



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSO DE
DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO**

Del 16 de mayo al 20 de mayo de 2005

Palacio de Minería



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSO DE DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE
CONCRETO ASISTIDO POR COMPUTADORA**

**DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA, UNAM
COMISIÓN FEDERAL DE ELECTRICIDAD**

Expositor:

M. en I. FERNANDO MONROY MIRANDA

México, D. F. Mayo de 2005

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtemoc 06000 México, D.F. APDO. Postal M-2285
Telefonos 5512-8955 5512-5121 5521-7335 5521-1987 Fax 5510-0573 5521-4021 AL 25



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

OBJETIVO GENERAL DEL CURSO:

Al final del curso el participante diseñará estructuras de concreto típicas de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), conforme a las especificaciones basadas en el diseño por resistencia del *American Concrete Institute* (ACI), última edición y utilizando el programa STAAD/PRO (2004) como herramienta de trabajo.

T E M A R I O
CURSO:
DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO
ASISTIDO POR COMPUTADORA

OBJETIVO GENERAL : Al término del curso, el participante tendrá los conocimientos necesarios para diseñar estructuras de concreto usuales en la CFE, conforme las especificaciones ACI 318-02, utilizando el Programa Staad Pro 2004.

Lunes 16 de mayo

OBJETIVO: Presentar los conceptos generales para el diseño de elementos de concreto reforzado de acuerdo al ACI 318-02.

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
EVALUACIÓN INICIAL		9:00-9:30
M I FERNANDO MONROY MIRANDA	INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS	9:30 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M I FERNANDO MONROY MIRANDA	Planteamiento del Problema y Ejemplo de Modelación Geométrica de Estructuras de Concreto en Staad Pro 2004 Asignación de Propiedades, Cargas, Combinaciones y Parámetros de Diseño de Concreto.	15:00-19:00

Martes 17 de mayo

Objetivo: Presentar las especificaciones para diseño por resistencia de acuerdo al ACI 318-02 y ejemplos de diseño para elementos en compresión pura.

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
M I FERNANDO MONROY MIRANDA	Carga Axial y Flexión en Elementos de Concreto	9:00 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M I FERNANDO MONROY MIRANDA	Comandos de Staad/Pro para Diseño de Elementos de Concreto Reforzado	15:00-19:00

Miércoles 18 de mayo

Objetivo: Presentar las especificaciones para diseño por resistencia de acuerdo al ACI 318-02 y ejemplos de diseño para elementos en flexión.

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
M I FERNANDO MONROY MIRANDA	DISEÑO DE MIEMBROS EN COMPRESIÓN, CONFORME ACI 318-02	9:00 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M I FERNANDO MONROY MIRANDA	Planteamiento del Problema y Ejemplo de Modelación Geométrica de Estructuras de Concreto en Staad Pro 2004 Asignación de Propiedades, Cargas, Combinaciones y Parámetros de Diseño de Concreto.	15:00-19:00

Jueves 19 de mayo

Objetivo: Presentar las especificaciones para resistencia del ACI 318-02 y ejemplos de diseño para elementos en flexión y cortante.

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA	DISEÑO DE MIEMBROS EN FLEXIÓN Y CORTANTE, CONFORME ACI 318-02	9:00 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M I FERNANDO MONROY MIRANDA	Ejemplo. Diseño de un Edificio de acuerdo al ACI 318-02 utilizando STAAD/Pro 2004	15:00-19:00

Viernes 20 de mayo

Objetivo: Presentar las especificaciones para diseño por resistencia de acuerdo al ACI y ejemplos de diseño para elementos en flexocompresión.

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA	DISEÑO DE MIEMBROS EN FLEXIOPRESIÓN, CONFORME ACI 318-02	9:00 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA	Ejemplo de Diseño de un Marco de Estructuras Mayores en 5 E	15:00-18:00
EVALUACIÓN FINAL		18:00-18:30
CLAUSURA		18:30

CURSO DE DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO ASISTIDO POR COMPUTADORA

Fecha: 16 al 20 de mayo de 2005-05-12
Horarios: 9:00 -14:00 h y 15:00 – 18:00 h

Expositor
M. en I. Fernando Monroy Miranda

CONTENIDO

Lunes 16 de mayo de 2005

M. en I. Fernando Monroy Miranda

INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS

Concreto y concreto reforzado
Ventajas del concreto reforzado como material estructural
Desventajas del concreto reforzado como material estructural
Propiedades del concreto reforzado
Métodos de diseño y requisitos de resistencia
Resistencia y funcionalidad
Resistencia requerida
Resistencia de diseño
Resistencia de diseño para el refuerzo

Martes 17 de mayo de 2005

M. en I. Fernando Monroy Miranda

CARGA AXIAL EN ELEMENTOS DE CONCRETO

Introducción
Tipos de columnas
Capacidad por carga axial de columnas
Fallas de columnas con estribos y con espirales
Requisitos del código para columnas coladas en obra
Requisitos de seguridad para columnas
Fórmulas de diseño
Comentarios sobre el diseño de columnas
Resumen

Diseño de columnas cargadas axialmente

Comandos de STAAD/PRO para diseño de elementos de concreto reforzado

Miércoles 18 de mayo de 2005

M. en I. Fernando Monroy Miranda

FLEXIÓN EN ELEMENTOS DE CONCRETO

Consideraciones generales

Hipótesis de diseño

Principios y requisitos generales

Ejemplos de diseño

Ejemplos de diseño con el programa STAAD/PRO

Jueves 19 de mayo de 2005

M. en I. Fernando Monroy Miranda

DISEÑO POR FUERZA CORTANTE Y MOMENTO FLEXIONANTE

Introducción

Resistencia al cortante

El límite de $\sqrt{f_c}$

Resistencia a cortante proporcionado por el concreto para elementos no presforzados

Resistencia al cortante proporcionada por el refuerzo por cortante

Procedimiento de diseño para refuerzo a cortante

Ejemplos de diseño

Ejemplos de diseño con el programa STAAD/PRO

Viernes 20 de mayo de 2005

M. en I. Fernando Monroy Miranda

FLEXO-COMPRESIÓN EN ELEMENTOS DE CONCRETO

Introducción

Resistencia nominal para flexión y carga axial

Desarrollo de los diagramas de interacción

Modificaciones del código a los diagramas de interacción de columnas

Flexión biaxial

Ejemplos de diseño
Ejemplos de diseño con el programa STAAD/PRO
Cuarto de control S E. con el programa STAAD/PRO

CARACTERÍSTICAS DEL CURSO

- Práctico y de utilidad para los ingenieros de la CFE
- Dinámico
- Actualizado

Referencias principales

1. "Reinforced Concrete Structures", R. Park y T. Paulay. J. Wiley & Sons, Inc. 1975
2. "Estructuras de Hormigón Armado", Fritz Leonhardt, Tomo I, El Ateneo, 1973.
- 3 "Building Code Requeriments for Reinforced Concrete", ACI-318, 2002.
4. "Seismic Design and Retrofit of Bridges", M. N. J. Priestley, F. Seible y G. M. Calvi, Wiley & Sons, Inc. 1996
5. "Estructuras de Hormigón Armado", Fritz Leonhardt, Tomo III, El Ateneo, 1977.
6. "Seismic Design of Reindorced Concrete and Masonry Buildings", Tomas Paulay & M. J. N. Priestley, John Wiley & Sons, Inc. 1992.
7. "Diseño de Estructuras de Concreto", A. Nilson & G Winter, Mc. Graw Hill, 1997.
8. "Diseño de Concreto Reforzado", 4ª. Ed., J. C. McCormac, Alfaomega, 2002.
9. "Structural Analysis and Design, STAAD/PRO", REI, 2004.

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

TEMA 1 INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS

- 1.1 Concreto y concreto reforzado
- 1.2 Ventajas del concreto reforzado como material estructural
- 1.3 Desventajas del concreto reforzado como material estructural
- 1.4 Propiedades del concreto reforzado
 - 1.4.1 Resistencia a la compresión
 - 1.4.2 Módulo estático de elasticidad
 - 1.4.3 Módulo de elasticidad dinámico
 - 1.4.4 Módulo de Poisson
 - 1.4.5 Contracción
 - 1.4.6 Flujo plástico
 - 1.4.7 Resistencia a la tensión
 - 1.4.8 Resistencia al corte
- 1.5 Métodos de diseño y requisitos de resistencia
 - 1.5.1 Método de diseño por resistencia
- 1.6 Resistencia y funcionalidad
 - 1.6.1 Requisitos de resistencia
- 1.7 Resistencia requerida
- 1.8 Resistencia de diseño
 - 1.8.1 Resistencia nominal vs. Resistencia de diseño
 - 1.8.2 Factores de reducción de resistencia
 - 1.8.3 Longitudes de desarrollo para el refuerzo
- 1.9 Resistencia de diseño para el refuerzo

TEMA 2 CARGA AXIAL EN ELEMENTOS DE CONCRETO

- 2.1 Introducción
- 2.2 Tipos de columnas
- 2.3 Capacidad por carga axial de columnas
- 2.4 Fallas de columnas con estribos y con espirales
- 2.5 Requisitos del código para columnas coladas en obra
- 2.6 Requisitos de seguridad para columnas
- 2.7 Fórmulas de diseño
- 2.8 Comentarios sobre el diseño de columnas
- 2.9 Resumen
- 2.10 Diseño de columnas cargadas axialmente

TEMA 3 FLEXIÓN EN ELEMENTOS DE CONCRETO

- 3.1 Consideraciones generales
- 3.2 Hipótesis de diseño
 - 3.2.1 Hipótesis de diseño basadas en las condiciones de equilibrio de fuerzas y compatibilidad de deformaciones
 - 3.2.2 Hipótesis: La deformación en el refuerzo y en el concreto se suponen directamente proporcionales a la distancia del eje neutro
 - 3.2.3 Hipótesis: La máxima deformación utilizable en la fibra extrema en compresión del concreto se supondrá $\epsilon_{cu} = 0.003$
 - 3.2.4 Hipótesis: Relación elasto-plástica para el acero de refuerzo.
 - 3.2.5 Hipótesis: No se considera la tensión en el concreto
 - 3.2.6 Hipótesis: Relación esfuerzo-deformación para el concreto en compresión
 - 3.2.7 Hipótesis
- 3.3 Principios y requisitos generales
 - 3.3.1 Resistencia Nominal a Flexión
 - 3.3.2 Condición de deformación balanceada
 - 3.3.3 Porcentaje máximo de refuerzo

TEMA 4 FLEXO-COMPRESIÓN EN ELEMENTOS DE CONCRETO

- 4.1 Introducción
- 4.2 Resistencia nominal para flexión y carga axial
- 4.3 Desarrollo de los diagramas de interacción
- 4.4 Modificaciones del código a los diagramas de interacción de columnas
- 4.5 Flexión biaxial

TEMA 5 DISEÑO POR FUERZA CORTANTE Y MOMENTO FLEXIONANTE

- 5.1 Introducción
- 5.2 Resistencia al cortante
- 5.3 El límite de $\sqrt{f'_c}$
- 5.4 Resistencia a cortante proporcionado por el concreto para elementos no presforzados
- 5.5 Resistencia al cortante proporcionada por el refuerzo por cortante
 - 5.5.1 Tipos de refuerzo al cortante
 - 5.5.2 Detalles de anclaje para refuerzo al cortante
 - 5.5.3 Límites de espaciamiento para el refuerzo al cortante
 - 5.5.4 Refuerzo mínimo por cortante
 - 5.5.5 Diseño de refuerzo por cortante
- 5.6 Procedimiento de diseño para refuerzo a cortante

TEMA 6 REQUISITOS COMPLEMENTARIOS DE DISEÑO

- 6.1 Desarrollo y traslape del acero de refuerzo
 - 6.1.1 Introducción
 - 6.1.2 Longitud de desarrollo del refuerzo
- 6.2. Longitud de desarrollo de varillas y alambres corrugados sujetos a tensión
 - 6.2.1 Longitud de desarrollo
 - 6.2.2 Longitud básica de desarrollo
 - 6.2.3 Factores de modificación para separación y recubrimiento de varillas, así como para refuerzo transversal
 - 6.2.3.1 Factor de modificación = 1.0
 - 6.2.3.2 Factor de modificación = 2.0
 - 6.2.3.3 Factor de modificación = 1.40
 - 6.2.3.4 Varillas con separación considerable = 0.80
 - 6.2.3.5 Zunchos o Estribos poco espaciados = 0.75
 - 6.2.3.6 Longitud mínima de desarrollo
 - 6.2.4 Factores de modificación para varillas de lecho superior, tipo de agregado y recubrimiento epóxico
 - 6.2.4.1 Refuerzo de lecho superior 1.30
 - 6.2.4.2 Concreto con agregados ligeros 1.30
 - 6.2.4.3 Refuerzo protegido con epóxicos 1.2 ó 1.5
 - 6.2.5 Exceso de refuerzo (As requerido/As proporcionado)
 - 6.2.6 Resumen
- 6.3 Longitud de desarrollo de varillas corrugadas sujetas a compresión
- 6.4. Longitud de desarrollo de varillas en paquete
- 6.5. Desarrollo de ganchos estándar en tensión
 - 6.5.1 Longitud de desarrollo para ganchos estándar
 - 6.5.2 Longitud básica de desarrollo l_{hb}
 - 6.5.3 Factores de modificación
 - 6.5.4 Ganchos estándar en extremos discontinuos
- 6.6. Longitud de desarrollo del refuerzo sujeto a flexión: aspectos generales
- 6.7 Desarrollo del acero de refuerzo para momento positivo
- 6.8. Longitud de desarrollo del refuerzo por momento negativo
- 6.9. Traslapes empalmes del refuerzo
 - 6.9.1 Aspectos generales
 - 6.9.2 Traslapes
- 6.10 Traslapes de varillas corrugadas y alambre corrugado en tensión
- 6.11 Empalmes de varillas corrugadas sujetas a compresión
 - 6.11.1 Empalmes para traslapes en compresión
 - 6.11.2 Traslapes en apoyos de extremo
- 6.12 Requisitos esenciales de los traslapes para columnas
 - 6.12.1 Empalmes para traslapes en columnas
 - 6.12.2 Empalmes en apoyos de extremo en columnas
- 6.13 Control del agrietamiento
 - 6.13.1 Consideraciones Generales
 - 6.13.2 Distribución del Refuerzo por Tensión en losas en una dirección y vigas



FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M. DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS

OBJETIVOS

Presentar los aspectos generales y fundamentos del diseño de elementos de concreto reforzado de acuerdo a las recomendaciones del *American Concrete Institute*.

Mostrar, mediante ejemplos típicos, la interpretación y aplicación correcta de las disposiciones para el diseño por resistencia contenidas en el Reglamento indicado.

CAPÍTULO 1

Introducción y Conceptos Básicos

1.1 Concreto y concreto reforzado

El *concreto* es una mezcla de arena, grava, roca triturada u otros agregados unidos en una masa rocosa por medio de una pasta de cemento y agua. En ocasiones, uno o más aditivos se agrega para cambiar ciertas características del concreto, tales como la permeabilidad, la durabilidad y el tiempo de fraguado.

Como la mayoría de los materiales pétreos, el concreto tiene una alta resistencia a la compresión y una muy baja resistencia a la tensión. El *concreto reforzado* es una combinación de concreto y acero en la que el refuerzo de acero proporciona la resistencia a tensión de que carece el concreto. El acero de refuerzo es también capaz de resistir fuerzas de compresión y se usa tanto en vigas como en columnas así como en otros elementos.

1.2 Ventajas del concreto reforzado como material estructural

El concreto reforzado es hoy en día, probablemente el material disponible más importante para la construcción. Puede usarse en una u otra forma en casi todas las estructuras, grandes o pequeñas, en edificios, puentes, pavimentos, cortinas y diversas obras de presas, muros de retención, túneles, viaductos, instalaciones de drenaje e irrigación, tanques, etc

El gran éxito de este material universal en la construcción puede explicarse fácilmente si se consideran sus numerosas ventajas. Algunas de éstas son las siguientes:

1. Tiene una resistencia considerable a la compresión en comparación con muchos otros materiales
2. El concreto reforzado tiene gran resistencia al fuego y al agua y, de hecho, es el mejor material estructural que existe para los casos en que el agua se halle presente. Durante incendios de intensidad media, los elementos con un recubrimiento adecuado de concreto sobre las barras de refuerzo, sufren sólo daño superficial sin fallar.
3. Las estructuras de concreto reforzado son muy rígidas.
4. Requiere de poco mantenimiento.
5. Comparado con otros materiales, puede tener una larga vida de servicio. Bajo condiciones apropiadas, las estructuras de concreto reforzado pueden usarse indefinidamente sin merma en sus capacidades de carga. Esto puede explicarse por el hecho de que la resistencia del

concreto no disminuye con el tiempo sino que en realidad aumenta con los años, debido al largo proceso de solidificación de la pasta de cemento.

6. Es prácticamente el único material económico disponible para zapatas, sótanos, muelles y construcciones similares.
7. Una característica especial del concreto es la posibilidad de colarlo en una variedad extraordinaria de formas que van desde simples losas, vigas y columnas hasta grandes arcos y cascarones
8. En muchas regiones, el concreto aprovecha para su elaboración la existencia de materiales locales baratos (arena, grava y agua) y requiere cantidades relativamente pequeñas de cemento y acero de refuerzo, las cuales puede ser necesario conseguir en otras regiones del país
9. Para su montaje se requiere de mano de obra poco calificada, en comparación con otros materiales, como el acero estructural

1.3 Desventajas del concreto reforzado como material estructural

Para usar con éxito el concreto, tanto el proyectista como el constructor deben estar familiarizados con sus puntos débiles así como con sus puntos fuertes. Algunas de sus desventajas son las siguientes.

1. El concreto tiene una resistencia muy baja a la tensión por lo que requiere la ayuda de un refuerzo de tensión.
2. Se requieren cimbras para mantener al concreto en posición hasta que endurece suficientemente. Además, pueden requerirse obras falsas o apuntalamiento para apoyar la cimbra de techos, muros o estructuras similares hasta que los elementos de concreto adquieren suficiente resistencia para soportarse por sí mismos. La obra falsa es muy cara, su costo puede ser de un tercio a dos tercios del costo total de una estructura de concreto reforzado, con un valor promedio aproximado del 50%.
3. La baja resistencia por unidad de peso de concreto conduce a elementos pesados. Esto se vuelve muy importante en estructuras de gran claro donde el gran peso muerto del concreto tiene un fuerte efecto en los momentos flexionantes.
4. De manera similar, la baja resistencia por unidad de volumen de concreto implica que los elementos serán relativamente grandes, lo que es de considerable importancia en edificios altos y en estructuras de grandes claros.
5. Las propiedades del concreto varían ampliamente debido a las variaciones en su dosificación y mezclado. Además, el colado y el curado del concreto no son tan cuidadosamente controlados como la producción de otros materiales, por ejemplo, el acero estructural y la madera laminada.

Otras dos características que pueden causar problemas son la contracción y el flujo plástico del concreto.

1.4 Propiedades del concreto reforzado

Es necesario que el profesional posea un amplio conocimiento de las propiedades del concreto antes de que empiece a diseñar estructuras de concreto reforzado.

1.4.1 Resistencia a la compresión

La resistencia a la compresión del concreto (f'_c) se determina por medio de pruebas a la falla de cilindros de 6" × 12" de concreto de 28 días de edad a una velocidad especificada de carga. Durante el periodo de 28 días los cilindros suelen mantenerse sumergidos en agua en un local con temperatura constante y humedad de 100%. Aunque existen concretos con resistencias últimas a los 28 días que van de 175 kg/cm² a 1,400 kg/cm², la mayoría de los concretos usados en la práctica tienen una resistencia de entre 200 kg/cm² y 500 kg/cm². Para aplicaciones comunes se usan concretos de 200 kg/cm² a 300 kg/cm², mientras que en la construcción preesforzada se emplean los de 350 kg/cm² y 400 kg/cm². Para ciertas aplicaciones, como en columnas de pisos inferiores de edificios altos, se han utilizado concretos con resistencia de 600 kg/cm², o mayores que son proporcionados por empresas de concreto premezclado.

Los valores obtenidos para la resistencia a compresión de concretos, tal como se determinaron en pruebas, dependen en gran medida de los tamaños y formas de los especímenes de prueba y de la manera en que éstos son cargados. En muchos países, los especímenes de prueba son cubos de 200 mm (7.87 pulg) por lado. Para los mismos lotes de concreto la prueba de cilindros de 6 pulg por 12 pulg proporciona resistencias a compresión de sólo aproximadamente 80% de los valores en psi obtenidos con los cubos.

Es posible pasar de un concreto de 200 kg/cm², a otro de 350 kg/cm², sin que se requiera una cantidad excesiva de trabajo o de cemento adicional. El aumento en el costo aproximado para tal incremento de resistencia es de 15% a 20% aproximadamente. Sin embargo, para fabricar un concreto con resistencia superior a 350 kg/cm², se requiere un diseño muy cuidadoso de la mezcla y prestar considerable atención al mezclado, colado y curado. Estos requisitos ocasionan un incremento relativamente mayor en el costo.

Se observa que las condiciones de campo no son las mismas que en el local de curado y que las resistencias a los 28 días descritas aquí no pueden alcanzarse en las obras a menos que se tengan condiciones casi perfectas en la dosificación, mezclado, vibrado y curado. Es muy probable que no se obtenga la misma resistencia en el campo con la misma dosificación. Por ello, la sección 5.3 del código ACI requiere que las resistencias a compresión del concreto usadas como base para seleccionar la dosificación del concreto excedan las resistencias especificadas a 28 días en valores que van de unos cuantos kg/cm² hasta 84 kg/cm² aproximadamente, estos valores dependen del control de calidad alcanzado en la planta de concreto.

Las curvas esfuerzo-deformación unitaria de la Figura 1.1 representan los resultados obtenidos en pruebas de compresión en cilindros estándar de resistencias variables a los 28 días. Deben estudiarse cuidadosamente estas curvas ya que muestran varios puntos importantes.

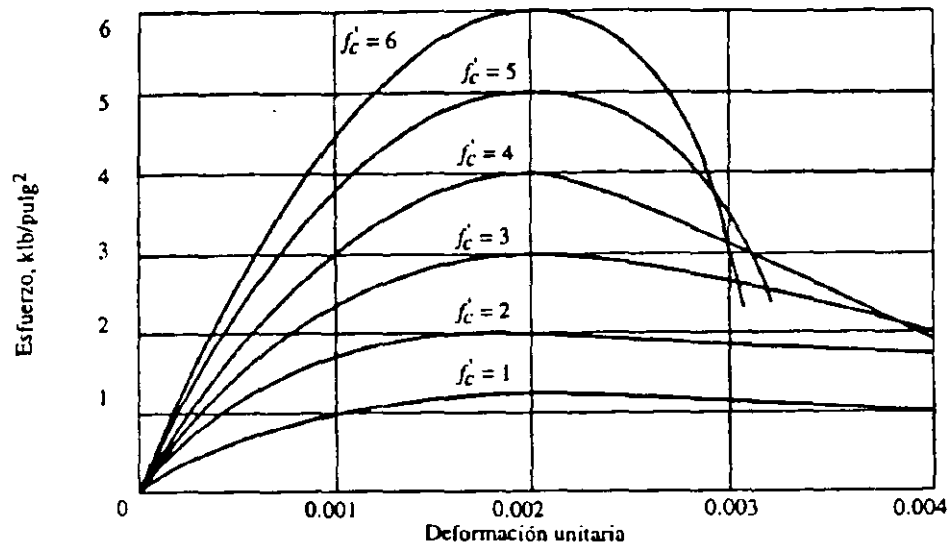


Figura 1.1 Curva esfuerzo-deformación unitaria típica, con carga axial de corto plazo

- Las curvas son aproximadamente rectas mientras la carga crece de cero a poco más o menos de 1/3 a 1/2 de la resistencia última del concreto.
- Más allá de este intervalo, el comportamiento del concreto es no lineal. La falta de linealidad de las curvas esfuerzo-deformación unitaria del concreto a esfuerzos mayores ocasiona algunos problemas en el análisis estructural de las estructuras de concreto porque el comportamiento $\sigma - \epsilon$ éstas tampoco es lineal bajo esfuerzos mayores.
- Es de particular importancia el hecho de que todos los concretos, independientemente de sus resistencias, alcanzan sus resistencias últimas bajo deformaciones unitarias de aproximadamente 0.002.
- El concreto no tiene una resistencia a la fluencia definida; más bien, las curvas se comportan suavemente hasta sus puntos de ruptura bajo deformaciones unitarias de entre 0.003 y 0.004. Para fines de cálculo es común suponer que el concreto falla a 0.003.
- Muchas pruebas han mostrado claramente que las curvas esfuerzo-deformación unitaria de los cilindros de concreto son casi idénticas con las obtenidas en corazones de los lados de compresión de vigas.
- Debe observarse además que los concretos de bajo grado son menos frágiles que los de grado alto, es decir, los concretos de bajo grado mostrarán deformaciones unitarias mayores antes de romperse.

1.4.2 Módulo estático de elasticidad

El concreto no tiene un módulo de elasticidad bien definido. Su valor varía con las diferentes resistencias del concreto, con la edad de éste, con el tipo de carga y con las características del cemento y los agregados. Además, hay varias definiciones del módulo.

- (a) El *módulo inicial* es la pendiente del diagrama esfuerzo-deformación unitaria en el origen de la curva.
- (b) El *módulo tangente* es la pendiente de una tangente a la curva en algún punto de ésta, por ejemplo, en el 50% de la resistencia última del concreto.
- (c) A la pendiente de una línea trazada del origen a un punto sobre la curva entre el 25% y 50% de su resistencia última a compresión, se le llama *módulo secante*.
- (d) Otro módulo, llamado *módulo aparente o módulo a largo plazo*, se determina usando los esfuerzos y deformaciones unitarias obtenidas después de que la carga se ha aplicado durante cierto periodo

La sección 8.5.1 del código ACI 318-02 establece que puede usarse la siguiente expresión para calcular el módulo de elasticidad de concretos cuyo peso volumétrico está comprendido entre 1,440 y 2,480 kg/m³

$$E_c = w_c^{1.5} \cdot 0.14 \cdot \sqrt{f'_c}$$

En esta expresión E_c es el módulo de elasticidad en kg/cm², w_c es el peso del concreto en kg/m³ y f'_c es su resistencia a la compresión a los 28 días en kg/cm². Este es, en realidad, un módulo secante con la línea (cuya pendiente es igual al módulo) trazada del origen a un punto sobre la curva esfuerzo-deformación unitaria que corresponde aproximadamente al esfuerzo ($0.45f'_c$) que se tendría bajo las cargas muertas y vivas estimadas que la estructura debe soportar.

Para concretos de peso normal que pesan aproximadamente 2,320 kg/cm³, el código ACI 318-02 establece que la siguiente versión simplificada de la expresión anterior puede usarse para determinar el módulo:

$$E_c = 15.100 \sqrt{f'_c} \tag{1.1}$$

1.4.3 Módulo de elasticidad dinámico

El módulo de elasticidad dinámico, que corresponde a deformaciones unitarias instantáneas muy pequeñas, se obtiene usualmente por medio de pruebas acústicas. Es entre 20% y 40% mayor que el módulo estático y es aproximadamente igual al módulo inicial. Cuando las estructuras se analizan por cargas de sismo o impacto, el uso del módulo dinámico parece ser apropiado.

Los concretos con resistencias superiores a 420 kg/cm², se denominan concretos de alta resistencia. Las pruebas han indicado que las ecuaciones del ACI para E_c aplicadas a concretos de alta resistencia dan valores demasiado altos. Con base en estudios realizados en la Universidad de Cornell, la siguiente expresión para calcular E_c es recomendada por el Comité 36 del ACI:

$$E_c = 40,000 \sqrt{f'_c} + 1.0 \times 10^6 \tag{1.2}$$

1.4.4 Módulo de Poisson

Al someter un cilindro de concreto a carga de compresión, éste no sólo se acorta a lo largo sino que también se expande lateralmente. La proporción de esta expansión lateral respecto al acortamiento longitudinal se denomina *módulo de Poisson*. Su valor varía de aproximadamente 0.11 para concretos de alta resistencia hasta 0.21 para concretos de bajo grado, con un valor promedio de 0.16.

Las pruebas han mostrado que no parece haber ninguna relación directa entre el valor de esta proporción y la relación agua-cemento, cantidad de curado, tamaño del agregado, etc.

Como se sabe el módulo elástico (E_c) y la relación de Poisson (ν) están relacionados con la otra constante del material conocida como módulo de rigidez a cortante (G) mediante la expresión siguiente.

$$G = \frac{E_c}{2(1+\nu)} \quad (1.3)$$

En la mayoría de los diseños de concreto reforzado, no se le da ninguna consideración al llamado efecto Poisson. Sin embargo, tal vez tenga que ser considerado en el análisis y diseño de presas de arco, de túneles y de algunas otras estructuras estáticamente indeterminadas, por ejemplo, en vigas de gran peralte, muros, etc.

1.4.5 Contracción

Cuando los materiales del concreto se mezclan, la pasta de cemento y agua llena los vacíos entre los agregados y une a éstos. Esta mezcla necesita ser suficientemente manejable o fluida de modo que pueda fluir entre las barras de refuerzo y entre la cimbra. Para lograr la requerida fluidez se usa bastante más agua (tal vez el doble) que la necesaria para que el cemento y el agua reaccionen químicamente (*hidratación*).

Después de que el concreto se ha curado y empieza a secarse, el agua adicional que se usó en el mezclado empieza a aflorar en la superficie, donde se evapora. Como resultado de esto, el concreto se contrae y se agrieta. Las grietas resultantes pueden reducir la resistencia a cortante de los elementos y pueden dañar la apariencia y durabilidad de la estructura. Además las grietas permiten que el refuerzo quede expuesto a la atmósfera, con lo que puede incrementarse la corrosión. La contracción continúa durante muchos años pero bajo condiciones ordinarias, probablemente el 90% se da durante el primer año. La cantidad de humedad que se pierde varía con la distancia a la superficie. Además, entre mayor es el área superficial de un elemento en proporción a su tamaño, mayor es la contracción; esto es, los elementos con secciones transversales pequeñas se contraen más que aquellos con secciones transversales grandes.

La cantidad de contracción depende mucho del tipo de exposición, por ejemplo, si el concreto se ve sometido a mucho viento durante el curado, su contracción será mayor, igualmente, una atmósfera húmeda implica menos contracción, mientras que una seca implica mayor contracción.

Es conveniente usar agregados de baja absorción, como el granito y muchas piedras calizas. Cuando se usan ciertas pizarras y areniscas absorbentes el resultado puede ser 1½ o aún 2 veces la contracción que resulta con otros agregados.

Para minimizar la contracción es deseable:

- (1) Mantener en un mínimo la cantidad de agua para el mezclado.
- (2) Proporcionar un buen curado.
- (3) Colar el concreto para muros, pisos y otros elementos constructivos grandes en secciones pequeñas (lo que permite que parte de la contracción ocurra antes de colar la siguiente sección)
- (4) Intercalar juntas constructivas para controlar la posición de las grietas.
- (5) Usar refuerzo por contracción y,
- (6) Usar agregados apropiadamente densos y no porosos

1.4.6 Flujo plástico

Bajo cargas sostenidas de compresión, el concreto continuará deformándose durante largos periodos. Esta deformación adicional se le llama *flujo o escurrimiento plástico*. Si se aplica una carga de compresión a un elemento de concreto, se presenta un acortamiento inmediato o elástico. Si la carga permanece actuando por largo tiempo, el elemento continuará acortándose durante varios años y la deformación final será igual a aproximadamente 2 ó 3 veces la deformación inicial. Esto implica que las deflexiones a largo plazo también pueden ser iguales a 2 ó 3 veces las deflexiones iniciales. Es muy probable que el 75% del flujo plástico total ocurre durante el primer año.

Si la carga a largo plazo se retira, el elemento recuperará la mayor parte de su deformación elástica y algo de su deformación plástica. Si la carga vuelve a actuar, tanto la deformación elástica como la plástica se desarrollarán de nuevo.

La magnitud del flujo plástico depende mucho de la magnitud de los esfuerzos presentes. Es casi directamente proporcional al esfuerzo mientras el esfuerzo sostenido no sea mayor que aproximadamente la mitad de f_c' . Más allá de este valor el flujo plástico crece rápidamente.

Las cargas a largo plazo no sólo generan un flujo plástico sino que también influyen adversamente en la resistencia del concreto. Para cargas sostenidas en especímenes cargados axialmente durante un año o más, puede darse una reducción de la resistencia de aproximadamente 15% a 25%. *Así, un elemento cargado con una carga sostenida de, digamos, el 85% de su resistencia a compresión f_c' puede ser satisfactorio por un cierto tiempo pero puede fallar después.*

Otros factores que afectan la magnitud del flujo plástico son:

1. Entre mayor sea el tiempo de curado previo a la aplicación de las cargas, menor será el flujo plástico. El curado a vapor, que acelera la adquisición de resistencia, reduce también el flujo plástico.
2. Los concretos de alta resistencia presentan un menor flujo plástico que los de baja resistencia, para esfuerzos de la misma intensidad. Sin embargo, los esfuerzos aplicados en concretos de alta resistencia son con toda probabilidad mayores que los aplicados en concretos de baja resistencia.
3. El flujo plástico aumenta con la temperatura. Alcanza su valor máximo cuando el concreto está entre 150°F y 160°F.
4. A mayor humedad, menor será el agua libre de poro que pueda escapar del concreto. El flujo plástico adquiere un valor casi del doble a 50% de humedad que a 100%. Obviamente es muy difícil distinguir entre la contracción y el flujo plástico.
5. Los concretos con mayor porcentaje de pasta cemento-agua tienen mayor flujo plástico porque es la pasta y no los agregados la que fluye plásticamente. Esto es particularmente cierto si se usa como agregado una buena piedra caliza.
6. Está claro que la adición de refuerzo en la zona de compresión del concreto reduce mucho el flujo plástico ya que el acero manifiesta muy poco flujo plástico bajo esfuerzos ordinarios. Conforme ocurre el flujo en el concreto, el refuerzo tiende a impedirlo y a tomar cada vez más parte de la carga.
7. Los elementos grandes de concreto (es decir, aquellos con grandes relaciones de volumen a área superficial) fluirán proporcionalmente menos que los elementos delgados más pequeños donde el agua libre tiene distancias menores que viajar para escapar.

1.4.7 Resistencia a la tensión

La resistencia a la tensión del concreto varía entre el 8% y el 15% de su resistencia a la compresión. Una razón principal para esta baja resistencia, es que el concreto contiene un gran número de grietas muy finas. Las grietas tienen poca importancia cuando el concreto está sometido a cargas de compresión, las que ocasionan que las grietas se cierren y permiten entonces la transmisión de la compresión. Es claro que éste no es el caso para cargas de tensión.

Aunque la resistencia a la tensión normalmente se desprecia en los cálculos es, sin embargo, una importante propiedad que afecta el tamaño y la extensión de las grietas que se presentan. Además, la resistencia a la tensión del concreto tiene un efecto reductor en las deflexiones de los elementos. Debido a la pequeña resistencia a la tensión del concreto, se ha hecho muy poco esfuerzo para determinar su módulo de elasticidad en tensión. Sin embargo, con base en la limitada información disponible, parece ser que su valor es igual a su módulo de elasticidad en compresión.

No se supone que el concreto resiste una parte de la tensión en un elemento a flexión y el acero el resto. Ya que el concreto se agrieta bajo deformaciones unitarias de tensión tan pequeñas que los esfuerzos son tan bajos en el acero hasta ese momento lo que harían su uso antieconómico.

La resistencia a tensión del concreto no varía en proporción directa a su resistencia última f'_c . Sin embargo, varía aproximadamente en proporción a la raíz cuadrada de f'_c . Esta resistencia es muy difícil de medir bajo cargas axiales directas de tensión debido al problema de agarre en los especímenes de prueba que da lugar a concentraciones de esfuerzo y debido también a la dificultad de alinear las cargas. Como consecuencia de esos problemas, se han desarrollado dos pruebas indirectas para medir la resistencia a tensión del concreto. Estas son la *prueba del módulo de ruptura* y la *prueba radial del cilindro (prueba brasileña)*.

La resistencia a la tensión del concreto en flexión es muy importante al considerar grietas y deflexiones en vigas. Para estas consideraciones se han usado durante mucho tiempo las resistencias a tensión obtenidas con el módulo de ruptura; este módulo se mide en una viga rectangular de concreto simple (o sea, sin refuerzo) de 6" x 6" x 30" (con apoyos simples a 24" entre centros) al cargar a la falla con cargas concentradas iguales en los tercios del claro, de acuerdo con el método ASTM C-78. La carga se incrementa hasta que ocurre la falla por agrietamiento en la cara de tensión de la viga. El módulo de ruptura f_r se determina entonces con la fórmula de la flexión. En las siguientes expresiones, h es el ancho de la viga, I es el momento de inercia y M es el momento máximo calculado:

$$f_r = \frac{Mc}{I} = \frac{M(h/2)}{\frac{1}{12}bh^3}$$

$$f_r = \text{módulo de ruptura} = \frac{6M}{bh^2} \quad (1.4)$$

El esfuerzo determinado de esta manera no es muy exacto porque al usar la fórmula de la flexión estamos suponiendo que el concreto es perfectamente elástico, con esfuerzos directamente proporcionales a sus distancias al eje neutro.

Con base en cientos de pruebas, el código ACI proporciona un módulo de ruptura igual a $2\sqrt{f'_c}$, con f'_c en kg/cm^2 , también proporciona modificaciones para f_r en concretos de peso ligero.

La resistencia a la tensión del concreto también puede medirse por medio de la prueba radial. Un cilindro se coloca acostado en una máquina de prueba y se le aplica una carga de compresión uniforme a lo largo del cilindro, el cual está apoyado a todo lo largo de la base (véase la Figura 1.2), cuando se alcance su resistencia a la tensión del cilindro este se fracturará a la mitad de extremo a extremo. El esfuerzo de tensión en que ocurre la rotura se denomina *resistencia radial del cilindro* y puede calcularse con la siguiente expresión, en ella, P es la fuerza máxima de compresión, L es la longitud y D es el diámetro del cilindro.

$$f_t = \frac{2P}{\pi LD} \quad (2.5)$$

Aún cuando se usan almohadillas bajo las cargas, alguna concentración de esfuerzos ocurre durante las pruebas. Además, algunos esfuerzos se desarrollan en ángulos rectos a los esfuerzos de tensión, por lo que las resistencias a la tensión que se obtienen no son muy exactas.

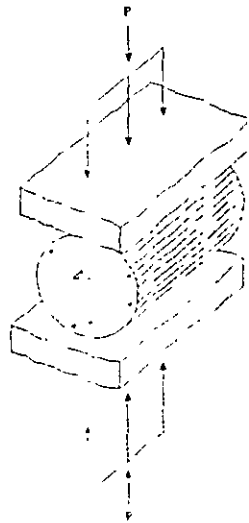


Figura 1.2. Prueba radial

1.4.8 Resistencia al corte

Es extremadamente difícil obtener en pruebas, fallas por cortante puro que no estén afectadas por otros esfuerzos. Las pruebas sobre resistencia por cortante del concreto han dado, durante muchos años, valores que varían entre $1/3$ y $4/5$ de las resistencias últimas a la compresión. No deben preocuparnos esos inconsistentes resultados de la resistencia por cortante porque las aproximaciones del diseño están basadas en suposiciones muy conservadoras de la resistencia al corte.

1.5 Métodos de diseño y requisitos de resistencia

Desde hace mucho tiempo, se han empleado dos criterios de diseño para los elementos de concreto reforzado, uno de ellos, el más antiguo llamado "diseño por esfuerzos de trabajo", fue el principal método empleado en el siglo pasado hasta principios de la década de los sesenta. Desde esa fecha hubo una rápida transición al método más reciente, conocido como "diseño por resistencia última", debido a que este método (en el reglamento se le denomina "método de diseño por resistencia") es, desde un punto de vista conceptual, más realista en su aplicación considerando la seguridad de la estructura.

1.5.1 Método de diseño por resistencia

El método de diseño por resistencia requiere que las resistencias nominales calculadas, reducidas por los factores especificados de reducción de resistencia, es decir, las resistencias de diseño, sean iguales o mayores que los efectos de carga especificados, o sea, por las resistencias requeridas, factorizadas por coeficientes denominados factores de carga.

Puesto que la distinción entre "resistencia de diseño" y "resistencia requerida" es fundamental para la comprensión del método de diseño por resistencia, se resumen a continuación las definiciones, simbología y anotaciones empleadas con el método de diseño por resistencia.

Definiciones

Carga de servicio = Carga especificada por el Reglamento general de construcciones (sin los factores de carga)

Carga factorizada = Carga multiplicada por los factores apropiados de carga empleada para dimensionar los elementos según el método de diseño por resistencia.

Resistencia requerida = Resistencia de un elemento o de una sección transversal, requerida para soportar cargas factorizadas o momentos y fuerzas internas relativas en combinaciones que se estipulan

Resistencia nominal = Resistencia de un elemento o de una sección transversal calculada de acuerdo con las especificaciones y estipulaciones del método de diseño por resistencia, antes de la aplicación de cualquier factor de reducción de resistencia.

Resistencia de diseño = Resistencia nominal multiplicada por un factor de reducción de resistencia.

Notación

Resistencia requerida.

- M_u = momento factorizado en una sección
- P_u = carga axial factorizada con excentricidad dada
- V_u = fuerza cortante factorizada en una sección
- T_u = momento torsionante factorizado

Resistencia nominal:

- M_n = resistencia nominal a momento en una sección
- M_b = resistencia nominal a momento en condiciones de deformación balanceada
- P_n = resistencia nominal a carga axial a una excentricidad dada
- P_o = resistencia nominal a carga axial sin excentricidad
- P_b = resistencia nominal a carga axial en condiciones de deformación balanceada
- V_n = resistencia nominal a cortante
- V_c = resistencia nominal a cortante, proporcionada por el concreto
- V_s = resistencia nominal a cortante, proporcionada por el refuerzo para cortante
- T_n = resistencia nominal a momento torsionante
- T_c = resistencia nominal a momento torsionante, proporcionada por el concreto
- T_s = resistencia nominal a momento torsionante, proporcionada por el refuerzo de torsión

Resistencia de diseño:

- ϕM_n = resistencia de diseño a momento en una sección
- ϕP_n = resistencia de diseño a carga axial con una excentricidad dada
- ϕV_n = resistencia de diseño a cortante = $\phi(V_c + V_s)$
- ϕT_n = resistencia de diseño a momento torsionante = $\phi(T_c + T_s)$

Se da un determinado número de definiciones para las cargas porque el Reglamento contiene requisitos que se deben cumplir a diferentes niveles de carga. Los términos “carga muerta” y “carga viva” se refieren a las cargas sin factorizar (cargas de servicio) especificadas o definidas por el Reglamento local de construcciones. Las cargas de servicio (las cargas sin factores de carga) se emplearán cuando el Reglamento especifique que es necesario proporcionar o investigar los elementos para condiciones adecuadas de servicio. Las cargas empleadas para dimensionar un elemento con la resistencia adecuada se definen como “cargas factorizadas”. Estas cargas son las cargas de servicio multiplicadas por los factores apropiados de carga, especificados para la resistencia requerida. El término “cargas de diseño” no se emplea en el ACI 318, a fin de evitar confusión con la terminología de carga de diseño empleada en los reglamentos generales de construcción para indicar cargas de servicio o cargas corrientes en edificios. La terminología de carga factorizada empleada en el ACI 318 también indica claramente si los factores de carga se aplican a un valor particular de la carga, momento o cortante, tal como son empleados en la especificaciones del Reglamento.

Las resistencias requeridas a carga axial, a momento y a cortante, empleadas para dimensionar los elementos, se refieren tanto a las cargas axiales factorizadas, a los momentos factorizados y a los cortantes factorizados, como a las cargas axiales, a los momentos y a los esfuerzos cortantes requeridos. Los efectos de la carga factorizada se calculan con las cargas y fuerzas factorizadas aplicadas en las combinaciones estipuladas en el Reglamento.

El subíndice u se emplea para indicar las resistencias requeridas, resistencia requerida a carga axial P_u ; resistencia requerida a momento M_u ; resistencia requerida a cortante V_u ; resistencia requerida a momento de torsión T_u , calculadas a partir de las cargas y fuerzas factorizadas aplicadas.

La resistencia de un elemento o de una sección transversal calculada con las suposiciones básicas, las ecuaciones de resistencia y los valores nominales (especificados) de las resistencias de los materiales, dimensiones, se llama “resistencia nominal”. El subíndice n se emplea para indicar las resistencias nominales: resistencia nominal a carga axial P_n , a momento M_n , a cortante V_n , a momento torsionante T_n .

“La resistencia de diseño” o resistencia útil de un elemento o sección transversal es la resistencia nominal reducida por el factor de reducción de resistencia, y puede ser indicada, respectivamente, como ϕP_n , ϕM_n , ϕV_n , ϕT_n .

1.6 Resistencia y funcionalidad

1.6.1 Requisitos de resistencia

El criterio básico del diseño por resistencia se puede expresar de la siguiente manera:

$$\text{Resistencia de diseño} \leq \text{Resistencia requerida}$$

$$\text{O}$$

$$(\text{Factor de carga}) [\text{Efectos de las cargas de servicio}] \leq (\text{Factor de reducción de resistencia}) [\text{Resistencia nominal}]$$

Todos los elementos y todas las secciones de los mismos deben ser dimensionados para cumplir con el criterio anterior, bajo la combinación más crítica de cargas y bajo todos los estados posibles de esfuerzo (flexión, carga axial, cortante, etc.) es decir.

$$\begin{aligned} P_u &\leq \phi P_n \\ M_u &\leq \phi M_n \\ V_u &\leq \phi V_n \\ T_u &\leq \phi T_n \end{aligned}$$

El criterio anterior proporciona el margen de seguridad estructural de dos maneras

1. La resistencia requerida se calcula en términos de cargas factorizadas o los momentos y fuerzas internos relacionados. Las cargas factorizadas se definen como las cargas de servicio multiplicadas por los factores apropiados de carga. Las cargas que se deben usar se describen en el Reglamento. Por lo tanto, la resistencia requerida a flexión para cargas muertas y vivas es:

$$M_u = 1.4 M_d + 1.6 M_l \quad (1.6)$$

Donde M_d y M_l son los momentos debidos a las cargas muertas y vivas de servicio, respectivamente

2. La resistencia de diseño se calcula multiplicando la resistencia nominal por el factor apropiado de reducción de resistencia. La resistencia nominal se calcula por medio de los procedimientos del Reglamento suponiendo que el elemento, o la sección, tiene las dimensiones exactas y las propiedades de los materiales, supuestos en los cálculos. Así, por ejemplo, la resistencia de diseño a momento de una sección transversal rectangular simplemente reforzada es

$$\phi M_n = \phi [A_s f_y (d - a/2)] \quad (1.7)$$

Para esta misma sección, sin refuerzo de compresión y sujeta a flexión, el criterio básico para el diseño por resistencia se reduce a

$$1.4 M_d + 1.6 M_l \leq \phi [A_s f_y (d - a/2)] \quad (1.8)$$

De manera similar para la resistencia a cortante de una viga, el criterio básico para el diseño por resistencia puede expresarse como

$$V_u \leq \phi V_n = \phi (V_c + V_s) \quad (1.9)$$

$$1.4 V_d + 1.6 V_l \leq \phi \left[2\sqrt{f'_c} b_w d + \frac{A_s f_y d}{s} \right] \quad (1.10)$$

MacGregor indica las siguientes razones para justificar los factores de carga y de reducción de resistencia en el diseño estructural:

1. La resistencia de los materiales o de los elementos puede ser menor que la esperada. Los factores que contribuyen a ello son los siguientes:
 - a) Las resistencias de los materiales pueden diferir de las supuestas en el diseño, debido a:

- La variabilidad de la resistencia de los materiales. La resistencia a compresión del concreto, la resistencia a la fluencia y la resistencia última a la tensión del refuerzo son variables
 - El efecto de la velocidad de las pruebas. Las resistencias tanto del concreto como del acero son afectadas por la velocidad de aplicación de la carga
 - La resistencia en obra comparada con la resistencia del espécimen. La resistencia del concreto en una estructura es un poco diferente de la resistencia del mismo concreto en un espécimen de control
 - El efecto de la variabilidad de los esfuerzos de contracción o esfuerzos residuales. La variabilidad en los esfuerzos residuales debidos a la contracción puede afectar la carga de agrietamiento del elemento y es importante donde el agrietamiento es el estado límite crítico. De manera similar, en las columnas, la transmisión de la carga de compresión del concreto al acero, causada por la fluencia y la contracción, puede dar lugar a una resistencia a la fluencia prematura del acero de compresión y, posteriormente, provocar fallas por inestabilidad en columnas esbeltas con poca cantidad de refuerzo.
- b) Los elementos pueden variar de los supuestos anteriormente, debido a errores de construcción. Los siguientes errores son importantes:
- Las tolerancias de laminación de las varillas de refuerzo.
 - Los errores geométricos de la sección transversal y los errores de colocación de refuerzo.
- c) Las suposiciones y ecuaciones simplificadas, tales como el uso del bloque rectangular de esfuerzos, y la suposición de máxima deformación unitaria útil de concreto igual a 0.003, presentan errores tanto sistemáticos como causales
- d) El uso de distintos tamaños de las varillas da como resultado variaciones en la capacidad real de los elementos

2. Pueden ocurrir sobrecargas cuando:

- a) Las magnitudes de las cargas pueden variar de las ya supuestas. Las cargas muertas pueden variar debido a
- Variaciones de los tamaños de los elementos
 - Variaciones de la densidad del material
 - Alteraciones estructurales y no estructurales

La carga viva varía de manera considerable con el tiempo y de un edificio a otro

- b) Existen incertidumbres en los cálculos de los efectos de la carga, por ejemplo, las suposiciones para las rigideces, longitudes del claro, etc., y los efectos que se originan al modelar las estructuras tridimensionales para el análisis estructural, provocan diferencias entre los esfuerzos que en realidad ocurren en una construcción y los que el diseñador consideró en su análisis.
3. Las consecuencias de una falla pueden ser graves. Se deben considerar varios factores.
 - a) El tipo de falla, la advertencia de la misma (deflexiones, agrietamientos, vibraciones, etc.) y la existencia de diferentes condiciones de carga.
 - b) La posibilidad de que ocurran accidentes que podrían causar muertes
 - c) El costo para la compañía en cuanto al tiempo perdido, los beneficios no obtenidos o la pérdida indirecta de vidas o propiedades debido a la falla.
 - d) La importancia del elemento estructural en la propia estructura.
 - e) El costo que implica reemplazar la estructura

1.7 Resistencia requerida

Como se mencionó anteriormente, la resistencia requerida, U , se expresa en términos de cargas factorizadas o de sus fuerzas y momentos internos relacionados. Estas cargas son las que se especifican en el Reglamento general de construcción, multiplicadas por los factores apropiados de carga.

Al considerar las cargas de gravedad (muertas y vivas), el diseñador que emplea los coeficientes para momentos estipulados en el Reglamento tiene tres opciones:

1. Multiplicar las cargas por los factores apropiados de carga, sumándolas dentro de la carga total factorizada, y después calcular las fuerzas y los momentos, debidos a la carga total.
2. Calcular los efectos de las cargas muertas y vivas factorizadas por separado y, posteriormente, superponer los efectos.
3. Calcular los efectos de las cargas muertas y vivas no factorizadas, por separado multiplicar los efectos por los factores apropiados de carga, y luego superponerlos.

Con el principio de la superposición, los tres procedimientos permiten obtener el mismo resultado. Para el diseñador que hace un análisis más exacto, empleando coeficientes diferentes para las cargas muertas y vivas (condiciones alternativas de las cargas vivas), la alternativa número 1 no existe. Al considerar cargas de gravedad y cargas laterales, los efectos de las cargas (debidos a las cargas factorizadas o no), por supuesto deben calcularse por separado antes de poder hacer alguna superposición.

El valor numérico del factor de carga asignado a cada tipo de carga está influido por el grado de precisión con el que la carga normalmente puede ser evaluada y por la variación que se puede esperar en la carga durante la vida de una estructura. Por lo tanto, las cargas muertas, que normalmente pueden

determinarse con más precisión y son menos variables, están asociadas con un factor de carga, de 1.4 reconociendo la menor probabilidad de sobrecarga con dichas cargas.

El Reglamento ACI 318-02 prescribe factores de carga para combinaciones específicas de cargas. En la tabla 1.1 se presenta una lista de estas combinaciones.

La resistencia requerida U será cuando menos igual a los efectos de las cargas factorizadas de la ecuación (9-1) hasta la (9-7). Se investigará el efecto de una o más cargas actuando simultáneamente:

Tabla 1.1 Resistencia requerida para la combinación de cargas ACI 318-02.

$U = 1.4(D + F)$	(9-1)
$U = 1.2(D + F + T) + 1.6(L + H) + 0.5(L_r \text{ o } S \text{ o } R)$	(9-2)
$U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ o } S \text{ o } R) + (1.0L \text{ o } 0.8W)$	(9-3)
$U = 1.2D + 1.6W + 1.0L + 0.5(L_r \text{ o } S \text{ o } R)$	(9-4)
$U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$	(9-5)
$U = 0.9D + 1.6W + 1.6H$	(9-6)
$U = 0.9D + 1.0E + 1.6H$	(9-7)

excepto como sigue

- Se permite que el factor de carga para L en las ecuaciones (9-3) a (9-5) se reduzca a 0.5, excepto para garajes, áreas ocupadas para sitios de asambleas públicas y todas aquellas áreas donde la carga viva L sea mayor a 500 kg/cm^2 .
- Cuando la carga de viento W no haya sido reducida por un factor de direccionalidad, se permite utilizar $1.3W$ en lugar de $1.6W$ en las ecuaciones (9-4) y (9-6)
- Cuando la carga sísmica E se base en fuerzas sísmicas al nivel de servicio, se utilizará $1.4E$ en lugar de $1.0E$ en las ecuaciones (9-5) y (9-7).
- En las ecuaciones (9-6) y (9-7), se establecerá igual a cero el factor de carga para H , si la acción estructural debida a ésta se contrapone a las debidas a W o E . Si la presión lateral del terreno proporciona una resistencia a las acciones estructurales procedentes de otras fuerzas, no se incluirá en H sino que se incluirá en la resistencia de diseño

D = Cargas muertas, o fuerzas y momentos internos relacionados con éstas

F = Cargas debidas al peso y a las presiones de fluidos con densidades bien definidas y alturas máximas controlables, o a fuerzas y momentos internos relacionados a éstas.

H = Cargas debidas al peso y a la presión del terreno, del agua en el terreno u otros materiales, o fuerzas y momentos internos relacionados con éstas

L = Cargas vivas o fuerzas y momentos internos relacionados con éstas

L_r = Carga viva en la azotea, o los momentos y fuerzas internas relacionadas.

R = Carga de lluvia, o los momentos y fuerzas internas relacionadas.

S = Carga de nieve, o los momentos y fuerzas internas relacionadas.

T = Efectos acumulados de temperatura, relajamiento, contracción, asentamiento diferencial, y concreto de contracción compensada

Aunque se incluyen la mayoría de las combinaciones usuales, no debe presuponerse que todos los casos estén cubiertos. Al asignar factores a combinaciones de carga se presta alguna consideración a la posibilidad de ocurrencia simultánea.

Al determinar la resistencia requerida para combinaciones de carga debe prestarse la atención debida al signo apropiado (positivo o negativo), ya que un tipo de carga puede producir efectos de sentido opuesto a los producidos por otro tipo.

Debe prestarse especial atención a diversas combinaciones de carga al determinar la combinación de diseño más crítica. Esto tiene gran importancia cuando la resistencia depende de más de un efecto de carga, como la resistencia bajo combinación de momento y carga axial, o la resistencia al cortante de elementos que soportan carga axial.

1.8 Resistencia de diseño

1.8.1 Resistencia nominal vs. Resistencia de diseño

Las reglas para calcular la resistencia nominal se basan en estados límite seleccionados conservadoramente para esfuerzo, deformación unitaria, agrietamiento o deterioro, y se derivan de los resultados de las investigaciones de cada tipo de acción estructural.

El propósito del factor de reducción de resistencia, ϕ , es:

1. Definir un nivel de resistencia para el diseño ligeramente más bajo del que se tendría si las dimensiones y propiedades de los materiales correspondieran a las empleadas en los cálculos.
2. Reflejar el grado de ductilidad, tenacidad y confiabilidad del elemento bajo los efectos de la carga considerada.
3. Reflejar la importancia del propio elemento. Por ejemplo, se emplea un ϕ más bajo para las columnas que para las vigas porque, por lo general, las columnas tienen menos ductilidad, son más sensibles a las variaciones de la resistencia del concreto y tienen áreas tributarias de carga, mayores que las de las vigas. Además, a las columnas zunchadas se asigna un ϕ más alto que a las columnas con estribos porque las primeras tienen mayor ductilidad. A lo anterior hay que agregar el hecho de que las columnas, para la mayoría de las estructuras, son elementos indispensables para la estabilidad del conjunto.

1.8.2 Factores de reducción de resistencia.

Para elementos sujetos a carga axial y de flexión, las resistencias de diseño se determinan multiplicando tanto P_n como M_n por el valor apropiado de ϕ , tanto para elementos sometidos a flexión, como para elementos sujetos a flexocompresión axial.

La resistencia de diseño proporcionada por un elemento, sus conexiones a otros elementos y sus secciones transversales, en términos de flexión, carga axial, cortante y torsión, se tomarán como la resistencia nominal calculada, de conformidad con los requisitos y suposiciones del reglamento ACI 318-02, multiplicada por los factores de reducción de resistencia respectivos

El factor de reducción de resistencia, ϕ , debe ser el siguiente:

Las secciones controladas por tensión tal y como se define en ACI 318-02.....0.90

Las secciones controladas por compresión tal como se definen en 10.3.3 del ACI 318-02:

- a) Elementos con refuerzo en espiral que cumplen con 10.9.3 del ACI 318-02.....0.70
- b) Otros elementos de concreto reforzado0.65

Cortante y torsión0.75

Aplastamiento en el concreto (excepto para zonas de anclaje postensado y los modelos de puntal y tirante)..0.65

Zonas de anclaje de postensado.....0.85

1.8.3 Longitudes de desarrollo para el refuerzo.

Las longitudes de desarrollo para el refuerzo, como las especifica el Reglamento, no requieren de una modificación de reducción de la resistencia. Tampoco se requiere de los factores para las longitudes de los traslapes, ya que éstas son expresadas en múltiplos de las longitudes de desarrollo.

1.9 Resistencia de diseño para el refuerzo

Se establece un límite superior de $5,600 \text{ Kg/cm}^2$ de resistencia a la fluencia de los esfuerzos que no sean cables de presfuerzo. No se recomienda una resistencia del acero mayor que $5,600 \text{ Kg/cm}^2$, porque la deformación debida a la fluencia del acero, de $5,600 \text{ Kg/cm}^2$, es casi igual a la deformación máxima útil del concreto a compresión. Parece ser que en la actualidad no hay ninguna especificación de la ASTM para varillas corrugadas, con una resistencia a la fluencia f_y $5,600 \text{ Kg/cm}^2$. Sin embargo las varillas # 11, # 14 y # 8 con una resistencia de fluencia de $5,300 \text{ Kg/cm}^2$ (grado 75) están incluidas en la edición 1987 de la especificación ASTM A615

De acuerdo con el Reglamento, el empleo de refuerzo con resistencia a la fluencia especificada f_y , mayor que $4,220 \text{ Kg/cm}^2$, requiere que f_y sea medida a una deformación de 0.35%. La especificación A615-87 para varillas grado 55 incluye el mismo requerimiento. Este requisito especial del Reglamento también se aplica cuando se usa malla de alambre soldado, para alambre con resistencia a la fluencia especificada mayor de $4,220 \text{ Kg/cm}^2$. Hay disponibilidad de alambre con resistencia a la fluencia f_y elevada y puede emplearse un valor de f_y mayor que $4,220 \text{ Kg/cm}^2$ en el diseño, siempre que certifique el cumplimiento del requisito de deformación del 0.35%

También existen limitaciones de la resistencia a la fluencia del refuerzo en otras secciones del reglamento.

1. El f_y máximo que se puede emplear en el diseño del refuerzo por cortante y por torsión es de $4,220 \text{ Kg/cm}^2$
2. El f_y máximo especificado es de $4,220 \text{ Kg/cm}^2$ para cascarones, placas plegadas y para estructuras regidas por las especificaciones sísmicas especiales.
3. El f_y útil es controlado por los esfuerzos permisibles en el método alternativo del diseño.

Además, las especificaciones para deflexiones y las limitaciones de la distribución del refuerzo a flexión cobrarán más importancia a medida que se incremente f_y .



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CARGA AXIAL EN ELEMENTOS DE CONCRETO

OBJETIVOS

Presentar los conceptos básicos sobre carga axial en elementos de concreto reforzado así como los requisitos y las fórmulas de diseño de acuerdo al ACI.

Mostrar, mediante ejemplos típicos, la aplicación de las fórmulas de diseño y disposiciones del ACI para elementos sujetos a carga axial.

CAPÍTULO 2

Carga axial en elementos de concreto

2.1 Introducción

Las columnas de concreto pueden clasificarse en las tres siguientes categorías:

Pedestales cortos a compresión. Según ACI 318-02 si la altura del elemento a compresión es menor que tres veces su dimensión lateral más pequeña, puede considerársele como un pedestal

El ACI establece que un pedestal puede diseñarse con concreto simple (sin refuerzo) para un esfuerzo permisible de compresión igual a $0.85 \phi f'_c$, con $\phi = 0.7$. Si el esfuerzo de compresión resulta mayor que ese valor se deberá aumentar el área de la sección transversal del pedestal, o bien diseñarse como una columna de concreto reforzado

Columnas cortas de concreto reforzado. Si la falla inicial de una columna de concreto reforzado es en el material ella se clasifica como columna corta.

La carga que una columna corta puede soportar está determinada por las dimensiones de su sección transversal y, desde luego, por la resistencia de los materiales que la constituyen. Puede decirse que una columna corta es un elemento robusto con poca flexibilidad.

Columnas largas (esbeltas) de concreto reforzado. Cuando una columna se encuentra sometida a momentos primarios (causados por las cargas aplicadas, giros de sus nudos, etc.), el eje del elemento se flexiona dando lugar a desplazamientos laterales, los cuales generan momentos adicionales llamados momentos secundarios o momentos $P\Delta$, donde P es la fuerza axial y Δ la deflexión lateral (ver Figura 2.1)

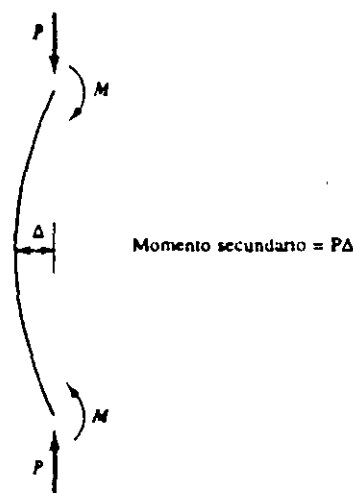


Figura 2.1. Efectos de esbeltez, momento secundario o momento $P\Delta$.

A medida que crece la relación de esbeltez de una columna, también lo harán las deformaciones, principalmente, las debidas a flexión (perpendiculares a su eje) en consecuencia, crecerán los momentos secundarios resultantes. Si esos momentos son de tal magnitud que reducen apreciablemente la capacidad a carga axial de la columna, entonces se dice que la columna es larga o esbelta.

Para una columna esbelta es necesario determinar su sección transversal y características de armado tomando en cuenta a ambos momentos, es decir los primarios y los secundarios. Por otra parte el ACI permite diseñar a las columnas como columnas cortas, esto es, si el efecto $P\Delta$ no reduce sus resistencias en más del 5%.

Para clasificar las columnas como cortas o como esbeltas se utilizan las relaciones de esbeltez efectivas. Cuando estas relaciones son mayores que ciertos valores (dependiendo de la restricción lateral de sus extremos), las columnas se clasifican como esbeltas.

En 1970 el comité del ACI estimó que aproximadamente 40% de todas las columnas no arriostradas y cerca del 90% de las arriostradas contra desplazamientos laterales veían reducida su resistencia en no más del 5% debido al efecto $P\Delta$.

2.2 Tipos de columnas

Es de esperarse que la capacidad de una columna de concreto simple aumenta si se le agregan barras longitudinales, aún pueden lograrse incrementos considerables en la resistencia de la columna si se proporcionan restricción lateral a las barras longitudinales. Bajo cargas de compresión, las columnas no sólo tienden a acortarse longitudinalmente sino también a expandirse lateralmente debido al efecto Poisson. Además la capacidad de las columnas puede aumentar considerablemente si se les proporciona restricción lateral así como la colocación de espirales o estribos cerrados con una separación reducida en torno al refuerzo longitudinal.

El refuerzo transversal en las columnas de concreto puede estar formado por estribos o sunchos (espirales). De ahí que si la columna tiene una serie de estribos cerrados se denomina columna con estribos. Los estribos impiden que las barras longitudinales se desplacen durante la construcción y resisten su tendencia a pandearse. Las columnas con estribos son comúnmente cuadradas o rectangulares, son poco frecuentes las secciones redondas, triangulares, hexagonales, en L, etc.

Si una espiral continua hecha con barras o alambraón grueso se enrolla alrededor de las barras longitudinales la columna se denomina columna zunchada o con espiral (ver Figura 2.2). Para incrementar la resistencia de una columna las espirales son más efectivas que los estribos.

Las espirales de paso estrecho (separación vertical) cumplen muy bien la función de mantener en posición a las barras longitudinales y de confinar al concreto interior, con ello se aumenta considerablemente la resistencia a la compresión axial. Conforme el concreto dentro de la espiral tiende a expandirse lateralmente bajo la carga de compresión, en la espiral empieza a desarrollarse un esfuerzo de tensión de aro, por lo que la columna no fallará hasta que la espiral fluya o se rompa ya que cuando esto sucede el resquebrajamiento del concreto interior es inminente.

Las columnas zunchadas suelen ser circulares pero también pueden fabricarse con sección rectangular, hexagonal y de otras formas similares, aun en estas columnas la disposición de barras longitudinales sigue siendo circular.

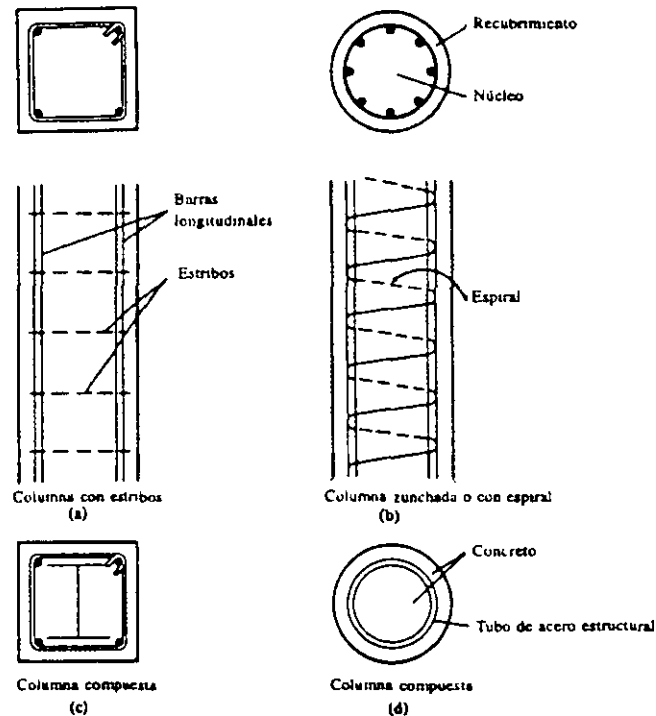


Figura 2.2 Algunos tipos de columnas

Las espirales, si bien aumentan la resistencia de las columnas, debido al aumento en la elasticidad incrementan apreciablemente los costos, por ello se usan solo en columnas fuertemente cargadas y en zonas sísmicas, debido a la gran resistencia que tienen frente a cargas dinámicas. Las espirales incrementan en forma más efectiva la ductilidad y la tenacidad de las columnas pero resultan varias veces más caras que las columnas con estribos.

Las columnas compuestas, ilustradas en la Figura 2.2 c y d, son columnas de concreto reforzadas longitudinalmente por medio de perfiles de acero, que pueden o no estar rodeados por barras de acero estructural o que pueden consistir en perfiles tubulares de acero estructural rellenos con concreto.

2.3 Capacidad por carga axial de columnas.

En la práctica no existen las columnas cargadas en forma axial perfecta pero, un examen de tales miembros es un excelente punto de partida para explicar la teoría del diseño de columnas reales con cargas excéntricas. Varias ideas fundamentales pueden explicarse con base en las columnas cargadas axialmente y, las resistencias obtenidas señalan límites teóricos superiores que pueden ser verificados por medio de pruebas.

Desde hace ya varias décadas se sabe que los esfuerzos en el concreto y en las barras de refuerzo de una columna que soporta una carga a largo plazo no pueden calcularse con exactitud. Podría pensarse que tales esfuerzos se pueden determinar multiplicando las deformaciones unitarias por los módulos de elasticidad apropiados. Sin embargo, esto no es factible porque el módulo de elasticidad del concreto

varía con la carga, debido al flujo plástico y a la contracción. Puede verse entonces que las partes de la carga tomada por el concreto y por el acero varían con la magnitud y duración de las cargas. Por ejemplo, entre mayor es el porcentaje de carga muerta y mayor es el tiempo que está aplicada, mayor el flujo plástico en el concreto y mayor es el porcentaje de carga tomada por el refuerzo.

Aunque los esfuerzos en columnas no pueden predecirse en el intervalo elástico con ningún grado de precisión, varias décadas de pruebas han mostrado que la resistencia última de las columnas si puede estimarse bastante bien, además, se ha hecho evidente que las proporciones de las cargas vivas y muertas, la duración de la carga y otros aspectos, tienen poca influencia en la resistencia última. Ni siquiera importa si es el concreto o el acero el que primero alcanza su resistencia última. Si uno de los dos materiales se acerca a su resistencia última, sus grandes deformaciones ocasionan que los esfuerzos en el otro se incrementen más rápidamente.

Por estas razones sólo consideraremos aquí la resistencia última de las columnas. En la falla, la resistencia última teórica o resistencia nominal de una columna corta cargada axialmente puede determinarse con bastante precisión mediante la siguiente expresión, en la que A_g es el área total del concreto y A_{st} es el área total del acero de refuerzo longitudinal, incluyendo las barras y los perfiles estructurales.

$$P_n = 0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \quad (2.1)$$

2.4 Fallas de columnas con estribos y con espirales.

Si una columna corta con estribos se carga hasta que falle, parte del recubrimiento de concreto desprenderá y a menos que los estribos estén poco separados entre sí, las barras longitudinales se pandearán inmediatamente al desaparecer su soporte (el recubrimiento de concreto). Tales fallas pueden ocurrir en forma repentina y por lo visto han ocurrido con frecuencia en estructuras sometidas a cargas sísmicas.

Cuando las columnas zunchadas se cargan hasta fallar, la situación es muy diferente. El recubrimiento de concreto se desconchará pero el núcleo permanecerá en pie y si el zunchado es de paso pequeño, el núcleo será capaz de resistir una apreciable cantidad adicional de carga, más allá de la carga que origina el desconchamiento. El zunchado con paso reducido junto con las barras longitudinales forman una jaula que confina en forma muy efectiva al concreto. En consecuencia, el desconchamiento del recubrimiento de una columna zunchada da aviso de que ocurrirá una falla si la carga se sigue incrementando.

La práctica estadounidense no toma en cuenta ningún exceso de capacidad que pueda darse después del desconchamiento, ya que considera que una vez que éste ocurre, la columna perderá su utilidad, por lo menos desde el punto de vista de los ocupantes del edificio. Por esta razón, el zunchado se diseña con un poco más de resistencia que el recubrimiento que se supone que va a desconcharse. El desconchamiento da aviso de una falla inminente y posteriormente la columna tomará un poco más de carga antes de fallar. Diseñar el zunchado con un poco más de resistencia que el recubrimiento no incrementa mucho la resistencia útil de la columna, pero conduce a una falla dúctil o gradual.

La resistencia del recubrimiento está dada por la siguiente expresión, donde A_c es el área del núcleo cuyo diámetro se considera igual a la distancia entre los bordes exteriores de la espiral:

$$\text{Resistencia el recubrimiento} = 0.85 f'_c (A_g - A_c) \quad (2.2)$$

Al considerar la tensión de aro que se produce en las espirales debido a la presión lateral del núcleo, por pruebas se conoce que el acero del zunchado es por lo menos dos veces tan efectivo para incrementar la capacidad última de la columna como el acero longitudinal, por lo tanto, la resistencia de la espiral puede calcularse en forma aproximada con la siguiente expresión, en donde ρ_s es el porcentaje de acero espiral:

$$\text{Resistencia de la espiral} = 2\rho_s A_c f_y \quad (2.3)$$

Igualando esas expresiones y despejando el porcentaje requerido de acero espiral, obtenemos

$$0.85 f'_c (A_g - A_c) = 2\rho_s A_c f_y$$

$$\rho_s = 0.425 \frac{(A_g - A_c) f'_c}{A_c f_y} = 0.425 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \quad (2.4)$$

Para que la espiral sea un poco más resistente que el concreto desconchado, el código especifica que el porcentaje mínimo de espiral debe ser:

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \quad (2.5)$$

Una vez que se ha determinado el porcentaje requerido de acero de la espiral, ésta puede seleccionarse con la expresión siguiente, en donde ρ_s está dada en términos del volumen de acero en una vuelta:

$$\rho_s = \frac{\text{volumen de espiral en una vuelta}}{\text{volumen del núcleo de concreto para un paso } s}$$

$$= \frac{I'_{\text{espiral}}}{I'_{\text{núcleo}}}$$

$$\rho_s = \frac{a_s \pi (D_c - d_b)}{(\pi D_c^2 / 4) s} = \frac{4a_s (D_c - d_b)}{s D_c^2} \quad (2.6)$$

En la expresión anterior, D_c es el diámetro del núcleo, de fuera a fuera de la espiral, a_s es el área transversal de la barra espiral y d_b es el diámetro de la barra espiral. (Véase la Figura 2.3). El proyectista puede suponer un diámetro para la espiral y despejar el paso requerido. Si los resultados no parecen razonables, puede tratar con otro diámetro. El paso usado debe estar entre los límites indicados en el reglamento

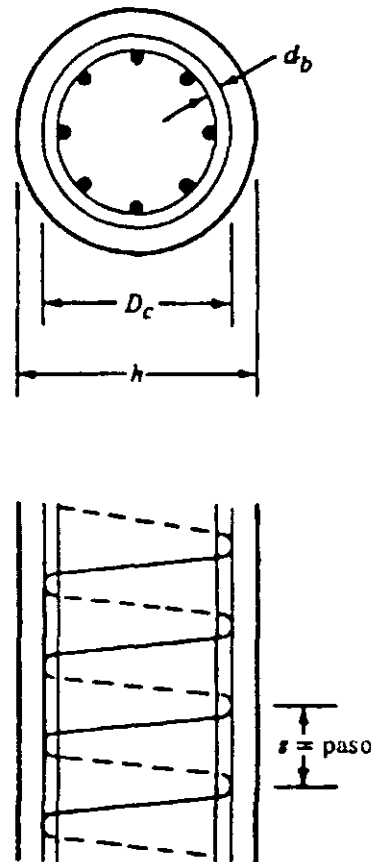


Figura 2.3 Columna zunchada

2.5 Requisitos del código para columnas coladas en obra.

El código ACI especifica relativamente pocas limitaciones en las dimensiones, el refuerzo, la restricción lateral y otros aspectos de las columnas de concreto. Algunas de las limitaciones más importantes se dan en los párrafos siguientes:

1. El porcentaje de refuerzo longitudinal no debe ser menor que el 1 % del área transversal total de una columna.

Se cree que si la cantidad de acero es menor que el 1 % habrá una gran probabilidad de que ocurra una falla no dúctil repentina, como en el caso de una columna de concreto simple. El valor mínimo del 1 % de acero disminuye también el flujo plástico y la contracción y proporciona a la columna alguna resistencia a la flexión. En realidad, el código permite el uso de menos del 1 % de acero si la columna se ha hecho con un tamaño mayor que el necesario para soportar las cargas, por razones arquitectónicas o de otra índole. En otras palabras, una columna puede diseñarse con el 1 % de acero longitudinal para soportar la carga factorizada y luego puede añadirse más concreto sin incrementar el refuerzo ni la capacidad calculada de carga. Sin embargo, bajo ninguna circunstancia puede el área de acero ser menor que 0.005 veces el área del concreto realmente suministrado.

2. El porcentaje máximo de acero no debe ser mayor que el 8 % del área transversal total de la columna

Este valor máximo se estipula para prevenir el hacinamiento de las barras. En la práctica es algo difícil colocar más del 5 % ó 6 % de acero en la sección y lograr que penetre el concreto alrededor de las barras. Cuando el porcentaje de acero es alto, se incrementa la posibilidad de que se formen cavidades alveolares en el concreto. Si esto llega a pasar, habrá una reducción sustancial en la capacidad de carga de la columna. Usualmente, el porcentaje de refuerzo no debe exceder el 4 % cuando las barras van a empalmarse por traslape. Debe recordarse que si el porcentaje de acero es muy alto, las barras pueden disponerse en paquetes

3. El número mínimo de barras longitudinales permisibles en miembros compresión es como sigue

4 para barras con estribos rectangulares o circulares.

3 para barras dentro de estribos triangulares y

6 para barras encerradas por espirales.

En el caso de que hubiera menos de 8 barras en un arreglo circular, la orientación de las barras puede alterar la resistencia de momentos en columnas con cargas excéntricas. Este caso debe considerarse para el diseño, de acuerdo con el comentario ACI correspondiente.

4 El código no proporciona directamente un área transversal mínima para la columna pero para proporcionar el recubrimiento necesario fuera de estribos o espirales y para proporcionar la separación entre barras longitudinales de un lado a otro de la columna, es obvio que son necesarios anchos mínimos o diámetros de 8 a 10 pulgadas. Para usar el menor espacio rentable posible, conviene emplear las columnas más pequeñas permitidas. De hecho, en ocasiones las columnas delgadas se colocan o "esconden" en los muros

5. Cuando se usan columnas con estribos, estos no deberán ser menores al #3, siempre que las barras longitudinales sean del #10 o menores. El tamaño mínimo es el #4 para barras longitudinales mayores que el #10 y para barras en paquetes. El alambre corrugado o la malla de alambre soldado, con un área equivalente, también pueden usarse.

La separación centro a centro de los estribos no deberá ser mayor que:

- 16 veces el diámetro de las barras longitudinales
- 48 veces el diámetro de los estribos
- Ni que la menor dimensión lateral de la columna

Los estribos deben arreglarse de manera que cada esquina y barra longitudinal alternada tengan soporte lateral proporcionado por la esquina de un estribo con un ángulo incluido no mayor de 135°. Ninguna barra debe localizarse a una distancia mayor de 6" libres a cada lado de una barra soportada

lateralmente de esta manera. La Figura 2.4 muestra los arreglos de estribos en varias secciones transversales de columnas.

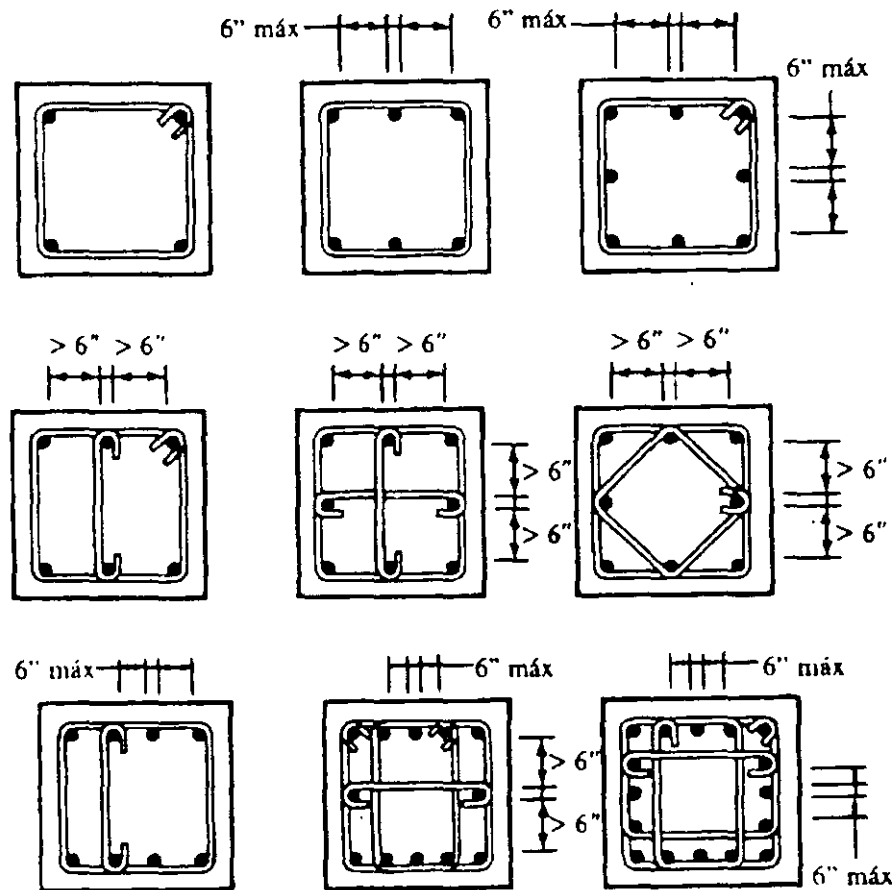


Figura 2.4 Arreglos típicos de estribos.

Algunos de los arreglos con estribos interiores, tal como el último mostrado en la Figura 2.4, son algo caros. Si las barras longitudinales se colocan en un círculo, pueden ponerse estribos redondos alrededor de ellas y las barras no tienen que ligarse o restringirse individualmente por cualquier otro medio. El ACI también establece que los requisitos para los estribos laterales pueden pasarse por alto si las pruebas y el análisis estructural muestran que las columnas son lo suficientemente resistentes sin ellos y que tal construcción es factible.

Existe poca evidencia acerca del comportamiento de las barras empalmadas y de las barras en paquetes. Por esta razón, es aconsejable proporcionar estribos en cada extremo de las barras traslapadas y el ACI da recomendaciones relativas a la colocación de los estribos en los lugares de empalmes a tope y de barras dobladas.

Los estribos no deben colocarse a más de medio espaciamiento arriba de la parte superior de una zapata o losa y a más de medio espaciamiento debajo de la barra de refuerzo inferior en una losa o en un panel de plataforma. Cuando se conectan vigas a una columna desde 4 direcciones, el último estribo en columna puede estar debajo del refuerzo interior de cualquiera de las vigas conectadas.

6. El código establece que la separación libre entre las vueltas de las espirales no debe ser menor que 1" o mayor que 3". Si se requieren empalmes en las espirales, estos deberán estar provistos por soldaduras o por traslapes de las barras espirales con longitudes no menores de 48 diámetros ni de 12". Se usan barras espaciadoras especiales para mantener las espirales en su lugar y con el paso deseado hasta que el concreto fragua. Estos espaciadores consisten en barras verticales con pequeños ganchos. Las espirales son soportadas por los espaciadores, no por las barras longitudinales. El ACI proporciona los números mínimos de espaciadores requeridos para columnas de diferentes tamaños.

2.6 Requisitos de seguridad para columnas.

Los valores de ϕ especificados en el código para usarse en columnas son bastante menores que los estipulados para la flexión y el cortante (0.90 y 0.75, respectivamente). Se especifica un valor de 0.70 para las columnas con estribos y de 0.75 para las columnas zunchadas debido a la mayor tenacidad de éstas.

La falla de una columna es generalmente un asunto más delicado que la falla de una viga, porque una columna soporta mayor parte de una estructura que una viga. En otras palabras, si una columna de un edificio falla, una mayor parte del edificio se caerá que si falla una viga. Esto es particularmente cierto en las columnas de los pisos inferiores de un edificio de varios niveles. Por esto es conveniente considerar valores pequeños de ϕ en las columnas.

Hay otras razones para usar valores pequeños de ϕ en las columnas. Por ejemplo, es más difícil colar el concreto en una columna que en una viga. En consecuencia, es probable que la calidad resultante del concreto en las columnas no sea tan buena como la del concreto en vigas y losas.

La resistencia a la falla de una viga depende normalmente del esfuerzo de fluencia del acero de tensión, que es una propiedad controlada con mucha precisión en los molinos de laminación. Por otra parte, la resistencia a la falla de una columna está íntimamente relacionada con la resistencia última del concreto, valor que es muy variable. Los factores de longitud también afectan drásticamente la resistencia de las columnas, por lo que se hace necesario el uso de factores pequeños de ϕ .

Es imposible que una columna quede cargada exactamente en forma axial. Aún si las cargas pudiesen, en un momento, darse, centrarse perfectamente, no permanecerían en esa posición, además, las columnas pueden estar inicialmente desalineadas o tener otros defectos en su construcción, con el resultado de que se generen flexiones laterales. El viento, sismo y otras cargas laterales ocasionan que las columnas se flexionen y las columnas en los edificios con marcos rígidos están sometidas a momentos aún cuando la estructura soporte solo cargas de gravedad.

2.7 Fórmulas de diseño

En lo siguiente la letra e se usa para representar la excentricidad de la carga, puesto que ya se ha analizado una estructura y se ha calculado una carga axial P_u y un momento M_u pero no una excentricidad e específica para una columna. El término e representa la distancia a la que la carga axial P_u tendría que estar situada, a partir del centro de la columna, para producir M_u , por lo que

$$P_u e = M_u$$

o

$$e = \frac{M_u}{P_u}$$

No obstante los hechos mencionados en el párrafo anterior, hay muchos casos en que no hay momentos calculados en las columnas de una estructura. Durante muchos años el código especificó que tales columnas debían ser diseñadas para ciertos momentos mínimos, aun cuando no existieran momentos no calculados. Esto se hizo requiriendo que los proyectistas supusieran ciertas excentricidades mínimas para las cargas en sus columnas. Esos valores mínimos fueron de 1 pulg ó 0.05 h, rigiendo el valor mayor, para columnas zunchadas, y de 1 pulg ó 0.10 h para columnas con estribos (el término h se refiere al diámetro exterior de columnas redondas o al ancho total de columnas cuadradas o rectangulares). Se usó para el diseño un momento igual a la carga axial multiplicada por la excentricidad mínima.

En el código actual no se especifican las excentricidades mínimas pero el mismo fin se alcanza requiriendo que las capacidades teóricas por carga axial se multipliquen por un factor α , que es igual a 0.85 en las columnas zunchadas y a 0.80 en las columnas con estribos. Así, como se muestra en el código, la capacidad de carga axial de las columnas no debe ser mayor que los valores siguientes:

Para columnas zunchadas ($\phi = 0.75$)

$$\phi P_n (\text{máx}) = 0.85 \phi \left[0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right] \quad (2.7)$$

Para columnas con estribos ($\phi = 0.70$)

$$\phi P_n (\text{máx}) = 0.80 \phi \left[0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right] \quad (2.8)$$

Debe quedar claro que las expresiones anteriores pueden usarse sólo cuando el momento es bastante pequeño o cuando no hay un momento calculado.

Las ecuaciones presentadas aquí son aplicables sólo en situaciones en que el momento es suficientemente pequeño, de manera que e sea menor que 0.10h en las columnas con estribos o menor que 0.05h en las columnas zunchadas. Las columnas cortas pueden diseñarse completamente con esas expresiones siempre que los valores de e queden por debajo de los límites descritos. Si los valores de e son mayores que los valores límite y/o las columnas se clasifican como largas, será necesario usar los procedimientos que se describirán en el capítulo posterior.

2.8 Comentarios sobre el diseño de columnas.

Las barras de refuerzo son bastante caras, por lo que el porcentaje de refuerzo longitudinal usado en las columnas de concreto reforzado resulta un factor principal en el costo total de éstas. Esto significa que bajo condiciones normales, debe usarse un porcentaje pequeño de acero (tal vez entre 1.5% y 3%). E. puede lograrse usando columnas de mayor tamaño y/o concretos de resistencia superior. Además, si el

porcentaje de las barras se mantiene aproximadamente en estos rangos, se tendrá suficiente espacio para colocarlas dentro de la columna.

Los concretos de resistencia superior pueden usarse más económicamente en las columnas que en las vigas. Bajo cargas ordinarias, solo de 30% a 40% de la sección transversal de una viga esta en compresión, mientras que el restante 60% a 70% está en tensión y supuestamente agrietado. Esto significa que si se usa un concreto de alta resistencia para una viga, 60% a 70% del concreto se desperdicia. Sin embargo, para una columna usual, la situación es muy diferente porque un porcentaje mucho mayor de su sección transversal esta en compresión. Por ello, es muy económico usar concretos de alta resistencia en columnas. Aunque algunos proyectistas han usado concretos con resistencias últimas de alrededor de $1,300 \text{ kg/cm}^2$, en el diseño de columnas el uso de concretos de 350 a 420 kg/cm^2 es lo normal cuando se especifican resistencias superiores en las columnas.

Las barras de refuerzo de grado 60 son generalmente las más económicas para columnas en la mayoría de las estructuras. Sin embargo, las barras de grado 75 pueden resultar más económicas en estructuras altas, particularmente cuando se usan en combinación con concretos de resistencias superiores.

En general, las columnas con estribos son más económicas que las columnas zunchadas, particularmente si van a usarse secciones transversales cuadradas o rectangulares. Por supuesto, las columnas zunchadas, los concretos de alta resistencia y los altos porcentajes de acero ahorran espacio de piso.

Debe usarse el menor número posible de diferentes tamaños de columnas en un edificio. A este respecto, es muy poco económico variar el tamaño de una columna de piso a piso para satisfacer las diferentes cargas que debe soportar. Esto significa que el proyectista puede seleccionar un tamaño de columna para el piso superior de un edificio de múltiples niveles (usando el menor porcentaje de acero posible) y continuar usando ese mismo tamaño hacia abajo en tantos pisos como sea posible, incrementando el porcentaje de acero piso a piso según sea requerido. Además, es conveniente usar el mismo tamaño de columna tanto como sea posible en cada nivel. Esta consistencia en los tamaños conducirá a ahorros considerables en los costos de mano de obra.

A menos que las dimensiones mínimas de las columnas o los diámetros de las barras longitudinales controlen la separación entre los estribos, la selección de los tamaños mayores que sean prácticos para usarse en estribos incrementará su separación y reducirá su número. Esto puede ahorrar algo de dinero. También puede ahorrarse evitando estribos interiores como los mostrados en las dos últimas filas de la Figura 2.4. Sin estribos interiores, el concreto puede colarse más fácilmente y se pueden usar revenimientos más bajos (con menos costos de concreto).

En edificios de poca altura, las losas de piso suelen ser algo delgadas, por lo que las deflexiones pueden resultar problemáticas. En consecuencia, deben usarse claros cortos y por ende separaciones pequeñas entre las columnas. Conforme los edificios son más altos, las losas de piso son más gruesas, lo que ayuda a proporcionar rigidez lateral. Para tales edificios, las deflexiones en las losas no presentarán ningún problema y las columnas pueden colocarse con separaciones mayores entre ellas.

Aunque las columnas en los edificios altos pueden colocarse a intervalos bastante grandes, no dejan de ocupar valioso espacio de piso. Por esta razón, muchos proyectistas tratan de colocar tantas columnas como sea posible en la periferia del edificio, con la idea de que no ocupen el valioso espacio interior. Además, la omisión de columnas interiores proporciona más flexibilidad a los usuarios en la colocación de muros divisorios y también hace posible la utilización de grandes espacios abiertos.

2.9 Resumen.

La resistencia de un miembro sometido a compresión axial (excentricidad nula) se calcula como

$$P_u = 0.85f'_c A_g + f_y A_{st} \quad (2.9)$$

Donde A_{st} es el área total del refuerzo y A_g el área de la sección de concreto; puede considerarse un refinamiento en el cálculo de la sección de concreto, restándole a la misma el área desplazada por el acero

$$P_u = 0.85f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \quad (2.10)$$

La resistencia a compresión axial, P_u , representa una condición hipotética de carga. Antes de la edición 1977 del Reglamento del ACI, se requería que todos los elementos en compresión fueran diseñados para una excentricidad mínima, por lo menos de $0.05h$ para miembros con refuerzo en espiral, o de $0.10h$ para los elementos reforzados con anillos (h = peralte total). Las excentricidades mínimas especificadas al principio pretendían servir como medio para reducir la resistencia a la carga axial de diseño, de una sección en compresión para 1) Para tomar en cuenta las excentricidades accidentales, no consideradas en el análisis, que pueden existir en un elemento en compresión. 2) Para reconocer que la resistencia del concreto es menor que f'_c en cargas sostenidas elevadas.

Ya que el propósito principal de la excentricidad mínima era limitar la capacidad de carga axial pura, revisó el Reglamento de 1977 para lograr esto directamente, limitando la resistencia a la carga axial de una sección a 85% y 80% de la resistencia a carga axial a excentricidad cero, P_u , dependiendo del refuerzo utilizado, entonces

Para los elementos reforzados con espirales

$$P_{u(max)} = 0.85P_u = 0.85 \left[0.85f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right] \quad (2.11)$$

Para los elementos reforzados con anillos

$$P_{u(max)} = 0.80P_u = 0.80 \left[0.85f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right] \quad (2.12)$$

En la Figura 2.5 se muestra la resistencia máxima a la carga axial, $P_{u(max)}$. En esencia, no está permitido el diseño dentro de la parte ashurada de la resistencia de interacción carga-momento. Los valores de 80 y 85 se aproximan a las resistencias a la carga axial en las proporciones e/h de 0.05 y 0.10, respectivamente especificados en el Reglamento de 1971 para miembros reforzados con espiral y con anillos, respectivamente. El diseñador debe notar, sin embargo, el Reglamento indica que “las ayudas de diseño y los programas de computadora que se basan en el requisito mínimo de excentricidad de los Reglamentos de Construcciones del ACI de 1963 y de 1971, pueden considerarse de igual aplicación para su uso”.

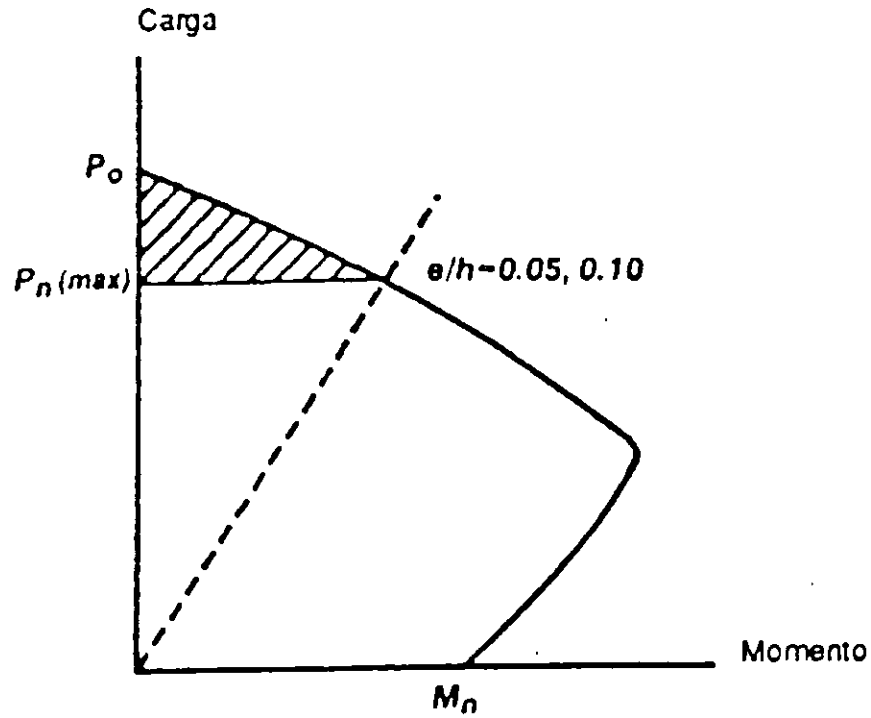
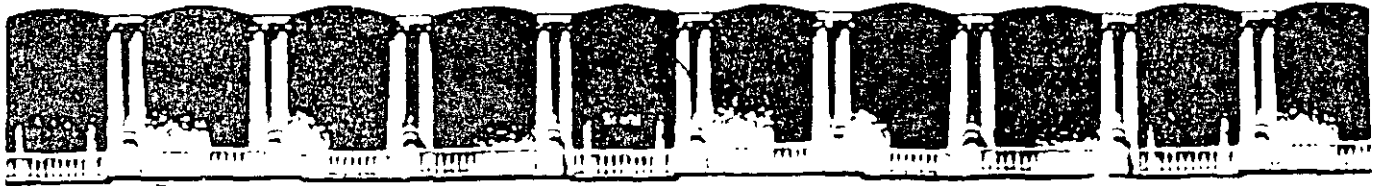


Figura 2.5 Resistencia a la carga axial máxima

Los requisitos actuales para resistencia máxima a carga axial también eliminan las inquietudes de los ingenieros relativas a los momentos mínimos requeridos tan excesivos, así como la duda referente a cuando estos momentos deben de transmitirse a miembros interconectados (zapatas, vigas, etc.).



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

FLEXIÓN EN ELEMENTOS DE CONCRETO

OBJETIVOS

Presentar las consideraciones generales, las hipótesis de diseño así como los principios y requisitos generales para el diseño por flexión de elementos de concreto de acuerdo al ACI.

Mostrar, mediante ejemplos típicos, el diseño de vigas de concreto reforzado de acuerdo al ACI utilizando el programa STAAD/PRO.

CAPÍTULO 3

Flexión en elementos de concreto

3.1 Consideraciones generales

La resistencia última fue el primer método empleado en el diseño, desde que se pudo medir la carga última por medio de pruebas sin conocer la magnitud y la distribución de los esfuerzos internos. Desde principios del siglo XX se han llevado a cabo investigaciones experimentales y analíticas para desarrollar las teorías del diseño por resistencia última, las cuales pronosticarían la carga última medida por medio de pruebas. Una de las primeras teorías que resultaron de dichas investigaciones se representa en la Figura 3.1

Tanto el concreto como el acero de refuerzo se comportan inelásticamente cuando se aproximan a la resistencia última. En las teorías que tratan la resistencia última del concreto reforzado, el comportamiento inelástico de ambos materiales debe considerarse y expresarse en términos matemáticos. Para el refuerzo, con un punto distinto de fluencia, el comportamiento inelástico puede expresarse con una relación bilineal esfuerzo-deformación (Véase la Figura 3.2). En el concreto, es más difícil medir experimentalmente la distribución de esfuerzos inelásticos y expresarla en términos matemáticos.

Los estudios en el rango inelástico de esfuerzos en el concreto han tenido como resultado numerosas propuestas de distribución de esfuerzo, como se demuestra en la Figura 3.1. El desarrollo de los procedimientos actuales del diseño por resistencia última tiene su base en estos primeros estudios analíticos y experimentales. La resistencia última del concreto reforzado en las especificaciones de diseño en Estados Unidos está basada, principalmente, en las teorías de 1912 y 1932 (Figura 3.1).

3.2 Hipótesis de diseño.

3.2.1 Hipótesis de diseño basadas en las condiciones de equilibrio de fuerzas y compatibilidad de deformaciones.

La resistencia de un elemento y de una sección transversal, calculada por el método de diseño por resistencia, requiere que se cumplan las siguientes dos condiciones básicas:

1. El equilibrio estático.
2. La compatibilidad de las deformaciones unitarias.

Hay que lograr el equilibrio entre las fuerzas de compresión y las de tensión que actúan sobre la sección transversal en la resistencia "última". Asimismo, la compatibilidad de las deformaciones para el concreto y para el acero de refuerzo en las condiciones "últimas" se debe establecer dentro de las hipótesis de diseño permitidas por el Reglamento.

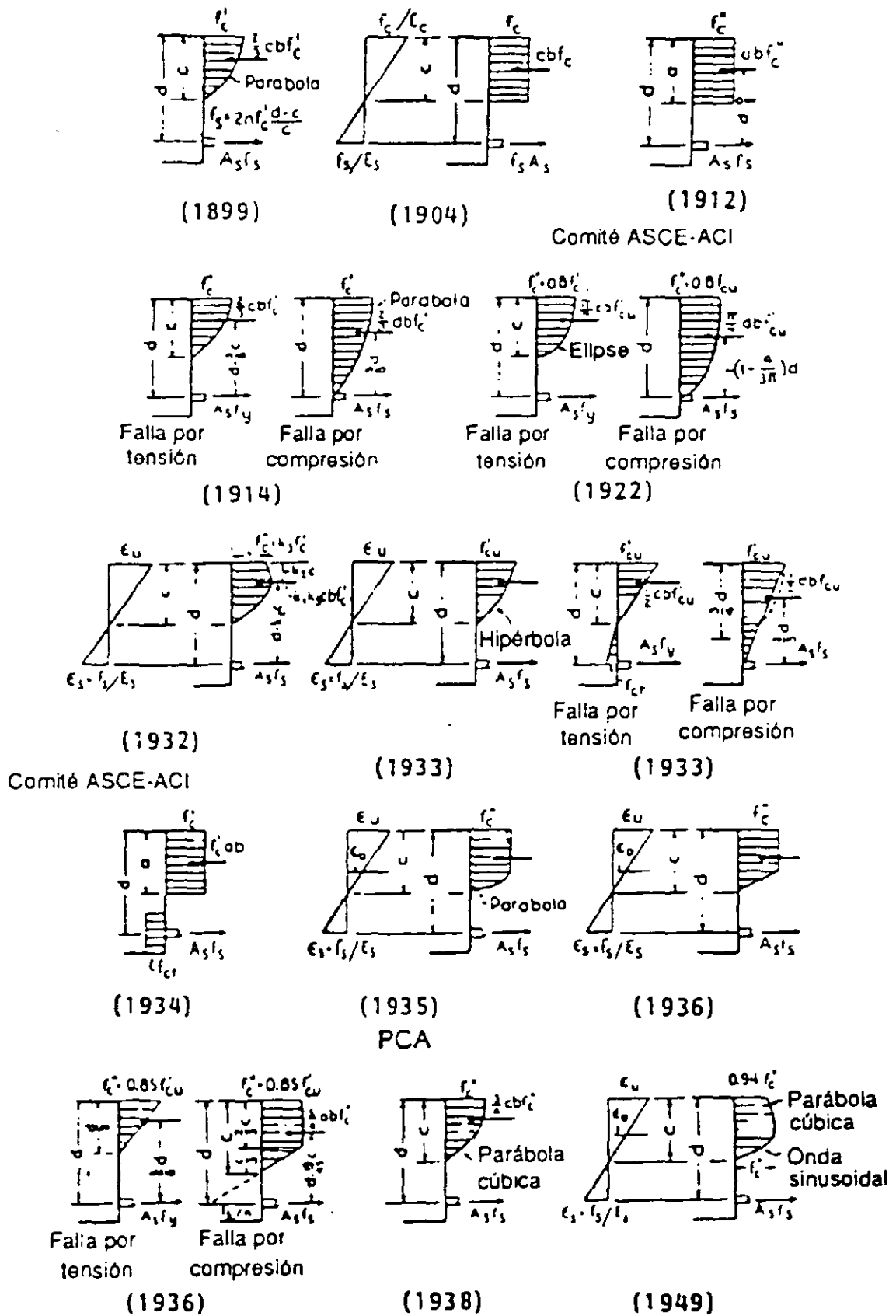


Figura 3.1 Desarrollo de las teorías de flexión de la resistencia última

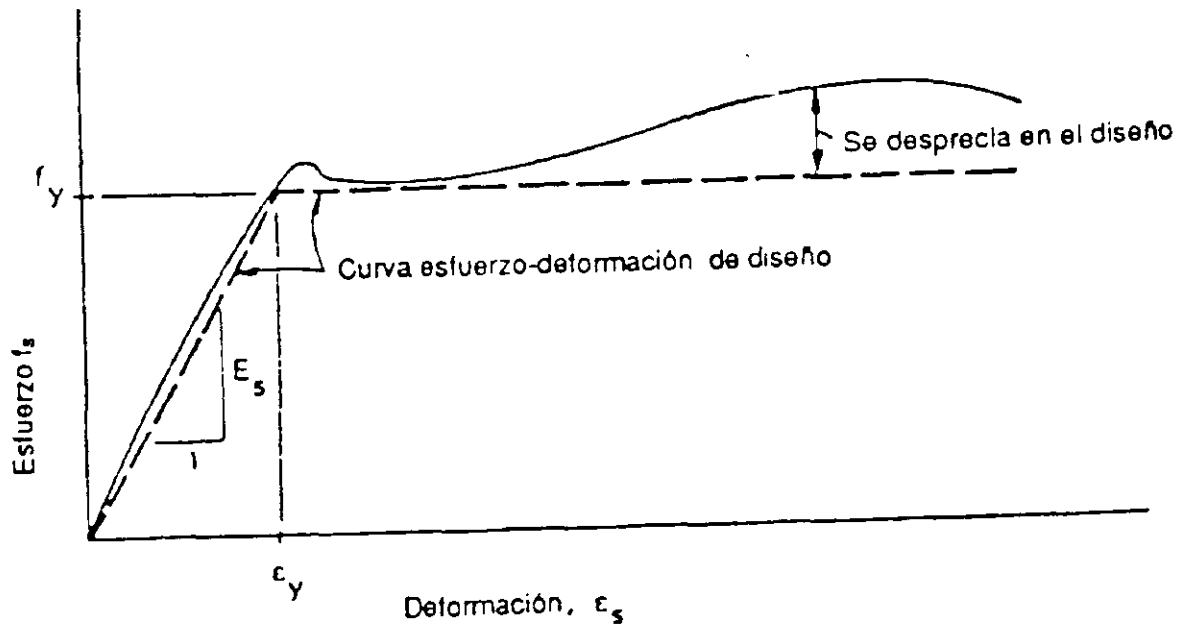


Figura 3.2. Relación esfuerzo-deformación para el refuerzo

El término "último" se emplea, con frecuencia, al referirse al método de diseño por resistencia; sin embargo, se debe tener en cuenta la resistencia "normal", calculada con las disposiciones del Reglamento, quizá no necesariamente sea el verdadero valor último. Dentro de las hipótesis permitidas para el diseño, ciertas propiedades de los materiales no se toman en consideración y se establecen otros límites conservadores para un diseño práctico. Estos contribuyen a una "resistencia última" más baja que la obtenida por medio de pruebas. La resistencia nominal calculada debe considerarse sólo como una resistencia definida por el Reglamento. Por lo tanto, el término "última" no se emplea al definir la resistencia calculada de un elemento. En su lugar se emplea el término resistencia nominal.

Además, al hablar del método de diseño por resistencia para las estructuras de concreto reforzado se debe tener cuidado en la diferencia entre las cargas en la estructura, así como el efecto de la carga del conjunto sobre las secciones transversales de cada uno de los elementos. Debido a las cargas, los métodos elásticos del análisis estructural se emplean primero para calcular los efectos de servicio en cada uno de los elementos, debidas a la acción de las cargas de servicio en la estructura, sólo entonces se aplican los factores de carga a las acciones de servicio que actúan en cada una de las secciones transversales. Los métodos inelásticos (o al límite) de análisis estructural, en los cuales se determinan las acciones de diseño en cada uno de los elementos, directamente de las cargas últimas que actúan en toda la estructura, no se consideran. Sin embargo, permite una redistribución limitada de los momentos negativos en los elementos continuos; las disposiciones reconocen el comportamiento inelástico de las estructuras de concreto y constituyen un avance en el "diseño límite".

La "resistencia nominal" calculada de un elemento debe satisfacer las hipótesis de diseño dadas en la sección 3.2

3.2.2. Hipótesis: La deformación en el refuerzo y en el concreto se suponen directamente proporcionales a la distancia del eje neutro

Es decir, las secciones planas normales al eje de flexión permanecen planas después de que ocurre ésta (hipótesis de Beroulli). Muchas pruebas han confirmado que la distribución de la deformación es esencialmente lineal, incluso cerca de la resistencia última. Para el acero de refuerzo, esta suposición ha sido confirmada por numerosas pruebas a la falla de los elementos en compresión cargados excéntricamente y de los elementos sujetos solamente a la flexión.

La condición supuesta de la deformación en la resistencia última se muestra en la Figura 3.3. La deformación en el acero de refuerzo y en el concreto es directamente proporcional a la distancia al eje neutro, de hecho, esta hipótesis se aplica al rango completo de la carga desde cero hasta la última. Como se ve en dicha figura, esta hipótesis es de importancia fundamental en el diseño, para determinar la deformación unitaria (y el esfuerzo correspondiente) en el refuerzo.

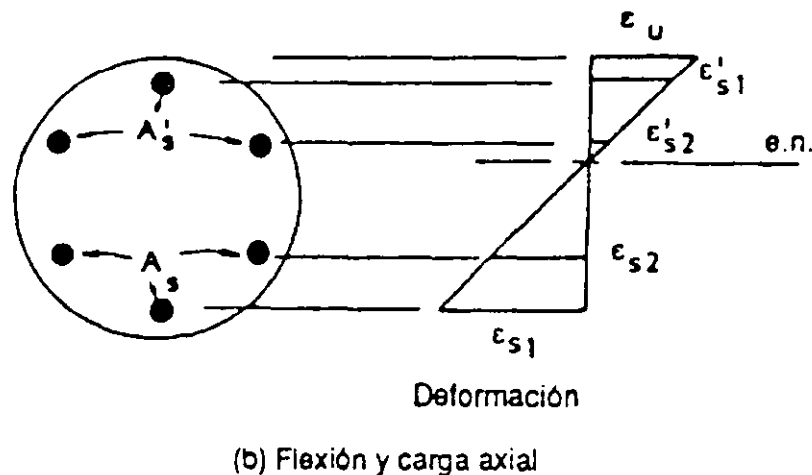
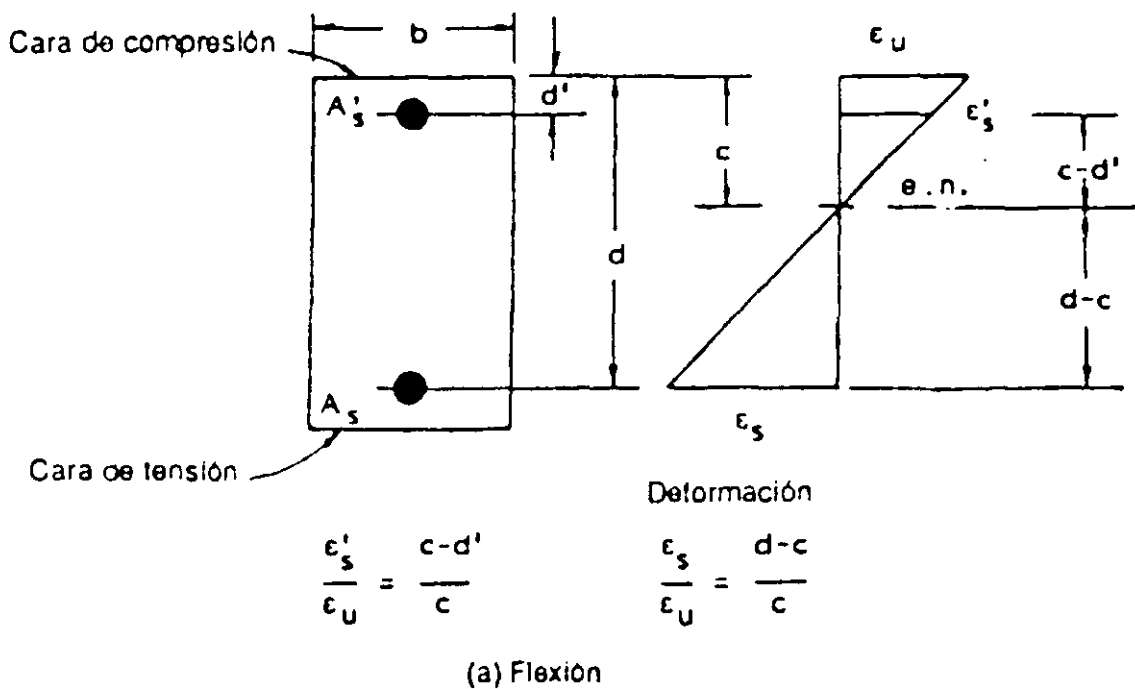


Figura 3.3 Distribución de deformaciones unitarias.

3.2.3 Hipótesis: La máxima deformación utilizable en la fibra extrema en compresión del concreto se supondrá $\epsilon_{cu} = 0.003$.

La deformación última ha sido medida en muchas pruebas de elementos de concreto tanto reforzados como simples. Los resultados de las pruebas de una serie de vigas y de columnas de concreto reforzado se muestran en la Figura 3.4.

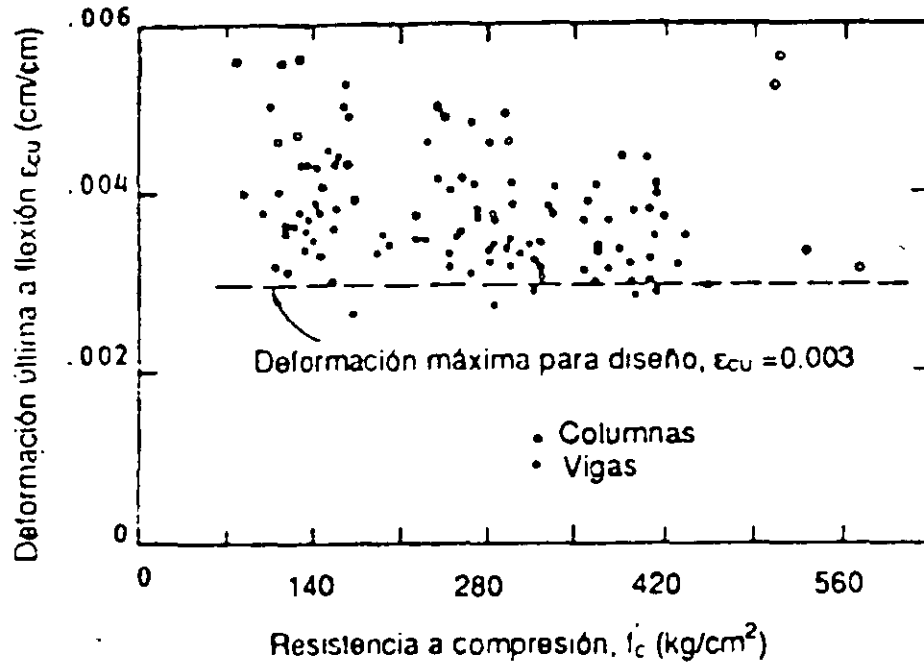


Figura 3.4. Deformación última ϵ_{cu} obtenida de las pruebas con elementos reforzados.

La máxima deformación de falla por compresión del concreto varía desde 0.003 hasta 0.008; sin embargo, la máxima deformación para los casos prácticos varía entre 0.003 y 0.004 (Obsérvese las curvas esfuerzo-deformación mostradas en la Figura 3.5).

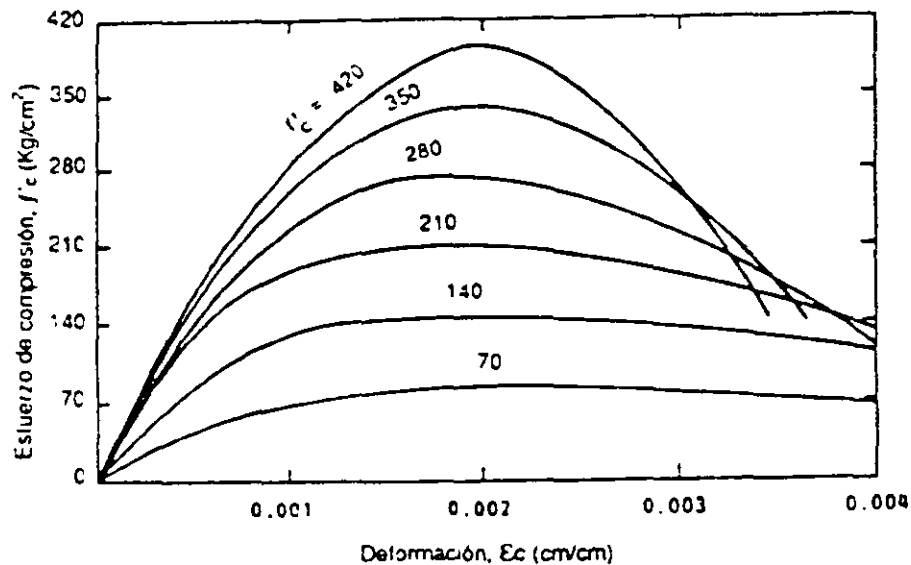


Figura 3.5. Curvas típicas de esfuerzo-deformación para el concreto.

Aunque la deformación máxima disminuye un poco con el incremento de la resistencia a la compresión, se permite un valor de 0.003, el cual es conservador. Algunos países utilizan el valor de 0.0035 para el diseño, el cual representa poca diferencia en la resistencia calculada de un elemento.

3.2.4. Hipótesis Relación elasto-plástica para el acero de refuerzo.

El esfuerzo en el acero inferior a la resistencia a la fluencia f_y , debe tomarse como E_s veces la deformación unitaria del acero ($f_s = E_s \epsilon_s$). Para las deformaciones mayores que f_y/E_s , el esfuerzo del acero será considerado independientemente de la deformación e igual a f_y .

Para el acero corrugado es preciso suponer que el esfuerzo en dicho acero es proporcional a la deformación que ocurre para un esfuerzo menor que el de fluencia f_y . Para el diseño práctico, el incremento de la resistencia, debido al efecto del endurecimiento por deformación del acero, no se toma en cuenta al calcular la resistencia. En la Figura 3.2 se muestra la comparación entre la relación esfuerzo-deformación real y la correspondiente al diseño (bilineal).

En los cálculos de resistencia, la fuerza desarrollada en el acero de tensión o en compresión es función de la deformación en el mismo.

Cuando $\epsilon_s \leq \epsilon_y$ (deformación por fluencia = f_y/E_s)

$$A_s f_s = A_s E_s \epsilon_s \quad (3.1)$$

Cuando $\epsilon_s \geq \epsilon_y$

$$A_s f_s = A_s f_y \quad (3.2)$$

Donde ϵ_y es el valor del diagrama de la deformación unitaria del acero (Véase la Figura 3.3). Para el diseño, se puede considerar el módulo de elasticidad del acero E_s , como 2'040,000 Kg/cm².

3.2.5. Hipótesis: No se considera la tensión en el concreto.

La resistencia a la tensión del concreto no deberá considerarse en los cálculos de elementos de concreto reforzado sujetos a flexión.

La resistencia a la tensión del concreto en flexión, considerada como módulo de ruptura, es una propiedad más variable que la resistencia a la compresión y es alrededor de 10 a 15% de la resistencia a la compresión. El valor aceptado para el diseño es $2.0 \sqrt{f'_c}$, para el concreto de peso normal. Esta resistencia a la tensión en flexión no se toma en cuenta en el diseño por resistencia. Para porcentajes prácticos del refuerzo, las resistencias calculadas concuerdan razonablemente con las pruebas, para porcentajes bajos, es conservador despreciar esta resistencia.

Sin embargo, se debe considerar que la resistencia del concreto en tensión es importante para las consideraciones del agrietamiento y de la deflexión (condiciones de servicio).

3.2.6 Hipótesis: Relación esfuerzo-deformación para el concreto en compresión.

La relación entre la distribución del esfuerzo por compresión en el concreto y su deformación unitaria se puede suponer que es rectangular, trapezoidal, parabólica o cualquier otra forma que resulte de la predicción de la resistencia que concuerde con resultados de prueba.

Esta hipótesis reconoce la distribución inelástica del concreto a niveles elevados de esfuerzo. Al aproximarse al esfuerzo máximo, la relación del esfuerzo con la deformación ya no es una línea recta sino algún tipo de curva (el esfuerzo no es proporcional a la deformación) El comportamiento esfuerzo-deformación general se ve en la Figura 3.5 La forma de las curvas es una función de la resistencia del concreto y consiste en una curva que tiene su origen en cero hasta un máximo, para una deformación a compresión, entre 0.0015 y 0.002 seguido por una curva descendente, para una deformación última (la falla del concreto), desde 0.003 hasta 0.008. Como se expuso en la hipótesis 3.2.3, el Reglamento establece la máxima deformación útil a 0.003 para el diseño Las curvas muestran que el comportamiento esfuerzo-deformación para el concreto no es lineal a niveles de esfuerzo mayores de aproximadamente, $0.5 f'_c$.

La distribución real del esfuerzo de compresión del concreto en el caso práctico es compleja y por lo general no se conoce Sin embargo, las investigaciones han mostrado que las propiedades importantes de la distribución del esfuerzo del concreto se pueden aproximar empleando cualquiera de las diferentes proposiciones en cuanto a la forma de la distribución del esfuerzo. Se ha propuesto muchas distribuciones del esfuerzo (Véase la Figura 3.1); las tres más comunes son: trapezoidal, parabólica y rectangular Todas ellas producen resultados aceptables

En la resistencia teórica del elemento en flexión, la forma de la distribución del esfuerzo en compresión debe concordar con la variación de esfuerzos que se muestra en la Figura 3.6. El esfuerzo máximo se indica por $k_3 f'_c$, el esfuerzo promedio por $k_1 k_3 f'_c$ y el centroide de la distribución parabólica aproximada de la fibra extrema en compresión, por $k_2 c$, donde c es la posición del eje neutro.

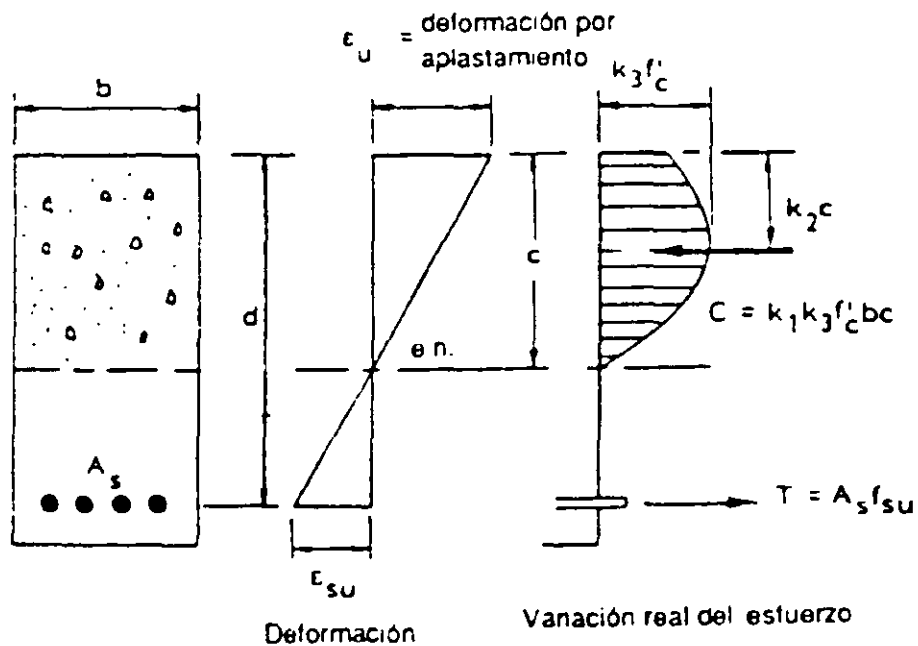


Figura 3.6 Condiciones esfuerzo-deformación en la resistencia nominal a la flexión.

Para el acero en condiciones últimas, la resistencia nominal a momento, M_n , se calcula por el equilibrio de las fuerzas y de los momentos

Para el equilibrio de las fuerzas:

$$C = T \quad \text{ó} \quad k_1 k_3 f'_c bc = A_s f_{su}$$

$$c = \frac{A_s f_{su}}{k_1 k_3 f'_c b} \quad (3.3)$$

Para el equilibrio del momento.

$$M_n = (C \text{ ó } T)(d - k_2 c) = A_s f_{su} \left(d - \frac{k_2}{k_1 k_3} \frac{A_s f_{su}}{f'_c b} \right) \quad (3.4)$$

Se supone que se alcanza la resistencia máxima cuando la deformación en la fibra extrema en compresión es igual a la deformación de falla del concreto ϵ_{cu} . Cuando la falla ocurre, la deformación en el refuerzo en tensión ϵ_{su} puede ser mayor o menor que la deformación por fluencia $\epsilon_y = f_y/E_s$, lo cual depende de la proporción relativa entre el acero y el concreto. Si la cantidad de acero es lo suficientemente baja, la fluencia del acero ocurrirá antes de la falla del concreto (condición de falla dúctil). Con una cantidad mas grande de acero, el aplastamiento del concreto se presentará primero, permitiendo que el acero permanezca elástico (condición de falla frágil). El reglamento contiene disposiciones que pretenden asegurar un modo dúctil de falla al limitar la cantidad de acero en tensión. Para la condición de falla dúctil, f_{su} es igual a f_y y la ecuación (3.4) se transforma en:

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{k_2}{k_1 k_3} \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right) \quad (3.5)$$

Si se conoce la cantidad $k_2/(k_1 k_3)$, se puede calcular la resistencia a momento directamente a partir de la ecuación (3.5). No es necesario conocer los valores para k_1 , k_2 , k_3 por separado. Los valores para el término combinado, y también los valores individuales de k , han sido establecidos a partir de pruebas, como se muestra en la Figura 3.7. Asimismo, como se muestra en esa misma figura $k_2/(k_1 k_3)$ varía entre 0.55 y 0.63.

La Portland Cement Association ha adoptado la relación parabólica esfuerzo-deformación, mostrada en la Figura 3.8, para la mayor parte de su trabajo experimental y analítico. Todos los auxiliares para el diseño por resistencia publicados por la PCA y sus programas de computación se basan en la variación parabólica del esfuerzo. Estas distribuciones "más exactas" tienen su aplicación más importante en las computadoras electrónicas y no son recomendables para los cálculos hechos a mano.

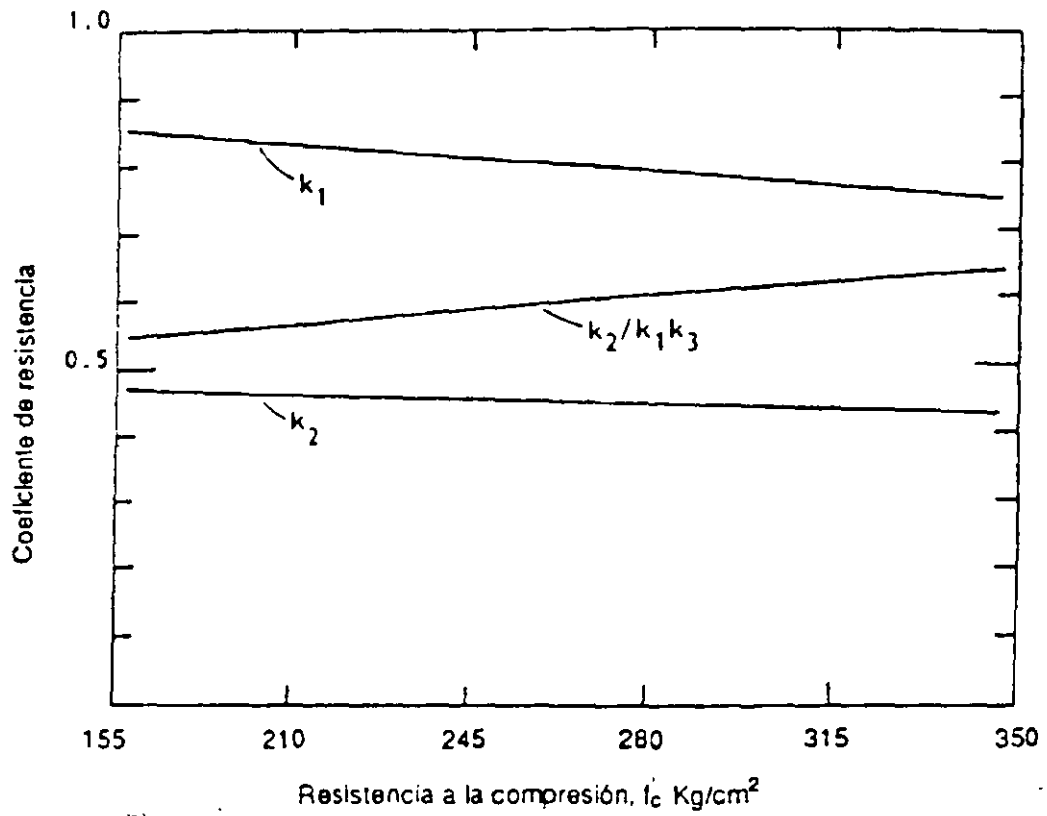


Figura 3.7. Parámetros del bloque de esfuerzos en el concreto.

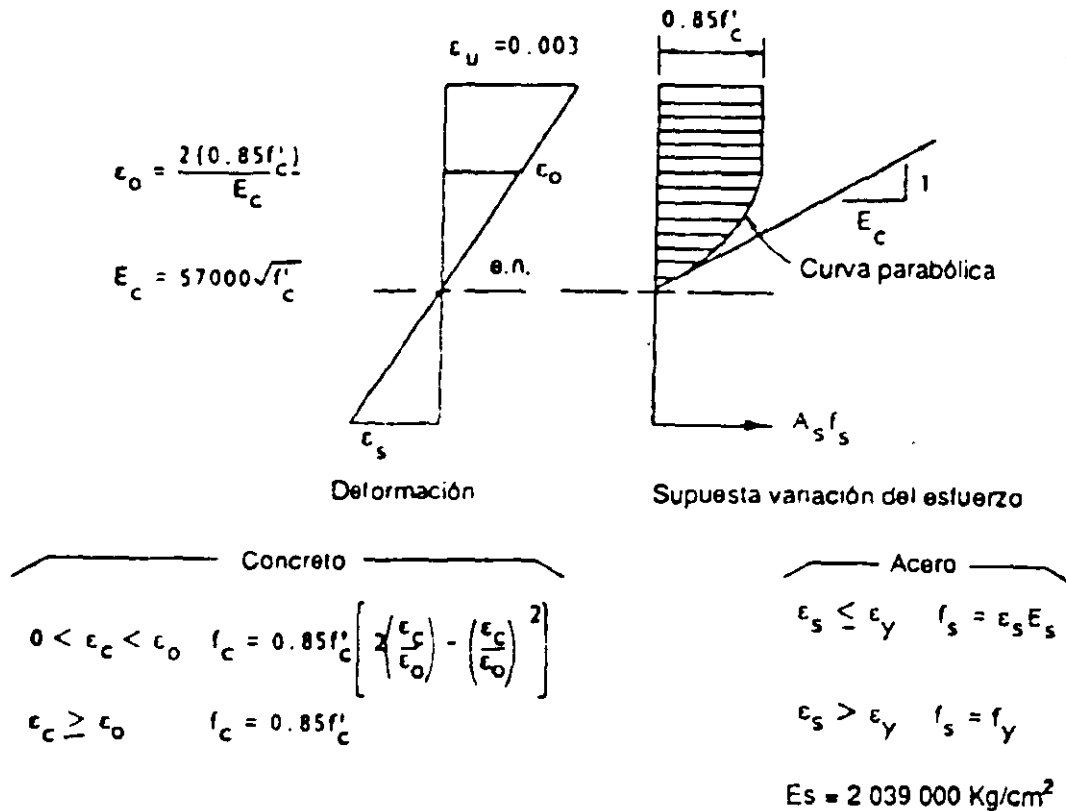


Figura 3.8 Relación esfuerzo-deformación establecida por PCA.

3.2.7 Hipótesis.

Los requisitos de la hipótesis 3.2.6 se pueden considerar satisfechos si se emplea una distribución rectangular equivalente del esfuerzo en el concreto, la cual se define como sigue: Un esfuerzo en el concreto de $0.85f_c$ se supondrá uniformemente distribuido en una zona de compresión equivalente que esté limitada por los extremos de la sección transversal y una línea recta paralela al eje neutro, a una distancia $a = \beta_1 c$ a partir de la fibra de deformación máxima de compresión. La distancia c , desde la fibra de deformación máxima al eje neutro, se medirá en la dirección perpendicular a dicho eje. El factor β_1 deberá tomarse como 0.85 para resistencia del concreto f_c hasta 280 kg/cm^2 y, para resistencias superiores a 280 Kg/cm^2 , β_1 se disminuirá 0.05 en forma uniforme, por cada 70 kg/cm^2 de aumento sobre 280 kg/cm^2 , sin embargo, no debe ser menor que 0.65

El cálculo de la resistencia a la flexión, basada en la distribución parabólica aproximada del esfuerzo de la Figura 3.6, puede llevarse a cabo empleando la ecuación (3.5) con los valores dados de $k_2/(k_1 k_3)$. Sin embargo, para el propósito de un diseño práctico, es preferible un método basado en un equilibrio estático sencillo. El Reglamento permite el uso de un "bloque de esfuerzos" rectangular de compresión para reemplazar la distribución de esfuerzo más exacta de la Figura 3.6 (o de la Figura 3.8). En este bloque de esfuerzos, rectangular equivalente, mostrado en la Figura 3.9, se emplea un esfuerzo promedio de $0.85f_c$ con un rectángulo de altura $a = \beta_1 c$, determinado para que $a/2 = k_2 c$. β_1 de 0.85 para el concreto donde $f_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y 0.05 menos para cada 70 kg/cm^2 de f_c en exceso de 280, se determinó experimentalmente para que estuviera de acuerdo con los datos de las pruebas. Para los concretos de alta resistencia, de más de 562 kg/cm^2 , se supone un límite inferior de 0.65 en el factor β_1 . La variación entre β_1 y la resistencia del concreto f_c se puede observar en la Figura 3.10.

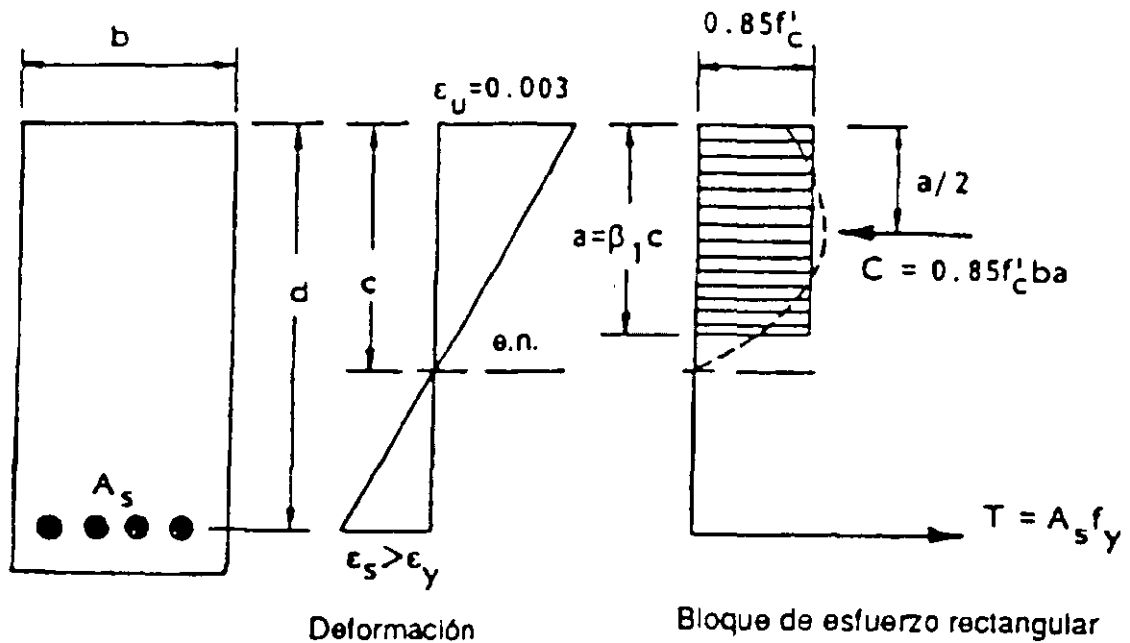


Figura 3.9 Distribución rectangular equivalente del esfuerzo en el concreto.

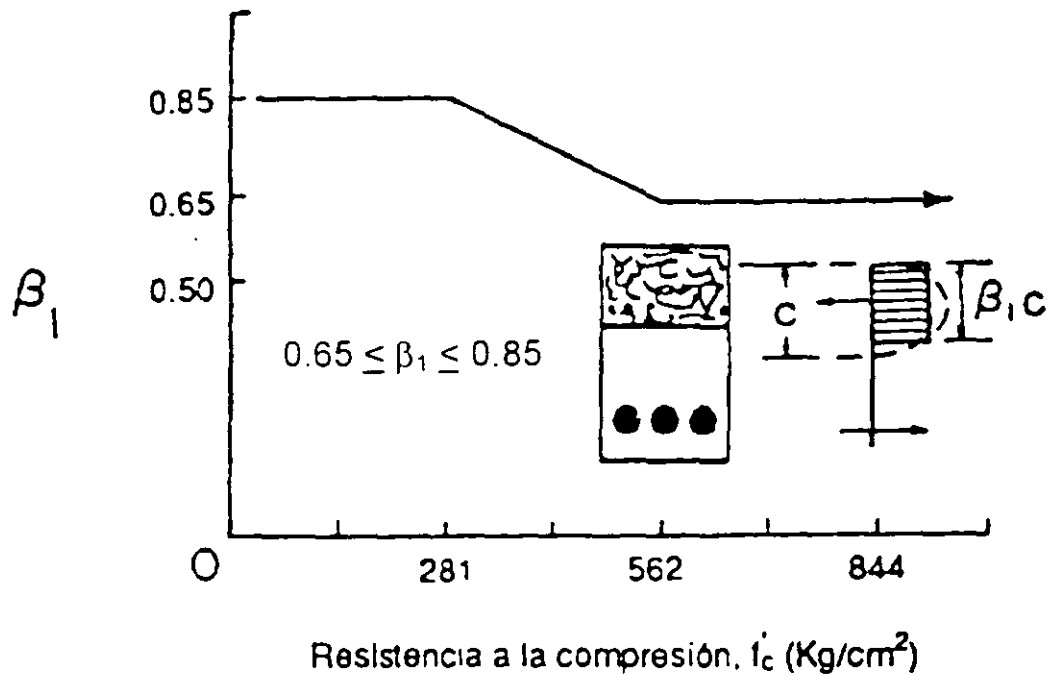


Figura 3.10 Factor de resistencia β_1 .

Al emplear la distribución de esfuerzos rectangular equivalente y al suponer que la fluencia del refuerzo ocurre antes de la falla del concreto ($\epsilon_s > \epsilon_y$), la resistencia nominal a momento, M_n , puede calcularse mediante el equilibrio de fuerzas y momentos.

Para el equilibrio de fuerzas,

$$C = T \quad \text{o} \quad 0.85f'_c ba = A_s f_y$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85f'_c b} \tag{3.6}$$

Para el equilibrio del momento

$$M_n = (C \times T) (d - a/2) = A_s f_y (d - a/2)$$

Sustituyendo (a) del equilibrio de las fuerzas

$$M_n = A_s f_y \left(d - 0.59 \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right) \tag{3.7}$$

Obsérvese que el valor 0.59 corresponde al $k_2/(k_1 k_3)$ de la ecuación (3.5)

Al sustituir $A_s = \rho bd$ y al expresarlo en forma no dimensional, se puede escribir la ecuación (3.7) de la siguiente manera

$$\frac{M_n}{bd^2f_c} = \rho \frac{f_y}{f_c} \left(1 - 0.59 \rho \frac{A_s f_y}{f_c b} \right) \quad (3.8)$$

Como se puede ver en la Figura 3.11, la ecuación (3.8) está “de acuerdo sustancialmente con los resultados de pruebas de compresión”. Sin embargo, es preciso tomar en cuenta que la distribución del esfuerzo rectangular no representa la distribución real del esfuerzo en la zona de compresión última, pero si proporciona esencialmente los mismos resultados obtenidos por las pruebas

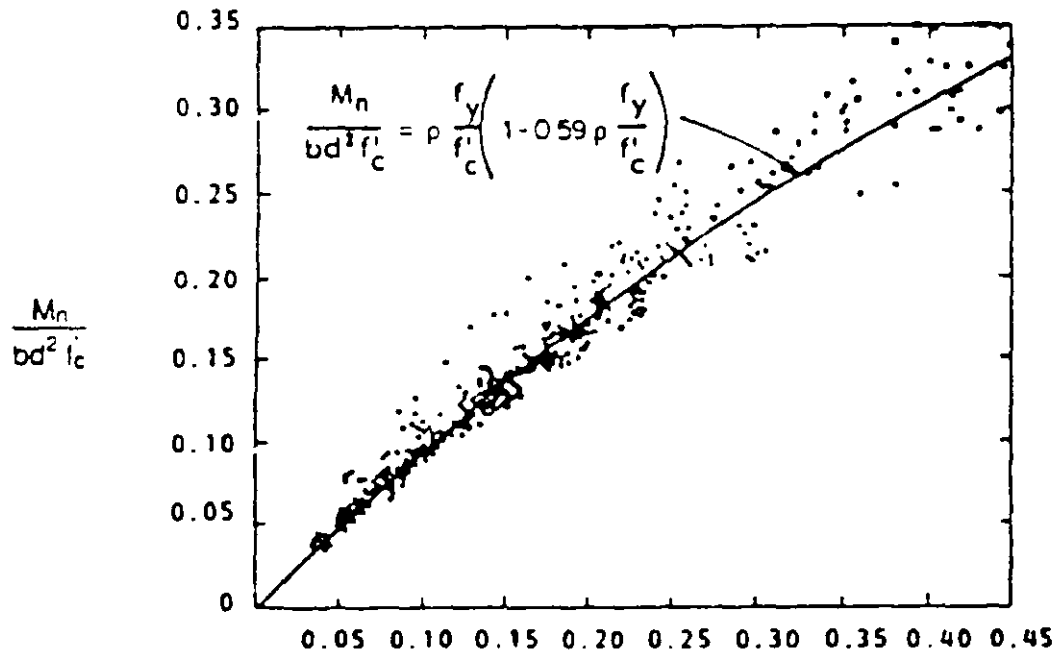


Figura 3.11 Pruebas de 364 vigas, controladas por tensión ($\epsilon_s > \epsilon_s$)

3.3 Principios y requisitos generales

3.3.1 Resistencia Nominal a Flexión

La resistencia nominal de un miembro o sección transversal a flexión o a la acción combinada de flexión y carga axial debe basarse en el equilibrio y en la compatibilidad de deformación, empleando las suposiciones de la sección 3.2. La resistencia nominal de cualquier tipo de sección con cualquier cantidad y distribución del refuerzo se calcula aplicando el equilibrio de fuerza y momento y las condiciones de compatibilidad de una forma similar a la empleada para desarrollar la ecuación relativa a la resistencia nominal a flexión de una sección rectangular con refuerzo a tensión únicamente.

Utilizando la distribución rectangular equivalente de esfuerzos, se presentan a continuación expresiones para la resistencia nominal a flexión de secciones rectangulares y con patin (secciones típicas en la construcción con concreto)

- a) Sección rectangular con refuerzo por tensión únicamente, ver Figura 3.9

Expresiones proporcionadas por las ecuaciones 3.6 y 3.8

b) Sección con patín con refuerzo por tensión únicamente (Figura 3.12)

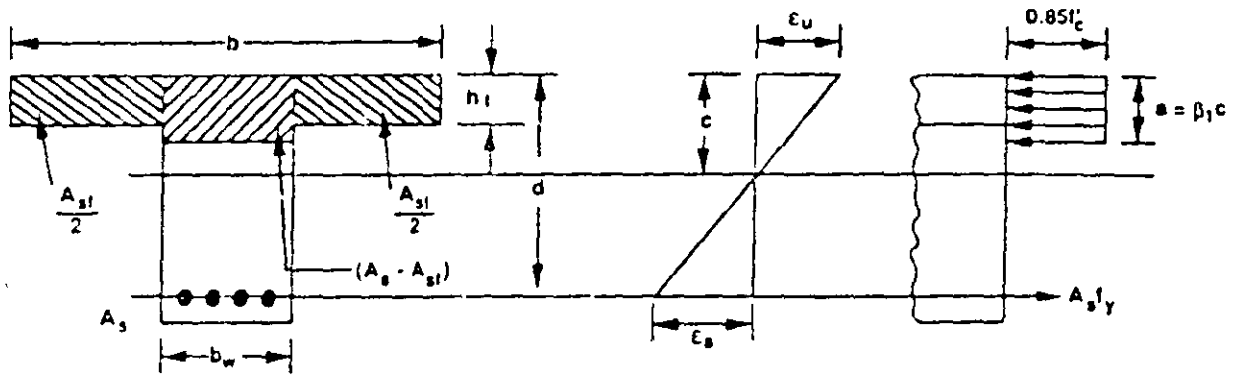


Figura 3.12 Distribución de deformaciones y esfuerzos equivalentes para secciones con patín

Cuando el espesor del patín de compresión es igual o mayor que la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos a , la resistencia por flexión, M_n , se calcula con la ecuación (3.7) como una sección rectangular con un ancho igual al ancho del patín. Cuando el espesor del patín de compresión es menor que "a", la resistencia a flexión, M_n , es (Figura 3.12)

$$M_n = (A_s - A_{st}) f_c (d - a/2) + A_s f_y (d - h_t/2) \quad (3.9)$$

Donde

A_{st} = Área del refuerzo requerido para equilibrar la resistencia a compresión de los patines en cantiliver

$$A_{st} = 0.85 f_c (b - b_w) h_t / f_y$$

$$a = (A_s - A_{st}) f_y / 0.85 f_c b_w \quad (3.10)$$

b = Ancho efectivo del patín.

b_w = ancho del alma

h_t = Espesor del patín

c) Sección rectangular con refuerzo a compresión (ver Figura 3.3)

Si

$$\frac{(A_s - A_c)}{bd} \geq 0.85 \frac{\beta_1 f_c d}{f_y d} \left(\frac{6.120}{6.120 - f_y} \right) \quad (3.11)$$

La resistencia a flexión, M_n , es.

$$M_n = (A_s - A'_s) f_y (d - a/2) + A'_s f_c (d - d') \quad (3.12')$$

Donde

$$a = (A_s - A'_s) f_y / 0.85 f_c b$$

d' = Distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del refuerzo.

Cuando el valor $(A_s - A'_s)/bd$ es menor que el obtenido anteriormente y el esfuerzo en el acero en compresión es menor que f_c (es decir $\epsilon_c > \epsilon_{cy}$), entonces deberá efectuarse un análisis de compatibilidad de deformaciones (ver Figura 3.3). Alternativamente, la contribución del refuerzo en compresión puede depreciarse y calcularse la resistencia M_n por medio de la ecuación (3) como sección simplemente armada.

- d) Para otras secciones transversales la resistencia nominal, M_n , se calcula considerando las condiciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, empleando las hipótesis de diseño.
- e) La resistencia nominal a flexión, M_n , de una sección de un miembro compuesto constituido por concreto colado en el lugar y concreto precolado se calcula de manera similar a una sección rectangular de concreto reforzado. Ya que la resistencia última no está relacionada con la secuencia de la carga, no se hace distinción entre miembros apuntalados en el cálculo de resistencia.

3.3.2 Condición de deformación balanceada

La condición de deformación balanceada existe en una sección transversal cuando la deformación máxima en la fibra extrema a compresión apenas alcanza $\epsilon_{cu} = 0.003$, simultáneamente con la primera deformación a la fluencia de $\epsilon_s = \epsilon_{cy} = f_y/E_s$ en el refuerzo en tensión. En la Figura 3.13 se muestra esta condición de deformación "balanceada".

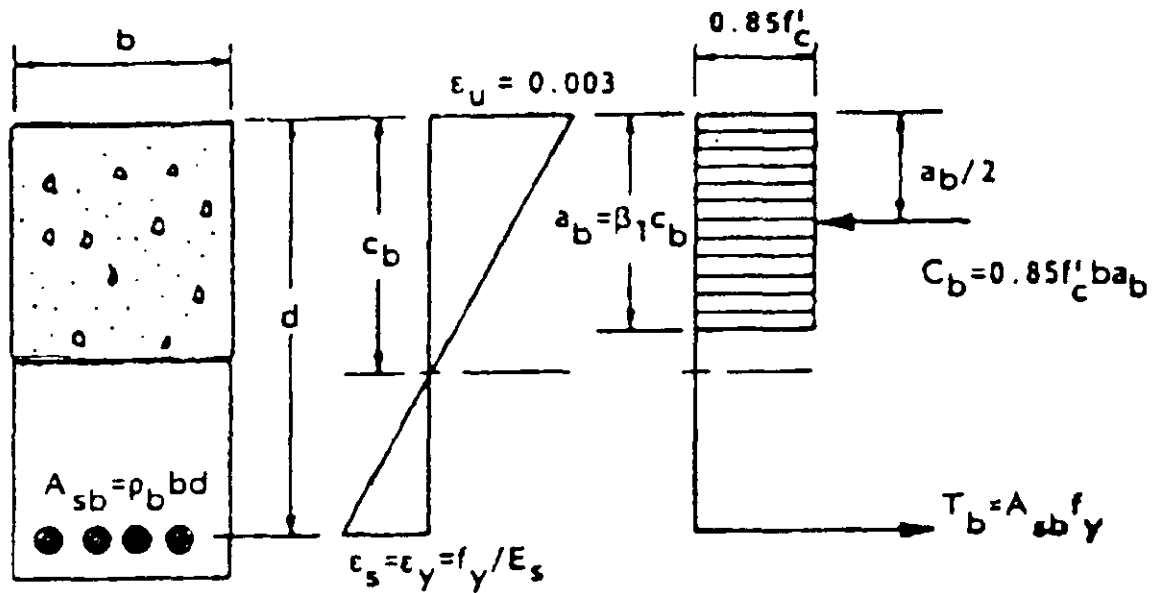


Figura 3.13 Condición balanceada de deformación por flexión.

El porcentaje requerido de refuerzo, ρ_b , para producir una condición balanceada en una sección rectangular con refuerzo en tensión, únicamente puede obtenerse mediante la aplicación de la condición de equilibrio y de compatibilidad. Al referirnos a la Figura 3.13 tenemos lo siguiente:

Para la condición de deformación lineal:

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_s} = \frac{0.003}{0.003 + f_y / 2,040,000} = \frac{6,120}{6,120 + f_y} \quad (3.13)$$

Por equilibrio de fuerzas

$$C_c = T_t$$

$$0.85 f_c b a_c = A_s f_y$$

$$0.85 f_c b (\beta_1 c_b) = \rho_b b d f_y$$

de donde

$$\rho_b = \frac{0.85 \beta_1 f_c}{f_y} \frac{c_b}{d} \quad (3.14)$$

$$\rho_b = \frac{0.85 \beta_1 f_c}{f_y} \frac{6,120}{6,120 + f_y}$$

En la tabla 3.1 se tienen valores de ρ_b y $0.75 \rho_b$ para algunas resistencias típicas del acero y concreto.

Tabla 3.1 Porcentaje de refuerzo balanceado ρ_b (y $0.75 \rho_b$) para secciones rectangulares con refuerzo a tensión únicamente
esfuerzos en kg/cm^2

fy		$f'_c = 210$	$f'_c = 280$	$f'_c = 350$	$f'_c = 420$
		$\beta_1 = 0.85$	$\beta_1 = 0.85$	$\beta_1 = 0.80$	$\beta_1 = 0.75$
2800	ρ_b	0.0369	0.0493	0.0580	0.0652
	$0.75\rho_b$	0.0277	0.0369	0.0435	0.0489
4200	ρ_b	0.0213	0.0283	0.0333	0.0375
	$0.75\rho_b$	0.0160	0.0213	0.0250	0.0281

El porcentaje balanceado de refuerzo, ρ_b , para las secciones con patín y las secciones rectangulares con refuerzo en compresión se puede obtener por medio de la aplicación de las condiciones de equilibrio y de compatibilidad de manera similar.

Para una sección de patin con refuerzo en tensión solamente:

$$\rho_r = \frac{b_w}{b} (\bar{\rho}_r + \rho_t) \tag{3.15}$$

donde,

$$\rho_t = \frac{A_{st}}{b_w d} \tag{3.16}$$

$$A_{st} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f$$

Para una sección rectangular con refuerzo en compresión

$$\rho_r = \bar{\rho}_r + \rho'_r \frac{f_{cr}}{f_y} \tag{3.17}$$

donde f_{cr} = el esfuerzo en el refuerzo en la condición de deformación balanceada

$$f_{cr} = 6,120 - \frac{d}{4} (6,120 + f_y) \leq f_y$$

y $\bar{\rho}_r$ = porcentaje de refuerzo balanceado para una sección rectangular armada solo por tensión.

3.3.3. Porcentaje máximo de refuerzo.

La resistencia a la flexión de un elemento se alcanza en condiciones últimas, cuando la deformación la fibra extrema en compresión alcanza la deformación última (aplastamiento del concreto), ϵ_{cu} . A la última, la deformación en el acero de tensión apenas podría alcanzar la deformación en la primera

fluencia ($\epsilon_s = \epsilon_y = f_y / E_s$), ser menor de la deformación a la fluencia (elástica) o exceder la deformación a la fluencia (inelástica). La condición de deformación unitaria del acero que existe en la deformación última del concreto, depende de la proporción relativa entre el acero y el concreto. Si la cantidad de acero es suficientemente baja, la deformación en el acero de tensión excederá en mucho la deformación a la fluencia ($\epsilon_s \gg \epsilon_y$) cuando la deformación del concreto alcance ϵ_{cu} con una deflexión grande y la advertencia de una falla inminente (una condición de falla dúctil). Con una cantidad más grande de acero, la deformación en el acero de tensión posiblemente no alcance la deformación a la fluencia ($\epsilon_s < \epsilon_y$) cuando la deformación en el concreto alcanza ϵ_{cu} , con una deflexión pequeña y con poca advertencia de una falla inminente (una condición de falla frágil). Para el diseño, es deseable restringir la condición de resistencia última para poder esperar un modo de falla dúctil.

El Reglamento contiene disposiciones que tienen la finalidad de asegurar un modo de falla dúctil mediante la limitación de esfuerzo al 75% de la cantidad que causa la deformación en el acero de tensión para alcanzar apenas la deformación ϵ_{cu} del concreto, lo cual se define como la "condición balanceada", y la cantidad de acero requerida para producir una condición balanceada a la resistencia última, se define como "el porcentaje ρ_b balanceado del refuerzo".

La cantidad máxima de acero que se permite para una sección rectangular con acero de tensión es:

$$\rho_{max} = 0.75 \bar{\rho}_b = 0.75 \left[0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{6.120}{6.120 + f_y} \right] \quad (3.18)$$

La cantidad máxima de acero que se permite para una sección con patín con acero en tensión es:

$$\rho_{max} = 0.75 \left[\frac{b_w}{b} (\bar{\rho}_r + \rho_t) \right] \quad (3.19)$$

La cantidad máxima de acero que se permite para una sección rectangular con acero en compresión es:

$$\rho_{max} = 0.75 \bar{\rho}_c - \rho \frac{f'_c}{f_y} \quad (3.20)$$

Es preciso notar que con el acero de acero en compresión, la parte de ρ_b que aporta el acero de compresión ($\rho f'_c / f_y$) no necesita reducirse por el factor de 0.75. Para el comportamiento dúctil de una viga con acero de compresión, sólo aquella porción del total de acero a tensión balanceada por la compresión en el concreto ($\bar{\rho}_b$) necesita estar limitada.

Se debe tomar en cuenta que el límite de la cantidad de acero en tensión, para los elementos en flexión, es una limitación definida por la especificación para el comportamiento dúctil. Las pruebas han mostrado que las vigas reforzadas con una cantidad calculada de acero balanceado, en realidad se comportan de manera dúctil con deflexiones que se incrementan poco a poco y que se agrietan hasta la falla última. Las fallas repentinas en compresión no ocurren hasta que la cantidad de acero es considerablemente más alta que la cantidad balanceada calculada.

Una razón para lo anterior es el límite de la deformación última del concreto supuesta como $\epsilon_{cu} = 0.003$ para el diseño. La deformación máxima real, basada en las pruebas físicas, puede ser más alta que este valor. El valor de 0.003 sirve como límite inferior de la deformación unitaria restrictiva. A menos que se requieran cantidades anormales de ductilidad, la limitación de $0.75 \rho_b$ proporciona un comportamiento dúctil adecuado para la mayoría de los diseños.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

FLEXO-COMPRESIÓN EN ELEMENTOS DE CONCRETO

OBJETIVOS

Presentar los aspectos generales del diseño por flexo-compresión en elementos de concreto reforzado, así como la elaboración de los diagramas de interacción siguiendo las disposiciones reglamentarias del ACI

Desarrollar ejemplos típicos de diseño de columnas de concreto reforzado de acuerdo al ACI utilizando el programa STAAD/PRO.



Flexo-compresión en elementos de concreto

4.1 Introducción

Todas las columnas se ven sometidas a cierta flexión y fuerza axial por lo que es necesario diseñarlas para que resistan ambas sollicitaciones. Las llamadas fórmulas de "carga axial", presentadas en el capítulo 2, toman en cuenta algún momento porque incluyen el efecto de pequeñas excentricidades con los factores 0.80 y 0.85. Esos valores son aproximadamente equivalentes a suponer excentricidades de $0.10h$ para columnas con estribos y de $0.05h$ para columnas zunchadas.

Las columnas se flexionarán bajo la acción de los momentos y éstos tienden a producir compresión en un lado de las columnas y tensión en el otro. Según sean las magnitudes relativas de los momentos y las cargas axiales, existen varias maneras en que las secciones puedan fallar. Si la carga se coloca cada vez con mayor excentricidad (produciendo así momentos cada vez mayores) hasta que finalmente la columna se ve sometida a un momento flexionante de tal magnitud que el efecto de la carga axial se vuelve despreciable. Se supone que la falla de la columna ocurre cuando la deformación unitaria a compresión en cualquier punto de la zona en compresión en la sección alcanza el valor 0.003, o cuando el esfuerzo de tensión en el acero llegue a su valor de fluencia f_y , se pueden distinguir los siguientes casos

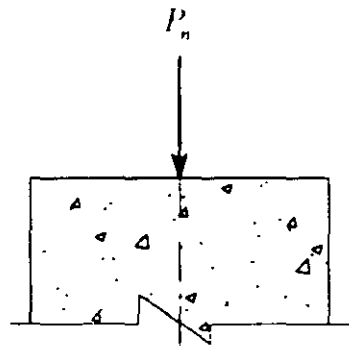


Figura 4.1. Carga axial sin momento

- Carga axial grande con momento despreciable* (Figura 4.1). Para esta situación, la falla ocurre por aplastamiento del concreto habiendo alcanzado todas las barras en la columna su esfuerzo de fluencia en compresión.

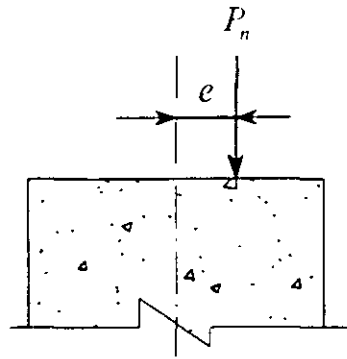


Figura 4.2. Carga axial grande y momento pequeño.

- b) *Carga axial grande y momento pequeño, tal que toda la sección transversal está en compresión.* Cuando una columna está sometida a un momento flexionante pequeño esto es, cuando la excentricidad es pequeña, Figura 4.2, la columna entera estará en compresión, pero la compresión será más grande en un lado que en el otro. El esfuerzo de compresión máximo en la columna será de $0.85 f_c$ y la falla ocurrirá por aplastamiento del concreto, con todas las barras trabajando a compresión.

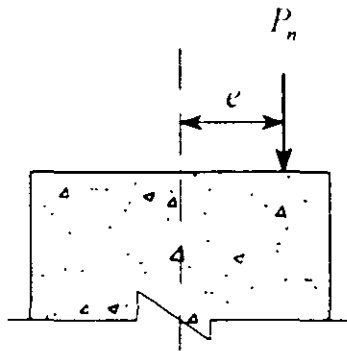


Figura 4.3. Aumento a excentricidad

- c) *Excentricidad mayor que en el caso (b), por lo que empieza a desarrollarse tensión en un lado de la columna.* Si la excentricidad se incrementa un poco respecto al caso anterior (Figura 4.3), empezará a desarrollarse tensión en un lado de la columna y el acero en ese lado estará en tensión, pero con un valor menor al correspondiente al esfuerzo de fluencia. En el lado opuesto el acero estará en compresión. La falla ocurre por aplastamiento del concreto en el lado de compresión.

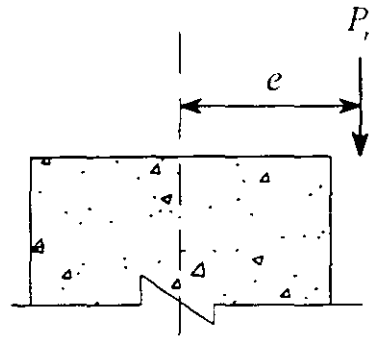


Figura 4.4. Condición de carga balanceada.

- d) *Condición de carga balanceada.* Al crecer la excentricidad se llega a una condición en que las barras de refuerzo en el lado de tensión alcanzan su esfuerzo de fluencia al mismo tiempo que el concreto en el lado opuesto alcanza su compresión máxima de $0.85 f_c$. Esta situación se llama *condición de carga balanceada* (Figura 4.4).

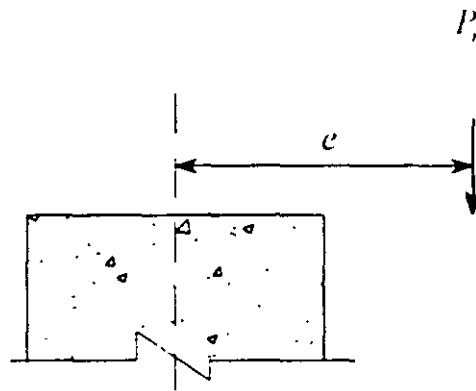


Figura 4.5. Excentricidad mayor que la condición balanceada.

- e) *Momento grande con carga axial pequeña* (Figura 4.5). Si la excentricidad crece aún más, la falla se inicia por la fluencia de las barras en el lado de tensión de la columna, antes que el aplastamiento del concreto

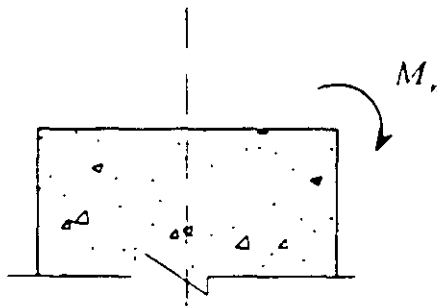


Figura 4.6 Momento grande con carga axial despreciable

f) *Momento grande con carga axial no apreciable.* Para esta condición, la falla ocurre como en una viga (Figura 4.6).

4.2 Resistencia nominal para flexión y carga axial

La resistencia de un elemento o de una sección transversal, sujeto a flexión y carga axial combinadas, M_n y P_n , debe satisfacer las dos condiciones que se requieren para un elemento sujeto sólo a flexión, es decir:

- 1) Equilibrio estático y
- 2) Compatibilidad de deformaciones

El equilibrio entre las fuerzas de tensión y de compresión incluye la adición de la carga axial, P_n , que actúa en la sección transversal. Las condiciones del esfuerzo y de la deformación en el concreto y el acero de un elemento bajo compresión axial y flexión combinadas se pueden observar en la Figura 4.7. La fuerza de tensión o de compresión, desarrollada en el acero, se determina a partir de la condición de deformación en la posición del acero

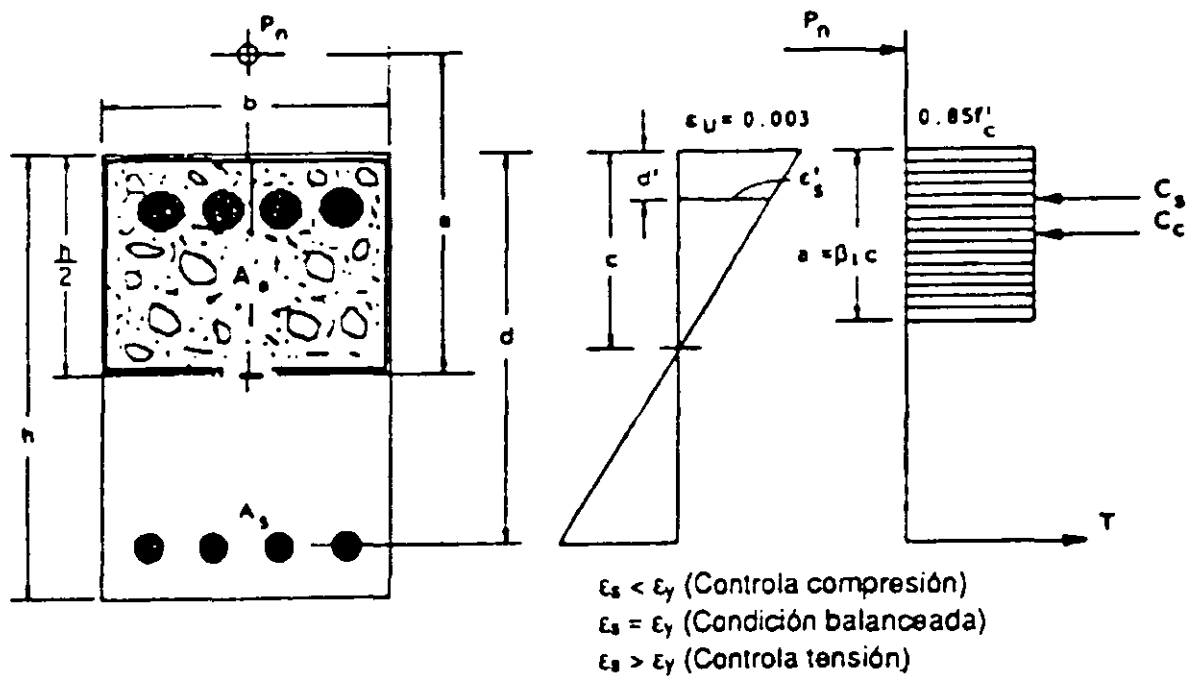


Figura 4.7. Condiciones esfuerzo-deformación para flexión y carga axial combinadas.

De la Figura 4.7

Para A $C_s = A_s f_s = A_s (E_s \epsilon_s)$ cuando $\epsilon_s < \epsilon_y$ (deformación por fluencia) (4.1)

o $C_s = A_s f_s$ cuando $\epsilon_s \geq \epsilon_y$ (4.2)

$$\text{Para } A_s \quad T = A_s f_s = A_s (E_s \epsilon_s) \quad \text{cuando } \epsilon_s < \epsilon_y \quad (4.3)$$

$$\text{o} \quad T = A_s f_y \quad \text{cuando } \epsilon_s \geq \epsilon_y \quad (4.4)$$

La resistencia combinada carga-momento (P_n y M_n) puede calcularse por equilibrio de fuerzas y momentos.

Por equilibrio de fuerzas

$$P_n - T - C_s - C_c = 0 \quad (4.5)$$

$$P_n = C_c + C_s - T \quad (4.6)$$

dónde

$$C_c = 0.85 f_c b a \quad (4.7)$$

Por equilibrio de momentos respecto al medio peralte de la sección

$$M_r = P_r e = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + T \left(d - \frac{h}{2} \right) \quad (4.8)$$

Para una condición de deformación conocida, la resistencia correspondiente carga-momento P_n - M_n puede calcularse directamente suponiendo que la deformación unitaria en el acero en tensión A_s se halla en la primera fluencia ($\epsilon_s = \epsilon_y$). Esta condición de deformación (deformación simultánea de 0.003 en la fibra sometida a compresión y la aparición de la primera fluencia en el refuerzo por tensión) define la resistencia carga-momento balanceado P_n y M_n para la sección transversal

Para la condición de deformación lineal

$$\frac{c_r}{d} \frac{\epsilon_c}{\epsilon_u - \epsilon_s} = \frac{0.003}{0.003 + f_y / 2.0 \cdot 10,000} = \frac{6120}{6120 + f_y} \quad (4.9)$$

y

$$a_r = \beta_1 c_r = \left(\frac{6120}{6120 + f_y} \right) \beta_1 d \quad (4.10)$$

también

$$\frac{c_r}{c_r - d} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_s} \quad (4.11)$$

y

$$\epsilon'_c = .003(1 - d/c_n) = .003 \left[1 - d'/d \left(\frac{6120 + f_y}{6120} \right) \right] \tag{4.12}$$

$$f'_{sb} = E_s \epsilon'_c = 6120 \left[1 - d'/d \left(\frac{6120 + f_y}{6120} \right) \right] \text{ pero no mayor que } f_s \tag{4.13}$$

Por equilibrio de fuerzas:

$$P_n = 0.85 f'_c b a_c + A_s f'_{sb} - A_s f_s \tag{4.14}$$

Por equilibrio de momentos

$$M_n = P_n e_n = 0.85 f'_c b a_c \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right) + A_s f'_{sb} \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_s \left(\frac{d}{2} - h \right) \tag{4.15}$$

La resistencia balanceada del momento y de la carga de una sección transversal define una de las muchas combinaciones posibles de la carga con el momento, dentro del rango de interacción de la carga con el momento para los elementos sujetos a flexión con carga axial combinadas. La forma general de un diagrama de interacción de resistencias se puede ver en la Figura 4.8

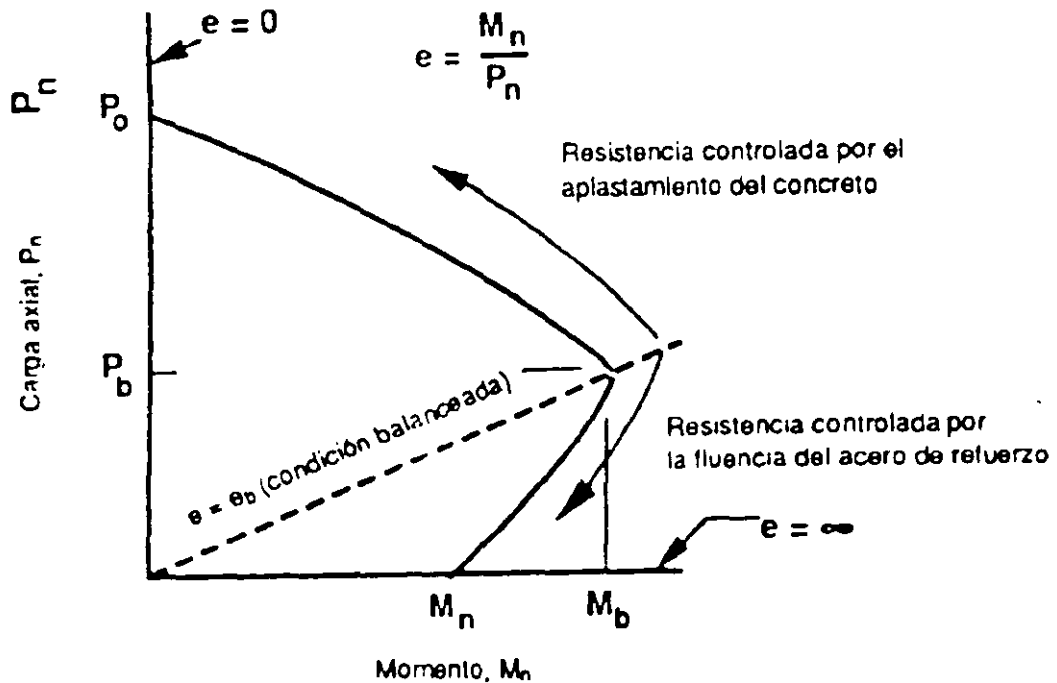


Figura 4.8 Diagrama de interacción carga axial-momento.

La combinación de la carga con el momento puede ser de tal manera que exista compresión en toda o casi toda la sección y que la deformación a compresión unitaria en el concreto alcance 0.003 antes de fluencia del acero en tensión ($\epsilon_s < \epsilon_{s_y}$), conocida como el segmento de "control por compresión"; o sea

combinación de la carga puede ser de manera tal que la tensión exista sobre una gran parte de la sección, haciendo que la deformación a la fluencia ($\epsilon_s > \epsilon_y$), cuando la deformación a compresión en el concreto, alcance 0.003, conocida como el segmento de "control por tensión". La condición "balanceada" de la deformación ($\epsilon_s = \epsilon_y$) separa estos dos segmentos de la curva de resistencias

En la Figura 4.9 se muestra la variación lineal para toda la serie de la resistencia de interacción de la carga con el momento

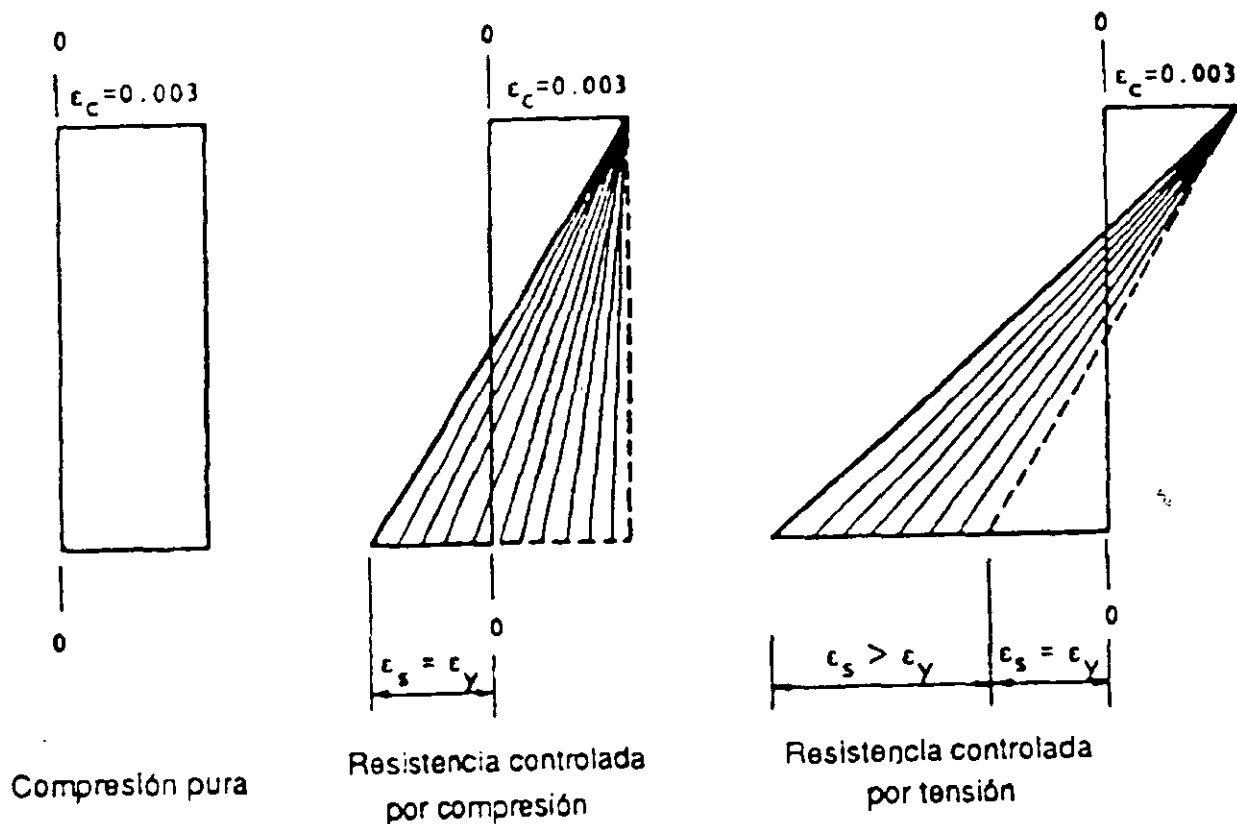


Figura 4.9 Variación de la deformación para toda la serie de interacciones carga-momento.

Bajo compresión pura, la deformación es uniforme en toda la sección transversal e igual a 0.003. Con el incremento de la excentricidad de la carga (el momento), la deformación por compresión en la "cara de tensión" disminuye gradualmente hasta llegar a cero, luego se convierte en tensión, hasta que la deformación por tensión en el acero más distante del eje neutro alcanza la deformación a la fluencia ($\epsilon_s = \epsilon_y$) en la condición balanceada de deformación. Para este rango de variaciones de la deformación, la resistencia de la sección está controlada por la compresión (0.003 a $\epsilon_s = \epsilon_y$). Más allá de la condición balanceada de deformación, la deformación del acero aumenta gradualmente ($\epsilon_s \gg \epsilon_y$) hasta el estado de la flexión pura, con excentricidad infinita de la carga ($e = \infty$). Para este rango de variaciones de la deformación, la resistencia está controlada por la tensión ($\epsilon_s > \epsilon_y$). Con el incremento de la excentricidad existe cada vez más tensión sobre la sección transversal. Cada una de las posibles condiciones de deformación, que se muestran en la Figura 4.9, describe un punto, P_n y M_n , sobre la curva carga-momento

4.3 Desarrollo de los diagramas de interacción

Si una carga axial de compresión se aplica a un miembro corto de concreto, éste quedará sometido a una deformación unitaria uniforme o acortamiento, como se muestra en la Figura 4.10(a). Si se aplica un momento sin ninguna carga axial al mismo miembro, este tendrá una flexión respecto al eje neutro del miembro, tal que la deformación unitaria será proporcional a la distancia al eje neutro. Esta variación lineal de la deformación unitaria se muestra en la Figura 4.10(b). Si se aplican al mismo tiempo un momento y una carga axial, el diagrama resultante de deformación unitaria será una combinación de dos diagramas lineales que también será lineal, como se ilustra en la Figura 4.10(c). Como resultado de este carácter lineal, podemos suponer ciertos valores numéricos para la deformación unitaria en una parte de una columna y determinar las deformaciones unitarias en otras partes por medio de interpolación lineal.

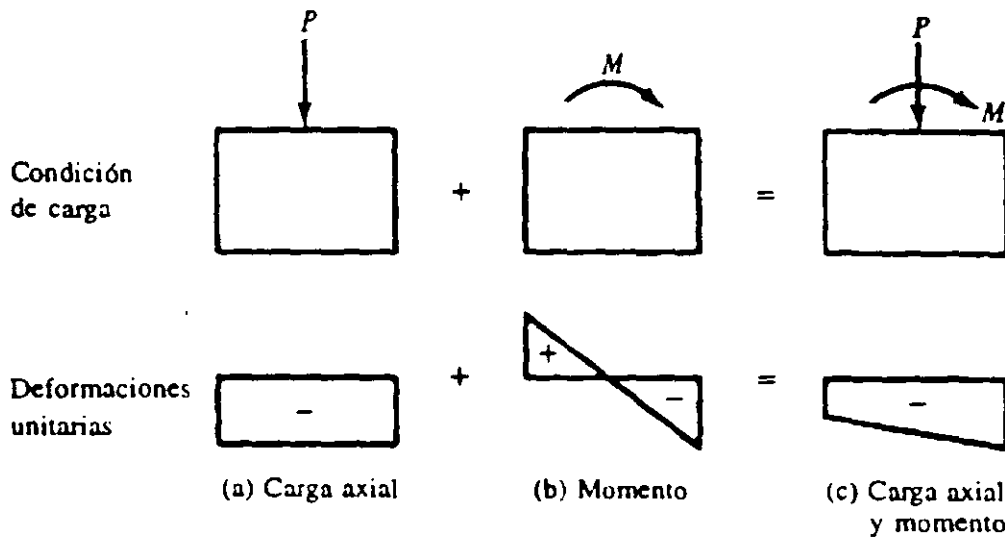


Figura 4.10 Deformaciones unitarias en la columna.

Al cambiar la carga axial aplicada a una columna, el momento que la columna puede resistir también cambiara

Suponiendo que el concreto en el borde de compresión de la columna falla a una deformación unitaria de 0.003, se puede suponer una deformación unitaria en el borde alejado de la columna y calcular por estática los valores de P_n y M_n . Luego, manteniendo la deformación unitaria de compresión de 0.003 en el borde extremo, podemos suponer una serie de diferentes deformaciones unitarias en el otro borde y calcular P_n y M_n para cada valor diferente. Finalmente se obtendrá un número de valores suficiente para trazar una curva de interacción como la mostrada en la Figura 4.11.

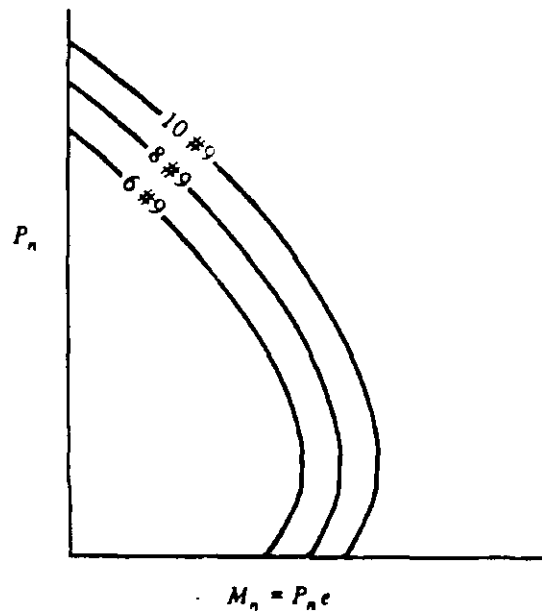


Figura 4.11. Interacción de curvas para una columna rectangular con diferentes combinaciones de esfuerzo.

4.4 Modificaciones del código a los diagramas de interacción de columnas

Antes de que los diagramas de interacción puedan usarse para análisis y diseños prácticos, tienen que pasar por tres modificaciones de acuerdo con el código ACI. Estas modificaciones se describen a continuación.

(a) Los diagramas descritos hasta ahora se han preparado para cargas últimas de columnas o valores P_n . Sin embargo, el código (9.3.2) especifica factores de reducción de resistencia o factores ϕ que deben multiplicarse por los valores P_n para obtener valores de diseño. Así las curvas de interacción para el diseño de columnas deben reflejar el efecto de los factores ϕ , como se muestra en la Figura 4.12.

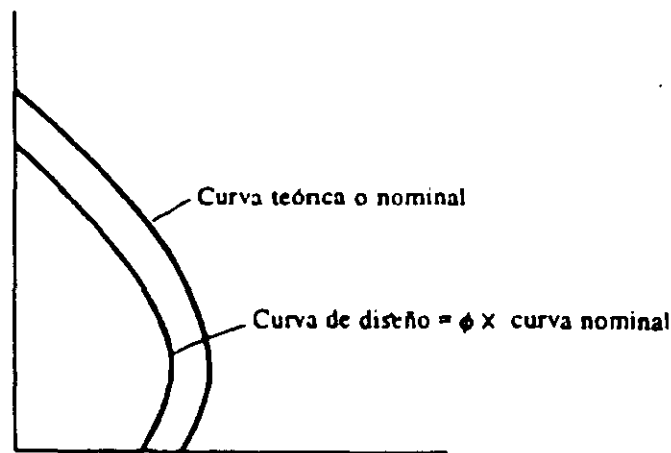


Figura 4.12 Diagrama de interacción teórico y de diseño.

(b) La segunda modificación se refiere también a los factores ϕ . Si una columna tiene un momento muy grande y una carga axial muy pequeña, de modo que se ubica en la parte inferior de la curva entre los

puntos B y C (véase la Figura 4.13), el uso de esos pequeños valores de ϕ es poco razonable. Por ejemplo, para un miembro en flexión pura (punto C en la misma curva) la ϕ requerida es de 0.90, pero si el mismo miembro tiene una muy pequeña carga axial añadida, ϕ se reduce inmediatamente. Por esto, el código establece que para miembros con f_y menor o igual que 60,000 lb/pulg², con refuerzo simétrico y con $(h - d' - ds)/h$ no menor que 0.7 (véase la Figura 4.14), el valor de ϕ puede incrementarse linealmente de 0.70 o 0.75 a 0.90, conforme ϕP_n disminuye de $0.10 f_c' A_g$ a cero. Para otros miembros ϕ puede incrementarse linealmente de 0.70 o 0.75 a 0.90, conforme ϕP_n disminuye de $0.10 f_c' A_g$ o ϕP_h (el que sea menor) a cero. El efecto de esta modificación es producir un rompimiento en la parte inferior de una curva de interacción de diseño, como se ve en la Figura 4.15. Si se tiene una carga axial de tensión, ϕ será siempre igual a 0.9.

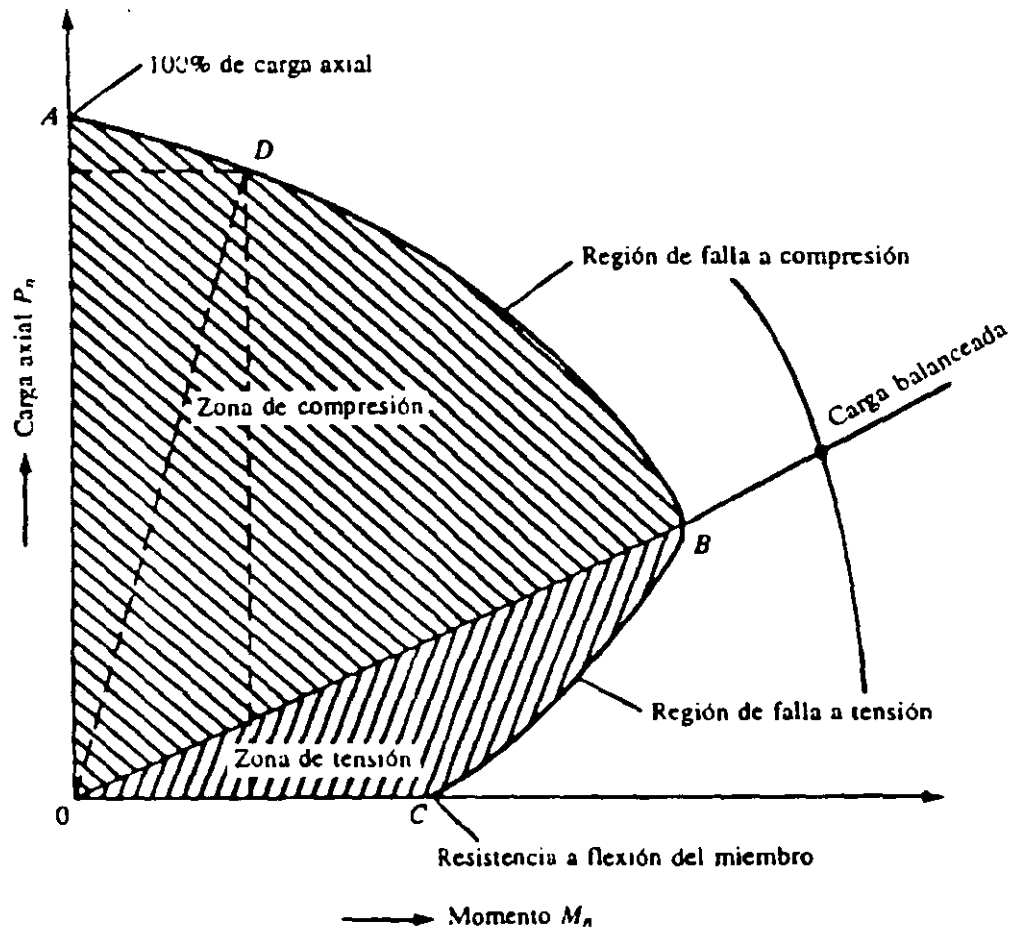


Figura 4.15 Características del diagrama de interacción de una columna

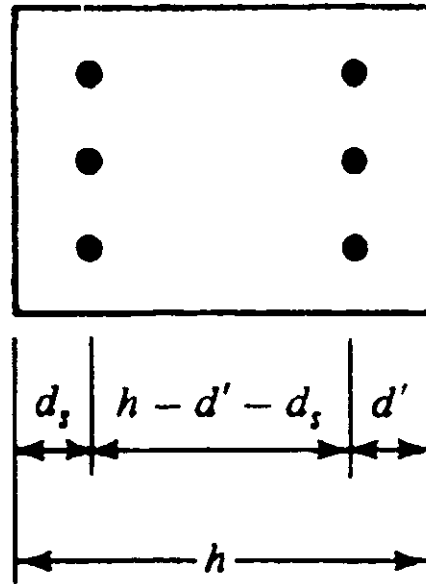


Figura 4.14 Sección con refuerzo simétrico.

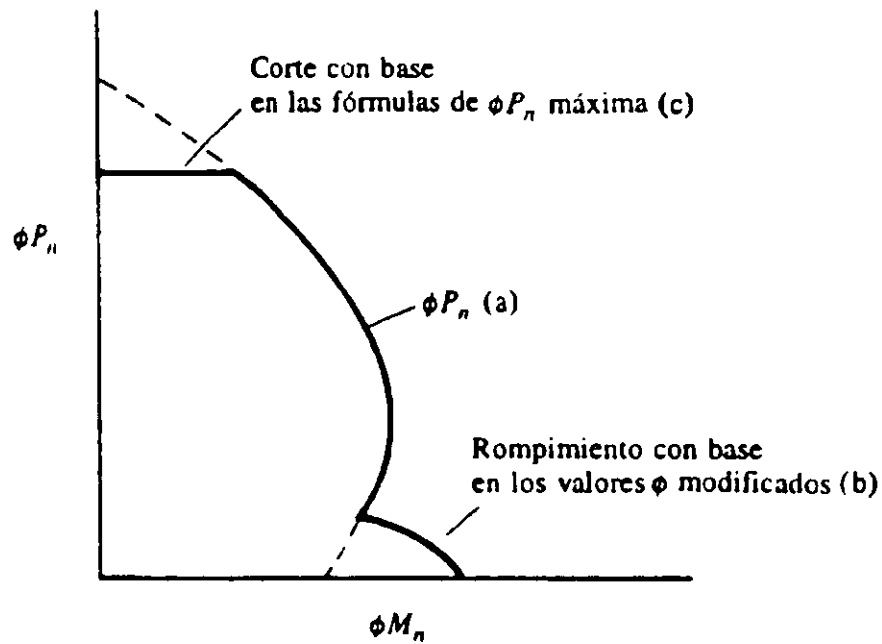


Figura 4.15. Forma de la curva de interacción para diseño de columnas

(c) Como se vio en el capítulo 2, las cargas permisibles máximas de las columnas se especificaron sin importar cuán pequeños fuesen sus valores de e . En consecuencia, la parte superior de cada curva de interacción de diseño se muestra como una línea horizontal que representa el valor apropiado de:

$$P_u = \phi P_{n,max} \text{ para columnas con estribos} = 0.80\phi [0.85f_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}]$$

$$P_u = \phi P_{nmax} \text{ para columnas zunchadas} = 0.85\phi \left[0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right]$$

Debe recordarse que estas fórmulas se desarrollaron para dar resultados aproximadamente equivalentes a los de las cargas aplicadas con excentricidades de $0.10h$ en las columnas con estribos y de $0.05h$ en las columnas zunchadas

Cada una de las tres modificaciones descritas aquí están indicadas en la curva de diseño en la Figura 4.15, la letra en paréntesis corresponde a la letra usada para describir las modificaciones en los párrafos anteriores

4.5 Flexión biaxial

Muchas columnas están sometidas a flexión biaxial, esto es, a flexión respecto a dos ejes. Las columnas en las esquinas de los edificios, donde las vigas y las trabes concurren con las columnas desde dos direcciones, son los casos más comunes, pero existen otros, tales como aquellos donde las columnas se cuelean monolíticamente, como si fueran partes de marcos o donde las columnas soportan vigas de fachada muy pesadas. Por ejemplo, los estribos de puentes casi siempre están sometidos a flexión biaxial.

Las columnas circulares tienen simetría polar y por ende la misma capacidad última en todas las direcciones. Por lo tanto, el proceso de diseño es el mismo, independientemente de las direcciones de los momentos. Si existe flexión respecto a los ejes x y y , el momento biaxial puede calcularse combinando los dos momentos o sus excentricidades, mediante las ecuaciones siguientes

$$M_u = \sqrt{(M_{ux})^2 + (M_{uy})^2} \quad (4.16)$$

o bien

$$e = \sqrt{(e_x)^2 + (e_y)^2} \quad (4.17)$$

Para formas distintas a la circular, es necesario considerar los efectos de la interacción tridimensional. Siempre que sea posible, conviene diseñar las columnas sometidas a flexión biaxial con sección circular. Si es necesario usar columnas cuadradas o rectangulares, el refuerzo debe colocarse en forma uniforme en todo el perímetro

Logicamente, se puede pensar que sería posible determinar P_n para una columna cargada biaxialmente mediante las ecuaciones de la estática. Tal procedimiento conduce a la respuesta correcta, pero las operaciones matemáticas no son sencillas debido a la forma del lado comprimido de la columna, por lo que el método no resulta práctico. No obstante, con respecto a la Figura 4.16,

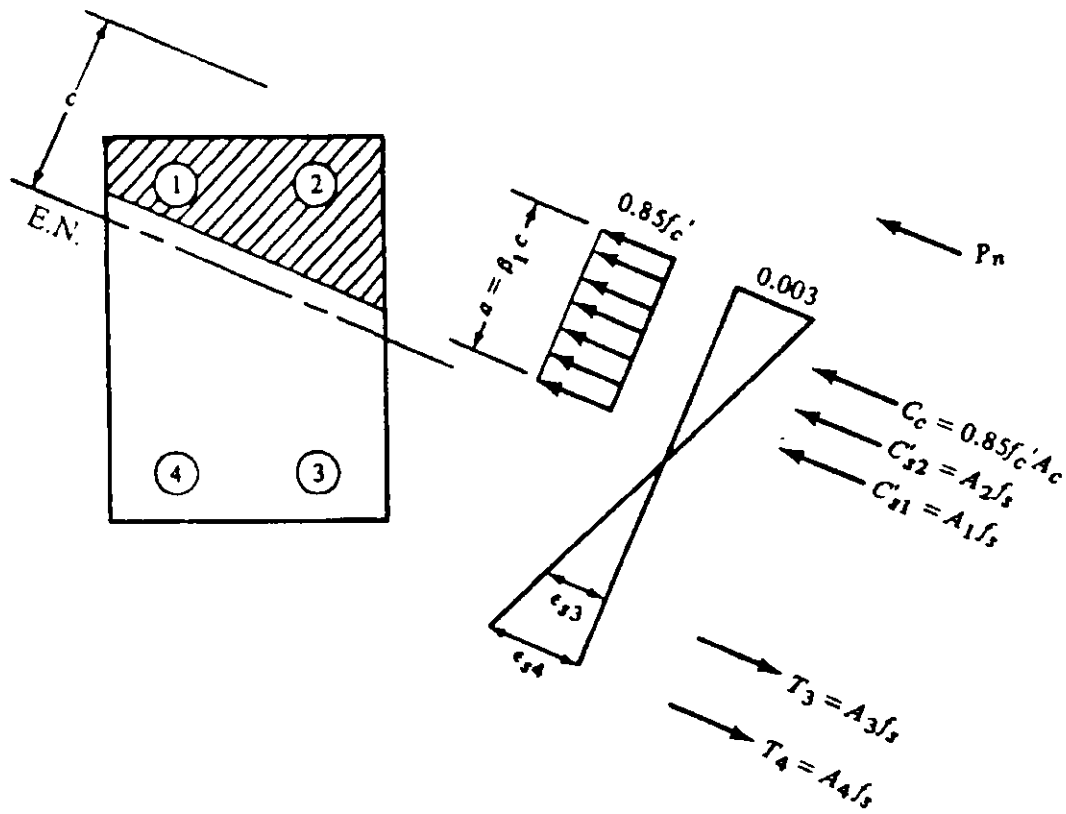


Figura 4.16. Una solución para flexión biaxial.

Se escoge una posición supuesta para el eje neutro y se dibujan los triángulos apropiados de deformaciones unitarias, como se muestra en la Figura 4.16. Se escriben las ecuaciones usuales con $C_c = 0.85 f'_c$ veces el área rayada A_c y con las fuerzas en cada barra iguales al área de sus secciones transversales, multiplicadas por sus esfuerzos respectivos. La solución de la ecuación da la carga que establecería la posición del eje neutro; sin embargo, el proyectista usualmente comienza el diseño con ciertas cargas y excentricidades supuestas y no conoce la posición del eje neutro; además, el eje neutro probablemente no es perpendicular a la resultante

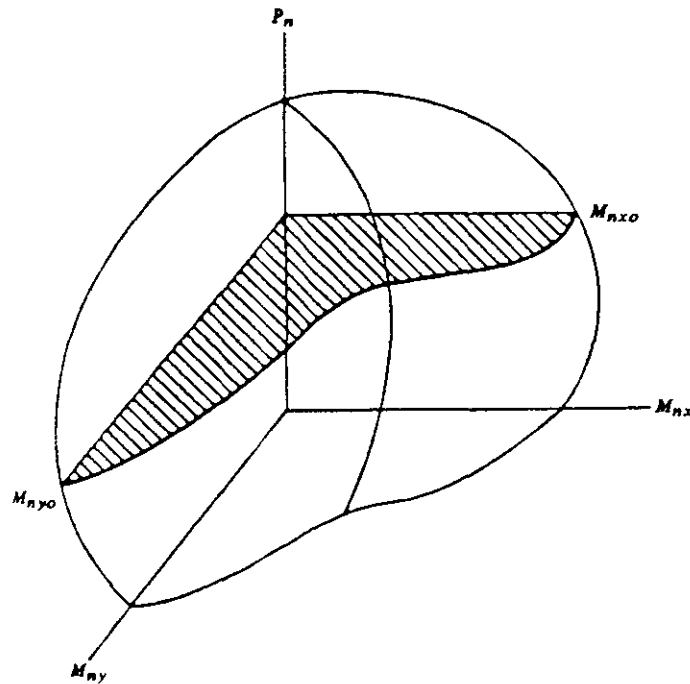


Figura 4.17 Curvas tridimensionales de interacción

Para formas de columnas que sean diferentes a la circular, es conveniente considerar curvas tridimensionales de interacción como la de la Figura 4.17. En esta Figura, la curva marcada M_x representa la curva de interacción para el caso en que la flexión ocurra sólo respecto al eje x y la marcada M_{y0} es la curva de interacción para el caso en que la flexión ocurra sólo respecto al eje y .

En la Figura 4.17, para una P_n constante, el plano sombreado representa el contorno de M_n para la flexión respecto a cualquier eje

Actualmente, el análisis de las columnas sometidas a flexión biaxial se hace principalmente con computadora. Uno de los métodos aproximados que es útil en el análisis, es aquel que implica el uso de la ecuación de interacción recíproca desarrollada por el profesor Boris Bresler de la Universidad de California en Berkeley. Esta ecuación, es la siguiente.

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_u} + \frac{1}{P_m} - \frac{1}{P_o} \tag{4.18}$$

en ella

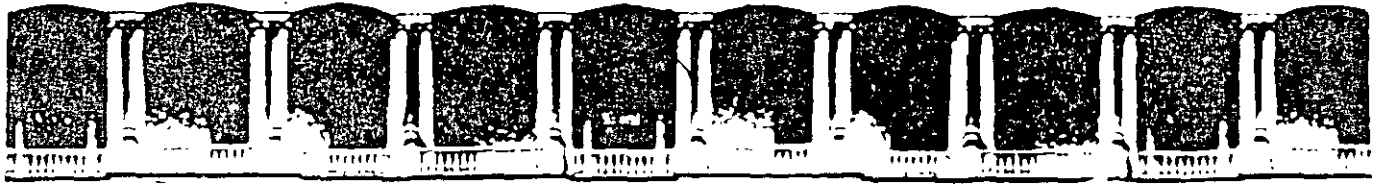
P_m = capacidad nominal de la sección por carga axial cuando la carga se coloca con una excentricidad dada a lo largo de ambos ejes

P_{nx} = capacidad nominal de la sección por carga axial cuando la carga se coloca con una excentricidad e_x

P_{ny} = capacidad nominal de la sección por carga axial cuando la carga se coloca con una excentricidad e_y

P_o = capacidad nominal de la sección por carga axial cuando la carga se coloca con excentricidad cero
Se toma usualmente igual a $0.85 f'_c A_g + f_y A_s$

La ecuación de Bresler funciona bastante bien mientras que P_n es por lo menos tan grande como $0.10 P_o$. Si P_n es menor que $0.10 P_o$, es válido despreciar la fuerza axial por completo y diseñar la sección como un miembro sometido sólo a flexión biaxial. Este procedimiento es algo conservador. Para esta parte inferior de la curva de interacción, debe recordarse que una carga axial pequeña incrementa la capacidad por momento de la sección. La ecuación de Bresler no se aplica a cargas axiales de tensión. El profesor Bresler encontró que las cargas últimas que se predicen mediante su ecuación para las condiciones descritas, no varían respecto a los resultados de las pruebas en más de un 10%.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

DISEÑO POR FUERZA CORTANTE Y MOMENTO FLEXIONANTE

OBJETIVOS

Presentar los aspectos generales del diseño por fuerza cortante así como el procedimiento de diseño de acuerdo al ACI.

Mostrar, mediante ejemplos típicos, el diseño de vigas y columnas de concreto reforzado de acuerdo al ACI utilizando el programa STAAD/PRO.

CAPÍTULO 5

Diseño por fuerza cortante y momento flexionante

5.1 Introducción

La naturaleza relativamente repentina de una falla "por cortante" comparada con una falla dúctil por flexión, determina la conveniencia de diseñar los elementos de manera que su resistencia al cortante sea igual o mayor que su resistencia a la flexión. Para asegurar una falla dúctil por flexión, el Reglamento limita la cantidad máxima de refuerzo longitudinal y requiere, excepto para ciertos tipos de construcción, una cantidad mínima de refuerzo por cortante en todos los elementos en flexión, si la resistencia a cortante requerida excede el 50% de la resistencia de diseño al cortante proporcionada por el concreto ($1/2 \phi V_c$).

La determinación de la cantidad de refuerzo por cortante se basa en una forma modificada de la analogía de la armadura, la cual establece que el refuerzo por cortante resiste la totalidad del cortante transversal. Numerosas investigaciones indican que se puede suponer que la resistencia al cortante proporcionada por el concreto V_c es igual al cortante que produce agrietamiento inclinado; por consiguiente, es posible diseñar el refuerzo por cortante en forma tal que soporte únicamente el exceso de cortante.

5.2 Resistencia al cortante

Las disposiciones de diseño para cortante, se presentan en términos de fuerzas cortantes (en lugar de esfuerzos) para que sean compatibles con las otras condiciones de diseño para el método de diseño por resistencia que se expresa en términos de cargas, momentos y fuerzas.

Consecuentemente, el cortante se expresa en términos de la fuerza cortante factorizada, V_u , empleando los requisitos básicos de resistencia al cortante:

Resistencia al cortante de diseño \geq resistencia al cortante requerida

$$\phi V_n \geq V_u \quad (5.1)$$

donde

$$V_n = V_c + V_s \quad (5.2)$$

sustituyendo para V_n

$$V_u \leq \phi V_c + \phi V_s \quad (5.3)$$

Donde la resistencia de diseño al cortante ϕV_n es la suma de la resistencia al cortante proporcionado por el concreto ϕV_c más la resistencia al cortante proporcionada por el refuerzo de cortante ϕV_s .

La resistencia al cortante en cualquier sección se calcula empleando las ecuaciones 5.1 y 5.2, de donde se obtiene la fuerza cortante factorizada, V_u , mediante la aplicación de los factores de carga y resistencia respectivas.

La resistencia al cortante de una sección se incrementa cuando alguna reacción produce compresión en la región extrema de un elemento. En este caso, las recomendaciones del reglamento permiten diseñar secciones entre el apoyo y una distancia, d , del paño del apoyo, para la misma fuerza cortante, V_u como la calculada a una distancia, d . Las condiciones de apoyo típicas en las cuales se puede utilizar la fuerza cortante factorizada, V_u , a una distancia, d , del apoyo, incluyen: elementos apoyados en la parte inferior del elemento, como se muestra en la Figura 5.1(a) y elementos que se unen monolíticamente con otro elemento, como se ilustra en la Figura 5.1(b) y 5.1(c).

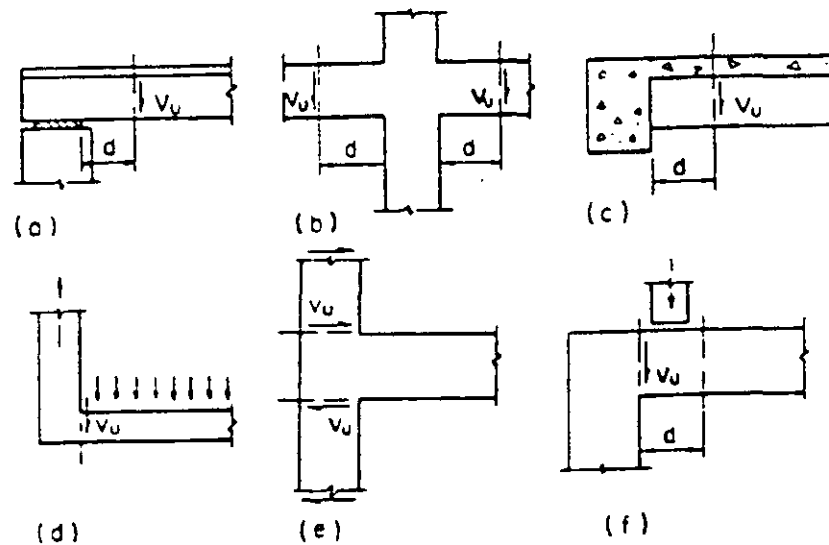


Figura 5.1 Condiciones típicas de apoyo para la localización de la fuerza cortante factorizada V_u .

Para el caso de elementos que se unen a un elemento de apoyo sujeto a tensión, como se muestra en la Figura 5.1(d) La sección crítica por cortante debe tomarse en el paño del apoyo, y debe también investigarse el cortante en la unión. Asimismo, la Sección 11.1.3.1 del reglamento no es aplicable para cortante en columnas, como se muestra en la Figura 5.1(c). Aunque el cortante generalmente sería el mismo a todo lo largo de la columna, el momento M_u , en el paño del apoyo debe ser usado si la resistencia proporcionada por el concreto, V_c , es calculada con las ecuaciones 11.6 y 11.7.

En aquellos casos en los que no ocurre un cambio brusco en el cortante entre el paño del apoyo y la distancia, d . Un ejemplo de esta condición se ilustra en la Figura 5.1(f) donde una carga concentrada está ubicada cerca del apoyo. El cortante entre el apoyo y la distancia, d , difiere radicalmente del de la distancia, d para este caso, el cortante máximo, V_u , debe tomarse en el paño del apoyo

5.3 El límite de $\sqrt{f_c}$

El Capítulo 11 del Reglamento contiene ecuaciones para calcular las resistencias a cortante y torsión proporcionadas por el concreto estas ecuaciones son una función de $\sqrt{f'_c}$ y han sido verificadas experimentalmente para elementos con resistencia a la compresión de 210 kg/cm² a 560 kg/cm². En ausencia de datos de prueba para elementos con $f'_c > 700$ kg/cm² los valores de $\sqrt{f'_c}$ en la edición de 2002 del Reglamento, están limitados a 7.0 kg/cm², excepto lo que se hace notar en la Sección respectiva del reglamento.

El reglamento no prohíbe la utilización de concreto con $f'_c > 700$ kg/cm². Simplemente llama la atención del ingeniero para que no cuente con resistencias que excedan 700 kg/cm² al calcular las resistencias a cortante y torsión proporcionadas por el concreto (V_c y T_c).

5.4 Resistencia a cortante proporcionado por el concreto para elementos no presforzados

Al calcular la resistencia al cortante proporcionada por el concreto en elementos sometidos únicamente a cortante y flexión, los diseñadores tienen la opción de aplicar ya sea la forma simplificada $V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$, o la expresión más elaborada que da la ecuación 11.5 del reglamento. Al calcular V_c a partir de la ecuación 11.5 del reglamento será necesario advertir que V_u y M_u son los valores que se presentan simultáneamente en la sección considerada. Se permite un valor máximo de 1.0 para la relación $V_u d / M_u$ para elementos no sometidos a compresión axial, a fin de limitar V_c cerca de los puntos de inflexión (en estos puntos M_u es igual a cero o es muy pequeño).

En la Sección 11.3.1 del reglamento, se presentan expresiones simplificadas de V_c para elementos sujetos a cortante y flexión con compresión axial, tensión axial o torsión, con expresiones opcionales para V_c más elaboradas, disponibles en la Sección 11.3.2 del reglamento.

La Figura 5.2 muestra la variación de la resistencia a cortante proporcionada por el concreto, V_c , con la relación dada por $V_u d / M_u$ para dos valores de la resistencia del concreto y de la relación de refuerzo $\rho_w = 0.5, 1$ y 2%.

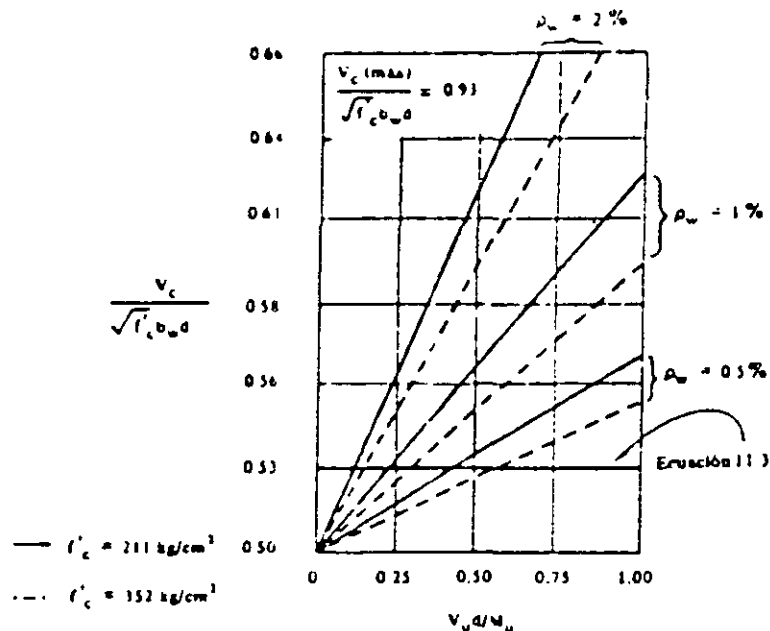


Figura 5.2 Variación de $\sqrt{f'_c} b_w d$ con f'_c y ρ_w y la relación $V_u d / M_u$ según la ecuación 11.5 del reglamento

La Figura 5.3 muestra los límites aproximados de los valores de V_c para secciones sometidas a compresión axial, obtenidos a partir de las ecuaciones 11.6 y 11.7 del reglamento. Los valores corresponden a una viga de 15 x 30cm., con un peralte efectivo de 27.4 cm. También se indican 1 curvas correspondientes a las expresiones alternas para V_c dadas por las ecuaciones 11.4 y 11.8 del reglamento, así como las correspondientes a las ecuaciones 11.9 del reglamento para miembros sometidos a tensión axial.

La Figura 5.4 muestra la variación de V_c con N_u/A_g y f'_c para secciones sujetas a compresión axial, de acuerdo con la ecuación 11.8 del reglamento. Para el rango de valores de N_u/A_g mostrados, V_c varía de 49% a 57%, aproximadamente del valor de V_c , definido por la ecuación 11.8 del reglamento.

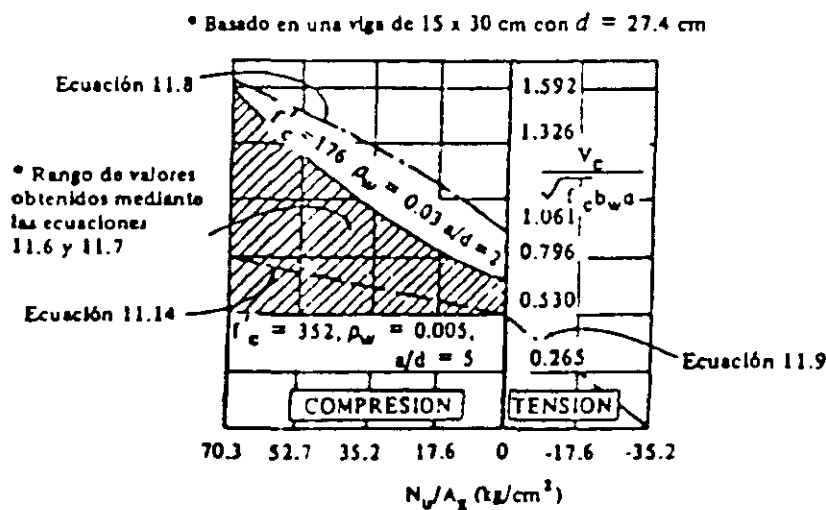


Figura 5.3. Comparación de las ecuaciones de diseño por cortante y carga axial.

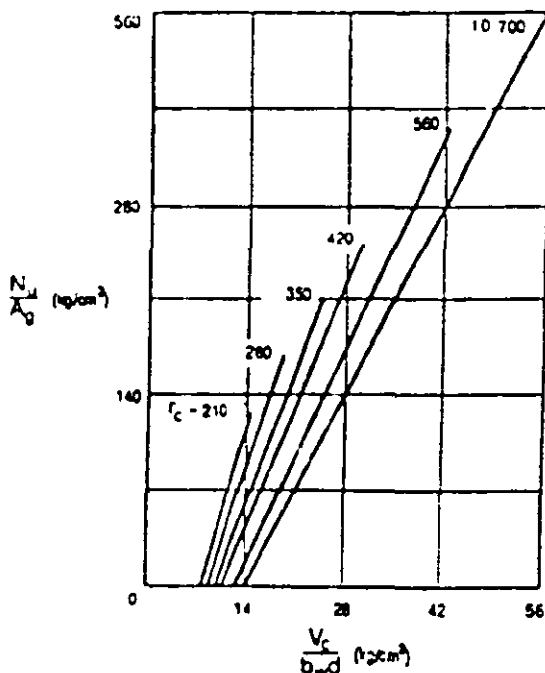


Figura 5.4. Variación de $V_c/b_w d$ con f'_c y la relación N_u/A_g , ecuación 11.4 del ACI-02.

La Figura 5.5 muestra las variaciones de V_c con la relación $C_t T_u / V_u$ para secciones sometidas a un momento torsionante factorizado, T_u , mayor que $0.13 \sqrt{f_c'} \Sigma x^2 y$, ecuación 11.5 del ACI-02

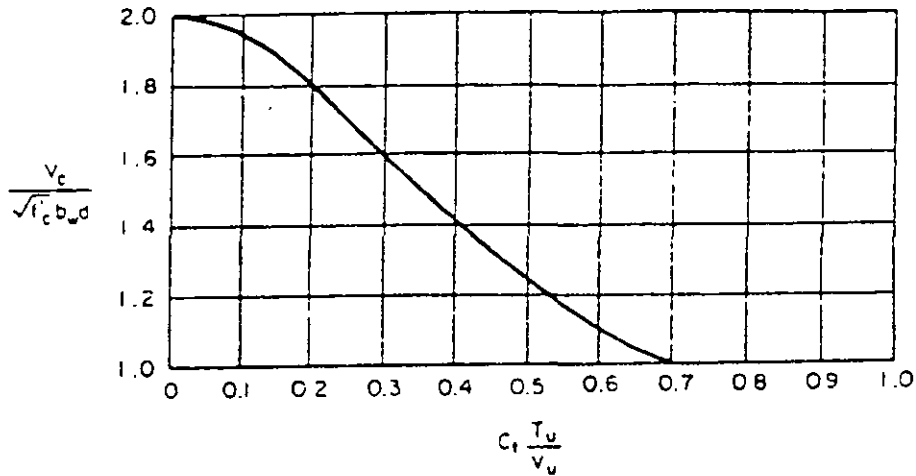


Figura 5.5. Variación de $V_c / \sqrt{f_c'} b_w d$ con la relación $C_t T_u / V_u$

5.5 Resistencia al cortante proporcionada por el refuerzo por cortante

5.5.1 Tipos de refuerzo al cortante

En la Figura 5.6 se ilustran diversos tipos de distribución del refuerzo por cortante, de acuerdo con las Secciones respectivas del reglamento. (Notese que sólo se permiten estribos verticales y malla de alambre con los alambres localizados perpendicularmente al eje del elemento para los elementos presforzados) Los estribos verticales son el tipo más común de refuerzo al cortante. Los estribos inclinados y las varillas dobladas longitudinalmente son raramente utilizados, ya que requieren un cuidado especial en la colocación en campo para colocarlos en sus posiciones apropiadas

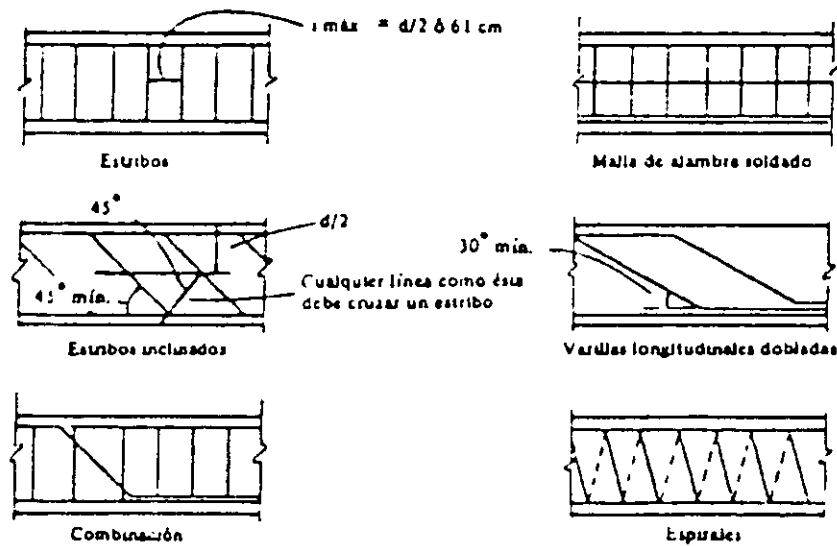


Figura 5.6. Tipos y arreglos del refuerzo por cortante permitidos por el ACI-02.

5.5.2 Detalles de anclaje para refuerzo al cortante

Para que el refuerzo al cortante sea totalmente efectivo debe extenderse tan cerca del peralte completo del elemento como lo permitan los requisitos de recubrimiento y la proximidad de otros refuerzos, y debe estar anclado en ambos extremos para desarrollar la resistencia a fluencia de diseño del refuerzo al cortante. Se supone que los detalles de anclaje prescritos en la sección respectiva del reglamento satisfacen este requisito de desarrollo. Desde la edición 1989 del Reglamento, los detalles de anclaje de estribos en U se han simplificado significativamente.

5.5.3 Límites de espaciamiento para el refuerzo al cortante

El espaciamiento de los estribos verticales y el espaciamiento de los alambres de la tela de alambre usada como refuerzo al cortante no deben exceder un medio del peralte efectivo del elemento ($d/2$) ni 60 cm. Cuando la cantidad $(V_u - \phi V_c)$ exceda $1\sqrt{f'_c} b_w d$ el espaciamiento máximo debe reducirse en un medio ($d/4$) y ni a 30 cm. Obsérvese también que el valor de $(V_u - \phi V_c)$ no debe exceder $\phi 8\sqrt{f'_c} b_w d$. Para resistencia al cortante requerida por encima de este valor debe proporcionarse una sección más grande de la viga o, posiblemente debe incrementarse la resistencia del concreto para incrementar la resistencia al cortante proporcionada por el mismo.

5.5.4 Refuerzo mínimo por cortante

Cuando la fuerza factorizada del cortante V_u excede un medio de la resistencia a cortante proporcionada por el concreto ($V_u > \phi V_c/2$) deben proporcionarse elementos de concreto sujetos flexión con una cantidad mínima de refuerzo por cortante, excepto para losas y zapatas, nervaduras y vigas anchas de poco peralte. Para esta condición, el refuerzo mínimo por cortante requerido para elementos no presforzados es

$$A_v = 0.20 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_y} \quad (5.4)$$

Pero no menor de

$$\frac{0.3 b_w s}{f_y} \quad (5.5)$$

Nótese que el espaciamiento del refuerzo mínimo al cortante no debe exceder $d/2$ o 60 cm.

5.5.5 Diseño de refuerzo por cortante

Cuando la fuerza por cortante factorizada V_u exceda la resistencia al cortante proporcionada por el concreto, ϕV_c , debe proporcionarse refuerzo para soportar el exceso de cortante. Las ecuaciones del Reglamento expresan el área del refuerzo al cortante, A_v , en términos de resistencia al cortante V_u proporcionada por el refuerzo para la aplicación directa en las ecuaciones 11.1 y 11.2 del reglamento en vez de presentarse directamente como A_v . A fin de asegurar la aplicación directa del factor ϕ

reducción al cortante, ϕ las ecuaciones para calcular directamente el refuerzo al cortante requerido, A_v , se desarrollan como sigue

o

Cuando se utiliza refuerzo al cortante perpendicular al eje del elemento (estribos verticales), el área requerida del refuerzo al cortante, A_v , espaciado a una distancia "s" se calcula por medio de

$$V_u < \phi V_n \quad (5.6)$$

pero

$$V_n = V_c - V_s \quad (5.7)$$

y

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s}$$

Sustituyendo V_s en la ecuación 5.7 y V_n en la ecuación 5.6:

$$V_u \leq \phi V_c + \phi A_v f_y d/s \quad (5.8)$$

Resolviendo para A_v

$$A_v = \frac{(V_u - \phi V_c) s}{\phi f_y d} \quad (5.9)$$

Similarmente, cuando se utilizan estribos inclinados como refuerzo a cortante

$$V_s = \frac{A_v f_y (\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha) d}{s} \quad (5.10)$$

donde α es el ángulo entre el estribo inclinado y el eje longitudinal del elemento Véase la Figura 5.6.

Cuando el refuerzo al cortante consiste de una sola varilla o de un grupo de varillas paralelas, todas dobladas hacia arriba a la misma distancia del apoyo

$$V_s = A_v f_y \text{sen} \alpha \quad (5.11)$$

Pero no menor o igual a

$$0.8 \bar{f}_c b_v d$$

Donde α es el ángulo entre la porción doblada hacia arriba y el eje longitudinal del elemento, no menor de 30° grados Véase la Figura 5.6. Notese que la cantidad $(V_u - \phi V_c)$ no debe exceder $2.1 \sqrt{f_c} b_w d$.

5.6 Procedimiento de diseño para refuerzo a cortante

En resumen, el diseño de una viga por cortante incluye los siguientes pasos:

1. Determinar las fuerzas cortantes factorizadas, V_u , en las secciones críticas a lo largo del elemento empezando en los apoyos y, o a una distancia "d" desde los apoyos según la Figura 5.1
2. Determinar la resistencia al cortante proporcionada por el concreto, ϕV_c , utilizando la forma simplificada
3. Si $(V_u - \phi V_c)$ es mayor que $\phi 8\sqrt{f'_c} b_w d$, aumentar el tamaño de la sección; determinar también la distancia desde el apoyo en donde no se requieren estribos ($V_u \leq \phi V_c/2$).
4. Proporcionar estribos para soportar el exceso de cortante ($V_u - \phi V_c$). Para estribos verticales; $A_v = (V_u - \phi V_c) s / \phi f_y d$ pero no menor que $3.5 b_w s / f_y$ donde "s" no puede exceder $d/2$ o 60 cm.

Con tamaños prácticos de varilla para refuerzo por cortante limitados a #3, #4 y #5, será más ventajoso seleccionar un tamaño de varilla, generalmente estribos en U, #3 o #4, y determinar el espaciamiento de los estribos requeridos directamente. Para estribos verticales: $s = \phi A_v f_y d / (V_u - \phi V_c)$ pero no menor que $(A_v f_y) / (3.5 b_w)$ ni $d/2$ o 60 cm.

En general sólo será necesario considerar algunas secciones críticas a lo largo del elemento. La separación requerida del refuerzo por cortante en los puntos intermedios generalmente es evidente a partir de los valores calculados en las secciones críticas.

La solución más económica al colocar estribos generalmente está limitada a tres espaciamientos: primero, un estribo localizado a 5 centímetros desde la cara del apoyo como una distancia mínima, un espaciamiento intermedio y finalmente un espaciamiento máximo usualmente $d/2$.

Los requisitos de resistencia al cortante se ilustran en la Figura 5.7.

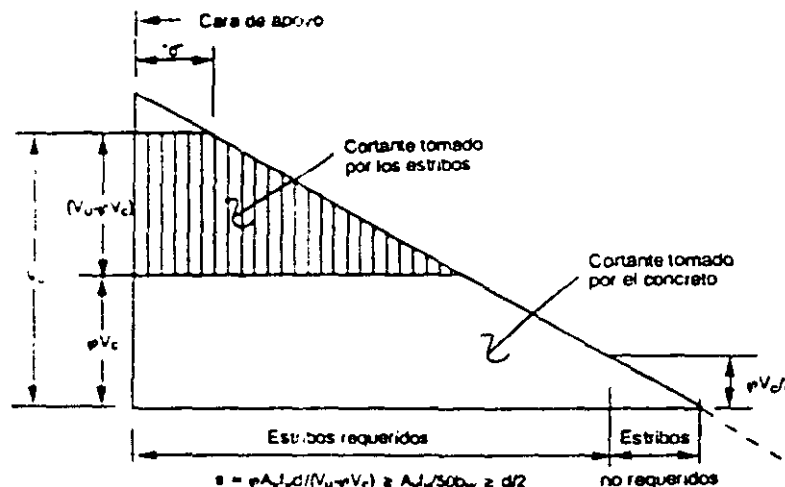


Figura 5.7. Requisitos de resistencia a cortante ilustrados.

A la expresión para la resistencia al cortante proporcionada por el refuerzo por cortante, ϕV_s , se le puede asignar valores específicos de fuerza para un tamaño dado de estribos y de resistencia de refuerzo. La selección y espaciamiento de los estribos puede simplificarse si el espaciamiento se expresa como una función del peralte efectivo "d" en vez de valores numéricos. Los límites prácticos del espaciamiento de estribos generalmente varían de $s = d/2$ hasta $s = d/4$, ya que los espaciamientos menores que $d/4$ no son económicos con un espaciamiento intermedio en $d/3$, puede derivarse un valor específico de ϕV_s para cada tamaño de estribo y de espaciamiento como sigue

Para estribos verticales

$$\phi V_s = \phi A_s f_y d/s \quad (5.12)$$

Sustituyendo d/n para s , donde $n = 2, 3$ y 4

$$\phi V_s = \phi A_s f_y n \quad (5.13)$$

Por lo tanto, para estribos en U del #3 @ $s = d/2$, $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$ y $\phi = 0.85$

$$\phi V_s = 0.85 (2 \times 0.71) (9.2 \times 2) = 10.14 \text{ ton. (consideremos 10 ton.)}$$

Los valores de ϕV_s dados en la Tabla 5.1 pueden usarse para seleccionar el refuerzo por cortante. Nótese que los valores de ϕV_s son independientes del tamaño del elemento y de la resistencia del concreto. La selección y espaciamiento de los estribos usando los valores de diseño para $\phi V_s = (V_u - \phi V_c)$, puede resolverse fácilmente por medio de cálculos numéricos gráficamente.

Tabla 5.1 Resistencia al cortante ϕV_s

SEPARACIÓN	RESISTENCIA A CORTANTE ϕV_s Tons					
	Estritos # 3 "U"		Estritos # 4 "U"		Estritos # 5 "U"	
	Grado 28	Grado 42	Grado 28	Grado 92	Grado 28	Grado 42
$d/2$	6.80	10.10	12.30	18.20	15.00	28.60
$d/3$	10.00	15.00	18.20	27.70	28.60	43.10
$d/4$	13.60	20.40	24.60	36.80	38.14	57.20

* Estribos con dos ramas (valores dobles para 4 ramas etc.).

CAPÍTULO 6

Requisitos complementarios de diseño

6.1. Desarrollo y traslape del acero de refuerzo

6.1.1. Introducción

El concepto de longitud de desarrollo para el anclaje del refuerzo, ya sea mediante varillas o alambres corrugados, está basado en el promedio de esfuerzo de adherencia logrado sobre la longitud de empotramiento del refuerzo. Al aplicarse el concepto de longitud de desarrollo se requiere de las longitudes o extensiones mínimas especificadas del refuerzo, más allá de todos los puntos de esfuerzo máximo en el refuerzo. Dichos esfuerzos máximos generalmente ocurren en elementos sujetos a flexión en los puntos de máximo esfuerzo y donde el refuerzo adyacente termine o se corte.

El factor de reducción de resistencia ϕ , no se emplea porque las longitudes de desarrollo especificadas ya incluyen una tolerancia para baja resistencia.

6.1.2. Longitud de desarrollo del refuerzo

La longitud de desarrollo o el anclaje del refuerzo son necesarios en ambos lados de un punto de esfuerzo máximo en cada sección del elemento de concreto reforzado. Por ejemplo, en elementos continuos, comúnmente el refuerzo se prolonga una distancia considerable en un lado del punto de esfuerzo crítico, de tal manera que casi siempre es necesario hacer cálculos detallados sólo para el extremo donde termina el refuerzo.

6.2. Longitud de desarrollo de varillas y alambres corrugados sujetos a tensión

6.2.1. Longitud de desarrollo

El desarrollo del refuerzo en tensión implica el cálculo de una longitud básica de desarrollo l_{db} como función del tamaño de varilla, resistencia de fluencia y resistencia a compresión del concreto, modificado por factores que reflejan la influencia del espaciamiento, recubrimiento, refuerzo confinante transversal, efecto de varilla de lecho superior, tipo de agregado, protección epóxica del refuerzo, así como relación de armado requerido a armado proporcionado del refuerzo a desarrollarse. Los factores aplicables de modificación se resumen en la tabla 6.1.

Tabla 6.1 Factores de modificación para longitud de desarrollo en tensión

Concepto	Parámetros	Factor
1	Espaciamiento, recubrimiento y refuerzo transversal	1.0, 2.0 o 1.4
2	Espaciamiento	0.80
3	Refuerzo Transversal	0.75
4	Efecto de varillas de lecho superior*	1.30
5	Concretos con agregados ligeros	$6.70 \sqrt{f'_c}$
6	Varillas con protección epóxica*	1.5 o 1.2
7	Exceso de refuerzo	$A_s \text{ req}/A_s \text{ prop}$

*El producto de los conceptos 4 (varilla lecho superior) y 6 (varillas con protección epóxica) no necesita exceder de 1.70

Se requiere, además, que la longitud de desarrollo l_d (incluyendo los factores de modificación aplicables) no sea menor de 30 cm. El producto de l_{db} por los factores de modificación para espaciamiento y recubrimiento, así como para refuerzo transversal (conceptos 1, 2 y 3 de la tabla 6.1), no debe ser menor que una longitud de desarrollo mínima.

6.2.2. Longitud básica de desarrollo

Se proporcionan los requisitos para longitudes de desarrollo básicas en tensión, l_{db} , de varillas y de alambre corrugado

Para varillas del # 3 al # 11, y alambre corrugado $l_{db} = 0.060 A_b f_y / \sqrt{f'_c}$

Para varillas del # 14 $l_{db} = 0.80 f_y / \sqrt{f'_c}$

Para varillas del # 18 $l_{db} = 1.20 f_y / \sqrt{f'_c}$

Donde $\sqrt{f'_c}$ es menor o igual a $\sqrt{70}$ Kg/cm²

Las longitudes de desarrollo básicas, l_{db} , para varillas grado 42 en tensión están tabuladas en la tabla 6.2. Los valores tabulados son para varillas empotradas en concreto de peso normal con resistencia a la compresión que fluctúa entre 210 y 700 Kg/cm²

Tabla 6.2 Longitud básica de desarrollo en tensión l_{db} (cm.) para varillas grado 42*

Tamaño de varilla	f_c (Concreto de peso normal) Kg/cm ²					
	210	250	350	420	560	700
#3	12.0	10.7	10.0	8.0	8.0	7.0
#4	23.0	19.6	17.0	15.0	14.0	13.0
#5	35.0	30.0	27.0	24.0	21.0	19.0
#6	49.0	42.5	38.0	35.0	30.0	27.0
#7	67.0	58.0	52.0	47.0	41.0	37.0
#8	88.0	76.0	67.0	62.0	59.0	48.0
#9	111.0	96.0	86.0	79.0	68.0	61.0
#10	141.0	122.5	110.0	100.0	87.0	78.0
#11	174.0	150.0	134.0	123.0	107.0	95.0
#14	232.0	205.0	183.0	167.0	195.0	130.0
#18	348.0	301.0	270.0	296.0	215.0	191.0

*La longitud de desarrollo (incluyendo factores de modificación) no debe ser menor de 30 cm

Después de establecer las longitudes de desarrollo básicas en tensión, debe considerarse el factor o factores de modificación aplicables. Los factores de modificación son multiplicadores para las longitudes de desarrollo básicas y consideran diversas condiciones, como se indica a continuación:

6.2.3. Factores de modificación para separación y recubrimiento de varillas, así como para refuerzo transversal

Para tomar en cuenta la separación entre varillas, el recubrimiento y el refuerzo transversal, el ACI proporciona los factores de modificación apropiados a cada caso: también queda establecida una longitud de desarrollo mínima, para el producto de l_{db} y los factores correspondientes a separación, recubrimiento y refuerzo transversal.

6.2.3.1. Factor de modificación = 1.0

Se permite este valor si las varillas a desarrollar satisfacen cualquiera de las siguientes 4 condiciones.

- a) Las varillas están en vigas o columnas, satisfaciendo los 3 requisitos siguientes; (ilustrados en la figura 6.1).
- 1 Las varillas a desarrollar poseen un recubrimiento igual o mayor al mínimo especificado para concreto colado en el lugar.
 - 2 Las varillas son confinadas por medio de refuerzo transversal, el cual satisface los requisitos mínimos de estribos para columnas o los requisitos mínimos para refuerzo por cortante en vigas a lo largo de la longitud de desarrollo.
 - 3 Las varillas están separadas 3 veces el diámetro de la varilla a desarrollar $3 d_b$; esta distancia es libre

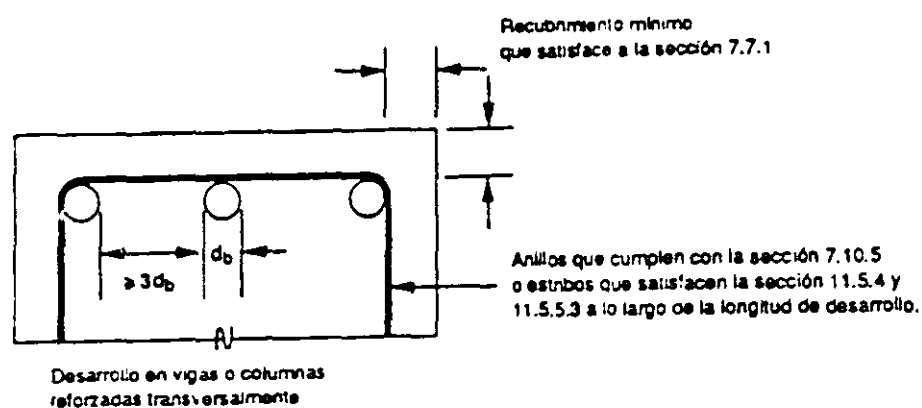


Figura 6.1. Factor de modificación = 1.0 (a).

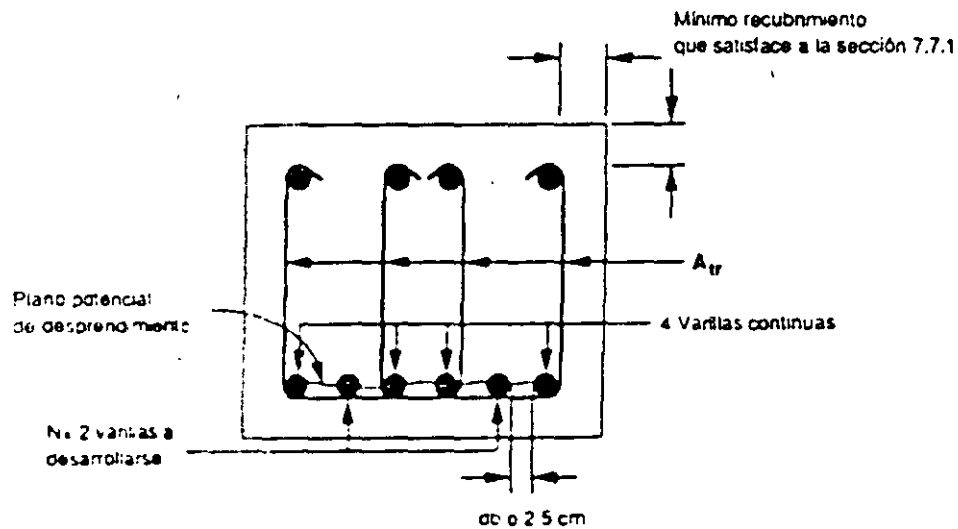
- b) Las varillas están en vigas o columnas que satisfacen a ambas de las condiciones siguientes ilustradas en la figura 6.2

1. Las varillas a desarrollar poseen un recubrimiento igual o mayor al mínimo recubrimiento especificado para concreto colado en el lugar y
2. Las varillas son confinadas a lo largo de la longitud de desarrollo con refuerzo transversal que satisface a la siguiente ecuación:

$$A_{tr} \geq \frac{d_b s N}{40} \tag{6.1}$$

donde

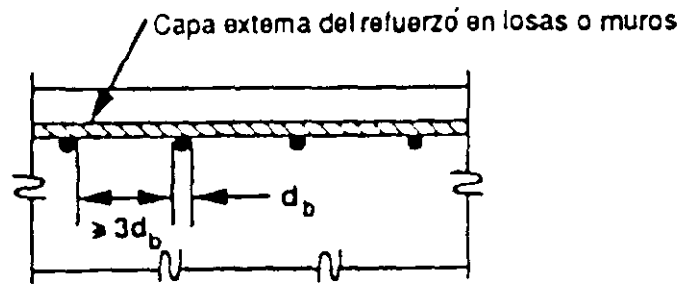
- A_{tr} = La sección transversal (cm²) total de estribos dentro del espaciamiento S (cm.) y perpendicular al plano de las varillas desarrolladas o traslapadas
- N = Número de varillas en la capa siendo desarrolladas o traslapadas.
- d_b = Diámetro nominal (cm) de la mayor varilla a desarrollar en la capa.



Refuerzo para confinar varillas poco espaciadas

Figura 6.2 Factor de modificación = 1.0 (b).

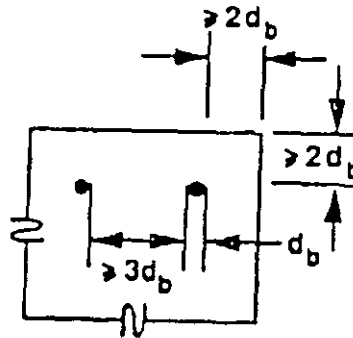
- c) Las varillas están en el refuerzo interno (capa interna) de la losa o muro y poseen separaciones libres mayores o iguales a $3d_b$ como se ilustra en la figura 6.3.



Capa interna del refuerzo en losas o muros

Figura 6.3 Factor de modificación = 1.0 (c).

- d) Las varillas tienen un recubrimiento mayor o igual a $2 d_b$ y una separación libre mayor o igual a $3 d_b$, como se ilustra en la figura 6.4



Recubrimiento mayor que o igual a $2 d_b$

Figura 6.4. Factor de modificación = 1.0 (d).

Para los recubrimientos mínimos especificados para concreto precolado la cantidad de refuerzo para confinamiento requerido para satisfacer a la condición b, se muestra en la tabla 6.3.

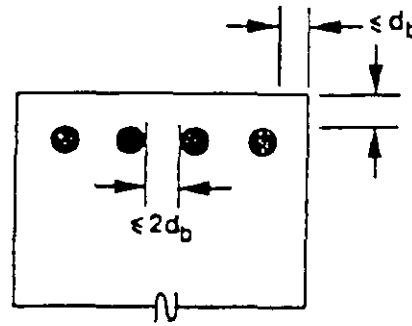
Tabla 6.3. Refuerzo transversal $A_{tr}/s = N d_b/40$

Tamaño de varilla	Número de varillas siendo desarrolladas					
	N = 2		N = 3		N = 4	
	A_{tr}/s (cm ² /cm)	Estribos o anillos	A_{tr}/s (cm ² /cm)	Estribos o anillos	A_{tr}/s (cm ² /cm)	Estribos o anillos
#5.	.0794	#4 @33	.1151	#4 @22	.1588	#4 @16
#6.	.0941	#4 @27	.1411	#4 @18	.1954	#4 @13
#7.	.1104	#4 @23	.1693	#4 @15	.2222	#4 @12
#8.	.1270	#4 @20	.1954	#4 @13	.2975	#5 @16
#9.	.1411	#4 @18	.2200	#5 @18	.2829	#5 @14
#10.	.1693	#4 @15	.2925	#5 @16	.3096	#5 @13
#11.	.1819	#4 @14	.2651	#5 @15	.3300	#5 @12

Nota: Debe recordarse que en las varillas mayores que el # 9 entre 8 representa la dimensión de una sección cuadrada.

6.2.3.2 Factor de modificación = 2.0

Cuando la separación libre entre varillas a desarrollarse y el recubrimiento sean o se encuentren cercanos a los mínimos especificados, puede presentarse el fenómeno de ruptura del concreto, reduciéndose la capacidad de transferencia de fuerzas de la varilla al concreto. En tal situación deberá proporcionarse una mayor longitud de anclaje a las varillas para poder desarrollar la resistencia de fluencia del acero. Para varillas con separación libre de $2d_b$ o menor y con recubrimientos de d_b (un diámetro de barra), la longitud básica de desarrollo l_{db} deberá duplicarse, como lo muestra la figura 6.5.



Recubrimiento pequeño o varillas poco espaciadas.

Figura 6.5. Factor de modificación = 2 según la sección 12.2.3.2

6.2.3.3. Factor de modificación = 1.40

Si las varillas en desarrollo no califican para el factor de 1.0 (recubrimiento adecuado, separación libre y/o refuerzo confinante) o para el factor de 2.0 (pequeños recubrimientos, separación de varillas muy pequeña) discutidos anteriormente, deberá emplearse un factor = 1.40.

Debe notarse que en la frase "las varillas en desarrollo", la separación a utilizar para la o las varillas que están siendo desarrolladas considera la posición dentro del claro donde varillas adyacentes han sido desarrolladas. La separación efectiva entre varillas (para evitar la falla por fractura) puede ser mayor que la separación actual. Si varillas adyacentes se desarrollan todas dentro del mismo punto en el claro, el desarrollo de las varillas estará determinado por la separación libre entre las varillas y la longitud de desarrollo deberá basarse en la separación actual entre varillas. Sin embargo, si una varilla adyacente ya ha sido desarrollada en otro punto dentro del claro, la separación "efectiva" para la varilla siendo desarrollada es mayor que la separación actual a la varilla adyacente. El criterio para la separación efectiva para varillas en desarrollo se ilustra en la figura 6.6. Para el desarrollo de las varillas X, la separación efectiva "s" puede ser utilizada ya que las varillas X se desarrollen en el tramo A-B mientras que las varillas Y se desarrollan aún en el tramo B-C, si ambas varillas "X" y "Y", terminan en el mismo punto dentro del claro, entonces la separación efectiva deberá ser la separación actual entre las varillas.

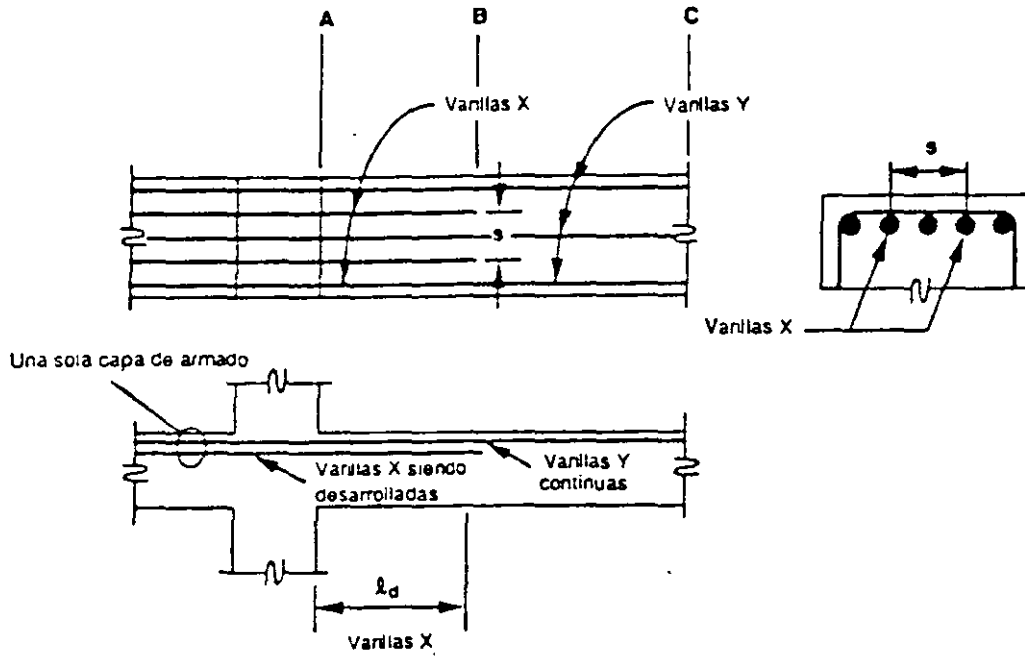
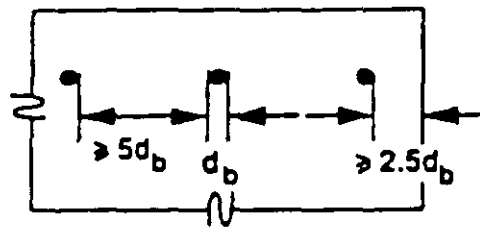


Figura 6.6 Criterio de espaciamiento para varillas que están siendo desarrolladas.

6.2.3.4 Varillas con separación considerable = 0.80

Para varillas del #11 y menores espaciadas considerablemente, para evitar la falla por la fractura del concreto a través del plano de las varillas se permite un factor de modificación de 0.8, adicional a aquellos requeridos por las secciones anteriores. La separación libre entre varillas en desarrollo no debe ser menor de $5d_b$ y el recubrimiento lateral de las varillas de borde en el plano de las varillas no debe ser menor que $2.5d_b$. Esto se ilustra en la figura 6.7



Espaciamiento entre varillas considerable

Figura 6.7. Factor de modificación = 0.8.

6.2.3.5 Zunchos o Estribos poco espaciados = 0.75

Para zunchos y/o estribos poco espaciados se aplica un factor adicional de 0.75.

6.2.3.6 Longitud mínima de desarrollo

Para proporcionar seguridad contra falla por "jalón" en las varillas, una longitud mínima de desarrollo l_d se especifica para el producto de l_{db} y los factores de modificación para separación de varillas, recubrimiento y refuerzo transversal de confinamiento. Aún cuando pueda proporcionarse restricción contra la fractura por medio de espaciamientos y recubrimientos suficientes, las pruebas indican que una falla por tensión de las varillas es aun probable; de aquí que se establece un límite inferior en la longitud de desarrollo. Las longitudes básicas mínimas de desarrollo correspondientes a la ecuación $0.113 d_b f_y / \sqrt{f_c}$ se proporcionan en la tabla 6.4 para varillas grado 42 y resistencias a la compresión en el concreto de 210, 280, 350, 420, 560 y 700 Kg/cm². En ningún caso se permiten longitudes de desarrollo l_d menores a 30 cm.

Tabla 6.4 Mínima longitud básica de desarrollo $l_{db} = 0.113 d_b f_y / \sqrt{f_c}$ (cm.) para varillas grado 42

Tamaño de varilla	f_c (concreto de peso normal) Kg/cm ²					
	210	280	350	420	560	700
# 3	21	18	17	15	13	12
# 4	28	24	22	20	17	15
# 5	35	30	27	25	21	19
# 6	42	36	33	29	26	23
# 7	49	42	38	35	30	27
# 8	56	48	43	39	34	31
# 9	63	54	49	45	39	34
# 10	71	61	55	50	43	39
# 11	79	68	61	55	48	43
# 14	94	82	73	67	58	52
# 18	126	109	97	89	77	69

6.2.4. Factores de modificación para varillas de lecho superior, tipo de agregado y recubrimiento epoxico.

La longitud básica de desarrollo l_{db} , ya modificada también debe factorizarse por los siguientes coeficientes aplicables a varillas de lecho superior, concretos con agregados ligeros, así como para refuerzo protegido con epóxicos

6.2.4.1 Refuerzo de lecho superior 1.30

Este factor refleja la condición en la que el refuerzo de lecho superior pierde adherencia debido al asentamiento del concreto fresco por debajo del mismo, al exceso de agua de mezcla utilizada para proporcionar trabajabilidad, así como al aire atrapado durante la mezcla y colocación del concreto. Estas condiciones reducen considerablemente la adherencia del concreto al refuerzo, l_d debe factorizarse por un valor de 1.30, para considerar el efecto de varilla de lecho superior. Se define a las varillas de lecho superior como el refuerzo horizontal en el cual 30 cm., o más de concreto son colados por debajo de la longitud de desarrollo o traslape.

6.2.4.2. Concreto con agregados ligeros 1.30

El factor de modificación para concretos ligeros se fundamenta en la menor resistencia a la ruptura por tensión de concretos con agregados ligeros. Un factor menor puede ser utilizado cuando se especifica la

resistencia a la ruptura por tensión f_{ct} . El valor de f_{ct} es una función de diseño de las mezclas y de las características de los agregados ligeros.

6.2.4.3 Refuerzo protegido con epóxicos 1.2 ó 1.5

Para considerar la reducción en el anclaje debido a la disminución en la adherencia entre las varillas recubiertas con epóxicos y el concreto, la longitud de desarrollo de varillas recubiertas con epóxicos debe ser incrementada, dependiendo de la separación entre varilla y del recubrimiento, con un factor de 1.2 ó 1.5. Las disposiciones en cuanto a la separación entre varillas y el recubrimiento, para determinar el factor de modificación aplicable para varillas con recubrimiento epóxico son las siguientes.

- a) Separación libre $\geq 6 d_b$ y
 Recubrimiento $\geq 3 d_b \dots l_d = 1.2 l_{db}^*$
- b) Separación libre $< 6 d_b$ ó
 Recubrimiento $< 3 d_b \dots l_d = 1.5 l_{db}^*$

* Además de los otros factores de la sección 12.2.3 del ACI.

*- Para varillas de hecho superior 1.3 (1.5) = 1.95, sin embargo la sección 12.2.4.3 del ACI permite el uso del factor 1.7 para el efecto combinado de refuerzo superior (12.2.4.1.) y recubrimiento epóxico (12.2.4.3)

Para referencia se proporcionan en la tabla 6.5 diversos múltiplos de d_b , los cuales se emplean en las disposiciones referentes a separación de varillas, así como para recubrimientos.

Tabla 4.5 Múltiplos de d_b para verificación de separación y recubrimiento de varilla

Varilla #	d_b	$2d_b$	$2.5d_b$	$3d_b$	$5d_b$	$6d_b$
3	0.953	1.906	2.383	2.859	4.765	5.718
4	1.270	2.540	3.175	3.810	6.350	7.620
5	1.588	3.176	3.970	4.764	7.940	9.528
6	1.905	3.810	4.763	5.715	9.525	11.430
7	2.223	4.446	5.558	6.669	11.115	13.338
8	2.540	5.080	6.350	7.620	12.700	15.240
9	2.858	5.716	7.145	8.574	14.290	17.148
10	3.175	6.350	7.938	9.525	15.875	19.050
11	3.581	7.162	8.953	10.743	17.905	21.486
14	4.300	8.600	—	12.900	—	25.801
18	5.733	11.466	—	17.199	—	34.398

6.2.5 Exceso de refuerzo (As requerido/As proporcionado)

La longitud de desarrollo puede reducirse cuando se proporciona una cantidad de refuerzo mayor a la requerida en miembros sometidos a flexión. El empleo de una longitud de desarrollo reducida implica que la varilla no desarrollará completamente su resistencia a fluencia bajo cargas factorizadas de diseño. Debe considerarse que esta reducción no es aplicable cuando se requiera el desarrollo total de f_y como en los traslapes sometidos a tensión; el desarrollo del refuerzo de momento positivo en los apoyos y para el desarrollo del refuerzo por contracción y temperatura. Tampoco se permite esta reducción en la longitud de desarrollo para estructuras ubicadas en regiones de alto riesgo sísmico.

6.2.6 Resumen

La longitud de desarrollo l_d para varillas corrugadas y alambre corrugado en tensión debe calcularse como el producto de la longitud básica de desarrollo l_{db} y los factores de modificación aplicables, pero sin que l_d sea menor a 30 cm

$$l_d = l_{db} \cdot (\text{factores de modificación aplicable}) \geq 30 \text{ cm.}$$

El siguiente procedimiento paso a paso ilustra la aplicación apropiada de los diversos factores para calcular la longitud de desarrollo l_d

Cálculos

- 1 Determinar la longitud básica de desarrollo l_{db}
- 2 Multiplicar l_{db} por el factor aplicable para separación de varillas, recubrimiento y refuerzo transversal
- 3 Multiplicar por el factor para separación considerable entre varillas, si es aplicable
- 4 Multiplicar por el factor para zunchos y estribos poco espaciados, si es aplicable
- 5 Verificar longitud mínima de desarrollo
- 6 Multiplicar por el factor para refuerzo de lecho superior
- 7 Multiplicar por el factor para concreto ligero
- 8 Multiplicar por el factor para refuerzo con recubrimiento epóxico, después de verificar que el producto de los factores para refuerzo superior y recubrimiento epóxico no exceda de 1.70
- 9 Multiplicar por la relación correspondiente si se utiliza acero de refuerzo en exceso
- 10 Verificar que la longitud mínima de desarrollo sea ≥ 30 cm.

6.3 Longitud de desarrollo de varillas corrugadas sujetas a compresión

Se especifican longitudes de desarrollo mas cortas para las varillas corrugadas sujetas a compresión ya que el efecto de debilitamiento de las grietas a tensión por flexión no ocurre en las varillas a compresión. La longitud de desarrollo básica en compresión es $l_{db} = 0.7d_b f_y/\sqrt{f_c'}$, pero no menor de $0.0043 f_y d_b$ ó 20 cm. La longitud de desarrollo básica puede reducirse cuando se proporciona un área de acero excedente y cuando se suministra un refuerzo "confinante" alrededor de las varillas. Los requisitos para zunchos y estribos, al permitir el 25 % de reducción en la longitud de desarrollo, son un tanto mas restrictivos que aquellos establecidos para zunchos de columnas regulares y menos restrictivos que los requeridos para zunchos. Para referencia, la tabla 6.7 proporciona las longitudes básicas de desarrollo para varillas grado 42

Tabla 4.7. Longitud básica de desarrollo l_{db} (cm.) para varillas grado 42 en compresión (cm.).

Tamaño varilla	Concreto peso normal f_c kg/cm ²		
	210	280	$\geq 312^*$
#3	21	18**	17**
#4	28	24	23
#5	35	30	29
#6	42	36	34
#7	49	42	40
#8	56	48	46
#9	63	54	52
#10	71	61	58
#11	79	68	65
#14	94	82	77
#18	126	109	103

* Para $f_c \geq 312$ Kg/cm² la longitud básica de desarrollo mínima .004 $f_y d_b$ rige para grado 42 $l_d = 18d_b$.

** La longitud de desarrollo l_d (incluyendo factores de modificación) no debe ser menor a 20 cm

6.4 Longitud de desarrollo de varillas en paquete

Cuando 3 o 4 varillas se manejan en paquete, se requiere una longitud de desarrollo mayor que para varillas individuales en tensión o en compresión. El aumento en la longitud de desarrollo es del 20% para un paquete de 3 varillas y del 33% para un paquete de 4 varillas. La longitud adicional τ necesaria porque el agrupamiento hace más difícil la resistencia al deslizamiento "núcleo" entre varillas y el concreto. Los factores de modificación se basan en un diámetro de varillas d_b , un paquete será tratado como una varilla con diámetro equivalente al área total del paquete.

6.5 Desarrollo de ganchos estándar en tensión

Los requisitos actuales simplifican los cálculos para longitud de anclaje de los ganchos y reducen considerablemente la longitud de anclaje requerida, especialmente para varillas de mayor tamaño respecto a versiones anteriores del Reglamento. En el reglamento se incluyen disposiciones para determinar la longitud de anclaje de las varillas corrugadas con ganchos terminales estándar. Los ganchos terminales sólo pueden considerarse eficaces en la longitud de desarrollo de varillas en tensión y no en compresión. En esta sección sólo están considerados los ganchos terminales estándar; la capacidad de anclaje de los ganchos terminales con diámetros de doblez mayores no puede determinarse de acuerdo con las disposiciones de la sección respectiva del ACI.

6.5.1 Longitud de desarrollo para ganchos estándar

La aplicación de las nuevas disposiciones para longitud de desarrollo de ganchos es esencialmente la misma para el cálculo de las longitudes de desarrollo de varillas rectas. El primer paso es calcular la longitud básica de desarrollo de la varilla con gancho l_{hb} . La longitud de desarrollo básica se multiplica entonces por el factor o factores de modificación aplicables, a fin de determinar la longitud de desarrollo del gancho $l_{dh} = l_{hb} \times$ factores de modificación aplicables. La longitud de desarrollo l_{dh} mide desde la sección crítica hasta el extremo exterior del gancho estándar; esto es, la longitud de

anclaje recta entre la sección crítica y el principio del gancho, más el radio del dobléz del gancho, más un diámetro de varilla. La figura 6.8 muestra la l_{dh} y los ganchos estándar para todos los tamaños de varilla. Para ganchos de 180° normales a las superficies expuestas, la longitud de anclaje que debe proporcionarse tendrá una distancia mínima de 5 cm., más allá del final del gancho. Esta distancia se denota por medio de un asterisco en la figura 6.8

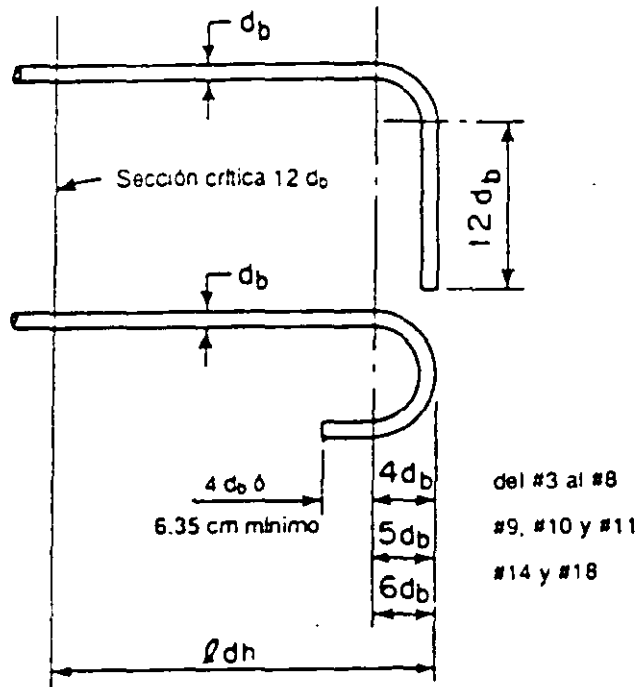


Figura 6.8 Longitud de desarrollo l_{dh} para ganchos estándar.

6.5.2 Longitud básica de desarrollo l_{db}

La longitud básica de desarrollo para ganchos en tensión se proporciona, para varillas grado 42 como:

$$l_{db} = 318d, / \sqrt{f_c}$$

La tabla 4.8 enlista la longitud básica de desarrollo de varillas con gancho ancladas en concreto de peso normal con resistencias a compresión especificadas de 210, 280, 350, 420, 560 y 700 Kg/cm².

Tabla 4 8 Longitud básica de desarrollo l_{hb} de ganchos estándar para varillas grado 42

Tamaño de varilla	f'_c (concreto de peso normal) Kg/cm ²					
	210	280	350	420	560	700
# 3	21	18	17	15	13	12
# 4	28	24	22	20	17	15
# 5	35	30	27	25	21	19
# 6	42	36	33	29	26	23
# 7	49	42	38	35	30	27
# 8	56	48	43	39	34	31
# 9	63	54	49	45	39	34
# 10	71	61	55	50	43	39
# 11	79	68	61	55	48	43
# 14	94	82	73	67	58	52
# 18	126	109	97	89	77	69

6.5.3. Factores de modificación

Los factores de modificación de l_{hb} toman en cuenta lo siguiente:

- La resistencia a la fluencia de la varilla, distinta al grado 42.
- Las condiciones favorables de confinamiento proporcionadas por un aumento en recubrimiento, o por zunchos transversales o estribos para resistir la fractura (μ , desprendimiento) del concreto
- Suministro de más refuerzo que el requerido por el análisis.
- Concreto de agregado ligero

Después de multiplicar la longitud básica de desarrollo l_{hb} por el factor o factores de modificación aplicables, la longitud de desarrollo restante, l_{db} , no debe ser menor de $8 d_b$ ni de 15 cm.

El recubrimiento lateral, normal al plano del gancho, y el recubrimiento sobre la extensión de la varilla más allá del gancho a 90° se ilustran en la figura 6 9

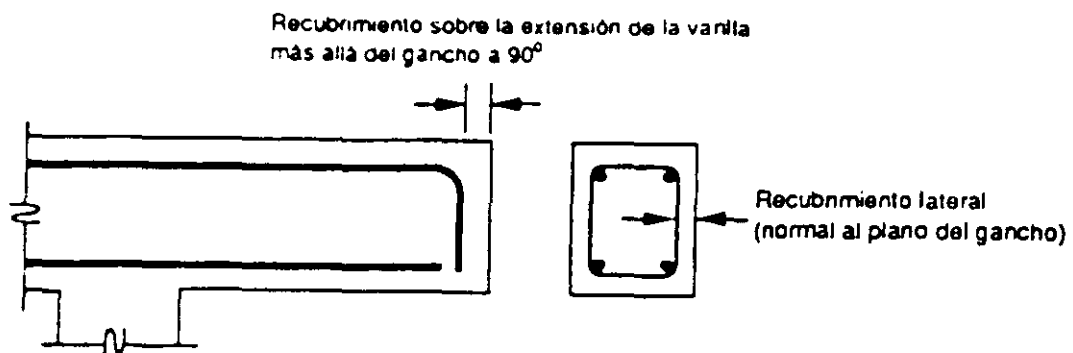


Figura 6 9 Recubrimientos especificados.

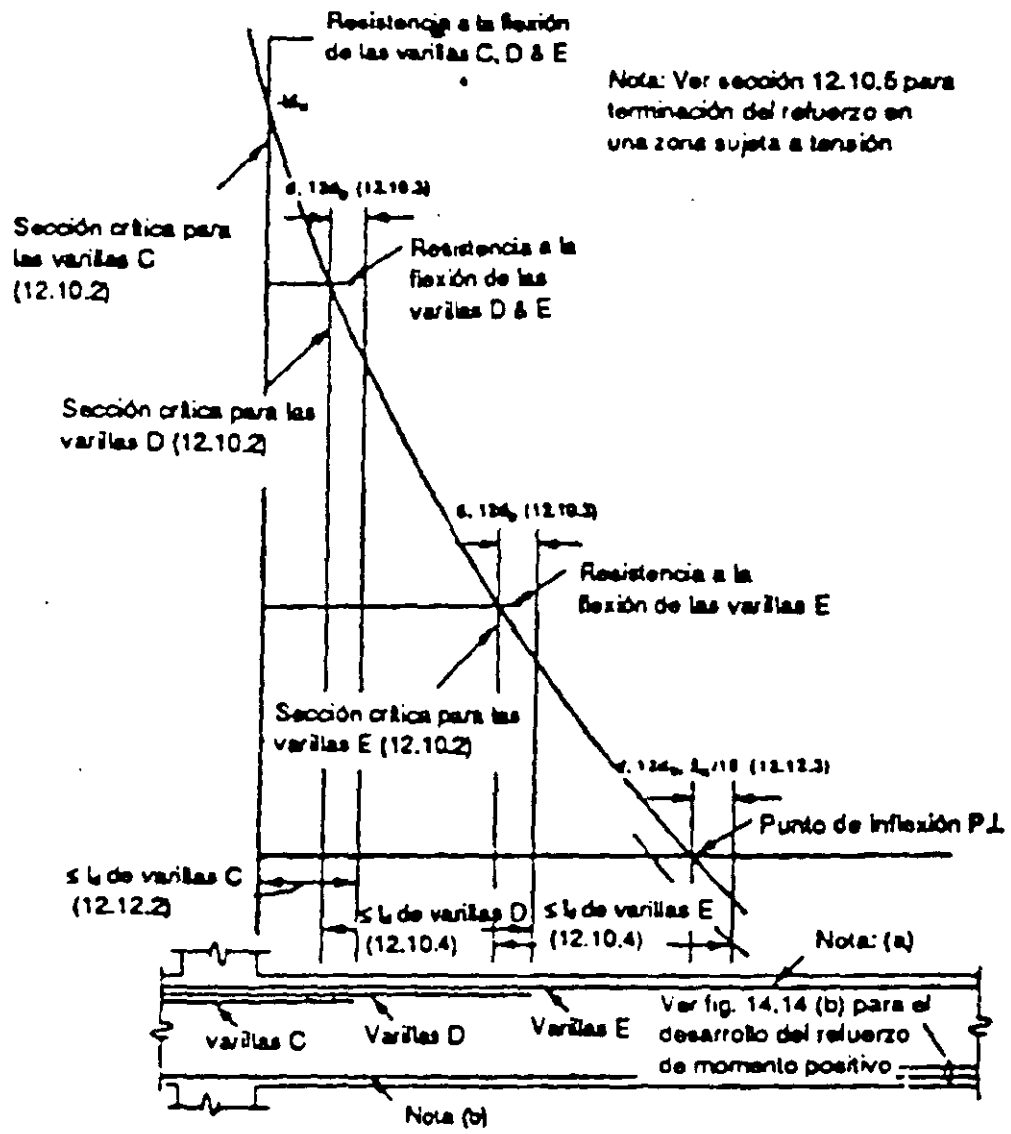
6.5.4 Ganchos estándar en extremos discontinuos

El reglamento contiene una disposición especial para varillas con gancho que terminan en extremos discontinuos de los elementos como, por ejemplo, en extremos de vigas simplemente apoyadas, en extremos libres de voladizos y en extremos de elementos que concurren en una junta donde el elemento no se extiende más allá de ésta. Cuando tiene que desarrollarse la resistencia total de una varilla con gancho y tanto el recubrimiento lateral como el superior (o inferior) sobre el gancho es menor a 6.5 cm., se requiere que el gancho esté confinado dentro de zunchos o estribos sobre la longitud de desarrollo l_{dh} . El espaciamiento de los zunchos o estribos no debe exceder de $3d_b$, cuando d_b es el diámetro de la varilla con gancho. Además, el factor de modificación de 0.8 para el confinamiento proporcionado por los zunchos o estribos no se aplica a la condición especial que se menciona en el reglamento

6.6 Longitud de desarrollo del refuerzo sujeto a flexión: aspectos generales

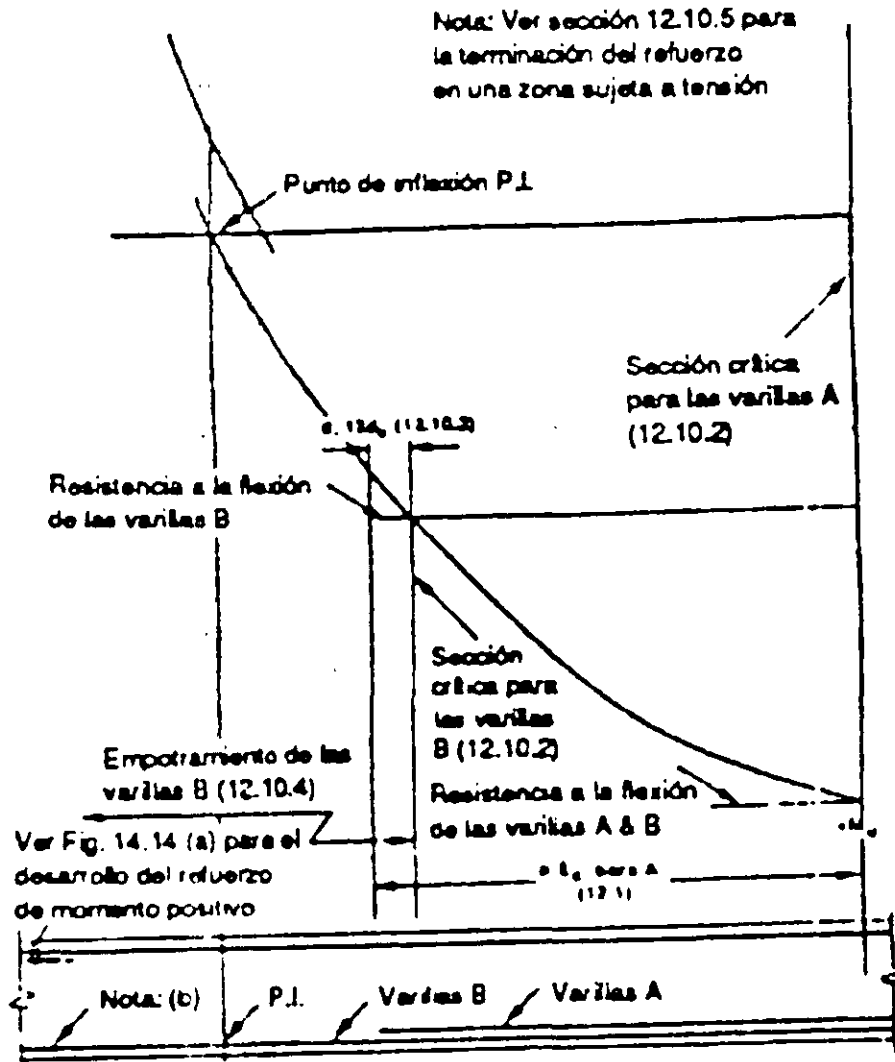
En el reglamento se suministran los requisitos básicos para proporcionar la longitud de desarrollo para el refuerzo, a partir de los puntos del esfuerzo máximo o crítico. Las figuras 6.9 (a) y (b) ilustran las secciones críticas características y de Requisitos del Reglamento para la longitud de desarrollo del refuerzo en flexión, en una viga continua. Los puntos del momento positivo y negativo máximo factorizados ($+M_u$ y $-M_u$) corresponden a secciones críticas para el refuerzo de momento positivo y negativo, a partir de los cuales se debe proporcionar un anclaje adecuado l_d . Las secciones críticas también están en los puntos dentro del claro en donde se termina el refuerzo adyacente; las varillas continuas deben tener anclaje adecuado l_d , desde los puntos de corte teóricos de las varillas terminadas.

Las varillas cortadas tienen que prolongarse hasta sobrepasar el punto teórico de corte. Los requisitos anteriores son necesarios para prevenir un posible desplazamiento del diagrama de momento debido a las variaciones de la carga, el asentamiento de los apoyos y a otros cambios imprevistos en las condiciones de momento. Al determinar las longitudes de desarrollo o empotramiento l_d deben considerarse el efecto de espaciamiento de varillas y recubrimiento y al confinamiento de estribos dentro de la longitud de desarrollo junto con otras condiciones de modificación.



a) Refuerzo de momento negativo

Nota (a) La porción del refuerzo total negativo (-As) debe ser continua a lo largo de toda la longitud de las vigas del perímetro



(b) Refuerzo de momento positivo

Nota: (b) la posición del refuerzo total positivo. (c) Así debe ser continua a todo lo largo de las vigas del perímetro y de las vigas sin estribos cerrados.

Figura 6.9 Desarrollo del refuerzo de momento positivo y negativo.

Las disposiciones reglamentarias establecen la alternativa para que el refuerzo a tensión quede anclado en una zona de compresión. Cuando las varillas a flexión se cortan en una zona de tensión, las grietas producidas tienden a abrirse prematuramente. Si el esfuerzo cortante en el área del corte de la varilla y el esfuerzo de tensión de las varillas restantes en el sitio del corte están cerca de los límites permitidos, el agrietamiento debido a la tensión diagonal tiende a desarrollarse a partir de las grietas de flexión. Se tiene que cumplir una de las tres opciones de la sección respectiva del ACI, para reducir la posibilidad de que se origine agrietamiento por tensión diagonal cerca de los cortes de la varilla en una zona de tensión, se requiere que el área de estribo sea mayor que la requerida para cortante y torsión. No se pretende que los requisitos se apliquen a los traslapes en tensión.

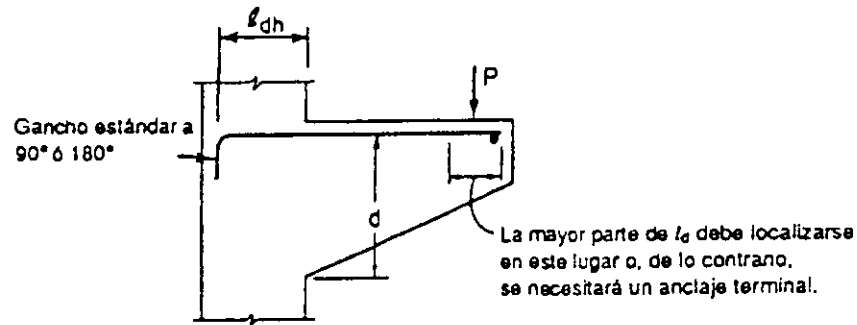


Figura 6.10. Elemento especial que depende, en gran parte, del anclaje terminal.

El anclaje terminal de varillas en tensión en elementos especiales sujetos a flexión, tales como ménsulas, elementos de peralte variable y otros, en los que f_x no decrece linealmente en proporción a un momento decreciente. En la figura 6.10 la longitud de desarrollo, l_d , a partir del apoyo es quizá menos crítica que la longitud de desarrollo requerida. En tal caso, la seguridad depende, en gran parte, del anclaje exterior proporcionado en el extremo. Una varilla transversal soldada, de igual diámetro, proporcionará un anclaje terminal eficaz. Un gancho terminal estándar en el plano vertical puede no ser eficaz porque puede existir una esquina de concreto esencialmente simple cerca de la carga y puede causar una falla local. Cuando las ménsulas son anchas y las cargas no se aplican muy cerca de las esquinas, las varillas en forma de U, en un plano horizontal, proporcionan ganchos terminales eficaces.

6.7 Desarrollo del acero de refuerzo para momento positivo

Para mayor protección contra la probable modificación de momentos debido a diversas causas, se requiere que cantidades específicas de refuerzo por momento positivo se extiendan a lo largo de la misma cara del elemento dentro del apoyo y para las vigas que estén empotradas en el apoyo al menos 15 cm. Las cantidades específicas son de un tercio para elementos sencillos y de un cuarto para elementos continuos. Por ejemplo, en la figura 6.9 (b), el área de las varillas "B" tendría que ser de un cuarto al menos del área del refuerzo requerida en el punto de $-M_u$ máximo.

En el reglamento se tiene el propósito de asegurar ductilidad en la estructura bajo sobrecarga severa, como la que podría tener lugar durante un viento o sismo severo. En un sistema resistente a cargas laterales, el anclaje total del refuerzo que se prolonga dentro del apoyo toma en cuenta una posible reversión del esfuerzo bajo dicha sobrecarga. Es necesario proporcionar el anclaje apropiado para desarrollar toda la resistencia a la fluencia en tensión en el paño de apoyo. El Reglamento exige que otros elementos tengan varillas del lecho inferior traslapadas en los apoyos internos o con ganchos en los apoyos externos. El requisito de anclaje completo no se aplica a ningún exceso del refuerzo proporcionado en el apoyo.

El reglamento, limita los tamaños de varilla para refuerzo por momento positivo en apoyos simples y en puntos de inflexión. En efecto, esto impone una restricción en el diseño del refuerzo por adherencia en flexión, dentro de las zonas de momento mínimo y de esfuerzo cortante considerable. Tal condición podría existir en una viga de claro corto que soporta una carga muy grande, la cual requeriría varilla de gran diámetro que se desarrollarán dentro de una distancia corta. Ahora bien, las varillas deben ser limitadas a determinado diámetro, de manera que la longitud de desarrollo l_d , calculada para f_y , no

exceda de la expresión $(M_n/V_u) + l_a$. El límite de tamaño de varilla en apoyos simples, cuando las varillas tienen ganchos terminales estándar o anclajes mecánicos y que terminan más allá del eje del apoyo, puede suprimirse. Los anclajes mecánicos deben ser equivalentes a los ganchos estándar.

La longitud M_n/V_u corresponde a la longitud de desarrollo del tamaño máximo de varilla permitido por la ecuación para adherencia en flexión, empleada anteriormente. La longitud M_n/V_u puede incrementarse en un 30% cuando los extremos de las varillas están confinados por una reacción compresiva, como la proporcionada por la columna inferior, pero no cuando una viga se apoya en una viga principal.

Para la viga simplemente apoyada que se muestra en la figura 6.11, la l_d máxima que se permite para las varillas "a" es $1.3 M_n/V_u + l_a$. Esto limita el tamaño de la varilla para satisfacer la adherencia por flexión. A pesar de que la longitud total del anclaje desde la sección crítica para las varillas "a" es mayor que $1.3 M_n/V_u + l_a$, el diámetro de las varillas "a" deberá limitarse para que resulte $l_d \leq 1.3 M_n/V_u + l_a$.

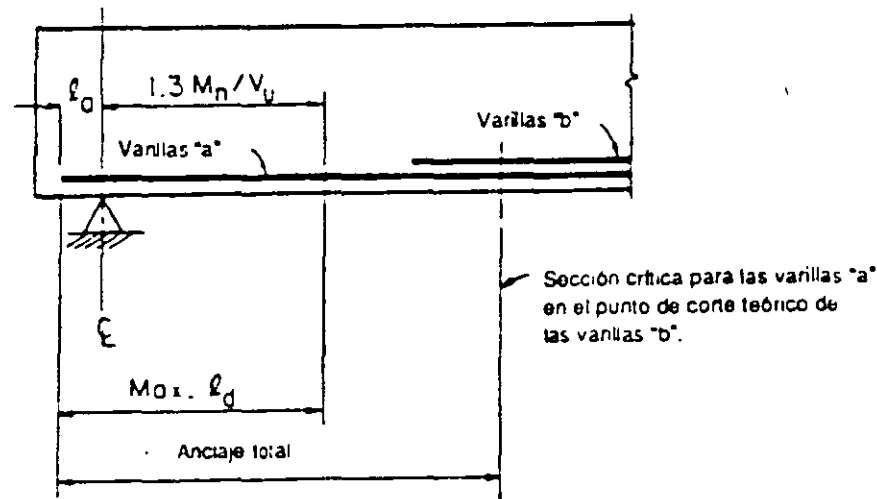


Figura 6.11 Requisitos de la longitud de desarrollo en un apoyo simple (varillas rectas).

M_n es momento resistente nominal de la sección transversal (sin el factor ϕ). Como se indicó anteriormente, los tamaños mayores de varillas pueden acomodarse proporcionando un gancho estándar o anclaje mecánico en el extremo de la varilla que está dentro del apoyo. En un punto de inflexión (véase la figura 6.12), el refuerzo por momento positivo deberá tener una longitud de desarrollo l_d , calculada de acuerdo con el reglamento, que no exceda del valor de la expresión $(M_n/V_u) + l_a$, en la cual l_a no deberá exceder del valor de $12d_b$, el que sea mayor. Por ejemplo, la varilla del #11 requiere una longitud de desarrollo básica en tensión de $0.06 A_b f_y / \sqrt{f'_c} = 1.45$ m para acero de 4,200 Kg/cm² y para concreto de peso normal. Para una viga de claro corto, la varilla del #11 puede ser demasiado grande para cumplir con el requisito de adherencia por flexión.

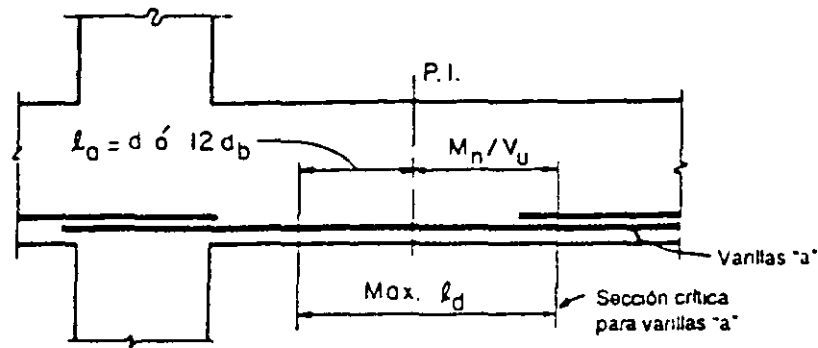


Figura 6.12. Concepto para determinar el tamaño máximo de las varillas "a" en el punto de inflexión.

6.8 Longitud de desarrollo del refuerzo por momento negativo

Los requisitos del reglamento previenen contra el posible desplazamiento del diagrama de momento en los puntos de inflexión. Por lo menos un tercio del refuerzo por momento negativo proporcionado en el apoyo debe extenderse hasta una longitud de anclaje especificada, más allá de un punto de inflexión. La longitud de anclaje debe ser el peralte efectivo del elemento d , $12d_b$, ó $1/16$ del claro libre, lo que sea mayor, como se muestra en las figuras 6.9 y 6.13. El área de las varillas "E" en la figura 6.9 (a) debe ser al menos un tercio del área del refuerzo proporcionado para $-M_u$ en la cara del apoyo. La longitud de anclaje del refuerzo superior en tensión, más allá de los apoyos interiores de elementos continuos, por lo general se vuelve parte del refuerzo superior del claro adyacente, como se muestra en la figura 6.13.

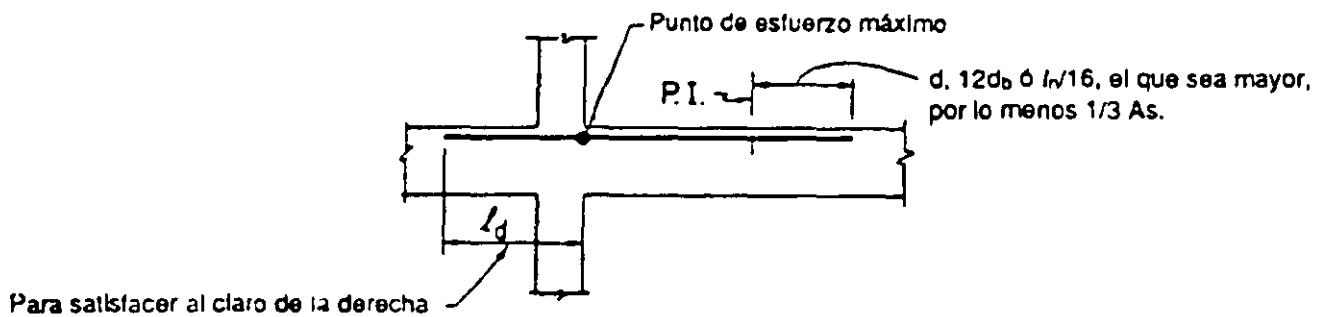


Figura 6.13. Anclaje dentro de la viga adyacente (Normalmente dicho anclaje forma parte del refuerzo adyacente).

Los ganchos terminales estándar son un medio efectivo para desarrollar varillas superiores en tensión en apoyos exteriores, como se muestra en la figura 6.14.

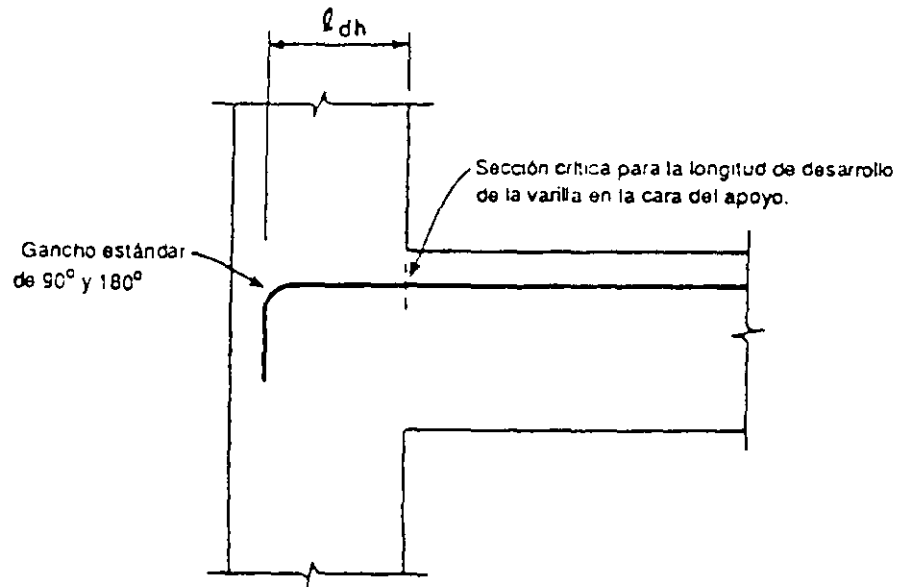


Figura 6.14. Anclaje dentro del apoyo exterior con un gancho estándar.

6.9 Traslapes empalmes del refuerzo

6.9.1 Aspectos generales

En las disposiciones para los traslapes se requiere que el ingeniero especifique en forma clara y completa los detalles del traslape en los documentos técnicos. Los planos estructurales, las notas y las especificaciones deben ilustrar o describir claramente todas las ubicaciones de los traslapes, los tipos permitidos o requeridos y, para traslapes, la longitud de traslape requerida. El ingeniero no puede simplemente expresar que todos los traslapes serán de acuerdo con el Reglamento ACI 318-02; esto se debe a que son muchos los factores que afectan los traslapes del refuerzo, entre los cuales se encuentran los que se mencionan a continuación para traslapes en tensión de varillas corrugadas:

- Tamaño de la varilla
- Resistencia a la fluencia de la varilla
- Resistencia a la compresión del concreto
- Posición de la varilla (varillas del lecho superior u otras)
- Concreto de peso normal o de agregado ligero
- Espaciamiento entre varillas y distancia desde el paño lateral del elemento
- Refuerzo transversal confinado
- Recubrimiento epoxico
- Cantidad de varillas empalmadas en un sólo sitio
- Exceso de refuerzo (proporcionado vs requerido)

Es casi imposible que un detallador de varillas de refuerzo sepa qué traslapes se requieren en determinada ubicación en la estructura, si el ingeniero no ilustra o define en forma explícita los requisitos de los traslapes. El ACI especifica "Los traslapes del refuerzo se harán únicamente de la manera en que se requiera o se permita en los planos de diseño y en las especificaciones, o bien con la autorización del ingeniero".

6.9.2 Traslapes

No están permitidos los traslapes para varillas mayores que las del #11, ya sea en tensión o en compresión, excepto:

- Las varillas #14 y #18, sólo en compresión, pueden traslaparse a varillas #11 o menores.
- Las varillas #14 y #18, sólo en compresión, pueden traslaparse a bastones que sobresalen de cimientos de tamaño menor.

El ACI expone las disposiciones para traslape de varillas en paquete (en tensión o en compresión).

Las longitudes de traslape requeridas para varillas individuales dentro del paquete deben incrementarse en un 20 y en un 33% para paquetes de 3 y 4 varillas respectivamente. No se permite el traslape de varillas traslapadas dentro de un paquete

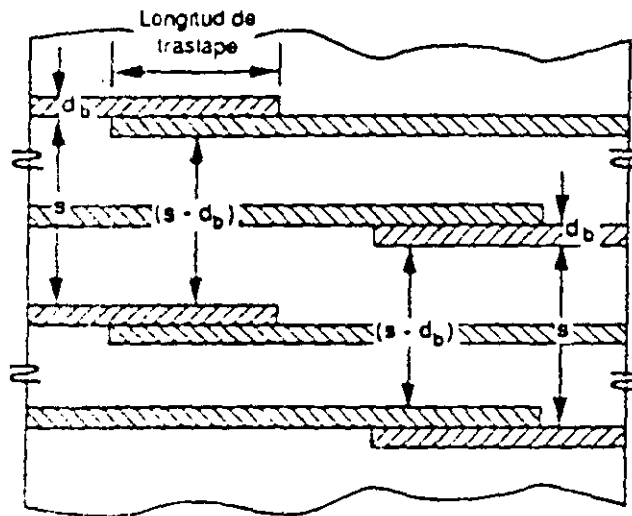
En elementos en flexión las varillas de los traslapes pueden estar unidas con traslapes sin contacto. Para evitar una posible sección no reforzada en un traslape espaciado (no encontrado), el ACI limita la distancia máxima entre varillas en un traslape a una quinta parte de la longitud de traslape o a 15 cm., la que sea menor. Por razones prácticas, son preferibles los traslapes de contacto ya que, cuando las varillas se mantienen juntas con alambre, es más fácil asegurarlas contra el desplazamiento durante el colado del concreto

6.10. Traslapes de varillas corrugadas y alambre corrugado en tensión

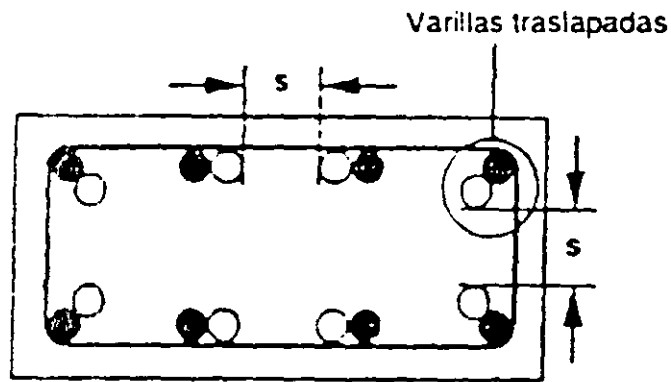
Los traslapes en tensión de varillas corrugadas y alambre corrugado se designan como clase A y clase B con la longitud del traslape, siendo un múltiplo de la longitud de desarrollo en tensión l_{db} . Se ha retenido la clasificación de traslapes de clase A y B para alentar a los diseñadores a que traslapen varillas en puntos de esfuerzo mínimo y para que alternen los traslapes a lo largo de la longitud de las varillas a fin de mejorar el comportamiento de los detalles críticos

La longitud de desarrollo l_d empleada para calcular la longitud del traslape debe ser la correspondiente al desarrollo de la f_c total, porque las clasificaciones de los traslapes ya reflejan cualquier exceso de refuerzo en la ubicación del traslape (el factor para exceso de A_s no debe utilizarse), para considerar el recubrimiento, el espaciamiento libre y el cerramiento de refuerzo transversal de las varillas que están siendo traslapadas, deben aplicarse los factores de modificación. También deben aplicarse los factores para reflejar la influencia de la posición de refuerzo (efecto de varilla superior), tipo de agregado y recubrimiento epóxico, en los casos en que sean aplicables; la longitud mínima de traslape es de 30 cm.

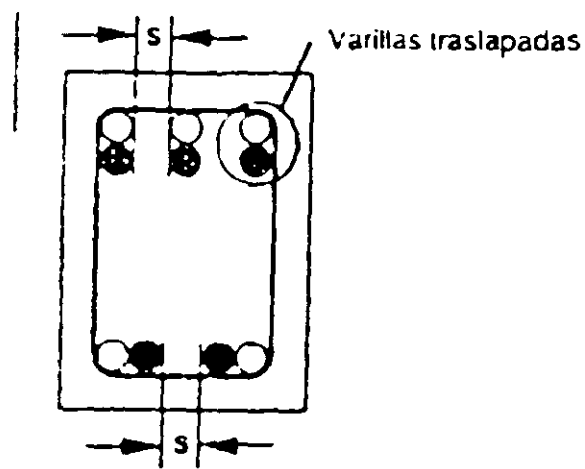
Para los traslapes del refuerzo de losas y muros, el espaciamiento libre efectivo de las varillas que están siendo traslapadas en el mismo lugar se toma como el espaciamiento libre entre las varillas traslapadas menos el diámetro de una varilla. Este criterio de espaciamiento libre se ilustra en la figura 6.15 (a). El espaciamiento para traslapes que no están en contacto (espaciamiento entre varillas traslapadas no mayor que 1/5 de la longitud del traslape ni mayor que 15cm) debe ser considerado como el mismo para traslapes en contacto. Para los traslapes de refuerzo de columnas y varillas de vigas, el espaciamiento libre efectivo entre las varillas que están siendo traslapadas dependerá de la orientación de las varillas traslapadas. Ver figuras 6.15 (b) y (c) respectivamente



(a) Refuerzo para muro y losa



(b) Columna con varillas de esquina compensadas



(c) Traslapes de varillas en una viga

Figura 6.15 Espaciamiento libre electivo de varillas traspapadas

El ingeniero debe especificar la clase de traslape en tensión que debe emplearse. La clase de traslape depende de la magnitud del esfuerzo de tensión en el refuerzo y del porcentaje del área total de acero que debe traslaparse dentro de cualquier longitud de traslape dada, como se muestra en la tabla 6.9. Cuando el área de refuerzo de tensión proporcionada en la ubicación del traslape es de más del doble de la requerida por la resistencia (esfuerzo de tensión bajo en el refuerzo) y $1/2$ ó menos del área total del acero que esta traslapada dentro de la longitud de traslape requerida, puede emplearse un traslape clase A; se deben cumplir ambas condiciones o, de otro modo, se debe usar un empalme clase B. Es decir, si el área de refuerzo proporcionada en el sitio del traslape es menor de dos veces el área requerida por resistencia (esfuerzo de tensión alto en el refuerzo), y/o más de $1/2$ del área total se trabaja dentro de la longitud de traslape, se debe emplear un traslape clase B.

Pueden emplearse los empalmes soldados o las uniones mecánicas que cumplan con los requisitos del ACI, en lugar de los traslapes

Los traslapes en tensión de elementos anillados deben estar hechos con un traslape totalmente soldado o con una unión completamente mecánica con 75 cm., entre traslapes de varillas adyacentes (empalmes soldados o uniones mecánicas)

Tabla 6.9. Condiciones de empalme para traslape (en los lugares del empalme).

Clase A... $1.0l_d$	Clase B .. $1.3l_d$
$(A_s \text{ proporcionado}) \geq 2 (A_s \text{ requerido})$ y porcentaje de empalme $A_s \leq 50\%$	Todas las otras condiciones

6.11 Empalmes de varillas corrugadas sujetas a compresión

Puesto que el comportamiento de adherencia de las varillas de refuerzo en compresión no se complica con el problema potencial del agrietamiento transversal por tensión en el concreto, los traslapes en compresión no requieren de disposiciones tan estrictas como las especificadas para traslapes en tensión. Las pruebas han demostrado que la resistencia de los traslapes en compresión depende principalmente del apoyo terminal de las varillas en el concreto, sin un incremento proporcional en la resistencia, aunque se duplique la longitud de traslape. Por lo tanto, en el Reglamento se requieren longitudes de traslape significativamente más largas para varillas con resistencia a la fluencia mayor de $4,220 \text{ Kg/cm}^2$

6.11.1 Empalmes para traslapes en compresión

Para el Reglamento de 1989, el cálculo de empalmes para traslapes en compresión requiere que la longitud mínima de traslape sea simplemente $0.0071 f_y d_b$, pero no menor que 30 cm.; para las varillas de refuerzo con una resistencia de fluencia mayor que $4,220 \text{ Kg/cm}^2$ se especifica una longitud mínima de traslape de $(0.0128 f_y - 24) d_b$ pero no menor que 30 cm. Las longitudes de empalmes para traslape deben incrementarse en $1/3$ para concreto con una resistencia a la compresión especificada menor de 210 Kg/cm^2

Con la longitud de traslape "básica" para traslapes en compresión como función del diámetro de varilla d_b y de la resistencia de fluencia de la varilla f_y , y tres factores de modificación para anillos y

zunchos y para las resistencias más bajas del concreto es conveniente establecer traslapes en compresión, no menores de 30 cm., simplemente como un múltiplo del diámetro de las varillas

Para varillas de grado 42	30 d_b
encerradas dentro de los anillos.	25 d_b
encerradas dentro de las zunchos	22.5 d_b
Para varillas de grado 53	43.5 d_b
encerradas dentro de los anillos.	36 d_b
encerradas dentro de los zunchos	33 d_b

Para $f_c' = 210 \text{ Kg/cm}^2$, multiplicar por un factor de 1.33 Pueden desarrollarse rápidamente tablas de traslapes en compresión para los tamaños estándar de las varillas usando los anteriores resultados

Como se señaló, las varillas #14 y #18 pueden traslaparse, sólo en compresión, a varillas #11 o menores, en bastones que sobresalen de zapatas. Se requiere que, cuando se traslapen en compresión varillas de diferentes tamaños, la longitud de traslape sea la longitud de desarrollo en compresión de la varilla más grande, o la longitud de traslape en compresión de la varilla más pequeña, la que sea mayor.

6.11.2 Traslapes en apoyos de extremo

Los traslapes de apoyo de extremo se permiten sólo en los elementos que tienen anillos o estribos cerrados o zunchos. Se aconseja al ingeniero el empleo de traslapes de apoyo terminal para varillas inclinadas respecto a la vertical. Los traslapes de apoyo de extremo para varillas en compresión se han empleado casi siempre en columnas y se pretende limitar su uso a varillas esencialmente verticales, debido a que en el campo se presentan dificultades para lograr el apoyo terminal adecuado sobre varillas horizontales o varillas inclinadas de la vertical de manera significativa. También se permiten empalmes soldados o uniones mecánicas para traslapes en compresión y deben cumplir con los requisitos de la sección respectiva del ACI

6.12 Requisitos esenciales de los traslapes para columnas

Los requisitos de traslapes para columnas suponen que un empalme para traslape en compresión tiene una capacidad de tensión de por lo menos $1/4$ de f_c

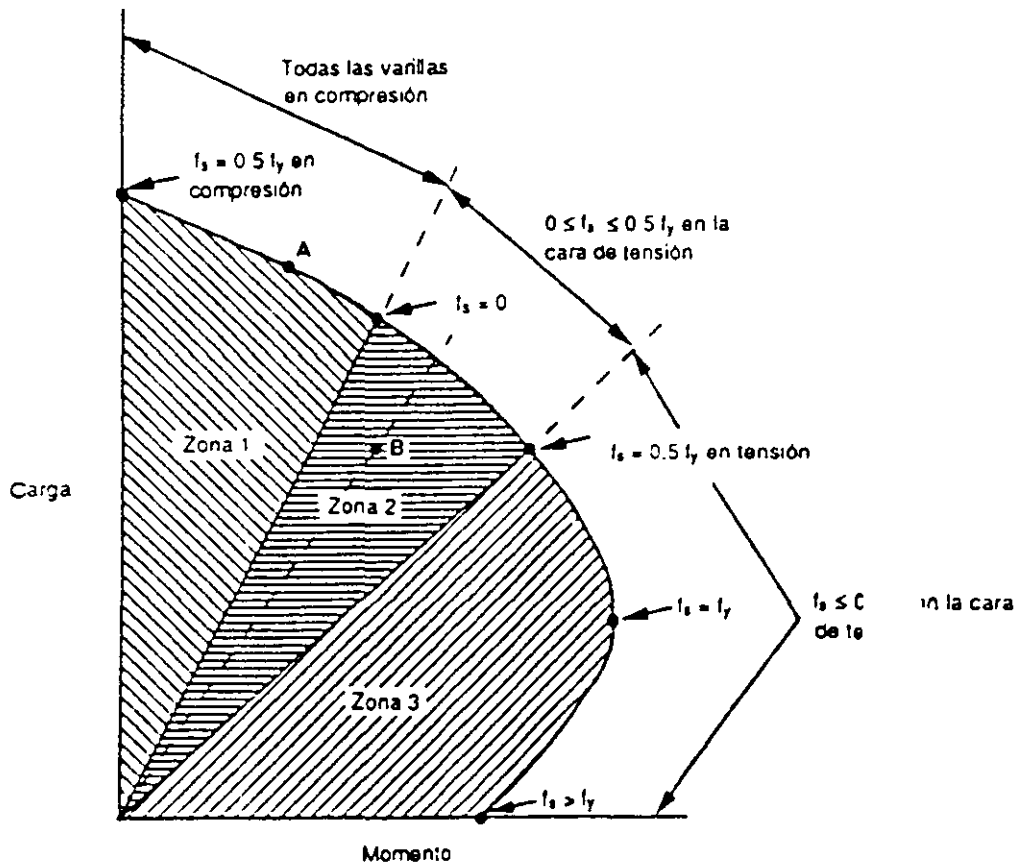


Figura 6.16 Requisitos especiales de traslape para columnas.

Las disposiciones de traslapes para columnas se basan en el concepto de proporcionar alguna resistencia a tensión en todos los lugares de los traslapes de las columnas aún si el análisis indica compresión únicamente en un lugar del traslape. En esencia, en el ACI se establece la resistencia a tensión requerida de las varillas longitudinales en las columnas; pueden usarse, traslapes, empalmes soldados a tope, uniones mecánicas y traslapes de apoyo en extremo.

6.12.1 Empalmes para traslapes en columnas

Se permiten empalmes para traslapes en varillas de columnas requeridas para compresión o tensión. El tipo de traslape que ha de usarse dependerá del esfuerzo de las varillas en la localización del empalme, de compresión o de la tensión y de la magnitud si existe tensión debido a todas las combinaciones de cargas factorizadas consideradas en el diseño de la columna. El tipo de traslape que ha de usarse estará gobernado por la combinación de cargas que producen la mayor tensión en las varillas que están siendo traslape. Los requisitos de diseño para los empalmes en varillas de columnas pueden ilustrarse por medio de la interacción típica carga-momento a resistencia, como se muestra en la figura 6.16.

El esfuerzo de las varillas en varios puntos a lo largo de la curva de interacción define segmentos para curva de resistencia en donde pueden usarse los diferentes tipos de traslape. Para las combinaciones de carga autorizada a lo largo de la curva de resistencia, el esfuerzo de las varillas puede calcularse para determinar el tipo de empalme requerido, sin embargo, existe un dilema de diseño para combinacio.

de carga que no caen exactamente sobre la curva de resistencia (por debajo de la curva de resistencia), ya que no existe un método exacto simple para calcular el esfuerzo de las varillas para esta condición

Un método aparentemente racional es considerar que las combinaciones de carga factorizada por debajo de la curva de resistencia producen esfuerzo en las varillas del mismo tipo de compresión o tensión y de la misma magnitud aproximada que la producida a lo largo de segmento de la curva de resistencia interceptada por líneas radiales (líneas de igual excentricidad) a través del punto de combinación de cargas. Esta suposición es más exacta cuando las combinaciones de carga factorizada que están siendo investigadas caen cada vez más cerca de la curva de interacción de la resistencia real de la columna. Usando este enfoque pueden establecerse zonas de "esfuerzos de varillas", como se muestra en la figura 6.16

Para combinaciones de carga factorizada en la zona 1, todas las varillas de la columna se consideran sujetas a compresión. Para combinaciones de carga en la zona 2, se considera que el esfuerzo en las varillas en las caras de tensión de la columna varía desde 0 hasta $0.5 f_y$ en tensión; para combinaciones de carga en la zona 3, el esfuerzo en las varillas en la cara de tensión se considera mayor que $0.5 f_y$ en tensión. El tipo de traslape que ha de usarse dependerá entonces de en qué zona o zonas están localizadas todas las combinaciones de carga factorizada consideradas en el diseño de la columna. El diseñador necesita únicamente localizar las combinaciones de carga factorizada en el diagrama de carga-resistencia-momento para la columna y varillas seleccionadas en el diseño para determinar el tipo de traslape requerido. De esta manera el uso de gráficas de diseño-carga-momento facilitará grandemente el diseño de empalmes de varillas en las columnas.

Por ejemplo, si la combinación por gravedad factorizada gobernara el diseño de la columna, digamos el punto A en la figura 6.16, todas las varillas se hallan en compresión; pero, una combinación de carga que incluya al viento, digamos el punto B en la figura 6.16, produce algo de tensión en las varillas; el empalme debe ser diseñado para una condición de la zona 2 (el esfuerzo de las varillas es de tensión, pero no excede $0.5 f_y$ en tensión). Como una conveniencia de diseño, los diagramas de diseño para columnas de algunas ayudas de diseño, indican las localizaciones del esfuerzo de varillas a lo largo de los diagramas de interacción de las resistencias de diseño.

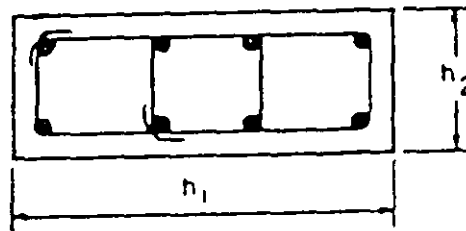
Los requisitos de diseño para empalmes en las columnas se resumen en la tabla 6.10. Nótese que el traslape en compresión, permitido cuando todas las varillas están en compresión, considera una longitud de traslape en compresión adecuada como un requisito mínimo de resistencia a la tensión.

Tabla 6.10. Traslapes en columnas

Esfuerzo de varilla en compresión (zona 1)*	Use traslape en compresión modificado por un factor de 0.83 para anillos ó 0.75 para espirales.
- Esfuerzo de varillas $\leq 0.5 f_y$ en tensión (zona 2)*	Use traslape en tensión de clase B si más de 1/2 del total de las varillas de la columna están traslapadas en la misma localización. Use traslape en tensión clase A si no más de 1/2 del total de las varillas de la columna están empalmadas en la misma localización. Alterne los traslapes al menos l_d .
- Esfuerzo de varillas $0.5 f_y$ en tensión (zona 3)*	Use traslape en tensión clase B.

*Para zonas 1, 2 y 3, ver la figura

El ACI proporciona factores de reducción para el traslape en compresión cuando el traslape está encerrado en toda su longitud por anillos (reducción de 0.83) o por un zuncho (reducción de 0.75); los zunchos deben cumplir los requisitos reglamentarios. Cuando los anillos se usan para reducir la longitud del traslape, los anillos deben tener un área efectiva mínima de $0.0015 h_s$. Las ramas del anillo en ambas direcciones deben proporcionar el área mínima efectiva para permitir el factor de reducción de 0.83. Ver figura 6.17



(perpendicular a la dirección h_1) áreas de 4 varillas de anillo $0.0015 h_1 s$
(perpendicular a la dirección h_2) áreas de 2 varillas de anillos $0.0015 h_2 s$

Figura 6.17 Traslape en compresión

6.12.2. Empalmes en apoyos de extremo en columnas

Se permiten empalmes en apoyos de extremo, para varillas en columnas sometidas a esfuerzo de compresión para todas las combinaciones de carga factorizada (zona 1 en Figura 6.16). Aún cuando no exista tensión debe mantenerse una resistencia mínima a tensión de las varillas continuas (no empalmadas) cuando se usen empalmes en apoyos de extremo. Las varillas continuas en cada cara de la columna deben proporcionar resistencia en tensión de $A_s f_y / 4$, en donde A_s es el área total de las varillas en la cara de la columna; de este modo, no más de $3/4$ de las varillas pueden ser empalmadas en cada cara de la columna en cualquier punto particular. Deben alternarse empalmes en apoyos de extremo o deben agregarse varillas adicionales en la localización del empalme si han de empalmarse más de $3/4$ de las varillas.

6.13 Control del agrietamiento

6.13.1 Consideraciones Generales

Según las disposiciones del ACI se requiere de una distribución apropiada del refuerzo de tensión en las vigas y en las losas en una dirección para controlar el agrietamiento provocado por la flexión.

Las investigaciones de laboratorio han demostrado que, por lo general, el agrietamiento es proporcional al esfuerzo de tensión del acero. Por lo tanto, con los esfuerzos de tensión bajos en el refuerzo para cargas de servicio estas estructuras presentaban pocos problemas de agrietamiento debido a la flexión.

Con la introducción de los aceros de alta resistencia con esfuerzos de fluencia de 4 220 a 5 270 Kg/cm², e incluso mayores, y la aceptación de los conceptos del Diseño por Resistencia, donde el refuerzo se tensa a mayores proporciones de resistencia a la fluencia, el control del agrietamiento debido a la flexión mediante detalles apropiados del refuerzo es más importante.

Si realmente el agrietamiento debido a la flexión es proporcional al esfuerzo de tensión en el acero, entonces es evidente que los criterios para el control del agrietamiento deben incluirse en el proceso de diseño.

De lo anterior se deduce que el momento de inercia efectivo de una sección depende más de la sección agrietada cuando se emplean los conceptos del Diseño por Resistencia. Razón por la cual se pone énfasis en las disposiciones del Reglamento para calcular las deflexiones en la sección agrietada.

Las primeras investigaciones del ancho de las grietas en vigas y elementos sujetos a tensión axial indicaron que el ancho de las grietas es proporcional al esfuerzo en el acero y al diámetro de la varilla, pero inversamente proporcional al porcentaje de refuerzo.

Las investigaciones más recientes, con varillas corrugadas modernas, han confirmado que el ancho de las grietas es proporcional al esfuerzo del acero. Sin embargo, se descubrieron otras variables que afectan el ancho de las grietas, estas reflejan el detallado del acero, tales como el espesor del recubrimiento de concreto y el área del concreto en la zona de tensión máxima que rodea individualmente a cada varilla de refuerzo. Se debe tener en cuenta que existen grandes variaciones del ancho de las grietas, aun en los trabajos de laboratorio muy controlados. Por eso, el Reglamento presenta en forma sencilla el control de grietas, el cual proporciona los detalles de refuerzo razonables a la vez que cumple con las normas de trabajo en el laboratorio y de la experiencia práctica.

6.13.2. Distribución del Refuerzo por Tensión en losas en una dirección y vigas

En el Reglamento se recomienda que, cuando la resistencia a la fluencia del refuerzo sea mayor de 2,810 Kg/cm², las características del refuerzo en tensión por flexión sean tales que la cantidad z , dada por la siguiente ecuación, no exceda de ciertos límites especificados.

$$z = f_t \sqrt{d} A \quad (6.2)$$

Estos límites son 31,250 Kg/cm² para la exposición interna y 25,895 Kg/cm² para la exposición externa. Por consideraciones prácticas, la ecuación 6.2 se presenta en términos de detalles del refuerzo.

en vez de ancho de la grieta por sí misma. La ecuación 6.2 proporciona una distribución del refuerzo por flexión que asegura un control razonable del agrietamiento por flexión; es decir, mayor número de varillas más pequeñas con espaciamiento más corto. Una gráfica de z vs $d_c A$ se ilustra en la figura 6. la cual también puede servir como ayuda de diseño.

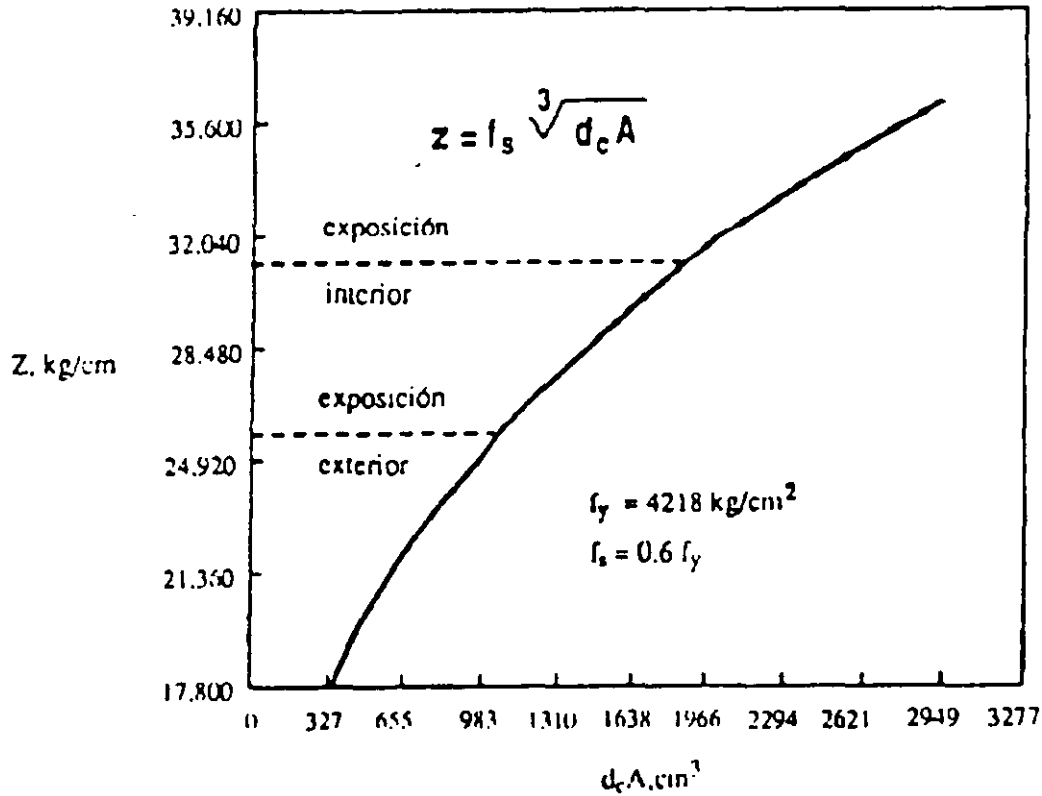


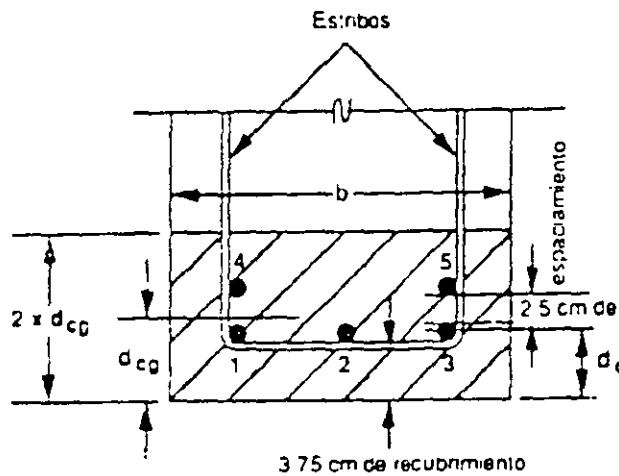
Figura 6.18 Curva de diseño para la distribución del refuerzo por flexión (control del agrietamiento).

En la ecuación 6.2, f_s (Kg/cm^2), es el esfuerzo calculado en el refuerzo a nivel de carga de servicio y puede tomarse como el 60 % de la resistencia de fluencia especificada: f_y d_c (cm.) es el espesor del recubrimiento de concreto, medido de la fibra extrema en tensión al centroide de la malla o alambre más cercana a esta fibra

Se define "A" (cm^2) como el área efectiva de tensión del concreto que rodea al refuerzo en tensión por flexión y que tiene el mismo centroide que el refuerzo, dividida entre el número de varillas y alambres.

Cuando el refuerzo por flexión consiste en varillas y alambres de diferentes diámetros, el número de varillas o alambres se calcula como el área total del refuerzo dividida entre el área de la varilla o alambre de mayor diámetro que se utilice (Figura 6.19).

Esta definición es satisfactoria para todos los detalles del refuerzo, excepto para las varillas en paquete.



Ejemplos

- 1 Las varillas 1, 2 y 3 son del #10
(área = 8.19 cm^2)
las varillas 4 y 5 son #9
(área = 6.45 cm^2)
número equivalente de varillas #10
 $= (3 \times 8.19 + 2 \times 6.45) / 8.19 = 4.57$
 $A = 2 b d_{cg} / 4.57$
- 2 Las varillas 1, 3, 4 y 5 son #8
(área = 5.09 cm^2)
la varilla 2 es #9 (área = 6.45 cm^2)
número equivalente de varillas #8
 $= (4 \times 5.09 + 1 \times 6.45) / 6.45 = 4.16$
 $A = 2 b d_{cg} / 4.16$

Figura 6.19 Área efectiva de tensión "A" cuando se utilizan diversos tamaños de varillas

En la expresión original para el ancho de las grietas, de la cual se deriva la ecuación 10.4, se incluía un factor β como uno de los parámetros, donde β es la relación de la distancia del eje neutro desde la fibra extrema en tensión y desde el centroide del refuerzo. Para simplificar el diseño práctico de las vigas se emplea un valor aproximado de 1.2 para β , en la ecuación 10.4 del Reglamento. A partir de la derivación del ancho original, las pruebas adicionales indican que la expresión del ancho de las grietas también es aplicable a las losas en una dirección con un valor β de aproximadamente 1.35. Por lo tanto, los Comentarios del Reglamento sugieren que el valor máximo de z se reduzca para las losas en una dirección por la relación de $1.2/1.35$, o que z sea igual a 27.860 para exposición interna y a 23.035 para exposición externa. Son convenientes ajustes parecidos para otros casos en los que el valor de β exceda de 1.2.

La tabla 6.11 muestra la separación máxima de las varillas para el refuerzo grado 42, como ayudas de diseño (véase la Figura 6.18). Dicha tabla se basa en un esfuerzo para cargas de servicio $f_s = 0.6f_y$ (Figura 6.20), como se indica en la sección 10.6.4. Los cálculos de f_s resultarían aproximadamente de $0.56f_y$ para una relación de carga muerta a carga viva de 0.5 y de $0.60f_y$ para una relación de carga muerta a carga viva de 2. La tabla se aplica al refuerzo de una sola capa. La tabla 6.11 muestra que la separación normal del refuerzo por lo general satisface los requisitos para el control de grietas con recubrimiento de 38 milímetros o menos. Sin embargo, para un recubrimiento de 5 cm o más, el espaciamiento máximo de las varillas a menudo estará limitado por estos requisitos.

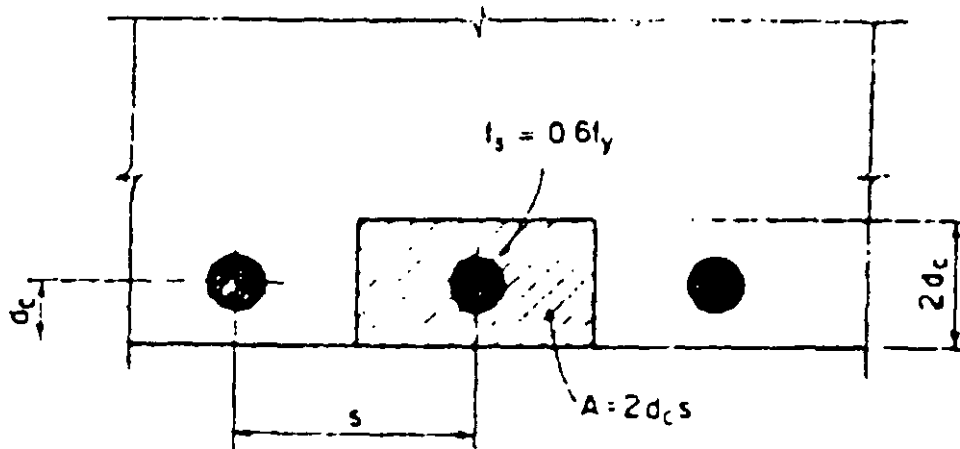


Figura 6.20. Criterio utilizado para desarrollar la tabla 6.11.

Tabla 6.11 Separación máxima de las varillas en vigas* (refuerzo grado 42)

Tamaño de las varillas	Exposición externa $z = 25\ 895\ \text{kg/cm}$			Exposición interna $z = 31\ 250\ \text{kg/cm}$		
	Recubrimiento en cm			Recubrimiento en cm		
	3.75	5	7.5	3.75	5	7.5
#4	26.25	15.62	7.5	46.8	28.00	13
#5	24.37	15	7.5	40	25	12.5
#6	23.12	14.37	6.87	37.5	23.75	11.8
#7	21.25	13.12	6.87	35.6	23.75	11.8
#8	20	12.5	6.25	35.6	22.5	11.25
#9	18.75	11.87	6.25	33.75	21.25	11.25
#10	17.5	11.25	5.62	31.25	20.5	10.60
#11	16.8	11.25	5.62**	30	19.68	10

* Valor en centímetros. $f_c = 0.6 f_y = 2\ 530\ \text{Kg/cm}^2$, una sola capa de refuerzo.

** Separación menor que la permitida en la sección 7.6.1.

EJEMPLOS

Ejemplo 1: Obtener la resistencia a flexión de una sección rectangular utilizando una distribución rectangular equivalente de esfuerzos, de acuerdo al ACI 318-02.

$$f_c := 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y := 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$h := 40 \text{ cm}$$

$$b := 25 \text{ cm}$$

Paso 1: Cálculo del centro de gravedad del acero de tensión

$$\Phi_8 = 2.54$$

$$\Phi_9 = 2.865$$

$$A(\Phi) := \frac{\pi \cdot \Phi^2}{4}$$

$$a_8 := A(\Phi_8) \quad a_8 = 5.067$$

$$a_9 := A(\Phi_9) \quad a_9 = 6.447$$

$$A_s := 2 \cdot a_9 + a_8 \quad A_s = 17.961$$

$$y_c = \frac{2 \cdot a_9 \cdot \frac{\Phi_9}{2} + a_8 \cdot \frac{\Phi_8}{2}}{A_s} \quad y_c = 1.387$$

$$y = 4 + 1 + y_c \quad y = 6.387$$

Paso 2: Cálculo del peralte efectivo

$$d := h - y \quad d = 33.613$$

Paso 3: Fuerzas en el acero y en el concreto

Suponiendo que el acero fluye $\epsilon_s = \epsilon_y$

$$T := A_s \cdot f_y \quad T = 75434.2$$

Profundidad del bloque de esfuerzos en compresión

$$a = \frac{T}{0.85 \cdot f_c \cdot b} \quad a = 12.678$$

Paso 4: Resistencia nominal y de diseño

$$M_n := T \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad M_n = 2.057 \times 10^6 \quad \frac{M_n}{1000 \cdot 100} = 20.574 \quad \text{Ton-m}$$

$$\Phi := 9$$

$$\frac{\Phi \cdot M_n}{1000 \cdot 100} = 18.517 \quad \text{Ton-m}$$

Paso 5: Verificación de que el acero fluye

Profundidad del eje neutro

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.85 & \text{if } f_c \leq 280 \\ 0.85 - 0.05 \left(\frac{f_c - 280}{70} \right) & \end{cases}$$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} \quad c = 14.915$$

Deformación en el acero

$$\epsilon_s = \frac{0.03 \cdot (d - c)}{c} \quad \epsilon_s = 0.0038$$

Deformación de fluencia

$$E_c = 20400000$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_c} \quad \epsilon_y = 0.0021$$

 $\epsilon_s > \epsilon_y$ por lo que sí fluye el acero

Otra manera de verificar la fluencia es

Porcentaje balanceado

$$\rho_b = \frac{0.85 \cdot \beta_1 \cdot f_c}{f_y} \cdot \frac{0.120 \cdot \lambda}{0.120 + \lambda}$$

$$\rho_b = 0.0286$$

$$\rho_{max} = 0.75 \cdot \rho_b$$

$$\rho_{max} = 0.0214$$

Porcentaje de acero de la sección

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad \rho = 0.0214$$

Ejemplo 2: Diseño de una viga rectangular con refuerzo de tensión, de acuerdo al ACI 318-02

Seleccionar las dimensiones de una viga rectangular así como la cantidad de acero de refuerzo As que se requiere para soportar las cargas de servicio indicadas.

$$M_d = 7.5 \text{ Ton-m}$$

$$M_l = 5 \text{ Ton-m}$$

$$f_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

Se calculará el peralte de la viga usando el refuerzo máximo permitido para elementos en flexión.

Paso 1. Determinar el máximo porcentaje de refuerzo para los materiales utilizados

Porcentaje balanceado

$$\beta_1 := \begin{cases} 0.85 & \text{if } f_c \leq 280 \\ 0.85 - 0.05 \left(\frac{f_c - 280}{70} \right) & \end{cases}$$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$\rho_b := \frac{0.85 \beta_1 f_c}{f_y} \left(\frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.0286$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \cdot \rho_b$$

$$\rho_{\max} = 0.0214 \quad \rho := \rho_{\max}$$

Paso 2: Cálculo de bd^2 necesario

Resistencia a flexión necesaria

$$M_u = 1.4 M_d + 1.6 M_l$$

$$M_u = 18.5$$

$$R_n := \rho f_y \left(1 - 0.5 \cdot \frac{\rho f_y}{0.85 f_c} \right)$$

$$R_n = 72.965$$

$$\phi = .9$$

$$bd^2_{nec} = \frac{M_u \cdot 100 \cdot 1000}{\phi \cdot R_n}$$

$$bd^2_{nec} = 28170.43$$

Paso 3 Dimensiones de la sección

$$b_s = 25$$

$$d := \sqrt{\frac{bd^2_{nec}}{b}}$$

$$d = 33.568$$

Se propone un recubrimiento

$$r := 6.5$$

$$h := d + r$$

$$h = 40.068$$

$$h_{real} := 40$$

$$d := h_{real} - r$$

Paso 4: Cálculo de acero y revisión de la sección por estática

$$d = 33.5$$

$$R_n = \frac{M_u \cdot 100}{\phi \cdot b \cdot d^2}$$

$$R_n = 73.27$$

$$\rho = \frac{0.85 f_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot R_n}{0.85 f_c}} \right)$$

$$\rho = 0.0215 < \rho_{max} = 0.0214$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d$$

$$A_s = 18.037$$

$$T := A_s \cdot f_y$$

$$T = 75755.81$$

$$a := \frac{T}{0.85 \cdot f_c \cdot b}$$

$$a = 12.732$$

$$\phi M_u = \phi A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \frac{1}{100 \cdot 1000}$$

$$\phi M_u = 18.50 \geq M_u = 18.5$$

Número de varillas

Con varillas del # 6

$$\alpha_6 = 1.905$$

$$as_6 = \pi \frac{\alpha_6^2}{4}$$

$$as_6 = 2.85$$

$$nvar_6 = \frac{A_s}{as_6}$$

$$nvar_6 = 6.328$$

Con varillas del # 8

$$\alpha_8 = 2.54$$

$$as_8 = \pi \frac{\alpha_8^2}{4}$$

$$as_8 = 5.067$$

$$nvar_8 = \frac{A_s}{as_8}$$

$$nvar_8 = 3.56$$

Se podrían usar 4 varillas del # 8 o 7 varillas del # 6

Ejemplo 3: Diseño de una viga rectangular con refuerzo de compresión, de acuerdo al ACI

Se tiene una sección de una viga con las dimensiones indicadas, calcular la cantidad de acero necesaria para soportar el momento factorizado.

$$M_u := 124 \quad \text{Ton-m}$$

$$f_c = 280 \quad \text{Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \quad \text{Kg/cm}^2$$

$$b = 30 \quad \text{cm}$$

$$d = 76 \quad \text{cm}$$

Paso 1 Verificar la capacidad resistente de la sección simplemente armada con el máximo porcentaje de refuerzo para los materiales utilizados

Porcentaje balanceado

$$\beta_1 := \begin{cases} 0.85 & \text{if } f_c \leq 280 \\ 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f_c - 280}{70} \right) & \end{cases}$$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$\rho_b = \frac{0.85 \beta_1 f_c}{f_y} \cdot \left(\frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.0286$$

$$\rho_{\max} := 0.75 \cdot \rho_b$$

$$\rho_{\max} = 0.0214 \quad \rho := \rho_{\max}$$

$$A_s := \rho \cdot b \cdot d$$

$$A_s = 48.844$$

$$T := A_s \cdot f_y$$

$$T = 205146.31$$

$$a := \frac{T}{0.85 \cdot f_c \cdot b} \quad a = 28.732$$

$$\phi := .9$$

$$\phi M_n := \phi \cdot A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) \cdot \frac{1}{100 \cdot 1000}$$

$$\phi M_n = 113.80 < M_u = 124 \quad \text{Por lo que se requiere acero en compresión}$$

Paso 2 Resistencia necesaria que deberá tomarse con acero a compresión

$$M_{pu} := M_u - \phi M_n \quad M_{pu} = 10.204$$

Paso 3: Cálculo de porcentajes de acero en tensión y compresión

Suponiendo que el acero de compresión fluye; $f_s = f_y$

$$d_p := 6.3$$

$$\rho_p = \frac{M_{pu} \cdot 1000 \cdot 100}{\phi \cdot f_y \cdot (d - d_p) \cdot b \cdot d}$$

$$\rho_p = 0.0017$$

$$\rho := \rho_{max} + \rho_p$$

$$\rho = 0.023$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d$$

$$A_s = 52.717$$

$$A_{sp} := \rho_p \cdot b \cdot d$$

$$A_{sp} = 3.873$$

Verificando que el acero de compresión fluye

$$\rho - \rho_p = 0.021$$

$$\frac{0.85 \beta_1 f_c \cdot d_p \cdot \left(\frac{6000}{6000 - f_y} \right)}{14 \cdot d} = 0.013$$

Por lo que si fluye el acero de compresión

Paso 4 Comprobacion de la sección como doblemente armada

Si el acero de compresión fluye se puede usar la ecuación

$$a := \frac{(A_s - A_{sp}) \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c \cdot b}$$

$$a = 28.732$$

$$\phi M_u = \phi \left[(A_s - A_{sp}) \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_{sp} \cdot 14 \cdot (d - d_p) \right] \frac{1}{100 \cdot 1000}$$

$$M_u = 124 \text{ (K)}$$

Paso 5 Detallado de la seccion

Acero de tension

Con varillas del # 8

$$\phi_s := 2.54$$

$$a_s = \pi \cdot \frac{\phi_s^2}{4}$$

$$a_s = 5.067$$

$$nvar := \frac{As}{as}$$

$$nvar = 10.404$$

Se podrían usar 11 varillas del # 8 $As = 11 \cdot as$ $As = 55.738$

Acero de compresión

Con varillas del # 6

$$\phi 6 := 1.905$$

$$as := \pi \cdot \frac{\phi 6^2}{4}$$

$$as = 2.85$$

$$nvar := \frac{Asp}{as}$$

$$nvar = 1.359$$

Se podrían usar 2 varillas del # 6 $Asp = 2 \cdot as$ $Asp = 5.7$

Paso 6: Comprobación del diseño final

Verificando que el acero de compresión fluye

$$\rho := \frac{As}{b \cdot d} \quad \rho p := \frac{Asp}{b \cdot d}$$

$$\rho - \rho p = 0.022$$

$$\frac{.85 \cdot \beta 1 \cdot f_c \cdot dp}{fy \cdot d} \cdot \left(\frac{6000}{6000 - fy} \right) = 0.013$$

Por lo que si fluye el acero de compresion

$$a := \frac{(As - Asp) \cdot fy}{0.85 \cdot fc \cdot b}$$

$$a = 29.434$$

$$\phi M_n = \phi \cdot \left[(As - Asp) \cdot fy \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + Asp \cdot fy \cdot (d - dp) \right] \cdot \frac{1}{100 \cdot 1000}$$

$$Mu = 124.93$$

Ejemplo 4: Obtener la curva de resistencia a flexión de una sección rectangular utilizando una distribución rectangular equivalente de esfuerzos, de acuerdo al ACI 318-02.

$$f_c := 280 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y := 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

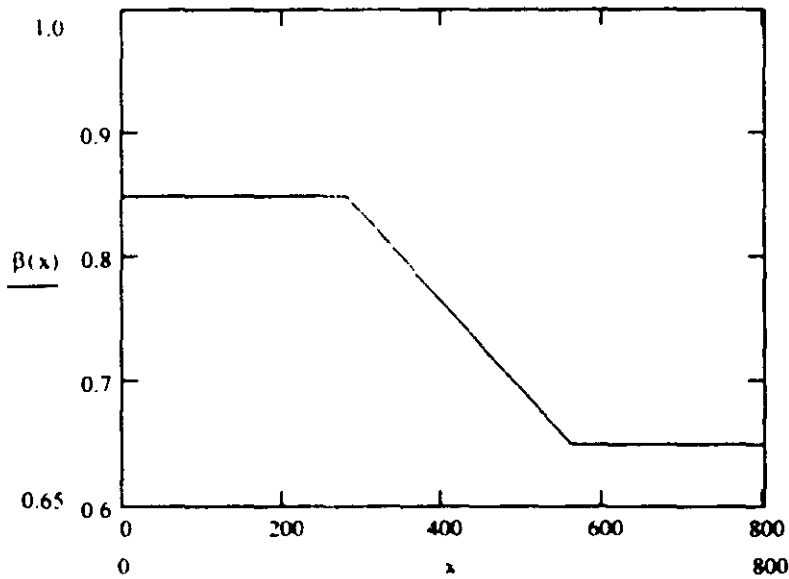
$$\beta(z) := \begin{cases} 0.85 & \text{if } z \leq 281 \\ \left[0.85 - .05 \cdot \left(\frac{z - 281}{70} \right) \right] & \text{if } 281 < z < 562 \\ .65 & \text{if } z \geq 562 \end{cases}$$

$$\beta_1 := \beta(f_c)$$

$$\beta_1 = 0.85$$

Gráfica del coeficiente β

$$x := 0, 10 \dots 800$$



x =	beta(x) =
0	0.85
10	0.85
20	0.85
30	0.85
40	0.85
50	0.85
60	0.85
70	0.85
80	0.85
90	0.85
100	0.85
110	0.85
120	0.85
130	0.85
140	0.85
150	0.85

Obtención del porcentaje máximo

$$\rho_b := \frac{0.85 \cdot \beta_1 \cdot f_c}{f_y} \cdot \left(\frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

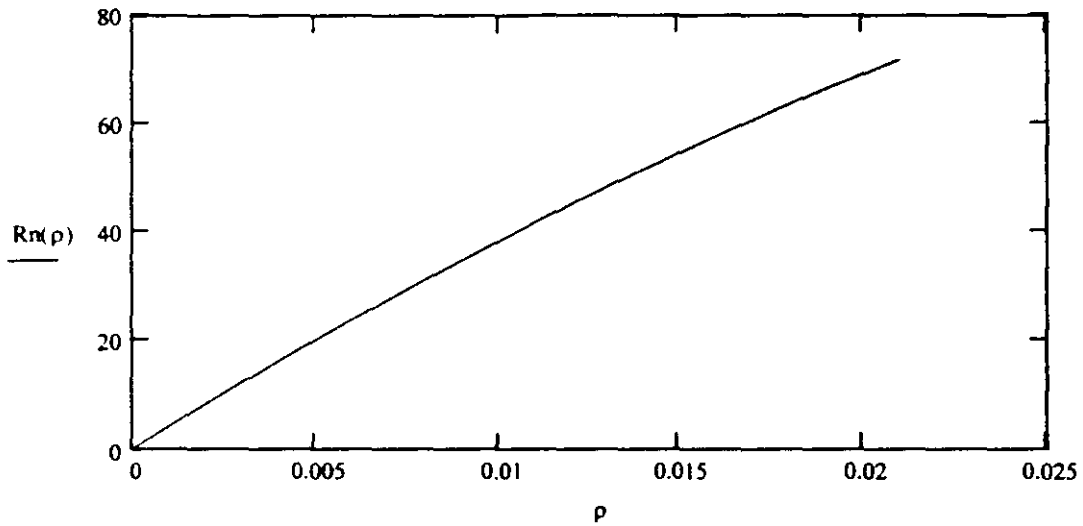
$$\rho_b = 0.0286$$

$$\rho_{max} := 0.75 \cdot \rho_b \quad \rho_{max} = 0.021$$

$$\rho := 0, .001 \dots \rho_{max}$$

Ordenadas de la curva de resistencia Rn

$$R_n(\rho) := r \cdot f_y \cdot \left(1 - 0.5 \cdot \frac{r \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c} \right)$$



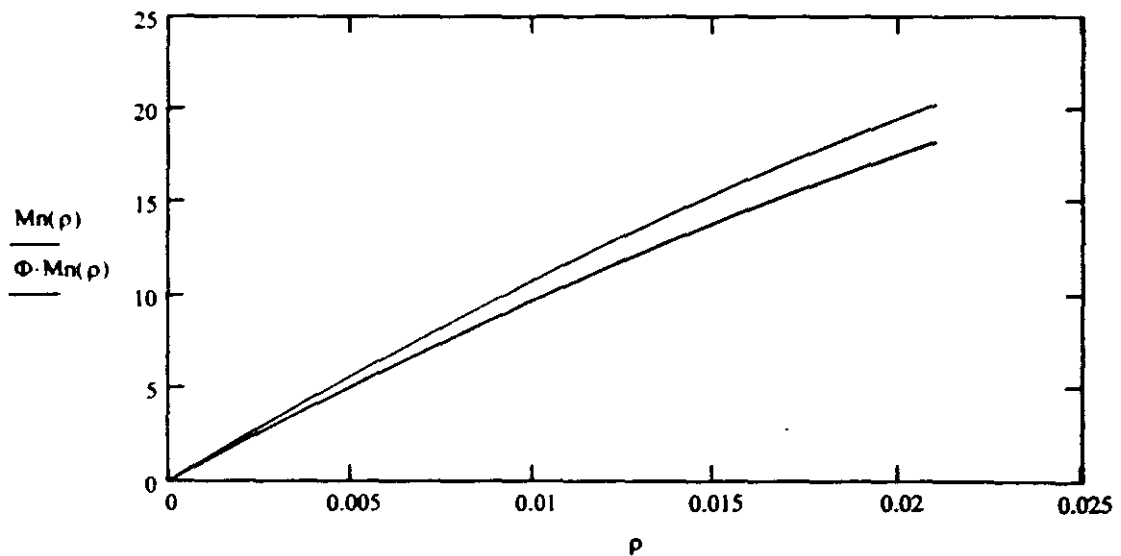
Curva de resistencia para una sección específica

d := 33.6 cm

b := 25 cm

Φ := .9

$$M_n(\rho) := r \cdot b \cdot d \cdot f_y \cdot \left(d - 0.5 \cdot \frac{r \cdot d \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c} \right) \cdot \frac{l}{100 \cdot 1000}$$



Ejemplo 5: Obtener el refuerzo por flexión de una sección T de acuerdo al ACI 318-02.

$$M_d := 9.95 \quad \text{Ton-m}$$

$$M_l := 12.17 \quad \text{Ton-m}$$

$$f_c := 280 \quad \text{Kg/cm}^2$$

$$f_y := 4200 \quad \text{Kg/cm}^2$$

$$b := 76 \quad \text{cm}$$

$$d := 48 \quad \text{cm}$$

Determinar la resistencia a flexión requerida

$$M_u := 1.4 \cdot M_d + 1.6 \cdot M_l$$

$$M_u = 33.402$$

Suponiendo que trabaje como rectangular ($a < t$)

$$\Phi := .9$$

$$R_n := \frac{M_u \cdot 100 \cdot 1000}{\Phi \cdot b \cdot d^2}$$

$$R_n = 21.2$$

$$\rho := \frac{0.85 \cdot f_c}{f_y} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot R_n}{0.85 \cdot f_c}} \right)$$

$$\rho = 0.0053$$

Verificación de que la sección trabaje como rectangular

$$a := \frac{\rho \cdot d \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c}$$

$$a = 4.484 < t = 6.35 \text{ cm, por lo que la sección T si trabaja como rectangular}$$

Verificación de que el acero fluye

$$\beta(z) := \begin{cases} 0.85 & \text{if } z \leq 281 \\ \left[0.85 - .05 \cdot \left(\frac{z - 281}{70} \right) \right] & \text{if } 281 < z \wedge z < 562 \\ .65 & \text{if } z \geq 562 \end{cases}$$

$$\beta_1 := \beta(f_c)$$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$\rho_b := \frac{0.85 \cdot \beta_1 \cdot f_c}{f_y} \cdot \left(\frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.0286$$

$$\rho_{\max} := 0.75 \cdot \rho_b \quad \rho_{\max} = 0.021$$

$$\rho_{\min} := \frac{14}{f_y} \quad \rho_{\min} = 0.0033$$

$\rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}$, por lo que si fluye el acero y, además es adecuado

Cantidad de acero requerida

$$A_s := \rho \cdot b \cdot d$$

$$A_s = 19.311$$

Se pudieran usar 4 vars. del # 8

Ejemplo 6: Obtener el refuerzo por flexión de una sección T de acuerdo al ACI 318-02.

$$M_u := 55 \quad \text{Ton-m}$$

$$f_c := 280 \quad \text{Kg/cm}^2$$

$$f_y := 4200 \quad \text{Kg/cm}^2$$

$$b := 75 \quad \text{cm}$$

$$d := 49 \quad \text{cm}$$

$$h_f := 6.5 \quad \text{cm}$$

$$b_w := 25 \quad \text{cm}$$

Suponiendo que trabaje como rectangular ($a < t$)

$$\Phi := .9$$

$$R_n := \frac{M_u \cdot 100 \cdot 1000}{\Phi \cdot b \cdot d^2}$$

$$R_n = 33.94$$

$$\rho := \frac{0.85 \cdot f_c}{f_y} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot R_n}{0.85 \cdot f_c}} \right)$$

$$\rho = 0.0088$$

Verificación de que la sección trabaje como rectangular

$$a := \frac{\rho \cdot d \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c}$$

$$a = 7.572 > h_f, \text{ por lo que la sección trabaja como T}$$

Cálculo como una sección T

Armado necesario y resistencia a flexión con la que contribuye el patín de la viga

Fuerza de compresión en el patín

$$b = 75$$

$$C_f := 0.85 \cdot f_c \cdot (b - b_w) \cdot h_f$$

$$C_f = 77350$$

$$A_{sf} := \frac{C_f}{f_y}$$

$$A_{sf} = 18.417$$

Contribución del patín a la resistencia de la sección T

$$\Phi M_{nf} := \Phi \cdot A_{sf} \cdot f_y \cdot (d - 0.5 \cdot h_f)$$

$$\Phi M_{nf} = 3184886.25$$

$$\frac{\Phi M_{nf}}{100 \cdot 1000} = 31.85$$

Momento que debe tomar el alma de la viga

$$M_{uw} := M_u \cdot 100 \cdot 1000 - \Phi M_{nf}$$

$$M_{uw} = 2.315 \times 10^6$$

$$\frac{M_{uw}}{100 \cdot 1000} = 23.15$$

$$R_n := \frac{M_{uw}}{\Phi \cdot b_w \cdot d^2}$$

$$R_n = 42.85$$

Cantidad de acero para que el alma soporte su contribución al momento

$$\rho := \frac{0.85 \cdot f_c}{f_y} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot R_n}{0.85 \cdot f_c}} \right)$$

$$\rho = 0.0113$$

$$A_{sw} := \rho \cdot b_w \cdot d$$

$$A_{sw} = 13.889$$

Profundidad del bloque de esfuerzos en el alma

$$a_w := \frac{\rho \cdot d \cdot f_y}{0.85 \cdot f_c}$$

$$a_w = 9.804$$

Verificación del momento resistente de la sección T

$$M_n := A_{sw} \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a_w}{2} \right) + A_{sf} \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$\Phi \cdot M_n \cdot \frac{1}{100 \cdot 1000} = 55 = M_u = 55$$

Refuerzo total para soportar el momento factorizado M_u

$$A_s := A_{sw} + A_{sf}$$

$$A_s = 32.305$$

Revisión del porcentaje máximo permitido para secciones T con acero de tensión

$$\rho_f := 0.85 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot (b - b_w) \cdot \frac{h_f}{b_w \cdot d}$$

$$\rho_f = 0.015$$

$$\beta(z) := \begin{cases} 0.85 & \text{if } z \leq 281 \\ \left[0.85 - .05 \cdot \left(\frac{z - 281}{70} \right) \right] & \text{if } 281 < z \wedge z < 562 \\ .65 & \text{if } z \geq 562 \end{cases}$$

$$\beta_1 := \beta(f_c)$$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$\rho_b := \frac{0.85 \cdot \beta_1 \cdot f_c}{f_y} \cdot \left(\frac{6120}{6120 + f_y} \right)$$

$$\rho_b = 0.0286$$

$$b_w = 25$$

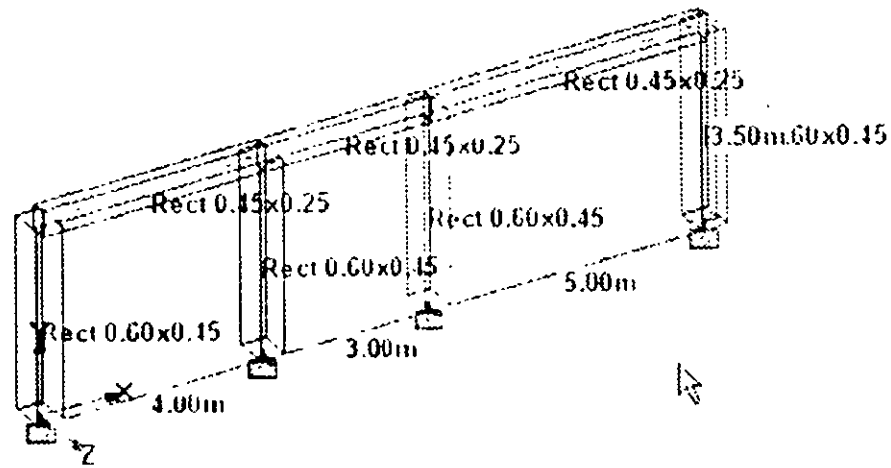
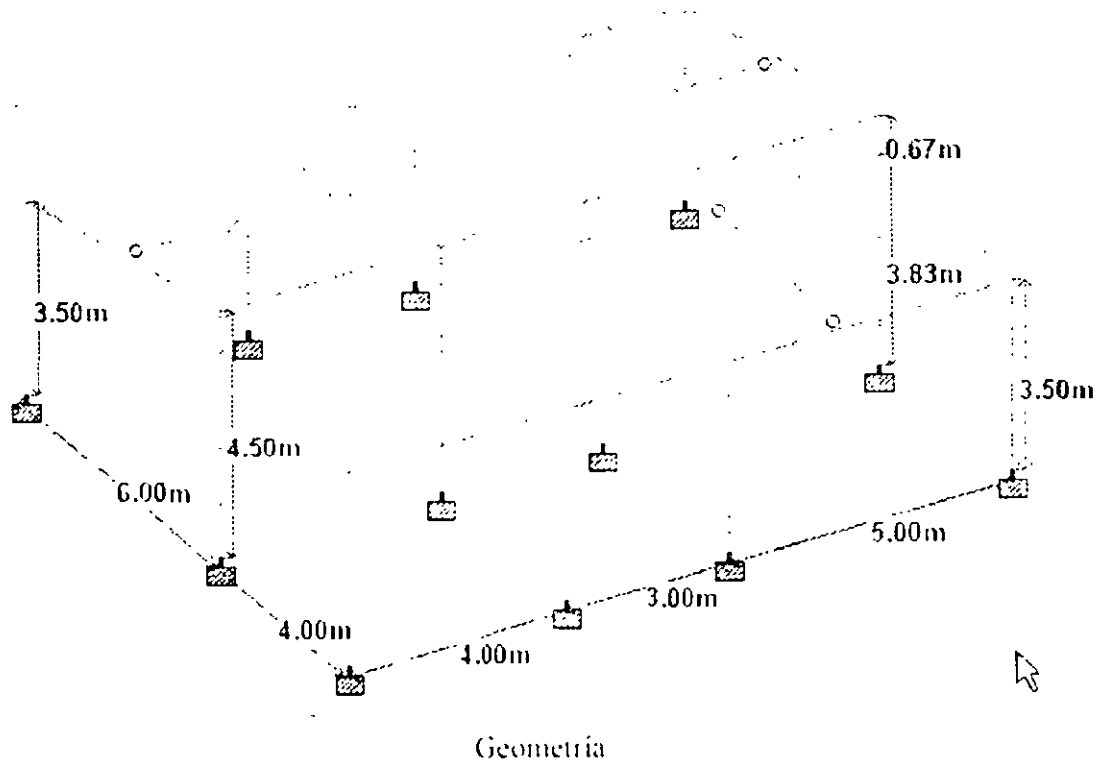
$$b = 75$$

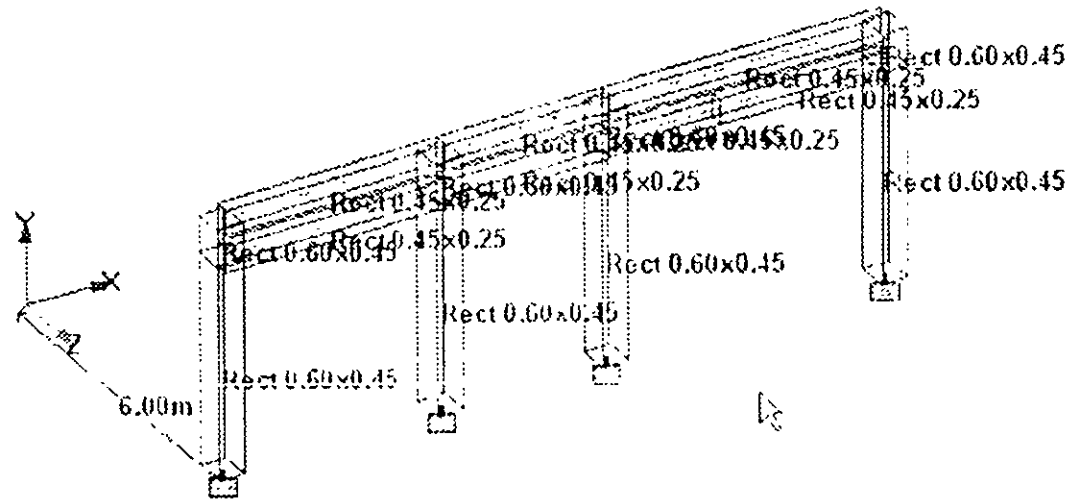
$$\rho_{\max} := 0.75 \cdot \frac{b_w}{b} \cdot (\rho_b + \rho_f)$$

$$\rho_{\max} = 0.0109$$

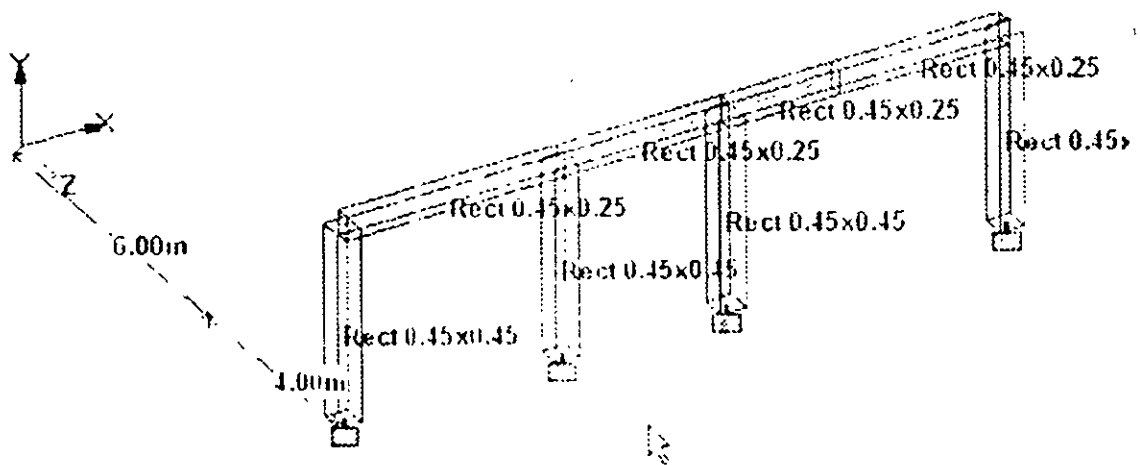
$$A_{s\max} := \rho_{\max} \cdot b \cdot d$$

$$A_s = 32.305 < A_{s\max} = 40.056$$

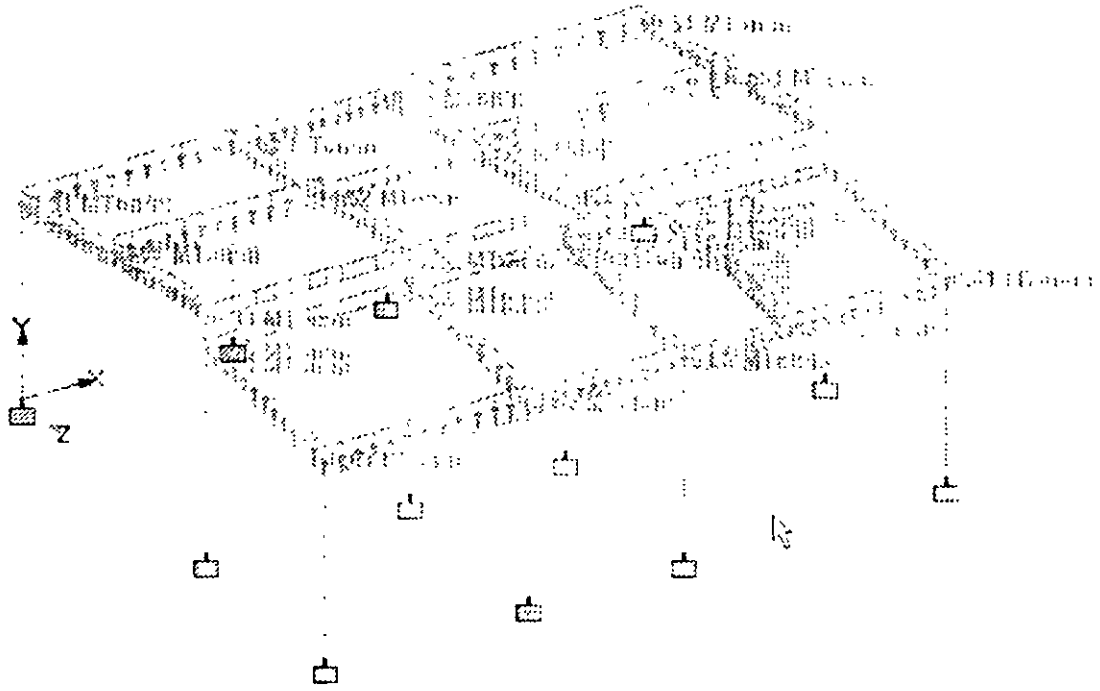




Dimensiones de elementos, marco dirección X, Z=6



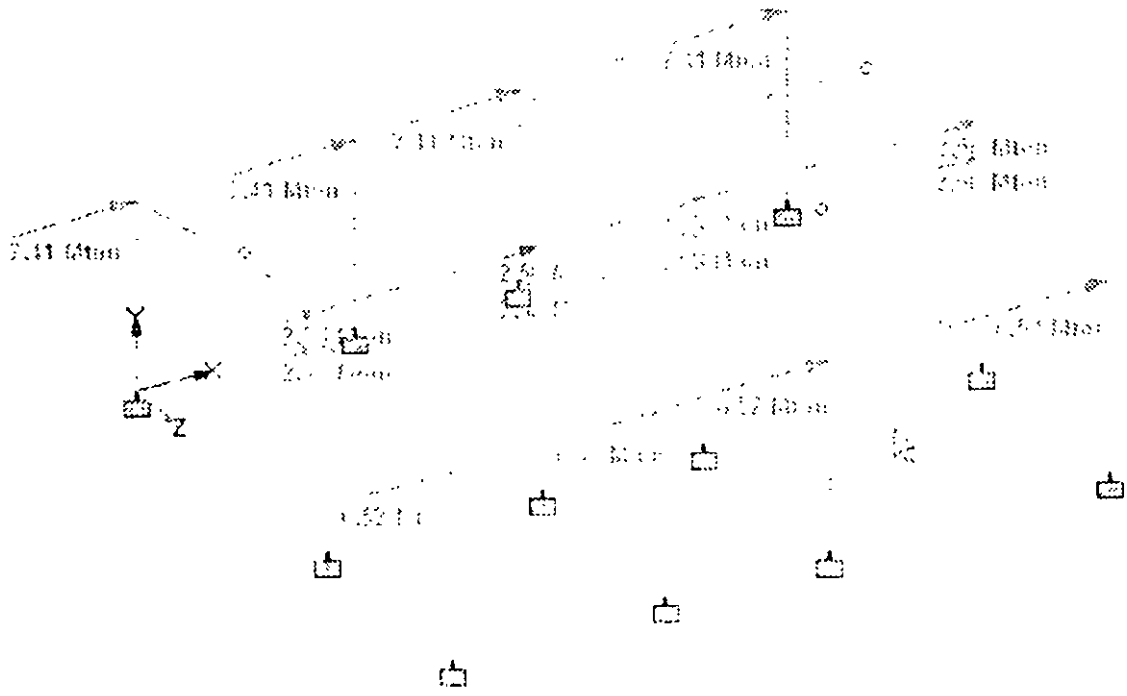
Dimensiones de elementos, marco dirección X, Z=10

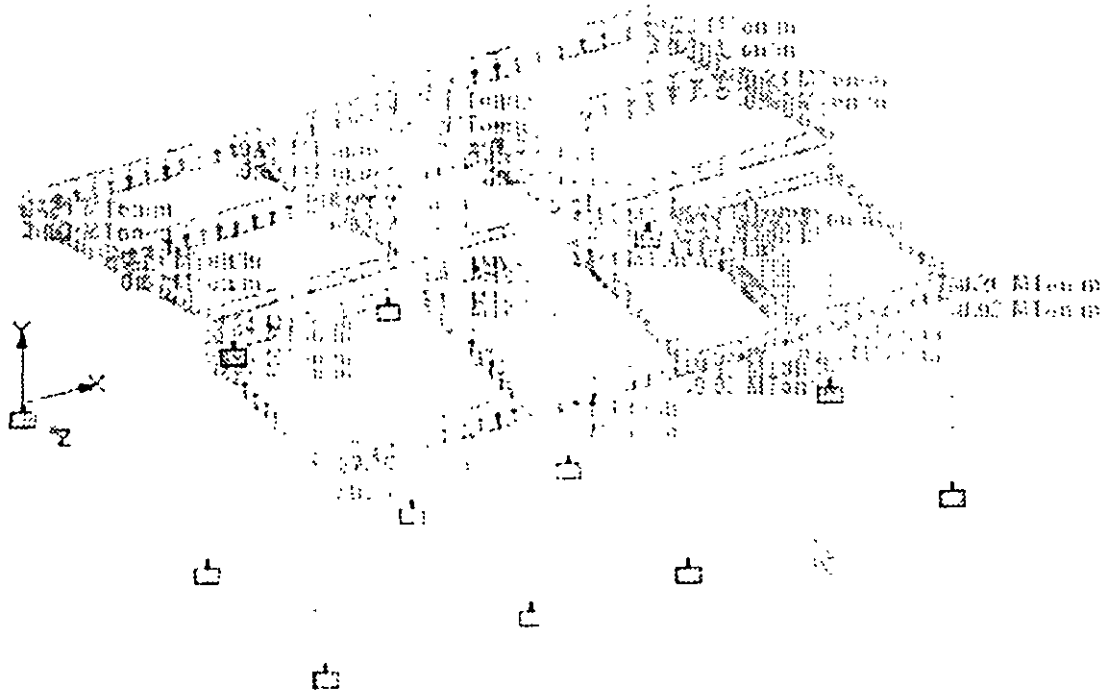


Condición 1, Carga Muerta



Condicion 2 Carga Viva





Condicion 5 Sismo Y

•

• COMBINACIONES PARA REVISION DE DESPLAZAMIENTOS

•

- LOAD COMB 6 (1 C M + 1 C V)
- 1 1 0 2 1 0
- LOAD COMB 7 (1 C M + 0.5 C V + 1 S X + 0.3 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 1 0 4 0 3 5 0 3
- LOAD COMB 8 (1 C M + 0.5 C V + 1 S X + 0.3 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 1 0 4 -0 3 5 -0 3
- LOAD COMB 9 (1 C M + 0.5 C V - 1 S X + 0.3 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 -1 0 4 0 3 5 0 3
- LOAD COMB 10 (1 C M + 0.5 C V - 1 S X + 0.3 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 -1 0 4 -0 3 5 -0 3
- LOAD COMB 11 (1 C M + 0.5 C V + 0.3 S X + 1 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 0 3 4 1 0 5 0 3
- LOAD COMB 12 (1 C M + 0.5 C V + 0.3 S X - 1 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 0 3 4 -1 0 5 0 3
- LOAD COMB 13 (1 C M + 0.5 C V + 0.3 S X + 1 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 -0 3 4 1 0 5 -0 3
- LOAD COMB 14 (1 C M + 0.5 C V - 0.3 S X - 1 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 -0 3 4 -1 0 5 -0 3
- LOAD COMB 15 (1 C M + 0.5 C V + 1 S X + 0.3 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 1 0 4 0 3 5 -0 3
- LOAD COMB 16 (1 C M + 0.5 C V + 1 S X - 0.3 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 1 0 4 -0 3 5 0 3
- LOAD COMB 17 (1 C M + 0.5 C V - 1 S X + 0.3 S Z + 0.3 S Y)
- 1 1 0 2 0 5 3 -1 0 4 0 3 5 -0 3

LOAD COMB 18 (1 C.M + 0.5 C.V. - 1 SX - 0.3 SZ + 0.3 SY)

1 1.0 2 0.5 3 -1 0 4 -0.3 5 0 3

LOAD COMB 19 (1 C.M + 0.5 C.V + 0.3 SX + 1 SZ - 0.3 SY)

1 1.0 2 0.5 3 0 3 4 1.0 5 -0 3

LOAD COMB 20 (1 C.M + 0.5 C.V - 0.3 SX - 1 SZ - 0.3 SY)

1 1.0 2 0.5 3 0 3 4 -1 0 5 -0 3

LOAD COMB 21 (1 C.M + 0.5 C.V - 0.3 SX + 1 SZ + 0.3 SY)

1 1.0 2 0.5 3 -0 3 4 1.0 5 0 3

LOAD COMB 22 (1 C.M + 0.5 C.V - 0.3 SX - 1 SZ - 0.3 SY)

1 1.0 2 0.5 3 -0 3 4 -1 0 5 0 3

*

*

* COMBINACIONES PARA DISEÑO DE ESTRUCTURA

*

LOAD COMB 23 (1.2 C.M + 1.6 C.V)

1 1.2 2 1.6

LOAD COMB 24 (1.2 C.M + 0.5 C.V + 1.4 SX + 0.42 SZ + 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 1 4 4 0 42 5 0 42

LOAD COMB 25 (1.2 C.M + 0.5 C.V + 1.4 SX - 0.42 SZ - 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 1 4 4 -0 42 5 -0 42

LOAD COMB 26 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 1.4 SX + 0.42 SZ + 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 -1 4 4 0 42 5 0 42

LOAD COMB 27 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 1.4 SX - 0.42 SZ - 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 -1 4 4 -0 42 5 -0 42

LOAD COMB 28 (1.2 C.M + 0.5 C.V + 0.42 SX + 1.4 SZ + 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 0 42 4 1 4 5 0 42

LOAD COMB 29 (1.2 C.M + 0.5 C.V + 0.42 SX - 1.4 SZ + 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 0 42 4 -1 4 5 0 42

LOAD COMB 30 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 0.42 SX - 1.4 SZ - 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 -0 42 4 1 4 5 -0 42

LOAD COMB 31 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 0.42 SX - 1.4 SZ - 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 -0 42 4 -1 4 5 -0 42

LOAD COMB 32 (1.2 C.M + 0.5 C.V + 1.4 SX + 0.42 SZ - 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 1 4 4 0 42 5 -0 42

LOAD COMB 33 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 1.4 SX - 0.42 SZ + 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 -1 4 4 -0 42 5 0 42

LOAD COMB 34 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 1.4 SX + 0.42 SZ - 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 -1 4 4 0 42 5 -0 42

LOAD COMB 35 (1.2 C.M + 0.5 C.V + 1.4 SX - 0.42 SZ + 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 1 4 4 -0 42 5 0 42

LOAD COMB 36 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 0.42 SX - 1.4 SZ - 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 0 42 4 -1 4 5 -0 42

LOAD COMB 37 (1.2 C.M + 0.5 C.V + 0.42 SX - 1.4 SZ - 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 0 42 4 1 4 5 -0 42

LOAD COMB 38 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 0.42 SX + 1.4 SZ + 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 -0 42 4 1 4 5 0 42

LOAD COMB 39 (1.2 C.M + 0.5 C.V - 0.42 SX - 1.4 SZ + 0.42SY)

1 1.2 2 0.5 3 -0 42 4 -1 4 5 0 42