



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**DESPLAZADOR DE FASE ELECTROMECAÁNICO PARA  
LA BANDA KA**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA ELÉCTRICA – TELECOMUNICACIONES

P R E S E N T A :

**DANIEL SESEÑA MARTÍNEZ**



TUTOR:  
**DR. OLEKSANDR MARTYNYUK**

2006

## **JURADO ASIGNADO**

Presidente: Dr. Sergei Khotiaintsev  
Secretario: Dr. Ramón Gutiérrez Castrejón  
Vocal: Dr. Oleksandr Martynyuk  
1er. Suplente: Dr. Volodymyr Svyryd  
2do. Suplente: Dr. Jorge Rodríguez Cuevas

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México D.F.

## **TUTOR DE TESIS**

Dr. Oleksandr Martynyuk

---

**FIRMA**

# Dedicatoria

A mis padres:

Enedino Seseña y Sofía Martínez

Por todo el apoyo y amor que me han dado toda su vida. Porque siempre están en mi mente y en mi corazón, y me siento afortunado a sus lado.

# Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México con gratitud y amor por haberme formado académicamente, ayudarme a alcanzar mis metas y haberme dado la oportunidad de conocer a personas muy valiosas.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado y la motivación que este representó en mis estudios.

Al Dr. Oleksandr Martynyuk por compartirme su tiempo, experiencia y conocimientos que me han ayudado enormemente a fortalecer mi vocación profesional. Pero sobre todo por su excelente calidad personal y ser un gran amigo.

A todos los miembros del jurado por sus observaciones tan valiosas a este trabajo.

# Índice General

Introducción.....	1
Capítulo 1 .....	4
Desplazadores de Fase en microondas .....	4
1.1 Definición y conceptos básicos.....	4
1.2 Tipos de Desplazadores de fase .....	6
1.2.1 Desplazadores de fase mecánicos.....	6
1.2.1.1 Desplazadores de fase mecánicos simples.....	6
1.2.1.2 Desplazador de fase giratorio .....	8
1.2.1.3 Desplazadores de fase diferenciales basados en guía de onda circular .....	9
1.2.2 Desplazadores de fase de Ferrita.....	12
1.2.2.1 Conceptos fundamentales de los materiales ferrimagnéticos y su interacción con las microondas.....	12
1.2.2.2 Desplazadores de fase de ferrita no recíprocos.....	14
1.2.2.3 Desplazadores de fase de ferrita recíprocos.....	15
1.2.3 Desplazadores de fase basados en semiconductores.....	16
1.2.3.1 Circuitos acopladores híbridos como desplazadores de fase.....	17
1.2.3.2 Circuitos de líneas conmutadas como desplazadores de fase .....	17
1.2.3.3 Circuitos de líneas de carga reactiva como desplazadores de fase.....	19
1.2.3.4 Circuitos T o $\pi$ ( paso-altas - paso-bajas) como desplazadores de fase.....	20
1.2.3.5 Desplazadores de fase basados en diodo p-i-n.....	21
1.2.3.6 Desplazadores de fase FET y la tecnología monolítica.....	23
1.2.4 Desplazadores de fase MEMS.....	24
1.3 Aplicaciones de los desplazadores de fase .....	25
1.3.1 Aplicación en algunos dispositivos de microondas.....	25
1.3.1.1 Divisores de potencia Variables .....	26
1.3.1.2 Matriz Butler .....	30
1.3.1.3 Traslación de frecuencia (modulador).....	29
1.3.2 Aplicaciones en Antenas en arreglo de fase.....	30
1.3.2.1 Definición de las antenas en arreglos de fase .....	30
1.3.2.2 Principios de operación y principales características de las antenas en arreglo de fase.....	31
1.3.2.2.1 Principio de exploración de fase.....	34
1.3.2.2.2 Principio de exploración en el tiempo.....	35
1.3.2.2.3 Escaneo de retraso de tiempo junto con fase.....	36
1.3.2.3 Sistemas de alimentación para antenas en arreglo de fase.....	36
1.3.2.4 Tipos de Antenas en arreglo de fase.....	38
1.3.2.5 Principales aplicaciones de las antenas en arreglo de fase .....	39
1.4 Criterios de selección del desplazador de fase para un arreglo de bajo costo y bajas pérdidas en la banda Ka.....	41
1.5 Conclusiones del capítulo 1 .....	45
Referencias .....	46

Capítulo 2 .....	49
Fundamentos del desplazador de fase reflectivo basado en guía de onda circular y propuesta de una nueva estructura .....	49
2.1 Principales parámetros de una guía de onda circular .....	49
2.2 El principio de Fox de cambio de fase .....	54
2.2.1 Elementos que conforman al desplazador de fase ajustable .....	54
2.2.1.1 Sección diferencial de $90^\circ$ ( $\Delta 90^\circ$ ) .....	55
2.2.1.2 Sección diferencial de $180^\circ$ ( $\Delta 180^\circ$ ) .....	57
2.2.2 Operación y características del desplazador de fase ajustable .....	58
2.3 Análisis de las secciones diferenciales .....	63
2.3.1 La placa de un cuarto de onda .....	63
2.3.2 La placa de un medio de onda .....	66
2.4 El desplazador de fase reflectivo .....	68
2.4.1 Antena tipo espirafase .....	68
2.4.2 Principio de operación del desplazador de fase reflectivo .....	69
2.4.3 El diafragma de control .....	71
2.5 Propuetsa del desplazador de fase reflectivo .....	72
2.6 Conclusiones del capítulo 2 .....	77
Referencias .....	78
Capítulo 3 .....	80
Análisis electromagnético del desplazador de fase reflectivo .....	80
3.1 Conceptos matemáticos importantes para el análisis de onda completa del desplazador de fase reflectivo .....	80
3.1.1 Conjunto ortogonal y ortonormal de funciones .....	81
3.1.2 Serie de Fourier Generalizada .....	82
3.1.3 Funciones de Bessel .....	83
3.1.4 Solución de una ecuación Integral por el método de momentos .....	87
3.2 Obtención del modelo matemático del diafragma de control para la componente perpendicular en la guía de onda circular acoplada .....	89
3.2.1 Solución analítica a las integrales $I_1$ y $I_2$ .....	99
3.2.2 Cálculo del coeficiente de Reflexión .....	105
3.2.3 Análisis del diafragma de control con sustrato dieléctrico .....	106
3.3 Obtención del modelo matemático del diafragma de control para la componente paralela en la guía de onda circular acoplada .....	110
3.3.1 Obtención del coeficiente de reflexión .....	122
3.4 Análisis del desplazador de fase reflectivo .....	123
3.5 Tratamiento numérico de los modelos matemáticos .....	128
3.6 Resultados de la solución numérica .....	133
3.7 Conclusiones del capítulo 3 .....	156
Referencias .....	156

Capítulo 4 .....	157
Optimización del desplazador de fase reflectivo .....	157
4.1 Comparación de las ventajas y desventajas del software implementado con el software comercial .....	157
4.2 Consideraciones para la optimización del desplazador de fase reflectivo.....	159
4.3 Condición final del dieléctrico en el desplazador de fase reflectivo.....	168
4.4 Estructura final del desplazador de fase reflectivo .....	172
4.3 Conclusiones del capítulo 4.....	178
Referencias .....	179
Conclusiones .....	180
Apéndice .....	183

# Resumen

En esta tesis se presenta el análisis electromagnético de un desplazador de fase reflectivo, basado en una guía de onda circular para aplicación en antenas en arreglo de fase pasivo de tipo reflectivo. Se propuso una estructura bajo las condiciones de simplicidad y operabilidad en la banda Ka, que responde a las necesidades actuales de investigación para desplazadores de fase de bajo costo y operación en altas frecuencias. La estructura propuesta contiene como elemento principal, un diafragma de control en forma de apertura anular con cortos metálicos y considera el movimiento mecánico por medio de micromotores para alcanzar distintos estados de fase en la onda reflejada. Se llevó a cabo un análisis de onda completa por medio del método de momentos, apoyados en la aplicación de las condiciones de frontera para la incidencia normal de una onda polarizada circularmente que es reflejada de la estructura de manera controlada. Los modelos matemáticos obtenidos permitieron analizar distintas condiciones del dispositivo, además de optimizar sus dimensiones por medio de un software desarrollado en base a dichos modelos. Los resultados numéricos muestran que es posible alcanzar pérdidas de inserción menores a 0.5dB en un rango de frecuencias de 8 GHz en la banda Ka. Los modelos matemáticos se comprobaron y validaron mediante el empleo de un software comercial, el cual fue empleado como complemento en la caracterización de algunos detalles finos de la estructura.



# Introducción

El desplazador de fase es un componente de microondas de propósito general, que es usado en instrumentación de microondas y en una gran variedad de sistemas de comunicaciones y radar. Históricamente, hasta la década de los 50's, previo al desarrollo de la electrónica casi todos los desplazadores de fase eran de tipo mecánico. Años después, los desplazadores de fase electrónicos asumieron una gran importancia, dada su utilidad potencial para satisfacer principalmente los requerimientos en los sistemas de antenas en arreglo de fase. Aunque el desarrollo de desplazadores de fase electrónicos ha permitido su miniaturización en distintas formas y se abrieron nuevas perspectivas tanto en aplicaciones militares como civiles, actualmente se tiene la necesidad de implementar estos dispositivos a un bajo costo y de manera eficiente en frecuencias de la banda Ka.

Debido a la demanda para incrementar la capacidad de comunicación satelital, se está llevando a cabo un rápido desarrollo de estos sistemas de comunicación en la banda Ka, de manera que hay un creciente interés en la investigación de las antenas en arreglo de fase en esta banda, al ser éstas antenas, elementos de gran importancia tanto en el satélite como en las terminales receptoras por su característica única de escaneo del haz principal. Además de las aplicaciones en comunicaciones satelitales de banda ancha, las antenas en arreglo de fase tienen otras aplicaciones tales como sistemas anticolidión para vehículos en movimiento, en navegación marítima, control y regulación de tráfico aéreo y aplicaciones militares para garantizar comunicaciones seguras y secretas, además de radares de rastreo y búsqueda de blancos para vigilancia.

Las antenas en arreglo de fase están formadas por cientos o miles de elementos independientes para llevar a cabo la exploración del espacio circundante. Los elementos individuales del arreglo son alimentados coherentemente imprimiendo un corrimiento de fase determinado para dirigir el haz en una dirección deseada. Especialmente en la banda Ka, uno de los mayores obstáculos que retrasa el diseño de las antenas en arreglo de fase es la ausencia de desplazadores de fase rápidos y de bajo costo. Cada desplazador de fase puede costar tanto como mil dólares y en un sistema que requiere diez mil elementos el costo del sistema del arreglo se vuelve impresionante. La disipación de potencia es otra consideración importante dado que usualmente se emplean amplificadores después de cada uno de los desplazadores de fase para compensar por pérdidas de propagación de la señal o pérdidas de inserción. Además, para evitar el sobrecalentamiento, a menudo la refrigeración es aplicada en un sistema grande de antenas en arreglo de fase que emplea circuitos activos para amplificación y desplazamiento de fase.

Las antenas en arreglo de fase pasivos son una alternativa atractiva para los arreglos activos debido a su bajo costo y diseño simple. Sin embargo, en los arreglos pasivos debe darse una especial atención en la optimización de los parámetros de los desplazadores de fase, especialmente hay requerimientos muy estrictos para las pérdidas de inserción. De esta manera, el desarrollo de desplazadores de fase rápidos y de bajas pérdidas es de primaria importancia para el caso de los arreglos de fase pasivos. A través de los años, la exploración electrónica de los arreglos se ha realizado empleando una gran variedad de componentes electromecánicos y electrónicos, tradicionalmente los desplazadores de fase están basados en ferrita, en diodo *pin* en la modalidad de líneas conmutadas y en tecnología monolítica. Sin embargo en ninguno de estos casos se ha encontrado una forma de evitar las altas pérdidas de inserción a partir de la banda Ku. El ejemplo más claro es el caso de los desplazadores basados en líneas conmutadas donde se emplea una alimentación colectiva en la conmutación de dos líneas de transmisión de longitud eléctrica distinta,

por lo que para lograr un ángulo de corrimiento de fase grande, es necesaria una línea larga lo que se traduce en alto costo, gran volumen, altas pérdidas y complejidad de integración. Por ello un esquema de alimentación reflectivo es la mejor opción para arreglos de fase en alta frecuencia al presentar bajas pérdidas además de ser simple.

Los arreglos reflectivos planares ofrecen una alternativa atractiva de estructuras de bajo perfil, peso y costo, combinando algunas características útiles de las antenas de reflector parabólico y mejorando otras debido a un proceso de fabricación simple y mejores características de polarización cruzada. En su forma básica, un arreglo reflectivo consiste de un arreglo planar de elementos radiadores, iluminados por una antena alimentadora. Cada elemento refleja la onda incidente introduciendo un corrimiento de fase apropiado a fin de formar un frente de fase plano en la onda reflejada en alguna dirección predefinida. Se usan diferentes métodos para establecer el corrimiento de fase introducido por el elemento reflectivo en la onda reflejada. Uno de los más comunes son los parches de microcinta, cuyos elementos pueden ser lineales, duales o circularmente polarizados.

Una alternativa interesante de los arreglos reflectivos de bajo costo son las antenas tipo *espirafase*, que cuenta con elementos espirales que tienen diferentes rotaciones angulares y como característica particular un amplio ancho de banda. En su forma más básica la antena espirafase es una espiral de brazos múltiples cuyo patrón de fase es conmutado por medio de diodos para tener el corrimiento de fase en la apertura deseada para explorar el haz de la antena. Se han analizado este tipo de arreglos empleando anillos ranurados en el que se simula electrónicamente la rotación de los elementos de antena de polarización circular por medio de diodos *pin*, obteniéndose errores de fase pequeños y pérdidas de inserción bajas.

Así, es posible afirmar que el estado del arte de las antenas en arreglo de fase pasivos está limitado en sus aplicaciones por el costo, más que cualquier otro factor. Por ello los objetivos de este trabajo son:

- Proponer una estructura como desplazador de fase que asegure su operación como elemento integrado en antenas en arreglo de fase tipo reflectivo, además de ser simple y por lo tanto de bajo costo.
- Desarrollar los modelos matemáticos de forma general y precisa que ayuden a predecir el comportamiento de la estructura.
- Desarrollar un programa de computadora eficiente que permita diseñar y optimizar un desplazador de fase, con alta confiabilidad y tolerancia.
- Proporcionar una referencia confiable, acerca de los elementos del arreglo cuando se requiera implementar y realizar el análisis correspondiente.

De esta manera, en este trabajo se propone una estructura física de un desplazador de fase reflectivo basado en el principio espirafase, implementado en una guía de onda circular de acuerdo al principio de operación que utilizaron los primeros desplazadores de fase mecánicos, empleando como elemento principal una apertura anular en forma de anillo ranurado que satisface las condiciones de una superficie selectiva de frecuencia de este tipo. Además se propone realizar el movimiento en cada elemento en forma mecánica por medio de micromotores, lo que se traduce en

mayor simplicidad y menor costo. Se realiza un análisis de onda completa por medio del cual se obtienen modelos matemáticos que describen todas las condiciones de la estructura y es posible optimizarla por medio de un software desarrollado de acuerdo a los modelos obtenidos.

En concreto, las aportaciones originales que en esta tesis se presentan son:

- Los modelos matemáticos que caracterizan a un desplazador de fase, basado en una guía de onda circular y un diafragma de control basado en aperturas anulares con cortos.
- Un programa de computadora mediante el cual es posible caracterizar a la estructura de manera rápida y con gran tolerancia.

En este trabajo se presenta en el capítulo uno, una descripción de los desplazadores de fase de microondas más importantes en aplicación a las antenas en arreglos de fase. Como resultado se obtiene una comparación completa entre todos los tipos de desplazadores de fase, que permite tener una panorámica de las principales directrices que convergen hacia la decisión de implementar un desplazador de fase reflectivo basado en una guía de onda circular, como la mejor alternativa para un arreglo de fase pasivo, de bajo costo y bajas pérdidas. Para el segundo capítulo se describe la teoría completa que explica el principio de operación del dispositivo, basado en el artículo original donde se describió por primera vez al desplazador de fase mecánico de precisión; esto permitió tener las bases suficientes para proponer una nueva estructura de desplazador de fase mecánico para arreglos pasivos con las ventajas ya mencionadas.

En el tercer capítulo se muestra un análisis matemático y desarrollo completo de los modelos matemáticos que describen al elemento. Esto implica el dominio de herramientas matemáticas y el conocimiento de solución de las ecuaciones de Maxwell de acuerdo a la aplicación de las condiciones de frontera del problema. Con ello se obtiene un conjunto de ecuaciones que modelan al dispositivo las cuales se trasladaron a un software mediante la implementación de un programa de computadora óptimo y preciso. Con ayuda del programa implementado se obtuvieron las dimensiones del dispositivo con mejores características. En el capítulo cuatro, se presenta un proceso de optimización de la estructura y se emplea un software de simulación comercial para cuantificar algunos detalles finos del diseño final.

# Capítulo 1

## Desplazadores de Fase en microondas

En este capítulo se muestra la necesidad de diseñar, investigar e implementar desplazadores de fase para antenas en arreglo de fase tipo pasivo en la banda Ka de frecuencias. Se describen los desplazadores de fase más importantes de aplicación en microondas, con el objetivo de mostrar sus principios de operación a fin de establecer diferencias prácticas, ventajas y desventajas que permitan elegir una estructura óptima en cuanto a pérdidas, simplicidad y costo.

Se inicia con la definición de los parámetros más comunes involucrados en los desplazadores de fase que generalmente son referencia para el diseño de estos dispositivos. Después, se explica de forma clara y general las principales características de los desplazadores de fase más importantes, resaltando sus fundamentos físicos de operación. De la misma manera, se describen las principales aplicaciones de los desplazadores de fase en algunos dispositivos de microondas y en las antenas en arreglo de fase. Adicionalmente a estas últimas, se presentan algunos aspectos básicos de la teoría de arreglo de antenas que permiten formalizar y justificar un criterio de selección para un desplazador de fase que corresponda a las necesidades planteadas en este trabajo.

### 1.1 Definición y conceptos básicos

Un desplazador de fase es un dispositivo de propósito general usado en una gran variedad de sistemas de comunicaciones y de medición e instrumentación de microondas. Básicamente, es un dispositivo de dos puertos cuya función primordial es proveer un cambio en la fase de la señal con una atenuación apenas perceptible. El retraso de fase experimentado por la señal de microondas entre los puertos de entrada y salida de un desplazador de fase se conoce como *fase de inserción* del dispositivo. La figura 1.1 muestra de manera general un dispositivo de dos puertos, si  $V_1$  es la señal de entrada en el puerto 1 y  $\phi$  es la fase de inserción, asumiendo que el desplazador de fase sea ideal, la señal de salida en el puerto 2 esta dada por  $V_1 e^{-j\phi}$ . De esta manera, se puede decir también que un desplazador de fase es usado para cambiar la fase del coeficiente de transmisión dentro de una red.

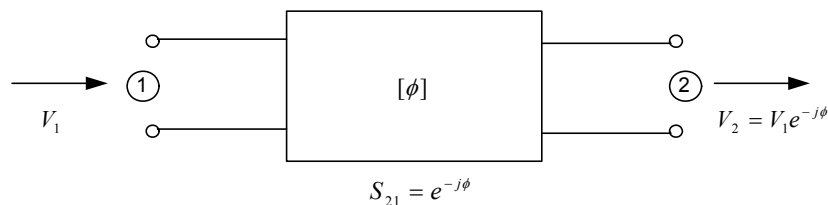


Figura 1.1. Dispositivo de dos puertos como un desplazador de fase

Por otra parte, para dos diferentes situaciones del desplazador de fase; las inserciones de fase son  $\phi_1$  y  $\phi_2$  entonces el *desplazamiento diferencial de fase* presentado por el dispositivo esta dado por

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \quad (1-1)$$

$\Delta\phi$  Puede corresponder a un retraso o a un adelanto de fase diferencial, dependiendo del signo.

Un desplazador de fase ideal es *recíproco* y presenta la misma fase de inserción para cualquier dirección de propagación de la señal de microondas, su matriz de dispersión se representa como

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\phi} \\ e^{-j\phi} & 0 \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

Es evidente que el desplazamiento de fase diferencial también permanece igual para ambas direcciones de propagación. También existen desplazadores de fase no recíprocos que presentan diferentes fases de inserción para las ondas que viajan en direcciones opuestas, por lo que la matriz de dispersión de un desplazador de fase ideal no recíproco esta dada por

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\phi_1} \\ e^{-j\phi_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

Los desplazadores de fase pueden ser analógicos o digitales, los analógicos permiten una variación continua del corrimiento de fase mientras que los digitales permiten una variación en pasos discretos. Un desplazador de fase digital generalmente consiste de una cascada de varios bits con corrimientos de fase incrementados en pasos binarios.

Otro aspecto importante a tomar en cuenta es que en la práctica, los desplazadores de fase siempre exhiben una cierta cantidad de pérdidas. Las pérdidas por inserción de un dispositivo normalmente se especifican en dB de acuerdo a

$$IL(dB) = 20\log_{10}|S_{21}| \quad (1-4)$$

Donde  $S_{21}$  es el coeficiente de transmisión del puerto 1 al puerto 2.

También, en un desplazador de fase, la precisión del corrimiento de fase es un parámetro esencial. Muchos factores pueden causar un *error de fase*, tales como una onda estacionaria, propiedades del material con el que se fabrica el dispositivo así como elementos externos para su interconexión con otros elementos [1]. En caso de que el error de fase no se encuentre dentro de los valores permitidos es necesario *sintonizar la fase* mediante métodos que nos permitan realizar un buen ajuste.

Por último, el desempeño eléctrico de un desplazador de fase generalmente es especificado en términos de las pérdidas de inserción, ancho de banda de operación, error de fase y capacidad de manejo de potencia. En algunos suelen ser especificados el tiempo de conmutación y la potencia de actuación. Para todas las aplicaciones es deseable tener pérdidas de inserción, potencia de

actuación, y error de fase lo más bajo posible. El tamaño físico y peso del desplazador de fase debe de ser minimizado para sistemas móviles y aerotransportados, mientras que para sistemas con bases en la tierra este requerimiento puede ser más flexible [1].

## 1.2 Tipos de Desplazadores de fase

Los desplazadores de fase son principalmente clasificados como mecánicos o electrónicos, dependiendo en que si el control de la fase es alcanzado a través de un ajuste mecánico o electrónico. Los primeros en desarrollarse fueron los de tipo mecánico desde la década de los 40's y a partir de los 60's empezaron a aparecer novedosos diseños electrónicos que van desde el empleo de diodos p-i-n y ferrita hasta los compatibles con la tecnología monolítica de circuitos integrados.

Con el avance de los desplazadores de fase variables electrónicamente, la importancia de los desplazadores de fase mecánicos ha disminuido considerablemente. Dependiendo del medio o mecanismo de control adoptado, los desplazadores de fase pueden ser clasificados como de ferrita, dispositivos semiconductores o activos basados en FET. A continuación se muestra una descripción de los desplazadores de fase más importantes.

### 1.2.1 Desplazadores de fase mecánicos

En los desplazadores de fase variables mecánicamente el corrimiento de fase se alcanza al variar la fase de inserción del dispositivo por sintonización mecánica. Idealmente el dispositivo debe ser acoplado en ambos puertos de entrada y salida además de tener atenuación cero. Los desplazadores de fase mecánicos son de operación analógica y comúnmente construidos en una guía de onda rectangular o circular, aunque también son usadas estructuras como el cable coaxial o la línea cinta. La mayoría de los desplazadores de fase mecánicos son recíprocos y comparados con los desplazadores de fase electrónicos son robustos, simples de fabricar y tienen muy bajas pérdidas además de que se presentan como una opción de bajo costo. Por lo tanto estos son usados extensamente en aplicaciones que no demandan un rápido cambio del corrimiento de fase.

#### 1.2.1.1 Desplazadores de fase mecánicos simples

Uno de los desplazadores de fase más sencillos y menos precisos se muestra en la figura 1.2, en el cual se utiliza una lámina o barra hecha de un material dieléctrico. El grosor de la barra es aproximadamente 0.1 de la base de la sección transversal de la guía [7], el defasamiento máximo se obtiene cuando la barra queda colocada en el centro de la guía ya que es en el centro donde la intensidad del campo eléctrico es máximo (modo  $TE_{10}$ ), mientras que es mínimo cuando coincide con la pared lateral.

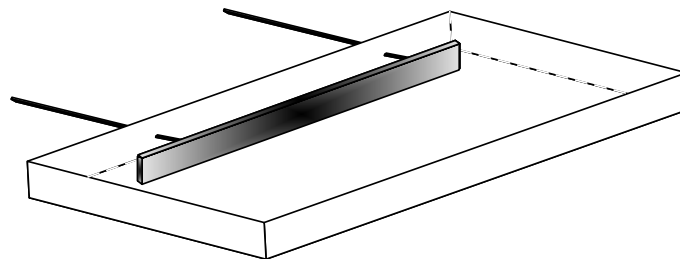


Figura 1.2 Configuración simple de un desplazador de fase mecánico

El principio de operación es simple y se basa en que en un medio de propagación hecho de material dieléctrico de bajas pérdidas cambia la velocidad de propagación de una onda. Por lo tanto la barra dieléctrica no atenúa a la señal dentro de la guía, pero si cambia su fase. Mientras mayor sea la permitividad relativa del material dieléctrico, mayor será el cambio de fase producido en la onda.

Ahora bien, una configuración de mejor calidad de este tipo de desplazadores de fase se presenta en la figura 1.3. El cual cuenta en el dieléctrico con transformadores de impedancia lisos. Donde el movimiento transversal de la barra dieléctrica es facilitado por vástagos de soporte y tornillos ajustables. Los vástagos pueden ser hechos ya sea de metal o dieléctrico de baja constante dieléctrica y deben ser tan delgados como su resistencia mecánica lo permita con el objeto de minimizar la reflexión.

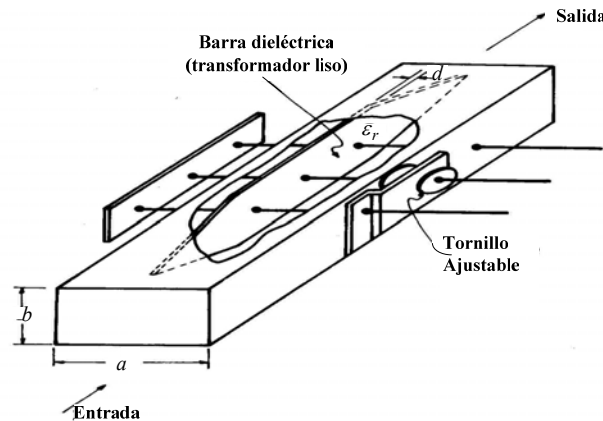


Figura 1.3 Desplazador de fase mecánico con transformador liso

Otro tipo de desplazadores de fase mecánicos sencillos son los lineales que generalmente son realizados en cable coaxial y guías do onda. El principio de operación de estos desplazadores de fase consiste en que el corrimiento de fase sea directamente proporcional a un cambio en la longitud eléctrica de la línea de transmisión, es decir

$$\Delta\phi = \beta(l_1 - l) \tag{1-5}$$

En el caso del cable coaxial esto se logra con el uso de líneas coaxiales concéntricas que se deslizan una con respecto a la otra [1]. La interfase entre las líneas concéntricas se lleva a cabo eléctricamente en una unión sin contacto por medio de un transformador  $\lambda/4$ , como muestra la figura 1.4

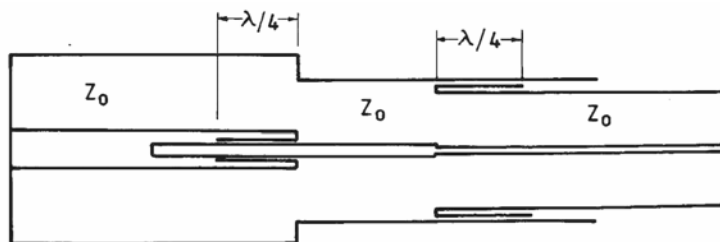


Figura 1.4 Desplazador de fase lineal basado en cable coaxial

Para el caso de una guía de onda rectangular el procedimiento es muy parecido, el cambio en la fase de la señal se logra al deslizar una placa dieléctrica situada en el centro de la guía, entre placas del mismo dieléctrico puestas desde las paredes superior e inferior de la guía de onda. En los extremos de esta barra dieléctrica se encuentra un transformador tipo escalón con el fin de obtener el acoplamiento de impedancias en la sección contenida de aire.

### 1.2.1.2 Desplazador de fase giratorio

Un desplazador de fase mecánico de mucha mayor precisión consiste de tres secciones de guía de onda circular, dos transiciones de guía de onda rectangular a circular y viceversa, además de dos secciones extremas de guía rectangular, tal como muestra la figura 1.5. Se considera que el modo fundamental  $TE_{10}$  que se propaga en la guía rectangular se transforma en el modo fundamental  $TE_{11}$  de la guía de onda circular, dentro de esta, una placa de material dieléctrico colocada en el centro de longitud  $\lambda/4$  y que está inclinada  $45^\circ$  con relación al eje vertical, descompone en el inicio a la onda original polarizada verticalmente en dos nuevas ondas polarizadas con inclinación de  $45^\circ$  con amplitud y fase idénticas. El campo eléctrico que coincide con el plano de la placa es retrasado con relación al campo perpendicular a la placa, conforme ambos avanzan hacia el otro extremo; a la salida de la placa dieléctrica el defasamiento total entre ambas componentes de campo es de  $90^\circ$ . De esta manera, la onda polarizada linealmente al inicio de la guía de onda rectangular se transforma al final de la guía de onda circular en una onda de polarización circular izquierda o derecha dependiendo de la inclinación de la placa.

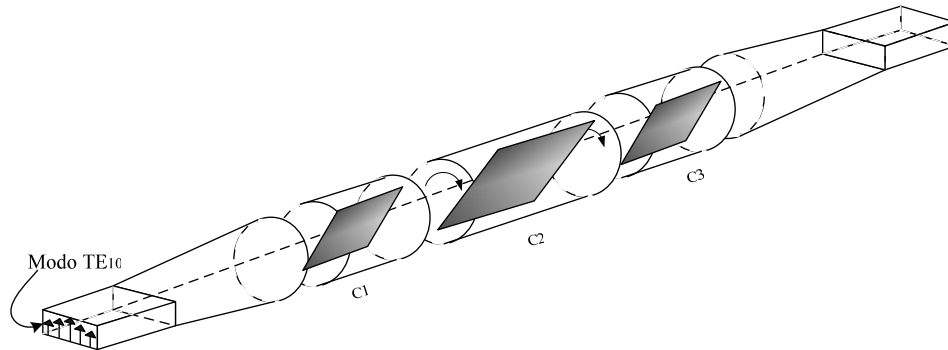


Figura 1.5 Desplazador de fase giratorio

De esta manera, una onda de polarización circular derecha entra al inicio de sección giratoria  $C_2$  que en su interior tiene ahora, una placa dieléctrica de longitud  $\lambda/2$ , el efecto que tiene esta sobre las componentes del campo eléctrico con polarización circular es similar al que se tuvo en la sección anterior con la placa de  $\lambda/4$ , solo que ahora el defasamiento entre ellas es de  $180^\circ$ . Este defasamiento causa que la onda de polarización circular derecha al inicio de la sección giratoria salga con polarización circular izquierda y esta será la onda de entrada en la última sección circular que es fija y con una placa dieléctrica de  $\lambda/4$ . Al igual que la primera sección, convierte la polarización circular de nuevo a polarización lineal bajo el mismo principio.

Considerando que la sección  $C_2$  es girada sobre su eje un cierto ángulo  $\theta$  con relación al plano horizontal, el defasamiento neto entre la componente del campo a la salida de  $C_2$  y la componente a la entrada de  $C_1$  sería igual a  $2\theta$  [7]. No hay límite en el rango del control de fase de como la rotación continua de la placa de  $\lambda/2$  causará una variación continua en el corrimiento de fase.



Los desplazadores de fase giratorios del tipo descrito anteriormente se encuentran comercialmente disponibles. El dispositivo ofrece pérdidas de inserción muy bajas (menores a 1 dB) y provee una gran precisión en posicionamiento y lectura para variaciones suaves. Por lo que este dispositivo también es ampliamente usado en mediciones de microondas.

### 1.2.1.3 Desplazadores de fase diferenciales basados en guía de onda circular

Existen muchas aplicaciones donde solo es requerido un corrimiento de fase diferencial constante como el que requieren las secciones C1 y C2 de la figura 1.5, algunas de las primeras técnicas usadas en la construcción de estos dispositivos se obtuvieron al cargar una guía de onda circular con iris capacitivos, vástagos mecánicos diametrales y placas dieléctricas. A continuación se describen los más importantes.

La figura 1.6 nos muestra una guía de onda circular con dos aletas metálicas sujetadas a las paredes de la guía de onda y extendidas axialmente a lo largo de la guía. Si estas aletas son bastante delgadas, tienen un pequeño efecto en ondas en las que el campo eléctrico es perpendicular a estas. Pero para ondas polarizadas paralelamente a las aletas, estas cargan a la guía con una capacitancia en paralelo, por medio de esto no solo se reduce la impedancia característica de la sección si no que también se decrementa la velocidad de fase de las ondas. En este sentido, las aletas producen un efecto mucho mayor que el de un material dieléctrico de alta constante de permeabilidad cargando a la guía de onda circular. Obviamente el desplazamiento diferencial de fase dependerá de la longitud de la sección cargada y por ello la cantidad de carga que es establecida queda determinado principalmente por el diámetro externo de las aletas. Las muescas cortadas al final de las aletas son con el propósito de acoplar la impedancia de la línea cargada con la impedancia de la línea no cargada, se trata de transformadores con longitud  $\lambda_g/4$ .

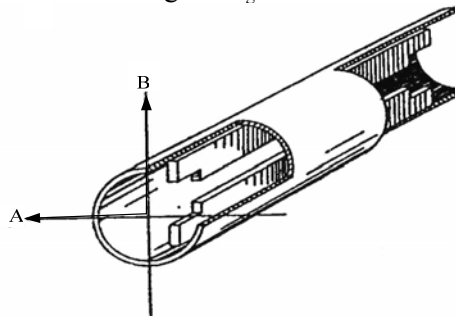


Figura 1.6 Desplazador diferencial con carga capacitiva

Las aletas son muy simples de especificar mecánicamente y por lo tanto son secciones fáciles de fabricar. Probablemente no soportan grandes cantidades de potencia debido a la intensa concentración del campo en las periferias de los bordes de las aletas, sin embargo pueden tener una capacidad de manejo de potencia de algunas decenas de kilowatts.

Otra forma de realizar un corrimiento de fase diferencial es insertando una placa de material dieléctrico en una sección de la guía de onda circular que se extienda a través de la guía diametralmente como se muestra en la figura 1.7. Las ondas polarizadas perpendicularmente a la placa serán atrasadas cierto grado, pero las ondas paralelas a la placa serán atrasadas mucho más. Y esta diferencia entre esas dos velocidades nos da el corrimiento diferencial de fase deseado.

En general el uso de dieléctricos de constante alta se prefiere porque permiten que la placa sea hecha lo suficientemente delgada de manera que afecte muy poco a las ondas de polarización transversal. Esto es importante ya que si estas ondas son afectadas insignificadamente el acoplamiento de impedancias no es un problema al inicio y al final de la sección para esta polarización en particular. Para ondas polarizadas paralelamente con la placa habrá una apreciable transición de impedancia a la entrada y a la salida de la placa por lo que debe ser cortada cuidadosamente muescas que constituyan acoplamiento por medio de transformadores de impedancia de un cuarto de longitud de onda.

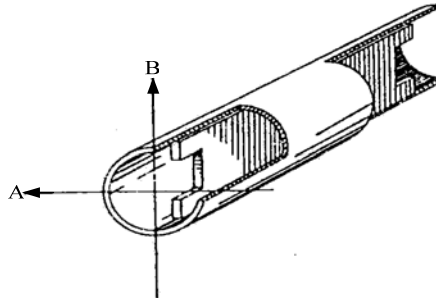


Figura 1.7 Desplazador diferencial con placa dieléctrica

Los desplazadores de fase diferenciales que tuvieron grandes aplicaciones consisten de un filtro en una sección uniforme de una guía de onda circular a través de postes conductivos puestos diametralmente en intervalos apropiados. Para una sección con  $\Delta\phi = 90^\circ$  toma la forma mostrada en la figura 1.8 a junto con su circuito equivalente. Como se indica, para ondas cuyo campo eléctrico es paralelo con los postes, los postes se comportan como inductancias paralelas a través de una línea de transmisión equivalente. La susceptancia de los postes es aproximadamente proporcional a su diámetro por lo tanto este valor es ajustado al valor deseado al escoger un diámetro correcto. Por ejemplo para una sección con  $\Delta\phi = 90^\circ$  ambos postes deben tener una susceptancia inductiva de dos veces la admitancia característica de la guía de onda y deben estar separados por  $3\lambda_g/8$ [8]. Bajo estas condiciones una onda polarizada paralelamente entrando en los postes emergerá con una fase adelantada de  $90^\circ$  en comparación de que no estuvieran presentes los postes.

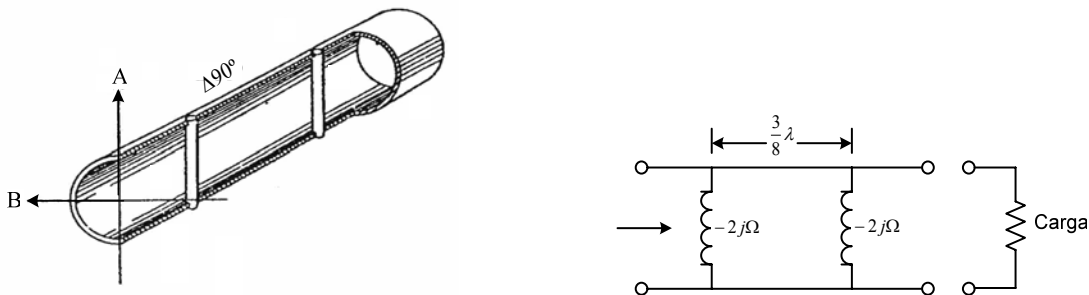


Figura 1.8 Desplazador diferencial de  $90^\circ$  con postes metálicos y su circuito equivalente

Por otra parte, el estipular que los diámetros sean pequeños tiene una explicación práctica ya que las ondas polarizadas perpendicularmente pasarían por la sección sin saber que esta los postes metálicos. Por consiguiente las ondas polarizadas paralelamente con los postes obtendrán un adelanto en fase de 90 grados con respecto a las ondas polarizadas en ángulos rectos a los postes.

Es importante mencionar también que esta sección es equivalente a un filtro paso-banda por lo que la transmisión total de potencia solo se realiza en una frecuencia, por lo que fuera de esta frecuencia central del filtro la fase diferencial se apartará del valor de  $90^\circ$  en un comportamiento similar como sucede en un circuito resonante paralelo. Sin embargo esta sección es de un comportamiento de ancho de banda amplio [8]. Dado que la longitud de la sección no es un requerimiento importante que influya en el factor de calidad o ancho de banda, el comportamiento de la frecuencia se mejora al extender la sección y usar 3 o más barras o postes metálicos.

En la sección, puede notarse la gran importancia que toman no solo los desplazadores de fase diferenciales  $90^\circ$  si no también de  $180^\circ$ . Así, cuando se quiere construir una sección de  $\Delta\phi = 180^\circ$  es evidente que esto se logra con dos secciones de  $\Delta\phi = 90^\circ$  conectadas en cascada con todas las barras paralelas, sin embargo la fase diferencial será mas grande que dos veces que la dada por una sola sección. Una simplificación y gran ayuda se obtiene al poner las dos secciones juntas hasta que las barras adyacentes ocupen el mismo lugar. Entonces estos postes son reemplazados por un solo poste metálico cuya susceptancia es dos veces la de los postes originales. Par el caso de tener una sección con fase diferencial de  $180^\circ$  se tiene una sección de tres postes en donde el poste central tiene una admitancia de  $-4$  y las de los extremos de  $-2$  y están separadas por una longitud de  $3\lambda_g/8$  [8] tal como muestra la figura 1.9

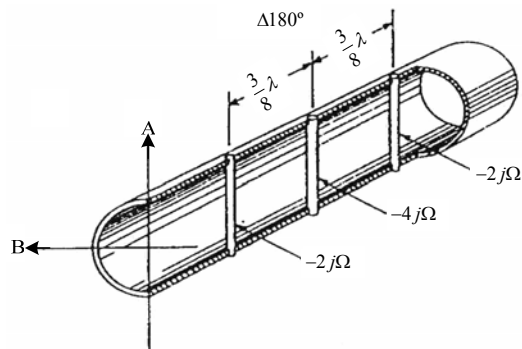


Figura 1.9 Desplazador diferencial de  $180^\circ$  con postes metálicos

En la construcción de estas secciones de elementos reactivos, no se tiene la restricción de que sean solo de tipo inductivo, también lo pueden ser de tipo capacitivo, en este caso los postes diametrales estarían cortados por el centro teniendo una cierta longitud de espaciamiento que influye en la determinación de la susceptancia capacitiva. Para este caso se tendrían incluso ventajas ya que al ajustar diámetros del cilindro metálico y el espaciamiento para obtener una susceptancia capacitiva igual a dos veces la admitancia característica de la guía de onda, las bujías tendrían que estar puestas a  $\lambda_g/8$  en comparación con el espaciamiento de  $3\lambda_g/8$  para los elementos inductivos. Sin embargo en realidad los elementos capacitivos que son puestos muy cerca influye el acoplamiento mutuo entre los elementos lo que resulta en un comportamiento distinto a lo esperado y como consecuencia es necesario espaciar los elementos capacitivos una distancia de  $5\lambda_g/8$ [8].

Finalmente con relación a los dispositivos de fase diferencial podemos dar algunas comparaciones y decir que los de elementos reactivos se prefieren sobre los de sección extendida (figuras 1.6 y 1.7) ya que físicamente son más cortos y aunque podrían tener desventaja con relación a las características de frecuencia se puede mejorar incrementando el número de elementos reactivos. Por otro lado los de sección extendida tienen la ventaja de que son sencillos de construir.

## 1.2.2 Desplazadores de fase de Ferrita

La operación básica de todos los dispositivos de ferrita es la interacción entre las ondas electromagnéticas y el momento angular de los electrones (*spin electron*) en una ferrita magnetizada donde la permeabilidad magnética toma forma de un tensor cuyos elementos están en función del campo magnético aplicado, tal como se describirá más adelante. Cuando la magnitud o dirección del campo magnético aplicado se cambia, la permeabilidad de la ferrita cambia también, por lo que se modifica la constante de propagación de la onda electromagnética. El corrimiento de fase surge como una consecuencia del cambio en la constante de propagación provocado por la aplicación del campo magnético controlado electrónicamente. Los desplazadores de fase de ferrita han sido realizados en su mayor parte en geometrías de guía de onda. Estos desplazadores de fase pueden ser diseñados para operar ya sea en modo digital o analógico y con características recíprocas o no recíprocas.

### 1.2.2.1 Conceptos fundamentales de los materiales ferrimagnéticos y su interacción con las microondas

Para comprender el funcionamiento de una material ferrimagnético en microondas es necesario conocer algunos conceptos fundamentales acerca de estos materiales que a continuación se describen.

La *respuesta magnética* de un material puede ser comparada con la de otros al considerar sus susceptibilidad  $\chi = M/H$  y permeabilidad  $\mu = B/H$ , donde  $H$  es la intensidad del campo magnético,  $M$  es la magnetización en el material, y  $B$  es la inducción magnética.  $M$  y  $B$  están expresados en unidades de la densidad de flujo magnético ( $Wb/m^2$ ). La permeabilidad relativa  $\mu_r = \mu / \mu_0$  y la susceptibilidad relativa  $\chi_r = \chi / \mu_0$  son parámetros adimensionales, donde  $\mu_0$  es la permeabilidad del espacio libre.

En un material magnético los vectores  $\vec{B}$ ,  $\vec{M}$  y  $\vec{H}$  se relacionan como:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} = \mu_0 (1 + \chi_r) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (1.6)$$

En los materiales ferrimagnéticos el momento atómico es debido principalmente al giro del electrón (*spinning electron*) ya que el momento orbital es suprimido por los campos electrostáticos de la estructura cristalina del material [1]. Estos momentos atómicos pueden imaginarse como dipolos magnéticos. El intercambio de fuerzas dentro del material alineando con estos dipolos magnéticos produce un espontáneo y colectivo comportamiento atómico [1].

Los materiales ferrimagnéticos son básicamente compuestos o aleaciones que tienen por lo menos dos diferentes especies de átomos o iones, que tienen diferentes momentos. El Ferrimagnetismo ocurre cuando los intercambios de fuerzas son negativos [1]. En cada subenrejado magnético los momentos atómicos son directamente opuestos y diferentes en magnitud, originándose un momento magnético neto. En los materiales ferrimagnéticos la interacción toma lugar entre los campos electromagnéticos y el giro de los electrones (*spinning electron*). Estos materiales tienen una permeabilidad alta, las ferritas y granates son ejemplos de materiales ferrimagnéticos.

Esencialmente las propiedades eléctricas de las ferritas son las mismas que la de los metales ferromagnéticos tales como la plata el oro y el cobre, sin embargo, sus resistividades son del orden de  $10^{12}$  más grandes que la resistividad de los metales mencionados. Debido a sus bajas pérdidas, las microondas pueden propagarse en un medio de ferrita con una atenuación muy pequeña. La interacción entre las ferritas y las microondas aumenta la rotación de Faraday y otras propiedades no recíprocas, dichas propiedades son utilizadas en la realización de muchos dispositivos de microondas pasivos como desplazadores de fase, circuladores, aisladores y atenuadores.

El proceso de magnetización en ferritas puede ser obtenido al tratar el momento angular del electrón como un giroscopio en un análisis completo de tal movimiento (*spinning electron*), afectado por un campo magnético estático  $\vec{H}_0$  que provoca un dipolo magnético debido a la presencia de la llamada frecuencia giromagnética de resonancia [1]. De esta manera, se obtiene el torque de dicho dipolo y además el vector de magnetización por unidad de volumen  $\vec{M}$ , obteniéndose así una ecuación clásica en el análisis para dispositivos de ferrita conocida como la ecuación de magnetización

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H}) \quad (1-7)$$

Donde  $\gamma$  se conoce como el radio giromagnético que relaciona al momento magnético y al momento angular de un electrón [1].

Cuando un campo magnético DC se aplica a un medio de ferrita su permeabilidad se asume como un tensor para señales de microondas. Para derivar esta forma tensorial se considera un medio infinito de ferrita magnetizada a saturación por un campo magnético estático  $H_0$  aplicado en la dirección  $z$ . (La saturación se refiere a que conforme aumenta la intensidad del campo  $H_0$  mas momentos dipolares magnéticos se alinearan con  $H_0$  hasta que todos estén alineados y  $M$  alcanza un límite superior y entonces se dice que el material está magnéticamente saturado) bajo estas condiciones y con la ayuda de la ecuación (1-7) se obtiene que el tensor de permeabilidad de la ferrita magnetizada en saturación en la dirección  $z$  esta dado por [1]

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu & -j\kappa & 0 \\ j\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

Donde

$$\mu = \mu_0 \left( 1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \quad (1-9)$$

Y

$$\kappa = \frac{\mu_0 \omega \omega_m}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (1-10)$$

Donde las variables  $\omega$ ,  $\omega_0$ , y  $\omega_m$  son las frecuencias aplicadas, de presión y de magnetización respectivamente [1]. En los desplazadores de fase de ferrita, la ferrita generalmente es magnetizada ya sea en la dirección paralela o perpendicular de propagación. Al considerar el primero de estos casos por medio de las ecuaciones de Maxwell, contemplando a la permeabilidad como (1-8) para el caso de la magnetización longitudinal es decir que el campo estático magnético  $H_0$  esta orientado a lo largo de la dirección  $z$  que es la misma que la dirección de propagación de la onda plana se obtienen dos distintas constantes de propagación dadas por  $\beta_+ = \omega\sqrt{\varepsilon(\mu - \kappa)}$  Y  $\beta_- = \omega\sqrt{\varepsilon(\mu + \kappa)}$ , con una orientación de los campos  $E_y = -jE_x$  y  $E_y = jE_x$  respectivamente. De esta manera,  $\beta_+$  y  $\beta_-$  corresponden a las ondas con polarización circular derecha e izquierda con una permeabilidad escalar distinta.

Por lo tanto, en un medio infinito de ferrita magnetizado en la dirección  $z$  los modos normales de propagación a lo largo de la dirección de propagación son modos con polarización circular derecha e izquierda. Ahora, considerando una onda TEM linealmente polarizada a lo largo del eje  $x$  en  $z = 0$  viajando en una ferrita magnetizada se encuentran dos ondas viajando con diferentes constantes de propagación que al atravesar una cierta longitud  $l$ , las dos ondas circularmente polarizadas experimentan un cambio de fase dado por  $\beta_+l$  y  $\beta_-l$ . Como efecto se produce una onda linealmente polarizada con su plano de polarización rotado por un ángulo  $\theta$  con respecto a las onda incidentes, el ángulo de rotación esta dado por

$$\theta = \frac{1}{2}(\beta_+ - \beta_-)l = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon}}{2}(\sqrt{\mu - \kappa} - \sqrt{\mu + \kappa})l \quad (1-11)$$

Este fenómeno es llamado *Rotación de Faraday*, el efecto no es recíproco dado que si la dirección de propagación fuera invertida en  $z = l$ , el plano de polarización de la onda resultante linealmente polarizada continuaría girando en la misma dirección. Entonces cuando la onda regresara a  $z = 0$  se crearía una nueva dirección de polarización en un ángulo igual a  $2\theta$ .

### 1.2.2.2 Desplazadores de fase de ferrita no recíprocos

Los desplazadores de fase no recíprocos de ferrita hacen uso de la interacción entre el campo magnético circularmente polarizado y los momentos magnéticos cuando la polarización del campo está orientada ortogonal al plano de polarización circular [6]. Generalmente se diseñan en geometrías de guías de onda circular y mayormente en rectangular.

Muchos diseños de desplazadores de fase en guías de onda son derivados del desplazador de fase no recíproco basado en la rotación de Faraday que se muestra en la figura 1.10. En la operación de este dispositivo un modo  $TE_{10}$  entra a la guía de onda rectangular y a la salida es convertida a un modo  $TE_{11}$  de una guía de onda circular con una sección de transición corta. Entonces una placa dieléctrica de *cuarto de onda* orientada  $45^\circ$  del vector de campo eléctrico convierte la onda en una de polarización circular derecha al suministrar una diferencia de fase de  $90^\circ$  entre las componentes del campo que son paralelas y perpendiculares a la placa. En la región cargada con ferrita la fase retrasada es  $\beta_{+z}$  que puede ser controlado por la intensidad del campo polarizado. La segunda placa de un cuarto de onda devuelve un campo linealmente polarizado. Como es de esperarse, la operación es similar para una onda que entra por la derecha excepto porque ahora el retraso de fase es  $\beta_{-z}$ ; el corrimiento de fase es no recíproco. La barra de ferrita es polarizada longitudinalmente en la dirección de propagación con un solenoide.

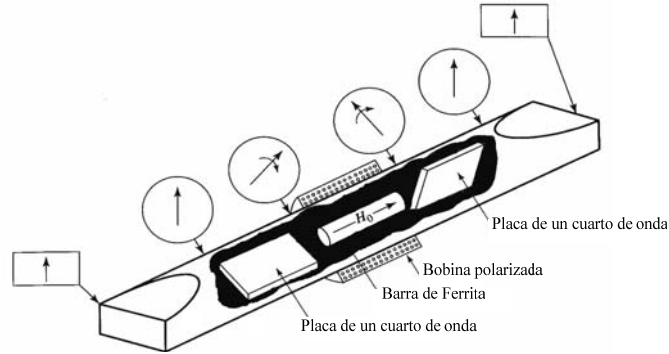


Figura 1.10 Desplazador de fase no recíproco basado en la rotación de Faraday

Los desplazadores de fase no recíprocos mayormente utilizados son los conocidos como desplazadores de fase toroidales los cuales generalmente están basados en guías de onda rectangular [4]. Tal como muestra la figura 1.11, este dispositivo consiste de un núcleo de ferrita simétricamente puesto en la guía de onda con un alambre de polarización que pasa por su centro. Cuando la ferrita es magnetizada, la magnetización de las paredes del toroide es directamente opuesta y perpendicular al plano de polarización circular de los campos. Se encuentra que existe una fuerte interacción entre los campos y la ferrita. En principio, tal geometría puede ser usada para suministrar un corrimiento de fase variable analógico al variar la corriente de polarización. Sin embargo, una técnica más útil emplea el principio de la histéresis magnética de la ferrita para proveer un corrimiento de fase que puede ser conmutado entre dos valores, es decir un comportamiento digital.

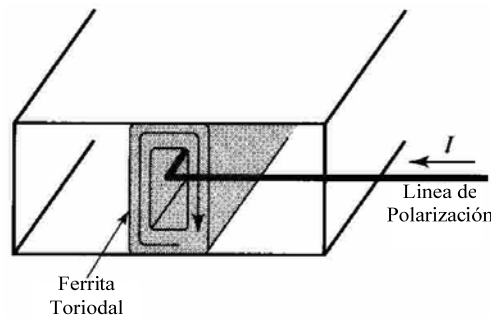


Figura 1.11 Desplazador de fase Toroidal

### 1.2.2.3 Desplazadores de fase de ferrita recíprocos

Los desplazadores de fase prácticos recíprocos consisten de una barra de ferrita longitudinalmente magnetizada cargando ya sea parcial o completamente una sección de guía de onda circular o rectangular, donde el corrimiento de fase generalmente se controla al variar la intensidad del campo magnético aplicado o al rotar un campo magnético de polarización constante.

El desplazador de fase *Reggia-Spencer* es uno de los desplazadores prácticos más populares. Este es un dispositivo analógico que consiste de una barra de ferrita magnetizada longitudinalmente

puesta en el centro de una guía de onda rectangular estándar excitada con el modo  $TE_{10}$ . La barra de ferrita es sujeta por un soporte de teflón, la polarización del campo magnético es suministrada por un solenoide alrededor de la guía de onda [4],[6]. El acoplamiento de impedancias de la guía cargada con la ferrita a la guía de onda rectangular estándar es por medio de transformadores lisos como se muestra en la figura 1.12. Físicamente, un modo  $TE_{10}$  el modo dominante que entra a la guía de onda rectangular al propagarse a través de la ferrita es distorsionado como un modo híbrido. En la frecuencia, justo debajo de la frecuencia de corte del modo híbrido, una significativa cantidad de energía existe además de que la rotación de Faraday es suprimida. En este rango de frecuencias, grandes desplazamientos de fase recíprocos ocurren en longitudes relativamente cortas. Sin embargo, cerca de la frecuencia de corte donde el modo híbrido comienza a propagarse ocurre la rotación de Faraday con lo que este dispositivo tiene una clara dependencia con la frecuencia lo que en ocasiones resulta impráctico.

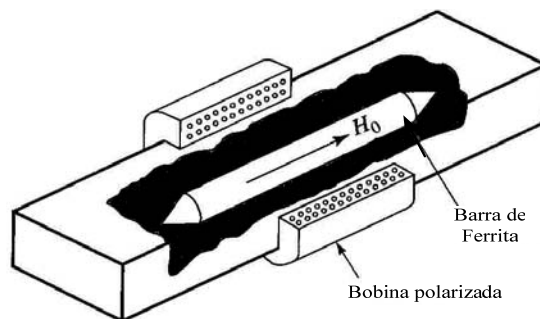


Figura 1.12 Desplazador de fase Regia Spencer

Por lo anterior, los desplazadores recíprocos de ferrita mayormente usados están basados en el principio de la rotación de Faraday, como se mencionó para el caso de los desplazadores no recíprocos, este dispositivo emplea la interacción entre una onda circularmente polarizada y una ferrita longitudinalmente magnetizada y que tal interacción es no recíproca. Para hacerla recíproca generalmente se incorporan polarizadores circulares no recíprocos en ambas salidas del dispositivo o en otros casos se diseñan placas de *un cuarto de onda* no recíprocas, ambos métodos propician que en cualquier plano transversal de la guía los campos magnéticos girarán en el mismo sentido sin importar la dirección de propagación de la onda

### 1.2.3 Desplazadores de fase basados en semiconductores

Estos desplazadores de fase son todos recíprocos por naturaleza pero pueden ser clasificados como digitales o analógicos dependiendo si el elemento de control es usado como un switch electrónico o una reactancia variable continuamente. Ejemplos de dispositivos que pueden actuar como interruptores electrónicos son los diodos p-i-n y GaAs FET. El diodo PIN se emplea mayormente en desplazadores de fase híbridos planares y el FET en desplazadores de fase monolíticos.

Un dispositivo ideal de conmutación básicamente posee dos estados, un corto circuito y un circuito abierto, en la práctica estos dos estados se realizan con una gran aproximación por medio de un dispositivo de control de un semiconductor de microondas. Por medio de estos pueden generarse diferentes configuraciones de circuitos que desplazan la fase, a continuación se describen los más comunes.



### 1.2.3.1 Circuitos acopladores híbridos como desplazadores de fase

El desplazador de fase híbrido acoplado hace uso de un acoplador direccional tipo puente híbrido a  $90^\circ$  con sus dos puertos terminados en redes simétricas de fase controlable. La figura 1.13 muestra un esquema general de este dispositivo. Las redes reflectivas que comúnmente se utilizan son líneas de transmisión terminadas en circuito abierto, corto circuito, elementos concentrados y un switch o interruptor. El acoplador direccional divide la señal de entrada en partes iguales en los puertos de salida 3 y 4 pero con una diferencia de fase de  $90^\circ$ .

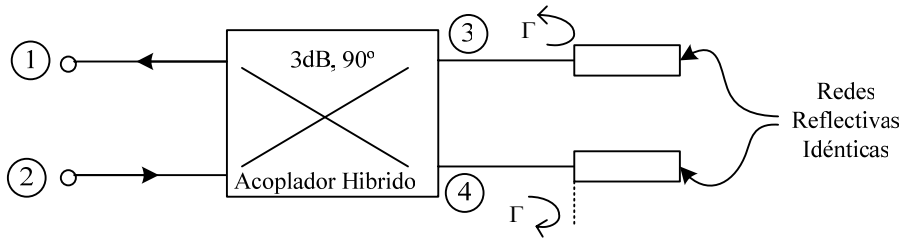


Figura 1.13 Configuración del desplazador de fase híbrido acoplado

Las señales que se reflejan de las dos terminaciones simétricas se suman en el puerto 2 pero se cancelan al llegar al puerto 1. La figura 1.14 nos muestra una configuración de este circuito, usando líneas de transmisión terminadas en corto como circuito reflectivo, donde claramente el corrimiento de fase corresponde a la longitud de trayectoria adicional recorrida por la señal entre los dos estados de conmutación.

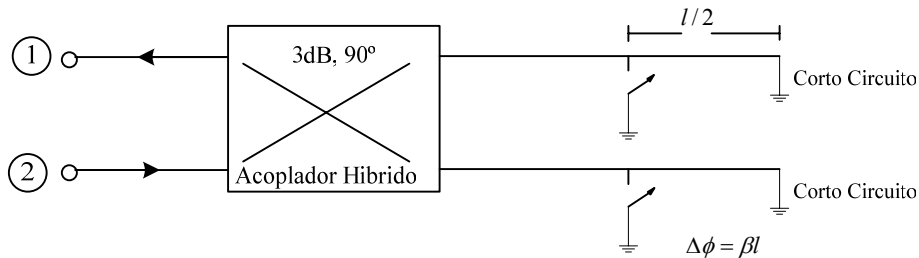


Figura 1.14 Desplazador de fase híbrido terminado en corto circuito

Los acopladores direccionales tipo puente se realizan comúnmente en circuitos planares bajo distintas configuraciones que para obtener la diferencia de fase deseada de  $90^\circ$  entre las señales de salida, el plano de referencia de uno de los puertos de salida es extendido por una distancia de  $\lambda/4$ . Una de las principales ventajas de este desplazador de fase es que utiliza únicamente dos diodos por bit.

### 1.2.3.2 Circuitos de líneas conmutadas como desplazadores de fase

El desplazador de fase de línea conmutada es un circuito de retraso en el que el corrimiento de fase se obtiene al conmutar entre dos secciones de línea de transmisión de diferentes longitudes. La figura 1.15 nos ilustra este concepto, donde se observa que el corrimiento de fase se obtiene al conmutar la señal entre dos caminos con longitud diferente  $l_0$  y  $(l_0+l)$ . Así, el corrimiento de fase

corresponde al retraso  $\beta l$  dado por el recorrido adicional, donde  $\beta$  es la constante de propagación en el medio.

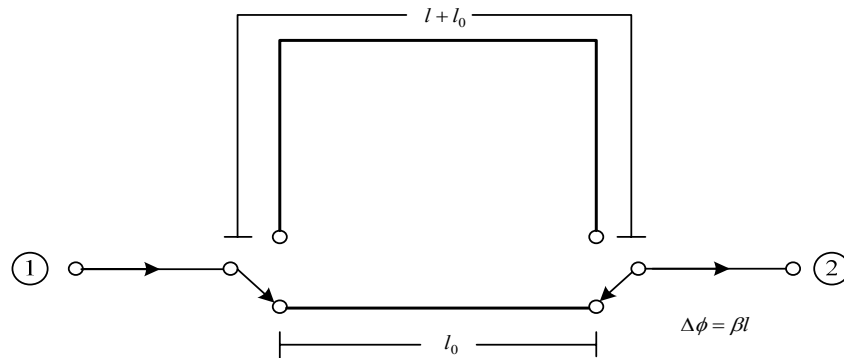


Figura 1.15 Circuito de línea conmutada

Puede existir una gran cantidad de configuraciones de este dispositivo, como la mostrada en la figura 1.16 conocida como configuración en serie en el cual, cuando los conmutadores  $S_1$  y  $S_1'$  están cerrados y  $S_2$  y  $S_2'$  abiertos la transmisión es a través de la longitud de la trayectoria  $l_1$ . Cuando los estados de conmutación son invertidos, la transmisión es a través de la longitud de la trayectoria superior  $l_2$ . El corrimiento de fase  $\Delta\phi$  entre los dos estados de conmutación es simplemente  $\beta(l_2 - l_1)$ . Se asume que todas las líneas de transmisión son idénticas y todas tienen el mismo valor de  $\beta$  y de impedancia característica  $Z_0$ . En la práctica, una desventaja de este desplazador de fase ocurre cuando los diodos usados no son ideales esto porque en una frecuencia en la cual la longitud de la trayectoria desconectada es de longitud  $\lambda/2$ , la línea se vuelve resonante. Con esto, las fases se suman de tal manera que reflejan la potencia incidente hacia el generador. Entonces si no se cuenta con los diodos de suficiente calidad el problema se puede resolver al conectar secciones de línea de transmisión de longitud  $\lambda/4$  terminadas en corto circuito tanto en la entrada y salida para cada conmutador.

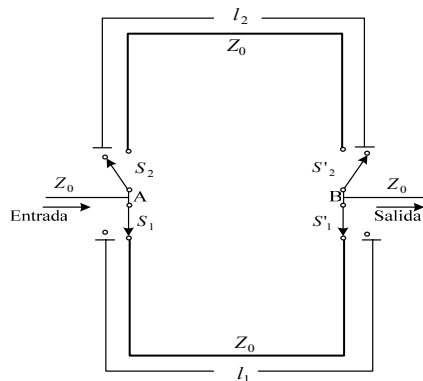


Figura 1.16 Circuito de Línea conmutada en configuración serie

Sin embargo esta configuración cuenta con algunas ventajas interesantes como el ser un circuito compacto, los conductores pueden ser fabricados con tecnología planar generalmente por medio de microcinta necesitando cuatro conmutadores por bit.

### 1.2.3.3 Circuitos de líneas de carga reactiva como desplazadores de fase

El desplazador de fase con línea cargada mostrado en la figura 1.17 usa reactancias conmutadas controladas por un diodo puestas alrededor de un cuarto de longitud de onda de separación en una línea de transmisión. Esta separación garantiza la cancelación mutua de reflexiones debida al par de susceptancias en la entrada, con tal de que la magnitud de la susceptancia(o reactancia en caso de ser una configuración de reactancias en serie) sea pequeña comparada con la impedancia característica  $Z_0$  de la línea. Esta característica induce a una sección del desplazador de fase con buen acoplamiento en ambos estados de control sin importar el valor o signo de la susceptancia. Por otra parte al cargar a la línea de transmisión con elementos capacitivos en paralelo se incrementa la longitud eléctrica de la línea de transmisión mientras que cargándolas con elementos inductivos se acorta. Así conmutando de un par de elementos inductivos a capacitivos efectivamente se incrementa la longitud eléctrica y con ello se logra un corrimiento de fase diferencial.

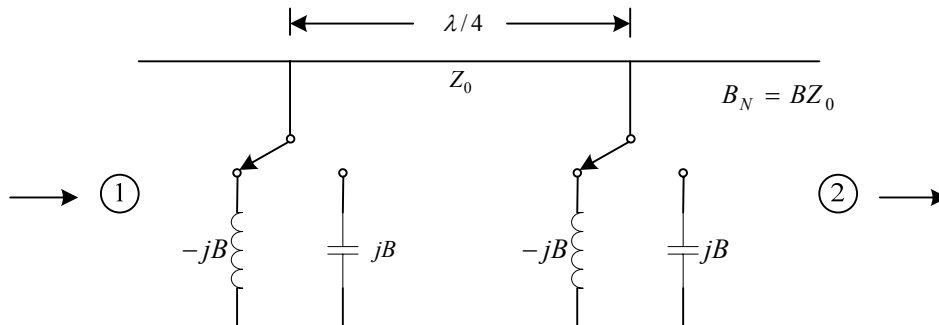


Figura 1.17 Desplazador de fase en configuración de circuito de línea de carga reactiva

Convencionalmente este dispositivo se analiza por medio de matrices ABCD. Considerando el circuito cargado en paralelo con conmutadores conectados a las susceptancias  $B_1$  como se muestra en la figura 1.18. Se obtiene la matriz ABCD de toda la red y a partir de esta el corrimiento de fase dado por [2]:

$$\Delta\phi = 2 \tan^{-1} \left[ \frac{B_{N1}}{1 - 0.5 B_{N1}^2} \right] \quad (1-12)$$

Donde  $B_{N1} = B_1 Z_0 = B_1 / Y_0$  es la susceptancia normalizada. Cabe señalar que este desplazador de fase es particularmente útil para corrimientos pequeños de fase hasta  $45^\circ$ . Esto es debido al hecho de que la magnitud de la susceptancia debe de permanecer pequeña para un buen acoplamiento en la entrada sobre una banda de frecuencias deseada.

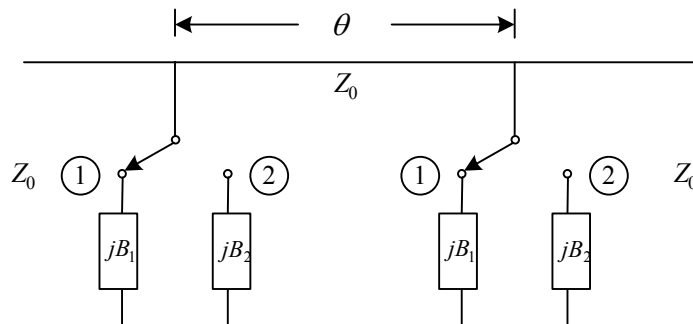


Figura 1.18 Estado de conexión 1 del modelo de línea cargada en paralelo

### 1.2.3.4 Circuitos T o $\pi$ ( paso-altas - paso-bajas) como desplazadores de fase

Muchos de los circuitos de defasaje involucran longitudes de línea de transmisión ya sea para el espacio del dispositivo conmutador usado para proveer el corrimiento de fase o para lograr un acoplamiento de transmisión de la terminal reflectiva. En altas frecuencias esto es realmente una ventaja ya que los diodos son de tamaño finito y requieren de un espacio físico, sin embargo en muy bajas frecuencias como por ejemplo en la banda UHF las líneas de transmisión de gran longitud da como resultado un circuito de gran dimensión y costo [21]. Para estos casos se prefiere usar un circuito de tres elementos conocido como “paso altas-paso bajas” que suelen ser implementados mediante circuitos T o  $\pi$ , sin embargo son mayormente usados los de tipo  $\pi$ , en la figura 1.19 se muestra uno de este tipo.

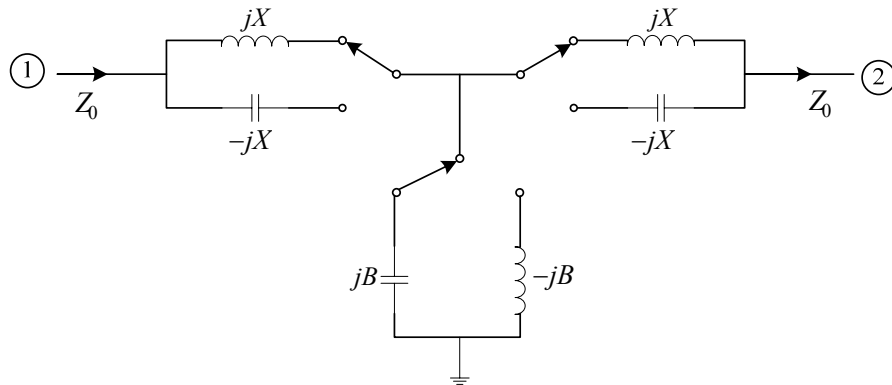


Figura 1.19 Desplazador de fase en configuración paso altas-paso bajas

Esencialmente, el funcionamiento de este circuito es similar al desplazador de línea cargada la capacitancia en paralelo y las inductancias en paralelo incrementan la longitud eléctrica y viceversa. Sin embargo, la línea de longitud  $\lambda/4$  se reemplaza por una reactancia conmutable lo que da como resultado tener un circuito más compactos aunque con la desventaja de que al menos un diodo estará en serie con la línea que usualmente es independiente del voltaje de polarización, complicándose por lo tanto la polarización(voltaje) y disipación térmica.

Como en el caso del desplazador de línea cargada, se emplea un análisis por medio de matrices ABCD se encuentra que el corrimiento de fase esta dado por [2]

$$\Delta\phi = 2 \tan^{-1} \left[ -\frac{B_N + 2X_N - B_N X_N^2}{2(1 - B_N X_N)} \right] \quad (1-13)$$

Donde  $X_N$  y  $B_N$  representan la reactancia y susceptancia normalizada respectivamente, que para el caso de la configuración tipo  $\pi$  están dados por [2]

$$X_N = \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \quad (1-14)$$

$$B_N = \tan\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \quad (1-15)$$

### 1.2.3.5 Desplazadores de fase basados en diodo p-i-n

Los diodos PIN son básicamente por naturaleza, digitales. La función de un diodo p-i-n es actuar como un conmutador electrónico entre los estados de polarización fijos de directa e inversa. Todas las configuraciones de desplazadores de fase descritas anteriormente pueden ser usadas para construir desplazadores de fase de diodo p-i-n al reemplazar los conmutadores ideales por diodos p-i-n prácticos

El modelo del diodo p-i-n consiste de tres zonas en un solo chip de silicio, las regiones P y N altamente dopadas están separadas por una región de alta resistividad intrínseca (región I). La figura 1.20 muestra un diagrama esquemático de un diodo PIN así como su característica típica de voltaje-corriente en DC. La característica en AC de un diodo p-i-n en bajas frecuencias es la misma que la de un diodo p-n, tal comportamiento es determinado por las características de voltaje corriente en DC dando lugar a la rectificación. Por otro lado, el comportamiento del diodo PIN en frecuencias de microondas es totalmente diferente que para un diodo p-n. El diodo p-i-n puede ser usado como un conmutador (switch) cuando opera entre los estados fijos de polarización de directa e inversa para la conmutación de señales de microondas.

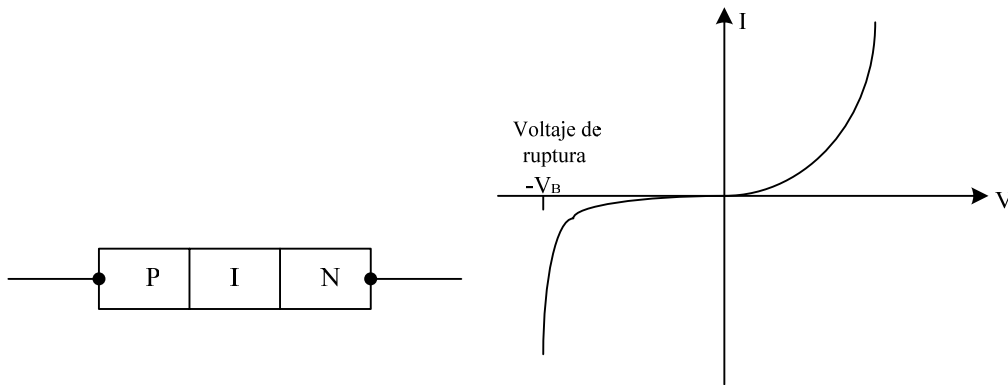


Figura 1.20 Diodo PIN y su característica de voltaje y corriente en DC

Cuando un voltaje de directa se aplica al diodo p-i-n, las cargas libres de las regiones P y N fluyen a la región I por lo que la convierten en un medio conductor, entonces el diodo se comporta esencialmente como un corto circuito y cualquier señal de microondas superpuesta en esta pasa sin reflexión alguna. Por otra parte cuando se aplica un voltaje de polarización inversa la región I se vacía completamente de portadores de carga y el diodo se comporta virtualmente como un circuito abierto con una reactancia capacitiva grande.

Para una señal de microondas superpuesta en el voltaje de DC el periodo de tiempo del semiciclo positivo es tan corto comparado con el tiempo de vida de los portadores de carga, con lo que se asegura que no puede haber conducción a través de la región I y por lo tanto para señales de microondas el diodo p-i-n actúa como un dispositivo lineal en el cual la impedancia es determinada por la pendiente de la característica en DC en un punto de operación. El modelo eléctrico de un diodo para la polarización en directa se representa por una resistencia con valores en el rango de  $0.2\Omega$  y  $5\Omega$ . Mientras que para la polarización en inversa el modelo es una resistencia alrededor de  $20\text{ k}\Omega$  con una capacitancia en paralelo de  $0.01\text{ pF}$  a  $2\text{ pF}$ . Además en un análisis completo al modelo se le adiciona una capacitancia, una inductancia y resistencia parásita debida al encapsulado pero se requiere que sean de valores no muy significativos para que no se tomen en cuenta.

Comúnmente los desplazadores de fase basados en diodos *p-i-n* se construyen en la geometría de la línea microcinta mediante la tecnología híbrida. En aplicaciones donde se requieren desplazadores de fase multibits generalmente se usan las configuraciones de línea conmutada, acoplador híbrido y línea cargada. El determinar cual configuración utilizar depende de factores tales como la capacidad del manejo de potencia, pérdidas de inserción, complejidad del circuito y tamaño. Se han encontrado algunas expresiones [2] con el objetivo de evaluar la capacidad de potencia pico y las pérdidas de inserción, estas expresiones son por cada bit.

Para la línea conmutada

$$\hat{P} = \frac{V_d^2}{2Z_0} \quad (1-16)$$

y

$$\alpha(dB) = 17.4 \frac{f}{f_c} \quad (1-17)$$

Para el acoplador híbrido

$$\hat{P} = \frac{V_d^2}{4Z_0 \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2}} \quad (1-18)$$

y

$$\alpha(dB) = 17.4 \frac{f}{f_c} \sin \frac{\Delta\phi}{2} \quad (1-19)$$

Para la línea cargada

$$\hat{P} = \frac{V_d^2}{8Z_0 \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2}} \quad (1-20)$$

y

$$\alpha(dB) = 17.4 \frac{f}{f_c} \tan \frac{\Delta\phi}{2} \quad (1-21)$$

Donde  $V_d$  el voltaje pico de la señal y  $f_c$  es la frecuencia de corte del diodo *p-i-n*. Algunas conclusiones importantes de estas expresiones son que los desplazadores en configuración de línea conmutada no dependen del corrimiento de fase requerido, sin embargo requieren de cuatro diodos por cada bit, caso contrario al que presenta la configuración de acoplador híbrido donde solo son requeridos dos diodos. Sin embargo cada configuración tiene su propia aplicación ya que para desplazadores de fase de 180° se utilizan los de línea conmutada, mientras que para los desplazadores de 90° y 45° presentan un mejor rendimiento la configuración de acoplador híbrido, mientras que los de línea cargada se han adaptado para retrasos de 22.5° y 11.25°.

Con diodos *p-i-n* estos tres circuitos son utilizados en desplazadores de fase multibit requeridos en aplicaciones de arreglos de antenas. Sobre el rango de frecuencias que abarca de la banda L a la banda Ku las pérdidas de inserción están en el rango aproximadamente de 0.7 a 1.8 dB [2]. Por otra

parte, la velocidad de conmutación de un desplazador de fase basado en diodo *p-i-n* es menor que 1  $\mu$ s. Mientras que la limitación en potencia está determinada principalmente por el voltaje de ruptura del diodo y la potencia promedio que puede manejar esta determinado por las características térmicas del diodo y la eficiencia de disipación de calor. La potencia pico esta en el orden de algunas decenas de Kilowatts y la potencia promedio en algunos cientos de Watts.

### 1.2.3.6 Desplazadores de fase FET y la tecnología monolítica

El transistor de efecto de campo (FET) es un dispositivo de tres terminales tal como muestra la figura 1.21. Este es usado como un switch de dos terminales (entre la fuente y el drenaje) al aplicar un voltaje en la compuerta. Con un voltaje de polarización negativo (mas grande en magnitud que el voltaje de *pinch off*  $|V_g| > |V_p|$ ) en la compuerta, el conmutador FET representa un estado de alta impedancia (estado apagado del conmutador), y con un cero de voltaje, este representa un estado de baja impedancia (estado prendido del conmutador). Como se mostró anteriormente en el estado apagado, el diodo p-i-n presenta una alta reactancia capacitiva, mientras un FET presenta una alta resistencia en paralelo pero con una reactancia capacitiva del orden de 50  $\Omega$  en la banda de frecuencia X, por lo tanto para alcanzar la acción de conmutación, esta capacitancia Entra En resonancia con una inductancia externa o su efecto es incluida en las secciones de acoplamiento de impedancia.

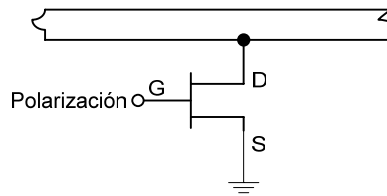


Figura 1.21 Esquema del transistor de efecto de campo

Al igual que para los desplazadores basados en diodo *p-i-n*, todas las configuraciones de circuitos descritas anteriormente que fueron considerados en la implementación por medio de diodos p-i-n han sido usados para realizar desplazadores de fase digitales basados en FET. Sin embargo Comparado con el diodo *p-i-n* el FET tiene varias ventajas como lo son su velocidad de conmutación ultrarrápida (en el orden de nanosegundos), insignificante consumo de potencia en DC y su compatibilidad con la tecnología monolítica y una de las más importantes es que puede ser utilizado como un conmutador y amplificador a la vez. Los desplazadores de fase que amplifican las señales de microondas además de recorrer la fase son conocidos como desplazadores de fase activos. El FET GaAs conocido como MESFET es el elemento clave de control que permite esta función dual. El MESFET es construido utilizando tecnología monolítica.

En este momento es importante mencionar que la tecnología conocida como de circuitos integrados de microondas (MIC) ofrece un tamaño pequeño y menor costo dada su producción en masa y evidentemente tiene ventajas sobre los basados en guías de onda. La tecnología MIC puede ser clasificada como híbrida MIC y monolítica (MMIC).

La tecnología híbrida MIC usa líneas de transmisión planares y películas delgadas en su fabricación, mientras que en la monolítica se realiza *en sitio* en un substrato semiconductor. En general MMIC ofrece ventajas significativas con respecto a la tecnología híbrida MIC en minimización de tamaño y peso, fiabilidad, reducción de inductancias parásitas con lo que se

aumenta el ancho de banda de operación y la habilidad que tiene de incorporar un rendimiento multifuncional en un solo chip. Para altos volúmenes de producción de desplazadores de fase como es requerido para los arreglos de fase grandes, el acceso monolítico representaba el mejor en costo potencial.

La tecnología híbrida es la más popular en la realización de desplazadores de fase basados en diodo p-i-n generalmente en microcinta, empleando sustratos de alumina, duroid y epsilam, en la banda Ku se tienen reportes de pérdidas de 1.4 a 1.8 dB. Los circuitos integrados monolíticos generalmente son fabricados en sustratos semiconductores hechos de silicio (Si) o GaAs. Para frecuencias altas el GaAs es superior al silicio debido a que tiene una movilidad mayor de electrones. Las obleas de GaAs es la base de los procesos de MMIC y MESFET, este proceso tecnológico incorpora una película delgada con distintos elementos para interconexión como capacitores, inductores, puentes, interconexiones y también elementos distribuidos tales como líneas coplanares y microcinta.

## 1.2.4 Desplazadores de fase MEMS

Los micro sistemas electromecánicos (MEMS) son la integración de elementos mecánicos y electrónicos en un sustrato de silicio común a través de la tecnología de microfabricación. Mediante técnicas de micromaquinado se forman estructuras móviles o suspendidas en un sustrato de silicio que pueden ser usados principalmente como resonadores, antenas e interruptores de microondas. La mayoría de los desplazadores de fase MEMS desarrollados hoy en día están basados en diseños ya establecidos excepto que el interruptor que está basado en un dispositivo semiconductor generalmente, en este caso es basado en un interruptor MEMS también, con la ventaja de que presenta menores pérdidas.

En la práctica se ha comprobado que los interruptores MEMS proporcionan muy bajas pérdidas en desplazadores de fase en las frecuencias de 8 a 120 GHz. El promedio que muestra el estado del arte en desplazadores de fase MEMS de 3 bits es 0.9 dB de 10-14 GHz que corresponde a una mejora de 3 a 4 dB en relación con los desarrollados en interruptores FET [18]-[19]. Esto se traduce, por otro lado en una mejora de 6 a 8 dB en un sistema de telecomunicaciones de radar. Tal mejoramiento es igualmente amplio en frecuencias de la banda Ka. Esto quiere decir que puede ser posible eliminar las cadenas de amplificación y esto a su vez resulta en una reducción de potencia en DC de 20 a 100 mW por elemento en la banda X.

Con lo anterior, se puede afirmar y se ha comprobado que desplazadores de fase MEMS pueden ser utilizados también para eliminar del 5% al 75% de los módulos T/R (transmisión/ recepción) en arreglos de fase activos grandes. El número exacto depende de la potencia de transmisión y rango requerido y de las especificaciones de ruido. Para desplazadores de fase de bajas pérdidas es posible alimentar dos o cuatro elementos por un solo módulo T/R. Esto se traduce en ganancia en la reducción de complejidad del sistema.

Los interruptores MEMS son una de las aplicaciones más prometedoras de esta nueva tecnología, un interruptor MEMS puede ser hecho en diferentes configuraciones, dependiendo de la trayectoria de la señal, el mecanismo de actuación, de impulso y el tipo de estructura. Una configuración popular para conmutadores de microondas se muestra en la figura 1.22 donde la capacitancia de la pista es conmutada entre un estado bajo y alto de capacitancia al mover una membrana flexible conductiva mediante la aplicación de un voltaje de control de DC.



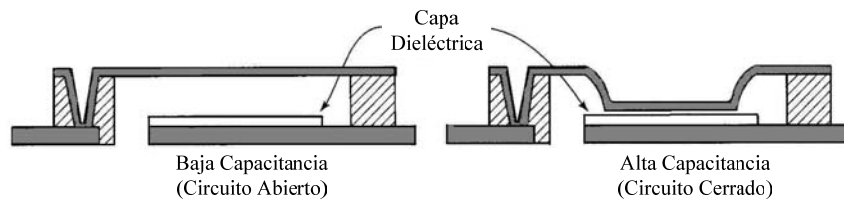


Figura 1.22 Interruptor basado en la tecnología MEMS

Como ya se ha señalado, los conmutadores MEMS tienen entre sus principales características el tener bajas pérdidas y muy bajo consumo de potencia ya que en el rango de 10-20 GHz generalmente presentan pérdidas de inserción menores a 1dB[6] con un consumo de  $1\mu\text{W}$  de potencia y un alto aislamiento (60 dB). Sin embargo, presentan algunas desventajas significativas como el usar voltajes de actuación muy altos, velocidad de conmutación baja en comparación con la que presentan los basados en diodo *p-i-n* y FET, y manejo de potencia no mayor a 50 mW para confiabilidad alta la cual es de 1 a 10 mil millones de ciclos suficiente en estaciones terrenas de sistemas de comunicación de satélites para altas tasas de transmisión de datos pero, muchos sistemas requieren interruptores con 20-200 mil millones de ciclos en confiabilidad.

A pesar de las desventajas encontradas, se proyectan con grandes aplicaciones debido al bajo costo por longitud de línea conmutada que presenta en un desplazador de fase que son requeridos extensamente para arreglos de antenas en fase. Recientes resultados obtenidos con desplazadores de fase basados en MEMS demuestran que su funcionamiento es mucho mejor que los desplazadores GaAs FET usando ya sea diseños estándar o distribuidos. Sin embargo, la confiabilidad de los desplazadores de fase MEMS es peor que los de interruptores simples dado que emplean de 8 a 16 interruptores MEMS y no soportan alguna falla en algunos de los interruptores. Actualmente tales mecanismos de falla son investigados para encontrar en un futuro mayor confiabilidad.

## 1.3 Aplicaciones de los desplazadores de fase

Los desplazadores de fase tienen sus aplicaciones más interesantes y actuales en antenas en arreglo de fase aunque no menos importantes son las aplicaciones de estos en algunos dispositivos de microondas que en algunas ocasiones pueden ser parte fundamental en antenas o en otros elementos importantes de comunicaciones. A continuación se presentan algunas aplicaciones importantes de los desplazadores de fase en telecomunicaciones, destacando para el caso de las antenas en arreglo de fase no solo las aplicaciones sino algunos principios de la teoría básica de los arreglos que refuerzan conceptos importantes para la comprensión de los parámetros críticos de una antena de este tipo.

### 1.3.1 Aplicación en algunos dispositivos de microondas

Existen muchas aplicaciones de los desplazadores de fase en dispositivos de microondas, donde generalmente son utilizados circuitos conocidos como híbridos, que en realidad son acopladores direccionales a 3dB. Los más comunes son los acopladores direccionales híbridos en cuadratura, con una diferencia de fase de  $90^\circ$  en las salidas; también los hay con una diferencia de  $180^\circ$ . Los del primer tipo se implementan generalmente en líneas planares como la microcinta, mientras que

los del segundo tipo a parte de ser construidos con tecnología planar, también es posible con guías de onda. A continuación se presentan algunas aplicaciones de los desplazadores de fase junto a los acopladores direccionales híbridos.

### 1.3.1.1 Divisores de potencia variables

El modelo más sencillo del desplazador de fase variable puede ser obtenido al terminar los dos puertos de salida de un acoplador direccional de 3 dB con un corto circuito tipo pistón como se muestra en la figura 1.23. La operación de este tipo de dispositivos puede ser fácilmente comprendido al modelar la relación entre las ondas incidentes y las de salida en las terminales del circuito híbrido [4]. Se considera que las ondas que entran en las terminales del dispositivo mostrado en la figura 1.23 son:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 1 \\
 a_2 &= 0 \\
 a_3 &= b_3 e^{-j\theta} \\
 a_4 &= b_4 e^{-j\theta}
 \end{aligned}
 \tag{1-22}$$

Las ondas que salen del dispositivo son determinadas a partir del conocimiento de su matriz de dispersión, es decir

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 1 & j & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ b_3 e^{-j\theta} \\ b_4 e^{-j\theta} \end{bmatrix}
 \tag{1-23}$$

Teniendo como resultados

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (b_3 + j b_4) e^{-j\theta} \\
 b_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (j b_3 + b_4) e^{-j\theta} \\
 b_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 b_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}
 \tag{1-24}$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores para  $b_1$  y  $b_2$ , se encuentra que:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= 0 \\
 b_2 &= j e^{-j\theta}
 \end{aligned}
 \tag{1-25}$$

Así la onda que sale en el puerto 2 es relacionada con la onda entrante en el puerto 1 como

$$b_2 = a_1 e^{-j\theta} \quad (1-26)$$

Donde  $\theta$  es fijado por la posición del circuito pistón. De esta manera se tiene un desplazador de fase que es variable a cualquier ángulo deseado y además se tiene la posibilidad de ser de alta potencia ya que este circuito comercialmente es construido con guías de onda [4].

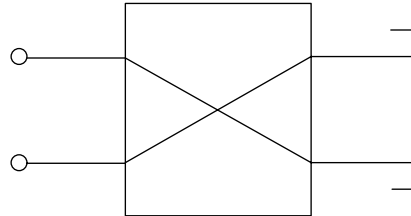


Figura 1.23 Divisor de potencia variable

Una forma más sofisticada de llevar a cabo un divisor de potencia variable puede ser realizado al emplear dos desplazadores de fase en combinación con un acoplador híbrido de 180° y otro de 90°, tal como se muestra en la figura 1.24.

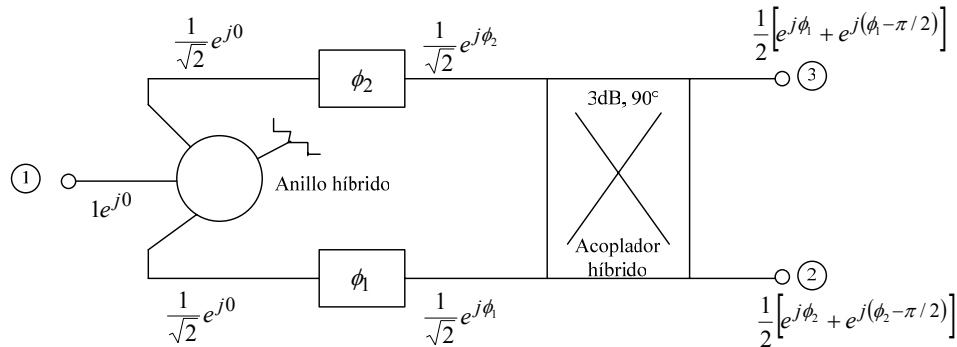


Figura 1.24 Divisor de potencia variable con acopladores híbridos y desplazadores de fase

El híbrido a 180° en la figura se muestra como un anillo híbrido o “rat-race”, que generalmente se construye con tecnología planar, para altas potencias se utiliza una T mágica. Este híbrido de 180° es usado para dividir la señal de entrada en dos señales iguales en amplitud y fase. De esta manera si se considera una señal de voltaje unitario en la entrada cada una de las salidas es  $1/\sqrt{2}$ . Estas señales experimentan diferentes cambios de fase en los dos desplazadores de fase. Si  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son las fases de inserción de los dos desplazadores de fase, sus salidas serán  $(1/\sqrt{2})e^{j\phi_1}$  y  $(1/\sqrt{2})e^{j\phi_2}$ . Con estas señales como entradas separadas al acoplador direccional de 90°, la salida en los puertos 2 y 3 están dadas por

$$V_2 = \frac{1}{2} [e^{j\phi_1} + e^{j(\phi_2 - \pi/2)}] \quad (1-27)$$

$$V_3 = \frac{1}{2} \left[ e^{j\phi_2} + e^{j(\phi_1 - \pi/2)} \right] \quad (1-28)$$

Si en (1-27) y en (1-28) ponemos  $\phi_1 = (\phi_0 + \Delta\phi)$  y  $\phi_2 = (\phi_0 + \pi/2 + \Delta\phi)$ , donde  $\phi_0$  es alguna referencia de la fase de inserción, con esto se obtiene

$$V_2 = e^{j\phi_0} \cos \Delta\phi \quad (1-29)$$

$$V_3 = e^{j\phi_0} \sin \Delta\phi \quad (1-30)$$

La potencia en las salidas en los puertos 2 y 3 están dadas por

$$P_2(dB) = 20 \log_{10}(|\cos \Delta\phi|) \quad (1-31)$$

$$P_3(dB) = 20 \log_{10}(|\sin \Delta\phi|) \quad (1-32)$$

Claramente la división de potencia es independiente de la fase de inserción  $\phi_0$ . Con  $\Delta\phi = 0$ ,  $\phi_1 = \phi_0$  y  $\phi_2 = \phi_0 + \pi/2$ , toda la potencia aparece por el puerto 2. Como un divisor de potencia variable, la fase de inserción del desplazador de fase 1 es incrementada por  $\Delta\phi$  simultáneamente cuando la del desplazador de fase 2 es disminuido por la misma cantidad. Cuando  $\Delta\phi = 90$ , toda la potencia aparece en el puerto 3. Así mismo cuando  $\Delta\phi = \pi/4$ , hay una división de potencia igual en los puertos 2 y 3. Además este dispositivo puede ser usado como un atenuador variable al terminar una de las salidas en una carga acoplada.

### 1.3.1.2 Matriz Butler

Las matrices butler son redes formadoras del haz para arreglos de antena lineales o circulares. Están formadas por una combinación de desplazadores híbridos y fijos. Una matriz Butler standard  $N \times N$  tiene  $N$  puertos de entrada y  $N$  puertos de salida, donde  $N = 2^n$  siendo  $n$  un entero. Los desplazadores de fase tienen corrimientos de fase fijos iguales a múltiplos enteros de  $\pi/N$ . La figura 1.25 muestra una matriz Butler de cuatro elementos empleando acopladores direccionales híbridos de  $90^\circ$ .

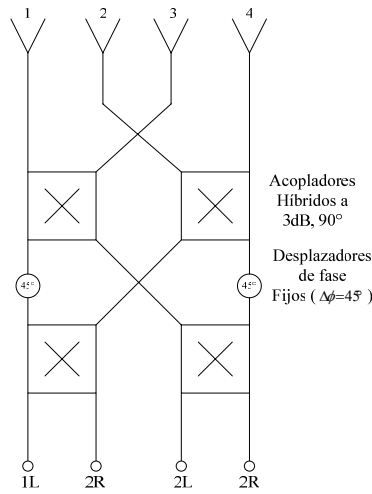


Figura 1.25 Matriz Butler

La matriz Butler es una red simétrica. Las señales que alimentan a cada puerto de entrada derivan en señales con la misma amplitud en los N puertos de salida. Las matrices Butler con acopladores direccionales de 3dB a 90° producen corrimientos de fase totales a través de los puertos de salida que son múltiplos impares de  $\pi$ . La red combina señales en N diferentes caminos para producir N haces. Por ejemplo, una matriz Butler de cuatro elementos produce cuatro haces, dos del lado izquierdo y dos del lado derecho con respecto a la línea del patrón vertical (broadside direction). Los haces correspondientes a los puertos de entrada están señalados con L y R en la figura 1.25.

Las matrices Butler requieren desplazadores de fase que ofrecen un corrimiento de fase constante en la banda de la frecuencia de operación. Los desplazadores de fase mecánicos basados en guías de onda por sus bajas pérdidas de inserción, robustez y simple construcción se ofrecen como una buena opción para esta aplicación, además de la capacidad del manejo de altos niveles de potencia, se hacen muy útiles en la realización de matrices Butler de alta potencia.

### 1.3.1.3 Traslación de frecuencia (modulador)

Un desplazador de fase con bajas pérdidas que tiene una variación de fase lineal como una función del tiempo opera como un dispositivo ideal de traslación de frecuencia [1], matemáticamente la fase de inserción de este desplazador de fase es de la forma

$$\phi(t) = 2\pi f_a t \tag{1-33}$$

La forma de onda en la salida del dispositivo esquematizado en la figura 1.26 esta dada por

$$E = A_0 \sin[2\pi f_0 t + \phi(t)] = A_0 \sin[2\pi(f_0 + f_a)t] \tag{1-34}$$

Donde  $A_0$  es la amplitud de la señal,  $f_0$  es la frecuencia de la portadora de la señal de microondas y  $(f_0 + f_a)$  es la nueva frecuencia recorrida.

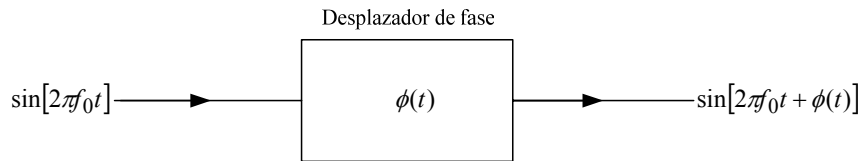


Figura 1.26 Modulador ideal de microondas

Un desplazador de fase simple y práctico de este tipo es el desplazador de fase giratorio ajustable analizado en la sección 1.2.1.2, sin embargo al ser un dispositivo mecánico su frecuencia de traslación está limitada a algunos miles de ciclos por segundo. Alternativamente, para alcanzar el mismo comportamiento ideal de traslación de frecuencia se emplea un comportamiento periódico de la fase en el tiempo en forma de *diente de sierra*. De esta forma se obtiene una modulación tipo analógica implementada por medio de desplazadores de fase de ferrita y FET alcanzando traslaciones de frecuencia de algunos GHz. Para el caso de desplazadores de fase digitales, las pendientes de la función diente de sierra se aproxima por medio de funciones escalón dependiendo del número de bits del dispositivo, con esto se lleva a cabo una modulación de tipo digital.

## 1.3.2 Aplicaciones en Antenas en arreglo de fase

A finales del siglo pasado, se incrementó la necesidad de contar con aplicaciones de antenas para radares y sistemas de comunicaciones satelitales. Principalmente, en el área militar se requería de radares que proporcionaran de manera simultánea un rango de cobertura amplio, identificación de múltiples blancos, determinación de trayectorias y seguimiento a alta velocidad y altas tasas de transmisión. Mientras que en aplicaciones civiles por el desarrollo de nuevos sistemas de comunicaciones basados en satélites de órbita baja, una creciente necesidad de aumentar la capacidad de transmisión de información al operar en banda Ka, además de la posibilidad de converger a nuevos estándares de comunicación global. Aspectos que finalmente han propiciado el inicio en la investigación de las antenas en arreglo de fase.

### 1.3.2.1 Definición de las antenas en arreglos de fase

Las antenas en arreglo de fase consisten de múltiples elementos de antena estacionarios, que son alimentados coherentemente y usan un control variable de fase en cada elemento para explorar un haz en una región dada del espacio circundante [3]-[5]. Los arreglos de antenas presentan varias ventajas con respecto a las antenas de apertura fija siendo la principal, la capacidad para producir un haz directivo que pueda ser reposicionado (escaneado) electrónicamente.

Un arreglo planar típico puede tener de 1000 a 10000 elementos de antena y cada uno de estos adopta un desplazador de fase como elemento esencial para que el haz de radiación pueda ser escaneado en los ángulos de azimut y elevación de acuerdo a la configuración adoptada por los elementos radiadores. Esto permite inmediatamente contar con ventajas importantes como formar cualquier diagrama de radiación, mayor eficiencia de trabajo, sumar la potencia de las fuentes individuales y con ello alcanzar grandes cantidades de potencia de transmisión. De esta forma las antenas en arreglo de fase aparecen de forma natural como aplicación en sistemas de comunicaciones móviles con altas tasas de transmisión. Sin embargo, las desventajas son considerables debido a la complejidad que representa implementar los elementos del arreglo que

respondan a las características deseadas; y principalmente el alto costo que en la actualidad representa fabricar este tipo de antenas, al grado de que solo son viables en aplicaciones militares.

La teoría más básica de arreglos de fase considera elementos de antena idénticos, es decir, con la misma característica de radiación, los cuales radian un patrón de campo electromagnético como arreglo completo en la zona lejana dado por el producto entre la cantidad vectorial conocida como factor del elemento y una cantidad escalar conocida como el factor del arreglo. De esta manera el campo eléctrico en la zona lejana se expresa como:

$$\vec{E} = \vec{f}(\theta, \phi)F(\theta, \phi) \quad (1-35)$$

Donde el factor del arreglo  $F(\theta, \phi)$  está dado por:

$$F(\theta, \phi) = \sum a_i \exp(jkr_i \cdot \hat{r}) \quad (1-36)$$

En la expresión (1-36) se observa la superposición de cada uno de los elementos del arreglo donde,  $r_i$  representa la distancia relativa del  $i$ -ésimo elemento al centro del arreglo, mientras  $\hat{r}$  es el vector unitario en la dirección de cualquier punto en coordenadas esféricas en la zona lejana ( $R, \theta, \phi$ ), y  $k$  es el número de onda en el espacio libre. Además, los coeficientes  $a_i$  se consideran como pesos aplicados a cada elemento del arreglo con dependencia del voltaje o corriente de las señales incidentes. Es precisamente por medio de estos pesos que la exploración o escaneo del arreglo puede ser posible al considerarlos de la forma compleja:

$$a_i = |a_i| \exp(jkr_i \cdot \hat{r}_0) \quad (1-37)$$

Estos pesos dirigen el pico del haz a la posición angular  $(\theta_0, \phi_0)$  dado que los términos exponenciales de (1-37) cancelan a los de (1-36) y el factor del arreglo es la suma de las amplitudes de peso  $|a_i|$ . Con esta elección de pesos el pico del patrón es estacionario para todas las frecuencias. Esta dependencia exponencial requerida tiene una relación de fase lineal con la frecuencia lo que corresponde a insertar retrasos en el tiempo o pedazos de líneas de transmisión. Sin embargo los dispositivos o líneas desplazadores de tiempo son caros, por ello comúnmente el direccionamiento de la señal es controlado por desplazadores de fase. Para este caso los pesos tienen la forma mostrada en (1-38) para una frecuencia en particular  $f_0$ . De esta forma, el patrón del arreglo tiene su pico en una posición que depende de la frecuencia.

$$a_i = |a_i| \exp(-jk_0 r_i \cdot \hat{r}_0) \quad (1-38)$$

Por otra parte, el ancho de banda de las antenas en arreglo de fase puede estar limitado por los elementos que forman el arreglo, pero a menudo la limitación más severa es causada por emplear desplazadores de fase en lugar de dispositivos desplazadores de tiempo, situación descrita por la condición (1-38). Ya que si se emplean desplazadores de fase para explorar el haz, el pico es explorado para un ángulo deseado solo en la frecuencia central  $f_0$ . Esto implica que el ancho de banda instantáneo del arreglo está limitado alrededor de [3]:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{(L/\lambda) \sin \theta_0} \quad (1-39)$$

Para un arreglo de longitud normalizada  $L/\lambda$  explorado para el ángulo  $\theta_0$ . A pesar de esta limitante, las arquitecturas basadas en desplazadores de fase obtienen ventajas tales como simplicidad, bajo peso y con toda seguridad representan una opción de bajo costo para la exploración electrónica, tal como se analizará en la siguiente sección.

### 1.3.2.2 Principios de operación y principales características de las antenas en arreglo de fase

Considerando nuevamente el modelo básico para las antenas en arreglo de fase representado en la figura 1.27, es decir, con elementos radiadores con el mismo factor del elemento con una separación  $d$ , y una distancia de cada uno de estos con respecto al centro del arreglo dada por  $x_n = nd$  es posible comprender otros principios fundamentales de estos sistemas.

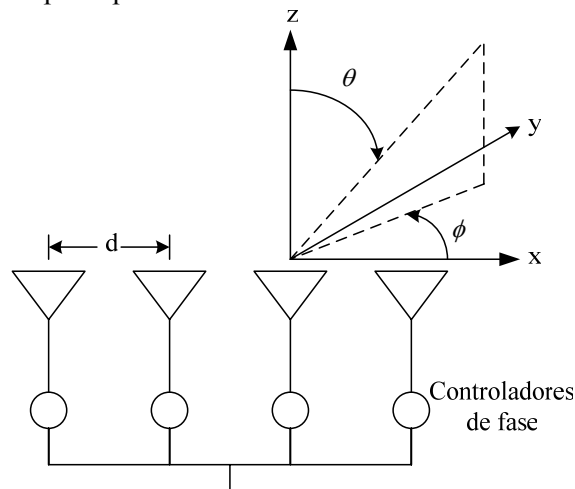


Figura 1.27 Modelo básico de una antena en arreglo de fase

Primeramente, el patrón de radiación del arreglo normalizado en el campo lejano en la frecuencia  $f_0$  está dado por la superposición de  $N$  elementos del arreglo como

$$\vec{E}(\theta, \phi) = \vec{f}(\theta, \phi) \sum a_n \exp(jk_0(ndu)) \quad (1-40)$$

Para

$$u = \sin \theta \cos \phi \quad (1-41)$$

Para simplificar, se considera la exploración solo en una dimensión, considerando que en una frecuencia fija se puede crear un máximo en la dirección  $(\theta, \phi)$  al considerar los coeficientes  $a_n$  para cada uno de los elementos del arreglo como:

$$a_n = |a_n| \exp(-jk_0 ndu_0) \quad (1-42)$$

Así que el Factor del arreglo es:



$$F(\theta) = \sum |a_n| \exp(jndk_0(u - u_0)) \quad (1-43)$$

Con  $u_0 = \sin \theta_0$  que corresponde a la condición para determinar la posición del máximo del haz en una dimensión. Para un régimen de transmisión transversal es claro que  $\theta_0 = 0$  observado también por medio de la figura 1.27, además se puede afirmar la capacidad de escanear el haz en un máximo de  $180^\circ$ . A partir de (1-43) es posible encontrar la forma del factor del arreglo, normalizada a su valor pico la expresión es

$$F(\theta) = \sin \left[ N\pi d(u - u_0) / \lambda_0 \right] \left[ N \sin(\pi d(u - u_0) / \lambda_0) \right] \quad (1-44)$$

La figura 1.28 muestra la característica de magnitud del factor del arreglo para el régimen de transmisión transversal con elementos espaciados una longitud de onda ( $\lambda$ ) uno de otro. Los niveles de los lóbulos laterales dependen de la distribución de la corriente con la que es iluminado el arreglo, en este caso se trata de una distribución uniforme.

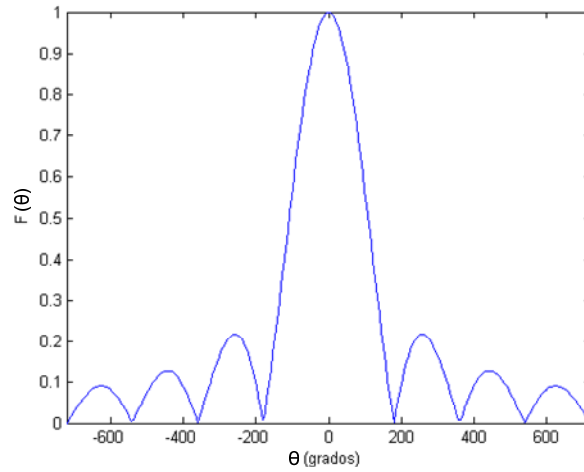


Figura 1.28 Característica de magnitud del factor del arreglo

Otra característica importante de los arreglos lineales indica que es posible tener distintos valores pico o máximos de radiación  $\theta_0$  del haz dependiendo de la separación entre los elementos del arreglo. Esta afirmación es evidente al analizar la expresión (1-47) donde se tienen picos cada vez que el exponente es algún múltiplo de  $2\pi$ . En una frecuencia  $f$  y longitud de onda  $\lambda$ , esta condición es

$$dk(u - u_0) = d \frac{2\pi f}{c} (\sin \theta - \sin \theta_0) = 2\pi \frac{d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) = 2\pi p \quad (1-45)$$

Para todos los enteros  $p$  se obtienen picos llamados lóbulos de enrejado (*grating lobes*), algunas veces también son conocidos como lóbulos parásitos debido a que siempre se requiere un solo lóbulo donde se transmita la mayor cantidad de potencia. Se puede observar que si el espaciamiento entre elementos excede una dimensión crítica aparecen dichos lóbulos principales no deseados. Aunque el patrón de radiación en el campo lejano es el producto entre el factor del elemento y el factor del arreglo y, podría haber una solución al considerar que el factor del elemento tuviera la directividad suficiente para suprimir los lóbulos de enrejado no sería una solución práctica ya que el sector de exploración se limitaría a la radiación del elemento, además de que cuando se explore el

arreglo pero no así el elemento por lo menos un lóbulo de enrejado es muy probable que aparezca lo que representaría potencia desperdiciada . Por ello, un mejor criterio es determinar el espaciamiento máximo entre elementos para un arreglo explorado en un determinado ángulo de exploración  $\theta_0$  en una frecuencia  $f_0$  . La expresión (1-45) nos lleva a que la condición es

$$\frac{d}{\lambda_0} \leq \frac{1}{1 + |\sin \theta_0|} \quad (1-46)$$

Esta expresión nos indica que para el régimen transversal la distancia mínima es de  $\lambda$ , como se comprueba en la figura 1.28. Sin embargo para poder explorar en todo el intervalo posible de  $180^\circ$  ( $-\pi/2 < \theta_0 < \pi/2$ ) la distancia mínima entre cada elemento del arreglo es de  $\lambda/2$ . En la siguiente sección se analizarán otros principios importantes en la exploración electrónica de las antenas en arreglo de fase.

Por otra parte, cabe señalar que un análisis riguroso de un arreglo de fase se debe incluir la interacción mutua entre los elementos del arreglo, ya que este afecta a las características de radiación y reflexión del arreglo e incluso el análisis se vuelve más complicado cuando se considera un arreglo finito ya que el borde del arreglo afecta fuertemente a los elementos cercanos a este. Sin embargo a fin de comprender los principios básicos de los arreglos es importante no tomar en cuenta estos aspectos.

### 1.3.2.2.1 Principio de exploración de fase

El principio de exploración o escaneo de fase puede ser ilustrado al considerar un arreglo lineal con un desplazador de fase conectado a cada elemento de antena, como muestra la figura 1.29. Si todos los elementos son excitados en fase, las ondas radiadas se suman coherentemente para formar un frente de onda (equifase) paralelo a la línea donde desembocan los elementos de antena. Dado que la dirección de apuntamiento del haz siempre es perpendicular al frente de onda, el haz señalaría en dirección del plano perpendicular al plano del arreglo (*broadside direction*). En un arreglo de fase, este frente de onda es ajustado al controlar la fase de la señal electromagnética en la apertura de cada elemento radiador. En un arreglo lineal con elementos de antena equiespaciados, el haz radiado puede ser dirigido al introducir un corrimiento de fase progresivo entre los elementos sucesivos. Si  $\theta_0$  es el ángulo de exploración con respecto al plano perpendicular del arreglo, entonces el retraso de fase que es introducido entre las aperturas de la antena adyacentes puede ser calculado por:

$$\Delta\psi = \frac{\omega}{v_0} a \sin \theta_0 \quad (1-47)$$

Donde  $a$  es el espacio entre cada elemento y  $v_0$  es la velocidad de la luz en el espacio libre. Para explorar o escanear el haz continuamente,  $\Delta\psi$  se varía por desplazadores de fase analógicos; y para conmutar el haz de un ángulo de exploración a otro,  $\Delta\psi$  es variado en pasos discretos por desplazadores de fase digitales. El mismo principio se aplica a un arreglo planar para lograr conmutación y escaneo tridimensional.

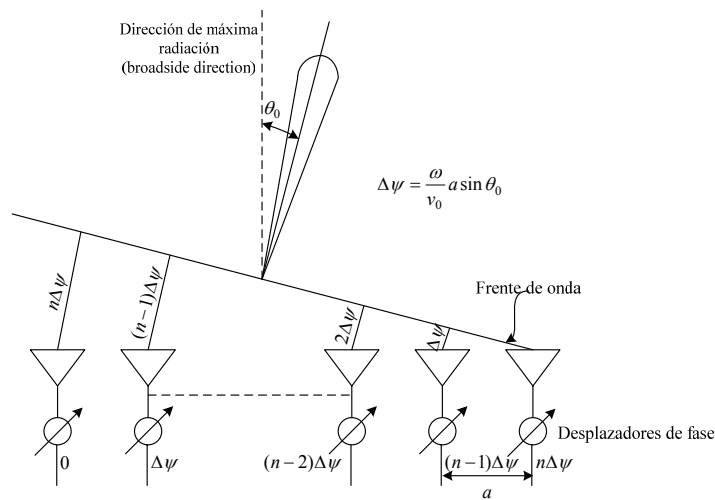


Figura 1.29 Diagrama de un arreglo lineal usando escaneo de fase

De la ecuación (1-47) vemos que un pequeño cambio en la frecuencia de operación cambia la dirección en la que señala el haz esto debido a que como se ha comentado, generalmente se prefiere el empleo de desplazadores de fase en lugar de desplazadores de tiempo. Por otra parte, comúnmente existe un traslape de banda entre dos frecuencias de operación distintas cuyo valor es pequeño para haces delgados, sin embargo este efecto crece en haces de banda ancha y se produce el efecto conocido como *estrabismo de fase*. Este problema puede ser parcialmente resuelto empleando exploración en el tiempo en lugar de la exploración de fase.

### 1.3.2.2 Principio de exploración en el tiempo

Muchos sistemas requieren extensos anchos de banda instantáneos, por lo que necesitan un control de retraso de tiempo en la apertura, ya que para que la exploración o escaneo sea insensible a la frecuencia, el retraso de fase  $\Delta\psi$  debe ser una función lineal de la frecuencia. Esto requiere que la excitación de las aperturas individuales de la antena estén ya sea adelantadas o atrasadas en tiempo como se muestra en la figura 1.30. El incremento de retraso en tiempo entre los elementos sucesivos esta dado por

$$\Delta T = \frac{a}{v_0} \sin \theta_0 \tag{1.48}$$

Donde  $a$  al igual que en el caso anterior es el espacio entre cada elemento. Pero ahora, el ángulo de exploración  $\theta_0$  depende del retraso en el tiempo y no de la frecuencia. El máximo retraso en tiempo requerido corresponde a aproximadamente al tiempo de propagación a través de la longitud total del arreglo, que eléctricamente corresponde a una distancia de varias longitudes de onda que a frecuencias mayores a 10GHz corresponde a algunos nanosegundos. Las líneas retradoras de microonda magnetostática (MSW) alcanzan con gran precisión los incrementos pequeños de tiempo entre elementos en un arreglo para frecuencias alrededor de 20 GHz. Sin embargo, es posible emplear desplazadores de fase que proporcionan una respuesta en frecuencia de fase lineal los cuales se comportan esencialmente como elementos retardadores de tiempo. Esta característica es alcanzada en desplazadores de fase de líneas conmutadas al usar electrónicamente longitudes conmutadas de líneas de transmisión TEM [1]. Sin embargo si se transmite un pulso estrecho para ángulos de exploración amplios se observa un efecto de *ensanchamiento del pulso*. La solución está en un sistema que contempla ambos principios de exploración electrónica.

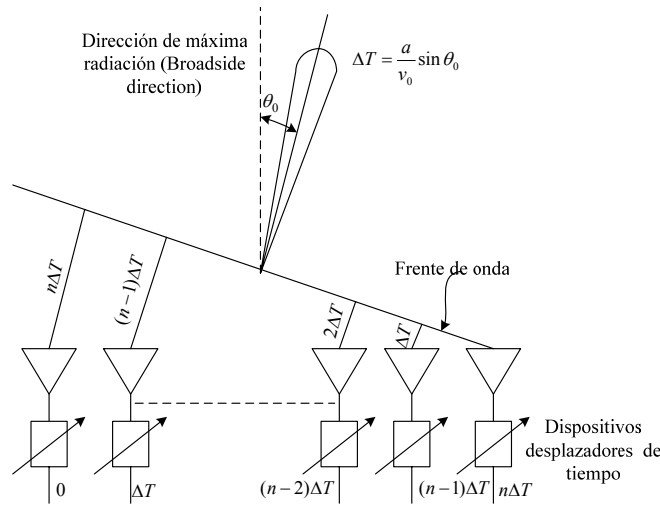


Figura 1.30 Diagrama de un arreglo lineal usando escaneo de retraso en el tiempo

### 1.3.2.2.3 Escaneo de retraso de tiempo junto con fase

Se sabe que los problemas del *estribismo de fase* en haces anchos y el *ensanchamiento de pulso* en pulsos delgados, inherentes en el escaneo de fase, serían eliminados por un escaneo correcto de retraso en el tiempo, ya que los elementos de retraso de tiempo son ideales para la exploración de los sistemas de arreglos. Sin embargo estos dispositivos tienen pérdidas significativas y requieren más espacio que los desplazadores de fase pasivos. Utilizar estos elementos para cada uno de los elementos de antena haría el sistema del arreglo con demasiado costo y pérdidas. Contrariamente, los desplazadores de fase son producidos relativamente más baratos y con muy bajas pérdidas. Por ello una alternativa es usar una combinación sensata de desplazadores de fase y dispositivos con retardo de tiempo.

En la figura 1.31 se muestra una configuración clásica para un arreglo de escaneo de tiempo y fase donde el arreglo de fase es dividido en varios subarreglos, y cada subarreglo es conectado a un dispositivo retardador de tiempo. El patrón del subarreglo forma el factor del elemento y es dirigido por medio de los desplazadores de fase, mientras que el factor del arreglo es guiado por los dispositivos retardadores de tiempo. Así, el patrón de radiación total es el producto del factor del elemento y el factor del arreglo. Además, la inclusión de los dispositivos retardadores de tiempo incrementa el ancho de banda del arreglo de fase por un factor de  $(N+1)$ , donde  $(N+1)$  es el número de subarreglos [1].

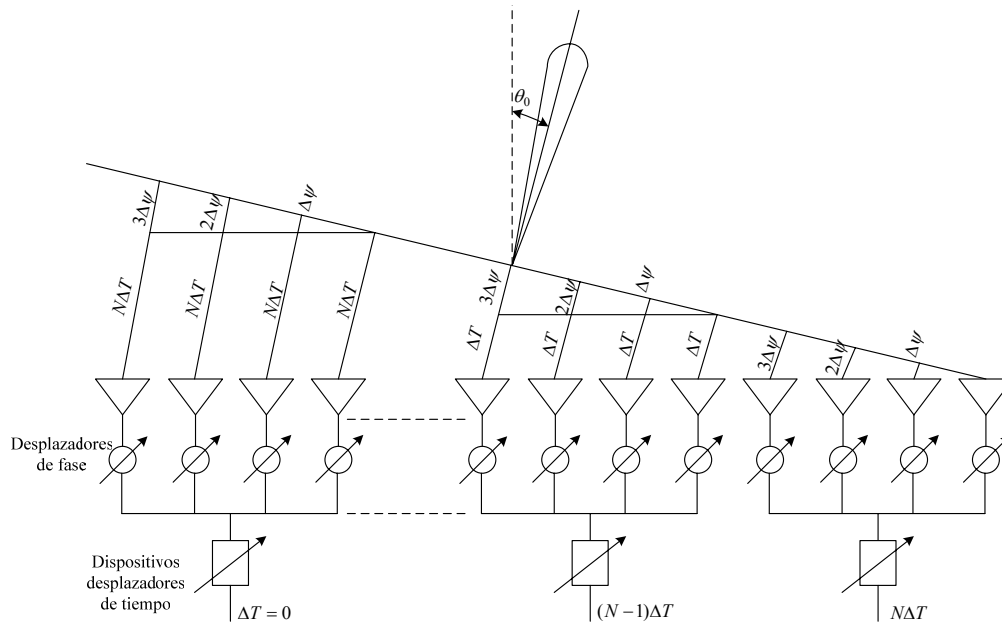


Figura 1.31 Escaneo de tiempo junto con fase

### 1.3.2.3 Sistemas de alimentación para antenas en arreglo de fase

Existen muchos esquemas de alimentación para antenas en arreglo de fase, anteriormente solo se han presentado esquemas ilustrativos con el objeto de explicar algunos conceptos. Pero esencialmente, existen tres configuraciones básicas de alimentación para arreglos de fase que son la alimentación colectiva, la óptica y la reflectiva.

La alimentación colectiva puede ser implementada por medio de divisores de potencia de precisión que permiten una iluminación precisa de control y fase a través del arreglo. Algunas de las redes de alimentación colectiva utilizan esquemas en paralelo, serie o combinación de estas de acuerdo a la complejidad requerida del sistema y a la optimización en cuanto al empleo de divisores de potencia y sistemas de control. Entre las líneas de transmisión aplicables para la alimentación colectiva, el cable coaxial y la guía de onda generan redes caras, pesadas, y difícil de producir pero ofrecen excelente precisión, capacidad de manejo de alta potencia, bajas pérdidas y control del nivel de lóbulos laterales. Sin embargo, este tipo de alimentación es implementada generalmente en líneas microcinta y de tecnología planar y no pueden trabajar de manera óptima arriba de 10GHz.

Especialmente, para frecuencias altas como la banda Ka la alimentación colectiva de la línea de transmisión no es realizable principalmente por las pérdidas tan grandes como de 1dB por cada centímetro. Una alternativa es la alimentación óptica o espacial. Este es un esquema de alimentación cuya principal característica es la separación en los elementos radiadores para la transmisión y recepción lo que lo hace simple y mucho más barato que el de alimentación colectiva, además la separación entre el alimentador y la parte frontal del arreglo simplifica su mantenimiento. Entre sus principales desventajas se destacan pequeñas pérdidas por dispersión y reflexión además de ser pesados y complicado implementar sistemas de control para sus elementos. Aun así, se presentan como una de las pocas opciones para iluminar arreglos de fase muy extensos en aplicación a radares basados en espacio y comunicaciones.

Finalmente, la alimentación reflectiva también como opción para arreglos de fase en alta frecuencia sin pérdidas ofrece además como ventaja, una mayor simplicidad dado que los controles del arreglo es posible posicionarlos detrás de este. Aunque en la teoría parece ser la opción más viable en cuanto a costo, es difícil ver arreglos reflectivos debido a que es difícil obtener radiadores óptimos para poder controlar fácilmente las características del patrón de radiación. Actualmente los arreglos reflectivos planares se presentan como alternativas atractivas para mejorar las características de las antenas de reflector convencionales. En la figura 1.32 se muestra el principio básico de los tres tipos de alimentación para antenas en arreglo de fase.

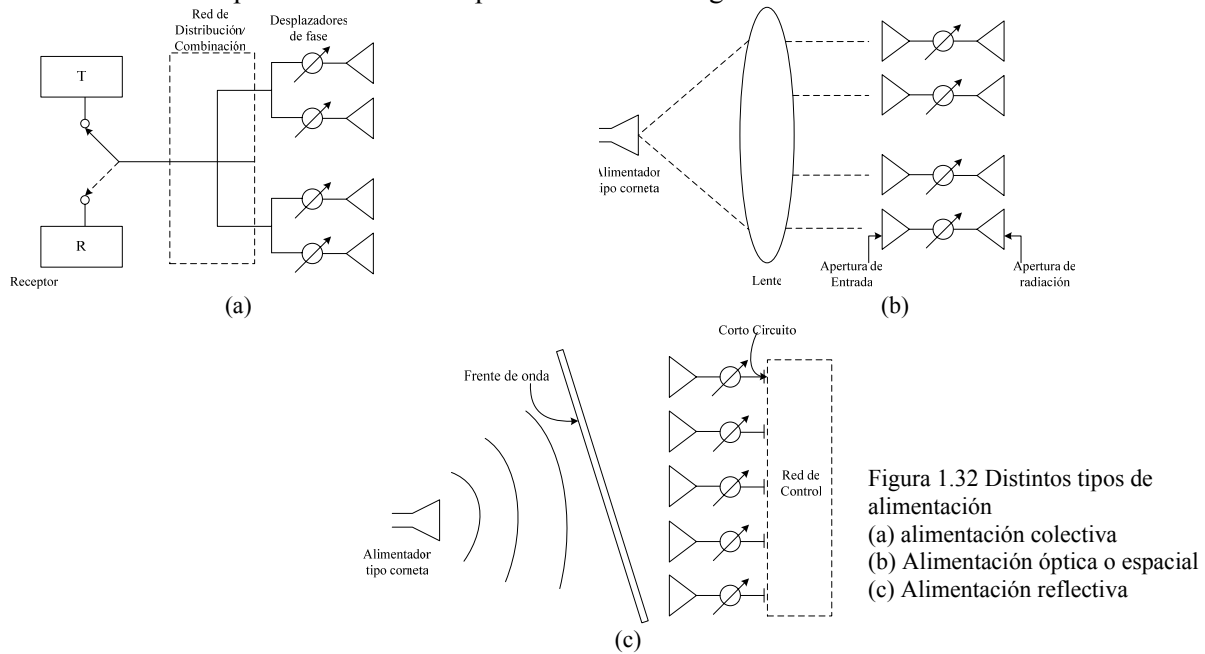


Figura 1.32 Distintos tipos de alimentación  
 (a) alimentación colectiva  
 (b) Alimentación óptica o espacial  
 (c) Alimentación reflectiva

### 1.3.2.4 Tipos de antenas en arreglo de fase.

Existen esencialmente dos tipos de arreglos de antenas, los pasivos y activos [23]-[24]. Los arreglos pasivos aparecen de inmediato al plantear los conceptos de operación y de exploración de fase en un arreglo, hasta ahora solo se han descrito esquemáticamente arreglos de tipo pasivo. Sin embargo la necesidad de implementar arreglos de fase en una configuración determinada con bajas pérdidas y alta potencia de transmisión, propicia el empleo de arreglos activos, llamados así, básicamente por el empleo de amplificadores que permiten alcanzar las características mencionadas. La figura 1.33 muestra el esquema básico de un arreglo activo en el que módulos T/R son empleados en cada elemento para proveer un control de la amplitud y fase.

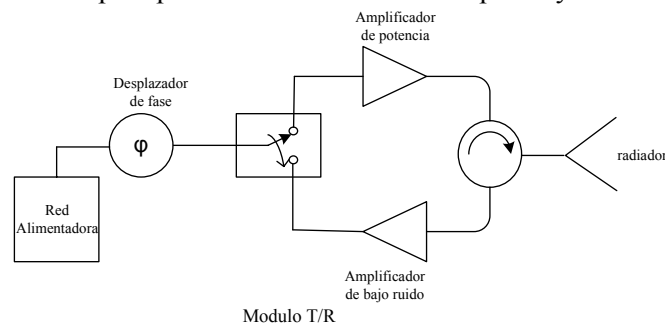


Figura 1.33 esquema de un arreglo de fase activo

La principal diferencia entre estos dos tipos de desplazadores de fase radica en la potencia a la transmisión o de la figura de ruido a la recepción. En los arreglos pasivos, los desplazadores de fase están directamente conectados a los elementos radiadores, así ellos soportan toda la potencia de transmisión y reciben directamente las señales en recepción. Por ello, las pérdidas de los desplazadores de fase incrementan las pérdidas de la antena que reduce la eficiencia de todo el sistema incrementado su figura de ruido. Mientras que en un arreglo activo, los desplazadores de fase al ser parte de las etapas de señal pequeña en los módulos T/R, se encuentran alejados de la parte frontal del arreglo así que las pérdidas de este no reducen directamente la potencia de transmisión o incrementan la figura de ruido.

Como consecuencia, en las antenas en arreglo de fase pasivo el contar con desplazadores de fase de bajas pérdidas es la prioridad más alta, mientras que en los arreglos activos los módulos T/R pueden compensar las pérdidas mediante amplificación en señal pequeña. Es claro entonces, que las características del desplazador de fase conducen a enfoques realizables muy diferentes. Por un lado los arreglos pasivos tienden a emplear desplazadores de fase usando el mínimo número de bits a fin de alcanzar pérdidas muy bajas (entre 1 y 2 dB) así como para obtener circuitos dentro del área delimitada para estos, en el caso de usar desplazadores de fase de línea conmutada. Contrariamente, los desplazadores de fase empelados en arreglos activos son realizados mediante tecnología monolítica (MMIC) integrando cómodamente un alto número de bits en un chip de bajo costo y pequeño mejorando considerablemente su ancho de banda. Así también, las pérdidas de inserción altas pueden ser aceptadas dado que los circuitos manejan solo niveles de potencia de señal pequeña. Sin embargo, se ha mostrado que las altas pérdidas de inserción presentan una alta variación de si mismas como función de los estados de fase y frecuencia. Este efecto de conversión puede llevar a la aparición de lóbulos de rejilla (*grating lobes*). Por lo tanto, las variaciones en las pérdidas de inserción es necesario reducirlas en los desplazadores de fase basados en la tecnología monolítica.

Además de las diferencias técnicas, el costo marca una clara tendencia entre ambos tipos de arreglos de fase. Siendo que los arreglos activos más complejos son mayormente empleados para defensa militar, aunque históricamente arreglos pasivos también han sido empleados con este fin.

### **1.3.2.5 Principales aplicaciones de las antenas en arreglo de fase.**

La gran versatilidad que presentan las antenas en arreglo de fase, debida principalmente a la exploración electrónica dada por los desplazadores de fase, es muy atractivo para muchas aplicaciones militares y civiles. Con el uso de modernos circuitos de procesamiento de señales y control, los arreglos adquieren la capacidad para desempeñar múltiples funciones ya sea intercalada o simultáneamente. Generalmente esas funciones incluyen exploración tridimensional, formación de múltiples haces con iguales o distintos anchos de bandas y conmutación simultánea de dichos haces. La formación de múltiples haces se logra al agrupar los elementos de antena en subarreglos, combinándolos en tantas formas diferentes como el número de haces separados lo requiera. Estas características funcionales se han aprovechado en una gran cantidad de aplicaciones sobre todo en el desarrollo de nuevos radares.

Para la determinación precisa de la altura de un objetivo se aprovecha la facilidad de formar múltiples haces. Esto puede lograrse mediante un arreglo planar rectangular donde sus elementos en

dirección vertical estén agrupados en subarreglos para formar por lo menos dos haces contiguos en el plano de elevación. La cobertura en azimut se obtiene al explorar los haces en el plano horizontal. De esta forma, los haces contiguos son explorados electrónicamente en sus respectivos sectores de elevación para determinar la altura exacta del objetivo [1]. Otra aplicación interesante es la detección de múltiples objetivos. En el modo de transmisión se usa un haz ancho para iluminar un volumen deseado del espacio y en el modo de recepción múltiples haces son formados por el arreglo para recibir ecos de varias direcciones.

Por otra parte, la agilidad del haz de tipo lápiz generado por un arreglo de dimensiones eléctricas grandes puede producir una trama de exploración azimut-elevación [1]. Los radares de vigilancia usan esta característica para la vigilancia volumétrica continua, detectan todos los blancos que caen dentro del rango del radar y suministran datos a los usuarios. Un haz tipo lápiz permite una determinación precisa de los ángulos de azimut y elevación de cada objetivo. El rango del objetivo es obtenido del tiempo de retraso entre la transmisión de un pulso y de su recepción en forma de eco. Un movimiento del objeto es detectado al medir el corrimiento de frecuencia debido al efecto doppler. Este corrimiento en frecuencia es una medida de la componente radial de la velocidad del objeto, además se pueden obtener características adicionales del objeto tales como su tamaño, forma, etcétera. Pero, el identificar un objetivo necesita mucha precisión en la determinación y continuo monitoreo de su posición en rango y ángulos de azimut y elevación principalmente. La capacidad de las antenas en arreglo de fase para producir un haz tipo lápiz que puede ser posicionado rápidamente en cualquier dirección permite la identificación de muchos objetivos simultáneamente y con gran precisión. Al adoptar un conveniente algoritmo de identificación, la tasa de transmisión puede ser controlada adaptativamente para obtener una trayectoria precisa del objetivo, con lo que también se da la posibilidad de identificar varios objetos a la vez, ya que si el rango de un objetivo es conocido aproximadamente, entonces el intervalo de tiempo entre dos pulsos transmitidos consecutivamente puede ser usado para transmitir un pulso hacia otro objetivo.

De esta manera las antenas en arreglo de fase ofrecen la capacidad de combina varias funciones simultáneamente con aplicación inmediata a los sistemas de radar; un ejemplo es el radar pasivo *patriot* [26]-[27] que dentro de sus funciones incluye la búsqueda y seguimiento de objetivos, seguimiento y direccionamiento de misiles, y direccionamiento de misiles hacia objetivos. Sin embargo es importante mencionar otro tipo de aplicaciones fuera del campo militar donde se han investigado y desarrollado con éxito las antenas en arreglo de fase. Muchas de estas aplicaciones incluyen satélites y sistemas de comunicaciones móviles en tierra [23]-[25]-[26]. Las antenas satelitales que aprovechan las características de las antenas en arreglo de fase para formar múltiples haces y varios tipos de tráfico a la vez, generalmente son implementadas mediante arreglos activos empleando la tecnología monolítica de circuitos (MMIC).

Efectivamente, la transferencia de la tecnología militar a comercial, migró en un principio a los sistemas de telecomunicaciones basados en los satélites de orbita baja, particularmente en los sistemas Globalstar, Iridium y Teledisc. Donde la característica de movilidad de los satélites requiere de antenas complejas y versátiles en cuanto a directividad principalmente. Las antenas de estos sistemas utilizan arreglos activos con miles de módulos MMIC T/R que en combinación con redes de alimentación óptimas son capaces de producir una gran cantidad de haces simultáneamente. Estos sistemas representaron un gran avance tecnológico al impulsar un auge en las técnicas de arreglos de fase activos pero, fracasaron comercialmente. Sin embargo, en un futuro se volverá a reactivar la necesidad de contar con antenas de características de haces múltiples, alta ganancia y alta capacidad de exploración como parte importante para llevar a cabo la convergencia de aplicaciones multimedia de banda ancha con movilidad basado en el estándar del Sistema



Universal de Telecomunicaciones Móviles (UMTS), este sistema se concibe como un sistema global que incluye componentes satelitales y terrestres. Específicamente, la tecnología satelital podría fácilmente proveer servicios de cobertura global con lo que se espera juegue un rol importante para el UMTS en amplia cobertura global que se prevé.

Actualmente, en satélites geoestacionarios también hay aplicaciones, principalmente cuando se requiere de enlaces que operen en la banda Ka de frecuencias, ya que debido a los problemas de atenuación por lluvia que se presenta esta banda se requiere que las características de amplitud frecuencia fase y dirección de un haz concentrado sean controladas dinámicamente como función del ambiente para minimizar los efectos de la lluvia y con ello obtener altas confiabilidades. Sabemos que la tendencia actualmente es la utilización de frecuencias más altas en los enlaces satelitales para aumentar la capacidad de información por lo que en este campo las antenas en arreglo de fase son ideales para cumplir exitosamente con las funciones requeridas.

En un futuro se vislumbran una gran cantidad de aplicaciones de los arreglos de fase aprovechando la característica de desempeñar varias funciones simultáneamente con alta eficiencia y confiabilidad. Aparte de mejorar los sistemas militares, se consideran aplicaciones en la aeronavegación comercial, en la medición de fenómenos meteorológicos y la radioastronomía por mencionar algunos.

## **1.4 Criterios de selección del desplazador de fase para un arreglo de bajo costo y bajas pérdidas en la banda Ka.**

Cada desplazador de fase descrito en la sección 1.2 tiene características y aplicaciones propias, la aplicación para la cual se diseña un desplazador de fase es parte fundamental en los requerimientos que este necesita. Como se ha mencionado, la aplicación actual de los desplazadores de fase se encuentra en las antenas en arreglo de fase, las cuales usan cientos o miles de estos dispositivos y son una parte importante al afectar fuertemente aspectos de rendimiento y costo del arreglo. Por esta razón, a continuación se muestran algunas ventajas y desventajas de los desplazadores de fase más importantes a fin de elegir o determinar el desplazador de fase más conveniente para cumplir con el principal objetivo de este trabajo, es decir, la caracterización de un desplazador de fase que contribuya a la implementación de arreglos de fase de bajas pérdidas, bajo costo, y operación en la banda Ka, principalmente.

A través de los años, la exploración electrónica de las antenas en arreglo de fase se ha realizado usando una variedad de componentes electromecánicos y electrónicos para introducir corrimiento de fase en cada uno de los radiadores de la antena. Los desplazadores de fase de ferrita, diodo *p-i-n* y módulos MMIC son las tecnologías que más se han desarrollado par dirigir las tareas de control de fase. Es conocido que las poderosas antenas militares como regla están basadas en desplazadores de fase de ferrita. Mientras que para antenas móviles usualmente se construyen en diodos PIN, sin embargo ambos componentes tienen algunas limitaciones. Por una parte los dispositivos de ferrita no son compatibles con la tecnología monolítica, mientras que por otra, los diodos PIN rápidamente decrementan sus parámetros alrededor de los 20 GHz.

Los desplazadores de fase de ferrita han sido por largo tiempo los más populares medios de control para arreglos de radar de alta potencia. Algunos son capaces de manejar cientos de Watts de potencia media en las bandas C y S a algunos Watts a más de 60 GHz. Las ferritas pueden ofrecer una variedad de velocidades de conmutación, con un mínimo alrededor de un microsegundo para ciertos diseños, así también ofrece pérdidas de inserción tan bajas como 0.5 dB. Estos dispositivos siguen siendo relativamente voluminosos y pesados comparados con los desplazadores de fase de diodo, y requiere una significativa potencia de conmutación. Esto pone a los desplazadores de fase de ferrita como una opción muy fuerte en los sistemas de tierra y aerotransportación (*airborne systems*) también como para sistemas de comunicación basados en lentes, pero menos apropiado para sistemas de radar espaciales [9]. Sin embargo, su principal desventaja son los severos problemas de inestabilidad por temperatura que estos tienen lo que se excluye su uso en muchas aplicaciones de arreglos de fase.

Los desplazadores de fase basados en diodo PIN se implementan principalmente en tres configuraciones de circuitos: línea conmutada, híbrido, y línea cargada, con algunos diseños que incluyen varios tipos de bits. Estos desplazadores conmutan en nanosegundos y pueden manejar algunos Watts de potencia en RF. Los requerimientos del control de potencia en DC son muy exigentes, ya que con diseños de más de tres o cuatro bits se requieren más de 100mW. Las pérdidas de inserción están entre 1 y 2dB en la banda Ka de frecuencias, la precisión puede ser muy alta alrededor de algunos grados. El requisito de potencia de polarización (polarización del circuito) excluye su uso en grandes sistemas de radar espaciales (*space based radar systems*) pero juegan un rol importante en sistemas de tierra y aerotransportación [9]. Para el caso de los desplazadores de fase MMIC que se han construido en GaAs usando el proceso PHEMT, presentan grandes pérdidas (alrededor de 8 dB en la banda Ka) y son apropiados principalmente para el uso con circuitos amplificadores en frecuencias menores a 10 GHz.

Finalmente, los desplazadores de fase basados en MEMS usan los mismos circuitos que los desplazadores de fase basados en diodo mencionados anteriormente. Estos desplazadores de fase de tipo conmutado pueden tener pérdidas de inserción comparables con los basados en diodo y además son muy ligeros pero adicionalmente requieren algunos microwatts de potencia para el control. Estos dispositivos están jugando un rol importante en sistemas de arreglos extensos como los radares espaciales, pero los problemas de confiabilidad han puesto trabas a su desarrollo.

Sin duda alguna un aspecto importante dentro del criterio de selección de un desplazador de fase es su costo. Se sabe que el mayor porcentaje del costo está determinado por la naturaleza de fabricación del dispositivo (60%) [20], el reducir las pérdidas en el dispositivo influye en un 30% del costo total, mientras que el porcentaje restante se divide en otros parámetros importantes pero que en este rubro no influyen demasiado, tales como el error de fase y la potencia. De acuerdo a los desplazadores de fase que se han analizado, sabemos que los de mayor costo son los basados en Ferrita y los de tipo activo con módulos MMIC T/R, mientras los de tipo mecánico son los de menor costo.

Los parámetros de diseño críticos más importantes en los desplazadores de fase son las pérdidas de inserción, tiempos de conmutación, errores de fase, capacidad de manejo de potencia, potencia requerida para conmutar la fase, así también son importantes las características de tamaño, peso y costo. Se sabe que es difícil obtener un dispositivo óptimo en todos sus parámetros y características. Entonces, considerando los aspectos que nos proporcionan ventajas y desventajas de los desplazadores de fase más comunes y en particular para cumplir con el objetivo de este trabajo se

determinó que el parámetro más importante con el que se debería cumplir de manera óptima sería, las bajas pérdidas de inserción y como principal característica el bajo costo, ambos para operación en la banda Ka de frecuencias. El contar con bajas pérdidas de inserción en el desplazador de fase da la posibilidad de ser empleado en arreglos de fase pasivos lo que es un paso importante en el cumplimiento de la característica de bajo costo.

De esta manera se tuvo que elegir un arreglo de fase en el que se aprovecharan los parámetros óptimos seleccionados. Una configuración con bajas pérdidas a frecuencias altas es el arreglo reflectivo (*Reflectarray*), el cual presenta en su modelo más general una estructura simple lo que mejora adicionalmente la característica de bajo costo. En principio este arreglo aparece como una alternativa para mejorar enormemente las características de las antenas de reflector convencionales empleadas en muchos sistemas de comunicaciones terrestres y satelitales. Esta configuración ha mostrado una gran eficiencia recientemente [29]-[33] y en este trabajo se vuelve a elegir con el objetivo de encontrar un diseño alternativo que cumpla con los parámetros elegidos.

Un arreglo reflectivo consiste de un gran número de elementos de antena con corrimiento de fase pasivo puestos en un plano o en una superficie conformal [28]. Cada elemento proporciona una reflexión total para una onda incidente con un cierto corrimiento de fase. Al escoger apropiadamente el corrimiento de fase de cada elemento, la energía de una onda plana incidente puede ser enfocada en una dirección deseada hacia una corneta alimentadora puesta enfrente del arreglo y de esta manera obteniendo una antena tipo reflector. Así también, cuenta con las ventajas dadas por la alimentación tipo reflectiva para los elementos del arreglo como la disminución de pérdidas debido a la eliminación de líneas de alimentación y control complejas. Típicamente, los elementos de antena de un arreglo reflectivo son implementados con parches de microcinta tal como muestra la figura 1.34. Esto adiciona ventajas como reducción de la complejidad mecánica y el volumen de la antena.

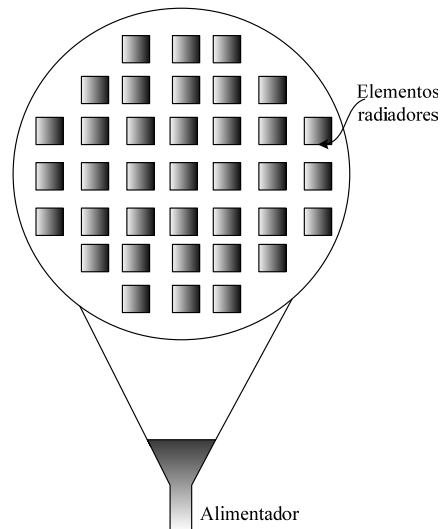


Figura 1.34 Arreglo reflectivo basado en parches de microcinta

Lo anterior se traduce en la posibilidad de emplear procesos de manufactura de tecnología plana que en general es de menor costo. Además como consecuencia, la obtención de estructuras planas de bajo perfil que permiten una colocación más simple de acuerdo a la forma de la estructura en diversas superficies. Un ejemplo pueden ser las antenas receptoras que requerirá la radiodifusión directa vía satélite (DBS) e incluso en el satélite mismo la estructura de un arreglo reflectivo planar

en comparación de la de un reflector parabólico curvo presenta una apertura más grande con un volumen más pequeño y un despliegue más simple en la nave.

Otra de las ventajas que pueden darnos los arreglos reflectivos es la capacidad de implementar elementos que integre las funciones de radiador y desplazador de fase simultáneamente [32]-[33] lo que los hace sistemas más simples. La alternativa que se propone en este trabajo para la configuración de arreglo reflectivo es el empleo de un desplazador de fase electromecánico basado en el principio de operación del desplazador de fase giratorio que se implementa dentro de una guía de onda circular y que fue descrito en la sección 1.2.1. Además, con los arreglos reflectivos es posible obtener polarizaciones lineales, duales y circulares de acuerdo al diseño de los elementos radiadores.

Se ha comprobado la efectividad en rapidez y bajas pérdidas para los desplazadores de fase conocidos como desplazadores de fase de polarización reflectiva [29] los cuales están basados en el principio de polarización Fox de cambio de fase [32] cuyo fundamento principal se encuentra en la rotación mecánica de una sección de corrimiento diferencial de fase de  $180^\circ$ . Este desplazador de fase se implementa en forma de una sección de guía de onda circular terminada en corto circuito con un diafragma de control en forma de apertura anular a la entrada de dicha sección. El principio de polarización de cambio de fase tiene ventajas tales como pequeños errores de fase y bajos niveles de amplitud de modulación de amplitud parásita. La rotación mecánica del dispositivo se simula electrónicamente mediante el uso de stubs radiales a las aperturas anulares, controlados por diodos PIN. Se han implementado dos configuraciones de desplazadores de fase de aperturas anulares con stubs [29]-[31], obteniendo pérdidas de inserción menores a 1dB en rangos de frecuencia de la banda Ka (mayores a 30 GHz), así también errores de fase menores a 15 grados y tiempos de conmutación menores a 50 ns en configuraciones de uno y dos bits.

De esta manera, se busca caracterizar un desplazador de fase de polarización reflectiva basado en guía de onda circular y aperturas anulares, en una configuración simple, al considerar el control del movimiento del diafragma de control por medio de micromotores en lugar de diodos PIN. Sabemos que la rapidez de exploración se determina por las constantes de tiempo de los circuitos electrónicos los cuales en general son menores que los tiempos dados por los sistemas mecánicos. Evidentemente esto genera una desventaja con respecto a la rapidez de conmutación pero se gana en simplicidad y menores pérdidas al eliminar las propias del diodo PIN. Por ello resulta interesante generar un modelo matemático para el diseño y optimización de las características que aseguren una operación satisfactoria en un arreglo de fase reflectivo en la banda Ka. Así, las consideraciones, ventajas y desventajas para la estructura que se analizará se muestran a continuación

- El desplazador de fase reflectivo es propicio para implementar arreglos del mismo tipo cuyas ventajas principales al ser de tipo pasivo, son la eliminación de divisores de potencia, módulos T/R y de complicados sistemas de control para la formación del haz. De esa forma, es altamente probable la implementación de arreglos de bajo costo.
- Es importante asegurar la operación del desplazador de fase en la banda Ka de frecuencias debido al creciente interés que existe en desarrollar diversas aplicaciones de las antenas en arreglos de fase en esta banda. Por ello, la configuración de arreglo reflectivo es considerada la mejor opción.

- De manera alternativa se analizará un desplazador de fase reflectivo basado en guía de onda circular, con conmutación electromecánica por medio del empleo de micromotores, esto contribuye a las siguientes ventajas y desventajas:

1. las principales desventajas son, la limitación del sector de exploración del arreglo debido a las dimensiones físicas del la guía de onda y las propiedades de corte de este dispositivo, además de ser pesados y voluminosos en comparación con los arreglos reflectivos basados en la tecnología planar. Y adicionalmente una disminución significativa de los tiempos de conmutación al emplear micromotores para el movimiento del diafragma de control y por lo tanto también para exploración del haz.
2. En contraparte al punto anterior, se puede destacar como principales ventajas, obtención de menores pérdidas de inserción al eliminar las correspondientes por el empleo de diodos PIN en el control del diafragma, reducción en la simplicidad del arreglo lo que permite menores costos en la fabricación masiva de los desplazadores de fase de este tipo.

- En lo que corresponde a la disminución del sector de exploración, pueden encontrarse aplicaciones donde no sean necesarios grandes sectores de exploración, un ejemplo claro son las antenas en satélites geoestacionarios.

- De la misma forma para la velocidad de conmutación, se descartarían aplicaciones con altos requerimiento de exploración. Se ha comprobado [33] que mediante el empleo de micromotores es posible obtener tiempos de conmutación cercanos a 40 ms además de proporcionar los pasos discretos suficientes para un desplazador de fase de 3.5 bits.

En el siguiente capítulo se presenta detalladamente la descripción del principio de operación del desplazador de fase reflectivo, planteado como una opción alterna, donde la estructura parece cubrir la necesidad de tener desplazadores de fase relativamente rápidos y con pérdidas de inserción muy bajas en la banda Ka.

## 1.5 Conclusiones del capítulo 1

La principal diferencia entre los distintos desplazadores de fase empleados en microondas radica en la naturaleza física de cada uno de estos, determinada por el método de fabricación empleado. Cada desplazador de fase manifiesta notorias ventajas y desventajas con respecto a los demás dependiendo de la aplicación que se requiera implementar. Históricamente, los desplazadores de fase mecánicos fueron los primeros en desarrollarse teniendo como principales ventajas su bajo costo de fabricación, pequeñas pérdidas de inserción y manejo de altas potencias, pero en su contra la robustez física por ejemplo. A pesar de ello, se han desarrollado dispositivos mecánicos de tipo giratorio de los cuales es interesante resaltar su gran precisión. De la misma forma, es posible citar otro tipo de desplazadores de fase como los basados en ferrita cuyas aplicaciones principales se encuentran en arreglos de radares o antenas de alta potencia con pérdidas muy bajas pero bajo la desventaja de un costo muy elevado.

El desarrollo de desplazadores de fase electrónicos se lleva a cabo en distintas tecnologías y configuraciones, los más comunes son fabricados con semiconductores por medio de la tecnología híbrida como el caso de los basados en diodo p-i-n o por medio de la tecnología monolítica para los basados en FET. Estos desplazadores de fase tienen grandes ventajas como la producción en masa, velocidades altas de conmutación y compatibilidad con la tecnología planar; sin embargo la desventaja de tener pérdidas considerables en frecuencias cercanas a la banda Ka descarta a estas tecnologías como una alternativa real de acuerdo al objetivo de este trabajo. Actualmente la tecnología basada en la integración de microsistemas electromecánicos (MEMS) se proyecta de manera muy prometedora para los próximos años cuando se superen los problemas de confiabilidad, especialmente en la implementación de interruptores.

Es evidente la importancia de diseñar desplazadores de fase en aplicación en las antenas en arreglo de fase, aunque también existen aplicaciones bien determinadas en dispositivos de microondas pero con menor perspectiva de desarrollo. Se manifestó que los desplazadores de fase son los principales elementos de las antenas en arreglos de fase, bajo el principio básico de que para excitar los arreglos de antenas se requiere una red alimentadora aplicando a cada elemento del arreglo una amplitud y fase distinta. En análisis comparativo realizado en este capítulo concluyó que un desplazador de fase basado en una guía de onda circular en combinación con elementos adecuados, se ajusta a las condiciones de simplicidad, bajo costo y pérdidas en la banda Ka en aplicación a las antenas en arreglo de fase de tipo reflectivo.

## Referencias

- [1] Shiban K. Koul, Bharathi Boat, Microwave and millimeter wave phase shifters Volumen I, Artech House 1991.
- [2] Shiban K. Koul, Bharathi Bhat, Microwave and millimeter wave phase shifters, Volumen II, Artech House 1991.
- [3] Robert J Mailloux, Phased Array Antenna Handbook, Artech House 1994.
- [4] Joseph Helszajn, Microwave Engineering Passive, active and non reciprocal circuits, DSc CEng FIEE, Heriot-Watt university, McGraw-Hill international editions, 1992
- [5] Eli Brookner, Practical Phased Array antenna Systems, Artech House inc. 1991
- [6] David M. Pozar, Microwave Engineering, Addison Wesley 2003
- [7] Neri Vela Rodolfo, Líneas de Transmisión, Mc Graw Hill 1999
- [8] A. Gardner Fox, "An Adjustable waveguide phase changer", *PIRE*, Vol.35, No.12, pp.1489-1498, December 1947.
- [9] Mailloux Robert J., "Technology for Array Control", *Invited Paper IEEE 2000*, pp.35-38

- [10] Hoton How and Carmine Vittoria, "Microwave Phase Shifter Utilizing Nonreciprocal Wave Propagation", *IEEE Transactions on Microwave theory and Techniques*, Vol.52 No.8, August 2004, pp.1813-1819.
- [11] Zhang Yonghong, Feng Zhenge, Fan Yong, "Ka Band 4-bit Phase Shifter with Phase deviation", *IEEE International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology Proceedings 2004*, pp 382-385.
- [12] Oliver Parriaux and Fred E. Gardiol, "Propagation in Circular Waveguide Loaded with an Azimuthally Magnetized Ferrite Tube", *IEEE Transactions on Microwave theory and Techniques*, March 1977, pp. 221-224.
- [13] Sheikh S. Iqbal and Andrew A. Gibson, "Characteristic of millimeter-wave semiconductor phase shifters", *IEEE 2001, 11<sup>th</sup> International Conference on Antennas and Propagation, 17-20 April 2001*, pp. 323-326.
- [14] Louis Stark, Charles V. Bell, Richard A. Notvest, Robert E. Griswold, Donald A. Charlton and Roy W. Howard, "Microwave Components for Wide Band Phased Arrays", *Invited paper IEEE proceedings* Vol. 56, No 11, November 1968, pp1908-1929.
- [15] William E. Hord, Fred J. Rosenbaum and James A. Benet, "Theory and Operation of a Reciprocal faraday- Rotation Phase shifter", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, February 1972, pp. 112-119.
- [16] Nizar B. Sultan, "Generalized Theory of Waveguide Differential Phase Sections and Application to Novel Ferrite Devices", *IEEE Transactions on Microwave theory and Techniques*, April 1971, pp.348-357.
- [17] Vladimir Sokolov, Jhon J. Geddes, A. Contolatis, Paul E. Bauhahn, Chente Chao, "A Ka Band GaAs Monolithic Phase Shifter", *IEEE transactions on microwave theory and Techniques*, December 1983. pp. 1077-1083.
- [18] Yu Li, Andrea Borgioli, Amit S. Nagra and Robert A. York, "K Band 3-bit low Loss Distributed MEMS phase Shifter", *IEEE Microwave and Guided wave letters, Vol 10, No 10, October 2000*, pp. 415-417.
- [19] Gabriel M. Rebeiz, Guan-Leng Tan, Joseph S. Hayden, "RF MEMS Phase Shifters: Design and applications", *IEEE microwave magazine June 2002*, pp. 72-81.
- [20] Ronald W. Long, "Effective Phase Shifter Cost as a Selection Criterion", *Invited Paper IEEE Transactions on microwave Theory and Techniques June 1974*, pp. 591-593.
- [21] Joseph F. White, "Diode Phase Shifters for Array Antennas", *Invited Paper, IEEE transactions on Microwave Theory and Thecniques Vol. MTT-22, No 6 June 1974*, pp. 658-674.

- [22] Ashley W. Robinson, Marek E. Bialkowski and Hyok J. Song, invited paper “An X-Band Passive Reflect- Array using Dual-Feed Aperture- Coupled Patch Antennas”, *Invited paper IEEE 1999*, pp.909-909.
- [23] Vahraz jamnejad, John Huang, Barry Levitt, Tim Pham, Robert Cesarone, “Array Antennas for JPL/NASA Deep Space Network”, *Jet Propulsion Laboratory*, California Institute of Technology, pp. 2-911 2-919.
- [24] H. P. Fedle and K. Solbach, “Passive and Active Phased Arrays using Solid State Technologies”, *IEEE Colloquium on Paced Arrays. 9 Dic. 1991* pp. 1-4.
- [25] Jean- Marie COLIN, “Phased Array Radars in France: Present & Future”, *IEEE international Symp. On Phased Array Systems and Technology*, 15-18 Oct 1996, pp 458-462.
- [26] Eli Brookner, “Phased Arrays for the new millenium”, *Plenary Paper, IEEE 200 International Conference on Phased Array Systems and technology, May 21-25, 2000* Dana point, CA USA, pp. 3-19.
- [27] Eli Brookner, “Phased Arrays around the World- Progress and Future Trends”, *IEEE 2003 Intern.Symp. on Phased Array Systems and technology, Boston, MA, Oct. 14-17, 2003*, pp 1-8.
- [28] Y.J. Guo, S.K. Barton, “Phase efficiency of the reflective array antenna”, *IEEE Proc. Microw. Antennas Propag.*, Vol. 142, No 42, April 1995, pp. 115-120.
- [29] A.E. Martynyuk, and Y.K. Sidoruk, “Low-loss phase shifters for Ka band phased array”, *IEEE proceed. Int. Conf on Phased Array Systems and Technology*, Dana Point CA. 21-25 May. 2000 pp. 53-56
- [30] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, “*Reflective passive phased array wit open polarization phase shifters*”, *IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology, 2003*, 14-17 Oct 2003, pp. 482-487.
- [31] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “Multilayered antenna arrays based on loaded ring slot resonators”, *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE*, Volume 4, Issue, 2002 Page(s): 236 - 239 vol.4.
- [32] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “Spiraphase- Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators”, *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, Vol 52, No1, January 2004., pp. 142-153.
- [33] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Cuevas, J.R.; Sydoruk, Y.K.Martynyuk, “Wideband reflective array based on loaded metal rings”, *Microwave Symposium Digest, 2005 IEEE MTT-S International*, 12-17 June 2005, pp.573 - 576 .



# Capítulo 2

## Fundamentos del desplazador de fase reflectivo basado en guía de onda circular y propuesta de una nueva estructura.

En este capítulo se presentan los conceptos y principios básicos que permiten comprender el funcionamiento de un desplazador de fase reflectivo basado en una guía de onda circular, a partir del principio de polarización de cambio de fase que será discutido ampliamente. Se inicia con un análisis de los principales parámetros que caracterizan a una guía de onda circular ya que es un elemento esencial del diseño, en el que se definen los modos de operación en los que se estudia el comportamiento del dispositivo. Después se describen los resultados obtenidos por Gardner Fox [1] cuando desarrolló el concepto del desplazador de fase mecánico ajustable. El dispositivo contiene dos elementos esenciales conocidos como secciones diferenciales de  $90^\circ$  y  $180^\circ$ . De manera general, el análisis hecho por Fox demuestra que es posible obtener un desplazamiento de fase deseado y controlado para una onda incidente de polarización lineal o circular.

Adicionalmente, se muestra que la teoría de circuitos de microondas reporta que es factible cumplir con el principio de polarización de cambio de fase, al analizar dos formas particulares de implementar las secciones diferenciales de  $90^\circ$  y  $180^\circ$  conocidas como placas de un cuarto y media onda respectivamente. Se concluye con la presentación de la propuesta y principio de operación de un desplazador de fase reflectivo óptimo para operar en antenas en arreglo de fase reflectivo tipo espirafase con polarización circular.

### 2.1 Principales parámetros de una guía de onda circular

La guía de onda circular es un elemento clásico en la ingeniería de microondas y es usado en la construcción de importantes dispositivos como uniones giratorias, divisores de potencia variables, filtros, resonadores y por su puesto en atenuadores y desplazadores de fase variables. Una de las principales ventajas que presenta es la capacidad de manejar distintas polarizaciones de ahí que tengan aplicaciones muy específicas e importantes en sistemas de radar.

La figura 2.1 muestra la geometría de la guía de onda circular la cual se caracteriza principalmente por medio de su radio  $a$ . Por otra parte, se sabe que una propiedad de cualquier guía de onda abierta es que los campos transversales pueden ser formados a partir del conocimiento de las componentes longitudinales  $E_z$  y  $H_z$  que fácilmente pueden ser obtenidas al dar solución a la ecuación de Helmholtz de acuerdo a la teoría general de los modos TE y TM. También, dada su geometría, lo mas apropiado es trabajar en coordenadas cilíndricas  $(r, \phi, z)$ . De esta manera, la ecuación de Helmholtz toma alguna de las siguientes formas de acuerdo al tipo de onda.

Para ondas TE

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + k_c^2 H_z = 0 \quad (2-1)$$

Para ondas TM

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + k_c^2 E_z = 0 \quad (2-2)$$

Donde  $k_c$  se conoce como el número de onda de corte que en general es un valor que se obtiene a partir de la geometría de la estructura analizada.

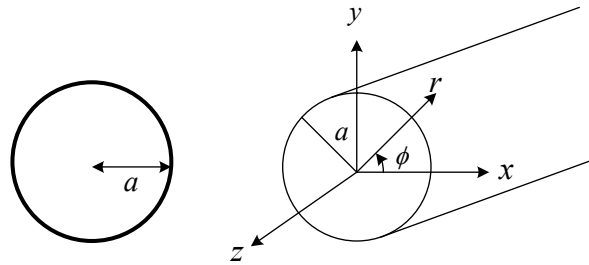


Figura 2.1. Geometría de una guía de onda circular

Al dar solución a las ecuaciones diferenciales (2-1) y (2-2) se encuentra que para ambas, la solución está dada en términos de la función de Bessel de primer género y orden  $n$ ,  $J_n(x)$ . De acuerdo al tipo de onda las soluciones son

Para ondas TE

$$H_z = (A \cos(n\phi) + B \sin(n\phi)) J_n(k_c r) e^{-j\beta z} \quad (2-3)$$

Para ondas TM

$$E_z = (A \cos(n\phi) + B \sin(n\phi)) J_n(k_c r) e^{-j\beta z} \quad (2-4)$$

Al aplicar apropiadamente la condición de frontera es decir,  $E_\phi(r = a) = 0$  para las ondas TE y  $E_z(r = a) = 0$  para las ondas TM, se obtiene una condición para cada tipo de ondas.

Para ondas TM

$$J_n(k_c a) = 0 \quad (2-5)$$

Para modos TE

$$J'_n(k_c a) = 0 \quad (2-6)$$

Dado que la función de Bessel de primer género y orden  $n$   $J_n(x)$  tiene un infinito número de valores de  $x$  para el cual se vuelve cero, las condiciones mencionadas anteriormente pueden ser satisfechas por alguno de dichos valores por lo que se definen a  $p_{nm}$  como la  $m$ -ésima raíz de (2-5) y a  $p'_{nm}$  como la  $m$ -ésima raíz de (2-6). Con esto, es posible obtener para cada tipo de onda, las siguientes relaciones

$$(k)_{c_{nm}}^{TM} = \frac{p_{nm}}{a} \quad (2-7)$$

$$(k_c)_{nm}^{TE} = \frac{p'_{nm}}{a} \quad (2-8)$$

Al igual que en cualquier guía de onda abierta tal como la guía de onda rectangular, en la circular son capaces de propagarse una gran cantidad de ondas a partir de su frecuencia de corte dada por

$$f_{c_{nm}} = \frac{(k_c)_{nm}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2-9)$$

El primero de estos modos, conocido como el modo fundamental (aquel que posee la frecuencia de corte menor) es el modo  $TE_{11}$ . En la figura (2.2) se muestra el patrón de los campos transversales de dicho modo, como primera característica se destaca que es un modo con algún parecido al modo  $TE_{10}$  de una guía de onda rectangular, incluso es posible imaginar una deformación geométrica gradual que nos lleve de una guía de onda rectangular a una circular la cual también nos mostraría una transición suave de un modo  $TE_{10}$  a un modo  $TE_{11}$ . Esta similitud de patrones hace posible que el modo dominante de una guía de onda rectangular pueda generar al modo dominante de una guía de onda circular y viceversa, lo cual es empleado en la construcción de transiciones útiles en diversos dispositivos de microondas.

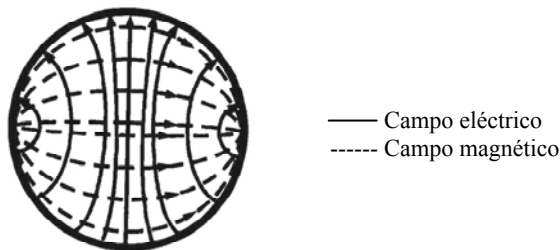


Figura 2.2 Modo principal  $TE_{11}$  de una guía de onda circular

Existe otra particularidad importante en el modo  $TE_{11}$  que se obtiene al emplear la solución para  $H_z$  dado por la expresión (2-3). Si tomamos como referencia la componente radial de campo eléctrico  $E_\rho$ , mediante la expresión (2.3) es posible conocer las variaciones en  $r$  y  $\phi$  [2]-[4] de la siguiente manera.

$$E_\rho \sim \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \quad \Rightarrow \quad E_\rho \sim A \cos \phi - B \sin \phi \quad (2-10)$$

En la figura (2.3) observamos los dos casos posibles presentes en un modo  $TE_{11}$ , para uno se tiene el máximo de la componente radial en  $\phi = \pi/2$ , esto cuando  $A=0$ , mientras que cuando  $B=0$  el máximo está en  $\phi = 0$ . De acuerdo a este resultado, al primero de los modos se le conoce como  $TE_{11}$  de polarización vertical y al segundo  $TE_{11}$  de polarización Horizontal. La conclusión a todo esto es muy interesante y esta es que el modo  $TE_{11}$  considera implícitamente desde las expresiones (2-3) y (2-10) que es capaz de soportar dentro de la guía de onda polarización vertical, horizontal y circular.

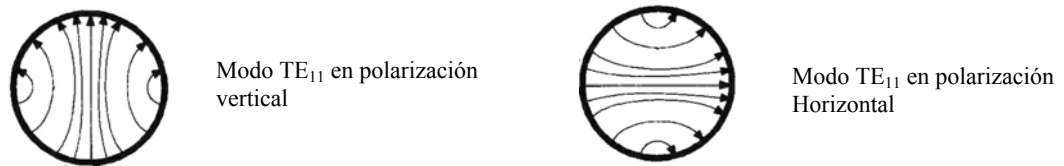


Figura 2.3 Modo  $TE_{11}$  en polarización horizontal y vertical

En la guía de onda circular, también son importantes otros modos de alto orden. En la figura 2.4 se muestra la distribución de los campos transversales de los primeros seis modos [12], dentro de estos además de el modo principal  $TE_{11}$  son particularmente importantes, los modos  $TM_{0n}$  y  $TE_{0n}$  estos se conocen como modos de simetría axial. Los primeros son ampliamente utilizados en el diseño de elementos giratorios, mientras que en los modo  $TE_{0n}$  se presenta la característica de que la atenuación disminuye drásticamente con la frecuencia en comparación de modos de menor orden debido al patrón circunferencial de la corriente; esta característica permite construir por ejemplo, resonadores de alta calidad.

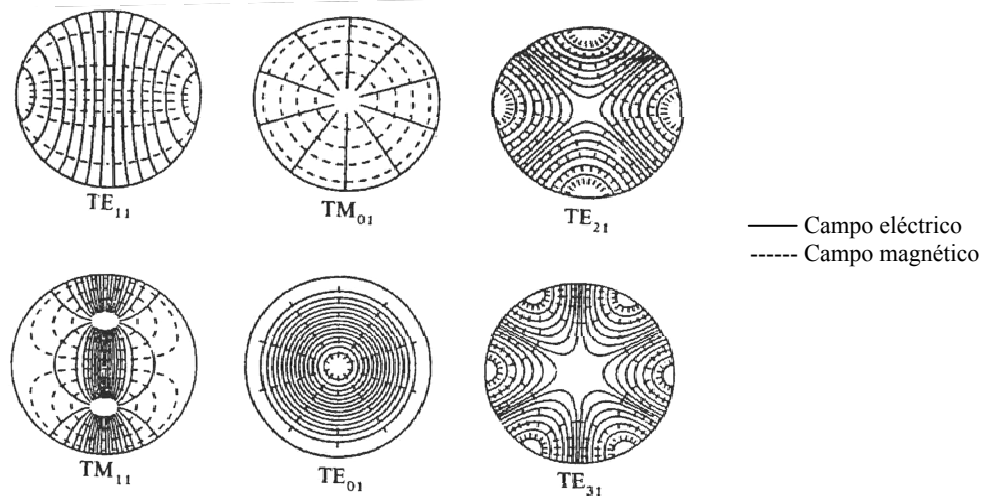


Figura 2.4 Primeros seis modos de guía de una guía de onda circular

Con lo que respecta a la impedancia y la potencia de transmisión del modo principal  $TE_{11}$  se tiene que es mayor a la que presenta en modo principal  $TE_{10}$  de una guía de onda rectangular. Ambos parámetros se obtienen a partir de la densidad de corriente que implica la integración de funciones de Bessel pero que finalmente queda expresada como [3]

$$I_z = \left( \frac{\lambda_c^2}{\pi \lambda_g} \right) J_1(1.84) \quad (2-11)$$

Luego por medio del vector de Poynting se obtiene para la potencia

$$P = \left( \frac{1.84^2 - 1}{8\pi} \right) J_1^2(1.84) \left( \frac{\lambda_c^4}{\lambda_0 \lambda_g} \right) \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (2-12)$$

Por lo que de las dos expresiones anteriores es fácil encontrar la impedancia característica expresada por

$$Z_0 = \frac{2P}{I_z I_z^*} = \frac{\pi(1.84^2 - 1)}{4} Z_{TE} \quad (2-13)$$

Donde de acuerdo a la teoría general de los modos TE y TM

$$Z_{TE} = \frac{\omega \mu}{\beta} \quad (2-14)$$

$$Z_{TM} = \frac{\beta}{\omega \epsilon} \quad (2-15)$$

Al comparar los resultados dados por (2-12) y (2-13) notamos que la potencia de transmisión es aproximadamente cuatro veces mayor que en una guía de onda rectangular (varios Megawatts en banda ku), mientras la impedancia característica es casi dos veces mayor (cerca de 1kΩ). El análisis anterior, nos muestra ventajas y desventajas de la guía de onda circular con respecto a otras líneas de transmisión, pero sin duda la capacidad de transmitir grandes cantidades de potencia y el manejo de diferentes polarizaciones en el modo fundamental hacen de la guía de onda circular sea un dispositivo irremplazable en muchas aplicaciones.

## 2.2 El principio de Fox de cambio de fase

El principio conocido como de Fox de cambio de fase se trata de una serie de resultados dados a conocer por primera vez por A. Gardner Fox [1] a partir del planteamiento de un desplazador de fase ajustable basado en tres secciones de guía de onda circular que es la base del desplazador de fase giratorio mecánico descrito en la sección 1.2.1.2 y de algunos desplazadores de fase de arreglos reflectivos basados en el principio espirafase, como se verá más adelante. A continuación se presentan los resultados y conclusiones a partir del planteamiento original de Fox.

### 2.2.1 Elementos que conforman al desplazador de fase ajustable

El principio fundamental de un desplazador de fase basado en guía de onda o en cualquier otro dispositivo, es que la fase de una onda de salida pueda ser recorrida con respecto a una de entrada. El objetivo principal de Fox fue crear un desplazador de fase que suministrara un corrimiento de fase continuo y acumulativo por medio de un ajuste rotatorio. En principio su aplicación más importante no fue para diseños de alta velocidad si no que enfatizó como principal propiedad la capacidad de transmisión del 100 por ciento de la potencia disponible de la fuente con una fase variable arbitrariamente. Esta es una propiedad muy útil en el rango de frecuencia de las microondas donde la potencia no puede ser recuperada fácilmente por amplificación considerando aplicaciones con un manejo de potencia de varios cientos de kilowatts. El manejo de potencia sin el empleo de amplificadores es también una de las principales características de las antenas en arreglos de fase pasivos.

Así, el dispositivo idóneo en la implementación de un desplazador de fase con la especificación de potencia es la guía de onda circular, ya que como sabemos en esta es posible tener dos ondas viajeras en el modo dominante con sus campos eléctricos formando entre sí ángulos rectos y que además son independientes. Tal como se describió en la sección 2.1, el patrón del campo eléctrico en el modo dominante de una guía de onda circular en su sección transversal, tiene la forma mostrada en la figura 2.2. Cuando la onda viaja y pasa a través de dicha sección, la orientación y forma de los contornos del campo permanecen fijos aunque la magnitud del campo varíe [1]. Como tal, una onda puede ser caracterizada por una cierta dirección de polarización indicada por el vector de campo eléctrico  $E$ . Podemos entonces decir que la onda mostrada en la figura 2.2 está polarizada verticalmente dado que la componente de campo eléctrico que pasa a través del centro de la sección transversal de la guía de onda esta orientada verticalmente.

En teoría es posible tener un número infinito de ondas del modo dominante del mismo tipo las cuales estaría polarizadas en todos los ángulos posibles. Sin embargo, se puede mostrar que algunas de esas ondas pueden ser resueltas por medio de dos ondas dominantes, una que está verticalmente polarizada y otra que está horizontalmente polarizada tal como se muestra en la figura 2.3. Si un receptor linealmente polarizado esta arreglado de tal manera para recibir ondas polarizadas verticalmente del modo dominante, la presencia de ondas polarizadas horizontalmente no será detectada y podríamos de esta manera concluir que la guía de onda puede ser usada como si consistiera de dos líneas de transmisión independientes [1], una para ondas polarizadas verticalmente y otra para ondas polarizadas horizontalmente. Ya que una onda en cualquier otro ángulo tiene componentes en las direcciones horizontal y vertical, el número de líneas de transmisión independientes disponibles está limitado a dos.

También se sabe que la velocidad de fase de las ondas en una guía de onda es más grande que la velocidad de la luz en el espacio libre, y esta velocidad de fase es dependiente de las dimensiones físicas de la estructura. Por lo tanto, es posible controlar la velocidad de fase al diseñar convenientemente la sección de la guía de onda. De esta manera en teoría, es posible construir una sección de guía de onda circular que produzca dos velocidades de fase diferentes para ondas que están polarizadas paralela o verticalmente con respecto a un eje de referencia. Una sección de guía de onda que tiene esta propiedad, es decir, la capacidad para transmitir dos conjuntos de ondas polarizadas con ángulos rectos entre sí con diferentes velocidades que por supuesto producirán dos diferentes retrasos de fase diferentes para las dos polarizaciones se denomina como *sección diferencial de corrimiento de fase* [1]. Tales secciones tienen un número de muy útiles e interesantes propiedades, ya sea de forma independientemente o en combinación.

Una de tales combinaciones es el desplazador de fase descrito por primera vez por Fox que comprende de tres secciones desplazadoras de fase diferenciales de guía de onda circular acopladas en cascada. La primera de estas convierte las ondas incidentes linealmente polarizadas a ondas circularmente polarizadas. La segunda sirve para girar como se requiera la orientación instantánea de las ondas polarizadas circularmente y por medio de esto, recorrer la fase de la salida. La tercera sección entonces reconvierte las ondas polarizadas circularmente provenientes de la segunda sección a ondas linealmente polarizadas. Sin embargo, antes de tratar de explicar la operación en detalle es necesario familiarizarse con las propiedades de dichas secciones, sin dar mucha importancia a los detalles sobre aspectos de construcción. A continuación se explican las principales propiedades de dichas secciones

### 2.2.1.1 Sección diferencial de $90^\circ$ ( $\Delta 90^\circ$ )

Tal como se mencionó anteriormente, la sección transversal de una guía de onda circular es la que generalmente se prefiere en la realización de este tipo de secciones diferenciales. Entonces suponemos que escogemos una longitud de guía de onda circular de dimensiones convenientes para transmitir la onda transversal eléctrica del modo dominante (modo  $TE_{11}$ ) para la frecuencia en que estamos interesados; y suponemos que la sección está equipada con los elementos necesarios para que funcione convenientemente (Ya sea como convertidor de polarización lineal a circular ó como sección giratoria). Con base en la figura 2.5 se supone que las ondas polarizadas paralelamente al eje  $A$  viajan más rápido que las polarizadas al eje  $B$  que es perpendicular al eje  $A$ . Esto es indicado esquemáticamente al mostrar los vectores eléctricos diametrales  $a$  y  $b$  correspondientes a los máximos de voltaje adyacentes[1] para dos ondas polarizadas paralelas a los ejes  $A$  y  $B$  respectivamente y entrando a la sección desde la parte izquierda del dibujo en el mismo instante.

Esos vectores son marcas o etiquetas convenientes que deben mantenerse en puntos significativos, para seguirlas a través de las diferentes secciones del desplazador de fase con lo que podremos observar los efectos finales sobre las ondas. A la derecha o salida de la sección son mostrados emergiendo dos vectores desplazados uno del otro, con  $a'$  habiendo viajado una distancia eléctrica más grande que  $b'$  en virtud de que su velocidad de fase es más grande. Por comodidad la sección de guía de onda circular se muestra sola en el espacio pero se debe de entender que las ondas son conducidas dentro y fuera de esta por medios contiguos con la misma sección transversal (como en el caso de la transición de guía de onda rectangular a circular). Si ahora, las propiedades de la sección son ajustadas de manera que  $a'$  preceda a  $b'$  por una cuarto de longitud de onda, el corrimiento de fase diferencial será de  $90^\circ$  y la sección generalmente se denota por el símbolo  $\Delta 90^\circ$ . Esta fase diferencial corresponde a la diferencia entre los dos retrasos de fase absolutos [1].

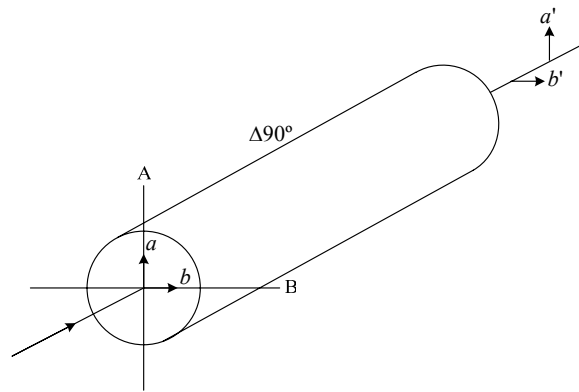


Figura 2.5 Conversión de polarización lineal a polarización circular

Al examinar ahora, las propiedades de la onda emergente vista en alguna sección transversal fija del lado derecho de la figura 2.5. Primero la onda aparecerá teniendo un vector eléctrico instantáneo  $a'$  que señala hacia arriba. Noventa grados después en el tiempo, el patrón del campo se habrá movido hacia adelante un cuarto de longitud de onda (ya que  $\beta l = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda/4$ ) =  $\pi/2$ ), y el vector eléctrico  $b'$  aparecería en la sección transversal fija señalando a la derecha. Ciento ochenta grados después se observaría un vector apuntando hacia abajo, y doscientos setenta grados después el vector apuntará hacia la izquierda. Así podemos decir que estas dos componentes vectoriales emergentes, forman una onda circularmente polarizada que gira conforme a las manecillas del reloj viéndola en la dirección de propagación. Similarmente, las dos ondas ó componentes en fase entrando del lado izquierdo ( $a$  y  $b$ ) cuando se suman vectorialmente forman una onda linealmente polarizada en un ángulo de  $45^\circ$  con respecto a los ejes  $A$  y  $B$ . De esta manera, se puede concluir que una sección  $\Delta 90^\circ$  tiene la propiedad de convertir una onda linealmente polarizada en una onda circularmente polarizada, siempre y cuando la polarización de la onda de entrada esté orientada a  $45^\circ$  con respecto a los ejes principales  $A$  y  $B$ .

Es claro, que hay dos posibilidades de orientación para la onda de polarización lineal a la entrada orientada a  $45$  grados con respecto a los ejes principales. Por ejemplo, si la onda o componente del eje  $B$  hubiera sido puesta en fase de tal manera que en la figura 2.5 el vector  $b'$  señalara hacia la izquierda la polarización de entrada habría estado otra vez a  $45^\circ$  de los ejes principales pero esta vez estaría perpendicular a la orientación de la consideración original. En este caso la onda que emerge polarizada circularmente girará en contra de las manecillas del reloj (será de polarización circular derecha) en lugar de girar en sentido de estas. Por consiguiente, se puede generalizar diciendo que si la entrada de polarización lineal esta en un ángulo de  $45^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj con respecto al eje  $A$  (el eje de más alta velocidad), la onda será de polarización circular izquierda. Inversamente, si la polarización de entrada está  $45^\circ$  en sentido contrario a las manecillas el reloj del eje  $A$ , la onda será de polarización circular derecha.

Ahora, se analizará qué sucede si una onda circularmente polarizada es enviada dentro de una sección  $\Delta 90^\circ$ . La figura 2.6 muestra la misma sección usada en la figura 2.5. Sin embargo, ahora se esta enviando una onda circularmente polarizada desde la izquierda. Los primeros dos máximos de voltaje son indicados por los vectores en la parte frontal de la sección como  $b$  y  $a$ . De nuevo, consideramos que la componente  $a$  viaja más rápido que la componente  $b$  y que finalmente se alcanzan al final de la sección de un cuarto de onda. Entonces  $a'$  y  $b'$  se suman vectorialmente formando ahora una onda linealmente polarizada en un ángulo de  $45^\circ$  en contra de las manecillas del reloj del eje  $A$ . Similarmente, si una onda girando en contra de las manecillas del reloj es



enviada dentro de la sección, la onda emergente estará linealmente polarizada en un ángulo de  $45^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj a partir del eje A.

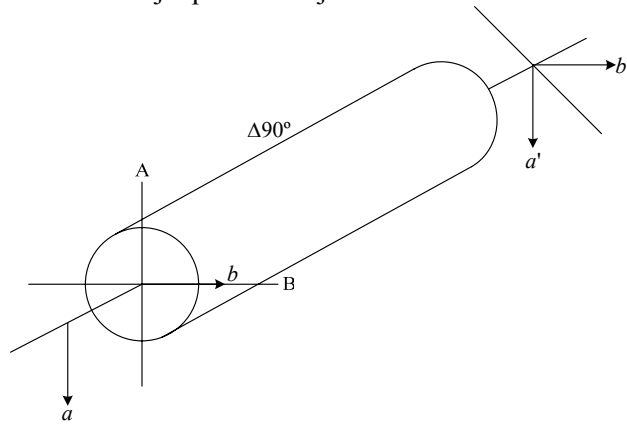


Figura 2.6 Conversión de polarización circular a lineal

Finalmente, debemos tomar en cuenta un hecho extremadamente importante. La fase instantánea de la onda emergente linealmente polarizada va depender de dos factores. Primero, dependerá del tiempo de transmisión a través de la sección diferencial de corrimiento de fase y segundo, dependerá de la fase instantánea de la onda de entrada [1]. Pero la fase instantánea de la onda de entrada circularmente polarizada depende de su orientación o polarización instantánea en el plano de entrada. De esta manera, el desfase en tiempo de la salida depende de la orientación espacial de la entrada. Por consiguiente si podemos concebir algunos medios para controlar la orientación instantánea de la onda de entrada, tendremos los medios para ajustar el desfase en tiempo de la salida. Una sección  $\Delta 180^\circ$  nos permite este control.

### 2.2.1.2 Sección diferencial de $180^\circ$

Ahora se asume que es posible construir una sección de guía de onda circular que producirá un corrimiento de fase diferencial de  $180^\circ$ . La figura 2.7 muestra tal sección. Las ondas linealmente polarizadas representadas por el vector  $E$  están siendo introducidas desde la parte frontal de la sección y estas están polarizadas en un ángulo  $\theta$  en sentido de las manecillas del reloj con respecto al eje A. El vector  $E$  puede ser descompuesto en las componentes  $a$  y  $b$  a lo largo de los ejes A y B como es mostrado. De nuevo se asume que la componente del eje A viaja a mayor velocidad que la componente del eje B con el resultado de que a la salida al otro lado de la sección, la componente  $b'$  queda rezagada en tiempo con respecto de  $a'$  por 180 grados o una longitud de media longitud de onda. Por lo tanto, en un plano fijo en la posición de  $a'$  la componente del eje B estará señalando en la dirección opuesta de  $b'$ , tal como se indica por  $b''$ . Ahora, cuando  $a'$  y  $b''$  son sumadas vectorialmente, la resultante será una onda linealmente polarizada representada por  $E'$  que está polarizada en un ángulo  $\theta$  contrario a las manecillas del reloj a partir del eje A. Podemos concluir entonces que el efecto de una sección  $\Delta 180^\circ$  sobre las ondas linealmente polarizadas es causar una rotación del ángulo de polarización en la dirección del eje A de  $2\theta$ , o dos veces el ángulo entre el eje A y la polarización de entrada. El eje B pudo igualmente haber sido escogido como eje de referencia y el mismo resultado se hubiera obtenido.

Por otra parte, si la polarización de la entrada permanece fija el giro de la sección  $\Delta 180^\circ$  en un ángulo  $\theta$  causará una rotación del plano de la polarización de salida de dos veces  $\theta$  también. Media

vuelta de la sección causará que el vector de salida gire a través de una circunferencia completa y regrese a su posición original.

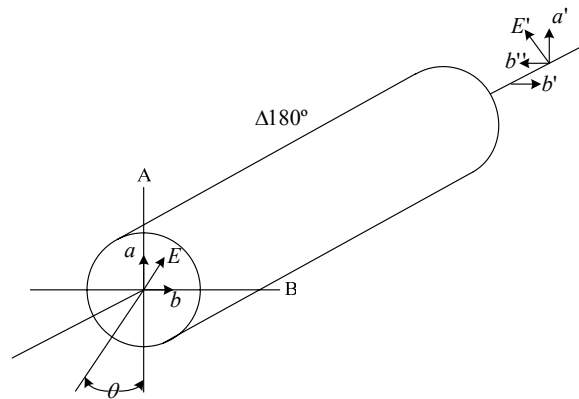


Figura 2.7 Rotación de polarización por medio de una sección de 180°

Si en lugar de una entrada linealmente polarizada, quisiéramos aplicar una onda circularmente polarizada podríamos deducir los resultados exactamente de la misma forma como lo hicimos anteriormente. Ya que podemos pensar en la onda circularmente polarizada como un vector linealmente polarizado el cual, sin embargo está girando en dirección de las manecillas del reloj por ejemplo. Luego debido a que el ángulo entre este vector de entrada y el eje *A* está constantemente incrementándose en la dirección de las manecillas del reloj, simplemente podemos usar las conclusiones del párrafo anterior para mostrar que el ángulo del vector de salida está constantemente incrementándose en la dirección contraria a las manecillas del reloj. Esto es, por lo tanto, una propiedad interesante de la sección  $\Delta 180^\circ$  que convierte las ondas de polarización circular izquierda (A favor de las manecillas del reloj) en ondas de polarización circular derecha (En contra de las manecillas del reloj). El punto significativo es sin embargo, que aún para ondas polarizadas circularmente, si examinamos el patrón del campo que existe en un instante de tiempo en particular, el ángulo instantáneo del vector de salida instantáneo dependerá del ángulo instantáneo del vector de entrada *con respecto a los ejes principales de la sección*. Por lo tanto, al rotar la sección, la polarización de salida instantánea puede ser rotada. Esta es justo la propiedad que se necesita para completar el desplazador de fase y por lo tanto la sección más importante.

## 2.2.2 Operación y características del desplazador de fase ajustable

La figura 2.8 muestra las partes esenciales de un desplazador de fase completo basado en guías de onda circular. Es una práctica usual en microondas trabajar con ondas linealmente polarizadas. Por consiguiente, algunas transiciones compatibles, tales como una sección lisa deben de ser empleadas para pasar de una guía de onda rectangular a circular. Las ondas están fijas polarizadas linealmente y de cualquier manera están denotadas por el vector *E* en la parte izquierda del dibujo. El primer trabajo del dispositivo es convertir esas ondas linealmente polarizadas en ondas circularmente polarizadas, y por consiguiente estas pasan a través de una sección  $\Delta 90^\circ$  en la cual su eje principal está orientado en  $45^\circ$  a la polarización de entrada como se muestra en la figura 2.8. De esta forma, las ondas salientes de esta sección están ahora circularmente polarizadas y giran en dirección de las manecillas del reloj (de polarización circular izquierda). Después estas pasan a través de una sección  $\Delta 180^\circ$  que como sabemos puede ser diseñado de tal manera que sea libre de girar. Las ondas girando en sentido contrario a las manecillas del reloj (polarización circular

derecha) que resultan finalmente encuentran una segunda sección  $\Delta 90^\circ$  (III) la cual cumple con la tarea de convertirlas de nuevo en ondas linealmente polarizadas las cuales serán manejadas como se requiera. La polarización de salida puede ser orientada en algún ángulo requerido simplemente al situar la sección  $\Delta 90^\circ$  en un ángulo apropiado. Si la polarización de salida es deseada en el mismo plano que el de la entrada, entonces los ejes de la segunda sección  $\Delta 90^\circ$  serán paralelos con los correspondientes ejes de la primera, tal como muestra la figura 2.8.

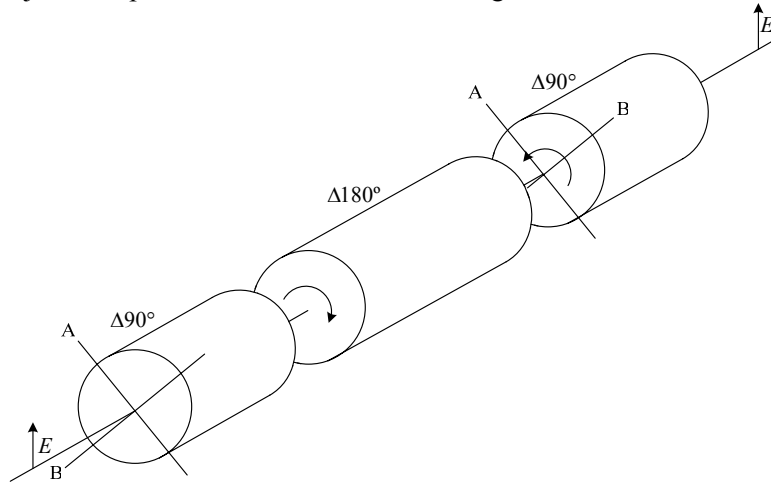


Figura 2.8 Desplazador de fase ajustable

Como se había señalado anteriormente, el defasaje en tiempo instantáneo de las ondas de salida dependerán de la orientación instantánea de la onda circularmente polarizada en la entrada de la sección III. Y esta orientación instantánea está bajo control por medio de la sección II. Como consecuencia, la rotación de la sección  $\Delta 180^\circ$  causará un cambio en el defasaje en el tiempo de las ondas de salida. Siendo que media vuelta de la sección II produce una rotación de  $360^\circ$  de su vector de salida, es decir media vuelta o revolución de esta sección causa un cambio de  $360^\circ$  de defasaje en el tiempo.

El sentido en el que el defasaje en el tiempo es cambiado puede ser determinado como sigue. La entrada a la sección III es un vector girando en contra de las manecillas del reloj. En este instante, dicho vector tiene una posición en particular. Un instante después, el vector estará situado en una nueva posición en contra de las manecillas del reloj con respecto a la posición original. Por ello, si al rotar la sección II causamos que el vector actual (a la entrada de III) asuma una nueva posición en la cual normalmente hubiera sido situada tiempo después, se habrá adelantado en el tiempo la fase de la onda. Inversamente, al rotar la sección II en sentido de las manecillas del reloj retardaríamos la fase de la onda emergente. En general, entonces girando la sección  $\Delta 180^\circ$  en la misma dirección de rotación de la onda que entra a la sección III causará un adelanto en fase. Todas estas conclusiones son verificadas matemáticamente a continuación.

El siguiente análisis permite demostrar el cambio en la fase producido por la rotación de una sección  $\Delta 180^\circ$  dentro de la estructura del desplazador de fase giratorio. La figura 2.9 muestra la articulación completa del dispositivo con distintos conjuntos de ejes principales apropiadamente etiquetados. Considerando una variación armónica de los campos, la onda incidente al dispositivo es de la forma

$$E_{input} = E_0 \sin \omega t \quad (2-16)$$

Donde  $E_0$  es la magnitud del campo eléctrico de la onda incidente, que polarizada a 45 grados de los ejes principales de la primera sección, al resolverla en sus dos componentes se obtiene

$$E_{0A1} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \sin \omega t$$

$$E_{0B1} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \sin \omega t$$
(2-17)

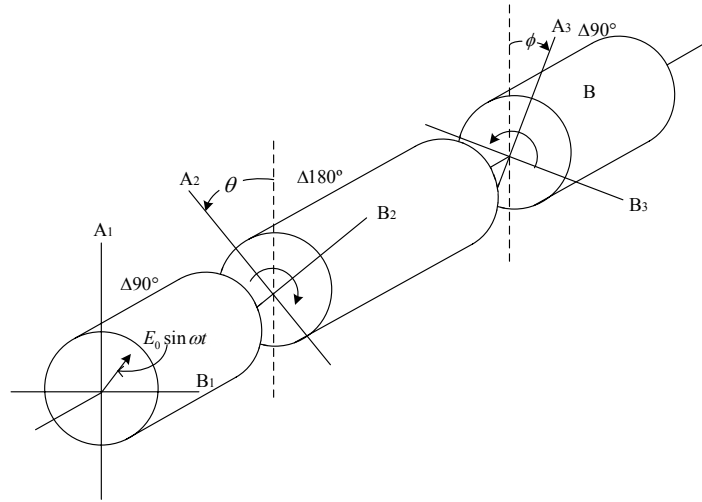


Figura 2.9 Desplazador de fase ajustable con ejes de referencia

Después de pasar a través de la primera sección, las componentes a la salida serán

$$E'_{0A1} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \sin\left(\omega t - \beta_1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$E'_{0B1} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \sin(\omega t - \beta_1)$$
(2-18)

Donde  $\beta_1$  es el retraso de fase absoluto (la constante de fase  $\beta$  por la longitud de la sección 1,  $\beta_1 = \beta l_1$ ) a través de la sección uno para ondas polarizadas en el eje B, mientras las ondas polarizadas en A han recibido un adelanto relativo de  $\pi/2$  sobre las ondas polarizadas en B. De la siguiente manera

$$E'_{0A1} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \beta_1)$$

$$E'_{0B1} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - \beta_1)$$
(2-19)

Esto representa a una onda circularmente polarizada girando en sentido de las manecillas del reloj (de polarización circular izquierda) que pueden ser resueltas y proyectadas a lo largo de los ejes  $A_2$  y  $B_2$  haciendo uso de algunas identidades trigonométricas, de la siguiente forma

$$E_{A2} = E'_{A1} \cos \theta - E'_{B1} \sin \theta = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \beta_1 + \theta)$$
(2-20)

$$E_{A_2}' = E_{A_1}' \sin \theta - E_{B_1}' \cos \theta = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - \beta_1 + \theta) \quad (2-21)$$

Puede notarse que el ángulo espacial  $\theta$  se ha introducido como parte del ángulo de fase. Después de pasar a través de la sección  $\Delta 180^\circ$ , las componentes emergentes serán

$$E_{A_2}' = \frac{-E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \beta_1 - \beta_2 + \theta + \pi) = -\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \beta_1 - \beta_2 + \theta) \quad (2-22)$$

$$E_{B_2}' = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - \beta_1 - \beta_2 + \theta) \quad (2-23)$$

Esta es todavía una onda circularmente polarizada, pero debido al signo contrario de la componente en  $A$ , esta gira ahora en contra de las manecillas del reloj (De polarización circular derecha). De nuevo la onda será resuelta en sus componentes a lo largo de los ejes  $A_3$  y  $B_3$  de acuerdo a lo observado en la figura 2.9.

$$E_{A_3}' = E_{A_2}' \cos(\theta + \phi) + E_{B_2}' \sin(\theta + \phi) = -\frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \beta_1 - \beta_2 + 2\theta + \phi) \quad (2-24)$$

$$E_{B_3}' = -E_{A_2}' \sin(\theta + \phi) + E_{B_2}' \cos(\theta + \phi) = +\frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - \beta_1 - \beta_2 + 2\theta + \phi) \quad (2-25)$$

Finalmente, después de pasar a través de la tercera sección las componentes finales son

$$E_{A_3}' = \frac{-E_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\omega t - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 + 2\theta + \phi + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 + 2\theta + \phi) \quad (2-26)$$

$$E_{B_3}' = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 + 2\theta + \phi) \quad (2-27)$$

Esto equivale a hacer una simple onda de la misma magnitud como la original y orientada en 45 grados a los ejes  $A_3$  y  $B_3$  tal como se muestra. El corrimiento de fase total experimentado por la onda que pasa a través de todo el dispositivo completo es la suma de los retrasos individuales además de los ángulos espaciales  $2\theta + \phi$ . Así al ajustar cualquiera o ambos de estos ángulos espaciales la fase de la onda de salida puede ser arbitrariamente alterada. Con esto, es claro que un giro o rotación de la sección  $\Delta 180^\circ$  en  $\theta$  grados produce un cambio de  $2\theta$  en el ángulo de fase eléctrico.

Por lo tanto al ensamblar o montar de alguna manera el esquema de la figura 2.8 se constituye lo que es un desplazador variable de fase completo. Dado que hemos asumido que las secciones individuales no causan una atenuación apreciable, substancialmente el 100 por ciento de la potencia incidente será transmitida con fase alterada. No hay límite en el rango de control de la fase, y la rotación continua de la sección  $\Delta 180^\circ$  causará una adelanto o retraso continuo de fase. Esto también quiere decir que la rotación continua de la sección  $\Delta 180^\circ$  a una velocidad constante causará

un incremento o decremento fijo en la frecuencia de las ondas transmitidas [1]. Además, las ondas que pasan a través de la estructura sufrirán el mismo corrimiento de fase sin importar cual sea la dirección de transmisión, y la rotación o giro de la sección  $\Delta 180^\circ$  producirá el mismo cambio de fase en cantidad y en sentido para cualquier dirección. Así, el montaje de este desplazador de fase es el equivalente de una pieza elástica de línea de transmisión que es capaz de ser estirada o comprimida arbitrariamente para cualquier longitud deseada.

Ahora es posible mencionar algunas características y propiedades de los desplazadores de fase giratorios. Para el caso de antenas en arreglo de fase, usando desplazadores de fase basados en el principio de Fox y en guía de onda circular, no es necesaria la amplificación que se presenta en algunos esquemas de alimentación debido a que estos no presentan grandes pérdidas de potencia. Además de esto, permite asignar fácilmente el defasaje a cada elemento del arreglo con solo girar en menor o mayor medida los desplazadores de fase. Como consecuencia también de las bajas pérdidas pueden crearse configuraciones más sencillas de alimentación del arreglo. Con respecto a la alimentación en serie, existe un corolario que dice que si queremos producir un cambio más rápido en fase para la misma velocidad de giro de una sección  $\Delta 180^\circ$ , podemos hacerlo de una manera tan simple como poner en cascada un cierto número de desplazadores de fase completos y enganchando sus rotores juntos [1].

Otro punto importante a tomar en cuenta es que estos desplazadores de fase son dependientes con la frecuencia de acuerdo a la dependencia que tengan también las secciones diferenciales. En general estas trabajan perfectamente solo en una frecuencia. La desviación de la frecuencia media del ancho de banda causará alguna reflexión de potencia y por ello la falla de las secciones individuales de mantener el corrimiento de fase diferencial requerido. Entonces, para el desplazador de fase como un todo, esos efectos resultarán en algunos errores como los son pequeñas pérdidas en la linealidad de corrimientos de fase en relación a la posición del rotor, variaciones pequeñas de la impedancia de entrada conforme el rotor es girado y el desarrollo de una pequeña componente del campo ortogonal a la polarización de salida [1]. Este último error es el más inquietante de los tres mencionados dado que la salida generalmente es entregada a una guía de onda rectangular la cual no tiene ninguna posibilidad de transmitir ninguna polarización cruzada (*cross-polarization*), este espurio de componente transversal será reflejado hacia el desplazador de fase y subsecuentemente será de nuevo reflejado por la entrada final por la misma razón. El resultado es que se presentan anomalías en la potencia transmitida y en los cambios de fase.

Estos efectos pueden ser eliminados casi en su totalidad de manera simple al insertar convenientemente un filtro de polarización entre los extremos del desplazador de fase y la transición a la guía de onda rectangular [1]. Estos deben estar diseñados de tal manera que absorban la mayoría de los espurios de componentes transversales sin afectar las ondas de la polarización deseada. Por estos medios el desplazador de fase puede ser implementado razonablemente sin depender de una frecuencia exacta de operación.

Así, se observa que un desplazador de fase de este tipo tiene las siguientes ventajas: primeramente, la propiedad de que es capaz de transmitir substancialmente el cien por ciento de la potencia incidente, además de hacerlo en altos niveles; obtener un desplazamiento de fase controlado de manera simple mediante el giro de una de sus secciones; además de poseer bajos niveles de pérdidas debido a su naturaleza mecánica. Esto permite situar a este dispositivo como el principal modelo a seguir en el diseño de desplazadores de fase basados en guía de onda circular para arreglos pasivos.

## 2.3 Análisis de las secciones diferenciales

En la sección anterior se mencionó, que teóricamente es posible implementar un desplazador de fase variable basado en la geometría de una guía de onda circular. Como parte esencial del análisis, están las configuraciones internas a cada una de las secciones de guía de onda circular que permiten una distancia eléctrica diferencial de  $\lambda/4$  y  $\lambda/2$  para dos componentes ortogonales que inciden a dichas secciones a fin de implementar las secciones diferenciales de  $90^\circ$  y  $180^\circ$  respectivamente. En la sección 1.2.1.2 se habló por primera vez del principio de operación de un desplazador de fase giratorio basado en el principio de Fox que emplea secciones diferenciales ó placas dieléctricas conocidas como de un *cuarto de onda* y de *media onda*. Así también, en la sección 1.2.1.3 se mostraron algunos desplazadores diferenciales con modelos de parámetros distribuidos y concentrados como alternativa a las placas dieléctricas. A continuación se presenta el análisis empelado por la teoría de circuitos de microondas para caracterizar dichas secciones diferenciales.

### 2.3.1 La placa de un cuarto de onda.

Muchos sistemas y componentes de microondas son dependientes de la polarización circular ya sea izquierda o derecha. Un elemento de doble refracción que es conveniente en la implementación de placas de un cuarto de onda, consiste de una hoja de material dieléctrico en  $\pm 45^\circ$  con respecto a los ejes  $x$  y, de acuerdo al principio de cambio de fase de Fox. Así, el dispositivo es visualizado como un circuito de cuatro puertos con dos puertos de entrada y dos de salida como muestra la figura 2.10. Una posibilidad de matriz de dispersión que cumple con las propiedades de ausencia de pérdidas y reflexiones esta dada por [3]

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{31} & S_{41} \\ 0 & 0 & S_{41} & S_{31} \\ S_{31} & S_{41} & 0 & 0 \\ S_{41} & S_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

La naturaleza de los elementos de esta matriz puede ser deducida ya sea en términos de su descripción modal normal o en términos de uno de sus valores propios [3]. Los valores propios son un conjunto especial de escalares asociados con un sistema lineal de ecuaciones, estos valores son muy importantes en muchas aplicaciones de física e ingeniería como en el análisis de estabilidad, la física de cuerpos giratorios y sistemas vibratorios y oscilatorios.

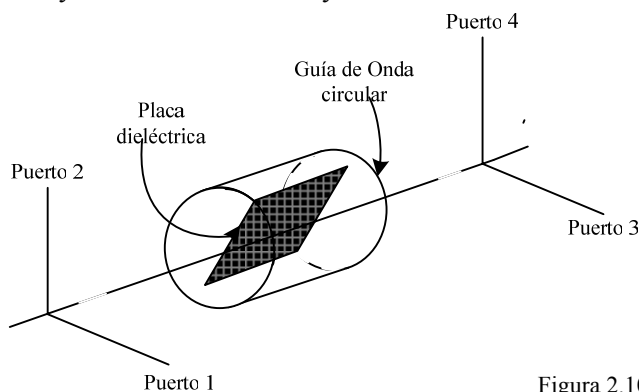


Figura 2.10 Placa de un cuarto de onda

Cualquier aproximación considerando una entrada en cualquier puerto produce una solución de onda estacionaria en términos de la misma combinación lineal de dos modos normales del sistema [3]. Un modo normal de este arreglo tiene una distribución de campo en cuadratura de espacio y fase [3], mientras el otro modo normal tiene una distribución del campo en cuadratura de espacio pero no de fase. La naturaleza de esos modos normales en el caso de una señal polarizada horizontalmente en el puerto 1 del dispositivo, es indicado en la figura 2.11. El campo en cuadratura de fase y espacio establece un simple campo con su polarización tangente al dieléctrico de tal manera que se propague con una constante de fase  $\beta_t$ . El campo sin cuadratura de fase establece un solo campo con su polarización perpendicular a la placa dieléctrica. Está por lo tanto se propaga a lo largo de la placa con otro valor de constante de propagación  $\beta_n$ . El valor propio aproximado, puede ser deducido al formar las redes de valores propios del dispositivo, al conocer las redes propias del circuito [3].

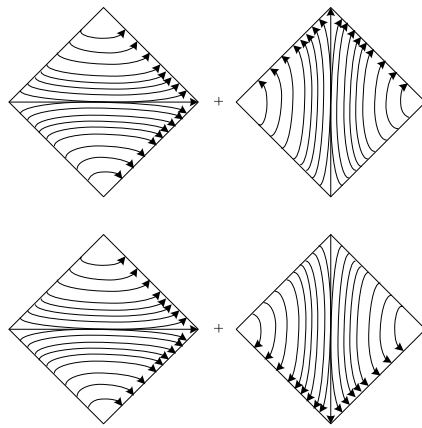


Figura 2.11 Definición de modos normales de una placa de un cuarto de onda

El conocimiento de un puerto de reflexión, la impedancia y admitancia de cada red propia es suficiente para formar las matrices correspondientes. Las redes propias pueden ser obtenidas al aplicar paredes eléctricas y magnéticas en todas las combinaciones para el circuito. Los lugares de las paredes eléctricas y magnéticas en el plano transversal pueden ser conocidos separadamente recurriendo a la figura 2.12.

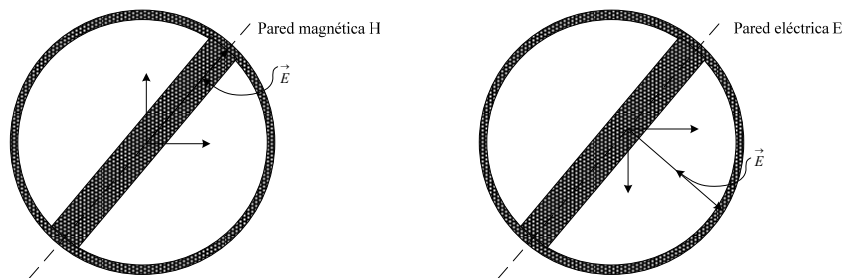


Figura 2.12 paredes eléctricas y magnéticas para la definición de las redes propias

La obtención de la matriz de dispersión del dispositivo empieza al construir combinaciones lineales simples de los dos modos normales. Las relaciones requeridas son

$$E_x(z) = Ae^{-j\beta_1 z} + Be^{-j\beta_n z} \quad (2-29)$$



$$E_y(z) = Ce^{-j\beta_i z} + De^{-j\beta_n z} \quad (2-30)$$

Las constantes arbitrarias  $A, B, C, D$  se obtienen al aplicar las condiciones de frontera, a partir de las cuales se obtiene finalmente los elementos de la matriz de dispersión

$$S_{31} = \frac{b_3}{a_1} = \cos\left[\left(\frac{\beta_t - \beta_n}{2}\right)l\right] \exp\left[-j\left(\frac{\beta_t + \beta_n}{2}\right)l\right] \quad (2-31)$$

$$S_{41} = \frac{b_4}{a_1} = -j \sin\left[\left(\frac{\beta_t - \beta_n}{2}\right)l\right] \exp\left[-j\left(\frac{\beta_t + \beta_n}{2}\right)l\right] \quad (2-32)$$

Si el procedimiento anterior se repite considerando la onda incidente en otro puerto distinto al uno fácilmente se llega a la matriz de dispersión descrita por la ecuación (2-28). Particularmente para una placa ideal de un cuarto de onda se especifica:

$$\left(\frac{\beta_t - \beta_n}{2}\right)l = \frac{\pi}{4} \quad (2-33)$$

Y el resultado requerido para el razonamiento mostrado en la figura 2.10 está descrito por [3]

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -j \\ 0 & 0 & -j & 1 \\ 1 & -j & 0 & 0 \\ -j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

Todos los vectores de voltaje de entrada al circuito con la matriz de dispersión satisfacen las condiciones de ausencia de pérdidas y reflexiones. Las propiedades de esta matriz pueden ser verificadas al aplicar un modo horizontalmente polarizado en el puerto 1 del dispositivo. La onda de salida esta dada entonces por:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -j \\ 0 & 0 & -j & 1 \\ 1 & -j & 0 & 0 \\ -j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

El vector de salida muestra una onda circularmente polarizada y girando en dirección contraria a las manecillas del reloj. La naturaleza de esta solución es deducida al introducir la variación en el tiempo  $e^{j\omega t}$  y evaluar su parte real en  $\omega t = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$  y  $2\pi$ . Es posible tener otras relaciones entre los puertos de acuerdo al sentido de polarización de la onda incidente. Por otro lado, si la placa es girada 90 grados, entonces la matriz de dispersión se expresa como:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 1 & j & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-36)$$

Al igual que en caso anterior, las diferentes relaciones se obtienen al evaluar distintos casos para la onda de entrada.

### 2.3.2 La placa de un medio de onda.

La placa de media onda mostrada en la figura 2.13 es parecida físicamente a la placa de un cuarto de onda, la diferencia consiste como sabemos en que introduce un retraso de fase de  $180^\circ$  en lugar de  $90^\circ$ . Dicha placa producirá un cambio continuo en fase en una onda circularmente polarizada si se gira alrededor de su eje, retrasándola o adelantándola dependiendo del sentido de rotación de la onda incidente; este por lo tanto puede ser combinado con dos placas de un cuarto de onda para formar un desplazador de fase variable tal como se describió anteriormente.

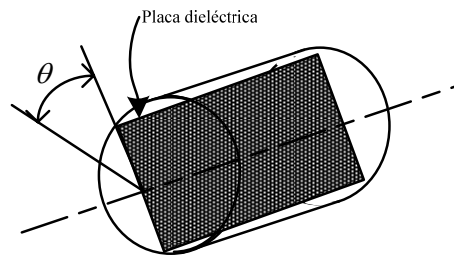


Figura 2.13 Placa de un medio de onda

La operación de una placa de media onda puede ser entendida al considerar primero la propagación de una onda polarizada linealmente. La figura 2.14a representa a una onda linealmente polarizada en el plano de entrada de una placa dieléctrica haciendo un ángulo  $\theta$  con respecto a la perpendicular a la cara plana. La fig 2.14b ilustra la misma onda en el plano de salida. Examinando las dos ilustraciones indicadas, el resultado es ya conocido y tiene que ver con que la onda de salida ha sido rotada por un ángulo de  $2\theta$ . Este resultado nos hace pensar que si dos placas de un cuarto de onda están en cascada con la de un medio de onda, una onda verticalmente polarizada en la entrada es convertida a una onda horizontalmente polarizada a la salida de la segunda.

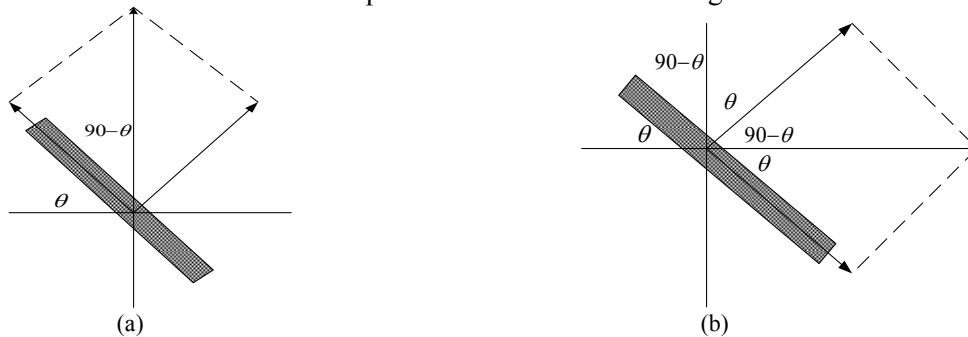


Figura 2.14 Placa de media onda con  $\theta=\pi/4$ : (a) Onda de entrada y (b) Onda de salida

En el caso de una onda circularmente polarizada, una componente linealmente polarizada hace un ángulo de  $\theta$  con respecto a la placa dieléctrica que de la misma forma es rotada por un ángulo de  $2\theta$ , mientras la segunda es desplazada por un ángulo de  $\theta + \pi/2$  de la placa y es por lo tanto rotada por un ángulo  $2(\theta + \pi/2)$ . La rotación total de la onda circularmente polarizada es por lo tanto recorrida en fase por el mismo ángulo pero su lado es invertido.

Si la orientación de la placa es diferente de  $45^\circ$ , entonces las constantes arbitrarias de las ecuaciones (2-29) y (2-30) son obtenidas al considerar que una onda en el puerto uno ( $a_1$ ) es resuelta ahora en componentes perpendiculares diferentes y paralelas a la placa dieléctrica. En un proceso parecido al que se aplicó en la placa de un cuarto de onda se obtienen todas las constantes. Además se encuentra que los parámetros de dispersión están dados por [3]

$$\begin{aligned} S_{31} &= -\cos 2\theta \\ S_{41} &= -\sin 2\theta \end{aligned} \quad (2-37)$$

La fase diferencial suministrada entre los dos modos normales es

$$\left( \frac{\beta_t - \beta_n}{2} \right) l = \frac{\pi}{2} \quad (2-38)$$

Evaluando las otras entradas de la matriz de manera similar, los resultados quedan resumidos por la siguiente matriz de dispersión

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta \\ -\cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 & 0 \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

La operación de la placa de media onda puede ser entendida al formar la relación entrada-salida de la placa para cada caso de polarización. Tomando el caso de una onda de polarización circular derecha en sus puertos de entrada

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta \\ -\cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 & 0 \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -j/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-40)$$

Con lo que el vector de salida obtenido es

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{-e^{-j2\theta}}{\sqrt{2}} \\ \frac{-je^{-j2\theta}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2-41)$$

Las ondas circularmente polarizadas entrantes y salientes de la placa de media onda por lo tanto difieren por un ángulo de fase  $-2\theta$  que es determinado por la regulación de la posición del rotor. Además, el sentido de la rotación de la onda de entrada ha sido invertido al recorrer la placa de media onda. Si la polarización de la onda de entrada es invertida, entonces la diferencia de fase entre las ondas entrantes y salientes es de  $2\theta$  en lugar de  $-2\theta$ .

## 2.4 El desplazador de fase reflectivo

El empleo de polarización circular tiene ventajas tales como menores niveles de polarización cruzada, menor sensibilidad a interferencias y en general menores requerimientos de los dispositivos empleados. Esta última características se manifiesta de forma tal, que la estructura de un desplazador de fase reflectivo es más simple si consideramos la incidencia de una onda circularmente polarizada, ya que solo es necesario implementar una sección diferencial de  $180^\circ$  como se mostrará más adelante. Por otra parte, la descripción del análisis realizado en la sección anterior para la placa de un cuarto de onda y de media onda mediante el concepto de la matriz de dispersión puede ampliarse y de esta manera ser utilizado en la caracterización de un dispositivo que involucre varias secciones diferenciales, con lo que se obtendría el control de todas las variables presentes en la estructura. Sin embargo, este método no es factible aplicarlo en el análisis para caracterizar a una antena en arreglo de fase de tipo reflectivo, ya que la naturaleza del problema invita a realizar un análisis de onda completa.

### 2.4.1 Antena tipo espirafase

El concepto de antena espirafase se introdujo con el propósito de reducir los costos de producción [13]-[14]. En su forma más básica la antena espirafase es una espiral de brazos múltiples cuyo patrón de fase es conmutado por medio de diodos para tener el corrimiento de fase en la apertura deseada para explorar el haz de la antena. Además como reflector, la impedancia de la terminación de los brazos múltiples de la espiral también es conmutada por diodos de tal forma que parezca que la espiral gira sobre su eje.

Entonces, el principio de cambio de fase de Fox es idóneo para cumplir con el principio de espirafase ya que es posible que el elemento de una antena sea rotado de su posición original y se obtenga un corrimiento de fase controlado. Mientras que el movimiento mecánico puede simularse electrónicamente o por métodos mecánicos óptimos.

## 2.4.2 Principio de operación del desplazador de fase reflectivo

En la sección 1.4 se propuso el empleo de un desplazador cuya estructura física estaría basada en una guía de onda circular a fin de cumplir con las características requeridas de simplicidad y bajo costo. Se ha mencionado que la mayoría de los arreglos reflectivos tipo espirafase investigados hasta ahora están siendo desarrollados en tecnología planar [6]-[10] que aunque presentan un análisis complejo, ofrecen las ventajas propias de las antenas de bajo perfil [14]. Para el caso de la implementación de elementos de antena tipo espirafase basados en guía de onda circular, aún no han sido investigados a fondo. Dentro del estado del arte de los desplazadores de fase, en la literatura solo es posible encontrar un trabajo donde se emplea una sección de guía de onda circular con un diafragma de control de geometría de apertura anular para ondas circularmente polarizadas, con conmutación controlada por diodos PIN [11] en el cual se cumple acertadamente el principio de cambio de fase.

En este tipo de estructuras, el diafragma de control se vuelve la pieza fundamental del diseño dado que debe ser optimizado a fin de obtener el corrimiento de fase deseado entre dos componentes ortogonales que en este caso corresponde a las componentes de una onda circularmente polarizada. A continuación se describe de forma general la física del proceso de una onda electromagnética polarizada circularmente que incide en un desplazador de fase reflectivo basado en una guía de onda circular.

El desplazador de fase reflectivo debe trabajar bajo el principio de Fox de cambio de fase, por ello es fundamental que la sección de guía de onda circular esté terminada en corto por medio de una placa metálica, mientras que el diafragma de control se sitúa a la entrada de dicha sección tal como lo muestra la figura 2.16. De manera general, en el diafragma de control debe establecerse de alguna manera una condición distinta de reflexión entre las componentes perpendicular y paralela a una posición de referencia ubicada de manera radial por medio de una carga reactiva. Con esto se asegura la diferencia en las condiciones de reflexión para dos componentes ortogonales de una onda circularmente polarizada. Por lo tanto, las componentes ortogonales de la onda incidente son reflejadas del desplazador de fase con los diferentes coeficientes de reflexión  $\Gamma_{\parallel}$  y  $\Gamma_{\perp}$  cuyos vectores de campo eléctrico son paralelos a los ejes  $PP'$  y  $QQ'$ , respectivamente.

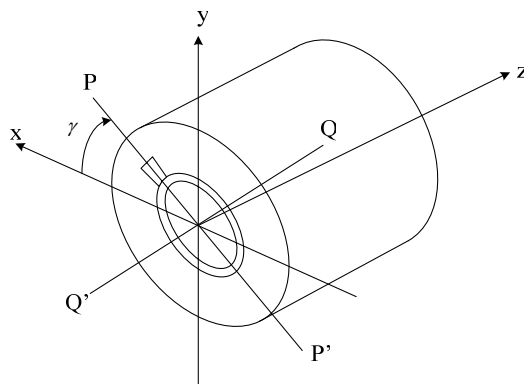


Figura 2.16 Forma general del desplazador de fase reflectivo

Con referencia a la figura 2.17 se asume que una onda circularmente polarizada a lo largo del eje  $z$  es incidente en el diafragma de control, usando ejes de coordenadas cartesianas, la onda incidente se expresa como [15]

$$\vec{E}_i = E_0 \left( \vec{e}_x + j \vec{e}_y \right) e^{j\beta z} \quad (2-42)$$

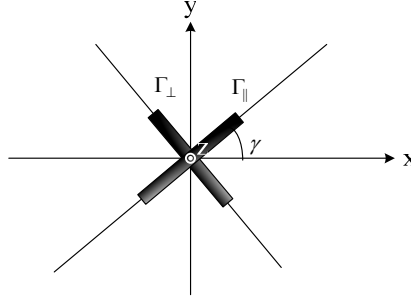


Figura 2.17 modelo que representa los coeficientes de reflexión a la salida del desplazador de fase reflectivo

Donde  $E_0$  es la amplitud de la onda incidente,  $\vec{e}_x$  y  $\vec{e}_y$  son los vectores unitarios en las direcciones  $\vec{x}$  y  $\vec{y}$  respectivamente, y  $j = \sqrt{-1}$ . Además  $\gamma$  es el ángulo que determina la posición angular de la carga reactiva del diafragma de control.

La onda reflejada por el diafragma de control puede ser expresada como la suma de dos ondas circularmente polarizadas [16].

$$\vec{E}_r = 0.5E_0 e^{2j\gamma} (\Gamma_{\parallel} - \Gamma_{\perp}) \left( \vec{e}_x - j\vec{e}_y \right) e^{-j\beta z} + 0.5E_0 (\Gamma_{\parallel} + \Gamma_{\perp}) \left( \vec{e}_x + j\vec{e}_y \right) e^{-j\beta z} \quad (2-43)$$

Donde  $\Gamma_{\parallel}$  representa el coeficiente de reflexión de la componente dispersada a lo largo del eje de la carga reactiva, representada por el eje  $PP'$  de la figura 2.16, mientras que  $\Gamma_{\perp}$  el coeficiente de reflexión de la componente normal al eje de dicha carga. La primera componente de la expresión (2-43) es una onda circularmente polarizada con la misma dirección de rotación del vector  $\vec{E}_i$  de la onda incidente. La fase de esta componente está determinada por el ángulo  $\gamma$  mediante el cual es posible controlarla. La segunda componente de la expresión (2-43) es la onda con dirección de rotación opuesta al vector  $\vec{E}_i$ ; la fase de esta componente no cambia al cambiar el ángulo  $\gamma$ . La primera componente se conoce como la onda controlada, mientras que la segunda componente como la onda no controlada. La amplitud de la onda controlada esta en su máximo cuando:

$$\Gamma_{\perp} = -\Gamma_{\parallel} = \Gamma_{opt} \quad (2-44)$$

Bajo la condición anterior, el dispositivo tiene un mínimo posible de pérdidas ya que la amplitud de la onda no controlada, representada por la segunda componente de (2-43), es igual a cero. Entonces, suponiendo que  $\Gamma_{\parallel} = -1$  y  $\Gamma_{\perp} = 1$  se obtiene a partir de (2-43) que desde la perspectiva de la onda reflejada:

$$\vec{E}_r = E_0 e^{j2\gamma} (\vec{e}_x + j\vec{e}_y) \quad (2-45)$$

Esta expresión indica que se ha agregado un corrimiento de fase de  $2\gamma$  en la onda reflejada con respecto a la onda incidente (2-42). De esta manera se muestra que es posible controlar la fase de la onda reflejada al cambiar el ángulo  $\gamma$  además de que la ecuación (2-44) expresa el principio de Fox de cambio de fase al existir una diferencia entre ambas componentes de  $180^\circ$  y bajo esta condición en una cierta frecuencia, se comporta como un desplazador de fase perfecto. De esta manera, mediante la rotación del diafragma de control es posible obtener un corrimiento de fase deseado en la onda reflejada.

### 2.4.3 El diafragma de control.

Actualmente se ha comprobado la eficiencia de los arreglos planares reflectivos en varias configuraciones [6]-[10], utilizando diferentes métodos para introducir el corrimiento de fase en cada elemento de antena, con un alto nivel de integración para operar como elementos radiadores que contienen a la vez un mecanismo de corrimiento de fase. En casi todos los casos se emplean arreglos periódicos bidimensionales, conocidos como superficies selectivas de frecuencia (SSF) en forma de aperturas anulares o anillos ranurados. Básicamente, la diferencia entre una configuración y otra corresponde en la forma de dar el corrimiento de fase en cada elemento a fin de obtener la exploración del haz principal. El corrimiento de fase se obtiene desde el empleo métodos electrónicos como el uso de diodos PIN [6]-[7], hasta cargas reactivas con micromotores [10]. Así también, es razonable suponer que es posible obtener características similares de operación en un desplazador de fase basado en una guía de onda circular que emplee aperturas anulares como diafragma de control.

Tal como se ha mencionado, la parte más importante en un desplazador de fase reflectivo basado en guía de onda circular es el diafragma de control. La razón por la cual el diafragma de control está basado en la geometría de aperturas anulares en los arreglos reflectivos surge de la teoría de superficies selectivas de frecuencia (SSF) ya que de acuerdo con esta, la forma geométrica de los elementos de antena determina algunos parámetros importantes de desempeño como el ancho de banda, niveles de polarización cruzada y manejo de polarización [17]. De esta manera, una de las SSF con mejores características es la que presenta elementos de aperturas anulares o de anillos ranurados. Además de que representa una forma simple de aplicar el principio de Fox de cambio de fase, soportar polarización circular. En la figura 2.21 se presenta de manera general la geometría de una apertura anular o anillo ranurado.

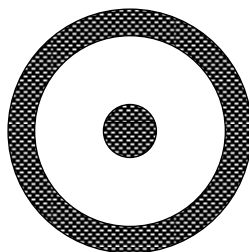


Figura 2.21 Estructura general de un anillo ranurado

Para esta geometría, existe una resonancia paralela de la estructura [5] cuando el diámetro promedio de la ranura de anillo resonador (*ring slot*) es aproximadamente igual a  $\lambda/\pi$ , donde  $\lambda$  es la

longitud de onda. De esta manera, cuando la frecuencia del campo de excitación es igual a la frecuencia de resonancia de la ranura de anillo resonador, el modo fundamental  $TE_{11}$  puede pasar a través del diafragma de control sin reflexión alguna. Lo anterior tiene una explicación físicamente posible, al construir un modelo simple considerando que la geometría de la ranura resonadora tiene un circuito equivalente como el mostrado en la figura 2.22. En esta estructura la energía magnética es almacenada principalmente debido a las corrientes eléctricas  $I_r$  e  $I_i$  que fluyen a través de las partes derecha e izquierda del anillo conductor exterior, respectivamente. La energía eléctrica es almacenada debido a la concentración de campo eléctrico en la ranura del anillo. Tal como se observa, el circuito equivalente corresponde a un circuito resonante paralelo con dos inductores del mismo valor  $L_i$  y  $L_d$ , y un capacitor  $C_1$  cuya frecuencia de resonancia está dada por:

$$\omega_{or} = \sqrt{2/L_r C_1} \quad (2-46)$$

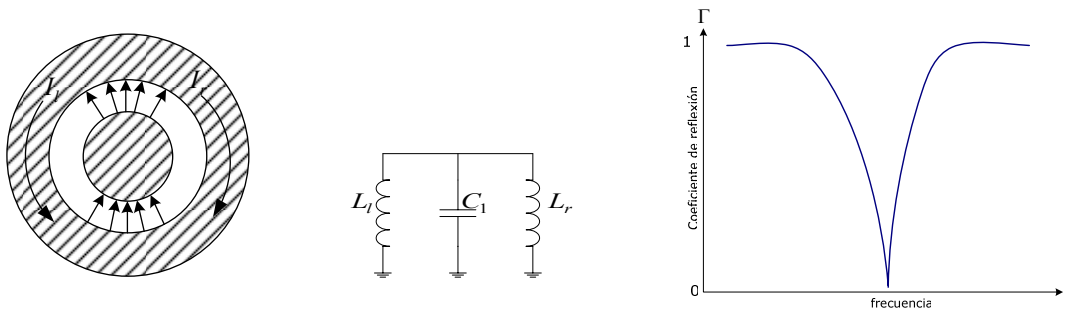


Figura 2.22 modelo eléctrico de un anillo resonante y su comportamiento resonante en la frecuencia

En la figura 2.22 se muestra también la respuesta pasobanda del circuito equivalente, donde se destaca nuevamente la frecuencia de resonancia, la cual puede ser predicha de manera aproximada al conocer el radio medio de la ranura del anillo además de que en este punto es posible afirmar que la posición de la placa metálica dentro de la guía de onda circular estará a una distancia aproximada de  $\lambda/4$  del diafragma de control ya que de esta manera se obtiene el funcionamiento de la estructura como sección diferencial de  $180^\circ$  [11]. Sin embargo, dado que radialmente al diafragma debe introducirse un cambio físico a fin de asegurar la diferencia de fase entre componentes ortogonales, el punto óptimo donde se cumple el principio de cambio de fase será diferente a  $\lambda/4$ . En la literatura es común encontrar que la modificación en el diafragma de control se lleva cabo al introducir stubs como parte de implementar estados distintos por medio de diodos p-i-n [5], en otros casos se emplean cargas reactivas que a la vez funcionan como elementos de sintonización del arreglo [10] demostrándose en cada uno de estos trabajos, que los elementos circulares tales como las aperturas anulares ofrecen excelentes características de operación.

## 2.5 Propuesta del desplazador de fase reflectivo

El objetivo principal de este trabajo es obtener las características óptimas de desplazamiento de fase para un elemento de antena de un arreglo reflectivo, atendiendo las condiciones de simplicidad, bajo costo y operabilidad en la banda Ka. Se ha determinado que la opción que mejor se ajusta a estos requerimientos esta basada en un dispositivo básico como la guía de onda circular en combinación con aperturas anulares empujando elementos modernos para la conmutación tales como diodos p-i-n o micromotores que en conjunto aseguran operabilidad del dispositivo como desplazador de fase. De esta manera, en una decisión conjunta entre mi asesor y yo, se propuso la



estructura mostrada en la figura 2.19 que de manera general puede definirse como un desplazador de fase reflectivo electromecánico basado en una guía de onda circular y un diafragma de control en forma de apertura anular con cortos metálicos. Cabe resaltar nuevamente, que es la primera vez que se analiza una estructura de este tipo siendo un análisis cercano el de una estructura con conmutación electrónica por medio de diodos p-i-n[11] en el que se demuestra que es posible obtener desplazadores de fase con muy bajas pérdidas de inserción en el rango de frecuencias de la banda Ka, lo que sin duda es la principal ventaja de este tipo de estructuras debido a que uno de los principales obstáculos de retraso en el diseño de antenas en arreglo de fase en la banda Ka es la ausencia de desplazadores de fase de bajas pérdidas y de conmutación rápida. A continuación se describe cada uno de los elementos que conforman a la estructura propuesta.



Figura 2.18 Estructura propuesta para el desplazador de fase reflectivo

La estructura mostrada por la figura 2.19 podría considerarse como una modificación a la estructura existente [11] a la que se ha hecho referencia, sin embargo es necesario hacer notar que la principal diferencia consiste en que la estructura propuesta es más simple al emplear la conmutación mecánica en lugar de la conmutación electrónica por medio de diodos p-i-n. Esto genera como principal desventaja que la velocidad de conmutación disminuya de forma considerable por lo que se hacen necesarios el empleo de algoritmos de control no lineal para lograr una reducción significativa del tiempo de conmutación [10]. Por otra parte, como principal ventaja se obtiene una reducción considerable de las pérdidas de inserción al evitar las pérdidas generadas por el empleo de los diodos p-i-n y usar un diafragma de control que no contiene elementos generadores de potenciales pérdidas.

En el análisis de operación de la estructura mostrada en la figura 2.19 se considera que una onda plana de polarización circular que viaja en la dirección negativa de  $z$  según la expresión (2-42) y el sistema de coordenadas de la figura 2.17, es normalmente incidente sobre el diafragma de control, de tal manera que es posible separarla en dos componentes linealmente polarizadas y ortogonales, una de ellas se proyecta sobre la carga reactiva mientras la otra de en un eje perpendicular a dicha carga. Estableciéndose de esta manera, dos condiciones distintas para cada una de las componentes. En este trabajo se propone considerar a la carga reactiva de una manera simple por medio de dos

placas metálicas angostas colineales que de manera radial cortocircuitan o interconectan la parte exterior e interior del anillo ranurado. De esta forma, la componente cuyo plano de polarización es ortogonal a las cargas reactivas no puede excitar una corriente considerable sobre estas, de manera que el diafragma de control es equivalente a un elemento de superficie selectiva de frecuencia (SSF) del tipo anillo ranurado resonante, por lo que cuando el perímetro de la ranura del anillo es aproximadamente igual a una longitud de onda  $\lambda$ , una resonancia paralela ocurre y la SSF se vuelve transparente para esta componente de la onda incidente. Con la placa metálica colocada a una distancia de  $\lambda/4$  del diafragma, esta componente perpendicular a las cargas reactivas será reflejada por el desplazador de fase con un coeficiente de reflexión  $\Gamma_{\perp}$  cercano a 1 al establecerse una condición de carga de circuito abierto en el plano de entrada de la estructura, para la frecuencia de resonancia paralela.

Por otra parte, la componente cuyo plano de polarización es paralelo a las cargas reactivas, induce corriente eléctrica en estas y es reflejada con un coeficiente de reflexión  $\Gamma_{\parallel}$  cercano a -1 al establecerse una condición de corto circuito. Al cumplirse las dos condiciones anteriores para una onda electromagnética incidente circularmente polarizada, aparece un desplazamiento de fase diferencial igual a  $180^{\circ}$  entre las componentes ortogonales, obteniendo una onda reflejada con polarización circular que viaja en la dirección positiva de  $z$  y del mismo tipo que la onda incidente. Además, de acuerdo con el principio de cambio de fase de Fox, la fase de la onda reflejada es totalmente controlable por medio de la posición angular de los cortos. Sin embargo fuera de la frecuencia de resonancia, según la expresión (2-43) la onda reflejada puede ser representada por dos ondas circularmente polarizadas donde una de ellas gira en sentido contrario al de la onda incidente, y no es posible controlar su fase por medio de la posición angular de las cargas reactivas. Por ello el objetivo es tratar de suprimir la onda no “controlada” para tratar de evitar pérdidas, al mismo tiempo de que se trata de maximizar la magnitud de la onda “controlada”. De esta manera es necesario optimizar la estructura a fin de que se comporte como una sección diferencial de  $180^{\circ}$  alrededor de la frecuencia de diseño.

A fin de establecer distintas condiciones de desplazamiento de fase y con ello tener la posibilidad de obtener un desplazador de fase de  $m$  bits, es necesario llevar a cabo un movimiento del diafragma de control para que de esta manera la posición angular  $\gamma$  de las cargas reactivas pueda cambiarse y con ello obtener distintos desplazamientos de fase de  $2\gamma$  en la onda reflejada de polarización circular. Convencionalmente el movimiento del diafragma de control se realiza de manera electrónica por medio de diodos p-i-n, sin embargo tal como se ha señalado, en este trabajo se propone realizar el movimiento por medio de un micromotor. La figura 2.19 muestra una conexión directa entre el micromotor y el diafragma de control por medio de un cilindro dieléctrico, el cual se extiende a lo largo de la sección de la guía de onda circular, desde el diafragma hasta después de la placa metálica, esto con el fin de evitar una condición distinta para los modos que se propagan dentro de la guía de onda circular debido a la característica metálica o conductiva del extremo del micromotor. Tal como se ha resaltado anteriormente, una configuración de este tipo es más simple y genera menos pérdidas de inserción al no emplear diodos p-i-n. Estas ventajas se dan a cambio de una velocidad de conmutación menor la cual no podría ser crítica en algunas aplicaciones de los arreglos reflectivos tipo espirafase.

El diafragma de control es sin duda la parte más importante del desplazador de fase reflectivo al propiciar por una parte un desplazamiento de fase diferencial entre las componentes ortogonales a fin de obtener el comportamiento como sección de  $180^{\circ}$  y por otra al establecer un defasamiento

controlado en la onda reflejada al cambiar la posición radial de las cargas reactivas. La figura 2.20 muestra la geometría propuesta del diafragma de control.

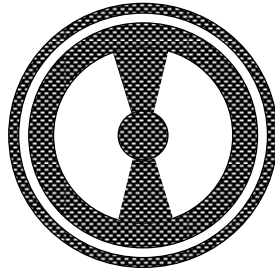


Figura 2.20 geometría del diafragma de control propuesto

La estructura en forma de anillo resonante, presenta dos cortes metálicos colineales con el objeto de establecer un desplazamiento de fase diferencial de  $180^\circ$ , entre las componentes paralela y perpendicular a estos de una onda circularmente polarizada. Al emplear la conmutación mecánica y mover el diafragma de control, la posición angular de los cortes cambia obteniendo un desplazamiento de fase deseado en la onda reflejada. En la figura 2.20 se observa además una apertura anular exterior al anillo que contiene los cortes metálicos, siendo esta una de las características propias del diafragma analizado en este trabajo ya que es la primera vez que se analiza una estructura anular con dos ranuras. La razón de ser de la ranura exterior se debe a que por la necesidad de giro del anillo cortocircuitado es indispensable un espacio entre este y la pared interior de la guía de onda circular, adicionalmente puede considerarse también el grosor de dicha pared. La consideración de la segunda ranura cambia el modelo eléctrico equivalente al considerar un nuevo arreglo que contiene una capacitancia y dos inductancias adicionales al modelo mostrado en la figura 2.18. Sin embargo dado que en la práctica la segunda ranura es muy estrecha, y por lo tanto los valores de capacitancia e inductancia adicionales muy altos, será válido tomar como modelo aproximado el equivalente con una sola ranura.

De acuerdo al principio de operación del desplazador de fase reflectivo descrito anteriormente, se observa que la naturaleza física del diafragma de control permite analizar separadamente a las componentes ortogonales que inciden sobre este. De esta manera, para la componente perpendicular a la carga reactiva conformada por los dos cortes metálicos, el modelo empleado para su análisis será un anillo con dos ranuras, tal como lo muestra la figura 2.21, ya que tal componente no logra excitar a la carga reactiva, además de que en la frecuencia de resonancia el diafragma de control es transparente y su análisis es importante para la determinación de la frecuencia de diseño y la aproximación de la posición de la placa metálica dentro de la guía de onda circular.

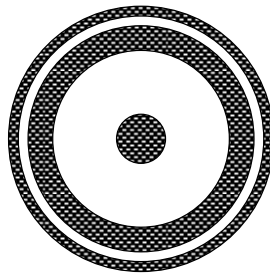


Figura 2.21 Anillo resonante con dos ranuras

Por otra parte, la componente paralela a la carga reactiva provocará que fluya corriente eléctrica a través de cada uno de los cortos metálicos, creando una nueva condición en el diafragma de control de la que es posible obtener el coeficiente de reflexión correspondiente ( $\Gamma_{||}$ ). Al igual que en el caso del análisis de la componente perpendicular, es posible obtener un modelo eléctrico equivalente considerando los cortos, esto al considerar que en altas frecuencias, los cortos en realidad deben de considerarse como inductancias, que se integrarían en una configuración en paralelo, lo que en teoría se traduciría en una frecuencia de resonancia mayor de la estructura. Además, según lo mostrado por la figura 2.20, los cortos toman la forma de sectores anulares, esto para facilitar el tratamiento analítico de la estructura en un sistema de coordenadas cilíndrico.

Ahora, el siguiente paso es realizar un análisis electromagnético que nos lleve a un modelo matemático general del desplazador de fase reflectivo, el cual tiene como objetivo caracterizar y optimizar al dispositivo, como desplazador de fase. Dado que se mostró que la estructura puede ser analizada de manera separada para la componente paralela y perpendicular a la carga reactiva, para el análisis electromagnético se propone analizar al diafragma de control dentro de una guía de onda circular donde el modo fundamental  $TE_{11}$  de este dispositivo incide sobre el diafragma de control. El modo fundamental de una guía de onda circular puede generarse en polarización horizontal o vertical, de esta forma cada uno de estos modos ortogonales serán utilizados para en análisis de la componente perpendicular y paralela a la carga reactiva. Así, se considera una estructura como la mostrada en la figura 2.22, donde la carga reactiva es paralela al eje vertical de la guía de onda por lo que un modo principal  $TE_{11}$  de polarización vertical será considerado en el análisis de la componente paralela, mientras que un modo de polarización horizontal lo será para la componente perpendicular. En el siguiente capítulo se realizará un análisis de onda completa basado esencialmente en una aplicación correcta de las condiciones de frontera del problema.

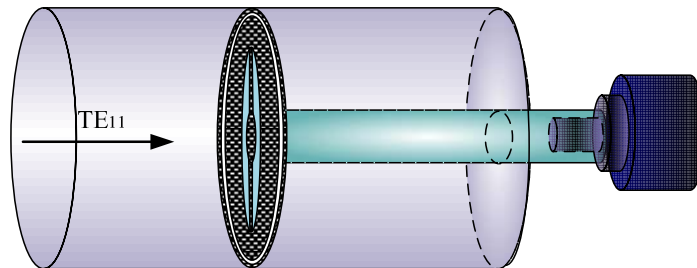


Figura 2.22 estructura considerada para el análisis electromagnético del desplazador de fase reflectivo.

Con respecto al empleo del desplazador de fase propuesto en antenas en arreglo de fase en configuración reflectiva, es importante mencionar que esta es en forma de arreglo planar, donde en general cada uno de los elementos de antena son idénticos y están ubicados en los nodos de una malla periódica, donde es necesario establecer una distribución de fase lineal progresiva entre los elementos adyacentes del arreglo para poder explorar el haz principal de radiación en el espacio circundante. En la figura 2.23 se muestra un arreglo reflectivo formado por desplazadores de fase basados en guía de onda circular. Adicionalmente, para el movimiento electromecánico requerido por medio de los micromotores, surge la necesidad de implementar una red de control para optimizar los movimientos de los diafragmas de control.

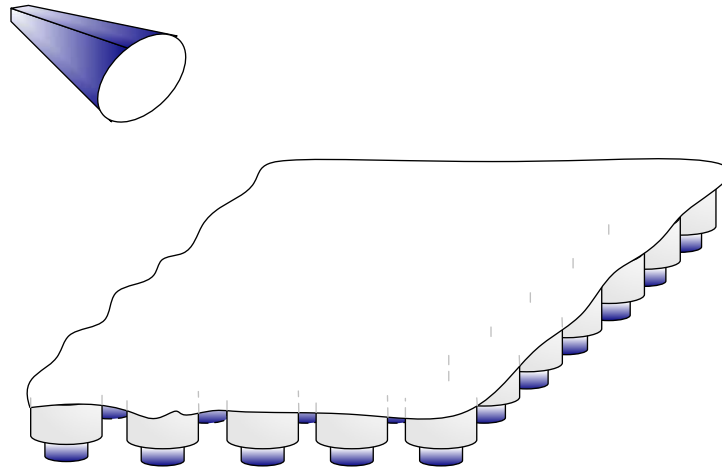


Figura 2.23 Arreglo reflectivo basado en movimiento por medio de micromotores.

Es importante señalar, que el análisis realizado en este trabajo se identifica por la caracterización y optimización de las dimensiones de un elemento basado en una guía de onda circular como desplazador de fase, los resultados serán referencia importante en un análisis de antenas en arreglo de fase basadas en elementos de este tipo. Para llevar a cabo un análisis completo del arreglo debe de tomarse en cuenta el acoplamiento con el espacio circundante, además de análisis tales como interacción mutua entre los elementos del arreglo y el efecto de estos en el patrón de radiación, ancho de banda, los cuales quedan fuera de los alcances de este trabajo.

Tal como se ha mencionado, el principio de operación de una arreglo reflectivo es similar al de un reflector parabólico convencional al ser alimentado espacialmente por medio de un alimentador de antena de corneta circular como lo muestra la figura 2.23, en caso de manejo de polarización circular. Sin embargo el arreglo reflectivo presenta ventajas tales como la exploración del haz, alta confiabilidad, bajo costo de manufactura y sobre todo que la dispersión de los elementos del arreglo permite formar un haz principal en una dirección deseada [18] De manera general, se considera la incidencia de una onda polarizada circularmente en el arreglo reflectivo que requiere de una distribución de fase lineal entre cada uno de sus elementos, para formar un frente de onda plano en la apertura de la antena que puede ser dirigido en una dirección determinada, para ello cada elemento debe tener un mecanismo de corrimiento de fase que en este caso está formado por un diafragma de control con movimiento mecánico por medio de micromotores.

## 2.6 Conclusiones del capítulo 2

El principio de cambio de fase de Fox a partir de la descripción las secciones básicas de un desplazador de fase mecánico giratorio y ajustable, es de vital importancia en la comprensión del principio básico de operación de los desplazadores de fase reflectivos.

En este capítulo se propuso una estructura como desplazador de fase reflectivo para ondas circularmente polarizadas, basada en una sección de una guía de onda circular terminada en corto mediante una placa metálica, y con un diafragma de control a la entrada de dicha sección en forma de apertura anular. La conmutación para obtener distintos estados de fase se propone de forma

electromecánica mediante el empleo de un micromotor que mueve directamente al diafragma de control. La estructura funciona como una sección diferencial de  $180^\circ$ , que permite obtener una inserción de fase controlable en la frecuencia óptima o de diseño. Así mismo, el diafragma de control aparece como la parte fundamental del dispositivo ya que establece las condiciones para las ondas incidente y reflejada además de que su geometría en forma de ranura anular responde satisfactoriamente a las características deseadas como elemento de antena en arreglos reflectivos. Inicialmente, este dispositivo cumple con los requerimientos de simplicidad, bajo costo y operación en la banda Ka.

## Referencias

- [1] A. Gardner Fox, "An Adjustable waveguide phase changer", *PIRE*, Vol.35, No.12, pp.1489-1498, December 1947.
- [2] David M. Pozar, *Microwave Engineering*, Addison Wesley 2003
- [3] Joseph Helszajn, *Microwave Engineering Passive, active and non reciprocal circuits*, DSc CEng FIEE, Heriot-Watt university, McGraw-Hill international editions, 1992
- [4] Constantine A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, Jhon Wiley 2000
- [5] Martynyuk; Martynyuk, N.A, Sergei N. Khotiaintsev and Valeri S. Vountesmeri, "Millimeter-Wave Amplitude-Phase Modulator", *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, Vol.45, No. 6, June 1997. pp 911-917
- [6] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, "Reflective passive phased array wit open polarization phase shifters", *IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology*, 2003, 14-17 Oct 2003, pp. 482-487.
- [7] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., "Multilayered antenna arrays based on loaded ring slot resonators", *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2002. *IEEE*, Volume 4, Issue, 2002 Page(s): 236 - 239 vol.4.
- [8] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., "Spiraphase- Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators", *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, Vol 52, No1, January 2004., pp. 142-153.
- [10] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Cuevas, J.R.; Sydoruk, Y.K.Martynyuk, "Wideband reflective array based on loaded metal rings", *Microwave Symposium Digest*, 2005 *IEEE MTT-S International*, 12-17 June 2005, pp.573 - 576 .
- [11] A.E. Martynyuk, and Y.K. Sidoruk, "Low-loss phase shifters for Ka band phased array", *IEEE proceed. Int. Conf on Phased Array Systems and Technology*, Dana Point CA. 21-25 May. 2000 pp. 53-56

- [12] Kamilo Feher and Hussein Mehdi, "Modulation/Microwave Integrated Digital Wireless Developments", *Invited paper IEEE Transactions on microwave theory and Techniques*, Vol 43, No 7, July 1995. pp 1715-1732.
- [13] C.S. Lee, S.W. Lee and S.L. Chiang, "Plot of modal Field Distribution in Rectangular and Circular Waveguides", *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, Vol. MTT-33, March 1985. pp 531-534
- [14] J.J. H. Wang and J.B. Caldwell, "Characteristics of the Spiraphase Antenna", *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, 1982, pp. 271-274.
- [14] H.R. Phelan, "Spiraphase- a New, Low Cost, Lightweight Phased Array", *Microwave Journal*, Vol. 19, No.12 pp. 41-44 December 1976.
- [15] B. Subbarao, V. Srinivasan, V.F. Fusco and R.Cahill, "Element suitability for circularly polarized phase agile reflectarray applications", *IEEE Proc. Microw. Antennas Propag.* Vol. 151, No 4, August 2004, pp. 287-292.
- [16] Johnson J. H. Wang, "Characteristic of a New Class of Diode-Switched Integrated Antenna Phase Shifter", *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, Vol. AP-31, No.1, January 1983, pp. 156-159.
- [17] A Roberts and R.C. McPhedran, "Bandpass grids with annular apertures", *IEEE Transactions on Antennas and propagation*. Vol. 36, No. 5, May 1988, pp.607-611
- [18] Robert J. Mailloux, "Phased Array Theory and Technology", *IEEE Proceedings of the IEEE*. Vol. 70, No. 3, March 1982, pp.246-289

# Capítulo 3

## Análisis electromagnético del desplazador de fase reflectivo

En este capítulo, se describe detalladamente el método empleado para el desarrollo de los modelos matemáticos que nos permiten determinar los parámetros y dimensiones óptimas del desplazador de fase reflectivo. Se inicia con un breve repaso de algunos conceptos matemáticos importantes para el análisis realizado. Así también, se explica la solución por el método de momentos de una ecuación integral ya que en el método de planteado para el análisis del diafragma de control la formulación en ecuaciones integrales es una herramienta que resulta en una buena aproximación numérica.

Primeramente, se obtienen las ecuaciones para el caso de acoplamiento en la guía de onda circular para la determinación de la frecuencia de diseño. En una segunda parte del análisis, se desarrollan los modelos matemáticos considerando la pared metálica detrás del diafragma de control. Con esto se obtienen los coeficientes de reflexión  $\Gamma_{\perp}$  y  $\Gamma_{\parallel}$  verificando el cumplimiento del principio de cambio de fase de Fox con lo que es posible predecir el campo electromagnético reflejado. Finalmente se presentan algunos resultados generados a partir de la programación de los modelos matemáticos obtenidos.

### 3.1 Conceptos matemáticos importantes para el análisis de onda completa del desplazador de fase reflectivo

Para la solución de problemas en electromagnetismo existen métodos analíticos conocidos como métodos de alta frecuencia tales como los de óptica geométrica, física óptica, y teoría de difracción [5]. Sin embargo estos métodos no siempre son capaces de entregar soluciones cerradas para alguna cantidades físicas requeridas, por lo que para obtenerlas se recurre a métodos numéricos que implican previamente alguna simplificación analítica. Dentro de los que destacan están, el método del elemento finito (FEM) y el método de momentos (MoM) como forma de llevar a cabo un análisis de onda completa de algún problema electromagnético.

El método del elemento finito formula el problema usando una ecuación diferencial, al discretizar el dominio de solución por medio de pequeños polígonos, con lo que se obtiene una ecuación matricial que puede ser resuelta mediante algún método iterativo. Sin embargo para problemas de dispersión y radiación es necesario aplicar técnicas de absorción en la frontera [5] para truncar el dominio de solución, lo que genera un error significativo.

Mientras que, el método de momentos formula el problema usando ecuaciones integrales que satisfacen las condiciones de frontera. Mediante el empleo de funciones base y prueba, el método de



momentos convierte una ecuación integral a un sistema de ecuaciones lineales que pueden ser resueltos mediante métodos directos o iterativos. Este método ha demostrado tener una gran precisión en la solución de distintos problemas electromagnéticos al aplicar apropiadamente las funciones base. La desventaja de este método es que genera un sistema denso de ecuaciones lineales lo que dificulta la solución de problemas de gran escala.

A continuación se presentan algunos conceptos matemáticos importantes necesarios para una comprensión adecuada tanto del método de momentos como de funciones especiales que se generan durante la formulación para el desplazador de fase reflectivo.

### 3.1.1 Conjunto ortogonal y ortonormal de funciones

Antes de dar la definición del conjunto ortogonal y ortonormal de funciones es necesario recordar dos conceptos importantes del álgebra lineal que son la operación producto interno y la norma de una función.

El producto interno se define como una función que asocia un escalar a cada pareja de funciones  $f(r)$  y  $g(r)$  continuas en una región  $D$ , donde  $r \in D$  denotado por  $\langle f | g \rangle$  y definido como:

$$\langle f | g \rangle = \int_D f(\vec{r}) g^*(\vec{r}) d\vec{r} \quad (3-1)$$

Donde  $g^*(\vec{r})$  es el conjugado complejo de  $g(\vec{r})$

Por otra parte, de forma similar a la definición de la norma de un vector la norma de una función  $\|f\|$  se define como:

$$\|f\| = \langle f | f \rangle^{\frac{1}{2}} \quad (3-2)$$

Es decir, de acuerdo a la definición (3-1)

$$\|f\| = \left[ \int_D f(\vec{r}) f^*(\vec{r}) d\vec{r} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-3)$$

Teniendo en cuenta los dos conceptos anteriores, es clara la definición de un conjunto ortogonal de funciones. Consideremos el conjunto de funciones  $A$  como  $A = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots\}$ , el cual es ortogonal si:

$$\langle \phi_i | \phi_j \rangle = 0 \quad \forall \quad i \neq j \quad (3-4)$$

Si además  $\|\phi_i\| = 1$ , entonces  $A$  es ortonormal.

Vectorialmente en muchos casos es muy útil trabajar con conjuntos ortonormales debido a que una función o vector puede ser proyectado sobre cualquier vector o función definido en la región

D. Lo cual es de vital importancia, tal como veremos más adelante al manejar los campos eléctrico y magnético en el área transversal del diafragma de control.

### 3.1.2 Serie de Fourier Generalizada

Suponemos alguna función  $f$  dada en el espacio de las funciones continuas definidas en un intervalo  $a < x < b$ . Cuando un conjunto ortonormal de funciones  $\phi_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) en el mismo espacio es especificado, puede ser posible representar  $f(x)$  por una combinación lineal de esas funciones, generalizada a una serie infinita que converge a  $f(x)$  en un posiblemente casi número finito de puntos en el intervalo fundamental  $a < x < b$ :

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x) \quad a < x < b \quad (3-5)$$

Esto es análogo a la expresión para cualquier vector en el espacio tridimensional en términos de los tres vectores mutuamente ortogonales de longitud unitaria denotados generalmente como  $i, j$ , y  $k$ .

A fin de encontrar una expresión para los coeficientes  $c_n$  representados en (3-5) usamos el índice de la sumatoria  $m$  en lugar de  $n$ , es decir

$$f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \phi_m(x) \quad a < x < b \quad (3-6)$$

Se asume que después de cada uno de estos términos es multiplicado por una específica  $\phi_n(x)$ , la serie resultante es integrable término por término sobre el intervalo  $a < x < b$  [5]. Esto nos permite escribir

$$\int_a^b f(x) \phi_n(x) dx = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \int_a^b \phi_m(x) \phi_n(x) dx \quad \text{ó,}$$

$$\langle f | \phi_n \rangle = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \langle \phi_m | \phi_n \rangle \quad (3-7)$$

Pero  $\langle \phi_m | \phi_n \rangle = 0$  para todos los valores de  $m$ , excepto cuando  $m=n$ , en tal caso  $\langle \phi_m | \phi_n \rangle = \|\phi_n\|^2 = 1$ . Por lo que la ecuación (3-7) se vuelve  $\langle f | \phi_n \rangle = c_n$ , es decir  $c_n$  es el producto interno de  $f$  y  $\phi_n$ .

Sin embargo, no podemos estar seguros de la expresión (3-5) con coeficientes  $c_n = \langle f | \phi_n \rangle$  es realmente válida para una específica  $f$  y un conjunto ortonormal  $\{\phi\}$  dado. Por lo tanto escribimos

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x) \quad a < x < b \quad (3-8)$$

Donde el símbolo  $\sim$  simplemente denota correspondencia cuando

$$c_n = \langle f | \phi_n \rangle = \int_a^b f(x) \phi_n(x) dx \quad n = 1, 2, \dots \quad (3-9)$$

Para reforzar la analogía con los vectores, recordamos que si un vector  $A$  en el espacio tridimensional puede ser escrito en términos del conjunto ortonormal  $\{i, j, k\}$  como

$$A = a_1 i + a_2 j + a_3 k$$

Las componentes pueden ser obtenidas al tomar el producto interno de  $A$  con cada uno de los vectores del conjunto. Esto es, el producto interno de  $A$  con  $i$  es  $a_1$ , etc. Las series en correspondencia (3-8) se conocen como *series generalizadas de Fourier*, con respecto al conjunto ortonormal  $\{\phi\}$ , para la función  $f$  en el intervalo  $a < x < b$ . los coeficientes  $c_n$  son conocidos como las *constantes de Fourier*.

Las series generalizadas de Fourier siempre incluyen conjuntos ortonormales y funciones  $f$  en un espacio de funciones continuas definidas en un intervalo  $a < x < b$  o en subespacios de este y vemos que la expresión (3-5) es válida para funciones  $f$  en un espacio dado en caso que sea igualmente válida en casi todos los puntos de un número finito  $x$  en el intervalo fundamental  $a < x < b$ . Sin embargo, la expresión (3-5) no siempre es válida en funciones muy limitadas. Podemos

hacer nuevamente una similitud con los vectores para mostrar dichas limitantes. Si solo para los vectores  $i, j$  creamos el conjunto ortonormal, cualquier vector  $A$  que no sea paralelo al plano  $xy$  fallará para tener una representación de la forma  $A = a_1 i + a_2 j$ . En particular el vector  $k$  que es diferente de cero es ortogonal a ambos  $a i$  y  $a j$  en tal caso las componentes  $a_1 = ki$  y  $a_2 = kj$  serían cero.

Similarmente, un conjunto ortonormal  $\{\phi(x)\}$  puede ser que no sea lo suficientemente grande para escribir una serie de Fourier generalizada. Para ser específicos, si la función  $f(x)$  definida en (3-8) es ortogonal a cada función del conjunto ortonormal  $\{\phi(x)\}$  entonces los coeficientes de Fourier  $c_n = \langle f | \phi_n \rangle$  son todos igual a cero. Esto quiere decir, por supuesto que la suma de la serie es igual a la función cero. Por consiguiente si  $f$  tiene una norma positiva la serie no es igual a  $f(x)$  en probablemente casi un número finito de puntos en el intervalo fundamental.

Se dice que un conjunto ortonormal es cerrado en un espacio de funciones continuas o subespacio de este si no hay una función en dicho espacio con norma positiva y que sea ortogonal a cada una de las funciones  $\phi_n(x)$ . De esta forma si conjunto ortonormal  $\{\phi_n(x)\}$  no es cerrado la expresión (3-5) no puede ser válida para cada función en el espacio.

### 3.1.3 Funciones de Bessel

Al involucrar la geometría circular del diafragma de control se deduce la gran probabilidad de que estén involucradas en la solución al problema electromagnético funciones de Bessel. En 1817 Friedrich Wilhelm Bessel introdujo las funciones de Bessel o funciones cilíndricas, que utilizó en la mecánica gravitatoria, pero que se aplican en otros campos, tales como en la propagación de ondas electromagnéticas y de calor.

Muchas de las funciones especiales empleadas en física surgen al aplicar en un sistema de coordenadas apropiado la técnica de separación de variables para reducir ecuaciones diferenciales parciales [2]. Con las condiciones de frontera apropiadas las soluciones a esas ecuaciones diferenciales exhiben diversas propiedades que pueden ser desarrolladas usando representaciones integrales y más comúnmente usando funciones generadoras de la forma [2]

$$F[t, x] = \sum_{n=0}^{\infty} f_n[x] t^n \quad (3-10)$$

La función generadora de las funciones de Bessel de primer orden  $J_n(x)$  toma la forma de una expansión de Laurent con respecto  $t$  [2].

$$g(t, x) = e^{\frac{x}{2}(t-t^{-1})} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x) t^n \quad (3-11)$$

Cuyos coeficientes son las funciones deseadas de  $x$ . Estas son las funciones de Bessel para las cuales pueden hallarse diferentes propiedades. La primera de estas tiene que ver con que relación las funciones de Bessel con  $n$  negativa se relacionan con las de  $n$  positiva, empleando la propiedad de simetría

$$g(-t^{-1}, x) = g(t, x) \quad \Rightarrow J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad (3-12)$$

Similarmente puede obtenerse que

$$J_{-n}(-x) = J_n(x) \quad (3-13)$$

Con  $n$  siendo un entero.

Algunas las relaciones de recursión básicas se obtienen al diferenciar  $g(t, x)$  con respecto a cualquier variable [2]-[3], primero se considera

$$\frac{\partial g(t, x)}{\partial t} = \frac{x}{2t^2} (t^2 + 1) e^{\frac{x}{2}(t-t^{-1})} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} n J_n(x) t^{n-1}$$

Sustituyendo la función generadora (3-11), es posible escribir

$$\frac{x}{2t^2} (t^2 + 1) \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x) t^n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} n J_n(x) t^{n-1} \Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{x}{2} J_n + \frac{x}{2} J_{n+2} - (n+1) J_{n+1} \right) t^n = 0$$

Si la serie desvanece por un arbitraria  $t$  los coeficientes tienen que desvanecer separadamente para cada término. Ajustando los índices se obtiene una relación de recursión de tres términos [3]

$$\frac{2n}{x} J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) \quad (3-14)$$

De la misma forma derivando con respecto a  $x$  se llega a la relación de recursión

$$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) \quad (3-15)$$

La manipulación de estas dos últimas relaciones nos da como resultado las siguientes relaciones

$$J_{n\pm 1}(x) = \frac{n}{x} J_n(x) \mp J'_n(x) \quad (3-16)$$

$$\frac{d}{dx} (x^{\pm n} J_n(x)) = \pm x^{\pm n} J_{n\pm 1}(x) \quad (3-17)$$

Las funciones de Bessel de primer orden pueden ser aproximadas por medio de una serie de potencias, por ejemplo para  $n \geq 0$

$$J_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(n+m)!m!} \left(-\frac{x^2}{4}\right)^m \quad (3-18)$$

Para el caso de  $n \leq 0$  se obtiene aplicando la formula de recursión (3-13). Una representación gráfica de las funciones se muestra en la figura 3.1

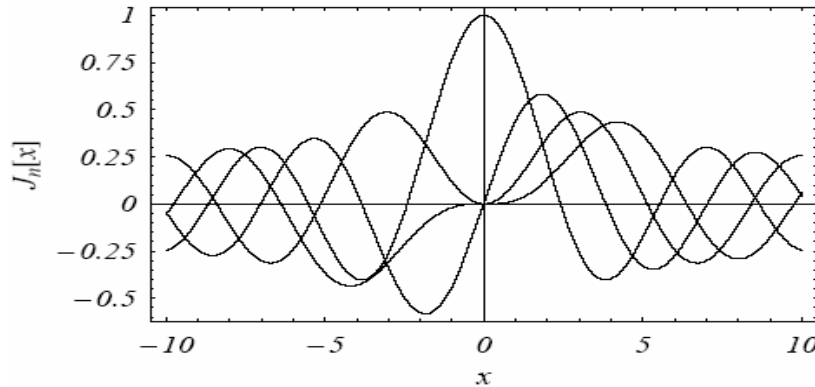


Figura 3.1 Funciones de Bessel de primer tipo

Sin embargo, existe una definición más completa o generalizada de las funciones de Bessel de primer tipo o genero, considerando un orden arbitrario  $\nu$  e interpretando los factoriales de (3-18) como funciones gamma [3] y representado como

$$J_\nu(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^\nu \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\nu+m+1)\Gamma(m+1)} \left(-\frac{z^2}{4}\right)^m \quad (3-19)$$

Nuevamente, es posible verificar las ecuaciones de recurrencia básicas

$$\frac{2\nu}{z} J_\nu(z) = J_{\nu-1}(z) + J_{\nu+1}(z) \quad (3-20)$$

$$2J'_\nu(z) = J_{\nu-1}(z) - J_{\nu+1}(z)$$

La ecuación diferencial satisfecha por  $J_\nu(z)$  puede ser deducida a partir de estas relaciones de recurrencia, suponiendo que  $f_\nu(z)$  es una familia de funciones que satisfacen dichas relaciones. La ecuación diferencial es

$$z^2 f''_v(z) + z f'_v(z) + (z^2 - v^2) f_v(z) = 0 \quad (3-21)$$

Por otra parte, una función de Bessel de segundo género o tipo  $Y_n(x)$  que también se denota como  $N_n(x)$  es una solución a la ecuación diferencial (3-21) que es singular en el origen. Estas funciones de Bessel son conocidas también como funciones de Neumann. Una buena aproximación para esta función esta dada por [2] en donde  $n$  es un entero.

$$Y_n(z) = -\sum_{m=0}^{n-1} \frac{(n-m-1)!}{m!} \left(\frac{1}{2}z\right)^{-n+2m} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-)^m \left(\frac{1}{2}z\right)^{n+2m}}{m!(n+m)!} \left\{ 2 \log\left(\frac{1}{2}z\right) - \psi(m+1) - \psi(n+m+1) \right\} \quad (3-22)$$

Donde  $\psi$  denota la derivada logarítmica de la función gamma [2]. La figura 3.2 muestra las funciones de Neumann que tal como se había descrito anteriormente se vuelven infinitas cerca del origen pero al igual que las de primer género, decrecen en amplitud conforme  $x$  es mayor.

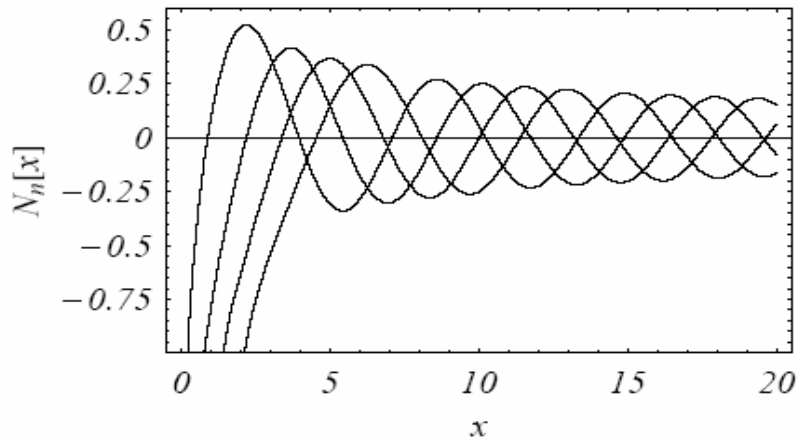


Figura 3.2 Funciones de Bessel de segundo tipo

Al igual que las funciones de Bessel de primer género, para las de segundo también existen aproximaciones para el caso general en el que el orden no sea necesariamente entero. Una definición aceptada es

$$Y_\nu(z) = \frac{J_\nu(z) \cos \nu\pi - J_{-\nu}(z)}{\sin \nu\pi} \quad (3-23)$$

Cuyas formulas de recurrencia son de la misma forma de las que son satisfechas por  $J_\nu(z)$  es decir

$$\begin{aligned} Y_{\nu-1}(z) + Y_{\nu+1}(z) &= \frac{2\nu}{z} Y_\nu(z) \\ Y_{\nu-1}(z) - Y_{\nu+1}(z) &= 2Y'_\nu(z) \\ zY'_\nu(z) + \nu Y_\nu(z) &= zY_{\nu-1}(z) \\ zY'_\nu(z) - \nu Y_\nu(z) &= -zY_{\nu+1}(z) \end{aligned} \quad (3-24)$$

La razón por la que es importante considerar estos dos géneros de las funciones de Bessel, es debido a que una solución general para una ecuación diferencial de segundo orden es una combinación lineal de ambos tipos, que bajo la aplicación de las condiciones de frontera del problema abordado puede tomar formas distintas. Finalmente, en muchos problemas de física donde se aplican condiciones de frontera de son muy útiles las relaciones de ortonormalidad de las funciones de Bessel una de las más importantes es

$$\int_0^R J_\nu(k_1 \varepsilon) J_\nu(k_2 \varepsilon) \varepsilon d\varepsilon = R \frac{k_2 J_\nu(k_1 R) J'_\nu(k_2 R) - k_1 J_\nu(k_2 R) J'_\nu(k_1 R)}{k_1^2 - k_2^2} \quad (3-25)$$

### 3.1.4 Solución de una ecuación Integral por el método de momentos

La formulación de muchos problemas de electromagnetismo es expresada en ecuaciones integrales. Este tipo de formulación puede ser encontrado al aplicar las condiciones de frontera en el diafragma de control. Como en la mayoría de los problemas prácticos, las soluciones analíticas exactas de una ecuación integral son escasas, sin embargo existe la posibilidad de aplicar técnicas que han sido desarrolladas para obtener soluciones numéricas de ecuaciones integrales complejas, una de esas técnicas y que es la utilizada en este análisis, es el método de momentos.

El método de momentos es una técnica numérica que transforma una ecuación integral en una ecuación matricial algebraica que puede ser fácilmente resuelta en una computadora. Entre las técnicas empleadas en electromagnetismo, el método de momentos es uno de los más usados, a continuación se presenta su procedimiento formal.

Se asume una ecuación integral dada por:

$$\int_D G(x, x') f(x') dx' = \rho(x), \quad x \in D \quad (3-26)$$

Donde  $G$  es la función de *Green*,  $\rho$  es un término de “excitación” conocido, y  $f$  es generalmente una función par de  $x$ . El primer paso en el método de momentos es aproximar  $f$  por una expansión en términos de una combinación lineal de un número finito de funciones base (conocidas)  $\psi_m(x)$ .

$$f(x) \approx \sum_{m=1}^M C_m \psi_m(x).$$

Cuando usamos esta expansión en (3-26), obtenemos

$$\sum_{m=1}^M C_m \int_D G(x, x') \psi_m(x') dx' = \rho(x) \quad (3-27)$$

Que puede reducirse como.

$$\sum_{m=1}^M G_m(x) C_m \approx \rho(x)$$

Donde

$$G_m(x) = \int_D G(x, x') \psi_m(x') dx'.$$

El segundo paso es generar una ecuación matricial para  $C_m$  al multiplicar ambos lados por un conjunto de  $M$  funciones de peso  $W_n(x)$  e igualar a cero el error residual integrado para cada  $W_n$ . Esto es que la aproximación por medio de la función de expansión está truncada a  $M$  elementos de su correspondiente sumatoria por lo que en realidad existe un error expresado de la siguiente manera

$$\sum_{m=1}^M C_m \int_D G(x, x') \psi_m(x') dx' - \rho(x) = \delta_{error}(x) \quad (3-28)$$

De la misma forma el error se aproxima empleando las funciones de peso  $W_n$

$$\delta_{error} = \sum_{n=1}^M C_n W_n(x)$$

Para una buena aproximación se requiere que este error sea mínimo es decir:

$$C_n = \int_D \delta_{error}(x) W_n(x) dx = 0$$

Empleando (3-28) para la condición de mínimo error se obtiene

$$\sum_{m=1}^M C_m \int_D \int_D G(x, x') \psi_m(x') W_n(x) dx' dx - \int_D \rho(x) W_n(x) dx = 0$$

Que puede reducirse y expresarse finalmente como

$$\sum_{m=1}^M C_m \int_D G_m(x) W_n(x) dx - \int_D \rho(x) W_n(x) dx = 0, \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (3-29)$$

Que nos da aún mas reducido el sistema de ecuaciones

$$\sum_{m=1}^M G_{nm} C_m = S_n, \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (3-30)$$

Donde los elementos de la matriz  $G_{nm}$  están dados por

$$G_{nm} = \int_D G(x, x') \psi_m(x') W_n(x) dx dx' \quad (3-31)$$

Mientras que



$$S_n = \int_D \rho(x) W_n(x) dx. \quad (3-32)$$

Si se escoge  $W_n = \psi_n$ , entonces el método de solución es llamado *El método de Galerkin*. Esto hace que el método de *Galerkin* sea un método flexible al aplicarlo, por ello fue el elegido en nuestro análisis para la solución de ecuaciones Integrales. Del número de funciones base  $\psi$  empleadas depende el tamaño de la matriz y por lo tanto de la precisión, sin embargo estas deben de ser adecuadas al problema ya que son parte importante en la convergencia de la solución.

### 3.2 Obtención del modelo matemático del diafragma de control para la componente perpendicular en la guía de onda circular acoplada.

El análisis matemático del diafragma de control inicia considerando la incidencia normal de una componente del modo principal de una guía de onda circular cuyo plano de polarización es perpendicular a la carga reactiva (corto), y por lo tanto esta se considera transparente, tal como lo muestra la figura 3.3. Considerando además que la sección de guía de onda circular se encuentra acoplada, el modelo permite obtener las características de resonancia del diafragma. Dado que la estructura se analiza en forma general, se presentan a las ranuras con un espesor muy similar, sin embargo este caso es solo representativo ya que carece de valor práctico debido a que la ranura de mayor diámetro tan solo debe tener el espesor necesario para que pueda girar libremente el anillo de menor diámetro junto con el área circular metálica del centro de la estructura que son la parte esencial del diafragma de control.

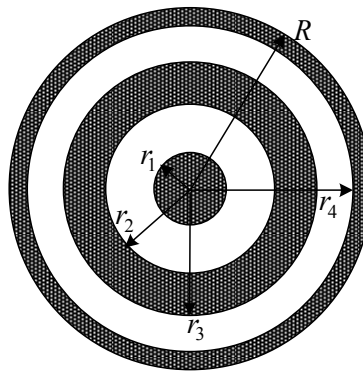


Figura 3.3 Diafragma de control para la componente perpendicular

Por ello, como muestra de generalidad del análisis las dos ranuras de la estructura tienen la misma importancia y están determinadas por las dimensiones mostradas por la figura 3.3. La solución al problema consiste de manera básica en encontrar una expresión válida que modele la distribución del campo eléctrico transversal en las aperturas del diafragma de control con lo que podrán determinarse las características de transmisión y reflexión.

El procedimiento inicia al relacionar los campos electromagnéticos desconocidos en ambos lados del diafragma de control, al aplicar las condiciones de frontera, considerando la formación de una gran cantidad de modos de guía de onda circular de alto orden en las cercanías del diafragma.

Con tal relación, es posible llegar a una ecuación integral para el campo eléctrico desconocido en las aperturas del diafragma. Después se aplica el método de momentos con lo que la distribución del campo eléctrico transversal en las regiones de interés se aproxima por medio de una expansión en términos de un conjunto de funciones base ortogonales de acuerdo al procedimiento del método.

Las funciones base son elegidas de tal forma que satisfagan las condiciones de frontera en las aperturas del diafragma de control. De esta manera, es necesario obtener la solución de la ecuación de Helmholtz al aplicar correctamente las condiciones de frontera de acuerdo a la geometría que presenta el diafragma de control presentado por la figura 3.3. La estructura del diafragma de control es simple y uniforme, por lo que a primera vista parece posible encontrar solución para las componentes longitudinales  $E_z$  y  $H_z$  del campo electromagnético a partir de la ecuación de Helmholtz con lo que se obtendrán los modos que cumplen las condiciones de frontera en las aperturas. En la literatura es posible encontrar la solución a la ecuación de Helmholtz para una estructura conocida como *guía de onda Coaxial*. La geometría de una guía de onda coaxial consiste de un conductor interior circular y un exterior en forma de anillo que se extienden longitudinalmente dentro de una estructura cilíndrica tal como muestra la figura 3.4.

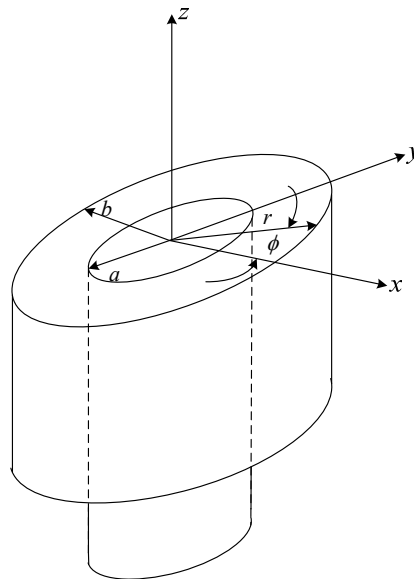


Figura 3.4 Geometría de una guía de onda coaxial

Como es posible observar, la sección transversal de una guía de onda coaxial es parecida a los dos elementos centrales del diafragma de control. La diferencia es que el diafragma de control no se extiende longitudinalmente a través de la guía de onda circular si no que con un pequeño espesor a la entrada funge como el elemento que causa una reflexión y transmisión parcial de la onda incidente. De esta forma, un conjunto de modos de guía de onda coaxial serán usados para expandir el campo eléctrico transversal desconocido. Esencialmente se tiene que resolver un problema de acoplamiento entre los modos de la guía de onda circular y los de la guía de onda coaxial que existen en el diafragma de control, mediante una formulación en ecuaciones integrales dado que el análisis será de onda completa.

De esta manera, primeramente se da solución a la ecuación de Helmholtz para la guía de onda coaxial obteniéndose las componentes longitudinales  $E_z$  y  $H_z$  con las cuales es posible obtener las componentes transversales del campo electromagnético que definirán las funciones base con las que será posible expandir la distribución del campo electromagnético desconocido en las ranuras del

diafragma de control. En particular nos interesa definir por el momento solo el campo eléctrico transversal  $E_T$ . Como se mencionó anteriormente, al tratarse de una estructura uniforme, las expresiones que definen a un conjunto ortonormal completo de modos de guía de onda coaxial de tipos TE y TM son bien conocidas [1] y están determinados por las siguientes expresiones para el campo eléctrico transversal

Para modos TE:

$$\begin{matrix} V \\ H \end{matrix} \vec{\Phi}_{qs} = \vec{r} \frac{q}{r} Z_q(\beta_s r) \begin{cases} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{cases} + \vec{\phi} \beta_s Z'_q(\beta_s r) \begin{cases} \cos q\phi \\ \sin q\phi \end{cases} \quad (3-33)$$

Para modos TM:

$$\begin{matrix} V \\ H \end{matrix} \vec{\Phi}_{qs} = -\vec{r} \alpha_s Z'_q(\alpha_s r) \begin{cases} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{cases} + \vec{\phi} \frac{q}{r} Z_q(\alpha_s r) \begin{cases} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{cases} \quad (3-34)$$

Por medio de las expresiones (3-33) y (3-34) se define en todo momento al conjunto de funciones base  $\Phi$  para expandir el campo eléctrico transversal en coordenadas cilíndricas  $(r, \phi)$ , con  $q, s = 0, 1, 2, \dots, \infty$  definiendo el orden de cada tipo de modo. En estas expresiones  $Z_q(\beta_s r)$  y  $Z_q(\alpha_s r)$  son combinaciones lineales particulares de las funciones de Bessel y Neumann que satisfacen las condiciones de frontera en la guía de onda coaxial. Los elementos con primas denotan derivadas con respecto al argumento los superíndices  $V$  y subíndices  $H$  denotan el modo degenerado vertical u horizontal con variación angular  $\sin(q\phi)$  o  $\cos(q\phi)$  respectivamente, de la componente radial del campo.

La dependencia radial de las funciones de la guía de onda coaxial son las siguientes [1]:

$$Z_q(\beta_s r) = \frac{\sqrt{\pi \varepsilon_q} J_q(\beta_s r) N'_q(\beta_s r_1) - N_q(\beta_s r) J'_q(\beta_s r_1)}{2 \left\{ \left[ \frac{J'_q(\beta_s r_1)}{J_q(\beta_s r_2)} \right]^2 \left[ 1 - (q/\beta_s r_2)^2 \right] - \left[ 1 - (q/\beta_s r_1)^2 \right] \right\}^{1/2}} \quad (3-35)$$

Donde  $r_1$  y  $r_2$  están relacionados como lo indica la figura 3.3 mientras  $N_q(x)$  es la función de Neumann de orden  $q$  y argumento  $x$ , y

$$\varepsilon_q = \begin{cases} 1 & \text{para } q = 0 \\ 2 & \text{para } q \neq 0 \end{cases} \quad (3-36)$$

Los valores  $\{\beta_s\}$  son las raíces de la siguiente ecuación característica:

$$J'_q(\beta_s r_2) N'_q(\beta_s r_1) - N'_q(\beta_s r_2) J'_q(\beta_s r_1) = 0 \quad (3-37)$$

Similarmente

$$Z_q(\alpha_s r) = \frac{\sqrt{\pi \varepsilon_q} J_q(\alpha_s r) N_q(\alpha_s r_1) - N_q(\alpha_s r) J_q(\alpha_s r_1)}{2 \left\{ \left[ J_q(\alpha_s r_1) / J_q(\alpha_s r_2) \right]^2 - 1 \right\}^{1/2}} \quad (3-38)$$

Con  $\{\alpha_s\}$  siendo las raíces de

$$J_q(\alpha_s r_2) N_q(\alpha_s r_1) - N_q(\alpha_s r_2) J_q(\alpha_s r_1) = 0 \quad (3-39)$$

Por otra parte, podemos aprovechar que al ser expresiones para una guía de onda coaxial, las expresiones para los modos de la guía de onda circular, pueden obtenerse en el caso particular para el que  $r_1 = 0$  y las funciones mostradas anteriormente se reducen como:

$$Z_q(\beta_s r) = \sqrt{\frac{\varepsilon_q}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{(\beta_s r_2)^2 - q^2}} \frac{J_q(\beta_s r)}{J_q(\beta_s r_2)} \quad (3-40)$$

Con  $\{\beta_s\}$  siendo las raíces de

$$J'_q(\beta_s r_2) = 0$$

Mientras que

$$Z_q(\alpha_s r) = \sqrt{\frac{\varepsilon_q}{\pi}} \frac{J_q(\beta_s r)}{\alpha_s r_2 J_{q+1}(\beta_s r_2)} \quad (3-41)$$

Con  $\{\alpha_s\}$  siendo las raíces de

$$J_q(\alpha_s r_2) = 0.$$

Así, con las expresiones (3-33) y (3-34) también podemos representar al conjunto de modos ortonormales de la guía de onda circular. De esta manera, se cuenta con todos los elementos necesarios para iniciar con el análisis que nos llevó a un modelo matemático para obtener el coeficiente de reflexión que proporcione información de la característica de resonancia del diafragma de control como parte importante para la determinación de las dimensiones óptimas del desplazador de fase reflectivo. Tal como se mencionó anteriormente, existen modos de alto orden de guía de onda circular que se propagan en las cercanías del diafragma de control para tratar de aproximar la forma del campo que dista mucho de parecerse al modo  $TE_{11}$  debido a la propia estructura del diafragma. Y también se consideran modos de alto orden de guía de onda coaxial debidas a las ranuras del diafragma, como funciones base para aproximar el campo eléctrico tangencial desconocido, al emplear el método de momentos. Atendiendo al principio de superposición son consideradas para dicha aproximación los modos generados por dos guías de onda coaxial, definidas por las ranuras con las dimensiones  $r_4-r_3$  y  $r_2-r_1$  de acuerdo a las dimensiones mostradas por la figura 3.3.

El análisis inicia considerando la figura 3.5a que nos muestra el diafragma de control en la sección transversal dentro de una guía de onda circular con centro en el origen. Longitudinalmente podemos imaginarnos un proceso parecido al que muestra la figura 3.5b. En ambas figuras  $z=0$  es donde se encuentra el diafragma de control. En dicho proceso se considera teóricamente el reflejo y transmisión de una cantidad infinita de ondas o modos de alto orden. Aquí, la forma de representar a los modos ortonormales por medio de (3-33) y (3-34) nos da una ventaja inmediata ya que apoyados en la teoría de series de Fourier se garantiza conocer el campo eléctrico en cualquier punto del área transversal del diafragma de control al representarlo por una serie de Fourier generalizada la cual por definición es una combinación lineal de un conjunto ortonormal de funciones.

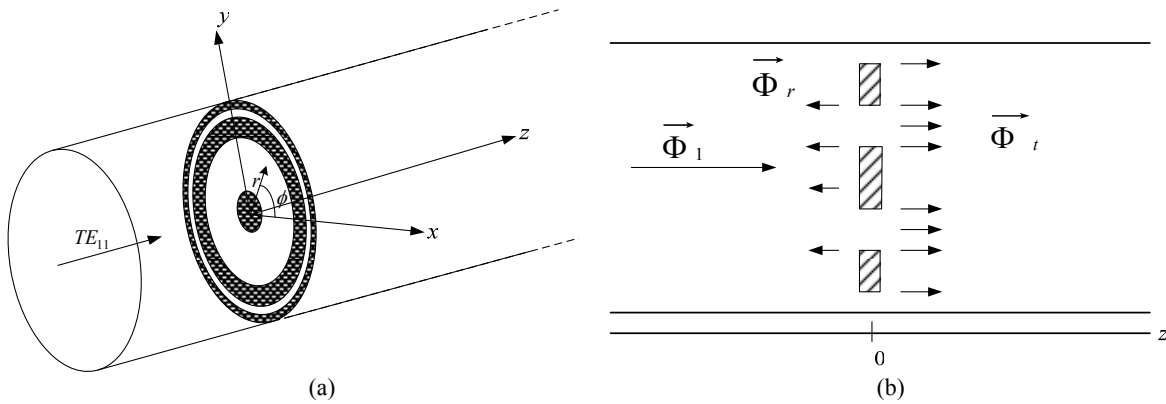


Figura 3.5 Diafragma de control (a) vista transversal (b) vista longitudinal

De esta manera, para el campo eléctrico transversal se plantearon las siguientes ecuaciones

Para  $z < 0$

$$\vec{E}_T = A_1 \vec{\Phi}_1 e^{-j\beta z} + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \vec{\Phi}_m e^{j\beta z} \quad (3-42)$$

Para  $z > 0$

$$\vec{E}_T = \sum_{m=1}^{\infty} T_m \vec{\Phi}_m e^{-j\beta z} \quad (3-43)$$

En las expresiones anteriores,  $A_1$  representa la magnitud de la onda incidente (modo  $TE_{11}$  de una guía de onda circular),  $m$  la cantidad de ondas propagándose,  $\Phi_m$  el campo eléctrico transversal normalizado de cada modo de la guía de onda circular determinado por las ecuaciones (3-33) y (3-34), mientras que  $R_m$  y  $T_m$  son los coeficientes de reflexión y transmisión de la  $m$ -ésima onda respectivamente.

Valuando  $z = 0$  en (3-42) y (3-43) podemos tener dos expresiones para el campo eléctrico transversal en las interfaces definidas por las dos ranuras del diafragma de control que de manera general se muestra a continuación.

$$\vec{E}_T(z=0^-) = A_1 \vec{\Phi}_1 + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \vec{\Phi}_m = (A_1 + R_1) \vec{\Phi}_1 + \sum_{m=2}^{\infty} R_m \vec{\Phi}_m \quad (3-44)$$

$$\vec{E}_T(z=0^+) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m \vec{\Phi}_m \quad (3-45)$$

De acuerdo a la teoría de Fourier, tal como vimos en la sección 3.1.2, es posible obtener los coeficientes de la series (3-44) y (3-45) de la siguiente manera

$$(A_1 + R_1) = \int_s \vec{E}_T(z=0^-) \cdot \vec{\Phi}_1 ds \quad (3-46)$$

$$R_m = \int_s \vec{E}_T(z=0^-) \cdot \vec{\Phi}_m ds \quad (3-47)$$

$$T_m = \int_s \vec{E}_T(z=0^+) \cdot \vec{\Phi}_m ds \quad (3-48)$$

Al aplicar las condiciones de frontera en las aperturas del diafragma es posible encontrar una expresión que contemple ambos lados de este al igualar las componentes tangenciales del campo magnético. Debido a que en  $z=0$  la componente del campo magnético tangencial a las interfases o ranuras es la misma para ambos lados del diafragma de control, esto de acuerdo a las condiciones de frontera en un medio dieléctrico.

Para obtener las componentes tangenciales de campo magnético, se emplea la siguiente expresión general que relaciona los campos transversales eléctrico y magnético como:

$$\vec{a}_z \times \vec{E}_T = H_T Z_m \quad (3-49)$$

Donde  $Z_m$  representa la impedancia de cada modo, dada por las ecuaciones (2-14) y (2-15) según sea modo TE o modo TM respectivamente. Por otra parte (3-49) nos muestra que el campo eléctrico transversal y magnético transversal siempre son perpendiculares, por lo que para igualar el campo magnético en las interfaces del diafragma es posible tener las siguientes dos consideraciones:

$$\vec{a}_z \times \vec{H}_T = -\vec{E}_T Y_m \quad (3-50)$$

Para las ondas que viajan hacia  $z$  positivo ( $\vec{a}_z$ ), mientras que

$$\vec{a}_z \times \vec{H}_T = \vec{E}_T Y_m \quad (3-51)$$

Para las ondas que viajan hacia  $z$  negativo ( $-\vec{a}_z$ )

En las ecuaciones anteriores  $Y_m$  representa la admitancia modal. Aplicando (3-50) y (3-51) en las ecuaciones (3-44) y (3-45) se obtiene el campo magnético tangencial en las dos regiones:

Para  $z < 0$

$$\vec{a}_z \times \vec{H}_T(z=0^-) = -A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1 + \sum_{m=1}^{\infty} R_m Y_m \vec{\Phi}_m \quad (3-52)$$

Mientras que para  $z > 0$

$$\vec{a}_z \times \vec{H}_T(z=0^+) = -\sum_{m=1}^{\infty} T_m Y_m \vec{\Phi}_m \quad (3-53)$$

Al igualar el campo magnético tangencial en  $z = 0$

$$A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1 + \sum_{m=1}^{\infty} R_m Y_m \vec{\Phi}_m = -\sum_{m=1}^{\infty} T_m Y_m \vec{\Phi}_m \quad (3-54)$$

Desarrollando:

$$\begin{aligned} -A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1 + R_1 Y_1 \vec{\Phi}_1 + \sum_{m=2}^{\infty} R_m Y_m \vec{\Phi}_m &= -\sum_{m=1}^{\infty} T_m Y_m \vec{\Phi}_m \\ -2A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1 + (A_1 + R_1) Y_1 \vec{\Phi}_1 + \sum_{m=2}^{\infty} R_m Y_m \vec{\Phi}_m &= -\sum_{m=1}^{\infty} T_m Y_m \vec{\Phi}_m \\ (A_1 + R_1) Y_1 \vec{\Phi}_1 + \sum_{m=2}^{\infty} R_m Y_m \vec{\Phi}_m + \sum_{m=1}^{\infty} T_m Y_m \vec{\Phi}_m &= -2A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1 \end{aligned} \quad (3-55)$$

Apoyándonos en las ecuaciones (3-46),(3-47) y (3-48) suponemos que los coeficientes de la expresión anterior pueden ser obtenidos como

$$(A_1 + R_1) = \int_s \vec{E}_T(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_1(r', \phi') r' dr' d\phi' \quad (3-56)$$

$$R_m = \int_s \vec{E}_T(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m(r', \phi') r' dr' d\phi' \quad (3-57)$$

$$T_m = \int_s \vec{E}_T(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m(r', \phi') r' dr' d\phi' \quad (3-58)$$

Donde  $\vec{E}_T$  es el vector de campo eléctrico tangencial desconocido en las ranuras del diafragma definido en el sistema de coordenadas cilíndricas  $(r', \phi')$ , la etiqueta de “prima” en las coordenadas es solo para identificar posteriormente (al aplicar el método de momentos) de manera correcta los argumentos de las integrales a resolver.

Al sustituir las ecuaciones (3-56), (3-57) y (3-58) en (3-55) obtenemos, al llevar a cabo las simplificaciones correspondientes la siguiente ecuación integral

$$2 \sum_{m=1}^{\infty} \left( \int_s \vec{E}_T(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m(r', \phi') r' dr' d\phi' \right) Y_m \vec{\Phi}_m(r, \phi) = 2A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1(r, \phi) \quad (3-59)$$

Para identificar que hasta ahora solo se están considerando modos de la guía de onda circular conviene manejar la siguiente nomenclatura

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left( \int_s \vec{E}_T(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right) Y_m \vec{\Phi}_m^{\circ}(r, \phi) = A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1^{\circ}(r, \phi) \quad (3-60)$$

Donde  $\vec{\Phi}_m^{\circ}$  representa el  $m$ -ésimo modo de la guía de onda circular.

Para dar solución a la ecuación integral (3-60) se hará empleando el método de momentos mediante la técnica de *Galerkin*. En este caso la función desconocida que se va a expandir mediante un conjunto de funciones base es el campo eléctrico tangencial  $E_T$  por medio de la combinación lineal de los modos de guía de onda coaxial generados por las dos ranuras del diafragma de control.

$$\vec{E}_T = \sum_{n=1}^N A_n \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \quad (3-61)$$

Donde  $\vec{\Phi}_n^{\ominus}$  representa los  $n$ -ésimos modos generados en la primera ranura (definida por  $r_1$  y  $r_2$  según la figura 3.3), mientras  $\vec{\Phi}_t^{\oplus}$  a los  $t$ -ésimos modos de la segunda ranura del diafragma de control. De esta manera al sustituir (3-61) en (3-60) considerando  $M$  modos de guía de onda circular se obtiene

$$\sum_{m=1}^M \left[ \int_s \left( \sum_{n=1}^N A_n \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \vec{\Phi}_m^{\circ}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right] Y_m \vec{\Phi}_m^{\circ}(r, \phi) = A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1^{\circ}(r, \phi) \quad (3-62)$$

Como parte del método de momentos, sustentado en que existe un error en la expresión anterior debido a que se trata de una aproximación mediante sumatorias finitas. Entonces, es posible definir una función de error de la siguiente manera

$$\sum_{m=1}^M \left[ \int_s \left( \sum_{n=1}^N A_n \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \vec{\Phi}_m^{\circ}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right] Y_m \vec{\Phi}_m^{\circ}(r, \phi) - A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1^{\circ}(r, \phi) = \delta_{error}(r, \phi) \quad (3-63)$$

Dado que se esta usando la técnica de *Galerkin*, se emplea como función de peso para la función de error el conjunto de funciones ortonormales mostradas en (3-64) que son del mismo tipo que las funciones base.

$$\delta_{error}(r, \phi) = \sum_{k=1}^K C_k \vec{\Phi}_k^{\ominus}(r, \phi) + \sum_{l=1}^L D_l \vec{\Phi}_l^{\oplus}(r, \phi) \quad (3-64)$$

Para que sea una buena aproximación, el error debe tender a cero, es decir  $C_k, D_l \rightarrow 0$ . Lo que equivale a



$$C_k = \int_s \delta_{error}(r, \phi) \cdot \vec{\Phi}_k^\ominus(r, \phi) r d d \phi = 0 \quad (3-65)$$

$$D_l = \int_s \delta_{error}(r, \phi) \cdot \vec{\Phi}_l^\ominus(r, \phi) r d r d \phi = 0 \quad (3-66)$$

De esta forma al sustituir (3-64) en (3-65) y (3-66) obtenemos dos conjuntos de ecuaciones que toman la siguiente forma

$$\int_s \left[ \sum_{m=1}^M \left[ \int_s \left( \sum_{n=1}^N A_n \vec{\Phi}_n^\ominus(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t \vec{\Phi}_t^\ominus(r', \phi') \right) \vec{\Phi}_m^\ominus(r', \phi') r' d r' d \phi' \right] Y_m \vec{\Phi}_m^\ominus(r, \phi) - A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1^\ominus(r, \phi) \right] \vec{\Phi}_k^\ominus(r, \phi) r d d \phi = 0$$

$$k = 1, \dots, K$$

$$\int_s \left[ \sum_{m=1}^M \left[ \int_s \left( \sum_{n=1}^N A_n \vec{\Phi}_n^\ominus(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t \vec{\Phi}_t^\ominus(r', \phi') \right) \vec{\Phi}_m^\ominus(r', \phi') r' d r' d \phi' \right] Y_m \vec{\Phi}_m^\ominus(r, \phi) - A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1^\ominus(r, \phi) \right] \vec{\Phi}_l^\ominus(r, \phi) r d d \phi = 0$$

$$l = 1, \dots, L$$

Al simplificar y considerando que se han identificado correctamente los dominios de  $(r, \phi)$  y de  $(r', \phi')$  se obtienen ahora para el sistema de ecuaciones, las siguientes expresiones

$$\sum_{m=1}^M Y_m \left[ \sum_{n=1}^N A_n \int_s \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{\Phi}_m^\ominus r d r d \phi + \sum_{t=1}^T B_t \int_s \vec{\Phi}_t^\ominus \cdot \vec{\Phi}_m^\ominus r d r d \phi \right] \int_s \vec{\Phi}_m^\ominus \cdot \vec{\Phi}_k^\ominus r d r d \phi - A_1 Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^\ominus \cdot \vec{\Phi}_k^\ominus r d r d \phi = 0 \quad (3-67)$$

$$k = 1, \dots, K$$

$$\sum_{m=1}^M Y_m \left[ \sum_{n=1}^N A_n \int_s \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{\Phi}_m^\ominus r d r d \phi + \sum_{t=1}^T B_t \int_s \vec{\Phi}_t^\ominus \cdot \vec{\Phi}_m^\ominus r d r d \phi \right] \int_s \vec{\Phi}_m^\ominus \cdot \vec{\Phi}_l^\ominus r d r d \phi - A_1 Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^\ominus \cdot \vec{\Phi}_l^\ominus r d r d \phi = 0 \quad (3-68)$$

$$l = 1, \dots, L$$

La cantidad de modos de la guía de onda circular son  $M$ , hay  $N$  modos de guía de onda coaxial producidos por la primera ranura, y  $T$  modos de guía de onda coaxial producidos por la segunda ranura. Además por comodidad manejaremos una sola variable para la cantidad de ecuaciones en (3-67) y (3-68) para el primer conjunto (ecuación 3-67) se decidió usar  $N$  ecuaciones, mientras que para el segundo conjunto  $T$  ecuaciones. Con las consideraciones anteriores, el sistema de ecuaciones de dimensión  $(N+T) \times (N+T)$  toma la siguiente forma

$$\sum_{m=1}^M Y_m \left[ \sum_{n=1}^N A_n \int_s \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{\Phi}_m^\ominus r d r d \phi + \sum_{t=1}^T B_t \int_s \vec{\Phi}_t^\ominus \cdot \vec{\Phi}_m^\ominus r d r d \phi \right] \int_s \vec{\Phi}_m^\ominus \cdot \vec{\Phi}_k^\ominus r d r d \phi - A_1 Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^\ominus \cdot \vec{\Phi}_k^\ominus r d r d \phi = 0 \quad (3-69)$$

$$k = 1, \dots, N$$

$$\sum_{m=1}^M Y_m \left[ \sum_{n=1}^N A_n \int_s \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{\Phi}_m^\ominus r d r d \phi + \sum_{t=1}^T B_t \int_s \vec{\Phi}_t^\ominus \cdot \vec{\Phi}_m^\ominus r d r d \phi \right] \int_s \vec{\Phi}_m^\ominus \cdot \vec{\Phi}_k^\ominus r d r d \phi - A_1 Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^\ominus \cdot \vec{\Phi}_k^\ominus r d r d \phi = 0 \quad (3-70)$$

$$k = 1, \dots, T$$

Al contar con este sistema de ecuaciones, el resolverlo permite encontrar los coeficientes  $A_n$  y  $B_t$  con lo que es posible conocer el campo eléctrico tangencial en las aperturas del diafragma de control y así modelar el coeficiente de reflexión para la componente perpendicular a la carga

reactiva de la onda TE<sub>11</sub> que incide en el diafragma de control considerando acoplamiento en la guía de onda circular o lo que es lo mismo, una guía de onda circular de longitud  $z=-\infty$ . Por ello conviene acomodar el sistema de ecuaciones con respecto a dichos coeficientes

$$\sum_{n=1}^N A_n \left[ \sum_{m=1}^M Y_m \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ} r dr d\phi \cdot \int_s \vec{\Phi}_m^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_k^{\ominus} r dr d\phi \right] + \sum_{t=1}^T B_t \left[ \sum_{m=1}^M Y_m \int_s \vec{\Phi}_n^{\oplus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ} r dr d\phi \cdot \int_s \vec{\Phi}_m^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_k^{\ominus} r dr d\phi \right] = A_1 Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_k^{\ominus} r dr d\phi$$

$$k = 1, \dots, N \quad (3-71)$$

$$\sum_{n=1}^N A_n \left[ \sum_{m=1}^M Y_m \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ} r dr d\phi \cdot \int_s \vec{\Phi}_m^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi \right] + \sum_{t=1}^T B_t \left[ \sum_{m=1}^M Y_m \int_s \vec{\Phi}_n^{\oplus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ} r dr d\phi \cdot \int_s \vec{\Phi}_m^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi \right] = A_1 Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi$$

$$k = 1, \dots, T \quad (3-72)$$

Así, observamos que al aplicar el método de momentos al aproximar el campo eléctrico transversal por medio de la superposición de los modos de guía de onda coaxial generados en ambas ranuras del diafragma de control, se ha llegado a que la solución a la ecuación integral (3-60) se ha reducido a resolver el sistema de ecuaciones definido por (3-71) y (3-72). Y más específicamente, resolver dos integrales que a partir de ahora se les llamarán  $I_1$  y  $I_2$  representadas por

$$I_1(n,m) = \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ} r dr d\phi \quad (3-73)$$

$$I_2(n,m) = \int_s \vec{\Phi}_n^{\oplus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ} r dr d\phi \quad (3-74)$$

El sistema de ecuaciones considerando la notación anterior toma la siguiente forma

$$\sum_{n=1}^N A_n \left[ \sum_{m=1}^M Y_m I_1(n,m) \cdot I_1(m,k) \right] + \sum_{t=1}^T B_t \left[ \sum_{m=1}^M Y_m I_2(t,m) \cdot I_1(m,k) \right] = A_1 Y_1 I_1(1,k)$$

$$k = 1, \dots, N \quad (3-75)$$

$$\sum_{n=1}^N A_n \left[ \sum_{m=1}^M Y_m I_1(n,m) \cdot I_2(m,k) \right] + \sum_{t=1}^T B_t \left[ \sum_{m=1}^M Y_m I_2(t,m) \cdot I_2(m,k) \right] = A_1 Y_1 I_2(1,k)$$

$$k = 1, \dots, T \quad (3-76)$$

Este último arreglo muestra que el problema numérico se centra en resolver el producto de dos integrales de acuerdo a diferentes combinaciones entre  $I_1$  y  $I_2$ . Además, de acuerdo a lo que muestran las ecuaciones (3-73) y (3-74) se tiene en el integrando de ambas el producto de un modo de la guía de onda circular con un modo de guía de onda coaxial. Dentro de una consideración general, existen cuatro casos para cada integral de acuerdo al tipo y orden de aparición de las ondas consideradas. Dichos casos son TE-TE, TE-TM, TM-TE y TM-TM. A continuación se muestra el desarrollo para hallar la solución de las dos integrales en sus diferentes casos.

### 3.2.1 Solución analítica a las integrales $I_1$ y $I_2$

Se inicia con la solución a la integral  $I_1$  expresada por (3-73). Teniendo como integrando el producto entre modos transversales de la guía de onda coaxial uno (primera ranura) y los modos de la guía de onda circular descritos por las ecuaciones (3-33) y (3-34) respectivamente. A continuación se presenta la solución a cada uno de los cuatro casos posibles.

- **Caso TE-TE**

$$I_1^{TE-TE}(n, m) = \int_s \Phi_n^{\ominus TE} \cdot \Phi_m^{\ominus TE} r dr d\phi \quad (3-77)$$

Para este caso solo hacemos uso de la expresión (3-33). El área de integración queda definida por la primera ranura del diafragma en coordenadas cilíndricas:  $r_1 \leq r \leq r_2$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ .

$$I_1^{TE-TE} = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \left[ r \frac{q}{r} Z_{1q}(\beta_{s1} r) \begin{cases} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{cases} + \phi \beta_{s1} Z'_{1q}(\beta_{s1} r) \begin{cases} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{cases} \right] \cdot \left[ r \frac{q}{r} Z_q(\beta_s r) \begin{cases} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{cases} + \phi \beta_s Z'_q(\beta_s r) \begin{cases} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{cases} \right] r dr d\phi \quad (3-78)$$

Para la ecuación anterior aparecen adicionalmente otras cuatro combinaciones ya que cada modo puede ser de polarización horizontal o vertical por lo que en el producto entre dos modos estarían los casos  $V-V$ ,  $V-H$ ,  $H-V$  y  $H-H$ , según se observa en la ecuación (3-33). Sin embargo, para los casos  $V-H$  y  $H-V$  queda involucrada una integral del tipo

$$\int_0^{2\pi} \sin q\phi \cos q\phi = 0 \quad \forall q \quad (3-79)$$

Es decir, la integral solo es diferente de cero para los casos en el que la polarización de los modos involucrados en el producto cumplen con las combinaciones  $V-V$  y  $H-H$ . Entonces, reduciendo la ecuación (3-78) obtenemos

$$\begin{matrix} V-V \\ H-H \end{matrix} I_1^{TE-TE} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{r^2} Z_{1q}(\beta_{s1} r) Z_q(\beta_s r) \int_0^{2\pi} \underbrace{\begin{cases} \sin^2 q\phi \\ \cos^2 q\phi \end{cases}}_{\pi} r d\phi dr + \beta_{s1} \beta_s Z'_{1q}(\beta_{s1} r) Z'_q(\beta_s r) \int_0^{2\pi} \underbrace{\begin{cases} \cos^2 q\phi \\ \sin^2 q\phi \end{cases}}_{\pi} r d\phi dr$$

Factorizando

$$\begin{matrix} V-V \\ H-H \end{matrix} I_1^{TE-TE} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \left( \beta_{s1} \beta_s Z'_{1q}(\beta_{s1} r) Z'_q(\beta_s r) + \frac{q}{r^2} Z_{1q}(\beta_{s1} r) Z_q(\beta_s r) \right) r dr \right\} \quad (3-80)$$

Donde  $Z_q$  y  $Z_{1q}$  son las funciones de dependencia radial para los modos de la guía de onda circular y coaxial de la primera ranura, definidos por (3-35) y (3-40) respectivamente. A partir de ahora los argumentos de todas las funciones radiales estarán diferenciados por las raíces de la guía de onda circular, así como por las raíces de guía de onda coaxial correspondientes a la primera y la segunda ranura, por medio de los subíndices  $s$ ,  $s1$  y  $s2$  respectivamente. Además,  $\beta$  indicará las raíces de los modos TE mientras que  $\alpha$  las raíces de los modos TM. Es decir, en la expresión (3-80)  $Z_q(\beta_s)$  es una función para modos TE de la guía de onda circular, mientras que  $Z_{1q}(\beta_{s1})$  lo es para modos TE de guía de onda coaxial debidos a la primera ranura.

Continuando con la solución a la integral (3-80), de acuerdo a la nomenclatura acordada en el párrafo anterior, es posible sustituir las funciones  $Z_q(\beta_s r)$  y su derivada  $Z'_q(\beta_s r)$  a partir de la expresión (3-40) de la siguiente forma

$$Z_q(\beta_s r) = \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{(\beta_s R)^2 - q^2}} \frac{J_q(\beta_s r)}{J_q(\beta_s R)} \quad (3-81)$$

Por lo que

$$Z'_q(\beta_s r) = \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{(\beta_s R)^2 - q^2}} \frac{J'_q(\beta_s r)}{J_q(\beta_s R)} \quad (3-82)$$

De esta manera sustituyendo (3-81) y (3-82) en (3-80)

$${}_{H-H}^{V-V} I_1^{TE-TE} = \left\{ \pi \int_{\eta}^{r_2} \left( \beta_{s1} \beta_s Z'_{1q}(\beta_{s1} r) \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{(\beta_s R)^2 - q^2}} \frac{J'_q(\beta_s r)}{J_q(\beta_s R)} + \frac{q}{r^2} Z_{1q}(\beta_{s1} r) \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{(\beta_s R)^2 - q^2}} \frac{J_q(\beta_s r)}{J_q(\beta_s R)} \right) r dr \right\} \quad (3-83)$$

Ahora, se define a

$$k_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{(\beta_s R)^2 - q^2} J_q(\beta_s R)} \quad (3-84)$$

Por lo que la expresión (3-83) se reduce como

$${}_{H-H}^{V-V} I_1^{TE-TE} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} k_1 \int_{\eta}^{r_2} \left( \beta_{s1} \beta_s Z'_{1q}(\beta_{s1} r) J'_q(\beta_s r) + \frac{q}{r^2} Z_{1q}(\beta_{s1} r) J_q(\beta_s r) \right) r dr \right\} \quad (3-85)$$

De acuerdo a lo visto en la sección 3.1 acerca de las propiedades ortogonales de las integrales de Bessel dado por la expresión (3-25) se puede verificar que la solución a la integral (3-85) esta dada por [1]

$${}_{H-H}^{V-V} I_1^{TE-TE} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} k_1 \left[ \frac{r \left[ \beta_s^2 \beta_{s1} J_q(\beta_s r) Z'_{1q}(\beta_{s1} r) - \beta_{s1}^2 \beta_s J'_q(\beta_s r) Z_{1q}(\beta_{s1} r) \right]}{\beta_s^2 - \beta_{s1}^2} \right] \right\}_{\eta}^{r_2} \quad (3-86)$$

Al evaluar los límites de integración se obtiene finalmente el valor de  $I_1$  para el caso TE-TE

$${}_{H-H}^{V-V} I_1^{TE-TE} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} \frac{k_1}{\beta_s^2 - \beta_{s1}^2} \left\{ r_2 \left[ \beta_s^2 \beta_{s1} J_q(\beta_s r_2) Z'_{1q}(\beta_{s1} r_2) - \beta_{s1}^2 \beta_s J'_q(\beta_s r_2) Z_{1q}(\beta_{s1} r_2) \right] - r_1 \left[ \beta_s^2 \beta_{s1} J_q(\beta_s r_1) Z'_{1q}(\beta_{s1} r_1) - \beta_{s1}^2 \beta_s J'_q(\beta_s r_1) Z_{1q}(\beta_{s1} r_1) \right] \right\} \right\} \quad (3-87)$$

Donde de acuerdo a la nomenclatura acordada

$$Z_{1q}(\beta_{s1}r) = \frac{\sqrt{\pi\epsilon_q} J_q(\beta_{s1}r)N'_q(\beta_{s1}r_1) - N_q(\beta_{s1}r)J'_q(\beta_{s1}r_1)}{2 \left\{ \left[ J'_q(\beta_{s1}r_1)/J'_q(\beta_{s1}r_2) \right]^2 \left[ 1 - (q/\beta_{s1}r_2)^2 \right] - \left[ 1 - (q/\beta_{s1}r_1)^2 \right] \right\}^{1/2}} \quad (3-88)$$

y  $Z'_q(\beta_{s1}r)$  la derivada de (3-88) con respecto al argumento, con  $\epsilon_q$  definido por (3-36)

Además de que  $\beta_s$  son las raíces de

$$J'_q(\beta_s R) = 0 \quad (3-89)$$

Mientras  $\beta_{s1}$  son las raíces de

$$J'_q(\beta_{s1}r_2)N'_q(\beta_{s1}r_1) - N'_q(\beta_{s1}r_2)J'_q(\beta_{s1}r_1) = 0 \quad (3-90)$$

### • Caso TM-TM

Ahora se analiza el caso en el que la combinación del integrando de (3-73) involucra un modo TM de guía de onda circular y un modo TM de guía de onda coaxial debido a la primera ranura del diafragma de control.

$$I_1^{TM-TM}(n, m) = \int_s \Phi_n^{\ominus TM} \cdot \Phi_m^{\odot TM} r dr d\phi$$

Para este caso solo es necesario hacer uso de la expresión (3-34) para definir al tipo de modos involucrados

$${}_{H-H}^{V-V} I_1^{TM-TM} = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \left[ -\vec{r}\alpha_{s1}Z'_{1q}(\alpha_{s1}r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} + \vec{\phi}\frac{q}{r}Z_{1q}(\alpha_{s1}r) \begin{Bmatrix} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \right] \cdot \left[ -\vec{r}\alpha_s Z'_q(\alpha_s r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} + \vec{\phi}\frac{q}{r}Z_q(\alpha_s r) \begin{Bmatrix} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \right] r dr d\phi \quad (3-91)$$

Se puede observar una expresión muy parecida a la obtenida para el caso TE-TE con la diferencia en la nomenclatura acordada con respecto al tipo y naturaleza del modo. También en este caso solo existen los productos entre los modos V-V y H-H al quedar integrales del tipo (3-74). Finalmente al reducir esta operación vectorial de producto punto la expresión que resulta es

$${}_{H-H}^{V-V} I_1^{TM-TM} = \left\{ \pi \int_{r_1}^{r_2} \left( \alpha_{s1}\alpha_s Z_{1q}(\alpha_{s1}r)Z'_q(\beta_s r) + \frac{q}{r^2} Z_{1q}(\alpha_{s1}r)Z_q(\alpha_s r) \right) r dr \right\} \quad (3-92)$$

Puede observarse que la expresión (3-92) es muy parecida a la que se obtuvo para el caso TE-TE con la diferencia que ahora se tratan de funciones radiales dependientes de raíces de modos TM definidos por (3-38) y (3-41) para los modos de guía de onda coaxial y circular respectivamente. Al sustituir correctamente las funciones  $Z_q(\alpha_s)$  y  $Z'_q(\alpha_s r)$  con ayuda de (3-34) se obtiene

$$I_{H-H}^{V-V TM-TM} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} k_2 \int_{\eta}^{r_2} \left( \alpha_{s1} \alpha_s Z'_{1q}(\alpha_{s1} r) J'_q(\alpha_s r) + \frac{q}{r^2} Z_{1q}(\alpha_{s1} r) J_q(\alpha_s r) \right) r dr \right\} \quad (3-93)$$

Donde

$$k_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\pi}} \frac{1}{\alpha_s R J_{q+1}(\beta_s R)} \quad (3-94)$$

Nuevamente, la ecuación (3-93) a quedado en forma genérica de una integral de funciones ortogonales de Bessel, empleando (3-25) la solución a la integral es

$$I_{H-H}^{V-V TM-TM} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} k_2 \left[ \frac{r \left[ \alpha_s^2 \alpha_{s1} J_q(\alpha_s r) Z'_{1q}(\alpha_{s1} r) - \alpha_{s1}^2 \alpha_s J'_q(\alpha_s r) Z_{1q}(\alpha_{s1} r) \right]}{\alpha_s^2 - \alpha_{s1}^2} \right] \right\}_{\eta}^{r_2} \quad (3-95)$$

Al evaluar los límites

$$I_{H-H}^{V-V TM-TM} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} \frac{k_2}{\alpha_s^2 - \alpha_{s1}^2} \left\{ r_2 \left[ \alpha_s^2 \alpha_{s1} J_q(\alpha_s r_2) Z'_{1q}(\alpha_{s1} r_2) - \alpha_{s1}^2 \alpha_s J'_q(\alpha_s r_2) Z_{1q}(\alpha_{s1} r_2) \right] - \right. \right. \\ \left. \left. r_1 \left[ \alpha_s^2 \alpha_{s1} J_q(\alpha_s r_1) Z'_{1q}(\alpha_{s1} r_1) - \alpha_{s1}^2 \alpha_s J'_q(\alpha_s r_1) Z_{1q}(\alpha_{s1} r_1) \right] \right\} \right\} \quad (3-96)$$

Donde  $\alpha_s$  son las raíces de

$$J_q(\alpha_s R) = 0 \quad (3-97)$$

Mientras  $\alpha_{s1}$  son las raíces de

$$J'_q(\alpha_{s1} r_2) N'_q(\alpha_{s1} r_1) - N'_q(\alpha_{s1} r_2) J'_q(\alpha_{s1} r_1) = 0 \quad (3-98)$$

Al igual que en el caso TE-TE  $Z_{1q}(\alpha_{s1} r)$  y su derivada  $Z'_{1q}(\alpha_{s1} r)$  se obtienen empleando la ecuación (3-38)

### • Caso TE-TM

Para este caso por primera vez se emplean simultáneamente las ecuaciones (3-33) y (3-34) ya que ahora se involucra a una onda TE de la guía de onda coaxial debido a la primera ranura y a una onda TM de la guía de onda circular, es decir

$$I_1^{TE-TM} = \int_{\eta}^{\eta} \vec{\Phi}_n^{\ominus TE} \cdot \vec{\Phi}_m^{\ominus TM} r dr d\phi \\ I_1^{TE-TM} = \int_{\eta}^{r_2} \int_0^{2\pi} \left[ r \frac{q}{r} Z_{1q}(\beta_{s1} r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{Bmatrix} + \phi \beta_{s1} Z'_{1q}(\beta_{s1} r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} \right] \cdot \left[ -r \alpha_s Z'_{1q}(\alpha_s r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} + \phi \frac{q}{r} Z_q(\alpha_s r) \begin{Bmatrix} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \right] r dr d\phi$$

Al efectuar el producto punto llegamos a

$$I_1^{TE-TM} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{r} \alpha_s Z_{1q}(\beta_{s1} r) Z'_q(\alpha_s r) \int_0^{2\pi} \left\{ \begin{array}{l} -\sin^2 q\phi \\ \cos^2 q\phi \end{array} \right. r d\phi dr + \frac{q}{r} \beta_s Z'_{1q}(\beta_{s1} r) Z_q(\alpha_s r) \int_0^{2\pi} \left\{ \begin{array}{l} -\cos^2 q\phi \\ \sin^2 q\phi \end{array} \right. r d\phi dr \quad (3-99)$$

Se observa que al igual que en los dos casos anteriores son posibles únicamente las combinaciones  $V-V$  y  $H-H$  entre los modos pero con la diferencia que para la combinación  $V-V$  la integral con respecto a la componente azimutal ( $\phi$ ) es de valor  $-\pi$  en lugar de  $\pi$ . Considerando este resultado, al reducir la expresión obtenemos

$$I_1^{TE-TM} = \left\{ \begin{array}{l} V-V \\ H-H \end{array} \right. \frac{-\pi}{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{r} (\alpha_s Z_{1q}(\beta_{s1} r) Z'_q(\alpha_s r) + \beta_s Z'_{1q}(\beta_{s1} r) Z_q(\alpha_s r)) r dr \quad (3-100)$$

Acerca del integrando de la expresión anterior, se observa lo siguiente

$$\alpha_s Z_{1q}(\beta_{s1} r) Z'_q(\alpha_s r) + \beta_s Z'_{1q}(\beta_{s1} r) Z_q(\alpha_s r) = \frac{d}{dr} (Z_{1q}(\beta_{s1} r) \cdot Z(\alpha_s r)) \quad (3-101)$$

Al sustituir este resultado en (3-100)

$$I_1^{TE-TM} = \left\{ \begin{array}{l} V-V \\ H-H \end{array} \right. \frac{-\pi}{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{r} \frac{d}{dr} (Z_{1q}(\beta_{s1} r) \cdot Z(\alpha_s r)) r dr = \left\{ \begin{array}{l} V-V \\ H-H \end{array} \right. \frac{-\pi}{\pi} q (Z_{1q}(\beta_{s1} r) \cdot Z(\alpha_s r)) \Big|_{r_1}^{r_2} \quad (3-101)$$

Obteniendo finalmente

$$I_1^{TE-TM} = \left\{ \begin{array}{l} V-V \\ H-H \end{array} \right. \frac{-\pi}{\pi} q (Z_{1q}(\beta_{s1} r_2) \cdot Z_q(\alpha_s r_2) - Z_{1q}(\beta_{s1} r_1) \cdot Z_q(\alpha_s r_1)) \quad (3-102)$$

Cabe mencionar que en este caso, en el que se mezcla el uso de dos modos de naturaleza distinta es importante tener en cuenta en todo momento el orden en que son tomados en cuenta cada uno de estos para no incurrir en errores de cálculo.

## • Caso TM-TE

Ahora tenemos el orden invertido de los modos con respecto al caso anterior.

$$I_1^{TM-TE} = \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus TM} \cdot \vec{\Phi}_m^{\ominus TE} r dr d\phi$$

Primeramente

$$I_1^{TM-TE} = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \left[ -r \alpha_{s1} Z'_{1q}(\alpha_{s1} r) \left\{ \begin{array}{l} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{array} \right\} + \phi \frac{q}{r} Z_{1q}(\alpha_{s1} r) \left\{ \begin{array}{l} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{array} \right\} \right] \left[ r \frac{q}{r} Z_q(\beta_s r) \left\{ \begin{array}{l} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{array} \right\} + \phi \beta_s Z'_q(\beta_s r) \left\{ \begin{array}{l} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{array} \right\} \right] r dr d\phi \quad (3-103)$$

Al efectuar la operación de producto punto y realizar las simplificaciones correspondientes se obtiene

$${}_{H-H}^{V-V} I_1^{TM-TE} = \left\{ \frac{-\pi}{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{r} (\alpha_{s1} Z_q(\beta_s r) Z'_{1q}(\alpha_{s1} r) + \beta_s Z'_q(\beta_s r) Z_{1q}(\alpha_{s1} r)) r dr \right\} \quad (3-104)$$

De la misma forma, que para el caso anterior el integrando puede expresarse como la derivada de un producto entre las funciones radiales  $Z_q(\beta_s r)$  y  $Z_{1q}(\alpha_{s1} r)$ . Después de evaluar los límites se obtiene finalmente

$${}_{H-H}^{V-V} I_1^{TM-TE} = \left\{ \frac{-\pi}{\pi} q (Z_q(\beta_s r_2) \cdot Z_{1q}(\alpha_{s1} r_2) - Z_q(\beta_s r_1) \cdot Z_{1q}(\alpha_{s1} r_1)) \right\} \quad (3-105)$$

Ahora, se dará solución a la integral  $I_2$  que tiene como integrando el producto entre modos transversales de la guía de onda coaxial debidos a la segunda ranura del diafragma y los modos de la guía de onda circular descritos por las ecuaciones (3-33) y (3-34) respectivamente. Sin embargo, el proceso de solución es el mismo que para la solución de  $I_1$  solo cambian los límites de la integral de la componente radial  $r_3 < r < r_4$ . Por ello ahora solo se presentan las soluciones para cada caso

### • Caso TE-TE

$$I_2^{TE-TE} = \int_{r_3}^{r_4} \int_0^{2\pi} \left[ r \frac{q}{r} Z_{2q}(\beta_{s2} r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{Bmatrix} + \phi \beta_{s2} Z'_{2q}(\beta_{s2} r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} \right] \cdot \left[ r \frac{q}{r} Z_q(\beta_s r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{Bmatrix} + \phi \beta_s Z'_q(\beta_s r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} \right] r dr d\phi$$

$${}_{H-H}^{V-V} I_2^{TE-TE} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} \frac{k_1}{\beta_s^2 - \beta_{s2}^2} \left\{ r_4 \left[ \beta_s^2 \beta_{s2} J_q(\beta_s r_4) Z'_{2q}(\beta_{s2} r_4) - \beta_{s2}^2 \beta_s J'_q(\beta_s r_4) Z_{1q}(\beta_{s2} r_2) \right] - r_3 \left[ \beta_s^2 \beta_{s2} J_q(\beta_s r_3) Z'_{2q}(\beta_{s2} r_3) - \beta_{s2}^2 \beta_s J'_q(\beta_s r_3) Z_{2q}(\beta_{s2} r_3) \right] \right\} \right\} \quad (3-106)$$

### • Caso TE-TM

$$I_2^{TE-TM} = \int_{r_3}^{r_4} \int_0^{2\pi} \left[ r \frac{q}{r} Z_{2q}(\beta_{s2} r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{Bmatrix} + \phi \beta_{s2} Z'_{2q}(\beta_{s2} r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} \right] \cdot \left[ -r \alpha_s Z'_q(\alpha_s r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} + \phi \frac{q}{r} Z_q(\alpha_s r) \begin{Bmatrix} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \right] r dr d\phi$$

$${}_{H-H}^{V-V} I_2^{TE-TM} = \left\{ \frac{-\pi}{\pi} q (Z_{2q}(\beta_{s2} r_4) \cdot Z_q(\alpha_s r_4) - Z_{2q}(\beta_{s2} r_3) \cdot Z_q(\alpha_s r_3)) \right\} \quad (3-107)$$

### • Caso TM-TE

$$I_2^{TM-TE} = \int_{r_3}^{r_4} \int_0^{2\pi} \left[ -r \alpha_{s2} Z'_{2q}(\alpha_{s2} r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} + \phi \frac{q}{r} Z_{2q}(\alpha_{s2} r) \begin{Bmatrix} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \right] \cdot \left[ r \frac{q}{r} Z_q(\beta_s r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{Bmatrix} + \phi \beta_s Z'_q(\beta_s r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{Bmatrix} \right] r dr d\phi$$



$${}_{H-H}^{V-V} I_2^{TM-TE} = \left\{ \frac{-\pi}{\pi} q (Z_q(\beta_s r_4) \cdot Z_{2q}(\alpha_{s2} r_4) - Z_q(\beta_s r_3) \cdot Z_{2q}(\alpha_{s2} r_{31})) \right\} \quad (3-108)$$

### • Caso TM-TM

$$I_2^{TM-TM} = \int_{r_3}^{r_4} \int_0^{2\pi} \left[ -r \alpha_{s2} Z'_{2q}(\alpha_{s2} r) \left\{ \frac{\sin q\phi}{\cos q\phi} + \phi \frac{q}{r} Z_{2q}(\alpha_{s2} r) \right\} \frac{-\cos q\phi}{\sin q\phi} \right] \cdot \left[ -r \alpha_s Z'_q(\alpha_s r) \left\{ \frac{\sin q\phi}{\cos q\phi} + \phi \frac{q}{r} Z_q(\alpha_s r) \right\} \frac{-\cos q\phi}{\sin q\phi} \right] r dr d\phi$$

$${}_{H-H}^{V-V} I_2^{TM-TM} = \left\{ \frac{\pi}{\pi} \frac{k_2}{\alpha_s^2 - \alpha_{s2}^2} \left\{ r_4 \left[ \alpha_s^2 \alpha_{s2} J_q(\alpha_s r_4) Z'_{2q}(\alpha_{s2} r_4) - \alpha_{s2}^2 \alpha_s J'_q(\alpha_s r_4) Z_{2q}(\alpha_{s2} r_4) \right] - \right. \right.$$

$$\left. r_3 \left[ \alpha_s^2 \alpha_{s2} J_q(\alpha_s r_3) Z'_{2q}(\alpha_{s2} r_3) - \alpha_{s2}^2 \beta_s J'_q(\alpha_s r_3) Z_{2q}(\alpha_{s2} r_3) \right] \right\} \quad (3-109)$$

Así, con el conocimiento de las integrales  $I_1$  y  $I_2$ , según las ecuaciones (3-75) y (3-76) estamos en posibilidad de obtener los coeficientes  $A_n$  y  $B_i$ , y con ello determinar las características de transmisión y reflexión debido a la presencia del diafragma de control, ya que con estos coeficientes es posible conocer con buena aproximación los campos eléctrico y magnético transversales.

## 3.2.2 Cálculo del coeficiente de Reflexión

En esta sección se analizará la obtención del parámetro de mayor importancia en la caracterización del desplazador de fase reflectivo. Dicho parámetro es el coeficiente de reflexión generado por la presencia del diafragma de control, tal como se describió en el capítulo anterior. Se inicia la obtención del coeficiente de reflexión considerando una guía de onda circular acoplada o de longitud infinita. El análisis obtenido, será de gran ayuda cuando se obtenga el coeficiente  $\Gamma_{\perp}$  para la estructura completa del desplazador de fase.

Primeramente, es importante recordar que se está considerando la incidencia normal de una onda  $TE_{11}$  sobre el diafragma de control. Dicho modo se identificó en un principio como  $\Phi_1$  y se relacionó con el coeficiente de reflexión de acuerdo a la ecuación (3-56). Ahora, se tomará esta misma expresión pero con la nomenclatura acordada, es decir  $\Phi_m^0$  para representar a los modos de la guía de onda circular. De esta forma, se inicia con la expresión

$$(A_1 + R_1) = \int_{r_3}^{r_4} \vec{E}_T(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_1^0(r', \phi') r' dr' d\phi' \quad (3-110)$$

Donde  $A_1$  es la magnitud de la onda incidente y  $R_1$  es el coeficiente de reflexión debido al modo principal de la guía de onda circular y  $E_T$  sabemos que está expresado por

$$\vec{E}_T = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{i=1}^{\infty} B_i \vec{\Phi}_i^{\oplus}(r', \phi')$$

Si además consideramos por simplicidad, magnitud unitaria de la onda incidente  $A_1=1$  en la ecuación (3-110) obtenemos

$$1 + R_1 = \int_s \left( \sum_{n=1}^{\infty} A_n \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^{\infty} B_t \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \cdot \vec{\Phi}_1^{\circ}(r', \phi') dr' d\phi'$$

$$1 + R_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_1^{\circ}(r', \phi') dr' d\phi' + \sum_{t=1}^{\infty} B_t \int_s \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_1^{\circ}(r', \phi') dr' d\phi' \quad (3-111)$$

En la expresión (3-111), quedan involucrados casos particulares de las Integrales  $I_1$  y  $I_2$  por lo que finalmente el coeficiente de reflexión queda expresado por

$$R_1 = \sum_{n=1}^N A_n I_1(1, n) + \sum_{t=1}^T B_t I_2(1, t) - 1 \quad (3-112)$$

La expresión (3-112) representa un resumen a todo el proceso analítico que emplea a los coeficientes  $A_n$  y  $B_t$  con el objetivo de obtener el coeficiente de reflexión para la componente de la onda  $TE_{11}$  que incide perpendicular a la carga reactiva del diafragma de control. La respuesta de este coeficiente de reflexión será muy importante en la determinación de la frecuencia de diseño del desplazador de fase así como en la determinación de la distancia a la que se debe colocar la placa metálica del diafragma de control.

### 3.2.3 Análisis del diafragma de control con sustrato dieléctrico

Hasta el momento la formulación realizada para el diafragma de control ha sido correcta. Sin embargo como parte de la implementación física, es necesario incluir otro elemento en el análisis. La razón se justifica al tener la necesidad de tener un soporte mecánico para la estructura del diafragma de control, por medio de un sustrato dieléctrico tal como se muestra en la figura 3.6

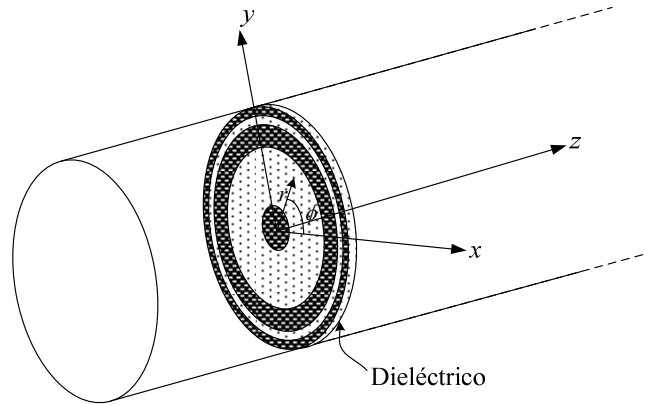


Figura 3.6 Diafragma de control con sustrato dieléctrico

De esta manera, el sustrato dieléctrico es parte esencial en el análisis del diafragma de control. Se ha descrito que la parte del diafragma que girará está formada por la parte circular central y el anillo de menor diámetro y por lo tanto el dieléctrico solo cubrirá estas dos partes, es decir, la primera ranura. Sin embargo, por simplicidad del análisis se considerará inicialmente que dicho sustrato está sobre las dos ranuras del diafragma de control, tal como indica la figura 3.7.

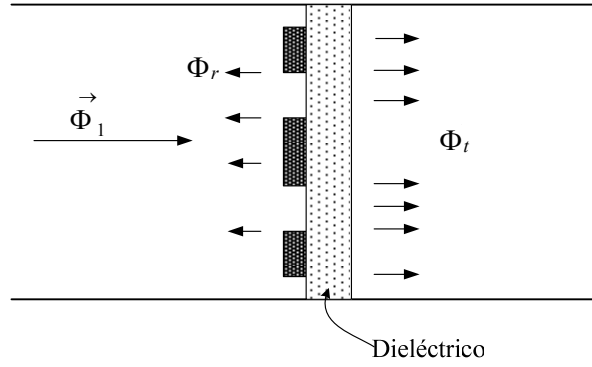


Figura 3.7 Vista longitudinal del diafragma de control con sustrato

En primera instancia, es fácil predecir que las ondas que son transmitidas a través del diafragma tendrían una velocidad menor con respecto al caso en el que el sustrato no estuviera presente debido a una permitividad eléctrica  $\epsilon_r$  mayor. Esto es cuantificado en una diferencia de impedancias en ambos lados del diafragma. Esta característica queda descrita por la ecuación integral cuyo procedimiento de formulación es similar que para el caso en el que no hay dieléctrico y toma la siguiente forma

$$\sum_{m=1}^{\infty} (Y_m + Y_m^d) \left( \int_s \vec{E}_T(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m^{\ominus}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right) \vec{\Phi}_m^{\ominus}(r, \phi) = 2A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1^{\ominus}(r, \phi) \quad (3-113)$$

Donde  $Y_m^d$  es la admitancia de onda del lado donde se encuentra el sustrato dieléctrico. De la misma forma que para el caso sin dieléctrico  $E_T$  es una aproximación por medio de las ondas de guía de onda coaxial generadas por las ranuras del diafragma de control y representada por (3-61) que al ser sustituida en (3-113) obtenemos una función de error como resultado de la propia aproximación.

$$\sum_{m=1}^{\infty} (Y_m + Y_m^d) \left[ \int_s \left( \sum_{n=1}^{\infty} A_n \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^{\infty} B_t \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \vec{\Phi}_m^{\ominus}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right] \vec{\Phi}_m^{\ominus}(r, \phi) - 2A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1^{\ominus}(r, \phi) = \delta_{error}(r, \phi) \quad (3-114)$$

A su vez, al estar empleando la técnica de *Galerkin* el error es tratado como un conjunto de funciones ortonormales dadas por (3-64), que al ser minimizado se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones con los mismos límites acordados para (3-69) y (3-70).

$$\sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \left[ \sum_{n=1}^N A_n \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\ominus} r dr d\phi + \sum_{t=1}^T B_t \int_s \vec{\Phi}_t^{\oplus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\ominus} r dr d\phi \right] \int_s \vec{\Phi}_m^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_k^{\ominus} r dr d\phi - 2A_1 Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_k^{\ominus} r dr d\phi = 0 \quad (3-115)$$

$k = 1, \dots, N$

$$\sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \left[ \sum_{n=1}^N A_n \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\ominus} r dr d\phi + \sum_{t=1}^T B_t \int_s \vec{\Phi}_t^{\oplus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\ominus} r dr d\phi \right] \int_s \vec{\Phi}_m^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi - 2A_1 Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi = 0 \quad (3-116)$$

$k = 1, \dots, T$

Y que de forma simplificada puede expresarse de la siguiente forma

$$\sum_{n=1}^N A_n \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) I_1(n, m) \cdot I_1(m, k) \right] + \sum_{t=1}^T B_t \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) I_2(t, m) \cdot I_1(m, k) \right] = 2A_1 Y_1 I_1(1, k) \quad (3-117)$$

$$k = 1, \dots, N$$

$$\sum_{n=1}^N A_n \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) I_1(n, m) \cdot I_2(m, k) \right] + \sum_{t=1}^T B_t \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) I_2(t, m) \cdot I_2(m, k) \right] = 2A_1 Y_1 I_2(1, k) \quad (3-118)$$

$$k = 1, \dots, T$$

Donde  $I_1$  y  $I_2$  son las mismas integrales presentes en el caso donde no se considera el sustrato dieléctrico. Ahora la diferencia numérica está dada por los coeficientes  $A_n$  y  $B_t$  que determinarán un nuevo coeficiente de reflexión haciendo uso de la expresión (3-112).

Por otra parte, la admitancia modal  $Y_m$  está definida en todo momento por (2-14) y (2-15), pero no así para  $Y_m^d$ . Para la determinación de esta última el problema se complicaría enormemente si se tomara en cuenta el dieléctrico cubriendo solo la primera ranura del diafragma de control justo antes del inicio de la segunda. Por ello, como se indicó anteriormente se considera que el dieléctrico cubre ambas ranuras, lo que simplifica el análisis ya que longitudinalmente el problema puede ser visto como lo muestra la figura 3.8, que representa dos líneas de transmisión de impedancia característica distinta después del diafragma de control. La primera representa al sustrato dieléctrico de una longitud determinada mientras que la segunda representa a una línea de longitud infinita por medio de una línea de longitud finita pero acoplada a la impedancia característica  $Z_c$  que es la impedancia modal de la guía de onda circular en el vacío.

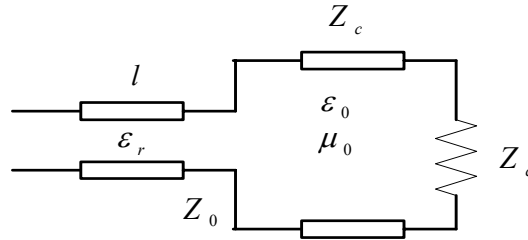


Figura 3.8 Circuito equivalente después del diafragma de control

Entonces, el cálculo de la admitancia  $Y_m^d$  se reduce a calcular la admitancia debida a la transición de dos líneas de transmisión de impedancia característica distinta. Según las condiciones mostradas en la figura 3.8 debe calcularse la impedancia de entrada de una línea de transmisión con impedancia característica  $Z_0$  determinada por la permitividad eléctrica  $\epsilon_r$  del sustrato y de longitud  $l$ , terminada en la impedancia de entrada de la segunda línea de transmisión de impedancia característica  $Z_c$ . Ambas líneas de transmisión está determinadas por el tipo de onda analizada (TE o TM). El circuito de la figura 3.8 puede ser simplificado de al forma que lo muestra la figura 3.9 gracias a que la impedancia de entrada de una línea acoplada es igual a la impedancia característica de la misma, sin importar su longitud.

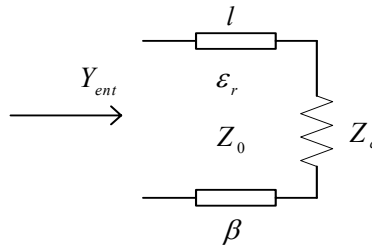


Figura 3.9 Simplificación del circuito equivalente

De la teoría general de las líneas de transmisión, es posible plantear una expresión para la admitancia de entrada requerida de la siguiente forma

$$\frac{1}{Y_m^d} = Z_m^d = Z_0 \frac{Z_c + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_c \tan \beta l} \quad (3-119)$$

Donde  $Z_0$  y  $Z_c$  tendrán valores distintos dependiendo si el  $m$ -ésimo modo analizado es de tipo TE ó TM. También de la teoría general de líneas de transmisión, es posible conocer la definición de las impedancias modales, que se muestran a continuación

Para los modos TE

$$Z^{TE} = \frac{\omega \mu}{\beta} \quad (3-120)$$

Mientras que para los modos TM

$$Z^{TM} = \frac{\beta}{\omega \epsilon} \quad (3-121)$$

Donde  $\omega$  es la frecuencia angular  $\omega = 2\pi f$ ,  $\epsilon$  es la permitividad eléctrica  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ , donde la  $\epsilon_0$  representa la constante de permitividad en el vacío o espacio libre, con un valor de  $1/(36\pi) \cdot 10^9 [F/m]$  y  $\epsilon_r$  es la susceptibilidad a la polarización en un medio, la cual es adimensional. Así mismo,  $\mu$  es conocida como la permeabilidad magnética y similar a la permitividad  $\mu = \mu_0 \mu_r$ , con  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$  y donde  $\mu_r$  es la permeabilidad relativa la cual es adimensional e identifica la susceptibilidad de magnetización del medio. Mientras  $\beta$  es la constante de fase dada por

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (3-122)$$

Donde  $k$  es el número de onda definido como  $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$  y  $k_c$  el número de onda de corte, que para el caso de una guía de onda circular está determinado por (2-7) y (2-8) para ondas TE y TM respectivamente. De esta manera, empleando todos los elementos mencionados anteriormente es posible obtener para cada tipo de onda las expresiones de impedancia característica y de carga.

Para las ondas TE las expresiones son

$$Z_c^{TE} = \frac{\omega\mu_0}{\sqrt{\omega^2\mu_0\epsilon_0 - k_c^2}} \quad (3-123)$$

$$Z_0^{TE} = \frac{\omega\mu_0}{\sqrt{\omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_r - k_c^2}} \quad (3-124)$$

Y Para las ondas TM son

$$Z_c^{TM} = \frac{\sqrt{\omega^2\mu_0\epsilon_0 - k_c^2}}{\omega\epsilon_0} \quad (3-125)$$

$$Z_0^{TM} = \frac{\sqrt{\omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_r - k_c^2}}{\omega\epsilon_0\epsilon_r} \quad (3-126)$$

Al emplear correctamente en (3-119) para cada tipo de modo las expresiones anteriores se obtienen finalmente el valor de la admitancia modal  $Y_m^d$ , y de esta forma es posible obtener los coeficientes  $A_n$  y  $B_l$  para el sistema de ecuaciones definido por (3-117) y (3-118).

### 3.3 Obtención del modelo matemático del diafragma de control para la componente paralela en la guía de onda circular acoplada.

Ahora, se analizará la segunda parte del problema que de acuerdo a la teoría desarrollada en el capítulo anterior, corresponde al estudio del diafragma de control para la componente de la onda  $TE_{11}$  que incide paralela a la carga reactiva (corto) representado por dos estructuras metálicas colineales en forma de sección anular colocadas en la primera ranura de forma vertical como muestra la figura 3.10. De la misma forma que para la componente perpendicular se realiza un análisis para llegar a la formulación de una ecuación integral cuya solución estará apoyada por el método de momentos

Entonces, siguiendo el mismo proceso que para la componente perpendicular, primeramente sería necesario relacionar el campo electromagnético en ambos lados del diafragma al establecer las condiciones de reflexión y transmisión mediante la aplicación de las condiciones de frontera, con el objetivo de obtener una ecuación integral en términos del campo eléctrico tangencial desconocido en el plano de la superficie del diafragma de control. Después se tiene que aproximar el campo eléctrico tangencial mediante una expansión de funciones base que cumplan las condiciones de frontera impuestas por la geometría del diafragma de control. Sin embargo, para este caso tal como lo muestra la figura 3.10 se trata de una estructura que no es uniforme en la primera ranura como lo fue en el análisis de la componente perpendicular donde se usaron de manera natural los modos de guía de onda coaxial. Si se piensa en el mismo sentido puede resultar bastante complicado encontrar las características de los modos o funciones que cumplen con las condiciones de frontera para tal geometría.

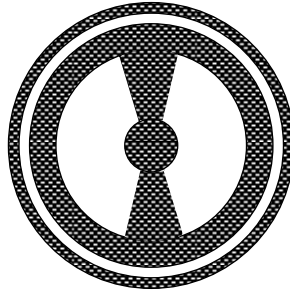


Figura 3.10 Diafragma de control considerado para la componente paralela

Si embargo, se puede aprovechar el teorema de unicidad de las ecuaciones de Maxwell, el cual dice que si existe una solución que satisface las condiciones de frontera en toda la región de análisis, entonces esta solución es única. Aplicando este teorema, se observa que la estructura del diafragma de control para el análisis de ambas polarizaciones es muy similar, la única diferencia es que para el caso del análisis de la polarización paralela se tiene el corto ó carga reactiva en la primera ranura. Entonces, se puede definir al campo eléctrico tangencial desconocido como la suma de dos componentes:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_T^S + \vec{E}_T^I \quad (3-127)$$

Donde  $\vec{E}_T^S$  es el campo eléctrico transversal de las aperturas del diafragma de control sin considerar los cortos, mientras que  $\vec{E}_T^I$  es el campo eléctrico transversal debido a las corrientes que fluyen a través de los cortos metálicos. El primer término de (3-127) ya fue obtenido en el análisis de la componente perpendicular mediante el proceso descrito en la sección anterior. Para el segundo término se considera que se generan ondas electromagnéticas hacia ambos lados del diafragma de control de acuerdo al sentido de las corrientes mostrado la figura 3.11. Esto debido a que al haber una corriente superficial es inherente la existencia de un campo electromagnético

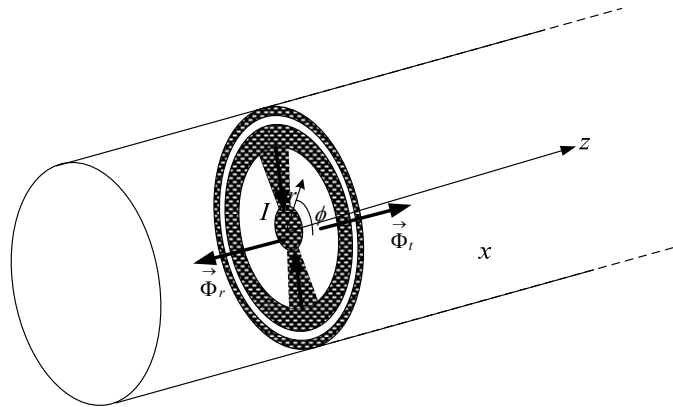


Figura 3.11 Efecto de las corrientes que fluyen en los cortos

Entonces, de acuerdo a lo mostrado por la figura 3.11 el procedimiento para la formulación de  $\vec{E}_T^I$  inicia considerando las condiciones de transmisión y reflexión de la siguiente forma:

Para  $z < 0$

$$\vec{E}_T^I = \sum_{m=1}^{\infty} R'_m \vec{\Phi}_m e^{j\beta z} \quad (3-128)$$

Mientras que para  $z > 0$

$$\vec{E}_T^I = \sum_{m=1}^{\infty} T'_m \vec{\Phi}_m e^{-j\beta z} \quad (3-129)$$

Donde  $R'_m$  y  $T'_m$  son los coeficientes de reflexión y transmisión respectivamente de los modos generados por las corrientes inducidas en los cortos metálicos. Así mismo,  $\vec{\Phi}_m$  representa los vectores de campo eléctrico tangencial para los modos de una guía de onda circular.

Como se recordará, en el análisis de la componente perpendicular, la condición de frontera que se empleo fue para la continuidad del campo magnético en ambas ranuras del diafragma de control. Para este caso, se emplea nuevamente la condición de frontera para el campo magnético tangencial pero bajo la condición de no continuidad la presencia de la densidad de corriente superficial  $J_s$  en los cortos metálicos. Entonces, la condición de frontera que se aplicará para la formulación de la ecuación integral es

$$\vec{a}_z \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad (3-130)$$

Donde  $\vec{a}_z$  es el vector unitario paralelo al eje  $z$ ,  $\vec{H}_2$  es la intensidad de campo magnético total en la región donde  $z > 0$ , mientras que  $\vec{H}_1$  es la intensidad de campo magnético total para la región  $z < 0$ . A partir de (3-128) y (3-129) es posible obtener el campo magnético tangencial para cada una de las regiones, además considerando que se valúa en  $z = 0$  para situarnos en el plano de interés como se muestra a continuación

Para  $z < 0$

$$\vec{a}_z \times \vec{H}_T(z = 0^-) = \sum_{m=1}^{\infty} R'_m Y_m \vec{\Phi}_m \quad (3-131)$$

Para  $z > 0$

$$\vec{a}_z \times \vec{H}_T(z = 0^+) = -\sum_{m=1}^{\infty} T'_m Y_m \vec{\Phi}_m \quad (3-132)$$

Al aplicar la condición de frontera (3-130) obtenemos

$$-\sum_{m=1}^{\infty} T'_m Y_m \vec{\Phi}_m - \sum_{m=1}^{\infty} R'_m Y_m \vec{\Phi}_m = \sum_{p=1}^2 \vec{J}_{s_p}$$



Que también puede ser vista como

$$\sum_{m=1}^{\infty} T'_m Y_m \vec{\Phi}_m + \sum_{m=1}^{\infty} R'_m Y_m \vec{\Phi}_m = -\sum_{p=1}^2 \vec{J}_{s_p} \quad (3-133)$$

Donde  $p$  representa el número de elementos donde existe la densidad superficial de corriente  $\vec{J}_s$ , que en este caso son dos tal como lo muestra la figura 3.10

De la teoría de Fourier puede obtenerse a partir de (3-128) y (3-129), los coeficientes de transmisión y reflexión de la siguiente forma

$$R'_m = T'_m = \int_s \vec{E}_T^I(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m(r', \phi') r' dr' d\phi' \quad (3-134)$$

Al sustituir el valor de estos coeficientes en (3-133) al mismo tiempo de simplificar y considerar la misma nomenclatura que para el caso de la componente perpendicular, se obtiene la siguiente ecuación integral

$$2 \sum_{m=1}^{\infty} Y_m \left( \int_s \vec{E}_T^I(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m^O(r', \phi') r' dr' d\phi' \right) \vec{\Phi}_m^O(r, \phi) = -\sum_{p=1}^2 \vec{J}_{s_p} \quad (3-135)$$

Dado que el empleo del sustrato dieléctrico es inevitable, el efecto de este debe ser incluido en la ecuación integral (3-135). Es fácil encontrar que dicho efecto queda contemplado mediante la admitancia modal, de la siguiente manera

$$\sum_{m=1}^{\infty} (Y_m + Y_m^d) \left( \int_s \vec{E}_T^I(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m^O(r', \phi') r' dr' d\phi' \right) \vec{\Phi}_m^O(r, \phi) = -\sum_{p=1}^2 \vec{J}_{s_p} \quad (3-136)$$

La caución integral (3-136) se resolverá empleando el método de momentos mediante la técnica de *Galerkin*. Nuevamente el campo eléctrico tangencial desconocido, representado en esta ocasión por  $\vec{E}_T^I$  se expenderá por medio de la combinación lineal de los modos de guía de onda coaxial generados en las ranuras del diafragma de control, es decir

$$\vec{E}_T^I = \sum_{n=1}^N A_n^c \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t^c \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \quad (3-137)$$

La particularidad de la ecuación (3-137) son los coeficientes de las series con superíndice  $c$ , el cual indica que se está considerando el corto de la primera ranura y tal efecto se cuantificara al sustituir la aproximación (3-137) en (3-136). En comparación con el análisis de la componente perpendicular, para este caso se tendrán que considerar una mayor cantidad de modos coaxiales de la primera ranura, debido a que la presencia de los cortos provoca la existencia de modos de alto orden importantes en el cumplimiento de las condiciones de frontera. De la misma forma que para el análisis de la componente perpendicular,  $\vec{\Phi}_n^{\ominus}$  representa los  $n$ -ésimos modos coaxiales generados en la primera ranura mientras  $\vec{\Phi}_t^{\oplus}$  a los  $t$ -ésimos modos coaxiales de la segunda ranura del

diafragma de control. Al llevar a cabo la sustitución mencionada, la ecuación integral (3-136) empieza a discretizarse al tomar la siguiente forma

$$\sum_{m=1}^M \left[ (Y_m + Y_m^d) \int_s \left( \sum_{n=1}^N A_n^c \bar{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t^c \bar{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \bar{\Phi}_m^{\ominus}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right] \bar{\Phi}_m^{\ominus}(r, \phi) = - \sum_{p=1}^2 \bar{J}_{s_p} \quad (3-138)$$

Se sabe que al emplear sumatorias finitas se incurre en un error, es decir

$$\sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \left[ \int_s \left( \sum_{n=1}^N A_n^c \bar{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t^c \bar{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \bar{\Phi}_m^{\ominus}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right] \bar{\Phi}_m^{\ominus}(r, \phi) + \sum_{p=1}^2 \bar{J}_{s_p} = \delta_{error}(r, \phi) \quad (3-139)$$

Dentro la técnica de *Galerkin*, las funciones de *peso* empleadas para aproximar el error deben ser del mismo tipo que las empleadas en la aproximación de  $\vec{E}_T$ , por ello

$$\delta_{error}(r, \phi) = \sum_{k=1}^K C_k \bar{\Phi}_k^{\ominus}(r, \phi) + \sum_{l=1}^L D_l \bar{\Phi}_l^{\oplus}(r, \phi)$$

Dado que se requiere que el error sea mínimo, los coeficientes  $C_k$  y  $D_l$  después de ser obtenidos de acuerdo a la teoría de series de Fourier se igualan a cero y por tercera vez se llega a un conjunto de ecuaciones con el cual es posible obtener una buena aproximación para el campo eléctrico transversal por medio de los coeficientes  $A_n^c$  y  $B_t^c$ . El sistema de ecuaciones se muestra a continuación.

$$\int_s \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \left( \sum_{n=1}^N A_n^c \bar{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t^c \bar{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \bar{\Phi}_m^{\ominus}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right] \bar{\Phi}_m^{\ominus}(r, \phi) + \sum_{p=1}^2 \bar{J}_{s_p}(r, \phi) \bar{\Phi}_k^{\ominus}(r, \phi) r dd\phi = 0$$

$k = 1, \dots, N$

$$\int_s \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \left( \sum_{n=1}^N A_n^c \bar{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t^c \bar{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \bar{\Phi}_m^{\ominus}(r', \phi') r' dr' d\phi' \right] \bar{\Phi}_m^{\ominus}(r, \phi) + \sum_{p=1}^2 \bar{J}_{s_p}(r, \phi) \bar{\Phi}_l^{\oplus}(r, \phi) r dd\phi = 0$$

$l = 1, \dots, T$

Al factorizar con respecto a los coeficientes  $A_n^c$  y  $B_t^c$  El sistema de ecuaciones toma la siguiente forma

$$\sum_{n=1}^N A_n^c \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \bar{\Phi}_n^{\ominus} \cdot \bar{\Phi}_m^{\ominus} r dr d\phi \cdot \int_s \bar{\Phi}_m^{\ominus} \cdot \bar{\Phi}_k^{\ominus} r dr d\phi \right] + \sum_{t=1}^T B_t^c \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \bar{\Phi}_n^{\oplus} \cdot \bar{\Phi}_m^{\oplus} r dr d\phi \cdot \int_s \bar{\Phi}_m^{\oplus} \cdot \bar{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi \right] = - \sum_{p=1}^2 \int_s \bar{J}_{s_p} \cdot \bar{\Phi}_k^{\ominus} r dr d\phi, \quad k=1, \dots, N \quad (3-140)$$

$$\sum_{n=1}^N A_n^c \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \bar{\Phi}_n^{\ominus} \cdot \bar{\Phi}_m^{\oplus} r dr d\phi \cdot \int_s \bar{\Phi}_m^{\oplus} \cdot \bar{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi \right] + \sum_{t=1}^T B_t^c \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \bar{\Phi}_n^{\oplus} \cdot \bar{\Phi}_m^{\oplus} r dr d\phi \cdot \int_s \bar{\Phi}_m^{\oplus} \cdot \bar{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi \right] = - \sum_{p=1}^2 \int_s \bar{J}_{s_p} \cdot \bar{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi \quad k=1, \dots, N \quad (3-141)$$

Para el sistema de ecuaciones anterior, todo está definido excepto la densidad superficial de corriente  $J_s$  la cual se mide en Amperes por metro de ancho ( $A/m$ ), donde se supone que el ancho se mide perpendicularmente a la dirección en la cual la corriente fluye. De esta manera se puede definir

$$\vec{J}_{s_p} = \frac{I_p}{Ar} \vec{e} \quad (3-142)$$

Donde,  $I_p$  es la corriente eléctrica contenida en una sección de ancho  $A_r$  y  $\vec{e}$  es el vector unitario en dirección del flujo de corriente. Como una forma de facilitar el análisis, aprovechando el sistema de coordenadas cilíndrico, es conveniente considerar a los cortos metálicos como sectores anulares tal como muestra la figura 3.12

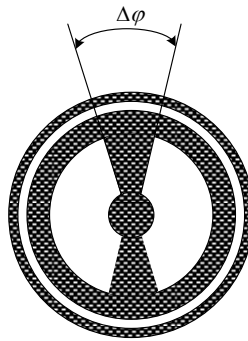


Figura 3.12 Cortos metálicos en forma de sectores anulares radiales

El ancho de dichos sectores anulares puede determinarse mediante la expresión que define a la longitud de un arco circular, a partir de considerar que el ancho de dicho sector es una pequeña parte del perímetro total de una circunferencia, es decir.

$$A_r = 2\pi r \left( \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \quad (3-143)$$

Donde  $\Delta\varphi$  es el ángulo del arco circular,  $r$  el radio de acuerdo a la figura 3.12. Para el caso del sector anular que representa los cortos, su ancho también es expresado por (3-143) pero con  $r$  delimitado por  $r_1$  y  $r_2$ , condición que impone la propia integral del lado derecho de (3-140). De esta forma, la expresión empleada para representar la densidad de corriente superficial se expresa como

$$\vec{J}_{s_p} = \frac{I_p}{r\Delta\varphi} \vec{a}_r \quad (3-144)$$

Donde  $\vec{a}_r$  es el vector unitario en la dirección radial. Ahora, se está en posibilidad de expresar de mejor manera el sistema de ecuaciones. Cabe destacar que el corto está presente solo en la primera ranura por lo cual, no hay elementos con densidad superficial de corriente en la segunda por lo que el lado derecho de la ecuación (3-141) es igual a cero. De esta forma, el sistema de ecuaciones se expresa de la siguiente manera

$$\sum_{n=1}^N A_n^c \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \Phi_n^{\ominus} \cdot \Phi_m^{\circ} r dr d\phi \cdot \int_s \Phi_m^{\circ} \cdot \Phi_k^{\ominus} r dr d\phi \right] + \sum_{t=1}^T B_t^c \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \Phi_n^{\oplus} \cdot \Phi_m^{\circ} r dr d\phi \cdot \int_s \Phi_m^{\circ} \cdot \Phi_k^{\ominus} r dr d\phi \right] = - \sum_{p=1}^2 \int_s \frac{I_p}{r \Delta \varphi} a_r \cdot \Phi_k^{\ominus} r dr d\phi \quad k=1, \dots, N \quad (3-145)$$

$$\sum_{n=1}^N A_n^c \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ} r dr d\phi \cdot \int_s \vec{\Phi}_m^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi \right] + \sum_{t=1}^T B_t^c \left[ \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) \int_s \vec{\Phi}_n^{\oplus} \cdot \vec{\Phi}_m^{\circ} r dr d\phi \cdot \int_s \vec{\Phi}_m^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_k^{\oplus} r dr d\phi \right] = 0 \quad k = 1, \dots, T \quad (3-146)$$

Claramente, se observa que el único elemento desconocido hacia la obtención de los coeficientes  $A_n^c$  y  $B_t^c$  es el valor de la corriente  $I_p$  para los dos elementos que conforman el corto, por ello conviene expresar al sistema de ecuaciones definido por (3-145) y (3-146) en forma de una ecuación matricial, de la siguiente forma

$$[M] \begin{bmatrix} A_n^c & B_t^c \end{bmatrix}^T = -[T][I] \quad (3-147)$$

Para hacer un correcto manejo de la ecuación anterior, hay que tener en cuenta la dimensión de cada una de las matrices involucradas, las cuales son desglosadas a continuación.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & \dots & a_{N1} & b_{11} & b_{21} & b_{31} & \dots & b_{T1} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & \dots & a_{N2} & b_{11} & b_{22} & b_{32} & \dots & b_{T1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1N} & a_{2N} & a_{3N} & \dots & a_{NN} & b_{1N} & b_{2N} & b_{3N} & \dots & b_{TN} \\ c_{11} & c_{21} & c_{31} & \dots & c_{N1} & d_{11} & d_{21} & d_{31} & \dots & d_{T1} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} & \dots & c_{N2} & d_{11} & d_{22} & d_{32} & \dots & d_{T1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{1N} & c_{2N} & c_{3N} & \dots & a_{NN} & d_{1N} & d_{2N} & d_{3N} & \dots & d_{TN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^c \\ A_2^c \\ \vdots \\ A_N^c \\ B_1^c \\ B^c \\ \vdots \\ B_N^c \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} t_{11} & t_{21} \\ t_{21} & t_{22} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ t_{N1} & t_{N2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3-148)$$

Donde

$$a_{ij} = \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) I_1(m, j) I_1(m, i) \quad (3-149)$$

$$b_{ij} = \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) I_2(m, j) I_1(m, i) \quad (3-150)$$

$$c_{ij} = \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) I_1(m, j) I_2(m, i) \quad (3-151)$$

$$d_{ij} = \sum_{m=1}^M (Y_m + Y_m^d) I_2(m, j) I_2(m, i) \quad (3-152)$$

$$t_{ij} = \sum_{j=1}^2 \int_s \frac{1}{r \Delta \varphi} \vec{r} \cdot \vec{\Phi}_i^{\ominus} r dr d\phi \quad (3-153)$$

Las combinaciones de productos entre  $I_1$  y  $I_2$  son conocidos desde la solución para la componente perpendicular. Por otra parte, con el desglose anterior es posible observar claramente las dimensiones de las matrices. La matriz  $M$  es de dimensión  $(N+T) \times (N+T)$  premultiplicando a la matriz de los coeficientes de dimensión  $(N+T) \times 1$ . Mientras del lado derecho de la igualdad, la matriz  $T$  es de dimensión  $(N+T) \times 2$  premultiplicando a la matriz  $I$  de dimensión  $2 \times 1$ . Al realizar las multiplicaciones matriciales correspondientes, se verifica la igualdad en (3-147) de dimensión  $(N+T) \times 1$ .

El objetivo principal es la obtención de los coeficientes  $A_n^c$  y  $B_t^c$ , los cuales según (3-147) se obtienen de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} A_n^c & B_t^c \end{bmatrix}^T = -[M]^{-1} [T][I] \quad (3-154)$$

En este momento, se cuenta casi con todos los elementos para dar solución a (3-154) solo es necesario obtener las corrientes sobre las cargas reactivas que definen a la matriz  $I$ . Hasta ahora se han considerado a las ecuaciones integrales (3-60) y (3-136) en el modelado de la incidencia de la componente paralela, pero estas solo son válidas en las aperturas del diafragma de control. Por ello los campos  $\vec{E}_T^I$  y  $\vec{E}_T^S$  satisfacen las condiciones de frontera en toda la superficie del diafragma de control excepto en las regiones donde se encuentran los cortos. Para cumplir con las condiciones de frontera en los cortos es necesario indicar que el campo eléctrico tangencial total definido por la expresión (3-127) es igual a cero en tales regiones, y si además se considera que las dimensiones físicas de las cargas reactivas son insignificantes con respecto a la longitud de onda, la ley de Ohm puede ser aplicada para cada carga reactiva al considerar el voltaje para cada una de estas, por medio del campo eléctrico tangencial total es decir:

$$\int_{l_{c1}} \vec{E}_T \cdot \vec{dl} = \int_{l_{c1}} \left( \vec{E}_T^S + \vec{E}_T^I \right) \cdot \vec{dl}_{c1} = I_1 Z_1 \quad (3-155)$$

$$\int_{l_{c2}} \vec{E}_T \cdot \vec{dl} = \int_{l_{c2}} \left( \vec{E}_T^S + \vec{E}_T^I \right) \cdot \vec{dl}_{c2} = I_2 Z_2 \quad (3-156)$$

Donde  $l_{c1}$  y  $l_{c2}$  son las longitudes de las cargas reactivas, además se sabe que

$$\vec{E}_T^S = \sum_{n=1}^N A_n \Phi_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t \Phi_t^{\oplus}(r', \phi'), \text{ y}$$

$$\vec{E}_T^I = \sum_{n=1}^N A_n^c \bar{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^T B_t^c \bar{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi')$$

Al sustituir las expresiones anteriores en (3-155) y (3-156) y después de un manejo algebraico adecuado a fin de separar a los coeficientes desconocidos  $A_n^c$  y  $B_t^c$ , se obtiene el siguiente sistema de dos ecuaciones

$$\sum_{n=1}^N A_n^c \int_{l_{c1}} \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{dl}_{c1} + \sum_{t=1}^T B_t^c \int_{l_{c1}} \vec{\Phi}_n^\oplus \cdot \vec{dl}_{c1} = I_1 Z_1 - \sum_{n=1}^N A_n \int_{l_{c1}} \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{dl}_{c1} - \sum_{t=1}^T B_t \int_{l_{c1}} \vec{\Phi}_n^\oplus \cdot \vec{dl}_{c1} \quad (3-157)$$

$$\sum_{n=1}^N A_n^c \int_{l_{c2}} \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{dl}_{c2} + \sum_{t=1}^T B_t^c \int_{l_{c2}} \vec{\Phi}_n^\oplus \cdot \vec{dl}_{c2} = I_1 Z_1 - \sum_{n=1}^N A_n \int_{l_{c2}} \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{dl}_{c2} - \sum_{t=1}^T B_t \int_{l_{c2}} \vec{\Phi}_n^\oplus \cdot \vec{dl}_{c2} \quad (3-158)$$

El cual también conviene manejarlo en forma de una ecuación matricial de la siguiente manera

$$[Q][A_n^c \quad B_t^c]^T = [Z][I] - [S] \quad (3-159)$$

Se puede verificar que la dimensión de la ecuación (3-159) en ambos lados de la igualdad es 2 x 1, lo cual se puede comprobar la desglosarla como se muestra a continuación

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & \dots & q_{1N} & r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & \dots & q_{2N} & r_{21} & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^c \\ \vdots \\ A_N^c \\ B_1^c \\ \vdots \\ B_T^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad (3-160)$$

Donde

$$q_{ij} = \sum_{j=1}^N \int_{l_{ci}} \vec{\Phi}_j^\ominus \cdot \vec{dl} \quad (3-161)$$

$$r_{ij} = \sum_{j=1}^T \int_{l_{ci}} \vec{\Phi}_j^\oplus \cdot \vec{dl} \quad (3-162)$$

Mientras que  $S_1$  y  $S_2$  involucran a las mismas integrales de línea (3-161) y (3-162), pero con la diferencia de que se emplean los coeficientes  $A_n$  y  $B_t$  ya conocidos por lo que se obtiene un solo valor al efectuar las sumas en cada caso

$$S_1 = \sum_{n=1}^N A_n \int_{l_{c1}} \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{dl}_{c1} + \sum_{t=1}^T B_t \int_{l_{c1}} \vec{\Phi}_n^\oplus \cdot \vec{dl}_{c1} \quad (3-163)$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^N A_n \int_{l_{c2}} \vec{\Phi}_n^\ominus \cdot \vec{dl}_{c2} + \sum_{t=1}^T B_t \int_{l_{c2}} \vec{\Phi}_n^\oplus \cdot \vec{dl}_{c2} \quad (3-164)$$

Por otra parte,  $Z_1$  y  $Z_2$  son la admitancia de cada carga reactiva, en caso de que dichas cargas se conserven como un corto su valor será de cero. Sin embargo conservando la generalidad en el análisis el valor de estos se mantiene de manera simbólica.

Ahora, sustituyendo (3-154) en (3-159) se obtiene

$$[Q][M]^{-1}[T][I] = [Z][I] - [S]$$

De donde es posible despejar el vector  $I$

$$[I] = ([Z] + [Q][M]^{-1}[T])^{-1}[S] \quad (3-165)$$

Así, finalmente al sustituir (3-165) en (3-154) se obtiene

$$[A_n^c \quad B_i^c]^T = -[M]^{-1}[T]([Z] + [Q][M]^{-1}[T])^{-1}[S] \quad (3-166)$$

Con el resultado dado por (3-166), ahora se tiene la posibilidad de obtener el valor del coeficiente de reflexión debido a la incidencia de una componente paralela a los cortos del diafragma de control, considerando acoplamiento de la guía de onda circular. Sin embargo, aún falta mostrar las expresiones para las integrales (3-153), (3-161) y (3-162). La primera de estas involucra a los modos coaxiales debidos a la primera ranura y a la expresión que define el ancho de la sección anular dada por el ángulo  $\Delta\varphi$ . Por simplicidad, se considerará en todo momento que las cargas reactivas se encuentran en la posición angular mostrada por la figura 3.12. De esta forma, la primera integral a la que se da solución es

$$t_k = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r\Delta\varphi} \vec{r} \cdot \vec{\Phi}_k^\ominus r dr d\phi \quad (3-167)$$

Donde de acuerdo a las condiciones acordadas,  $\phi_1 = \pi/2 - \Delta\varphi/2$  y  $\phi_2 = \pi/2 + \Delta\varphi/2$  para la carga reactiva superior, la que se etiquetará como la número uno. Mientras que para la carga reactiva dos  $\phi_1 = 3\pi/2 - \Delta\varphi/2$  y  $\phi_2 = 3\pi/2 + \Delta\varphi/2$ .

Evidentemente se tienen que analizar dos casos, el caso en el que los modos coaxiales sean de tipo TE y el caso en el que sean de tipo TM. Primeramente para los modos TE, considerando la ecuación (3-33) la integral a resolver es la siguiente

$$t_k = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r\Delta\varphi} \vec{r} \cdot \left[ \frac{q}{r} Z_{1q}(\beta_{s1}r) \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{Bmatrix} \vec{r} + \beta_{s1} Z'_{1q}(\beta_{s1}r) \begin{Bmatrix} \cos q\phi \\ \sin q\phi \end{Bmatrix} \right] r dr d\phi$$

Al simplificar se obtiene

$$t_k = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{q Z_{1q}(\beta_{s1}r)}{r^2 \Delta\varphi} \begin{Bmatrix} \sin q\phi \\ -\cos q\phi \end{Bmatrix} r dr d\phi \quad (3-168)$$

Para los modos axiales  $TE_{0m}$  se sabe que solo existe la componente vertical y en este caso el valor de la integral (3-168) es igual a cero debido a que  $q=0$ . Para los demás casos es decir para  $q>0$  se sustituye el valor de  $Z_{1q}(\beta_{s1}r)$  dado por (3-88) llegando a que:

$$t_k = \frac{C_1}{\Delta\varphi} \begin{cases} -\frac{1}{q}(\cos q\phi_2 - \cos q\phi_1) \\ -\frac{1}{q}(\sin q\phi_2 - \sin q\phi_1) \end{cases} \int_{r_1}^{r_2} \frac{qJ_q(\beta_{s1}r)}{r} dr - \frac{C_2}{\Delta\varphi} \begin{cases} -\frac{1}{q}(\cos q\phi_2 - \cos q\phi_1) \\ -\frac{1}{q}(\sin q\phi_2 - \sin q\phi_1) \end{cases} \int_{r_1}^{r_2} \frac{qN_q(\beta_{s1}r)}{r} dr \quad (3-169)$$

Donde

$$C_1 = \frac{\sqrt{\pi\epsilon_q}}{2} \frac{N'_q(\beta_{s1}r_1)}{\left\{ \left[ J'_q(\beta_{s1}r_1)/J'_q(\beta_{s1}r_2) \right]^2 \left[ 1 - (q/\beta_{s1}r_2)^2 \right] - \left[ 1 - (q/\beta_{s1}r_1)^2 \right] \right\}^{1/2}} \quad (3-170)$$

y

$$C_2 = \frac{\sqrt{\pi\epsilon_q}}{2} \frac{J'_q(\beta_{s1}r_1)}{\left\{ \left[ J'_q(\beta_{s1}r_1)/J'_q(\beta_{s1}r_2) \right]^2 \left[ 1 - (q/\beta_{s1}r_2)^2 \right] - \left[ 1 - (q/\beta_{s1}r_1)^2 \right] \right\}^{1/2}} \quad (3-171)$$

Con  $\epsilon_q$  tal como lo indica (3-36). El tratamiento final de (3-169) será numérico y se describirá con mayor detalle más adelante. Ahora se presenta el caso cuando los modos coaxiales son del tipo TM

$$t_k = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r\Delta\varphi} \vec{r} \cdot \left[ -\alpha_s Z'_{1q}(\alpha_{s1}r) \begin{cases} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{cases} \vec{r} + \frac{q}{r} Z_{1q}(\alpha_{s1}r) \begin{cases} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{cases} \vec{\phi} \right] r dr d\phi$$

La integral a resolver es

$$t_k = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{-\alpha_{s1} Z'_{1q}(\alpha_{s1}r)}{\Delta\varphi} \begin{cases} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{cases} dr d\phi$$

Los modos axiales  $TM_{0m}$  que existen son de polarización horizontal y en este caso, cuando  $q=0$  la integral no es igual a cero como sucedió para los modos TE, y toma la siguiente forma después de resolver la integral con respecto a  $\phi$

$$t_k = -\frac{C_3 \alpha_{s1} (\phi_2 - \phi_1)}{\Delta\varphi} \int_{r_1}^{r_2} J'_q(\beta_{s1}r) dr + \frac{C_4 \alpha_{s1} (\phi_2 - \phi_1)}{\Delta\varphi} \int_{r_1}^{r_2} N'_q(\beta_{s1}r) dr \quad (3-172a)$$

Mientras que para  $q>0$



$$t_k = \frac{C_3 \alpha_{s1}}{\Delta \varphi} \begin{cases} -\frac{1}{q}(\cos q \phi_2 - \cos q \phi_1) \\ \frac{1}{q}(\sin q \phi_2 - \sin q \phi_1) \end{cases} \int_{r_1}^{r_2} J'_q(\beta_{s1} r) dr - \frac{C_4 \alpha_{s1}}{\Delta \varphi} \begin{cases} -\frac{1}{q}(\cos q \phi_2 - \cos q \phi_1) \\ \frac{1}{q}(\sin q \phi_2 - \sin q \phi_1) \end{cases} \int_{r_1}^{r_2} N'_q(\beta_{s1} r) dr \quad (3-172b)$$

Donde

$$C_3 = \frac{\sqrt{\pi \epsilon_q} N_q(\alpha_{s1} r_1)}{2 \left\{ \left[ J_q(\alpha_{s1} r_1) / J_q(\alpha_{s1} r_2) \right]^2 - 1 \right\}^{1/2}} \quad (3-173)$$

$$C_4 = \frac{\sqrt{\pi \epsilon_q} J_q(\alpha_{s1} r_1)}{2 \left\{ \left[ J_q(\alpha_{s1} r_1) / J_q(\alpha_{s1} r_2) \right]^2 - 1 \right\}^{1/2}} \quad (3-174)$$

Por otra parte, para el caso de las integrales (3-161) y (3-162) podemos ver que solo es posible que exista la primera de estas ya que se trata de integrales de línea a lo largo de cada una de las cargas reactivas que existen solo en la primera ranura del diafragma de control. Dado que la ecuación (3-162) involucra únicamente a modos coaxiales debidos a la segunda ranura, la función  $\vec{\Phi}^\ominus$  solo es válida en la región definida radialmente como  $r_3 < r < r_4$  por lo que las integrales  $r_{ij}$  en todo momento son iguales a cero al igual que el segundo sumando de las ecuaciones  $S_1$  y  $S_2$ . Entonces, solo queda por dar solución a las integrales  $q_{ij}$ , que igualmente se analizarán para los dos tipos de ondas. Primeramente para las ondas TE la integral a resolver es

$$q_k = \int_{r_1}^{r_2} \vec{\Phi}_k^\ominus \cdot d\vec{l} = \int_{r_1}^{r_2} \left[ \frac{q}{r} Z_{1q}(\beta_{s1} r) \begin{cases} \sin q \phi \\ -\cos q \phi \end{cases} \vec{r} + \beta_{s1} Z'_{1q}(\beta_{s1} r) \begin{cases} \cos q \phi \\ \sin q \phi \end{cases} \right] \cdot d\vec{r} \quad (3-175)$$

Que se reduce a

$$q_k = \begin{cases} \sin q \phi \\ -\cos q \phi \end{cases} \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{r} Z_{1q}(\beta_{s1} r) dr$$

La gran similitud con la solución del caso TE de las integrales  $t_k$  se refleja en el siguiente resultado obtenido después de evaluar la función  $Z_{1q}(\beta_{s1} r)$ .

$$q_k = \begin{cases} \sin q \phi \\ -\cos q \phi \end{cases} C_1 \int_{r_1}^{r_2} \frac{q J_q(\beta_{s1} r)}{r} dr - \begin{cases} \sin q \phi \\ -\cos q \phi \end{cases} C_2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{q N_q(\beta_{s1} r)}{r} dr \quad (3-176)$$

Donde igualmente  $C_1$  y  $C_2$  están dados por (3-170) y (3-171)

Para los modos TM, la integral a resolver es

$$q_k = \int_{r_1}^{r_2} \vec{\Phi}_k^\ominus \cdot d\vec{l} = \int_{r_1}^{r_2} \left[ -\alpha_{s1} Z_{1q}(\alpha_{s1} r) \left\{ \begin{matrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{matrix} r + \frac{q}{r} Z'_{1q}(\alpha_{s1} r) \left\{ \begin{matrix} -\cos q\phi \\ \sin q\phi \end{matrix} \right. \right\} \cdot d\vec{r} \right]$$

De la que fácilmente se deduce la expresión final

$$q_k = - \left\{ \begin{matrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{matrix} C_3 \alpha_{s1} \int_{r_1}^{r_2} J'_q(\alpha_{s1} r) dr + \left\{ \begin{matrix} \sin q\phi \\ \cos q\phi \end{matrix} C_4 \alpha_{s1} \int_{r_1}^{r_2} N'_q(\beta_{s1} r) dr \right. \right. \quad (3-177)$$

Donde de la misma forma  $C_3$  y  $C_4$  están definidas por (3-173) y (3-174) respectivamente.

### 3.3.1 Obtención del coeficiente de reflexión

Ahora se describirá el proceso para la obtención del coeficiente de reflexión para la onda o componente que tiene su plano de polarización paralelo a las cargas reactivas, este análisis servirá posteriormente para el modelado del coeficiente de reflexión para la componente correspondiente al coeficiente de reflexión  $\Gamma_{||}$  en el desplazador de fase reflectivo. Pero, el análisis realizado hasta ahora es considerando que la guía de onda circular está acoplada.

Debido a la naturaleza del problema, el análisis para determinar las características de reflexión para el desplazador de fase propuesto es posible realizarlo de forma separada para las componentes perpendicular y paralela de una onda incidente de polarización circular  $TE_{11}$  tal como se describió en el capítulo anterior. Para la componente perpendicular a los cortos metálicos, la geometría del diafragma de control se simplificó pero para la componente paralela el empleo de la estructura completa fue inevitable. Entonces, para llegar a una expresión del coeficiente de reflexión para el segundo caso, es necesario tomar en cuenta la expresión para el campo eléctrico tangencial total, denotado por la expresión (3-127) que se aproxima por medio de los modos de guía de onda coaxial por medio de las expresiones (3-61) y (3-137) para las condiciones de continuidad y no continuidad del campo magnético en las ranuras respectivamente. El campo eléctrico tangencial total toma la siguiente forma

$$\vec{E}_T^\Sigma = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + A_n^c) \vec{\Phi}_n^\ominus(r', \phi') + \sum_{t=1}^{\infty} (B_t + B_t^c) \vec{\Phi}_t^\oplus(r', \phi') \quad (3-178)$$

Es posible mostrar que al establecer las condiciones de transmisión y reflexión, el campo eléctrico transversal total  $\vec{E}_T^\Sigma$  en la región de  $z < 0$ , se expresa como

$$\begin{aligned} \vec{E}_T^\Sigma &= A_1 \vec{\Phi}_1^0 e^{-j\beta z} + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \vec{\Phi}_m^0 e^{-j\beta z} + \sum_{m=1}^{\infty} R'_m \vec{\Phi}_m^0 e^{-j\beta z} \\ \vec{E}_T^\Sigma &= A_1 \vec{\Phi}_1^0 e^{-j\beta z} + \sum_{m=1}^{\infty} (R_m + R'_m) \vec{\Phi}_m^0 e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad (3-179)$$

Donde  $R_m$  es el coeficiente de reflexión de la  $m$ -ésima onda reflejada del diafragma de control sin considerar a las cargas reactivas, mientras que  $R'_m$  representa la magnitud de las ondas reflejadas de alto orden debido a las corrientes presentes en las cargas reactivas. Valuando en  $z = 0$  la

expresión (3-179) además de factorizar a fin de obtener el coeficiente de reflexión debido a la onda incidente  $\vec{\Phi}_1^0$ , se obtiene:

$$\vec{E}_T^\Sigma(z=0^-) = (A_1 + R_1 + R'_1)\vec{\Phi}_1^0 + \sum_{m=2}^{\infty} (R_m + R'_m)\vec{\Phi}_m^0$$

Donde claramente se observa que

$$(A_1 + R_1 + R'_1) = \int_s \vec{E}_T^\Sigma(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_1^0(r', \phi') r' dr' d\phi' \quad (3-180)$$

Al sustituir (3-178) en (3-180) considerando una magnitud unitaria  $A_1=1$  para la onda incidente

$$1 + R_1 + R'_1 = \int_s \left( \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + A_n^c) \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') + \sum_{t=1}^{\infty} (B_t + B_t^c) \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \right) \cdot \vec{\Phi}_1^0(r', \phi') dr' d\phi$$

$$1 + R_1 + R'_1 = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + A_n^c) \int_s \vec{\Phi}_n^{\ominus}(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_1^0(r', \phi') dr' d\phi + \sum_{t=1}^{\infty} (B_t + B_t^c) \int_s \vec{\Phi}_t^{\oplus}(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_1^0(r', \phi') dr' d\phi$$

Donde  $R_1$  es el coeficiente de reflexión debido a la onda incidente para una estructura resonante estudiada en el análisis de la componente perpendicular, mientras  $R'_1$  es el coeficiente de reflexión debido al flujo de corriente en las cargas reactivas que conforman el corto en el diafragma de control, también para el modo principal. Juntas, es decir  $R_1 + R'_1$  representan al coeficiente de reflexión de la componente que incide paralela al corto, el cual finalmente se obtiene como

$$R_{\parallel} = \sum_{n=1}^N (A_n + A_n^c) I_1(1, n) + \sum_{t=1}^T (B_t + B_t^c) I_2(1, t) - 1 \quad (3-181)$$

### 3.4 Análisis del desplazador de fase reflectivo

Tal como se describió detalladamente en el capítulo anterior, el diafragma de control es la parte esencial del desplazador de fase reflectivo el cual se encuentra a la entrada de una sección de guía de onda circular terminada en corto por medio de una placa metálica, conformando de esta manera, la representación más básica del desplazador de fase reflectivo propuesto.

Como se recordará, el desplazador de fase reflectivo primordialmente opera como una sección diferencial de  $180^\circ$ , la cual también fue descrita en el capítulo anterior, y que básicamente provee una diferencia de fase de  $180^\circ$  a la salida entre dos componentes ortogonales. El principal resultado de una sección diferencial de este tipo, según el principio de cambio de fase de Fox es el defasaje adicional y controlable en la onda reflejada de  $2\theta$ , donde  $\theta$  representa el ángulo de rotación del desplazador con respecto a su posición original.

De esta manera, el desplazador de fase propuesto proporciona un defasaje de  $180^\circ$  entre las componentes ortogonales de una onda incidente de polarización circular donde el diafragma de control es la pieza más importante. El principio básico de operación está basado en la reflexión casi

total de la componente paralela al corto del diafragma y la transmisión casi total de la componente perpendicular a este para alcanzar el defasamiento deseado. Conviene recordar que para un diafragma reflectivo como el analizado en este trabajo, considerando la incidencia de una onda polarizada circularmente, la onda reflejada es de la forma

$$\vec{E}_r = 0.5E_0 e^{2j\gamma} (\Gamma_{\parallel} - \Gamma_{\perp}) (\vec{e}_x - \vec{e}_y) e^{j\beta z} + 0.5E_0 (\Gamma_{\parallel} + \Gamma_{\perp}) (\vec{e}_x + \vec{e}_y) e^{j\beta z} \quad (3-182)$$

El objetivo es que el primer sumando de esta expresión conocido como la onda controlada sea la única que esté presente. Esto se logra solo cuando  $\Gamma_{\parallel} = -\Gamma_{\perp}$ , es decir, cuando se tiene el comportamiento como sección diferencial de  $180^\circ$  debido a que la componente paralela se encuentra adelantada en fase  $180^\circ$  con respecto a la perpendicular a la entrada del diafragma de control. Para lograr tal diferencia es de gran importancia la pared metálica puesta a cierta distancia del diafragma de control, tal como muestra la figura 3.13.

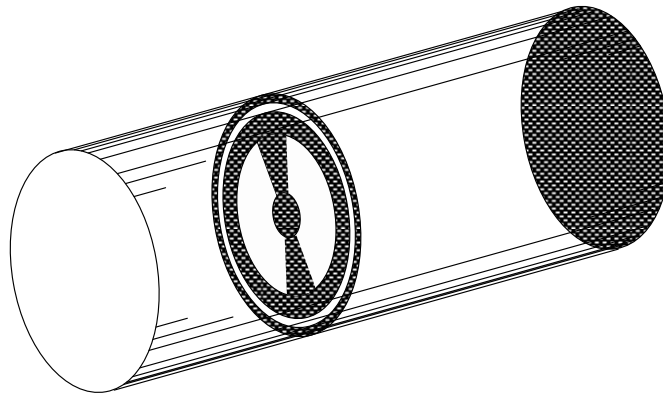


Figura 3.13 Estructura del desplazador de fase reflectivo

A priori, podemos suponer que la distancia a la cual se situará la pared metálica ó corto, del diafragma de control será de  $\lambda/4$  ya que a esta distancia se cumple teóricamente la diferencia de fase de  $180^\circ$  entre las componentes paralela y perpendicular. Esto al realizar el siguiente razonamiento: las componentes paralela y perpendicular llegan al diafragma de control con un defasamiento relativo igual a cero, sin embargo la componente paralela es reflejada por la carga reactiva por lo que se produce un defasamiento de  $-180^\circ$  o coeficiente de reflexión de  $-1$  al establecerse una condición de corto circuito como consecuencia del cumplimiento de la condición de frontera en el corto metálico. Por otro lado, la componente cuyo plano de polarización es perpendicular a las cargas reactivas, es transparente a estas y pasa libremente al otro lado del diafragma en la frecuencia de resonancia, de modo que si la placa se encuentra a  $\lambda/4$ , la onda o componente sufre un defasamiento de  $-90^\circ$  pero al ser reflejada por la placa metálica se suman  $-180^\circ$  y al viajar de regreso al diafragma de control se suman otros  $-90^\circ$  obteniéndose un defasamiento total de  $-360^\circ$  ó  $0^\circ$  en el plano del diafragma de control, lo que equivale al establecimiento de una condición de circuito abierto por lo que se obtendrá un coeficiente de reflexión aproximadamente igual a 1.

Cabe destacar que dado el comportamiento resonante de un anillo ranurado, las condiciones descritas anteriormente solo se cumplen de manera ideal en la frecuencia de resonancia. Como se describió en el capítulo anterior, la resonancia ocurre cuando el radio medio del anillo es aproximadamente igual a  $\lambda/2\pi$ . Así también, la configuración geométrica del anillo influirá en la

respuesta en frecuencia del coeficiente de reflexión que en general se tratará de obtenerlo con una respuesta plana a fin de encontrarse cerca del punto ideal en un rango de frecuencias lo mayor amplio posible. Además, se tendrán modificaciones a la distancia inicial de  $\lambda/4$  debido primeramente a la presencia del dieléctrico utilizado como soporte mecánico pero principalmente por las dimensiones del diafragma de control que cambian las condiciones en el circuito eléctrico equivalente.

De esta manera, la ecuación integral que será utilizada para evaluar el coeficiente de reflexión cumpliendo la fase diferencial de  $180^\circ$  entre componentes, toma la misma forma que en el análisis realizado anteriormente con la diferencia de que la admitancia de onda después del diafragma de control se modifica por la presencia de la placa metálica (corto) en la guía de onda circular. Así, las correspondientes ecuaciones integrales para las componentes perpendicular y paralela respectivamente se muestran a continuación

$$\sum_{m=1}^{\infty} (Y_m + Y_m^c) \left( \int_S \vec{E}_T(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m^o(r', \phi') r' dr' d\phi' \right) \vec{\Phi}_m^o(r, \phi) = 2A_1 Y_1 \vec{\Phi}_1^o(r, \phi) \quad (3-183)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} (Y_m + Y_m^c) \left( \int_S \vec{E}_T^l(r', \phi') \cdot \vec{\Phi}_m^o(r', \phi') r' dr' d\phi' \right) \vec{\Phi}_m^o(r, \phi) = - \sum_{p=1}^2 \vec{J}_{s_p} \quad (3-184)$$

La solución a estas ecuaciones integrales se lleva a cabo nuevamente por medio del método de momentos, el punto fino ahora, está en calcular  $Y_m^c$  que representa a la admitancia modal después del diafragma de control ( $z > 0$ ). Es posible suponer un modelo eléctrico equivalente para calcular la admitancia modal, tal como muestra la figura 3.14.

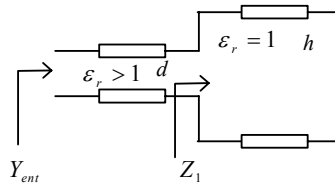


Figura 3.14 Modelo eléctrico equivalente en la región posterior del diafragma de control

Se observa que problema es encontrar la admitancia de entrada para una línea de transmisión de longitud e impedancia característica determinadas por el dieléctrico empleado como soporte mecánico, con una carga igual a  $Z_1$  que representa la impedancia de entrada de una línea de transmisión terminada en corto circuito y de longitud  $h$ . Es posible suponer que en la frecuencia de resonancia, dicha distancia tendrá un valor de  $\lambda/4$  a fin de alcanzar en el plano del diafragma de control, el punto óptimo donde se obtenga una fase diferencial de  $180^\circ$  entre las componentes ortogonales de la onda incidente.

De esta manera, primeramente se calculó la impedancia de entrada  $Z_1$  para la línea de transmisión terminada en corto cuya constante de fase se define como

$$\beta_0 = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - k_c^2} \quad (3-185)$$

Además su impedancia característica depende del tipo de modo que se este propagando dentro de la guía de onda circular, es decir

Para modos TE

$$Z_0^{TE} = \frac{\omega\mu_0}{\beta_0} \quad (3-186)$$

Para modos TM

$$Z_0^{TM} = \frac{\beta_0}{\omega\epsilon_0} \quad (3-187)$$

Dado que es una línea terminada en corto, es decir  $Z_c=0$ , al emplear la fórmula general para la impedancia de entrada de una línea de transmisión, expresada por (3-119) se obtiene primeramente para TE

$$Z_1^{TE} = Z_0^{TE} \frac{0 + jZ_0^{TE} \tan \beta_0 h}{Z_0^{TE} + 0 \tan \beta_0 h} = jZ_0^{TE} \tan \beta_0 h \quad (3-188)$$

Del mismo modo para las ondas TM

$$Z_1^{TM} = jZ_0^{TM} \tan \beta_0 h \quad (3-189)$$

De esta manera se cuenta con la impedancia de carga para la primer línea de transmisión mostrada en la figura 3.14 cuya constante de fase se identificará como

$$\beta'_0 = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - k_c^2} \quad (3-190)$$

Donde  $\epsilon_r$  es permitividad eléctrica del dieléctrico, además la impedancia característica estará determinada según el tipo de onda, siendo que para modos TE

$$Z_0^{TE'} = \frac{\omega\mu_0}{\beta'_0} \quad (3-191)$$

Mientras que para los modos TM

$$Z_0^{TM'} = \frac{\beta'_0}{\omega\epsilon_0\epsilon_r} \quad (3-192)$$

Así mismo, se tienen dos casos para la impedancia de carga

$$Z_C^{TE} = Z_1^{TE} \quad (3-193)$$

$$Z_C^{TM} = Z_1^{TM} \quad (3-194)$$

De esta manera, es posible encontrar la impedancia de entrada o impedancia modal y el inverso de esta será la admitancia modal  $Y_m^c$  que se requiere determinar, entonces:

Para los modos TE

$$Z_{ent}^{TE} = Z_0^{TE'} \frac{jZ_0^{TE} \tan \beta_0 h + jZ_0^{TE'} \tan \beta'_0 d}{Z_0^{TE'} + jZ_0^{TE} \tan \beta_0 h (j \tan \beta'_0 d)} = Z_0^{TE'} \frac{j(Z_0^{TE} \tan \beta_0 h + Z_0^{TE'} \tan \beta'_0 d)}{Z_0^{TE'} - Z_0^{TE} \tan \beta_0 h \tan \beta'_0 d} \quad (3-195)$$

Para los modos TM

$$Z_{ent}^{TE} = Z_0^{TM'} \frac{j(Z_0^{TM} \tan \beta_0 h + Z_0^{TM'} \tan \beta'_0 d)}{Z_0^{TM'} - Z_0^{TM} \tan \beta_0 h \tan \beta'_0 d} \quad (3-196)$$

Donde  $d$  es el grosor del dieléctrico. Para el manejo de las ecuaciones anteriores, es necesario conocer el valor de  $h$ , o mediante alguna impedancia de entrada supuesta podría despejarse este valor, lo que puede ser un proceso muy complicado. Sin embargo, una buena aproximación es considerar una distancia inicial de  $\lambda/4$  para la frecuencia de resonancia, la cual se definirá como la frecuencia de diseño. Por lo tanto, para determinar dicha distancia se emplea inicialmente la expresión (3-185) para la constante de fase  $\beta_0$ , donde  $k_c$  el número de onda de corte de acuerdo al tipo de onda es calculado según las expresiones (2-7) y (2-8). Dado que la onda principal de guía de onda circular es la onda  $TE_{11}$  tomamos el valor del número de onda de corte para esta onda cuyo valor es

$$k_c = \left( \frac{p_{nm}^{TE_{11}}}{a} \right) = \left( \frac{1.8412}{a} \right) \quad (3-197)$$

Donde  $a$  es el radio de la guía de onda circular. Además sabemos que  $\beta = 2\pi/\lambda_g$ , con lo que la expresión para obtener la longitud de onda dentro de la guía de onda circular con referencia al modo principal  $TE_{11}$  es

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi f)^2 \mu_0 \epsilon_0 - \left( \frac{1.842}{a} \right)^2}} \quad (3-198)$$

De esta manera la primera aproximación para la distancia a la cual se debe colocar la placa metálica será  $h = \lambda_g/4$ , con lo que es posible determinar la impedancia modal de acuerdo a (3-195) y (3-196). Así, las ecuaciones integrales (3-183) y (3-184) pueden ser resueltas y de esta manera obtener el comportamiento de la fase en la frecuencia para las componentes ortogonales de la onda incidente. Para este caso un análisis de la magnitud del coeficiente de reflexión no será necesario dado que la presencia de la placa o pantalla metálica dentro de la guía de onda circular implica que se tengan magnitudes del coeficiente de reflexión muy cercanas a uno para ambas componentes. Sin embargo, un análisis de magnitud será realizado para las condiciones de acoplamiento de la guía de onda circular para determinar la frecuencia de diseño del desplazador de fase reflectivo.

Hasta ahora, se ha realizado el análisis teórico necesario para el desplazador de fase, quedando determinadas todas las expresiones que responden a las características propuestas y con las que es posible modelar diferentes condiciones del dispositivo de manera general y completa. A continuación se mostrara la forma en que todos los modelos matemáticos obtenidos serán tratados numéricamente.

### 3.5 Tratamiento numérico de los modelos matemáticos

El objetivo de llevar a cabo un procesamiento numérico del análisis realizado anteriormente para el desplazador de fase reflectivo, es generar una herramienta que permita de manera eficiente, modelar el dispositivo bajo el control de un número de variables deseadas. La manera de llevar a cabo esta herramienta, es por medio de la implementación de un *software* que al igual que el análisis sea de carácter general con la menor cantidad de limitantes además de ser eficiente en cuanto a precisión y tiempo de procesamiento.

Parte del tratamiento numérico de expresiones matemáticas, implica llevar las expresiones que representan los resultados finales a su forma más simple por medio de simplificaciones debido a que ningún lenguaje de programación es capaz de sintetizar la información de una forma conciente. Por ello a continuación se mencionarán los detalles finos que deben ser tomados en cuenta para una programación eficiente de este tipo de problemas además de mostrar algunos resultados y discutirlos

Se inicia con el tratamiento del sistema de ecuaciones con el que es posible determinar los coeficientes  $A$  y  $B$  en sus distintas versiones, es decir para los casos de componente paralela, componente perpendicular con dieléctrico y sin dieléctrico con la guía de onda circular acoplada, así como para el desplazador de fase completo. Como referencia se tomará el sistema de ecuaciones descrito por (3-75) y (3-76) el cual puede desglosarse de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 A_1 a_{11} + A_2 a_{21} + A_3 a_{31} + \dots + A_N a_{N1} + B_1 b_{11} + B_2 b_{21} + B_3 b_{31} + \dots + B_T b_{T1} &= c_1 \\
 A_1 a_{12} + A_2 a_{22} + A_3 a_{32} + \dots + A_N a_{N2} + B_1 b_{12} + B_2 b_{22} + B_3 b_{32} + \dots + B_T b_{T2} &= c_2 \\
 &\vdots \\
 A_1 a_{1N} + A_2 a_{2N} + A_3 a_{3N} + \dots + A_N a_{NN} + B_1 b_{1N} + B_2 b_{2N} + B_3 b_{3N} + \dots + B_T b_{TN} &= c_N
 \end{aligned} \tag{3-199}$$

$$\begin{aligned}
 A_1 d_{11} + A_2 d_{21} + A_3 d_{31} + \dots + A_N d_{N1} + B_1 f_{11} + B_2 f_{21} + B_3 f_{31} + \dots + B_T f_{T1} &= g_1 \\
 A_1 d_{12} + A_2 d_{22} + A_3 d_{32} + \dots + A_N d_{N2} + B_1 f_{12} + B_2 f_{22} + B_3 f_{32} + \dots + B_T f_{T2} &= g_2 \\
 &\vdots \\
 A_1 d_{1N} + A_2 d_{2N} + A_3 d_{3N} + \dots + A_N d_{NT} + B_1 f_{1N} + B_2 f_{2N} + B_3 f_{3N} + \dots + B_T f_{TT} &= g_T
 \end{aligned}$$

Donde los elementos  $a_{kn}$ ,  $b_{kt}$ ,  $d_{kn}$  y  $f_{kt}$  definen a matrices de dimensiones  $(N \times N)$ ,  $(T \times N)$ ,  $(N \times T)$ , y  $(T \times T)$  respectivamente en las que  $N$  es el número de ondas coaxiales debidas a la primera ranura y  $T$  el número de ondas coaxiales debidas a la segunda ranura del diafragma de control y se obtienen según lo expresado por las ecuaciones (3-149) a (3-152). Además,  $c_n$  y  $g_t$  pueden



denominarse como términos de *excitación* según el método de momentos ya que contemplan a la onda incidente de magnitud unitaria, y están dados por

$$c_n = Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_n^{\circ} r dr d\phi \quad (3-200)$$

$$g_t = Y_1 \int_s \vec{\Phi}_1^{\circ} \cdot \vec{\Phi}_t^{\oplus} r dr d\phi \quad (3-201)$$

Después de formar el sistema de ecuaciones correspondiente, como resultado se obtienen  $N$  coeficientes  $A$  y  $T$  coeficientes  $B$  con los que es posible modelar en principio el campo eléctrico transversal en el plano del diafragma de control y como consecuencia al coeficiente de reflexión, que en este caso corresponde a la componente perpendicular a las carga reactivas con la guía de onda circular acoplada. Pero tal como se mencionó anteriormente, la conformación del sistema de ecuaciones (3-199) y de sus elementos se llevan a cabo de la misma forma para la determinación de los demás casos de coeficiente de reflexión.

Es importante mencionar que muchas de las expresiones finales que se obtuvieron durante el análisis involucran derivadas con respecto al argumento de funciones de Bessel, en estos casos debe de llevarse a cabo un tratamiento adicional a fin de obtener una expresión más simplificada. La herramienta útil para lograr dichas simplificaciones en las expresiones, son las ecuaciones de recurrencia de las funciones de Bessel vistas en la sección 3.1.3. Algunas de las más utilizadas fueron las siguientes

$$2J'_v(z) = J_{v-1}(z) - J_{v+1}(z)$$

$$Y_{v-1}(z) - Y_{v+1}(z) = 2Y'_v(z)$$

De donde evidentemente se obtiene para las funciones de Bessel de primer y segundo género respectivamente

$$J'_v(z) = \frac{1}{2}(J_{v-1}(z) - J_{v+1}(z)) \quad (3-202)$$

$$Y'_v(z) = \frac{1}{2}(Y_{v-1}(z) - Y_{v+1}(z)) \quad (3-203)$$

A manera de ejemplo se toma la solución para la integral  $I_1$  en el caso TE-TE que según la expresión (3-87) está dada por

$$I_1 = \left\{ \frac{\pi}{\pi} \frac{k_1}{\beta_s^2 - \beta_{s1}^2} \left\{ r_2 \left[ \beta_s^2 \beta_{s1} J_q(\beta_s r_2) Z'_{1q}(\beta_{s1} r_2) - \beta_{s1}^2 \beta_s J'_q(\beta_s r_2) Z_{1q}(\beta_{s1} r_2) \right] - r_1 \left[ \beta_s^2 \beta_{s1} J_q(\beta_s r_1) Z'_{1q}(\beta_{s1} r_1) - \beta_{s1}^2 \beta_s J'_q(\beta_s r_1) Z_{1q}(\beta_{s1} r_1) \right] \right\} \right\}$$

Se observa que están incluidas derivadas de funciones de Bessel en los términos  $J'_q(\beta_s r_1)$  y  $Z'_{1q}(\beta_{s1} r_1)$ . Para el primer caso es fácil obtener su equivalencia, de acuerdo a las fórmulas de recurrencia es válida la siguiente igualdad

$$J'_q(\beta_s r_1) = \frac{1}{2}(J_{q-1}(\beta_s r_1) - J_{q+1}(\beta_s r_1)) \quad (3-204)$$

Para el segundo término, es necesario recordar la función sin derivar que de acuerdo a (3-88) esta dada por

$$Z_{1q}(\beta_{s1} r) = \frac{\sqrt{\pi \varepsilon_q}}{2} \frac{J_q(\beta_{s1} r) N'_q(\beta_{s1} r_1) - N_q(\beta_{s1} r) J'_q(\beta_{s1} r_1)}{\left\{ \left[ J'_q(\beta_{s1} r_1) / J'_q(\beta_{s1} r_2) \right]^2 \left[ 1 - (q / \beta_{s1} r_2)^2 \right] - \left[ 1 - (q / \beta_{s1} r_1)^2 \right] \right\}^{1/2}}$$

Entonces, la derivada de la función anterior con respecto al argumento se expresa de la siguiente manera

$$Z'_{1q}(\beta_{s1} r) = \frac{\sqrt{\pi \varepsilon_q}}{2} \frac{J'_q(\beta_{s1} r) N'_q(\beta_{s1} r_1) - N'_q(\beta_{s1} r) J'_q(\beta_{s1} r_1)}{\left\{ \left[ J'_q(\beta_{s1} r_1) / J'_q(\beta_{s1} r_2) \right]^2 \left[ 1 - (q / \beta_{s1} r_2)^2 \right] - \left[ 1 - (q / \beta_{s1} r_1)^2 \right] \right\}^{1/2}} \quad (3-205)$$

Empleando las ecuaciones de recurrencia, la expresión cambia de la siguiente forma

$$Z^d_{1q}(\beta_{s1} r) = \frac{\sqrt{\pi \varepsilon_q}}{2} \frac{\frac{1}{4} \left[ (J_{q-1}(\beta_{s1} r) - J_{q+1}(\beta_{s1} r))(N_{q-1}(\beta_{s1} r_1) - N_{q+1}(\beta_{s1} r_1)) - (N_{q-1}(\beta_{s1} r) - N_{q+1}(\beta_{s1} r))(J_{q-1}(\beta_{s1} r_1) - J_{q+1}(\beta_{s1} r_1)) \right]}{\left\{ \left[ \frac{J_{q-1}(\beta_{s1} r_1) - J_{q+1}(\beta_{s1} r_1)}{J_{q-1}(\beta_{s1} r_2) - J_{q+1}(\beta_{s1} r_2)} \right]^2 \left[ 1 - (q / \beta_{s1} r_2)^2 \right] - \left[ 1 - (q / \beta_{s1} r_1)^2 \right] \right\}^{1/2}} \quad (3-206)$$

Ahora la notación en el superíndice de la función cambió de una comilla a una letra  $d$  solo para indicar que solo está en términos simplificados (sin derivadas) y que se sustituye en la expresión final que también cambia de la siguiente forma

$$I_1 = \left\{ \frac{\pi}{\pi} \frac{k_1}{\beta_s^2 - \beta_{s1}^2} \left\{ r_2 \left[ \beta_s^2 \beta_{s1} J_q(\beta_s r_2) Z^d_{1q}(\beta_{s1} r_2) - \frac{1}{2} \beta_{s1}^2 \beta_s (J_{q-1}(\beta_s r_2) - J_{q+1}(\beta_s r_2)) Z_{1q}(\beta_{s1} r_2) \right] - r_1 \left[ \beta_s^2 \beta_{s1} J_q(\beta_s r_1) Z^d_{1q}(\beta_{s1} r_1) - \frac{1}{2} \beta_{s1}^2 \beta_s (J_{q-1}(\beta_s r_1) - J_{q+1}(\beta_s r_1)) Z_{1q}(\beta_{s1} r_1) \right] \right\} \right\} \quad (3-207)$$

Este procedimiento fue aplicado para cada una de las soluciones de las integrales para cada caso, en la implementación de los programas correspondientes realizados en *matlab*.

Otro caso interesante a destacar es el tratamiento numérico para las integrales  $t_k$  y  $q_k$  obtenidas del análisis para la componente paralela. Para la primera de estas, en el caso correspondiente al caso TE tenemos que según (3-169) se expresa de la siguiente forma, para  $q>0$

$$t_k = \frac{C_1}{\Delta\varphi} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{q}(\cos q\phi_2 - \cos q\phi_1) \\ -\frac{1}{q}(\sin q\phi_2 - \sin q\phi_1) \end{array} \right\} \int_{r_1}^{r_2} \frac{qJ_q(\beta_{s1}r)}{r} dr - \frac{C_2}{\Delta\varphi} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{q}(\cos q\phi_2 - \cos q\phi_1) \\ -\frac{1}{q}(\sin q\phi_2 - \sin q\phi_1) \end{array} \right\} \int_{r_1}^{r_2} \frac{qN_q(\beta_{s1}r)}{r} dr$$

Ahora, con el objetivo de tener un mejor manejo para los integrandos, se utilizó la siguiente ecuación de recurrencia dada por (3-16)

$$J_{n\pm 1}(x) = \frac{n}{x} J_n(x) \mp J'_n(x)$$

Del primer sumando del lado derecho de esta expresión puede observarse la semejanza con el integrando de las integrales  $t_k$ , por lo que puede despejarse este término, obteniéndose

$$\frac{n}{x} J_n(x) = J_{n+1}(x) + J'_n(x) \quad (3-208)$$

Comparando con el integrando mencionado, se observa que este es posible completarlo para poder aplicar (3-208), de la siguiente forma

$$\left( \frac{\beta_{s1}}{\beta_{s1}} \right) \frac{qJ_q(\beta_{s1}r)}{r} = \beta_{s1} (J_{q+1}(\beta_{s1}r) + J'_q(\beta_{s1}r)) \quad (3-209)$$

Ahora podemos emplear también (3-204) para el segundo término del lado derecho de la igualdad y es posible mostrar que

$$\frac{\beta_{s1}qJ_q(\beta_{s1}r)}{\beta_{s1}r} = \beta_{s1} \frac{1}{2} (J_{q-1}(\beta_{s1}r) + J_{q+1}(\beta_{s1}r)) \quad (3-210)$$

Con lo que finalmente la integral se expresa como

$$t_k = \frac{\beta_{s1}C_1}{\Delta\varphi} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{q}(\cos q\phi_2 - \cos q\phi_1) \\ -\frac{1}{q}(\sin q\phi_2 - \sin q\phi_1) \end{array} \right\} \int_{r_1}^{r_2} (J_{q-1}(\beta_{s1}r) + J_{q+1}(\beta_{s1}r)) dr - \frac{\beta_{s1}C_2}{\Delta\varphi} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{q}(\cos q\phi_2 - \cos q\phi_1) \\ -\frac{1}{q}(\sin q\phi_2 - \sin q\phi_1) \end{array} \right\} \int_{r_1}^{r_2} (N_{q-1}(\beta_{s1}r) + N_{q+1}(\beta_{s1}r)) dr \quad (3-211)$$

Aunque se ha simplificado la expresión, también se emplean las ventajas que nos presenta el lenguaje de programación con respecto a una integración de tipo numérico aprovechando que se

emplea una técnica muy eficiente como lo es la cuadratura del método Simpson por medio de la función *quad* en *matlab*

Para el caso TM, de acuerdo a (3-172a) la solución para  $q=0$  esta dada por

$$t_k = -\frac{C_3 \alpha_{s1} (\phi_2 - \phi_1)}{\Delta \phi} \int_{r_1}^{r_2} J'_q(\beta_{s1} r) dr + \frac{C_4 \alpha_{s1} (\phi_2 - \phi_1)}{\Delta \phi} \int_{r_1}^{r_2} N'_q(\beta_{s1} r) dr$$

Este caso es más simple y tan solo empleamos las ecuaciones de recurrencia (3-202) y (3-203) para mostrar que los integrandos cambian de la siguiente manera

$$t_k = -\frac{C_3 \alpha_{s1} (\phi_2 - \phi_1)}{2\Delta \phi} \int_{r_1}^{r_2} (J_{q-1}(\beta_{s1} r) - J_{q+1}(\beta_{s1} r)) dr + \frac{C_4 \alpha_{s1} (\phi_2 - \phi_1)}{2\Delta \phi} \int_{r_1}^{r_2} (J_{q-1}(\beta_{s1} r) - J_{q+1}(\beta_{s1} r)) dr \quad (3-212)$$

Igualmente, para el caso en el que  $q>0$  los integrando de  $t_k$  quedan expresados de la misma forma que en al expresión anterior. De la misma forma, para la simplificación de las integrales  $q_k$  se emplearon las mismas ecuaciones de recurrencia obteniéndose para cada caso los mismos integrandos

Para el caso TE

$$q_k = \begin{cases} \sin q\phi & \frac{C_1}{2} \int_{r_1}^{r_2} (J_{q-1}(\beta_{s1} r) + J_{q+1}(\beta_{s1} r)) dr \\ -\cos q\phi & \frac{C_2}{2} \int_{r_1}^{r_2} (N_{q-1}(\beta_{s1} r) + N_{q+1}(\beta_{s1} r)) dr \end{cases} \quad (3-213)$$

Mientras que para el caso TM

$$q_k = \begin{cases} \sin q\phi & \frac{C_3}{2} \alpha_{s1} \int_{r_1}^{r_2} (J_{q-1}(\beta_{s1} r) - J_{q+1}(\beta_{s1} r)) dr \\ \cos q\phi & \frac{C_4}{2} \alpha_{s1} \int_{r_1}^{r_2} (N_{q-1}(\beta_{s1} r) - N_{q+1}(\beta_{s1} r)) dr \end{cases} \quad (3-214)$$

Para todos estos casos se recuerda que  $C_1$   $C_2$   $C_3$  y  $C_4$  están definidos por (3-170), (3-171), (3-173) y (3-174) respectivamente.

Como parte también de la creación de un algoritmo eficiente, para cada uno de los tipos de onda se generó una matriz como la siguiente

$$\Phi = \begin{bmatrix} k_{c1} & t_1 & p_1 & q_1 & s_1 & e_1 \\ k_{c2} & t_2 & p_2 & q_1 & s_2 & e_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{cn-1} & t_{n-1} & p_{n-1} & q_{n-1} & s_{n-1} & e_{n-1} \\ k_{cn} & t_n & p_n & q_n & s_n & e_n \end{bmatrix} \quad (3-215)$$

Donde cada matriz  $\Phi$  representa las características de los tres posibles tipos de onda, es decir, los modos de guía de onda circular, los de guía de onda coaxial debidos a la primera ranura del diafragma de control así como los debidos a la segunda ranura. La primer columna de tales matrices representa los números de onda de corte  $k_c$  acomodados en orden ascendente de aparición además

identificados por las columnas  $q$  y  $s$  de acuerdo a los subíndices de las ecuaciones (3-33) y (3-34) y  $t$  que identifica si la onda es TE o TM. Por ejemplo para la primer fila de la matriz de la guía de onda circular  $q=1$ ,  $s=1$ , y  $t=1$ , lo que quiere decir que la onda es TE ( $t=1$ ) la primera de estas que es una onda  $TE_{11}$  ( $q=1$ ,  $s=1$ ). Además la columna  $p$  indica si la polarización es de tipo vertical u horizontal, mientras  $e$  representa los valores de  $\varepsilon_q$  definidos por (3-36) y que son dependientes de  $q$ . Cada uno de los valores de esta matriz es llamado por las expresiones que llevan a la solución de los coeficientes para la determinación del coeficiente de reflexión en cualquiera de las modalidades de este.

### 3.6 Resultados de la solución numérica

Con el programa implementado se realizaron algunas simulaciones que a continuación se presentan. Primeramente es importante señalar que se empleó para todos los casos una guía de onda circular de 3.6 mm de radio ya que este es el modelo mas empleado en la banda de frecuencias Ka que es el rango en el que se tiene interés en realizar el diseño del desplazador de fase reflectivo. La primera simulación que se realizó fue con las dimensiones mostradas por la figura 3.15

- $R=3.6\text{mm}$
- $r_4=3\text{mm}$
- $r_3=2.25\text{mm}$
- $r_2=1.5\text{mm}$
- $r_1=0.75\text{mm}$

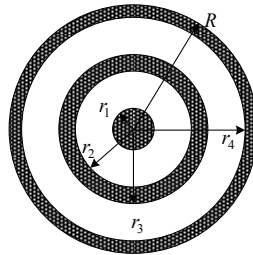


Figura 3.15 Diafragma de control para la componente perpendicular con ranuras de 0.75mm

Por el momento se analizará solo a la magnitud del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular a la entrada del diafragma de control para la condición de acoplamiento en la guía de onda circular (denotada por  $|\Gamma'_{\perp}|$ ), que como se ha descrito es de gran importancia para determinar la frecuencia de operación del desplazador de fase. Los resultados mostrados por el programa para una simulación con  $M=100$  ondas de la guía de onda circular,  $N=10$  ondas coaxiales de la primera ranura y  $T=10$  ondas coaxiales debidas a la segunda ranura, se muestran en la figura 3.16 en dos rangos distintos.

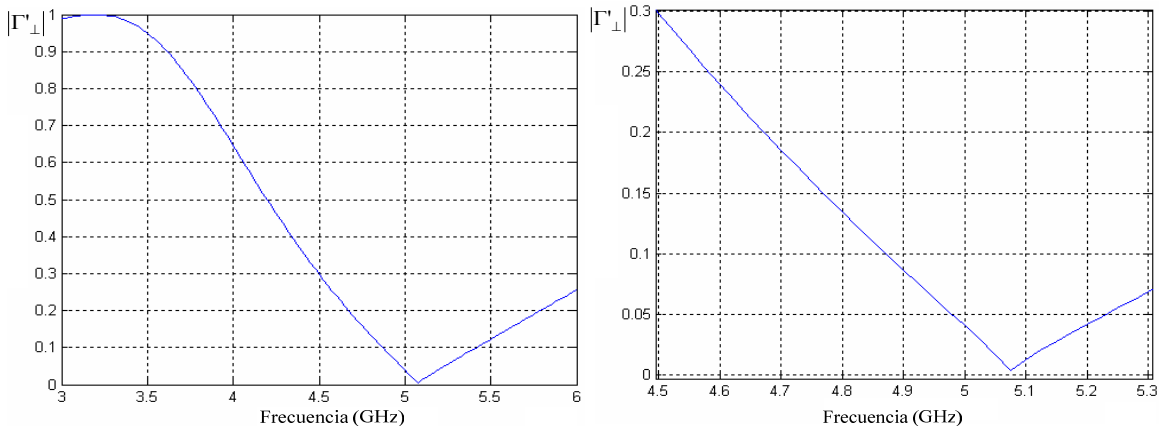


Figura 3.16 Magnitud del coeficiente de reflexión con la guía acoplada para las condiciones:  $M=100$ ,  $N=10$  y  $T=10$

Ahora, como parte de comprobar la precisión del programa implementado, y a falta de trabajos previos con los que se pudiera comparar, se utilizó un software de simulación comercial especializado en la simulación rápida y precisa de problemas electromagnéticos tridimensionales, que es capaz de mostrar rápidamente el comportamiento completo del campo electromagnético de prácticamente cualquier diseño en alta frecuencia. Los resultados para el coeficiente de reflexión se muestran en la figura 3.17

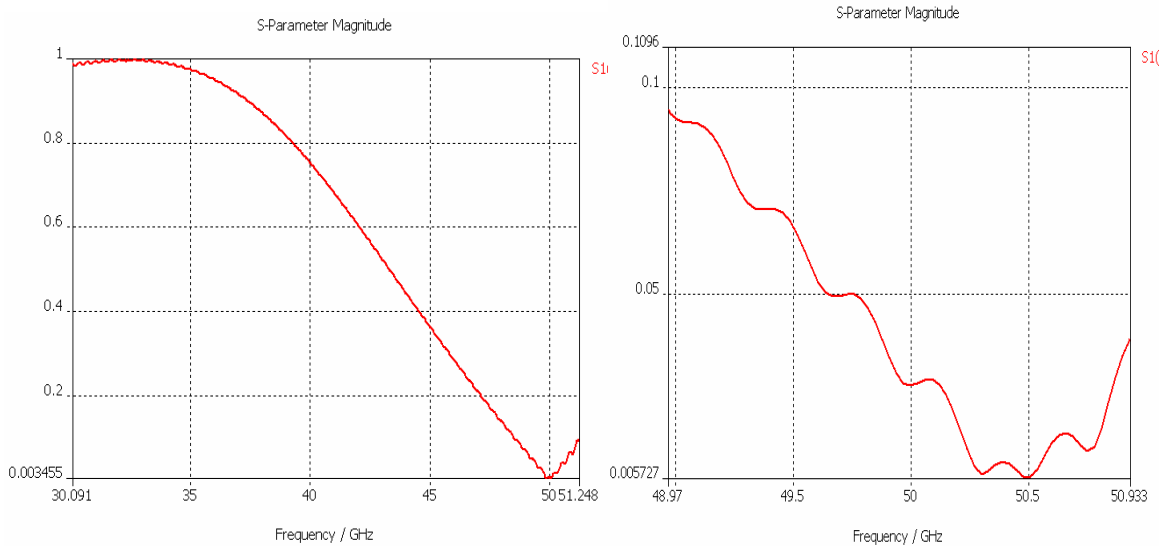


Figura 3.17 Magnitud del coeficiente de reflexión contra la frecuencia generado por el software comercial

Se observa una menor tolerancia en el resultado dado por el software, sin embargo puede notarse la gran similitud en la frecuencia de resonancia que es alrededor de 50.5GHz.

Por otra parte, es importante tomar en cuenta el efecto del sustrato dieléctrico que se pondrá detrás del diafragma de control debido a que este debe ser incluido en el diseño final. Se tomo como referencia para el cálculo un dieléctrico de características idóneas para el contacto con el diafragma de control, con un espesor de 0.127mm y una  $\epsilon_r = 2.2$ . Con estas características el resultado obtenido por el programa implementado se observa en la figura 3.18 en dos rangos distintos.

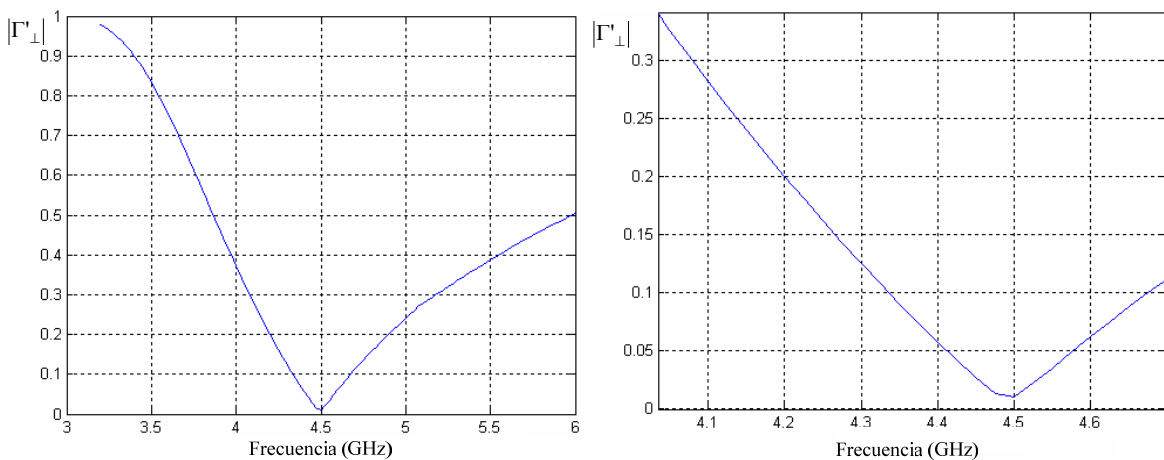


Figura 3.18 Magnitud del coeficiente de reflexión contra la frecuencia considerando un sustrato dieléctrico de 0.127mm de espesor y  $\epsilon_r=2.2$

Se observa que el efecto del dieléctrico es considerable ya que la frecuencia de resonancia bajó alrededor de 5GHz. Efecto, que también es mostrado por el software de simulación en la figura 3.19

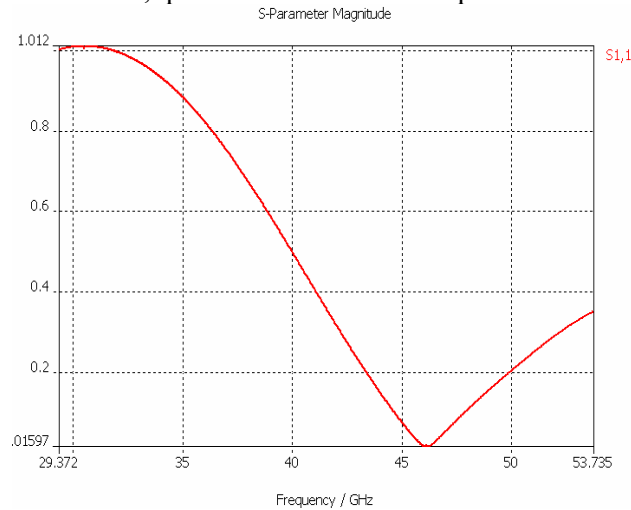


Figura 3.19 Magnitud del coeficiente de reflexión obtenida con el software comercial considerando un dieléctrico de 0.127mm y  $\epsilon_r=2.2$

El ejemplo anterior solo fue representativo al tener dos ranuras de dimensiones muy similares en la geometría del diafragma de control. Por ello se realizó otra simulación con las dimensiones mostradas por la figura 3.20. En este caso se observa que la segunda ranura ha disminuido considerablemente debido a que es un modelo mas cercano a la realidad ya que la segunda ranura debe ser tan solo de dimensión suficiente para permitir el libre giro del anillo resonante interior.

- R= 3.6mm
- $r_4=3.5\text{mm}$
- $r_3=3.3\text{mm}$
- $r_2=2.0\text{mm}$
- $r_1=1.0\text{mm}$

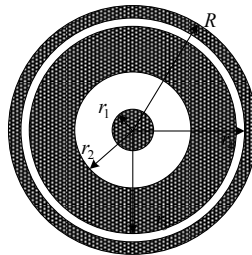


Figura 3.20 Dimensiones del diafragma de control con una rana exterior de 0.2mm con radio medio de 1.5 mm

Ahora que en la geometría del diafragma de control tiene mayor peso el anillo resonante interior es posible predecir de manera aproximada la frecuencia de resonancia de la estructura, tomando en cuenta que esta sucede aproximadamente cuando el perímetro de la circunferencia es igual a  $\lambda_g$ . Considerando la incidencia del modo  $TE_{11}$  de una guía de onda circular, a partir de (3-198) es posible encontrar que la frecuencia de resonancia esta dada por

$$f_r = \sqrt{\frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right)^2 + \left(\frac{p_{nm}^{TE_{11}}}{a}\right)^2}{4\pi^2 \mu_0 \epsilon_0}} \quad (3-216)$$

Donde  $a$  es el radio de la guía de onda circular igual a 3.6 mm,  $\lambda_g = 2\pi r_m$ , siendo  $r_m$  el radio medio de la ranura principal que en este caso es igual a 1.5mm. Al sustituir este valor en (3-216) se obtiene una frecuencia de 40.11GHz. Con tales dimensiones se simuló en el programa implementado, aumentando a 200 la cantidad de ondas de la guía de onda circular. La figura 3.21 muestra el comportamiento de la magnitud del coeficiente de reflexión obtenido.

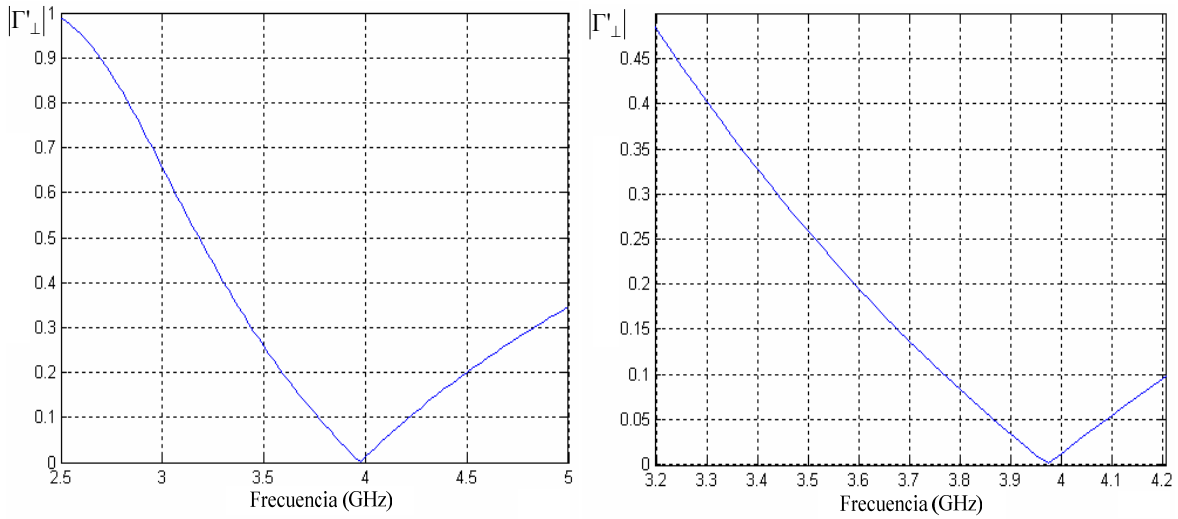


Figura 3.21 Magnitud del coeficiente de reflexión contra la frecuencia, con el programa en las condiciones  $M=200$ ,  $N=10$ , y  $T=10$

Se observa que la frecuencia de resonancia está muy cercana a los 40 GHz y la banda de frecuencias donde el coeficiente es de valor pequeño es aún limitada como en el primer caso. Mientras que el resultado obtenido con el software comercial se observa en la figura 3.22

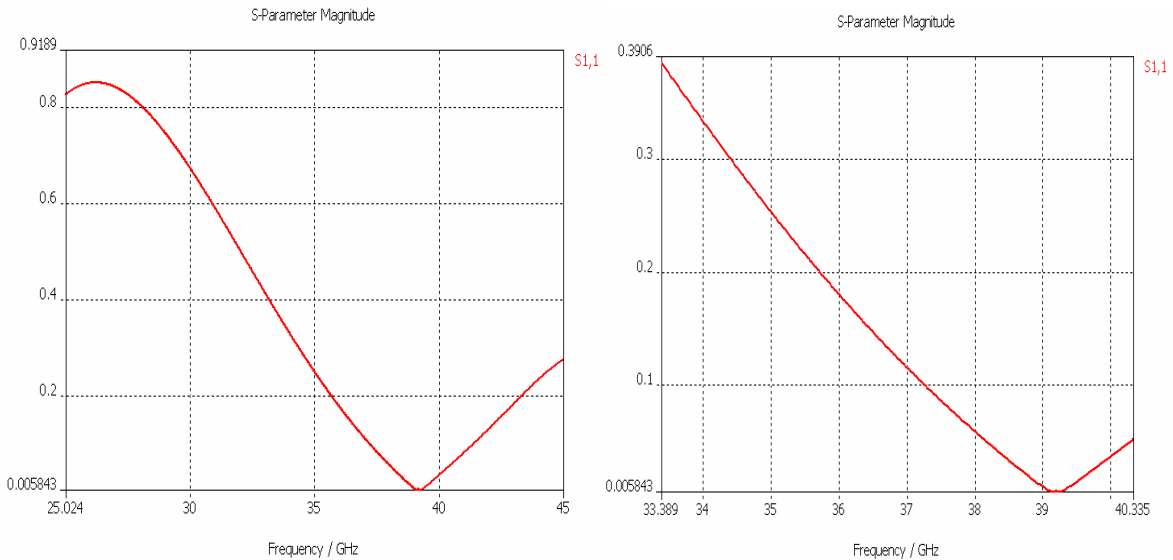


Figura 3.22 Magnitud del coeficiente de reflexión contra frecuencia del software de simulación para el diafragma con las dimensiones de la figura 3.20

Se observa una diferencia entre ambas simulaciones de cerca de 1GHz, sin embargo puede considerarse aceptable, debido a que en ninguno de los dos casos se está tomando una gran tolerancia en la simulación. Ahora, considerando un dieléctrico con las mismas características que en el ejemplo anterior el resultado obtenido se muestra en la figura 3.23



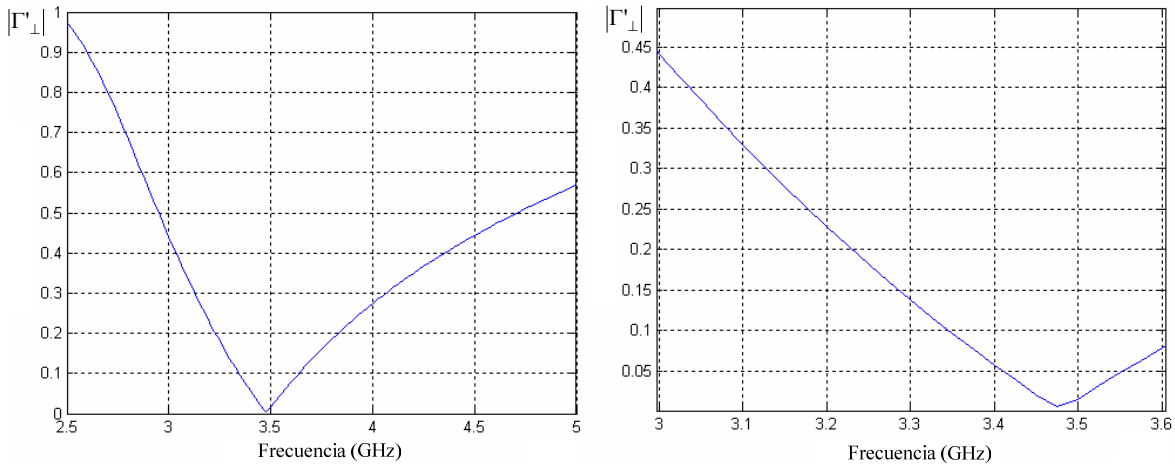


Figura 3.23 Magnitud del coeficiente de reflexión dado por el programa implementado considerando un dieléctrico de 0.127mm

Nuevamente se obtuvo una frecuencia de resonancia más baja en 5GHz con respecto al diafragma sin dieléctrico. Para el caso del software comercial según lo mostrado por la figura 3.24, la diferencia está alrededor de 4 GHz.

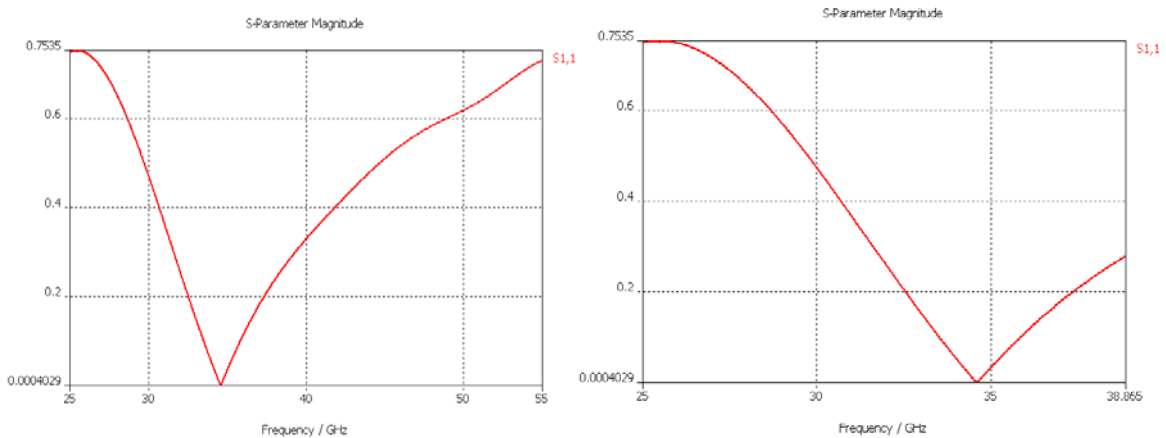


Figura 3.24 Magnitud del coeficiente de reflexión dado por el software comercial considerando el sustrato dieléctrico

Resultaría interesante observar el comportamiento de la magnitud del coeficiente de reflexión de acuerdo a las dimensiones del diafragma de control. Se ha mostrado que es posible predecir mediante el radio medio de la ranura principal, la frecuencia de resonancia de la estructura. En este sentido, si el radio central  $r_1$  se mantiene igual y se requiere aumentar el radio medio, evidentemente la ranura principal del diafragma de control será mas ancha. Este efecto se observa en la figura 3.26 donde  $r_1 = 0.8\text{mm}$  y el radio medio  $r_m = 1.8\text{mm}$ . con una estimación para la frecuencia de resonancia de 36 GHz según (3-216)

- R=3.6mm
- $r_4=3.5\text{mm}$
- $r_3=3.3\text{mm}$
- $r_2=2.8\text{mm}$
- $r_1=0.8\text{mm}$

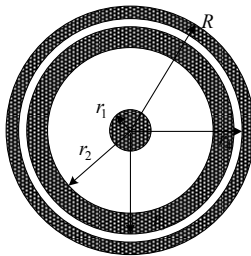


Figura 3.25 Dimensiones del diafragma de control con una ranura exterior de 0.2mm y  $r_m=1.8\text{mm}$

La figura 3.26 muestra la simulación para esta estructura por ambos métodos

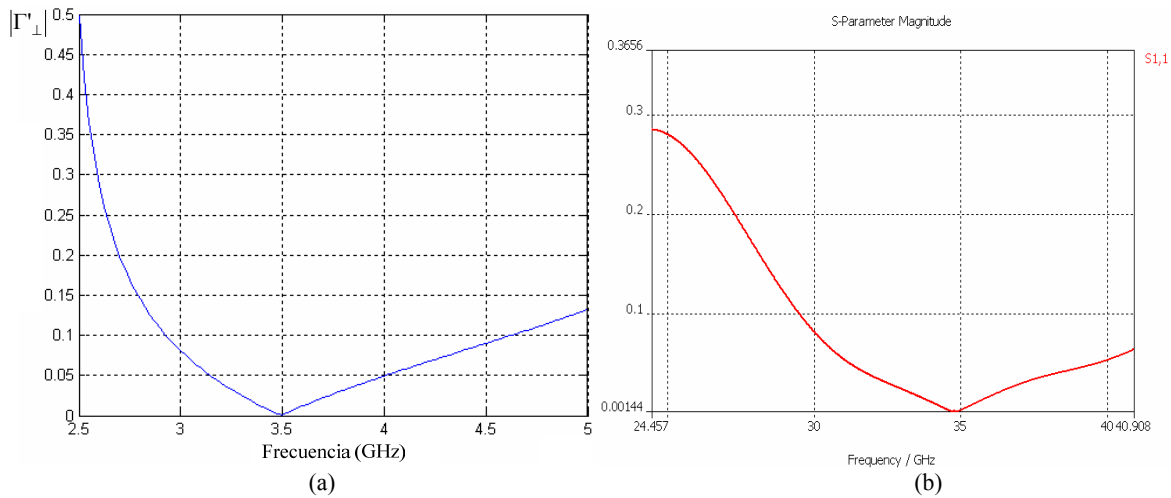


Figura 3.26 Magnitud del coeficiente de reflexión obtenido con: (a) el programa implementado y (b) con el software comercial

En este caso se observa una mayor similitud entre ambas simulaciones, para el caso del programa implementado se usaron 20 ondas para la primera ranura en lugar de 10 como se hizo en los anteriores ejemplos. Además se observa un rango de frecuencias mayor donde el coeficiente de reflexión toma un valor pequeño. Esto como consecuencia de que el ancho de la primera ranura aumentó al doble en comparación de las dimensiones del segundo ejemplo mostradas por la figura 3.20. Esta explicación se encuentra en el circuito equivalente del diafragma de control, ya que al aumentar el ancho de la ranura la capacitancia equivalente disminuye y como consecuencia el factor calidad de la red en paralelo es menor por lo que el circuito es menos selectivo en frecuencia. La figura 3.27 muestra el comportamiento de la magnitud del coeficiente de reflexión por medio del programa implementado con las características del dieléctrico incluidas.

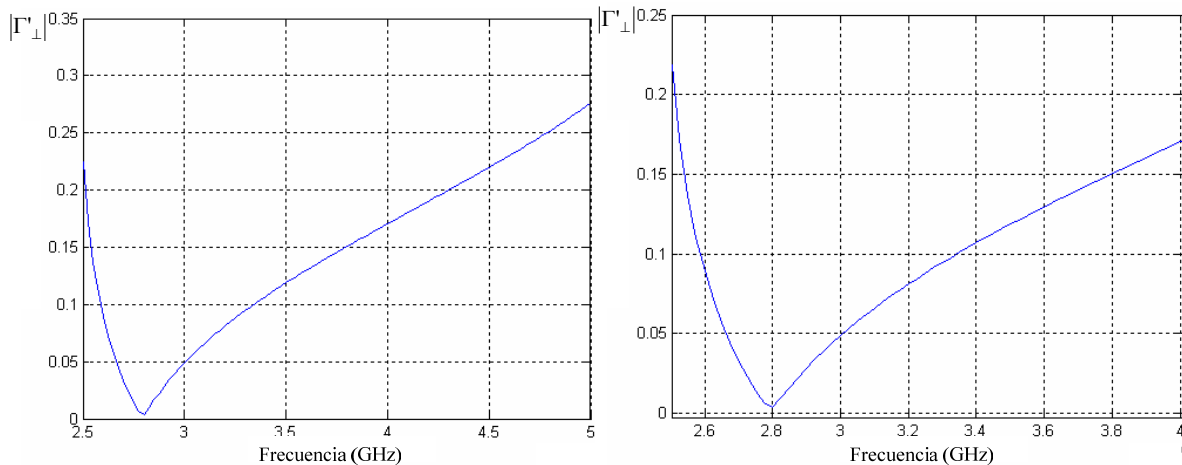


Figura 3.27 Magnitud del coeficiente de reflexión considerando el dieléctrico, para las dimensiones de la figura 3.25

La figura 3.28 muestra el mismo análisis realizado por parte del software comercial

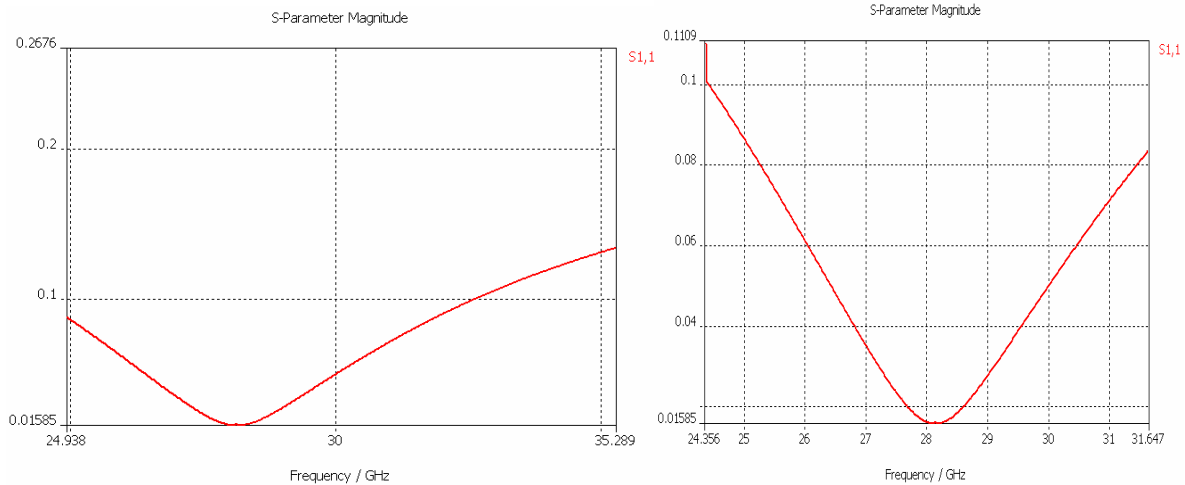


Figura 3.28 Magnitud del coeficiente de reflexión considerando el sustrato dieléctrico

En este caso se vuelve a presentar un comportamiento muy similar entre ambos métodos además de que, la presencia del dieléctrico influyó en la disminución en 7 GHz de la frecuencia de resonancia.

A continuación, se mostrará un análisis más detallado de los resultados obtenidos a partir del programa implementado el cual se muestra en el apéndice de este trabajo. Se tomaron las dimensiones del diafragma de control correspondiente a la figura (3.25). El programa genera una matriz de acuerdo a la configuración (3-215) para los tres tipos de onda involucrados, es decir, para las ondas de guía de onda circular, las ondas de guía de onda coaxial debidas a la primera ranura y las ondas de guía de onda coaxial debidas a la segunda ranura. A manera de ejemplo se presenta en la tabla 3.1 un resumen correspondiente a las tres matrices obtenidas. En esta tabla se muestran los parámetros de las primeras veinte ondas para cada tipo de modos. Donde  $F_c$  representa para cada caso una bandera que indica el tipo de onda (TE o TM), mientras  $q_c$  y  $s_c$  indican las variaciones radiales y azimutales respectivamente,  $p_c$  indica si la onda es de polarización horizontal o vertical y finalmente  $K_c$  el número de onda de corte para cada tipo de ondas.

La interpretación a estos números se muestra en la tabla 3.2. Donde se puede comprobar que los tipos de onda de la guía de onda circular coinciden con los mostrados en la sección 2.1, solo ha de tomarse en cuenta que dada la naturaleza de análisis del problema en el que se separan las componente perpendicular y paralela de la onda incidente circularmente polarizada  $TE_{11}$ , en esta tabla se presentan a las componentes de cada modo por separado con su correspondiente polarización.

Es importante señalar también, que el programa considera para cada onda, únicamente la polarización que existe, ya que se puede comprobar por medio de las ecuaciones (3-33) y (3-34) que para los modos axiales ( $TE_{0m}$   $TM_{0m}$ ) solo es posible un tipo de polarización, observando que para los modos axiales TE existe únicamente la polarización Vertical mientras que para los modos axiales TM la horizontal. Con lo anterior se comprueba que las matrices del tipo (3-215) son correctas y estas se calculan de forma separada para darles un determinado empleo de acuerdo al análisis que se quiera realizar. Para las gráficas de magnitud de coeficiente de reflexión obtenidas anteriormente, estas matrices se emplearon considerando la incidencia de la componente perpendicular a la carga reactiva cuya expresión está dada por (3-112), con lo cual es posible

obtener la frecuencia de resonancia o de diseño dado que en dicho valor se realiza la primera aproximación para colocar la placa metálica detrás del diafragma de control.

Parámetros principales dados por el programa implementado para cada tipo de onda														K <sub>c</sub>	K <sub>c1</sub>	K <sub>c2</sub>
F <sub>c</sub>	q <sub>c</sub>	s <sub>c</sub>	p <sub>c</sub>	F <sub>c1</sub>	q <sub>c1</sub>	s <sub>c1</sub>	p <sub>c1</sub>	F <sub>c2</sub>	q <sub>c2</sub>	s <sub>c2</sub>	p <sub>c2</sub>	K <sub>c</sub>	K <sub>c1</sub>	K <sub>c2</sub>		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5.1144e+002	5.7139e+002	2.9416e+002		
1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2	5.1144e+002	5.7139e+002	2.9416e+002		
2	0	1	2	1	2	1	1	1	1	2	1	6.6801e+002	1.0649e+003	5.8832e+002		
1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2	8.4840e+002	1.0649e+003	5.8832e+002		
1	2	1	2	1	3	1	1	1	3	1	1	8.4840e+002	1.4947e+003	8.8248e+002		
1	0	1	1	1	3	1	2	1	3	1	2	1.0644e+003	1.4947e+003	8.8248e+002		
2	1	1	1	2	0	1	2	1	4	1	1	1.0644e+003	1.5423e+003	1.1766e+003		
2	1	1	2	1	0	1	1	1	4	1	2	1.0644e+003	1.6525e+003	1.1766e+003		
1	3	1	1	2	1	1	1	1	5	1	1	1.1670e+003	1.6525e+003	1.4708e+003		
1	3	1	2	2	1	1	2	1	5	1	2	1.1670e+003	1.6525e+003	1.4708e+003		
2	2	1	1	1	1	2	1	1	6	1	1	1.4266e+003	1.8181e+003	1.7649e+003		
2	2	1	2	1	1	2	2	1	6	1	2	1.4266e+003	1.8181e+003	1.7649e+003		
1	4	1	1	1	4	1	1	1	7	1	1	1.4771e+003	1.8980e+003	2.0591e+003		
1	4	1	2	1	4	1	2	1	7	1	2	1.4771e+003	1.8980e+003	2.0591e+003		
1	1	2	1	2	2	1	1	1	8	1	1	1.4810e+003	1.9362e+003	2.3533e+003		
1	1	2	2	2	2	1	2	1	8	1	2	1.4810e+003	1.9362e+003	2.3533e+003		
2	0	2	2	1	2	2	1	1	9	1	1	1.5334e+003	2.2461e+003	2.6474e+003		
2	3	1	1	1	2	2	2	1	9	1	2	1.7723e+003	2.2461e+003	2.6474e+003		
2	3	1	2	1	5	1	1	1	10	1	1	1.7723e+003	2.2911e+003	2.9415e+003		
1	5	1	1	1	5	1	2	1	10	1	2	1.7821e+003	2.2911e+003	2.9415e+003		

Tabal 3.1 Parámetros principales del programa implementado para el diafragma de control con las dimensiones dadas por la figura 3.25

Ondas de la:	Características de las ondas																				
Guía de onda circular	Tipo	TE <sub>11</sub>	TE <sub>11</sub>	TM <sub>01</sub>	TE <sub>21</sub>	TE <sub>21</sub>	TE <sub>01</sub>	TM <sub>11</sub>	TM <sub>11</sub>	TE <sub>31</sub>	TE <sub>31</sub>	TM <sub>21</sub>	TM <sub>21</sub>	TE <sub>41</sub>	TE <sub>41</sub>	TE <sub>12</sub>	TE <sub>12</sub>	TM <sub>02</sub>	TM <sub>31</sub>	TE <sub>31</sub>	TE <sub>51</sub>
	Pol	V	H	H	V	H	V	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	H	V	H	V
Guía de onda Coaxial 1	Tipo	TE <sub>11</sub>	TE <sub>11</sub>	TE <sub>21</sub>	TE <sub>21</sub>	TE <sub>31</sub>	TE <sub>31</sub>	TM <sub>01</sub>	TE <sub>01</sub>	TM <sub>11</sub>	TM <sub>11</sub>	TE <sub>12</sub>	TE <sub>12</sub>	TE <sub>41</sub>	TE <sub>41</sub>	TM <sub>21</sub>	TM <sub>21</sub>	TE <sub>22</sub>	TE <sub>22</sub>	TE <sub>51</sub>	TE <sub>51</sub>
	Pol	V	H	V	H	V	H	H	V	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H
Guía de onda Coaxial 2	Tipo	TE <sub>11</sub>	TE <sub>11</sub>	TE <sub>21</sub>	TE <sub>21</sub>	TE <sub>31</sub>	TE <sub>31</sub>	TE <sub>41</sub>	TE <sub>41</sub>	TE <sub>51</sub>	TE <sub>51</sub>	TE <sub>61</sub>	TE <sub>61</sub>	TE <sub>71</sub>	TE <sub>71</sub>	TE <sub>81</sub>	TE <sub>81</sub>	TE <sub>91</sub>	TE <sub>91</sub>	TE <sub>101</sub>	TE <sub>101</sub>
	Pol	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	H

Tabla 3.2 Tipos de onda correspondientes a la tabla 3.1

Hasta ahora, se ha observado una gran similitud entre los resultados dados por el programa implementado y el software de simulación comercial para la componente perpendicular a la carga reactiva del diafragma de control, ahora se comprobará tal similitud para el coeficiente de reflexión debido a la componente paralela considerando nuevamente acoplamiento de la guía de onda circular y que el ángulo del sector anular que define las cargas reactivas es de 12.6°y . La figura 3.29 muestra dicha comparación, para las dimensiones mostradas por la figura 3.25

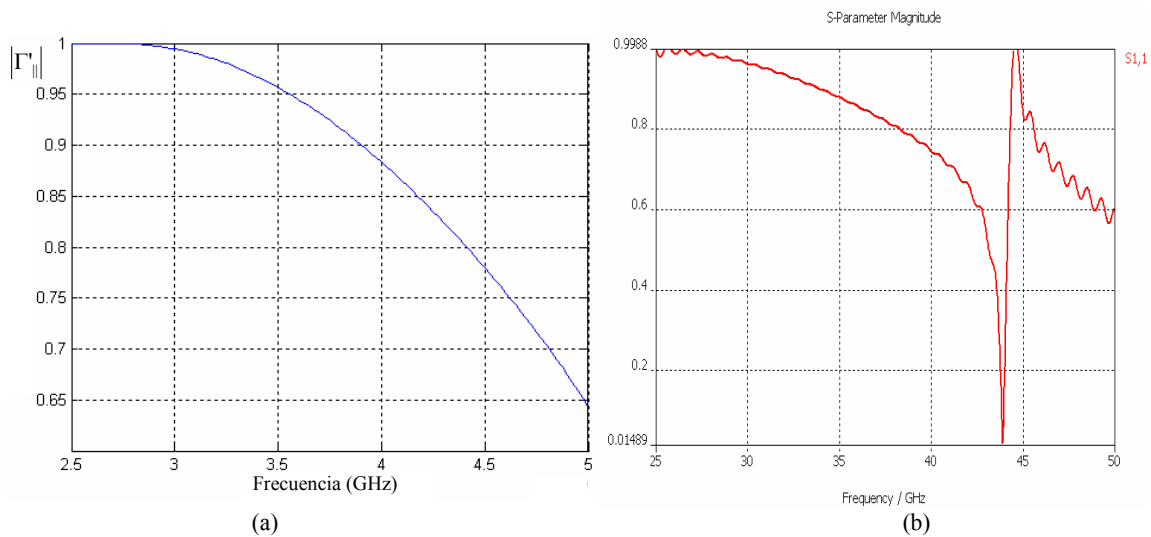


Figura 3.29 Magnitud del coeficiente de reflexión para la componente paralela con la guía de onda circular acoplada por medio de: (a) Software implementado y (b) Software comercial

Igualmente, se observa una gran similitud entre ambos procedimientos de simulación. Por otro lado, las matrices (3-215) deben de ser utilizadas para calcular los coeficientes de reflexión para la estructura completa del desplazador de fase reflectivo. Es decir con la placa metálica detrás del diafragma de control a una cierta distancia que permita el cumplimiento del principio de cambio de fase de Fox, es decir,  $\Gamma_{\perp} = -\Gamma_{\parallel}$ . Se sabe que una primera aproximación a la frecuencia de diseño (frecuencia de resonancia) está dada por la expresión (3-198) de la siguiente forma

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi f)^2 \mu_0 \epsilon_0 - \left(\frac{1.842}{a}\right)^2}}$$

Al sustituir en la expresión anterior  $f = 28$  GHz obtenemos que  $\lambda_g = 21.89$  mm, por lo que la primera aproximación para colocar la placa en esta frecuencia es  $\lambda_g/4 = 5.47$  mm. Sabemos que esta distancia sería sin considerar el dieléctrico, sin embargo dada la presencia de este las ondas tienen una velocidad de fase menor y muy probablemente esta distancia será menor.

Se realizaron varias pruebas alrededor del valor de 5.47 mm hasta que se alcanzó una diferencia de fase de  $180^\circ$  entre los coeficientes de reflexión de la componente paralela y perpendicular a una distancia de 5.5 mm. Tal como se esperaba la magnitud de dichos coeficientes es igual a uno en toda la gama de frecuencias simuladas según lo mostrado por la figura 3.30

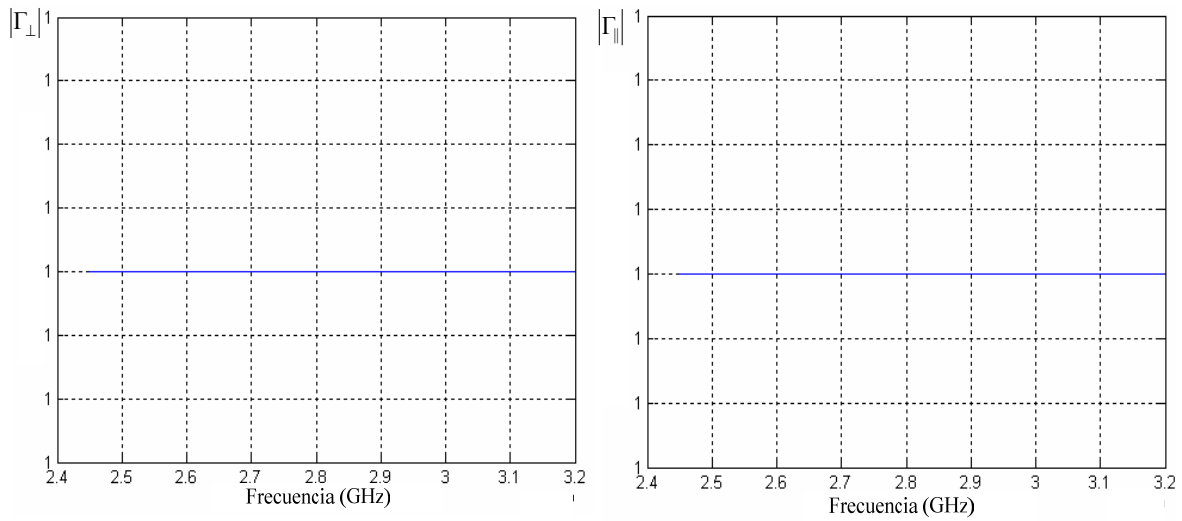


Figura 3.30 Magnitud del coeficiente de reflexión del desplazador de fase reflectivo para (a) la componente perpendicular y (b) la componente paralela.

En este análisis el parámetro más importante a analizar es la fase y se debe de observar el cumplimiento de  $\Gamma_{\perp} = -\Gamma_{\parallel}$ . Para la componente que incide perpendicular a las cargas reactivas del diafragma, en 28 GHz se obtuvo una fase alrededor de  $3^{\circ}$  tal como muestra la figura 3.31.

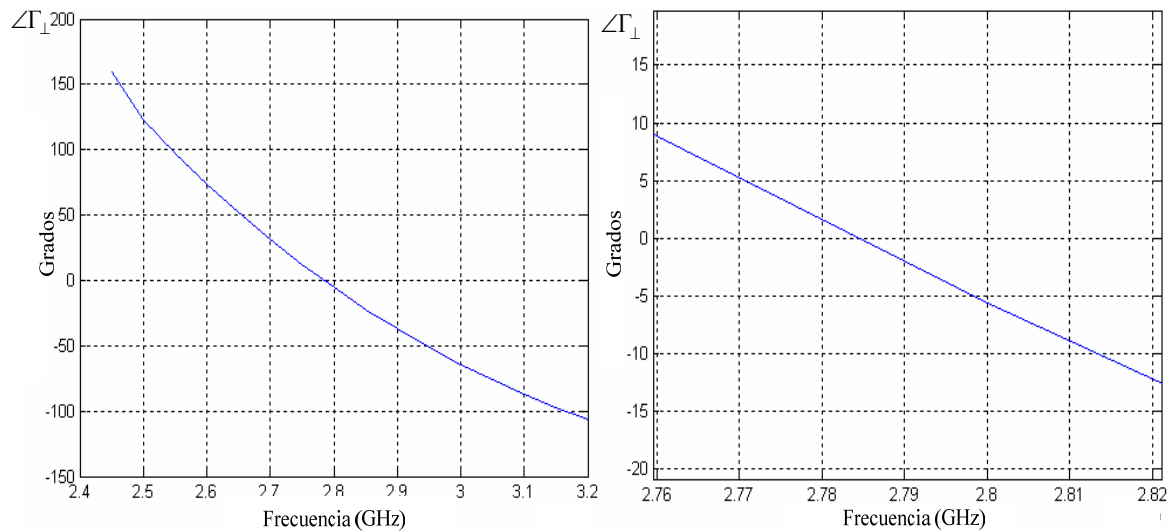


Figura 3.31 Fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular

Mientras que la figura 3.32 nos muestra la fase a la entrada del diafragma de control para coeficiente de reflexión de la componente que incide paralela a las cargas reactivas siendo que a 28 GHz se tiene una fase cercana a los  $175^{\circ}$ .

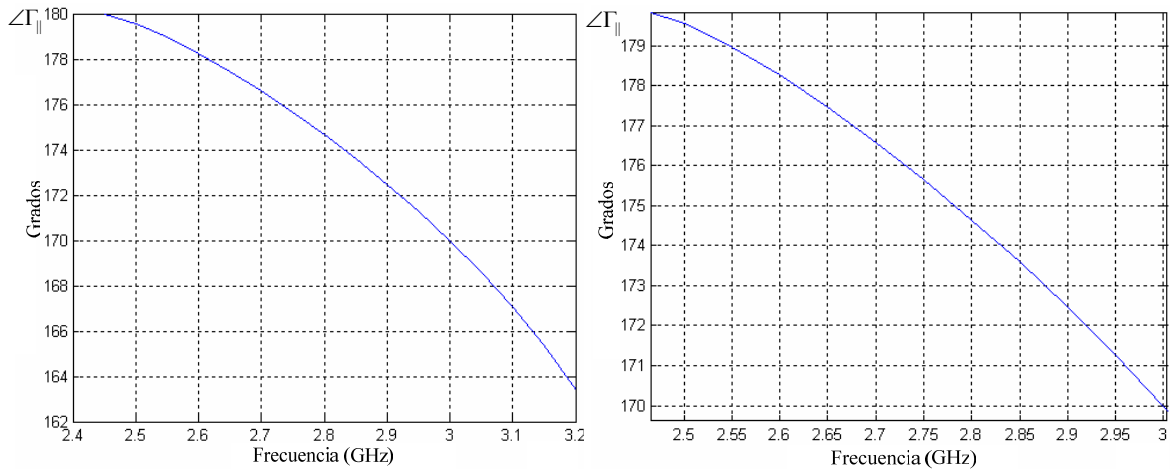


Figura 3.32 Fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela

Los resultados obtenidos en 28 GHz por el programa implementado para la diferencia de fase entre las componentes ortogonales son

$$\varphi_{\perp} = -5.5779^{\circ}$$

$$\varphi_{\parallel} = 174.65^{\circ}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp} = 180.22^{\circ}$$

Además de que los coeficientes de reflexión para cada una de las componentes se expresan como:

$$\Gamma_{\perp} = 9.9526e - 001 - 9.7199e - 002i$$

$$\Gamma_{\parallel} = -9.9564e - 001 + 9.3296e - 002i$$

Con lo que se comprueba el cumplimiento del principio de Fox para la estructura analizada con óptimo en 28 GHz. Resulta interesante resaltar que para la componente que incide perpendicular a las cargas reactivas se esperaba obtener una fase de cero grados, mientras que para la componente paralela se esperaba una fase de 180 grados. Sin embargo se observa que tales condiciones solo se cumplen en las cercanías del punto óptimo, mientras que en toda la gama de frecuencias analizada toma valores distintos a los esperados. La razón es que a frecuencias de microondas, las inductancias de los cortos metálicos no pueden ser despreciadas y el valor de estas aumenta conforme los cortos son más grandes.

Por otra parte, numéricamente pueden analizarse otros resultados, por ejemplo los coeficientes  $A$  y  $B$  de los sistemas de ecuaciones (3-117) y (3-119) para la componente perpendicular además de (3-140) y (3-0141) para la componente paralela considerando para la admitancia después del diafragma de control la placa metálica a la distancia determinada. Para este caso los coeficientes obtenidos se muestran en la tabla 3.3. La primera columna de esta tabla corresponde a los coeficientes para la componente perpendicular mientras la segunda son los correspondientes para la componente paralela. En ambos casos, se tienen veinte valores para los coeficientes  $A$  y dos para los coeficientes  $B$ , debido a que se consideraron veinte modos coaxiales debidos a la primera ranura y solo dos modos coaxiales debidos a la segunda, que de acuerdo a la expresión (3-199) se desprende

un número  $N$  y  $T$  de incógnitas respectivamente. La razón por la que solo se consideran dos modos coaxiales en la segunda ranura es por que el primer modo coaxial TM, es decir, el modo  $TM_{01}$  se encuentra a una frecuencia muy alta debido a lo estrecho que se encuentra la ranura, por lo que se obtendría el mismo efecto al considerar veinte o treinta ondas más ya que todas serían tipo TE, las cuales no son solución para la componente  $E_z$  del campo eléctrico.

Para los coeficientes debidos a la componente perpendicular es posible observar una gran cantidad de ceros, esto nos indica que el cálculo ha sido correcto ya que al considerar como onda incidente a la onda con polarización vertical  $TE_{11}$ , solo hay valor para los coeficientes correspondientes a las ondas de polarización vertical del tipo  $TE_{1m}$  tal como puede comprobarse por medio de la tabla 3.2. Para el caso de los coeficientes para la componente perpendicular se observan para la gran mayoría, valores diferentes de cero, esto debido a que la aproximación del campo eléctrico tangencial se realizó por medio de modos de guía de onda coaxial y dada la presencia de las cargas reactivas es necesario considerar una gran cantidad de modos de alto orden para una mejor aproximación del campo.

$A_n$	$A_n^c$
8.5314e-001 -1.1523e+000i	-7.8073e-001 +1.6486e+000i
0	9.4582e-017 -1.9965e-016i
0	1.3582e-017 +9.3078e-017i
0	-5.7553e-017 -4.2610e-017i
0	5.3955e-002 +3.6976e-001i
0	-1.9962e-017 -1.3680e-016i
0	5.0817e-017 +2.9427e-017i
0	0
4.1627e-002 -5.6226e-002i	-7.3873e-002 -1.6476e-001i
0	-8.8871e-018 -1.9537e-017i
-5.1910e-002 +7.0116e-002i	1.0454e-002 -3.5422e-001i
0	-1.2676e-018 +4.2901e-017i
0	-8.4537e-018 -5.7935e-017i
0	1.9695e-017 +5.2611e-017i
0	-2.6134e-018 -1.7910e-017i
0	-2.9086e-018 -3.3244e-017i
0	1.1481e-018 +7.8681e-018i
0	-4.9237e-018 -1.3153e-017i
0	-2.5744e-002 -1.7643e-001i
0	1.7314e-017 +1.1865e-016i
$B_n$	$B_n^c$
2.4498e-001 -3.3090e-001i	-3.5877e-001 -4.4891e-001i
0	4.3431e-017 +5.4183e-017i

Tabla 3.3 valores de los coeficientes para la componente perpendicular y paralela

Por otra parte, tal como se describió en el primer capítulo, un buen parámetro que nos permite evaluar la eficiencia del desplazador de fase son las pérdidas de inserción (*Insertion loss*) que se definen como [6]



$$IL(dB) = 20 \log \left( \left| \frac{\Gamma_{\parallel} - \Gamma_{\perp}}{2} \right| \right) \quad (3-217)$$

Al evaluar (3-217) se obtienen las pérdidas de inserción para el desplazador de fase reflectivo optimizado en 28 GHz, mostradas por la figura 3.33

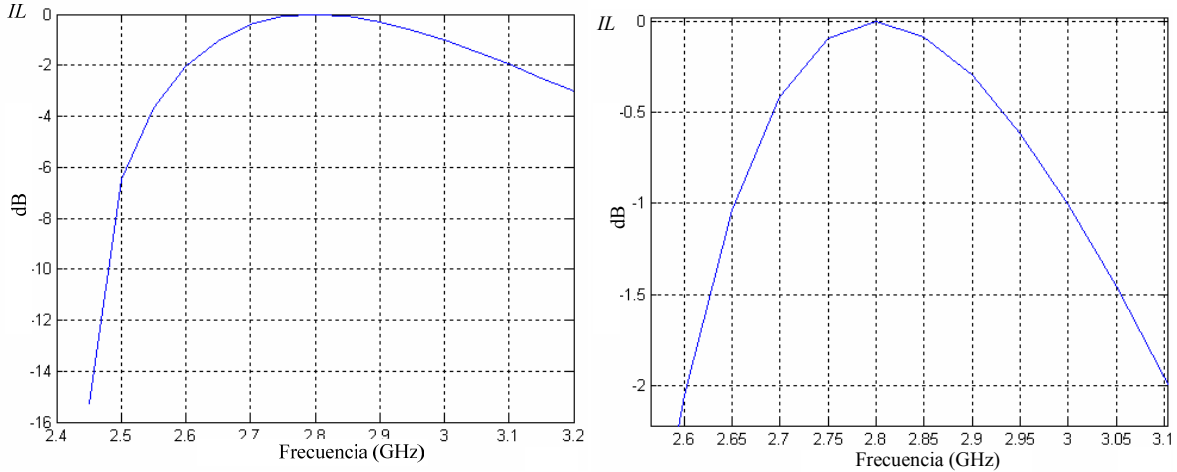


Figura 3.33 pérdidas de inserción para el desplazador de fase optimizado en 28 GHz

Se observa que en una banda de frecuencias de 3.35 GHz (26.65 a 30 GHz) se alcanzan pérdidas menores a 1 dB. Adicionalmente se muestra en la figura 3.34 la diferencia de fase a la entrada del diafragma de control obtenidas a partir de las figuras 3.31 y 3.32 y se observa que en 28GHz se alcanza la diferencia de fase deseada de 180°.

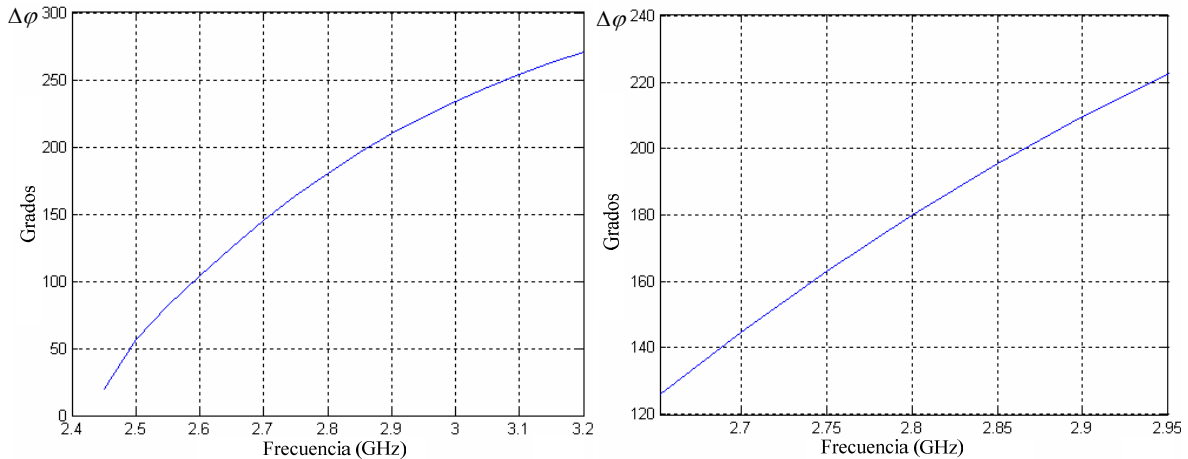


Figura 3.34 diferencia de fase para el desplazador de fase reflectivo optimizado en 28 GHz

La fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular, paralela y su diferencia fueron obtenidas por medio del software, bajo las mismas condiciones y son mostradas por las figuras 3.35, 3.36 y 3.37 respectivamente.

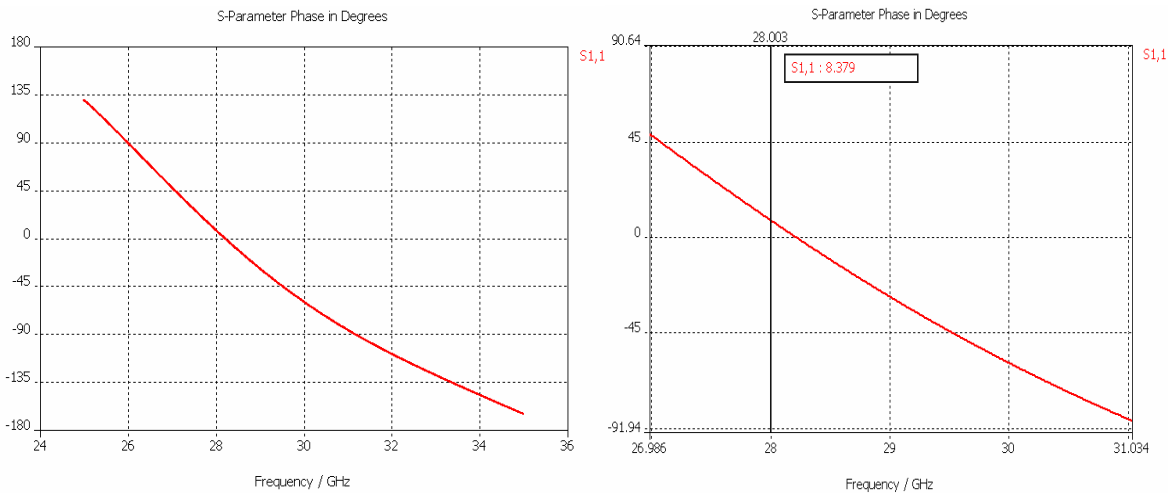


Figura 3.35 fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular obtenida con el software comercial

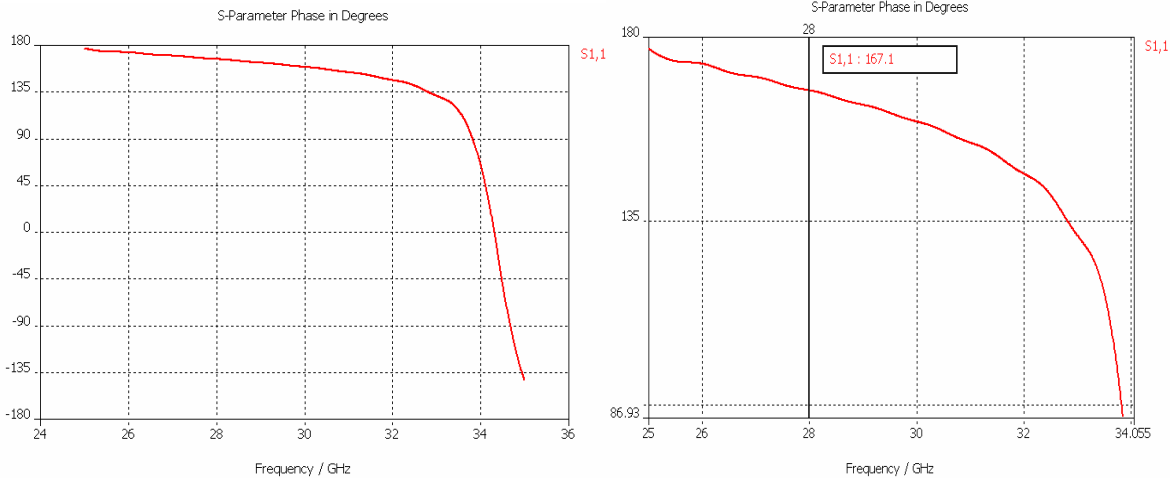


Figura 3.36 Fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela obtenida con el software comercial

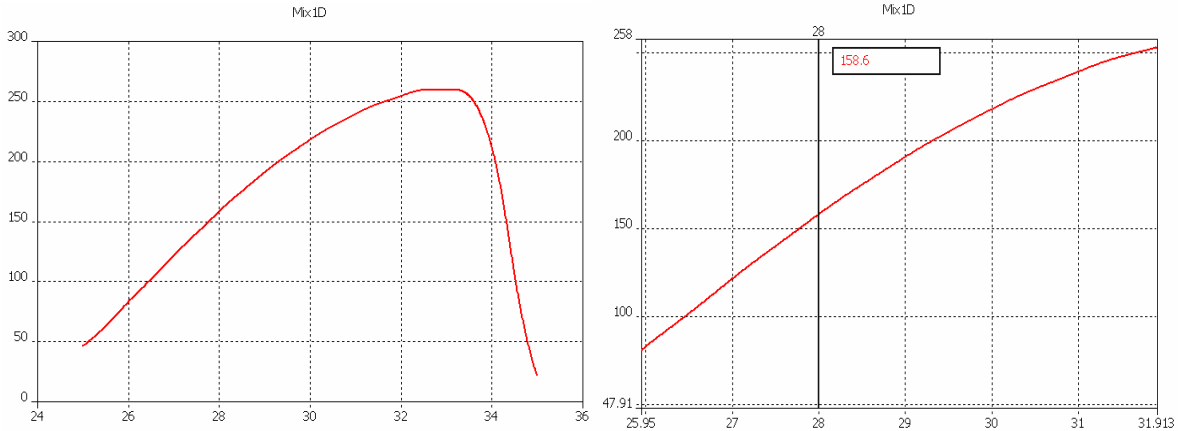


Figura 3.37 Diferencia de fase obtenida con el software comercial

Se observa una diferencia considerable entre ambas simulaciones debido principalmente a que para la componente perpendicular se alcanza con el programa implementado, en 28 GHz una fase de  $-5.5^\circ$  mientras que con el software comercial de  $8.38^\circ$ .

Con el objetivo de observar el comportamiento particular del desplazador de fase reflectivo según sus dimensiones, se evaluó el programa implementado para un diafragma de control con la primera ranura más pequeña que el caso anterior, cuyas dimensiones se muestran en la figura 3.20.

El resumen para los primeros veinte modos para los tres tipos de onda posibles se muestra en la tabla 3.4, en la que es posible observar que dado que solo se varió el ancho de la primera ranura las únicas ondas que cambiaron con respecto a las mostradas por la tabla 3.1 son las ondas coaxiales debidas a la primera ranura. Se puede observar que para esta estructura con nuevas dimensiones, el número de onda de corte ( $K_{c1}$ ) es mayor, es decir, corresponden frecuencias de corte mayores.

F <sub>c</sub>	q <sub>c</sub>	s <sub>c</sub>	p <sub>c</sub>	F <sub>c1</sub>	q <sub>c1</sub>	s <sub>c1</sub>	p <sub>c1</sub>	F <sub>c2</sub>	q <sub>c2</sub>	s <sub>c2</sub>	p <sub>c2</sub>	K <sub>c</sub>	K <sub>c1</sub>	K <sub>c2</sub>
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5.1144e+002	6.7734e+002	2.9416e+002
1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2	5.1144e+002	6.7734e+002	2.9416e+002
2	0	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	6.6801e+002	1.3406e+003	5.8832e+002
1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2	8.4840e+002	1.3406e+003	5.8832e+002
1	2	1	2	1	3	1	1	1	3	1	1	8.4840e+002	1.9789e+003	8.8248e+002
1	0	1	1	1	3	1	2	1	3	1	2	1.0644e+003	1.9789e+003	8.8248e+002
2	1	1	1	1	4	1	1	1	4	1	1	1.0644e+003	2.5876e+003	1.1766e+003
2	1	1	2	1	4	1	2	1	4	1	2	1.0644e+003	2.5876e+003	1.1766e+003
1	3	1	1	2	0	1	2	1	5	1	1	1.1670e+003	3.1230e+003	1.4708e+003
1	3	1	2	1	5	1	1	1	5	1	2	1.1670e+003	3.1694e+003	1.4708e+003
2	2	1	1	1	5	1	2	1	6	1	1	1.4266e+003	3.1694e+003	1.7649e+003
2	2	1	2	1	0	1	1	1	6	1	2	1.4266e+003	3.1966e+003	1.7649e+003
1	4	1	1	2	1	1	1	1	7	1	1	1.4771e+003	3.1966e+003	2.0591e+003
1	4	1	2	2	1	1	2	1	7	1	2	1.4771e+003	3.1966e+003	2.0591e+003
1	1	2	1	1	1	2	1	1	8	1	1	1.4810e+003	3.2825e+003	2.3533e+003
1	1	2	2	1	1	2	2	1	8	1	2	1.4810e+003	3.2825e+003	2.3533e+003
2	0	2	2	2	2	1	1	1	9	1	1	1.5334e+003	3.4069e+003	2.6474e+003
2	3	1	1	2	2	1	2	1	9	1	2	1.7723e+003	3.4069e+003	2.6474e+003
2	3	1	2	1	2	2	1	1	10	1	1	1.7723e+003	3.5313e+003	2.9415e+003
1	5	1	1	1	2	2	2	1	10	1	2	1.7821e+003	3.5313e+003	2.9415e+003

Tabla 3.4 Parámetros principales de los tres tipos de onda dados por el programa implementado

Para este diafragma, sabemos gracias a la figura 3.23 que la frecuencia de resonancia o diseño es de 35 GHz, con esto se calculó la primera aproximación de la distancia a la que hay que colocar la placa metálica detrás del diafragma, al calcular la longitud de la guía de onda  $\lambda_g$

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi 35 \times 10^9)^2 \mu_0 \epsilon_0 - \left(\frac{1.842}{3.6 \times 10^{-3}}\right)^2}} = 11.96 \text{ mm}$$

De esta manera, la primera aproximación fue  $\lambda_g/4 = 2.99$  mm. Después de algunas pruebas se determinó que la distancia donde se cumple la diferencia de fase de 180° es a una distancia de 3mm. Para la componente perpendicular se obtuvo un comportamiento en la fase como lo muestra la figura 3.38.

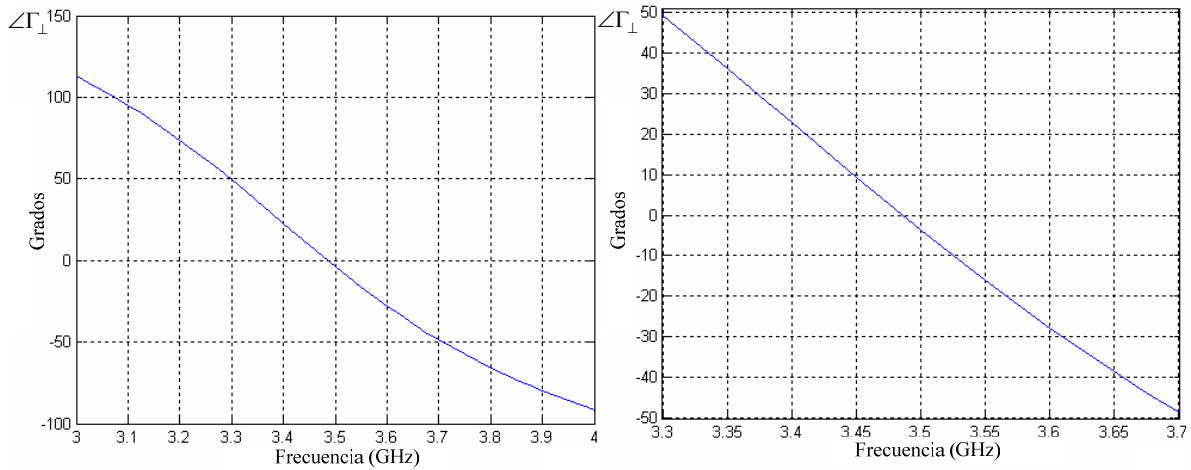


Figura 3.38 Fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular del desplazador optimizado en 35 GHz

Mientras que la figura 3.39 muestra el comportamiento de la fase para componente paralela

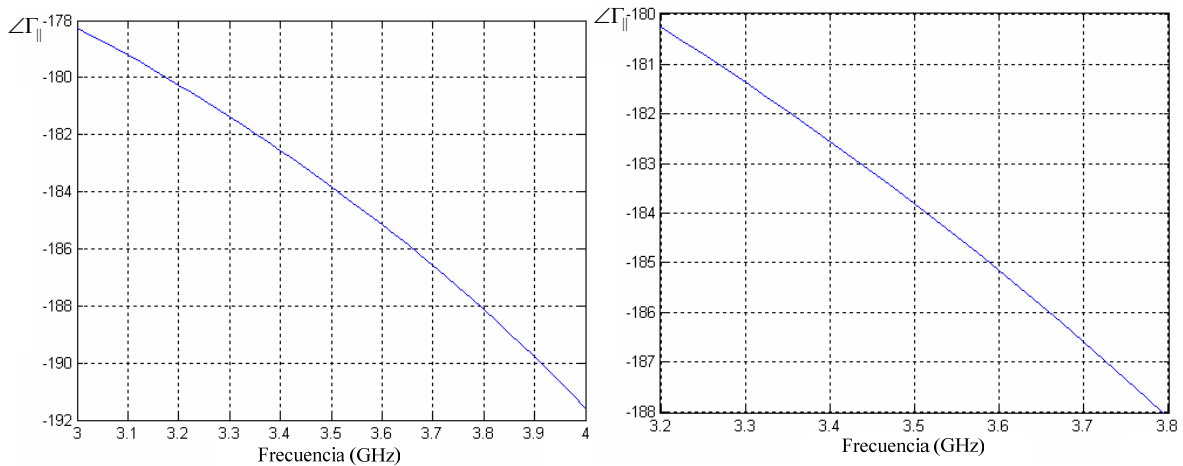


Figura 3.39 fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela del desplazador optimizado en 35 GHz

Los datos obtenidos para la diferencia de fase en 35GHz son los siguientes

$$\varphi_{\perp} = -3.665^{\circ}$$

$$\varphi_{\parallel} = -183.81^{\circ}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp} = -180.15^{\circ}$$

Y los coeficiente de reflexión para ambas componentes son:

$$\Gamma_{\perp} = 9.9795e-001 - 6.3932e-002i$$

$$\Gamma_{\parallel} = -9.9778e-001 + 6.6523e-002i$$

Al evaluar las pérdidas de inserción se obtuvo que estas son menores a 1dB en un rango de casi 5 GHz tal como lo muestra la figura 3.40

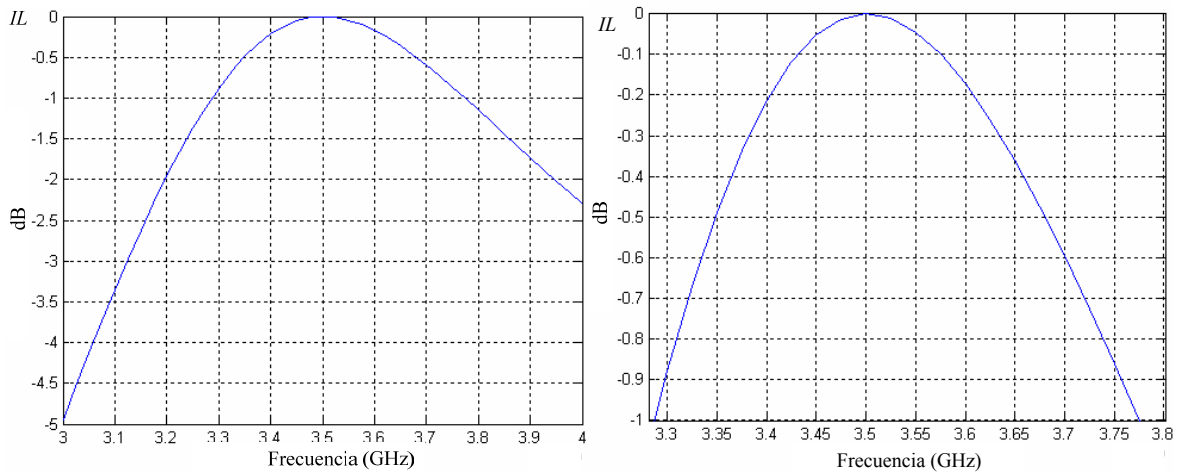


Figura 3.40 Pérdidas de inserción para el desplazador de fase reflectivo optimizado en 35 GHz

Mientras que la diferencia de fase se muestra en la figura 3.41

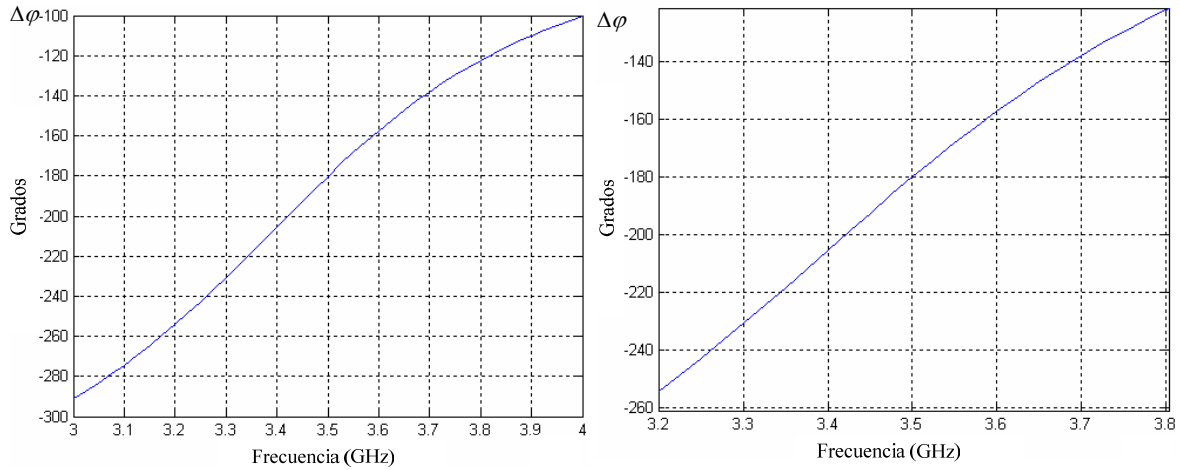


Figura 3.41 Diferencia de fase para el desplazador de fase reflectivo optimizado en 35 GHz

En las figuras 3.42 a 3.44 se muestra la simulación bajo las mismas condiciones pero empleando el software de simulación comercial. Para la fase de la componente perpendicular

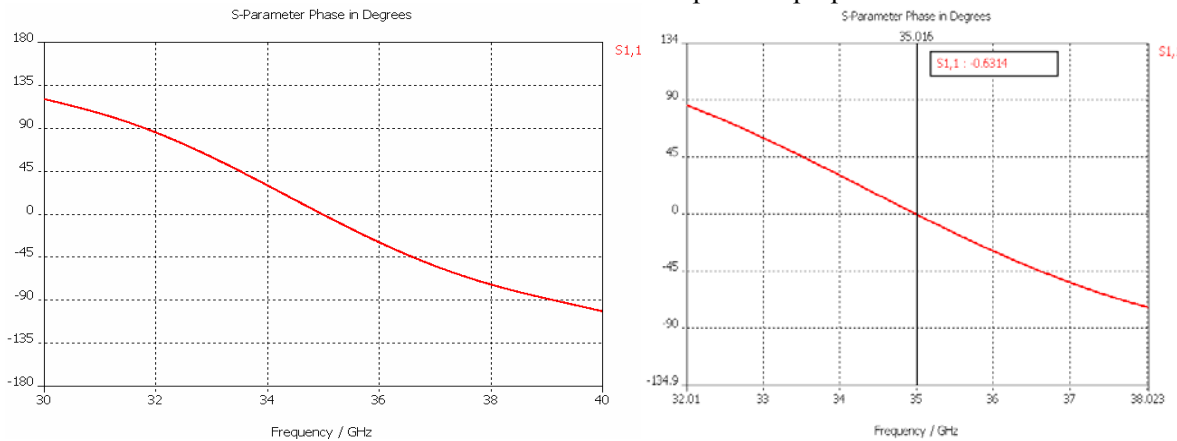


Figura 3.42 Fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular obtenida con el software comercial

La fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela se muestra a continuación

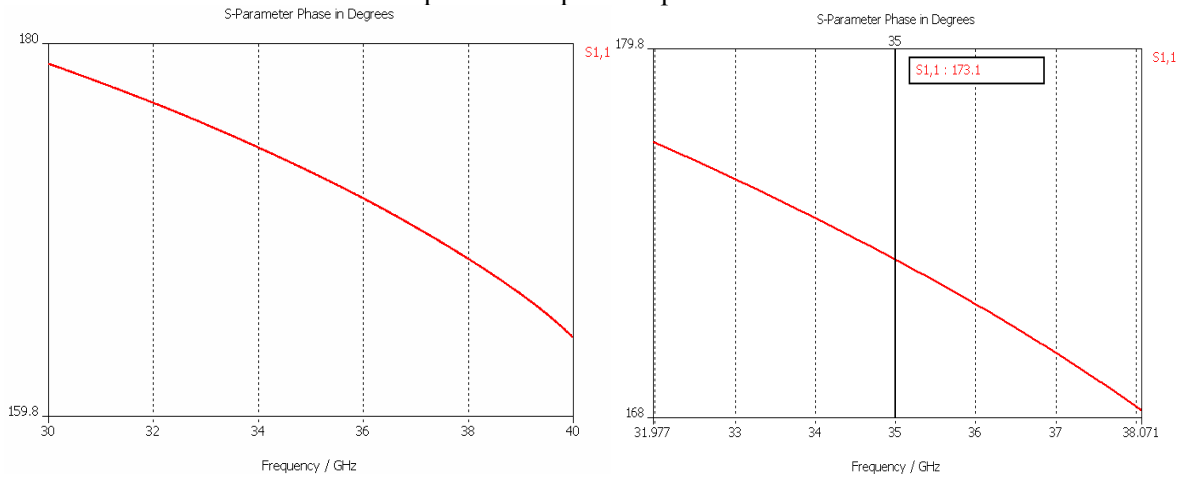


Figura 3.43 Fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela obtenida con el software comercial

La diferencia de fase se muestra a continuación

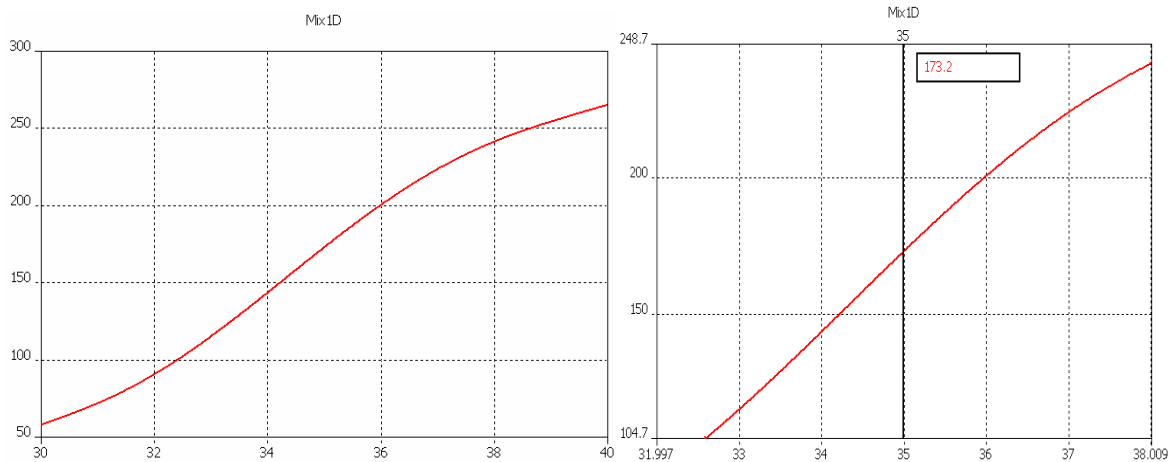


Figura 3.44 Diferencia de fase obtenida con el software comercial

Las observaciones obtenidas a partir de los dos ejemplos anteriores es que conforme la primera ranura se vuelve mas estrecha la pendiente de la gráfica de la fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela sufre un cambio mayor que la pendiente de la fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular. Tales efectos al combinarse en (3-217) se traducen en diferentes rangos con pérdidas menores a 1 dB. Ahora se analizará el caso para un diafragma con la primera ranura aún más estrecha que en los dos casos anteriores. Las dimensiones consideradas se muestran en la figura 3.45 en la que es posible observar que la primera ranura es de un ancho de 0.5mm, con un radio medio  $r_m=1.25\text{mm}$ . Con esto es posible predecir que la frecuencia de resonancia está en 45.34 GHz según (3-216).

$R=3.6\text{mm}$   
 $r_4=3.5\text{mm}$   
 $r_3=3.3\text{mm}$   
 $r_2=1.5\text{mm}$   
 $r_1=1\text{mm}$

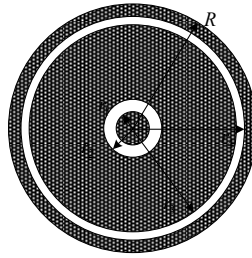


Figura 3.45 Dimensiones del diafragma de control con una ranura principal de 0.5mm y  $r_m=1.25\text{mm}$

Considerando la influencia del dieléctrico, se sabe que la frecuencia de resonancia será menor a la estimada, empleando el programa implementado, se obtuvo una frecuencia de resonancia en 39.75 GHz según lo muestra la figura 3.46

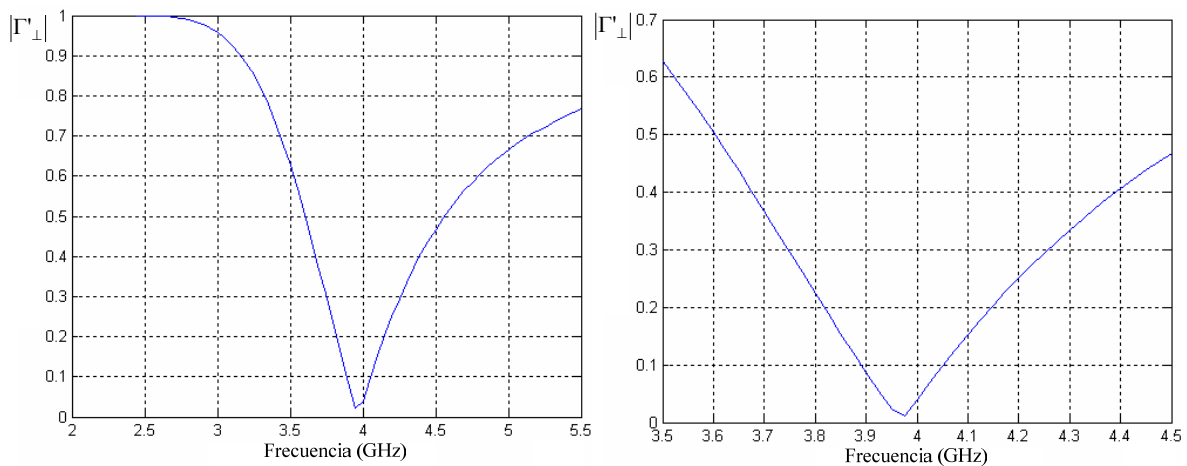


Figura 3.46 Magnitud del coeficiente de reflexión considerando dieléctrico y una ranura de 0.5mm

Para el software comercial se encontró la resonancia en 39.25 GHz, como muestra la figura 3.47.

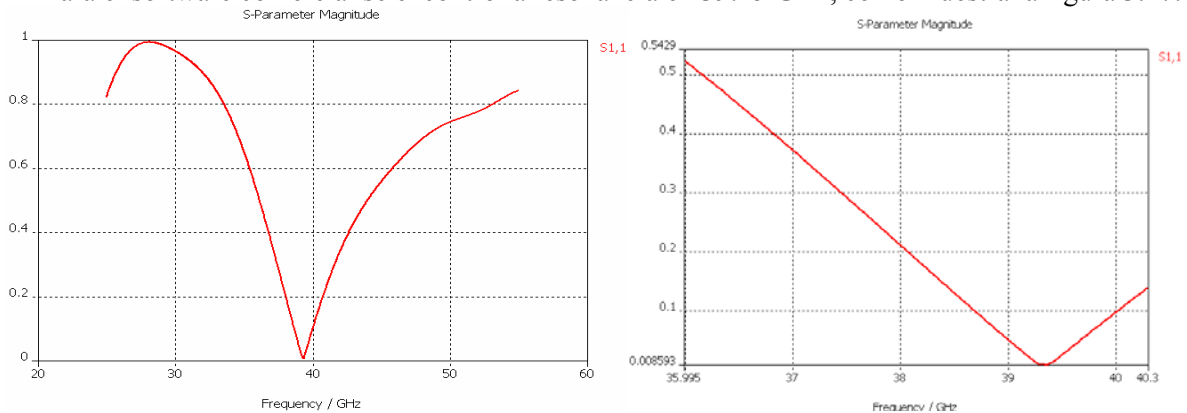


Figura 3.47 Magnitud del coeficiente de reflexión obtenido con el software comercial

Como diferencia principal a destacar es que el coeficiente muestra un comportamiento de banda reducida con respecto a los dos casos analizados anteriormente, debido a que la capacitancia aumentó y el circuito eléctrico equivalente se vuelve más selectivo. El cálculo de la distancia aproximada para colocar la placa metálica se muestra a continuación

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\sqrt{(2\pi 39.75 \times 10^9)^2 \mu_0 \epsilon_0 - \left(\frac{1.842}{3.6 \times 10^{-3}}\right)^2}} = 9.56 \text{ mm}$$

Con lo que  $\lambda_g/4 = 2.39$  mm. Iterando alrededor de este valor se obtuvo que la distancia en la cual se obtiene la fase diferencial de  $180^\circ$  es a 2.26mm del diafragma de control. En las figuras 3.48 y 3.49 se muestran la fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular y paralela respectivamente.

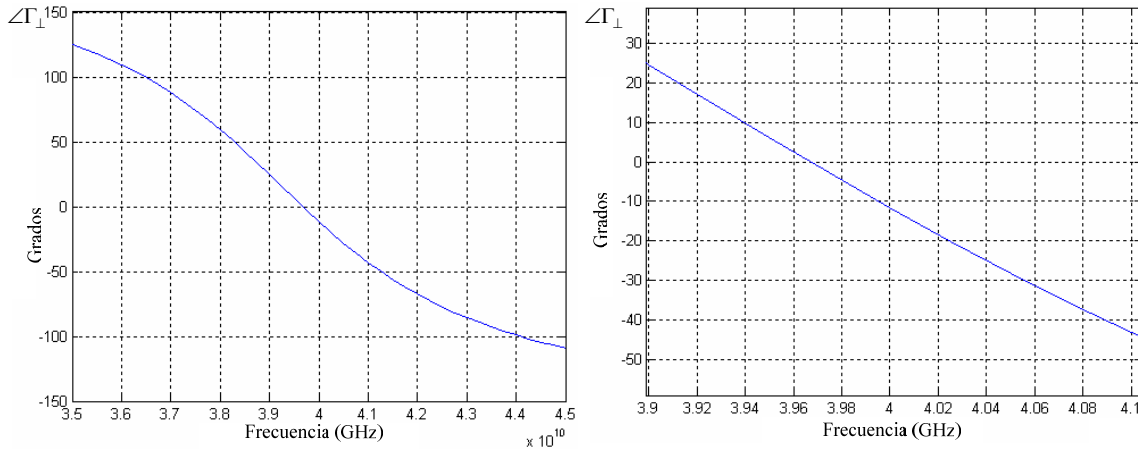


Figura 3.48 Fase del coeficiente de reflexión de la componente perpendicular del desplazador optimizado en 39.75 GHz

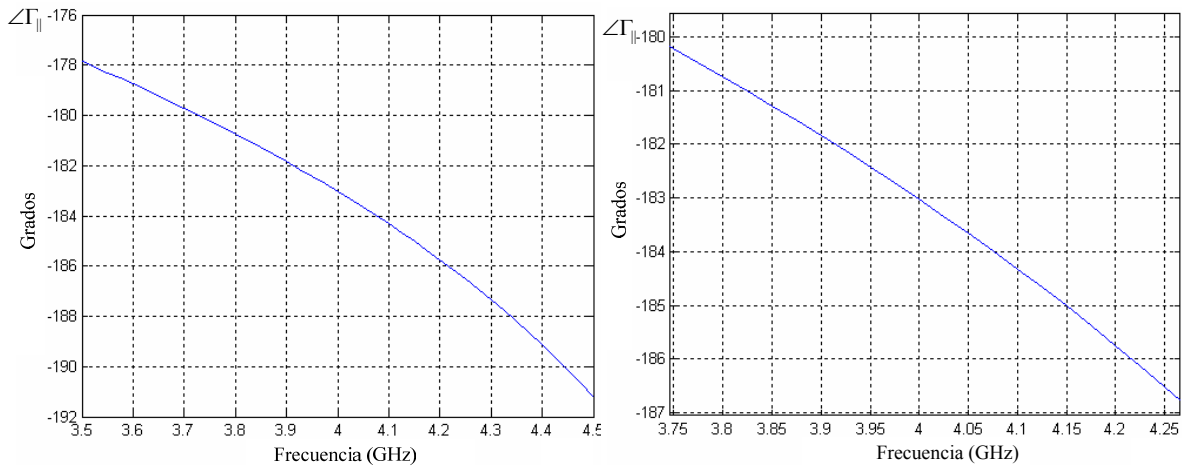


Figura 3.49 Fase del coeficiente de reflexión de la componente paralela del desplazador optimizado en 39.75 GHz

A la frecuencia de 39.75 GHz los resultados obtenidos fueron los siguientes

$$\varphi_{\perp} = -2.7767^\circ$$

$$\varphi_{\parallel} = -182.72^\circ$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp} = -179.95^\circ$$



Y la comparación de los coeficientes de reflexión para ambas componentes

$$\Gamma_{\perp} = 9.9883e-001 - 4.8444e-002i$$

$$\Gamma_{\parallel} = -9.9887e-001 + 4.7491e-002i$$

La figura 3.50 muestra la evaluación de las pérdidas de inserción

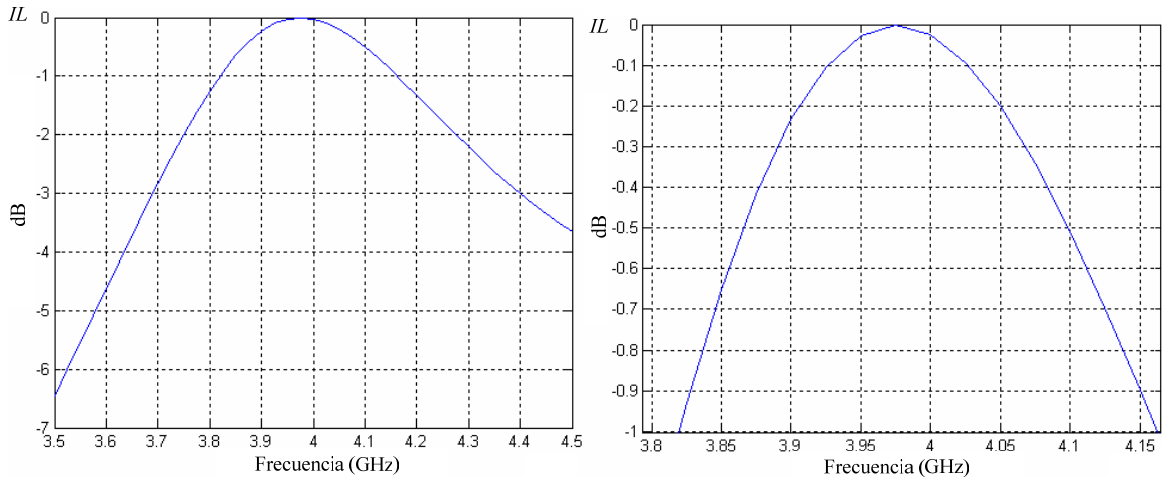


Figura 3.50 Pérdidas de inserción para el desplazador de fase reflectivo optimizado en 39.75 GHz

En este caso la banda de frecuencias en la que hay pérdidas menores a 1dB se reduce a 3GHz y con esto se comprueba que cuando la pendiente de la fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela es mayor, las pérdidas de inserción son menores. La figura 3.51 muestra que se cumple la diferencia de fase a 39.75 GHz.

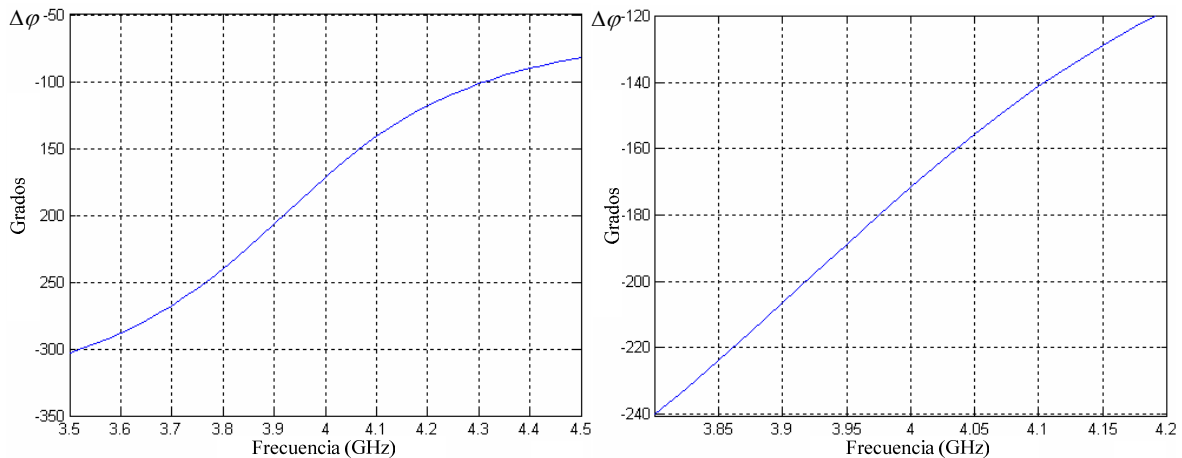


Figura 3.51 diferencia de fase para el desplazador de fase reflectivo optimizado en 39.75 GHz.

De las figuras 3.52 a 3.54 se muestran los resultados dados por la simulación por medio del software comercial. Se observa para este caso una similitud mayor con los resultados del programa implementado.

### Fase del coeficiente de reflexión de la componente paralela

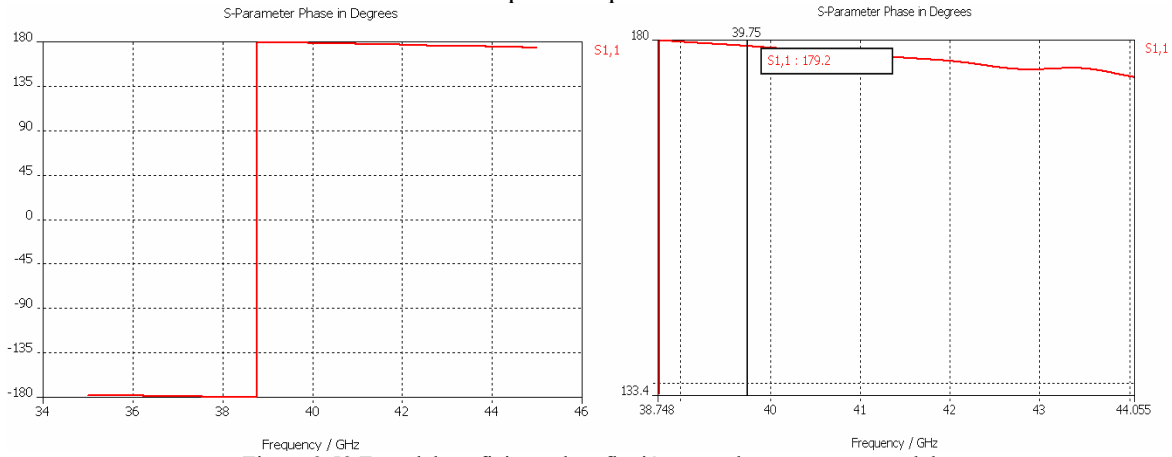


Figura 3.52 Fase del coeficiente de reflexión para al componente paralela

### Fase del coeficiente de reflexión de la componente perpendicular

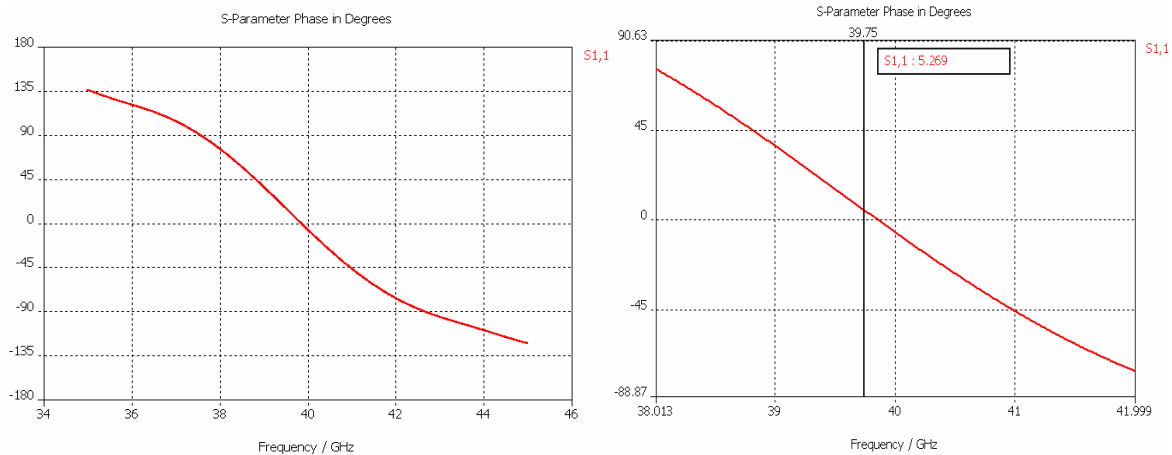


Figura 3.53 Fase del coeficiente de reflexión ara la componente perpendicular

### Diferencia de fase

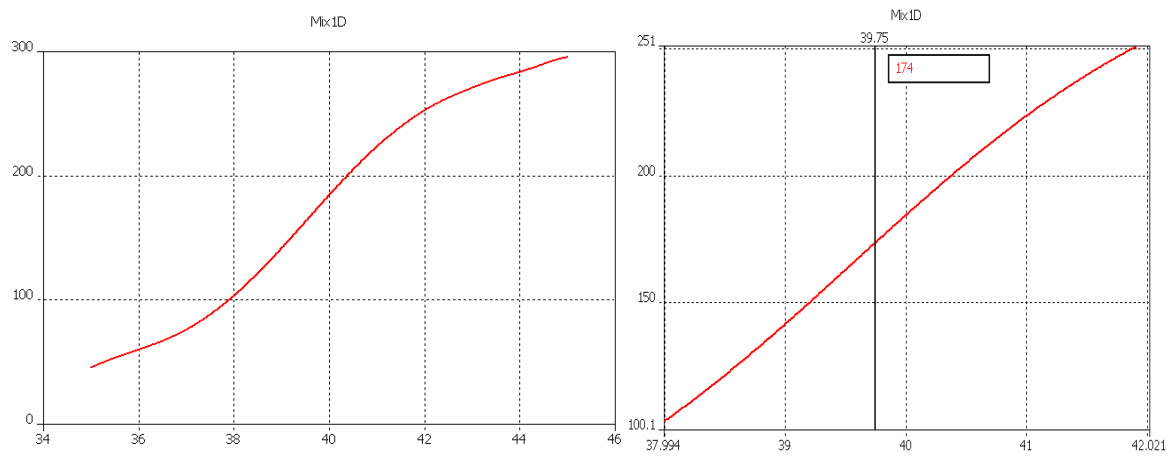


Figura 3.54 Diferencia de fase obtenida con el software comercial

Es importante señalar que para los ejemplos de los desplazadores de fase reflectivos considerados anteriormente se encontraron pequeñas diferencias entre el software comercial y el programa implementado para el caso de la guía de onda circular acoplada, y estas fueron mayores cuando se consideró la incursión de la placa metálica. Es posible realizar una optimización particular para los resultados dados por el software comercial, sin embargo este solo se ha considerado como una referencia para verificar la veracidad de los resultados obtenidos mediante un software reconocido en la academia y en la industria el cual, sin embargo es de propósito general y por lo tanto deben tomarse en cuenta algunas de sus limitaciones frente al análisis de onda completa que se realizó para caracterizar al desplazador de fase reflectivo propuesto.

Durante el desarrollo de este capítulo se obtuvieron algunos resultados para los que vale la pena realizar algunas observaciones importantes que a continuación se citan

- La frecuencia de diseño del desplazador de fase está determinada por las dimensiones físicas del diafragma de control, ya que estas determinan la frecuencia de resonancia de la estructura que puede ser observada en la condición de la guía de onda acoplada y de esta manera es posible estimar la posición de la placa metálica dentro de la guía de onda circular. Además, dicha frecuencia de resonancia es posible determinarla con gran aproximación al conocer el radio medio de la ranura central, considerando que la segunda ranura es de un ancho muy estrecho. Según el principio que en la teoría de antenas es conocido como corte automático de la corriente [6], esencialmente, la frecuencia de resonancia ocurre cuando el perímetro de la circunferencia determinado por el radio medio de la ranura principal es igual a  $\lambda$ . Para un valor determinado de radio medio, se puede tener una gran cantidad de posibles anchos de ranura.
- Un efecto interesante se observa con la variación del ancho de la primera ranura, ya que la capacitancia del circuito eléctrico equivalente puede cambiar drásticamente modificando el factor de calidad del circuito, y por lo tanto la capacidad selectiva de este. De tal forma que al disminuir el ancho de la ranura, la capacitancia del circuito resonante paralelo aumenta, propiciando que el factor de calidad aumente, manifestándose en una característica de banda angosta para la magnitud del coeficiente de reflexión. Es posible mostrar, que para un mismo valor del radio medio de la ranura se puede obtener una familia de curvas de magnitud del coeficiente de reflexión en la misma frecuencia de resonancia pero con selectividades distintas.
- Dada la naturaleza de la superficie selectiva de frecuencia (SSF) en forma de apertura anular que favorece algunas características importantes en la integración total del arreglo [7], en este trabajo se han observado aspectos particulares para cada elemento del arreglo analizado como desplazador de fase. Uno de los más importantes es el cumplimiento del principio de Fox de cambio de fase para poder asegurar control sobre la onda reflejada. Sin embargo debido a la característica resonante del diafragma de control y al comportamiento inductivo del corto en el diafragma de control como parte importante para proporcionar la diferencia de fase entre dos componentes ortogonales se obtuvo primeramente que las pérdidas totales son menores cuando la magnitud del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular, considerando acoplamiento de la guía de onda circular, presenta un comportamiento de banda amplia. Así también se observó un cambio en las pendientes de la fase del coeficiente de reflexión para ambas componentes incidentes a la estructura completa, de acuerdo al ancho de la ranura. Se encontró una tendencia en la cual mientras mayor es el ancho de la ranura, las pérdidas son menores en un rango amplio de frecuencias. De esta manera, iterativamente es posible encontrar un óptimo con la mayor eficiencia de la estructura.

## 3.7 Conclusiones del capítulo 3

En este capítulo se presentó el análisis electromagnético del desplazador de fase reflectivo basado en una guía de onda circular que emplea un diafragma de control en forma de apertura anular con dos ranuras y dos cortos metálicos. Los modelos matemáticos desarrollados mediante un análisis de onda completa permiten obtener y optimizar los parámetros más importantes de la estructura del desplazador, que es analizada dentro de una guía de onda circular a fin de simular los efectos de la incidencia de una onda circularmente polarizada.

La consideración de una gran cantidad de modos de propagación en las cercanías del diafragma de control, apoyada en el método de momentos garantiza una exactitud adecuada además de una rápida convergencia en los resultados en base a un programa implementado. Esta herramienta permite caracterizar parámetros importantes tales como pérdidas de inserción, frecuencia de resonancia y ancho de banda de operación óptima, adicionalmente es posible comprobar su eficacia frente a un software comercial con errores relativos menores al 2% para condiciones favorables a este último. La estructura analizada se caracteriza también por tener elementos de sintonización de la frecuencia de diseño por medio de la variación del radio medio de la ranura y el grosor del dieléctrico. Los resultados obtenidos a partir de tres estructuras de dimensiones distintas, en rangos de operación de la banda Ka muestran que es posible encontrar pérdidas de inserción menores a 1dB en un rango de 5GHz alrededor de una frecuencia de diseño de 35GHz, tales características pueden mejorar mediante un proceso de optimización.

## Referencias

- [1] N. Amitay, V. Galindo, and C. WU: Theory and Analysis of Pashed Array Antennas, Wiley-Interscience, New Cork 1991.
- [2] James J. Kelly, “Legrende and Bessel Functions: from Intermediate methods of Mathematical Physics”, *SpecialFunctions.nb* pp 1-52.
- [3] James Ward Brown and Ruel V. Churchill Fourier series and boundary value problems, , Boston ; Mexico City : McGraw-Hill, c2001
- [4] Hansen R.C., Moment Methods in Antennas and Scattering. Artech 1990.
- [5] Matthew, N.O Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetism, CRC Press Inc. 2000
- [6] Abramowitz and Stegun “ Handbook of mathematical functions”. Dover Publications, inc. New York.
- [7] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “Multilayered antenna arrays based on loaded ring slot resonators”, *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE*, Volume 4, Issue, 2002 Page(s): 236 - 239 vol.4.
- [8] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “Spiraphase- Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators”, *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, Vol 52, No1, January 2004., pp. 142-153.

# Capítulo 4

## Optimización del desplazador de fase reflectivo

En este capítulo se presenta un proceso de optimización del desplazador de fase reflectivo, empleando tanto el software implementado como un software comercial. Se inicia comparando las principales ventajas y desventajas entre ambos métodos de simulación posibles para la estructura propuesta. Así mismo se elige una frecuencia de diseño dentro del rango de la banda Ka, para la cual se presentan dos alternativas distintas en cuanto a las dimensiones del diafragma de control de donde se opta por la de mejor desempeño.

Posteriormente, con las dimensiones elegidas para el desplazador de fase reflectivo se emplea el software comercial para caracterizar el dieléctrico sin obstruir la segunda ranura del diafragma de control ya que hasta el momento este aspecto no ha sido considerado ya que la solución analítica implicaría un proceso largo y complicado, además de que se espera que el efecto en los resultados finales no debe ser muy significativo debido a que la segunda ranura es muy estrecha. Además de investigar la nueva condición para el dieléctrico, con ayuda del simulador comercial también se analiza el efecto de un cilindro de material dieléctrico adherido al sustrato dieléctrico y que se extiende a lo largo de la guía de onda circular hacia la placa metálica por detrás del diafragma de control donde se conecta con el motor de pasos tal como se describió en el segundo capítulo. De la misma forma, la incursión de dicho cilindro no puede ser fácilmente caracterizada de forma analítica, al cambiar la impedancia detrás del diafragma de control.

### 4.1 Comparación de las ventajas y desventajas del software implementado con el software comercial

Tal como se describió en el capítulo anterior el método de momentos es un método numérico poderoso mediante el cual es posible reducir una ecuación integral a una ecuación matricial. Esencialmente es un procedimiento general para resolver una ecuación integral o diferencial no homogénea basado en técnicas de coeficientes residuales [2]. Generalmente el método de momentos se aplica a problemas abiertos tales como los que involucra la radiación y dispersión, así también ha sido exitosamente aplicado a problemas cerrados en guías de onda y cavidades. El número de problemas que pueden ser tratados mediante este método puede ser interminable, pero específicamente en electromagnetismo, su aplicación se encuentra en áreas de electrostática, antenas y elementos dispersivos.

El método de momentos presenta varias ventajas frente a los métodos genéricos en los que comúnmente están basados los simuladores comerciales. Uno de estos métodos puede ser el método de diferencias finitas (FDM), en el cual la región de solución se divide formando una malla que contiene una gran cantidad de nodos uniformemente espaciados, cada nodo está determinado por

una ecuación diferencial dado que son expresados en términos de expansiones de Taylor [1] y dependen de los nodos adyacentes. Así se obtiene un sistema de ecuaciones el cual es resuelto para cada valor de la variable dependiente en cada nodo, posteriormente se genera un cocido de acuerdo a los resultados del sistema de ecuaciones que contiene información acerca de la frontera. Usualmente en la implementación de software para electromagnetismo se emplea una categoría del método de diferencias finitas que da solución a las ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo (FTD) donde el campo electromagnético es muestreado en todos los nodos de la malla en intervalos de tiempo iguales.

La principal ventaja de los métodos empleados por el software comercial, es su característica de generalidad que permite resolver diferentes problemas sin importar la geometría de las estructuras analizadas. Además de que el algoritmo no emplea formulación en ecuaciones integrales y algunos problemas interesantes pueden ser tratados con gran facilidad y rapidez. Sin embargo las desventajas de estos métodos pueden considerarse importantes, destacando primeramente que para geometrías finas el tiempo de simulación puede ser muy grande debido a la cantidad de nodos empleados, lo que no asegura siempre exactitud y estabilidad en los resultados, encontrándose por ejemplo que existe una convergencia lenta para estructuras resonantes [1]-[2]. Parte importante de estas desventajas tiene que ver con que el mallado es de tipo rectangular, por lo cual no es factible de que se amolde adecuadamente a geometrías curvas. La figura 4.1 muestra precisamente el mallado del software comercial empleado sobre el diafragma de control del desplazador de fase reflectivo. En esta figura es posible observar como los contornos curvos son particularmente complicados en las fronteras entre distintos materiales donde el algoritmo puede encontrar dificultad para converger a una solución estable. Adicionalmente puede observarse que en este tipo de contornos, es necesario un número elevado de nodos lo que implica directamente una gran cantidad de datos y de tiempo de ejecución de la simulación la cual no asegurará gran exactitud en los resultados.

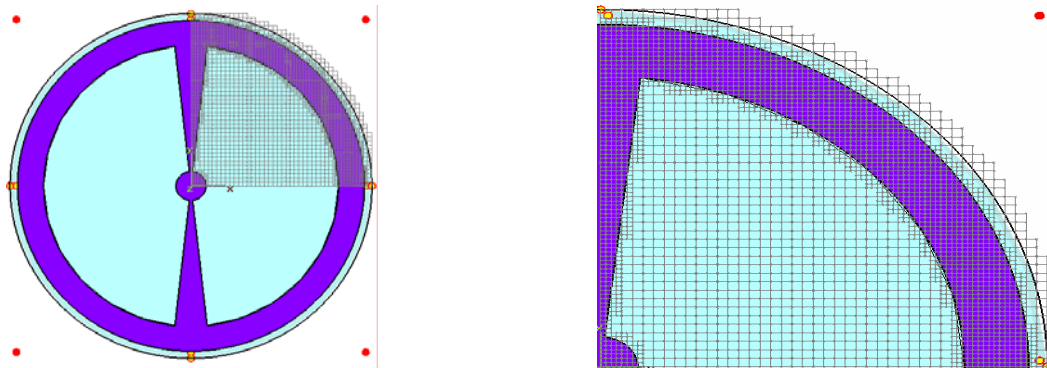


Figura 4.1 Ejemplo del mallado realizado por el simulador comercial en la geometría del diafragma de control

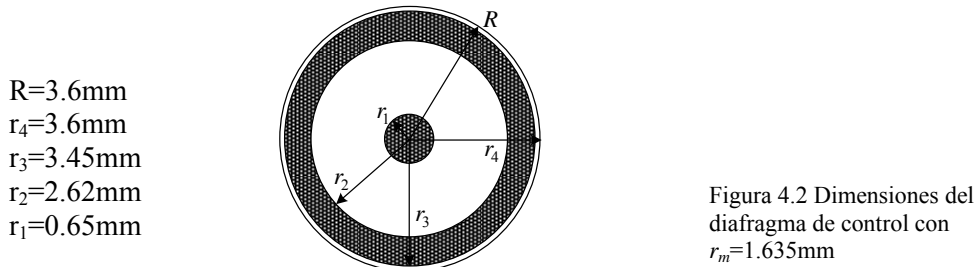
Por ello, un análisis de onda completa que involucra la aplicación de un procedimiento como lo es el método de momentos se traduce en una particularización del problema, obteniendo en la solución de este, mejor exactitud, estabilidad y optimización de los recursos de cómputo al obtener resultados más precisos en menos tiempo. Tal como se describió en el desarrollo analítico del problema, la solución se concentra mediante una ecuación integral que es resuelta por medio del método de momentos, específicamente mediante la técnica de *Galerkin* utilizando el acoplamiento modal a la entrada del diafragma de control. En todo momento es posible definir una gran cantidad

de modos de guía de onda circular que permiten aproximar el campo en las cercanías del diafragma de control, así mismo también se tienen bien definidos los modos de guía de onda coaxial los cuales se emplean como funciones de expansión y peso en la aplicación del método de momentos, de acuerdo a la técnica de *Galerkin* que asegura una convergencia rápida en los resultados con gran exactitud. También es importante señalar las desventajas del método de momentos, la primera de estas tiene que ver con la dificultad de tratar con estructuras eléctricamente grandes, lo cual no es un factor significativo en la banda Ka, donde están involucradas longitudes de onda milimétricas. Así también, el método presenta problemas con estructuras no lineales y no homogéneas. Sin embargo en el desarrollo de este trabajo se consideran en todo momento medios lineales homogéneos e isotrópicos.

## 4.2 Consideraciones para la optimización del desplazador de fase reflectivo.

Como se mencionó en los capítulos anteriores, una de las especificaciones más importantes del desplazador de fase reflectivo es la operación de este en la banda Ka de frecuencias, dada la importancia que tomarán en un futuro los sistemas modernos de comunicaciones en esta banda. Por ello hasta ahora todas las pruebas se han realizado basándose en una guía de onda circular con un diámetro de 3.6 mm debido a que comercialmente, este tipo de guía de onda es utilizada en aplicaciones para la banda Ka. Ahora, como ejemplo de implementación final, se decidió la frecuencia de 33 GHz.

Se determinaron dos radios medios distintos para la ranura principal del diafragma de control que cumplen con la frecuencia de diseño elegida. Los efectos en los resultados debido a diferentes anchos de la primera ranura son ya conocidos del capítulo anterior y ahora se discutirán aspectos relacionados con la confiabilidad en el software comercial empleado. Ahora se sabe que se obtiene una menor magnitud para la onda no controlada del campo eléctrico reflejado expresado por (3-182), para ranuras amplias, lo que contribuye a que las pérdidas por inserción sean menores. De acuerdo a este criterio se calculó el radio medio para una resonancia del diafragma de control en 33GHz pero con un ancho de la primera ranura mayor a 1mm. Primeramente se obtuvo que con un radio medio de 1.635mm se tenía una resonancia sin dieléctrico de 38GHz y con la incursión del dieléctrico se obtuvo la resonancia en 33GHz, las dimensiones del diafragma de control para la componente que incide perpendicular al desplazador de fase reflectivo se muestra en la figura 4.2



Tal como lo muestra la figura 4.2 se ha suprimido el espesor del anillo exterior al considerar  $r_4 = R$ . Esto es posible al asumir que el espesor de la guía de onda circular no es importante en el análisis y solo se está tomando en cuenta el efecto en la pared interior de esta. En la figura 4.3 se muestra que la estructura es resonante en 33 GHz. Es importante señalar que estas pruebas fueron realizadas con  $M = 1000$  ondas de la guía de onda circular,  $N = 40$  ondas coaxiales debidas a la primera ranura

y  $T = 2$  ondas coaxiales debidas a la segunda ranura. Lo anterior se decidió luego de observar los resultados numéricos obtenidos en el capítulo anterior, en el que debido a lo estrecho de la segunda ranura, con dos ondas se alcanza el mismo resultado que con diez o treinta. Se notó también, que aún considerando doscientas ondas de la guía de onda circular se encontraban diferencias con respecto a los mostrados por el software de simulación. Adicionalmente se encontró que cuanto mayor es el número de ondas consideradas en la guía de onda existen cambios considerables por ello se decidió usar mil ondas, mientras que para la primera ranura sesenta ondas, lo que repercutió en un aumento considerable del tiempo de simulación. La figura 4.3 muestra que la frecuencia con el menor coeficiente de reflexión es 33 GHz que se eligió como frecuencia de diseño.

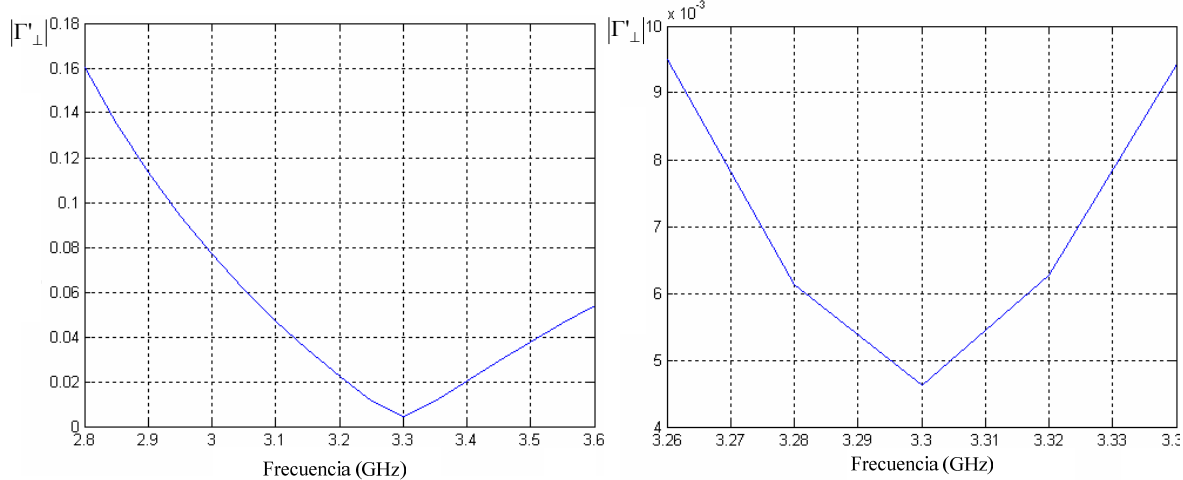


Figura 4.3 Magnitud del coeficiente de reflexión de la componente perpendicular con la guía de onda acoplada

Además por medio de (3-198) se determinó que la distancia para colocar la placa metálica detrás del diafragma de control debería de ser de 3.38mm, sin embargo por compensación del efecto inductivo de los cortos en el diafragma de control con el programa implementado se encontró que dicha distancia debería de ser de  $h=3.63\text{mm}$  para cumplir con el principio de Fox en 33GHz. La figura 4.4 muestra la fase del coeficiente de reflexión para la componente que incide perpendicularmente al diafragma de control.

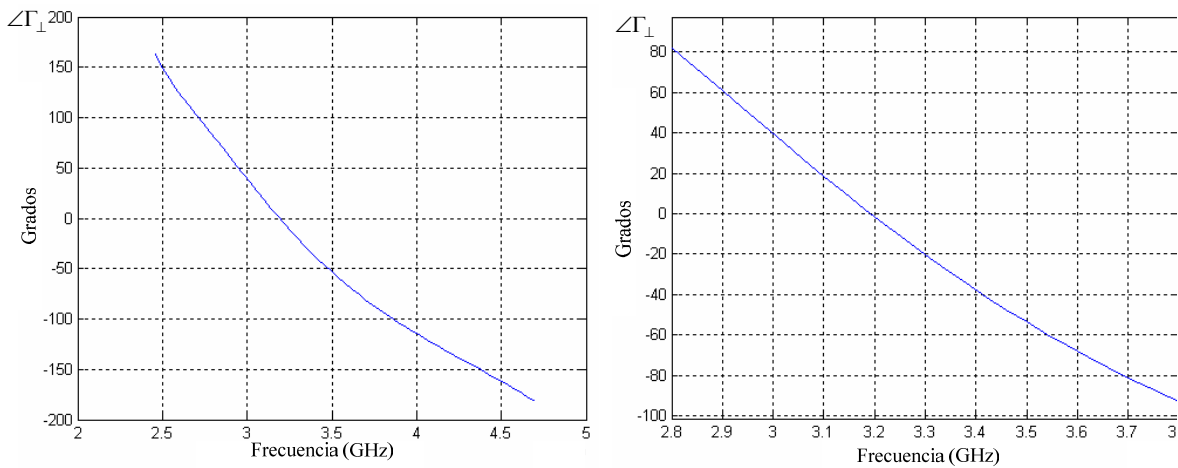


Figura 4.4 Fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular en el desplazador optimizado en 33 GHz



A continuación en la figura 4.5 se muestra la fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela

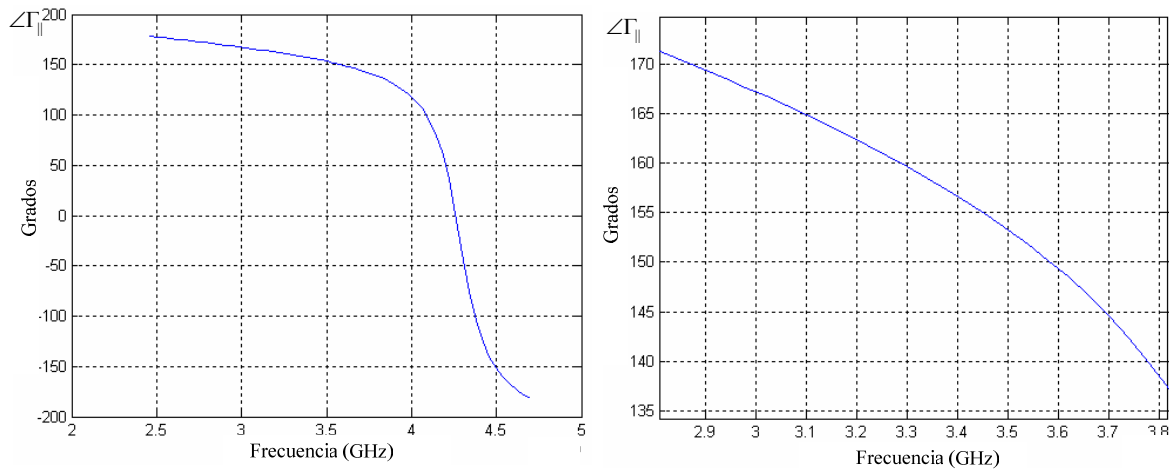


Figura 4.5 Fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela en el desplazador optimizado en 33 GHz

La figura 4.6 muestra que la fase diferencial para ambos coeficientes de reflexión es  $180^\circ$  en la frecuencia de diseño.

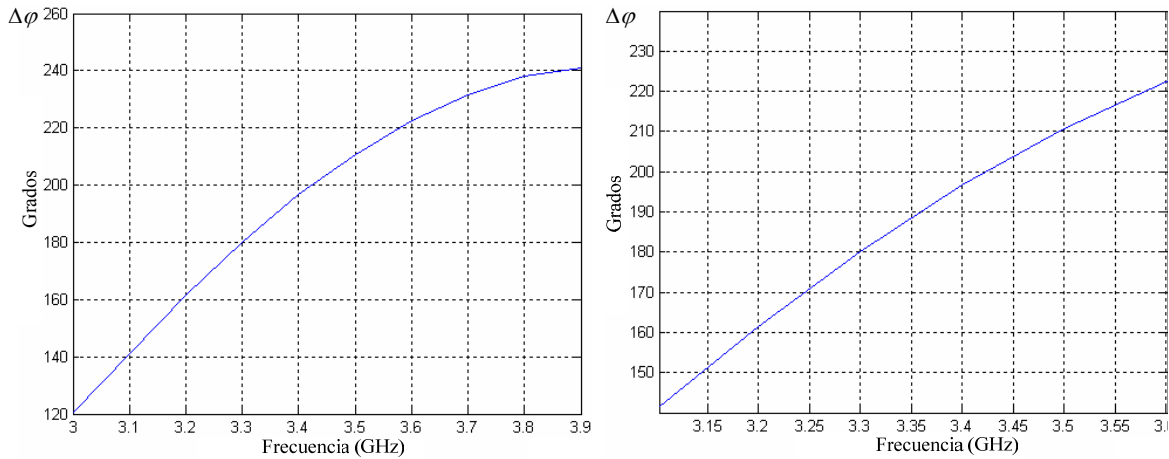


Figura 4.6 Diferencia de fase para el desplazador de fase optimizado en 33GHz

Así mismo se obtuvieron pérdidas de inserción menores a 1dB en un rango de alrededor de 7 GHz tal como lo muestra la figura 4.7

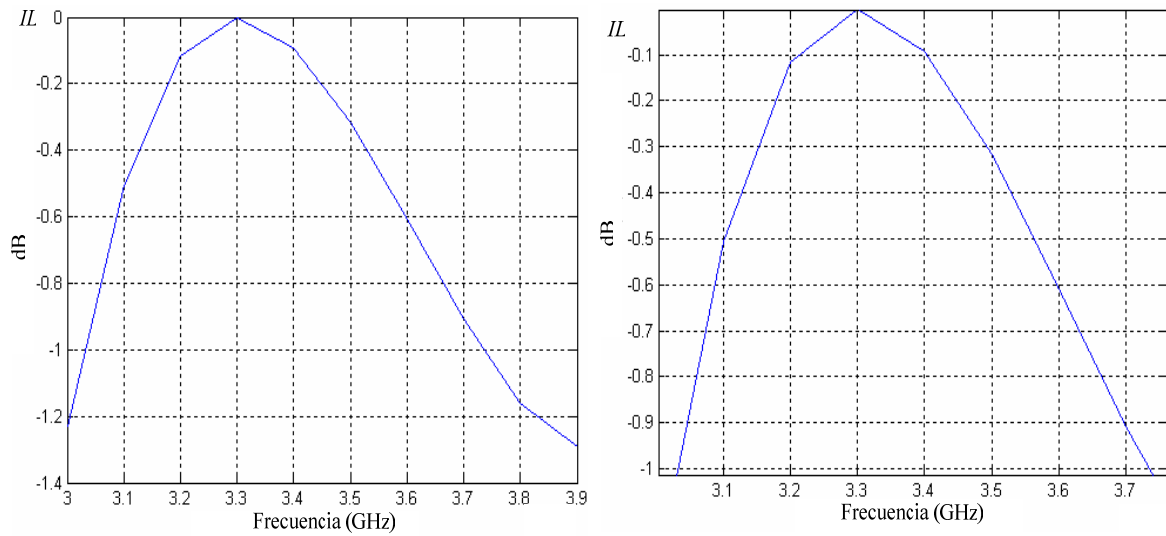


Figura 4.7 Pérdidas de inserción para el desplazador de fase optimizado en 33 GHz

Con el simulador comercial, se obtuvo que para la componente perpendicular, la estructura resuena en 32.7GHz según lo muestra la figura 4.8.

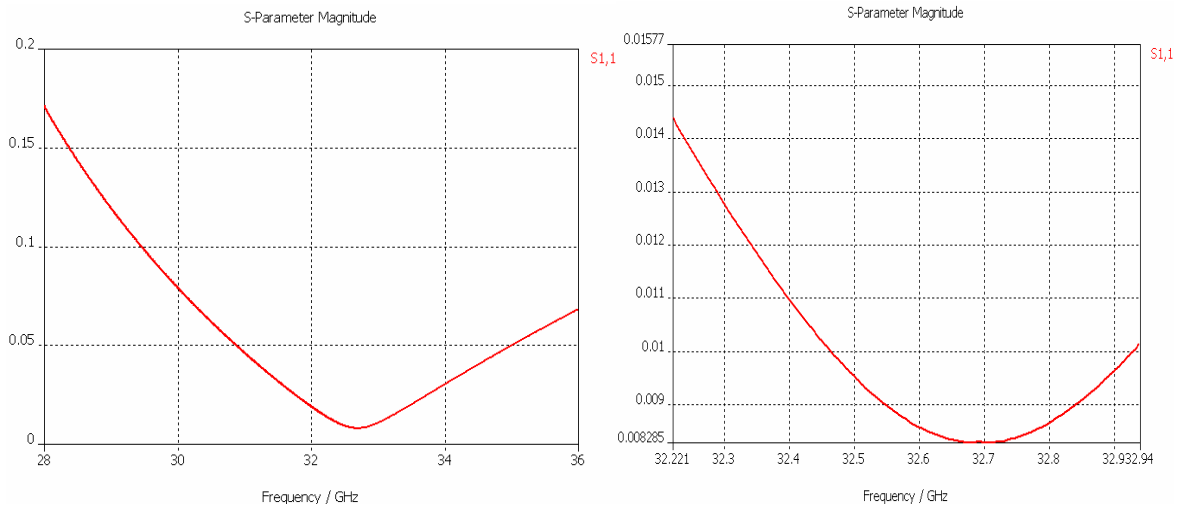


Figura 4.8 Magnitud del coeficiente de reflexión obtenido con el software comercial

La fase del coeficiente de reflexión para las componentes perpendicular y paralela se muestra en la figura 4.9, enfocándose para estas una diferencia con los resultados del programa implementado de cerca de  $2^\circ$  y  $7^\circ$  respectivamente.

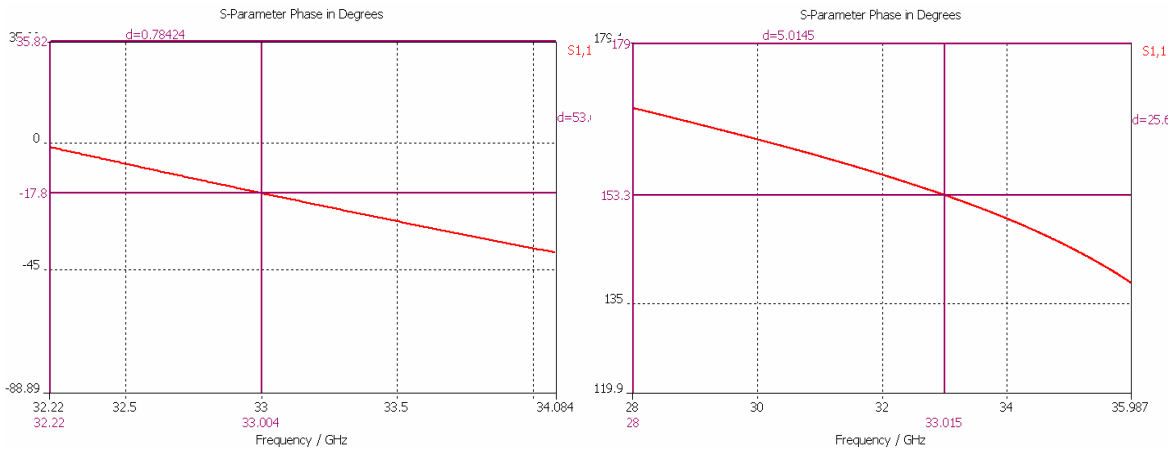


Figura 4.9 Fase del coeficiente de reflexión para las componentes perpendicular y paralela dadas por el simulador comercial

Por lo anterior en la diferencia de fase dada por el simulador está  $9^\circ$  debajo de la esperada, es decir en  $171^\circ$ , como se observa en la figura 4.10

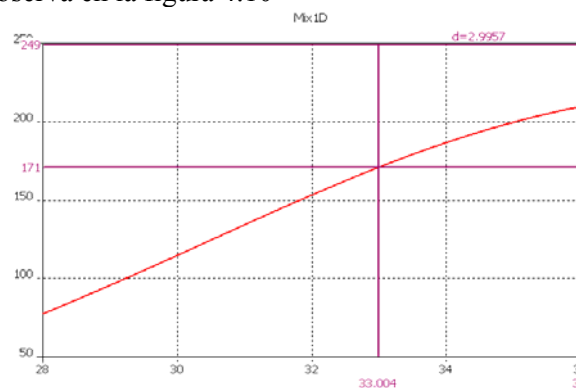


Figura 4.10 Diferencia de fase dada por el simulador comercial

El segundo caso propuesto para las dimensiones del diafragma de control se realizó para una ranura más ancha pero en teoría con el mismo radio medio que el caso anterior. Sin embargo la influencia del dieléctrico repercutió de forma distinta en ambos casos y para alcanzar la resonancia en 33GHz el radio medio de la ranura determinada con el programa fue de 1.615mm, con las dimensiones para el diafragma mostradas por la figura 4.11

- $R=3.6\text{mm}$
- $r_4=3.6\text{mm}$
- $r_3=3.45\text{mm}$
- $r_2=2.93\text{mm}$
- $r_1=0.3\text{mm}$

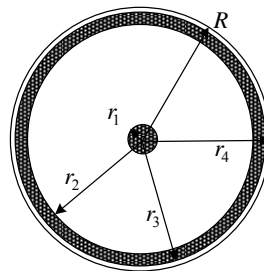


Figura 4.11 Dimensiones del diafragma de control con  $r_m=1.615\text{mm}$

De acuerdo a lo analizado en el capítulo anterior, se espera que el coeficiente de reflexión para la componente perpendicular con la guía de onda circular acoplada por medio de la cual se encuentra la frecuencia de diseño tenga un comportamiento amplio en la frecuencia, tal como

muestra la figura 4.12(a) en la que en el rango de 26 a 36 GHz el coeficiente de reflexión es menor a 0.2. Así también se presenta el coeficiente de reflexión para la componente paralela en la figura 4.12 (b) considerando también a la guía de onda circular acoplada.

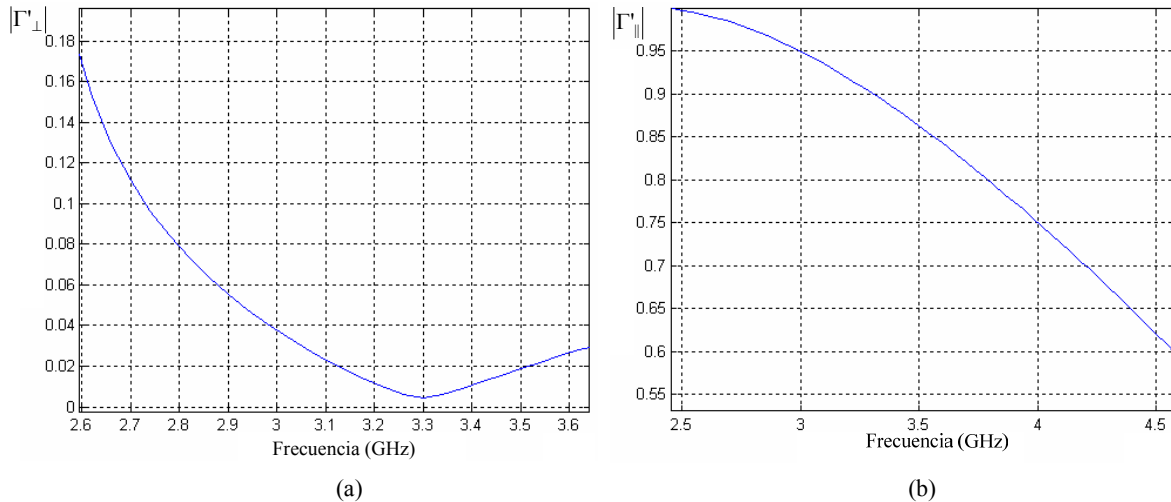


Figura 4.12 Magnitud del coeficiente de reflexión considerando acoplamiento de la guía de onda para: (a) La componente perpendicular (b) La componente paralela

La estructura simulada que da como resultado el comportamiento mostrado por la figura 4.12(b) para la magnitud del coeficiente de reflexión se muestra en la figura 4.13. En esta se puede observar a las cargas reactivas en forma de sector anular, las cuales tienen un ángulo de  $12.6^\circ$ . Evidentemente, la componente que incide con su plano de polarización paralelo a las cargas reactivas es reflejada pero la condición de resonancia cambia ya que dichas cargas actúan como inductores cuya reactancia es mayor mientras más grande es el ancho de la primera ranura del diafragma de control, modificando el circuito eléctrico equivalente y por lo tanto la frecuencia de resonancia según la tendencia mostrada por la figura 4.12(b)

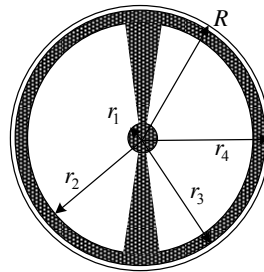


Figura 4.13 Geometría completa del diafragma de control en el análisis de la componente paralela a las cargas reactivas

A primera vista, al tener la misma frecuencia de diseño que en el caso anterior, la distancia a la que se debe poner la placa metálica es de 3.38mm para alcanzar la condición de fase diferencial de  $180^\circ$  en 33GHz. Sin embargo por medio del programa implementado se obtuvo que dicha distancia debería de ser de  $h=3.78\text{mm}$ , 0.15mm más que para el caso anterior, debido a que para este último el efecto inductivo debido a las cargas reactivas es mayor ya que el ancho de la ranura aumentó. La figura 4.14 muestra el comportamiento de la fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular

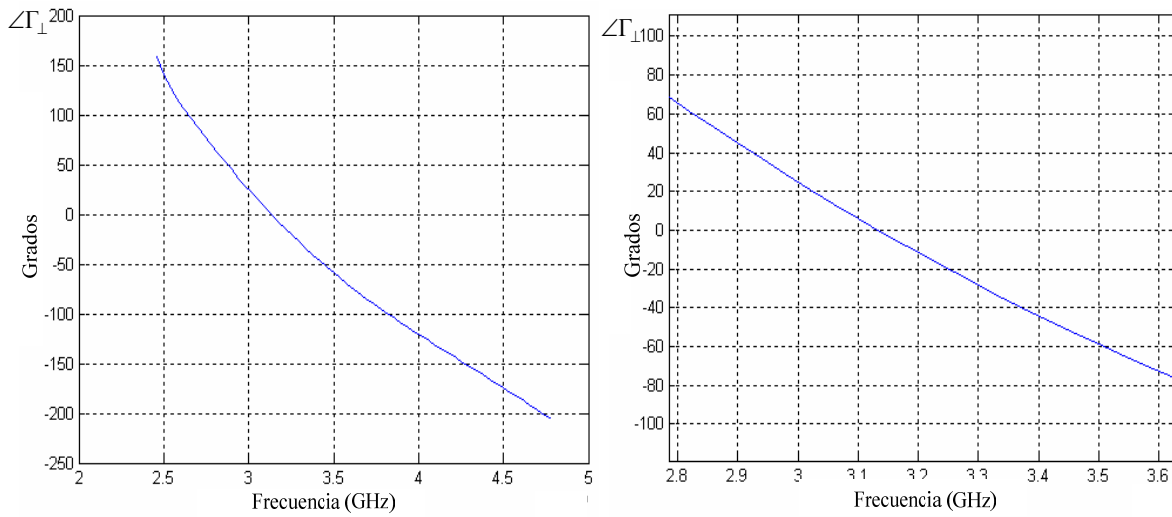


Figura 4.14 Fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular de la segunda propuesta

Así también, el efecto inductivo se manifiesta de manera considerable provocando que la fase del coeficiente de reflexión para la componente perpendicular y paralela no sea de  $0^\circ$  y  $180^\circ$  respectivamente en la frecuencia de diseño como es de esperarse. Esto se observa en la figura 4.14 que muestra en 33GHz una fase para coeficiente de reflexión de la componente perpendicular cercana a  $-30^\circ$ , mientras que para la componente paralela según la figura 4.15 se tiene una fase cercana a  $150^\circ$ . Comparando con el ejemplo anterior el cual tiene una ranura más estrecha la diferencia es de  $10^\circ$ , es decir se obtuvieron aproximadamente fases de  $-20^\circ$  y  $160^\circ$  en cada una de las componentes correspondientes.

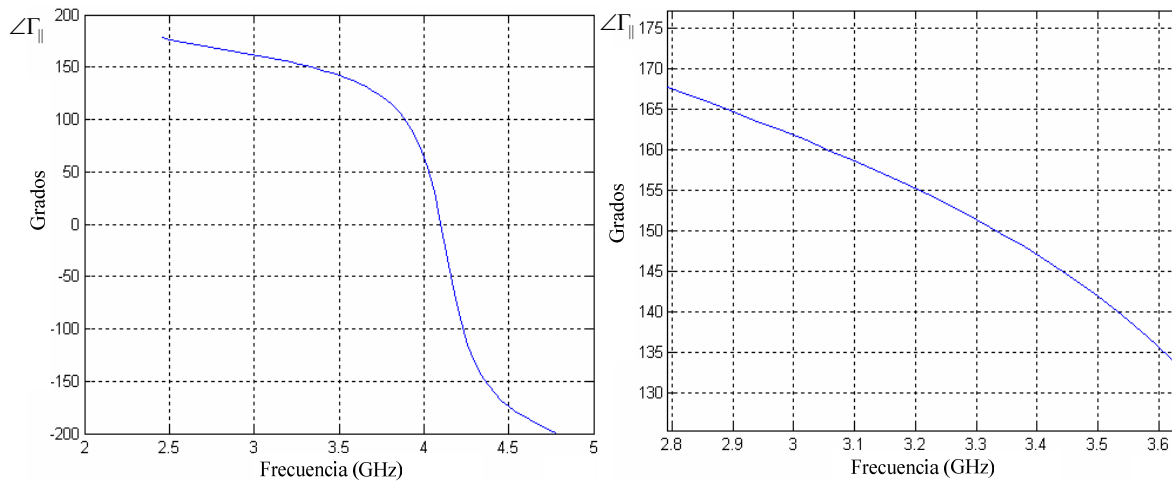


Figura 4.15 fase del coeficiente de reflexión para la componente paralela de la segunda propuesta

La diferencia de fase al igual que en todos los casos analizados posee una pendiente pronunciada, observándose que solo en la frecuencia de diseño se cumple exactamente la fase diferencial de  $180^\circ$  tal como lo muestra la figura 4.16.

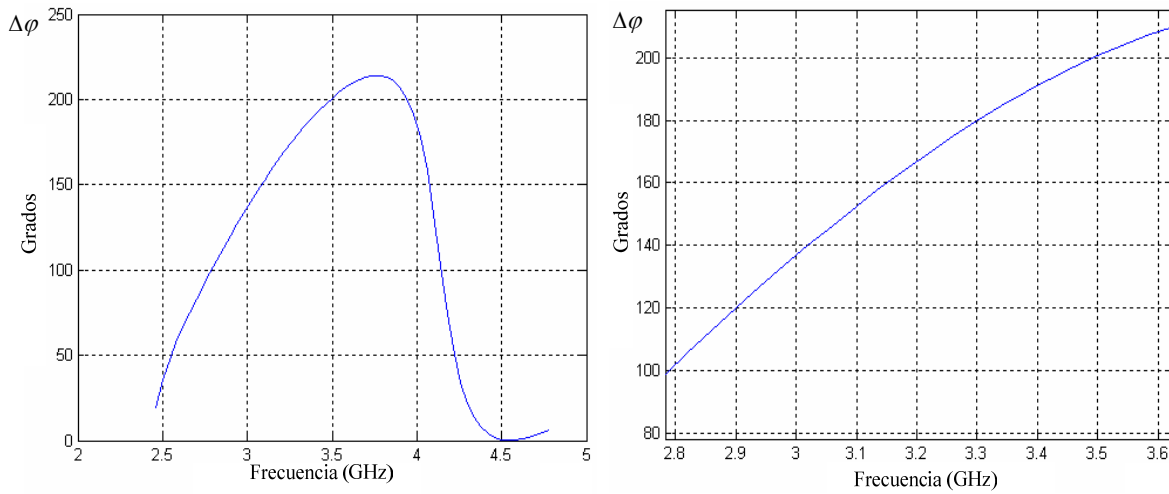


Figura 4.16 Diferencia de fase para la segunda propuesta del desplazador optimizado en 33 GHz

Sin embargo, un parámetro muy importante para evaluar el desempeño de la estructura son las pérdidas de inserción expresadas por (3-217) que en este caso son menores a 1dB en un rango de 11.5GHz como se observa en la figura 4.17.

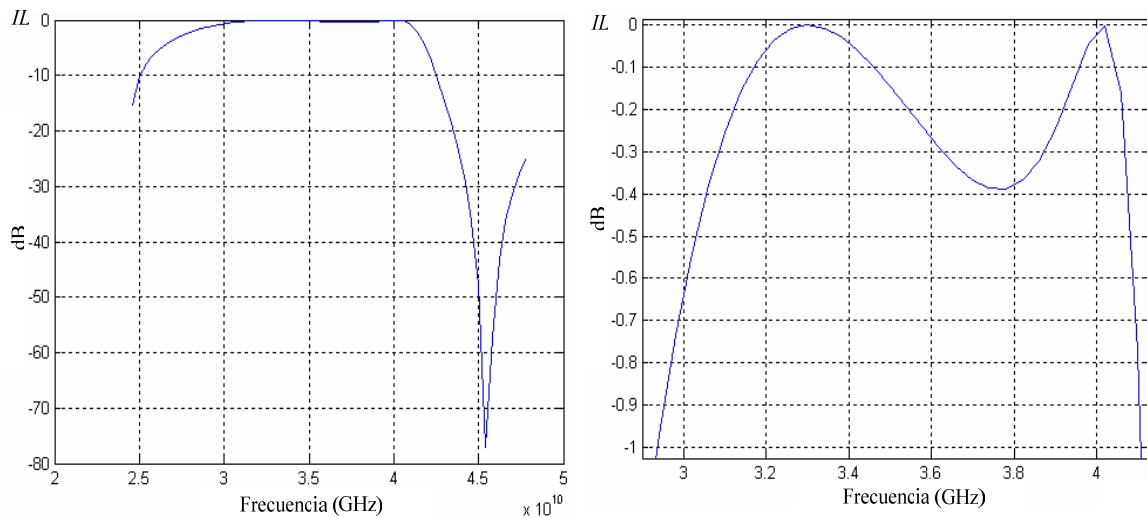


Figura 4.17 Perdidas de inserción para la segunda propuesta del desplazador optimizado en 33 GHz

Ahora, es importante comparar los resultados con los obtenidos por el simulador comercial. Cabe señalar que a pesar de que el tiempo de simulación se incrementó considerablemente al considerar 1000 ondas de guía de onda circular este sigue siendo menor que en el simulador ya que el método de análisis empleado para resolver el problema proporciona esta ventaja frente al método de diferencias finitas empleado por la mayoría de los simuladores comerciales. A continuación se presentan los resultados obtenidos por el software comercial. La figura 4.18 muestra la simulación para la magnitud del coeficiente de reflexión para las componentes ortogonales incidentes en el diafragma de control; considerando acoplamiento en la guía de onda circular.

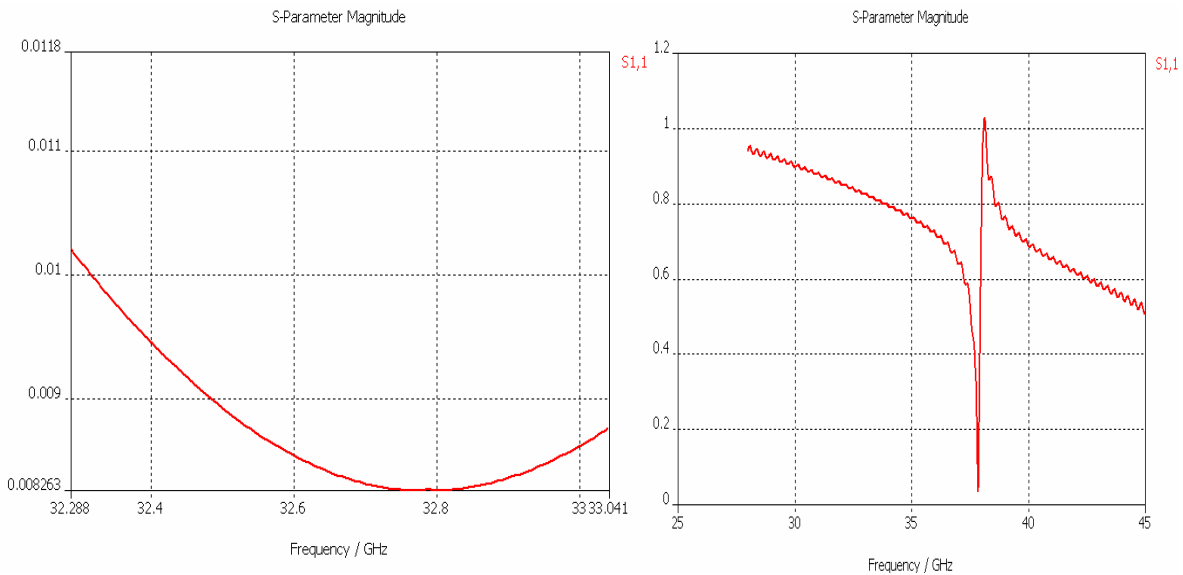


Figura 4.18 magnitud de l coeficiente de reflexión para el caso en el que la guía de onda circular está acoplada

Se observa que existe una gran similitud con los resultados obtenidos con el programa implementado. Con el simulador se obtuvo para la componente perpendicular que la frecuencia de resonancia está en 32.8 GHz, a 0.2 GHz debajo de lo esperado; mientras que para la componente paralela el comportamiento es muy parecido, pero con la diferencia de un saltó que presenta la gráfica del simulador alrededor de 38 GHz sin embargo esto es producto de que el simulador no está llevando a cabo un buen análisis de energía de acuerdo al método que emplea. La figura 4.19 muestra la fase de los coeficientes de reflexión debido a las componentes perpendicular y paralela a la carga reactiva considerando la placa metálica a una distancia de 3.78mm.

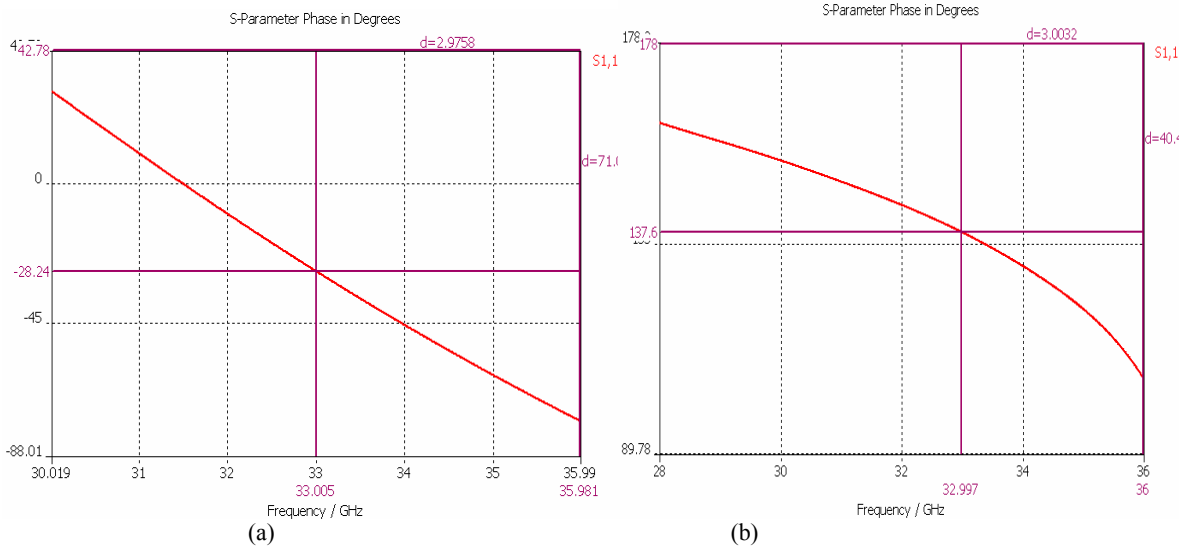


Figura 4.19 fase del coeficiente de reflexión para las componentes (a) perpendicular y (b) paralela

En este caso se encuentra una diferencia de  $15^\circ$  para la componente paralela con respecto al programa implementado. Se ha observado que tal diferencia para la fase de dicha componente se incrementa conforme la ranura es más amplia esto es debido seguramente a que el mallado en la

parte metálica del diafragma de control es menor debido a las dimensiones de este en la estructura. Como consecuencia se tiene que la diferencia de fase está  $14.5^\circ$  debajo de  $180^\circ$ , tal como muestra la figura 4.20.

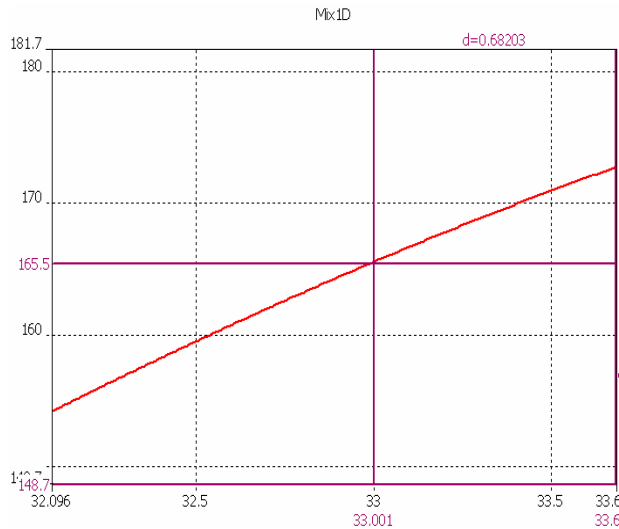


Figura 4.20 Diferencia de fase obtenida con el software comercial

### 4.3 Condición final del dieléctrico en el desplazador de fase reflectivo

En el capítulo anterior se mencionó que con el objeto de simplificar el análisis se consideró que el dieléctrico también se encontraba detrás de la segunda ranura, sin embargo para que el dispositivo opere como un desplazador de fase ajustable, el dieléctrico no debe estar detrás de esta ranura para que el diafragma de control tenga libertad de movimiento. La figura 4.21 muestra un corte longitudinal de la parte central del desplazador de fase reflectivo para el caso descrito.

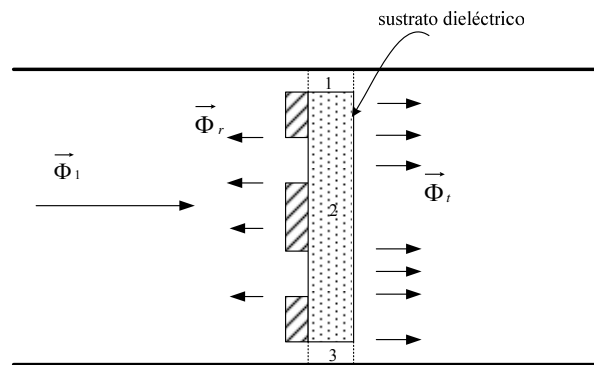


Figura 4.21 Vista longitudinal de la sección de control sin dieléctrico en la segunda ranura

Se observa que para obtener un modelo matemático correcto de esta nueva estructura, es necesario plantear y resolver los modelos matemáticos de dos estructuras distintas, además de que las regiones 1 y 3 de la figura 4.21 provocan la existencia de modos híbridos de propagación para



cumplir con las condiciones de frontera, lo que complica enormemente el tratamiento analítico de la estructura. Sin embargo se tiene la ventaja de que la segunda ranura, por diseño, es muy estrecha, lo que un modelo eléctrico equivalente de dicha ranura mostraría una capacitancia muy alta, así como también en los extremos dos inductancias de valor muy alto que se acercarían mucho a las condiciones de circuito cerrado y abierto respectivamente. Por lo que teóricamente no se espera una diferencia significativa con los resultados obtenidos con el análisis descrito en el capítulo anterior.

Se decidió analizar esta condición del dispositivo, haciendo uso del simulador comercial. La figura 4.22 muestra la estructura analizada, correspondiente al diafragma del primer ejemplo con las dimensiones dadas por la figura 4.2 para el caso de la componente perpendicular con la guía de onda circular acoplada.

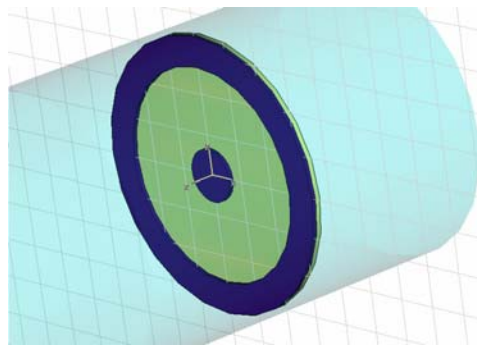


Figura 4.22 Estructura del diafragma de control en el simulador comercial para la componente perpendicular en el caso de la guía de onda circular acoplada

La frecuencia de resonancia en comparación con el caso del dieléctrico en la segunda ranura mostrado en la figura aumentó de 32.7 a 32.85 GHz como se observa en la figura 4.23.

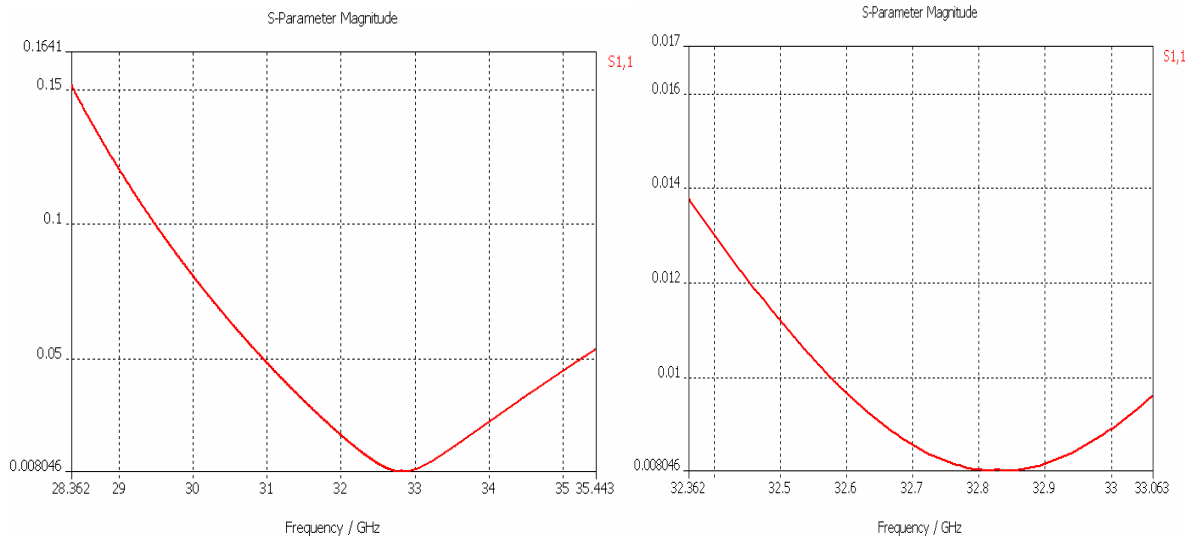


Figura 4.23 Resonancia del diafragma de control sin dieléctrico en la segunda ranura

Ahora bajo la misma condición de la placa metálica a una distancia de 3.63mm en el simulador se tiene la estructura mostrada por la figura 4.24

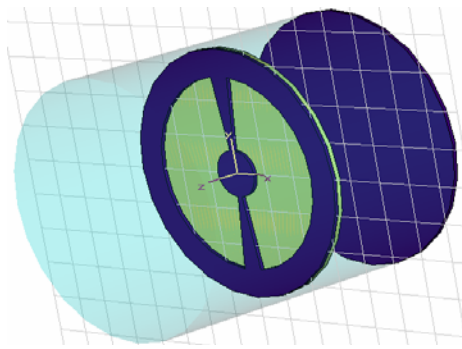


Figura 4.24 Desplazador de fase reflexivo dibujado en el simulador comercial

Al evaluar las fases para los coeficientes de las componentes perpendicular y paralela se encuentra que la diferencia con respecto a la estructura que contemplaba el dieléctrico en toda el área transversal de la guía de onda circular es de alrededor de  $1^\circ$ , esto al comparar la figura 4.9 con la figura 4.25

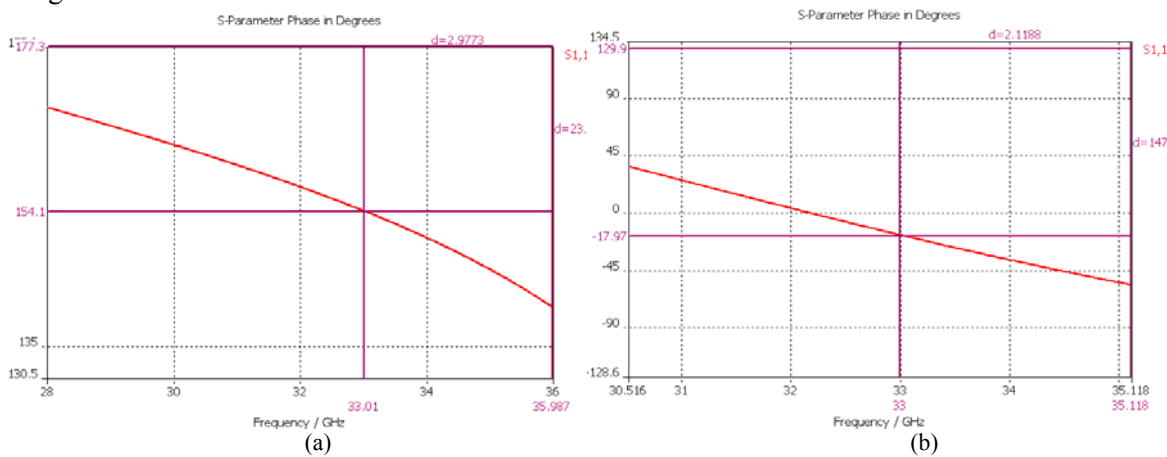


Figura 4.25 Fases del coeficiente de reflexión para las componentes (a) perpendicular y (b) paralela

La diferencia de fase se muestra en la figura 4.26 y es de  $171.1^\circ$ , siendo que con el dieléctrico completo se tenía una diferencia de fase de  $171^\circ$  según lo mostrado por la figura 4.10. Es decir se tuvo apenas una diferencia de  $0.1^\circ$ .

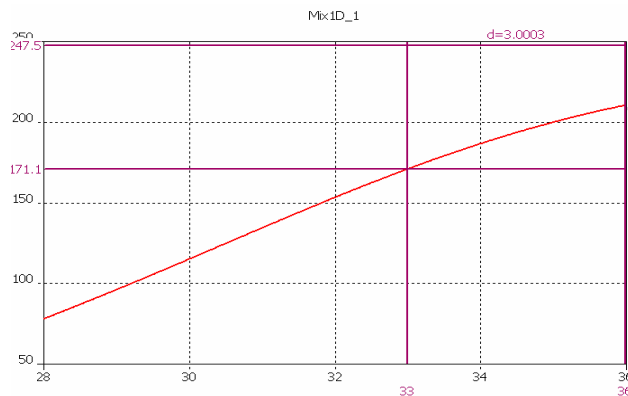


Figura 4.26 Diferencia de fase para el diafragma sin dieléctrico en la segunda ranura

Ahora se observará el efecto para el segundo diafragma propuesto cuyas dimensiones se muestran en la figura 4.11. En la determinación de la frecuencia de resonancia la simulación para la componente perpendicular con la guía de onda circular acoplada se muestra en la figura 4.27

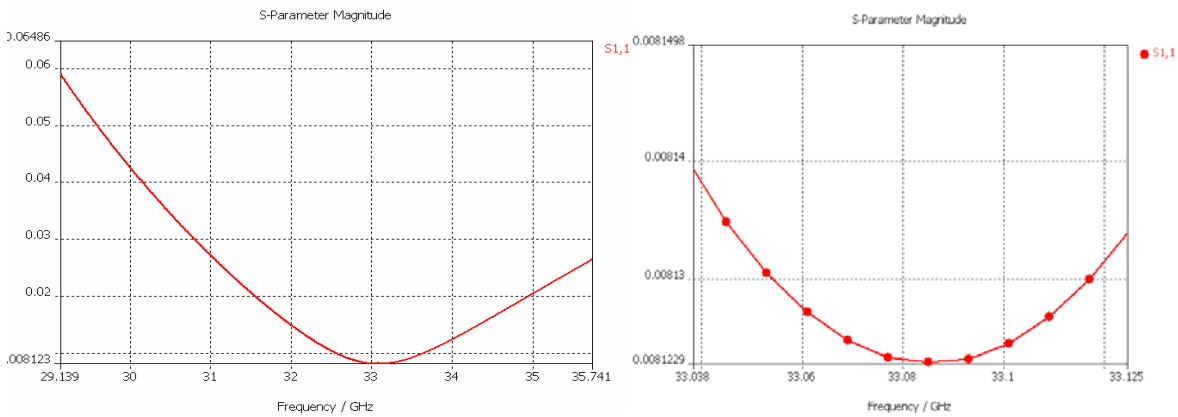


Figura 4.27 resonancia para el segundo diafragma sin considerar dieléctrico en la segunda ranura

En este caso la frecuencia de resonancia aumentó 0.3 GHz al pasar de 32.8GHz con el dieléctrico completo a 33.1GHz sin el dieléctrico en la segunda ranura. Ahora, la sección de control completa dibujada en el simulador se muestra en la figura 4.28

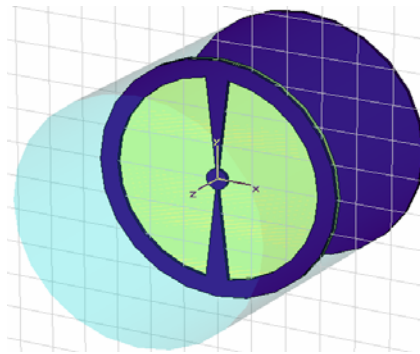
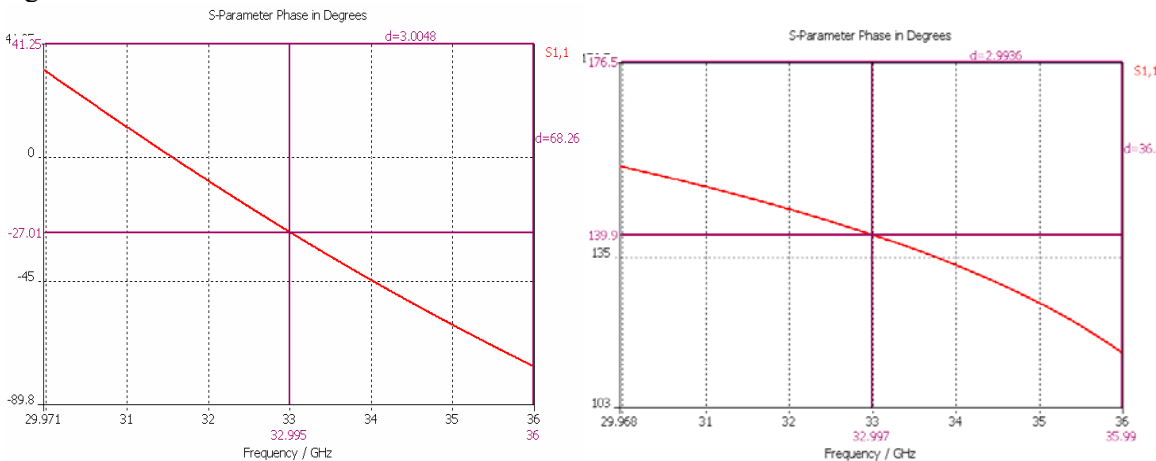


Figura 4.28 Diafragma de control dibujado en el simulador sin dieléctrico en la segunda ranura

El coeficiente de reflexión para las componentes perpendicular y paralela se muestra en la figura 4.29 en la que se puede observar un incremento de  $1.2^\circ$  y  $2.3^\circ$  respectivamente, al comparar con la figura 4.19.



(a) Componente perpendicular

(b) Componente Paralela

Figura 4.29 Fase del coeficiente de reflexión para el diafragma sin dieléctrico en la segunda ranura

La diferencia de fase es de  $166.6^\circ$  y se muestra en la figura 4.30 lo cual implicó un incremento de  $1.1^\circ$  en comparación con el caso en el que no se considera dieléctrico en la segunda ranura. Tal como se había predicho el cambio no es muy significativo dado que la segunda ranura es muy estrecha con lo que finalmente se determinó que el tratamiento analítico descrito por la figura 4.21 para la determinación de la admitancia modal no es necesario dado que el efecto práctico en la estructura completa puede considerarse como despreciable.

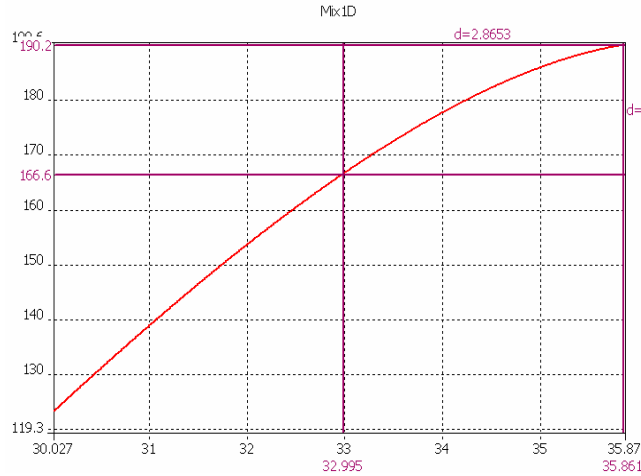


Figura 4.30 Fase diferencial sin considerar dieléctrico en la segunda ranura

## 4.4 Estructura final del desplazador de fase reflectivo

La última condición a considerar en el desplazador de fase reflectivo tiene que ver con el movimiento del diafragma de control por medio del motor a pasos, el cual dará al dispositivo la característica de desplazamiento de fase ajustable y controlado. Para obtener dicho movimiento de manera simple, es inevitable el empleo de un cilindro de material dieléctrico adherido al dieléctrico extendiéndose longitudinalmente por detrás del diafragma hasta la pared metálica tal como muestra la figura 4.31 en una vista longitudinal de la estructura.

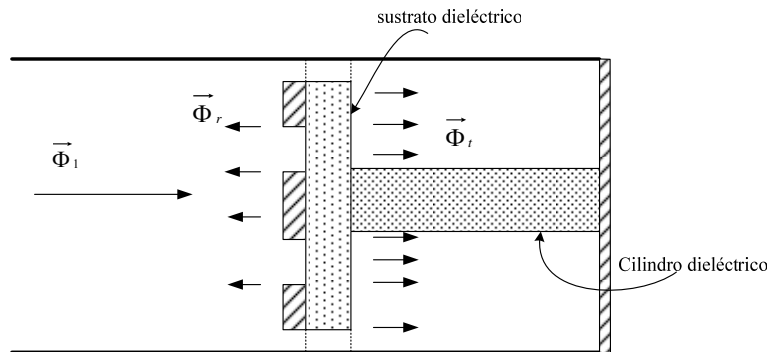


Figura 4.31 Vista longitudinal de la estructura final del desplazador de fase reflectivo

Para el caso en el que se consideró el dieléctrico fuera de la segunda ranura, como lo muestra la figura 4.21 se observó que había que tratar la solución debida a dos regiones distintas, en este caso se observa en la figura 4.31 que son tres regiones o estructuras distintas a las que hay que dar

solución de manera separada. En este caso el problema se complica aún más al tener que cumplir las condiciones de frontera en dos interfaces distintas por medio de modos híbridos de propagación. Ahora, no es posible asegurar que el efecto que producirá la introducción del cilindro dieléctrico será despreciable ya que evidentemente cambiará de manera drástica la velocidad de fase para la componente que incide de manera perpendicular a las cargas reactivas.

De esta manera, mediante el empleo del simulador comercial se determinará el efecto que producirá la incursión de dicho cilindro dieléctrico. El desplazador de fase elegido fue para el que contiene el diafragma cuya ranura principal es más amplia debido a que con estas dimensiones se obtuvieron pérdidas de inserción menores a 1dB en un rango de 11.5 GHz, de acuerdo al programa implementado. La figura 4.32 muestra la estructura del diafragma de control con la placa puesta a la distancia originalmente calculada con el programa implementado que fue de 3.78 mm además de que contiene el cilindro con dimensiones de un radio exterior de 1.13 mm y un radio interior de 0.47mm.

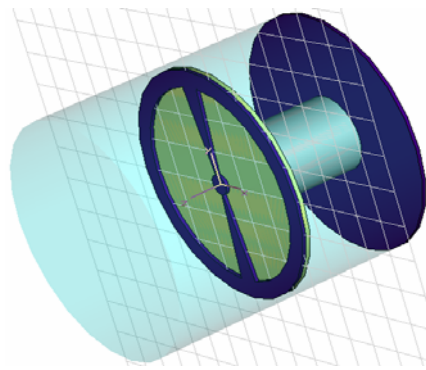


Figura 4.32 Estructura completa del desplazador de fase reflectivo dibujado en el software comercial

Es importante señalar que la frecuencia de diseño seguirá considerándose en 33 GHz. Además, con el fin de evaluar diferentes materiales en el cilindro dieléctrico, se evaluó primeramente como teflón con una permitividad dieléctrica  $\epsilon_r=2.08$ . Las fases de los coeficientes de reflexión para las dos componentes incidentes al diafragma de control se muestran en la figura 4.33

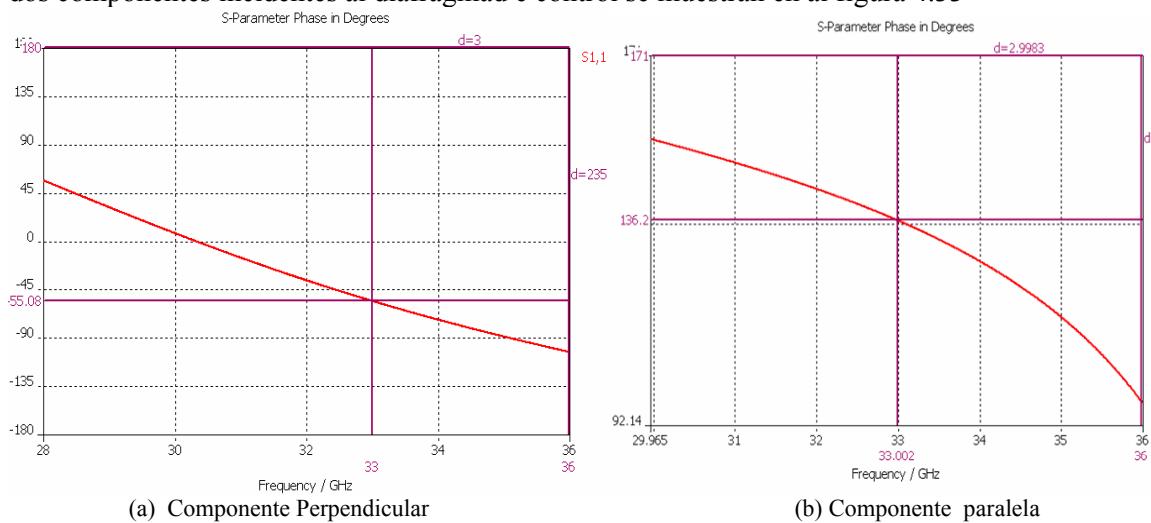


Figura 4.33 Fases del coeficiente de reflexión considerando como teflón al material del cilindro dieléctrico

Se observa que el mayor efecto lo experimenta la fase del coeficiente de la componente perpendicular al disminuir o retrasarse  $28^\circ$ , mientras que la fase de la componente perpendicular sufre un retraso de solo  $3^\circ$ . Con ello la diferencia de fase en 33GHz se incrementa de  $166.6^\circ$  a  $190.8^\circ$  tal como lo muestra la figura 4.34.

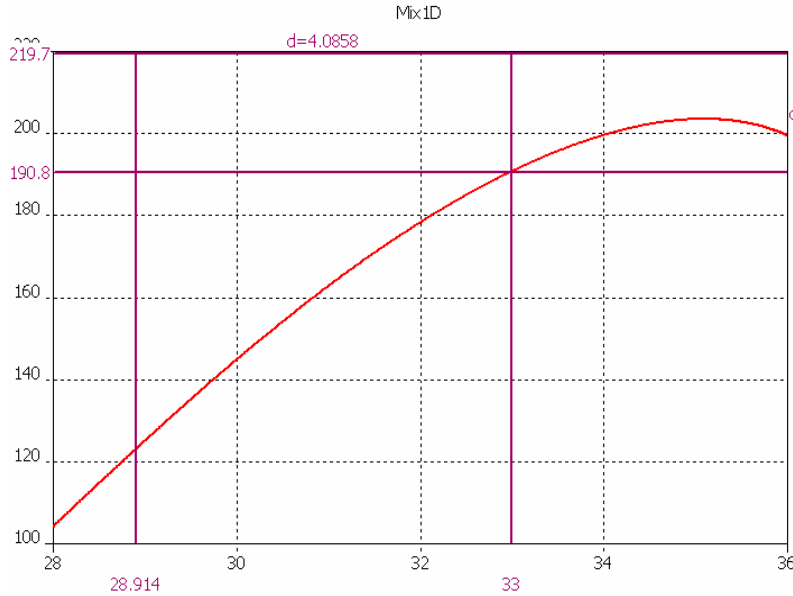


Figura 4.34 Diferencia de fase considerando como teflón al material del cilindro dieléctrico

Ahora considerando como material del cilindro el polietileno con  $\epsilon_r = 2.25$  para las fases de las componentes perpendicular y paralela el defasamiento se retrasa en  $31^\circ$  y  $4^\circ$  respectivamente, en comparación con la estructura sin el cilindro. Los resultados se observan en la figura 4.35

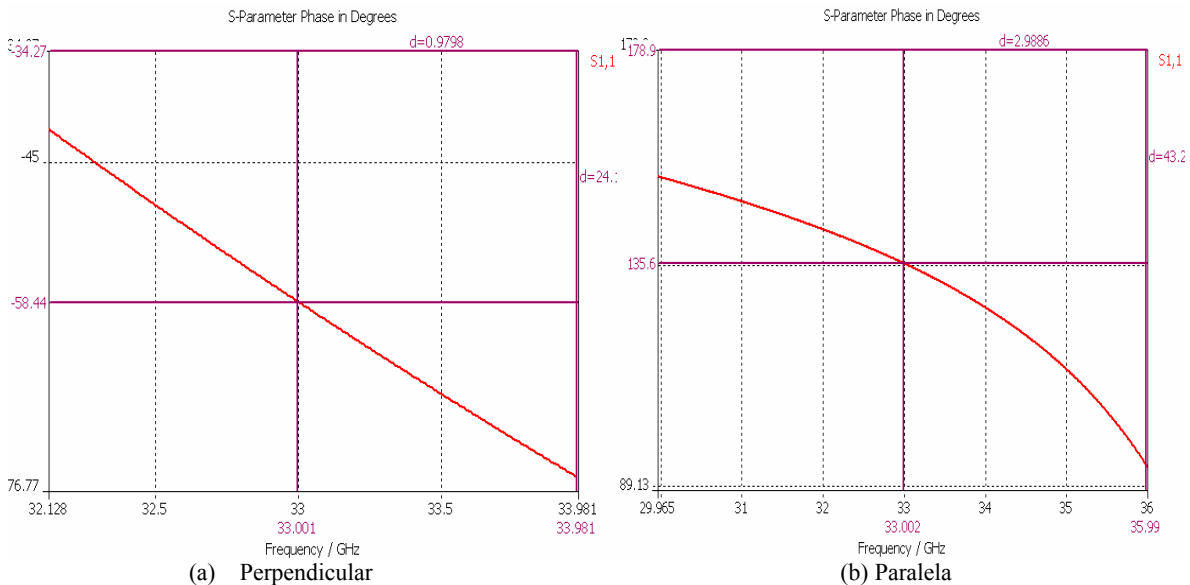


Figura 4.35 Fases del coeficiente de reflexión considerando como polietileno al material del cilindro dieléctrico

La figura 4.36 muestra que la diferencia de fase aumento  $4^\circ$  con respecto cuando se consideró como material al teflón.

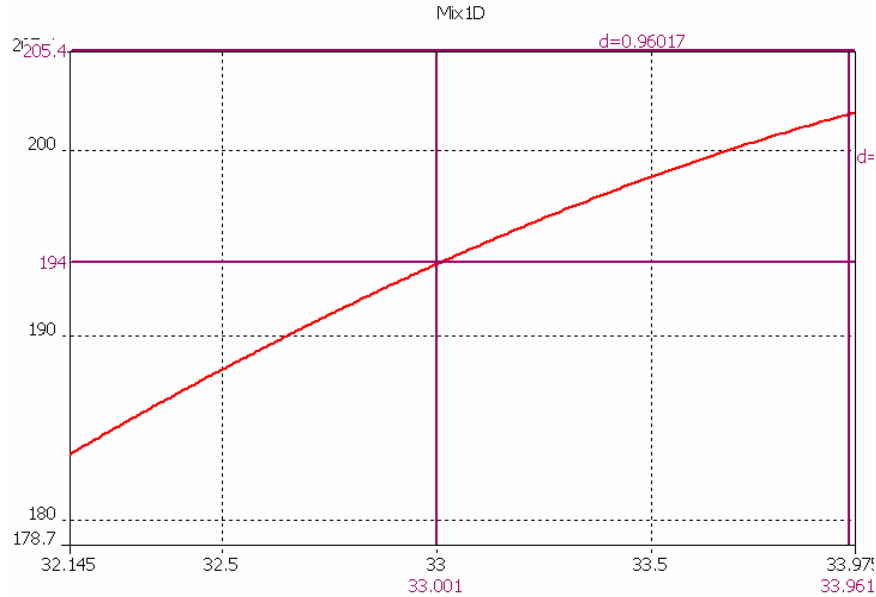


Figura 4.36 Diferencia de fase considerando como polietileno al material del cilindro dieléctrico

Por último, considerando que el material del cilindro es poliestireno con  $\epsilon_r = 2.54$  se supone, de acuerdo a lo visto en los dos casos anteriores que el retraso de fase para la componente perpendicular será aún mayor; tal como se había predicho y se muestra en la figura 4.37. Ahora se observa que esta componente se ha retrasado casi  $5^\circ$  más en relación cuando se considero como polietileno al material del cilindro dieléctrico y  $11^\circ$  cuando se consideró como teflón.

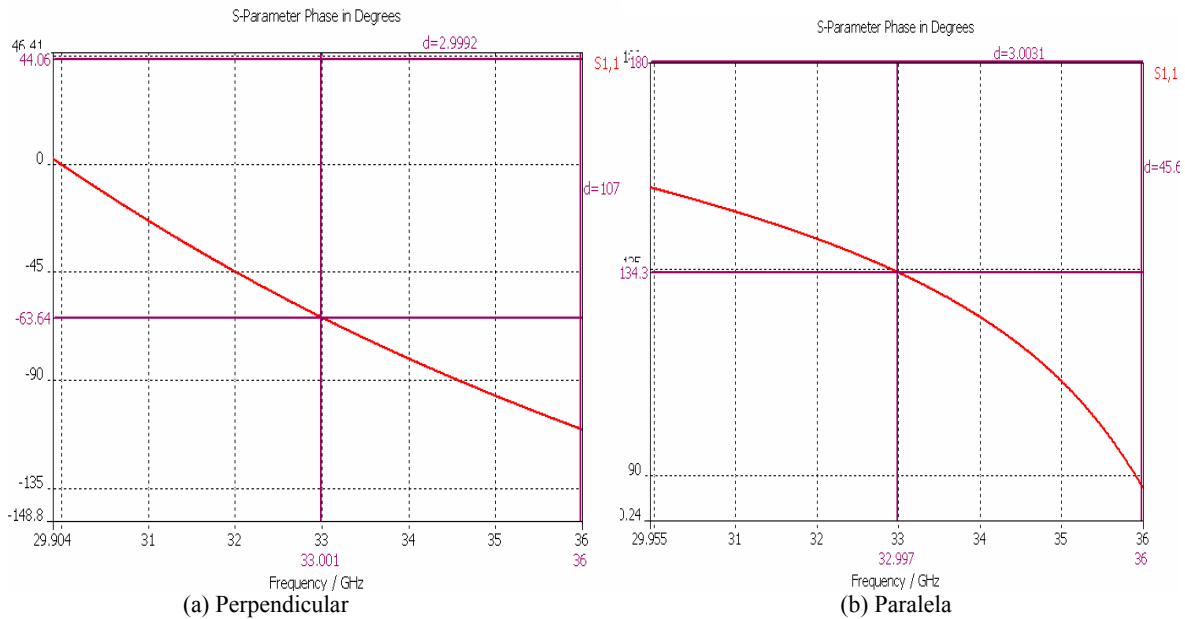


Figura 4.37 Fases del coeficiente de reflexión considerando como poliestireno al material del cilindro dieléctrico

La diferencia de fase considerando poliestireno como material del cilindro dieléctrico incrementa la diferencia de fase en  $31.1^\circ$  en comparación de el dispositivo sin el cilindro, según lo muestra la figura 4.38

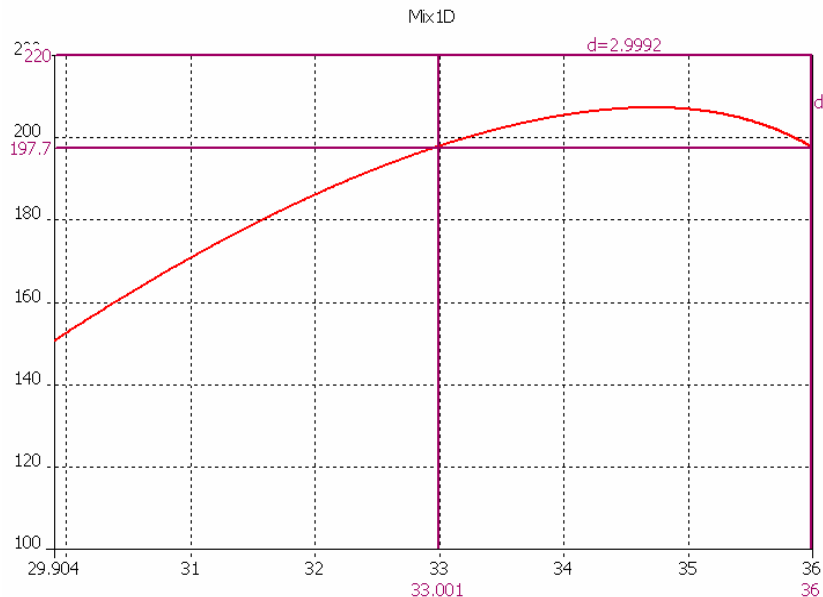
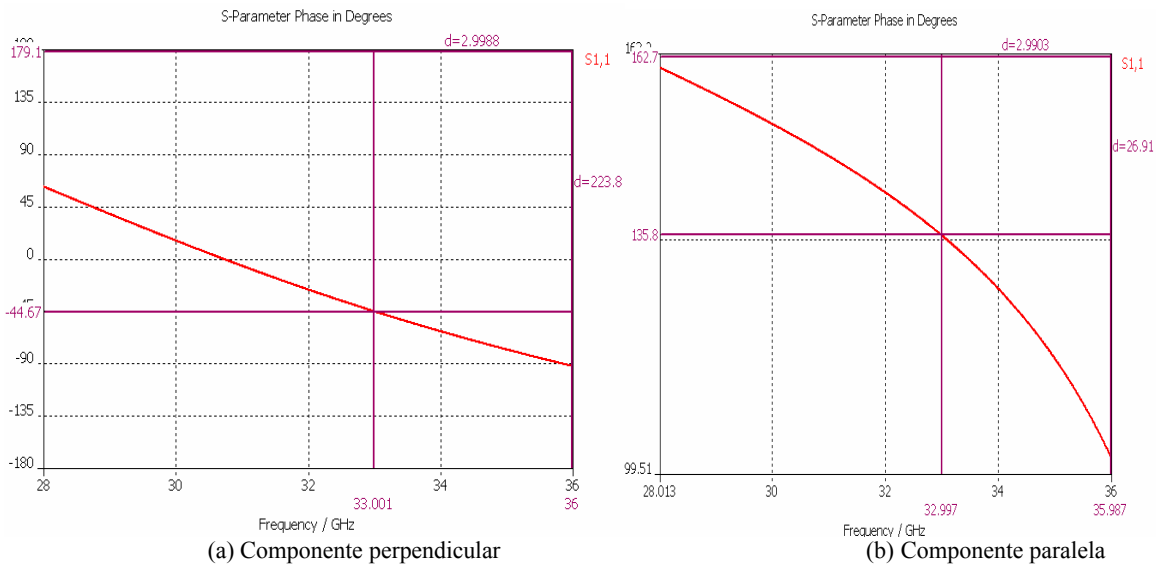


Figura 4.38 Diferencia de fase considerando como poliestireno al material del cilindro dieléctrico

Considerando los resultados dados por el simulador, finalmente se decidió usar como material del cilindro dieléctrico al teflón dado que con este se obtuvo el valor más cercano a la fase diferencial de  $180^\circ$  en la frecuencia de diseño. Con ayuda de dicho software se realizó una optimización a fin de obtener la diferencia de fase deseada en 33 GHz. Esto se logró al mover la placa metálica detrás del diafragma hasta que se obtuvo el valor de  $180^\circ$ ; la distancia determinada del dieléctrico hasta la placa metálica fue de  $h=3.55\text{mm}$ . La figura 4.39 muestra las fases del coeficiente de reflexión para cada una de las componentes.



(a) Componente perpendicular (b) Componente paralela  
Figura 4.39 Fases del coeficiente de reflexión considerando teflón y ajuste de la placa metálica



La figura 4.40 muestra la condición de la fase diferencial a la frecuencia de 33 GHz.

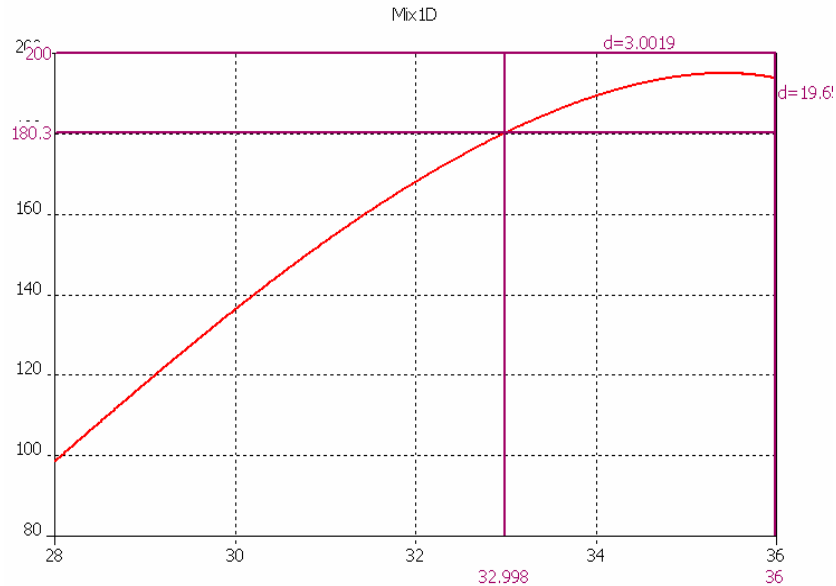


Figura 4.40 Diferencia de fase deseada en 33 GHz obtenida mediante el ajuste de la placa metálica en el simulador

También, empleando el simulador fue posible determinar las pérdidas de inserción las cuales se muestran en la figura 4.41 donde se observa que están son menores a 1 dB en un rango de 9.3 GHz y menores a 0.1 dB en un rango de 6GHz.

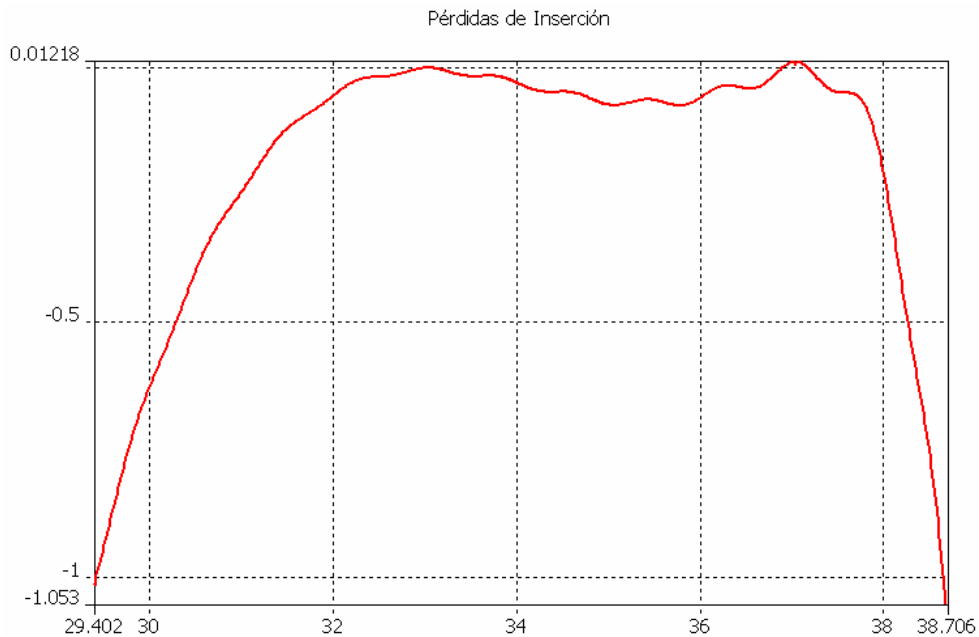


Figura 4.41 Pérdidas de inserción que contemplan la introducción del cilindro dieléctrico, obtenidas con el simulador

La figura 4.41 muestra un comportamiento muy parecido con el obtenido mediante el proceso analítico desarrollado en el capítulo anterior y que se muestra en la figura 4.17, donde se obtienen pérdidas menores a 1 dB en un rango cercano a 11.5 GHz.

Por último, es importante señalar las diferencias encontradas entre los resultados obtenidos con el programa implementado y el software comercial. A partir de los ejemplos simulados en este y el capítulo anterior fue posible determinar las condiciones bajo las cuales se obtiene mayor similitud ó diferencia en los parámetros evaluados del desplazador de fase reflectivo, observando que estas se deben principalmente al método de solución empleado por el software comercial el cual presenta dificultades de análisis cuando cierta región de la estructura analizada es de dimensiones muy pequeñas y/o formas geométricas particularmente complicadas, de acuerdo al análisis comparativo entre ambos métodos de simulación llevado a cabo en la sección 4.1. A partir del cual se justifica el que cuando la ranura del diafragma de control es muy estrecha, la fase del coeficiente de reflexión para la componente que incide perpendicular a las cargas reactivas presenta una diferencia notable entre ambos procesos de simulación, mientras que cuando la ranura es muy ancha sucede lo mismo pero para la componente que incide de forma paralela a las cargas reactivas. Esto influye en que para una misma posición de la placa metálica se obtiene una diferencia de fase distinta en el software comercial con respecto a lo que se obtiene con el programa implementado de los modelos matemáticos, producto del análisis de onda completa. Por ejemplo para el caso de las estructura cuyas dimensiones presentó menores pérdidas mediante el software implementado se obtuvo que la distancia a la que se debería posicionar la placa sería a 3.78 mm a partir del dieléctrico, 0.5mm más de la primera aproximación, como efecto de compensación del efecto inductivo producido por las cargas reactivas. Al analizar con el simulador comercial el dispositivo con las mismas dimensiones se obtuvo una diferencia de fase de  $166.6^\circ$  en lugar de  $180^\circ$ , al ajustar con el simulador se obtuvo que la distancia a la que se debería poner la placa metálica después del dieléctrico sería de 4.2 mm, 0.58mm más de lo calculado con el programa implementado.

El resultado anterior, no pudo ser considerado correcto. Sin embargo, dado que se comprobó que bajo condiciones favorables al método de solución empleado por el simulador comercial hay una gran similitud entre los resultados de este y del software implementado, el simulador comercial es de gran ayuda para estimar el retraso de fase que sufre la componente perpendicular debido a la introducción del cilindro dieléctrico. Así, de acuerdo a lo obtenido es posible suponer que dicha componente sufrirá un retraso aproximado de  $30^\circ$  considerando que el material utilizado es el teflón, para una frecuencia de diseño de 33 GHz.

## 4.5 Conclusiones del capítulo 4

En este capítulo se llevó a cabo un proceso de optimización de los principales parámetros del desplazador de fase reflectivo, mediante un programa implementado a partir de los modelos matemáticos obtenidos en el capítulo anterior. Así también, mediante el empleo de un software comercial se cuantificaron los efectos en dichos parámetros, al considerar algunas modificaciones en la estructura final. Se analizaron dos estructuras que presentan buenas características para una frecuencia propuesta de 33GHz, con anchos de la ranura principal de 1.97 mm y 2.63 mm. La tendencia particular del desplazador de fase reflectivo, con respecto a la magnitud de la componente controlada que es reflejada de la estructura en relación al ancho de la ranura principal, se comprueba al obtener para el primer caso pérdidas menores a 1dB en un rango de 7 GHz, pero en un rango de 11.5 GHz para el segundo caso. Adicionalmente, el software comercial reafirma la exactitud de los resultados obtenidos por el software implementado al observar una diferencia promedio de 0.25 GHz para la frecuencia de resonancia y de  $2^\circ$  en la fase de la componente perpendicular pero de  $10^\circ$  en la correspondiente a la componente paralela, esto debido a que la geometría del diafragma de control óptimo no es favorable a las condiciones de simulación del software comercial.

Esencialmente, el método de solución empleado en este trabajo tiene ventajas significativas sobre el método de solución empleado por el software comercial, principalmente en cuanto a convergencia en la exactitud de resultados y tiempo de simulación. Sin embargo, el empleo del simulador comercial permite estimar dos condiciones de la estructura que no fueron incluidos en el análisis teórico debido a que representaban una complejidad en el análisis de la estructura digna de un estudio por separado al este trabajo. La primera condición es la consideración del dieléctrico fuera de la segunda ranura debido al movimiento mecánico requerido del diafragma de control. En este caso se comprobó que los cambios debidos a esta consideración son tan pequeños como 0.15GHz en la frecuencia de resonancia y de  $1^\circ$  a  $2^\circ$  para la fase de las componentes perpendicular y paralela. Por otra parte, la segunda condición es a la vez la mejor aportación del análisis con el software comercial, y esta tiene que ver con la consideración del cilindro dieléctrico detrás del diafragma de control el cual tiene un efecto considerable y directo con la componente perpendicular a las cargas reactivas que inciden al desplazador de fase reflectivo. Esto permitió estimar el defasaje experimentado por dicha componente con gran precisión, ya que la geometría de la estructura es favorable para el método de solución del software comercial en la componente perpendicular. Para la frecuencia de diseño considerada se anticipa un retraso de  $30^\circ$  en la fase de esta componente. Así mismo se comprueba que la estructura final conserva un ancho de banda de 9.5 GHz con pérdidas menores a 1dB.

## Referencias

- [1] Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures. ed. by Tatsuo Itoh, New York : J. Wiley, c1989
- [2] Matthew N.O. Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetics, CRC Press Inc. 2000

# Conclusiones

El análisis de onda completa empleado para caracterizar el desplazador de fase reflectivo propuesto en este trabajo, ha servido para especificar satisfactoriamente uno de los dispositivos con los requerimientos más críticos e importantes en el diseño de antenas en arreglo de fase. La estructura propuesta opera bajo el principio de cambio de fase, y el diseño responde a los criterios de bajas pérdidas en la banda Ka y simplicidad, principalmente. Los fundamentos teóricos y el proceso de obtención de los modelos matemáticos que describen al desplazador de fase así como su posterior análisis y optimización condujeron a las siguientes conclusiones básicas.

1. Los desplazadores de fase son de gran importancia en la ingeniería de microondas, especialmente en aplicación a las antenas en arreglos de fase. Actualmente, se encuentra la necesidad de contar con estos dispositivos bajo las condiciones de bajas pérdidas y costo como parte importante del diseño e implementación de arreglos de fase pasivos, específicamente del tipo reflectivo, debido a las tendencias tecnológicas hacia nuevos sistemas de comunicaciones que operen en la banda Ka de frecuencias. Bajo estas especificaciones, se descartan automáticamente una gran cantidad de desplazadores de fase que al operar en frecuencias altas, las pérdidas que manejan se vuelven imprácticas en la conformación de antenas en arreglos de fase pasivos.
2. Se concluyó que el desplazador de fase óptimo tendría que combinar las bajas pérdidas que presentan los desplazadores de fase mecánicos basados en guía de onda circular, con los tiempos de conmutación que presentan por ejemplo, los desplazadores de fase de ferrita ó los de tipo electrónico basado en semiconductores, ya que de esta manera se maximizan las características de bajas pérdidas, simplicidad y bajo costo. El fundamento teórico básico de operación del dispositivo está dado por el principio de cambio de fase, donde la condición más importante que debe cumplirse para obtener una estructura capaz de controlar la fase de la onda reflejada es la diferencia de fase de  $180^\circ$  entre dos componentes ortogonales. La propuesta del desplazador de fase consiste en una sección de guía de onda circular terminada en corto, con un diafragma de control a la entrada que se comporta como un elemento de una superficie selectiva de frecuencia (SSF) de apertura anular.
3. El desplazador de fase propuesto opera para la incidencia de una onda polarizada circularmente. Primeramente la incidencia se da sobre el diafragma de control, conformado por un anillo con dos aperturas anulares y dos cortos metálicos colineales donde de manera general se proyecta una componente de la onda incidente y en el punto óptimo de operación se obtiene a la salida una fase diferencial de  $180^\circ$  con respecto a la componente perpendicular a la carga reactiva la cual pasa a través de la sección de guía de onda circular sin sufrir reflexión alguna. La conmutación del dispositivo para lograr diferentes estados de fase en la onda reflejada se propone de manera electromecánica por medio de un micromotor, lo cual tiene la desventaja de no poder alcanzar tiempos de conmutación pequeños. Sin embargo, la gran ventaja es que se obtienen bajas pérdidas en la banda Ka, además de que para muchas aplicaciones distintas a la de radares, los tiempos de conmutación requeridos no son muy pequeños.

4. El análisis electromagnético se realizó considerando a la estructura dentro de una guía de onda circular ya que de esta manera se simula adecuadamente la incidencia de dos componentes ortogonales por medio del modo fundamental de este dispositivo de microondas. Esto permitió a su vez, tratar analíticamente al problema de manera separada para cada componente. Se consideró un análisis general de onda completa en la física del proceso, aplicando correctamente las condiciones de frontera mediante un manejo apropiado de relaciones y teoremas básicos de electromagnetismo. La herramienta más propicia para este tipo de análisis es el método de momentos al asegurar exactitud en los resultados y rápida convergencia de las ecuaciones integrales que modelan la estructura. En el análisis realizado, las soluciones a las ecuaciones matriciales generadas a partir de la aplicación del método de momentos, representan a la magnitud del campo eléctrico de cada una de las ondas consideradas a partir de las cuales fue posible obtener el coeficiente de reflexión y modelar diferentes condiciones del desplazador de fase determinadas por la geometría del diafragma de control.
5. En base a los modelos matemáticos obtenidos para la caracterización del desplazador de fase reflectivo, se implementó un programa con las características de generalidad y rapidez con el objetivo de evaluar al dispositivo con diferentes dimensiones operables en la banda Ka. Se analizó primeramente, el efecto en la frecuencia de resonancia del diafragma de control al considerar detrás de este, a una placa dieléctrica de 0.127mm de espesor con permitividad eléctrica de 2.2, observándose un efecto de reducción de la frecuencia de resonancia entre un 10 y 20% en proporción directa con el ancho de la apertura anular. El coeficiente de reflexión, fue el principal parámetro de evaluación con el programa implementado. En la determinación del comportamiento deseado de este parámetro en cada una de las componentes, se determinaron otros aspectos particulares de la geometría del desplazador de fase reflectivo tales como la posición de la placa metálica detrás del diafragma de control y la variación del ancho de banda con respecto a la variación del ancho de la ranura, además de observarse que la característica particular de la estructura consiste en una mayor magnitud para la onda controlada reflejada cuando la ranura es más amplia, lo que conduce a pérdidas de inserción pequeñas. Así también, en el proceso de optimización de las dimensiones del diafragma de control, se observó que es posible obtener pérdidas de inserción menores a 1dB en el rango de 29.7 a 41.7 GHz y para la misma estructura pérdidas menores a 0.4dB en el rango de 31 a 40 GHz. Los valores obtenidos superan en eficiencia a algunos desplazadores de fase de fase reflectivos basados en conmutación de diodos *pin*.
6. Todos los resultados obtenidos a partir del programa implementado fueron comparados con los obtenidos por medio de un software comercial. Se observaron similitudes en los resultados para algunos casos y para otros ciertas diferencias significativas debidas principalmente a la dificultad de convergencia que presenta el software comercial, ya que el método de solución que emplea pierde precisión bajo ciertas condiciones geométricas de la estructura. En la comparación de ambos métodos se encontró que para la frecuencia de resonancia y la fase de la componente perpendicular, el error relativo es menor al 2% pero mayor al 5% para la fase de la componente paralela a la carga reactiva. A pesar de ello, el software comercial fue de gran ayuda en la caracterización de la introducción de un cilindro dieléctrico, propuesto para la conexión del diafragma de control con el micromotor a pasos que representa una solución simple para alcanzar la rotación necesaria del diafragma de control para distintas fases deseadas de la onda reflejada. Se observó que las dimensiones óptimas del diafragma de control, favorecen las condiciones del método de solución

empleado por el software comercial para asegurar con precisión el efecto del cilindro dieléctrico. Obteniendo de esta manera una simplificación importante de un desarrollo analítico complejo.

Finalmente, es posible afirmar que se ha realizado una caracterización completa y general de un desplazador de fase para aplicación en arreglos de fase reflectivos. Los resultados obtenidos responden aceptablemente con las especificaciones planteadas. De esta manera, se ha aportado el desarrollo analítico y numérico que permite optimizar los principales parámetros de la estructura con gran precisión.

# Apéndice

Funciones principales del programa implementado en *matlab* para los modelos matemáticos de la estructura propuesta como desplazador de fase reflectivo.

```

% *****programa general que genera el
sistema de ecuaciones final y calcula el
coeficiente de reflexion*****%

clear global;
clear all;
close all;

global Uo Eo qc qc1 qc2 kc kc1 kc2 eqc
eqc1 eqc2 Fc Fc1 Fc2 pc pc1 pc2 r1 r2 r3
r4 R M N T U Ann Bnn I1 I2 I3 I4 I5 I6
CRef Freq PRef

load shift_wavesp2 kcc qc qc1 qc2 bc bc1
bc2 kc kc1 kc2 eqc eqc1 eqc2 Fc Fc1 Fc2
pc pc1 pc2 r1 r2 r3 r4 R I1 I2 I3 I4 I5
I6;

Uo=4*pi*10^(-7);
Eo=1/36/pi*10^(-9);

fc1=kc(1)/sqrt(Uo*Eo)/2/pi;
fc2=kc(6)/sqrt(Uo*Eo)/2/pi;

M=1000;
N=20;
T=2;

kk=1;
for fq=28E9:0.5E9:36E9

for i=1:N
for j=1:N

for k=1:M

%a1(k)=(Ym(k,fq)+Ymc(k,fq))*I1(i,j,k);
a1(k)=(Ym(k,fq)+Ymd(k,fq))*I1(i,j,k);
%a1(k)=2*Ym(k,fq)*I1(i,j,k);
a(i,j)=sum(a1);
e(i)=2*Ym(1,fq)*I5(i);

end
end
end

for i=1:N
for j=1:T

for k=1:M

%b1(k)=(Ym(k,fq)+Ymc(k,fq))*I2(i,j,k);
b1(k)=(Ym(k,fq)+Ymd(k,fq))*I2(i,j,k);

%b1(k)=2*Ym(k,fq)*I2(i,j,k);
b(i,j)=sum(b1);

end
end

for i=1:T
for j=1:N

for k=1:M

%c1(k)=(Ym(k,fq)+Ymc(k,fq))*I3(i,j,k);
c1(k)=(Ym(k,fq)+Ymd(k,fq))*I3(i,j,k);
%c1(k)=2*Ym(k,fq)*I3(i,j,k);
c(i,j)=sum(c1);
f(i)=2*Ym(1,fq)*I6(i);

end
end

for i=1:T
for j=1:T

for k=1:M

%d1(k)=(Ym(k,fq)+Ymc(k,fq))*I4(i,j,k);
d1(k)=(Ym(k,fq)+Ymd(k,fq))*I4(i,j,k);
%d1(k)=2*Ym(k,fq)*I4(i,j,k);
d(i,j)=sum(d1);

end
end

U=[a,b;c,d]
V=[e';f'];

X=inv(U)*V

%=====
Ann=X(1:N);
Bnn=X(N+1:end);

h=1;
for m=1:length(Ann)

CRa(h)=Ann(m)*I5(m);
h=h+1;
end

cra(kk)=sum(CRa)

```

```

g=1;
for n=1:length(Bnn)

    CRb(g)=Bnn(n)*I6(n);
    g=g+1;
end

crb(kk)=sum(CRb)

%=====
CRef(kk)=(cra(kk)+crb(kk)-1);
%CRef=(An*Inte1(1,1)+Bn*Inte2(1,1))-1;
MRef=abs(CRef)
PRef=phase(CRef);
Freq(kk)=fq;

kk=kk+1;

end

figure(1)
plot(Freq,MRef)
grid on;
xlabel('frecuencia(Hz)')
ylabel('Maagnitud Coef. Reflexion')

figure(2)
plot(Freq,PRef*180/pi)
grid on;
xlabel('frecuencia(Hz)')
ylabel('Fase Coef. Reflexion')

%===== Considerando cargas
reactivas en pi y 3pi/2 =====

for i=1:N

    aa(i)=inteq1(i,Pha1);

end

for i=1:T

    bb(i)=0;

end

for i=1:N

    cc(i)=inteq1(i,Pha2);

end

dd=bb;

Q =[aa,bb;cc,dd];

for i=1:N

    t1(i)=intet1(i,Pha1);
    t2(i)=intet1(i,Pha2);

end

T1=[t1',t2';bb',bb'];

for i=1:N

    s11(i)=Ann(i)*Inteq1(i,Pha1);
    s21(i)=Ann(i)*Inteq1(i,Pha2);

end

for j=1:T

    s12(j)=Bnn(j)*0;
    s22(j)=Bnn(j)*0;

end

S1=[s11,s12;s21,s22];

S=[sum(S1(1,:));sum(S1(2,:))];

%=====

z1=0;
z2=0;

Z=[z1,0;0,z2];

%==coeficientes para las cargas reactivas=
Xc=-inv(M1)*T1*inv(Z+Q*inv(M1)*T1)*S

Anc=Xc(1:N);
Bnc=Xc(N+1:end);

h=1;
for m=1:length(Anc)

    CRA_c(h)=(Anc(m)+Ann(m))*I5(m);
    h=h+1;

end

cra_c(kk)=sum(CRA_c)

g=1;
for n=1:length(Bnc)

    CRb_c(g)=(Bnc(n)+Bnn(n))*I6(n);
    g=g+1;

end

crb_c(kk)=sum(CRb_c)

CRef_c(kk)=(cra_c(kk)+crb_c(kk)-1);
%CRef_c=(An*Inte1(1,1)+Bn*Inte2(1,1))-1;
MRef_c=abs(CRef_c)
PRef_c=phase(CRef_c);
Freq(kk)=fq;

kk=kk+1;

end

figure(1)
plot(Freq,MRef)
grid on;

```



```

xlabel('frecuencia(Hz)')
ylabel('Magnitud Coef. Reflexion')
%AXIS([fc1 fc2*0.99 0 1.03])

figure(2)
plot(Freq, PRef*180/pi)
grid on;
xlabel('frecuencia(Hz)')
ylabel('Fase Coef. Reflexion')

figure(3)
plot(Freq, MRef_c)
grid on;
xlabel('frecuencia(Hz)')
ylabel('Magnitud Coef. Reflexion con corto
en pi/2')

figure(4)
plot(Freq, PRef_c*180/pi)
grid on;
xlabel('frecuencia(Hz)')
ylabel('Fase Coef. Reflexion con corto en
pi/2')

% =====Generación de la matriz con
parámetros los parámetros para los tres
tipos de onda=====

close all;
clear all;
global q kcc kccTE kccTM qc qc1 qc2 bc
bc1 bc2 kc kc1 kc2 eqc eqc1 eqc2 FLAc
FLAc1 FLAc2 Fc Fc1 Fc2 pc pc1 pc2 r1 r2 r3
r4 R A B CC Ar Br Cr I1 I2 I3 I4 I5 I6 Q
QQ Q1 Q2 B2 B1 Fcc2 Qcc2

r1=0.3E-3;
r2=2.93E-3;
r3=3.45E-3;
r4=3.6E-3;
R=3.6E-3;

options = optimset('TolX',1e-16);

QQ=20;
%=====Guia de onda Circular=====

min1=1;
max1=25000;
inc=1;
x1=min1:inc:max1;
[r11 c1]=size(x1);
q=0;
raiz=0;

while raiz < max1 & q <= QQ
    y=Phil(min1:inc:max1);
    z11=1;
    cont=0;
    for r=1:c1-1
        if sign(y(r))+sign(y(r+1))==0

```

```

        bs(q+1,z11)=
fzero('Phil',x1(r),options)
        z11=z11+1;
        cont=1;
    end
end
if cont==0
    bs(q+1,1)=2*max1;
    if q==0
        raiz=0;
    else
        raiz=2*max1;
    end
else
    raiz=bs(q+1,1);
end
Q(q+1)=q;
q=q+1;
end

%=====
min1a=1;
max1a=26000;
inc=1;
x1a=min1a:inc:max1a;
[r1a cla]=size(x1a);
q=0;
raiz=0;
%

while raiz < max1a & q <= QQ
    y=Phila(min1a:inc:max1a);
    z11a=1;
    cont=0;
    for r=1:cla-1
        if sign(y(r))+sign(y(r+1))==0
            as(q+1,z11a)=
fzero('Phila',x1a(r),options)
            z11a=z11a+1;
            cont=1;
        end
    end
    if cont==0
        as(q+1,1)=2*max1a;
        if q==0
            raiz=0;
        else
            raiz=2*max1a;
        end
    else
        raiz=as(q+1,1);
    end
end

q=q+1;
end

%=====Guia de onda coaxial 1=====

min2=1;
max2=25000;
inc=1;
x2=min2:inc:max2;
[r22 c2]=size(x2);
q=0;
raiz=0;

```

```

%
while raiz < max2 & q <= QQ
    y=Phi2(min2:inc:max2);
    z22=1;
    cont=0;
    for r=1:c2-1
        if sign(y(r))+sign(y(r+1))==0
            bs1(q+1,z22)=
fzero('Phi2',x2(r),options)
            z22=z22+1;
            cont=1;
        end
    end
    if cont==0

        bs1(q+1,1)=2*max2;
        if q==0
            raiz=0;
        else
            raiz=2*max2;
        end
    else
        raiz=bs1(q+1,1);
    end
    q=q+1;
end
%=====
min2a=1;%1/(100*pma);
max2a=25000;%pi/(r2-r1);
inc=1;
x2a=min2a:inc:max2a;
[r2a c2a]=size(x2a);
q=0;
raiz=0;
%
while raiz < max2a & q <= QQ
    y=Phi2a(min2a:inc:max2a);
    z22a=1;
    cont=0;
    for r=1:c2a-1
        if sign(y(r))+sign(y(r+1))==0
            as1(q+1,z22a)=
fzero('Phi2a',x2a(r),options)
            z22a=z22a+1;
            cont=1;
        end
    end
    if cont==0

        as1(q+1,1)=2*max2a;
        if q==0
            raiz=0;
        else
            raiz=2*max2a;
        end
    else
        raiz=as1(q+1,1);
    end
    q=q+1;
end
%=====Guia de onda coaxial 2=====
min3=1;%1/(100*pma);
max3=42000;%pi/(r2-r1);
inc=1;
x3=min3:inc:max3;
[r33 c3]=size(x3);
q=0;
raiz=0;
%
while raiz < max3 & q <= QQ
    y=Phi3(min3:inc:max3);
    z3=1;
    cont=0;
    for r=1:c3-1
        if sign(y(r))+sign(y(r+1))==0
            bs2(q+1,z3)=
fzero('Phi3',x3(r),options)
            z3=z3+1;
            cont=1;
        end
    end
    if cont==0

        bs2(q+1,1)=2*max3;
        if q==0
            raiz=0;
        else
            raiz=2*max3;
        end
    else
        raiz=bs2(q+1,1);
    end
    %Q(q+1)=q;
    q=q+1;
end
%=====
min3a=1;
max3a=42000;
inc=1;
x3a=min3a:inc:max3a;
[r3a c3a]=size(x3a);
q=0;
raiz=0;
%
while raiz < max3a & q <= QQ
    y=Phi3a(min3a:inc:max3a);
    z3a=1;
    cont=0;
    for r=1:c3a-1
        if sign(y(r))+sign(y(r+1))==0
            as2(q+1,z3a)=
fzero('Phi3a',x3a(r),options)
            z3a=z3a+1;
            cont=1;
        end
    end
    if cont==0

        as2(q+1,1)=2*max3a;
        if q==0
            raiz=0;
        else
            raiz=2*max3a;
        end
    else
        raiz=as2(q+1,1);
    end
end

```

```

%Q(q+1)=q;
q=q+1;
end

%====Acomodo de las raíces====

%==== Raices de la guia de onda Circular==

kccTE= bs(:,1:20);
kccTM=as(:,1:20);

kccTEv = sort(kccTE(:));
kccTMv = sort(kccTM(:));

kcc=sort([kccTEv ; kccTMv]);

for i=1:QQ+1
kccTM1(i,:)=kccTM(i,:)*1.0000000001;
end

kccTMv1=sort(kccTM1(:));

klcc=sort([kccTEv ; kccTMv1]);

Lkcc=length(kcc);
LTEc=length(kccTEv);
LTMc=length(kccTMv);

ii=1;
for a=1:Lkcc
    jj=1;
    for b=1:LTEc
        %FL(jj)=isequal()
        FL(jj)=isequal(klcc(a),kccTEv(b));

        if sum(FL)==1
            FLAc(ii)=1;
        else
            FLAc(ii)=2;
        end
        jj=jj+1;
    end
    ii=ii+1;
end

%== Raices de la guia de onda Coaxial 1==

kcc1TE= bs1(:,1:8);
kcc1TM=as1(:,1:8);

kcc1TEv = sort(kcc1TE(:));
kcc1TMv = sort(kcc1TM(:));

kcc1=sort([kcc1TEv ; kcc1TMv]);

for i=1:QQ+1
kcc1TM1(i,:)=kcc1TM(i,:)*1.0000000001;
end

kcc1TMv1=sort(kcc1TM1(:));

klcc1=sort([kcc1TEv ; kcc1TMv1]);

Lkcc=length(kcc1);
LTEc=length(kcc1TEv);

LTMc=length(kcc1TMv);

LTMc=length(kcc1TMv);

ii=1;
for a=1:Lkcc
    jj=1;
    for b=1:LTEc
        %FL(jj)=isequal()
        FL(jj)=isequal(klcc1(a),kcc1TEv(b));

        if sum(FL)==1
            FLAc1(ii)=1;
        else
            FLAc1(ii)=2;
        end
        jj=jj+1;
    end
    ii=ii+1;
end

% ===== Raices de la guia de onda
Coaxial 2 =====

kcc2TE= bs2(:,1:2);
kcc2TM=as2(:,1:1);

kcc2TEv = sort(kcc2TE(:));
kcc2TMv = sort(kcc2TM(:));

kcc2=sort([kcc2TEv ; kcc2TMv]);

for i=1:QQ+1
kcc2TM1(i,:)=kcc2TM(i,:)*1.0000000001;
end

kcc2TMv1=sort(kcc2TM1(:));

klcc2=sort([kcc2TEv ; kcc2TMv1]);

Lkcc=length(kcc2);
LTEc=length(kcc2TEv);
LTMc=length(kcc2TMv);

ii=1;
for a=1:Lkcc
    jj=1;
    for b=1:LTEc
        %FL(jj)=isequal()
        FL(jj)=isequal(klcc2(a),kcc2TEv(b));

        if sum(FL)==1
            FLAc2(ii)=1;
        else
            FLAc2(ii)=2;
        end
        jj=jj+1;
    end
    ii=ii+1;
end

%====Valor de Q para cada una de las
ondas en la guia de onda circular=====

Lkcc=length(kcc);
[row1,LTE]=size(kccTE);
[row2,LTM]=size(kccTM);

```

```

ii=1;
for a=1:Lkcc
if FLAc(a)==1
kk=0;
for q=0:QQ

jj=1;
for b=1:LTE

FL=isequal(klcc(a),kccTE(q+1,b));

if sum(FL)==1
Q(ii)=q;
B(ii)=b;

end
jj=jj+1;

end
kk=kk+1;
end
elseif FLAc(a)==2
kk=0;
for q=0:QQ

jj=1;
for b=1:LTM

FL=isequal(klcc(a),kccTM1(q+1,b));

if sum(FL)==1
Q(ii)=q;
B(ii)=b;

end
jj=jj+1;

end
kk=kk+1;
end
end

ii=ii+1;
end

%=====Valor de Q para cada una de las
ondas en la guia de onda coaxial 1=====

Lkcc=length(kcc1);
[row1,LTE]=size(kcc1TE);
[row2,LTM]=size(kcc1TM);

ii=1;
for a=1:Lkcc
if FLAc1(a)==1
kk=0;
for q=0:QQ

jj=1;
for b=1:LTE

FL=isequal(klcc1(a),kcc1TE(q+1,b));

if sum(FL)==1
Q1(ii)=q;
B1(ii)=b;

end
jj=jj+1;

end
kk=kk+1;
end
elseif FLAc1(a)==2
kk=0;
for q=0:QQ

jj=1;
for b=1:LTM

FL=isequal(klcc1(a),kcc1TM1(q+1,b));

if sum(FL)==1
Q1(ii)=q;
B1(ii)=b;

end
jj=jj+1;

end
kk=kk+1;
end
end

ii=ii+1;
end

%====Valor de Q para cada una de las ondas
en la guia de onda coaxial 2=====

Lkcc=length(kcc2);
[row1,LTE]=size(kcc2TE);
[row2,LTM]=size(kcc2TM);

ii=1;
for a=1:Lkcc
if FLAc2(a)==1
kk=0;
for q=0:QQ

jj=1;
for b=1:LTE

FL=isequal(klcc2(a),kcc2TE(q+1,b));

if sum(FL)==1
Q2(ii)=q;
B2(ii)=b;

end
jj=jj+1;

end
end
end

```

```

kk=kk+1;
end
elseif FLAc2(a)==2
kk=0;
for q=0:QQ

jj=1;
for b=1:LTM

FL=isequal(klcc2(a),kcc2TM1(q+1,b));

if sum(FL)==1
Q2(ii)=q;
B2(ii)=b;

end
jj=jj+1;

end
kk=kk+1;
end
end

ii=ii+1;
end

%=====Banderas para cada uno de
los tipos de onda=====

Fac=[FLAc;FLAc];
Fac1=[FLAc1;FLAc1];
Fac2=[FLAc2;FLAc2];

%==== Bandera que indica el tipo de ondas
en al guia de onda circular =====

pp=1;
for v=1:length(FLAc)
for u=1:2
fc=Fac(u,v);

Fc(pp)=fc;
pp=pp+1;
end
end
%==== Bandera que indica el tipo de ondas
en al guia de onda coaxial 1 =====

pp=1;
for v=1:length(FLAc1)
for u=1:2
fc=Fac1(u,v);

Fc1(pp)=fc;
pp=pp+1;
end
end
%==== Bandera que indica el tipo de ondas
en la guía de onda coaxial 2=====

pp=1;
for v=1:length(FLAc2)
for u=1:2
fc=Fac2(u,v);

Fc2(pp)=fc;
pp=pp+1;
end
end

%====Numeros de onda de corte finales,
considerando ambas polarizaciones=====

kc=sort([kcc',kcc']);

kc1=sort([kcc1',kcc1']);

kc2=sort([kcc2',kcc2']);

%=====Valores finales de q para cada
una de las guias de onda =====

qq=[Q;Q];
qq1=[Q1;Q1];
qq2=[Q2;Q2];

bb=[B;B];
bb1=[B1;B1];
bb2=[B2;B2];
%===== q's y b's para phil=====
gg=1;
for h=1:length(Q)
for n=1:2
ff=qq(n,h);
nn=bb(n,h);

bc(gg)=nn;
qc(gg)=ff;
gg=gg+1;
end
end
%=====q's y b's para Phi2=====
gg=1;
for h=1:length(Q1)
for n=1:2
ff=qq1(n,h);
nn=bb1(n,h);

bc1(gg)=nn;
qc1(gg)=ff;
gg=gg+1;
end
end

%=====q's para phi3=====
gg=1;
for h=1:length(Q2)
for n=1:2
ff=qq2(n,h);
nn=bb2(n,h);

bc2(gg)=nn;
qc2(gg)=ff;
gg=gg+1;
end
end

%=====Polarizacion de cada una de las
ondas=====
% "1"corresponde a polarizacion Vertical
% "2" corresponde a polarizacion
Horizontal

```

```

%====Tipo de Polarizacion para las ondas
de la guia de onda circular=====

for j=1:length(qc);
    if mod(j,2)==0
        pc(j)=2;
    else
        pc(j)=1;
    end
end
%====Tipo de Polarizacion para las
ondas de la guia de onda coaxial 1=====

for j=1:length(qc1);
    if mod(j,2)==0
        pc1(j)=2;
    else
        pc1(j)=1;
    end
end
%====Tipo de polarizacion para las
ondas de la guia de onda coaxial 2=====

for j=1:length(qc2);
    if mod(j,2)==0
        pc2(j)=2;
    else
        pc2(j)=1;
    end
end
%===== Valores de eq para la guia
de onda circular=====

for f=1:length(qc)
    if qc(f)==0
        eqc(f)=1;
    else
        eqc(f)=2;
    end
end
%===== Valores de eq para la guia de
onda coaxial 1=====
for f=1:length(qc1)
    if qc1(f)==0
        eqc1(f)=1;
    else
        eqc1(f)=2;
    end
end
%===== Valores de eq para la guia de
onda coaxial 2=====
for f=1:length(qc2)
    if qc2(f)==0
        eqc2(f)=1;
    else
        eqc2(f)=2;
    end
end
%=====Matrices de caracteristicas=====

A=[Fc',qc',bc',pc',eqc'];
Ar=[kc',(kc.*R)'];

B=[Fc1',qc1',bc1',pc1',eqc1'];
Br=[kc1',(kc1.*R)'];

C2=[Fc2',qc2',bc2',pc2',eqc2'];
Cr=[kc2',(kc2.*R)'];

%===== Eliminacion de las ondas que no
existen en la guia de onda circular
=====
pr=[2,0,1];
pr1=[1,0,2];

j=1;
for i=1:length(A)

K=isequal([A(i,1),A(i,2),A(i,4)],pr)|isequ
al([A(i,1),A(i,2),A(i,4)],pr1);

    if K==0

        fc=Fc(i);
        Qc=qc(i);
        Bc=bc(i);
        Pc=pc(i);
        Eqc=eqc(i);
        Kc=kc(i);

        Fcc(j)=fc;
        Qcc(j)=Qc;
        Bcc(j)=Bc;
        Pcc(j)=Pc;
        Eqcc(j)=Eqc;
        Kcc(j)=Kc;

        j=j+1;
    end
end

%===== Eliminacion de las ondas que no
existen en la guía de onda coaxial 1 ==

j=1;
for i=1:length(B)

K=isequal([B(i,1),B(i,2),B(i,4)],pr)|isequ
al([B(i,1),B(i,2),B(i,4)],pr1);

    if K==0

        fc1=Fc1(i);
        Qc1=qc1(i);
        Bc1=bc1(i);
        Pc1=pc1(i);
        Eqc1=eqc1(i);
        Kc1=kc1(i);

        Fcc1(j)=fc1;
        Qcc1(j)=Qc1;
        Bcc1(j)=Bc1;
        Pcc1(j)=Pc1;

```

```

Eqcc1(j)=Eqc1;
Kcc1(j)=Kc1;

j=j+1;
end
end

==== Elimination de las ondas que no
existen ==== En la guia de onda coaxial

j=1;
for i=1:length(C2)

K=isequal([C2(i,1),C2(i,2),C2(i,4)],pr)|is
equal([C2(i,1),C2(i,2),C2(i,4)],pr1);

if K==0

fc2=Fc2(i);
qc2=qc2(i);
bc2=bc2(i);
pc2=pc2(i);
Eqc2=eqc2(i);
Kc2=kc2(i);

Fcc2(j)=fc2;
Qcc2(j)=qc2;
Bcc2(j)=bc2;
Pcc2(j)=pc2;
Eqcc2(j)=Eqc2;
Kcc2(j)=Kc2;

j=j+1;
end
end

%==Valores de caracteristicas finales ====

Fc=Fc;
qc=Qcc;
bc=Bcc;
pc=Pcc;
eqc=Eqcc;
kc=Kcc;

Fcl=Fcc1;
qcl=Qcc1;
bcl=Bcc1;
pcl=Pcc1;
eqc1=Eqcc1;
kcl=Kcc1;

Fc2=Fcc2;
qc2=Qcc2;
bc2=Bcc2;
pc2=Pcc2;
eqc2=Eqcc2;
kc2=Kcc2;

AA=[Fc',qc',bc',pc',eqc'];
Ar=[kc',(kc.*R)'];

BB=[Fcl',qcl',bcl',pcl',eqc1'];
Br=[kcl'];

CC=[Fc2',qc2',bc2',pc2',eqc2'];
Cr=[kc2'];

====Tablas de integrales=====

M=1000;
N=20;
T=10;

for i=1:N
for j=1:N

for k=1:M

I1(i,j,k)=Intel(k,j)*Intel(k,i);
I5(i)=Intel(1,i);

end
end

for i=1:N
for j=1:T

for k=1:M

I2(i,j,k)=Inte2(k,j)*Intel(k,i);

end
end

for i=1:T
for j=1:N

for k=1:M

I3(i,j,k)=Intel(k,j)*Inte2(k,i);
I6(i)=Inte2(1,i);

end
end

for i=1:T
for j=1:T

for k=1:M

I4(i,j,k)=Inte2(k,j)*Inte2(k,i);

end
end
end
end

```

```

end
end

%==FUNCIONES DE DEPENDENCIA RADIAL=====

function Rad=Zb(q,r)
global q bs kcc R

if q==0
    eq=1;
else
    eq=2;
end

Rad=sqrt(eq/pi)*1/((bs*R)^2-
q^2)*besselj(q,bs*r)/besselj(q,bs*R);

%=====
function Rad=Z1a(q,as1,r)

global r1 r2

Rad=[besselj(q,as1*r)*bessely(q,as1*r1)-
bessely(q,as1*r)*besselj(q,as1*r1)]/sqrt([
besselj(q,as1*r1)/besselj(q,as1*r2)]^2-1);

%=====
function Rad=Z1b(q,bs1,r)

global r1 r2

Rad=[besselj(q,bs1*r)*0.5*(bessely((q-
1),bs1*r1)-bessely((q+1),bs1*r1))-
bessely(q,bs1*r)*0.5*(besselj((q-
1),bs1*r1)-besselj((q+1),bs1*r1))]/...
sqrt([0.5*(besselj((q-1),bs1*r1)-
besselj((q+1),bs1*r1))/0.5*(besselj((q-
1),bs1*r2)-besselj((q+1),bs1*r2))]^2*[1-
(q/bs1/r2)^2]-[1-(q/bs1/r1)^2]);

%=====
function Rad=Zd2b(q,bs2,r)

global r3 r4

%global R r2

Rad=[(besselj(q-1,bs2*r)-
besselj(q+1,bs2*r))*(bessely((q-
1),bs2*r3)-bessely((q+1),bs2*r3))/4 - ...
(bessely(q-1,bs2*r)-
bessely(q+1,bs2*r))*(besselj((q-
1),bs2*r3)-
besselj((q+1),bs2*r3))/4]/sqrt([(besselj((
q-1),bs2*r3)-...
besselj((q+1),bs2*r3))/(besselj((q-
1),bs2*r4)-besselj((q+1),bs2*r4))]^2*[1-
(q/bs2/r4)^2]-[1-(q/bs2/r3)^2]);

%=====

function Rad=Z2a(q,as2,r)
global r3 r4

%global R r2

Rad=[besselj(q,as2*r)*bessely(q,as2*r3)-
bessely(q,as2*r)*besselj(q,as2*r3)]/sqrt([
besselj(q,as2*r3)/besselj(q,as2*r4)]^2-1);

%=====

function Rad=Zd2a(q,as2,r)
global R r3 r4

%global R r2

Rad=[(besselj(q-1,as2*r)-
besselj(q+1,as2*r))*0.5*bessely(q,as2*r3)
- (bessely(q-1,as2*r)-
bessely(q+1,as2*r))*0.5...
*besselj(q,as2*r3)]/sqrt([besselj(q,as2*r3)
]/besselj(q,as2*r4)]^2-1);

%=====
function Rad=Zd1a(q,as1,r)

global r1 r2

%global r3 r1
%global r2

Rad=[(besselj(q-1,as1*r)-
besselj(q+1,as1*r))*0.5*bessely(q,as1*r1)-
(bessely(q-1,as1*r)-
bessely(q+1,as1*r))*0.5*...
besselj(q,as1*r1)]/sqrt([besselj(q,as1*r1)
/besselj(q,as1*r2)]^2-1);

%=====INTEGRALES=====

function In=Intel(a,b)
global qc qcl kc kcl eqc eqcl Fc Fcl pc
pcl r1 r2 R

% Fc;
% Fcl;
m=qc(a);
n=qcl(b);

if m == n

k1=Fc(a);
k2=Fcl(b);

p1=pc(a);
p2=pcl(b);

if k1==1 & k2==1

%=====caso TE-TE=====

if (p1==1 & p2==1) | (p1==2 & p2==2)

kk1=sqrt(eqc(a)/pi)*sqrt(eqcl(b)*pi/4)/sqrt
((kc(a)*R)^2-
qc(a)^2)/besselj(qc(a),kc(a)*R);

```



```

In=pi*kk1/(kc(a)^2-
kc1(b)^2)*[r2*[kc(a)^2*kc1(b)*besselj(qc(a)
),kc(a)*r2)*Zd1b(qc1(b),kc1(b),r2)-
kc1(b)^2*kc(a)*0.5*...
(besselj((qc(a)-1),kc(a)*r2)-
besselj((qc(a)+1),kc(a)*r2))*Z1b(qc1(b),kc
1(b),r2)]-
r1*[kc(a)^2*kc1(b)*besselj(qc(a),kc(a)*r1)
...
*Zd1b(qc1(b),kc1(b),r1)-
kc1(b)^2*kc(a)*0.5*(besselj((qc(a)-
1),kc(a)*r1)-
besselj((qc(a)+1),kc(a)*r1))*Z1b(qc1(b),kc
1(b),r1)]];

else
    In=0;
end

elseif k1==2 & k2==2

%=====caso TM-TM=====
if (p1==1 & p2==1) | (p1==2 & p2==2)

kk2=sqrt(eqc(a)/pi)/kc(a)/R/besselj((qc(a)
+1),kc(a)*R)*sqrt(eqcl(b)*pi/4);

In=pi*kk2/(kc(a)^2-
kc1(b)^2)*[r2*[kc(a)^2*kc1(b)*besselj(qc(a)
),kc(a)*r2)*Zd1a(qc1(b),kc1(b),r2)-
kc1(b)^2*kc(a)*0.5*...
(besselj((qc(a)-1),kc(a)*r2)-
besselj((qc(a)-
1),kc(a)*r2))*Z1a(qc1(b),kc1(b),r2)]-
r1*[kc(a)^2*kc1(b)*besselj(qc(a),kc(a)*r1)
...
*Zd1a(qc1(b),kc1(b),r1)-
kc1(b)^2*kc(a)*0.5*(besselj((qc(a)-
1),kc(a)*r1)-
besselj((qc(a)+1),kc(a)*r1))*Z1a(qc1(b),kc
1(b),r1)]];

else
    In=0;
end

elseif k1==1 & k2==2

%=====caso TE-TM=====

if p1==1 & p2==1
%caso de polarizacion vertical

k3=sqrt(eqc(a)/pi)*sqrt(eqcl(b)*pi/4);

In=-
k3*pi*qc(a)*[Zb(qc(a),kc(a),r2)*Z1a(qc1(b)
),kc1(b),r2) -
Zb(qc(a),kc(a),r1)*Z1a(qc1(b),kc1(b),r1)];

elseif p1==2 & p2==2

%caso polarizacion Horizontal

k3=sqrt(eqc(a)/pi)*sqrt(eqcl(b)*pi/4);

In=k3*pi*qc(a)*[Z1b(qc1(b),kc1(b),r2)*Za(q
c(a),kc(a),r2)-
Z1b(qc1(b),kc1(b),r1)*Za(qc(a),kc(a),r1)];

else
    In=0;
end

elseif p1==1 & p2==2

%=====

function In=Inte2(a,b)

global qc qc2 kc kc2 eqc eqc2 Fc Fc2 pc
pc2 r3 r4 R

% Fc;
% Fc2;
m=qc(a);
n=qc2(b);

if m == n

k1=Fc(a);
k2=Fc2(b);

p1=pc(a);
p2=pc2(b);

if k1==1 & k2==1

%=====caso TE-TE=====

```

```

if (p1==1 & p2==1) | (p1==2 & p2==2)

kk1=sqrt(eqc(a)/pi)*sqrt(eqc2(b)*pi/4)/sqrt((kc(a)*R)^2-
qc(a)^2)/besselj(qc(a),kc(a)*R);

In=pi*kk1/(kc(a)^2-
kc2(b)^2)*[r4*[kc(a)^2*kc2(b)*besselj(qc(a)
),kc(a)*r4)*Zd2b(qc2(b),kc2(b),r4)-
kc2(b)^2*kc(a)*0.5*...
(besselj((qc(a)-1),kc(a)*r4)-
besselj((qc(a)+1),kc(a)*r4))*Z2b(qc2(b),kc
2(b),r4)]-
r3*[kc(a)^2*kc2(b)*besselj(qc(a),kc(a)*r3)
...
*Zd2b(qc2(b),kc2(b),r3)-
kc2(b)^2*kc(a)*0.5*(besselj((qc(a)-
1),kc(a)*r3)-
besselj((qc(a)+1),kc(a)*r3))*Z2b(qc2(b),kc
2(b),r3)]];

else

In=0;
end

elseif k1==2 & k2==2

%=====caso TM-TM=====

if (p1==1 & p2==1) | (p1==2 & p2==2)

kk2=sqrt(eqc(a)/pi)/kc(a)/R/besselj((qc(a)
+1),kc(a)*R)*sqrt(eqc2(b)*pi/4);

In=pi*kk2/(kc(a)^2-
kc2(b)^2)*[r4*[kc(a)^2*kc2(b)*besselj(qc(a)
),kc(a)*r4)*Zd2a(qc2(b),kc2(b),r4)-
kc2(b)^2*kc(a)*0.5*...
(besselj((qc(a)-1),kc(a)*r4)-
besselj((qc(a)-
1),kc(a)*r4))*Z2a(qc2(b),kc2(b),r4)]-
r3*[kc(a)^2*kc2(b)*besselj(qc(a),kc(a)*r3)
...
*Zd2a(qc2(b),kc2(b),r3)-
kc2(b)^2*kc(a)*0.5*(besselj((qc(a)-
1),kc(a)*r3)-
besselj((qc(a)+1),kc(a)*r3))*Z2a(qc2(b),kc
2(b),r3)]];

else

In=0;
end

elseif k1==1 & k2==2

%=====caso TE-TM=====
if p1==1 & p2==1
%caso de polarizacion vertical

k3=sqrt(eqc(a)/pi)*sqrt(eqc2(b)*pi/4);

In=-
k3*pi*qc(a)*[Zb(qc(a),kc(a),r4)*Z2a(qc2(b)
),kc2(b),r4) -
Zb(qc(a),kc(a),r3)*Z2a(qc2(b),kc2(b),r3)];

```

```

elseif p1==2 & p2==2

%caso polarizacion Horizontal

k3=sqrt(eqc(a)/pi)*sqrt(eqc2(b)*pi/4);

In=k3*pi*qc(a)*[Zb(qc(a),kc(a),r4)*Z2a(qc2
(b),kc2(b),r4) -
Zb(qc(a),kc(a),r3)*Z2a(qc2(b),kc2(b),r3)];
else
In=0;
end

elseif k1==2 & k2==1

%=====caso TM-TE =====

if p1==1 & p2==1

%caso de polarizacion vertical

k3=sqrt(eqc(a)/pi)*sqrt(eqc2(b)*pi/4);

In=-
k3*pi*qc(a)*[Z2b(qc2(b),kc2(b),r4)*Za(qc(a)
),kc(a),r4)-
Z2b(qc2(b),kc2(b),r3)*Za(qc(a),kc(a),r3)];

elseif p1==2 & p2==2

%caso polarizacion Horizontal

k3=sqrt(eqc(a)/pi)*sqrt(eqc2(b)*pi/4);

In=k3*pi*qc(a)*[Z2b(qc2(b),kc2(b),r4)*Za(q
c(a),kc(a),r4)-
Z2b(qc2(b),kc2(b),r3)*Za(qc(a),kc(a),r3)];

else
In=0;
end

end

else

In=0;
end

%=====
function In=Inteq1(a,Pha)

global qc1 kc1 eqc1 Fc1 pcl r1 r2
qql bbl

k1=Fc1(a);

p1=pcl(a);

qql=qc1(a);

bbl=kc1(a);

if k1==1

%===== caso TE =====
if p1==1

```

```

% caso de polarizacion vertical

In =
Cte1(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4*quad(@integ1,r1,r2)*sin(qc1(a)*Pha)-
Cte2(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4*...
quad(@integ2,r1,r2)*sin(qc1(a)*Pha);

else
% caso de polarizacion horizontal

In =
Cte1(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4*quad(@integ1,r1,r2)*(-
cos(qc1(a)*Pha))-
Cte2(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4*...
quad(@integ2,r1,r2)*(-
cos(qc1(a)*Pha));

end

else
%===== caso TM =====

if p1==1

% caso de polarizacion vertical

In = -
Ctm1(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4*quad(@integ1m,r1,r2)*sin(qc1(a)*Pha)+C
tm2(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4*...
quad(@integ2m,r1,r2)*sin(qc1(a)*Pha);

else

% caso de polarizacion horizontal

In = -
Ctm1(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4*quad(@integ1m,r1,r2)*cos(qc1(a)*Pha)+C
tm2(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4*...
quad(@integ2m,r1,r2)*cos(qc1(a)*Pha);

end

end

%=====
function In=Intet1(a,Pha)

global qc1 kc1 eqcl Fc1 pcl r1 r2
qq bb Dph

k1=Fc1(a);
p1=pcl(a);
qq=qc1(a);
bb=kc1(a);

```

```

if k1==1

%===== caso TE =====

if p1==1

% caso de polarizacion vertical

In =
Cte1(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4/Dph*dblquad(@integrnd1,r1,r2,Pha-
Dph/2,Pha+Dph/2)-
Cte2(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*...

sqrt(eqcl(a)*pi)/4/Dph*dblquad(@integrnd3,
r1,r2,Pha-Dph/2,Pha+Dph/2);

elseif p1==2

% caso de polarizacion horizontal

In =
Cte1(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4/Dph*dblquad(@integrnd2,r1,r2,Pha-
Dph/2,Pha+Dph/2)-
Cte2(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*...

sqrt(eqcl(a)*pi)/4/Dph*dblquad(@integrnd4,
r1,r2,Pha-Dph/2,Pha+Dph/2);

end

elseif k1==2

%===== caso TM =====

if p1==1

% caso de polarizacion vertical

In = -
Ctm1(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4/Dph*dblquad(@integrnd1m,r1,r2,Pha-
Dph/2,Pha+Dph/2)+Ctm2(qc1(a),kc1(a))*kc1(a
)*...

sqrt(eqcl(a)*pi)/4/Dph*dblquad(@integrnd3m,
r1,r2,Pha-Dph/2,Pha+Dph/2);

elseif p1==2

% caso de polarizacion horizontal

In = -
Ctm1(qc1(a),kc1(a))*kc1(a)*sqrt(eqcl(a)*pi
)/4/Dph*dblquad(@integrnd2m,r1,r2,Pha-
Dph/2,Pha+Dph/2)+Ctm2(qc1(a),kc1(a))*kc1(a
)*...

sqrt(eqcl(a)*pi)/4/Dph*dblquad(@integrnd4m,
r1,r2,Pha-Dph/2,Pha+Dph/2);

end

end

%=====

```

```

function Ad=Ym(a,ff)
global Uo Eo Fc kc
Uo=4*pi*10^(-7);
Eo=1/36/pi*10^(-9);
w=2*pi*ff;
Fc;
Kl=Fc(a);
if Kl==1
    Imp=conj(w*Uo/sqrt(w^2*Uo*Eo-
kc(a)^2));
    Ad=1/Imp;
elseif Kl==2
    Ad=conj(w*Eo/sqrt(w^2*Uo*Eo-kc(a)^2));
end

%====CALCULO DE ADMITANCIAS =====
function Ad=Ymd(a,ff)
global Uo Eo Fc kc
d=0.127E-3;
Er=2.2;
Uo=4*pi*10^(-7);
Eo=1/36/pi*10^(-9);
w=2*pi*ff;
Fc;
Kl=Fc(a);
if Kl==1
    Beta=conj(sqrt(w^2*Uo*Eo-kc(a)^2));
    Betao=conj(sqrt(w^2*Uo*Eo*Er-
kc(a)^2));
    Zo=w*Uo/Betao;
    Zc=w*Uo/Beta;
    Zent=Zo*((Zc+sqrt(-
1)*Zo*tan(Betao*d))/(Zo+sqrt(-
1)*Zc*tan(Betao*d)));
    Ad=1/Zent;
elseif Kl==2
    Beta=conj(sqrt(w^2*Uo*Eo-kc(a)^2));
    Betao=conj(sqrt(w^2*Uo*Eo*Er-
kc(a)^2));
    Zo=Betao/w/Eo;
    Zc=Beta/w/Eo;
    Zent=Zo*((Zc+sqrt(-
1)*Zo*tan(Betao*d))/(Zo+sqrt(-
1)*Zc*tan(Betao*d)));
    Ad=1/Zent;
end

Zent=Zo*((Zc+sqrt(-
1)*Zo*tan(Betao*d))/(Zo+sqrt(-
1)*Zc*tan(Betao*d)));
Ad=1/Zent;
end
%=====
function Ad=Ymc(a,ff)
global Uo Eo Fc kc
d=0.127E-3;
%h=2.87E-3;
h=5.49E-3;
Er=2.2;
Uo=4*pi*10^(-7);
Eo=1/36/pi*10^(-9);
w=2*pi*ff;
Fc;
Kl=Fc(a);
if Kl==1
    Betao=conj(sqrt(w^2*Uo*Eo-kc(a)^2));
    Zo=w*Uo/Betao;
    Zc=sqrt(-1)*Zo*tan(Betao*h);
    Betao1=conj(sqrt(w^2*Uo*Eo*Er-
kc(a)^2));
    Zol=w*Uo/Betao1;
    Zent=Zol*((Zc+sqrt(-
1)*Zol*tan(Betao1*d))/(Zol+sqrt(-
1)*Zc*tan(Betao1*d)));
    Ad=1/Zent;
elseif Kl==2
    Betao=conj(sqrt(w^2*Uo*Eo-kc(a)^2));
    Zo=Betao/w/Eo;
    Zc=sqrt(-1)*Zo*tan(Betao*h);
    Betao1=conj(sqrt(w^2*Uo*Eo*Er-
kc(a)^2));
    Zol=Betao1/w/Eo/Er;
    Zent=Zol*((Zc+sqrt(-
1)*Zol*tan(Betao1*d))/(Zol+sqrt(-
1)*Zc*tan(Betao1*d)));
    Ad=1/Zent;
end

```

## Referencias del capítulo 1

- [1] Shiban K. Koul, Bharathi Boat, Microwave and millimeter wave phase shifters Volumen I, Artech House 1991.
- [2] Shiban K. Koul, Bharathi Bhat, Microwave and millimeter wave phase shifters, Volumen II, Artech House 1991.
- [3] Robert J Mailloux, Phased Array Antenna Handbook, Artech House 1994.
- [4] Joseph Helszajn, Microwave Engineering Passive, active and non reciprocal circuits, DSc CEng FIEE, Heriot-Watt university, McGraw-Hill international editions, 1992
- [5] Eli Brookner, Practical Phased Array antenna Systems, Artech House inc. 1991
- [6] David M. Pozar, Microwave Engineering, Addison Wesley 2003
- [7] Neri Vela Rodolfo, Líneas de Transmisión, Mc Graw Hill 1999
- [8] A. Gardner Fox, "An Adjustable waveguide phase changer", *PIRE*, Vol.35, No.12, pp.1489-1498, December 1947.
- [9] Mailloux Robert J., "Technology for Array Control", *Invited Paper IEEE 2000*, pp.35-38
- [10] Hoton How and Carmine Vittoria, "Microwave Phase Shifter Utilizing Nonreciprocal Wave Propagation", *IEEE Transactions on Microwave theory and Techniques*, Vol.52 No.8, August 2004, pp.1813-1819.
- [11] Zhang Yonghong, Feng Zhenge, Fan Yong, "Ka Band 4-bit Phase Shifter with Phase deviation", *IEEE International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology Proceedings 2004*, pp 382-385.
- [12] Oliver Parriaux and Fred E. Gardiol, "Propagation in Circular Waveguide Loaded with an Azimuthally Magnetized Ferrite Tube", *IEEE Transactions on Microwave theory and Techniques*, March 1977, pp. 221 224.
- [13] Sheikh S. Iqbal and Andrew A. Gibson, "Characteristic of millimeter-wave semiconductor phase shifters", *IEE 2001, 11<sup>th</sup> International Conference on Antennas and Propagation, 17-20 April 2001*, pp. 323-326.
- [14] Louis Stark, Charles V. Bell, Richard A. Notvest, Robert E. Griswold, Donald A. Charlton and Roy W. Howard, "Microwave Components for Wide Band Phased Arrays", *Invited paper IEEE proceedings* Vol. 56, No 11, November 1968, pp1908-1929.
- [15] William E. Hord, Fred J. Rosenbaum and James A. Benet, "Theory and Operation of a Reciprocal faraday- Rotation Phase shifter", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, February 1972, pp. 112-119.

- [16] Nizar B. Sultan, "Generalized Theory of Waveguide Differential Phase Sections and Application to Novel Ferrite Devices", *IEEE Transactions on Microwave theory and Techniques*, April 1971, pp.348-357.
- [17] Vladimir Sokolov, Jhon J. Geddes, A. Contolatis, Paul E. Bauhahn, Chente Chao, "A Ka Band GaAs Monolithic Phase Shifter", *IEEE transactions on microwave theory and Techniques*, December 1983. pp. 1077-1083.
- [18] Yu Li, Andrea Borgioli, Amit S. Nagra and Robert A. York, "K Band 3-bit low Loss Distributed MEMS phase Shifter", *IEEE Microwave and Guided wave letters*, Vol 10, No 10, October 2000, pp. 415-417.
- [19] Gabriel M. Rebeiz, Guan-Leng Tan, Joseph S. Hayden, "RF MEMS Phase Shifters: Design and applications", *IEEE microwave magazine June 2002*, pp. 72-81.
- [20] Ronald W. Long, "Effective Phase Shifter Cost as a Selection Criterion", *Invited Paper IEEE Transactions on microwave Theory and Techniques June 1974*, pp. 591-593.
- [21] Joseph F. White, "Diode Phase Shifters for Array Antennas", *Invited Paper, IEEE transactions on Microwave Theory and Techniques Vol. MTT-22, No 6 June 1974*, pp. 658-674.
- [22] Ashley W. Robinson, Marek E. Bialkowski and Hyok J. Song, invited paper "An X-Band Passive Reflect- Array using Dual-Feed Aperture- Coupled Patch Antennas", *Invited paper IEEE 1999*, pp.909-909.
- [23] Vahraz jamnejad, John Huang, Barry Levitt, Tim Pham, Robert Cesarone, "Array Antennas for JPL/NASA Deep Space Network", *Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology*, pp. 2-911-2-919.
- [24] H. P. Fedle and K. Solbach, "Passive and Active Phased Arrays using Solid State Technologies", *IEEE Colloquium on Paced Arrays. 9 Dic. 1991* pp. 1-4.
- [25] Jean- Marie COLIN, "Phased Array Radars in France: Present & Future", *IEEE international Symp. On Phased Array Systems and Technology*, 15-18 Oct 1996, pp 458-462.
- [26] Eli Brookner, "Phased Arrays for the new millenium", *Plenary Paper, IEEE 200 International, Conference on Phased Array Systems and technology, May 21-25, 2000 Dana point, CA USA*, pp. 3-19.
- [27] Eli Brookner, "Phased Arrays around the World- Progress and Future Trends", *IEEE 2003 Intern.Symp. on Phased Array Systems and technology, Boston, MA, Oct. 14-17, 2003*, pp 1-8.
- [28] Y.J. Guo, S.K. Barton, "Phase efficiency of the reflective array antenna", *IEEE Proc. Microw. Antennas Propag.*, Vol. 142, No 42, April 1995, pp. 115-120.
- [29] A.E. Martynyuk, and Y.K. Sidoruk, "Low-loss phase shifters for Ka band phased array", *IEEE proceed. Int. Conf on Phased Array Systems and Technology, Dana Point CA. 21-25 May. 2000* pp. 53-56

- [30] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, “*Reflective passive phased array wit open polarization phase shifters*”, *IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology, 2003*, 14-17 Oct 2003, pp. 482-487.
- [31] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “*Multilayered antenna arrays based on loaded ring slot resonators*”, *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE*, Volume 4, Issue, 2002 Page(s): 236 - 239 vol.4.
- [32] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “*Spiraphase- Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators*”, *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, Vol 52, No1, January 2004., pp. 142-153.
- [33] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Cuevas, J.R.; Sydoruk, Y.K.Martynyuk, “*Wideband reflective array based on loaded metal rings*”, *Microwave Symposium Digest, 2005 IEEE MTT-S International*, 12-17 June 2005, pp.573 - 576 .

## Referencias del capítulo 2

- [1] A. Gardner Fox, “*An Adjustable waveguide phase changer*”, *PIRE*, Vol.35, No.12, pp.1489-1498, December 1947.
- [2] David M. Pozar, *Microwave Engineering*, Addison Wesley 2003
- [3] Joseph Helszajn, *Microwave Engineering Passive, active and non reciprocal circuits*, DSc CEng FIEE, Heriot-Watt university, McGraw-Hill international editions, 1992
- [4] Constantine A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, Jhon Wiley 2000
- [5] Martynyuk; Martynyuk, N.A, Sergei N. Khotiaintsev and Valeri S. Vountesmeri, “*Millimeter-Wave Amplitude-Phase Modulator*”, *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, Vol.45, No. 6, June 1997. pp 911-917
- [6] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, “*Reflective passive phased array wit open polarization phase shifters*”, *IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology, 2003*, 14-17 Oct 2003, pp. 482-487.
- [7] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “*Multilayered antenna arrays based on loaded ring slot resonators*”, *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE*, Volume 4, Issue, 2002 Page(s): 236 - 239 vol.4.

- [8] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., "Spiraphase- Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators", *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, Vol 52, No1, January 2004., pp. 142-153.
- [10] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Cuevas, J.R.; Sydoruk, Y.K. Martynyuk, "Wideband reflective array based on loaded metal rings", *Microwave Symposium Digest, 2005 IEEE MTT-S International*, 12-17 June 2005, pp.573 - 576 .
- [11] A.E. Martynyuk, and Y.K. Sidoruk, "Low-loss phase shifters for Ka band phased array", *IEEE proceed. Int. Conf on Phased Array Systems and Technology*, Dana Point CA. 21-25 May. 2000 pp. 53-56
- [12] Kamilo Feher and Hussein Mehdi, "Modulation/Microwave Integrated Digital Wireless Developments", *Invited paper IEEE Transactions on microwave theory and Techniques*, Vol 43, No 7, July 1995. pp 1715-1732.
- [13] C.S. Lee, S.W. Lee and S.L. Chiang, "Plot of modal Field Distribution in Rectangular and Circular Waveguides", *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, Vol. MTT-33, March 1985. pp 531-534
- [14] J.J. H. Wang and J.B. Caldwell, "Characteristics of the Spiraphase Antenna", *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, 1982, pp. 271-274.
- [14] H.R. Phelan, "Spiraphase- a New, Low Cost, Lightweight Phased Array", *Microwave Journal*, Vol. 19, No.12 pp. 41-44 December 1976.
- [15] B. Subbarao, V. Srinivasan, V.F. Fusco and R.Cahill, "Element suitability for circularly polarized phase agile reflectarray applications", *IEEE Proc. Microw. Antennas Propag.* Vol. 151, No 4, August 2004, pp. 287-292.
- [16] Johnson J. H. Wang, "Characteristic of a New Class of Diode-Switched Integrated Antenna Phase Shifter", *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, Vol. AP-31, No.1, January 1983, pp. 156-159.
- [17] A Roberts and R.C. McPhedran, "Bandpass grids with annular apertures", *IEEE Transactions on Antennas and propagation*. Vol. 36, No. 5, May 1988, pp.607-611
- [18] Robert J. Mailloux, "Phased Array Theory and Technology", *IEEE Proceedings of the IEEE*. Vol. 70, No. 3, March 1982, pp.246-289

## Referencias del capítulo 3

- [1] N. Amitay, V. Galindo, and C. WU: Theory and Analysis of Phased Array Antennas, Wiley-Interscience, New York 1991.
- [2] James J. Kelly, "Legendre and Bessel Functions: from Intermediate methods of Mathematical Physics", *Special Functions*. pp 1-52.



- [3] James Ward Brown and Ruel V. Churchill Fourier series and boundary value problems, , Boston ; Mexico City : McGraw-Hill, c2001
- [4] Hansen R.C., Moment Methods in Antennas and Scattering. Artech 1990.
- [5] Matthew, N.O Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetism, CRC Press Inc. 2000
- [6] Abramowitz and Stegun “ Handbook of mathematical functions”. Dover Publications, inc. New York.
- [7] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “Multilayered antenna arrays based on loaded ring slot resonators”, *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002. IEEE*, Volume 4, Issue, 2002 Page(s): 236 - 239 vol.4.
- [8] Martynyuk, A.E.; Martinez Lopez, J.I.; Martynyuk, N.A., “Spiraphase- Type Reflectarrays Based on Loaded Ring Slot Resonators”, *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, Vol 52, No1, January 2004., pp. 142-153.

## Referencias del capítulo 4

- [1] Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures. ed. by Tatsuo Itoh, New York : J. Wiley, c1989
- [2] Matthew N.O. Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetics, CRC Press Inc. 2000