



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA, INSTITUTO DE INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA-TERMOFLUIDOS

EVALUACIÓN NUMÉRICA DEL TRANSPORTE DE ENTROPÍA EN UN INTERCAMBIADOR DE
CALOR DE TUBOS ALETADOS

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ÁNGEL BÁEZ DÍAZ

TUTORES PRINCIPALES
DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM
DR. JOSÉ ENRIQUE GUZMÁN VÁZQUEZ
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX.

OCTUBRE DE 2019

A la memoria de María Angelina Natividad Cabrera Barrientos

A mi madre

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico otorgado para la realización de este proyecto de investigación

A la división de estudios de posgrado de la H. Facultad de ingeniería de la UNAM

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por las facilidades otorgadas para la realización de las simulaciones numéricas

Resumen

El transporte de entropía en un intercambiador de calor de tubos aletados es analizado. El campo de entropía en un dominio computacional representativo de un intercambiador de calor es obtenido mediante la resolución numérica de una ecuación de transporte para la entropía. Dicha ecuación es resuelta mediante el empleo del método de volúmenes finitos. Dos tipos de aletas son usados en la simulación numérica: aletas helicoidales lisas y aletas helicoidales segmentadas. El impacto de la geometría de las aletas en el desempeño del intercambiador de calor, la diferencia en la tasa de generación de entropía entre el método directo (resolución de una ecuación de transporte) e indirecto (postproceso de los campos de velocidad y temperatura) y el análisis del campo de entropía son presentados como resultados de la resolución numérica de la ecuación de transporte de entropía. El modelo numérico se apoya en el uso de modelo de turbulencia $k-\epsilon$ de dos capas. El modelo numérico fue comparado con los resultados obtenidos del uso de correlaciones semi empíricas para la evaluación de la caída de presión total y el cambio total de temperatura del aire.

Abstract

Entropy transport is analyzed inside helical fin-and-tube heat exchangers. Entropy field inside a representative domain is obtained by solving the Reynolds-Averaged entropy transport equation using the finite volume method. Two fin geometries are used; plain helical fins and serrated helical fins. The impact of fin geometry in heat exchanger performance, the entropy generation rate difference between direct (transport equation) and indirect (post processing of thermal and velocity fields) calculation and entropy transport analysis are presented as the result of solving the Reynolds-Averaged entropy transport equation using a 2-layer $k-\epsilon$ model for the turbulent flow inside a helical-fin-and-tube heat exchanger. The numerical model was validated using semi-empirical correlation for the total pressure drop and the total temperature change.

Índice

Introducción.....	iii
1. El análisis de segunda ley en intercambiadores de calor.....	1
2. Modelado del transporte de entropía en flujo turbulento.....	11
3. El método de volúmenes finitos.....	19
3.1 La ecuación general de transporte.....	21
3.2 Integración de la ecuación general de transporte.....	21
3.3 La ecuación de transporte discretizada.....	26
3.4 Algoritmos de acoplamiento Presión-Velocidad.....	26
3.5 Modelado de la turbulencia.....	28
4. Descripción del modelado numérico.....	31
4.1 Descripción de la geometría.....	32
4.2 Condiciones de frontera.....	32
4.3 Ecuaciones de gobierno.....	35
5. Resultados y discusión.....	39
Conclusiones	
Referencias	

Nomenclatura

b	longitud de la región aguas arriba
c	longitud de la región aguas abajo
C_p	calor específico del aire a presión constante
C_v	calor específico del aire a volumen constante
d_f	diámetro de la aleta
d_i	diámetro interno del tubo
d_e	diámetro exterior del tubo
c	profundidad del dominio computacional
h_f	altura de la aleta
h_f	profundidad de corte (aleta segmentada)
k	energía cinética turbulenta
L	longitud característica, longitud del dominio computacional
\dot{m}	flujo másico
N_s	número de generación de entropía
$N_{s,t}$	contribución térmica al número de generación de entropía
$N_{s,v}$	contribución viscosa al número de generación de entropía
$N_{s,conv}$	contribución convectiva al número de generación de entropía
P_f	espaciamiento entre aletas
P_o	presión de descarga
Pr	número de Prandtl
Pr_t	número de Prandtl turbulento
q	flujo de calor
\bar{q}	flujo de calor promedio
Re_d	número de Reynolds basado en el diámetro
Re	número de Reynolds
S_L	espaciamiento longitudinal entre tubos
S_D	distancia entre tubos
S_T	espaciamiento transversal entre tubos
s	entropía por unidad de masa
t_f	grosor de las aletas
\bar{u}	entropía media por unidad de masa
u'	entropía fluctuante por unidad de masa
\dot{s}_{gen}	tasa de generación de entropía
\dot{s}_t	tasa de generación de entropía térmica
\dot{s}_v	tasa de generación de entropía viscosa
T	Temperatura
T_i	temperatura a la entrada
\bar{T}	temperatura media
T'	temperatura fluctuante
u	velocidad
\bar{u}	velocidad media

u'	velocidad fluctuante
w	velocidad a la entrada
w_f	ancho de la aleta (aleta segmentada)
x	coordenada espacial
y	coordenada espacial
z	coordenada espacial

Símbolos griegos

α	difusividad térmica del aire
β	ángulo de corte (aletas segmentadas)
ΔP_{tot}	caída de presión total
ΔP_{tot}	cambio total en la temperatura
$\bar{\epsilon}$	tasa de disipación media
κ	conductividad térmica del aire
μ	viscosidad dinámica del aire
ν	viscosidad cinemática del aire
ν_t	viscosidad turbulenta
ρ	densidad del aire
τ	tensor de esfuerzos

Superíndices

*	cantidad adimensional
'	cantidad fluctuante

Introducción

En las últimas décadas el análisis basado en la segunda ley de la termodinámica se ha consolidado como una poderosa herramienta para el mejoramiento del desempeño termodinámico de diversos sistemas en ingeniería. Por supuesto, los intercambiadores de calor han sido sometidos a este tipo de análisis con el objetivo de obtener diseños que reduzcan la cantidad de entropía generada por este tipo de equipos, cuando están sujetos a restricciones de diversa índole. Los análisis basados en la segunda ley en el terreno de los intercambiadores de calor han sido realizados, en su mayoría, utilizando un enfoque determinista. En este enfoque la tasa de generación de entropía del sistema es definida de manera analítica como una función matemática de los parámetros de diseño relevantes. Esto se logra mediante el uso de correlaciones para las cantidades medias (o globales) involucradas. Una vez que la función que describe a la tasa de generación de entropía es definida puede ser tratada matemáticamente para obtener el conjunto de parámetros que minimizan la generación de entropía del sistema.

Otro enfoque que ha sido aplicado en mucha menor medida a intercambiadores de calor es el enfoque heurístico. En este enfoque se parte de una configuración inicial que es mejorada progresivamente mediante la introducción de cambios en el diseño basados en el análisis crítico de los mapas de generación de entropía. Estos mapas son obtenidos mediante el uso de herramientas como la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés). Está claro que, a diferencia del enfoque determinista, el enfoque heurístico no es un proceso de optimización como tal, sino un proceso de diseño basado en la técnica de prueba y error.

Dentro del enfoque heurístico la tasa local de generación de entropía es calculada una vez que los campos de temperatura y velocidad han sido calculados mediante el uso de la dinámica de fluidos computacional. Sin embargo, es posible incorporar una ecuación de transporte para la entropía como parte de la solución obtenida mediante la dinámica de fluidos computacional para la obtención de la tasa de generación de entropía. Vale la pena mencionar que algunos autores han incorporado una ecuación de transporte para la entropía para el cálculo de la tasa de generación de entropía y han encontrado diferencias significativas (especialmente en la distribución espacial) entre los resultados obtenidos mediante la resolución de una ecuación de transporte y el postproceso de los campos de temperatura y velocidad.

Con lo dicho hasta ahora, el objetivo de este trabajo es incorporar una ecuación de transporte para la entropía en un código de dinámica de fluidos computacional para el cálculo del campo de entropía dentro de una sección representativa de un intercambiador de calor de tubos aletados. Además, se calcularán y compararán la tasa de generación de entropía obtenida mediante el postproceso de los resultados de la simulación numérica y temperatura y la obtenida mediante la resolución de una ecuación de transporte. Esto con el fin de explicar la diferencia entre los resultados obtenidos mediante la utilización de ambos métodos. Adicionalmente, se calcularán las contribuciones de los mecanismos de transporte difusivos y convectivos. Esta es una ventaja que brinda la incorporación de una ecuación de transporte como parte de la solución numérica.

Se comparará también el efecto que la geometría de las aletas del intercambiador de calor tiene en el campo de entropía. Para esto se compararán dos tipos de aletas: aletas helicoidales lisas y aletas helicoidales segmentadas. Por último, basados en el análisis de los resultados obtenidos, se darán pautas para mejorar el diseño de este tipo de intercambiadores de calor.

Capítulo 1

El análisis de segunda ley en intercambiadores de calor

En este capítulo se describen los dos enfoques del análisis basado en la segunda ley de la termodinámica. También se resumen algunas de las contribuciones más relevantes al análisis de segunda ley de intercambiadores de calor. Aquí se presentan también las ventajas de la incorporación de una ecuación de transporte para el cálculo de la tasa de generación de entropía. Por último, se presentan algunos casos en los cuales la resolución de una ecuación de transporte arroja resultados distintos a los obtenidos mediante el post-proceso de los campos de velocidad y temperatura.

A lo largo de la historia de la humanidad, la necesidad de construir y operar sistemas de intercambio de calor y/o trabajo, que sean cada vez más eficientes, ha sido uno de los motores más poderosos para el desarrollo tecnológico. Esta necesidad comenzó a tener especial relevancia gracias a la introducción de las máquinas de vapor, durante la revolución industrial. Este hecho llevo a los ingenieros de la época al estudio de la utilización de la energía y al desarrollo de la termodinámica. En la actualidad, el interés en la optimización y el uso de recursos se ha convertido en un área de estudio crucial, debido a la creciente escasez de recursos y a las implicaciones ambientales y económicas involucradas.

Los intercambiadores de calor son equipos ampliamente usados en la industria y en aparatos con los que estamos en contacto día a día. Algunas aplicaciones de los intercambiadores de calor son:

- Recuperación de calor, desde un medio que fluye a otro o hacia un sistema de almacenamiento
- Calentamiento o enfriamiento de una corriente de fluido, hasta una temperatura especificada para la realización de una reacción química
- Los intercambiadores de calor son parte vital de sistemas, como aparatos de refrigeración o bombas de calor, que intercambian calor entre una fuente (a una temperatura alta) y un sumidero (a una temperatura baja).

Por supuesto, los intercambiadores de calor son sistemas que son susceptibles al diseño y construcción con miras a mejorar la manera en la que estos equipos utilizan la energía (eficacia de un intercambiador de calor). Independientemente de la aplicación para la que sea destinado, un intercambiador de calor requiere trabajo mecánico para mover las corrientes de fluido a través del dispositivo. Comúnmente, este valor, relativo a la cantidad de calor transferida, es utilizado como una medida del costo primario de energía.

Históricamente, el diseño de intercambiadores de calor se ha hecho sobre las bases de la primera ley de la termodinámica. La primera ley de la termodinámica establece la conservación de la energía. Esta ley establece la relación entre las distintas formas de energía (calor y/o trabajo) transferidas desde y hacia el sistema bajo estudio y la acumulación de energía en el propio sistema.

Un intercambiador de calor es sumamente ineficiente desde un punto de vista basado en la primera ley de la termodinámica ya que los intercambiadores de calor han sido diseñados primordialmente con miras a minimizar el costo de construcción del dispositivo. Ya que el costo de construcción está directamente relacionado con el tamaño del dispositivo, generalmente se opta por intercambiadores de calor cuyo tamaño es reducido. Para lograr que el tamaño del dispositivo sea pequeño, la diferencia de temperaturas entre las corrientes de fluido que intercambian calor tiende a ser muy grande. Sin embargo, entre más grande es la diferencia de temperatura entre las corrientes de fluido, mayor será la pérdida de energía hacia los alrededores durante el proceso de intercambio de calor. Si, por el contrario, se busca minimizar la diferencia de temperatura entre las corrientes que intercambian calor, una mayor área de contacto es requerida. Un intercambiador de calor con un área de contacto grande

implica que el trabajo necesario para hacer fluir la sustancia de trabajo, y el costo asociado a la construcción del aparato sean grandes también.

Dentro del diseño de un intercambiador de calor, existen parámetros que juegan un papel sumamente importante. Estos parámetros son, entre otros, el área y/o volumen del intercambiador de calor, la diferencia de temperaturas de los fluidos de trabajo, las propiedades físicas del material de construcción del aparato y por supuesto, el número de Reynolds. Cada uno de estos parámetros tiene una íntima relación, tanto con la cantidad de calor intercambiada dentro del dispositivo, como con el trabajo mecánico requerido para hacer fluir las corrientes de fluido involucradas. Esta relación entre los parámetros críticos de diseño y el desempeño del aparato, han impulsado la aplicación del llamado análisis basado en la segunda ley de la termodinámica (o análisis de segunda ley) al diseño de intercambiadores de calor.

El análisis de segunda ley, a diferencia de los análisis basados en la primera ley de la termodinámica, toma en cuenta la calidad de la energía. Más concretamente, el análisis de segunda ley toma en cuenta la degradación de la energía, la tasa de generación de entropía y la pérdida de trabajo disponible durante la operación de un sistema termodinámico. El análisis de segunda ley hace de la tasa de generación de entropía la cantidad primordial para la mejora en el diseño de un sistema termodinámico.

Un proceso reversible es definido como un proceso que puede revertirse sin dejar rastro alguno en el ambiente que lo rodea. Por el contrario, un proceso irreversible es un proceso que no es reversible. Los factores que hacen que un proceso sea irreversible son llamados irreversibilidades. Estos incluyen, entre otros, la transferencia de calor debida a un gradiente de temperatura finito, fricción, expansión no controlada de un gas, reacciones químicas y el mezclado de dos sustancias. Este tipo de irreversibilidades son las que se encuentran de manera más común en los aparatos utilizados en el ámbito de la ingeniería.

La entropía es una propiedad termodinámica definida como

$$S = \oint \frac{\delta Q}{T} \quad (1.3)$$

donde S es la entropía (J/K), δQ es el flujo de calor que atraviesa la frontera del sistema y T es la temperatura local (medida en una escala absoluta) en la frontera del sistema. La ecuación (1.1) indica que, cualquier interacción de energía del sistema se verá reflejada como un cambio en la entropía de este. Por lo tanto, el cambio en la entropía durante un proceso reversible y adiabático es cero.

La segunda ley de la termodinámica establece que, para un proceso reversible, el cambio en la entropía del sistema es igual a cero, es decir

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (1.2)$$

Si el proceso no es reversible, la segunda ley de la termodinámica dicta que el cambio en la entropía del sistema debe ser mayor que cero, esto es:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} > 0 \quad (1.3)$$

Es importante notar que la desigualdad (1.3) no establece en qué medida el cambio en la entropía es mayor que cero, únicamente predice que esta cantidad será mayor que cero. Con el propósito de evaluar el grado de irreversibilidad de un sistema la ecuación (1.3) puede ser reescrita como

$$dS_{gen} = dS - \frac{\delta Q}{T} \quad (1.4)$$

donde dS_{gen} es la entropía generada en el sistema al pasar de un estado inicial a un estado final por medio de un proceso irreversible. Evidentemente, en el caso de un proceso reversible, la cantidad de entropía generada es cero. Es evidente también, que la cantidad de entropía generada en un sistema irreversible es siempre mayor que cero.

La importancia de la cantidad de entropía generada por un sistema es de gran relevancia, debido a la relación existente entre la entropía generada y la pérdida de trabajo disponible. La pérdida de trabajo disponible es definida como la diferencia entre el trabajo máximo que un sistema pudiera generar (ésto es, cuando el sistema opera de manera reversible) y el trabajo generado bajo las condiciones de operación reales del sistema; en la realidad, todo sistema opera de manera irreversible. Es importante señalar que la pérdida de trabajo disponible es siempre mayor que cero, independientemente de que se requiera un suministro de trabajo para la operación o de que se produzca trabajo como resultado de ésta. De este modo, si se requiere de un suministro de trabajo, este trabajo será mayor cuando se opere de manera reversible que el necesario para hacerlo de manera reversible. Por otra parte, si se produce trabajo, este será menor cuando el sistema opere de manera irreversible que el trabajo obtenido por el mismo operando de manera reversible.

La estrecha relación entre la entropía generada y la pérdida de trabajo disponible se hace patente en el teorema de Gouy-Stodola. Este teorema establece que, para un sistema termodinámico abierto, cuya evolución puede ser aproximada como una sucesión de estados en cuasi-equilibrio y durante la cual el sistema está en contacto con el ambiente a una temperatura de referencia T_0 , la pérdida de trabajo disponible es proporcional a la cantidad de entropía generada [1,2]. La temperatura de referencia, T_0 , es la constante de proporcionalidad entre estas dos cantidades. Matemáticamente esto se escribe como

$$S_{gen} = T_0(W_{reversible} - W_{irreversible}) \quad (1.5)$$

donde S_{gen} es la entropía generada por el sistema, $W_{reversible}$ es el trabajo obtenido/suministrado cuando el sistema opera de manera reversible y $W_{irreversible}$ es el trabajo obtenido/suministrado cuando el mismo sistema funciona de forma irreversible.

El teorema de Gouy-Stodola provee el sustento teórico del análisis basado en la segunda ley de la termodinámica. Si la generación de entropía en un sistema termodinámico es minimizada, lo será también la pérdida de trabajo disponible. Al disminuir la pérdida de trabajo disponible con respecto a una configuración base, la eficiencia del sistema incrementará. Es por esta razón

que la entropía generada juega un papel primordial en el análisis de segunda ley. La entropía generada por un sistema es ahora una cantidad de primordial interés para lograr mejorar la utilización de la energía en un sistema termodinámico.

En ingeniería, se denomina análisis de generación de entropía (AGE) al proceso de identificación y *reducción* de las irreversibilidades termodinámicas de un sistema. Por otra parte, el método de minimización de generación de entropía (MGE) busca *minimizar* las irreversibilidades de un sistema termodinámico sujeto a distintas restricciones [3]. Cada una de estas dos vertientes del análisis basado en la segunda ley de la termodinámica serán detalladas a continuación.

Si bien la proporcionalidad entre la generación de entropía y la pérdida de trabajo disponible fue enfatizada por Gouy y Stodola, y posteriormente utilizada en otros trabajos, el interés en el análisis de segunda ley fue revivido por las importantes contribuciones de Bejan [4-7]. En su trabajo, Bejan estructuró al análisis de segunda ley como una disciplina nacida de la intersección de otras áreas de estudio, como la termodinámica, la mecánica de fluidos y la transferencia de calor [6]. Descrito con las palabras del propio Bejan, el análisis de segunda ley es un método de optimización termodinámica de sistemas “reales” que deben su imperfección termodinámica a la transferencia de calor, flujo de fluidos y transferencia de masa. El análisis de segunda ley combina los principios básicos de la termodinámica, la mecánica de fluidos y la transferencia de calor, por lo que el análisis de segunda ley es completamente diferente a cada una de estas disciplinas clásicas. Como un nuevo campo de conocimiento, el análisis de segunda ley tiene sus propios resultados fundamentales, que son aplicables a una amplia clase de problemas [7].

Cabe mencionar que el análisis de segunda ley es distinto del análisis de exergía. Este último está basado únicamente en la termodinámica: para el análisis de exergía únicamente es necesario el uso de las leyes de la termodinámica (incluyendo a la segunda ley de la termodinámica). Por otro lado, en el análisis de segunda ley es necesario hacer uso de relaciones entre diferencias de temperatura y flujos de calor, o entre diferencias de presiones y flujos máscos, por ejemplo. En el análisis de segunda ley es necesario relacionar el grado de irreversibilidad de un sistema con las características físicas del mismo. Para esto, es necesario recurrir a principios básicos de mecánica de fluidos, transferencia de calor y, por supuesto, termodinámica.

Como se mencionó previamente, el análisis basado en la segunda ley de la termodinámica tiene dos vertientes principales; el método de minimización de generación de entropía (MGE) y el análisis de generación de entropía (AGE). El método de minimización de generación de entropía está basado en un enfoque determinista. La característica fundamental del enfoque determinista es la definición analítica de la tasa de generación de entropía como una función matemática de los parámetros de diseño críticos del sistema como geometría, dimensiones, condiciones de operación, entre otros. Una vez definida, esta función es tratada matemáticamente y la configuración óptima es definida por el conjunto de parámetros que minimizan a la función que describe a la tasa de generación de entropía [8].

Ya que la función que describe a la tasa global de generación de entropía es formulada utilizando correlaciones para las cantidades medias (o globales) involucradas, el enfoque determinista resulta en un modelo de parámetros concentrados. En este tipo de modelos el comportamiento termodinámico del sistema entero (o volumen de control) está definido por una única función matemática. Mientras este enfoque presenta grandes ventajas, no es fácilmente aplicable a problemas complejos, donde no existen correlaciones disponibles para el cálculo de la caída de presión debida a la fricción del fluido o la cantidad de calor transferida en un flujo con transferencia de calor por convección. Para este tipo de problemas el comportamiento termodinámico del sistema es descrito de mejor manera mediante un modelo local o de parámetros distribuidos y el problema de minimización es tratado mediante un enfoque heurístico (Análisis de generación de entropía).

El análisis de generación de entropía está basado en un enfoque heurístico. En este enfoque heurístico se parte de una configuración inicial que es mejorada progresivamente mediante la introducción de cambios en el diseño basados en el análisis crítico de los mapas de generación de entropía. Estos mapas son obtenidos mediante el uso de herramientas como la dinámica de fluidos computacional. Para el cálculo de estos mapas se requiere el conocimiento previo de los campos de velocidad y temperatura del fluido, por lo tanto, el uso de herramientas como la dinámica de fluidos computacional es indispensable. El enfoque heurístico se enfoca primero en la tasa local de generación de entropía y considera la tasa global de generación de entropía únicamente después de haber examinado cuidadosamente las implicaciones de las irreversibilidades locales en el diseño del dispositivo completo.

Una vez que la solución numérica es obtenida, es posible identificar las áreas donde la tasa local de generación de entropía es máxima. Estas áreas son las áreas de oportunidad para mejorar el diseño y el desempeño del dispositivo. Aunque el enfoque heurístico prioriza el uso de la tasa local de generación de entropía para la propuesta de mejoras en el diseño, no se debe olvidar que es la tasa global de generación de entropía la que refleja el desempeño termodinámico del sistema. En este sentido, es posible reducir la tasa local de generación de entropía en una región del sistema a expensas de aumentarla en otra región, por lo que el resultado global será nulo e incluso contraproducente.

Es claro que el análisis de generación de entropía, a diferencia del método de minimización de generación de entropía, no es un proceso de optimización como tal, sino un proceso de diseño basado en la técnica de prueba y error. Sin embargo, la cantidad de información fenomenológica brindada por los mapas de generación de entropía es tal, que la convergencia hacia un mejor diseño está prácticamente asegurada.

El análisis de segunda ley ha sido aplicado de manera consistente a distintas configuraciones de intercambiadores de calor. La vasta mayoría de estos estudios pertenecen al enfoque determinista. Los primeros trabajos en relación con la generación de entropía en intercambiadores de calor fueron hechos por Bejan [4]. Bejan acuñó el concepto de “irreversibilidad termodinámica” para referirse a la tasa de generación de entropía en un intercambiador de calor gas-gas. En este trabajo, Bejan ilustra el uso del método de minimización de generación de entropía para el diseño de intercambiadores de calor sujetos a

distintas restricciones como superficie de transferencia de calor mínima y número de generación de entropía fijo. Cabe mencionar que en este trabajo Bejan establece la relación directa entre la tasa de generación de entropía y algunos parámetros de suma importancia en el diseño de intercambiadores de calor, como la potencia necesaria para operar el dispositivo y la cantidad de calor intercambiado por las dos corrientes de gas.

El número de generación de entropía, N_s , está definido como la tasa global de generación de entropía dividida por el producto del calor específico a presión constante, C_p y el flujo másico, \dot{m} . Esto es:

$$N_s = \frac{\dot{S}_{gen}}{\dot{m}C_p} \quad (1.6)$$

Bejan también derivó expresiones para el número de generación de entropía para intercambiadores de calor de flujo cruzado, intercambiadores de calor con caída de presión despreciable y para intercambiadores de calor flujo no balanceado.

Chowdhury y Sarangi [9,10] hicieron también aportaciones importantes al análisis de segunda ley de intercambiadores de calor de flujo cruzado con aplicaciones en equipo criogénico. En su trabajo, analizaron la tasa de generación de entropía en un intercambiador de calor de tubos concéntricos con flujo cruzado. Este análisis les permitió obtener la conductividad térmica óptima para las paredes del tubo que separa las dos corrientes de gas que fluyen dentro del intercambiador de calor. En este análisis, los autores no sólo tomaron en cuenta la contribución de la transferencia de calor en la dirección radial del tubo a la tasa de generación de entropía, sino que también consideraron el efecto de la conducción de calor axial y la fricción debida al flujo de las corrientes de fluido. En concordancia con el trabajo de Bejan, los autores también derivaron una expresión para el número de generación de entropía en intercambiadores de calor de flujo cruzado con flujo casi balanceado y la compararon con la obtenida previamente por Bejan, obteniendo una expresión más confiable para la determinación del número de generación de entropía para intercambiadores de calor con esta configuración particular.

Similarmente, Sekulic [11,12] utilizó un nuevo parámetro, denominado “irreversibilidad por transferencia de entalpía normalizada” (el cociente de la irreversibilidad debida al intercambio de calor entre dos corrientes de fluido, bajo una configuración arbitraria, y la irreversibilidad máxima posible bajo la misma). Esta nueva cantidad fue utilizada por el autor como un criterio selectivo para determinar el tamaño óptimo para un intercambiador de calor de configuración arbitraria. Posteriormente este concepto fue aplicado a un intercambiador de calor compacto de flujo cruzado para obtener el tamaño óptimo del intercambiador de calor sujeto a una caída de presión fija.

Una enorme cantidad de análisis basados en la segunda ley de la termodinámica han sido aplicados a intercambiadores de calor de diferentes tipos; Intercambiadores de calor con flujo equicorriente y contracorriente [13-15], de flujo cruzado [16-18], de dos fases [18-22], y otras configuraciones [23,24]. En la tabla 1.1 se muestran algunas de las contribuciones más

destacadas en el terreno del uso del método de minimización de generación de entropía en intercambiadores de calor.

Por otra parte, el AGE ha sido aplicado exitosamente a problemas de turbomaquinaria, por ejemplo, Wang et al [25] utilizaron este enfoque para el mejoramiento del diseño de un ventilador centrifugo. Inadoli y Sciubba [26] también aplicaron este método para el mejoramiento del desempeño en turbomáquinas. Ejemplos de aplicación del AGE a intercambiadores de calor siguen siendo escasos en la literatura. Por ejemplo, Giangaspero y Sciubba [27] utilizaron esta metodología para el diseño de un intercambiador de calor solar. Otros ejemplos de aplicación de esta vertiente del análisis de segunda ley pueden ser encontrados en [28,29].

La dinámica de fluidos computacional por si misma también ha sido utilizada como herramienta para investigar los efectos que ciertas características del diseño tienen sobre el desempeño de intercambiadores de calor. Por ejemplo, Sciubba [30] analizó el efecto de diferentes parámetros geométricos, como el diámetro, el grosor y el espaciado de las aletas en un intercambiador de calor con aletas anulares. Sciubba encontró que, de las combinaciones probadas, aquella que minimizaba la tasa de generación de entropía no correspondía con aquella en la cual la cantidad de calor intercambiado era máxima. Es importante resaltar que este tipo de resultados son frecuentes en el terreno del análisis de segunda ley. En ocasiones, la configuración que minimiza la tasa de generación de entropía no corresponde con aquella que maximiza la cantidad de calor intercambiado o aquella que minimiza la caída de presión en el intercambiador de calor. A pesar de esto, aquella combinación en la que la tasa de generación de entropía es mínima es la configuración óptima. La imposición de nuevas restricciones durante el análisis permite obtener combinaciones que maximicen la cantidad de calor intercambiado y que minimicen la tasa de generación de entropía, por ejemplo.

Simo Tala et al. [31] evaluaron los efectos que tiene la elipticidad de los tubos de un intercambiador tipo placa y tubo en la tasa de generación de entropía. Se demostró que un aumento en la elipticidad de los tubos mejora el desempeño del intercambiador de calor. J.Herpe et al. [32] analizaron el efecto de la adición de generadores de vórtices en la tasa de generación de entropía en un intercambiador de flujo cruzado y encontró que ciertos parámetros, como el ángulo de los generadores con respecto a los tubos, tienen una gran relevancia en la tasa de generación de entropía. Hernández-Arrieta et al. [33] calcularon la tasa de generación de entropía en un intercambiador de calor con aletas helicoidales. Dos geometrías de aletas diferentes (aletas helicoidales lisas y aletas helicoidales segmentadas) fueron comparadas. Se demostró que la configuración con aletas helicoidales segmentadas reduce la tasa de generación de entropía hasta en un 16% con respecto a la configuración con aletas helicoidales lisas. También, se encontró que la cantidad de calor intercambiado por el dispositivo era mayor en el caso de la configuración con aletas helicoidales lisas. Otro resultado que merece la pena destacar es que la contribución térmica a la tasa global de generación de entropía fue al menos un orden de magnitud más grande que la contribución viscosa. Esto fue observado en una buena parte del dominio bajo estudio.

Tabla 1.1

Principales contribuciones al análisis de segunda ley de intercambiadores de calor.

Referencia	Área de aplicación	Aspectos destacados
Bejan [4]	Intercambiador de calor gas-gas. Flujo en ductos y sobre una placa plana.	Primer uso documentado del método de minimización de entropía para la selección de parámetros geométricos
Chowdhury y Sarangi [9,10]	Intercambiadores de calor de flujo cruzado	Diseño de las paredes del intercambiador para minimizar la tasa de generación de entropía
Sekulic et al. [11,12]	Intercambiadores de calor con varias configuraciones	Uso de la tasa de generación de entropía como un criterio selectivo para el dimensionamiento del intercambiador de calor
Ogulata et al. [16,17]	Intercambiadores de calor de flujo cruzado	Determinación de la tasa de generación de entropía para intercambiadores de calor de flujo cruzado
Radcenco et al. [20]	Intercambiadores de calor de dos fases	Uso del método de minimización de generación de entropía para el diseño de sistemas de refrigeración
Hermes [19]	Intercambiadores de calor	Uso del método de minimización de generación de entropía para el diseño condensadores y evaporadores
Mishra et al. [13]	Intercambiadores de calor placa-tubo	Optimización usando el método de minimización de generación de entropía en combinación con algoritmos genéticos
Guo et al. [14]	Intercambiadores de calor de carcasa y tubos	Optimización usando el método de minimización de generación de entropía en combinación con algoritmos genéticos
Lin y Lee [21]	Intercambiadores de calor de tubos aletados	Identificación del diseño y las condiciones de operación óptimas utilizando el método de minimización de generación de entropía
Rao y Patel [18]	Intercambiadores de calor de flujo cruzado	Uso del método de minimización de generación de entropía para la obtención del diseño óptimo
Zhang et al. [15]	Intercambiadores de calor de tubos aletados	Optimización usando el método de minimización de generación de entropía en combinación con algoritmos genéticos
Sciubba [30]	Intercambiadores de calor de tubos aletados	Determinación del espaciamiento óptimo de las aletas utilizando la tasa de generación de entropía como criterio selectivo

Tradicionalmente, la tasa local de generación de entropía es calculada una vez que los campos de temperatura y velocidad han sido calculados mediante el uso de la dinámica de fluidos computacional. Sin embargo, Adeyinka y Naterer [34] propusieron un método directo para el cálculo de la tasa local de generación de entropía. Este método implica la resolución de una ecuación de transporte para la entropía como parte de la solución obtenida mediante la dinámica de fluidos computacional. Debido a la presencia de la turbulencia y a las técnicas de análisis (metodologías basadas en el promediado de las ecuaciones de transporte), la inclusión de una ecuación de transporte para la entropía involucra un problema de modelado para los términos que contienen cantidades fluctuantes. Este problema de modelado es análogo al de los esfuerzos de Reynolds, resultado del promediado de la ecuación de cantidad de movimiento. Un modelo para los términos que involucran cantidades fluctuantes fue propuesto por Adeyinka y Naterer [34] y probado con datos de una simulación numérica directa para un flujo en un canal rectangular. Los resultados obtenidos mediante el modelado estos términos

concuerdan de manera razonable con aquellos obtenidos mediante simulación numérica directa. Detalles sobre el modelado de estos términos serán dados en la siguiente sección.

De acuerdo con lo mencionado, mediante la resolución de una ecuación de transporte como parte de la solución obtenida del uso de la dinámica de fluidos computacional es posible calcular la tasa local de generación de entropía y las contribuciones de los mecanismos de transporte convectivo y difusivo al fenómeno de transporte de entropía. Vale la pena mencionar que algunos autores han incorporado una ecuación de transporte para la entropía para el cálculo de la tasa de generación de entropía y han encontrado diferencias significativas (especialmente en la distribución espacial) entre los resultados obtenidos mediante la resolución de una ecuación de transporte y el postproceso de los campos de temperatura y velocidad. Por ejemplo, Orhan y Uzol [35,36] resolvieron una ecuación de transporte para el cálculo de la tasa local de generación de entropía en una sección del estator de una turbina. En este trabajo, los autores sugieren que las posibles diferencias observadas pueden ser causadas por las técnicas de modelado utilizadas para el modelado de los términos fluctuantes que aparecen en la ecuación de transporte al ser promediada para tomar en cuenta el efecto de la turbulencia.

Otro trabajo en donde se observan diferencias en la tasa de generación de entropía calculada por ambos métodos es el presentado por Adeyinka y Naterer [37]. En este trabajo, la tasa de generación de entropía es calculada para dos casos bajo análisis: conducción de calor transitoria en un material sólido y flujo totalmente desarrollado en un ducto plano. Los autores definen un nuevo parámetro llamado “error aparente de entropía” definido como la diferencia entre la tasa de generación de entropía calculada mediante la resolución de una ecuación de transporte para la entropía y la tasa de generación de entropía calculada mediante el postproceso de los campos de velocidad y temperatura.

Como los autores demuestran mediante un análisis de errores, el error aparente de entropía está relacionado con el grado de refinamiento de la malla. Los autores sugieren que este nuevo parámetro puede ser utilizado para caracterizar el error asociado a cierta malla computacional y para evaluar la calidad de la misma.

Capítulo 2

Modelado del transporte de entropía en flujo turbulento

En este capítulo se describe el procedimiento para la obtención de una ecuación de transporte para la entropía. Posteriormente esta ecuación es promediada en el tiempo empleando el promediado de Reynolds. La introducción de esta técnica da origen a términos que deben ser modelados en términos de las cantidades medias del flujo. En esta sección se detalla el procedimiento de modelado de estos términos y se discuten algunas de las implicaciones de las hipótesis hechas durante el procedimiento de modelado.

Como se mencionó en la sección anterior, dentro del enfoque heurístico del análisis de segunda ley en ingeniería (análisis de generación de entropía), una parte importante del proceso implica el cálculo de los campos de velocidad y temperatura. Esto se logra mediante el uso de la dinámica de fluidos computacional. Una vez calculados los campos de velocidad y temperatura, es posible calcular la tasa local de generación de entropía.

En muchas de las aplicaciones en ingeniería las principales fuentes de generación de entropía son el intercambio de calor y la transformación de energía mecánica en energía térmica por medio del mecanismo de disipación viscosa en el fluido de trabajo. Por lo tanto, la tasa de generación de entropía puede ser expresada como la suma de las contribuciones térmica y viscosa. En términos de los valores locales de temperatura y velocidad, la tasa local de generación de entropía por unidad de volumen se expresa como [6]:

$$\dot{s}_{gen} = -\frac{q_j}{T^2} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{1}{T} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.1)$$

donde \dot{s}_{gen} es la tasa local de generación de entropía por unidad de volumen, q_j es el flujo de calor a través de la frontera del volumen de control, τ_{ij} es el tensor de esfuerzos viscosos T es la temperatura del fluido y u_i es el vector velocidad. Es posible distinguir tanto la contribución térmica como la contribución viscosa en la ecuación (2.1); el primer término en el miembro derecho de la ecuación representa la contribución térmica y el segundo la contribución viscosa.

Para un fluido newtoniano que cumple con la ley de Fourier para la transferencia de calor por conducción, la ecuación (2.1) puede ser reescrita como sigue:

$$\dot{s}_{gen} = \frac{\kappa}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\mu}{T} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.2)$$

donde κ es la conductividad térmica del fluido y μ es la viscosidad dinámica del mismo. De la ecuación (2.2) es posible notar que, debido a que todos los términos están positivamente definidos, la tasa local de generación de entropía siempre es mayor que cero, como ya se había discutido en la sección anterior.

La ecuación (2.2) define a la tasa local de generación de entropía en términos de los campos de velocidad y temperatura (y sus respectivos gradientes). Esto implica que es necesario realizar cálculos adicionales una vez que la solución numérica ha sido encontrada. Adayinca y Naterer [34] propusieron un método directo para el cálculo de la tasa de generación de entropía. Este método implica la resolución de una ecuación de transporte para la entropía como parte de la solución obtenida mediante la dinámica de fluidos computacional. Es posible derivar una ecuación de transporte para la entropía, a partir de una de las relaciones de Gibbs. Esta relación establece que

$$\rho de = \rho T ds + \frac{p}{\rho} d\rho \quad (2.3)$$

donde e es la energía total del fluido, ρ la densidad del fluido, s la entropía por unidad de volumen y p la presión termodinámica.

Las ecuaciones de conservación de energía y masa para un fluido se escriben como sigue:

$$\rho \frac{de}{dt} = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} - p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.4)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.5)$$

Combinando las ecuaciones (2.3)-(2.5) es posible obtener una ecuación de transporte para la entropía:

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i s}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{q_j}{T} \right) = \frac{\kappa}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\mu}{T} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.6)$$

Notando que el lado derecho de la ecuación (2.6) no es más que la tasa de generación de entropía, definida por la ecuación (2.1), la ecuación (2.6) se reescribe finalmente como

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i s}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{q_j}{T} \right) = \dot{s}_{gen} \quad (2.7)$$

El primer término del miembro izquierdo de la ecuación (2.7) representa las variaciones temporales de entropía dentro del volumen de control infinitesimal (cero para el caso estacionario). El segundo término representa el transporte de entropía por convección y el tercero el transporte de entropía por difusión. La resolución numérica de la ecuación (2.7) dará como resultado la tasa de generación de entropía, pero adicionalmente permitirá conocer la contribución de cada uno de los mecanismos de transporte (convección y difusión) al fenómeno de transporte de entropía. Estos resultados adicionales pueden ser de gran utilidad para la reducción y/o minimización de la tasa de generación de entropía.

En la mayoría de las aplicaciones en ingeniería, la turbulencia es una característica de gran importancia (particularmente en el ámbito de los intercambiadores de calor) por lo que esta se debe tener en cuenta al momento de modelar el flujo de manera numérica. Para introducir los efectos de la turbulencia en el fenómeno de transporte de entropía, la temperatura, entropía y velocidad pueden ser expandidas como la suma de una cantidad media (denotada por una barra superior) y una fluctuación (denotada por un apóstrofe): $T = \bar{T} + T'$, $s = \bar{s} + s'$ y $u = \bar{u} + u'$. Posteriormente, esta expansión es introducida en cada uno de los términos de la ecuación (2.7). La ecuación resultante de esta sustitución es promediada en el tiempo. Esto resulta en la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho(\bar{u}_j \bar{s} + \overline{u'_j s'})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{q_j}{T} \right) \\ = \frac{k}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{k}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial \bar{T}'}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\mu}{\bar{T}} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\mu}{\bar{T}} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Como consecuencia de introducir el promediado de Reynolds, en la ecuación (2.8) aparecen términos que requieren ser modelados para poder obtener una ecuación que este únicamente en función de cantidades medias. Estos términos son los que involucran el promedio del producto de dos cantidades fluctuantes (el equivalente a los esfuerzos de Reynolds en las ecuaciones de cantidad de movimiento). Los términos que involucran las fluctuaciones de temperatura y velocidad también requieren ser modelados, ya que no se cuenta con una manera directa de calcularlos.

Los términos que involucran fluctuaciones de temperatura pueden ser modelados suponiendo de que las fluctuaciones en el campo de temperatura, ocasionadas por la turbulencia, son pequeñas comparadas con la temperatura media. Esta hipótesis permite, entre otras cosas, aproximar de manera lineal, usando expansiones en series de Taylor, los términos que contiene fluctuaciones de temperatura [38]. También es posible desarrollar ecuaciones de transporte adicionales para estos términos y resolverlas de manera conjunta con el resto de las ecuaciones de transporte [39].

Para modelar cada uno de los términos que lo requieren en la ecuación (2.8) bajo la hipótesis de pequeñas fluctuaciones en la temperatura, se puede proceder de la siguiente manera. Para el primer término del miembro izquierdo de la ecuación (2.8) se tiene que

$$\frac{\partial \rho(\bar{u}_j \bar{s} + \overline{u'_j s'})}{\partial x_i} = \frac{\partial \rho(\bar{u}_j \bar{s})}{\partial x_i} + \frac{\partial \rho(\overline{u'_j s'})}{\partial x_i} \quad (2.9)$$

El modelado del término $\overline{u'_j s'}$ se basa en la hipótesis de un número de Prandtl turbulento constante $Pr_t = \nu_t / \alpha_t$ y una hipótesis similar a la de Boussinesq utilizada para el modelado de los esfuerzos de Reynolds [40]. Con esto se tiene que

$$-\overline{u'_j s'} = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x_i} \quad (2.10)$$

por lo que la ecuación (2.8) se reescribe como

$$\frac{\partial \rho(\bar{u}_j \bar{s} + \overline{u'_j s'})}{\partial x_i} = \frac{\partial \rho(\bar{u}_j \bar{s})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x_j} \right) \quad (2.11)$$

Para el modelado del segundo término de la ecuación (2.8), primero se escribe el flujo de calor en términos del gradiente de temperatura utilizando la ley de Fourier. Posteriormente, mediante el uso de la expresión $\frac{\partial \ln T}{\partial x_i} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i}$ y la hipótesis de pequeñas fluctuaciones en la temperatura, se llega a una expresión en términos únicamente de la temperatura media. Esto es

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\overline{q_j}}{\overline{T}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\overline{\kappa \frac{\partial T}{\partial x_l}}}{\overline{T}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\kappa \frac{\partial \ln T}{\partial x_l}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\kappa \frac{\partial \ln \overline{T} \left(1 + \frac{T'}{\overline{T}} \right)}{\partial x_l}} \right) \quad (2.12)$$

En virtud de la hipótesis de pequeñas fluctuaciones en la temperatura, el término $\frac{T'}{\overline{T}}$ en la ecuación (2.12) es despreciable y modelado del segundo término queda como:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\overline{q_j}}{\overline{T}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\kappa \frac{\partial \ln \overline{T}}{\partial x_l}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\kappa \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_l}} \quad (2.13)$$

Es posible, además, establecer una relación entre el gradiente medio de temperatura y el gradiente medio de entropía para un gas ideal. Esto es posible mediante el uso de la ecuación que describe el cambio de entropía para un gas ideal. Esta ecuación establece que:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} - R \frac{d\rho}{\rho} \quad (2.14)$$

donde c_v es el calor específico a volumen constante y R es la constante particular del gas. El promediado de Reynolds de la ecuación (2.14) para un fluido cuyo campo de velocidad es solenoidal y el uso de la hipótesis de pequeñas fluctuaciones de temperatura implica que:

$$\frac{c_v}{\overline{T}} \left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \overline{s}}{\partial x_i} \quad (2.15)$$

por lo que finalmente la ecuación (2.12) puede ser reescrita en términos del gradiente medio de entropía. Esto es

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\overline{q_j}}{\overline{T}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\kappa \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_l}} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\kappa \frac{\partial \overline{s}}{\partial x_l}} \right) \quad (2.16)$$

El modelado de los términos del lado derecho de la ecuación (2.8) es un poco más delicado. Los dos últimos términos presentes en el miembro derecho de la ecuación (2.8) surgen a partir de promediar la contribución viscosa a la tasa local de generación de entropía. Estos términos representan la producción de entropía por disipación viscosa del campo medio de velocidad y la producción de entropía por disipación viscosa del campo fluctuante de velocidad, respectivamente. El primer término de estos dos no necesita ser modelado, porque ya está en términos de cantidades medias; sin embargo, el segundo debe ser expresado en términos de cantidades medias que puedan ser calculadas. Este término está íntimamente relacionado con el término de disipación turbulenta [41], T_Φ , que aparece en la ecuación para la energía cinética turbulenta (k) del modelo de turbulencia $k - \varepsilon$. Esto es

$$T_\Phi = \mu \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (2.17)$$

por lo que el modelo $k - \varepsilon$ es de mucha utilidad a la hora de modelar este término.

El modelo $k - \varepsilon$ es un modelo de turbulencia de dos ecuaciones de transporte, una para la energía cinética turbulenta, k , y una para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta, ε . Para poder obtener una expresión para el término de disipación turbulenta, T_Φ , es necesario recordar la forma de la ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta. Esta ecuación puede ser escrita como [41]

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial k}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial k}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial k}{\partial z} \right) = T_{P-V1} - T_{P-V2} - T_{DT1} - T_{PRO} + T_{DV} - T_\Phi \quad (2.18)$$

En la ecuación (2.18) los dos primeros términos en el miembro derecho de la ecuación son correlaciones presión-velocidad, el tercer, cuarto, quinto y sexto término corresponden a la difusión turbulenta, producción, difusión viscosa y disipación turbulenta de la energía cinética turbulenta, respectivamente. La tasa de disipación de la energía cinética turbulenta, ε , es usada en todos los modelos $k - \varepsilon$; sin embargo, esta cantidad no es igual a la tasa de disipación turbulenta T_Φ/ρ . No obstante, se tiene la siguiente relación para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta

$$\varepsilon = (T_\Phi - T_{DV} + \mu \nabla^2 k) / \rho \quad (2.19)$$

La ecuación (2.19) puede ser incorporada en la ecuación (2.18) para eliminar la necesidad del modelado explícito del término $T_{DV} - T_\Phi$, ya que este puede ser reescrito en términos de k y ε . Una cosa para tener en cuenta es que el término $\rho \varepsilon$ no es la expresión exacta para la tasa de disipación turbulenta de la energía cinética turbulenta (T_Φ). Sin embargo, la diferencia entre estos dos términos es asintóticamente pequeña a medida que el número de Reynolds tiende a infinito. Además, ninguno, k o ε , puede ser determinado de manera exacta ya que las ecuaciones contienen términos que precisan ser modelados para cerrar el sistema de ecuaciones. Para obtener un sistema de ecuaciones cerrado, se incorporan modelos aproximados de estos términos y varios coeficientes determinados de forma empírica [40]. Teniendo en cuenta lo mencionado hasta ahora, el término de producción de entropía por disipación viscosa turbulenta puede ser aproximado como

$$\frac{\mu}{\bar{T}} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2} = \frac{\rho \varepsilon}{\bar{T}} \quad (2.20)$$

donde ε es calculada mediante la ecuación del modelo de turbulencia $k - \varepsilon$.

El modelado del término de generación de entropía debido a las fluctuaciones en el campo de temperatura es un poco más complejo. Moore y Moore [42] propusieron un modelo sencillo para este termino en donde

$$\frac{k}{\bar{T}^2} \overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial x_i} \right)^2} = \frac{\kappa_{efe}}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.21)$$

donde κ_{efe} es la conductividad térmica efectiva del flujo. La clave detrás de este modelo simple está en la hipótesis de que la tasa de producción de las fluctuaciones de temperatura es igual a la tasa de disipación de estas. Por supuesto, existen regiones donde este balance no

siempre se cumple de manera estricta, por ejemplo, en ciertas regiones dentro de la capa límite turbulenta [42]. Esta hipótesis es similar a la hecha para modelar el término correspondiente a la generación de entropía por disipación viscosa turbulenta. En este sentido es posible derivar expresiones adicionales para dos nuevas cantidades, k_T y ε_T , donde k_T es la varianza de las fluctuaciones de temperatura ($k_T = \overline{T'^2}/2$) y ε_T la tasa de disipación de k_T . Estas ecuaciones son análogas de las ecuaciones del modelo de turbulencia $k - \varepsilon$.

Las ecuaciones de transporte para k_T y ε_T pueden ser incorporadas en un código numérico para ser resueltas como parte del modelo de turbulencia junto con las ecuaciones de gobierno, sin embargo, no son comúnmente incluidas en códigos numéricos comerciales. La resolución de estas ecuaciones de transporte adicionales evitará que el término correspondiente a la generación de entropía por efecto de las fluctuaciones de temperatura deba ser modelado.

La ecuación de transporte para k_T tiene la siguiente estructura [41]

$$\left(\frac{\partial k_T}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial k_T}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial k_T}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial k_T}{\partial z} \right) = T_{TDV} - T_{TDT} + T_{TPRO} - \rho \varepsilon_T \quad (2.22)$$

donde T_{TDV} es un grupo de términos que involucran la disipación viscosa de k_T , T_{TDT} es un término que representa la disipación turbulenta de k_T , T_{TPRO} es un término que representa la producción de k_T y $\rho \varepsilon_T$ representa la tasa de disipación de k_T . Este último término se puede escribir como

$$\varepsilon_T = \alpha \left(\frac{\partial T'}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.23)$$

siendo α la difusividad térmica del fluido. El término ε_T está estrechamente relacionado con la generación de entropía por fluctuaciones de temperatura de la siguiente forma

$$\frac{\varepsilon_T \rho C_p}{\bar{T}^2} = \frac{k}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial T'}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.24)$$

En este punto, como se mencionó ya, la resolución de una ecuación para ε_T evitaría una mayor labor de modelado. Sin embargo, para evitar la resolución de dos nuevas ecuaciones de transporte es posible asumir que existe un equilibrio entre la tasa de producción y la tasa de disipación de k_T , es decir, $T_{TPRO} = \rho \varepsilon_T$ donde

$$T_{TPRO} = -\rho \left(\overline{u'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \overline{v'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \overline{w'T'} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) \quad (2.25)$$

Si este término puede ser modelado, es posible determinar la tasa de generación de entropía por fluctuaciones de temperatura.

El modelado del término $\overline{u'T'}$ se basa en una hipótesis similar a la de Boussinesq para los esfuerzos de Reynolds. Con esto se tiene que

$$-\overline{u'_j T'} = \alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \quad (2.26)$$

por lo que la ecuación (2.23) puede ser finalmente reescrita como

$$\varepsilon_T = \frac{\nu_t}{Pr_t} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.27)$$

El cálculo de ε_T mediante el uso de la ecuación (2.27) permitirá el cálculo directo de la tasa de generación de entropía por fluctuaciones de temperatura, esto es

$$\frac{k}{\bar{T}^2} \overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial x_i} \right)^2} = \frac{\kappa \nu_t}{\alpha Pr_t} \frac{1}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.28)$$

Este modelo es idéntico al de la ecuación (2.21) con $\kappa_{efe} = \kappa \nu_t / \alpha Pr_t$.

Incorporando las ecuaciones (2.9), (2.16), (2.20) y (2.28) en la ecuación (2.8) es posible obtener una ecuación de transporte para la entropía en donde únicamente aparecen cantidades medias. Esta ecuación tiene la siguiente forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho(\bar{u}_j \bar{s})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_t}{Pr_t} + \frac{k}{C_v} \right) \frac{\partial \bar{s}}{\partial x_j} \right] \\ = \frac{k}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{\bar{T}^2} \frac{\kappa \nu_t}{\alpha Pr_t} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\mu}{\bar{T}} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\rho \varepsilon}{\bar{T}} \end{aligned} \quad (2.29)$$

La ecuación (2.29) debe ser resuelta de manera simultanea con las ecuaciones de conservación de masa, momentum y energía para obtener la tasa local de generación de entropía, así como las contribuciones del transporte de entropía por convección y difusión.

Capítulo 3

El método de volúmenes finitos

En este capítulo se describen las principales características del método de volúmenes finitos. Esto con el propósito de hacer evidentes las características más importantes del método de resolución utilizado en este trabajo. Es de suma importancia el conocer algunos de estos aspectos, ya que los resultados obtenidos mediante cualquier simulación numérica siempre deben ser analizados teniendo en mente las limitaciones y puntos fuertes del método de resolución empleado.

Existen más de un método numérico para resolver las ecuaciones de gobierno que describen un determinado fenómeno. En este capítulo se describirá la estructura general del método de volúmenes finitos.

El algoritmo que emplea el método de volúmenes finitos se puede resumir como sigue:

- Integración formal de las ecuaciones de gobierno sobre todos los volúmenes (finitos) del dominio discretizado.
- Transformación de estas ecuaciones en ecuaciones algebraicas
- Solución del sistema de ecuaciones algebraicas

Es claro que el primer paso para el método de volúmenes finitos es el mallado del dominio. El mallado consiste en dividir el dominio entero en sub-dominios más pequeños. Estos sub-dominios (celdas) pueden ser tetraédricos, hexaédricos, prismáticos o poliédricos. Existen muchos aspectos que es importante tomar en cuenta durante la generación de una malla, como la resolución y la calidad de la malla. Para poder hacer más ilustrativo el método, este se describirá utilizando un elemento hexaédrico, teniendo en mente que este método es aplicable sin importar la geometría de la celda.

Cada celda del dominio tiene un nodo central, que es el centro geométrico de la celda. A este se le denomina nodo central de la celda. Una de las características del método de volúmenes finitos es que el valor de las variables escalares está definido en los nodos de cada una de las celdas del dominio, mientras que los valores de las componentes de velocidad son definidos en las caras de las celdas. Esta particularidad del método da origen al uso de lo que se denomina *malla desplazada*. Esto es, el uso de un volumen de control diferente al original para el cálculo de las componentes del campo de velocidad [43].

Un elemento de volumen (celda) hexaédrico se muestra en la figura 3.1. El volumen encerrado por las líneas discontinuas es el volumen de control bajo estudio y P el nodo central de esta celda. N, S, E, W, T y B son los nodos centrales de las celdas vecinas y n, s, e, w, t y b son las seis caras de la celda. Estos volúmenes de control constituyen la malla principal donde las variables escalares serán definidas.

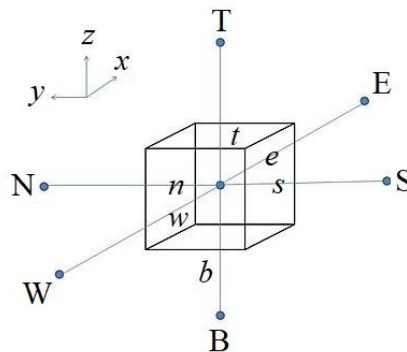


Figura 3.1. Volumen finito utilizado para la integración de las ecuaciones de conservación.

3.1. La ecuación general de transporte

Muchas de las ecuaciones que se utilizan para describir un fenómeno físico son ecuaciones de conservación, es decir, son un balance de una propiedad cualquiera, ϕ , sobre un volumen de control definido. El balance de una propiedad ϕ sobre un volumen de control definido dicta que la variación temporal de ϕ más el flujo a través de las fronteras del volumen de control debe ser igual a la rapidez con la que la propiedad se transforma.

El flujo a través de las fronteras puede darse por convección o por difusión. En el fenómeno de convección la propiedad es transportada dentro o fuera del volumen debido al campo de velocidad del fluido. Cuando el fluido entra o sale del volumen de control también lo hace la propiedad en cuestión. El fenómeno de difusión tiene un origen molecular y el transporte de la propiedad en cuestión es siempre en la dirección contraria al gradiente de concentración de ϕ [44]. En forma de ecuación diferencial, el balance toma la forma

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \phi) - \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) = S_\phi \quad (3.1)$$

El primer término del lado izquierdo de la ecuación representa el cambio temporal de la variable ϕ , el segundo término representa el transporte de la propiedad por convección, el tercer término representa el transporte de ϕ por difusión (el signo negativo obedece a la naturaleza del fenómeno de difusión) y el término que aparece en el lado derecho de la ecuación representa las fuentes (creación) o sumideros (destrucción) de la propiedad ϕ .

En la ecuación (3.1), Γ es un coeficiente difusivo. Este coeficiente es una propiedad material y depende de la sustancia involucrada en el fenómeno.

Es sencillo verificar que las ecuaciones gobierno de la mecánica de fluidos pueden ser derivadas a partir de la ecuación (3.1).

3.2. Integración de la ecuación general de transporte

El siguiente paso es integrar la ecuación (3.1) sobre un volumen de control. Si el problema es dependiente del tiempo, también será necesario integrar la ecuación sobre un periodo de tiempo Δt . La integración de la ecuación sobre el volumen de control resultará en:

$$\int_{\Delta t} \int_V \left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \phi) - \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) \right) dV dt = \int_{\Delta t} \int_V S_\phi dV dt \quad (3.2)$$

donde V es el volumen de la celda.

El orden de integración en la ecuación (3.2) puede ser cambiado a conveniencia y la integral del miembro izquierdo de la ecuación puede ser separada en tres integrales, una para cada término de este miembro de la ecuación.

El término temporal puede ser integrado como sigue

$$\int_V \int_{\Delta t} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dt dV = \int_V \int_{\Delta t} \left(\frac{(\rho \phi)^{t+1} - (\rho \phi)^t}{\Delta t} \right) dt dV = ((\rho \phi)^{t+1} - (\rho \phi)^t) V \quad (3.3)$$

En la ecuación (3.3), se ha aproximado el término $\partial \rho \phi / \partial t$ con un esquema de diferencias finitas de primer orden (otros esquemas de mayor orden pueden ser utilizados). Los superíndices “ t ” y “ $t+1$ ” denotan que el producto $\rho \phi$ es evaluado en el tiempo inicial y en un instante de tiempo posterior al instante inicial, respectivamente.

Aplicando el teorema de Gauss sobre el término difusivo es posible calcular la integral de volumen del término difusivo. Esto es,

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV \\ = \left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \Gamma_w A_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] + \left[\Gamma_n A_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \Gamma_s A_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \\ + \left[\Gamma_t A_t \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_t - \Gamma_b A_b \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_b \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

En la ecuación (3.4) Γ denota el valor del coeficiente difusivo en cada una de las caras del volumen de control. A es el área de cada una de las caras que conforman la celda.

Para poder realizar la integral temporal es posible proponer lo siguiente

$$\int_t^{t+\Delta t} \psi(t) dt = [f \psi^{t+1} + (1-f) \psi^t] \Delta t \quad (3.5)$$

donde f en la ecuación (3.5) es un factor de peso que puede variar entre cero y uno. Dependiendo del valor que tome f en la ecuación (3.5) es posible identificar varios esquemas de discretización temporal. Si f toma el valor de cero, el esquema es llamado explícito. Un valor de f igual a 0.5 derivará en el esquema Crank-Nicolson y un valor de f igual a uno derivará en el esquema implícito.

Bajo un esquema implícito, la ecuación (3.5) toma la forma

$$\int_t^{t+\Delta t} \psi(t) dt = \psi^{t+1} \Delta t \quad (3.6)$$

Por simplicidad el superíndice “ $t+1$ ” será omitido; sin embargo, no se debe olvidar que los valores de ϕ están definidos en un instante de tiempo posterior al instante inicial.

Teniendo esto en mente la integración temporal del término difusivo simplemente será

$$\begin{aligned}
& \int_{\Delta t} \int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV \\
&= \left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \Gamma_w A_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] + \left[\Gamma_n A_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \Gamma_s A_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \\
&+ \left[\Gamma_t A_t \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_t - \Gamma_b A_b \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_b \right] \Delta t
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Aproximando las derivadas de igual manera que en el caso temporal,

$$\begin{aligned}
& \int_{\Delta t} \int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV dt \\
&\approx \left(\left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_{PE}} \right)_e - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_{WP}} \right)_w \right] \right. \\
&+ \left[\Gamma_n A_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta y_{PN}} \right)_n - \Gamma_s A_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta y_{SP}} \right)_s \right] \\
&+ \left. \left[\Gamma_t A_t \left(\frac{\phi_T - \phi_P}{\Delta z_{PT}} \right)_t - \Gamma_b A_b \left(\frac{\phi_P - \phi_B}{\Delta z_{BP}} \right)_b \right] \right) \Delta t
\end{aligned} \tag{3.8}$$

La ecuación (3.8) puede ser manipulada algebraicamente para ser escrita como

$$\begin{aligned}
& \int_{\Delta t} \int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV dt \\
&\approx (a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_T \phi_T + a_B \phi_B + a_p \phi_p) \Delta t
\end{aligned} \tag{3.9}$$

donde

a_W	a_E	a_S	a_N	a_T	a_B	a_p
$\frac{\Gamma_w A_w}{\Delta x_{WP}}$	$\frac{\Gamma_e A_e}{\Delta x_{PE}}$	$\frac{\Gamma_s A_s}{\Delta y_{SP}}$	$\frac{\Gamma_n A_n}{\Delta y_{NP}}$	$\frac{\Gamma_t A_t}{\Delta z_{TP}}$	$\frac{\Gamma_b A_b}{\Delta z_{BP}}$	$-(a_W + a_E + a_S + a_N + a_T + a_B)$

La integración del término fuente sobre el volumen de control resulta en

$$\int_{\Delta t} \int_V S_\phi dV dt = \bar{S} V \Delta t \tag{3.10}$$

donde V es el volumen de la celda. El término fuente es asumido lineal y se expresa de la siguiente manera

$$\bar{S} = \mathcal{C}(\mathcal{V} - \phi) V \Delta t \tag{3.11}$$

donde \mathcal{C} y \mathcal{V} son constantes que dependen del término fuente. A pesar de que una función lineal parezca no ser adecuada para representar este término, la libertad de ajustar \mathcal{C} y \mathcal{V} permite ajustar cualquier fuente no lineal a esta formulación [45].

Aplicando el teorema de Gauss sobre el término convectivo y bajo un esquema de discretización temporal implícito, la integración del término convectivo resultará en

$$\begin{aligned}
\int_{\Delta t} \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \phi) dV dt &= ([\rho_e u_e \phi_e A_e - \rho_w u_w \phi_w A_w] + [\rho_n v_n \phi_n A_n - \rho_s v_s \phi_s A_s] \\
&+ [\rho_t w_t \phi_t A_t - \rho_b w_b \phi_b A_b]) \Delta t
\end{aligned} \tag{3.12}$$

3.2.1 *Esquemas de interpolación para el término convectivo.* La integración del término convectivo exige que el valor de la densidad, la velocidad, el área y ϕ sean conocidos en las caras del volumen de control. Los valores de ϕ están definidos en los nodos de las celdas, más no en las caras. Es por ello que surgen distintos esquemas de interpolación para poder calcular el valor de ϕ en las caras de la celda.

3.2.1.1. *El esquema de diferencias centradas (CDS).* Este esquema de interpolación se basa en la suposición de que ϕ varía de manera lineal entre dos nodos adyacentes. Este esquema brinda resultados buenos cuando el fenómeno convectivo no juega un papel importante en el flujo (bajos números de Reynolds). Si se define $F = \rho v_i A_i$ y $D = \Gamma A_i / \Delta x_i$, el número adimensional de Peclet estará dado por

$$Pe = \frac{\rho v_i A_i}{A_i \Gamma / \Delta x_i} = \frac{F}{D} \tag{3.13}$$

El número de Peclet es un cociente entre el peso del fenómeno convectivo ($\rho v_i A_i$) y el peso del fenómeno difusivo ($A_i \Gamma / \Delta x_i$). El esquema de diferencias centradas arroja resultados aceptables cuando $|Pe| \leq 2$. Si la cara de la celda está posicionada en medio de dos nodos adyacentes el empleo del esquema de diferencias centradas convertirá la ecuación (3.10) en

$$\begin{aligned}
\int_{\Delta t} \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \phi) dV dt &\approx \left\{ \left[D_e \frac{\phi_E + \phi_P}{2} - D_w \frac{\phi_W + \phi_P}{2} \right] + \left[D_n \frac{\phi_N + \phi_P}{2} - D_s \frac{\phi_S + \phi_P}{2} \right] \right. \\
&+ \left. \left[D_t \frac{\phi_T + \phi_P}{2} - D_b \frac{\phi_B + \phi_P}{2} \right] \right\} \Delta t
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Manipulando algebraicamente la ecuación (3.14) se puede reescribir de manera similar a la ecuación (3.9)

$$\int_{\Delta t} \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \phi) dV dt \approx (a_w \phi_w + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_T \phi_T + a_B \phi_B + a_p \phi_p) \Delta t \tag{3.15}$$

donde

a_w	a_E	a_S	a_N	a_T	a_B	a_p
$\frac{D_w}{2}$	$\frac{D_e}{2}$	$\frac{D_s}{2}$	$\frac{D_n}{2}$	$\frac{D_t}{2}$	$\frac{D_b}{2}$	$a_E - a_w + a_N - a_S + a_T - a_B$

El esquema de diferencias centradas tiene un error de truncamiento de orden 2. Uno de los principales problemas de este esquema de interpolación es que produce resultados no acotados.

3.2.1.2. *El esquema upwind o aguas arriba.* Como contraparte del esquema de diferencias centradas nace el esquema *upwind* o aguas arriba. A diferencia del esquema de diferencias centradas, donde era necesario que el fenómeno difusivo dominara para ser aplicado, en el esquema *upwind* se da por hecho que el fenómeno convectivo domina y desprecia los efectos del término difusivo. Esto lo hace al establecer que el valor de ϕ en las caras de la celda bajo estudio es igual al valor de ϕ en el nodo “aguas arriba”. Esto es, si u , v y w son positivas, $\phi_w = \phi_W$, $\phi_e = \phi_P$, $\phi_n = \phi_N$, $\phi_s = \phi_P$, $\phi_t = \phi_T$ y $\phi_b = \phi_P$. Otra manera de formular este esquema de interpolación es el siguiente

$$F_w \phi_w = \phi_W \text{MAX}[F_w, 0] - \phi_P \text{MAX}[-F_w, 0] \quad (3.16)$$

El empleo de la ecuación (3.16) sobre la ecuación (3.12) resultará en una expresión similar a la ecuación (3.15), aunque con distintos coeficientes. La principal ventaja del esquema *upwind* es que siempre produce resultados acotados. Sin embargo, el error de truncamiento es de orden uno, por lo que este esquema demanda una malla más fina que el esquema de diferencias centradas.

3.2.1.3. *El esquema híbrido.* El principal problema del esquema *upwind* es que desprecia los efectos difusivos por lo que deja de ser bueno cuando el efecto difusivo es importante. Una alternativa a este problema es el esquema híbrido. Este esquema es una combinación del esquema de diferencias centradas y el esquema *upwind*. Cuando $|Pe| \leq 2$ el valor de ϕ en la cara es calculado utilizando un esquema de diferencias centradas, y cuando $|Pe| \geq 2$ se utiliza el esquema *upwind*. De igual manera que se hizo con el esquema de diferencias centradas, la aplicación de este esquema de interpolación derivará en una expresión similar a la ecuación (3.15)

El esquema híbrido combina las ventajas de los dos esquemas de los que se deriva y elimina los inconvenientes de éstos. Debido a su simplicidad, este esquema se ha convertido en uno de los más utilizados en la simulación de flujos prácticos. Debido a que este esquema está derivado directamente del esquema *upwind*, el error de truncamiento es de primer orden.

3.2.1.4. *Otros esquemas de interpolación.* Además de los esquemas mencionados existen un gran número de esquemas disponibles en la mayoría de los programas comerciales. Muchos de ellos surgen como modificaciones o extensiones de alguno de los presentados. Estos nuevos esquemas de interpolación nacen para satisfacer la necesidad de una mayor exactitud, existen esquemas con errores de truncamiento de tercer orden, lo que permite tener una buena exactitud con una malla no tan fina. También se busca que estos esquemas sean baratos en cuanto a costo computacional, de fácil implementación y que no dependan de las condiciones de flujo. Algunos de estos esquemas se mencionan a continuación:

- Esquema de la ley de potencias (*power law scheme*). Aproxima el valor de ϕ en la cara de la celda proponiendo un perfil polinómico entre dos nodos adyacentes.

- Esquema *upwind* de segundo orden. Este es una extensión del esquema *upwind* ya presentado. En este esquema, el valor de ϕ en la cara de la celda es calculado utilizando los dos primeros términos de la serie de Taylor. Un orden de error de truncamiento de segundo orden es logrado con este esquema.
- Esquema de diferencias centradas acotado. Este esquema es una derivación del esquema de diferencias centradas y el esquema *upwind*
- Esquema QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics). Este esquema, como su nombre lo indica, interpola el valor de la variable bajo convección mediante un polinomio de segundo orden, tomando como puntos de referencia dos nodos “aguas arriba” y un nodo “aguas abajo”. Esto deriva en una mayor exactitud, pero puede presentar problemas de estabilidad y convergencia.

Información detallada de estos esquemas puede ser encontrada en [46]. Esquemas de mayor orden pueden ser definidos tomando en cuenta un mayor número de nodos vecinos; sin embargo, esto puede hacer que el esquema sea muy complicado y costoso computacionalmente hablando, e incluso puede hacer que el esquema sea condicionalmente estable.

3.3 La ecuación de transporte discretizada

Una vez integrados todos los términos solo queda reunir los resultados obtenidos para obtener la ecuación de transporte discretizada. La ecuación toma la forma

$$a_p \phi_p = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_T \phi_T + a_B \phi_B + a_p^t \phi_p^t + \bar{S} \quad (3.17)$$

En la ecuación (3.17) los coeficientes “ a ” obtenidos en el término difusivo y convectivo se han fusionado en un único coeficiente para cada uno de los nodos vecinos al nodo bajo estudio. Estos coeficientes dependerán del esquema de interpolación utilizado.

3.4. Algoritmos de acoplamiento presión-velocidad

Una de las complicaciones en la resolución de la ecuación de cantidad de movimiento es que la resolución de la ecuación de cantidad de movimiento implica que el campo de presión debe ser conocido, esto es poco frecuente ya que usualmente el campo de presión es un resultado buscado en una simulación numérica. En el caso de un flujo compresible se tiene una ecuación de estado. Esto no es posible en un flujo incompresible ya que no existe una ecuación similar a la ecuación de estado.

Esta complicación ha llevado al desarrollo de algoritmos que permiten, de alguna forma, acoplar el campo de velocidad y de presión para resolver la ecuación de cantidad de movimiento.

3.4.1. Metodos basados en la vorticidad. Este tipo de algoritmos hacen uso de una ecuación de transporte para la vorticidad. Esta ecuación es de gran utilidad ya que no involucra el campo de presión, por lo que puede ser resuelta junto con la ecuación de continuidad para obtener el campo de velocidad y posteriormente calcular el campo de presión utilizando una ecuación tipo Poisson. Este método no es muy popular debido a las complicaciones que puede

presentar bajo ciertas condiciones de flujo y por la dificultad para especificar las condiciones de frontera de las ecuaciones [46]

3.4.2. *El algoritmo SIMPLE.* SIMPLE es el acrónimo de Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations. Este método proporciona una manera iterativa de calcular el campo de presión y velocidad convirtiendo la ecuación de continuidad en una “ecuación de corrección” para la presión.

El método consiste en “proponer” un campo de presión. Con este campo de presión “inicial” se pueden calcular valores “iniciales” del campo de velocidad. Este campo de velocidad generalmente no será correcto por lo que es necesario hacer modificaciones.

El campo de presión propuesto será denotado como p^* y las componentes de la velocidad calculadas con este campo de presión serán denotadas como u^* , v^* y w^* . El valor correcto del campo de presión, p , puede ser escrito como

$$p = p^* + p' \quad (3.18)$$

donde p' es la corrección que ha de ser aplicada. Esto puede ser extendido a las tres componentes del vector velocidad, esto es,

$$u = u^* + u' \quad (3.19)$$

$$v = v^* + v' \quad (3.20)$$

$$w = w^* + w' \quad (3.21)$$

El problema ahora radica en encontrar el valor de las correcciones para la presión y para las componentes de la velocidad. Haciendo uso de la ecuación de cantidad de movimiento es posible obtener expresiones para calcular la corrección para la velocidad en términos de la corrección de la presión.

$$u'_e = d_e(P'_p - P'_e) \quad (3.22)$$

donde $d_e = a_e/A_e$.

Utilizando la ecuación de continuidad y las ecuaciones (3.19) -(3.22) es posible obtener una ecuación para la corrección de la presión. Esta ecuación es

$$a_W P'_W + a_E P'_E + a_S P'_S + a_N P'_N + a_T P'_T + a_B P'_B + b = a_p P'_p \quad (3.23)$$

donde

$$a_i = \rho_i u_i$$

$$a_W + a_E + a_S + a_N + a_T + a_B = a_p$$

$$b = - \left(\frac{(\rho_p - \rho_p^t) \Delta x}{\Delta t} + [\rho_e u^*_e - \rho_w u^*_w] + [\rho_n v^*_n - \rho_s v^*_s] + [\rho_t w^*_t - \rho_b w^*_b] \right)$$

El término b en la ecuación de corrección de la presión es el negativo de la ecuación de continuidad, pero evaluado con las componentes iniciales de la velocidad. Si b es cero significa que las componentes iniciales de la velocidad son correctas y no es necesaria ninguna corrección al campo de presión y el método habrá llegado a la convergencia.

3.4.3. Otros algoritmos comunes. Además del algoritmo SIMPLE existen otros algoritmos que permiten calcular el campo de velocidad y de presión. Algunos de estos algoritmos son modificaciones que se han hecho al algoritmo SIMPLE para mejorar su convergencia y su precisión. Estos algoritmos se mencionan a continuación.

- SIMPLER (SIMPLE-Revisado)
- SIMPLEC (SIMPLE-Consistente)
- PISO

El algoritmo PISO fue desarrollado especialmente para flujos compresibles en estado transitorio, pero existen versiones adaptadas de este algoritmo para flujo incompresible.

3.5. Modelado de la turbulencia

Quizá el reto más grande al que se enfrenta la dinámica de fluidos es el modelado de la turbulencia. El flujo turbulento es el más complejo de todos los flujos, haciendo incluso su definición algo muy complicado. Un flujo se denomina turbulento cuando es rotacional, intermitente, altamente desordenado, altamente disipativo y altamente difusivo [47]. La turbulencia se caracteriza también por fuertes fluctuaciones de las variables de flujo, tanto en el tiempo como en el espacio.

Dentro de la dinámica de fluidos computacional existen 3 categorías en las que se pueden agrupar los modelos matemáticos utilizados para describir la turbulencia. Estas tres categorías son: simulación numérica directa (DNS, por sus siglas en inglés), modelos basados en las ecuaciones promediadas de Reynolds (RANS, por sus siglas en inglés) y simulación de grandes escalas (LES, por sus siglas en inglés)

3.5.1. Simulación numérica directa (DNS). En la formulación de las ecuaciones de conservación no existe alguna restricción en cuanto a las condiciones de flujo, lo cual implica que estas ecuaciones son válidas aún para un flujo turbulento y pueden ser resueltas de manera directa. En un flujo turbulento las escalas de longitud de los remolinos puede variar en un rango muy amplio y en consecuencia, la frecuencia de las fluctuaciones puede ser muy alta. Por esto, el resolver las ecuaciones de flujo directamente demandaría un número de celdas del orden de Re^3 y un paso de tiempo muy pequeño para obtener resultados adecuados [48]. Esto se traduce en tiempos de cómputo imprácticos para aplicaciones ingenieriles. El desarrollo de equipos de cómputo más potentes podría hacer de esta opción algo viable en un futuro para la simulación de flujos de interés ingenieril .

3.5.2. Las Ecuaciones promediadas de Reynolds (RANS). Una gran parte de los modelos de turbulencia surgen de las llamadas “Ecuaciones promediadas de Reynolds”, estas ecuaciones son obtenidas al hacer uso de la descomposición de Reynolds.

En un flujo turbulento el valor de la variable ϕ en un punto puede presentar fluctuaciones a lo largo del tiempo. Reynolds propuso que el valor instantáneo de la variable ϕ puede ser expresado como la suma de un valor medio y una fluctuación instantánea. Esto es

$$\phi(t) = \bar{\phi} + \phi'(t) \quad (3.24)$$

El valor medio de la variable ϕ está definido como:

$$\bar{\phi} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi(t) dt \quad (3.25)$$

Tomando en cuenta la ecuación (3.25) es posible observar que $\overline{\phi'(t)} = 0$.

La aplicación de la descomposición de Reynolds derivará en las ecuaciones promediadas de Reynolds. Estas se presentan a continuación

Componente x de la ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{U}\bar{V}) + \nabla \cdot (\overline{u'v'}) - \nu \nabla \cdot (\nabla \bar{U}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \quad (3.26)$$

Componente y de la ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{V}\bar{V}) + \nabla \cdot (\overline{v'v'}) - \nu \nabla \cdot (\nabla \bar{V}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \quad (3.27)$$

Componente z de la ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{W}\bar{V}) + \nabla \cdot (\overline{w'v'}) - \nu \nabla \cdot (\nabla \bar{W}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} \quad (3.28)$$

Las ecuaciones (3.26) - (3.28) guardan gran similitud con las ecuaciones originales; sin embargo, al hacer uso de la descomposición de Reynolds han aparecido nuevas variables dentro de las ecuaciones. El término $\overline{v'v'}$ es denominado como tensor de esfuerzos de Reynolds y la divergencia de este término aparece en estas ecuaciones. Este tensor, al ser un tensor de segundo orden tiene nueve componentes, por lo que se han introducido seis incógnitas más (el tensor es simétrico) a las ecuaciones de transporte. Los modelos de turbulencia basados en las ecuaciones promediadas de Reynolds buscan cerrar el sistema de ecuaciones por medio de nuevas ecuaciones para calcular estas nuevas incógnitas.

Una buena parte de los modelos basados en las ecuaciones promediadas de Reynolds hacen uso de la analogía de Boussinesq. Los esfuerzos de Reynolds físicamente no son esfuerzos, sino más bien son una medida del transporte de cantidad de movimiento debido a las fluctuaciones turbulentas del flujo. A nivel molecular el transporte de cantidad de movimiento es debido a la viscosidad del fluido, por lo que Boussinesq propuso que existía una analogía entre estos esfuerzos de Reynolds y el transporte de cantidad de movimiento a nivel molecular. Boussinesq propuso que el tensor de esfuerzos de Reynolds era proporcional al valor medio del tensor de rapidez de deformación ($\bar{\mathbf{D}}$)

$$\overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'} = -\frac{2}{3}k\mathbf{1} + 2\nu_t\overline{\mathbf{D}} \quad (3.29)$$

Recordando que

$$\overline{\mathbf{D}} = \frac{1}{2}(\nabla\overline{\mathbf{V}} + (\nabla\overline{\mathbf{V}})^T) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\overline{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{V}_j}{\partial x_i}\right)$$

En la ecuación (3.29) $k = (\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'})/2$ es la energía cinética turbulenta del flujo y ν_t es la llamada viscosidad (cinemática) turbulenta. A diferencia de la viscosidad cinemática molecular esta es una propiedad que depende de las condiciones de flujo y no del fluido. Ahora la atención se centra en determinar el valor de ν_t y con ello el valor de los esfuerzos de Reynolds.

3.5.3. Simulación de grandes escalas (LES). En un flujo turbulento los remolinos más grandes son los responsables del transporte de energía y cantidad de movimiento, además de presentar un comportamiento altamente anisotrópico. Los remolinos más pequeños son responsables de la disipación de la energía y son casi isotropos. En los modelos LES los remolinos más grandes son resueltos directamente y los remolinos más pequeños son modelados. La principal desventaja de este método es que los tiempo de cómputo involucrados siguen siendo muy altos en comparación con otros modelos [49], por lo que su aplicación en flujos complicados de interes ingenieril aún es muy limitada.

Capítulo 4

Descripción del modelado numérico

En este capítulo se presentan los detalles relativos a las simulaciones numéricas realizadas. Se detallan las geometrías utilizadas, las condiciones de frontera aplicadas, las ecuaciones que se resolvieron y el modelo de turbulencia utilizado.

4.1 Descripción de la geometría

En este trabajo se retoma la geometría utilizada por Hernández-Arrieta et al. [33]. La geometría corresponde a una sección representativa de un intercambiador de calor de tubos aletados. Los tubos dentro del intercambiador de calor están dispuestos en una configuración estratificada. En aras de reducir el tiempo computacional sólo una sección del intercambiador de calor fue analizada. La validez de esta elección y de las condiciones de frontera utilizadas ha sido estudiada por diversos autores [50-54], quienes han encontrado que la implementación de condiciones de frontera periódicas es adecuada para el modelado de una pequeña sección de un intercambiador de calor de tubos aletados. Además, es posible asumir que las paredes del intercambiador de calor se encuentran lo suficientemente alejadas de la zona de análisis y su efecto es despreciable.

Con el propósito de comparar los efectos que la geometría de las aletas tiene tanto en la tasa de generación de entropía, como en el campo de entropía mismo, dos geometrías de aletas fueron evaluadas. La primera corresponde a aletas helicoidales lisas y la segunda corresponde a aletas helicoidales segmentadas. Las geometrías utilizadas para cada simulación numérica se muestran en la figura (4.1).

La configuración de cada arreglo de tubos está definida por tres parámetros; la distancia longitudinal entre tubos, medida en la dirección del flujo (S_L), la longitud transversal entre tubos (S_T) y la distancia entre tubos (S_D). Los valores específicos de estos parámetros que definen el dominio computacional elegido se muestran en la tabla (4.1). Así mismo, la figura (4.2) muestra el detalle y la definición de cada uno de los parámetros geométricos que caracterizan a los dos tipos de aletas utilizados. Estos parámetros son; el diámetro de la aleta (d_f), el diámetro exterior del tubo (d_e), el diámetro interior del tubo (d_i), la distancia o paso entre aletas (P_f), la altura de la aleta (h_f) y el grosor de la aleta (t_f). Adicionalmente, la geometría segmentada está definida por tres parámetros geométricos adicionales; la profundidad de corte (h_s), la anchura de corte (d_f) y el ángulo de corte (β). Los valores de cada uno de estos parámetros se muestran en la tabla (4.2). Cabe señalar que los valores de estos parámetros son valores típicos encontrados en intercambiadores de calor de uso industrial.

4.2 Condiciones de frontera

Para simular el flujo a través del arreglo de tubos aletados, se considera que una corriente de aire caliente entra en el intercambiador de calor con una velocidad de corriente libre uniforme de $1.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ y una temperatura uniforme de 333 K. El aire entra en contacto con las estructuras frías del intercambiador de calor y como resultado de esta interacción se intercambia calor entre el aire y los tubos aletados. Este intercambio de calor entre el aire y los tubos aletados produce un fenómeno de transferencia de calor conjugada, en donde el aire reduce su temperatura a medida que interactúa con los tubos aletados. Posterior a la interacción con los tubos aletados el aire es liberado al ambiente a una presión constante igual a la presión atmosférica (101 KPa).

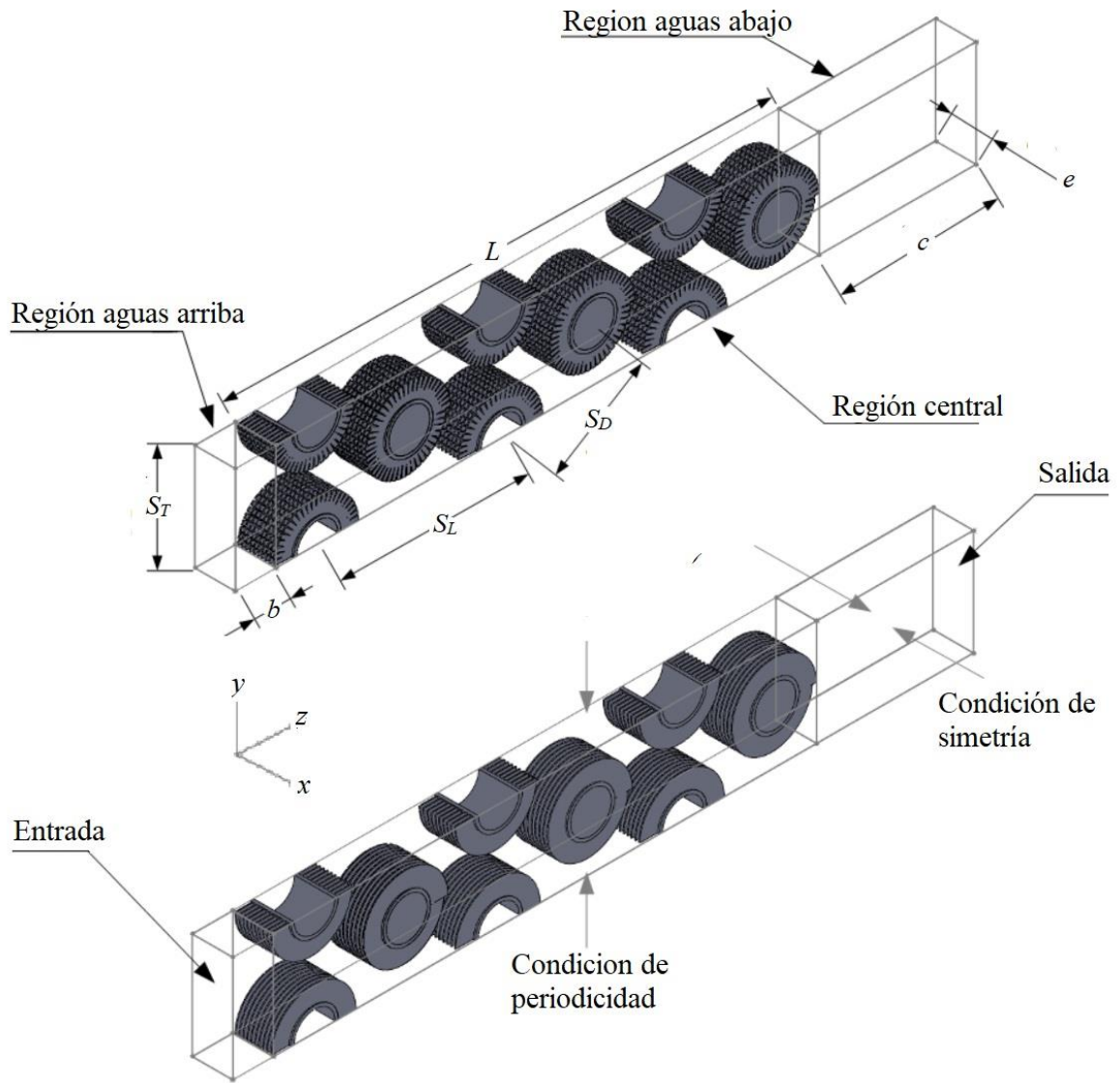


Figura 4.1. Detalles de las geometrías usadas y condiciones de frontera impuestas

Tabla 4.1

Dimensiones del dominio computacional

Parametro	Longitud (m)
S_T	0.11430
S_L	0.19812
S_D	0.11436
b	0.04350
c	0.16868
e	0.05194
L	0.62851

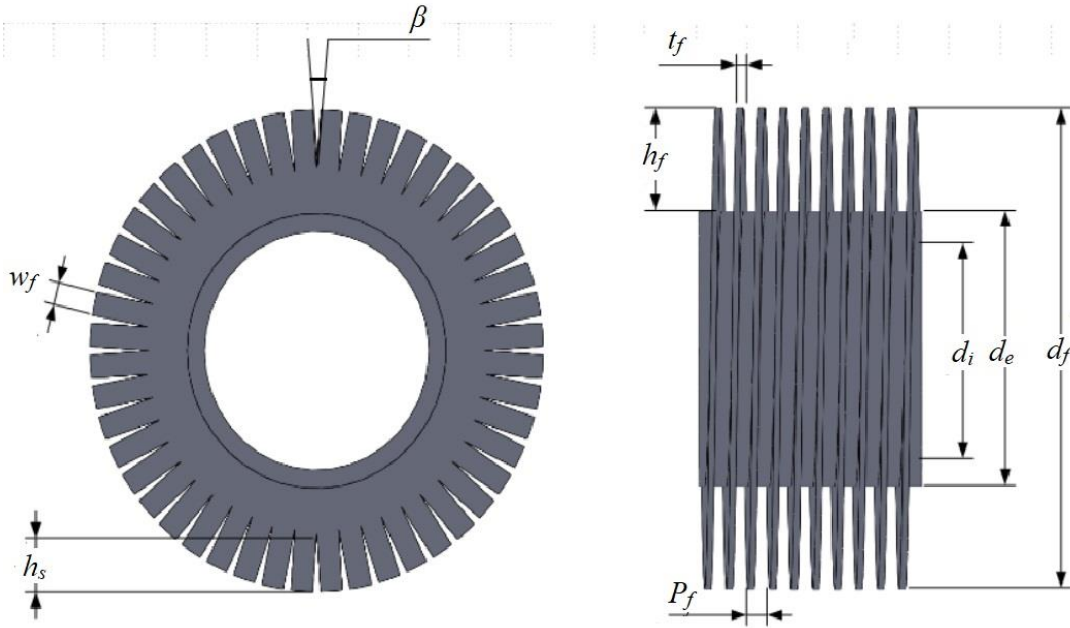


Figura 4.2. Parámetros para las geometrías de aletas empleadas

Tabla 4.2

Parámetros geométricos para las aletas

Tipo de aleta	Segmentada	Lisa
Parámetro	Longitud (m)	Longitud(m)
d_f	0.08890	0.08890
d_i	0.04400	0.04400
d_e	0.05080	0.05080
P_f	0.00424	0.00424
h_f	0.01905	0.01905
h_s	0.01275	-
t_f	0.00120	0.00120
w_f	0.00500	-
β	9°	-

Para simplificar el análisis, se asume que el flujo de aire es incompresible. De acuerdo con Bejan [6] es posible asumir que el flujo es incompresible, a pesar de las variaciones de la densidad del fluido provocadas por las variaciones en la temperatura. Esta hipótesis está basada en el hecho de que las variaciones espaciales de la densidad son despreciables en comparación con las variaciones locales del campo de velocidad. Esto permite asumir que el campo de velocidad es solenoidal, lo que simplifica las ecuaciones a resolver. Adicionalmente, se considera que el aire se comporta como un gas ideal.

Tanto los tubos como las aletas están fabricados es acero al carbono cuya densidad, conductividad térmica y capacidad térmica específica son, respectivamente 7800 Kg-m^{-3} , $48.47 \text{ W-m}^{-1}\text{K}^{-1}$ y $473 \text{ J-Kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Para estimar la temperatura del refrigerante se utilizó la diferencia de temperatura media logarítmica, ya que este método ha demostrado arrojar buenos resultados para este tipo de estimaciones [55,56]. Las propiedades del aire, las

condiciones a la entrada y a la salida del intercambiador de calor y las temperaturas estimadas del refrigerante se muestran en la tabla (4.3)

Tabla 4.3

Propiedades del fluido y condiciones de frontera

Aire		Fluido refrigerante					
Propiedades		Condiciones de entrada		Condiciones de salida		Temperatura de los tubos	
ρ (Kg/m ³)	1.0826	w (m/s)	1.5	P_0 (KPa)	101	$t1, t2$ (K)	304.8
ν (m ² /s)	11E-6	Ti (K)	333			$t3, t4, t5$ (K)	302.0
Cp (J/Kg·K)	1001	Re_d	9652			$t6, t7, t8$ (K)	299.8
κ (W/m·K)	25.8E-3					$t9$ (K)	298.0

4.3 Ecuaciones de gobierno

La solución al sistema de ecuaciones de conservación de masa,

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

momentum

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_k \bar{u}_j}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho (\nu_t + \nu) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_k} \quad (4.2)$$

y energía

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_k \bar{T}}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \left(\frac{\nu_t}{Pr_t} + \alpha \right) \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) \right] = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (4.3)$$

en conjunto con la ecuación de transporte de entropía promediada

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho (\bar{u}_j \bar{s})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_t}{Pr_t} + \frac{k}{C_v} \right) \frac{\partial \bar{s}}{\partial x_j} \right] \\ = \frac{k}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{\bar{T}^2} \frac{k \nu_t}{\alpha Pr_t} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\mu}{\bar{T}} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\rho \varepsilon}{\bar{T}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

fue aproximada utilizando un código basado en el método de volúmenes finitos (PHOENICS®) [57].

Con el propósito de incrementar la estabilidad del proceso de integración numérica, el dominio computacional fue extendido en las zonas de entrada, para facilitar el desarrollo del flujo, y salida, para evitar la aparición de zonas de recirculación en la frontera del dominio, del intercambiador de calor (ver figura (4.1)). Para simular de manera correcta el flujo en la porción representativa del intercambiador de calor elegida, se usaron condiciones de frontera de pared deslizante en las caras laterales del dominio y condiciones de frontera periódicas en las caras superior e inferior del dominio computacional.

En adición, se impuso una condición de no deslizamiento en cada una de las superficies sólidas pertenecientes a las estructuras sólidas que interactúan con el flujo (tubos y aletas). Como ya se mencionó en la sección anterior, se utilizó la diferencia de temperatura media logarítmica para estimar la temperatura del fluido refrigerante en cada uno de los tubos que se encuentran dentro del dominio computacional.

El mallado de la geometría se realizó con el módulo de mallado del paquete computacional utilizado. La geometría fue mallada utilizando una malla hexaédrica cartesiana no uniforme, con un tamaño de celda mayor en las regiones aguas abajo y aguas arriba que en la zona central del dominio computacional (ver figura (4.1)). Debido a la complejidad de la geometría (especialmente en la unión tubo-aleta), el tamaño de celda utilizado fue particularmente fino. Los valores de velocidad, presión, temperatura y entropía fueron interpolados mediante el uso del método *cut-cell* [58] en las celdas parcialmente ocupadas por sólidos. El número de elementos utilizados en las simulaciones numéricas fue determinado mediante un estudio de independencia de malla usando la caída de presión total y el cambio en la temperatura del aire como variables de monitoreo. Los detalles del número de elementos en cada una de las mallas probadas están condensados en la tabla (4.3). La figura (4.3) muestra un acercamiento de la malla utilizada en la zona próxima a las fronteras sólidas (tubos y aletas).

Debido a que el flujo es modelado como incompresible, es necesario utilizar un algoritmo de acople presión-velocidad. Para este caso, se utilizó el algoritmo SIMPLE, implementado en el paquete computacional utilizado. Se utilizó un esquema híbrido para la interpolación de los valores de las variables a resolver en las caras de cada una de las celdas del dominio.

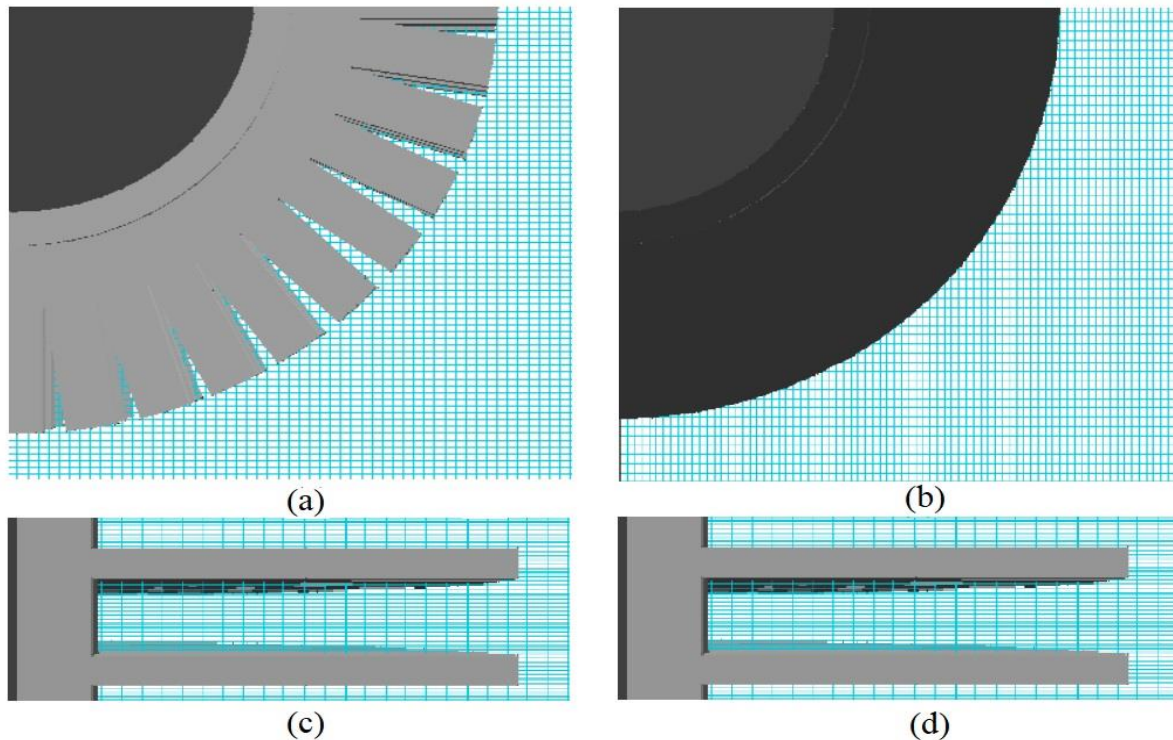


Figura 4.3. Detalles de la malla computacional

Para monitorear la convergencia del proceso de integración numérica, se colocó un punto de monitoreo dentro del dominio computacional. Las variables de interés se monitorearon constantemente para verificar la convergencia de la solución numérica. Se asumió convergencia cuando todos los residuos estuvieron por debajo de 0.1% y cuando el valor promedio de las variables calculadas permaneció relativamente constante. En aras de acelerar el proceso de convergencia, se utilizaron técnicas de relajación, tanto relajación lineal como falso paso de tiempo.

El modelo de turbulencia utilizado durante las simulaciones fue el modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ de dos capas. Este modelo utiliza la forma estándar del modelo $k - \varepsilon$ únicamente en la región totalmente turbulenta y en la región cercana a las fronteras sólidas, donde el efecto de la viscosidad es importante, utiliza un modelo basado en una sola ecuación. En la región lejana a las fronteras sólidas, el modelo de dos capas utiliza las siguientes ecuaciones para el cálculo de la energía cinética turbulenta y su tasa de disipación [50]:

$$\frac{\partial \bar{u}_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \left(\frac{v_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \rho (P_k - \varepsilon) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho \varepsilon}{k} * (C_{1\varepsilon} P_k - C_{2\varepsilon} \varepsilon) \quad (4.6)$$

Con $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, C_μ , σ_k y σ_ε constantes y

$$v_t = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (4.7)$$

$$P_k = v_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (4.8)$$

Para la región cercana a las fronteras sólidas, donde existen gradientes muy grandes en la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta, el modelo de dos capas utiliza la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = \frac{C_D k^{1.5} F_2}{L_M} \quad (4.9)$$

Con C_D una constante y

$$F_2 = 1 + \frac{5.3}{Reyn} \quad (4.10)$$

$$Reyn = \frac{k^{0.5} * Y_N}{\nu} \quad (4.11)$$

donde Y_N es la distancia mínima a la frontera sólida más cercana. La viscosidad dinámica turbulenta es calculada de la siguiente manera

$$v_t = C_\mu k^{0.5} F_\mu * L_M \quad (4.12)$$

con

$$F_{\mu} = 1 - e^{-0.0198*REYN} \quad (4.13)$$

$$L_M = KY_N \quad (4.14)$$

siendo K la constante de von Karman. Este modelo de una sola ecuación es empleado en la región en la cual el número de Reynolds es menor a 350

Este modelo ha sido comparado con otros modelos basados en el modelo $k - \varepsilon$ y ha demostrado proporcionar mejores resultados en la región cercana a las fronteras sólidas, donde los gradientes de velocidad y temperatura son más grandes [59]. En otras investigaciones el modelo de dos capas ha demostrado ser adecuado para la simulación numérica de fenómenos que involucran transferencia de calor con geometrías complejas [60,61]. En procesos donde los obstáculos en el flujo inducen separación de la capa límite, Iaccarino et al [62]. encontraron que el modelo de dos capas producía buenos resultados, aunque con pequeñas discrepancias con otros modelos. Por último, este modelo ha sido utilizado en otras simulaciones numéricas de intercambiadores de calor, como el encontrado en [31] y ha producido resultados satisfactorios.

Capítulo 5

Resultados y discusión

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la realización de las simulaciones numéricas. Se presentan los resultados obtenidos para la tasa de generación de entropía, así como los contornos correspondientes a el campo de entropía media y las contribuciones de los términos convectivo y difusivo de la ecuación de transporte. También se discuten las implicaciones que cada uno de estos términos tiene en el fenómeno de generación de entropía y se dan recomendaciones de diseño basado en el análisis de los resultados numéricos.

5. Resultados y discusión

Siguiendo a diversos autores [31,33,63], los resultados mostrados en esta sección se presentan como el valor obtenido al integrar cada una de las variables sobre el área de un volumen de control como el mostrado en la figura (5.1). Dicho volumen de control está constituido por un bloque de celdas computacionales de dimensiones $NX \times NY \times 1$, donde NX y NY son el número de celdas en las direcciones X e Y , respectivamente. Este bloque de celdas ocupa en su totalidad el área transversal del intercambiador de calor, pero su grosor es de únicamente una celda computacional en la dirección del flujo principal (en dirección del eje coordenado Z). Debido a que la geometría fue mallada con 720 celdas a lo largo del eje coordenado Z , se tendrán el mismo número de volúmenes de control sobre los cuales las variables serán integradas.

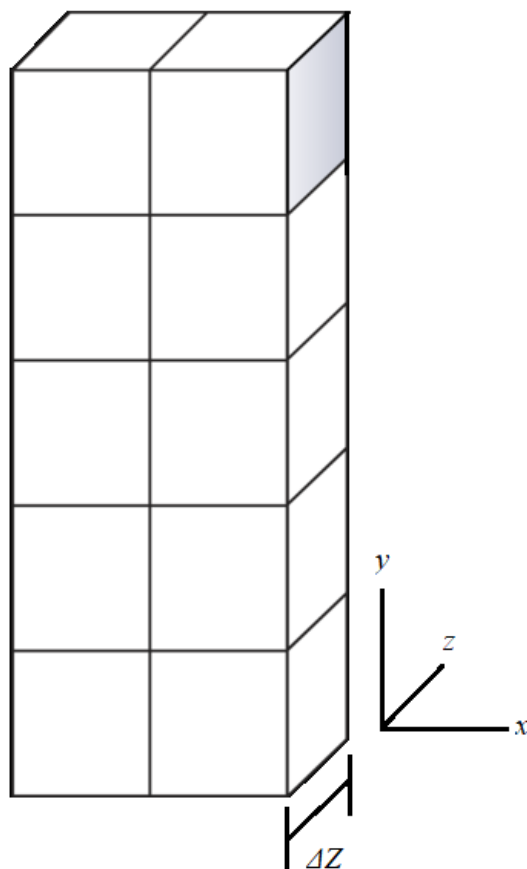


Figura 5.1. Volumen de control utilizado para la integración de las variables presentadas.

Para tomar en cuenta las celdas parcialmente ocupadas por sólido, la integración de las variables se realizó utilizando el área libre en cada celda. La velocidad del fluido fue usada como factor de peso. El área usada durante la integración fue el área de la cara *top* de cada celda. El resultado obtenido de la integración fue dividido entre el flujo volumétrico. Por lo tanto, el valor presentado se calculó de acuerdo con la siguiente expresión

$$\phi = \frac{1}{Q} \sum \phi'_t w_t A_t \quad (5.1)$$

donde el subíndice H denota que el valor de estas variables fue evaluado en la cara *top* de cada celda, ϕ' denota la variable antes de ser integrada y la suma se efectuó sobre todas las celdas que conforman el volumen de control. Posterior a la integración las variables fueron normalizadas con los valores convenientes para cada variable.

Con la finalidad de hacer más sencilla la identificación de las características más importantes de las curvas presentadas en esta sección, se trazaron algunas líneas de apoyo sobre las gráficas presentadas. Estas líneas de apoyo fueron trazadas en los puntos correspondientes a las posiciones iniciales y finales de las aletas sobre el eje Z , así como los puntos correspondientes al inicio, punto medio y final de los tubos. Las líneas de referencia se muestran en la figura (5.2).

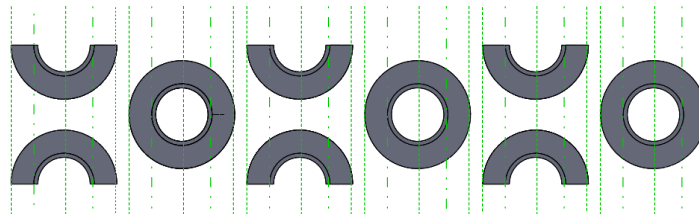


Figura 5.2. Líneas de apoyo para la discusión de las figuras presentadas en esta sección. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

Para validar los resultados numéricos obtenidos en el presente trabajo, estos fueron comparados con los obtenidos por Hernandez-Arrieta et al. [33]. En las figuras (5.3) y (5.4) se muestran las curvas correspondientes a la temperatura y la presión obtenidas para la configuración con aletas segmentadas. La temperatura fue normalizada con la temperatura a la entrada del intercambiador de calor y la presión fue normalizada con la presión calculada a la entrada del intercambiador de calor. Los valores mostrados en las figuras corresponden a los obtenidos mediante el uso de la expresión (5.1). Es posible observar como la tendencia de las curvas son similares y las discrepancias presentes son insignificantes. Además, en concordancia con los resultados presentados por Hernandez-Arrieta et al. [33] la tasa de generación de entropía global calculada en el presente trabajo fue menor para la geometría con aletas segmentadas que para la geometría con aletas lisas.

La caída de presión total y el cambio en la temperatura del fluido también fueron comparadas con las obtenidas mediante el uso de las relaciones semi-empíricas de Weiereman [64]. Estas correlaciones fueron elegidas con el propósito de validación ya que estas fórmulas proporcionan resultados confiables para el cálculo de la caída de presión total y para el análisis térmico de intercambiadores de calor con tubos aletados para flujos con números de Reynolds de hasta 10 000. Los valores correspondientes a dicha comparación se muestran en la tabla (5.1). Como se observa, el valor calculado numéricamente para la caída de presión concuerda muy bien con el obtenido mediante el uso de las correlaciones semi-empíricas, sin embargo, el valor del cambio en la temperatura del aire presenta una discrepancia de casi 19%. Estas discrepancias pueden ser normales, de acuerdo con Martinez et al [55, 56] y ESCOA [65].

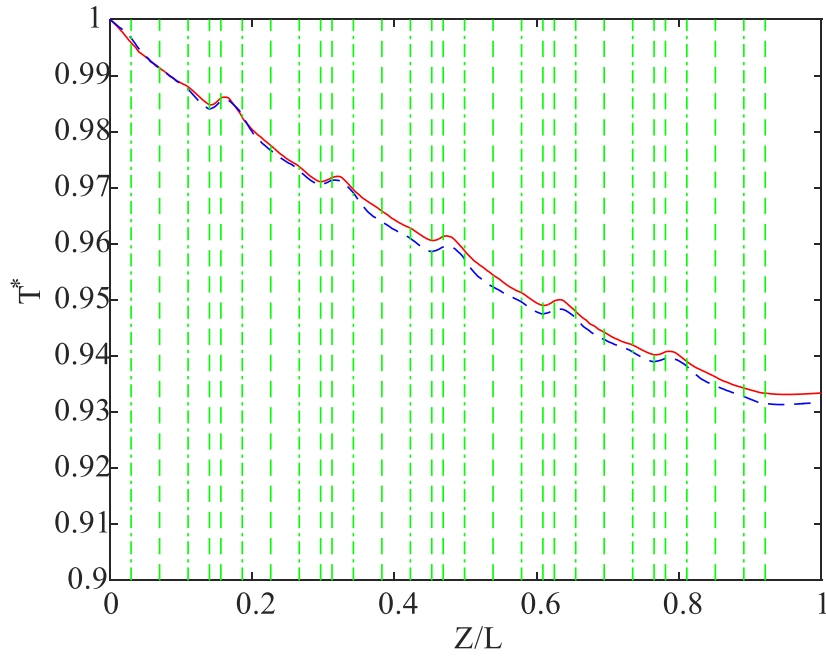


Figura 5.3. Perfil de temperatura a lo largo del intercambiador de calor. Resultados obtenidos en el presente trabajo (—) y resultados reportados por [33] (- - -). Valores fueron calculados utilizando la expresión (5.1).

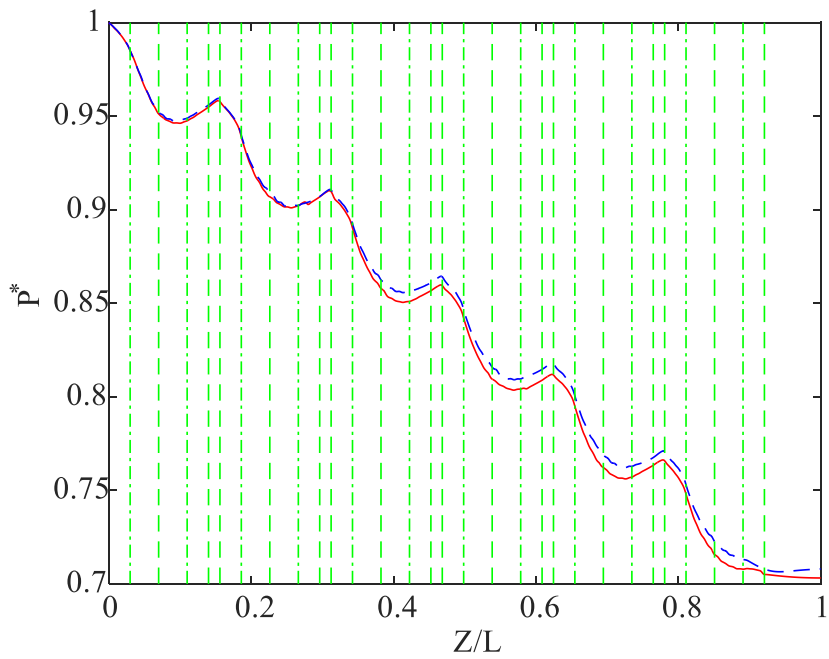


Figura 5.4. Perfil de presión a lo largo del intercambiador de calor. Resultados obtenidos en el presente trabajo (—) y resultados reportados por [33] (- - -). Valores fueron calculados utilizando la expresión (5.1).

Tabla 5.1

Comparación entre los resultados numéricos y semi-empíricos

Parametro	Aletas lisas		Aletas segmentadas	
	ΔP_{tot} (KPa)	ΔT_{tot} (K)	ΔP_{tot} (KPa)	ΔT_{tot} (K)
Correlación	38.97	19.10	46.27	19.70
Numerico	38.87	22.65	44.35	22.19
Desviacion (numeraico vs. correlacion)	0.25%	18.58%	4.14%	12.63%

La figura (5.4) muestra un contorno de velocidad para cada una de las configuraciones analizadas. Estos contornos fueron dibujados en un plano perpendicular al eje coordenado X en la posición correspondiente al punto medio del dominio en esta dirección. Los sólidos correspondientes a las aletas se han ocultado para una mejor apreciación de los contornos en las zonas cercanas a los tubos. Como es posible observar, los contornos de velocidad son muy similares y presentan diferencias sutiles, atribuibles al efecto de la geometría de las aletas. Una de las características más notorias de estos contornos es la aparición de zonas de baja velocidad en la parte trasera de todas las columnas de tubos. Esta característica es observada en menor medida en la parte frontal del tubo correspondiente a la primera columna de tubos del intercambiador de calor y es mucho menor en el resto de los tubos aguas abajo.

Otra característica importante de los contornos de velocidad es que después de la tercera columna de tubos, existe un comportamiento casi periódico del campo de velocidad. Es importante tener en cuenta que el valor mostrado en estos contornos corresponde a la parte media de la velocidad. Es por esta razón que los contornos exhiben simetría con respecto al eje Z.

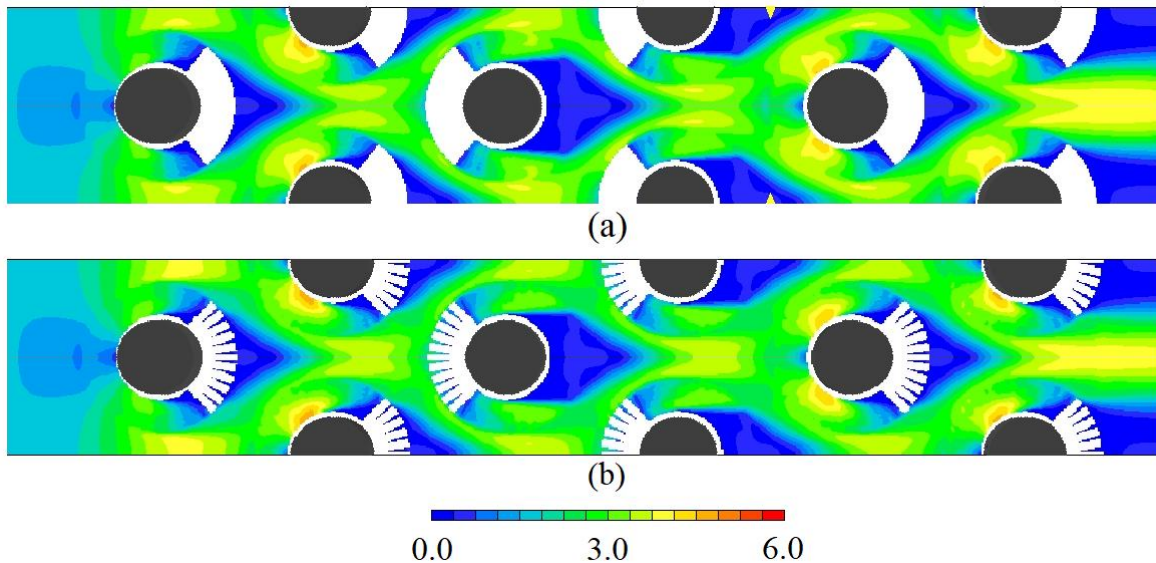


Figura 5.5. Contornos de velocidad media (m/s) para (a) aletas helicoidales lisas y (b) aletas helicoidales segmentadas. Contornos dibujados en un plano perpendicular al eje X en la posición media del dominio en la misma dirección. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

De la misma manera, la figura (5.6) muestra el término fuente de la ecuación de transporte de entropía, ésto es, la tasa local de generación de entropía. Una vez más, los contornos son muy similares para ambas configuraciones, con diferencias atribuibles al efecto de la geometría de las aletas. Es interesante observar que las zonas de generación de entropía están concentradas en las regiones cercanas a los sólidos, donde se sabe que los gradientes de velocidad y temperatura son más grandes. Es importante notar que, a diferencias de los contornos de velocidad, la tasa de generación es más grande en las primeras columnas de tubos del intercambiador de calor. Esta característica se puede explicar de una mejor manera si se analizan los contornos correspondientes a las contribuciones térmica y viscosa a la tasa de generación de entropía. Dichos contornos se muestran en las figuras (5.7) y (5.8).

De la observación y comparación de las figuras (5.6)-(5.9) es posible concluir que la contribución térmica a la tasa de generación de entropía es mucho mayor que la contribución viscosa. La contribución térmica a la tasa de generación de entropía es más intensa en las primeras columnas de tubos del intercambiador de calor, ésto debido a que la diferencia de temperatura entre el aire y el refrigerante es mayor en las primeras columnas de tubos. Por el contrario, la contribución viscosa es prácticamente igual de intensa en todo el dominio. Este comportamiento está directamente ligado a la naturaleza casi periódica del campo de velocidad, así como el comportamiento de la contribución térmica está ligada a la naturaleza decreciente del campo de temperatura (ver figura (5.3)).

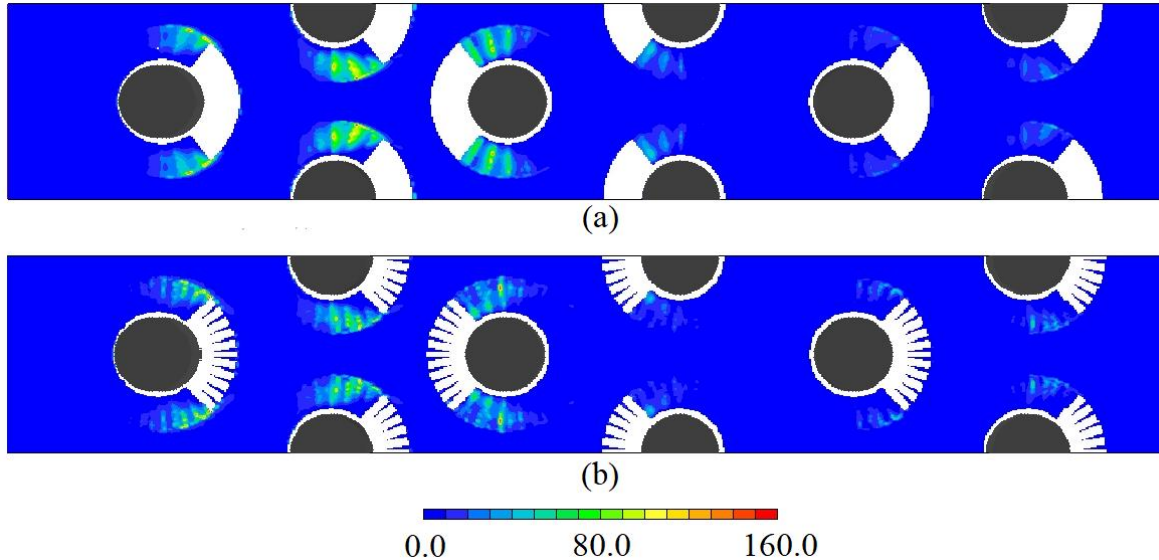


Figura 5.6. Tasa local de generación de entropía (W/m^3K) para (a) aletas helicoidales lisas y (b) aletas helicoidales segmentadas. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

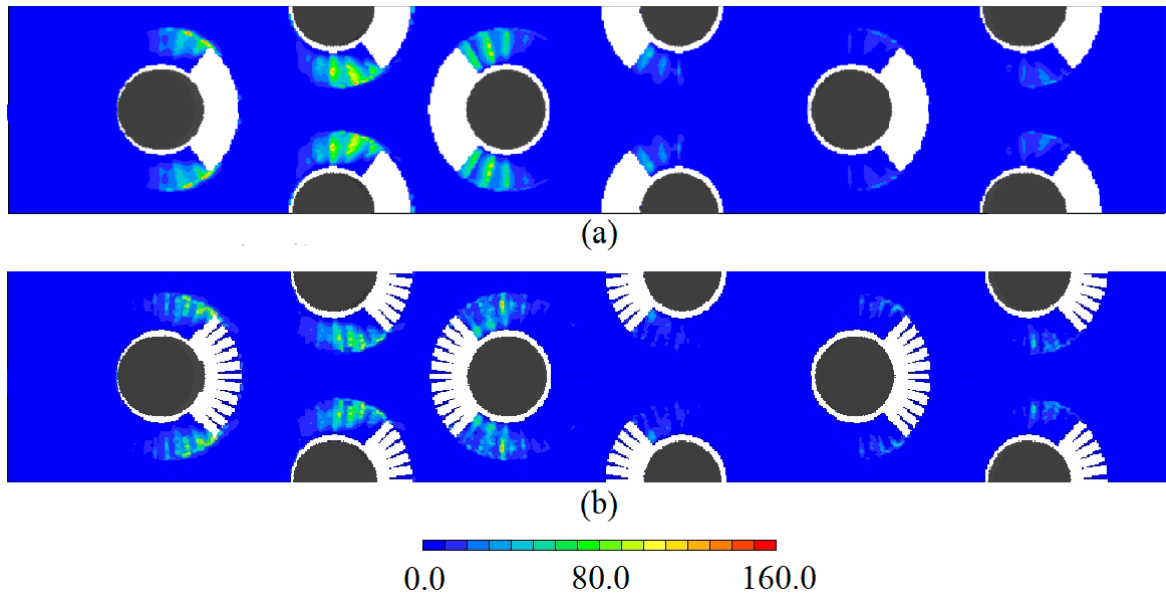


Figura 5.7. Contribución térmica a la tasa local de generación de entropía (W/m^3K) para (a) aletas helicoidales lisas y (b) aletas helicoidales segmentadas. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

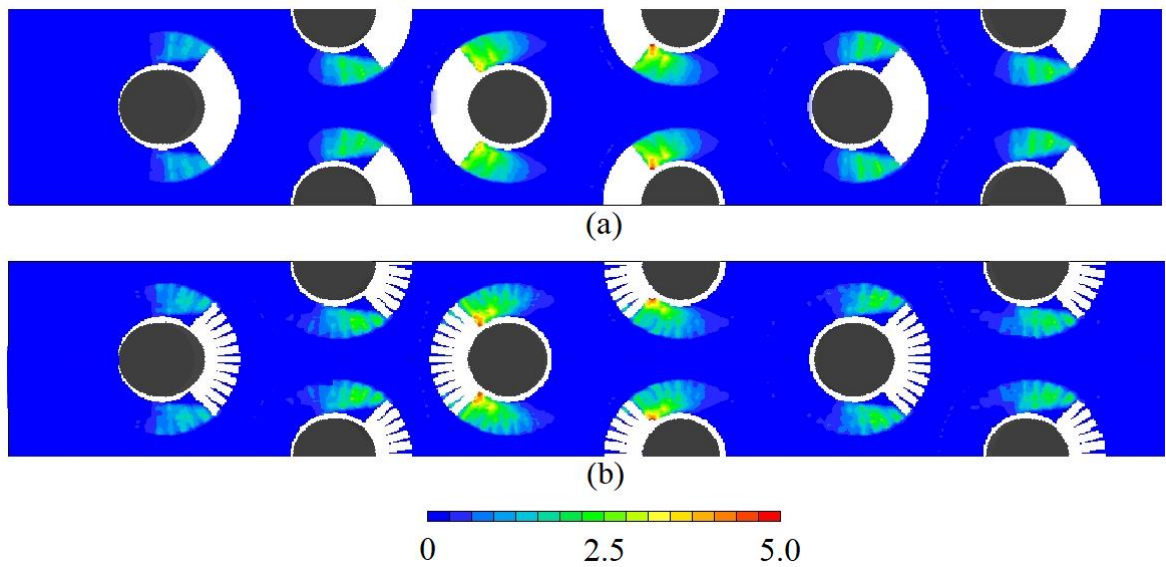


Figura 5.8. Contribución viscosa a la tasa local de generación de entropía (W/m^3K) para (a) aletas helicoidales lisas y (b) aletas helicoidales segmentadas. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

Todas las características mencionadas sobre la tasa local de generación de entropía pueden ser vistas de manera más clara si se presentan de manera similar a los perfiles de temperatura y presión presentados en las figuras (5.3) y (5.4). Es decir, estas variables fueron integradas sobre el área de las caras *top* de las celdas que constituyen el volumen de control mostrado en la figura (5.1). Posterior a la integración cada una de las variables fue normalizada para poder ser presentada como el número de generación de entropía. En el caso de la tasa local de generación de entropía, ésto se hizo utilizando la siguiente expresión

$$Ns_A = \frac{L}{\dot{m}C_p} \sum \dot{s}_{gen_t} A_t \quad (5.2)$$

donde L es la longitud del dominio y la suma fue efectuada sobre todas las celdas que conforman el volumen de control. El subíndice t denota que el valor de estas variables fue evaluado en la cara *top* de cada celda. Así mismo, el subíndice A denota que la integración fue efectuada únicamente sobre el área frontal del volumen de control. Un procedimiento similar fue utilizado para presentar las contribuciones térmica y viscosa a la tasa de generación de entropía, denotadas como Ns , t_A y Ns , v_A , respectivamente. Las tres gráficas correspondientes se muestran en las figuras (5.9)-(5.11).

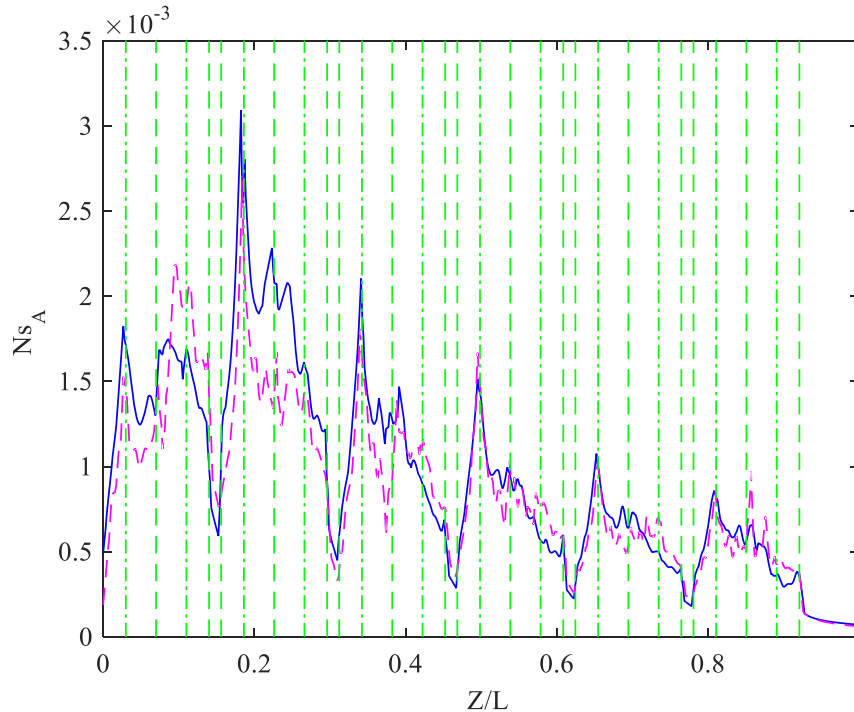


Figura 5.9. Número de generación de entropía para aletas helicoidales lisas (—) y aletas helicoidales segmentadas (- - -).

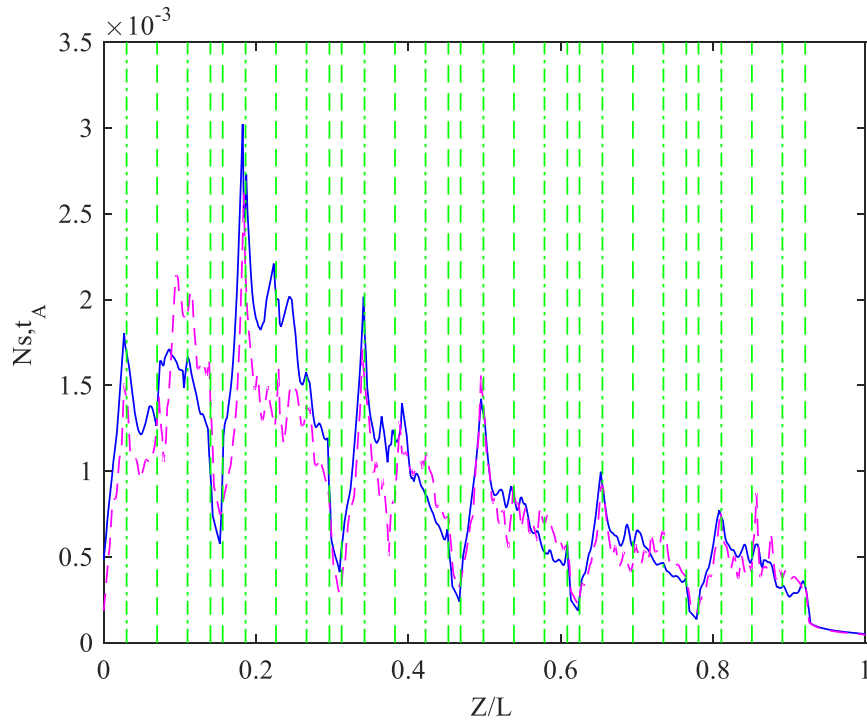


Figura 5.10. Contribución térmica al número de generación de entropía para aletas helicoidales lisas (—) y aletas helicoidales segmentadas (- - -).

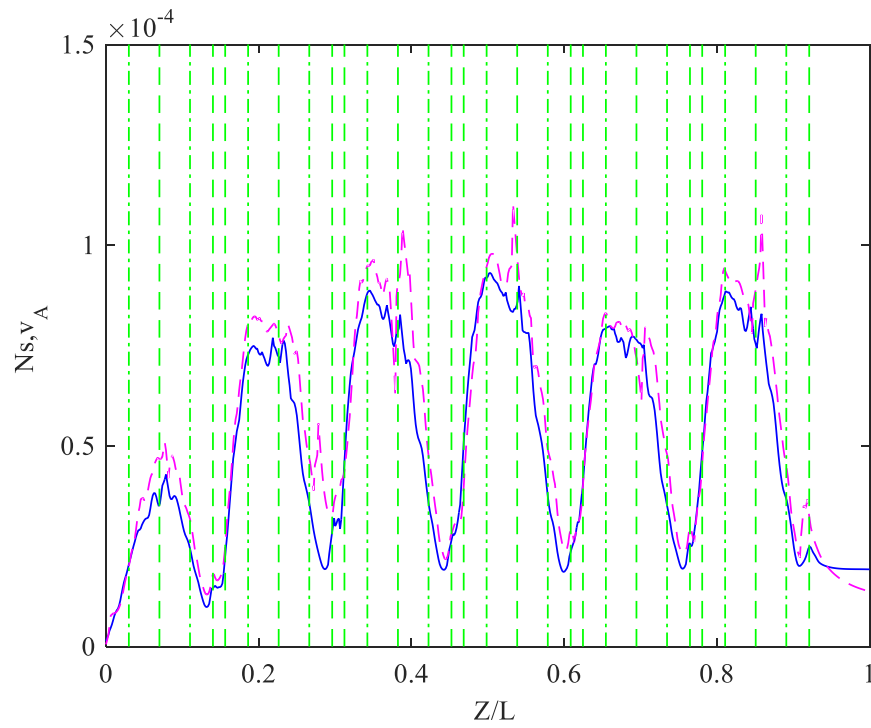


Figura 5.11. Contribución viscosa al número de generación de entropía para aletas helicoidales lisas (—) y aletas helicoidales segmentadas (- - -).

Como ya se había anticipado, la comparación entre las curvas presentadas en las figuras (5.9)-(5.11) evidencian que la contribución térmica a la tasa local de generación de entropía es al menos un orden de magnitud más grande que su homóloga viscosa. Es importante destacar el comportamiento de la contribución térmica, ya que la tasa de generación de entropía exhibe un comportamiento muy similar (ésto debido a que la contribución térmica es predominantemente mayor que la viscosa). La contribución térmica, al contrario de la contribución viscosa, muestra una tendencia decreciente después de presentar un máximo en la segunda columna de tubos. Como fue mencionado anteriormente, esta característica está ligada directamente a la naturaleza de los campos de temperatura y velocidad.

Otro aspecto que destacar, es que la contribución viscosa es mayor en prácticamente todo el dominio para las aletas segmentadas. Esto es una característica que se esperaba, ya que la geometría segmentada induce gradientes de velocidad más grandes en la vecindad de las aletas. Una situación contraria es observada para la contribución térmica, en donde las aletas segmentadas exhiben valores menores, a excepción de las regiones traseras de los tubos aletados (esta situación no es observada en la segunda columna de tubos, donde la contribución térmica es mayor a lo largo de todo el tubo aletado). Esto es, posiblemente, debido a que la geometría segmentada induce una mayor área de baja velocidad en la parte trasera de los tubos (ver figura (5.2)) por lo que el fluido tiene una mayor oportunidad de continuar intercambiando calor con el resto del flujo lo que se traduce en valores mayores de generación de entropía por efectos térmicos.

Una de las ventajas de resolver una ecuación de transporte para la entropía es que esto permite no sólo calcular la tasa local de generación de entropía, sino que también permite calcular la contribución de los mecanismos convectivo y difusivo al fenómeno de transporte de entropía. Adicionalmente, ésto permite ver la repercusión que cada uno de estos términos tienen con respecto a la propia tasa de generación de entropía. Las figuras (5.12) y (5.13) muestran los contornos correspondientes a los términos convectivos y difusivos respectivamente. Es importante hacer un comentario con respecto a la naturaleza de estos términos y las implicaciones que estos tienen. Tanto el término convectivo como el término difusivo, presente en la ecuación de transporte de entropía, son términos que representan el flujo de entropía desde y hacia un volumen de control. Es importante tener en cuenta que ésto significa que los términos pueden ser tanto positivos como negativos.

Quizá la característica más relevante de la figura (5.12) es el parecido de este contorno con el contorno de velocidad. Esta característica puede ser atribuida a la íntima relación que existe entre el transporte de entropía por convección y el propio campo de velocidad. Es posible observar además que es en las zonas traseras de los tubos aletados donde el flujo de entropía por convección tiende a ser positivo y la magnitud del mismo es relativamente baja. Esta característica es debida a que es en las zonas traseras de los tubos aletados donde la velocidad del fluido es baja, por lo que el transporte de entropía por convección es relativamente pobre en estas regiones. Una observación detallada de la figura (5.12) permite ver que el transporte de entropía por convección es más intenso en prácticamente todo el dominio para la configuración de aletas continuas. Es importante resaltar que, a excepción de las zonas de recirculación, el transporte de entropía por convección se manifiesta en todo el dominio y tiende a ser más intenso a medida que el fluido se desarrolla aguas abajo. Esto está directamente

ligado a que el fluido aguas abajo tiene una mayor entropía, por lo que, a pesar de la naturaleza casi periódica del campo de velocidad, la cantidad de entropía transportada es mayor en esta parte del intercambiador de calor.

Por otra parte, en la figura (5.13) se hace evidente que el transporte de entropía por difusión está confinado en las regiones cercanas a las fronteras sólidas, especialmente de las aletas. Es en estas partes del dominio en donde la contribución del mecanismo difusivo de transporte se hace importante. En el resto del dominio es el transporte por convección el que domina. Esto se hace más evidente al observar el contorno correspondiente a la entropía transportada. Esto es la suma algebraica del transporte por convección y del transporte por difusión. Dicho contorno se muestra en la figura (5.14).

De acuerdo con la ecuación (2.6), en el estado permanente, el transporte de entropía es igual a la tasa de generación de entropía, por lo que el contorno presentado en la figura (5.14) debería ser idéntico al presentado en la figura (5.6). Sin embargo, los contornos no son ni siquiera similares y más aún, el mapa presentado en la figura (5.14) tiene valores negativos. Este hecho parece sugerir que la resolución de una ecuación de transporte proporciona resultados erróneos o sin significado físico. Sin embargo, esto se debe a una mal interpretación de los resultados obtenidos. Esto se explicará detalladamente más adelante.

La discrepancia entre los resultados obtenidos mediante la resolución de una ecuación de transporte y los obtenidos mediante el post-proceso de los campos de velocidad y temperatura ha sido reportada ya por diversos autores. Por ejemplo, los primeros en reportar esta diferencia fueron Orhan y Uzol [35,36] quienes incorporaron una ecuación de transporte para la entropía en una sección del rotor de una turbina enfriada por aire. En los resultados obtenidos numéricamente, los autores encontraron diferencias significativas, especialmente en la distribución espacial, en la tasa de generación de entropía calculada mediante los métodos mencionados previamente. Estas diferencias fueron atribuidas por los autores al proceso de modelado de los términos resultantes de promediar la ecuación de transporte de entropía bajo la hipótesis de pequeñas fluctuaciones de temperatura. Como conclusión, los autores sugieren que la implementación de una ecuación de transporte de entropía como parte de la solución numérica del flujo podría ofrecer información adicional para el mejoramiento del diseño en turbomáquinas.

Adeyinka y Naterer [37] también implementaron la solución numérica de una ecuación de transporte de entropía para dos casos sencillos: conducción de calor transitoria en un sólido y flujo totalmente desarrollado en un canal plano. Los autores también encontraron diferencias entre la tasa local de generación de entropía calculada mediante la solución de dicha ecuación y la obtenida mediante el postproceso de los campos de velocidad y temperatura. En este trabajo, los autores definieron un nuevo parámetro, que nombraron “diferencia de entropía aparente”, calculado como la diferencia entre la tasa de entropía generada calculada mediante la solución de una ecuación de transporte y la tasa de generación de entropía calculada mediante el postproceso de los campos de velocidad y temperatura. En el análisis de este nuevo parámetro, los autores demostraron que, para los casos bajo estudio, el nuevo parámetro está

directamente relacionado con el error numérico cometido al calcular el valor de la temperatura en cada celda del dominio computacional.

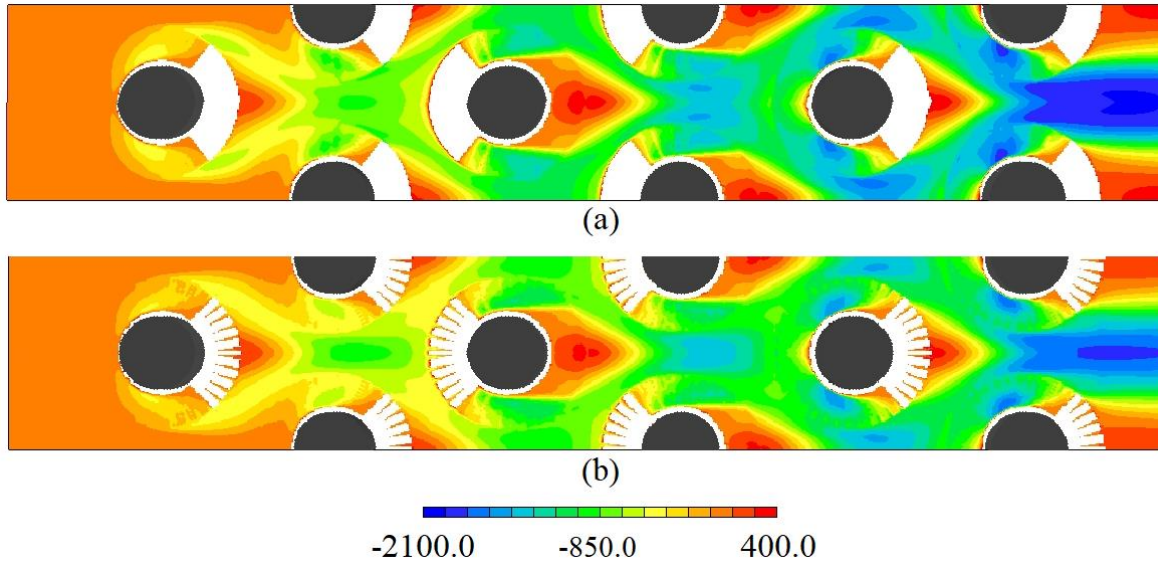


Figura 5.12. Transporte de entropía por convección (W/m^3K) para (a) aletas helicoidales lisas y (b) aletas helicoidales segmentadas. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

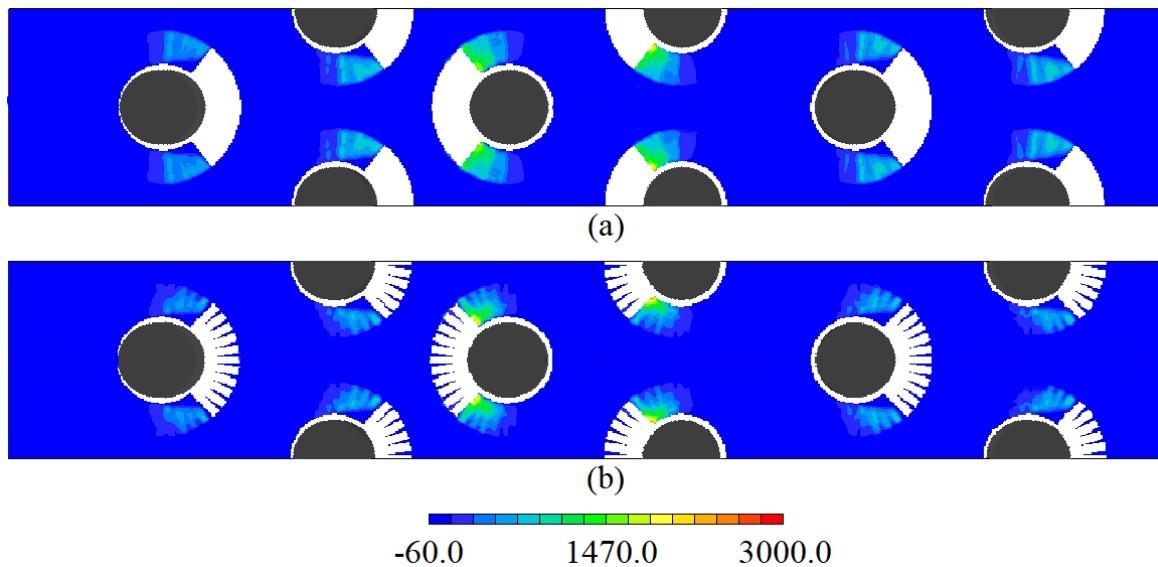


Figura 5.13. Transporte de entropía por difusión (W/m^3K) para (a) aletas helicoidales lisas y (b) aletas helicoidales segmentadas. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

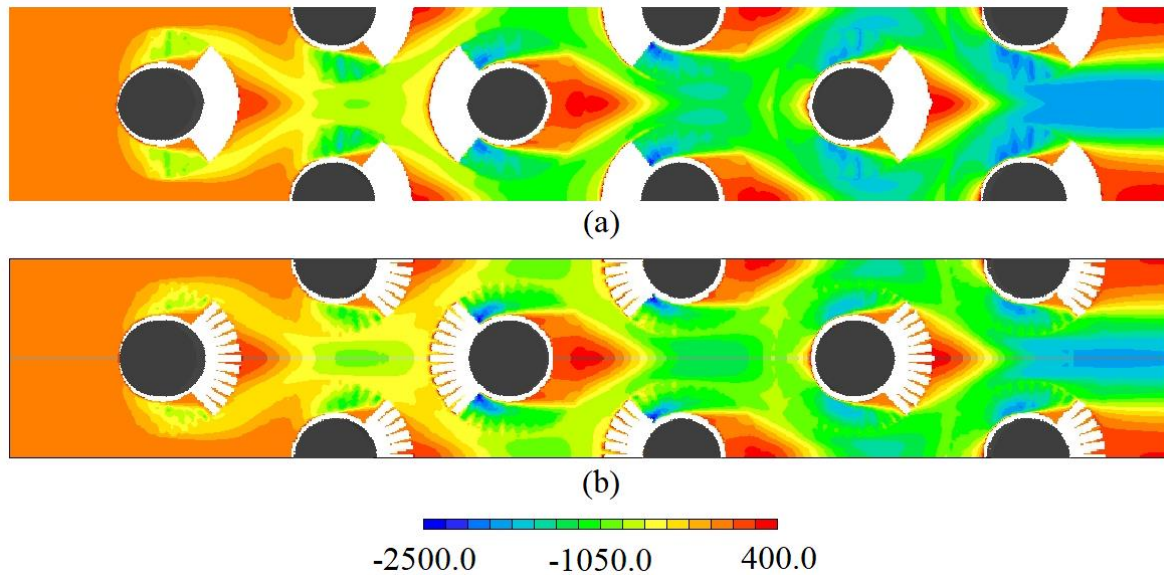


Figura 5.14. Transporte total de entropía ($\text{W/m}^3\text{K}$) para (a) aletas helicoidales lisas y (b) aletas helicoidales segmentadas. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

Vale la pena mencionar que los autores demostraron que un refinamiento en la malla computacional empleada para el cálculo numérico estaba asociada con una disminución en la “diferencia de entropía aparente” (esto es debido a que un refinamiento en la malla produce una disminución en el error numérico durante el cálculo del campo de temperatura y por ende una disminución en la “diferencia de entropía aparente”), por lo que los autores sugieren que este nuevo parámetro podría ser usado como un indicador de la calidad de la malla utilizada para una simulación numérica.

Para entender el origen de las diferencias observadas en este trabajo y las reportadas por diversos investigadores es necesario analizar el fenómeno de transporte de entropía desde una perspectiva global y teniendo en cuenta la metodología detrás del método de volúmenes finitos. La ecuación (2.6) es válida para un volumen de control de forma arbitraria, pero de tamaño diferencial. Esto significa que la igualdad establecida por la ecuación (2.6) es válida únicamente en el límite del continuo. Para calcular la tasa de generación de entropía mediante el uso de la ecuación (2.6) en un volumen de control cuyo volumen no es infinitesimal es necesario evaluar los términos de flujo (los términos presentes en el miembro izquierdo de la ecuación (2.6)) en las caras del volumen de control y realizar la suma sobre todas las caras de la celda computacional.

Para ilustrar este punto, tomemos el volumen de control presentado en la figura (5.1). Para calcular la tasa de generación de entropía utilizando la ecuación (2.6) es necesario evaluar los términos de flujo en las caras de este volumen de control. Es importante notar que, para este caso en particular, únicamente es necesario calcular los términos de flujo en las caras perpendiculares al eje Z, ya que en las caras en la que fueron impuestas condiciones de frontera de pared deslizante, el flujo de cualquier variable es cero, y en las caras en la que fueron

impuestas condiciones de frontera periódicas, los flujos se cancelan mutuamente. Con ésto, el flujo neto de entropía por convección en el volumen de control bajo estudio será entonces

$$\int \rho s \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} da = \sum \rho s_t w_t A_t - \sum \rho s_b w_b A_b \quad (5.3)$$

donde los subíndices t y b denotan las caras *top* y *bottom* de las celdas que conforman el volumen de control. La suma que aparece en la ecuación (5.3) debe ser evaluada en cada una de las caras de las celdas que conforman el bloque de celdas computacionales. Es posible calcular también la contribución del mecanismo difusivo al transporte de entropía en este volumen de control de manera similar.

Para entender el aporte del mecanismo de transporte convectivo a la tasa de generación de entropía, la figura (5.15) muestra la tasa de generación de entropía y la contribución del mecanismo de transporte convectivo. Ambas cantidades fueron calculadas en cada uno de los volúmenes de control que conforman el intercambiador de calor a lo largo de la dirección del flujo principal. Para poder comparar estas dos cantidades, la tasa local de generación de entropía fue integrada sobre todo el volumen del mismo volumen de control. La tasa de generación de entropía se muestra en forma adimensional como el número de generación de entropía, calculado como

$$N_s = \frac{\dot{s}_{gen}}{\dot{m}C_p} \quad (5.4)$$

y la contribución del mecanismo de transporte convectivo fue normalizada en forma similar y denotado como $N_{s,conv}$

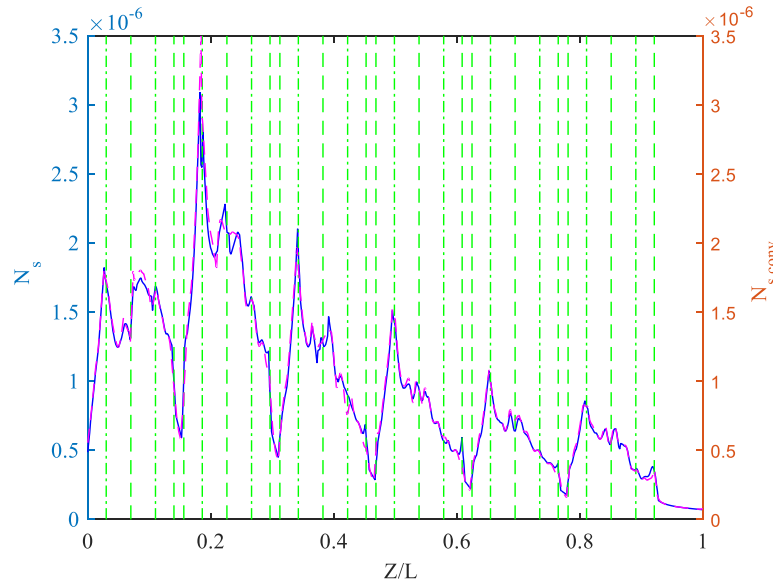


Figura 5.15. Número de generación de entropía (—) y la contribución del término convectivo al número de generación de entropía (- -)

Como es posible apreciar en la figura (5.15), las dos curvas son muy similares, apenas distinguibles entre sí. Esto tiene dos implicaciones importantes; la primera es que, en un volumen de control como el elegido aquí, la contribución del mecanismo de transporte difusivo es apenas apreciable. Esto no significa que a un nivel local el mecanismo de transporte difusivo no sea importante, ya que, como se vio anteriormente, el mecanismo difusivo es importante en las regiones cercanas a las fronteras sólidas.

Otra implicación del parecido entre las dos curvas presentadas en la figura (5.15) es que no existe diferencia aparente entre el cálculo de la tasa de generación de entropía mediante la resolución de una ecuación de transporte y mediante el post proceso de los campos de temperatura y velocidad. Es necesario tener en cuenta que la pequeña diferencia entre las curvas presentes en la figura (5.15) también incluye el residuo en cada una de las celdas que conforman el volumen de control bajo análisis. Debido a que la convergencia en la solución fue alcanzada satisfactoriamente, este residuo es despreciable en términos prácticos.

Con esto en mente, es claro que no existe diferencia alguna entre ambas metodologías planteadas para el cálculo de la tasa de generación de entropía. Sin embargo, se debe poner especial atención en la forma en la cual la tasa de generación de entropía debe ser calculada cuando se resuelve una ecuación de transporte como parte de la solución numérica. Otro punto que vale la pena resaltar es que, en el límite, cuando una malla computacional se aproxima a un tamaño infinitesimal, ambas metodologías proporcionarán el mismo resultado de manera inmediata. Con esto en mente, la sugerencia de Adeyinka y Naterer [34] de usar la diferencia de entropía aparente como un indicador de la calidad de la malla utilizada en una simulación numérica, podría ser un resultado valioso de la solución de una ecuación de transporte como parte de la solución numérica. Sin embargo, es necesario establecer hasta que punto es posible reducir la diferencia de entropía aparente y es necesario también establecer un criterio sólido para utilizar este parámetro como un indicador de la calidad de una malla computacional.

Para hacer más evidente la importancia del mecanismo de transporte convectivo en este caso particular, es posible hacer un análisis de orden de magnitud simplificado, tomando en cuenta únicamente la contribución térmica a la tasa de generación de entropía (ecuación (2.2)) y en el cual solo los gradientes en la dirección principal del flujo son de relevancia. Para comenzar, reescribimos la ecuación (2.2) tomando en cuenta únicamente la contribución térmica a la tasa de generación de entropía. Esto es

$$\dot{s}_{gen} \approx \frac{\kappa}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 \quad (5.5)$$

La ecuación (5.3) puede ser escalada como

$$\frac{\kappa}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \sim \frac{\kappa}{T_i^2} \left(\frac{\Delta T}{L} \right)^2 \quad (5.6)$$

Con esta misma consideración, la ecuación (2.6) puede ser reescrita como

$$\frac{\partial \rho w s}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{q}{T} \right) \approx \frac{\kappa}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 \quad (5.7)$$

Cada uno de los términos presentes en el miembro izquierdo de la ecuación (5.7) pueden ser escalados como sigue

$$\frac{\partial \rho w s}{\partial z} \sim \frac{\rho w \Delta s}{L} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{q}{T} \right) \sim - \frac{\kappa}{T_i} \left(\frac{\Delta T}{L^2} \right) \quad (5.9)$$

donde el cambio total de entropía, Δs , puede ser aproximado utilizando la siguiente formula

$$\Delta s = c_v \ln \left(\frac{T_o}{T_i} \right) + R \ln \left(\frac{v_o}{v_i} \right) \quad (5.10)$$

Debido a que el flujo es incompresible y los cambios en el volumen del fluido pueden ser reescritos en términos de la divergencia del campo de velocidad, el segundo término en el miembro derecho de la ecuación (5.8) puede ser eliminado de la ecuación. Por lo tanto

$$\Delta s = c_v \ln \left(\frac{T_o}{T_i} \right) = -c_v \ln \left(\frac{T_i}{T_o} \right) = -c_v \ln \left(\frac{T_o + \Delta T}{T_o} \right) = -c_v \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_o} \right) \quad (5.11)$$

Sí además consideramos que el cambio en la temperatura del fluido es relativamente pequeño en comparación con la temperatura a la entrada del intercambiador de calor, se tiene que

$$\Delta s \approx -c_v \frac{\Delta T}{T_o} \quad (5.12)$$

nótese que el fluido se enfría a su paso por el intercambiador de calor por lo que la temperatura a la salida será menor que la temperatura a la entrada y por ende el cambio en la entropía será negativo. Utilizando ahora las ecuaciones (5.8)-(5.12) en la ecuación (5.7)

$$- \frac{\rho w c_v \Delta T}{L T_o} - \frac{\kappa}{T_i} \left(\frac{\Delta T}{L^2} \right) \sim \frac{\kappa}{T_i^2} \left(\frac{\Delta T}{L} \right)^2 \quad (5.13)$$

Con el propósito de comparar cada uno de los términos del miembro izquierdo de la relación (5.10) con la tasa de generación de entropía, dividimos la relación (5.10) entre el miembro derecho de la misma. Esto es

$$- \frac{\rho W_\infty c_v T_i^2 L}{\kappa \Delta T T_o} - \left(\frac{T_i}{\Delta T} \right) \sim 1 \quad (5.14)$$

Después de una sencilla manipulación algebraica, la relación (5.11) puede ser reescrita en términos de parámetros adimensionales del flujo

$$- \frac{RePr}{\gamma} \left(\frac{T_i}{T_o} \right) \left(\frac{T_i}{\Delta T} \right) - \left(\frac{T_i}{\Delta T} \right) \sim 1 \quad (5.15)$$

Donde Re , Pr y γ son los números de Reynolds, Prandtl y la relación de calores específicos del aire, respectivamente. La relación (5.15) muestra el peso relativo de cada uno de los mecanismos de transporte (convectivo y difusivo) con respecto a la tasa de generación de entropía. Debido a que tanto el número de Prandtl del aire, la relación de calores específicos y el cociente entre la temperatura de entrada y salida son de aproximadamente 1, el número de Reynolds es el que determina que mecanismo de transporte es el predominante. En un flujo en el cual el número de Reynolds sea muy pequeño, el transporte de entropía por difusión será equivalente a la tasa de generación de entropía. Una situación contraria se observaría en un flujo turbulento, donde el número de Reynolds es muy grande y el transporte de entropía por convección sería mucho más importante que el transporte de entropía por difusión. Por lo tanto, para un flujo turbulento como el flujo bajo estudio en este trabajo, el mecanismo de transporte por convección será mucho más importante que la contribución del mecanismo de transporte por difusión. Este resultado concuerda con los resultados presentes en las figuras (5.12)-(5.15).

Este análisis fue hecho utilizando un modelo de parámetros concentrados; sin embargo, un análisis similar puede realizarse de manera local. El resultado de dicho análisis será similar, aunque, será ahora el número de Reynolds *local* el que dicte la relación específica que existe entre los mecanismos de transporte de entropía por difusión y convección. En este sentido, en una región particular del intercambiador de calor donde la velocidad local sea pequeña (cerca de las fronteras sólidas o en una región de estancamiento) el mecanismo de transporte por difusión será importante en relación con el mecanismo de transporte por convección. Esta conclusión concuerda con resultados previos del análisis de este tipo de intercambiadores de calor. Por ejemplo, Hernández-Arrieta et al [33], demostraron que el mecanismo de transporte de energía asociado con los valores más altos de la tasa de generación de entropía por efectos térmicos en las zonas de baja velocidad de un intercambiador de calor, como el estudiado en este trabajo, es un mecanismo de transporte por difusión y no por convección.

No se debe perder de vista que el mecanismo de transporte de entropía por difusión está estrechamente relacionado con el fenómeno de transferencia de calor por difusión (ecuaciones (2.14) y (2.15)). Teniendo en mente la relevancia que adquiere el fenómeno de transporte de entropía por difusión en regiones particulares dentro del intercambiador de calor, es imposible ignorar los términos relativos al transporte de entropía por difusión en la ecuación de transporte de entropía (ecuación (2.27)).

Para hacer evidente de manera gráfica la relación existente entre el campo de entropía media en el flujo y la tasa de generación de entropía es posible graficar la tasa de generación de entropía contra la entropía media del flujo. Para dicho propósito, ambas cantidades fueron integradas sobre el volumen de control mostrado en la figura (5.1) utilizando la expresión (5.1). La entropía media fue normalizada posteriormente utilizando el calor específico a presión constante. La figura (5.16) muestra la comparación entre dichas cantidades.

A primera vista, hay algunas características de las curvas que es importante notar. En primer lugar, se observa que la curva de entropía media presenta picos de manera periódica a lo largo de la dirección del flujo. Estos picos coinciden con las regiones donde la tasa de generación de

entropía es mínima, es decir en la zona libre entre las columnas de tubos. Estos picos en la curva de entropía media se deben a que en estas regiones se presentan zonas de baja velocidad y partículas de fluido con un alto valor de entropía permanecen en estas zonas. Es aquí donde los valores de los gradientes en la entropía media del flujo (y de velocidad) son menores y por ende lo es también la tasa de generación de entropía. Es importante notar que, a pesar de que el valor máximo de estos picos en la curva de la entropía media del flujo aumenta a medida que se avanza en la dirección del flujo principal, el valor de la tasa de generación de entropía en estos puntos tiende a disminuir.

Otra característica importante de la curva de entropía media presentada en la figura (5.16) es que la curva permanece aproximadamente recta en la región ocupada por cada una de las columnas de tubos aletados. Esto implica que el aumento en la entropía media del flujo es gradual a medida que el flujo interactúa con las estructuras del intercambiador de calor. Sin embargo, a pesar de que el comportamiento de la curva es similar en estas regiones, la pendiente de la curva es más alta en las primeras tres columnas de tubos del intercambiador de calor ($Z/L < 0.3$). Es en esta primera parte del intercambiador de calor donde también se encuentran los valores más altos de la tasa de generación de entropía. La pendiente de la curva de entropía media disminuye a medida que el flujo se mueve aguas abajo y tiende a ser constante.

A diferencia de los picos en la curva de entropía media, el aumento tan marcado en la entropía media del flujo en la zona correspondiente a las tres primeras columnas de tubos del intercambiador de calor no se debe a un efecto de acumulación de entropía, sino a un aumento en la entropía específica del fluido debido a la interacción con los tubos aletados.

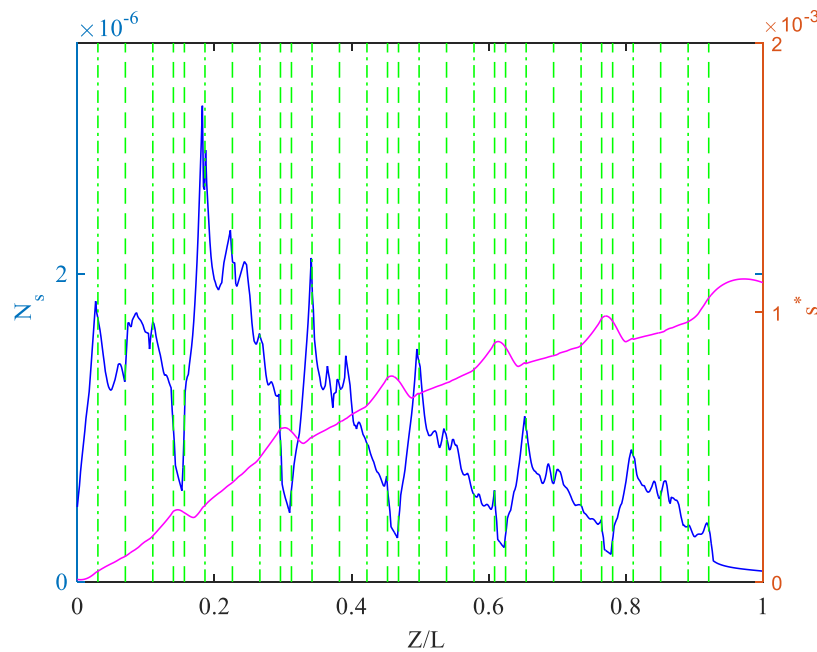


Figura 5.16. Número de generación de entropía contra entropía media por unidad de masa a lo largo del intercambiador de calor.

Debido a que la pendiente de la curva de entropía media es más alta en las dos primeras columnas de tubos del intercambiador de calor, es en esta zona donde la tasa de generación de entropía es máxima. Esta observación concuerda con la relación entre la entropía del flujo y la tasa de generación de entropía, establecida por la ecuación (2.6). De manera similar, la ecuación (2.6) anticipa la relación entre los picos presentes en la curva de entropía media en la figura (5.16) y las zonas de mínima generación de entropía.

Todos los puntos discutidos sobre el comportamiento de la curva de entropía media pueden ser vistos de manera más clara en un contorno de entropía media del intercambiador de calor. La figura (5.17) muestra un contorno de la entropía media del flujo. Este contorno fue trazado de manera análoga a los presentados anteriormente.

Como ya se había anticipado de la observación de la figura (5.16) la entropía media del fluido aumenta a medida que este interactúa con las estructuras frías del intercambiador de calor, sin embargo, las regiones de alta entropía se pueden observar desde la primera columna de tubos (y del resto de tubos también). Estas regiones son zonas de baja velocidad y es aquí donde el transporte de entropía por convección es pobre, lo que propicia la acumulación de entropía en las zonas contiguas a la parte trasera de los tubos aletados. Estas zonas de acumulación de entropía son distinguibles tanto en la figura (5.15) como en la figura (5.16). Otro aspecto que contribuye al aumento de la entropía del fluido en la parte trasera de los tubos aletados es la importancia que toma el mecanismo de transporte de entropía por difusión en estas zonas donde la velocidad local tiende a ser baja, tal y como lo anticipa la ecuación (5.15). Otro detalle que puede ser observado en la figura (5.17) es que la entropía específica del fluido es mayor para la configuración de aletas lisas en prácticamente toda la extensión de intercambiador de calor.

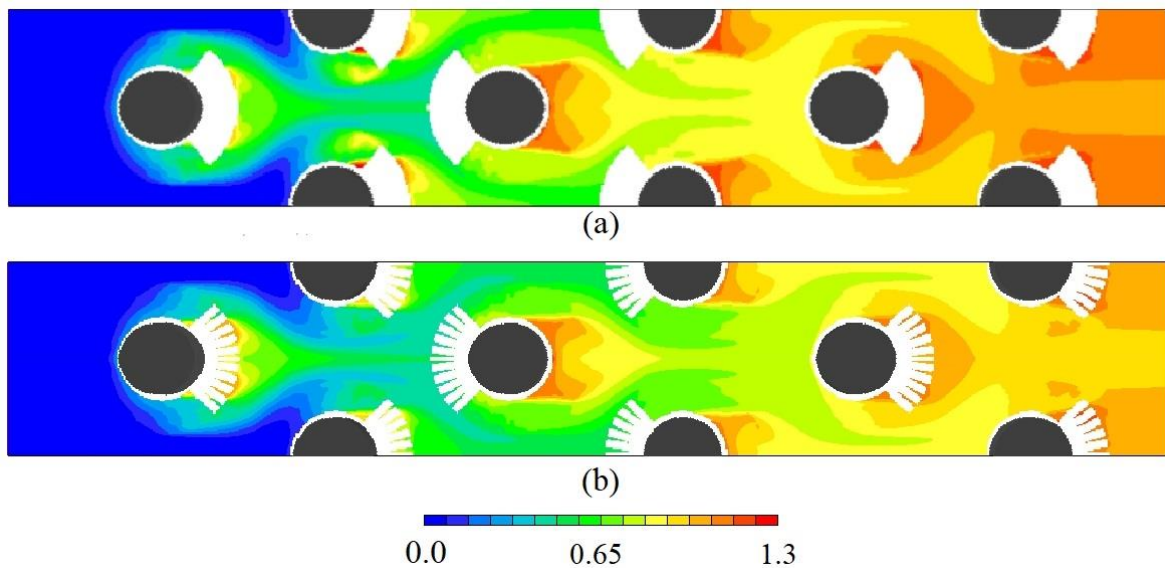


Figura 5.17. Contorno de entropía media (J/KgK) para (a) aletas helicoidales lisas y (b) aletas helicoidales segmentadas. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

Una comparación entre las curvas de entropía media para las dos configuraciones estudiadas en este trabajo revela una estrecha relación entre el desempeño del intercambiador de calor y la evolución del campo de entropía dentro del mismo. La figura (5.18) muestra una comparación de la entropía media adimensional para ambas geometrías. Las curvas son muy similares en la zona correspondiente a la primera columna de tubos aletados, sin embargo, en la zona correspondiente a la segunda columna de tubos, las curvas se separan de manera abrupta. Es en esta región donde la tasa de generación de entropía presenta su máximo absoluto. Después de esta región, la diferencia entre la pendiente de ambas curvas se vuelve despreciable. Es importante notar que los valores de los picos en la curva de entropía media para la configuración con aletas segmentadas son menores que aquellos correspondientes a la geometría con aletas lisas.

El hecho de que la pendiente de la curva de entropía media sea menor para la configuración con aletas segmentadas implica una menor tasa de generación de entropía para esta configuración. Este resultado está en concordancia con el reportado por Hernandez-Arrieta et al. [33] quienes demostraron que la configuración con aletas segmentadas reduce la tasa global de generación de entropía en intercambiadores de calor con tubos aletados. Otro resultado reportado por Hernandez-Arrieta et al. y replicado en el presente estudio es que la contribución térmica a la tasa de generación de entropía es al menos un orden de magnitud más grande que la contribución viscosa en todo el dominio bajo análisis. Este resultado, junto con el hecho de que las curvas de entropía media sean tan similares independientemente de la geometría de las aletas (únicamente en la primera columna de tubos del intercambiador de calor), sugiere que la tasa de generación de entropía podría ser reducida mediante modificaciones en el diseño, enfocadas primordialmente en la zona correspondiente a las primeras dos columnas de tubos del intercambiador de calor. En esta zona los efectos hidrodinámicos son de menor relevancia, pero los efectos térmicos son importantes, por lo que el diseño de esta zona podría centrarse en la interacción térmica del fluido de trabajo con los tubos aletados.

Para ver de una manera más clara la diferencia que existe entre las curvas de entropía media para las dos geometrías estudiadas, la figura (5.6) muestra el campo de entropía media en un plano perpendicular al eje Y (vista de planta del dominio) localizado entre las filas 1 y 2 del intercambiador de calor. El contorno únicamente muestra las dos primeras columnas del intercambiador de calor.

Como se puntualizó previamente, el campo de entropía media es bastante similar en la zona correspondiente a la primera columna de tubos aletados; sin embargo, existen diferencias significativas en el campo de entropía media en la zona correspondiente a la segunda columna de tubos del intercambiador de calor. La primera diferencia apreciable es que los valores de entropía media son más altos para la geometría con aletas lisas. Esta es la razón por la cual los picos que presenta la curva de entropía media, presentada en la figura (5.18), son más altos para la geometría con aletas lisas que los correspondientes a la geometría con aletas segmentadas.

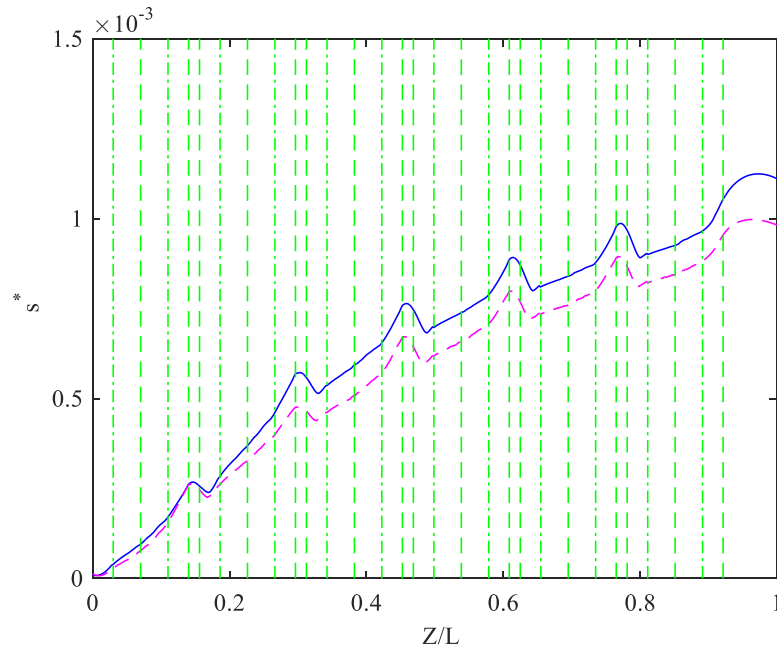


Figura 5.18. Perfil de entropía a lo largo del intercambiador de calor para aletas helicoidales lisas (—) y aletas helicoidales segmentadas (- - -)

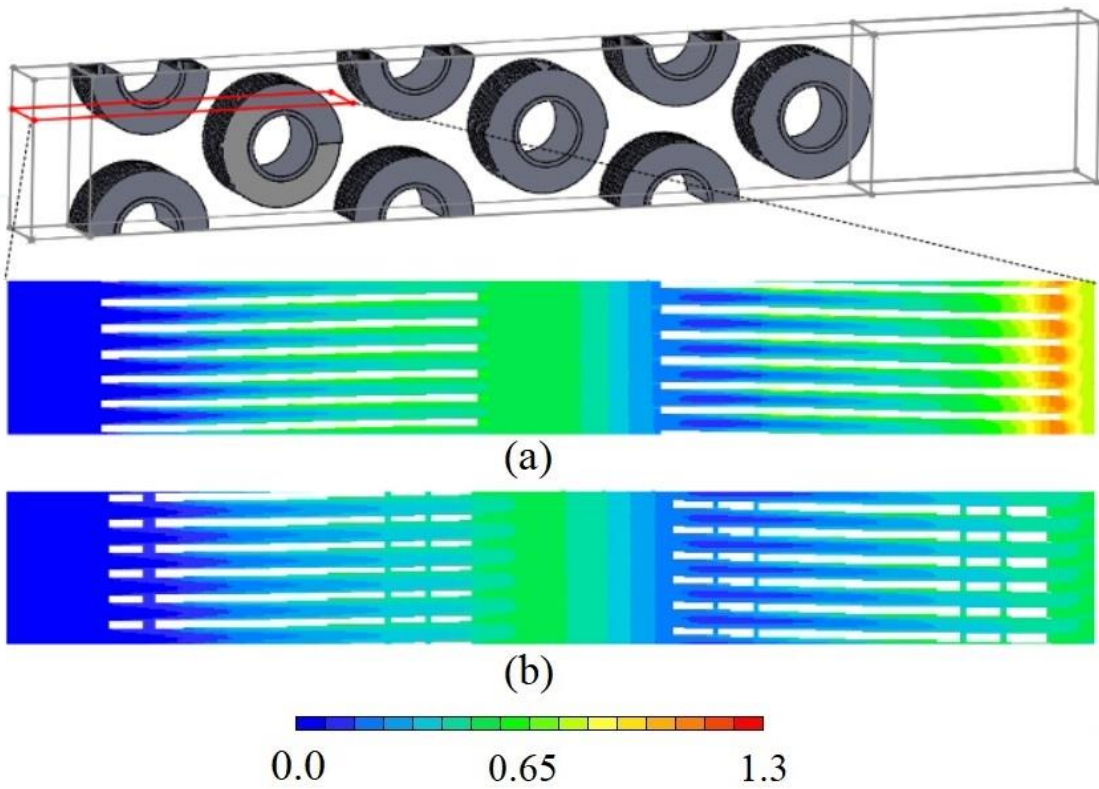


Figura 5.19. contorno de entropía media por unidad de masa. El contorno corresponde únicamente a las dos primeras columnas de tubos. (a) aletas lisas. (b) aletas segmentadas. La dirección del flujo es de izquierda a derecha.

Una segunda diferencia importante entre los campos de entropía media presentados en la figura (5.6) es que los valores más altos de entropía están localizados en la zona trasera de los tubos del intercambiador de calor. Esto revela la importancia que tiene tanto la geometría de los tubos como la geometría de las aletas en el desarrollo del campo de entropía y, por lo tanto, en la tasa de generación de entropía misma.

De este análisis se puede concluir que es posible reducir la tasa de generación de entropía mediante la reducción del transporte de entropía mismo. Esto implica evitar zonas de estancamiento, donde la velocidad local es baja y, por ende, el transporte de entropía por difusión es alto. También es necesario evitar grandes gradientes de velocidad, que provoquen un aumento desmedido en el transporte de entropía por convección. Otra manera de reducir la tasa de generación de entropía es evitar grandes gradientes en la entropía específica del fluido. Ya que la entropía depende, en el caso más general, de otras variables como la temperatura, presión y volumen específico, el uso de las relaciones de Maxwell podría ofrecer información adicional para lograr una reducción en los gradientes de entropía del fluido y, por lo tanto, una reducción en la tasa de generación de entropía.

Conclusiones

Los resultados obtenidos de la incorporación de una ecuación de transporte de entropía en la simulación numérica de un flujo turbulento dentro de un intercambiador de calor con tubos aletados nos brinda información de gran valor. El análisis de estos resultados revela información que puede ser usada para el mejoramiento del diseño de estos equipos con miras a incrementar el desempeño termodinámico de estos aparatos.

En una primera instancia, es posible apreciar la relación que existe entre los mecanismos de transporte de entropía. En este trabajo se encontró numéricamente, y se corroboró mediante un análisis de orden de magnitud, que el fenómeno convectivo domina el transporte de entropía en la mayor parte del dominio. Esto se debe en gran parte a la naturaleza turbulenta del flujo, que impide que el transporte por difusión se manifieste. Sin embargo, como también se demostró, el transporte de entropía por difusión toma relevancia en las zonas donde el fluido adquiere una baja velocidad. Esto es, en las zonas de remanso y en las regiones cercanas a las fronteras de los tubos aletados. Es aquí donde el transporte de entropía es dominado por el mecanismo difusivo. Teniendo en cuenta que ambos mecanismos juegan un papel de gran relevancia no es posible omitir a ninguno si se desea obtener información detallada del fenómeno de transporte de entropía en la totalidad del dominio.

Por otra parte, el análisis de los resultados también dejó ver la estrecha relación que existe entre el campo de entropía del fluido y la tasa de generación de entropía. Una relación entre el transporte de entropía y la tasa de generación de entropía puede ser vista desde la ecuación de transporte de entropía. Sin embargo, es posible observar una relación directa entre el campo de entropía y la tasa de generación de entropía. Los resultados numéricos indican que las zonas donde el valor de la entropía, integrada sobre la sección transversal del intercambiador de calor, es máximo, la tasa de generación de entropía tiene un valor mínimo. Además de esto, es posible observar como el valor de la entropía del flujo tiende a aumentar, mientras que la tasa de generación de entropía tiende a disminuir. Esto confirma que son los gradientes de entropía los que son de relevancia y no el valor de esta propiedad por sí sola.

Con respecto a la comparación de las geometrías estudiadas, el análisis de las curvas de entropía correspondientes a ambas configuraciones revela que la configuración con aletas segmentadas induce valores de entropía más bajos. Esto implica de manera directa que los gradientes de entropía originados por la interacción del fluido y las estructuras del intercambiador de calor son también más bajos. La consecuencia última de que los gradientes inducidos en el campo de entropía para la configuración con aletas segmentadas sean más bajos es que lo será también la tasa de generación de entropía. Esto se observa en la segunda mitad del dominio, en la primera parte del dominio una situación distinta prevalece.

En la región correspondiente a la primera columna de tubos, las curvas de entropía correspondientes a las dos geometrías de aletas son muy similares, sin embargo, en la zona correspondiente a la segunda columna de tubos, las curvas se separan de manera abrupta. Es en esta región donde la tasa de generación de entropía presenta su máximo absoluto. El comportamiento de estas curvas, aunado al hecho de que la contribución térmica es dominante

en esta zona, nos permite concluir que una mejor en el diseño de estos equipos puede lograrse con modificaciones enfocadas únicamente en la interacción térmica del fluido de trabajo con los tubos aletados. Una inspección del campo de entropía en las dos primeras columnas de tubos del intercambiador revela como la geometría lisa induce valores de entropía más altos.

Por último, es posible decir que la tasa de generación de entropía puede ser reducida mediante la reducción del transporte de entropía mismo. Esto implica evitar zonas de estancamiento, donde la velocidad local es baja y, por ende, el transporte de entropía por difusión es alto. También es necesario evitar grandes gradientes de velocidad, que provoquen un aumento desmedido en el transporte de entropía por convección. Otra manera de reducir la tasa de generación de entropía es evitar grandes gradientes en la entropía específica del fluido. Ya que la entropía depende, en el caso más general, de otras variables como la temperatura, presión y volumen específico, el uso de las relaciones de Maxwell podría ofrecer información adicional para lograr una reducción en los gradientes de entropía del fluido y, por lo tanto, una reducción en la tasa de generación de entropía.

Referencias

- [1] Gouy G. Sur l'énergie utilisable (on usable energy). *J Phys* 1889; 11(8):501–18.
- [2] Stodola A. Die Kreisprozesse der Gas maschine (gas engine cycles). *Z Ver Dtsch Ing* 1898; 32:1086–91.
- [3] Sciacovelli, A., Verda, V., & Sciubba, E. Entropy generation analysis as a design tool—A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2015;43:1167-1181.
- [4] Bejan A. The concept of irreversibility in heat exchanger design: counter-flow heat exchangers for gas-to-gas applications. *J Heat Transfer* 1977;99:274–380.
- [5] Bejan A. A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer. *J Heat Transfer* 1979;101:718–25.
- [6] Bejan A. Entropy generation through heat and fluid flow. New York, NY: Wiley;1982.
- [7] Bejan A. Entropy generation minimization. Boca Raton, FL:CRC;1996.
- [8] Giangaspero G, Sciubba E. Application of the entropy generation minimization method to a solar heat exchanger: a pseudo-optimization design process based on the analysis of the local entropy generation maps. *Energy* 2013;58:52–65.
- [9] Chowdhury K, Sarangi S. On the generation of entropy in a counterflow heat exchanger. *Cryogenics* 1982;22:63–5.
- [10] Chowdhury K, Sarangi S. A second law analysis of the concentric tube heat exchanger: optimization of wall conductivity. *Int J Heat Mass Transfer* 1983;26:783–6.
- [11] Sekulic Dusan P. Entropy generation in a heat exchanger. *Heat Transfer Eng* 1986;7:83–8.
- [12] Sekulić DP, Herman CV. One approach to irreversibility minimization in compact crossflow heat exchanger design. *Int Commun Heat Mass Transfer* 1986;13:23–32.
- [13] Hesselgreaves JE. Rationalization of second law analysis of heat exchangers. *Int J Heat Mass Transfer* 2000;43:4189–204.
- [14] Naphon P. Second law analysis on the heat transfer of the horizontal concentric tube heat exchanger. *Int Commun Heat Mass Transfer* 2006;33:1029–41.
- [15] Sahiti N, Krasniqi F, Fejzullahu X, Bunjaku J, Muriqi A. Entropy generation minimization of a double-pipe pin fin heat exchanger. *Appl Therm Eng* 2008;28:2337–44.
- [16] Ogulata RT, Doba F, Yilmaz T. Irreversibility analysis of cross flow heat exchangers. *Energy Convers Manage* 2000;41:1585–99.
- [17] Ogulata RT, DobaF, YilmazT. Second-law and experimental analysis of a cross-flow heat exchanger. *Heat Transfer Eng* 1999;20:20–7.

- [18] Rao RV, Patel VK. Thermodynamic optimization of cross flow plate-fin heat exchanger using a particle swarm optimization algorithm. *Int J Therm Sci* 2010;49:1712–21.
- [19] Hermes CJL. Thermodynamic design of condensers and evaporators: formulation and applications. *Int J Refrig* 2013;36:633–40.
- [20] Radcenco V, Vargas JV, Bejan A, Lim JS. Two design aspects of defrosting refrigerators. *Int J Refrig* 1995;18:76–86.
- [21] Reddy BV, Ramkiran G, Ashok Kumar K, Nag PK. Second law analysis of a waste heat recovery steam generator. *Int J Heat Mass Transfer* 2002;45:1807–14.
- [22] Shiba T, Bejan A. Thermodynamic optimization of geometric structure in the counterflow heat exchanger for an environmental control system. *Energy* 2001;26:493–511.
- [23] Ishikawa H, Hobson PA. Optimization of heat exchanger design in a thermo-acoustic engine using second law analysis. *Int Commun Heat Mass Transfer* 1996;23:325–34.
- [24] KurtbaI, Durmu A, Eren H, Turgut E. Effect of propeller type swirl generators on the entropy generation and efficiency of heat exchangers. *Int J Therm Sci* 2007;46:300–7.
- [25] Wang, S., Zhang, L., Ye, X., & Wu, Z. (2011, April). Performance optimization of centrifugal fan based on entropy generation theory. In *Zhongguo Dianji Gongcheng Xuebao*(Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering) (Vol. 31, No. 11, pp. 86-91). Chinese Society for Electrical Engineering.
- [26] Iandoli C, Sciubba E. 3-D numerical calculation of the local entropy generation rates in a radial compressor stage. *Int J Thermodynamics* 2010;8(2).
- [27] Giangaspero, G., & Sciubba, E. (2013). Application of the entropy generation minimization method to a solar heat exchanger: A pseudo-optimization design process based on the analysis of the local entropy generation maps. *Energy*, 58, 52-65.
- [28] Giangaspero G, Sciubba E. Application of the entropy generation minimization method to a LED based spotlight: a constrained pseudo-optimization design process based on the analysis of the local entropy generation maps. *ECOS 2011: Proceedings of the 24th International Conference on efficiency, cost, Optimization, Simulation, and Environmental Impact of Energy Systems*, 2011 July 4e7, Novi Sad, Serbia. p. 1024e441.
- [29] Hung TC, Chen HC, Lee DS, Fu HH, Chen YT, Yu, GP. Optimal design of a concentric heat exchanger for high-temperature systems using CFD simulations. *Appl Therm Eng* 2015;75:700-708.
- [30] Sciubba E. A minimum entropy generation procedure for the discrete pseudo-optimization of finned-tube heat exchangers. *Revue générale de thermique*, 1996;35(416):517-525.

- [31] J.V. Simo Tala, D. Bougeard, S. Russeil, J.L. Harion, Tube pattern effect on thermal hydraulic characteristics in a two-rows finned-tube heat exchanger, *Int. J. Therm. Sci.* 60 (2012) 225–235.
- [32] J. Herpe, D. Bougeard, S. Russil, M. Stanciu, Numerical investigation of local entropy production rate of a finned oval tube with vortex generators, *Int. J. Therm. Sci.* 48 (2009) 922–935.
- [33] I. Hernández-Arrieta, J.E.V. Guzmán, W. Vicente, E. Martínez-Espinosa, M. Salinas-Vazquez, Numerical assessment of the reduction of the entropy production rate caused by fin segmentation in heat exchangers, *Int. J. Therm. Sci.* 117 (2017) 212–226.
- [34] Adeyinka, O. B., & Naterer, G. F. Modeling of entropy production in turbulent flows. *Journal of fluids engineering*, 126(6) (2004) 893-899.
- [35] Ö.E. Orhan, O. Uzol, Comparison of Entropy Generation Figures Using Entropy Maps and Entropy Transport Equation for an Air-Cooled Gas Turbine Blade. Proceedings of ECOS, Firenze University Press, Italy, 2012, pp. 107–114.
- [36] Orhan Ö, Uzol O. Direct Calculation of Entropy Generation by Solving Reynolds-Averaged Entropy Transport Equation in an Air-Cooled Turbine Cascade. ASME. Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, *Volume 4: Heat Transfer, Parts A and B*
- [37] O. B. Adeyinka & G. F. Naterer (2002) Apparent entropy production difference with heat and fluid flow irreversibilities, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 42:5, 411-436
- [39] J.S. Kramer-Bevan, “A Tool for Analyzing Fluid Flow Losses”, M. Sc. Thesis, University of Waterloo, Canada, 1992.
- [40] Hanjalic, K., and Jakirlic, S “Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows”, Cambridge University, Cambridge 2002.
- [41] F. Kock, H. Herwig, “Entropy Production Calculation for Turbulent Shear Flows and Their Implementation in CFD codes”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, pp. 672-680, vol. 26, June 2005.
- [42] Moore, J., Moore, J.G.: Entropy production rates from viscous flow calculations: part I - A turbulent boundary layer flow. In: ASME 1983 International Gas Turbine Conference and Exhibit (1983). DOI 10.1115/83-GT-70
- [43] Acharya SS, Baliga BR, Karki KK, Murthy JY, Prakash CC, Vanka SP. Pressure-Based Finite-Volume Methods in Computational Fluid Dynamics. ASME. *J. Heat Transfer*. 2007;129(4):407-424
- [44] Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2007). *Transport phenomena*. John Wiley & Sons.

- [45] Fueyo D. N. (1996). *Mecánica de fluidos computacional para ingeniería*. Universidad de Navarra. España.
- [46] Patankar, S. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press.
- [47] Markatos, N. C. (1986). The mathematical modelling of turbulent flows. *Applied Mathematical Modelling*, 10(3), 190-220.
- [48] Wilcox, D. C. (1998). *Turbulence modeling for CFD* (Vol. 2, pp. 103-217). La Canada, CA: DCW industries.
- [49] Versteeg H. K., Malalasekera W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. New York: Pearson Education Limit
- [50] Fowler AJ, Bejan A. Forced convection in banks of inclined cylinders at low Reynolds Number. *Int J Heat Fluid Flow* 1994;15(2):90e9.
- [51] Jang JY, Yang JY. Experimental and 3-D numerical analysis of the thermohydraulic characteristics of elliptic finned tube heat exchanger. *Heat Transf Eng* 1998;19(4):55e67.
- [52] Chu P, He YL, Tian LT, Li R. Three dimensional numerical study on fin-and-oval-tube heat exchanger with longitudinal vortex generators. *Appl Therm Eng* 2009;29(5e6):859e76.
- [53] Borrajo-Pelaez R, Ortega-Casanova J, Cejudo L_opez JM. A three-dimensional numerical study and comparison between the air side model and the air/ water side model of a plain fin-and-tube heat exchanger. *Appl Therm Eng* 2010;30(13):1608e15.
- [54] Sun L, Zhang C. Evaluation of elliptical finned-tube heat exchanger performance using CFD and response surface methodology. *Int J Therm Sci* 2014;75:45e53.
- [55] Martínez E, Vicente W, Soto G, Salinas M. Single-Phase experimental analysis of heat transfer in helically finned heat exchangers. *Appl Therm Eng* 2009;29(11e12):2205e10.
- [56] Martínez E, Vicente W, Soto G, Salinas M. Comparative analysis of heat transfer and pressure drop in helically segmented finned tube heat exchangers. *Appl Therm Eng* 2010;30(11e12):1470e6.
- [57] PHOENICS User's guide Version 6.1.7601, CHAM, Ltd, 2009.
- [58] Ingram DM, Causon DM, Mingham CG. Developments in cartesian cut cell methods. *Math Comput Simul* 2003;61(3e6):561e72.
- [59] W. Rodi, Experience with two-layer models combining the k-e model with a one equation model near the wall, *Turbulence models*, American Institute of Aeronautics and Astronautics press, 1991 -91-0216.
- [60] D. Lakehal, G.S. Theodoris, W. Rodi, Three-dimensional flow and heat transfer calculations of film cooling at the leading edge of a symmetrical turbine blade model, *Int. J. Heat. 22* (2) (2001) 113–122.

[61] A.V. Kuznetsov, Numerical modeling of turbulent flow in a composite porous/fluid duct utilizing a two-layers k- ϵ model to account for interface roughness, *Int. J. Therm. Sci.* 43 (11) (2004) 1047–1056.

[62] G. Iaccarino, A. Ooi, P.A. Durbin, M. Behnia, Conjugate heat transfer predictions in two-dimensional ribbed passages, *Int. J. Heat Fluid Flow* 23 (3) (2002) 340–345.

[63] Guzmán, J. E. V., Hernández-Arrieta, I., Vicente, W., Salinas-Vazquez, M., & Martínez-Espinosa, E. (2018). Non-local entropy evolution in heat exchangers with elliptical and circular tube geometries. *International Journal of Thermal Sciences*, 134, 601-611.

[64] Weierman, C. (1976). Correlations to Ease the Selection of Finned Tubes. *Oil and Gas Journal*, Vol.74, No.36, pp. 94-100

[65] ESCOA Turb-X HF. Rating instructions. Pryor, OK: Extended Surface Corporation of America (ESCOA); 1979

