



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Simulación numérica de la respuesta sísmica de  
la cuenca aluvial de Concepción, República de  
Chile**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniero Geofísico**

**P R E S E N T A**

Roberto Ramírez Santiago

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Francisco José Chávez García



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019





*Dedicada a  
mi familia*



# Agradecimientos

*En primer lugar y sobre todo agradezco a mi madre por su perseverancia, amor y enseñanzas, las cuales me permitieron finalizar mis estudios de Licenciatura. A mis hermanos, que gracias al sentimiento de competitividad generado entre nosotros hemos erradicado en lo posible el tedio, pasando momentos inolvidables de felicidad. A Daniel Estrada, mi mejor amigo. A mis camaradas de Ingeniería Civil y Geofísica. A mis profesores de Licenciatura. Al Instituto de Ingeniería.*

*En especial, agradecer a mi tutor el Dr. Francisco J. Chávez García por tomarme como su discípulo y compartirme su conocimiento. Gracias, profesor, por todas las horas de enseñanza, charla, bromas, regaños; en especial, que me proporcionara la beca del CONACYT y la del Instituto de Ingeniería.*

*Un muy especial agradecimiento a Gonzalo A. Montalva por proporcionar la geometría de la cuenca de Concepción que obtuvo de la inversión 3D de datos gravimétricos. De igual manera, agradecer el trabajo de Jozef Kristek y Peter Moczo en la codificación del algoritmo de diferencias finitas 3D usado en este trabajo de investigación.*



# Resumen

El efecto de sitio es uno de los factores del movimiento sísmico que más interesa predecir usando simulaciones numéricas, no obstante, los resultados dependen de la elección del modelo. Se simula la respuesta sísmica de la cuenca sobre la que yace la ciudad de Concepción, Chile usando modelos 1D y 3D. El análisis de las simulaciones en los dominios de la frecuencia y del tiempo permite distinguir el efecto de sitio 1D del 3D. Se emplea un código de diferencias finitas para simular la propagación de ondas sísmicas en la cuenca ante la incidencia vertical de ondas planas P y S. En los modelos se consideran dos medios homogéneos: los sedimentos y el basamento. Adicionalmente, los modelos 3D incluyen la geometría de la interface que separa los dos medios, la cual se obtuvo de la inversión de datos gravimétricos. Debido a la carencia de información de las características mecánicas de los sedimentos y el basamento, los modelos buscan reflejar las contribuciones de la estructura geológica en la respuesta del sitio, considerando la importancia de dos factores que influyen en el efecto de sitio: la geometría 3D del contacto sedimento-basamento y el contraste de impedancia entre los sedimentos y el lecho de roca subyacente. Se emplearon tres contrastes de impedancia diferentes en los modelos, los cuales se infirieron de información geofísica. La superficie libre se considera plana y no se incluye la atenuación en los cálculos. Los resultados en ambos dominios (frecuencia y tiempo) sugieren que la forma 3D de la estructura de la cuenca puede ser más importante en la predicción del efecto de sitio, que conocer con certitud las propiedades mecánicas del subsuelo. El análisis de secciones sísmicas permite validar los resultados de las simulaciones y confirmar que el efecto principal que domina la respuesta sísmica es la generación local de ondas superficiales. Los resultados obtenidos en el dominio de la frecuencia muestran que las heterogeneidades laterales de la cuenca amplifican el movimiento del terreno entre 2.6 y 3.8 veces más de lo esperado en los modelos 1D. Los cocientes de velocidad pico normalizados con respecto a la zona de roca presentan un factor 3D/1D adicional entre 1.1 y 2.4. Los mapas de la distribución espacial de los parámetros del movimiento muestran que sus valores máximos tienden a presentarse sobre las regiones cercanas a las zonas profundas de la cuenca. Una correcta estimación de la amplificación en el dominio de la frecuencia requiere conocer el contraste de impedancia real de lo contrario toda estimación será errónea. Aunque los resultados deben considerarse como preliminares, indican que una correcta predicción del efecto de sitio debe tomar en cuenta el análisis de la respuesta sísmica en los dominios de la frecuencia y del tiempo.





# Abstract

*Site effects are one of the factors of destructive earthquake ground motion that is mostly predicted using numerical simulations but the results depend of the type of model chosen. Seismic response is simulated in the basin of Concepcion, Chile, using 1D and 3D models. We use a 3-D, finite difference code and compute ground motion for the vertical incidence of planes waves  $P$  and  $S$ . In the models, two homogeneous media are considered: sediments and underlying bedrock. Additionally, 3D models include the 3-D shape of Concepcion basin that separates the two media, which was obtained from gravity values. Due to the lack of information about the subsoil mechanical properties, our model wants to reflect the contributions of the geological structure in the site response, considering the importance of two factors that influence site effects: a large impedance contrast between sediments and underlying bedrock and the geometry of the sediment-bedrock interface. We use three several impedance contrast in our models, which were determined of geophysical characterization. The free surface is considered flat and the attenuation is not included. Our results in both domains (frequency and time) suggest that the 3-D shape of the basin may be more important in predicting ground response than a detailed knowledge of the subsoil mechanical properties. The analysis of our synthetics seismograms confirms that ground motion in Concepcion basin is dominated by locally generated surface waves. The results in the frequency domain (in terms of transfer functions) show that the lateral variations of the basin gave a maximum amplification by a factor of between 2.6 and 3.8, additional to the amplification factor due to impedance contrast. We use ratios of peak particle velocity relative to the measured value on rock that show a factor of between 1.1 and 2.4 times larger that the computed for a standard 1-D model. The largest values of all ground motion parameters generally occur near the deepest parts of the basin. A correct estimate of the absolute amplification level in the frequency domain requires a correct estimate of the impedance contrast so 1-D models will also fail to predict the correct amplification. Although our results should be considered like preliminary, they indicate that a correct prediction site effects must take into account the analysis of the site response in the frequency and time domains.*



# Índice general

Capítulos	Página
Agradecimientos	III
Resumen	V
<i>Abstract</i>	VII
Lista de Figuras	XI
Lista de Tablas	XV
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Marco teórico</b>	<b>5</b>
2.1 Modelado de la respuesta sísmica . . . . .	5
2.2 El método de diferencias finitas . . . . .	8
2.3 Creación de la malla . . . . .	9
2.4 Aproximación del operador diferencial por diferencias finitas . . . . .	9
2.5 Propiedades de la ecuación de diferencias finitas . . . . .	12
<b>3 Simulación de propagación de ondas sísmicas en un medio elástico 3D</b>	<b>15</b>
3.1 Consideraciones generales . . . . .	15
3.2 Relación entre la formulación de las ecuaciones, la malla y el esquema de diferencias finitas . . . . .	16
3.3 Implementación del esquema heterogéneo de formulación ( $v$ - $\sigma$ ) en una malla alterada con un cuarto orden de aproximación de diferencias finitas . . . . .	19
3.3.1 Inclusión de la formulación velocidad-esfuerzo ( $v$ - $\sigma$ ) en la ecuación del movimiento y la ley de Hooke . . . . .	19
3.3.2 Inclusión de las diferencias finitas en la ecuación del movimiento y la ley de Hooke con la formulación velocidad esfuerzo ( $v$ - $\sigma$ ) . . . . .	20
3.3.3 Implementación del esquema heterogéneo en las interfaces . . . . .	23
3.4 Estabilidad y dispersión de la malla . . . . .	26
3.5 Condiciones iniciales y de frontera . . . . .	29
3.6 Excitación del campo de ondas . . . . .	31
<b>4 Información geológica, geotécnica, geofísica y sismotectónica de la zona de estudio</b>	<b>35</b>
4.1 Zona de estudio . . . . .	35

4.2	Geología de la ciudad de Concepción . . . . .	36
4.3	Información geotécnica del área de estudio . . . . .	37
4.4	Información geofísica del área de estudio . . . . .	40
4.5	Ambiente sismotectónico de Chile Central . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Prueba de simulación de un modelo 1D y preparación del modelo 3D</b>	<b>45</b>
5.1	Información del código implementado . . . . .	45
5.2	Preparación del modelo 1D . . . . .	46
5.3	Parámetros y verificación de la simulación numérica del modelo 1D . . . . .	47
5.3.1	Resultados en el dominio del tiempo . . . . .	48
5.3.2	Resultados en el dominio de la frecuencia . . . . .	50
5.4	Preparación del modelo 3D . . . . .	53
<b>6</b>	<b>Resultados de las simulaciones numéricas</b>	<b>59</b>
6.1	Parámetros y aspectos generales de las simulaciones . . . . .	59
6.2	Verificación de las simulaciones . . . . .	60
6.3	Resultados en el dominio de la frecuencia . . . . .	63
6.4	Resultados en el dominio del tiempo . . . . .	72
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>93</b>
	Referencias . . . . .	97

# Lista de Figuras

<b>Figura 2.1</b>	Curva que describe el comportamiento de la respuesta sísmica de valles genéricos 2D. . . . .	7
<b>Figura 2.2</b>	Representación gráfica de la aproximación de la primera derivada espacial $\phi'(x_0)$ centrada en el nodo 6 (indicado por la flecha) usando el segundo, cuarto y sexto orden de diferencias finitas . . . . .	12
<b>Figura 3.1</b>	Tipos de celdas en una malla de diferencias finitas . . . . .	18
<b>Figura 3.2</b>	Ilustración de una celda de diferencias finitas en una malla alternada . . . . .	24
<b>Figura 3.3</b>	Ilustración de la implementación de la técnica <i>stress imaging</i> en la modelación de la superficie libre . . . . .	31
<b>Figura 3.4</b>	Rectángulos usados en una malla uniforme para la descomposición del campo de ondas generado por la fuente ubicada dentro del rectángulo b . . . . .	32
<b>Figura 3.5</b>	Ilustración de la excitación de una onda plana . . . . .	32
<b>Figura 3.6</b>	Principio de Huygens . . . . .	33
<b>Figura 3.7</b>	Ejemplo de un pulso de Gabor . . . . .	34
<b>Figura 3.8</b>	Espectro de amplitud del pulso de Gabor . . . . .	34
<b>Figura 4.1</b>	Mapa del área de estudio (ciudad de Concepción-Chile) . . . . .	35
<b>Figura 4.2</b>	Geología de la zona de estudio (ciudad de Concepción-Chile) . . . . .	37
<b>Figura 4.3</b>	Mapa de microzonificación sísmica (ciudad de Concepción-Chile) . . . . .	39
<b>Figura 4.4</b>	Ilustración del área urbana de Concepción en un mapa de contorno de la profundidad del contacto sedimento-roca obtenido de la inversión gravimétrica . . . . .	40
<b>Figura 4.5</b>	Geometría de la interfaz (datos crudos) . . . . .	41
<b>Figura 4.6</b>	Correlación entre el periodo del sitio $T_{site}$ y el espesor de los sedimentos obtenido de la inversión de datos gravimétricos . . . . .	41
<b>Figura 4.7</b>	Ambiente tectónico de Chile . . . . .	42
<b>Figura 5.1</b>	Modelo 1D de una capa sobre un basamento . . . . .	46
<b>Figura 5.2</b>	Características de la señal de entrada en la prueba de simulación . . . . .	47
<b>Figura 5.3</b>	Componentes del movimiento de los 3200 receptores. . . . .	48
<b>Figura 5.4</b>	Sección sísmica del movimiento grabado en la dirección EW . . . . .	49
<b>Figura 5.5</b>	Función de transferencia sintética 1D para un modelo 1D con espesor de 84 $m$ . . . . .	51
<b>Figura 5.6</b>	Función de transferencia sintética 1D con una capa de espesor $H = 280$ . . . . .	52
<b>Figura 5.7</b>	Geometría de la interfaz en metros . . . . .	54
<b>Figura 5.8</b>	Extensión del dominio de la zona de interés . . . . .	56
<b>Figura 5.9</b>	Ilustración de un sector de la geometría interpolada . . . . .	57
<b>Figura 5.10</b>	Modelo 3D obtenido de la interpolación de los datos de la malla extendida . . . . .	58

<b>Figura 6.1</b>	Señal de entrada y su espectro de amplitud de la simulación 3D . . . . .	59
<b>Figura 6.2</b>	Receptores empleados en la simulación 3D . . . . .	60
<b>Figura 6.3</b>	Modelo 3D visto en planta . . . . .	61
<b>Figura 6.4</b>	Sección perpendicular al borde de la malla del modelo 2 (tabla 5.2) . . . . .	62
<b>Figura 6.5</b>	Sección perpendicular al borde de la malla del modelo 3 (tabla 5.3) . . . . .	62
<b>Figura 6.6</b>	Mapa de periodo fundamental para el modelo (tabla 5.1) . . . . .	64
<b>Figura 6.7</b>	Mapa de periodo dominante para el modelo (tabla 5.1) . . . . .	64
<b>Figura 6.8</b>	Mapa de periodo fundamental para el modelo (tabla 5.2) . . . . .	65
<b>Figura 6.9</b>	Mapa de periodo dominante para el modelo (tabla 5.2) . . . . .	65
<b>Figura 6.10</b>	Mapa de amplificación 3D del modelo 1 (tabla 5.1) en la dirección de polarización NS . . . . .	67
<b>Figura 6.11</b>	Mapa de amplificación 3D del modelo 1 (tabla 5.1) en la dirección de polarización EW . . . . .	68
<b>Figura 6.12</b>	Mapa de amplificación 3D del modelo 2 (tabla 5.2) en la dirección de polarización NS . . . . .	68
<b>Figura 6.13</b>	Mapa de amplificación 3D del modelo 2 (tabla 5.2) en la dirección de polarización EW . . . . .	69
<b>Figura 6.14</b>	Mapa de amplificación 3D del modelo 3 (tabla 5.3) en la dirección de polarización NS . . . . .	69
<b>Figura 6.15</b>	Mapa de amplificación 3D del modelo 3 (tabla 5.3) en la dirección de polarización EW . . . . .	70
<b>Figura 6.16</b>	Mapa de secciones sísmicas para evaluar la respuesta 3D . . . . .	73
<b>Figura 6.17</b>	Curvas de dispersión de ondas de Love para un modelo 1D elástico considerando una capa homogénea de espesor igual a 110 <i>m</i> sobre un semiespacio homogéneo . . . . .	73
<b>Figura 6.18</b>	Curvas de dispersión de ondas de Rayleigh para un modelo 1D elástico considerando una capa homogénea de espesor igual a 110 <i>m</i> sobre un semiespacio homogéneo . . . . .	75
<b>Figura 6.19</b>	Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 29 receptores a lo largo de la sección A . . . . .	75
<b>Figura 6.20</b>	Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 31 receptores a lo largo de la sección B . . . . .	77
<b>Figura 6.21</b>	Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 21 receptores a lo largo de la sección D . . . . .	78
<b>Figura 6.22</b>	Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 29 receptores a lo largo de la sección C . . . . .	79
<b>Figura 6.23</b>	Curvas de dispersión de ondas de Rayleigh calculadas para un modelo 1D elástico. Se considera una capa homogénea de espesor igual a 84 <i>m</i> sobre un semiespacio homogéneo . . . . .	80
<b>Figura 6.24</b>	Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 29 receptores a lo largo de la sección E del modelo 1 (tabla 5.1) . . . . .	80
<b>Figura 6.25</b>	Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 16 receptores a lo largo de la sección F del modelo 1 (tabla 5.1) . . . . .	81
<b>Figura 6.26</b>	Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 1 (tabla 5.1) ante la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS . . . . .	85

<b>Figura 6.27</b> Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 1 (tabla 5.1) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW . . . . .	85
<b>Figura 6.28</b> Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 2 (tabla 5.2) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS . . . . .	86
<b>Figura 6.29</b> Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 2 (tabla 5.2) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW . . . . .	86
<b>Figura 6.30</b> Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 3 (tabla 5.3) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS . . . . .	87
<b>Figura 6.31</b> Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 3 (tabla 5.3) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW . . . . .	87
<b>Figura 6.32</b> Mapa del valor relativo del parámetro K tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 1 (tabla 5.1) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS . . . . .	89
<b>Figura 6.33</b> Mapa del valor relativo del parámetro K tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 1 (tabla 5.1) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. . . . .	89
<b>Figura 6.34</b> Mapa del valor relativo del parámetro K tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 2 (tabla 5.2) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. . . . .	90
<b>Figura 6.35</b> Mapa del valor relativo del parámetro K tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 2 (tabla 5.2) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. . . . .	90
<b>Figura 6.36</b> Mapa del valor relativo del parámetro K tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 3 (tabla 5.3) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. . . . .	91
<b>Figura 6.37</b> Mapa del valor relativo del parámetro K tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 3 (tabla 5.3) para la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. . . . .	91





# Lista de Tablas

<b>Tabla 5.1</b>	Propiedades mecánicas pertenecientes al modelo 1 . . . . .	55
<b>Tabla 5.2</b>	Propiedades mecánicas pertenecientes al modelo 2 . . . . .	55
<b>Tabla 5.3</b>	Propiedades mecánicas pertenecientes al modelo 3 . . . . .	55
<b>Tabla 6.1</b>	Comparación de la frecuencia a la que se presenta el primer pico de amplificación de la respuesta 3D y 1D . . . . .	70
<b>Tabla 6.2</b>	Comparación de la amplitud del primer pico de amplificación de la respuesta 3D y 1D en el dominio espectral . . . . .	71
<b>Tabla 6.3</b>	Comparación de la velocidad pico calculada de la respuesta 1D y 3D normalizadas con respecto a la velocidad pico medida en roca dura. . . . .	88
<b>Tabla 6.4</b>	Comparación de K obtenido de la respuesta 3D y 1D normalizados con respecto al valor medido en roca dura . . . . .	92



# Capítulo 1

## Introducción

La ocurrencia de sismos es un fenómeno natural que ha provocado fuertes daños, de distintas índoles, a lo largo de la historia de la humanidad. En las últimas décadas, el crecimiento poblacional de la urbes y la construcción de infraestructura, cuya destrucción pueden generar catastrofes (e.g., centrales nucleares, presas hidroeléctricas), requieren que se conozca, cada vez con mayor precisión, el movimiento sísmico esperado. El estudio de los movimientos fuertes ha contribuido en la creación de normas de construcción y de protección civil que buscan mitigar en lo posible, el impacto de los sismos en la sociedad.

La ciudad de Concepción se localiza en la República de Chile, uno de los países con mayor actividad sísmica del mundo, por lo cual está expuesta a una constante amenaza, particularmente de terremotos de gran tamaño y con un alto potencial destructivo. Por citar algunos ejemplos, el terremoto de Valparaíso de 1985 de magnitud 8  $M_w$  generó 178 decesos, 2575 heridos graves y considerables pérdidas económicas (Mardones y Vidal, 2001); más recientemente, el sismo de Maule del 2010 de magnitud 8.8  $M_w$  provocó también fuertes daños estructurales en la ciudad (Lorito *et al.*, 2011; Moltalva *et al.*, 2016).

El estudio de los movimientos fuertes está usualmente dividido en términos de la contribución de tres grupos de factores: la fuente sísmica, el trayecto y el efecto de sitio. La fuente sísmica juega un rol decisivo principalmente cuando se considera campo cercano. Las características de la trayectoria pueden contribuir en la generación de amplificación regional que no se puede despreciar. Por otro lado, los efectos de sitio son un componente importante de la destrucción causada por los terremotos, puesto que en lugares lejanos a la fuente sísmica, se ha observado que las características geológicas de la estructura condicionan fuertemente la respuesta sísmica del sitio. Por consiguiente, para predecir el movimiento sísmico esperado de sismos futuros, de alguna manera, se deben conocer las aportaciones de cada uno de estos tres grupos de factores. En algunos trabajos de modelación numérica ha sido posible, gracias a la vasta información geofísica, realizar simulaciones de la respuesta sísmica considerando los tres grupos de factores del movimiento. Un ejemplo muy claro se encuentra en el trabajo de Olsen *et al.* (2008), estos autores simulan la respuesta sísmica de la cuenca de los Ángeles, Estados Unidos, ante la ocurrencia de un terremoto de magnitud 7.7  $M_w$  al sur de la falla de San Andrés. Las simulaciones consideran los patrones de irradiación de la fuente, las características de la estructura regional y de la estructura 3D de la cuenca. No obstante, los resultados dependen mucho de los detalles estructurales (locales y regionales) y de los

parámetros de la fuente, lo cual dificulta extrapolar los resultados a otros sitios y predecir, por ejemplo, parámetros de la fuente como la función temporal para sismos futuros.

Las simulaciones que consideran los tres grupos de factores son la solución más apta para predecir el movimiento sísmico de un determinado lugar. Sin embargo, en la mayoría de los casos no se cuenta con información detallada de la estructura del subsuelo a escala local y regional. Ante la falta de información precisa, lo más viable es descomponer el movimiento sísmico en las partes que lo conforman y estudiarlas por separado. Una de estas partes es el efecto de sitio. El efecto de sitio es la amplificación local debida a las condiciones geológicas (características mecánicas y forma de la interfaz) o las irregularidades geométricas de la superficie libre. En realidad ambas están combinadas, sin embargo, en algunos casos domina la amplificación debida al contraste de impedancia y en otros, la amplificación debida a la forma irregular de la superficie libre. Así pues, los efectos de sitio suelen diferenciarse en efectos de sitio debido al contraste de impedancia y a la topografía. Las contribuciones de la topografía a la respuesta sísmica se consideran como moderadas pues las observaciones empíricas muestran que el factor de amplificación no excede el valor de 3, por otra parte, los contrastes de impedancia son capaces de producir factores de amplificación mayores a 10 (Chávez-García, 2011). Por otro lado, a partir de los trabajos de Bard y Bouchon (1980a, 1980b), se ha mostrado que también las variaciones laterales de la interface influyen en la amplificación y el incremento de la duración del movimiento.

Si se desea predecir el movimiento sísmico esperado para sismos futuros, lo más acertado es basar el trabajo de investigación en el análisis de registros sísmicos (Chávez-García y Montalva, 2014). Actualmente, las técnicas más empleadas en el estudio de efecto de sitio usando registros de sismos son: cocientes espectrales con respecto a un sitio de referencia (SSR) por las siglas en inglés de *Standard Spectral Ratios*, cocientes espectrales de los componentes horizontales con respecto al componente vertical registrados en el mismo sitio (HVSR) por las siglas en inglés de *Horizontal to Vertical Spectral Ratios* y la inversión paramétrica del espectro de amplitud de ondas S (GIS) por las siglas en inglés de *Generalized Inversion Scheme*. La técnica SSR se considera muy confiable puesto que evalúa la definición del efecto de sitio: la amplificación del movimiento observada en suelo blando con respecto al movimiento registrado para el mismo sismo en un sitio de roca cercano (e.g., Borcherdt, 1970; Tucker y King, 1984). La técnica HVSR se ha vuelto muy popular porque permite obtener resultados sin la necesidad de una estación de referencia (Nakamura, 1989). En el método GIS, se aísla el efecto de sitio del registro a través de la inversión del espectro de amplitud, con base en un modelo, que solo contiene la contribución al movimiento de la fuente y el trayecto (e.g., Field y Jacob, 1995; Chávez-García y Montalva, 2014). No siempre es posible contar con registros de sismos, ya sea porque la sismicidad es baja; no hay una red sísmica adecuada o en el peor de los casos, no hay ningún instrumento de medición. En esos casos es factible usar registros de vibración ambiental o modelación numérica. Con respecto a la primera alternativa, la técnica HVSR es la que ha mostrado resultados útiles. En caso de conocerse la estructura, la otra solución es la modelación numérica. Se han realizado trabajos muy completos sobre los efectos de sitio, que usan varias de las técnicas mencionadas anteriormente, así como los distintos enfoques de estudio. Algunos ejemplos son los trabajos basados en observaciones y modelación numérica del valle de Parkway, Nueva Zelanda (e.g., Chávez-García *et al.*, 1999; Chávez-García, 2003) y de la cuenca de Santiago, Chile (Pilz *et al.*, 2009, 2010, 2011).

Actualmente, no existen antecedentes sobre trabajos relacionados con la estimación de efectos de sitio basados en simulación numérica para la ciudad de Concepción. El estudio del efecto de sitio mediante registros de sismos es poco viable puesto que no hay mucha información. Algunos trabajos han basado sus resultados en registros de ruido sísmico (e.g., Montalva *et al.*, 2016) mediante la aplicación de la técnica HVSR. El conocimiento de la geometría de la cuenca permite usar la modelación numérica. Se considera que la modelación 3D por medio de diferencias finitas es viable por las siguientes razones: la topografía de la cuenca es casi plana; el enfoque heterogéneo del esquema de diferencias finitas del código utilizado es muy flexible en la inclusión de un medio 3D; se emplean modelos 1D y 3D con diferentes contrastes de impedancia para comparar la respuesta del sitio, puesto que se desconoce la estructura real de velocidades. Las carencias de los modelos que repercuten en las simulaciones son: considerar que los materiales son homogéneos e isotrópicos; la falta de atenuación y el uso de incidencia vertical de ondas planas como excitación del campo de ondas. No se considera la atenuación por dos razones: la carencia de información *in situ* de los factores de calidad  $Q$  y que el efecto de la atenuación es menor en el rango de frecuencias de nuestro interés (bajas frecuencias). La respuesta sísmica de una estructura 3D es muy sensible a los parámetros relacionados con la fuente. Por ejemplo, la ubicación de la fuente o el ángulo de incidencia del campo de ondas incidente condicionan el efecto de la estructura irregular de la cuenca en el movimiento sísmico (Makra y Chávez-García, 2016). Por ello, el uso de incidencia vertical de ondas planas definiendo la dirección de polarización (en el caso de las ondas S) permite comparar las diferencias en la respuesta sísmica de los modelos 1D y 3D utilizados. Claramente, la simplicidad de las simulaciones implica que se considera campo lejano, por lo cual es viable aceptar que el frente de onda incidente es casi plano y que el ángulo de incidencia es cercano a la vertical, ya que la velocidad de la onda S decrece cuando decrece la profundidad. El propósito del presente trabajo es aportar una primera estimación de la respuesta del sitio por medio de la simulación numérica. En este sentido, nuestros resultados son preliminares puesto que una correcta predicción del movimiento esperado para sismos futuros debe considerar más factores que influyen en el movimiento como: la atenuación y las propiedades espaciales de la excitación.

Esta tesis está compuesta de dos partes. La primera parte de la tesis engloba los capítulos dos, tres y cuatro. En el capítulo dos se presenta un breve resumen de la relación de los modelos 1D, 2D y 3D con la respuesta sísmica y del método de diferencias finitas. El capítulo tres presenta las bases teóricas que sustentan el algoritmo del código de diferencias finitas 3D utilizado. Por último, el capítulo cuatro es un compendio de la información geológica, geotécnica y geofísica de la zona de estudio. La segunda parte de la tesis está formada por los capítulos cinco, seis y siete. Es la parte medular de nuestro trabajo ya que contiene los resultados y las conclusiones. El capítulo cinco presenta la simulación de un modelo 1D y la preparación del modelo 3D. El capítulo seis contienen los resultados y el análisis de nuestras simulaciones en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Finalmente, el capítulo siete presenta las conclusiones del trabajo.



# Capítulo 2

## Marco teórico

### 2.1 Modelado de la respuesta sísmica

En muchos casos no es posible conocer la respuesta sísmica porque en la región de interés no existe una red sísmica adecuada o simplemente no existe ningún instrumento para medir el movimiento del terreno. Sin embargo, puede estimarse si se tiene información de la estructura del subsuelo. La modelación numérica tiene ventajas que no ofrecen las observaciones como evaluar la influencia de los distintos factores que influyen en el efecto de sitio (*e.g.*, estructura, parámetros reológicos del medio) y estimar la incertidumbre en las estimaciones dadas las incertidumbres en los parámetros (Chávez-García y Montalva, 2014). Por otro lado, la comparación de la respuesta sísmica simulada con las observaciones permite validar resultados empíricos poco confiables o hacer patentes las deficiencias del modelo (*e.g.*, incertidumbre en los parámetros del medio).

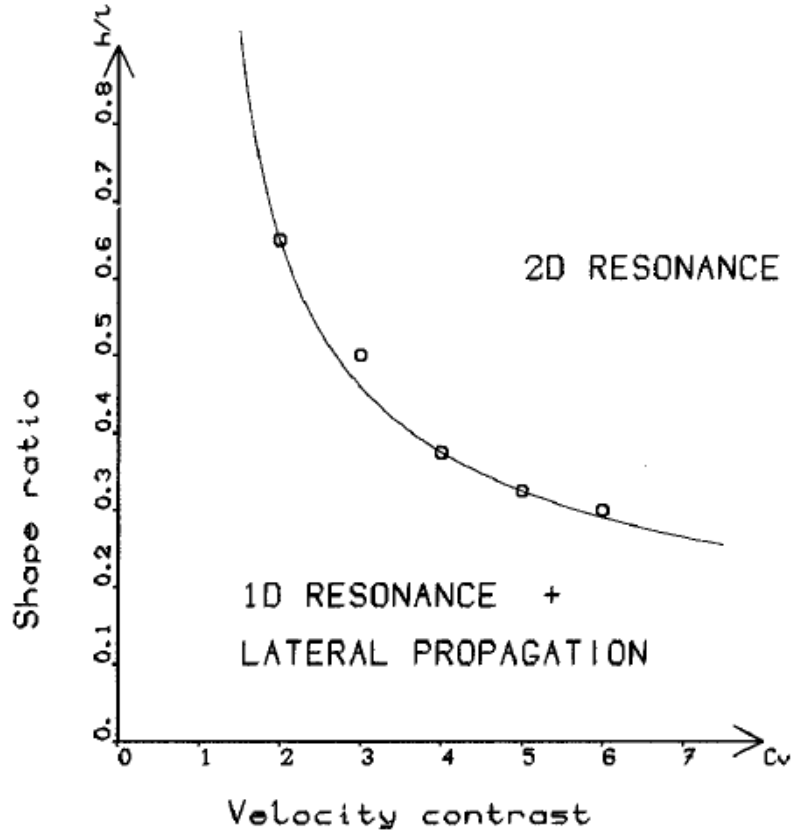
El primer paso es decidir qué variables se van a modelar. Usualmente es la heterogeneidad vertical. Los modelos unidimensionales están compuestos de una capa o un conjunto de capas homogéneas horizontales sobre un semiespacio homogéneo. En el análisis de la respuesta 1D, la extensión de la capa y el basamento se considera infinita en la dirección horizontal. El modelo 1D es el modelo más simple que permite evaluar el efecto de sitio debido a las variaciones verticales de los parámetros mecánicos del medio. Un pionero del uso de modelos 1D en la simulación de la respuesta sísmica fue Norman A. Haskell. Haskell (1960, 1962) estudió la respuesta sísmica por medio de modelos 1D ante la incidencia de ondas planas SH y el sistema P-SV, donde evalúa el efecto del ángulo de incidencia y el contraste de impedancia en el movimiento calculado en la superficie libre. El método Thomson-Haskell es un método matricial que simula la propagación de ondas planas en un medio estratificado. Este método es un caso particular del método de matriz propagadora introducido por Gilbert y Backus en 1966. Otro uso simple de los modelos 1D es el enfoque utilizado en la ingeniería geotécnica. En los estudios de la interacción dinámica del suelo con las estructuras es común suponer, que la respuesta sísmica es causada predominantemente por la incidencia vertical de ondas planas SH (Kramer, 1996). La incidencia vertical está fundada en la ley de Snell ya que la velocidad de propagación es menor cuanto más somero es el horizonte de la estratificación. La herramienta más útil es el análisis de la respuesta sísmica en el dominio de Fourier mediante el cociente espectral del movimiento de la superficie libre con respecto al movimiento asociado a la señal incidente (Hisada y Yamamoto, 1996). Con ello se obtiene la función de transferencia teórica para incidencia vertical de ondas SH. Las conclusiones básicas del efecto de sitio 1D son: la amplificación del movimiento es producto del contraste de impedancia entre los



sedimentos y el lecho de roca subyacente; la duración del movimiento se debe a la onda directa y el arribo subsecuente de múltiples; la interferencia constructiva entre las ondas que se propagan en la dirección vertical produce el fenómeno conocido como resonancia 1D (e.g., Hisada y Yamamoto, 1996). Después de los 70's, varios trabajos teóricos y observacionales han reportado las limitaciones de la modelación 1D. Trifunac y Brune (1970) observaron en los registros el aumento de la duración del movimiento debido a la presencia de ondas superficiales durante el sismo de *Imperial Valley* en 1940. Trifunac y Udwadia (1974) encontraron que el movimiento observado en la cuenca de los Ángeles estaba condicionado principalmente por los efectos de fuente y trayecto más que por el efecto de sitio.

La tendencia dominante de los estudios de efecto de sitio provenientes de observaciones está en la evaluación de las funciones de transferencia empíricas. En muchos casos, las características mecánicas de la cuenca o valle sugieren que el efecto de sitio puede ser explicado por un modelo unidimensional. El auge que han tenido los modelos 1D se debe a el buen acuerdo de la respuesta sísmica simulada con los resultados observacionales en el dominio de la frecuencia (en términos de las funciones de transferencia). Sin embargo, estos modelos fallan cuando se analiza el efecto de sitio en el dominio del tiempo. En algunos casos, los modelos 1D no reflejan el aumento de la duración del movimiento fuerte observado en los registros (e.g., Chávez-García y Bard, 1994; Yegian *et al.*, 1994). Aunque muchas veces sea posible encontrar un buen acuerdo, entre la función de transferencia sintética 1D con la empírica (e.g., por medio de la variación del ángulo de incidencia), se puede llegar a conclusiones equívocas cuando el efecto de las variaciones laterales no es despreciable. Las simulaciones numéricas del campo de ondas generado en un modelo 2D (una capa sobre un semiespacio con una interfaz irregular) ante la incidencia vertical de ondas planas SH de Aki y Larner (1970) fue el primer trabajo teórico que mostró la importancia de las variaciones laterales en la respuesta sísmica. Su trabajo teórico dio inicio al estudio de las ondas superficiales inducidas por los bordes de las cuencas. En los modelos 2D, se considera que el campo de ondas es independiente de una dirección. Por ello, es posible estudiar el campo de ondas separado por el sistema SH y el sistema P-SV. Por tanto, cuando se añade una dirección extra a la vertical no se puede despreciar, como en el caso 1D, la conversión de ondas. La incidencia de ondas SH en modelos 2D genera ondas de Love. Ante la incidencia de ondas SV, las variaciones laterales provocan que parte de su energía se convierta en ondas P y se originen ondas de Rayleigh (Chávez-García y Montalva, 2014). La aplicación del método de Aki-Larner (Aki y Larner, 1970) por Bard y Bouchon (1980a,1980b) permitió estudiar con detalle la respuesta sísmica de valles aluviales genéricos en los dominios de la frecuencia y del tiempo. Estos autores demostraron que la interacción del frente de onda plano con los bordes de la cuenca suscita que se generen ondas superficiales localmente que viajan hacia el centro de la cuenca. Variables como el contraste de impedancia y el ángulo de incidencia influyen en la cantidad de energía que queda atrapada en la cuenca y la transmitida hacia la roca circundante. Posteriormente, Bard y Bouchon (1985) realizaron un estudio paramétrico, donde clasifican valles aluviales genéricos en términos de su comportamiento esperado, usando como variables las dimensiones y contrastes de velocidad. La figura (2.1) muestra la relación de las dimensiones y los contrastes de velocidad de los modelos 2D que se deben cumplir para la existencia de resonancia 2D. Si la relación de los parámetros del modelo está por debajo de la curva, la respuesta sísmica está condicionada por la propagación lateral de ondas superficiales y la resonancia 1D. En los valles someros, el principal fenómeno será la generación local de ondas superficiales, mientras en los valles profundos será la resonancia 2D. En resumen, las aportaciones de los trabajos de Bard y Bouchon (1980a,1980b,1985) son: la respuesta sísmica de valles someros

está dominada por la resonancia 1D y la generación local de ondas superficiales; el aumento del ángulo de incidencia favorece el aumento de la amplitud del movimiento en la superficie; cuando el contraste de impedancia es grande, se favorece la reflexión de las ondas superficiales con los bordes del valle, esto genera que la duración del movimiento se incremente notoriamente; en los valles profundos, las ondas superficiales se interfieren en fase originándose modos de resonancia 2D.



**Figura 2.1:** Curva que describe el comportamiento de la respuesta sísmica de valles genéricos 2D en función del cociente ( $\frac{h}{l}$ ) y el contraste de velocidad.  $h$  es la profundidad y  $l$  el ancho de la cuenca (Tomada de Bard y Bouchon, 1985).

Después del trabajo de Bard y Bouchon (1985) se presentaron más trabajos que estudiaron el efecto de otras variables en el comportamiento esperado de las cuencas cerradas. En el trabajo de Bard y Gariel (1986) se continuaron los trabajos teóricos de los valles genéricos 2D evaluando si se presentaban fenómenos distintos a los observados en valles homogéneos 2D, al imponer gradientes de velocidad en los sedimentos. Sus resultados mostraron que la presencia de un gradiente de velocidad en los sedimentos no cambia de forma cualitativa la respuesta sísmica del valle 2D. Otros trabajos se centraron en mostrar el efecto de variar la pendiente del borde en la generación local de ondas superficiales (e.g., Hill *et al.*, 1990). Por otro lado, también la focalización de los rayos sísmicos por los bordes y la variación de la profundidad de la interfaz influyen en la respuesta sísmica (e.g., Graves *et al.*, 1988). La inclusión de las heterogeneidades laterales en los modelos 2D y 3D mostró el rol importante que tienen en la respuesta del sitio. Por ejemplo, Kawase (1996) demostró que la inclusión de las ondas superficiales generadas localmente por las variaciones laterales en el análisis de la respuesta sísmica permitió tener una mejor comprensión de la distribución del daño producido por el terremoto de Kobe en 1995. Otro ejemplo se encuentra en el trabajo de Yegian *et al* (1994), donde demostraron que el análisis 1D resulta insuficiente pues no es capaz de

explicar la distribución del daño observado en la ciudad de Kirovakan producido por el terremoto de 1988 en Armenia.

El uso de modelos 3D más realistas ha sido posible gracias a los avances tecnológicos en el área de la computación. No obstante, los trabajos teóricos de modelación 3D indican que no se generan fenómenos distintos a los observados en los modelos 2D sino que la respuesta sísmica solo se modifica de forma cuantitativa (e.g., Jiang y Kuribayashi, 1988; Rial, 1989; Ohori *et al.*, 1992). Los resultados sugieren que la respuesta 3D en los dominios de la frecuencia y del tiempo presenta amplitudes más grandes y frecuencias dominantes más altas que las estimadas en los modelos 2D y 1D. Por otra parte, la complejidad de la respuesta sísmica se incrementa considerablemente y varía mucho más en función de los distintos parámetros del modelo, en especial, los asociados al campo de ondas incidente (Chávez-García y Montalva, 2014; Makra y Chávez-García, 2016). Dada la simplicidad es común usar incidencia vertical de ondas planas como excitación del campo de ondas. Aún así es necesario especificar la dirección de polarización. En el caso de los modelos 3D, los detalles de la estructura adquieren relevancia, por lo cual no es posible extrapolar los resultados. Por último, hacer un modelo confiable 3D solo ha sido posible en casos muy particulares. Por ejemplo, los trabajos de modelación 2D y 3D que se hicieron en la cuenca de *Salt Lake*, Utah (Hill *et al.*, 1990; Olsen *et al.*, 1995) y en la cuenca de los Ángeles (Olsen *et al.*, 2000) contaron con un conocimiento detallado de la geometría y de las propiedades mecánicas de la estructura.

## 2.2 El método de diferencias finitas

El método de diferencias finitas es uno de los métodos numéricos más importantes en Sismología. Esto se debe a su robustez, su flexibilidad en el uso de modelos complejos, su relativa precisión y eficiencia computacional, la accesibilidad en la codificación y que permite implementarse en paralelo (e.g., Aoi y Fujiwara, 1999; Moczo *et al.*, 2002). Los métodos analíticos no pueden proporcionar soluciones válidas en regiones de la Tierra que tienen estructuras geológicas complejas. Por ello, para obtener una aproximación razonable del comportamiento físico de las estructuras reales de la Tierra se requieren modelos que reflejen dicha complejidad. Una solución viable es la aplicación de métodos numéricos. Los métodos numéricos transforman la formulación integral o diferencial de un problema en un sistema finito de ecuaciones algebraicas. La ventaja de este procedimiento radica en el hecho de que la implementación de operaciones algebraicas es muy eficiente usando computadoras (Moczo *et al.*, 2004b). El método de diferencias finitas utiliza esquemas numéricos que permiten resolver ecuaciones diferenciales de forma discreta. Este método se basa en un dominio discreto espacio-tiempo  $(\vec{X}, t)$  de una malla en cuyos nodos se desconoce el valor de la función  $f(\vec{X}_0, t)$ . Las fórmulas de diferencias finitas permiten aproximar los operadores diferenciales mediante los valores de la función discreta en los nodos de la malla. En principio, la distribución espacio-tiempo de los nodos de la malla puede ser arbitraria, no obstante, ello puede afectar significativamente la precisión de la aproximación.

Moczo *et al.* (2004b) describen los siguientes pasos para la aplicación del método de diferencias finitas en la solución de un problema diferencial particular: la construcción de un modelo discreto del problema; la aproximación de las derivadas, de las condiciones iniciales y de frontera en todos los nodos de la malla; construcción de un sistema de ecuaciones de diferencias finitas (e.g., alge-

braicas). Por último, verificar que el esquema de aproximación por diferencias finitas de la ecuación diferencial, en función del orden de aproximación elegido, cumple las condiciones de consistencia, estabilidad y convergencia. Más adelante, se presentan los detalles de todos los pasos mencionados anteriormente.

## 2.3 Creación de la malla

Considerando un dominio espacio-tiempo continuo de cuatro dimensiones  $(x, y, z, t)$ , la cobertura de la malla de forma discreta esta dado por los nodos  $(x_I, y_K, z_L, t_m)$  de la forma:

$$\begin{aligned} x_I &= x_0 + I\Delta x, & y_K &= y_0 + K\Delta y, & z_L &= z_0 + L\Delta z, & t_m &= t_0 + m\Delta t, \\ & & & & I, K, L &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \\ & & & & m &= 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  es el espaciamiento de la malla y  $\Delta t$  es el paso de tiempo (*time step*). Si  $x$ ,  $y$ ,  $z$  son coordenadas cartesianas, la malla forma un paralelepípedo. En muchas aplicaciones, la creación de una malla uniforme  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$  es una elección razonable. Otros tipos de malla incluyendo las mallas no-uniformes, por ejemplo, mallas que varían la magnitud del espaciamiento en una o más direcciones permiten reducir la cantidad de memoria de cómputo requerida y ser muy eficientes. Por otro lado, el uso de una malla uniforme requiere de grandes cantidades de memoria y tiempo computacional. Debido a estas limitaciones, la aplicación de una malla uniforme se restringe a grandes longitudes de onda. Otro enfoque consiste en crear una malla discontinua formada por una malla fina (modela velocidades bajas) y una malla gruesa (modela velocidades altas). Esto permite mitigar los requerimientos de memoria, tiempo computacional y aumentar la eficiencia del cálculo. La interacción entre las regiones de una malla discontinua, donde se ensamblan las mallas de diferente espaciamiento, se modela por medio de la interpolación del campo de ondas en la vecindad de la discontinuidad (Moczo, 1989).

## 2.4 Aproximación del operador diferencial por diferencias finitas

Considere la función continua  $\Phi(x)$  derivable en el dominio  $x$ . Las siguientes tres expresiones de la primera derivada generan el mismo valor de la derivada evaluada en el punto  $x_0$ :

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dx}(x_0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Phi(x_0 + h) - \Phi(x_0)}{h}, \\ \frac{d\Phi}{dx}(x_0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Phi(x_0) - \Phi(x_0 - h)}{h}, \\ \frac{d\Phi}{dx}(x_0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Phi(x_0 + h) - \Phi(x_0 - h)}{2h}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Sin embargo, en la malla el tamaño de  $h$  está limitado por el espaciamiento que se asigna (en este caso, la distancia entre los nodos en la dirección  $x$ ). Los límites no pueden ser evaluados en los extremos de la malla y las diferencias finitas (las diferencias entre los valores de la función  $\Phi(x)$  evaluada entre dos nodos vecinos y dividida entre la distancia que separa los nodos) son solamente

una aproximación de la derivada. En general, las tres fórmulas de diferencias finitas pueden diferir en el valor de aproximación para la misma derivada. Cabe señalar que cada fórmula de diferencias finitas conduce a diferentes ecuaciones (algebraicas) de diferencias finitas.

Fórmula de diferencia hacia delante:

$$\frac{d\Phi}{dx}(x_0) \doteq \frac{\Phi(x_0 + h) - \Phi(x_0)}{h}. \quad (2.3)$$

Fórmula de diferencia hacia atrás:

$$\frac{d\Phi}{dx}(x_0) \doteq \frac{\Phi(x_0) - \Phi(x_0 - h)}{h}. \quad (2.4)$$

Fórmula de diferencia centrada:

$$\frac{d\Phi}{dx}(x_0) \doteq \frac{\Phi(x_0 + h) - \Phi(x_0 - h)}{2h}. \quad (2.5)$$

Las fórmulas de diferencia hacia adelante y hacia atrás tienen un primer orden de aproximación mientras la fórmula de diferencia centrada tiene un segundo orden de aproximación. Las tres fórmulas se pueden deducir de la expansión de las series de Taylor de la función  $\Phi(x_0 + h)$  y  $\Phi(x_0 - h)$  alrededor del punto  $x_0$ . El orden de aproximación de la derivada está determinado por el error de truncamiento de la expansión en series de Taylor. Es posible determinar ordenes superiores de aproximación de las derivadas. Moczo *et al.* (2004b) describen el siguiente procedimiento:

1. Elegir el operador derivada (e.g., la primera derivada).
2. Elegir el grupo de nodos en la vecindad del nodo  $x_0$  donde se aproxima la derivada, por ejemplo,  $x_0 - 2\Delta x$ ,  $x_0 - \Delta x$ ,  $x_0 + \Delta x$ ,  $x_0 + 2\Delta x$ .
3. Elegir el orden de aproximación (e.g., cuarto orden de aproximación). El operador se aproxima mediante una combinación lineal de los valores de la función en los nodos elegidos.

$$\Phi'(x_0) = a\Phi(x_0 + 2\Delta x) + b\Phi(x_0 + \Delta x) + c\Phi(x_0) + d\Phi(x_0 - \Delta x) + e\Phi(x_0 - 2\Delta x) + O[(\Delta x)^4]. \quad (2.6)$$

4. Desarrollar la serie de Taylor para la vecindad de nodos elegida alrededor de  $x_0$  con los diferentes valores elegidos de incremento  $h$ .

$$\Phi(x_0 + h) = \Phi(x_0) + h\Phi'(x_0) + \frac{h^2}{2!}\Phi''(x_0) + \frac{h^3}{3!}\Phi'''(x_0) + \frac{h^4}{4!}\Phi''''(x_0) + O(h^5). \quad (2.7)$$

5. Se evalúan los valores de  $h$  ( $2\Delta x$ ,  $\Delta x$ ,  $0$ ,  $-\Delta x$ ,  $-2\Delta x$ ) en la expansión de la serie de Taylor y se construye una tabla.

Coefficiente	Valor de h	$h^0$	$h^1$	$\frac{h^2}{2}$	$\frac{h^3}{6}$	$\frac{h^4}{16}$
a	$2\Delta x$	1	2	4	8	16,
b	$\Delta x$	1	1	1	1	1,
c	0	1	0	0	0	0,

d	$-\Delta x$	1	-1	1	-1	1,
e	$-2\Delta x$	1	-2	4	-8	16.

6. Se genera un sistema de ecuaciones, con base en el exponente del incremento  $h$  para determinar el valor de los coeficientes.

$$\begin{aligned}
 h^0 : a + b + c + d + e &= 0, \\
 h^1 : 2a + b - d - 2e &= \frac{1}{\Delta x}, \\
 h^2 : 4a + b + d + 4e &= 0, \\
 h^3 : 8a + b - d - 8e &= 0, \\
 h^4 : 16a + b + d + 16e &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

7. La solución del sistema de ecuaciones en este caso es:

$$a = -\frac{1}{12\Delta x}, \quad b = \frac{2}{3\Delta x}, \quad c = 0, \quad d = -\frac{2}{3\Delta x}, \quad e = \frac{1}{12\Delta x}. \tag{2.9}$$

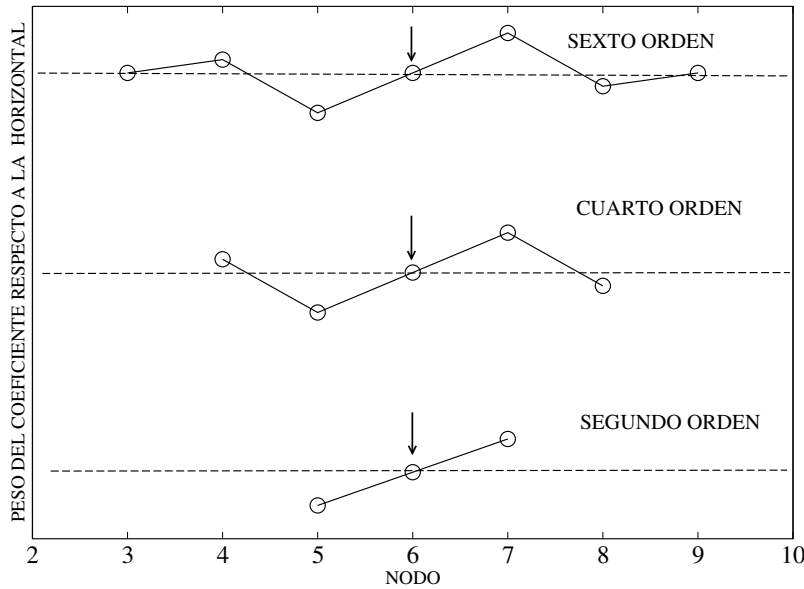
8. La fórmula de diferencias finitas de cuarto orden de aproximación en función de los coeficientes es:

$$\Phi'(x_0) = \frac{1}{\Delta x} \left\{ -\frac{1}{12} [\Phi(x_0 + 2\Delta x) - \Phi(x_0 - 2\Delta x)] + \frac{2}{3} [\Phi(x_0 + \Delta x) - \Phi(x_0 - \Delta x)] \right\} + O[(\Delta x)^4]. \tag{2.10}$$

El número de nodos utilizado para calcular numéricamente las derivadas está relacionado directamente con la precisión en la aproximación de la derivada. Sin embargo, se debe tomar en cuenta la relación costo-beneficio de emplear varios nodos ya que aumentar el orden de aproximación implica que se deben realizar más operaciones. En los pasos anteriores se obtuvo la aproximación de la primera derivada  $\Phi'(x_0)$  usando un cuarto orden de aproximación de diferencias finitas. La figura (2.2) muestra una representación gráfica de la aproximación de la primera derivada  $\Phi'(x_0)$  utilizando un segundo, cuarto y sexto orden de aproximación de diferencias finitas. Se puede observar que los pesos de los coeficientes pertenecientes a los nodos adyacentes más alejados del nodo 6, donde está centrada la derivada, disminuyen. Esto significa que la aportación de los nodos más alejados del nodo central, donde se evalúa la derivada, no es significativa en la convergencia del operador de diferencias finitas hacia el valor real de la derivada. Para determinar el peso de los coeficientes del sexto orden de aproximación se puede seguir el procedimiento descrito anteriormente para la cuarto orden de aproximación (Moczo *et al.*, 2004b).

El desarrollo de las derivadas parciales en 3 dimensiones usando la fórmula de diferencia centrada en el  $n$ -ésimo nodo  $\vec{X}_i = (x_I, y_K, z_L)$  tienen la forma:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, y, z) &\doteq \frac{\Phi(x_I + h_1, y_K, z_L) - \Phi(x_I - h_1, y_K, z_L)}{2h_1}, \\
 \frac{\partial \Phi}{\partial y}(x, y, z) &\doteq \frac{\Phi(x_I, y_K + h_2, z_L) - \Phi(x_I, y_K - h_2, z_L)}{2h_2}, \\
 \frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, y, z) &\doteq \frac{\Phi(x_I, y_K, z_L + h_3) - \Phi(x_I, y_K, z_L - h_3)}{2h_3},
 \end{aligned} \tag{2.11}$$



**Figura 2.2:** Representación gráfica de la aproximación de la primera derivada espacial  $\Phi'(x_0)$  centrada en el nodo 6 (indicado por la flecha) usando el segundo, cuarto y sexto orden de diferencias finitas. En el eje vertical se expresa el peso del coeficiente (círculos vacíos) con respecto a la línea horizontal discontinua como referencia (peso del coeficiente igual a cero). El peso de los coeficientes se obtiene de la solución del sistema de ecuaciones (e.g., ecuación 2.8) mediante la expansión de la serie de Taylor de la función  $\Phi$  en los nodos empleados (según sea el orden) para la aproximación de la derivada. El coeficiente correspondiente al nodo central (nodo 6) no contribuye en la aproximación. Nótese que cuanto más alejado este el nodo adyacente del nodo central su peso tiende a disminuir.

para mayor detalle sobre los desarrollos matemáticos de las fórmulas de diferencias finitas para ordenes superiores de aproximación, se recomienda consultar la literatura existente sobre el método de diferencias finitas (e.g., Moczo *et al.*, 2004a,b; Moczo *et al.*, 2007). El grado de precisión deseado depende de la naturaleza del problema y la configuración del conjunto de nodos de la malla empleada. El uso de las series de Taylor es una alternativa muy fácil de implementar en la aproximación de la derivada. En trabajos anteriores, los esquemas de aproximación de segundo orden para las derivadas espaciales y temporales eran muy utilizados porque ofrecían una precisión y un requerimiento de memoria aceptable en modelos 1D. La implementación de ordenes superiores de aproximación de los operadores diferenciales (e.g., cuarto orden de aproximación) se ha desarrollado para el análisis de la respuesta sísmica de modelos 2D y 3D, con el objetivo de mitigar el efecto de la dispersión numérica (Graves, 1996; Moczo *et al.*, 2000; Virieux, 1986). Moczo *et al.* (2000) demostraron que la dispersión de la malla en un esquema de cuarto orden de aproximación de diferencias finitas aplicado en las derivadas espaciales con un muestreo de  $6 \Delta h$  por longitud de onda mínima es más pequeña, en contraste, a la dispersión de la malla generada por los esquemas de segundo orden de aproximación, con muestreos de 10 y 12  $\Delta h$  por longitud de onda respectivamente.

## 2.5 Propiedades de la ecuación de diferencias finitas

El objetivo del método de diferencias finitas para resolver una Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO) o una Ecuación Diferencial Parcial (EDP) es transformar la EDO o EDP en una ecuación de diferencias finitas (EDF). Se denomina ecuación de diferencias finitas al esquema de diferencias finitas utilizado o al sistema de ecuaciones usado en la aproximación. Las propiedades más importantes de la EDF son la consistencia, la estabilidad y la convergencia. Ahora bien, estas

características presentan diferentes matices en los aspectos de la relación entre la EDP y la EDF, así mismo, en la solución exacta y numérica de la EDP. Primero, el concepto de consistencia dado que la EDF es solamente una aproximación de la EDP. La EDF es consistente con la EDP, si la diferencia entre la EDF y la EDP (e.g., el error de truncamiento) disminuye su valor si el paso de tiempo  $\Delta t$  y el espaciamiento espacial  $h$  tienden a cero independientemente.

$$|EDP - EDF| \Rightarrow 0, \quad \text{si } \Delta t \rightarrow 0, h \rightarrow 0. \quad (2.12)$$

En algunos casos se debe cumplir una relación específica entre el tamaño de paso de tiempo  $\Delta t$  y el espaciamiento espacial  $h$ . Si es el caso, la EDF es condicionalmente consistente. El siguiente concepto es la estabilidad. Si la solución exacta de la EDP es finita, es razonable considerar que la solución numérica también lo sea. Por ende, el concepto de estabilidad se puede definir de la siguiente forma: La EDF es estable si produce una solución finita cuando la solución exacta de la EDP es finita (es decir, la solución no se indetermina) y es inestable si la solución de la EDF se indetermina cuando la solución exacta de la EDP es finita. Se ha observado que la mayoría de los problemas físicos tienen una solución finita, en otras palabras, no se genera una indeterminación en la solución. Esto se puede probar analíticamente en casos particulares. El análisis de la estabilidad se puede únicamente implementar en las EDF's lineales. Por lo cual, una EDP no-lineal debe ser previamente linealizada en la región de interés. Así pues, la EDF obtenida a partir de la linealización de la EDP se puede someter al análisis de estabilidad. El método más popular en el análisis de la estabilidad es el método de Von Neumann (1943).

La última propiedad a considerar es la convergencia de la EDF. La EDF converge si su solución numérica tiende al valor de la solución exacta si el paso de tiempo  $\Delta t$  y el espaciamiento espacial  $h$  tienden a cero independientemente. Si la solución exacta de la EDP la denotamos  $u_{EDP}$ , y la solución numérica de la EDF como  $u_{EDF}$ . La propiedad se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$|u_{EDP} - u_{EDF}| \Rightarrow 0, \quad \text{si } \Delta t \rightarrow 0, h \rightarrow 0. \quad (2.13)$$

En función de las definiciones de las propiedades anteriormente descritas, se pueden apreciar dos diferencias fundamentales entre la consistencia con la estabilidad y la convergencia. En primer lugar, la consistencia es una propiedad de la EDF que describe la relación de la EDF con la EDP. Caso contrario a la estabilidad y la convergencia que son propiedades de la solución numérica de la EDF. Esta es una diferencia vital para entender la consistencia, la estabilidad y la convergencia junto al rol que ocupan en la codificación del método de diferencias finitas. Por ende, las últimas dos propiedades son vitales en el desarrollo del método empleado para la obtención de la solución numérica. En general, la demostración de la convergencia no es un problema trivial y simple. Afortunadamente, la convergencia está relacionada con la estabilidad y la consistencia. El Teorema de Equivalencia de Lax (Moczo *et al.*, 2004b) indica que si la EDF es consistente y estable, implica que el método de diferencias finitas es convergente. Esto permite que la comprobación de la condición de estabilidad y consistencia sea suficiente para que la solución de la EDF sea convergente.





# Capítulo 3

## Simulación de propagación de ondas sísmicas en un medio elástico 3D

### 3.1 Consideraciones generales

En general, el esquema de diferencias finitas para resolver la ecuación del movimiento puede ser implícito o explícito. En el esquema explícito, el campo de ondas de cada nodo de la malla se calcula únicamente con base en el campo de ondas obtenido de niveles previos de tiempo y los respectivos parámetros físicos asignados en la celda de diferencias finitas (Virieux, 1984, 1986). En el caso del esquema implícito, el campo de ondas se calcula simultáneamente en todos los nodos de la malla a partir del campo de ondas de niveles previos de tiempo y los parámetros físicos asignados en el modelo por medio de una matriz inversa (Moczo *et al.*, 2004b). Los esquemas explícitos son más sencillos de codificar desde la perspectiva del manejo computacional (Moczo *et al.*, 2002), por lo cual, el esquema explícito es el esquema de diferencias finitas más popular y empleado en la simulación de propagación de ondas sísmicas.

El movimiento generado por la propagación de un campo de ondas en un medio homogéneo elástico o visco-elástico continuo, se describe por medio de la ecuación del movimiento. Así pues, la ecuación del movimiento se puede resolver en función de un esquema de diferencias finitas determinado. Por otra parte, los modelos usados para modelar la estructura del interior de la Tierra y las estructuras geológicas de la superficie incluyen estratos o estructuras compuestas de diferentes materiales, así como las interfaces que los delimitan. Si el medio contiene discontinuidades materiales, por ejemplo, la interfaz entre dos medios homogéneos en una o más direcciones donde la densidad y los módulos elásticos no son continuos, la ecuación del movimiento describe el movimiento en el exterior de la discontinuidad, por lo cual, se deben aplicar condiciones de frontera para satisfacer las condiciones de continuidad del movimiento en dicha discontinuidad. Esto se conoce como el esquema homogéneo o enfoque clásico (Kelly *et al.*, 1976). El enfoque homogéneo expresa explícitamente las condiciones de continuidad del movimiento de partícula y de los esfuerzos en la interfaz que separa dos medios con diferentes parámetros físicos. Este esquema de diferencias finitas se aplica mediante una discretización apropiada de las condiciones de frontera en los nodos de la malla cercanos o ubicados en la discontinuidad. Una limitante de este enfoque es que se requiere un esquema de diferencias finitas específico para resolver un problema particular, en otras palabras, su aplicación en modelos con estructuras geológicas complejas con altos grados de curvatura resulta prácticamente imposible (Moczo *et al.*, 2004b).

La opción más viable es emplear el enfoque heterogéneo que resuelve la ecuación del movimiento en un medio heterogéneo, donde los parámetros físicos varían espacialmente (Virieux, 1984, 1986). El esquema de diferencias finitas heterogéneo trata todos los puntos interiores de la malla (pertenecientes o no a las discontinuidades) de la misma forma, es decir, sin importar su posición respecto a la discontinuidad. Así pues, la discontinuidad se hace presente mediante el contraste en los valores de los parámetros físicos. Graves (1996) presentó una formulación matemática que denominó parámetros efectivos del medio, en la cual, muestra que al emplear un promedio aritmético para la densidad y un promedio armónico de los módulos elásticos, se proporciona en las regiones cercanas a las interfaces una representación conveniente de los parámetros reales, que satisface apropiadamente las condiciones de continuidad del movimiento en las discontinuidades. El uso de promedios en los parámetros físicos permite asegurar la estabilidad numérica en las regiones cercanas así como en las discontinuidades para medios con fuertes contrastes en los valores de velocidad de propagación (Graves, 1996). Más adelante, Moczo *et al.* (2002) desarrollaron una formulación de la ecuación del movimiento y la ley de Hooke generalizada que es válida en los nodos cercanos a la discontinuidad o ubicados en ella. Por otra parte, considerar que los parámetros son función del espacio provoca mayores demandas de memoria y de tiempo computacional (Moczo, 1989). En la actualidad, el esquema de diferencias finitas heterogéneo es el más utilizado en la solución de la ecuación del movimiento, debido a la relativa facilidad de su implementación en paralelo y la flexibilidad del enfoque en la inclusión de modelos geológicos complejos.

### 3.2 Relación entre la formulación de las ecuaciones, la malla y el esquema de diferencias finitas

La relación entre estos factores es la base de cualquier algoritmo de diferencias finitas empleado en la simulación de ondas sísmicas. Dicha relación tiene implicaciones en la forma de codificar el esquema de diferencias finitas, en la robustez de la solución, en las condiciones de estabilidad, en los requerimientos de memoria, en la eficiencia computacional, entre otros (Moczo *et al.*, 2004b). La ecuación de la elastodinámica y la ley de Hooke, en conjunto con las condiciones iniciales y de frontera describen el fenómeno de la propagación de ondas sísmicas y el movimiento de partícula. Usando por separado la ley de Hooke de la ecuación del movimiento, se plantea la formulación desplazamiento-esfuerzo. Si se introduce la velocidad de la partícula en la ecuación de movimiento, se utiliza la ley de Hooke en términos del desplazamiento y se añade la definición de la velocidad de partícula, se tiene la formulación desplazamiento-velocidad-esfuerzo. Por otro lado, al aplicar la derivada con respecto al tiempo en la ley de Hooke, se añade implícitamente la definición de la velocidad de partícula y se obtiene la formulación velocidad-esfuerzo. Una cuarta alternativa es eliminar las componentes del tensor esfuerzo-deformación ( $\sigma - \epsilon$ ) insertando la ley de Hooke en la ecuación de movimiento, de esta manera, se habla de una formulación de desplazamiento (Graves, 1996; Moczo *et al.*, 2004b). Para apreciar las diferencias entre las distintas formulaciones, se desarrollan para el caso 1D. Más adelante, se presenta la formulación velocidad-esfuerzo ( $v - \sigma$ ) para el caso 3D.

Si se considera un medio elástico e isótropo con densidad  $\rho$ , donde los coeficientes elásticos de Lamé  $\lambda$  y  $\mu$  son función de  $x$ , la propagación de una onda plana en la dirección  $x$  está descrita por

la ecuación del movimiento y la ley de Hooke. Las formulaciones de los esquemas son :

Formulación desplazamiento-esfuerzo

$$\rho \ddot{d} = \tau_{,x} + f, \quad \tau = C d_{,x}, \quad (3.1)$$

Formulación desplazamiento-velocidad-esfuerzo

$$\rho \dot{v} = \tau_{,x} + f, \quad v = \dot{d}, \quad \tau = C d_{,x}, \quad (3.2)$$

Formulación velocidad-esfuerzo

$$\rho \dot{v} = \tau_{,x} + f, \quad \dot{\tau} = C v_{,x}, \quad (3.3)$$

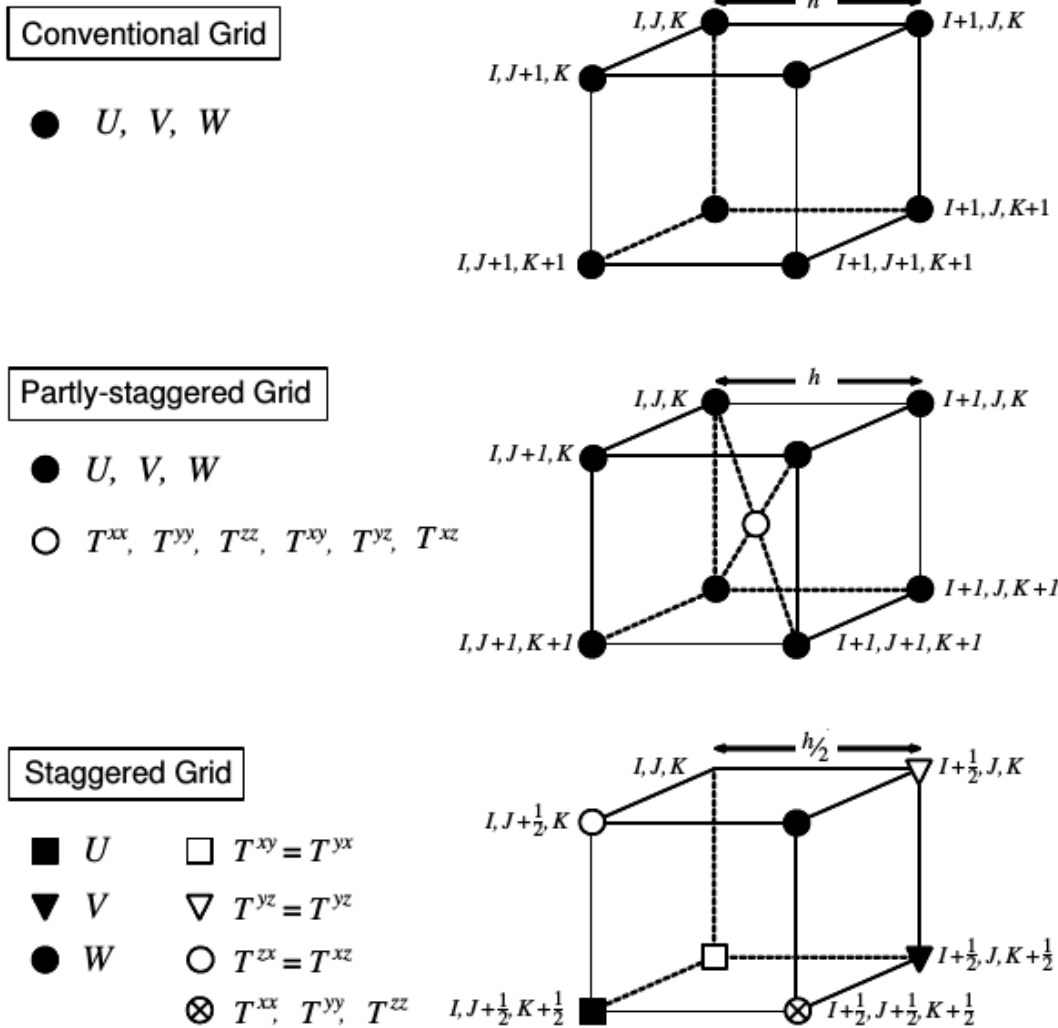
Formulación de desplazamiento

$$\rho \ddot{d} = (C d_{,x})_{,x} + f, \quad (3.4)$$

donde la variable  $d(x, t)$  es la componente del desplazamiento  $\vec{u}(d, 0, 0)$  en el eje  $x$ ,  $\tau$  es la componente  $\tau_{xx}$  del tensor de esfuerzos,  $f(x, t)$  es la fuerza de cuerpo por unidad de volumen y  $C(x) = \lambda(x) + 2\mu(x)$  en el caso de la onda P. El punto sobre la variable significa la derivada con respecto al tiempo y el subíndice  $,x$  con respecto a la dirección  $x$ . Virieux (1986) señaló que la formulación de desplazamiento (ecuación 3.4) presenta problemas de inestabilidad con valores altos en la relación de Poisson, en comparación al esquema velocidad-esfuerzo que es más estable. De forma similar, Kristek *et al.* (2006) observaron que la formulación de desplazamiento presenta problemas de inestabilidad en modelos con altos contrastes en los valores de velocidad de propagación. No obstante, la principal ventaja de la formulación de desplazamiento es que requiere menor cantidad de memoria computacional respecto a la requerida por la formulación velocidad-esfuerzo (Moczo *et al.*, 1999).

La elección más usada de la malla para la formulación de desplazamiento es una malla uniforme, donde todas las componentes del desplazamiento y de las fuerzas de cuerpo se localizan en cada nodo de la malla, en otras palabras, todas las funciones se aproximan en las mismas posiciones de la malla (Moczo *et al.*, 2004b; Moczo *et al.*, 2007). Ello se debe a que la fórmula de diferencias finitas en esta formulación es un operador simétrico. Por tanto, se requiere conocer la información del nodo donde se aproxima el operador diferencial. En el caso de las formulaciones restantes se utiliza una malla alternada. Así cada componente del desplazamiento o velocidad de partícula junto a cada componente tangencial del tensor de esfuerzos tiene su propia posición en la malla (Moczo *et al.*, 2004b). La única excepción son las componentes normales del tensor de esfuerzos que comparten la misma ubicación en la malla. La distribución alternada en el espacio está relacionada con la distribución alternada en el tiempo. Los operadores de diferencias finitas de segundo y cuarto orden son antisimétricos, por lo cual, la aproximación de la derivada en un determinado nodo no requiere la información contenida en esa localización (Igel, 2017). En algunas aplicaciones, por

ejemplo, un medio anisotrópico, se generan problemas si las componentes del tensor de esfuerzos se encuentran en diferentes posiciones de la malla, por lo cual, se emplea una malla parcialmente alternada (Moczo *et al.*, 2004b). En este tipo de malla todas las componentes del desplazamiento se localizan en una misma ubicación y las componentes del tensor de esfuerzos en otra posición. La figura (3.1) muestra los distintos tipos de celdas de diferencias finitas correspondientes a las mallas mencionadas anteriormente.



**Figura 3.1:** Celdas de una malla uniforme (conventional grid), parcialmente alternada (partly-staggered-grid) y alternada (staggered-grid). En una malla uniforme todas las componentes del vector de desplazamiento  $U$ ,  $V$  y  $W$  están ubicadas en cada vértice de la celda. En el caso de una malla parcialmente alternada, las componentes del vector de desplazamiento o velocidad de partícula comparten la misma posición en la celda mientras las componentes del tensor de esfuerzos se encuentran en otra posición. En una malla alternada, las componentes del desplazamiento o de velocidad de partícula se localizan en diferentes posiciones, de igual forma, las componentes tangenciales del tensor de esfuerzos. En el caso de las componentes normales del tensor de esfuerzos, estas se determinan por las mismas derivadas espaciales que las componentes del desplazamiento, lo que permite asignarlas en una misma posición (Tomada de Moczo *et al.*, 2007).

El error de aproximación del esquema de diferencias finitas depende del tamaño del espaciamiento (distancia entre nodos) usado en la aproximación de la derivada. Al disminuir el espaciamiento se acelera la convergencia del operador de diferencias finitas. Esto significa que la aproximación se acerca más al valor correcto de la derivada cuanto más pequeño es el espaciamiento. El esquema

de diferencias finitas de la malla alternada permite aprovechar esta ventaja ya que se aproxima la derivada temporal y espacial con la mitad del espaciamiento ( $\frac{h}{2}$ ) requerido en una malla regular (ver figura 3.1). La información del nodo central del operador de diferencias finitas no contribuye a la aproximación de la derivada puesto que el coeficiente es cero (e.g., cuarto orden de aproximación de la primera derivada, ver ecuación 2.9). Por consiguiente, el cuarto orden de aproximación de la primera derivada espacial en una malla alternada usando un esquema de diferencias finitas se expresa como:

$$\frac{d\phi}{dx}(x_0) \approx \frac{1}{h} \left\{ -\frac{1}{24} [\phi(x_0 + \frac{3}{2}h) - \phi(x_0 - \frac{3}{2}h)] + \frac{9}{8} [\phi(x_0 + \frac{1}{2}h) - \phi(x_0 - \frac{1}{2}h)] \right\}, \quad (3.5)$$

la deducción de los coeficientes  $-\frac{1}{24}$  y  $\frac{9}{8}$  es similar a la mostrada en la sección 2.4. Nótese que no se requiere la información del nodo  $x_0$  donde está definida la derivada (el coeficiente es cero).

### 3.3 Implementación del esquema heterogéneo de formulación ( $\mathbf{v}$ - $\sigma$ ) en una malla alternada con un cuarto orden de aproximación de diferencias finitas

#### 3.3.1 Inclusión de la formulación velocidad-esfuerzo ( $\mathbf{v}$ - $\sigma$ ) en la ecuación del movimiento y la ley de Hooke

El siguiente conjunto de ecuaciones describen la propagación de las ondas sísmicas en un medio elástico 3D, lineal e isotrópico. En 3D, las ecuaciones de la conservación del momento son:

$$\begin{aligned} \rho \partial_{tt} u_x &= \partial_x \tau_{xx} + \partial_y \tau_{xy} + \partial_z \tau_{xz} + f_x, \\ \rho \partial_{tt} u_y &= \partial_x \tau_{yx} + \partial_y \tau_{yy} + \partial_z \tau_{yz} + f_y, \\ \rho \partial_{tt} u_z &= \partial_x \tau_{zx} + \partial_y \tau_{zy} + \partial_z \tau_{zz} + f_z. \end{aligned} \quad (3.6)$$

La ley de Hooke en el caso 3D tienen la forma:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= (\lambda + 2\mu) \partial_x u_x + \lambda (\partial_y u_y + \partial_z u_z), \\ \tau_{yy} &= (\lambda + 2\mu) \partial_y u_y + \lambda (\partial_x u_x + \partial_z u_z), \\ \tau_{zz} &= (\lambda + 2\mu) \partial_z u_z + \lambda (\partial_x u_x + \partial_y u_y), \\ \tau_{xy} &= \mu (\partial_y u_x + \partial_x u_y), \\ \tau_{xz} &= \mu (\partial_z u_x + \partial_x u_z), \\ \tau_{yz} &= \mu (\partial_z u_y + \partial_y u_z), \end{aligned} \quad (3.7)$$

en el conjunto de ecuaciones (3.6 y 3.7),  $u_x, u_y, u_z$  son las componentes del vector desplazamiento;  $(\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz})$  son las componentes del tensor de esfuerzos;  $(f_x, f_y, f_z)$  son las componentes de la fuerza de cuerpo por unidad de volumen;  $\rho$  es la densidad;  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé y los símbolos  $\partial_x, \partial_y, \partial_z$  y  $\partial_{tt}$  es la representación corta de los operadores diferenciales  $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$  y  $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$  respectivamente.

La formulación velocidad-esfuerzo se obtiene al aplicar la derivada parcial con respecto al tiempo al conjunto de ecuaciones (3.7). Sustituyendo las componentes del vector de velocidad  $(v_x, v_y, v_z)$  por las primeras derivadas parciales temporales de las componentes del desplazamiento en el conjunto de ecuaciones (3.6), se obtiene la formulación velocidad-esfuerzo en 3D. La forma del conjunto de ecuaciones de la ecuación del movimiento y la ley de Hooke son:

$$\begin{aligned}\rho\partial_t v_x &= \partial_x \tau_{xx} + \partial_y \tau_{xy} + \partial_z \tau_{xz} + f_x, \\ \rho\partial_t v_y &= \partial_x \tau_{yx} + \partial_y \tau_{yy} + \partial_z \tau_{yz} + f_y, \\ \rho\partial_t v_z &= \partial_x \tau_{zx} + \partial_y \tau_{zy} + \partial_z \tau_{zz} + f_z,\end{aligned}\tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}\partial_t \tau_{xx} &= (\lambda + 2\mu)\partial_x v_x + \lambda(\partial_y v_y + \partial_z v_z), \\ \partial_t \tau_{yy} &= (\lambda + 2\mu)\partial_y v_y + \lambda(\partial_x v_x + \partial_z v_z), \\ \partial_t \tau_{zz} &= (\lambda + 2\mu)\partial_z v_z + \lambda(\partial_x v_x + \partial_y v_y), \\ \partial_t \tau_{xy} &= \mu(\partial_y v_x + \partial_x v_y), \\ \partial_t \tau_{xz} &= \mu(\partial_z v_x + \partial_x v_z), \\ \partial_t \tau_{yz} &= \mu(\partial_z v_y + \partial_y v_z).\end{aligned}\tag{3.9}$$

### 3.3.2 Inclusión de las diferencias finitas en la ecuación del movimiento y la ley de Hooke con la formulación velocidad esfuerzo ( $\mathbf{v}-\sigma$ )

El sistema de ecuaciones (3.8 y 3.9) con la formulación velocidad-esfuerzo se puede resolver fácilmente utilizando la técnica de diferencias finitas (e.g., Virieux, 1986; Graves, 1996). A continuación se muestran los sistemas de ecuaciones resultantes al aplicar el cuarto orden de aproximación de las primeras derivadas espaciales en las ecuaciones (3.8 y 3.9). La primera derivada respecto al tiempo en las ecuaciones (3.8 y 3.9) se aproximan mediante la fórmula de diferencia centrada de segundo orden. El algoritmo matemático mostrado a continuación se tomó del trabajo de Moczo *et al.* (2007).

$$\begin{aligned}U_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} &= U_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t^2}{\rho_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^A} F_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{x,m} + \frac{\Delta t^2}{h} \frac{1}{\rho_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^A} \\ &[a(T_{I+\frac{3}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{xx,m} - T_{I-\frac{3}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{xx,m}) + b(T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{xx,m} - T_{I-\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{xx,m}) + \\ &a(T_{I,K+2,L+\frac{1}{2}}^{xy,m} - T_{I,K-1,L+\frac{1}{2}}^{xy,m}) + b(T_{I,K+1,L+\frac{1}{2}}^{xy,m} - T_{I,K,L+\frac{1}{2}}^{xy,m}) + a(T_{I,K+\frac{1}{2},L+2}^{zx,m} - T_{I,K+\frac{1}{2},L-1}^{zx,m}) + \\ &b(T_{I,K+\frac{1}{2},L+1}^{zx,m} - T_{I,K+\frac{1}{2},L}^{zx,m})],\end{aligned}\tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
 V_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} &= V_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t^2}{\rho_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^A} F_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{y,m} + \frac{\Delta t^2}{h} \frac{1}{\rho_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^A} \\
 &[a(T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{3}{2},L+\frac{1}{2}}^{yy,m} - T_{I+\frac{1}{2},K-\frac{3}{2},L+\frac{1}{2}}^{yy,m}) + b(T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{yy,m} - T_{I+\frac{1}{2},K-\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{yy,m}) + \\
 &a(T_{I+2,K,L+\frac{1}{2}}^{xy,m} - T_{I-1,K,L+\frac{1}{2}}^{xy,m}) + b(T_{I+1,K,L+\frac{1}{2}}^{xy,m} - T_{I,K,L+\frac{1}{2}}^{xy,m}) + a(T_{I+\frac{1}{2},K,L+2}^{yz,m} - T_{I+\frac{1}{2},K,L-1}^{yz,m}) + \\
 &b(T_{I+\frac{1}{2},K,L+1}^{yz,m} - T_{I+\frac{1}{2},K,L}^{yz,m})], \tag{3.11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} &= W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t^2}{\rho_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^A} F_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{z,m} + \frac{\Delta t^2}{h} \frac{1}{\rho_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^A} \\
 &[a(T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{3}{2}}^{zz,m} - T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L-\frac{3}{2}}^{zz,m}) + b(T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{zz,m} - T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L-\frac{1}{2}}^{zz,m}) + \\
 &a(T_{I+2,K+\frac{1}{2},L}^{zx,m} - T_{I-1,K+\frac{1}{2},L}^{zx,m}) + b(T_{I+1,K+\frac{1}{2},L}^{zx,m} - T_{I,K+\frac{1}{2},L}^{zx,m}) + a(T_{I+\frac{1}{2},K+2,L}^{yz,m} - T_{I+\frac{1}{2},K-1,L}^{yz,m}) + \\
 &b(T_{I+\frac{1}{2},K+1,L}^{yz,m} - T_{I+\frac{1}{2},K,L}^{yz,m})], \tag{3.12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{XX,m+1} &= T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{XX,m} + \frac{\Delta t}{h} \{ (K_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H + \frac{4}{3}\mu_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H) \\
 &[a(U_{I+2,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I-1,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}}) + b(U_{I+1,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}})] \\
 &+ (K_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H + \frac{2}{3}\mu_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H) [a(V_{I+\frac{1}{2},K+2,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I+\frac{1}{2},K-1,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}}) \\
 &+ b(V_{I+\frac{1}{2},K+1,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}}) + a(W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+2}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L-1}^{m+\frac{1}{2}}) \\
 &+ b(W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+1}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}})] \}, \tag{3.13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{YY,m+1} &= T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{YY,m} + \frac{\Delta t}{h} \{ (K_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H + \frac{4}{3}\mu_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H) \\
 &[a(V_{I+\frac{1}{2},K+2,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I+\frac{1}{2},K-1,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}}) + b(V_{I+\frac{1}{2},K+1,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}})] \\
 &+ (K_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H + \frac{2}{3}\mu_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H) [a(U_{I+2,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I-1,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}}) \\
 &+ b(U_{I+1,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}}) + a(W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+2}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L-1}^{m+\frac{1}{2}}) \\
 &+ b(W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+1}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}})] \}, \tag{3.14}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{ZZ,m+1} &= T_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{ZZ,m} + \frac{\Delta t}{h} \left\{ \left( K_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H + \frac{4}{3} \mu_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H \right) \right. \\
 & \left[ a \left( W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+2}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L-1}^{m+\frac{1}{2}} \right) + b \left( W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+1}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right] \\
 & + \left( K_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H + \frac{2}{3} \mu_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H \right) \left[ a \left( U_{I+2,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I-1,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right. \\
 & \left. + b \left( U_{I+1,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) + a \left( V_{I+\frac{1}{2},K+2,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I+\frac{1}{2},K-1,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right. \\
 & \left. + b \left( V_{I+\frac{1}{2},K+1,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right] \left. \right\}, \tag{3.15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{I,K,L+\frac{1}{2}}^{XY,m+1} &= T_{I,K,L+\frac{1}{2}}^{XY,m} + \frac{\Delta t}{h} \mu_{I,K,L+\frac{1}{2}}^H \left[ a \left( U_{I,K+\frac{3}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I,K-\frac{3}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right. \\
 & + b \left( U_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I,K-\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) + a \left( V_{I+\frac{3}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I-\frac{3}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) \\
 & \left. + b \left( V_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I-\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right], \tag{3.16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{I,K+\frac{1}{2},L}^{ZX,m+1} &= T_{I,K+\frac{1}{2},L}^{ZX,m} + \frac{\Delta t}{h} \mu_{I,K+\frac{1}{2},L}^H \left[ a \left( U_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{3}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I,K+\frac{1}{2},L-\frac{3}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right. \\
 & + b \left( U_{I,K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - U_{I,K+\frac{1}{2},L-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) + a \left( W_{I+\frac{3}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I-\frac{3}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} \right) \\
 & \left. + b \left( W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I-\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right], \tag{3.17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{I+\frac{1}{2},K,L}^{YZ,m+1} &= T_{I+\frac{1}{2},K,L}^{YZ,m} + \frac{\Delta t}{h} \mu_{I+\frac{1}{2},K,L}^H \left[ a \left( V_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{3}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I+\frac{1}{2},K,L-\frac{3}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right. \\
 & + b \left( V_{I+\frac{1}{2},K,L+\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} - V_{I+\frac{1}{2},K,L-\frac{1}{2}}^{m+\frac{1}{2}} \right) + a \left( W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{3}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I+\frac{1}{2},K-\frac{3}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} \right) \\
 & \left. + b \left( W_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} - W_{I+\frac{1}{2},K-\frac{1}{2},L}^{m+\frac{1}{2}} \right) \right]. \tag{3.18}
 \end{aligned}$$

En este caso,  $(U, V, W)$  son las componentes del vector de velocidad de partícula, los subíndices  $I, J, K$  indican la posición donde se aplican las fórmulas de aproximación de diferencias finitas para una malla alternada; el superíndice  $m$  indica el nivel de tiempo;  $F$  es la componente de la fuerza de cuerpo por unidad de volumen;  $h$  es el espaciamiento entre nodos;  $\Delta t$  es el paso de tiempo (*step time*);  $k, \mu$  son las constantes elásticas de Lamé que se calculan por medio de un promedio armónico;  $\rho$  es la densidad obtenida a partir de un promedio aritmético; los superíndices  $(XX, YY, ZZ, XY, ZX, YZ)$  indican la componente del tensor de esfuerzos. En suma, la ecuación

del movimiento en 3D con la formulación velocidad-esfuerzo aplicando un esquema de cuarto grado de aproximación de las derivadas espaciales y una aproximación de segundo orden de las derivadas temporales de diferencias finitas queda descrita en las ecuaciones (3.10, 3.11, 3.12). La ley de Hooke está descrita por las ecuaciones (3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18). Los coeficientes  $a$  y  $b$  pertenecientes a la aproximación de cuarto orden de las derivadas espaciales tienen un valor de  $-\frac{1}{24}$  y  $\frac{9}{8}$  respectivamente.

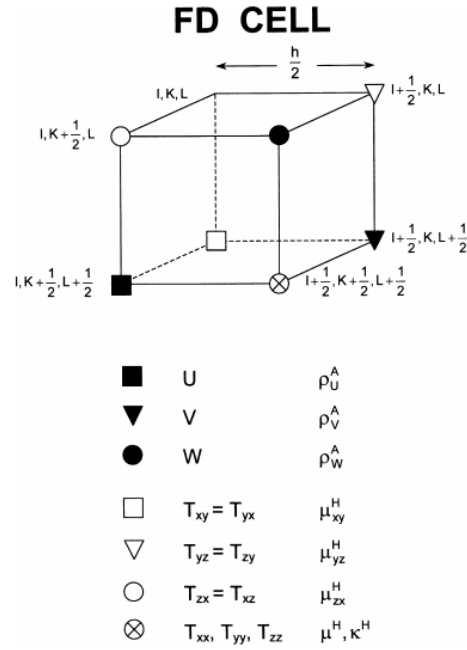
### 3.3.3 Implementación del esquema heterogéneo en las interfaces

El uso de parámetros efectivos del medio con base en promedios (aritméticos y armónicos) para la densidad y los módulos elásticos en un esquema heterogéneo asegura la estabilidad de la solución en las regiones cercanas a una discontinuidad que separa dos medios con altos contrastes de impedancia (Graves, 1996). La aplicación de esta estrategia busca resolver dos problemas fundamentales: el primero es el problema de inestabilidad que presenta el campo de ondas en los casos donde las interfaces (e.g., las discontinuidades entre materiales) no concuerdan con los ejes coordenados, de tal forma que la geometría de la interface no se modela correctamente; el segundo relacionado a los requerimientos de memoria y el uso de mallas discontinuas como alternativa para incluir modelos fuertemente heterogéneos (Igel, 2017). Moczo *et al.* (2002) definieron los módulos elásticos efectivos como una integral de volumen de promedio armónico (superíndice  $H$ ) y la densidad efectiva con una integral de volumen de promedio aritmético (superíndice  $A$ ) de la forma:

$$K_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H = \left[ \frac{1}{h^3} \int_{X_I}^{X_{I+1}} \int_{Y_K}^{Y_{K+1}} \int_{Z_L}^{Z_{L+1}} \frac{1}{K} dx, dy, dz \right]^{-1}, \quad (3.19)$$

$$\mu_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^H = \left[ \frac{1}{h^3} \int_{X_I}^{X_{I+1}} \int_{Y_K}^{Y_{K+1}} \int_{Z_L}^{Z_{L+1}} \frac{1}{\mu} dx, dy, dz \right]^{-1}, \quad (3.20)$$

$$\rho_{I+\frac{1}{2},K+\frac{1}{2},L+\frac{1}{2}}^A = \frac{1}{h^3} \int_{X_I}^{X_{I+1}} \int_{Y_K}^{Y_{K+1}} \int_{Z_L}^{Z_{L+1}} \rho dx, dy, dz. \quad (3.21)$$



**Figura 3.2:** Ilustración de una celda de diferencias finitas (FD cell) en una malla alternada con las posiciones de las componentes de la velocidad y los parámetros efectivos del medio. El símbolo (H) denota el promedio armónico y (A) el promedio aritmético (Tomada de Moczo et al., 2002).

La figura (3.2) presenta la ubicación de los componentes de la velocidad y de los parámetros efectivos en una celda de diferencias finitas. Dependiendo como se aproxime el promedio de las derivadas de las componentes del tensor de esfuerzo, se puede tener el mismo esquema de diferencias finitas para los nodos alejados de la interfaz y los ubicados en ella (Moczo *et al.*, 2002). Al no considerarse las discontinuidades de los materiales explícitamente como fronteras en el esquema de diferencias finitas, la interfaz se hace presente por los valores de los parámetros efectivos del medio. Como la formulación heterogénea resuelve directamente la ecuación del movimiento en la discontinuidad, las interfaces internas no se consideran explícitamente condiciones de frontera porque naturalmente representan cambios en los valores de los parámetros físicos (Virieux, 1984). A continuación, se presenta la descripción matemática del tratamiento de una interfaz en un medio 3D aplicando un esquema heterogéneo.

Considere una superficie  $S$  descrita por el vector normal  $\vec{n}$  que define la geometría de la interfaz del material en la que los módulos elásticos  $K$  y  $\mu$  tienen una discontinuidad de primer orden. Las condiciones de frontera que se deben cumplir en la interfaz es la continuidad del desplazamiento  $\vec{u}(\vec{\eta})$  y las tracciones  $\vec{T}(\vec{\eta}, \vec{n})$  a través de la superficie.

$$\vec{u}^- = \vec{u}^+, \quad \vec{T}(\vec{\eta}, \vec{n})^- = \vec{T}(\vec{\eta}, \vec{n})^+, \quad (3.22)$$

$\vec{u}^-$ ,  $\vec{u}^+$ ,  $\vec{T}^-$  y  $\vec{T}^+$  son los desplazamientos y las tracciones en la vecindad de la interfaz respectivamente. La ecuación (3.22) tiene una configuración más simple si se considera a la superficie  $S$  como un plano paralelo al plano cartesiano  $xy$  descrita por el vector normal  $\vec{n} = (0, 0, 1)$ . Las condiciones de frontera se reducen a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \sigma_{zx}^- &= \sigma_{zx}^+, & \sigma_{zy}^- &= \sigma_{zy}^+, & \sigma_{zz}^- &= \sigma_{zz}^+, \\ \epsilon_{xx}^- &= \epsilon_{xx}^+, & \epsilon_{yy}^- &= \epsilon_{yy}^+, & \epsilon_{xy}^- &= \epsilon_{xy}^+. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Al mismo tiempo, las componentes  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \epsilon_{zx}, \epsilon_{zy}, \epsilon_{zz}$  pueden ser discontinuas a través de la discontinuidad. Se define la ley de Hooke para un medio 3D elástico e isótropo.

$$\vec{\sigma} = E\vec{\epsilon}, \quad (3.24)$$

donde los vectores de esfuerzo  $\vec{\sigma}$ , deformación  $\vec{\epsilon}$  y  $E$  describe las constantes elásticas del material, se definen como:

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} &= [\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}], \\ \vec{\epsilon} &= [\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}], \end{aligned}$$

$$E = \begin{pmatrix} k + \frac{4}{3}\mu & k - \frac{2}{3}\mu & k - \frac{2}{3}\mu & 0 & 0 & 0 \\ k - \frac{2}{3}\mu & k + \frac{4}{3}\mu & k - \frac{2}{3}\mu & 0 & 0 & 0 \\ k - \frac{2}{3}\mu & k - \frac{2}{3}\mu & k + \frac{4}{3}\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{pmatrix},$$

ahora se define la ley de Hooke para los nodos ubicados en la interfaz. Los vectores promedio ( $A$  significa promedio aritmético) del esfuerzo ( $\vec{\sigma}$ ) y la deformación ( $\vec{\epsilon}$ ) en la interfaz tienen la forma:

$$\vec{\sigma}^A = \frac{1}{2}(\vec{\sigma}^- + \vec{\sigma}^+), \quad \vec{\epsilon}^A = \frac{1}{2}(\vec{\epsilon}^- + \vec{\epsilon}^+), \quad (3.25)$$

considerando las condiciones de frontera de la ecuación (3.23) y su relación con las ecuaciones (3.25) se obtiene:

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}^A &= [\sigma_{xx}^A, \sigma_{yy}^A, \sigma_{zz}^A, \sigma_{xy}^A, \sigma_{yz}^A, \sigma_{zx}^A], \\ \vec{\epsilon}^A &= [\epsilon_{xx}^A, \epsilon_{yy}^A, \epsilon_{zz}^A, \epsilon_{xy}^A, \epsilon_{yz}^A, \epsilon_{zx}^A]. \end{aligned}$$

La formulación de la ley de Hooke para los nodos pertenecientes a la discontinuidad se expresa:

$$\vec{\sigma}^A = \tilde{E}\vec{\epsilon}^A, \quad (3.26)$$

donde la matriz de elasticidad promedio  $\tilde{E}$  se define:

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} \Lambda + \frac{4}{3}\mu^A & \Lambda & \Psi & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda & \Lambda + \frac{4}{3}\mu^A & \Psi & 0 & 0 & 0 \\ \Psi & \Psi & [k + \frac{4}{3}\mu]^H & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu^A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu^H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu^H \end{pmatrix},$$

con los módulos elásticos efectivos definidos como:

$$\Lambda = \left[ \left( \frac{k - \frac{2}{3}\mu}{k + \frac{4}{3}\mu} \right)^A \right]^2 \left( k + \frac{4}{3}\mu \right)^H + 2 \left( \frac{(k - \frac{2}{3}\mu)\mu}{k + \frac{4}{3}\mu} \right)^A,$$

$$\Psi = \left( \frac{k - \frac{2}{3}\mu}{k + \frac{4}{3}\mu} \right)^A \left( k + \frac{4}{3}\mu \right)^H.$$

Los superíndices  $A$  y  $H$  denotan el promedio aritmético y armónico respectivamente. Así pues, la ley de Hooke (3.26) se puede interpretar como la ley de Hooke para un medio con variaciones suaves de los parámetros físicos. La matriz de elasticidad promedio ( $\tilde{E}$ ) asegura la consistencia de las condiciones de continuidad de las tracciones en la interfaz (Moczo *et al.*, 2002). Para más detalles de la implementación del esquema heterogéneo se recomienda consultar los artículos de Moczo *et al.* (2002, 2007).

### 3.4 Estabilidad y dispersión de la malla

En el análisis de estabilidad del esquema de diferencias finitas se aplica el método de Von Neumann (1943) que investiga la descomposición armónica de los errores en un tiempo dado. El método considera la solución discreta de la serie de Fourier finita (en el tiempo  $t = m\Delta t$ ) en el nodo  $x = Ih, y = Kh, z = Lh$  y examina la estabilidad de las componentes de la serie de Fourier (Moczo *et al.*, 2000, 2004b). Sin embargo, la solución es estable solo si todas las componentes de la serie de Fourier son estables. El análisis de Von Neumann es aplicable en las EDF lineales con coeficientes constantes. Si se suponen errores en las variables  $U, V, W, T_{XX}, T_{YY}, T_{ZZ}, T_{XY}, T_{ZX}, T_{YZ}$  de las ecuaciones (3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18) en la posición  $(Ih, Kh, Lh)$  y en el tiempo  $t = m\Delta t$  de la forma:

$$\begin{aligned} e(U) &= AE, & e(V) &= BE, & e(W) &= CE, \\ e(T_{XX}) &= D_1E, & e(T_{YY}) &= D_2E, & e(T_{ZZ}) &= D_3E, \\ e(T_{XY}) &= D_4E, & e(T_{ZX}) &= D_5E, & e(T_{YZ}) &= D_6E, \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$E = \exp[i(-\omega m\Delta t + k_x Ih + k_y Kh + k_z Lh)],$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular,  $k_x, k_y$  y  $k_z$  son las componentes del vector de número de onda  $\vec{k}$ . Se investiga la propagación de los errores (3.27) en los nodos de la malla mediante la inserción del esquema de diferencias finitas en las ecuaciones (3.27), con lo cual se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \gamma = \begin{bmatrix} \xi^2 X^2 + \beta^2 \Sigma & \xi^2 XY & \xi^2 XZ \\ \xi^2 XY & \xi^2 Y^2 + \beta^2 \Sigma & \xi^2 YZ \\ \xi^2 XZ & \xi^2 YZ & \xi^2 Z^2 + \beta^2 \Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix},$$

donde

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{S^2}{\Delta^2}, & S &= \sin\left(\frac{1}{2}\omega\Delta t\right), & \Delta &= \frac{\Delta t}{h}, \\ \xi^2 &= \frac{\lambda + \mu}{\rho}, & \beta^2 &= \frac{\mu}{\rho}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X &= a \sin k_x \frac{3}{2} h + b \sin k_x \frac{1}{2} h, \\
 Y &= a \sin k_y \frac{3}{2} h + b \sin k_y \frac{1}{2} h, \\
 Z &= a \sin k_z \frac{3}{2} h + b \sin k_z \frac{1}{2} h, \\
 & \text{y} \\
 \Sigma &= X^2 + Y^2 + Z^2,
 \end{aligned}$$

$\lambda, \mu$  son las constantes elásticas de Lamé,  $\rho$  es la densidad y  $\beta$  es la velocidad de la onda S. La ecuación matricial anterior puede reordenarse como:

$$[M - \gamma I] \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

donde  $M$  denota la matriz del sistema de ecuaciones anterior e  $I$  representa la matriz identidad. A partir de la solución no trivial de la ecuación matricial y la solución de la ecuación característica se obtiene:

$$\begin{aligned}
 S^2 &= \Delta^2 \alpha^2 (X^2 + Y^2 + Z^2), \\
 S^2 &= \Delta^2 \beta^2 (X^2 + Y^2 + Z^2),
 \end{aligned}$$

sustituyendo las variables restantes, el sistema de ecuaciones se expresa:

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{1}{2} \omega \Delta t &= \pm \frac{\Delta t}{h} \alpha (X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}, \\
 \sin \frac{1}{2} \omega \Delta t &= \pm \frac{\Delta t}{h} \beta (X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}.
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

El análisis del sistema de ecuaciones muestra que únicamente se tienen soluciones reales cuando el valor del paso de tiempo  $\Delta t$  cumple la condición de estabilidad. Esta se determina con base en el valor de velocidad más grande de la onda P que se quiere propagar en la malla y el respectivo valor de espaciamiento  $h$ . De las expresiones (3.28), la condición de estabilidad del esquema de diferencias finitas es:

$$\Delta t \leq \frac{6}{7\sqrt{3}} \Upsilon, \tag{3.29}$$

donde  $\Upsilon$  es el mínimo valor del cociente  $\frac{h}{v_p}$ . La solución del esquema de diferencias finitas en un problema diferencial es una aproximación discreta de la solución verdadera. Por lo cual, los criterios de estabilidad son conceptos fundamentales para entender la relación de la velocidad de propagación de las ondas y la velocidad modelada en la malla. Es importante distinguir entre la dispersión física, es decir, la relacionada propiamente al fenómeno de la propagación de ondas (la variación de la velocidad de propagación respecto a la frecuencia) y la dispersión de la malla o numérica, la cual es función del número de nodos por longitud de onda. Las velocidades de fase de las ondas propagadas en la malla se distorsionan menos conforme se aumenta el número de nodos por longitud de onda. Esto permite modelar de forma más precisa las velocidades reales del medio impuestas en el modelo, con base en un número finito óptimo de nodos por longitud de onda, que aseguren estabilidad y requerimientos de memoria accesibles. También se puede describir la

dispersión de la malla con respecto a relación de muestreo  $s = \frac{h}{\lambda}$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda que se quiere propagar y  $h$  el espaciamiento entre los nodos de la malla. Sin embargo, el número óptimo de nodos empleados por longitud de onda no resuelve completamente el problema suscitado por la dispersión de la malla. Esto se debe a que la dispersión de la malla es un efecto que es acumulativo durante la propagación de ondas sísmicas, pues para trayectorias de viaje grandes se generan diferencias significativas entre la velocidad real y la modelada en la malla. En la mayoría de los casos, la dispersión de la malla genera retrasos en el arribo de la onda S (Virieux, 1986), dado que a la misma frecuencia, la longitud de la onda S es menor a la de la onda P, por lo tanto, la onda P está mejor modelada por el esquema de diferencias finitas. Por consiguiente, la restricción  $s = \frac{h}{\lambda}$  queda determinada por la longitud de onda mínima de la onda S impuesta en el modelo. Moczo *et al.* (2000) recomiendan en un esquema de diferencias finitas de cuarto orden de aproximación un muestreo de al menos  $6 \Delta h$  por longitud de onda S mínima, pues señalan que aplicando un muestreo de  $5 \Delta h$ , la velocidad de fase de las ondas S puede diferir en un 5% de la velocidad real. A continuación, se muestra el análisis de la dispersión de la malla a partir de los resultados del análisis de Von Neumann expuesto anteriormente.

Considerando las expresiones (3.28) y tomando el término positivo

$$\frac{1}{2}\omega\Delta t = \arcsin \left[ \frac{\Delta t}{h} c(X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (3.30)$$

donde  $c$  puede ser la velocidad de la onda P o la velocidad de la onda S. La frecuencia angular  $\omega$  en la malla se define:

$$\omega = 2\pi \frac{c^{malla}}{\lambda^{malla}}, \quad (3.31)$$

$c^{malla}$  y  $\lambda^{malla}$  son la velocidad de fase y la longitud de onda en la malla. La ecuación (3.30) representa las relaciones de dispersión de la malla para la propagación de ondas P y S. Se define la relación de muestreo de la onda P y S en una determinada frecuencia como:

$$\begin{aligned} s_s &= \frac{h}{\lambda_s^{malla}}, \\ s_p &= \frac{h}{\lambda_p^{malla}}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Sin embargo, como en la malla se propagan ambos tipos de onda (P y S), se debe adoptar un muestreo espacial conjunto que permita comparar la dispersión de la onda P y S. Si a una frecuencia dada, la onda S tiene una longitud de onda  $\lambda$  más pequeña en comparación a la onda P, implica que la relación de muestreo espacial para la onda S debe ser tomada como argumento en las relaciones de dispersión para las ondas P y S.

$$s = \frac{s_s}{r}, \quad (3.33)$$

donde  $r$  es el cociente de velocidad  $\frac{\alpha}{\beta}$ . Dividiendo la ecuación (3.30) por la velocidad de la onda P ( $\alpha$ ) y S ( $\beta$ ) e incluyendo las relaciones de muestreo, se obtienen las relaciones de dispersión de la malla para la onda P y S normalizadas de la forma:

$$\begin{aligned}
 \frac{\alpha^{malla}}{\alpha} &= q \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{r}{p * s} \arcsin \left( \frac{1}{q\sqrt{3}} p F_\alpha \right), \\
 \frac{\beta^{malla}}{\beta} &= q \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{r}{p * s} \arcsin \left( \frac{1}{q\sqrt{3}} p F_\alpha \right), \\
 p &= \sqrt{3} \frac{\Delta t}{h} \alpha,
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
 F_\eta &= \{ [a \sin(3\pi\zeta \cos\varphi \sin\delta) + b(\pi\zeta \cos\varphi \sin\delta)]^2 + \\
 &\quad [a \sin(3\pi\zeta \sin\varphi \sin\delta) + b(\pi\zeta \sin\varphi \sin\delta)]^2 + \\
 &\quad [a \sin(3\pi\zeta \cos\delta) + b(\pi\zeta \cos\delta)]^2 \}, \\
 &\quad 0 \geq \varphi \leq 2\pi, \\
 &\quad 0 \geq \delta \leq \pi,
 \end{aligned}$$

donde  $p$  es el parámetro de estabilidad ( $p \leq 1$ ),  $q = \frac{7}{6}$ ,  $a$ ,  $b$  dependen del orden de aproximación de diferencias finitas, por ejemplo, para un segundo orden de aproximación  $a = 0, b = 1$ .  $\zeta = \frac{s}{r}$  si  $\eta = \alpha$  o  $\zeta = s$  si  $\eta = \beta$ . Nótese que ambas relaciones de dispersiones de la malla, es decir, respecto a la onda P y S dependen del cociente de velocidad  $r$  descrito en la ecuación (3.33), de ahí se deduce que están en función de la relación de Poisson  $\sigma = (2 - r^2)/[2(1 - r^2)]$ . La existencia del efecto de dispersión de la malla para la velocidad de fase implica la dispersión de la velocidad de grupo  $U = \frac{\partial\omega}{\partial t}$ . La deducción es más complicada, por lo cual, si se desea conocer los detalles del desarrollo matemático, se recomienda consultar el artículo de Moczo *et al.* (2000). Moczo *et al.* (2000) determinaron que la dispersión de la malla (en un esquema de cuarto orden de aproximación de diferencias finitas) con un muestreo de  $6 \Delta h$  por longitud de onda mínima es menor, que en los esquemas de segundo orden de aproximación de diferencias finitas, con un muestreo de 10 y 12  $\Delta h$  por longitud de onda mínima. Si se elige una tasa de muestreo de  $6 \Delta h$ , el límite superior de la banda de frecuencias  $f_{AC}$  que el esquema de diferencias finitas de cuarto orden de aproximación puede modelar correctamente está dado por:

$$f_{AC} \approx \frac{1}{6} \frac{v_{min}}{h}, \tag{3.35}$$

la variable  $v_{min}$  es el valor mínimo de la velocidad de propagación impuesto en el modelo. La ecuación (3.35) es vital en la modelación por el método de diferencias finitas pues permite saber el límite del rango de frecuencias donde el cálculo es preciso.

### 3.5 Condiciones iniciales y de frontera

Independientemente del tipo de solución de un problema diferencial (es decir, una solución analítica o una solución a partir de la aplicación de un método numérico), la solución particular de la ecuación diferencial depende tanto de condiciones iniciales como de frontera. Considerando que el fenómeno de propagación de ondas sísmicas descrito por la ecuación del movimiento empleando la formulación velocidad-esfuerzo (3.6) es causal, el campo de velocidad se denota:

$$\begin{aligned}
 \vec{v}(\vec{X}, t) &= 0, & t \leq 0, \\
 &\text{suponiendo} \\
 \vec{f}(\vec{X}, t) &= 0, & t \leq 0,
 \end{aligned} \tag{3.36}$$



esto implica que el campo de velocidad es cero (para todo  $t \leq 0$ ) en todos los nodos de la malla pues la fuente se activa para valores del tiempo  $t > 0$ .

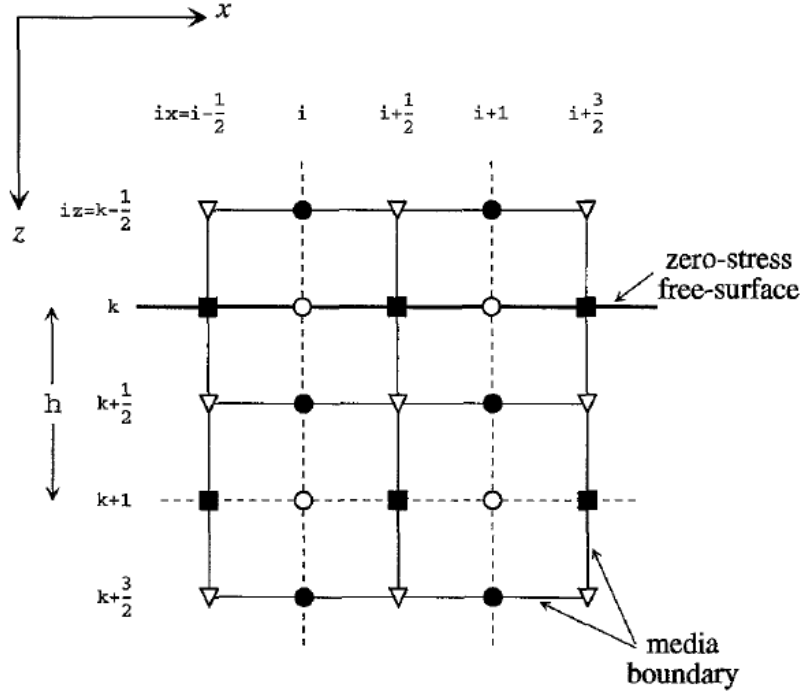
Considerando que la simulación de propagación de ondas sísmicas se realiza en un modelo de extensión finita (e.g., volcanes, cuencas sedimentarias, valles aluviales, fallas geológicas), resulta imprescindible implementar condiciones de frontera artificiales en los bordes del modelo. Estas fronteras artificiales del modelo son las responsables de la interacción del campo de ondas dentro del dominio computacional representado por la malla y en el medio exterior a ésta. Esto sugiere que las fronteras pueden ser completamente reflejantes o transparentes (la onda incidente no sufre ninguna perturbación). En el caso del método de diferencias finitas la frontera transparente puede únicamente aproximarse (Moczo *et al.*, 2004b). Por esa razón, uno de los problemas persistentes en la simulación numérica son las reflexiones artificiales que se generan. Normalmente, se puede elegir usar condiciones de frontera en el perímetro de la malla que atenúen las ondas que se propagan hacia afuera, o bien, emplear fronteras rígidas o planos de simetría, las cuales obligan a extender el dominio de la malla para evitar la contaminación (Clayton *et al.*, 1977). Clayton *et al.* (1977) observaron que si la incidencia de la onda es de 90 grados, las fronteras absorbentes (no-reflejantes) no son eficientes pues la onda viaja de forma paralela a los bordes. Por otro lado, las fronteras absorbentes solo atenúan una determinada banda de frecuencias (la eficiencia depende del ángulo de incidencia). Moczo *et al.*, (2004b) separan en dos grupos a las fronteras absorbentes: el primero contempla aquellas fronteras formadas por una región finita donde las ondas incidentes son atenuadas gradualmente y el segundo, es un enfoque que manipula la ecuación de la onda para permitir la propagación de la energía en un rango limitado de ángulos de incidencia. En este último grupo, se encuentran las fronteras absorbentes desarrolladas, por ejemplo, por Higdon (1991), Penz y Toksöz (1995) y Clayton *et al.*, (1977). La aproximación de la ecuación de onda en los bordes del dominio de la malla con este enfoque, depende del esquema de diferencias finitas implantado.

Si la excitación de la malla es una onda plana, se deben utilizar condiciones de frontera simétricas o rígidas (condiciones de desplazamiento igual a cero o en el caso de la formulación velocidad-esfuerzo, condiciones de velocidad igual a cero) conocidas como condiciones de Dirichlet en los bordes laterales de la malla (Moczo, 1989). Sin embargo, al usar este tipo de frontera se tienen reflexiones espurias que pueden contaminar las regiones de interés. La solución más simple es aumentar el dominio de la malla para excluir estas reflexiones de la ventana de tiempo de los sismogramas sintéticos. Esto repercute negativamente en la simulación pues se incrementan los requerimientos de memoria y el tiempo de cómputo del cálculo.

En los problemas de simulación que involucran la superficie libre, la correcta aproximación de la condición de superficie libre es crucial porque su implementación en los esquemas heterogéneos está relacionada fuertemente con la estabilidad numérica (Graves, 1996). Para resolver el problema se han implementado varias técnicas en las últimas décadas, por ejemplo, la técnica *stress imaging*. En este enfoque se considera que las tracciones son nulas, lo cual implica que las componentes del esfuerzo son cero. La condición de frontera de esfuerzos nulos se puede implementar numéricamente añadiendo un dominio artificial externo al medio y aplicando condiciones simétricas en los esfuerzos y la velocidad de partícula como se muestra en la figura (3.3) para una malla alternada.

Condición de superficie libre

$$T_i = \tau_{ji}n_j = 0. \quad (3.37)$$



**Figura 3.3:** Implementación de la técnica stress imaging en el plano  $xz$  empleando una malla alternada. Los parámetros del medio  $\lambda$ ,  $\mu$  y  $\rho$  tienen la misma ubicación que las componentes normales del esfuerzo (círculos vacíos). Para modelos heterogéneos la línea discontinua es la frontera entre regiones con medios diferentes. La localización de la frontera de superficie libre representada por la línea continua coincide con la localización de los nodos de las componentes normales del esfuerzo. El círculo relleno representa la componente de velocidad de partícula  $v_z$ , el cuadrado la componente  $v_x$  y el triángulo invertido la componente del esfuerzo  $\tau_{xz}$  (Tomada de Graves, 1996).

### 3.6 Excitación del campo de ondas

Para evaluar el efecto de sitio, la excitación que se utiliza es la incidencia vertical de una onda plana, dejando de lado, la contribución al movimiento de la fuente y de la trayectoria. En la simulación de la onda plana incidente, se emplea el enfoque desarrollado originalmente por Alterman y Karal (1968) para evitar la singularidad generada por una fuente puntual. Si se considera que  $\vec{s}$  es el campo de ondas total, este se puede descomponer como:

$$\vec{u}_{Total} = \vec{s} + \vec{u}_{Residual}, \quad (3.38)$$

donde  $\vec{u}_{Residual}$  es el campo de ondas residual o *scattered wavefield*. El campo residual se genera por la implementación de la fuente que genera reflexiones artificiales que no son despreciables. Si se consideran dos rectángulos en una malla rectangular convencional (ver figura 3.4) y que existe una fuente dentro del rectángulo  $b$ , se puede utilizar la ecuación (3.38) para calcular el campo de ondas total afuera del rectángulo  $b$  sin introducir una fuente (término de la fuerza de cuerpo) en el esquema de diferencias finitas usado dentro del rectángulo  $b$ . Así el enfoque de Alterman y Karal

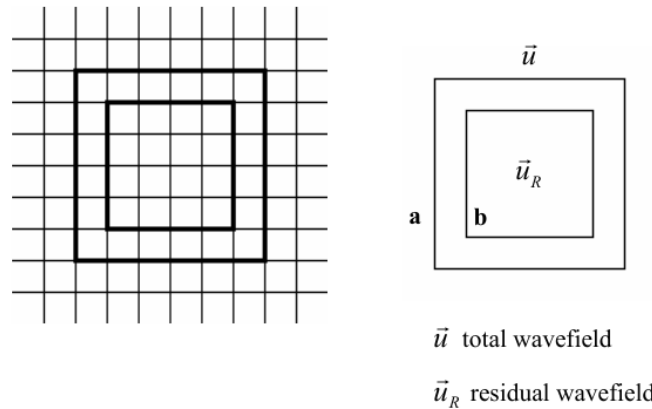
(1968) permite insertar la solución analítica de la fuente deseada. El campo residual dentro y sobre el rectángulo  $b$  se calcula con el esquema de diferencias finitas (e.g., segundo orden o cuarto orden). El campo residual en el rectángulo  $a$  se calcula como:

$$\vec{u}_{Residual}(a) = \vec{u}(a) - \vec{s}(a), \quad (3.39)$$

el campo de ondas total en el rectángulo  $b$  se calcula como:

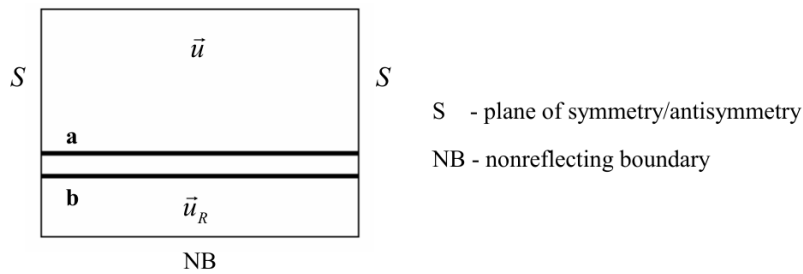
$$\vec{u}(b) = \vec{s}(b) + \vec{u}_{Residual}(b). \quad (3.40)$$

De igual forma, el campo de ondas total afuera del rectángulo  $b$  se calcula mediante el esquema de diferencias finitas usado en el algoritmo. Para un mayor detalle del modelado de la fuente se recomienda consultar los artículos de Alterman y Karal (1968), Viriux (1984, 1986) y Moczo (1989).



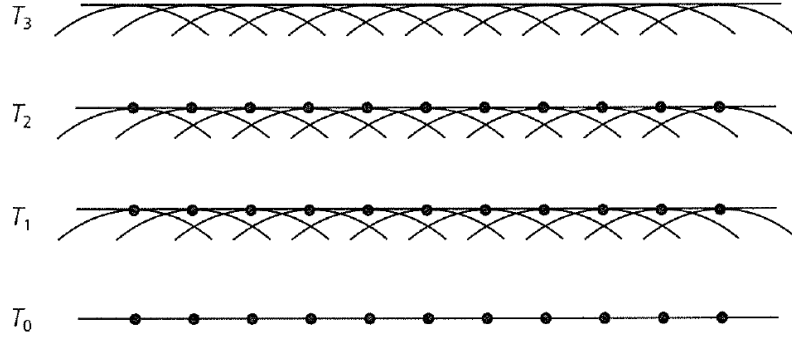
**Figura 3.4:** Rectángulos usados en una malla uniforme para la descomposición del campo de ondas generado por la fuente ubicada dentro del rectángulo  $b$  (Tomada de Moczo et al. 2007).

Esta excitación indirecta de la malla propuesta por Alterman y Karal (1968) tiene un tratamiento especial cuando se usa como excitación del campo de ondas, una onda plana (e.g., Moczo, 1989). En la figura (3.5) se ilustra la aplicación del método de Alterman y Karal (1968) para el caso especial de la onda plana. El campo de ondas residual en el plano  $a$  se calcula mediante la ecuación (3.39) mientras el campo de ondas total en el plano  $b$  con la ecuación (3.40). El campo de ondas total en el plano  $a$  y sobre él, se calcula mediante el esquema de diferencias finitas.



**Figura 3.5:** Ilustración de la excitación de los planos  $a$  y  $b$ , en este caso, para la descomposición del campo de ondas total  $\vec{u}$ . Para la correcta propagación de la onda plana se implementan planos de simetría en los bordes laterales de la malla (Tomada de Moczo et al. 2007).

La propagación del frente de onda plano se describe mediante el Principio de Huygens (figura 3.6). En el caso de una onda plana, cada punto del frente de onda se considera una fuente puntual que genera un frente de onda circular. La secuencia continua de frentes de onda circulares genera una interferencia constructiva creando así el posterior frente de onda en la línea tangente a los frentes de onda circulares. En cualquier otra región los frentes de onda circulares presentan una interferencia destructiva.



**Figura 3.6:** Principio de Huygens que muestra la generación de frentes de onda planos en distintos intervalos de tiempo  $T_i$  por medio de la interferencia constructiva y destructiva (Tomada de Stein y Wyession, 2003).

Para entender la relación de la excitación de la malla con la respuesta sísmica que genera, se debe conocer su función temporal. En el esquema de diferencias finitas la elección de la fuente no es algo arbitrario, pues no en todos los casos, es posible cumplir las condiciones de estabilidad. Primero se analiza el caso de la delta de Dirac. La función de Green describe la respuesta del medio a un impulso unitario en una determinada posición  $\zeta_0$  y en un tiempo  $\tau_0$  como:

$$S(\vec{X}, t) = \delta(\vec{X} - \zeta_0)\delta(t - \tau_0), \quad (3.41)$$

donde  $\delta(\cdot)$  corresponde a la función delta de Dirac. La función delta de Dirac permite la inserción de una fuente puntual. Sin embargo, en el dominio de la frecuencia, la delta de Dirac contiene todas las frecuencias, las cuales tienen la misma contribución en amplitud. Por tanto, al método de diferencias finitas le resulta imposible simular el campo de ondas generado por la delta de Dirac (ver ecuación 3.35). Por esa razón, se debe implementar una función temporal de fuente  $s(t)$  con una banda limitada de frecuencias en su espectro.

$$S(\vec{X}, t) = \delta(\vec{X} - \zeta_0)s(t). \quad (3.42)$$

Para el caso de la incidencia de una onda plana,  $s(t)$  es la función temporal de la onda plana. Esta se puede describir, por ejemplo, con los pulsos de Küpper, Ricker, Gabor y Berlage. En este trabajo se emplea la señal de Gabor definida como:

$$s(t) = e^{-\left(\frac{2\pi f_p(t-t_s)}{\gamma}\right)^2} \cos(2\pi f_p(t-t_s) + \Psi), \quad (3.43)$$

donde  $f_p$  es (para ciertos valores de  $\gamma$  y  $\Psi$ ) la frecuencia dominante,  $\gamma$  controla la longitud de la ventana de la envolvente de la señal. La señal está definida en el intervalo  $(0, 2t_s)$ . En las figuras (3.7 y 3.8) se muestra el pulso de gabor en los dominios del tiempo y de la frecuencia usando  $\Psi = 1.5$ ,  $\gamma = 1.0$ ,  $f_p = 0.45$  y  $t_s = 1.0$ . Más adelante, se presentan las señales de entrada usadas como excitaciones de la malla en los modelos 1D y 3D.

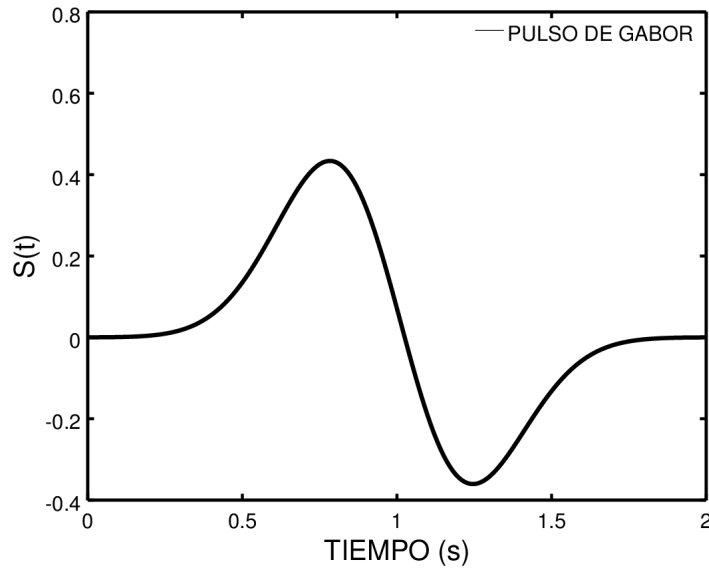


Figura 3.7: Pulso de Gabor en el dominio del tiempo.

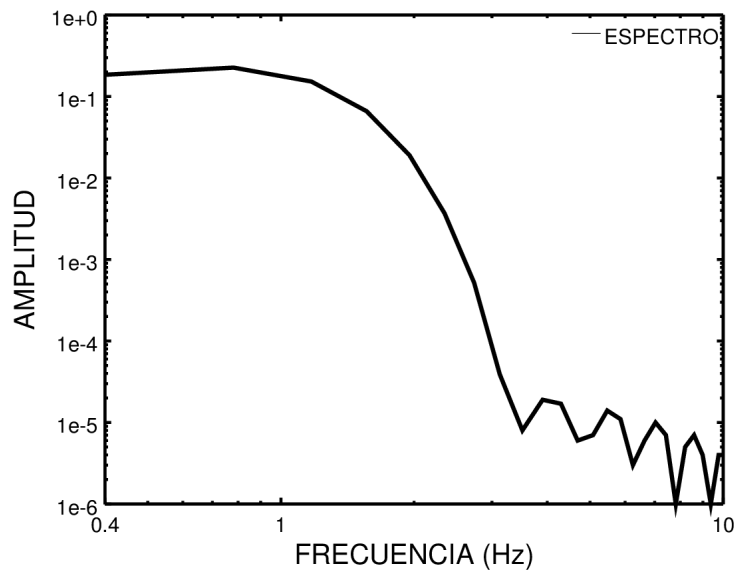


Figura 3.8: Espectro de amplitud del pulso de Gabor (figura 3.7).

# Capítulo 4

## Información geológica, geotécnica, geofísica y sismotectónica de la zona de estudio

### 4.1 Zona de estudio

La Provincia de Concepción es una de las cuatro provincias que conforman la región del Bio Bío que se localiza en el límite sur de la zona central de Chile, específicamente entre los  $36^{\circ}00'$  y los  $38^{\circ}30'$  de latitud sur (ver mapa 4.1). La ciudad de Concepción se desarrolla a lo largo de un eje litoral de  $60\text{ km}$  con centro en la desembocadura del río Bio Bío, sobre los espacios litorales que se estrechan en el margen occidental de la Cordillera de la Costa.

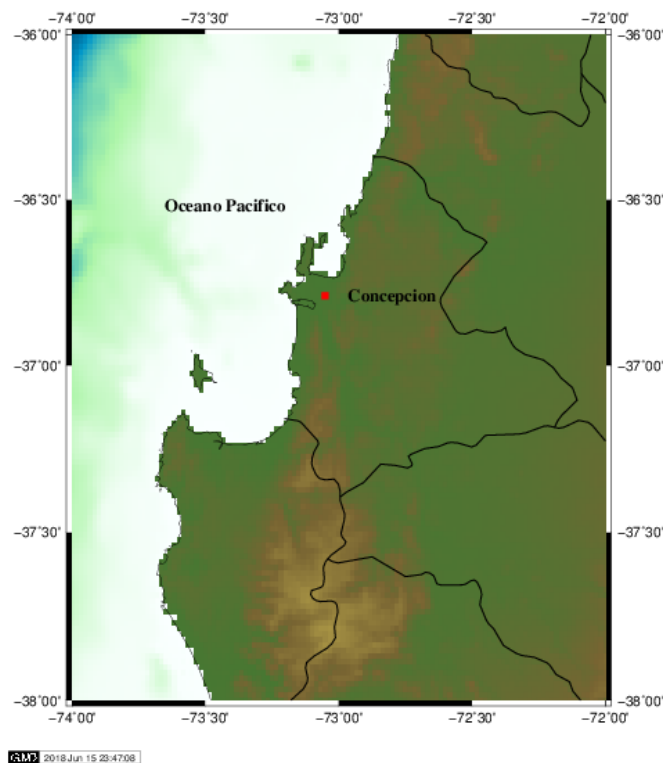


Figura 4.1: Mapa generado en GMT del área de estudio (cuadro rojo) de la ciudad de Concepción, Chile.

Limita al norte con la región del Maule, al sur con la región de la Araucanía, al oeste con el Océano Pacífico y al este con Argentina. Consta con una superficie de  $37.068,70 \text{ km}^2$  representando el 4.9% del territorio nacional. En la Provincia de Concepción se encuentra uno de los polos industriales más importantes del país que comprende desde la empresa siderúrgica a la alimentaria, pasando por la refinación de petróleo, petroquímica, pesquera, plantas de celulosa, aserraderos e industrias afines: textil, vidrio, metalúrgica, astilleros, cerámica, entre otros.

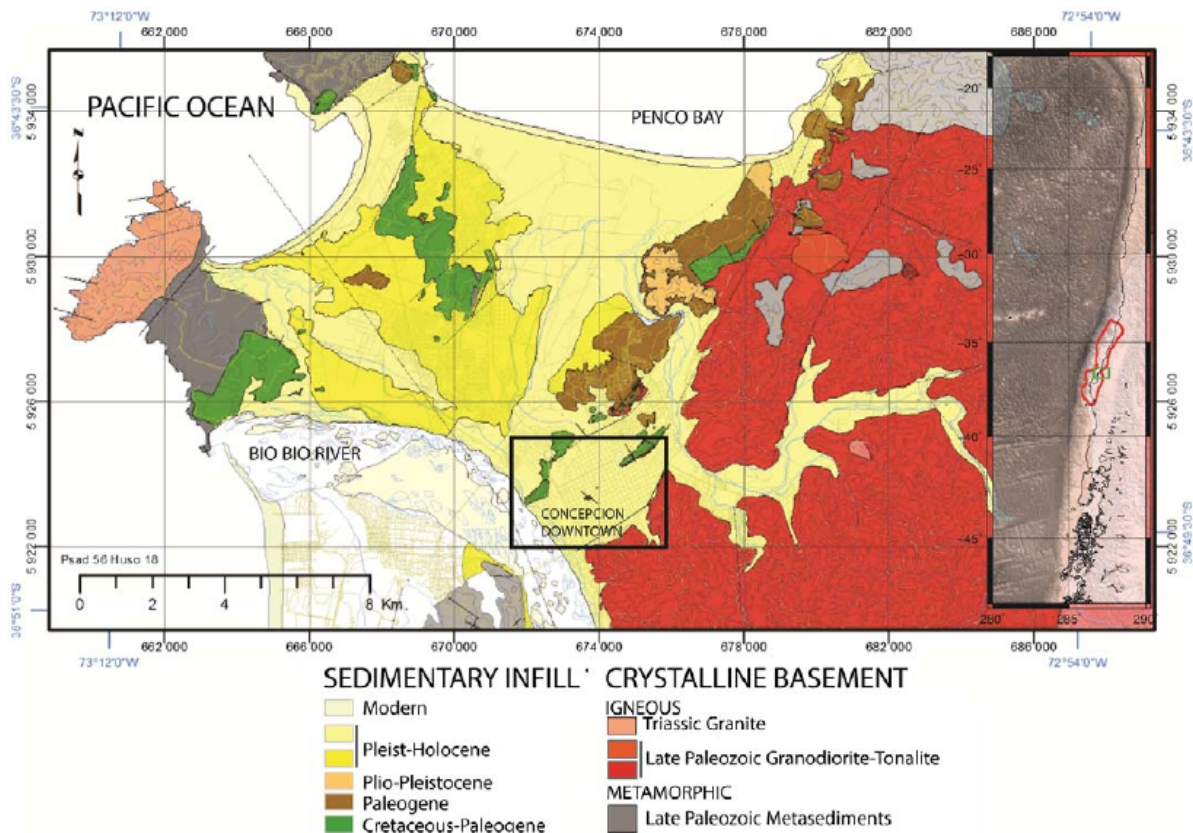
## 4.2 Geología de la ciudad de Concepción

La ciudad de Concepción presenta alturas promedio de 12 m.s.n.m en la zona plana de la ciudad y 80 m.s.n.m en las laderas de la Cordillera de la Costa. La ciudad se ubica sobre una cuenca aluvial emplazada en el margen interno de una fosa tectónica de sedimentos del río Bio Bío acarreados desde la Cordillera de los Andes (Poblete y Dobry, 1968). Limitada al oeste por la península de Tumbes y los cerros Tetas, por el norte y noroeste con las bahías de Concepción y San Vicente, por el sur el río Bio Bío.

Mardones y Vidal (2001) señalan que la tectónica de falla del Plioceno superior ha configurado tres unidades morfoestructurales. Al este, la cordillera de la Costa compuesta por granito del Paleozoico intensamente meteorizado que se eleva a más de 100 m.s.n.m a través del escarpe de una falla orientada NO-SE. Al oeste, una cadena de plataformas de estructura monoclinas y fallada constituida por roca sedimentaria de edad Terciaria y altitud media de 70 m.s.n.m enmarca la ciudad en dirección SO-NE, entre ambas unidades se crea una llanura fluvial y deltaica conformada por depósitos de arenas negras basálticas de espesores cercanos a los 130 m. La zona de Concepción al estar estrechamente ligada a la cordillera de la Costa ha sufrido profundas modificaciones, por lo cual está surcada de fallas verticales (Poblete y Dobry, 1968). Las principales son la falla de Concepción y la falla San Vicente debido a su importancia estructural. La falla de Concepción está situada a unos 10 *km* al este de la ciudad de Concepción, ubicada al oeste del bloque tectónico de la cordillera de la Costa. La ciudad de Concepción está edificada sobre una depresión cuyas fallas limitantes son Lo Pequén, Caracol y La Pólvara (centro de la ciudad), otras fallas subparalelas en la zona urbana son las fallas Chepe y Chacabuco (Poblete y Dobry, 1968).

Poblete y Dobry (1968) con base en el estudio geológico de Galli (1967) describen cuatro unidades geológicas fundamentales: rocas metamórficas que constituyen el basamento cristalino del área de edad Precámbrica presentándose únicamente algunos afloramientos reducidos; rocas intrusivas que forman parte de una gran masa plutónica (batolito) de edad Paleozoica con una distribución continua solamente en los alrededores de la ciudad de Concepción, particularmente en las faldas de la cordillera de la Costa (cerro Lo Pequén y Caracol) y en afloramientos aislados como los cerros La Pólvara, Chepe, Chacabuco y Lo Galindo. El batolito presenta como roca predominante el granito, en estado fresco esta roca es dura y tenaz pero normalmente está cubierta por un manto muy meteorizado, el cual puede alcanzar hasta unos 50 m de espesor en partes donde no ha habido una erosión muy activa. La meteorización del granito ha dado origen a un material poco cohesivo y muy sensible a la acción erosiva de las lluvias que se conoce con el nombre de maicillo. Otra unidad geológica la conforman rocas sedimentarias de edad Cretácica a Cuaternaria que yacen sobre las unidades anteriores. La más reciente de ellas (Formación Huachipato) es la

más importante, desde el punto de vista geotécnico, ya que en los horizontes superiores de ésta formación se han construido estructuras (edificios, puentes, etc.). Los sedimentos conocidos como sedimentos Bio Bío consisten fundamentalmente de arenas basálticas, en general, limosas con una estratificación alternada de limo y arcilla (Montalva *et al.*, 2016). La procedencia principal de los fragmentos es la cordillera de los Andes, y en mucho menor medida, de las unidades litológicas atravesadas por el río Bio Bío en el Valle Central y la cordillera de la Costa. El espesor máximo reconocido de la formación es de 107 m en el centro de la ciudad de Concepción conformada por depósitos superficiales que incluyen; arenas de dunas y limo asociado a ellas, barro, turba, materiales pobremente drenados, arena de playa, material coluvial, fragmentos de roca, materiales derrumbados, arena Andalién depositada por el río del mismo nombre y relleno artificial. La figura (4.2) muestra las principales unidades geológicas de la ciudad de Concepción.



**Figura 4.2:** Ilustración del área de estudio (CONCEPCION DOWNTOWN, black box) y las unidades geológicas predominantes (Tomada de Montalva *et al.*, 2016).

### 4.3 Información geotécnica del área de estudio

La descripción geotécnica del área de estudio se basa en el estudio de Microzonificación sísmica para la ciudad de Concepción-Chile publicado por Ramírez y Vivallos (2009). El estudio tuvo el propósito de determinar el espesor del relleno sedimentario de la cuenca de Concepción, la forma del relieve del basamento y otros aspectos geológicos por medio de un estudio gravimétrico a detalle (mismo que se utiliza en el presente trabajo), el análisis de registros de ruido y ensayos de penetración estándar (*EPE*). La caracterización geotécnica presentada por Ramírez y Vivallos (2009) consta de seis zonas (ver figura 4.3):



- Zona I

Formada por arenas limosas de los depósitos fluviales del río Bio Bío y por sedimentos de origen eólico hacia el NE, hacia el sur muestra un aumento en contenido de limos. Con una potencia media del relleno sedimentario de 50 a 130 m. Los índices *EPE* en sondajes de este sector indican que en promedio a los 6 m de profundidad se alcanza una resistencia 40 golpes/30 cm. El periodo predominante de vibración del terreno tiene un rango de 1.0-1.4 s y una amplitud relativa de 6 a 8.

- Zona II

Corresponde a depósitos fluviales de los ríos Bio Bío y Andalién formados por arenas finas con abundante limo, intercaladas con niveles de arcillas y limos de origen coluvial. Estos depósitos tienen una profundidad media de 50 m siendo más someros en el valle del río Andalién. En esta zona la resistencia al *EPE* alcanza a los 6,5 m 40 golpes/30 cm, aunque los 5 m más superficiales pueden tener muy baja resistencia a la compactación (10 golpes/30 cm). El periodo predominante de vibración del terreno es del rango 0.7-0.9 s con amplitud relativa de 3 a 8.

- Zona III

Corresponde a suelos arcillosos formados por meteorización de rocas sedimentarias y depósitos coluviales en el pie de las laderas, intercalados con arenas fluviales y eólicas con abundantes limos. En el primer caso presentan un relieve positivo con alturas máximas cercanas a los 100 m.s.n.m mientras que los depósitos de laderas llegan hasta aproximadamente 20 m b.n.m. Los índices *EPE* en los sectores con antecedentes de sondajes indican que la resistencia a la compactación es baja, y hasta los 10 m de profundidad sólo alcanza resistencias de 30 golpes/30 cm. El periodo predominante de vibración del terreno es del rango 0.5-0.6 s y la amplitud relativa varía de 3 a 8.

- Zona IV

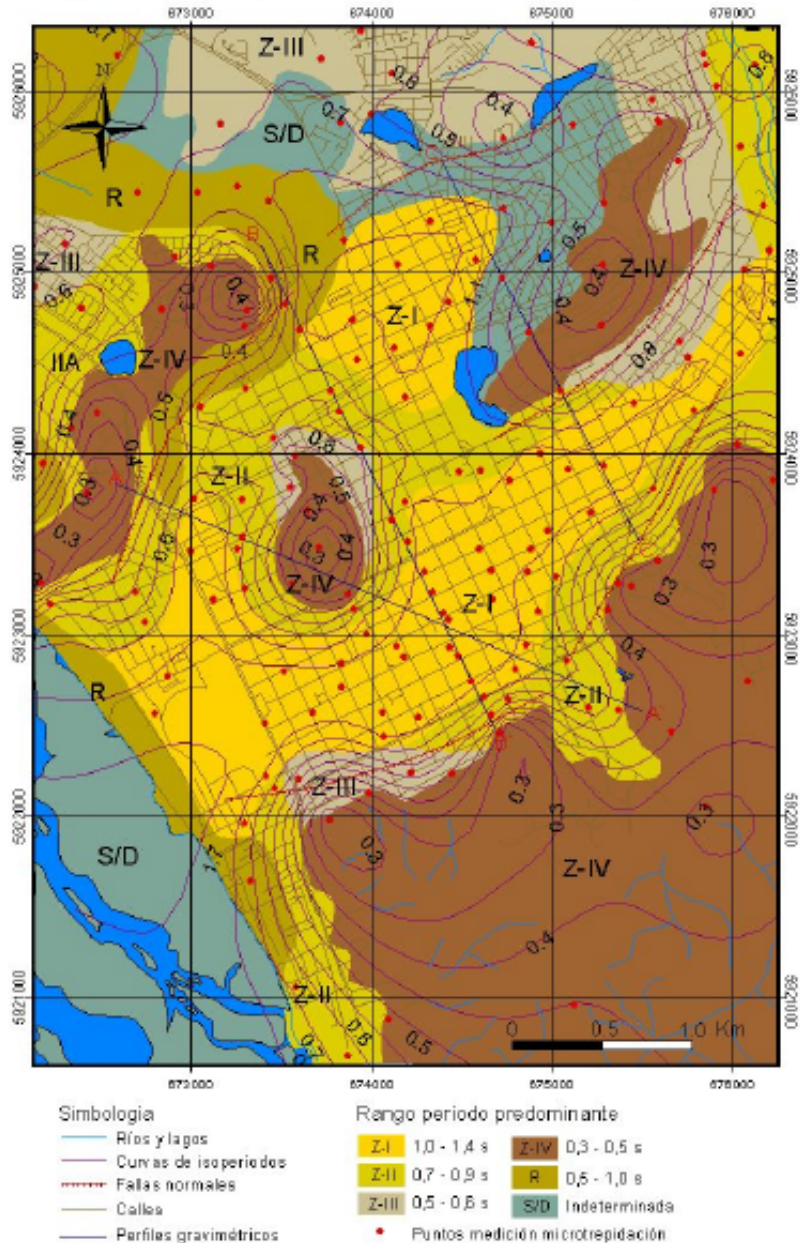
Formada por roca granítica y sedimentaria fuertemente meteorizada en superficie y descompuesta principalmente a arcilla y limos, conforman relieves positivos con alturas máximas superiores a los 200 m s.n.m. Son suelos altamente compresibles, la resistencia al *EPE* alcanza a los 8 m.b.n.s 40 golpes/30cm, en algunos casos, a los 14 m no superan los 10 golpes/30 cm. El periodo predominante es del rango 0.3-0.5 s; la amplitud relativa es variable con valores cercanos a 8 en taludes de pendiente mayores a 35° y laderas fuertemente meteorizadas; de 3 a 4 en sectores puntuales con depósitos de coluvio granítico; entre 1 y 3 en zonas de roca más competente.

- Zona indeterminada

Corresponde a depósitos dunarios y fluviales de arenas del río Bio Bío en las cercanías de los cerros Lo Galindo y Lomas de San Andrés, así como el lecho actual del río. En estos sectores no se dispone de sondajes con registros de resistencia al *EPE*. Los periodos de vibración del terreno varían de 0.4 a 0.8 s con los valores más altos en las cercanías a afloramientos de roca. La amplitud relativa varia entre 2 y 6. La variación de periodos en distancias estrechas y sin un parámetro claro que la justifique, impide clasificar esta zona de acuerdo a los criterios establecidos.

- Zona de relleno artificial y humedales

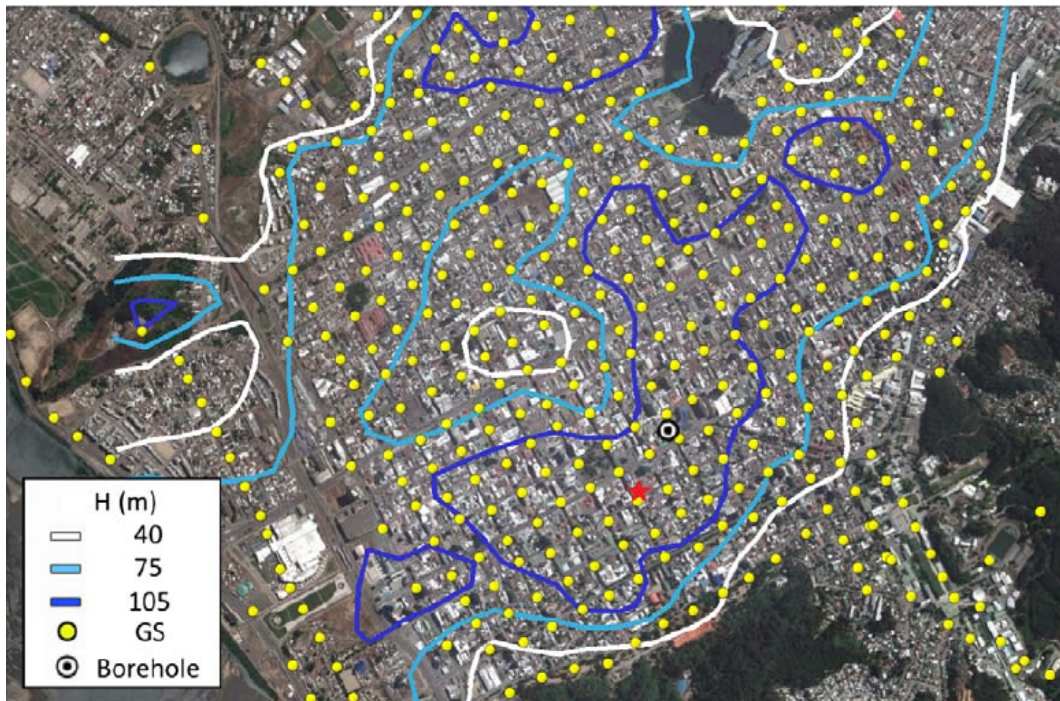
Se definieron en una misma unidad los rellenos artificiales con potencias mayores o cercanas a los 4 m de profundidad constituidos por una mezcla heterogénea de restos orgánicos, arcillas, escombros, basura con diversos grados de compactación y aquellos suelos finos con abundante materia orgánica de nivel freático muy somero. El periodo predominante de vibración del terreno está en el rango de 0.5-1.0 s y las amplitudes relativas varían entre 2 y 7.



**Figura 4.3:** Mapa de microzonificación sísmica de la cuenca de Concepción obtenido de la integración de características geotécnicas, geológicas, datos gravimétricos y periodos predominantes (Tomada de Ramírez y Vivallos, 2009).

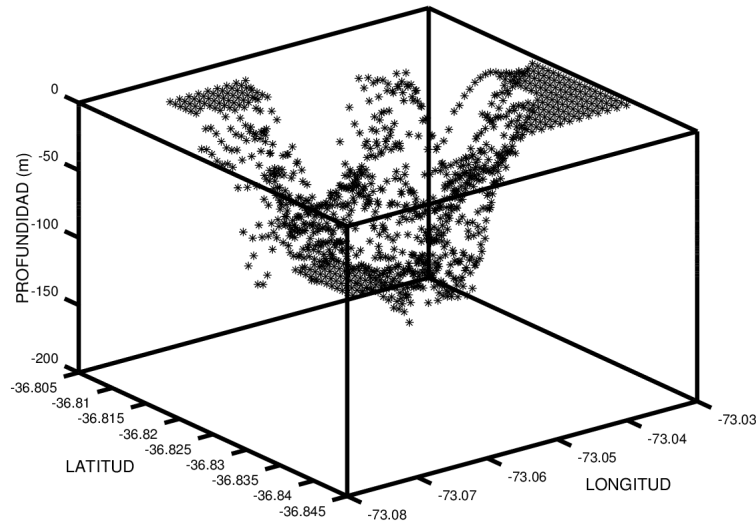
## 4.4 Información geofísica del área de estudio

Se han aplicado distintas metodologías para determinar las propiedades mecánicas y la geometría de la cuenca. La estimación del espesor del relleno sedimentario de la cuenca lo obtuvo Montalva *et al.* (2016) a partir de la inversión de datos gravimétricos adquiridos por medio de levantamientos a detalle (figura 4.4).



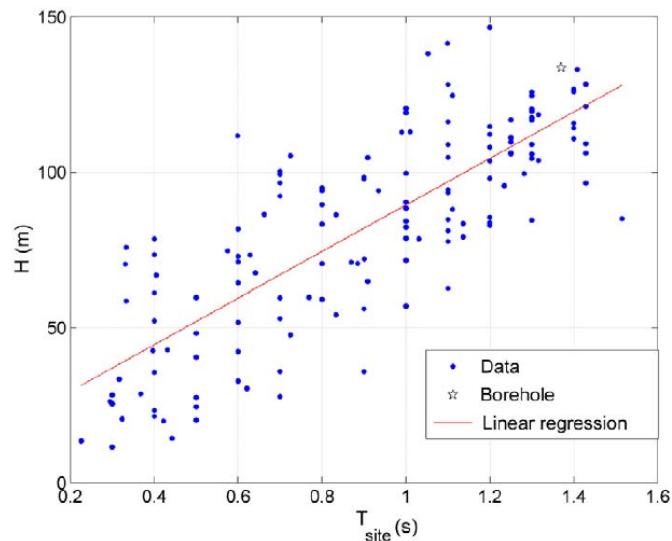
**Figura 4.4:** Ilustración del área urbana de Concepción en un mapa de contorno de la profundidad del contacto sedimento-roca obtenido de la inversión gravimétrica. Los símbolos GS indican las estaciones gravimétricas. La estrella roja indica la posición de una estación para medir movimientos fuertes (Tomada de Montalva *et al.*, 2016).

La campaña de levantamiento consistió en 459 estaciones gravimétricas ubicadas a lo largo de la ciudad con un espaciado promedio de 100 m (ver imagen 4.4). Las coordenadas de los puntos de observación se obtuvo por medio de un GPS diferencial. Los valores de gravedad fueron enlazados a la estación de gravedad absoluta (TIGO) y los de topografía a la base GPS 303, ambas pertenecientes al observatorio Geodésico Integrado Transportable (TIGO), Universidad de Concepción. Respecto al procesamiento de los datos, con el propósito de aislar la estructura somera asociada al espesor de la cuenca, se eliminó el efecto de las fuentes profundas con la sustracción de la anomalía regional. Así pues, se emplea la anomalía residual de Bouguer para estimar el contacto sedimento-roca a partir del contraste de densidad. La información presentada pertenece a los trabajos de Montalva *et al.* (2016) y Ramírez y Vivallos (2009). Los resultados finales para modelar la estructura 3D de la cuenca empleados en este trabajo, se muestran en la figura (4.5).



**Figura 4.5:** Ilustración de la geometría de la interfaz obtenida de la inversión de datos gravimétricos.

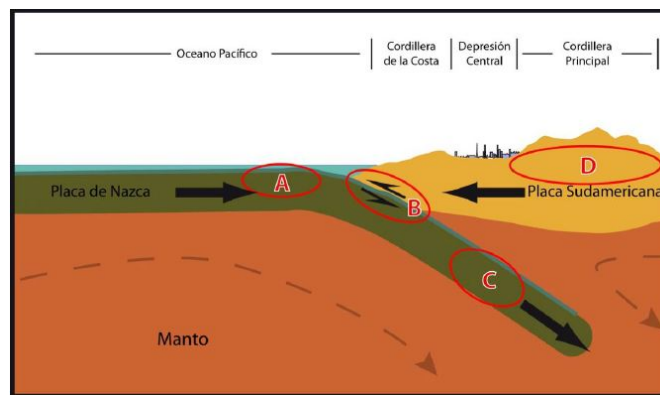
Para elegir las velocidades de propagación que se imponen en el modelo, se consideran los resultados obtenidos por Montalva *et al.* (2016). La figura (4.6) muestra la correlación que obtuvieron los autores entre el espesor de la cuenca  $H$  y el periodo dominante. La regresión lineal de los datos arroja un valor promedio para la onda de corte de  $300 \frac{m}{s}$ , el cual concuerda con las mediciones que hicieron de  $V_{S30}$ , cuyos valores están entre  $190-290 \frac{m}{s}$ . Así pues, sus resultados sugieren que se puede considerar relativamente constante el valor de velocidad de la onda S en la región ocupada por los sedimentos.



**Figura 4.6:** Correlación ( $r^2 = 0,64$ ) entre el periodo del sitio  $T_{site}$  y el espesor de los sedimentos obtenido de la inversión de datos gravimétricos (Tomada de Montalva *et al.*, 2016)

## 4.5 Ambiente sismotectónico de Chile Central

Chile es uno de los países con mayor actividad sísmica del planeta, por ende, se encuentra expuesto a una amenaza constante, particularmente de terremotos de gran tamaño y con un alto potencial destructivo. Los terremotos que afectan a la ciudad de Concepción son provocados principalmente por el desplazamiento de la placa de Nazca por debajo de la placa Sudamericana. La morfología de la subducción de la placa de Nazca bajo el continente Sudamericano se caracteriza por cambios en su inclinación a lo largo del rumbo (Cahill y Isacks, 1992; Araujo y Suárez, 1994). En la región de Chile Central ( $27^{\circ}$ - $35^{\circ}$  S), la convergencia entre las placas de Nazca y Sudamericana tiene una velocidad relativa de 8.0 cm/año en la dirección  $N78^{\circ}E$  (Pardo *et al.*, 2003). El principal cambio en la pendiente de la placa oceánica (Placa Nazca) ocurre bajo Chile Central y al oeste de Argentina a una profundidad aproximada de 100 km en la dirección aproximada de convergencia de  $32.5^{\circ}$  S respecto a la fosa oceánica. La zona de subducción plana comienza alrededor de la latitud  $26^{\circ}$  S con una pendiente de la placa de Nazca que disminuye desde los  $27^{\circ}$  hasta ser casi horizontal ( $\leq 10^{\circ}$ ), alrededor de la latitud  $32^{\circ}$  S. La longitud de la placa sísmicamente activa es del doble en la zona plana a la observada en la zona de subducción inclinada hacia el sur, la cual penetra bajo el continente con una pendiente casi constante de  $27^{\circ}$  (Pardo *et al.*, 2003; Leyton *et al.*, 2010).



**Figura 4.7:** Ambiente tectónico de Chile, las flechas indican la posición de las principales fuentes sismogénicas; A. sismos tipo outer-rise, B. sismos interplaca tipo thrust, C sismo intraplaca de profundidad intermedia y D. sismos corticales (Tomada de Leyton *et al.*, 2010).

Actualmente, se estima que la velocidad de convergencia entre las placas Nazca y Sudamericana es de 8.0 cm/año siendo este proceso el principal causante de la alta sismicidad observada en casi todo el oeste del continente Sudamericano. Leyton *et al.* (2010) señalan que las principales fuentes sismogénicas (ver figura 4.7) presentes en la zona son:

- a. Sismicidad interplaca

Producida por el contacto de las placas Sudamericana y de Nazca extendiéndose desde la fosa hasta unos 50-60 km de profundidad.

- b. Sismicidad intraplaca de profundidad intermedia

Comprende aquella actividad que ocurre dentro de la placa de Nazca. Se extiende desde los 50 km y se considera solo hasta una profundidad de 200 km debido a que históricamente no se han observado en Chile daños producidos por sismos de mayor profundidad.

- c. Sismicidad cortical

Es aquella sismicidad que ocurre en el interior de la placa Sudamericana, principalmente en los sectores precordilleranos y cordilleranos ubicandose a una profundidad menor de 30 *km*.

- d. Sismicidad tipo *outer-rise*

Producida por la previa flexión de la placa de Nazca a la subducción. Es caracterizada por generar eventos de magnitud moderada a distancias mayores a 150 *km* de la costa. En algunos casos, este tipo de terremotos puede generar tsunamis.



# Capítulo 5

## Prueba de simulación de un modelo 1D y preparación del modelo 3D

### 5.1 Información del código implementado

En el presente trabajo de investigación se utiliza el código de Kristek *et al.* (2000) escrito en *Fortran 90*. La formulación de diferencias finitas del algoritmo es velocidad-esfuerzo ( $v\text{-}\sigma$ ). El código permite implementar un muestreo espacial irregular por medio de una malla discontinua. El dominio espacial 3D de la malla discontinua forma un paralelepípedo rectangular compuesto de dos bloques. El bloque superior contiene la región 3D heterogénea (interfaz 3D) que se modela con una malla fina. En esta región de la malla se tiene un muestreo fino igual a  $\frac{h}{3}$ , el cual es tres veces menor al espaciamiento  $h$  impuesto en el bloque inferior. Esto permite modelar correctamente las longitudes de onda más pequeñas generadas por las velocidades de propagación bajas de los sedimentos. El muestreo fino cumple la condición descrita en la ecuación (3.35). Por otro lado, el bloque inferior contiene la región 1D heterogénea (basamento) modelada por una malla gruesa, y un muestreo espacial  $h$  que modela las longitudes de onda más grandes pertenecientes a las velocidades de propagación altas del modelo. La interacción entre la malla fina y gruesa se modela por medio de la interpolación lineal del campo de ondas incidente en la vecindad de la discontinuidad (Moczo, 1989). La principal ventaja de usar una malla mixta es la disminución de los requerimientos de memoria computacional. Esta se hace patente si se considera el hecho hipotético de emplear una malla uniforme para cubrir el dominio de un medio heterogéneo 3D. El espaciamiento fino de la región 3D generaría en la región heterogénea 1D del modelo un sobremuestreo innecesario de las longitudes de onda propagadas en esa parte del dominio. También se puede incluir la atenuación en ambos bloques por medio de los factores de calidad ( $Q_S$  y  $Q_P$ ). El código permite simular un sismo en particular con base en los parámetros de la fuente (*e.g.*, el momento escalar  $M_0$ , la función temporal de la fuente) o la incidencia vertical de una onda plana (S y P). En nuestro caso, el propósito es modelar el efecto de sitio, por lo cual, se elige como excitación del campo de ondas la incidencia vertical de una onda plana.

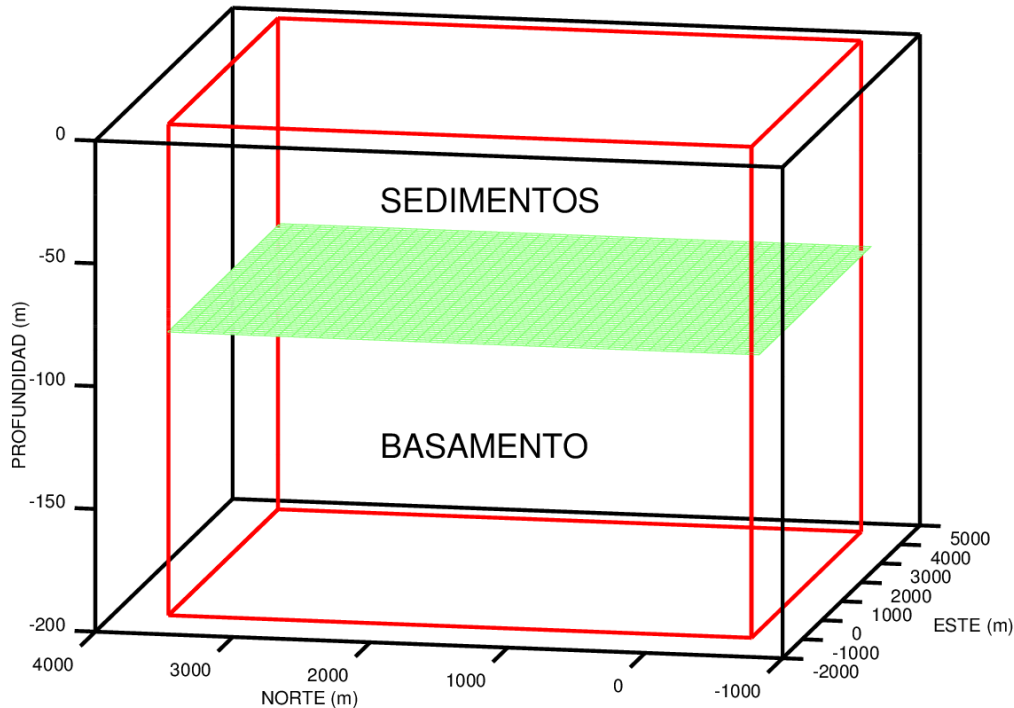
En los modelos 2D, se puede modelar por separado ondas SH y el sistema P-SV puesto que el campo de ondas es independiente de una dirección. En el caso 3D, el campo de ondas no es independiente de ninguna dirección, por lo cual, aún asumiendo incidencia vertical se requiere especificar la dirección de polarización de las ondas S (Chávez-García y Montalva, 2014). Además, los detalles de la estructura 3D adquieren relevancia, de tal manera que en los modelos 3D la



principal dificultad está en la creación del modelo. Teniendo en cuenta lo anterior, primero se realizaron pruebas con un modelo simple unidimensional. Gracias a la simplicidad del modelo 1D, el conocimiento teórico en el dominio espectral de la respuesta sísmica 1D (Haskell, 1960) nos permite corroborar la validez de nuestras simulaciones mediante la comparación de la respuesta 1D teórica y la simulada.

## 5.2 Preparación del modelo 1D

El modelo 1D está constituido por 2 medios (una capa sobre un basamento). En el estrato, se impuso un valor de densidad  $\rho$  igual a  $1700 \frac{kg}{m^3}$  con valores de velocidad de la onda S y P de 350 y  $606 \frac{m}{s}$  respectivamente. En el basamento, el valor de la densidad  $\rho$  es  $1700 \frac{kg}{m^3}$  y los valores de velocidad de la onda S y P de 1100 y  $1905 \frac{m}{s}$  respectivamente. Nótese que las velocidades de la onda P se obtuvieron considerando que el medio se comporta como un sólido de Poisson (cumple la relación  $\frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{3}$ ). El medio se considera elástico ( $Q_s = \infty$  y  $Q_p = \infty$ ).

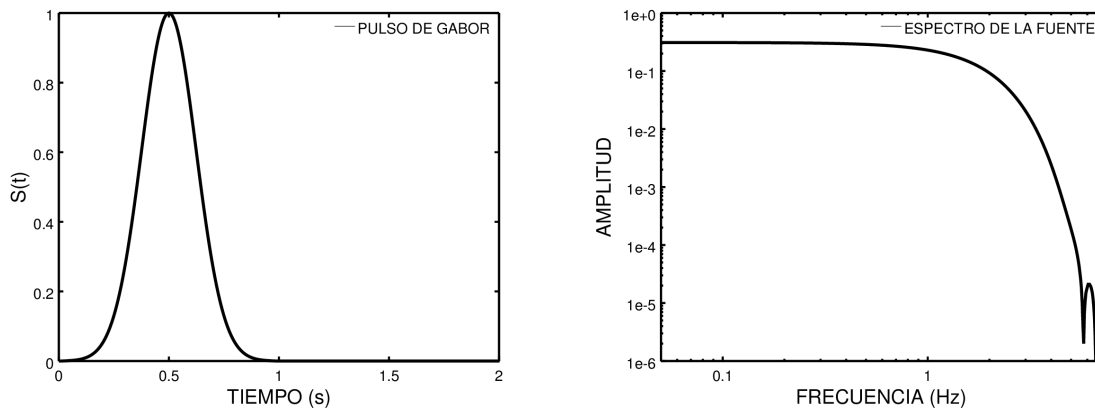


**Figura 5.1:** Modelo 1D de una capa de sedimentos sobre un basamento. La interfaz plana (plano verde) se ubica a una profundidad de 84 m. La profundidad real del modelo fue de 4746 m.

La región contenida entre la superficie libre y la cota igual a  $-126 \text{ m}$  está discretizada uniformemente en las direcciones EW, NS y vertical con un espaciamiento fino de  $\frac{h}{3} = 14 \text{ m}$ . El valor de espaciamiento fino se obtuvo a partir de la frecuencia máxima  $f_{AC} \approx 4.2 \text{ Hz}$ , tal que se cumple la condición (3.35). Para cumplir la condición de estabilidad (3.29), el valor del paso de tiempo es  $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ . En la parte restante del modelo, el valor del espaciamiento grueso es de  $h = 42 \text{ m}$ . Las dimensiones del modelo son de  $5500 \text{ m}$  en la dirección EW;  $4200 \text{ m}$  en la dirección NS y  $4746 \text{ m}$  en la dirección vertical.

## 5.3 Parámetros y verificación de la simulación numérica del modelo 1D

En la simulación, se usa una de las tres opciones que proporciona el código para implementar la incidencia vertical de una onda plana. Las dos primeras opciones corresponden a una onda S polarizada en la dirección EW y NS respectivamente. La tercera es la incidencia vertical de una onda P plana. En los resultados mostrados en esta sección, se seleccionó la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. La excitación del campo de ondas incidente se genera en el límite inferior de la malla. Como ya se había mencionado anteriormente, al propagar la onda plana, el código implementa automáticamente planos de simetría como fronteras laterales con el propósito de propagar correctamente el frente de onda plano (Moczo, 1989). Por ello, se extiende el dominio de la malla en la direcciones EW-NS y así evitar la contaminación de ondas espurias en la ventana de tiempo de interés. Se colocaron en la superficie libre 3200 receptores. Se usa el pulso de Gabor como función temporal de la onda plana. Los valores de los parámetros de la señal de Gabor son  $f_p = 0.18 \text{ Hz}$ ,  $\gamma = 0.2$ ,  $\Psi = 0$  y  $t_s = 0.5 \text{ s}$ . En la figura (5.2) se presenta el pulso descrito anteriormente en los dominios de la frecuencia y del tiempo.



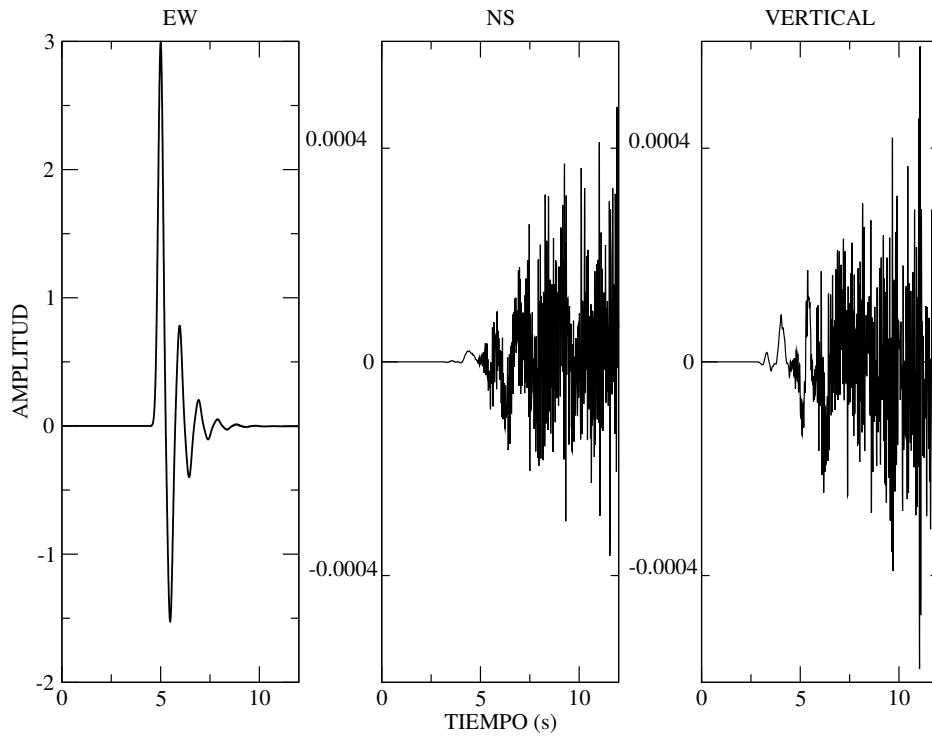
(a) Señal de Gabor utilizada como función temporal de la onda plana. (b) Espectro de amplitud del pulso de Gabor (a), la energía decae abruptamente después de los 3.5 Hz.

**Figura 5.2:** Ilustración del pulso de Gabor (a) y su espectro de amplitud (b).

Cumplir las condiciones descritas en las ecuaciones (3.29 y 3.35) es necesario mas no suficiente para garantizar que los resultados de la simulación son fiables. Por tanto, se simuló la respuesta sísmica en otro modelo unidimensional con una profundidad mayor (6500 m) y las mismas propiedades mecánicas de los sedimentos y el basamento descritas anteriormente. Con ello se corroboró que los sismogramas sintéticos calculados no estaban afectados por la dispersión de la malla. No se observaron retrasos en el arribo de la onda S o distorsiones en la forma del pulso. En otras palabras, la velocidad modelada si corresponde a la impuesta en el basamento y el estrato  $V_B = 1100$  y  $V_S = 350 \frac{m}{s}$ . Esto asegura que el error acumulado debido a la dispersión de la malla ( relación  $\frac{distancia}{\lambda_{propagada}}$ ) no es significativo para las dimensiones de los modelos (menores a 10 km en la dirección vertical). Adicionalmente, se verificó que la ventana de tiempo (12 s) de los receptores no presentara contaminación por ondas procedentes de las fronteras laterales (planos de simetría). No es necesario filtrar los sismogramas sintéticos, ya que la energía de la señal no es significativa para frecuencias mayores a 4.2 Hz (ver figura 5.2-b).

### 5.3.1 Resultados en el dominio del tiempo

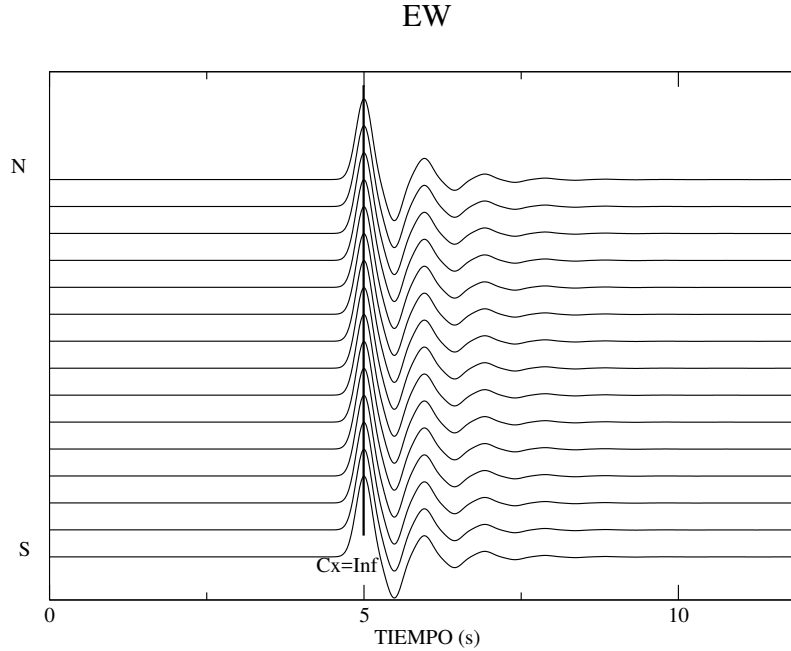
En la estimación unidimensional clásica de la respuesta sísmica, el medio se considera heterogéneo únicamente en la dirección vertical. La respuesta sísmica 1D generada por la incidencia vertical de una onda S plana está caracterizada por el movimiento calculado en un solo componente (paralelo a la dirección de polarización de la onda incidente). Como la interfaz es plana, no se genera una conversión de energía. Esto implica que la velocidad de partícula en los componentes vertical y NS debe ser nula. Con base en la ley de Snell, la velocidad aparente en la superficie libre de la onda incidente y los múltiples es infinita (el frente de onda no sufre cambios de dirección). Por tanto, todos los sismogramas sintéticos deben ser iguales en la superficie libre pues la onda refractada y las reflexiones normales subsecuentes llegan al mismo tiempo a todos los puntos de la superficie libre (están en fase). Este efecto que domina por completo la respuesta sísmica 1D, determinado por la interferencia vertical de ondas que suben y bajan con la misma velocidad aparente, se conoce como resonancia 1D.



**Figura 5.3:** Sismogramas sintéticos calculados (offset igual a cero) ante la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW de los 3200 receptores. El movimiento observado en la dirección EW muestra que no hay contaminación de ondas espurias y que todos los sintéticos son iguales. El aparente movimiento observado en los otros dos componentes perpendiculares (NS y vertical) se produce por errores de aproximación (e.g., por efecto de la interpolación del campo de ondas en la discontinuidad de la malla, por la aproximación de la superficie libre).

Las características de la respuesta 1D descritas anteriormente se pueden apreciar claramente en el componente horizontal (EW) del movimiento de la figura (5.3). Se observa que la respuesta 1D está integrada únicamente por la onda directa y un conjunto de múltiples. Por otro lado, el movimiento observado en los otros dos componentes (NS y vertical), cuyos valores de amplitud aparecen hasta la quinta cifra significativa, se deben a errores de aproximación. Algunos de los factores que intervienen en el error de la aproximación son la dispersión de la malla, la anisotropía numérica (variación del muestreo de la longitud de onda  $\frac{\Delta h}{\lambda}$  respecto a la dirección de propagación), la implementación de la superficie libre, entre otros. En la figura (5.4) se muestra el movimiento

calculado de un conjunto de 15 receptores ubicados sobre una sección en la dirección NS. El campo de ondas calculado en la superficie libre es el mismo en todos los puntos, por lo cual, la dirección de la sección no afecta el fenómeno observado. La forma de onda observada después de la llegada de la onda refractada se debe a la superposición parcial de las ondas atrapadas en el estrato. Estos pulsos estarían más separados en el tiempo, si el pulso de entrada fuera más estrecho o si la capa tuviera un espesor mayor.



**Figura 5.4:** Sección sísmica del componente EW del movimiento para un grupo de 15 receptores alineados en una sección NS. La línea vertical indica la velocidad aparente  $C_x$  infinita de la onda directa medida en la sección sísmica. Las reflexiones posteriores al arribo de la onda refractada presentan el mismo valor de velocidad aparente.

Para analizar las diferencias entre el resultado teórico y el numérico, se emplean las expresiones analíticas de los coeficientes de transmisión y reflexión. Solamente se evalúa la interacción de la onda incidente con la interfaz y la interacción de la onda refractada con la superficie libre. En el caso de la incidencia vertical de una onda plana, los coeficientes de reflexión  $R_{BS}$  y de transmisión  $T_{BS}$ , donde  $B$  es el basamento y  $S$  son los sedimentos, están exclusivamente en función del contraste de impedancia (producto de la densidad con la velocidad de propagación). Considerando que el valor de la densidad  $\rho$  es el mismo en ambos medios, dichos coeficientes se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} R_{BS} &= \frac{\beta_B - \beta_S}{\beta_B + \beta_S}, \\ T_{BS} &= \frac{2\beta_B}{\beta_B + \beta_S}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde  $\beta$  es la velocidad de la onda S. La ecuación (5.1) muestra que la reflexión y la transmisión de la energía de la onda incidente depende únicamente del contraste de velocidad de la onda S entre el estrato y el basamento. Si se sustituyen los valores de velocidad de propagación de las ondas S en la ecuación (5.1), se obtiene  $R_{BS} \approx 0.51$  y  $T_{BS} \approx 1.51$  (la amplitud de la onda incidente es uno, ver figura 5.2-a). Los valores anteriores corroboran que en el caso de incidencia vertical, la mayor parte de la energía se transmite hacia los sedimentos. El coeficiente de reflexión y transmisión cumplen la relación:

$$1 + R_{12} = T_{12}, \quad (5.2)$$

los subíndices 1 y 2 indican el tipo de medio (e.g., sedimentos y basamento). En el caso de las ondas que viajan de los sedimentos hacia el basamento, se tiene que  $R_{SB} = -R_{BS}$ . Sustituyendo estos valores en la ecuación (5.2), se obtiene  $T_{SB} = 0.49$ . Al comparar los valores de los coeficientes de transmisión ( $T_{BS}$  y  $T_{SB}$ ), resulta claro que la mayor cantidad de la energía queda atrapada en el estrato, es decir, se favorece la reflexión de las ondas atrapadas en el estrato. Sin embargo, el valor del coeficiente de transmisión  $T_{SB}$  no es despreciable, por lo cual prácticamente alrededor de los 10 s la energía atrapada en el estrato tiende a cero. El medio ubicado sobre la superficie libre tiene una velocidad igual a  $\beta_2 = 0$ . Esto implica que el coeficiente de reflexión es igual a 1, por lo cual, la amplitud del campo de ondas incidente se duplica (Stein y Wysession, 2003). Considerando que  $T_{BS}$  es igual a 1.51 y que la amplitud máxima de la onda incidente es 1, la amplitud máxima de la onda refractada ( $A_S$ ) en el estrato es aproximadamente 1.51. Tomando en cuenta el efecto de la superficie libre, la amplitud máxima teórica es 3.02 ( $2A_S$ ) mientras que el valor obtenido de la simulación es de aproximadamente 2.98 (ver figura 5.3). Al comparar el valor teórico y el numérico, se obtiene un error relativo del 0.99%.

### 5.3.2 Resultados en el dominio de la frecuencia

Usar como excitación del campo de ondas la incidencia vertical de ondas S planas es una aproximación válida para sismos lejanos. La velocidad de la onda S disminuye cuando disminuye la profundidad, por lo cual, el ángulo de incidencia es cercano a la vertical. Si el sitio está lejos de la fuente se puede considerar que el frente de onda es casi plano. La modelación 1D supone que las interfaces son horizontales y que la respuesta sísmica del suelo blando es causada predominantemente por la propagación de ondas SH planas en la dirección vertical (Kramer, 1996). Una forma de caracterizar la respuesta 1D consiste en la evaluación de la Función de Transferencia 1D. Considerando un comportamiento lineal, la Función de Transferencia 1D (FT1D) es la respuesta al impulso de un sistema lineal en el dominio espectral, tal que, la FT1D es una medida de la amplificación o reducción de las amplitudes del contenido frecuencial del movimiento de referencia (registro en roca competente o la serie de tiempo del movimiento incidente). Para evaluar las diferencias de los resultados predichos por la teoría y los calculados, se compara la Función de Transferencia Teórica 1D (FTT1D) con la Función de Transferencia Sintética 1D (FTS1D) obtenida de la simulación. La resonancia 1D es el efecto dominante de la respuesta sísmica 1D en el dominio espectral, por ello, la respuesta del sitio se reduce a caracterizar dos parámetros de la función de transferencia: la frecuencia fundamental de resonancia y la amplificación máxima que se presenta a dicha frecuencia. La frecuencia teórica de resonancia a la cual ocurre la máxima amplificación del movimiento para la incidencia vertical ( $C_x = \infty$ ) de una onda SH plana en una capa elástica sobre un semiespacio elástico está dada por la ecuación:

$$f_n = (2n + 1) \frac{\beta}{4H} \quad n = 0, 1, 2, \dots, \infty, \quad (5.3)$$

y la amplitud máxima de los picos de amplificación por la relación:

$$A_{max} = 2 \frac{\rho_B \beta_B}{\rho_S \beta_S}, \quad (5.4)$$

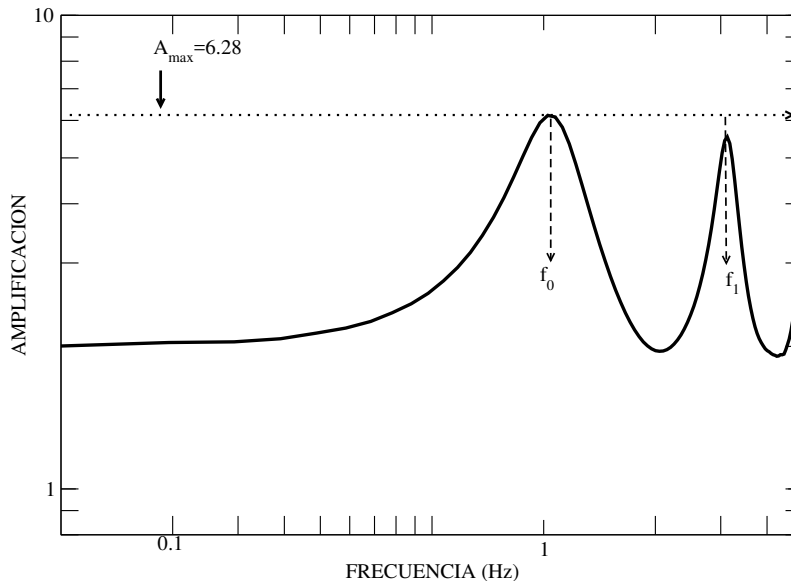
donde B es el basamento y S son los sedimentos. La ecuación (5.3) describe la relación de los picos máximos de amplificación ligados armónicamente.  $A_{max}$  es la amplificación correspondiente a la

enésima frecuencia de resonancia  $f_n$ , la cual es proporcional al contraste de impedancia entre los dos medios. El movimiento del terreno en superficie sufre una amplificación significativa en aquellas frecuencia del movimiento incidente que coinciden con la frecuencia de resonancia del estrato, de tal forma que, la capa vibra en la condición de resonancia descrita por la ecuación (5.3). La teoría de la respuesta sísmica 1D muestra que al considerarse la interfaz horizontal con respecto a los puntos de observación en superficie, la amplitud del campo de ondas registrado se ve únicamente afectado por las propiedades mecánicas de la columna de sedimento debajo del punto de observación.

El siguiente paso es comparar los resultados numéricos con los predichos por la teoría (ecuaciones 5.3 y 5.4). En la sección anterior se mostró que todos los sismogramas son iguales, por lo cual, basta emplear un sismograma sintético para caracterizar la respuesta sísmica 1D en el dominio de Fourier. La FTS1D se obtiene mediante el cociente del espectro de amplitud del sismograma sintético en superficie y el espectro de amplitud del pulso de Gabor (ver figura 5.2-b) definido como:

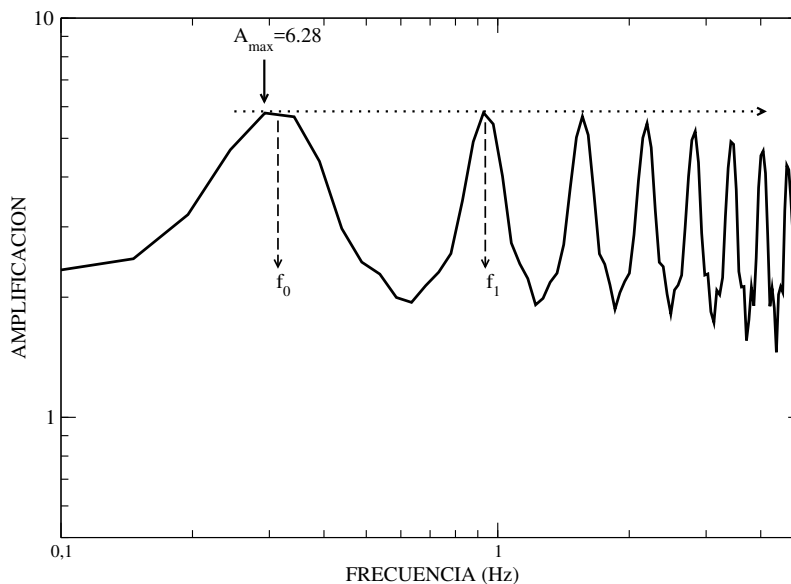
$$CE = \frac{|S_S(f)|}{|S_B(f)|}, \quad (5.5)$$

donde  $CE$  significa cociente espectral,  $|S_S(f)|$  es el espectro de amplitud del sintético en superficie y  $|S_B(f)|$  es el espectro de amplitud de la señal incidente. En cuanto al procesamiento de las señales, no se requiere suavizar los extremos del sismograma sintético y la función temporal de fuente con una ventana (e.g., *Hanning taper*) antes de aplicar la transformada de Fourier ya que las señales no presentan variaciones abruptas en los bordes. La figura (5.5) presenta la FTS1D obtenida del cociente espectral del movimiento en superficie y el movimiento incidente (figura 5.2-b).



**Figura 5.5:** Ilustración de la FTS1D obtenida de la simulación. El valor de la abscisa  $f_0$  y  $f_1$  se corresponden con los valores teóricos (ecuación 5.3) de 1.04 y 3.125 Hz respectivamente. Sin embargo, el error relativo con respecto al valor teórico  $A_{max} = 6.3$  (ecuación 5.4) correspondiente al primer y segundo pico es de 1.1 y 11.38 % respectivamente. El valor inicial de la curva es 2. Esto se debe a que las longitudes de onda grandes (de periodo largo) no son sensibles al espesor del estrato, por lo cual solo se duplica su amplitud (efecto de superficie libre).

Es claro que la FTS1D no se corresponde con la FTT1D, pues en ausencia de atenuación, la FTT1D está constituida de picos sucesivos con una amplitud de 6.3 (ecuación 5.4). Las diferencias entre los resultados obligan a evaluar la causa del error observado en este dominio, ya que se observa una buena estimación para el primer pico correspondiente a la frecuencia de resonancia fundamental  $f_0$ , mientras que el segundo pico contrasta fuertemente con la amplificación teórica esperada. Para explicar el desacuerdo de los resultados se formuló la siguiente hipótesis: el error del primer y segundo pico se debe al decaimiento de la amplitud observado en el intervalo de 1-4  $Hz$  del espectro de amplitud del pulso de entrada. Si se observa la figura (5.2-b), el factor de decaimiento en la amplitud es del orden de 10 en dicho intervalo. Para corroborar la hipótesis se realizaron dos simulaciones extras. En la primera únicamente se reduce la duración del pulso de Gabor para aumentar la región plana del espectro de amplitud hasta los 8  $Hz$ , donde la amplitud empieza a decaer paulatinamente. Es necesario que los sismogramas sintéticos se filtren con un filtro pasabajos ya que la frecuencia  $f_{AC}$  (ecuación 3.35) es aproximadamente 4.2  $Hz$ , tal que, la frecuencia de corte del filtro no rebasa el valor máximo de la frecuencia  $f_{AC}$  que el método propaga correctamente. Al aumentar la región plana del espectro de amplitud del pulso, se pierde calidad en el dominio del tiempo (por no cumplirse la condición 3.35), pero ésta se gana en el dominio de la frecuencia pues el error en el primer pico y segundo pico de la FTS1D se reduce a menos del 1%. En la segunda simulación, se ingresan los mismos parámetros del pulso de Gabor correspondientes a la figura (5.2-a), pero en este caso, se aumenta el espesor del estrato a 280  $m$ , lo que permite que el primer y segundo pico de amplificación se presenten en la banda de frecuencia donde el espectro de amplitud es casi plano (ver figura 5.2-b). La figura (5.6) muestra los resultados de la segunda simulación que corrobora lo expuesto en la hipótesis descrita anteriormente. Nótese que los valores de la frecuencia de resonancia  $f_n$  se desplazan hacia la izquierda, es decir, hacia las bajas frecuencias. Los valores correspondientes a  $f_0$  y  $f_1$  son 0.31 y 0.93 respectivamente (ecuación 5.3). Así pues, el error asociado al primer y segundo pico es menor al 1%, lo cual indica que el error disminuye significativamente porque las abscisas de los picos de amplificación se encuentran en la parte del dominio espectral, donde el espectro de amplitud del pulso de entrada es plano.



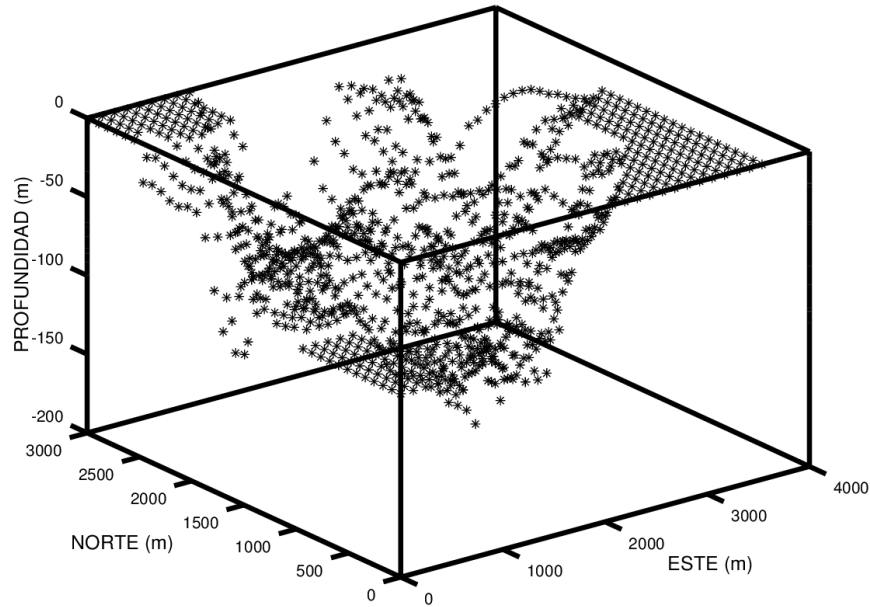
**Figura 5.6:** Ilustración de la FTS1D obtenida de la modelación de una capa de espesor  $H = 280$   $m$ . A partir de 2  $Hz$ , el error entre el valor teórico y el numérico aumenta porque comienza a decaer la amplitud del espectro de la fuente (ver figura 5.2-b).

Anteriormente, en el dominio del tiempo, se determinó el error entre el resultado teórico y el obtenido de la simulación para la amplitud de la onda refractada. No obstante, las discrepancias entre los resultados no son muy visibles en dicho dominio. En contraste, en el dominio de la frecuencia son más evidentes las diferencias entre el resultado teórico y el calculado en la simulación. El resultado se puede mejorar e incluso disminuir el error varias cifras significativas, si se discretiza con un espaciamiento más pequeño ( $\frac{h}{3}$ ) la región de los sedimentos y se emplea un pulso de entrada con una región plana más ancha en su espectro de amplitud. Sin embargo, el aumentar el valor de la frecuencia  $f_{AC}$  para hacer que el cálculo sea preciso a altas frecuencias tendría un costo de memoria y tiempo de cálculo innecesario pues en la respuesta 1D, el interés recae en caracterizar la abscisa y la ordenada del primer pico de amplificación de la función de transferencia, para el cual observamos un buen acuerdo entre la FTS1D y la FTT1D.

## 5.4 Preparación del modelo 3D

La geometría de la cuenca obtenida de la inversión gravimétrica se transformó de coordenadas geográficas a metros para realizar la discretización. Para evitar tener coordenadas extensas, se tomó como punto de referencia la coordenada mínima del conjunto de datos ( $73.07^\circ$  W,  $36.84^\circ$  S). Los datos se rotaron para que coincidieran con el norte geográfico. De esta forma, las coordenadas de los datos concuerdan con el dominio de la malla (ver figura 5.7). Las dimensiones de la región de estudio son de  $3534.9$  m en la dirección EW y  $2973.7$  m en la dirección NS vista en planta. El espaciamiento entre puntos es de  $121.9$  m en la dirección EW,  $84.9$  m en la dirección NS y la cota mínima tiene un valor de  $-161.87$  m. Se considera que la geometría de la interfaz (figura 5.7) separa los dos medios homogéneos del modelo 3D, es decir, los sedimentos y el lecho de roca. Hay dos razones para considerarlos homogéneos: la primera es la falta de información sobre los valores de velocidad de propagación reales en ambos medios, la segunda es porque se considera que el contraste de impedancia efectivo entre ambos medios es más importante que la estructura irregular de los sedimentos. Esta aseveración está fundada en las observaciones de Bard y Gariel (1986). Ellos demostraron que la respuesta sísmica 2D cambia sólo cuantitativamente si se considera a los sedimentos homogéneos o con un gradiente de velocidad (no se modifica cualitativamente el comportamiento del depósito de sedimentos). Se considera que la densidad no varía significativamente en las regiones cercanas a la superficie, por esa razón, se impone el mismo valor de densidad en ambos medios.





**Figura 5.7:** Geometría de la interfaz transformada de coordenadas geográficas a metros. Todos los puntos tienen como referencia la coordenada mínima (Este, Norte) del conjunto de datos.

En general, las principales dificultades de la modelación numérica 3D están en la preparación del modelo más que en la simulación. En el caso de la simulación numérica de efectos de sitio, los detalles de las geometrías de las estructuras 3D adquieren mucha relevancia ya que condicionan fuertemente la respuesta sísmica del sitio. Por ello, el primer paso es decidir que características del medio se desean modelar en función de los recursos de cómputo asequibles y la información disponible sobre la estructura 3D. Así se cuantifica cuanta memoria de alojamiento se requiere para especificar en el modelo la distribución de los módulos elásticos y la densidad en cada nodo del dominio discretizado. Se consideran tres contrastes de impedancia diferentes. Las velocidades de las ondas S en los sedimentos se tomaron de la figura (4.6). Se consideraron dos valores límite de velocidad ( $350$  y  $250 \frac{m}{s}$ ) y un valor intermedio ( $275 \frac{m}{s}$ ). En el caso de la velocidad de la onda P para los sedimentos y el basamento, se obtiene considerando que se comportan como un sólido de Poisson ( $\frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{3}$ ). No se considera la atenuación ( $Q_P = \infty$  y  $Q_S = \infty$ ), pues no se cuenta con mediciones de ninguna índole de los factores de calidad. Las tablas (5.1, 5.2 y 5.3) indican los parámetros mecánicos asignados a cada modelo.

**Tabla 5.1:** *Propiedades mecánicas pertenecientes al modelo 1*

Medio	$V_s \left( \frac{m}{s} \right)$	$V_p \left( \frac{m}{s} \right)$	$\rho \left( \frac{kg}{m^3} \right)$
Sedimentos	350	606	1800
Basamento	1100	1905	1800

**Tabla 5.2:** *Propiedades mecánicas pertenecientes al modelo 2*

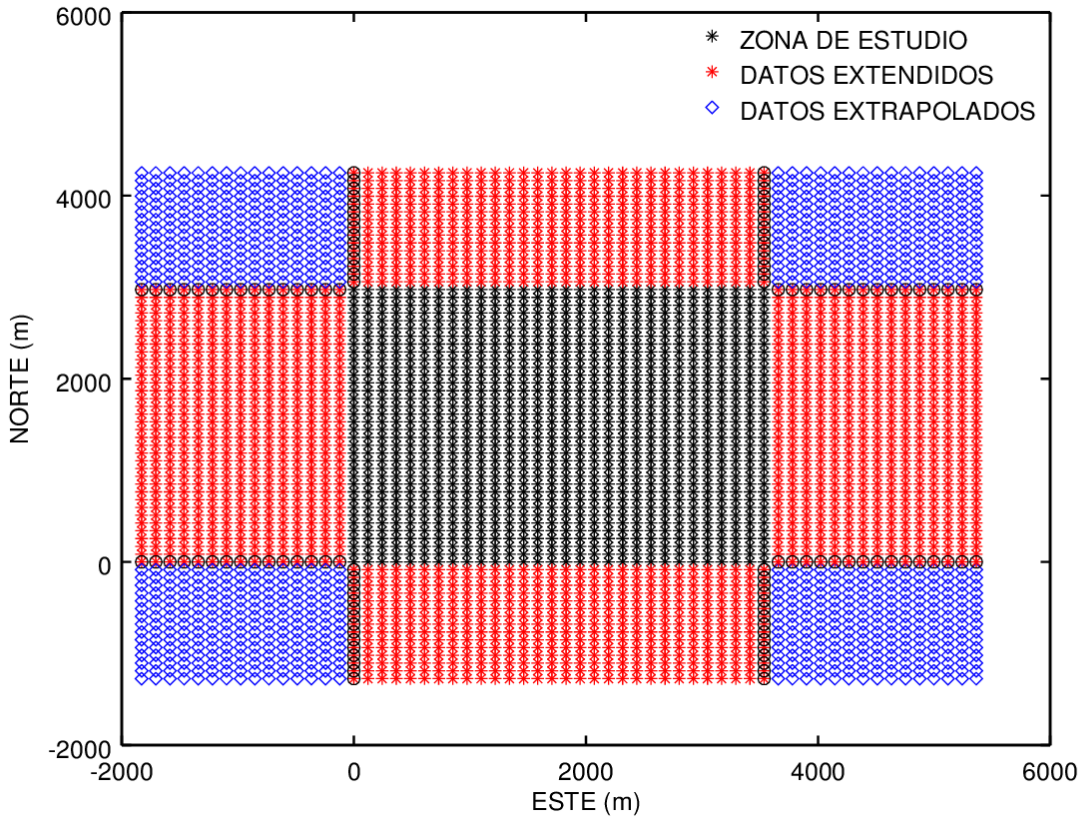
Medio	$V_s \left( \frac{m}{s} \right)$	$V_p \left( \frac{m}{s} \right)$	$\rho \left( \frac{kg}{m^3} \right)$
Sedimentos	275	476	1800
Basamento	1100	1905	1800

**Tabla 5.3:** *Propiedades mecánicas pertenecientes al modelo 3*

Medio	$V_s \left( \frac{m}{s} \right)$	$V_p \left( \frac{m}{s} \right)$	$\rho \left( \frac{kg}{m^3} \right)$
Sedimentos	200	346	1800
Basamento	1100	1905	1800

Al elegir como excitación del campo de ondas la incidencia vertical de una onda plana, el código de Kristek y Moczo implementa automáticamente planos de simetría en las fronteras laterales y en la inferior del modelo. Estas condiciones de fronteras simétricas son requeridas para propagar correctamente el frente de onda plano (Moczo, 1989). Sin embargo, se debe tomar en cuenta que estas condiciones de frontera generan ondas espurias que pueden contaminar la región de interés. Por ello, se extiende el dominio de nuestra malla para excluir de la ventana de tiempo del cálculo las contribuciones artificiales al movimiento (ver figura 5.8). Se consideraron dos criterios para decidir como hacer la extensión lateral: la primera opción era inferir la forma de la cuenca por medio de la

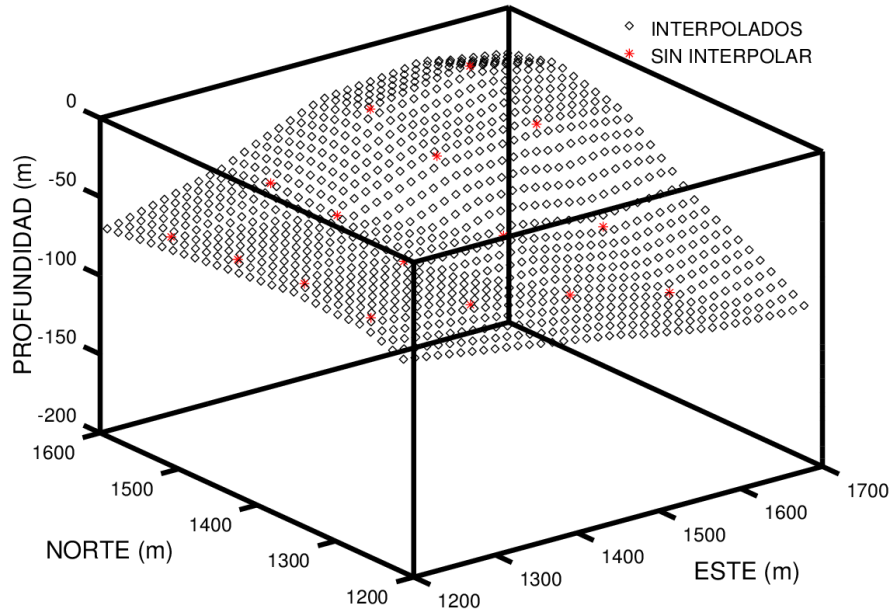
geología en las regiones donde no se cuenta con información geofísica y la segunda era únicamente extender los bordes sin modificación alguna de las cotas. Se optó por la segunda opción porque en algunas regiones del modelo, la geología sugiere que el espesor de los sedimentos disminuye, no obstante, esos bordes laterales inferidos promoverían la generación de ondas superficiales que complicaría aún más la respuesta sísmica. En la elongación de los bordes se mantienen intactos los espaciamientos entre los nodos en las tres direcciones. Las áreas vacías generadas por la extensión lateral se rellenan extrapolando los datos de los bordes de los datos extendidos (ver figura 5.8).



**Figura 5.8:** Extensión del dominio respecto a los datos de la zona de interés (ver figura 5.7) vista en planta. En color rojo la extensión lateral de los bordes. Nótese que las regiones de color azul se extrapolaron a partir de los bordes de las extensiones laterales (círculos negros).

Para que los cálculos sean precisos hasta una frecuencia  $f_{AC}$  de aproximadamente  $4.5 \text{ Hz}$ , el muestreo espacial debe ser más pequeño que el espaciamiento original de los datos. Por consiguiente, el valor del espaciamiento  $h$  se obtiene considerando el valor máximo  $f_{AC}$  y el valor de velocidad de la onda S más pequeño (ver ecuación 3.35). Los datos de la malla extendida se interpolaron empleando el método lineal para obtener una discretización 3D más fina de la interfaz. Posteriormente, se verificó que no existieran datos fuera de tendencia generados por la interpolación, de tal forma, que la variación entre nodos adyacentes sea suave (ver figura 5.9). La figura (5.10) representa los datos interpolados a partir de la malla extendida (figura 5.8). Las dimensiones finales de los tres modelos son  $9586$  y  $8242 \text{ m}$  en la dirección EW y NS respectivamente. La profundidad para el modelo 1 es de  $4746 \text{ m}$  y  $3458 \text{ m}$  para los modelos 2 y 3. La discretización en cada bloque de la malla tiene un muestreo espacial constante en las tres direcciones, en la región de malla fina de  $\frac{h}{3}$

y en la malla gruesa de  $h$ . El valor del espaciamiento  $h$  se determinó a partir de las propiedades mecánicas de los sedimentos y el valor  $f_{AC}$ . En los tres modelos se considera que la malla fina cubra una profundidad 25 % mayor a la cota mínima de la interfaz.

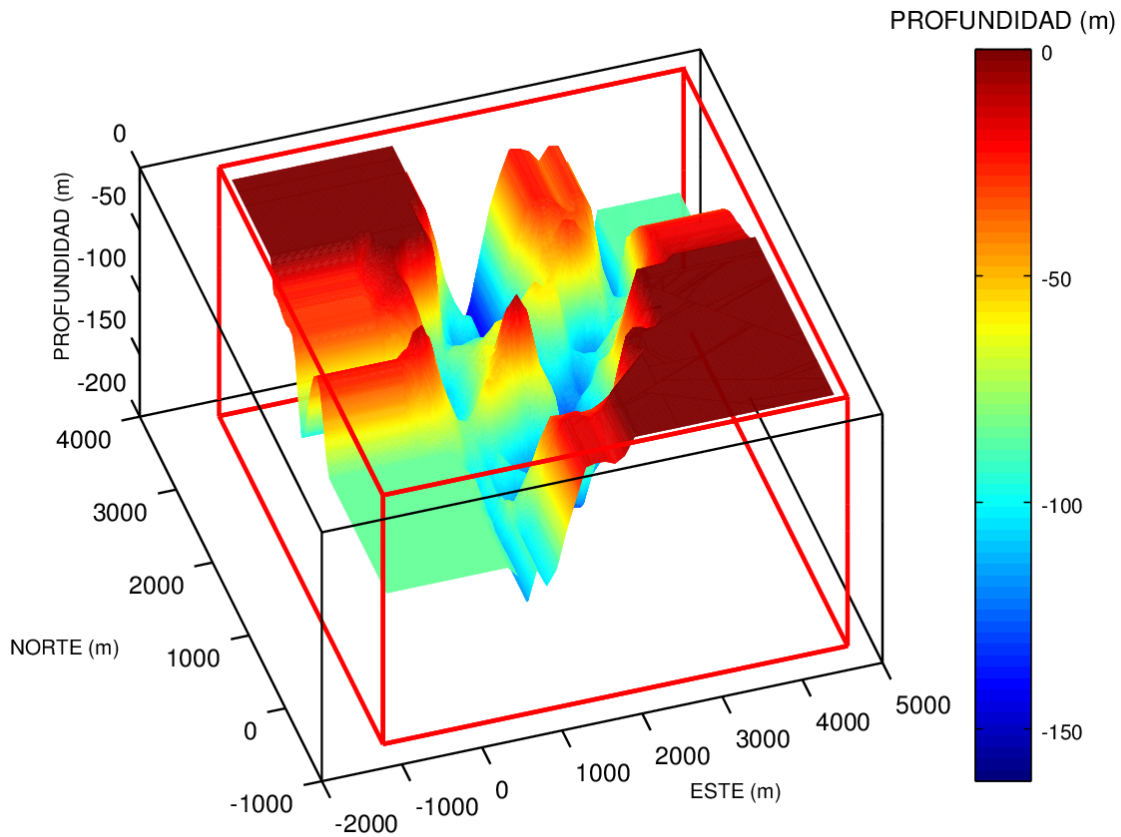


**Figura 5.9:** Ilustración de un sector de la geometría de la interfaz interpolada. En rojo los datos pertenecientes a la figura (5.8). En negro los nodos resultado de la interpolación lineal.

La cuantificación de la memoria requerida para el cálculo implica conocer el costo de cada celda de diferencias finitas, donde se especifican los valores de los módulos elásticos y la densidad que les corresponden según su posición. Moczo *et al.* (1999) determinaron que el requerimiento de memoria del esquema implementado en el código de diferencias finitas está en función de los siguientes parámetros:

$$RM = p * MX * MY * MZ * 17, \quad (5.6)$$

donde  $RM$  significa requerimiento de memoria,  $p$  es la precisión de las variables declaradas en *Fortran*,  $MX$ ,  $MY$ ,  $MZ$  son el número de celdas en las direcciones x,y,z respectivamente. La ecuación (5.6) corresponde al requerimiento de memoria de un medio perfectamente elástico. En caso de querer asignar atenuación en el modelo, el uso de factores de calidad de las ondas sísmicas ( $Q_s, Q_p$ ) incrementa considerablemente los requerimientos de memoria en función del número de frecuencias de relajación asignadas (Moczo *et al.*, 1999). En nuestro caso, el requerimiento de memoria está en el rango de 10510-19920 *MB* empleando variables de doble precisión  $p = 8$ .



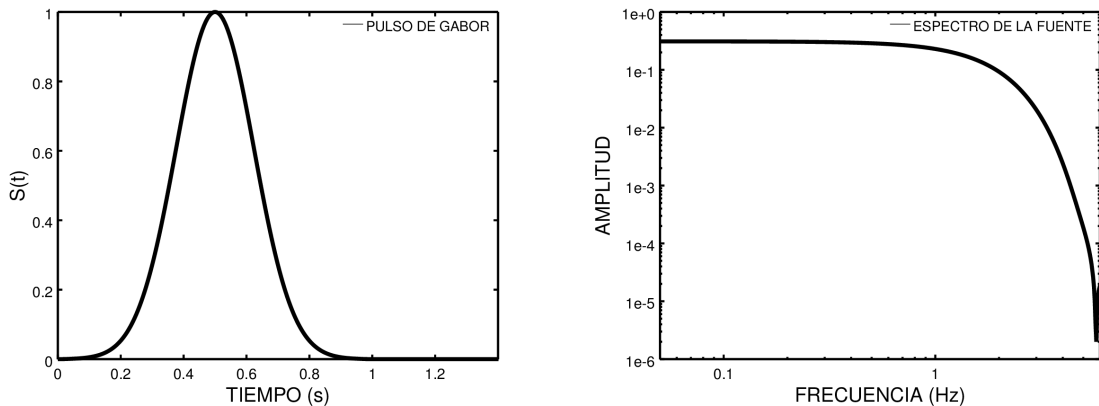
**Figura 5.10:** Modelo 3D obtenido de la interpolación de los datos de la malla extendida. La barra de colores indica la profundidad del contacto sedimento-roca. En las regiones donde la profundidad es cero, el lecho de roca aflora en la superficie.

# Capítulo 6

## Resultados de las simulaciones numéricas

### 6.1 Parámetros y aspectos generales de las simulaciones

Se compara la respuesta sísmica 3D con la unidimensional mediante la evaluación de algunos parámetros del movimiento en los dominios de la frecuencia y del tiempo. Los modelos 3D incluyen la geometría de la interfaz y el contraste de impedancia mientras los modelos 1D equivalentes se basan únicamente en el contraste de impedancia. Como excitación del campo de ondas se considera la incidencia vertical de ondas planas P y S. El código de diferencias finitas permite especificar, en el caso de las ondas S, la dirección de polarización (EW y NS). La función temporal de la onda plana utilizada en las simulaciones está descrita por el pulso de Gabor cuyos parámetros son  $f_p = 0.18 \text{ Hz}$ ,  $\gamma = 0.2$ ,  $\Psi = 0$  y  $t_s = 0.5 \text{ s}$ . La figura (6.1) muestra el pulso en los dominios de la frecuencia y del tiempo. Se eligió este pulso porque su espectro de amplitud es casi plano en el rango donde los cálculos son precisos ( $\approx 4.5 \text{ Hz}$ ).



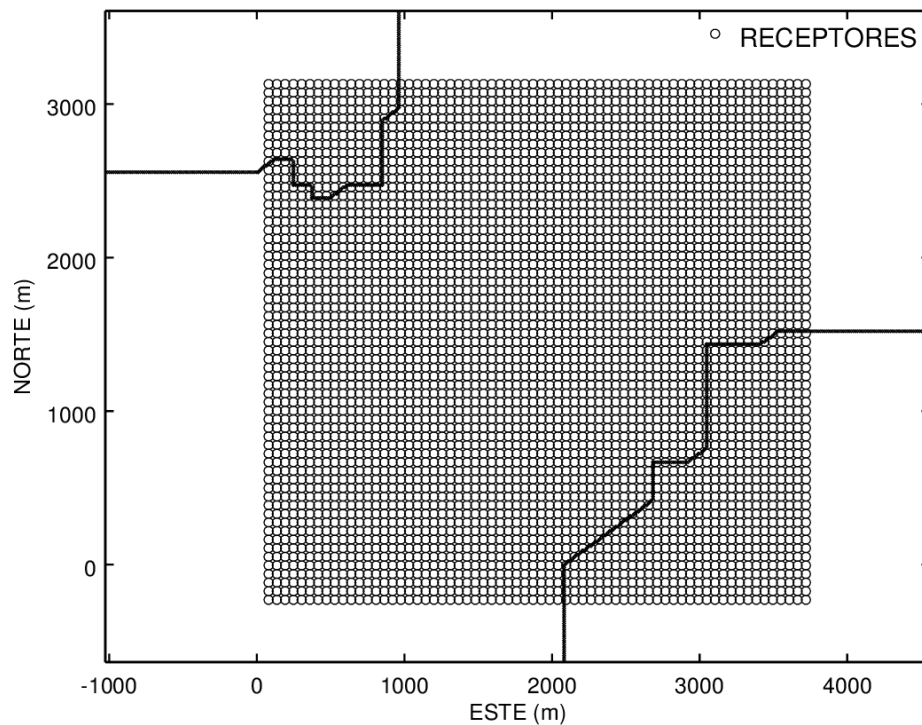
(a) Ilustración del pulso de Gabor como excitación

(b) Espectro de amplitud del pulso de Gabor (a)

**Figura 6.1:** Ilustración de la señal de entrada y su espectro de amplitud.

Se colocaron 4026 receptores en la superficie libre para calcular el movimiento (figura 6.2). El espaciamiento entre receptores es menor a la longitud de onda mínima propagada en los sedimentos. Como la velocidad de propagación de la onda P en el basamento es igual en todos los modelos, se usa el mismo paso de tiempo  $\Delta t$  de 0.001 s en todas las simulaciones. Se obtienen la velocidad

de partícula en todos los receptores cada cinco niveles de tiempo. Aunque la discretización de los modelos es diferente, las coordenadas de los receptores coinciden en todas las simulaciones.



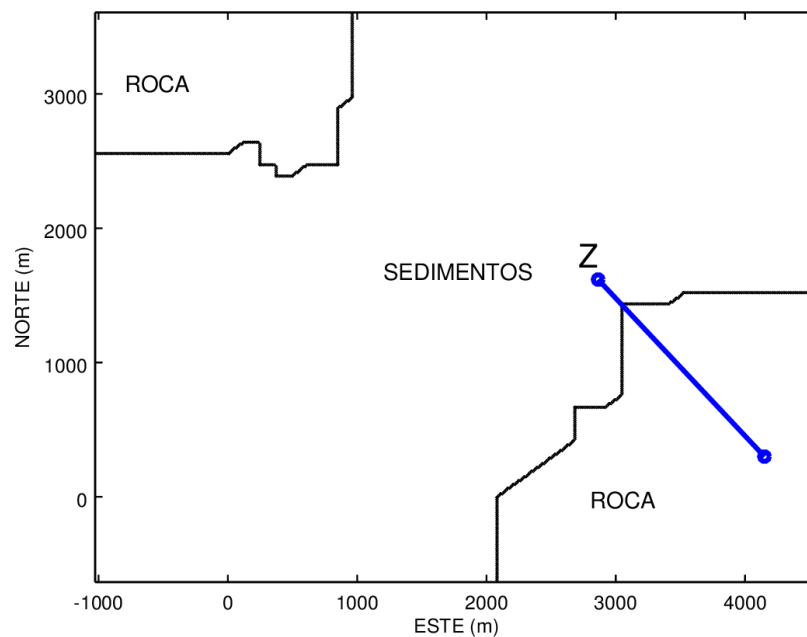
**Figura 6.2:** Ilustración de los receptores en la superficie libre. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos de la cuenca.

## 6.2 Verificación de las simulaciones

El esquema de cuarto orden de aproximación de diferencias finitas tiene restricciones, con respecto al muestreo espacial y temporal, para asegurar la estabilidad del cálculo y mitigar el efecto de dispersión de la malla en el rango de frecuencia, donde el cálculo es preciso. No obstante, se requiere evaluar otras posibles fuentes de error (e.g., el tipo de fronteras) en las simulaciones. Por ello, se investiga la influencia del efecto acumulativo de la dispersión de la malla; si el pulso de entrada se distorsiona al interactuar con la discontinuidad y la superficie libre o si existe contaminación en los sismogramas sintéticos por el uso de las condiciones de fronteras simétricas.

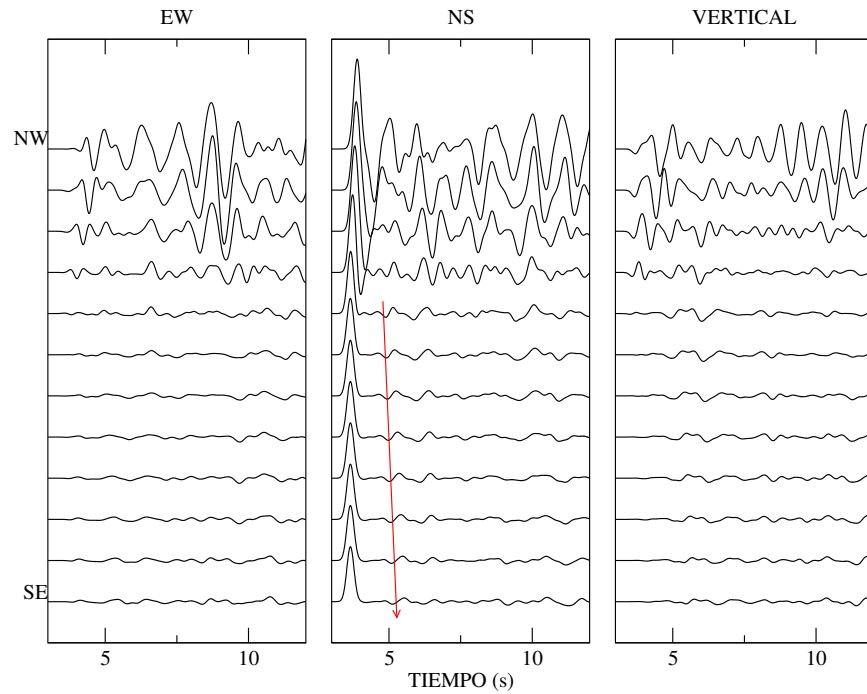
Primero, se verificó que las perturbaciones inducidas en las regiones circundantes a la cuenca no sean originadas por ondas artificiales provenientes de las fronteras laterales. Por ello, se compararon los resultados de dos modelos con extensiones laterales diferentes. No se observaron cambios en el movimiento calculado de ambos modelos. En la figura (6.3), se presenta el ejemplo de una sección perpendicular al borde de la cuenca. Las figuras (6.4 y 6.5) muestran una sección sísmica en común de los modelos dos y tres finales (tablas 5.2 y 5.3). Los sismogramas sintéticos calculados en roca muestran trenes de ondas propagándose hacia afuera de la cuenca. El retraso en el tiempo de arribo de las ondas propagadas hacia el sureste de la sección  $Z$  indica que no son ondas espurias.

Parte de las perturbaciones observadas en roca dura, se generan por ondas difractadas irradiadas directamente desde la discontinuidad. Esta difracción produce ondas en distintas direcciones que se propagan con diferentes velocidades aparentes. Este fenómeno se produce cuando las longitudes de onda son comparables a las dimensiones de los detalles geométricos de la interfaz. La otra contribución al movimiento observada en la zona de roca es producto de la refracción lateral de la energía atrapada en la cuenca con la roca circundante. Cuando se comparan las secciones sísmicas comunes (e.g., sección Z, figura 6.3) de los tres modelos 3D, se observa que conforme el contraste de impedancia aumenta, la cantidad de energía atrapada en el interior de la cuenca aumenta. En otras palabras, cuanto más grande es el valor del contraste de impedancia en el modelo, el coeficiente de reflexión  $R_{BS}$  del movimiento difractado y el coeficiente de transmisión  $T_{SB}$  de la energía refractada proveniente de la cuenca son más pequeños.

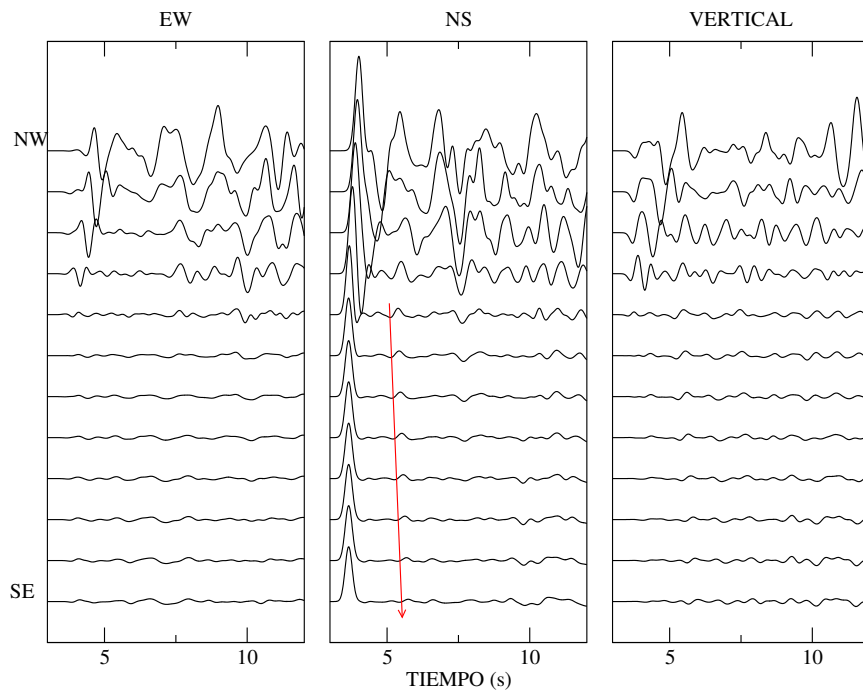


**Figura 6.3:** Ilustración del modelo 3D visto en planta. La línea azul continua indica la sección sísmica Z con dirección  $N45^\circ W$ . La línea negra continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos de la cuenca en superficie.





**Figura 6.4:** Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 12 receptores ubicados a lo largo de la sección Z correspondiente al modelo 2 (tabla 5.2). La excitación del modelo es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. La escala de amplitud es común a todas las trazas. La flecha roja indica la propagación de ondas hacia afuera de la cuenca.



**Figura 6.5:** Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 12 receptores ubicados a lo largo de la sección Z correspondiente al modelo 3 (tabla 5.3). La excitación del modelo es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. La escala de amplitud es común a todas las trazas. La flecha roja indica la propagación de ondas hacia afuera de la cuenca.

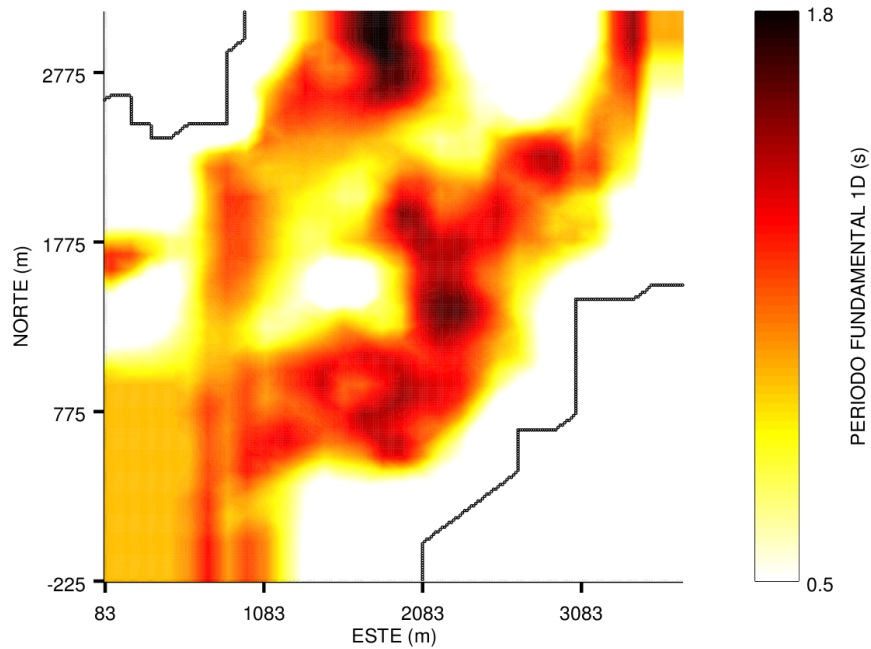
Hemos verificado que los efectos de dispersión debidos a la malla son insignificantes en nuestros resultados. A continuación se describen los criterios usados para descartar dichos efectos en el caso particular del modelo tres (tabla 5.3). Se determina si existen discrepancias en la respuesta sísmica, al emplear dos valores distintos de espaciamiento  $h$  (6 y 7.5 m) e imponer los mismos parámetros físicos en los dos modelos. Ambos valores de espaciamiento permiten que los cálculos sean precisos para las frecuencias menores a 4.5 Hz. Se analiza la relación de la velocidad de fase ( $c = \frac{\omega}{k}$ ) con las frecuencias del espectro de la fuente y el número de onda. Esto permite determinar si el efecto acumulativo debido a la dispersión de la malla afecta las simulaciones. En la región ocupada por los sedimentos, la velocidad mínima de propagación es la velocidad de la onda S ( $V_S = 200 \frac{m}{s}$ ). Al evaluar la condición (3.35) para valores de espaciamiento  $h$  de 6 y 8 m, se obtiene una  $f_{AC}$  de 4.44 y 5.5 Hz respectivamente. Tomando el valor pequeño de  $f_{AC}$ , se tiene una longitud de onda mínima de 45 m. Ya que el esquema de cuarto orden de aproximación de diferencias finitas requiere al menos un muestreo de  $\frac{6h}{\lambda}$  (Moczo *et al.*, 2000), para un espaciamiento  $h$  de 6 y 7.5 m, se tiene que  $h$  es 7.5 y 6 veces menor a la longitud de onda mínima propagada en el modelo. No se observaron distorsiones o retrasos en el tiempo de arribo de los pulsos de las secciones sísmicas comunes a ambos modelos. Esto permite asegurar que la dispersión observada en las secciones sísmicas es producto del fenómeno físico y no de origen numérico. Al variar únicamente la profundidad de los modelos y comparar la respuesta sísmica, los sismogramas sintéticos no presentaron distorsiones en la forma de onda o contaminación debida a reflexiones artificiales. Por ello, se descarta que el error acumulativo generado por la dispersión de la malla sea significativo para las distancias de propagación involucradas en el cálculo o que se induce contaminación de ondas artificiales por el uso de la condición de plano de simetría en la frontera inferior del modelo. Tampoco se observaron cambios en la respuesta sísmica 3D al variar suavemente los parámetros del pulso. En caso de que la región plana del espectro de amplitud del pulso esté fuera del rango de frecuencias, donde el cálculo es preciso, se deben filtrar los sismogramas sintéticos.

### 6.3 Resultados en el dominio de la frecuencia

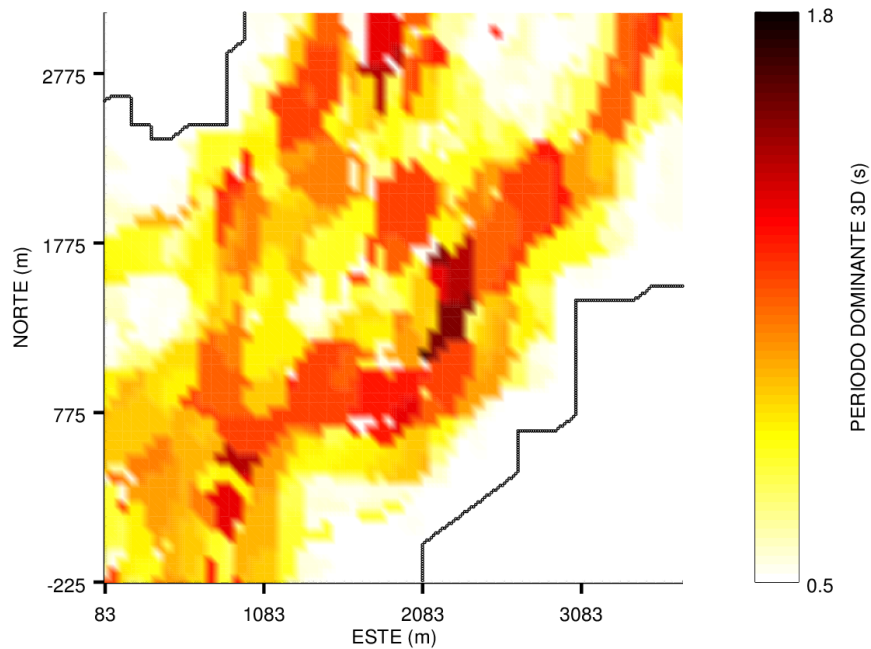
Después de corroborar que los resultados de las simulaciones son fiables, se analiza la respuesta sísmica 3D en el dominio la frecuencia. Considerando que en términos de la respuesta 1D del sitio, el interés radica en determinar la abscisa y la ordenada del primer pico de amplificación de la Función de Transferencia Teórica 1D (FTT1D), estos se comparan con la abscisa y la ordenada correspondientes al pico más bajo de amplificación de la Función de Transferencia Sintética 3D (FTS3D). No obstante, la complejidad de la respuesta sísmica 3D se refleja en la FTS3D, por lo cual, el primer pico de amplificación no es necesariamente el más grande.

Para obtener las FTS3D's, primero se procesaron los 4026 sismogramas sintéticos del arreglo de receptores. Se usó una ventana (*taper*) en el dominio del tiempo para suavizar el extremo derecho (5 % de la duración total) de los sismogramas sintéticos antes de aplicar la transformada de Fourier. Posteriormente, se empleó una ventana de *Hanning* para suavizar los espectros de amplitud, y así obtener las FTS3D'<sup>S</sup> por medio del cociente de los espectros de amplitud de la respuesta sísmica 3D con el espectro de amplitud de la señal incidente (en caso de requerir remover el factor de superficie libre, se debe dividir por 2). En el cálculo de los cocientes espectrales se ignora el movimiento difractado observado en las direcciones perpendiculares a la dirección de polarización (aunque se transfiere energía a los componentes perpendiculares a la dirección de polarización de

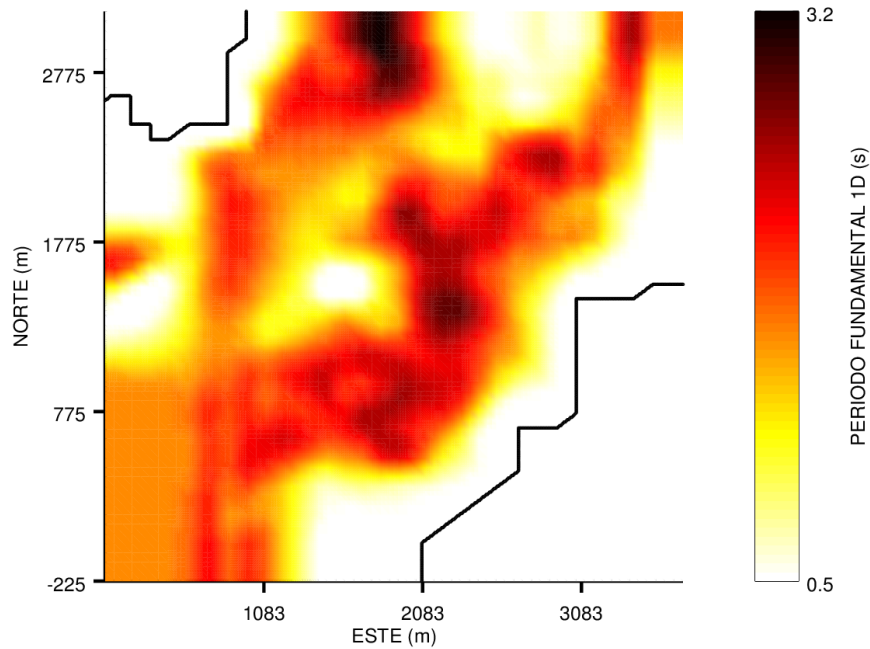
la onda incidente, la amplitud del movimiento difractado es pequeña con respecto al movimiento incidente).



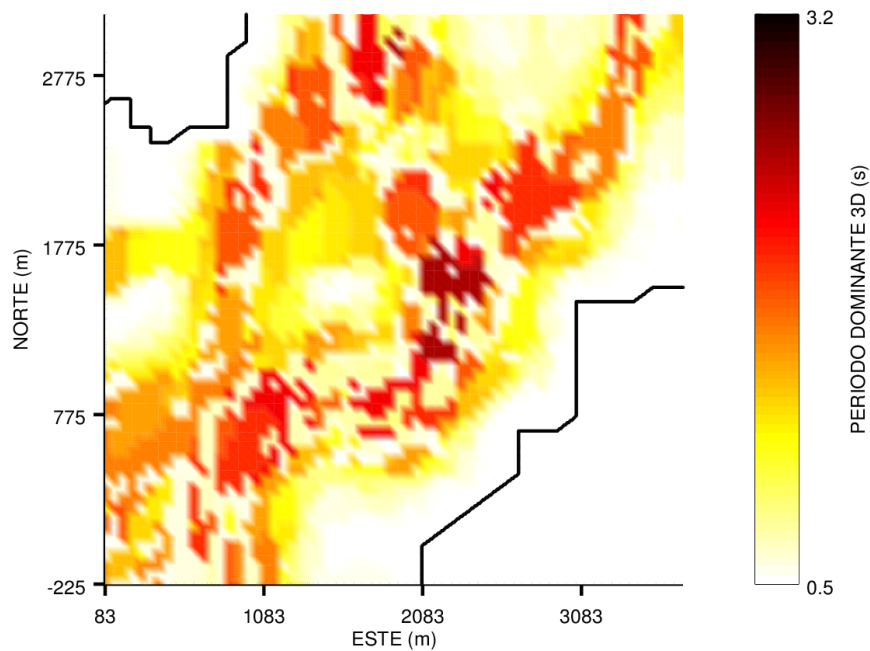
**Figura 6.6:** Mapa de periodo fundamental ( $T_0$ ) correspondiente al modelo 1 (tabla 5.1). Se considera un modelo 1D equivalente para cada punto de la interfaz. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.7:** Mapa de periodo dominante ( $T_{3D}$ ) correspondiente al modelo 1 (tabla 5.1). La polarización de la onda  $S$  plana incidente es en la dirección NS. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.8:** Mapa de periodo fundamental ( $T_0$ ) correspondiente al modelo 3 (tabla 5.3). Se considera un modelo 1D equivalente para cada punto de la interfaz. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.9:** Mapa de periodo dominante ( $T_{3D}$ ) correspondiente al modelo 3 (tabla 5.3). La polarización de la onda S plana incidente es en la dirección NS. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.

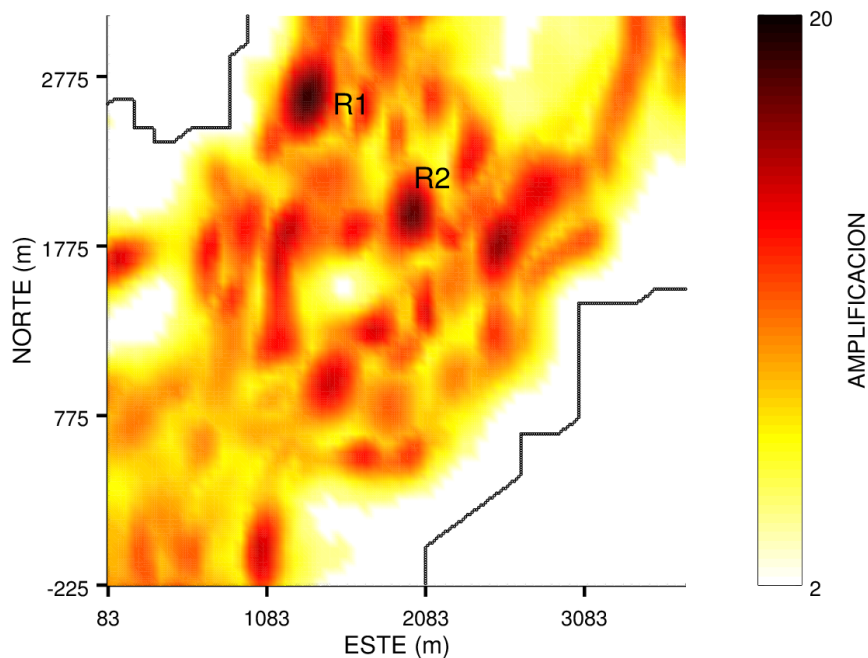
Como primer paso se examinó la disparidad entre la abscisa de la FTT1D y la FTS3D del primer pico de amplificación. La frecuencia fundamental de resonancia ( $f_0$ ) es función del espesor y la velocidad de las ondas S de los sedimentos (ecuación 5.3). Por ello, se compara la frecuencia

fundamental de resonancia ( $f_0$ ) con la frecuencia dominante ( $f_{3D}$ ) considerando, en el caso de la primera, la profundidad de cada punto de la interfaz como un estrato equivalente. En el caso de la frecuencia dominante ( $f_{3D}$ ), esta se obtiene de la respuesta 3D. Para relacionar fácilmente los resultados con la geometría de la interfaz, se generan los mapas del recíproco de la abscisa del primer pico de amplificación de la FTT1D ( $T_0 = \frac{1}{f_0}$ ) y de la FTS3D ( $T_{3D} = \frac{1}{f_{3D}}$ ) respectivamente (mapas 6.6, 6.7, 6.8 y 6.9).

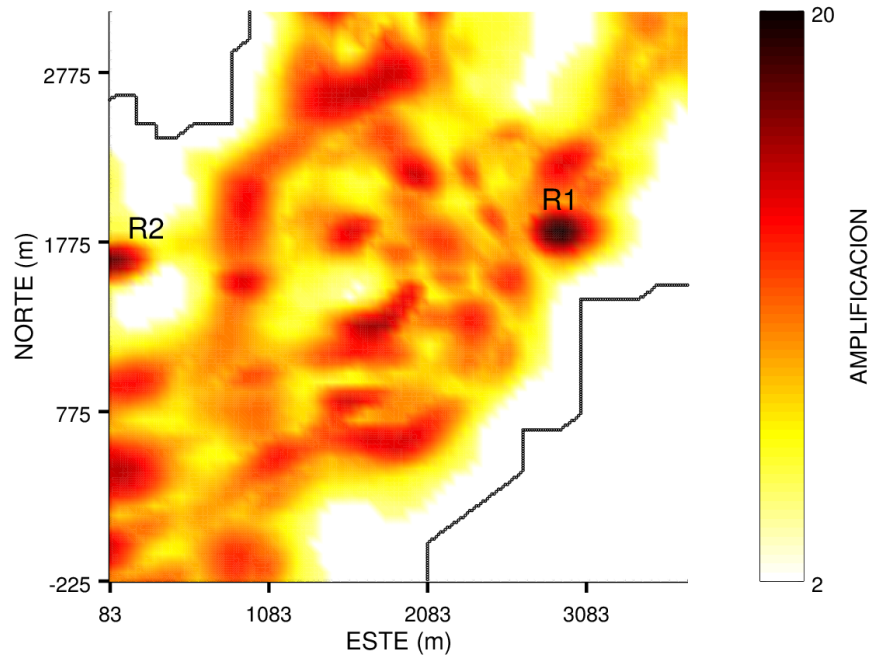
La principal diferencia, que salta a la vista, al comparar los mapas de periodo fundamental ( $T_0$ ) con sus homólogos en el caso 3D (modelos 5.2, 5.3) es que los primeros (mapas 6.6 y 6.8) presentan el mismo comportamiento que el espesor de los sedimentos, es decir, se observa una variación suave del periodo fundamental ( $T_0$ ) dominada por el valor de la profundidad de la interfaz debajo del punto de observación. Por el contrario, los mapas de periodo dominante ( $T_{3D}$ ) no muestran una variación espacial suave (figuras 6.7 y 6.9). En los mapas de periodo fundamental ( $T_0$ ), los valores más altos se presentan en las regiones más profundas del modelo y van decreciendo paulatinamente hacia los bordes (roca dura) y las regiones someras de la cuenca (e.g., la región de coordenadas [1500,1500]). Este comportamiento concuerda con el esperado porque la abscisa del primer pico de amplificación 1D ( $f_0$ ) es inversamente proporcional al espesor de la cuenca, por lo cual, la frecuencia fundamental de resonancia ( $f_0$ ) se desplaza hacia las bajas frecuencias cuando aumenta el espesor de los sedimentos. Por otra parte, aunque el periodo dominante ( $T_{3D}$ ) no varía de forma suave como el periodo fundamental ( $T_0$ ), se observa cierta dependencia del periodo dominante ( $T_{3D}$ ) con respecto a la profundidad de la interfaz.

En el caso de la ordenada del primer pico de amplificación de la FTT1D no tiene sentido generar mapas de amplificación porque no es función de la profundidad (ver ecuación 5.4), sino únicamente del contraste de impedancia. Como la región ocupada por los sedimentos y el basamento se considera homogénea en todos los modelos, la amplificación correspondiente al primer pico de la FTT1D es constante. Por tanto, con base en la ecuación (5.4), se obtuvo una amplificación 1D de 6.3, 8 y 11 con respecto a la onda incidente para los modelos 1 (tabla 5.1), 2 (tabla 5.2) y 3 (tabla 5.3) respectivamente. Los valores de amplificación 3D para incidencia vertical de ondas S planas se muestran en las figuras (6.10, 6.11, 6.12, 6.13, 6.14 y 6.15). En las regiones de roca dura, someras y cercanas a los bordes de la cuenca predomina el efecto de la superficie libre sobre el movimiento incidente, es decir, la duplicación de la amplitud de la señal incidente. En los casos de las regiones someras y cercanas a los bordes del modelo 3D, ello se debe a que las longitudes de onda involucradas resultan ser muy grandes con respecto al espesor de los sedimentos en esas regiones, por consiguiente, no son sensibles a ellas. No se mejora la sensibilidad del campo de ondas incidente con la geometría de la interfaz porque nuestro interés radica en el primer pico de amplificación situado a bajas frecuencias y para ese rango de frecuencias, el espectro de amplitud de nuestro pulso es casi plano. Por otro lado, usar un pulso con un espectro de amplitud más ancho requiere hacer más fino el muestreo espacial (al menos  $\frac{6h}{\lambda_{min}}$ ), lo cual aumentaría los costos computacionales de la simulación. Los mapas de amplificación 3D (6.10, 6.11, 6.12, 6.13, 6.14 y 6.15) muestran distintos islotes que varían en intensidad y posición. Hay que hacer notar que aunque el contraste de impedancia es el mismo en toda la cuenca, la amplificación no es homogénea. La densa red de receptores empleada nos permite tener una buena resolución de la distribución espacial del primer pico de amplificación 3D. Sin embargo, los valores máximos de las protuberancias son poco estables ya que dependen de la respuesta sísmica registrada en un solo receptor. De cada

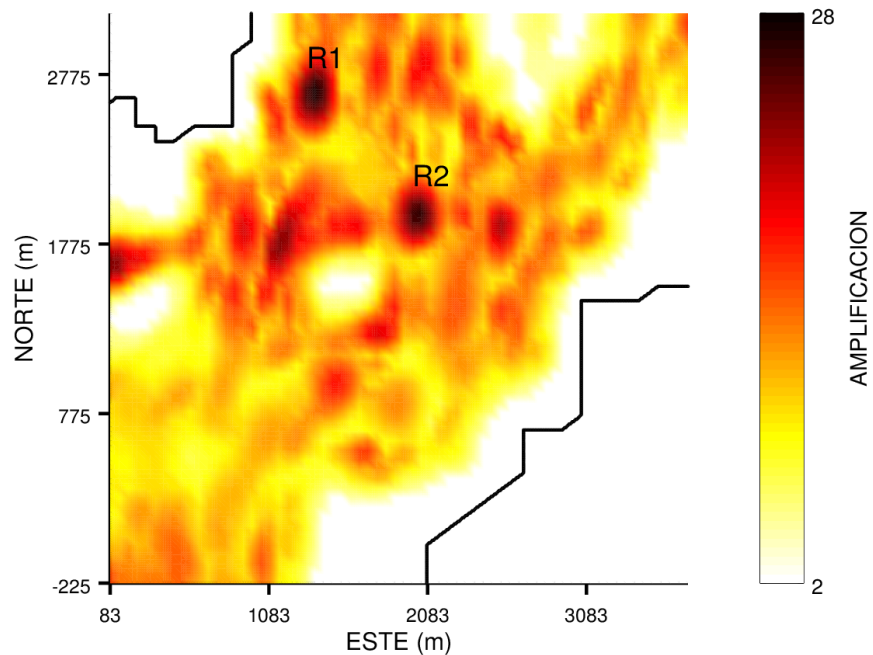
mapa se seleccionaron dos valores máximos indicados por los símbolos  $R1$  y  $R2$ . En el caso de los mapas (6.14 y 6.15), la escala de colores se truncó (de 42 a 34) para observar con más detalle la distribución espacial de los valores bajos de amplificación. La tabla (6.1) resume los valores de la frecuencia dominante ( $f_{3D}$ ) correspondientes a los valores máximos de amplificación ( $R1$  y  $R2$ ) y el cociente de esos valores con las frecuencias fundamentales de resonancia ( $f_0$ ) calculadas de los modelos 1D correspondientes a la ubicación de los valores máximos de amplificación 3D ( $R1$  y  $R2$ ). El factor (3D/1D) indica que la frecuencia dominante tiende a ser un poco más grande que la frecuencia fundamental de resonancia. No obstante, los valores de frecuencia dominante ( $f_{3D}$ ) están muy cercanos a los valores de frecuencia de resonancia ( $f_0$ ). El factor (3D/1D) varía entre 0.97 y 1.5. Este rango de valores indica, que al calcular la respuesta 3D, la frecuencia a la cual se presenta el primer pico de amplificación no cambia significativamente a la calculada en un modelo unidimensional. La tabla (6.2) resume los valores máximos de amplificación de las protuberancias ( $R1$  y  $R2$ ) y su comparación con la amplificación 1D. El factor (3D/1D) indica que la amplificación 3D es entre 2.6 y 3.8 veces más grande que la 1D. En otros estudios sobre efectos de sitio también se ha observado un aumento en la amplificación del movimiento al incluir las heterogeneidades laterales (2D y 3D). En el estudio de efectos de sitio 2D de Chávez-García y Faccioli (2000) se obtuvo un factor adicional al calculado en el modelo 1D entre 2 y 3 para la amplitud de los picos máximos observados en los cocientes de espectros de respuesta. Chávez-García (2003) determinó un factor (3D/1D) entre 1.7 y 2 (en términos de las funciones de transferencia) en la modelación 3D del efecto de sitio en el valle de Parway, Nueva Zelanda. Por supuesto, no es nuestro propósito comparar resultados obtenidos en el dominio de Fourier y en el dominio de los espectros de respuesta, pero llama la atención lo cercano que están los rangos de variación de amplificación adicional generados por las heterogeneidades laterales.



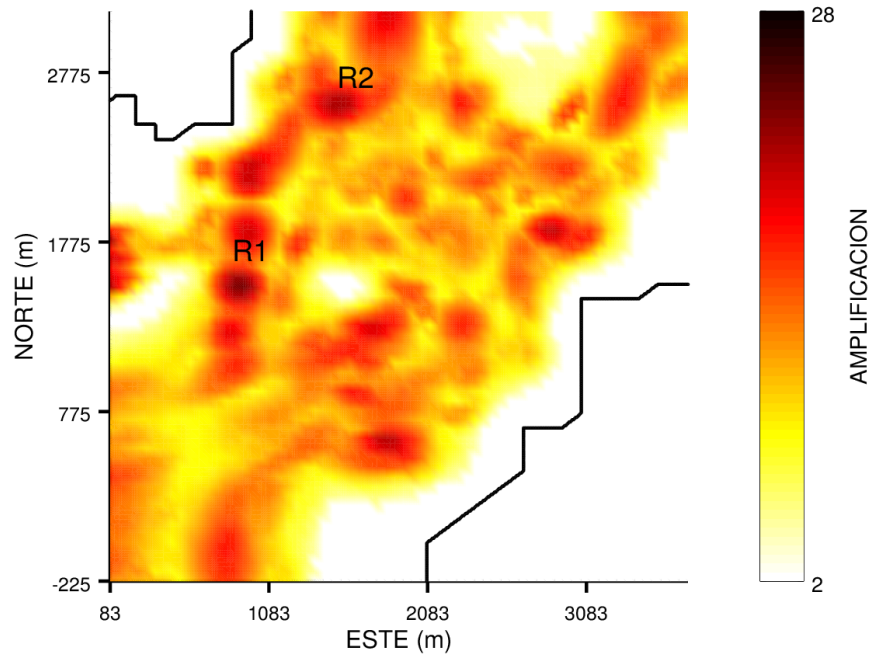
**Figura 6.10:** Mapa de amplificación 3D correspondiente al modelo 1 (tabla 5.1). La excitación usada es la incidencia vertical de una onda  $S$  plana polarizada en la dirección NS. Los símbolos  $R1$  y  $R2$  denotan regiones donde se presenta un valor máximo de amplificación. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



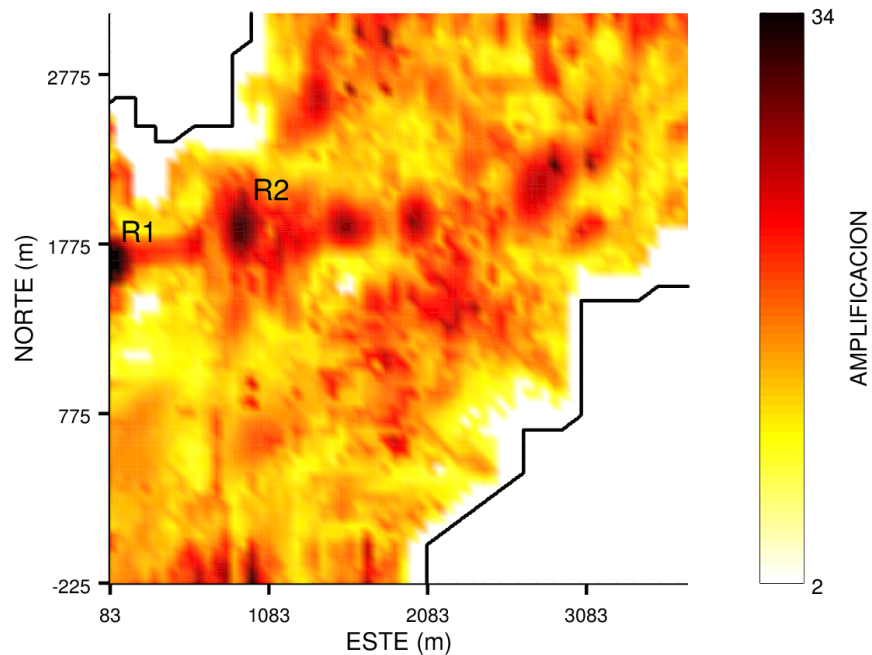
**Figura 6.11:** Mapa de amplificación 3D correspondiente al modelo 1 (tabla 5.1). La excitación usada es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. Los símbolos R1 y R2 denotan regiones donde se presenta un valor máximo de amplificación. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.12:** Mapa de amplificación 3D correspondiente al modelo 2 (tabla 5.2). La excitación usada es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. Los símbolos R1 y R2 denotan regiones donde se presenta un valor máximo de amplificación. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.

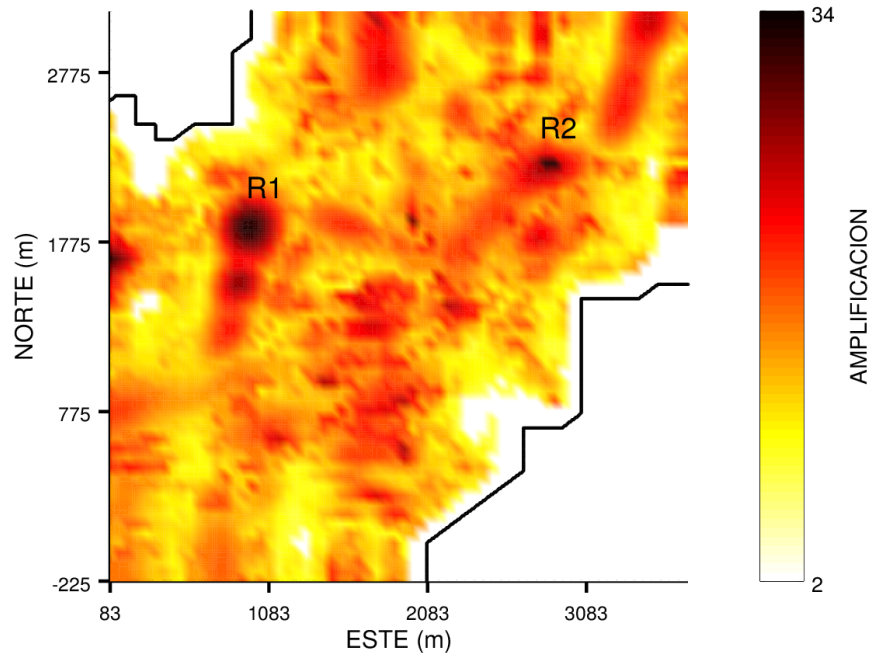


**Figura 6.13:** Mapa de amplificación 3D correspondiente al modelo 2 (tabla 5.2). La excitación usada es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. Los símbolos R1 y R2 denotan regiones donde se presenta un valor máximo de amplificación. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.14:** Mapa de amplificación 3D correspondiente al modelo 3 (tabla 5.3). La excitación usada es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. Los símbolos R1 y R2 denotan regiones donde se presenta un valor máximo de amplificación. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.





**Figura 6.15:** Mapa de amplificación 3D correspondiente al modelo 3 (tabla 5.3). La excitación usada es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. Los símbolos R1 y R2 denotan las regiones donde se presenta un valor máximo de amplificación. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.

**Tabla 6.1:** Comparación de la frecuencia a la que se presenta el primer pico de amplificación de la respuesta 3D y 1D en el dominio espectral. Los símbolos R1 y R2 representan valores máximos de amplificación.

<i>Modelo</i>	<i>Dir. de polarización (señal de entrada)</i>	$f_{3D}$ (R <sub>1</sub> )	$f_{3D}$ (R <sub>2</sub> )	<b>Factor</b> $\frac{3D}{1D}$ R <sub>1</sub> - R <sub>2</sub>
Modelo 1 (Tabla 5.1)	NS EW	0.84 Hz 1.03 Hz	0.83 Hz 1.04 Hz	0.97 - 1.17 1.1 - 0.82
Modelo 2 (Tabla 5.2)	NS EW	0.73 Hz 0.83 Hz	0.7 Hz 0.73 Hz	1.22 - 1.4 1.4 - 1.1
Modelo 3 (Tabla 5.3)	NS EW	0.68 Hz 0.53 Hz	0.53 Hz 0.64 Hz	1.4 - 1.2 1.17 - 1.5

**Tabla 6.2:** Comparación de la amplitud del primer pico de amplificación de la respuesta 3D y 1D en el dominio espectral. Los símbolos  $R_1$  y  $R_2$  denotan valores máximos de amplificación.

<i>Modelo</i>	<i>Dir. de polarización (señal de entrada)</i>	<i>Amplificación (<math>R_1</math>)</i>	<i>Amplificación (<math>R_2</math>)</i>	<i>Factor <math>\frac{3D}{1D}</math> <math>R_1 - R_2</math></i>
Modelo 1 (Tabla 5.1)	NS EW	18.9 19.7	16.7 18.3	3 - 2.6 3.1 - 2.9
Modelo 2 (Tabla 5.2)	NS EW	27.6 24	26 22.5	3.4 - 3.2 3 - 2.8
Modelo 3 (Tabla 5.3)	NS EW	42 37.2	33.5 34.3	3.8 - 3 3.4 - 3.1

La amplificación adicional a la calculada del contraste de impedancia y su distribución espacial son causadas por dos efectos de la geometría irregular 3D de la cuenca: el primero es la generación local de ondas superficiales por los bordes de la cuenca (Bard y Bouchon, 1980a, 1980b) y el segundo es la focalización de los frentes de onda incidentes por los bordes de la cuenca y la variación de la profundidad de la interfaz (e.g., Graves *et al*, 1998). La relación entre la profundidad  $h$  (menor a 162 m) y la extensión lateral de cuenca ( $l$ ) más extensa (menor a 2.5 km) muestra que la cuenca es somera ( $\frac{h}{l} < 0.1$ ). Considerando la relación de forma (*shape ratio*  $\frac{h}{l}$ ) y los contrastes de velocidad de nuestros modelos, los resultados empíricos (ver figura 2.1) de Bard y Bouchon (1995) indican que la respuesta sísmica de la cuenca está dominada por la resonancia 1D y la generación local de ondas superficiales creadas por las discontinuidades laterales de la cuenca.

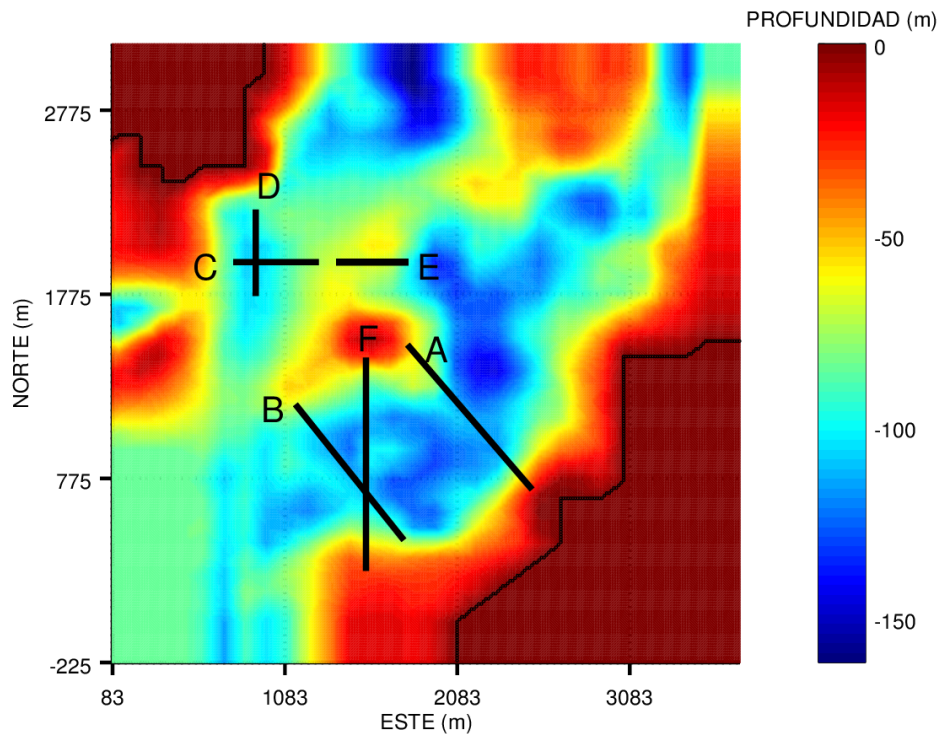
El principal efecto de variar la polarización del movimiento incidente es el cambio en la distribución espacial de la amplificación más que en el valor del factor (3D/1D) de la misma. La ubicación de las protuberancias donde se presenta la amplificación máxima ocurre en las regiones de transición localizadas entre las partes someras y profundas del modelo. En este sentido, nuestros resultados concuerdan con la ubicación de los parámetros del movimiento obtenidos por Olsen *et al.* (1995) en la modelación 3D de la cuenca de *Salt Lake*, Estados Unidos. Los resultados sugieren que la interferencia lateral es más determinante en la amplificación del movimiento que la interferencia vertical, lo cual explica por qué regiones no someras del modelo presentan amplificaciones bajas. Al observar las características de las FTS3D's (e.g., los picos y valles) y compararlas con sus equivalentes de la respuesta 1D, no resulta evidente diferenciar el efecto 1D del 3D. Chávez-García *et al.* (2000) demostraron que las contribuciones al movimiento de la propagación vertical de ondas S y la propagación lateral de ondas superficiales ocurren a las mismas frecuencias, por lo cual, no es posible aislar el efecto 1D del 3D en el dominio de la frecuencia. Para verificar este punto generamos espectrogramas de algunos sismogramas sintéticos. Los resultados nos permitieron corroborar que la energía que contribuye a los picos de amplificación 3D está distribuida a lo largo del sismograma sintético.

## 6.4 Resultados en el dominio del tiempo

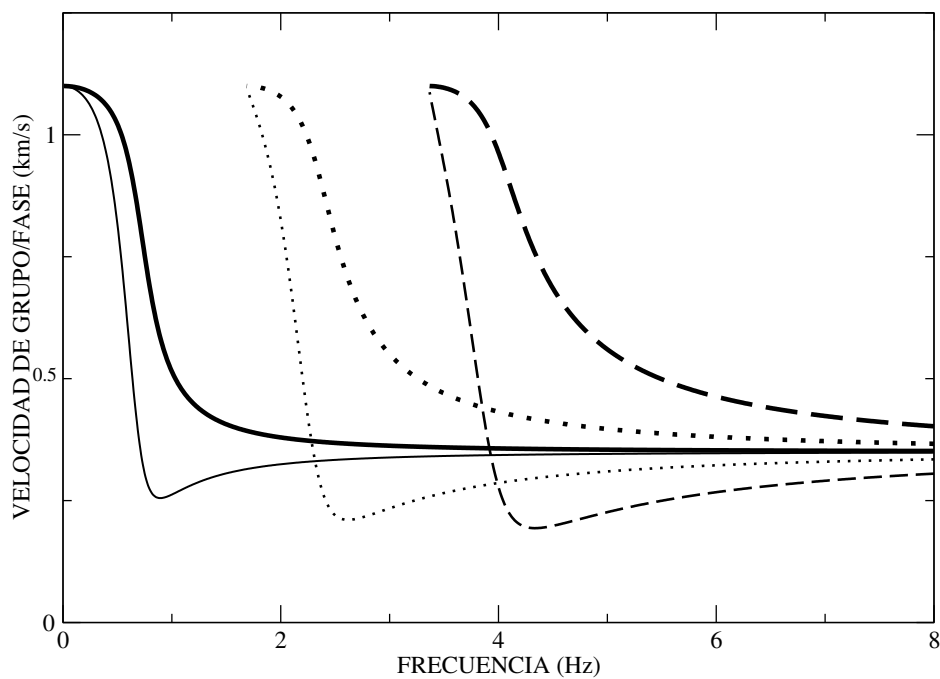
A partir de los trabajos presentados por Bard y Bouchon (1980a y 1980b), cuyos resultados continúan siendo relevantes en la actualidad, se ha demostrado que para evaluar los efectos de sitio 2D o 3D, también se requiere el análisis de la respuesta sísmica en el dominio del tiempo. El análisis de la respuesta 3D en el tiempo permite observar fenómenos que no se perciben en el dominio de la frecuencia. Un ejemplo claro es la generación local de ondas superficiales generadas por las discontinuidades laterales. En esta sección vamos a profundizar en el análisis de nuestros sismogramas sintéticos y a evaluar otros parámetros del movimiento. Esto ayuda a complementar la caracterización de la respuesta 3D hecha anteriormente en el dominio de la frecuencia.

El análisis del movimiento sísmico en el dominio del tiempo no es algo trivial. La complejidad de la respuesta 3D que se genera por las discontinuidades laterales no se puede caracterizar en varios casos mediante una sola línea de receptores. Por otro lado, no es fácil aislar trenes individuales de ondas superficiales en las componentes del movimiento, ya que en muchos casos, la forma de onda es producto de la superposición de ondas provenientes de distintas direcciones. Para poder identificar a las ondas superficiales de los otros fenómenos, se debe observar una dirección de propagación que domine en los sismogramas sintéticos. En el componente vertical del movimiento, la principal contribución de las ondas superficiales proviene únicamente de las ondas de Rayleigh. En el caso del movimiento horizontal, se espera observar la contribución al movimiento de dos ondas superficiales: ondas de Love y ondas de Rayleigh, así como las aportaciones de la propagación vertical de ondas S. Se examinaron varias secciones para las distintas simulaciones y casos de incidencia vertical de ondas planas. No obstante, no es nuestro propósito extendernos en el tema. Por ello, solo se discuten los resultados de algunas secciones sísmicas de la respuesta 3D obtenida del modelo 1 (tabla 5.1). La figura (6.16) muestra el mapa de las secciones sísmicas elegidas.

No existe un procedimiento a seguir para elegir la posición y la dirección de la línea de receptores que permita observar una dirección de propagación estable. Incluso investigar el movimiento en el plano mediante instantáneas no permite aislar los detalles de las direcciones de propagación de los trenes de ondas. Por tanto, se siguieron varias estrategias para lograr nuestro cometido. Algunas de ellas consistieron en hacer secciones sísmicas paralelas y perpendiculares a los bordes de la cuenca, y evaluar el movimiento de partícula de grupos de receptores, con el propósito de identificar el tipo de onda superficial y la dirección de la sección que nos permitiera medir la velocidad real. Sin embargo, no en todos los casos fue posible medir la velocidad real. Para discriminar entre velocidades aparentes y reales, adicionalmente, se calcularon las curvas de dispersión teóricas de ondas Love y Rayleigh en un modelo 1D equivalente. Así pues, se corrobora que la velocidad de propagación de la onda superficial estimada en la sección sísmica tenga un buen acuerdo con la calculada en un modelo 1D equivalente, donde el espesor de la capa es el promedio de las variaciones de la interfaz. Por supuesto, se tendrá una buena aproximación si la variación del espesor de los sedimentos es suave, ya que las longitudes de onda de las ondas superficiales no serán afectadas significativamente por las pequeñas variaciones de la interfaz.

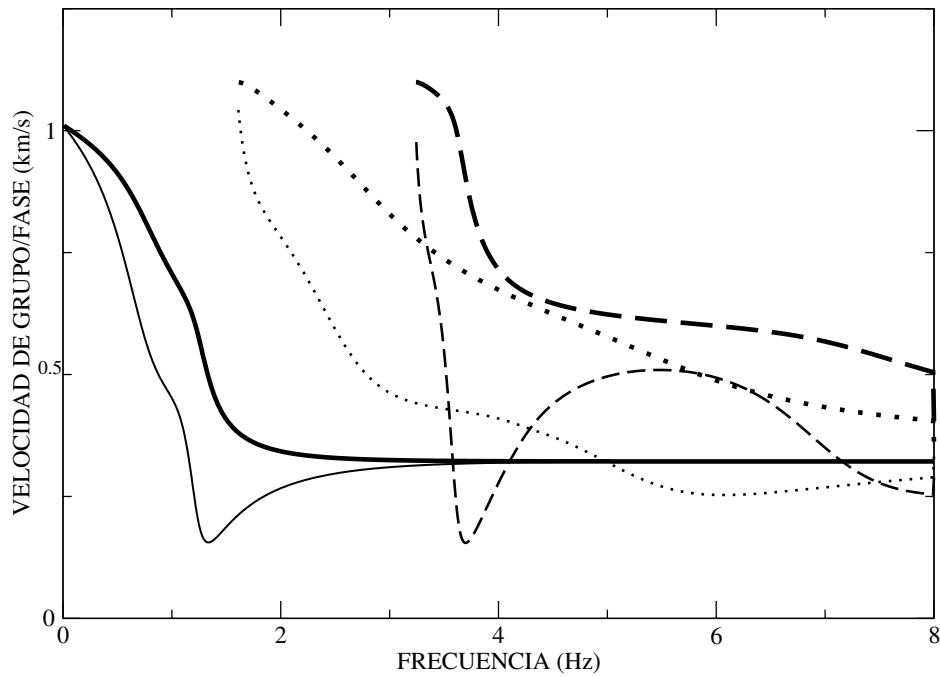


**Figura 6.16:** Mapa de la cuenca 3D vista en planta que muestra la ubicación de las secciones sísmicas (líneas negras gruesas) analizadas en este apartado. La línea continua delgada delimita el contacto sedimento-roca. La escala de colores indica la profundidad de la interfaz.

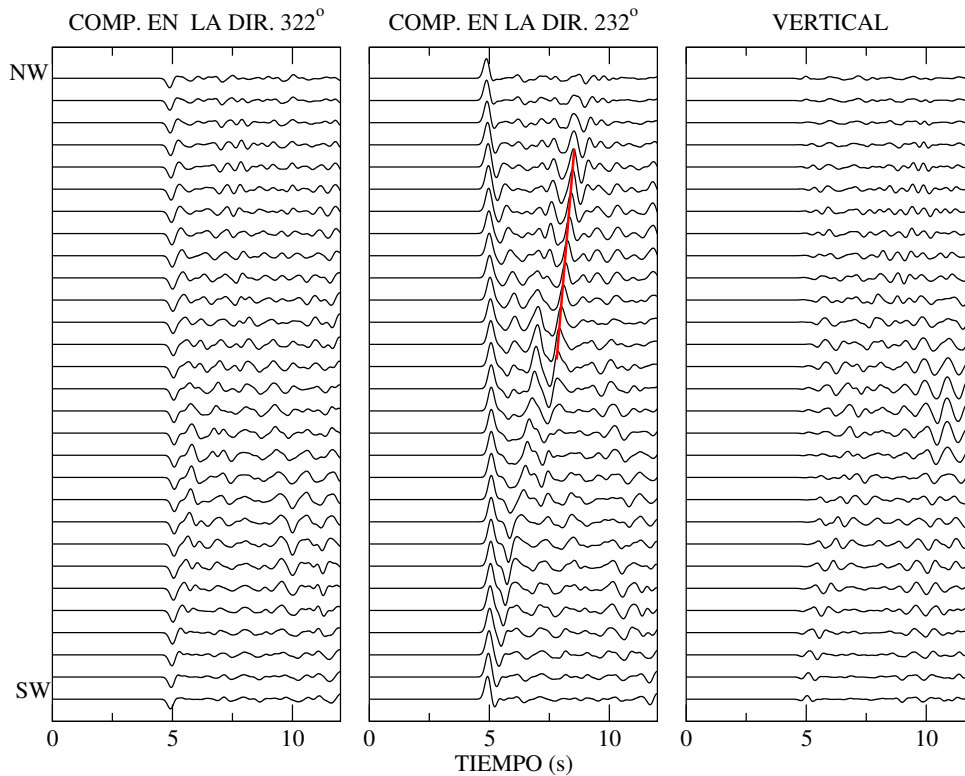


**Figura 6.17:** Curvas de dispersión de ondas de Love calculadas para un modelo 1D elástico. Se considera una capa homogénea de espesor igual a 110 m sobre un semiespacio homogéneo. Las líneas gruesas y delgadas representan las velocidades de grupo y fase respectivamente. En línea continua el modo fundamental mientras las líneas punteadas y discontinuas son el primer y segundo modo superior.

Después de identificar una dirección de propagación dominante mediante el movimiento de partícula en los sintéticos, se rotaron los componentes del movimiento horizontal (EW y NS) con respecto a esa dirección. La figura (6.19) muestra el movimiento calculado en 29 receptores ubicados sobre la sección A (ver mapa 6.16) con una dirección de  $322^\circ$ . El componente en la dirección  $322^\circ$  es el componente radial. El componente en la dirección  $232^\circ$  es el componente transversal. Se observa en cada componente un conjunto de diferentes aportaciones al movimiento. Parte del movimiento observado en las direcciones radial y vertical es producto de la difracción generada por la interacción de la onda incidente con los bordes de la cuenca. Se observa que una parte de la contribución al movimiento de la onda directa y la resonancia 1D, perteneciente originalmente al componente NS, está en el componente radial y otra parte en el componente transversal. No se observa una dirección de propagación clara en los componentes radial y vertical del movimiento. En tanto, el movimiento del componente transversal de las trazas inferiores y centrales está dominado por la onda directa, seguido de la superposición de varios múltiples con el movimiento difractado proveniente del borde de la cuenca y de otras reverberaciones subsecuentes. En las trazas superiores de la sección, se observa un tren de ondas propagándose hacia el NW a partir de los 7 s. El movimiento asociado al pulso identificado por la línea roja es meramente perpendicular al componente radial, por ende, se trata de una onda de Love. Nótese que esta onda no aparece en el componente vertical. La velocidad de fase de una onda de Love propagándose en un modelo 1D equivalente debe coincidir con la medida en la sección sísmica, puesto que la dirección de la sección concuerda con la de propagación. El espesor representativo de la cuenca en esa trayectoria es de aproximadamente 110 m. En este punto, vale la pena hacer una aclaración. Las curvas teóricas de dispersión calculadas de ondas de Love y de Rayleigh en un modelo 1D describen la variación de la velocidad de fase y de grupo en función de la frecuencia. En la respuesta 3D, el conjunto de pulsos, donde se mide la velocidad de fase, tienen un espectro, es decir, un contenido frecuencial que los caracteriza y no solo una frecuencia en particular. Para poder comparar las velocidades de fase y de grupo medidas en la sección sísmica con las curvas de dispersión calculadas del modelo 1D, se obtiene la frecuencia dominante (alrededor de la cual, se concentra la mayor cantidad de energía del pulso) del espectro de amplitud del pulso. Esta frecuencia dominante debe ser muy parecida a la frecuencia obtenida a partir de medir la duración del pulso en la sección sísmica. La línea roja trazada en la componente transversal representa la velocidad de fase del tren de ondas medida en la sección sísmica. A una frecuencia de 1.3 Hz, la velocidad de fase medida en la sección sísmica es de  $462 \frac{m}{s}$ . Este valor de velocidad de fase tiene un buen acuerdo con el calculado en el modelo 1D equivalente (figura 6.17) a la misma frecuencia. Por consiguiente, la velocidad medida en la sección es la velocidad real de propagación y no una velocidad aparente. Cuando el tren de ondas se acerca a la región somera ubicada hacia el NW de la sección A, el retraso en tiempo de los pulsos es menor. En esa región el espesor de los sedimentos representativo es de aproximadamente 75 m, tal que, la velocidad de fase aumenta a la misma frecuencia. Es de esperarse que un tren de ondas superficiales observadas a frecuencia constante disminuyan su velocidad cuando estas se dirigen hacia regiones más profundas y viceversa. Esto concuerda con los resultados de Mooney y Bolt (1966). Ellos demostraron que al variar solo el espesor de la capa, las curvas de dispersión de ondas de Rayleigh no modifican su forma sino que únicamente se desplazan en frecuencia. Este hecho se confirma al comparar las curvas de dispersión de ondas de Rayleigh de un estrato de 110 y 84 m de las figuras (6.18 y 6.23) para una frecuencia en particular. Nótese que la forma de las curvas de dispersión no cambia sino que estas se desplazan hacia las bajas frecuencias cuando el espesor de los sedimentos aumenta y viceversa.

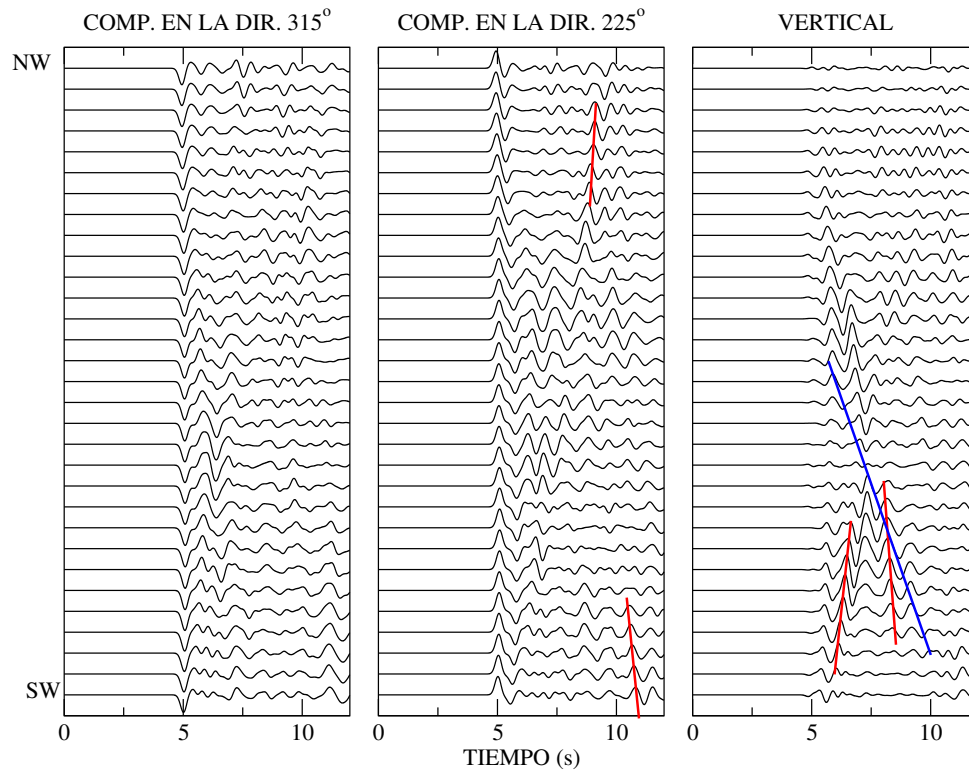


**Figura 6.18:** Curvas de dispersión de ondas de Rayleigh calculadas para un modelo 1D elástico. Se considera una capa homogénea de espesor igual a 110 m sobre un semiespacio homogéneo. Las líneas gruesas y delgadas representan las velocidades de grupo y fase respectivamente. En línea continua el modo fundamental mientras las líneas punteadas y discontinuas son el primer y segundo modo superior.



**Figura 6.19:** Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 29 receptores a lo largo de la sección A del modelo 1 (tabla 5.1). La excitación del modelo es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. La orientación de los receptores va del sureste (traza inferior) al noroeste (traza superior). La línea roja indica la velocidad de fase medida en la sección sísmica. La escala de amplitud es común en todas las trazas.

La figura (6.20) presenta los sismogramas sintéticos calculados para una línea de receptores ubicados a lo largo de la sección B (ver mapa 6.16) con una dirección de  $315^\circ$ . El componente en la dirección  $315^\circ$  es el componente radial. El componente en la dirección  $225^\circ$  es el componente transversal. Antes de rotar los componentes horizontales EW y NS del movimiento, se analizó el movimiento de partícula para determinar la dirección del componente radial mediante pequeñas ventanas de tiempo en los componentes horizontales posteriores a los 7.5 s, pues antes de ese tiempo, los sismogramas sintéticos están dominados por la onda directa y la resonancia 1D. No obstante, la dirección es muy ambigua debido a la forma de onda generada por los múltiples y las ondas difractadas por la cuenca. Se emplearon las curvas de dispersión calculadas en el modelo 1D equivalente de esa trayectoria para comparar la velocidad medida en la sección sísmica con la calculada de la figura (6.18). Claramente, en el componente vertical se observa la contribución de ondas de Rayleigh al movimiento. El componente vertical muestra trenes de ondas con un patrón de ondas en forma de X. Estos trenes de ondas son ondas de Rayleigh generadas por las discontinuidades laterales propagándose hacia el NW y el SW. La primer línea roja indica una velocidad aparente de  $402 \frac{m}{s}$ , a una frecuencia de  $1.4 \text{ Hz}$ , para el conjunto de ondas de Rayleigh propagándose hacia el NW. La segunda línea roja y la línea azul indican una velocidad de fase y de grupo medida en la sección de 646 y  $158 \frac{m}{s}$ , a una frecuencia de  $1.2 \text{ Hz}$ , para el conjunto de ondas de Rayleigh viajando hacia el SW. La velocidad de fase del conjunto de ondas que viajan hacia el NW presenta un buen acuerdo con el valor calculado de la figura (6.18). El conjunto de ondas propagándose hacia el SE presenta una fuerte dispersión (una diferencia grande entre la velocidad de fase y de grupo). Estas ondas presentan una diferencia considerable entre la velocidad de fase y grupo medidas en la sección y las calculadas (figura 6.18). A una frecuencia de  $1.2 \text{ Hz}$ , las curvas de dispersión de ondas de Rayleigh del modelo 1D equivalente (figura 6.18) indican una velocidad de fase y grupo de  $530$  y  $242 \frac{m}{s}$  respectivamente. Cabe mencionar que los frentes de onda que interactúan dentro de la cuenca no son planos, por lo cual es difícil obtener un buen acuerdo en la medición de la velocidad de fase. No es posible observar el componente horizontal asociado a las ondas de Rayleigh en el componente radial, pues se puede apreciar que después de los 5 s, dicho componente del movimiento está dominado por una porción de la resonancia 1D (perteneciente originalmente a la componente NS) y por la difracción de la onda incidente. En el componente transversal, los sismogramas sintéticos están dominados por una porción de la onda directa y de la resonancia 1D. En los sismogramas sintéticos cercanos a la roca y la parte somera del modelo domina claramente la onda directa, y en menor proporción, el movimiento difractado y reflejado por las paredes de la cuenca. La línea roja superior indica una velocidad aparente de  $475 \frac{m}{s}$  que difiere de la velocidad calculada ( $380 \frac{m}{s}$ ) de la figura (6.17), a una frecuencia de  $1.8 \text{ Hz}$ . Aunque la dirección de la sección no coincide exactamente con la dirección de propagación, el movimiento de partícula indica que se trata de una onda de Love (nótese que esta onda no se observa en el componente vertical). En el caso de la línea roja inferior, esta indica trenes de ondas propagándose hacia el SE después de los 6 s con una velocidad aparente de aproximadamente  $452 \frac{m}{s}$ .

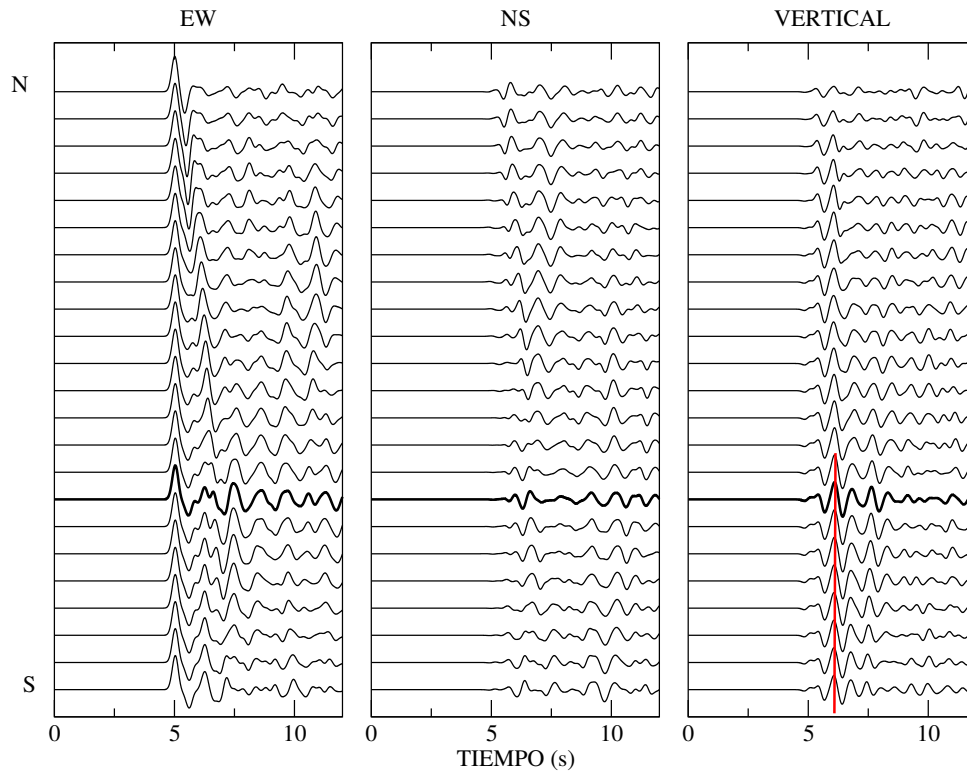


**Figura 6.20:** Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 31 receptores a lo largo de la sección B del modelo 1 (tabla 5.1). La excitación del modelo es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. La orientación de los receptores va del sureste (traza inferior) al noroeste (traza superior). La línea roja y azul indican las velocidades de fase y de grupo medidas en la sección sísmica. La escala de amplitud es común a todas las trazas.

La compleja geometría 3D y las pequeñas dimensiones de la cuenca dificultan que se encuentren trenes de ondas superficiales aislados de los otros fenómenos. Por ejemplo, el montículo observado en la posición (1500,1500) es una región muy somera que restringe el paso de la energía que viaja hacia el extremo contrario. En el mapa (6.16) se puede observar que la región localizada entre el borde y el montículo somero donde están las secciones C y D es casi plana, es decir, el espesor de sedimentos varía muy suavemente. En esa región, los bordes de la cuenca son casi paralelos a las direcciones NS y EW. Por ello, es de esperarse que la onda incidente polarizada en la dirección NS y EW interactúe fuertemente con las discontinuidades laterales perpendiculares al movimiento de partícula. La figura (6.21) presenta los componentes del movimiento calculado para una serie de receptores ubicados sobre la sección D (ver mapa 6.16) en la dirección NS. El movimiento del componente EW (paralelo a la dirección de polarización de la onda incidente) está dominado por la onda directa y la resonancia 1D entre los 5.5 y 7.5 s. En ese rango de tiempo, la resonancia 1D está mezclada con ondas difractadas, que se propagan hacia el sur, provenientes del borde ubicado al norte de la sección D (ver mapa 6.16). En los receptores ubicados en la parte superior se presenta una serie de pulsos de gran amplitud posterior a los 10 s con una velocidad aparente muy grande. Esto sugiere que esos pulsos pueden ser el resultado de la interferencia vertical de ondas S. El componente NS del movimiento no presenta más que la difracción generada por la onda incidente. También se observa en el componente vertical del movimiento un conjunto formado por varios pulsos que arriban entre los 5 y 8.5 s cuyas velocidades de fase medidas en la sección son infinitas (la línea roja indica la velocidad aparente infinita del tren de pulsos). Esta observación sugiere que se presenta algún tipo de resonancia debido a que los pulsos llegan al mismo tiempo



en los receptores.

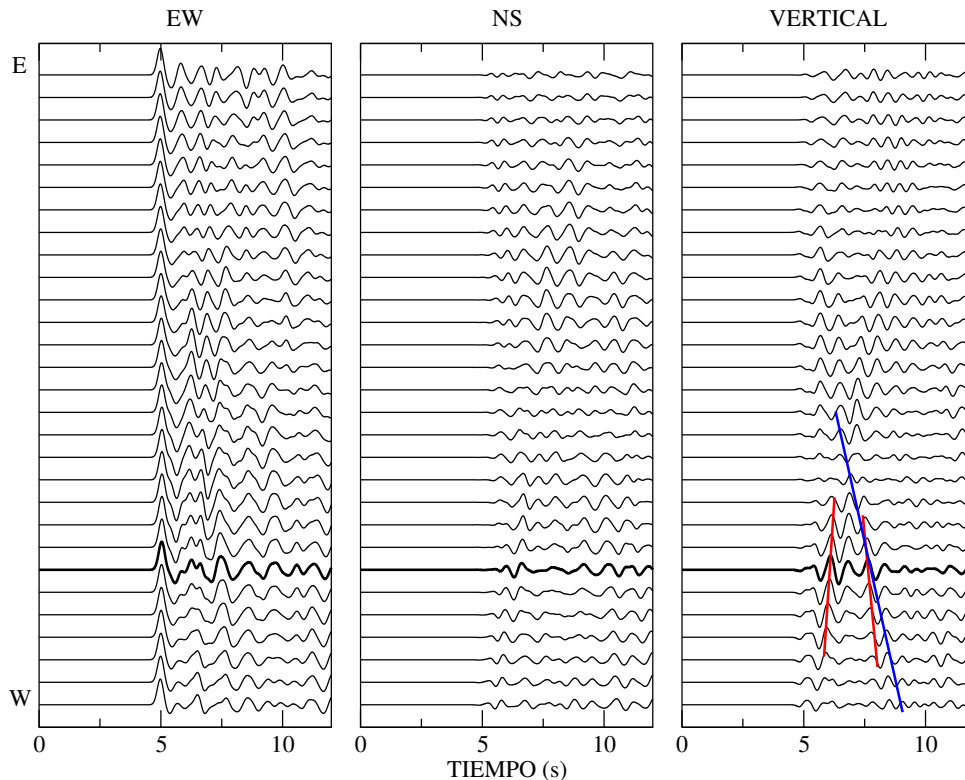


**Figura 6.21:** Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 21 receptores a lo largo de la sección D del modelo 1 (tabla 5.1). La excitación del modelo es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. La orientación de los receptores es del Sur (traza inferior) hacia el Norte (traza superior). La línea roja indica la velocidad de fase medida en la sección sísmica. En línea más gruesa las componentes del receptor en común con la sección C. La escala de amplitud es común a todas las trazas.

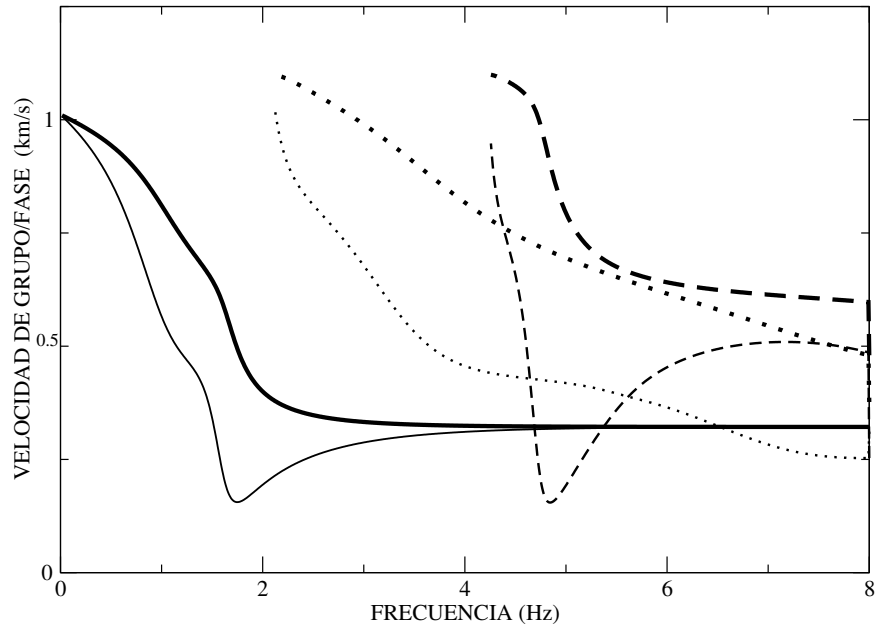
Un panorama muy diferente se observa en el componente vertical de la figura (6.22). Los receptores de esta figura están alineados del oeste hacia el este (sección C, ver mapa 6.16). En línea más gruesa se muestran los componentes del movimiento de un receptor común a ambas secciones (C y D). Se observan fenómenos muy diferentes al relacionar este receptor en particular con sus vecinos en la dirección EW. El componente vertical de la figura (6.22) muestra que los pulsos que llegan simultáneamente en los receptores de la sección D (componente vertical) no provocan algún tipo de resonancia, sino que son, en realidad, ondas propagándose en la dirección perpendicular a la dirección NS. Claramente, en el componente vertical se contempla que dichos pulsos son ondas de Rayleigh propagándose del oeste al este y viceversa, con un patrón de ondas en forma de X. Como estas ondas se propagan en una dirección perpendicular a la sección D, en esa sección estas ondas aparecen en fase, y por ello, no parecen corresponder a ondas que se propagan. Las ondas de Rayleigh que se propagan en la dirección oeste-este tienen una velocidad de fase medida en la sección sísmica de  $574 \frac{m}{s}$ , a una frecuencia de  $1.7 \text{ Hz}$ , mientras que las ondas de Rayleigh que viajan en la dirección este-oeste tienen una velocidad de fase de  $400 \frac{m}{s}$ , a una frecuencia de  $1.8 \text{ Hz}$ . La línea azul indica que el conjunto de ondas que viaja en la dirección este-oeste, a esa frecuencia, es muy dispersivo pues presentan una velocidad de grupo de  $140 \frac{m}{s}$ . La figura (6.23) muestra las curvas de dispersión para una capa de espesor igual a  $84 \text{ m}$ , equivalente al espesor promedio de los sedimentos a lo largo de la sección D (ver mapa 6.16). Los valores de velocidad de fase y de grupo medidos en la sección sísmica de los trenes de ondas de Rayleigh, a las mismas frecuencias,

muestran un buen acuerdo con los calculados de la figura (6.23). En el caso del componente EW, se debería observar en él, el movimiento horizontal asociado a las ondas de Rayleigh, pues estas ondas superficiales tienen un movimiento de partícula elíptico (progrado y retrógrado) en el plano formado por el componente EW y el componente vertical. Sin embargo, el movimiento calculado en este componente está dominado por la onda directa y la resonancia 1D mezclada con el movimiento difractado de la cuenca.

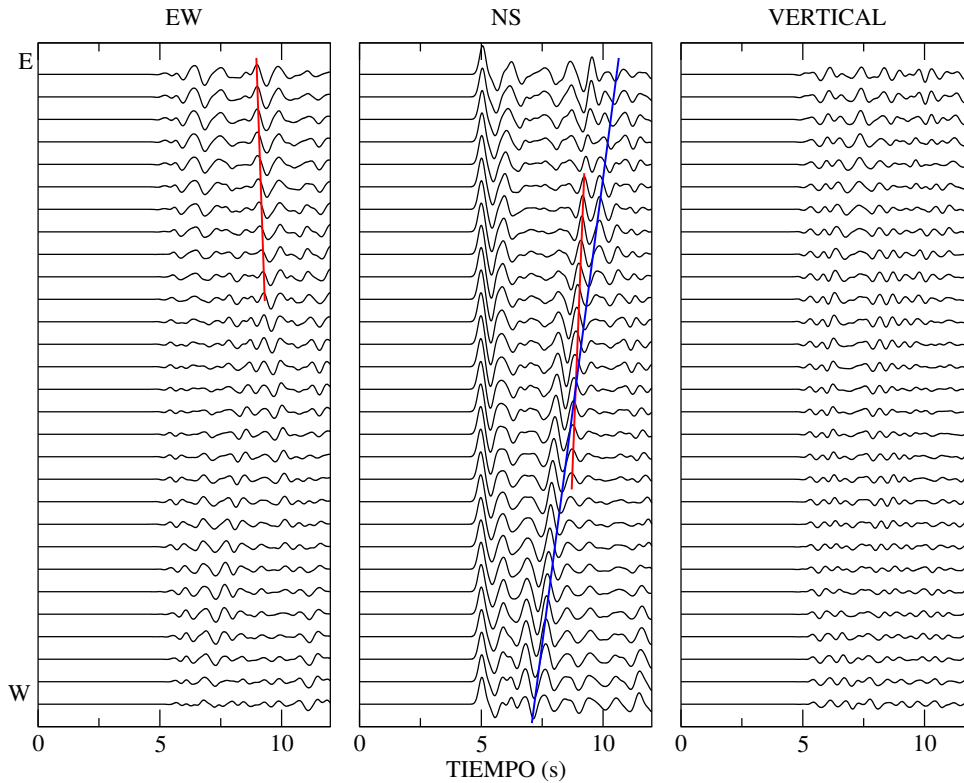
La figura (6.24) presenta el movimiento calculado para una serie de receptores ubicados sobre la sección E (mapa 6.16) en la dirección EW. En el componente EW del movimiento paralelo a la dirección de la sección E, se puede apreciar en las trazas superiores una porción de energía propagándose hacia el oeste con una velocidad aparente de  $718 \frac{m}{s}$ . El movimiento observado se debe a la difracción de la onda incidente. El movimiento observado en el componente NS contiene a la onda directa, la resonancia 1D y trenes de onda que se propagan claramente hacia el este. La velocidad de fase medida en la sección de estas ondas es de  $650 \frac{m}{s}$  (línea roja) y la de grupo de aproximadamente  $232 \frac{m}{s}$  (línea azul). Estas ondas presentan una fuerte dispersión. Esto se puede observar al seguir la fase de un pulso e identificar como se distorsiona en función de la distancia de propagación. El análisis del movimiento de partícula en el plano indica que es perpendicular a la dirección de la sección E. Por tanto, se trata de ondas de Love ya que tampoco se observan en el componente vertical del movimiento.



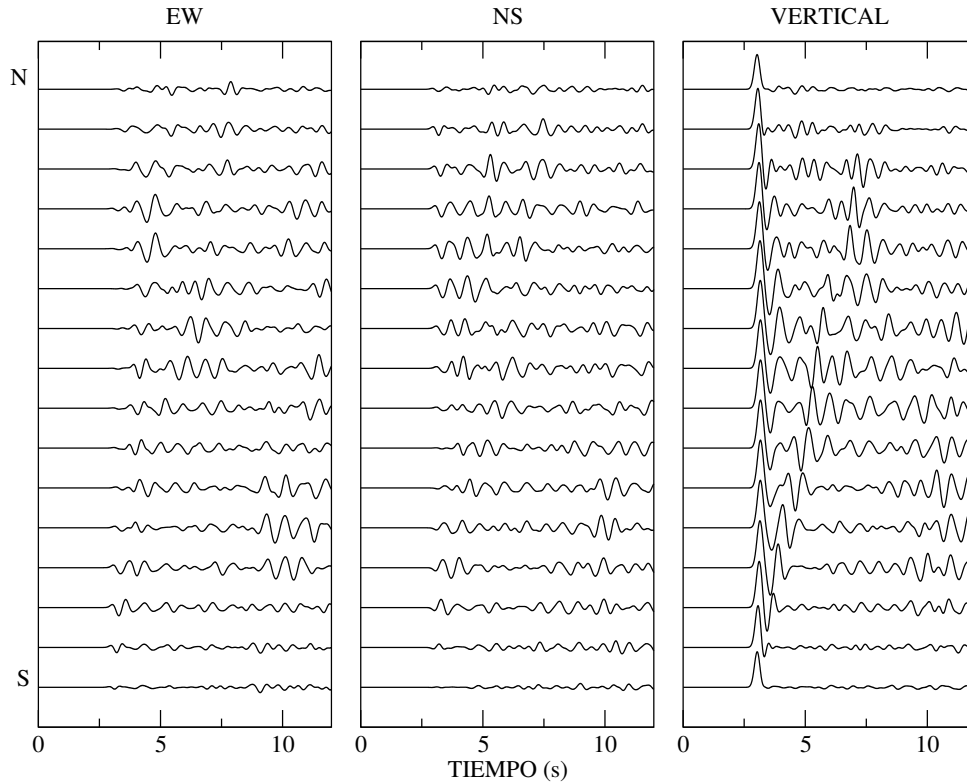
**Figura 6.22:** Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 29 receptores a lo largo de la sección C del modelo 1 (tabla 5.1). La excitación del modelo es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. La orientación de los receptores es del Oeste (traza inferior) hacia el Este (traza superior). La línea roja y azul indican la velocidad de fase y grupo medida en la sección sísmica. En línea más gruesa las componentes del receptor en común con la sección D. La escala de amplitud es común a todas las trazas.



**Figura 6.23:** Curvas de dispersión de ondas de Rayleigh para un modelo 1D elástico. Se considera una capa homogénea de espesor igual a 84 m sobre un semiespacio homogéneo. Las líneas gruesas y delgadas representan las velocidades de grupo y fase respectivamente. En línea continua el modo fundamental mientras las líneas punteadas y discontinuas son el primer y segundo modo superior.



**Figura 6.24:** Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 29 receptores a lo largo de la sección E del modelo 1 (tabla 5.1). La excitación del modelo es la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. La orientación de los receptores es del Oeste (traza inferior) hacia el Este (traza superior). La línea roja y azul indican la velocidad de fase y grupo medida en la sección sísmica. La escala de amplitud es común a todas las trazas.



**Figura 6.25:** Sección sísmica de los tres componentes del movimiento para 16 receptores a lo largo de la sección *F* del modelo 1 (tabla 5.1). La excitación del modelo es la incidencia vertical de una onda *P* plana. La orientación de los receptores es del Sur (traza inferior) hacia el Norte (traza superior). La escala de amplitud es común a todas las trazas.

En el caso de la respuesta 3D ante la incidencia vertical de ondas *P* planas, la figura (6.25) presenta el movimiento calculado para una serie de receptores a lo largo de la sección *F* (ver mapa 6.16). El análisis de varias secciones a lo largo de cuenca de los distintos modelos 3D (tabla 5.1, 5.2 y 5.3) indica que el movimiento horizontal generado por las ondas difractadas es muy pequeño en comparación con el observado en el componente vertical. En otras palabras, el movimiento observado en los sismogramas sintéticos está dominado ampliamente por el movimiento observado en el componente vertical. Esto se observa claramente en la figura (6.25), al comparar la amplitud de los múltiples posteriores al arribo de la onda directa con el movimiento observado en los componentes horizontales. Por tanto, el movimiento de partícula en la dirección vertical de la onda incidente es menos eficiente en la generación local de ondas superficiales con respecto a la incidencia vertical de ondas *S* planas polarizadas en la dirección *EW* y *NS*. Esto concuerda con las observaciones, las cuales han mostrado que en depósitos de suelo blando, el componente del movimiento menos amplificado es el componente vertical.

El análisis anterior de las secciones indicadas en el mapa (6.16), deja en claro, que la cuenca muestra un buen acuerdo con el comportamiento esperado, dadas las características de su forma y el contraste de velocidad (Bard y Bouchon, 1985). Los resultados de las simulaciones 3D demuestran que las ondas superficiales generadas localmente aparecen rápidamente en los sismogramas sintéticos porque las dimensiones de la cuenca son pequeñas. Por ello, aparte de la onda directa, el movimiento está formado por una fuerte interferencia 3D entre ondas propagadas en la dirección vertical y lateral. Esto dificulta que se puedan separar en el dominio del tiempo, las contribuciones

del efecto de sitio 1D de las producidas por las heterogeneidades laterales. Además, no resulta sencillo aislar de forma individual trenes de ondas del movimiento difractado, pues en la mayoría de los casos son resultado de la superposición de ondas provenientes de distintas direcciones. Por otra parte, aún cuando se identifica un tren de ondas dominante resulta complicado hacer coincidir la dirección de la sección con la de propagación para poder medir la velocidad real y no la aparente. No obstante, siempre es posible agregar más receptores a la simulación si se desea resaltar los detalles de la respuesta 3D puesto que no tiene ningún costo de tiempo computacional adicional. Parte de la problemática que dificulta la interpretación de la respuesta 3D se produce porque los frentes de onda no son planos; por la superposición de la resonancia 1D con el movimiento de los componentes asociados a las ondas superficiales; por la variación en la dirección y la velocidad de propagación de las ondas que viajan en trayectorias, donde la profundidad de la interfaz es variable (e.g., Chávez-García, 2003), entre otros. El análisis de las mismas secciones en los otros modelos demuestra que al disminuir la velocidad de propagación en los sedimentos, la velocidad de propagación de las ondas superficiales disminuye y su amplitud aumenta. También se observa que al disminuir las velocidades de propagación en los sedimentos, se aumentan los tiempos de viaje, lo cual permite observar que algunas formas de onda son, en realidad, el resultado de la superposición de varios pulsos. Como se favorece la reflexión de la energía atrapada dentro de la cuenca cuando el contraste de impedancia aumenta, para la misma ventana de tiempo, se observa que la duración y la amplitud del movimiento aumentan. La mayoría de las ondas superficiales que se identificaron en las secciones pertenecen al modo fundamental. En algunos casos fue posible discernir, aunque con más incertidumbre, conjuntos de ondas pertenecientes al primer modo superior.

La forma de cuantificar el movimiento del terreno generado por un sismo es por medio de los parámetros del movimiento, en otras palabras, caracterizar la respuesta del sitio a través de la evaluación de factores como la amplitud, la duración y el contenido frecuencial del movimiento. En la sección anterior, claramente las funciones de transferencia aportaron información sobre la amplitud y el contenido frecuencial del movimiento debido a la incidencia vertical de ondas planas. No obstante, restringir las interpretaciones a un solo dominio nos puede llevar a conclusiones incompletas o equívocas. Por tanto, evaluamos dos parámetros del movimiento en el dominio del tiempo. El primero es la velocidad pico y el segundo, un parámetro que nombramos  $K$ , el cual se define más adelante. Este parámetro es muy parecido en su definición a la energía cinética y a la Intensidad de Arias. Se generaron mapas de sus distribuciones espaciales y se compararon los valores máximos con respecto a los calculados por un modelo unidimensional. Como modelo 1D, se consideró una capa de 84 m homogénea y elástica sobre un semiespacio homogéneo elástico con las mismas características mecánicas que su correspondiente modelo 3D (tablas 5.1, 5.2 y 5.3). También se evaluó el movimiento diferencial en series de receptores perpendiculares al contacto sedimento-basamento. No obstante, la amplitud del movimiento diferencial resultó despreciable en comparación con la amplitud del movimiento calculado. Los resultados sugieren que la evaluación del movimiento diferencial requiere de un modelo de pequeña escala que esté centrado en resaltar los detalles del borde; de una señal de entrada cuyo espectro contenga un rango de frecuencias que sean sensibles a los pequeños detalles del borde y por último, de un espaciamiento entre receptores que sea lo suficientemente pequeño para hacer una correcta aproximación de la derivada espacial. El interés surgió porque las observaciones de Moczo y Bard (1993) demostraron que se pueden generar fuertes daños inducidos por el movimiento diferencial en estructuras cercanas a discontinuidades laterales con fuertes contrastes de impedancia.

La velocidad pico es un parámetro del movimiento que refleja una de las características principales del movimiento fuerte del terreno: la amplitud. Se puede medir directamente de la serie de tiempo del registro de velocidad. En el caso de registros de desplazamiento y aceleración por medio de integración y diferenciación respectivamente. Las evidencias empíricas indican que este parámetro es un mejor indicador del potencial de daño en las estructuras que otros parámetros de la amplitud del movimiento (*e.g.*, aceleración pico). Las principales desventajas de la velocidad pico son que no aporta información de otras características del movimiento como la duración y que únicamente se considera la amplitud máxima asociada a un ciclo en particular de la serie de tiempo. Sin embargo, en algunos casos, el daño de una estructura puede estar asociado a la ocurrencia de varios ciclos de amplitud máxima del movimiento (Kramer, 1996). En el caso de nuestras simulaciones caracterizar la amplitud absoluta no tiene sentido pues las unidades del pulso incidente pueden ser arbitrarias. Lo que si es viable es evaluar la amplitud relativa de la velocidad pico con respecto a una referencia. Por ello, se calcularon los cocientes de velocidad pico con respecto a la región de roca de los componentes del movimiento paralelos a la dirección de polarización de la onda incidente (se ignora el movimiento difractado observado en los otros componentes perpendiculares). Como ya se había mostrado anteriormente, las reverberaciones posteriores a la onda directa en las regiones de roca dura son producto de las ondas difractadas en los bordes y la refracción lateral de la energía proveniente de los sedimentos. No obstante, estas son de amplitud muy pequeña en comparación a la amplitud de la onda directa. Por lo cual, la referencia en el sitio de roca es la amplitud de la onda directa, cuyo valor es 2 debido al efecto de la superficie sobre la amplitud máxima de la señal de entrada igual a 1. La formulación del esquema de diferencias finitas es velocidad-esfuerzo ( $v - \sigma$ ), por lo cual el movimiento calculado en los receptores es la velocidad de partícula. Se define la velocidad pico ( $VP$ ) como el valor máximo de la velocidad de partícula medido en una determinada posición ( $x,y$ ) del  $k$ -ésimo componente de los sismogramas sintéticos como:

$$VP_k(x, y) = MAX(|\dot{u}_k(x, y, t)|), \quad (\text{Olsen } et \text{ al.}, 1995) \quad (6.1)$$

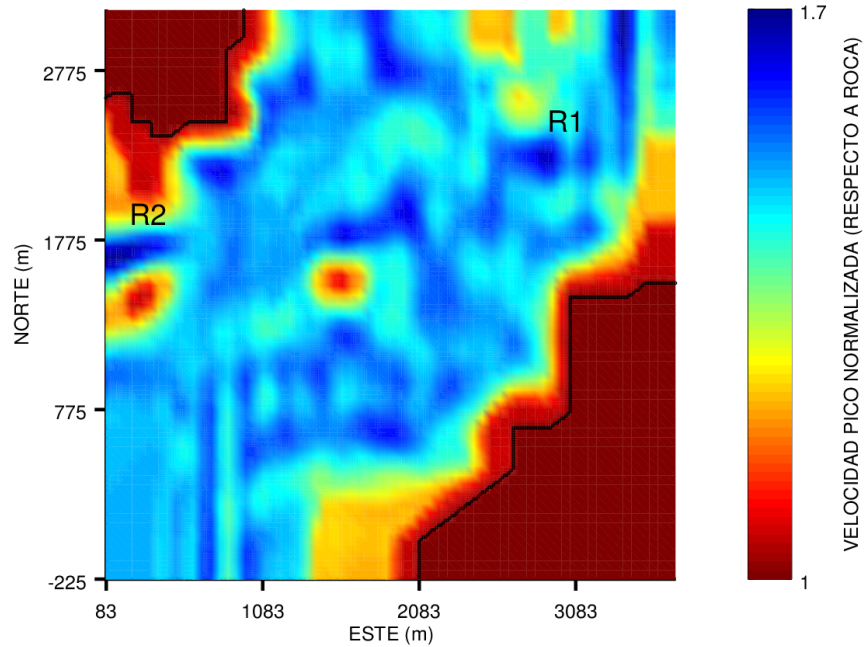
donde  $\dot{u}_k(x, y, t)$  es la velocidad de partícula para el  $k$ -ésimo componente del movimiento y  $MAX$  es el valor máximo absoluto de la amplitud de  $\dot{u}_k(x, y, t)$  para toda la duración de la ventana de tiempo del cálculo. El segundo parámetro del movimiento refleja más de una característica del movimiento: la amplitud, la duración y el contenido frecuencial. Se define a  $K$  como:

$$K = \int_0^D \dot{u}_k(x, y, t)^2 dt, \quad (6.2)$$

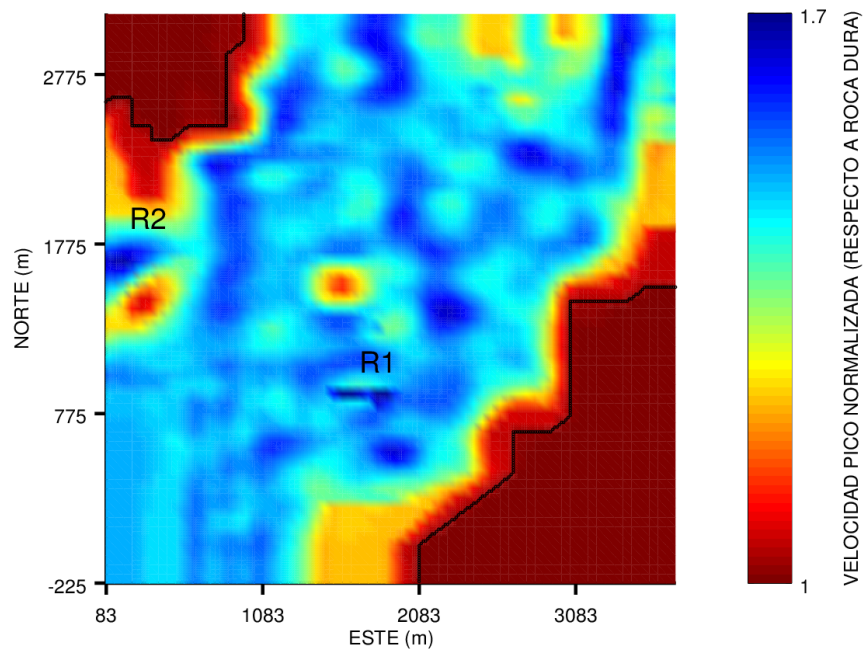
donde  $\dot{u}_k(x, y, t)$  es la velocidad de partícula del sismograma sintético mientras  $D$  es la duración de la simulación. La ventana de tiempo de los sismogramas sintéticos es de 12  $s$ . Esta duración de la simulación se eligió para evitar la contaminación por ondas artificiales provenientes de las fronteras laterales (planos de simetría). También porque no se considera la atenuación en los cálculos, por lo cual, la duración está sobreestimada. La longitud de la ventana del cálculo fue más que suficiente para observar el efecto de la generación local de ondas superficiales en la respuesta 3D de la cuenca. De igual forma que para la velocidad pico, se calcula el cociente de  $K$  respecto a la región de roca dura (amplitud relativa de  $K$ ) para los componentes paralelos a la dirección de polarización de la onda incidente. Como referencia se toma la traza resultante del promedio aritmético de todos los sintéticos ubicados en las zonas de roca dura. La principal contribución al movimiento en la zona de roca pertenece a la onda directa (ver figuras 6.4 y 6.5) pues las reverberaciones posteriores tienen

muy poca energía y sus amplitudes decaen conforme se aumenta el contraste de impedancia en la cuenca. Los valores máximos se compararon con los calculados de los modelos unidimensionales.

En la respuesta 1D la amplitud de la velocidad pico está dada por la onda directa. No tiene caso generar un mapa de su distribución espacial pues el valor es igual en todos los puntos de la superficie libre. La respuesta 1D en el dominio del tiempo está completamente dominada por la onda directa y un conjunto de múltiples reflexiones normales cuya amplitud va disminuyendo conforme la energía atrapada en el estrato se transmite hacia al basamento. En este sentido, para conocer la amplitud de la velocidad pico de la respuesta 1D no es necesario hacer simulaciones pues basta aplicar la definición del coeficiente de transmisión  $T_{BS}$  (ecuación 5.1) y duplicar la amplitud resultante (la amplitud máxima de la señal de entrada es uno) debido al efecto de la superficie libre, para conocer la amplitud máxima, es decir, la amplitud de la onda directa. Sin embargo, en el caso de K si se realizaron las simulaciones de la respuesta 1D. Los valores de la velocidad pico normalizada de la respuesta 1D respecto a la roca dura son de 1.5, 1.6 y 1.7 empleando las propiedades mecánicas de los modelos 1, 2 y 3 respectivamente (tabla 5.1, 5.2 y 5.3). En los modelos 1D, la polarización de la onda incidente no afecta el valor de la velocidad pico 1D. Los mapas de velocidad pico de la respuesta 3D se muestran en las figuras (6.26, 6.27, 6.28, 6.29, 6.30 y 6.31). La tabla (6.3) muestra los valores máximos indicados en los mapas por los símbolos ( $R1$  y  $R2$ ) de la velocidad pico y su comparación con los calculados de la respuesta 1D. En la región de roca dura la velocidad pico relativa es igual a uno. Aunque el contraste de velocidad es igual en toda la cuenca, la velocidad pico relativa varía espacialmente debido a la interferencia 3D de ondas propagándose en la dirección vertical y lateral. En el caso de los mapas (6.26 y 6.27), los valores máximos de la velocidad pico relativa no presentan variaciones fuertes respecto al valor calculado de la respuesta 1D. Por ello, los valores del factor (3D/1D) son muy cercanos a la unidad (ver tabla 6.3) dentro de la cuenca. La amplitud de la velocidad pico proviene, en su mayoría, de la onda directa y en menor cantidad de la interferencia constructiva originada por la resonancia 1D y las ondas superficiales. No obstante, al aumentar el contraste de impedancia en el modelo 3D, es de esperarse que las ondas superficiales aumenten su amplitud (ya que la velocidad de propagación en los sedimentos disminuye), por lo cual, su contribución al movimiento es cada vez más significativa. De ahí que la amplitud de la velocidad pico quede dominada principalmente por la interferencia lateral de ondas provenientes de distintas direcciones. Esto se puede observar en la distribución espacial de la velocidad pico de los mapas (6.28, 6.29, 6.30 y 6.15). Aunque en los mapas (6.28, 6.29, 6.30 y 6.15) se observan protuberancias más claras que en los mapas (6.26 y 6.27), estas son muy estrechas, en otras palabras, los valores máximos de la velocidad pico son muy poco estables. No obstante, se eligió no alterar la resolución (e.g., aplicado un suavizamiento a la imagen). Si se compara la velocidad pico normalizada con respecto a la roca de la respuesta 3D con la 1D (1.6 y 1.7), el factor (3D/1D) varía entre 1.4 y 2.4. Esto sugiere que la irregularidad 3D de la cuenca favorece que también se genere una fuerte interferencia destructiva. Por ejemplo, el montículo ubicado en la parte central de coordenadas (1500,1500) es una región convexa de la cuenca que favorece la divergencia de los rayos. Esta observación se sustenta en los resultados de Chávez-García (2003), cuyas observaciones indican que las partes concavas del valle de *Parkway*, Nueva Zelanda promueven la interferencia constructiva y en el caso de ser convexas, la interferencia es destructiva.

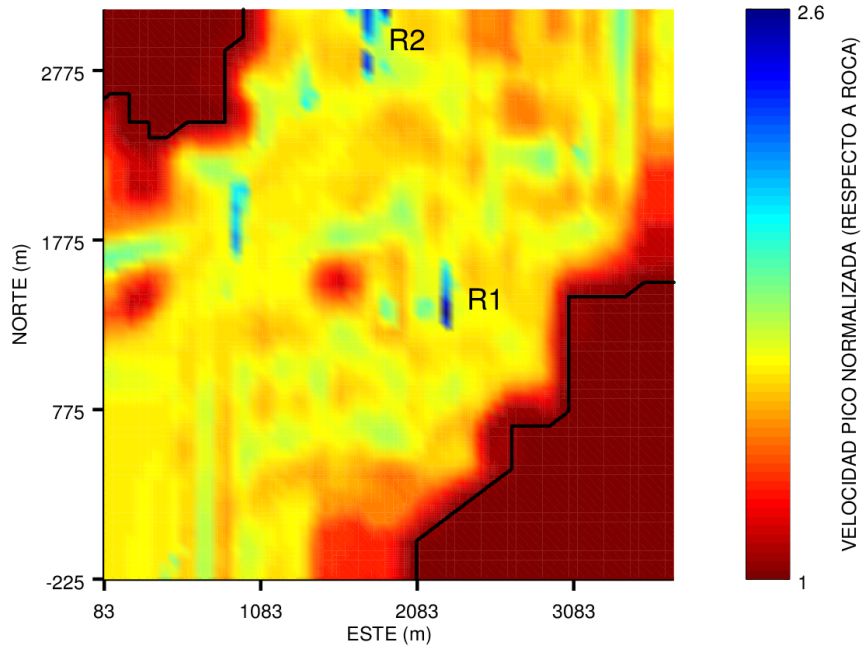


**Figura 6.26:** Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 1 (tabla 5.1) ante la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. Los símbolos R1 y R2 indican valores máximos de velocidad pico. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.

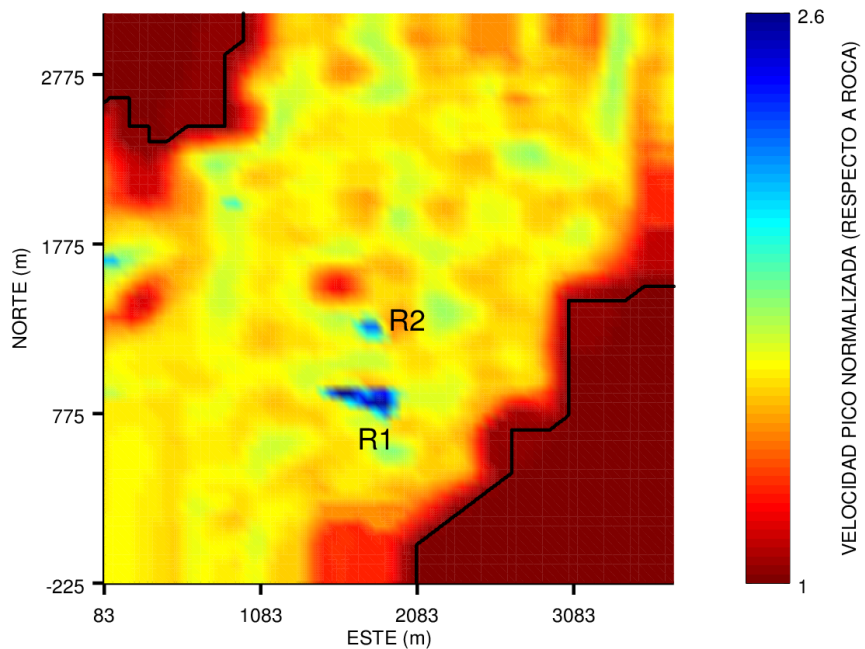


**Figura 6.27:** Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 1 (tabla 5.1) ante la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. Los símbolos R1 y R2 indican valores máximos de velocidad pico. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.

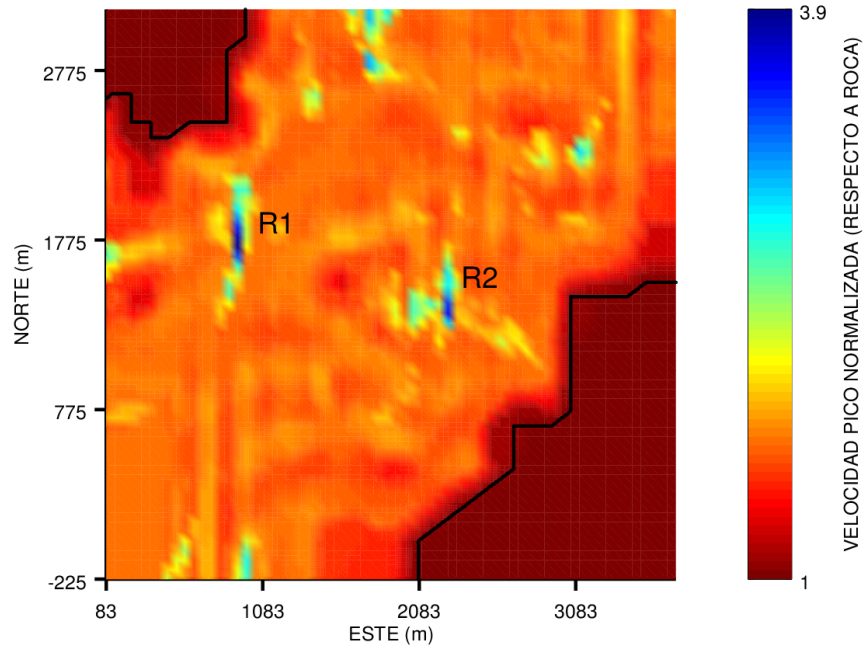




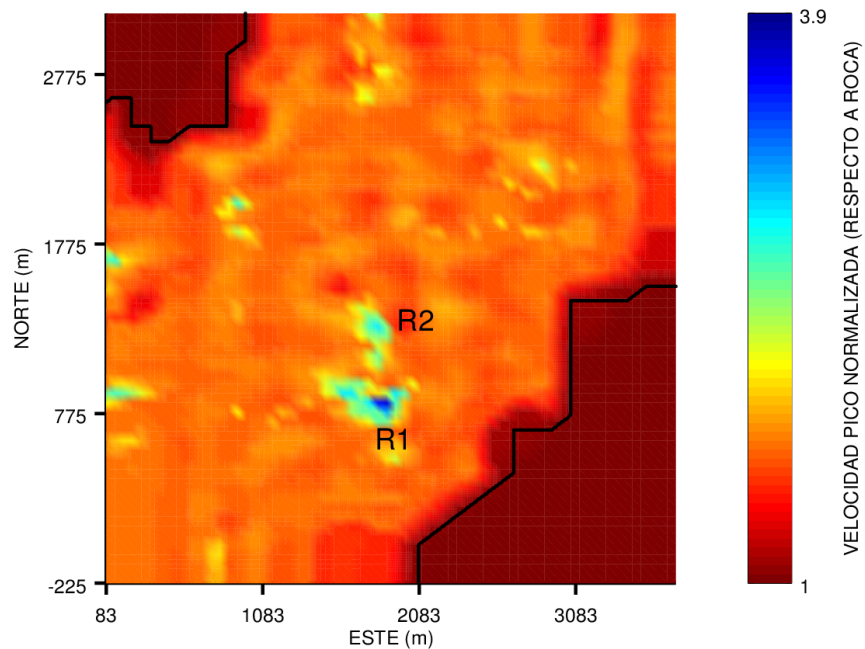
**Figura 6.28:** Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 2 (tabla 5.2) ante la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. Los símbolos R1 y R2 indican valores máximos de velocidad pico. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.29:** Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 2 (tabla 5.2) ante la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. Los símbolos R1 y R2 indican valores máximos de velocidad pico. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.30:** Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 3 (tabla 5.3) ante la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección NS. Los símbolos R1 y R2 indican valores máximos de velocidad pico. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.

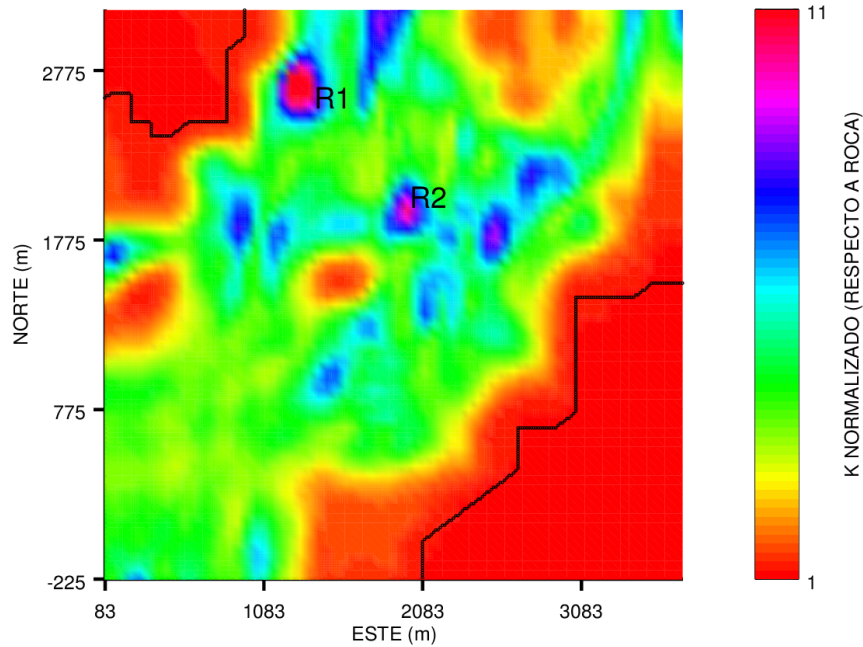


**Figura 6.31:** Mapa de velocidad pico normalizada respecto a la zona de roca de la respuesta 3D del modelo 3 (tabla 5.3) ante la incidencia vertical de una onda S plana polarizada en la dirección EW. Los símbolos R1 y R2 indican valores máximos de velocidad pico. La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.

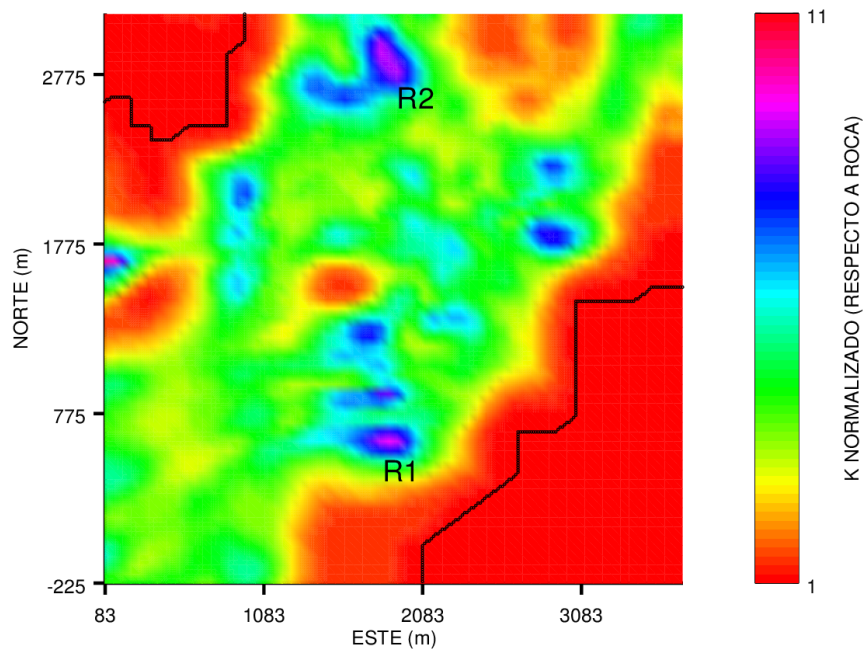
**Tabla 6.3:** Comparación de la velocidad pico calculada de la respuesta 1D y 3D normalizadas con respecto a la velocidad pico medida en roca dura. Los símbolos  $R_1$  y  $R_2$  indican valores máximos de velocidad pico.

<i>Modelo</i>	<i>Dir. de polarización</i> ( <i>señal de entrada</i> )	$VP_k$ ( $R_1$ )	$VP_k$ ( $R_2$ )	<b>Factor</b> $\frac{3D}{1D}$ $R_1 - R_2$
Modelo 1 (Tabla 5.1)	NS EW	1.66 1.54	1.6 1.6	1.1 - 1.06 1.02 - 1.06
Modelo 2 (Tabla 5.2)	NS EW	2.34 2.45	2.31 2	1.46 - 1.44 1.53 - 1.25
Modelo 3 (Tabla 5.3)	NS EW	3.76 3.58	3.68 3.4	2.35 - 2.3 2.23 - 2.1

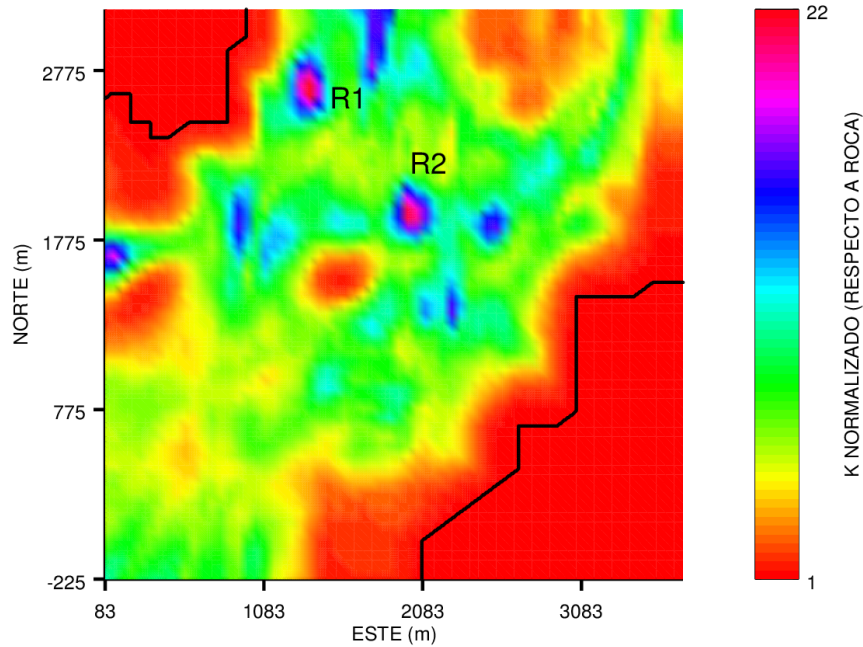
En el caso de K, los cálculos de la respuesta 3D se compararon con los calculados en el modelo 1D. En realidad, las características particulares del modelo 1D no son relevantes pues el espesor también pudo ser de 50, 100 m o algún otro espesor que estuviera dentro del rango de las dimensiones de la cuenca en la dirección vertical. Además, en algunos casos, el modelo 1D no refleja el incremento de la duración del movimiento que se observa en las respuestas 2D y 3D, puesto que la duración del sismograma sintético solo contempla la onda directa y los subsecuentes múltiples. El efecto de variar el espesor del estrato no modifica cualitativamente el fenómeno físico sino que solo impacta en el espaciamiento de los tiempos de arribo de la onda refractada y los múltiples. Por otro lado, la longitud de la ventana de tiempo del cálculo será más angosta o más ancha según sea la profundidad del modelo y el espesor de la capa. Se hicieron tres simulaciones de modelos 1D con las propiedades mecánicas descritas en las tablas (5.1, 5.2 y 5.3). No se requieren más simulaciones porque la dirección de polarización de la onda incidente no modifica cuantitativamente los parámetros del movimiento de la respuesta 1D. Los valores de K normalizados con respecto a la zona de roca de la respuesta 1D son de 2.63, 3.41 y 4.7 usando en los modelos las propiedades mecánicas descritas en las tablas (5.1, 5.2 y 5.3) respectivamente. Los mapas de K normalizado con respecto a la zona de roca dura de la respuesta 3D corresponden a las figuras (6.32, 6.33, 6.34, 6.35, 6.36 y 6.37). La tabla (6.4) contiene los valores máximos ( $R_1$  y  $R_2$ ) de K normalizado de la respuesta 3D, junto con los valores del factor (3D/1D). El factor (3D/1D) varía entre 3 y 10. Cabe señalar que K es el parámetro del movimiento que presenta más diferencias con respecto al valor calculado de la respuesta 1D. Esto no debe sorprender, pues por su definición, este parámetro sí es sensible al incremento en la duración del movimiento generado por las ondas superficiales y es también una medida de la distribución de la amplitud del rango de frecuencias involucrado en el cálculo. Por ejemplo, en el caso de las funciones de transferencia 3D, el propósito fue caracterizar el primer pico de amplificación ubicado a bajas frecuencias. Por eso restringimos nuestros resultados a un determinado intervalo de frecuencias. En cambio, al evaluar K no se discriminan las aportaciones al movimiento de las frecuencias por debajo y por arriba de la frecuencia dominante del espectro. El parámetro del movimiento que mejor capta la diferencia de la respuesta 3D de la 1D es K.



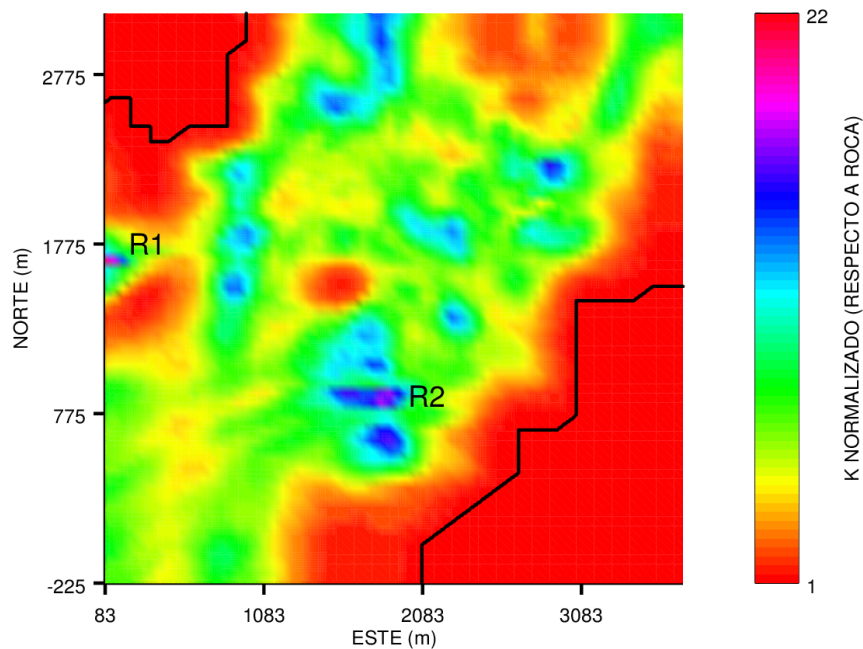
**Figura 6.32:** Mapa de  $K$  normalizado tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 1 (tabla 5.1) ante la incidencia vertical de una onda  $S$  plana polarizada en la dirección NS. Los símbolos R1 y R2 denotan valores máximos de  $K$ . La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



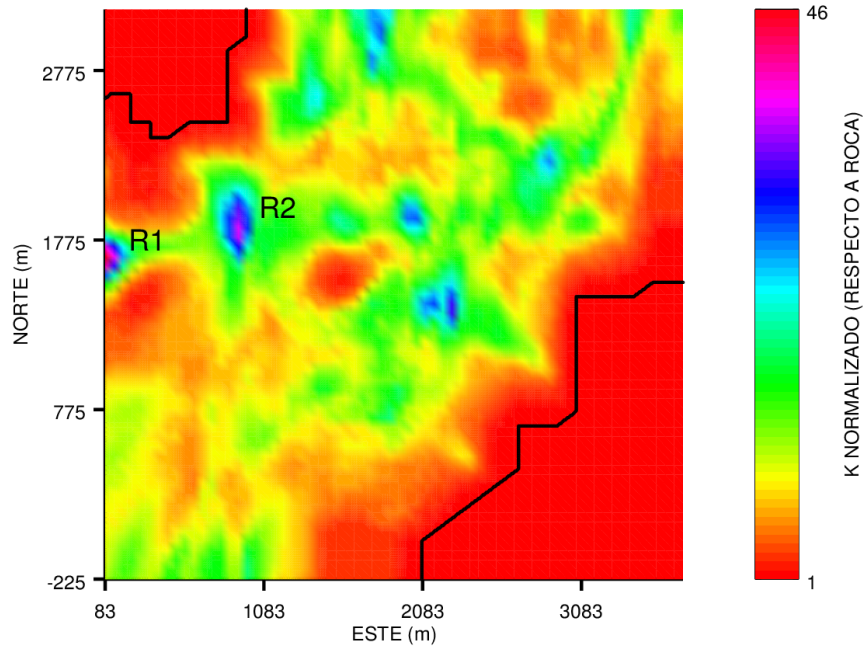
**Figura 6.33:** Mapa de  $K$  normalizado tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 1 (tabla 5.1) ante la incidencia vertical de una onda  $S$  plana polarizada en la dirección EW. Los símbolos R1 y R2 denotan valores máximos de  $K$ . La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



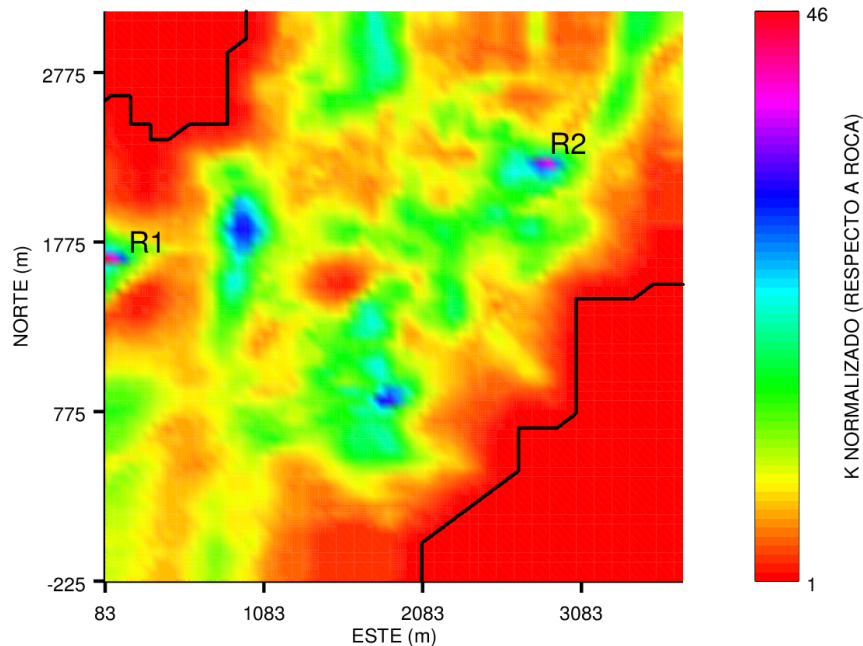
**Figura 6.34:** Mapa de  $K$  normalizado tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 2 (tabla 5.2) ante la incidencia vertical de una onda  $S$  plana polarizada en la dirección NS. Los símbolos R1 y R2 denotan valores máximos de  $K$ . La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.35:** Mapa de  $K$  normalizado tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 2 (tabla 5.2) ante la incidencia vertical de una onda  $S$  plana polarizada en la dirección EW. Los símbolos R1 y R2 denotan valores máximos de  $K$ . La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.36:** Mapa de  $K$  normalizado tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 3 (tabla 5.3) ante la incidencia vertical de una onda  $S$  plana polarizada en la dirección  $NS$ . Los símbolos  $R1$  y  $R2$  denotan valores máximos de  $K$ . La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.



**Figura 6.37:** Mapa de  $K$  normalizado tomando como referencia el valor obtenido en roca dura de la respuesta 3D del modelo 3 (tabla 5.3) ante la incidencia vertical de una onda  $S$  plana polarizada en la dirección  $EW$ . Los símbolos  $R1$  y  $R2$  denotan valores máximos de  $K$ . La línea continua delimita el contacto entre la roca dura y los sedimentos.

Sin embargo, al mismo tiempo es el parámetro con más sesgo puesto que la duración del movimiento

está sobreestimada al no incluir la atenuación en los cálculos. Al considerar a los sedimentos como materiales no-disipativos, la energía atrapada incrementa considerablemente la duración del movimiento pues ésta solo se escapa de la cuenca a través de la refracción lateral y vertical con la roca circundante. En este sentido, también se tiene sobreestimadas las amplitudes y las distancias de propagación de las ondas superficiales. En un modelo que incluya atenuación, se podría tener un mejor cálculo de la correcta duración del movimiento. También se observaría que las ondas superficiales presentan una menor amplitud y que predomina el modo fundamental, en vista de que el efecto de la atenuación se incrementa con la frecuencia.

**Tabla 6.4:** Comparación de  $K$  obtenido de la respuesta 3D y 1D normalizados con respecto al valor medido en roca dura. Los símbolos  $R_1$  y  $R_2$  indican los valores máximos.

<i>Modelo</i>	<i>Dir. de polarización</i> ( <i>señal de entrada</i> )	<i>Parámetro K</i> ( $R_1$ )	<i>Parámetro K</i> ( $R_2$ )	<i>Factor</i> $\frac{3D}{1D}$ $R_1 - R_2$
Modelo 1 (Tabla 5.1)	NS EW	9.8 8	8.2 7.6	3.8 - 3.2 3.1 - 2.9
Modelo 2 (Tabla 5.2)	NS EW	19.4 18.6	20.5 17.2	5.7 - 6 5.5 - 5
Modelo 3 (Tabla 5.3)	NS EW	44.8 43.5	43 41.2	9.5 - 9.1 9.3 - 8.8

Ambos parámetros del movimiento (velocidad pico y  $K$ ) presentan una dependencia de la dirección de polarización. Esto era de esperarse porque la geometría 3D no presenta simetría alguna en ninguna dirección, de tal forma que, la interacción más fuerte se da con las discontinuidades que son perpendiculares al movimiento de partícula de la onda incidente. Cuantitativamente, no son muy diferentes los valores máximos de la velocidad pico y de  $K$  en los modelos 3D con el mismo contraste de impedancia. Por ello, el efecto principal de la dirección de polarización es la redistribución espacial de las protuberancias en los mapas. Los valores máximos de los parámetros tienden a localizarse en las regiones cercanas a las zonas profundas del modelo. Al igual que en el caso de la amplificación, la ubicación de los valores máximos de la velocidad pico y de  $K$  concuerdan con la reportada por Olsen *et al.* (1995) en la simulación numérica de la respuesta 3D de la cuenca de *Salt Lake*, Estados Unidos. Como era de esperar, al modificarse las propiedades mecánicas de los sedimentos, cambia en tiempo y posición, el fenómeno de interferencia. Al disminuir la velocidad de propagación en los sedimentos, las longitudes de onda que se propagan dentro de la cuenca disminuyen, por lo cual son más sensibles a los detalles de la interfaz. También se ven afectadas otras características de las ondas como el frente de onda, los tiempo de arribo y las trayectorias de los rayos. No se tiene una buena resolución de la respuesta 3D en las regiones cercanas a los bordes y partes someras de la cuenca, porque nuestra señal de entrada, no tiene energía a altas frecuencias. Por ello, las longitudes de onda más pequeñas involucradas en el cálculo no son sensibles a las zonas, donde el espesor de los sedimentos es pequeño.

# Capítulo 7

## Conclusiones

En este trabajo se presentaron los resultados de la simulación numérica 3D de la respuesta sísmica de la cuenca de Concepción, República de Chile. Se usó un código de diferencias finitas para calcular el movimiento en la superficie libre ante la incidencia vertical de ondas P y S planas. La simplicidad de las excitaciones de los modelos permitió observar las similitudes y diferencias de la respuesta 1D y 3D en los dominios de la frecuencia y del tiempo debido a la presencia de heterogeneidades laterales. Los modelos buscaron reflejar las contribuciones de la estructura geológica en la respuesta sísmica considerando la importancia de dos factores que influyen en el efecto de sitio: el contraste de impedancia y la geometría 3D de la cuenca.

Se analizó la respuesta 1D y 3D en el dominio de la frecuencia (en términos de las funciones de transferencia). La comparación de las funciones de transferencia 1D y 3D estuvo centrada en la determinación de la amplitud y de la frecuencia, a la cual, se presenta el pico más bajo de amplificación. Estos son los dos valores que interesa determinar en la respuesta 1D. Las funciones de transferencia 1D y 3D no incluyen la atenuación. Sin atenuación, la función de transferencia 1D tiene picos sucesivos con el mismo valor de amplitud. Sí los cálculos incluyeran la atenuación, la menor diferencia en los valores de amplitud estaría asociada al primer pico de las funciones de transferencia 1D y 3D pues su efecto se incrementa con la frecuencia. En ese sentido, no es una sorpresa que el primer pico asociado a la frecuencia de resonancia fundamental de la respuesta 1D sea el que mejor se ajuste con el primer pico de las funciones de transferencia empíricas. La comparación entre la frecuencia dominante del primer pico y la frecuencia fundamental de resonancia (considerando modelos 1D equivalentes) mostró que aunque la primera no varía suavemente, también depende de la columna de sedimento ubicada debajo del punto de observación. La frecuencia dominante tiende a ser más grande que la frecuencia fundamental de resonancia (el factor 3D/1D varía entre 0.97 y 1.5), aunque en algunos casos es muy similar. Los contrastes de impedancia utilizados en los modelos 1D produjeron una amplificación máxima de 6.3, 8 y 11 (con respecto a la señal incidente). La geometría 3D de la cuenca aumentó, en algunos casos, la amplificación máxima esperada de los contrastes de impedancia en un factor 3D/1D entre 2.6 y 3.8. La amplificación máxima ocurre sobre las zonas de transición localizadas entre las regiones someras y profundas de la cuenca. Esta amplificación adicional a la 1D se debe a la inclusión de las heterogeneidades laterales en el modelo 3D. La variación espacial de la amplificación se produce por las interferencias constructivas y destructivas del movimiento difractado por la interfaz 3D. El montículo ubicado en la parte central del modelo (1500,1500) es una región convexa que favorece la divergencia de los frentes de onda incidentes. Esto genera interferencia destructiva alrededor del montículo. Los



resultados indican que la interferencia lateral es más determinante que la vertical, lo cual explica, la baja amplificación observada en algunas partes de la cuenca. Las contribuciones de las ondas superficiales al movimiento no aparecen en picos de amplificación separados de la amplificación relacionada con la propagación vertical de las ondas S en las funciones de transferencia 3D. Los efectos de sitio 3D ocurren a las mismas frecuencias que los efectos de sitio 1D (Chávez-García *et al.*, 1999, 2000). El uso de espectogramas corroboró que la amplitud del primer pico (asociado en la respuesta 1D exclusivamente con la propagación vertical de ondas S) de la función de transferencia 3D contiene las contribuciones de la resonancia 1D y de las ondas superficiales.

El análisis del movimiento sísmico en el dominio del tiempo permitió observar las aportaciones a la respuesta sísmica 3D de las ondas superficiales generadas localmente por los bordes de la cuenca. Por ello, se analizaron varias secciones sísmicas y se obtuvo la distribución espacial de la velocidad pico y de  $K$ . La respuesta 3D generada por las discontinuidades laterales de la cuenca no se puede analizar correctamente observando únicamente una sola sección sísmica, pues incluso el movimiento en el plano (instantáneas) no ayuda a diferenciar los detalles particulares de la propagación de un tren de ondas. Aunque las ondas superficiales requieren de una cierta distancia de los bordes para formarse, estas aparecen rápidamente en los sismogramas sintéticos porque las dimensiones de la cuenca son pequeñas. Se pudo identificar y calcular la velocidad real (en algunos casos) de las ondas de Love y de Rayleigh cuando se observaron direcciones de propagación dominantes en los sismogramas sintéticos. En muchos casos no fue posible observar el movimiento horizontal asociado a las ondas de Rayleigh porque el componente radial del movimiento estaba dominado por la onda directa, la resonancia 1D y el movimiento difractado de la cuenca. Los sismogramas sintéticos calculados ante la incidencia vertical de ondas P planas mostraron que son poco eficientes en la generación de ondas superficiales pues el movimiento difractado de los componentes horizontales es muy pequeño en comparación con el movimiento observado en el componente vertical.

El estudio del movimiento diferencial (derivada espacial del movimiento) en las zonas cercanas al contacto sedimentos-roca no proporcionó resultados útiles. Estos se podrían mejorar con modelos de pequeña escala del contacto y excitaciones del modelo que tengan energía a altas frecuencias. En el dominio del tiempo se evaluaron dos parámetros del movimiento: la velocidad pico y  $K$ . Se calcularon los cocientes de velocidad pico y de  $K$  respecto al sitio de roca. El factor 3D/1D varía entre 1.4-2.4 y 3-10 respectivamente. Los valores máximos tienden a ubicarse sobre las zonas cercanas a las regiones profundas de la cuenca. La velocidad pico es muy poco estable porque es el resultado de la interacción de las ondas (interferencia 3D) en un determinado punto.  $K$  captó más características del movimiento (*e.g.*, amplitud, duración) pero es el parámetro del movimiento con más sesgo (la duración del movimiento está sobreestimada porque no se incluye atenuación) pues depende de la ventana de tiempo de los cálculos. No se tiene una buena resolución de la respuesta 3D en las regiones someras y cercanas a los bordes de la cuenca porque las longitudes de onda mínima propagadas no son sensibles a los pequeños espesores de los sedimentos. Por esa razón, en esas zonas, el movimiento de los sismogramas sintéticos está dominado por la onda directa y el movimiento difractado de la onda incidente.

Los modelos 3D reflejaron correctamente el comportamiento físico de la cuenca ante la incidencia vertical de ondas planas en los dominios de la frecuencia y del tiempo, que se genera por

las inclusiones de las variaciones laterales de la interfaz. En esos casos, los modelo estándar 1D no predicen el aumento en la duración del movimiento y tampoco reproducen los fenómenos adicionales que se generan (e.g., generación local de ondas superficiales). La respuesta 3D depende más de las características del movimiento incidente que la 1D. La variación en la dirección de polarización de la onda incidente modificó en la respuesta 3D considerablemente la distribución espacial de los parámetros del movimiento mientras que sus valores máximos no cambiaron significativamente.

La señal de entrada usada (pulso de Gabor) está lejos de considerarse que es representativa del contenido frecuencial de la señal de un sismo real pues el rango de frecuencias, donde el pulso tiene energía, es limitado (menor a  $4.5 \text{ Hz}$ ). Sin embargo, se tendrá una buena aproximación del efecto de sitio (en caso de que los contrastes de impedancia utilizados coincidan o sean muy cercanos al real) si el movimiento incidente del sismo tiene una energía significativa a bajas frecuencias pues las longitudes de onda grandes serán sensibles al espesor equivalente de las pequeñas heterogeneidades de los sedimentos. El efecto de sitio debido a la topografía o a las condiciones geológicas locales dependen solamente de la estructura superficial del sitio. En este sentido es importante conocer la estructura porque afectará al movimiento incidente de sismos futuros de forma similar como a modificado el movimiento incidente de sismos pasados. El uso de incidencia vertical de ondas planas simplificó las simulaciones. Es una aproximación válida del campo de ondas incidente para sismos distantes del área de estudio. Tuvo sentido usar este tipo de excitación en los modelos porque se compararon los cambios observados en la respuesta sísmica al usar modelos 1D y 3D, por otro lado, porque no era nuestro propósito comparar las simulaciones con registros de sismos o hacer predicciones del movimiento esperado para sismos futuros. No obstante, la separación artificial de los factores del movimiento (fuente, trayecto y efecto de sitio) podría no ser válida (e.g., Trifunac y Udwadia, 1974) en determinadas circunstancias. En ese caso, las predicciones del movimiento esperado para sismos futuros deberían incluir en la modelación numérica la contribución simultánea de la fuente, el trayecto y el efecto de sitio.



## Referencias

- Aki, K., y Larner, K. L. (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves. *Journal of Geophysical Research*, 75(5), 933-954.
- Aki, K., y Richards, P. G. (2002). *Quantitative seismology*. University Science Books.
- Alterman, Z., y Karal, F. C. (1968). Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 58(1), 367-398.
- Aoi, S., y Fujiwara, H. (1999). 3D Finite-Difference Method Using Discontinuous Grids. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 89(4), 918-930.
- Araujo, M., y Suárez, G. (1994). Geometry and state of stress of the subducted Nazca plate beneath central Chile and Argentina: evidence from teleseismic data. *Geophys. J. Int.*, 116, 283-303.
- Bard, P., y Bouchon, M. (1980a). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70(4), 1263-1286.
- Bard, P., y Bouchon, M. (1980b). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident P and S waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70(5), 1921-1941.
- Bard, P.-Y., y Bouchon, M. (1985). The two-dimensional resonance of sediment-filled valleys. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 75(2), 519-541.
- Bard, P.-Y., Campillo, M., Chávez-García, F. J., y Sánchez-Sesma, F. (1988). The Mexico Earthquake of September 19, 1985-A Theoretical Investigation of Large- and Small-scale Amplification Effects in the Mexico City Valley. *Earthquake Spectra*, 4(3), 609-633.
- Bard, P.-Y., y Gariel, J.-C. (1986). The seismic response of two-dimensional sedimentary deposits with large vertical velocity gradients. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76(2), 343-366.
- Borcherdt, R. D. (1970). Effects of local geology on ground motion near San Francisco Bay. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 60(1), 29-61.
- Bouchon, M., y Barker, J. S. (1996). Seismic Response of a Hill: The Example of Tarzana, California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86(1), 66-72.
- Cahill, T., y Isacks, B. L. (1992). Seismicity and Shape of the Subducted Nazca Plate. *JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH*, 97(B12), 17,503-17,529.
- Campos, J., Hatzfeld, D., Lopez, R. M. G., Kausel, E., Zollo, A., Iannacone, G., ... Lyon-Caen, H. (2002). A seismological study of the 1835 seismic gap in south-central Chile. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 132, 177-195.
- Chávez-García, F. J. (2003). Site Effects in Parkway Basin: comparison between observations and 3-D modelling. *Geophys. J. Int.*, 154, 633-646.
- Chávez-García, F. J. (2011). Site effects due to topography and to soil layers: Progress made and pending issues. A personal perspective. *5th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering*, 1-14.
- Chávez-García, F. J., y Bard, P.-Y. (1994). Site effects in Mexico City eight years after the September 1985 Michoacan earthquakes. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 13, 229-247.
- Chávez-García, F. J., Castillo, J., y Stephenson, W. R. (2002). 3D site effects: A thorough analysis of a high-quality dataset. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 92(5), 1941-1951.
- Chávez-García, F. J., y Faccioli, E. (2000). Complex site effects and building codes: Making the leap. *Journal of Seismology*, 4, 23-40.

- Chávez-García, F. J., y Montalva, G. A. (2014). Efectos de sitio para Ingenieros Geotécnicos, estudio del valle Parway. *Obras y Proyectos*, 16, 6–30.
- Chávez-García, F. J., Pedotti, G., Hatzfeld, D., y Bard, P.-Y. (1990). An experimental study of site effects near Thessaloniki (northern Greece). *Bull. Seism. Soc. Am.*, 80(4), 784-806.
- Chávez-García, F. J., Raptakis, D., Makra, K., y Pitilakis, K. (2000). Site effects at Euroseistest-II. Results from 2D numerical modeling and comparison with observations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 19, 23–39.
- Chávez-García, F. J., Raptakis, D., Makra, K., y Pitilakis, K. (2002). The importance of the reference station in modelling site effects up to larger frequencies. The case of Euroseistest. *Proceedings of the 12th European conference earthquake engineering, paper 589*.
- Chávez-García, F. J., y Salazar, L. (2002). Strong Motion in Central Mexico: A Model Based on Data Analysis and Simple Modeling. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 92(8), 3087–3101.
- Chávez-García, F. J., y Stephenson, W. R. (2003). Reply to 'comment on '3D site effects: A thorough analysis of a high-quality dataset' by F. J. Chávez-García and J. Castillo and W. R. Stephenson,' by R. Paolucci and E. Faccioli. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 93(5), 2306-2316.
- Chávez-García, F. J., Stephenson, W. R., y Rodríguez, M. (1999). Lateral Propagation Effects Observed at Parkway, New Zealand. A Case History to Compare 1D versus 2D Site Effects. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 89(3), 718–732.
- Clayton, R., y Engquist, B. (1977). Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 67(6), 1529–1540.
- Cornou, C., y Bard, P.-Y. (2003). Site-to-bedrock over 1d transfer function ratio: An indicator of the proportion of edge-generated surface waves?. *Geophysical Research Letters*, 30(9), 1-4.
- Cornou, C., Bard, P.-Y., y Dietrich, M. (2003a). Contribution of dense array analysis to the identification and quantification of basin-edge induced waves, Part 1: Methodology. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 93(6), 2604-2623.
- Cornou, C., Bard, P.-Y., y Dietrich, M. (2003b). Contribution of dense array analysis to the identification and quantification of basin-edge induced waves, Part 2: Application to Grenoble Basin (French Alps). *Bull. Seism. Soc. Am.*, 93(6), 2624-2648.
- Cárdenas, M., Chávez-García, F. J., y Gusev, A. (1997). Regional amplification of ground motion in central Mexico. Results from coda-length magnitude data and preliminary modeling. *Journal of Seismology*, 1, 341–355.
- Field, E. H., y Jacob, K. H. (1995). A comparison and test of various site-response estimation techniques, including three that are not reference-site dependent. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 85, 1127-1143.
- Frankel, A., Hough, S., Friberg, P., y Busby, R. (1991). Observations of Loma Prieta aftershocks from a dense array in Sunnyvale, California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 00(5), 1900-1922.
- Frankel, A., Stephenson, W., y Carver, D. (2009). Sedimentary basin effects in Seattle Washington: Ground motion observations and simulations. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 99(3), 1579-1611.
- Frankel, A., y Vidale, J. (1992). A three-dimensional simulation of seismic waves in the Santa Clara valley, California, from a Loma prieta aftershock. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 82(5), 2045-2074.
- Furumura, T., y Kennett, B. L. N. (1998). On the nature of regional seismic phases-III. The influence of crustal heterogeneity on the wavefield for subduction earthquakes: the 1985 Michoacan and 1995 Copala, Guerrero, Mexico earthquakes. *Geophys. J. Int.*, 135, 1060–1084.
- Graves, R. W. (1993). Modeling three-dimensional site response effects in the Marina District Basin, San Francisco, California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 83(4), 1042-1063.

- Graves, R. W. (1996). Simulating Seismic Wave Propagation in 3D Elastic Media Using Staggered-Grid Finite Differences. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86(4), 1091–1106.
- Graves, R. W., Pitarka, A., y Somerville, P. G. (1998). Ground motion amplification in the Santa Monica area: Effects of shallow basin-edge structure. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 88(5), 1224–1242.
- Haskell, N. A. (1960). Crustal reflection of plane SH waves. *Journal of Geophysical Research*, 65(12), 4147–4150.
- Haskell, N. A. (1962). Crustal reflection of plane P and SV waves. *Journal of Geophysical Research*, 67(12), 4751–4767.
- Higdon, R. L. (1991). Absorbing boundary conditions for elastics waves. *GEOPHYSICS*, 56(2), 231–241.
- Hill, J., Benz, H., Murphy, M., y Schuster, G. (1990). Propagation and resonance of SH waves in the Salt Lake valley, Utah. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 80(1), 23–42.
- Hisada, Y., y Yamamoto, S. (1996). One, two and three-dimensional site effects in sediment-filled basins. *Elsevier Science Ltd*(2040), 1–8.
- Hudson, D. E., y Housner, G. W. (1958). An analysis of strong-motion accelerometer data from the San Francisco earthquake of march 22, 1957. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 48, 253–268.
- Igel, H. (2017). *Computational Seismology. A practical introduction*. Oxford University Press.
- Inzunza, D. A., Montalva, G. A., Leyton, F., Prieto, G., y Ruiz, S. (2019). Shallow ambient-noise 3D tomography in the Concepción basin, Chile: implications por low-frequency ground motions. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 109(1), 75–86.
- Jiang, T., y Kuribayashi, E. (1988). The three-dimensional resonance of axisymmetric sediment-filled valleys. *Soils and Foundations*, 28(4), 130–146.
- Kawase, H. (1996). The cause of the damage belt in Kobe: 'The basin-edge effect,' Constructive interference of the direct S-wave with the basin-induced diffracted/Rayleigh waves. *seismological Research Letters*, 67(5), 25–34.
- Kawase, H., y Aki, K. (1989). A study on the response of a soft basin for incident S, P, and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico city. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 79(5), 1361–1382.
- Kelly, K. R., Ward, R. W., Treitel, S., y Alford, R. M. (1976). Synthetic seismograms: a finite-difference approach. *GEOPHYSICS*, 41(1), 2–27.
- Kramer, S. L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice-Hall.
- Kristek, J., y Moczo, P. (2003). Seismic-Wave Propagation in Viscoelastic Media with Material Discontinuities: A 3D Fourth-Order Staggered-Grid Finite-Difference Modelling. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 93(5), 2273–2280.
- Kristek, J., y Moczo, P. (2006). On the Accuracy of the Finite-Difference Schemes: The 1D Elastic Problem. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 96(6), 2398–2414.
- Kristek, J., Moczo, P., y Gális, M. (2010). Stable discontinuous staggered grid in the finite-difference modelling of seismic motion. *Geophys. J. Int.*, 183, 1401–1407.
- Kristek, J., Moczo, P., y Lucka, M. (2000). *USER'S GUIDE TO DVS3.0*. Version July 7.
- Lermo, J., y Chávez-García, F. J. (1993). Site effect evaluation using spectral ratios with only one station. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 83(5), 1574–1594.
- Leyton, F., Ruiz, S., y Sepúlveda, S. A. (2010). Reevaluación del peligro sísmico probabilístico en Chile central. *Andean Geology*, 37(2), 455–472.
- Lorito, S., Romano, F., Atzori, S., Tong, X., Avallone, A., McCloskey, J., . . . Piatanesi, A. (2011). Limited overlap between the seismic gap and coseismic slip of the great 2010 Chile earthquake. *Nature Geoscience*, 4, 173–177.

- Macra, K., Raptakis, D., Chávez-García, F. J., y Pitilakis, K. (2002). How important is the detailed knowledge of a 2D soil structure for site response evaluation?. *12th European Conference on Earthquake Engineering*, 1-10.
- Makra, K., y Chávez-García, F. J. (2016). Site effects in 3D basins using 1D and 2D models: an evaluation of the differences based on simulations of the seismic response of Euroseistest. *Bull Earthquake Eng*, 14, 1177-1194.
- Mardones, M., y Vidal, C. (2001). La zonificación y evaluación de los riesgos naturales de tipo geomorfológico: un instrumento para la planificación urbana en la ciudad de Concepción. *eure*, XXVII(81), 97-122.
- Moczo, P. (1989). Finite-difference technique for SH-waves in 2-D media using irregular grids-application to the seismic response problem. *Geophys. J. Int.*, 99, 321-329.
- Moczo, P., y Bard, P.-Y. (1993). Wave diffraction, amplification and differential motion near strong lateral discontinuities. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 83(1), 85-106.
- Moczo, P., Kristek, J., y Bystrický, E. (2001). Efficiency and optimization of the 3-D finite-difference modeling of seismic ground motion. *Journal of Computational Acoustics*, 9(2), 593-609.
- Moczo, P., Kristek, J., Galis, M., Pazak, P., y Balazovjeh, M. (2007). The finite-difference and finite-element modeling of seismic wave propagation and earthquake motion. *acta physica slovacica*, 57(2), 177-406.
- Moczo, P., Kristek, J., y Gális, M. (2004a). Simulation of the Planar Free Surface with Near-Surface Lateral Discontinuities in the Finite-Difference Modeling of Seismic Motion. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 94(2), 760-768.
- Moczo, P., Kristek, J., y Halada, L. (2000). 3D Fourth-Order Staggered-Grid Finite Difference Schemes: Stability and Grid Dispersion. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 90(3), 587-603.
- Moczo, P., Kristek, J., y Halada, L. (2004b). *The finite-difference method for seismologists An introduction*. COMENIUS UNIVERSITY BRATISLAVA.
- Moczo, P., Kristek, J., Varycuk, V., Archuleta, R. J., y Halada, L. (2002). 3D Heterogeneous Staggered-Grid Finite-Difference Modeling of Seismic Motion with Volume Harmonic and Arithmetic Averaging of Elastic Moduli and Densities. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 92(8), 3042-3066.
- Moczo, P., Labák, P., Kristek, J., y Hron, F. (1996). Amplification and differential motion due to an antiplane 2D resonance in the Sediment valleys embedded in a layer over the half-space. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86(5), 1434-1446.
- Moczo, P., Lucká, M., Kristek, J., y Kristeková, M. (1999). 3D Displacement Finite Differences and a Combined Memory Optimization. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 89(1), 69-79.
- Montalva, G. A., Chávez-García, F. J., Tassara, A., y Weisser, D. M. J. (2016). Site Effects and Building Damage Characterization in Concepción after the Mw 8.8 Maule Earthquake. *Earthquake Spectra*, 32(3), 1469-1488.
- Mooney, H. M., y Bolt, B. A. (1966). Dispersive characteristics of the first three Raileigh modes for a single surface layer. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 56(1), 43-67.
- Nakamura, Y. (1989). A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface. *QR of RTRI*, 30, 25-33.
- Nie, S., Wang, Y., Olsen, K. B., y Day, S. M. (2017). Fourth-Order Staggered-Grid Finite-Difference Seismic Wavefield Estimation Using a Discontinuous Mesh Interface (WEDMI). *Bull. Seism. Soc. Am.*, 107(5), 2183-2193.
- Nuñez, I., Boroschek, R., Comte, D., y Contreras, V. (Marzo de 2015). Nuevo peligro sísmico para Chile. *XI Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Sísmica (ACHISINA)*, 1-12.

- Ohori, M., Kotetsu, K., y Minami, T. (1992). Seismic responses in three-dimensionally sediment-filled valleys due to incident plane waves. *J. Phys. Earth*, 40, 209-222.
- Olsen, K. B., Archuleta, R. J., y Matarse, J. R. (1995). Three-Dimensional Simulation of a Magnitude 7.75 Earthquake on the San Andreas Fault. *Science*, 270(5242), 1628-1632.
- Olsen, K. B., Minster, S. M., Cui, Y., Chourasia, A., Okaya, D., Maechling, P., y Jordan, T. (2008). Terashake2:spontaneous rupture simulations of Mw 7.7 earthquakes on the southern San Andreas fault. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 98(3), 1162-1185.
- Olsen, K. B., Nigbor, R., y Konno, T. (2000). 3D viscoelastic wave propagation in the upper Borrego Valley, California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 90, 134-150.
- Olsen, K. B., Pechmann, J. C., y Schuster, G. T. (1995). Simulation of 3D wave propagation in the Salt Lake Basin. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 85(6), 1688-1710.
- Olsen, K. B., Pechmann, J. C., y Schuster, G. T. (1996). An analysis of simulated and observed blast records in the Salt Lake Basin. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86(4), 1061-1076.
- Pardo, M., Monfret, T., Vera, E., Eisenberg, A., y Yañez, G. (Agosto de 2003). Morfología de la subducción utilizando datos locales: sismotectónica de Chile central. *X Congreso Geológico Chileno*, 1-10.
- Peng, C., y Toksoz, M. N. (1995). An optimal absorbing boundary condition for elastic wave modeling. *GEOPHYSICS*, 60(1), 296-301.
- Pilz, M., Parolai, S., Leyton, F., Campos, J., y Zschau, J. (2009). A comparison of site response techniques using earthquake data and ambient seismic noise analysis in the large urban areas of Santiago de Chile. *Geophys. J. Int.*, 178, 713-728.
- Pilz, M., Parolai, S., Picozzi, M., Wang, R., Leyton, F., Campos, J., y Zschau, J. (2010). Shear wave velocity model of the Santiago de Chile basin derived from ambient noise measurements: a comparison of proxies for seismic site conditions and amplification. *Geophys. J. Int.*, 182, 355-367.
- Pilz, M., Parolai, S., Stupazzini, M., Paolucci, R., y Zschau, J. (2011). Modelling basin effects on earthquake ground motion in the Santiago de Chile basin by a spectral element code. *Geophys. J. Int.*, 187, 929-945.
- Pitarka, A. (1999). 3D Elastic Finite-Difference Modeling of Seismic Motion Using Staggered Grids with Nonuniform Spacing. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 89(1), 54-68.
- Pitarka, A., Irikura, K., Iwata, T., y Sekiguchi, H. (1998). Three-Dimensional Simulation of the Near-Fault Ground Motion for the 1995 Hyogo-ken Nanbu (Kobe), Japan, Earthquake. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 88(2), 428-440.
- Pitarka, A., Suetsugu, D., y Takenaka, H. (1996). Elastic Finite-Difference Modeling of Strong Motion in Ashigara Valley for the 1990 Odawara, Japan, Earthquake. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86(4), 981-990.
- Poblete, M., y Dobry, R. (1968). Modelo dinámico del sub-suelo de Concepción. *IDIEM*, 7(3), 111-136.
- Ramírez, P., y Vivallos, J. (2009). Microzonificación sísmica de la ciudad de Concepción-Chile. *XII Congreso Geológico Chileno*, 1-4.
- Randall, C. J. (1989). Absorbing boundary condition for the elastic wave equation: Velocity-stress formulation. *GEOPHYSICS*, 54(9), 1141-1152.
- Raptakis, D., Chávez-García, F. J., Makra, K., y Pitilakis, K. (2000). Site Effects at Euroseistest-I. Determination of the valley structure and confrontation of observations with 1D analysis. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 19, 1-22.
- Rial, J. A. (1989). Seismic wave resonances in 3-D sedimentary basins. *Geophys. J. Int.*, 99, 81-90.



- Rosenblueth, E., y Arciniega, A. (1992). Response spectral ratios. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21, 483–492.
- Rovithis, E. N., Parashakis, H., y Mylonakis, G. E. (2011). 1D harmonic response of layered inhomogeneous soil: Analytical investigation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 31, 879–890.
- Ruegg, J. C., Rudloff, A., Vigny, C., Madariaga, R., Campos, J. B. C. J., Kausel, E., . . . Dimitrov, D. (2009). Interseismic strain accumulation measured by GPS in the seismic gap between Constitución and Concepción in Chile. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 175, 78–85.
- Satoh, T., Kawase, H., Sato, T., y Pitarka, A. (2001). Three-Dimensional Finite-Difference Waveform Modeling of Strong Motion Observed in the Sendai Basin, Japan. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 91(4), 812–825.
- Scrivner, C. W., y Helmberger, D. V. (1994). Seismic waveform modeling in the Los Angeles basin. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 84(5), 1310–1326.
- Scrivner, C. W., y Helmberger, D. V. (1999). Finite-Difference Modeling of Two Aftershocks of the 1994 Northridge, California, Earthquake. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 89(6), 1505–1518.
- Seed, H. B., Romo, M. P., Sun, J. I., Jaime, A., y Lysmer, J. (1988). The Mexico Earthquake of September 19, 1985—Relationships Between Soil Conditions and Earthquake Ground Motions. *Earthquake Spectra*, 4(4), 687–729.
- Singh, S. K., Mena, E., y Castro, R. (1988). Some aspects of source characteristics of the 19 september 1985 Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico city from strong motion data. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78(2), 451–477.
- Stein, S., y Wysession, M. (2003). *An introduction to seismology, earthquakes, and earth structure*. BlackWell Publishing.
- Trifunac, M. D., y Brune, J. M. (1970). Complexity of energy release during the imperial valley, California, earthquake of 1940. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 60(1), 137–160.
- Trifunac, M. D., y Udawadia, F. E. (1974). Variations of strong earthquake ground shaking in the Los Angeles area. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 64(5), 1429–1454.
- Tucker, B. E., y King, J. L. (1984). Dependence of sediment-filled valley response on input amplitude and valley properties. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74(1), 153–165.
- Vidale, J. E., y Clayton, R. W. (1986). A stable free-surface boundary condition for two-dimensional elastic finite-difference wave simulation. *GEOPHYSICS*, 51(12), 2247–2249.
- Virieux, J. (1984). SH-wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *GEOPHYSICS*, 49(11), 1933–1957.
- Virieux, J. (1986). P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *GEOPHYSICS*, 51(4), 889–901.
- Wang, Y., Xu, J., y Schuster, G. T. (2001). Viscoelastic Wave Simulation in Basin by a Variable-Grid Finite-Difference Method. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 91(6), 1741–1749.
- Yegian, M. K., Ghahraman, V. G., y Gazetas, G. (1994). Seismological, Soil and Valley Effects in Kirovakan, 1988 Armenia Earthquake. *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(2), 349–365.
- Yoshida, N. (2015). *Seismic Ground Reponse Analysis*. Springer.
- Zhang, Z., Zhang, W., Li, H., y Chen, X. (2013). Stable discontinuous grid implementation for collocated-grid finite-difference seismic wave modelling. *Geophys. J. Int.*, 192, 1179–1188.