



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**SEGUIMIENTO Y DETECCIÓN DE DAÑO  
ESTRUCTURAL EN EDIFICIOS  
SIN PARÁMETROS MODALES BASE**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**DOCTOR EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL-ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

**RAMSÉS RODRÍGUEZ ROCHA**

TUTOR:

**DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**

México D.F., mayo de 2007

Dedico este trabajo a  
mi papá **Delfino Rodríguez Peña**,  
a mi mamá **Judith Rocha de Rodríguez** y  
a mis hermanas **Roxana y Rocío**  
por ser lo que son y por lo que significan para mí.

*“No temas, porque yo estoy contigo;  
no desmayes,  
porque yo soy tu Dios que te esfuerzo;  
siempre te ayudaré,  
siempre te sustentaré con la diestra de mi justicia”  
Isaías 41:10*

*“Señor, digno eres de recibir la gloria y la honra y el poder; porque tú creaste todas las cosas, y  
por tu voluntad existen y fueron creadas” Apocalipsis 4:11*

¡ A ti y sólo a ti sea la gloria ¡

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi tutor el Dr. José Alberto Escobar Sánchez por su guía, consejos y apoyo en todo momento; su calidad como persona es digna de admirarse. Al Dr. Sergio Manuel Alcocer Martínez de Castro, Dr. Roberto Gómez Martínez, Dr. Roberto Meli Piralla y Dr. David Murià Vila por aportar conocimientos y formar parte del jurado. Al Dr. Luis A. Álvarez Icaza Longoría y Dr. Oscar López Bátiz por sus valiosos comentarios y colaborar en el comité tutorial.

Agradezco al Instituto de Ingeniería de la UNAM por el apoyo en la impresión de esta tesis y permitirme trabajar en sus instalaciones. Al Posgrado en Ingeniería por el financiamiento para asistir a congresos y difundir artículos. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por becarme durante la investigación.

## CONTENIDO

<b>RESUMEN.....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>iv</b>
<b>CONTENIDO.....</b>	<b>v</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>7</b>
1.1. ANTECEDENTES .....	7
1.2. ALCANCE .....	9
<b>CAPÍTULO 2. MÉTODOS DE PROCESAMIENTO DE SEÑALES.....</b>	<b>10</b>
2.1. ANÁLISIS ESPECTRAL CONVENCIONAL.....	10
2.2. DESCOMPOSICIÓN EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA .....	17
2.3. EJEMPLOS .....	20
2.3.1. Marco de Biggs.....	20
2.3.2. Marco de Biggs sujeto al registro SCT-EO .....	27
2.3.3. Edificio tridimensional de tres pisos .....	28
2.3.4. Edificio de quince pisos.....	32
2.3.5. Edificio de cuatro pisos con mediciones experimentales .....	35
2.4. PARÁMETROS MODALES EN LA DETECCIÓN DE DAÑO.....	37
<b>CAPÍTULO 3. MÉTODO DE RIGIDECES BASE.....</b>	<b>38</b>
3.1. PLANTEAMIENTO .....	38
3.2. CALIBRACIÓN.....	44
3.2.1. Marco de tres pisos.....	44
3.2.2. Edificio STC.....	45
3.2.3. Estructura tridimensional de dos pisos .....	47
3.3. ALCANCES Y LIMITACIONES.....	48
3.4. MARCO CON COMPORTAMIENTO DE CORTANTE.....	48
3.5. MARCO CON COMPORTAMIENTO DE FLEXIÓN .....	50
3.6. EDIFICIO STC .....	51
3.7. ESTRUCTURA TRIDIMENSIONAL DE DOS PISOS.....	52
<b>CAPÍTULO 4. EFECTOS DE INFORMACIÓN MODAL LIMITADA Y RUIDO....</b>	<b>53</b>
4.1. INFORMACIÓN MODAL LIMITADA .....	53
4.1.1. Edificio STC .....	53
4.2. PERTURBACIÓN DE MATRICES DE RIGIDEZ.....	57
4.2.1. Edificio STC .....	58
4.2.2. Estructura tridimensional de dos pisos .....	60
4.3. EFECTOS DE RUIDO EN EL MÉTODO DE RIGIDECES BASE.....	61
4.4. EFECTO DE INFORMACIÓN MODAL LIMITADA Y RUIDO .....	62
4.5. APLICACIÓN A UN CASO REAL. EDIFICIO DE CONCRETO REFORZADO EN VAN NUYS CALIFORNIA .....	64

**CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES..... 70**

**REFERENCIAS**

## **ABSTRACT**

The objective of this work is to develop a method to identify damage in buildings without knowing their baseline modal parameters. Therefore, the Baseline Stiffnesses Method, BSM, is proposed. This method is aimed at determining the stiffness degradation of structural elements in buildings without knowing baseline modal parameters or its reference state. To calculate a reference state, the BSM utilizes, solely, modal information from the damaged structure and the approximated lateral stiffness from its first storey based on the eigenvalue problem. This reference state is compared to the damaged state to detect and measure damage intensity. The proposed method is applied to several structures for both simulated and real damage. Results are analyzed and the advantages and scope of the proposed method are discussed.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

Es una realidad que las estructuras pueden dañarse por diversas causas como sismos, vientos intensos, explosiones y hundimientos, entre otros. Si el daño no se detecta a tiempo, en el peor de los casos, la estructura podría llegar al colapso total y, por consiguiente, podría haber pérdida de vidas humanas. Por esto, es de suma importancia contar con métodos no destructivos que permitan detectar y dar seguimiento al estado actual de una estructura y establecer qué tanto se han dañado algunos de sus elementos estructurales. Así, estos métodos, no deben afectar la integridad de las estructuras. Para hacerlo, se comparan sus estados con daño y sin él para detectar cambios en algún parámetro que funge como indicador.

En todos los métodos de detección de daño (aún en el caso de inspección visual) es necesario conocer un estado previo de las estructuras. Éste estado previo, también conocido como estado sin daño, de referencia o base, se puede reconstruir a partir de los parámetros modales base de la estructura. Si la estructura se instrumentara antes de dañarse se podría reconstruir este estado. El problema principal es que este estado de referencia normalmente se desconoce y, por ende, sólo se puede contar con información de la estructura ya dañada.

Por esta razón, es de suma importancia desarrollar métodos que permitan detectar la degradación de rigidez en edificios, de los cuales se desconocen sus parámetros modales base, utilizando únicamente información de la estructura actual. Aunado al problema anterior, la detección de daño en las estructuras también depende de las técnicas de procesamiento de señales, de la información modal limitada y del ruido en los registros de su respuesta dinámica. Por tal motivo, es necesario estudiar sus efectos.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un método que permita identificar daño en edificios en los que no se conocen sus parámetros modales base (sin daño). Para esto se presenta el método de detección de daño denominado de Rigideces Base, MRB. Éste es original pues tiene la ventaja de ser capaz de detectar daño en edificios sin tener información modal de su estado no dañado. El método utiliza como dato los parámetros modales de la estructura con daño calculados con el procesamiento de la respuesta dinámica del edificio. Para ello, se evalúa el método de Descomposición del Dominio de Frecuencia y el de Análisis Espectral Convencional. Con estos parámetros y la rigidez lateral aproximada del primer entrespacio del edificio sin daño, se calcula un estado de referencia o base utilizando el problema de valores y vectores característicos. Este estado se compara con el de la estructura dañada a través del algoritmo de detección de daño basado también en la descomposición por valores característicos de matrices con información de daño correspondientes a cada elemento del edificio. Así, se determina la intensidad de daño en cada elemento estructural definida en esta tesis como pérdida de rigidez.

El método se calibra comparándolo con un método anterior y se demuestra su efectividad para detectar daño. Se analizan ejemplos de estructuras con comportamiento de cortante y flexión, en el plano y en el espacio utilizando daño simulado y daño real.

### 1.1. ANTECEDENTES

Con el objetivo de detectar daño en estructuras desconociendo sus parámetros modales base, se han propuesto diferentes métodos para reconstruir el estado de referencia. Entre estos se

encuentra el método de sensibilidades (Stubbs y Kim, 1996). Éste es capaz de identificar los parámetros modales base de una estructura de forma iterativa; sin embargo, dependiendo de las condiciones iniciales, el algoritmo puede o no converger. Kharrazi et al., (2000) aplicaron técnicas de sensibilidad para ajustar el modelo analítico de una estructura con mediciones experimentales. El método de cocientes de Barroso y Rodríguez (2004), obtiene el estado base o sin daño, sólo para edificios regulares de cortante, a partir de la información modal de la estructura con daño. Este método sólo localiza el daño por entrepiso y no la localización ni la degradación de rigidez de cada elemento estructural dañado.

El desarrollo de los métodos de detección de daño ha progresado en la última década. Por ejemplo, Kim y Stubbs (2000) presentaron un método aplicado a estructuras de concreto para identificar longitud de grietas. Este método se basa en los cambios de los valores de las frecuencias naturales de vibración del sistema estructural debidos a la presencia de daño.

El método de la Matriz de Transformación (Escobar et al., 2001) identifica daño utilizando cambios en las características dinámicas de las estructuras de edificios tanto regulares como irregulares. Este método usa la matriz de transformación geométrica que permite obtener la matriz de rigidez condensada de la estructura. El método fue calibrado considerando efectos de ruido, información modal limitada y porosidad en las matrices de rigidez (Escobar et al., 2005). Una ventaja del método es que el trabajo computacional es independiente del número de elementos dañados. Este método es exacto cuando se conocen todos los modos de vibración de la estructura. Al igual que otros métodos, requiere información de la estructura no dañada para detectar daño actual. Escobar et al., (2004) incorporaron descomposición por valores singulares al método para mejorar la determinación de la intensidad de daño.

Lu y Gao (2004) propusieron un modelo autoregresivo en el dominio del tiempo. Este método compara la respuesta de aceleración de la estructura con la del modelo para localizar daño calculando la desviación estándar del error residual entre los dos tipos de aceleraciones. Una desventaja de este método es que no identifica la intensidad del daño. Además, si la excitación se encuentra cercana a la zona de daño, los resultados no son adecuados.

El método de Choi y Stubbs (2004) mide los cambios en los modos de vibración y en las matrices de rigidez de la estructura y ha sido aplicado experimentalmente (Farrar y Jauregui, 1998). Ofrece la ventaja de que sólo necesita tres o menos modos de vibración de la estructura y no tiene limitaciones de número de elementos estructurales; sin embargo, la intensidad de daño se calcula usando un modelo estadístico. El uso de este modelo puede ocasionar que la intensidad de daño identificada para un elemento no sea la correcta pues depende de las incertidumbres en el resto de los elementos.

Chang y Chen (2005) determinaron la ubicación y la profundidad de grietas en elementos estructurales de concreto reforzado utilizando la teoría de ondeletas. Una desventaja al utilizar este método es que no se identifican grietas en las zonas de apoyo de los elementos.

Algunos de los métodos de detección de daño mencionados calculan los cambios en los parámetros modales (frecuencias de vibración, formas modales y coeficientes de amortiguamiento) de las estructuras. Al comparar los parámetros correspondientes al estado no dañado (parámetros modales base) con los obtenidos de una condición de daño estructural se detecta el daño. Otros métodos utilizan estos parámetros modales para ajustar matrices de rigidez y medir los cambios en estas para identificar los elementos estructurales dañados. Cualquiera que sea el caso, es importante tener en cuenta que todos estos estudios tienen un grado de



incertidumbre debido a la naturaleza de las señales utilizadas para estimar estos parámetros modales.

## 1.2. ALCANCE

Todos los métodos mencionados requieren los parámetros modales de la estructura. Estos parámetros modales se pueden obtener a partir de un procesamiento de señales o registros de respuesta dinámica provenientes de un trabajo de instrumentación del edificio.

Las ventajas que ofrecen los métodos de procesamiento de señales se presentan y evalúan en el capítulo 2. Se aplican a varios ejemplos bi y tridimensionales utilizando mediciones simuladas y reales.

En el capítulo 3 se presenta el MRB que identifica daño estructural para edificios en los que no se conocen sus parámetros modales base o en su estado sin daño. Se calibra y se aplica a modelos analíticos de estructuras con comportamiento de cortante y flexión y a un caso real.

El capítulo 4 presenta la evaluación del MRB bajo los efectos de información modal limitada y ruido en los registros de respuesta dinámica. Se establecen los alcances y limitaciones del método propuesto.

Por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas de los casos estudiados en el presente trabajo (capítulo 5).

## **RESUMEN**

El objetivo de este trabajo es desarrollar un método que permita identificar daño en edificios en los que no se conocen sus parámetros modales base (sin daño). Para esto se presenta el método de detección de daño denominado de Rigideces Base, MRB. Este método determina porcentajes de degradación de rigidez en los elementos estructurales de edificios en los que se desconocen sus parámetros modales base o su estado de referencia. El MRB utiliza, únicamente, información modal de la estructura dañada y la rigidez lateral aproximada del primer entrepiso del edificio sin daño para calcular un estado de referencia utilizando el problema de valores y vectores característicos. Este estado se compara con el de la estructura dañada para detectar y medir daño. El método propuesto se aplica a estructuras con daño simulado y real, se analizan los resultados y se discuten las ventajas y alcances del método propuesto.

## CAPÍTULO 2

### MÉTODOS DE PROCESAMIENTO DE SEÑALES

Los métodos de procesamiento de señales son útiles para la detección de daño ya que con estos se pueden calcular los parámetros modales de edificios, que a su vez, son necesarios para estimar los cambios que ha sufrido su estructura original.

Entre éstos se encuentra el algoritmo paramétrico de realización del sistema de vectores y valores característicos (Juang y Pappa, 1985) que requiere calcular parámetros de Markov. La desventaja de este algoritmo es que supone que la información no contiene ruido y por consiguiente que se conoce la matriz de la función de transferencia.

Otro método paramétrico es el de superposición modal (Beck y Jennings, 1980). Los parámetros del sistema se determinan utilizando el método de mínimos cuadrados suponiendo con comportamiento lineal de la estructura que por lo general no corresponde con el comportamiento de edificios.

Un método comúnmente usado en México para calcular parámetros modales es el Análisis Espectral Convencional, AEC, (Bendat y Piersol, 1986). Este método ofrece la ventaja de permitir al analista tener una idea clara de las relaciones espectrales que guarda cada piso de un edificio con su base.

James et al., (1993) presentaron la técnica de excitación natural que utiliza la respuesta de la estructura ante una excitación con ruido blanco. El método no proporciona resultados adecuados para estructuras con modos de vibración acoplados.

La técnica de identificación del subespacio desarrollada por Van Overschee y De Moor (1996) puede ser considerada como una de las más exactas. Sin embargo, requiere de mucha interacción con el analista al introducir criterios de convergencia entre otros.

El método de Descomposición del Dominio de Frecuencia, DDF, (Brincker et al., 2000) proporciona la misma ventaja que el AEC; sin embargo, no es tan conocido a nivel mundial como el AEC. Con el propósito de determinar su eficiencia para la identificación de parámetros modales se evalúan el AEC y el DDF. Se analizan y discuten los alcances y limitaciones de ambos métodos.

#### 2.1. ANÁLISIS ESPECTRAL CONVENCIONAL

El AEC (Bendat y Piersol, 1986), se basa en el análisis de señales (respuesta de la estructura) en el dominio del tiempo que deben ser transformadas al dominio de la frecuencia mediante la transformada de Fourier como:

$$Y(f) = \int_0^D y(t)e^{-im2\pi ft} dt \quad (2.1)$$

donde  $y(t)$  es la función continua de respuesta de la estructura registrada para cada tiempo  $t$  ante una excitación  $x(t)$ ;  $D$  es la duración total de registro;  $Y(f)$  es la respuesta transformada en el dominio de la frecuencia para cada valor de frecuencia  $f$ ,  $im$  es un número imaginario ( $\sqrt{-1}$ ). La ec. (2.1) es la definición formal de la transformada de Fourier para funciones continuas. Esta función continua de respuesta es imposible de conocer mediante mediciones experimentales por lo que se reemplaza por una función discreta durante una duración de registro finita.

La ec. (2.2) presenta la transformada finita de Fourier donde  $z$  es una sucesión discreta que varía desde 1 hasta  $Nr$ , número de datos del registro.

$$Y(z) = \sum_{t=1}^{Nr} y(t) e^{\left( \frac{-im2\Pi(z-1)(t-1)}{Td} \right)} \quad (2.2)$$

Para poder aplicar la ec. (2.2) es necesario conocer las ecuaciones de Euler que son:

$$\begin{aligned} eu^{im\theta} &= \cos \theta + im(\sen \theta) \\ eu^{-im\theta} &= \cos \theta - im(\sen \theta) \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde  $eu$  es aproximadamente 2.718 y  $\theta$  es el argumento de la función trigonométrica. Cuando se aplica la ec. (2.2) a la función de respuesta de la estructura se obtienen sus amplitudes de Fourier discretas  $Y(z)$ , aquí denotadas como  $Y(f)$  pues ya han sido transformadas al dominio de la frecuencia. Estas amplitudes de Fourier para una señal  $i$  son números complejos de la siguiente forma:

$$Y_i(f) = Y_{iRE}(f) + Y_{iIM}(f) \quad (2.4)$$

donde  $Y_i(f)$  se compone de una parte real  $Y_{iRE}(f)$  y de un parte imaginaria  $Y_{iIM}(f)$ .

Se calculan los espectros de potencia que pueden ser autoespectros  $Sy_i y_i(f)$  (señal  $i$  con  $i$ ) o espectros cruzados  $Sy_i y_j(f)$  (señal  $i$  con  $j$  y viceversa). Se define el autoespectro de potencia como:

$$Sy_i y_i(f) = \overline{Y_i(f)} Y_i(f) \quad (2.5)$$

y el espectro cruzado de potencia como:

$$Sy_i y_j(f) = \overline{Y_i(f)} Y_j(f) \quad (2.6)$$

donde  $Sy_i y_i(f)$  es para la  $i$ -ésima señal  $y_i(t)$  y análogamente  $Sy_j y_j(f)$  lo es para la señal  $j$ . El guión superior indica la operación de complejo conjugado.

En esta investigación, la señal  $j$  corresponderá a la del terreno. La ec. (2.5) se puede expresar también en términos del módulo, aplicando las propiedades de los números complejos, esto es:

$$Sy_i y_i(f) = |Y_i(f)|^2 \quad (2.7)$$

Los espectros de potencia en las ecs. (2.5) y (2.6) tienen propiedades de simetría, con lo que se puede establecer que:

$$S_{y_i y_i}(-f) = S_{y_i y_i}(f) \quad (2.8)$$

$$S_{y_j y_j}(-f) = S_{y_j y_j}(f) \quad (2.9)$$

$$S_{y_i y_j}(-f) = \overline{S_{y_i y_j}(f)} = S_{y_j y_i}(f) \quad (2.10)$$

Las ecs. (2.8) y (2.9) establecen que los autoespectros de potencia son funciones pares con números reales, mientras que los espectros cruzados de potencia, ec. (2.10), son funciones complejas. Dadas las propiedades de simetría, ecs. (2.8) a (2.10), es conveniente definir los espectros de potencia para frecuencias positivas,  $f^+$  ( $0 \leq f \leq \infty$ ), como:

$$G_{y_i y_i}(f) = 2S_{y_i y_i}(f) \quad (2.11)$$

$$G_{y_j y_j}(f) = 2S_{y_j y_j}(f) \quad (2.12)$$

$$G_{y_i y_j}(f) = 2S_{y_j y_i}(f) \quad (2.13)$$

donde  $G_{y_i y_i}(f)$  es el autoespectro de potencia de la  $i$ -ésima señal para  $f^+$  y análogamente  $G_{y_j y_j}(f)$  lo es para la señal  $j$ .  $G_{y_i y_j}(f)$  es el autoespectro de cruzado potencia entre las señales  $i$  y  $j$  o viceversa para  $f^+$ . Cuando  $f < 0$  estos espectros de potencia son cero. En la Figura 2.1 se muestran, de manera esquemática, las funciones  $G(f)$  y  $S(f)$ .

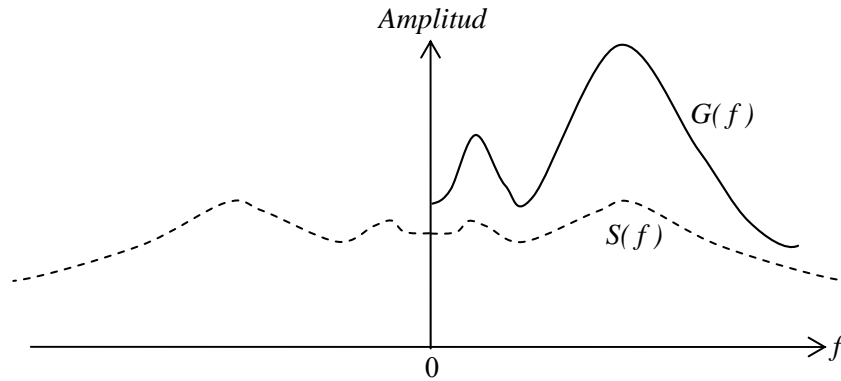


Figura 2.1. Espectros de potencia  $G(f)$  y  $S(f)$ . (Bendat y Piersol, 1986).

En la Figura 2.1 se puede observar que si se dobla  $S(f)$  hacia la derecha con respecto al eje de las ordenadas se duplican las amplitudes y se obtiene en forma equivalente la función  $G(f)$ . Esta duplicidad de amplitudes se manifiesta en las ecs. (2.11) a (2.13) por el factor 2. Otra forma de expresar el espectro cruzado de potencia para  $f^+$  es:

$$G_{y_i y_j}(f) = C_{y_i y_j}(f) - im(Q_{y_i y_j}(f)) \quad (2.14)$$

donde  $C_{y_i y_j}(f)$  es el espectro coincidente o co-espectro, y  $Q_{y_i y_j}(f)$  es el espectro cuadrático.  $C_{y_i y_j}(f)$  es una función par con números reales para cada frecuencia  $f$ , mientras que  $Q_{y_i y_j}(f)$  es una función impar con números reales. El co-espectro y el espectro cuadrático en términos de los espectros cruzados de potencia para  $f^+$  se pueden expresar como:

$$C_{y_i y_j}(f) = \frac{1}{2} [G_{y_i y_j}(f) + G_{y_j y_i}(f)] \quad (2.15)$$

$$Q_{y_i y_j}(f) = \frac{im}{2} [G_{y_i y_j}(f) - G_{y_j y_i}(f)] \quad (2.16)$$

El espectro cruzado de potencia para  $f^+$  de la ec. (2.13) se puede expresar también en forma polar compleja en términos de su magnitud  $|G_{y_i y_j}(f)|$  y de su ángulo de fase  $\beta_{y_i y_j}(f)$  como:

$$G_{y_i y_j}(f) = |G_{y_i y_j}(f)| e^{-im\beta_{y_i y_j}(f)} \quad (2.17)$$

donde la frecuencia  $f$  varía de cero a infinito. La magnitud y el ángulo de fase para cada  $f$  se pueden expresar en términos de  $C_{y_i y_j}(f)$  y de  $Q_{y_i y_j}(f)$  como:

$$|G_{y_i y_j}(f)| = \sqrt{C_{y_i y_j}^2(f) + im(Q_{y_i y_j}^2(f))} \quad (2.18)$$

$$\beta_{y_i y_j}(f) = \tan^{-1} \left( \frac{Q_{y_i y_j}(f)}{C_{y_i y_j}(f)} \right) \quad (2.19)$$

La posición de la resultante del espectro cuadrático  $Q_{y_i y_j}(f)$ , ec. (2.16), y el co-espectro  $C_{y_i y_j}(f)$ , ec. (2.15), en el plano complejo está dada por el ángulo de fase, ec. (2.19), medido a partir de  $0^\circ$  sobre el eje real. Este ángulo puede ser  $0^\circ$  cuando la resultante es paralela al eje real con polaridad positiva (signo) o  $180^\circ$  con una polaridad negativa. En la práctica se trabaja con información dinámica medida directamente de la estructura lo que hace que el ángulo de fase no siempre sea exactamente  $0^\circ$  ni  $180^\circ$ .

Entre cada componente frecuencial de dos señales distintas  $i, j$ , existe una relación dada como:

$$|G_{y_i y_j}(f)|^2 \leq G_{y_i y_i}(f) G_{y_j y_j}(f) \quad (2.20)$$

Suponiendo que  $G_{y_i y_i}(f)$  y que  $G_{y_j y_j}(f)$  son diferentes de cero, se puede definir una función de coherencia  $\Psi_{y_i y_j}(f)$  a partir de la ec. (2.20), esto es:

$$\Psi_{y_i y_j}(f) = \frac{|G_{y_i y_j}(f)|^2}{G_{y_i y_i}(f) G_{y_j y_j}(f)} = \frac{|S_{y_i y_j}(f)|^2}{S_{y_i y_i}(f) S_{y_j y_j}(f)} \quad (2.21)$$

donde  $\Psi_{y_i y_j}(f)$  varía de 0 a 1. Para el caso de un sistema con parámetros constantes (por ejemplo rigidez y masa que no cambian con el tiempo) el valor de la función de coherencia, correspondiente a alguna frecuencia  $f$ , es igual que 1 cuando las dos señales se relacionan linealmente y no existe ruido. Si es igual que 0 significa que la relación entre las dos señales es nula, y si no llega a estos valores entonces es posible que exista uno o más de los siguientes casos:

- a) Existe ruido en las señales
- b) La relación entre  $y_i(t)$  y  $y_j(t)$  no es lineal.

Con el objetivo de determinar una función de coherencia adecuada, se debe realizar un procesamiento de la señal por ventanas. Este proceso se explica a continuación.

Considérese una señal de respuesta en el dominio del tiempo  $y(t)$  de una duración  $Tr$ . Esta historia se debe dividir en  $ns$  segmentos continuos, cada uno de duración  $Ts$ . Cada segmento  $y_i(t)$  está contenido en el intervalo  $(i-1)Ts \leq t \leq iTs$ , para  $i=1,2,\dots,ns$ . Con base en lo anterior, se puede definir el autoespectro de potencia estimado  $\hat{S}_{y_i y_i}(f)$  para toda  $f$  como:

$$\hat{S}_{y_i y_i}(f) = \frac{1}{nsTs} \sum_{i=1}^{ns} |Y_i(f, Ts)|^2 \quad (2.22)$$

donde:

$$Y_i(f, Ts) = \int_0^{Ts} y_i(t) e^{-im2\pi ft} dt \quad (2.23)$$

En la ec. (2.22) se puede observar que al dividir entre  $ns$  se está efectuando un promedio que se aproxima al valor medio esperado  $E$ . Así:

$$\hat{G}_{y_i y_i}(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[|Y(f, Ts)|^2] \quad (2.24)$$

Esta es la ecuación formal del autoespectro de potencia para funciones discretas. El autoespectro de potencia para  $f^+$  está dado por:

$$\hat{G}_{y_i y_i}(f) = \frac{2}{nsNr\Delta} \sum_{i=1}^{ns} |Y_i(f)|^2 \quad (2.25)$$

donde  $\Delta$  es el tamaño de paso. El autoespectro cruzado de potencia se calcula como:

$$\hat{G}_{y_i y_j}(f) = \frac{2}{nsNr\Delta} \sum_{i=1}^{ns} [\bar{Y}_i(f) Y_j(f)] \quad (2.26)$$

Finalmente, la función de coherencia  $\hat{\Psi}_{y_i y_j}(f)$  se expresa como:

$$\hat{\Psi}_{y_i y_j}(f) = \frac{|\hat{G}_{y_i y_j}(f)|^2}{\hat{G}_{y_i y_i}(f) \hat{G}_{y_j y_j}(f)} \quad (2.27)$$

La ec. (2.27) proporciona mejor información espectral que la ec. (2.21) debido a los promedios del procesamiento por ventanas. Sus valores son adimensionales.

De acuerdo con Bendat y Piersol (1986), la ec. (2.22) se puede interpretar como la transformada de Fourier de una señal en el dominio del tiempo multiplicada por una función (ventana) rectangular igual a uno para  $0 \leq t \leq Ts$  y cero fuera del intervalo anterior. La geometría abrupta de esta ventana rectangular conduce a la presencia de lóbulos en la señal en el dominio de la frecuencia que son discontinuidades provocando la pérdida de energía para frecuencias distantes del lóbulo central en la ventana espectral y por consiguiente imprecisiones en el proceso de cálculo. Para aminorar o suprimir este efecto se puede recurrir a las ventanas de ponderación que por lo general son funciones sin cambios abruptos en el dominio del tiempo que producen señales, en el dominio de la frecuencia, con lóbulos menores.

Existen numerosas ventanas de ponderación (Geckinli y Yavuz, 1983) pero una de las más comúnmente utilizadas por ser una función sin cambios abruptos es la de Hanning (con geometría cosenoidal).

Por otro lado, cuando una estructura es sujeta a una excitación, el autoespectro de potencia, ecs. (2.11) y (2.12), presentará algún valor máximo con respecto a la frecuencia, debido ya sea a la frecuencia de excitación o a las frecuencias del propio sistema.

Los valores de ordenadas máximas identificadas de los espectros de potencia, ecs. (2.11) y (2.18), se confrontan entre sí para decidir cuáles corresponden a las frecuencias de vibración de la estructura y se corroboran observando la polaridad (signo) de las formas modales y un valor cercano a la unidad en las funciones de coherencia, ec. (2.27).

Para determinar las formas modales correspondientes a cada modo de vibración identificado de la estructura se necesita calcular las funciones de transferencia a partir de las ecs. (2.11) y (2.12) como:

$$FTy_i y_j(f) = \sqrt{\frac{Gy_i y_i(f)}{Gy_j y_j(f)}} \quad (2.28)$$

donde  $FTy_i y_j(f)$  es la función de transferencia de la  $i$ -ésima señal de algún piso con respecto al del terreno y  $j=0$  corresponde a la señal a nivel del terreno. Los valores de esta función son adimensionales.

Una vez calculadas las funciones de transferencia para cada modo de vibración identificado se pueden normalizar con respecto al valor del piso superior. La configuración de cada forma modal de la estructura se puede determinar teóricamente siempre y cuando se tenga la suficiente información de la estructura, es decir, que se cuente con señales medidas en cada piso de la misma. En caso de no ser así, el modo estará incompleto y en algunos casos se podrá determinar recurriendo a la interpolación.

En la Figura 2.2 se presenta el diagrama de flujo del AEC.



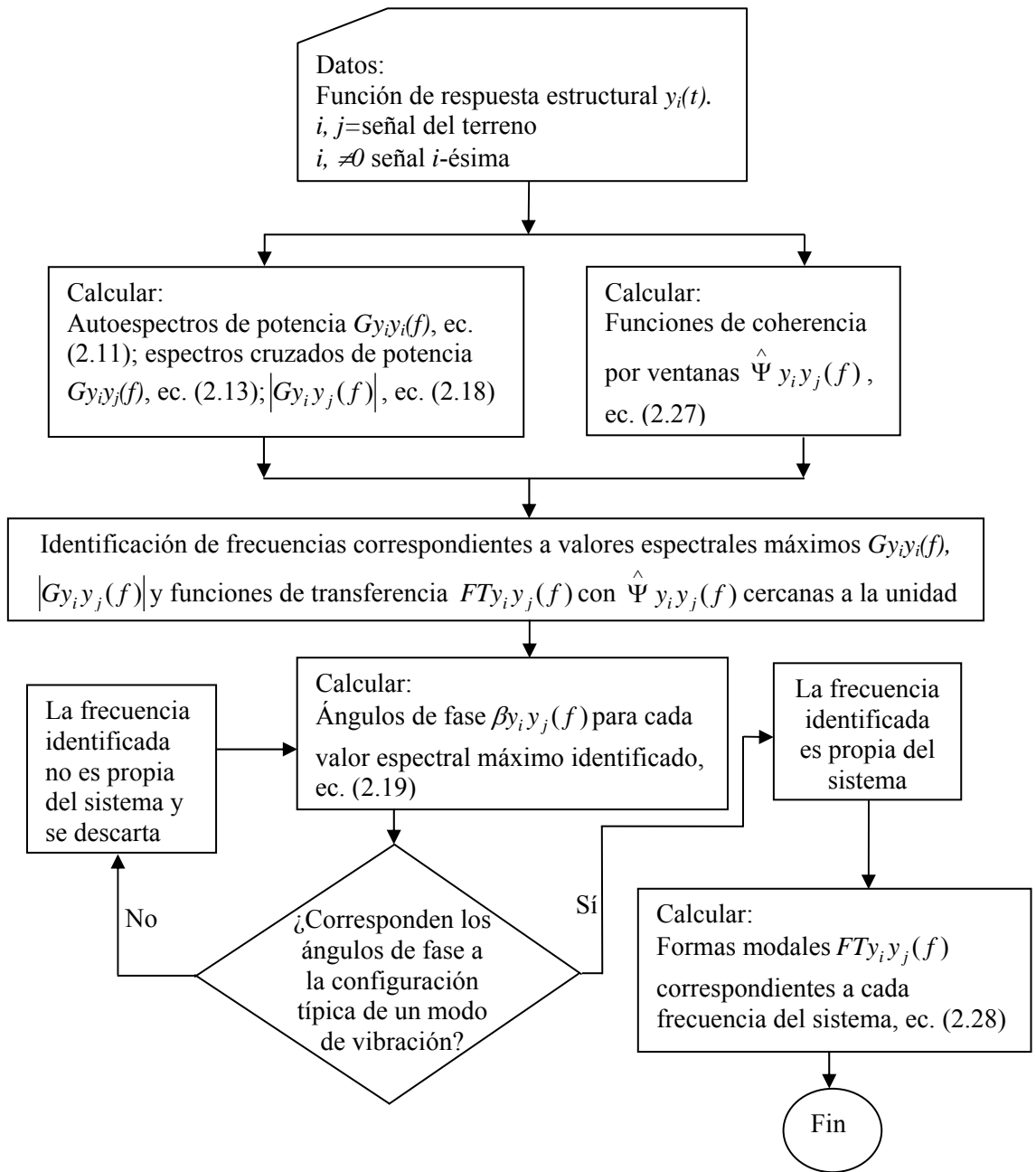


Figura 2.2. Algoritmo del AEC para identificación de parámetros modales.

## 2.2. DESCOMPOSICIÓN EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

De acuerdo con Brincker et al., (2000), la relación entre la excitación desconocida  $x(t)$  y la respuesta medida  $y(t)$  puede ser expresada de la siguiente forma:

$$[G_{yy}(f)] = [H(f)][G_{xx}(f)][\overline{H(f)}]^T \quad (2.29)$$

donde  $[G_{xx}(f)]$  es la matriz espectral de potencia de la excitación de orden  $r \times r$ ;  $r$  es el número de registros de excitación;  $[G_{yy}(f)]$  es la matriz espectral de potencia de la respuesta de orden  $q \times q$ ;  $q$  es el número de puntos de registros de respuesta.  $[H(f)]$  es la matriz de la función de respuesta de frecuencia de orden  $q \times r$ . El guión superior indica complejo conjugado y  $T$  es la transpuesta. Cabe mencionar que  $[H(f)]$  es un caso especial de la función de transferencia cuando  $a = 0$  y  $b = 2\pi f$  en el exponente  $p = a + im(b)$  según:

$$H(\delta) = \int_0^{\infty} h(\tau) e^{-p\tau} d\tau \quad (2.30)$$

donde  $H(\delta)$  es la transformada de Laplace de  $h(\tau)$  que es la respuesta del sistema, en cualquier tiempo  $t$ , a un impulso unitario aplicado a un tiempo  $\tau$  anterior a  $t$ . Para una excitación cualquiera  $x(t)$  la respuesta del sistema.  $y(t)$  se define como:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad (2.31)$$

La ec. (2.31) es conocida como la integral de convolución. La matriz de la función de respuesta de frecuencia,  $[H(f)]$  se puede escribir como:

$$[H(f)] = \sum_{k=1}^n \left[ \frac{R_k}{f - \lambda_k} + \frac{\overline{R_k}}{f - \overline{\lambda_k}} \right] \quad (2.32)$$

donde  $k$  es una sucesión discreta de 1 hasta  $n$  número de modos de la estructura;  $\lambda_k$  es el  $k$ -ésimo polo o valor singular. Cada valor singular tiene un  $k$ -ésimo modo de vibración  $\{\varphi_k\}$  asociado.  $R_k$  es el  $k$ -ésimo residuo, que se define como:

$$R_k = \{\varphi_k\} \{\zeta_k\}^T \quad (2.33)$$

donde  $\{\zeta_k\}$  es el  $k$ -ésimo vector de participación modal. Sustituyendo la ec. (2.33) en la ec. (2.32) se tiene que:

$$[H(f)] = \sum_{k=1}^n \left[ \frac{\{\varphi_k\} \{\zeta_k\}^T}{f - \lambda_k} + \frac{\overline{\{\varphi_k\} \{\zeta_k\}^T}}{f - \overline{\lambda_k}} \right] \quad (2.34)$$

Según Brincker et al., (2000) la derivación del método continúa bajo la suposición de que la excitación es ruido blanco y por consiguiente su matriz espectral de potencia es constante con respecto a la frecuencia, por ejemplo  $[G_{xx}(f)] = [C]$ . Siempre y cuando la excitación se represente efectivamente por un ruido blanco el método proveerá óptimos resultados (MacMillan et al., 2004).

Más adelante se estudiarán ejemplos en donde se utilizarán otro tipo de excitaciones (armónicas y registros sísmicos) que no sean ruido blanco con el objetivo de evaluar este método en el caso de que no se cumpla con la suposición. A partir de la ec. (2.34), la ec. (2.29) se convierten en:

$$[G_{yy}(f)] = \sum_{k=1}^n \left[ \frac{\{\varphi_k\}\{\zeta_k\}^T}{f - \lambda_k} + \overline{\frac{\{\varphi_k\}\{\zeta_k\}^T}{f - \lambda_k}} \right] C \left[ \sum_{k=1}^n \left[ \frac{\{\varphi_k\}\{\zeta_k\}^T}{f - \lambda_k} + \overline{\frac{\{\varphi_k\}\{\zeta_k\}^T}{f - \lambda_k}} \right] \right]^T \quad (2.35)$$

Multiplicando los dos factores de fracciones parciales de la ec. (2.35) y haciendo uso del teorema de Heaviside para fracciones parciales, el espectro de potencia de respuesta se reduce como:

$$[G_{yy}(f)] = \sum_{k=1}^n \left[ \frac{[A_k]}{f - \lambda_k} + \frac{[\overline{A_k}]}{f - \overline{\lambda_k}} + \frac{[B_k]}{-f - \lambda_k} + \frac{[\overline{B_k}]}{-f - \overline{\lambda_k}} \right] \quad (2.36)$$

donde  $[A_k]$  es la  $k$ -ésima matriz residual de la matriz espectral de respuesta del tipo Hermit y de orden  $q \times q$ :

$$[A_k] = R_k C \left[ \sum_{s=1}^n \left[ \frac{\overline{R_s}^T}{-\lambda_k - \overline{\lambda_s}} + \frac{R_s^T}{-\lambda_k - \lambda_s} \right] \right] \quad (2.37)$$

La contribución del  $k$ -ésimo modo a la matriz residual es:

$$[A_k] = \frac{R_k C \overline{R_k}^T}{2\alpha_k} \quad (2.38)$$

donde  $\alpha_k$  es el negativo de la parte real del polo, esto es:

$$\alpha_k = f_k - \lambda_k \quad (2.39)$$

donde  $f_k$  es la frecuencia de vibración del sistema correspondiente al  $k$ -ésimo modo. El modo correspondiente al valor singular  $\lambda_k$  es dominante cuando su magnitud es mucho mayor con respecto a la de los demás valores singulares y además el residuo es proporcional al modo de vibración, esto es:

$$[A_k] \propto R_k C \overline{R_k} = \{\varphi_k\}\{\zeta_k\}^T C \{\zeta_k\}\{\varphi_k\}^T = d_k \{\varphi_k\}\{\varphi_k\}^T \quad (2.40)$$

donde  $d_k$  es un escalar;  $\propto$  indica que es proporcional. Sólo algunos modos son dominantes a cierta frecuencia  $f$ , típicamente uno o dos. Estos modos se denotan como  $dom(f)$  y el espectro de potencia de respuesta puede escribirse como:

$$[G_{yy}(f)] = \sum_{k \in dom(f)} \left[ \frac{d_k \{\varphi_k\}\{\varphi_k\}^T}{f - \lambda_k} + \frac{d_k \{\overline{\varphi_k}\}\{\overline{\varphi_k}\}^T}{f - \overline{\lambda_k}} \right] \quad (2.41)$$

donde  $\in$  indica pertenencia. La ec. (2.41) representa la descomposición modal de la matriz espectral de potencia de respuesta y proporciona resultados similares a los que se obtendrían con la ec. (2.29) si la excitación fuera ruido blanco.

El primer paso al emplear el método de DDF es estimar una matriz espectral de potencia de la respuesta. A esa matriz estimada se le denomina  $\left[ \hat{G}_{yy}(f) \right]$  que opera a frecuencias discretas  $f = f_p$  donde  $p$  es una sucesión discreta para cada frecuencia del dominio.  $\left[ \hat{G}_{yy}(f) \right]$  se puede estimar como:

donde  $\left[ Y(f) \right]$  es la respuesta transformada en el dominio de la frecuencia para cada valor de frecuencia  $f$ . Posteriormente, la matriz espectral de potencia de la ec. (2.42) se descompone como:

$$\left[ \hat{G}_{yy}(f) \right] = \left[ U_p \right] \left[ S_p \right] \left[ U_p \right]^T \quad (2.43)$$

La ec. (2.43) efectúa una descomposición por valores singulares, DVS, que opera de forma similar que la ec. (2.41), donde  $\left[ U_p \right] = \left[ \left\{ u_{p1} \right\}, \left\{ u_{p2} \right\}, \dots, \left\{ u_{pn} \right\} \right]$  es la matriz que contiene a los vectores singulares o formas modales  $\left\{ u_{pk} \right\}$ , y  $\left[ S_p \right]$  es la matriz diagonal compuesta de los valores singulares  $s_{pk}$ . Una vez calculados estos valores singulares se grafican con respecto a la frecuencia  $f$  y se observarán los valores máximos correspondientes a las frecuencias de vibración del sistema.

Las formas modales del sistema  $\left\{ u_{pk} \right\}$  correspondientes a cada frecuencia de vibración identificada serán obtenidas mediante la DVS. El diagrama de flujo del DDF se presenta en la Figura 2.3.

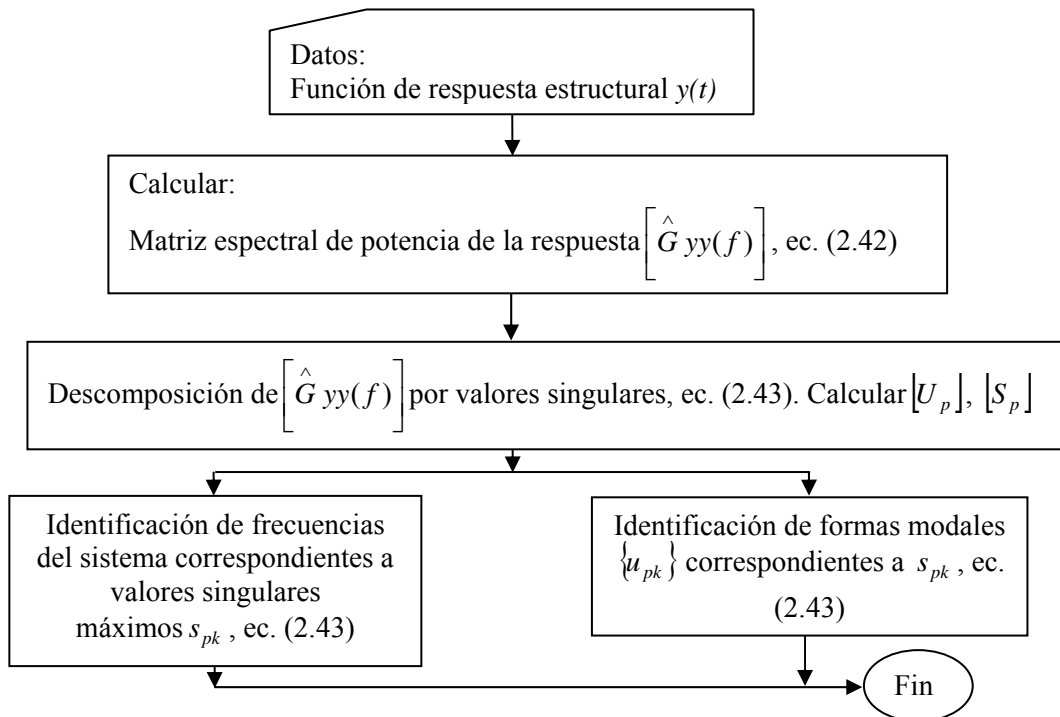


Figura 2.3. Algoritmo del DDF para identificación de parámetros modales.

## 2.3. EJEMPLOS

### 2.3.1. Marco de Biggs

Se analizó el marco plano de la Figura 2.4 estudiado previamente por Biggs (1964) para otros fines. Se consideró que las vigas son infinitamente rígidas con respecto a las columnas y que estas últimas se encuentran empotradas en la base. De acuerdo con los datos de Biggs (1964), la rigidez a flexión de las columnas del entrepiso 1 es de 274,122 kgf/m y la de los entrepisos 2 y 3 es de 396,450 kgf/m. Los pesos de los pisos 1 a 3 son 24,630 kgf, 23,133 kgf y 11,567 kgf, respectivamente.

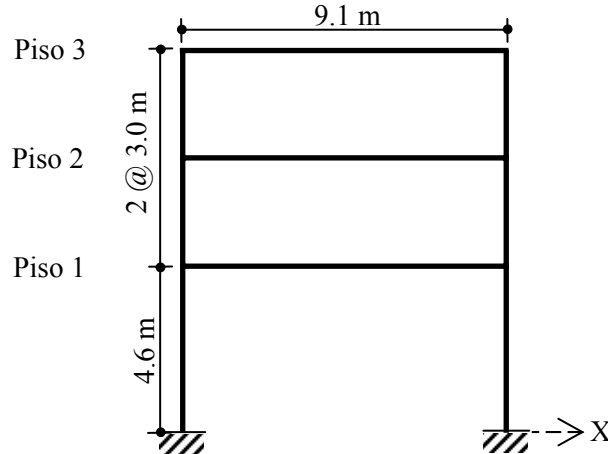


Figura 2.4. Marco de Biggs (Biggs, 1964).

En las Tablas 2.1 y 2.2 se presentan los periodos de vibración del modelo analítico del marco de Biggs y sus formas modales respectivamente.

Tabla 2.1. Periodos de vibración del marco de Biggs.

Modo	T (s)
1	0.74
2	0.26
3	0.17

Tabla 2.2. Formas modales del marco de Biggs.

Piso	Modo		
	1	2	3
3	1.00	1.00	1.00
2	0.89	0.13	-0.83
1	0.60	-0.97	0.38

Para la extracción de los parámetros modales (frecuencias y formas modales de vibración) se requiere la respuesta dinámica de la estructura. Ésta se calculó en forma de aceleraciones, en los pisos 1 a 3, excitándola con una carga senoidal discreta aplicada en la dirección X.

Siguiendo el algoritmo del AEC (Figura 2.2), se obtuvieron los autoespectros de potencia para cada piso del marco de Biggs calculados con la ec. (2.11). En ésta, con línea vertical punteada se señalan las frecuencias correspondientes a los cuatro valores máximos observados. No todos estos valores máximos corresponden a frecuencias de vibración de la estructura puesto que se trata de

un sistema de tres grados de libertad. Para identificar cuáles de estos valores máximos corresponden a frecuencias de vibración de la estructura se deberán observar los valores de ángulos de fase y funciones de transferencia.

En la Figura 2.5 también se puede observar que la amplitud de los autoespectros de potencia para valores máximos disminuye a medida que la estructura responde a frecuencias de modos superiores. La amplitud del autoespectro de potencia de la respuesta del piso 3 es mayor que la de los pisos inferiores excepto para valores de frecuencias entre las de los últimos dos modos superiores. Esto muestra que, a medida que la frecuencia aumentó, los pisos inferiores del marco respondieron a la frecuencia de vibración más que el piso superior.

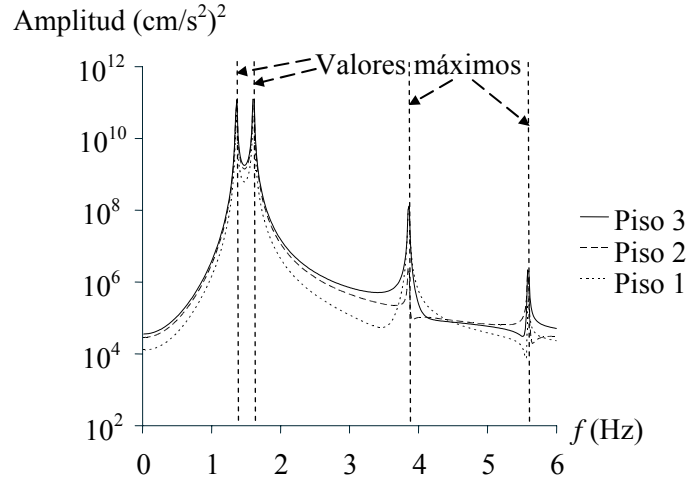


Figura 2.5. Autoespectros de potencia del marco de Biggs.

En la Figura 2.6 se muestran los espectros cruzados de potencia para cada piso del marco de Biggs con respecto al del terreno calculados con la ec. (2.13). Esta figura corrobora las frecuencias identificadas por los autoespectros de potencia de la Figura 2.5.

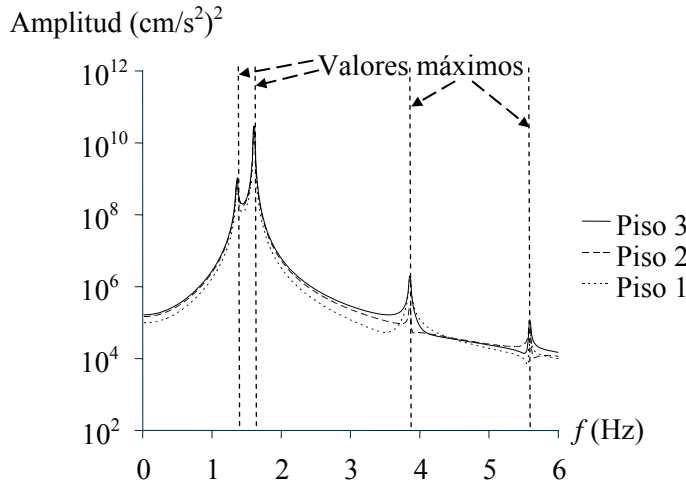


Figura 2.6. Espectros cruzados de potencia del marco de Biggs.

También se verificó que los valores de las funciones de coherencia, ec. (2.27), fueran cercanos a la unidad para las frecuencias de vibración identificadas en los espectros de potencia. El registro de respuesta se dividió en diez ventanas. En la Figura 2.7 se presentan las funciones de

coherencia para cada piso del marco. Se puede observar que sus valores son superiores a 0.95 para cada valor máximo identificado.

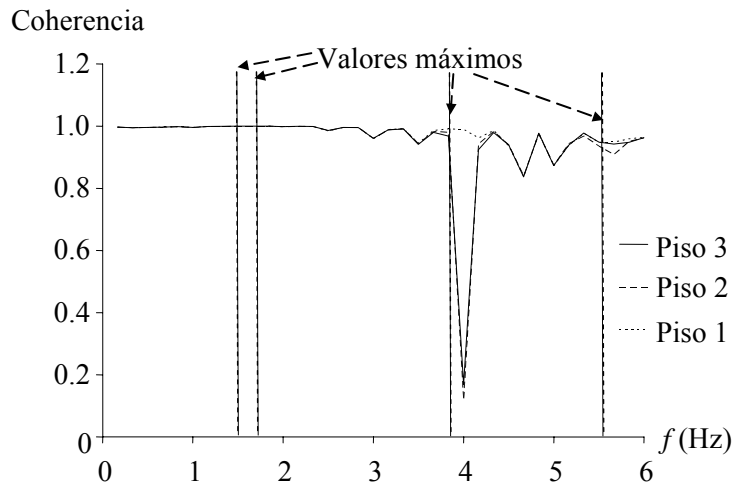


Figura 2.7. Funciones de coherencia del marco de Biggs.

Con la ec. (2.19) se calcularon los ángulos de fase por piso para cada valor máximo identificado. Con base en estos, se identificaron los tres modos de vibración del marco de Biggs. En la Figura 2.8 se presentan estos valores para el piso 3 del marco. En ella se puede observar que la función presenta valores cercanos a  $0^\circ$  o a  $180^\circ$  para cada modo de vibración identificado.

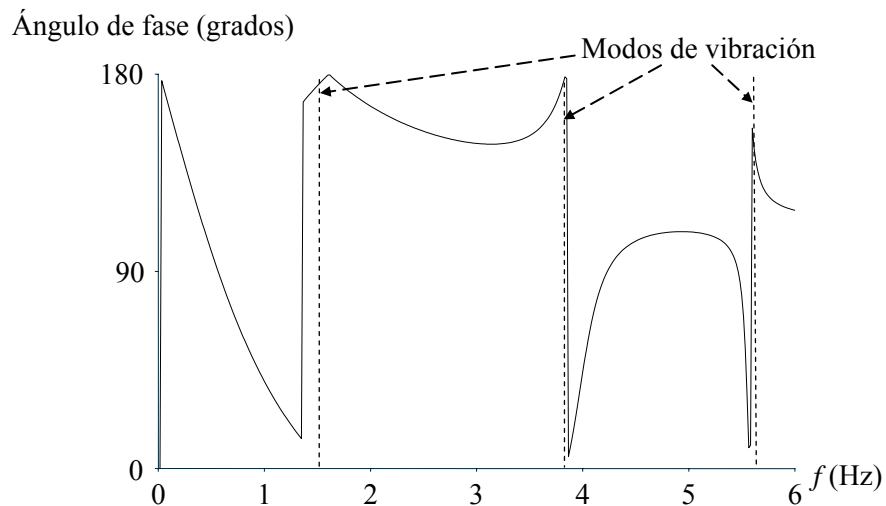


Figura 2.8. Ángulo de fase del espectro cruzado de potencia del piso 3 del marco de Biggs con respecto al del terreno.

En la Tabla 2.3 se presentan los valores de los ángulos de fase por piso correspondientes a cada una de los modos de vibración. Se observa que los valores de los tres pisos del modo 1 son cercanos a  $180^\circ$  indicando que la polaridad de las formas modales es negativa. Esto indica que todos los pisos del marco están fuera de fase lo cual concuerda con una configuración típica de un primer modo de vibración de una estructura de tres pisos.

Para el modo 2, la polaridad de las formas modales de los pisos 2 y 3 es positiva (valores cercanos a  $0^\circ$ ) y la del piso 1 es negativa (valor cercano a  $180^\circ$ ) esto corrobora que se trata de un

segundo modo de vibración. Las polaridades del modo 3 también concuerdan con la configuración de un tercer modo de vibración ya que para todos los pisos es positiva a excepción de la del piso intermedio.

Tabla 2.3. Valores del ángulo de fase de frecuencias de vibración identificadas del marco.

Piso	Modo		
	1	2	3
3	167.3	5.6	9.5
2	167.3	16.9	148.4
1	167.3	177.0	45.3

En la Figura 2.9 se presenta la función de transferencia del piso 3 del marco con respecto al del terreno. En ella se pueden observar tres valores máximos cuya ubicación en el dominio de frecuencia corrobora los modos de vibración identificados del marco de Biggs.

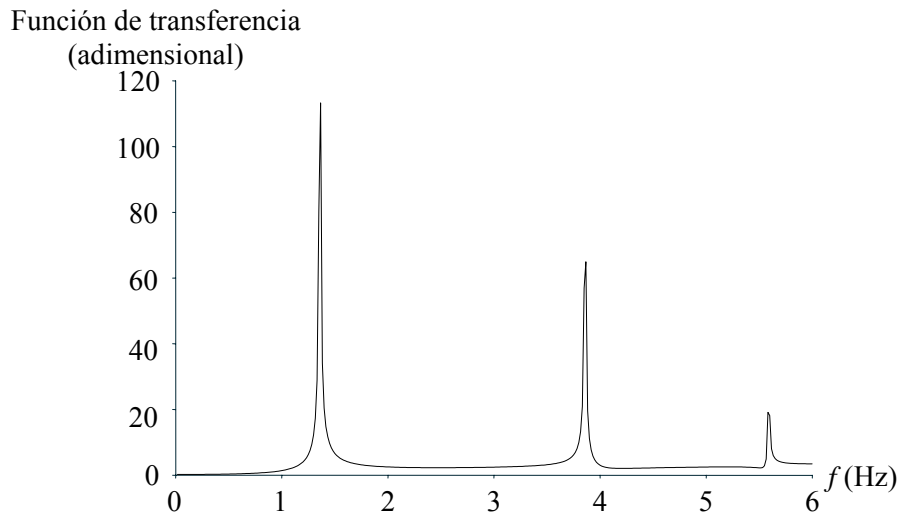


Figura 2.9. Función de transferencia del piso 3 del marco de Biggs con respecto al del terreno.

Los valores de las funciones de transferencia para los tres modos identificados se presentan en la Tabla 2.4. Se puede observar que los valores de la función de transferencia del modo 1 van disminuyendo para pisos inferiores de la estructura, lo cual coincide con la configuración típica del modo dominante.

Tabla 2.4. Valores de la función de transferencia de frecuencias de vibración identificadas del marco de Biggs.

Piso	Modo		
	1	2	3
3	113.3	64.9	19.1
2	101.2	7.5	29.1
1	67.7	65.0	4.5

Los periodos de vibración identificados del marco de Biggs se presentan en la Tabla 2.5 al igual que los valores del error relativo con respecto a los calculados. Se puede observar que los valores del error relativo absoluto disminuyen para modos superiores y que fueron menores que 4%.



Tabla 2.5. Periodos de vibración del marco de Biggs identificados con el AEC.

Modo	f (Hz)	T(s)	e (%)
1	1.37	0.73	-3.1
2	3.87	0.25	-1.1
3	5.57	0.17	0.1

Para obtener las formas modales se utilizaron los valores de la función de transferencia (Tabla 2.4) asignándoles la polaridad correspondiente y normalizándolos con respecto al valor del piso superior. Estas formas modales se muestran en la Tabla 2.6 donde se puede observar que los tres modos presentan la misma polaridad (signo) que la de los modos del modelo analítico (Tabla 2.2).

Tabla 2.6. Formas modales normalizadas del marco identificadas con el AEC.

Piso	Modo		
	1	2	3
3	1.00	1.00	1.00
2	0.89	0.12	-1.52
1	0.60	-1.00	0.23

Para evaluar la eficiencia del AEC en la identificación de formas modales, se calcularon los valores del error relativo entre las normas de cada forma modal de la Tabla 2.6 con respecto a los calculados. La norma se calculó como:

$$|\phi_k| = \sqrt{\sum (\phi_{ki})^2} \quad (2.44)$$

donde  $\phi_k$  es la forma modal correspondiente al modo  $k$ ;  $i$  es la  $i$ -ésima señal de cada piso.

Los resultados del error relativo se presentan en la Tabla 2.7. Se puede observar que éstos aumentaron para modos superiores.

Tabla 2.7. Valores del error relativo de las formas modales identificadas con el AEC (%).

Modo	1	2	3
$e$	0.0	1.7	35.5

El algoritmo del DDF (Figura 2.3) también se aplicó al marco de Biggs (Figura 2.4). De acuerdo con él, se estimó la matriz espectral de potencia de la respuesta para cada frecuencia  $f_p$  del dominio, ec. (2.42). Para esta estructura, el valor máximo correspondiente a la frecuencia de vibración del modo 1 se encuentra en el valor 81 de la sucesión discreta  $p$ ,  $f_{81}=1.35\text{Hz}$ . Para ilustrar el cálculo se presenta la matriz espectral de potencia para el modo 1:

$$\left[ \hat{G}_{yy}(f_{81}) \right] = \begin{bmatrix} 2.6 \times 10^{10} & 2.4 \times 10^{10} - 1.8 \times 10^6 \text{im} & 1.6 \times 10^{10} - 4.6 \times 10^6 \text{im} & 3.8 \times 10^4 + 1.4 \times 10^2 \text{im} \\ 2.4 \times 10^{10} + 1.8 \times 10^6 \text{im} & 2.1 \times 10^{10} & 1.4 \times 10^{10} - 3.0 \times 10^6 \text{im} & 3.4 \times 10^4 + 1.3 \times 10^2 \text{im} \\ 1.6 \times 10^{10} + 4.6 \times 10^6 \text{im} & 1.4 \times 10^{10} + 3.0 \times 10^6 \text{im} & 9.6 \times 10^9 & 2.3 \times 10^4 + 9.4 \times 10 \text{im} \\ 3.8 \times 10^4 - 1.4 \times 10^2 \text{im} & 3.4 \times 10^4 - 1.3 \times 10^2 \text{im} & 2.3 \times 10^4 - 9.4 \times 10 \text{im} & 0.0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Esta matriz se compone de cuatro columnas y cada una contiene los valores espectrales de la señal de un piso. La columna 1 contiene los valores espectrales del piso superior hasta llegar a la columna 4 que tiene los valores a nivel del terreno. Cada renglón corresponde al número de piso de la estructura donde el renglón superior es del piso superior hasta llegar al renglón inferior correspondiente al nivel del terreno. En la matriz anterior se puede observar que los términos de la diagonal son números reales y corresponden a los valores autoespectrales. Los demás valores son números complejos y corresponden a valores de espectros cruzados.

Aplicando la descomposición por valores singulares a la matriz anterior, con la ec. (2.43), se tiene que la matriz  $[S_p]$  es:

$$[S_{81}] = \begin{bmatrix} 5.8 \times 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.9 \times 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \times 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.0 \times 10^{-17} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

En la matriz anterior se puede observar que el primer valor singular en la diagonal es el único mayor que la unidad, los otros tres son prácticamente cero. La gran diferencia de magnitudes del primer valor singular con respecto a los otros tres corrobora que el primer valor es el dominante.

Por otro lado, la matriz de vectores singulares,  $[U_p]$ , correspondientes a la frecuencia del modo 1 de la estructura es:

$$[U_{81}] = \begin{bmatrix} -0.68 & 0.70 & -0.18 & 0 \\ -0.60 & -0.68 & -0.39 & 0 \\ -0.40 & -0.15 & 0.89 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

A cada valor singular de la ec. (2.46) le corresponde un vector singular de la ec. (2.47). De esta forma, al valor singular dominante ( $5.8 \times 10^{10}$ ) le corresponde el primer vector singular de la matriz anterior. Como este vector está asociado al valor singular dominante entonces se trata una forma modal del sistema.

Con el objetivo de identificar los valores de las frecuencias de vibración del marco de Biggs correspondientes a los valores singulares máximos, en la Figura 2.10 se graficó la variación de los cuatro valores singulares  $[S_p]$ , ec. (2.46), de la matriz de densidad espectral de respuesta con respecto a los valores de frecuencia.

La gráfica con línea gruesa de la Figura 2.10 corresponde a valores singulares mayores que la unidad y la inferior, que en realidad son tres gráficas superpuestas, corresponden a los otros tres valores singulares menores que la unidad. Así, para el modo 1 de la estructura ( $f_{81}=1.35\text{Hz}$ ) el primer valor singular de  $[S_{81}]$ , ec. (2.46), se encuentra ubicado en la gráfica superior. Los otros tres valores singulares que son prácticamente cero, ec. (2.46), están ubicados en las tres gráficas inferiores.

En la Figura 2.10 se pueden identificar cuatro valores máximos que corresponden a las frecuencias de vibración del sistema o a frecuencia de excitación (líneas verticales punteadas).

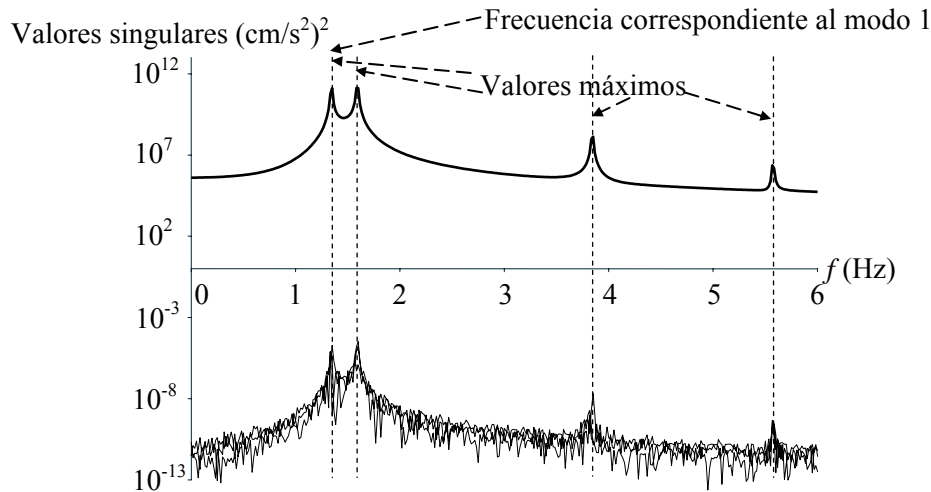


Figura 2.10. Variación de los valores singulares de la matriz de densidad de respuesta del marco de Biggs con respecto a los valores de frecuencia.

Cabe aclarar que, al igual que en la Figura 2.5 (AEC), el segundo valor máximo en la Figura 2.10 corresponde a la frecuencia de excitación de la carga armónica y no a alguna frecuencia de vibración del sistema. También se puede observar que los valores singulares máximos van disminuyendo para modos superiores. Esta disminución de valores sucede en la Figura 2.5 de forma similar.

En la Tabla 2.8 se presentan los periodos de vibración del sistema identificados con el DDF y los valores del error relativo de éstos con respecto a los calculados (Tabla 2.1). Se puede observar que el valor máximo del error relativo no excede en valor absoluto el 2% y que el DDF subvaluó valores de periodos de vibración para los modos 1 y 2 al igual que el AEC.

Tabla 2.8. Periodos de vibración del marco de Biggs identificados con el DDF.

Modo	f (Hz)	T(s)	e (%)
1	1.35	0.74	-1.9
2	3.85	0.25	-0.7
3	5.57	0.17	0.1

La Tabla 2.9 muestra las formas modales normalizadas, correspondientes a cada frecuencia de vibración identificada. Por ejemplo, la forma modal 1 proviene del primer vector singular de la matriz  $[U_{81}]$ , normalizado con respecto al valor modal del piso 3.

Tabla 2.9. Formas modales del marco de Biggs identificadas con el DDF.

Piso	Modo		
	1	2	3
3	1.00	1.00	1.00
2	0.89	0.15	-1.59
1	0.60	-0.93	0.13

En la Tabla 2.9 se puede apreciar que la polaridad (signo) de las formas modales es la misma que las calculadas del modelo (Tabla 2.2).

La Tabla 2.10 presenta los valores del error relativo entre las normas de las formas modales. Se puede observar que al igual que con el AEC los errores en valor absoluto aumentaron para los modos superiores.

Tabla 2.10. Valores del error relativo de las formas modales identificadas con el DDF (%).

Modo	1	2	3
<i>e</i>	0.0	-1.4	39.3

En las Tablas 2.5 y 2.8, se puede observar, que ambas técnicas presentan valores de frecuencias de vibración del sistema prácticamente válidos con errores menores que el 4% en valor absoluto. Con respecto a la identificación de formas modales ambas técnicas lo hacen de forma similar (Tablas 2.7 y 2.10).

### 2.3.2. Marco de Biggs sujeto al registro SCT-EO

Se estudió el marco de Biggs (Figura 2.4) sujeto al registro sísmico SCT componente EO del 19 de septiembre de 1985. El registro se aplicó a la estructura en la dirección X. En la Figura 2.11 se muestra el autoespectro de potencia del piso tres del marco de Biggs calculado con el AEC. Se pueden apreciar cuatro valores máximos. El primero tiene una amplitud menor que la del segundo valor máximo y está localizado a su izquierda.

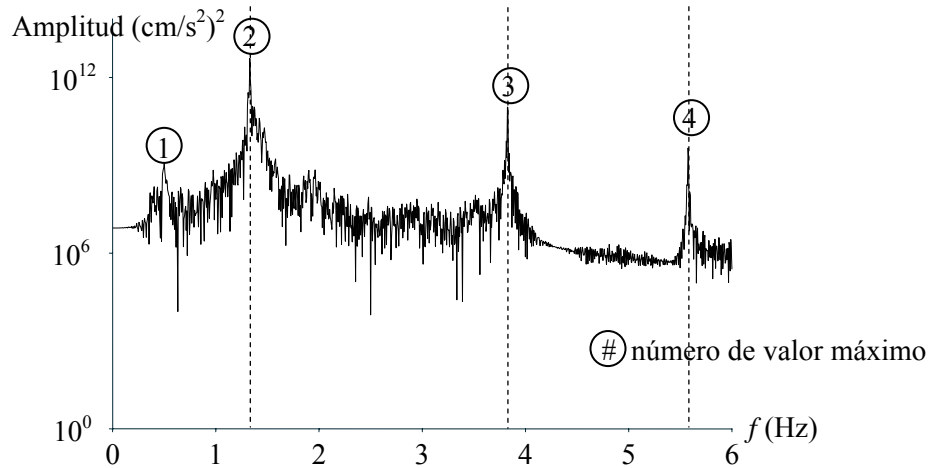


Figura 2.11. Autoespectro de potencia del piso tres del marco de Biggs. Registro sísmico SCT-EO.

Lo anterior indica que este valor se debe a la frecuencia dominante del suelo (0.49Hz o a un periodo de 2.04 s) y no corresponde a alguna frecuencia del marco. Los valores máximos 2 al 4 corresponden a las tres frecuencias del sistema identificadas en el ejemplo anterior.

El espectro cruzado de potencia del piso tres del marco presenta un comportamiento similar al del autoespectro de la Figura 2.11. Con el objetivo de corroborar las frecuencias de vibración identificadas del marco, se verificó que los valores de las funciones de coherencia fueran cercanos a la unidad para los tres pisos. Estos valores fueron superiores a 0.85, que desde el punto de vista ingenieril se consideran adecuados. La Tabla 2.11 muestra los periodos de vibración identificados con el AEC. Se observa que los valores de los errores disminuyeron para modos superiores y que no exceden en valor absoluto del 0.2 %.

Tabla 2.11. Periodos de vibración del marco de Biggs identificados con el AEC. Registro sísmico SCT-EO.

Modo	f (Hz)	T(s)	e (%)
1	1.35	0.74	-0.2
2	3.85	0.25	-0.1
3	5.58	0.17	-0.1

Las formas modales identificadas con el AEC se presentan en la Tabla 2.12. Se puede observar que las polaridades de estas formas corresponden con las típicas de una estructura de tres pisos.

Tabla 2.12. Formas modales del marco de Biggs identificadas con el AEC. Registro sísmico SCT-EO.

Piso	Modo		
	1	2	3
3	1.00	1.00	1.00
2	0.89	0.12	-0.80
1	0.60	-0.99	0.38

En la Figura 2.12 se muestra la variación de los valores singulares de la matriz de densidad de respuesta del marco aplicando el DDF.

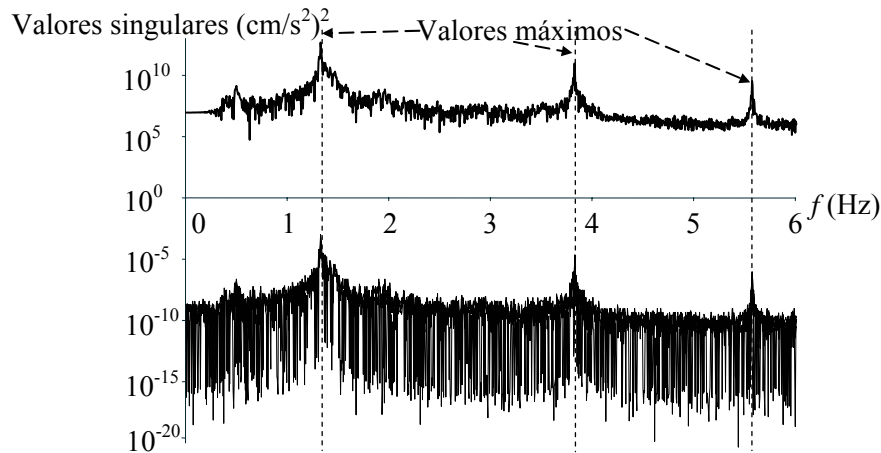


Figura 2.12. Variación de los valores singulares de la matriz de densidad espectral de respuesta del marco de Biggs con respecto a los valores de frecuencia. Registro sísmico SCT-EO.

Se puede observar en la Figura 2.12 que a medida que el valor de la frecuencia aumenta los valores singulares máximos correspondientes a los tres modos identificados disminuyen. El DDF identificó los mismos valores de periodos de vibración que el AEC (Tabla 2.11).

### 2.3.3. Edificio tridimensional de tres pisos

El AEC y el DDF se aplicaron para identificar los parámetros modales de un modelo tridimensional de un edificio de tres pisos (Figura 2.13). Este modelo fue presentado originalmente por Button et al., (1981). El centro de masas, CM, por piso no coincide con el de rigideces, CR. Lo anterior ocasiona modos torsionantes y además, se presentan modos acoplados. El edificio se modeló considerando pisos infinitamente rígidos en su plano.

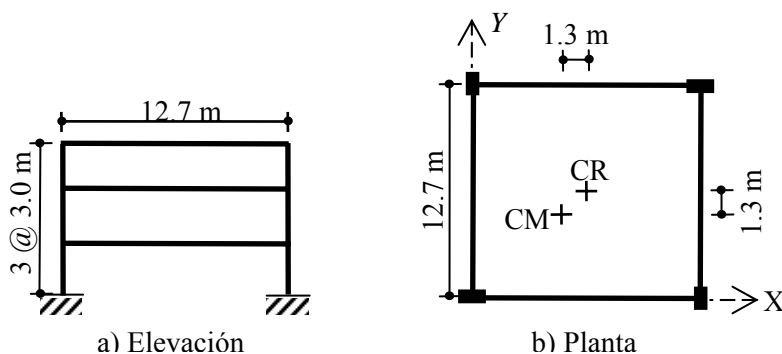


Figura 2.13. Edificio tridimensional de tres pisos (Button et al., 1981).

En la Tabla 2.13 se presentan las propiedades de los elementos estructurales (Button et al., 1981). Las masas traslacionales y rotacionales de entrepisos son 227.3 kg y 590.9 kg respectivamente.

Tabla 2.13. Propiedades de los elementos estructurales del edificio tridimensional de tres pisos.

Elemento	$A$ (cm <sup>2</sup> )	$J_{11}$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{22}$ (cm <sup>4</sup> )	$I_{33}$ (cm <sup>4</sup> )	$E$ (MPa)	$G$ (MPa)
Vigas	1,393.5	166,492.6	104,057.9	241,414.2	2,419.1	691.6
Columnas	165.2	166.5	14,568.1	40,249.6	20,043.8	7,602.7

Las características dinámicas del modelo analítico se presentan en las Tablas 2.14 y 2.15.

Tabla 2.14. Periodos de vibración (s) del edificio tridimensional de tres pisos.

Modo	T (dirección)
1	1.09 (Y)
2	0.90 (X)
3	0.32 (Y)
4	0.24 (X)
5	0.19 (Y)
6	0.14 (tor)
7	0.14 (X)
8	0.07 (tor)
9	0.06 (tor)

“tor” se refiere a modo de torsión

Tabla 2.15. Formas modales del edificio tridimensional de tres pisos.

Piso	Modo (dirección)								
	1 (Y)	2 (X)	3 (Y)	4 (X)	5 (Y)	6 (tor)	7 (X)	8 (tor)	9 (tor)
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
2	0.71	0.64	-1.04	-0.97	-2.64	0.67	-2.50	-1.05	-2.76
1	0.29	0.23	-1.24	-1.02	3.06	0.25	3.25	-1.14	3.33

“tor” se refiere a modo de torsión

La respuesta de la estructura se calculó excitando el modelo matemático con carga armónica aplicada en las direcciones X e Y. En la Figura 2.14 se muestran los autoespectros de potencia, obtenidos con el AEC, para cada piso del edificio utilizando la respuesta de aceleración de la estructura en la dirección Y medidos en las esquinas de la planta. Los resultados de aceleraciones en la dirección X son iguales a los de la dirección Y. En esta figura se señalan nueve valores

máximos que corresponden a los nueve modos de vibración del edificio. También se indica la dirección a la que corresponde cada modo (X, Y, tor).

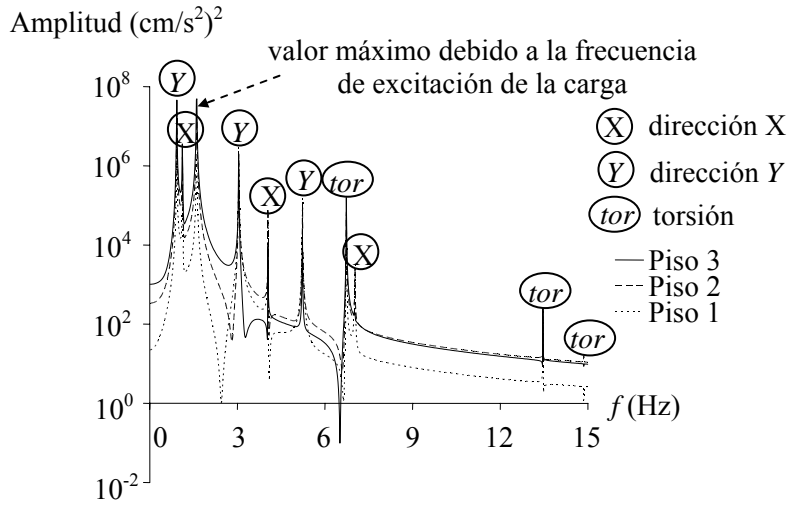


Figura 2.14. Autoespectros de potencia en la dirección Y del edificio de tres pisos.

Con el objetivo de corroborar las frecuencias identificadas correspondientes a cada valor máximo, se verificó que los valores de las funciones de coherencia fueran cercanos a la unidad. Los periodos de vibración identificados con el AEC y sus valores del error relativo se muestran en la Tabla 2.16. Se puede observar que los valores del error relativo disminuyen para modos superiores y que no excede el 3%.

Tabla 2.16. Periodos de vibración del edificio tridimensional de tres pisos identificados con el AEC.

Modo	f (Hz)	T (s)	e (%)
1	0.93	1.07	-2.3
2	1.12	0.89	-1.0
3	3.05	0.32	-0.4
4	4.05	0.24	-0.4
5	5.23	0.19	-0.4
6	6.73	0.14	-0.2
7	7.03	0.14	-0.4
8	13.47	0.07	-0.1
9	14.87	0.06	-0.1

Las formas modales identificadas del edificio se muestran en la Tabla 2.17.

Tabla 2.17. Formas modales del edificio tridimensional de tres pisos identificadas con el AEC.

Piso	Modo								
	1 (Y)	2 (X)	3 (Y)	4 (X)	5 (Y)	6 (tor)	7 (X)	8 (tor)	9 (tor)
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
2	0.71	0.68	-1.00	-3.00	-2.66	0.66	-3.85	-0.74	-1.36
1	0.29	0.26	-1.21	-2.83	3.05	0.25	4.35	-0.90	0.37

En la Figura 2.15 se muestra la variación de los valores singulares mayores que la unidad de la matriz de densidad espectral de respuesta del edificio de tres pisos en las esquinas de la planta en la dirección Y aplicando el DDF. Esta figura muestra nueve valores máximos correspondientes a

las frecuencias de vibración del edificio y es muy similar a la gráfica del piso 3 en la Figura 2.14. Esto muestra que ambas técnicas identifican todos los modos del edificio.

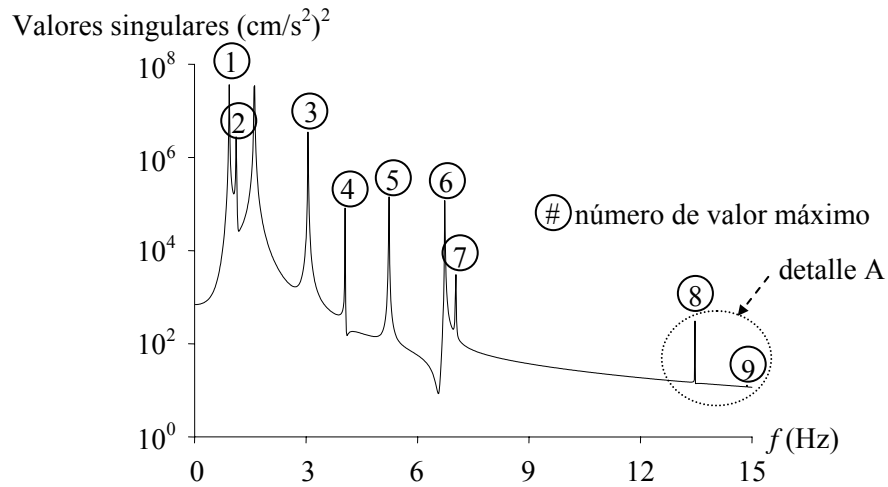


Figura 2.15. Variación de los valores singulares de la matriz de densidad espectral de respuesta en la dirección Y del edificio tridimensional de tres pisos con respecto a los valores de frecuencia.

En la Figura 2.16 se presenta el detalle A de la Figura 2.15. En ella es posible apreciar el valor máximo en 14.87 Hz correspondiente al modo 9 del edificio tridimensional de tres pisos.

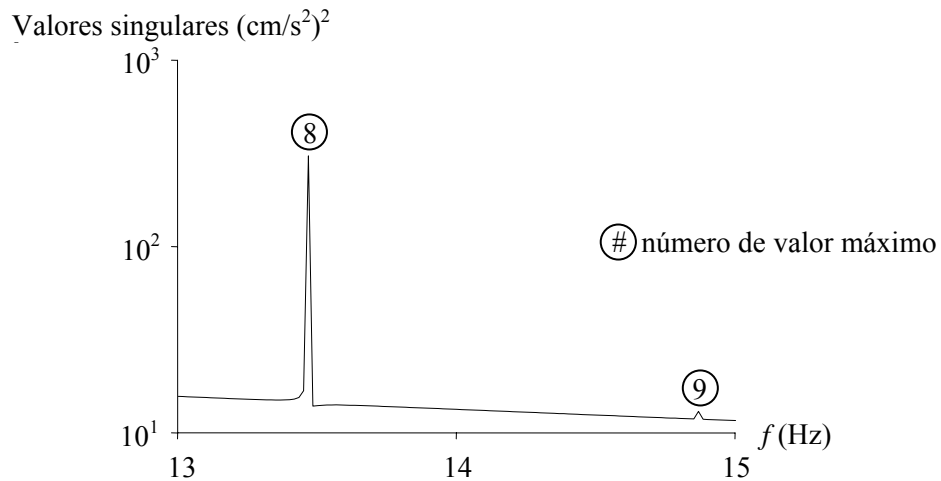


Figura 2.16. Ampliación del detalle A de la Figura 2.15.

En la Figura 2.16 se puede observar la existencia del modo 9 indicando que el DDF identificó los nueve modos de vibración de la estructura tridimensional de tres pisos al igual que el AEC.

En la Tabla 2.18 se presentan los periodos de vibración identificados con el DDF así como los valores del error relativo calculados. Se puede observar que el DDF identificó, prácticamente sin error, las frecuencias de vibración correspondientes a los dos últimos modos de la estructura. En general, se aprecia que para modos superiores el valor del error fue decreciendo y no excedió en valor absoluto 1%.



Tabla 2.18. Periodos de vibración del edificio tridimensional de tres pisos identificados con el DDF.

Modo	f (Hz)	T(s)	e (%)
1	0.92	1.09	-0.5
2	1.10	0.90	0.6
3	3.03	0.32	0.1
4	4.03	0.24	0.1
5	5.22	0.19	-0.1
6	6.72	0.14	0.1
7	7.02	0.14	-0.1
8	13.45	0.07	0.0
9	14.85	0.06	0.0

Las formas modales de la estructura identificadas con el DDF se muestran en la Tabla 2.19. Se puede observar que las polaridades son las mismas que las calculadas del modelo analítico (Tabla 2.15).

Tabla 2.19. Formas modales del edificio tridimensional de tres pisos identificadas con el DDF.

Piso	Modo								
	1 (Y)	2 (X)	3 (Y)	4 (X)	5 (Y)	6 (tor)	7 (X)	8 (tor)	9 (tor)
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
2	0.71	0.68	-0.87	-2.99	-2.53	0.63	-2.43	-1.54	-1.05
1	0.29	0.26	-1.09	-2.83	3.04	0.22	3.43	-0.89	0.52

### 2.3.4. Edificio de quince pisos

En la Figura 2.17 se representa un marco plano de un edificio de concreto reforzado de 15 pisos con alturas de entrepiso de 3.5 m.

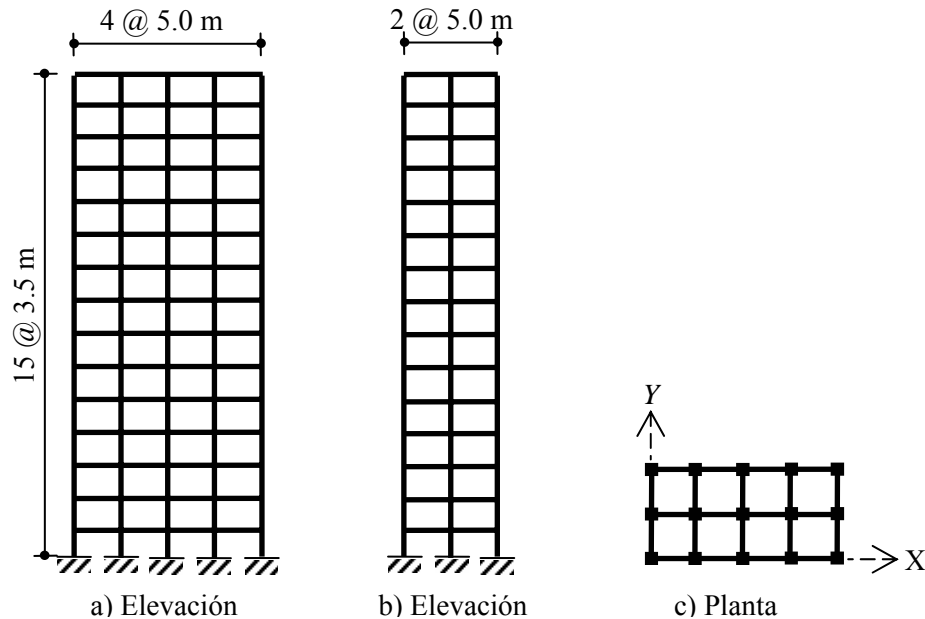


Figura 2.17. Edificio de 15 pisos.

Los pisos se modelaron como diafragmas infinitamente rígidos en su plano. Las secciones transversales de las vigas son de 0.3 x 0.6 m y las de las columnas de 0.8 x 0.8 m. Las masas de 300 kg/m<sup>2</sup> fueron aplicadas en cada piso de la estructura.

Los periodos de vibración calculados del modelo analítico y correspondientes únicamente a la dirección Y se presentan en la Tabla 2.20.

Tabla 2.20. Periodos de vibración calculados del edificio de 15 pisos.

Modo	T (s)
1	0.98
2	0.33
3	0.20
4	0.14
5	0.11
6	0.09
7	0.08
8, 9	0.07
10, 11	0.06
12 al 15	0.05

En la Figura 2.18 se muestran las primeras cuatro formas modales en la dirección Y calculadas del modelo analítico y normalizados con respecto al piso superior.

La estructura se excitó con los registros sísmicos SCT-EO y SCT-NS en las direcciones X, Y, respectivamente, y se determinó su respuesta dinámica en la dirección Y.

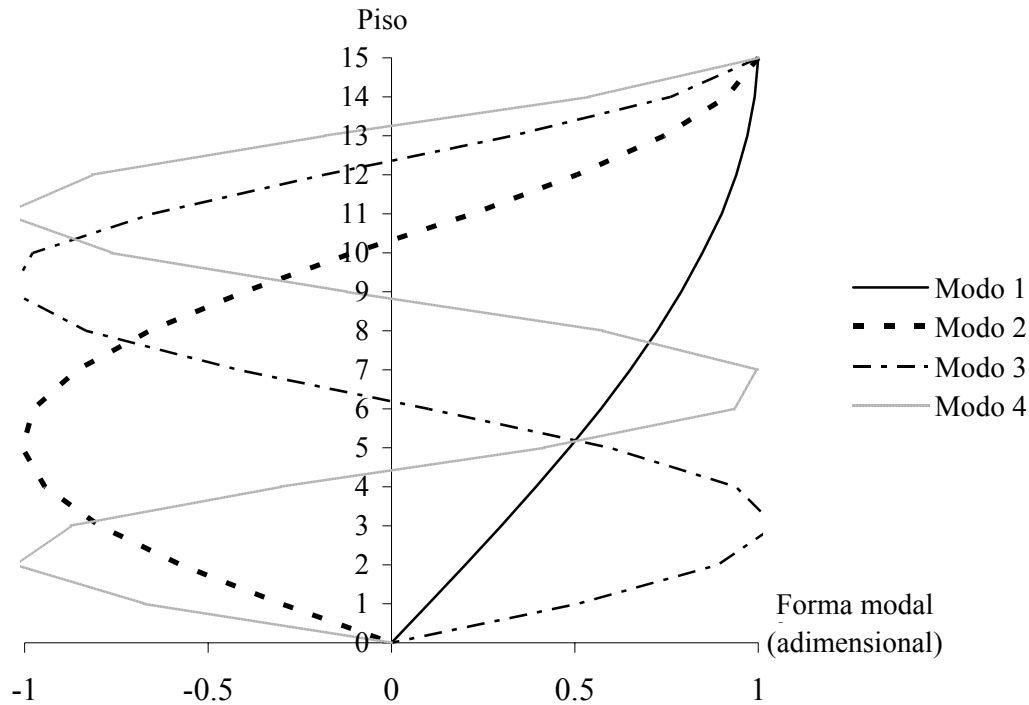


Figura 2.18. Primeras cuatro formas modales del edificio de 15 pisos del modelo analítico.

En la Figura 2.19 se muestran los 15 espectros cruzados de potencia calculados con el AEC y la Figura 2.20 la variación de los valores singulares dominantes de la matriz de densidad espectral de respuesta calculados con el DDF.

En la Figura 2.20 se puede observar que el valor máximo falso tiene una magnitud menor que las del resto de los valores máximos en la misma figura, mientras que en la Figura 2.19 tiene una magnitud mayor que las de otros valores máximos en la misma. Lo anterior indica que el DDF presentó una ventaja sobre el AEC ya que fue posible detectar valores máximos falsos con base en su magnitud.

Los valores de los periodos de vibración del edificio identificados con el AEC fueron iguales a los del DDF y a los calculados del modelo analítico (Tabla 2.20). Las formas modales se identificaron con ambas técnicas y se obtuvieron valores del error relativo de sus normas con respecto a las calculadas del modelo y los resultados fueron prácticamente iguales entre sí.

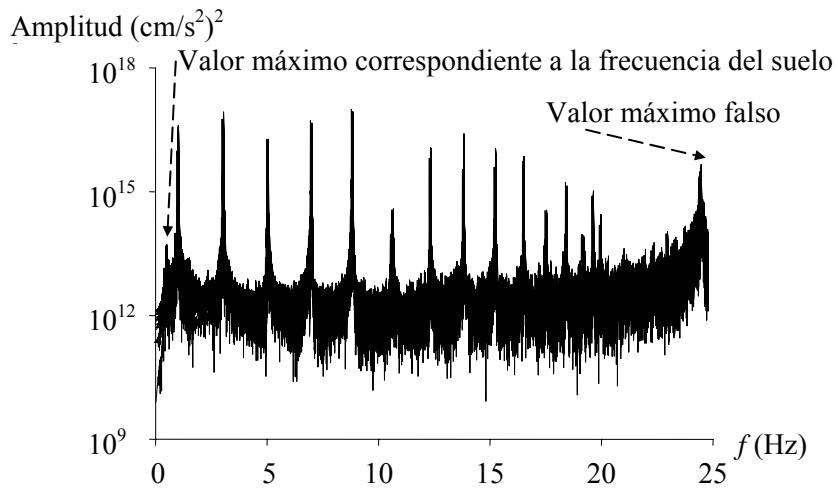


Figura 2.19. Espectros cruzados de potencia del edificio de 15 pisos.

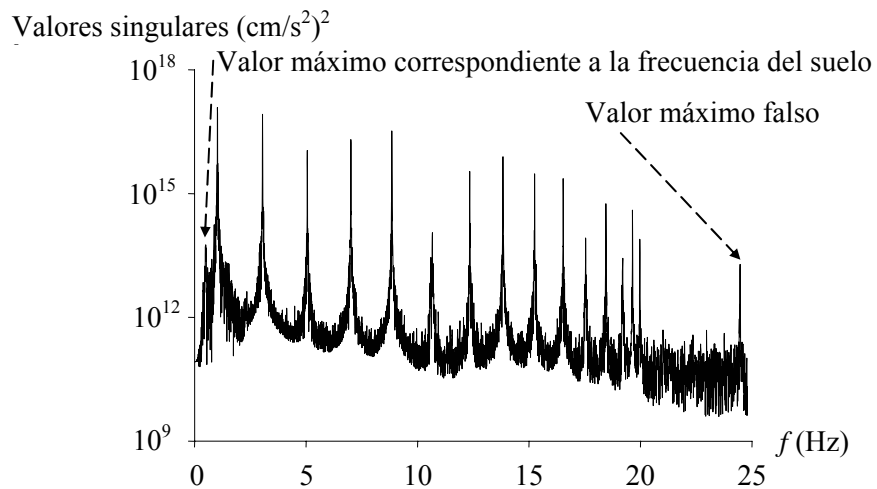


Figura 2.20. Variación de los valores singulares dominantes de la matriz de densidad espectral de respuesta del edificio de 15 pisos con respecto a los valores de frecuencia.

### 2.3.5. Edificio de cuatro pisos con mediciones experimentales

Se presenta la aplicación de los métodos de procesamiento de señales AEC y DDF utilizando mediciones experimentales. Las mediciones corresponden al modelo de acero de la Figura 2.21 (Black y Ventura, 1998).

Este modelo ha sido utilizado por el comité de Seguimiento de la Salud Estructural de la ASCE (Johnson et al., 2000) para comparar la aplicación de diferentes métodos de detección de daño. El modelo estudiado tiene cuatro entrepisos de 0.9 m de altura cada uno y dos crujiás por marco en cada dirección ortogonal. Tiene 3.6 m de altura total, 2.5 m de ancho y de largo.



Figura 2.21. Edificio de cuatro pisos (foto cortesía de C. Ventura).

El módulo de elasticidad de la estructura es de 300 MPa. La Tabla 2.21 presenta otras las propiedades de los elementos estructurales.

Tabla 2.21. Propiedades de los elementos estructurales del edificio de cuatro pisos (Johnson et al., 2000).

Propiedad	Columnas	Trabes	Diagonales
Sección	IR100x9	IR75x11	L25x3
$A$ (cm <sup>2</sup> )	13.3	14.3	1.41
$I_{xx}$ (cm <sup>4</sup> )	197	122	0
$I_{yy}$ (cm <sup>4</sup> )	66.4	24.9	0
$J$ (cm <sup>4</sup> )	0.801	3.82	0
Masa por unidad de longitud (kg/m)	8.89	11.0	1.11

En este ejemplo se utilizaron las mediciones correspondientes a la denominada Fase II (Ventura et al., 2003) de los estudios de esta estructura. La Fase II consiste en una serie de pruebas experimentales de la respuesta estructural. Los registros fueron obtenidos del sitio de internet: [http://wusceel.cive.wustl.edu/asce.shm/experim\\_phase\\_2.htm](http://wusceel.cive.wustl.edu/asce.shm/experim_phase_2.htm).

La estructura fue excitada (Dyke et al., 2003) con un actuador, con un martillo y con vibración ambiental.

En cada prueba se analizaron nueve diferentes casos de daño que consistieron en eliminar diferentes diagonales de contraventeo. En la presente investigación se estudiaron los casos de daño (Giraldo et al., 2003) mostrados en la Figura 2.22, que son:

- 1) Estado no dañado (Figura 2.22a).
- 2) Daño A. Eliminando las diagonales del marco Este (dirección NS) (Figura 2.22b).
- 3) Daño B. Eliminando las diagonales del segundo entrepiso del marco Norte (dirección EO) (Figura 2.22c).

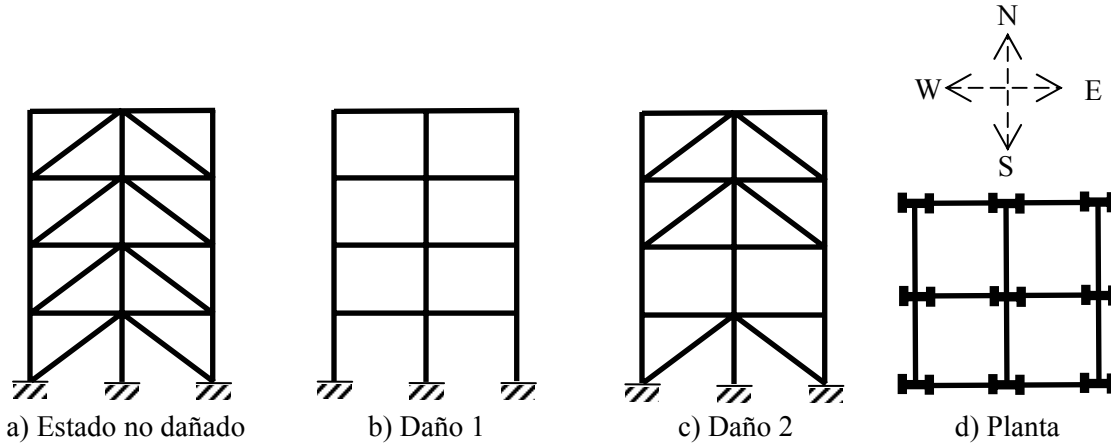


Figura 2.22. Casos de daño del edificio de cuatro pisos.

Se aplicó el AEC y el DDF a la estructura dañada y se obtuvieron las mismas frecuencias y formas modales muy similares. La Tabla 2.22 presenta las frecuencias de vibración identificadas y se comparan con las obtenidas por Ching y Beck (2003). Se puede observar que los valores de frecuencias de vibración identificadas por el AEC y el DDF son similares a los identificados por Ching y Beck.

Tabla 2.22. Frecuencias de vibración (Hz) del edificio de cuatro pisos identificadas con el AEC y DDF comparadas con las obtenidas por Ching y Beck (2003).

Modo	Daño A				Daño B	
	Vibración ambiental		Excitación con martillo		Vibración ambiental	
	Ching y Beck	AEC y DDF	Ching y Beck	AEC y DDF	Ching y Beck	AEC y DDF
1 (EO)	7.73	7.75	7.68	7.69	5.97	5.94
2 (NS)	5.19	5.19	5.12	5.14	7.77	7.76
3 (tor)	12.74	12.72	12.69	12.72	13.20	13.22
4 (EO)	20.12	20.09	19.99	20.04	19.89	19.9
5 (NS)	15.02	15.02	14.92	14.96	21	21.01
6 (EO)	---	25.51	---	25.59	---	24.1

La Tabla 2.23 presenta los valores del error relativo de las frecuencias de vibración identificadas con el AEC y DDF con respecto a las de Ching y Beck. En todos los casos se tienen valores menores que el 1%.

La Tabla 2.24 presenta las formas modales identificadas del modelo a escala utilizando excitación con martillo para el caso de daño A. También se presenta la forma modal 3 identificada en un estudio previo por Hera y Hou (2004).

Tabla 2.23. Valores del error relativo (%) de las frecuencias de vibración del edificio de cuatro pisos identificadas con el AEC y DDF con respecto a las de Ching y Beck (2003).

Modo	Excitación con martillo	Vibración ambiental	
	Daño A	Daño A	Daño B
1 (EO)	0.13	0.26	-0.50
2 (NS)	0.39	0.00	-0.13
3 (tor)	0.24	-0.16	0.15
4 (EO)	0.25	-0.15	0.05
5 (NS)	0.27	0.00	0.05

En la Tabla 2.24 se puede observar que, los resultados del AEC y los del DDF son similares entre sí. La forma modal 3 identificada con el AEC y DDF es diferente a la identificada por Hera y Hou para el piso 2 de la estructura con un error relativo igual que 0.01%. Lo anterior indica que tanto el AEC como el DDF identificaron las formas modales de la estructura de manera adecuada utilizando datos de mediciones experimentales.

Tabla 2.24. Formas modales del edificio de cuatro pisos identificadas con el AEC y DDF. Excitación con martillo. Daño A.

Piso	Modo								
	1 (EO)		2 (NS)	3 (tor)		4 (EO)		5 (NS)	6 (EO)
	AEC	DDF	AEC y DDF	Hera y Hou, 2004	AEC y DDF	AEC	DDF	AEC y DDF	AEC y DDF
4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
3	0.65	0.65	0.85	0.92	0.92	0.11	0.07	0.32	-1.97
2	0.44	0.39	0.63	0.72	0.73	-0.94	-0.94	-0.36	-0.33
1	1.17	1.13	0.34	0.40	0.40	-0.93	-0.92	-0.52	3.85

#### 2.4. PARÁMETROS MODALES EN LA DETECCIÓN DE DAÑO

A partir de los resultados anteriores, se puede observar que es posible identificar los parámetros modales de estructuras utilizando el AEC y el DDF.

Por otro lado, algunos métodos de detección de daño identifican daño estructural comparando los parámetros modales de la estructura con y sin daño. Sin embargo, y principalmente para edificios en la ciudad de México, estos parámetros modales (base) sin daño no existen debido a que la estructura no se instrumentó antes del origen del daño.

En el presente trabajo se propone el método denominado de rigideces base para calcular un estado de referencia, o sin daño, a partir de los parámetros modales de la estructura afectada. Éste se compara con su estado con daño para identificar qué elementos están dañados y cuánto en términos de la degradación de su rigidez. El estado con daño se calcula ajustando la matriz de rigidez lateral de la estructura utilizando sus parámetros modales.

## CAPÍTULO 3

### MÉTODO DE RIGIDECES BASE

#### 3.1. PLANTEAMIENTO

Con el objetivo de identificar daño en edificios en los que no se cuenta con sus parámetros modales base (estado sin daño), se presenta el método de Rigideces Base, MRB. Éste utiliza cocientes de rigidez y masa con los que se determina un estado de referencia (sin daño) de la estructura a partir de modos y frecuencias de vibración de la estructura dañada y la rigidez del primer entrepiso del edificio sin daño. Este estado se compara con el de la estructura dañada y se localiza el daño.

Así, para un modelo de un marco plano dañado, con  $s$  número de pisos e  $i$  modos de vibración, a través de un procedimiento de procesamiento de señales se pueden conocer sus frecuencias naturales de vibración  $\omega$  y sus correspondientes formas modales  $[\phi]$ . Las matrices de rigidez lateral  $[\bar{K}]$  y de masas  $[\bar{M}]$  son desconocidas y de orden  $s \times s$ .

Por otro lado, es posible calcular un vector  $\{u\}$  de cocientes  $\frac{k_i}{m_i}$  (Barroso y Rodríguez, 2004) de orden  $(2s-1) \times 1$  de la forma:

$$\{u\} = \left\{ \begin{pmatrix} k_1 \\ m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 \\ m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 \\ m_2 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} k_i \\ m_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{i+1} \\ m_i \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} k_s \\ m_s \end{pmatrix} \right\}^T \quad (3.1)$$

El vector de cocientes  $\{u\}$  se puede calcular a partir de la información modal de la estructura con daño y la rigidez lateral sin daño del primer entrepiso  $k_1$  de la estructura suponiendo que tiene un comportamiento de viga de cortante. Se sabe que esto es válido para un número limitado de casos reales, sin embargo, esto se propone únicamente como suposición inicial y que más adelante se modificará involucrando el efecto de flexión para abarcar la mayoría de los casos reales.  $k_1$  se puede calcular como:

$$k_1 = \sum \frac{12EmI_1}{h_1^3} \quad (3.2)$$

donde  $Em$ ,  $I_1$  y  $h_1$  son el módulo de elasticidad, momento de inercia de las columnas del primer entrepiso y la altura del mismo, respectivamente.

Por sustitución hacia atrás, se calculan los valores de los  $k_i$  y  $m_i$  restantes de la estructura. Estos parámetros corresponden al estado base o sin daño de la estructura. De esta forma sólo se puede localizar el entrepiso dañado, no es posible obtener la magnitud de la degradación de su rigidez.

Para resolver esta limitante, se calcula la rigidez del primer entrepiso,  $k_1$ , de la estructura sin daño (estado base), con la ec. (3.2), y al hacer la sustitución hacia atrás en la ec. (3.1), se obtienen los parámetros  $p_i$  y la rigidez lateral de cada entrepiso,  $k_i$ . Esto es:

$$\begin{aligned}
p_1 &= k_1 \\
p_{i-j} &= \frac{p_{i-(j+1)} \{u\}_{(j+4)}}{\{u\}_{(j+5)}} \\
&\vdots \\
p_{i-1} &= \frac{p_{i-2} \{u\}_4}{\{u\}_5} \\
&\vdots \\
k_i &= \frac{p_{i-1} \{u\}_2}{\{u\}_3}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Para  $j = 2, 3, \dots, (i-2)$

Con estos valores de rigidez se ensambla la matriz de rigidez lateral de la estructura de cortante sin daño,  $[\bar{K}t]$ . La matriz de masas del sistema  $[\bar{M}]$  se puede calcular también con la ec. (3.3) utilizando la masa del primer piso del edificio,  $m_1$ , en lugar de  $k_1$ . Se calculan los parámetros  $p_i$  resultando en las masas de cada piso,  $m_i$ , en lugar de  $k_i$ .

Para edificios cuyo comportamiento no es de cortante (la mayoría de los casos reales), la matriz de masas calculada difiere de  $[\bar{M}]$  y se le denomina  $[\bar{M}a]$  por ser una matriz de masas aproximada del sistema. Lo anterior se debe a la suposición inicial de que el edificio tiene un comportamiento de cortante. Debido a esta discrepancia es necesario incorporar los efectos de flexión por medio del cálculo de  $p_1 = k_1/c$ , donde  $c$  es un coeficiente que ajusta el comportamiento de cortante a uno de flexión. Este coeficiente se puede calcular aplicando la Descomposición por Valores Característicos, DVC, (Ben-Israel y Greville, 1974) al producto matricial  $[\bar{M}][\bar{M}a]^{-1}$ . El promedio de los valores característicos calculados es un escalar que representa la relación de masas de la estructura con comportamiento de cortante y de flexión.

Para poder detectar daño en cada elemento estructural, es necesario conocer las matrices de rigidez de estos en su estado base  $[k_i]$ . Para esto, se construye un modelo del edificio con módulo de elasticidad unitario. Así, se obtienen matrices aproximadas de rigidez de cada elemento  $[ka_i]$  que sólo difieren de  $[k_i]$  por las propiedades del material. La matriz de rigidez global aproximada  $[Ka]$  de la estructura, de  $gl$  grados de libertad, es la suma de  $[ka_i]$ . De acuerdo con Escobar et al., (2005),  $[Ka]$  se puede condensar para obtener  $[\bar{K}a]$ , de orden  $s \times s$ , con la matriz de transformación  $[T]$ , de orden  $gl \times s$ , como:

$$[\bar{K}a] = [T]^T [Ka] [T] \tag{3.4}$$

donde:

Para:

$$[T] = \begin{bmatrix} [I] \\ -[Ka_{22}]^{-1}[Ka_{21}] \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

$$[Ka] = \begin{bmatrix} [Ka_{11}] & [Ka_{12}] \\ [Ka_{21}] & [Ka_{22}] \end{bmatrix}$$



donde  $[I]$  es la matriz identidad de orden  $s \times s$ .  $[Ka]$  se presenta en forma particionada por submatrices cuyo orden está en función de los grados de libertad a condensar.

Para una estructura de cortante, la matriz de rigidez lateral  $[\bar{K}t]$  y la matriz  $[\bar{K}a]$ , sólo difieren por las propiedades del material, específicamente el módulo de elasticidad que se puede representar por una matriz  $[B]$ , así:

$$[\bar{K}t] = [B][\bar{K}a] \quad (3.6)$$

Despejando  $[B]$  de la ec. (3.6), se tiene:

$$[B] = [\bar{K}t][\bar{K}a]^{-1} \quad (3.7)$$

Finalmente, las matrices de rigidez de cada elemento estructural en su estado base se calculan como:

$$[k_i] = B[ka_i] \quad (3.8)$$

donde  $B$  es un escalar que ajusta las propiedades mecánicas de la estructura a partir del modelo propuesto y se calcula como el promedio de los valores característicos de  $[B]$  utilizando la DVC. La matriz de rigidez  $[K]$  que representa el estado de referencia, o sin daño de la estructura, se calcula como:

$$[K] = \sum_{i=1}^{ne} [k_i] \quad (3.9)$$

donde  $ne$  es el número de elementos de la estructura.

De acuerdo con Escobar et al., (2001, 2005) la matriz de rigidez  $[Kd]$  de la estructura dañada, en el sistema global, de orden  $gl \times gl$ , se puede calcular a partir de la diferencia entre la matriz de rigidez de la estructura sin daño  $[K]$  y la contribución de las matrices de rigidez  $[k_i]$  sin daño del  $i$ -ésimo elemento a la matriz  $[K]$  afectadas por un indicador escalar de daño  $x_i$  para cada elemento de la estructura, esto es:

$$[Kd] = [K] - \sum_{i=1}^{ne} x_i [k_i] \quad (3.10)$$

donde  $x_i$  varía de 0 a 1 (pérdida nula a total de rigidez, respectivamente). La matriz  $[K]$  se calcula como:

$$[K] = \sum_{i=1}^{ne} [k_i] \quad (3.11)$$

La ec. (3.10) se puede expresar como:

$$[\bar{K}] - [\bar{K}d] = x_1 [\bar{k}_1] + x_2 [\bar{k}_2] + \dots + x_i [\bar{k}_i] + \dots + x_{ne} [\bar{k}_{ne}] \quad (3.12)$$

donde  $[\bar{K}d]$  y  $[\bar{K}]$  son las matrices de rigidez condensada de la estructura con y sin daño respectivamente;  $[\bar{k}_i]$  son las matrices de rigidez condensada de cada elemento estructural. La matriz  $[\bar{K}d]$  puede ser ajustada con el método de Baruch y Bar-Itzhack (1978) a partir de los

parámetros modales identificados de la estructura con daño. Mientras que las matrices  $[\bar{K}]$  y  $[\bar{k}_i]$  se calculan condensando el estado base identificado,  $[K]$ ,  $[k_i]$  (Escobar et al., 2001, 2005).

Representando cada  $x_i$  de la ec. (3.12) en forma matricial, se tiene:

$$[\bar{K}] - [\bar{K}d] = \begin{bmatrix} x_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & x_1 \end{bmatrix} [\bar{k}_1] + \begin{bmatrix} x_2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & x_2 \end{bmatrix} [\bar{k}_2] + \dots + \begin{bmatrix} x_i & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & x_i \end{bmatrix} [\bar{k}_i] + \begin{bmatrix} x_{ne} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & x_{ne} \end{bmatrix} [\bar{k}_{ne}] \quad (3.13)$$

El segundo miembro de la ec. (3.13) se puede reconstruir en forma de producto matricial como:

$$[\bar{K}] - [\bar{K}d] = [x][\bar{K}s] \quad (3.14)$$

donde la matriz  $[x]$  contiene submatrices cuadradas diagonales correspondientes a cada indicador de daño  $x_i$  y es de orden  $gl \times (gl \times ne)$ . Similarmente,  $[\bar{K}s]$  contiene submatrices correspondientes a cada  $[\bar{k}_i]$  y su orden es  $(gl \times ne) \times gl$ . Explícitamente, las dos matrices anteriores son de la forma:

$$[x] = \begin{bmatrix} x_1 & & 0 & x_2 & & 0 & x_i & & 0 & x_{ne} & & 0 \\ & \ddots & & & \ddots & & \dots & \ddots & & \dots & \ddots & \\ 0 & & x_1 & 0 & & x_2 & 0 & & x_i & 0 & & x_{ne} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$[\bar{K}s] = \begin{bmatrix} [\bar{k}_1] & & & & & & \\ & [\bar{k}_2] & & & & & \\ & & \dots & & & & \\ & & & [\bar{k}_i] & & & \\ & & & & \dots & & \\ & & & & & & [\bar{k}_{ne}] \end{bmatrix}^r \quad (3.16)$$

Al resolver el sistema de ecuaciones planteado en la ec. (3.14), por medio de la pseudo inversa de  $[\bar{K}s]$ , se obtiene la matriz  $[x]$  que contiene  $ne$  submatrices cuadradas  $[x_{s_i}]$  con información de los indicadores de daño llamadas submatrices de daño. Explícitamente la matriz  $[x]$  tiene la forma:

$$[x] = \begin{bmatrix} [x_{s_1}] & | & [x_{s_2}] & | & \dots & | & [x_{s_i}] & | & \dots & | & [x_{s_{ne}}] \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Como se estableció, se necesita calcular un indicador de daño escalar, no matricial. Una forma de caracterizar una matriz cuadrada en una diagonal que contenga valores escalares es utilizando la DVC (Ben-Israel y Greville, 1974). Aplicando esta descomposición a cada matriz  $[x_{s_i}]$  se tiene:

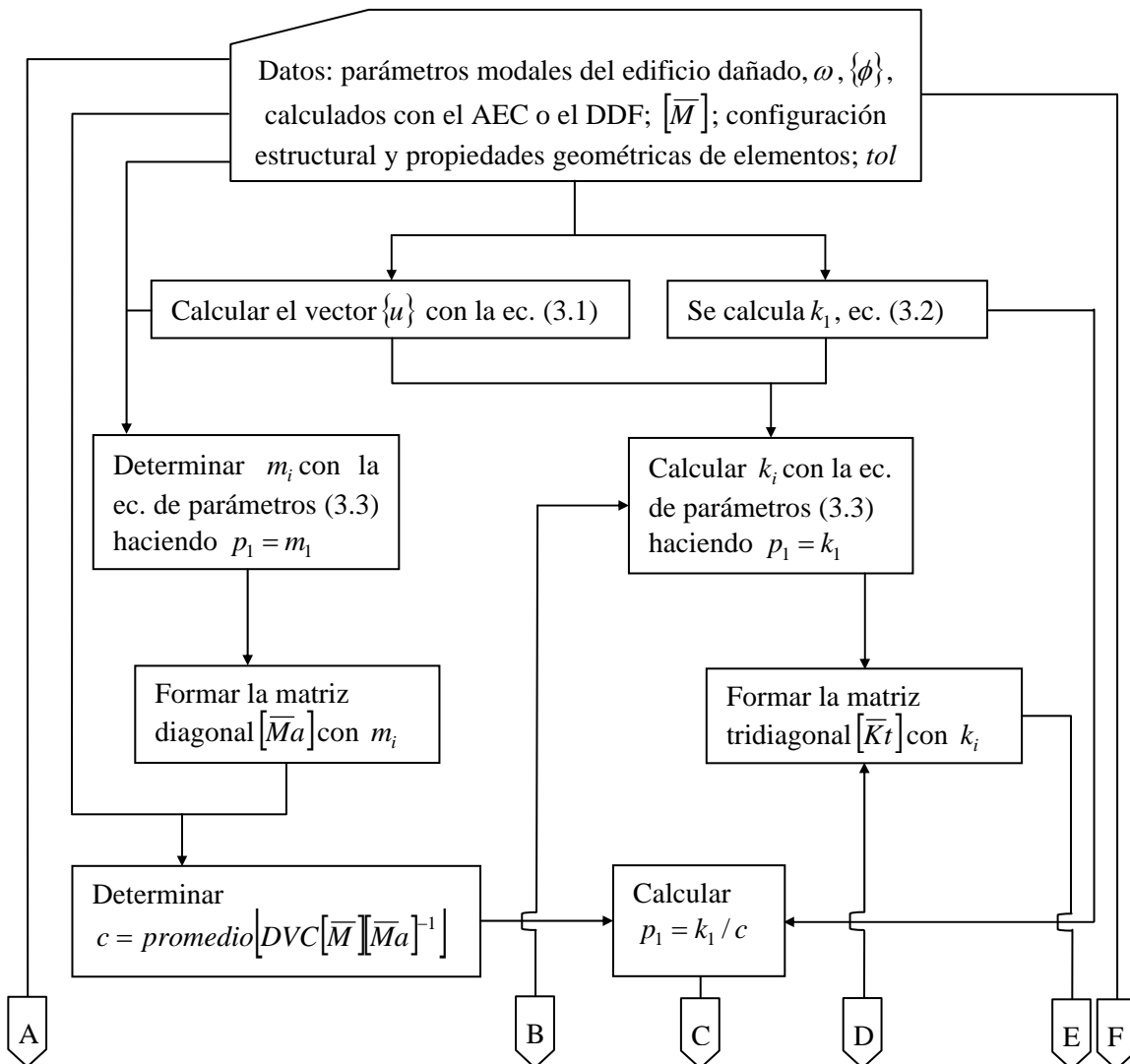
$$\begin{bmatrix} [x_{s_i}] - \lambda[I] \end{bmatrix} [\phi] = [0] \quad (3.18)$$

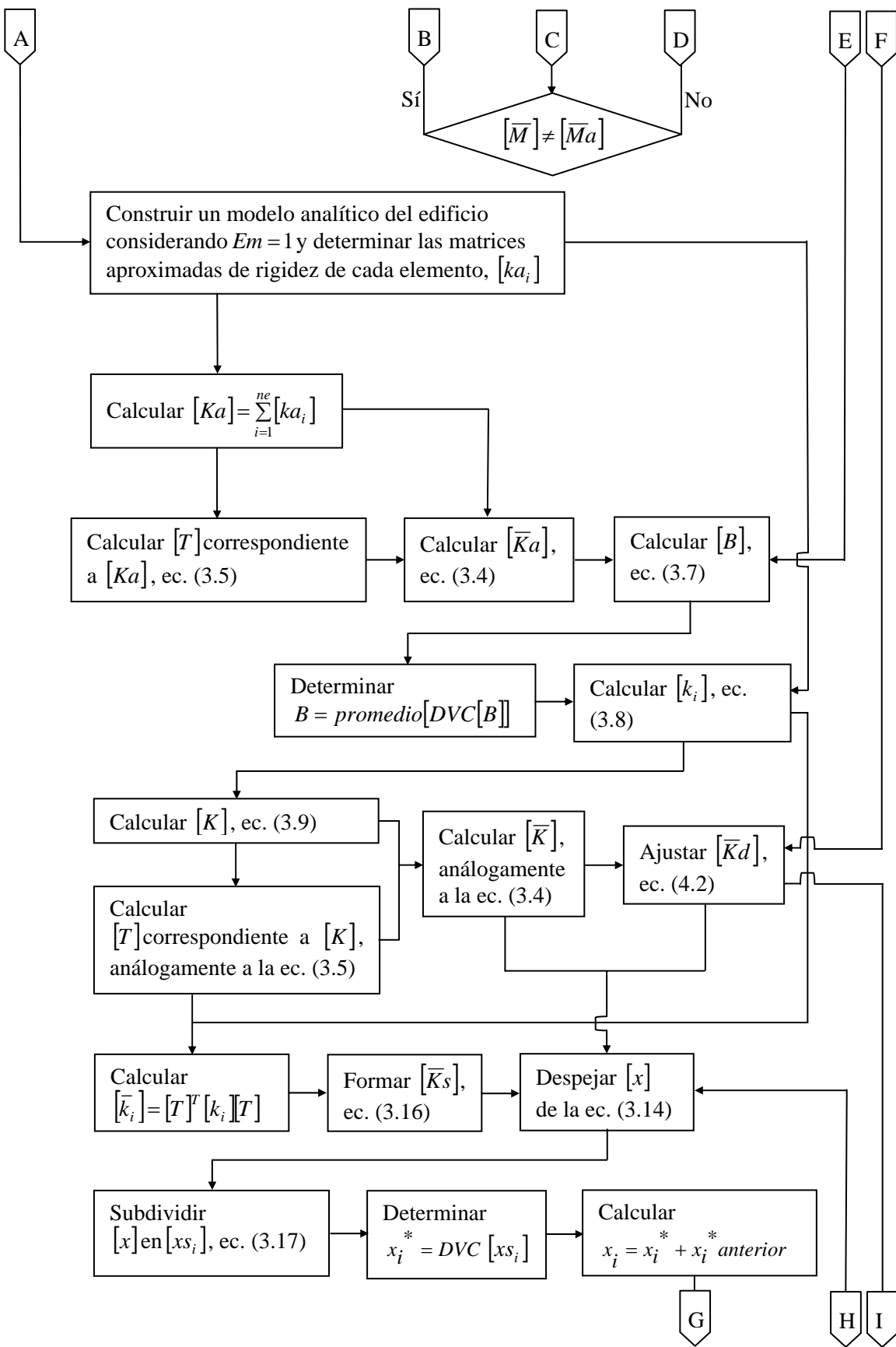
donde  $\lambda$  y  $\{\phi\}$  son el valor y vector característico, respectivamente, de la matriz  $[x_{s_i}]$ . Cuando se resuelve la ec. (3.18) se obtiene una matriz de vectores característicos  $[\Phi_i]$  que contiene vectores  $\{\phi\}$ . Así mismo, sus correspondientes  $\lambda$  almacenados en una matriz cuadrada diagonal  $[\Lambda_i]$ . Esta matriz, correspondiente al  $i$ -ésimo elemento, contiene indicadores de daño en su diagonal; sin embargo, se requiere un indicador de daño único y escalar. El mayor valor característico de la matriz  $[\Lambda_i]$  contiene información que caracteriza a la matriz  $[x_{s_i}]$ , y debido a

que esta última matriz contiene información de daño, su mayor valor característico en valor absoluto será el indicador de daño buscado, denominado  $x_i^*$ .

Para conocer los indicadores de daño identificados  $x_i^*$ , iterativamente, se suman a los anteriores para obtener un valor actualizado  $x_i$ . Al sustituir estos nuevos valores en la ec. (3.10) se calcula una nueva aproximación  $[Kd]_{aprox}$  de la matriz de rigidez con daño. Se condensa utilizando la matriz de transformación (Escobar et al., (2005) para obtener  $[\bar{K}d]_{aprox}$ . La norma de la diferencia entre  $[\bar{K}d]$  y  $[\bar{K}d]_{aprox}$  se minimiza iterativamente hasta que sea menor que un valor establecido como tolerancia. En términos matemáticos, el método converge al minimizarse la ec. (3.12) para valores finales  $x_i$  (Linnik, 1961). El método es iterativo porque al resolver la ec. (3.14) para  $[x]$  la solución no es única debido a la naturaleza del sistema de ecuaciones. Por esto es necesario minimizar la discrepancia de valores entre la matriz condensada del sistema con daño calculada con la ajustada de las mediciones.

En la Figura 3.1 se presenta el diagrama de flujo del MRB.





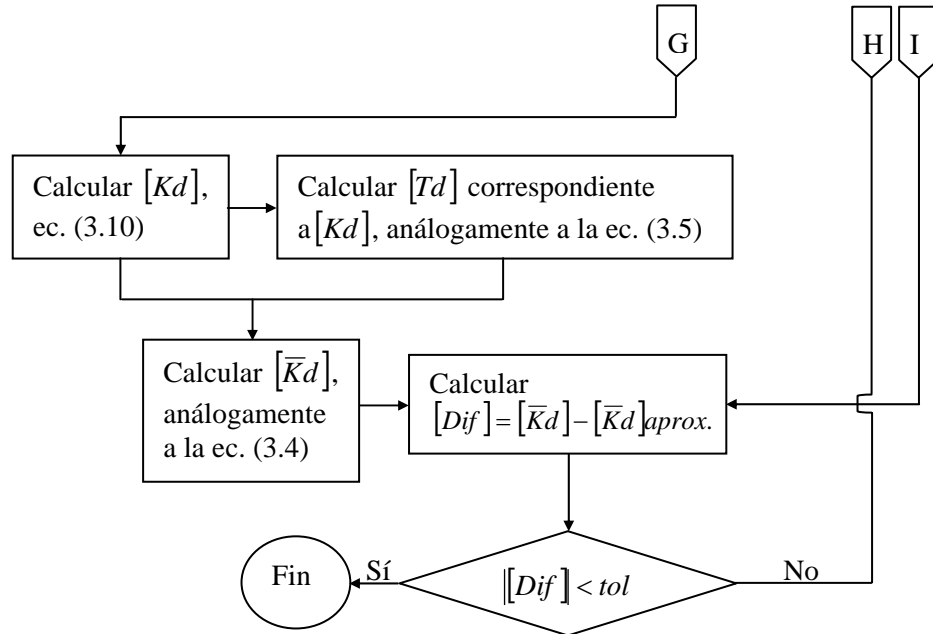


Figura 3.1. Algoritmo del MSD para identificación de daño en edificios sin conocer sus parámetros modales base.

Por otro lado, cuando una estructura está sometida a diversos tipos de carga, el daño estructural puede no ocurrir homogéneamente sino en zonas específicas. Para detectar este tipo de daño, cada elemento puede ser discretizado en  $n$  subelementos.

### 3.2. CALIBRACIÓN

El MRB se calibró comparando sus resultados con los obtenidos utilizando el Método de la Matriz de Transformación. A continuación se presentan y discuten los resultados obtenidos de diferentes estructuras. Se supuso que éstas fueron instrumentadas antes de dañarse con lo que sería posible conocer su estado de referencia. Para este caso, el MRB se utilizó a partir de la ec. (3.12) para detectar daño.

#### 3.2.1. Marco de tres pisos

El método propuesto se aplicó a la estructura de la Figura 3.2 para el caso en que se conoce su estado de referencia. Es un marco plano de concreto reforzado que forma parte de un edificio de oficinas de tres pisos localizado en la zona del lago del D.F. (Fierro et al., 1999).

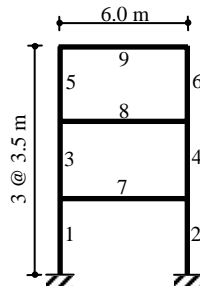


Figura 3.2. Marco plano de tres pisos.

Las columnas tienen una sección transversal de 0.30 x 0.40 m y las vigas de 0.30 x 0.60 m. En la Tabla 3.1 se presentan los casos de daño simulado y sus correspondientes resultados calculados con el MRB así como los de Fierro et al., (1999) con el método de Matriz de Transformación, MMT. En esta tabla se puede observar que ambos métodos identificaron correctamente los elementos dañados y sus respectivas magnitudes de degradación de rigidez con valores del error relativo que no exceden 1%. Además, para el mismo número de iteraciones que el MMT, el MRB presentó valores del error relativo iguales a cero lo que demuestra su eficiencia para estimar la intensidad de daño. Sólo para fines de referencia, cada iteración se llevó a cabo aproximadamente en 0.03 s en una computadora con 448 MB de memoria RAM con procesador AMD Athlon de 2.19 GHz.

Tabla 3.1. Detección de daño del marco plano de tres pisos utilizando el MMT y el MRB.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)		Error relativo (%)		Iteración
			MMT	MRB	MMT	MRB	
C1	1	10	10	10	0	0	6
	2	20	20	20	0	0	
C2	1	50	50	50	0	0	6
	2	30	30	30	0	0	
C3	7	30	30.1	30	0.3	0	3
	8	20	20	20	0	0	
	9	50	50.5	50	1	0	

### 3.2.2. Edificio STC

El método propuesto se aplicó también al marco plano de la Figura 3.3. Éste perteneció al edificio STC (Sistema de Transporte Colectivo) en la ciudad de México. Este edificio de concreto reforzado era para oficinas y se dañó por el sismo del 19 de septiembre de 1985 y finalmente fue demolido. Tenía marcos en la dirección longitudinal y muros de cortante en la transversal. Este tipo de configuración tiene la ventaja de que las cargas sísmicas biaxiales tienen efectos mínimos en los marcos longitudinales. Por esta razón se analizó un marco interior (Figura 3.3). Las características de los elementos estructurales son: vigas 0.4 x 0.9 m; columnas exteriores, todos

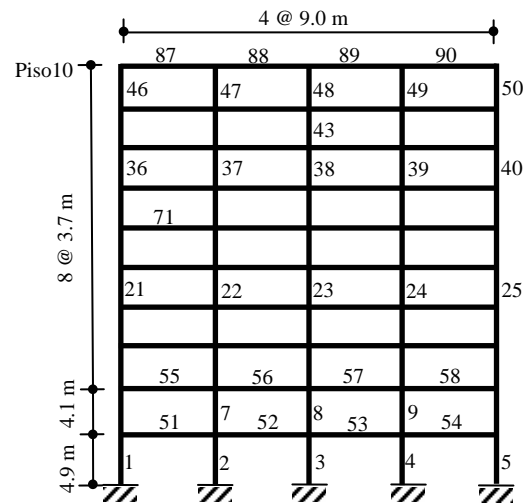


Figura 3.3. Edificio STC.

los entrepisos, 0.5 x 0.9 m; interiores, entrepisos 1 y 2, 0.5 x 0.9 m; entrepisos 3 y 4, 0.5 x 0.8 m; entrepisos 5 y 6, 0.5 x 0.7 m; entrepisos 7 al 10, 0.5 x 0.6 m. Pesos: pisos 1 al 9, 1,451 kN; piso 10, 1,161 kN. Módulo de elasticidad:  $E_m = 14.7$  GPa.

En la Tabla 3.2 se presentan tres casos de daño (Escobar et al., 2005) analizados con el MRB. El caso de daño D1 incluye elementos dañados en diferentes entrepisos. Los casos D2 y D3 involucran daño en el primer y último entrepiso respectivamente. La Tabla 3.2 presenta porcentajes de daño calculados y simulados y los valores del error relativo entre estos.

Por otro lado, con el objetivo de evaluar la capacidad del MRB para localizar daño en zonas específicas se estudiaron los casos de daño E1 a E5 (Tabla 3.3). Cada elemento fue discretizado en dos subelementos para detectar daño en zonas superior o inferior de columnas y en zonas izquierda o derecha de vigas.

Los porcentajes de daño calculados con el MRB y sus respectivos valores del error relativo se presentan en las Tablas 3.2 y 3.3. Es importante mencionar que los valores del error relativo fueron cero utilizando una iteración más de las indicadas en estas Tablas. Esto demuestra la precisión y capacidad del método propuesto para detectar daño en elementos estructurales y en zonas específicas.

Tabla 3.2. Porcentajes de daño y valores del error relativo aplicando el MRB. Edificio STC.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)	Iteración
D1	1, 5	30	30	0	5
	7, 8, 9, 36, 40	20	20	0	
	22, 23, 24	10	9.9	-0.1	
	37, 38, 39	20	19.9	-0.1	
	55, 56, 57, 58	25	24.9	-0.1	
D2	1, 2, 3, 4, 5	20	20	0	5
	51, 52, 53, 54	40	39.9	-0.1	
D3	46, 50	20	20.1	0.1	2
	47, 48, 49,	20	20	0	
	87, 88, 89, 90	40	40	0	

Tabla 3.3. Porcentajes de daño y valores del error relativo en zonas específicas de elementos estructurales aplicando el MRB. Edificio STC.

Caso de daño	Elemento dañado (zona)	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)	Iteración
E1	2 (superior)	10	10	0	2
E2	54 (derecha)	30	29.9	-0.1	
E3	2 (izquierda)	60	60	0	
	71 (izquierda)	15	15	0	
E4	43 (inferior)	20	20	0	
	54 (izquierda)	65	64.9	-0.1	
E5	2 (inferior)	20	20	0	
	43 (superior)	40	40	0	
	54 (derecha)	55	54.9	-0.1	
	71 (derecha)	1	0.9	-0.1	

### 3.2.3. Estructura tridimensional de dos pisos

El MRB también fue calibrado para estructuras tridimensionales. Para esto, se estudió la estructura de la Figura 3.4 (Sohn y Law, 1997). Las propiedades de los elementos estructurales son:  $E_m = 20.7 \text{ GPa}$ ,  $I = 8,324 \text{ cm}^4$ ,  $J = 4,140.2 \text{ cm}^4$ ,  $A = 161.3 \text{ cm}^2$ .

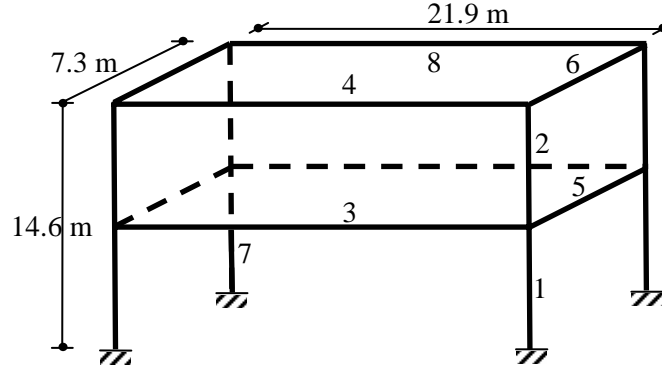


Figura 3.4. Estructura tridimensional de dos niveles (Sohn y Law, 1997).

Se simularon los casos de daño, F1 a F4 (Escobar et al., 2005). Los resultados de la detección de daño se muestran en la Tabla 3.4. El caso F1 simula degradación de rigidez en una columna. F2 involucra daño en una viga. F3 incluye daño en una columna y en una viga. Finalmente, el caso de daño F4 considera daño en diversas vigas y columnas. Los resultados mostrados corresponden al usar una iteración previa a obtener cero valores del error relativo entre indicadores de daño simulados y calculados. Esto indica que el método identificó daño con precisión excelente.

Tabla 3.4. Porcentajes de daño y valores del error relativo aplicando el MRB. Estructura tridimensional de dos pisos.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)	Iteración
F1	2	60	59.4	-0.9	2
F2	4	20	19.9	-0.1	2
F3	1	40	39.9	-0.1	2
	4	20	19.9	-0.1	
F4	1	50	50	0	7
	2	45	45	0	
	3	60	60	0	
	4	55	55	0	
	5	40	40.1	0.1	
	6	30	30	0	

Para evaluar el MRB en la detección de daño en zonas específicas de los elementos estructurales se estudiaron los casos de daño G1 a G6 discretizando en subelementos. Los resultados se presentan en la Tabla 3.5. Los casos de daño G1 y G2 incluyen degradación de rigidez en una mitad de dos columnas (elementos 1 y 2), respectivamente. Similarmente, los casos G3 y G4 con daño en vigas. Los casos de daño G5 y G6 involucran daño en zonas muy específicas de una columna. Los resultados corresponden a una iteración previa a obtener valores del error relativo de cero. Lo anterior muestra que el método identificó daño con excelente precisión. El MRB identificó precisamente los casos de daño G5 y G6 (Tabla 3.5) con una sola iteración.



Tabla 3.5. Porcentajes de daño y valores del error relativo en zonas específicas de elementos estructurales aplicando el MRB. Estructura tridimensional de dos pisos.

Caso de daño	Elemento dañado (zona)	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)	Iteración
G1	1 (inferior)	10	9.9	-0.1	4
G2	2 (superior)	70	70	0	5
	7 (inferior)	25	24.9	-0.1	
G3	3 (izquierda)	50	49.9	-0.1	4
G4	3 (derecha)	5	5	0	4
	8 (izquierda)	40	39.9	-0.1	
G5	1 (0.81 m del extremo inferior)	60	60	0	1
G6	1 (al centro)	1	1	0	1

### 3.3. ALCANCES Y LIMITACIONES

El MRB se puede aplicar a estructuras irregulares con comportamiento tanto de cortante como de flexión. Inicialmente se supone un comportamiento de cortante para ajustar la matriz de rigidez del estado de referencia y después se ajusta para incorporar el comportamiento real de la estructura. La ubicación del daño se puede precisar tanto como el analista lo desee y estará en función de la discretización de los elementos en el modelo analítico. Con esto, es posible detectar si el daño se encuentra en algún extremo del elemento, cerca o en la zona de la conexión.

Cuando la relación rigidez/masa de los entrepisos no es constante en elevación el método proporciona resultados aproximados. Sin embargo, el valor del error relativo en el cálculo de la intensidad de daño no es mayor que 7%, sin considerar efectos de ruido, como se mostrará en los ejemplos de aplicación siguientes. El MRB se aplicó a modelos de estructuras con comportamiento de cortante y flexión.

### 3.4. MARCO CON COMPORTAMIENTO DE CORTANTE

En la Figura 3.5 se muestra la configuración de un edificio con comportamiento de cortante de dos pisos.

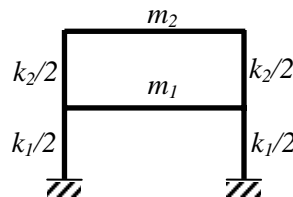


Figura 3.5. Modelo de estructura de cortante de dos pisos.

Para calcular el estado sin daño de la estructura de la Figura 3.5 y la intensidad de éste, se aplicó el MRB. Este daño fue simulado en  $k_1$  y  $k_2$  para porcentajes de degradación de 10% a 90% en intervalos de 10%.

En la Figura 3.6 se muestran los valores del error relativo entre  $k_2$  (estado base) calculada con el MRB y la simulada para diferentes relaciones  $s_2/s_1$  donde  $s_2 = k_2/m_2$  y  $s_1 = k_1/m_1$ . Con el objetivo de evaluar el MRB cuando las relaciones rigidez/masa no son constantes se varió la relación  $s_2/s_1$ . En esta figura se puede observar que cuando  $s_2 = s_1$ , es decir, para relaciones de rigidez/masa constantes para cada entrepiso, los resultados con el MRB son exactos. También se puede observar que, para relaciones  $s_2/s_1$  entre 0.9 y 1.1 (10% de variación entre relaciones rigidez/masa por entrepiso) con el MRB se calcula la rigidez  $k_2$  del estado base con errores menores que 10%.

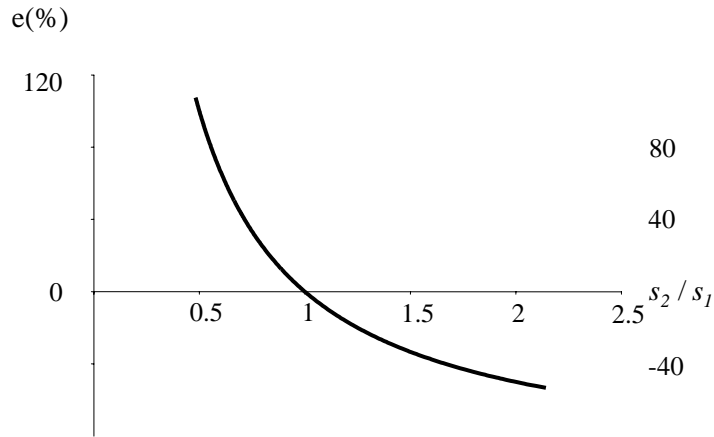


Figura 3.6. Error relativo entre  $k_2$  calculada y simulada del estado base o sin daño del modelo de estructura de cortante de dos pisos utilizando el MRB.

En la Figura 3.7 se presenta el error relativo del porcentaje de daño calculado  $x_2$ , respecto al simulado, con respecto a  $s_2/s_1$ .

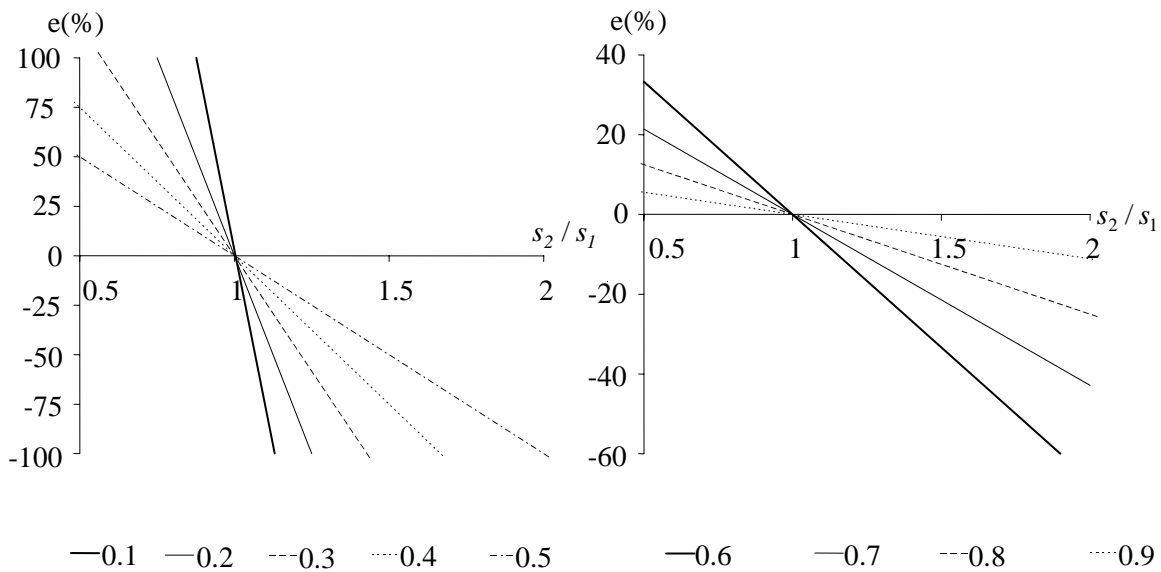


Figura 3.7. Error relativo del porcentaje de daño calculado  $x_2$  respecto al simulado para el modelo de estructura de cortante de dos pisos utilizando el MRB.

En la Figura 3.7 se observa que para relaciones de rigidez/masa constante en entrepisos ( $s_2 = s_1$ ) la intensidad de daño, utilizando el MRB, se calculó correctamente. También, que la pendiente de las rectas va disminuyendo para porcentajes de daño mayores. Lo anterior significa que con el MRB se calcula el daño con mayor exactitud para valores de degradación de rigidez mayores que 50% que para daño menor que éste. La gráfica anterior también proporciona información de la variación mínima y máxima de  $s_2 / s_1$  para obtener valores del error relativo del daño calculado respecto al simulado menores que 10%. Estos valores se muestran en la Tabla 3.6 para los diferentes porcentajes de daño simulado en el entrepiso 2 de la Figura 3.5.

Tabla 3.6. Límites de  $s_2 / s_1$  para obtener valores del error relativo del daño calculado respecto al simulado, menores que 10% para el modelo de estructura de cortante de dos pisos.

Daño (%)	$s_2 / s_1$	
	Límite inferior	Límite superior
10	0.99	1.01
20	0.97	1.03
30	0.96	1.04
40	0.93	1.07
50	0.90	1.10
60	0.84	1.15
70	0.76	1.22
80	0.59	1.40
90	0.05	1.9

En la Tabla 3.6 se puede observar que con el MRB se calcularon intensidades de daño superiores que el 50% con valores del error relativo menores que 10%, para la estructura de la Figura 3.5 para relaciones  $s_2 / s_1$  mayores que 1.10.

También se analizó un marco plano de tres pisos con comportamiento de cortante y se observó que cuando la relación rigidez/masa de los entrepisos no es constante en la altura, la variación del error es la misma que la de las Figuras 3.6 y 3.7. Con el método propuesto se calculó la intensidad de daño exactamente cuando  $s_2 = s_1$ . Para una estructura de cuatro pisos se hizo el mismo estudio y las gráficas obtenidas son iguales a las Figuras 3.6 y 3.7. Lo anterior indica que con el método propuesto es posible calcular el estado base de estructuras de cortante independientemente del número de pisos.

### 3.5. MARCO CON COMPORTAMIENTO DE FLEXIÓN

Para detectar daño en marcos planos sin conocer sus parámetros modales base utilizando el MRB, se estudió la estructura mostrada en la Figura 3.2.

Al degradar la rigidez de algunos elementos del marco se analizaron cinco casos de daño simulado (Tabla 3.7). En esta tabla se presentan, además, los porcentajes de daño calculados con el MRB y sus respectivos valores del error relativo con respecto a los simulados. Se puede observar que con el MRB se calculó la degradación de rigidez de los elementos estructurales dañados de esta estructura con valores del error relativo en valor absoluto menores que 4%.

Tabla 3.7. Porcentajes de daño y valores del error relativo aplicando el MRB. Marco plano de tres pisos.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)
H1	7	55	56.2	2.2
H2	7	85	85.4	0.5
H3	3	75	73.4	-2.0
	8	85	84	-1.0
H4	2	80	80.7	0.8
	4	70	71.0	1.5
	7	65	66.2	1.8
	9	90	90.3	0.3
H5	1	45	43.6	-3.2
	2	55	53.8	-2.1
	3	65	64.1	-1.4
	4	75	74.4	-0.9
	5	85	84.6	-0.5
	6	95	94.9	-0.1
	7	85	84.6	-0.5
	8	75	74.4	-0.9
	9	65	64.1	-1.4

### 3.6. EDIFICIO STC

El MRB se aplicó al edificio STC (Figura 3.3). En la Tabla 3.8 se presentan los casos de daño, simulados, (Escobar et al., 2005) analizados con el MRB. Los estados de daño I1 e I2 incluyen degradación de rigidez de columnas del primer y décimo entrepiso, respectivamente. El caso de daño I3 involucra daño en vigas y columnas de varios entrepisos. En esta tabla también se presenta el porcentaje de daño calculado y los valores del error relativo con respecto al simulado. Se puede observar que con el MRB se calculó la degradación de rigidez de los elementos estructurales dañados con valores del error relativo menores que 7%.

Tabla 3.8. Porcentajes de daño y valores del error relativo aplicando el MRB. Edificio STC.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)
I1	1	80	85.4	6.8
	3	85	89.1	4.8
	5	90	92.7	3.0
I2	46	80	85.2	6.5
	48	85	88.9	4.5
	50	90	92.6	2.9
I3	1, 5	60	63.4	5.6
	7, 8, 9	80	81.9	2.4
	22, 23, 24	90	90.8	0.9
	36, 37, 38, 39, 40	85	86.3	1.5
	55, 56, 57, 58	75	76.7	2.2

### 3.7. ESTRUCTURA TRIDIMENSIONAL DE DOS PISOS

Con el objetivo de evaluar el MRB en sistemas estructurales tridimensionales, se estudió el modelo propuesto por Sohn y Law (1997) mostrado en la Figura 3.4, para el caso en el que se desconocen sus parámetros modales base (estado sin daño).

Se analizaron los casos de daño F1 a F4 presentados en la Tabla 3.4. Se aplicó el MRB y se obtuvo la degradación de rigidez para cada elemento dañado (Tabla 3.9). Se puede observar que con el MRB se identificó daño estructural con valores del error relativo menores que 4%. Además, todos los valores del error relativo son positivos, lo que indica que el método propuesto sobreestimó el daño, con lo que, desde el punto de vista ingenieril, está del lado de la seguridad.

Tabla 3.9. Porcentajes de daño y valores del error relativo aplicando el MRB. Estructura tridimensional de dos pisos.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)
F1	2	60	60.3	0.5
F2	4	20	20.7	3.6
F3	1	40	40.5	1.3
	4	20	20.7	3.6
F4	1	50	50.4	0.8
	2	45	45.4	1.0
	3	60	60.3	0.5
	4	55	55.3	0.7
	5	40	40.5	1.3
	6	30	30.6	2.0

## CAPÍTULO 4

### EFFECTOS DE INFORMACIÓN MODAL LIMITADA Y RUIDO

Como se mencionó en el capítulo 3, el MRB requiere de los parámetros modales de la estructura con daño. Para obtenerlos, se puede aplicar una de las técnicas de procesamiento de señales (capítulo 2) que utilizan los registros de la respuesta dinámica de la estructura producto de una instrumentación. Una vez identificados los parámetros modales de la estructura se puede ajustar la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño. La calidad de los datos de esta matriz reconstruida se puede ver afectada por el ruido en los registros y por limitaciones de la información modal. La información modal limitada se refiere a la variación del número de modos de vibración de la estructura identificados y utilizados para dicho ajuste.

Con el propósito de evaluar el MRB ante el efecto de información modal limitada se utilizó el método de ajuste de Baruch y Bar-Itzhack (1978). Posteriormente se estudió el efecto del ruido en el MRB por medio de un método propuesto, perturbando matrices de rigidez. Ambos efectos se estudiaron por separado y simultáneamente para diversos ejemplos donde se discuten los resultados.

#### 4.1. INFORMACIÓN MODAL LIMITADA

Al igual que otros métodos de detección de daño que miden cambios en las matrices de rigidez, el MRB requiere ajustar la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño utilizando información modal medida. Dependiendo del número de modos y frecuencias identificadas de la estructura, la precisión de detección de daño variará. Con el objetivo de evaluar los efectos de información limitada en el ajuste de la matriz de rigidez condensada de la estructura dañada, se estudió el método de identificación de sistemas de Baruch y Bar-Itzhack (1978). Este método establece que el modo de vibración óptimo  $[q]$  es:

$$[q] = [\phi][\phi]^T [M][\phi]]^{-1/2} \quad (4.1)$$

donde  $[\phi]$  es la matriz de modos de vibración de la estructura y  $[M]$  es la matriz de masas del sistema. De acuerdo con Baruch y Bar-Itzhack (1978) la matriz condensada de la estructura con daño  $[\bar{K}d]$  se puede ajustar como:

$$[\bar{K}d] = [\bar{K}] - [M][Z][H] + [M][q][\Omega]^2 [q]^T [M] \quad (4.2)$$

donde  $[H] = [I] - [Y]$ ;  $[Y] = [q][q]^T [M]$ ;  $[Z] = [q][q]^T [\bar{K}]$ ;  $[\Omega]^2$  contiene los valores característicos de la estructura.

##### 4.1.1. Edificio STC

El método de Baruch y Bar-Itzhack se aplicó al edificio STC (Figura 3.3) para ajustar la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño variando el número de modos de vibración. Se

analizaron los casos de daño J1 a J3 que se presentan en la Tabla 4.1. Estos fueron estudiados para evaluar el MRB cuando el daño está concentrado en algún entrepiso.

Tabla 4.1. Porcentajes de daño. Edificio STC.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)
J1 (elementos en entrepiso 1)	1	40
	3	30
	5	50
J2 (elementos en entrepiso 10)	46	40
	48	30
	50	50
J3 (elementos en entrepiso 5)	21	40
	23	30
	25	50

En la Figura 4.1 se muestran los valores del error relativo en porcentaje entre términos de la diagonal de la matriz de rigidez condensada simulada y calculada de la estructura. Los valores anteriores se graficaron con respecto al número de modos utilizados, de orden inferior a superior, para los tres casos de daño analizados.

En la Figura 4.1a se muestra que los valores máximos del error relativo corresponden a  $[\bar{K}d]_{1,1}$ , y la Figura 4.1b a  $[\bar{K}d]_{9,9}$ . Para el caso de daño J3, Figura 4.1c, los valores máximos del error relativo se obtuvieron para  $[\bar{K}d]_{5,5}$ . Lo anterior indica que la matriz de rigidez condensada del marco plano con daño se ajustó con valores máximos del error relativo para términos de la diagonal correspondientes a entrepisos dañados (casos de daño J1 y J3).

Para el caso de daño J1, los valores del error relativo de los términos de la diagonal se incrementaron cuando el número de modos utilizados aumentó excepto para  $[\bar{K}d]_{1,1}$  (entrepiso con daño) y después todos los valores del error relativo disminuyeron hasta cero al utilizar los diez modos.

Para el caso J2 (daño en entrepiso 10, Figura 4.1b) los valores del error relativo para  $[\bar{K}d]_{10,10}$  aumentaron imperceptiblemente antes de descender a cero. Algo similar sucedió para  $[\bar{K}d]_{1,1}$  y  $[\bar{K}d]_{5,5}$  observado en las Figuras 4.1a (daño en entrepiso 1) y 4.1c (daño en entrepiso 5) respectivamente. Así, cuando los valores del error relativo de cualquier término  $[\bar{K}d]_{i,i}$  no aumentan o lo hacen imperceptiblemente con respecto al número de modos podría indicar que el entrepiso relacionado con  $[\bar{K}d]_{i,i}$  está dañado.

En la Figura 4.1a se puede observar que, para obtener valores del error relativo menores que 10%, se necesitaron cinco o más modos de vibración de la estructura en el ajuste de la matriz de rigidez condensada de la estructura. También se observa que, para los casos J2 y J3 se requirieron seis o más modos de vibración. Cuando se utilizaron los tres primeros modos de vibración de la estructura para el caso J1, los valores del error relativo para todos los términos de la diagonal

fueron menores que 10% excepto para el correspondiente al entrepiso dañado,  $[\bar{K}d]_{1,1}$ , con un valor de 14.3%. Para el caso J2 se observó un comportamiento similar al anterior, excepto para el entrepiso 10 (dañado) y el 9 con valores del error relativo del 11.9% y 14.5%, respectivamente, utilizando también los tres primeros modos de vibración del edificio STC.

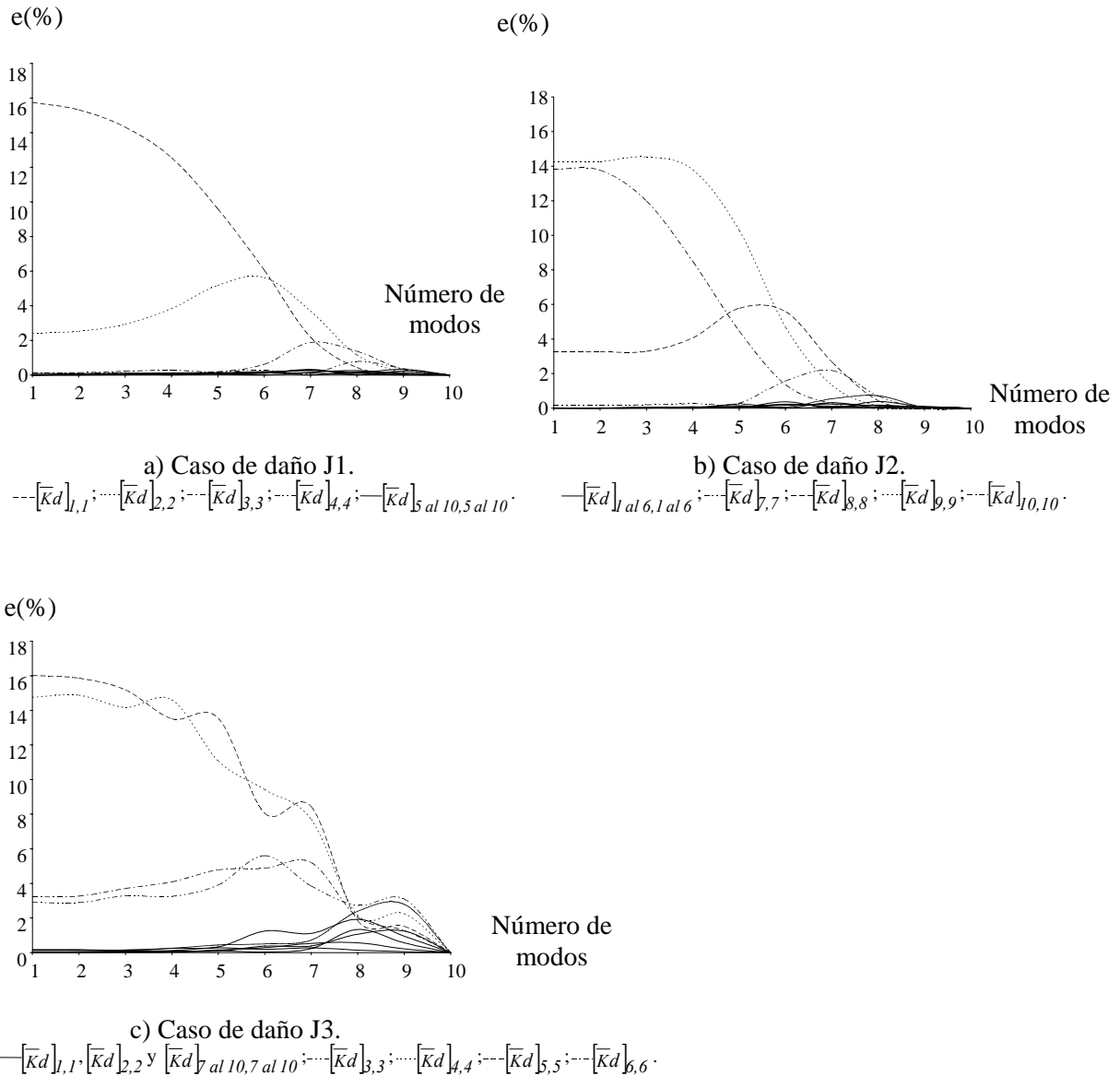


Figura 4.1. Valores del error relativo entre los términos de la diagonal de la matriz de rigidez simulada y la calculada  $[\bar{K}d]$  considerando efectos de información modal limitada. Edificio STC.

En el caso de daño J3, los valores del error relativo fueron menores que 10% usando los primeros tres modos de vibración a excepción de los términos de la diagonal  $[\bar{K}d]_{5,5}$  y  $[\bar{K}d]_{4,4}$ , correspondientes al entrepiso dañado y al adyacente inferior, respectivamente, con valores de



15.2% y 14.2%. Con base en estos resultados, los valores del error relativo variaron entre 11.9% y 15.2% para todos los casos de daño estudiados.

Para evaluar el efecto de información modal limitada en la detección de daño, se analizaron diferentes casos de daño aplicando el MRB. Para simular daño en la estructura se estudió el caso de daño J1. En la Figura 4.2 se muestran los valores del error relativo entre intensidades de daño simuladas y calculadas para los tres elementos dañados.

En la Figura 4.2 se puede observar que los valores del error relativo entre las magnitudes de daño simuladas y calculadas fueron mínimos cuando se utilizó el primer modo de vibración para ajustar  $[Kd]$ . Por otra parte, y de manera drástica, se puede observar que los errores fueron máximos cuando se utilizaron los primeros nueve modos. Como era de esperarse también fueron mínimos cuando se usaron todos los modos. Es interesante notar que el entrepiso dañado es el primero y este número corresponde con el número de modos utilizados y los errores fueron mínimos. Por esta razón surge la hipótesis de que cuando se utiliza un número de modos, para ajustar  $[Kd]$ , igual al número del entrepiso dañado los errores relativos son menores que utilizando otro número de modos diferente al total y máximos cuando el número de modos utilizados dista más del número del entrepiso dañado. Esta hipótesis se comprobará con las Figuras 4.5.

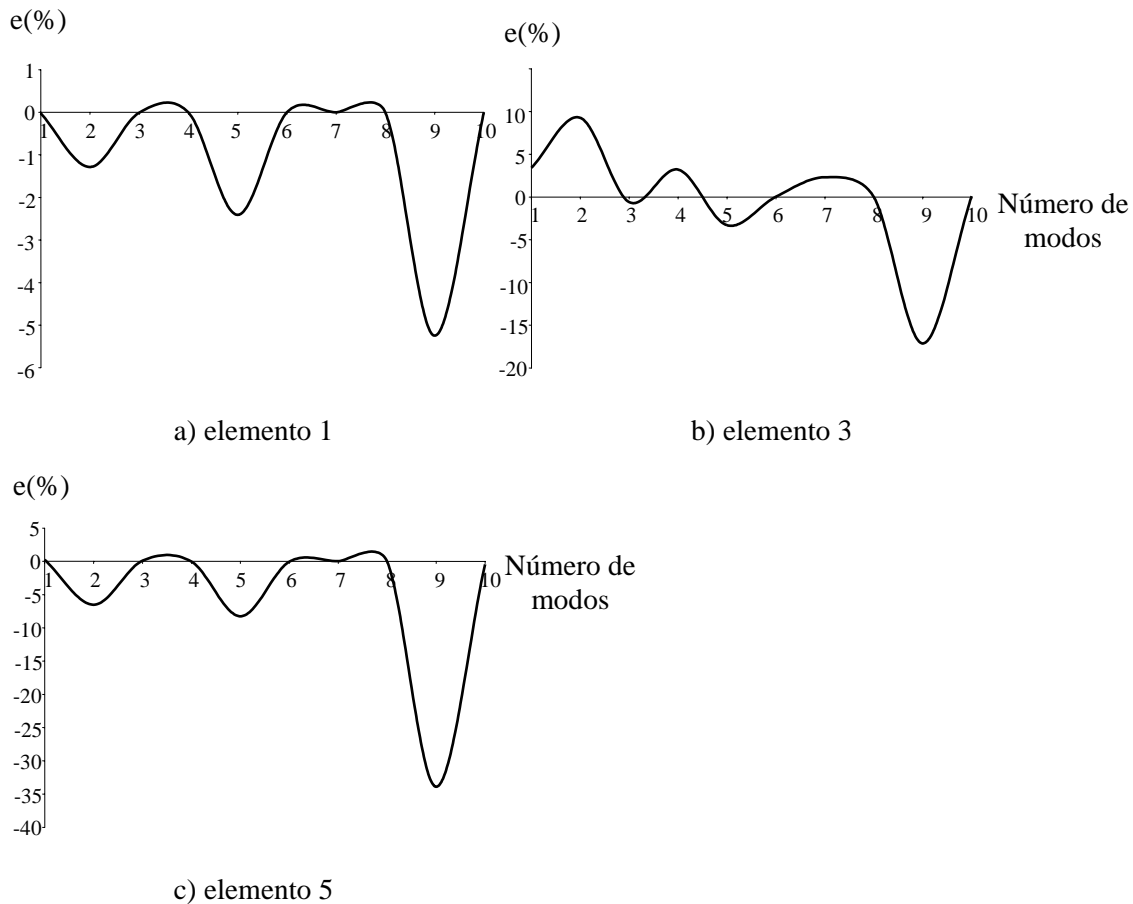


Figura 4.2. Valores del error relativo entre intensidades de daño simuladas y calculadas aplicando el MRB al edificio STC con efectos de información limitada.

Para el caso en el que sólo se utilizó el modo de vibración 1, los valores del error relativo fueron menores que 5%. Lo anterior es conveniente para casos prácticos en los que sólo se pueden identificar un número limitado de modos de vibración. La variación del error mostrado en la 4.2c, presentó un comportamiento similar al de la Figura 4.2a. Lo anterior se debió posiblemente a la simetría de los elementos 1 y 5 en la estructura. Los errores mostrados en la Figura 4.2 se debieron al efecto de la información modal limitada y no a la precisión del método propuesto. Esto se justificó en los ejemplos de calibración con información modal completa.

#### 4.2. PERTURBACIÓN DE MATRICES DE RIGIDEZ

El MRB y otros métodos de detección de daño no destructivos, requieren de las características dinámicas de la estructura. Estas pueden ser calculadas del procesamiento de los registros de respuesta de la estructura. Sin embargo, estos registros se ven afectados por el efecto del ruido y por consiguiente influirá en la detección de daño.

Con el objetivo de simular los efectos de ruido y así hacer estudios de detección de daño realistas, se propone perturbar directamente las matrices de rigidez de la estructura en lugar de afectar con ruido sus modos de vibración utilizados en el ajuste de la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño. Esta propuesta de simular efectos de ruido es conveniente para estudios de detección de daño con métodos que utilicen la variación de rigidez sin tener que perturbar los parámetros modales ni mucho menos los registros de respuesta de estructuras. Una forma común de simular efectos de ruido es perturbando los modos de vibración. De acuerdo con Sohn y Law (1997) la matriz de modos de vibración perturbada con ruido  $[\hat{\phi}]$  se calcula como:

$$[\hat{\phi}] = [\phi] \left( I + \frac{N}{100} R \right) \quad (4.3)$$

donde  $N$  es el nivel de ruido en porcentaje y  $R$  es un número aleatorio con distribución normal (media cero y varianza unitaria). La ec. (4.3) es de la forma

$$[\hat{\phi}] = [\phi] C \quad (4.4)$$

donde  $C = I + \frac{N}{100} R$ . Sustituyendo la ec. (4.4) en (4.1) el modo de vibración perturbado  $[\hat{q}]$  es:

$$[\hat{q}] = [\phi] C \left[ [\phi] C \right]^T [M] \left[ [\phi] C \right] \frac{1}{2} = [\phi] \left[ [\phi] \right]^T [M] \left[ \phi \right] \frac{1}{2} = [q] \quad (4.5)$$

La ec. (4.1) se cumple cuando los modos de vibración de la estructura se normalizan de una forma tal que  $[\phi]^T [M] \left[ \phi \right] = [I]$  y  $[\phi]^T \left[ \bar{K} \right] \left[ \phi \right] = [\Omega]^2$ . Sustituyendo  $[\hat{q}]$  en el miembro derecho de la ec. (4.2) se tiene:

$$[\hat{K}] = \left[ \bar{K} \right] - [M] \left[ \hat{Z} \right] \left[ \hat{H} \right] + [M] \left[ \hat{q} \right] \left[ \hat{\Omega} \right]^2 \left[ \hat{q} \right]^T [M] \quad (4.6)$$

donde  $[\hat{K}]$  es la matriz de rigidez perturbada.  $[\hat{\Omega}]^2 = [\Omega]^2 \left( I + \frac{N}{100} R \right)$ . Sustituyendo  $[H]$ ,  $[Y]$  y  $[Z]$  en la ec. (4.6):

$$[\hat{K}] = [\bar{K}] - [M][q][q]^T[\bar{K}] - [\bar{K}][q][q]^T[M] + [M][q][q]^T[\bar{K}][q][q]^T[M] + [M][q][\hat{Q}]^2[q]^T[M] \quad (4.7)$$

Sustituyendo  $[\phi]^T[M][\phi] = [I]$  en la ec. (3.5) se obtiene  $[q] = [\phi]$  que al sustituirla en la ec. (4.7) y simplificando:

$$[\hat{K}] = [\bar{K}] - [\bar{K}][\phi][\phi]^T[M] + C[\bar{K}][\phi][\phi]^T[M] \quad (4.8)$$

Por otra parte, análogamente a la ec. (4.3), se tiene:

$$[\hat{K}] = [\bar{K}] \left[ [I] + \frac{[N]}{100} R \right] \quad (4.9)$$

Igualando la ec. (4.8) con la (4.9), sustituir  $C$  y despejando  $[N]$ , se obtiene:

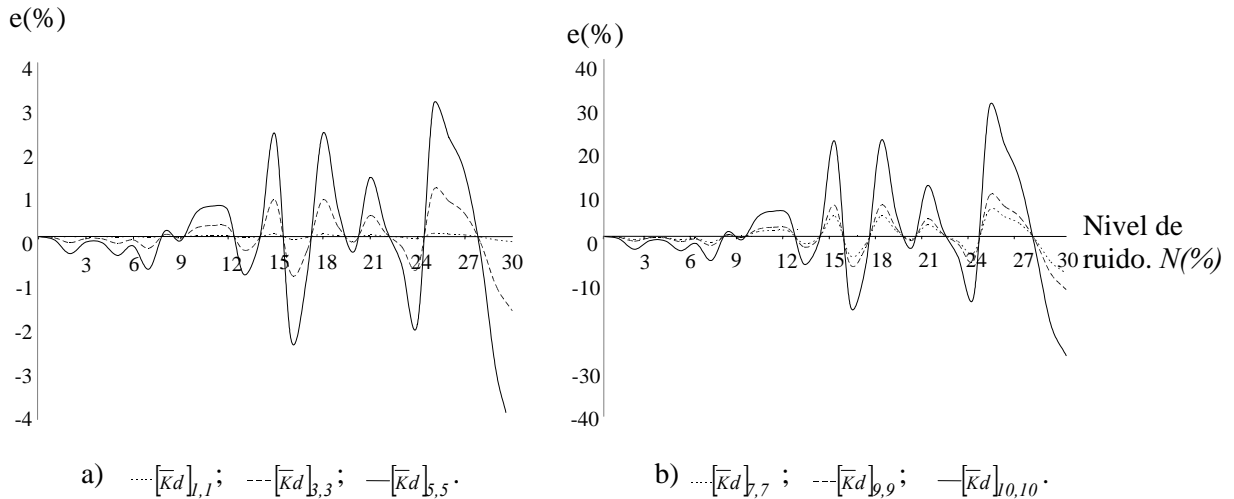
$$[N] = N[\phi][\phi]^T[M] \quad (4.10)$$

Finalmente, sustituyendo la ec. (4.10) en la (4.9), la matriz de rigidez perturbada con ruido debido a las mediciones es:

$$[\hat{K}] = [\bar{K}] \left[ [I] + \frac{N[\phi][\phi]^T[M]}{100} R \right] \quad (4.11)$$

#### 4.2.1. Edificio STC

Los efectos de ruido en la matriz de rigidez condensada del edificio STC (Figura 3.3) se evaluaron utilizando el método propuesto. Esta matriz es de orden 10 x 10 y considera un grado de libertad lateral por piso. Con el objetivo de simular diferentes niveles de ruido se utilizó la ec. (4.11) variando el parámetro  $N$  de 0 a 30%. En la Figura 4.3 se muestran los valores obtenidos del error relativo entre términos de la diagonal de las matrices  $[\bar{K}]$  y  $[\hat{K}]$  para los niveles de ruido  $N$  estudiados. Se puede observar un comportamiento similar para cada término de la diagonal



a)  $\cdots[\bar{k}d]_{1,1}$ ;  $---[\bar{k}d]_{3,3}$ ;  $—[\bar{k}d]_{5,5}$ .      b)  $\cdots[\bar{k}d]_{7,7}$ ;  $---[\bar{k}d]_{9,9}$ ;  $—[\bar{k}d]_{10,10}$ .  
Figura 4.3. Valores del error relativo entre los términos de la diagonal de las matrices  $[K]$  y  $[\hat{K}]$ . Edificio STC.

estudiados con aumento en valores del error relativo a medida que  $N$  se incrementa.

En la Figura 4.3 se puede observar que los valores máximos del error relativo corresponden al término  $(10,10)$ , entrepiso superior, y disminuye para los pisos inferiores. Estos valores son menores que 10% para cada término de la diagonal excepto para  $(10,10)$ . También que los valores del error relativo menores que 10% para niveles de ruido menores que 14% y son menores que 2% para pisos menores que 2%.

Adicionalmente, para fines comparativos, se analizaron los casos de daño de la Tabla 3.2 estudiados por Escobar et al., (2005) utilizando el método de la Matriz de Transformación, MMT, para  $N = 3\%$ . Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 4.2.

Los resultados para el caso de daño D1 (Tabla 4.2) muestran que con el MRB se obtuvieron valores del error relativo menores que con el MMT para todos los elementos dañados del edificio STC excepto para el 36 (Figura 3.3). Sin embargo, este error fue menor que 5% utilizando el MRB. Además, el error relativo máximo determinado con el MMT (-14%) fue mayor que el obtenido con el MRB (5.6%).

En general, todos los valores del error relativo obtenidos con el MRB fueron menores que 6%. Los valores del error relativo obtenidos con el MRB fueron menores que 1% para el caso de daño D2. Los resultados de daño para el caso D3 muestran que el MRB calculó las intensidades de daño con valores del error relativo iguales a cero.

Es importante mencionar que para el caso de daño D1, el MMT proporcionó valores del error relativo mayores para las columnas que para las vigas. En general, el MRB se comportó menos sensible al efecto del ruido que el MMT.

Tabla 4.2. Porcentajes de daño y valores del error relativo aplicando el MMT y MRB al edificio STC con 3% de nivel de ruido.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)		Error relativo (%)	
			MMT	MRB	MMT	MRB
D1	1, 5	30	31.4	30	4.7	0
	7	20	18.4	20.2	-8	0.8
	8, 9	20	18.4	20.1	-8	0.4
	22	10	8.8	10.3	-12	2.9
	23	10	8.8	10	-12	0
	24	10	8.8	10.6	-12	5.6
	36	20	19.7	20.7	-1.5	3.3
	37, 38, 39, 40	20	19.7	20	-1.5	0
	55	25	21.5	24.8	-14	-0.8
	56,57	25	21.5	24.9	-14	-0.5
	58	25	21.5	25	-14	0
D2	1,5	20	19.8	20	-0.9	0
	2, 3, 4	20	19.8	20.1	-0.9	0.6
	51, 53	40	41.6	39.8	4	-0.6
	52, 54	40	41.6	39.7	4	-0.7
D3	46, 47, 48, 49, 50	20	19.4	20	-3	0
	87, 88, 89, 90	40	42.9	40	7.3	0

De acuerdo con la Figura 4.3, el máximo error relativo en la diagonal de la matriz de rigidez condensada debido a un nivel de ruido de 3% es de -0.9%, y el máximo error relativo en la detección de daño (Tabla 4.2) fue de 5.6% para el mismo nivel de ruido (caso de daño D1). Lo anterior indica que los resultados de identificación de daño con el MRB se afectaron debido al efecto del ruido. Esto es un problema externo al MRB.

También se estudió la identificación de daño en zonas específicas de elementos aplicando el MRB y un nivel de ruido de 3% analizando los casos de daño de la Tabla 3.3. En la Tabla 4.3 se presentan los resultados. Se obtuvieron valores del error relativo de daño menores que 1% para todos los elementos dañados, excepto para el caso de daño E5, elemento 2, con un error relativo de 4.1%. La mayoría de los valores del error relativo fueron cero para esta estructura en particular.

De esta forma, el MRB demostró su capacidad para identificar daño en zonas específicas de los elementos bajo el efecto de ruido.

Tabla 4.3. Porcentajes de daño y valores del error relativo en zonas específicas de elementos aplicando el MRB al edificio STC con 3% de nivel de ruido.

Caso de daño	Elemento dañado (zona)	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)
E1	2 (superior)	10	10	0
E2	54 (derecha)	30	30	0
E3	2 (inferior)	60	60.1	0.2
	71 (izquierda)	15	15	0
E4	43 (inferior)	20	20	0
	54 (izquierda)	65	65	0
E5	2 (inferior)	20	20.8	4.1
	43 (superior)	40	40	0
	54 (derecha)	55	55	0
	71 (derecha)	1	1	0

#### 4.2.2. Estructura tridimensional de dos pisos

El MRB se aplicó a la estructura tridimensional de dos pisos (Figura 3.4) para la determinación de daño considerando efectos de ruido. Se estudiaron los casos de daño presentados en la Tabla 3.4. Estos casos de daño también fueron estudiados por Escobar et al., (2005) utilizando el MMT y un nivel de ruido de 3%. Los resultados de identificación de daño con el MMT y el MRB se presentan en la Tabla 4.4.

En la Tabla 4.4 se puede observar que los valores del error relativo obtenidos con el MRB son menores que los del MMT e iguales o menores que 2%. Nótese además que con el MRB se calculó una intensidad de daño para el caso F3 con valores del error relativo menores que 1% usando solamente tres iteraciones.

También se estudiaron los casos de daño G1 a G6 presentados en la Tabla 3.5 para identificar daño en zonas específicas de elementos. Se aplicó el MRB y se calcularon valores del error relativo menores que 2% usando 6 iteraciones (Tabla 4.5). El caso de daño G6, con degradación

de rigidez de 1%, fue identificado precisamente. Los resultados demuestran la capacidad del MRB para esta estructura tridimensional en particular bajo efectos de ruido.

Tabla 4.4. Porcentajes de daño y valores del error relativo aplicando el MMT y MRB a la estructura tridimensional de dos pisos con 3% de nivel de ruido.

Caso de daño	Elemento dañado	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)		Error relativo (%)		Iteración
			MMT	MRB	MMT	MRB	
F1	2	60	57.5	60.1	-4.2	0.2	5
F2	4	20	20.4	19.9	2	-0.4	3
F3	1	40	39.7	40.2	-0.8	0.6	3
	4	20	18	20	-10	0	
F4	1	50	51.4	49.7	2.8	-0.5	6
	2	45	44.8	44.9	-0.4	-0.3	
	3	60	59	60.6	-1.6	1	
	4	55	54.1	55	-1.6	0.1	
	5	40	39	39.5	-2.5	-1.4	
	6	30	31	30	3.3	-0.1	

Es importante mencionar que en las Tablas 4.4 y 4.5, los valores del error relativo diferentes de cero son consecuencia de los efectos de ruido y no indican una falla inherente al MRB propuesto. Esto se demostró para el caso sin ruido, en la calibración, pues se obtuvieron valores de error relativo iguales a cero utilizando una iteración más que la indicada (Tablas 3.4 y 3.5).

Tabla 4.5. Porcentajes de daño y valores del error relativo en zonas específicas de elementos aplicando el MRB. Estructura tridimensional de dos pisos con 3% de nivel de ruido.

Caso de daño	Elemento dañado (zona)	Daño simulado (%)	Daño calculado (%)	Error relativo (%)
G1	1 (inferior)	10	9.9	-1.1
G2	2 (superior)	70	69.8	-0.3
	7 (inferior)	25	25	-0.1
G3	3 (izquierda)	50	50	0
G4	3 (derecha)	5	5	0
	8 (izquierda)	40	39.7	-0.8
G5	1 (0.81 m del extremo inferior)	60	60	0
G6	1 (al centro)	1	1	0

#### 4.3. EFECTOS DE RUIDO EN EL MÉTODO DE RIGIDECES BASE

Con el propósito de estudiar el efecto de diferentes niveles de ruido en el MRB, se aplicó el método de perturbación de matrices de rigidez para el edificio STC y la estructura tridimensional de dos pisos. Se estudiaron los casos de daño D1 a D3 presentados en la Tabla 3.2, el E1 de la Tabla 3.3 y el F1 de la 3.4. En la Tabla 4.6 se presentan los resultados para niveles de ruido de

1% hasta un cierto valor  $N$ . En ella se puede observar que se produjeron valores del error relativo entre intensidad de daño simulado y calculado mayores que 10% para los elementos dañados en estudio.

En la Tabla 4.6 se puede observar que el menor valor de  $N$  produjo un error relativo de 11% en la detección de daño con el MRB. Con el método propuesto se identificó la intensidad de daño, con valores del error relativo mayores que 10% para niveles de ruido superiores a 7%.

Tabla 4.6. Valores máximos del error relativo para diferentes niveles de ruido aplicando el MRB.

Modelo	Caso de daño	$N(\%)$	Error relativo (%)
Edificio STC	D1	22	12.4
	D2	8	11
	D3	17	-26.4
	E1	15	11.1
Estructura tridimensional de dos pisos	F1	10	10.6

#### 4.4. EFECTO DE INFORMACIÓN MODAL LIMITADA Y RUIDO

Con el objetivo de evaluar el MRB bajo los efectos de información modal limitada y ruido, se estudió el edificio STC (Figura 3.3). Se utilizó un 3% de nivel de ruido, ec. (4.11), y se varió el número de modos de vibración de la estructura de 1 a 10 para ajustar la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño con el método de Baruch y Bar-Itzhack (1978). Para llevar a cabo lo anterior, se analizó el caso sin daño y los casos J1 a J3 (sección 4.1.1).

Para el caso sin daño, se calculó la pérdida de rigidez para los elementos 1, 3 y 5 considerando ruido y la variación del número de modos de vibración utilizados en el ajuste de la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño (Figura 4.4). En la Figura 4.5 se presentan los valores del error relativo entre intensidades de daño simuladas y calculadas para los casos de daño J1 a J3. La Figura 4.5 difiere de las Figuras 4.2 por incorporar efectos de ruido.

En la Figura 4.4 se muestra que la máxima intensidad de daño calculada con el MRB corresponde al elemento 3 cuando se utilizaron los seis y nueve primeros modos de vibración de la estructura.

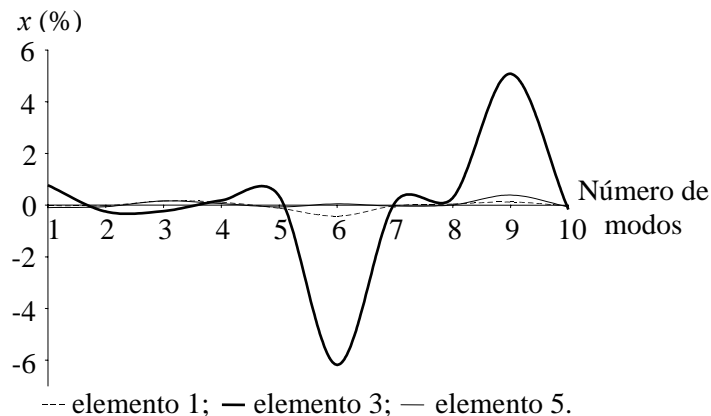


Figura 4.4. Intensidad de daño aplicando el MRB al edificio STC con 3% de nivel de ruido e información modal limitada. Caso sin daño.

Estas intensidades de daño calculadas son mayores con respecto a las de los elementos 1 y 5 pero siempre menores que 6%.

La matriz de rigidez condensada reconstruida de la estructura dañada, fue idéntica a la matriz de la estructura sin daño para cualquier número de modos de vibración utilizados. Por lo tanto, las intensidades de daño identificadas diferentes de cero se debieron al efecto del ruido y no al número de modos usados para ajustar la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño.

En las Figuras 4.5, para los casos de daño J1 a J3, se puede observar que los valores del error relativo, cuando se utilizan todos los modos de vibración de la estructura con daño, son menores que 1% y menores que 3.2% cuando se utiliza únicamente el primer modo de vibración. Lo anterior es conveniente para fines prácticos en los que únicamente se pueden identificar algunos cuantos de los primeros modos de vibración de la estructura. Como era de esperarse, cuando se utilizaron todos los modos de vibración, los valores del error relativo fueron cercanos a cero.

En la Figura 4.1 se puede observar que los valores del error relativo fueron cero, por lo tanto, los errores en la Figura 4.5 difieren de cero debido al ruido. Nótese también que cuando se utilizó el primer modo de vibración en el ajuste, los valores máximos del error relativo en las Figuras 4.5 no son tan grandes como los de las Figuras 4.1. Esto se debe a que el primer modo de vibración de esta estructura participa con la mayoría de la información de detección de daño. En otras palabras, la participación del primer modo de vibración de esta estructura es mayor que la de los modos superiores. Por esta razón, los valores del error relativo de las intensidades de daño en las Figuras 4.5 son menores que los de las Figuras 4.1 utilizando el primer modo de vibración de la estructura con daño para ajustar su matriz de rigidez condensada. Es importante mencionar que para otras estructuras el primer modo de vibración puede no ser el dominante, por lo tanto, en estos casos se necesitará realizar estudios de sensibilidad considerando ruido e información modal limitada.

Para el caso de daño J3, los valores del error relativo fueron menores que 10%, Figura 4.5c. Para el caso J1 fueron menores que 10% cuando se utilizaron de uno a ocho de los primeros modos para ajustar la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño y para el caso J2 cuando se utilizaron de uno a cuatro y de ocho a diez modos de vibración.

Es difícil establecer la relación entre localización de daño y el número óptimo de modos para identificar daño con valores del error relativo menores que 10%. Sin embargo, para obtener valores del error relativo, en la detección de daño, menores que 10%, para esta estructura en particular, se podrían utilizar los primeros cuatro modos de vibración en el ajuste de la matriz de rigidez.

En la Figura 4.5a se puede observar que los valores del error relativo fueron menores que 3.3% cuando se utilizó el primer modo de vibración de la estructura. Para el caso de daño J2 estos valores no excedieron de 0.4% utilizando diez modos y de -0.6% usando cinco modos para el caso daño J3.

Lo anterior comprueba la hipótesis de que cuando se utiliza desde el modo 1 hasta el correspondiente con el entrepiso dañado, para ajustar la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño, los valores del error relativo en la identificación de daño con el MRB son menores que utilizando otro número de modos de vibración diferente al total.



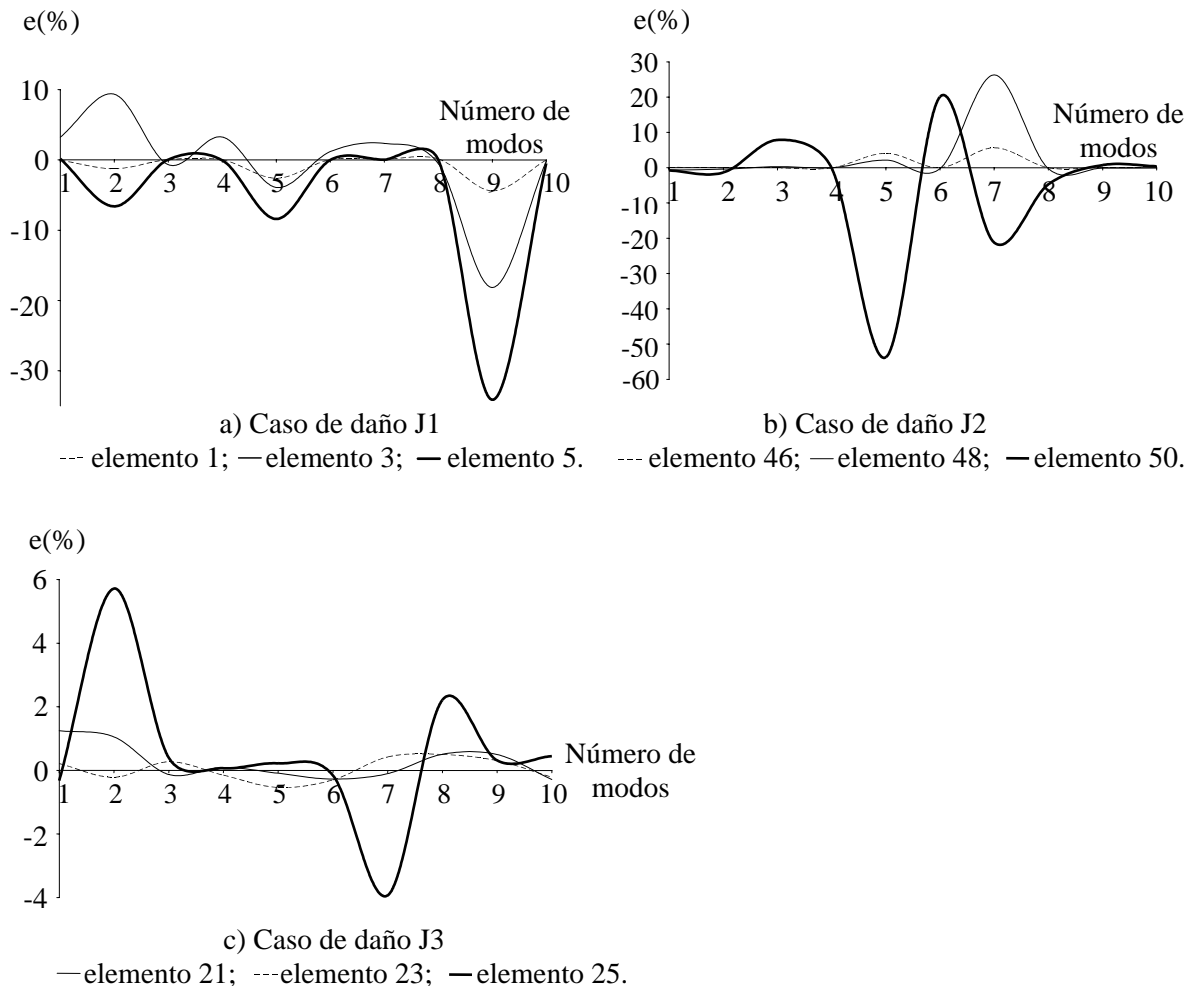


Figura 4.5. Valores del error relativo entre intensidades de daño simuladas y calculadas aplicando el MRB al edificio STC con 3% de nivel de ruido e información modal limitada.

Finalmente se puede observar que la Figura 4.5a no difiere en forma con las Figuras 4.2. Únicamente tienen diferencias de 1.1% para el elemento 2 cuando se utilizaron los primeros seis modos para ajustar la matriz de rigidez condensada de la estructura con daño. Esto indica que el MRB fue poco sensible a los efectos de ruido para esta estructura. Lo anterior fue conveniente para la detección de daño.

#### 4.5. APLICACIÓN A UN CASO REAL. EDIFICIO DE CONCRETO REFORZADO EN VAN NUYS CALIFORNIA

Para evaluar el MRB con un caso de daño real, se aplicó a un edificio de concreto de siete pisos localizado en Van Nuys California. Se trata del hotel Holiday Inn que se dañó con el sismo de Northridge en enero de 1994 (Trifunac et al., 1999). Se escogió este edificio porque se conocía la respuesta dinámica de la estructura afectada y un reporte de ubicación de daños por inspección visual. Las Figuras 3.8 y 3.9 muestran la geometría de la estructura.

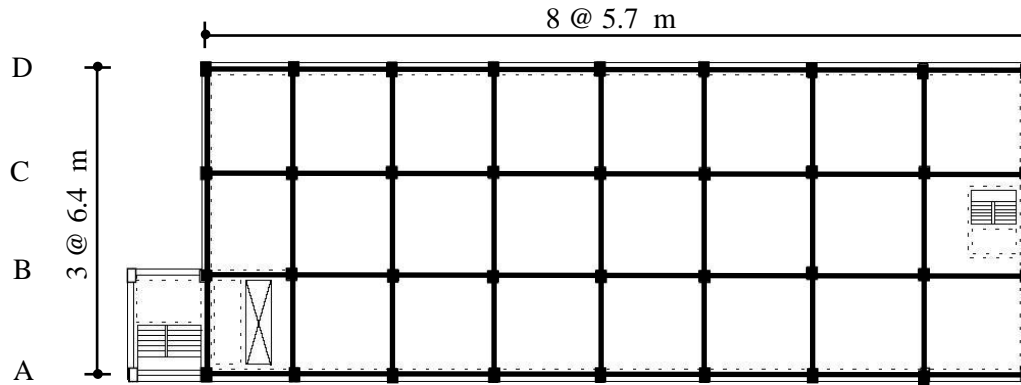


Figura 3.8. Planta típica. Edificio en Van Nuys, California.

De acuerdo con Trifunac et al., (1999) la sección transversal de las columnas exteriores es de 0.35 x 0.50 m. Columnas interiores del primer entrepiso de 0.50 x 0.50 m. El resto de las columnas interiores de 0.45 x 0.45 m. Vigas de 0.40 x 0.55 m. Peralte de las losas: piso 1, 0.25 m; pisos 2 al 6, 0.21 m; azotea, 0.20 m. Módulo de elasticidad:  $E_m = 25.5$  GPa, excepto para las columnas entre el piso 1 y 2 ( $E_m = 28.9$  GPa).

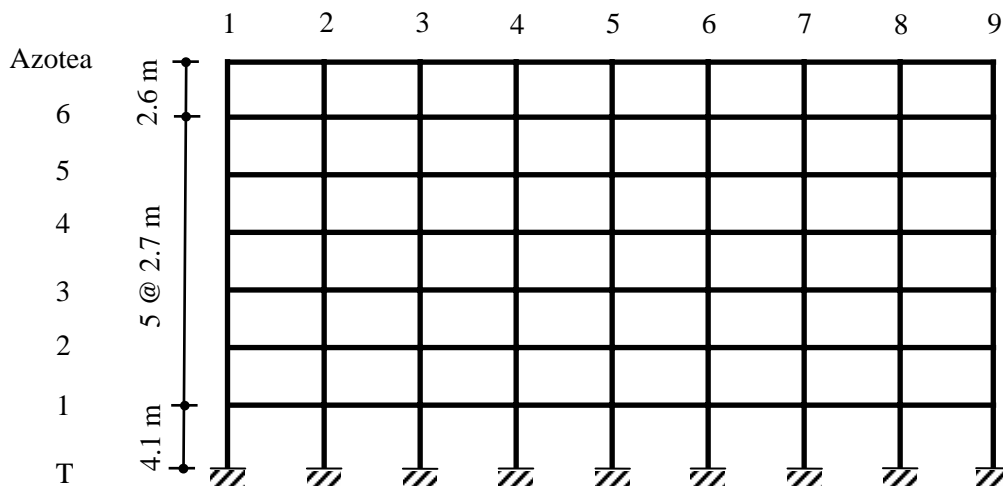


Figura 3.9. Sección longitudinal típica. Edificio en Van Nuys, California.

La frecuencia de vibración dominante del edificio correspondiente a la dirección longitudinal es de 1 Hz y en la dirección transversal de 1.4 Hz (Trifunac et al., 1999). Esto indica que el edificio es menos rígido longitudinalmente, por lo que se espera que los desplazamientos en esta dirección sean mayores que en la transversal. Por otro lado, la estructura es prácticamente simétrica. Con base en lo anterior, se analizó un marco longitudinal.

De acuerdo con Trifunac et al., (1999) se tienen registros de respuesta dinámica de este edificio desde 1971. Entre ellos, se cuenta con los de la réplica del sismo de Northridge del 20 de marzo de 1994 con los que se hizo el análisis de detección de daño con el método propuesto. Se utilizaron los registros medidos en la dirección longitudinal ubicados a nivel del terreno, pisos 2, 3, 6 y a nivel de la azotea (Figura 3.9). Se procesaron estos registros utilizando el DDF y se identificaron los dos primeros modos de vibración de la estructura. La Tabla 3.10 muestra las frecuencias calculadas con el DDF a partir de los registros sísmicos y las reportadas en Trifunac et al., (1999). Se puede observar que los valores del error relativo absoluto son menores que 2% para los modos de vibración identificados.

Tabla 3.10. Frecuencias de vibración (Hz) del edificio con daño en Van Nuys, California, calculadas con el DDF y valores del error relativo con respecto a las reportadas por Trifunac et al., (1999).

Modo	DDF	Trifunac et al., (1999)	e (%)
1	0.99	1.00	-1.33
2	3.49	3.50	-0.24

Debido a que no se contó con mediciones en tres pisos del edificio en estudio, fue necesario interpolar valores de formas modales para obtener configuraciones completas por piso. Así, se utilizó la interpolación lineal para el modo 1 y la cuadrática para el modo 2. Lo anterior fue con base en la relación que existe entre la geometría de la forma modal con el grado de interpolación. La Tabla 3.11 presenta las formas modales calculadas con el DDF.

Tabla 3.11. Formas modales del edificio con daño en Van Nuys, California, calculadas con el DDF.

Piso	Modo	
	1	2
Azotea	-0.75	-0.50
6	-0.63	-0.06
5	-0.48	0.18
4	-0.33	0.42
3	-0.19	0.66
2	-0.02	0.49
1	0.02	0.31

De acuerdo con Trifunac et al., (1999), aproximadamente dos semanas después del sismo, la condición estructural de este edificio fue evaluada por un equipo de la Universidad del Sur de California mediante inspección visual. Se encontró que la estructura se había dañado principalmente bajo la losa del piso 4 en el marco A. En la Figura 3.10 se muestra la localización de daño observados en sitio. En esta figura se pueden observar seis zonas con grietas en el piso 4. De acuerdo con Trifunac et al., (1999) las grietas de los ejes 3 y 4 miden 5 cm aproximadamente de ancho; las de los ejes 5 y 7 entre 5 cm y 10 cm; las del eje 8 más de 10 cm y las del eje 9 menos de 1 cm. También se reportó una grieta de menos de 1 cm de ancho en el eje 9 piso 2. Nótese que el daño se encuentra en la zona de la conexión viga-columna o muy cerca a ésta.

Con el fin de detectar daño en este edificio sin conocer su estado de referencia o sin daño se aplicó el MRB. Los parámetros modales del edificio con daño (Tablas 3.10 y 3.11) se utilizaron para identificar el estado de referencia del edificio. Para el ajuste de la matriz de rigidez del edificio en su estado con daño fue calculado utilizando el primer modo de vibración identificado.

En la Figura 3.11 se muestran los porcentajes de daño calculados con el MRB. En esta figura se puede observar que se identificaron como dañados algunos elementos concurrentes en cuatro de cinco zonas con grietas con ancho de 5 cm o más. También se identificó una viga dañada concurrente a la zona con grietas menores que 1 cm en el piso 2. Por otro lado se identificaron algunos elementos como dañados sin estarlo en el entrepiso superior.

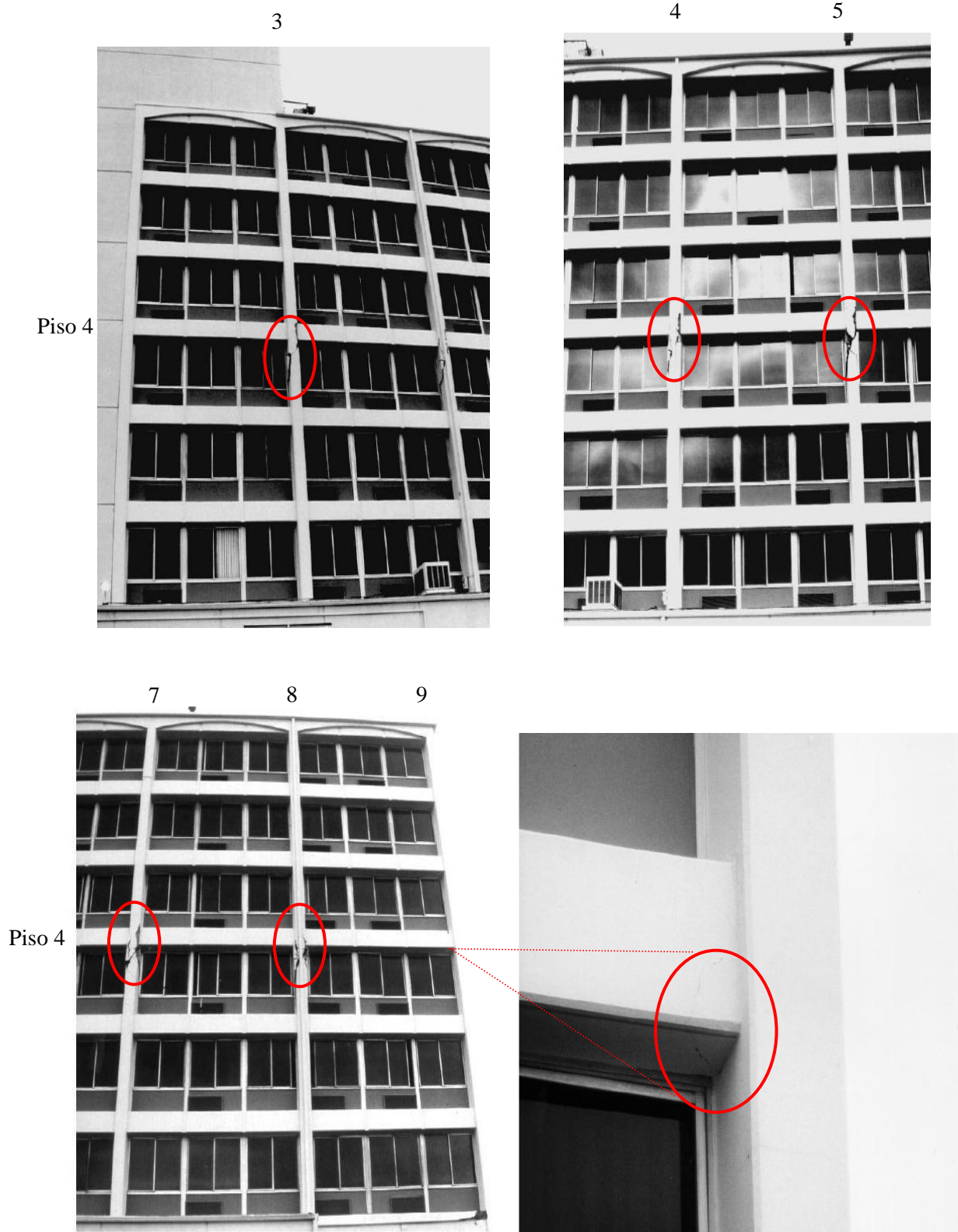


Figura 3.10. Daño observado el 4 de febrero de 1994. Edificio en Van Nuys, California. Trifunac et al., (1999).

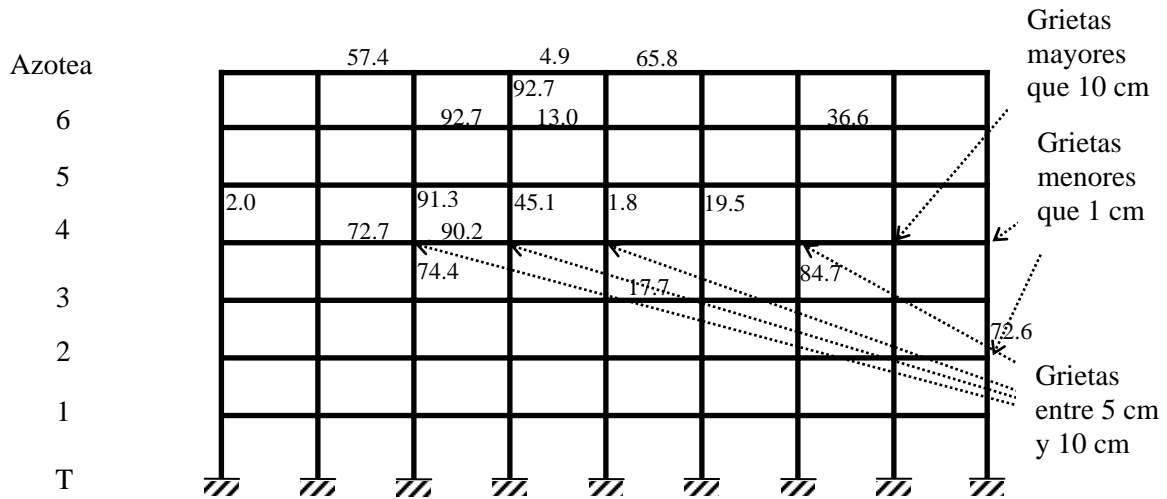


Figura 3.11. Localización e intensidades de daño en % calculadas con el MRB. Edificio en Van Nuys, California.

Debido a que el daño se encuentra en la zona de la conexión viga-columna o muy cerca a ésta (Figura 3.10) se aplicó el MRB utilizando un modelo más refinado. Para esto, se modeló la zona de la conexión discretizándola con cuatro elementos concurrentes al nodo (Figura 3.12). Los resultados de la intensidad de daño en los elementos estructurales y en las zonas de conexión se presentan en la Figura 3.12. En esta figura se puede observar que todas las conexiones con grietas de 5 cm o más de ancho fueron identificadas.

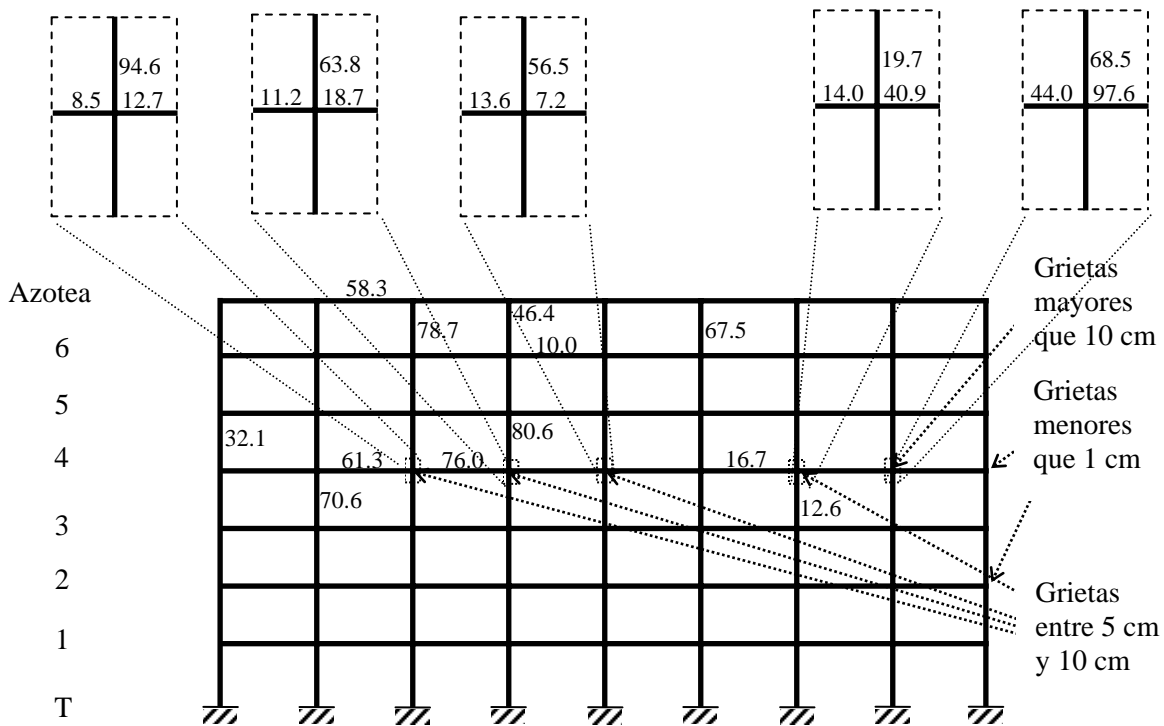


Figura 3.12. Localización e intensidades de daño en % calculadas con el MRB. Conexiones discretizadas. Edificio en Van Nuys, California.

También se puede observar que la intensidad de daño máxima identificada de 97.6% corresponde a la zona de la conexión con grietas de máximo ancho observadas. Lo anterior corresponde a lo reportado por Trifunac et al., (1999). Además con el MRB se detectaron algunos elementos viga o columna concurrentes en conexiones afectadas. Por otro lado no se identificó daño en la conexión del eje 9 (Figura 3.10). Se puede apreciar que, similarmente a la Figura 3.11, se identificaron elementos del entrepiso superior donde no hay indicación de daño observado; sin embargo, el número de estos elementos disminuyó.

Con el estudio de este caso práctico se pudo observar el funcionamiento cualitativo del método propuesto y comprobar su eficiencia al detectar daño.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentó el método de Rigideces Base, MRB, para localizar elementos estructurales dañados y medir su intensidad de daño en términos del porcentaje de degradación de rigidez. Éste es original pues tiene la ventaja de ser capaz de detectar daño en edificios en los que no se conocen sus parámetros modales base (estado sin daño).

El método utiliza como dato las características dinámicas de la estructura con daño. Para ello, se evaluó el método de Descomposición del Dominio de Frecuencia, DDF, y el de Análisis Espectral Convencional, AEC, para la identificación de parámetros modales. Para su evaluación, se aplicaron a modelos de estructuras de varios pisos utilizando mediciones simuladas y reales. Con base en los resultados obtenidos se puede concluir que el AEC y el DDF identificaron parámetros modales de manera similar en los casos analizados.

Una ventaja del DDF, comparando con el AEC, es que permite identificar las formas modales incluyendo polaridad utilizando la Descomposición por Valores Singulares, DVS, mientras que el AEC usa el ángulo de fase para determinar la polaridad y en ocasiones depende del criterio del analista para definirla.

El trabajo de cálculo computacional del DDF es menor que el del AEC considerando que algunos programas actuales incorporan subrutinas propias de la DVS. La eficiencia del AEC y del DDF para la identificación de parámetros modales utilizando datos de mediciones experimentales quedó demostrada.

Con los parámetros modales calculados y la rigidez lateral aproximada del primer entrepiso del edificio sin daño se calcula un estado de referencia o base. Este estado de referencia se compara con el de la estructura dañada a través del algoritmo de detección de daño basado en la descomposición por valores característicos de matrices con información de daño correspondientes a cada elemento del edificio.

El MRB se calibró comparándolo con un método anterior y se demostró su efectividad para detectar daño aún en zonas específicas de los elementos. Con el objetivo de evaluar el MRB bajo efectos de información limitada y ruido, éste se aplicó a marcos planos y a estructuras tridimensionales de varios niveles.

No se puede ignorar el hecho de que existe incertidumbre en la estimación de la rigidez y la masa de los edificios debido a la naturaleza de la respuesta dinámica de éstos. Por tal motivo fue necesario calibrar el MRB ante efectos de ruido e información modal limitada. Los efectos de ruido fueron simulados con el método propuesto de perturbaciones de matrices de rigidez. Se analizaron casos de estructuras con comportamiento de cortante y flexión, en el plano y en el espacio utilizando daño simulado y real.

A partir de los resultados obtenidos en los ejemplos estudiados para la calibración del MRB se puede concluir que se identificó correctamente tanto la ubicación como la intensidad de daño de sus elementos estructurales. Para estos casos, el método propuesto demostró excelente precisión al calcular las intensidades de daño con valores de error relativo iguales a cero cuando se conocen todos los modos de vibración de la estructura.

Con el MRB fue posible detectar daño aún en zonas específicas de elementos estructurales de los edificios estudiados con intensidades de daño de 1%. La precisión para detectar este tipo de daño aumenta en función del número de elementos discretizados en el modelo del edificio.

En lo que respecta al estudio del MRB considerando efectos de ruido, el método propuesto identificó daño estructural con valores del error relativo menores que 10% para niveles de ruido menores que 8%.

Al estudiar los efectos de ruido e información modal limitada simultáneamente, se observó que cuando el número de modos varió de uno hasta el correspondiente al entrepiso dañado, los resultados de identificación de daño mejoraron significativamente. Además, fue suficiente utilizar de uno a los primeros cuatros modos de vibración, de las estructuras estudiadas, para obtener intensidades de daño adecuadas. Esto es conveniente porque en la práctica, solamente es posible identificar unos cuantos modos de vibración de la estructura y nunca todos. Los errores en la detección de daño observados fueron causados por los efectos de ruido o información modal limitada y no por el método propuesto en sí. Esto se justificó cuando se calibró el método para el caso en el que se conoce su estado sin daño de la estructura sin efectos de ruido e información modal completa.

Con respecto a la aplicación del MRB propuesto en este trabajo, se puede concluir que para los marcos planos con comportamiento de cortante estudiados, el método presenta resultados exactos cuando la relación rigidez/masa de los entrepisos del edificio es constante en elevación. Cuando varía hasta 10% el estado base se calculó con valores del error relativo menores que 10%. Cabe mencionar que para modelos ingenieriles en la práctica, el porcentaje de incertidumbre es mayor que 10% (Murià et al., 2000). El estudio de estos porcentajes queda fuera de los alcances de este trabajo. Se recomienda que el modelado de las estructuras sea representativo para disminuir las incertidumbres.

Para edificios con comportamiento de cortante, el método propuesto detecta daño con la misma exactitud indistintamente del número de pisos que tenga la estructura. Para las estructuras estudiadas con comportamiento de flexión se obtuvieron valores de error relativo menores que 7%.

Para la aplicación del MRB a un caso real, se estudió el edificio de concreto reforzado de siete pisos en Van Nuys California. El MRB localizó correctamente los elementos reportados como dañados utilizando únicamente el primer modo de vibración de la estructura con daño para ajustar su matriz de rigidez y los dos primeros para calcular el estado de referencia.

Con base en las conclusiones anteriores se puede decir que el objetivo de este trabajo de desarrollar un método que permita identificar daño en edificios en los que no se conocen sus parámetros modales base (sin daño) se cumplió.

Como trabajo a futuro se recomienda considerar elementos estructurales de materiales diferentes; determinar la relación de la intensidad de daño calculada con el MRB y el estado físico de los elementos estructurales para proponer soluciones racionales de reforzamiento. Por último, aplicarlo a datos reales provenientes de edificios instrumentados y comparar contra casos nominales involucrando el efecto del número de modos.



## REFERENCIAS

- Barroso, L. y Rodríguez, R. (2004), "Damage detection of a benchmark structure without baseline information", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 130, No. 2, pp. 142-151.
- Baruch, M. y Bar-Itzhack, I.Y. (1978), "Optimal weighted orthogonalization of measured modes", *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 16, No. 4, pp. 346-351.
- Beck, J.L. y Jennings, P.C. (1980), "Structural identification using linear models and earthquake records", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 8, pp. 145-160.
- Bendat, J.S. y Piersol, A.G. (1986), "Random data. Analysis and measurement procedures", John Wiley and Sons.
- Ben-Israel, A. y Greville, T.N.E. (1974), "Generalized inverses: Theory and applications", John Wiley & Sons.
- Biggs, J.M. (1964), "Introduction to structural dynamics", McGraw-Hill.
- Black, C.J. y Ventura, C.E. (1998), "Blind test on damage detection of a steel frame structure" *16th International modal analysis conference*, Santa Barbara, California, pp. 623-629.
- Brincker, R., Zhang, L. y Andersen, P. (2000), "Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition", *18th International Modal Analysis Conference (IMAC XVIII)*, San Antonio, Texas, pp. 625-630.
- Button, M., Der-Kiureghian, A. y Wilson, E. (1981), "Stocal user's information manual", Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley California, III-1.
- Chang, C.C. y Chen, L.W. (2005), "Detection of the location and size of cracks in the multiple cracked beam by spatial wavelet based approach", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 19, No. 1, pp. 139-155.
- Ching J. y Beck, J.L. (2003), "Two-stage bayesian structural health monitoring approach for phase II ASCE experimental benchmark studies", *16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, Seattle, Washington.
- Choi, S. y Stubbs, N. (2004), "Damage identification in structures using the time-domain response", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 275, No. 3, pp. 577-590.
- Dike, S.J., Bernal, D., Beck J. y Ventura C. (2003), "Experimental phase II of the structural health monitoring benchmark problem", *16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, Seattle, Washington.
- Escobar, J.A., Sosa, J.J. y Gómez, R. (2001), "Damage detection in framed buildings", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 28, No. 1, pp. 35-47.
- Escobar, J.A., Fierro, F. y Gómez, R. (2004), "Damage detection in building structures", *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canadá.

Escobar, J.A., Sosa, J.J. y Gómez, R. (2005), "Structural damage detection using the transformation matrix" *Computers & Structures*, Vol. 83, pp. 357-368.

Farrar, C.R. y Jauregui, D.A. (1998), "Comparative study of damage identification algorithms applied to a bridge: 1. experiment", *Smart Materials and Structures*, Vol. 7, No. 5, pp. 704-719.

Fierro, F., Escobar, J.A. y Gómez, R. (1999), "Detección de daño en edificios", *XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Morelia Michoacán, Vol. 2, pp. 727-735.

Geckinli, N.C. y Yavuz, D. (1983), "Discrete Fourier transformation and its applications to power spectra estimation", Elsevier.

Giraldo, D., Caicedo, J.M. y Dyke, S.J. (2003), "Experimental phase of the SHM benchmark studies. Damage detection using NEXT and ERA", *16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, Seattle, Washington, EUA.

Hera, A. y Hou, Z. (2004), "Application of wavelet approach for ASCE structural health monitoring benchmark studies", *ASCE Journal on Engineering Mechanics*, Vol. 130, No. 1, pp. 96-104.

James, G.H., Carne, T.G. y Lauffer, J.P. (1993), "The natural excitation technique for modal parameters extraction from operating wind turbines" *SAND92-1666, uc-261*, Sandia National Laboratories, Sandia, N.M.

Johnson, E.A., Lam, H.F., Katafygiotis, L.S. y Beck, J.L. (2000), "A benchmark problem for structural health monitoring and damage detection.", *14th ASCE Engineering Mechanics Conference*, Austin, Texas, EUA.

Juang, J-N. y Pappa, R.S. (1985), "An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction", *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 4, pp. 620-627.

Kharrazi, M.H.K., Ventura, C.E., Brincker, R. y Dascotte, E. (2000), "A study on damage detection using output-only modal data", *20th International Modal Analysis Conference*, Los Angeles, California.

Kim, J.T. y Stubbs, N. (2000), "Nondestructive crack detection model and vibration-based system identification in structures", *8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability*, Notre Dame, Indiana, EUA.

Linnik, Y.V. (1961), "Method of least squares and principles of the theory of observations", Pergamon Press.

Lu, Y. y Gao, F.A. (2004), "A novel time-domain auto-regressive model for structural damage diagnosis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 283, No. 3, pp. 1031-1049.

MacMillan, B., Batel, M., Dascotte, E. y Verbeeck, B. (2004), "OMA testing by SLDV with FEM pre and post test analysis", *22nd International Modal Analysis Conference (IMAC XXII)*, Detroit, Michigan.

Murià, D., Fuentes, L. y González, R. (2000), “Incertidumbre en la estimación de las frecuencias naturales de vibración de edificios de la ciudad de México”, *Información Tecnológica*, Vol. 11, No. 3, pp. 177-184.

Sohn, H. y Law, K.H. (1997), “A bayesian probabilistic approach for structure damage detection”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 26.

Stubbs, N. y Kim, J. (1996), “Damage localization in structures without baseline modal parameters”, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. Vol. 34, No. 8.

Trifunac, M.D., Ivanović, S.S. y Todorovska, M.I. (1999), “Instrumented 7-storey reinforced concrete building in Van Nuys, California: description of the damage from the 1994 Northridge Earthquake and strong motion data”, *Report CE 99-02*, University of Southern California Department of Civil Engineering, Los Angeles California.

Van Overschee, P. y De Moor, B. (1996), “Subspace identification for linear systems”, Kluwer Academic Publishers.

Ventura, C.E., Lord, J.F., Turek, M., Sereci, A.M., Radulescu, D. y Radulescu, C. (2003), “Experimental studies and remote monitoring of IASC-ASCE benchmark test frame”, *21st International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, Florida.