



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Desarrollo y Aplicación de un
Algoritmo para la Obtención
de Imágenes del Subsuelo
con Tectónica Salina**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniera Geofísica

P R E S E N T A

María Fernanda Valverde García

DIRECTOR DE TESIS

Dr. José Carlos Ortiz Alemán



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019

AGRADECIMIENTOS

- A Dios, que me dio la paciencia, sabiduría e inteligencia para aprender sobre la rama más bonita de la geofísica, exploración petrolera. Por darme la oportunidad de seguir su camino del conocimiento. Por hacerme un ser con conciencia con amor a la ciencia, por hacerme un ser fiel a mis principios.
- Gracias por este universo maravilloso que nos diste. A mis padres por ser mis guías, darme su amor, consejos y dejarme tener a mis perros, ustedes fueron mi sustento económico y me enseñaron el camino de Dios. A mis abuelos por su amor, apoyo y consentirme.
- A Gustavo, por tu amor, ayudarme cuando estoy en las peores situaciones y estar también en las buenas, por enseñarme de todo y algo muy importante conocer mis límites, por ser mi compañero de viaje, mi mejor amigo y novio.
- A mi tía Christina, por sus consejos y darme todo su apoyo durante esta etapa importante.
- A mis borreguitos hermosos, por ser mis mejores amigos, quererme tanto cuando llego a la casa y por su amor incondicional.
- A Carlos Ortiz Alemán, mi director de tesis, por darme conocimiento, consejos, paciencia en clases y durante el proyecto de tesis, así como también a Javier Abreu por su ayuda durante en el desarrollo en mi proyecto.
- A Ricardo Castrejón Pineda, por brindarme su conocimiento durante las clases, consejos y darme la oportunidad de trabajar con usted.
- A Julián Zapotitla, por enseñarme sobre exploración petrolera y ser paciente conmigo, así como su apoyo en mi tesis.
- A Josue Tago, fue un gran profesor que me motivó para tener una excelente base de física de ondas para así entender la naturaleza.
- A Mauricio Nava, por enseñarme una parte muy bonita que es cómo obtener un modelo real desde la “nada” con matemáticas y programación, es hacer magia con matemáticas.
- A Delia Ramos y a Ángeles Cervantes, mis profesoras de la ENALLT por enseñarme tanto de culturas diferentes a la mía y ser muy pacientes conmigo.
- A mi alma mater y al pueblo de México, por darme educación, arte y cultura en la máxima casa de estudios.
- A los demás profesores, de la preparatoria y de la universidad por ser parte fundamental de mi crecimiento en el conocimiento y enseñarme tanto de todo.
- A mis amigos, gracias por estar ahí cuando más lo necesité y hacer mi estancia en la UNAM más amena.

RESUMEN

La importancia de obtener kernels de sensibilidad es reducir costos en la etapa de migración en el procesamiento de datos sísmicos petroleros, por esta razón en este trabajo se desarrolla un algoritmo basado en los principios de la Migración Reversa en Tiempo para la obtención de kernels de sensibilidad κ , μ y ρ propuestos por Tromp & Liu (2005) esto con el fin de obtener modelos de velocidad de onda P lo más cercano al modelo original.

Se usaron modelos tipo del Atlás de Tectónica Salina (Hudec, M. R. & M. P. A. Jackson, 2011), obtuvieron sismogramas y se aplicó el algoritmo, esto se usó en tres modelos con tectónica salina en el Golfo de México y se muestra la discusión de la reconstrucción de los modelos.

ABSTRACT

The importance of obtaining the sensitivity kernels is to reduce the costs pertaining the migration step in seismic data processing, as such this work develops an RTM based algorithm that constructs the sensitivity kernels κ, μ and ρ proposed by tromp & Liu (2005) in order to reconstruct the subsurface image as close as possible to the original models.

The three models used in this work are based on Salt Tectonics Atlas (Hudec, M.R. & M.P.A. Jackson, 2011) and contain salt tectonics observed in the Gulf of Mexico, synthetic seismograms are then introduced to the algorithm in order to reconstruct the original models, results are thus discussed and recommendations for further analisis are in place.

Índice

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Objetivos	3
1.2. Justificación	3
2. MARCO TEÓRICO	4
2.1. Ley de Hooke	4
2.2. Ecuación de Onda	5
2.3. Ley de Snell	7
2.4. Sísmica de reflexión	7
2.5. Diferencias Finitas	8
2.6. Migración	11
2.6.1. Migración Reversa en Tiempo (RTM–Reverse Time Migration)	12
3. FUNDAMENTOS DE GEOLOGÍA	13
3.1. Tectónica salina	13
3.2. Forma de las estructuras de sal	13
3.2.1. Estructuras salinas diapíricas	14
3.2.2. Estructuras salinas no diapíricas	14
3.3. Mecanismos en la deformación de la sal	15
3.4. Sistema petrolero	17
4. ESQUEMA NUMÉRICO	19
4.1. Solución de la ecuación de onda en un medio discretizado	19
4.2. Fronteras absorbentes para la atenuación de ruido	23
4.3. Algoritmo para la reconstrucción de imágenes del subsuelo	29
5. CASOS DE ESTUDIO	32

5.1. Crecimiento de una hoja de sal (Domo Mitchell), en el área de Mississippi Canyon, Golfo de México 33

5.2. Hoja de sal parcialmente evacuada. 34

5.3. Perfil de sal en Atwater Fold Beld, Golfo de México. 35

6. RESULTADOS 36

6.1. Caso 1 37

6.2. Caso 2 42

6.3. Caso 3 45

7. CONCLUSIONES 50

8. REFERENCIAS 51

Índice de figuras

2.3.1.Representación de como actúa una onda P cuando se propaga en dos medios diferentes y se refractan y reflejan en ondas P y SV. (Stein y Wysession, (2003)	7
2.4.1.Estratos paralelos con velocidades distintas en donde hay fuentes y receptores y envían ondas al medio, los receptores registran la información del medio. .	8
3.2.1.Diagrama en donde están las diferentes formas de las estructuras de sal. (Jackson & Talbot, 1991)	14
3.4.1.Diagrama que ilustra los elementos del sistema petrolero (negro) y procesos que involucran a la formación del hidrocarburo (azul). (Nordeng, S., 2013). .	18
4.1.1.Del lado izquierdo es la atribución de esfuerzos y velocidades en un punto en el nodo mientras que en el lado izquierdo del esquema las atribuciones son intermedia en el mismo.	21
4.1.2.En la malla propuesta por Virieux J. (1986) se atribuyen los esfuerzos y velocidades en un nodo resolviendo computacionalmente con diferencias finitas. .	21
4.2.1.Definición del medio principal y la frontera absorbente PML, la región PML empieza $x = 0$ y se extiende a $x > 0$. (Komatitsch, 2007).	24
4.2.2.Esquema esfuerzos-velocidades discretizado usando fronteras absorbentes de tipo CPML. (Virieux, J., 1986).	28
4.3.1.Algoritmo de fundamentado en los principios de la RTM en donde comienza con un modelo de densidad y velocidad de onda P inicial y sismogramas, para así hacer la propagación directa y la propagación adjunta para luego calcular los kernels de sensibilidad y así actualizar el modelo de velocidad de onda P y densidad, este ciclo se repite hasta obtener un modelo de densidades y velocidades final.	29
5.0.1.Mapa de los bloques en EUA en donde están las estructuras usadas en este proyecto. Imagen tomada de Nixon et al, (2016).	32

5.1.1. Modelos de restauración de la formación del domo salino en Mississippi, Golfo de México. (Hudec & Jackson, 2011).	33
5.2.1. Perfil sísmico en el Norte del Golfo de México, en donde se observan las edades de los estratos y el cuerpo salino descansando sobre el Jurásico. (Hudec & Jackson, 2011).	34
5.3.1. Perfil sísmico en el Cinturón Plegado de abanico en Mississippi, Golfo de México. (Hudec & Jackson, 2011).	35
6.1.1. Sismograma de la componente vertical del caso 1.	37
6.1.2. Gradiente de velocidades de onda P.	38
6.1.3. Kernel de sensibilidad κ correspondiente a la iteración 1.	38
6.1.4. Modelo de velocidades de onda P con las primeras tres capas interpretadas.	39
6.1.5. Kernel κ correspondiente a la tercera iteración	39
6.1.6. Modelo de velocidades P inundado de sal.	40
6.1.7. Kernel μ correspondiente a la iteración 5.	40
6.1.8. Modelo final de velocidades P	41
6.1.9. Modelo de velocidades P del modelo original	41
6.2.1. sismograma de la componente vertical.	42
6.2.2. Gradiente de velocidades de onda P.	42
6.2.3. Kernel κ correspondiente a la iteración 1.	43
6.2.4. Modelo de velocidades P correspondiente a la iteración 4.	43
6.2.5. Kernel de sensibilidad κ de la iteración 4	43
6.2.6. Modelo de velocidades P final	44
6.2.7. Modelo de velocidades original.	44
6.3.1. Sismograma de la componente vertical.	45
6.3.2. Gradiente de velocidades de onda P.	46
6.3.3. Kernel μ de la iteración 1.	46
6.3.4. Modelo de velocidades de onda P de la iteración 3.	47

6.3.5. Kernel ρ correspondiente a la iteración 3	47
6.3.6. Modelo de velocidades de onda P correspondiente a la iteración 6.	48
6.3.7. Kernel μ correspondiente a la iteración 6	48
6.3.8. Modelo de velocidades de onda P de la iteración final.	49
6.3.9. Modelo de velocidades de onda P del modelo original.	49

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad la sísmica de reflexión es la prospección geofísica más usada para identificar la ubicación de yacimientos de hidrocarburos, sin embargo los yacimientos de hidrocarburos aún no explotados están cercanos a cuerpos salinos a distintas profundidades, este es un reto global para la industria petrolera, por lo que presento en este trabajo distintos casos de tectónica salina en el Golfo de México y se reconstruyen las imágenes usando kernels de sensibilidad.

El requisito de formación de imágenes de estructuras geológicas complejas ha llevado a el desarrollo de algoritmos de migración basados en la ecuación de onda. Propongo una aplicación del algoritmo de migración de tiempo inverso (RTM), para obtener los kernels de sensibilidad descritos por Tromp, J. et al (2005), para ayudar con la interpretación del modelo de velocidades de onda P y densidades.

La importancia de obtener kernels de sensibilidad es reducir costos en la etapa de migración en el procesamiento de datos sísmicos petroleros, por esta razón en este trabajo se desarrolla un algoritmo basado en los principios de la Migración Reversa en Tiempo para la obtención de kernels de sensibilidad κ , μ y ρ descritos por Tromp, J. et al (2005), esto

con el fin de obtener modelos de velocidad de onda P lo más cercano al modelo original. Se usaron modelos sintéticos, obtuvieron sismogramas y se aplicó el algoritmo desarrollado, use tres modelos con tectónica salina en el Golfo de México.

1.1. Objetivos

En este proyecto se tienen dos objetivos, el primero es desarrollar una herramienta numérica que utiliza el principio del algoritmo RTM para obtener kernels de sensibilidad. El segundo es reconstruir imágenes del subsuelo en diferentes contextos geológicos presentes en el Golfo de México basados en el Atlas de Tectónica Salina (Hudec, M. R. & M. P. A. Jackson, 2011).

1.2. Justificación

Para encontrar nuevos yacimientos de hidrocarburos, la necesidad de prospección geofísica, especialmente la prospección sísmica, es esencial; sin embargo, estos depósitos están en lugares cada vez más difíciles de encontrar debido a que son cada vez más profundos, y la tectónica salina únicamente lo empeora.

Esto hace que el nuevo desafío en la exploración petrolera la ubicación de las estructuras geológicas tal como la sal se más precisa la reconstrucción del subsuelo.

Una parte muy importante para encontrar yacimientos es identificar la forma de la sal para así comprender su historia geológica, evitar accidentes en pozos exploratorios, y realizar un cálculo adecuado del hidrocarburo y si en un proyecto conviene explotar el yacimiento.

Debido a la problemática mencionada, en este trabajo realizo pruebas con modelos tipo obtenidos del Atlas de Tectónica Salina (Hudec et al., 2011) la idea es reconstruir estos modelos a partir del algoritmo que realicé con el fin de poder observar contextos geológicos que varían desde la forma y profundidad de la sal.

CAPÍTULO 2

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Ley de Hooke

La ley de Hooke establece la relación entre el esfuerzo y la deformación en un material elástico, esta relación está descrita por la siguiente ecuación:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}e_{kl} \quad (2.1.1)$$

En donde σ_{ij} es el tensor de esfuerzos, e_{kl} es el tensor de deformación y C_{ijkl} describe el comportamiento del material. C_{ijkl} son 81 constantes en una matriz, sin embargo los tensores de esfuerzo y de deformación son simétricos (ec.2.1.2) y (ec.2.1.3) por lo tanto reducimos a 36 constantes

$$C_{ijkl} = C_{jikl} \quad (2.1.2)$$

$$C_{ijkl} = C_{ijlk} \quad (2.1.3)$$

Para reducir la ecuación aún más, tomamos en cuenta que existe isotropía general, esto quiere decir que se preserva la energía de deformación y es otro tipo de simetría (ec.2.1.4) por lo que disminuimos a 21 constantes

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad (2.1.4)$$

Finalmente, reducimos a dos constantes que son los módulos elásticos, éstas son llamadas como constantes de Lamé. 2.1.1 queda de la siguiente forma:

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (2.1.5)$$

En donde θ es la dilatación, μ es el módulo de corte, λ es la constante de Lamé. Otra constante es el módulo de compresibilidad κ , descrita en la ecuación 2.1.6.

$$\lambda = \kappa - \frac{2}{3}\mu \quad (2.1.6)$$

2.2. Ecuación de Onda

En la propagación de energía en un medio elástico, homogéneo e isótropo la describimos utilizando tres ecuaciones principales que son la de movimiento, deformación y la ecuación constitutiva del material.

La ecuación de movimiento está definida como:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.2.7)$$

Esta ecuación describe la segunda ley de Newton en donde σ_{ij} es el tensor tensión de Cauchy, F_i es el tensor fuerza y u_i es el tensor desplazamiento.

La ecuación de deformación, describe la relación entre el tensor de desplazamiento u_i con

el tensor de deformación y se escribe de la siguiente manera:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.2.8)$$

esta es la ecuación constitutiva (ec.2.1.5)

Ahora sustituyendo la ecuación de deformación (ec.2.2.8) en la ecuación de la ley de Hooke (ec.2.1.5) obtendremos:

$$\sigma_{ij} = \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.2.9)$$

Ahora derivando la ecuación anterior respecto a x_j obtendremos lo siguiente

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \lambda \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right) \quad (2.2.10)$$

Por último, sustituyendo 2.2.10 en la ecuación de movimiento (ec.2.2.7), queda expresada como:

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.2.11)$$

Y las constantes de Lamé relacionadas a las ondas elásticas quedarían definidas como

$$\lambda = \rho(V_p^2 - 2V_s^2) \quad (2.2.12)$$

$$\mu = \rho V_s^2 \quad (2.2.13)$$

En donde κ es el módulo de compresibilidad, μ es el módulo de corte, ρ es la densidad, V_s es la velocidad de ondas de corte y V_p es la velocidad de ondas compresionales.

2.3. Ley de Snell

Cuando una onda incide en la frontera que separa dos medios de propiedades distintas como en la figura 2.3.1, la trayectoria de la onda transmitida depende linealmente de la relación entre los índices de refracción y la dirección de la onda incidente.

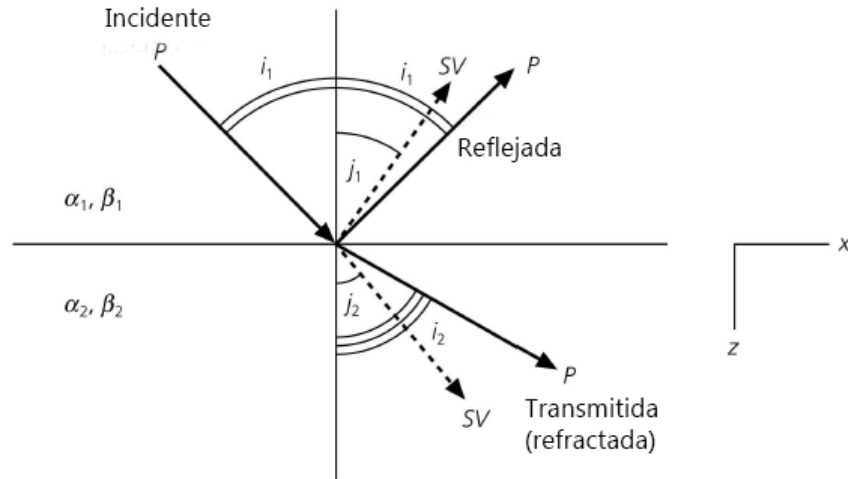


Fig. 2.3.1: Representación de como actúa una onda P cuando se propaga en dos medios diferentes y se refractan y reflejan en ondas P y SV. (Stein y Wysession, (2003)

De la figura 2.3.1

$$C_x = \frac{\alpha_1}{\sin(i_1)} = \frac{\alpha_2}{\sin(i_2)} = \frac{\beta_1}{\sin(j_1)} = \frac{\beta_2}{\sin(j_2)} \quad (2.3.14)$$

En donde C_x es la lentitud horizontal.

2.4. Sísmica de reflexión

En la exploración petrolera, el método más usado es la sísmica de reflexión, permite obtener información sobre las estructuras geológicas en el subsuelo y puede llegar a grandes profundidades. Se usan fuentes controladas como vibroseis en zona terrestre y pistolas de aire en zonas marinas para generar ondas elásticas en el subsuelo y la respuesta del medio se registra con receptores.

Las trazas registradas en los receptores se ordenan a partir de un punto medio común (CMP), esto significa que las trazas se acomodan por geometría correspondientes al punto medio entre una fuente y un receptor como se muestra en la figura 2.4.1.

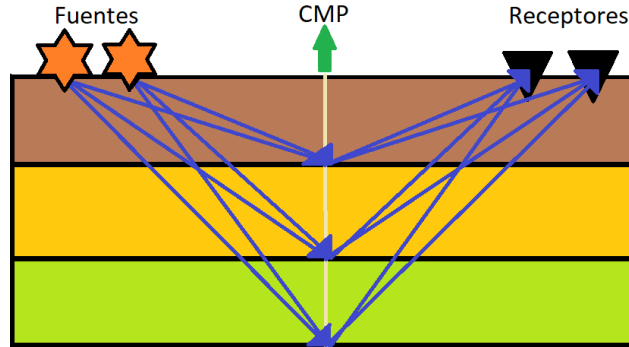


Fig. 2.4.1: Estratos paralelos con velocidades distintas en donde hay fuentes y receptores y envían ondas al medio, los receptores registran la información del medio.

2.5. Diferencias Finitas

Las diferencias finitas aproximan derivadas en un medio discreto. Iserles, A. (2009) define los siguientes operadores de las diferencias finitas en un espacio \mathbb{R}^z .

Cada operador está definido en términos de su acción en un elemento individual de la secuencia z en donde $z = \{z_k\}_{k=-\infty}^{k=\infty}$:

El operador de desplazamiento: $(\varepsilon z)_k = z_{k+1}$;

El operador de diferencia hacia adelante, $(\Delta_+ z)_k = z_{k+1} - z_k$;

El operador de diferencia hacia atrás, $(\Delta_- z)_k = z_k - z_{k-1}$;

El operador de diferencia centrada, $(\Delta_0 z)_k = z_{k+\frac{1}{2}} - z_{k-\frac{1}{2}}$;

Y el operador promedio, $(\Upsilon_0 z)_k = \frac{1}{2}(z_{k-\frac{1}{2}} + z_{k+\frac{1}{2}})$.

Los tres primeros operadores están definidos para todo $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, sin embargo los últimos dos, Δ_o y Υ_0 no mapean z en sí mismo, pero usados de manera apropiada estos operadores pueden estar perfectamente definidos.

Suponiendo que la secuencia z se origina del muestreo de una función z en puntos equiespaciados: $z_k = z(kh)$ para $h > 0$ y que z es una función entera, definimos el operador

diferencial:

$$(Dz)_k = z'(kh) \quad (2.5.15)$$

Todos estos operadores son lineales. El propósito del calculo de diferencias finitas es aproximar derivadas utilizando combinaciones lineales de valores de la función en una malla. Por la suposición $z_k = z(kh)$, $k = 0, \pm 1, \pm 2$ los operadores de diferencias finitas dependen del parámetro h . Teniendo $g(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j x^j$, una función analítica arbitraria dada en términos de su expansión en series de Taylor. Tomando nota que

$$\varepsilon - I, \Upsilon_0 - I, \Delta_+, \Delta_-, \Delta_0, hD \xrightarrow{(h \rightarrow 0+)} 0 \quad (2.5.16)$$

donde I es la identidad. Se puede expandir g en términos de $\varepsilon - I$, Υ_0 , Δ_+ , etc.

Por fines prácticos; se expresan todos los operadores de diferencias finitas en términos de ε

$$\Delta_+ = \varepsilon - I \quad (2.5.17)$$

$$\Delta_- = I - \varepsilon^{-1} \quad (2.5.18)$$

$$\Delta_0 = \varepsilon^{1/2} - \varepsilon^{-1/2} \quad (2.5.19)$$

$$\Upsilon_0 = \frac{1}{2} \varepsilon^{-1/2} - \varepsilon^{1/2} \quad (2.5.20)$$

Con esto en mente, se expresa el operador D en términos de ε . Para cada función analítica z es cierto que

$$\varepsilon z(x) = z(x+h) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} \left[\frac{d^j z(x)}{dx^j} \right] h^j = \left[\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} (hD)^j \right] z(x) = e^{hD} z(x) \quad (2.5.21)$$

obteniendo

$$hD = \ln \varepsilon \quad (2.5.22)$$

Combinando las ecuaciones 2.5.22 con 2.5.17 , 2.5.18, 2.5.19 se obtiene 2.5.23, 2.5.24,

2.5.25

$$hD = \ln(I + \Delta_+) \quad (2.5.23)$$

$$hD = -\ln(I - \Delta_-) \quad (2.5.24)$$

$$hD = 2\ln\left(\frac{1}{2}\Delta_0 + \sqrt{I + \frac{1}{4}\Delta_0^2}\right) \quad (2.5.25)$$

Sin embargo, no tiene sentido aproximar las derivadas únicamente en términos de puntos en la cuadrícula que se encuentran de un solo lado, la mejor opción es usar el operador de diferencias finitas centradas Δ_0 , excepto que ahora, discutiendo aproximaciones en una cuadrícula, no se puede ignorar que $\Delta_0 z$ no es una secuencia propia de una cuadrícula.

Retomando 2.5.25, se considera la expansión de Taylor de la función $g(\xi) : \ln(\xi + \sqrt{1 + \xi^2})$, se tiene que:

$$g'(\xi) = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} = \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{2j}{j} \left(\frac{1}{2}\xi\right)^{2j} \quad (2.5.26)$$

donde $\binom{2j}{j}$ es un coeficiente binomial igual a $(2j)!/(j!)^2$. Como $g(0) = 0$ y la serie de Taylor converge uniformemente para $|\xi| < 1$.

$$g(\xi) = g(0) + \int_0^\xi g'(\tau) d\tau = 2 \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{2j+1} \binom{2j}{j} \left(\frac{1}{2}\xi\right)^{2j+1} \quad (2.5.27)$$

tomando $\xi = \frac{1}{2}\Delta_0$, se deduce de 2.5.25 la expansión formal

$$D = \frac{2}{h} g\left(\frac{1}{2}\Delta_0\right) = \frac{4}{h} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{2j+1} \binom{2j}{j} \left(\frac{1}{4}\Delta_0\right)^{2j+1} \quad (2.5.28)$$

Aunque desafortunadamente 2.5.28 es del tipo incorrecto, todas las potencias de Δ_0 son impares, sin embargo las potencias pares de potencias impares, son a su vez pares, llevando

la ecuación anterior a una potencia par, se llega a:

$$D^{2s} = \frac{1}{h^{2s}} \left[(\Delta_0^2)^s - \frac{s}{12} (\Delta_0^2)^{s+1} + \frac{s(11+5s)}{1440} (\Delta_0^2)^{s+2} - \frac{s(382+231s+35s^2)}{362880} (\Delta_0^2)^{s+3} \right] + O(h^8) \quad (2.5.29)$$

expresando Υ_0 en términos de Δ_0^2

$$\Upsilon_0 = \left(I + \frac{1}{4} \Delta_0^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.5.30)$$

Ahora se multiplica 2.5.28 por la identidad I, utilizando su definición en 2.5.30

$$I = \Upsilon_0 \left(I + \frac{1}{4} \Delta_0^2 \right)^{-\frac{1}{2}} = \Upsilon_0 \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{2j}{j} \left(\frac{1}{16} \Delta_0^2 \right)^j \quad (2.5.31)$$

Lo que significa que

$$D = \frac{1}{h} (\Upsilon_0 \Delta_0) \left[\sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{2j}{j} \left(\frac{1}{16} \Delta_0^2 \right)^j \right] \left[\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2i+1} \binom{2i}{i} \left(\frac{1}{16} \Delta_0^2 \right)^i \right] \quad (2.5.32)$$

teniendo una ecuación exclusivamente dependiente de Δ_0^2 y $\Upsilon_0 \Delta_0$. que están perfectamente definidos en la malla.

2.6. Migración

Durante el procesamiento de datos sísmicos petroleros una etapa muy importante es la migración, ya que esta mueve los reflejos a sus verdaderas posiciones subsuperficiales y colapsa las difracciones, mejorando así la resolución espacial y produciendo una imagen sísmica del subsuelo. (Yilmaz, 2001).

Existen dos tipos de migración una es en tiempo y otra en profundidad y cada una se puede hacer antes o después del apilamiento. La diferencia es el dominio en el que se realiza el proceso, la migración en profundidad es más costosa pero produce mejores resultados en

geologías complejas.

2.6.1. Migración Reversa en Tiempo (RTM–Reverse Time Migration)

La Migración Reversa en Tiempo (RTM) es un método de obtención de imágenes sísmicas para mapear la reflectividad del subsuelo usando formas de onda sísmicas registradas. La práctica en sismología de exploración ha establecido desde hace mucho tiempo un enfoque doble de imágenes sísmicas: el uso del modelado de velocidad para establecer los modelos de velocidad que referencia la longitud de onda larga y el uso de la migración sísmica para mapear las estructuras de reflectividad de longitud de onda corta. Entre los diversos métodos de migración sísmica para diferentes situaciones, RTM es el único método que es capaz de usar todos los tipos de ondas sísmicas que se pueden calcular numéricamente. Iniciado a principios de la década de 1980, RTM busca una imagen de la reflectividad del subsuelo como la mejor coincidencia en un espacio de imagen entre la extrapolación de datos de forma de onda invertida en el tiempo y la predicción basada en el modelo de velocidad estimada y los parámetros de la fuente. (Zhou, H., 2018)

Los procedimientos de un algoritmo de RTM incluyen tres partes: modelado directo, extrapolación de tiempo inverso e imagen (Jiang. Z. et al., 2010).

CAPÍTULO 3

3. FUNDAMENTOS DE GEOLOGÍA

3.1. Tectónica salina

Según Rojas C. (2010) existen 4 principales factores que influyen en el movimiento de la sal y en el tipo de estructura o forma que finalmente se presente:

- Resistencia o viscosidad de la sal.
- La composición y espesor de la capa original.
- La resistencia a la fractura de las rocas que las cubren (bajo esfuerzo cortante).
- El contenido de agua en las capas de sal y en las rocas adyacentes (lubricación).

3.2. Forma de las estructuras de sal

Jackson & Talbot C. (1991) definieron en orden dependiendo de la geometría del contacto entre capa de origen, la sobrecarga y en orden de aumento de la madurez estructural, las siguientes formas de sal como en la figura 3.2.1. Los cuerpos de sal pueden ser de sal autóctono que es un cuerpo de sal que está en la capa en donde se formó por evaporación, y sal alóctona. Se encuentra en un lugar fuera de la formación y suele situarse en estratos más jóvenes.

Jackson & Talbot (1991) sugieren usar este término incluso si la capa de sal permanece unido a su capa de origen y dividieron las estructuras de sal en diapíricas y no diapíricas.

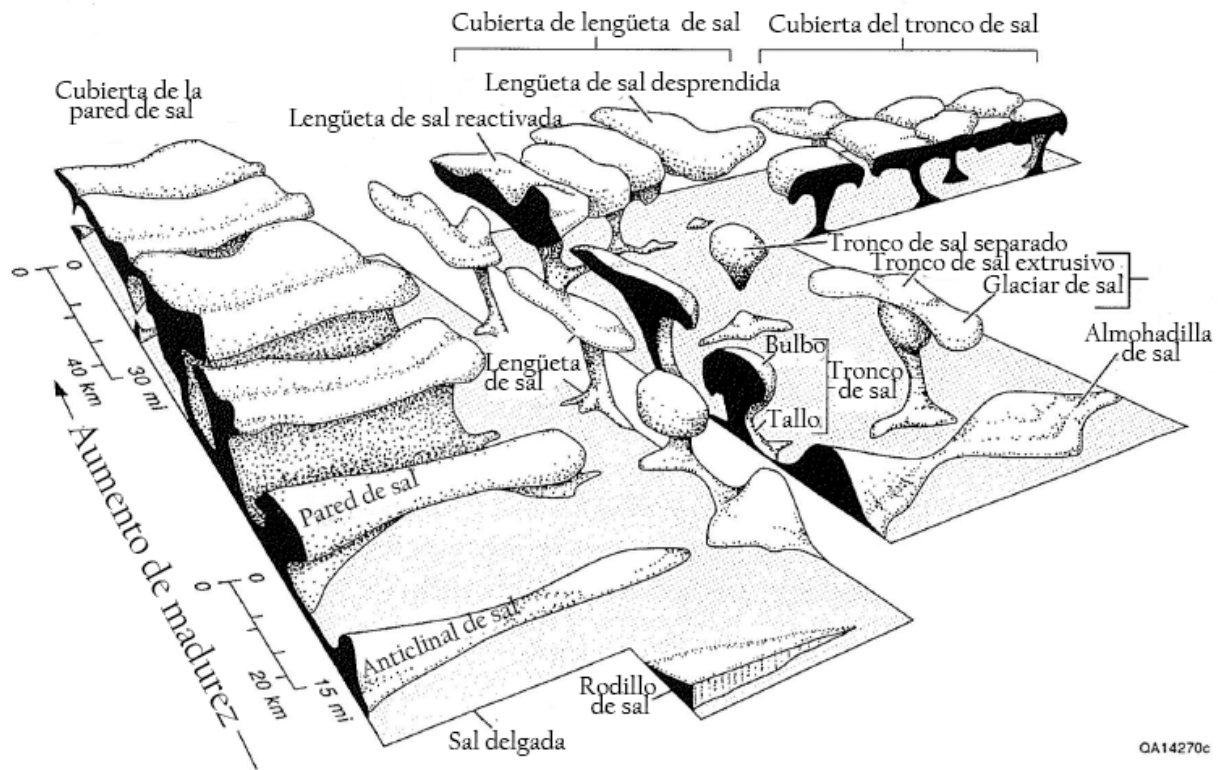


Fig. 3.2.1: Diagrama en donde están las diferentes formas de las estructuras de sal. (Jackson & Talbot, 1991)

3.2.1. Estructuras salinas diapíricas

Son aquellas estructuras intrusivas en secuencias sedimentarias. Por ejemplo: Paredes de sal, troncos de sal, diapiros de sal, cubiertas de sal, lengüeta de sal.

3.2.2. Estructuras salinas no diapíricas

Las características de las estructuras de sal no diapíricas son las siguientes:

- Relieves suaves

- Tipo de estructuras salinas inmaduras
- Baja amplitud
- Primeras en deformarse en la masa salina

Las estructuras salinas no diapíricas son las siguientes: almohadillas de sal, anticlinales salinos, montículos de sal y ondulaciones de sal.

3.3. Mecanismos en la deformación de la sal

De acuerdo con Jackson & Talbot (1991) los siguientes procesos afectan la tectónica salina en una variedad de configuraciones tectónicas, pero se pueden ver en su forma más pura donde el flujo de sal es alimentado completamente por la gravedad, o donde σ_1 es vertical y todas las tensiones laterales son iguales a la presión litostática. Cualquier extensión, incluida la falla normal, representa solo el estiramiento local relacionado con la intrusión diapírica.

- **Tectónica salina:** Cualquier deformación tectónica que involucre sal u otras rocas evaporitas.
- **Halokinesis:** Forma de tectónica salina en la que el flujo de sal es alimentado completamente por la gravedad, es decir, mediante la liberación de la energía potencial de gravedad sola, en ausencia de fuerzas tectónicas laterales significativas. (Trusheim, 1957)
- **Perforación activa:** Crecimiento diapírico posdeposicional a través de sobrecarga precinemática. Por lo tanto, a medida que el diapiro aumenta en relieve al crecer hacia arriba, su base permanece a una profundidad constante debajo de la superficie sedimentaria, y su cresta se eleva hacia ella. Más comúnmente, los diapiros crecen mediante una combinación de los miembros finales ideales de la perforación activa y pasiva porque los sedimentos se acumulan mientras el diapiro se abre camino hacia la superficie. Este tipo

de perforación activa implica una intrusión forzada, que probablemente solo sea posible en diapiros relativamente altos cubiertos por una sobrecarga relativamente delgada, a menos que la sobrecarga se extienda o sea fluida o inusualmente débil. (Jackson et al, 1988; Nelson, 1989)

- **Perforación pasiva:** Crecimiento diapírico sin deposición: el diapiro aumenta el relieve al crecer hacia abajo en relación con la superficie sedimentaria, su base disminuye, junto con los estratos circundantes, a medida que la cuenca se llena de sedimento.
- **Carga diferencial:** Está asociada a la formación de gradientes laterales de presión causados por la variación lateral en espesor (tanto de la sal como de la sobrecubierta), por la densidad o peso de la sobrecarga. Estas variaciones pueden estar asociadas a aspectos sedimentológicos (especialmente en el límite plataforma-talud, donde la diferencia en el espesor de depósitos ya sea de abanicos, deltas o lóbulos, da lugar a diferentes densidades en la sobrecubierta y en el peso que esta ejerce sobre la sal) o estructurales (adelgazamiento por efectos de expansión o engrosamiento por efectos de fallas de crecimiento). A diferencia del mecanismo de flotación, este mecanismo no requiere de inversión de densidades o sepultamiento de la sal por debajo del nivel de flotación para funcionar (Jackson & Talbot, 1991).
- **Vuelco de gravedad:** Intercambio en la posición de la capa de origen y sobrecarga de modo que la capa menos densa sea finalmente la más alta; el proceso rara vez se completa en la naturaleza.
- **Carga diferencial:** Colapso vertical y extensión lateral de la sal y cualquier sobrecarga bajo su propio peso. Una superficie superior de inmersión permite que un pequeño componente de la fuerza del cuerpo gravitatorio se resuelva en una tensión de cizalladura descendente para impulsar la expansión. (Jackson & Talbot, 1991).

3.4. Sistema petrolero

El sistema petrolero es un conjunto de características geológicas para que exista la acumulación de hidrocarburos. El sistema petrolero incluye procesos geológicos así como elementos representados en la figura 3.4.1, sin alguno de estos no puede existir una acumulación de este. Los elementos y procesos del sistema petrolero son siguientes puntos:

- **Roca generadora:** Este tipo de roca contiene gran contenido de materia orgánica, comúnmente por el acumulamiento de fitoplancton, algas y de plantas terrígenas y cuando la roca alcanza suficiente temperatura se genera aceite o gas.
- **Roca almacén:** Es la roca en donde se acumula el hidrocarburo, esta tiene comúnmente alta porosidad.
- **Roca sello:** Hace que los fluidos no puedan seguir migrando más allá de la roca almacén formando una barrera por encima de esta. Su principal característica es que sea impermeable como podrían ser lutitas, rocas evaporitas y carbonatos con porosidad cero.
- **Roca de sobrecarga:** Esta roca se encarga de generar una adecuada presión y temperatura sobre las roca generadora, almacén y sello.
- **Ruta de migración:** Son aberturas por donde el hidrocarburo se mueve de la roca generadora hacia la roca almacén, este es un proceso lento. La migración es causada por el entierro, la compactación y el aumento en el volumen y la separación de los componentes de la roca fuente. Debe haber porosidad y permeabilidad dentro de las rocas para permitir el movimiento.
- **Formación de trampa:** Es la configuración de rocas adecuadas para mantener hidrocarburos atrapados y sellados por una formación a través de la cual los hidrocarburos no pueden migrar. Existen diferentes tipos de trampas pueden ser estructurales, domos salinos, estratigráficas o una combinación de las anteriores.

- **Sincronía:** Es el acontecimiento de ocurra en tiempo oportuno.

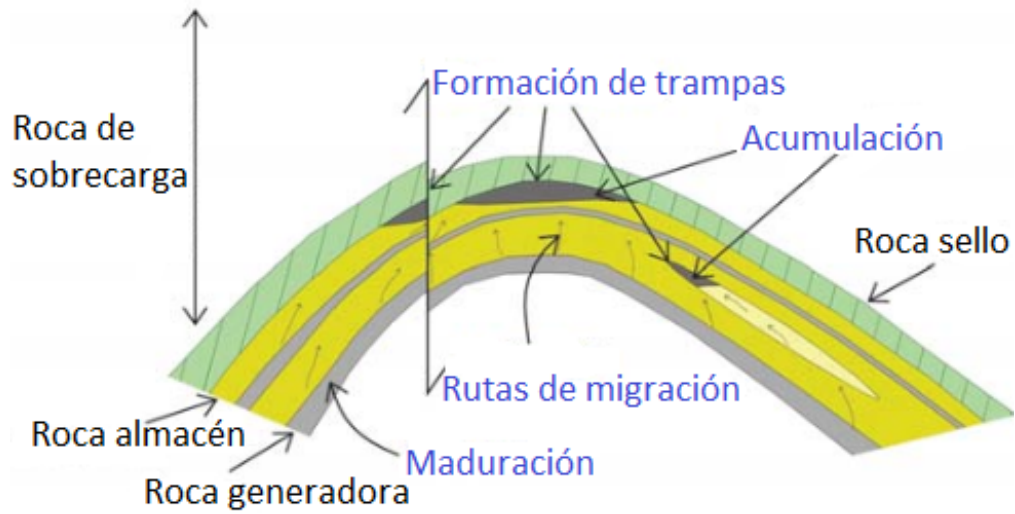


Fig. 3.4.1: Diagrama que ilustra los elementos del sistema petrolero (negro) y procesos que involucran a la formación del hidrocarburo (azul). (Nordeng, S., 2013).

CAPÍTULO 4

4. ESQUEMA NUMÉRICO

En el programa desarrollado para resolver la ecuación de onda empleo un esquema esfuerzos-velocidades, discretizado con diferencias finitas en dos dimensiones como fue propuesto por Virieux, J. (1986) y uso fronteras absorbentes de tipo CPML.

4.1. Solución de la ecuación de onda en un medio discretizado

Tenemos un medio elástico bidimensional con propiedades ρ , λ y μ , tales definen el comportamiento del mismo.

A partir de la ecuación de movimiento 2.2.11 y de la ley de Hooke.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4.1.1)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (4.1.2)$$

Donde

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma u_i}{\sigma x_j} + \frac{\sigma u_j}{\sigma x_i} \right) \quad (4.1.3)$$

Definiendo

$$v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (4.1.4)$$

Tomamos la derivada temporal de la ley de Hooke y la ecuación de movimiento.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \lambda \frac{\delta}{\delta t} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.1.5)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} \quad (4.1.6)$$

Tenemos 5 incógnitas con 5 ecuaciones; consiguiendo un sistema de ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas de primer orden que quedan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) = (\lambda + \mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (4.1.7)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \quad (4.1.8)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = (\lambda + \mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (4.1.9)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + Fx = \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} \quad (4.1.10)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + Fz = \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} \quad (4.1.11)$$

Para resolver estas ecuaciones a partir de diferencias finitas se discretiza con un intervalo de muestreo Δx y Δy . Virieux J. (1986) propone atribuir los esfuerzos y velocidades de un nodo a posiciones intermedias de nodos adyacentes.

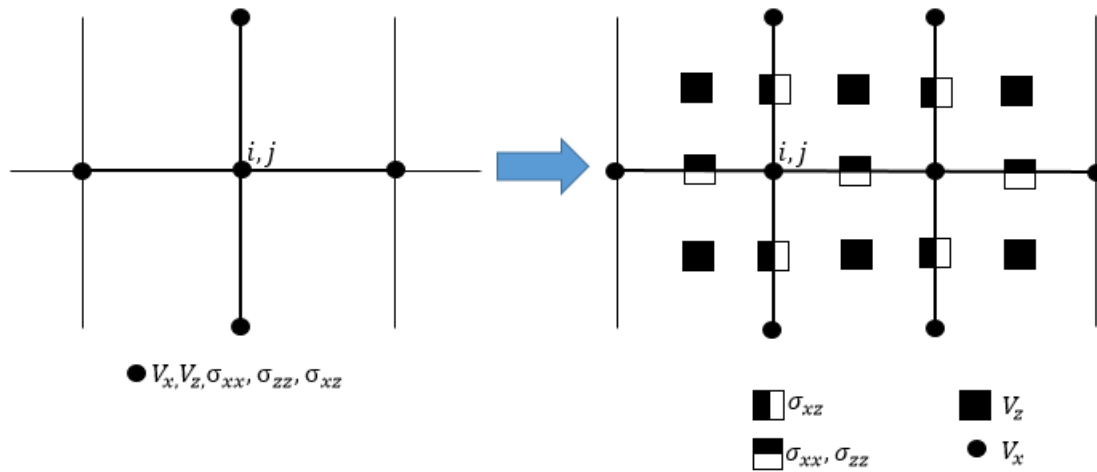


Fig. 4.1.1: Del lado izquierdo es la atribución de esfuerzos y velocidades en un punto en el nodo mientras que en el lado izquierdo del esquema las atribuciones son intermedia en el mismo.

Con esto se crea una malla, conocida como malla de Virieux utilizada para resolver las ecuaciones de esfuerzos y velocidades en cada nodo, en cada tiempo.

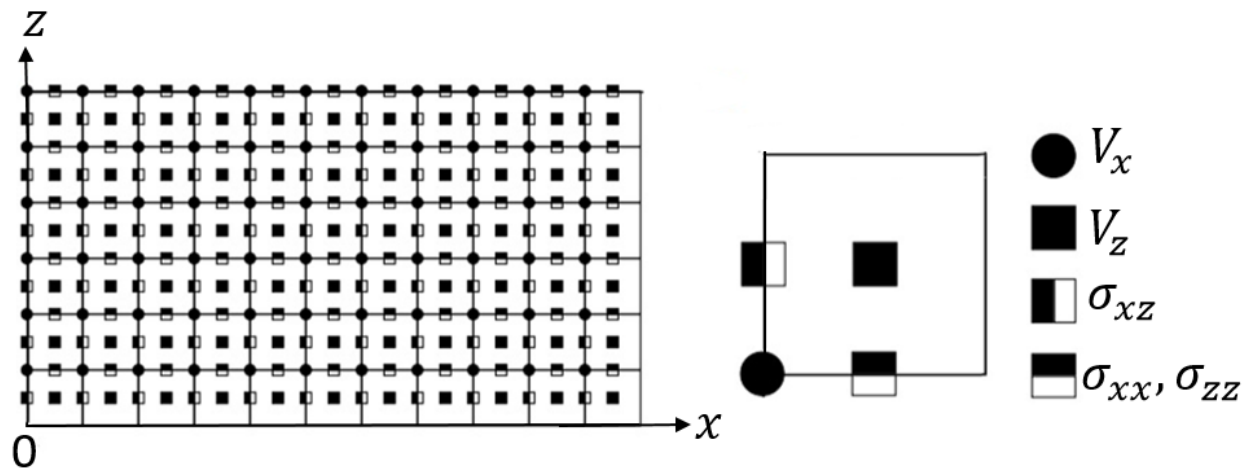


Fig. 4.1.2: En la malla propuesta por Virieux J. (1986) se atribuyen los esfuerzos y velocidades en un nodo resolviendo computacionalmente con diferencias finitas.

Esto nos lleva a las ecuaciones numéricas que se resuelven en cada tiempo.

$$\sigma_{xx}^{k+1}(i+\frac{1}{2},j) = \Delta t \left[\frac{\lambda(i+\frac{1}{2},j) + 2\mu(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta x} \left(v_x^{k+\frac{1}{2}}(i+1,j) - v_x^{k+\frac{1}{2}}(i,j) \right) + \frac{\lambda(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta z} \left(v_z^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}) - v_z^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}) \right) \right] + \sigma_{xx}^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j) \quad (4.1.12)$$

$$\sigma_{xz}^{k+1}(i,j+\frac{1}{2}) = \Delta t \left[\frac{\mu(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta z} \left(v_x^{k+\frac{1}{2}}(i,j+1) - v_x^{k+\frac{1}{2}}(i,j) \right) + \frac{\mu(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta x} \left(v_z^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}) - v_z^{k+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}) \right) \right] + \sigma_{xz}^{k+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2}) \quad (4.1.13)$$

$$\sigma_{zz}^{k+1}(i+\frac{1}{2},j) = \Delta t \left[\frac{\lambda(i+\frac{1}{2},j) + 2\mu(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta z} \left(v_z^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}) - v_z^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}) \right) + \frac{\lambda(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta x} \left(v_x^{k+\frac{1}{2}}(i+1,j) - v_x^{k+\frac{1}{2}}(i,j) \right) \right] + \sigma_{zz}^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j) \quad (4.1.14)$$

$$v_x^{k+\frac{1}{2}}(i,j) = \frac{\Delta t}{\rho(i,j)} \left[\frac{\sigma_{xx}^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j) - \sigma_{xx}^{k+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j)}{\Delta x} + \frac{\sigma_{xz}^{k+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2}) - \sigma_{xz}^{k+\frac{1}{2}}(i,j-\frac{1}{2})}{\Delta z} + Fx \right] + v_x^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j) \quad (4.1.15)$$

$$v_z^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}) = \frac{\Delta t}{\rho(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})} \left[\frac{\sigma_{xz}^{k+\frac{1}{2}}(i+1,j+\frac{1}{2}) - \sigma_{xz}^{k+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2})}{\Delta x} + \frac{\sigma_{zz}^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+1) - \sigma_{zz}^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta z} + Fz \right] + v_z^{k+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j) \quad (4.1.16)$$

La solución de estas ecuaciones está restringida a la condición de estabilidad (Virieux,1986)

$$V_{pm\acute{a}x} \Delta t \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} < 1 \quad (4.1.17)$$

Que depende de la discretización y de la máxima velocidad de onda P para cumplirse en todo el medio.

La velocidad de fase adimensional de la onda S (velocidad de fase entre velocidad verda-

dera) esta dada por

$$q_s = \frac{V_p \sqrt{2}}{V_s \pi \gamma H} \sin^{-1} \left[\frac{V_s \gamma}{V_p \sqrt{2}} \sqrt{\sin^2(\pi H \cos \theta) + \sin^2(\pi H \sin \theta)} \right] \quad (4.1.18)$$

Donde

$$\gamma = \sqrt{2} V_p \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (4.1.19)$$

$$H = \frac{\Delta x}{\lambda} \quad (4.1.20)$$

La ecuación 4.1.19 controla la dispersión numérica y 4.1.20 es la cantidad de nodos por longitud de onda. Que depende de la relación de Poisson (V_s/V_p) debe tomar máximo el valor de 1 para considerar una condición de no dispersión, entonces

$$q_{smáx} = \frac{\lambda F}{V_s} = 1 \quad (4.1.21)$$

Así

$$\lambda = \frac{V_s}{F} \quad (4.1.22)$$

Para garantizar una modelación correcta se necesitan por lo menos 10 nodos por longitud de onda, por lo que

$$H = \frac{\Delta x}{\lambda} < 0,1 \quad (4.1.23)$$

Esta ecuación es conocida como la condición de dispersión.

4.2. Fronteras absorbentes para la atenuación de ruido

En un medio finito, como es el caso de una propagación numérica existirán reflexiones originadas por las fronteras, estas reflexiones enmascaran la información real del medio que

se quiere obtener. Berenger (1994) propone un método para evitar reflexiones generadas en la frontera simulando un medio no finito con fronteras absorbentes del tipo PML (capas perfectamente adaptadas) que atenúan las ondas que inciden en los límites del medio.

Berenger (1994) plantea que existe un perfil de amortiguamiento fuera del medio principal que termina en $x = 0$ es decir con valores de 0 en $x \leq 0$ y d_x en $x > 0$, en donde d_x es el amortiguamiento, representado en la figura 4.2.1).

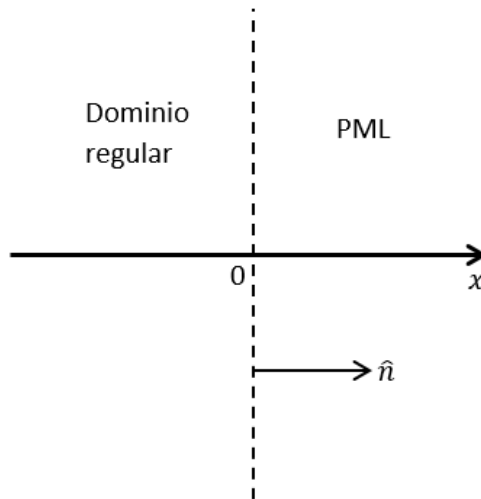


Fig. 4.2.1: Definición del medio principal y la frontera absorbente PML, la región PML empieza $x = 0$ y se extiende a $x > 0$. (Komatitsch, 2007).

Definiendo el eje coordenado complejo \tilde{x} en la ecuación 4.2.24

$$\tilde{x}(x) = x - \frac{i}{\omega} \int_0^x d_x(s) ds \quad (4.2.24)$$

Diferenciando 4.2.24 nos da

$$\partial_{\tilde{x}} = \frac{i\omega}{i\omega + d_x} \partial_x \quad (4.2.25)$$

Por lo que

$$\partial_{\tilde{x}} = \frac{1}{s_x} \partial_x \quad (4.2.26)$$

Teniendo

$$s_x = 1 + \frac{d_x}{i\omega} \quad (4.2.27)$$

Partiendo del esquema esfuerzos-velocidades

$$\rho \partial_t v = \nabla \cdot \sigma \quad (4.2.28)$$

$$\partial_t \sigma = c : \nabla v \quad (4.2.29)$$

Llevándolas al dominio espectral tenemos

$$i\omega \rho v = \nabla \cdot \sigma \quad (4.2.30)$$

$$i\omega \sigma = c : \nabla v \quad (4.2.31)$$

Redefiniendo el operador nabra

$$\nabla = \partial_x \hat{x} + \sigma_y \hat{y} + \sigma_z \hat{z} \quad (4.2.32)$$

Reescribimos 4.2.30 y 4.2.31 y se vuelven 10 y 11

$$i\omega = \hat{n} \partial_x \cdot \sigma \quad (4.2.33)$$

$$i\omega \sigma = c : \hat{n} \partial_x v + c : \nabla^{\parallel} v \quad (4.2.34)$$

Se introduce $\partial_{\tilde{x}}$

$$i\omega \sigma = c : \hat{n} \partial_{\tilde{x}} \cdot \sigma + \nabla \cdot \sigma \quad (4.2.35)$$

$$i\omega \sigma = c : \nabla \partial_{\tilde{x}} v + c : \nabla^{\parallel} v \quad (4.2.36)$$

que tiene como solución en $x > 0$

$$A e^{-i(R_x \tilde{x} + k_y y + k_z z - \omega t)} = A e^{-i(kx - \omega t)} e^{-k_x \omega \int_0^x d_x(s) ds} \quad (4.2.37)$$

Es importante resaltar que el coeficiente de reflexión en la frontera es 0 para todos los

ángulos de incidencia y todas las frecuencias, de ahí su nombre "perfectamente adaptadas".

El amortiguamiento depende del ángulo de incidencia y es grande para ángulos cercanos a la normal y chico para ángulos cercanos a 0, por tanto tiene problemas cuando la fuente está cercana a la frontera.

Por esto, Komatitsch (2007) propone una mejora al método expresando $\partial_{\tilde{x}}$ como una operación convolucional, nombrándolo CPML (Capas Convolucionales Perfectamente Adaptadas). Redefine s_x como

$$s_x = k_x + \frac{d_x}{\alpha_x + i\omega} \quad (4.2.38)$$

Obteniendo

$$\partial_{\tilde{x}} = s_x(t) * \partial_x \quad (4.2.39)$$

Expresando s_x en tiempo

$$s_x(t) = \frac{\delta(t)}{k_x} - \frac{d_x}{k_x} H(t) e^{-\left(\frac{d_x}{k_x} + \alpha_x\right)t} \quad (4.2.40)$$

Se llega a

$$\partial_{\tilde{x}} = \frac{1}{k_x} \partial_x + \zeta - \frac{d_x}{k_x^2} H(t) e^{-\left(\frac{d_x}{k_x} + \alpha\right)t} \quad (4.2.41)$$

Para el esquema numérico $t = n\Delta t$ se define

$$\psi_x^n = (\delta_x * \partial_x)^n = \int_0^{n\Delta t} (\partial_x^{n\Delta t - \tau} \zeta_x(\tau)) d\tau \quad (4.2.42)$$

Porque el esquema de integración está escalonado, ∂_x está definido a medio salto entre $m\Delta t$ y $(m+1)\Delta t$ entonces

$$\psi_x^n = \sum_{m=0}^{n-1} \partial_x^{n-(m+\frac{1}{2})} z_x(m) \quad (4.2.43)$$

$$z_x(m) = \int_{m\Delta}^{(m+1)\Delta t} \zeta_x(\tau) d\tau \quad (4.2.44)$$

y ζ es igual a

$$\zeta_x(t) = -\frac{d_x}{k_x^2} H(t) e^{-\left(\frac{d_x}{k_x} + \alpha_x\right)t} \quad (4.2.45)$$

así

$$Z_x(m) = -\frac{d_x}{k_x^2} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} e^{-\left(\frac{d_x}{k_x} + \alpha_x\right)\tau} d\tau = a_x e^{-\left(\frac{d_x}{k_x} + \alpha_x\right)m\Delta t} \quad (4.2.46)$$

$$b_x = e^{\frac{d_x}{k_x} + \alpha_x \Delta t} \quad (4.2.47)$$

$$a_x = \frac{d_x}{k_x(d_x(d_x + k_x \alpha_x))} (b_x - 1) \quad (4.2.48)$$

En un esquema de diferencias finitas sólo se necesita complementar el medio con las fronteras absorbentes cambiando ∂x con $\partial \tilde{x}$

$$\partial_{\tilde{x}} = \frac{1}{k_x} \partial_x + \psi_x \quad (4.2.49)$$

donde

$$\psi_x^n = b_x \psi_x^{n-1} + a_x \partial_x^{a_x} \partial_x^{n+\frac{1}{2}} \quad (4.2.50)$$

Agregando las fronteras absorbentes de tipo CPML como lo propuso Abreu J. (2018) atenuando las ondas que inciden en las fronteras en todos los límites del medio principal, se aplica el siguiente diagrama

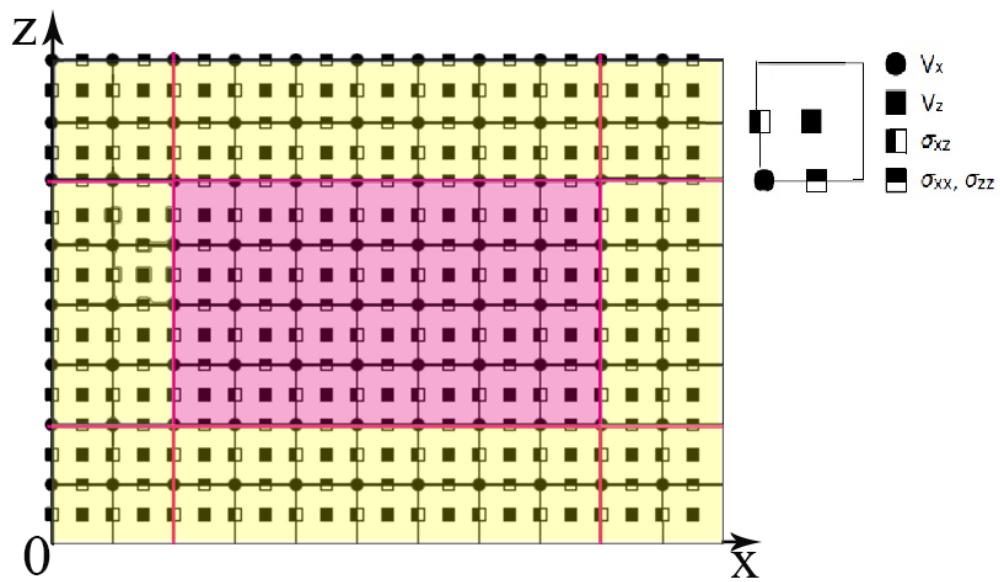


Fig. 4.2.2: Esquema esfuerzos-velocidades discretizado usando fronteras absorbentes de tipo CPML. (Virieux, J., 1986).

4.3. Algoritmo para la reconstrucción de imágenes del subsuelo

El algoritmo que se utiliza para la obtención de imágenes del subsuelo consta de los siguientes pasos mostrados en la figura 4.3.1 y explicados a continuación, para la obtención de kernels de sensibilidad.

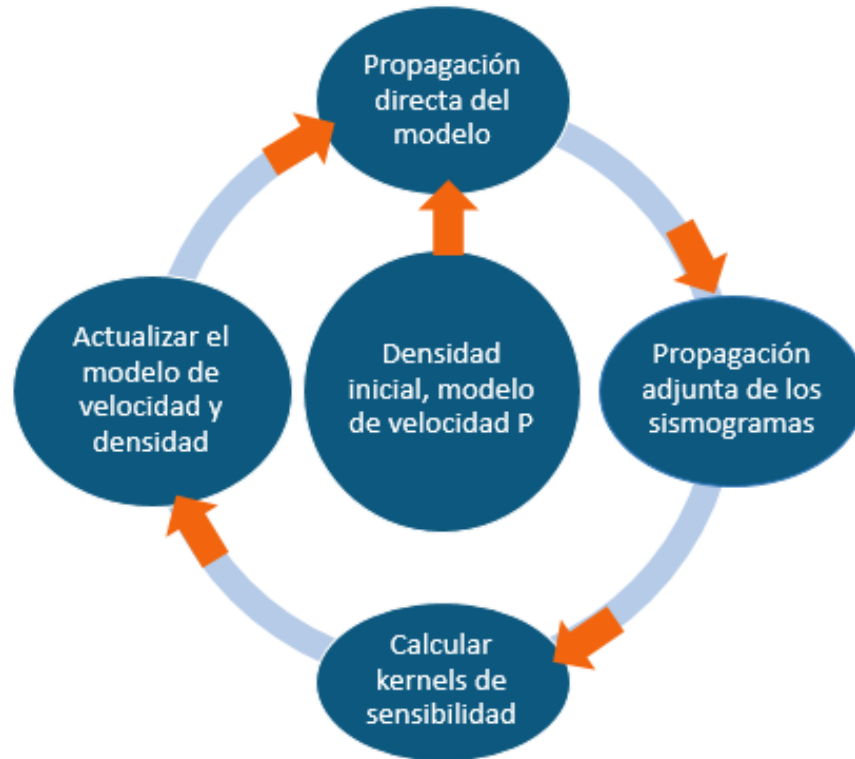


Fig. 4.3.1: Algoritmo de fundamentado en los principios de la RTM en donde comienza con un modelo de densidad y velocidad de onda P inicial y sismogramas, para así hacer la propagación directa y la propagación adjunta para luego calcular los kernels de sensibilidad y así actualizar el modelo de velocidad de onda P y densidad, este ciclo se repite hasta obtener un modelo de densidades y velocidades final.

- **Modelo de densidad y velocidad de onda P inicial:** Este es el primer paso, se hizo un modelo del gradiente de densidades y velocidades P desde la velocidad P y densidad menor hasta la mayor que corresponde según al modelo correspondiente, dependiendo de la geología del lugar.

- **Propagación directa:** Se realiza una simulación de propagación de ondas sísmicas por medio de fuentes y receptores y se generan sismogramas.
- **Propagación adjunta:** Se realiza una simulación de retropropagación en la que ahora las fuentes serán los receptores y los receptores las fuentes y se guardan los valores de la retropropagación en el medio.
- **Propagación adjunta:** Se realiza una simulación de propagación en la que ahora las fuentes serán los receptores y los receptores las fuentes, se guardan los valores de la propagación adjunta en el medio.
- **Calcular de kernels de sensibilidad:** Este tipo de imagen permite observar el comportamiento de las componentes elásticas, los kernels propuestos por Tromp et al (2005) son las componentes elásticas κ , ρ y μ . Para obtener dicho comportamiento se necesita de una simulación de propagación de ondas. La componente s^\dagger se obtiene de la propagación adjunta, donde D^\dagger denota el desvío del tensor adjunto de tiempo de viaje asociado con s^\dagger .

Las siguientes ecuaciones son los kernels de sensibilidad:

$$K_\rho(x) = - \int_0^T \rho(x) s^\dagger(x, T-t) \cdot \partial_t^2 s(x, t) dt \quad (4.3.51)$$

$$K_\kappa(x) = - \int_0^T \kappa(x) [\nabla \cdot s^\dagger(x, T-t)] [\nabla \cdot s(x, t)] dt \quad (4.3.52)$$

$$K_\mu(x) = - \int_0^T 2\mu(x) D^\dagger(x, T-t) : D(x, T-t) dt \quad (4.3.53)$$

Los kernels de sensibilidad ayudan a resaltar las estructuras geológicas tales como cuerpos salinos y capas en el medio.

- **Actualizar el modelo de velocidad P y densidad:** De acuerdo a el resultado de los kernels de sensibilidad actualizamos los modelos de velocidad P y densidad utilizando un programa de interpretación en octave realizado por el Dr. Mauricio Orozco, así podremos volver a iniciar el algoritmo para la obtención de nuevos kernels de sensibilidad.

5. CASOS DE ESTUDIO

Los casos de estudio del proyecto son en distintas partes del Golfo de México, en la parte de Estados Unidos de América como se muestra en la figura 5.0.1, estos están basados en el Atlas de Tectónica Salina (Hudec & Jackson, 2011). En los tres modelos primero uso el algoritmo para obtener kernels de sensibilidad. Los datos de entrada son velocidad P y densidad, asumimos que son sólidos de Poisson y se usaron fuentes simultáneas.

En los casos de estudio se decidió usar un medio elástico para mejores resultados como lo propuso Ponce, K. (2017). Las velocidades y densidades de los modelos fueron asignadas según su tipo de roca y edad.

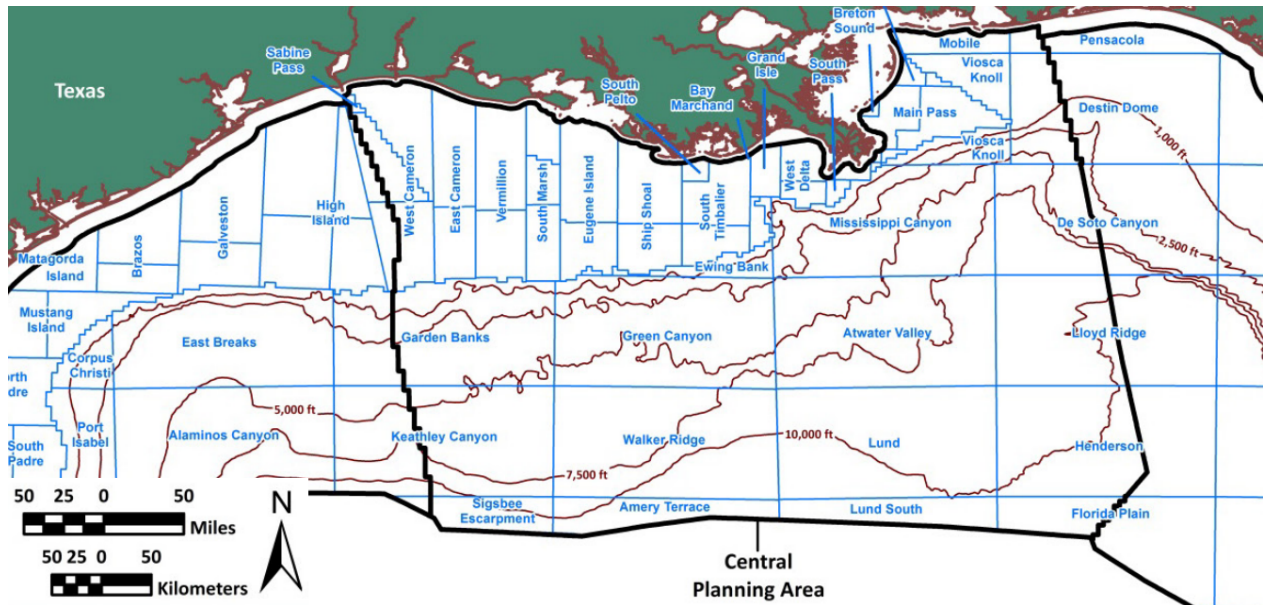


Fig. 5.0.1: Mapa de los bloques en EUA en donde están las estructuras usadas en este proyecto. Imagen tomada de Nixon et al, (2016).

5.1. Crecimiento de una hoja de sal (Domo Mitchell), en el área de Mississippi Canyon, Golfo de México

La historia Geológica del domo salino empieza con la hoja que avanza por extrusión sobre sedimentos adyacentes. En la figura 5.1.1 la hoja se extiende preferentemente hacia el sur por la suave pendiente regional en esta dirección. El lado de la hoja que da hacia tierra fue enterrado primero, presumiblemente porque la tasa de sedimentación era más alta aquí que en el lado distal. En el Pleistoceno, toda la sábana fue enterrada y dejó de avanzar. La retrodeformación de los sedimentos se realizó mediante corte vertical simple. La forma de la sal emergente en cada etapa se estimó a partir de un modelo geomecánico tridimensional. El vástago del alimentador está generalizado porque era invisible en la sección sísmica. (Hudec & Jackson, 2011).

El modelo fue adaptado, son 713 el número de nodos en la longitud en el eje x y en el eje z son 166 nodos. El cuerpo salino está a una profundidad que abarca de 1-4 [km]. Este es el caso en donde el cuerpo de sal es somero. El modelo fue simulado con una fuente a una frecuencia de 4[hz] y un tiempo de propagación de 8 [s].

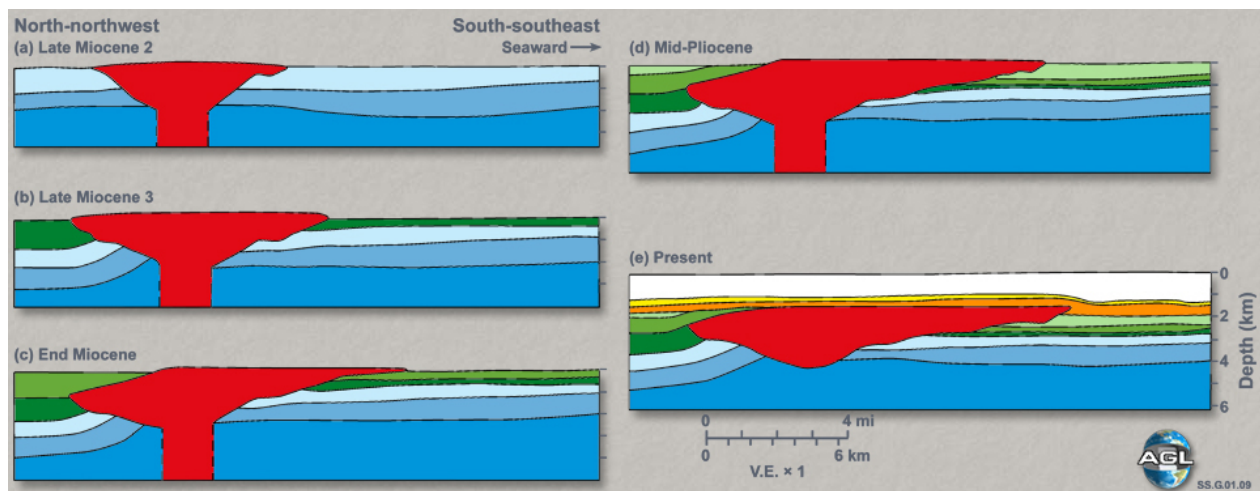


Fig. 5.1.1: Modelos de restauración de la formación del domo salino en Mississippi, Golfo de México. (Hudec & Jackson, 2011).

5.2. Hoja de sal parcialmente evacuada.

Este modelo geológico está en el módulo de mini cuencas del Atlas de tectónica salina (Hudec & Jackson, 2011). La subsidencia de esta mini cuenca y el acortamiento en la punta de la lámina disminuyeron bruscamente en la discordancia Top-Green. En ese momento, la sedimentación pasó de acumularse en la mini cuenca a pasar por la parte superior. El cese de la subsidencia es curioso porque varios miles de pies de sal permanecen debajo de la mini cuenca. Evidentemente, la subsidencia estaba gobernada por algún control tectónico externo, que se apagó en este momento. Los sedimentos en la mini cuenca aún no estaban lo suficientemente compactados para ser más densos que la sal, por lo que el hundimiento se detuvo cuando las condiciones externas inferidas cambiaron.

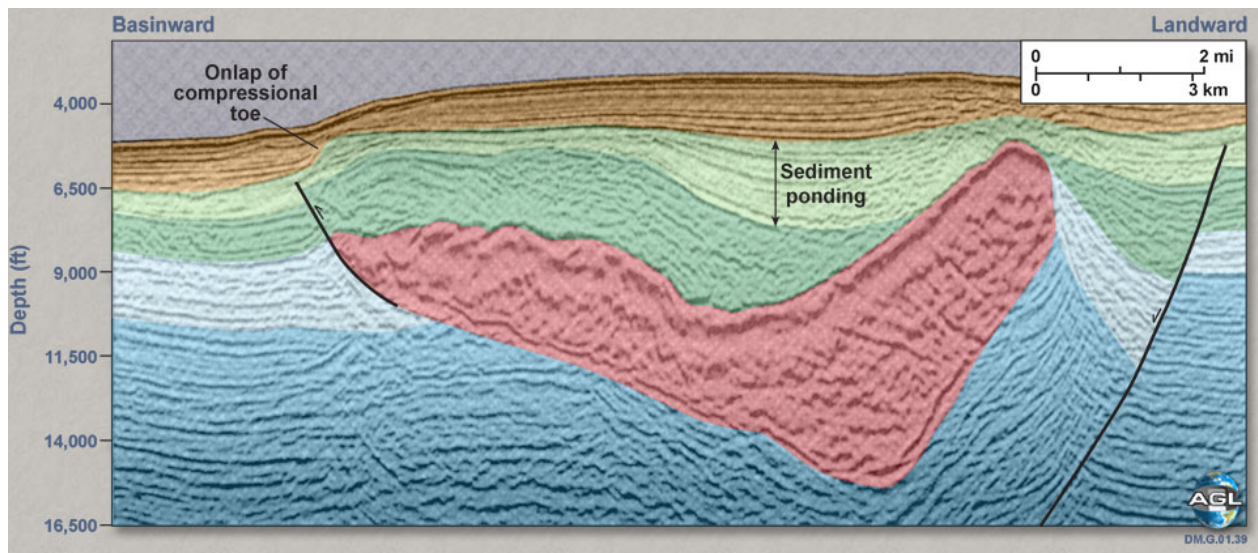


Fig. 5.2.1: Perfil sísmico en el Norte del Golfo de México, en donde se observan las edades de los estratos y el cuerpo salino descansando sobre el Jurásico. (Hudec & Jackson, 2011).

El modelo fue adaptado, son 503 nodos en la longitud en el eje x y en el eje z son 2695 nodos, tiene un tiempo de propagación de 9 [s] con una frecuencia de 6 [Hz].

5.3. Perfil de sal en Atwater Fold Belt, Golfo de México.

Se interpreta que el Cinturón de plegado de abanico de Mississippi se formó sobre una lámina de sal alóctona (Peel, 2001). Son evidentes dos fases de crecimiento. La etapa cretácica se caracterizó por un crecimiento lento y constante del anticlinal, como lo indica el adelgazamiento sutil de las unidades sobre la cresta. El Mioceno medio hasta el estadio Plioceno temprano (naranja y amarillo) fue más abrupto, y algunas unidades se separaron por completo. La forma del pliegue es simétrica, lo que es común en los anticlinales separados de sal.

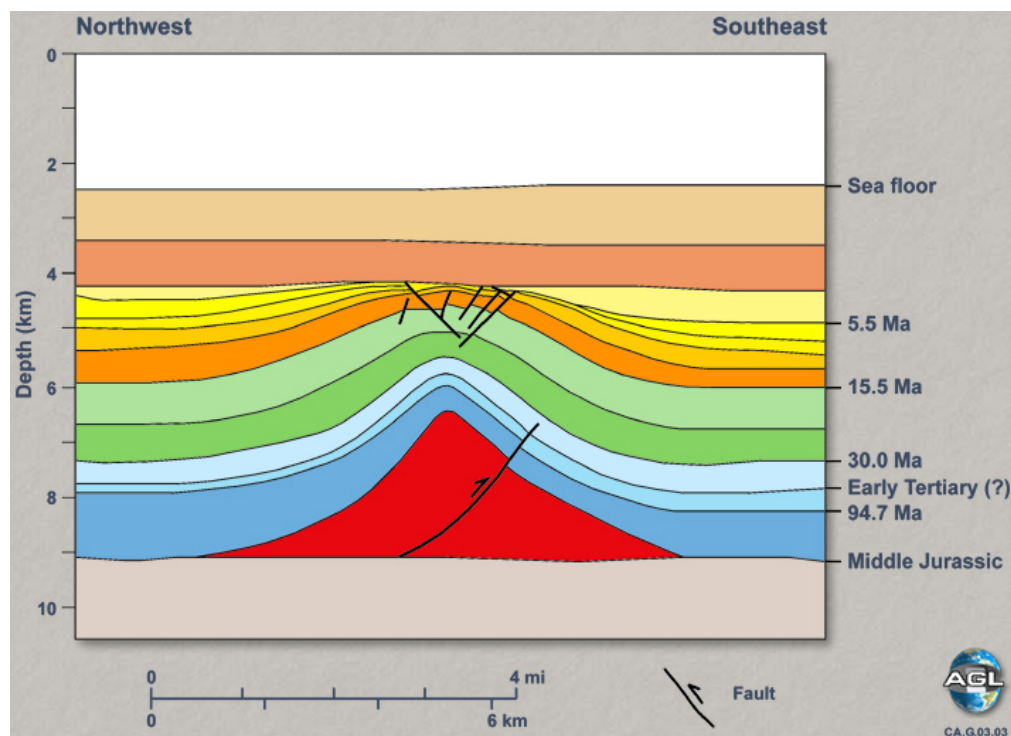


Fig. 5.3.1: Perfil sísmico en el Cinturón Plegado de abanico en Mississippi, Golfo de México. (Hudec & Jackson, 2011).

El modelo adaptado tiene 1026 nodos en la longitud en el eje x y en el eje z son 809, tiene un tiempo de propagación de 11 [s] con una frecuencia de 7 [Hz].

CAPÍTULO 6

6. RESULTADOS

En la industria petrolera un problema es la pérdida de información valiosa debajo de la sal, que podría contribuir a la extracción de hidrocarburos. Dicho problema se soluciona con técnicas de migración en profundidad; la más común es la migración reversa en tiempo, por los buenos resultados que otorga.

La migración reversa en tiempo necesita: 1) sismogramas debidamente procesados y libres de ruido 2) un modelo de velocidades en profundidad. Este proceso necesita de varias etapas de reconstrucción para llegar a los sismogramas finales, esto acumula costos elevados.

El algoritmo desarrollado utiliza los principios de la migración RTM para construir un modelo de velocidades en profundidad, que ahorra las primeras etapas de la migración RTM y sea utilizado solo en la última y permita la mejor migración posible con el menor costo.

6.1. Caso 1

Durante la reconstrucción del modelo del caso 1 se hicieron 6 iteraciones. En la figura 6.1.1 se observa la sección apilada, simulada con fuentes simultáneas en el caso 1. Se notan las primeras capas, un cuerpo salino y capas inferiores enmascaradas por el ruido ocasionado por el cuerpo de sal.

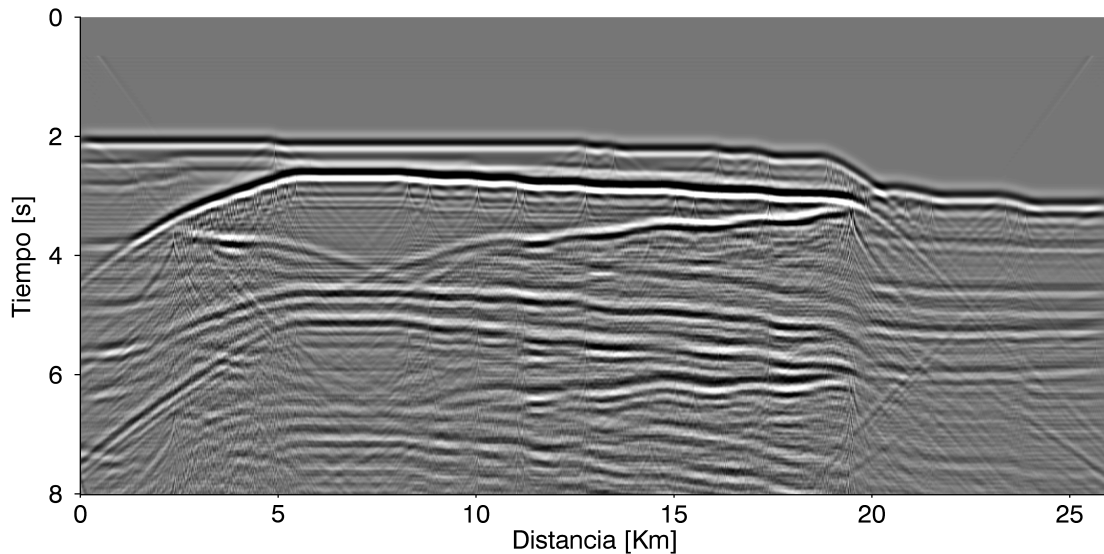


Fig. 6.1.1: Sismograma de la componente vertical del caso 1.

Se busca reconstruir el modelo de velocidades que genera este sismograma, para esto se empieza con un gradiente de velocidades mostrado en la figura 6.1.2

Utilizando este modelo y los sismogramas en el algoritmo, se obtienen kernels de sensibilidad de las componentes κ , μ y ρ . En el kernel de sensibilidad κ mostrado en la figura 6.1.3 se observa como se delimita la primera capa, esta se puede interpretar para actualizar el modelo de velocidades, el cual se reintroduce al algoritmo.

En la figura 6.1.4 y 6.1.5 se muestran el modelo de velocidad de entrada a la tercera iteración y el kernel κ correspondiente, se puede notar que en el modelo están interpretadas

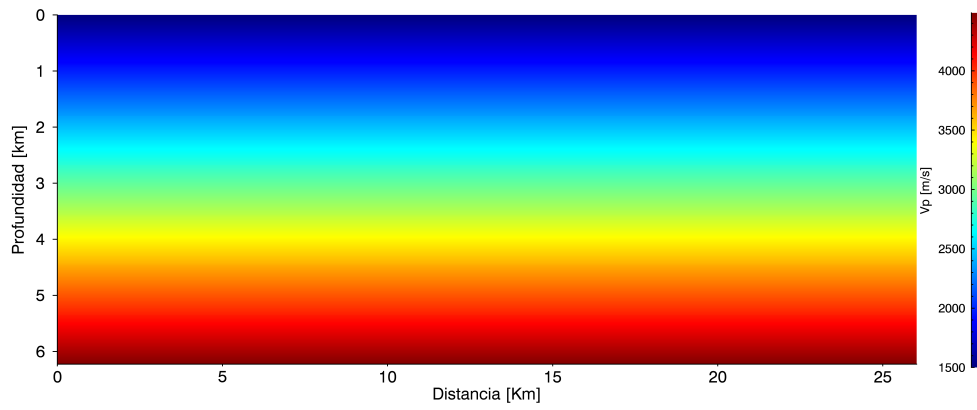


Fig. 6.1.2: Gradiente de velocidades de onda P.

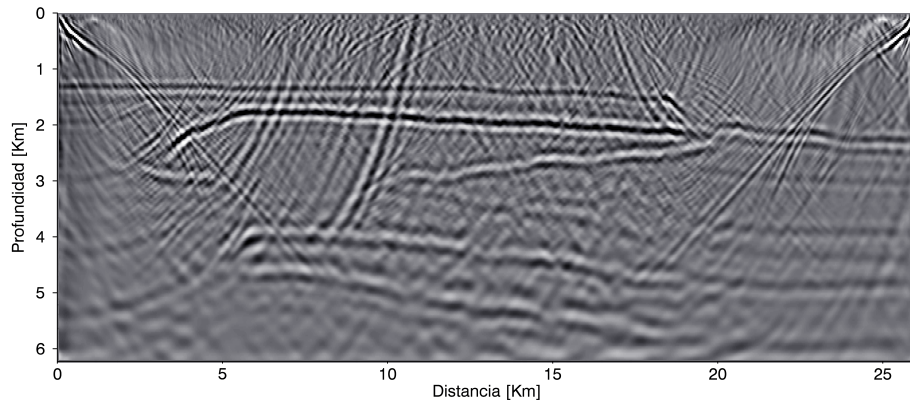


Fig. 6.1.3: Kernel de sensibilidad κ correspondiente a la iteración 1.

las primeras 3 capas correspondientes a los sedimentos sobreyacentes al cuerpo salino. En el kernel de sensibilidad entonces se pudo interpretar la cima de la sal.

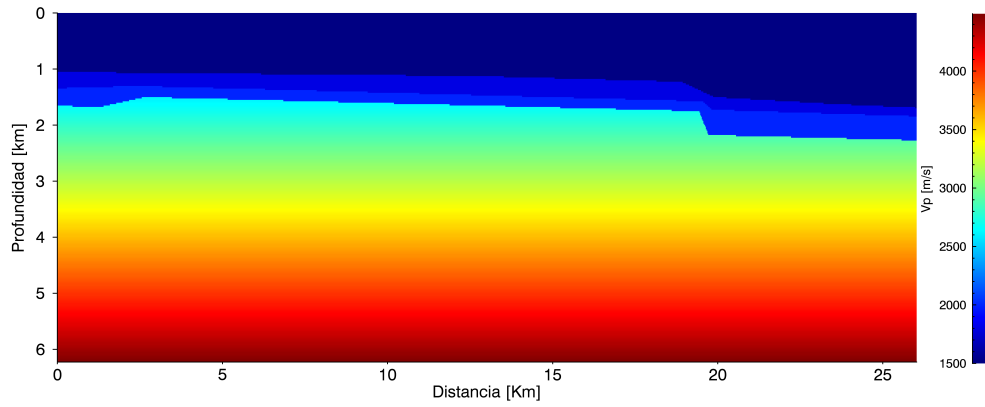


Fig. 6.1.4: Modelo de velocidades de onda P con las primeras tres capas interpretadas.

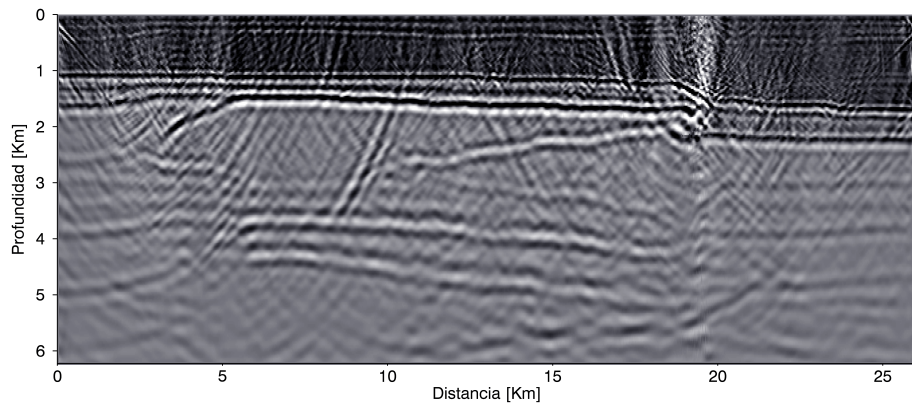


Fig. 6.1.5: Kernel κ correspondiente a la tercera iteración

A partir de esto se inunda de sal el modelo con el fin de resaltar la base del cuerpo, como se muestra en la figura 6.1.6, la figura 6.1.7 corresponde al kernel μ de esta iteración en el cual se interpreta la base del cuerpo de sal, esto permite que se resalten las capas inferiores al cuerpo.

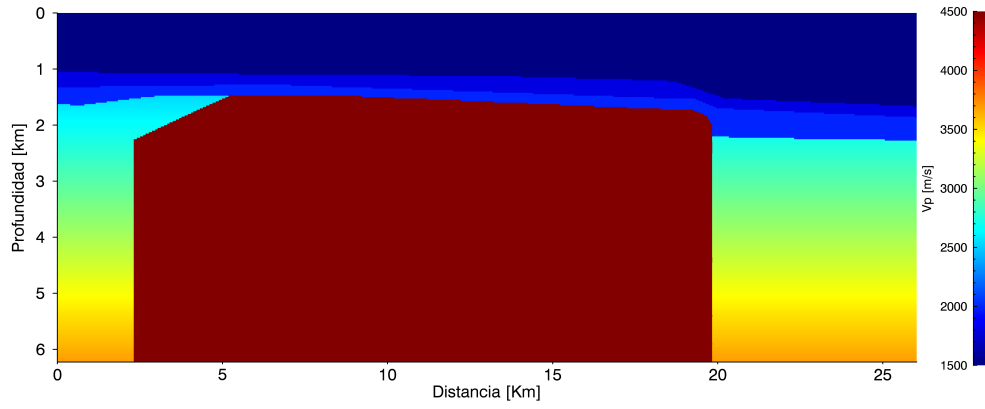


Fig. 6.1.6: Modelo de velocidades P inundado de sal.

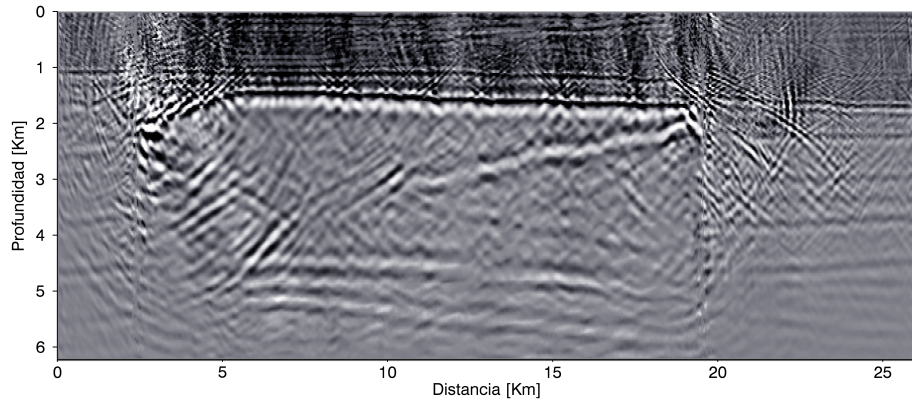


Fig. 6.1.7: Kernel μ correspondiente a la iteración 5.

En la figura 6.1.8 se muestra el modelo de velocidades final, este se compara con el modelo original mostrado en la figura 6.1.9 que genera los sismogramas de la figura 6.1.1. Se puede observar la similitud entre los dos modelos que muestran la utilidad del algoritmo.

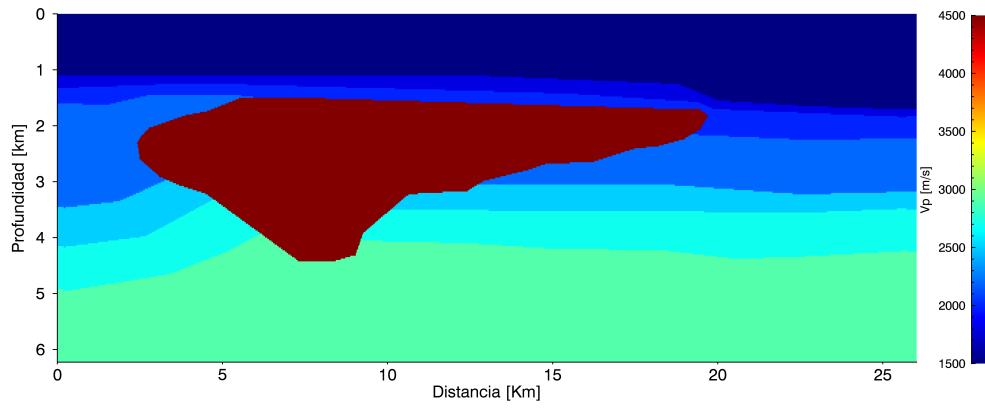


Fig. 6.1.8: Modelo final de velocidades P

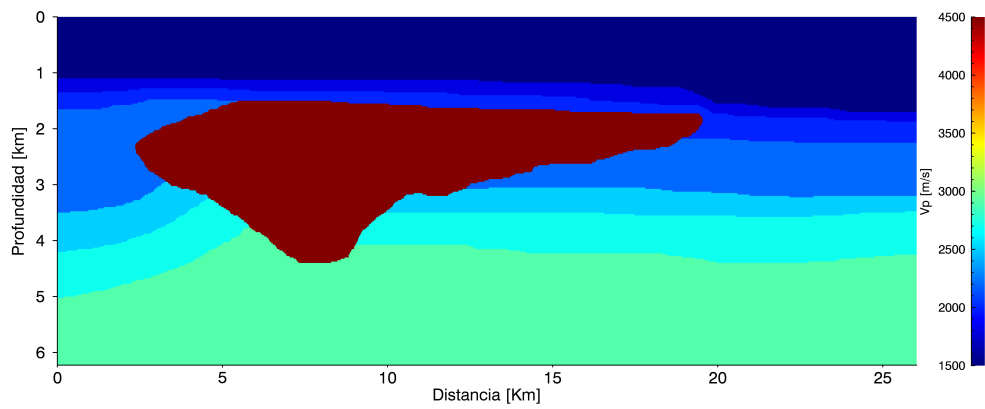


Fig. 6.1.9: Modelo de velocidades P del modelo original

6.2. Caso 2

Durante la reconstrucción del modelo del caso 2 se hicieron 7 iteraciones. En la figura 6.2.1 se observa la sección apilada, simulada con fuentes simultaneas en el caso 2. Se notan las primeras capas, un cuerpo salino y capas inferiores enmascaradas por el ruido ocasionado por el cuerpo de sal.

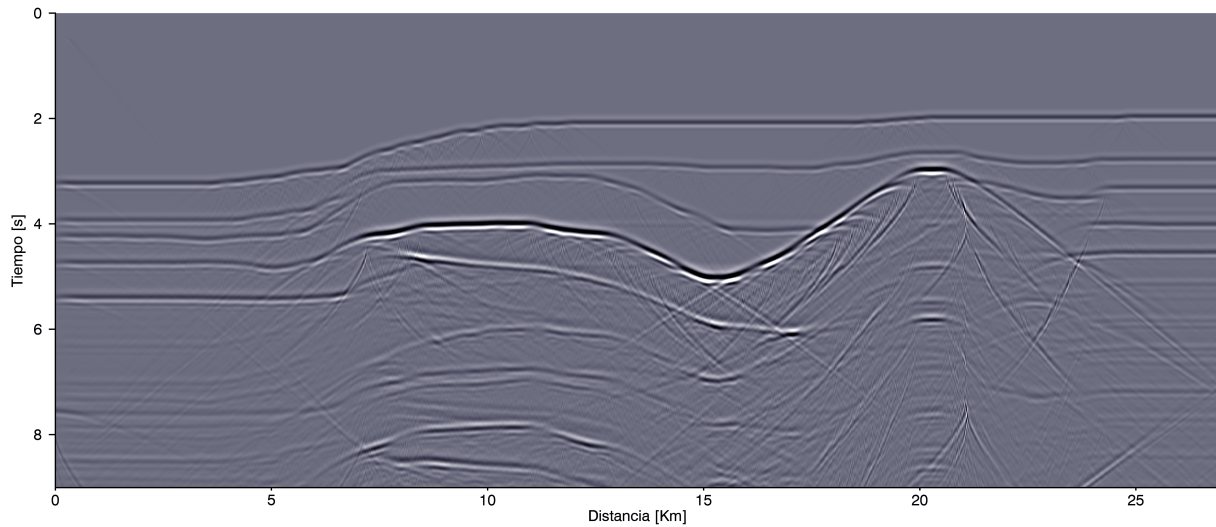


Fig. 6.2.1: sismograma de la componente vertical.

Se busca reconstruir el modelo de velocidades que genera este sismograma, para esto se empieza con un gradiente de velocidades mostrado en la figura 6.2.2.

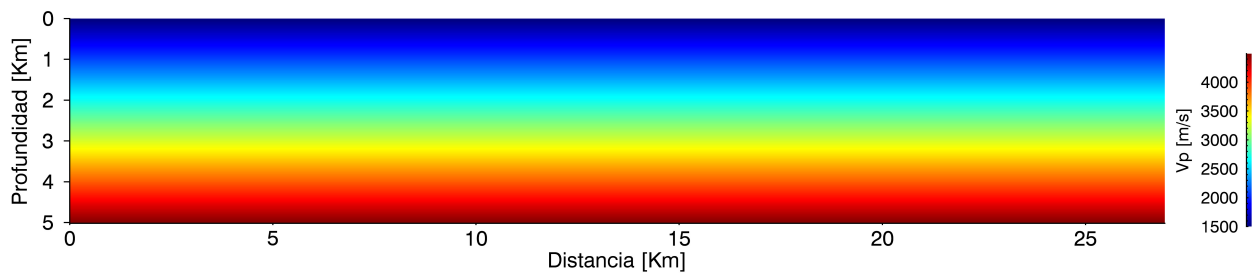


Fig. 6.2.2: Gradiente de velocidades de onda P.

Obteniendo el kernel de sensibilidad κ correspondiente, mostrado en la figura 6.2.3, se puede observar la delimitación del primer estrato, que puede ser interpretado para incorporarla al modelo de velocidades y reintroducirse al algoritmo.

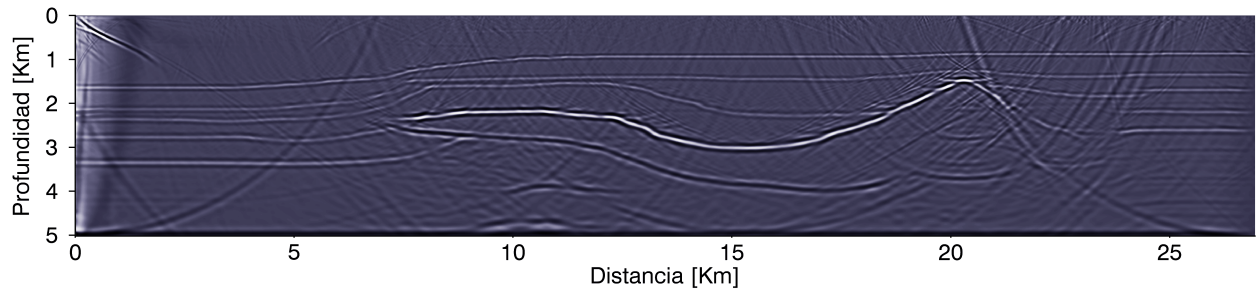


Fig. 6.2.3: Kernel κ correspondiente a la iteración 1.

Tres iteraciones adelante, el modelo de velocidades incorpora los datos mostrados en la figura 6.2.4 se observan las capas sobreyacentes al cuerpo salino y su cima interpretada. Gracias a la inundación de sal, se obtiene como resultado el Kernel de sensibilidad κ de la figura 6.2.5, en el que es posible delimitar la base del cuerpo.

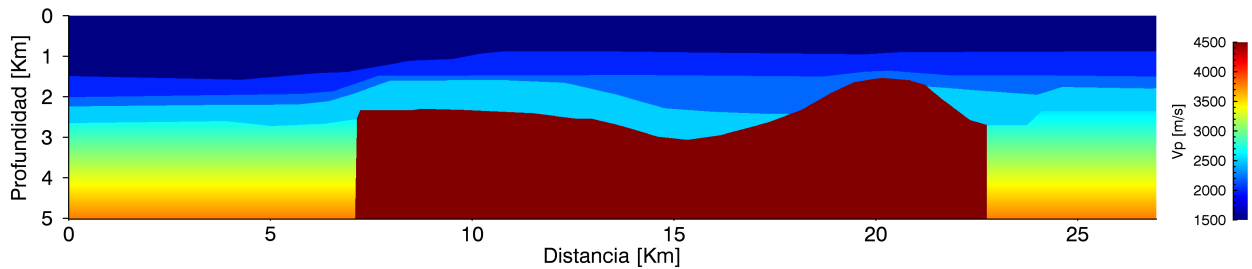


Fig. 6.2.4: Modelo de velocidades P correspondiente a la iteración 4.

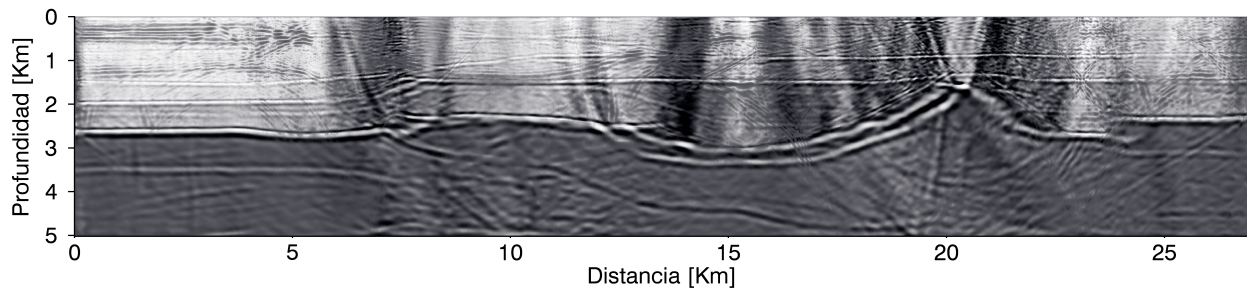


Fig. 6.2.5: Kernel de sensibilidad κ de la iteración 4

El modelo final y el modelo original son mostrados en las figuras 6.2.6 y 6.2.7. Se observan diversas diferencias como las fallas que están en la parte derecha del modelo, el cuerpo salino en la parte más somera no se reconstruyó completamente, en la punta derecha mantiene

cierta redondez, pero en el modelo obtenido no, la parte más profunda se interpretó con una anchura no adecuada.

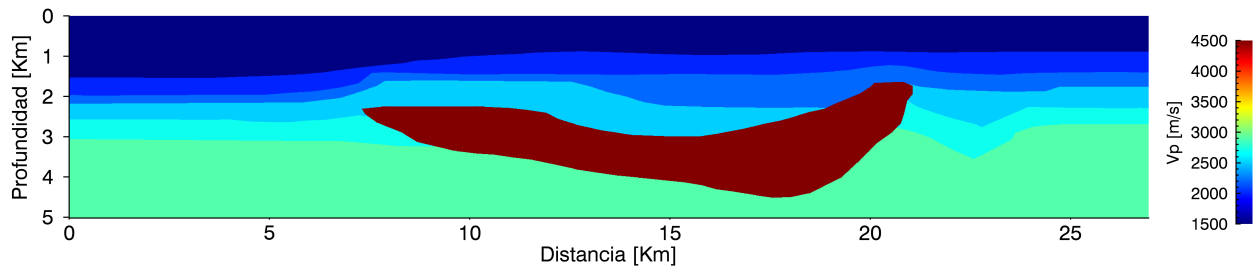


Fig. 6.2.6: Modelo de velocidades P final

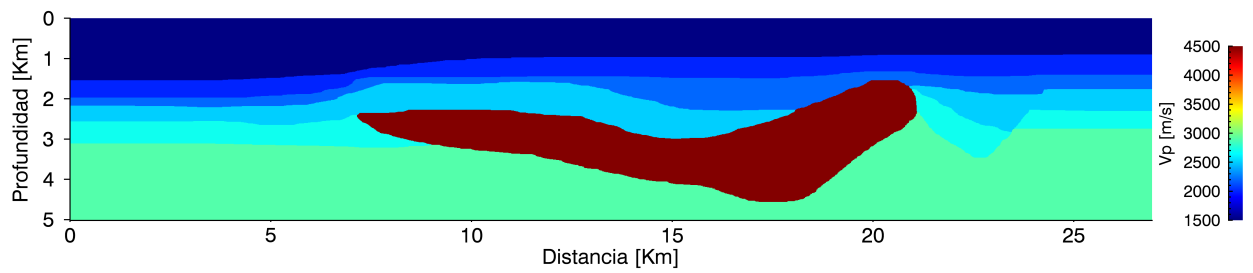


Fig. 6.2.7: Modelo de velocidades original.

6.3. Caso 3

Durante la reconstrucción del modelo del caso 3 se hicieron 9 iteraciones, este modelo fue el más profundo y el anticlinal está conformado por una estructura salina y capas.

En la figura 6.3.1 se observa la sección apilada, simulada con fuentes simultaneas. Se notan las primeras capas, el anticlinal en donde se encuentra en la parte más profunda un cuerpo salino y capas inferiores enmascaradas por el ruido ocasionado por el cuerpo de sal.

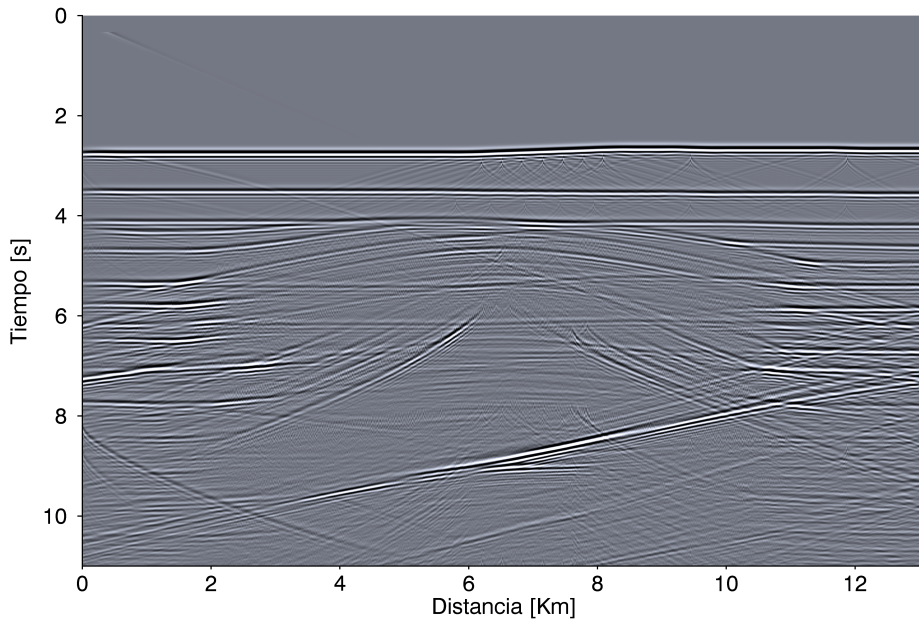


Fig. 6.3.1: Sismograma de la componente vertical.

En la primera iteración como se muestra en la figura 6.3.2 se utiliza gradiente de velocidades. Se obtuvieron los 3 kernelsde sensibilidad, el kernel μ se muestra en la figura 6.3.3 con el cual se puede delimitar la primera capa.

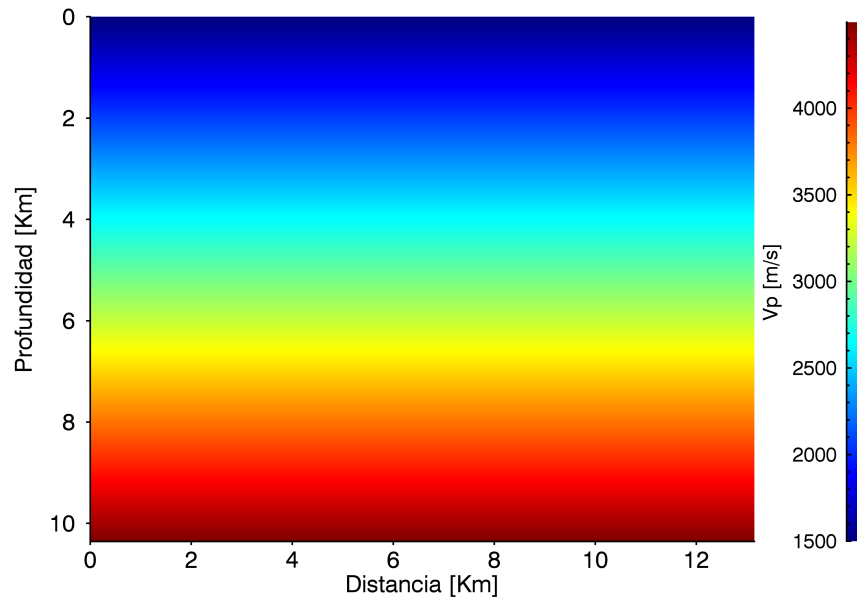


Fig. 6.3.2: Gradiente de velocidades de onda P.

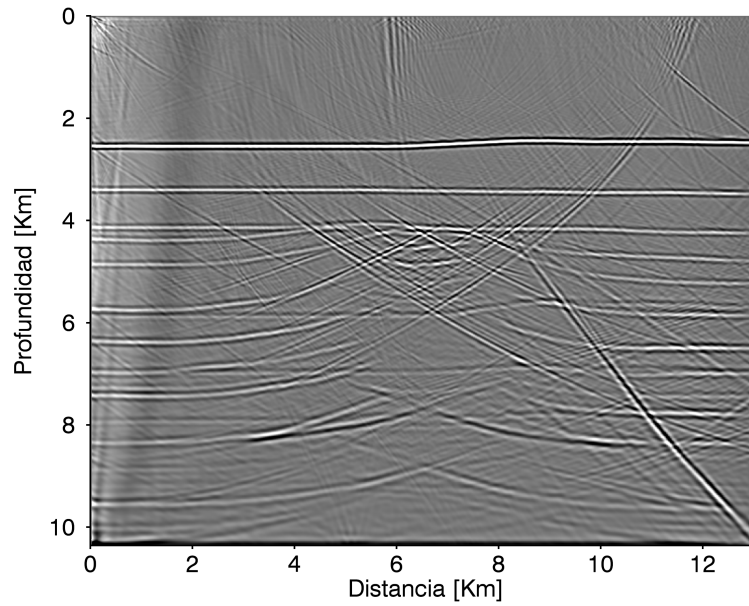


Fig. 6.3.3: Kernel μ de la iteración 1.

En la iteración 3 se delimitaron más capas y una que es la capa más somera del anticlinal como se ve en la figura 6.3.4. El kernel ρ se muestra en la figura 6.3.5 permite corregir

la ubicación de la capa más somera del anticlinal y permite la interpretación de las capas subyacentes.

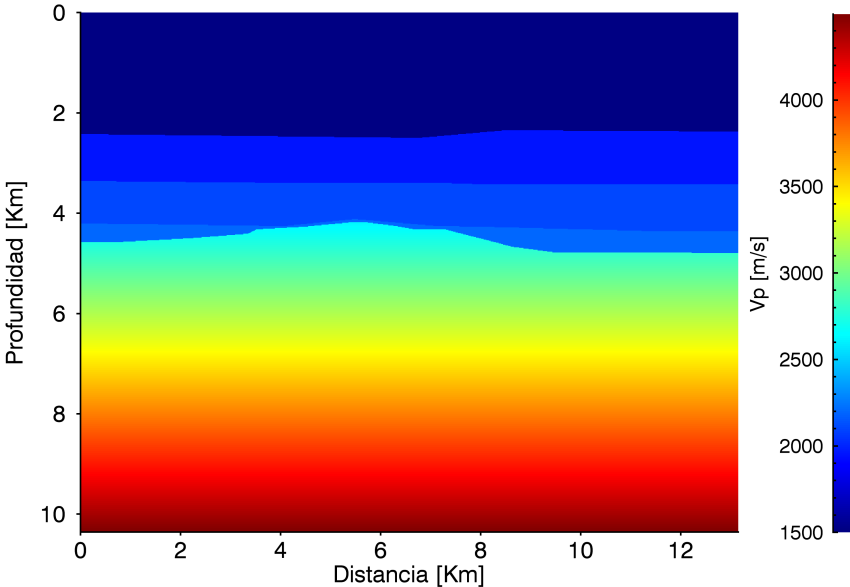


Fig. 6.3.4: Modelo de velocidades de onda P de la iteración 3.

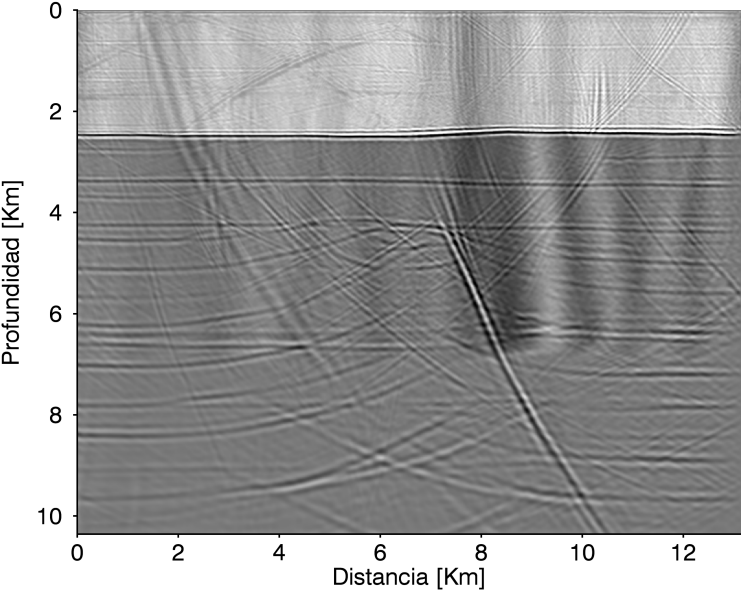


Fig. 6.3.5: Kernel ρ correspondiente a la iteración 3

En la iteración 6, el modelo de velocidades P de la figura 6.3.6, se inundó de sal para encontrar la base del cuerpo, el kernel κ como se muestra en la 6.3.7 resalta la base de la sal permitiendo su interpretación.

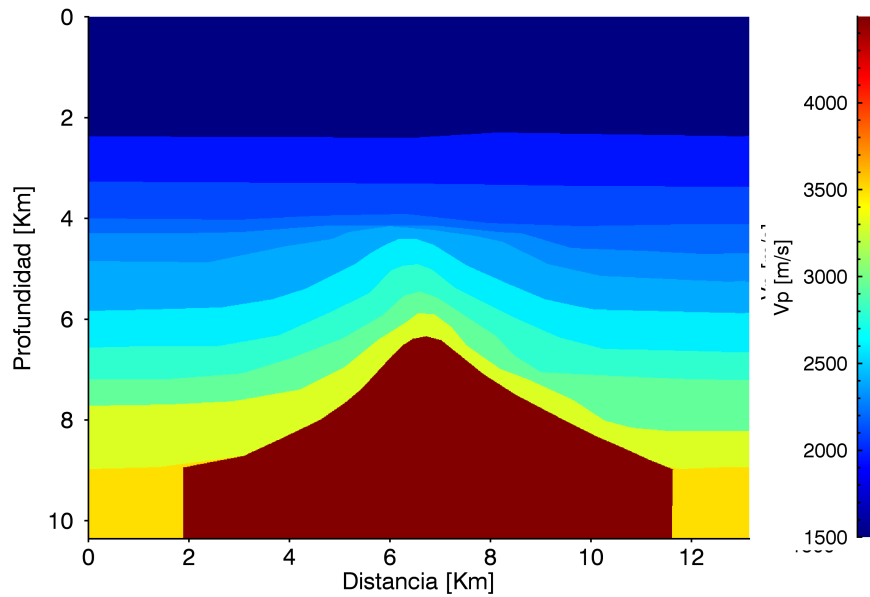


Fig. 6.3.6: Modelo de velocidades de onda P correspondiente a la iteración 6.

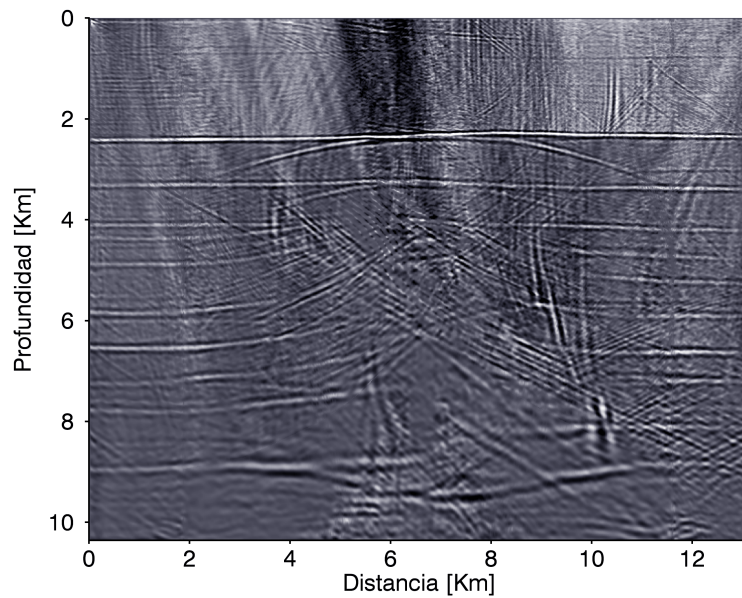


Fig. 6.3.7: Kernel μ correspondiente a la iteración 6

Por último comprando los modelos final y original de las figuras 6.3.8 y 6.3.9 se encuentran algunas diferencias como: las fallas, la profundidad de la última capa, la apertura del anticlinal y la inclinación a los costados del cuerpo de sal, así como la continuidad de su base.

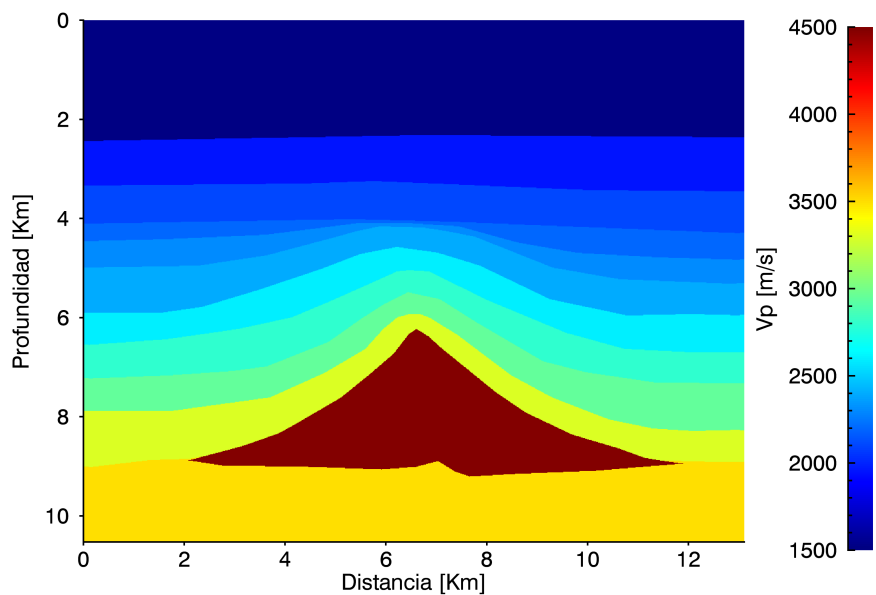


Fig. 6.3.8: Modelo de velocidades de onda P de la iteración final.

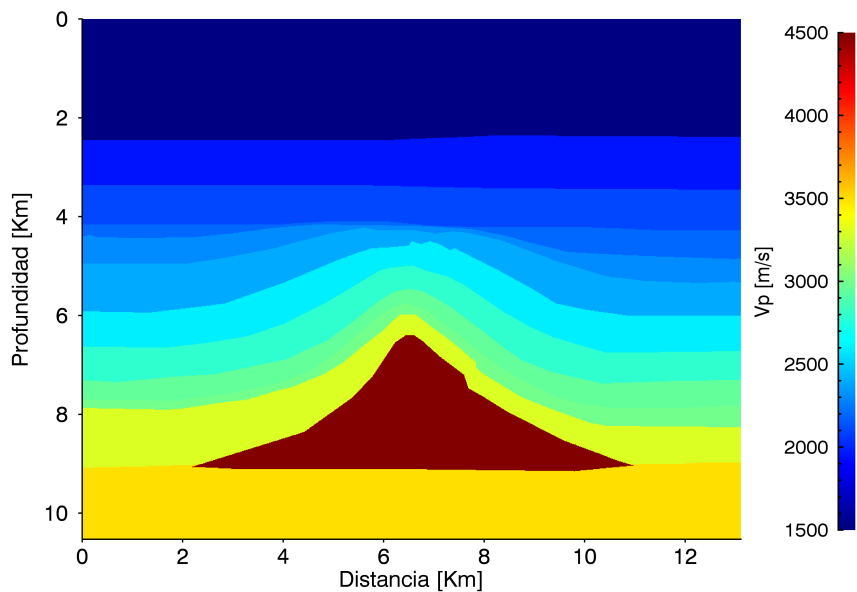


Fig. 6.3.9: Modelo de velocidades de onda P del modelo original.

CAPÍTULO 7

7. CONCLUSIONES

Se desarrolló una herramienta numérica que obtiene los kernels de sensibilidad descritos por Tromp, J, et al (2005) a partir de sismogramas apilados.

Estos kernels de sensibilidad funcionaron como una herramienta para reconstruir imágenes del subsuelo en diferentes contextos geológicos con tectónica salina, permitiendo recuperar de manera confiable los modelos que originan la información sísmica.

A partir de la aplicación del algoritmo desarrollado en diferentes contextos geológicos, se pudo verificar que entre más somero y uniforme sea la sal, la imagen reconstruida se acercará más al modelo real. Un medio con fallas e inclinaciones cuasiverticales distorsionarán la imagen reconstruida.

Con el fin de disminuir costos se realiza una propagación con fuentes simultaneas, esto limita al método al no simular una adquisición real. Por esto se busca para trabajos futuros este tipo de simulación para observar el cambio en el comportamiento del método.

Este algoritmo podría disminuir costos durante la obtención de imágenes del subsuelo, se recomienda para trabajos futuros aplicar el algoritmo desarrollado a datos reales en zonas con tectónica salina para comprobar su efectividad.

CAPÍTULO 8

8. REFERENCIAS

- Abreu, J. (2018). *Atenuación de múltiples en el algoritmo de Migración Reversa en Tiempo* Tesis maestría, IG, UNAM.
- Berengér, J.P., (1994). *A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves*. Journal of Computational Physics, 114, 185-200.
- Davis, G. & Reynolds S. (1996). *Structural Geology of Rocks and Regions*. Wiley 2da Edición
- DeGolyer et al., (1925). *Origin of North American salt domes*. American Association of Petroleum Geologists Bulletin, v. 9, p. 831-474.
- Hudec, M. R. M. P. A. Jackson. (2011). *The salt mine: a digital atlas of salt tectonics*. The University of Texas at Austin, Bureau of Economic Geology, Udden Book Series No. 5; AAPG Memoir 99, 305 p.

- Iserles, A. (2009). *A First Course in the numerical Analysis of Differential Equations*. Cambridge University Press, segunda edición pp.139-144.

- Jackson, M. P. A., & Talbot, C. J. (1991). *A glossary of salt tectonics*. The University of Texas at Austin, Bureau of Economic Geology, Geological Circular 91-4.

- Jackson, M. P. A., Talbot, C. J., and Cornelius, R. R. (1988), *Centrifuge modeling of the effects of aggradation and progradation on syndepositional salt structures*. The University of Texas at Austin, Bureau of Economic Geology Report of Investigations No. 173, 93 p.

- Jiang, Z. et al., (2010). *Reverse-time migration imaging with/without multiples*. CREWES Research Report.

- Martin, R. & Komatitsch, D. (2007). *An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation media*. Geophysics Journal International. Vol. 70, No. 155-167

- Mrazec, L. (1907). *Despre cute cu simbur de strapungere On folds with piercing cores*. Romania, Society of Stiite Bulletin, v. 1 6, p. 6-8.

- Nelson, T. H.(1989). *Style of salt diapirs as a function of the stage of evolution and the nature of the encasing sediments (extended abs)*. Houston, Gulf Coast Section of the Society of Economic Paleontologists and Mineralogists Foundation, Tenth Annual Research Conference Program and Extended Abstracts, p. 1 09-1 10.

- Nordeng, S.(2013), *Petroleum Systems in the Williston Basin*. Official Portal for North Dakota State Government.
- Nixon L., Kazanis E. & Alonso, S. (2016) *Deepwater Gulf of Mexico December 31, 2014* Department of the Interior Bureau of Ocean Energy Management Gulf of Mexico OCS Office of Resource Evaluation.
- Peel, F. J., Travis, C. J., and Hossack, J. R., (1995), Genetic structural provinces and salt tectonics of the Cenozoic offshore U.S. Gulf of Mexico: a preliminary analysis, in Jackson, M. P. A., Roberts, D. G., and Snelson, S., eds., *Salt tectonics: a global perspective: AAPG Memoir 65*, p. 153–175.
- Ponce K. (2017) *Aplicación de la Migración Reversa en Tiempo Elástica a la Exploración Petrolera*. Tesis Licenciatura, UNAM.
- Rojas C. (2010). *Origen, evolución e importancia económica de la Cuenca Salina del Istmo*. Tesis Licenciatura, UNAM.
- Rowan M. (1997). *Three-dimensional geometry and evolution of a segmented detachment fold, Mississippi Fan foldbelt, Gulf of Mexico*. *Journal of Structural Geology*, v. 19, p. 463-480
- Stein, S. & Wysession, M. (2003). *An Introduction to Seismology, Earthquakes and Earth Structure*. Blackwell Publishing.
- Tromp J., Tape, C. & Liu Q. (2005). *Seismic tomography, adjoint methods, time rever-*

sal and banana-doughnut kernels. Geophysics Journal International. 160, 195–216.

- Trusheim, E. (1957). *Über Halokinese und ihre Bedeutung für die strukturelle Entwicklung Norddeutschland*. Z. dt. geol. Ges. 109:111-151.

- Virieux, J. (1986). *P-sv wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress nite-dierence method*. Geophysics, 51(4):889–901.

- Yilmaz, Ö. (2001). *Seismic data analysis. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists*. Geophysics Journal International.

- Zhou H. et al. (2018) *Reverse time migration: A prospect of seismic imaging methodology*. Earth-Science Reviews.