México y su zona conurbada. Si bien la zona urbana tiene un área aproximada de 1 500 km² que representa, aproximadamente, al 16% de la superficie total del valle (figura 5.7), la región alberga una de las mayores concentraciones de habitantes del planeta. Una metrópoli de tal magnitud está vinculada a múltiples problemáticas, a menudo asociadas con factores de tipo geológico, por ejemplo, la subsidencia, que excede los 350 milímetros cada año en promedio en las zonas críticas (vinculadas a procesos de fracturamiento y fallamiento) (González, et al, 2015).

La Sierra de las Cruces (límite occidental) con una longitud de 110 km, y un ancho variable entre 47 km en su parte norte y 27 km en su parte sur; sus edades varían entre 3.7 y 0.7 millones de años, por lo que es la sierra más antigua en el valle. En el campo volcánico Chichinautzin (límite meridional), las edades más antiguas varían entre 1.2 y 0.9 millones de años en su porción oeste y sur. La Sierra Nevada (límite oriental) tiene una longitud de 45 km y una altura máxima de 5 454 m en el volcán Popocatepetl (González, et al, 2015; Arce, et al, 2015; Mora, et al, 1991; Meriggi, et al, 2008).

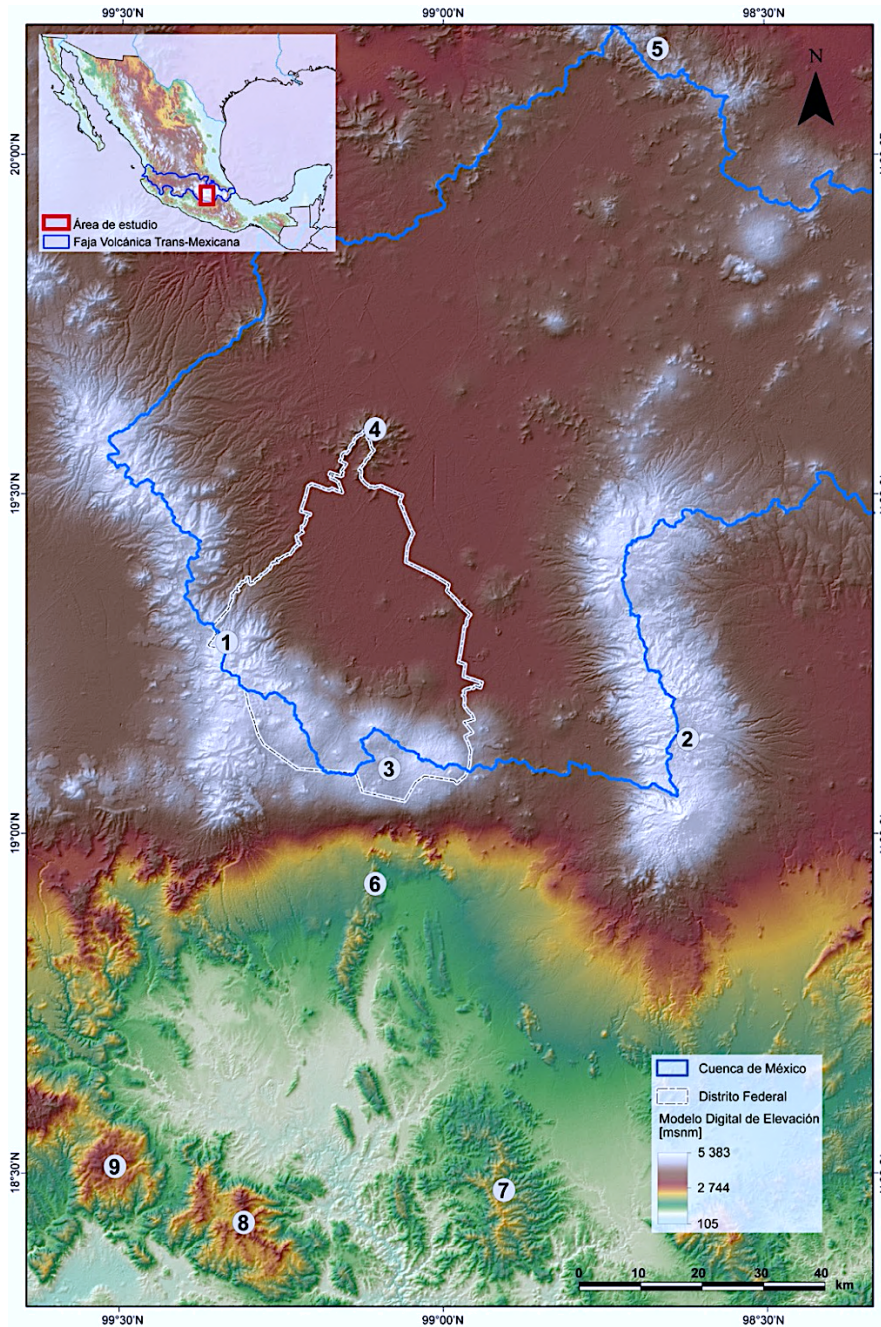


Figura 5.7. Representación digital de la elevación y localización del Valle de México y la Ciudad de México, así como de las sierras que limitan a estas últimas: (1) Sierra de las Cruces, (2) Sierra Nevada, (3) Sierra de Chichinautzin; (4) Sierra de Guadalupe; (5) Sierra de Pachuca. En la porción sur del mapa se muestran la región de (6) Tepoztlán, Morelos, en donde se encuentran expuestos los primeros episodios volcánicos del Cinturón Volcánico Mexicano en su sector centro – oriental y los campos volcánicos de la Sierra Madre del Sur: (7) Huautla, Morelos, (8) la caldera de Tilzapotla y (9) Taxco, Guerrero. *Tomada de González, et al (2015)*

Asociados a las cadenas montañosas de origen volcánico que limitan al Valle de México, existen sistemas de fallas que muestran orientaciones preferenciales E–W y NE–SW (figura 5.8). El sector sur del valle está limitado por los sistemas de fallas normales Xochimilco y Xicomulco, con orientación E–W, cuyo bloque caído está al norte. Por su alineación, se ha sugerido que dichas fallas se conectan hacia el poniente con el sistema de fallas Tenango. Al sur del sistema Xochimilco, de forma aproximadamente paralela se ubica el sistema de fallas normales de La Pera, cuyo bloque de techo ubicado hacia Cuernavaca, Morelos, define el pilar tectónico de Chichinautzin. La Sierra de las Cruces está constituida por tres bloques delimitados por fallas con dirección aproximada E–W: las fallas de Ixtlahuaca y Otomí limitan el bloque norte y central, la falla Contreras con dirección NE–SW forma parte del bloque central, mientras que la falla Xochimilco podría delimitar el bloque meridional. El lineamiento N–S que define la Sierra de las Cruces podría formar parte del sistema de fallas regionales Taxco–Querétaro; de hecho, aunque muestra una dirección dominante NW–SE, a este sistema se asocian fallas con orientación N–S, como la de Perales al sur de Querétaro. Desde un punto de vista estructural, el límite norte del valle está definido por un sistema de fallas con orientación NE–SW, que incluyen las fallas de Tizayuca y Texcoco, y la falla Apan–Tlálloc (González, et al, 2015).

En la zona interna del Valle de México se ha documentado una falla normal con dirección preferencial NW–SE que cruza la Ciudad de México, a la que se ha denominado Falla de Mixhuca, cuyo bloque caído corresponde al segmento poniente; y un sistema de fallas y lineamientos regionales con orientación NE–SW denominado zona de cizallamiento Tenochtitlan, del que forma parte el graben de Santa Catarina. El entorno estructural del valle permite inferir que está constituido por un amplio sistema de pilares y bloques escalonados, que definen la base de la depresión como una superficie irregular; el basamento está constituido por secuencias sedimentarias del Mesozoico sepultadas a profundidades variables entre 1 600 y más de 3 200 m. El contexto anterior, aunado a los conglomerados y brechas cortados por pozos que se han destinado para su exploración, sugieren que el relleno más antiguo del Valle de México está constituido por depósitos continentales de cuencas intermontanas del Cenozoico, con espesor no mayor a los 100 m, que sobreyacen a las secuencias marinas cretácicas (González, et al, 2015; Arce, et al, 2015).

La estratigrafía del suelo del Valle de México se ha integrado a partir de la información de varios pozos profundos. La base de ésta está constituida por la Formación Morelos del Cretácico inferior, y por depósitos de conglomerados calcáreos y anhidritas similares al Grupo Balsas. El relleno está formado por

depósitos lacustres en la cima, y productos volcánicos. Estos últimos incluyen derrames de lavas de composición variable desde basalto a dacita, con dominancia de andesitas; depósitos piroclásticos de tobas e ignimbritas; y una amplia variedad de materiales volcánoclasticos con edades que varían desde el Oligoceno hasta el Cuaternario. Los 5 pozos profundos perforados en la Ciudad de México y uno perforado en Texcoco cubren un rango de profundidad que alcanza desde 2 008 a 3 200 m. El mayor espesor litológico perforado fue de 3 200 m y se obtuvo a partir del pozo Roma-1 que, sin embargo, no logró alcanzar el basamento de calizas; en cambio, el pozo Mixhuca-1 corta las calizas a, aproximadamente, 1 600 m de profundidad (González, et al, 2015; Arce, et al, 2015; García y Zamorano, et al, 2008) (figura 5.8).

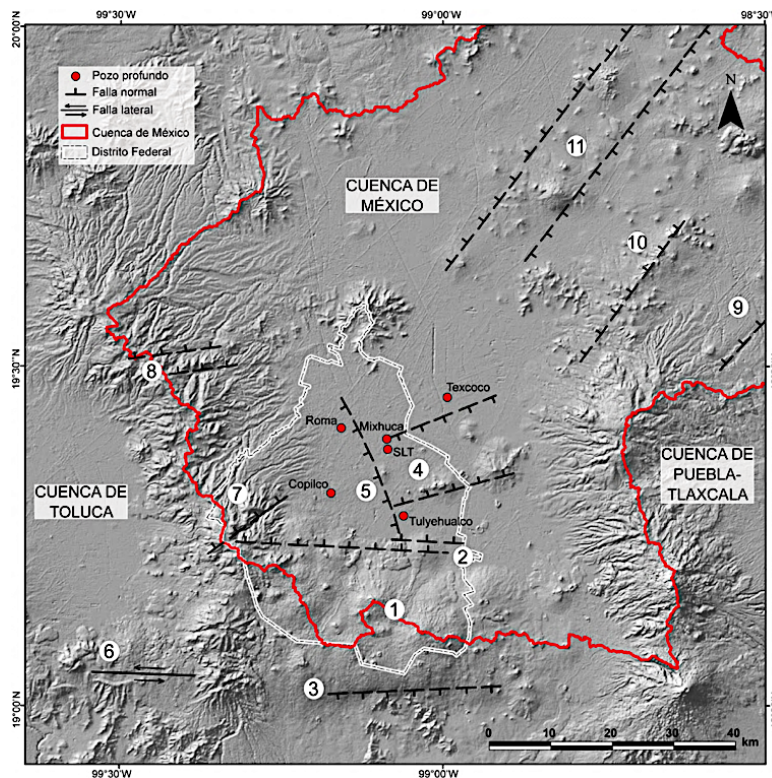


Figura 5.8. Representación digital de la elevación del Valle de México en el que se indican con círculos rojos la ubicación y nombre de los seis pozos profundos perforados en el Valle de México: Copilco-1; Roma-1; Tulyehualco-1; Mixhuca-1; Texcoco-1 y San Lorenzo Tezonco. Se muestran algunas de las estructuras geológicas citadas, como son: (1) Pilar (horst) de Chichinautzin, (2) Sistema de fallas de Xochimilco y Xicomulco, (3) sistema de Fallas de la Pera, (4) Graben de Santa Catarina, (5) Falla Mixhuca, (6) Sistema de Fallas Tenango, (7) Falla Contreras, (8) Sistema de Fallas de Ixtlahuaca y Otomí, (9) Segmento sur del Sistema de Fallas Apan-Tlálóc, (10) Falla Texcoco y (11) Sistema de fallas Tizayuca. *Tomada de González, et al (2015)*

El relleno de la cuenca está conformado por cuatro unidades, que de la base a la cima son: calizas del Cretácico que constituyen el basamento; Unidad Volcánica Inferior (UVI), constituida por productos volcánicos efusivos y piroclásticos; Unidad Volcánica Superior (UVS), constituida esencialmente por rocas piroclásticas, con una menor proporción de rocas efusivas; unidad de depósitos lacustres y fluviales representados por arcillas, limos y arenas (González, et al, 2015; Perez, 1988). Las columnas estratigráficas que se obtuvieron de los pozos (González, et al, 2015) son presentadas en la figura 5.9.

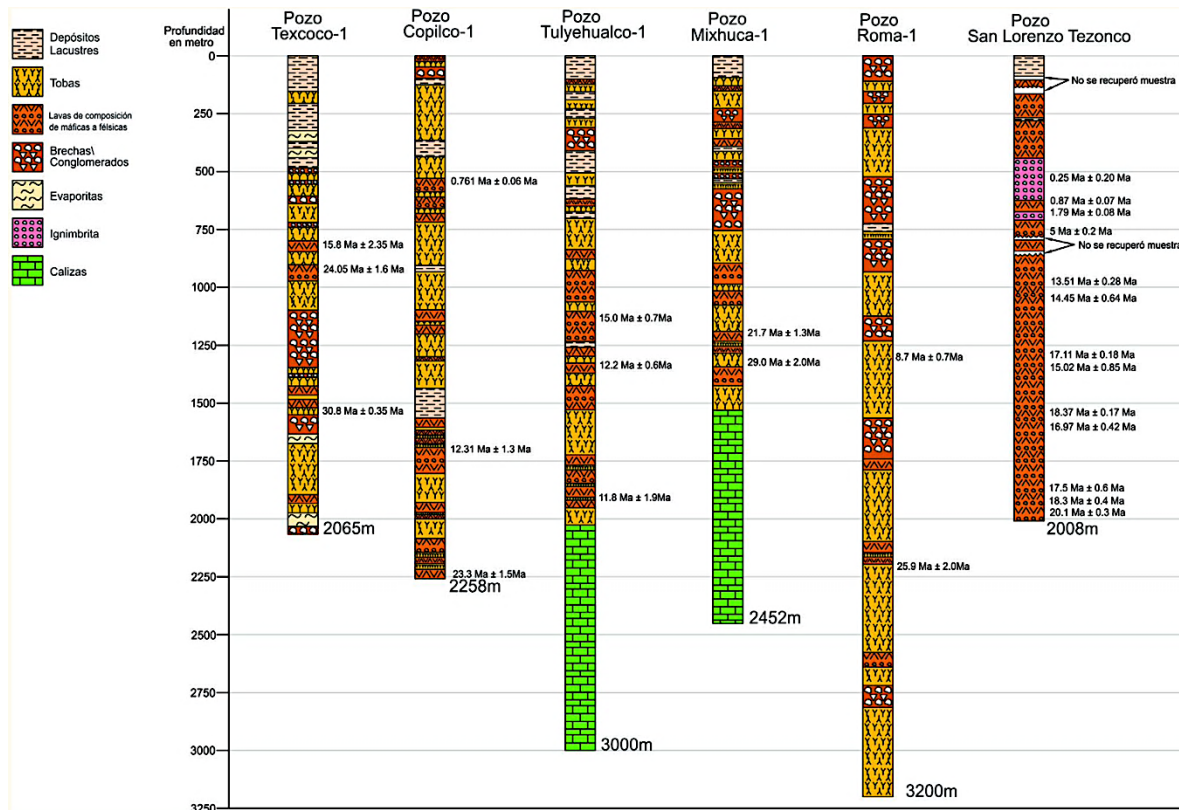


Figura 5.9. Columnas estratigráficas de los de los pozos profundos perforados en el Valle de México, se indican las edades obtenidas en cada uno (en la figura 1 Ma = 1 millón de años). Tomada de González, et al (2015)

V. 5. Aspectos básicos de la sismicidad del Valle de México

La corteza terrestre está conformada en grandes bloques llamados placas tectónicas (la distribución de éstas se ve en la figura 5.10, también se ve a aquellas placas que afectan directamente a la sismicidad del territorio de México), las cuales son arrastradas por corrientes magmáticas del manto y

empujadas por la nueva corteza que se forma en ciertas aberturas, principalmente submarinas, las placas se mueven unas con respecto a otras; estos movimientos relativos son resistidos por fuerzas de fricción, cuyo vencimiento, de un momento a otro, suele dar origen a *sismos* (Rosenblueth, et al, 1992; Miramontes, 2005).



Figura 5.10. Distribución de las placas tectónicas y placas que afectan directamente el territorio de México. Tomadas de Amos (2017) –izquierda y de SSN.unam.mx –derecha

Los movimientos relativos entre placas (las interacciones entre ellas) alcanzan varios centímetros cada año y pueden ser de tres tipos (Rosenblueth, et al, 1992):

- ❏ De *separación horizontal* en las aberturas; causan temblores débiles que generalmente no ocurren cerca de áreas que han pobladas hasta ahora.
- ❏ De *deslizamiento horizontal relativo*; que tienen lugar en las llamadas fallas de transformación.
- ❏ De *subducción*; se presentan porque una placa se dobla y penetra bajo otra (figura 5.11).

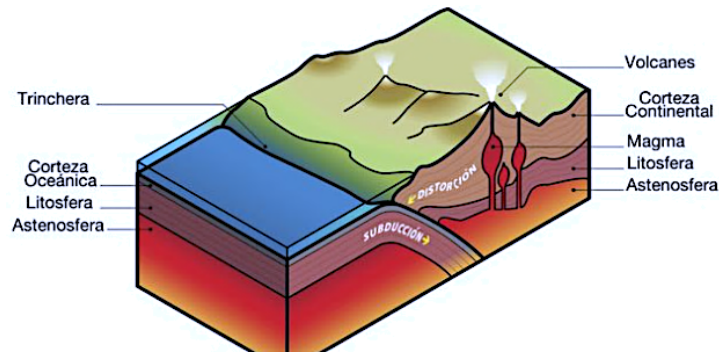


Figura 5.11. Representación del fenómeno de subducción. *Tomada de Amos (2017)*

Los sismos que afectan a la Cuenca de México son consecuencia de la actividad de los volcanes que la delimitan, de la sismicidad local y de las interacciones entre placas tectónicas, de las cuales el deslizamiento horizontal relativo y la subducción son los principales. Los sismos debidos a fallas de transformación, generalmente, provienen de la península de Baja California y de los estados de Sonora y Sinaloa, pues su sismicidad está dominada por este tipo de fallas por formar parte del sistema de San Andrés; se originan en el estado de California y continúan hacia el golfo de California.

Por otro lado, los sismos debidos a subducción, generalmente provienen desde Colima hasta Oaxaca, pues en esa región se presenta la subducción de las placas Rivera y de Cocos bajo la de Norteamérica (la placa Rivera es un triángulo que se halla al NNW de la de Cocos). Al sur de Oaxaca, la placa de Cocos se subduce bajo la del Caribe, afectando con ello el estado de Chiapas. El movimiento horizontal de la placa del Caribe con respecto a la placa norteamericana produce temblores que afectan a Chiapas (Rosenblueth, et al, 1992; Mora, et al, 1991; Martínez, et al, 2016).

Como consecuencia de los deslizamientos entre placas y de movimientos del magma, aquellas se ven sujetas a esfuerzos que pueden llegar a fracturarlas, incluso lejos de sus fronteras. Tales fracturas son fallas geológicas donde también se producen sismos. La mayor parte de nuestro territorio está afectada por estos fenómenos. En adición, las placas Rivera y de Cocos ya subducidas bajo las placas continentales también se ven sujetas a esfuerzos, y la rotura de ellas también origina sismos, cuya profundidad bajo el territorio de México suele considerarse intermedia. Todos los demás sismos mencionados son someros en todo México: se producen a menos de unos 25 km de profundidad mientras que los de las placas subducidas alcanzan profundidades hasta de unos 125 km y más (Rosenblueth, et al, 1992; Arce, 2015; Mora, et al, 1991; Martínez, et al, 2016).

El Valle de México tiene una geología y tectónica compleja, la actividad sísmica originada dentro del mismo valle y en su vecindad es poco numerosa y de baja magnitud, la mayor parte de esta actividad sísmica local se concentra en los márgenes del valle, se han localizado eventos en la Sierra de las Cruces y el Ajusco. En cuanto al origen de los sismos en la región del valle, se piensa que son generados por el reactivamiento de antiguas fallas; se considera que estos eventos pueden ocurrir como resultado de la acumulación de esfuerzos en la región o que el hundimiento del Valle de México podría originar tensiones que, si bien no generan propiamente a los sismos, sí pudieran dispararlos.

También existe la hipótesis de que los grandes sismos generados en la costa pudieran dar lugar a condiciones de desequilibrio y desencadenar sismos locales (SSN, 2018b). Un resultado que no es deseado en el registro de datos sísmicos son las vibraciones generadas por la acción humana, por ejemplo, tránsito vehicular, paso de peatonal, o celebraciones masivas; las cuales pueden llegar a ser registradas por instrumentos sísmicos bajo condiciones específicas (SSN, 2018a).

De la interpretación de estudios sísmicos, se han identificado, en el subsuelo del Valle de México, cuatro capas de velocidades (de propagación de onda sísmica), distintas en los primeros 1 500 m de profundidad; dichas capas tienen relieve suave vertical y presentan variación lateral de velocidad; las cuales son, en promedio, de 600, 1 700, 2 900 y 4 500 $\frac{m}{s}$, respectivamente, y están asociadas con depósitos de arcilla lacustre, depósitos arcillo-arenosos, tobas con horizontes de arena y con rocas compactas, respectivamente (Perez, 1988).

V. 6. Clasificación geotécnica del suelo del Valle de México

La descripción geológica del Valle de México permite explicar la diversidad de formaciones que se encuentran en la parte superior de la corteza, que es la que interesa a los ingenieros civiles para el diseño y construcción de las cimentaciones (Marsal, 1978).

En las zonas altas del valle se encuentran domos dacíticos, lavas pórfido-adesíticas, grandes emisiones basálticas como las del sur; todas ellas competentes (desde el punto de vista de la ingeniería civil) por su resistentes y baja compresibilidad; salvo cubiertas meteorizadas o cavernas, éstas últimas pueden ser naturales, en los basaltos del Xitle conformados por la emisión efusiva de gases, o excavadas por el hombre para extraer materiales de construcción (zonas minadas) (Marsal, 1978).

Al pie de las sierras y por el cambio brusco en la pendiente de los ríos, se localizan grandes depósitos aluviales de composición muy variable y estratificación cruzada, manifestación de la dinámica erosiva que fue prominente en los diferentes periodos de lluvia intensa alternados con otros muy secos. Las partes bajas, y particularmente en la región central del valle, predominan las formaciones lacustres constituidas por ceniza volcánica, intercalados con pómez, arenas finas y limos; estos depositos aparecen intercalados con otros de origen aluvial o bien en contacto con formaciones pétreas típicas de las zonas altas; en general, estas zonas lacustres son altamente compresibles y de baja resistencia ante esfuerzos cortantes (Marsal, 1978, García, 2009; Díaz, et al, 1998). En la figura 5.12 se muestra la idea primigenia de la conformación del suelo de la Ciudad México (vistas sur a norte y oeste a este).

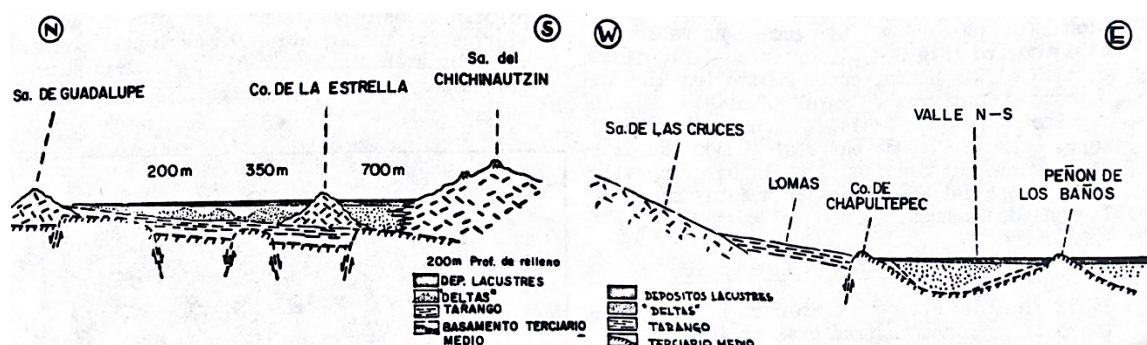


Figura 5.12. Representación de la conformación del suelo de la Ciudad de México.
Tomada de Mooser (1978)

Con base en dicha descripción geológica, se ha propuesto distinguir tres grupos en el suelo de la Ciudad de México: uno con material pétreo, otro con material lacustre o aluvial, y un tercero que se distingue como la transición entre los otros (Marsal, 1978; García, 2009).

La parte de la ciudad, que está asentada en las faldas de la serranía de Las Cruces, formada por terrenos compactos, arenolimosos con alto contenido de grava algunas veces, y otras, por tobas pumíticas bien cementadas y cuya parte sur (el Pedregal) es invadida por la urbe de la ciudad; es llamada zona de *loma*, dada su altitud relativa; y presenta condiciones favorables para cimentar estructuras, la capacidad de carga del terreno es elevada y no existen capas de arcillas compresibles que puedan ser causa de asentamientos diferenciales de gran magnitud (Marsal, et al, 1969). A pesar de ser suelos ingenierilmente

competentes, presentan problemas frecuentes, como los son las galerías, que pueden llegar a provocar asentamientos diferenciales importantes en las edificaciones, éste es un problema al que se le debe prestar atención, pues localizar las cavernas puede resultar difícil (Marsal, 1978; et al, 1969; García, 2009; NTC, 2017).

Entre las serranías del poniente y el fondo del lago de Texcoco, se presenta una zona de *transición*, en donde las condiciones del suelo varían en forma extraordinaria de un punto a otro del área urbanizada. En general, superficialmente se tienen depósitos arcillosos o limosos orgánicos cubriendo a estratos de arcilla volcánica muy compresible y de espesores variables, intercalados con capas de arena limosa compacta o arena limpia, los cuales descansan sobre sobre potentes mantos en los que el material predominante es la grava y la arena. En esta zona, los problemas de capacidad de carga y de asentamientos diferenciales pueden ser críticos, especialmente cuando se trata de construcciones extensas sometidas a condiciones de carga muy diferentes, lo cual es frecuente dado que esta zona corresponde al sector industrial de la ciudad (Marsal, et al, 1969; García, 2009; NTC, 2017; Díaz, et al, 1998).

Las fronteras interiores de la zona de transición, se han fijado tomando como base la formación típica de la parte centro y oriente de la ciudad construida sobre el fondo del lago de Texcoco que, para distinguirla de las anteriores, se le llama zona de *lago*. En ella, de la parte superior a inferior se distinguen 5 depósitos: 1, areno-arcillosos o limosos, con abundancia de restos arqueológicos, o bien, rellenos artificiales que en algún punto de la ciudad llegan hasta 10 m de profundidad; 2, arcillas volcánicas extraordinariamente compresibles de varios colores y consistencias, comprendidas entre blanda y media, intercaladas con pequeñas capas o lentes de arena y varían entre 15 y 32 m; 3, la llamada primera capa dura, de unos 3 m de espesor constituida por suelos arcillo o limo-arenosos, compactos y rígidos, se encuentra aproximadamente a 33 m bajo la superficie; 4, arcillas, arcillas volcánicas de características semejantes a las de la formación superior, aunque más comprimidas y resistentes, este manto tiene un espesor entre 4 y 14 m; 5, depósitos de arena con grava, separados por estratos de arcilla arenosa. Esta estratigrafía es característica de la zona, pero puede sufrir variaciones importantes (Marsal, et al, 1969; del Castillo, 1978; NTC, 2017; García, 2009; Díaz, et al, 1998).

Actualmente, en la Ciudad de México, se acepta la clasificación anterior para fines constructivos en el reglamento vigente (NTC, 2017), asignándoles, a dichas zonas, las etiquetas I, II y III:

- ❖ *Zona I.* Lomas, formadas por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o intercalados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. En esta zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas, de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena y de rellenos artificiales no controlados.
- ❖ *Zona II.* Transición, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad, o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limo arenosos intercalados con capas de arcilla lacustre; el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros.
- ❖ *Zona III.* Lacustre o lago, integrada por potentes depósitos de arcilla altamente compresibles, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son en general medianamente compactas a muy compactas y de espesor variable de centímetros a varios metros. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales, materiales desecados y rellenos artificiales; el espesor de este conjunto puede ser superior a 50 m.

La representación de estas zonas sobre la Ciudad de México está en la figura 5.1.

V. 7. Mapas de Recurrencia a partir de registros sísmicos del Valle de México: coloreando acelerogramas

Así como en cualquier Mapa de Recurrencia, en aquellos generados a partir de series de tiempo sísmicas, también se observan tipologías (estructura o topología visible desde la macroescala) y texturas (estructuras visualizadas en la microescala). A continuación se presentan los MR que dan lugar a clasificaciones de acuerdo con estas dos escalas de visualización.

*Mapas de Recurrencia de registros sísmicos en estaciones de la zona de **loma***

La tabla 5.4 contiene la información de las estaciones y de los registros que se usaron para construir a los Mapas de Recurrencia de la zona de loma.

Tabla 5.4. Informaciones sobre los registros de las estaciones en la zona de loma

Estación	Fecha	Magnitud	Aceleración máxima (cm/s/s)	Dirección	Distancia epicentral (km)	Prof. focal (km)	Duración registro (s)	Δt (s)	τ	d_E
CENA	1999-06-15	Me = 7,0	-6,474 65	N90E	216,07	69	233	0,01	25	10
	1999-06-21	Me = 6,2	-1,752	N00E	305,78	54	147	0,01	19	10
CE18	1999-06-15	Mc = 5,4	15,831 64	N00E	210,08	69	123,75	0,01	14	9
	1999-09-30	Me = 7,6	11,505 3	N00E	435,31	16	143,25	0,01	28	10
	2000-07-21	Me = 6,0	-18,792 91	N00E	139,52	48	110,75	0,01	11	1
	2012-03-20	Mc = 7,4	9,413 83	N00E	333,60	15	211,75	0,01	39	8
CU01	1985-09-19	Mc = 8,10	-32,54	N90E	419,54	15	178	0,01	34	10
CUP5	2012-03-20	Mc = 7,4	13,978 2	N90W	335,07	15	291	0,01	48	9
	2017-09-19	M = 7,1	-58,838 2	N90E	122,73	38,5	281	0,01	31	10
TACY	1985-09-19	Mc = 8,10	-33,97	S11E	421,06	15	175,16	0,01	37	9
	1989-04-25	Ms = 6,90	-15,61	S00W	312,11	19	139,96	0,01	33	9
	1995-09-14	Mc = 7,3	-10,3	N00E	345,71	22	168,9	0,01	47	10
	1999-09-30	Me = 7,6	9,39	N90E	447,38	16	222,09	0,01	39	10
	2017-09-08	M = 8,2	-8,0872	N00E	747,88	45,9	281	0,005	58	9
	2017-09-19	M = 7,1	62,3791	N90E	130,83	38,5	235	0,005	47	10
TE07	1995-09-14	ME = 7,3	8,26674	N00E	348,48	22	225,28	0,005	89	10
	1999-06-15	Mc = 5,4	6,75847	N00E	227,37	69	229,12	0,005	57	10
	2000-07-21	Me = 6,0	-4,25752	N00E	151,02	48	148,48	0,005	32	10
UI21	1995-09-14	ME = 7,3	15,15586	N90E	341,67	22	224	0,005	46	9
	1999-06-15	Mc = 5,4	33,28121	N90E	223,60	69	218,88	0,005	32	10
	1999-09-30	Me = 7,6	16,33165	N90E	445,32	16	194,56	0,005	40	10
	2000-07-21	Me = 6,0	13,68853	N00E	144,31	48	151,04	0,005	22	10
	2012-03-20	Mc = 7,4	18,60339	N90W	341,69	15	342,4	0,01	39	9

En las figuras 5.13 a 5.19 se presentan los MR de algunos de los registros correspondientes a las estaciones en la zona de loma. Como se aclaró en las secciones teóricas, esta presentación significa sobre la macro-escala (tipología) ya que en los ejes se muestran los totales de las observaciones: el vector de aceleraciones completo.

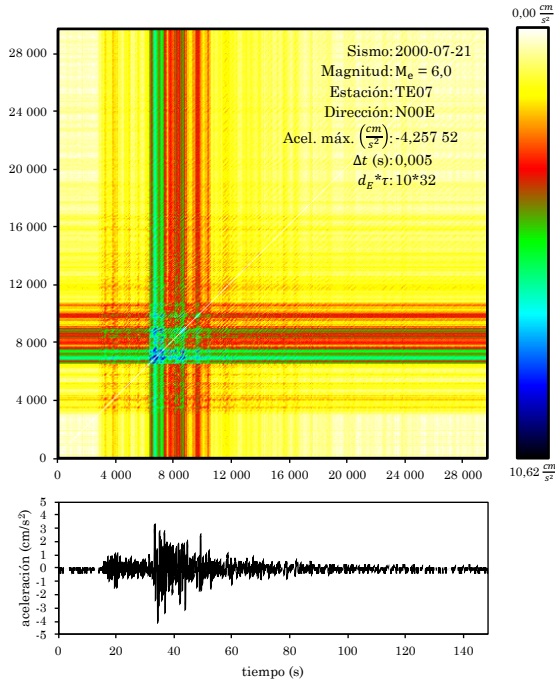


Figura 5.13. MR TE07. En la parte de arriba se ve al MR que se generó a partir del registro sísmico del 21 de julio de 2000 en la estación TE07 con 10 y 32 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 148,48 s y mostró una aceleración máxima de $-4,257 52 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E.

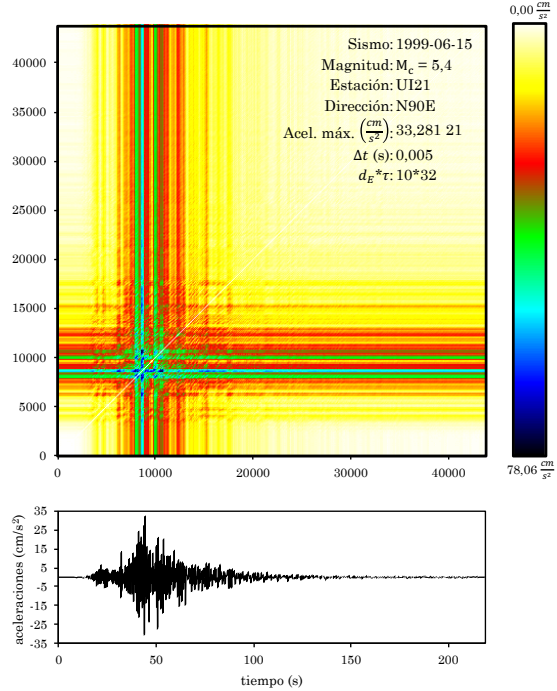


Figura 5.14. MR UI21. En la parte de arriba se ve al MR, que se generó a partir del registro sísmico del 15 de junio de 1999 en la estación UI21 y con 10 y 32 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 218,88 s y mostró una aceleración máxima de $33,281 21 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90E.

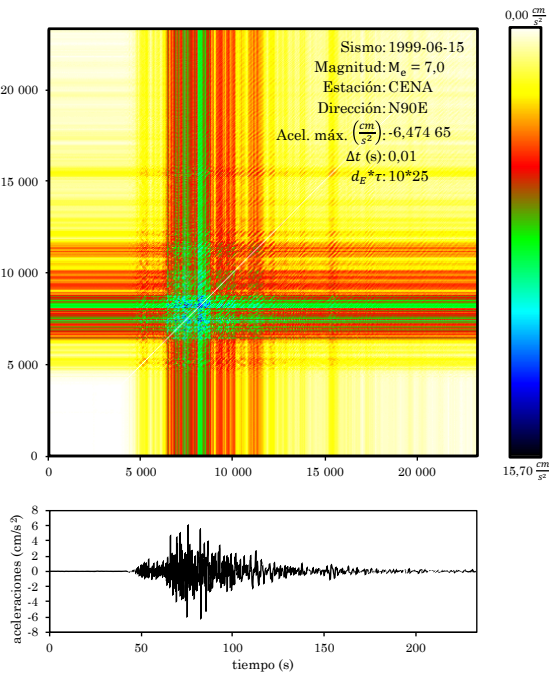


Figura 5.15. MR CENA 1. En la parte de arriba se ve al MR que se generó a partir del registro sísmico del 15 de junio de 1999 en la estación CENA y con 10 y 25 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 233 s y mostró una aceleración máxima de $-6,474 65 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90E.

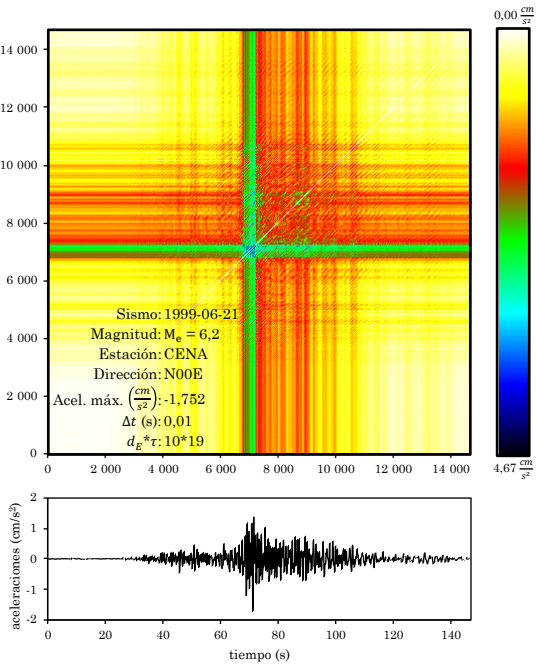


Figura 5.16. MR CENA 2. En la parte de arriba se ve al MR, que se generó a partir del registro sísmico del 21 de junio de 1999 en la estación CENA y con 10 y 19 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 147 s y mostró una aceleración máxima de $-1,752 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E.

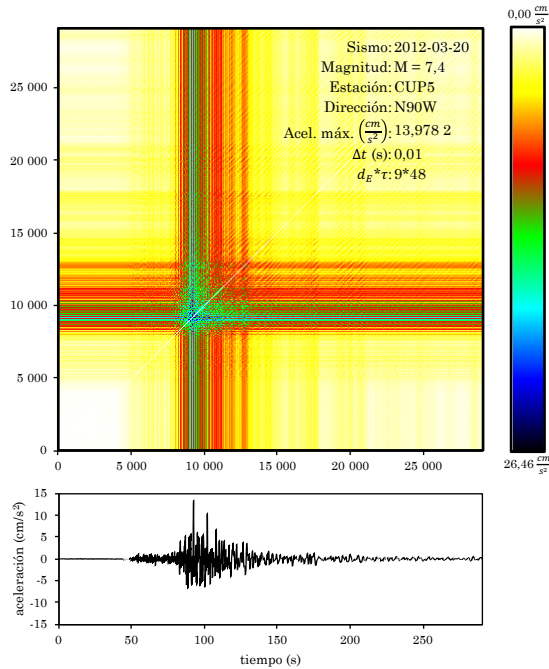


Figura 5.17. MR CUP5 1. En la parte de arriba se ve al MR, que se generó a partir del registro sísmico del 20 de marzo de 2012 en la estación CUP5 y con 9 y 48 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 291 s y mostró una aceleración máxima de $13,978 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90W.

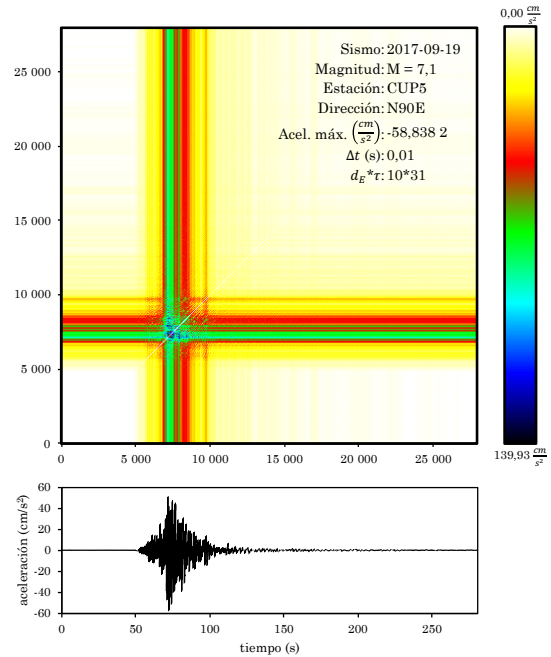


Figura 5.18. MR CUP5 2. En la parte de arriba se ve al MR, que se generó a partir del registro sísmico del 19 de septiembre de 2017 en la estación CUP5 y con 10 y 31 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 281 s y mostró una aceleración máxima de $-58,838 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90E.

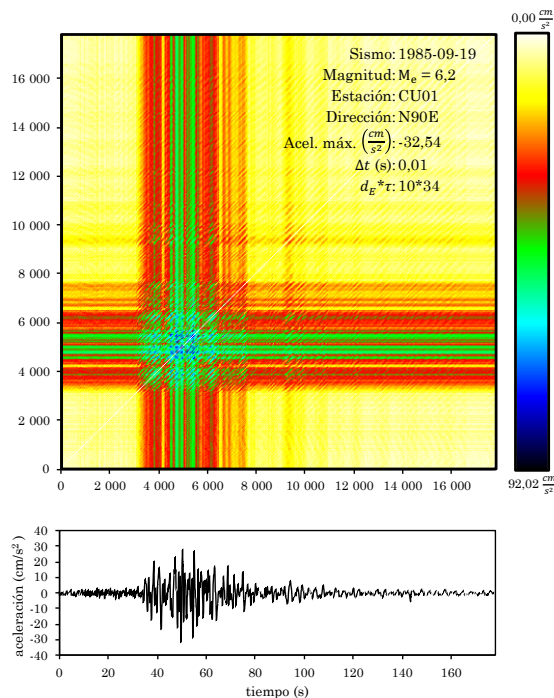


Figura 5.19. MR CU01. En la parte de arriba se ve al MR, que se generó a partir del registro sísmico del 19 de septiembre de 1985 en la estación CU01 y con 10 y 34 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 178 s y mostró una aceleración máxima de $-32,54 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90E.

Mapas de Recurrencia de registros sísmicos en estaciones de la zona de transición

La tabla 5.5 contiene información de las estaciones y registros que se usaron para construir los MR de la zona de transición.

Tabla 5.5. Informaciones sobre los registros de la zona de transición

Estación	Fecha	Magnitud	Aceleración máxima (cm/s/s)	Dirección	Distancia epicentral (km)	Prof. focal (km)	Duración registro (s)	Δt (s)	τ	d_E
AO24	1999-06-15	Mc = 5,4	32,605 67	N90W	217,06	69	221,25	0,01	27	8
	1999-09-30	Me = 7,6	18,735 08	N00E	440,72	16	214,75	0,01	30	10
	2000-07-21	Me = 6,0	-10,352 28	N90W	142,32	48	136,75	0,01	27	8
PENR	2012-03-20	Mc = 7,4	25,228 97	N00E	337,32	15	317,75	0,01	31	10
	1999-06-15	Me = 7,0	30,358	N90E	205,97	69	148,09	0,005	58	10
DFRO	1999-09-30	Me = 7,6	-27,754	N90E	432,30	16	163,835	0,005	63	7
	1995-09-14	Mc = 7,3	37,32	N90E	345,48	22	194,05	0,01	33	9
SXVI	1999-06-15	Me = 7,0	28,69	N00E	221,23	69	171,64	0,01	28	10
	1985-09-19	Mc = 8,10	-41,63	N58E	421,74	15	129,16	0,01	23	9
DX37	1989-04-25	Ms = 6,90	33,775 05	N00E	304,66	19	198,4	0,005	42	7

En las figuras 5.19 a 5.26 se presentan los Mapas de Recurrencia de algunos de los registros correspondientes a las estaciones en la zona de transición. Como se aclaró en las secciones teóricas, esta presentación significa sobre la macro-escala (tipología). En los ejes se muestran los totales de las observaciones, es decir el vector de aceleraciones completo.

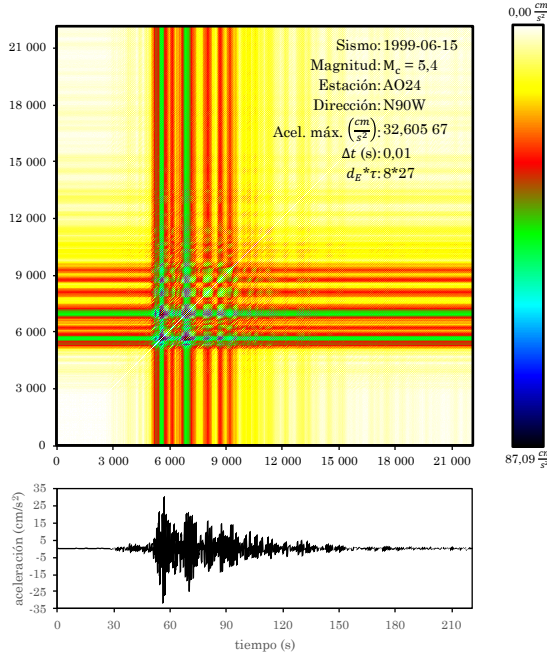


Figura 5.19. MR A024 1. En la parte de arriba se ve al MR, que se generó a partir del registro sísmico del 15 de junio de 1999 en la estación AO24 y con 8 y 27 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 221,25 s y mostró una aceleración máxima de $32,605\ 67\ \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90W.

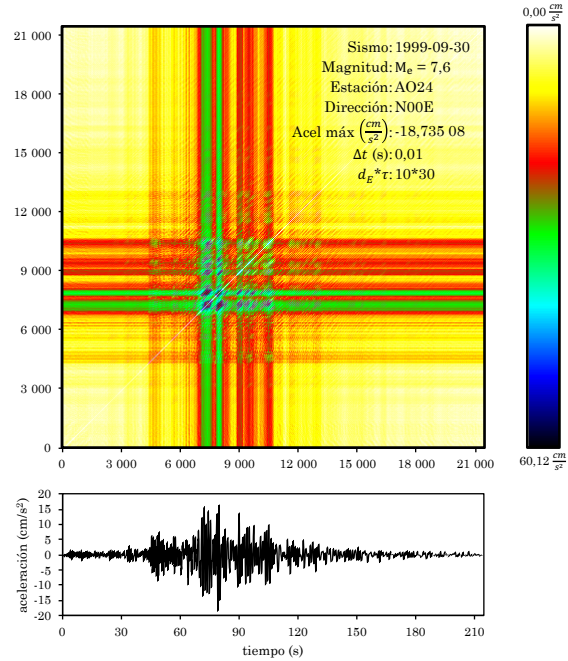


Figura 5.20. MR A024 2. En la parte de arriba se ve al MR, que se generó a partir del registro sísmico del evento del 30 de septiembre de 1999 en la estación AO24 y con 10 y 30 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 214,75 s y mostró una aceleración máxima de $-18,735\ 08\ \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E.

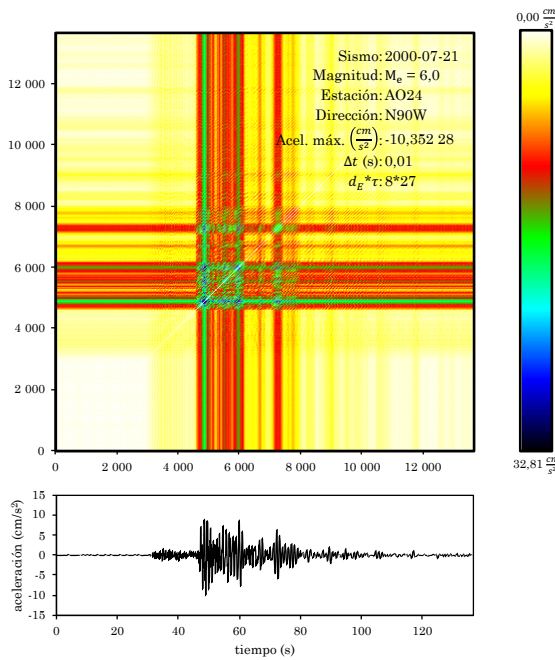


Figura 5.21. MR A024 3. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 21 de junio de 2000 en la estación AO24 y para el que se usaron 8 y 27 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 136,75 s y mostró una aceleración máxima de $-10,352\ 28\ \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90W.

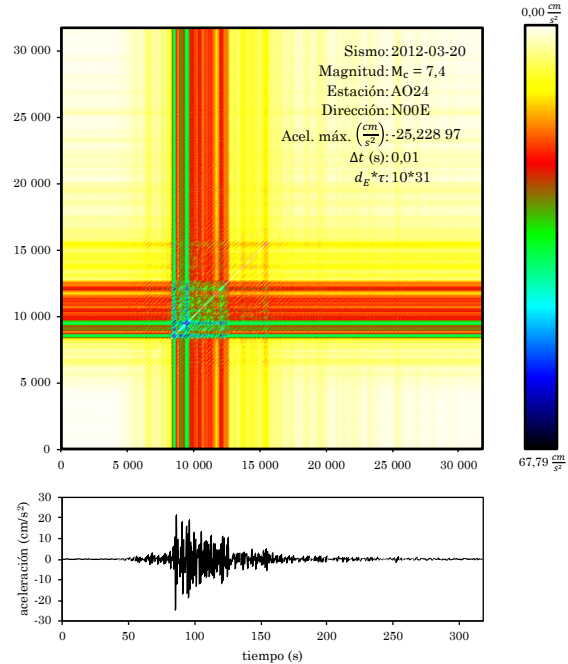


Figura 5.22. MR A024 4. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 20 de marzo de 2012 en la estación AO24 y para el que se usaron 10 y 31 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 317,75 s y mostró una aceleración máxima de $-25,228\ 907\ \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E.

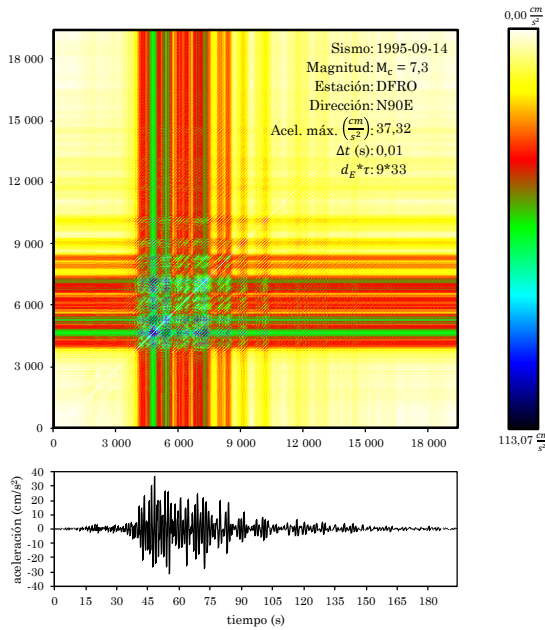


Figura 5.23. MR DFRO 1. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 14 de septiembre de 1995 en la estación DFRO y para el que se usaron 9 y 33 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 194,05 s y mostró una aceleración máxima de $37,32 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90E.

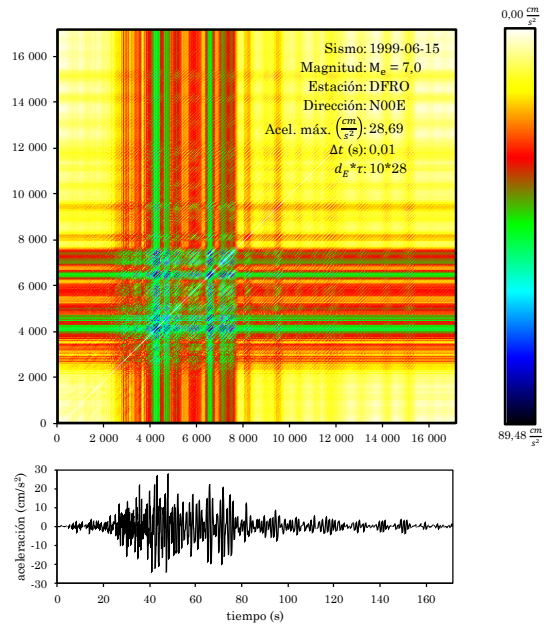


Figura 5.24. MR DFRO 2. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 15 de junio de 1999 en la estación DFRO y para el que se usaron 10 y 28 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 171,64 s y mostró una aceleración máxima de $28,69 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E.

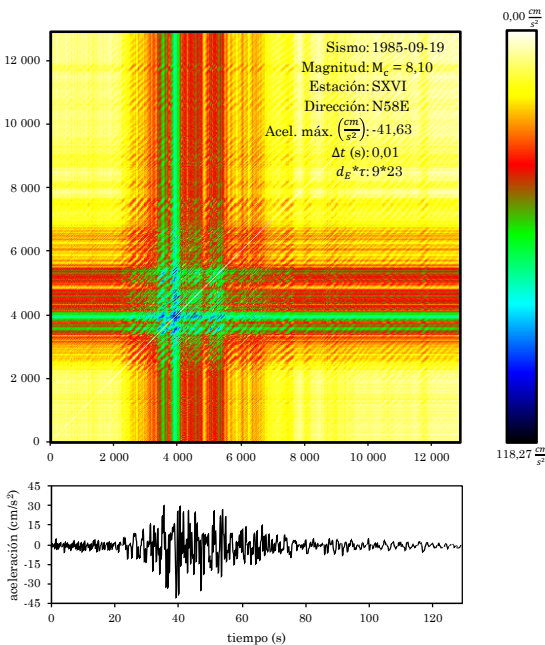


Figura 5.25. MR SXVI. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 19 de septiembre de 1985 en la estación SXVI y para el que se usaron 9 y 23 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 129,16 s y mostró una aceleración máxima de $-41,63 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N58E.

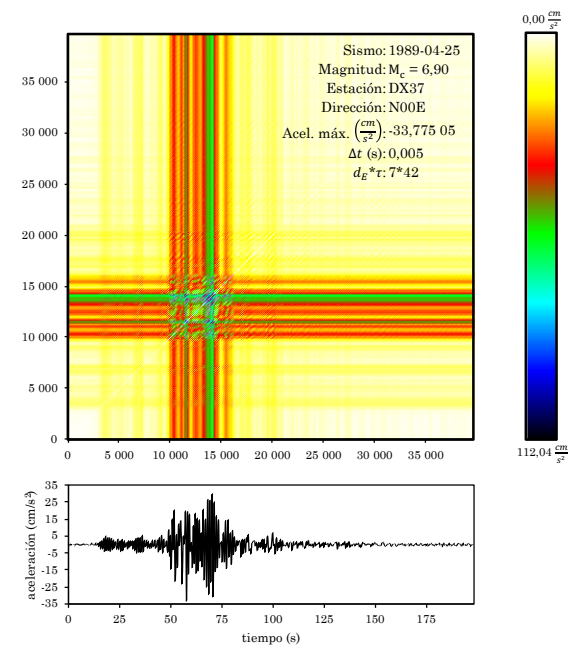


Figura 5.26. MR DX37. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 25 de abril de 1989 en la estación DX37 y para el que se usaron 7 y 42 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 198,4 s y mostró una aceleración máxima de $-33,775 05 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E.

*Mapas de Recurrencia de registros sísmicos en estaciones de la zona de **lago***

La tabla 5.6 contiene información de las estaciones y registros que se usaron para construir los MR de la zona de lago.

Tabla 5.6. Informaciones sobre los registros de las estaciones en la zona de lago

Estación	Fecha	Magnitud	Aceleración máxima (cm/s/s)	Dirección	Distancia epicentral (km)	Prof. focal (km)	Duración registro (s)	Δt (s)	τ	d_E
AR14	1995-09-14	$M_c = 7,3$	26,97	N90E	353,21	22	268,69	0,01	62	10
	1999-06-15	$M_c = 5,4$	25,706 02	N90W	219,29	69	312,25	0,01	54	8
	1999-09-30	$M_c = 7,6$	25,474 34	N00E	448,45	16	351,25	0,01	75	10
	2000-07-21	$M_c = 6,0$	-9,140 45	N90W	155,07	48	136,75	0,01	28	10
CDAO	1985-09-19	$M_c = 8,10$	-84,61	N90E	429,66	15	314,72	0,01	73	9
	1995-09-14	$M_c = 7,3$	-37,08	N00E	341,46	22	344,78	0,01	76	10
	1995-10-09	$M_c = 7,5$	-19,37	N90E	589,92	5	348,75	0,01	71	8
CCCL	2017-09-08	$M = 8,2$	-21,968 8	N90W	746,95	45,9	646	0,01	52	9
	2017-09-19	$M = 7,1$	-85,528 3	N 00 W	133,11	38,5	620	0,01	46	10
CE32	2000-07-21	$M_c = 6,0$	-11,384 06	N00E	144,38	48	130,25	0,01	46	10
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	33,582 78	N00E	337,85	15	469,75	0,01	85	10
ZARS	1995-09-14	$M_c = 7,3$	32,2	N00E	346,42	22	861,02	0,01	100	10
	1995-10-09	$M_c = 7,5$	15,14	N00E	591,45	5	686,37	0,01	91	10
	1999-06-15	$M_c = 7,0$	36,67	N00E	215,78	69	331,52	0,01	55	10
GC38	1999-06-15	$M_c = 5,4$	33,680 42	N00E	210,23	69	208,25	0,01	34	10
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	36,198 12	N00E	331,56	15	339,5	0,01	42	10
IB22	1999-06-15	$M_c = 5,4$	23,413 22	N90W	214,18	69	208,25	0,01	36	9
	1999-09-30	$M_c = 7,6$	36,704 1	N90W	438,19	16	214,75	0,01	36	10
	2000-07-21	$M_c = 6,0$	-25,493 3	N90W	140,56	48	156,25	0,01	33	10
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	31,360 03	N00E	335,29	15	324,5	0,01	37	9
JC54	1995-09-14	$M_c = 7,3$	25,73	N90W	334,94	22	195,99	0,01	28	9
	1999-06-15	$M_c = 5,4$	43,687 33	N90W	211,80	69	273,25	0,01	27	9
	1999-09-30	$M_c = 7,6$	27,228 7	N00E	434,97	16	247,25	0,01	27	8
	2000-07-21	$M_c = 6,0$	24,837 31	N00E	136,99	48	162,75	0,01	26	10
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	48,504 95	N00E	331,77	15	323,25	0,01	29	10
SCT1	1985-09-19	$M_s = 8,10$	161,63	N90E	425,30	15	183,51	0,01	54	10
	1989-04-25	$M_s = 6,90$	-39,98	N90E	311,39	19	160,63	0,01	46	9
	1995-09-14	$M_c = 7,3$	32,21	N90E	344,18	22	207,96	0,004	100	10
SCT2	1999-06-15	$M_c = 7,0$	30,18	N 00 W	219,09	69	182	0,005	77	9
	2017-09-08	$M = 8,2$	25,36	N90E	743,57	45,9	348	0,01	46	9
	2017-09-19	$M = 7,1$	91,68	N90E	127,86	38,5	317	0,01	42	10

En las figuras 5.27 a 5.36 se presentan los MR de algunos de los registros correspondientes a las estaciones en la zona de lago. Como se aclaró en las secciones teóricas, esta presentación significa sobre la macro-escala (tipología). En los ejes se muestran los totales de las observaciones, es decir el vector de aceleraciones completo.

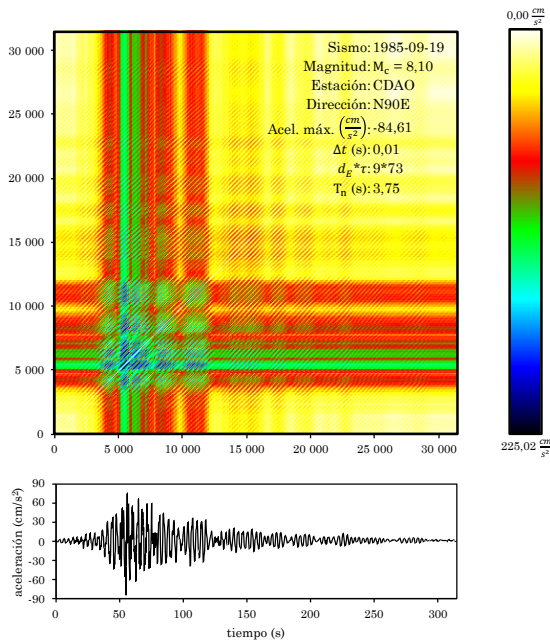


Figura 5.27. MR CDAO 1. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 19 de septiembre de 1985 en la estación CDAO y para el que se usaron 9 y 73 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 314,72 s y mostró una aceleración máxima de $-84,61 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90E.

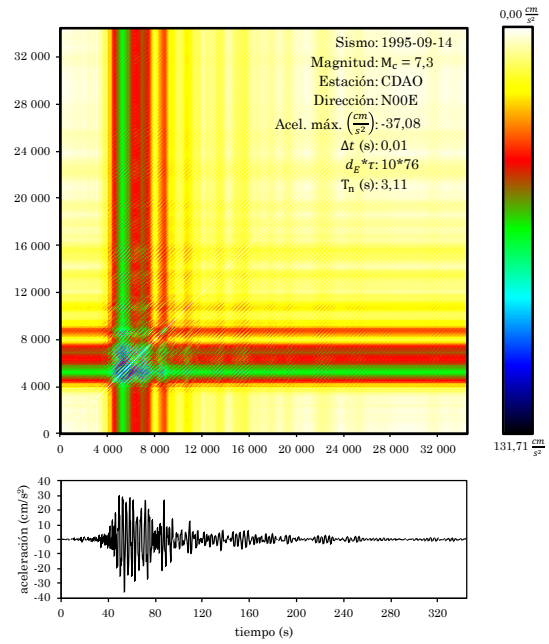


Figura 5.28. MR CDAO 2. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 14 de septiembre de 1995 en la estación CDAO y para el que se usaron 10 y 76 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 344,78 s y mostró una aceleración máxima de $-37,08 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E.

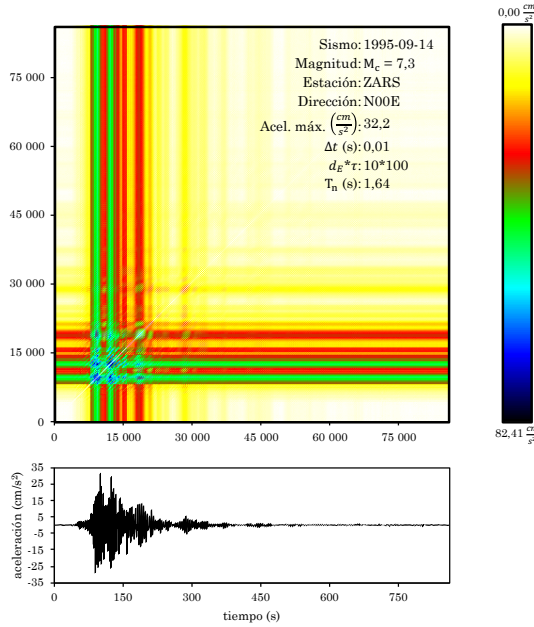


Figura 5.29. MR ZARS 1. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 14 de septiembre de 1995 en la estación ZARS y para el que se usaron 10 y 100 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 861,02 s y mostró una aceleración máxima de $32,2 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E.

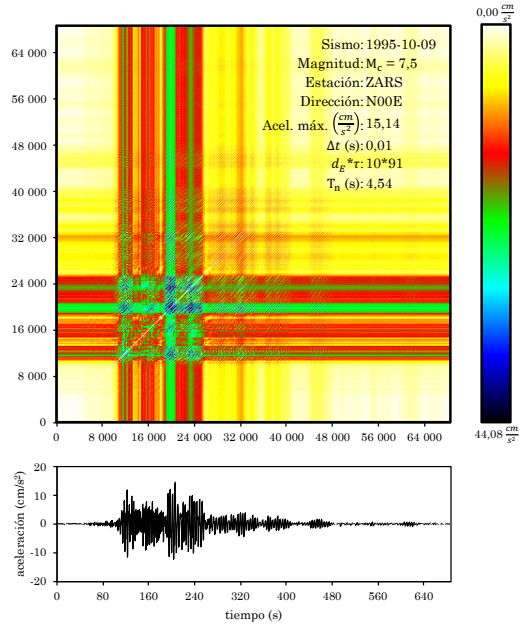


Figura 5.30. MR ZARS 2. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 9 de octubre de 1995 en la estación ZARS y para el que se usaron 10 y 91 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 686,37 s y mostró una aceleración máxima de $15,14 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E

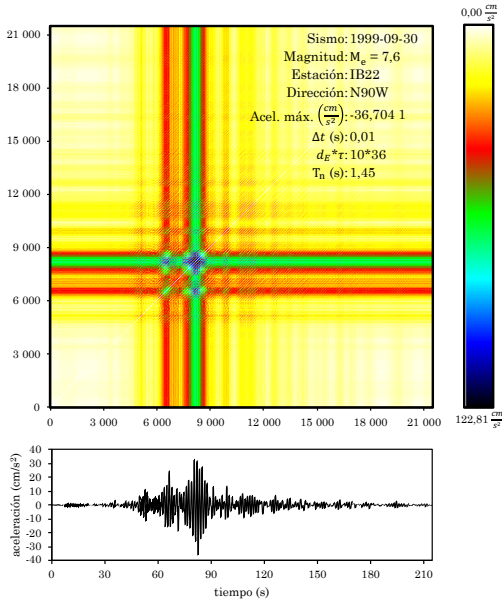


Figura 5.31. MR IB22. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 30 de septiembre de 1999 en la estación IB22 y para el que se usaron 10 y 36 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 214,75 s y mostró una aceleración máxima de $-36,704.1 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90W

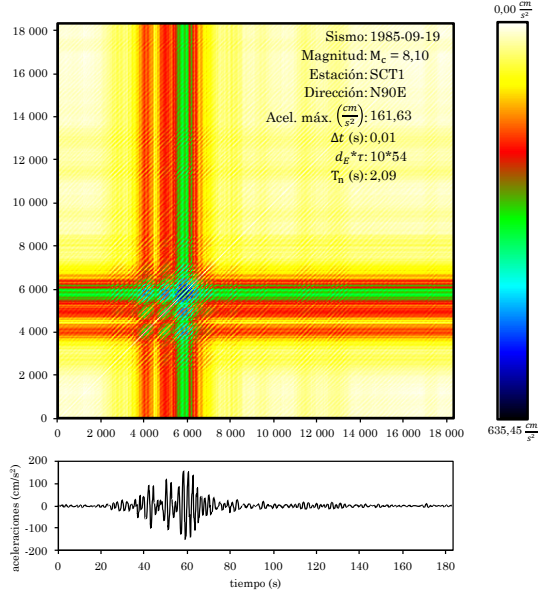


Figura 5.32. MR SCT1. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT1 y para el que se usaron 10 y 54 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 183,52 s y mostró una aceleración máxima de $161,63 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90E

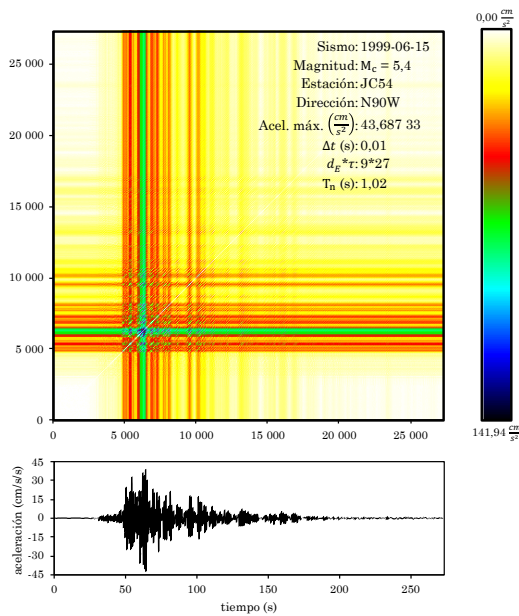


Figura 5.33. MR JC54 1. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 15 de junio de 1999 en la estación JC54 y para el que se usaron 9 y 27 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 273,25 s y mostró una aceleración máxima de $43,687\ 33 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90W

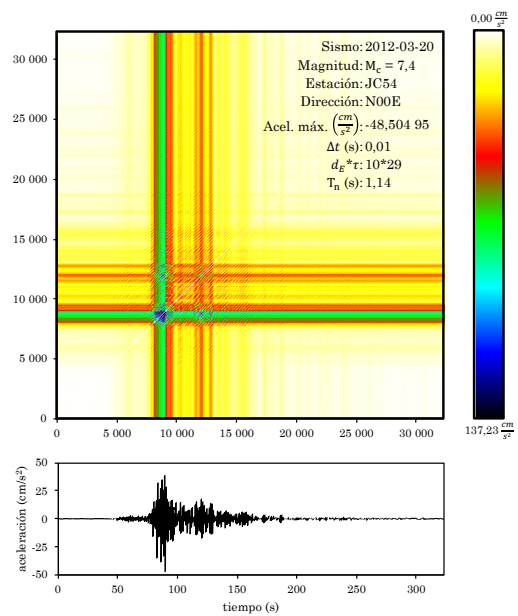


Figura 5.34. MR JC54 2. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 20 de marzo de 2012 en la estación JC54 y para el que se usaron 10 y 29 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 323,25 s y mostró una aceleración máxima de $-48,504\ 95 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00E

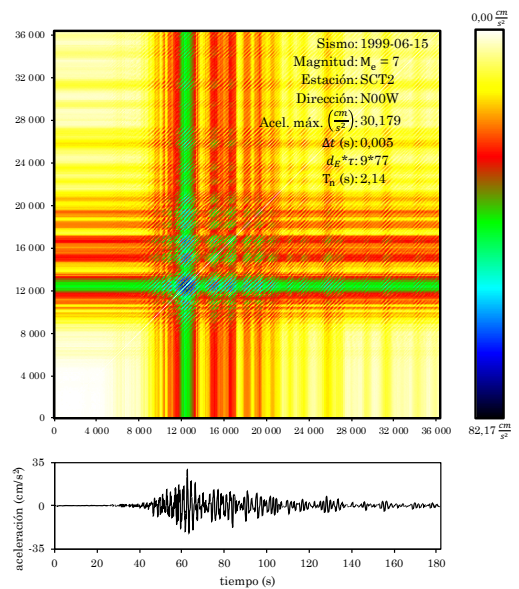


Figura 5.35. MR SCT2 1. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 15 de junio de 1999 en la estación SCT2 y para el que se usaron 9 y 77 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 182 s y mostró una aceleración máxima de $30,179 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N00W

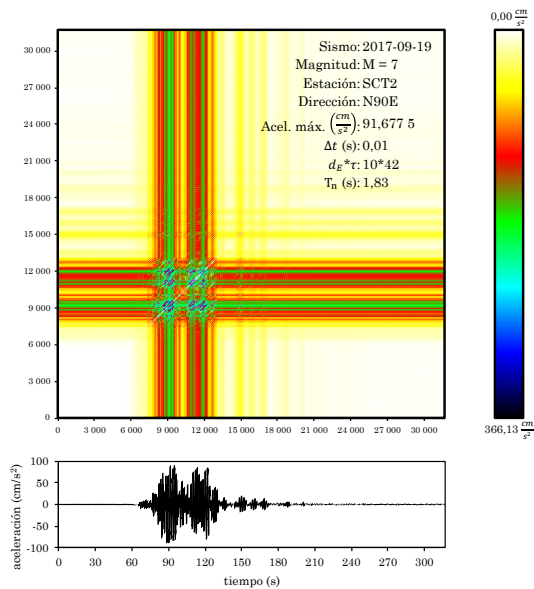


Figura 5.36. MR SCT2 2. En la parte de arriba se ve al Mapa de Recurrencia, desde su tipología (macroescala), que se generó a partir del registro sísmico del evento del 19 de septiembre de 2017 en la estación SCT2 y para el que se usaron 10 y 42 como dimensión embebida y tiempo de retraso. Abajo, está el acelerograma correspondiente al registro, el cual duró 317 s y mostró una aceleración máxima de $91,677\ 5 \frac{cm}{s^2}$, ésta se presentó en la dirección N90E

Tipología de los Mapas de Recurrencia de registros sísmicos

Como se puede observar en las figuras anteriores, las estructuras a gran escala de MR del movimiento de suelos son excepcionalmente similares. Con la inspección del conjunto de mapas estudiados se puede deducir que las estructuras de respuestas generadas tanto en suelos blandos, como en terrenos considerados firmes/roca y aquellos en transición, en la macroescala (tiempo total de registro), evolucionan de una manera muy parecida. En general, ya sea suelo blando o rígido, depósitos homogéneos o heterogéneos, la evolución en el tiempo de las aceleraciones genera (García, et al, 2013):

- i) zonas de color blanco, amarillo (hacia el rojo) que abarcan la mayor parte de la trayectoria registrada
- ii) intersecciones de bandas verdes y azules

Las zonas blancas/amarillas, según el código establecido, se deben a distancias pequeñas entre los puntos del espacio embebido que, aplicado a los movimientos sísmicos, corresponden a las amplitudes mínimas (diferencias entre valores de aceleración del suelo, que en el caso de los colores blancos son diferencias mínimas). En un MR estas regiones son:

- ❖ Una primera que se ubica al inicio del MR, la región A en el MR de la figura 5.37. Es la que refleja la diferencia de aceleraciones al comienzo del movimiento, es decir, hay poca amplitud en el acelerograma al comienzo del sismo.
- ❖ Una segunda que está al final del MR, es la región B de la figura 5.37. Aquí, el MR vuelve a mostrar una región blanca/amarilla que se debe a las diferencias mínimas en los valores de aceleración al término del sismo, es decir, la relajación del movimiento.

Estas regiones blancas/amarillas se ven interrumpidas por bandas verdes-azules. Las bandas representan segmentos donde el comportamiento del sistema se mantiene en la misma región del espacio de fase reconstruido durante ciertos lapsos y deben ser tomados como eventos “raros” (tiempo en que los suelos o rocas están siendo verdaderamente perturbados) dentro de la trayectoria analizada. La intersección de bandas verticales y horizontales define el tiempo en el que el sistema está atrapado experimentando las amplitudes máximas (grandes variaciones en las aceleraciones, puntos alejados entre sí en el espacio reconstruido). A este tiempo se le conoce como *trapping time*, se denota como t_t , y en esta investigación se define como la duración de la *fase intensa del*

movimiento del suelo debido al sísmico y, como se puede ver, se se determina visual y facilmente en el MR (García, et al, 2013b) (figura 5.37).

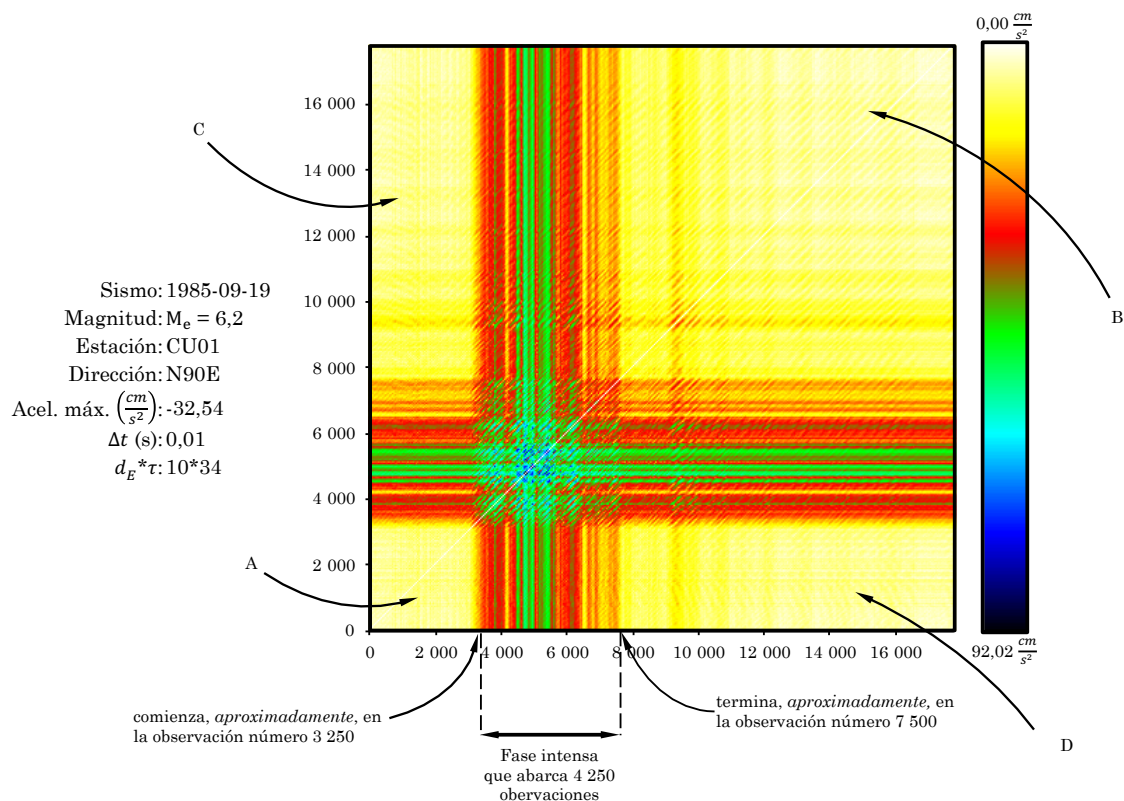


Figura 5.37. Reconociendo un MR del movimiento de suelos

Para saber cuánto dura la fase intensa en unidades de tiempo se multiplica el número de observaciones que abarca por el valor del intervalo de muestreo. Las unidades de tiempo serán las mismas que las del intervalo de muestreo, en el caso de los registros sísmicos, las unidades son segundos. Por ejemplo, para el MR del sismo de 1985 registrado en la estación CU01 que aparece en la figura 5.37 y cuyo intervalo de muestreo fue $\Delta t = 0,01$ s, la duración de la fase intensa es igual a $4\,250 \cdot 0,01 = 42,5$ s.

La aparición de bandas puede deberse a una interrupción abrupta: la fase intensa se da repentinamente. O bien, se llega a ella y se sale con un desvanecimiento paulatino desplegando líneas monocromáticas delgadas que en conjunto son una gama de colores degradados, lo que indicaría que el relajamiento del movimiento es suave (mayores zonas en rojo, incluso naranjas).

Resumiendo lo anterior, a primera vista en la macroescala de un Mapa de Recurrencia generado a partir de datos sísmicos se ve lo siguiente (García, et al 2013b):

- ❖ El *número total de observaciones de la serie de tiempo sísmica*. Dado que se desglosa a toda la serie de tiempo tanto en abscisas como en ordenadas, en ambas direcciones está implícito el total del movimiento “real”.
- ❖ La *amplitud máxima en el acelerograma*. Porque se conoce el código de colores asignado a cada distancia. Es el valor que aparece en el extremo inferior de la barra de colores en unidades de aceleración.
- ❖ La *duración de fase intensa del sismo*
- ❖ El *tipo de relajación del movimiento*

Las tablas 5.7, 5.8 y 5.9 presentan la duración de la fase intensa de los sismos mostrados anteriormente, una tabla para cada zona geotécnica. Estas tablas van acompañadas con comentarios acerca de las estructuras vistas en la macroescala de los MR mencionados.

Tabla 5.7. Duración de la fase intensa y tipología de MR de suelos rígidos en la zona de loma

Estación	Fecha	Magnitud	τ	d_E	Duración de fase intensa (s)	Estructura
CENA	1999-06-15	$M_c = 7,0$	25	10	50	La macroescala está claramente interrumpida por bandas rojas-verdes. La banda verde que contiene a las amplitudes máximas se llega a distinguir entre las demás del conjunto que son de duración ligeramente más corta. En cuanto a la duración del conjunto total de bandas rojas y verdes es considerablemente notable dada la duración total del registro.
	1999-06-21	$M_c = 6,2$	19	10	40	Se distingue claramente la banda verde que contiene a las amplitudes máximas, dicha banda interrumpe abruptamente la zona amarilla/blanca de amplitudes mínimas, ya que entre lo verde y lo amarillo hay una muy delgada franja roja. Después de la banda verde, hay un desvanecimiento desde el rojo hasta el blanco.
CU01	1985-09-19	$M_c = 8,10$	34	10	42,5	Hay interrupciones de bandas rojas que, a su vez, son interrumpidas por bandas verdes. No

						se distingue una banda verde única. El cruce de las bandas no se identifica claramente.
CUP5	2012-03-20	$M_c = 7,4$	48	9	50	La región de amplitudes máximas se encuentra en una serie de bandas verdes y azules de duración corta en comparación con la duración del registro total. En la macroescala las bandas azules y verdes se distinguen por la importante presencia del rojo.
	2017-09-19	$M = 7,1$	31	10	20	Las amplitudes máximas se encuentran en una única banda verde que se distingue claramente a pesar de ser de duración corta en comparación con la duración del registro completo.
TE07	2000-07-21	$M_c = 6,0$	32	10	20	Las amplitudes máximas se ubican en un conjunto de bandas verdes, después ocurren bandas rojas que se desvanecen paulatinamente hacia el amarillo.
UI21	1999-06-15	$M_c = 5,4$	32	10	35	

Tabla 5.8. Duración de la fase intensa y tipología de los MR de suelos en la zona de transición

Estación	Fecha	Magnitud	τ	d_E	Duración de fase intensa (s)	Estructura
AO24	1999-06-15	$M_c = 5,4$	27	8	45	Aparece un conjunto de bandas rojas y verdes que son claras, distinguibles. Estas bandas forman una estructura de tablero. Son 2 las bandas que son verdes y que, desde esta escala, se distingue que cada una contiene amplitudes máximas gemelas.
	1999-09-30	$M_c = 7,6$	30	10	39,5	Aparecen dos bandas verdes cuya forma es difusa. Estas dos bandas aparecen en la parte izquierda de un conjunto de bandas rojas interrumpiendo a éstas. Las bandas verdes y rojas forman una estructura de tablero sin forma definida.
	2000-07-21	$M_c = 6,0$	27	8	29	Se forma una estructura de tablero con las bandas rojas y verdes. De las verdes, una de ellas, aunque de duración corta, contiene a las amplitudes máximas. Se llegan a distinguir otras tres bandas verdes más, pero de duración considerablemente más pequeña que la otra, son apenas visibles en la macroescala.
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	31	10	42	Dos bandas verdes de duración corta en comparación con la duración total del registro, cercadas por bandas rojas. La forma de las bandas de ambos colores son definidas, las interrupciones son muy claras. Las bandas rojas forman un tablero –difuso.
DFRO	1995-09-14	$M_c = 7,3$	33	9	44	Se forma una estructura de tablero a partir de intersecciones de bandas, los rectángulos que aparecen dentro de este tablero no son claros. Las bandas verdes, de duración considerablemente corta, contienen las amplitudes máximas.
	1999-06-15	$M_c = 7,0$	28	10	49	En la estructura de tablero que se forma se alcanza a ver una serie de bandas verdes – muy difuso.
DX37	1989-04-25	$M_s = 6,90$	42	7	27,5	Se forma una estructura de tablero -difuso, el conjunto de bandas está formado por rojas y verdes, 1 de ellas es de duración corta apenas distinguible y las otras 2, aún de duración corta pero más grandes que la otra, parecen ser una sola por estar muy cercanas entre sí.
SXVI	1985-09-19	$M_c = 8,10$	23	9	43	No se forma una estructura de tablero, da la impresión de que intentó serlo. La banda verde que mejor se distingue es aún difusa

Tabla 5.9. Duración de la fase intensa y tipología de MR de suelos blandos en la zona de lago

Estación	Fecha	Magnitud	τ	d_E	Duración de fase intensa (s)	Estructura
CDAO	1985-09-19	Mc = 8,10	73	9	82	Aparece una estructura de tablero con forma definida, intersecciones de bandas rojas y verdes. En esas intersecciones se imprimen rectángulos con diagonales (semi paralelas) con separación constante. En cuanto a las bandas verdes se observan zonas azules de amplitudes máximas más presentes que en los MR anteriores.
	1995-09-14	Mc = 7,3	76	10	45	Se distingue una franja verde en cuya intersección aparecen zonas azules de amplitudes máximas, dicha zona se escapa de la intersección corriendo a lo largo de la banda. Se forma un rectángulo en el que aparecen diagonales (paralelas a la identidad) donde se localizan las amplitudes máximas.
ZARS	1995-09-14	Mc = 7,3	100	10	110	Hay 2 bandas verdes que se distinguen claramente, en las intersecciones aparecen las regiones azules de amplitudes máximas.
	1995-10-09	Mc = 7,5	91	10	140	Se ve un conjunto de bandas verdes de muy corta duración en la que aparecen dos zonas azules -amplitudes máximas. Además de las bandas verdes, también hay bandas rojas que intercaladas con las verdes forman una estructura de tablero –difusa.
IB22	1999-09-30	Me = 7,6	36	10	24	Una banda verde se distingue claramente, en la intersección aparece la zona azul de amplitudes máximas. Esta zona azul es invadida por diagonales paralelas a la línea de identidad.
JC54	1999-06-15	Mc = 5,4	27	9	50	Se distingue una sola banda verde, en ella, se ven dos regiones azules de amplitudes máximas. Alrededor de esta banda se forma una estructura de tablero debido a intersecciones de bandas rojas -corta duración. Parecen formar un tablero mayor las intersecciones rojas-verdes-azules.
	2012-03-20	Mc = 7,4	29	10	16	Una banda verde parece una interrupción casi abrupta a la zona amarilla pues resalta en la macroescala. Las bandas rojas, con longitud mínima, resaltan por entre las verdes y las amplitudes menores.

SCT1	1985-09-19	Ms = 8,10	54	10	29	Una banda verde –difusa- resalta de unas bandas rojas. En las intersecciones se forman figuras que parecen ser un conjunto de diagonales paralelas a la línea de identidad, se lee una estructura de tablero.
	1999-06-15	Me = 7,0	77	9	55	Se ve una estructura de tablero, formado por intersecciones de bandas rojas y una sola verde. En las intersecciones de estas bandas se forman, a su vez, figuras que, cada una, parecen ser un conjunto de diagonales paralelas a la línea de identidad.
SCT2	2017-09-08	M = 8,2	46	9	48	La estructura de tablero –difusa- está formada por bandas verdes y rojas, siendo las verdes las de duración mayor y en las que aparecen las zonas azules de amplitudes máximas.

Revisadas las descripciones enlistadas en las tablas anteriores, se concluye

- ❧ Las diferencias entre registros se dan en número y tipo de cruces entre las bandas que contienen los verdes-azules.
- ❧ Los cruces tablero se dan sólo en algunos tipos de suelo.
- ❧ En el entrampado de máximas aceleraciones, sólo los suelos blandos muestran diagonales claras.
- ❧ Las estructuras se hacen difusas conforme se va de suelo blando hacia suelo duro.

Por lo anterior se decide hacer inspecciones más profundas donde suceden las aceleraciones máximas. La textura (en la fase intensa del sismo) de los Mapas de Recurrencia es diferente según el suelo del que se trate y probablemente de la intensidad sísmica.

V. 8. Textura de los Movimientos debidos a sismos

Cuando se estudiaron a profundidad los MR de los registros en las estaciones, de las 3 zonas geotécnicas, se determinó que:

- ❖ En la macro escala el movimiento de las masas naturales es muy similar.
- ❖ La definición de la fase intensa del terremoto (o bien la respuesta intensa del sitio) es simple y directa.
- ❖ Con un MR se puede discriminar de mejor forma entre señales útiles y aquellas que por su relación aceleraciones/ruido impiden ser sujetos de análisis sísmicos de detalle.
- ❖ Los paquetes, clúster o entrampamientos (tiempos donde se muestran ciertos patrones sin variar: el trapping time, t_t) son detectables y cuantificables de forma directa en un MR y se verifica que las estructuras dentro de él dependen mayormente del tipo de suelo y después de la intensidad del movimiento, no parecen reconocerse rasgos debidos a la fuente.

En este punto es importante destacar que García, et al (2013) sugiere que el comportamiento dinámico del sistema suelo/roca es de alta dimensión, lo que implica que está influenciado por variables (muchas) que son difíciles de identificar, con interacciones extremadamente complejas o que podrían estar fuera de la comprensión actual del fenómeno (Strogatz, 2000). Es por esto que la búsqueda de características de los movimientos versará sobre encontrar diferencias y ligarlas con estructuras simples, de movimientos identificables y con traducción a la Ingeniería Civil.

*Texturas de Mapas de Recurrencia de la zona de **loma***

En las figuras 5.38 a 5.44 se presentan las texturas de los MR de algunos de los registros correspondientes a las estaciones en la zona de loma. Como se aclaró en las secciones teóricas, esta presentación significa sobre la textura o micro-escala. En los ejes se muestra el número de observaciones y el intervalo referido al total de la señal.

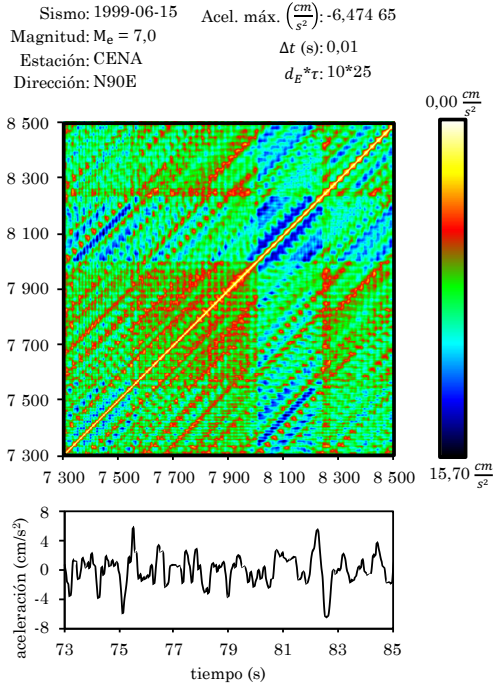


Figura 5.38. Textura del MR de CENA 1. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación CENA del sismo del 15 de junio de 1999, la cual está entre las observaciones 7 300 y 8 500. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

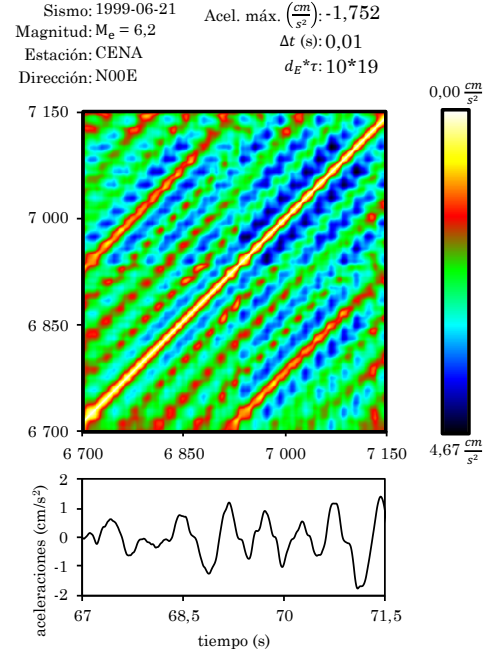


Figura 5.39. Textura del MR de CENA 2. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación CENA del sismo del 21 de junio de 1999, la cual está entre las observaciones 6 700 y 7 150. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

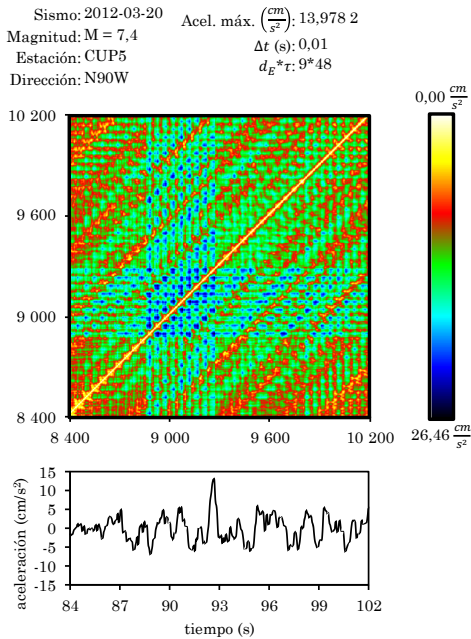


Figura 5.40. Textura del MR de CUP5 1. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación CENA del sismo del 20 de marzo de 2012, la cual está entre las observaciones 8 400 y 10 200. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

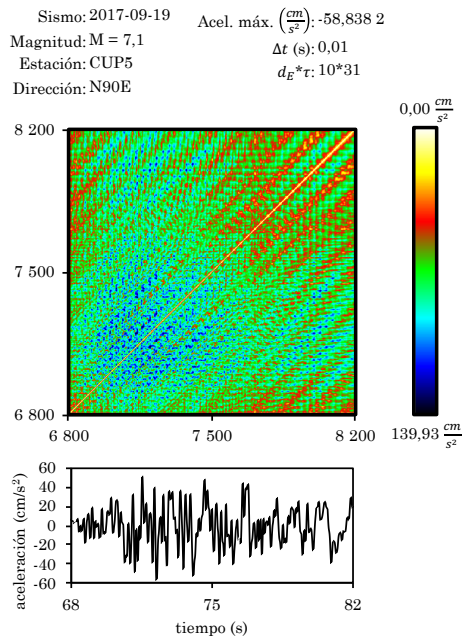


Figura 5.41. Textura del MR de CUP5 2. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación CENA del sismo del 19 de septiembre de 2017, la cual está entre las observaciones 6 800y 8 200. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

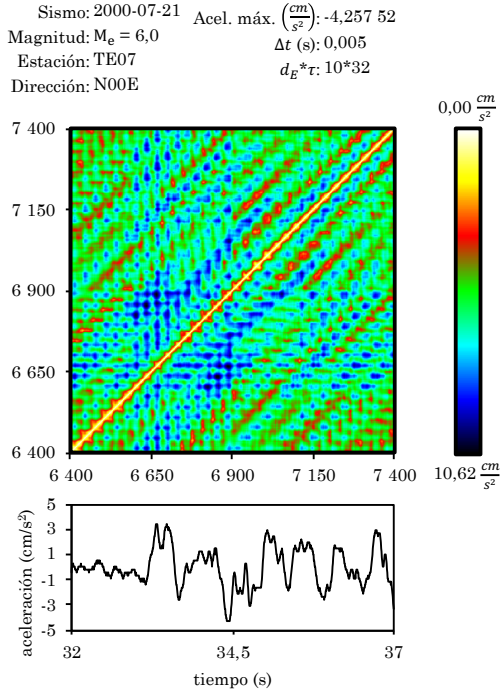


Figura 5.42. Textura del MR de TE07. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación TE07 del sismo del 21 de julio de 2000, la cual está entre las observaciones 6 400 y 7 400. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

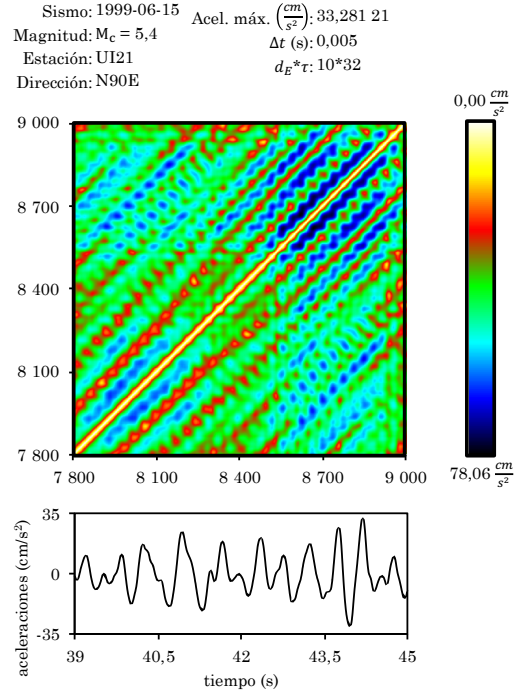


Figura 5.43. Textura del MR de UI21. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación UI21 del sismo del 15 de junio de 1999, la cual está entre las observaciones 7 800 y 9 000. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

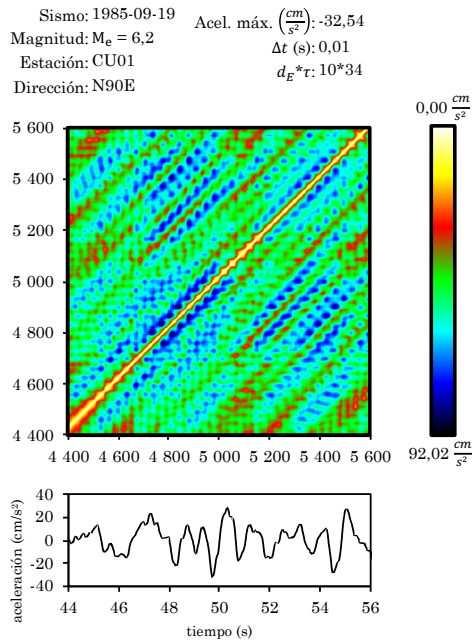


Figura 5.44. Textura del MR de CU01. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación CU01 del sismo del 19 de septiembre de 1985, la cual está entre las observaciones 4 400 y 5 600. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

*Texturas de los Mapas de Recurrencia de la zona de **transición***

En las figuras 5.45 a 5.52 se presentan las texturas de los MR de algunos de los registros correspondientes a las estaciones en la zona de transición. Como se aclaró en las secciones teóricas, esta presentación significa sobre la micro-escala. En los ejes se muestra el número de las observaciones y el intervalo al que se refieren de la señal completa.

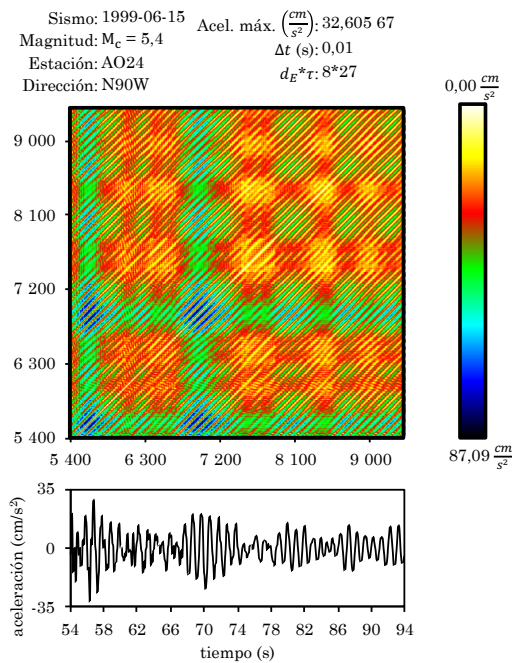


Figura 5.45. Textura del MR de AO24 1. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación AO24 del sismo del 15 de junio de 1999, la cual está entre las observaciones 5 400 y 9 400. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

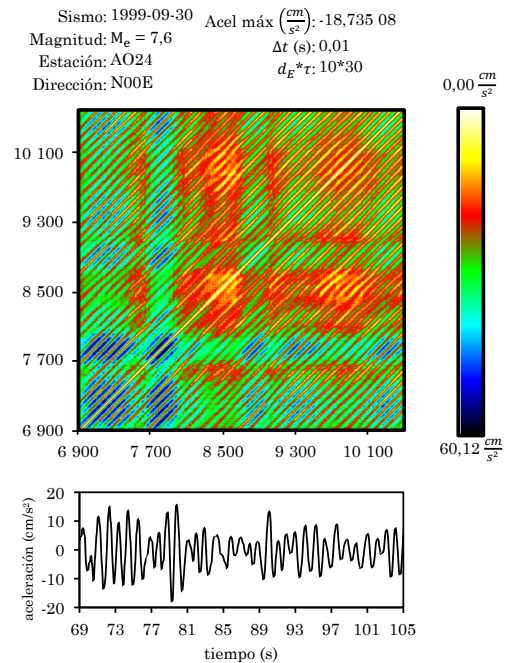


Figura 5.46. Textura del MR de AO24 2. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación AO24 del sismo del 30 de septiembre de 1999, la cual está entre las observaciones 6 900 y 10 500. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

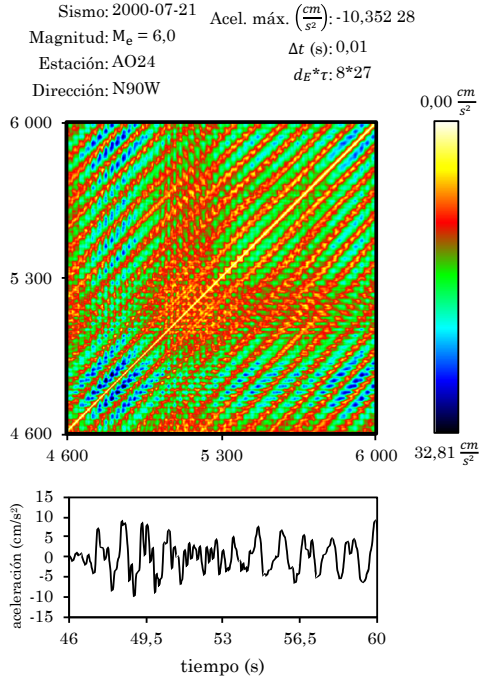


Figura 5.47. Textura del MR de AO24 3. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación AO24 del sismo del 21 de julio de 2000, la cual está entre las observaciones 4 600 y 6 00. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

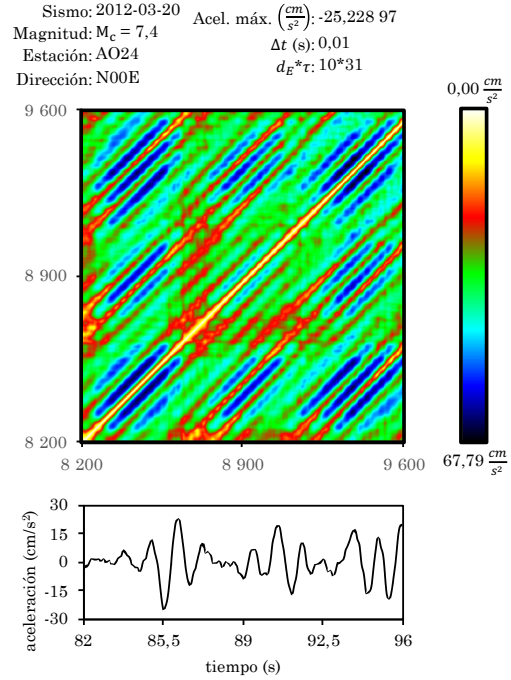


Figura 5.48. Textura del MR de AO24 4. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación AO24 del sismo del 20 de marzo de 2000, la cual está entre las observaciones 8 200 y 9 600. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

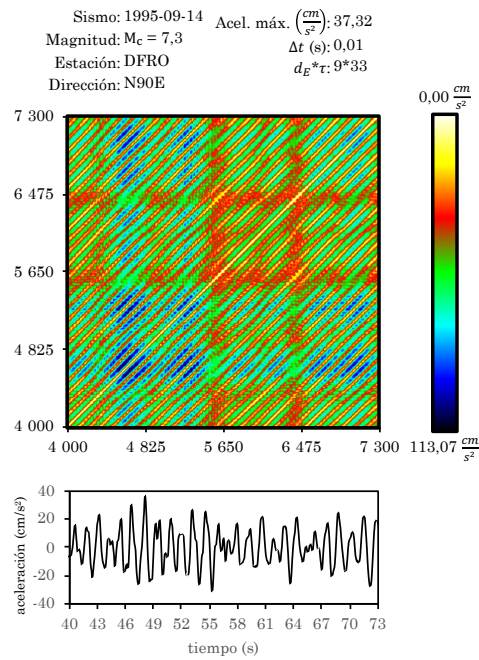


Figura 5.49. Textura del MR de DFRO 1. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación DFRO del sismo del 14 de septiembre de 1995, la cual está entre las observaciones 4 000 y

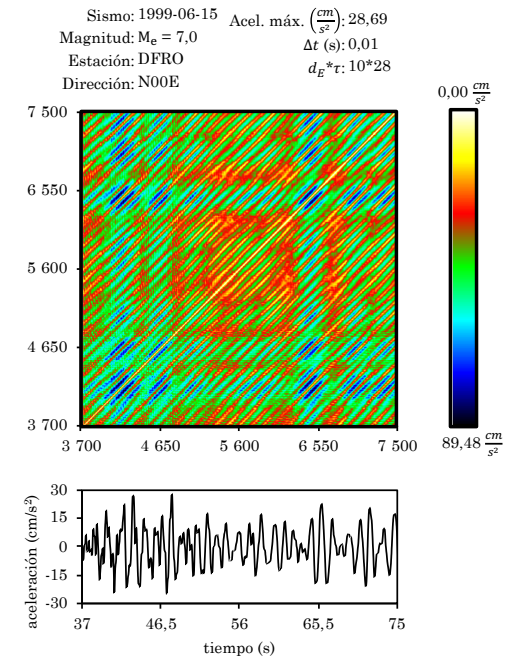


Figura 5.50. Textura del MR de DFRO 2. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación DFRO del sismo del 15 de junio de 1999, la cual está entre las observaciones 3 700 y 7 500.

7 300. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

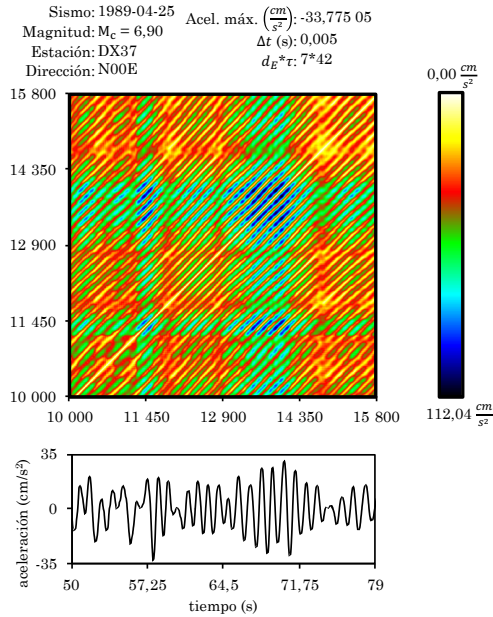


Figura 5.51. Textura del MR de DX37. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación DX37 del sismo del 25 de abril de 1989, la cual está entre las observaciones 10 000 y 15 800. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

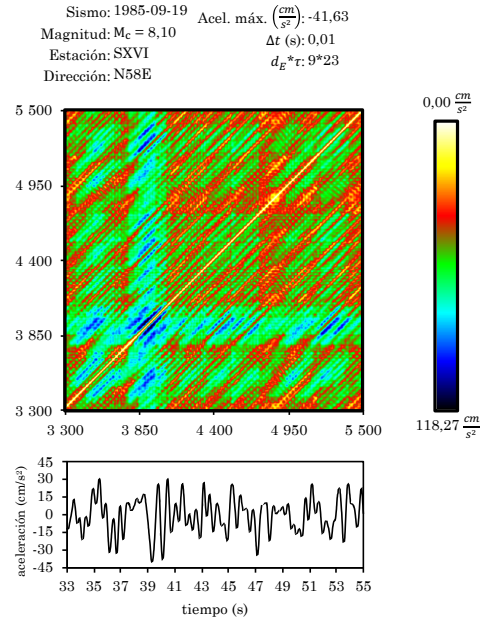


Figura 5.52. Textura del MR de SXVI. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación SXVI del sismo del 19 de septiembre de 1985, la cual está entre las observaciones 3 300 y 5 500. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

*Texturas de los Mapas de Recurrencia de la zona de **lago***

En las figuras 5.53 a 5.62 se presentan las texturas de los MR de algunos de los registros correspondientes a las estaciones en la zona de lago. Como se aclaró en las secciones teóricas, esta presentación significa sobre la micro-escala. En los ejes se muestra el número de las observaciones y el tramo de señal extraída del total del acelerograma.

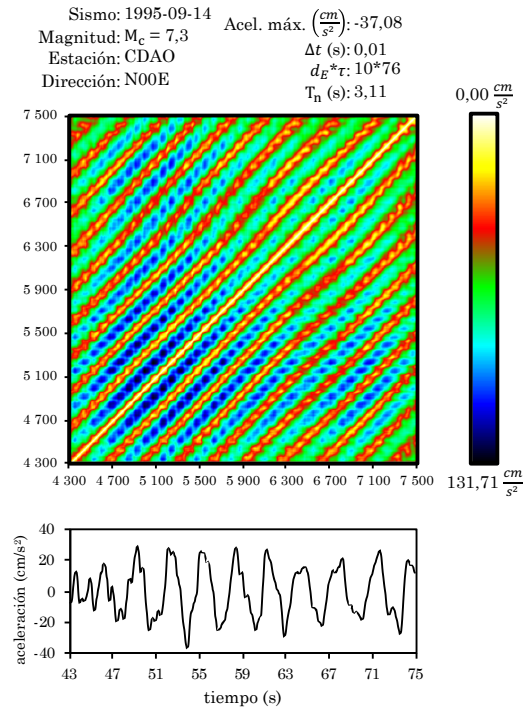
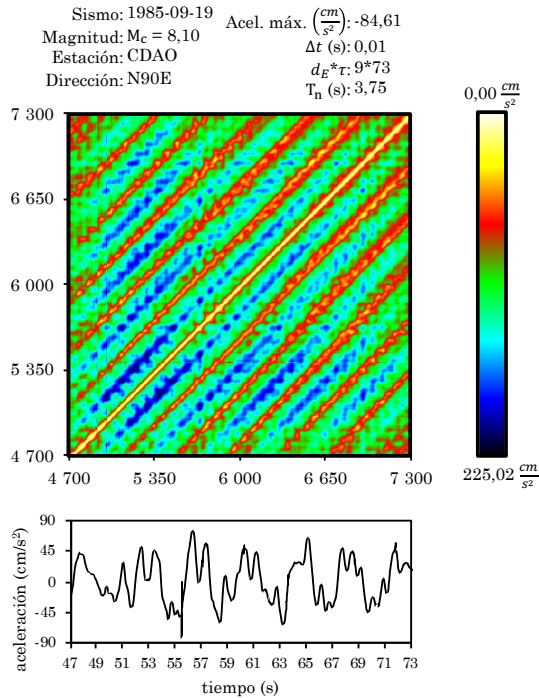


Figura 5.53. Textura del MR de CDAO. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación CDAO del sismo del 19 de septiembre de 1985, la cual está entre las observaciones 4 700 y 7 300. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

Figura 5.54. Textura del MR de CDAO. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación CDAO del sismo del 14 de septiembre de 1995, la cual está entre las observaciones 4 300 y 7 500. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

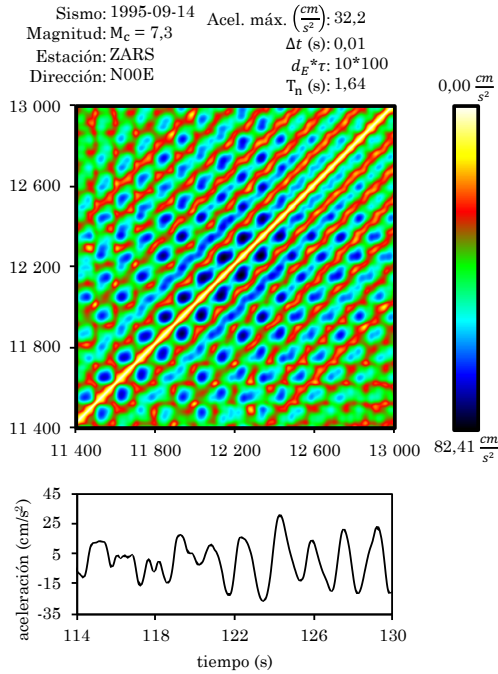


Figura 5.55. Textura del MR de ZARS. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación ZARS del sismo del 14 de septiembre de 1995, la cual está entre las observaciones 11 400 y 13 000. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

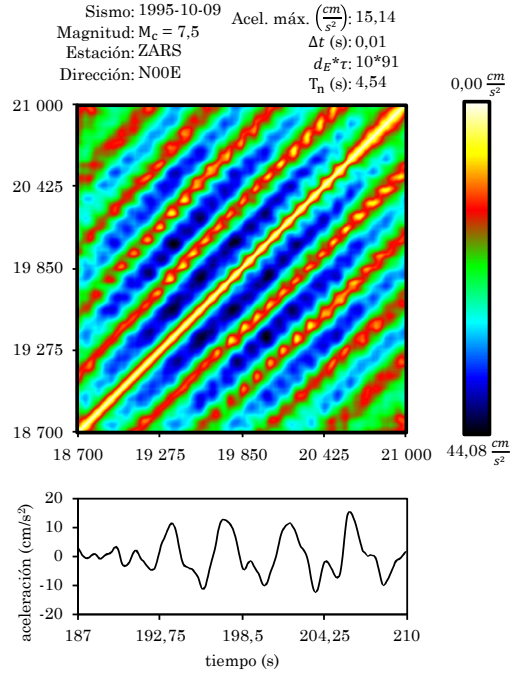


Figura 5.56. Textura del MR de ZARS. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación ZARS del sismo del 9 de octubre de 1995, la cual está entre las observaciones 18 700 y 21 000. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

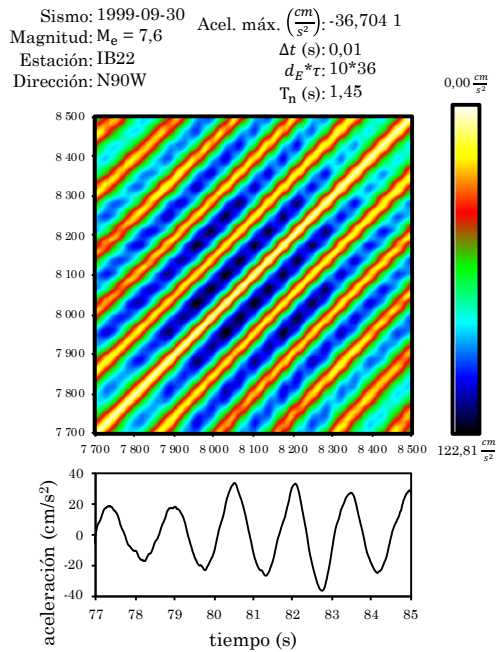


Figura 5.57. Textura del MR de IB22. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación IB22 del sismo del 30 de septiembre de 1999, la cual está entre las observaciones 7 700 y 8 500. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

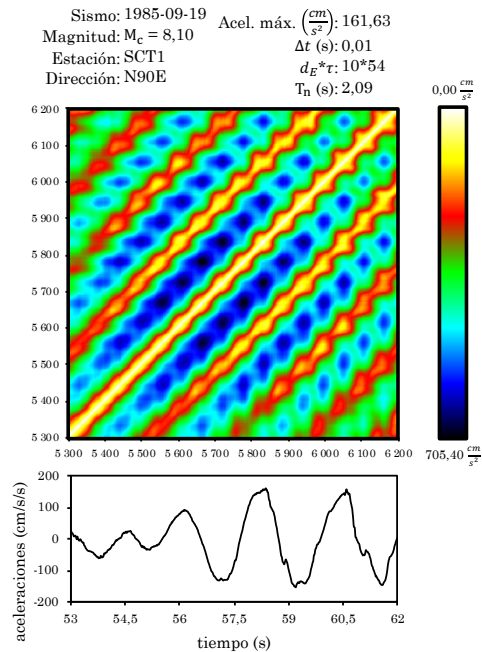


Figura 5.58. Textura del MR de SCT1. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación SCT1 del sismo del 19 de septiembre de 1985, la cual está entre las observaciones 5 300 y 6 200. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

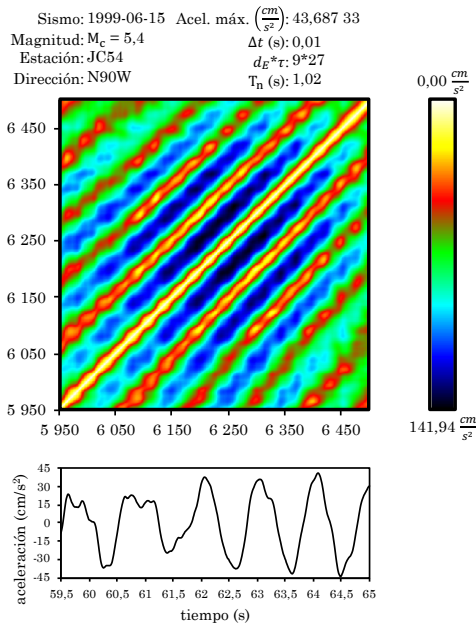


Figura 5.59. Textura del MR de JC54. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación JC54 del sismo del 15 de junio de 1999, la cual está entre las observaciones 5 950 y 6 500. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

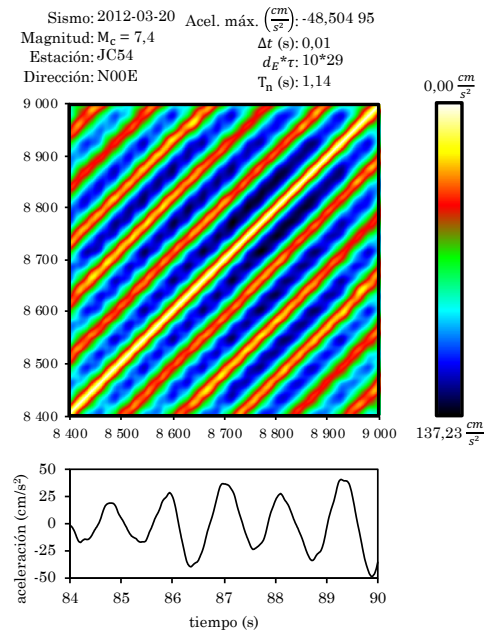


Figura 5.60. Textura del MR de JC54. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación JC54 del sismo del 20 de marzo de 2012, la cual está entre las observaciones 8 400 y 9 000. Abajo está el intervalo del acelerograma (intervalo de la señal) correspondiente

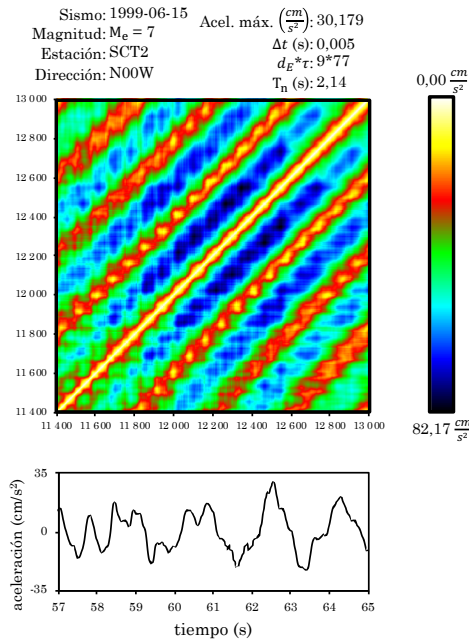


Figura 5.61. Textura del MR de SCT2. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación SCT2 del sismo del 15 de junio de 1999, la cual está entre las observaciones 11 400 y 13 000. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

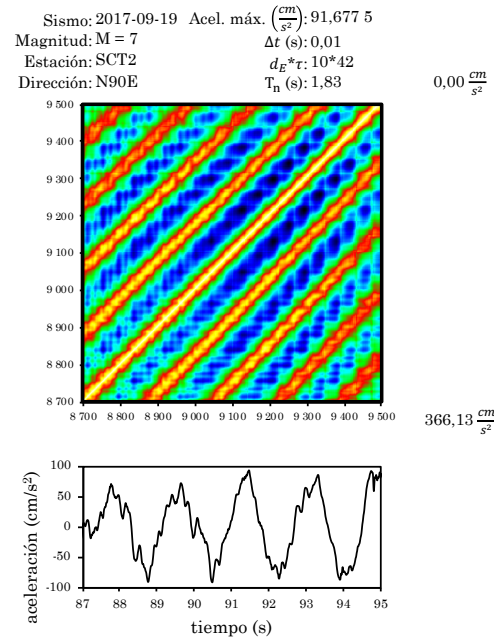


Figura 5.62. Textura del MR de SCT2. Arriba se ve a la textura del MR generado a partir del registro de la estación SCT2 del sismo del 19 de septiembre de 2017, la cual está entre las observaciones 8 700 y 9 500. Abajo está el intervalo del acelerograma correspondiente

Comentarios acerca de las texturas

El análisis de las zonas de máximas amplitudes, análogo al criterio sismológico, es interesante y ciertamente el más importante. Con acercamientos a los MR se logran identificar los detalles en los comportamientos. La textura de los MR durante el t_t de las diferentes zonas geotécnicas del Valle de la Ciudad de México es radicalmente distinta:

- ❑ Textura en loma. Entre las texturas estudiadas para esta zona se identifican estructuras no-repetidas. Se reconocen para ciertos eventos algunas manifestaciones que describen una forma que repite. La separación y la repetición de las formas no es regular, sin embargo existen similitudes con algunos movimientos muy reconocidos como el browniano e incluso al atractor extraño de Lorenz.
- ❑ Textura en transición. Aparecen líneas de longitud corta en intermitencia con los máximos en color azul. No se encuentran formaciones o estructuras claras. Los colores se consolidan en el clúster como homogéneos lo que da una idea de acercamiento a la aleatoriedad.
- ❑ Texturas en lago. Aparacen claras líneas o franjas diagonales paralelas a la línea de identidad. La separación es clara y a intervalos regulares. Entre los sitios estudiados, la textura en todos ellos es muy similar, siendo más claras las diagonales conforme los sismos son más intensos.

Periodo de vibración de suelos en la zona de lago: vibración en sistemas deterministas

Los Mapas de Recurrencia que pertenecen a depósitos de suelos blandos, como los de la zona de lago, en su fase intensa (textura en el trapping time) muestran estructuras claras, repetitivas y que aparecen en la mayoría de los sitios estudiados. En el barrido de magnitudes, distancias epicentrales, y profundidades focales, los suelos blandos se comportan consistentemente, a diferencia de los sitios en loma y transición cuyas respuestas, algunas, se apartaban de la tendencia general.

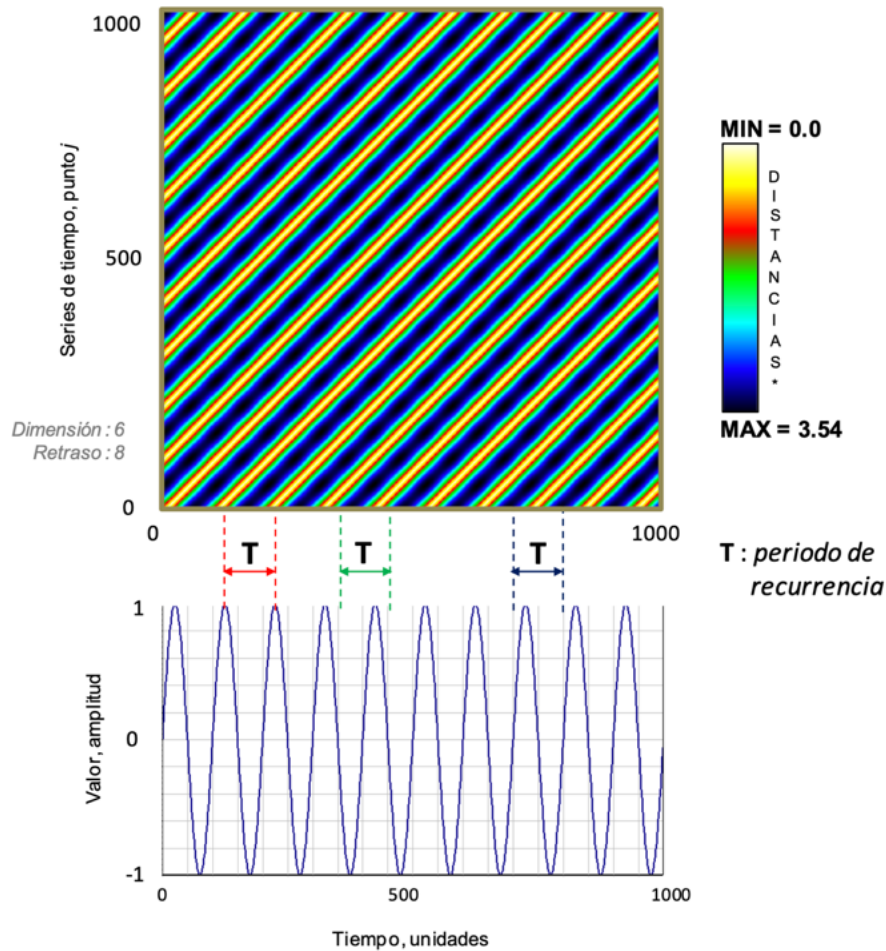


Figura 5.63. Visualización gráfica del periodo de una onda en un Mapa de Recurrencia, en este caso una onda seno. *Tomada de García, et al (2013b)*

Para dar sentido a las recurrencias en lago, es necesario estudiar al Mapa de Recurrencia de un sistema determinista, por ejemplo, el de la función seno que está en la figura 5.63. Los colores en este MR van desde el blanco/amarillo, correspondiente a mínimos espaciamientos, hasta el azul marino, que corresponde a grandes distancias entre puntos (vea la barra de calibración). Con esto en mente, el Mapa de Recurrencia de la función seno es fácil de comprender; cada “bloque” de color simplemente representa la mitad del periodo de la señal (juntos los bloques, ambos colores, el periodo completo). Dichos bloques son diagonales análogas a las de la textura en los MR de los sitios en la zona de lago. Por esto se concluye que es posible obtener directamente el *periodo de la recurrencia del movimiento del suelo* ante un sismo durante el tiempo en el que dicho movimiento está “atrapado” en las aceleraciones máximas, el t_t (García, et al, 2013b).

Usemos el sitio JC54 para mostrar cómo se obtiene el periodo con el que vibró el depósito de suelo durante la fase intensa del sismo del 20 de marzo de 2012. El clúster va de la muestra 8 500 a la 8 614 (en la figura 5.64 son el segundo 85 y 86.14).

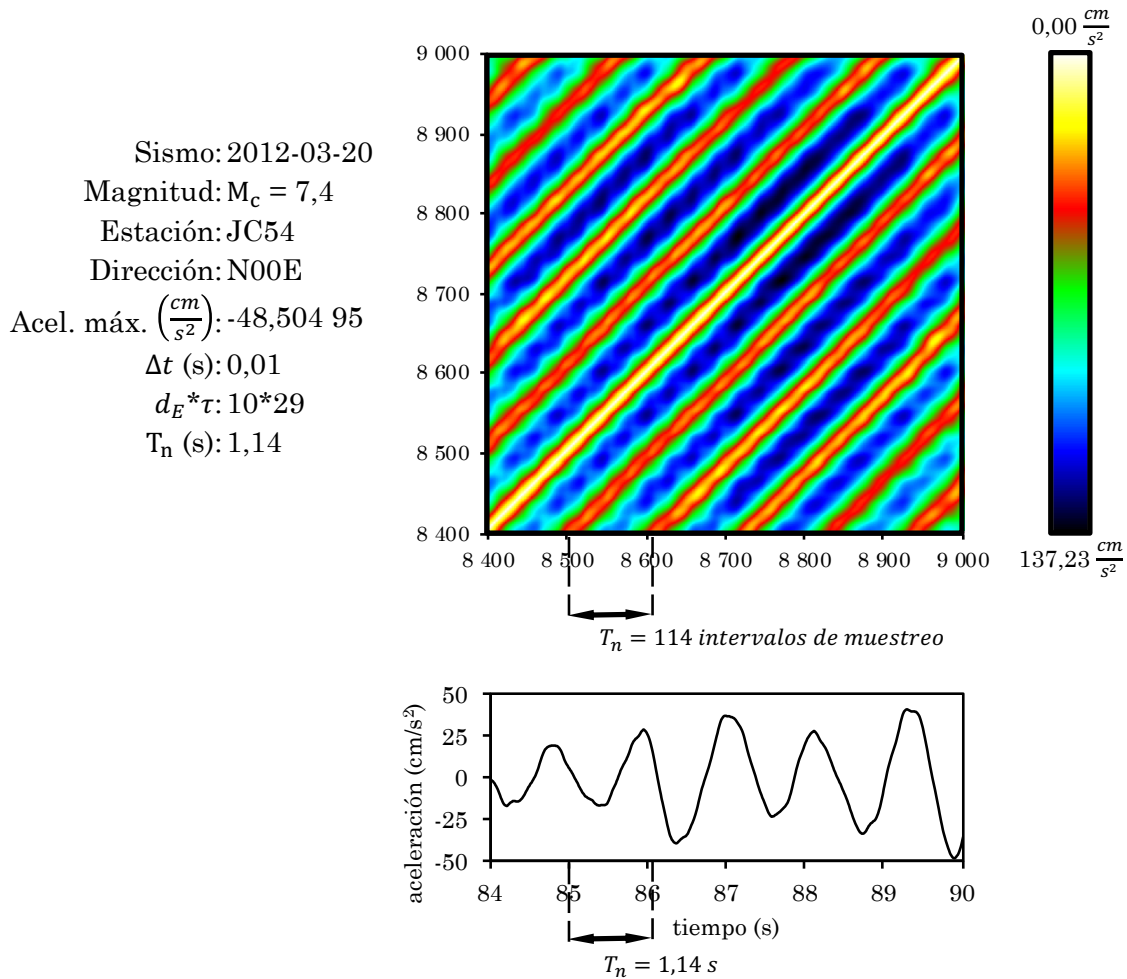


Figura 5.64. Periodo de vibración de JC54 en el clúster de su MR.

La separación entre diagonales es $8\ 614 - 8\ 500 = 114$ y como el intervalo de muestreo es $\Delta t = 0,01$ s, el periodo del movimiento, $T_n = 1,14$ s. De la misma forma se estimaron los periodos para todos los sitios de lago. En la tabla 5.10 se resumen los resultados y se comparan los T_n de los MR con los que se presentan en las NTC para la CDMX para cada sitio.

Tabla 5.10. Periodos para los sitios de la zona de lago

Estación	Fecha	Magnitud	τ	d_E	T_n (s) NTC 2004	T_n (s) NTC 2017	T_n (s) MR
AR14	1995-09-14	$M_e = 7,3$	62	10	4	2,395	3,21
	1999-06-15	$M_c = 5,4$	54	8			
	1999-09-30	$M_e = 7,6$	75	10			3,66
	2000-07-21	$M_e = 6,0$	28	10			
CDAO	1985-09-19	$M_c = 8,10$	73	9	3,3	2,649	3,75
	1995-09-14	$M_c = 7,3$	76	10			3,11
	1995-10-09	$M_c = 7,5$	71	8			3,17
CCCL	2017-09-08	$M = 8,2$	52	9	2,3	1,649	
	2017-09-19	$M = 7,1$	46	10			
CE32	2000-07-21	$M_e = 6,0$	46	10	> 4	2,935	
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	85	10			
ZARS	1995-09-14	$M_c = 7,3$	100	10	> 4	3,717	1,64
	1995-10-09	$M_c = 7,5$	91	10			4,54
	1999-06-15	$M_e = 7,0$	55	10			
GC38	1999-06-15	$M_c = 5,4$	34	10	< 1,5	1,425	1,50
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	42	10			1,75
IB22	1999-06-15	$M_c = 5,4$	36	9	< 1,5	1,403	1,37
	1999-09-30	$M_e = 7,6$	36	10			1,45
	2000-07-21	$M_e = 6,0$	33	10			
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	37	9			1,43
JC54	1995-09-14	$M_e = 7,3$	28	9	< 1,5	1,113	
	1999-06-15	$M_c = 5,4$	27	9			1,02
	1999-09-30	$M_e = 7,6$	27	8			1,14
	2000-07-21	$M_e = 6,0$	26	10			
	2012-03-20	$M_c = 7,4$	29	10			1,14
SCT1	1985-09-19	$M_s = 8,10$	54	10	2	1,73	2,09
SCT2	1989-04-25	$M_s = 6,90$	46	9	2	1,744	2,14
	1995-09-14	$M_c = 7,3$	100	10			
	1999-06-15	$M_e = 7,0$	77	9			1,775
	2017-09-08	$M = 8,2$	46	9			
	2017-09-19	$M = 7,1$	42	10			1,83

Capítulo VI

Los hallazgos

Capítulo VI

DISCUSIÓN DE HALLAZGOS

La *identificación de patrones* en los MR se logró sólo en la microescala o textura, sin embargo la gran escala (macroescala) nos dice mucho sobre la *tipología* del suelo/roca vibrando (Eckmann, et al, 1987).

La dinámica del sistema-depósito, de acuerdo también con lo publicado por Marwan, et al (2007), tiene patrones típicos entre los que destacaron homogeneidad, periodicidad, desvanecimientos e interrupciones (García, et al, 2013).

- ❖ *Homogeneidad*; los MR característicos de procesos estacionarios se relacionaron con depósitos en transición o con suelos semi-rígidos. Los tiempos de relajación son importantes en comparación con el tiempo que generó al mapa. Las series de tiempo generadas a partir de datos de este tipo permite calificar a algunos depósitos como sistemas aleatorios – algunos de ellos con atractores extraños identificados. –
- ❖ Los sistemas periódicos o cíclicos que se revisaron fueron sólo identificables en MRs con diagonal orientada y estructura *periódica*. Las estructuras repetidas regularmente en todo el mapa se observaron en suelos blandos. Sin embargo hay que señalar que la estructura de tablero de ajedrez se presentó en suelos rígidos por lo que se recomienda revisar físicamente qué separa a dichas estructuras. Como estas estructuras se repiten pero no en intervalos de tiempo iguales entonces corresponde a un proceso *cuasi-periódico*.
- ❖ Sistemas cuyos parámetros varían lentamente generaron *desvanecimientos* en los MRs, aquí se puede decir que el proceso de respuesta es no estacionario. En este tipo de mapas se ve a un desvanecimiento en los bordes superior izquierdo e inferior derecho, es decir, en los bordes alejados de la diagonal. Esto es de suma importancia pues sería el parámetro calificador que habilita o deshabilita la herramienta de Fourier o transformación de dominio para el estudio de las respuestas.
- ❖ Los cambios drásticos en la dinámica de respuesta son los “eventos raros o eventos extremos” y generan *interrupciones* en los MRs. Las

interrupciones en este caso son las fases de intensidades máximas. Esta zona se debe a procesos no estacionarios de estados inusuales o alejados de los estados normales.

La inspección detallada de los MR reveló estructuras en textura como:

- ▣ *Puntos aislados*; algunos clústers mini, la mayoría en suelos de transición y asociados al MR homogéneo (tiempo cortos, altas fluctuaciones).
- ▣ Los segmentos paralelos a la diagonal del MR se llamarán *líneas de periodo*; la longitud de dicha diagonal es el tiempo en el que ambos segmentos de la trayectoria en el espacio de fase evolucionaron de manera similar o paralela.
- ▣ Las *líneas verticales u horizontales* implicaron el intervalo de tiempo en el cual el estado no cambió o cambió muy lentamente y éste fue el de las máximas intensidades. Esto es de extrema importancia para el diseño estructural anti-sísmico. Los MRs que presentan este comportamiento son característicos de procesos laminares (intermitencia).

Cabe mencionar que si se tienen estructuras repetidas puede tratarse de procesos deterministas y si las estructuras, por ejemplo las líneas diagonales, aparecen en zonas aisladas del MR, podría tratarse de un proceso caótico (Marwan, et al, 2007). Se deduce entonces que un suelo blando es caótico determinista y que conforme se “rigidiza” (camina hacia la zona I) se va acercando a la caoticidad pura. La Transición merece un apartado especial al mostrar comportamiento muy cercano a la aleatoriedad.

Los depósitos estudiados pueden estar vinculados a cierto determinismo pero son muy sensibles a condiciones iniciales. El más mínimo cambio en las condiciones iniciales (rigidez del material, intensidad-dirección de las ondas sísmicas de llegada, entre las más importantes) puede hacer que el sistema entre en una trayectoria muy diferente. Esta investigación permite concluir que debido a las no linealidades inherentes, el análisis tradicional con técnicas lineales falla o pierden sentido para describir las respuestas sísmicas y las relaciones espectrales derivadas de estos procesamientos.

Incluso, si actualmente la consideración de los atributos sísmicos no lineales no es necesaria, es innegable que será necesaria en el futuro. El futuro se verá cada vez más multidimensional y no lineal; los atributos en geotecnia, geología y sismología que tengan que ver con esto generarán una mayor confianza sobre los

resultados. Los MR se presentan como una sólida alternativa, cualitativa / cuantitativa, para de identificar y caracterizar movimientos complejos.

Capítulo VII

Las conclusiones

Capítulo VI

CONCLUSIONES

Con base en los hallazgos de este estudio se concluye que...

Los acelerogramas en suelos y rocas deben ser considerados como la expresión registrada de una secuencia de episodios sísmicos compuesta de paquetes de ondas (respuestas ante el movimiento de entrada) alternadas con vibraciones libres del depósito, comportamiento relacionado con la intermitencia.

Si asociamos el tamaño de los clústeres con el concepto de tiempo de aceleraciones máximas (duración efectiva de la fase intensa), los MRs pueden ayudar a determinar muy precisamente el nivel de aceleración (tiempo y amplitud) que está más estrechamente relacionado con la respuesta estructural y los niveles de daños.

Las diferentes duraciones son consecuencia, siguiendo con la suposición de intermitencia, de la llegada de ondas sísmicas y de la capacidad de los suelos/rocas de atenuar o amplificar el movimiento (amplitud y duración) de entrada.

Se ha notado, desde los casos analizados –eventos y depósitos- (diferentes mecanismos de falla, distancias epicentrales y magnitudes) que en la macroescala parece no haber diferencias significativas en la evolución del movimiento.

El estudio de la alteración de fases en MR en suelos y rocas se puede caracterizar únicamente en la parte intensa de la serie de tiempo.

El progreso de los depósitos de suelos blandos de oscilaciones cuasi periódicas a periódicas se da cuando la intensidad del sismo excede ciertos umbrales. Los MR de materiales más rígidos, en general, se muestran más complicados estructuralmente pero aún se pueden relacionar con movimientos caóticos.

La organización de un MR de zona de transición muestra patrones erráticos que se pueden relacionar con sus peculiares estratigrafías. Si bien están cerca de ser caóticas deterministas algunas de ellas están más cercanas a la aleatoriedad.

Las inconsistencias reconocidas entre las predicciones de respuesta (amplificación, duración) ante grandes terremotos y los registros levantados en las estaciones icónicas de la Ciudad de México, podrían ser reinterpretadas a través de un MR.

Los materiales geológicos/geotécnicos deberían ser estudiados desde la escala de conveniencia: la macro cuando se traten las etapas de una masa vibrando y en la textura o micro cuando se requiera usar atributos sísmicos de diseño como el Periodo Fundamental de Vibrar.

Apéndice

Análisis de Fourier

Los movimientos no periódicos, como los del suelo que son generados por sismos, abarcan un amplio rango de frecuencias, a dicho rango se le llama *contenido de frecuencia* y, a su vez, cada frecuencia de este rango está asociada a una amplitud o intensidad del movimiento (Kramer, 1996; Espinosa, 2004).

Si se graficara dicha la amplitud, en el eje de las ordenadas, y su frecuencia asociada, en el eje de las abscisas, se tiene lo que se llama *espectro de amplitud (de Fourier)*, el cual nos permite visualizar gráficamente cómo la amplitud o intensidad del movimiento varía respecto de la frecuencia (Kramer, 1996). Por un lado, se tiene la gráfica de la serie de tiempo registrada (variación de la magnitud de algún parámetro del movimiento a lo largo del tiempo) y por otro se tiene el espectro de amplitud (variación de la magnitud, llamada amplitud, respecto de la frecuencia).

Antes de conseguir la amplitud y la frecuencia asociadas de un movimiento se tiene un paso intermedio. La serie de tiempo que se obtuvo al observar y registrar un fenómeno, en este caso el movimiento, debe ser expresada como una suma de funciones trigonométricas (Espinosa, 2004, Cedillo, 2008). Es decir, para obtener las amplitudes y sus frecuencias asociadas, se deben obtener las componentes verticales de un conjunto de funciones armónicas (de los segmentos de recta dirigidos que rotan), cuya suma vectorial (la suma de dichas componentes verticales) es, justamente, la que produciría la gráfica de la serie de tiempo del movimiento o fenómeno observado (Espinosa, 2004).

El *análisis de Fourier* es la herramienta matemática que expresa una serie de tiempo como la suma de componentes del movimiento armónico simple y lo hace utilizando diferentes valores de frecuencia, amplitud y fase en un conjunto de funciones de senos y cosenos (Espinosa, 2004; Kramer, 1996).

Aplicar la *transformada de Fourier* a una función continua cuya variable independiente es el tiempo, t , llamémosla $x(t)$, implica encontrar una nueva función pero cuya variable independiente es la frecuencia, ω , también se le llama “equis” pero con mayúscula y dependiente de la frecuencia: $X(\omega)$. La transformada de Fourier se define como aparece en la ecuación A.1 (Zamora, 2016).

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (A.1)$$

Aunque en la naturaleza los fenomenos, como lo es el movimiento del suelo, son continuos a lo largo del tiempo, los registros que se llevan a cabo a partir de observarlos no lo son; pues las series de tiempo, como lo dice su definición, son registros en intervalos de tiempo iguales, a dicho intervalo se le llama *intervalo de muestreo* (Anguiano, 1996) y se denota como Δt .

Entonces las series de tiempo que se generan a partir de este muestreo (observaciones) son un conjunto finito de datos (Zamora, 2016). Debido a esto, la transformada de Fourier no se puede aplicar directamente a esta serie de datos, pues está diseñada para una función analítica (que proporciona datos continuos), por lo que la transformada de Fourier no se realiza integrando, sino sumando; a esto se le llama *transformada discreta de Fourier* (Kramer, 1996; Zamora, 1996) y está dada como en la ecuación A.2.

$$X(\omega) = \Delta t \sum_{k=1}^N x(t_k) e^{-i\omega_k t_k} \quad (A.2)$$

La cual sí es aplicable a las series de tiempo discretas. Se tiene que $x(t_k)$ es el valor de la observación en el tiempo t_k que, a su vez, podría escribirse como $t_k = k \Delta t$, de tal manera que k es el número de la observación realizada, por lo que se tendrían datos desde $k = 1$ hasta N . Así como se tiene un intervalo de muestreo en la serie de tiempo (en la función discreta cuya variable independiente es el tiempo), también se tiene un intervalo definido en la función discreta cuya variable independiente es la frecuencia, se le denota como $\Delta\omega$ y su relación con la frecuencia es $\omega_k = k \Delta\omega = \frac{2\pi k}{N} \Delta t$

Al aplicar la transformada de Fourier a la serie de tiempo se obtiene una función de la forma de $e^{\alpha i}$, por lo que la forma trigonométrica se obtendría haciendo uso de las expresiones dadas por Euler, que corresponden a las ecuaciones A.3a y b (Kramer, 1996; Anguiano, 1996).

$$\cos(\alpha) = \frac{e^{\alpha i} + e^{-\alpha i}}{2} \quad \sin(\alpha) = \frac{e^{\alpha i} - e^{-\alpha i}}{2} \quad (A.3a \text{ y } b)$$

Referencias

Complejidad

- * Taleb, N. N. (2013). El Cisne Negro: el impacto de lo altamente improbable. México: Booket (2da ed.)
- * Bak, P., Tang, C. y Wiesenfeld, K. (1988). Self – organized critically [version electrónica]. E.U.A.: Physical, Review A vol. 38, núm. 1, p. 364 – 374. Recuperado el 30 de noviembre, en https://www.researchgate.net/publication/235741761_Self-Organized_Criticality.
- * Bar – Yam, Y. (1997). Dynamics of Complex Systems. E.U.: Addison – Wesley.
- * Boccara, N. (2010). Modeling Complex Systems. E.U.: Springer (2da ed.).
- * Bonachela, J. A. (2008). Universality in Self – Organized Critically. Tesis de doctorado. Universidad de Granada. Recuperado el 30 de noviembre de 2019, en <https://hera.ugr.es/tesisugr/17706312.pdf>.
- * Estrada, A. (2012). Sistemas complejos: entrevista con el Dr. Gustavo Martínez Mekler. México: Revista Digital Universitaria, UNAM, vol. 13, núm. 4. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, en <http://www.revista.unam.mx/vol.13/num4/art44/art44.pdf>.
- * Fariña, J., y Ruiz, J. (2002). Orden, desorden y entropía en la construcción de la ciudad. España: Revista Urban, 7.
- * García, A., Jiménez, F. y Ayusto, J. L. (2008). La criticalidad autoorganizada y el análisis de datos históricos de lluvia en Córdoba (Andalucía). España: Ingeniería del Agua, vol. 15, no. 1, p. 13 – 18.
- * Laguna, G. A., et al. (2016). Complejidad y Sistemas Complejos: un acercamiento multidimensional. México: Editora C3. Recuperado el 31 de octubre de 2019, de <http://scifunam.fisica.unam.mx/mir/copit/TS0013ES/TS0013ES.html>.
- * Maravall, D. (2011). La mecánica cuántica y la teoría de la relatividad como fenómenos históricos paralelos y sus matemáticas [versión electrónica]. España: Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, vol. 105, núm. 1, p. 29 – 28. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, en <http://www.rac.es/ficheros/doc/01009.pdf>.

- * Martínez, G. (2000). Una aproximación a los sistemas complejos [versión electrónica]. México: Revista Ciencias, UNAM, núm. 59, 6 – 9. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, en <https://www.revistaciencias.unam.mx/images/stories/Articles/59/CNS05901.pdf>.
- * Martínez, V. J., Ballesteros, F. J., y Paredes, S. (2017). Fractales y caos: la aventura de la complejidad. España: Talenbook.
- * Miramontes, O. (2005). Sistemas Complejos: entre el orden y el desorden. México: Revista Ciencia y Desarrollo, 55. Recuperado el 24 de octubre de 2019, de <http://scifunam.fisica.unam.mx/mir/pubs.html#invest>.
- * Miramontes, O. (2005b). ¿Física de fenómenos sociales? México: Revista El Faro UNAM, 7. Recuperado el 24 de octubre de 2019, en http://scifunam.fisica.unam.mx/mir/2005_el_faro.pdf.
- * Mitchell, M. (2009). Complexity: a guided tour. E.U.: Oxford University Press.
- * Ramírez, M. P. (2010). Teoría del Caos: una visión de su historia y actualidad. México: Revista del Centro de Investigación. Universidad La Salle vol. 9 núm. 34, julio – diciembre 2010 pp. 41 – 47. Recuperado el 5 de noviembre de 2019, en <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=34215492004>.
- * Raviolo, A., Ramírez, P., López, E. A. y Aguilar, A. (2010). Concepción sobre el Conocimiento y Modelos Científicos: Un Estudio Preliminar, vol. 3, núm. 5, p. 29 – 36. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, en <https://scielo.conicyt.cl/pdf/formuniv/v3n5/art05.pdf>.
- * Restrepo, D. A. (2012). Determinismo/indeterminismo y determinación: implicaciones en el campo de salud pública [versión electrónica]. Colombia: Revista Facultad de Salud Pública, vol. 31, suplemento 1, p. 42 – 46. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, en <http://www.scielo.org.co/pdf/rfnsp/v31s1/v31s1a05.pdf>.
- * Serrano, S. y Basile, L. (2012). La precipitación intensa vista desde la criticalidad auto – organizada y las transiciones de fase continuas: un nuevo enfoque de estudio. Ecuador: La Granja, revista de ciencias de la vida 15, 5-18.

- * Vega, M. A. (2012). Aspectos y avances en ciencia, tecnología e innovación. Polis, Revista Latinoamericana, núm. 33. Recuperado el 30 de noviembre de 2019, en <https://journals.openedition.org/polis/8619>.
- * Ynduráin, F. J. (2007). Einstein: relatividad, mecánica cuántica y la teoría del campo unificado [versión electrónica]. España: Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, vol. 101, núm. 1, p. 127 – 138. Recuperado el 1 de diciembre de 2019, en <http://www.rac.es/ficheros/doc/00475.pdf>.

Teoría del caos

- ∞ De Régules, S. (2000). Caos: el desorden ordenado [versión electrónica]. México: ¿Cómo ves? Revista de Divulgación de la Ciencia de la UNAM, núm. 22, 11 – 14. Recuperado el 5 de noviembre de 2019, en <http://www.comoves.unam.mx/assets/revista/22/caos-el-desorden-ordenado.pdf>.
- ∞ King, J. y Méndez, H. (2014). Sistemas dinámicos discretos. México: Facultad de Ciencias UNAM. Recuperado el 5 de noviembre de 2019, en <http://mmc.geofisica.unam.mx/acl/SD/SDD/SistemasDinamicsDiscretos.pdf>.
- ∞ Sanbogal, S. y Arenas, G (2008). Una instrucción a la geometría fractal. Colombia: Ediciones UIS. Recuperado el 9 de noviembre de 2019, en http://matematicas.uis.edu.co/libros/l_geofrac.pdf.
- ∞ Aldana, R., Gutiérrez, A. y Contreras, C. (2011). ¿Es tan caótico el caos? [versión electrónica]. México: Revista Ciencia. 2001 abril – junio, 68 – 75. Recuperado el 12 de noviembre de 2019, en https://www.revistaciencia.amc.edu.mx/images/revista/62_2/PDF/12_Caos.pdf.
- ∞ Miramontes, P. (1998). Predecir el clima es una cosa, predecirlo correctamente es otra. México: Revista Ciencias no. 51, 4 – 11. Recuperado el 12 de noviembre de 2019, en <https://www.revistaciencias.unam.mx/images/stories/Articles/51/CNS05101.pdf>.
- ∞ Germinal, C. y Miramontes, P. (2002). La ciencia y sus demonios. México: Revista Ciencias no. 66, 76 – 85. Recuperado el 12 de noviembre de 2019,

- en
<https://www.revistaciencias.unam.mx/images/stories/Articles/66/CNS06609.pdf>.
- ∞ Arita, H. (2007). Las tribulaciones del tiranosaurio adolescente. México: Revista Ciencias no. 85, 26 – 29. Recuperado el 12 de noviembre de 2019, en
<https://www.revistaciencias.unam.mx/images/stories/Articles/85/B2/las%20tribulaciones%20del%20tiranosaurio.pdf>.
 - ∞ Du Sautoy, M. (2018). Henri Poincaré, el profeta del caos que probó que hay problemas imposibles de resolver. BBC.com, serie de la BBC “Breve historia de las Matemáticas”. Recuperado el 12 de noviembre de 2019, en
<https://www.bbc.com/mundo/noticias-45426302>.
 - ∞ Cárdenas, G. (2014). La ciencia que precede a la tormenta [versión electrónica]. México: ¿Cómo ves? Revista de Divulgación de la Ciencia de la UNAM, núm. 191, 10 – 14. Recuperado el 13 de noviembre de 2019, en
<http://www.comoves.unam.mx/assets/revista/191/la-ciencia-que-precede-a-la-tormenta.pdf>.
 - ∞ Esteva, P. (1985). Matemáticas y caos. México: Revista Ciencias, no. 8, 8 – 13. Recuperado el 11 de noviembre de 2019, en
<https://www.revistaciencias.unam.mx/images/stories/Articles/8/CNS00802.pdf>.
 - ∞ Blackmore, D. (1986). The mathematical theory of chaos. Gran Bretaña: Computers and Mathematics whit Applications vol. 12B, issues 3 – 4, part 2, p. 1039 – 1045. Recuperado el 11 de noviembre de 2019, en
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0898122186904396#!>
 - ∞ Balibrea, F. (1999). Caos y atractores extraños: Dos problemas no lineales en matemáticas [versión electrónica]. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, vol. 2, núm. 1, p. 99 – 118. Recuperado el 15 de noviembre de 2019, en <http://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=368>.
 - ∞ Chaparro, G. (2008). No linealidad, complejidad y sistemas sociales [versión electrónica]. Colombia: Revista Virajes. núm. 10, 97 – 219. Recuperado el 15 de noviembre de 2019, en
http://virajes.ucaldas.edu.co/downloads/virajes10_8.pdf.
 - ∞ Escalante, R. J. (2016). Generación de sistemas dinámicos lineales por partes caóticos sin puntos de equilibrio. Tesis de maestría. Instituto

- Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A. C. Recuperado el 22 de noviembre de 2019, en https://ipicyt.repositorioinstitucional.mx/jspui/bitstream/1010/1173/3/TM_IPICYTE8G42016.pdf.
- ∞ Sprott, J. (2000). *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*. Recuperado el 5 de noviembre de 2019, en <http://mmc.geofisica.unam.mx/acl/SD/SDD/StrangeAttractorsCreatingPatternsInChaos.pdf>.
 - ∞ García, C. J. (1993). *La teoría de caos: algunas implicaciones en el área de la metodología en la ciencia*. Tesis de maestría. Universidad Autónoma de Nuevo León. Recuperado el 25 de noviembre de 2019, en <http://eprints.uanl.mx/5846/1/1080071457.PDF>.
 - ∞ Molina, P. A. (2006). *Lecturas caóticas: De Cien años de soledad a la "Teoría del caos"*. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 25 de noviembre de 2019, en <http://132.248.9.195/pd2006/0607915/Index.html>.
 - ∞ Álvarez, Y. N. (2015). *Análisis de datos experimentales en pacientes con trastornos neurológicos a través de la teoría del caos y la geometría fractal antes y después de aplicar campo magnético de baja frecuencia*. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 25 de noviembre de 2019, en <http://132.248.9.195/ptd2015/abril/0728001/Index.html>.
 - ∞ Schifter, I. (2003). *La ciencia del caos (3ra ed.) [versión electrónica]*. México: Fondo de Cultura Económica. Recuperado el 25 de noviembre de 2019, en <http://www.librosmaravillosos.com/lacienciadelcaos/index.html>.
 - ∞ Cedillo, N. (2008). *Aplicación de la dinámica no lineal para caracterizar la función de la presión arterial y presión ventricular en rata Wistar*. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 25 de noviembre de 2019, en <http://132.248.9.195/ptd2009/julio/0645813/Index.html>.
 - ∞ Xicoténcatl, C. J. (2016). *Tratamiento con campo magnético en pacientes diagnosticados con epilepsia caracterizados mediante teoría del caos*. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 26 de noviembre de 2019, en <http://132.248.9.195/ptd2016/mayo/0745354/Index.html>.

- ∞ Galindo, C. A. (2002). Atractores extraños y repulsores: Relatos de epidemias, poblaciones, herraduras y mapeo de Hénon. Tesis de licenciatura. Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 26 de noviembre de 2019, en <http://132.248.9.195/ppt2002/0313367/Index.html>.
- ∞ Devaney R. (1989). An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. E.U.A.: Addison Wesley (2da ed.). Recuperado el 12 de noviembre de 2019, en https://zangeneh.iut.ac.ir/sites/zangeneh.iut.ac.ir/files/files_course/robert_l.devaneyan_introduccion_a_sistemas_dinamicos_caoticos.pdf.
- ∞ Torres, G. R. (2019). Estudio de la entropía y turbulencia como criterios de complejidad en sistemas dinámicos discretos. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 26 de noviembre de 2019, en <http://132.248.9.195/ptd2019/junio/0789959/Index.html>.
- ∞ Salas, G. (2017). El impacto del ruido blanco binaural con oscilaciones de 100 a 750 Hz en la memoria de trabajo visual a corto plazo y la reactividad de ondas cerebrales alfa y beta. España: arXiv.org. Cornell University. Recuperado el 28 de noviembre de 2019, en <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1805/1805.07343.pdf>.
- ∞ Meneses, A. L. (2009). Efectos del nivel freático en playas. Tesis de maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 28 de noviembre de 2019, en <http://132.248.9.195/ptd2009/marzo/0641002/Index.html>.
- ∞ Amundarain, M. (2012). La energía renovable procedente de las olas. Ikkastorratza e – Revista de Didáctica, no. 8. Recuperado el 28 de noviembre de 2019, en http://www.ehu.es/ikastorratza/8_alea/energia/energia.pdf.
- ∞ Ramírez, F. (2007). Motores Brownianos: Transporte, Caos y Sincronización. México: UNAM. Recuperado el 28 de noviembre de 2019, en <http://scifunam.fisica.unam.mx/mir/copit/TS0003ES/TS0003ES.pdf>.
- ∞ Santamaría, J. (2013). El movimiento browniano: un paradigma de la materia blanda y de la biología [versión electrónica]. España: Revista Académica de Ciencias Exactas Físicas Naturales, vol. 106, núm. 1 – 2, p.

39 – 54. Recuperado el 28 de noviembre de 2019, en <http://www.rac.es/ficheros/doc/01099.pdf>.

- ∞ Gilardi, H. E. (2018). Una aproximación determinista de orden fraccionario al movimiento browniano. Tesis de doctorado. Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica A. C. Recuperado el 28 de noviembre de 2019, en https://ipicyt.repositorioinstitucional.mx/jspui/bitstream/1010/1899/1/TD_IPICYTG5A72018.pdf.
- ∞ Rickles, D., Hawe, P. y Shiell, A. (2007). A simple guide to chaos and complexity. Canada: J Epidemiol Community Health, 61(11), 933 – 937. Recuperado el 11 de noviembre de 2019, en <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2465602/pdf/933.pdf>.
- ∞ Bak, P., Tang, C. y Wiesenfeld, K. (1988). Self – organized critically [versión electrónica]. E.U.A.: Physical, Review A vol. 38, núm. 1, p. 364 – 374. Recuperado el 30 de noviembre, en https://www.researchgate.net/publication/235741761_Self-Organized_Criticality.
- ∞ Bonachela, J. A. (2008). Universality in Self – Organized Critically. Tesis de doctorado. Universidad de Granada. Recuperado el 30 de noviembre de 2019, en <https://hera.ugr.es/tesisugr/17706312.pdf>.

Análisis de series de tiempo

- ∞ Anguiano, R. A. (1996). Introducción al análisis de Fourier. México: Facultad de Ingeniería UNAM.
- ∞ Bello, L. D. y Martínez, S. (2007). Una metodología de series de tiempo para el área de la salud; caso práctico. Colombia: Revista de la Facultad Nacional de Salud Pública, vol. 25, núm. 2, p. 117 – 122. Recuperado el 12 de enero de 2020, en <https://www.redalyc.org/pdf/120/12025215.pdf>.
- ∞ Chelidze, D. (2017). Reliable Estimation of Minimum Embedding Dimension Through Statistical Analysis of Nearest Neighbors [versión electrónica]. E.U.A.: Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, vol. 12, no. 5, p. 51024 – 12. Recuperado el 7 de enero de 2020, en http://egr.uri.edu/wp-uploads/nld/FNN_CND-16-1488_Preprint.pdf.

- ∞ Espinosa, A. E. (2004). El caos y la caracterización de series de tiempo a través de técnicas de la dinámica no lineal. Tesis de licenciatura UNAM.
- ∞ Hand, D. y Berthold, M. (2002). Intelligent Data Analysis (2da ed.). E.U.A.: Springer – Verlag
- ∞ Hernandez, C. A., Pedraza, L. F. y Escobar, A. (2008). Aplicaciones de las series de tiempo en modelos de tráfico para una red de datos. Colombia: Scientia et Technica Año XIV, no. 38, p. 31 – 36.
- ∞ Kramer, S. L. (1996). Geotechnical earthquake engineering. E.U.A.: Prentice – Hall.
- ∞ Marwan, N. (2003). Encounters with neighbours: current developments of concepts based on recurrence plots and their applications. Tesis de doctorado. Universidad de Potsdam. Recuperado el 4 de diciembre de 2019, en <https://publishup.uni-potsdam.de/opus4-ubp/frontdoor/deliver/index/docId/81/file/marwan.pdf>.
- ∞ Rickles, D., Hawe, P. y Shiell, A. (2007). A simple guide to chaos and complexity. Canada: J Epidemiol Community Health, 61(11), 933 – 937. Recuperado el 11 de noviembre de 2019, en <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2465602/pdf/933.pdf>.
- ∞ Rodríguez, A. (2018). Ellos serán los “ganones” del negocio del regreso a clases [versión electrónica]. México: El Financiero. Recuperado el 20 de diciembre de 2019, en <https://www.elfinanciero.com.mx/empresas/ellos-seran-los-ganones-del-negocio-del-regreso-a-clases>
- ∞ Sobradillo, et al. (2016). Curvas y tablas de crecimiento: estudios longitudinal y transversal. España: Fundación Faustino Orbegozo Eizaguirre, Instituto de Investigación sobre Crecimiento y Desarrollo. Recuperado el 11 de diciembre de 19, en https://www.aepap.org/sites/default/files/documento/archivos-adjuntos/f_orbegozo_04.pdf.
- ∞ Susagna, T., Cabañas, L., Goula, X., et al. (2012). Análisis de los parámetros de los acelerogramas registrados en los seísmos de Lorca, de interés para la Ingeniería. Portugal: hal – 00704265, 15th World Conference on Earthquake Engineering.

- ∞ Uribe, G. (2016). Procesos estocásticos I. México: Capacitación t écnica especializada en el nuevo marco de Solvencia, Instituto de Matemáticas, UNAM.
- ∞ Zamora, G. (2016). – fortalezas y debilidades en la evaluación de la salud estructural. Tesis de maestría UNAM. Recuperado el 9 de enero de 2020, en <http://132.248.9.195/ptd2016/julio/0747231/Index.html>.

Análisis de recurrencias

- ❖ García, S. R., Romo, M. P. y Figueroa, J. (2013). Characterization of ground motions using recurrence plots. México: Revista Geofísica Internacional UNAM, vol. 52, núm. 3, p. 209 – 227.
- ❖ García, S. R. y Correa, F. (2013b). Caos para estudiar el periodo fundamental de los suelos. México: XIX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, SMIS.
- ❖ García, S. R. (2009). Cómputo aproximado en la solución de problemas geosísmicos. Tesis de doctorado UNAM.
- ❖ García, S. R. y Gutierrez, J. L. (2012). Teoría del Caos en la determinación del periodo fundamental de los suelos. México: XXVI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica.
- ❖ García, S. R., Romero, J. M. y Aguilar, A. (2016). Interpretación automática de integridad en pilas. México: XXVIII Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica.
- ❖ Abraham, R. H. y Shaw, C. D. (1992). Dynamics: the geometry of behavior. E.U.A.: Addison – Wesley Publishing Company. Recuperado el 8 de enero de 2020
- ❖ Andreadis, I., Fragkou, A. D. y Karakasidis, T. E. (2020). On a topological criterion to select a recurrence threshold. Revista Chaos, vol. 30, núm. 1. Recuperado el 22 de enero de 2020, en <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5116766?class=pdf>.
- ❖ Bradley, E. e Iwanski, J. S. (1998). Recurrence plots of experimental data: To embed or not to embed? Revista Chaos, vol. 8, núm. 4, p. 861 – 871.
- ❖ Eckmann, J. P., Kamphorst, S. O. y Ruelle, D. (1987). Recurrence plots of Dynamical Systems. Europhysics Letters, núm. 5, p. 973 – 997.

- ❖ López, A. M., Martínez, C. C., García, A. R. y Romero, J. E. (2001). El gráfico de recurrencia en el análisis de series temporales: el programa VRA (Visual Recurrence Analsys). España: Revista Electrónica de Metodología Aplicada, vol. 6, núm. 1, p. 1 – 12.
- ❖ Marwan, N., Romano, M. C., Thiel, M. y Kurths, J. (2007). Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics Reports*, vol. 438, núm. 5 – 6, p. 237 – 329. Recuperado el 17 de enero de 2020, en <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157306004066>.
- ❖ Monk, A. T. y Compton, A. H. Recurrence phenomena in cosmic-ray intensity. *Review of Modern Physics*, vol. 11, p. 173 – 179. Recuperado el 17 de enero de 2020, en <https://journals.aps.org/rmp/pdf/10.1103/RevModPhys.11.173>.

Edificaciones sustentables. Geología, sismicidad y geotecnia del Valle de México

- ❖ Carlín. (2012). *Errar es humano*. Perú: Ediciones Contracultura
- ❖ Li, X., Zhu, Y. y Zhang, Z. (2010), An LCA-based environmental impact assessment model for construction processes. *Building and Environment*, vol. 45 núm. 3, p. 766-775.
- ❖ Enshassi, A., Kochendoerfer, B. y Rizq. E. (2014). An evaluation of environmental impacts of construction projects. Chile: *Revista Ingeniería en Construcción*, vol. 3, núm. 29, p. 234-254.
- ❖ Ragheb, A., El-Shimy, H. y Ragheb, G. (2016). Green Architecture: A Concept of Sustainability. *Procedia-Social and Behavioral Science*, vol. 216, p. 778-787.
- ❖ Sawit, A. (2017). Top engineers in green building [en línea]. USGBC.
- ❖ Rodríguez, F. y Fernández, G. (2010). Ingeniería sostenible: nuevos objetivos en los proyectos de la construcción. Chile: *Revista Ingeniería en Construcción*, vol. 25, núm. 2, p. 147-160.
- ❖ Sánchez, S. A. (2014). 11 normas y certificaciones de edificación sustentable en México [versión electrónica]. México: *Revista Obras*.
- ❖ Huelsz, G. y Sierra, J. A. (2013). Hacia edificaciones más sustentables [versión electrónica]. *Revista digital universitaria UNAM*, vol. 14, núm. 9.

- ❖ Acevedo, H., Vásquez, A. y Ramírez, D. A. (2012). Sostenibilidad: Actualidad y necesidad en el sector de la construcción en Colombia [versión electrónica]. Colombia: Revista Gestión y Ambiente, vol. 15, núm. 1, p.105-118.
- ❖ Allier, E. (2018). Memorias imbricadas: terremotos en México, 1985 y 2017. México: Revista Mexicana de Sociología, número especial dedicado a los sismos de 1985 y 2017, p. 9 – 40.
- ❖ Amos, J. (2017). Placas tectónicas: cómo un descubrimiento de hace medio siglo se transformó en la clave para saber cómo funciona la Tierra. BBC News, Ciencia. Recuperado el 2 de marzo de 2020, en <https://www.bbc.com/mundo/noticias-41494614>.
- ❖ Arce, J. L., Layer, P., Martínez, I., Salinas, J. I., Macías, M. C., Morales, E., Benowitz, J., Escolero, O. y Lenhardt, O. (2015). Geología y estratigrafía del pozo profundo San Lorenzo Tezonco y de sus alrededores, sur de la Cuenca de México. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana UNAM, vol. 67, núm. 2, p. 123 – 143. Recuperado el 10 de febrero de 2020, en <http://boletinsgm.igeolcu.unam.mx/bsgm/index.php/273-sitio/articulos/cuarta-epoca/6702/1259-6702-1-arce>.
- ❖ Brown, A. R. (1996). Seismic attributes and their classification. The Leading Edge, 15, 1090.
- ❖ Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES). (2019a). Folleto: Centro de Instrumentación y Registro Sísmico, A. C. México: CIRES. Recuperado el 2 de marzo de 2020, en http://www.cires.org.mx/docs_info/CIRES_049.pdf.
- ❖ Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES). (2019b). Folleto: Red Acelerográfica de la Ciudad de México. México: CIRES. Recuperado el 2 de marzo de 2020, en http://www.cires.org.mx/docs_info/CIRES_051.pdf.
- ❖ Chen, Q. y Sidney, S. (1997). Seismic attribute technology for reservoir forecasting and monitoring. The Leading Edge, 16, 5, 447-448.
- ❖ Chopra, S. y Marfurt, K. J. (2005). Seismic attributes: A historical perspective. Geophysics, 70, 5, 3SO–28SO.

- ❖ Del Castillo, R. (1978). Ciudad de México. México: El subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el área urbana del Valle de México, Simposio de 1978 de Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
- ❖ Díaz, J. A., Lozano, R., Dávila, V. M., Vallejo, E. y Girón, P. (1998). Physical, chemical and mineralogical properties of Mexico City sediments: a geotechnical perspective. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 35, núm. 4, p. 600-610.
- ❖ Eastwood, J. (2002). The attribute explosion. *The Leading Edge*, 21, 994.
- ❖ Ferrari, L., López, M., Aguirre, G. y Carrasco, G. (1999). Space-time patterns of Cenozoic arc volcanism in central Mexico: From the Sierra Madre Occidental to the Mexican Volcanic Belt. *Geology*, vol. 27, núm. 4, p. 303-306.
- ❖ Flores, L. E. (2019). Compendio del Reglamento de Construcción para el Distrito Federal. México: Edición de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural (SMIE).
- ❖ García, A., Zamorano, J. J., López, C., Galván, A., Carlos, V., Ortega, R. y Macías, J. L. (2008). El arreglo morfoestructural de la Sierra de Las Cruces, México central. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, vol. 25, núm. 1, p. 158-178.
- ❖ García, S. R. y Correa, F. (2013b). Caos para estudiar el periodo fundamental de los suelos. México: XIX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, SMIS.
- ❖ González, E. A, Morán, D. J., Mori, L. y Martiny, B. M. (2015). Revisión de los últimos eventos magmáticos del Cenozoico del sector norte–central de la Sierra Madre del Sur y su posible conexión con el subsuelo profundo de la Cuenca de México. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, vol. 67, núm. 2, p. 285 – 297. Recuperado el 7 de febrero de 2020, en <http://boletinsgm.igeolcu.unam.mx/bsgm/index.php/component/content/article/273-sitio/articulos/cuarta-epoca/6702/1315-6702-11-gonzalez>.
- ❖ Instituto de Ingeniería de la UNAM (ii UNAM). (2018). Red Acelerográfica del Instituto de Ingeniería de la UNAM (RAII – UNAM). Registros sísmicos recuperados entre octubre 2019 y febrero 2020, en <https://aplicaciones.iingen.unam.mx/AcelerogramasRSM/>.

- ❖ Marsal, R. J. (1978). *Estratigrafía y sus implicaciones*. México: El subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el área urbana del Valle de México, Simposio de 1978 de Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
- ❖ Marsal, R. J. y Mazari, M. (1969). *El subsuelo de la Ciudad de México*. México: Facultad de Ingeniería UNAM.
- ❖ Martínez, M. R. y Mendoza, C. (2016). Acoplamiento sismogénico en la zona de subducción de Michoacán- Colima-Jalisco, México: *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, vol. 68, núm. 2, p. 199-214.
- ❖ Meriggi, L., Macías, J. L., Tommasini, S., Capara, L. y Conticelli, S. (2008). Heterogeneous magmas of the Quaternary Sierra Chichinautzin volcanic field (central Mexico): the role of an amphibole-bearing mantle and magmatic evolution processes. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, vol. 25, núm. 2, p. 197-216.
- ❖ Mooser, F. (1978). *Geología del relleno cuaternario de la Cuenca de México*. México: El subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el área urbana del Valle de México, Simposio de 1978 de Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
- ❖ Mora, G., Caballero, C., Urrutia, J. y Uchiumi, S. (1991). Southward migration of volcanic activity in the Sierra de Las Cruces, basin of Mexico? - A preliminary K- Ar dating and palaeomagnetic study. México: *Geofísica Internacional*, UNAM. vol. 30, núm. 2, p. 61-70.
- ❖ Mund, H. (2015). *Arquitectura premiada en Alemania* [en línea]. Deutsche Welle Español.
- ❖ Nájjar, A. (2017). Terremoto de 1985: el devastador sismo que cambió para siempre el rostro de Ciudad de México. BBC.com. Recuperado el 14 de febrero de 2020, en https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/09/150917_mexico_sismo_antes_despues_fotos_an.
- ❖ Negendank, J. F.W. (1973). Geochemical aspects of volcanic rocks of the Valley of Mexico. *Revista Geofísica Internacional UNAM*, vol. 13, no. 3. Recuperado el 30 de enero de 2020, en <http://ojs.geofisica.unam.mx/ojs6/index.php/RGI/article/view/958>.
- ❖ Normas Técnicas Complementarias (NTC). (2017). México: Gaceta Oficial de la Ciudad de México.

- ❖ Perez, G. A. (1988). Estudio sismológico de reflexión del subsuelo de la Ciudad de México. Tesis de Maestría UNAM.
- ❖ Romero, J., García, S. R. y Aguilar, A. (2017). Recurrence plot in the interpretation of pile integrity test. Korea: 6th International Young Geotechnical Engineers' Conference (iYGEC6).
- ❖ Rosenblueth, E., García, V., Rojas, T., Orozco, J. y Núñez, F. J. (1992). Macrosismos: Aspectos físicos, sociales, económicos y políticos. México: Impresores Cuadratín y Medio. Recuperado el 25 de febrero de 2020, en http://www.cires.org.mx/docs_info/CIRES_006.pdf.
- ❖ Ruiz, A. y López, E. D. (2015). Estimación de la respuesta térmica de la cuenca lacustre del Valle de México en el siglo XVI: un experimento numérico. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, vol. 67, núm. 2, p. 215 – 225. Recuperado el 3 de febrero de 2020, en <http://www.scielo.org.mx/pdf/bsgm/v67n2/v67n2a7.pdf>.
- ❖ Servicio Sismológico Nacional (SSN). (2018a). Sismos del 17 de junio de 2018, Cuenca de México (M2.5 y M2.7). México: Instituto de Geofísica, UNAM. Recuperado el 25 de febrero de 2020, en http://www.ssn.unam.mx/sismicidad/reportes-especiales/2019/SSNMX_rep_esp_20190712_CuencaDeMex_M25.pdf.
- ❖ Servicio Sismológico Nacional (SSN). (2018b). Reporte especial: Sismos del 14 de septiembre de 2018, Cuenca de México. México: Instituto de Geofísica, UNAM. Recuperado el 25 de febrero de 2020, en http://www.ssn.unam.mx/sismicidad/reportes-especiales/2019/SSNMX_rep_esp_20190712_CuencaDeMex_M25.pdf.
- ❖ Servicio Sismológico Nacional (SSN). (2019). Reporte especial: Secuencia sísmica del 12 al 18 de julio de 2019, Cuenca de México (M 3.0). México: Instituto de Geofísica, UNAM. http://www.ssn.unam.mx/sismicidad/reportes-especiales/2019/SSNMX_rep_esp_20190712_CuencaDeMex_M25.pdf
- ❖ Servicio Sismológico Nacional (SSN). (2019). Reporte especial: Secuencia sísmica del 12 al 18 de julio del 2019, Cuenca de México. México: Instituto de Geofísica, UNAM. Recuperado el 12 de febrero de 2020, en http://www.ssn.unam.mx/sismicidad/reportes-especiales/2019/SSNMX_rep_esp_20190712_CuencaDeMex_M25.pdf.

- ⊠ Sheriff, R. E. (1991). Encyclopedic dictionary of exploration geophysics. SEG, 3^{ra} ed.
- ⊠ Strogatz, S.H., (2000). Nonlinear dynamics and chaos, Perseus Publishing, Cambridge, S.H.