

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## FACULTAD DE INGENIERÍA

## PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA GENERAR CURVAS DE COMPORTAMIENTO DE AFLUENCIA DE POZOS PETROLEROS

# TESIS

Que para obtener el título de: INGENIERO PETROLERO

**PRESENTA** ÁLVARO MIGUEL PÉREZ PÉREZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. TEODORO IVÁN GUERRERO SARABIA

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019



Un agradecimiento especial al Grupo de Investigación en Ingeniería Multifásica y Aseguramiento de Flujo (GIIMAF) de la Facultad de Ingeniería, por las facilidades otorgadas para la realización de este trabajo.



# AGRADECIMIENTOS

La oportunidad que me ha dado el creador del universo de tener un título profesional es invaluable. Agradecimiento total por haberme dado las oportunidades y ponerme en el lugar indicado, que sin ello y la gran voluntad y deseo de salir adelante, esta meta no hubiera sido posible.

A mi madre Gloria Asunción Pérez Hernández por haberme educado y hacerme un hombre de bien, por su amor, apoyo y por haber puesto en su momento, mis necesidades antes que las de ella. Con todo respeto y admiración.

A mi padre Horacio Arnulfo Pérez Mayorga por su invaluable apoyo, por depositar en mí su confianza y cariño, por sus consejos que, sin duda, aplicaré en mi vida personal y profesional. Una fortuna tenerte a mi lado.

A mi director de tesis el Dr. Teodoro Iván Guerrero Sarabia por su invaluable apoyo, paciencia y tiempo invertido en la elaboración de este trabajo. El hecho de haber tomado clases con él, mi pasión por la Ingeniería Petrolera, pero sobre todo en el área de productividad de pozos creció día con día.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por haberme dado la oportunidad de estudiar, pasar por sus aulas y llevarme de la mano en conjunto con mis profesores de la División de Ciencias Básicas y de la División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra a ser cada día mejor.

A todos mis amigos que, durante estos 5 años en la Facultad, hicieron que todos los momentos fueran excelentes y memorables.

Álvaro Miguel Pérez Pérez

Ciudad de México, septiembre 2019

## RESUMEN

En el análisis de los sistemas integrales de producción de petróleo y/o gas resulta fundamental establecer la relación que existe entre la caída de presión en el medio poroso y el gasto de los fluidos producidos. Predecir esta relación, denominada en términos generales como comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo, es una tarea compleja ya que depende de múltiples factores: mecanismo de empuje, propiedades petrofísicas y daño de la formación productora, propiedades termodinámicas y saturaciones de los fluidos, y si el pozo es vertical u horizontal, por mencionar algunos.

Actualmente, existen herramientas computacionales comerciales de análisis nodal que permiten generar la curva de comportamiento de afluencia a partir de métodos semi-empíricos que utilizan principalmente datos de pruebas de presión-producción. Ahora bien, en tales herramientas generalmente sólo se encuentran implementados los métodos clásicos más utilizados para pozos convencionales.

Por lo tanto, en este trabajo se realizó una revisión del estado del arte con relación a métodos para predecir el comportamiento de afluencia de pozos petroleros, tanto convencionales como horizontales y con fracturamiento hidráulico, productores de aceite y/o gas; asimismo, de métodos para predecir el comportamiento de afluencia futuro. Se realizó una selección de los mismos, se documentaron y se implementaron en un programa computacional práctico y amigable con el usuario.

# ABSTRACT

In the analysis of integral oil and/or gas production systems, it is essential to establish the relationship between the pressure drop in the porous medium and the rate of the fluids produced. Predicting this relationship, known in general terms as the inflow performance of the reservoir to the well, is a complex task since it depends on multiple factors: thrust mechanism, petrophysical properties and damage of the producing formation, thermodynamic properties and fluid saturations, and if the well is vertical or horizontal.

Currently, there are commercial computational tools for nodal analysis that allow the generation of the inflow performance relationship curve from semi-empirical methods that mainly use pressure-production test data. However, only the classic methods most used for conventional wells are generally implemented in such tools.

Therefore, in this work a review of the state of the art was carried out in relation to methods to predict the inflow performance relationship of oil wells, both conventional and horizontal and with hydraulic fracturing, oil and/or gas producers, as well as methods to predict the future inflow performance. They were selected, documented and implemented in a practical and user-friendly computer program.

# CONTENIDO

RESUMEN	i
ABSTRACT	ii
LISTA DE TABLAS	viii
NOMENCLATURA	ix
INTRODUCCIÓN	1
Capítulo 1	5
Fundamentos	5
1.1 Flujo en medios porosos y ley de Darcy	5
1.1.1 Ley de Darcy	5
1.1.2 Permeabilidad	9
1.2 Geometrías de flujo	12
1.3 Regímenes de flujo en medios porosos	
1.3.1 Flujo estacionario	
1.3.2 Flujo transitorio	15
1.3.3 Flujo pseudo-estacionario	
1.4 Curvas de comportamiento de afluencia	17
1.4.1 Pozos de aceite	17
1.4.2 Pozos de gas	20
Capítulo 2	
Comportamiento de afluencia presente de pozos convencionales	
2.1 Pozos de aceite	
2.1.1 Índice de productividad	
2.1.2 Método de Vogel	
2.1.2.1 Curva de IPR generalizada con Vogel	24
2.1.3 Método de IPR compuesta (Petrobras)	25
2.1.4 Método de Standing	
2.1.5 Método de Fetkovich	30
2.1.6 Método de Jones, Blount y Glaze	
2.1.7 Método de Klins y Majcher	35
2.1.8 Método de Sukarno y Wisnogroho	35
2.1.9 Método de Wiggins, Russell y Jennings	
2.1.10 Método de Dias-Couto	
2.2 Pozos de gas	
2.2.1 Método de Rawlins y Schellardt	39

2.2.2 Método de Jones, Blount y Glaze	40
2.2.5 Método de Al-Hussainy y Ramey	41
Capítulo 3	43
Comportamiento de afluencia futuro de pozos convencionales	43
3.1 Pozos de aceite	43
3.1.1 Método de Fetkovich	43
3.1.2 Método de Eickemeir	44
3.1.3 Método de Standing	45
3.1.4 Método del punto pivote de Uhri y Blount	45
3.2 Pozos de gas	49
3.2.1 Método de Fetkovich	49
Capítulo 4	50
Comportamiento de afluencia de pozos horizontales	50
4.1 Pozos de aceite en yacimientos bajosaturados	50
4.1.1 Método de Joshi	50
4.1.2 Método de Giger	52
4.1.3 Método de Borisov	53
4.1.4 Método de Renard y Dupuy	53
4.1.5 Método de Mutalik, Godbole y Joshi	54
4.1.6 Método de Butler	58
4.1.7 Método de Babu y Odeh	58
4.1.8 Método de Kuchuk, Brice y Sherrard	61
4.2 Pozos de aceite en yacimientos saturados	64
4.2.1 Método de Bendakhlia y Aziz	64
4.2.2 Método de Cheng	65
4.2.3 Método de Retnanto y Economides	66
4.2.4 Método de Wiggins y Wang	67
4.2 Pozos de gas	68
4.2.1 Método de Joshi	68
4.2.2 Método de Kamkom y Zhu	69
4.2.3 Método de Akhimiona y Wiggings	70
4.2.4 Método de Billiter, Lee y Chase	70
4.2.5 Método de Economides et al	72
Capítulo 5	73
Comportamiento de afluencia de pozos fracturados hidráulicamente	73
5.1 Comportamiento de afluencia en yacimientos de baja permeabilidad	73
5.2 Fracturamiento hidráulico	74

5.2.1 Conductividad adimensional de la fractura	75
5.2.2 Radio efectivo	76
5.2.3 Tipos de fracturas	78
5.3 Pozos de aceite	80
5.3.1 Aproximación en régimen estacionario	80
5.3.2 Método de Gringarten et al	80
5.3.3 Método de Cinco-Ley y Samaniego	82
5.4 Pozos de gas	83
5.4.1 Método de Wang, Li, Li, Wei y Bai	83
Capítulo 6	86
Programa computacional	86
6.1. Descripción del programa	86
6.2. Métodos implementados	89
6.3. Verificación de los cálculos del programa	
Conclusiones	
Recomendaciones	
Referencias	
Anexo A	101
A.1 Comportamiento de afluencia en pozos convencionales productores d	le aceite
A 2 Comportamiento de afluencia en pozos convencionales productores o	de das 109
Anexo B	111
Comportamiento de afluencia futura en nozos convencionales	
Anexo C	113
Comportamiento de afluencia en nozos horizontales productores de aceite	<b>n</b> 113
Anexo D	112
Comportamiento de afluencia en nozos estimulados con fracturamiento bi	idráulico
productores de aceite	

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Orientación del aparato de Darcy con respecto a la horizontal (Modificada
de Dake, 1986)6
Figura 1.2 Flujo de fluidos a través del medio poroso y permeabilidad9
Figura 1.3 Curvas típicas de permeabilidad relativa para un sistema agua-aceite
(Modificada de Dake,1986) 11
Figura 1.4 Esquema de un modelo de flujo lineal en un yacimiento 12
Figura 1.5 Esquema del modelo de flujo bilineal en un yacimiento 12
Figura 1.6 Esquema del modelo de flujo radial en un yacimiento 13
Figura 1.7 Esquema del modelo de flujo esférico en un yacimiento 13
Figura 1.9 Flujo radial en un yacimiento con flujo en régimen estacionario 15
Figura 1.10 Variación de la presión en un pozo con respecto al tiempo, según el
régimen de flujo16
Figura 1.11 Comportamiento de afluencia lineal
Figura 1.12 Comportamiento de afluencia de un yacimiento saturado 18
Figura 1.13 Comportamiento de afluencia generalizada 19
Figura 1.14 Comportamiento de función de presión21
Figura 2.1 Curva de IPR generalizada
Figura 2.2 Curva de IPR compuesta (modificada de Brown, 1984)27
Figura 2.3 Curvas de IPR a diferentes eficiencias de flujo en un yacimiento
saturado
Figura 2.4 Anomalías en el método de Standing
Figura 2.5 Cálculo de los parámetros del método de Fetkovich
Figura 2.6 Cálculo de los parámetros del método de Jones, Blount y Glaze 34
Figura 2.7 Factor de forma de acuerdo a la geometría del sistema y a la posición

Figura 3.1 Ilustración para construir la envolvente de la presión de yacimiento

empleando el método de punto pivote (Modificada de Uhri, D.C. y Blount, 1982).48

Figura 4.1 División del problema 3D en dos problemas 2D (Modificado de Joshi,
1988)
Figura 4.2 Ilustración de un área de drene elipsoidal de un pozo horizontal
(Modificado de Renard y Dupuy, 1991)54
Figura 4.3 Esquema de un pozo horizontal localizado en un volumen de drene
rectangular (Modificado de Mutalik, 1988)55
Figura 4.4 Esquema de un pozo horizontal localizado en un volumen de drene
rectangular (Modificado de Mutalik, 1988)56
Figura 4.5 Geometría de un pozo horizontal en un yacimiento con forma de prisma
rectangular (Butler, 1994)58
Figura 4.6 Valores de los parámetros V y n en función del factor de recuperación
(Modificado de Bandakhlia y Aziz, 1989)65
Figura 4.7 Modelo geométrico de un pozo horizontal en régimen de flujo pseudo-
estacionario (Billiter, 2001)71
Figura 5.1 Comportamiento de afluencia durante régimen de flujo pseudo-
estacionario y régimen de flujo transitorio (Modificado de Golan y Whitson,1995).
Figura 5.2 Comparación de las curvas IPR antes y después del fracturamiento
hidráulico75
Figura 5.3 Geometría de las fracturas hidráulicas en pozos verticales
Figura 5.4 Radio equivalente del pozo (Smith y Montgomery, 2015)
Figura 5.5 Radio efectivo del pozo como una función de la conductividad
adimensional de la fractura (Cinco-Ley y Samaniego, 1981)77
Figura 6.1 Interfaz principal del programa IPR MASTER
Figura 6.2 Ventana para la selección del tipo de fluido que produce el pozo 88
Figura 6.3 Ventana para la selección del método de cálculo del comportamiento de
afluencia
Figura 6.4 Ejemplificación de la visualización de los resultados del programa IPR
MASTER

Figura 6.5 Captura de pantalla del módulo para el cálculo del método de Vogel. 91 Figura 6.6 Captura de pantalla del módulo para el cálculo del método de Eickmeier

## LISTA DE TABLAS

**Tabla 4.1** Valores de  $s_{CA,h}$  para  $\frac{x_e}{v_e} = 1$  en función de la longitud horizontal adimensional, la longitud de penetración y diferentes áreas de drene (Modificado de Joshi ( 1991)...... 56 **Tabla 4.2** Valores de  $s_{CA,h}$  para  $\frac{x_e}{v_o} = 2$  en función de la longitud horizontal adimensional, la longitud de penetración y diferentes áreas de drene (Modificado de Joshi, 1991)......57 **Tabla 4.3** Valores de  $s_{CA,h}$  para  $\frac{x_e}{y_e} = 5$  en función de la longitud horizontal adimensional, la longitud de penetración y diferentes áreas de drene (Modificado de Joshi, 1991)......57 **Tabla 4.4** Valores adimensionales de la función F para  $\frac{y_w}{2y_e} = 0.50$ ,  $\frac{x_w}{2x_e} = 0.50$ (Kuchuk et al, 1990)..... **Tabla 4.5** Valores adimensionales de la función F para  $\frac{y_w}{2y_a} = 0.25$ ,  $\frac{x_w}{2x_a} = 0.50$ **Tabla 4.6** Valores adimensionales de la función F para  $\frac{y_w}{2y_a} = 0.25$ ,  $\frac{x_w}{2y_a} = 0.25$ 

(Kuchuk et al, 1990)......63

## NOMENCLATURA

 $A_1$ = Área de drene en un pozo horizontal (*pies*<sup>2</sup>)

A =Área transversal (*pies*<sup>2</sup>)

*a*= Mitad del eje mayor en el área de drene (pies)

 $a_0, a_1, a_2, a_3$  = Constantes del método de Sukarno (adim)

 $\Delta_{pdaño}$ =Caída de presión adicional por efecto del daño (psi)

 $\beta$ =Factor de turbulencia (*pies*<sup>-1</sup>)

b= Longitud del área de drene en dirección del pozo (pies)

 $B_o$ =Factor volumétrico del aceite ( $\frac{STB}{STB}$ )

 $B_g$ =Factor volumétrico del gas ( $\frac{pies^3}{pies^3}$ )

C=Coeficiente de flujo laminar para pozos de petróleo o gas

C<sub>H</sub>=Factor de forma (adimensional)

d=Exponente de agotamiento del método de Klins y Majcher (adimensional)

EF=Eficiencia de flujo (adimensional)

*EF*\*=Eficiencia de flujo de acuerdo al daño en el método de Sukarno y Wisnogroho (adimensional)

*Fw*=Corte de agua (%)

 $F_{CD}$  = Conductividad de la fractura (adimensional)

g=Gravedad, 32.17  $\frac{pies^2}{s}$ 

H\*=Altura total del aparato de Darcy (pies)

h= Espesor del intervalo productor (pies)

 $h_f$  = Altura de la fractura (pies)

J =Índice de productividad ( $\frac{bpd}{nsi}$ )

Jo'= Índice de productividad del método de Fetkovich

 $J_{F}^{*}$ =Índice de productividad futura en el método de Standing ( $\frac{bpd}{nsi}$ )

K= Constante de proporcionalidad en el experimento de Darcy

k=Permeabilidad (md)

kro=Permeabilidad relativa al aceite (adimensional)

 $k_{rw}$ =Permeabilidad relativa al agua (adimensional)

 $k_{rg}$ =Permeabilidad relativa al gas (adimensional)

k<sub>o</sub>=Permeabilidad efectiva del aceite (md)

k<sub>w</sub>=Permeabilidad efectiva del agua (md)

 $k_g$ =Permeabilidad efectiva del gas (md)

k<sub>h</sub>=Permeabilidad horizontal (md)

 $k_v$ =Permeabilidad vertical (md)

 $k_f$ =Permeabilidad de la fractura (md)

L=Longitud del pozo (pies)

n=Exponente en el método de Fetkovich (adimensional)

N<sub>re</sub>=Número de Reynolds (adimensional)

 $\rho$ =Densidad del fluido ( $\frac{lbm}{nies^3}$ )

 $\rho_g$ =Densidad del gas ( $\frac{lbm}{nies^3}$ )

 $\rho_o$ =Densidad del aceite ( $\frac{lbm}{nies^3}$ )

 $\mu_o$ =Viscosidad del aceite (cp)

 $\mu_g$ =Viscosidad del gas (cp)

p=Presión (psi)

 $P_D$ =Presión adimensional

 $p_e$ =Presión en radio de drene (psi)

 $p_R$ =Presión promedio del yacimiento (psi)

 $p_{R,F}$ =Presión futura promedio del yacimiento (psi)

 $p_{wf}$ =Presión de fondo fluyendo (psi)

 $p_{wf}$  = Presión de fondo modificada en el método de Standing (psi)

 $p_b$ =Presión de saturación (psi)

 $q_{o@c.s}$ = Gasto de aceite (bpd)

 $q_{o,F}$ = Gasto de aceite futuro(bpd)

 $q_g$ = Gasto de gas (MMPCD)

 $q_{o,max}$ = Gasto máximo de aceite (bpd)

q<sub>o,maxF</sub>= Gasto máximo de aceite futuro (bpd)

q<sub>b</sub>= Gasto de aceite a la presión de saturación (bpd)

 $q_w$ = Gasto de agua (bpd)

r=Radio (pies)

 $r_w$ =Radio del pozo (pies)

 $r_w$ '=Radio efectivo del pozo (pies)

rw,aparente=Radio aparente del pozo (pies)

 $r_e$ =Radio de drene (pies)

 $r_{eH}$ =Radio de drene de un pozo horizontal (pies)

S=Factor de daño de la formación (adimensional)

S<sub>m</sub>=Efecto de daño mecánico (adimensional)

 $S_R$ =Efecto de daño por penetración parcial (adimensional)

 $S_x$ =Efecto de daño del componente vertical (adimensional)

T=Temperatura de la formación (Rankine)

 $t_{Dxf}$ =Tiempo adimensional

*t*<sub>Dffb</sub>=Fin del flujo bilineal (adimensional)

 $t_{Dfl}$ =Inicio del flujo lineal (adimensional)

 $t_{Dffl}$ =Fin del flujo lineal (adimensional)

 $w_f$ =Anchura de la fractura (pies)

 $\psi_R$ = Pseudo presión a condiciones de yacimiento  $(\frac{psi^2}{cp})$  $\psi_{wf}$ = Pseudo presión a condiciones de pozo  $(\frac{psi^2}{cp})$ 

## **INTRODUCCIÓN**

En el análisis de los sistemas integrales de producción de petróleo y/o gas resulta fundamental establecer el comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo (o IPR - *Inflow Performance Relationship*, por sus siglas en inglés). Esto es, la relación que existe entre la caída de presión en el medio poroso y el gasto de los fluidos producidos. Predecir el comportamiento de afluencia es una tarea compleja ya que depende de diversos factores, tales como el mecanismo de empuje, las propiedades petrofísicas y el daño de la formación productora, así como de las propiedades termodinámicas y saturaciones de los fluidos, y si el pozo es vertical u horizontal.

Uno de los pioneros en estudiar el comportamiento del flujo de fluidos a través de un medio poroso fue el ingeniero Henry Darcy, en 1856. A partir de los experimentos que realizó con fluidos monofásicos, desarrolló una ecuación que relaciona el gasto y la caída de presión, y la cual permitió definir posteriormente una propiedad fundamental del medio poroso: la permeabilidad. La ecuación de Darcy constituye la base de otros métodos que se han desarrollado con el paso del tiempo para modelar y simular el flujo de fluidos en los yacimientos de petróleo y/o gas.

Ahora bien, considerando la complejidad del comportamiento de afluencia cuando existe presencia de dos fases en el yacimiento, diversos autores han propuesto métodos para predecirlo a partir de datos de pruebas de presión-producción. Algunos requieren solo un dato de presión de fondo fluyendo, el gasto de aceite correspondiente, y la presión del yacimiento; otros utilizan más datos de presión-producción y consideran propiedades de la roca y de los fluidos.

Actualmente, existen herramientas computacionales comerciales de análisis nodal

que permiten generar la curva de comportamiento de afluencia. Ahora bien, en tales herramientas generalmente sólo se encuentran implementados los métodos clásicos más utilizados para pozos convencionales.

Por lo tanto, en este trabajo se propone realizar una revisión del estado del arte con relación a métodos para predecir el comportamiento de afluencia de pozos petroleros, tanto convencionales como horizontales, y con fracturamiento hidráulico. Se realizará una selección de los mismos, y se implementarán en un programa computacional que resulte práctico y amigable con el usuario.

#### **OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar un programa computacional para generar la curva de comportamiento de afluencia de pozos petroleros convencionales, pozos horizontales y pozos con fracturamiento hidráulico, mediante métodos seleccionados de la literatura especializada.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Realizar una revisión del estado del arte en métodos para predecir el comportamiento de afluencia de pozos petroleros productores de aceite y/o gas: convencionales, horizontales, y estimulados con fracturamiento hidráulico.
- 2. Documentar los métodos seleccionados para predecir el comportamiento de afluencia.
- Desarrollar un programa computacional para generar la curva de comportamiento de afluencia de pozos petroleros, con base en los métodos seleccionados.

#### **CONTENIDO DE LA TESIS**

En el capítulo 1, se presentan los conceptos fundamentales en el estudio del comportamiento de afluencia. Se aborda la ley de Darcy, la cual ha sido la base para los estudios del comportamiento de flujo de fluidos a través del medio poroso. Se mencionan los regímenes de flujo en los yacimientos. Se describen las principales características de las curvas de comportamiento de afluencia para sistemas monofásicos (líquido o gas) y bifásicos. (gas-aceite)

En el capítulo 2, se presentan y discuten métodos para calcular el comportamiento de afluencia de pozos convencionales productores de aceite y/o gas en régimen pseudo-estacionario.

Los métodos para predecir el comportamiento de afluencia de pozos convencionales productores de aceite y gas en el futuro se abordan en el capítulo 3. Estos métodos son imprescindibles para la planeación del desarrollo de un campo petrolero, así como en la implementación oportuna de sistemas artificiales de producción y/o métodos de recuperación mejorada.

En el capítulo 4, se presentan y discuten los métodos para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales productores de aceite y/o gas en régimen de flujo estacionario y pseudo-estacionario.

Los métodos para calcular el comportamiento de afluencia en pozos fracturados se abordan en el capítulo 5. Primeramente, se mencionan las principales variables que influyen en la efectividad de una fractura y el impacto que tienen en la estimulación de un pozo.

En el capítulo 6, se describe el programa computacional desarrollado para calcular la curva de comportamiento de afluencia, de acuerdo con los objetivos de este trabajo. Se mencionan los métodos implementados, y se discute la verificación de los resultados de la herramienta.

Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones del presente trabajo.

Cabe destacar que se incluyó un anexo en que se presentan ejemplos de cálculo, a partir de algunos de los métodos considerados en la tesis.

## Capítulo 1

## **Fundamentos**

En este capítulo se presentan los principales conceptos relacionados con el comportamiento de afluencia (IPR por sus siglas en inglés). Se aborda la ley de Darcy, la cual constituye el punto de partida para el estudio del flujo de fluidos en medios porosos. Se describen los regímenes de flujo que ocurren en los yacimientos. Por último, se mencionan las características principales de las curvas de comportamiento de afluencia para sistemas monofásicos y bifásicos.

### 1.1 Flujo en medios porosos y ley de Darcy

#### 1.1.1 Ley de Darcy

En 1856, Henry Darcy realizó experimentos para estudiar el flujo de fluidos en medios porosos. Para tal efecto, utilizó una estructura cilíndrica vertical rellena de arena, e hizo fluir agua a través de ella hasta saturarla por completo. Posteriormente varió el gasto y determinó que la velocidad (flujo volumétrico) era proporcional a la diferencia de las alturas manométricas:

$$v = \frac{Q}{A} = K \frac{h_1 - h_2}{L} = K \frac{\Delta H}{L},$$
 (1.1)

donde v es la velocidad, Q es el gasto,  $\Delta H$  es la diferencia entre los niveles manométricos, L es la longitud del empacamiento de arena, A es el área de la sección transversal, y K es una constante. Considerando la importancia que representó la ecuación de 1.1 en el estudio del flujo en medios porosos, recibió el

nombre de ley de Darcy en su honor, con algunas modificaciones realizadas por otros autores.

Investigadores posteriores analizaron el efecto de la orientación del empacamiento de arena sobre los niveles manométricos, a diferentes ángulos respecto a la vertical (**Figura 1.1**). Para un gasto constante, se encontró que los niveles manométricos no cambiaron con el ángulo de inclinación; por lo tanto, se concluyó que los resultados de Darcy no dependen de la dirección de flujo (en Dake, 1986).



Plano del datum; z=0, P= 1 atm

Figura 1.1 Orientación del aparato de Darcy con respecto a la horizontal (Modificada de Dake, 1986).

Como refiere Dake (1986), es importante considerar el significado que tiene el término  $\Delta H$  en la ecuación 1.1. La presión en cualquier punto de la trayectoria de flujo (**Figura 1.1**), el cual tiene una elevación z relativa al plano del datum, puede ser expresada en unidades absolutas como:

$$p = \rho g(H^* - z),$$
 (1.2)

o bien:

$$H^*g = (\frac{p}{\rho} + gz).$$
 (1.3)

La ecuación 1.1 puede escribirse de forma diferencial de la forma siguiente:

$$v = K \frac{dH^*}{dL}.$$
 (1.4)

Entonces, derivando la ecuación 1.3 y sustituyéndola en la ecuación 1.4, se obtiene:

$$\nu = \frac{K}{g} \frac{d}{dL} \left( \frac{p}{\rho} + gz \right) = \frac{K}{g} \frac{d(H^*g)}{dL}.$$
 (1.5)

El término  $(\frac{p}{\rho} + gz)$  tiene dimensiones de energía por unidad de masa. Este potencial del fluido usualmente se representa con el símbolo  $\Phi$ , y puede interpretarse como el trabajo requerido en un proceso sin fricción para transportar una unidad de masa desde un punto con elevación cero y presión atmosférica, hasta otro punto, de tal forma que:

$$\Phi = \int_{atm}^{p} \frac{dp}{\rho} + gz, \qquad (1.6)$$

La ecuación 1.6 puede ser modificada considerando un punto de referencia arbitrario, como:

$$\Phi = \int_{p_b}^{p} \frac{dp}{\rho} + g(z - z_b).$$
 (1.7)

Esta relación se obtiene al observar que el flujo entre dos puntos A y B está gobernado por la diferencia de potencial entre los puntos, y no por los potenciales absolutos:

$$\Phi_A - \Phi_B = \int_{p_b}^{p_A} \frac{dp}{\rho} + g(z_A - z_b) - \int_{p_b}^{p_B} \frac{dp}{\rho} + g(z_B - z_b) = \int_{p_B}^{p_A} \frac{dp}{\rho} + g(z_A - z_B).$$

Adicionalmente, si se considera que el fluido es incompresible, entonces la ecuación 1.6 puede expresarse como:

$$\Phi = \frac{p}{\rho} + gz. \qquad (1.8)$$

Ahora bien, la constante K/g en la ecuación 1.5 solamente es aplicable para el flujo de agua, como en el experimento de Darcy. Experimentos posteriores desarrollados con diferentes tipos de fluidos demostraron que la ley de Darcy se puede generalizar como:

$$v = \frac{k\rho}{\mu} \frac{d\Phi}{dL}, \qquad (1.9)$$

donde la nueva constante k en la ecuación 1.9 depende de la naturaleza del medio poroso, y se definió como permeabilidad.

**1.1.1.1 Convención de signos en la ley de Darcy.** En la ecuación 1.9 se ha considerado que todas las variables son positivas, a efecto de obtener gastos volumétricos positivos. Ahora bien, existe una convención de signos para la aplicación de ley de Darcy en problemas de Ingeniería de Yacimientos, dependiendo de la geometría de flujo (Dake, 1986).

a) <u>Para flujo lineal</u>: si se considera que la distancia "x" se mide positiva en la dirección del flujo, entonces el gradiente de potencial debe ser negativo ya que los fluidos se mueven de puntos de mayor a menor potencial. Por lo tanto, en términos del gasto volumétrico, se tiene que:

$$Q = -\frac{k\rho A}{\mu} \frac{d\Phi}{dx}, \qquad (1.10)$$

b) <u>Para flujo radial</u>: si se considera que el gasto que aporta el yacimiento al pozo es positivo, entonces el gradiente de potencial debe ser positivo ya que el radio se mide positivo en dirección contraria al flujo. Por lo tanto:

$$Q_{prod} = \frac{k\rho A}{\mu} \frac{d\Phi}{dr}.$$
 (1.11)

### 1.1.2 Permeabilidad

La permeabilidad (k) es una propiedad del medio poroso que mide su capacidad para permitir que los fluidos se muevan a través de él (**Figura 1.2**).



Figura 1.2 Flujo de fluidos a través del medio poroso y permeabilidad.

De la ecuación de Darcy, la permeabilidad puede expresarse como:

$$k = \frac{q\mu L}{A\Delta p}, \qquad (1.12)$$

Realizando el análisis dimensional de la ecuación anterior, se tiene lo siguiente:

$$k = \frac{q \left[\frac{L^3}{T}\right] \cdot \mu \left[\frac{M}{LT}\right] \cdot L[L]}{A[L^2] \cdot \Delta p \left[\frac{M}{LT^2}\right]}.$$
 (1.13)

Por lo tanto, la permeabilidad tiene dimensiones de longitud al cuadrado.

Ahora bien, a partir de la ecuación 1.13, se dice que un medio poroso con un área transversal de 1  $cm^2$  tiene una permeabilidad de 1 darcy (D) si permite el paso de un fluido con una viscosidad de 1 cp a un gasto de 1  $cm^3/s$  y un gradiente de presión de 1 atm/cm. Puede mostrarse que:  $1D = 9.861x10^{-9}cm^2$ .

1.1.2.1. Permeabilidad absoluta. Se define como una medida de la conductividad hidrodinámica de un determinado material a un fluido (Amix, 1960). Esta propiedad del medio poroso es independiente del tipo de fluido que lo satura, y en general depende de la dirección. Un medio en que la permeabilidad es constante en todas las direcciones se denomina isotrópico; en otro caso, el medio es anisotrópico.

1.1.2.2. Permeabilidad efectiva. La permeabilidad efectiva es una medida de la conductividad del medio poroso a un determinado fluido cuando se encuentra saturado por más de uno. Las permeabilidades efectivas al aceite, agua y gas se denotan como  $k_a$ ,  $k_w$  y  $k_a$ , respectivamente.

1.1.2.3. Permeabilidad relativa. Se define como el cociente de la permeabilidad efectiva entre la permeabilidad absoluta. Para aceite, agua y gas se definen, respectivamente, como:

$$k_{ro} = \frac{k_o}{k}$$
,  $k_{rw} = \frac{k_w}{k}$ , y  $k_{rg} = \frac{k_g}{k}$ ,

donde k es la permeabilidad absoluta de la roca.

Es claro que la permeabilidad relativa varía con la saturación de los fluidos. Esto puede visualizarse mediante la construcción de curvas de permeabilidad relativa,

como la mostrada en la Figura 1.3 para un sistema agua-aceite.



Figura 1.3 Curvas típicas de permeabilidad relativa para un sistema agua-aceite (Modificada de Dake,1986).

## 1.2 Geometrías de flujo

El movimiento de los fluidos dentro del medio poroso puede generar ciertos patrones en su trayecto hacia los pozos; éstos se denominan en la literatura especializada como geometrías de flujo. Las más comunes son las siguientes (Craft y Hawkins, 1985):

<u>Flujo lineal:</u> Se caracteriza porque la sección transversal expuesta al flujo es constante y las líneas de flujo son paralelas (**Figura 1.4**). Idealmente, puede presentarse en pozos fracturados hidráulicamente y en canales alargados.



Figura 1.4 Esquema de un modelo de flujo lineal en un yacimiento

<u>Flujo bilineal</u>: Considera dos flujos lineales superpuestos, como se observa en la **Figura 1.5**, y suele utilizarse en el estudio de sistemas fracturados. De esta manera, se considera que el flujo es lineal dentro de la fractura, así como de la formación hacia el plano de fractura.



Figura 1.5 Esquema del modelo de flujo bilineal en un yacimiento

<u>Flujo radial:</u> Las líneas de flujo convergen radialmente hacia una sección cilíndrica (el pozo), como se observa en la **Figura 1.6.** Esta geometría de flujo es una de las utilizadas en el análisis de pruebas de presión en yacimientos.



Figura 1.6 Esquema del modelo de flujo radial en un yacimiento

<u>Flujo esférico:</u> Se caracteriza porque las líneas de flujo convergen radialmente hacia un punto (el intervalo disparado), como se muestra en la **Figura 1.7.** Se utilizan principalmente para representar pozos con penetración parcial.



Figura 1.7 Esquema del modelo de flujo esférico en un yacimiento

### 1.3 Regímenes de flujo en medios porosos

En el estudio del flujo de fluidos en yacimientos se diferencian tres regímenes de flujo dependiendo de cómo varía la presión en el sistema con el tiempo:

- Flujo estacionario.
- Flujo transitorio.
- Flujo pseudo-estacionario.

#### 1.3.1 Flujo estacionario

Este régimen se caracteriza porque la presión en el yacimiento varía con la posición, pero no con el tiempo, de tal manera que:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{x} = 0. \qquad (1.14)$$

Esta condición de flujo puede presentarse cuando el yacimiento se recarga por la acción de un acuífero fuerte o se ha implementado un proceso de recuperación secundaria.

Considerando un yacimiento homogéneo e isotrópico, con flujo radial y gasto constante en el pozo, puede demostrarse que la integración de la ecuación 1.10, despreciando el término gravitacional, resulta en:

$$p - p_{wf} = \frac{q\mu}{2\pi kh} ln\left(\frac{r}{r_w}\right), \qquad (1.15)$$

donde  $p_{wf}$  es la presión de fondo fluyendo. De acuerdo con la ecuación 1.15, el perfil de la presión en el yacimiento en régimen estacionario varía logarítmicamente con el radio, como se ilustra en la **Figura 1.8**.



Figura 1.8 Flujo radial en un yacimiento con flujo en régimen estacionario.

#### 1.3.2 Flujo transitorio

Este régimen de flujo corresponde al caso en que la presión varía con la posición, así como con el tiempo a diferentes tasas de cambio. Por lo tanto, la derivada de la presión con respecto al tiempo se expresa matemáticamente como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) = f(x,t). \qquad (1.16)$$

Dependiendo de si las perturbaciones de presión generadas en el pozo han alcanzado o no los límites del yacimiento, pueden diferenciarse dos periodos. Así, se habla de flujo transitorio temprano (o simplemente flujo transitorio, en la práctica) cuando la onda de presión no ha llegado a ninguna de las fronteras; en estas condiciones, el comportamiento de la presión corresponde a un yacimiento infinito; en sistemas de baja permeabilidad, este periodo de flujo puede durar días, semanas o incluso meses.

Por otra parte, el flujo se denomina transitorio tardío una vez que los disturbios de presión han alcanzado alguna de las fronteras; la duración de este periodo se extiende hasta que todas las fronteras se han manifestado; generalmente, es breve y en muchos casos no se detecta durante las pruebas de presión.

#### 1.3.3 Flujo pseudo-estacionario

En yacimientos cerrados, una vez que los disturbios de presión han alcanzado todas las fronteras y se ha alcanzado una condición de equilibrio, comienza el periodo de flujo pseudo-estacionario. Se caracteriza porque la presión en todos los puntos declina linealmente con el tiempo, a una tasa constante. Matemáticamente, esto puede expresarse como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{x} = constante.$$
 (1.17)

Este periodo de flujo es el más importante en el diseño y análisis de la mayoría de los sistemas integrales de producción, ya que es el que prevalece durante largos periodos de tiempo (p.e., meses); en pozos convencionales, generalmente inicia en relativamente poco tiempo (p.e., horas), una vez que comienza la producción.

Finalmente, en la **Figura 1.9** se ejemplifica cómo varía la presión en un pozo con respecto al tiempo, para los tres regímenes de flujo descritos.



Figura 1.9 Variación de la presión en un pozo con respecto al tiempo, según el régimen de flujo.

## 1.4 Curvas de comportamiento de afluencia

El modelado del comportamiento de afluencia generalmente es complejo ya que la relación entre el gasto y la caída de presión que ocurre en el medio poroso depende del mecanismo de empuje en el yacimiento, de las propiedades petrofísicas y el daño a la formación productora, así como de las propiedades PVT y la saturación de los fluidos (Beggs, 1991).

En las secciones siguientes se presentan conceptos generales con relación a las curvas características de afluencia de pozos productores de aceite y pozos de gas. Es importante mencionar que en este trabajo se considera el comportamiento de afluencia en régimen pseudo-estacionario en la mayoría de los métodos, ya que es el de mayor interés en el diseño y análisis del sistema integral de producción.

### 1.4.1 Pozos de aceite

#### 1.4.1.1 Índice de productividad

El comportamiento de afluencia de un yacimiento que produce líquido incompresible es lineal (**Figura 1.10**), y se caracteriza por el índice de productividad, J, definido como:

$$J = \frac{q}{p_R - p_{wf}},$$
 (1.18)

donde  $p_R$  es la presión del yacimiento,  $p_{wf}$  es la presión de fondo fluyendo, y q es el gasto de líquido. Cabe mencionar que los yacimientos de aceite bajosaturado presentan este comportamiento lineal en tanto la presión de fondo fluyendo sea mayor que la presión de burbuja.



Figura 1.10 Comportamiento de afluencia lineal.

#### 1.4.1.2 IPR para vacimientos de aceite saturado

Cuando la presión del yacimiento es menor que la presión de saturación, la curva de comportamiento de afluencia o IPR es no lineal debido al flujo simultáneo de gas y líquido, como se muestra en la **Figura 1.11**.



Figura 1.11 Comportamiento de afluencia de un yacimiento saturado.

#### 1.4.1.3 IPR generalizada

Se habla de IPR generalizada cuando la presión del yacimiento es mayor que la presión de burbuja ( $p_R > p_b$ ), pero la presión de fondo fluyendo puede ser mayor o menor que ésta. Como se muestra en la **Figura 1.12**, la curva de IPR es lineal debido al flujo de una sola fase (aceite) hasta que la presión de fondo fluyendo disminuye hasta la presión de saturación. A presiones de fondo fluyendo más bajas, se presenta un comportamiento no lineal debido al flujo simultáneo de dos fases (aceite y gas).



Figura 1.12 Comportamiento de afluencia generalizada.

### 1.4.2 Pozos de gas

Los yacimientos productores de gas presentan un comportamiento de afluencia nolineal debido a que las propiedades del gas dependen de la presión y a que el flujo puede ser turbulento (flujo no darciano).

Cuando el flujo de gas se encuentra bajo condiciones de flujo laminar, la solución exacta de la forma diferencial de la ecuación de Darcy para fluidos compresibles en condiciones de flujo pseudo-estacionario está expresada como (Ahmed y McKinney, 2005):

donde:

$$\psi_r = m(p_R) = 2 \int_0^{pr} \frac{p}{\mu z} dp$$
$$\psi_{wf} = m(p_{wf}) = 2 \int_0^{pwf} \frac{p}{\mu z} dp$$

y  $\psi_r$  es la pseudo-presión promedio del gas real  $(\frac{psia^2}{cp})$  y  $q_{g@c.s}(MSCF)$ .

En la **Figura 1.13** se muestra el comportamiento de la función  $\frac{2p}{\mu z}$ , en la que se diferencian tres comportamientos característicos según el rango de presión.



Figura 1.13 Comportamiento de función de presión.

**Región de alta presión.** Cuando la presión de fondo fluyendo y la presión promedio del yacimiento tienen un valor mayor que 3000 psi, la función de presión  $\left(\frac{2p}{\mu_g z}\right)$  es prácticamente constante (**Figura 1.13**); por lo tanto, a partir de la ecuación 1.19 y de la definición del factor de volumen de un gas real, puede demostrarse que:

$$q_{g@c.s} = \frac{kh \left( p_R - p_{wf} \right)}{1422\overline{\mu_g B_g} \left[ Ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - 0.75 + S \right]}.$$
 (1.20)

donde la viscosidad y el factor de volumen se calculan a la presión promedio:

$$\overline{p_m} = \frac{\left(p_R + p_{wf}\right)}{2}.$$
 (1.21)

**Región de presión intermedia.** Entre los 2000 y 3000 psi de presión, la función de presión es curva. Debido a esta no-linealidad, el gasto de gas deberá calcularse directamente como se indica la ecuación 1.19.
**Región de baja presión.** Para bajas presiones, generalmente menores de 2000 psi, las funciones de presión  $\left(\frac{2p}{\mu_g z}\right) y \left(\frac{1}{\mu_g B_g}\right)$  muestran una relación lineal con respecto a la presión. En este rango de presiones,  $(\mu_g z)$  es prácticamente constante. Por lo tanto, puede demostrarse que la integración de la ecuación 1.19 resulta en:

$$q_{g@c.s} = \frac{kh\left(p_{R}^{2} - p_{wf}^{2}\right)}{1422T\overline{\mu_{g}B_{g}}\left[Ln\left(\frac{r_{e}}{r_{w}}\right) - 0.75 + S\right]}.$$
 (1.22)

En Ahmed y McKinney (2005), se recomienda que la viscosidad y el factor de volumen se calculen a la presión promedio, calculada como:

$$p_m = \frac{p_R + p_{wf}}{2}$$

# Capítulo 2

# Comportamiento de afluencia presente de pozos convencionales

En este capítulo, se presentan y discuten métodos para calcular la curva de comportamiento de afluencia de yacimientos convencionales de aceite y/o gas en régimen pseudo-estacionario.

# 2.1 Pozos de aceite

### 2.1.1 Índice de productividad

El comportamiento de afluencia de yacimientos de aceite bajosaturado es lineal mientras que la presión de fondo fluyendo sea mayor que la presión de burbuja. En estas condiciones, el gasto de aceite a condiciones estándar puede calcularse en términos del índice de productividad y la caída de presión en el yacimiento como:

$$q_{o@c.s} = J(p_R - p_{wf}).$$
 (2.1)

### 2.1.2 Método de Vogel

Vogel (1968) presentó una de las primeras correlaciones para predecir las curvas de IPR de pozos productores en yacimientos de aceite saturado. Para tal efecto, realizó estudios de simulación numérica con 21 yacimientos ficticios con empuje por gas disuelto, abarcando rangos amplios de propiedades del medio poroso y del

aceite. Con base en los resultados de las simulaciones, construyó curvas adimensionales de IPR y observó que todas presentaban un comportamiento similar. De esta manera, las correlacionó y obtuvo la ecuación siguiente:

$$\frac{q_{o@c.s}}{q_{o,max}} = 1 - 0.2 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right) - 0.8 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^2, \qquad (2.2)$$

donde  $q_{omax}$  es el gasto de aceite que aportaría el yacimiento al pozo si la presión de fondo fluyendo fuera la atmosférica ( $p_{wf} = 0$ ).

El método de Vogel solamente requiere los valores del gasto de aceite a condiciones estándar, la presión de fondo fluyendo y la presión promedio del yacimiento; a partir de éstos, se puede calcular el gasto máximo de aceite que aportaría el yacimiento al pozo. Una vez conociendo el valor del gasto máximo, se pueden calcular los gastos esperados a diferentes presiones de fondo y generar la curva de IPR.

Es importante destacar que el método de Vogel es uno de los más utilizados en la práctica ingenieril, y se ha aplicado exitosamente en yacimientos con mecanismos de empuje diferentes al considerado por el autor (Beggs, 1991).

### 2.1.2.1 Curva de IPR generalizada con Vogel

El método de Vogel se ha extendido para construir la curva de IPR de yacimientos bajosaturados en los que eventualmente la presión de fondo es menor que la presión de burbuja,  $p_b$ . En este tipo de sistemas se observan los comportamientos lineal y no lineal, como se muestra en la **Figura 2.1**.



Figura 2.1 Curva de IPR generalizada.

Por una parte, el comportamiento lineal de la curva corresponde a presiones de fondo fluyendo mayores que  $p_b$ , y se calcula con la ecuación 2.1. Ahora bien, adaptando el método de Vogel para la región no lineal de flujo bifásico, el gasto de aceite a condiciones estándar a presiones de fondo fluyendo menores que la  $p_b$ , puede calcularse mediante la expresión siguiente (Beggs, 1991):

$$q_{o@c.s} = J \cdot (p_R - p_b) + \frac{Jp_b}{1.8} \cdot \left[1 - 0.2 \left(\frac{p_{wf}}{p_b}\right) - 0.8 \left(\frac{p_{wf}}{p_b}\right)^2\right].$$
 (2.3)

### 2.1.3 Método de IPR compuesta (Petrobras)

Este método fue desarrollado por Petrobras en 1984, con el objetivo de predecir curvas de comportamiento de afluencia que consideren el corte de agua,  $F_w$ , en pozos productores de aceite, denominadas curvas de IPR compuestas. El método utiliza el índice de productividad para estimar el gasto de agua y el método de Vogel para el del aceite; las presiones que se tendrían en cada caso se ponderan con el corte de agua, como se describe en Brown (1984b).

Primeramente, se diferencian tres regiones para construir la curva de IPR, como se muestra en la **Figura 2.2**. Las ecuaciones correspondientes para establecer la relación entre el gasto de líquido y la presión de fondo fluyendo en cada una de ellas son las siguientes:

1. En el intervalo  $0 < q_{L@c.s} < q_b$ :

$$p_{wf} = p_R - \frac{q_{L@c.s}}{J}.$$
 (2.4)

2. El intervalo  $q_b < q_{L@c.s} < q_{omax}$ :

$$p_{wf} = \left(\frac{1 - F_w}{8}\right)(p_b) \left[-1 + \sqrt{81 - 80\left(\frac{q_{L@c.s} - q_b}{q_{omax} - q_b}\right)}\right] + F_w \qquad \dots \quad (2.5)$$
$$\cdot \left(p_R - \frac{q_{L@c.s}}{J}\right)$$

3. El intervalo  $q_{omax} < q_{L@c.s} < q_{Lmax}$ :

$$p_{wf} = F_w \cdot \left( p_R - \frac{q_{omax}}{J} \right) - tan\beta \cdot (q_{L@c.s} - q_{omax}), \qquad (2.6)$$

donde:

$$q_b = J(p_R - p_b)$$
$$q_{omax} = q_b + \frac{Jp_b}{1.8}$$

$q_{Lmax} = q_{omax} + F_W \cdot \left( p_R - \frac{q_{omax}}{J} \right) \cdot tan\alpha$
$tan \alpha = CG/CD$
$tan\beta = CD/CG$

$$CG = 0.001 \cdot q_{omax}$$

$$CD = \frac{p_b \cdot (1 - F_w)}{8} \cdot \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \cdot \left(\frac{0.999 \cdot q_{omax} - q_b}{q_{omax} - q_b}\right)} \right] + F_w \cdot \left(\frac{0.001 \cdot q_{omax}}{J}\right)$$

Cuando el yacimiento es saturado, pueden utilizarse las mismas ecuaciones para generar la curva de IPR haciendo  $p_b = p_R$  y  $q_b = 0$ .



Figura 2.2 Curva de IPR compuesta (modificada de Brown, 1984).

### 2.1.4 Método de Standing

Standing (1970) complementó el método de Vogel para yacimientos saturados, al incorporar el efecto del daño sobre el comportamiento de afluencia. Para tal efecto, introdujo el concepto de eficiencia de flujo, *FE*:

$$EF = \frac{p_R - p_{wf} - \Delta p_{daño}}{p_R - p_{wf}} = \frac{p_R - p_{wf}'}{p_R - p_{wf}}.$$
 (2.7)

donde  $\Delta p_{daño} = p_{wf}' - p_{wf}$  representa una caída de presión adicional en las cercanías del pozo debido al daño, y puede obtenerse mediante el análisis de pruebas de presión. Por otra parte,  $p_{wf}'$  es la presión de fondo fluyendo ideal que se tendría si no hubiera daño.

Para un pozo centrado en un yacimiento cilíndrico cerrado, la eficiencia de flujo y el daño, S, están relacionados por la ecuación siguiente:

$$EF = \frac{Ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4}}{Ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4} + S}.$$
 (2.8)

Cabe mencionar que *EF* puede tomar valores menores que uno (cuando hay daño, S > 0) o mayores que uno (pozos estimulados, S < 0). Ahora bien, una vez que se conoce *EF*, de la ecuación 2.7 se tiene que:

$$p_{wf}' = p_R - EF \cdot (p_R - p_{wf}).$$
 (2.9)

La curva de comportamiento de afluencia para el valor especificado de *EF* se obtiene calculando las  $p_{wf}$  mediante la ecuación 2.9; posteriormente, el gasto se calcula a partir de éstas con el método de Vogel:

$$\frac{q_{o@c.s}}{q_{omax}^{EF=1}} = 1 - 0.2 \left(\frac{p_{wf}'}{p_R}\right) - 0.8 \left(\frac{p_{wf}'}{p_R}\right)^2. \qquad (2.10)$$

2000 🥥 Presión de fondo fluyendo (psi) ----- EF=1.4 1800 1600 ---- EF=1.3 1400 1200 ---- EF=1.1 1000 800 600 ----- EF=0.9 400 200 0 • EF=0.7 800 200 400 600 0 Gasto (bpd)

En la Figura 2.3, se ejemplifican curvas de IPR para diferentes eficiencias de flujo.

Figura 2.3 Curvas de IPR a diferentes eficiencias de flujo en un yacimiento saturado.

Es importante mencionar que el método de Standing presenta anomalías cuando la eficiencia de flujo es relativamente grande (EF > 1.5) y las presiones de fondo fluyendo son bajas (**Figura 2.4**).



Figura 2.4 Anomalías en el método de Standing.

Cuando se ha identificado esta problemática con el método de Standing, una alternativa es utilizar la ecuación de Harrison (en Brown, 1984):

$$\frac{q_{o@c.s}}{q_{omax}^{EF=1}} = 1.2 - 0.2e^{\left[1.792\left(\frac{pwf'}{p_R}\right)\right]}.$$
(2.11)

### 2.1.5 Método de Fetkovich

En 1973, Fetkovich propuso un método para predecir la producción de pozos de aceite, con base en la ecuación de contrapresión utilizada en el caso de los pozos gas. Para tal efecto, utilizó datos de pruebas de presión isocronales y multi-gasto ("flow after flow") en yacimientos de aceite saturado y bajosaturado con permeabilidades de entre 6 y 1000 mD. Determinó que el comportamiento de afluencia de los pozos de aceite puede calcularse mediante la siguiente expresión:

$$q_{o@c.s} = J_o' \cdot \left(p_R^2 - p_{wf}^2\right)^n. \quad (2.12)$$

donde:

 $J'_o = Coeficiente de flujo$ n = Exponente dependiente de las características del pozo, adim

Con base en los datos de 40 pruebas realizadas, determinó que el valor del exponente "n" varía entre 0.568 y 1. La ecuación 2.11 se puede expresar de forma similar a la de Vogel de la siguiente manera:

$$\frac{q_{o@c.s.}}{q_{omax}} = \left(1 - \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^2\right)^n. \quad (2.13)$$

Para determinar los parámetros  $J_o'$  y n, el autor recomienda utilizar tres o cuatro pares de datos de  $q_{o@c.s.} - p_{wf}$ , y la  $p_R$ . El procedimiento de cálculo es el siguiente:

- 1. Convertir los valores del gasto  $(q_{o@c.s.})$  y de la relación  $\left(\frac{p_R^2 p_{wf}^2}{1000}\right)$  de cada prueba de producción a logaritmo y realizar una regresión lineal con dichos datos (**Figura 2.5**).
- Una vez realizada la regresión lineal y obtenida la ecuación que representa la línea recta, tomar los valores de la pendiente (m) y de la ordenada al origen (b).
- Calcular el valor inverso de la pendiente para obtener el valor del coeficiente (n).
- 4. Calcular el valor de *Jo* mediante la siguiente ecuación:

$$Jo' = 10^{-nb}.$$
 (2.14)

5. Calcular el gasto a una cierta presión de fondo fluyendo mediante la siguiente ecuación:

$$q_{o@c.s} = Jo' \cdot \left(\frac{p_R^2 - p_{wf}^2}{1000}\right)^n.$$
 (2.15)



Figura 2.5 Cálculo de los parámetros del método de Fetkovich.

### 2.1.6 Método de Jones, Blount y Glaze

Jones, Blount y Glaze (1976) desarrollaron un método para calcular el comportamiento de afluencia en yacimientos saturados y bajosaturados. El método permite diagnosticar la efectividad de la terminación y estimulación de los pozos petroleros. Para aplicarlo, los autores recomiendan utilizar tres o cuatro pares de datos de presión-producción en condiciones de flujo pseudo-estacionario.

El método está basado en la ecuación de Forchheimer (1901), y permite diferenciar los efectos del flujo no darciano (turbulencia) y del daño a la formación sobre la productividad del pozo. Para pozos productores de aceite, se utiliza la ecuación siguiente:

$$\frac{p_R - p_{wf}}{q_o} = C + Dq_o, \qquad (2.16)$$

donde C es el coeficiente de flujo laminar y D es el coeficiente de flujo turbulento.

Resolviendo la ecuación 2.16 para el gasto, se tiene que:

$$q_{o@c.s} = \frac{-C + \sqrt{C^2 - 4D(p_R - p_{wf})}}{2D}.$$
 (2.17)

El procedimiento para determinar los parámetros C y D es el siguiente:

- 1. Realizar una regresión lineal de los datos  $\frac{p_R p_{wf}}{q_o}$  vs.  $q_o$  (Figura 2.6).
- Una vez realizada la regresión lineal y obtenida la ecuación que representa la línea recta, tomar los valores de la pendiente (m) y de la ordenada al origen (b) que son los valores de D y C, respectivamente.
- 3. Calcular el gasto máximo de la siguiente manera:

$$Dq_{omax}^{2} + Cq_{omax} + p_{R} = 0,$$
 (2.18)

de donde:

$$q_{omax} = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4D \cdot p_R}}{2D}.$$
 (2.19)

 4. Obtenido el valor de q<sub>omax</sub>, se procede a calcular el valor del parámetro C de la siguiente forma:

$$C' = C + Dq_{omax}.$$
 (2.20)

5. Realizar el diagnóstico de la efectividad de la terminación como se indica a continuación.



Figura 2.6 Cálculo de los parámetros del método de Jones, Blount y Glaze.

Los criterios propuestos por los autores para diagnosticar la causa de la baja productividad de un pozo, se presentan a continuación.

### Criterios para el diagnóstico:

- Si  $C \le 0.05$ , el pozo no presenta daño a la formación.
- Si  $\frac{c'}{c} \le 2$ , no existe turbulencia en la formación o el valor de ésta es pequeño.
- Si  $C \le 0.05 \ y \ \frac{C'}{c} \le 2$ , la terminación del pozo es buena.
- Si C ≤ 0.05 y <sup>C'</sup>/<sub>c</sub> > 2, no se recomienda estimular el pozo. La baja productividad en el pozo se debe a que el área del intervalo disparado es insuficiente.
- Si C > 0.05 y  $\frac{C}{C} \le 2$  se recomienda un trabajo de estimulación.

### 2.1.7 Método de Klins y Majcher

Klins y Majcher (1992) desarrollaron un método para calcular la curva de IPR de yacimientos saturados con empuje por gas disuelto que incorpora la presión de burbuja. Para tal efecto, los autores simularon el comportamiento de 21 pozos y construyeron 1344 curvas de IPR. Mediante un algoritmo de regresión numérica, obtuvieron la correlación siguiente:

$$\frac{q_{o@c.s}}{q_{o,max}} = 1 - 0.295 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right) - 0.705 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^d, \qquad (2.21)$$

donde:

$$d = \left(0.28 + 0.72 \frac{p_R}{p_b}\right) (1.235 + 0.001 p_b). \tag{2.22}$$

### 2.1.8 Método de Sukarno y Wisnogroho

A partir de resultados de simulación numérica de yacimientos, Sukarno y Wisnogroho (1995) desarrollaron un método para calcular la IPR en yacimientos saturados que considera la eficiencia de flujo. La ecuación propuesta por estos autores es la siguiente:

$$\frac{q_{oactual}}{q_{o,max@s=0}} = EF^* \left[ 1 - 0.1489 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right) - 0.4418 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^2 - 0.4093 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^3 \right]$$
(2.23)

donde:

$$a_n = b_0 + b_1 S + b_2 S^2 + b_3 S^3, (2.25)$$

donde S es el factor de daño, y los valores de los coeficientes a y b se indican en la **Tabla 2.1**.

	<b>b</b> <sub>0</sub>	<i>b</i> <sub>1</sub>	<b>b</b> <sub>2</sub>	<b>b</b> <sub>3</sub>
<i>a</i> <sub>0</sub>	1.0394	0.12657	0.01350	-0.00062
<i>a</i> <sub>1</sub>	0.01668	-0.00385	0.00217	-0.00010
<i>a</i> <sub>2</sub>	-0.08580	0.00201	-0.00456	0.00020
<i>a</i> <sub>3</sub>	0.00952	-0.00391	0.00190	-0.00001

#### Tabla 2.1. Constantes del método de Sukarno y Wisnogroho

### 2.1.9 Método de Wiggins, Russell y Jennings

Wiggins, Russel y Jennings (1993) estudiaron el comportamiento de afluencia de pozos productores de aceite, agua y gas, en yacimientos saturados y homogéneos. A partir de los resultados de sus investigaciones, desarrollaron un método para calcular la IPR que depende de las movilidades de las fases.

Las ecuaciones generalizadas para calcular el gasto de aceite y de agua que desarrollaron los autores son las siguientes:

$$\frac{q_{o@c.s}}{q_{o,max}} = 1 - 0.519167 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right) - 0.481092 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^2 \qquad (2.26)$$

у

### 2.1.10 Método de Dias-Couto

Dias-Couto (1982) modificó la ecuación de Standing (**ecuación 2.10**) para pozos con daño, obteniendo una ecuación para calcular el comportamiento de afluencia a un tiempo presente o futuro a cualquier eficiencia de flujo. Para un área de drene circular, la ecuación propuesta por el autor es la siguiente:

$$q_{o@c.s} = 3.49a \cdot \frac{kh}{ln\left(\frac{0.472r_e}{r_w}\right)} \cdot p_r \cdot \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right) \cdot EF \qquad (2.28)$$
$$\cdot (1-R)[1.8 - 0.8 \cdot EF \cdot (1-R)],$$

Para áreas de drene no circulares, la ecuación previa puede ser generalizada de la siguiente forma:

$$q_{o@c.s} = 3.49a \cdot \frac{kh}{ln(0.472X)} \cdot p_r \cdot \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right) \cdot EF \qquad (2.29)$$
$$\cdot (1-R)[1.8 - 0.8 \cdot EF \cdot (1-R)].$$

donde:

a = Factor de conversión con un valor de 0.001127 para unidades de pies, psi, cp, md y stb/d.

X = Factor de forma (Figura 2.7)

$$R = \frac{p_{wf}}{p_r}$$



Figura 2.7 Factor de forma de acuerdo a la geometría del sistema y a la posición del pozo (En Dake, 1986)

# 2.2 Pozos de gas

### 2.2.1 Método de Rawlins y Schellardt

Rawlins y Schellardt (1936) analizaron los datos de pruebas de presión-producción multi-gasto ("flow after flow") de más de 500 pozos productores de gas, con la finalidad de obtener un método para calcular el comportamiento de afluencia. Al graficar los valores logarítmicos de  $(p_R^2 - p_{wf}^2)$  vs.  $q_{g@c.s}$  en escala cartesiana, observaron un comportamiento lineal, como se muestra en la **Figura 2.8**.



Figura 2.8 Cálculo de los parámetros del método de Rawlins y Schellardt.

Por lo tanto, Rawlins y Schellardt desarrollaron la ecuación siguiente para calcular el gasto en los pozos de gas ("backpressure equation"):

$$q_{g@c.e} = C \cdot (p_R^2 - p_{wf}^2)^n,$$
 (2.30)

Cuando n = 1, la interpretación física del parámetro C es:

$$C = \frac{kh}{1424\mu_g z_g T \left[ Ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + S \right]}.$$
 (2.31)

El procedimiento para calcular los parámetros n y C es el mismo que en el caso del método de Fetkovich (Sección 2.1.5).

### 2.2.2 Método de Jones, Blount y Glaze

La ecuación desarrollada por Jones, Blount y Glaze (1976) para calcular el comportamiento de afluencia de pozos productores de gas es la siguiente:

$$\frac{p_R^2 - p_{wf}^2}{q_{g@c.s}} = aq_{g@c.s} + b, \qquad (2.32)$$

Para aplicar este método, los autores recomiendan utilizar al menos cuatro pares de datos de presión-producción, de manera que un gráfico de  $\frac{p_R^2 - p_{wf}^2}{q_{g@c.e}}$  vs.  $q_{g@c.s}$  en coordenadas cartesianas defina una línea recta.

Si se dispone de suficiente información de campo, los valores de *a y b* se pueden determinar analíticamente de la siguiente manera:

$$a = \frac{3.166x10^{-12}\beta\gamma_g z_g T}{{h_p}^2 r_w}.$$
 (2.33)

$$b = \frac{1424\mu_g z_g T \left[ Ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + S \right]}{kh}, \qquad (2.34)$$

donde  $\beta$  es el factor de turbulencia ( $pies^{-1}$ ), y  $h_p$  es el espesor de la arena (pies). El procedimiento para determinar  $a \ y \ b$  es esencialmente el mismo que se describió en el subtema 2.1.6, con la observación de que la coordenada "y" es  $\frac{p_R^2 - p_{wf}^2}{q_{g@c.e}}$ . Los criterios de diagnóstico son los mismos que se describieron para el caso de los pozos productores de aceite.

### 2.2.5 Método de Al-Hussainy y Ramey

A partir de la resolución de la ecuación de difusión en medios porosos para un gas real, Al-Hussainy y Ramey (1966) obtuvieron la ecuación siguiente para calcular el comportamiento de afluencia en régimen transitorio:

$$m(p_{r}) - m(p_{wf}) = \frac{1637q_{g@c.s}T}{kh} \cdot \dots \dots (2.35)$$
$$\cdot \left\{ log\left(\frac{kt}{\phi(\mu_{g}C_{t})_{i}(r_{w}^{2})}\right) - 3.23 + 0.87(S + a'q) \right\},$$

donde

$$a'q = \frac{2.222x10^{-15}\beta\gamma_g K}{\mu h_p r_w},$$

 $q_{g@c.s}$  es el gasto de gas a condiciones estándar en  $\frac{pies^3}{d}$ , *T* es la temperatura del yacimiento en Rankine, *k* es la permeabilidad de la formación en md, *h* es el espesor de la formación productora en pies, *t* es el tiempo en producción en hrs,  $\emptyset$  es la porosidad en fracción,  $(\mu_g)_i$  es la viscosidad inicial en centipoise,  $(c_t)_i$  la compresibilidad total inicial en  $psi^{-1}$ ,  $r_w$  es el radio del pozo en pies, *S* es el factor de daño (adimensional), a'q es el término de flujo no darciano (adimensional), m(p) es la función de pseudo-presión en  $\frac{psi^2}{cp}$ ,  $\beta$  es el factor de turbulencia en  $pies^{-1}$ ,  $h_p$  es el intervalo perforado en pies.

La ecuación 2.35 puede ser aplicada para calcular las presiones en pozos de gas que producen a un gasto constante en un yacimiento con comportamiento infinito o para calcular el gasto a una presión de fondo fluyendo constante, incluyendo el efecto del daño y flujo no darciano para tiempos cortos de producción. Ahora bien, para tiempos largos de producción, la ecuación 2.35 se convierte en (Brown, 1984)

$$q_{g@c.s} = \frac{703x10^{-6} \cdot kh(m(p_R) - m(p_{wf}))}{T\left[Ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - 0.75 + S + a'q\right]}.$$
 (2.36)

Para presiones menores de 2500 psi, la ecuación 2.35 se reescribe como:

$$q_{g@c.s} = \frac{703x10^{-6} \cdot kh(p_R^2 - p_{wf}^2)}{T\mu_g Z \left[ Ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - 0.75 + S + a'q \right]'} \qquad (2.37)$$

# **Capítulo 3**

# Comportamiento de afluencia futuro de pozos convencionales

En este capítulo se abordan los métodos para predecir el comportamiento de afluencia de pozos convencionales productores de aceite y gas en el futuro. Estos métodos son imprescindibles para la planeación del desarrollo de un campo petrolero, así como en la implementación oportuna de sistemas artificiales de producción y/o métodos de recuperación mejorada.

## 3.1 Pozos de aceite

### 3.1.1 Método de Fetkovich

Fetkovich (1973) desarrolló una ecuación para calcular la curva de IPR futura de pozos de aceite saturado. Para tal efecto, partió de la observación de que el comportamiento de afluencia depende principalmente de la variación de  $\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)$  en el tiempo; asumiendo que la permeabilidad relativa del aceite  $(k_{ro})$  es proporcional a la relación de presiones de yacimiento futura y actual, obtuvo la ecuación siguiente:

$$q_{o@c.s} = J_{P}\left(\frac{p_{R,F}}{p_{R,P}}\right) \left(p_{R,F}^{2} - p_{wf}^{2}\right)^{n}.$$
 (3.1)

El procedimiento de cálculo para determinar  $J_{P}$  y *n* es el mismo que se discute en la sección 2.1.5. Los subíndices F y P indican condiciones futuras y presentes,

respectivamente.

### 3.1.2 Método de Eickemeir

A partir de la ecuación de Fetkovich para calcular el comportamiento de afluencia futuro y considerando un exponente n = 1, Eickemeir (1968) obtuvo la siguiente relación entre los gastos máximos y las presiones de yacimiento presentes y futuras:

$$\frac{q_{omax,P}}{q_{omax,F}} = \left(\frac{p_{R,F}}{p_{R,P}}\right)^3.$$
(3.2)

El procedimiento de cálculo para calcular los gastos a condiciones futuras es el siguiente:

1. Calcular el valor del gasto máximo a un tiempo presente mediante la ecuación de Vogel:

$$\frac{q_{o@c.s}}{\left(1 - 0.2\left(\frac{p_{wf}}{p_{R,P}}\right) - \left(\frac{p_{wf}}{p_{R,P}}\right)^2\right)} = q_{omax,P}$$
(3.3)

- 2. Determinar  $q_{omax,F}$  a partir de la ecuación 3.2.
- Una vez obtenido el valor de q<sub>omax,F</sub>, se procede a utilizar la ecuación de Vogel para calcular el gasto a un tiempo futuro a cualquier valor de la presión de fondo fluyendo:

### 3.1.3 Método de Standing

El método de Standing (1971) para predecir el comportamiento de afluencia futuro de yacimientos saturados utiliza la ecuación de Vogel y la relación de los índices de productividad presente y futuro propuesta por Muskat. El método requiere datos de permeabilidad relativa, viscosidad y factor de volumen del aceite en función de la presión del yacimiento. Standing obtuvo la expresión siguiente:

$$q_{o@c.s} = \frac{J_{F}^{*} \cdot p_{R,F}}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{R,F}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{R,F}} \right)^{2} \right]. \qquad (3.5)$$

En la ecuación 3.5, *J*<sup>\*</sup> es el valor de la pendiente de la curva de IPR correspondiente a la presión del yacimiento; la relación de este parámetro con las propiedades del sistema roca-fluidos a las condiciones presentes y futuras es:

$$J_{F}^{*} = J_{P}^{*} \frac{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}}\right)_{F}}{\left(\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}}\right)_{P}}, \qquad (3.6)$$

donde:

$$J_{P}^{*} = \frac{kh}{141.2\mu_{o}B_{o}\left[Ln\left(\frac{r_{e}}{r_{w}}\right) - \frac{3}{4} + S\right]}, \qquad (3.7)$$

o bien:

$$J_{P}^{*} = \left(\frac{1.8q_{omax}}{p_{R}}\right)_{P}.$$
 (3.8)

### 3.1.4 Método del punto pivote de Uhri y Blount

Uhri y Blount (1982) propusieron un método que requiere datos de dos pruebas de presión-producción a diferentes tiempos para predecir el comportamiento de afluencia futuro en yacimientos saturados. Los autores retomaron la ecuación de Vogel y calcularon las pendientes de las curvas de IPR a  $p_{wf} = 0$  y  $p_{wf} = p_R$ ; observaron que éstas dependen únicamente de la presión del yacimiento y del gasto máximo, y que entre ellas existe un factor de nueve unidades; las graficaron en

función de la presión para las dos condiciones de operación, y trazaron una línea entre los puntos correspondientes a cada conjunto de datos; extrapolaron ambas líneas hasta encontrar su punto de intersección ("punto pivote").

La curva de IPR futura se puede predecir considerando que todas las líneas futuras pasan por el punto pivote. De esta manera, puede obtenerse el valor de las derivadas correspondientes a la presión de yacimiento de interés y calcular el gasto máximo correspondiente. A continuación, se presentan las ecuaciones y pasos relevantes del método para su aplicación gráfica y analítica.

A partir de la ecuación de Vogel (1968), se obtiene:

$$\left(\frac{dq_o}{dp_{wf}}\right) = \frac{q_{omax}}{p_R} \left(-0.2 - 1.6\frac{p_{wf}}{p_R}\right). \tag{3.9}$$

Evaluando la ecuación 3.9 en  $p_{wf} = 0$  y  $p_{wf} = p_r$ , se tiene que:

$$-\left\{ \frac{dq_o}{dp_{wf}} \right\}_{p_{wf}=0} = 0.2 \frac{q_{omax}}{p_R}, \qquad (3.10)$$

y:

$$-\left\{ \left. \frac{dq_o}{dp_{wf}} \right\}_{p_{wf}=p_R} = 1.8 \frac{q_{omax}}{p_R}.$$
(3.11)

por lo tanto:

#### Método gráfico

Las ecuaciones 3.10 a 3.12 constituyen el punto de partida del método. Los pasos para determinar gráficamente el gasto máximo a una presión de yacimiento de interés son los siguientes:

1. Calcular el gasto máximo a partir de cada prueba utilizando la ecuación de

Vogel.

- 2. Para cada prueba, calcular  $\frac{dq_o}{dp_{wf}}$  para  $p_{wf} = 0$  y  $p_{wf} = p_R$  utilizando las ecuaciones 3.10 y 3.11.
- 3. Dibujar los ejes x-y con  $\frac{dq_o}{dp_{wf}}$  como eje vertical y  $p_R$  como eje horizontal,y graficar los valores de las derivadas para cada conjunto de datos, como se muestra en la **Figura 3.1**, donde:

$$P = \left\{ \frac{dq_o}{dp_{wf}} \right\}_{p_{wf}=0} \quad y \quad Q = \left\{ \frac{dq_o}{dp_{wf}} \right\}_{p_{wf}=p_R} \text{ de la primera prueba.}$$
$$R = \left\{ \frac{dq_o}{dp_{wf}} \right\}_{p_{wf}=0} \quad y \quad S = \left\{ \frac{dq_o}{dp_{wf}} \right\}_{p_{wf}=p_R} \text{ de la segunda prueba.}$$

- 4. Dibujar líneas entre P Q y R S y prolongarlas hasta que se intersecten. El punto donde se intersectan es el punto pivote.
- 5. Considerando el origen *O*, dividir el segmento *OP* en varios puntos, por ejemplo, *P*<sub>1</sub>, *P*<sub>2</sub> y *P*<sub>3</sub>, y trazar las líneas correspondientes hasta el punto pivote (*PP*): *PP P*<sub>1</sub>, *PP P*<sub>2</sub> y *PP P*<sub>3</sub>.
- 6. Sobre el eje vertical, obtener los puntos  $Q_1$ ,  $Q_2$ , y  $Q_3$ ; las distancias  $OQ_1$ ,  $OQ_2$ y  $OQ_3$  se determinan con base en la ecuación 3.10.
- 7. A partir de  $Q_1$ ,  $Q_2$ , y  $Q_3$ , dibujar líneas horizontales hasta que intersecten la extensión  $PP P_1$ ,  $PP P_2$  y  $PP P_3$ , respectivamente; con esto se obtienen los puntos  $R_1$ ,  $R_2$ , y  $R_3$ .
- Unir todos los puntos 0, S, R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub> y Q. A esta curva se le llama envolvente de presión de yacimiento.
- 9. A partir del valor de la presión de yacimiento de interés (sobre el eje X), extender una línea vertical hasta intersectar la envolvente. La ordena correspondiente al punto de intersección corresponde a  $1.8 \frac{q_{max}}{r}$ .
- 10. Calcular  $q_{max}$  del valor obtenido de  $1.8 \frac{q_{max}}{p_{p}}$ .
- 11. Una vez obtenidos  $q_{max}$  para la presión de yacimiento de iterés, genera la curva de IPR con base en la ecuación de Vogel.



Figura 3.1 Método gráfico del punto pivote (Modificada de Uhri y Blount, 1982).

### Método analítico

1. A partir de los datos de las pruebas de presión-producción, calcular el valor de la presión correspondiente al punto pivote:

$$p_{wf}^{*} = \frac{1}{8} \left( \frac{q_{omax,F} \cdot p_{R,P}^{2} \cdot p_{R,F} - q_{omax,P} \cdot p_{R,F}^{2} \cdot p_{R,P}}{q_{omax,P} \cdot p_{R,F}^{2} - q_{omax,F} \cdot p_{R,P}^{2}} \right), \qquad (3.13)$$

2. Sustituir el valor obtenido en la ecuación anterior en:

$$\left(-\frac{dq_o}{dp_{wf}}\right)^* = q_{omax,P}\left(\frac{0.2}{p_{R,P}} + \frac{1.6p_{wf}^*}{p_{R,P}^2}\right), \qquad (3.14)$$

3. El valor obtenido de la ecuación 3.14 se sustituye en la ecuación siguiente:

$$\left(-\frac{dq_o}{dp_{wf}}\right)^*_{pwf=0,F} = \frac{\left(-\frac{dq_o}{dp_{wf}}\right)^*}{1+8\left(\frac{p_{wf}}{p_{R,F}}\right)}, \qquad (3.15)$$

4. Una vez obtenido el valor de la ecuación 3.15, calcular el gasto máximo futuro de la forma siguiente:

$$q_{omax} = \frac{p_{R,F}}{0.2} \left( -\frac{dq_o}{dp_{wf}} \right)^*_{pwf=0,F}, \qquad (3.16)$$

5. Conociendo el valor de  $q_{omax}$ , se aplica la ecuación de Vogel para construir la curva de IPR futura.

# 3.2 Pozos de gas

### 3.2.1 Método de Fetkovich

Fetkovich (1973) encontró que el comportamiento de afluencia para pozos productores de aceite en un yacimiento saturado era similar al comportamiento de afluencia para pozos de gas; por lo tanto, la **ecuación 3.1** también puede utilizarse para calcular la curva de comportamiento de afluencia futuro de un pozo convencional de gas (sustituyendo  $J_P$  por *C*, como en la ecuación 2.29).

# Capítulo 4

# Comportamiento de afluencia de pozos horizontales

En este capítulo, se presentan y discuten los métodos para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales productores de aceite y/o gas en régimen de flujo estacionario y pseudo-estacionario.

# 4.1 Pozos de aceite en yacimientos bajosaturados

# 4.1.1 Método de Joshi

Dentro de la industria petrolera, el método de Joshi (1988) es uno de los más empleados para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales. En su desarrollo, el autor se basó en la teoría de flujo potencial en medios porosos; para tal efecto, simplificó la descripción del problema original en tres dimensiones al dividirlo en dos bidimensionales (planos A-A y B-B en la **Figura 4.1**).



Figura 4.1 División del problema 3D en dos problemas 2D (Modificado de Joshi, 1988).

La ecuación obtenida por Joshi para calcular la producción de aceite de pozos horizontales es:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08x10^{-3} \cdot k_h h(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[ Ln(\eta) + \frac{h}{L} Ln(\delta) \right]}, \quad \dots$$
(4.1)

donde:

$$\eta = \frac{a + \sqrt{a^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}}{L/2}$$

$$\delta = \frac{h}{2r_w},$$

$$a = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2r_{eH}}{L}\right)^4}} \quad para \quad \frac{L}{2} < 0.9r_{eH},$$

y  $r_{eH}$  es el radio de drene del pozo horizontal. Cabe señalar que la ecuación 4.1 es aplicable únicamente para pozos en yacimientos isotrópicos ( $k_h = k_v$ ) en régimen de flujo estacionario.

En estudios posteriores, el autor notó que la anisotropía del yacimiento afectaba el comportamiento de afluencia, por lo que incluyó un nuevo término en la ecuación original, de tal manera que:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08x10^{-3} \cdot k_h h(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[ Ln(\eta) + \frac{\beta h}{L} Ln(\beta \delta) \right]}, \qquad (4.2)$$

donde:

$$\beta = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \; .$$

Por otra parte, Economides et al. (1994) modificaron el modelo de Joshi con la inclusión del daño y la anisotropía, proponiendo la ecuación siguiente:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08 \times 10^{-3} k_h h(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[ Ln(\eta) + \frac{\beta h}{L} Ln\left(\frac{\beta h}{(\beta + 1)r_w}\right) + S \right]}.$$
 (4.3)

### 4.1.2 Método de Giger

F. Giger (1984) presentó una ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en yacimientos homogéneos, isotrópicos y en régimen de flujo estacionario. Esta ecuación es:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08 \times 10^{-3} \cdot k_h L (p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[\frac{L}{h} L n(\gamma) + L n \left(\frac{h}{2\pi r_w}\right)\right]}, \qquad (4.4)$$

donde:

$$\gamma = \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{L}{2r_{eH}}\right)^2}}{L/2r_{eH}}$$

el término  $r_{eH}$  (pies) es el radio de drene del pozo horizontal, h (pies) es el espesor de la formación y L (pies) es la longitud del pozo.

### 4.1.3 Método de Borisov

Borisov (1984) propuso la ecuación siguiente para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en régimen de flujo estacionario:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08 \times 10^{-3} \cdot k_h h (p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[ Ln \left( \frac{4r_{eH}}{L} \right) + \frac{h}{L} Ln \left( \frac{h}{2\pi r_w} \right) \right]}.$$
 (4.5)

### 4.1.4 Método de Renard y Dupuy

Renard y Dupuy (1991), presentaron una ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en yacimientos anisotrópicos con régimen de flujo estacionario. La ecuación propuesta por los autores en unidades de campo es:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08x10^{-3} \cdot k_h h(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o} \left[ \frac{1}{\cosh^{-1}(X) + \frac{\beta h}{L} \left\{ Ln(\frac{h}{2\pi r'_w}) \right\}} \right], \quad \dots \dots \quad (4.6)$$

donde:

$$r'_w = \frac{1+\beta}{2\beta}r_w$$

$$\beta = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$
$$X = \frac{2a}{L}$$

$$a = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2r_{eH}}{L}\right)^4}}$$

Es importante mencionar que, en la definición de X, corresponde al caso en que el área de drene es elipsoidal (**Figura 4.2**).



Figura 4.2 Ilustración de un área de drene elipsoidal de un pozo horizontal (Modificado de Renard y Dupuy, 1991).

## 4.1.5 Método de Mutalik, Godbole y Joshi

Mutalik et al. (1988) desarrollaron una ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en régimen de flujo pseudo-estacionario en un yacimiento cerrado y homogéneo, y que involucra un factor de pseudo-daño ( $s_{CAh}$ ) relacionado con el factor de forma del sistema. Los autores consideraron que el pozo drena un área rectangular (o cuadrada), como se muestra en la **Figura 4.3**. La ecuación propuesta por los autores es:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08x10^{-3} \cdot kh(p_R - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[ Ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - B + s_f + s_m + s_{CAh} - C + Dq_{o@c.s} \right]}, \quad \dots \dots$$
(4.7)

donde:

$$r_{e}' = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$
 ,

$$s_f = -Ln\left[\frac{L}{4r_w}\right] \;,$$

el parámetro *B* toma valores de 0.750 y 0.738 para áreas de drene circulares y rectangulares, respectivamente, y *C* es una constante con un valor de 1.386. Por otra parte,  $s_m$  es el factor mecánico de daño,  $s_f$  es el factor de pseudo-daño correspondiente a una fractura totalmente penetrante con conductividad infinita, y  $s_{CA,h}$  es el factor de daño asociado al factor de forma del sistema. En las **Tablas 4.1**, **4.2** y **4.3** se indican algunos valores de  $s_{CA,h}$  en función de la longitud horizontal adimensional y la longitud de penetración, definidos respectivamente como:

$$L_D = \frac{L}{2h} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \,,$$

$$\frac{L}{2x_e} = \frac{L}{2h} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

para valores de  $\frac{x_e}{y_e}$  = 1, 2 y 5, respectivamente. Cabe mencionar que la información de estas tablas corresponde a pozos centrados; los valores correspondientes para otros sistemas pueden consultarse en el trabajo original de los autores.



**Figura 4.3** Esquema de un pozo horizontal localizado en un volumen de drene rectangular (Modificado de Mutalik, 1988).



Figura 4.4 Esquema de un pozo horizontal localizado en un volumen de drene rectangular (Modificado de Mutalik, 1988).

**Tabla 4.1** Valores de  $s_{CA,h}$  para  $\frac{x_e}{y_e} = 1$  en función de la longitud horizontal adimensional, la longitud de penetración y diferentes áreas de drene (Modificado de Joshi, 1991).

L <sub>D</sub>	$\frac{L}{2x_e}$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	3.772	4.439	4.557	4.819	5.250
2	2.321	2.732	2.927	3.141	3.354
3	1.983	2.240	2.437	2.626	2.832
5	1.724	1.891	1.948	2.125	2.356
10	1.536	1.644	1.703	1.851	2.061
20	1.452	1.526	1.598	1.733	1.930
50	1.420	1.471	1.546	1.672	1.863
100	1.412	1.458	1.533	1.656	1.845

**Tabla 4.2** Valores de  $s_{CA,h}$  para  $\frac{x_e}{y_e} = 2$  en función de la longitud horizontal adimensional, la longitud de penetración y diferentes áreas de drene (Modificado de Joshi, 1991).

L <sub>D</sub>	$\frac{L}{2x_e}$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	4.425	4.578	5.025	5.420	5.860
2	2.840	3.010	3.130	3.260	3.460
3	2.380	2.450	2.610	2.730	2.940
5	1.982	2.020	2.150	2.310	2.545
10	1.740	1.763	1.850	1.983	2.198
20	1.635	1.651	1.720	1.839	2.040
50	1.584	1.596	1.650	1.762	1.959
100	1.572	1.582	1.632	1.740	1.935

**Tabla 4.3** Valores de  $s_{CA,h}$  para  $\frac{x_e}{y_e} = 5$  en función de la longitud horizontal adimensional, la longitud de penetración y diferentes áreas de drene (Modificado de Joshi, 1991).

L <sub>D</sub>	$\frac{L}{2x_e}$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	5.500	5.270	5.110	5.140	5.440
2	3.960	3.720	3.540	3.650	3.780
3	3.440	3.190	3.020	3.020	3.250
5	2.942	2.667	2.554	2.493	2.758
10	2.629	2.343	2.189	2.155	2.399
20	2.491	2.196	2.022	2.044	2.236
50	2.420	2.120	1.934	1.925	2.150
100	2.408	2.100	1.909	1.903	2.126
#### 4.1.6 Método de Butler

Butler (1994) presentó un modelo para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en régimen de flujo estacionario. Consideró el caso de un pozo horizontal totalmente penetrante en un yacimiento anisotrópico con forma de prisma rectangular (**Figura 4.5**).



Figura 4.5 Geometría de un pozo horizontal en un yacimiento con forma de prisma rectangular (Butler, 1994).

La ecuación propuesta por Butler es la siguiente:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08 \times 10^{-3} k_h L(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[\beta Ln \left(\frac{\beta h}{(\beta + 1)r_w}\right) + \frac{\pi y_b}{h} - 1.14\beta\right]}, \qquad (4.8)$$

L es la longitud del pozo en pies y  $y_b$  es la mitad de lo ancho del yacimiento en pies.

#### 4.1.7 Método de Babu y Odeh

Babu y Odeh (1989) desarrollaron la siguiente ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en régimen de flujo pseudoestacionario, en un medio anisotrópico:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08x10^{-3} \cdot (2x_e)\sqrt{k_h k_v}(p_R - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[ Ln\left(\frac{\sqrt{A_1}}{r_w}\right) + LnC_H - 0.75 + S_R \right]}, \qquad (4.9)$$

donde  $k_h$  es el valor de la permeabilidad horizontal en dirección perpendicular al pozo.  $S_R$  es el factor de pseudo-daño por penetración parcial en el plano areal, y es cero cuando L =  $2x_e$ . Por otra parte,  $C_H$  es el factor de forma y  $A_1$  es el área de drene del pozo en un plano vertical ( $A_1 = 2y_e h$ ).

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

1. Calcular el valor de  $LnC_H$ :

$$LnC_{H} = 6.28 \left(\frac{2y_{e}}{h}\right) \sqrt{\frac{k_{v}}{k_{y}}} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{y_{w}}{2y_{e}}\right) + \left(\frac{y_{w}}{2y_{e}}\right)^{2}\right] - Ln\left[sen\left(180^{\circ}\frac{z_{w}}{h}\right)\right]$$
$$- 0.5Ln\left[\left(\frac{2y_{e}}{h}\right) \sqrt{\frac{k_{v}}{k_{y}}}\right] - 1.088$$
(4.10)

donde  $z_w$  representa la distancia vertical (en pies) entre el pozo horizontal y la base del yacimiento;  $y_w$  es la distancia (en pies) del pozo a la frontera más cercana en la dirección del eje "y" (**Figura 4.3**).

2. Calcular el valor de  $S_R$ :

donde:

$$PXYZ = \left[\frac{2x_e}{L} - 1\right] \cdot \qquad (4.12)$$
$$\left[Ln\left(\frac{h}{r_w}\right) + 0.25Ln\left(\frac{k_y}{k_v}\right) - Ln\left(sen\frac{180^\circ z_w}{h}\right) - 1.84\right],$$

$$PXY' = \left(\frac{2(2x_e)^2}{Lh}\sqrt{\frac{k_v}{k_x}}\right)[f(x) + 0.5\{f(y_1) - f(y_2)\}], \qquad \dots \dots \qquad (4.13)$$

$$f(x) = -x[0.145 + Ln(x) - 0.137(x)^{2}], \qquad (4.14)$$

con

$$x = \frac{L}{4x_e}$$

Por otra parte,

$$y_1 = \frac{4x_w + L}{4x_e}$$
$$y_2 = \frac{4x_w - L}{4x_e}$$

donde  $x_w$  indica que es la distancia desde la frontera más cercana al pozo en la dirección x, hasta el punto medio de la sección horizontal de éste.

- Si y<sub>1</sub> ≤ 1, entonces f(y<sub>1</sub>) se calcula mediante la ecuación 4.12 con y<sub>1</sub> como argumento. Asimismo, si y<sub>2</sub> ≤ 1, entonces f(y<sub>2</sub>) se calcula con la ecuación 4.12 con y<sub>2</sub> como argumento.
- Si  $y_1 \ge 1$ , entonces:

$$f(y) = (2 - y)[0.145 + Ln(2 - y) - 0.137(2 - y)^{2}], \qquad (4.15)$$

Caso 2: 
$$\frac{2x_e}{\sqrt{k_x}} \ge \frac{2.66y_e}{\sqrt{k_y}} >> \frac{1.33h}{\sqrt{k_v}}$$

$$S_R = PXYZ + PY + PXY, \qquad (4.16)$$

donde el valor del componente PXYZ usando la misma ecuación 4.10.

$$PY = 6.28 \frac{(2x_e)^2}{2y_e h} \frac{\sqrt{k_y k_v}}{k_x} *$$

$$\left\{ \frac{1}{3} - \left(\frac{x_w}{2x_e}\right) + \left(\frac{x_w}{2x_e}\right)^2 \right\} + \frac{L}{48x_e} \left(\frac{L}{2x_e} - 3\right) \right],$$
(4.17)

у

$$PXY = \left(\frac{2x_e}{L} - 1\right) 6.28 \left(\frac{2y_e}{h}\right) *$$

$$\sqrt{\frac{k_v}{k_y}} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{y_w}{2y_e}\right) + \left(\frac{y_w}{2y_e}\right)^2\right].$$
(4.18)

para  $[Min\{y_w, (2y_e - y_w)\} \ge 0.5y_e]$ 

#### 4.1.8 Método de Kuchuk, Brice y Sherrard

Kuchuk et al. (1990), desarrollaron una ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en régimen de flujo pseudo-estacionario. La ecuación propuesta por los autores es la siguiente:

$$q_{o@c.s} = \frac{k_h h (p_R - p_{wf})}{70.6\mu_o B_o \left[F + \left(\frac{h}{0.5L}\right) \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \cdot s_x\right]}, \qquad (4.19)$$

donde F es un factor adimensional y sus valores típicos están mostrados en la **Tabla 4.4, 4.5, 4.6** y **4.7**. El valor de  $s_x$  se calcula con la ecuación siguiente:

$$s_{x} = Ln \left[ \left( \frac{\pi r_{w}}{h} \right) \left( 1 + \sqrt{\frac{k_{v}}{k_{h}}} \right) sen \left( \frac{\pi z_{w}}{h} \right) \right] \qquad (4.20)$$
$$- \sqrt{\frac{k_{h}}{k_{v}}} \left( \frac{2h}{L} \right) \left[ \frac{1}{3} - \left( \frac{z_{w}}{h} \right) + \left( \frac{z_{w}}{h} \right)^{2} \right]$$

**Tabla 4.4** Valores adimensionales de la función F para  $\frac{y_w}{2y_e} = 0.50$ ,  $\frac{x_w}{2x_e} = 0.50$ (Kuchuk et al, 1990).

$\frac{y_e}{x_e} \cdot \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}$	$\frac{L}{4x_e}$				
N	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.25	3.80	2.11	1.09	0.48	0.26
0.50	3.25	1.87	1.12	0.69	0.52
1.00	3.62	2.30	1.60	1.21	1.05
2.00	4.66	3.34	2.65	2.25	2.09
4.00	6.75	5.44	4.75	4.35	4.19

**Tabla 4.5** Valores adimensionales de la función F para  $\frac{y_w}{2y_e} = 0.25$ ,  $\frac{x_w}{2x_e} = 0.50$  (Kuchuk et al, 1990).

$\frac{y_e}{x_e} \cdot \frac{k_x}{k_y}$	$\frac{L}{4x_e}$				
N	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.25	4.33	2.48	1.36	0.70	0.46
0.50	3.89	2.42	1.58	1.10	0.92
1.00	4.47	3.13	2.41	2.00	1.83
2.00	6.23	4.91	4.22	3.83	3.67
4.00	9.90	8.58	7.88	7.49	7.33

**Tabla 4.6** Valores adimensionales de la función F para  $\frac{y_w}{2y_e} = 0.25$ ,  $\frac{x_w}{2x_e} = 0.25$  (Kuchuk et al, 1990).

$\frac{y_e}{x_e} \cdot \sqrt{\frac{k_x}{k_y}}$	$\frac{L}{4x_e}$				
N <sup>2</sup>	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25
0.25	9.08	7.48	6.43	5.65	5.05
0.50	6.97	5.56	4.71	4.12	3.71
1.00	6.91	5.54	4.76	4.24	3.90
2.00	8.38	7.02	6.26	5.76	5.44
4.00	11.97	10.61	9.85	9.36	9.04

**Tabla 4.7** Valores adimensionales de la función F para  $\frac{y_w}{2y_e} = 0.50$ ,  $\frac{x_w}{2x_e} = 0.25$  (Kuchuk et al, 1990).

$\frac{y_e}{x_e} \cdot \frac{k_x}{k_y}$	$\frac{L}{4x_e}$				
N	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25
0.25	8.44	6.94	5.98	5.26	4.70
0.50	6.21	4.83	4.02	3.47	3.08
1.00	5.86	4.50	3.73	3.23	2.90
2.00	6.73	5.38	4.62	4.12	3.81
4.00	8.82	7.46	6.71	6.21	5.89

#### 4.2 Pozos de aceite en yacimientos saturados

#### 4.2.1 Método de Bendakhlia y Aziz

Bendakhlia y Aziz (1989) propusieron una ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en yacimientos con empuje por gas disuelto en régimen de flujo pseudo-estacionario, siguiendo la misma metodología que Vogel (1968). La ecuación propuesta es aplicable para yacimientos homogéneos, tanto isotrópicos como anisotrópicos, y es la siguiente:

Con base en resultados de simulación numérica, los autores determinaron que los parámetros V y n dependen del factor de recuperación. Mencionan que los pozos horizontales inicialmente tienen una alta producción de aceite debido a que el área de contacto con el yacimiento es grande; ahora bien, ésta decrece rápidamente conforme avanza el tiempo de explotación debido a que la permeabilidad relativa al aceite se reduce continuamente por la presencia de gas. En la **Figura 4.6**, se muestra el comportamiento de los valores V y n en función del factor de recuperación reportados por los autores.



Figura 4.6 Valores de los parámetros V y n en función del factor de recuperación (Modificado de Bandakhlia y Aziz, 1989).

#### 4.2.2 Método de Cheng

Cheng (1990) desarrolló una ecuación para predecir el comportamiento de afluencia de pozos desviados y horizontales, a partir de simulación numérica. Las consideraciones en el desarrollo del modelo fueron:

- Flujo pseudo-estacionario.
- El pozo se encuentra centrado en un yacimiento rectangular.
- Solo existe flujo de aceite y gas en el yacimiento.
- El yacimiento es isotrópico.

Cheng utilizó una expresión similar a la de Vogel (1968), pero calculó las constantes de acuerdo al ángulo de desviación del pozo. La ecuación propuesta es:

$$\frac{q_{o@c.s}}{q_{o,max}} = a_0 - a_1 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right) - a_2 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^2, \qquad (4.22)$$

donde los valores de las constantes se indican en la Tabla 4.8.

Ángulo de inclinación	<i>a</i> <sub>0</sub>	<i>a</i> <sub>1</sub>	<i>a</i> <sub>2</sub>
0° (Vertical)	1	0.2	0.8
15°	0.9998	0.221	0.7783
30°	0.9969	0.1254	0.8552
45°	0.9946	0.0221	0.9663
60°	0.9926	-0.0549	1.0395
75°	0.9915	-0.1002	1.0829
90° (Horizontal)	0.9885	-0.2055	1.1818

 Tabla 4.8 Constantes de la correlación de Cheng (1990)

#### 4.2.3 Método de Retnanto y Economides

Retnanto y Economides (1998) presentaron un modelo para predecir el comportamiento de afluencia de pozos horizontales y multilaterales en yacimientos con empuje por gas disuelto. El modelo se desarrolló con base en resultados de simulación numérica, abarcando un rango amplio de propiedades de fluidos y del yacimiento. Siguiendo un desarrollo similar al de Klins y Majcher (1992), obtuvieron la ecuación siguiente:

$$\frac{q_{o@c.s}}{q_{o,max}} = 1 - 0.25 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right) - 0.75 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^n, \qquad (4.23)$$

donde:

$$n = \left[-0.27 + 1.46 \left(\frac{p_R}{p_b}\right) - 0.96 \left(\frac{p_R}{p_b}\right)^2\right] \left(4 + 1.66x 10^{-3}(p_b)\right)$$

#### 4.2.4 Método de Wiggins y Wang

Wiggins y Wang (2005) desarrollaron una ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales en yacimientos saturados. Las consideraciones de los autores fueron:

- El pozo se encuentra ubicado en el centro del yacimiento
- El pozo es totalmente penetrante en la dirección horizontal
- El yacimiento se encuentra inicialmente a la presión de burbuja
- La saturación de agua es constante e inmóvil
- No existe reacción entre el fluido y la roca
- El pozo produce aceite, agua y gas

La ecuación propuesta por los autores es:

Cabe mencionar que estos autores también presentaron otra expresión cuyas constantes se determinan en función del factor de recuperación, la cual puede consultarse en su artículo.

#### 4.2 Pozos de gas

#### 4.2.1 Método de Joshi

Joshi (1991) desarrolló la siguiente ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales productores de gas en régimen de flujo estacionario.

$$q_{g@c.s} = \frac{kh(p_e^2 - p_{wf}^2)}{1424\mu_g zT \left[ Ln\left(\frac{r_{eH}}{r'_w}\right) \right]'} \qquad (4.25)$$

donde:

$$r'_{w} = \frac{r_{eH}\left(\frac{L}{2}\right)}{a\left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{L}{2a}\right)^{2}}\right]\left[\frac{h}{2r_{w}}\right]^{\frac{h}{L}}}$$

$$a = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2r_{eH}}{L}\right)^4}},$$

De igual forma, el autor desarrolló la siguiente ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales productores de gas en régimen de flujo pseudo-estacionario, tomando como referencia que el pozo drena un área circular:

$$q_{g@c.s} = \frac{kh(p_R^2 - p_{wf}^2)}{1424\mu_g zT \left[ Ln\left(\frac{r_{eH}}{r_w}\right) - \frac{3}{4} + s + s_m + s_{CA} - 1.386 + Dq_{g@c.s} \right]} \quad \dots \tag{4.26}$$

Considerando que el pozo drena un área rectangular, la ecuación 4.26 se reescribe como:

$$q_{g@c.s} = \frac{kh(p_R^2 - p_{wf}^2)}{1424\mu_g zT \left[ Ln\left(\frac{r_{eH}}{r_w}\right) - 0.738 + s + s_m + s_{CA} - 1.386 + Dq_{g@c.s} \right]}$$
(4.27)

donde:

$$D = \frac{2.222 \times 10^{15} \cdot \gamma_g k_a h \beta'}{\mu_{g@pwf} r_w {h_p}^2} \quad .....$$
(4.28)

$$\beta' = 2.73 \times 10^{10} k_a^{1.1045}$$

 $\gamma_g$  es la densidad relativa del gas, s es el factor de daño equivalente (negativo) debido a la estimulación del pozo o al efecto del pozo horizontal,  $s_m$  es el factor de daño mecánico,  $s_{CA}$  es el factor de daño asociado al factor de forma del sistema,  $k_h$  permeabilidad horizontal (md), h es el espesor del yacimiento (pies),  $\mu_{g@pwf}$  es la viscosidad del gas a condiciones del pozo,  $r_w$  es el radio del pozo (pies),  $h_p$  es el espesor del intervalo disparado (pies),  $k_a$  es la permeabilidad de la zona cercana al pozo (md) y  $\beta$  es el coeficiente de alta velocidad de flujo ( $pies^{-1}$ ). El valor de  $s_{CA}$  se obtiene mediante las **Tablas 4.1, 4.2** y **4.3**.

#### 4.2.2 Método de Kamkom y Zhu

Kamkom y Zhu (2006) desarrollaron un modelo para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales productores de gas totalmente penetrantes en régimen de flujo estacionario. La ecuación propuesta es:

$$q_{g@c.s} = \frac{\sqrt{k_h k_v} \cdot L(p_e^2 - p_{wf}^2)}{1424\mu_g z T \left[ Ln\left(\frac{\beta h}{(\beta + 1)r_w}\right) + \frac{\pi y_b}{h\beta} - 1.224 + S + Dq_{g@c.s} \right]}, \quad \dots$$
(4.29)

$$\beta = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}}$$

donde  $y_b$  es la mitad del ancho del yacimiento (Figura 4.5).

#### 4.2.3 Método de Akhimiona y Wiggings

Con base en resultados de simulación numérica, Akhimiona y Wiggings (2005) desarrollaron una ecuación para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales totalmente penetrantes que producen gas en condiciones de flujo pseudo-estacionario. Las consideraciones del modelo son:

- El yacimiento tiene forma rectangular y su espesor es constante
- El sistema es isotérmico
- No existe solubilidad del gas en el agua del yacimiento
- No existe reacción entre el fluido del yacimiento y la roca
- El agua permanece inmóvil

Mediante la regresión numérica de los resultados de sus simulaciones, los autores obtuvieron la ecuación siguiente:

#### 4.2.4 Método de Billiter, Lee y Chase

Billiter et, al. (2001) desarrollaron la ecuación siguiente para calcular el comportamiento de afluencia de pozos productores de gas en régimen de flujo pseudo-estacionario, que considera el efecto de flujo no darciano:

$$q_{g@c.s} = \frac{b\sqrt{k_{v}k_{h}}(\psi_{R} - \psi_{wf})}{1424\mu_{g}zT\left[Ln\left(\frac{\sqrt{A}}{r_{w}}\right) + LnC_{H} - 0.75 + S_{R} + \frac{b}{L}(S + Dq_{g})\right]}, \quad (4.31)$$

donde A es el área de drene del yacimiento ( $pies^2$ ),  $S_R$  es el factor de daño por penetración parcial (adimensional), b es la longitud (en pies) del yacimiento en la dirección "**y**" (**Figura 4.7**). Los valores de  $S_R$  y  $LnC_H$  se calculan siguiendo la metodología indicada en la sección 4.1.7, adecuando la nomenclatura según corresponda. El valor de D se calcula mediante las siguientes expresiones:

$$D = 2.2222x10^{-15} \cdot \frac{Lg_g}{\psi_{wf}} \left[ \left( \frac{\sqrt{k_x k_z}}{L^2} b_d \right) \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_d} \right) \right] + 2.2222x10^{-15} \\ \cdot \frac{Lg_g}{\psi_{wf}} \left[ \left( \frac{\sqrt{k_x k_z}}{L^2} b \right) \left( \frac{1}{r_d} - \frac{1}{r_e} \right) \right]$$
(4.32)

$$b = \frac{2.6x10^{10}}{\left(\sqrt{k_x k_z}\right)^{12}}$$

donde  $r_e$  es el radio de drene (pies),  $r_d$  es el radio de un área de drene con daño (pies).



Figura 4.7 Modelo geométrico de un pozo horizontal en régimen de flujo pseudoestacionario (Billiter, 2001).

#### 4.2.5 Método de Economides et al.

Economides et al. (1994) desarrollaron ecuaciones para calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales productores de gas para régimen estacionario y régimen pseudo-estacionario. Éstas son:

#### a) Régimen permanente

$$q_{g@c.s} = \frac{k_h h (p_e^2 - p_{wf}^2)}{1424 \mu_g z T \left[ Ln(\eta) + \frac{\beta h}{L} \left( Ln \left( \frac{\beta h}{r_w(\beta + 1)} \right) + Dq_{g@c.s} \right) \right]}, \quad \dots \dots$$
(4.33)

#### b) Régimen pseudo-estacionario:

$$q_{g@c.s} = \frac{k_h h (p_R^2 - p_{wf}^2)}{1424 \mu_g z T \left[ Ln(\eta) + \frac{\beta h}{L} \left( Ln \left( \frac{\beta h}{r_w(\beta+1)} \right) - \frac{3}{4} + Dq_{g@c.s} \right) \right]}, \quad \dots \dots$$
(4.34)

donde:

$$\eta = \frac{a + \sqrt{a^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}}{L/2},$$

$$a = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2r_{eH}}{L}\right)^4}},$$

y el valor de D puede calcularse mediante la ecuación 4.28.

#### Capítulo 5

## Comportamiento de afluencia de pozos fracturados hidráulicamente

En este capítulo se abordan aspectos generales con relación al comportamiento de afluencia de yacimientos con baja permeabilidad, así como del fracturamiento hidráulico en pozos productores de aceite y gas en este tipo de sistemas. Se presentan y discuten métodos para predecir su comportamiento de afluencia.

# 5.1 Comportamiento de afluencia en yacimientos de baja permeabilidad

En yacimientos de baja permeabilidad ( $k < 10 \ md$  para yacimientos de aceite y  $k < 0.1 \ md$  para yacimientos de gas; Ahmed, 2005), los disturbios de presión generados por la producción de los pozos pueden tardar varias semanas, meses, o incluso años, en llegar a las fronteras del yacimiento; por lo tanto, no es posible aplicar directamente los modelos de flujo pseudo-estacionario descritos en capítulos previos para predecir su comportamiento de afluencia.

Siguiendo con lo anterior, la **Figura 5.1** ejemplifica cómo varía la curva de comportamiento de afluencia con el tiempo cuando el régimen es transitorio. Se observa que las reducciones más importantes en el gasto máximo ocurren en los en los primeros tiempos. Esto continúa hasta que eventualmente se alcanzan condiciones de flujo pseudo-estacionario; a partir de entonces, el gasto máximo declinará con la presión promedio del yacimiento. Es importante destacar que las curvas de afluencia durante el flujo transitorio tienen utilidad práctica sólo si el gasto (o la presión de fondo fluyendo, según corresponda) permanecen constantes.



**Figura 5.1** Comportamiento de afluencia durante régimen de flujo pseudoestacionario y régimen de flujo transitorio (Modificado de Golan y Whitson,1995).

#### 5.2 Fracturamiento hidráulico

Los pozos que se encuentran en yacimientos de baja permeabilidad son excelentes candidatos para ser estimulados mediante fracturamiento hidráulico. Este proceso consiste en la inyección de fluidos en el yacimiento a una presión mayor que su presión de fractura, con el objetivo de crear un canal de alta permeabilidad que favorezca su capacidad de flujo. De esta manera, el fracturamiento permite (Economides, 1994):

- a) Incrementar el área de contacto entre el yacimiento y el pozo
- b) Superar la zona de daño a la formación
- c) Mejorar la producción de aceite y gas en yacimientos de baja permeabilidad
- d) Mejorar la conectividad de las fracturas naturales del yacimiento
- e) Facilitar la producción en yacimientos de aceite o gas en lutitas

Para entender los beneficios de los trabajos de estimulación mediante fracturamiento hidráulico, en la **Figura 5.2** se ilustra su efecto en el comportamiento de afluencia.



Figura 5.2 Comparación de las curvas IPR antes y después del fracturamiento hidráulico.

A continuación, se describen algunos conceptos importantes en el estudio del comportamiento de afluencia en este tipo de sistemas.

#### 5.2.1 Conductividad adimensional de la fractura

Uno de los conceptos más importantes en el estudio del comportamiento de flujo en los pozos verticales fracturados hidráulicamente es la conductividad de la fractura; ésta se define como su capacidad para transportar el fluido del yacimiento hacia al pozo. En términos adimensionales, se expresa como (Smith *y* Montgomery, 2015):

$$F_{CD} = \frac{k_f w_f}{k x_f}, \qquad (5.1)$$

donde  $k_f$  es la permeabilidad de la fractura (md),  $w_f$  es el ancho de la fractura (pies), k es la permeabilidad de la formación (md), y  $x_f$  es la mitad de la longitud total de la fractura, L, (pies) - ver **Figura 5.3**. De la ecuación anterior, se observa que el éxito de la estimulación ( $F_{CD} > 1$ ), dependerá de la capacidad de flujo ( $k_f w_f$ ) y de  $x_f$ .



Figura 5.3 Geometría de las fracturas hidráulicas en pozos verticales

#### 5.2.2 Radio efectivo

En 1961, Prats introdujo el concepto de radio efectivo del pozo ( $r_w$ '); conceptualmente, corresponde al radio que tendría un pozo (sin fracturamiento) para producir el mismo gasto que el pozo fracturado (Smith y Montgomery, 2015). Este parámetro se relaciona con el factor de daño, S, mediante la ecuación siguiente:

$$S = -Ln\left(\frac{r_{w'}}{r_{w}}\right). \tag{5.2}$$

De esta ecuación, es claro que un pozo estimulado (S < 0) se comporta como si tuviese un radio mayor al real (mayor área de contacto con el yacimiento); por otro lado, un pozo con daño (S > 0) se comporta como si tuviese un radio menor al real (**Figura 5.4**).



Figura 5.4 Radio equivalente del pozo (Smith y Montgomery, 2015).

En la **Figura 5.5** se muestra el comportamiento del radio efectivo adimensional (con base en  $x_f$ ) de un pozo vertical fracturado hidráulicamente respecto a la conductividad adimensional de la fractura (Cinco-Ley y Samaniego, 1981).



Figura 5.5 Radio efectivo del pozo como una función de la conductividad adimensional de la fractura (Cinco-Ley y Samaniego, 1981).

Para un pozo fracturado, el criterio siguiente puede ser utilizado para estimar la efectividad del fracturamiento hidráulico (Joshi, 1991):

$F_{CD} < 10$	 Pobre trabajo de estimulación
$10 < F_{CD} < 50$	 Bueno a excelente trabajo de estimulación
$F_{CD} > 50$	 Excelente trabajo de estimulación

#### 5.2.3 Tipos de fracturas

Las fracturas inducidas artificialmente en los yacimientos se clasifican en las categorías que se describen a continuación (Joshi, 1991; Ahmed, 2005). Cabe resaltar que en todos los casos se considera que la factura se extiende en dos direcciones opuestas simétricamente desde un pozo vertical, y que es totalmente penetrante.

#### a) Fracturas de conductividad infinita

Son aquellas que presentan una alta conductividad, de tal manera que la caída de presión dentro de las mismas es prácticamente despreciable. Esto se presenta cuando  $F_{CD} > 300$  (Cinco-Ley y Samaniego, 1981). El radio efectivo del pozo se calcula como:

$$r'_{w} = 0.5 x_{f} \ para \ \frac{x_{f}}{x_{e}} \le 0.3$$
 . (5.3)

donde  $x_f$  es la mitad de la longitud de la fractura (pies) y  $x_e$  es la mitad de uno de los lados de un área de drene cuadrada (pies). Exhibe tres periodos de flujo: a) flujo lineal en la fractura, 2) flujo lineal en la formación, y 3) flujo pseudo-radial en un yacimiento infinito.

#### b) Fracturas con flujo uniforme

En estas fracturas hay una caída de presión finita; adicionalmente, el gasto de fluidos que entran a la fractura es constante a lo largo de toda su longitud. Dicho comportamiento puede ser observado en muchos pozos inyectores de agua. El radio efectivo del pozo se calcula como:

$$r'_{w} = \frac{x_f}{2.718}$$
 (5.4)

Estos sistemas exhiben dos periodos de flujo: 1) flujo lineal y 2) flujo pseudo-radial en un yacimiento infinito.

#### c) Fracturas de conductividad finita

Son fracturas largas creadas por un fracturamiento hidráulico masivo. Este tipo de sistemas requieren grandes cantidades de material apuntalante para mantener abierta la fractura; como resultado, la conductividad de la fractura es menor comparada con la de una fractura infinita, y se presenta una caída de presión dentro de la misma. Exhibe cuatro periodos de flujo: 1) flujo lineal en la fractura, 2) flujo bilineal, 3) flujo lineal en el yacimiento, y 4) flujo pseudo-radial en un yacimiento infinito. El radio efectivo del pozo se calcula mediante la Figura 5.5. Ahora bien, en casos donde el valor de  $F_{CD}$  sea menor a 0.1, el radio efectivo del pozo se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$r'_w = 0.2807 \frac{k_f w_f}{k}$$
. (5.5)

#### 5.3 Pozos de aceite

#### 5.3.1 Aproximación en régimen estacionario

Considerando una fractura de conductividad finita en un yacimiento bajosaturado, pueden seguirse los pasos siguientes para estimar el comportamiento de afluencia en régimen estacionario (Joshi, 1991):

- 1. Calcular el valor de  $F_{CD}$  mediante la ecuación **5.1.**
- 2. Con base en  $F_{CD}$ , obtener el valor  $\frac{r'_w}{x_f}$  de la **Figura 5.5**.
- 3. Despejar y obtener el valor de  $r'_w$ .
- 4. Calcular el gasto en función de la caída de presión en el yacimiento:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08 \, x 10^{-3} \cdot kh (p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[ Ln \left( \frac{r_e}{r'_w} \right) \right]}.$$
 (5.6)

#### 5.3.2 Método de Gringarten et al.

Gringarten et al. (1975) formularon un modelo matemático para predecir el comportamiento transitorio de la presión en un pozo con una fractura vertical de conductividad infinita localizada en el centro de un área de drene cuadrada cerrada. En su formulación, utilizaron las variables adimensionales siguientes:

$$p_{wD}\left(t_D, \frac{x_e}{x_f}\right) = \frac{kh}{141.2q_o B_o \mu_o} \left(p_i - p_{wf}\right)$$

у

$$t_D = \frac{0.000264kt}{\emptyset \mu_o c_t x_f^2} \,.$$

 $X_e$  es la distancia del centro del pozo a la frontera externa.

La **Figura 5.6** muestra gráficamente los resultados que obtuvieron los autores con relación a la presión adimensional (en el pozo) en función de  $t_D$  y  $\frac{x_e}{x_f}$  para las características del sistema analizado. Mencionan que el comportamiento a tiempos cortos corresponde a flujo lineal en la fractura; en este periodo, la presión es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo (comportamiento lineal en coordenadas log-log, con pendiente 0.5). Después de un primer periodo de transición, se presenta flujo pseudo-radial (comportamiento lineal en coordenadas semi-log); luego de un segundo periodo de transición, se alcanzan condiciones de flujo pseudo-estacionario (pendiente unitaria en coordenadas log-log). Dependiendo del cociente  $\frac{x_e}{x_f}$ , puede ocurrir que algunos de estos periodos de flujo no se presente.



**Figura 5.6**  $p_{WD}$  vs  $t_D$  para una fractura vertical de conductividad infinita (Gringarten et al., 1975)

#### 5.3.3 Método de Cinco-Ley y Samaniego

Cinco Ley y Samaniego (1981) estudiaron el comportamiento del flujo en fracturas de conductividad finita, y desarrollaron ecuaciones para determinar el comportamiento de la presión de fondo fluyendo en función del tiempo, para gasto constante, y bajo diferentes geometrías de flujo: bilineal, lineal y pseudo-radial. Los autores determinaron que la presión de fondo fluyendo adimensional puede calcularse mediante las siguientes expresiones, según el régimen de flujo.

a) Flujo bilineal:

$$p_{wD} = \frac{2.45}{\sqrt{F_{CD}}} \cdot t_{Dxf}^{0.25}, \qquad (5.8)$$

Este periodo de flujo ( $F_{CD} \ge 3$ ), termina cuando

$$t_{Dffb} = \frac{0.1}{\left(k_f w_f\right)_D} = \frac{0.1}{F_{CD}}$$

b) Flujo lineal

Este periodo de flujo existe cuando  $F_{CD} \ge 100$ . Comienza cuando

$$t_{Dfl} = \frac{100}{\left(k_f w_f\right)_{D^2}} =$$

Y termina cuando:

$$t_{Dffl} = 0.016$$

c) Flujo pseudo-radial

$$p_{wD} = \frac{1}{2} Ln t_{Dxf} + F_{CD},$$
 (5.10)

Es importante mencionar que los autores también presentaron modelos para predecir el comportamiento de la presión cuando hay flujo restringido dentro de la factura o daño en la vecindad de la misma. Adicionalmente, es importante destacar que los resultados presentados también son aplicables al flujo de gas, en cuyo caso la presión adimensional se define como:

$$p_{wD} = \frac{kh\Delta\psi_p}{1422q_gT}$$

#### 5.4 Pozos de gas

#### 5.4.1 Método de Wang, Li, Li, Wei y Bai

Estos autores (2015) desarrollaron un método para calcular la productividad de pozos productores de gas con fracturamiento hidráulico, que considera el flujo no darciano en las fracturas. Para tal efecto, introdujeron el concepto de radio equivalente aparente. Consideraron que el yacimiento es homogéneo, horizontal, circular, isotrópico y cerrado. Presentaron los procedimientos de cálculo para pozos verticales y pozos horizontales con múltiples fracturas.

A continuación, se presenta el método correspondiente a pozo fracturado verticalmente que intersecta una fractura de conductividad finita y totalmente penetrante.

1. Proponer un número de Reynolds ( $N_{re0}$ ) y calcular la permeabilidad aparente de la fractura ( $k_{f,aparente}$ ):

$$k_{f,aparente} = \frac{k_f}{1 + N_{re}}, \qquad (5.11)$$

2. Calcular la conductividad aparente adimensional de la fractura:

3. Calcular el radio aparente equivalente de la fractura  $r_{wef,aparente}$ :

$$r_{wef,aparente} = x_f \cdot e^{-\varepsilon}, \qquad (5.13)$$

donde:

$$\varepsilon = \frac{1.65 - 0.328\omega + 0.116\omega^2}{1 + 0.18\omega + 0.064\omega^2 + 0.005\omega^3}, \qquad (5.14)$$

$$\omega = Ln(F_{CD,aparente}). \qquad (5.15)$$

4. Calcular el gasto de gas:

$$q_{g@c.s} = \frac{kh(p_e^2 - p_{wf}^2)}{1422T\mu_g Z} \cdot \left[ Ln\left(\frac{r_e}{r_{w,aparente}}\right) \right]^{-1}$$
(5.16)

5. Calcular el nuevo número de Reynolds (N<sub>re1</sub>):

$$N_{re1} = 25.803 \times 10^{-16} \cdot \left( \frac{\tau \cdot k_f \cdot M_{air} \cdot \gamma_g \cdot q_g}{\mu_g \cdot R \cdot h_f \cdot w_f} \right)$$
(5.17)

donde R tiene un valor de 10.732,  $M_{air}$  es el peso molecular del gas,  $\gamma_g$  es la densidad específica del gas y  $\tau$  es el coeficiente inercial ( $pies^{-1}$ ).

6. Si  $\left(\frac{|N_{re1}-N_{re0}|}{N_{re0}}\right) < 0.01\%$ , entonces, el gasto es el valor obtenido en el paso 4.

En caso contrario, el número de Reynolds obtenido en el paso 5 se utilizará en el paso 1. Los cálculos se repetirán hasta que el error en el paso 6 sea menor a 0.01%.

#### Capítulo 6

### **Programa computacional**

En este capítulo, se describe el programa computacional desarrollado para calcular la curva de comportamiento de afluencia de pozos convencionales, pozos horizontales y pozos con fracturamiento hidráulico productores de aceite y gas. Se mencionan los métodos implementados, y se discute la verificación de los resultados del programa computacional contra los obtenidos en una herramienta comercial.

#### 6.1. Descripción del programa

De acuerdo con los alcances de la presente tesis, se desarrolló un programa computacional, IPR MASTER, que permite calcular el comportamiento de afluencia. Como lenguaje de programación se utilizó Visual Basic con aplicación en macros de Excel.

El programa cuenta con las funcionalidades siguientes:

- Selección del método para calcular el comportamiento de afluencia de acuerdo con la terminación del pozo (convencional, horizontal o con fracturamiento hidráulico) y el tipo de fluido que produce el pozo.
- Generar la curva de comportamiento de afluencia.
- Imprimir los valores del gasto de producción de acuerdo a su respectiva presión de fondo fluyendo.

El programa está integrado por 20 módulos. El módulo "interfaz" está reservado fundamentalmente para abrir el formulario con una llamada de la subrutina mediante un botón de comando. En la **Figura 6.1** se observa la interfaz principal del programa para un fácil manejo de datos y selección del método de cálculo de comportamiento de afluencia.



Figura 6.1 Interfaz principal del programa IPR MASTER.

De acuerdo a la selección del usuario, se muestra una segunda ventana (**Figura 6.2**) para seleccionar el tipo de fluido que produce el pozo. Posteriormente, se abre una tercera ventana, donde el usuario podrá seleccionar el método que desee dentro de la variedad de métodos de la librería del programa computacional (**Figura 6.3**).



Figura 6.2 Ventana para la selección del tipo de fluido que produce el pozo.



Figura 6.3 Ventana para la selección del método de cálculo del comportamiento de afluencia.

Una vez que el usuario seleccionó el método de cálculo del comportamiento de afluencia y se ingresan los datos que el programa computacional requiere para realizar los cálculos, se mostrarán los resultados y el gráfico correspondiente como se muestra en la **Figura 6.4**.



Figura 6.4 Ejemplificación de la visualización de los resultados del programa IPR MASTER.

#### 6.2. Métodos implementados

En la **Tabla 6.1** se indican los métodos seleccionados de la literatura especializada que se implementaron en el programa computacional objeto del presente trabajo. Los detalles de los métodos pueden consultarse en los capítulos anteriores.

# Tabla 6.1 Métodos implementados en IPR MASTER para el cálculo delcomportamiento de afluencia

Tipo de pozo	Fluido	Método
		Método de Vogel (1968)
		Método de Standing (1970)
		Método de Fetkovich (1973)
		Método de Jones, Blount y Glaze (1976)
		Método de Petrobras (1984)
	Aceite	Método de Klins y Majecher (1992)
Convencional		Método de Sukarno y Wisnogroho (1995)
Convencional		IPR Futura- Método de Punto Pivote
		(1982)
		IPR Futura- Método de Eickmeier (1968)
		IPR Futura- Método de Standing (1971)
		Método de Fetkovich (1973)
	Gas	IPR Futura- Método de Fetkovich (1973)
		Método de Rawlis y Schellardt (1936)
		Método de Joshi (1988)
		Método de Borisov (1984)
	Aceite	Método de Cheng (1990)
Horizontal		Método de Economides (1998)
		Método de Wiggins y Wang (2005)
	Gas	Método de Joshi (1989)
	Jas	Método de Akhioma y Wiggins (2005)
Fracturado	Aceite	Método de Cinco-Ley y Samaniego (1981)
hidráulicamente	Gas	Método de Wang, Li, Wei y Bai (2015)

En la **Figuras 6.5, 6.6, 6.7 y 6.8** se ejemplifica algunos de los procedimientos desarrollados en el programa.

Proyecto - VBAProject	(General)	✓ Vogel
8 3 📴	Option Explicit	
ChengH Composite1994 Composite1994 Commission Commissi	<pre>&gt;</pre>	e presión de fondo fluyendo para el método de Vogel e IPR generalizada' a la presión de burbuja: máximo de aceite' les para las iteraciones' de productividad' As Double 'Delta de presiones' 
ropiedades - vogerdeneral	Else '	A IPR ES LINEAL Y EVENTUALMENTE CURVA (IPR GRAL)
Alfabética Dec estenerios	deltagralc = pb / 5	
(Name) VogelGeneral	For k = 0 To 5 pwfb = pr - deltagral * k	
	<pre>pwfc = deltagralc * k Worksheets("Vogelp").Cells(14 - 1 Worksheets("Vogelp").Cells(14 - 1 Worksheets("Vogelp").Cells(4 + k, Worksheets("Vogelp").Cells(4 + k, Next End If Next</pre>	<pre>k, 5).Value = pwfb k, 6).Value = qbscalf(j, pwfb, pr) , 5).Value = pwfc , 6).Value = qogralf(qb, j, pb, pwfc)</pre>



	X (General)	<ul> <li>Eickmeier</li> </ul>	
	Option Explicit		
(t) charall	Sub Eickmeier(prp, prf, pwfp, pb, qo)		
Al Chengh	^		
Composite1984	'Decl	arando variables	
CiclomatesH			
At Entherink Con	Dim pwf As Double		
Retkovich_Gas	Dim Qomaxp, Qomaxf As Double		
es Fetkovich-utura	Dim delta, delta2 As Double		
Petkovicniek	Dim i As Integer		
de interraz			
the Jonesbiounitsidze	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	.Valores de las funciones	
di antina			
Josnigas	Qomaxp = Qomaxpf(qo, pwfp, prp)		
Misk_Hernadez	<pre>Qomaxf = Qomaxff(Qomaxp, prf, prp)</pre>	Qomaxf = Qomaxff (Qomaxp, prf, prp)	
PuntoPivote			
A Comparing TO	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	'Cálculos e impresión de resultados'	
Samaniegourk	delta = prf / 12#	delta = prf / 12#	
Standing	delta2 = prp / 12#	delta2 = prp / 12#	
Standing-utura	If prp > pb Then		
VogelGeneral	MsgBox ("Error, el método es para yac	:imientos saturados")	
was wiggins	V Else		
F. 4	For i = 0 To 12		
dades - EickmeierIPK	<pre>x pwf = delta * i</pre>		
ierIPR Módulo	pwfp = delta2 * i		
han n	Worksheets("Eickmeier").Cells(4 + i,	7).Value = pwf	
uco Por categorias	Worksheets("Eickmeier").Cells(4 + i,	5).Value = pwfp	
EickmeierIPR	Worksheets ("Eickmeier"). Cells (4 + i,	<ol> <li>Value = qoff(Qomaxf, pwf, prf)</li> </ol>	
	Worksheets("Eickmeier").Cells(4 + i,	<ol> <li>Value = qopf(Qomaxp, pwfp, prp)</li> </ol>	
	Next		
	End If		
	End Sub		
	Function Qomaxpf(qo, pwfp, prp)		
	Qomaxpf = qo / (1 - 0.2 * (pwfp / prp.	)) - 0.8 * (pwfp / prp) ^ 2)	
	End Function		

Figura 6.6 Captura de pantalla del módulo para el cálculo del método de Eickmeier

		-	
o - VBAProject X	(General)	→ betaf	
	Option Explicit		
BAProject (IPRMASTER-OK.xlsm)	Sub IPRjoshi(pr, pwf, h, L, re, rw, b	o, u, S, kh, kv)	
Formularios Módulos AkhiomaWiapinos	Dim i As Integer 'Variable para la Dim delta, deltab, beta, A, alfa, ji	iteración em los cálculos' As Double "Diferencias de presión, anisotropía y variables utilizadas para el desarrollo del método	
BorisovH ChengH	beta = betaf(kh, kv) A = Af(L, re)		
Composite For EconomidesH EickmeierIPR	<pre>alfa = alfaf(A, L) ji = jh(kh, h, u, bo, alfa, beta, L, Worksheets("joshi").Cells(3, 11).Valu</pre>	rw, S} 'İndice de productividad' e = ji	
FetkovichFutura	۰Re	alizando operaciones e imprimiendo resultados'	
k interfaz JonesBlountGlaze	delta = (pr) / 15# For i = 0 To 15		
Joshigas Klins_Majcher	<pre>pwf = delta * i Worksheets("Joshi").Cells(4 + i, 5).Value = pwf Worksheets("Joshi").Cells(4 + i, 6).Value = gbhf(ii, nr, nwf)</pre>		
Misk_Hernadez PuntoPivote	Northing to the second		
SamaniegoIPR Standing	Function betaf(kh, kv) As Double betaf = (kh / kv) ^ 0.5 End Function		
StandingFutura SukarnoWisnogroho VogelGeneral	Function Af(L, re) As Double Af = (L / 2#) * (0.5 + (0.25 + (2# * End Function	re / L) ^ 4) ^ 0.5) ^ 0.5	
&Ç Wiggins	<pre>Function alfaf(A, L) As Double alfaf = (A + (((A) ^ 2) - (L / 2#) ^ End Function</pre>	2) ^ 0.5) / (0.5 * L)	
	Function jh(kh, h, u, bo, alfa, beta, jh = (0.00708 * kh * h) / (u * bo * (	L, rw, S) As Double Log(alfa) + (beta * h / L) * Log((beta * h) / (beta + 1 $\ddagger$ ) * rw)) + S)	

Figura 6.7 Captura de pantalla del módulo para el cálculo del método de Joshi



#### Figura 6.8 Captura de pantalla del módulo para el cálculo del método de Samaniego y Cinco-Ley

#### 6.3. Verificación de los cálculos del programa

Para verificar los resultados del programa IPR MASTER, se realizó una comparativa con los generados en una herramienta comercial; asimismo, se compararon con los resultados presentados por los autores de los diferentes métodos cuando se tuvieron disponibles.

A manera de ejemplo, a continuación, se comparan las curvas de comportamiento de afluencia generadas con IPR MASTER y en una herramienta comercial, para los métodos de Jones, Blount y Glaze (1976) - Figura 6.9 -, y de Fetkovich (1973) – Figura 6.10. Los datos de entrada utilizados se indican en la Tabla 6.4. Como se puede observar en ambas figuras, existe un buen acuerdo entre los resultados de IPR MASTER y la herramienta comercial.

Para finalizar, es importante mencionar que en los anexos A a D se presentan ejercicios resueltos para algunos de los métodos implementados.

**Tabla 6.4** Datos de entrada para la aplicación del método de Jones, Blount yGlaze (1976), y de Fetkovich (1973)

$p_R = 3000 \ psi$	$p_b = 1665 \ psi$
$p_{wf1} = 2820 \ psi$	$q_o = 400 \ bpd$
$p_{wf2} = 2175 \ psi$	$q_o = 1000 \ bpd$
$p_{wf3} = 1606  psi$	$q_o = 1340 \ bpd$
$p_{wf4} = 1080 \ psi$	$q_o = 1600 \ bpd$


Figura 6.9 Comparación de los resultados de cálculo del comportamiento de afluencia usando el método de Jones, Blount y Glaze (1976).





#### Conclusiones

- El comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo hace referencia a la relación que existe entre la caída de presión en el medio poroso y el gasto de los fluidos producidos. Predecir esta relación es complejo ya que depende de diversos factores, tales como el mecanismo de empuje, las propiedades petrofísicas y el daño de la formación productora, las propiedades termodinámicas y saturaciones de los fluidos, y si el pozo es vertical u horizontal.
- Se realizó una revisión de la literatura especializada acerca de métodos para calcular el comportamiento de afluencia de pozos petroleros: convencionales, horizontales y con fracturamiento hidráulico, productores de aceite y/o gas. Asimismo, se incluyeron métodos para predecir el comportamiento de afluencia futuro.
- Los métodos seleccionados se describieron de una manera sencilla y clara, con la finalidad de que el lector pueda utilizarlos fácilmente.
- 4. Se desarrolló un programa computacional para generar la curva de comportamiento de afluencia de pozos petroleros convencionales, pozos horizontales y pozos con fracturamiento hidráulico, mediante los métodos seleccionados. Como lenguaje de programación, se utilizó Visual Basic con aplicación en macros de Excel. El programa cuenta con una interfaz gráfica que permite el fácil manejo de datos de entrada y visualización de resultados.

Los cálculos del programa se verificaron satisfactoriamente contra resultados obtenidos en una herramienta comercial.

#### Recomendaciones

- Complementar el programa computacional desarrollado con métodos de flujo multifásico para calcular la curva característica de la hidrodinámica del flujo en la tubería de producción, y realizar análisis nodales.
- Investigar y programar métodos que permitan calcular el comportamiento de afluencia de pozos horizontales y fracturados hidráulicamente a tiempos futuros.
- 3. Investigar y realizar la programación de un método que permita calcular el comportamiento de afluencia para pozos de gas y condensado.

### Referencias

1. Ahmed, T., McKinney, P.D. 2005. Advanced Reservoir Engineering. Elsevier Science. Pág:188-189, 233.

2. Akhioma, N. y Wiggins, M.L. 2005. "An Inflow Performance Relationship for Horizontal Gas Wells. SPE-97627-MS. <u>https://doi.org/10.2118/97627-MS</u>

3. Al-Hussainy, R. y Ramey, H.J. 1966. Application of Real Gas Flow Theory to Well Testing and Deliverability Forecasting. SPE-1243-B-PA.

#### https://doi.org/10.2118/1243-B-PA

4. Amix, J.W., Bass, D.M., Whiting, R.I.1960.Petroleum Reservoir Engineering: Physical properties. Pág: 64-65

5. Aronofsky, J.S. y Jenkins, R. 1954. A Simplified Analysis of Unsteady Radial Gas Flow. SPE-271-G. <u>https://doi.org/10.2118/271-G</u>

6. Babu, D.K. y Odeh, A.S. 1989. Productivity of a Horizontal Wells. SPE Reservoir Engineering. Pág: 417-421.

7.Beggs, H.D.1991.Production Optimization Using Nodal Analysis, OGCI Publications, Tulsa.

8. Bendakhlia, H. y Aziz, K. 1989. Inflow Performance Relationships for Solution-Gas Drive Horizontal Wells. SPE-19823-MS.

9. Billiter, T., Lee, J. y Chase, Robert. 2001. Dimensionless Inflow-Performance-Relationship for unfractured Horizontal Gas Wells. SPE-72361-MS. https://doi.org/10.2118/72361-MS

 Brown, K.E. 1984. The technology of artificial lift methods. Volumen 4. Pág:30-35

11. Butler, R.M. 1994. Horizontal Wells for the Recovery of Oil, Gas and Bitumen. Petroleum Monograph.

12. Cheng, A.M. 1990. Inflow Performance Relationships for Solution-Gas-Drive

97

Slanted/Horizontal Wells. SPE- 20720-MS. https://doi.org/10.2118/20720-MS

13. Cinco-Ley, H. y Samaniego, F. 1981. Transient Pressure Analysis: Finite Conductivity Fracture Case Versus Damaged Fracture Case. SPE- 10179-MS. https://doi.org/10.2118/10179-MS

14. Craft, B.C. y Hawkins, M.F. 1985. Ingeniería Aplicada de Yacimientos Petrolíferos. Prentice-Hall. Pág: 346-350.

15. Cullender, M.H. 1955. The isochronal Performance Method of Determining the Flow Characteristic of Gas Wells. AIME, Volumen 4. Pág: 137-142.

16. Dake, L.P. 1978. Fundamentals of Reservoir Engineering. Elsevier Science. Pág: 100-115.

17. Dias-Couto, L.E. 1982. General Inflow Performance Relationship for Solution-Gas Reservoir Wells. SPE-9765-PA. <u>https://doi.org/10.2118/9765-PA</u>

18. Economides, M.J., Hill, D., Ehlig, C. 1994. Petroleum Production Systems. Prentice Hall. Pág: 36, 79, 427-433.

19. Economides, M.J., y Nolte, K.G. 2000. Reservoir Stimulation. Willey. Pág: 16-17

20. Economides, M.J., Deimbacher, F.X y Brand, C.W. 1991. Comprehensive Simulation of Horizontal-Well Performance. SPE 20717. https://doi.org/10.2118/20717-PA

21. Fetkovich, M.J. 1973. The isochronal Testing of Oil Wells. SPE-4529-MS. https://doi.org/10.2118/4529-MS

22. Furui, K. y Zhu, D. 2002. A Rigorous Formation Damage Skin Factor and Reservoir Inflow Model for a Horizontal Well. SPE-74698-MS. https://doi.org/10.2118/74698-MS

23. Giger, F.M. 1984. The Reservoir Engineering Aspects of Horizontal Drilling. SPE-13024-MS. <u>https://doi.org/10.2118/13024-MS</u>

24. Golan, M y Whiston, C.H. 1995. Well Performance. Prentice-Hall Inc. Pág:205-215.

98

25. Gringarten, A.C., Ramey,H.J., y Raghavan, R. 1975. Applied Pressure Analysis for Fractured Wells. SPE-5496-PA. <u>https://doi.org/10.2118/5496-PA</u>

26. Jones, L.G., Blount, E.M., Glaze, O.H. 1976. Use of Short-Term Multiple Rate Flow Tests To Predict Performance of Wells Having Turbulence. SPE-6133-MS. https://doi.org/10.2118/6133-MS

27. Joshi, S.D. 1991. Horizontal Wells Technology. Pág: 73-89, 134-141, 338-345.

28. Joshi. S.D. 1988. Augmentation of Well Productivity With Slant and Horizontal Wells.SPE-15375.<u>https://doi.org/10.2118/15375-MS</u>

29. Kamkom, R y Zhu, D. 2006. Generalized Horizontal Well Inflow Relationship for Liquid, Gas, or Two-Phase Flow. SPE-99712-MS. https://doi.org/10.2118/99712-MS

30. Kamkom, R. y Zhu, D. 2005. Evaluation of Two-Phase IPR Correlation for Horizontal Wells. SPE-93986-MS. <u>https://doi.org/10.2118/93986-MS</u>

31. Kelkar, B.G.1985.Unified Relationship To Predict Future IPR Curves for Solution Gas-Drive Reservoirs.SPE-14239-MS. <u>https://doi.org/10.2118/14239-MS</u>

32. Kuchuk, Fikri., Goode, P.A., Brice, B.W. 1990. Pressure-Transient Analysis for Horizontal Wells. SPE-18300-PA. <u>https://doi.org/10.2118/18300-PA</u>

33. Miskimins, J.L., López, H.J., Bareee, R.D. 2005. Non-Darcy Flow in Hydraulic
Fractures: Does It Really Matter?. SPE- 96389-MS.
https://doi.org/10.2118/96389-MS

34. Shahamat, M.S., Tabatabaie, S.H., Mattar, L., Motamed, E. 2015. Inflow Performance Relationship for Unconventional Reservoirs (Transient IPR). SPE-175975-MS. <u>https://doi.org/10.2118/175975-MS</u>

35. Smith, M.B. y Montgomery, C.T. 2015. Hydraulic Fracturing. CRC Press. Pág: 159-170.

36. Mutalik, P.N. y Godbole, S.P. 1988. Effect of Drainage Area Shapes On The Productivity Of Horizontal Wells. SPE-18301-MS. <u>https://doi.org/10.2118/18301-</u><u>MS</u>

99

37. Prats, M.1961. Effect of Vertical Fractures on Reservoir Behavior-Incompressible Fluid Case. SPE-1575-G. https://doi.org/10.2118/1575-G

38. Renard, G. y Dupuy, J.M. 1991. Formation Damage Effects on Horizontal-Well Flow Efficiency. SPE-19414-PA. <u>https://doi.org/10.2118/19414-PA</u>

39. Retnanto, Albertus., Economides, M.J. 1998. Inflow Performance Relationships of Horizontal and Multibranched Wells in a Solution-Gas-Drive Reservoir. SPE-50659-MS. <u>https://doi.org/10.2118/50659-MS</u>

40. Salem Ragab, A.M. y Shedid, S.A. 2013. Investigation of Inflow Performance Relationship Reservoirs for Vertical and Horizontal Wells.

41. Standing, M.B. 1970. Inflow Performance Relationships for Damaged Wells Producing by Solution-Gas Drive. SPE-3237-PA. <u>https://doi.org/10.2118/3237-PA</u>

42. Standing, M.B.1971. Concerning the Calculation of Inflow Performance of Wells Producing from Solution Gas Drive Reservoirs. SPE-3332-PA. <u>https://doi.org/10.2118/3332-PA</u>

43. Sukarno, P. y Wisnogroho, A. 1995. Generalized Two-Phase IPR Curve Equation under Influence of Non-linear Flow Efficiency. Indonesian Petroleum Engineers Production Optimization Intl. Symposium, Bandung, Indonesia 31-43.

44. Vogel, J.V. 1968. Inflow Performance Relationships for Solutions-Gas Drive Wells.SPE-1476-PA.<u>https://doi.org/10.2118/1476-PA</u>

45. Wang, Cai., Ping- Zhi.Li., Ting-Bai, Rui. y Hong, Li. 2015. A new method to calculate the productivity of fractured gas wells considering non-Darcy flow in the fractures. Journal of Natural Gas Science and Engineering. Volume 26. https://doi.org/10.1016/j.jngse.2015.07.031

46. Wiggins, M.L.1993. Generalized Inflow Performance Relationship for Three-Phase Flow. SPE-25458-PA. <u>https://doi.org/10.2118/25458-PA</u>

47. Wiggins, M.L. y Wang, H.S. 2005. A Two-Phase IPR for Horizontal Oil Wells. SPE-94302-MS. <u>https://doi.org/10.2118/94302-MS</u>

#### Anexo A

## A.1 Comportamiento de afluencia en pozos convencionales productores de aceite

#### Método de Vogel

Calcular el  $q_{o,max}$  y  $q_o$  a una  $p_{wf} = 1200 \, psi$  si se conoce que la presión de yacimiento  $p_R = 2400$  y que el gasto de aceite  $(q_o)$  de una prueba de producción es de 100 bpd medido a una presión de fondo fluyendo  $(p_{wf})$  de 1800 psi (En Brown, 1984):

1) Calcular el  $q_{o,max}$ 

Usando la ecuación general de Vogel y sustituyendo:

$$\frac{q_{o@c.s}}{q_{o,max}} = 1 - 0.2 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right) - 0.8 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^2$$

$$q_{o,max} = \frac{100 \ bpd}{1 - 0.2 \left(\frac{1800}{2400}\right) - 0.8 \left(\frac{1800}{2400}\right)^2} = 250 \ bpd$$

2) Calculado el gasto a la presión de fondo fluyendo indicada:

$$q_{o@pwf} = 1 - 0.2 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right) - 0.8 \left(\frac{p_{wf}}{p_R}\right)^2 \cdot q_{o,max}$$

$$q_{o@1200psi} = 1 - 0.2 \left(\frac{1200}{2400}\right) - 0.8 \left(\frac{1200}{2400}\right)^2 \cdot 250 \ bpd = 175 \ bpd$$

#### Método de IPR generalizada

Calcular el gasto a la presión de saturación  $(q_b)$ ,  $q_{o,max}$ ,  $q_o$  a una presión de fondo fluyendo  $(p_{wf})$  de 1500 psi, una presión de yacimiento  $(p_R)$  de 4200, índice de productividad  $J = 2 \ bpd/psi$  y una presión de saturación  $(p_b)$  de 3000 psi.

1) Calculando el gasto a la presión de saturación:

$$q_b = J(p_R - p_b)$$
$$q_b = 2(4200 - 3000) = 2400 \, bpd$$

2) Calculado el gasto de aceite mediante la ecuación de IPR generalizada:

$$q_{o@c.s} = q_b + \frac{J \cdot p_b}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right)^2 \right]$$

$$q_{o@c.s} = 2400 + \frac{2 \cdot 3000}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{1500}{3000} \right) - 0.8 \left( \frac{1500}{3000} \right)^2 \right] = 4733.3 \ bpd$$

3) Calculando el gasto máximo:

$$q_{o,max} = \frac{J \cdot p_b}{1.8} + q_b$$

$$q_{o,max} = \frac{2 \cdot 3000}{1.8} + 2400 = 5733.33 \, bpd$$

#### Método de Standing

Calcular el gasto máximo ( $q_{o,max}$ ) con una eficiencia de flujo EF=1, el  $q_{o,max}$  con EF=0.6 y un gasto de aceite ( $q_o$ ) a una presión de fondo fluyendo ( $p_{wf}$ ) de 1300 psi a diferentes eficiencias de flujo (EF=0.6 y 1.3). (En Brown, 1984).

$p_R = 2600 \ psi$	$q_o = 500 \ bpd$	$p_{wf}$	EF = 0.6	$p_B = 3100 \ psi$
		= 1800 psi		

1) Calculando la eficiencia de flujo de acuerdo con Standing:

$$EF = \frac{p_R - p_{wf}}{p_R - p_{wf}} \rightarrow p_{wf} = p_R - EF(p_R - p_{wf})$$
$$p_{wf} = 2600 - 0.6(2600 - 1800) = 2120 psi$$

2) Calculado el gasto máximo  $(q_{o,max})$  utilizando la ecuación de Vogel:

$$q_{o,max} = \frac{500 \ bpd}{1 - 0.2 \left(\frac{2120}{2600}\right) - 0.8 \left(\frac{2120}{2600}\right)^2} = \mathbf{1639.12} \ bpd$$

3) Calculando el gasto de aceite a la eficiencia de flujo deseada:

$$q_{o,@EF=0.6} = 1639.12 \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{2120}{2600} \right) - 0.8 \left( \frac{2120}{2600} \right)^2 \right] = 500 \ bpd$$

- A una eficiencia de flujo de 0.6 y una presión de fondo fluyendo de 1300 psi
- 4) Calculando la eficiencia de flujo de acuerdo a Standing:

$$EF = \frac{p_R - p_{wf}}{p_R - p_{wf}} \rightarrow p_{wf} = p_R - EF(p_R - p_{wf})$$

$$p_{wf} = 2600 - 0.6(2600 - 1300) = 1820 \, psi$$

5) Calculando el gasto de aceite a la eficiencia de flujo deseada:

$$q_{o,@EF=0.6} = 1639.12 \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{1820}{2600} \right) - 0.8 \left( \frac{1820}{2600} \right)^2 \right] = 767.10 \ bpd$$

- A una eficiencia de flujo de 1.3 y una presión de fondo fluyendo de 1300 psi
- 6) Calculando la eficiencia de flujo de acuerdo a Standing:

$$EF = \frac{p_R - p_{wf}}{p_R - p_{wf}} \rightarrow p_{wf} = p_R - EF(p_R - p_{wf})$$

$$p_{wf} = 2600 - 1.3(2600 - 1300) = 910 \, psi$$

7) Calculando el gasto de aceite a la eficiencia de flujo deseada:

$$q_{o,@EF=0.6} = 1639.12 \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{910}{2600} \right) - 0.8 \left( \frac{910}{2600} \right)^2 \right] = 1363.74 \ bpd$$

- A una eficiencia de flujo de 1 y una presión de fondo fluyendo de 1300 psi
- 8) Calculando la eficiencia de flujo de acuerdo a Standing:

$$EF = \frac{p_R - p_{wf}}{p_R - p_{wf}} \rightarrow p_{wf} = p_R - FE(p_R - p_{wf})$$

$$p_{wf} = 2600 - 1(2600 - 1300) = 1300 \, psi$$

9) Calculando el gasto de aceite a la eficiencia de flujo deseada:

$$q_{o,@EF=0.6} = 1639.12 \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{1300}{2600} \right) - 0.8 \left( \frac{1300}{2600} \right)^2 \right] = 1147.4 \ bpd$$

#### Método de Fetkovich

Calcular el gasto de aceite  $(q_o)$  con datos de una prueba de producción a una presión de fondo fluyendo  $(p_{wf})$  de 2200 psi con una presión de yacimiento  $(p_R)$  de 2500 psi y presión de saturación  $(p_b)$  de 3000 psi. (En Brown, 1984)

Prueba	$q_o(bpd)$	$p_{wf}(psi)$
1	880	2000
2	1320	1500
3	1595	1000
4	1752	500

1) Convirtiendo los datos de la prueba a valores logarítmicos:

$Log(q_o)$	$\log(\frac{p_R^2 - p_{wf}^2}{1000})$
2.944	3.3521
3.1205	3.6020
3.2027	3.7001
3.2435	3.7781

2) Se realiza una gráfica en coordenadas cartesianas de Log  $\left(\frac{p_R^2 - p_{wf}^2}{1000}\right)$  vs Log  $(q_o)$ :



Se obtiene el valor de la exponente "n" y  $J_o$  de la ecuación de la recta mostrada en la gráfica del paso 2.

$$\frac{1}{m} = n \to \frac{1}{1.4226} = 0.7029$$

$$J_0 = 10^{-nb} \rightarrow 10^{-(0.7029) \cdot (-0.8363)} = 3.8711$$

 Sustituyendo los valores obtenidos en el paso 3 en la ecuación propuesta por Fetkovich:

$$q_{o@c.s} = 3.8711 \left(\frac{2500^2 - 2200^2}{1000}\right)^{0.7029} = 633 \ bpd$$

$$q_{o,max@pwf=0} = 3.8711 \left(\frac{2500^2}{1000}\right)^{0.7029} = 1802.84 \ bpd$$

#### Método de Jones, Blount y Glaze

Calcular el gasto de aceite máximo  $(q_{o,max})$  y realizar el diagnóstico de la terminación del pozo con datos de una prueba de producción a una presión de yacimiento  $(p_R)$  de 4453 psi. (En Brown, 1984)

Prueba	$q_o(bpd)$	$p_{wf}(psi)$
1	545	4427
2	672	4418
3	746	4412
4	822	4405

1) Se realiza una gráfica en coordenadas cartesianas con los datos de producción, graficando  $\frac{p_R - p_{wf}}{q_o}$  vs  $q_o$ :



 Los valores de la ordenada y la pendiente obtenida en la gráfica del paso 1, son los valores de C y D correspondientes a la siguiente ecuación:

$$Dq_o^2 + Cq_o + p_R = 0$$

$$(4x10^{-5})q_o^2 + (0.0266)q_o + 4453 = 0$$

 Se aplica la fórmula general para encontrar las raíces de la ecuación cuadrática del paso 2:

$$q_{o,max} = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4D \cdot p_R}}{2D}$$

$$q_{o,max} = \frac{-(0.0266) \pm \sqrt{(-0.0266)^2 - 4(4x10^{-5}) \cdot -4453}}{2(4x10^{-5})} = 10224 \ bpd$$

4) Una vez obtenido el valor de  $q_{omax}$ , se procede a calcular el valor del parámetro C' de la siguiente forma:

$$C' = C + Dq_{omax}$$

$$C' = (0.0266) + (4x10^{-5}) \cdot (10224) = 0.43556$$

- 5) Aplicando los parámetros de diagnóstico mencionados en el capítulo 2.1.6:
- $C = 0.0266 \le 0.05$ . El pozo no presenta daño a la formación.
- $\frac{c'}{c} = 16.37 > 2$ . Existe turbulencia en la formación.
- $C \le 0.05 \ y \ \frac{C'}{c} > 2$ . No se recomienda estimular el pozo.

# A.2. Comportamiento de afluencia en pozos convencionales productores de gas

#### Método de Rawlins y Schellardt

Los datos de la siguiente tabla se reportaron para una prueba de flow after flow. La presión de fondo fluyendo de cierre inicial (antes de la prueba) se determinó en 408.2 psi. Calcular el gasto máximo de gas que puede aportar dicho pozo. (Slideshare, pruebas de pozos de gas, 2016):

Prueba	$p_{wf}(psi)$	$q_g(MMpcd)$
1	403.1	4.288
2	394	9.265
3	378.5	15.52
4	362.6	20.177

1) Convirtiendo dichos datos en valores logarítmicos:

Prueba	$p_{wf}(psi)$	$q_g(MMpcd)$
1	2.6054	0.6322
2	2.5954	0.9668
3	2.5780	1.1908
4	2.5594	1.3048

2) Graficar en coordenadas cartesianas los valores logarítmicos de  $(p_R^2 - p_{wf}^2) vs q_g$ :



3) Una vez obtenido los valores de la pendiente y la ordenada se proceden a calcular los valores de C y el exponente n:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{1.3737} \to n = 0.7279$$

$$10^{-(0.7279)(2.7407)} = 0.01011$$

4) Se procede a calcular el gasto máximo de gas haciendo  $p_{wf} = 0$ :

$$q_{amax@c.e} = 0.01011(408.2^2)^{0.7279} = 63.92 MMpcd$$

### Anexo B

## Comportamiento de afluencia futura en pozos convencionales

#### Método de Standing

Con base a los datos mostrados en la tabla, calcular el gasto de aceite a condiciones futuras de un pozo para una presión de fondo fluyendo de 1500 psi y 1000 psi cuando el yacimiento se abate hasta los 2000 psi. (En Brown,1984)

Variables	Condiciones presentes	Condiciones futuras
Presión del yacimiento	2500 psi	2000 psi
Presión de fondo	1750 psi	-
fluyendo		
Gasto de aceite	2000 bpd	-
Eficiencia de flujo	1	1
Permeabilidad relativa al	0.80	0.75
aceite		
Permeabilidad absoluta	62.5 md	62.5 md
Viscosidad del aceite	0.5421 cp	0.6229 cp
Factor volumétrico del	1.3190	1.2562
aceite		

1) Calculando el gasto máximo del pozo:

$$q_{o,max} = \frac{2000 \ bpd}{1 - 0.2 \left(\frac{1750}{2500}\right) - 0.8 \left(\frac{1750}{2500}\right)^2} = \textbf{4273.5} \ \textbf{bpd}$$

$$Jp^* = \left(\frac{1.8 \cdot q_{o,max}}{p_{R,P}}\right) = 3.07 \ bpd/psi$$

2) Calculando el índice de productividad futura:

$$J_{F}^{*} = 3.07 \cdot \frac{\left(\frac{0.75}{0.6229 \cdot 1.2562}\right)_{F}}{\left(\frac{0.80}{0.5421 \cdot 1.3190}\right)_{P}}, = 2.6359 \ bpd/psi$$

3) Aplicando la siguiente ecuación y sustituyendo para una  $p_{wf}$  de 1500 psi y 1000 psi :

$$q_{o@c.s} = \frac{J_{F}^{*} p_{R,F}}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{p_{wf}}{p_{R,F}} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{wf}}{p_{R,F}} \right)^2 \right]$$

$$q_{o,F@1500psi} = \frac{2.6359(2000)}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{1500}{2000} \right) - 0.8 \left( \frac{1500}{2000} \right)^2 \right] = \mathbf{1171.5} \ \mathbf{bpd}$$
$$q_{o,F@1000psi} = \frac{2.6359(2000)}{1.8} \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{1000}{2000} \right) - 0.8 \left( \frac{1000}{2000} \right)^2 \right] = \mathbf{2050} \ \mathbf{bpd}$$

#### Método de Fetkovich

Calcular el gasto de aceite futuro ( $q_o$ ) con los mismos datos de la prueba de producción (mostrados en el anexo A del método mencionado) a una presión de fondo fluyendo ( $p_{wf}$ ) de 800 psi con una presión de yacimiento actual ( $p_R$ ) de 2500 psi y considerando una presión de yacimiento futura de 1800 psi. (En Brown, 1984)

1) Aplicando la ecuación propuesta por Fetkovich para el comportamiento de afluencia futura:

$$q_{o@c.s} = J_{o}\left(\frac{p_{R,F}}{p_{R,P}}\right) \left(p_{R,F}^{2} - p_{wf}^{2}\right)^{n}$$

$$q_{o,maxF} = 3.8711 \left(\frac{1800}{2500}\right) (1800^2 - 0^2)^{0.7029} = 818 \ bpd$$

$$q_{o,F} = 3.8711 \left(\frac{1800}{2500}\right) (1800^2 - 800^2)^{0.7029} = 701 \, bpd$$

#### Anexo C

### Comportamiento de afluencia en pozos horizontales productores de aceite

#### Método de Joshi

Calcular el gasto de aceite (en estado estacionario) de un pozo horizontal que se encuentra en un yacimiento con una presión de 2000 psi y una presión de fondo fluyendo de 1900 psi. (En Joshi, 1991)

Datos:

kv = 75 md	$h = 160 \ pies$	Ø = 3.8%
kh = 75 md	Bo = 1.34	$r_w = 0.365 \ pies$
$\mu_o = 0.62 \ cp$	$A = 80 \ acres$	L = 1000  pies

de la ecuación 4.1:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08x10^{-3} \cdot k_h h(p_e - p_{wf})}{\mu_o B_o \left[ Ln(\eta) + \frac{\beta h}{L} Ln(\delta\beta) \right]},$$

donde:

$$\eta = \frac{a + \sqrt{a^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}{L/2}$$
$$\delta = \frac{h}{2_{rw}}$$
$$a = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2r_{eH}}{L}\right)^4}}$$

sustituyendo valores:

$$r_{eH} = \sqrt{\frac{80 \cdot 43560}{3.1416}} = 1053 \ pies$$

$$a = \frac{1000}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2 \cdot 1053}{1000}\right)^4}} = 1114 \text{ pies}$$

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08x10^{-3} \cdot 75 \cdot 160(2000 - 1900)}{0.62 \cdot 1.34 \left[ Ln \left( \frac{1114 + \sqrt{1114^2 + \left(\frac{1000}{2}\right)^2}}{1000/2} \right) + \frac{160}{1000} Ln \left(\frac{160}{2 \cdot 0.365} \right) \right]}$$
$$= 4440 \, bpd$$

#### Método de Babu y Odeh

Un pozo horizontal es perforado en un yacimiento que tiene los siguientes datos (En Joshi, 1991):

kv = 1 md	kv = 1 md	$\frac{kv}{kh} = 0.1$
kh = 1 md	Bo = 1.2	$r_w = 0.365 \ pies$
$\mu_o = 0.5 \ cp$	$A = 160 \ acres$	L = 2000  pies
$Z_w = 25 \ pies$	$S_m = 0$	D = 0
$p_r = 2000 \ psi$	$p_{wf} = 1900 \ psi$	

Calcular la producción.

1) Calcular  $Ln_{CH}$ :

Basándose en la figura 4.4

$$2y_e = \sqrt{160 \cdot 43560} = 2640 \text{ pies}; y_w = 1320 \text{ pies}$$
$$\frac{y_w}{2y_e} = \frac{1320 \text{ pies}}{2640 \text{ pies}} = 0.5; \frac{Z_w}{h} = \frac{25 \text{ pies}}{50 \text{ pies}} = 0.5$$

Utilizando la ecuación 4.10:

$$LnC_{H} = 6.28 \left(\frac{2640}{50}\right) \sqrt{0.1} \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1320}{2640}\right) + \left(\frac{1320}{2640}\right)^{2}\right] - Ln \left[sen\left(180^{\circ}\frac{25}{50}\right)\right] - 0.5Ln \left[\left(\frac{2640}{50}\right) \sqrt{0.1}\right] - 1.088 = \mathbf{6}.\mathbf{24}$$

2) Calcular  $S_R$ :

 $k_{y} = k_{x} = 1 md; \ k_{v} = 0.1 md$  $\frac{2y_{e}}{\sqrt{k_{y}}} = \frac{2640}{\sqrt{1}} = 2640$  $\frac{1.5x_{e}}{\sqrt{k_{x}}} = 1.5 \cdot \frac{1320}{\sqrt{1}} = 1980$ 

$$\frac{0.75h}{\sqrt{k_v}} = 0.75 \cdot \frac{50}{\sqrt{0.1}} = 118.58$$

por lo tanto, cumple con la condición de:

$$\frac{2y_e}{\sqrt{k_y}} \ge \frac{1.5x_e}{\sqrt{k_x}} >> \frac{0.75h}{\sqrt{k_v}}$$

donde:

$$S_R = PXYZ + PXY'$$

3) Calculando el componente PXYZ:

$$PXYZ = \left[\frac{2640}{2000} - 1\right] \left[ Ln\left(\frac{50}{0.365}\right) + 0.25Ln\left(\frac{1}{0.1}\right) - Ln\left(sen\frac{180^{\circ} \cdot 25}{50}\right) - 1.84 \right] = \mathbf{1.17}$$

4) Calcular el componente PXY'

$$x = \frac{L}{4x_e} = \frac{2000}{2 \cdot 2640} = 0.3788$$

Usando la ecuación 4.13, donde la función f(x) es calculado como:

$$f(x) = -0.3788[0.145 + Ln(0.3788) - 0.137(0.3788)^2] = 0.32$$

Determinando el valor de los parámetros  $y_1$  y  $y_2$ :

$$y_1 = \frac{4x_w + L}{4x_e} = \frac{4 \cdot 1320 + 2000}{2 \cdot 2640} = 1.3788$$

Como el valor de y1 es mayor a 1 entonces se utiliza la ecuación 4.14:

$$2 - y_1 = 2 - 1.3788 \rightarrow 0.62$$

$$f(y_1) = (0.62)[0.145 + Ln(0.62) - 0.137(0.62)^2] = -0.239$$

$$y_2 = \frac{4x_w - L}{4x_e} = \frac{4 \cdot 1320 - 2000}{2 \cdot 2640} = 0.62$$

Como el valor de y2 es menor a 1, se utiliza la siguiente ecuación:

$$f(y_2) = -(0.62)[0.145 + Ln(0.62) - 0.137(0.62)^2] = 0.239$$

Sustituyendo los valores obtenidos en la siguiente ecuación:

$$PXY' = \left(\frac{2(2x_e)^2}{Lh}\sqrt{\frac{k_v}{k_x}}\right)[f(x) + \{f(y_1) - f(y_2)\}]$$

$$PXY' = \left(\frac{2(2640)^2}{2000 \cdot 50}\sqrt{0.1}\right) \left[(0.32) + 0.5\{-0.239 - 0.239\}\right] = \mathbf{3.57}$$

del paso 2, donde  $S_R$  se define como:

$$S_R = PXYZ + PXY'$$

entonces:

$$S_R = 1.17 + 3.57 = 4.74$$

5) Calcular la producción del pozo:

$$q_{o@c.s} = \frac{7.08x10^{-3} \cdot (2640)\sqrt{1 \cdot 0.1}(2000 - 1900)}{(0.5)(1.2)\left[Ln\left(\frac{\sqrt{2640 \cdot 50}}{0.365}\right) + 6.24 - 0.75 + 4.74\right]} = 61 bpd$$

## Anexo D Comportamiento de afluencia en pozos estimulados con fracturamiento hidráulico productores de aceite

#### Método de Samaniego y Cinco Ley

Se desea realizar un fracturamiento hidráulico a un pozo con baja permeabilidad y se requiere conocer el comportamiento de la curva IPR con la siguiente información disponible:

k = 10 md	$\phi_f = 5\%$	$c_t = 1x10^{-5}  psi$	$r_w = 0.35  pies$
h = 30.48  pies	Bo = 1.24 STB	$x_f = 30.48 \ pies$	$k_f = 10000 \ md$
t = 100 hrs	$\mu_o = 2.82 \ cp$	$w_f = 3.048  pies$	$p_R = 1422 \ psi$

1. Se procede a calcular el valor de  $F_{CD}$ :

$$F_{CD} = \frac{(10000)(3.048)}{(10)(30.48)} = \mathbf{100}$$

2. Se procede a calcular el valor del término  $t_{Dxf}$ :

$$t_{Dxf} = \frac{0.000264(10)(100)}{(0.05)(2.82)(1x10^{-5})(30.48)^2} = \mathbf{201.53}$$

3. Calcular el valor del término de presión adimensional  $(p_D)$ :

$$p_D = \frac{2.45}{\sqrt{100}} \cdot 201.53^{0.25} = \mathbf{0.9231}$$

4. Se calcula el gasto máximo (bpd):

$$q_{o,max} = \frac{(10)(30.48)(1422)}{141.2(0.9231)(1.24)(2.82)(1.8)} = 528 \ bpd$$

5. Una vez conocido el valor del gasto máximo, es posible generar toda la curva de IPR utilizando la ecuación de Vogel (1968).

Suponiendo que  $p_{wf} = 1000 \ psi$ 

$$q_{o@c.s} = 528 \cdot \left[ 1 - 0.2 \left( \frac{1000}{1422} \right) - 0.8 \left( \frac{1000}{1422} \right)^2 \right]$$

 $q_{o@c.s} =$ **244 bpd**