



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**LOCALIZACIÓN DE FALLAS EN  
LÍNEAS DE TRANSMISIÓN  
BASADA EN MODOS DE  
CORRELACIÓN WAVELET**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Eléctrico Electrónico**

**P R E S E N T A**

Hugo Alberto Jiménez Ortega

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Rubén Tapia Olvera



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019**

# Agradecimientos

*Agradezco profundamente a todos los profesores que pasaron por mi vida académica y más a aquellos que más que profesores se convirtieron en guías dentro de toda esta trayectoria.*

*Agradezco a ésta, mi Universidad y a mi Facultad por proporcionarme todo cuanto pude necesitar para cumplir mis objetivos.*

*Agradezco al Doctor Daniel Guillén Aparicio, porque sin su guía e interés no habría podido lograr este trabajo.*

*Una mención especial para el Doctor Rubén Tapia Olvera, que a pesar de no haber trabajado este proyecto desde un inicio, su consejo y asesoría fue fundamental para la realización de este trabajo de tesis.*

*Finalmente agradezco a mi familia. A mis padres a quienes principalmente dedico este logro, a mis hermanos y a quienes siempre estuvieron ahí para apoyarme. Porque esta victoria no es solo mía.*

# Dedicatoria

A mis padres y hermanos, por su amor y su apoyo.

A Álvaro por darme confianza y paciencia.

A Armando, por su guía y consejo.

# Índice

Resumen .....	6
Capítulo I.....	8
1.1 INTRODUCCIÓN .....	8
1.2 ESTADO DEL ARTE.....	11
1.3 PROBLEMÁTICA ACTUAL.....	13
1.4 OBJETIVOS.....	14
1.4.1 Generales.....	14
1.4.2 Particulares .....	14
1.5 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS .....	15
Capítulo II.....	17
2.1 PARÁMETROS DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN .....	18
2.2 REPRESENTACIONES DE LÍNEAS .....	19
2.3 CONFIGURACIONES DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN .....	22
2.4 ARQUITECTURAS MÁS COMUNES EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN.....	23
2.5 COMPONENTES SIMÉTRICAS .....	24
2.6 FALLAS DE CORTO CIRCUITO EN LT.....	27
2.6.1 Monofásica.....	28
2.6.2 Bifásica .....	29
2.6.3 Trifásica .....	31
Capítulo III .....	34
La transformada Wavelet es una herramienta matemática que se ha usado las últimas décadas principalmente en la solución de problemas de telecomunicaciones gracias a su versatilidad al poder analizar señales de diferentes naturalezas, principalmente no periódicas. En la última década han surgido muchos trabajos en donde se aplica esta técnica a sistemas de potencia obteniendo resultados con una precisión que no se había podido lograr con otras técnicas más comúnmente usadas que se basan en características del sistema que pueden fácilmente producir errores.....	34
3.1 ANTECEDENTES DE LA TRANSFORMADA WAVELET.....	35
3.2 TRANSFORMADA WAVELET.....	36
3.3 WAVELET MADRE ‘ELECTRODINAMIC TRANSIENTS’ (ET) .....	40
3.4 MODOS DE CORRELACIÓN WAVELET .....	43
Capítulo IV.....	46
4.1 DESCRIPCIÓN DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN EN ESTUDIO .....	46
4.2 ALGORITMO PROPUESTO PARA LOCALIZACIÓN DE FALLAS.....	52
4.3 CASO DE ESTUDIO .....	53
4.4 SIMULACIÓN .....	55

Capítulo V .....	57
5.1 RESULTADOS .....	58
5.1.1 Simulación de falla en el sistema de prueba .....	58
5.1.2 Procesamiento de las señales por WCM .....	61
5.1.3 Localización de fallas sólidamente aterrizadas en líneas cortas.....	63
5.1.5 Localización de fallas con resistencia de falla .....	68
5.1.6 Localización de fallas sólidamente aterrizadas en líneas largas .....	68
CONCLUSIONES .....	74
REFERENCIAS .....	77
ANEXO I.....	80
ANEXO II .....	88
ALGORITMOS MÁS USADOS EN LOCALIZACIÓN DE FALLAS.....	88
Reactancia Simple.....	88
Takagi.....	89
Schweitzer.....	90
Eriksson .....	91
ANEXO III.....	93

# Resumen

En esta tesis se aplica un algoritmo de localización de fallas basado en una nueva técnica de procesamiento de señales llamada Modos de Correlación Wavelet. El trabajo se centra en la evaluación del algoritmo cuando se presentan fallas trifásicas, bifásicas y monofásicas en una línea de transmisión de longitud corta y falla trifásica y monofásica en una línea larga. La simulación se lleva a cabo en el software ATP Draw mientras que el algoritmo se programa en Matlab.

Se presentan las generalidades de un sistema de transmisión y los modelos utilizados para su análisis, como las componentes simétricas y los modelos de líneas. Como tema central se describe la transformada wavelet, sus generalidades y las características de una wavelet madre. Se muestra la técnica en la que se basa el algoritmo de localización, los Modos de Correlación Wavelet que están basados en los valores propios de la matriz de correlación wavelet obtenida de los coeficientes de detalle y aproximación de la transformada wavelet.

Se muestra el resultado del procesamiento de las señales por medio de los Modos de Correlación Wavelet usando cuatro diferentes wavelets madre: Daubachies 4, Symlet 4, Coiflet 4 y una wavelet recientemente creada para propósitos de análisis de sistemas de potencia llamada ET. Se observa que se obtiene un perfil de señal más amortiguado y con menos oscilaciones con la wavelet ET en comparación con las otras wavelets.

Respecto del algoritmo se muestran los resultados al evaluarlo con las cuatro wavelets. AL aplicar el algoritmo en fallas trifásicas se obtuvo un mejor resultado con la wavelet ET logrando un error de 0.012% mientras que para la falla bifásica se tiene un error de 0.87% con la wavelet Symlet 4. En el caso de resistencia de falla se obtienen resultados con errores cercanos al 3%. Lo anterior en el caso de una línea corta. Para una línea larga se observa que el error crece conforme crece la longitud de la línea. El error promedio en falla trifásica es de 0.58% mientras que el error promedio en falla monofásica es 11.55%.

# Capítulo I

## 1.1 INTRODUCCIÓN

La sociedad actual vive y evoluciona a un ritmo que hubiera parecido imposible hace cien años. Este cambio acelerado ha gestado las últimas revoluciones tecnológicas que han impulsado y obligado a crear un complejo sistema eléctrico que soporte las exigencias y cambios de la sociedad moderna. Sin este sistema eléctrico no se podría usar casi nada de lo que hoy se conoce y se usa en la vida diaria, desde los focos que alumbran nuestras casas, dispositivos electrónicos digitales hasta el complejo sistema de telecomunicaciones, tanto que se pudiera afirmar que la sociedad actual está fincada sobre la energía eléctrica.

El principal objetivo de un sistema eléctrico es llevar la energía eléctrica desde las plantas generadoras hasta los consumidores finales garantizando calidad y continuidad en el servicio. Para ello se lleva a cabo un minucioso trabajo de operación en el sistema eléctrico logrando con ello que la energía enviada a la red se encuentre dentro de los estándares de calidad establecidos. Las redes de energía eléctrica a pesar de diseñarse bajo estrictos estándares para prevenir o minimizar los daños que pueda causar cualquier tipo de siniestro, son susceptibles a accidentes que produzcan fallas que alteren las características deseadas en la energía o que corten por completo el suministro de una o más líneas de transmisión.

Dentro de una red eléctrica típica existen miles de kilómetros de línea de transmisión, como por ejemplo el Sistema Eléctrico Nacional Mexicano (SEN), que para el año 2017 tenía 107,000 km de líneas instaladas solo en transmisión, de acuerdo al reporte anual 2017 de la CFE. En cualquier punto de la red puede ocurrir una falla, la cual se busca arreglar lo más pronto posible, de modo que el servicio no se vea interrumpido por mucho tiempo. Una interrupción de esta naturaleza podría ocasionar pérdidas humanas y económicas considerables debido a la existencia de cargas sumamente sensibles a la pérdida de suministro. En el estudio de líneas de transmisión, por su longitud y parámetros, se pueden clasificar las líneas en tres tipos: líneas cortas de hasta 80 km, líneas medias de entre 80 km y 240 km y las líneas largas de más de 240 km.

La localización de fallas (LF) es un proceso que busca encontrar el punto en la red donde ocurre la falla con la más alta exactitud en el menor tiempo posible. Existen diferentes formas de localizar una falla en una línea de transmisión como el uso de relevadores y localizadores o por medio de la forma tradicional que es la inspección visual. La principal dificultad de la inspección visual se presenta en la capacidad de tránsito en las zonas en donde se encuentran las líneas de transmisión, que son principalmente zonas rurales o de espesa vegetación, así como en la

identificación de la falla, que puede escapar a la vista aún para el ojo experto. Si se busca el lugar exacto de la línea en donde ocurrió la falla recorriéndola a todo lo largo, aún cuando el uso de relevadores aísla la zona de la falla, podría llevar mucho tiempo encontrarla de modo que se deja la localización exacta en manos de otros procedimientos. En situaciones de este tipo el tiempo es crucial, por ello se recurre a métodos mucho más rápidos y precisos como la aplicación de algoritmos de localización que determinan la distancia a la que ocurre la falla con mayor rapidez que la inspección visual y mayor exactitud que los relevadores.

Un localizador de fallas es un equipo de protección suplementario que aplica algoritmos de detección y localización para determinar el tipo y la distancia a la cual ha ocurrido la falla. Un localizador puede implementarse con relevadores de protección, microprocesadores, medidores digitales que registren los valores de corriente y voltaje conocidos como Disturbance Fault Recorder o DFR's o con programas de análisis pos-falla. En líneas que consisten en más de una sección como en las multi-terminales se identifica la sección en donde ocurre la falla por medio de relevadores de protección antes de poder aplicar algún método de localización y en sistemas de distribución se pueden llegar a usar métodos con algoritmos tan complejos como las redes mismas.

Una forma común de dar solución temporal a las fallas en las líneas de transmisión es el uso de relevadores de protección que aíslan la sección de la línea fallada. Estos relevadores se activan cuando detectan las corrientes de falla que suelen estar muy por encima del valor de corriente en estado normal. Los relevadores protegen el sistema en estos casos, pero no pueden localizar la falla con precisión y suelen tener inconvenientes al transmitir la información que recaban para analizarla, por otro lado, los localizadores son mucho más precisos al encontrar el punto de la falla, pero son mucho más lentos. Los requerimientos de una rápida liberación de la falla

demandan un tiempo de acción sumamente rápido, algunas veces más corto que un ciclo de la señal, de modo que los relevadores pueden llevar a cabo su tarea al abrir las secciones de la línea que tengan falla en cuestión de milisegundos y redirigir la energía por otros caminos en la red, pero al final son los localizadores los que encuentran el punto en donde ocurrió la falla y su tiempo de acción suele ser de algunos segundos.

## 1.2 ESTADO DEL ARTE

Actualmente, existen muchas técnicas de localización de fallas en los sistemas de potencia. Estas técnicas se implementan en una gran cantidad de localizadores que, conectados a las redes de potencia, mejoran los tiempos de restauración de las líneas, reducen costos operativos, diferencian las fallas de otros tipos de fenómenos transitorios e identifican puntos débiles de la red.

En los sistemas de potencia, las líneas de transmisión están protegidas, entre otros equipos, por relevadores de impedancia o localizadores en los que los algoritmos más usados son los que están basados en el análisis de la impedancia de la línea, como los de Takagi (1982), Eriksson (1985), Reactancia (1992) o Schweitzer (1998) y algoritmos que contemplan líneas de dos terminales sin compensación o con compensación en serie con capacitores SC's (capacitores serie) como el Novosel (1996). Los métodos más antiguos y tradicionales, que requerían de una inspección visual o software de análisis de corto circuito, son cada vez menos usados debido a su lentitud en comparación con los localizadores que son más veloces y eficientes. Estos localizadores aplican métodos que pueden clasificarse según el tipo de técnicas que usan. Están los algoritmos que usan técnicas basadas en la impedancia aplicadas a líneas de una o dos terminales y las que están basadas en técnicas que estudian las ondas viajeras que se presentan en las líneas cuando sucede una falla. La gran variedad de algoritmos desarrollados, difieren en muchos aspectos que dependen de su aplicación. Cada algoritmo está desarrollado para una línea de arquitectura

específica que requiere información detallada del sistema en cuestión, como la configuración de la red, los modelos aplicables y el tipo de mediciones con las que trabajará.

Los algoritmos mencionados son los más representativos en lo que respecta al análisis con técnicas basadas en la reactancia, pero no son los únicos. Estos algoritmos son los que se han implementan en los localizadores comerciales, como el localizador de la ABB Tipo RANZA que usa el algoritmo de Erikson desde sus primeros modelos en la década de los 80's. Cada año se publican nuevos algoritmos o mejoras a los ya existentes, volviéndolos cada vez más precisos o con aplicaciones mucho más específicas en redes más complejas. Algunos ejemplos son los algoritmos que están basados en la transformada wavelet (Magnago, Abur, 1998), en parámetros distribuidos (Chen, Luo, Su, Wu, 2001), gráficas de reactancias (Morales, Mora, Vargas, 2007), en la función de correlación (Du, Pang, Sima, Tang, Zhou, 2008), en redes neuronales, algoritmos de inteligencia artificial y lógica difusa (Saha, Izykowski, Rosolowski, 2010), los que están basados en medición fasorial o usan solo un tipo de parámetro medido (Abdelaziz, Mekhamer, Ezzat, El-Saadany, 2011) y que no requieren parámetros de la línea (Davoudi, Sadeh, Kamyab, 2018).

Otro tipo de algoritmos para localización de fallas comprende métodos basados en la teoría de ondas viajeras, que funcionan midiendo el tiempo en que tarda la onda transitoria de tensión o corriente producida por la falla en viajar del punto de falla hacia la terminal. Este tipo de algoritmos de localización fueron desarrollados durante los 40's y 50's pero debido a que requieren de una alta precisión en las mediciones y no se habían desarrollados los dispositivos electrónicos que permitieran su aplicación, fueron dejados en el olvido durante casi medio siglo hasta que fue desarrollada la tecnología necesaria para su implementación. En la última década se han implementado localizadores con algoritmos basados en esta teoría aplicando nuevas técnicas

de procesamiento de datos haciéndolos cada vez más precisos como en el localizador TFS-2100E de ISA Test que típicamente presenta un error inferior a los 50 m.

El uso creciente de la transformada wavelet en análisis de señales ha provocado que en los últimos años se le hayan encontrado nuevas aplicaciones. En el campo de la detección y localización de fallas se han publicado nuevos enfoques a métodos clásicos como el de onda viajera (Jayatunga, De Silva, Karunadasa, 2009), detección y localización (Kajoijilertsakul, Asawasripongtorn, Sanposh, 2011), la transformada de Clark (Saini, Zin, Mustafa, Sultan, 2014) o densidad espectral (Guillén, Arrieta, Ortiz, Tripathy, Zamora, Tapia, Téllez, 2015) usando como herramienta principal la transformada wavelet. Los trabajos más recientes aplican la transformada wavelet a diferentes problemas de las redes eléctricas como a sistemas de distribución (Moraes, Lovisolo, Corrêa, 2017), líneas paralelas (Saini, Zin, Mustafa, Sultan, 2018), microredes (Beheshtaein, Cuzner, Savaghebi, Golestan, Guerrero, 2018), o para sistemas desbalanceados (Li, Liao, 2018).

Los estudios de localización de fallas son un tema al que se le han dedicado muchos trabajos durante las últimas décadas, aplicando técnicas de análisis respondiendo a los nuevos esquemas de generación actuales que requieren nuevos sistemas de transmisión y tecnologías más eficientes para su protección. De la misma manera tanto tradicionales como nuevas líneas de transmisión requieren de un sistema de protección que detecte las fallas y determine su localización.

### 1.3 PROBLEMÁTICA ACTUAL

El principal problema de los esquemas de protección es que aún se usan algoritmos en relevadores de impedancia que hacen consideraciones sobre las características de la red y basan su éxito en que la resistencia de falla sea cercana a cero, es decir fallas francas, de modo que

puedan ignorar su efecto. Sin embargo, esto produce un error considerable cuando la falla esta lejana al punto de medición o cuando la resistencia de falla es alta (Idárraga, Valencia, Hernández, 2004). Algunas técnicas más recientes tienen un mejor desempeño, pero son poco estudiadas en comparación con las clásicas, además, algunas requieren de la realización de un mayor número de procesos por lo que resultan muy complejas de aplicar. Generalmente se requieren de una inversión considerable para poder implementar estas técnicas en campo y no todos los equipos comerciales trabajan con ellas por tal motivo es necesario desarrollar técnicas de localización que no asuman condiciones en la red o, en su defecto, que no aumenten el error de manera considerable y que sean susceptibles de actualizaciones y de mejora constante. Adicionalmente se debe acotar su desempeño a condiciones específicas de modo que simplifiquen su implementación mejorando su exactitud y precisión.

## 1.4 OBJETIVOS

### 1.4.1 Generales

El objetivo principal de este trabajo es emplear un algoritmo de localización de fallas para líneas de transmisión. Este algoritmo esta basado en una técnica llamada Modos de Correlación Wavelet la cuál se aplica a las variables registradas durante la presencia de una falla en una línea de transmisión corta determinando la distancia donde se presenta y la resistencia asociada simultáneamente.

### 1.4.2 Particulares

Para alcanzar los objetivos es necesario desarrollar lo siguiente:

- 1) Diseñar un sistema de prueba en el cual se simulen fallas trifásicas, bifásicas y monofásicas a lo largo de la línea corta y una línea larga con y sin resistencia de falla.
- 2) En el esquema de estudio, validar una nueva wavelet madre llamada ET (Electromagnetic Transients) y comparar los resultados con los obtenidos usando las wavelets madre Daubachies 4, Coiflet 4 y Symlet 4, que se emplean comúnmente en análisis de variables eléctricas.
- 3) Asimismo, analizar el desempeño del algoritmo tomando como referencias técnicas clásicas como los algoritmos de Erikson, Reactancia y Takagi.

## 1.5 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

### Capítulo I

En el primer capítulo se presenta una introducción al trabajo, haciendo énfasis en las problemáticas que presenta un sistema de localización de fallas y los principales algoritmos usados para tal fin. Se presentan los objetivos de esta tesis en los que se propone emplear un algoritmo basado en una nueva técnica de análisis de señales llamada Modos de Correlación Wavelet y, adicionalmente, se busca validar el uso de una wavelet madre de reciente creación especialmente diseñada para el análisis de fenómenos eléctricos en los sistemas de potencia.

### Capítulo II

El segundo capítulo se centra en el análisis físico de un sistema de potencia. Se presentan las generalidades de los parámetros de una línea de transmisión y su modelado. Se anexa el teorema de Fortescue aplicado a sistemas trifásicos y finalmente un análisis de los tipos de fallas que pueden presentarse en una línea de transmisión.

### Capítulo III

Este capítulo explica las bases y generalidades de la transformada wavelet y las características de una wavelet madre. Se presenta la wavelet probada en este trabajo junto con sus características particulares como su perfil y el banco de filtros asociado. Se explican los Modos de Correlación Wavelet, técnica utilizada en este trabajo.

#### Capítulo IV

En el cuarto capítulo se presenta la metodología de esta tesis. Se muestra el sistema de prueba y sus características generales. Se presenta el algoritmo propuesto de localización de fallas así como las ecuaciones pertinentes para su aplicación. Al final del capítulo se definen las características particulares del sistema de prueba utilizado.

#### Capítulo V

En este quinto capítulo se presentan los resultados obtenidos siguiendo el curso del algoritmo. Se muestran los oscilogramas obtenidos de la simulación así como los obtenidos como resultado del procesamiento de las señales. Finalmente, se presentan los resultados de la localización de fallas en una serie de tablas asignando una a cada tipo de falla.

#### Conclusiones

Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo, una breve discusión sobre los resultados obtenidos y se agrega una sección dedicada a la recomendación de trabajos futuros con esta técnica.

# Capítulo II

Todo sistema eléctrico de potencia está compuesto por distintos elementos que llevan a cabo una tarea específica para suministrar la energía requerida. Los componentes básicos de estos sistemas son la planta generadora, transformadores elevadores y reductores, y una compleja red de líneas de transmisión diseñadas para los diferentes niveles de tensión. Una línea de transmisión (LT) tiene tres parámetros determinantes en cualquier tipo de análisis de un sistema de potencia: resistencia, inductancia y capacitancia.

Las propiedades del circuito que forma la red de transmisión pueden expresarse en función de la inductancia y capacitancia de la línea, que influyen directamente en su desempeño y en su

capacidad de transmitir potencia. La resistencia y la inductancia uniformemente distribuidas a lo largo de la línea constituyen la impedancia serie mientras que la capacitancia que se presenta entre los conductores y la línea de neutro constituyen la admitancia en paralelo. Aunque estos parámetros están distribuidos equitativamente a lo largo de la línea, el circuito equivalente los considera como parámetros concentrados ya sea en su totalidad o en secciones de modo que facilita su análisis.

## 2.1 PARÁMETROS DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

La resistencia en una LT es la principal causante de las pérdidas debido al efecto Joule y está en función de la resistividad y del área del conductor como muestra (2.1). La reactancia inductiva (2.2) y capacitiva (2.3) están en función de la disposición espacial y geometría de los conductores.

$$R_0 = \frac{\rho l}{A} [\Omega] \quad (2.1)$$

$$X_L = 2.8935 \times 10^{-3} f \ln \left( \frac{D_{eq}}{D_s} \right) \Omega/\text{km} \quad (2.2)$$

$$X_C = -\frac{1}{f} j 4.096 \times 10^6 \ln \left( \frac{D_{eq}}{D_{sc}} \right) \Omega \cdot \text{km} \quad (2.3)$$

donde  $D_{eq}$  es la distancia equivalente o distancia media geométrica entre los tres conductores y  $D_s$  es el radio medio geométrico del conductor que normalmente se obtiene de tablas de conductores (Grainger, Stevenson, 1996).

Otra forma de obtener la impedancia serie y la admitancia de la LT es aplicando las ecuaciones de Carson, que simplifican el análisis y están basadas en las ecuaciones mostradas.

La impedancia serie y la admitancia en paralelo son los principales parámetros que se usan en el análisis de una LT que son principalmente flujos de potencia y corto circuito. En estos análisis se consideran dos variables de suma importancia para cualquier sistema eléctrico: voltaje y corriente.

## 2.2 REPRESENTACIONES DE LÍNEAS

Las relaciones que existen entre el voltaje y la corriente en una LT están directamente ligadas a la representación de la misma en forma de circuito equivalente, en donde se considera el efecto de la impedancia y la admitancia en la línea. Se han descrito tres diferentes circuitos equivalentes para una LT que responden a la longitud total de ella y todos estos asumen que los parámetros de la línea están distribuidos uniformemente a lo largo de ella. El criterio de análisis por la longitud están basados en el efecto capacitivo de la línea y diferencian los circuitos equivalentes para líneas de menos de 80 km (cortas), de 80 km a 240 km (medias) y con longitudes mayores a 240 km (largas). Por facilidad se suele usar la representación de línea media aún en el análisis de líneas de hasta 320 km debido a que en la línea larga es más largo y complejo el análisis que se realiza, pero esto conlleva sacrificar la precisión del modelo (Grainger, Stevenson, 1996).

En el modelo de línea corta describe la forma más simple de LT en el cual no se considera el efecto capacitivo de los conductores debido a que es tan pequeño por unidad de longitud que no representa un efecto considerable. Este modelo considera un circuito serie simple cuyas ecuaciones son:

$$I_S = I_R \quad (2.4)$$

$$V_S = V_R + I_R Z_L \quad (2.5)$$

en donde el subíndice S representa las variables asociadas a la fuente o generador mientras que el subíndice R representa las variables asociadas al nodo de carga llamado *nodo de recepción*.

El modelo de línea media contempla el efecto capacitivo de la línea, modelándola como un circuito tipo  $\pi$  clásico. En este circuito se considera su admitancia en paralelo, dividiéndola en dos y colocando cada mitad en cada extremo de la línea.

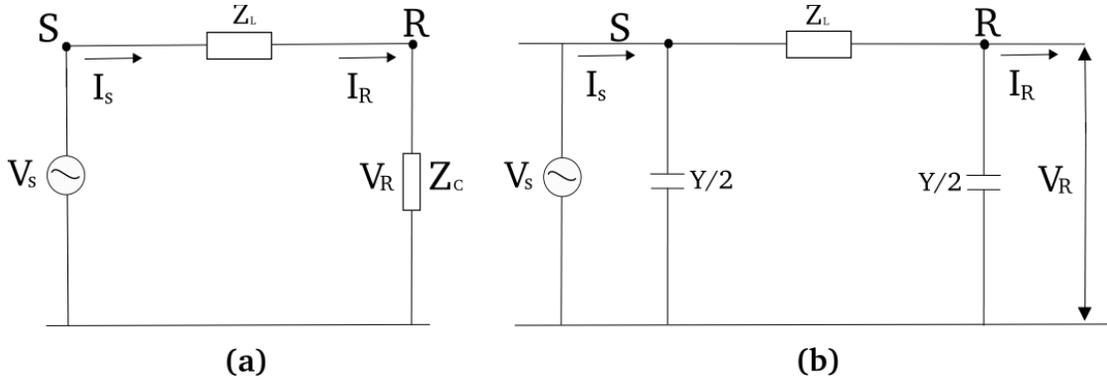


Fig. 2.1 Circuitos equivalentes línea corta (a) y de línea media (b)

Del la figura 2.1 (b) se puede deducir que el voltaje de la fuente y se puede expresar como

$$V_S = \left( \frac{YZ_L}{2} + 1 \right) V_R + I_R Z_L \quad (2.6)$$

La corriente de la fuente se puede expresar como la suma de la corriente de línea más la corriente de la admitancia en paralelo del extremo de la fuente expresándose de modo que

$$I_S = \left( \frac{YZ_L}{2} + 1 \right) Y V_R + \left( \frac{YZ_L}{2} + 1 \right) I_R \quad (2.7)$$

Como se observa en (2.6) y (2.7), los coeficientes que multiplican a las variables relacionadas a la carga son constantes para cada línea en particular, de modo que se pueden expresar de forma general y en una sola ecuación matricial.

Las constantes presentes en (2.6) y (2.7) se pueden expresar como coeficientes de forma

$$A = D = \left( \frac{Y_L Z_L}{2} + 1 \right) \quad (2.8)$$

$$B = Z_L \quad (2.9)$$

$$C = \left( \frac{Y_L Z_L}{2} + 1 \right) Y_L \quad (2.10)$$

De manera matricial se puede expresar una sola ecuación representativa para la línea media obteniendo

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

La línea larga considera el mismo circuito tipo  $\pi$  de la línea media como un diferencial de una línea más larga, de modo que la impedancia serie y admitancia en paralelo del circuito son consideradas como impedancia por unidad de longitud. La solución de este circuito conlleva la solución de dos ecuaciones diferenciales, una para el voltaje y una para la corriente. Como resultado se obtienen ecuaciones en función de seno y coseno hiperbólicos.

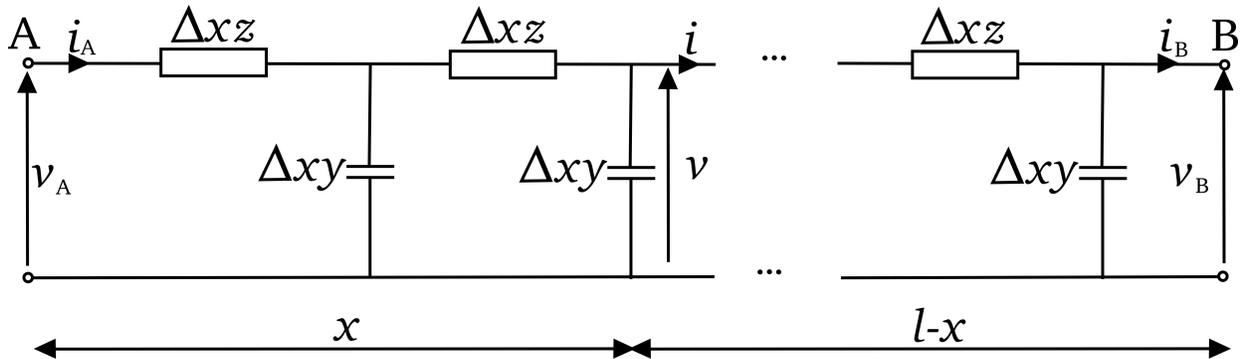


Fig. 2.2 Circuitos equivalente de línea larga

De la figura 2.2 se pueden deducir las ecuaciones para voltaje y corriente, expresándose de la siguiente manera.

$$v(x + \Delta x) = v(x) + (z\Delta x)i(x) \quad (2.12)$$

$$i(x + \Delta x) = i(x) + (y\Delta x)v(x) \quad (2.13)$$

Tomando el límite de ambas ecuaciones cuando  $\Delta x$  tiende a cero se obtiene

$$\frac{dv(x)}{dx} = zi(x) \quad (2.14)$$

$$\frac{di(x)}{dx} = yv(x) \quad (2.15)$$

De aquí se puede obtener la siguiente igualdad

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{zdi(x)}{dx} = zyv(x) \quad (2.16)$$

Tras resolver la ecuación diferencial cuyas incógnitas son  $V(x)$  y  $I(x)$  se obtienen dos expresiones en función de seno y coseno hiperbólicos.

$$v(x) = \cosh(\gamma x) v_B - Z_c \sinh(\gamma x) i_B \quad (2.17)$$

$$i(x) = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma x) v_B - \cosh(\gamma x) i_B \quad (2.18)$$

en donde  $\gamma = \sqrt{zy} \text{ m}^{-1}$ ,  $Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \Omega$  y el subíndice B indica que las variables están referidas al punto de recepción de la línea.

## 2.3 CONFIGURACIONES DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

El diseño de los sistemas de potencia se basa en las cargas que se desean alimentar y la localización geográfica de las plantas generadoras, de modo que las subestaciones se localizan en puntos intermedios entre ellos. Las conexiones entre todos los elementos se realizan por medio de las LT que a su vez se diseñan considerando el terreno por el que deben pasar, el nivel de voltaje que tendrán y la potencia que deben suministrar. Estas características hacen que cada LT sea diferente en tipo de conductor, longitud y configuración. Para poder analizar los sistemas de potencia se agruparon las LT's de forma que su modelado se generaliza para su estudio. Esta agrupación comprende el nivel de transmisión y distribución, el número de circuitos que posee y el número de terminales a las que esta conectada.

La clasificación que se describe a continuación está basada en el tipo de parámetros que se consideran en su estudio, el número de circuitos presentes entre las terminales de la LT y la

cantidad de terminales a las que esta conectada. En este trabajo se consideran únicamente las líneas destinadas a la transmisión de energía eléctrica y no las destinadas a la distribución.

## 2.4 ARQUITECTURAS MÁS COMUNES EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

La LT más simple y sencilla es la que posee un solo circuito para transmitir la energía entre dos terminales, ya sean de carga o de generación. Esta arquitectura típica de LT se puede modelar como un circuito que se asume lineal con una fuente en cada una de las terminales y puede o no tener un equivalente de sistema que puede modelarse como una impedancia conectada con una rama extra entre las terminales.

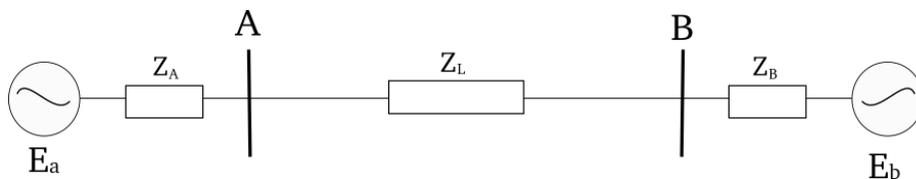


Fig. 2.3 Circuitos equivalente de línea de transmisión de un solo circuito y dos terminales.

El análisis es el más sencillo y según su longitud puede considerarse admitancia en paralelo o no. Se toma como referencia alguna de las terminales de la línea, la impedancia se distribuye por unidad de longitud y se usa un equivalente para la impedancia de las fuentes.

Las líneas de doble circuito están diseñadas de manera que dos circuitos trifásicos están colocados juntos en una torre o en torres adyacentes y pueden o no tener el mismo nivel de voltaje. La problemática de estos circuitos es que los voltajes y corrientes de cada línea no son independientes y dependen del acoplamiento magnético de los dos circuitos. La forma de modelar estos circuitos es con un circuito equivalente en el cual se consideran las impedancias mutuas entre los circuitos y, dado que los niveles de voltaje de cada línea se alteran por el efecto mutuo, también se modelan dos fuentes equivalentes en cada terminal del circuito, de modo que cada uno tiene sus fuentes independientes.

Las líneas con multiterminales se refieren a líneas que están interconectadas en alguno de sus puntos a otras líneas, lo que implica que el circuito completo posea más de dos terminales. Por otro lado, las líneas tappendas son aquellas que tienen interconexiones a lo largo del circuito con más terminales que están conectadas a cargas o más fuentes. El número de derivaciones puede variar desde uno hasta más de diez, dependiendo de las necesidades de la red.

En este tipo de redes el análisis es mucho más complejo porque se deben considerar todas las fuentes y ramas que componen el circuito. Generalmente el análisis de flujos de potencia es el más efectivo para encontrar los niveles de tensión en cada terminal pero no funciona cuando la falla se presenta a lo largo de los conductores. En estos casos suelen usarse métodos de redes neuronales o inteligencia artificial (Saha, Izykowski, Rosolowski, 2010).

## 2.5 COMPONENTES SIMÉTRICAS

Como se ha visto previamente, las LT's son susceptibles de sufrir distintos tipos de fallas. Por sus características pueden clasificarse en: fallas monofásicas, donde solo una de los conductores falla; bifásicas, en la cuál fallan dos conductores; y trifásica, donde todas las fases fallan. Cada una de estas fallas tiene características particulares debido a las fases involucradas, puede presentarse una impedancia en el punto de falla o puede darse una conexión directa a tierra o una conexión entre fases. Para su análisis se usan distintas herramientas matemáticas, una de ellas es el análisis en componentes simétricas que facilita la comprensión y resolución del problema.

En el estudio de redes eléctricas generalmente se asume que el sistema esta balanceado y no se realiza mayor consideración del circuito más allá del hecho de que lo que sucede en una fase es igual en las otras y basta con el análisis de una sola de ellas. La realidad es que rara vez un sistema eléctrico esta totalmente balanceado y las corrientes de cada fase no son iguales. Debido

a que este desbalance es muy complicado de analizar con el esquema tradicional de secuencia de fases se desarrolló un método en el cual cada fase se descompone en un sistema trifásico balanceado, de forma que cada fase se compone de tres secuencias desbalanceadas, pero que cada una de estas esta balanceada con respecto a las secuencias homólogas de las otras fases. Este análisis permite tener tres secuencias balanceadas provenientes de las secuencias de fase que originalmente están desbalanceadas. A este análisis se le llama componentes simétricas.

Publicado por primera vez en 1918 por Charles LeGeyt Fortescue, este teorema demuestra que cualquier grupo de  $n$  vectores desbalanceados puede expresarse como la suma de  $n$  vectores simétricos balanceados que globalmente representan el sistema entero. De esta manera, se puede definir un operador que transforme un conjunto de fasores desbalanceados en un conjunto de fasores balanceados que hagan más sencillo el análisis de redes eléctricas (Anderson, 1995).

Este operador es una matriz de transformación  $\mathbf{T}$  que traslada un sistema en el dominio de fases a un sistema en el dominio de secuencias o componentes simétricas, y viceversa si operamos con la matriz inversa, de forma que se puede pasar fácilmente de un dominio al otro.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

En un sistema eléctrico trifásico se pueden expresar las componentes simétricas de los fasores de voltaje y corriente en función de sus fasores desbalanceados, como muestran (2.21) y (2.22).

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

La matriz de impedancias de secuencia es producto de la relación de corriente y voltaje en el análisis de la caída de tensión en una línea expresada como:

$$\mathbf{V}_{012LT} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}_L \mathbf{T} \mathbf{I}_{012} \quad (2.23)$$

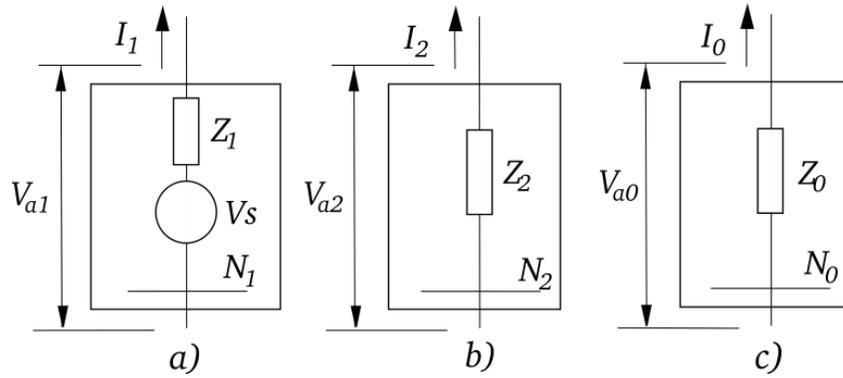
Para simplificar la matriz de impedancias se considera que las impedancias propias y mutuas son iguales entre las tres fases para poder obtener así una matriz diagonal mucho más fácil de operar.

$$\mathbf{Z}_{012} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Esta matriz (2.24) es la que se suele usar al describir las relaciones corriente-voltaje en los sistemas desbalanceados, obteniendo una descripción que se puede expresar como un circuito equivalente para cada secuencia. A estos circuitos equivalentes se les llama redes de secuencia.

Una red de secuencia es una copia del sistema balanceado original con la diferencia de que la impedancia de la red corresponde a la impedancia de secuencia que se esté considerando, es decir, la red de secuencia cero tiene la impedancia de secuencia cero en vez de la impedancia original, la red de secuencia positiva tiene la impedancia de secuencia positiva y de igual forma sucede con la secuencia negativa.

El voltaje de secuencia positiva es el voltaje de Thévenin de la red, mientras que el voltaje de la secuencia cero y negativa es cero, debido a que, por definición, el voltaje de un sistema trifásico es de secuencia positiva (a-b-c).



**Fig. 2.4** Redes de secuencia positiva a) negativa b) y cero c).

De la figura 2.4 se puede encontrar la relación entre voltajes y corrientes de las redes de secuencia.

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_s \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Esta definición de las redes de secuencia es la base del análisis de fallas en una LT, en donde interactúan las redes de secuencia de distinta forma para cada tipo de falla. Para mayor detalle el desarrollo de las ecuaciones se muestra en el Anexo III.

## 2.6 FALLAS DE CORTO CIRCUITO EN LT

Las fallas de corto circuito en una LT se pueden clasificar según las fases que involucre dicha falla, es decir si la falla se presenta en una, dos o las tres fases. El análisis de la falla se realiza mediante las redes de secuencia y según sea el caso estas se interconectan de una u otra forma. Las fallas estudiadas son la monofásica, bifásica con y sin conexión a tierra y trifásica y puede o no tener alguna impedancia de conexión a tierra (Anderson, 1995).

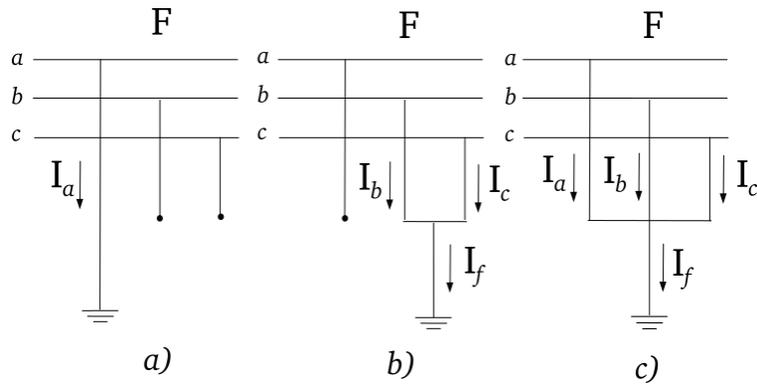


Fig. 2.5 Diagrama de fallas a) monofásica, b) bifásica a tierra y c) trifásica.

### 2.6.1 Monofásica

La falla monofásica o de línea a tierra involucra la conexión directa o por medio de alguna impedancia de alguna de las tres fases con la tierra del sistema. Es provocada generalmente por descargas atmosféricas o por el contacto de algún conductor con el aislamiento desgastado con alguna estructura aterrizada.

En este tipo de falla, si como un ejemplo se asume la falla en la fase a, la corriente de corto circuito de las fases b y c es igual a cero y el voltaje de prefalla de la fase a está en función de la impedancia de falla.

$$I_b = I_c = 0 \quad (2.26)$$

$$V_a = Z_f I_a \quad (2.27)$$

De esta forma la transformación al esquema de las secuencias es

$$\mathbf{I}_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} I_a \\ I_a \\ I_a \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Se observa en la ecuación (2.29) que todas las corrientes de secuencia son iguales, y se puede escribir

$$I_0 = I_1 = I_2 = \frac{1}{3} I_a \quad (2.29)$$

entonces el voltaje en la falla se expresa como

$$V_a = 3Z_f I_0 \quad (2.30)$$

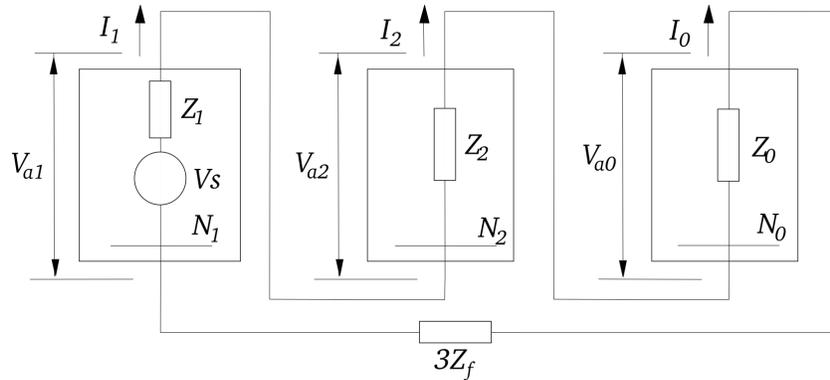


Fig. 2.6 Diagrama de la red de secuencia durante una falla monofásica.

lo que implica que las tres redes de secuencia están conectadas en serie y la impedancia total es la suma de las impedancias de secuencia y tres veces la impedancia de falla, por lo tanto la corriente de falla se puede expresar como

$$I_0 = \frac{V_{pfa}}{Z_0 + Z_1 + Z_2 + 3Z_f} \quad (2.31)$$

### 2.6.2 Bifásica

Existen dos tipos de falla bifásica: la falla entre dos líneas y la falla entre dos líneas y tierra. En cualquiera de los dos casos solo existen las corrientes de corto circuito de las fases falladas.

En la falla de línea a línea, si falla la fase  $b$  y  $c$ , se deduce que

$$\begin{aligned} I_a &= 0 \\ I_b &= -I_c \\ V_b - V_c &= Z_f I_b \end{aligned} \quad (2.32)$$

Realizando la transformación se tiene

$$\mathbf{I}_{012} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ -I_b \end{bmatrix} = \frac{j}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ -I_b \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Debido a esto se deduce que la red de secuencia cero está abierta mientras que las de secuencia positiva y negativa están conectadas en serie con la impedancia de falla

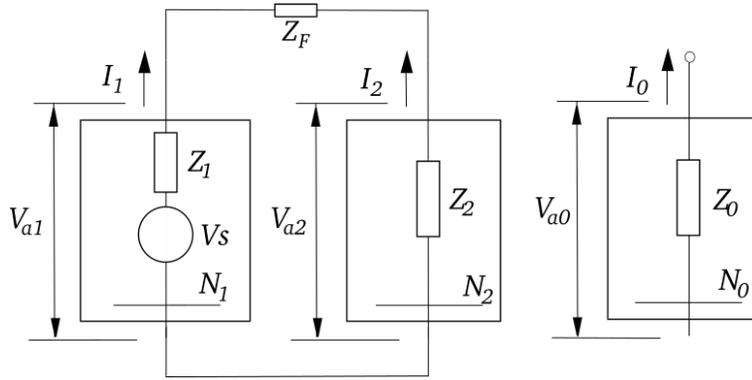


Fig. 2.7 Diagrama de la red de secuencia durante una falla entre dos fases.

De la figura 2.7 se observa que

$$I_1 = \frac{V_s}{Z_1 + Z_2 + Z_f} \quad (2.34)$$

De manera similar, en la falla de línea a línea con conexión a tierra solo hay dos corrientes presentes pero esta vez la corriente resultante es la suma de la de las fases falladas.

Suponiendo que las fases falladas son las mismas, se deduce que

$$I_a = 0 \quad (2.35)$$

$$I_f = I_b + I_c$$

$$I_a = (I_0 + I_1 + I_2) = 0 \quad (2.36)$$

y de la condición de  $I_0 = -(I_1 + I_2)$  se puede deducir que las redes de secuencia están conectadas en un mismo nodo. La secuencia cero posee una impedancia de  $Z_f + 3Z_g$  a diferencia de la secuencia positiva y negativa.

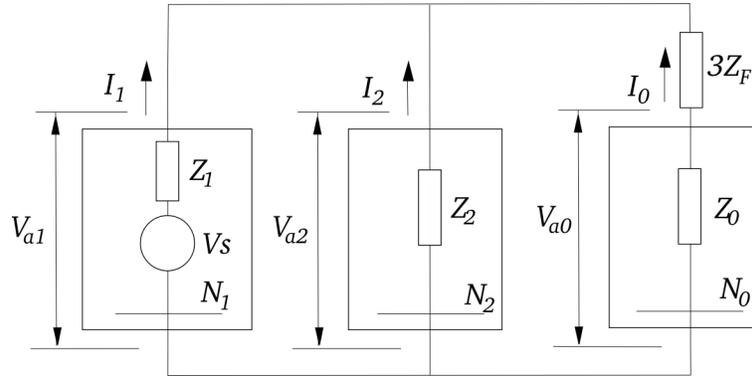


Fig. 2.8 Diagrama de la red de secuencia durante una falla entre dos fases y tierra.

De la figura 2.8 se observa que la corriente  $I_1$  esta definida por el voltaje de prefalla aplicado a la impedancia del circuito que resulta ser

$$Z_{sist} = Z_1 + Z_f + (Z_2 + Z_f) \parallel (Z_0 + Z_f + 3Z_g) \quad (2.37)$$

y se puede definir la corriente de cortocircuito de secuencia positiva como

$$I_1 = \frac{V_s}{(Z_1 + Z_f) + \frac{(Z_2 + Z_f)(Z_0 + Z_f + 3Z_g)}{Z_2 + Z_f + Z_0 + Z_f + 3Z_g}} \quad (2.38)$$

Las corrientes de secuencia cero y negativa se encuentran por una simple división de corrientes

$$I_0 = -\frac{Z_2 + Z_f}{Z_2 + 2Z_f + Z_0 + 3Z_g} I_1$$

$$I_2 = -\frac{Z_0 + Z_f + 3Z_g}{Z_2 + 2Z_f + Z_0 + 3Z_g} I_1 \quad (2.39)$$

### 2.6.3 Trifásica

El análisis de la falla trifásica es el más sencillo de todos debido a que no es necesario usar componentes simétricas debido a que el sistema se encuentra balanceado teniendo que para todas las fases se cumple que:

$$V_{a,b,c} = Z_f I_{a,b,c} + Z_g (I_a + I_b + I_c)$$

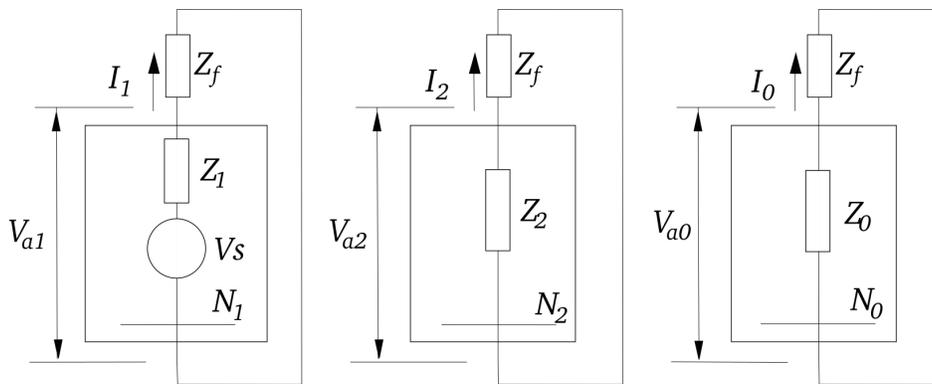
$$I_a + I_b + I_c = 0 \quad (2.40)$$

Como el sistema esta balanceado se sabe que

$$I_{012} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

lo que implica que las redes de secuencia están aisladas una de otra y debido a que la única red que pose una fuente de voltaje es la de secuencia positiva se observa que la única corriente de corto circuito es

$$I_1 = I_a = \frac{V_s}{Z_1 + Z_f} \quad (2.43)$$



**Fig. 2.9** Diagrama de la red de secuencia durante una falla entre las tres fases y tierra.

Las fallas descritas en este capítulo son las más frecuentes. Los tipos de fallas más comunes en una LT son la falla monofásica con un 70% de ocurrencia, seguida por las bifásicas línea-línea y línea-línea-tierra con 25%, y la trifásica con sólo un 5% de ocurrencias. La incidencia de fallas también disminuye conforme incrementa el nivel de tensión (Saha, Izykowski, Rosolowski, 2010).

Tabla 2.1 *Estadística de diferentes tipos de fallas en diferentes niveles de tensión (número de fallas por año por cada 100 km).*

Tipo de Falla	Número de fallas por año por cada 100 km	
	(200-250) kV	(300-500) kV
Falla monofásica (LG)	2.64	2.2
Falla bifásica a tierra (LLG)	0.56	0.16
Fallas que involucran más de un circuito de una línea	0.11	0.06
Fallas que involucran diferentes niveles de voltaje.	0.005	0.004

**Fuente:** Fault Location in Power Networks, Saha, Izykowski, Rosolowski, 2010.

El estudio de LT es de suma importancia en la localización de fallas y un factor importante para garantizar el éxito en la aplicación de cualquier algoritmo de localización es tener pleno conocimiento del sistema que se estudia: impedancias, arquitectura y modelado del circuito.

Aunque las LT se generalizan según sus características físicas o el tipo de modelado, aún es necesario el estudio particular de cada una de ellas para desarrollar y aplicar el algoritmo que mejor responde a las características que ésta posea.

# Capítulo III

La transformada Wavelet es una herramienta matemática que se ha usado las últimas décadas principalmente en la solución de problemas de telecomunicaciones gracias a su versatilidad al poder analizar señales de diferentes naturalezas, principalmente no periódicas. En la última década han surgido muchos trabajos en donde se aplica esta técnica a sistemas de potencia obteniendo resultados con una precisión que no se había podido lograr con otras técnicas más comúnmente usadas que se basan en características del sistema que pueden fácilmente producir errores.

### 3.1 ANTECEDENTES DE LA TRANSFORMADA WAVELET

La capacidad de enviar información por medio de señales eléctricas ha presentado problemas que representan pérdida o alteración de la información debido a interferencias provenientes del medio o de la exactitud de los métodos de análisis de estas señales. Una de las soluciones más robustas para resolver este problema es la aplicación de la transformada de Fourier. Este método permite expresar una función como la suma de otras funciones senoidales en su forma continua y como una matriz de coeficientes en su forma discreta y así conocer sus componentes de frecuencia presentes en ella. Esto permite filtrar y recuperar la parte útil de toda la información presente en la señal analizada. La transformada discreta de Fourier (DFT) se expresa como:

$$DFT\{x(n)\} = \mathbf{C}_N x_N \quad (3.1)$$

$$\mathbf{C}_N = \begin{bmatrix} c_N^0 & c_N^0 & \cdots & c_N^0 \\ c_N^0 & c_N^{-1} & \ddots & c_N^{-(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_N^0 & c_N^{-(N-1)} & \cdots & c_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$c_N^k = e^{j\frac{2\pi k}{N}} \quad (3.3)$$

en donde  $x(n)$  representa la señal muestreada,  $x_N$  es un vector de  $N$  muestras de la señal,  $\mathbf{C}_N$  es una matriz de coeficientes de dimensión  $N \times K$  y  $k$  es el nivel de descomposición en frecuencia.

La mayor limitación de esta técnica es que descompone las señales en sus componentes de frecuencia a lo largo de todo el tiempo, es decir que se pueden conocer las frecuencias que aparecen en la señal, pero no en qué momento se presentan. Este inconveniente se resuelve parcialmente haciendo una modificación a DFT que consiste en aplicarla dentro de una ventana de tiempo de  $N$  muestras que avanza muestra por muestra y analiza el fragmento de la señal que se asume estacionario dentro de este marco de tiempo. Esta técnica es llamada Transformada de Fourier con Ventana Deslizante (STFT) y se expresa como:

$$DFT\{x(n)\} = X_k(n) \quad (3.4)$$

$$X_k(n+1) = [X_k(n) - x(n-N) + x(n+1)]e^{j\frac{2\pi k}{N}} \quad (3.5)$$

Uno de los mayores inconvenientes de esta técnica es que presenta problemas en la resolución de la señal. De acuerdo al principio de incertidumbre, no es posible representar exactamente la señal en tiempo-frecuencia más allá de los intervalos de tiempo en los que existen determinadas bandas de frecuencia (Boggess, Narcowich, 2009).

Como alternativa a SDTF, fue desarrollado a finales del siglo XX una herramienta que permite conocer las componentes en tiempo y frecuencia de una señal por medio de una técnica llamada Análisis Multirresolución (MRA). Esta técnica, creada por Stephane Mallat e Yves Meyer en 1988, permite tener diferentes niveles de resolución para cada banda de frecuencia que se define por medio de una función llamada wavelet madre. En 1989, Mallat define por primera vez la transformada wavelet como una técnica de análisis multidimensional que usa el MRA y las wavelets madres como base.

La transformada wavelet es un proceso de análisis de señales que busca resolver el problema del análisis de señales no periódicas como son fenómenos transitorios, señales con ruido en intervalos no uniformes o señales de audio o imagen (Burrus, Gopitha, 1998).

### 3.2 TRANSFORMADA WAVELET

La transformada wavelet analiza una señal a cada instante de tiempo de modo que arroja información sobre las frecuencias que intervienen a cada intervalo de tiempo definido.

Este proceso se lleva a cabo dividiendo la señal en bandas de frecuencia definidas por la wavelet madre. Esta función descompone la señal en diferentes componentes de frecuencia que conforman una familia de funciones que son traslaciones y escalamientos de la wavelet madre. La

wavelet madre se superpone a la señal original variando su amplitud y longitud (escalamiento y traslación) de modo que encaje dentro del perfil de la señal y repitiéndose a lo largo de ésta tantas veces sea necesario para cubrirla por completo. De este modo, se conocen las frecuencias que intervienen en cada intervalo de tiempo definido. Una wavelet madre esta definida por:

$$\Psi_{\tau,a} = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi \left( \frac{t - \tau}{a} \right) \quad (3.6)$$

donde  $\tau$  es el factor de traslación y  $a$  el de escalamiento. Para la transformada wavelet es necesario que las wavelets madre cumplan con tres criterios; valor promedio nulo (3.7), energía finita (3.8), y el criterio de admisibilidad (3.9) (Gómez, Silva, Aponte 2013).

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0 \quad (3.7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(t)|^2 dt < \infty \quad (3.8)$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\widehat{\Psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (3.9)$$

donde  $\widehat{\Psi}(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $\Psi(t)$ . Así es posible definir la transformada wavelet continua (CWT) como

$$CWT(\tau, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \Psi \left( \frac{t - \tau}{a} \right)^* dt \quad (3.10)$$

donde  $f(t)$  es la señal que se está analizando y \* indica el conjugado de la función.

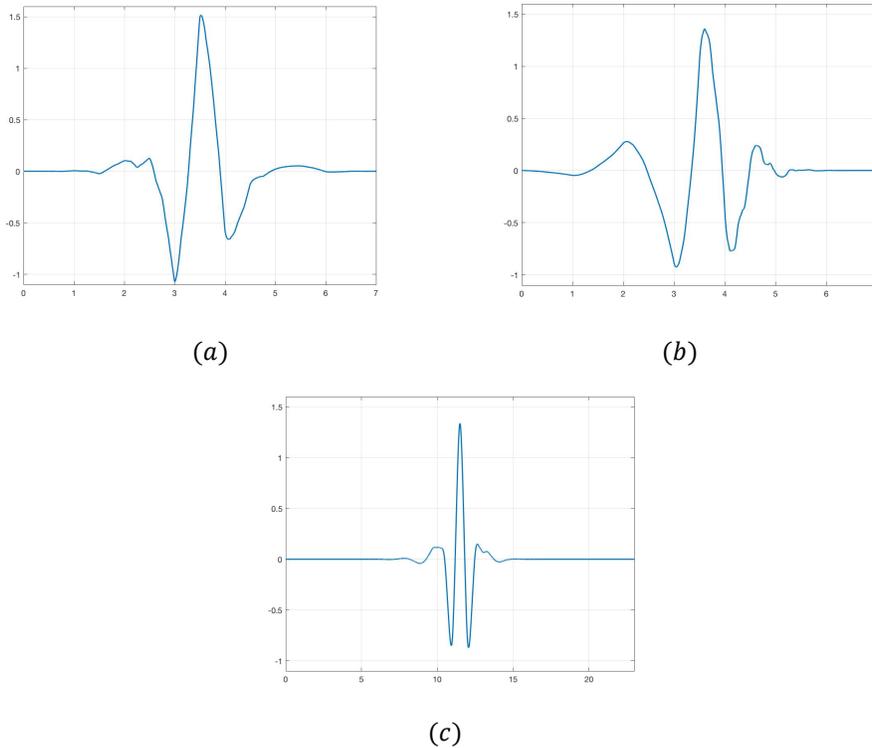
Debido a que un proceso computacional es de naturaleza discreta, es imposible realizar el análisis continuo de una señal, se realiza un muestreo y posteriormente la transformada wavelet discreta (DWT), de la cual se obtienen coeficientes de aproximación ( $cA$ ) y coeficientes de detalle ( $cD$ ) que describen la señal original de manera similar a los coeficientes de la serie de Fourier. La transformada wavelet discreta y los coeficientes asociados se definen por:

$$DWT = 2^{-j/2} \sum_{n=1}^N f(n)\Psi(2^j n - k) \quad (3.11)$$

$$cA_{(L+1,N)} = \sum_{i=0}^N cA_{L,k}(i)h_0(2k - i) \quad (3.12)$$

$$cD_{(L+1,N)} = \sum_{i=0}^N cA_{L,k}(i)h_1(2k - i) \quad (3.13)$$

donde  $h_0$  y  $h_1$  son los coeficientes del filtro asociado a la wavelet madre,  $j$  es el parámetro asociado al escalamiento,  $k$  está asociado al traslado temporal,  $L$  es el nivel de descomposición y  $N$  es el número de muestras tomadas de la señal original. La elección de  $j$  y  $k$  depende del intervalo de duración y amplitud de cada fragmento de la señal que se analice. Históricamente las wavelets de las familias Symlet, Daubachies y Coiflet han sido utilizadas en procesamiento de señales digitales, principalmente de audio y video y son las más usadas en análisis de señales (figura 3.1).



**Fig. 3.1** Wavelets madre más comunes: (a) Symlet4, (b) Daubachies4, (c) Coiflet4,

En el análisis de una señal por medio de esta técnica se aplica el MRA. El análisis de frecuencias se hace por niveles de resolución o bandas de frecuencia, es decir que la señal se hace pasar por filtros de frecuencias escalonadas, de modo que cualquier frecuencia presente en la señal pertenece a algún nivel de resolución. A mayor nivel de detalle, mayor es el grado de fidelidad con la señal original. Esto permite filtrarla de ruido y reconstruirla completa o por bandas de frecuencia.

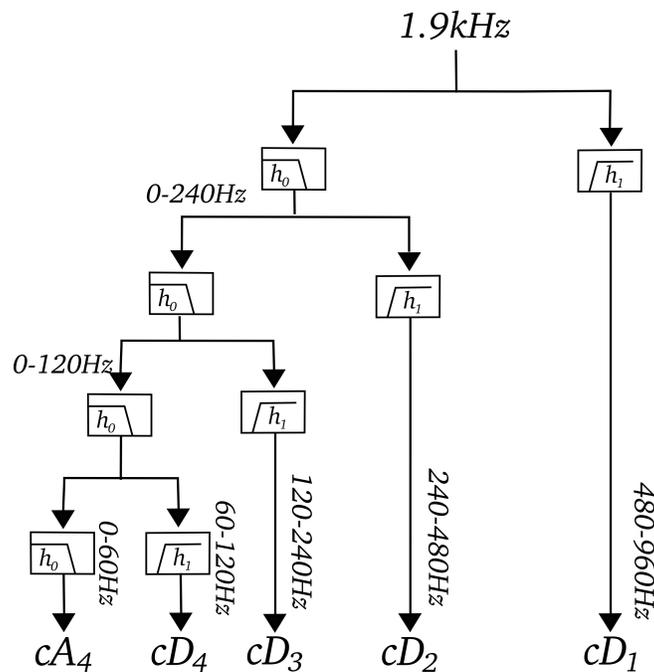


Fig. 3.2. diagrama de descomposición de la DWT.

En la figura 3.2 se observa el árbol de descomposición wavelet, en el cual se definen diferentes niveles de descomposición. Este proceso se lleva a cabo  $L$  veces, obteniendo  $L$  vectores de coeficientes de detalle y un vector de coeficientes de aproximación, de modo que resulta una matriz de magnitud  $L + 1$  por  $N$ .

El nivel al que una señal puede descomponerse está restringido por el tamaño de la señal y el tamaño del banco de filtros de la wavelet madre. Esto debido a que, a cada nivel de descomposición, la señal resultante tiene una longitud de la mitad de la señal previa, así para el  $l$ -ésimo nivel de descomposición la señal tendrá una longitud de:

$$f_L = \frac{N_{f(n)}}{2^L} \quad (3.14)$$

donde  $N_{f(n)}$  es la longitud total de la señal y  $L$  es el nivel de descomposición, de modo que el máximo nivel de descomposición que puede aceptar una señal está definido por

$$L_{m\acute{a}x} = \log_2 \frac{N_{f(n)}}{N_{wm} - 1} \quad (3.15)$$

donde  $N_{wm}$  es la longitud del banco de filtros de la wavelet madre. La disminución del tamaño de la señal a cada nivel de descomposición es a causa de que este proceso conlleva una suma de convolución entre la señal y la wavelet madre, y posteriormente un proceso de decimación como se observa en la figura 3.2. (Byrnes, Byrnes, 1994)

Cada recuadro en la figura 3.2 representa la convolución (3.16) con decimación (3.17).

$$y(n) = h(n) * f(n) = \sum_k h(k)f(n - k) \quad (3.16)$$

$$Y(n) = y(2n) \quad (3.17)$$

Es por esto que la señal se reduce con cada nivel de descomposición y es necesario elegir el nivel de descomposición con cuidado.

### 3.3 WAVELET MADRE ‘ELECTRODINAMIC TRANSIENTS’ (ET)

En el análisis de señales eléctricas por medio de DWT se debe poner especial atención en la wavelet madre elegida debido a que cada una es una función con sus particularidades y tiene un desempeño diferente según la aplicación. Dada la cantidad de wavelets que existen, se ha observado que, debido a su baja dispersión, las wavelets Db4 y Db6 son las más indicadas en el análisis de señales eléctricas (Gómez, Silva, Aponte 2013). Sin embargo, estas wavelets fueron creadas principalmente para el análisis de señales que transmiten información de audio o imagen,

y frente a este hecho, se desarrolló una wavelet madre especialmente para analizar señales eléctricas en sistemas de potencia (Guillén, Idárraga, Cortes, 2016).

Esta nueva wavelet está diseñada a partir de mediciones de fenómenos transitorios de diferentes procesos eléctricos como fallas de arco, conexión de capacitores y energización de líneas de transmisión. Esta información permite crear la wavelet por medio de un algoritmo que efectúa el cálculo de los coeficientes de DWT, verifica un criterio de probabilidad cuadrática cruzada (CVQPM), el cual indica la probabilidad de que los coeficientes obtenidos de la DWT estén dentro de los valores del periodo transitorio de las señales analizadas, y verifica que se cumplan las condiciones de ortogonalidad (3.18) y regularidad (3.19). Ambos permiten escoger los mejores resultados para crear un banco de coeficientes para el filtro de la nueva wavelet ET.

$$\sum_{k=0}^q A_k A_{k+i}^T = \delta(i)I \quad (3.18)$$

$$\sum_{k=0}^{N_f-1} h_0(k) = \sqrt{2} \quad (3.19)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} h_{01} & h_{11} \\ \vdots & \vdots \\ h_{0N_f} & h_{1N_f} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$h_0 = [h_{01}, h_{02}, \dots, h_{0N_f}] \quad (3.21)$$

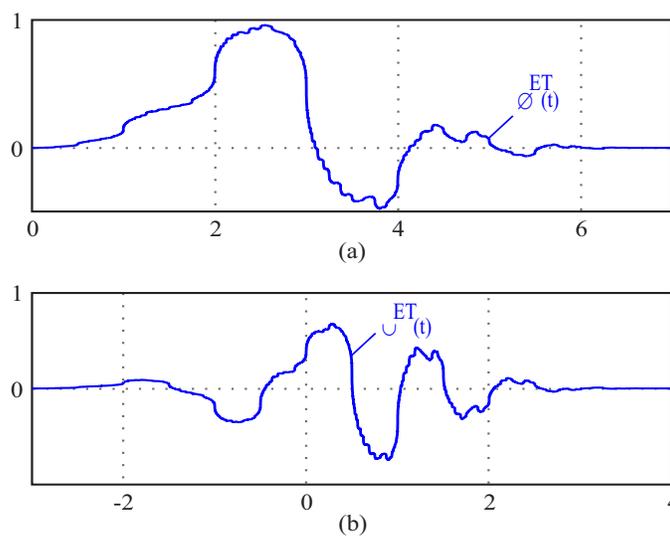
$h_0$  y  $h_1$  son bancos de filtros pasa bajas y pasa altas respectivamente,  $N_f$  es el número total de coeficientes y  $\delta(i)$  es la delta de Dirac. A su vez, el criterio de discriminación CVQPM optimiza los coeficientes  $cD$  obtenidos en DWT según el cálculo de probabilidades, así el banco de filtros  $\mathbf{A}$  se va modificando conforme se cumple la condición de que la parametrización sea menor al valor obtenido en CVQPM, que esta definido como la sumatoria de las probabilidades de que los

coeficientes pertenezcan a las condiciones transitorias menos la probabilidad de que no pertenezcan a estas condiciones.

Los valores que toma CVQPM van del cero al uno, prefiriendo los valores cercanos a la unidad que son los que representan mayor precisión en la identificación de información durante los periodos transitorios electromagnéticos. Tras un proceso de cómputo y validación se obtuvo un banco de coeficientes del filtro de la wavelet ET (Guillén, Idárraga, Cortes, 2016).

**Tabla 3.1** Banco de filtros de la wavelet madre ET.

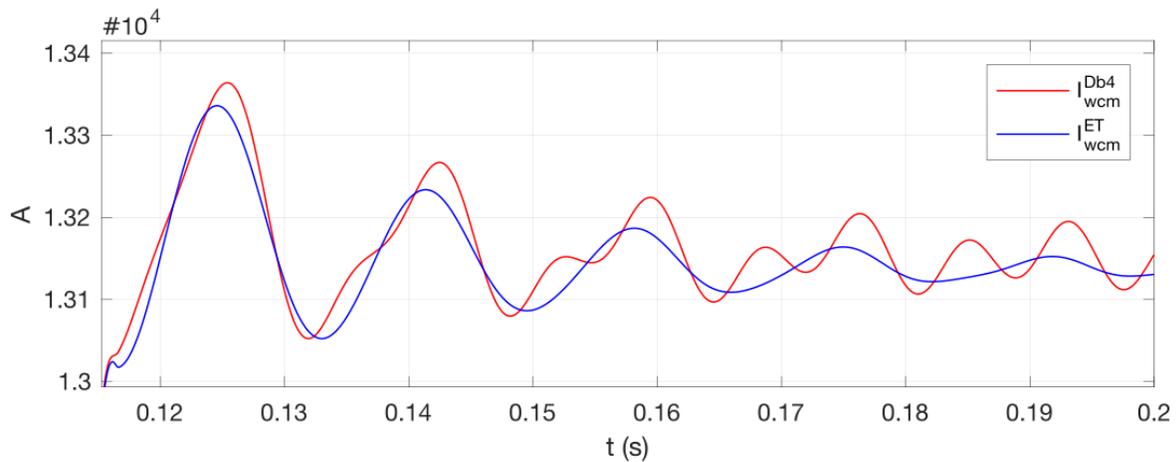
$k$	$h_0(k)$	$h_1(k)$
0	0.1346	0.0727
1	0.1552	0.0839
2	0.4502	-0.3015
3	0.7806	-0.2061
4	0.2061	0.7806
5	-0.3015	-0.4502
6	-0.0839	0.1552
7	-0.0727	-0.1346



**Fig. 3.3** Función de escala wavelet ET (a), función wavelet ET (b).

La función wavelet  $\psi^{ET}(t)$  está relacionada con su función de escala  $\phi^{ET}(t)$  definida por los coeficientes del filtro paso bajas  $h_0$ . Debido a que no existe una función matemática para definir la wavelet madre ET, como sucede con otras tantas wavelets, es necesario graficarlas usando métodos iterativos, de modo que se pueda obtener una imagen gráfica de la wavelet, como se muestra en la figura 3.3.

El análisis con WCM utilizando la wavelet ET proporciona un perfil de onda mejor definido (menos oscilaciones) que con otras wavelets como la Daubachies 4 (db4), que es utilizada con más frecuencia en el análisis de fenómenos eléctricos. La figura 3.4 muestra la comparación del perfil de una señal procesada con WCM usando la wavelet ET y la wavelet db4. La señal analizada con ET es más estable y presenta menos irregularidades que la analizada con db4.



**Fig. 3.4** Comparación del perfil de una señal analizada con las wavelets ET (azul) y db4 (rojo).

### 3.4 MODOS DE CORRELACIÓN WAVELET

Al calcular DWT se pueden arreglar los coeficientes de detalle y aproximación obtenidos en una matriz wavelet ( $W$ ) definida por:

$$\mathbf{W}_{(L+1,N)} = \begin{bmatrix} cD_{11} & cD_{12} & \cdots & cD_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cD_{L1} & cD_{L2} & \cdots & cD_{LN} \\ cA_{L1} & cA_{L2} & \cdots & cA_{LN} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

La matriz  $\mathbf{W}$  se puede analizar utilizando los modos de correlación, en los cuales se encuentra un modo (un eigenvalor o valor propio de la matriz de correlación) por cada frecuencia escalada definida por DWT. Esta matriz  $\mathbf{W}$  se analiza usando su matriz de correlación que contiene toda la información sobre las frecuencias obtenidas en DWT y está definida como:

$$\mathbf{M} = (\mathbf{W} \times \mathbf{W}^T) \quad (3.25)$$

Para el estudio de un caso eléctrico de un sistema trifásico se obtienen tres matrices, una por cada fase  $\mathbf{M}_{AB}$ ,  $\mathbf{M}_{BC}$  y  $\mathbf{M}_{CA}$ . De esta manera los WCM están ligados a los eigenvalores de  $\mathbf{M}$ .

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} \mathbf{\Lambda} \mathbf{T} \quad (3.26)$$

Donde  $\mathbf{L}$  y  $\mathbf{T}$  son vectores propios izquierdo y derecho respectivamente y  $\mathbf{\Lambda}$  la matriz diagonal de eigenvalores.

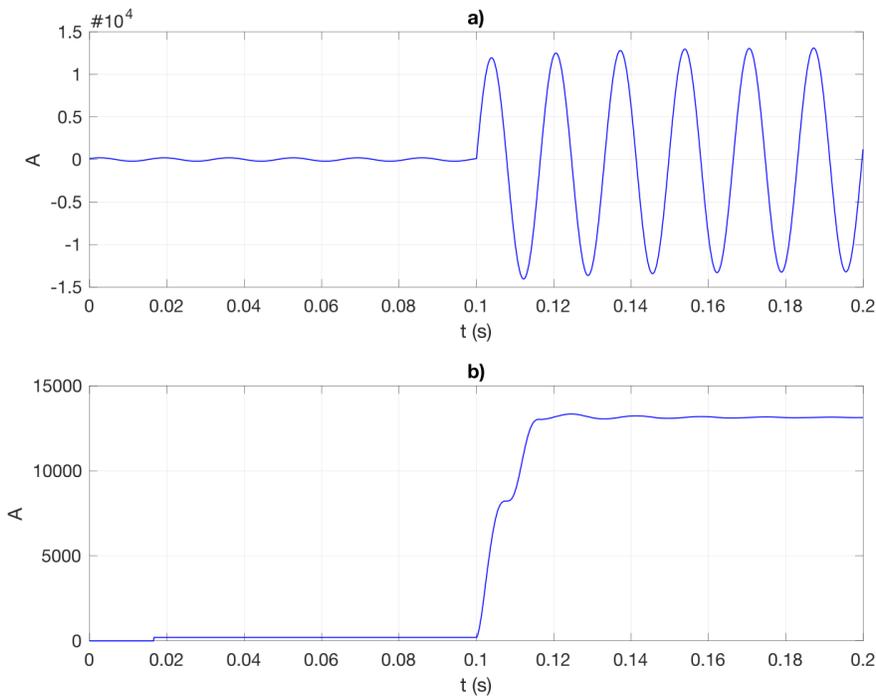
$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_L & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{L+1} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

En la matriz  $\mathbf{\Lambda}$  se pueden analizar las características en tiempo y frecuencia de la señal en estudio debido a que cada eigenvalor  $\lambda_i$  está asociado a un rango de frecuencias analizado para cada valor temporal (Guillén, Idárraga y Cortes 2016). Así mismo, en una señal eléctrica, corriente o voltaje, los modos de correlación están definidos como la raíz media cuadrática de la matriz  $\mathbf{\Lambda}$ :

$$WCM = \sqrt{2 \sum_{j=1}^{L+1} \frac{\lambda_j}{N}} \quad (3.28)$$

Donde  $\lambda_j$  es el  $j^{\text{ésimo}}$  valor de la matriz  $\mathbf{A}$ ,  $L$  es el nivel de descomposición y  $N$  el número de muestras.

El resultado de este análisis nos entrega el perfil positivo o la magnitud del fasor de la señal procesada como se muestra en la figura 3.5, lo cual nos permite observar el comportamiento de la magnitud de la señal procesada sin necesidad de acudir a su ángulo de fase.



**Fig. 3.5** a) Señal eléctrica original y b) señal eléctrica procesada con WCM.

La transformada wavelet es una herramienta de análisis de señales capaz de ofrecer información en tiempo y en frecuencia. Esto es de gran utilidad en el análisis de fenómenos transitorios en los que se requiere acotar la información de ciertas frecuencias en los instantes de tiempo en los que aparecen.

# Capítulo IV

## 4.1 DESCRIPCIÓN DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN EN ESTUDIO

Los principales algoritmos utilizados en LF contemplan el análisis fasorial y el análisis en frecuencia, de modo que la localización queda ligada a la impedancia de la línea y la impedancia de falla que son los elementos que afectan principalmente estas características. Debido a que la variable de interés resulta ser la impedancia de la línea en condición de falla se analiza en función de la distancia desde una terminal hasta el punto del evento de falla. Las ecuaciones para el cálculo de corrientes de corto circuito dependen de conocer la tensión y la impedancia de la línea. En este caso lo que se desconoce es la impedancia total y se conocen los valores de tensión y corriente. Debido a que la impedancia de la línea a la falla depende de la distancia a la cual

sucede, se toman valores por unidad de longitud teniendo la impedancia total en función de la distancia y la impedancia de falla si ésta existe.

$$Z_T = dZ_L + Z_F; \quad Z_F = R_f + X_f \quad (4.1)$$

Es común que en el estudio de localización de fallas se realicen simulaciones de líneas de un solo circuito y al menos dos terminales que realicen la medición de las variables. Se considera para este trabajo un circuito como se muestra en la figura. 4.1.

Se diseñó un sistema trifásico de tres terminales, dos de generación y una de carga, en el cual se miden las señales de voltaje y corriente en cada una de las terminales antes y durante un evento de falla de corto circuito.

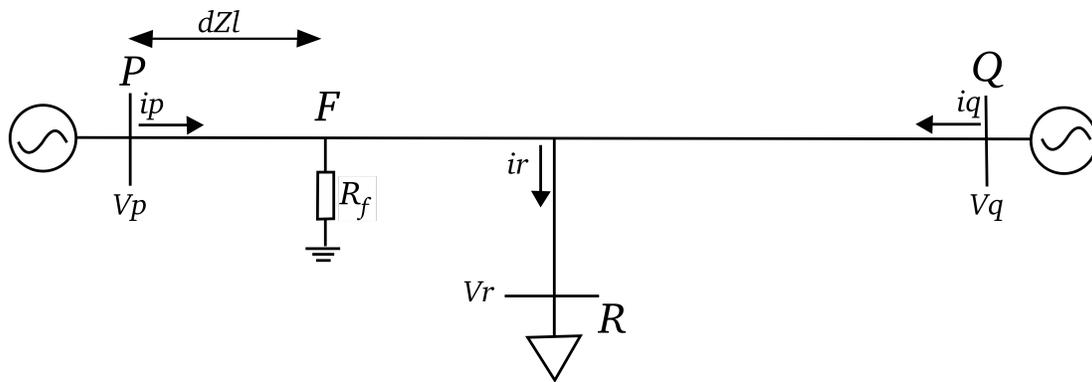


Fig. 4.1 Diagrama del sistema utilizado en el estudio de FL.

Este sistema se puede modelar con las ecuaciones clásicas para corto circuito trifásico (4.2), bifásico (4.3) y monofásico (4.4) en las que interviene la impedancia en función de la distancia y considerando la impedancia de falla.

$$I_{CCP} = \frac{V_P}{dZ_L + Z_f} \quad (4.2)$$

$$I_{CCP1} = \frac{V_P}{dZ_{L1} + \left( \frac{dZ_{L2}(dZ_{L0} + 3Z_f)}{dZ_{L2} + dZ_{L0} + 3Z_f} \right)} \quad (4.3)$$

$$I_{ccP}^a = 3I_{cc0} = \frac{3V_P}{dZ_{L1} + dZ_{L2} + dZ_{L0} + 3Z_f} \quad (4.4)$$

De las ecuaciones anteriores es fácil observar que se puede obtener la distancia ( $d$ ), que es la principal variable de interés, conociendo las corrientes ( $I_{ccP}$ ) y tensiones de corto circuito ( $V_P$ ) así como la impedancia de la línea ( $Z_L$ ) y la impedancia de falla ( $Z_f$ ). Un problema común es que la impedancia de falla es un parámetro desconocido que en la mayoría de los casos los algoritmos lo ignoran o hacen estimaciones sobre ésta, que producen menos exactitud en los resultados (Saha, Izykowski, Rosolowski. 2010). Debido a la arquitectura del circuito de la figura 4.1, la ecuación (4.2) cambia considerando las corrientes  $I_Q$  y  $I_R$  que se involucran en la falla expresando  $I_F$  como  $I_F = I_P + I_Q - I_R$  de modo que la ecuación se puede expresar de forma

$$V_P = dZ_L(I_P) - Z_f(I_P + I_Q - I_R) \quad (4.5)$$

$$I_P = \frac{(V_P + Z_f(I_Q - I_R))}{dZ_L - Z_f} \quad (4.6)$$

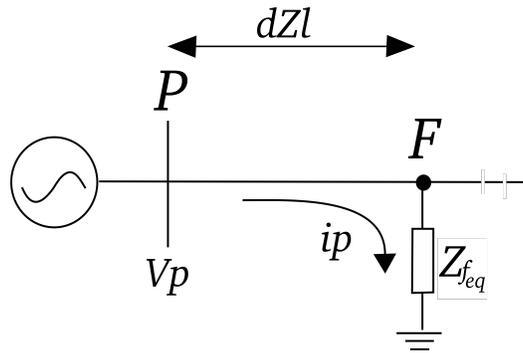
Para obtener el valor de los dos parámetros, distancia e impedancia de falla, se optó por utilizar el método de aproximación iterativa Newton-Raphson utilizando dos ecuaciones. En el caso con resistencia de falla solo se analiza el caso de falla trifásica.

Por superposición, la segunda ecuación se puede obtener considerando el efecto únicamente del generador más cercano a la falla, en este caso el del bus P. Del análisis de la malla del bus P mostrada en Fig. 4.2 se obtiene:

$$I_P = \frac{V_P}{dZ_L + Z_{feq}} \quad (4.7)$$

que es similar a (4.6). Se observa que en (4.7) el valor de  $Z_f(I_Q - I_R)$  presente en (4.6) no se considera, pero está presente  $Z_{feq}$  que representa la impedancia de Thévenin vista únicamente

por la corriente proveniente del bus P. De esta manera se tienen dos ecuaciones (4.5) y (4.7) que pueden fácilmente ser resueltas con el método mencionado (E. Schiavi, C. Conde, 2012).



**Fig. 4.2** Malla fallada del circuito estudiado. Se considera desde la terminal P hasta el punto de falla a tierra.

Las ecuaciones anteriores suponen que la falla se presente únicamente en la mitad de la línea correspondiente al nodo que se tiene de referencia, es decir, las fallas a una distancia superior a la mitad de la línea no se consideran en la localización. Para considerar estos casos es posible tomar dos perspectivas: la primera es tomar como referencia el nodo más cercano a la falla, comparando las corrientes de corto circuito y determinando el nodo que se encuentra a menor distancia de la falla, es decir, se debe cambiar el nodo al que se está referenciando la falla, de otra forma, se debe tomar en cuenta la arquitectura completa de la línea y obtener una ecuación para la distancia que corresponda a la operación normal de las zonas de protección de los relevadores de impedancia (Mason. 1998).

De la figura 4.1, suponiendo que la falla es más cercana al nodo Q, el voltaje en P se puede expresar como sigue.

$$V_P = \frac{1}{2}LZ_L I_P + \left(d - \frac{1}{2}L\right)Z_L(I_P - I_R) + R_f(I_P + I_Q - I_R) \quad (4.8)$$

$$d = \frac{\left(V_P - \frac{1}{2}LZ_L I_P + R_f(I_P + I_Q - I_R)\right)}{(I_P - I_R)Z_L} + \frac{1}{2}L \quad (4.9)$$

En donde L es la longitud total de la línea desde el nodo P al nodo Q. Por otro lado, si la falla se presenta en la línea que va del punto medio al nodo R, se tiene la ecuación siguiente.

$$V_P = \frac{1}{2}LZ_L I_P + \left(d - \frac{1}{2}L\right)Z_L(I_P + I_Q) + R_f(I_P + I_Q - I_R) \quad (4.10)$$

$$d = \frac{\left(V_P - \frac{1}{2}LZ_L I_P + R_f(I_P + I_Q - I_R)\right)}{(I_P + I_Q)Z_L} + \frac{1}{2}L \quad (4.11)$$

Nótese que en todos los casos se toma como referencia el nodo P. Dado que la línea es simétrica entre P y Q, las ecuaciones pueden aplicarse análogamente al nodo Q, no así al nodo R. Debe tenerse en cuenta que estas ecuaciones únicamente aplican cuando la falla se encuentra en los tramos de línea de los nodos Q o R siempre que la falla sea vista desde el nodo P.

En el caso de una línea larga se debe tomar en cuenta que las ecuaciones están en función del seno y coseno hiperbólico de modo que se hace la siguiente aproximación:

$$\tanh(\gamma d) = \gamma d \quad (4.12)$$

Considerando lo anterior y en el caso de que no exista una resistencia asociada a la falla, se puede considerar el voltaje de falla igual a cero y la ecuación se expresa en función de el voltaje y la corriente de envío.

$$V_P = d\gamma Z_C I_P \quad (4.13)$$

De otra manera, tomando las ecuaciones (2.17) y (2.18) mostradas en el capítulo II, tenemos que el voltaje en punto de falla se expresa como:

$$V_F = \cosh(\gamma d) V_P - Z_c \sinh(\gamma d) I_P = I_F R_f \quad (4.14)$$

$$I_F = I_{fp} + (I_{fq} - I_{fr}) \quad (5.15)$$

Donde  $I_F$  es la corriente de falla y  $I_{fp}$ ,  $I_{fq}$  y  $I_{fr}$  son las aportaciones a la corriente de falla del nodo P, Q y R respectivamente.

La aportación a la falla del nodo Q esta definida por la diferencia entre la corriente que aporta el generador Q menos la que consume la carga en R:  $I_{fq} - I_{fr}$ . La aportación a la falla del nodo Q se expresa como la corriente del nodo Q en el punto medio de la línea, quedando definida como

$$I_{qL/2} = \frac{V_Q}{Z_C} \sinh(\gamma L/2) - I_Q \cosh(\gamma L/2) \quad (4.16)$$

menos la corriente que aporta el nodo R que se expresa como

$$I_{rL_R} = \frac{V_R}{Z_C} \sinh(\gamma L_R) - I_R \cosh(\gamma L_R) \quad (4.17)$$

La corriente de falla que aporta el nodo Q queda definida por las variables en el punto medio de la línea como:

$$I_{fq} = \frac{V_{qL/2}}{Z_C} \sinh(\gamma(L/2 - 1)) - (I_{qL/2} - I_{rL_R}) \cosh(\gamma(L/2 - 1)) \quad (4.18)$$

donde  $V_{qL/2}$  es el voltaje en el punto medio de la línea,  $I_{qL/2}$  es la corriente que aporta el nodo Q en el centro de la línea y  $I_{rL_R}$  la corriente que consume el nodo R. De esta manera el voltaje en el punto de falla se puede expresar como:

$$\begin{aligned} & \cosh(\gamma d) V_P - Z_c \sinh(\gamma d) I_P \\ &= \left( \frac{V_P}{Z_C} \sinh(\gamma d) - I_P \cosh(\gamma d) + \left( \frac{V_{qL/2}}{Z_C} \sinh(\gamma(L/2 - d)) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - (I_{qL/2} - I_{rL_R}) \cosh(\gamma(L/2 - d)) \right) R_f \right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Se puede ver que la ecuación depende de dos variables y es necesario resolverla por métodos iterativos o tomando únicamente la parte imaginaria, en la cual la resistencia de falla no tiene influencia .

Por sencillez, en el caso de líneas largas únicamente se considera el caso de falla sólidamente aterrizada, es decir sin resistencia de falla.

## 4.2 ALGORITMO PROPUESTO PARA LOCALIZACIÓN DE FALLAS.

El algoritmo propuesto necesita información sobre el tipo de falla y asume que se ha detectado y registrado la señal de voltaje y corriente de falla de las tres fases para todas las terminales involucradas y presupone un modelado previo del sistema que se estudia. Los valores utilizados en el análisis corresponden al estado estable de la señal después de la falla y no se consideraron los valores de voltaje y corriente del periodo transitorio del evento.

Conociendo el tipo de falla, se determinan las ecuaciones que deben usarse en cada caso para resolver el sistema de ecuaciones. En el caso particular de falla con resistencia de falla se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Se eligió usar el método de solución de ecuaciones no lineales de Newton-Raphson. Es importante tener en cuenta que las ecuaciones dependen de la arquitectura de la línea.

Inicia con un bloque de adquisición de datos de la falla seguido por un bloque en el cual se procesan las señales con WCM. Con las señales procesadas se aplican las ecuaciones correspondientes para cada tipo de falla y posteriormente aplica el algoritmo de Newton-Raphson para resolver el sistema de ecuaciones. De esta manera se obtiene la distancia estimada al evento y resistencia de falla simultáneamente. Por practicidad, el diagrama de flujo no muestra el algoritmo de Newton-Raphson y se indica únicamente dentro del bloque de las ecuaciones de falla. El algoritmo requiere contar con las señales de falla medidas de corriente y voltaje por fase y conocimiento del tipo de falla. El diagrama de flujo se muestra en Fig. 4.3.

1.- Se realiza DWT a cada una de las variables obtenidas de la simulación, corriente ( $I_a, I_b, I_c$ ) y voltaje ( $V_a, V_b, V_c$ ) y se obtiene la matriz wavelet  $W$  para cada una.

2.- Para cada señal se calcula la matriz de correlación  $M$  y su respectiva matriz de eigenvalores  $\Lambda$ .

3.- Se aplica la ecuación (3.20) a la matriz  $A$  de cada una de las señales obteniendo así WCM.

4.- Se estima la posición de la falla aplicando las ecuaciones de corto circuito correspondientes al tipo de falla que se haya presentado y mediante el algoritmo de Newton-Raphson para obtener la resistencia de falla.

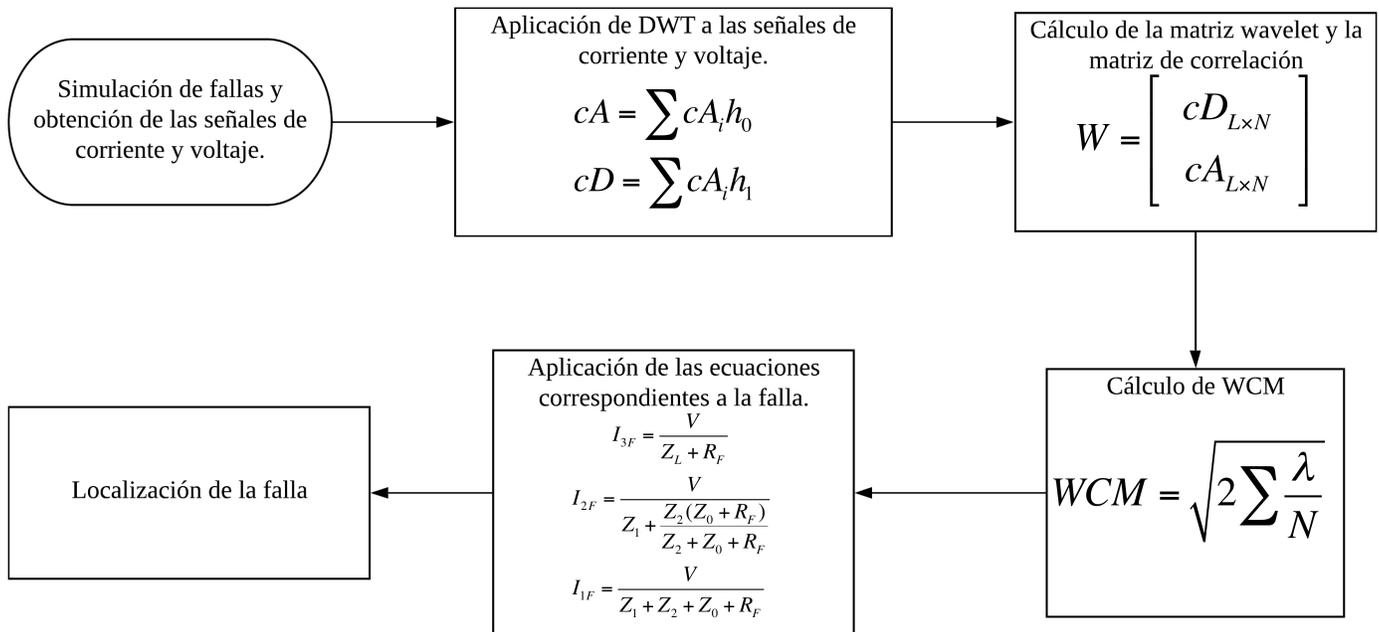


Fig. 4.3 Diagrama de flujo del algoritmo implementado.

#### 4.3 CASO DE ESTUDIO

El diseño del circuito y la simulación de los eventos de falla se realizaron con el software ATP DRAW versión 6.1p7 .

Se consideran dos casos de estudio en este trabajo que contemplan la localización en una línea corta y en una línea larga.

El circuito simula una línea de transmisión de tres terminales, dos de las cuales son buses de generación a los que se les nombró  $P$  y  $Q$  y la restante es un bus de carga al que se le llamó  $R$ . El

bus y las líneas de transmisión  $P$  y  $Q$  se modelan de manera idéntica, teniendo la misma capacidad e impedancia interna de la máquina, misma impedancia por kilómetro en la línea y misma longitud medida desde el bus hacia la interconexión con la línea del bus  $R$ . El bus  $R$  se simula como bus de carga de 50 MVA con un factor de potencia de 0.9. La línea se modeló con impedancia por kilómetro idéntica a la de las líneas  $P$  y  $Q$ .

El caso de estudio de la línea corta estudia una línea de 50 km del nodo  $P$  al nodo  $Q$  mientras que la longitud de la línea del nodo  $R$  hacia el punto de interconexión es de 20 km. Para el caso de línea larga se considero una longitud de 300 km en la línea  $P$ - $Q$  y 100 km del nodo  $R$  a la interconexión. Los parámetros de las líneas son iguales en ambos casos.

Las impedancias de secuencia cero y secuencia positiva por kilómetro de la línea de transmisión se muestran en la tabla 4.1.

**Tabla 4.1.** Valores de impedancia de secuencia en la línea de transmisión.

Secuencias	Positiva y Negativa	Cero
	$\Omega / \text{km}$	$\Omega / \text{km}$
Resistencia $R$	0.1588	0.526
Reactancia inductiva $X_L$	0.5185	1.5075
Reactancia capacitiva	$317.460 \times 10^6$	$106.382 \times 10^6$

Los generadores se representan como dos máquinas síncronas idénticas y su equivalente de Thévenin con un nivel de tensión de 69 kV, la máquina síncrona de la terminal  $Q$  tiene un ángulo de  $4^\circ$  respecto de la máquina de la terminal  $P$  que es la que se toma como referencia. La impedancia de Thévenin de las máquinas es  $Z_0 = 0.7848 + j 11.2226 \Omega$  y  $Z_1 = 0.2616 + j3.7409 \Omega$ .

El nivel de carga de la terminal  $R$  se eligió por ser un valor típico para una comunidad urbana pequeña o rural en desarrollo cuya demanda máxima no supere los 50 MW, como algunas

comunidades de la zona Oriental o Peninsular de México, según las distribuciones de consumo del Programa de Desarrollo del Sistema Eléctrico Nacional de la SENER 2016-2030.

La falla se simula con una rama conectada a tierra por medio de una resistencia trifásica de  $R_f = 0.00 \Omega$ . En el caso de falla trifásica con resistencia de falla se usa un valor de  $R_f = 5 \Omega$  y  $R_f = 10 \Omega$ . Estos valores de resistencia de falla se eligieron por estar dentro del rango de resistencia mínima (menores a  $1 \Omega$ ) y máxima (hasta  $18 \Omega$ ) típicas para una falla en torres de transmisión en sistemas de  $69 \text{ kV}$  (De Andrade, Sorrentino, 2010). El diagrama unifilar del sistema de potencia con líneas cortas se muestra en Fig. 4.4.

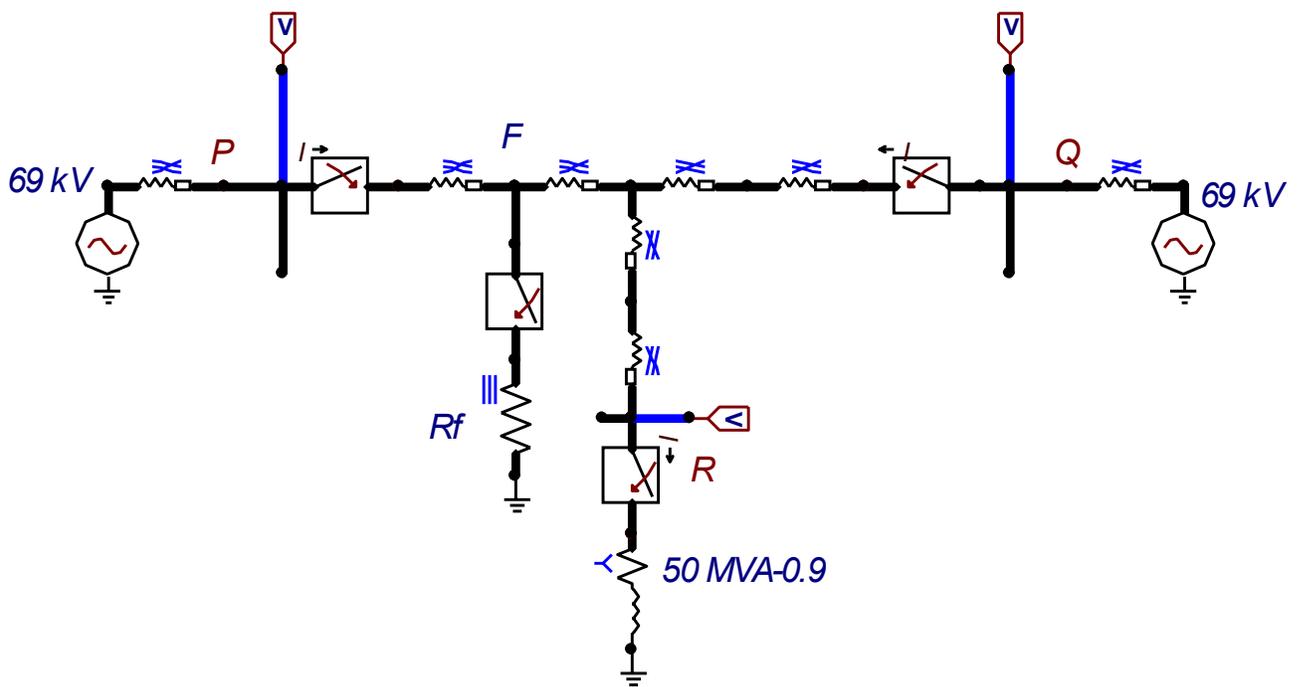
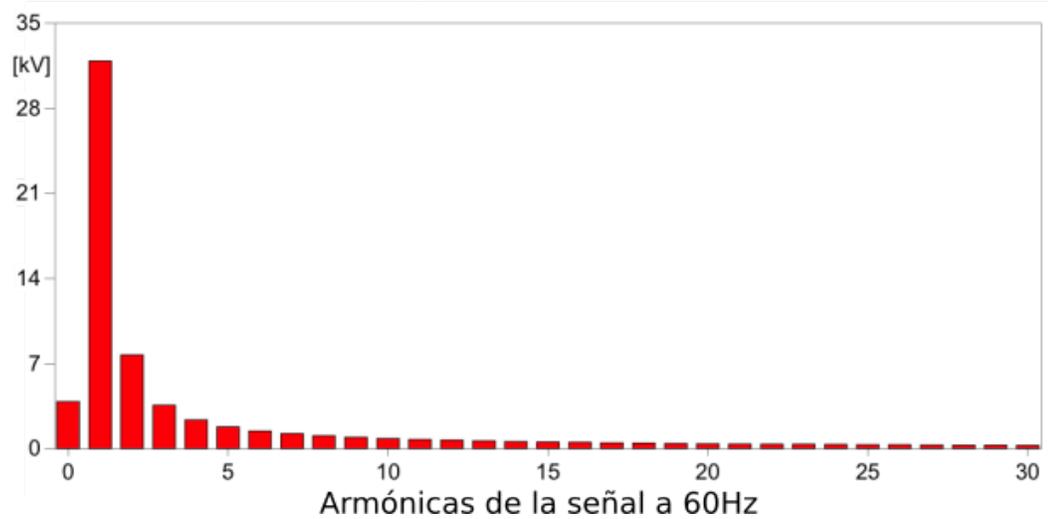


Fig. 4.4 Diagrama de la línea de transmisión corta tapeada usada para la simulación de fallas en ATP Draw.

#### 4.4 SIMULACIÓN

La obtención de datos se realizó haciendo un barrido de fallas a lo largo de la línea, es decir realizando la simulación de falla a cada kilómetro de la línea corta, desde cada terminal hacia el

centro del sistema. De aquí que se obtienen 24 mediciones de falla de la terminal P así como de la terminal Q y 19 de la terminal R. Para el casos de línea larga se realizan 12 mediciones, a los 10, 20, 30 , 40, 50, 100, 150, 200, 250, 260, 270, 280 y 290 km. Se recolectaron los valores de corriente y voltaje durante todo el evento. La simulación tiene una duración de 0.2 s y la falla toma lugar en  $t = 0.099863$  s sin liberación. La frecuencia de muestreo es de  $30.73 \text{ kHz}$  , valor sobrado para cumplir con el teorema Nyquist incluso para la quinta armónica, que se presenta durante la falla como muestra la figura 4.5. De aquí que sea necesario hacer un submuestreo de la señal.



**Fig. 4.5** *Análisis de Fourier de la señal de falla de la fase a de la terminal P. Muestra la amplitud de las armónicas presentes durante la falla.*

# Capítulo V

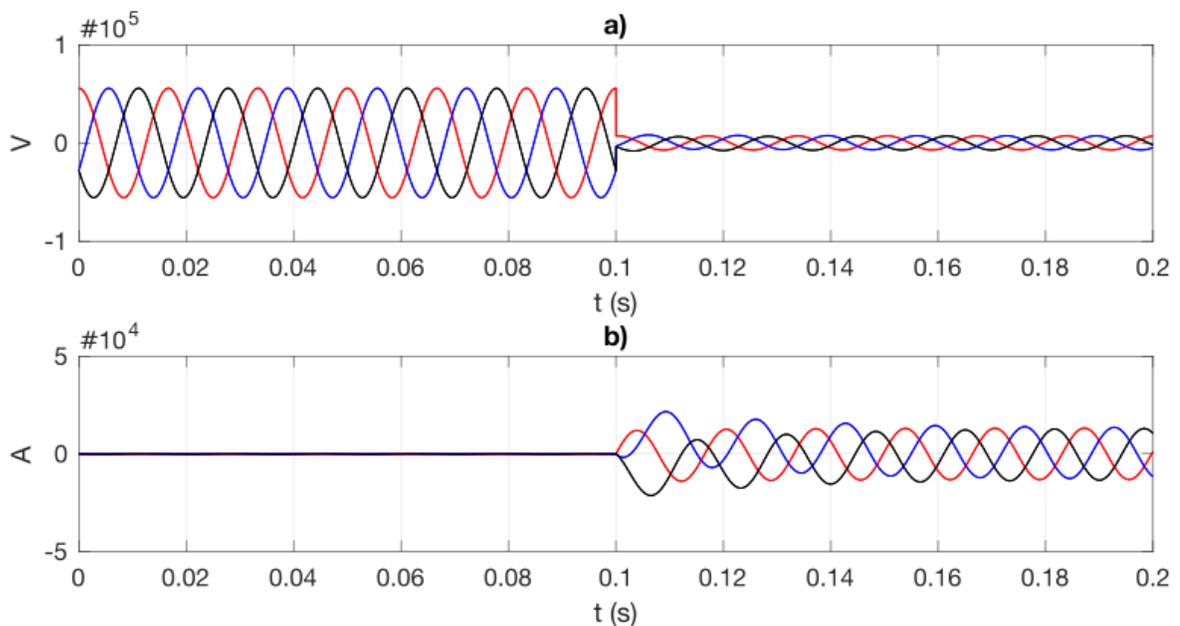
En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en cada uno de los procesos necesarios para efectuar la localización. Inicialmente se presentan los oscilogramas resultantes de la simulación de los diferentes tipos de falla sólida y el caso particular en que se presenta una resistencia de falla. Enseguida se presentan los resultados del procesamiento de las señales con WCM comparando los oscilogramas de las diferentes wavelets madre empleadas y finalmente se muestra en una serie de tablas la distancia calculada junto con el error asociado para cada wavelet empleada en los distintos casos estudiados. Las conclusiones de este trabajo y los trabajos futuros que se proponen se presentan en dos apartados al final del capítulo.

## 5.1 RESULTADOS

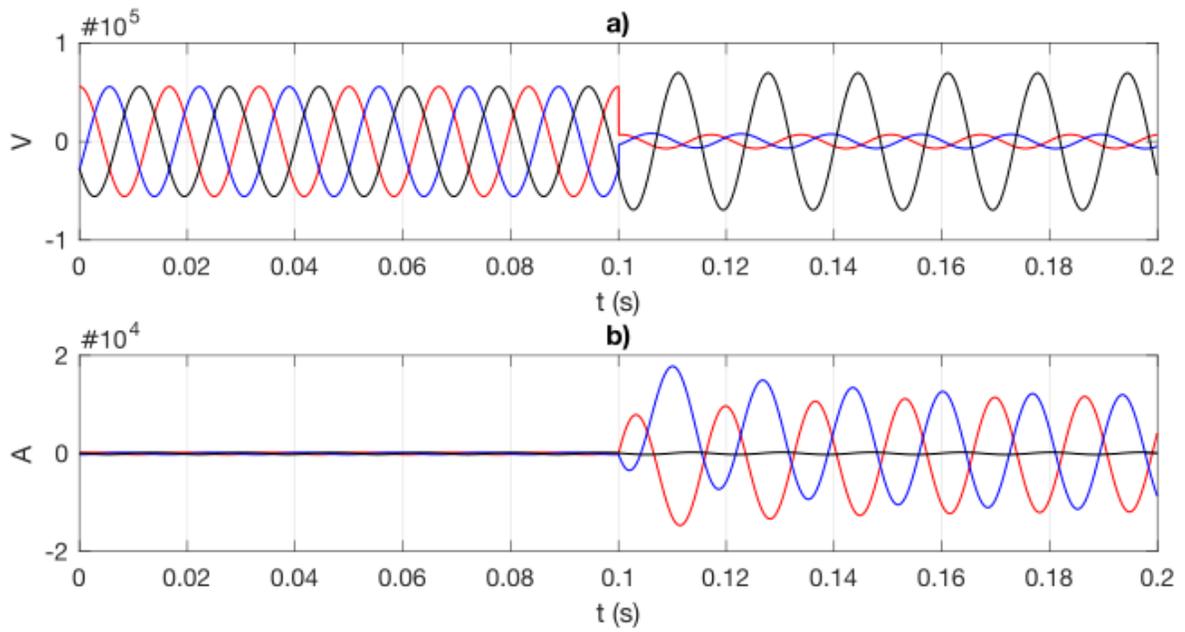
### 5.1.1 Simulación de falla en el sistema de prueba

La simulación se llevó a cabo en el sistema presentado en el capítulo IV en el software ATP Draw. De cada evento simulado se obtienen los oscilogramas de las señales obtenidas en los puntos de medición. Se registraron seis señales en cada terminal para cada evento de falla; corriente y voltaje por cada una de las tres fases.

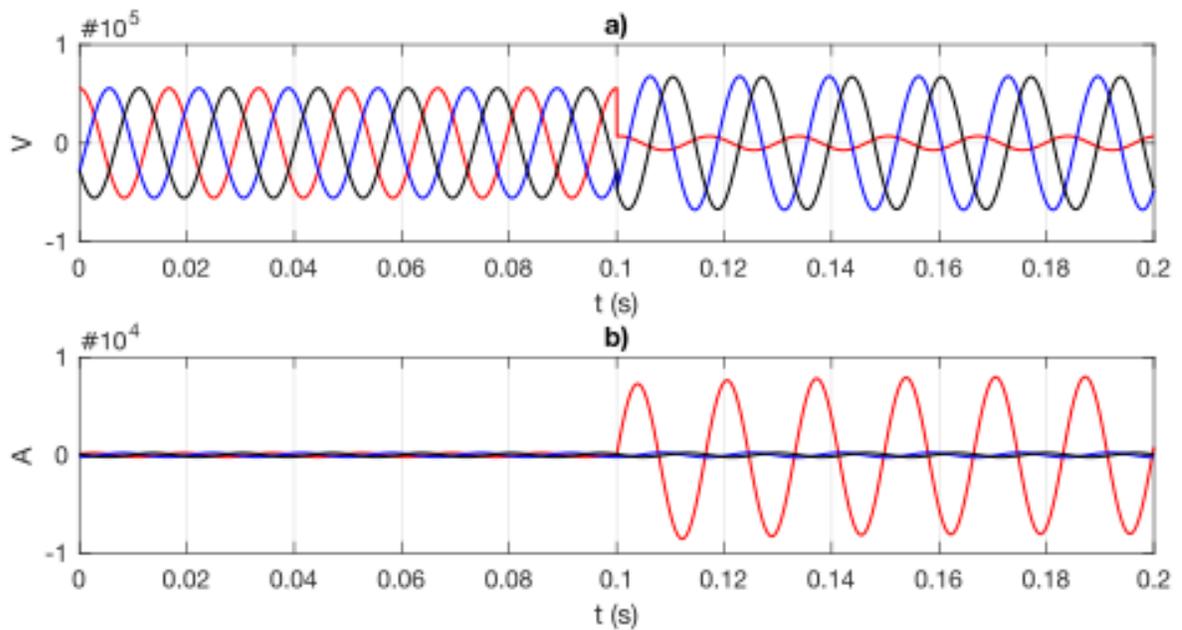
Como ejemplo, las señales obtenidas de una falla a 1 km de la terminal se muestran en las figuras 5.1, 5.2 y 5.3 para las fallas trifásicas, bifásicas y monofásicas respectivamente.



**Fig. 5.1** Oscilograma de a) voltaje y b) corriente en las tres fases a (rojo), b (azul) y c (negro) durante la simulación de falla trifásica.



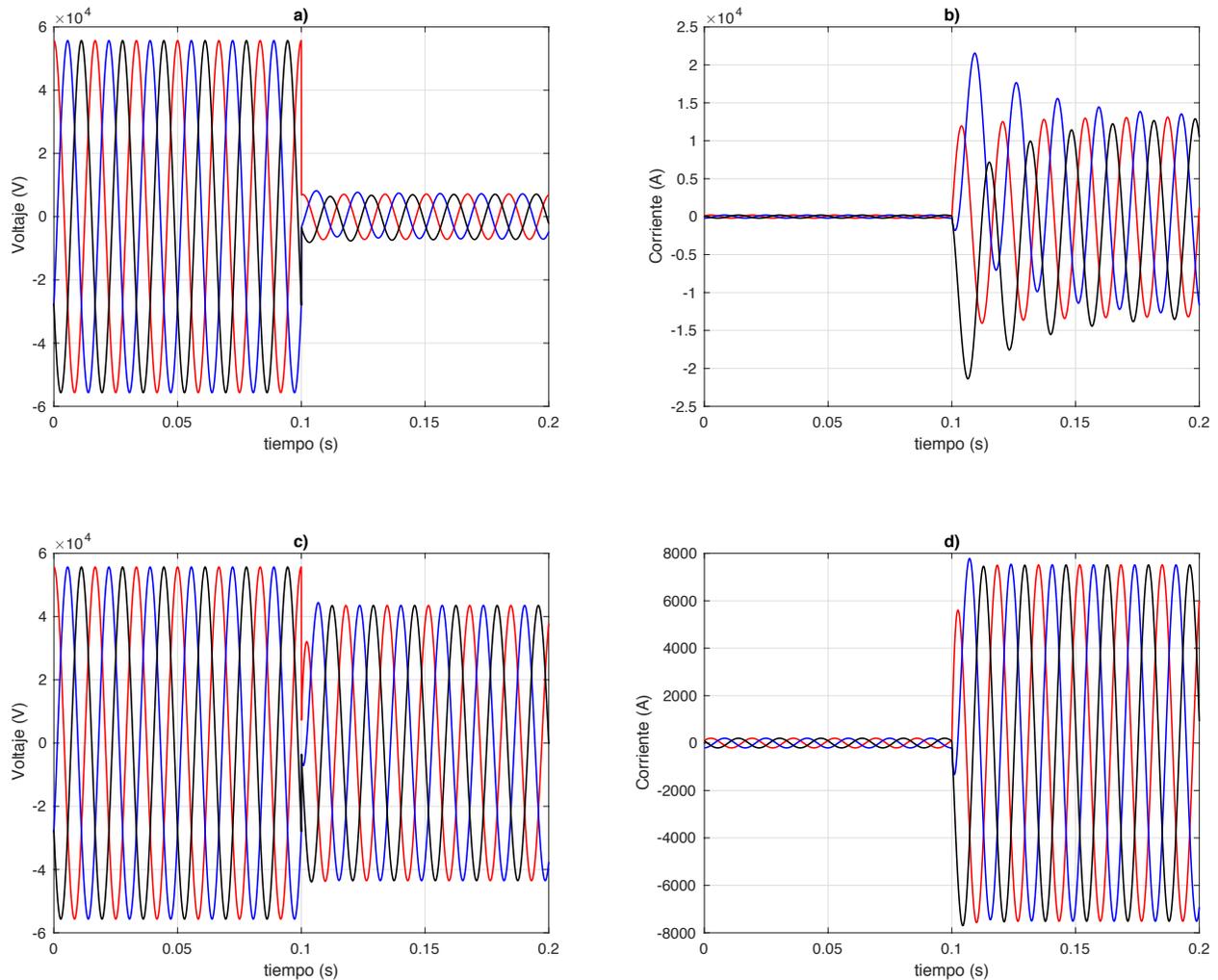
**Fig. 5.2** Oscilograma de a) voltaje y b) corriente en las tres fases a (rojo), b (azul) y c (negro) durante la simulación de falla bifásica.



**Fig. 5.3** Oscilograma de a) voltaje y b) corriente en las tres fases a (rojo), b (azul) y c (negro) durante la simulación de falla monofásica.

Se observa que en cada caso el perfil de la falla es diferente, por lo que en cada caso se requiere la aplicación de ecuaciones diferentes para determinar el punto de falla. En el caso de la

resistencia de falla se obtienen señales que claramente se diferencian de los casos en los que no la hay como se muestra en figura 5.4, donde se comparan los dos casos en voltaje y corriente para un evento de falla trifásica en el mismo punto con y sin resistencia de falla.



**Fig. 5.4** Medición de a) voltaje de falla trifásica con  $R_f = 0\Omega$ , b) corriente de falla trifásica con  $R_f = 0\Omega$ , c) voltaje de falla trifásica con  $R_f = 5\Omega$ , d) corriente de falla trifásica con  $R_f = 5\Omega$ .

Se observa la diferencia de caída de voltaje cuando no hay resistencia de falla y cuando está presente, así como la corriente de falla que es menor cuando hay resistencia de falla que cuando

no hay. Esto es consistente con la teoría; la corriente de corto circuito en presencia de resistencia de falla siempre es menor debido a que es ésta la que la limita.

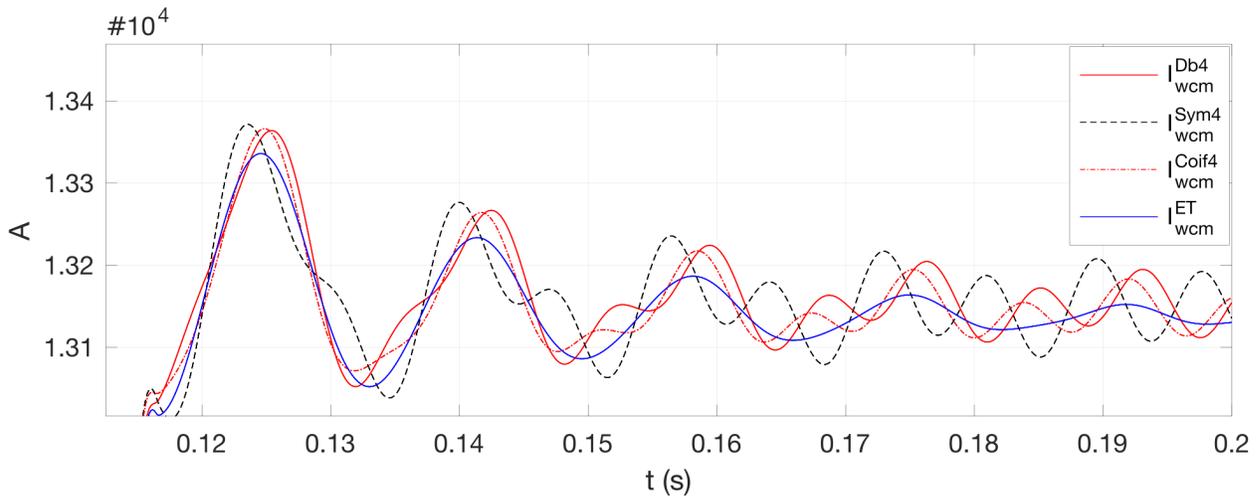
### 5.1.2 Procesamiento de las señales por WCM

Para hacer el análisis de las señales es necesario realizar un pre-procesamiento que consiste en submuestrear las señales para que el procesamiento se realice sobre señales de longitud más corta y se ahorre trabajo computacional. El factor de submuestreo elegido es 4, de modo que la señal resultante tiene un cuarto de su longitud original. Teniendo en cuenta que la frecuencia de muestreo de la simulación es de 30.7 kHz y la simulación dura 0.2 segundos, la señal recolectada tiene una longitud de 6145 muestras, con 512 muestras por ciclo. Al realizar el submuestreo con un factor igual a 4, se obtienen 128 muestras por ciclo. Según el criterio del máximo valor de descomposición mencionado en el capítulo III, se aplica la ecuación 3.15. Tomando las 128 muestras como ventana a la cual se aplicará DWT y considerando que la wavelet ET tiene 8 niveles de filtrado, se tiene  $L_{m\acute{a}x} = \log_2 \frac{128}{8-1} = 4$ , de modo que es este el máximo valor de descomposición permitido para este número de muestras. Este nivel de descomposición resulta ser el más adecuado para el análisis.

Las wavelets seleccionadas para comparar el desempeño de la wavelet ET en el algoritmo son la Daubachies 4 (Db4), Symlet 4 (Sym4) y Coiflet 4 (Coif4), por ser las más recurrentes en el estudio de las variables eléctricas. Cada una de estas wavelets se usa en la DWT para obtener WCM, de modo que se obtienen cuatro señales analizadas por cada variable simulada en cada falla.

Los resultados de este análisis se muestran en figura 5.1, en donde se observa la comparación del perfil de la señal obtenido con las diferentes wavelets. Se observa que el perfil obtenido con

la wavelet ET presenta menos oscilaciones que los perfiles producidos por las otras wavelets. Esto representa una ventaja en el estudio de las variables eléctricas, en especial en periodos transitorios, y en el caso específico de la localización de fallas nos permite obtener un perfil con la magnitud de la señal con mínima variación.



**Fig. 5.1** Comparación del desempeño de las wavelets usadas en WCM.

Como se aprecia en la figura 5.1, las wavelets sym4, db4 y coif4 a diferencia de la ET, presentan oscilaciones poco uniformes en las que es posible observar un patrón que se atenúa y uno que crece, es decir que si se graficaran los valores máximos de las crestas altas se obtendría una exponencial decreciente, y si consideramos los valores máximos de las crestas intermedias resulta una exponencial creciente. Este comportamiento no se observa en las señales procesadas con la wavelet ET, que presenta oscilaciones uniformes de valor decreciente y solo se observa una exponencial decreciente de sus crestas. Esto se debe a la diferencia de intervalos de frecuencia que utiliza cada wavelet en sus filtros  $h_0$  y  $h_1$  en la descomposición de señales. Debido a que el objetivo de diseño de las wavelets de las familias Symlet, Daubachies y Coiflet fue el procesamiento de señales digitales, se explica que en variables de sistemas eléctricos de

potencia, en los que se presentan rangos de frecuencias diferentes, tengan una oscilación mayor y que la wavelet ET tenga un perfil más amortiguado (que presenta un menor número de oscilaciones con menor amplitud) esto debido a que fue diseñada a partir de fenómenos presentes en sistemas de esta naturaleza.

### **5.1.3 Localización de fallas sólidamente aterrizadas en líneas cortas**

La localización de las fallas se llevó a cabo con las cuatro wavelets analizadas probando únicamente la mitad de la línea. En el caso de la falla sólida trifásica, se obtuvo un error promedio máximo de 0.046% con la wavelet Sym4. Ahora bien, comparando el desempeño de las distintas wavelets se observa que los resultados más precisos se obtienen con la wavelet ET como muestra la tabla 5.1.

En el caso de la falla bifásica se aplica la ecuación (4.3) para la corriente de secuencia positiva. Al usarse únicamente la corriente de falla que aporta el bus P es necesario realizar una reducción del sistema de la misma manera que en la ecuación (4.7). Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 5.2. En ella se observa que la wavelet que presenta mejor desempeño, mostrado en el error promedio, es la Sym4. Es de importancia observar que la wavelet ET supera a Db4 y Coif4 en el error promedio y en la mitad de los eventos obtiene valores más precisos que Sym4. Se observa una diferencia mínima (del orden de centésimas) entre los resultados obtenidos con todas las wavelets.

En el caso de la falla monofásica se encontró que el error promedio máximo alcanzado es de 2.275% y la wavelet con mejor desempeño es Sym4 con un error promedio de 2.034%, mientras que la ET alcanzó un error de 2.112% como se muestra en la tabla 5.3. Esta prueba demuestra que, en los casos de fallas asimétricas, la wavelet Sym4 obtiene un resultado más exacto que el que se obtiene al usar la wavelet ET, pero no se observa una diferencia significativa en su desempeño en una línea de longitud corta (25 km).

**Tabla 5.1** Comparación del desempeño de cada wavelet madre en la localización de falla trifásica.

Distancia real en km.	ET		Sym4		Db4		Coif4	
	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %
<b>1</b>	1.00102653	0.10265	1.00136276	0.13627	0.99939983	0.0600167	0.99941858	0.05814
<b>2</b>	2.00097101	0.04855	2.00191662	0.09583	1.99865234	0.0673826	1.99867687	0.06615
<b>3</b>	3.00070264	0.02342	3.00236708	0.07890	2.99815993	0.0613356	2.99819124	0.06029
<b>4</b>	4.00034802	0.00870	4.00276576	0.06914	3.99777867	0.0555330	3.99781607	0.05459
<b>5</b>	4.99996169	0.00076	5.00313945	0.06278	4.99744322	0.0511355	4.99748362	0.05032
<b>6</b>	5.99956597	0.00723	6.00350107	0.05835	5.99712538	0.0479102	5.99716449	0.04725
<b>7</b>	6.99916968	0.01186	7.00385669	0.05509	6.99681291	0.0455297	6.99684618	0.04505
<b>8</b>	7.99877621	0.01529	8.00420942	0.05261	7.99650080	0.0437399	7.99652381	0.04345
<b>9</b>	8.99838663	0.01792	9.00456087	0.05067	8.99618720	0.0423644	8.99619589	0.04226
<b>10</b>	9.99800086	0.01999	10.0049116	0.04911	9.99587136	0.0412863	9.99586212	0.04137
<b>11</b>	10.9976274	0.02156	11.0052683	0.04789	10.9955449	0.0405006	10.9955123	0.04079
<b>12</b>	11.9972480	0.02293	12.0056211	0.04684	11.9952437	0.0396350	11.9951899	0.04008
<b>13</b>	12.9968744	0.02404	13.0059714	0.04593	12.9949044	0.0391964	12.9948214	0.03983
<b>14</b>	13.9964946	0.02503	14.0063182	0.04513	13.9945918	0.0386296	13.9944825	0.03941
<b>15</b>	14.9961257	0.02582	15.0066716	0.04447	14.9942697	0.0382017	14.9941301	0.03913
<b>16</b>	15.9957596	0.02650	16.0070261	0.04391	15.9939475	0.0378276	15.9937757	0.03890
<b>17</b>	16.9953964	0.02707	17.0073821	0.04342	16.9936259	0.0374943	16.9934206	0.03870
<b>18</b>	17.9950359	0.02757	18.0077394	0.04299	17.9933047	0.0371958	17.9930645	0.03853
<b>19</b>	18.9946779	0.02801	19.0080981	0.04262	18.9929845	0.0369236	18.9927083	0.03837
<b>20</b>	19.9943230	0.02838	20.0084590	0.04229	19.9926656	0.0366715	19.9923524	0.03823
<b>21</b>	20.9939710	0.02870	21.0088217	0.04200	20.9923484	0.0364360	20.9919973	0.03810
<b>22</b>	21.9936221	0.02899	22.0091869	0.04175	21.9920332	0.0362124	21.9916433	0.03798
<b>23</b>	22.9932764	0.02923	23.0095546	0.04154	22.9917204	0.0359980	22.9912909	0.03786
<b>24</b>	23.9929343	0.02944	24.0099252	0.04135	23.9914102	0.0357905	23.9909405	0.03774
Error promedio		<b>0.0126</b>		0.046		0.039		0.040

**Tabla 5.2** Comparación del desempeño de cada wavelet madre en la localización de falla bifásica.

Distancia real en km.	ET		Sym4		Db4		Coif4	
	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %
<b>1</b>	0.96115659	<b>0.15537</b>	0.95662801	0.1734	0.96396838	0.14412	0.96233808	0.15064
<b>2</b>	1.93382256	<b>0.26470</b>	1.92439584	0.3024	1.93959759	0.24160	1.93609559	0.25561
<b>3</b>	2.91444795	<b>0.34220</b>	2.90000319	0.3999	2.92322104	0.30711	2.91770694	0.32917
<b>4</b>	3.90176232	<b>0.39295</b>	3.88224144	0.4710	3.91354216	0.34583	3.90591455	0.37634
<b>5</b>	4.89523607	<b>0.41905</b>	4.87060081	0.5175	4.91002515	0.35989	4.90020432	0.39918
<b>6</b>	5.89461543	<b>0.42153</b>	5.86483464	0.5406	5.91241562	0.35033	5.90033560	0.39865
<b>7</b>	6.89977906	<b>0.40088</b>	6.86482405	0.5407	6.92059333	0.31762	6.90619730	0.37521
<b>8</b>	7.91068036	<b>0.35727</b>	7.87052293	0.5179	7.93451325	0.26194	7.91775068	0.32899
<b>9</b>	8.92732179	<b>0.29071</b>	8.88193334	0.4722	8.95417946	0.18328	8.93500420	0.25998
<b>10</b>	9.94974070	<b>0.20103</b>	9.89909177	0.4036	9.97963085	0.08147	9.95799982	0.16800
<b>11</b>	10.9780025	<b>0.08798</b>	10.9220626	0.3117	11.0109343	0.04373	10.9868065	0.05277
<b>12</b>	12.0121965	<b>0.04878</b>	11.9509339	0.1962	12.0481804	0.19272	12.0215163	0.08606
<b>13</b>	13.0524341	0.20973	12.9858158	0.0567	13.0914817	0.36592	13.0622428	0.24897
<b>14</b>	14.0988485	0.39539	14.0268399	0.1073	14.1409726	0.56389	14.1091205	0.43648
<b>15</b>	15.1515937	0.60637	15.0741591	0.2966	15.1968083	0.78723	15.1623050	0.64922
<b>16</b>	16.2108482	0.84339	16.1279501	0.5118	16.2591681	1.03667	16.2219754	0.88790
<b>17</b>	17.2768146	1.10725	17.1884141	0.7536	17.3282559	1.31302	17.2883350	1.15334
<b>18</b>	18.3497233	1.39889	18.2557798	1.0231	18.4043029	1.61721	18.3616145	1.44645
<b>19</b>	19.4298365	1.71934	19.3303074	1.3212	19.4875723	1.95028	19.4420762	1.76830
<b>20</b>	20.5174520	2.06980	20.4122928	1.6491	20.5783632	2.31345	20.5300178	2.12007
<b>21</b>	21.6129097	2.45163	21.5020739	2.0082	21.6770163	2.70806	21.6257790	2.50311
<b>22</b>	22.7165970	2.86638	22.6000357	2.4001	22.7839204	3.13568	22.7297466	2.91898
<b>23</b>	23.8289601	3.31584	23.7066217	2.8264	23.8995228	3.59809	23.8423660	3.36946
<b>24</b>	24.9505120	3.80204	24.8223423	3.2893	25.0243378	4.09735	24.9641494	3.85659
Error promedio		<b>1.007</b>		<b>0.878</b>		1.096		1.022

**Tabla 5.3** Comparación del desempeño de cada wavelet madre en la localización de falla monofásica.

Distancia real en km	ET		Sym4		Db4		Coif4	
	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %
1	0.98663384	<b>0.05346</b>	0.98621325	0.05514	0.98614328	0.05542	0.98357492	0.06570
2	1.96991312	0.12034	1.96976893	0.12092	1.96851388	0.12594	1.96365987	0.14536
3	2.94995960	0.20016	2.95059019	0.19763	2.9473603	0.21055	2.94043640	0.23825
4	3.926576	0.29369	3.92834703	0.28661	3.92256660	0.30973	3.91374026	0.34503
5	4.89964740	0.40141	4.90283231	0.38867	4.89407320	0.42370	4.88347635	0.46609
6	5.86909320	0.52362	5.87390055	0.50439	5.86183791	0.55264	5.84957641	0.60169
7	6.83484304	0.66062	6.84143480	0.63426	6.82581772	0.69672	6.81197805	0.75208
8	7.79682688	0.81269	7.80533091	0.77867	7.78596243	0.85615	7.77061653	0.91753
9	8.75496975	0.98012	8.76548843	0.93804	8.74221191	1.03115	8.72542057	1.09831
10	9.70918998	1.16324	9.72180630	1.11277	9.69449566	1.22201	9.67631112	1.29475
11	10.6593969	1.36241	10.6741788	1.30328	10.6427316	1.42907	10.6231994	1.50720
12	11.6054897	1.57804	11.6224935	1.51002	11.5868258	1.65269	11.5659862	1.73605
13	12.5473567	1.81057	12.5666294	1.73348	12.526672	1.89331	12.5045612	1.98175
14	13.4848727	2.06050	13.5064537	1.97418	13.4621492	2.15140	13.4388000	2.24479
15	14.4178988	2.32840	14.4418214	2.23271	14.3931220	2.42751	14.3685649	2.52574
16	15.3462789	2.61488	15.3725716	2.50971	15.3194374	2.72225	15.2937005	2.82519
17	16.2698393	2.92064	16.2985263	2.80589	16.2409240	3.03630	16.2140341	3.14386
18	17.1883838	3.24646	17.2194862	3.12205	17.1573879	3.37044	17.1293706	3.48251
19	18.1016932	3.59322	18.1352291	3.45908	18.0686113	3.72555	18.0394915	3.84203
20	19.0095199	3.96192	19.0455051	3.81797	18.9743484	4.10260	18.9441505	4.22339
21	19.9115839	4.35366	19.9500324	4.19987	19.8743204	4.50271	19.8430687	4.62772
22	20.8075687	4.76972	20.8484929	4.60602	20.7682120	4.92715	20.7359309	5.05627
23	21.6971142	5.21154	21.7405253	5.03789	21.6556641	5.37734	21.6223784	5.51048
24	22.5798094	5.68076	22.6257176	5.49712	22.5362666	5.85493	22.5020021	5.99199
Error promedio		<b>2.1126</b>		<b>2.03443</b>		2.19405		2.27599

### 5.1.4 Localización de fallas en la topología completa.

El estudio del desempeño en los escenarios restantes, es decir, con el punto de falla más allá de la mitad de la línea, del lado del nodo Q y del nodo R, se muestra en la tabla 5.4 con los resultados de los enfoques propuestos en el capítulo IV para fallas cercanas al nodo Q, aplicando las ecuaciones (4.2) y (4.8) y la ecuación (4.10) para fallas cercanas al nodo R. Se muestra la falla trifásica sin resistencia asociada procesada con la wavelet ET.

**Tabla 5.4** Desempeño al aplicar las ecuaciones (4.2) y (4.8) del lado del bus Q y (4.10) en el lado del bus R.

Distancia real en km vista desde el nodo P	Ecuación (4.2) Nodo Q		Ecuación (4.8) Nodo Q		Ecuación (4.10) Nodo R	
	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %
26	26.000361	0.000	25.993588	0.01282	25.993658	0.024
27	27.000043	8.715	26.997313	0.00537	26.990771	0.034
28	27.999691	0.000	28.003715	0.00743	27.987613	0.044
29	28.999322	0.001	29.012745	0.02549	28.984166	0.054
30	29.998944	0.002	30.024354	0.04870	29.980413	0.065
31	30.998561	0.002	31.038502	0.07700	30.976338	0.076
32	31.998175	0.003	32.055147	0.11029	31.971925	0.087
33	32.997788	0.004	33.074252	0.14850	32.967159	0.099
34	33.997400	0.005	34.095783	0.19156	33.962025	0.111
35	34.997011	0.005	35.119705	0.23941	34.956507	0.124
36	35.996623	0.006	36.145985	0.29197	35.950592	0.137
37	36.996234	0.007	37.174596	0.34919	36.944263	0.150
38	37.995845	0.008	38.205507	0.41101	37.937508	0.164
39	38.995458	0.009	39.238690	0.47738	38.930312	0.178
40	39.995070	0.009	40.274119	0.54823	39.922660	0.193
41	40.994683	0.010	41.311767	0.62353	40.914537	0.208
42	41.994296	0.011	42.351611	0.70322	41.905931	0.223
43	42.993911	0.012	43.393627	0.78725	42.896828	0.239
44	43.993526	0.012	44.437790	0.87558	43.887212	0.256
45	44.993142	0.013	45.484079	0.96815	N/A	N/A
46	45.992760	0.014	46.532472	1.06494	N/A	N/A
47	46.992379	0.015	47.582946	1.16589	N/A	N/A
48	47.992000	0.015	48.635478	1.27095	N/A	N/A
49	48.991622	0.016	49.690040	1.38008	N/A	N/A
Error promedio		<b>0.007</b>		<b>0.4910</b>		<b>0.130</b>

En la tabla anterior se aprecia la clara diferencia entre aplicar la ecuación (4.2), que toma como referencia el propio nodo Q, y la ecuación (4.8), que refiere el análisis al nodo P. Este segundo enfoque demostró ser menos preciso a pesar de que mantiene un error promedio por debajo del 0.5%. Respecto de la rama R se observa que la localización de la falla se alcanza con un error promedio de 0.13%.

### **5.1.5 Localización de fallas con resistencia de falla**

Para la localización de fallas, en este caso se realiza únicamente la simulación de falla trifásica del mismo sistema de prueba con la adición de una resistencia de falla con valor de  $5 \Omega$  y  $10 \Omega$ . En este análisis solo se utiliza la wavelet ET. Igualmente se realiza el barrido de la falla a lo largo de la línea del lado del bus P a la mitad. Los resultados se muestran en la tabla 5.5. Ahí se observa que el error promedio supera ampliamente al obtenido sin resistencia de falla en el mismo tipo de falla. Para la falla con  $5 \Omega$  error promedio alcanza el 2.68%, mientras que el error mínimo se obtuvo en el kilómetro 18 con 0.05%. Con resistencia de falla de  $10 \Omega$  el error promedio alcanza 12.53% con un error mínimo de 0.179% en el kilómetro 6.

### **5.1.6 Localización de fallas sólidamente aterrizadas en líneas largas**

Para el casos de la línea larga realiza la localización de fallas procesando la señal únicamente con la wavelet ET. Para este fin se simularon fallas sólidamente aterrizadas de tipo trifásicas y monofásicas.

**Tabla 5.5** Desempeño del algoritmo en la localización de falla trifásica con resistencia de falla de  $5\Omega$  y  $10\Omega$ .

Distancia real en km	$5\Omega$		$10\Omega$	
	Estimado en km	Error %	Estimado en km	Error %
<b>1</b>	3.101	8.403	0.003	4.010
<b>2</b>	3.645	6.581	1.193	3.230
<b>3</b>	4.235	4.939	2.395	2.421
<b>4</b>	4.869	3.478	3.600	1.599
<b>5</b>	5.549	2.198	4.815	0.740
<b>6</b>	6.274	1.096	6.045	0.180
<b>7</b>	7.042	0.167	7.294	1.176
<b>8</b>	7.852	0.593	8.566	2.262
<b>9</b>	8.702	1.191	9.862	3.450
<b>10</b>	9.592	1.631	11.187	4.748
<b>11</b>	10.520	1.919	12.541	6.166
<b>12</b>	11.486	2.058	13.927	7.710
<b>13</b>	12.487	2.052	15.347	9.387
<b>14</b>	13.524	1.906	16.801	11.205
<b>15</b>	14.595	1.62	18.293	13.171
<b>16</b>	15.701	1.197	19.823	15.291
<b>17</b>	16.841	0.638	21.394	17.575
<b>18</b>	18.014	0.058	21.394	13.575
<b>19</b>	19.222	0.89	24.667	22.668
<b>20</b>	20.465	1.86	26.375	25.499
<b>21</b>	21.743	2.972	28.134	28.536
<b>22</b>	23.057	4.229	29.948	31.794
<b>23</b>	24.409	5.636	31.822	35.289
<b>24</b>	25.800	7.200	33.760	39.042
		<b>2.688</b>		<b>12.530</b>

De manera similar al caso de línea corta el algoritmo se aplica a manera de espejo a las mediciones de falla en cada mitad de la línea con referencia en el nodo más cercano a ella, de este modo se obtiene la localización de la falla en la primer mitad de la línea referenciada al nodo P y en la segunda mitad de la línea referenciada al nodo Q. Los resultados se muestran en las tablas 5.6 y 5.7.

**Tabla 5.6** Desempeño del algoritmo en la localización de una falla trifásica en una línea larga.

<b>Distancia real en km</b>	<b>Estimado en km</b>	<b>Error %</b>
<b>10</b>	10.004	0.001
<b>20</b>	20.015	0.005
<b>30</b>	30.029	0.009
<b>40</b>	40.009	0.003
<b>50</b>	49.957	0.014
<b>100</b>	100.007	0.002
<b>150</b>	150.008	0.003
<b>200</b>	199.967	0.011
<b>250</b>	250.007	0.002
<b>260</b>	259.99	0.003
<b>270</b>	269.972	0.009
<b>280</b>	279.993	0.002
<b>290</b>	290.004	0.001
Error promedio		<b>0.0053</b>

**Tabla 5.7** *Desempeño del algoritmo en la localización de una falla monofásica en una línea larga.*

<b>Distancia real en km</b>	<b>Estimado en km</b>	<b>Error %</b>
<b>10</b>	9.828	0.057
<b>20</b>	19.46	0.180
<b>30</b>	28.904	0.365
<b>40</b>	38.161	0.613
<b>50</b>	47.172	0.943
<b>100</b>	89.677	3.441
<b>150</b>	127.086	7.638
<b>200</b>	210.715	3.572
<b>250</b>	252.943	0.981
<b>260</b>	261.922	0.641
<b>270</b>	271.139	0.379
<b>280</b>	280.567	0.189
<b>290</b>	290.185	0.062
Error promedio		<b>1.466</b>

Se observa que el error obtenido es mayor en los puntos cercanos a la mitad de la línea, esto es debido a que la localización se lleva a cabo desde la terminal más cercana a la línea. Al evaluar el algoritmo desde una sola terminal se obtienen errores mucho mayores después del punto medio de la línea de transmisión, como se puede observar en la tabla 5.8. Esto puede ser causado por la corriente que fluye hacia el nodo R, de modo que la medición de la corriente de la terminal P o Q después de el punto medio es la suma de la corriente de falla que aporta ese nodo y la corriente de la carga. También se debe considerar el hecho de que entre más larga la línea de transmisión, el efecto de la impedancia es mayor, por lo que no se podrán obtener resultados mucho más exactos.

**Tabla 5.8** Desempeño del algoritmo en la localización de fallas en una línea larga referenciado a un solo nodo.

Distancia real en km	Estimación en falla monofásica en km	Error %	Estimación en falla trifásica en km	Error %
10	9.828	0.057	10.004	0.001
20	19.46	0.18	20.015	0.005
30	28.904	0.365	30.029	0.01
40	38.161	0.613	40.009	0.003
50	47.172	0.943	49.957	0.014
100	89.677	<b>3.441</b>	100.007	0.002
150	127.086	<b>7.638</b>	150.008	0.003
200	163.687	<b>12.104</b>	201.012	0.337
250	187.811	<b>20.73</b>	253.297	<b>1.099</b>
260	191.672	<b>22.776</b>	263.853	<b>1.284</b>
270	195.214	<b>24.929</b>	274.304	<b>1.435</b>
280	198.766	<b>27.078</b>	284.997	<b>1.666</b>
290	201.913	<b>29.362</b>	295.391	<b>1.797</b>
Error promedio		<b>11.555</b>		<b>0.589</b>

Adicionalmente, se realizaron pruebas del algoritmo variando el factor de submuestreo y el nivel de descomposición de la señal siguiendo la hipótesis de que podría mejorar los resultados al filtrar la señal por más niveles. Al realizar un barrido por los niveles de descomposición se observó que conforme este aumenta también crece el error. Esto se debe a que, al aumentar la descomposición, se presentan componentes de frecuencias cada vez más altas que no son de interés para este análisis. El error obtenido se muestra en la tabla 5.8.

**Tabla 5.8** Error obtenido al variar el nivel de descomposición en DWT.

<b>Nivel de descomposición.</b>	<b>% Error</b>
<b>1</b>	0.00411
<b>2</b>	0.01478
<b>3</b>	0.01263
<b>4</b>	0.05221
<b>5</b>	0.16515
<b>6</b>	1.16515
<b>8</b>	1.28322

Los resultados obtenidos en el caso de una línea corta muestran un mejor desempeño del algoritmo en falla sólidamente aterrizada para tres y dos fases falladas con errores inferiores al 1%. En el caso de resistencia de falla, es posible mejorar el algoritmo para obtener errores más pequeños.

En el caso de falla en una línea larga el algoritmo muestra un desempeño con errores menos al 1% en falla trifásica y de 1.4% para falla monofásica. EL error promedio se calculo con base en el número de eventos analizados, de modo que el error promedio puede cambiar al analizar más eventos de falla. Es posible observar que el error aumenta exponencialmente conforme aumenta la longitud de la línea, como muestra la tabla 5.8.

# CONCLUSIONES

El algoritmo implementado en este trabajo localiza las fallas trifásicas obteniendo un error promedio de 0.0126% en una línea corta y de 0.58% en una línea larga analizando las señales de falla con la wavelet ET. La técnica demostró ser más precisa en el caso de la falla trifásica y en ausencia de resistencia de falla. En contraste, en el análisis de línea corta, en fallas bifásica y monofásica la wavelet Symlet 4 tuvo un mejor desempeño y a pesar de que los errores obtenidos están dentro de los márgenes que presentan otros algoritmos basados en el cálculo de la reactancia, están por debajo de los límites permitidos actualmente en los relevadores comerciales

que idealmente son errores menores al 1%. Para línea corta el error en falla monofásica es de 2.03% mientras que en línea larga alcanza el 11.5%

En el caso de la resistencia de falla, el algoritmo estima la distancia y la resistencia asociada con un error promedio de 2.9% y 4.67% respectivamente. Aunque estos resultados son típicos en todos los algoritmos cuando se presenta una resistencia de falla o fallas asimétricas, es necesario mejorar la técnica para obtener una localización más precisa.

Por la naturaleza de la técnica, que utiliza solo la magnitud y no el ángulo de la corriente y el voltaje, es natural que disminuya la precisión en el desempeño al aumentar la longitud de la línea de transmisión.

Los resultados en porcentaje de error promedio obtenidos de la localización de fallas mejoran los errores típicos obtenidos con los algoritmos clásicos basados en reactancia para casos de distancia y resistencia de falla similares; para falla monofásica el algoritmo de Takagi y el de Reactancia obtienen un error cercano a 10%, mientras que para falla trifásica obtienen errores alrededor del 2%. Los resultados para ambos algoritmos, son producto de pruebas de simulación y ampliamente utilizados como puntos de referencia en diferentes trabajos. En contraste existen algoritmos basados en el concepto de la onda viajera y la Transformada Wavelet que obtienen errores cercanos a cero incluso en líneas largas.

El procesamiento de la señal nos permite observar que con la wavelet ET la señal presenta un perfil más amortiguado: más definido debido a que presenta menos oscilaciones en comparación con las otras wavelets utilizadas, lo que facilita la localización de fallas en comparación con las wavelets Db4 y Coif4.

En el tema de la descomposición de la señal en el proceso del cálculo de la transformada wavelet, se observa que aumentar el nivel de descomposición de la señal no conlleva una mejora en la precisión del algoritmo, en cambio aumenta el tiempo y trabajo de cómputo. Esto se debe a

que a mayor descomposición se obtiene mayor información de bandas de frecuencia cada vez altas, información que para este propósito no es necesaria y produce en la señal resultante con oscilaciones más pronunciadas. El menor error se encuentra en el nivel de descomposición 1, debido a que solamente se analiza una banda de frecuencia en la que se encuentra la frecuencia fundamental de la señal muestreada. La elección de un cuarto nivel de descomposición permite alcanzar un desempeño óptimo para la wavelet madre ET (Guillén e Idárraga, 2016).

## TRABAJOS FUTUROS

Como una propuesta a futuros trabajos se recomienda realizar estudios más profundos, con valores de resistencia superiores a los aquí estudiados y diferentes niveles de tensión en el sistema. Adicionalmente, se deben realizar pruebas con diferentes configuraciones de red como multiterminales o con circuitos paralelos, para mejorar el desempeño del algoritmo y acotarlo en casos determinados de ser necesario.

Respecto de la wavelet ET y los Modos de Correlación Wavelet, como una nueva técnica de análisis, es posible implementarla en el estudio de diferentes fenómenos eléctricos y seguir explorando sus posibilidades de aplicación como en caracterización de transitorios en redes eléctricas o sistemas de protección o en estudios de espectrometría.

# REFERENCIAS

- Abdelaziz, Mekhamer, Ezzat, & El-Saadany. (2011). Fault Location Techniques for Transmission Lines Using Phasor Measurement Units (PMUs): A new Contribution. *IEEE*.
- Anderson, Paul M. (1995). Analysis of Faulted Power Systems. 1<sup>a</sup>. ed. IEEE Press Power Systems Engineering Series.
- Andrade, V. D., & Sorrentino, E. (2010). Typical expected values of the fault resistance in power systems. *2010 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (T&D-LA)*, 602-609.
- Belkhat, M., Edwards, J., Hoonchareon, N., Marte, O., Stenberg, D., & Walters, E. (1995). *Transients in Power Systems*. Purdue University.
- Biswas, S., Kumar, K., Ghosal, A., & Nayak, P. (2018). Fault Detection and Classification for TCSC Compensated Transmission Lines Using Wavelet Energy. *4th Int'l Conf. on Recent Advances in Information Technology*.
- Boggess, Albert, Narcowich, Francis J., (2009). A First Course in Wavelets with Fourier Analysis. 2<sup>nd</sup> ed. John Wiley & Sons.
- Burrus, C. Sidney, Ramesh A. Gopitha y Haito Guo. (1998). Introduction to Wavelets and Wavelets Transform: a Primer. 1<sup>st</sup>. Ed. Prentice Hall.
- Byrnes, J. S., Byrnes J. L., Hargreaves, K., (1994). Wavelets and Their Applications, 2<sup>o</sup> ed. Springer.
- Chen, Z., Luo, C., Su, J., & Wu, X. (2001). A Fault Location Algorithm For Transmission Line Based On Distributed Parameter. *IEEE. Developments in Power System Protection, Conference Publication*, (479).
- Comisión Nacional de Electricidad (2017). Reporte anual.
- Davoudi, M., Sadeh, J., & Kamyab, E. (2018). Transient-Based Fault Location on Three-Terminal and Tapped Transmission Lines Not Requiring Line Parameters. *IEEE Transactions On Power Delivery*, 33(1), 179-188.
- Gómez-Luna, E., Silva, D., Aponte, G. (2013). Selección de una wavelet madre para el análisis frecuencial de señales eléctricas transitorias usando WPD. *Ingeniare*, vol. 12, No 2, pp 262-270.
- Guillén, D., Arrieta, M., Ortiz, J., Tripathy, R., Zamora, A., Tapia, R., & Tellez, E. (2015). Fault detection and classification in transmission lines based on a power spectral density index. *IET Research Journals*, 1-9.
- Guillén, D., Esponda, H., Vázquez, E., & Idárraga-Ospina, G. (2016). Algorithm for transformer differential protection based on wavelet correlation modes. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 10(12), 2871–2879.
- Guillén, D., Idárraga-Ospina, G., & Cortes, C. (2016). A New Adaptive Mother Wavelet For Electromagnetic Transient Analysis. *De Gruyter Open, Journal of Electrical Engineering*, 67(1), 48-55.

- Guillén, D., Olivares, J., Escarela, Ávalos, J. A., Cerda, J., & Espino. (2016). Detection of interturn faults during transformer energization using wavelet transform. *IEEE International Autumn Meeting ROPEC*.
- Horowitz, S. H., & Phadke, A. H. (2014). *Power System Relaying* (4.<sup>a</sup> ed., Vol. 1). Wiley.
- Huerta Lejía, Ever B. (2014). Localización de fallas en líneas de transmisión. Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Idárraga-Ospina, G., Valencia, R., & Hernández, J. (2004). Algoritmos para localización de fallas en líneas de transmisión, análisis para el caso colombiano. *Dyna*, 71(143), 95-100.
- Jayatunga, De Silva, & Karunadasa. (2009). Fault Localization using Wavelet Transforms in 132kV Transmission Lines. *ENGINEER*, 42(4), 95-104.
- Grainger, John J., y Stevenson, William. *Análisis de Sistemas de Potencia*. 1<sup>a</sup>. ed. McGraw Hill, 1996.
- Lin, D., Jun, P., Wenxia, S., Jun, T., & Jun, Z. (2008). Fault location for transmission line based on traveling waves using correlation analysis method. *2008 International Conference on High Voltage Engineering and Application*, 9-13.
- Magnago, F., & Abur, A. (1998). Fault Location Using Wavelets. *IEEE Transactions On Power Delivery*, 13(4), 1475-1480.
- Mason, C. Rusell. (1998). *The Art and Science of Protective Relaying*, GE Digital Energy.
- Masood, B., Saleem, U., Anjum, N., & Arshad, U. (2017). Faults Detection and Diagnosis of Transmission Lines using Wavelet Transformed based Technique. *IEEE Jordan Conference AEECT*.
- Mora-Florez, Meléndez, & Carrillo-Caicedo. (2008). Comparison of impedance based fault location methods for power distribution systems. *ELSEVIER, Electric Power Systems Research*, 78, 657-666.
- Morales, G., Mora, J., & Vargas, H. (2007). Método de localización de fallas en sistemas de distribución basado en gráficas de reactancia. *Scientia et Technica*, 13(34), 49-54.
- Padilla Almeida, William E. *Sistema para la localización automática de fallas en líneas de transmisión*. Universidad Nacional de Colombia. (2016)
- Saha, M., Izykowski, J., & Rosolowski, E. (s. f.). *Fault Location on Power Networks*. Springer-Verlag London Limited 2010.
- Saini, M., Zin, A., Mustafa, M., & Sultan, A. (2014). Identification And Location Of Fault On A Transmission Line Using Wavelet Based On Clarke's Transformation. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 9(8), 1282-1288.
- Sánchez Correa, Santiago. *Comparación y análisis de los métodos de localización de fallas en los sistemas de transmisión y distribución*. Universidad Nacional de Colombia. (2017).

Sedighi, A. (2014). Classification of transient phenomena in distribution system using wavelet transform. *Journal of Electrical Engineering*, 65(3), 144-150.

Shahmordi, S. (2016). Detection of fault location on transmission systems using Wavelet transform. *International Academic Institute for Science and Technology*, 3(4), 23-32.

Silva, Souza, & Brito. (2006). Fault Detection and Classification in Transmission Lines Based on Wavelet Transform and ANN. *IEEE Transactions On Power Delivery*, 21(4), 2058-2063.

Stagg, Glenn W. Y El-Abiad, Ahmed H. (1968). *Computer Methods in Power System Analysis*. 1<sup>a</sup>. ed. McGraw Hill.

# ANEXO I

Código fuente escrito en Matlab.

```
%=====
%%                               Función para calcular WCM
%=====
clc
clear all
close all
datos=dir('*.MAT');
long=length(datos);

%% -----Lectura de señales
for i=1:long

    %%%% Señales medidas en nodo P %%%%
    load(['FP_3F_' num2str(i) 'Km_medP.MAT']);

    Iabc_P=[iPaPqa iPbPqb iPcPqc];
    Vabc_P=[vPa vPb vPc];

    %%%% Señales medidas en nodo Q %%%%
    load(['FP_3F_' num2str(i) 'Km_medQ.MAT']);

    Iabc_Q=[iQaQpa iQbQpb iQcQpc];
    Vabc_Q=[vQa vQb vQc];

    %%%% Señales medidas en nodo R %%%%
    load(['FP_3F_' num2str(i) 'Km_medR.MAT']);

    Iabc_R=[iRaCa iRbCb iRcCc];
    Vabc_R=[vRa vRb vRc];

    %% -----Submuestreo de las señales para tener 128 muestras por ciclo

    dt=t(3)-t(2);                % Paso de integración
    Fs_ini=1/dt;                 % frecuencia de muestreo
    Nm_ciclo=128;                % número de muestras por ciclo
    f=60;                        % frecuencia fundamental
    factor=round(Fs_ini/(Nm_ciclo*f)); %factor de decimación
    t1=downsample(t,factor);     % vector de tiempo submuestreado

    %%%% inicialización de variables %%%%
    Iabc_p=zeros(length(t1),3);
    Iabc_q=zeros(length(t1),3);
    Iabc_r=zeros(length(t1),3);

    Vabc_p=zeros(length(t1),3);
    Vabc_q=zeros(length(t1),3);
    Vabc_r=zeros(length(t1),3);

```

```

%%%%%%%%Submuestreo de las señales %%%%%%%%%

for ll=1:1:3

    Iabc_p(:,ll)=downsample(Iabc_P(:,ll),factor);
    Iabc_q(:,ll)=downsample(Iabc_Q(:,ll),factor);
    Iabc_r(:,ll)=downsample(Iabc_R(:,ll),factor);

    Vabc_p(:,ll)=downsample(Vabc_P(:,ll),factor);
    Vabc_q(:,ll)=downsample(Vabc_Q(:,ll),factor);
    Vabc_r(:,ll)=downsample(Vabc_R(:,ll),factor);
end

%% ----- Calculo de los Modos de Correlación Wavelet

window=Nm_ciclo;           %Ventana de muestras para la Transformada Wavelet
Nd=4;                     %Nivel de descomposición

%%%%%%%% InicializaciÛn de Variables %%%%%%%%%

%%%%%%%% Corrientes %%%%%%%%%
wcm_IP=zeros(length(t1),3);
wcm_IQ=zeros(length(t1),3);
wcm_IR=zeros(length(t1),3);
%%%%%%%% Voltajes %%%%%%%%%
wcm_VP=zeros(length(t1),3);
wcm_VQ=zeros(length(t1),3);
wcm_VR=zeros(length(t1),3);

%%%%%%%% Calculo de DWT y WCM usando la funci3n "modos" para las diferentes
%%%%%%%% wavelets
for h=1:4
    if h==1 %%%%%%%%% Wavelet ET %%%%%%%%%
        for kk=1:1:3
            [wcm_IP(:,kk)]=modos(Iabc_p(:,kk),Nd,'ET',window);
            [wcm_IQ(:,kk)]=modos(Iabc_q(:,kk),Nd,'ET',window);
            [wcm_IR(:,kk)]=modos(Iabc_r(:,kk),Nd,'ET',window);

            [wcm_VP(:,kk)]=modos(Vabc_p(:,kk),Nd,'ET',window);
            [wcm_VQ(:,kk)]=modos(Vabc_q(:,kk),Nd,'ET',window);
            [wcm_VR(:,kk)]=modos(Vabc_r(:,kk),Nd,'ET',window);
        end
    endif h=1
    save(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_ET.mat'],'wcm_IP','wcm_IQ'...
        ,'wcm_IR','wcm_VP','wcm_VQ','wcm_VR','t1')
    if h==2 %%%%%%%%% Wavelet Daubachies 4 %%%%%%%%%
        for kk=1:1:3
            [wcm_IP(:,kk)]=modos(Iabc_p(:,kk),Nd,'db4',window);
            [wcm_IQ(:,kk)]=modos(Iabc_q(:,kk),Nd,'db4',window);
            [wcm_IR(:,kk)]=modos(Iabc_r(:,kk),Nd,'db4',window);

            [wcm_VP(:,kk)]=modos(Vabc_p(:,kk),Nd,'db4',window);
            [wcm_VQ(:,kk)]=modos(Vabc_q(:,kk),Nd,'db4',window);
            [wcm_VR(:,kk)]=modos(Vabc_r(:,kk),Nd,'db4',window);
        end
    endif h=2
end

```

```

save (['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_db4.mat'], 'wcm_IP', 'wcm_IQ', 'wcm_IR'...
, 'wcm_VP', 'wcm_VQ', 'wcm_VR', 't1')
if h==3 %%%%% Wavelet Symlet 4 %%%%%
    for kk=1:1:3
        [wcm_IP(:,kk)]=modos(Iabc_p(:,kk),Nd,'sym4',window);
        [wcm_IQ(:,kk)]=modos(Iabc_q(:,kk),Nd,'sym4',window);
        [wcm_IR(:,kk)]=modos(Iabc_r(:,kk),Nd,'sym4',window);

        [wcm_VP(:,kk)]=modos(Vabc_p(:,kk),Nd,'sym4',window);
        [wcm_VQ(:,kk)]=modos(Vabc_q(:,kk),Nd,'sym4',window);
        [wcm_VR(:,kk)]=modos(Vabc_r(:,kk),Nd,'sym4',window);
    end
endif h=3
save (['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_sym4.mat'], 'wcm_IP', 'wcm_IQ', 'wcm_IR'...
, 'wcm_VP', 'wcm_VQ', 'wcm_VR', 't1')
if h==4 %%%%% Wavelet Coiflet 4 %%%%%
    for kk=1:1:3
        [wcm_IP(:,kk)]=modos(Iabc_p(:,kk),Nd,'coif4',window);
        [wcm_IQ(:,kk)]=modos(Iabc_q(:,kk),Nd,'coif4',window);
        [wcm_IR(:,kk)]=modos(Iabc_r(:,kk),Nd,'coif4',window);

        [wcm_VP(:,kk)]=modos(Vabc_p(:,kk),Nd,'coif4',window);
        [wcm_VQ(:,kk)]=modos(Vabc_q(:,kk),Nd,'coif4',window);
        [wcm_VR(:,kk)]=modos(Vabc_r(:,kk),Nd,'coif4',window);
    end
endif h=4
save (['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_coif4.mat'], 'wcm_IP', 'wcm_IQ', 'wcm_IR'...
, 'wcm_VP', 'wcm_VQ', 'wcm_VR', 't1')

end
%=====

%=====
%%
%%          Función "modos" para calcular DWT y WCM
%=====
%Algorithm wavelet con ventana deslizante %
function [wcm L]=modos(signal,N,name>window)

ls= length(signal);      % longitud de la señal
[a b]=size(signal);

%Corroborar que la señal sea un vector horizontal %
if a==1
    signal=signal;
else
    signal=signal';
end

% ----- Inicia el algoritmo de WCM
% Inicializa variables
wcm=zeros(ls,1);
dc=zeros(ls,1);
L=zeros(ls,N+1);
dt=1;

```

```

for k=(1*window)+1:dt:(ls)          % desprecia las primera muestras(n*window)

    IA=zeros(1,window);              % Inicializa variables
    IA=signal(1,k-window+1:k);      % Matriz para la ventana

    if k >= window+1

        %%%%%%%%% Calcula DWT %%%%%%%%%
        [cARa cWRa]=coefWaveletDGA(IA,N,name);
        MA=zeros(N+1,N+1);
        MA=[cWRa;cARa];              %Matriz Wavelet
        MW_A=MA*MA';                 %Matriz de correlacion wavelet
        LT= eig(MW_A)/window;        %Matriz diagonal de eigenvectores

        %%%%%%%%% Cálculo de modos de correlación %%%%%%%%%
        wcm(k-dt+1:k)=sqrt(2*sum(LT));
        L((k-dt+1:k),:)=LT';
        else k < window+1

            wcm(1:k)=0;
        end
    end
end
%=====

%=====
%%          Estimación de la distancia y la resistencia de falla
%=====

clear all
clc
close all

ZgP=complex(0.2619,3.7409); %impedancia del generador P
ZgQ=complex(0.6512,3.696);  %impedancia del generador Q

L=50;                        %Longitud total de la línea

Zl=complex(0.1588,0.5185);   %impedancia de la línea por km

d(1,:)=1:24;                 %distancia a la que suceden las fallas

for i=1:24
    %%%%%%%%% Lectura de las señales procesadas con WCM

    load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_ET.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_db4.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_sym4.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_coif4.mat']);

    %%%%%%%%% Selección de valores %%%%%%%%%

    IP(i)=wcm_IP(1521,1);
    IQ(i)=wcm_IQ(1521,1);
end

```

```

    IR(i)=wcm_IR(1521,1);

    Vcc(i)=wcm_VP(1521,1);
    VccQ(i)=wcm_VQ(1521,1);
    VccR(i)=wcm_VR(1521,1);

    %%%%% Cálculo del valor inicial para la resistencia de falla

    r_aprox(1,i)=Vcc(i)/IP(i)-abs(Zl*L/4);

    %% ----- Newton Raphson para calcular distancia y resistencia

    %%%%% (Corriente de falla en P, Voltaje medido en P, Impedancia de la
    %%%%% línea, Corriente de falla en Q, Corriente de falla en R, Valor
    %%%%% inicial de la distancia, Valor inicial de resistencia)

    [dn,rfn]=DistNewtRaph(IP(i),Vcc(i),Zl,IQ(i),IR(i),L/4,r_aprox(1,i));

    d(2,i)=dn;
    d(3,i)=100*abs(d(2,i)-d(1,i))/25;

    r(1,i)=rfn;
    r(2,i)=100*abs(5-r(1,i))/5;

end

d(4,1)=mean(d(3,:));
r(3,1)=mean(r(2,:));

%=====

%=====
%%      Algoritmo Newton Raphson para localización de fallas
%=====
function [dn,rfn]=DistNewtRaph_(Icc,Vcc,Zl,IQ,IR,d0,r0)

tic
tol=0.001; %% tolerancia permitida

%%%%%%Inicialización de variables
err=1;
i=1;

%%%%%% Declaración de las variables de distancia (d) y resistencia (r) como
%%%%%% variables simbólicas
syms d r
%%%%%% Declaración del vector de incrementos
DX=[1;1];
DX(1)=d0;
DX(2)=r0;

while (err>=tol)
    %% ----- define funciones y sus derivadas -----%%

    %%%%% función para la de tensión de corto circuito

```

```

f1=Vcc-abs(d*Zl*Icc/sqrt(2))-r*(Icc+IQ-IR); % =0

Xf1=double(subs(f1,{d,r},{DX(1),DX(2)}));%funcion evaluada

j_f1=simplify(jacobian((f1),[d,r]));%calculo del jacobiano

jac_f1=subs(j_f1,{d,r},{DX(1),DX(2)});%evaluacion del jacobiano

%%%%%%%%%% funcion de tension en la malla fallada

f2=Vcc-(((d*abs(Zl))+r)*Icc);% =0

Xf2=double(subs(f2,{d,r},{DX(1),DX(2)}));%funcion evaluada

j_f2=simplify(jacobian((f2),[d,r]));%calculo del jacobiano

jac_f2=subs(j_f2,{d,r},{DX(1),DX(2)});%evaluacion del jacobiano

%%%%%%%%%% Creación de la matriz de Jacobiano
for k=1:2

    J(1,k)=double(jac_f1(k));
    J(2,k)=double(jac_f2(k));

end

%%%%%%%%%% vector de funciones conocidas %%%%%%%%%%%

X=[ Xf1 ; Xf2 ];

%%%%%%%%%% Calculo de los diferenciales
dx=-inv(J)*X;
ant=DX;
DX=DX+dx;% ActualizaciÛn de valores
new=DX;
err=abs(new-ant);%% Calculo del error

i=i+1;

end
dn=double(DX(1));
rfn=double(DX(2));
toc
end

%=====

%=====
%%
%%          FALLA BIFÁSICA EN FASE A Y B
%%
%=====

clear all
close all

```

```

clc
a=cos(120*pi/180)+sin(120*pi/180)*i;
Ts=[1 1 1;1 a^2 a ;1 a a^2];

Zg=(complex(0.2619,3.7409)); %impedancia del generador
Zg0=(complex(0.7848,11.2226)); %impedancia del generador
Zl=abs(complex(0.1588,0.5185)); %impedancia de la linea por km
Zl0=abs(complex(0.526,1.5075)); %impedancia secuencia 0 de la linea por km
L=50; %longitud total de la línea

for i=1:24
    km(i)=i;
    load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_ET.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_db4.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_sym4.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_coif4.mat']);

    %%%%% Corrientes y Voltajes en bus P%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    IPa(i)=wcm_IP(1452,1);
    IPb(i)=wcm_IP(1452,2);
    IPc(i)=wcm_IP(1452,3);

    Va(i)=wcm_VP(1452,1);
    Vb(i)=wcm_VP(1452,2);
    Vc(i)=wcm_VP(1452,3);

    IQa(i)=wcm_IQ(1452,1);
    IQb(i)=wcm_IQ(1452,2);
    IQc(i)=wcm_IQ(1452,3);
    VQ(i)=wcm_VQ(1452,1);

    IRa(i)=wcm_IR(1452,1);
    IRb(i)=wcm_IR(1452,2);
    IRc(i)=wcm_IR(1452,3);
    VR(i)=wcm_VR(1452,1);

    %%%%% Transformación a dominico de secuencias

    I012P(:, :, i)=abs(inv(Ts)*[IPa(i);IPb(i);IPc(i)]);
    I012Q(:, :, i)=abs(inv(Ts)*[IQa(i);IQb(i);IQc(i)]);
    I012R(:, :, i)=abs(inv(Ts)*[IRa(i);IRb(i);IRc(i)]);

    %%%%% Corriente de falla de secuencia positiva

    If1(1,i)=(I012P(2,1,i)+I012Q(2,1,i)-I012R(2,1,i));%corriente de falla total I1
    If1(2,i)=(I012P(2,1,i));%corriente de falla I1 bus P

    %%%%% Localización de la falla

    d(1,i)=(Va(i)/((If1(2,i))(Zl+((Zl*Zl0)/(Zl+Zl0))));
    d(2,i)=100*abs(d(1,i)-km(i))/25;% calculo de error %%%%%%%%%

end

    %%%%% error promedio
    err_prom(1)=mean(d(2,:));

```

```

%=====
%
%=====
%%
%=====
clear all
close all
clc

Zg=(complex(0.2619,3.7409)); %impedancia del generador
Zg0=(complex(0.7848,11.2226)); %impedancia del generador
Zl=(complex(0.1588,0.5185)); %impedancia de la linea por km
Zl0=(complex(0.526,1.5075)); %impedancia de la linea por km

for i=1:24
    km(i)=i;
    load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_db4.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_sym4.mat']);
    %load(['res_FP_3F_' num2str(i) 'km_coif4.mat']);

    %%%% Mediciones de fase fallda

    Ia(i)=wcm_IP(1474,1);
    Va(i)=wcm_VP(1474,1);

    %%%% LocalizaciÛn de la falla

    d(1,i)=3*abs(Va(i)/(Ia(i)*(Zl0+(2*Zl))));
    d(2,i)=100*abs(d(1,i)-km(i))/25;

end

err_prom(1)=mean(d(2,:));

%=====

```

## ANEXO II

### ALGORITMOS MÁS USADOS EN LOCALIZACIÓN DE FALLAS

#### Reactancia Simple

Este algoritmo proviene del estudio de los relevadores de protección y su aplicación que hacen S. Horowitz y A. Phadke en el libro *Power System Relaying* que publican en 1992. Calcula la distancia a la falla por medio de los voltajes de la línea fallada (Fig. 1.1) basándose en la ecuación (1.1) que describe la línea desde el generador *A* a la falla.

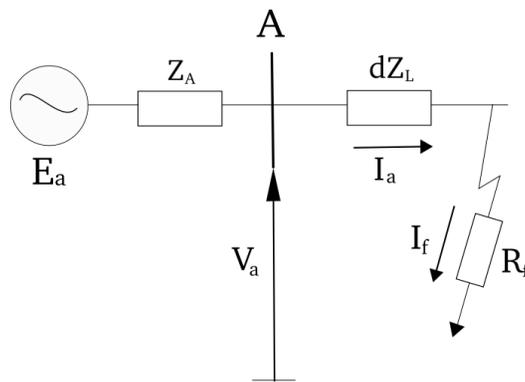


Fig 1.1 Línea fallada vista desde la terminal *A*.

$$V_a = dZ_L I_a + R_f I_f \quad (1.1)$$

En (1.1) el subíndice *a* se refiere a las variables del nodo de generación *a* mientras que el subíndice *f* se refiere a las variables referentes al punto donde se presenta la falla, *d* indica la distancia a la que ocurre la falla y  $Z_L$  es la impedancia de la línea por unidad de longitud. A partir de esta ecuación se obtienen el valor de *d* considerando únicamente la parte imaginaria de (1.2) para eliminar el valor de  $R_f$ . Esto resulta un inconveniente cuando la impedancia de falla es alta y solo obtiene resultados precisos para impedancias cercanas a cero.

$$d = \frac{V_a + R_f I_f}{I_a (R_L + X_L)} \rightarrow d = \frac{1}{X_L} \text{Im} \left\{ \frac{V_a}{I_a} \right\} \quad (1.2)$$

El principal problema de este algoritmo es que al asumir que la resistencia de falla es cercana a cero el error crece cuanto más alta sea la resistencia de falla.

### Takagi

T. Takagi propone este algoritmo alrededor de 1982 en el desarrollo de un localizador que utiliza las mediciones de corriente y voltaje de una sola terminal. Fue probado en una línea de 71.2 km con errores de casi 3%. Como en el método de reactancia simple, también parte de la ecuación (1.1) y usa solamente los valores imaginarios, pero hace varias consideraciones.

$$I_a = I_{a'} + I_{a''} \quad (1.3) \quad y \quad K_a e^{j\alpha} = \frac{I_f}{I_{a''}} \quad (1.3)$$

Multiplicando el complejo conjugado de  $I_f$  por (1.1) se tiene

$$V_a I_f^* = d Z_L I_a I_f^* + R_f I_f I_f^* \quad (1.4)$$

se sustituye (1.4) en (1.5) y se obtiene

$$V_a K_a^* I_{a''} = d Z_L I_a K_a^* I_{a''} + R_f |I_f|^2 \quad (1.5)$$

Tomando solo la parte imaginaria y despejando  $d$  se obtiene la ecuación

$$d = \frac{\text{Im}\{V_a I_{a''} K_a\}}{\text{Im}\{Z_L I_a I_{a''} K_a\}} \quad (1.6)$$

donde  $K_a = e^{j\alpha}$ .

Este algoritmo se basa en el principio de superposición, en donde la corriente de falla es la suma de la corriente de prefalla  $I_{a'}$  y la corriente de línea durante la falla  $I_{a''}$  (Fig. 1.2).

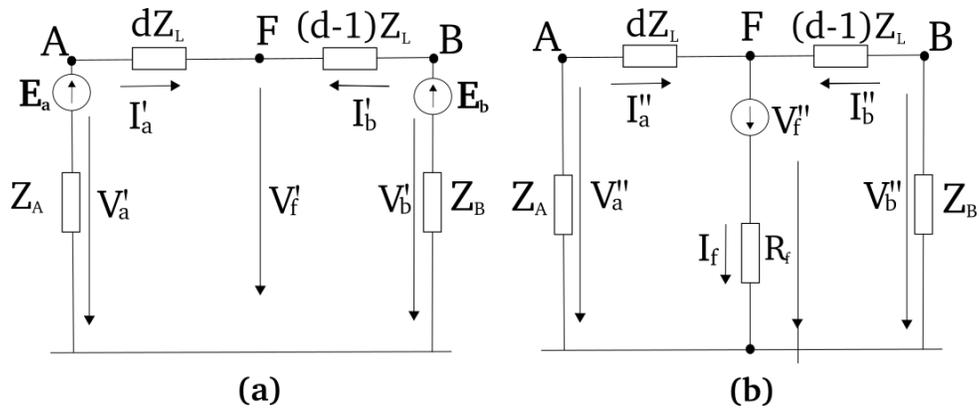


Fig. 1.2 Circuitos equivalentes de prefalla (a) y de falla (b) para un cortocircuito trifásico en la línea de la figura 1.1.

Para que funcione este algoritmo se asume que  $\alpha$  es igual a cero, aspecto que casi nunca es cierto debido a que el desfaseamiento por muy corta que sea la línea, siempre esta presente, generando errores más altos cuanto más grande sea la distancia a la falla.

### Schweitzer

Schweitzer propone este método utilizando información de dos terminales sincronizadas de la línea fallada. Esta particularidad permite que no se asuma el valor de ningún parámetro y posibilita ignorar la presencia de la resistencia de falla. Esto se logra usando los voltajes de falla vistos desde ambos lados de la línea.

$$V_f = R_f I_f \quad (1.8)$$

$$V_f = V_a - dZ_L I_a \quad (1.9)$$

$$V_f = V_b - (1 - d)Z_L I_b \quad (1.10)$$

Igualando (1.9) y (1.10) se puede obtener el valor de  $d$  sin importar el valor de  $R_f$ .

$$d = \frac{V_a - V_b + Z_L I_b}{Z_L (I_a + I_b)} \quad (1.11)$$

Teóricamente el algoritmo de Schweitzer debería ser el más preciso de todos pero puede arrojar valores imaginarios o erróneos debido a la imprecisión en el modelado del sistema. Bien

aplicado arroja errores menores al 1% cuando la resistencia de falla es cero o muy pequeña, pero presenta errores considerables con resistencias de valores elevados.

## Eriksson

El algoritmo propuesto por L. Eriksson en 1985 parte de reducir todo el sistema y asume que las impedancias de secuencia positiva y negativa son iguales y que se conocen las impedancias de las fuentes conectadas a la línea. También parte de que se trabaja con una línea corta que puede describir el voltaje de malla con (1.1) y solo requiere de las mediciones de una terminal. Define un valor  $D$  en (1.1).

$$V_a = dZ_L I_a + R_f \frac{I_{a''}}{D} \quad (1.12)$$

donde

$$D = \frac{I_{a''}}{I_f} = \frac{(1-d)Z_L Z_b}{Z_a + Z_L + Z_b} \quad (1.13)$$

obteniendo un polinomio al sustituir (1.13) en (1.12)

$$d^2 - dK_1 + K_2 - K_3 R_f = 0 \quad (1.14)$$

en la cual los coeficientes  $K_1, K_2$  y  $K_3$  provienen del desarrollo de la ecuación y representan la reducción de la red. Al separar la ecuación en parte real e imaginaria y resolverla eliminando así  $R_f$  se obtiene un polinomio de la forma  $ad^2 + bd + c = 0$  que puede resolverse fácilmente teniendo en cuenta que las raíces reales son las únicas que tienen un significado físico. Se debe tomar en cuenta que el valor de  $I_{a''}$  depende del tipo de falla y se puede encontrar a partir de una tabla específica para este algoritmo (Idárraga, Valencia, Hernández 2004). El inconveniente de este algoritmo es que al asumir que la línea es corta presenta errores considerables a grandes distancias y no siempre es posible conocer la impedancia de las fuentes.

La mayoría de los algoritmos trabajan en líneas de una o dos terminales sin considerar ningún tipo de compensación y, al utilizar mediciones de una sola terminal, no requieren de la sincronización de las terminales de la línea. En los casos en los que se usan dos o más terminales comúnmente se requiere sincronización en las mediciones que puede resultar problemático si existen problemas de comunicación.

Estos algoritmos son los más comúnmente utilizados en localizadores debido a que tienen un buen desempeño en líneas relativamente cortas. Todos basan su funcionamiento en la variación de la reactancia que produce la presencia de la resistencia de falla pero, debido a que asumen que es pequeña, al aumentar la distancia de falla tienden a tener errores cada vez mayores.





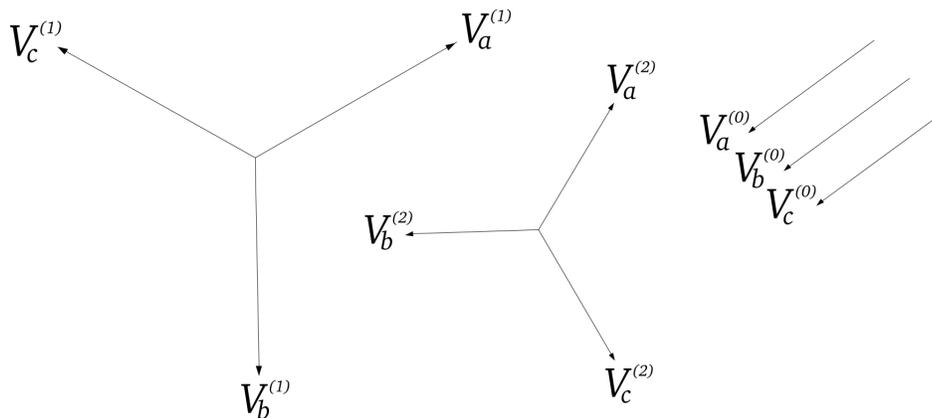
$$\mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (9)$$

En un sistema trifásico la dimensión es  $n = 3$  de modo que se facilita el análisis al tener una matriz de transformación de  $3 \times 3$  y solo tres fasores para operar. Para simplificar se sabe que  $a^4 = a$  por ser un operador de rotación entonces las ecuaciones (6) y (7) se pueden expresar como

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Hablando de sistemas eléctricos de tres fases, los subíndices  $a, b, c$  se refieren a las tres fases del sistema eléctrico mientras que los subíndices 0, 1, 2 a las secuencias cero, positiva y negativa respectivamente. Las secuencias cero y negativa hacen referencia a las secuencias de rotación de los fasores de modo que la secuencia negativa gira en sentido opuesto a la positiva y la secuencia cero al tener todos sus vectores en fase es estático (Fig. 1).



**Fig. 1.** Fasores de secuencia positiva (1), de secuencia negativa (2) y de secuencia cero (0).

Analizando la ecuación (11) para un sistema trifásico es posible formar los fasores originalmente desbalanceados por medio de la suma de los tres conjuntos de fasores balanceados. En la figura 2 se puede observar como cada fase esta compuesta por la suma vectorial de los fasores de secuencia y al final se forma un conjunto de fasores desbalanceados. Notese que cada grupo fasores de secuencia esta perfectamente balanceados y son expresiones de un mismo fasor rotado para dos de los grupos.

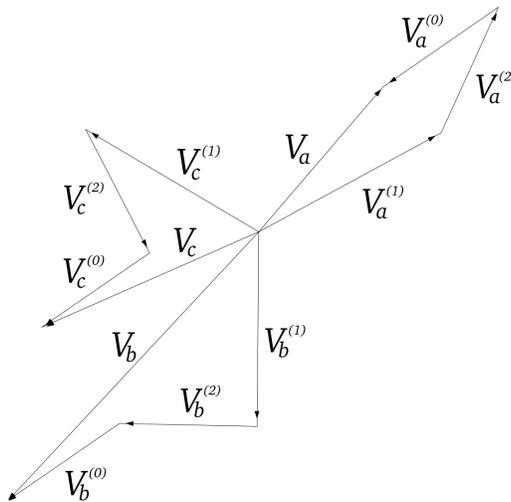


Fig.2. Síntesis de los fasores de secuencia en las fases a,b y c.

Este método se puede aplicar para todas las variables y parámetros de un sistema eléctrico que este desbalanceado. Se puede obtener las componentes de secuencia para los voltajes (11), corrientes (12) e impedancias (13).

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{Z}_{Lsm} = \begin{bmatrix} Z_{s0} + 2Z_{m0} & Z_{s2} - Z_{m2} & Z_{s1} - Z_{m1} \\ Z_{s1} - Z_{m1} & Z_{s0} - Z_{m0} & Z_{s2} + 2Z_{m2} \\ Z_{s2} - Z_{m2} & Z_{s1} + 2Z_{m1} & Z_{s0} - Z_{m0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Esta matriz  $\mathbf{Z}_{Lsm}$  es producto de la relacion de corriente y voltaje en el análisis de la caída de tensión en una línea.

La caída de tensión en una línea se puede expresar como

$$\mathbf{V}_{abcLT} = \mathbf{Z}_L \mathbf{I}_{abc} \quad (14)$$

en el esquema de fases. Transformando al esquema de componentes simétricos para obtener la caída de tensión y antitransformando para obtener resultados en el dominio de fases tenemos

$$\mathbf{V}_{abcLT} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}_L \mathbf{T} \mathbf{I}_{abc} \quad (15)$$

de donde

$$\mathbf{Z}_{Lsm} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Z}_L \mathbf{T} \quad (16)$$

En la matriz  $\mathbf{Z}_{Lsm}$  las impedancias propias y mutuas, al ser un sistema desbalanceado, están en función del operador  $a$ .

$$\begin{aligned} Z_{s0} &= \frac{1}{3} (Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc}) \\ Z_{s1} &= \frac{1}{3} (Z_{aa} + aZ_{bb} + a^2Z_{cc}) \\ Z_{s2} &= \frac{1}{3} (Z_{aa} + a^2Z_{bb} + aZ_{cc}) \\ Z_{m0} &= \frac{1}{3} (Z_{bc} + Z_{ca} + Z_{ab}) \\ Z_{m1} &= \frac{1}{3} (Z_{bc} + aZ_{ca} + a^2Z_{ab}) \\ Z_{m2} &= \frac{1}{3} (Z_{bc} + a^2Z_{ca} + aZ_{ab}) \end{aligned} \quad (17)$$

Se puede observar que las componentes de (18) no son simétricas, lo que implica que existe acoplamiento mutuo entre secuencias y no es recíproco, de modo que para simplificarla se considera que las impedancias propias y mutuas son iguales entre las tres fases para poder obtener así una matriz diagonal mucho más fácil de operar.

Una simplificación de esta operación implica que

$$\begin{aligned}
Z_{s0} &= Z_s \\
Z_{s1} &= Z_{s2} = 0 \\
Z_{m0} &= Z_m \\
Z_{m1} &= Z_{m2} = 0
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\mathbf{Z}_{012} = \begin{bmatrix} Z_s - 2Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_s - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_s - Z_m \end{bmatrix} \tag{20}$$

otra forma de simplificarla es diagonalizando la matriz considerando que una impedancia mutua es de secuencia positiva  $m$  (a-b-c) y una es de secuencia negativa  $n$  (a-c-b).

Aplicando la transformación de la ecuación (2.55) a (2.60) tenemos una matriz diagonal

$$\mathbf{Z}_{012} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \tag{21}$$

donde

$$\begin{aligned}
Z_0 &= Z_s + Z_m + Z_n \\
Z_1 &= Z_s + a^2 Z_m + a Z_n \\
Z_2 &= Z_s + a Z_m + a^2 Z_n
\end{aligned} \tag{22}$$

Esta matriz (21) es la que se suele usar al describir las relaciones corriente-voltaje en los sistemas desbalanceados, obteniendo una descripción que se puede expresar como un circuito equivalente para cada secuencia. De esta manera se obtienen las componentes de cada variable de un sistema eléctrico en el dominio de las secuencias, de modo que se puede trabajar con un sistema desbalanceado de manera mucho más ágil.

Para mayor detalle puede consultarse el capítulo 2 del libro *Analysis of Faulted Power Systems* de Paul M. Anderson.