



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Estimación de la Temperatura Estática de un Yacimiento

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Reynaldo Bautista Morales

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Fernando Samaniego Verduzco



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019

Dedicatoria

A mis padres, Reynaldo José Bautista Bárcenas y María Lidia Morales Gutiérrez, quienes me han dado todo el amor y apoyo del mundo. A mi hermano Sergio a quien quiero mucho y a mis abuelos que siempre fueron un ejemplo para mí.

Agradecimientos

Le doy gracias a Dios por darme la vida y a los padres que tengo así como darme perseverancia y la oportunidad de poder estudiar una carrera profesional.

Al Dr. Fernando Samaniego, por todo el apoyo brindado y sobre todo, sus enseñanzas y sabiduría.

Al Dr. Rodolfo Gabriel Camacho Velázquez por sus valiosas observaciones y enseñanzas

Al Dr. Teodoro Iván Guerrero Sarabia por sus valiosas observaciones

Al Dr. Bruno Armando López Jiménez por su valioso apoyo, sus consejos y observaciones

Al Ing. Israel Castro Herrera

A la UNAM, por darme el privilegio de ser parte de ella.

ÍNDICE:

LISTA DE FIGURAS.....	iv
LISTA DE TABLAS.....	vi
RESUMEN.....	vii
INTRODUCCIÓN.....	1
Capítulo 1: Conceptos generales.....	5
1.1 Temperatura.....	5
1.2 Calor.....	5
1.3 Energía.....	6
1.4 Calor específico.....	6
1.5 Conductividad térmica.....	7
1.6 Densidad.....	7

1.7 Difusividad Térmica.....	8
1.8 Transferencia de calor por conducción.....	8
1.9 Transferencia de calor por convección.....	10
1.10 Convección natural.....	11
1.11 Distribución de la temperatura en la formación.....	12
1.12 Lodo de perforación.....	14
Capítulo 2: Métodos para la Estimación de la Temperatura de un Yacimiento durante la perforación de un pozo.....	15
2.1 Método de Horner, (Dowdle y Cobb, 1975).².....	15
2.2 Método mejorado de Horner, (Roux y cols.1980).¹⁷.....	19
2.3 Método de A.R. Hasan y C.S. Kabir. (1994).⁷.....	26
2.4 Método de Dos puntos, (Kritikos y Kutazov, 1988).¹⁴.....	36
Capítulo 3: Métodos para la Estimación de la Temperatura de un Yacimiento a condiciones fluyentes.....	41

3.1 Método para determinar la temperatura de un yacimiento mediante pruebas de flujo, (Kashikar y Arnold, 1991).¹²	41
3.2 Método hiperbólico para determinar la temperatura estática del yacimiento, (Kabir cols.1997).¹⁰	51
Capítulo 4: Resultados y Comparaciones de los métodos Analizados	61
4.1 Comparación de resultados	61
4.2 Características de los métodos analíticos para la estimación de la Temperatura de un Yacimiento	62
Conclusiones	64
Nomenclatura	66
Referencias	70
Apéndices	73
Apéndice A: Método de Horner, (Dowdle y Cobb, 1975) (Derivación)	73
Apéndice B: Método de Horner Mejorado, (Roux y cols.1980) (Derivación)	76
Apéndice C: Método de Hasan y Kabir. (1994) (Derivación)	81
Apéndice D: Método de Dos Puntos, (Kritikos, Kutasov, 1988) (Derivación)	91

Apéndice E: Método para determinar la temperatura por pruebas de flujo, (Kashikar y Arnold, 1991) (Derivación).....	100
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Apéndice F: Método hiperbólico para determinar la temperatura estática del yacimiento, (Kabir y cols.1997) (Derivación).....	108
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

LISTA DE FIGURAS

Figura1: Proceso de circulación de un lodo de perforación en un pozo petrolero. (Olea González, 2007). ¹⁵	3
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

Figura 1.1: Transferencia unidimensional de calor por conducción del punto X1 al puntoX2. (Hasan y Kabir, 2018). ⁸	9
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

Figura 1.2: Transferencia de calor en un sistema de estado estacionario. (Hasan y Kabir, 2018). ⁸	10
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

Figura 1.3: Resistencias al flujo de calor en un pozo. (Hasan y Kabir, 2018). ⁸	11
--------------------------------------------------------------------------------------------------	----

Figura 2.1: Gráfico de Horner para el caso sintético requerido para la obtención de T_{ei} , el cual corresponde a $75\text{ }^{\circ}\text{C}$	17
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

Figura 2.2: Gráfico del método de Horner para la estimación de T_{ei} en el yacimiento Kelly Hot Springs ($225.2\text{ }^{\circ}\text{F}$).....	19
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

Figura 2.3: Curva de corrección para $t_{kD} < 25$. ¹⁷	21
--------------------------------------------------------------------------	----

Figura 2.4: Curva de corrección para $t_{kD} < 80$. ¹⁷	22
--------------------------------------------------------------------------	----

Figura 2.5: Curva de corrección para $t_{kD} < 100$. ¹⁷	22
---------------------------------------------------------------------------	----

Figura 2.6: Gráfica del método de Horner para el cálculo de T_{ei} aplicando al caso sintético.....	23
Figura 2.7: Temperatura vs tiempo de Horner.¹⁷	25
Figura 2.8: Aumento de la temperatura después de la circulación del lodo.⁷.....	26
Figura 2.9: Gráfico de Temperatura vs la función del tiempo dada por la ecuación 2.15.⁷.....	33
Figura 2.10: Temperatura vs la función del tiempo dada por la ecuación 2.16.....	35
Figura 3.1: Efecto del periodo inicial de circulación en la temperatura del pozo durante la producción.(Kashikar y Arnold, 1991).¹².....	44
Figura 3.2: Efecto de la producción a diferentes gastos en la temperatura del pozo a un $t_k=10$ h. (Kashikar y Arnold, 1991).¹².....	45
Figura 3.3: Temperatura estimada contra tiempo de producción con una T_k de 51.5°C a un t_p de 1. (Kashikar y Arnold, 1991).¹².....	49
Figura 3.4: Gráfica diagnóstico que muestra el efecto del almacenamiento en las mediciones de fondo. (Kabir y cols. 1997).¹⁰	58
Figura 3.5: Gráfica Temperatura vs. Tiempo de Horner. (Hasan y Kabir, 2018).⁸.....	58
Figura 3.6: Gráfica del análisis de la hipérbola rectangular Temperatura vs Tiempo de cierre.(Hasan y Kabir, 2018).⁸	59

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1: Ejemplo sintético (Shen y Beck, 1986) ¹⁸ para el cálculo de Tei a partir del método de Horner.....	17
Tabla2.2: Ejemplo de campo para el yacimiento Kelly Hot Springs ¹⁷ para el cálculo de Tei a partir del método de Horner.....	18
Tabla 2.3: Datos del ejemplo sintético. (Shen y Beck, 1986). ¹⁸	33
Tabla 2.4: Datos del ejemplo de campo. (Roux y cols.1980). ¹⁷	34
Tabla 2.5: Datos del ejemplo sintético. (Shen y Beck, 1986). ¹⁸	38
Tabla 2.6: Temperaturas medidas a distintas profundidades del pozo Rechitskaya 17-p.(Eppelbaum y Kutazov, 2016) ⁴	40
Tabla 3.1: Resultados del Caso 1.(Kashikar y Arnold, 1991). ¹²	48
Tabla 3.2: Resultados del Caso 2. (Kashikar y Arnold, 1991). ¹²	50
Tabla 4.1: Comparación de resultados.....	61
Tabla 4.2: Métodos analíticos para la estimación de la Temperatura de un Yacimiento.....	62

Resumen.

La estimación correcta de la temperatura estática de la formación es necesaria para explotar adecuadamente el yacimiento y para desarrollar correctamente operaciones en el pozo, tales como: establecer el gradiente geotérmico de la formación, la estimación de las propiedades físicas de los fluidos, la interpretación correcta de los registros petrofísicos, así como el desarrollo del programa de cementación del pozo. Además se requiere para procesos de recuperación primaria y el desarrollo de programas y operaciones de recuperación secundaria y mejorada del yacimiento, sobre todo en métodos térmicos como son: inyección de vapor y combustión in- situ.

Existen dos esquemas para estimar la temperatura del yacimiento, soluciones analíticas y numéricas. Esta tesis se enfoca en el análisis físico y matemático de las soluciones analíticas ya existentes en el ámbito técnico.

La temperatura de formación se puede obtener durante el desarrollo de la perforación, o bien cuando el pozo se encuentra en producción.

Los problemas técnicos surgen cuando los periodos del fluido de circulación, durante la perforación son demasiado largos, lo cual deriva en pérdidas de circulación del fluido hacia la formación y causa diversos problemas, los cuales son muy costosos y generan pérdidas económicas, así como daño a la formación y a las tuberías.

Sin embargo, cuando el fluido circula a tiempos cortos, es muy difícil estimar la temperatura estática de la formación debido a que el fluido, al descender a una profundidad determinada, enfría a la formación y frecuentemente no recupera su temperatura.

Los métodos fluyentes son una mejor opción principalmente porque no se detiene la perforación y evita pérdidas de circulación, y la estimación de la temperatura se realiza cuando el pozo se encuentra a condiciones fluyentes.

En esta tesis se analizan cuatro métodos en la etapa de perforación y dos métodos en la etapa de producción del pozo para estimar la temperatura estática del yacimiento.

Introducción

En esta tesis se estudian los modelos analíticos más importantes en la industria petrolera para la determinación de la temperatura estática del yacimiento. Se explican dichos métodos para la estimación de la temperatura y se hace una comparación de los mismos resultando sus ventajas y desventajas, los requerimientos necesarios, entre otros aspectos.

Se explica la metodología para usarlos, asimismo se presenta un ejemplo sintético y un ejemplo de campo. Para mostrar su uso en los apéndices se incluye como material didáctico la derivación detallada de las ecuaciones que intervienen en ellos, con el objetivo de presentar al lector un mejor entendimiento.

El objetivo de esta tesis es establecer una base para proponer un modelo analítico en el que se tenga una aproximación adecuada de la temperatura estática de un yacimiento en la fase productiva del pozo y tener que evitar problemas económicos en la perforación sin sobrepasar los límites económicos que se tengan programados, así como evitar los problemas de pérdida de circulación del fluido durante la etapa de perforación.

La nueva propuesta tendría como novedad desarrollar un modelo analítico con el cual se pueda obtener la temperatura estática de un yacimiento cuando se esté efectuando una prueba de incremento de presión y que el fluido producido del yacimiento sea ligeramente o altamente compresible.

En la industria petrolera y durante la perforación y terminación de pozos, es indispensable contar con estimaciones confiables de las temperaturas de formación. La temperatura de formación se refiere a la temperatura presente en el interior de la tierra y esta se mide de manera directa durante las actividades de perforación de pozos, sin embargo; los procesos de perforación alteran considerablemente el campo de temperaturas de la formación que rodea al pozo y por consecuencia los valores medidos divergen de la temperatura real. La relevancia y aplicación de la temperatura se encuentra en la ingeniería de yacimientos, operaciones de terminación de pozos, interpretación de registros de temperatura, estudios geofísicos, la determinación de propiedades físicas de fluidos en los yacimientos, la estimación de factores de volumen de aceite-gas en la

formación y solubilidad de gas entre otros. Desafortunadamente, las temperaturas registradas durante las mediciones con línea de acero son normalmente más bajas que la temperatura real de la formación, debido a que los tiempos de paro y circulación de fluidos en el pozo son demasiado cortos, de tal forma que no permiten que el lodo en el fondo del pozo alcance el equilibrio térmico, lo cual usualmente requiere de varios días o semanas.

Los procesos críticos más comunes en la perforación y terminación de pozos son: las pérdidas parciales o totales de fluidos de perforación, tuberías pegadas, cementaciones inadecuadas, asentamiento de tuberías de revestimiento y presencia de altas temperaturas, las pérdidas de circulación y la estimación de temperaturas de formación, se han priorizado ya que pueden controlarse en campo. El uso de simuladores para el diseño e ingeniería de la perforación de pozos ayuda a predecir y minimizar los riesgos de los problemas antes mencionados, sin embargo; el desempeño de estos simuladores estará en función de mejorar los modelos analíticos de transferencia de calor y de la calidad de los registros geofísicos, en donde los valores de temperatura son variables de importancia.

En el proceso de perforación, el fluido llamado lodo de perforación, circula de forma descendente a través de la tubería de perforación (TP) y en forma ascendente a través del espacio anular formado por la TP y el agujero que se perfora. Como se muestra en la **figura 1**, la temperatura de la formación rocosa a través del cual el agujero se perfora sufre cambios debido al flujo de lodo de perforación. El proceso térmico durante la circulación del lodo se puede analizar en tres regiones principales.

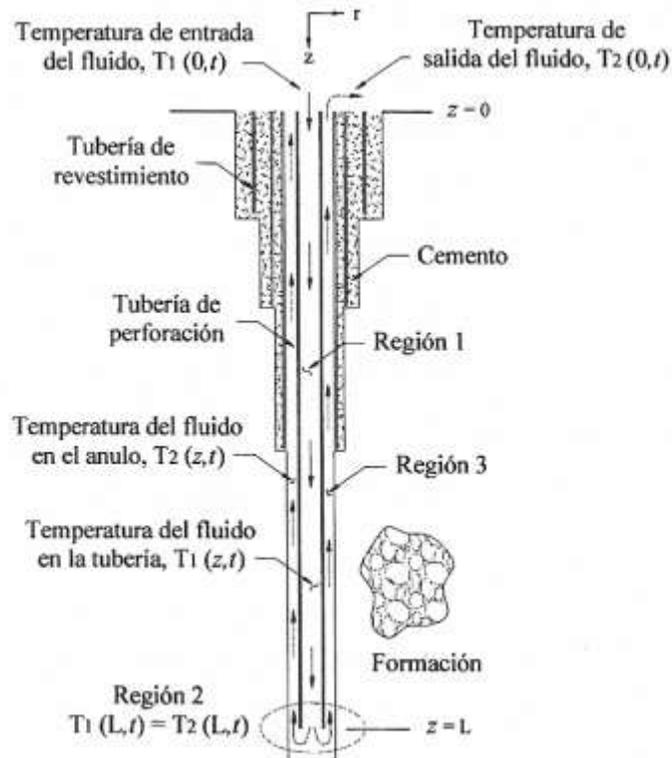


Figura1: Proceso de circulación de un lodo de perforación en un pozo petrolero. (Olea González, 2007). ¹⁵

En la región 1, el lodo entra a la tubería de perforación a una temperatura conocida $T_1(0, t)$. Conforme el fluido desciende por la tubería de producción TP en dirección axial (z), su temperatura se determina por procesos convectivos asociados con la circulación descendente de los lodos y el intercambio de calor con el fluido del espacio anular a cualquier tiempo $T_1(z, t)$. La región 2 se centra en el fondo del pozo ($z = L$) donde se asume que la temperatura del lodo a la salida de la TP es igual a la temperatura a la entrada del espacio anular, de manera que $T_1(L, t) = T_2(L, t)$. En la región 3, el lodo asciende por el espacio anular y su temperatura se determina principalmente por la velocidad de convección de calor ascendente, la velocidad de intercambio de calor entre el espacio anular y la TP, la velocidad de intercambio de calor entre la formación adyacente al espacio anular y el lodo que fluye en el espacio anular, así como las propiedades del fluido. El lodo retorna a la superficie a una temperatura $T_2(0, t)$.

Sin embargo, si se presentaran pérdidas de circulación, la temperatura del lodo también es función del tiempo de circulación y del volumen de pérdidas. Bajo este contexto, el modelo de transferencia de calor se complica en razón de que el lodo perdido por el proceso de perforación y ganado por la formación, afecta considerablemente a las temperaturas de la formación circundante, debido principalmente a que se involucran procesos convectivos en el sistema pozo-formación.

Capítulo 1: Conceptos generales

En este capítulo se definen los conceptos centrales en el desarrollo de esta tesis, también se discute la transferencia de calor y los dos mecanismos que se involucran en los diferentes métodos presentados, así como las propiedades de la roca y el fluido. Adicionalmente, se incluyen las soluciones adimensionales para la ecuación de difusión de calor dependiendo de los rangos de tiempos adimensionales.

1.1 Temperatura (T)

Es una magnitud escalar directamente relacionada con la energía interna de un sistema termodinámico. Esta energía interna tiene una parte llamada **energía sensible**, la cual está asociada con el movimiento de partículas del sistema. A medida que la energía sensible es mayor en un sistema, su temperatura aumenta proporcionalmente.

La temperatura se relaciona con la energía interna y con la entalpía de un sistema: a mayor temperatura mayor será la energía interna y la entalpía de un sistema.

La temperatura es una propiedad intensiva; es decir, no depende del tamaño del sistema ni de la cantidad de sustancia o material del que este compuesto.

Las unidades que se usan en esta tesis son grados Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) y Centígrados ($^{\circ}\text{C}$).

1.2 Calor (q_h)

El calor es la energía transferida entre dos cuerpos o sistemas. Se puede asociar al movimiento de los átomos, moléculas y otras partículas que forman la materia. Su concepto está ligado a la ley cero de la termodinámica, según la cual dos cuerpos en contacto intercambian energía hasta que su temperatura se equilibre.

Hay tres mecanismos básicos para la transferencia de calor los cuales son: conducción, convección y radiación.

En esta tesis solo se tomaran en cuenta los mecanismos de conducción y convección, los cuales se explican más adelante en este capítulo.

Las unidades de flujo de calor que se utilizan en esta tesis son $\left(\frac{Btu}{h}\right)$ y $\left(\frac{kJ}{h}\right)$.

1.3 Energía (*e*)

Se define como la capacidad para realizar un trabajo. La energía es una magnitud física abstracta, ligada al estado dinámico de un sistema cerrado, que permanece invariable con el tiempo. También se puede definir la energía de sistemas abiertos, es decir, partes no aisladas entre sí de un sistema cerrado mayor.

Un enunciado clásico de la física newtoniana afirma que “la energía no se crea ni se destruye solo se transforma.”

1.4 Calor específico (*c_p*)

La capacidad calorífica de un cuerpo se define como la razón entre la cantidad de energía calorífica transferida a un cuerpo, en un proceso cualquiera por su cambio de temperatura correspondiente. En otras palabras, es la energía necesaria para aumentar 1 grado Kelvin su temperatura. Indica la mayor o menor dificultad que presenta dicho cuerpo para experimentar cambios de temperatura bajo el suministro de calor.

Es una propiedad extensiva, ya que su magnitud depende de la cantidad de material contenida en el objeto.

$$c_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{QT}, \dots \dots \dots (1.1)$$

Las unidades de c_p que se utilizan en esta tesis son $\left(\frac{Btu}{lbm\text{-}^\circ F}\right)$ y $\left(\frac{kJ}{kg\text{-}^\circ C}\right)$.

1.5 Conductividad térmica (k_h)

Es una propiedad física de los materiales que mide el flujo de calor a través de un cuerpo como resultado de un gradiente de temperatura, medida.

Las unidades de k_h empleadas en el desarrollo de esta tesis son $\left(\frac{Btu}{h\text{-}^1\text{-}ft^2\text{-}^\circ F\text{-}^1}\right)$ y $\left(\frac{KJ}{h\text{-}^1\text{-}m^2\text{-}^\circ C}\right)$.

1.6 Densidad (ρ)

La densidad se define como la masa m por unidad de volumen V , ya sea de un fluido o de un sólido.

$$\rho = \frac{m}{V} \dots \dots \dots (1.2)$$

En general la densidad de un fluido cuya composición es constante es función de la presión y temperatura, de acuerdo a relaciones llamadas ecuaciones de estado:

$$\rho = \rho(p, T) \dots \dots \dots (1.3)$$

Las unidades utilizadas para ρ en esta tesis son $\left(\frac{lbm}{ft^3}\right)$ y $\left(\frac{Kg}{m^3}\right)$

Cuando se conoce la masa y volumen de una muestra de roca se puede determinar de forma inmediata su densidad.

1.7 Difusividad Térmica (α)

La difusividad térmica es definida como el cociente de la conductividad térmica entre la densidad por la capacidad térmica:

$$\alpha = \frac{k_h}{\rho c_p}, \quad \dots \dots \dots (1.4)$$

Las unidades para la difusividad térmica utilizadas en esta tesis son $\left(\frac{ft^2}{h}\right)$ y $\left(\frac{m^2}{h}\right)$.

1.8 Transferencia de calor por conducción

Ley de Fourier: Joseph Fourier publicó en su famoso libro, **Teoría analítica del calor (1822)** una formulación muy completa sobre la teoría de la conducción de calor.

Cuando existe un gradiente de temperatura en un cuerpo, hay una transferencia de energía de la región de alta temperatura a la de baja temperatura.

Se dice que la energía se transfiere por conducción y que la rapidez de transferencia de energía por unidad de área es proporcional al gradiente normal de temperatura.

$$Q = -k_h A \frac{dT}{dx}, \quad \dots \dots \dots (1.5)$$

Donde A es el área de flujo, k_h la conductividad térmica, Q es el flujo total de calor y $\frac{dT}{dx}$ es el gradiente de temperatura.

En la **figura 1.1** se explica el mecanismo de transferencia de calor en una sola dirección, en el cual el flujo de calor ocurre solo en la dirección en x .

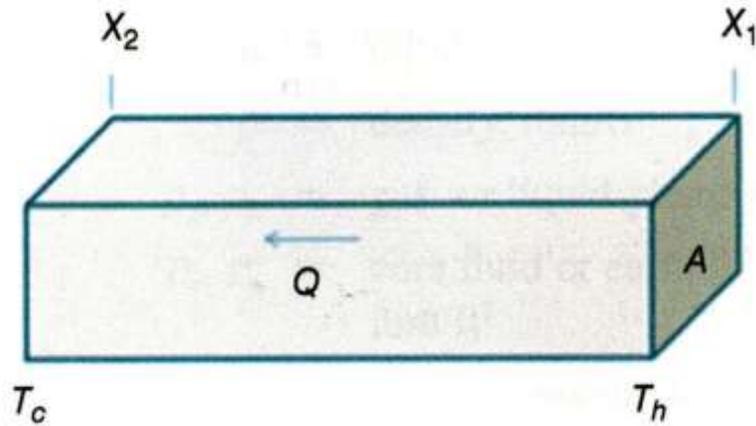


Figura 1.1: Transferencia unidimensional de calor por conducción del punto X1 al punto X2. (Hasan y Kabir, 2018). ⁸

En la ecuación (1.6) la conductividad térmica k_h , es una propiedad del material y A es el área transversal en la cual el calor fluye de x_1 a x_2 .

$$Q = -k_h A \frac{dT}{dx} = k_h A \frac{(T_2 - T_1)}{(x_1 - x_2)} \dots \dots \dots (1.6)$$

En la **figura 1.2** se muestra una situación donde hay dos cuerpos separados entre los cuales hay un flujo de calor. Si el sistema se encuentra en estado estacionario, entonces el flujo total de calor entre los cuerpos será el mismo. En ese caso se escribe el mismo Q para ambos cuerpos, de la manera siguiente:

$$Q = k_{h1} A \frac{(T_1 - T_2)}{(x_1 - x_2)} = k_{h2} A \frac{(T_2 - T_3)}{(x_2 - x_3)}, \dots \dots \dots (1.7)$$

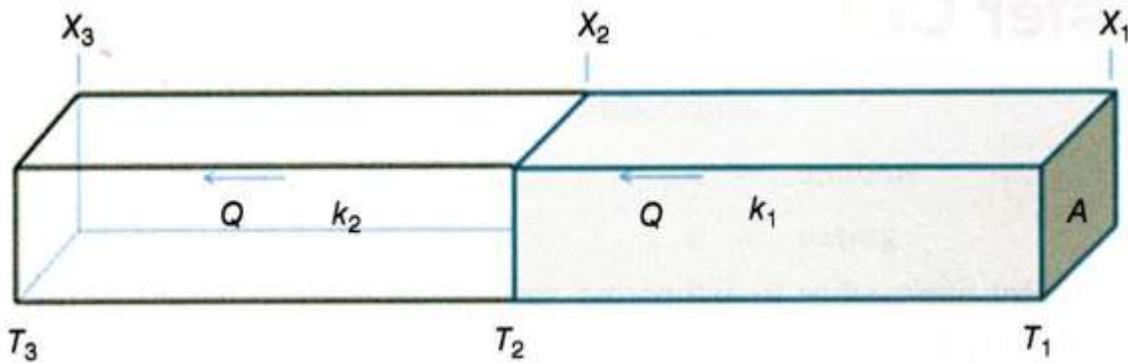


Figura 1.2: Transferencia de calor en un sistema de estado estacionario. (Hasan y Kabir, 2018).⁸

En coordenadas radiales la ecuación (1.6) se expresa con la ecuación (1.8)

$$Q = k_n 2\pi \frac{dT}{dr}, \quad \dots \dots \dots (1.8)$$

1.9 Transferencia de calor por convección

Este tipo de mecanismo de transferencia de calor ocurre cuando un fluido se encuentra en movimiento (convección) en una dirección mezclándose en la dirección perpendicular a ese flujo. Para un pozo en producción o inyección, el movimiento del fluido en la dirección vertical causará que varios de los elementos del fluido se mezclen con otros en la dirección radial, mejorando el flujo de calor en dicha dirección. En referencia a la **figura 1.3**, el flujo del fluido en la tubería de producción causará calor del fluido en bulto (dentro y alrededor del centro de la tubería de producción) para fluir hacia la pared de la tubería. Este mecanismo de transferencia de calor se expresa en términos del coeficiente h_t para el fluido en la tubería de producción y la diferencia de temperatura entre el fluido total y la temperatura dentro de la pared de la tubería T_{ti} . Dicho fenómeno se expresa por medio de la ecuación (1.9):

$$Q = -2\pi r_{ti} h_t (T_f - T_{ti}), \quad \dots \dots \dots (1.9)$$

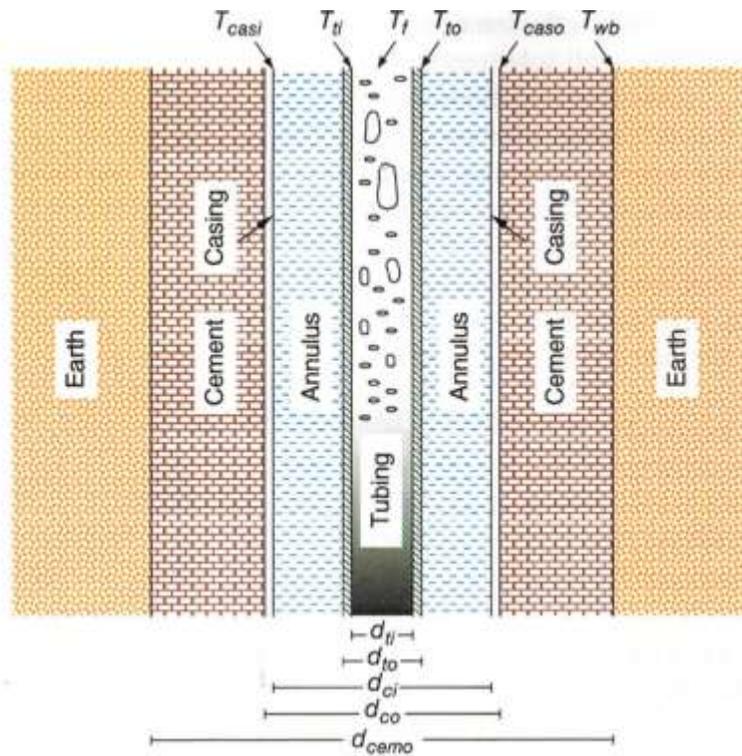


Figura 1.3: Resistencias al flujo de calor en un pozo. (Hasan y Kabir, 2018).⁸

1.10 Convección natural

Cuando un fluido con una determinada temperatura se encuentra en contacto con la superficie a una temperatura distinta, la transferencia de calor primeramente se da por el fenómeno conocido como convección natural.

La convección natural surge debido a que la densidad del fluido depende de su temperatura. La diferencia de temperatura debido a la diferencia de densidad, entre el fluido en bulto y el fluido cerca de la superficie causa una circulación en el fluido, que a su vez mejora la transferencia de calor. Así, la transferencia de calor de la tubería de la pared externa de la tubería de producción a la pared interna de la tubería de revestimiento no es debido a la conducción, eso quiere decir que: $Q \neq \frac{k_h A d T}{dr}$, en su lugar se utiliza la ecuación (1.10).

Donde h_a es el coeficiente de transferencia de calor por convección del fluido anular, T_{ci} es la temperatura dentro de la tubería de revestimiento y T_{to} la temperatura de la tubería de producción.

$$Q = Ah_a(T_{ci} - T_{to}), \dots \dots \dots (1.10)$$

1.11 Distribución de la temperatura en la formación (Ecuación de difusión de Calor)

Durante la producción, el fluido del pozo caliente provee una fuente de calor. De la misma manera cuando un fluido se inyecta, el pozo actúa como fuente de calor.

Para modelar el flujo de calor y distribución resultante de la temperatura en un sistema radial se trata la formación como un sólido homogéneo. Se asume simetría alrededor del pozo y se simplifica el problema 3D a uno de dos dimensiones 2D. La difusión de calor en la dirección vertical se desprecia, dejando el problema en una sola dirección 1D. La ecuación (1.11) será fundamental en los modelos para determinar la temperatura estática de la formación, donde c_{pf} es la capacidad calorífica del fluido, T_e es la temperatura de la formación y ρ_f la densidad del fluido.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial T_e}{\partial r}\right) = \left(\frac{c_{pf} \rho_f}{k_{he}}\right) \left(\frac{\partial T_e}{\partial t}\right). \dots \dots \dots (1.11)$$

Las condiciones de frontera para este problema se definen de la siguiente manera, donde T_{ei} es la temperatura estática de la formación:

$$\lim_{t \rightarrow 0} T_e = T_{ei}, \dots \dots \dots (1.12)$$

$$Q = 2\pi k_{he} \left. \frac{r \partial T_e}{\partial r} \right|_{r=r_w}, \dots \dots \dots (1.13)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{T_e}{\partial r} = 0, \quad \dots \dots \dots (1.14)$$

(Hasan y Kabir, 2018), ⁸ resolvieron la ecuación de difusión de calor con la transformada de Laplace, siguiendo la aproximación sugerida por (van Everdingen y Hurst, 1949), ¹⁹ para el caso de presión en un yacimiento infinito. Los autores presentaron la ecuación de la temperatura de la formación como función del radio y del tiempo. Para estimar la temperatura del fluido; se necesitan la temperatura de la formación y su derivada parcial en la interface pozo/formación ($r_D = 1$). La ecuación (1.15) es la temperatura en la interface pozo/formación.

$$T_{we} = T_{ei} + \frac{Q}{\pi^2 k_{he}} I, \quad \dots \dots \dots (1.15)$$

donde I es definida por la ecuación (1.16), t_D es el tiempo adimensional, J_0 es la función de Bessel de orden cero, J_1 es la función de Bessel de primer orden, u es una variable ficticia de integración, Y_0 es la función modificada de Bessel de orden cero y Y_1 es la función modificada de Bessel de primer orden.

$$I = \int_0^\infty \frac{1 - e^{-u^2 t_D}}{u^2} \frac{Y_1(u)J_0(u) - J_1(u)Y_0(u)}{J_1^2(u) + Y_1^2(u)} du, \quad \dots \dots \dots (1.16)$$

Análogamente, a la presión adimensional, p_D , usada en el análisis transitorio de presión se define la temperatura adimensional, T_D , donde T_{wb} es la temperatura en la pared del pozo de la manera siguiente:

$$T_D = -\frac{2\pi k_{he}}{Q} (T_{wb} - T_{ei}), \quad \dots \dots \dots (1.17)$$

$$T_D = \frac{-2I}{\pi}, \quad \dots \dots \dots (1.18)$$

El uso de las ecuaciones (1.15) y (1.16) requiere cálculos rigurosos de la integral de la función modificada de Bessel de orden cero y de primer orden, bajo los límites de cero a infinito. (Hasan y Kabir, 2018) ⁸ encontraron las siguientes expresiones para calcular la temperatura T_D en función del tiempo adimensional t_D , de manera adecuada, con las siguientes ecuaciones:

$$T_D = (0.4063 + 0.5 \ln t_D) \left(1 + \frac{0.6}{t_D}\right), \quad \forall t_D > 1.5, \quad \dots \dots \dots (1.19)$$

y

$$T_D = 1.1281 \sqrt{t_D} (1 - 0.3 \sqrt{t_D}), \quad \forall t_D \leq 1.5, \quad \dots \dots \dots (1.20)$$

1.12 Lodo de perforación.

Los lodos de perforación son fluidos que circulan en los pozos de petróleo y gas con el objetivo de limpiar y acondicionar la perforación, también se usan para lubricar la broca de perforación y para equilibrar la presión de formación. Los lodos de perforación típicamente usan agua o petróleo como fluido base.

Con el propósito de minimizar la cantidad de petróleo descargada al ambiente se deben utilizar lodos a base de agua o a base de sintéticos.

Para el uso de lodos a base de petróleo, el contenido aromático del petróleo base deberá ser de 5% o menos y el petróleo no deberá ser tóxico de acuerdo a su medición por medio de pruebas estándares de toxicidad.

No obstante, el tipo de análisis que se le debe realizar a los lodos de perforación, incluyen:

- Pruebas de dispersión con diferentes lodos
- Pruebas de estabilidad térmica de los diferentes fluidos
- Pruebas de compatibilidad de fluidos
- Determinación de gases ácidos en los fluidos
- Corrosividad del lodo

Capítulo 2: Métodos para la Estimación de la Temperatura de un Yacimiento durante la perforación de un pozo.

En este capítulo se analizan cuatro métodos para la estimación de la temperatura estática del yacimiento cuando se encuentra en la etapa de perforación. Se presentan las ecuaciones correspondientes, así como sus condiciones de frontera y su solución. Además se aborda una metodología para aplicación y se expone un ejemplo sintético y uno de campo para cada método con el objetivo de validarlos.

2.1 Método de Horner, (Dowdle y Cobb, 1975).²

Este método es muy similar al usado en el caso de las pruebas de incremento de presión². Se sugiere que la temperatura en el fondo del pozo va incrementando después de un determinado tiempo de paro en la circulación del fluido de perforación. En este método se realiza una gráfica semilogarítmica del tiempo de Horner contra la temperatura medida, y al extrapolar con una línea recta, se puede aproximar de manera la **Temperatura estática del yacimiento** (T_{ei}).

La derivación de las ecuaciones se muestra en el **Apéndice A**.

La ecuación diferencial que gobierna este fenómeno se expresa como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \left(\frac{c_{pf} \rho_f}{k_{he}}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right), \quad \dots \dots \dots (2.1)$$

Con la siguiente condición inicial:

$$T = T_{ei}, \quad t = 0 \quad \forall r, \quad \dots \dots \dots (2.2)$$

y las siguientes condiciones de frontera:

$$T = T_{ei}, \quad r \rightarrow \infty \quad \forall t. \quad \dots \dots \dots (2.3)$$

y

$$T = T_m, \quad r = r_w \quad \forall t_k. \quad \dots \dots \dots (2.4)$$

La solución de la ecuación (2.1) se observa en la ecuación (2.5) donde T_{ws} es la temperatura de fondo medida.

$$T_{ws} = T_{ei} - C \log\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right), \dots\dots\dots (2.5)$$

Metodología para la estimación de T_{ei} .

1. Se toma una profundidad de interés y se lee el tiempo de circulación del lodo de perforación en el pozo (t_k) y su correspondiente medición de temperatura en el fondo del pozo (T_{ws}), considerando que dicho lodo enfría la formación a una determinada distancia radial.
2. Posteriormente se toman mediciones de temperatura correspondientes a cada periodo del tiempo de paro de la circulación del lodo de perforación (Δt), lo cual ocasiona que la formación recupere el equilibrio térmico.
3. Se calcula el tiempo de Horner $\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right)$ para cada T_{ws}
4. Se realiza una gráfica semilogarítmica de Temperatura (T_{ws}) contra el tiempo de Horner $\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right)$.
5. Al finalizar se extrapolan los datos mediante una línea recta y se obtiene la **Temperatura estática de la formación T_{ei} .**

A continuación se valida este método con un ejemplo sintético y un ejemplo de campo.

Ejemplo sintético, (Shen y Beck, 1986).¹⁸ $T_{ei} = 80^\circ\text{C}$

Datos:

$$r_w = 0.108 \text{ m} = 0.354 \text{ ft}$$

$$t_k = 5 \text{ h}$$

Resultados:

Tabla 2.1: Ejemplo sintético (Shen y Beck, 1986).¹⁸ para el cálculo de T_{ei} a partir del método de Horner.

$t_k(h)$	$\Delta t(h)$	$T_{ws}(^{\circ}C)$	$(t_k + \Delta t)/\Delta t$
5	2.5	58.6	3
	5	61.3	2
	7.5	64.3	1.666666667
	10	66.6	1.5
	15	69.6	1.333333333
	20	71.7	1.25

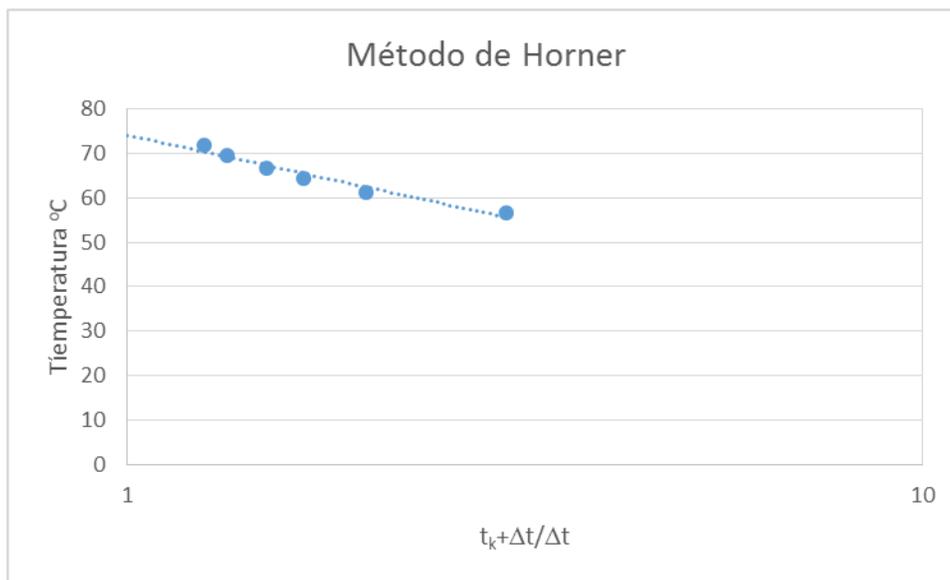


Figura 2.1: Gráfico de Horner para el caso sintético requerido para la obtención de T_{ei} , el cual corresponde a 75 °C

$$T_{ei} = 75 \text{ } ^{\circ}C$$

Error:

$$\left(\frac{80 - 75}{80} \right) * 100 = 6.25\%$$

Discusión:

El método de Horner en este ejemplo sintético subestima la T_{ei} en un 6.25% con respecto a la T_{ei} obtenida de los resultados numéricos calculados mediante la transformada de Laplace (80°C) (Shen y Beck, 1986)¹⁸; además requiere 20 h de paro en la perforación para que se pueda extrapolar al valor aproximado de 75°C, aunque puede reducirse a 15 h o hasta 10 h, y se obtiene un valor muy cercano a dicha aproximación sigue siendo demasiado tiempo de paro.

Es fácil de evaluar porque solo se necesita un t_k y diferentes Δt para aplicar dicho método, sin embargo como se menciono requiere demasiado tiempo de paro y no toma en cuenta pérdidas de circulación así que si se tratase de un caso real, no sería la mejor opción técnica ni económica.

Ejemplo de campo. Yacimiento geotérmico “**Kelly Hot Springs**” localizado en Moduc Country, California. (Roux y cols.1980)¹⁷ $T_{ei} = 239^\circ\text{F}$

Datos:

$$t_k = 12 h$$

Resultados:

Tabla2.2: Ejemplo de campo para el yacimiento Kelly Hot Springs¹⁷ para el cálculo de T_{ei} a partir del método de Horner.

$t_k(h)$	$\Delta t(h)$	$T_{ws}(^\circ\text{F})$	$(t_k + \Delta t)/\Delta t$
12	14.3	183	1.839160839
	22.3	194	1.538116592
	29.3	202	1.409556314

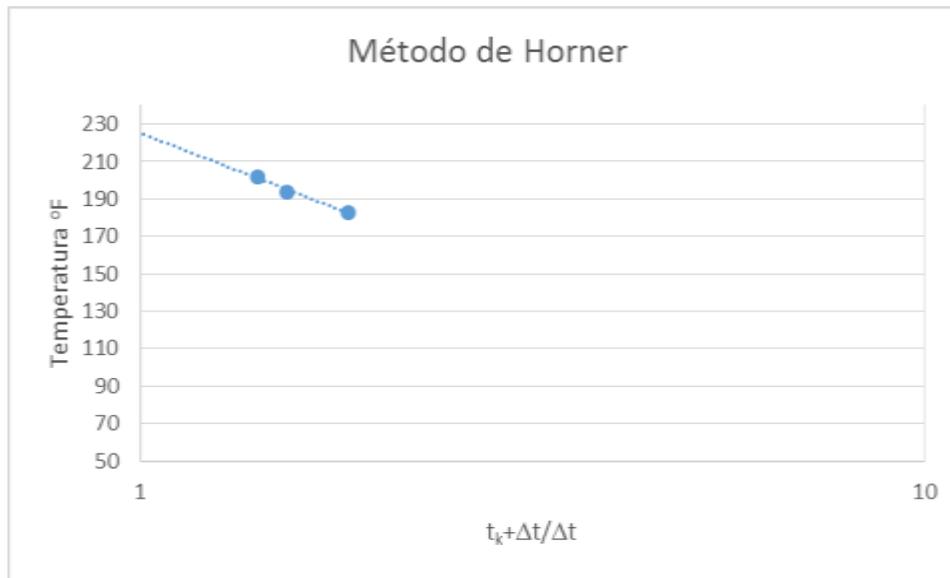


Figura 2.2: Gráfico del método de Horner para la estimación de T_{ei} en el yacimiento Kelly Hot Springs (225.2 °F)

$$T_{ei} = 225.2 \text{ °F}$$

Error:

$$\left(\frac{239 - 225.2}{239} \right) * 100 = 5.77\%$$

Discusión

El método de Horner aplicado en este yacimiento geotérmico, subestima la T_{ei} en un 5.77% con respecto a la T_{ei} real de 239°F,¹⁶ lo cual es un error considerable debido a que se trata de un yacimiento geotérmico y en dichos yacimientos es muy importante tener una aproximación de T_{ei} con un mínimo error posible.

El tiempo de paro máximo es de 29.3 h para poder obtener esta aproximación, lo cual hace que el método de Horner no sea muy adecuado para obtener la T_{ei} .

2.2 Método mejorado de Horner, (Roux y cols. 1980).¹⁷

Roux y cols. (1980)¹⁷ demostraron que el método de Horner, tiende a subestimar la temperatura estática de la formación cuando los periodos de circulación son considerablemente cortos. Esto implica que las mediciones de temperatura en el fondo

del pozo se realicen a tiempos más largos que el tiempo de circulación, la derivación de las ecuaciones de este modelo se presenta en el **Apéndice B**.

Los autores desarrollaron un método mejorado de Horner, para determinar la temperatura estática del yacimiento para periodos cortos de paro. Consideraron que la distribución de la temperatura en la formación alrededor del pozo puede describirse mediante la ecuación (2.1) de forma adimensional, la cual se expresa como:

$$\frac{\partial^2 T_D}{r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \dots \dots \dots (2.6)$$

con las siguientes condiciones:

$$\text{condición inicial: } T_D(r_D, 0) = 0, \dots \dots \dots (2.7)$$

y las siguientes condiciones de frontera:

$$\text{condición de frontera interna: } T_D(1, t_D) = 1, \dots \dots \dots (2.8)$$

$$\text{condición de frontera externa: } \lim_{r_D \rightarrow \infty} T_D(r_D, t_D) = 0, \dots \dots \dots (2.9)$$

Las suposiciones del modelo anterior se enlistan a continuación:

1. Existe simetría radial con el pozo y sus ejes.
2. El flujo de calor es debido a conducción únicamente.
3. Las propiedades de la formación no varían con la temperatura.
4. La formación se trata como un medio homogéneo e infinito.
5. No hay flujo vertical de calor en la formación.
6. La temperatura en la cara de la formación toma instantáneamente un valor, el cual perdura durante la circulación.
7. Después de que el lodo para de circular, el flujo acumulado de calor en el pozo se desprecia.

Metodología para la estimación de T_{ei} .

1. Encontrar la profundidad de interés de la formación.
2. Leer el tiempo de circulación del lodo t_k y su T_{ws} correspondiente.
3. Leer la T_{ws} que corresponde a diferentes tiempos de cese de circulación del lodo Δt .

4. Calcular el tiempo de Horner $\left(\frac{t_k+\Delta t}{\Delta t}\right)$ para cada T_{ws} .
5. Graficar T_{ws} contra el tiempo de Horner en una gráfica semilogarítmica y extrapolar con una línea recta a un tiempo de Horner $\left(\frac{t_k+\Delta t}{\Delta t}\right) = 1$ y determinar la T_{ws}^* .
6. Determinar la pendiente m por medio de una extrapolación lineal para un $\left(\frac{t_k+\Delta t}{\Delta t}\right) = 1$ y para un $\left(\frac{t_k+\Delta t}{\Delta t}\right) = 10$.
7. Calcular t_{kD} .
8. Observar las **figuras 2.3, 2.4 y 2.5** y elegir la que mejor se acomode al rango de t_{kD} .
9. Calcular la T_{ei} usando la ecuación (2.10).

$$T_{ei} = T_{ws}^* + mT_{DB}(t_{kD}), \quad \dots \dots \dots (2.10)$$

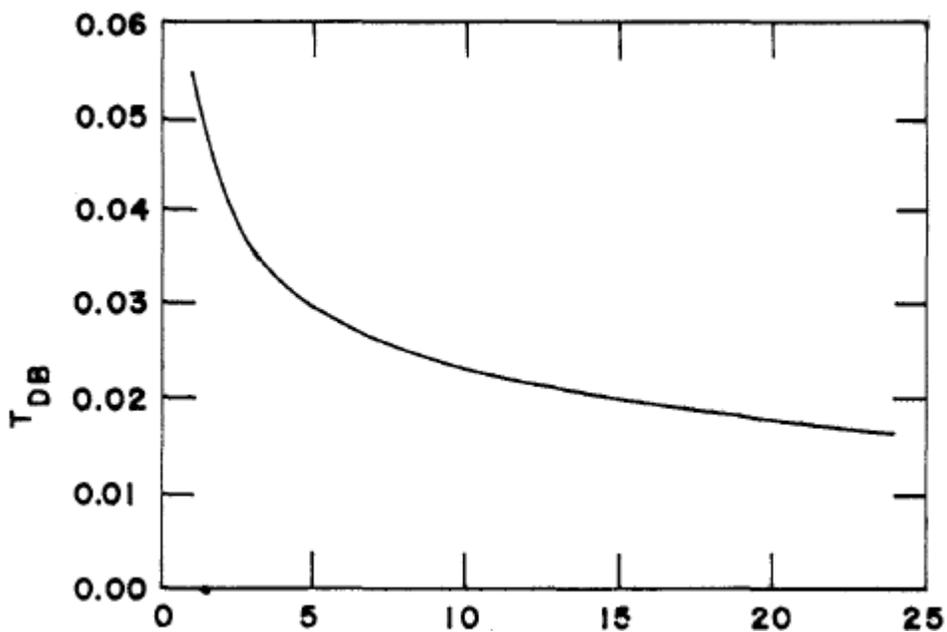


Figura 2.3: Curva de corrección para $t_{kD} < 25$.¹⁷

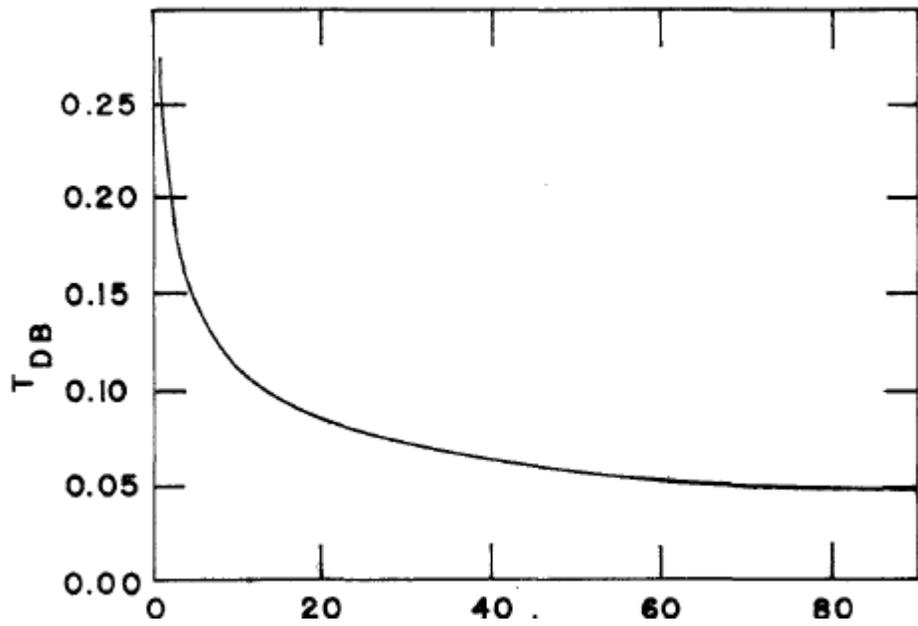


Figura 2.4: Curva de corrección para $t_{kD} < 80$.¹⁷

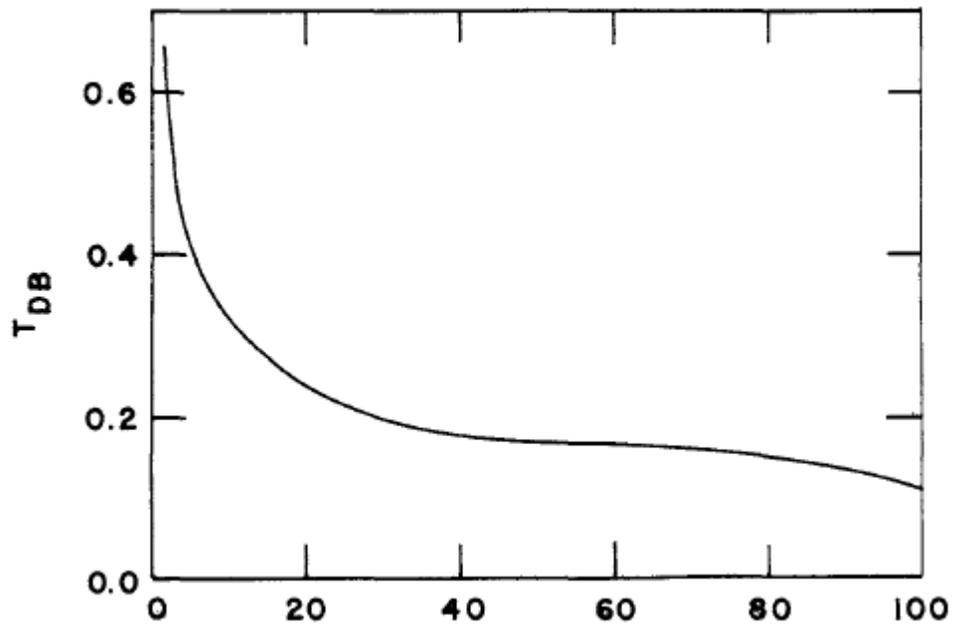


Figura 2.5: Curva de corrección para $t_{kD} < 100$.¹⁷

A continuación se valida el método de Horner con un ejemplo sintético y un ejemplo de campo.

Ejemplo sintético, (Shen y Beck, 1986). ¹⁸ $T_{ei} = 80^{\circ}\text{C}$

Datos:

$$r_w = 0.108 \text{ m} = 0.354 \text{ ft}$$

$$t_k = 5 \text{ h}$$

$$\alpha = 0.04 \text{ (h/ft}^2\text{)}$$

$$t_{kD} = \frac{0.04 * 5}{(0.354)^2} = 1.60$$

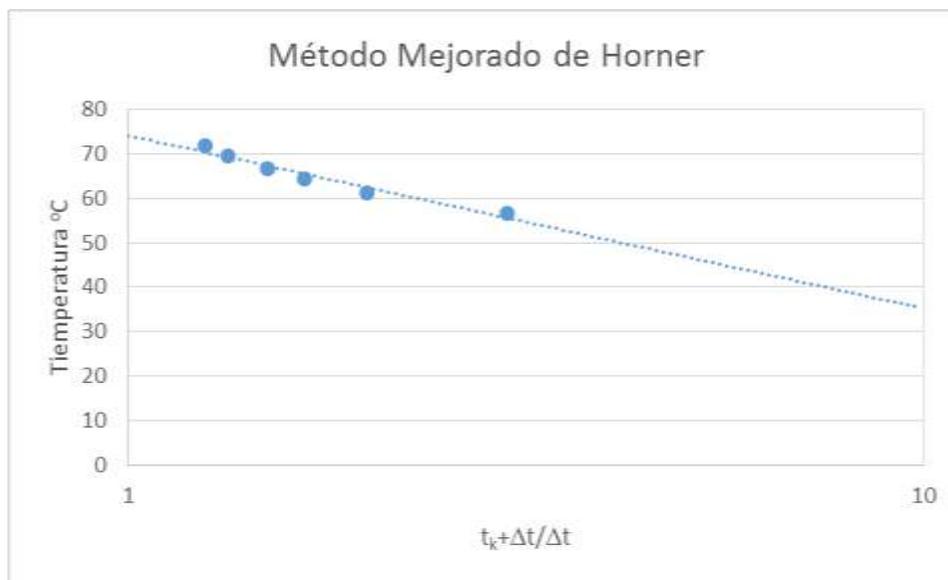


Figura 2.6: Gráfica del método de Horner para el cálculo de T_{ei} aplicando al caso sintético

Resultados:

Se extrapola la figura 2.1 hacia $\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right) = 1$ y hacia $\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right) = 10$.

$$m = 75 - 35 = 40 \text{ }^\circ\text{C/ciclo}$$

Se utiliza la figura 2.3 para determinar $T_{DB} = 0.049$. Se usa la figura (2.3) debido a que es la que mejor se ajusta a la escala del t_{kD} calculado.

Se aplica la ecuación (2.10) y se calcula la T_{ei} mejorada la cual corresponde a:

$$T_{ei} = 75 + 40(0.055) = 77.2^\circ\text{C}$$

Error:

$$\left(\frac{80 - 77.2}{80}\right) * 100 = 3.5\%$$

Discusión:

El método de Horner mejorado, disminuye el error en un 3.5% con respecto a la T_{ei} de 80°C , dicha mejora es de un poco más de dos grados, lo cual hace más eficaz a este método con respecto al método convencional.

Ejemplo de campo. Yacimiento geotérmico “**Kelly Hot Springs**” localizado en Modoc Country, California (1983).¹⁷ $T_{ei} = 239^\circ\text{F}$

1. Se toma el resultado calculado por el método convencional de Horner, de 225.2°F como T_{ws}^*
2. Se extrapola la figura 2.2 hacia adelante y hacia atrás, como se observa en la **figura 2.7**

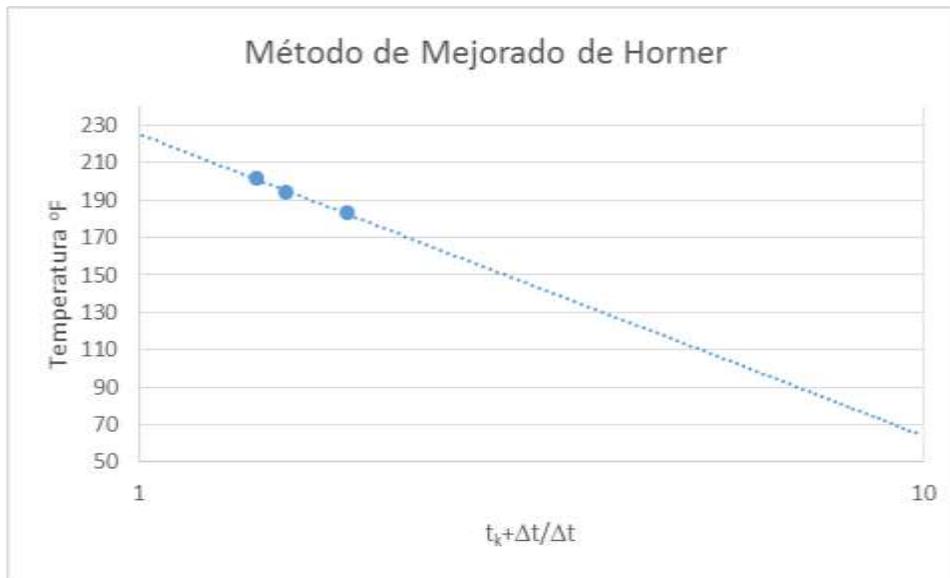


Figura 2.7: Temperatura vs tiempo de Horner.¹⁷

3. Se toma la pendiente, al restar los límites de la línea recta, $m = 225 - 64 = 161.2 \text{ } ^\circ\text{F}/\text{ciclo}$
4. Se calcula t_{kD} , tomando en cuenta que $\frac{k_{he}}{c_p f r_w^2} = 0.27$ ¹⁷ se multiplica por el tiempo real de circulación el cual es igual a 12 h, lo cual da como resultado 3.24
5. De la figura 2.3 se determina la $T_{DB} = 0.035$, se utiliza dicha figura debido a que se ajusta bien a la escala.
6. Se sustituye, la ecuación (2.10), se obtiene $225.1 + 161.2(0.04) = 230.74^\circ\text{F}$

$$T_{ei} = 230.74^\circ\text{F}$$

Error:

$$\left(\frac{239 - 230.74}{239} \right) * 100 = 3.45\%$$

Discusión:

En este ejemplo de campo, el error es de 3.45% con respecto a la T_{ei} original de 239°F, y además es una mejora considerable con respecto al método convencional de Horner, del cual se obtiene una $T_{ei} = 225.2^\circ\text{F}$.

Este método es el más adecuado para obtener la T_{ei} de un yacimiento geotérmico cuando dicho yacimiento se encuentra en la etapa de perforación, ya que puede ser calculada con periodos relativamente cortos y a tiempos largos de paro con una incertidumbre de error muy pequeña, sin embargo en el ejemplo analizado se sigue considerando que los tiempos de paro en la perforación son demasiado largos.

2.3 Método de A.R. Hasan y C.S. Kabir (1994).⁷

(Hasan y Kabir, 1994)⁷ desarrollaron un modelo basado en el balance de energía en estado no estacionario. La derivación del modelo se muestra en el **Apéndice C**.

Asumieron un modelo basado en una fuente de calor cilíndrica que representa el proceso de equilibrio térmico de un pozo. Los autores desarrollaron tres ecuaciones y añadieron el mecanismo de flujo de calor convectivo. La **figura 2.8** representa el aumento en la temperatura después de la circulación del lodo

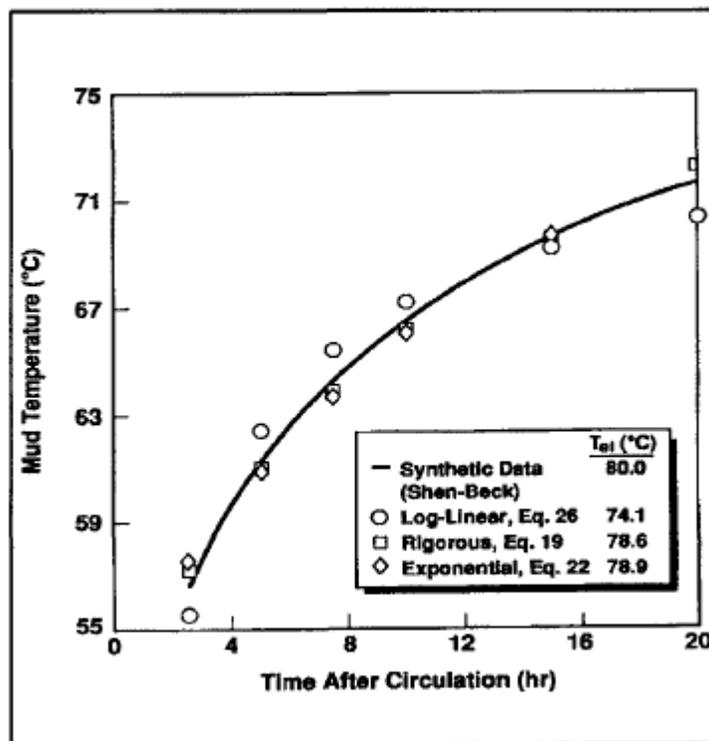


Figura 2.8: Aumento de la temperatura después de la circulación del lodo.⁷

La primera ecuación analiza la transferencia de calor entre el pozo y la formación, considerando el flujo de calor Q , por unidad de tiempo t y por unidad de profundidad z . Esta ecuación se representa de la siguiente manera:

$$\frac{dQ}{dz} = mc_{pm} \frac{dT_{ws}}{dt}, \quad \dots \dots \dots (2.11)$$

donde m es la masa del lodo de circulación (kg) y c_{pm} es la capacidad calorífica del fluido en el pozo $\left(\frac{Btu}{lbm \cdot ^\circ F}\right)$, $\left(\frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C}\right)$

La segunda ecuación representa el flujo de calor desde el centro del pozo a las paredes del mismo, mediante la Ley de enfriamiento de Newton y se expresa de la manera siguiente:

$$\frac{dQ}{dz} = -2\pi r U (T_{ws} - T_{wb}), \quad \dots \dots \dots (2.12)$$

donde U representa el coeficiente convectivo de transferencia de calor del lodo $\left(\frac{Btu}{^\circ F \cdot sec \cdot ft}\right)$, $\left(\frac{kJ}{^\circ C \cdot s \cdot m}\right)$ y T_{wb} representa la temperatura en la pared del pozo.

La tercera ecuación describe el flujo de calor entre la interface pozo/formación y la **temperatura estática de la formación**, la cual está representada de la siguiente manera:

$$\frac{dQ}{dz} = -2\pi k_e \frac{(T_{we} - T_{ei})}{T_D}, \quad \dots \dots \dots (2.13)$$

donde T_D es la solución adimensional descrita en el capítulo 1, dicha T_D debe ser resuelta con la ecuación (1.20) debido a que cumple la condición de que $t_{kD} \leq 1.5$. Durante ese rango de tiempo adimensional la ecuación (2.14) es válida y esta se expresa como:

$$C_0 + \left(\frac{2\pi}{mc_{pm}}\right) (rUk_{he}) \int \frac{dt}{k_{he} + rUT_D} = -\ln(T_{ei} - T_{ws}), \quad \dots \dots \dots (2.14)$$

Donde $C_0 + \left(\frac{2\pi}{mc_{pm}}\right) (rUk_{he})$ es constante, $C_0 = -\ln(T_{ei} - T_{wso})$, c_{pm} la capacidad calorífica del lodo, k_{he} la conductividad térmica de la formación, m la masa del lodo de

circulación, r es la distancia radial desde el pozo y U el coeficiente global de transferencia de calor, el cual representa la libre convección en el pozo.

Del procedimiento matemático descrito detalladamente en el **Apéndice C**, los autores propusieron una solución exacta para estimar las temperaturas del lodo T_{ws} con Δt_D desde que se detiene la circulación del lodo, la ecuación está dada de la siguiente manera, donde $C_0'' = T_{ei} - T_{wso}$ y T_{wso} es la temperatura inicial del lodo de circulación:

$$T_{ei} - T_{ws} = C_0'' [F(t_D + \Delta t_D) - F(\Delta t_D)]. \quad \dots \dots \dots (2.15)$$

Los coeficientes convectivos de transferencia de calor para un lodo específico presentan un problema difícil de tratar, debido a esto los autores desarrollaron tres aproximaciones analíticas adicionales para estimar la temperatura estática de la formación.

Aproximación Log-Lineal

Esta aproximación se basa en suposiciones similares a las realizadas en el método convencional de Horner. Se utiliza para tiempos adimensionales mayores a 1.5 ($t_D > 1.5$)

En esta aproximación la temperatura del lodo en el centro del pozo es considerada igual a la de las paredes del mismo, lo cual es válido para altos coeficientes de flujo de calor. Al aplicarse el principio de superposición, la aproximación se expresa como:

$$T_{ws} - T_{ei} = -0.5B \ln \left(\frac{t_{kD} + \Delta t_D}{\Delta t_D} \right), \quad \dots \dots \dots (2.16)$$

donde:

$$B = \frac{dQ}{dz} \frac{1}{2\pi k_{he}}, \quad \dots \dots \dots (2.17)$$

y Q es el flujo total de calor

Aproximación Raíz del tiempo

Esta aproximación se usa cuando los tiempos adimensionales de circulación son menores a 1.5 ($t_D < 1.5$). Las suposiciones de este modelo son las mismas que aquellas de la aproximación lineal a excepción de la solución T_D . La aproximación se describe con la siguiente ecuación:

$$T_{ws} = T_{ei} - 1.1281BF'(t_D), \quad \dots \dots \dots (2.18)$$

donde:

$$F'(t_D) = (\sqrt{t_{kD} + \Delta t_D})(1 - 0.3\sqrt{t_{kD} + \Delta t_D}) - \sqrt{t_{kD}}(1 - 0.3\sqrt{t_{kD}}), \quad \dots \dots \dots (2.19)$$

Aproximación exponencial

En esta aproximación se considera que el parámetro de relajación A^1 representado en la ecuación (2.31), es constante. Los autores mencionan que esta consideración es válida para una combinación de valores pequeños de t_D y bajos coeficientes convectivos de calor del lodo de perforación y al aplicar el principio de superposición, la ecuación se describe de la manera siguiente:

$$T_{ws} = T_{ei} - (T_{ei} - T_{wso}) \left(e^{\frac{-t_k}{A^1}} - 1 \right) e^{\frac{-\Delta t}{A^1}}, \quad \dots \dots \dots (2.20)$$

Metodología para la estimación de T_{ei} . (Método Exacto)

1. Encontrar la profundidad de interés de la formación.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k y su correspondiente T_{ws} .
3. Tomar el tiempo de cese de circulación, Δt y leer la correspondiente T_{ws} .
4. Calcular las constantes C_1, C_2, C_3 y C_4 definidas por las siguientes ecuaciones.

$$C_1 = \left(\frac{2\pi}{mc_{pm}} \right) (rUk_{he}) \left(\frac{r^2}{\alpha} \right), \quad \dots \dots \dots (2.21)$$

$$C_2 = 1.1282 \left(\frac{rU}{k_{he}} \right), \quad \dots \dots \dots (2.22)$$

$$C_3 = 0.3385 \left(\frac{rU}{k_{he}} \right) = 0.3C_2, \quad \dots \dots \dots (2.23)$$

$$C_4 = \frac{a - 1.667 \frac{5.555C_1}{aC_2}}{a + 1.667}, \quad \dots \dots \dots (2.24)$$

donde $a = \left[2.777 + \left(\frac{3.333}{C_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$.

5. Calcular T_D con las ecuaciones (1.19) o (1.20) según corresponda al caso.
6. Con las constantes calculadas se determina la pendiente C_0 usando la siguiente ecuación:

$$C_0 = (T_{ei} - T_{wso})C_4, \quad \dots \dots \dots (2.25)$$

7. Calcular la función del tiempo $[F(t_D + \Delta t_D) - F(\Delta t_D)]$ con la siguiente ecuación:

$$\left[\frac{\left(\frac{f_1(t_D)}{f_2(t_D)} \right)^{\frac{5.555}{aC_2}}}{f_3(t_D)^{\frac{3.333}{C_2}}} \right]^{-C_1}, \quad \dots \dots \dots (2.26)$$

donde:

$$f_1(t_D) = a + \sqrt{t_D} - 1.6667, \quad \dots \dots \dots (2.27)$$

$$f_2(t_D) = a - \sqrt{t_D} + 1.6667, \quad \dots \dots \dots (2.28)$$

$$f_3(t_D) = 1 + C_2\sqrt{t_D} - 0.3C_2t_D, \quad \dots \dots \dots (2.29)$$

8. Leer la T_{ws} para cada $[F(t_D + \Delta t_D) - F(\Delta t_D)]$.
9. Extrapolar los puntos mediante una línea recta hasta interceptar a la T_{ei} .

Metodología para la estimación de T_{ei} . (Método Log-Lineal)

1. Encontrar la profundidad de interés la formación.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k y su correspondiente T_{ws} .
3. Tomar el tiempo de paro Δt y leer su correspondiente T_{ws} .
4. .Calcular t_{kD} y Δt_D .
5. Calcular el parámetro B usando la siguiente ecuación:

$$B = \frac{dQ}{dz} \left(\frac{1}{2\pi k_{he}} \right) = \frac{mq_h}{2\pi k_{he}}, \dots \dots \dots (2.30)$$

6. Multiplicar $0.5 * B$.
7. Calcular el tiempo de Horner adimensional $\left(\frac{t_{kD} + \Delta t_D}{\Delta t_D} \right)$.
8. Graficar T_{ws} contra $0.5B \ln \left(\frac{t_{kD} + \Delta t_D}{\Delta t_D} \right)$.
9. Extrapolar mediante una línea recta hasta interceptar a la T_{ei} .

Metodología para la estimación de T_{ei} . (Exponencial)

1. Encontrar la profundidad de interés de la formación.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k y su correspondiente T_{ws} .
3. Tomar el tiempo de cese de circulación, Δt y leer la correspondiente T_{ws} .
4. Calcular el parámetro de relajación del tiempo A^1 , utilizando la ecuación (2.31).

$$A^1 = \left(\frac{mc_{pm}}{2\pi} \right) \left(\frac{k_{he} + rUT_D}{rUk_{he}} \right), \dots \dots \dots (2.31)$$

5. Graficar T_{ws} contra $e^{\frac{-\Delta t}{A^1}}$.
6. Extrapolar mediante una línea recta hasta interceptar a la T_{ei} .

Metodología para la estimación de T_{ei} . (Raíz del tiempo)

1. Encontrar la profundidad de interés de la formación.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k y su correspondiente T_{ws} .

3. Tomar el tiempo de paro de circulación, Δt y leer su correspondiente T_{ws} .
4. Calcular t_{kD} y Δ_{tD} y verificar si cumple con la condición $t_{kD} < 1.5$.
5. Calcular la función del tiempo $F'(t_D)$ con la ecuación (2.19).
6. Graficar T_{ws} contra $F'(t_D)$.
7. Extrapolar mediante una línea recta hasta interceptar a la T_{ei} .

A continuación se valida la solución exacta con un ejemplo sintético y la aproximación log-lineal con un ejemplo de campo.

Ejemplo sintético, por (Shen y Beck, 1986)¹⁸. $T_{ei} = 80^\circ\text{C}$

Datos:

$$r_w = 0.108 \text{ m} = 0.354 \text{ ft}$$

$$t_k = 5 \text{ h}$$

$$k_{he} = 1.4 \text{ (Btu/h}^{-1} \text{ - ft}^2 \text{ - }^\circ\text{F}^{-1}\text{)}$$

$$U = 1 \text{ (Btu/h}^{-1} \text{ - ft}^2 \text{ - }^\circ\text{F}^{-1}\text{)}$$

$$\alpha = 0.04 \text{ (h/ft}^{-2}\text{)}$$

$$m * q_h = 41 \text{ lbm/h}$$

$$t_{kD} = \frac{0.04 * 5}{0.354^2} = 1.59$$

Se calcula la T_D con las ecuaciones (1.19) y (1.20)

$$T_D = (0.4063 + 0.5 \ln(1.59)) \left(1 + \frac{0.6}{1.59} \right) = 0.878$$

$$T_D = 1.1281 \sqrt{1.59} (1 - 0.3 \sqrt{1.59}) = 0.884$$

Resultados:

Tabla 2.3: Datos del ejemplo sintético. (Shen y Beck, 1986).¹⁸

$t_k(h)$	$\Delta t(h)$	$T_{ws}(^{\circ}C)$	$F(t_{kD} + \Delta t_D) - F(\Delta t_D)$
5	2.5	56.6	0.77
	5	61.3	0.61
	7.5	64.3	0.5
	10	66.6	0.43
	15	69.6	0.33
	20	71.7	0.22

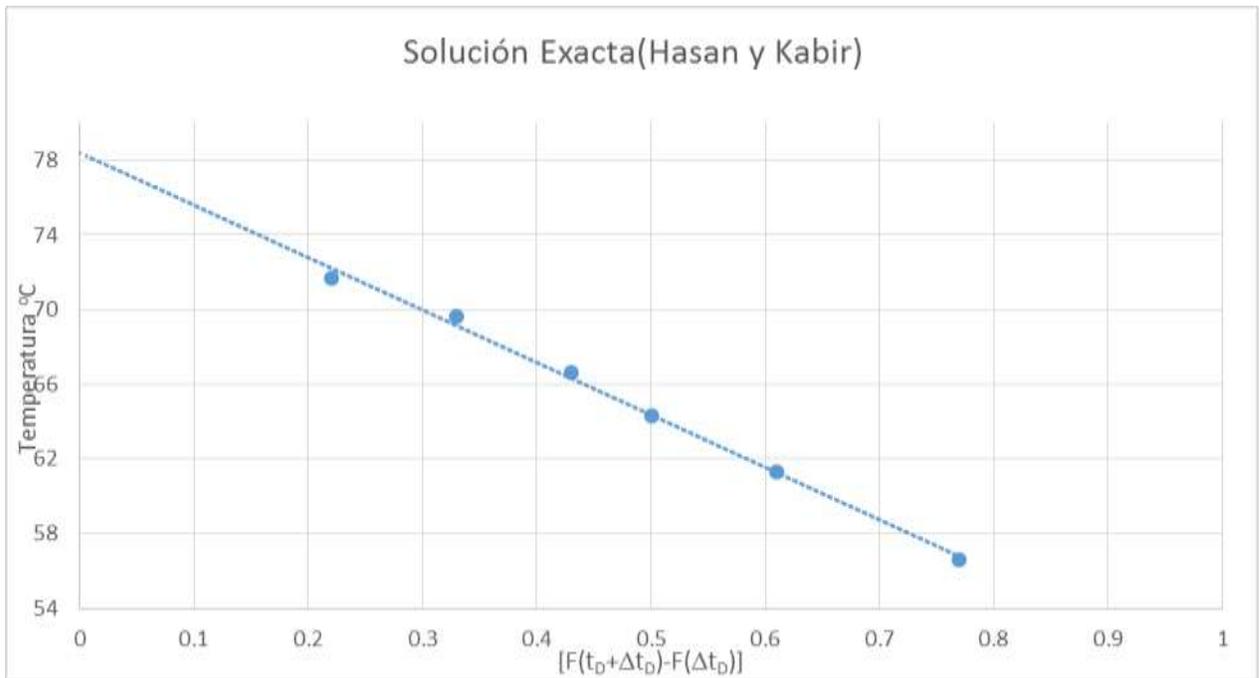


Figura 2.9: Gráfico de Temperatura vs la función del tiempo dada por la ecuación 2.15.⁷

$$T_{ei} = 78.1^{\circ}C$$

Error:

$$\left(\frac{80 - 78.1}{80} \right) * 100 = 2.3\%$$

Discusión:

La ecuación (2.15) es aplicable a este ejemplo, debido que aunque el $t_{kD} > 1.5$, dicho tiempo adimensional no es demasiado grande y todavía se encuentra en el rango para poder utilizar dicha ecuación.

Al calcular la T_D con las ecuaciones (1.19) y (1.20), se observa que la variación es mínima por lo tanto se puede utilizar la ecuación (2.15) sin problemas⁷.

El error con respecto al calculado por Shen y Beck, (1983)¹⁸, es de 2.3% lo cual es el menor porcentaje de error con respecto a los métodos analizados anteriormente, esto se debe a que se toma en cuenta la conductividad térmica del yacimiento (k_{he}), una masa de fluido propuesta m y el coeficiente total de transferencia de calor (U); dichas propiedades proveen una mejora considerable en la aproximación de la T_{ei} .

Ejemplo de campo. Yacimiento geotérmico “**Kelly Hot Springs**” localizado en Modoc Country, California (Roux y cols.1980)¹⁷. $T_{ei} = 239^\circ\text{F}$

Datos:

$$t_k = 12 \text{ h}$$

$$k_{he} = 1.4 \text{ (Btu/h}^{-1} \text{ - ft}^2 \text{ - }^\circ\text{F}^{-1}\text{)}$$

$$m * q_h = 41 \text{ lbm/h}$$

$$\frac{k_{he}}{c_p f r_w^2} = 0.27$$

Resultados:

Tabla 2.4: Datos del ejemplo de campo. (Roux y cols.1980).¹⁷

$t_k(h)$	$\Delta t(h)$	$T_{ws}(^\circ\text{F})$	$0.5B \ln(t_{kD} + \Delta t_D) / \Delta t_D$
12	14.3	183	1.41969091
	22.3	194	1.00320171
	29.3	202	0.79983071

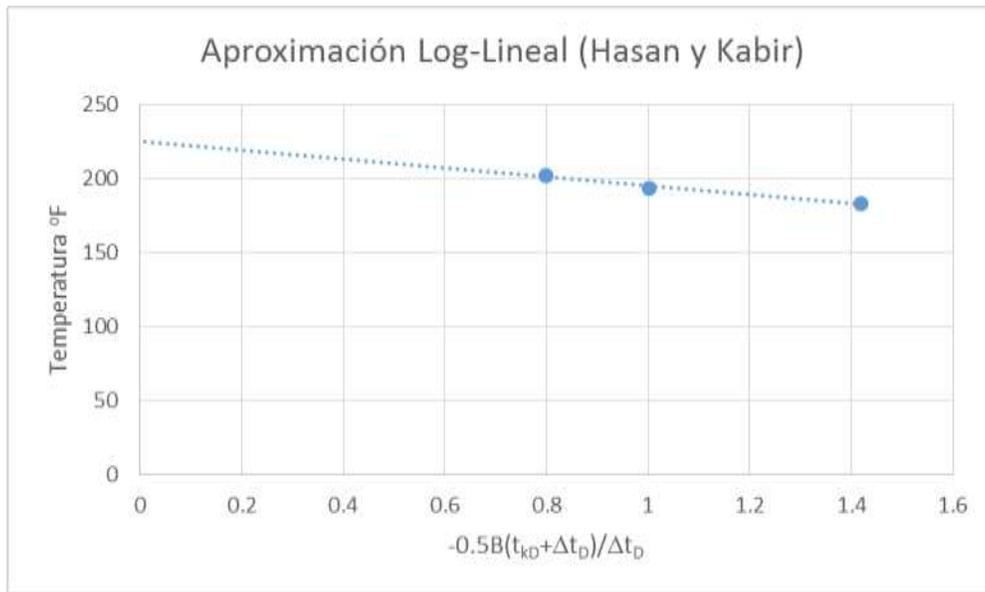


Figura 2.10: Temperatura vs la función del tiempo dada por la ecuación 2.16

$$T_{ei} = 226^{\circ}\text{F}$$

Error:

$$\left(\frac{239 - 226}{239} \right) * 100 = 5.43\%$$

Discusión:

Al utilizar el método log-lineal en el yacimiento geotérmico¹⁶, el error es de 5.43% lo cual es un porcentaje considerable tomando en cuenta que el método convencional de Horner da un error de 5.77% con los mismos tiempos de circulación y de paro, sin embargo para utilizar este método se necesita saber el valor de la conductividad térmica del yacimiento (k_{he}) y la masa del lodo de perforación (m), por lo tanto se puede asumir que no tiene una ventaja considerable con respecto al método convencional de Horner y no tiene ventajas con respecto al método mejorado de Horner.

Este ejemplo no se pudo evaluar con el método exacto ni con el método exponencial, debido a que no se encontró en la literatura analizada un coeficiente U , tampoco la capacidad calorífica del lodo C_{pm} ni la masa del lodo de perforación m .

El método de raíz del tiempo no pudo aplicarse a este ejemplo debido a que no cumple con la condición de $t_{kD} < 1.5 \cdot \frac{k_{he}}{c_{pfr} r_w^2} = 0.27 * 12 h = 3.24$

2.4 Método de Dos puntos, (Kritikos y Kutazov,1988).¹⁴

Kritikos y Kutazov (1988)¹⁴ desarrollaron un modelo de flujo de calor radial basado en la ecuación de difusión, del cual derivan dos ecuaciones. La primera modela la distribución de la temperatura durante el periodo de circulación del lodo en la vecindad del pozo a tiempos adimensionales mayores a cinco ($t_{kD} > 5$) y la segunda describe el enfriamiento a lo largo del eje del cuerpo cilíndrico con una distribución inicial ubicada en un medio infinito a temperatura constante.

De estas dos ecuaciones, se obtiene una solución con la cual se realizan dos mediciones de fondo de pozo T_{s1} y T_{s2} y sus correspondientes tiempos de cese de circulación Δt_1 y Δt_2 dicha solución se expresa por la ecuación (2.32), donde Ei es la integral exponencial.

$$\frac{T_{s1} - T_R}{T_{s2} - T_R} = \frac{Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t1}}\right) + \ln F_{t1} - D_2}{Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t2}}\right) + \ln F_{t2} - D_2}, \dots \dots \dots (2.32)$$

donde:

$$D_0 = 2.184, \dots \dots \dots (2.33)$$

$$D_1 = \frac{D_0^2}{4} = 1.1925, \dots \dots \dots (2.34)$$

y

$$D_2 = 0.5772 + \ln D_1 = 0.7532, \dots \dots \dots (2.35)$$

Los autores resolvieron la ecuación (2.32) y propusieron una ecuación simple para calcular la T_{ei} como se muestra en la ecuación (2.36).

$$T_{ei} = T_{s2} - F(T_{s1} - T_{s2}), \quad \dots \dots \dots (2.36)$$

donde:

$$F = \frac{Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t2}}\right) + \ln F_{t2} - D_2}{Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t2}}\right) - Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t1}}\right) + \ln F_{t2}/F_{t1}}, \quad \dots \dots \dots (2.37)$$

$$F_{t1} = \frac{\Delta t_1}{t_{k1}}, \quad \dots \dots \dots (2.38)$$

$$F_{t2} = \frac{\Delta t_2}{t_{k2}}, \quad \dots \dots \dots (2.39)$$

La solución detallada y relaciones adicionales para estimar las otras variables utilizadas se describen en el **Apéndice D**.

A continuación se valida con un ejemplo sintético y un ejemplo de campo ejemplo de campo.

Metodología para la estimación de T_{ei} .

1. Encontrar la profundidad de interés de la formación.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k y su correspondiente T_s .
3. Tomar dos mediciones de T_s con sus correspondientes Δ_t .
4. Calcular las constantes F_{t1} y F_{t2} .
5. Calcular la F con la ecuación (2.37).
6. Calcular la T_{ei} con la ecuación (2.36).

Ejemplo sintético. (Shen y Beck, 1986).¹⁸ $T_{ei} = 80^{\circ}\text{C}$

Datos:

$$t_k = 5 h$$

Resultados:

Tabla 2.5: Datos del ejemplo sintético. (Shen y Beck, 1986).¹⁸

$t_k(h)$	$\Delta t(h)$	$T_{ws}(^{\circ}\text{C})$
5	2.5	58.6
	5	61.3
	7.5	64.3
	10	66.6
	15	69.6
	20	71.7

Error:

$$\left(\frac{80 - 74}{80}\right) * 100 = 7.5\%$$

Discusión:

Se toman las últimas dos temperaturas de fondo medidas, debido a que el desequilibrio térmico en la formación va disminuyendo conforme el tiempo de paro es mayor, entonces al utilizar dichas temperaturas con su respectivo tiempo de paro nos dará el mejor resultado aproximado.

Al tomar temperaturas con tiempos de paro menores, se obtienen resultados demasiado malos, por ejemplo al tomar las temperaturas de 66.6 y 69.6 °C las cuales corresponden a tiempos de paro de 10 y 15 horas respectivamente el cálculo da una temperatura de 68.43°C, el cual es un resultado muy alejado al calculado por Shen y Beck ¹⁸ y por los

métodos anteriores; por este motivo se decidió no incluir los demás resultados ya que estos corresponden a tiempos con los cuales no es conveniente trabajar.

Se tiene que tomar en cuenta que si se tienen más temperaturas medidas, entonces el pozo tiene que tener tiempos más largos de paro y eso no es para nada viable en los programas de perforación de un pozo tanto en la parte económica como en la parte técnica.

Por lo tanto es recomendable utilizar dos temperaturas medidas que correspondan a tiempos de paro suficientemente largos para no subestimar la temperatura del yacimiento pero también que no sean demasiado largos como para detener la perforación por mucho tiempo.

El error con respecto al calculado por (Shen y Beck, 1986)¹⁷ es de 7.5%, este porcentaje de error es el más grande comparado con los porcentajes de los métodos anteriores.

$$T_{s1} = 71.7 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad T_{s2} = 69.6 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad F_{t1} = \frac{\Delta t_1}{t_{k1}}, \quad F_{t2} = \frac{\Delta t_2}{t_{k2}}, \quad F_{t1} = \frac{20}{5} = 4, \quad F_{t2} = \frac{15}{5} = 3$$

$$F = \frac{E_i(-0.39) + \ln 3 - 0.7532}{E_i(-0.39) - E_i(-0.29) + \ln\left(\frac{3}{4}\right)} = -2.13$$

$$T_{ei} = 69.6 + 2.13(71.7 - 69.6) = 74^\circ\text{C}$$

El yacimiento geotérmico “Kelly Hot Springs” no pudo ser analizado con este método debido a que no se cumple con la condición de que $t_{kD} > 5$

Ejemplo de campo, pozo Rechitskaya 17-P, Belarus (1971). (Eppelbaum y Kutasov, 2016).⁴ En este ejemplo se leen dos temperaturas a diferentes profundidades.

Datos:

El t_k varía de 30 a 608 días

$$\Delta t_1 = 200 \text{ días}$$

$$\Delta t_2 = 3210 \text{ días}$$

Resultados:

Tabla 2.6: Temperaturas medidas a distintas profundidades del pozo Rechitskaya 17-p.(Eppelbaum y Kutazov, 2016) ⁴

z (m)	T_{s1} (°C)	T_{s2} (°C)	$-F$	$F(T_{s1} - T_{s2})$	T_e (°C)
500	24.9	24.21	0.215	-0.15	24.06
700	25.5	27.45	0.206	0.4	27.85
900	27.5	29.99	0.194	0.48	30.47
1100	29.35	32.84	0.183	0.64	33.48
1400	31.7	36.49	0.166	0.8	37.29
1600	33.8	39.09	0.154	0.81	39.9
1800	35.65	41.7	0.14	0.85	42.55
2000	37.4	44.32	0.128	0.88	45.2
2300	42.05	52.82	0.105	1.13	53.93
2600	46	57.49	0.082	0.95	58.44

Discusión:

La temperatura del yacimiento corresponde a la profundidad de 2600 metros la cual es igual a $T_{ei} = 58.44$ °C, el tiempo de circulación t_k corresponde a 608 días y los tiempos de paro $\Delta t_1 = 200$ días y $\Delta t_2 = 3210$ días.

En este ejemplo de campo se observa que aunque la T_{ei} estimada es muy confiable, los tiempos de paro son demasiado largos, lo cual no ayuda mucho a resolver los problemas tecno-económicos y se puede interpretar como una gran desventaja.

Capítulo 3: Métodos para la Estimación de la Temperatura de un Yacimiento a condiciones fluyentes

En este capítulo se analizan dos métodos para la estimación de la temperatura de un yacimiento, cuando este se encuentra a condiciones fluyentes

3.1 Método para determinar la temperatura de un yacimiento mediante pruebas de flujo, (Kashikar y Arnold,1991).¹²

Los (Kashikar y Arnold, 1991)¹² desarrollaron soluciones analíticas para describir, que la distribución de la temperatura durante la circulación del lodo de perforación y durante la producción del fluido proveniente del yacimiento y así desarrollar una metodología para utilizar los datos de temperatura mediante pruebas de flujo llevadas a cabo durante tiempos cortos de producción, con el propósito de estimar la temperatura estática de la formación.

Tan pronto como el pozo se perfora, se genera un desequilibrio térmico, lo cual provoca que la formación se enfríe en la vecindad del pozo. Por lo tanto, la temperatura inicial de la formación existe solamente a una distancia considerable del pozo. Durante el periodo de producción, el calor se transfiere al pozo por conducción y/o convección.

Los autores asumieron que durante la circulación, el fluido alcanza un régimen pseudoestacionario en un periodo muy corto de tiempo, así que la temperatura dentro del pozo durante la circulación se considera constante.

El modelo usado para este método consiste en un pozo circular situado en el centro de un yacimiento infinito. Se asume que cualquier punto dentro del yacimiento se encuentra en equilibrio térmico, igualmente el fluido y los minerales que componen la roca del yacimiento se asumen que se encuentran a la misma temperatura.

Otras suposiciones generales para obtener las ecuaciones de trabajo se mencionan a continuación:

1. No hay fuentes o sumideros de energía térmica dentro de la formación.

2. Se asume que los fluidos son incomprensibles y con propiedades térmicas constantes.
3. El flujo de calor debido a conducción en la dirección vertical puede despreciarse.

Ecuación 1

Durante el periodo de circulación, la pérdida de calor por parte de la formación se debe solamente al mecanismo de conducción. La ecuación de difusión expresada en su forma adimensional, es la ecuación (3.1)

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} r_D \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (3.1)$$

con las siguientes condiciones de frontera:

$$T_D(r_D, 0) = 0, \quad \dots \dots \dots (3.2)$$

$$T_D(1, t_D) = f(t_D), \quad \dots \dots \dots (3.3)$$

$$T_D(\infty, t_D) = 0, \quad \dots \dots \dots (3.4)$$

donde cero representa la temperatura inicial de la formación y la función $f(t_D)$ es desconocida, pero como se mencionó anteriormente se asume que un régimen pseudoestacionario se alcanza después de un cierto tiempo de la circulación del fluido de perforación. Entonces se asume que la temperatura se mantiene constante, así que la temperatura en el pozo puede ser aproximada a algún valor T_k instantáneamente y permanecer constante. Por lo tanto, la función $f(t_D)$ se aproxima a 1.0 y su solución se expresa por la ecuación (3.5).

$$T_D = \frac{Ei\left(\frac{-r_D^2}{4t_D}\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_D}\right)}, \quad \dots \dots \dots (3.5)$$

Ecuación 2

Se considera un pozo fluyendo a gasto constante. El fluido del yacimiento lleva consigo el calor por parte del yacimiento hacia el pozo, el mecanismo de convección es la fuente dominante de transferencia de calor en este proceso.

Para esta ecuación el mecanismo de conducción en las direcciones radiales y verticales se desprecia, debido a que la convección es rápida en la región cercana al pozo que es donde la conducción se lleva a cabo.

La ecuación que se usa para describir este fenómeno es llamada: **Ecuación de Advección** y de manera adimensional puede ser expresada por la ecuación (3.6), donde

$A = \frac{q\beta\rho_f c_{pf}}{2\pi k_{he} h}$, q es el gasto, β es el factor de volumen de la formación, ρ_f es la densidad del fluido, c_{pf} es la capacidad calorífica del fluido.

$$-A \frac{\partial T_D}{\partial r_D} + r_D \frac{\partial T_D}{\partial t_D} = 0, \dots \dots \dots (3.6)$$

con la siguiente condición inicial y la condición de frontera:

$$T_D(r_D, 0) = \frac{Ei\left(\frac{-r_D^2}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(-\frac{1}{4t_{kD}}\right)}, \dots \dots \dots (3.7)$$

$$T_D(\infty, t_D) = 0. \dots \dots \dots (3.8)$$

Esta ecuación se soluciona por el método de las características. La solución de esta ecuación se expresa por medio de la ecuación (3.9) y sus detalles se observan en el

Apéndice E.

$$T_D(1, t_D) = \frac{Ei\left(-\frac{(1 + 2At_{pD})}{4t_{kD}}\right)}{\left(-\frac{1}{4t_{kD}}\right)}, \dots \dots \dots (3.9)$$

Donde t_{pD} y t_{kD} son los tiempos adimensionales de producción y circulación, respectivamente.

Antes de realizar alguna metodología para aplicar, es necesario estudiar el comportamiento de la temperatura dentro del pozo. En la ecuación (3.9) se observa que la temperatura de producción depende de tres parámetros.

1. El periodo de circulación en el pozo antes de que se ponga a condiciones fluyentes
2. La duración del periodo de flujo o producción
3. El parámetro adimensional A el cual es función del gasto

La figura 3.1 muestra el efecto del periodo inicial de circulación en la temperatura del pozo durante la producción. En esta figura la temperatura es graficada de forma adimensional en la cual el cero corresponde a la temperatura estática de la formación.

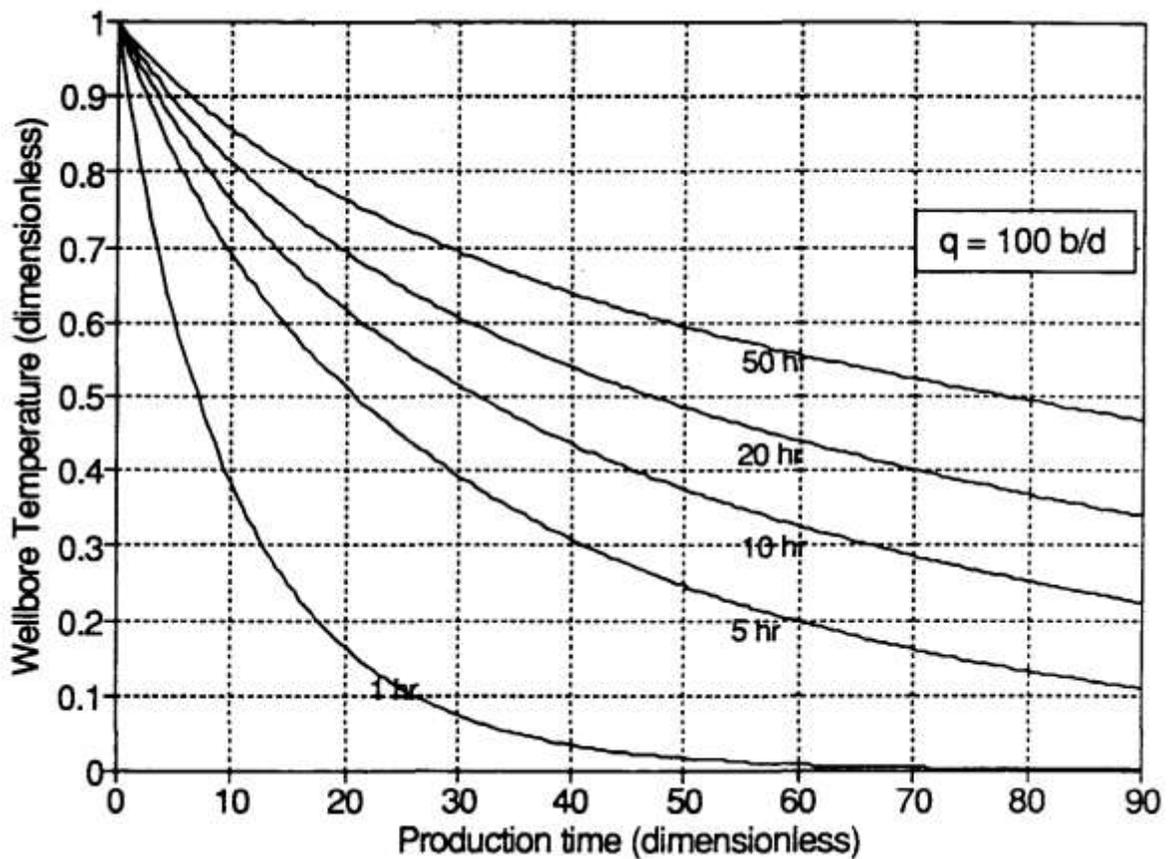


Figura 3.1: Efecto del periodo inicial de circulación en la temperatura del pozo durante la producción.(Kashikar y Arnold, 1991.)¹²

Ya que el periodo de circulación del fluido es directamente responsable del desequilibrio térmico en la formación, el tiempo de recuperación térmica es proporcional al tiempo del periodo de circulación.

(Kashikar y Arnold, 1991)¹² observaron que para un periodo de circulación de solo 5 horas, un pozo que fluye a 200 *bbl/día* requiere más de 360 *h*, el cual corresponde a un tiempo adimensional t_{pD} de 90, para recuperar la temperatura original del yacimiento. La **figura 3.2** muestra el efecto del gasto en la temperatura del pozo.

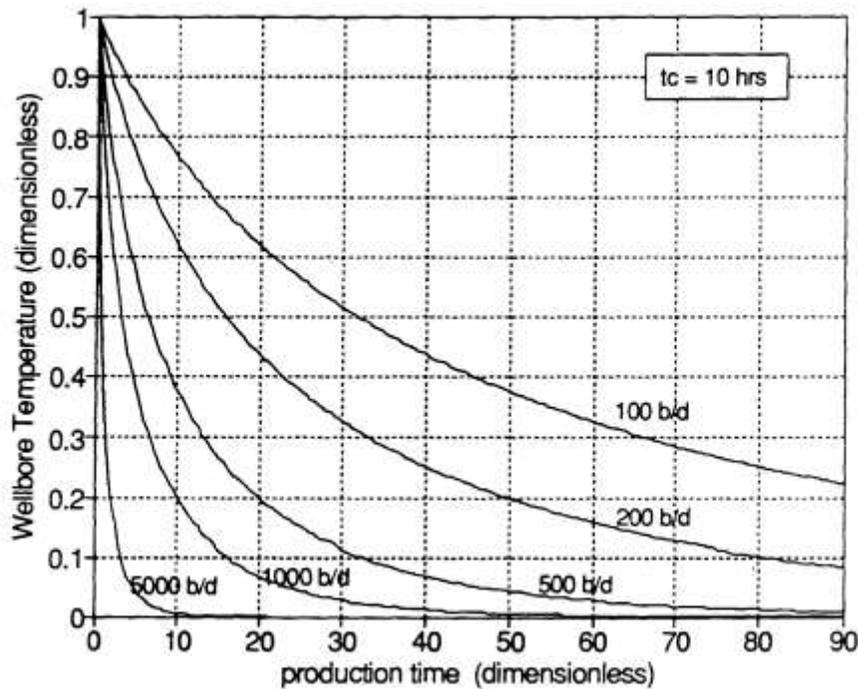


Figura 3.2: Efecto de la producción a diferentes gastos en la temperatura del pozo a un $t_c=10$ h. (Kashikar y Arnold, 1991).¹²

En la figura 3.2 se aprecia que al incrementar el gasto de flujo, la recuperación térmica en el yacimiento es más rápida

Metodología para la estimación de T_{ei} . Caso 1 (si se conoce la temperatura de circulación T_k)

1. Encontrar la profundidad de interés de la formación.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k y su temperatura T_k correspondiente.

3. Dejar fluir el pozo a un gasto considerablemente alto a cierto tiempo, suficiente para evitar el almacenamiento térmico en el pozo y tomar su temperatura T correspondiente.
4. Transformar el tiempo a su forma adimensional t_{pD} y calcular el parámetro A con la ecuación (3.10).

$$A = \frac{q\beta\rho_f c_{pf}}{2\pi kh}, \dots\dots\dots (3.10)$$

5. Calcular la temperatura adimensional T_D utilizando la ecuación (3.9).
6. Calcular la temperatura estática de la formación utilizando la ecuación (3.11).

$$T_{ei} = \frac{T - T_D(T_k)}{1 - T_D}, \dots\dots\dots (3.11)$$

Donde T es la temperatura medida a un tiempo de producción t_p .

Metodología para la estimación de T_{ei} . Caso 2 (si no se conoce la temperatura de circulación T_k)

1. Encontrar la profundidad de interés de la formación.
2. Tomar el tiempo de circulación del lodo t_k
3. Dejar fluir el pozo a un gasto considerablemente alto y leer 2 temperaturas T a dos distintos tiempos de producción t_{p1} y t_{p2} , que sean suficientemente largos para evitar el almacenamiento térmico en el pozo
4. Transformar los tiempos de producción a su forma adimensional t_{pD} y calcular el parámetro A con la ecuación (3.10)
5. Calcular la temperatura T_D utilizando la ecuación (3.12)

$$T_D = \frac{Ei\left(\frac{-(1 + 2At_{pD1})}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(\frac{-(1 + 2At_{pD2})}{4t_{kD}}\right)}, \dots\dots\dots (3.12)$$

6. Calcular la temperatura estática de la formación utilizando la ecuación (3.13)

$$T_{ei} = \frac{T_1 - T_D(T_2)}{1 - T_D}, \dots \dots \dots (3.13)$$

A continuación se valida el método con un ejemplo de campo para los dos casos

Ejemplo de campo. (Kashikar y Arnold, 1991)¹². Yacimiento de agua probado a una profundidad de 5666 *ft*. $T_{ei} = 61^\circ\text{C}$

Datos:

$$t_k = 4 \text{ h}$$

$$t_{kD} = 1.0$$

$$T_k = 51.5^\circ\text{C}$$

$$q = 15.8 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\frac{\alpha}{r_w^2} = 0.27$$

$$q\beta = 380 \text{ m}^3/\text{día}$$

$$h = 25 \text{ m}$$

$$\rho_f C_{pf} = 4024 \frac{\text{J}}{\text{m}^3\text{C}}$$

$$\rho_r C_{pr} = 2150 \frac{\text{J}}{\text{m}^3\text{C}}$$

$$r_w = 0.1065 \text{ m}$$

$$A = 0.78$$

Resultados (Caso 1):

Tabla 3.1: Resultados del Caso 1.(Kashikar y Arnold, 1991). ¹¹

t_p (h)	T (°C)	t_{pD}	T_D	T_{ei} (°C)
0.117	52.68	0.03159	0.97	90.8333333
0.276	53.92	0.07452	0.91	78.3888889
0.427	54.68	0.11529	0.89	80.4090909
0.632	55.4	0.17064	0.84	75.875
1.023	56.04	0.27621	0.76	70.4166667
1.5	56.6	0.405	0.67	66.9545455
1.62	56.76	0.4374	0.64	66.1111111
2.046	57.16	0.55242	0.58	64.9761905
2.4	57.48	0.648	0.53	64.2234043
2.88	57.8	0.7776	0.48	63.6153846
3.13	57.96	0.8451	0.46	63.462963

Discusión:

Una definición de almacenamiento térmico expresada por Hasan y Kabir ⁸ dice que es la capacidad del pozo de almacenar o liberar calor, e involucra las masas de los fluidos y sus capacidades caloríficas.

La **tabla 3.1** muestra la T_{ei} obtenida por medio de la ecuación (3.9) para varios tiempos de producción t_p , el pozo fue probado tan pronto término de perforarse. Las estimaciones para tiempos cortos son más altas que aquellas obtenidas a tiempos largos. Esto se atribuye a los efectos de almacenamiento térmico en el pozo.

A medida que los fluidos entran a la formación entran en el pozo, se mezclan con los fluidos del pozo, los cuales se encuentran a una temperatura más baja, resultando en una estimación falsa de la temperatura.

Como se observa en la figura 3.2 a mayores gastos, menores serán los tiempos de producción t_p para que el fluido se vaya equilibrando con la temperatura de la formación productora. Mientras más fluido es producido este efecto se va volviendo despreciable y las estimaciones en la temperatura van siendo más exactas.

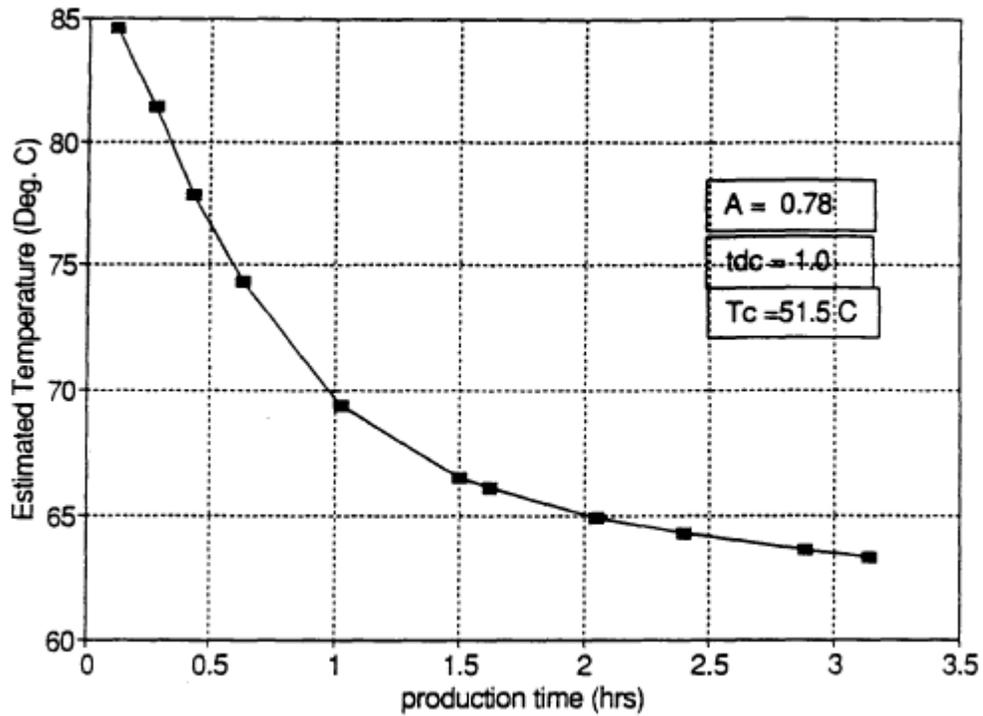


Figura 3.3: Temperatura estimada contra tiempo de producción con una T_c de 51.5°C a un t_p de 1. (Kashikar y Arnold, 1991).¹²

En la **figura 3.3** se observa como las temperaturas estimadas empiezan a convergen conforme el tiempo de producción t_p va aumentando a gasto constante ($q = 15.8 \text{ m}^3/\text{h}$)

Resultados (Caso 2):

Tabla 3.2: Resultados del Caso 2. (Kashikar y Arnold, 1991).¹²

$T(^{\circ}\text{C})$	t_{pD}							
52.68	0.03159	0.03159	0.03159					
53.92	0.07452							
54.68								
55.4								
56.04				0.27621	0.27621	0.27621		
56.6				0.405				
56.76								
57.16		0.55242			0.55242		0.55242	0.55242
57.48							0.648	
57.8								
57.96			0.8451			0.8451		0.8451
T_D	1.05956113	1.65957447	2.09937888	1.13105413	1.299509	1.64389234	1.09107143	1.26501035
$T_{ei}^{\circ}\text{C}$	74.7389474	63.9522581	62.7627119	60.8730435	60.8994536	60.941865	60.9937255	60.97875

Discusión:

Algunos de los efectos provocados por el almacenamiento en el pozo pueden superarse si se utiliza la ecuación (3.13) para estimar la T_{ei} . Dicha ecuación requiere dos registros de temperatura a dos tiempos de producción, t_{p1} y t_{p2} .

En la **tabla 3.2** se observan estimaciones de la T_{ei} , realizadas con diferentes combinaciones tomando dos tiempos adimensionales de producción t_{pD} .

Se puede apreciar que al estimar la T_{ei} si se utilizan combinaciones de tiempos de producción t_p más largos, los efectos que se provocan por el almacenamiento térmico disminuyen y se llegan a estimaciones muy exactas.

La estimación más correcta es la de la columna siete, cuando se toman las temperaturas que corresponden a los tiempos adimensionales de producción $t_{pD} = 0.55242$ y $t_{pD} = 0.648$

La cual da como resultado una $T_{ei} = 60.9937255$ que es prácticamente la misma que 61°C , la cual es la temperatura estática del yacimiento determinada por (Kashikar y Arnold, 1991).¹²

3.2 Método hiperbólico para determinar la temperatura estática del yacimiento (Kabir y cols. (1997)).¹⁰

Kabir y cols. (1997)¹⁰ presentaron una nueva metodología para determinar la temperatura estática de un yacimiento (T_{ei}) mediante pruebas transitorias de flujo.

Los autores desarrollaron un método semianalítico, usando la técnica de la hipérbola rectangular para determinar la T_{ei} , la cual a su vez se utiliza para establecer el gradiente geotérmico de una región.

La colocación del sensor de temperatura arriba del intervalo de interés, asegura que el fluido producido tendrá la oportunidad de enfriarse durante los periodos de cierre, y de tal forma que se creen perturbaciones útiles

Las pruebas están acompañadas de grandes caídas de presión por el calentamiento de Joule-Thompson, el cual lleva a un enfriamiento subsecuente durante el cierre del pozo.

Como se vio desde el capítulo 1, las complicaciones surgen en el periodo de perforación de un pozo, cuando el fluido de circulación causa un desequilibrio térmico en la formación a una determinada distancia cercana al pozo, lo cual requiere extrapolaciones de medidas discretizadas a la T_{ei} ; o sea mediciones de temperatura de fondo que al extrapolarse se intercepte a una T_{ei} aproximada como se apreció en el capítulo 2.

En contraste, los datos de temperatura que se adquieren durante el registro de pozos perforados, bajo condiciones de cierre, se mejoran debido a que las mediciones no son necesariamente precedidas por enfriamiento o calentamiento a causa del lodo de circulación. Sin embargo, no hay confirmación de que exista un equilibrio térmico entre los fluidos provenientes del pozo y la formación. Por lo tanto, entender los mecanismos de transferencia de calor entre los fluidos y la formación constituye el primer paso para desarrollar modelos confiables para la recopilación de datos y la interpretación de métodos.

Consideraciones teóricas

Como se muestra en el **Apéndice F**, la disminución de temperatura durante una prueba de incremento de presión se aproxima por una hipérbola rectangular durante un periodo de acción infinita. La ecuación de la hipérbola está dada por la ecuación (3.14)

$$(T_{ws} - a)(b + \Delta t) = c, \quad \dots \dots \dots (3.14)$$

donde:

$$a = T_{ei} - \frac{m_t}{2.303} (\ln \alpha - 2), \quad \dots \dots \dots (3.15)$$

$$b = \frac{t_p}{\alpha + 1}, \quad \dots \dots \dots (3.16)$$

$$c = \frac{-4m_t t_p}{2.303(\alpha + 1)}, \quad \dots \dots \dots (3.17)$$

$$m_t = C_{JT} \frac{162.6q\beta\mu}{kh}, \quad \dots \dots \dots (3.18)$$

$$C_{JT} = \frac{-0.185}{\rho_f c_{pf}}. \quad \dots \dots \dots (3.19)$$

donde c_{pf} es la capacidad calorífica del fluido y ρ_f es la densidad del fluido

La ecuación (3.14) representa el comportamiento durante un periodo infinito, esta aplica cuando se trata con datos transitorios de temperatura, debido a que el radio de investigación es de solo algunos pies.

La ecuación (3.14), se puede expresar como:

$$T_{ws} = a + \frac{c}{b + \Delta t}, \quad \dots \dots \dots (3.20)$$

Así que cuando Δt se aproxima al infinito, la T_{ws} se aproxima a a , la cual es la asíntota de la hipérbola, por lo tanto, el parámetro a representa la temperatura estática del yacimiento (T_{ei}). Por lo tanto en un periodo infinito de cierre. $a = T_{ei}$.

Algoritmo computacional.

Se usa la regresión lineal de los datos de campo para evaluar las constantes, a , b y c de la ecuación (3.14).

Ahora bien la derivada de la temperatura con respecto al tiempo de cierre en coordenadas cartesianas refleja la imagen espejo de la temperatura y esta derivada, se aproxima a cero cuando se incrementa el tiempo de cierre.

Se evalúa la derivada hiperbólica con la ecuación (3.21)

$$\frac{dT_{ws}}{d\Delta t} = -\frac{c}{(b + \Delta t)^2}, \quad \dots \dots \dots (3.21)$$

Para grandes tiempos de cierre, se pueden usar las siguientes condiciones de frontera.

$$(T_{ws})_{\lim_{\Delta t \rightarrow \infty}} = T_{ei}, \quad \dots \dots \dots (3.22)$$

$$\left(\frac{dT_{ws}}{d\Delta T}\right)_{\lim_{\Delta t \rightarrow \infty}} = 0, \quad \dots \dots \dots (3.23)$$

Durante la producción, el fluido aumenta debido a la fricción, también llamado efecto Joule-Thompson (J-T). Consistentemente, la temperatura del fluido en el pozo siempre disminuye durante una prueba de incremento mientras intenta ganar equilibrio con sus alrededores. Esto ocurre incluso cuando el sensor se coloca a través de las perforaciones. Cuando el sensor se coloca más arriba del intervalo productor, existen grandes contrastes de temperatura entre el pozo y la formación, que inevitablemente llevan a una tendencia de declinación durante el cierre.

En contraste, la temperatura puede incrementar o bien decrecer en una prueba fall-off, en un pozo donde se inyecta agua.

La localización de la herramienta y el contraste de temperatura entre el fluido que se inyecta y la formación, dicta la dirección del cambio en la temperatura del fluido en el pozo, ya que alcanza el equilibrio térmico con el gradiente geotérmico de la formación.

Similarmente, el gas, normalmente exhibe un efecto de J-T pero de enfriamiento, así que su comportamiento es opuesto al del líquido. Sin embargo, la extensión del enfriamiento y la localización de la herramienta determinan si la temperatura aumenta o disminuya durante las pruebas de cierre.

Se nota que la noción de imagen espejo tiende a permanecer para una prueba de incremento y una prueba fall-off, donde puede desarrollarse una pendiente derivada positiva o negativa. Por lo tanto, se ajustan los datos no afectados por el almacenamiento térmico. Esto minimiza la desviación estándar y se respeta la tendencia de los datos; es decir, la pendiente positiva o negativa. El gráfico de la derivada también ayuda a excluir aquellos datos que se toman a tiempos grandes, los cuales se ven afectados por la resolución del medidor.

Los problemas con la resolución del medidor se vuelven evidentes cuando los datos se examinan en una gráfica cartesiana. La gráfica cartesiana, suele ser más sensitiva que su contraparte log-log, por lo tanto, revela fácilmente aquellos puntos que deben ser ignorados durante el ajuste a la curva hipérbola-derivada.

Se expone un esquema de suavizado de promedios móviles para contener los datos con ruido (datos afectados por el almacenamiento térmico) en un conjunto. Cuando persisten estos datos con ruido, como los que se obtienen a partir de registradores de baja resolución; el ajuste en la derivada se busca a partir del momento en que se empiezan a apreciar estos datos.

Metodología para la estimación de T_{ei} .

1. Se determina el radio de investigación, se puede determinar dicho radio al reconocer la analogía entre la presión y el proceso de difusividad térmica, dicho radio se determina con la ecuación (3.24) donde ρ_r es la densidad de la roca, C_{pr} es la capacidad calorífica de la roca, k_{he} la conductividad térmica de la formación y Δt corresponde a un tiempo infinito de cierre.

$$r_i = \sqrt{\frac{4k_{he}\Delta t}{\rho_r C_{pr}}}, \dots \dots \dots (3.24)$$

2. Se evalúan las constantes a, b, c . Una regresión lineal puede ser llevada a cabo para las variables T_{ws} y $1/(b + \Delta t)$ para obtener valores optimos de a, b y c . Debido a que la ecuación (3.20) contiene tres constantes, tiene que ser empleado un procedimiento de prueba y error y se asumen valores de b hasta que un valor del coeficiente de regresión cercano a la unidad sea obtenido.

Una solución alternativa al análisis de regresión es propuesta por (Hasan y Kabir,199.¹⁰ Dicha solución es propuesta debido a que como se mencionó anteriormente, la ecuación (3.20) contiene tres constantes, se pueden usar tres conjuntos de datos de tiempo de temperatura para describir la hipérbola rectangular para un pozo.

Se considera que $t = \Delta t$ y $T = T_{ws}$.

$$a = \frac{(T_3 - T_2)(T_2 t_2 - T_1 t_1) - (T_2 - T_1)(T_3 t_3 - T_2 t_2)}{(T_3 T_2)(t_2 - t_1) - (T_2 T_1)(t_3 - t_2)}, \quad \dots \dots \dots (3.25)$$

$$b = \frac{T_3 t_3 - T_2 t_2 - a(t_3 t_2)}{T_3 - T_2}, \quad \dots \dots \dots (3.26)$$

$$c = (b - t_1)(a - T_1), \quad \dots \dots \dots (3.27)$$

A pesar de que esta aproximación da resultados satisfactorios, el método no provee respuestas únicas, debido a que la dispersión de datos es inherente a cualquier prueba de campo, los valores de a, b y c varían según la elección de los conjuntos de datos.

3. Se obtiene la T_{ei} con algún método convencional como el de Horner, ya que la T_{ei} puede obtenerse con el método de la hipérbola rectangular con mayor confiabilidad si es calculada con un método convencional semilogaritmico como el de Horner, ya que los métodos deben ser esencialmente equivalentes en términos de la información necesaria y la información obtenida, además el utilizar algún método semilogaritmico tiene como objetivo validar la T_{ei} obtenida mediante el método de la hipérbola rectangular. La ventaja del método hiperbólico es que los datos transitorios de temperatura son recolectados en conjunto con los de presión; además de su fácil acceso, los datos de temperatura asociados con las pruebas de incremento se prestan

al análisis semilogaritmico en la mayoría de los casos, debido a que la condición $t_D > 100$ se satisface. Hay que tener en cuenta que esta condición no se satisface en la mayoría de de las situaciones de pozo abierto, lo que explica las dificultades con la aplicación del método de Horner. Se observa que el método de la hipérbola es una técnica robusta, incluso cuando la aplicación del método semilogaritmico está en duda, es decir abarca más datos que no son afectados por el almacenamiento térmico que los que abarca el método convencional de Horner.

4. Calcular la constante adimensional α con la ecuación (3.28).

$$\ln \alpha = 2, \dots \dots \dots (3.28)$$

o la ecuación (3.29), la cual es:

$$\alpha = e^2 = 7.389. \dots \dots \dots (3.29)$$

Entonces, la ecuación (3.29) es válida cuando el $r_i < r_e$, donde r_e corresponde al radio de drene. Esto se debe a que el valor de ($\alpha = 7.389$), entonces satisface una de las condiciones para que la ecuación (3.30) sea válida, donde $x = \frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\Delta t}$.

$$\ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) = \ln(\alpha + x) = \ln \alpha + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n - 1} \left(\frac{x}{2\alpha + x} \right)^{2n-1}, \dots \dots \dots (3.30)$$

5. Se calculan las derivadas de la temperatura con respecto al tiempo de cierre, tomando en cuenta la ecuación (3.20)

La pendiente semilogaritmica S para una gráfica cartesiana se represnta por la ecuación (3.31)

$$S = \frac{dT_{ws}}{d \ln \Delta t} = \frac{dT_{ws}}{d(\Delta t)} * \frac{d(\Delta t)}{d \ln \Delta t} = \Delta t \frac{dT_{ws}}{d(\Delta t)}, \dots \dots \dots (3.31)$$

Diferenciando la ecuación (3.20) con respecto a Δt , se obtiene la ecuación (3.32)

$$\frac{dT_{ws}}{d(\Delta t)} = \frac{-c}{(b + \Delta t)^2}, \dots \dots \dots (3.32)$$

Combinando la ecuación (3.31) y la ecuación (3.32), se obtiene:

$$S = (-c) \frac{\Delta t}{(b + \Delta t)^2}, \dots \dots \dots (3.33)$$

Se nota que S siempre es positiva ya que c es negativa, mientras que b es positiva. Para obtener el tiempo de cierre, en el cual alcanza la máxima pendiente S , se diferencia la ecuación (3.33) con respecto a Δt , se iguala a cero y se obtiene la ecuación (3.34)

$$\frac{dS}{d(\Delta t)} = (-c) \left[\frac{1}{(b + \Delta t)^2} - \frac{2\Delta t}{(b + \Delta t)^3} \right], \dots \dots \dots (3.34)$$

o

$$\Delta t = b, \dots \dots \dots (3.35)$$

Entonces m_t es la máxima pendiente cuando $\Delta t = b$, se obtiene el valor negativo de la diferencial, $\frac{d^2S}{d(\Delta t)^2}$.

$$\frac{d^2S}{d(\Delta t)^2} = (-c) \left[\frac{1}{(b + \Delta t)^2} - \frac{2\Delta t}{(b + \Delta t)^3} + \frac{6\Delta t}{(b + \Delta t)^4} \right], \dots \dots \dots (3.36)$$

Cuando $\Delta t = b$, se obtiene

$$-\frac{d^2S}{d(\Delta t)^2} = (-c) \left(\frac{1}{2.6667b^3} - \frac{1}{2b^3} \right), \dots \dots \dots (3.37)$$

La ecuación (3.37) es siempre negativa debido a que b es positiva y c es negativa. Por lo tanto, el valor de S_{max} está dada por la ecuación (3.33)

$$\frac{S_{max}}{\Delta t=b} = (-c) \frac{\Delta t}{(b + \Delta t)^2} = \frac{-c}{4b}, \dots \dots \dots (3.38)$$

Entonces la pendiente m_t está dada por la ecuación (3.39)

$$\frac{m_t}{2.303} = \frac{-c}{4b}, \dots \dots \dots (3.39)$$

6. Graficar en escala cartesiana T_{ws} vs Δt .

A continuación se muestra un ejemplo de campo por, (Kabir y cols.1997)¹⁰

La **figura 3.4** presenta la gráfica diagnóstico de los datos de temperatura recolectados a 2500 *ft* de distancia del punto medio de las perforaciones (MPP) en un pozo de 11000 *ft*. Se observa la influencia dominante del almacenamiento térmico.

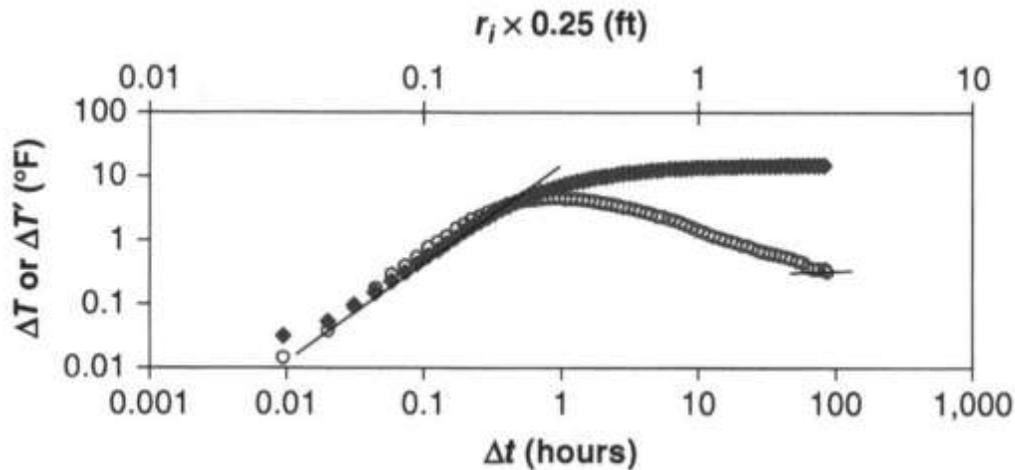


Figura 3.4: Gráfica diagnóstico que muestra el efecto del almacenamiento en las mediciones de fondo. (Kabir y cols. 1997).¹⁰

La **figura 3.5** presenta el análisis de Horner, dando un valor de T_{ei} aproximado de 214.5 $^\circ\text{F}$ con un coeficiente de mínimos cuadrados de 0.94.

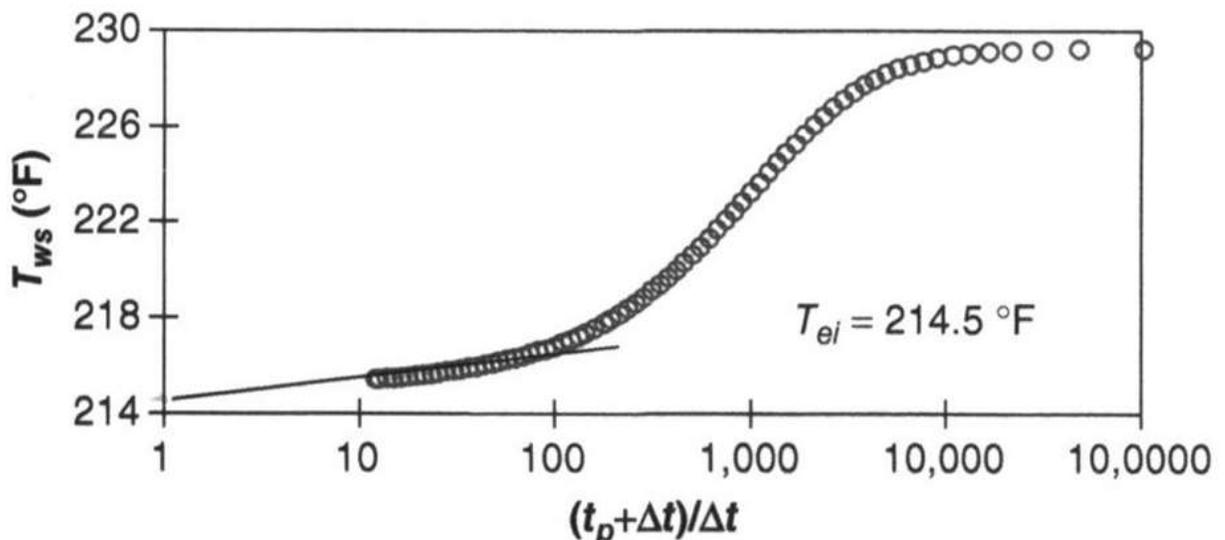


Figura 3.5: Gráfica Temperatura vs. Tiempo de Horner. (Hasan y Kabir, 2018).⁸

En contraste, el análisis de la hipérbola rectangular muestra un buen ajuste más allá de las 15 h como se aprecia en la **figura 3.6**; el valor derivado de la hipérbola de 215.1 °F se ajusta bien con el análisis semilogaritmico. Sin embargo, se puede tener mejor confianza en el valor de T_{ei} calculado con el método de la hipérbola debido a su capacidad para tratar con una mayor cantidad de datos.

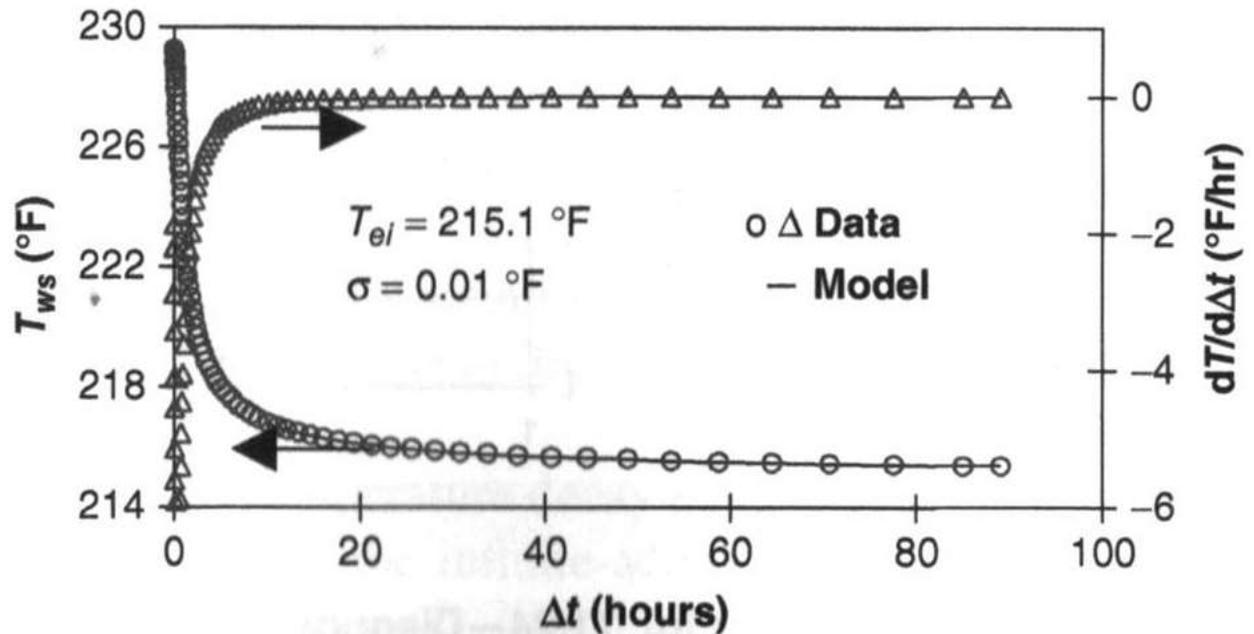


Figura 3.6: Gráfica del análisis de la hipérbola rectangular Temperatura vs Tiempo de cierre. (Hasan y Kabir, 2018).⁸

Error:

$$\left(\frac{215.1 - 214.5}{215.1} \right) * 100 = 0.27 \%$$

Discusión:

Se aprecia que el error es de 0.27% con respecto al análisis semilogaritmico debido a que en el método de Horner se toman muchos datos con efectos de almacenamiento térmico y al extrapolar mediante una línea recta no alcanza a abarcar los datos confiables que no están bajo los efectos del almacenamiento térmico; mientras que por el método de la hipérbola rectangular estos datos son capturados; aunque en este ejemplo el error es mínimo, hay casos donde el abatimiento de presión es muy alto y esto ocasiona que

el efecto de Joule-Thompson provoque que el fluido del yacimiento tenga una temperatura más caliente que la temperatura del yacimiento en especial a tiempos cortos de producción, también cuando la formación presenta un alto daño, una perturbación de la temperatura del fluido ocurre, hay casos donde la temperatura se sobreestima hasta más de 20 °F,⁸ debido a los efectos del almacenamiento térmico que son causados por los problemas anteriormente mencionados.

Una fuente potencial de error en cualquier medida de temperatura proviene del calor almacenado o liberado por el transportador de manómetro. Además del soporte del manómetro, los tubulares y el cemento también almacenan y liberan calor. Por lo tanto, cualquier interpretación válida debe incluir datos que estén libres de almacenamiento térmico. Debido a que el almacenamiento térmico es una parte integral de cualquier medición de pozos con revestimiento y que las corrientes térmicas se mueven lentamente en cualquier dispositivo, se debe tener precaución en el tratamiento de los datos.

Solo la medición directa prolongada (cuando el medidor se encuentra en contacto directo con el fluido del pozo) en una situación de pozo abierto puede minimizar la distorsión del almacenamiento térmico. Sin embargo, en estos tiempos las mediciones de temperatura se realizan mayoritariamente en pozos con revestimiento.

El equilibrio térmico lento en cualquier profundidad de medición plantea interrogantes sobre la validez de las inspecciones de rutina de la temperatura de los pozos con revestimiento. Se cree que los problemas de flujo pueden diagnosticarse solo cuando se trata de un enfriamiento o calentamiento significativo.

Sin embargo, los problemas sutiles pueden verse empañados por la incapacidad de una herramienta para responder al cambio de temperatura, dado el tiempo permitido en cada parada de estación o cuando la herramienta se ejecuta a una cierta velocidad.

Si bien la presión alcanza un equilibrio rápido en cada estación, no ocurre lo mismo con la temperatura durante las inspecciones del gradiente estático y de flujo.

Por estas razones es más recomendado utilizar la aproximación hiperbólica en lugar de algún método seimilogaritmico.

Capítulo 4: Resultados y Comparaciones de los métodos Analizados

En este capítulo se presentan los resultados, al emplear los métodos del capítulo 3 y se comparan datos de la literaruta. Además se analiza el porcentaje de error que tuvo cada uno de los métodos.

Se muestra una **tabla 4.2** con características de los métodos como: autores, solución, mecanismo de transferencia de calor, geometría de flujo, ventajas, desventajas y etapa en la que se encuentra el pozo.

4.1 Comparación de resultados y porcentaje de error.

La **tabla 4.1** presenta una comparación de resultados de la T_{ei} ; que se obtienen con los métodos analizados en el capítulo 2 con respecto a la T_{ei} real.

Tabla 4.1: Comparación de resultados.

Autores	Comparación de resultados			
	Sintético °C	Campo °F	Error (ej. Sintético)	Error (ej. Campo)
Dowdle y Cobb	75 °C	225.2 °F	6.25%	5.77%
Roux y cols.	77.2 °C	230.74 °F	4%	3%
Hasan y Kabir	78 °C	226 °F	2.30%	
Kritikos y Kutazov	74 °C		7.50%	
T_{ei}	80 °C	239 °F		

El método de Dos Puntos presentado por (Kritikos y Kutazov, 1988).¹⁴ no se pudo analizar en el yacimiento geotérmico “**Kelly Hot Springs**” ya que no cumple la condición de que el $t_{kD} > 5 \cdot \frac{k_{he}}{c_{pf}r_w^2} = 0.27 * 12h = 3.24$ es menor que 5.

En la tabla 4.2 se presentan algunas características importantes de todos los métodos analizados.

4.2 Características de los métodos analíticos para la estimación de la Temperatura de un Yacimiento

Tabla 4.2: Métodos analíticos para la estimación de la Temperatura de un Yacimiento

Métodos analíticos para la estimación de la Temperatura de un Yacimiento						
Autores	Ecuaciones	Mecanismo	Flujo	Ventajas	Desventajas	Etapa
Dowdle y Cobb (1975)	$T_{ws} = T_i - C \log\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right)$	Conducción	Radial	<ol style="list-style-type: none"> 1. Es un método sencillo de utilizar 2. Solo se necesitan mediciones de la temperatura en el fondo a un cierto tiempo de circulación y a diferentes tiempos de paro 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se necesitan tiempos largos de paro 2. Subestima la temperatura de un yacimiento en especial si es geotérmico 3. No toma en cuenta pérdidas de circulación 	Perforación
Roux y cols.(1980)	$T_i = T_{ws}^* + mT_{DB}(t_{kD})$	Conducción	Radial	<ol style="list-style-type: none"> 1. Utiliza una solución adimensional 2. Es muy útil en periodos relativamente cortos de paro 3. Se ha probado exitosamente en yacimientos geotérmicos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Es necesario conocer la difusividad térmica 2. Es confuso en ocasiones utilizar las curvas de corrección 3. Si hay pérdidas de circulación, el error puede llegar a ser muy grande 	Perforación
Hasan y Kabir (1994)	$T_i - T_{ws} = C_0 [F(t_D + \Delta t_D) - F(\Delta t_D)]$ $T_{ws} = T_i - (T_i - T_{wso}) \left(e^{-\frac{t_k}{A^2}} - 1 \right) e^{-\frac{\Delta t}{A^2}}$ $T_{ws} - T_i = -0.5B \ln\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right)$ $T_{ws} = T_i - 1.1281BF'(t_D)$	Conducción y Convección	Radial	<ol style="list-style-type: none"> 1. Toma en cuenta el mecanismo de convección de calor en el pozo 2. Gracias a las soluciones aproximadas, se puede medir adecuadamente la temperatura sin tener mucha información 3. La temperatura del yacimiento puede estimarse confiable cuando se trabaja con tiempos cortos de paro 	<ol style="list-style-type: none"> 1. La solución exacta requiere cálculos complejos y una gran cantidad de información 2. El modelo considera conducción y convección en el pozo. La conducción en la formación es despreciada 	Perforación

kritikos y Kutazov (1988)	$T_{ei} = T_{s2} - F(T_{s1} - T_{s2})$	Conducción	Radial	<p>1. Solo se necesitan dos mediciones de temperatura de fondo 2. La estimación de la temperatura puede llegar a ser muy precisa siempre y cuando se tengan tiempos de paro suficientemente largos</p>	<p>1. La solución no es precisa cuando se tienen tiempos cortos de paro</p>	Perforación
Kashikar y Arnold (1991)	$T_{ei} = \frac{T - T_D(T_k)}{1 - T_D}$ $T_{ei} = \frac{T_1 - T_D(T_2)}{1 - T_D}$	Convección	Radial	<p>1. La mayor ventaja de este método con respecto a los otros es que la temperatura se mide a condiciones fluyentes en el pozo 2. La conducción es despreciable en la dirección vertical 3. Solución adimensional 4. Estimar las propiedades de la roca y los fluidos es importante pero no crítica para obtener resultados confiables 5. Puede utilizarse teniendo dos mediciones de fondo a condiciones fluyentes</p>	<p>1. El modelo solo es válido para flujo incompresible 2. Se asume que el fluido y la roca se encuentran a la misma temperatura</p>	Producción
Kabir y cols. (1997)	$T_{ws} = T_i - \frac{m_t}{2.303} (\ln \alpha - 2) - \frac{4m_i(t_p + \Delta t)}{2.303(t_p + (\alpha + 1)\Delta t)}$	Conducción y Convección	Radial	<p>1. Los datos de temperatura se toman durante una prueba de incremento de presión 2. El método hiperbolico da estimaciones confiables de la temperatura del yacimiento 3. Se puede establecer el gradiente geotérmico</p>	<p>1. La estimación tiene que ser validada con el método de Horner, debido a que es semianalítica 2. Es necesario conocer el coeficiente de Joule Thompson 3. Es necesario realizar calculos complejos</p>	Producción y Cierre

Conclusiones:

1. La temperatura estática del yacimiento T_{ei} puede estimarse por distintos modelos analíticos. La selección del método depende de la información que se tenga tanto como de la roca, del fluido y el pozo se tiene, el tiempo de circulación o producción, el tiempo de paro o de cierre, el tipo de fluido que contenga el yacimiento, así como las pérdidas de circulación.
2. Se realizó una recopilación de métodos analíticos con el objetivo de dar a conocer otras alternativas que pueden llegar a reducir los costos en la perforación de los pozos.
3. Se presentaron metodologías para poner en práctica cada método analítico para la estimación de la Temperatura de un yacimiento, y se probaron con ejemplos sintéticos y/o de campo.
4. Se concluye que la manera más adecuada es estimar la temperatura del yacimiento bajo condiciones fluyentes debido a que no es necesario detener la perforación y esto evita las pérdidas de circulación y los costos de perforación disminuyen.
5. Se realizó la derivación de cada una de las ecuaciones que se usan en la metodología de los capítulos 2,3 y 4. Estas derivaciones se muestran en el apartado de apéndices.
6. Esta tesis tiene como objetivo ser una base para realizar una investigación profunda y así obtener una tesis de maestría que contenga un modelo analítico que estime la temperatura estática del yacimiento T_{ei} bajo condiciones fluyentes y que pueda ser útil en la industria petrolera.
7. En la industria petrolera en tiempos recientes es muy difícil que se permita parar la perforación en especial cuando se perfora en ambientes hostiles como en aguas

profundas, así que las estimaciones obtenidas de la T_{ei} , por medio de métodos que se realicen en la etapa de perforación ya no son una manera adecuada para obtener dicha propiedad, así que se busca tratar de obtener soluciones analíticas y numéricas que puedan solucionar dichos problemas.

Nomenclatura:

A : área, ft^2, m^2 y constante arbitraria

A^1 : parametro de relajación del tiempo definido en la ecuación (2.14)

B : función definida en la ecuación (2.17)

C_{JT} : Coeficiente de Joule Thompson, $\left(\frac{TLt^2}{m}\right)$

c_p : Capacidad calorífica, $\left(\frac{Btu}{lbm-^{\circ}F}\right), \left(\frac{kJ}{kg^{\circ}C}\right)$

c_{pf} : Capacidad calorífica del fluido, $\left(\frac{Btu}{lbm-^{\circ}F}\right), \left(\frac{kJ}{kg^{\circ}C}\right)$

c_{pm} : Capacidad calorífica del lodo, $\left(\frac{Btu}{lbm-^{\circ}F}\right), \left(\frac{kJ}{kg^{\circ}C}\right)$

c_{pr} : Capacidad calorífica de la formación, $\left(\frac{Btu}{lbm-^{\circ}F}\right), \left(\frac{kJ}{kg^{\circ}C}\right)$

d : diametro, ft, m

e : energía. exponencial

$f(t)$: función del tiempo

h : espesor, ft, m

h_a : coeficiente convectivo de transferencia de calor para el fluido anular, $\left(\frac{Btu}{^{\circ}F-h-ft}\right)$

h_t : coeficiente convectivo de transferencia de calor para el fluido en la tubería, $\left(\frac{Btu}{^{\circ}F-h-ft}\right)$

J_0 : Función Bessel de orden cero

J_1 : Función Bessel de primer orden

k : permeabilidad, mD

k_h : conductividad térmica, $\left(\frac{Btu}{h-ft-^{\circ}F}\right), \left(\frac{kJ}{h-m-^{\circ}C}\right)$

k_{he} : conductividad térmica de la tierra, $\left(\frac{Btu}{h^{-1}-ft^2-^{\circ}F^{-1}}\right), \left(\frac{kJ}{h^{-1}m^2-^{\circ}C^{-1}}\right)$

k_m : conductividad térmica del lodo, $\left(\frac{\text{Btu}}{\text{h-ft-}^\circ\text{F}}\right)$, $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{h-m-}^\circ\text{C}}\right)$

m : pendiente $\left(\frac{^\circ\text{C}}{\text{ciclo}}\right)$, $\left(\frac{^\circ\text{F}}{\text{ciclo}}\right)$. masa del lodo e circulación (kg)

m_t : pendiente, $\left(\frac{^\circ\text{C}}{\text{ciclo}}\right)$, $\left(\frac{^\circ\text{F}}{\text{ciclo}}\right)$

p : presión, psi. función definida en ecuación (D. 49)

p_i : presión inicial, psi

p_{wf} : presión de fondo fluyente, psi

P_{wD} : presión del pozo adimensional

q : gasto másico $\left(\frac{\text{bbl}}{\text{día}}\right)$, $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)$

q_h : flujo de calor, $\left(\frac{\text{Btu}}{\text{h}}\right)$, $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{h}}\right)$

q_D : flujo de calor adimensional. gasto másico adimensional

Q : flujo total de calor, $\left(\frac{\text{Btu}}{\text{h}}\right)$, $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{h}}\right)$

Q_D : flujo total de calor adimensional

r : radio, ft, m

r_D : radio adimensional

r_i : radio de investigación, ft, m

r_{tD} : constante definida en las ecuaciones (D. 2) y (D. 3)

r_w : radio del pozo, ft, m

t : tiempo, h, días

t_D : tiempo adimensional

t_p : tiempo de producción, h, días

t_{pD} : tiempo de producción adimensional

t_k : tiempo de circulación, h, días

t_{kD} : tiempo de circulación adimensional

T : Temperatura, °C, °F

T : variable de integración

T_{ci} : temperatura dentro de la tubería de revestimiento, °C, °F

T_D : temperatura adimensional

T_{DB} : factor de corrección adimensional para el incremento de la temperatura

T_{DWS} : función definida por la ecuación (B. 23)

T_{DWS}^* : función definida por la ecuación (B. 24)

T_e : temperatura de la formación, °C, °F

T_{ei} : temperatura estática de la formación o del yacimiento, °C, °F

T_f : temperatura del fluido, °C, °F

T_s : temperatura de fondo medida, °C, °F

T_{SD} : temperatura de fondo adimensional

T_t : temperatura dentro de la pared de la tubería, °C, °F

T_{wb} : temperatura en la pared del pozo, °C, °F

T_{we} : temperatura en la interface pozo/formación, °C, °F

T_{wf} : temperatura de fondo fluyendo, °C, °F

T_{ws} : temperatura de fondo medida a una profundidad. temperatura del lodo en el centro, °C, °F

T_{ws}^* : falsa temperatura inicial, °C, °F

T_{wso} : temperatura inicial del lodo, °C, °F

U : coeficiente general de transferencia de calor $\left(\frac{Btu}{^\circ F \cdot sec \cdot ft}\right)$, $\left(\frac{kJ}{C \cdot s \cdot m}\right)$

v : flujo volumétrico, $\left(\frac{m^3}{h}\right)$

W : flujo total de masa. $\left(\frac{lbm}{\text{sec}\left(\frac{kg}{s}\right)}\right)$

x : coordenada cartesiana independiente

y : coordenada cartesiana dependiente

Y_0 : función de Bessel modificada de orden cero

Y_1 : función de Bessel modificada de primer orden

z : dirección vertical, ft, m

Letras griegas:

α : difusividad térmica, $\left(\frac{ft^2}{h}\right), \left(\frac{m^2}{h}\right)$. constante arbitraria

β : factor de volumen de formación

Δ : incremento

γ : constante de Euler

Φ : porosidad, %

ρ : densidad, $\left(\frac{lb}{ft^3}\right), \left(\frac{kg}{m^3}\right)$

ρ_f : densidad del fluido, $\left(\frac{lb}{ft^3}\right), \left(\frac{kg}{m^3}\right)$

ρ_r : densidad de la roca, $\left(\frac{lb}{ft^3}\right), \left(\frac{kg}{m^3}\right)$

π : número pi

μ : viscosidad, cp

REFERENCIAS:

1. Carslew, H. S. y Jaeger, J. C. 1959. *Conduction of Heat in Solids*, second edition. Oxford: Clarendon Press.
2. Dowdle, W. L. y Cobb, W. M. 1975. Static Formation Temperature from Well Logs - An Empirical Method. *J Pet Technol* **27** (11): 1326-1330. SPE-5036-PA. <https://doi.org/10.2118/5036-PA>.
3. Edwarson, M. J., Girner, H. M., Parkison, H. R. et al. 1962. Calculation of Formation Temperature Disturbances Caused by Mud Circulation. *J Pet Technol* **14** (04): 416-426. SPE-124-PA. <https://doi.org/10.2118/124-PA>.
4. Eppelbaum, L. V. y Kutasov, I. M. 2016. *Pressure and Temperature Well Testing*. Boca Raton, Florida: Taylor & Francis.
5. Escobar Macualo, F. H. 2003 *Análisis Moderno de Pruebas de Presión*. Neiva Huila, Colombia: Universidad Surcolombiana.
6. Gradshtein, I. S. y Ryzhik, I. M. 1965. *Table of Integrals, Series and Products*, fourth edition. New York: Academic Press.
7. Hasan, A. R. y Kabir, C. S. 1994. Determination of Static Reservoir Temperature Determination from Trasient Data After Mud Circulation. *SPE Drill & Compl* **19** (3): 211-216. SPE-24085-PA. <https://doi.org/10.2118/24085-PA>.
8. Hasan, R. y Kabir, S. 2018. *Fluid Flow and Heat Transfer*, second edition. Richardson, Texas, EUA: SPE Textbook Series.
9. Jaeger, J. C. 1956. Numerical Values for the Temperature in Radial Heat Flow. *J Math Phys* **34** (1-4): 316-321. <https://doi.org/10.1002/sapm1955341316>.

10. Kabir, C. S., Del Signore, A. G., Hasan, A. R. et al. 1997. Establishing Geothermal Gradient Using a New Static-Temperature Analysis Method. Presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio Texas, EUA, octubre 5-8. SPE-38667-MS. <https://doi.org/10.2118/38667-MS>.
11. Kabir, C. S. y Hasan, A. R. 1996. Estimating Average Reservoir Pressure Using the Hyperbola Approach: New Algorithm and Field Examples. Artículo presentado en Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference, Abu Dhabi, E.A.U, octubre 13-16. SPE-36255-MS. <https://doi.org/10.2118/36255-MS>.
12. Kashikar, S. V y Arnold, F. C. 1991. Determination of Formation Temperature From Flow Test: A New Solution. Artículo presentado en SPE Production Operations Symposium, Oklahoma City, Oklahoma, EUA, abril 7-9. SPE-21707-MS. <https://doi.org/10.2118/21707-MS>.
13. Kays, W. M y Crawford, M. E. 1993. *Convective Heat and Mass Transfer*, third edition. New York: McGraw-Hill.
14. Kritikos, W. R. y Kutasov, I. M. 1988. Two Point Method for Determination of Undisturbed Reservoir Temperature. *SPE Form Eval* **3** (01): 222-226. SPE-15204-PA. <https://doi.org/10.2118/15204-PA> .
15. Olea González, U. 2007. Procesos de Transferencia de Calor Durante la Construcción de Pozos Petroleros: Problema Inverso. Tesis Doctoral, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Departamento de Ingeniería Mecánica, Cuernavaca, Morelos, México.
16. Ramey, H. J., Jr. 1962. Wellbore Heat Transmission. *J Pet Technol* **14** (04): 427-435. SPE-96-PA. <https://doi.org/10.2118/96-PA>.

17. Roux, B., Sanyal, S. K. y Brown, S. L 1980. An Improved Approach to Estimating True Reservoir Temperature from Transient Temperature Data. Artículo presentado en SPE California Regional Meeting, Los Angeles, California, EUA, abril 9-11. SPE-8888-MS. <https://doi.org/10.2118/8888-MS>.
18. Shen, P. Y. y Beck, A. E. 1986. Stabilization of Bottom Hole Temperature With Finite Circulation Time and Fluid Flow. *Geophys J Roy Astr S* **86** (1): 63-90. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1986.tb01073.x>.
19. van Everdingen, A. F. y Hurst, W. 1949. The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs. *J Pet Technol* **1** (12): 305-324. SPE-949305-G. <https://doi.org/10.2118/949305-G>.

Apéndices

Apéndice A

Método de Horner, (Dowdle y Cobb, 1975) (Derivación)

La ecuación que describe el comportamiento de presión en el yacimiento, para flujo radial está dada por la ecuación (A.1)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) = \left(\frac{\phi \mu c}{k} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right), \quad \dots \dots \dots (A.1)$$

La ecuación (A.1) se conoce como la ecuación de difusión debido a la similitud con la ecuación de difusión en la transferencia de calor.

Asignando las condiciones iniciales y de frontera la ecuación (A.1) se puede resolver

Considerando el caso de un pozo produciendo a gasto constante y localizado en un yacimiento infinitamente grande. Siempre que la presión inicial del yacimiento es constante, se pueden escribir las siguientes condiciones iniciales y de frontera.

$$p = p_i \text{ a } t = 0 \forall r, \quad \dots \dots \dots (A.2)$$

$$\left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} = 141.2 \left(\frac{qB\mu}{kh} \right), \quad \dots \dots \dots (A.3)$$

$$p \rightarrow p_i, \quad r \rightarrow \infty \forall t. \quad \dots \dots \dots (A.4)$$

Combinando estas condiciones con la ecuación (A.1) se ha demostrado que se puede obtener la ecuación (A.5) (Matthews y Russell, 1967).

$$p_{wf} = p_i - \frac{162.6qB\mu}{kh} \left(\log \frac{kt}{\phi \mu c r w^2} - 3.23 \right), \quad \dots \dots \dots (A.5)$$

cuando:

$\frac{kt}{\phi \mu c r w^2} \geq 94,805$ y donde la p_{wf} es la presión del pozo fluyendo después de cualquier tiempo de producción, t .

Horner demostró que la ecuación (A.5) puede usarse con el principio de superposición para desarrollar la ecuación que describe el incremento de presión en un pozo, p_{ws} , para el caso de gasto constante en un pozo localizado en un yacimiento infinitamente grande. El resultado es:

$$p_{wf} = p_i - \frac{162.6qB\mu}{kh} \log\left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t}\right), \quad \dots \dots \dots (A.6)$$

Así una gráfica de p_{ws} vs $\log\left(\frac{tp+\Delta t}{\Delta t}\right)$ debe formar una línea recta. Es más, una extrapolación de la línea recta para el caso en que el pozo se haya cerrado en condiciones de flujo transitorias ($\frac{tp+\Delta t}{\Delta t} = 1$) nos da la presión inicial del yacimiento, p_i .

Hay dos puntos importantes respecto a las ecuaciones (A.5) y (A.6). Antes del cierre, el gradiente de presión del pozo es constante y posee un valor distinto de cero. Después del cierre, el gradiente de presión del pozo es cero.

Debido a las similitudes aparentes entre la gráfica de temperatura de Horner y el método de incremento de presión, se sugiere que el incremento de temperatura en el fondo del pozo después de que la circulación del fluido de perforación se interrumpa, se puede analizar de la misma manera que un incremento de presión. Un análisis similar sugiere que el incremento de temperatura puede describirse por una ecuación similar a la ecuación (A-6). El resultado es.

$$T_{ws} = T_{ei} - C \log\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right). \quad \dots \dots \dots (A.7)$$

La ecuación (A-7) es aplicable en una gráfica semilogarítmica de T_{ws} vs $\left(\frac{t_k+\Delta t}{\Delta t}\right)$, debe ser lineal y extrapolarse a un tiempo adimensional de Horner $\left(\frac{t_k+\Delta t}{\Delta t}\right) = 1$.

La ecuación que describe la temperatura en el pozo y en los puntos en el área de drenaje se expresa por medio de la ecuación (A.8)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \left(\frac{c_{pf}\rho_f}{k_{he}}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right), \quad \dots \dots \dots (A.8)$$

La ecuación (A-8) es similar a la ecuación (A-1), los términos de difusión en varios casos prácticos pueden tratarse como constantes.

Las soluciones para la ecuación (A-8) requieren condiciones iniciales y de frontera apropiadas. Inicialmente, puede asumirse que la temperatura es uniforme y constante en todo el área de drene. Eso se interpreta:

$$T = T_{ei} \text{ a } t = 0 \forall r. \dots\dots\dots (A.9)$$

Además, a grandes distancias del pozo, la temperatura es igual al valor inicial. El significado físico es que la temperatura del lodo de circulación no tiene efecto en la temperatura estática, a distancias lejanas del pozo. Esta condición de frontera externa puede expresarse como:

$$T = T_{ei}, \quad r \rightarrow \infty \forall t. \dots\dots\dots (A.10)$$

Hay que notar que particularmente las condiciones iniciales de la ecuación (A.2) y la ecuación (A.9), y la condición de frontera externa de la ecuación (A.4) y la ecuación (A.10), son similares; sin embargo la condición de frontera interna para el caso de la temperatura no es equivalente al caso de presión. Durante el periodo de circulación, la temperatura en el fondo del pozo es igual a la temperatura del lodo, la cual para propósitos prácticos puede tratarse como constante. Por lo tanto, durante el periodo de circulación, la condición de frontera interna puede expresarse como:

$$T = T_m \text{ a } r = r_w \forall t_k. \dots\dots\dots (A.11)$$

Así que la frontera interna para el caso de temperatura no es análoga a la condición de frontera interna de la ecuación (A-3) para el caso de presión. Por esta razón la ecuación (A-7) no es teóricamente correcta. Sin embargo, para propósitos prácticos, los gradientes de temperatura cambian muy lentamente, así que, si el tiempo de circulación es corto, el gradiente de temperatura del pozo puede tratarse como constante.

Apéndice B

Método de Horner Mejorado, (Roux y cols. 1980) (Derivación)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) = \left(\frac{c_{pf} \rho_f}{k_{he}} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right), \dots\dots\dots (B.1)$$

Transformando la ecuación (B.1) a forma adimensional:

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \dots\dots\dots (B.2)$$

$$t_D = \frac{k_{he} t}{c_{pf} \rho_f r_w^2}, \dots\dots\dots (B.3)$$

$$T_D = \frac{T_i - T(r, t)}{T_i - T_{wf}}, \dots\dots\dots (B.4)$$

$$\partial r = r_w \partial r_D, \dots\dots\dots (B.5)$$

$$\partial r^2 = r_w^2 \partial r_D^2, \dots\dots\dots (B.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial T_D} * \frac{\partial T_D}{\partial r_D} * \frac{\partial r_D}{\partial r} = \frac{1}{\frac{\partial T}{\partial T_D}} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} * \frac{\partial r_D}{\partial r} = \frac{1}{r_w} * \frac{\partial T_D}{\partial r_D}, \dots\dots\dots (B.7)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{1}{r_w^2} * \frac{\partial^2 T_D}{\partial r_D^2}, \dots\dots\dots (B.8)$$

$$\frac{\partial^2 T_D}{r_w^2 \partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial T_D}{r_w \partial r_D} = \frac{c_{pf} \rho_f}{k_e} \frac{\partial T}{\partial t}, \dots\dots\dots (B.9)$$

$$\frac{\partial^2 T_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{c_{pf} \rho_f r_w^2}{k_e} \frac{\partial T}{\partial t}, \dots\dots\dots (B.10)$$

$$t_D = \frac{t}{t_0}, \dots\dots\dots (B.11)$$

$$\partial t = t_0 \partial t_D, \dots\dots\dots (B.12)$$

$$\frac{c_{pf} \rho_f r_w^2}{k_{he}} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{c_{pf} \rho_f r_w^2}{k_{he}} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \dots\dots\dots (B.13)$$

Para definir t_0 , hay que asumir que $\frac{c_{pf}\rho_f r_w^2}{k_{he}} = 1$, de donde:

$$t_0 = \frac{c_{pf}\rho_f r_w^2}{k_{he}}, \quad \dots \dots \dots (B.14)$$

reemplazando la ecuación (B.14) en la ecuación (B.11) y despejando:

$$t_D = \left(\frac{c_{pf}\rho_f r_w^2 t}{k_{he}} \right), \quad \dots \dots \dots (B.15)$$

reemplazando la ecuación (B.14) en la ecuación (B.13)

$$\frac{\partial^2 T_D}{r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{c_{pf}\rho_f r_w^2}{k_{he} \left(\frac{c_{pf}\rho_f r_w^2}{k_{he}} \right)} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}. \quad \dots \dots \dots (B.16)$$

La ecuación en forma adimensional queda,

$$\frac{\partial^2 T_D}{r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (B.17)$$

definiendo las condiciones iniciales y de frontera:

$$\text{condición inicial: } T_D(r_D, 0) = 0, \quad \dots \dots \dots (B.18)$$

$$\text{condición de frontera interna: } T_D(1, t_D) = 1, \quad \dots \dots \dots (B.19)$$

$$\text{condición de frontera interna: } \lim_{r_D \rightarrow \infty} T_D(r_D, t_D) = 0, \quad \dots \dots \dots (B.20)$$

Ehlig-Economedes resolvió el problema de presión para un pozo produciendo a gasto constante. Este es el mismo problema solo que la solución involucra a la temperatura. La ecuación general para el incremento de temperatura está dada por la siguiente ecuación en forma adimensional:

$$\frac{T_{ei} - T_{ws}(\Delta t_D)}{T_{ei} - T_{wf}} = 1 + \int_{t_{pD}}^{t_{kD} + \Delta t_D} q_{hD}(\tau) P_{wD}(t_{kD} + \Delta t_D - \tau) d\tau, \quad \dots \dots \dots (B.21)$$

Los autores desarrollaron un algoritmo computacional para integrar numéricamente la ecuación (B.21).

El incremento de temperatura adimensional T_{Dws} , se define como:

$$T_{Dws} = \frac{2\pi k_{he} h (T_{ei} - T_{ws})}{\bar{q}_h}, \quad \dots \dots \dots (B.22)$$

\bar{q}_h es un valor promedio de la tasa de cambio de calor en el pozo durante la circulación del lodo.

La temperatura adimensional es función del tiempo de circulación adimensional, t_{kD} y el tiempo adimensional de Horner $\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}$; A rangos cortos del tiempo adimensional de Horner, la T_{Dws} puede aproximarse con una línea recta en coordenadas semi logarítmicas. La ecuación de la línea es:

$$T_{Dws} = T_{Dws}^*(t_{pD}) + b(t_{kD}) \log\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t}\right), \quad \dots \dots \dots (B.23)$$

La T_{Dws}^* corresponde al abatimiento de temperatura entre la temperatura estática T_i y la temperatura falsa inicial T_{ws}^* obtenida de la extrapolación de una línea convencional de Horner y se define como:

$$T_{Dws}^* = \frac{2\pi k_{he} h (T_{ei} - T_{ws}^*)}{\bar{q}_h}, \quad \dots \dots \dots (B.24)$$

de (B.22)

$$\frac{T_{Dws}}{2\pi k_{he} h} = \frac{T_{ei} - T_{ws}}{\bar{q}_h}, \quad \dots \dots \dots (B.25)$$

$$T_{ei} = T_{ws} + T_{Dws} \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h}, \quad \dots \dots \dots (B.26)$$

y de (B.24) análogamente se obtiene:

$$T_{ei} = T_{ws}^* + T_{Dws}^* \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h}, \quad \dots \dots \dots (B.27)$$

Despejando la ecuación (B.26):

$$T_{ws} = T_{ei} - T_{Dws} \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h}, \quad \dots \dots \dots (B.28)$$

sustituyendo la ecuación (B.27) en (B.28)

$$T_{ws} = T_{ws}^* + T_{Dws}^* \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h} - T_{Dws} \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h}, \quad \dots \dots \dots (B.29)$$

sustituyendo la ecuación (B.23) en la ecuación (B.29)

$$T_{ws} = T_{ws}^* + T_{Dws}^* \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h} (t_{kD}) - \left[T_{Dws}^* (t_{kD}) + b(t_{kD}) \log \left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t} \right) \right], \quad \dots \dots \dots (B.30)$$

$$T_{ws} = T_{ws}^* + T_{Dws}^* \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h} (t_{kD}) - T_{Dws}^* (t_{kD}) + b(t_{kD}) \log \left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t} \right), \quad \dots \dots \dots (B.31)$$

$$T_{ws} = T_{ws}^* - \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h} b(t_{kD}) \log \left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t} \right), \quad \dots \dots \dots (B.32)$$

$$m = \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h} b(t_{kD}), \quad \dots \dots \dots (B.33)$$

$$T_{ws} = T_{ws}^* - m \log \left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t} \right), \quad \dots \dots \dots (B.34)$$

de la ecuación (B.27)

$$T_{ei} = T_{ws}^* + \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h} T_{Dws}^*, \quad \dots \dots \dots (B.35)$$

A través de los datos una extrapolación a $\left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t} \right) = 1$

La m es la pendiente de esta línea.

Usando la ecuación (B.23)

$$T_{Dws} = T_{Dws}^* (t_{kD}) + b(t_{kD}), \quad \dots \dots \dots (B.36)$$

$$T_{ei} = T_{ws}^* + \frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{he} h} b(t_{kD}) \frac{T_{Dws}^*}{b(t_{kD})}, \quad \dots \dots \dots (B.37)$$

$$\frac{T_{Dws}^*}{b(t_{kD})} = T_{DB}(t_{kD}), \quad \dots \dots \dots (B.38)$$

como:

$$\frac{\bar{q}_h}{2\pi k_{heh}} b(t_{kD}) = m, \dots \dots \dots (B.39)$$

entonces:

$$T_{ei} = T_{ws}^* + mT_{DB}(t_{kD}), \dots \dots \dots (B.40)$$

Las ecuaciones usadas para definir el factor de corrección adimensional para un análisis de incremento de temperatura son dadas a continuación con sus respectivos rangos

Donde *DHT* es el tiempo adimensional de Horner.

Para $5 \leq DHT \leq 10$

$$T_{DB} = 2.350177639 + (.0023974698)x + (-0.0608532075)x^{\frac{1}{2}} + (4.783275534)x^{\frac{1}{3}} \\ + (-5.905788104)x^{\frac{1}{4}} + (0.0365102305)x^{\frac{1}{5}}, \dots \dots \dots (B.41)$$

Para $2 \leq DHT \leq 5$

$$T_{DB} = .2516444578 + (-.0072067819)x + (.3649971731)x^{\frac{1}{2}} + (-.0000793512)x^{\frac{1}{3}} \\ + (-3.498862147)x^{\frac{1}{4}} + (3.153440674)x^{\frac{1}{5}}, \dots \dots \dots (B.42)$$

Para $1.25 \leq DHT \leq 2$

$$T_{DB} = .4873964248 + (.0027206158)x + (-0.286230844)x^{\frac{1}{2}} + (1.407670121)x^{\frac{1}{3}} \\ + (-.7836277025)x^{\frac{1}{4}} + (-.7731555855)x^{\frac{1}{5}}, \dots \dots \dots (B.43)$$

donde:

$$T_{DB} = a + bx + cx^{\frac{1}{2}} + dx^{\frac{1}{3}} + ex^{\frac{1}{4}} + fx^{\frac{1}{5}}, \dots \dots \dots (B.44)$$

Apéndice C

Método de (Hasan y Kabir, 1994) (Derivación)

La pérdida de calor por unidad de tiempo, por unidad de longitud del pozo, se expresa por la siguiente ecuación:

$$\frac{dQ}{dz} = mc_{pm} \frac{dT_{ws}}{dt}, \quad \dots \dots \dots (C.1)$$

Aplicando la ley de enfriamiento de Newton, se relaciona la tasa de incremento de calor con la diferencia de temperatura entre el centro del pozo y su pared, $T_{ws} - T_{wb}$, y el coeficiente global de transferencia de calor para el pozo U , con la siguiente ecuación:

$$\frac{dQ}{dz} = -2\pi r U (T_{ws} - T_{wb}), \quad \dots \dots \dots (C.2)$$

Similarmente, se relaciona la transferencia de calor a la diferencia de temperatura en la pared del pozo, T_{we} , (interface pozo/tierra) y la temperatura estática del yacimiento, T_{ei} con la siguiente ecuación:

$$\frac{dQ}{dz} = -2\pi k_{he} \frac{(T_{we} - T_{ei})}{T_D}, \quad \dots \dots \dots (C.3)$$

donde la T_D representa la solución de la ecuación de difusión térmica obtenida por la solución línea fuente.

Combinando La ecuación (C.2) y la ecuación (C.3), obtenemos:

$$\frac{dQ}{dz} = -2\pi \left(\frac{rUk_{he}}{k_{he} + rUT_D} \right) (T_{ws} - T_{ei}), \quad \dots \dots \dots (C.4)$$

Combinando la ecuación (C.1) y la ecuación (C.4) se obtiene:

$$\frac{\left(\frac{dQ}{dz}\right)}{mc_{pm}} = \frac{dT_{ws}}{dt} = \frac{-2\pi}{mc_{pm}} \left(\frac{rUk_{he}}{k_{he} + rUT_D} \right) (T_{ws} - T_{ei}) = -\frac{(T_{ws} - T_{ei})}{A^1}, \quad \dots \dots \dots (C.5)$$

donde el parámetro de relajación del tiempo, es dado por:

$$A^1 = \left(\frac{mc_{pm}}{2\pi}\right) \left(\frac{k_{he} + rUT_D}{rUk_{he}}\right), \quad \dots \dots \dots (C.6)$$

La solución T_D puede aproximarse por las siguientes ecuaciones:

$$T_D = 1.1282\sqrt{t_D}[1 - 0.3\sqrt{t_D}], \quad \dots \dots \dots (C.7)$$

para t_D menores de 1.5

y la siguiente ecuación:

$$T_D = (0.4063 + 0.5\ln t_D) \left(1 + \frac{0.6}{t_D}\right), \quad \dots \dots \dots (C.8)$$

para t_D mayores de 1.5

La ecuación (C.5) puede reordenarse, separando variables de la siguiente manera:

$$\frac{dT_{ws}}{dt} = -\frac{T_{ws} - T_{ei}}{A^1}, \quad \dots \dots \dots (C.9)$$

$$\frac{dT_{ws}}{(T_{ws} - T_{ei})} = \frac{dt}{A^1}, \quad \dots \dots \dots (C.10)$$

$$\frac{dt}{\frac{2\pi}{mc_{pm}} \left(\frac{k_{he} + rUT_D}{rUk_{he}}\right)}, \quad \dots \dots \dots (C.11)$$

$$\frac{dt}{k_{he} + rUT_D} \left(\frac{2\pi}{mc_{pm}}\right) (rUk_{he}), \quad \dots \dots \dots (C.12)$$

$$\left(\frac{2\pi}{mc_{pm}}\right) (rUk_{he}) \frac{dt}{k_{he} + rUT_D}, \quad \dots \dots \dots (C.13)$$

Integrando:

$$\left(\frac{2\pi}{mc_{pm}}\right) (rUk_{he}) \int \frac{dt}{k_{he} + rUT_D} = -\ln(T_{ei} - T_{ws}) + C_0, \quad \dots \dots \dots (C.14)$$

$$C_0 + \left(\frac{2\pi}{mc_{pm}}\right) (rUk_{he}) \int \frac{dt}{k_{he} + rUT_D} = -\ln(T_{ei} - T_{ws}), \quad \dots \dots \dots (C.15)$$

C_0 indica la diferencia de temperatura inicial entre el lodo y la tierra, entonces el valor de la integral será cero a un tiempo cero, tomando en cuenta esto, queda de la siguiente manera:

$$C_0 = -\ln(T_{ei} - T_{ws}), \quad \dots \dots \dots (C.16)$$

La temperatura inicial del lodo es T_{wso} , entonces:

$$C_0 = -\ln(T_{ei} - T_{wso}), \quad \dots \dots \dots (C.17)$$

la ecuación (C.15) es difícil de integrar usando la solución T_D para valores mayores de 1.5. Sin embargo, para la mayoría de los casos de un lodo, el tiempo de circulación es corto y la ecuación (C.7) es adecuada, por lo tanto la ecuación (C.15) se reescribe como:

$$\ln(T_{ei} - T_{ws}) = -C_0 - \left(\frac{2\pi}{mc_{pm}}\right)(rUk_e)\left(\frac{r^2}{\alpha}\right), \quad \dots \dots \dots (C.18)$$

$$\ln(T_{ei} - T_{ws}) = -C_0 - C_1k_{he}, \quad \dots \dots \dots (C.19)$$

$$\int \frac{dt}{k_{he} + rU[1.1281\sqrt{t_D}(1 - 0.3\sqrt{t_D})]} = -C_0 - C_1I, \quad \dots \dots \dots (C.20)$$

donde:

$$I = \int \frac{dt}{1 + C_2\sqrt{t_D} - C_3t_D}, \quad \dots \dots \dots (C.21)$$

$$C_1 = \left(\frac{2\pi}{mc_{pm}}\right)(rUk_{he})\left(\frac{r^2}{\alpha}\right), \quad \dots \dots \dots (C.22)$$

$$C_2 = 1.1282\left(\frac{rU}{k_{he}}\right), \quad \dots \dots \dots (C.23)$$

$$C_3 = 0.3385\left(\frac{rU}{k_{he}}\right) = 0.3C_2, \quad \dots \dots \dots (C.24)$$

donde C_1, C_2, C_3 son constantes. La integral I es evaluada por el método de fracciones parciales, de la siguiente manera:

para evaluar la integral I , $t_D = x^2$ se deriva, $2xdx = dT_D$ y entonces, la integral queda:

$$I = \int \frac{2x dx}{1 + C_2 x - C_3 x^2}, \quad \dots \dots \dots (C.25)$$

derivando

$$1 + C_2 x - C_3 x^2, \quad \dots \dots \dots (C.26)$$

$$C_2 - 2C_3 x, \quad \dots \dots \dots (C.27)$$

$$I = \int \frac{-2C_3 x + C_2 - C_2}{-C_3(1 + C_2 x - C_3 x^2)} dx = \int \frac{-2C_3 x + C_2}{-C_3(1 + C_2 x - C_3 x^2)} dx - \int \frac{C_2}{-C_3(1 + C_2 x - C_3 x^2)} dx, \dots \dots \dots (C.28)$$

$$\frac{C_2}{C_3} \int \frac{1}{1 + C_2 x - C_3 x^2} dx = \frac{-1}{C_3} \int \frac{C_2 - C_3 x}{1 + C_2 x - C_3 x^2} + \int \frac{\frac{C_2}{C_3}}{1 + C_2 x - C_3 x^2} dx, \dots \dots \dots (C.29)$$

$$\frac{-1}{C_3} \ln(1 + C_2 x - C_3 x^2) + I_2, \quad \dots \dots \dots (C.30)$$

Para evaluar la I_2 , el denominador se factoriza de la siguiente manera:

$$1 + C_2 x - C_3 x^2 = -C_3 \left(x^2 - \frac{C_2}{C_2} x \right) + 1, \quad \dots \dots \dots (C.31)$$

$$-C_3 \left(x^2 - \frac{C_2}{C_3} x + \left(\frac{C_2}{2C_3} \right)^2 - \left(\frac{C_2}{2C_3} \right)^2 \right) + 1, \quad \dots \dots \dots (C.32)$$

$$-C_3 \left(x^2 - \frac{C_2}{C_3} x + \left(\frac{C_2}{2C_3} \right)^2 \right) + C_3 \left(\frac{C_2}{2C_3} \right)^2 + 1, \quad \dots \dots \dots (C.33)$$

$$-C_3 \left(x - \frac{C_2}{2C_3} \right)^2 + C_3 \left[\left(\frac{C_2}{2C_3} \right)^2 + \frac{1}{C_3} \right], \quad \dots \dots \dots (C.34)$$

$$-C_3 \left(x - \frac{C_2}{2C_3} \right)^2 = y, \quad \dots \dots \dots (C.35)$$

$$C_3 \left[\left(\frac{C_2}{2C_3} \right)^2 + \frac{1}{C_3} \right] = a^2, \quad \dots \dots \dots (C.36)$$

$$-C_3 y^2 + C_3 a^2 = C_3 (a^2 - y^2), \quad \dots \dots \dots (C.37)$$

$$y = x - \frac{C_2}{2C_3}, \quad \dots\dots\dots (C.38)$$

Tomando en cuenta que $C_3 = 0.3C_2$

$$\frac{C_2}{2(0.3C_2)} = \frac{1}{0.6} = 1.6667, \quad \dots\dots\dots (C.39)$$

$$x - 1.6667, \quad \dots\dots\dots (C.40)$$

$$a^2 = \left(\frac{C_2}{2C_3}\right)^2 + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2^2}{4C_3^2} + \frac{1}{C_3}, \quad \dots\dots\dots (C.41)$$

$$a = \left[\left(\frac{C_2^2}{4C_3^2}\right) + \frac{1}{C_3}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad \dots\dots\dots (C.42)$$

$$\frac{C_2}{(4 * 0.3C_2)^2} = 1.6667^2 = 2.777, \quad \dots\dots\dots (C.43)$$

$$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{0.3C_2} = \frac{3.333}{C_2}, \quad \dots\dots\dots (C.44)$$

$$a = \left[2.777 + \left(\frac{3.333}{C_2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \quad \dots\dots\dots (C.45)$$

por lo tanto,

$$I_2 = \left(\frac{C_2}{C_3^2} \frac{1}{2a}\right) \ln\left(\frac{a+y}{a-y}\right), \quad \dots\dots\dots (C.46)$$

$$I = \frac{-1}{C_3} (\ln(1 + C_2x - C_3x^2)) + \left(\frac{C_2}{C_3^2} \frac{1}{2a}\right) \ln\left(\frac{a+y}{a-y}\right), \quad \dots\dots\dots (C.47)$$

Notando que $C_3 = 0.3C_2$ y que $x = t_D^{\frac{1}{2}}$, entonces $y = t_D^{\frac{1}{2}} - 1.6667$,

$$I = \left(\frac{-3.333}{C_2}\right) \ln(1 + C_2\sqrt{t_D} - 0.3C_2t_D) + \left(\frac{11.11}{C_2}\right) \left(\frac{1}{2a}\right) \ln\left[\frac{(a + \sqrt{t_D} - 1.6667)}{(a - \sqrt{t_D} - 1.6667)}\right], \quad \dots\dots\dots (C.48)$$

Notando que:

$$\frac{1.11}{C_2} \left(\frac{1}{2a} \right) = \frac{5.555}{aC_2}, \quad \dots \dots \dots (C.49)$$

$$I = \ln \left[\frac{\left[\frac{(a + \sqrt{t_D} - 1.6667)}{(a - \sqrt{t_D} + 1.6667)} \right]^{\left(\frac{5.555}{aC_2} \right)}}{(1 + C_2\sqrt{t_D} - 0.3C_2t_D)^{\left(\frac{3.333}{C_2} \right)}} \right], \quad \dots \dots \dots (C.50)$$

de la ecuación (C.19)

$$\ln[T_{ei} - T_{ws}] = -C_0 - C_1I, \quad \dots \dots \dots (C.51)$$

con la ecuación (C.17)

$$\ln[T_{ei} - T_{ws}] = \ln[T_{ei} - T_{ws0}] - C_1I, \quad \dots \dots \dots (C.52)$$

y con la ecuación (C.52)

$$\ln[T_{ei} - T_{ws}] = \ln[T_{ei} - T_{ws0}] - C_1 \ln \left[\frac{\left[\frac{(a + \sqrt{t_D} - 1.6667)}{(a - \sqrt{t_D} + 1.6667)} \right]^{\left(\frac{5.555}{aC_2} \right)}}{(1 + C_2\sqrt{t_D} - 0.3C_2t_D)^{\left(\frac{3.333}{C_2} \right)}} \right], \quad \dots \dots \dots (C.53)$$

donde:

$$-C_0 = \ln C_0'', \quad \dots \dots \dots (C.54)$$

$$C_0'' = T_{ei} - T_{ws0}, \quad \dots \dots \dots (C.55)$$

$$C_1 \ln \left[\frac{\left[\frac{(a + \sqrt{t_D} - 1.6667)}{(a - \sqrt{t_D} + 1.6667)} \right]^{\left(\frac{5.555}{aC_2} \right)}}{(1 + C_2\sqrt{t_D} - 0.3C_2t_D)^{\left(\frac{3.333}{C_2} \right)}} \right] = \ln \left[\frac{\left[\frac{(a + \sqrt{t_D} - 1.6667)}{(a - \sqrt{t_D} + 1.6667)} \right]^{\left(\frac{5.555}{aC_2} \right)}}{(1 + C_2\sqrt{t_D} - 0.3C_2t_D)^{\left(\frac{3.333}{C_2} \right)}} \right]^{C_1}, \quad \dots \dots \dots (C.56)$$

por lo tanto,

$$\ln[T_{ei} - T_{ws}] = -C_0 - C_1I = \ln C_0'' - \ln \left[\frac{\left[\frac{(a + \sqrt{t_D} - 1.6667)}{(a - \sqrt{t_D} + 1.6667)} \right]^{\left(\frac{5.555}{aC_2} \right)}}{(1 + C_2\sqrt{t_D} - 0.3C_2t_D)^{\left(\frac{3.333}{C_2} \right)}} \right]^{C_1}, \quad \dots \dots \dots (C.57)$$

Definiendo:

$$f_1(t_D) = a + \sqrt{t_D} - 1.6667, \quad \dots \dots \dots (C.58)$$

$$f_2(t_D) = a - \sqrt{t_D} + 1.6667, \quad \dots \dots \dots (C.59)$$

$$f_3(t_D) = 1 + C_2\sqrt{t_D} - 0.3C_2t_D, \quad \dots \dots \dots (C.60)$$

$$T_{ei} - T_{ws} = \frac{C_0''}{\left[\frac{f_1(t_D)}{f_2(t_D)}\right]^{C_1}} = C_0'' \left[\frac{\left(\frac{f_1(t_D)}{f_2(t_D)}\right)^{\frac{5.555}{aC_2}}}{f_3(t_D)^{\frac{3.333}{C_2}}} \right]^{-C_1}, \quad \dots \dots \dots (C.61)$$

$$T_{ws} = T_{ei} - C_0'' \left[\frac{\left(\frac{f_1(t_D)}{f_2(t_D)}\right)^{\frac{5.555}{aC_2}}}{f_3(t_D)^{\frac{3.333}{C_2}}} \right]^{-C_1}, \quad \dots \dots \dots (C.62)$$

$$T_{ei} - T_{ws} = C_0'' F(t_D), \quad \dots \dots \dots (C.63)$$

Aplicando el principio de superposición,

$$T_{ei} - T_{ws} = C_0'' [F(t_D + \Delta t_D) - F(\Delta t_D)], \quad \dots \dots \dots (C.66)$$

La solución exacta queda de la siguiente manera:

$$T_{ei} = T_{ws} - C_0'' [F(t_D + \Delta t_D) - F(\Delta t_D)], \quad \dots \dots \dots (C.67)$$

Soluciones aproximadas.

Aproximación exponencial

De la ecuación (C.6) se asume que A es una constante, esto es verdad para una combinación de valores pequeños de t_D y un coeficiente bajo de transferencia de calor para el lodo. En tal caso; Integrando la ecuación (C.5) de $t = 0(T_i)$ a $t = t(T_{ws})$

$$-\int_0^t \frac{dT_{ws}}{T_{ei} - T_{ws}} = \int \frac{dt}{A^1}, \quad \dots \dots \dots (C.68)$$

$$\ln[T_{ei} - T_{ws}] = \frac{t}{A^1}, \quad \dots \dots \dots (C.69)$$

$$[T_{ei} - T_{ws}] = e^{\frac{-t}{A^1}}, \quad \dots \dots \dots (C.70)$$

$$T_{ws} = T_{ei} - (T_{ei} - T_{wso})e^{\frac{-t}{A^1}}, \quad \dots \dots \dots (C.71)$$

Así que una gráfica de la temperatura del lodo contra $e^{\frac{-t}{A}}$ debe ser una línea recta, con la intersección dando la temperatura estática del yacimiento.

Usando el principio de superposición, la ecuación queda de la siguiente forma:

$$T_{ws} = T_{ei} - (T_{ei} - T_{wso})e^{\frac{-t}{A^1}} \left(e^{\frac{-(t_k + \Delta t)}{A^1}} - e^{\frac{-\Delta t}{A^1}} \right), \quad \dots \dots \dots (C.72)$$

$$T_{ws} = T_{ei} - (T_{ei} - T_{wso}) \left(e^{\frac{-t_k}{A^1}} - 1 \right) e^{\frac{-\Delta t}{A^1}}, \quad \dots \dots \dots (C.73)$$

La temperatura inicial del lodo T_{wso} no necesariamente se conoce; se puede estimar de la pendiente de la curva. Sin embargo, el procedimiento requiere la correcta estimación de A^1 .

Aproximación Log-lineal.

Si el tiempo de circulación del lodo ha sido suficientemente largo se aplica la solución adimensional, T_D definida en la ecuación (C.8). De la referencia⁷ se utiliza la ecuación (12).

$$T_D = -\frac{2\pi}{W \left(\frac{dq_h}{dz} \right)} (T_{wb} - T_{ei}), \quad \dots \dots \dots (C.74)$$

Si se asume que $T_{wb} = T_{ws}$, y que W se define como el gasto másico y en este caso no hay flujo, por lo tanto, este término se desprecia, entonces la ecuación queda:

$$T_D = -\frac{2\pi k_{he}}{\left(\frac{dq_h}{dz} \right)} (T_{ws} - T_{ei}), \quad \dots \dots \dots (C.75)$$

$$\frac{T_D}{-2\pi k_{he}} = \frac{1}{\left(\frac{dq_h}{dz}\right)} (T_{ws} - T_{ei}), \quad \dots\dots\dots (C.76)$$

$$\frac{T_D}{-2\pi k_{he}} \left(\frac{dq_h}{dz}\right) = (T_{ws} - T_{ei}), \quad \dots\dots\dots (C.77)$$

$$\frac{dq_h}{dz} \frac{1}{2\pi k_{he}} (T_D) = T_{ws} - T_{ei}, \quad \dots\dots\dots (C.78)$$

donde,

$$B = \frac{dq_h}{dz} \frac{1}{2\pi k_{he}}, \quad \dots\dots\dots (C.79)$$

entonces,

$$T_{ws} = T_{ei} - BT_D, \quad \dots\dots\dots (C.80)$$

Substituyendo T_D por la ecuación (C.8) para t_D mayores de 1.5, se obtiene la siguiente ecuación:

$$T_{ws} = T_{ei} - B(0.406 + 0.5 \ln t_D), \quad \dots\dots\dots (C.81)$$

Hay que notar que el segundo término de la ecuación (C.8) fue omitido debido a que la ecuación se convierte en la aproximación línea fuente o la función $f(t)$ de Ramey de la referencia¹⁶.

Aplicando el principio de superposición, se expresa la temperatura del lodo para un periodo Δt_D , desde el paro de la circulación de la siguiente manera:

$$T_{ws} - T_{ei} = -0.5B \ln \left(\frac{0.406t_D + \Delta t_D}{\Delta t_D} \right), \quad \dots\dots\dots (C.82)$$

$$T_{ws} - T_{ei} = -B(T_{kD} + \Delta T_D) + B\Delta T_D, \quad \dots\dots\dots (C.83)$$

$$T_{ws} - T_{ei} = -0.5B \ln \left(\frac{t_{kD} + \Delta t_D}{\Delta t_D} \right), \quad \dots\dots\dots (C.84)$$

Pasando la ecuación a variables con dimensiones queda:

$$T_{ws} - T_{ei} = -0.5B \ln \left(\frac{t_k + \Delta t}{\Delta t} \right), \quad \dots\dots\dots (C.85)$$

Aproximación Raíz del tiempo.

Otra aproximación que se basa en el principio de superposición, es usando la ecuación (C.83) pero en lugar de utilizar la aproximación log-lineal para la solución T_D , se usa la ecuación (C.7), igualmente se asume que $T_{wb} = T_{ws}$,

$$T_{ws} - T_{ei} = B[T_D(t_{kD} + \Delta t_D) - T_D(\Delta t_D)], \quad \dots \dots \dots (C.86)$$

O bien,

$$T_{ws} = T_{ei} - 1.1281BF'(t_D), \quad \dots \dots \dots (C.87)$$

donde

$$F'(t_D) = (\sqrt{t_{kD} + \Delta t_D})(1 - 0.3\sqrt{t_{kD} + \Delta t_D}) - \sqrt{t_{kD}}(1 - 0.3\sqrt{t_{kD}}), \quad \dots \dots \dots (C.88)$$

Apéndice D

Método de Dos Puntos, (Kritikos, Kutasov, 1988) (Derivación)

Se sabe que la ecuación de conducción térmica, tiene solución en una forma integral. Los autores resolvieron la integral por medio de métodos numéricos, encontraron que para valores adimensionales del tiempo de circulación del fluido, mayor a cinco, ($t_{kD} > 5$), la función de distribución de la temperatura $T_k(r, t_k)$, en la vecindad del pozo puede describirse con la siguiente relación:

$$\frac{T_{kD}(r, t_k) - T_{ei}}{T_m - T_{ei}} = 1 - \frac{\ln r_D}{\ln r_{tD}}, \quad \dots \dots \dots (D.1)$$

Donde

$$r_{tD} = \frac{r_t}{r_w}, \quad \dots \dots \dots (D.2)$$

$$r_{tD} = 1 + D_0 \sqrt{t_{kD}}, \quad \dots \dots \dots (D.3)$$

$$D_0 = 2.184, \quad \dots \dots \dots (D.4)$$

$$t_{kD} = \frac{\alpha t_k}{r_w^2}, \quad \dots \dots \dots (D.5)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad \dots \dots \dots (D.6)$$

Jaeger⁸ presentó valores de temperaturas adimensionales para formaciones alrededor de un pozo con una temperatura constante T_{kD} , con r_D que va de 1.1 a 100 y t_{kD} que va de 0.001 a 1000. Se encontró que estos datos pueden aproximarse por la ecuación (D.7).⁹

$$\frac{T_{kD}(r, t_k) - T_{ei}}{T_m - T_{ei}} = 1 - \frac{\ln r_D}{\ln r_{tD}}, \quad \dots \dots \dots (D.7)$$

La condición de balance térmico se uso para determinar el coeficiente D_0 . La tasa acumulada de flujo de calor en forma adimensional, Q_D , puede expresarse como:

$$Q_D(t_{kD}) = \int_1^\infty r_D T_{kD}(r_D, t_{kD}) dr_D, \quad \dots \dots \dots (D.8)$$

El valor aproximado de esta función se describe por la siguiente ecuación:

$$Q_D^*(t_{kD}) = \int_1^{r_{tD}} r_D \left(1 - \frac{\ln r_D}{\ln r_{tD}}\right) dr_D. \quad \dots\dots\dots (D.9)$$

Tomando en cuenta que:

$$\int x \ln x dx, \quad \dots\dots\dots (D.10)$$

integrando la ecuación (D.10),

$$\int u dv = uv - \int v du, \quad \dots\dots\dots (D.11)$$

$$u = \ln x, \quad \dots\dots\dots (D.12)$$

$$dv = x dx, \quad \dots\dots\dots (D.13)$$

$$du = \frac{1}{x} dx, \quad \dots\dots\dots (D.14)$$

$$v = \int x dx = \frac{x^2}{2}, \quad \dots\dots\dots (D.15)$$

$$\ln x * \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} * \frac{1}{x} dx, \quad \dots\dots\dots (D.16)$$

$$\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x dx, \quad \dots\dots\dots (D.17)$$

$$\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} * \frac{x^2}{2} + C, \quad \dots\dots\dots (D.18)$$

$$\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C, \quad \dots\dots\dots (D.19)$$

$$\frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) + C. \quad \dots\dots\dots (D.20)$$

Análogamente, se retoma la ecuación (D.9),

$$\int_1^{r_{tD}} r_D dr_D - \int_1^{r_{tD}} \frac{r_D \ln r_D}{\ln r_{tD}} dr_D, \quad \dots\dots\dots (D.21)$$

$$\int_1^{r_{tD}} r_D dr_D - \frac{1}{\ln r_{tD}} \int_1^{r_{tD}} r_D \ln r_D dr_D, \quad \dots \dots \dots (D.22)$$

$$\frac{r_{tD}^2}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{\ln r_{tD}} \frac{r_{tD}^2}{2} \left(\ln r_{tD} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\ln 1 - \frac{1}{2} \right), \quad \dots \dots \dots (D.23)$$

$$\frac{r_{tD}^2}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{\ln r_{tD}} \frac{r_{tD}^2 \ln r_{tD}}{2} - \frac{r_{tD}^2}{4} - \frac{1}{4}, \quad \dots \dots \dots (D.24)$$

$$\frac{r_{tD}^2}{2} - \frac{1}{2} - \frac{r_{tD}^2 \ln r_{tD}}{2 \ln r_{tD}} + \frac{r_{tD}^2}{4 \ln r_{tD}} - \frac{1}{4 \ln r_{tD}}, \quad \dots \dots \dots (D.25)$$

$$\frac{r_{tD}^2}{2} - \frac{1}{2} - \frac{r_{tD}^2}{2} + \frac{r_{tD}^2}{4 \ln r_{tD}} - \frac{1}{4 \ln r_{tD}}, \quad \dots \dots \dots (D.26)$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{r_{tD}^2}{4 \ln r_{tD}} - 1 = \frac{r_{tD}^2 - 1}{4 \ln r_{tD}} - \frac{1}{2}, \quad \dots \dots \dots (D.27)$$

Los valores de Q_D para $t_{kD} \leq 1,000$ se obtuvieron por una integración numérica usando los datos de Jaeger.⁹ Para valores de $t_{kD} > 1,000$, se usa la siguiente relación:

$$Q(tk_D) = Q_D(t_{k1D}) + \int_{t_{k1D}}^{t_{kD}} \frac{\partial T_{kD}(r_D, t_{kD})}{\partial r_D} dt_{kD}, \quad \text{cuando } r_D = 1, \quad \dots \dots \dots (D.28)$$

Donde.⁸

$$\left(\frac{\partial T_{kD}(r_D, t_{kD})}{\partial r_D} \right) = 2 \left[\frac{1}{\ln x} - \gamma (\ln x)^2 \right], \quad \dots \dots \dots (D.29)$$

$$x = 4e^{-2\gamma t_{kD}}, \quad \dots \dots \dots (D.30)$$

$$\gamma = 0.57722 (\text{constante de euler}), \quad \dots \dots \dots (D.31)$$

Aquí el periodo de circulación se divide en dos partes: t_{k1} y $t_{k2} = t_k - t_{k1}$. Los valores correspondientes del tiempo adimensional son:

$$t_{k1} = \frac{\alpha t_{k1}}{r_w^2}, \quad \dots \dots \dots (D.32)$$

$$t_{k2} = \frac{\alpha(t_k - t_{k1})}{r_w^2}, \quad \dots \dots \dots (D.33)$$

La integral en la ecuación (D.28) se evalúa, usando tablas para las siguientes dos integrales.⁶

$$\int \frac{1}{(\ln y)^2} dy = -\frac{y}{\ln y} + \int 1/\ln y dy, \quad \dots \dots \dots (D.34)$$

y

$$\int_0^y \frac{1}{\ln y} dy = Ei(\ln y), \quad \dots \dots \dots (D.35)$$

usando las ecuaciones (D.29) a la (D.35),

$$dx = 4e^{-2\gamma} dt_{kD}, \quad \dots \dots \dots (D.36)$$

$$\frac{dx}{4e^{-2\gamma}} = dy, \quad \dots \dots \dots (D.37)$$

$$\frac{1}{4e^{-2\gamma}} \int \frac{1}{(\ln x)^2} dx, \quad \dots \dots \dots (D.38)$$

$$Q_D(t_{kD}) = Q_D(t_{k1D}) + \int_{t_{k1D}}^{t_{kD}} \left[\frac{2}{\ln x} - \frac{2\gamma}{\ln x^2} \right] dt_{kD}, \quad \dots \dots \dots (D.39)$$

$$\frac{2 - 2\gamma}{4e^{-2\gamma}} = \frac{1}{2e^{-2\gamma}} - \frac{\gamma}{2e^{-2\gamma}} = \frac{e^{2\gamma}}{2} - \frac{\gamma e^{2\gamma}}{2}, \quad \dots \dots \dots (D.40)$$

$$\frac{e^{2\gamma}}{2} - \frac{\gamma e^{2\gamma}}{2} \int_{x_1}^x \left[\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{\ln x^2} \right] dx, \quad \dots \dots \dots (D.41)$$

$$Q_D(t_{kD}) = Q_D(t_{k1D}) + \frac{e^{2\gamma} - \gamma e^{2\gamma}}{2} [Ei(\ln x) - Ei(\ln x_1)] + \frac{x}{\ln x} - Ei(\ln x) - \frac{x_1}{\ln x_1} + Ei(\ln x_1), \quad \dots \dots \dots (D.42)$$

$$Q_D(t_{kD}) = Q_D(t_{k1D}) + \frac{e^{2\gamma}}{2} \left\{ (1 - \gamma)[Ei(\ln x) - Ei(\ln x_1)] - \frac{\gamma x}{\ln x} - \gamma x_1 / \ln x_1 \right\}, \quad \dots \dots \dots (D.43)$$

donde $x_1 = 4e^{-2\gamma}t_{kD}$, (D.44)

Se igualaron los valores de Q_D^* y Q_D (ecuación D.27 y D.43), y se encontró que el coeficiente D_0 es constante: $D_0 = 2.184$ para $5 \leq t_{kD} < 10^4$ y $D_0 = 2.143$ para $5 \leq t_{kD} < 10^6$.

Así que, la temperatura adimensional en el pozo y en la formación al final de la circulación del lodo a una profundidad dada se expresa como:

$$T_{kD}(r_D, t_{kD}) = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq r_D \leq 1 \\ 1 - \frac{\ln r_D}{\ln r_{tD}} & \text{para } 1 \leq r_D \leq r_{tD}, \\ 0 & \text{para } r_D > r_{tD} \end{cases} \dots \dots \dots (D.45)$$

El incremento de temperatura en el pozo a un $r_D = 0$ durante el periodo de cierre se describe por la siguiente integral .

$$T_{sD}(t_{kD}, F_t) = 2p \int_0^\infty \mathbf{T} T_{kD}(\mathbf{T}, t_{kD}) \exp(-p\mathbf{T}^2) d\mathbf{T}, \dots \dots \dots (D.46)$$

donde \mathbf{T} es una variable de integración y

$$T_{sD} = \frac{T_s(0, \Delta t) - T_{ei}}{T_m - T_{ei}}, \dots \dots \dots (D.47)$$

$$F_t = \frac{\Delta t}{t_k}, \dots \dots \dots (D.48)$$

$$p = \frac{1}{4F_t(t_{kD})}. \dots \dots \dots (D.49)$$

Aquí se asume que para pozos profundos, el radio de influencia térmica es más largo que el radio del pozo; por lo tanto, la diferencia en las propiedades térmicas del lodo de perforación y de la formación se pueden despreciar.

Insertando T_{kD} en la ecuación (D.46), se obtiene.

$$T_{sD}(t_{kD}, F_t) = 1 - e^{-p} + 2p \int_0^\infty \mathbf{T} \left(\frac{1 - \ln \mathbf{T}}{\ln r_{tD}} \right) \exp(-p\mathbf{T}^2) d\mathbf{T}, \dots \dots \dots (D.50)$$

Esta última integral puede presentarse como la suma de las dos integrales siguientes:

$$I_1 = \int_1^{r_{tD}} \mathbf{T} \exp(-p\mathbf{T}^2) d\mathbf{T}, \quad \dots \dots \dots (D.51)$$

$$I_1 = \int_1^{r_{tD}} \mathbf{T} e^{-p\mathbf{T}^2} d\mathbf{T}, \quad \dots \dots \dots (D.52)$$

$$u = -p\mathbf{T}^2, \quad \dots \dots \dots (D.53)$$

$$du = 2p\mathbf{T}d\mathbf{T}, \quad \dots \dots \dots (D.54)$$

$$\frac{1}{-2p\sqrt{\mathbf{T}}} -p\mathbf{T}^2 * \frac{1}{-2p\sqrt{\mathbf{T}}} = \frac{1}{-2p} e^{-p\mathbf{T}}, \quad \dots \dots \dots (D.55)$$

La ecuación (D.55), evaluada de 1 a r_{tD} es igual a,

$$\frac{-1}{2p} e^{-pr_{tD}^2} + \frac{1}{2p} e^{-p}, \quad \dots \dots \dots (D.56)$$

y la integral.

$$I_2 = \frac{-1}{\ln r_{tD}} \int_1^{r_{tD}} \mathbf{T} e^{-p\mathbf{T}^2} \ln \mathbf{T} d\mathbf{T}, \quad \dots \dots \dots (D.57)$$

integrando por partes, usando la sustitución $u = \mathbf{T}^2$

$$I_3 = \int_1^{r_{tD}} \mathbf{T} e^{-p\mathbf{T}^2} \ln \mathbf{T} d\mathbf{T}, \quad \dots \dots \dots (D.58)$$

$$\frac{-1}{2p} e^{-p\mathbf{T}^2} \ln \mathbf{T} d\mathbf{T}, \quad \dots \dots \dots (D.59)$$

$$u = \ln \mathbf{T}, \quad \dots \dots \dots (D.60)$$

$$du = \frac{1}{\mathbf{T}}, \quad \dots \dots \dots (D.61)$$

$$dv = \frac{-1}{2p} e^{-p\mathbf{T}^2}, \quad \dots \dots \dots (D.62)$$

$$v = \frac{-1}{2p} e^{-p\mathbf{T}^2}. \quad \dots \dots \dots (D.63)$$

La solución de la suma de las dos integrales, evaluada de 1 a r_{tD} ,

$$\ln \mathbf{T} - \frac{1}{2p} e^{-p\mathbf{T}^2} + \frac{1}{2p} e^{-p\mathbf{T}^2} \frac{1}{\mathbf{T}}, \quad \dots \dots \dots (D.64)$$

$$\frac{-1}{\ln r_{tD}} \left[\frac{-\ln r_{tD}}{2p \ln r_{tD}} e^{-p\mathbf{T}^2} - \frac{1}{2pr_{tD}} e^{-p\mathbf{T}^2} + \frac{1}{2p \ln r_{tD}} e^{-p} \right], \quad \dots \dots \dots (D.65)$$

$$\frac{1}{2p} e^{-pr_{tD}} - \int \frac{e^{-pr_{tD}^2} - e^{-p}}{4pr_{tD} \ln r_{tD}}. \quad \dots \dots \dots (D.66)$$

Tomando en cuenta que,

$$\int \frac{\exp(ax)}{x} = Ei(ax), \quad \dots \dots \dots (D.67)$$

Se obtiene,

$$\frac{1}{2p} e^{-pr_{tD}} - \frac{Ei(-pr_{tD}^2) - Ei(-p)}{4p \ln r_{tD}}, \quad \dots \dots \dots (D.68)$$

sustituyendo los valores de I_1 e I_2 , en la ecuación (D.50)

$$T_{SD}(t_{kD}, F_t) = 1 - e^{-p} + 2p \left[\left(\frac{-1}{2} e^{-pr_{tD}^2} \right) + \frac{1}{2p} (e^{-p}) + \frac{1}{2} p (e^{-pr_{tD}^2}) - \frac{Ei(-pr_{tD}^2) - Ei(-p)}{4p \ln r_{tD}} \right], \quad \dots \dots \dots (D.69)$$

$$1 - e^{-p} + e^{-p} - \frac{Ei(-pr_{tD}^2) - Ei(-p)}{2 \ln r_{tD}}, \quad \dots \dots \dots (D.70)$$

$$1 - \frac{Ei(-pr_{tD}^2) - Ei(-p)}{2 \ln r_{tD}}, \quad \dots \dots \dots (D.71)$$

donde

$$t_{kD} > 5, \quad \dots \dots \dots (D.72)$$

$$T_{SD} = \frac{T_s(0, \Delta t) - T_R}{T_m - T_R}, \quad \dots \dots \dots (D.73)$$

$$F_t = \frac{\Delta t}{t_k}, \quad \dots \dots \dots (D.74)$$

$$p = \frac{1}{4F_t(t_{kD})}, \quad \dots \dots \dots (D.75)$$

En campo, para pozos profundos, o sea tiempos largos de circulación t_{kD} , se puede asumir que

$$r_{tD} \approx D_0 \sqrt{t_{kD}}, \quad \dots \dots \dots (D.76)$$

y que

$$Ei(-p) \approx -\ln t_{kD} - \ln F_t - \ln 4 + 0.5772, \quad \dots \dots \dots (D.77)$$

Sustituyendo en la ecuación (D.71)

$$\frac{T_s(0, \Delta t) - T_R}{T_m - T_R} = \frac{Ei\left(\frac{-D_1}{F_t}\right) + \ln F_t - D_2}{\ln t_{kD} + 2 \ln D_0}, \quad \dots \dots \dots (D.78)$$

donde

$$D_1 = \frac{D_0^2}{4} = 1.1925, \quad \dots \dots \dots (D.79)$$

y

$$D_2 = 0.5772 + \ln D_1 = 0.7532, \quad \dots \dots \dots (D.80)$$

Si se tienen dos temperaturas medidas (T_{s1}, T_{s2}) para una profundidad dada, con $\Delta t = \Delta t_1$ y $\Delta t = \Delta t_2$, se obtiene:

$$\frac{T_{s1} - T_{ei}}{T_{s2} - T_{ei}} = \frac{Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t1}}\right) + \ln F_{t1} - D_2}{Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t2}}\right) + \ln F_{t2} - D_2}, \quad \dots \dots \dots (D.81)$$

donde:

$$F_{t1} = \frac{\Delta t_1}{t_k}, \quad \dots \dots \dots (D.82)$$

$$F_{t2} = \frac{\Delta t_2}{t_k}, \quad \dots \dots \dots (D.83)$$

Por lo tanto,

$$T_{ei} = T_{s2} - F(T_{s1} - T_{s2}), \quad \dots \dots \dots (D.84)$$

donde:

$$F = \frac{Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t2}}\right) + \ln F_{t2} - D_2}{Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t2}}\right) - Ei\left(\frac{-D_1}{F_{t1}}\right) + \ln F_{t2}/F_{t1}}, \quad \dots \dots \dots (D.85)$$

Apéndice E

Método para determinar la temperatura por pruebas de flujo, (Kashikar y Arnold,1991)
(Derivación)

Ecuación 1. Es la ecuación que describe el enfriamiento de la formación durante el periodo de circulación del lodo.

Durante el periodo de circulación, la pérdida de calor de la formación se debe únicamente al fenómeno de conducción. Por lo tanto, puede expresarse como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \dots \dots \dots (E.1)$$

con las siguientes condiciones de frontera:

$$T(r, 0) = T_{ei}, \quad \dots \dots \dots (E.2)$$

$$T(r_w, t) = f(t), \quad \dots \dots \dots (E.3)$$

$$T(\infty, t) = T_{ei}. \quad \dots \dots \dots (E.4)$$

Se definen las variables adimensionales como:

$$T_D = \frac{(T - T_{ei})}{(T_k - T_{ei})}, \quad \dots \dots \dots (E.5)$$

$$r = r_w r_D, \quad \dots \dots \dots (E.6)$$

$$t = \frac{t_D r_w^2}{\alpha}, \quad \dots \dots \dots (E.7)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad \dots \dots \dots (E.8)$$

$$\partial r = r_w \partial r_D, \quad \dots \dots \dots (E.9)$$

$$t_D = \frac{t}{t_0}, \quad \dots \dots \dots (E.10)$$

$$t_D = \frac{\alpha t}{r_w^2}, \quad \dots \dots \dots (E.11)$$

$$t_0 = \frac{r_w^2}{\alpha}, \quad \dots \dots \dots (E.12)$$

$$\partial t = t_0 \partial t_D. \quad \dots \dots \dots (E.13)$$

Se transforma la ecuación a variables adimensionales.

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial T_D} * \frac{\partial T_D}{\partial r_D} * \frac{\partial r_D}{\partial r} = \frac{1}{\frac{\partial T}{\partial T_D}} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} * \frac{\partial r_D}{\partial r} = \frac{1}{r_w} * \frac{\partial T_D}{\partial r_D}, \quad \dots \dots \dots (E.14)$$

$$\frac{1}{r_w r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_w r_D \frac{\partial T_D}{\partial r_D} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \dots \dots \dots (E.15)$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\alpha t_0} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.16)$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} r_D \frac{\partial T}{\partial r_D} = \frac{r_w^2}{\alpha t_0} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.17)$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} r_D \frac{\partial T}{\partial r_D} = \frac{r_w^2}{\alpha} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.18)$$

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} r_D \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}. \quad \dots \dots \dots (E.19)$$

Ahora, tomando en cuenta que:

$$Ei(-x) = \int_r^\infty \frac{e^{-u}}{u} du = \frac{1}{2} Ei\left(\frac{-r_D^2}{4t_D}\right), \quad \dots \dots \dots (E.20)$$

$$(T - T_{ei}) = \frac{1}{2} Ei\left(\frac{-r_D^2}{4t_D}\right), \quad \dots \dots \dots (E.21)$$

$$(T_k - T_{ei}) = \frac{1}{2} Ei\left(\frac{-1^2}{4t_D}\right), \quad \dots \dots \dots (E.22)$$

$$T_D = f(t_D) \frac{Ei\left(\frac{-r_D^2}{4t_D}\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_D}\right)}, \quad \dots \dots \dots (E.23)$$

La función $f(t_D)$ se desconoce, pero se alcanza un estado pseudoestacionario después de unas cuantas horas de circulación en el pozo y la temperatura permanece casi constante. Por lo tanto, la función $f(t_D)$, se aproxima a 1.0. Así que la ecuación (E.23) se simplifica en:

$$T_D = \frac{Ei\left(\frac{-r_D^2}{4t_D}\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_D}\right)}, \quad \dots\dots\dots (E.24)$$

La ecuación (E.24) describe la distribución de la temperatura durante el periodo de circulación.

Ecuación 2. Considera un flujo incompresible a gasto constante dentro del pozo. Este fluido acarrea el calor del yacimiento al pozo, la convección es la fuente dominante de transferencia de calor.

En esta ecuación, la conducción en la dirección radial y vertical se desprecia.

En un sistema radial simétrico que no depende de la temperatura en un ángulo o elevación, la siguiente ecuación describe el fenómeno.

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [rv\rho_f c_{pf}(T - T_i)] = \frac{\partial}{\partial t} [M(T - T_{ei})], \quad \dots\dots\dots (E.25)$$

donde la capacidad volumétrica es:

$$M = \phi\rho_f c_{pf} + (1 - \phi)\rho_r c_{pr}, \quad \dots\dots\dots (E.26)$$

y el flujo volumétrico v es dado por:

$$v = -\frac{q\beta}{2\pi rh}, \quad \dots\dots\dots (E.27)$$

El signo negativo significa que el flujo va en la dirección negativa en r .

Asumiendo que en el rango de temperatura dado, las propiedades del fluido y de la roca son constantes, la ecuación (E.25), puede ser escrita como:

$$\frac{q\beta\rho_f c_f}{2\pi rh} \frac{\partial}{\partial r} (T - T_{ei}) = M \frac{\partial}{\partial t} (T - T_{ei}), \quad \dots\dots\dots (E.28)$$

Definiendo las variables adimensionales como:

$$r = r_w r_D, \quad \dots \dots \dots (E. 29)$$

$$T_D = \frac{(T - T_{ei})}{(T_k - T_{ei})}, \quad \dots \dots \dots (E. 30)$$

$$t = \frac{t_D r_w^2 M}{k_{he}}, \quad \dots \dots \dots (E. 31)$$

y una nueva constante adimensional A:

$$A = \frac{q\beta\rho_f c_{pf}}{2\pi k_{he} h}, \quad \dots \dots \dots (E. 32)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad \dots \dots \dots (E. 33)$$

$$\partial r = r_w \partial r_D, \quad \dots \dots \dots (E. 34)$$

$$t_D = \frac{\alpha t}{r_w^2} = \frac{k_{he} t}{M r_w^2}, \quad \dots \dots \dots (E. 35)$$

$$\frac{1}{t_0} = \frac{k_{he}}{M r_w^2}, \quad \dots \dots \dots (E. 36)$$

$$\partial t = t_0 \partial t_D, \quad \dots \dots \dots (E. 37)$$

$$t_0 = \frac{M r_w^2}{k_{he}}, \quad \dots \dots \dots (E. 38)$$

se transforma la ecuación a variables adimensionales.

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial T_D} * \frac{\partial T_D}{\partial r_D} * \frac{\partial r_D}{\partial r} = \frac{1}{\frac{\partial T_D}{\partial T}} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} * \frac{\partial r_D}{\partial r} = \frac{q\beta\rho_f c_{pf}}{2\pi r_w^2 h r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D}, \quad \dots \dots \dots (E. 39)$$

$$M \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{M}{t_0} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E. 40)$$

$$\frac{q\beta\rho_f c_{pf}}{2\pi r_w^2 h r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = M \frac{\partial}{\partial t} (T - T_{ei}), \quad \dots \dots \dots (E. 41)$$

$$\frac{q\beta\rho_f c_{pf}}{2\pi r_w^2 h r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{M}{t_0} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.42)$$

$$\frac{q\beta\rho_f c_{pf}}{2\pi r_w^2 h r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = M \frac{k}{M r_w^2} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.43)$$

$$\frac{q\beta\rho_f c_{pf}}{2\pi k r_w^2 h r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.44)$$

$$\frac{A}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = r_D \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.45)$$

$$\frac{A}{r_D} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.46)$$

$$-A \frac{\partial T_D}{\partial r_D} + r_D \frac{\partial T_D}{\partial t_D} = 0. \quad \dots \dots \dots (E.47)$$

Las condiciones iniciales y de frontera puede expresarse como:

$$TD(r_D, 0) = \frac{Ei\left(\frac{-r_D^2}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(-\frac{1}{4t_{kD}}\right)}, \quad \dots \dots \dots (E.48)$$

$$TD(\infty, t_D) = 0, \quad \dots \dots \dots (E.49)$$

transformando la ecuación diferencial parcial (E.47) a una ecuación diferencial ordinaria.

$$dT_D = \frac{\partial T_D}{\partial r_D} dr_D + \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D, \quad \dots \dots \dots (E.50)$$

$$-A \frac{\partial T_D}{\partial r_D} = -r_D \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.51)$$

$$\frac{\partial T_D}{\partial r_D} = \frac{r_D}{A} \frac{\partial T_D}{\partial t_D}, \quad \dots \dots \dots (E.52)$$

$$dT_D = \frac{r_D}{A} \frac{\partial T_D}{\partial r_D} dr_D + \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D, \quad \dots \dots \dots (E.53)$$

multiplicando por A:

$$-AdT_D + r_D \frac{\partial T_D}{\partial r_D} dr_D + A \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D = 0, \quad \dots\dots\dots (E.54)$$

$$AdT_D = r_D \frac{\partial T_D}{\partial r_D} dr_D + A \frac{\partial T_D}{\partial t_D} dt_D, \quad \dots\dots\dots (E.55)$$

$$-AdT_D + r_D dr_D + AdT_D \frac{\partial T_D}{\partial t_D} = 0, \quad \dots\dots\dots (E.56)$$

$$-AdT_D = 0, \quad \dots\dots\dots (E.57)$$

$$r_D dr_D = -AdT_D, \quad \dots\dots\dots (E.58)$$

$$r_D dr_D + AdT_D = 0, \quad \dots\dots\dots (E.59)$$

$$\frac{dr_D}{-A} = \frac{dt_D}{r_D} = dT_D = 0, \quad \dots\dots\dots (E.60)$$

Resolviendo, por el método de las características, a lo largo de la líneas características de la constante T_D y un parámetro s .

$$dr_D = -Ads, \quad \dots\dots\dots (E.61)$$

$$dt_D = r_D ds, \quad \dots\dots\dots (E.62)$$

$$\frac{dT_D}{ds} = 0, \quad \dots\dots\dots (E.63)$$

$$\frac{dr_D}{ds} = -A, \quad \dots\dots\dots (E.64)$$

$$\frac{dt_D}{ds} = r_D, \quad \dots\dots\dots (E.65)$$

$$dT_D = ds, \quad \dots\dots\dots (E.66)$$

$$\frac{dr_D}{-A} = ds, \quad \dots\dots\dots (E.67)$$

$$\frac{dt_D}{r_D} = ds, \quad \dots\dots\dots (E.68)$$

$$dT_D = 0, \quad \dots \dots \dots (E.69)$$

$$\int dr_D = -A \int ds, \quad \dots \dots \dots (E.70)$$

$$\tau = r_D + As, \quad \dots \dots \dots (E.71)$$

$$r_D = -As + \tau, \quad \dots \dots \dots (E.72)$$

tomando en cuenta la condición inicial, tenemos que $s = t_D = 0$, entonces $\tau = r_D^0$

$$dt_D = -As + r_D^0 ds, \quad \dots \dots \dots (E.73)$$

$$\int dt_D = \int -As + r_D^0 ds, \quad \dots \dots \dots (E.74)$$

$$t_D = \frac{-As^2}{2} + r_D^0 s, \quad \dots \dots \dots (E.75)$$

$$\int dT_D = 0 \int ds, \quad \dots \dots \dots (E.76)$$

$$T_D = C, \quad \dots \dots \dots (E.77)$$

tomando en cuenta la ecuación (E.48) $T_D(r_D^0, 0) = T_D(r_D, s)$

$$r_D^2 = A^2 s^2 - 2Asr_D^0 + r_D^0{}^2, \quad \dots \dots \dots (E.78)$$

Donde r_D^0 es el valor inicial cuando $t_D = s = 0$

$$-2At_D = A^2 s^2 - 2Asr_D^0, \quad \dots \dots \dots (E.79)$$

$$r_D^2 = -2A + r_D^0{}^2, \quad \dots \dots \dots (E.80)$$

$$r_D^0{}^2 = r_D^2 + 2At_D, \quad \dots \dots \dots (E.81)$$

entonces:

$$T_D(r_D, t_D) = \frac{Ei\left(\frac{-(r_D^2 + 2At_{pD})}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_{kD}}\right)}, \quad \dots \dots \dots (E.82)$$

En el pozo $r_D = 1$, así que

$$T_D(1, t_D) = \frac{Ei\left(\frac{-(r_D^2 + 2At_{pD})}{4t_{kD}}\right)}{Ei\left(\frac{-1}{4t_{kD}}\right)}, \dots\dots\dots (E.83)$$

Finalmente, la temperatura estática del yacimiento (T_{ei}) cuando se tiene como dato la temperatura de circulación (T_k), se obtiene mediante la ecuación (E.84)

$$T_{ei} = \frac{T - T_D(T_k)}{1 - T_D}, \dots\dots\dots (E.84)$$

y cuando se tienen como datos dos temperaturas de producción, la temperatura estática del yacimiento (T_{ei}), se obtiene mediante la ecuación (E.85)

$$T_{ei} = \frac{T_1 - T_D(T_2)}{1 - T_D}, \dots\dots\dots (E.85)$$

Apéndice F

Método hiperbólico para determinar la temperatura estática del yacimiento, (Kabir y cols.1997) (Derivación)

La disminución de la temperatura durante una prueba de incremento de presión puede aproximarse por una hipérbola rectangular durante un periodo de cierre infinito.

La ecuación hiperbólica es la siguiente:

$$T_{ws} - a = \frac{c}{b + \Delta t}, \quad \dots \dots \dots (F.1)$$

$$T_{ws} = a + \frac{c}{b + \Delta t}, \quad \dots \dots \dots (F.2)$$

$$(T_{ws} - a)(b + \Delta t) = c, \quad \dots \dots \dots (F.3)$$

$$T_{ws} = T_{ei} - \frac{m_t}{2.303} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right), \quad \dots \dots \dots (F.4)$$

$$m_t = C_{JT} \frac{162.6q\beta\mu}{kh}, \quad \dots \dots \dots (F.5)$$

$$C_{JT} = \frac{-0.185}{\rho C_{pf}}, \quad \dots \dots \dots (F.6)$$

Se usa una regresión de los datos de campo para evaluar las constantes a, b, c ,
También se observa que la derivada de la temperatura respecto al tiempo, $\left(\frac{dT_{ws}}{d\Delta t}\right)$, refleja una *imagen espejo*, incrementando el tiempo de cierre, se aproxima a cero.

$$\frac{dT_{ws}}{d\Delta t} = -\frac{c}{(b + \Delta t)^2}, \quad \dots \dots \dots (F.7)$$

A grandes tiempos de cierre, se tienen las siguientes condiciones:

$$(T_{ws})_{\lim_{\Delta t \rightarrow \infty}} = T_{ei}, \quad \dots \dots \dots (F.8)$$

$$\left(\frac{dT_{ws}}{d\Delta t}\right)_{\lim_{\Delta t \rightarrow \infty}} = 0. \quad \dots \dots \dots (F.9)$$

El término logarítmico se puede expandir en una serie infinita:

$$\ln\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) = \ln(\alpha + x) = \ln\alpha + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \left(\frac{x}{2\alpha+x}\right)^{2n-1}, \quad \dots\dots\dots (F.10)$$

$$x = \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} - \alpha, \quad \dots\dots\dots (F.11)$$

$$x = \frac{t_p + \Delta t - \alpha\Delta t}{\Delta t}, \quad \dots\dots\dots (F.12)$$

$$x = \frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\Delta t}, \quad \dots\dots\dots (F.13)$$

$$\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} = \alpha + x, \quad \dots\dots\dots (F.14)$$

para $n = 1$

$$\frac{1}{2n-1} \left(\frac{x}{2\alpha+x}\right)^{2n-1} = \left[\frac{\frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\Delta t}}{2\alpha + \frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\Delta t}} \right], \quad \dots\dots\dots (F.15)$$

Factorizando, el denominador de la siguiente manera:

$$\frac{2\alpha}{1} + \frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\Delta t} = \frac{2\alpha\Delta t + t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\Delta t}, \quad \dots\dots\dots (F.16)$$

la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\left[\frac{\frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\Delta t}}{2\alpha + \frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\Delta t}} \right] = \left[\frac{(t_p - (\alpha - 1)\Delta t)}{(2\alpha\Delta t + t_p - (\alpha - 1)\Delta t)} \right], \quad \dots\dots\dots (F.17)$$

$$\frac{(t_p - (\alpha - 1)\Delta t)}{(2\alpha\Delta t + t_p - (\alpha - 1)\Delta t)} = \frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{2\alpha\Delta t + t_p - \alpha\Delta t + \Delta t} = \frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{\alpha\Delta t + t_p + \Delta t} = \left[\frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{t_p + (\alpha + 1)\Delta t} \right], \dots \dots \dots (F.18)$$

$$\ln + 2 \left[\frac{t_p - (\alpha - 1)\Delta t}{t_p + (\alpha + 1)\Delta t} \right]. \dots \dots \dots (F.19)$$

Factorizando, el denominador de la ecuación (F.19) de la siguiente manera:

$$t_p - (\alpha - 1)\Delta t = t_p - (\alpha - 1)\Delta t + (t_p + (\alpha - 1)\Delta t) - (t_p + (\alpha + 1)\Delta t), \dots \dots \dots (F.20)$$

$$2t_p + 2\Delta t - (t_p + (\alpha + 1)\Delta t), \dots \dots \dots (F.21)$$

$$\ln\alpha + 2 \left[\frac{2(t_p + \Delta t) - (t_p + (\alpha + 1)\Delta t)}{t_p + (\alpha + 1)\Delta t} \right], \dots \dots \dots (F.22)$$

$$\ln\alpha + \frac{4(t_p + \Delta t)}{t_p + (\alpha + 1)\Delta t} - \frac{2t_p + (\alpha + 1)\Delta t}{t_p + (\alpha + 1)\Delta t}, \dots \dots \dots (F.23)$$

$$\ln\alpha - 2 + \frac{4(t_p + \Delta t)}{t_p + (\alpha + 1)\Delta t}, \dots \dots \dots (F.24)$$

combinando las ecuaciones (F.4) y (F.24) se obtiene:

$$T_{ws} = T_{ei} - \frac{m_t}{2.303} (\ln\alpha - 2) - \frac{4m_t(t_p + \Delta t)}{2.303(t_p + (\alpha + 1)\Delta t)}, \dots \dots \dots (F.25)$$

Se asume que $t_p + \Delta t \cong t_p$

donde:

$$a = T_{ei} - \frac{m_t}{2.303} (\ln\alpha - 2), \dots \dots \dots (F.26)$$

$$b = \frac{t_p}{\alpha + 1}, \dots \dots \dots (F.27)$$

$$c = \frac{-4m_t t_p}{2.303(\alpha + 1)}, \dots \dots \dots (F.28)$$

entonces:

$$T_{ws} = T_{ei} - \frac{m_t}{2.303} (\ln \alpha - 2) - \frac{4m_t t_p}{\frac{t_p}{\alpha + 1} + \Delta t} = \frac{4m_t t_p}{\frac{2.303(\alpha + 1)}{t_p + (\alpha + 1)\Delta t}}, \quad \dots\dots\dots (F.29)$$

$$\frac{4m_t t_p (\alpha + 1)}{2.303(\alpha + 1)(t_p + (\alpha + 1)\Delta t)} = \frac{4m_t t_p}{2.303(t_p + (\alpha + 1)\Delta t)}, \quad \dots\dots\dots (F.30)$$

$$a - \frac{c}{(b + \Delta t)}, \quad \dots\dots\dots (F.31)$$

La ecuación (F.25) es igual a la ecuación (F.31).

$$T_{ws} - a = \frac{c}{t + \Delta t}, \quad \dots\dots\dots (F.32)$$

$$T_{ws} - a = \frac{c}{t + \Delta t}, \quad \dots\dots\dots (F.33)$$

$$(T_{ws} - a)(b + \Delta t) = c, \quad \dots\dots\dots (F.34)$$

$$\left[\left(T_{ws} - T_{ei} - \frac{m_t}{2.303} (\ln \alpha - 2) \right) \right] \left[\frac{t_p}{\alpha + 1} + \Delta t \right] = \frac{-4m_t t_p}{2.303(\alpha + 1)}, \quad \dots\dots\dots (F.35)$$

$$\frac{t_p}{\alpha + 1} + \frac{\Delta t}{1} = \frac{t_p + (\alpha + 1)\Delta t}{\alpha + 1}, \quad \dots\dots\dots (F.36)$$

$$\left[T_{ws} - T_{ei} - \frac{m_t}{2.303} (\ln \alpha - 2) \right] \left[\frac{t_p + (\alpha + 1)\Delta t}{\alpha + 1} \right] = \frac{-4m_t t_p}{2.303(\alpha + 1)}, \quad \dots\dots\dots (F.37)$$