UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Desarrollo de una herramienta de cómputo para el análisis de datos de producción a través de modelos de flujo y declinación

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A N

Elías Robles César Agustín

Nieto Rivero Carlos Jesús Trinidad

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Héctor Erick Gallardo Ferrera

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018

Agradecimientos

A Dios por permitirme cumplir las metas que me he propuesto y guiarme en el proceso.

A mi padre Agustín Elías Luz quien con mucho esfuerzo, dedicación y constancia ha sacado a la familia adelante, quien con su ejemplo nos incentiva a no conformarnos a siempre fijarnos metas cada vez mayores.

A mi madre Carmen Robles Pilar por su amor, comprensión, cuidados y atención a lo largo de mi vida, y quien ha sido guía en las decisiones más importantes de mi vida.

A mis hermanas Nadia, Dulce y Rocío por su amor incondicional, apoyo y comprensión, quienes siempre han creído en mí, incluso en los momentos en los que yo no lo hacía.

A mis amigos de preparatoria Miguel, Axel, Henrique, Víctor y Magie por los momentos compartidos, por creer en mí y apoyarme en etapas difíciles de mi vida.

A mis amigos de universidad Tonatiuh, Rubén, Omar y Diana por los buenos momentos que compartimos, su apoyo en momentos cruciales, consejos y ayuda a lo largo de la universidad.

A mis amigos Ernesto, Ricardo, Brian y Sandy con quienes a nivel profesional he compartido experiencias únicas y valiosas que siempre tendré presentes.

Al ingeniero Alfredo Luna García por su amistad, quien es para mí un ejemplo a seguir por su tenacidad, inteligencia y sobre todo humildad.

A Carlos Jesús Trinidad Nieto Rivero, primeramente, por su amistad, así como por todo el esfuerzo y dedicación que invirtió para la realización de esta tesis.

A mi director de tesis el Ing. Héctor Erick Gallardo Ferrera, por ser una excelente persona y un mejor profesor, que día a día demuestra su compromiso con la universidad.

A los sinodales, por su tiempo y comentarios hacia este trabajo, lo que ayudó a concretarlo.

A mi alma máter, la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitirme formarme en ella, y darme la oportunidad de conocer a tan extraordinarias personas.

Elías Robles César Agustín

A Dios, por permitirme cumplir las metas que me he propuesto y guiarme en el camino de la vida.

A mi padre, Carlos Nieto Álvarez, por ser un guía en mi vida que me ha apoyado en todo momento y que siempre, pase lo que pase, sé que estará ahí. Gracias por tu paciencia, atención y amor papá (me saqué un home run contigo).

A mi madre, Magdalena Rivero Fuentes, por su incomparable compañía y sabios consejos que día a día me otorga y que me han ayudado a ir creciendo como persona. Gracias por tu tolerancia y amor mamá.

A mi familia, por su apoyo y amor incondicional que me han brindado en todo momento.

A mis amigos, Iván Castañeda, Rubén Figueroa, Omar Arana, Henrique Martínez, Víctor Montes, José Antonio Ayala y Rodrigo Salazar, pertenecientes a la Facultad de Ingeniería, con los que viví momentos inolvidables tanto dentro como fuera de ella y a quienes les agradezco todo su apoyo y comprensión.

A todos mis amigos de la Prepa No. 1 y, particularmente, a Enrique Meléndez, por su incomparable amistad y sabios consejos.

A César Agustín Elías Robles, primeramente, por su amistad, así como todo el esfuerzo y dedicación que invirtió para la realización de esta tesis. Los dos nunca olvidaremos las anécdotas vividas durante el proceso de creación de esta tesis.

A mi director de tesis, el Ing. Héctor Erick Gallardo Ferrera, por ser una excelente persona, profesor y amigo. Para mí es una persona digna de admiración.

A los sinodales, por su tiempo y comentarios hacia este trabajo, lo que ayudó a concretarlo.

A mi alma máter, la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitirme formarme en ella, y darme la oportunidad de conocer gente extraordinaria.

Nieto Rivero Carlos Jesús Trinidad

Índice General

Índice de Gráficas

Índice de Tablas

Índice de Diagramas

Índice de Figuras

Resumen

La administración de un yacimiento de geo-fluidos (aceite, agua, gas y vapor) es un proceso que inicia desde el momento en que este es descubierto, y en el que deben considerarse todas las etapas productivas, incluyendo su abandono. Cabe señalar que, debido a que a lo largo del periodo productivo del sistema se adquiere diferente información, este proceso es cíclico y sufre diversas modificaciones para adecuar los proyectos de extracción a las condiciones técnicas y económicas imperantes, conforme a las características del yacimiento y sus fluidos.

La adquisición de información se realiza a través de diferentes estudios y procesos, tales como: estudios geológicos, sísmicos, interpretación y correlación de respuestas obtenidas mediante registros geofísicos de pozos, análisis de las propiedades PVT en laboratorio y mediante el uso de ecuaciones de estado, estudios de balance de materia sobre el comportamiento productivo del yacimiento, análisis de pruebas de presión y formación, entre otros. Al respecto, cabe señalar que una fuente continua de información se obtiene de los datos de producción naturales del yacimiento, que pueden ser interpretados de diversas formas para caracterizar a los elementos que afectan el flujo en el sistema.

Existen diferentes metodologías para el análisis de esta información, siendo las más conocidas aquellas basadas en el comportamiento de la declinación de Arps (1945). No obstante, dada su naturaleza, esta no siempre puede ser utilizada. Para extender el uso de esta información se han desarrollado diversas técnicas, entre ellas podemos encontrar las de Fetkovich (1980) y los desarrollos basados en la aplicación del principio de superposición de Palacio y Blasingame (1993). Asimismo, dada las condiciones de medición para esta información, se han desarrollado variables normalizadas de estudio, basadas en métodos integrales, que facilitan identificar los comportamientos característicos del yacimiento.

En este trabajo, se desarrolla una herramienta de cómputo que es capaz de leer un histórico de producción con datos de entrada de tiempo, presión, gasto de flujo y gasto de flujo acumulado, todo con la finalidad de crear una serie de curvas con

dichos datos medidos para que, posteriormente, puedan ser ajustadas con alguno de los modelos revisados durante este trabajo con el objetivo de obtener parámetros de vital importancia dentro del ámbito petrolero, tales como la porosidad, permeabilidad, factor de daño, entre otros.

Este programa nos permite integrar los modelos indicados con anterioridad, así como otros pertinentes para linealizar los problemas de flujo; esto con el fin de proporcionar herramientas de análisis que faciliten la interpretación y sistematicen el uso de los métodos y técnicas requeridas para interpretar datos de producción, y con ello comprobar la eficacia de las mismas para obtener parámetros básicos del sistema.

Abstract

The management of a geo-fluid reservoir (oil, water and vapor) is a process that starts from the moment it is found, and in which all the productive stages must be considered, including the abandonment. It should be noted that, due to different information throughout all the productive process is acquired, this process is cyclical and undergoes several modifications to adapt the extraction projects to the prevailing technical and economic conditions, according to the characteristics of the reservoir and the fluids.

The acquisition of information is carried out through different studies and process, such as: geological and seismic studies, interpretation and correlation of responses obtained through geophysical well logs, analysis of PVT properties in laboratory and by using the state equations, studies of material balance on the productive behavior of the reservoir, analysis of pressure tests and formation, among others.

In this regard, it should be noted that a continuous source of information is obtained from the natural production data of the reservoir, that can be interpreted in several ways to characterize the elements that affect the flow in the system. There are different methodologies for the analysis of this information, the best known are those based on the behavior of the decline of Arps (1945). Nevertheless, given its nature, it cannot always be used. To extend the use of this information, several techniques have been developed, some of them we can find those of Fetkovich (1980) and the developments based on the application of the Blasingame superposition principle (1993).

Furthermore, given the measurement conditions for this information, standardized study variables have been developed, based on integral methods, that facilitate the identification of the reservoir's characteristic behaviors.

In this work a computational tool is developed, which is able to read a production record with input data of time, pressure, flow rate and cumulative flow rate, all of this with the purpose of creating a series of curves with this measured data, so that, later they can be adjusted with one of the models reviewed in this paper, with the aim of

obtaining parameters of vital importance within the oil field, such as porosity, permeability, damage factor, etcetera.

This program allows us to integrate the above models, as well as other relevant ones to linearize the flow problems; all of this with the aim of providing analysis tools that ease the interpretation and systematize the use of methods and techniques required to interpret production data, and thereby verify the effectiveness of them to obtain basic parameters of the system.

Introducción

A lo largo del tiempo, diversos modelos para el análisis de datos de producción han sido desarrollados; el primero de ellos desarrollado por J.J. Arps (1945), consideraba un enfoque completamente empírico, cuyas condiciones principales de modelado era el estado dominado por las fronteras y la producción a presión de fondo fluyendo constante (pwf); posteriormente J. Fetkovich (1980) desarrolló un nuevo enfoque basado en la solución a la ecuación de difusividad considerando condiciones iniciales y de frontera para un yacimiento homogéneo, con lo cual pudo obtener el comportamiento completo de la declinación de un pozo, pudiendo observar el estado transitorio así como el estado dominado por las fronteras, sin embargo aún consideraba la presión de fondo fluyendo como contante para su solución, condición que en la práctica es difícil de alcanzar. Palacio y Blasingame (1993) otorgo a esta línea de estudio un nuevo enfoque al introducir el tiempo de balance de materia, lo cual permitía hacer el análisis de datos de producción independiente de la presión de fondo fluyendo constante, con lo cual sentó las bases para los estudios posteriores como el de Agarwal (1998), así como el método llamado NPI (Normalized Pressure Integral), el cual utiliza la integral de la presión normalizada de producción (concepto previamente introducido por Blasingame como pseudo-presión de producción normalizada) para analizar la información disponible, método con el cual la dispersión de los datos no afectaba los resultados. De esta forma, muchos métodos para el análisis de datos de producción han sido desarrollados, siendo los modelos más recientes para periodos de flujo lineal largo, y hasta para yacimientos no convencionales de *tight gas*, con lo cual actualmente la gama de modelos es amplia.

Dada su naturaleza el análisis de datos de producción y el análisis de datos de pruebas de presión son muy parecidos entre sí, principalmente porque ambos enfoques están basados en el empleo de curvas tipo para obtener parámetros de interés, dichos modelos en ambos casos son obtenidos a través de la solución a modelos capaces de recrear casos próximos a los presentes dentro de la realidad, usando métodos numéricos que engloban desde las situaciones más típicas hasta casos complejos como un modelo multi-pozo con interferencia. Pese a todo, cada enfoque guarda ventajas y desventajas uno sobre el otro, por ejemplo, en el análisis de datos de producción es posible emplear la producción estimada día a día en el pozo, lo cual representa una ventaja ante una prueba de presión al no tener que programar un cierre o diferir producción, no obstante, la calidad de los datos de presión, al ser estimados a partir de la presión en cabeza, no es buena en comparación con los datos de presión medidos en fondo de manera más exacta en una prueba de presión, en este sentido ambos proporcionan un grado de certidumbre diferente, que depende de la calidad de los datos medidos, pues en ambos enfoques a partir de una solución ideal se proponen ajustes en parámetros como la permeabilidad, daño, potencial de la formación, radio de drene, entre otros diversos parámetros.

Mattar y Anderson (2003) sugieren que no hay un método universal para datos de producción que pueda englobar a todos los yacimientos y que, el mejor camino para eliminar errores durante el proceso de análisis, es el de usar todos los métodos de análisis considerando los datos de presión involucrados. Con lo cual el uso de datos de pruebas de presión y datos de producción, deben de ser utilizadas una con otra, con la finalidad de disminuir la incertidumbre presente en los parámetros de interpretación y crear así un análisis y/o modelo de yacimiento descriptivo acertado. Con esta finalidad, se busca ampliar la gama de modelos presentes en estas metodologías, específicamente en el análisis de datos de producción, para dar mayores alternativas y facilidades para su análisis, de este modo es posible disminuir el rango de error o, en otro escenario, propiciar un análisis simultáneo basado en las diferentes consideraciones y ajustes, englobados por diversos ajustes dentro de sus modelos para obtener diferentes visiones de un mismo yacimiento y, poder así, optar por el más apropiado de acuerdo a las condiciones presentes en el mismo yacimiento.

Capítulo 1. Descripción de la problemática

Actualmente existen diversos modelos para el análisis de datos de producción, como lo son los modelos de Arps y Fetkovich, siendo estos los más conocidos y usados. Aunado a lo anterior, la popularidad y comodidad que se tiene de los modelos clásicos ha influenciado en que no se busquen o se experimenten con los otros ya existentes (como los modelos de Blasingame, por ejemplo). Es por lo anterior que, cuando se desean usar los modelos clásicos o cualquier otro, muchas veces, no se cuenta con una herramienta que optimice su uso y obtenga resultados adecuados. En el mercado de herramientas de cómputo para análisis de datos de producción destacan el módulo del software *Oil Fiel Manager* (OFM) llamado "*Decline Analysis"*, que únicamente contiene las curvas tipo desarrolladas por Fetkovich (1980), por lo que no ofrece análisis comparativos entre modelos, lo cual lo hace una herramienta limitada. Por su parte la compañía Halliburton a través de Landmark ofrece la herramienta *DecisionSpace Production Engineering* que en el módulo llamado *"surveillance"* contiene una amplia gama de curvas tipo para distintos modelos de flujo como lo son Arps, Fetkovich, Blasingame, Agarwal-Garner, NPI, entre otros, con lo que a diferencia de OFM pueden efectuarse análisis comparativos entre distintos modelos.

El objetivo de este trabajo es la creación de una herramienta de cómputo capaz de sistematizar el proceso de análisis de datos de producción mediante el uso de los modelos clásicos y aquellos basados en la aplicación del principio de superposición para la deconvolución de balance de materia de Thomas A. Blasingame. Para ello, se implementan procesos de normalización de datos y ajuste de modelos de flujo, así como la generación automática de curvas tipo, para sistemas de flujo monofásico (aceite o gas); de esta forma se obtendrá una herramienta consistente e intuitiva para el usuario, que sea de utilidad para el análisis de datos de producción.

Capítulo 2. Revisión de la literatura

Una vez que el desarrollo de un yacimiento supera su parte inicial de producción, conforme se llega al nivel máximo productivo, la obtención de información de producción diaria se vuelve aún más crucial que antes debido a que, una vez llegado a este punto, comienza su etapa de declinación.

Los métodos descritos a continuación representan los principales desarrollos y soluciones para el análisis de datos de producción, desde aquellos basados en modelos que consideran condiciones de producción a Pwf constante, como aquellos basados en la deconvolución de balance de materia.

El estudio de estos métodos permitirá generar un compendio completo y funcional y, a su vez, dejará visualizar las ventajas y limitantes para su uso.

Cabe destacar que cada una de las figuras, que contienen los diferentes grupos de curvas tipo fueron construidas a través de la herramienta de cómputo, esto con fines de validación de algoritmos, lo cual será descrito en capítulos posteriores.

2.1 Modelos de declinación de Arps

Los modelos de Arps fueron desarrollados para sistemas con históricos de producción lo suficientemente largos como para ver efectos de fronteras. Son aplicables a diferentes tipos de yacimientos, no consideran sus parámetros de forma explícita y son funcionales y de alta efectividad mientras se mantengan las condiciones que han hecho producir al pozo a lo largo del tiempo. Arps, ajustó modelos de tipo hiperbólico a los comportamientos del gasto puntual y acumulado, siendo dos casos particulares los de las declinaciones exponencial y armónica. Los casos se explican a continuación.

2.1.1 Declinación exponencial

El concepto de tasa de declinación se refiere al cambio de la tasa de flujo por unidad de tiempo; está denotada mediante la siguiente ecuación:

$$D = -\frac{1}{q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}. \quad \text{..........} \quad (2.1)$$

El modelo de declinación exponencial resulta en:

$$q(t) = q_i e^{-D_i t}, \quad \text{..........} \quad (2.2)$$

mientras que el modelo de producción acumulada:

$$Q(t) = \frac{q_i - q}{D}. \quad \text{..........} \quad (2.3)$$

2.1.2 Declinación hiperbólica

En este modelo el exponente de declinación b es introducido como un valor de ajusté a D (que es variable). Siendo un parámetro que toma valores contantes dentro de un rango de 0 a 1, siendo el modelo para la declinación hiperbólica:

$$q(t) = \frac{q_i}{(1 + bD_i t)^{\frac{1}{b}}}, \quad \ldots\ldots \quad (2.4)$$

donde si $b = 0$ corresponde a la decliación exponencial, $b = 1$ corresponde a la declinación armónica y cuando $0 < b < 1$ corresponde a la declinación hiperbólica.

Por su parte, el modelo de producción acumulada es:

$$Q(t) = \frac{q_i}{(1 - b)D_i}\left[1 - \left(\frac{q}{q_i}\right)^{1-b}\right]. \quad \ldots\ldots \quad (2.5)$$

2.1.3 Declinación armónica

Esta declinación ocurre cuando $b = 1$ en el modelo hiperbólico y viene expresada por la siguiente ecuación:

$$q(t) = \frac{q_i}{(1 + D_i t)}, \quad \ldots\ldots \quad (2.6)$$

Mientras que el modelo de producción acumulada es:

$$Q(t) = \frac{q_i}{D_i}\ln\left(\frac{q_i}{q}\right). \quad \ldots\ldots \quad (2.7)$$

2.1.4 Curvas tipo de declinación adimensionales

Gentry (1972) desarrolló las curvas tipo para las tres declinaciones propuestas por Arps, defiendo así el tiempo adimensional de declinación, t_{Dd}, como:

$$t_{Dd} = D_i t \,, \qquad \text{(2.8)}$$

por otro lado, presentó tres diferentes funciones de gasto adimensional (q_{Dd}), uno para cada tipo de declinación y, posteriormente, se desarrollaron curvas tipo para los tres tipos de declinación en términos del gasto acumulado adimensional (Q_{pDd}). Ambos grupos de curvas tipo pueden visualizarse en el **Gráfico 1** y **Gráfico 2**.

- Modelo exponencial:

$$q_{Dd} = \frac{q}{q_i} = e^{-t_{Dd}} \,. \qquad \text{(2.9)}$$

- Modelo hiperbólico:

$$q_{Dd} = (1 + bt_{Dd})^{-\frac{1}{b}}, \qquad 0 < b < 1 \,. \qquad \text{(2.10)}$$

- Modelo armónico:

$$q_{Dd} = \frac{1}{(1 + t_{Dd})} \,. \qquad \text{(2.11)}$$

Asimismo, la producción acumulada para los tres tipos de declinaciones es:

- Modelo exponencial:

$$Q_{pDd} = 1 - q_{Dd} = 1 - e^{-t_{Dd}} \,. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.12)$$

- Modelo hiperbólico:

$$Q_{pDd} = \frac{1}{b-1}\left(q_{Dd}^{(1-b)} - 1\right), \qquad 0 < b < 1 \,. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.13)$$

- Modelo armónico:

$$Q_{pDd} = \ln(1 + t_{Dd}) = -\ln q_{Dd} \,. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.14)$$

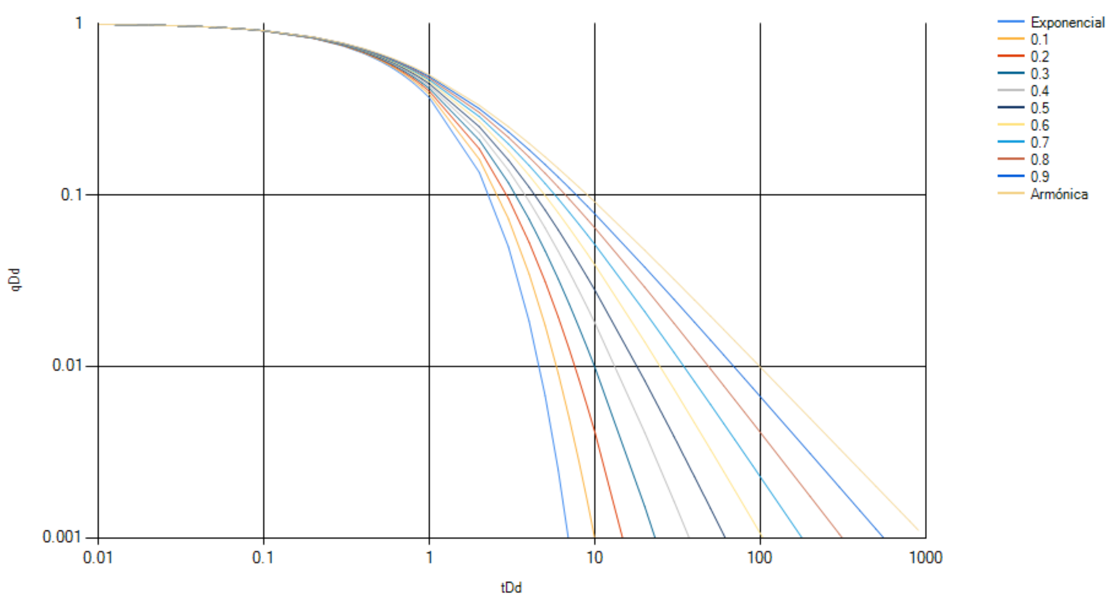

Gráfico 1: Curva tipo adimensional de gasto de Arps.

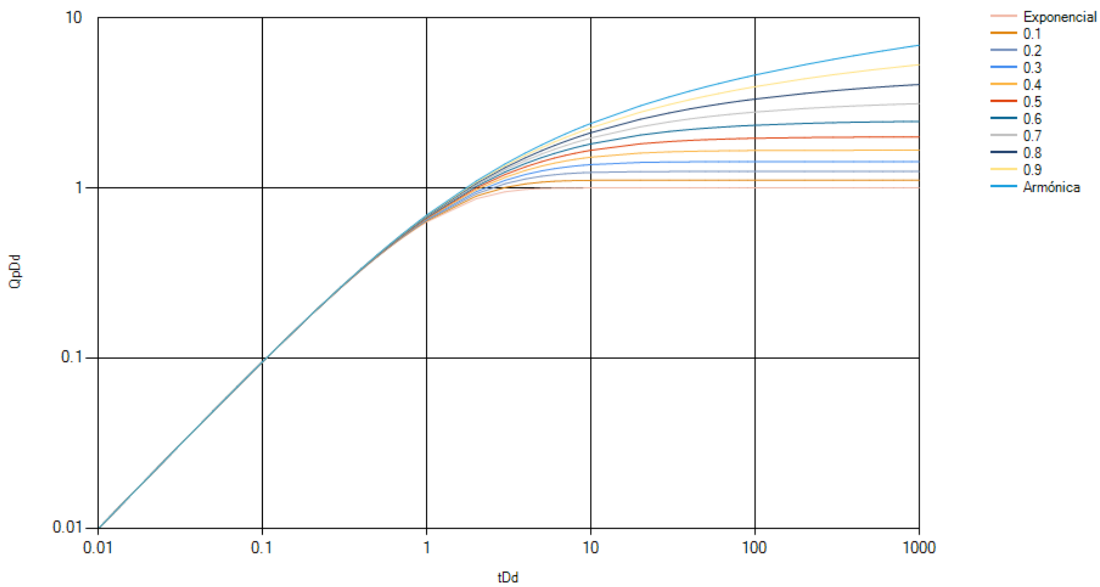

Gráfico 2: Curva tipo adimensional de gasto acumulado de Arps.

2.1.5 Curvas tipo de declinación adimensionales con gasto integral

El gasto integral de declinación adimensional, q_{Ddi}, es definido como:

$$q_{Ddi} = \frac{Q_{pDd}}{t_{Dd}} = \frac{1}{t_{Dd}} \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau) d\tau \, . \qquad \text{(2.15)}$$

Ahora bien, retomando los tres modelos se tiene (**Gráfico 3**):

- Modelo exponencial:

$$q_{Ddi} = \frac{1 - q_{Dd}}{t_{Dd}} = \frac{1 - e^{-t_{Dd}}}{t_{Dd}} \, . \qquad \text{(2.16)}$$

- Modelo hiperbólico:

$$q_{Ddi} = \frac{1}{(b-1)t_{Dd}}\left[q_{Dd}^{(1-b)} - 1\right], \qquad 0 < b < 1\,. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.17)$$

- Modelo armónico:

$$q_{Ddi} = \frac{\ln(1 + t_{Dd})}{t_{Dd}} = -\frac{\ln q_{Dd}}{t_{Dd}}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.18)$$

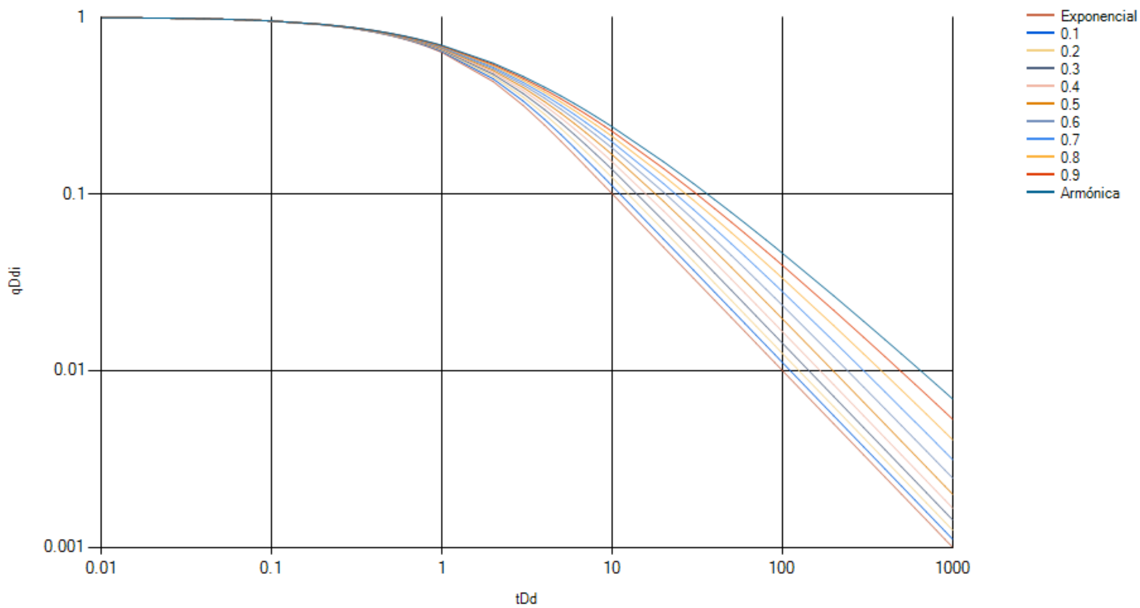

Gráfico 3: Curvas tipo de declinación adimensionales con gasto integral de Arps.

2.1.6 Curvas tipo de declinación adimensionales con gasto integral derivado

El gasto integral de declinación adimensional derivado, q_{Ddid}, es definido como:

$$q_{Ddid} = -\frac{dq_{Ddi}}{d\ln t_{Dd}} = -t_{Dd}\frac{dq_{Ddi}}{dt_{Dd}} = -t_{Dd}\frac{d\left(\frac{Q_{pDd}}{t_{Dd}}\right)}{dt_{Dd}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.19)$$

Entonces tenemos que:

$$q_{Ddid} = -t_{Dd}\frac{d\left(\frac{1}{t_{Dd}}\int_0^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau)d\tau\right)}{dt_{Dd}}, \quad \text{.....................................} \quad (2.20)$$

$$q_{Ddid} = -t_{Dd}\left[\frac{t_{Dd}d\int_0^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau)d\tau - \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau)d\tau}{t_{Dd}^2}\right], \quad \text{...............................} \quad (2.21)$$

$$q_{Ddid} = \frac{1}{t_{Dd}}\int_0^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau)d\tau - q_{Dd}(t_{Dd}), \quad \text{.....................................} \quad (2.22)$$

con lo que se llega a:

$$q_{Ddid} = q_{Ddi} - q_{Dd}. \quad \text{...} \quad (2.21)$$

Ahora bien, retomando los tres modelos se tiene (**Gráfico 4**):

- Modelo exponencial:

$$q_{Ddid} = \frac{1 - q_{Dd}}{t_{Dd}} - q_{Dd}. \quad \text{...} \quad (2.22)$$

- Modelo hiperbólico:

$$q_{Ddid} = \frac{1}{(b-1)t_{Dd}}\left[q_{Dd}^{(1-b)} - 1\right] - q_{Dd}, \qquad 0 < b < 1. \quad \text{...........................} \quad (2.23)$$

- Modelo armónico:

$$q_{Ddid} = \frac{\ln(1 + t_{Dd})}{t_{Dd}} - q_{Dd} \;. \quad \text{(2.24)}$$

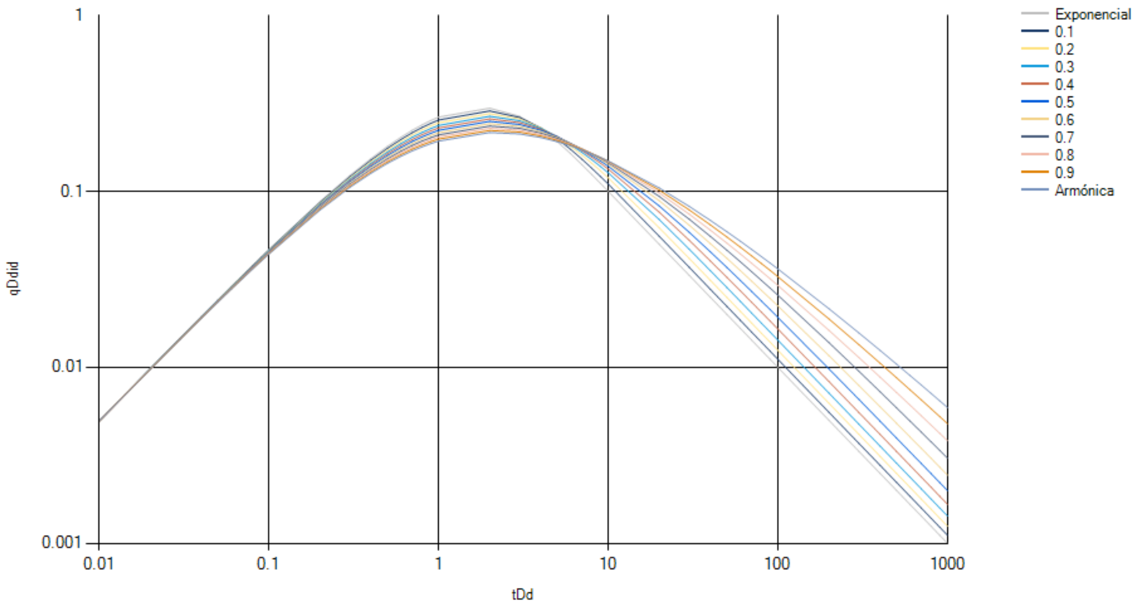

Gráfico 4: Curvas tipo de declinación adimensionales con gasto integral derivado de Arps.

2.2 Modelos de declinación de Fetkovich

A diferencia de Arps, cuyas curvas tipo sólo sirven para analizar datos a condiciones de flujo dominado por las fronteras, los modelos desarrollados por J. Fetkovich aplican tanto para este periodo de flujo como para el flujo en estado transitorio. El análisis de las curvas tipo de Fetkovich requiere, al igual que las de Arps, la condición de presión de fondo fluyendo constante a lo largo de la historia de producción a analizar.

Dado que el modelo propuesto por J. Fetkovich contempla la solución a la ecuación de difusividad para un caso específico, es necesario recurrir al espacio de Laplace para dar solución al planteamiento inicial y, posteriormente mediante un inversor numérico, es posible proporcionar una solución semi-analitica para calcular la tasa de flujo adimensional dentro del espacio real.

A partir de estos modelos se hizo uso de la herramienta computacional con el fin de validar la funcionabilidad del inversor numérico, el cual fue hecho partiendo del algoritmo Gaver-Stehfest.

2.2.1 Modelo de un yacimiento circular cerrado que produce a pwf constante

Se plantea la ecuación de difusividad:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{\emptyset\mu C_t}{K}\frac{\partial p}{\partial t}, \quad \text{......} \quad (2.25)$$

con las siguientes condiciones iniciales y de frontera:

$$p(r,0)=p_i\,, \quad \text{......} \quad (2.26)$$

$$p(r_w,t)=p_{wf}\,, \quad \text{......} \quad (2.27)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=re} = 0\,, \quad \text{...} \quad (2.28)$$

$$\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=rw} = \frac{q\mu B}{2\pi Kh}, \quad \text{...} \quad (2.29)$$

y considerando las variables adimensionales:

$$p_D = \frac{p_i - p}{p_i - p_{wf}}\,, \quad \text{...} \quad (2.30)$$

$$t_D = \frac{Kt}{\text{Ø}\mu C_t r_w^2}\,, \quad \text{...} \quad (2.31)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}\,, \quad \text{...} \quad (2.32)$$

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}\,, \quad \text{...} \quad (2.33)$$

$$q_D = \frac{qB\mu}{2\pi Kh(p_i - p_{wf})}\,, \quad \text{...} \quad (2.34)$$

se plantea la ecuación de difusividad en variables adimensionales junto con sus respectivas condiciones iniciales y de frontera:

$$\frac{1}{r_D}\frac{\partial}{\partial r_D}\left(r_D\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}\,, \quad \text{...} \quad (2.35)$$

$$p_D(r_D,0)=0\,, \quad \text{(2.36)}$$

$$p_D(1,t_D)=1\,, \quad \text{(2.37)}$$

$$\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=r_{eD}}=0\,, \quad \text{(2.38)}$$

$$q_D=-\left(r_D\,\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1}. \quad \text{(2.39)}$$

Para solucionar este problema se transforma al espacio de Laplace junto con sus condiciones iniciales y de frontera para obtener:

$$\frac{\partial^2\bar{p}_D}{\partial r_D^2}+\frac{1}{r_D}\frac{\partial\bar{p}_D}{\partial r_D}=s\bar{p}_D\,, \quad \text{(2.40)}$$

$$\bar{p}_D(r_D,0)=0\,, \quad \text{(2.41)}$$

$$\bar{p}_D(1,s)=\frac{1}{s}\,, \quad \text{(2.42)}$$

$$\left(\frac{\partial\bar{p}_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=r_{eD}}=0\,, \quad \text{(2.43)}$$

$$\bar{q}_D=-\left(\frac{\partial\bar{p}_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1}. \quad \text{(2.44)}$$

Solucionando la ecuación se puede determinar el gasto adimensional q_D dentro del espacio Laplace como:

$$\bar{q}_D = \frac{1}{\sqrt{s}} \left[\frac{\frac{K_1(\sqrt{s})}{I_0(\sqrt{s})} - \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{s})} \frac{I_1(\sqrt{s})}{I_0(\sqrt{s})}}{\frac{K_0(\sqrt{s})}{I_0(\sqrt{s})} + \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{s})}} \right]. \quad \text{...} \quad (2.45)$$

2.2.2 Curvas tipo de gasto adimensional y producción acumulada adimensional de declinación de Fetkovich

El proceso es mediante la sustitución de t_{Dd} y q_{Dd} obtenidas por Fetkovich al inicio de este capítulo dentro de la ecuación de difusividad junto con sus respectivas condiciones. Aplicando la transformada de Laplace se obtiene:

$$\bar{q}_{Dd} = \frac{\alpha\sqrt{\beta}}{\sqrt{s}} \left[\frac{\frac{K_1(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})} - \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})} \frac{I_1(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})}}{\frac{K_0(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})} + \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}} \right]. \quad \text{.......................................} \quad (2.46)$$

Antes de que $t_{Dd} = 0.3$ se encuentra el periodo de flujo transitorio controlado por r_{eD}, mientras que cuando $t_{Dd} > 0.3$ se torna al periodo de flujo dominado por las fronteras (**Gráfico 5**).

Para la obtención de Q_{pDd} se integra q_{Dd} respecto t_{Dd} y se aplica la transformada de Laplace para obtener:

$$\bar{Q}_{pDd} = \frac{\alpha\sqrt{\beta}}{s\sqrt{s}} \left[\frac{\frac{K_1(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})} - \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})} \frac{I_1(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})}}{\frac{K_0(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})} + \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}} \right]. \quad \text{....................................} \quad (2.47)$$

La visualización de los periodos de flujo se visualiza cuando $t_{Dd} = 0.6$ a diferencia de q_{Dd} (**Gráfico 6**).

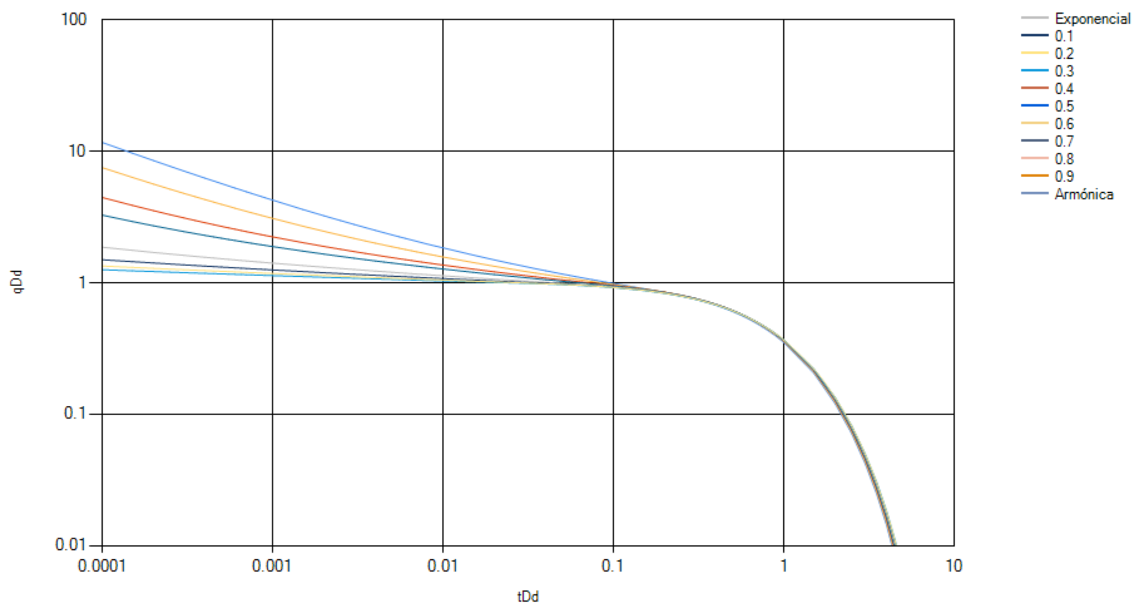

Gráfico 5: Curvas tipo de gasto adimensional de declinación de Fetkovich.

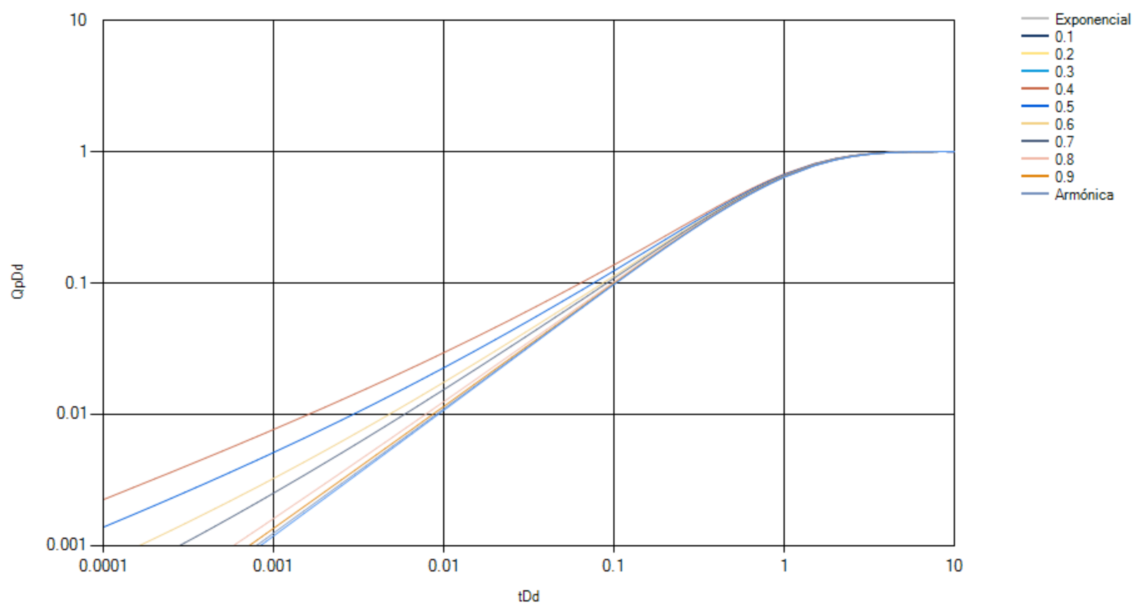

Gráfico 6: Curvas tipo de gasto acumulado adimensional de declinación de Fetkovich.

2.3 Modelos de declinación de Fetkovich-Arps

Dado que la solución de un pozo que produce a pwf constante dentro de un yacimiento circular cerrado presenta un comportamiento exponencial, se tiene que:

$$q_{Dd} = e^{-t_{Dd}}, \quad \text{.........} \quad (2.48)$$

o bien, con las soluciones de Arps se tiene que:

$$q_{Dd}(t_{Dd}) = \frac{1}{(1 + bt_{Dd})^{\frac{1}{b}}}, \quad \text{.........} \quad (2.49)$$

con lo que se pueden combinar las curvas adimensionales de Fetkovich con las curvas de declinación de Arps donde se obtienen las denominadas curvas de producción de Fetkovich-Arps. Estas pueden ser divididas en dos partes: la parte izquierda cuando $t_{Dd} < 0.3$ representa al periodo de flujo transitorio (línea azul punteada) que es principalmente afectado por el radio de drene r_{eD}; cuando $t_{Dd} > 0.3$ representa el periodo dominado por las fronteras, que está controlado por el exponente de declinación exponencial b (**Gráfico 7**). Lo mismo ocurre para las curvas Arps – Fetkovich de gasto acumulado, cuando $t_{Dd} < 0.6$, marcado con la línea punteada roja.

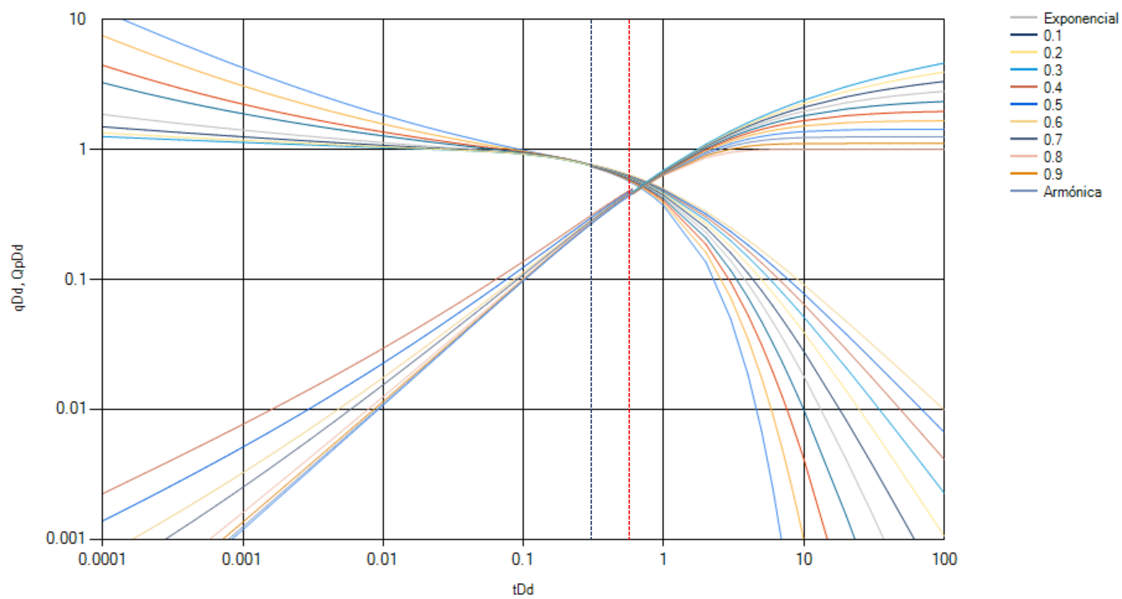

Gráfico 7: Curvas tipo de gasto adimensional y producción acumulada adimensional de declinación de Fetkovich-Arps.

2.3.1 Curvas tipo de gasto integral adimensional de declinación de Fetkovich-Arps

La siguiente ecuación proporciona el gasto integral adimensional definido por McCray (1990):

$$q_{Ddi} = \frac{Q_{pDd}}{t_{Dd}} = \frac{1}{t_{Dd}} \int_{0}^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau) d\tau \, . \quad \text{(2.50)}$$

En el periodo de flujo dominado por las fronteras, las ecuaciones de declinación de Arps podrían ser aplicadas en el cálculo del gasto integral adimensional.

Retomando los modelos de Arps:

- Modelo exponencial:

$$q_{Ddi} = \frac{1 - e^{-t_{Dd}}}{t_{Dd}} = \frac{1 - q_{Dd}}{t_{Dd}}. \quad \text{......} \quad (2.51)$$

- Modelo hiperbólico para $0 < b < 1$:

$$q_{Ddi} = \frac{1}{(b-1)t_{Dd}}\left[(1 + bt_{Dd})^{\left(1-\frac{1}{b}\right)} - 1\right] = \frac{1}{(b-1)t_{Dd}}\left[q_{Dd}^{(1-b)} - 1\right]. \quad \text{......} \quad (2.52)$$

- Modelo armónico:

$$q_{Ddi} = \frac{\ln(1 + t_{Dd})}{t_{Dd}} = -\frac{\ln q_{Dd}}{t_{Dd}}. \quad \text{......} \quad (2.53)$$

2.3.2 Curvas tipo de gasto integral adimensional derivativas de declinación de Fetkovich-Arps

El concepto del gasto integral derivativo, q_{Ddid}, es el mismo que se abordó durante los modelos de Arps:

$$q_{Ddid} = -\frac{dq_{Ddi}}{dln\ t_{Dd}} = -t_{Dd}\frac{dq_{Ddi}}{dt_{Dd}} = -t_{Dd}\frac{d\left(\frac{Q_{pDd}}{t_{Dd}}\right)}{dt_{Dd}}, \quad \text{......} \quad (2.54)$$

de donde se puede obtener la siguiente ecuación:

$$q_{Ddid} = q_{Ddi} - q_{Dd}\,. \quad \text{......} \quad (2.55)$$

Ahora bien, retomando los modelos de Arps se tiene que:

- Modelo exponencial:

$$q_{Ddid} = \frac{1 - e^{-t_{Dd}}}{t_{Dd}} - q_{Dd} = \frac{1 - q_{Dd}}{t_{Dd}} - q_{Dd}\,. \quad \text{..} \quad (2.56)$$

- Modelo hiperbólico para $0 < b < 1$:

$$q_{Ddid} = \frac{1}{(b-1)t_{Dd}}\left[q_{Dd}^{(1-b)} - 1\right] - q_{Dd}\,. \quad \text{..} \quad (2.57)$$

- Modelo armónico:

$$q_{Ddid} = \frac{\ln(1 + t_{Dd})}{t_{Dd}} - q_{Dd} = \frac{\ln q_{Dd}}{t_{Dd}} - q_{Dd}\,. \quad \text{..} \quad (2.58)$$

2.4 Modelos de declinación de Blasingame

Los métodos de Arps y Fetkovich fueron desarrollados asumiendo la presión de fondo fluyendo constante, situación que en la práctica es difícil de lograr. Asimismo, dicha consideración desprecia los cambios en las propiedades PVT en yacimientos de gas. De este modo, Thomas A. Blasingame adopta el uso de la pseudo-presión normalizada, $\frac{q}{\Delta p_p}$, y un pseudo-tiempo de balance de materia, t_{ca}, para desarrollar cada una de sus curvas tipo.

En los modelos descritos a continuación se puede considerar variable tanto a pwf como a las propiedades PVT.

2.4.1 Tiempo de balance de materia para un yacimiento de aceite

El tiempo de balance de materia es una relación entre la tasa actual de producción acumulada y el gasto diario de producción, definido como:

$$t_c = \frac{N_p}{q}. \quad \text{.........} \quad (2.59)$$

2.4.2 Curva adimensional de gasto de flujo de Blasingame

Comenzando definiendo q_{Dd} y t_{cDd}:

$$q_{Dd} = q_D\left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2}\right), \quad \text{.........} \quad (2.60)$$

$$t_{cDd} = \frac{t_{cD}}{\frac{1}{2}(r_{eD}^2 - 1)\left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2}\right)}, \quad \text{......} \quad (2.61)$$

entonces Q_{pDd}:

$$Q_{pDd} = \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau) d\tau, \quad \text{......} \quad (2.62)$$

y aplicando la transformada de Laplace:

$$\bar{Q}_{pDd} = \frac{\bar{q}_{Dd}(s)}{s}, \quad \text{......} \quad (2.63)$$

entonces:

$$\bar{Q}_{pDd} = \frac{\alpha\sqrt{\beta}}{s\sqrt{s}} \left[\frac{\frac{K_1(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})} - \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})} \frac{I_1(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})}}{\frac{K_0(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})} + \frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}} \right]. \quad \text{......} \quad (2.64)$$

Definiendo el tiempo de balance de materia adimensional:

$$t_{cDd} = \frac{Q_{pDd}}{q_{Dd}} = \frac{1}{q_{Dd}} \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau) d\tau, \quad \text{......} \quad (2.65)$$

y con base en la ecuación de difusividad y a esta definición se puede obtener una solución de $\bar{p}_D$ y q_{Dd}.

$$\bar{p}_D = \frac{1}{s\sqrt{\beta s}}\left[\frac{\frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})} - \frac{K_0(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})}}{\frac{K_1(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})} + \frac{I_1(\sqrt{\beta s})}{I_0(\sqrt{\beta s})}\frac{K_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}{I_1(r_{eD}\sqrt{\beta s})}}\right], \quad \text{.......................................} \quad (2.66)$$

y entonces:

$$q_{Dd} = \frac{\ln r_{eD} - \frac{1}{2}}{L^{-1}[\bar{p}_D]}. \quad \text{..} \quad (2.67)$$

Las curvas construidas a partir de la solución a pwf y a gasto constante son, esencialmente, iguales (**Gráfico 8**).

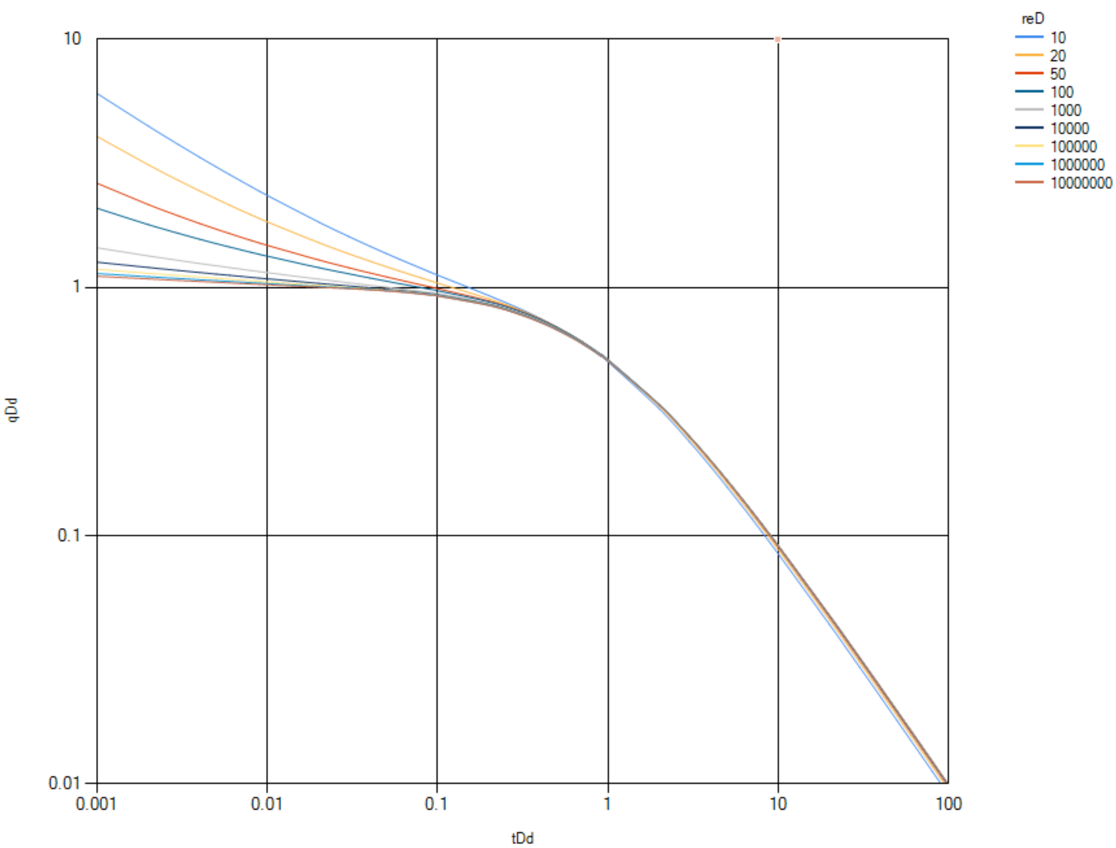

Gráfico 8: Curva adimensional de gasto de flujo de Blasingame.

2.4.3 Curva adimensional normalizada de gasto integral de flujo de Blasingame

El concepto de gasto integral fue introducido por Blasingame et al. en 1989 dentro de las pruebas de presión. Esté método reduce el ruido en los datos de producción. El gasto integral adimensional es definido de la siguiente forma:

$$q_{Ddi} = \frac{Q_{pDd}}{t_{Dd}} = \frac{1}{t_{Dd}} \int_{0}^{t_{Dd}} q_{Dd}(\tau) d\tau \; . \quad \text{...} \quad (2.68)$$

La parte tardía de la solución es a presión constante y puede ser resumida como una declinación exponencial y el gasto integral adimensional de declinación tiende a uno. Al tiempo inicial el primer valor es calculado mediante la ecuación correspondiente de Q_{pDd} y, posteriormente, el método trapezoidal de integración puede debe ser aplicado (**Gráfico 9**).

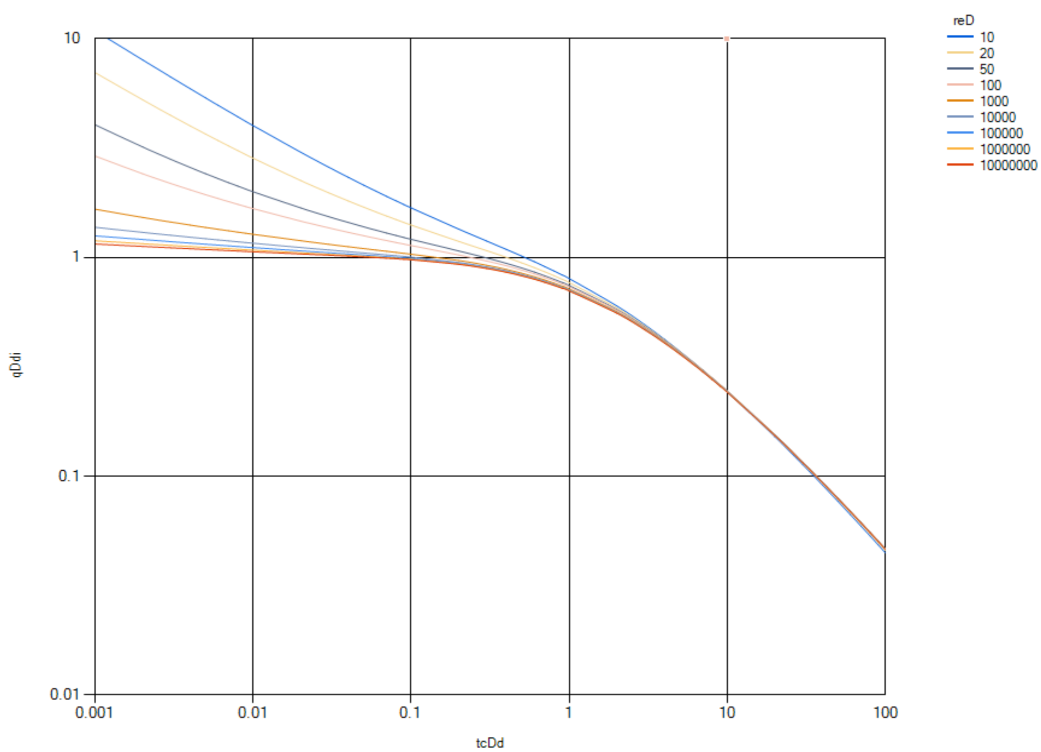

Gráfico 9:Curva adimensional normalizada de gasto integral de flujo de Blasingame.

2.4.4 Curva adimensional derivativa normalizada de gasto integral de flujo de Blasingame

El concepto del gasto integral derivativo, q_{Ddid}, sigue la misma metodología que los anteriores definidos en otros métodos:

$$q_{Ddid} = -\frac{dq_{Ddi}}{dln\ t_{Dd}} = -t_{Dd}\frac{dq_{Ddi}}{dt_{Dd}} = -t_{Dd}\frac{d\left(\frac{Q_{pDd}}{t_{Dd}}\right)}{dt_{Dd}}. \quad \text{(2.69)}$$

Dentro del periodo dominado por las fronteras el cálculo viene dado a continuación:

$$q_{Ddid} = q_{Ddi} - q_{Dd}. \quad \text{(2.70)}$$

El proceso de obtención es similar a las veces anteriores en que se ha usado a la función derivada (**Gráfico 10**).

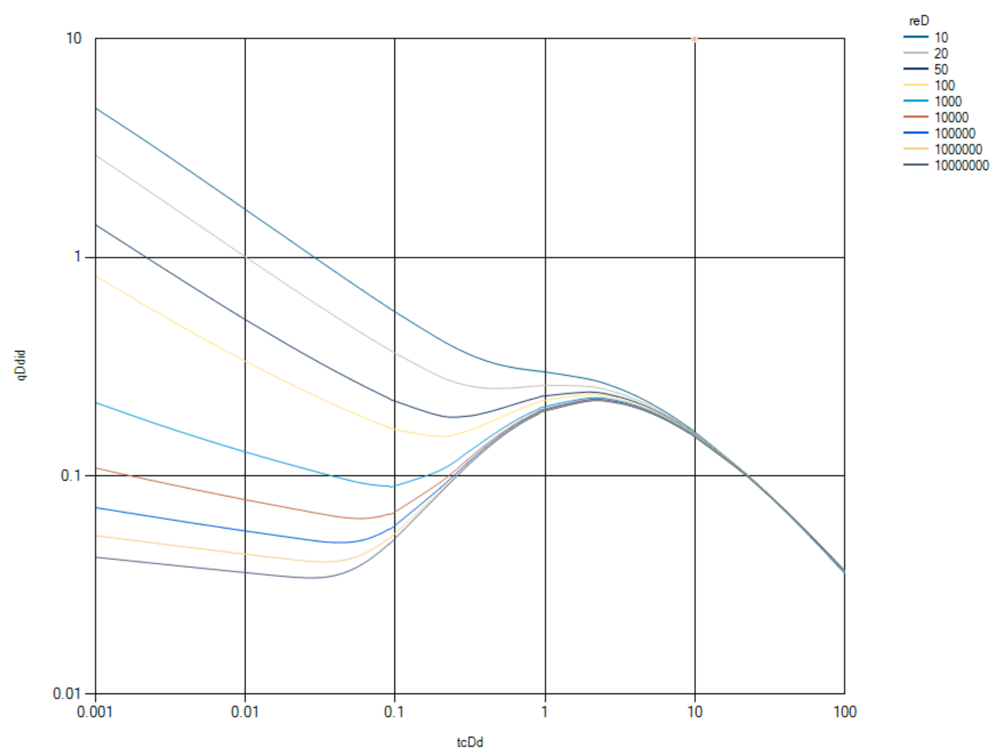

Gráfico 10: Curva adimensional derivativa normalizada de gasto integral de flujo de Blasingame.

2.5 Modelos de declinación de Agarwal-Gardner

Tomando como base el trabajo realizado por Tomas J. Blasingame, la pseudo-presión normalizada, $\frac{q}{\Delta p_p}$, el tiempo de balance de materia, t_{ca}, y la relación entre los parámetros adimensionales en pruebas de presión de pozo transitoria fueron usadas por Agarwal para establecer las curvas tipo de Agarwal-Gardner, que también consideran los cambios en términos de producción afectados por las variaciones en las propiedades PVT para yacimientos de gas.

En esencia, la diferencia en la definición de las variables adimensionales hechas por Agarwal, ocasiona que dentro de la parte temprana de estas curvas se observe un escenario más disperso a comparación de las curvas de Blasingame, lo que otorga una reducción dentro de la ambigüedad del resultado durante el proceso de emparejamiento (matching).

2.5.1 Curvas de gasto adimensional de Agarwal-Gardner

Agarwal introduce un tiempo adimensional basado en el área de drene:

$$t_{DA} = \frac{kt}{\emptyset \mu C_t r_w^2} \frac{r_w^2}{A} = t_D \frac{1}{\pi(r_{eD}^2 - 1)} = \beta t_D \ . \quad \text{...} \quad (2.71)$$

Con la Aplicación de este nuevo termino dentro de la ecuación de difusividad, es posible obtener una solución dentro del espacio de Laplace:

$$\bar{p}_D = \frac{1}{s\sqrt{\beta s}} \left[\frac{\dfrac{K_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}{I_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)} + \dfrac{K_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}}{\dfrac{K_1\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)} - \dfrac{I_1\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)} \dfrac{K_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}{I_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}} \right], \quad \text{.......................................} \quad (2.72)$$

entonces se puede obtener una expresión q_D mediante el recíproco de la transformada inversa de Laplace de la ecuación anterior:

$$q_D = \frac{1}{L^{-1}[\bar{p}_D]}, \quad \text{.........} \quad (2.73)$$

El modelo de solución anterior puede ser reagrupado como:

$$q_D = \frac{1}{p_D} = \frac{q\mu B}{2\pi Kh(p_i - p_{wf})}. \quad \text{.........} \quad (2.74)$$

El grupo de curvas para esta solución graficadas con respecto a tDA se aprecia en el **Gráfico 11**.

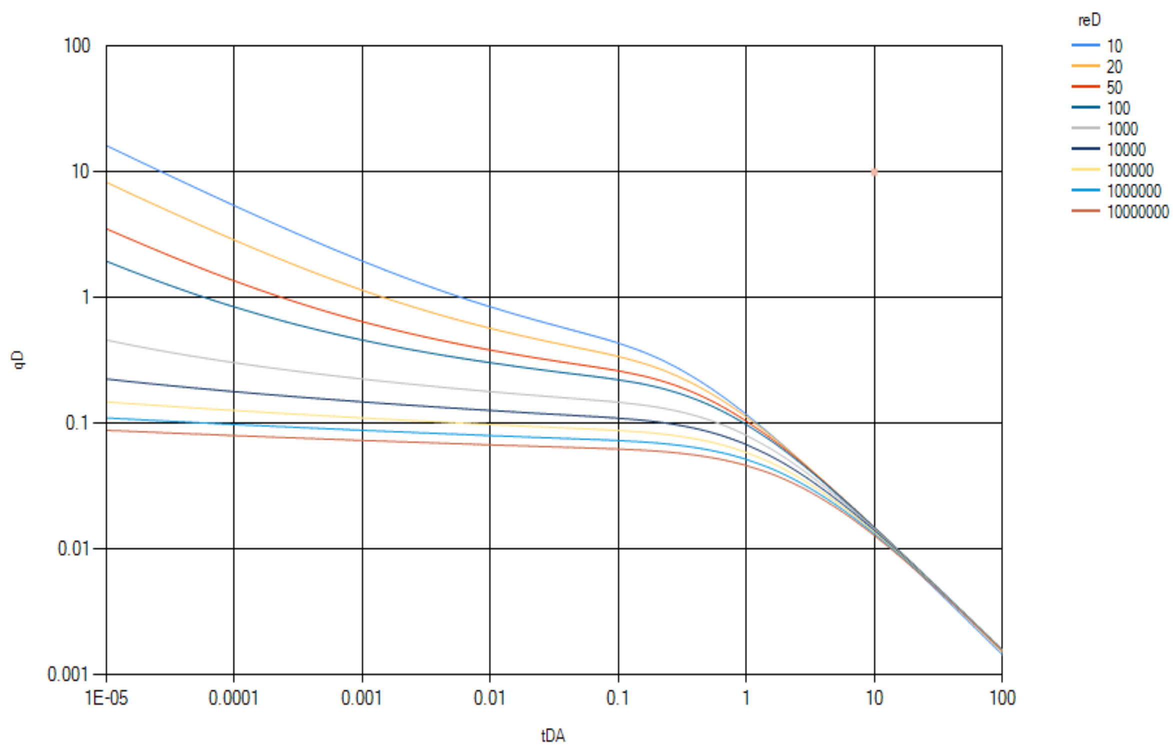

Gráfico 11: Curvas de gasto adimensional de Agarwal-Gardner.

2.5.2 Curvas de presión derivativa adimensional normalizada inversa de Agarwal-Gardner

Con el objetivo de aumentar la confiabilidad del análisis, el enfoque de Agarwal-Gardner introduce la función $\frac{1}{DER}$ que está definida como:

$$\frac{1}{DER} = \frac{1}{\frac{\partial p_D}{\partial \ln t_{DA}}} = \frac{1}{t_{DA}\frac{\partial p_D}{\partial t_{DA}}} = \frac{1}{t_{DA}p_D'}, \quad \text{.......} \quad (2.75)$$

entonces, dentro del espacio de Laplace:

$$\bar{p}_D' = \frac{1}{\sqrt{\beta s}}\left[\frac{\frac{K_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}{I_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)} + \frac{K_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}}{\frac{K_1\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)} - \frac{I_1\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}\frac{K_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}{I_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}}\right], \quad \text{.......} \quad (2.76)$$

Con lo cual se obtiene:

$$\frac{1}{DER} = \frac{1}{L^{-1}[\bar{p}_D']t_{DA}}. \quad \text{.......} \quad (2.77)$$

Este modelo es similar a las curvas de declinación de Fetkovich y, entonces, las curvas pueden ser separadas en dos partes. En la parte izquierda, cuando $t_{DA} < 0.1$, corresponde al estado transitorio y, cuando $t_{DA} > 0.1$, corresponde al estado pseudoestacionario. Estas curvas tipo resultan en una línea recta con una pendiente de -1 (**Gráfico 12**).

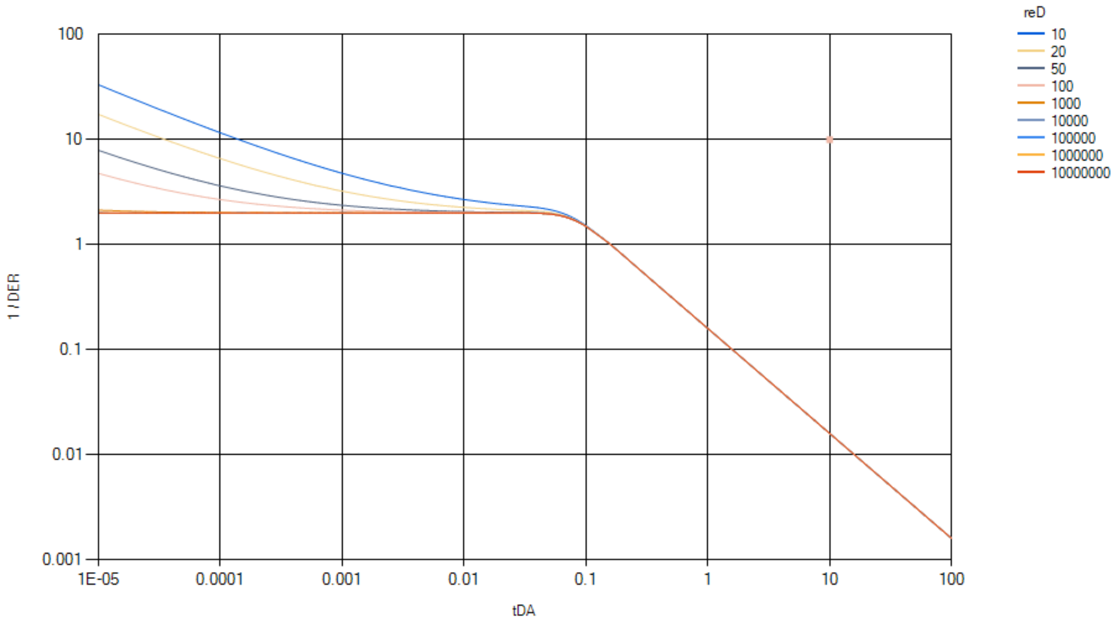

Gráfico 12: Curvas de presión derivativa adimensional normalizada inversa de Agarwal-Gardner.

2.5.3 Curvas de presión integral derivativa adimensional normalizada inversa de Agarwal-Gardner

La función de la presión integral derivativa normalizada está definida como:

$$p_{Di} = \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} P_D dt_{DA} \,, \quad \ldots \quad (2.78)$$

entonces, aplicando diferenciales a esta ecuación:

$$dp_{Di} = \frac{t_{DA} p_D dt_{DA} - \int_0^{t_{DA}} P_D dt_{DA}}{t_{DA}^2} \,, \quad \ldots \quad (2.79)$$

para finalmente obtener:

$$\frac{1}{DERI} = \frac{1}{t_{DA}\frac{\partial p_{Di}}{\partial t_{DA}}} = \frac{1}{p_D - p_{Di}}. \quad \text{...} \quad (2.80)$$

Con este modelo la curva logra conservar la mayor parte de los datos reales y con menor dispersión (**Gráfico 13**).

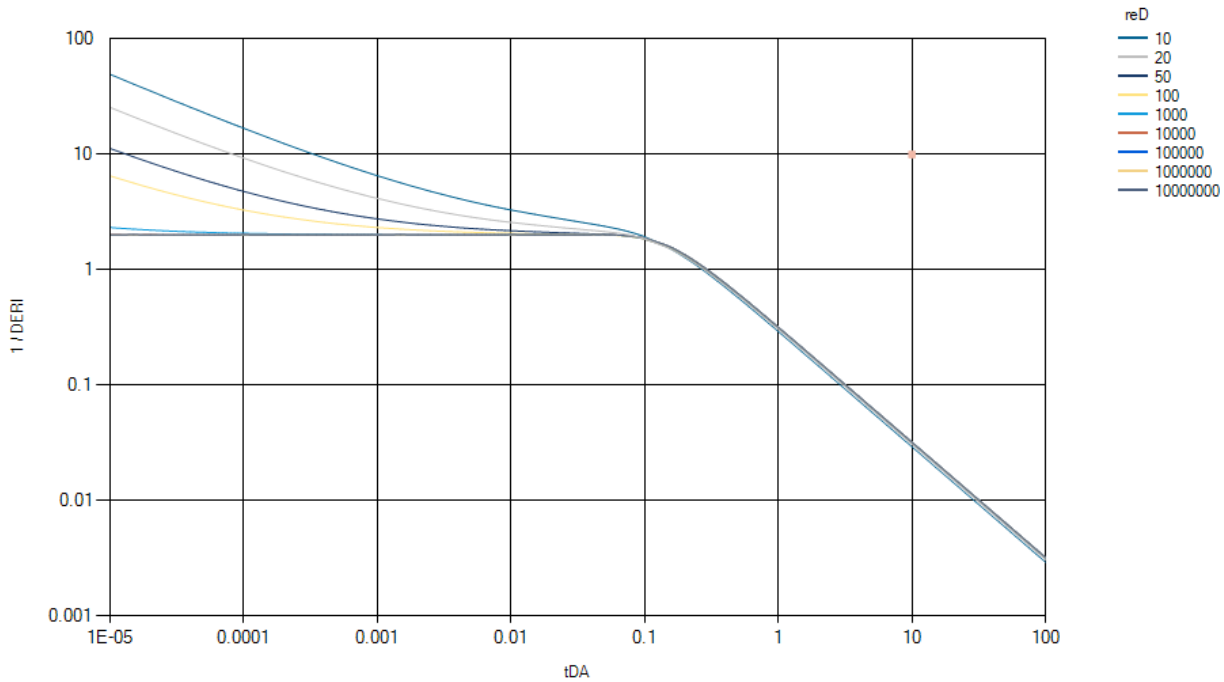

Gráfico 13: Curvas de presión integral derivativa adimensional normalizada inversa de Agarwal-Gardner.

2.6 Modelos de declinación NPI

Los modelos de presión integral normalizada (NPI) hacen uso del gasto normalizado con la presión integral para desarrollar un método de análisis relativamente confiable y que no se ve afectado por la dispersión de los datos. Dicho enfoque surge a partir de las bases y posterior avance de los trabajos de Thomas A. Blasingame y Agarwal a manera de validación.

2.6.1 Curvas de presión adimensional NPI

Las curvas controladas por r_{eD} incluyen un compendio de curvas en estado transitorio. Si incrementa r_{eD}, las curvas de declinación tienen un cambio hacia arriba. El conjunto de curvas resulta en una línea recta con pendiente 1 dentro del periodo dominado por las fronteras (**Gráfico 14**).

$$\bar{p}_D = \frac{1}{s\sqrt{\beta s}}\left[\frac{\dfrac{K_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}{I_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}+\dfrac{K_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}}{\dfrac{K_1\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}-\dfrac{I_1\left(\sqrt{\beta s}\right)}{I_0\left(\sqrt{\beta s}\right)}\dfrac{K_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}{I_1\left(r_{eD}\sqrt{\beta s}\right)}}\right]. \quad \text{.......................................} \quad (2.81)$$

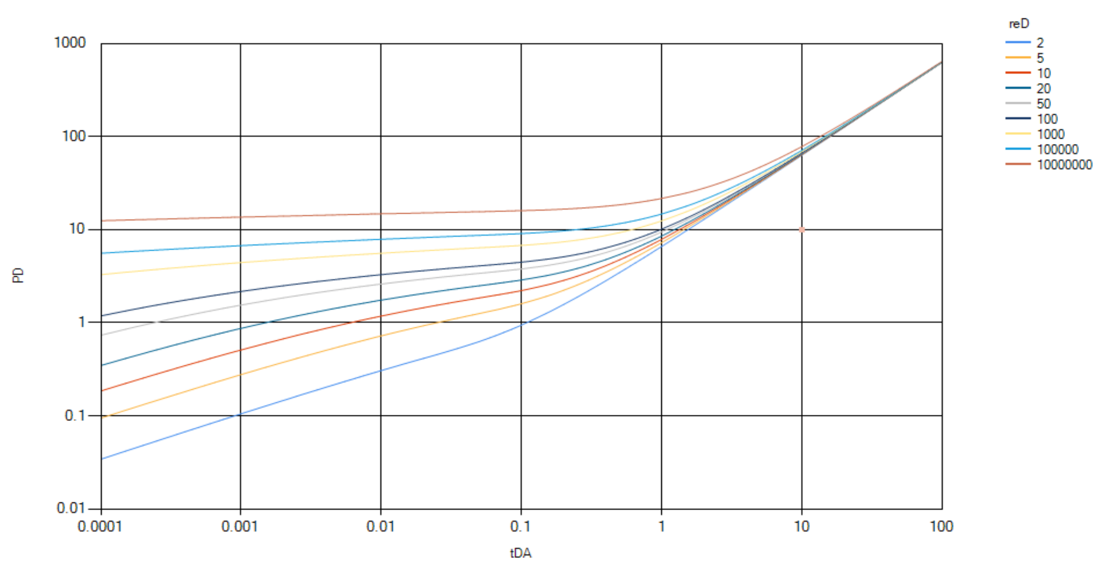

Gráfico 14: Curvas de presión adimensional de NPI.

2.6.2 Curvas de presión integral adimensional NPI

La función de la presión integral se define como:

$$p_{Di} = \frac{1}{t_{DA}} \int_0^{t_{DA}} P_D \, dt_{DA} \, , \quad \text{...} \quad (2.82)$$

la cual puede ser reescrita como:

$$p_{Di} = \frac{1}{t_{DA}} L^{-1} \left[\frac{\bar{p}_D}{s} \right] . \quad \text{...} \quad (2.83)$$

Las curvas obtenidas reducen la ambigüedad en el match (**Gráfico 15**).

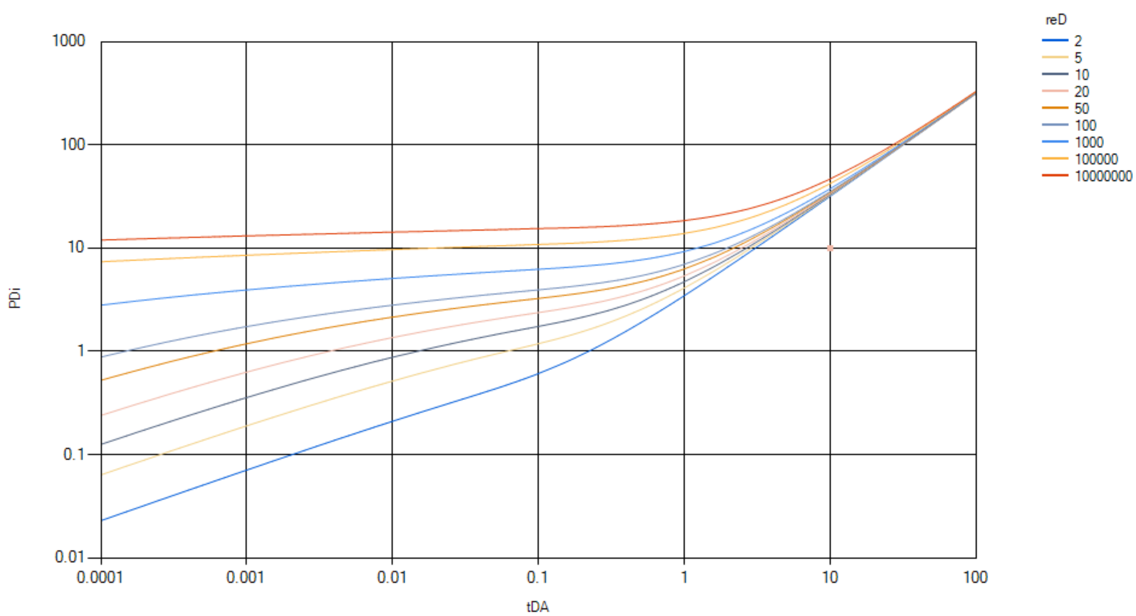

Gráfico 15: Curvas de presión integral adimensional de NPI.

2.6.3 Curvas de presión integral derivativa adimensional NPI

Si se aplican diferenciales a la función de la presión integral se tiene:

$$dp_{Di} = \frac{t_{DA} p_D dt_{DA} - \int_0^{t_{DA}} P_D dt_{DA}}{t_{DA}^2}, \quad \text{(2.84)}$$

entonces, la presión integral derivativa se define como:

$$p_{Did} = \frac{dp_{Di}}{dln\, t_{DA}} = t_{DA} \frac{dp_{Di}}{dt_{DA}}, \quad \text{(2.85)}$$

Así con esta ecuación se obtiene la expresión final en la ecuación **(2.88)**. El grupo de curvas resultante puede ser apreciado en el **Gráfico 16**.

$$p_{Did} = p_D - p_{Di}\,. \quad \text{(2.86)}$$

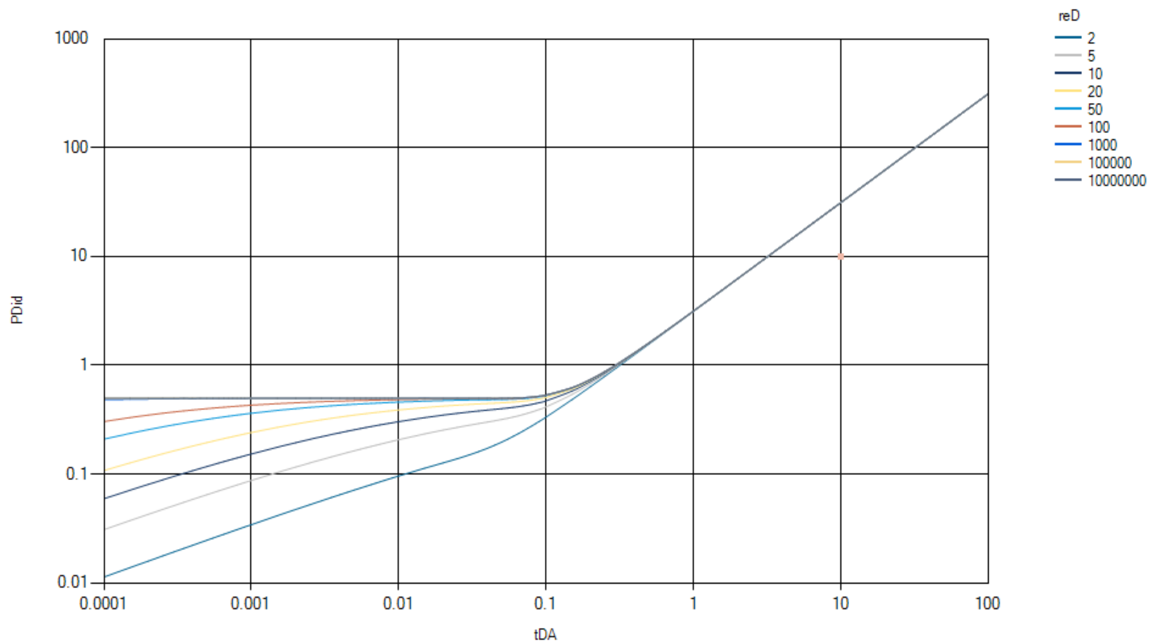

Gráfico 16: Curvas de presión integral derivativa adimensional de NPI.

2.7 Modelos de curvas de declinación transitoria

A diferencia de los enfoques propuestos por Blasingame y Agarwal, existe el modelo de declinación para el estado transitorio, en donde las curvas englobadas dentro de esta metodología van encaminadas a reducir la ambigüedad en la interpretación de resultados.

2.7.1 Curvas de gasto de flujo de declinación adimensional

Este método parte de la definición de la presión adimensional ($\bar{p}_D$) definida como:

$$\bar{p}_D = \frac{1}{s\sqrt{\beta s}}\left[\frac{\dfrac{K_1\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)}{I_1\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)}+\dfrac{K_0\left(\sqrt{s}\right)}{I_0\left(\sqrt{s}\right)}}{\dfrac{K_1\left(\sqrt{s}\right)}{I_0\left(\sqrt{s}\right)}-\dfrac{I_1\left(\sqrt{s}\right)}{I_0\left(\sqrt{s}\right)}\dfrac{K_1\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)}{I_1\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)}}\right], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.87)$$

donde el inverso de esta solución graficado con respecto del tiempo adimensional, t_D, proporciona el **Gráfico 17**. Que permite reducir la ambigüedad del resultado del *matching* al tener datos limitados o un periodo en estado de flujo transitorio muy largo (como, por ejemplo, en yacimientos de baja permeabilidad).

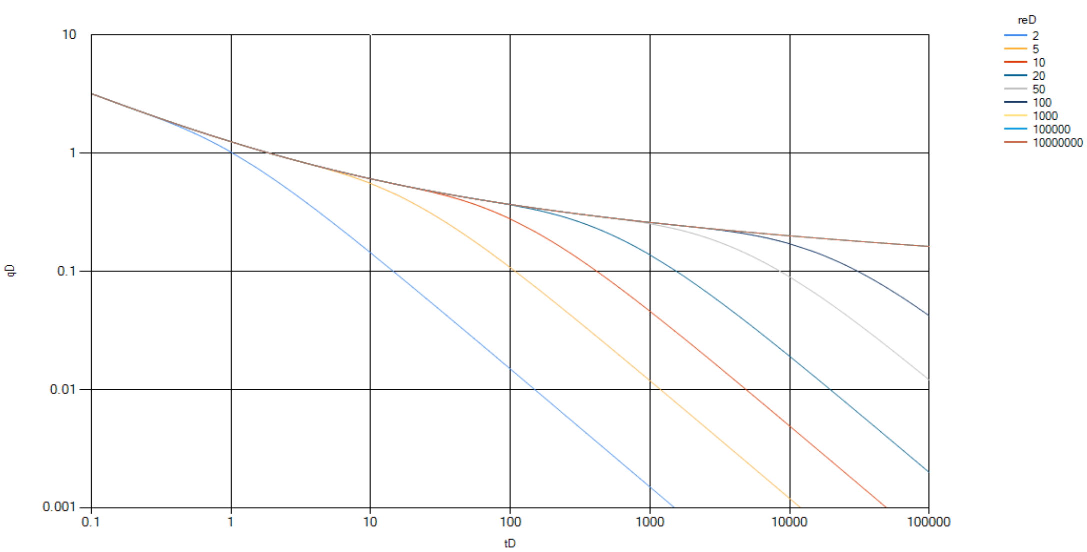

Gráfico 17: Curvas de gasto de flujo de declinación adimensional.

2.7.2 Curvas de presión integral inversa adimensional de declinación

Recordando la definición de la presión integral se puede obtener la curva mediante la siguiente ecuación:

$$p_{Di} = \frac{1}{t_D} L^{-1} \left[\frac{\bar{p}_D}{s} \right]. \quad \text{..........} \quad (2.88)$$

El comportamiento se puede apreciar en el **Gráfico 18**.

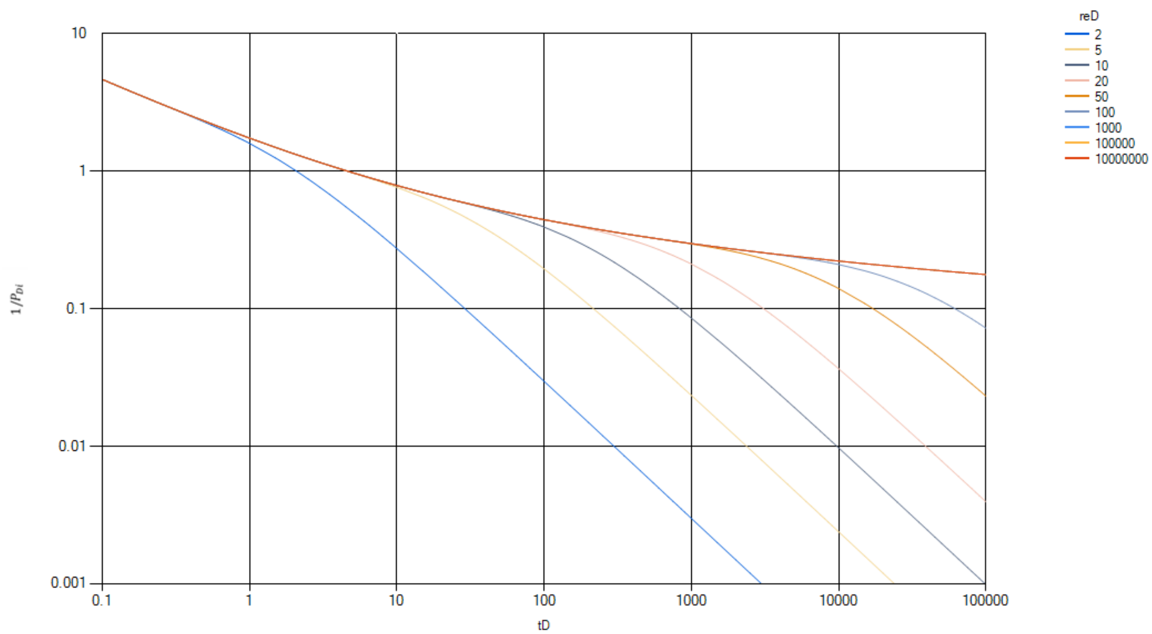

Gráfico 18: Curvas de presión integral inversa adimensional de declinación.

2.7.3 Curvas de presión integral inversa derivativa adimensional de declinación

Recordando y aplicando la función derivada, se puede obtener la curva mediante la siguiente ecuación **(2.91)** y su comportamiento en el **Gráfico 19**.

$$\frac{1}{p_{Did}} = \frac{1}{p_D - p_{Di}}. \quad \text{..........} \quad (2.89)$$

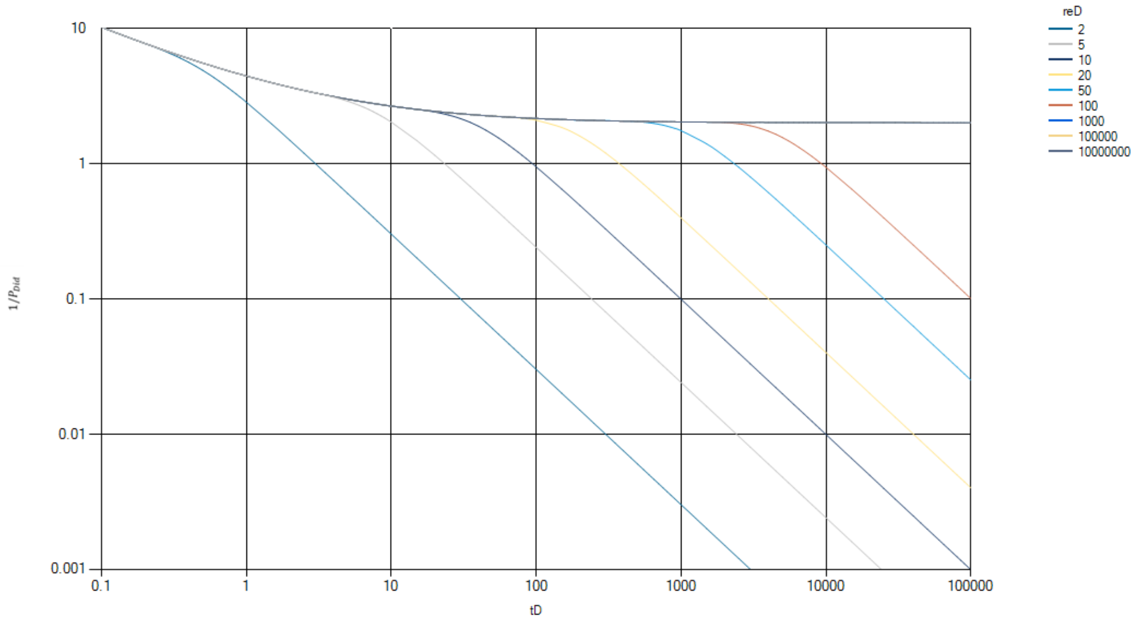

Gráfico 19: Curvas de presión integral inversa derivativa adimensional de declinación.

La curva obtenida es similar a la curva de presión derivada en las pruebas de presión de los pozos, sin embargo, para lograr hacer *match* son requeridos datos de presión y producción en lugar de solo emplear datos de presión.

Capítulo 3. Descripción de la herramienta y sus algoritmos

El programa del presente proyecto fue desarrollado dentro del entorno de Visual Studio de Microsoft. Dicho entorno soporta diferentes lenguajes de programación, de los cuales se seleccionó C# debido a su fiabilidad dentro del proceso de creación de interfaces (únicamente se utilizó este lenguaje de programación en la creación de la herramienta). C# está orientado a objetos y ofrece una gama de opciones en cuento al proceso de creación de gráficas, tablas y lectura de datos, tres utilidades de vital importancia que terminaron de definir nuestra elección. Adicionalmente, el lenguaje elegido permite la interacción de clases, objetos, funciones y métodos de manera sencilla lo cual, para la arquitectura del programa, resulta de gran ayuda, dado que el motor central, como se describe posteriormente, se encuentra definida en una clase, que contiene funciones, que son introducidos a la interfaz mediante objetos y métodos.

En términos generales la herramienta de cómputo ofrece una interfaz sencilla al usuario para cargar datos de producción, así como para la visualización de los resultados obtenidos. Adicionalmente, la herramienta de cómputo incorpora métodos numéricos para tratar casos de gas, así como modelos que incluyan integración y derivación numérica para casos que así lo requieran.

En el presente capítulo se describe la forma en que funciona la herramienta de cómputo, partiendo desde la metodología general, hasta detallar en cada método las funciones de tiempo empleadas para la realización del ajuste sistematizado a través de curvas tipo.

Un algoritmo nos permite ver la secuencia de cada uno de los procesos que engloba alguna metodología (o modelo) para obtener un resultado. De acuerdo al alcance de este trabajo, se propuso la siguiente secuencia general de funcionamiento del programa dentro del **Diagrama 1**.

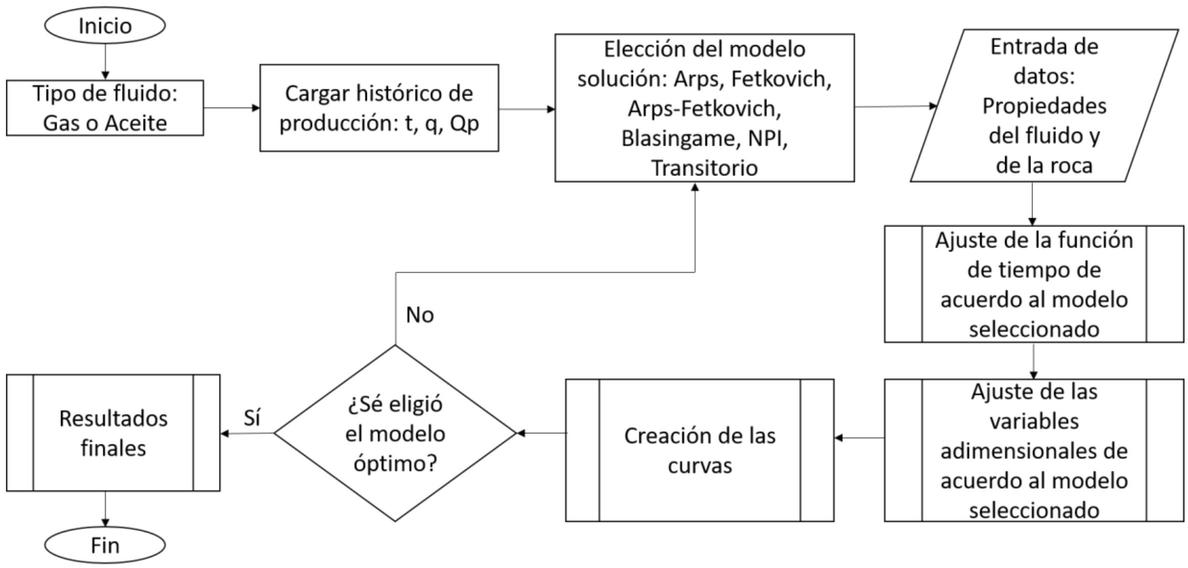

Diagrama 1: Diagrama de flujo general del funcionamiento del programa.

Como puede apreciarse, la manera en que funciona la herramienta de cómputo es a través de una secuencia que depende del modelo elegido para el análisis de datos de producción ya que, en realidad, el desarrollo de curvas tipo y el ajuste rápido de datos de producción dependen del modelo que elija el usuario, es por ello que en los apartados siguientes se describen las metodologías generales para construir las curvas tipo y para llevar los datos medidos en campo a términos de variables adimensionales para cada grupo de curvas tipo.

3.1 Algoritmo para creación de curvas tipo

Con excepción de las curvas tipo de Arps propuestas por Gentry (1972), todos los demás enfoques requieren la resolución de su modelo en el espació de Laplace, razón por la cual es necesario emplear un inversor numérico. Para efectos de la herramienta de cómputo se decidió emplear el Inversor de Gaver-Stehfest, el cual puede ser encontrado en el **ANEXO A**, así como las aproximaciones polinomiales realizadas para las funciones de Bessel, las cuales pueden ser encontradas en el **ANEXO B**. La herramienta de cómputo sobre la cual versa el presente texto considera un total de trece modelos en el espacio de Laplace y, básicamente, para la obtención de las curvas tipo del capítulo anterior se siguió el siguiente algoritmo presentado en el **Diagrama 2**.

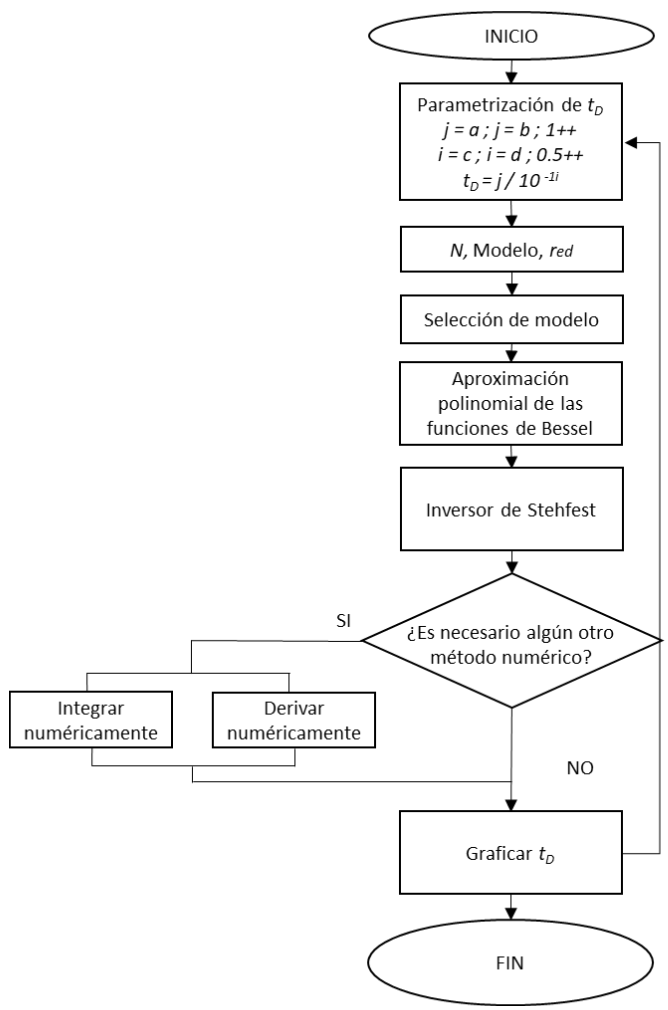

Diagrama 2: Algoritmo para la generación de curvas tipo.

3.2 Funciones de tiempo adimensional y gasto adimensional de declinación

Para cada uno de los datos de entrada (t, q, Qp y p) leídos de los históricos de producción, cada modelo maneja sus propias variables adimensionales; con estas variables es posible ajustar los datos reales a cada modelo para obtener una interpretación rápida. A continuación, se indican cada una de las variables adimensionales de cada uno de los modelos con excepción de Arps ya que, dentro del capítulo dos, sus variables fueron descritas al ser fundamentales dentro de la misma creación del modelo general.

Es importante mencionar que los históricos de producción dentro de la herramienta de cómputo deberán estar en formato .txt, esto con la finalidad de poder hacer diferentes ejecuciones con diferentes históricos de producción.

3.2.1 Variables adimensionales de Fetkovich y Fetkovich-Arps

La fórmula de Dupuit es aplicable en el periodo de flujo dominado por las fronteras para el cálculo de q_i y está dada por:

$$q_i = \frac{2\pi Kh(p_i - p_{wf})}{\mu B \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_{wa}}\right) - \frac{1}{2}\right]}, \text{ó}, q_i = \frac{2\pi Kh(p_i - p_{wf})}{\mu B \left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2}\right)}, \quad \text{.......................................} \quad (3.1)$$

entonces q_{iD} puede ser expresado como:

$$q_{iD} = \frac{1}{\ln r_{eD} - \frac{1}{2}}. \quad \text{..} \quad (3.2)$$

Hay que mencionar que r_{wa} es el radio aparente del pozo y viene dado por:

$$r_{wa} = r_w e^{-s}, \quad \text{...} \quad (3.3)$$

en donde introduce la variable de daño a la formación como un parámetro de ajuste. Retomando la ecuación del gasto adimensional de Arps para una declinación exponencial tenemos:

$$q_{Dd} = \frac{q}{q_i} = q_D\left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2}\right) = \alpha q_D \ . \quad \text{(3.4)}$$

Con los desarrollos de Fetkovich y Van Enerdingen y Hurst se llegaron a las expresiones de un gasto adimensional bajo una Pwf constante de acuerdo a una declinación exponencial, q_D, y se definió también un tiempo adimensional de declinación, t_{Dd}.

$$q_D = \frac{1}{\left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4}\right)} e^{-\frac{2t_D}{r_{eD}^2\left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4}\right)}}, \quad \text{(3.5)}$$

$$t_{Dd} = t_D \frac{1}{\frac{1}{2}(r_{eD}^2 - 1)\left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2}\right)} = \beta t_D \ . \quad \text{(3.6)}$$

Ahora bien, dentro de nuestras variables donde se engloban los datos de entrada, se encuentran las ecuaciones **(2.33)**, **(2.36)** y **(2.60)** para t_D, q_D y t_{Dd} respectivamente. Para la obtención de q_{Dd} se tomó la siguiente expresión:

$$q_{Dd} = q_D\left(\ln r_{eD} - \frac{1}{2}\right). \quad \text{(3.7)}$$

Nos podemos referir a las ecuaciones **(2.52)** y **(2.56)** para el gasto integral y derivado respectivamente.

3.2.2 Variables adimensionales de Blasingame

Los modelos de Blasingame manejan las mismas variables adimensionales de las ecuaciones **(2.33)**, **(2.34)** y **(2.35)** para t_D, r_D y r_{eD} respectivamente, a excepción de p_D, la cual se denota de acuerdo al modelo de un yacimiento circular cerrado en:

$$p_D = \frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{q\mu B}. \quad \text{(3.8)}$$

El tiempo de balance de materia es denotado en la ecuación **(2.61)**, entonces para los yacimientos de aceite se tiene la siguiente definición del tiempo de balance de materia adimensional:

$$t_{cD} = \frac{k}{\emptyset\mu C_t A} t_c , \quad \text{(3.9)}$$

en consecuencia, el tiempo de balance de materia adimensional de declinación es:

$$t_{cDd} = t_{cD} \frac{1}{\left(\frac{r_{eD}^2}{2}\right)\left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4}\right)}, \quad \text{(3.10)}$$

finalmente, para obtener el q_{Dd} se tiene:

$$q_{Dd} = \frac{1}{1 + t_{cDd}}. \quad \text{(3.11)}$$

En cuanto a los yacimientos de gas se tiene que hacer uso de la pseudo-presión, entonces, el pseudo-tiempo de balance de materia se define como:

$$t_{ca} = \frac{GC_{ti}}{q}\left(p_{pi} - p_p\right), \quad \text{(3.12)}$$

ahora, obteniendo directamente el t_{caDd} se tiene:

$$t_{caDd} = \frac{K}{r_{eD}^2 r_w^2 \emptyset C_{ti} (\mu B)_i \frac{1}{2}\left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4}\right)} t_{ca}\,, \quad \text{..........} \quad (3.13)$$

Y así ahora podemos obtener q_{Dd} como:

$$q_{Dd} = \frac{(\mu B)_i}{2\pi K h \Delta p_p}\left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4}\right). \quad \text{..........} \quad (3.14)$$

Aunado a lo anterior, tenemos la ecuación **(2.63)** para t_{cDd} como la utilizada dentro del programa. Nos podemos referir a las ecuaciones **(2.70)** y **(2.71)** para el gasto integral y derivado respectivamente.

3.2.3 Variables adimensionales de Agarwal-Gardner

Se retoman las variables adimensionales de las ecuaciones **(2.33)**, **(2.34)**, **(2.35)**, **(2.36)** y **(3.8)** para t_D, r_D, r_{eD}, q_D y p_D respectivamente. El tiempo adimensional establecido por Agarwal es:

$$t_{DA} = t_D \frac{1}{\pi(r_{eD}^2 - 1)}\,, \quad \text{..........} \quad (3.15)$$

en tanto que el q_D es denotado como:

$$q_D = \frac{1}{p_D}. \quad \text{..........} \quad (3.16)$$

Se destaca el uso de la ecuación **(2.36)** para obtener q_D y así, a su vez, obtener p_D sacando el inverso de la ecuación **(3.16)**. Nos podemos referir a las ecuaciones **(2.80)** y **(2.82)** para el gasto integral y derivado respectivamente.

3.2.4 Variables adimensionales NPI

Se trabaja con las variables adimensionales de las ecuaciones **(2.34)**, **(2.35)** y **(3.8)** para r_D, r_{eD} y p_D respectivamente. El tiempo adimensional es denotado como:

$$t_{DA} = \frac{Kt}{\pi Ø \mu C_t r_e^2}. \quad \text{.........} \quad (3.17)$$

Nos podemos referir a las ecuaciones **(2.84)** y **(2.87)** para el gasto integral y derivado respectivamente.

3.2.5 Variables de las curvas de declinación transitoria

Se retoman la ecuación **(3.8)** para p_D y la ecuación **(3.16)** para q_D, mientras que las demás variables son definidas a continuación:

$$t_D = \frac{Kt}{Ø \mu C_t r_{wa}^2}, \quad \text{.........} \quad (3.18)$$

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_{wa}}. \quad \text{.........} \quad (3.19)$$

Para el caso de r_{wa} se trata del radio aparente del pozo y es definido como:

$$r_{wa} = r_w e^{-S}. \quad \text{.........} \quad (3.20)$$

Donde S es el factor de daño.

3.3 Descripción del algoritmo para llevar datos medidos de producción a variables adimensionales usadas en el proceso de sistematización para yacimientos de gas

De acuerdo con los objetivos propuestos en el presente trabajo, fue aplicada la siguiente metodología con el fin de llevar los datos medidos en campo (t, q, Qp y p) a términos de variables adimensionales correspondientes a cada grupo de curvas tipo.

I. Determinar las condiciones iniciales del yacimiento, es decir, presión inicial (P_i), factor volumétrico del gas (B_g), temperatura (T), compresibilidad de la roca (C_r), densidad del gas, viscosidad (μ_g) y compresibilidad del gas (C_g); para ello pueden emplearse datos medidos o pueden ser calculados mediante de correlaciones.
II. Una vez que se han definido las condiciones iniciales del yacimiento, es necesario hacer uso de la pseudo-presión, por lo que se emplean métodos de integración numérica, así como estimaciones del factor Z y viscosidad del gas a diferentes presiones.
III. Para lograr llevar datos de presión real a términos de pseudo-presión se puede modelar un polinomio que describa el comportamiento en un gráfico de presión contra pseudo-presión, de tal suerte que este polinomio sirva para interpolar los diferentes valores de presión real. Para efectos de esta herramienta, se empleó como método de interpolación el método del spline cúbico, cuya descripción puede ser encontrada en el **ANEXO E**.
IV. Tras interpolar el valor de pseudo-presión a través del spline cúbico, es necesario obtener la diferencia de Pi- Pwf ya que, en cada modelo a partir de Blasingame, es considerado para poder determinar los valores del gasto adimensional de declinación, así como sus pares integrales o derivados.

V. Para cada función de tiempo y de gasto adimensional se toman los modelos ya enunciados en el apartado 3.1. En un primer acercamiento se proponen valores de permeabilidad, daño, radio del yacimiento, porosidad y espesor neto impregnado.

VI. Al dar valores propuestos, se obtiene una curva con el mismo comportamiento que las curvas tipo, independientemente del modelo, sin embargo, para elegir la curva tipo correcta, se toma en consideración su cercanía con relación a una curva cuyo valor de reD sea el más parecido con los datos de entrada proporcionados.

VII. A través de cambios en el factor de daño, radio del yacimiento, permeabilidad, espesor neto impregnado y porosidad, se busca que la curva con datos medidos se sobreponga con respecto de la curva tipo seleccionada.

VIII. Una vez que se la curva ha sido sobrepuesta, deben corregirse la información del yacimiento que depende del radio del yacimiento, el espesor neto impregnado y la porosidad, como lo es el OGIP (*Original Gas In Place*), o bien el EUR *(Estimated Ultimate* Recovery).

En el caso de yacimientos de aceite se sigue la misma metodología sin emplear el uso de la pseudo-presión y, por ende, el spline cúbico, lo cual hace el proceso relativamente más rápido y sencillo.

3.3.1 Esquematización general del uso de la interfaz de la herramienta de cómputo para el análisis de casos

A continuación, se ejemplificará, amanera de guía, el funcionamiento general del programa. Primeramente, al ejecutar el programa, se tiene la interfaz principal (**Figura 1**).

Figura 1:Interfaz principal.

Esta es la interfaz principal de la herramienta y aquí se decidió colocar todo de cierta forma que el usuario tenga todo a la mano de forma secuencial, comenzando desde la importación de los datos hasta la parte en que se tiene el botón "Run" para visualizar los ajustes. Para ejemplificar el uso se usarán los datos de entrada del yacimiento de gas del capítulo 4, pero el ajuste de los modelos de dicho yacimiento estará en dicho capítulo en la sección 4.1.1.

Primero se procede a dar clic en la parte de “Import data” (**Figura 2**).

Figura 2:Selección de la opción "Import data".

Se nos abrirá una pestaña en donde, el usuario, podrá cargar sus datos de campo tales como: t en días, q en Mpcd, p_{wf} en psi y Q_p en MMpc, obtenidos de los históricos de producción, subiendo un archivo .txt en “Browse” (**Figura 3**).

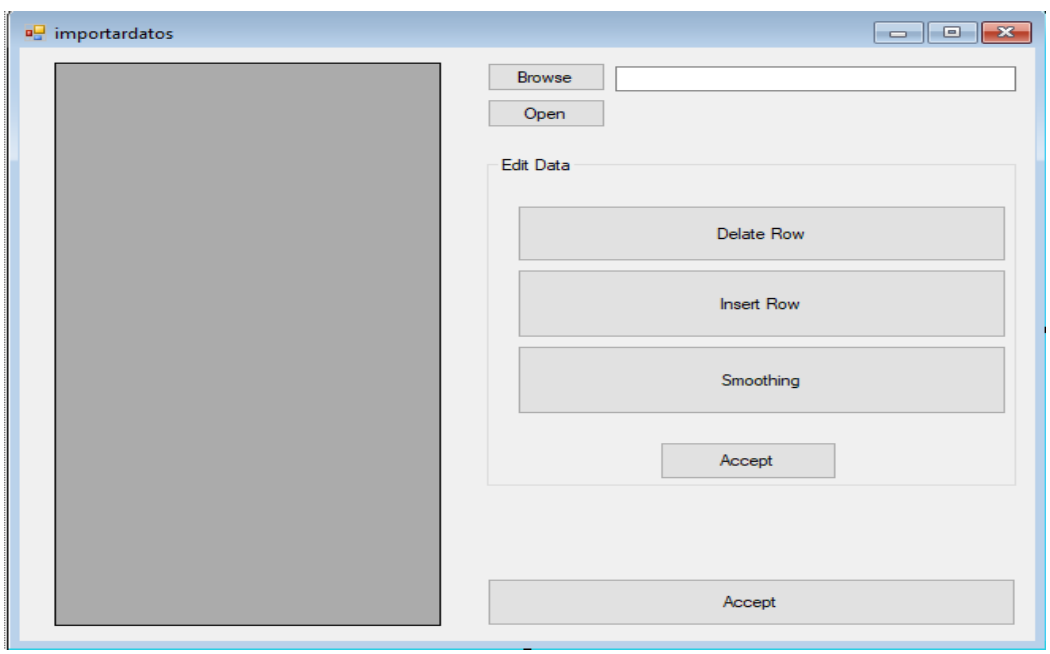

Figura 3:Selección de la opción "Browse" para subir archivo en .txt.

Posterior a ello se da clic en “Open” para visualizar los datos y, finalmente, se da en “Accept” (**Figura 4**). El botón “button2” permite ver dato a dato la información).

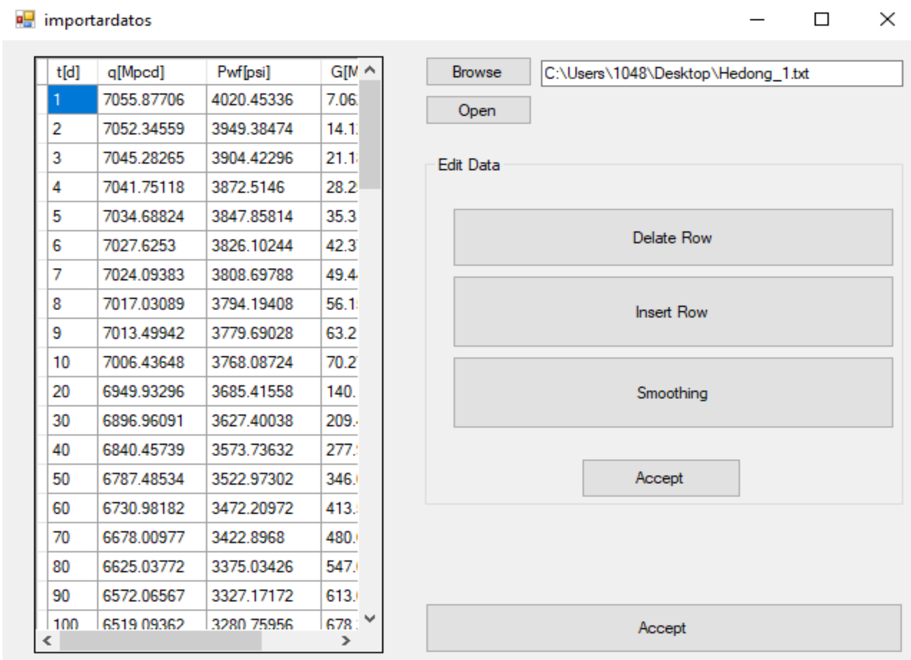

Figura 4:Terminar la carga del histórico de producción con la opción "Accept".

Una vez los datos estén cargados, se da clic en la sección “Data preparation” para introducir los datos iniciales (**Figura 5**).

Figura 5:Selección de la opción "Data preparation".

Al dar clic se despliega una ventana con 3 secciones: una primera para seleccionar el fluido llamada “Fluid”, la segunda para introducir el radio del pozo llamado “Well” y una tercera para introducir los parámetros de la capa de estudio llamada “Layer parameters” (**Figura 6**).

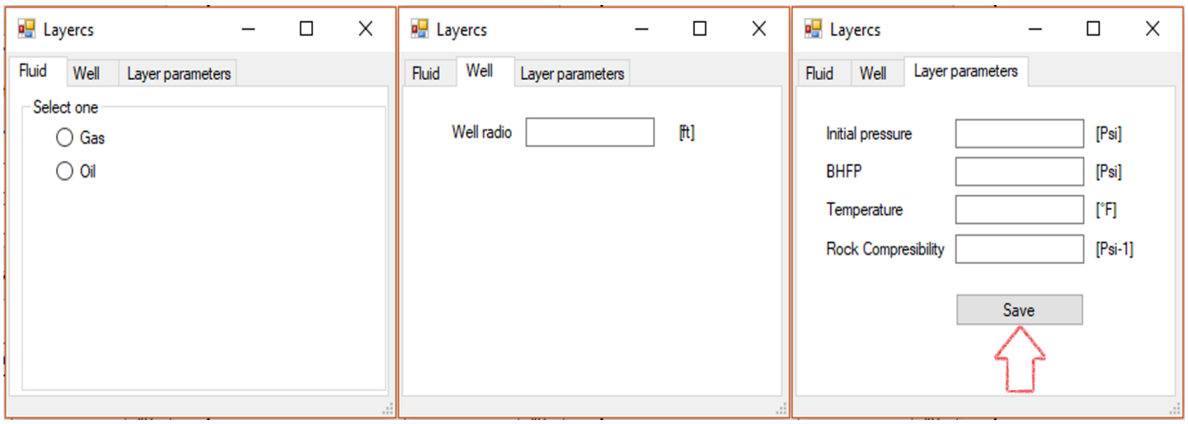

Figura 6:Secciones "Fluid", "Well" y "Layer parameters".

Una vez incluidos los datos y, al dar clic en “Save”, se abrirá otra ventana para introducir la compresibilidad, viscosidad y densidad relativa del gas. En esta sección se pueden colocar estos datos o, si se desea, se pueden calcular haciendo uso de algunas de las correlaciones disponibles de *Brown* para gas natural, *Brown* para gas y condensado, *Sutton* para gas natural (**Figura 7**).

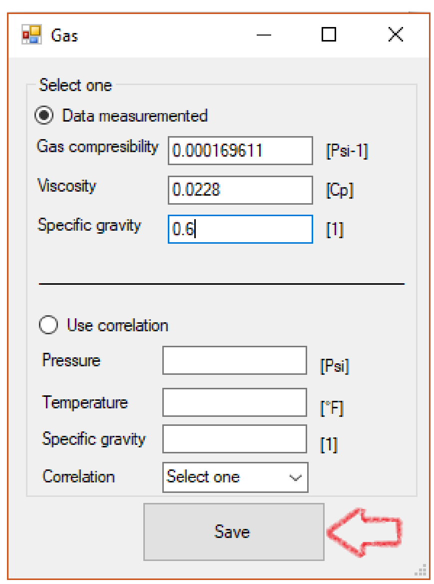

Figura 7:Entrada de la viscosidad, compresibilidad y densidad relativa del gas.

Se da clic en “Save” una vez seleccionado la forma de introducir los datos y, ahora, se va a seleccionar el modelo con el que se desee calibrar, eligiendo este modelo y el tipo de curva tipo para el análisis (**Figura 8**).

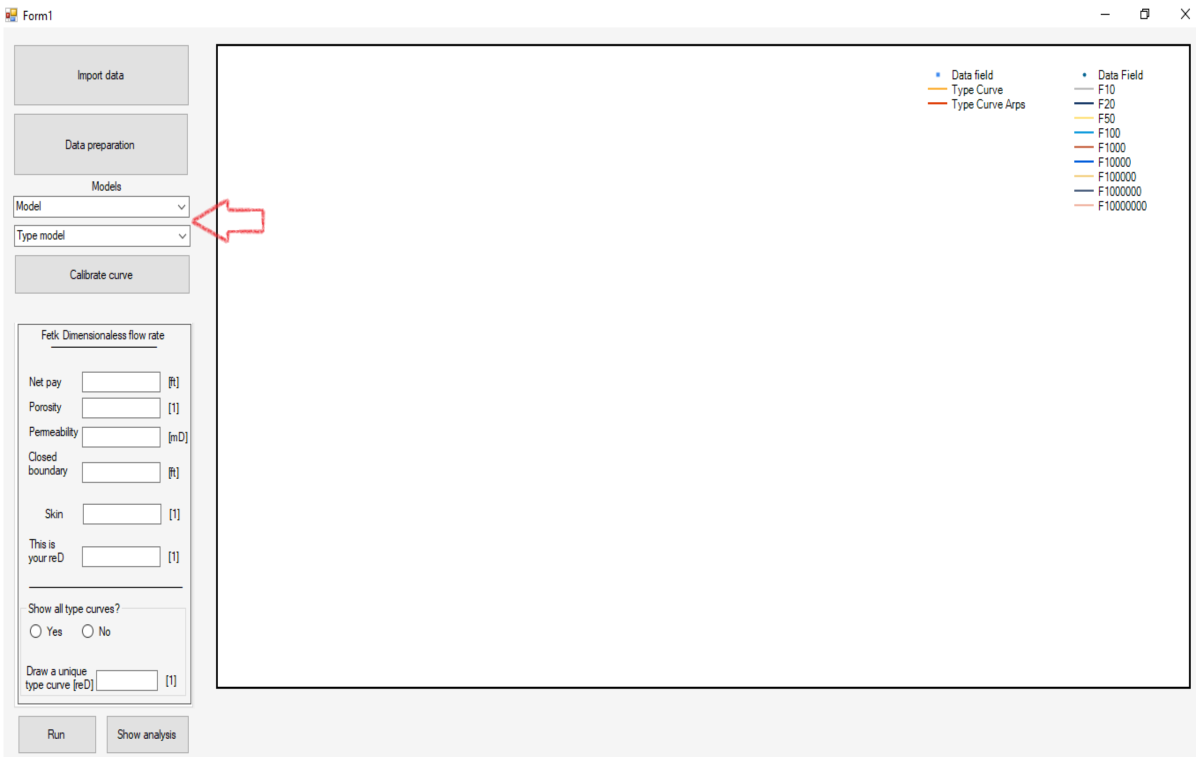

Figura 8:Elección del modelo.

Para este ejemplo se seleccionó el modelo de *Fetkovich* y el tipo de *Fetkovich dimensionaless flow rate* (**Figura 9**).

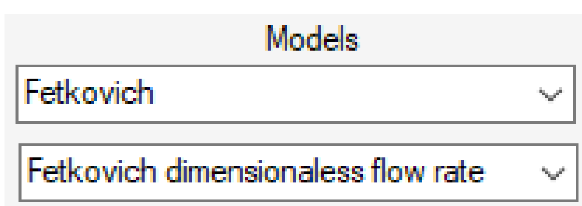

Figura 9:Modelo seleccionado de "Fetkovich" denominado "Fetkovich dimensionaless flow rate".

Ahora se da clic en el botón de “Calibrate curve” para que el programa termine de acoplar las opciones seleccionadas y le permita al usuario ingresar los últimos datos (**Figura 10**).

Figura 10:Selección de la opción "Calibrate curve".

Ahora se procede a meter los datos del yacimiento dentro de la siguiente sección (**Figura 11**).

Figura 11:Sección de entrada de los datos del yacimiento.

En esta sección se introducen los datos finales antes de la generación de las curvas tipo pero, previo al análisis, hay que destacar 3 cosas:

- En la sección “This is your reD” no se introduce nada ya que, al darle al botón “Run”, se nos mostrará el reD calculado con los datos que introducidos.

- En la sección “Show all type curves”, si se selecciona la opción de “Yes”, se nos mostrarán todas las curvas pertenecientes a la familia de curvas tipo del modelo seleccionado anteriormente.

- En la sección “Show all type curves”, si se selecciona la opción de “No”, el usuario deberá introducir una curva específica de acuerdo al reD que desee en la sección “Draw a unique type curve [reD]”. Esto permitirá al usuario crear y visualizar, de manera más específica, un análisis curva a curva con los datos reales.

Al dar clic en “Run” el reD será calculado (**Figura 12**).

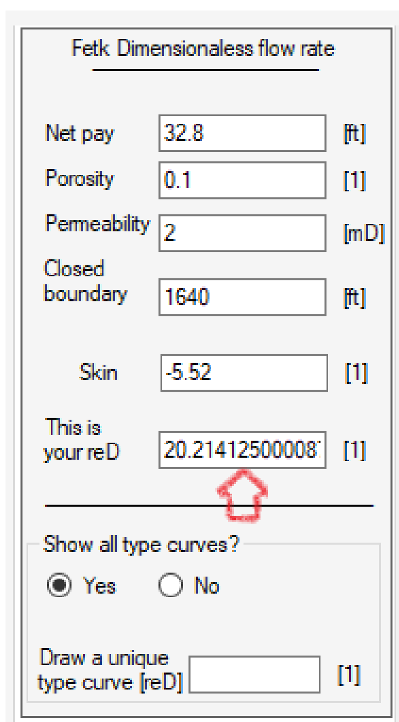

Figura 12:Cálculo del reD con los datos ingresados.

Como se seleccionó la opción de “Yes”, se obtiene toda la familia de curvas del modelo y tipo seleccionado (**Figura 13**).

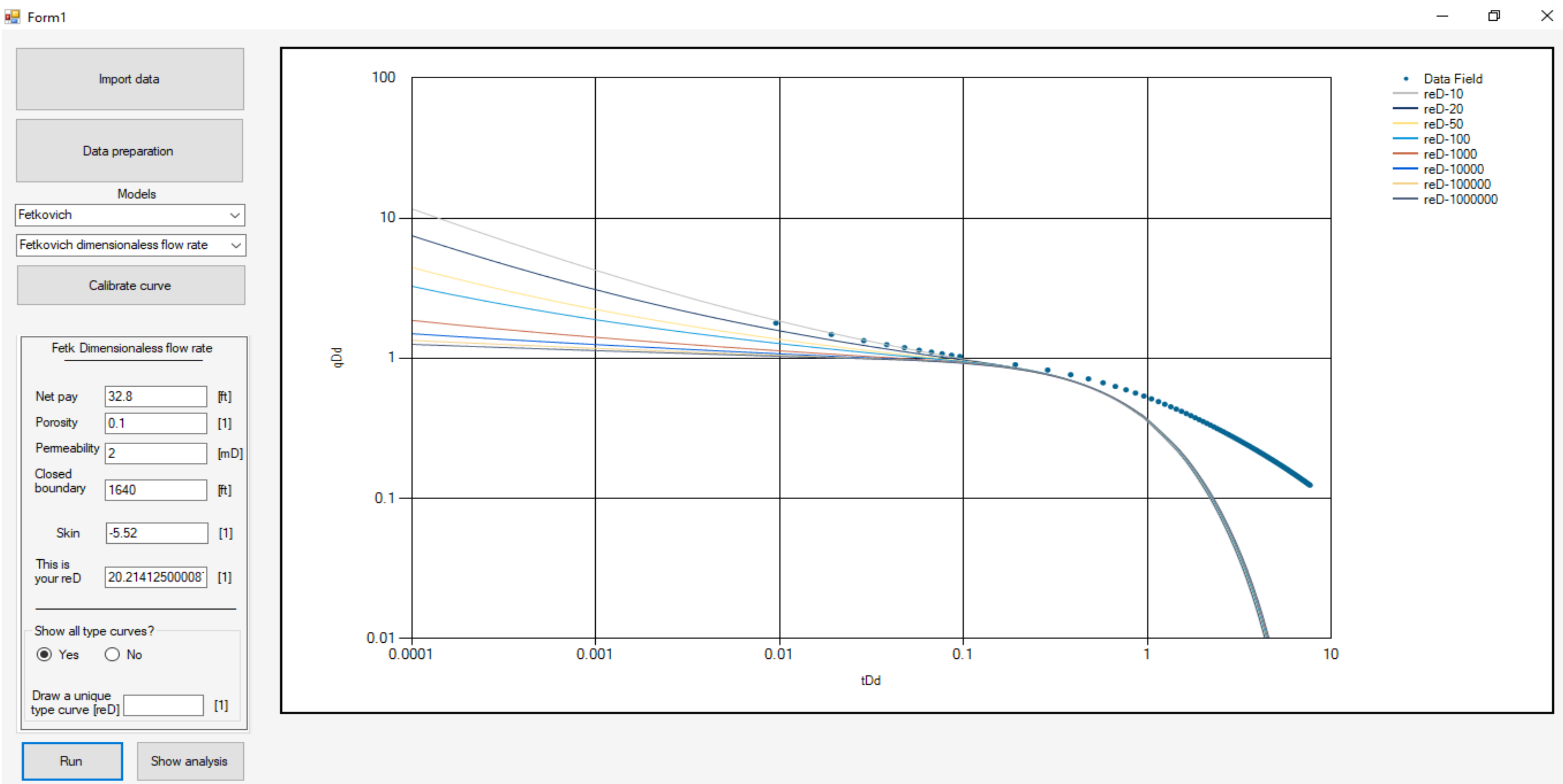

Figura 13:Familia de curvas del modelo seleccionado junto con los datos de campo (opción “Yes”).

Se puede volver a correr seleccionando la opción de “No” y, en este caso, se colocó en “Draw a unique type curve [reD]” un de 20 (**Figura 14**).

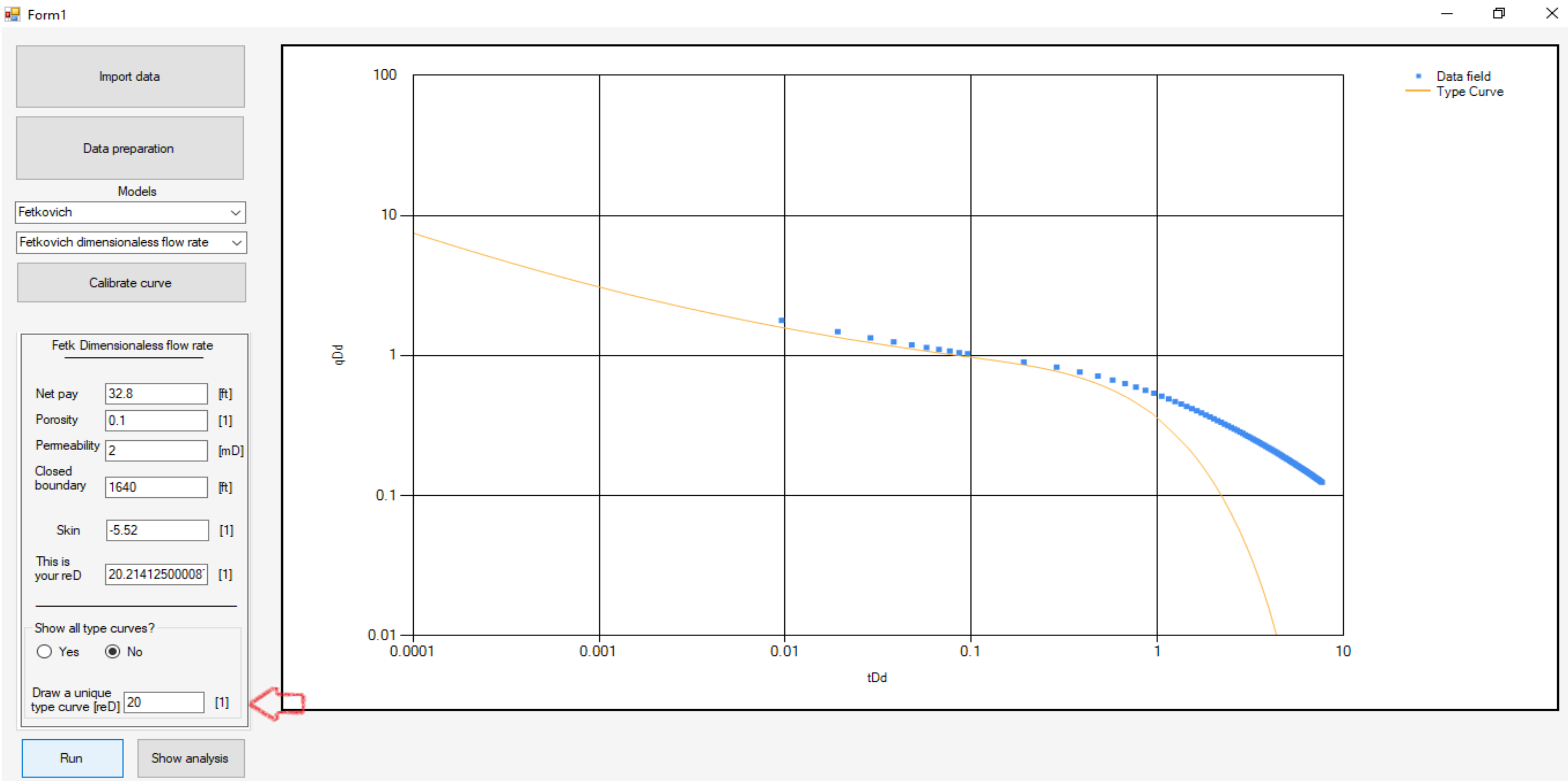

Figura 14:Curva de reD de 20 junto con los datos de campo (opción de "No").

Capítulo 4. Análisis de los resultados

Para corroborar el buen funcionamiento del programa desarrollado, se realizó el análisis de un yacimiento de gas y de un yacimiento de aceite (sintético).

4.1 Caso de análisis: un pozo en un yacimiento de gas

Se tiene un yacimiento de gas centrado en un yacimiento circular cerrado que está produciendo a q y P_{wf} variable. Los datos generales para el problema propuesto son presentados en la **Tabla 1**.

P_i $[Psi]$	4351.14
T_f $[°F]$	176
h $[ft]$	32.8
Ø	0.1
r_e $[ft]$	1640
G $[MMSCF]$	7,062.93
ρ_r	0.6
K $[mD]$	2
S	-5.52
B_{gi}	0.0039497
t_p $[d]$	800
G_p $[MMSCF]$	4,172
μ_g $[Cp]$	0.0228
C_r $[X10^{-6}Psi^{-1}]$	3
C_g $[X10^{-4}Psi^{-1}]$	1.69611
r_w $[ft]$	0.325

Tabla 1: Datos generales del yacimiento de gas.

El histórico de producción se muestra en la **Tabla 2**.

$Tiempo\ [d]$	$q\ [Mpcd]$	$P\ [Psi]$	$Gp\ [MMpc]$	$Tiempo\ [d]$	$q\ [Mpcd]$	$P\ [Psi]$	$Gp\ [MMpc]$	$Tiempo\ [d]$	$q\ [Mpcd]$	$P\ [Psi]$	$Gp\ [MMpc]$
1	7055.87706	4020.45336	7.06294	260	5735.10728	2632.4397	1657.318871	600	4371.95986	1608.47142	3364.431469
2	7052.34559	3949.38474	14.12588	270	5689.19817	2597.63058	1714.528685	610	4336.64516	1582.36458	3407.86855
3	7045.28265	3904.42296	21.18882	280	5646.82053	2561.37108	1771.032205	620	4301.33046	1556.25774	3450.952484
4	7041.75118	3872.5146	28.25176	290	5600.91142	2526.56196	1827.182578	630	4266.01576	1530.1509	3493.683271
5	7034.68824	3847.85814	35.3147	300	5555.00231	2493.20322	1882.979804	640	4234.23253	1504.04406	3536.414058
6	7027.6253	3826.10244	42.37764	310	5512.62467	2458.3941	1938.423883	650	4198.91783	1479.3876	3578.438551
7	7024.09383	3808.69788	49.44058	320	5466.71556	2425.03536	1993.161668	660	4167.1346	1453.28076	3620.109897
8	7017.03089	3794.19408	56.150373	330	5424.33792	2391.67662	2047.546306	670	4131.8199	1427.17392	3661.781243
9	7013.49942	3779.69028	63.213313	340	5381.96028	2359.76826	2101.577797	680	4100.03667	1402.51746	3702.746295
10	7006.43648	3768.08724	70.276253	350	5339.58264	2327.8599	2155.256141	690	4068.25344	1377.861	3743.711347
20	6949.93296	3685.41558	140.19936	360	5297.205	2295.95154	2208.228191	700	4032.93874	1351.75416	3783.970105
30	6896.96091	3627.40038	209.41617	370	5254.82736	2264.04318	2261.200241	710	4001.15551	1327.0977	3824.228863
40	6840.45739	3573.73632	277.92669	380	5212.44972	2232.13482	2313.465997	720	3969.37228	1302.44124	3864.134474
50	6787.48534	3522.97302	346.08406	390	5170.07208	2201.67684	2365.378606	730	3937.58905	1276.3344	3903.686938
60	6730.98182	3472.20972	413.53514	400	5127.69444	2171.21886	2416.938068	740	3905.80582	1251.67794	3942.886255
70	6678.00977	3422.8968	480.63307	410	5088.84827	2140.76088	2467.791236	750	3877.55406	1227.02148	3981.732425
80	6625.03772	3375.03426	547.0247	420	5046.47063	2110.3029	2518.644404	760	3845.77083	1202.36502	4020.225448
90	6572.06567	3327.17172	613.06319	430	5007.62446	2079.84492	2568.791278	770	3813.9876	1177.70856	4058.718471
100	6519.09362	3280.75956	678.39539	440	4968.77829	2050.83732	2618.585005	780	3785.73584	1153.0521	4096.5052
110	6469.65304	3235.79778	743.02129	450	4926.40065	2021.82972	2668.025585	790	3753.95261	1126.94526	4134.291929
120	6416.68099	3190.836	807.64719	460	4887.55448	1992.82212	2717.113018	800	3725.70085	1102.2888	4171.725511
130	6363.70894	3145.87422	871.5668	470	4848.70831	1963.81452	2765.847304				
140	6314.26836	3102.36282	935.13326	480	4809.86214	1934.80692	2814.228443				
150	6264.82778	3060.3018	997.99342	490	4771.01597	1907.2497	2861.903288				
160	6215.3872	3018.24078	1060.1473	500	4735.70127	1878.2421	2909.578133				
170	6165.94662	2977.63014	1122.3012	510	4696.8551	1850.68488	2956.546684				
180	6116.50604	2937.0195	1183.3956	520	4658.00893	1823.12766	3003.515235				
190	6067.06546	2896.40886	1244.49	530	4622.69423	1795.57044	3049.777492				
200	6017.62488	2857.2486	1304.8782	540	4583.84806	1768.01322	3095.686602				
210	5971.71577	2818.08834	1364.9132	550	4548.53336	1740.456	3141.595712				
220	5922.27519	2780.37846	1424.2419	560	4513.21866	1714.34916	3186.798528				
230	5876.36608	2742.66858	1483.2174	570	4477.90396	1686.79194	3231.648197				
240	5830.45697	2704.9587	1541.8398	580	4442.58926	1660.6851	3276.144719				
250	5781.01639	2668.6992	1599.7559	590	4407.27456	1634.57826	3320.288094				

Tabla 2: Histórico de producción del yacimiento de gas.

4.1.1 Resultados del yacimiento de gas

Partiendo desde la página 67 con la **Figura 14**, se denota que ya se tiene un primer gráfico al yacimiento de gas, pero aún no está ajustado. Desde este punto, el usuario puede tomarse la libertad de cambiar alguno de sus datos de espesor, porosidad, permeabilidad, radio externo del yacimiento y factor de daño; todo esto con la finalidad de lograr el mejor ajuste de la curva tipo con los datos reales. Si el usuario deseará cambiar algún dato, como el radio del pozo o la presión inicial, debe regresarse a la sección “Data preparation” y cargar todo como se ha mencionado anteriormente desde esa sección. Para este ejercicio y con estas curvas tipo se encontraron los siguientes datos como una de las diversas posibilidades de ajuste con este modelo (**Figura 15**).

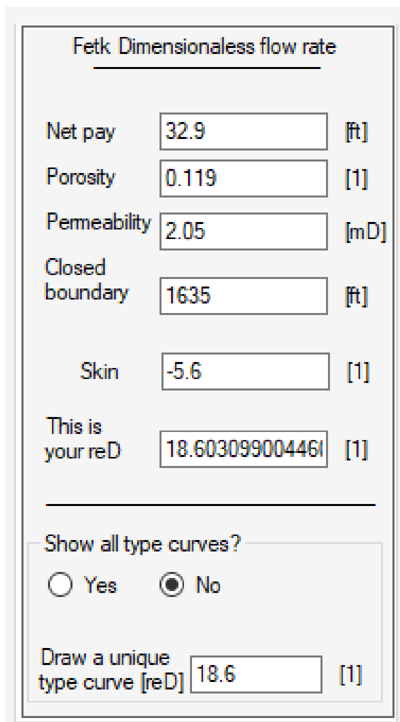

Figura 15:Datos de ajuste para el yacimiento de gas con el modelo de "Fetkovich" de "Fetkovich dimensionaless flow rate".

Una vez vemos que ajustan nuestras variables, se selecciona el reD calculado por el programa y se obtiene el ajuste final con este modelo con nuestra curva tipo de 18.6 (**Figura 16**).

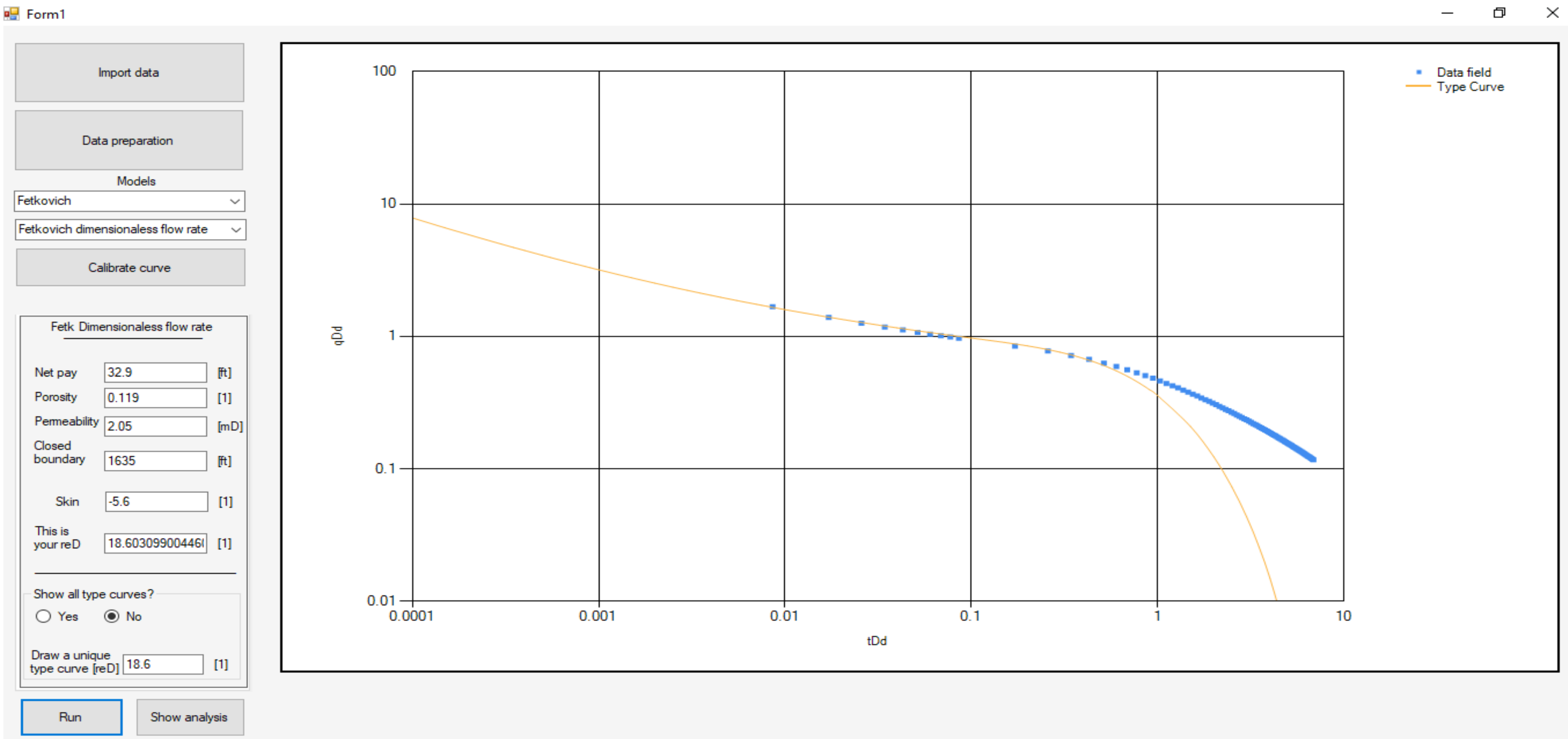

Figura 16:Curva de reD de 18.6 de ajuste para el yacimiento de gas con el modelo de "Fetkovich" de "Fetkovich dimensionaless flow rate".

Podemos visualizar nuestra curva con los reD originales del modelo seleccionado, donde podemos ver una visualización de todas las curvas de la siguiente manera en donde, en este caso, se ajusta más a la curva con un reD de 20 (**Figura 17**).

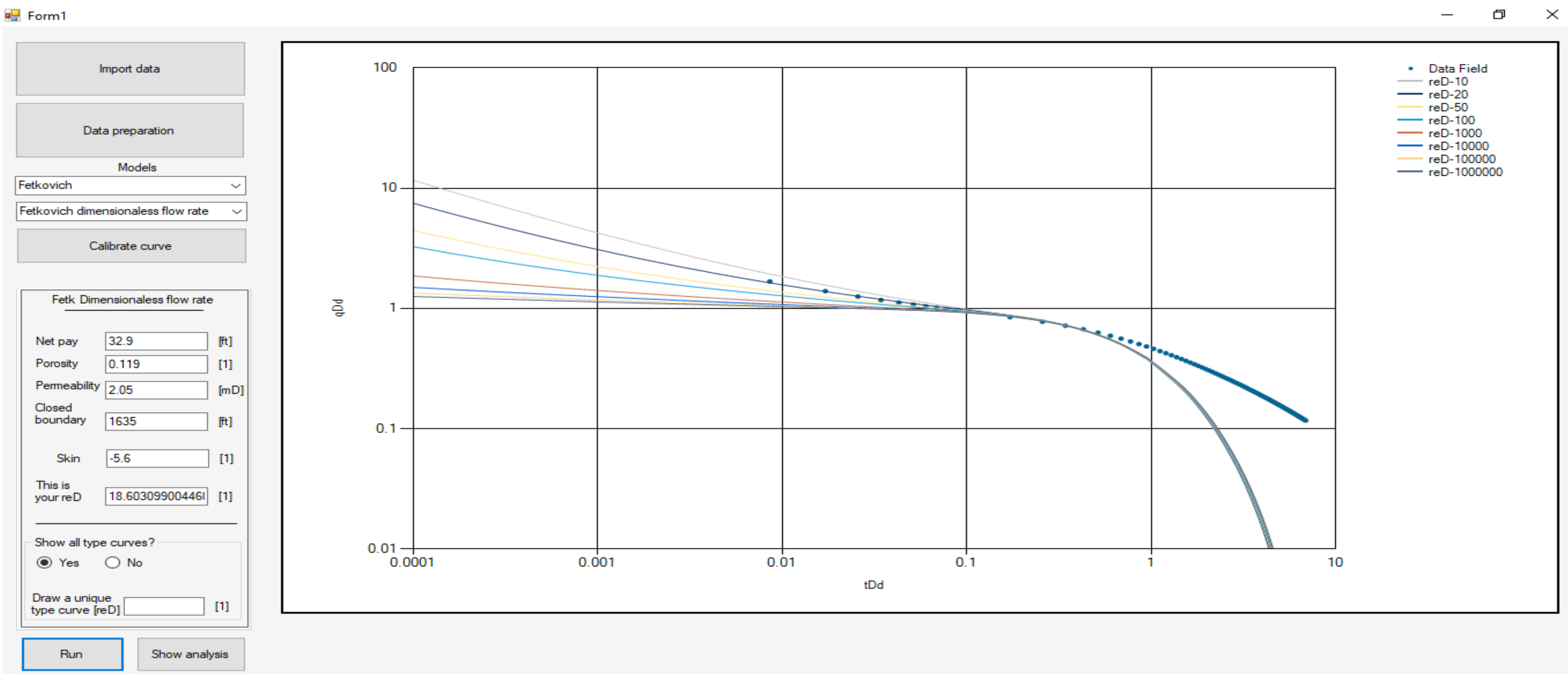

Figura 17:Curva de reD de 20 que mejor ajusta para el yacimiento de gas con el modelo de "Fetkovich" de "Fetkovich dimensionaless flow rate".

Nótese que se debe de mantener congruencia a la hora de realizar el ajuste porque se puede prestar a una mala práctica de, por querer tener el mejor ajuste posible, utilizar datos poco realistas.

Ahora, con este mismo ejemplo, se realizó el ajuste para diferentes tipos de modelos de curvas con la finalidad de mostrar diversos tipos de análisis que el usuario puede elegir de acuerdo a su conveniencia.

- Para el modelo de *Arps* se eligió *Arps dimensionless rate* con reD de 18.6030 con todas las curvas (**Figura 18**) y con sólo la curva obtenida (**Figura 19**).

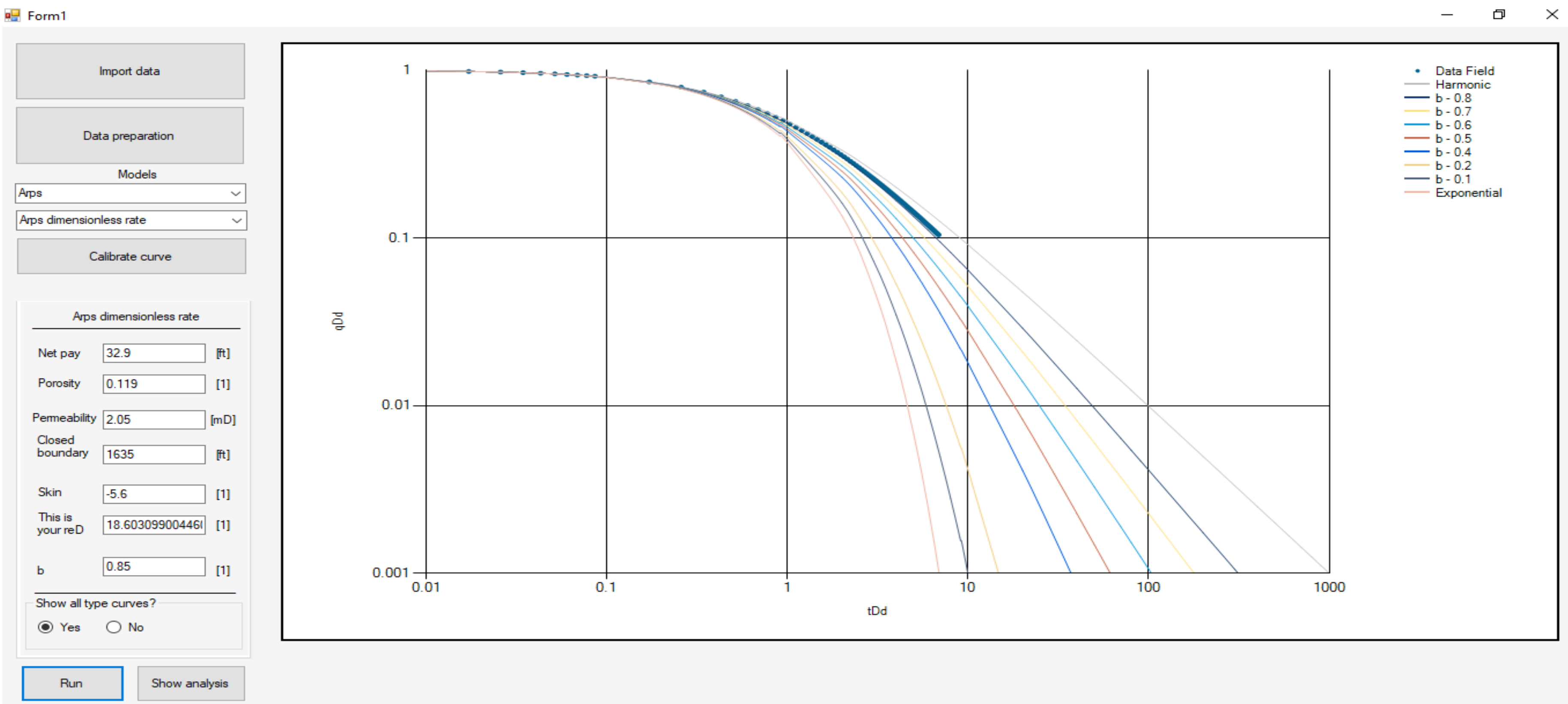

Figura 18:Curva de reD de 18.6030 que mejor ajusta para el yacimiento de gas con el modelo de "Arps" de "Arps dimensionaless rate".

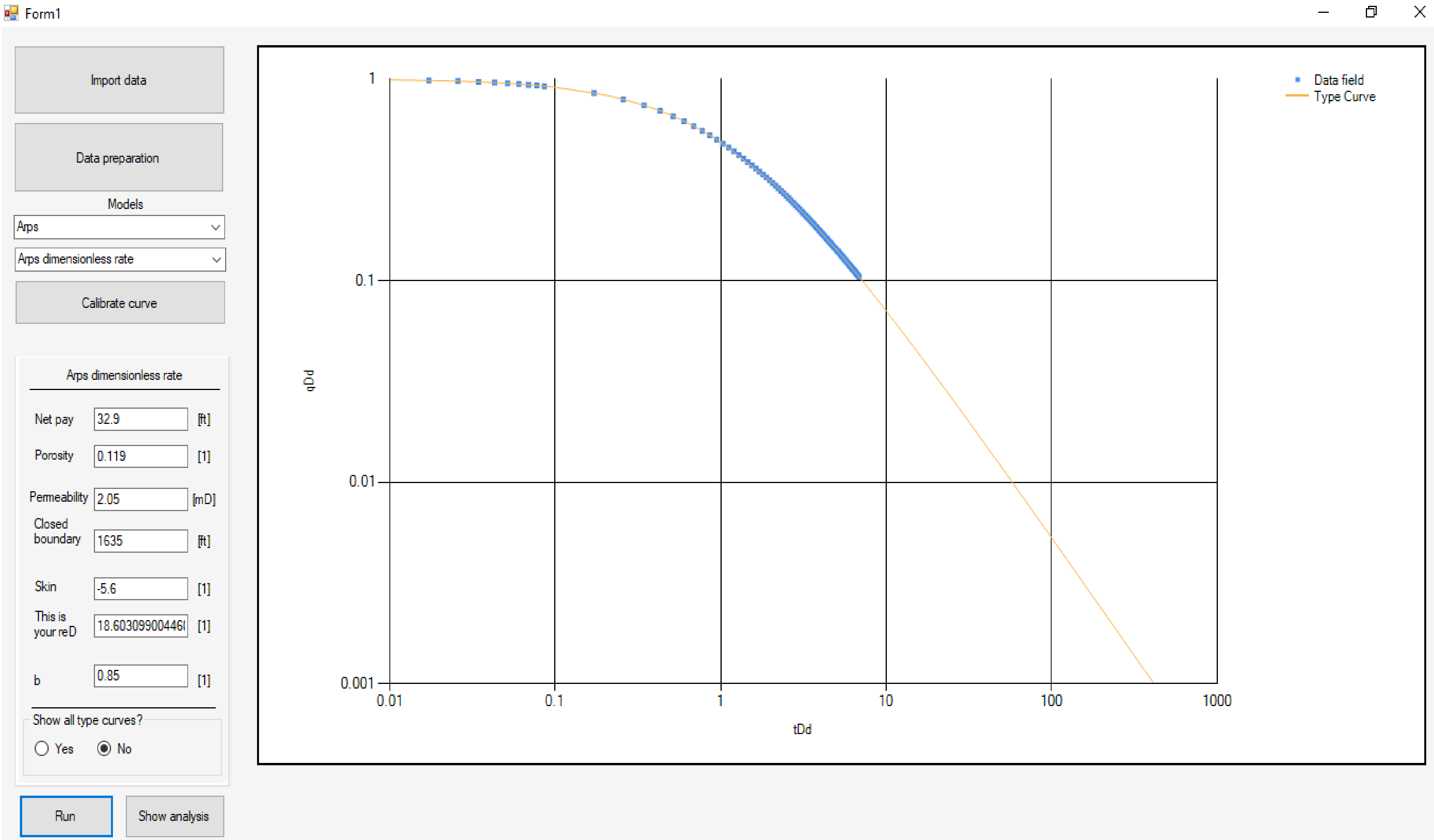

Figura 19:Curva de reD de 18.6030 del modelo de "Arps" de "Arps dimensionaless rate".

- Para el modelo de *Blasingame* se eligió *Blasingame Normalized dimensionless decline flow rate* con reD de 35.2446 con todas las curvas (**Figura 20**) y sólo la curva de análisis (**Figura 21**).

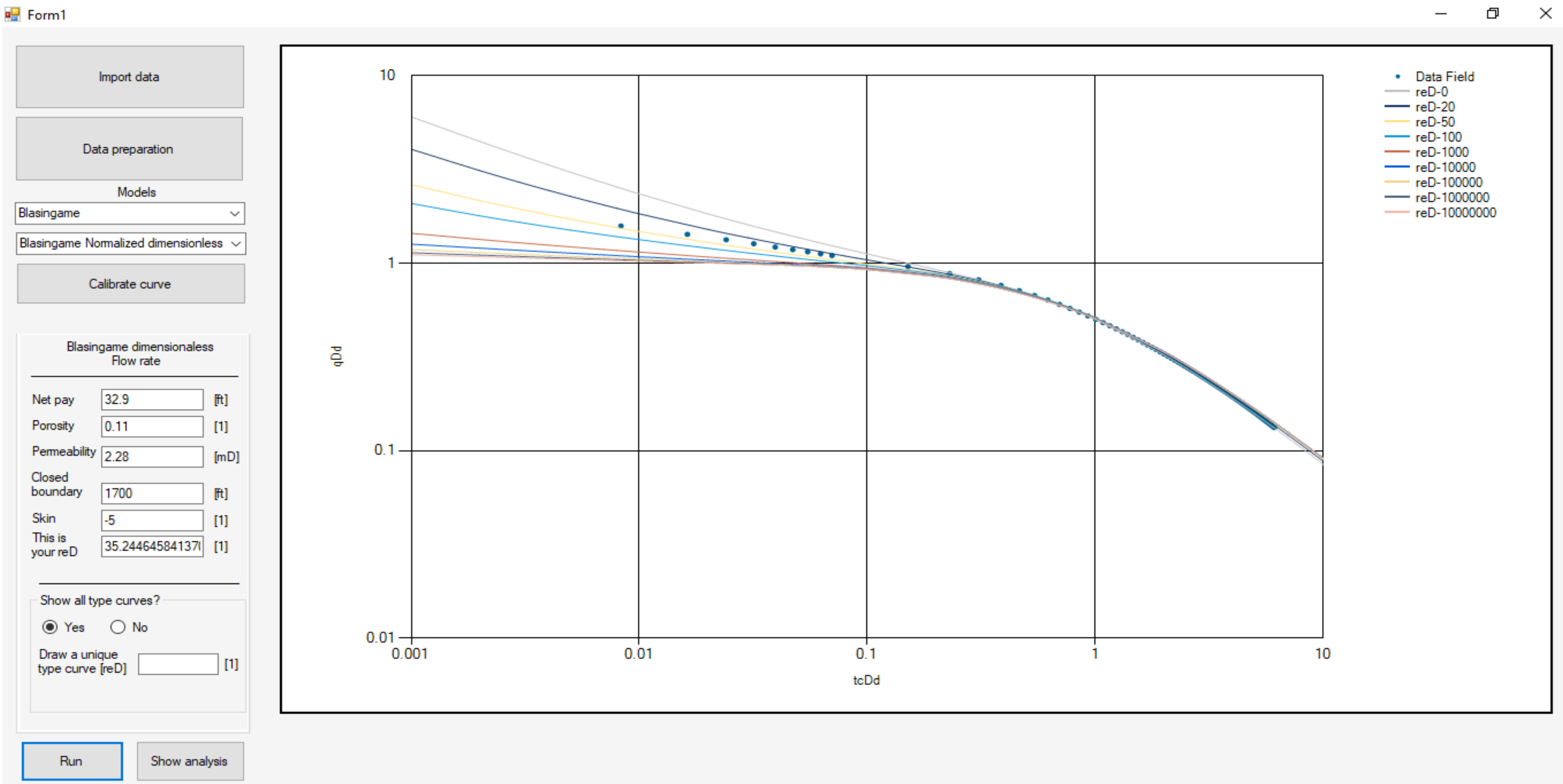

Figura 20:Curva de reD de 35.2446 que mejor ajusta para el yacimiento de gas con el modelo de "Blasingame" de "Blasingame Normalized dimensionless decline flow rate".

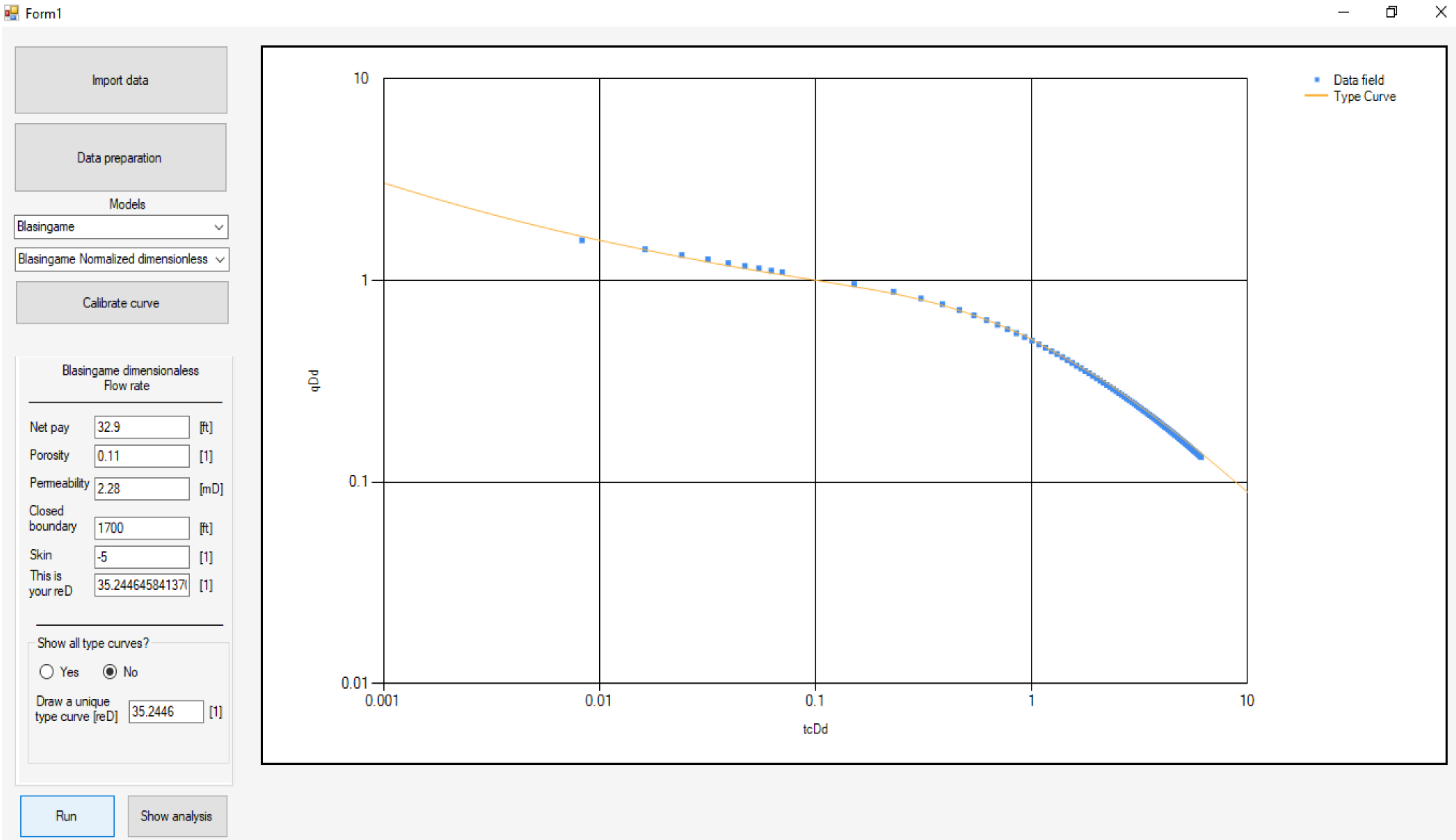

Figura 21:Curva de reD de 35.2446 del modelo de "Blasingame" de "Blasingame Normalized dimensionless decline flow rate".

- Para el modelo de *A-G* se eligió *A-G dimensionless flow rate* con reD de 20.6224 con todas las curvas (**Figura 22)** y sólo la curva de análisis (**Figura 23**).

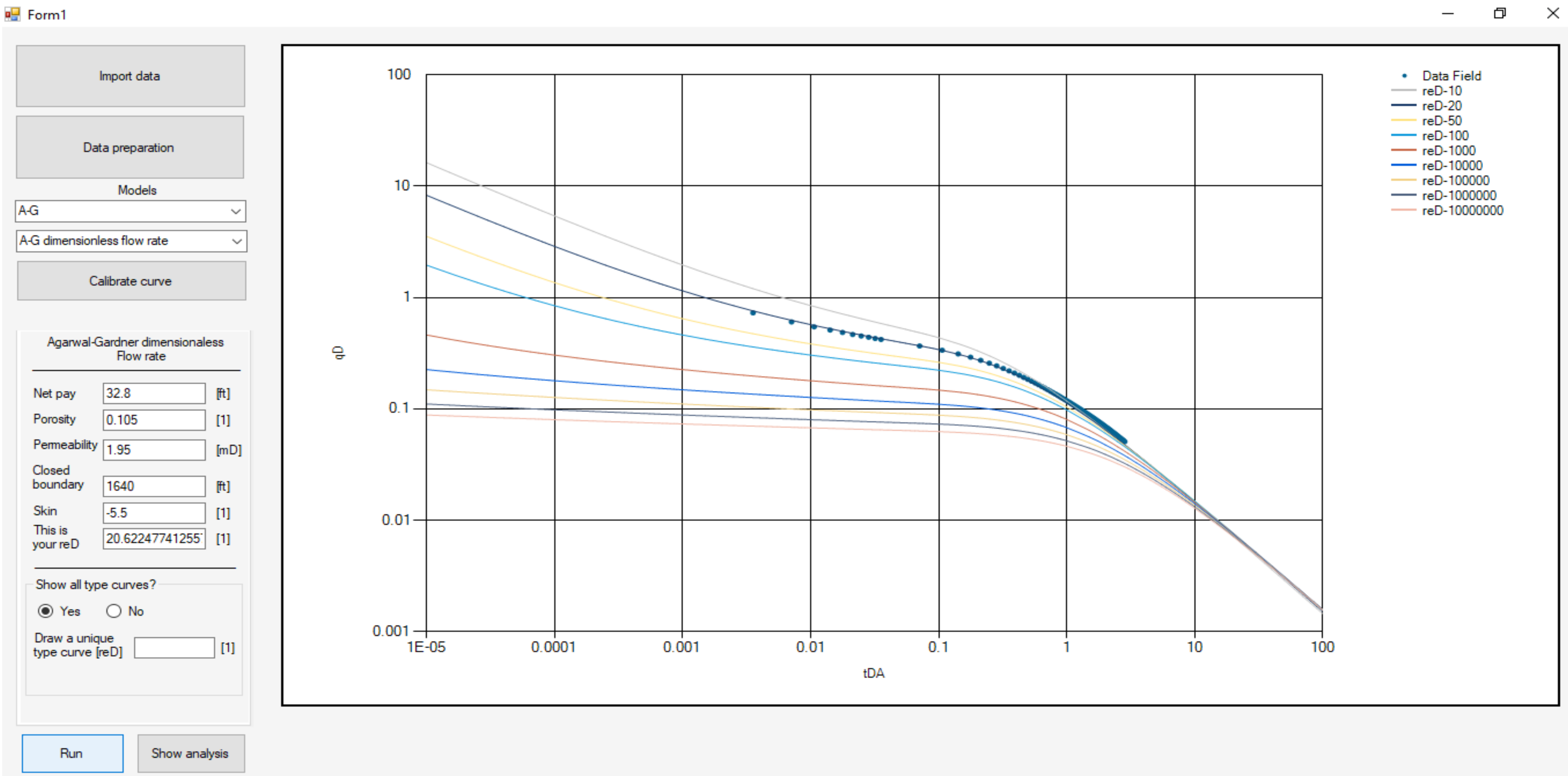

Figura 22:Curva de reD de 20.6224 que mejor ajusta para el yacimiento de gas con el modelo de "A-G" de "A-G dimensionless flow rate".

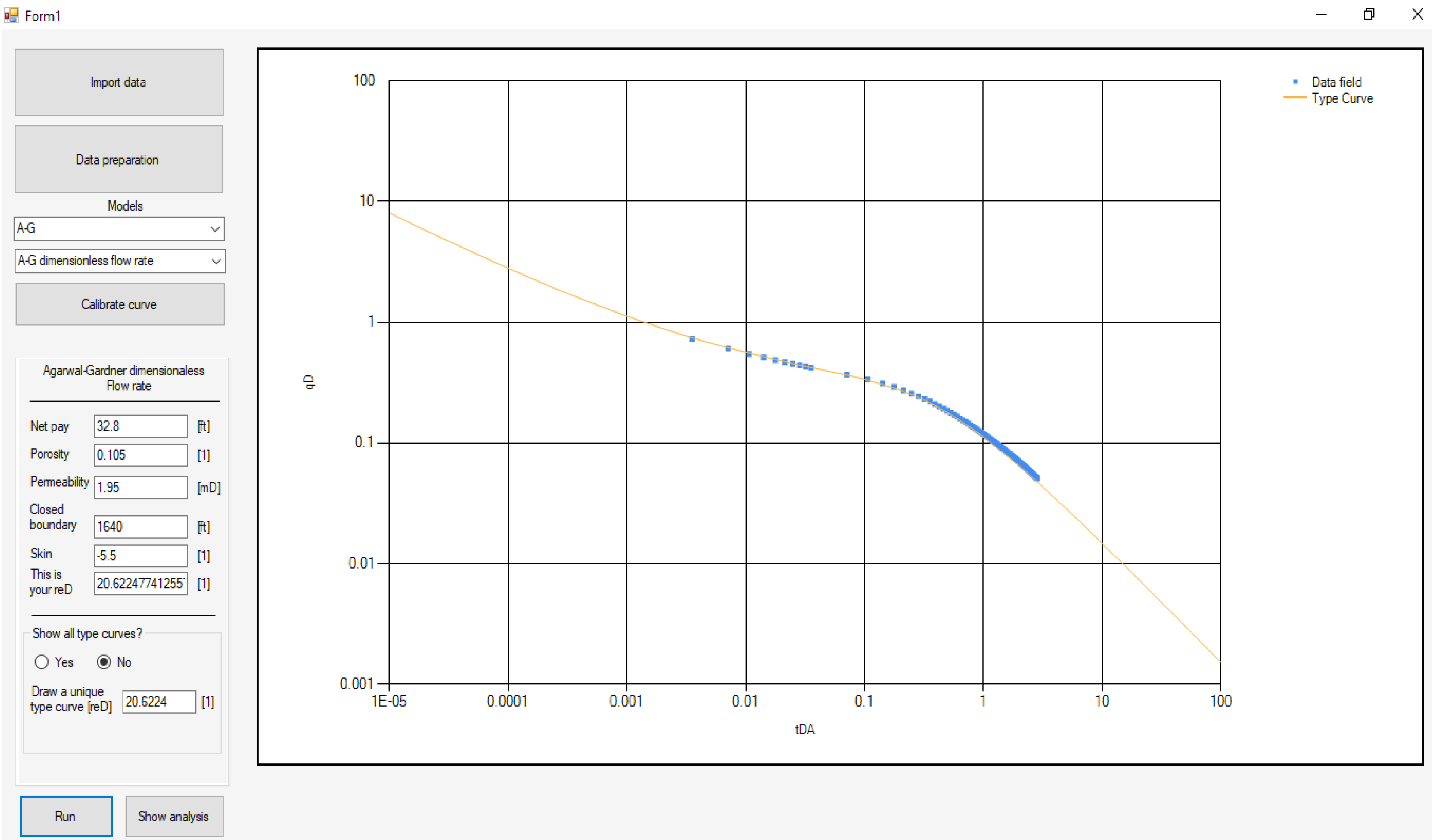

Figura 23:Curva de reD de 20.6224 del modelo de "A-G" de "A-G dimensionless flow rate".

- Para el modelo de *NPI* se eligió *dimensionless pressure* con reD de 20.1524 con todas las curvas (**Figura 24**) y sólo la curva de análisis (**Figura 25**).

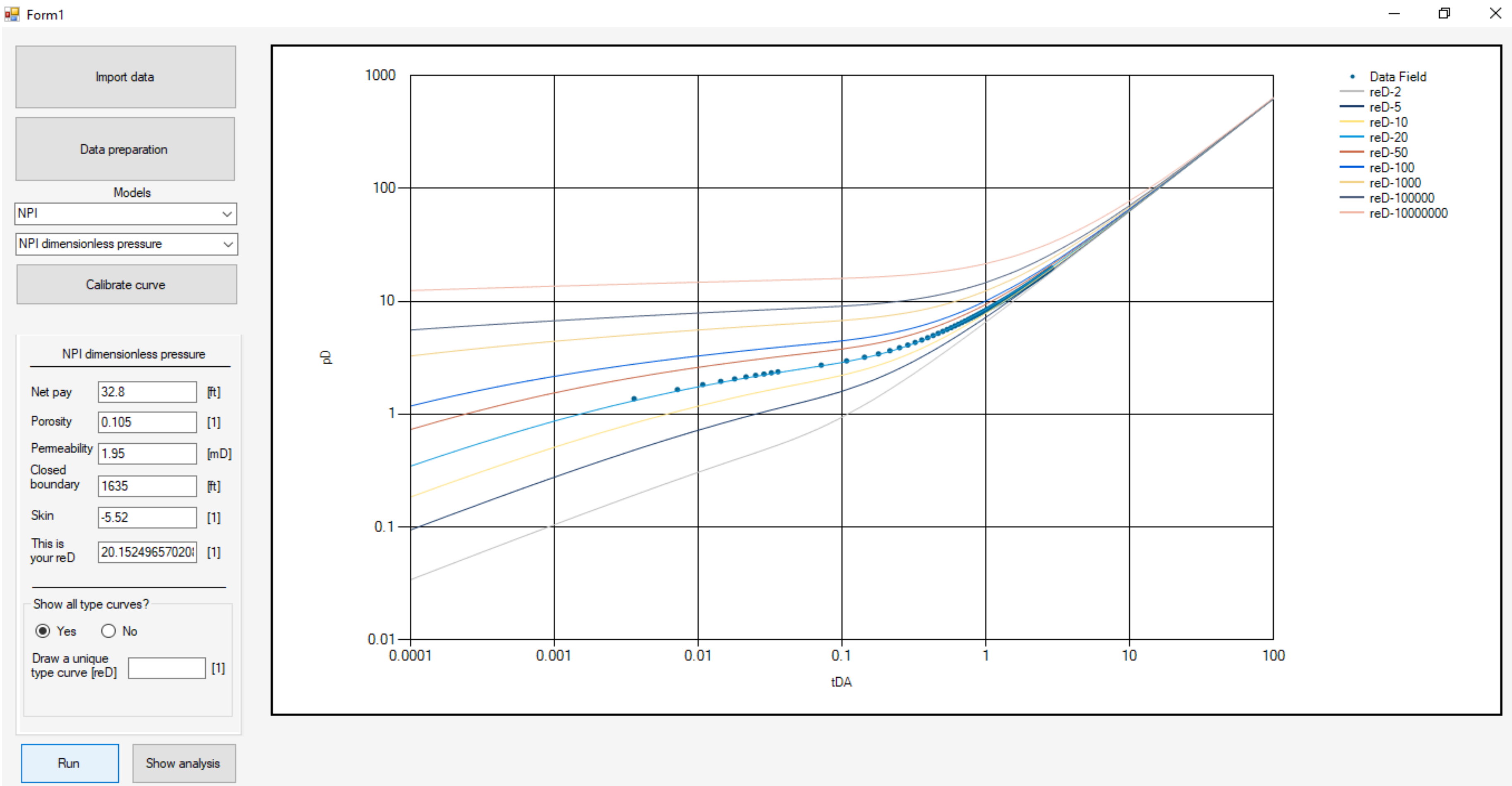

Figura 24:Curva de reD de 20.1524 que mejor ajusta para el yacimiento de gas con el modelo de "NPI" de "NPI dimensionless pressure".

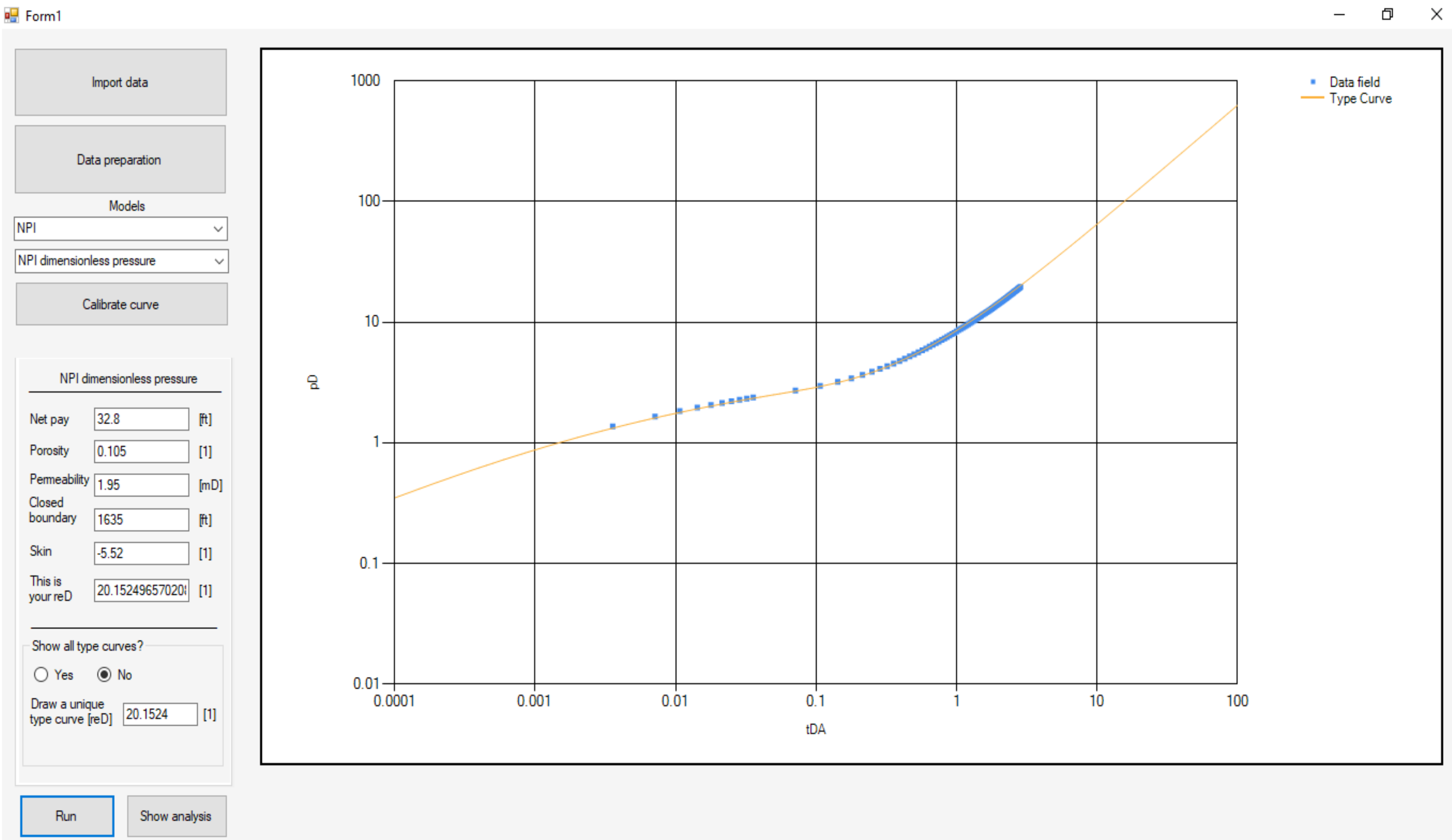

Figura 25:Curva de reD de 20.1524 del modelo de "NPI" de "NPI dimensionless pressure".

- Para el modelo de *Transient* se eligió *Transient dimensionless decline rate* con reD de 20.2141 con todas las curvas (**Figura 26**) y sólo la curva de análisis (**Figura 27**).

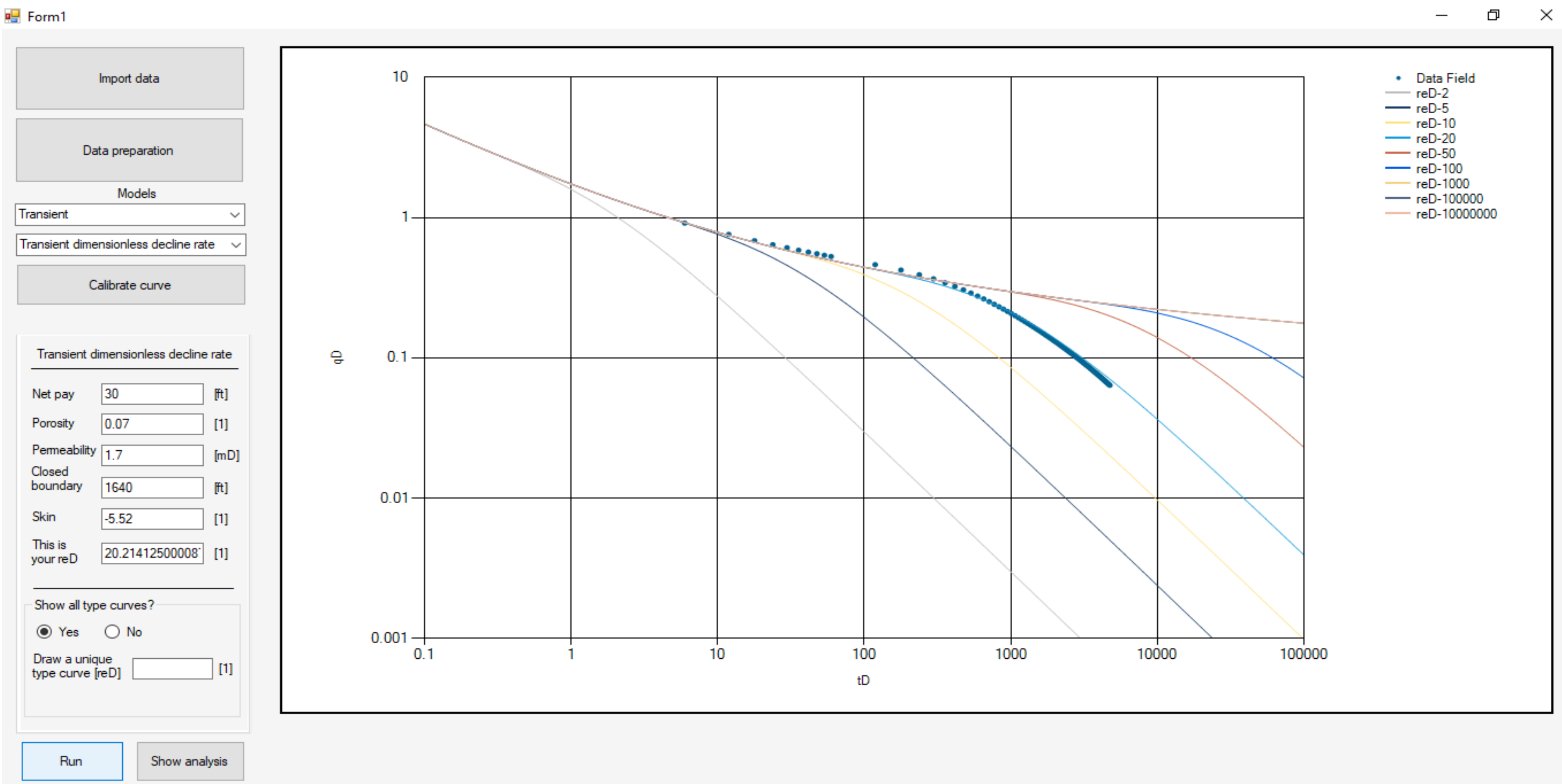

Figura 26:Curva de reD de 20.2141 que mejor ajusta para el yacimiento de gas con el modelo de "Transient" de "Transient dimensionless decline rate".

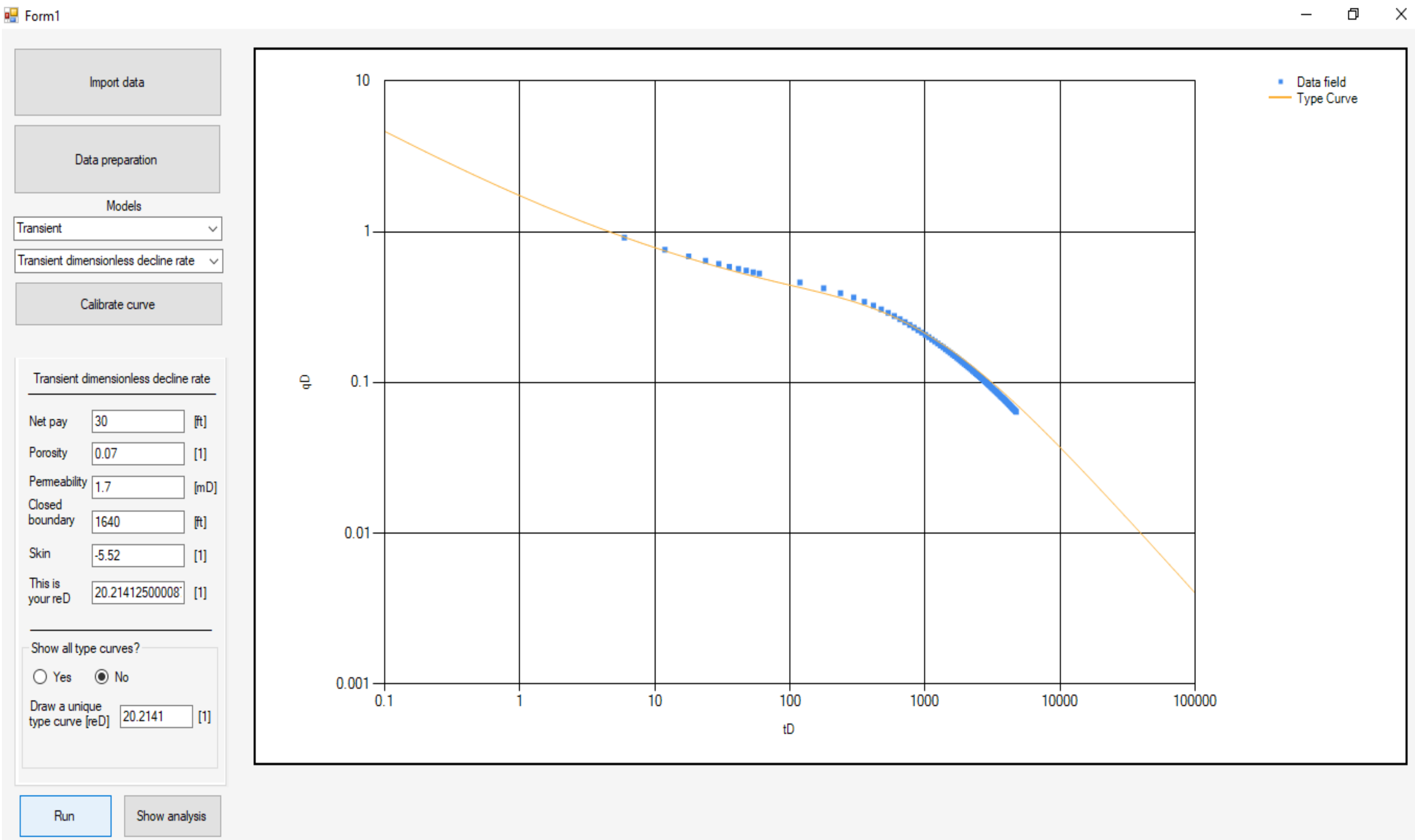

Figura 27:Curva de reD de 20.2141 del modelo de "Transient" de "Transient dimensionless decline rate".

De acuerdo a cada uno de los modelos usados con este yacimiento de gas, se tiene la **Tabla 3** que muestra el cambio en las variables usadas a la hora de calibrar con cada uno de los modelos con el objetivo de realizar un análisis comparativo para ver que tanto cambian las variables dependiendo del modelo usado.

Arps dimensionless rate		***Fetkovich dimensionaless flow rate***		***Blasingame Normalized dimensionless decline flow rate***	
$h\,[ft]$	32.9	$h\,[ft]$	32.9	$h\,[ft]$	32.9
$\emptyset$	0.119	$\emptyset$	0.119	$\emptyset$	0.11
$K\ [mD]$	2.05	$K\ [mD]$	2.05	$K\ [mD]$	2.28
$r_e\ [ft]$	1635	$r_e\ [ft]$	1635	$r_e\ [ft]$	1700
S	-5.6	S	-5.6	S	-5
b	0.85				
A-G dimensionless decline flow rate		***NPI dimensionless pressure***		***Transient dimensionless decline rate***	
$h\,[ft]$	32.8	$h\,[ft]$	32.8	$h\,[ft]$	30
$\emptyset$	0.105	$\emptyset$	0.105	$\emptyset$	0.07
$K\ [mD]$	1.95	$K\ [mD]$	1.95	$K\ [mD]$	1.7
$r_e\ [ft]$	1640	$r_e\ [ft]$	1635	$r_e\ [ft]$	1640
S	-5.5	S	-5.52	S	-5.52

Tabla 3: Tabla comparativa del cambio de las variables en cada uno de los modelos usados.

De acuerdo a la experiencia obtenida con el ejemplo realizado, se denota que la porosidad y el daño son dos de las variables que más impactan en los modelos. Podemos ver que el modelo Transitorio es aquel que cambia más las variables para obtener una calibración adecuada, sin embargo, los resultados pueden ser aceptables.

Cada uno de los modelos calculó un r_{eD} dependiendo de las variables que se fueron cambiando y que se pueden visualizar en la **Tabla 4**. Se denota que la mayoría de los r_{eD} están dentro de un rango de 18-20 a excepción del perteneciente al modelo de Blasingame, sin embargo y con base en las variables que fueron calibradas para obtener las calibraciones, Blasingame tiene un arreglo más apropiado de variables que el modelo Transitorio, el cual obtuvo un r_{eD} dentro del rango antes mencionado.

Arps dimensionless rate		***Fetkovich dimensionaless flow rate***		***Blasingame Normalized dimensionless decline flow rate***	
r_{eD}	18.603	r_{eD}	18.603	r_{eD}	35.2446
A-G dimensionless decline flow rate		***NPI dimensionless pressure***		***Transient dimensionless decline rate***	
r_{eD}	20.6224	r_{eD}	20.1524	r_{eD}	20.2141

Tabla 4: Resultados de cada reD obtenidos en cada uno de los modelos.

4.2 Caso de análisis: un pozo en un yacimiento de aceite (sintético)

Con fines de dar fiabilidad a la herramienta de cómputo desarrollada se obtuvieron, de manera sintética, datos de producción de un yacimiento de aceite a P_{wf} constante de 350 psi. Los datos generales para el problema propuesto son presentados en la **Tabla 5**.

$P_i\ [Psi]$	2745
$T_f\ [°F]$	190
$h\ [ft]$	32.5
Ø	0.18
$r_e\ [ft]$	984
S_w	0.36
$API\ °$	35
$K\ [mD]$	20
S	-4.1035
B_{oi}	1.45
$t_p\ [d]$	300
$\mu_g\ [Cp]$	3.2
$C_r\ [X10^{-6} Psi^{-1}]$	3.324
$C_f\ [X10^{-6} Psi^{-1}]$	3.06
$C_t\ [X10^{-5} Psi^{-1}]$	8.1009
$r_w\ [ft]$	0.325

Tabla 5: Datos generales del yacimiento de aceite.

El histórico de producción se muestra en la **Tabla 6**.

$Tiempo\ [d]$	$q\ [BPD]$	$Np\ [Bbl]$	$Tiempo\ [d]$	$q\ [BPD]$	$Np\ [Bbl]$	$Tiempo\ [d]$	$q\ [BPD]$	$Np\ [Bbl]$	$Tiempo\ [d]$	$q\ [BPD]$	$Np\ [Bbl]$
1	205.648101	205.648101	41	103.850064	5001.39165	81	94.2966438	8937.28035	121	88.0078101	12576.0295
2	175.811575	381.459676	42	103.498354	5104.89	82	94.1203606	9031.40071	122	87.8637362	12663.8932
3	161.576174	543.03585	43	103.156918	5208.04692	83	93.9455473	9125.34625	123	87.7200857	12751.6133
4	152.636562	695.672411	44	102.825168	5310.87209	84	93.7721465	9219.1184	124	87.5768496	12839.1901
5	146.280362	841.952773	45	102.502557	5413.37465	85	93.6001032	9312.7185	125	87.4340194	12926.6242
6	141.425373	983.378146	46	102.188575	5515.56322	86	93.4293656	9406.14787	126	87.2915868	13013.9157
7	137.539483	1120.91763	47	101.882748	5617.44597	87	93.2598841	9499.40775	127	87.1495439	13101.0653
8	134.324986	1255.24262	48	101.584632	5719.0306	88	93.0916116	9592.49936	128	87.0078831	13188.0732
9	131.599896	1386.84251	49	101.293811	5820.32442	89	92.9245034	9685.42387	129	86.8665972	13274.9398
10	129.245513	1516.08802	50	101.009899	5921.33431	90	92.7585167	9778.18238	130	86.7256793	13361.6654
11	127.180483	1643.26851	51	100.73253	6022.06684	91	92.593611	9870.776	131	86.5851226	13448.2506
12	125.346827	1768.61533	52	100.461364	6122.52821	92	92.4297477	9963.20574	132	86.4449207	13534.6955
13	123.701894	1892.31723	53	100.196081	6222.72429	93	92.26689	10055.4726	133	86.3050677	13621.0006
14	122.21348	2014.53071	54	99.93638	6322.66067	94	92.105003	10147.5776	134	86.1655576	13707.1661
15	120.856734	2135.38744	55	99.6819786	6422.34265	95	91.9440535	10239.5217	135	86.0263849	13793.1925
16	119.612116	2254.99956	56	99.4326108	6521.77526	96	91.7840097	10331.3057	136	85.8875412	13879.08
17	118.464014	2373.46357	57	99.1880265	6620.96329	97	91.6248367	10422.9305	137	85.7490239	13964.8291
18	117.399777	2490.86335	58	98.9479898	6719.91128	98	91.4665094	10514.397	138	85.6108276	14050.4399
19	116.409026	2607.27237	59	98.7122783	6818.62355	99	91.3089998	10605.706	139	85.4729476	14135.9128
20	115.48315	2722.75552	60	98.4806827	6917.10424	100	91.1522813	10696.8583	140	85.3353792	14221.2482
21	114.614931	2837.37045	61	98.2530054	7015.35724	101	90.9963288	10787.8547	141	85.1981179	14306.4463
22	113.798267	2951.16872	62	98.0290599	7113.3863	102	90.8411181	10878.6958	142	85.0611594	14391.5075
23	113.027951	3064.19667	63	97.8086699	7211.19497	103	90.6866263	10969.3824	143	84.9244996	14476.432
24	112.29951	3176.49618	64	97.591669	7308.78664	104	90.5328315	11059.9152	144	84.7881346	14561.2201
25	111.60907	3288.10525	65	97.3778997	7406.16454	105	90.3797126	11150.2949	145	84.6520604	14645.8722
26	110.953256	3399.05851	66	97.1672134	7503.33175	106	90.2272497	11240.5222	146	84.5162735	14730.3885
27	110.329108	3509.38762	67	96.9594692	7600.29122	107	90.0754237	11330.5976	147	84.3807702	14814.7692
28	109.734017	3619.12163	68	96.754534	7697.04576	108	89.9242161	11420.5218	148	84.2455472	14899.0148
29	109.165669	3728.2873	69	96.5522815	7793.59804	109	89.7736095	11510.2954	149	84.1106012	14983.1254
30	108.622002	3836.9093	70	96.3525923	7889.95063	110	89.6235873	11599.919	150	83.975929	15067.1013
31	108.101172	3945.01048	71	96.1553533	7986.10598	111	89.4741332	11689.3932	200	77.5455331	15144.6468
32	107.601518	4052.61199	72	95.9604571	8082.06644	112	89.3252321	11778.7184	250	71.6219964	15216.2688
33	107.121545	4159.73354	73	95.767802	8177.83424	113	89.1768691	11867.8953	300	66.1461668	15282.415
34	106.659895	4266.39343	74	95.5772915	8273.41153	114	89.0290303	11956.9243			
35	106.215335	4372.60877	75	95.3888338	8368.80037	115	88.881702	12045.806			
36	105.786741	4478.39551	76	95.2023422	8464.00271	116	88.734875	12134.5409			
37	105.373085	4583.76859	77	95.0177338	8559.02044	117	88.5885344	12223.1294			
38	104.973423	4688.74202	78	94.834934	8653.85538	118	88.4426686	12311.5721			
39	104.586888	4793.32891	79	94.6538652	8748.50924	119	88.2972663	12399.8693			
40	104.212681	4897.54159	80	94.4744574	8842.9837	120	88.1523169	12488.0217			

Tabla 6: Histórico de producción del yacimiento de aceite.

4.2.1 Resultados del yacimiento de aceite

El proceso es el mismo que el denotado en el capítulo 3 en la sección 3.3.1, por lo que se decidió pasar directamente a cada una de las curvas obtenidas con su respectivo ajuste.

- Para el modelo de *Fetkovich* se eligió *Fetkovich dimensionaless flow rate* con reD de 50.0016 con todas las curvas (**Figura 28**).

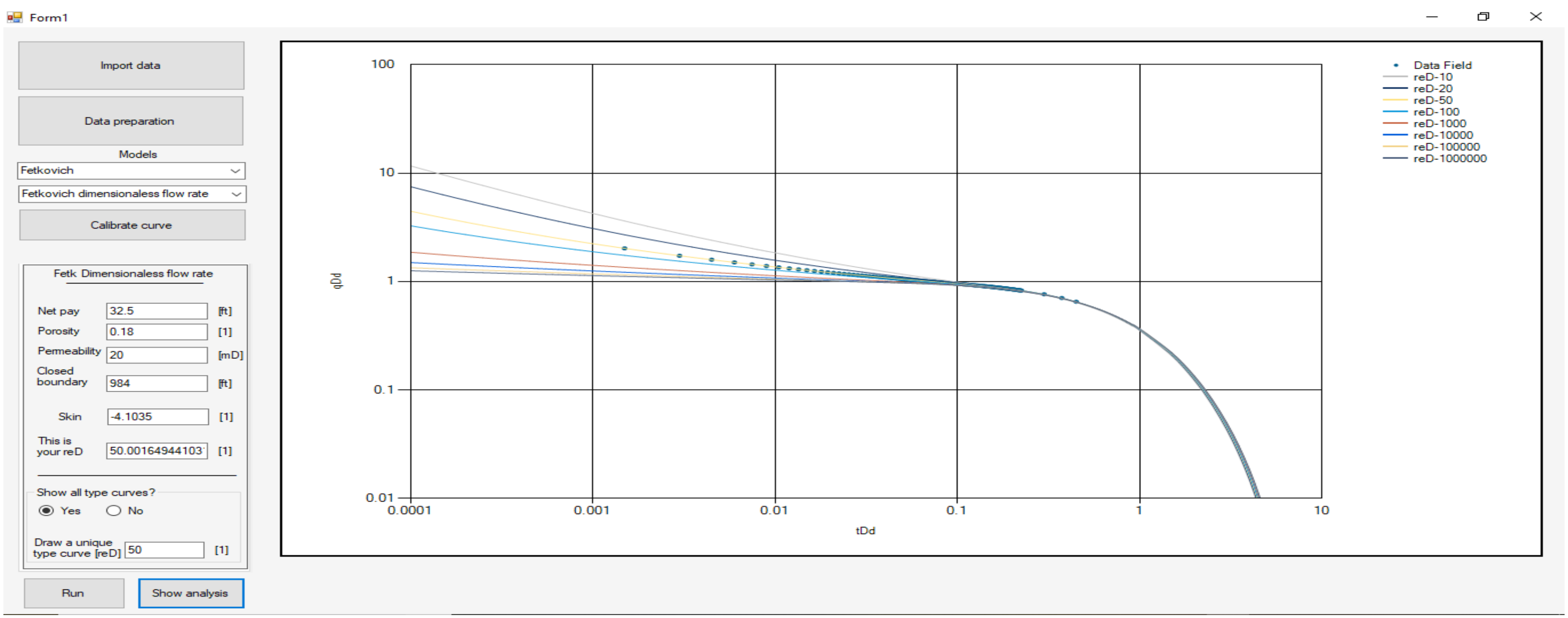

Figura 28: Curva de reD de 50.0016 de ajuste para el yacimiento de aceite con el modelo de "Fetkovich" de "Fetkovich dimensionaless flow rate".

- Para el modelo de *Blasingame* se eligió *Blasingame Normalized dimensionless decline flow rate* con reD de 50.0016 con todas las curvas (**Figura 29**).

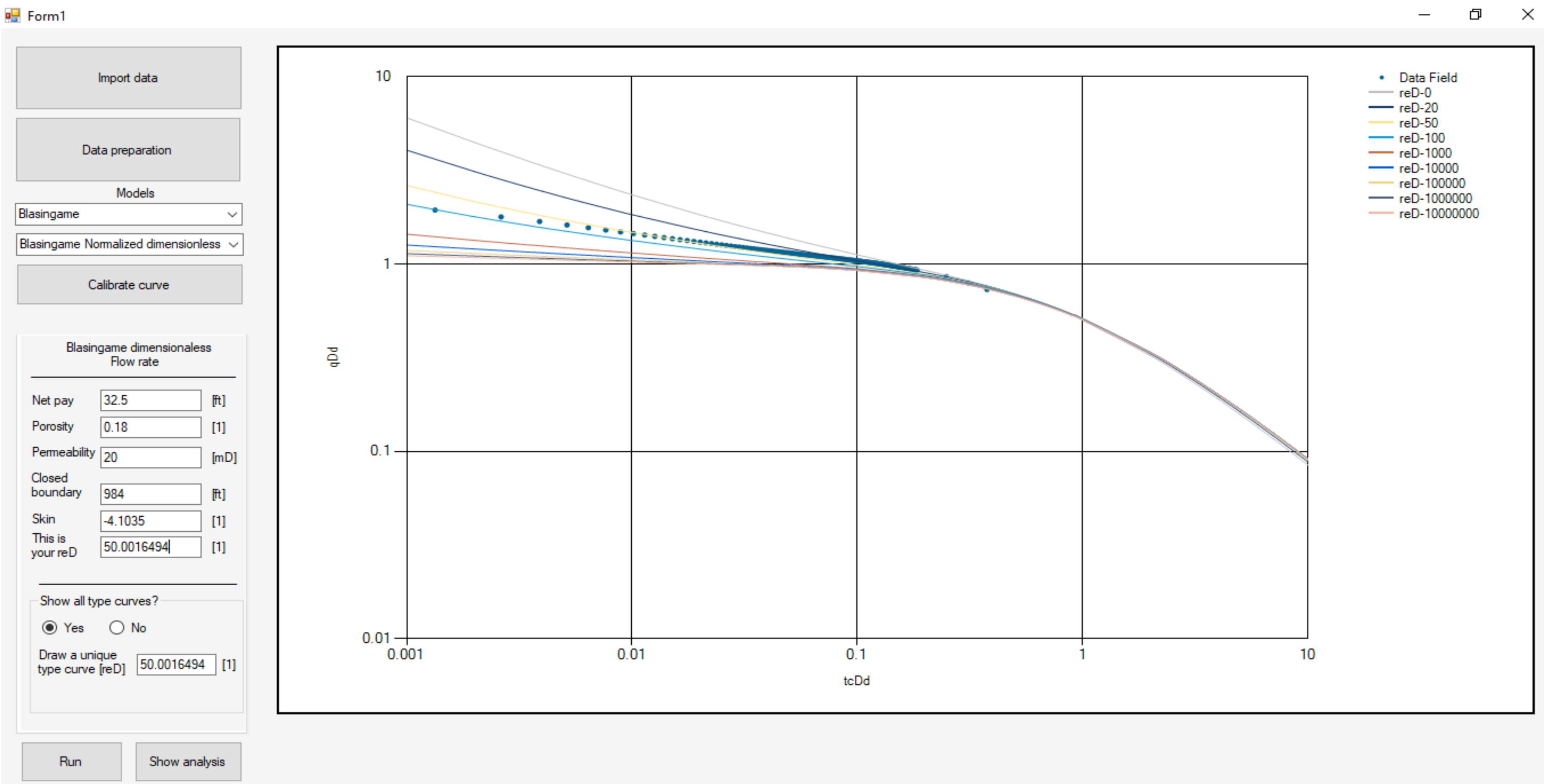

Figura 29:Curva de reD de 50.0016 que mejor ajusta para el yacimiento de aceite con el modelo de "Blasingame" de "Blasingame Normalized dimensionless decline flow rate".

- Para el modelo de *A-G* se eligió *A-G dimensionless flow rate* con reD de 50.0016 con todas las curvas (**Figura 30**).

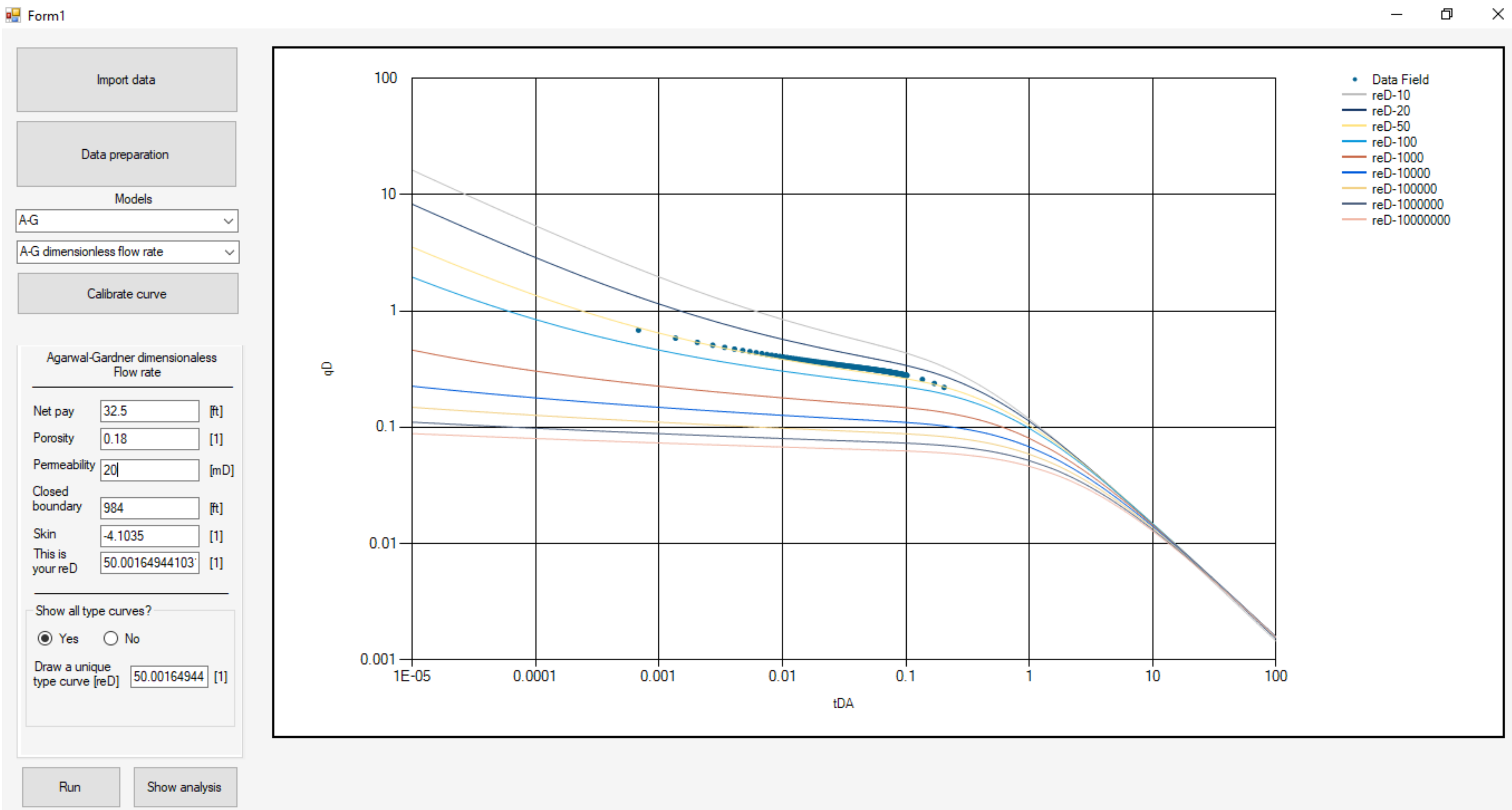

Figura 30:Curva de reD de 50.0016 que mejor ajusta para el yacimiento de aceite con el modelo de "A-G" de "A-G dimensionless flow rate".

- Para el modelo de *NPI* se eligió *dimensionless pressure* con reD de 50.0016 con todas las curvas (**Figura 31**).

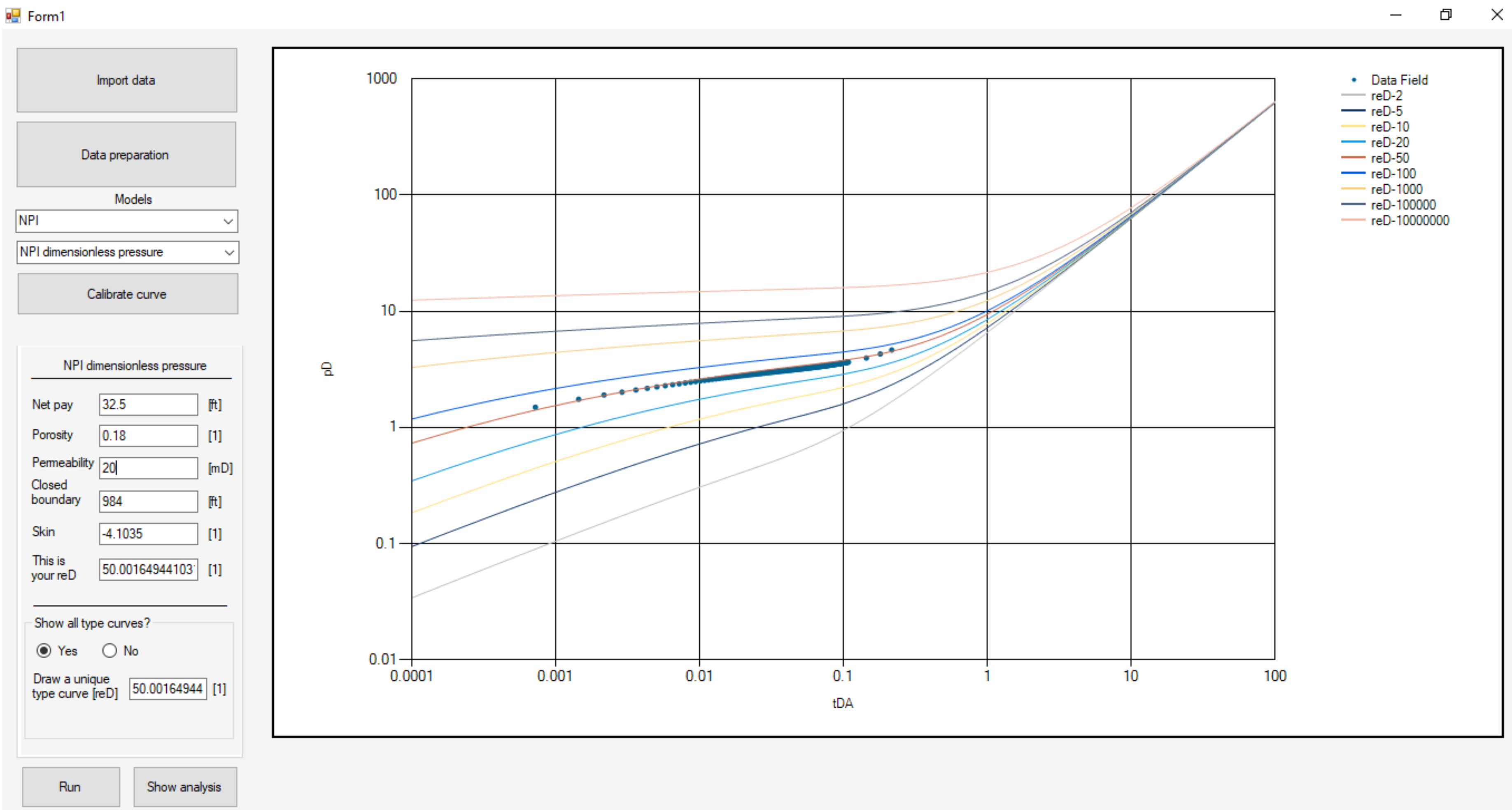

Figura 31:Curva de reD de 50.0016 que mejor ajusta para el yacimiento de aceite con el modelo de "NPI" de "NPI dimensionless pressure".

- Para el modelo de *Transient* se eligió *Transient dimensionless decline rate* con reD de 50.0016 con todas las curvas (**Figura 32**).

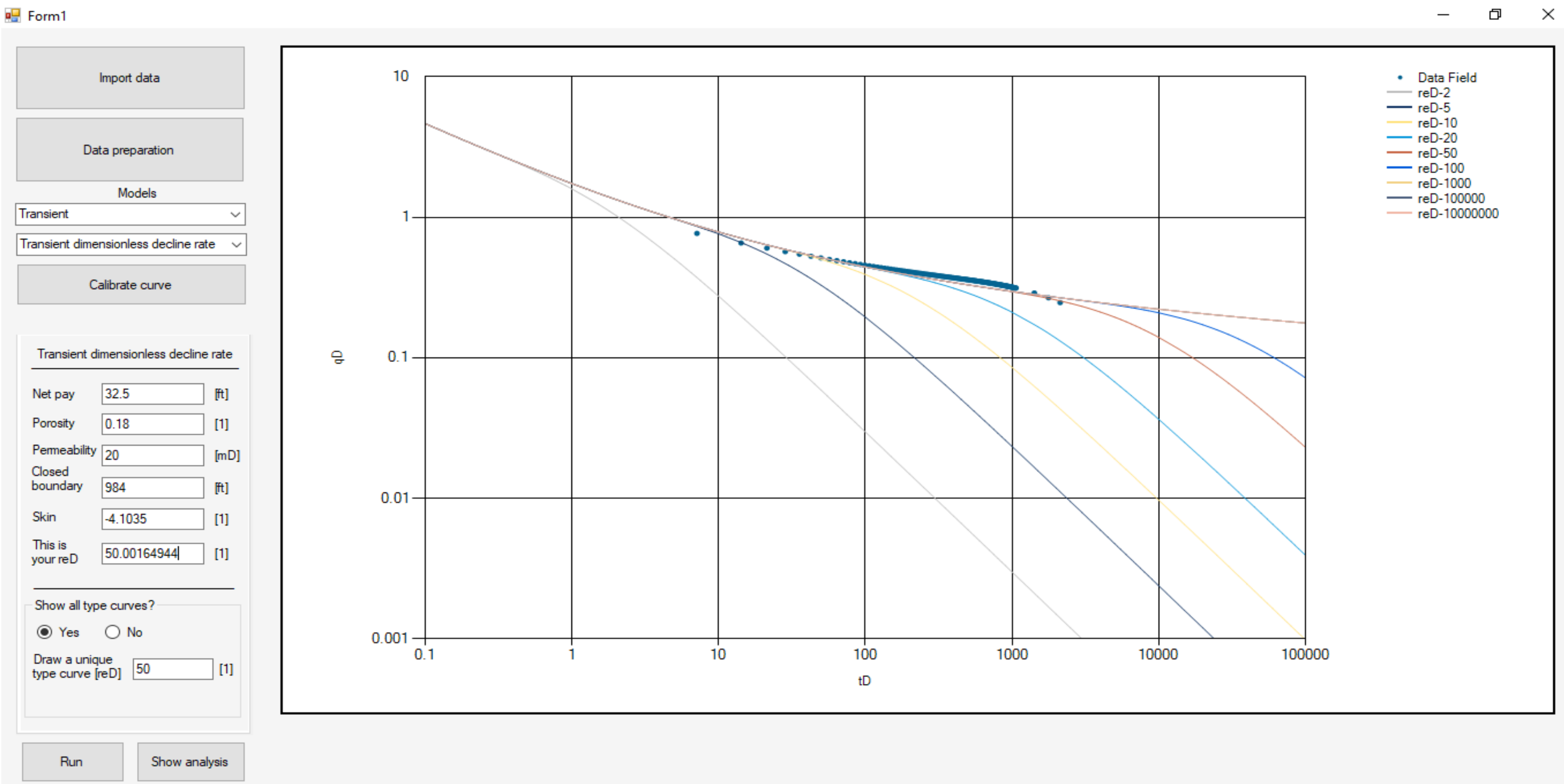

Figura 32:Curva de reD de 50.0016 que mejor ajusta para el yacimiento de aceite con el modelo de "Transient" de "Transient dimensionless decline rate".

Para cada uno de los modelos usados durante el ajuste de este yacimiento de aceite, se tiene la **Tabla 7** que muestra las variables que ajustaron con cada una de las curvas tipo. Cabe destacar que se obtuvo un escenario prácticamente ideal debido a que, los parámetros de ajuste, son exactamente iguales con cada uno de los modelos, obteniendo siempre un reD de 50.0016.

Arps dimensionless rate		***Fetkovich dimensionaless flow rate***		***Blasingame Normalized dimensionless decline flow rate***	
$h\,[ft]$	***	$h\,[ft]$	32.5	$h\,[ft]$	32.5
$\emptyset$	***	$\emptyset$	0.18	$\emptyset$	0.18
$K\,[mD]$	***	$K\,[mD]$	20	$K\,[mD]$	20
$r_e\,[ft]$	***	$r_e\,[ft]$	984	$r_e\,[ft]$	984
S	***	S	-4.1035	S	-4.1035
b	***				
A-G dimensionless decline flow rate		***NPI dimensionless pressure***		***Transient dimensionless decline rate***	
$h\,[ft]$	32.5	$h\,[ft]$	32.5	$h\,[ft]$	32.5
$\emptyset$	0.18	$\emptyset$	0.18	$\emptyset$	0.18
$K\,[mD]$	20	$K\,[mD]$	20	$K\,[mD]$	20
$r_e\,[ft]$	984	$r_e\,[ft]$	984	$r_e\,[ft]$	984
S	-4.1035	S	-4.1035	S	-4.1035

Tabla 7: Tabla comparativa del cambio de las variables en cada uno de los modelos usados.

Cabe señalar que las curvas de Arps no fueron utilizadas al no ser representativas, debido a que no existen suficientes puntos en el periodo dominado por las fronteras y, por ello, no se podría apreciar y/o realizar el ajuste sistematizado que se puede elaborar con la herramienta de cómputo.

A manera de obtener una vista general a todos los ajustes realizados, se puede optar por ver todos los modelos dentro de una sola pantalla en la **Figura 33** de la siguiente página, todo con el objetivo de que el usuario pueda ver cada uno de sus ajustes y seleccionar el o los que mejor se adecuen a sus necesidades de acuerdo a las condiciones con las que se rigen cada modelo (debido a que no se realizó ningún ajuste con Arps, la primer sección aparece vacía).

Es importante mencionar que en esta sección se mostraran los últimos ajustes realizados a cada modelo.

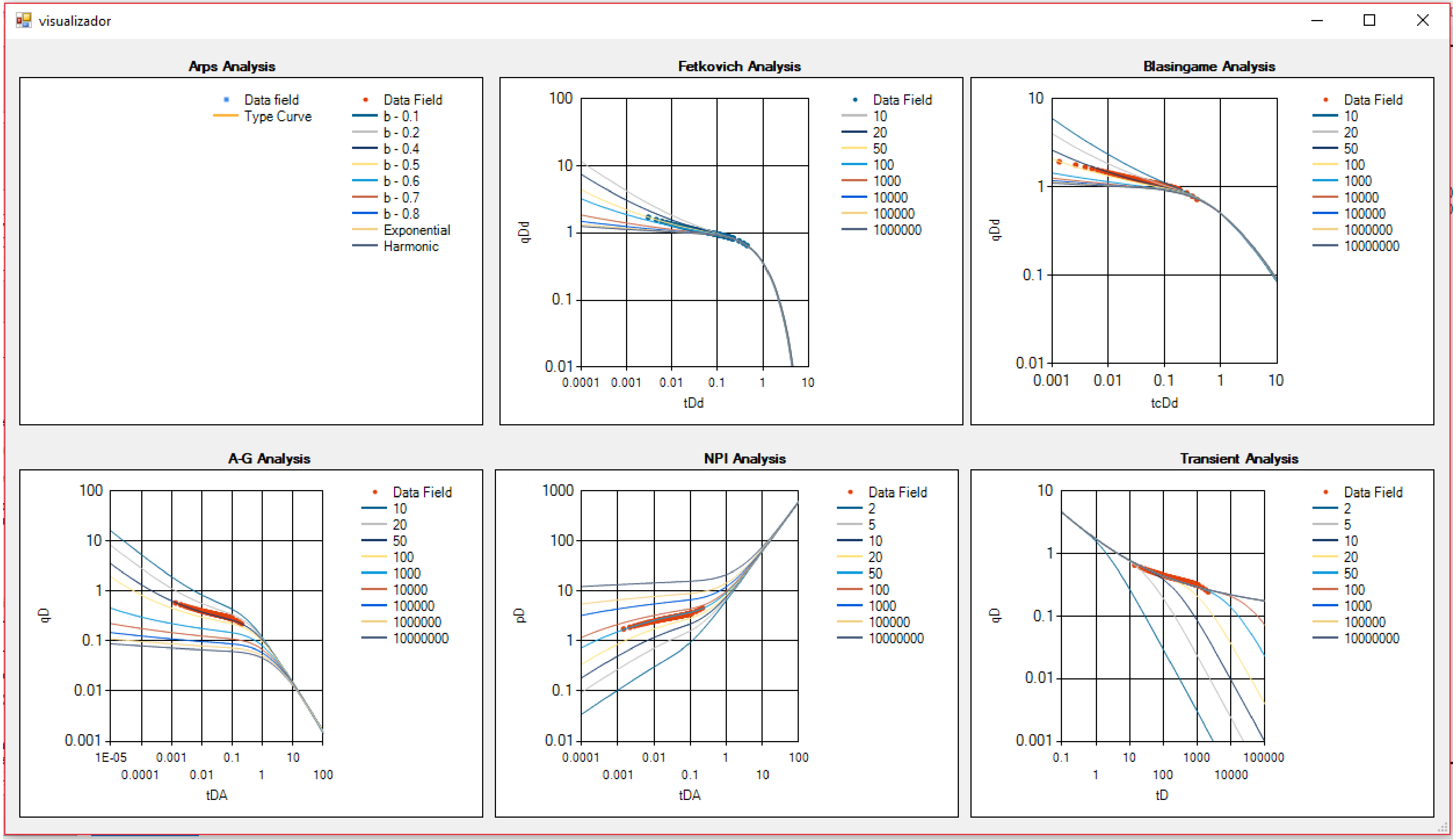

Figura 33: Sección denominada "visualizador" donde se muestran todos los ajustes realizados al yacimiento de aceite.

Conclusiones

1. Se logró el desarrollo de una herramienta de cómputo que utiliza hasta 18 modelos de curvas tipo, con seis diferentes metodologías, diseñadas para el análisis de datos de producción obtenidos en la explotación de un yacimiento.
2. Los modelos desarrollados pueden usarse para realizar un ajuste sistematizado en yacimientos de gas y aceite, en términos de la presión o de la pseudo-presión, lo que implica una ventaja en el análisis del comportamiento de estas variables según las condiciones de interés.
3. Se logró la implementación de distintos métodos numéricos empleados para el modelado de flujo monofásico, así como para la solución semi-analítica de los modelos propuestos por cada autor en el espacio de Laplace.
4. Se validaron lo resultados obtenidos por la herramienta de cómputo a través de la reconstrucción de las curvas tipo de declinación encontrada en la literatura, así como un problema real propuesto para un yacimiento de gas.
5. Los resultados de los ajustes hechos a los datos de producción dependen enteramente del juicio del usuario, no necesariamente la solución de una curva tipo es la solución correcta, ya que diferentes combinaciones de los parámetros de ajuste proporcionan el mismo resultado.
6. Durante el proceso de ajuste, se destaca que el factor de daño y la distancia del pozo a la frontera son las variables que más impactan, creando un efecto visual perceptible en los gráficos a primera vista.
7. Los métodos de presión derivada normalizada de Agarwal-Garner, NPI y las curvas de declinación transitoria, para el estado transitorio, ofrecen una respuesta más limpia en el estado transitorio a comparación de los demás modelos.

Recomendaciones futuras

Con el desarrollo actual se proponen las siguientes acciones para futuros trabajos:

1. Adecuación de los modelos para flujo multifásico a través de funciones especiales de presión.

2. Optimización del inversor numérico o diversificación para el usuario.

3. Implementación del método de auto-match para el ajuste a curvas tipo.

4. Implementación de modelos de curvas tipos para diferentes tipos de yacimientos, por ejemplo, para sistemas de doble porosidad, con flujo lineal largo o para yacimientos no convencionales.

5. Creación de módulos especiales para comparación de resultados.

6. Implementación de técnicas diversas de suavizado de datos.

ANEXO A: Inversor numérico Gaver-Stehfest

Los métodos de inversión numérica de la transformada de Laplace son de mucha utilidad para solucionar problemas dentro de las diversas ramas de la ingeniería. A lo largo del tiempo, muchos científicos han usado algoritmos de inversión numérica para encontrar una solución a los problemas de transporte dentro del dominio del tiempo.

El método de Gaver-Stehfest es un algoritmo de inversión numérica para la transformada de Laplace que ha sido usado exitosamente por diferentes autores.

Este método de transformada inversa de Laplace viene dado por:

$$V(i) = (-1)^{\frac{N}{2}+i} \sum_{k=\left[\frac{i+1}{2}\right]}^{\min\left(i,\frac{N}{2}\right)} \frac{k^{\frac{N}{2}}(2k)!}{\left(\frac{N}{2}-k\right)!\,(k)!\,(k-1)!\,(i-k)!\,(2k-i)!}, \quad \text{...............} \quad \text{(A1)}$$

donde:

$$f(t) = \frac{\ln(2)}{t} \sum_{i=1}^{N} V(i)\,\bar{f}(s), \quad s = i\,\frac{\ln(2)}{t}, \quad \text{..} \quad \text{(A2)}$$

Donde N es conocido como el número de Stehfest que debe ser un número entero y que tiene que ser elegido mediante un método de prueba y error; diversos autores han propuesto diferentes rangos de valores de N donde, a manera de ejemplo, es aquel que propone que tome valores que van de 6 a 20. Teóricamente, el resultado es más preciso si N toma valores mayores. Se consultar ver el **Diagrama 3** con la finalidad de ver el orden secuencial de la lógica del inversor dentro del programa.

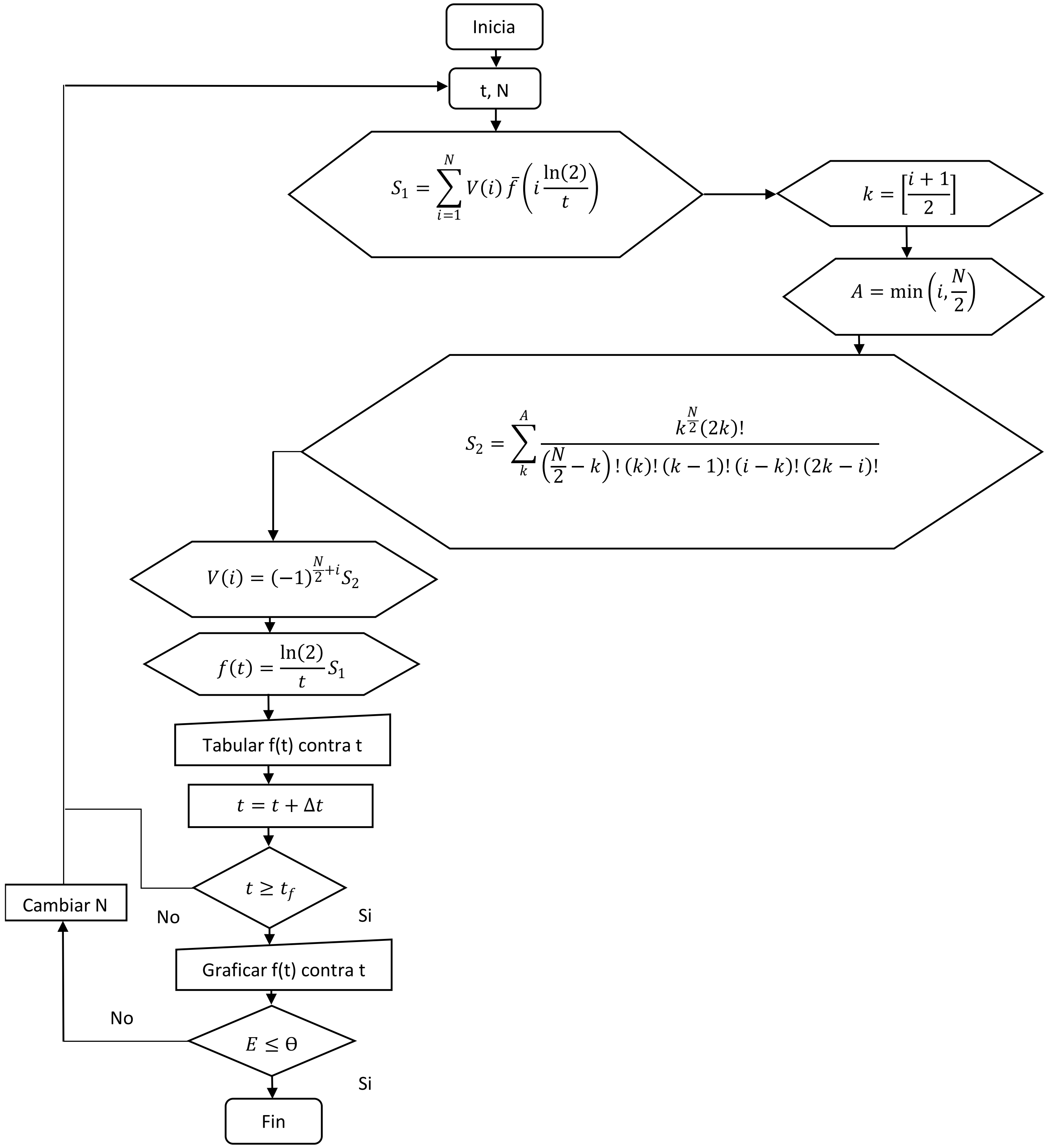

Diagrama 3: Diagrama de Gaver-Stehfest.

ANEXO B: Aproximación Polinomial para las funciones de Bessel

Para $I_0(x)$:

Si $-3.75 \leq x \leq 3.75$

$$I_0(x) = 1 + 3.5156229t^2 + 3.0899424t^4 + 1.2067492t^6 + 0.2659732t^8 + 0.0360768t^{10} + 0.0045813t^{12} + \epsilon$$

$$|\epsilon| < 1.6x10^{-7}$$

Si $3.75 \leq x < \infty$

$$x^{\frac{1}{2}}e^{-x}I_0(x) = 0.39894228 + 0.01328592t^{-1} + 0.00225319t^{-2} - 0.00157565t^{-3} + 0.00916281t^{-4} - 0.02057706t^{-5} + 0.02635537t^{-6} - 0.01647633t^{-7} + 0.00392377t^{-8} + \epsilon$$

$$|\epsilon| < 1.9x10^{-7}$$

Para $I_1(x)$:

Si $-3.75 \leq x \leq 3.75$

$$x^{-1}I_1(x) = \frac{1}{2} + 0.87890594t^2 + 0.51498869t^4 + 0.15084934t^6 + 0.02658733t^8 + 0.00301532t^{10} + 0.00032411t^{12} + \epsilon$$

$$|\epsilon| < 8x10^{-9}$$

Si $-3.75 \leq x \leq \infty$

$$x^{\frac{1}{2}}e^{-x}I_1(x) = 0.39894228 - 0.03988024t^{-1} - 0.00362018t^{-2} + 0.00163801t^{-3} - 0.01031555t^{-4} + 0.02282967t^{-5} - 0.02895312t^{-6} + 0.01789654t^{-7} - 0.00420059t^{-8} + \epsilon$$

$$|\epsilon| < 2.2x10^{-7}$$

Donde $t = x/3.75$

Para $K_0(x)$:

Si $0 < x \leq 2$

$$K_0(x) = -\ln\left(\frac{x}{2}\right)I_0(x) - 0.57721566 + 0.42278420\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 0.23069756\left(\frac{x}{2}\right)^4 + 0.0348859\left(\frac{x}{2}\right)^6 + 0.00262698\left(\frac{x}{2}\right)^8 + 0.0001075\left(\frac{x}{2}\right)^{10} + 0.0000074\left(\frac{x}{2}\right)^{12} + \epsilon$$

$$\epsilon < 1x10^{-8}$$

Si $2 \leq x < \infty$

$$x^{\frac{1}{2}}e^{x}K_0(x) = 1.25331414 - 0.07832358\left(\frac{2}{x}\right) + 0.02189568\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 0.01062446\left(\frac{2}{x}\right)^3 + 0.00587872\left(\frac{2}{x}\right)^4 - 0.0025154\left(\frac{2}{x}\right)^5 + 0.0053208\left(\frac{2}{x}\right)^6 + \epsilon$$

$$|\epsilon| < 1.9x10^{-7}$$

Para $K_1(x)$:

Si $0 \leq x \leq 2$

$$xK_1(x) = xln\left(\frac{x}{2}\right)I_1(x) + 1 + 0.15443144\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 0.67278579\left(\frac{x}{2}\right)^4 - 0.18156897\left(\frac{x}{2}\right)^6 - 0.01919402\left(\frac{x}{2}\right)^8 - 0.00110404\left(\frac{x}{2}\right)^{10} - 0.00004686\left(\frac{x}{2}\right)^{12} + \epsilon$$

$$|\epsilon| < 8x10^{-9}$$

Si $2 \leq x < \infty$

$$x^{\frac{1}{2}}e^xK_1(x) = 1.25331414 + 0.23498619\left(\frac{2}{x}\right) - 0.0365562\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 0.01504268\left(\frac{2}{x}\right)^3 - 0.00780353\left(\frac{2}{x}\right)^4 + 0.00325614\left(\frac{2}{x}\right)^5 - 0.00068245\left(\frac{2}{x}\right)^6 + \epsilon$$

$$|\epsilon| < 2.2x10^{-7}$$

ANEXO C: Curvas tipo y la derivada

La interpretación de los datos de presión, gasto y tiempo han estado siendo usadas para la evaluación de las características del yacimiento, ya sea para determinar las reservas del mismo (mediante cálculos de balance de materia) o para la descripción del comportamiento de fluidos predominante. Dado lo anterior, series de métodos han sido implementados con el fin de obtener dicha información y, entre ellos, se tienen a las curvas tipo, que indican la respuesta de la presión dentro de pozos fluyentes bajo diferentes configuraciones de pozos y yacimientos.

Las curvas tipo son una herramienta de análisis bastante usada para las pruebas de presión y los históricos de producción, ya que nos permiten obtener parámetros de los modelos de flujo como la permeabilidad, daño, etc.

Estas curvas son gráficos-solución pre-graficados con base en las ecuaciones de flujo, tales como la ecuación de difusividad o de algunas de sus aproximaciones a su comportamiento. Estás curvas pueden obtenerse de forma semi-analítica mediante algún método de inversión. Generalmente las curvas tipo son presentadas mediante variables adimensionales y presentadas en gráficos doble logarítmicos.

Aunado a lo anterior, el uso de las curvas tipo con la derivada potencia la capacidad de diagnóstico.

Bourdet, junto con sus asociados, desarrollaron la función derivada como una técnica de interpretación de diagnóstico de flujo con base en la pendiente de la curva de presión dentro de un gráfico semilogarítmico.

La curva de la derivada de Bourdet puede ser graficada a la vez con la de la presión; la derivada responde más a los alrededores en la zona por donde se da la perturbación de presión mientras que, la curva de la presión, responde a todo el trayecto por donde ha pasado la perturbación.

El algoritmo reproduce la curva tipo sobre todo el intervalo de tiempo usado; este usa un punto antes y un punto después del punto de interés calculando las derivadas correspondientes y colocando su media ponderada en el punto de interés.

El algoritmo viene dado por la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{dp}{dX}\right)_i = \frac{\left(\frac{\Delta p_1}{\Delta X_1}\right)\Delta X_2 + \left(\frac{\Delta p_2}{\Delta X_2}\right)\Delta X_1}{\Delta X_1 + \Delta X_2}, \qquad \text{(C1)}$$

donde i se refiere al punto de interés, 1 al punto anterior al punto de interés, 2 al punto posterior del punto de interés y X a la función del tiempo.

ANEXO D: Pseudo-Presión

Asumiendo que tenemos un yacimiento de gas homogéneo y que el flujo se rige bajo la ley de Darcy se tiene que:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{Z}\right) = \frac{K}{\varphi}\nabla \cdot \left(\frac{P}{\mu Z}\nabla P\right). \quad \text{(D1)}$$

En los yacimientos de gas se tiene un comportamiento similar al del aceite, sin embargo y debido a que el gas es un fluido compresible, las variables dependientes de la presión, tales como la viscosidad y el factor de compresibilidad, hacen a la ecuación no lineal.

Para linealizar a la ecuación **(D1)** se introdujo el concepto de la pseudo-presión:

$$m(p) = P_p = \int_{p_0}^{p} \frac{2p}{\mu Z}\,dp\,, \quad \text{(D2)}$$

donde p_0 es una presión de referencia elegida arbitrariamente.

La pseudo-presión debe de ser utilizada para el diagnóstico correcto de los yacimientos de gas y es utilizada al igual que la presión en los yacimientos de aceite.

ANEXO E: Spline Cúbico

Durante la creación del programa se decidió usar el método numérico del spline cúbico para la obtención de la pseudo-presión; este método, dentro de la familia de los splines, es el más utilizado debido a su precisión y al no ser excesivamente complejo a la hora de su cálculo.

Este método de interpolación supone que se tienen $n+1$ puntos en $P_k(x_k, y_k)$, donde $y_k = f(x_k), k = 0,1,\dots,n$ en donde se desea interpolar la función f. Lo que se realiza es el encontrar los polinomios cúbicos $q_k(x)$ que interpolen la función f en el subintervalo $[x_k, x_{k+1}]$ (interpolación polinómica a trozos).

Citando la definición dada por García[7] tenemos que:

"La función $s(x)$ se llama cúbica a trozos en $[x_0, x_n]$ si existen polinomios cúbicos $q_0(x), q_1(x), \dots, q_{n-1}(x)$ tales que: $s(x) = q_k(x)$ en $[x_k, x_{k+1}]$ para $k = 0,1,\dots,n-1$ en donde para que $s(x)$ interpole en los puntos $P_0, P_1, \dots, P_n$ los $q_k(x)$ han de verificar:

$$\left\{\begin{array}{l} q_k(x_k) = y_k \\ q_k(x_{k+1}) = y_k + 1, \end{array}\right. k = 0,1,\dots,n-1\,, \quad \dots\dots\dots\dots \quad \text{(E1)}$$

lo cual supone $2n$ condiciones. Llamaremos a $s(x)$ spline cúbico, o simplemente spline, si los polinomios $q_k(x)$ tienen la misma pendiente y la misma concavidad en los nodos que los unen, o sea:

$$\left\{\begin{array}{l} q'_{k-1}(x_k) = q'_k(x_k) \\ q''_{k-1}(x_k) = q''_k(x_k), \end{array}\right. k = 1,2,\dots,n-1\,, \quad \dots\dots\dots\dots \quad \text{(E2)}$$

lo cual supone $2(n-1)$ condiciones a cumplir."

Al tener que verificar las condiciones denotadas por las ecuaciones **(E1)** y **(E2)** se asegura que $s(x)$ tiene su primera y segunda derivada continuas en $[x_0, x_n]$. En este caso se dice que $s(x)$ es un spline interpolador para $P_0, P_1, \dots, P_n$.

Entonces sí $s(x)$ es cúbica a trozos en el intervalo $[x_0, x_n]$, su segunda derivada $s''(x)$ es lineal en el mismo intervalo e interpola en los puntos $\left(x_k, s''(x_k)\right)$ y $\left(x_{k+1}, s''(x_{k+1})\right)$ en $[x_k, x_{k+1}]$. En consecuencia, $q_k(x)$ es un polinomio de primer grado que interpola en los puntos $\left(x_k, s''(x_k)\right)$ y $\left(x_{k+1}, s''(x_{k+1})\right)$ y este es:

$$q_k''(x) = s''(x_k)\frac{x - x_{k+1}}{x_k - x_{k+1}} + s''(x_{k+1})\frac{x - x_k}{x_{k+1} - x_k}, \qquad k = 0,1,\dots,n-1\,, \quad \dots \qquad \text{(E3)}$$

ahora se puede reescribir esta ecuación como:

$$q_k''(x) = \frac{\sigma_k}{h_k}(x_{k+1} - x) + \frac{\sigma_{k+1}}{h_k}(x - x_k), \qquad k = 0,1,\dots,n-1\,, \quad \dots\dots\dots\dots \qquad \text{(E4)}$$

donde $h_k = x_{k+1} - x_k$ para $k = 0,1 \dots, n-1$ y $\sigma_k = s''(x_k)$ para $k = 0,1 \dots, n$. Estas dos son variables son constantes $(\sigma_k\ a\ determinar)$. Integrando dos veces esta ecuación se tiene:

$$q_k(x) = \frac{\sigma_k}{h_k}\frac{(x_{k+1} - x)^3}{6} + \frac{\sigma_{k+1}}{h_k}\frac{(x - x_k)^3}{6} + C_k + D_k x\,, \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad \text{(E5)}$$

donde el termino lineal puede ser escrito como:

$$C_k + D_k x = A_k(x - x_k) + B_k(x_{k+1} - x)\,, \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad \text{(E6)}$$

donde A_k y B_k son constantes arbitrarias.

$$q_k(x) = \frac{\sigma_k}{h_k}\frac{(x_{k+1} - x)^3}{6} + \frac{\sigma_{k+1}}{h_k}\frac{(x - x_k)^3}{6} + A_k(x - x_k) + B_k(x_{k+1} - x)\;. \quad .. \qquad \text{(E7)}$$

Si aplicamos las condiciones de la ecuación **E1** a la ecuación **E7** tenemos las siguientes dos ecuaciones:

$$y_k = \frac{\sigma_k}{6} h_k^2 + B_k h_k \,, \quad \text{(E8)}$$

$$y_{k+1} = \frac{\sigma_{k+1}}{6} h_k^2 + A_k h_k \,. \quad \text{(E9)}$$

Si se despeja de las ecuaciones **E8** y **E9** A_k y B_k y se sustituyen en la ecuación **E7** se tiene:

$$\begin{aligned} q_k(x) = {} & \frac{\sigma_k}{6}\left[\frac{(x_{k+1}-x)^3}{h_k} - h_k(x_{k+1}-x)\right] + \frac{\sigma_{k+1}}{6}\left[\frac{(x-x_k)^3}{h_k} - h_k(x-x_k)\right] \\ & + y_k\left[\frac{x_{k+1}-x}{h_k}\right] + y_{k+1}\left[\frac{x-x_k}{h_k}\right], \qquad k = 0,1,\ldots,n-1 \quad , \end{aligned} \quad \text{(E10)}$$

donde **E10** es la ecuación del spline $q_k(x)$.

ANEXO F: Código de la herramienta de cómputo

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;

namespace Tesis_V_6
{
    class inversor
    {
        public static double Fact(double Num)
        {
            int i;
            double acum = 1;

            for (i = 1; i <= Num; i++)
            {

                acum = acum * i;

            }

            return acum;
        }
        //besselI0
        public static double BesselI0(double x)
        {
            double t;
            double numerador;
            double bessel;


            t = x / 3.75;

            if (-3.75 <= x && x <= 3.75)
            {
                bessel = 1 + 3.5156229 * (Math.Pow(t, 2)) + 3.0899424 * (Math.Pow(t, 4)) + 1.2067492 * (Math.Pow(t, 6)) + 0.2659732 * (Math.Pow(t, 8)) + 0.0360768 * (Math.Pow(t, 10)) + 0.0045813 * (Math.Pow(t, 12));
            }
            else
            {
                numerador = 0.39894228 + 0.01328592 * (Math.Pow(t, -1)) + 0.00225319 * (Math.Pow(t, -2)) - 0.00157565 * (Math.Pow(t, -3)) + 0.00916281 * (Math.Pow(t, -4)) - 0.02057706 * (Math.Pow(t, -5)) + 0.02635537 * (Math.Pow(t, -6)) - 0.01647633 * (Math.Pow(t, -7)) + 0.00392377 * (Math.Pow(t, -8));
                bessel = numerador / ((Math.Pow(x, 0.5)) * (Math.Exp(-x)));
            }

            return bessel;
```

```
        }

        public static double BesselI1(double x)

        {
            double t;
            double numerador;
            double bessel;


            t = x / 3.75;

            if (-3.75 <= x && x <= 3.75)
            {
                bessel = x * (0.5 + 0.87890594 * (Math.Pow(t, 2)) + 0.51498869 * (Math.Pow(t, 4)) + 0.15084934 * (Math.Pow(t, 6)) + 0.02658733 * (Math.Pow(t, 8)) + 0.00301532 * (Math.Pow(t, 10)) + 0.00032411 * (Math.Pow(t, 12)));
            }
            else
            {
                numerador = 0.39894228 - 0.03988024 * (Math.Pow(t, -1)) - 0.00362018 * (Math.Pow(t, -2)) + 0.00163801 * (Math.Pow(t, -3)) - 0.01031555 * (Math.Pow(t, -4)) + 0.02282967 * (Math.Pow(t, -5)) - 0.02895312 * (Math.Pow(t, -6)) + 0.01787654 * (Math.Pow(t, -7)) - 0.00420059 * (Math.Pow(t, -8));
                bessel = numerador / ((Math.Pow(x, 0.5)) * (Math.Exp(-x)));
            }

            return bessel;
        }

        public static double BesselK0(double x)
        {
            double numerador;
            double bessel;

            if (0 <= x && x <= 2)

            {
                bessel = (-1 * Math.Log(x / 2, Math.E) * BesselI0(x)) - 0.57721566 + 0.4227842 * (Math.Pow(x / 2, 2)) + 0.23069756 * (Math.Pow(x / 2, 4)) + 0.0348859 * (Math.Pow(x / 2, 6)) + 0.00262698 * (Math.Pow(x / 2, 8)) + 0.0001075 * (Math.Pow(x / 2, 10)) + 0.0000074 * (Math.Pow(x / 2, 12));
            }
            else
            {
                numerador = 1.25331414 - 0.07832358 * (2 / x) + 0.02189568 * (Math.Pow(2 / x, 2)) - 0.01062446 * (Math.Pow(2 / x, 3)) + 0.00587872 * (Math.Pow(2 / x, 4)) - 0.0025154 * (Math.Pow(2 /
```

```
              x, 5)) + 0.00053208 * (Math.Pow(2 / x, 6));
            bessel = numerador / (Math.Exp(x) * Math.Pow(x, 0.5));
        }
        return bessel;
    }
    public static double BesselK1(double x)
    {
        double numerador;
        double bessel;
        if (0 <= x && x <= 2)
        {
            bessel = ((x * Math.Log(x / 2, Math.E) * BesselI1(x)) + 1 +
              0.15443144 * (Math.Pow(x / 2, 2)) - 0.67278579 * (Math.Pow(x /
              2, 4)) - 0.18156897 * (Math.Pow(x / 2, 6)) - 0.01919402 *
              (Math.Pow(x / 2, 8)) - 0.00110404 * (Math.Pow(x / 2, 10)) -
              0.00004686 * (Math.Pow(x / 2, 12))) / x;
        }
        else
        {
            numerador = 1.25331414 + 0.23498619 * (2 / x) - 0.0365562 *
              (Math.Pow(2 / x, 2)) + 0.01504268 * (Math.Pow(2 / x, 3)) -
              0.00780353 * (Math.Pow(2 / x, 4)) + 0.00325614 * (Math.Pow(2 /
              x, 5)) - 0.00068245 * (Math.Pow(2 / x, 6));
            bessel = numerador / (Math.Exp(x) * Math.Pow(x, 0.5));
        }
        return bessel;
    }
    public static double trapecio(double t, double red, int N)
    {
        double xponem;
        double minimo;
        double indicador;
        int r;
        double acum;
        double trapecio;
        xponem = Math.Log(t, Math.E) / Math.Log(10, Math.E);
        if (xponem < 0)
        {
            xponem = xponem - 1;
        }
```

```
            minimo = t - Math.Pow(10, Math.Truncate(xponem));

            if (minimo == 0)
            {
                minimo = t - Math.Pow(10, -1 + Math.Truncate(xponem));
            }


            indicador = (t - minimo) / 5;


            acum = 0;
            for (r = 1; r <= 4; r++)
            {

                acum = acum + ((Math.Log(red, Math.E) - 0.5) / (stehfest(4,
                  minimo + indicador * r, 4, red)));


            }

            trapecio = (((Math.Log(red, Math.E) - 0.5)) / stehfest(N, minimo * 1,
               4, red) + (Math.Log(red, Math.E) - 0.5) / stehfest(N, t, 4, red) +
               2 * acum) * indicador / 2;

            return trapecio;
        }
```

```
        public static double stehfest(int N, double tD, int PD, double red)

        {

            double a;
            double sum1;
            double sum2;
            double vj;
            double alfa;
            double beta;
            double gama;
            double eta;
            double cte;
            double ki;
            int minimo;
            double st;
            double b;
            double cteq;
            double s;
            int fin = 0;

            a = Math.Log(2, Math.E) / tD;
            sum2 = 0;

            for (int j = 1; j <= 2 * N; j++)
            {


                //minimo = Math.Min(j, N);
                ki = (j + 1) / 2;
                Math.Truncate(ki);

                sum1 = 0;
                //N debe ser entero
                if (j > N)
                {
                    fin = N;
                }
                else
                {
                    fin = j;
                }




                for (int k = (j + 1) / 2; k <= Math.Min(j, N); k++)
```

```
            {
                sum1 = sum1 + (Math.Pow(k, N) * Fact(2 * k) / ((Fact(N - k)) * (Fact(k)) * (Fact(k - 1)) * (Fact(j - k)) * (Fact(2 * k - j))));
            }

            vj = (Math.Pow(-1, N + j)) * sum1;

            if (PD == 1)
            {
                b = 1 / (0.5 * (Math.Pow(red, 2) - 1) * (Math.Log(red, Math.E) - 0.5));
                cteq = Math.Log(red, Math.E) - 0.5;
                s = a * j;
                alfa = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                beta = (BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI1(Math.Pow(s * b, 0.5))) / (BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5)));
                gama = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                eta = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                cte = (alfa - beta) / (gama + eta);

                sum2 = sum2 + vj * (1 / (Math.Pow(s, 0.5))) * cte * cteq * Math.Pow(b, 0.5);
            }
            else if (PD == 2)
            {
                b = 1 / (0.5 * (Math.Pow(red, 2) - 1) * (Math.Log(red, Math.E) - 0.5));
                cteq = Math.Log(red, Math.E) - 0.5;
                s = j * a;
                alfa = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                beta = (BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI1(Math.Pow(s * b, 0.5))) / (BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5)));
                gama = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                eta = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                cte = (alfa - beta) / (gama + eta);

                sum2 = sum2 + vj * (1 / (Math.Pow(s, 0.5) * s)) * cte * cteq * Math.Pow(b, 0.5);
            }

            else if (PD == 4)
            {
```

```
                b = 1 / (0.5 * (Math.Pow(red, 2) - 1) * (Math.Log(red, Math.E) - 0.5));

                s = j * a;


                alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                beta = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                gama = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                eta = (BesselI1(Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5))) / ((BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5))) * (BesselI1(Math.Pow(s * b, 0.5))));
                cte = (alfa + beta) / (gama - eta);

                sum2 = sum2 + vj * cte * (1 / (s * Math.Pow(s * b, 0.5)));
            }

            else if (PD == 5)
            {
                b = 1 / (0.5 * (Math.Pow(red, 2) - 1) * (Math.Log(red, Math.E) - 0.5));
                cteq = Math.Log(red, Math.E) - 0.5;
                s = j * a;


                alfa = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                beta = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                gama = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                eta = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                cte = (alfa - beta) / (gama + eta);

                sum2 = sum2 + vj * cte * ((cteq * Math.Pow(b, 0.5)) / (s * Math.Pow(s, 0.5)));
            }



            else if (PD == 6)
            {
                b = 1 / ((3.1416) * (red * red - 1));
                s = j * a;
                alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                beta = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s *
```

```
b, 0.5));
                gama = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                eta = (BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5))) / (BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)));
                cte = (alfa + beta) / (gama - eta);
                sum2 = sum2 + vj * cte * (1 / (Math.Pow(b * s, 0.5) * s));


            }
            else if (PD == 7)
            {
                b = 1 / ((3.1416) * (red * red - 1));
                s = j * a;
                alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                beta = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                gama = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                eta = (BesselI1(Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5))) / (BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)));

                cte = (alfa + beta) / (gama - eta);
                sum2 = sum2 + vj * cte * (1 / (Math.Pow(b * s, 0.5)));
            }
            else if (PD == 8)
            {
                b = 1 / ((3.1416) * (red * red - 1));
                s = a * j;
                alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                beta = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                gama = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                eta = (BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5))) / (BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)));
                cte = (alfa + beta) / (gama - eta);

                sum2 = sum2 + vj * cte * (1 / (j * j * a * a * Math.Pow(j * a * b, 0.5)));

            }

            else if (PD == 9)
            {
                s = a * j;
                alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI1(red *
```

```
                    Math.Pow(s, 0.5));
                    beta = BesselK0(Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s, 0.5));
                    gama = BesselK1(Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s, 0.5));
                    eta = (BesselI1(Math.Pow(s, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s, 0.5))) / (BesselI0(Math.Pow(s, 0.5)) * BesselI1(red * Math.Pow(s, 0.5)));
                    cte = (alfa + beta) / (gama - eta);

                    sum2 = sum2 + vj * cte * (1 / (s * Math.Pow(s, 0.5)));


                }
                else if (PD == 10)
                {
                    s = a * j;
                    alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s, 0.5));
                    beta = BesselK0(Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s, 0.5));
                    gama = BesselK1(Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s, 0.5));
                    eta = (BesselI1(Math.Pow(s, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s, 0.5))) / (BesselI0(Math.Pow(s, 0.5)) * BesselI1(red * Math.Pow(s, 0.5)));
                    cte = (alfa + beta) / (gama - eta);

                    sum2 = sum2 + vj * cte * (1 / (Math.Pow(s, 0.5)));




                }
                else if (PD == 11)
                {

                    s = a * j;
                    alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s, 0.5));
                    beta = BesselK0(Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s, 0.5));
                    gama = BesselK1(Math.Pow(s, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s, 0.5));
                    eta = (BesselI1(Math.Pow(s, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s, 0.5))) / (BesselI0(Math.Pow(s, 0.5)) * BesselI1(red * Math.Pow(s, 0.5)));
                    cte = (alfa + beta) / (gama - eta);

                    sum2 = sum2 + vj * (cte / (s * s * (Math.Pow(s, 0.5))));
```

```
                }
                else if (PD == 12)
                {
                    b = 1 / ((3.1416) * (red * red - 1));
                    s = a * j;
                    alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                    beta = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                    gama = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                    eta = (BesselI1(Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5))) / ((BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5))) * (BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5))));
                    cte = (alfa + beta) / (gama - eta);

                    sum2 = sum2 + vj * cte * (1 / (s * Math.Pow(s * b, 0.5)));

                }
                else if (PD == 13)
                {
                    b = 1 / ((3.1416) * (red * red - 1));
                    s = a * j;
                    alfa = BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5));
                    beta = BesselK0(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                    gama = BesselK1(Math.Pow(s * b, 0.5)) / BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5));
                    eta = (BesselI1(Math.Pow(s * b, 0.5)) * BesselK1(red * Math.Pow(s * b, 0.5))) / ((BesselI0(Math.Pow(s * b, 0.5))) * (BesselI1(red * Math.Pow(s * b, 0.5))));
                    cte = (alfa + beta) / (gama - eta);

                    sum2 = sum2 + vj * cte * (1 / (s * s * Math.Pow(s * b, 0.5)));
                }



                else
                {

                }
            }

            st = a * sum2;
            return st;

        }

```

```
        }
}
```

REFERENCIAS

1. Sun, H., (2015). *Advanced Production Decline Analysis and Application.* Estados Unidos Americanos: ELSEVIER.
2. Martínez, J. (2018). *Estudio Comparativo entre los modelos y métodos de análisis de pruebas de presión y datos de producción como herramientas para la caracterización dinámica de yacimientos* (tesis de licenciatura). Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México.
3. Wójcik, M., Szukiewicz, M., Kowalik, P., y Próchniak, W. (2017). "The efficiency of the Gaver-Stehfest method to solve one-dimensional gas Flow model." *Research Journal, 11*, 246-252.
4. Inda, D., y Sotelo, A. (2012). *Las pruebas de inyectividad en la caracterización de yacimientos* (tesis de licenciatura). Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México.
5. Naranjo, A. (2004). *Evaluación de formaciones con las técnicas de balance de materiales y pruebas de presión.* Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
6. Bourdet, D., Ayoub, J.A., y Pirard, Y.M. (1989). "Use of Pressure Derivative in Well-Test Interpretation." *SPE 12777-PA*, 293-302.
7. García, J. (2000). *Tutorial de Análisis Numérico Interpolación: Splines Cúbicos*. Universidad de las Palmas de Gran Canaria, España.
8. Gallardo, H. (2016) *Proyecto 1 – Construcción de curvas tipo para soluciones semi-analíticas.* Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México.
9. Meunier, D.F., Kabir, C.S. y Wittmann, M.J. (1987). "Gas Well Test Analysis: Use of Normalized Pseudovariables." *SPE Formation Evaluation*, 629-636.
10. Al-Hussainy, R., Ramey, H.J. Jr. y Crawford, P.B. (1966). "The Flow of Real Gases Through Porous Media." *SPE*, Texas A&M U., 624-636.
11. Piper, L.D., McCain Jr., W.D., Holditch & Assocs, S., Corredor, J.H. (1993). "Compressibility Factors for Naturally Occurring Petroleum Gases." *SPE 26668*, 661-671.
12. Arps, J.J. (1945). "Analysis of decline curves." *Trans. AIME 160*, 228-247.

13. Fetkovich, M.J. (1980). “Decline curve analysis using type curves.” *JPT 32(6)*, 1065-1077.
14. Palacio, J.C. y Blasingame, T.A. (1993). “Decline curve analysis using type curves analysis of gas well production data.” *SPE25909*.
15. Agarwal, R.G., Gardner, D.C. y Kleinsteiber, S.W. (1998). “Analysing well production data using combined type curve and decline curve concepts.” *SPE49222*.