



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cocientes de espectros de respuesta para
sistemas con amortiguamiento viscoso no
lineal en distintas zonas de la Ciudad de
México**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Civil

P R E S E N T A

Irwin Josue Mendoza Abundis

DIRECTORA DE TESIS

Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019

CONTENIDO

RESUMEN.	4
1. INTRODUCCIÓN.	5
1.1. Antecedentes.	5
1.2. Justificación.	9
1.3. Objetivos y Alcances.	9
2. BASES TEÓRICAS.	10
2.1. Sistemas de 1 grado de libertad (1GDL).....	10
2.2. Ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad.....	12
2.2.1. Fuerza externa.	12
2.2.2. Movimiento en la base (excitación sísmica).	14
2.2.3. Solución de la ecuación de movimiento mediante el método de Newmark.	15
2.3. Vibraciones libres.	19
2.3.1. Vibración libre en sistemas amortiguados.....	19
2.4. Sistemas de protección sísmica (disipadores de energía).....	20
2.4.1. Tipos de dispositivos de disipación de energía.	22
2.4.2. Amortiguadores viscosos lineales.	23
2.4.3. Amortiguadores viscosos no lineales.	24
2.4.4. Ecuación de movimiento para un sistema amortiguado con disipadores viscosos no lineales.	26
2.4.5. Solución de la ecuación de movimiento para un sistema amortiguado con disipadores viscosos no lineales	27
2.5. Respuesta sísmica de S1GDL; espectros de respuesta y cocientes de espectros de respuesta.	29
2.5.1. Características del movimiento sísmico.....	29
2.5.2. Espectros de respuesta.	30
2.5.3. Respuesta sísmica de estructura de un grado de libertad equipada con amortiguadores viscosos no lineales.	40
3. METODOLOGÍA.	47
4. RESULTADOS.	50
4.1. COCIENTES ZONA A ($0 < T_s < 0.5$).....	51

4.2.	COCIENTES ZONA B ($0.5 < T_s \leq 1$)	52
4.3.	COCIENTES ZONA C ($1.0 < T_s < 1.5$)	54
4.4.	COCIENTES ZONA D ($1.5 < T_s \leq 2$)	55
4.5.	COCIENTES ZONA E ($2.0 < T_s < 2.5$)	57
4.6.	COCIENTES ZONA F ($2.5 < T_s < 3.0$)	58
4.7.	COCIENTES ZONA G ($3.0 < T_s \leq 4$)	60
4.8.	COCIENTES ZONA H ($T_s > 4$)	61
5.	CONCLUSIONES.	63
6.	REFERENCIAS.	64

RESUMEN.

La disminución de la respuesta estructural es el objetivo en el diseño sísmo resistente, garantizando una adecuada resistencia, rigidez y ductilidad, es por ello que se exponen las características de sistemas modernos de protección sísmica mediante amortiguación, así como sus variaciones, es decir sistemas de amortiguación lineal y sistemas no lineales, así como su respectiva solución a cada tipo de sistema.

Se presenta una metodología a partir del análisis de las respuestas de varios sistemas de un grado de libertad con diferentes relaciones de amortiguamiento ($\xi=10\%,15\%,20\%,25\%$ y 30% y 35%), y con diferente valor del exponente de velocidad ($\alpha = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$) sometidos a 760 acelerogramas registrados en las diferentes zonas de la ciudad de México, se obtienen los cocientes promedio de los espectros de velocidad entre pseudovelocidad, aceleración entre pseudoaceleración, fuerza de sistema no lineal, entre fuerza de sistema lineal.

1.INTRODUCCIÓN.

1.1. Antecedentes.

República Mexicana está situada en una de las regiones sísmicamente más activas del mundo, enclavada dentro del área conocida como el Cinturón Circumpacífico o cinturón de fuego (ver figura 1.1.1) donde se concentra la mayor actividad sísmica del planeta.

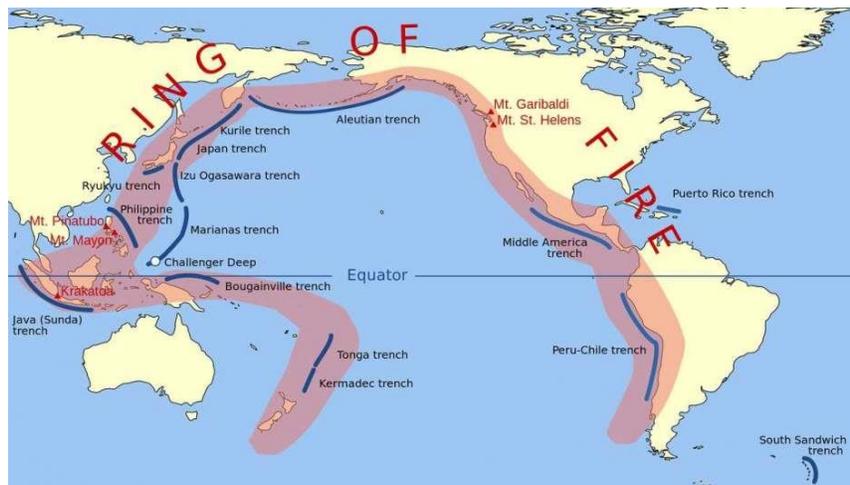


Figura 1.1.1 Cinturón circumpacífico, ilustración tomada internet, página losandes.com

La alta sismicidad en el país, es debido principalmente a la interacción entre las placas de Norteamérica, la de Cocos, la del Pacífico, la de Rivera y la del Caribe, así como a fallas locales que corren a lo largo de varios estados, aunque estas últimas menos peligrosas. La Placa Norteamericana se separa de la del Pacífico, pero roza con la del Caribe y choca contra las de Rivera y Cocos (ver figura 1.1.2), de aquí la incidencia de sismos.



Figura 1.1.2 Placas tectónicas circunvecinas a territorio mexicano. Ilustración tomada de servicio geológico mexicano.

Con fines de diseño antisísmico, la República Mexicana se dividió en cuatro zonas sísmicas (ver figura 1.1.3), utilizándose los catálogos de sismos del país desde inicios de siglo.

- La **zona A** es una zona donde no se tienen registros históricos de sismos, no se han reportado sismos en los últimos 80 años y no se esperan aceleraciones del suelo mayores a un 10% de la aceleración de la gravedad a causa de temblores.
- Las **zonas B y C** son zonas intermedias, donde se registran sismos no tan frecuentemente o son zonas afectadas por altas aceleraciones pero que no sobrepasan el 70% de la aceleración del suelo.
- La **zona D** es una zona donde se han reportado grandes sismos históricos, donde la ocurrencia de sismos es muy frecuente y las aceleraciones del suelo pueden sobrepasar el 70% de la aceleración de la gravedad.

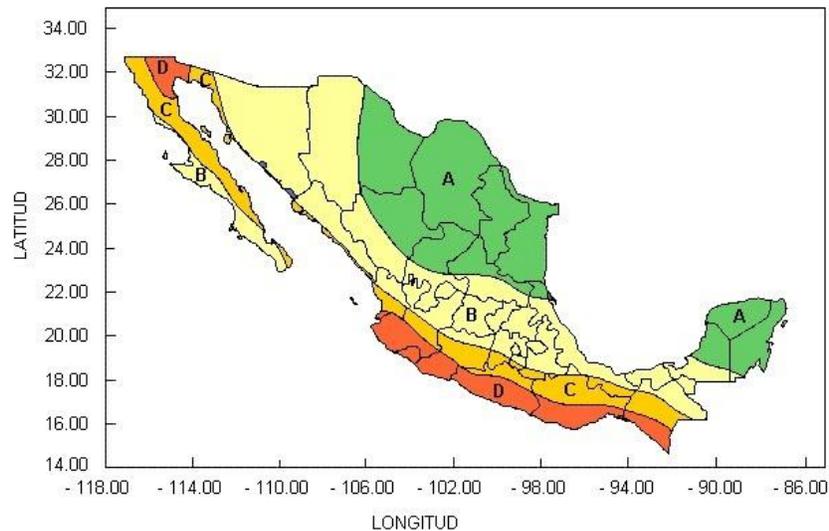


Figura 1.1.3 Zonas sísmicas en México. Ilustración tomada del servicio geológico mexicano.

En los últimos eventos sísmicos en el país, han dejado al descubierto deficiencias en los reglamentos de construcción a pesar de las numerosas modificaciones a las normas de diseño, a partir del desafortunado incidente de 1985 y 2017 en donde hubo pérdidas millonarias por daños estructurales y miles de decesos.

En los últimos años se ha hecho un gran esfuerzo por desarrollar y realizar investigaciones para lograr innovaciones en estructuras sismorresistentes con el fin de elevar el buen comportamiento sísmico, sin perder de vista el aspecto económico. La mayoría de estos sistemas estructurales intentan disipar la energía sísmica a través de amortiguamiento adicional o mediante aisladores de base.

Estos dispositivos especiales, los cuales son comúnmente conocidos como amortiguadores viscosos (ver figura 1.1.4) que se activan mediante el movimiento de la estructura reduciendo la respuesta dinámica global durante un sismo de moderada y de gran intensidad. Los elementos que conforman el sistema estructural estarán protegidos por estos dispositivos los cuales absorberán la energía sísmica y podrán ser fácilmente inspeccionados y de ser necesario reemplazados después un sismo. Esto en teoría querría decir que, si

parte de la energía es absorbida por los amortiguadores mecánicos, la estructura principal sufriría daños menores o nulos.



Figura 1.1.4 Amortiguador viscoso tipo Taylor. Ilustración obtenida de página web grupo CIPSA

La disipación de energía ha sido ampliamente reconocida como un medio efectivo para controlar la vibración excesiva de sistemas estructurales ante cargas dinámicas. Los códigos para el diseño de estructuras sismorresistentes han evolucionado estableciendo un diseño basado en aproximaciones del espectro de diseño en vez de usar un coeficiente constante para calcular las fuerzas laterales. Dichos espectros suponen que los sistemas estructurales tendrán un amortiguamiento inherente del 5% del amortiguamiento crítico.

El suponer que la estructura entrará en el intervalo inelástico durante el sismo de diseño, permite reducir aún más las fuerzas laterales de diseño. Estas reducciones se atribuyen al incremento en el "amortiguamiento efectivo" causado por la disipación de energía histerética. Cuando se añaden a la estructura disipadores de energía viscosos es posible reducir aún más las ordenadas espectrales. Esta es la filosofía que se utiliza en esta tesis.

1.2. Justificación.

La presente investigación se realizó para observar el comportamiento de estructuras equipadas con amortiguadores viscosos no lineales sometidas a diversos registros sísmicos de la Ciudad de México, en donde se evaluaron diferentes estructuras elásticas de 1GDL con diferentes periodos, que rondan desde 0.1 (s) hasta 5 (s) , y se estudiara el efecto de la no linealidad del amortiguador en la respuesta de la estructura para lo que se tienen diferentes valores del exponente de velocidad; $\alpha = 0.1, 0.2, \dots 1.0$

1.3. Objetivos y Alcances.

Este estudio tiene como principal objetivo determinar cocientes que relacionen a los espectros de velocidad con los de pseudovelocidad, espectros de aceleración con los de pseudoaceleración, para poder determinar las fuerzas actuantes en el sistema estructural con la que se diseña el amortiguador viscoso no lineal, para diferentes porcentajes de amortiguamiento y diferentes exponentes de velocidad que da la no linealidad, con la finalidad de contar con expresiones útiles para diseñar estructuras con amortiguamiento viscoso no lineal suplementario localizadas en las distintas zonas sísmicas de la ciudad de México.

Lo anterior permite analizar las ventajas y desventajas del uso de amortiguadores viscosos no lineales en las distintas zonas de la Ciudad de México, además de identificar los valores de (α) apropiados para el correcto funcionamiento de estos disipadores.

2. BASES TEÓRICAS.

Para el estudio de la vibración de sistemas estructurales es necesario hacer uso de algunos conceptos relativos a la respuesta de sistemas de un grado de libertad (1 GDL), que son aplicables a sistemas de muchos grados de libertad como son las estructuras de edificios, por lo que es imprescindible comenzar por una revisión de estas ideas.

La utilidad de un sistema tan simple reside en que permite establecer de manera muy directa y sencilla diversos conceptos útiles en la comprensión de sistemas dinámicos más complejos. Así mismo muchas estructuras simples *pueden ser representadas razonablemente* como un sistema de 1 GDL. La solución de sistemas complejos puede obtenerse reduciendo el problema a uno de 1 GDL, así como ser parte de la solución de problemas con mayor número de variables que pueden reducirse a una combinación de sistemas de un GDL.

2.1. Sistemas de 1 grado de libertad (1GDL)

El término grado de libertad es utilizado en Dinámica Estructural para representar los movimientos independientes de los nodos de un sistema estructural en las direcciones que no presenten restricción alguna, describiendo su posición en cualquier instante de tiempo t . Los sistemas estructurales que existen en la vida práctica poseen un número infinito de grados de libertad, dada su continuidad. Sin embargo, suponiendo ciertas hipótesis es posible construir un sistema idealizado con un número finito de grados de libertad. En estructuras simples de un nivel es posible reducir el número de grados libertad hasta tener solo uno.

Un sistema de un grado de libertad (1 GDL) se define como aquel en que sólo es posible un tipo de movimiento, es decir, la posición del sistema en cualquier instante puede ser definida por la de una sola coordenada. Un sistema idealizado de una masa concentrada y un resorte sin peso, aunque muy sencillo, es una idea muy conveniente (ver figura 2.1.1).

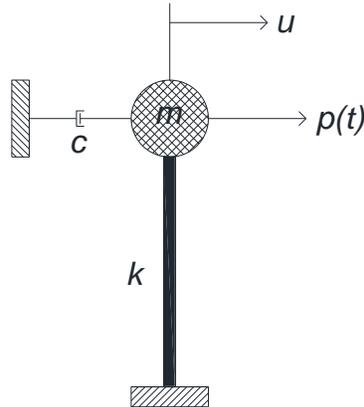
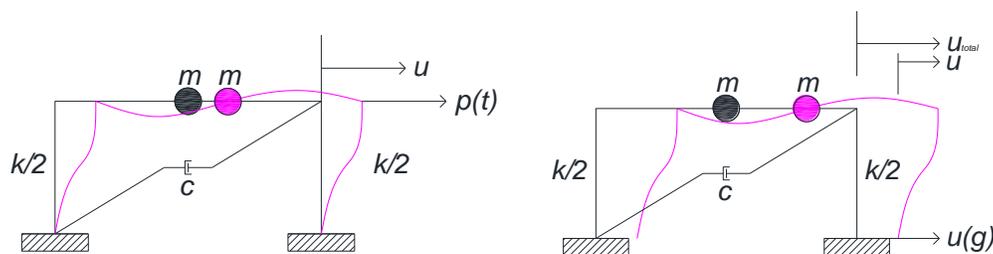


Figura 2.1.1 Sistema de un grado de libertad (1DGL), ilustración hecha por el autor.

Este sistema puede considerarse como una idealización de una estructura de un nivel. Cada elemento estructural (viga, columna, muro, etcétera) de la estructura real contribuye a las propiedades inerciales (masa), elásticas (rigidez o flexibilidad) y de disipación de la energía (amortiguamiento) de la estructura. Sin embargo, en el sistema idealizado, cada una de estas propiedades se concentra en tres componentes puros distintos: el componente de masa, el componente de rigidez y el componente de amortiguamiento.

Para este sistema se considera dos tipos de excitación dinámica:

- La fuerza externa $p(t)$ en la dirección lateral (ver figura 2.1 a)
- El movimiento del terreno $u_g(t)$ inducido por un sismo (ver figura 2.1 b)



a).
b).

Figura 2.1 Sistema de un grado de libertad a) La fuerza externa $p(t)$ en la dirección lateral, b) El movimiento del terreno $u_g(t)$ inducido por un sismo, ilustración hecha por el autor.

Para poder pasar de un sistema de finitos grados de libertad, se deben de tomar las siguientes consideraciones:

- Las columnas son axialmente rígidas o infinitamente rígidas, es decir, no existe desplazamiento vertical
- Las losas o vigas son infinitamente rígidas
- La rigidez a flexión de las trabes es muy grande
- La masa del sistema (columnas, vigas y losas) se considera concentrada en la losa o viga
- La rigidez del sistema es suministrada por las columnas

2.2. Ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad.

La ecuación diferencial de movimiento para un sistema de 1GDL puede obtenerse de múltiples maneras, sin embargo, sólo se explicará 1 forma en esta tesis:

- Aplicando la 2da. Ley de Newton $F = m * a$

2.2.1. Fuerza externa.

De acuerdo a la figura 2.2.1 se muestran las fuerzas que actúan sobre la masa en un cierto instante de tiempo. Estas están conformadas por: una fuerza externa $p(t)$, la fuerza restauradora elástica o inelástica f_s , la fuerza de amortiguamiento f_D y la fuerza de inercia f_I .

Se considera que la fuerza externa es positiva en la dirección del eje x , y que, por consecuencia, el desplazamiento $u(t)$, la velocidad $\dot{u}(t)$ y la aceleración $\ddot{u}(t)$ también son positivas.

En cuanto a las fuerzas elástica y de amortiguamiento actúan en sentido opuesto, ya que son las fuerzas internas del sistema que se oponen a la deformación y a la velocidad respectivamente.

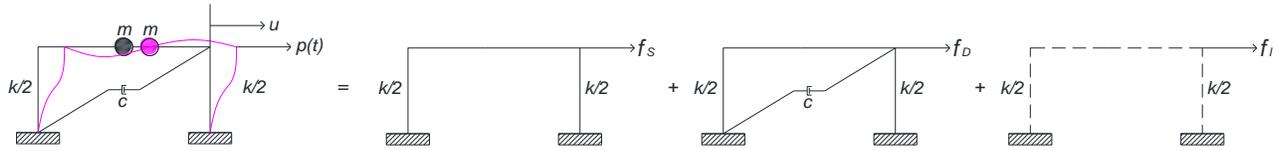


Figura 2.2.1 Fuerzas actuantes en un sistema de 1GDL, ilustración hecha por el autor.

Realizando el equilibrio de las fuerzas anteriormente mencionadas y recordando la 2da ley de Newton $F = m * a$, tenemos:

$$p - f_s - f_D = m\ddot{u} \quad (2.1)$$

O bien:

$$m\ddot{u} + f_D + f_s = p(t) \quad (2.2)$$

En donde:

$$f_D = c\dot{u} \quad (2.3)$$

$$f_s = ku \quad (2.4)$$

En donde:

- $f_I = -m\ddot{u}$ (fuerza de inercia)
- $f_D = -c\dot{u}$ (fuerza de amortiguamiento viscoso)
- $f_s = -k u$ (fuerza elástica)

Sustituyendo las ecuaciones (2.3) y (2.4) resulta que:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (2.5)$$

Siendo esta la ecuación de movimiento que controla la deformación o el desplazamiento $u(t)$ de la estructura idealizada en la figura 2.2.1, a la que supone es elástica lineal, sometida a una fuerza externa $p(t)$.

2.2.2. Movimiento en la base (excitación sísmica).

Para el estudio de la respuesta de la estructura sometida a un movimiento en su base, se considera que la fuerza externa es nula, más, sin embargo, se puede hallar una fuerza externa equivalente a la excitación sísmica.

La ecuación anterior (2.5), hace solo referencia al desplazamiento $u(t)$ relativo de la estructura, cuando se presenta una acción sísmica se presenta un desplazamiento adicional del terreno $u_g(t)$ (ver figura 2.2.2.1). El desplazamiento total está dado por la suma de ambos desplazamientos:

$$u^t = u(t) + u_g(t) \quad (2.6)$$

Tanto $u(t)$ y $u_g(t)$ están en dirección positiva (ver figura 2.2.2.1)

Si se deriva la ecuación 2.6 se obtiene:

$$\ddot{u}^t = \ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t) \quad (2.7)$$

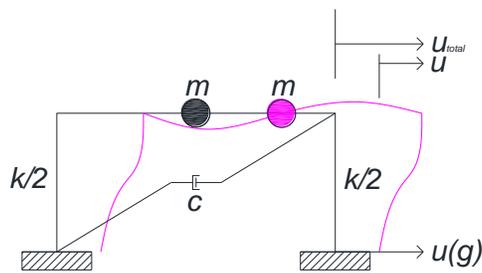


Figura 2.2.2.1 Desplazamiento relativo $u(t)$ de la estructura y desplazamiento del terreno $u_g(t)$, ilustración hecha por el autor.

Usando el concepto de equilibrio dinámico y a partir del diagrama de cuerpo libre (ver figura 2.2.1) la ecuación de equilibrio dinámico es:

$$f_I + f_D + f_S = 0 \quad (2.8)$$

En donde:

- $f_I = -m \ddot{u}$ (fuerza de inercia)
- $f_D = -c \dot{u}$ (fuerza de amortiguamiento viscoso)
- $f_S = -k u$ (fuerza elástica)

Finalmente, se obtiene la siguiente ecuación de equilibrio:

$$-m\ddot{u}_t - c\dot{u} - ku = 0 \quad (2.9)$$

O bien:

$$-m(\ddot{u}_g + \ddot{u}) - c\dot{u} - ku = p(t) \quad (2.10)$$

De donde:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (2.11)$$

Esta es la ecuación de movimiento que controla el desplazamiento relativo o la deformación $u(t)$ de la estructura elástica lineal de la figura 2.2.2.1, sometida a la aceleración del terreno \ddot{u}_g .

Si comparamos las ecuaciones 2.5 y 2.11 se observa que el efecto del movimiento de la base de la estructura. Es idéntico al efecto de aplicar sobre la masa de la estructura una fuerza externa equivalente, por lo tanto, se puede decir que:

$$p(t) = -m\ddot{u}_g \quad (2.12)$$

2.2.3. Solución de la ecuación de movimiento mediante el método de Newmark.

Uno de los métodos numéricos más usados en la dinámica estructural para resolver la ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad sujetos a una excitación arbitraria en la base, es el método de Newmark (Chopra,2014). La solución de Newmark se describe a continuación:

Las ecuaciones planteadas por Newmark se plantean en un método paso a paso del tiempo basándose en las siguientes ecuaciones:

$$\dot{U}_i + 1 = \dot{U}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\ddot{U}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{U}_i + 1 \quad (2.13)$$

$$U_i + 1 = U_i + (\Delta t)\dot{U}_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t)^2]\ddot{U}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{U}_i + 1 \quad (2.14)$$

En donde los parámetros β y γ definen la variación de la aceleración durante un paso de tiempo y determina las características de estabilidad y precisión del método.

Estas dos ecuaciones, en combinación con la ecuación de equilibrio (2.5) al final del paso de tiempo, proporcionan la base para calcular u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} y \ddot{u}_{i+1} en el tiempo $i + 1$ a partir de u_i , \dot{u}_i , y \ddot{u}_i conocidas en el tiempo i . Para implementar estos cálculos es necesario iterar debido a que la \ddot{u}_{i+1} desconocida aparece en el lado derecho de la ecuación.

Ya que el sistema parte del reposo, con una velocidad $\dot{U}(0) = 0$ y un desplazamiento $U(0) = 0$ en el tiempo $t_i = 0$, se puede resolver la ecuación de movimiento para un sistema elástico de la siguiente manera:

resolver la ecuación de movimiento para un sistema elástico, como sigue:

$$(m\ddot{U}_i = 0) + (c\dot{U}_i = 0) + (kU_i = 0) = p_{i=0} \quad (2.15)$$

$$\ddot{U}_i = 0 = \frac{p_{i=0}}{m} \quad (2.16)$$

Continuando con el tiempo discreto $ti+1$, la ecuación de movimiento se convierte en:

$$(m\ddot{U}_{i+1}) + (c\dot{U}_{i+1}) + (kU_{i+1}) = p_{i+1} \quad (2.17)$$

$$\ddot{U}_{i+1} = \frac{p_{i+1} + c\dot{U}_{i+1} + kU_{i+1}}{m} \quad (2.18)$$

Es posible utilizar el método de la aceleración promedio constante (caso especial del método de Newmark), el cual combina las ecuaciones de Newmark con la ecuación de movimiento para $ti+1$ y con ello estimar la respuesta del sistema de 1GDL. Al obtener la respuesta \ddot{U}_{i+1} y U_{i+1} en función de U_{i+1} se tiene que:

$$\ddot{U}_{i+1} = \frac{U_{i+1} - U_i}{\beta(\Delta t)^2} - \frac{\dot{U}_i}{\beta\Delta t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{U}_i \quad (2.19)$$

$$U_{i+1} = \frac{\gamma(U_{i+1} - U_i)}{\beta\Delta t} + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{U}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\ddot{U}_i \quad (2.20)$$

Y al sustituir estas ecuaciones en la ecuación de movimiento se obtiene lo siguiente:

$$m\left[\frac{U_{i+1} - U_i}{\beta(\Delta t)^2} - \frac{\dot{U}_i}{\beta\Delta t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{U}_i\right] + c\left[\frac{\gamma(U_{i+1} - U_i)}{\beta\Delta t} + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{U}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\ddot{U}_i\right] + k[U_{i+1}] = p_{i+1} \quad (2.21)$$

Al desarrollar la ecuación y al hacer reducción de términos semejantes tenemos que:

$$U_{i+1}[\frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t} + k] = \ddot{U}_i[m(\frac{1}{2\beta} - 1) - c\Delta t(1 - \frac{\gamma}{\beta})] + \dot{U}_i[\frac{m}{\beta\Delta t} - c(1 - \frac{\gamma}{\beta})] + U_i[\frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t}] + p_{i+1} \quad (2.22)$$

Haciendo un cambio de variable a la ecuación anterior:

$$\hat{K} = \frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t} + k \quad (2.23)$$

$$\hat{P}_{i+1} = \ddot{U}_i[m(\frac{1}{2\beta} - 1) - c\Delta t(1 - \frac{\gamma}{\beta})] + \dot{U}_i[\frac{m}{\beta\Delta t} - c(1 - \frac{\gamma}{\beta})] + U_i[\frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t}] + p_{i+1} \quad (2.24)$$

Se tiene que:

$$\hat{P}_{i+1} = \hat{K}U_{i+1} \quad (2.25)$$

$$U_{i+1} = \frac{\hat{P}_{i+1}}{\hat{K}} \quad (2.26)$$

Se puede notar que ahora la respuesta para t_{i+1} depende únicamente de las respuestas \ddot{U}_i , \dot{U}_i y U_i , de las propiedades del sistema c, k y m , y de los factores de β y γ . Estos definen la variación de la aceleración durante un paso de tiempo y determinan las características de estabilidad y precisión del método de la aceleración promedio constante. En la literatura se han sugerido valores de β y γ iguales a 0.25 y 0.5, respectivamente (Chopra, 2014).

A continuación, se describe paso a paso el procedimiento para resolver la ecuación de movimiento para un sistema de 1GDL con amortiguamiento y con una excitación arbitraria en su base, mediante el método de la aceleración promedio constante de Newmark.

1. Partiendo de las propiedades del sistema como lo son el porcentaje de amortiguamiento crítico ξ , la rigidez k y la masa m , se calculan las propiedades que de ellas se derivan como: el periodo natural de vibración de la estructura T_n , la frecuencia natural ω_n , y la constante de amortiguamiento c .
2. Es necesario definir los valores de los factores β y γ , los cuales para el método de la aceleración promedio constante son iguales a 0.25 y 0.5, respectivamente.
3. Se selecciona un valor para Δt .
4. Se calcula la fuerza $p_i = -m\ddot{U}_g(i)$

5. Se calcula la aceleración del sistema al inicio del proceso con ayuda de la Ec. (2.18).
6. Se calcula \hat{K}
7. Se calculan las constantes:
 - $A = m\left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) - c\Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)$
 - $B = \frac{m}{\beta\Delta t} - c\left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)$
 - $C = \frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t}$
8. Se calcula $\hat{P}_i + 1$
9. Se calcula U_{i+1}
10. Con ayuda de las ecuaciones Ec. (2.19) y Ec. (2.20), se calcula \ddot{U}_{i+1} y U_{i+1}
11. Se procede al siguiente paso, en el cual los valores de $i+1$ pasan a ser i , y se repite el proceso desde el paso 7 hasta $pN = -m\ddot{U}_g(N)$.

2.3. Vibraciones libres.

Se dice que una estructura experimenta vibración libre cuando es perturbada de su posición de equilibrio estático y después se deja de vibrar sin ninguna excitación dinámica externa. La vibración libre proporciona una base para determinar la frecuencia natural y la fracción de amortiguamiento de una estructura.

En la solución de la ecuación del movimiento para sistemas de un grado de libertad en vibración libre, no se considera fuerza externa alguna. Para comprender mejor la respuesta de los sistemas en vibración libre, se identifican algunas características fundamentales de su comportamiento dinámico.

En la realidad no existen sistemas no amortiguados. Todos los sistemas presentan un cierto grado de amortiguamiento, de lo contrario oscilarían eternamente sin variar su amplitud. El amortiguamiento en las estructuras atenúa las oscilaciones gradualmente hasta detenerlas. Aunque el amortiguamiento en las estructuras reales se debe a varios mecanismos de disipación de la energía que actúan de manera simultánea, un enfoque matemáticamente práctico consiste en idealizarlos mediante el amortiguamiento viscoso equivalente.

El propósito de esta investigación es sobre estructuras amortiguadas viscosamente, es por ello que se omitirá el tema de estructuras no amortiguadas.

2.3.1. Vibración libre en sistemas amortiguados.

Si se establece que $p(t) = 0$ en la estructura de la figura 2.1.1, además si posee amortiguamiento viscoso se tiene la siguiente ecuación diferencial que describe su movimiento:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (2.27)$$

Al dividir entre su masa (m) resulta:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2u = 0 \quad (2.28)$$

En donde:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.29)$$

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{c_{cr}} \quad (2.30)$$

En donde se hará referencia a:

$$c_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n} \quad (2.31)$$

- ζ = razón o fracción de amortiguamiento crítico.
- c_{cr} = amortiguamiento crítico

La constante de amortiguamiento c es una medida de la energía disipada en un ciclo de vibración libre o en un ciclo de vibración forzada armónica.

Las ecuaciones 2.27 y 2.28 representan la ecuación de movimiento para un sistema de vibración libre viscosamente amortiguada.

2.4. Sistemas de protección sísmica (disipadores de energía)

Los sistemas de protección sísmica por amortiguamiento tienen como finalidad reducir los desplazamientos relativos de entre piso, y por lo tanto disminuir el daño estructural. Esto se logra mediante un incremento de la participación del amortiguamiento viscoso en la disipación de energía sísmica.

Cuando un edificio no posee dispositivos de amortiguamiento, la energía total ingresada a través del movimiento sísmico es disipada en su gran mayoría mediante energía de deformación elástica e inelástica (también llamada histerética); mientras que la participación de la energía de amortiguamiento viscoso es casi nula.

Al usar un sistema de amortiguamiento, la energía de entrada es balanceada de tal forma que la energía de amortiguamiento viscoso incrementa su participación, comprometiendo menos a la capacidad elástica e inelástica de la estructura. Una consecuencia directa de la adición de amortiguadores es una reducción de la disipación inelástica o histerética (E_h), ya que la energía de

entrada (E_i) se mantiene constante durante el evento sísmico. El edificio ya no tiene que absorber la totalidad de la energía por sí mismo, sino que una porción de esa energía es absorbida por el sistema de amortiguamiento (E_d)

El incremento del amortiguamiento genera una reducción del espectro de pseudoaceleraciones, y por lo tanto, una disminución de la resistencia demandada (ver imagen 2.4.1)

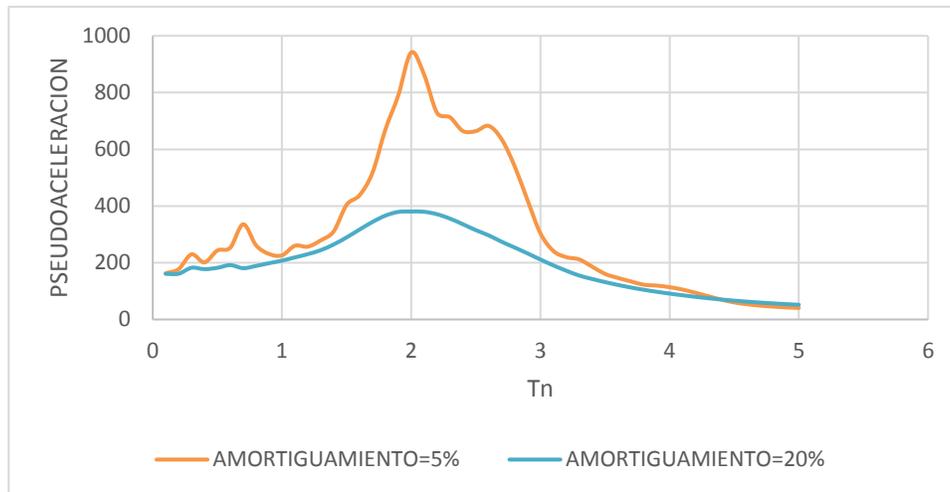


Figura 2.4.1 Reducción de las demandas de resistencia debido al incremento de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

En el diseño sísmico de edificaciones es de suma importancia analizar la forma en que la energía introducida por el sismo es disipada por el sistema estructural. Durante la ocurrencia de un sismo, una energía es introducida al edificio (E_i), esta a su vez se distribuye en varias componentes que son producto de la estructura cumpliendo con el principio de la conservación de la energía. La distribución de la energía se puede entender por medio de la siguiente ecuación:

$$E_i = E_k + E_s + E_h + E_d \quad (2.32)$$

En donde:

- E_k = energía cinética debido al movimiento de la estructura.
- E_s = energía potencial por deformación elástica.
- E_h = energía irre recuperable por deformación inelástica
- E_d = energía disipada por el amortiguamiento inherente de la estructura y por el amortiguamiento suplementario que aportan los disipadores de energía.

2.4.1. Tipos de dispositivos de disipación de energía.

Existen distintos tipos de dispositivos, comúnmente denominados dispositivos antisísmicos, los cuales se incorporan dentro de la estructura con el objetivo de disipar la energía de entrada y reducir el daño en elementos estructurales y no. El funcionamiento de estos dispositivos depende del material del que está hecho y del comportamiento de la estructura.

Según su funcionamiento estos pueden aportar rigidez, amortiguamiento o ambos a la estructura y pueden clasificarse con base en su modelo matemático, material o respuesta estructural de la forma siguiente:

- Sistemas dependientes del desplazamiento o sistemas histéreticos formados por dispositivos basados en la fluencia de metales y fricción.
- Sistemas dependientes de la velocidad o sistemas formados por dispositivos de fluido viscoso.
- Sistemas dependientes del desplazamiento y la velocidad, formados por disipadores de fluido viscoso-elástico y disipadores sólidos visco-elásticos.

Para los fines de este trabajo de investigación se consideran únicamente los sistemas dependientes de la velocidad (amortiguadores de fluido viscoso) como alternativa para la disipación de energía, por tal motivo en esta sección se estudiarán las formas de representar el comportamiento de este tipo de dispositivos.

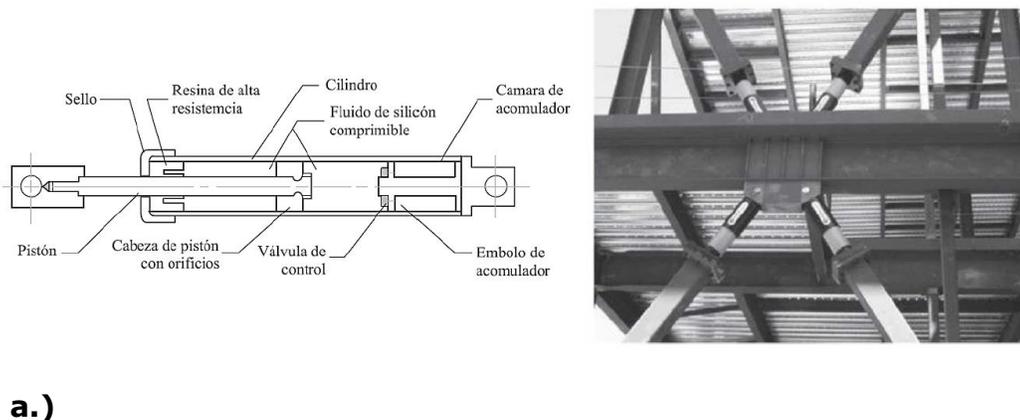


figura 2.4.1.1 amortiguador de fluido viscoso. a) esquema idealizado del amortiguador, b) ejemplo de conexión de un amortiguador (Chopra 2014)

2.4.2. Amortiguadores viscosos lineales.

Cuando se usa amortiguadores viscosos lineales, se tiene que la fuerza de amortiguamiento, $F_D(t)$, inducida en el amortiguador es linealmente proporcional a la velocidad relativa entre sus dos extremos, tal como se muestra en la ecuación:

$$F_D(t) = C_L \dot{x}(t) \quad (2.33)$$

Donde C_L es la constante de amortiguamiento viscoso lineal y $\dot{x}(t)$ es la velocidad relativa entre los extremos del dispositivo, o la derivada de su desplazamiento.

La amplitud de la fuerza máxima inducida en un amortiguador lineal, es linealmente proporcional a la frecuencia de la excitación, a la amplitud del desplazamiento y a la constante de amortiguamiento.

Las fuerzas generadas por los amortiguadores viscosos no lineales en una estructura están "fuera de fase" con las fuerzas generadas por el sistema estructural. Esto debido a que la máxima fuerza en el amortiguador viscoso se desarrolla en un desplazamiento cero, mientras que, en el desplazamiento máximo, la fuerza en el dispositivo es nula.

Además, la energía disipada, E_D , por ciclo es linealmente proporcional a la constante de amortiguamiento lineal, y esta dada por la ecuación:

$$E_D = C_L \pi \omega X_0^2 \quad (2.34)$$

Donde:

ω = es la frecuencia de la excitación.

X_0 = es el desplazamiento máximo.

2.4.3. Amortiguadores viscosos no lineales.

Anteriormente se ha hecho mucha investigación referente al estudio de los amortiguadores viscosos lineales, debido sobre todo a que son más fáciles de modelar, sin embargo, se ha visto que al mismo tiempo que reducen las demandas sísmicas se someten a fuerzas muy elevadas.

Recientemente se han enfocado las investigaciones al estudio de los amortiguadores viscosos con comportamiento no lineal, en los cuales se puede limitar la fuerza máxima mientras se provee de un suficiente amortiguamiento suplementario.

El comportamiento de un amortiguador viscoso no lineal se representa simplemente por medio de un amortiguador que depende de la velocidad, de tal forma que la relación entre la fuerza en el amortiguador y la velocidad puede ser lineal o no lineal. La expresión general que describe dicha relación es:

$$F_D(t) = C_{NL} \text{sgn}(\dot{u}(t)) |\dot{u}(t)|^\alpha \quad (2.35)$$

Donde:

- $F_D(t)$ = fuerza en el amortiguador.
- C_{NL} = constante de amortiguamiento viscoso no lineal.
- sgn = función signo.
- $\dot{u}(t)$ = velocidad en los extremos del amortiguador.
- α = exponente de velocidad que define la no linealidad.

El exponente de velocidad " α " describe el comportamiento histerético de los disipadores; en otras palabras propone la disposición de los lazos histeréticos. Este exponente define la reacción del dispositivo ante los impactos de velocidad.

Si $\alpha = 1$ entonces la ecuación (2.35) se reduce al caso de un amortiguador viscoso lineal, si $\alpha = 0$ se tendría el modelo de un amortiguador de fricción pura. Usualmente para análisis sísmicos el factor α toma valores entre 0.35 y 1.0.

Si se analiza el comportamiento de un amortiguador viscoso no lineal sometido a una excitación armónica del tipo $U = u_0 \text{sen} \omega t$, se puede comprobar

que la energía disipada por el amortiguador durante un ciclo de movimiento es (Wen-Hsiung Lin y Chopra, 2002):

$$E_D = \pi\beta_\alpha C_{NL} \omega^\alpha u_0^{\alpha+1} \quad (2.36)$$

En donde β_α es un parámetro que depende del coeficiente de no linealidad α y está definida como:

$$\beta_\alpha = \frac{2^{2+\alpha} \Gamma^2\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi \Gamma(2+\alpha)} \quad (2.37)$$

Para el caso de un amortiguador lineal ($\alpha = 1$), se tendría que $\beta_\alpha = 1$ y la energía disipada en un ciclo de movimiento armónico sería:

$$E_D = \pi C_L \omega u_0^2 \quad (2.38)$$

Donde:

- ω = es la frecuencia de excitación.
- u_0 = desplazamiento máximo.

Para que un amortiguador viscoso no lineal disipe la misma cantidad de energía que un amortiguador viscoso lineal, las ecuaciones de las energías disipadas (2.36) y (2.35) tienen que igualarse, resultando:

$$C_{NL} = \frac{(\omega u_0)^{1-\alpha}}{\beta_\alpha} C_L \quad (2.39)$$

La ecuación anterior representa la relación entre los coeficientes de amortiguamiento que debe tener tanto un amortiguador no lineal como uno lineal para que disipen la misma energía.

Sustituyendo la ecuación anterior (2.39) en (2.33) y relacionándola con la correspondiente a un amortiguador lineal se obtiene la relación de la fuerza en un amortiguador lineal respecto a uno lineal cuando disipan energía:

$$F_D(t) = \frac{(\omega u_0)^{1-\alpha}}{\beta_\alpha} C_L \operatorname{sgn}(\dot{u}(t)) |\dot{u}(t)|^\alpha \quad (2.40)$$

Por otra parte. La capacidad de disipación de energía de un amortiguamiento viscoso se puede representar por medio de un porcentaje de amortiguamiento suplementario (ζ_{sd}) basándose en el concepto de amortiguamiento viscoso equivalente, cuya definición se expresa como:

$$\zeta_{sd} = \frac{E_D}{4\pi E_{S0}} \quad (2.41)$$

Partiendo de la definición de la energía elástica máxima (E_{S0}) y sustituyendo en la ecuación (2.36), la ecuación (2.41) resulta finalmente:

$$\zeta_{sd} = \frac{\beta_\alpha C_{NL}(\omega_n u_0)^{\alpha-1}}{2m\omega_n} \quad (2.42)$$

Esta ecuación nos da el amortiguamiento adicional proporcionado por los amortiguadores viscosos no lineales como función del desplazamiento máximo y la rigidez, por lo que se considera que $\omega = \omega_n$, la rigidez quedaría como $k = \omega_n^2 m$.

2.4.4. Ecuación de movimiento para un sistema amortiguado con disipadores viscosos no lineales.

La ecuación de movimiento que describe a un sistema de un grado de libertad sujeto a una aceleración del suelo ($m\ddot{u}_g$) y amortiguada con un disipador viscoso no lineal es la siguiente:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku + C_{NL} \text{sgn}(\dot{u})|\dot{u}|^\alpha = -m\ddot{u}_g \quad (2.43)$$

Donde:

- \ddot{u} = aceleración.
- \dot{u} = velocidad.
- u = desplazamiento.
- c = coeficiente de amortiguamiento viscoso.
- k = rigidez.
- \ddot{u}_g = aceleración de la excitación sísmica.

En la ecuación (2.41) la constante de amortiguamiento no lineal es no adimensional, por lo que es adecuado dejar este valor en función del amortiguamiento adicional, tal como se muestra en la ecuación (2.40) la cual se sustituye en la ecuación (2.41) y se divide entre su masa, quedando como:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u + \frac{2\zeta\omega_n}{\beta_\alpha}(\omega_n u_0)^{1-\alpha} \text{sgn}(\dot{u})|\dot{u}|^\alpha = -\ddot{u}_g \quad (2.44)$$

En donde ζ es el amortiguamiento propio de la estructura.

2.4.5. Solución de la ecuación de movimiento para un sistema amortiguado con disipadores viscosos no lineales

De acuerdo a lo obtenido en el punto anterior, la ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad con excitación sísmica en la base y contemplando un amortiguamiento viscoso no lineal es:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku + C_{NL} \text{sgn}(\dot{u})|\dot{u}|^\alpha = -m\ddot{u}_g \quad (2.45)$$

Debido al tipo especial que caracteriza a esta ecuación de movimiento, ya que está en función del amortiguamiento, se presenta la siguiente estrategia de resolución general, que consta en el algoritmo iterativo que establecido por Terenzi, el cual se muestra a continuación:

$$u_{i+1} = u_i + \Delta t \dot{u}_i + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{u}_i \quad (2.46)$$

$$\dot{u}_{i+1}^1 = \dot{u}_i + \Delta t \ddot{u}_i \quad (2.47)$$

$$\ddot{u}_{i+1}^1 = m^{-1} [p_{i+1} - C_{NL} \text{sgn}(\dot{u}_{i+1}^1) |\dot{u}_{i+1}^1|^\alpha - c\dot{u}_{i+1} - ku_{i+1}] \quad (2.48)$$

$$k = 1 \dots n \left\{ \begin{array}{l} \dot{u}_{i+1}^{k+1} = \dot{u}_i + \frac{1}{2} (\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1}^k) \Delta t \quad (2.49) \\ \ddot{u}_{i+1}^{k+1} = m^{-1} [p_{i+1} - C_{NL} \text{sgn}(\dot{u}_{i+1}^{k+1}) |\dot{u}_{i+1}^{k+1}|^\alpha - c\dot{u}_{i+1} - ku_{i+1}] \quad (2.50) \\ \epsilon^{k+1} = |\ddot{u}_{i+1}^{k+1} - \ddot{u}_{i+1}^k| \quad (2.51) \end{array} \right.$$

$$\epsilon^{k+1} \leq \epsilon \quad (2.52)$$

A continuación, se describe paso a paso el procedimiento para resolver la ecuación de movimiento para un sistema de 1GDL con amortiguamiento viscoso no lineal y con una excitación arbitraria en la base mediante el método iterativo de Terenzi:

1. Partiendo de las propiedades del sistema como lo son el porcentaje de amortiguamiento inherente de la estructura (ζ) la rigidez (k), la masa (m) y calcular las propiedades que se derivan como: el periodo natural

de vibración de la estructura (T_n), la frecuencia natural (ω_n) y la constante de amortiguamiento (c).

2. Definir el nivel de comportamiento deseado, es decir, establecer un desplazamiento pico o un porcentaje de amortiguamiento.
3. Si se establece el desplazamiento pico, se debe obtener el porcentaje de amortiguamiento necesario del espectro de diseño. En caso contrario si se elige el porcentaje de amortiguamiento, se deberá obtener el desplazamiento pico del mismo espectro.
4. Elegir un parámetro de α que se considere adecuado, cabe mencionar que las características del espectro de diseño y el periodo de la estructura, pueden servir para elegir un valor adecuado de α que sea eficiente.
5. Calcular el valor de la constante de amortiguamiento viscoso no lineal C_{NL} , el cual se calcula despejando la ecuación (2.39):

$$C_{NL} = \frac{2m\omega_n \zeta_{sd} (\omega_n u_0)^{1-\alpha}}{\beta_\alpha} \quad (2.53)$$

6. Una vez calculado todos los valores que se mantienen constantes, se realiza el cálculo del método de Terrenzi, se establecen condiciones iniciales, tales como $u_0 = 0$, $\dot{u}_0 = 0$ y $\ddot{u}_0 = 0$. Ya que para un $\Delta t = 0$ estos son los valores correspondientes si es que establecemos que el sistema parte del reposo.
7. Se realiza el cálculo del desplazamiento de la ecuación (2.46), la velocidad de la ecuación (2.47) y la aceleración de la ecuación (2.48) para el instante de tiempo (Δt_{i+1}), se debe recordar las condiciones iniciales mencionadas en el punto 6.
8. Se realiza la primer iteración ($k = 1$), para el mismo instante de tiempo (Δt_{i+1}) que se estableció en el punto 7. Se realiza el cálculo de la velocidad de la ecuación (2.49) y así también recalcula la ecuación de aceleración de la ecuación (2.50)
9. Una vez calculada la aceleración de la primera iteración, se realiza el cálculo del error, este error debe ser menor a $\epsilon \leq 0.001$, en caso de que el error sea mayor se deben de realizar (k) iteraciones necesarias para que el error sea mínimo.

Como se indicó en el procedimiento de la resolución de la ecuación de movimiento mediante el método de Terenzi, es muy importante el conocer los espectros de respuesta, con la finalidad de obtener principalmente los desplazamientos pico según el porcentaje de amortiguamiento requerido.

2.5. Respuesta sísmica de S1GDL; espectros de respuesta y cocientes de espectros de respuesta.

2.5.1. Características del movimiento sísmico.

Con la finalidad de observar el comportamiento de los amortiguadores viscosos no lineales en suelo muy blando, como el que se encuentra en la zona del lago de la Ciudad de México, se sometió a una estructura de un grado de libertad, al sismo del 19 de septiembre de 1985, obtenido de la estación SCT.

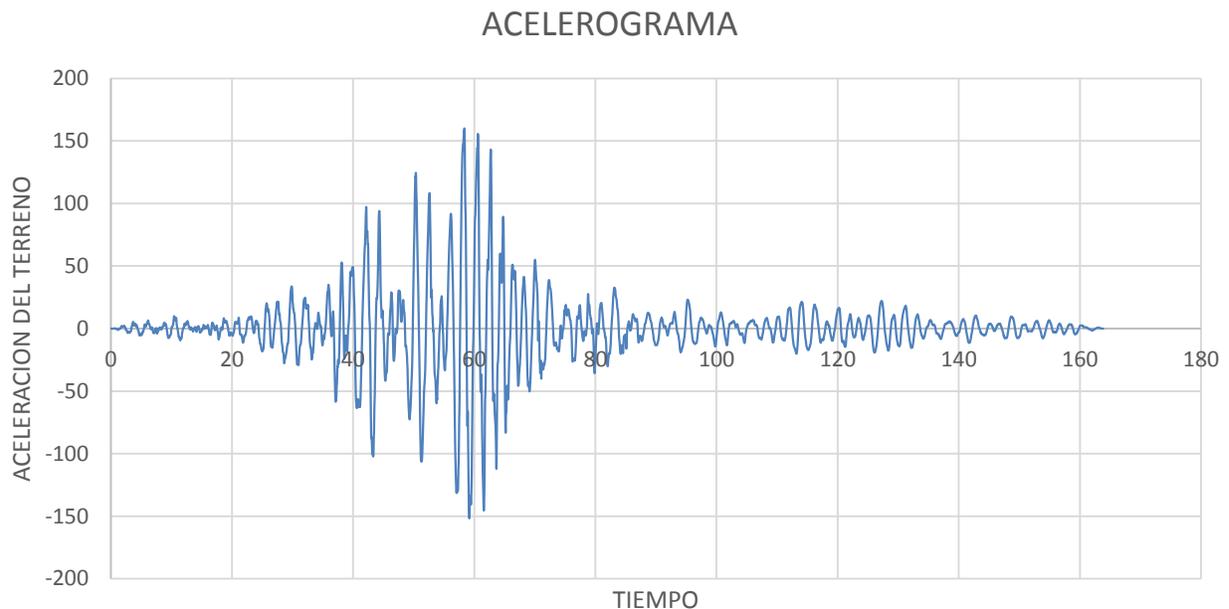


figura 2.5.1 Registro de aceleraciones del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT, ilustración hecha por el autor.

Como se indicó en el procedimiento de diseño, es muy importante conocer los espectros de respuesta, con la finalidad de obtener principalmente los desplazamientos pico según el porcentaje de amortiguamiento requerido. En la siguiente figura se muestran los espectros de respuesta correspondiente al registro sísmico.

2.5.2. Espectros de respuesta.

Los espectros se utilizan fundamentalmente para estudiar las características del terremoto y su efecto sobre las estructuras. Las curvas de los espectros presentan variaciones bruscas, con numerosos picos y valles, que resultan de la complejidad del registro de aceleraciones del terremoto. El concepto de espectro de respuesta es una importante herramienta de la dinámica estructural, de gran utilidad en el área de diseño sismo-resistente.

Un espectro de respuesta es una gráfica representativa de la máxima respuesta (desplazamiento, velocidad, aceleración, etc.) de un conjunto de N sistemas de 1GDL, con diferentes períodos naturales de vibrar T_n , y asociado a un porcentaje de amortiguamiento crítico constante ξ . Un espectro describe

la respuesta de un sistema estructural con ciertas características ante un movimiento sísmico en particular.

Las siguientes graficas muestran los espectros de respuesta correspondientes al registro mostrado anteriormente, para diferentes porcentajes de amortiguamiento:

2.5.2.1. Espectro de respuesta de desplazamiento.

El espectro de respuesta de desplazamiento contiene la respuesta máxima de N sistemas de 1GDL con diferente periodo natural (T_n), frecuencia natural (ω_n), o algún parámetro relacionado con éstos. Este se obtiene a partir de la historia de desplazamientos de cada sistema, seleccionando el máximo valor del desplazamiento al que fue sometido el sistema debido a un sismo en particular.

En la figura 2.5.2, se observa el espectro de respuesta de desplazamientos obtenido del registro sísmico del 19 de septiembre de 1985 de la estación SCT con un amortiguamiento del $\zeta = 5\%$ y $\zeta = 20\%$, en él puede observar que para los sistemas con periodo natural entre 1.8 y 2.7, son sensibles al desplazamiento y así también se observan las reducciones de la demanda debido al aumento del amortiguamiento.

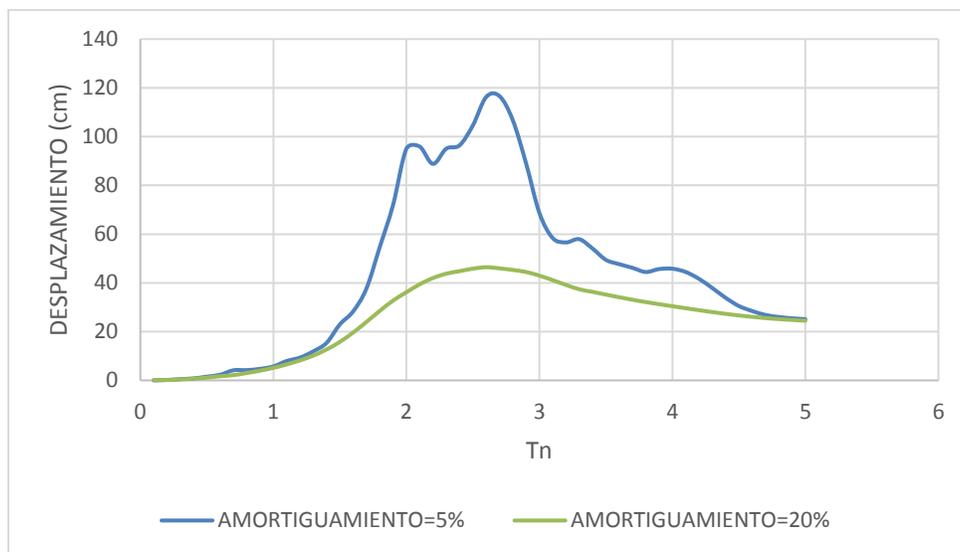


figura 2.5.2 Espectro de desplazamientos del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT para porcentajes de amortiguamiento de $\zeta = 5\%$ y $\zeta = 20\%$, ilustración hecha por el autor

2.5.2.2. Espectro de respuesta de velocidad.

La respuesta en términos de velocidad del sistema de 1GDL se obtiene al resolver la ecuación de movimiento mediante el método de la aceleración promedio constante de Newmark. Para la construcción del espectro de respuesta de velocidad es necesario que las respuestas máximas en valor absoluto de los N sistemas se grafiquen. En el eje de las abscisas se registra el periodo natural del sistema y en el eje de las ordenadas el valor de la respuesta máxima. De este modo se construye un espectro de respuesta de velocidad.

La siguiente grafica (figura 2.5.3), se muestra el espectro de velocidad del registro sísmico del 19 de septiembre de 1985 de la estación SCT para porcentajes de amortiguamiento de $\zeta = 5\%$ y $\zeta = 20\%$, en donde se puede observar que las estructuras con periodo sísmico entre 2 (s) y 2.7 (s) son sensibles a la velocidad.

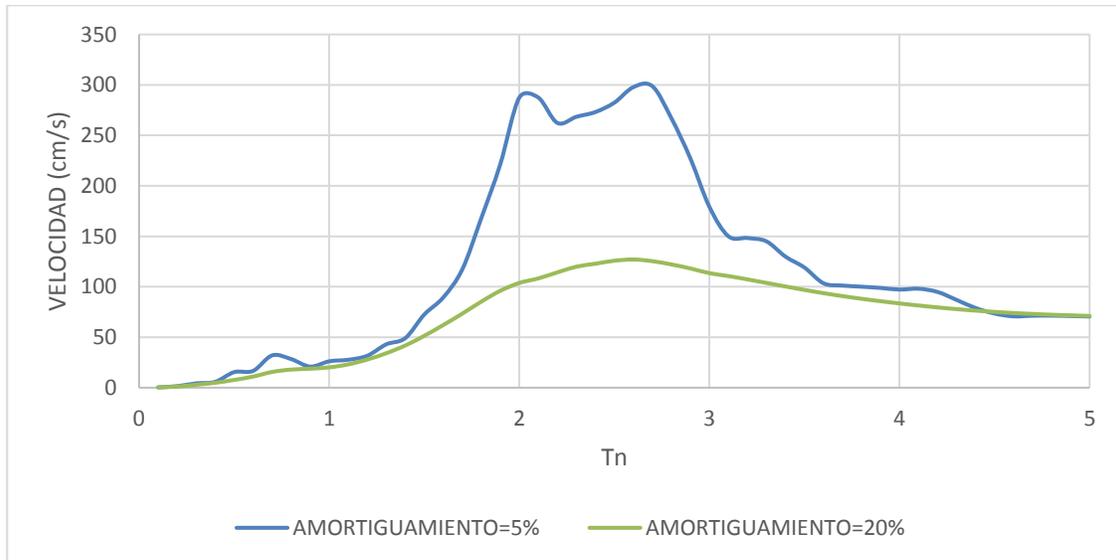


figura 2.5.3 Espectro de velocidades del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT para porcentajes de amortiguamiento de $\zeta = 5\%$ y $\zeta = 20\%$, ilustración hecha por el autor.

2.5.2.3. Espectro de respuesta de aceleración.

Al resolver la ecuación de movimiento para un sistema de 1GDL se obtiene la respuesta de desplazamiento, velocidad y aceleración. Cuando un sistema estructural es sometido a un evento sísmico, éste comienza a experimentar una aceleración variable. En el historial de aceleraciones que registra el sistema existirá una aceleración máxima.

En la siguiente grafica (figura 2.5.4), se muestra el espectro de aceleración para sistemas con amortiguamiento del $\zeta = 5\%$ y para estructuras con amortiguamiento de del $\zeta = 20\%$, en donde se observa que las estructuras con periodo entre 1.8 (s) y 2.2 (s) son sensibles a la aceleración.

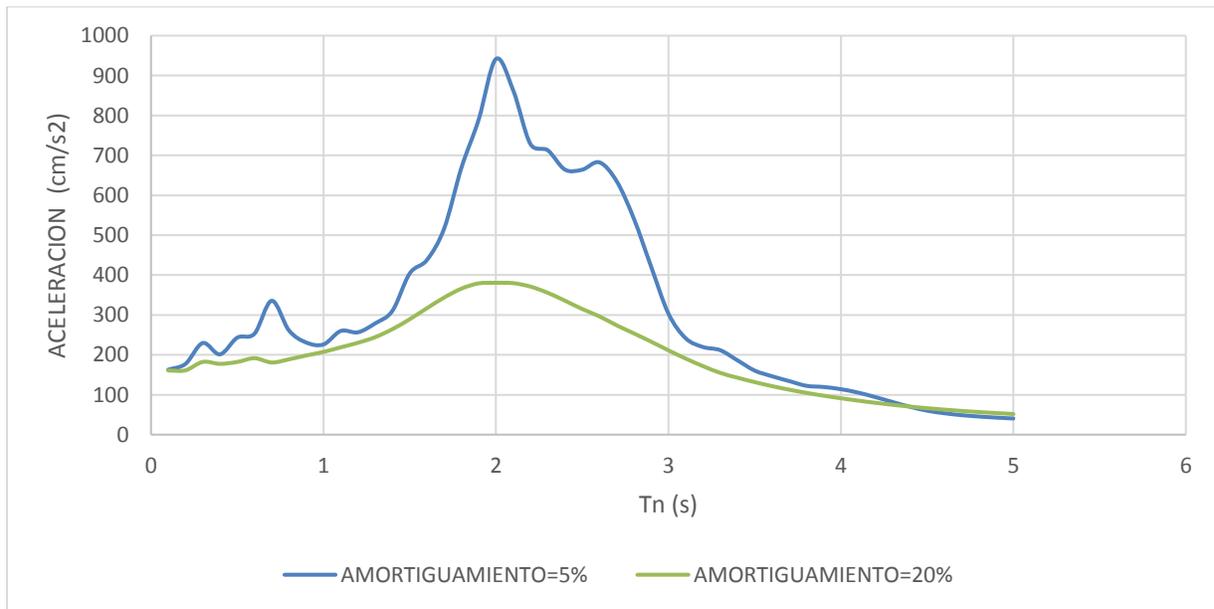


figura 2.5.4 Espectro de aceleraciones del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT para porcentajes de amortiguamiento de $\zeta = 5\%$ y $\zeta = 20\%$, ilustración hecha por el autor.

2.5.2.4. Espectro de respuesta de pseudovelocidad.

Cabe mencionar que el prefijo pseudo se utiliza para denotar que no se trata de la velocidad real que experimenta el sistema ante la excitación, sino de una aproximación que para sistemas con bajo amortiguamiento conduce a resultados aceptables, pero que a medida que el amortiguamiento aumenta se deben aplicar factores correctivos para estimar las velocidades reales del sistema.

Partiendo de las leyes de la dinámica estructural (Chopra, 1974), es posible relacionar el espectro de respuesta de desplazamiento con el espectro de respuesta de pseudovelocidad mediante la ecuación:

$$PSV = \omega_n D = \frac{2\pi}{T_n} D \quad (2.54)$$

En la figura 2.5.5 se observa el espectro de respuesta de pseudovelocidad en donde se observa que las estructuras con periodo entre 1.9 y 1.7 son sensibles a la velocidad con un amortiguamiento del $\zeta = 5\%$, de igual manera se observa que conforme aumenta el amortiguamiento, la demanda baja de igual manera.

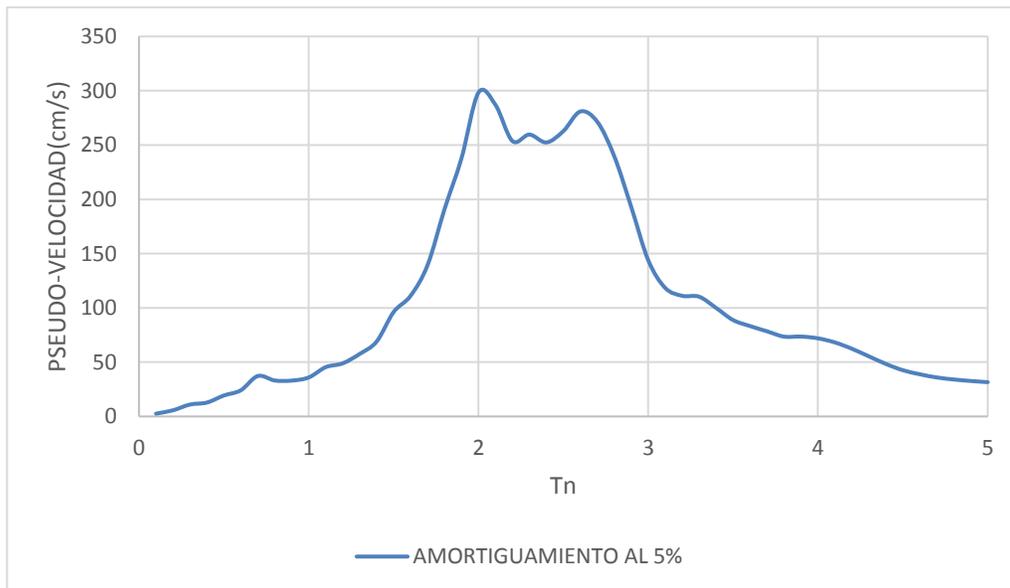


figura 2.5.5 Espectro de pseudovelocidad del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT, ilustración hecha por el autor.

En la figura 2.5.6 se observa la comparación del espectro de respuesta de pseudovelocity y espectro de respuesta de velocidad relativa. Aquí podemos ver la importancia de no trabajar solo con la pseudovelocity, ya que hay diferencias muy importantes que afectarían en la respuesta de la fuerza inducida al amortiguador.

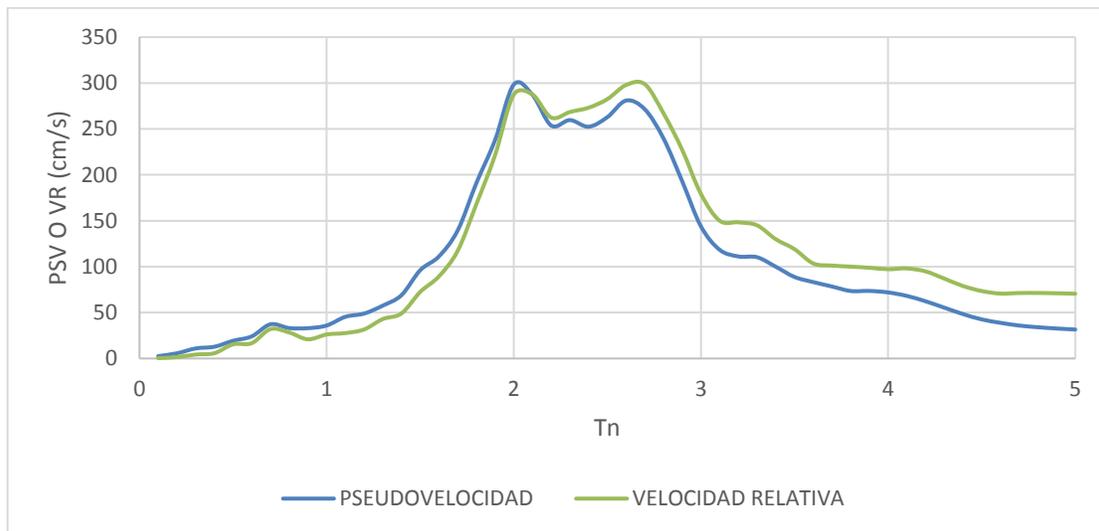


figura 2.5.6 Comparación de espectros de velocidad vs pseudovelocity del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT con amortiguamiento del $\zeta = 5\%$, ilustración hecha por el autor.

En la figura 2.5.7 se observa el espectro de respuesta de pseudovelocity en donde se observa que las estructuras con periodo entre 1.7 y 2.5 son sensibles a la velocidad con un amortiguamiento del $\zeta = 20\%$.

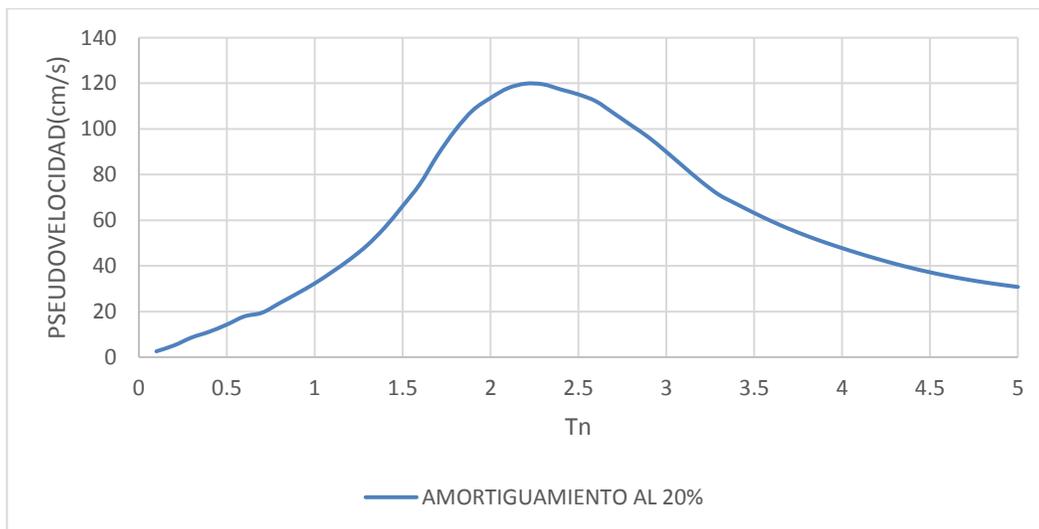


figura 2.5.7 Espectro de pseudovelocidad del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT con amortiguamiento del $\zeta = 20\%$, ilustración hecha por el autor.

En la figura 2.5.8 se observa la comparación del espectro de respuesta de pseudovelocidad y espectro de respuesta de velocidad relativa. La diferencia entre ambos espectros es casi al doble, estamos hablando que en el amortiguador presentaría fuerzas muy importantes.

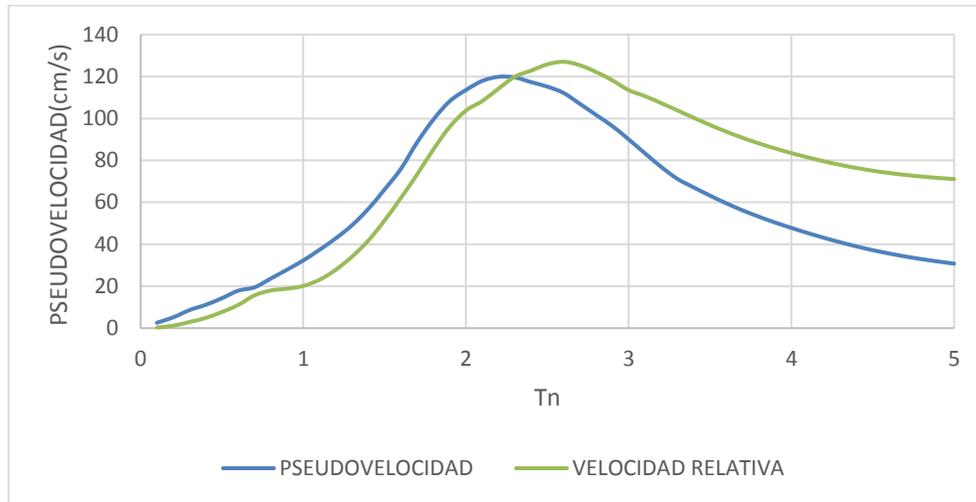


figura 2.5.8 Comparación de espectros de velocidad vs pseudovelocidad del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT con amortiguamiento del $\zeta = 20\%$, ilustración hecha por el autor.

2.5.2.5. Espectro de respuesta de pseudoaceleración.

Con el fin de ver la relación entre un espectro de aceleración y uno de pseudoaceleración se puede partir de un sistema en vibración libre, en un instante de tiempo t , tomando en cuenta que las respuestas de los sistemas de 1GDL se comportan elásticamente, y además considerando ley de Hooke, tenemos que:

$$F = k\Delta \quad (2.55)$$

De la segunda ley de Newton:

$$F = ma \quad (2.56)$$

donde m es la masa del sistema y a es la aceleración del sistema en el tiempo t .

Al igualar la ecuación 2.10.1 y 2.10.2, y haciendo intervenir la frecuencia natural, tenemos que:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.57)$$

$$k\Delta = ma \quad (2.58)$$

Al tomar en cuenta que $\Delta=D$ y la cual corresponde al desplazamiento del sistema en el tiempo t :

$$a(t) = \omega^2 D(t) \quad (2.59)$$

$$A = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D \quad (2.60)$$

En la ecuación 2.60 se puede observar que A depende únicamente del periodo natural (T_n) o frecuencia natural (ω_n) y del desplazamiento (D), por lo que se puede obtener el espectro de respuesta de pseudoaceleración a partir del espectro de respuesta de desplazamientos, únicamente multiplicando para cada sistema su respuesta máxima de desplazamiento por su correspondiente frecuencia natural elevada al cuadrado.

El registro de las aceleraciones máximas de N sistemas con diferente periodo natural de vibración y con el mismo porcentaje de amortiguamiento crítico, dan origen a un espectro de respuesta de aceleración mostrado en la figura 2.5.9, en donde se observa que los espectros de pseudoaceleración y aceleración están sobrepuestos.

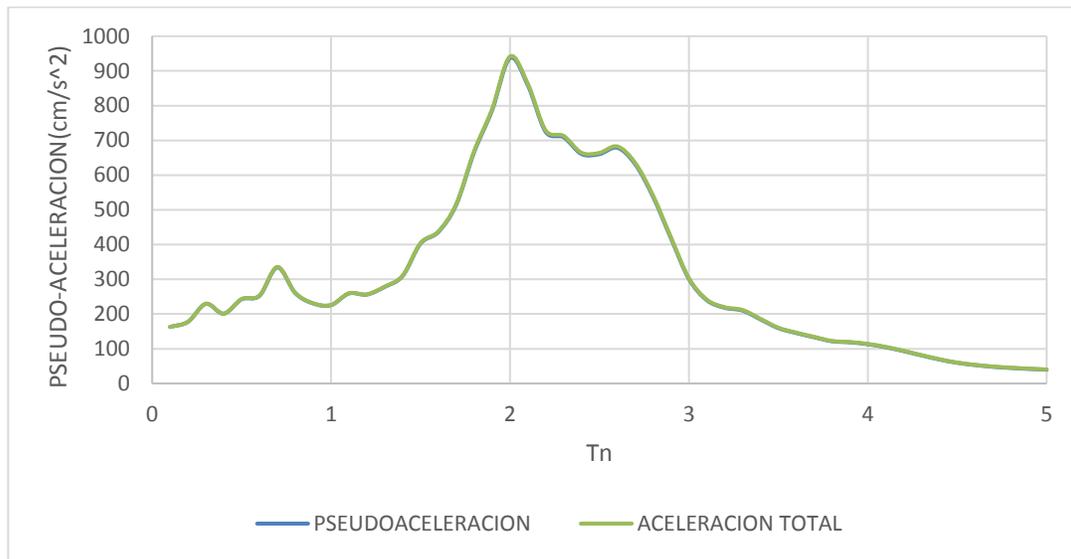


figura 2.5.9 Comparación de Espectro de pseudoaceleración vs aceleración del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT con amortiguamiento del $\zeta = 5\%$, ilustración hecha por el autor.

En cambio, cuando se modifica el amortiguamiento al $\zeta = 20\%$, los espectros de respuesta de ven modificados como se muestra en la imagen 2.5.10, en donde se compara la pseudoaceleracion y la aceleración.

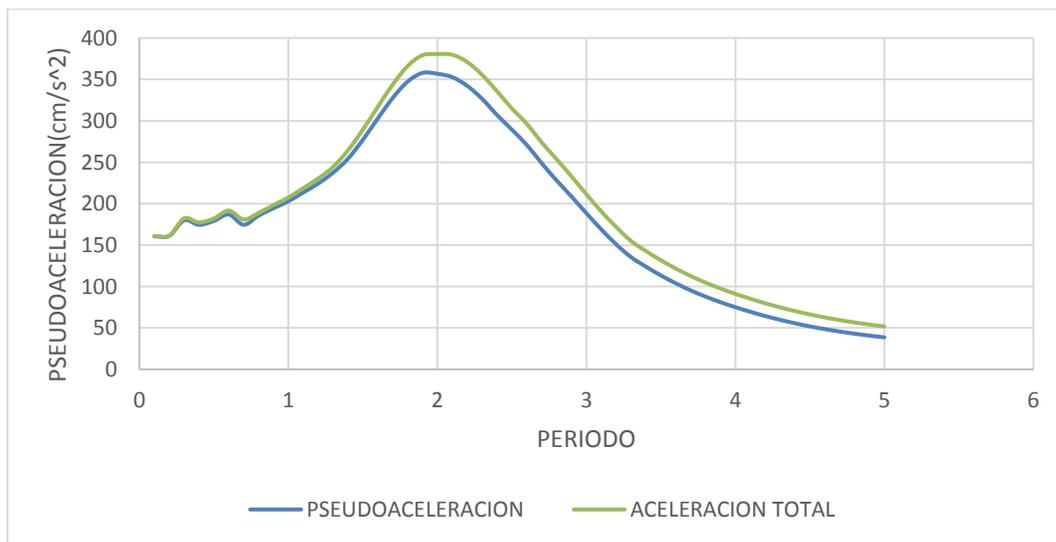


figura 2.5.10 Comparación de Espectro de pseudoaceleración vs aceleración del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT con amortiguamiento del $\zeta = 20\%$, ilustración hecha por el autor.

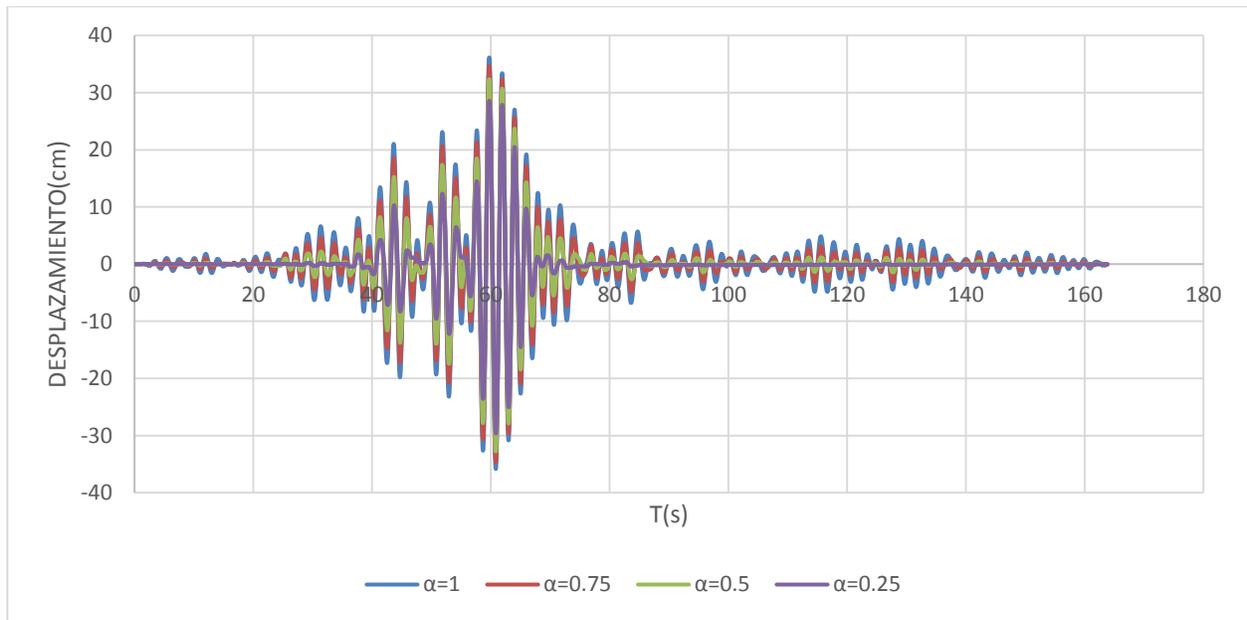
De los espectros mostrados anteriormente, se puede observar lo siguiente:

- Para términos de pseudoaceleración: las estructuras con mayor demanda son las que tienen un periodo de vibrar alrededor de 2 segundos.
- Y para los espectros de pseudovelocidad y desplazamientos, se tiene que las estructuras con periodos entre los 2 y 3 segundos son las más sensibles al desplazamiento y a la velocidad respectivamente.

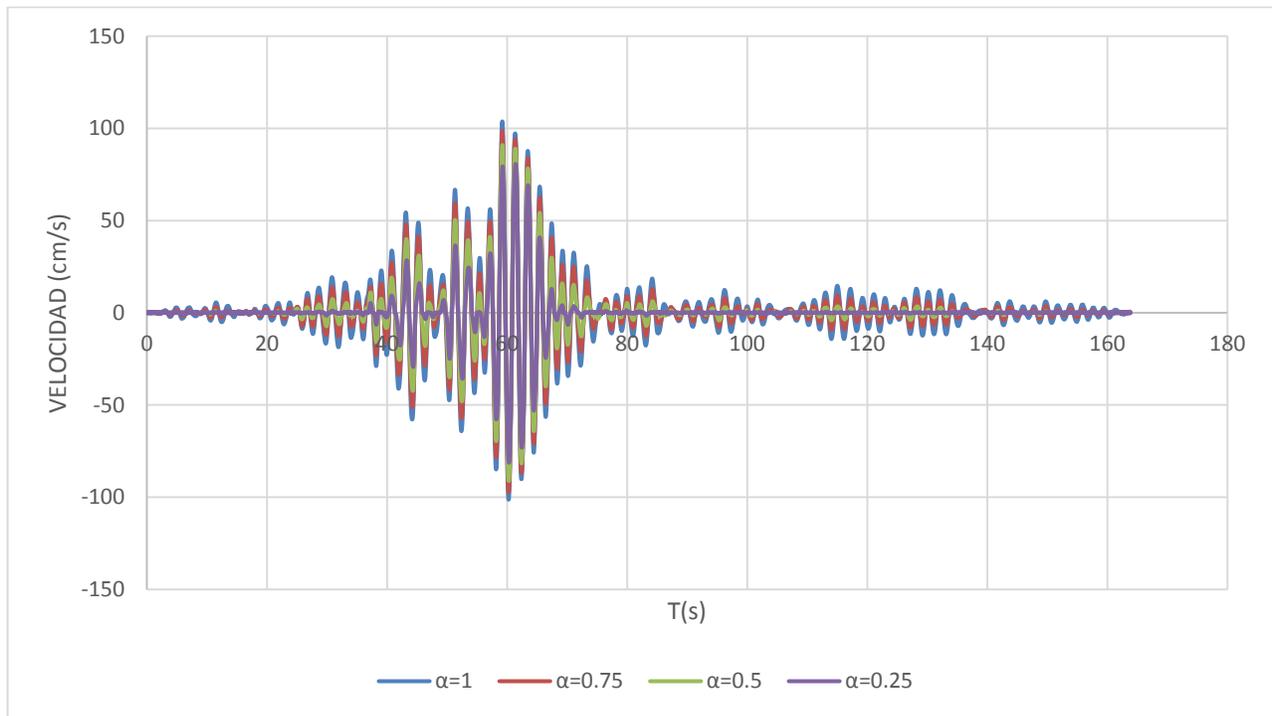
2.5.3. Respuesta sísmica de estructura de un grado de libertad equipada con amortiguadores viscosos no lineales.

Para observar la respuesta de una estructura equipada con amortiguadores viscosos no lineales y el efecto de la no linealidad, se diseñó una estructura de un grado de libertad con periodo $T_n = 2 (s)$, con un amortiguamiento inherente $\zeta = 5\%$ y un amortiguamiento adicional del $\zeta_{sd} = 15\%$. Para observar la no linealidad en la respuesta sísmica, se propone una variación de $\alpha = 0.75, 0.5, 0.25$

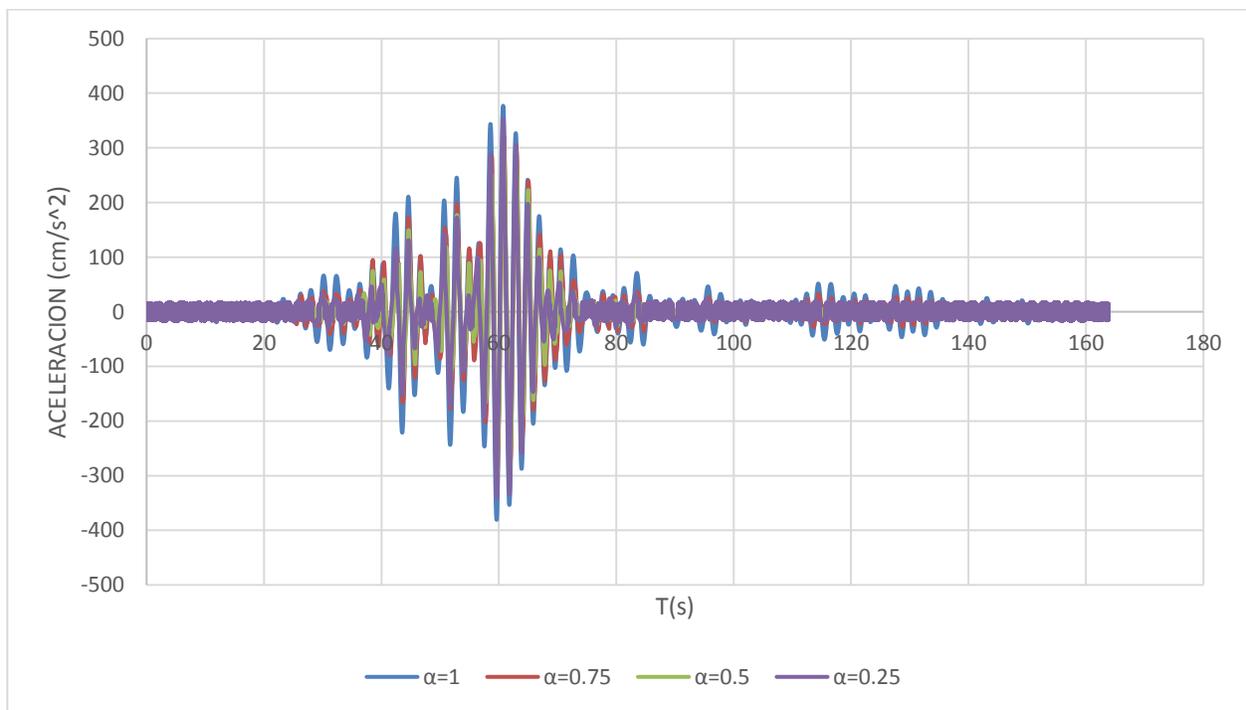
Al someter esta estructura al registro de SCT, se obtuvieron los siguientes resultados:



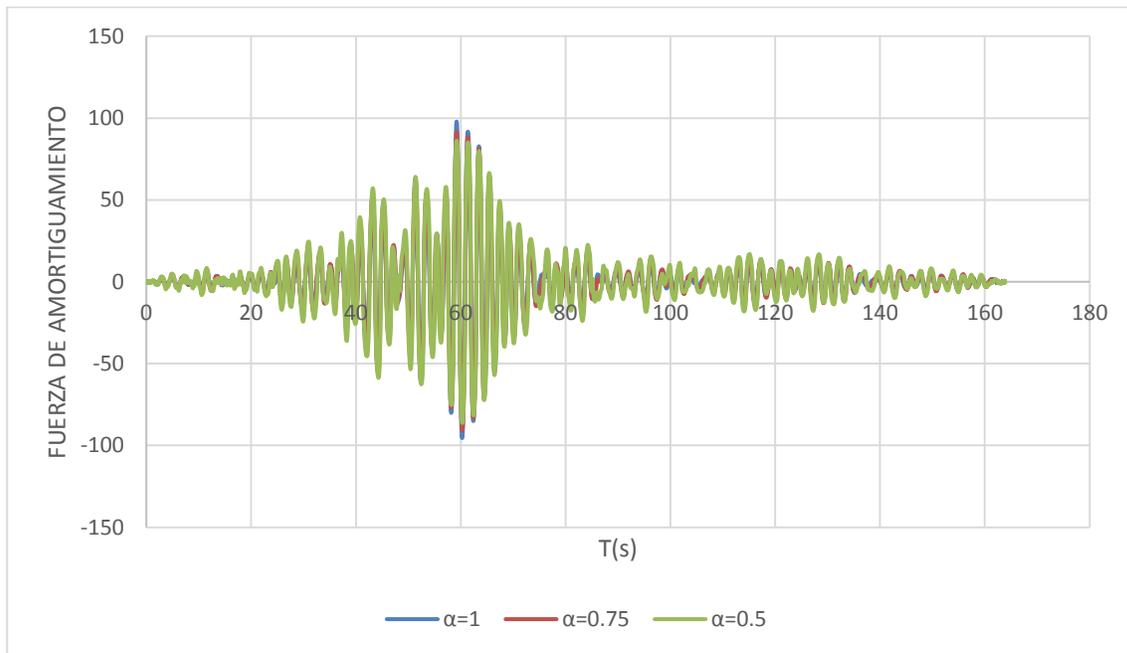
(a)



(b)



(c)



(d)

figura 2.5.11 Respuesta en el tiempo de (a) desplazamientos, (b) velocidades, (c) aceleraciones y (d) fuerzas de amortiguamiento para un sistema de un grado de libertad ($T_n = 2(s)$ y $\zeta = 5\%$) con amortiguamiento adicional $\zeta = 15\%$, ilustración hecha por el autor.

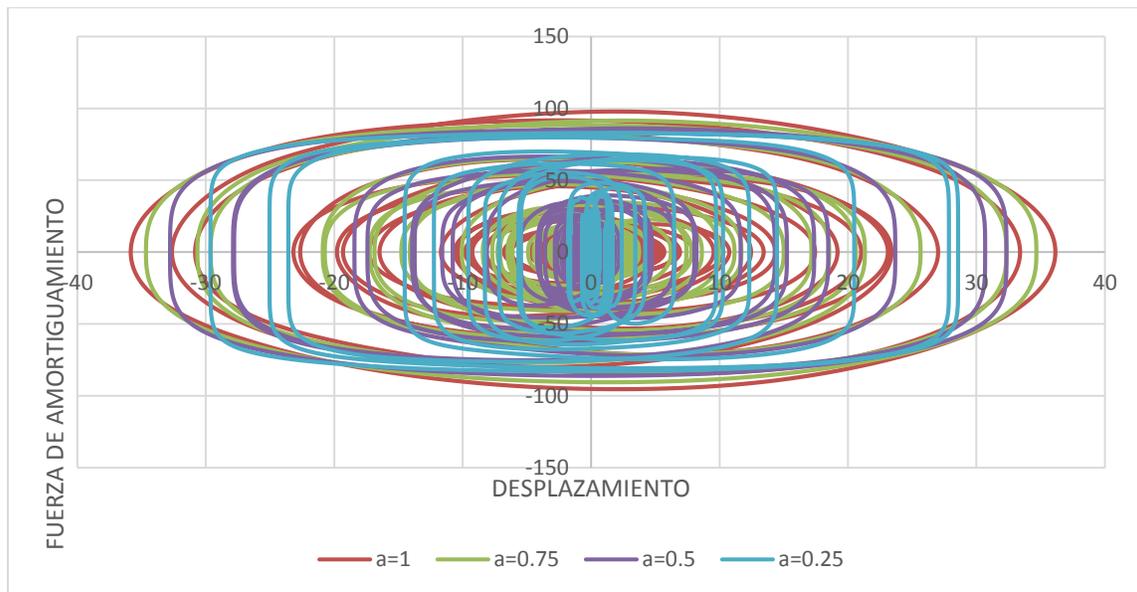


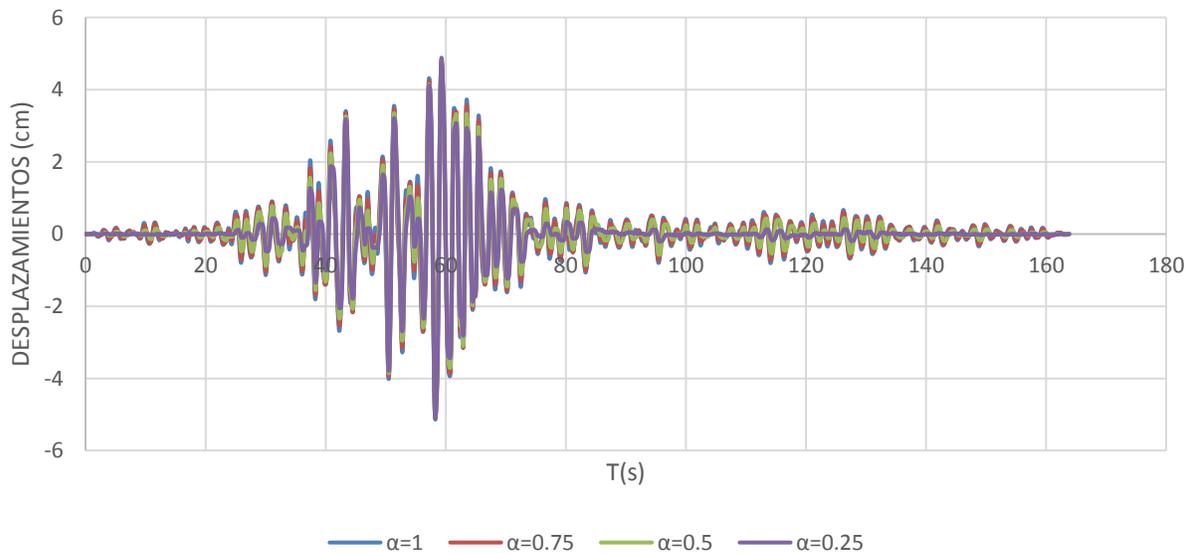
figura 2.5.12 Curva de histéresis del amortiguador no lineal para un sistema de un grado de libertad ($T_n = 2(s)$ y $\zeta = 5\%$) con amortiguamiento adicional $\zeta = 15\%$, ilustración hecha por el autor.

En la figura 2.5.11, se puede apreciar como la no linealidad de los amortiguadores afecta en la respuesta de la estructura en términos de desplazamientos, velocidades y aceleraciones, observándose que para valor más pequeños de α las respuestas máximas son menores a las obtenidas en el amortiguador lineal ($\alpha = 1$). Esto se confirma con la figura 2.5.12 en donde se observa las curvas de histéresis del amortiguador.

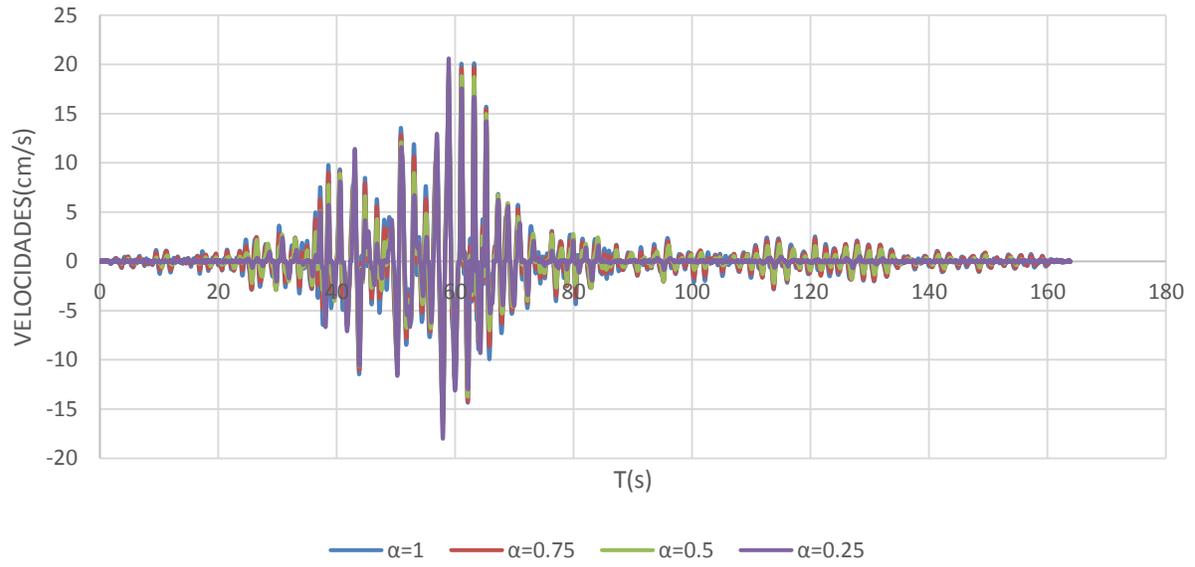
De acuerdo con los resultados obtenidos, las fuerzas de amortiguamiento obtenidas para valores de α (0.25, 0.5, 0.75) fueron un 16%, 12% y 7% menores a las desarrolladas por el amortiguador lineal, respectivamente.

Además del caso anterior, se estudió una estructura similar, pero con un periodo diferente $T_n = 1(s)$, y las mismas características de amortiguamiento, un amortiguamiento inherente $\zeta = 5\%$ y un amortiguamiento adicional $\zeta_{sd} = 15\%$.

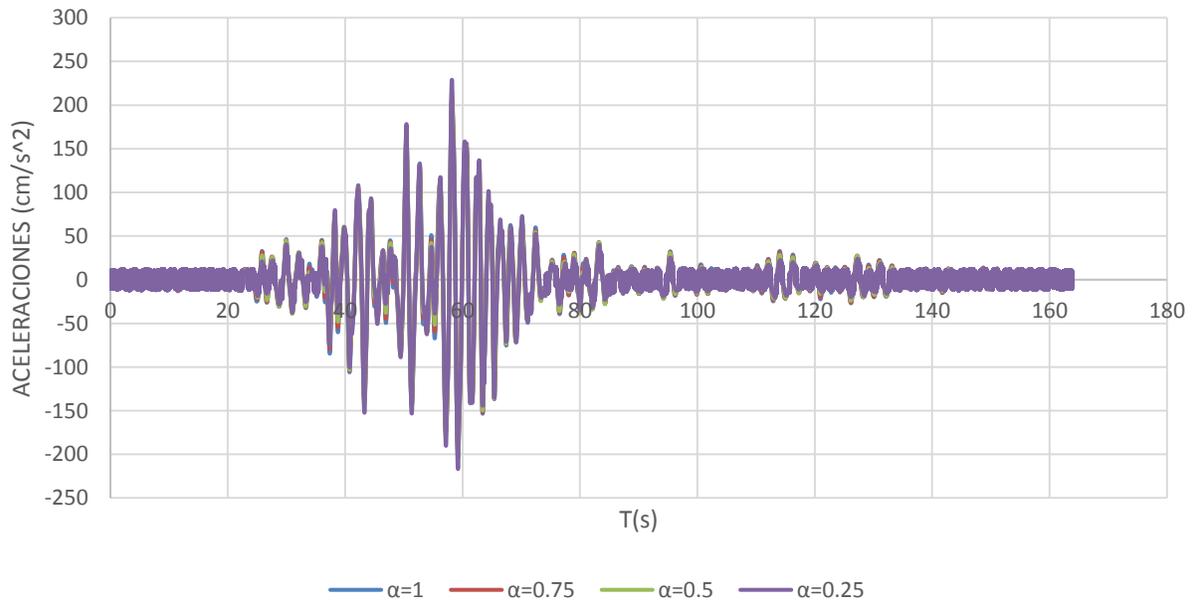
Los resultados obtenidos se muestran a continuación:



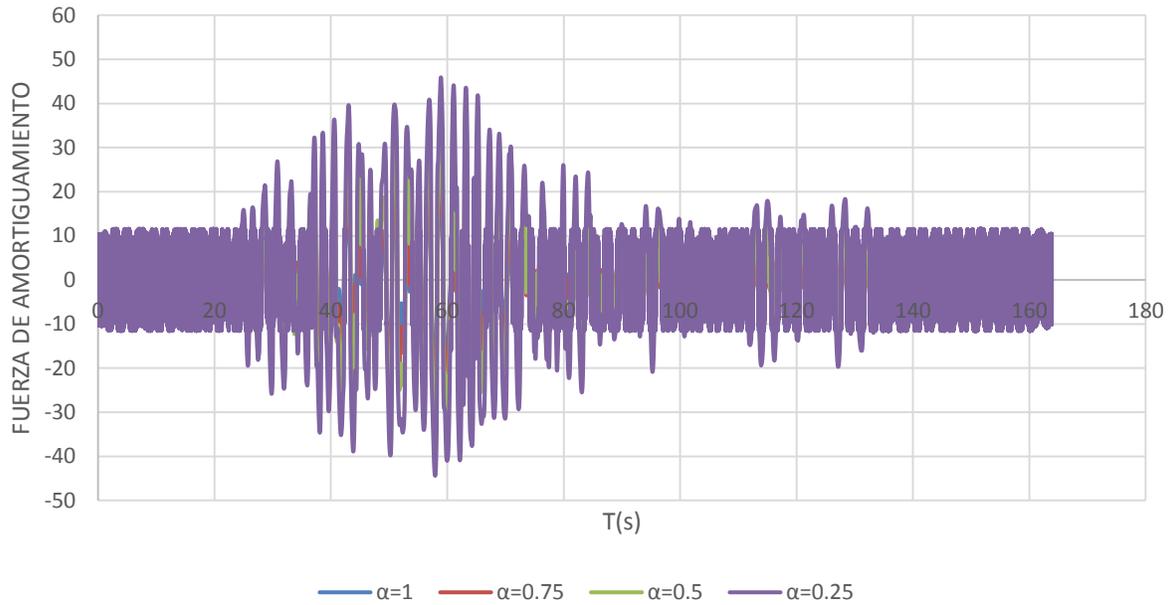
(a)



(b)



(c)



(d)

figura 2.5.13 Respuesta en el tiempo de (a) desplazamientos, (b) velocidades, (c) aceleraciones y (d) fuerzas de amortiguamiento para un sistema de un grado de libertad ($T_n = 1(s)$ y $\zeta = 5\%$) con amortiguamiento adicional $\zeta = 15\%$

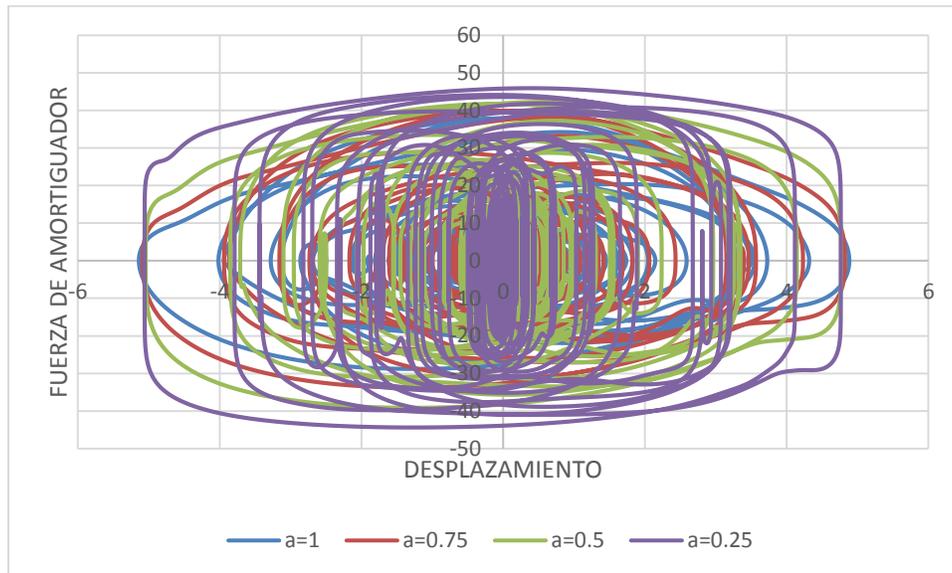


figura 2.5.14 Curva de histéresis del amortiguador no lineal para un sistema de un grado de libertad ($T_n = 1(s)$ y $\zeta = 5\%$) con amortiguamiento adicional $\zeta = 15\%$

Cuando se analiza la respuesta de la fuerza disipada que se desarrolla por el amortiguador, se observa que la no linealidad de los amortiguadores tiene una respuesta diferente al caso anterior ($T_n = 2(s)$), ya que en las figuras 2.5.13 se tienen fuerzas mayores cuando el valor de α es menor. Es decir, un amortiguador lineal, presenta menores fuerzas que las de un amortiguador no lineal.

Para poder observar mejor este comportamiento, en la figura 2.5.14 se observa las curvas de histéresis, para los diferentes valores de α , en donde se observa que los amortiguadores no lineales presentan mayores fuerzas que los amortiguadores lineales.

3.METODOLOGÍA.

Clasificación de Zonas en la ciudad de México

Se hace la clasificación de los registros sísmicos con base en el periodo dominante del espectro de respuesta de pseudoaceleración, de acuerdo con la Tabla 3.1 (Castillo y Ruiz, 2014; Ruiz *et al* (2017), la cual muestra las diferentes zonas en las que se divide la Ciudad de México.

Zona	Periodo dominante del suelo (Ts)
A	$0 < T_s \leq 0.5$
B	$0.5 < T_s \leq 1.0$
C	$1.0 < T_s \leq 1.5$
D	$1.5 < T_s \leq 2.0$
E	$2.0 < T_s \leq 2.5$
F	$2.5 < T_s \leq 3.0$
G	$3.0 < T_s \leq 4.0$
H	$T_s > 4.0$

Tabla 3.1. Zonas sísmicas de la Ciudad de México.

Recolección de registros sísmicos.

Para la obtención de información sobre los registros sísmicos es necesario acceder a la base de datos de alguna de las diferentes instituciones u organismos encargados del estudio e investigación de los movimientos telúricos, tales como: El Servicio Sismológico Nacional (SSN), el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), el Instituto de ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (IIUNAM), el Centro de Instrumentación y Registros Sísmicos (CIRES), entre otros.

Se debe hacer la separación de los registros tomando en cuenta el intervalo de periodos dominantes del suelo que ahí se muestran en la tabla 3.1.

Los registros sísmicos con los que se trabajara se resumen en la siguiente tabla 3.2:

Zona	Total de registros		Total	Componentes
	CIRES	II		
A	60	23	83	166
B	18	1	19	38
C	44	5	49	98
D	51	12	63	126
E	54	11	65	130
F	39	9	48	96
G	33	0	33	66
H	20	0	20	40
Total=	319	61	380	760

Tabla 3.2. Número de registros por zona de acuerdo al CIRES y al Instituto de Ingeniería.

Para esta investigación se ocuparán todos y cada uno de los registros sísmicos de cada zona desde el año de 1985.

Respuesta sísmica de sistemas de un grado de libertad equipada con amortiguadores viscosos no lineales.

Es necesario estimar las respuestas de los N sistemas de 1 GDL con diferente periodo natural de vibrar, para diferentes porcentajes de amortiguamiento ($\xi=10\%,15\%,20\%,25\%,30\%$ y 35%) y diferente valor del exponente de velocidad ($\alpha = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$), para los registros obtenidos en la tabla anterior (ver tabla 3.2), para esto, debido al gran número de datos se apoyó en el programa Matlab para facilitar la obtención de los resultados de las respuestas de los sistemas de un grado de libertad.

Para ello se realiza la solución de los correspondientes sistemas (sistemas lineales y sistemas no lineales) con su respectivo método, es decir, para sistemas con amortiguamiento lineal se resuelve con el método de Newmark descrito en el subtema 2.2.3, y para sistemas con amortiguamiento viscoso no lineal se resuelve con el método iterativo de Terenzi, descrito en el subtema 2.4.5.

Obtención de espectros y cocientes de espectros de velocidad entre pseudovelocidad y aceleración entre pseudoaceleración.

Al obtener la respuesta sísmica de la estructura, podremos realizar los espectros de respuesta de desplazamiento, velocidad y aceleración, como se realizó en el ejemplo del subtema 2.5. Con la obtención de los espectros se puede realizar los cocientes de las 8 zonas sísmicas de la ciudad de México. Se calculan los cocientes de velocidad entre pseudovelocidad, y de aceleración entre pseudoaceleración, para cada registro y para cada porcentaje de amortiguamiento ($\xi = 5\%, 10\%, 15\%, 20\%, 25\%$ y 30%) y valor del exponente de velocidad ($\alpha = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$). Los cocientes se hacen para cada una de las ocho zonas (A - H).

4.RESULTADOS.

Los resultados que se muestran a continuación, muestran las gráficas correspondientes a los cocientes de fuerza, esto es debido a que son los cocientes importantes en el diseño e implementación de amortiguadores viscosos no lineales. En cuanto a los cocientes de desplazamiento, velocidad y aceleración, se describirán los resultados en las conclusiones ya que el comportamiento es muy similar en los distintos porcentajes de amortiguamiento y en los diferentes valores de alfa.

Se debe recordar que la obtención de los cocientes se realiza de la siguiente manera:

- $\frac{V_{relativa}(\alpha, \xi_t)}{S_v(\alpha=1, \xi_t)}$
- $\frac{A_{total}(\alpha, \xi_t)}{S_a(\alpha=1, \xi_t)}$
- $\frac{S_d(\alpha, \xi_t)}{S_d(\alpha=1, \xi_t)}$
- $\frac{Fza_{dis}(\alpha, \xi_t)}{Fza_{dis}(\alpha=1, \xi_t)}$

Es decir, una vez que se obtienen los espectros de respuesta tanto de desplazamiento, velocidad, aceleración, pseudovelocidad y pseudoaceleración para sistemas no lineales, se realiza el cociente entre los respectivos espectros para sistemas lineales. Esto con la finalidad de observar cómo es la relación del valor, es decir, cuánto varía la respuesta de un sistema no lineal respecto a un sistema lineal.

En donde ξ_t es el porcentaje de amortiguamiento total, es decir, incluye un 5% propio del sistema más el porcentaje de amortiguamiento que aporta el disipador viscoso no lineal y α es el parámetro de no linealidad del disipador.

4.1. COCIENTES ZONA A ($0 < T_s < 0.5$)

COCIENTES DE FUERZA:

$$x_{it} = 0.1$$

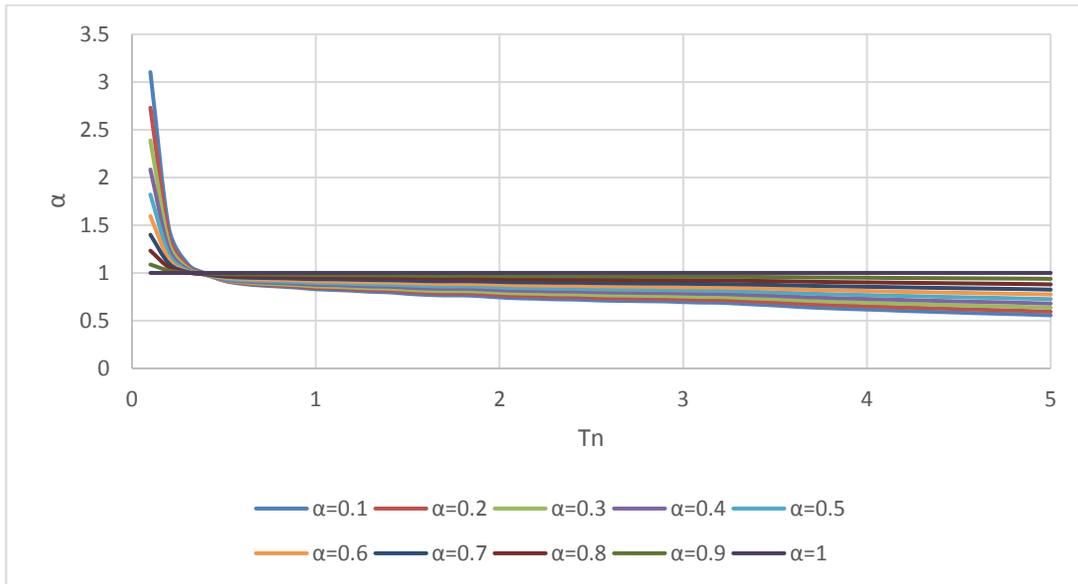


figura 4.1.1 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 10\%$ de amortiguamiento. Ilustración hecha por el autor.

$$x_{it} = 0.35$$

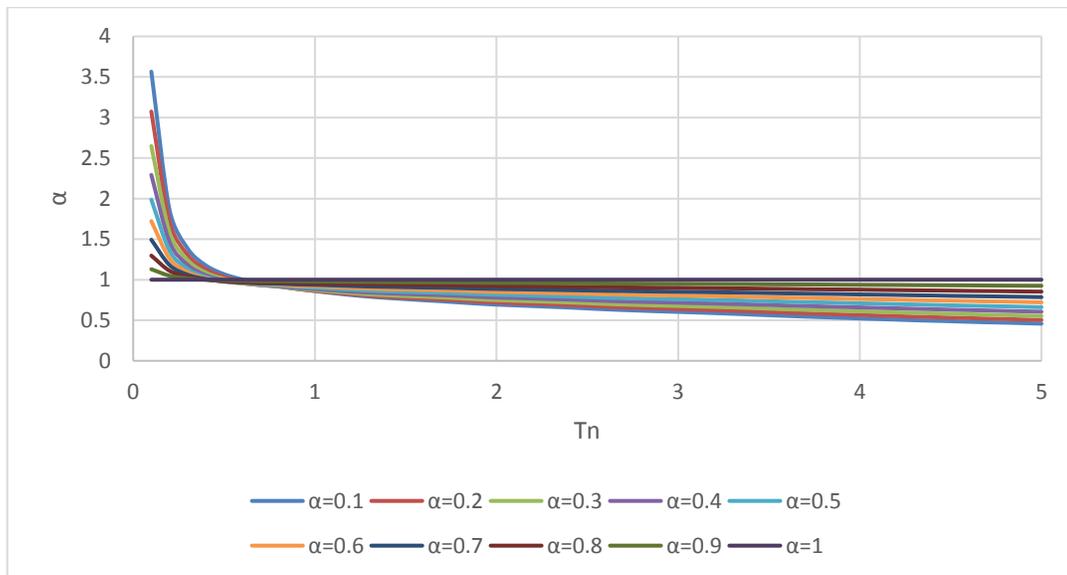


figura 4.1.2 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 35\%$ de amortiguamiento. Ilustración hecha por el autor.

De acuerdo a las graficas de los cocients de fuerzas, se observa que los disipadores viscosos no lineales presentan fuerzas mayores que los disipadores lineales correspondiente a sistemas con periodos menores a 0.6 s, por tanto, el uso de disipadores viscoso no lineales en este intervalo ($0.0 < T_s < 0.6$) de periodos puede no ser tan eficiente.

4.2. COCIENTES ZONA B ($0.5 < T_s \leq 1$)

COCIENTES DE FUERZA

$$\xi_t = 0.10$$

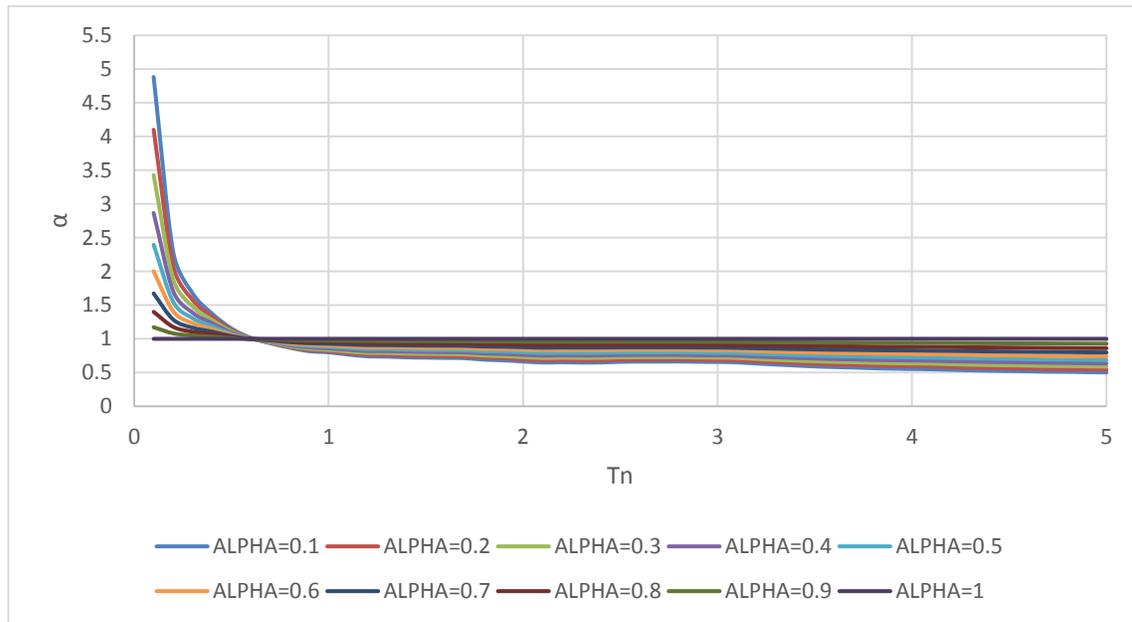


figura 4.2.1 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 10\%$ de amortiguamiento. Ilustración hecha por el autor.

$$\xi_t = 0.35$$

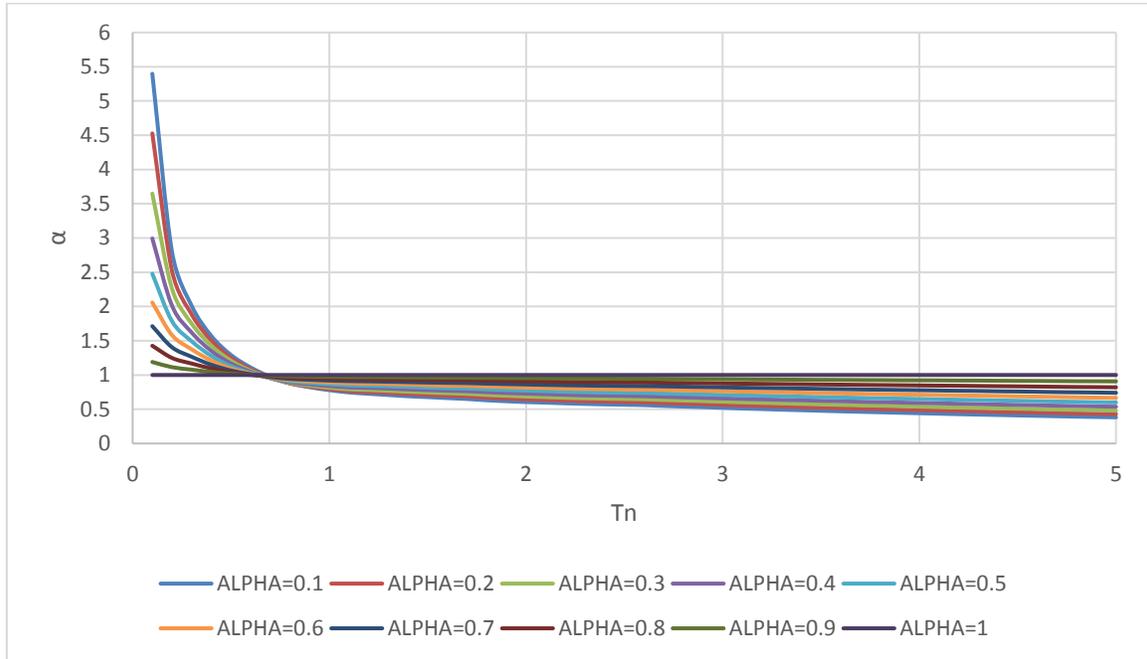


figura 4.2.2 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 35\%$ de amortiguamiento. Ilustración hecha por el autor.

De acuerdo a las gráficas de cocientes de fuerzas, se observa que los disipadores viscosos no lineales presentan fuerzas mayores que los disipadores lineales correspondiente a sistemas con periodos menores a 0.7 s, por tanto, el uso de disipadores viscoso no lineales en este intervalo ($0.0 < T_s < 0.7$) de periodos puede no ser tan eficiente.

4.3. COCIENTES ZONA C ($1.0 < T_s < 1.5$)

COCIENTES DE FUERZA:

$$x_{it} = 0.1$$

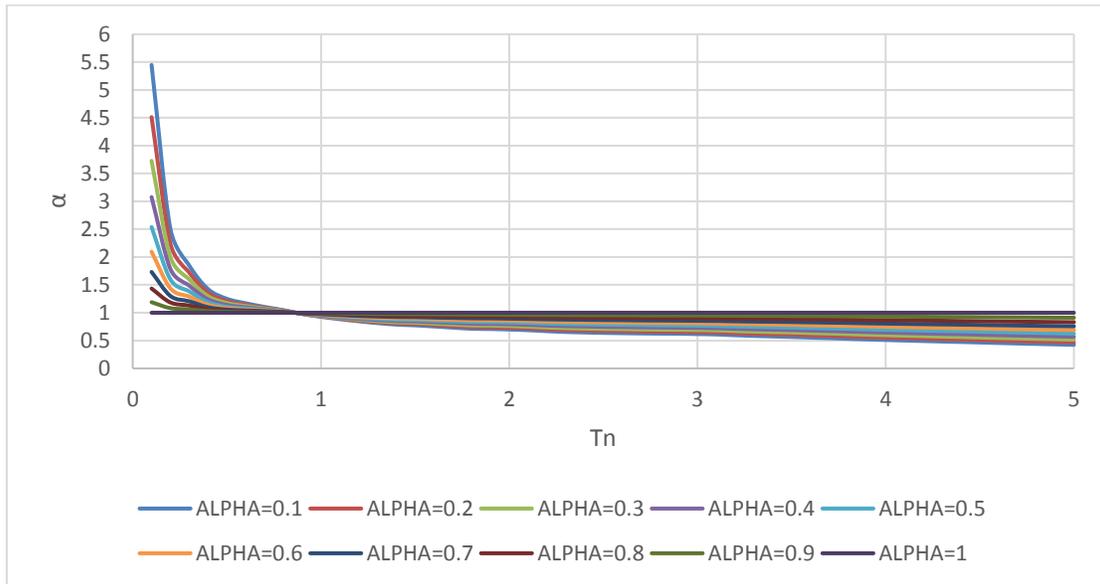


figura 4.3.1 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 10\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

$$x_{it} = 0.35$$

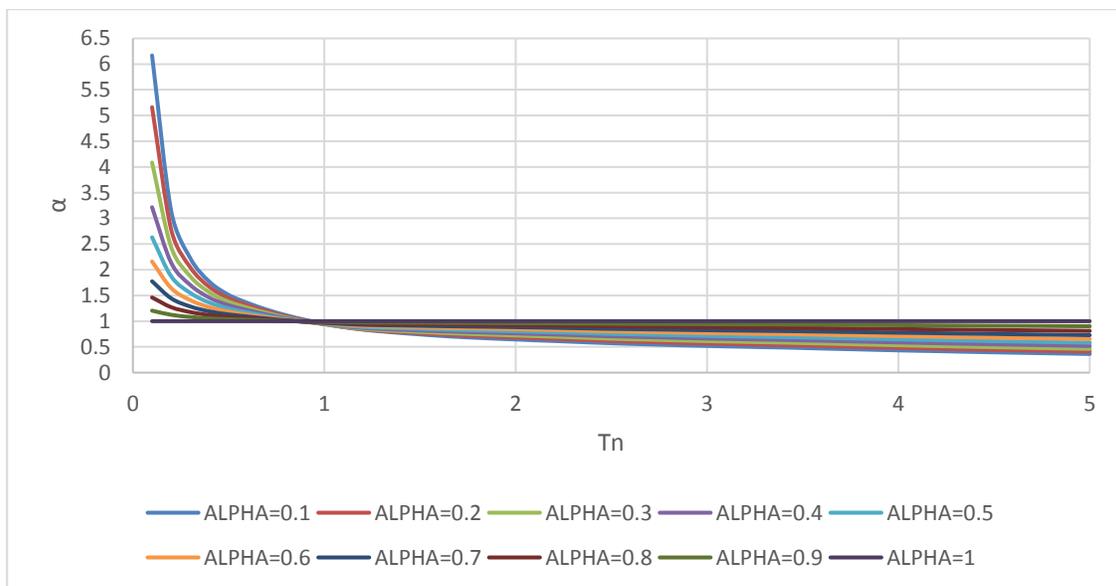


figura 4.3.2 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 35\%$ de amortiguamiento. Ilustración hecha por el autor.

De acuerdo a las gráficas de cocientes de fuerzas, se observa que los disipadores viscosos no lineales presentan fuerzas mayores que los disipadores lineales correspondiente a sistemas con periodos menores a 1 s, por tanto, el uso de disipadores viscoso no lineales en este intervalo ($0.0 < T_s < 1.0$) de periodos puede no ser tan eficiente.

4.4. COCIENTES ZONA D ($1.5 < T_s \leq 2$) COCIENTES DE FUERZA

$$\xi_t = 0.10$$

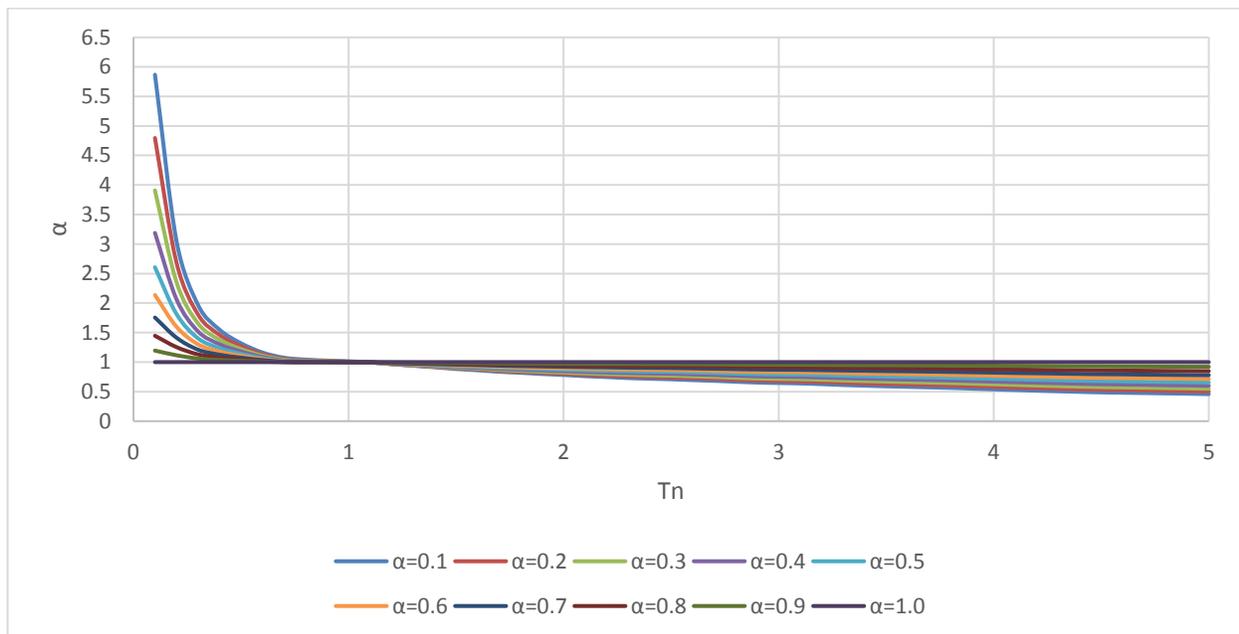


figura 4.4.1 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 10\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor,

$$\xi_t = 0.35$$

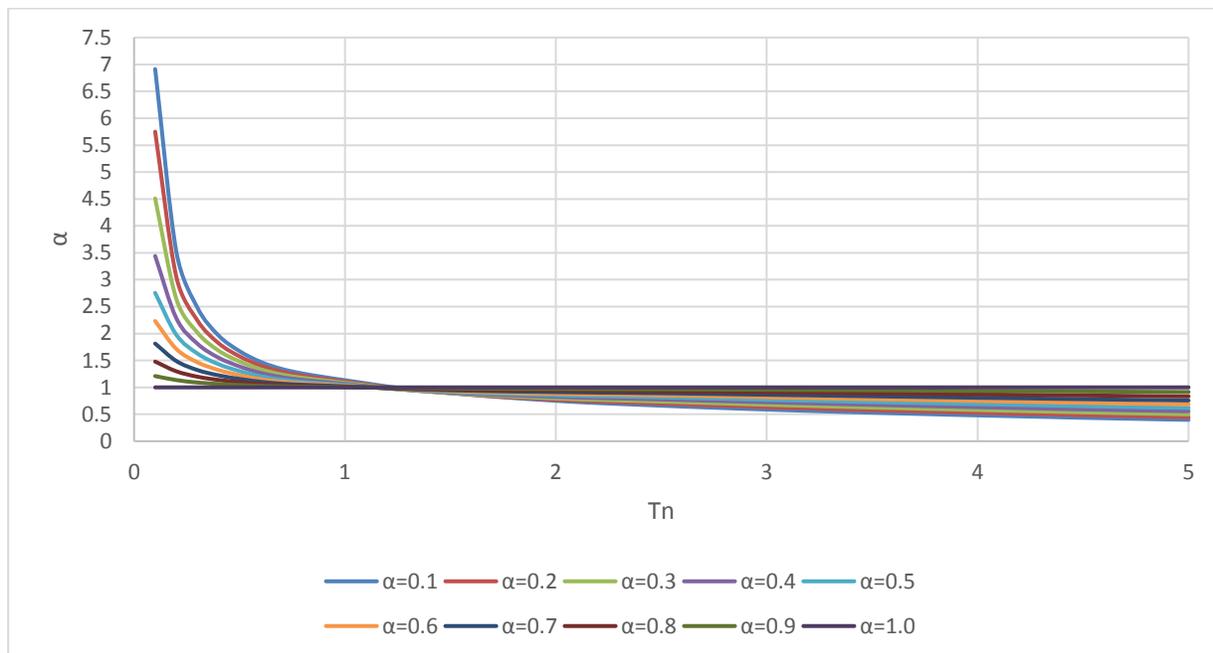


figura 4.4.2 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 35\%$ de amortiguamiento. Ilustración hecha por el autor.

Por otra parte, para el caso de cocientes de fuerzas, se observa que los disipadores viscosos no lineales presentan fuerzas mayores que los disipadores lineales correspondiente a sistemas con periodos menores a 1.3 s, por tanto, el uso de disipadores viscoso no lineales en este intervalo de periodos puede no ser tan eficiente.

4.5. COCIENTES ZONA E ($2.0 < T_s < 2.5$)

COCIENTES DE FUERZA:

$$x_{it} = 0.1$$

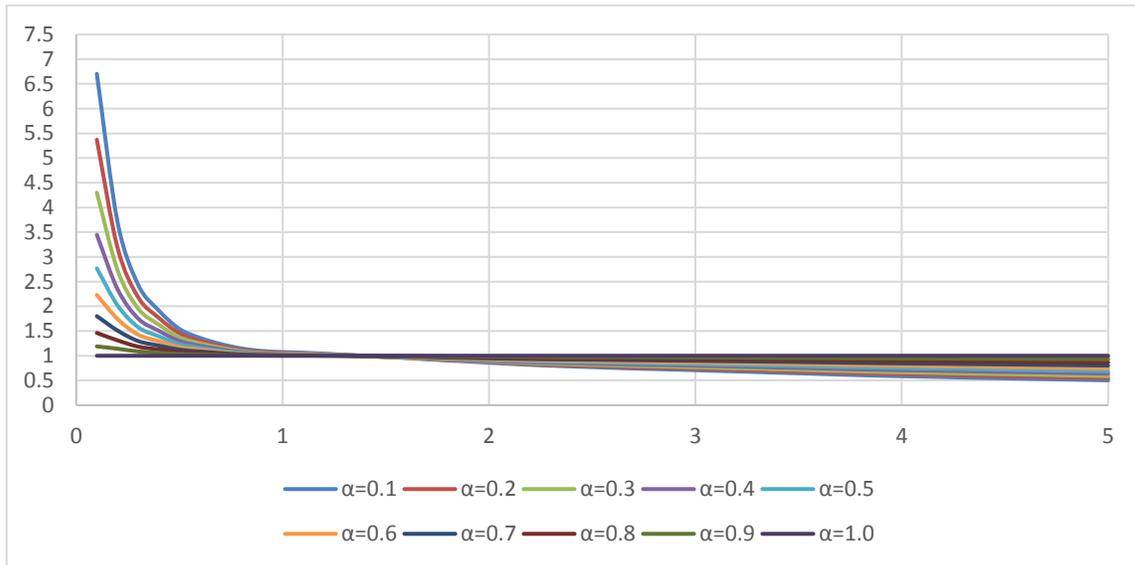


figura 4.5.1 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 10\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

$$x_{it} = 0.35$$

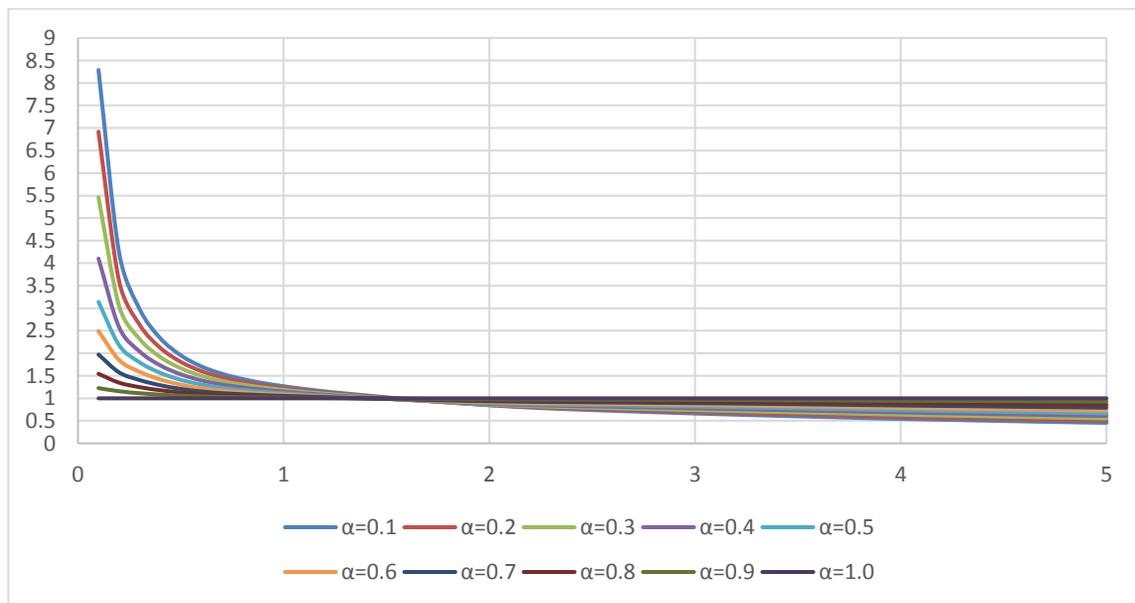


figura 4.5.2 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 35\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

Por otra parte, para el caso de cocientes de fuerzas, se observa que los disipadores viscosos no lineales presentan fuerzas mayores que los disipadores lineales correspondiente a sistemas con periodos menores a 1.6 s, por tanto, el uso de disipadores viscoso no lineales en este intervalo ($0.0 < T_s < 1.6$) de periodos puede no ser tan eficiente.

4.6. COCIENTES ZONA F ($2.5 < T_s < 3.0$)

COCIENTES DE FUERZA:

$$x_{it} = 0.1$$

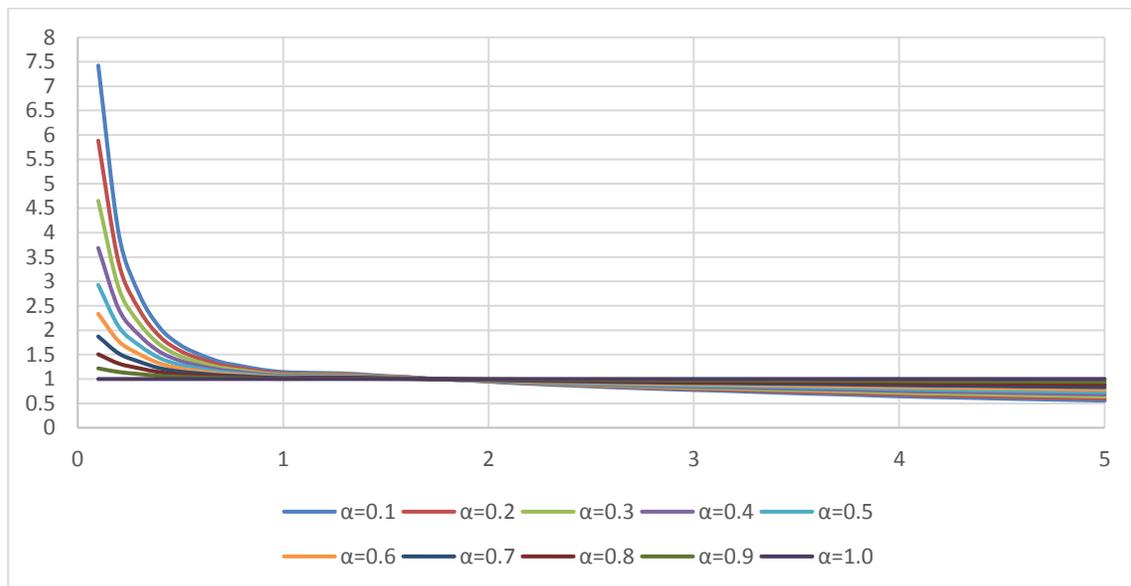


figura 4.6.1 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 10\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

$$x_{it} = 0.35$$

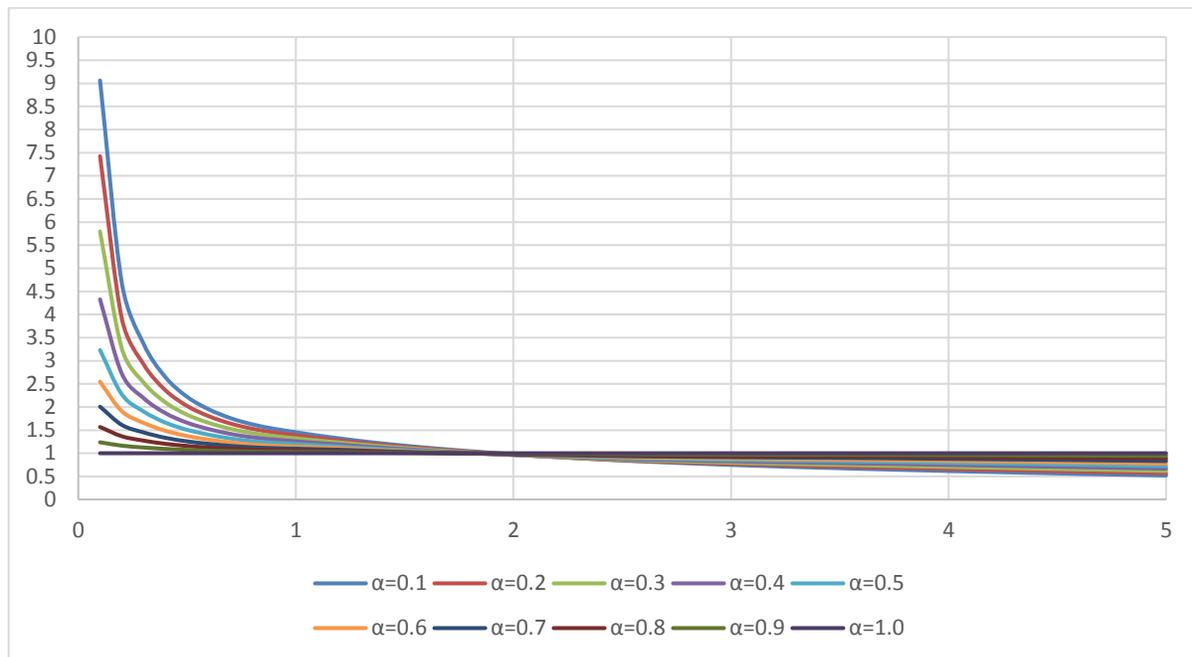


figura 4.6.2 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 35\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

Para el caso de cocientes de fuerzas, se observa que los disipadores viscosos no lineales presentan fuerzas mayores que los disipadores lineales correspondiente a sistemas con periodos menores a 2.0 s, por tanto, el uso de disipadores viscoso no lineales en este intervalo ($0.0 < T_s < 2.0$) de periodos puede no ser tan eficiente.

4.7. COCIENTES ZONA G ($3.0 < T_s \leq 4$) COCIENTES DE FUERZA

$$\xi_t = 0.10$$

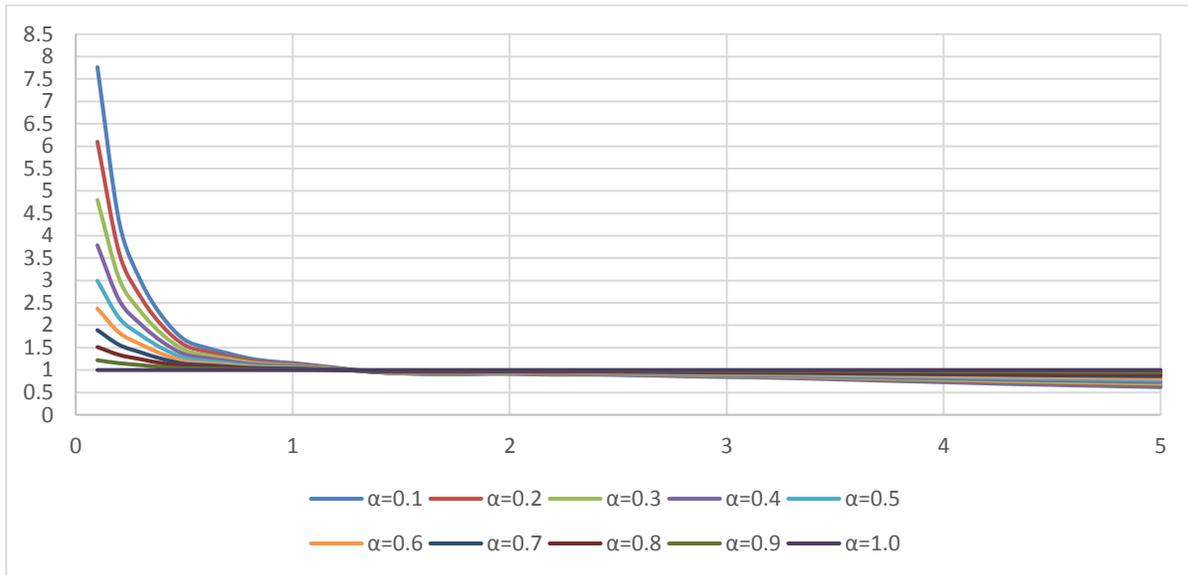


figura 4.7.1 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 10\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

$$\xi_t = 0.35$$

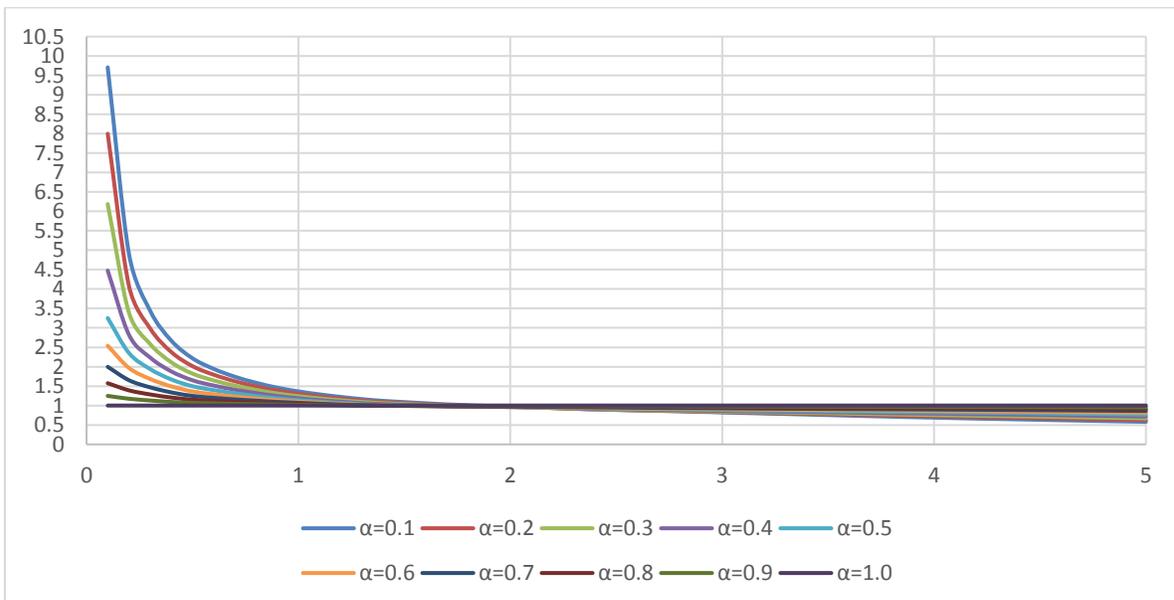


figura 4.7.2 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 35\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

Por otra parte, para el caso de cocientes de fuerzas, se observa que los disipadores viscosos no lineales presentan fuerzas mayores que los disipadores lineales correspondiente a sistemas con periodos menores a 1.3 s, por tanto, el uso de disipadores viscoso no lineales en este intervalo de periodos puede no ser tan eficiente.

4.8. COCIENTES ZONA H ($T_S > 4$) COCIENTES DE FUERZA

$$\xi_t = 0.10$$

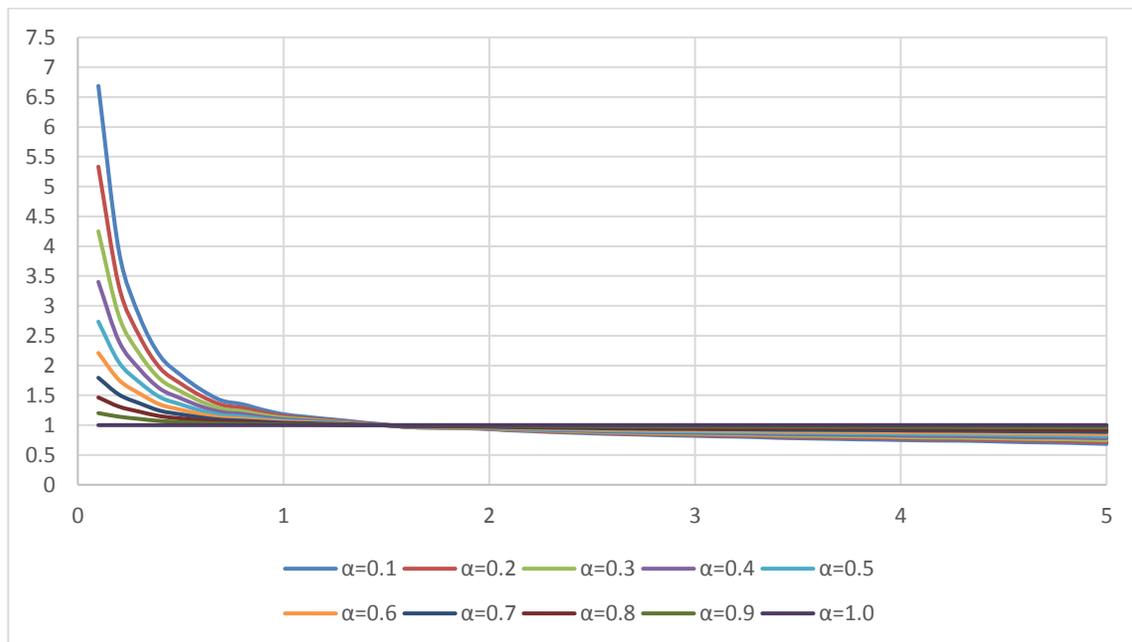


figura 4.8.1 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 10\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

$$\xi_t = 0.35$$

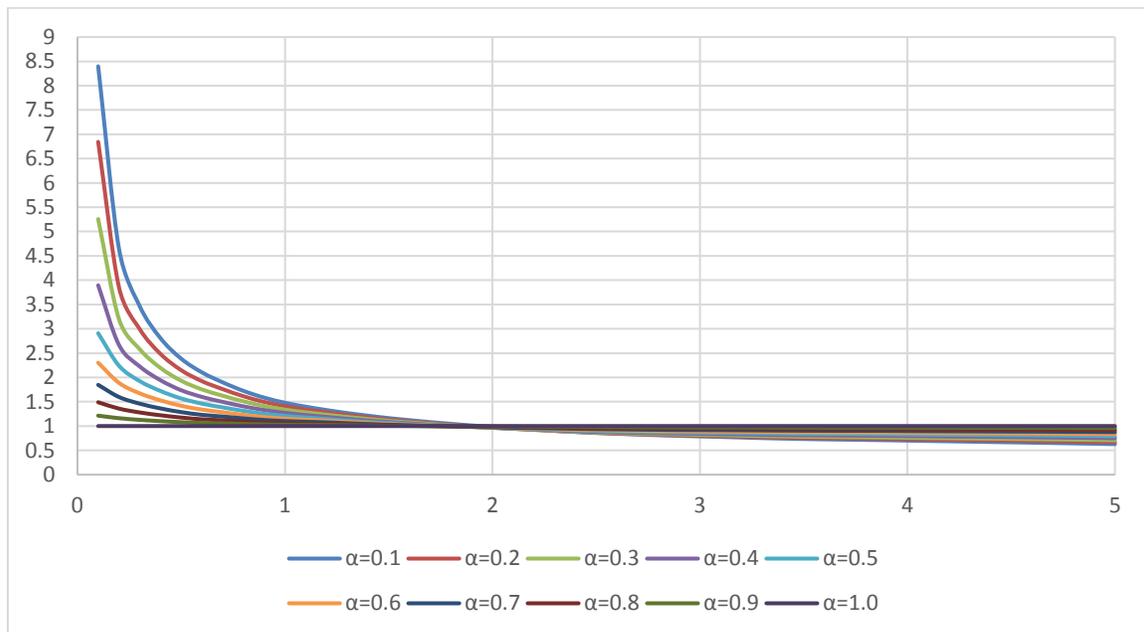


figura 4.8.2 Cocientes de fuerza para diferentes exponentes de velocidad y $\zeta = 35\%$ de amortiguamiento, ilustración hecha por el autor.

Por otra parte, para el caso de cocientes de fuerzas, se observa que los disipadores viscosos no lineales presentan fuerzas mayores que los disipadores lineales correspondiente a sistemas con periodos menores a 1.5 s, por tanto, el uso de disipadores viscoso no lineales en este intervalo de periodos puede no ser tan eficiente.

5. CONCLUSIONES.

Con base en los resultados obtenidos en esta tesis sobre el comportamiento de los amortiguadores viscosos no lineales en estructuras de un grado de libertad se puede concluir lo siguiente:

- En el diseño de estructuras es muy común el aproximar la respuesta de una estructura de varios grados de libertad con el análisis de una estructura de un solo grado de libertad
- Los amortiguadores viscosos no lineales son caracterizados por la constante de amortiguamiento no lineal, C_{NL} y el exponente de velocidad α .
- El valor del exponente de velocidad α define la no linealidad de los amortiguadores viscosos no lineales, y este, toma valores entre 0.1 y 1. Cuando $\alpha = 1$, el comportamiento del amortiguador viscoso será lineal. Además, cuando el valor de $\alpha = 0$ se considera que es un amortiguador de fricción.
- Cuando se diseñan las características de un amortiguador viscoso no lineal es necesario establecer un porcentaje de amortiguamiento o un nivel de desempeño deseado, este nivel de desempeño o de amortiguamiento se define como un desplazamiento pico que puede ser obtenido del espectro de respuesta del movimiento sísmico de diseño.

De acuerdo a las gráficas de los cocientes de fuerza, varia para cada tipo de suelo con amortiguamiento y alfa diferente se tienen las observaciones descritas en cada zona de la ciudad de México.

6. REFERENCIAS.

Chopra, A. (2001). *Dynamics of structures, theory and applications to earthquake engineering* (2da ed.). Prentice Hall.

Lin, W. H., y Chopra, A. K. (2002). Earthquake response of elastic SDF systems with non-linear fluid viscous dampers. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 31(9), 1623-1642.

Castillo, T. y Ruiz, S. E. (2014), Reduction factors for seismic design spectra for structures with viscous energy dampers. *Journal of Earthquake Engineering*, Taylor & Francis, 18:323-349.

NTCDS-17. (2017). *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo*. Gaceta Oficial del Distrito Federal.

Ruiz, S. E. (2011). Recomendaciones para diseño de edificios con disipadores de energía (en el marco de las NTCDS del RCDF) con Comentarios. *Serie Investigación y Desarrollo*, SID 667, Instituto de Ingeniería, UNAM.

Paz, M. (1992). *Dinámica estructural: Teoría y cálculo*, tercera edición, Reverte, España.

Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (2017), Gaceta Oficial de la Ciudad de México. 15 de diciembre.

Espinoza, J. L. (2015). Cocientes entre espectros y pseudoespectros de aceleración y de velocidad correspondientes a diferentes zonas del valle de México. Tesis que para obtener el título de Ingeniero Civil. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Segovia, V. A. (2015). Criterios de diseño sísmico óptimo por desplazamiento para edificios con disipadores histeréticos. Tesis que para obtener el grado de Maestra en ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México.