



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**



**DIVISIÓN DE EDUCACIÓN  
CONTINUA Y A DISTANCIA**

**DIPLOMADO  
DISEÑO Y CÁLCULO DE  
INSTALACIONES ELÉCTRICAS  
(RESIDENCIALES, INDUSTRIALES Y  
ESPECIALES)**

**MÓDULO IV  
D. CA412 CORTO CIRCUITO**

**EXPOSITOR: DR. FERNANDO TOLEDO TOLEDO  
DEL 29 DE OCTUBRE AL 08 DE DICIEMBRE DE 2007  
PALACIO DE MINERÍA**

4.4	TRANSITORIOS POR SWITCHEO MULTIPLE	52
4.5	APLICACION DE LAS CONDICIONES IMPUESTAS	52
4.6	FALLA TRIFASICA	
	53	
4.7	CONCLUSIONES	55
4.8	PROCEDIMIENTO DETALLADO	56
	4.8.1 PRIMERA RED	
	4.8.2 SEGUNDA RED	
	4.8.3 TERCERA RED	
4.9	FALLAS DESBALANCEADAS	66
	4.9.1 FALLA MONOFASICA A TIERRA (CC1FT)	
	4.9.2 FALLA BIFASICA A TIERRA	
	4.9.3 FALLA BIFASICA	
4.10	CALCULO DE LAS CORRIENTES Y VOLTAJES EN UN CORTO CIRCUITO USANDO UNA COMPUTADORA DIGITAL	74
	4.10.1 FALLA TRIFASICA	
	4.10.2 SIMPLIFICACIONES EN EL CALCULO COMPUTACIONAL DE FALLAS	
	4.10.3 FALLAS DESEQUILIBRADAS	
4.11	EJEMPLO DE CALCULO PARA EL ESTUDIO DE CORTO CIRCUITO	83
	<b>APENDICE I. NORMALIZACION DE VALORES EN POR UNIDAD</b>	<b>93</b>
	<b>APENDICE II. COMPONENTES SIMETRICAS</b>	<b>98</b>
	<b>APENDICE III. ESTIMACION DE LA CORRIENTE DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO Y DE LINEA A TIERRA EN PLANTAS INDUSTRIALES</b>	<b>104</b>
	<b>APENDICE V. DISCO DE TRABAJO</b>	<b>109</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>114</b>

## ANTECEDENTES

El sistema eléctrico de potencia (SEP) es un conjunto de elementos para convertir, transformar y transmitir energía, su análisis ha sufrido -a raíz de la enorme evolución de las computadoras digitales- una evolución en cuanto a sus conceptos, formulación y resolución matemática. El ingeniero de sistemas de potencia deberá conocer los métodos para la realización de los estudios del SEP operando normalmente (régimen permanente equilibrado), y bajo condiciones de falla (régimen desequilibrado).

*ANALISIS DE SISTEMAS DE POTENCIA* es un texto que engloba el material de apoyo (apuntes) de la *uea SISTEMAS DE POTENCIA II*, y presenta las técnicas computacionales más usuales para el modelado y análisis de sistemas de potencia en régimen permanente equilibrado y desequilibrado. El material se presenta conjuntamente con programas computacionales que facilitan la comprensión de los temas aplicados a grandes redes, cuya magnitud y complejidad impide la solución eficiente por métodos manuales.

Como antecedentes es deseable que los capacitandos y lectores estén familiarizados con temas tales como:

- Análisis fasorial de sistemas trifásicos.
- Modelos de representación de componentes de la red.
- Álgebra matricial y compleja.
- Técnicas básicas de programación *VISUALFORTRAN*.

El presente material surge de la necesidad de tener un material accesible en español sobre el tema, dado que la bibliografía de apoyo ha resultado difícil de conseguir por disponibilidad y costo. Presenta los aspectos fundamentales y de aplicación de los estudios más comunes asociados a redes de potencia, como lo son: *modelado de redes de potencia y cortocircuito*, todos ellos con un enfoque de solución computacional. Los conceptos se presentan de forma accesible tanto para el estudiante como para el ingeniero experimentado, presentando ejemplos de simulación con computadora personal en cada tema, acordes con problemas de carácter real.

En la sección de estudios de corto circuito se incluye la metodología, así como también, las principales gráficas y tablas de aplicación de la norma IEEE 141-1993 (R99), de empleo muy difundido en instalaciones eléctricas industriales y como base fundamental para los estudios de protección y coordinación de protecciones de sobrecorriente.

Para esta versión, se incluyen cinco apéndices, dos de carácter introductorio al análisis de redes de potencia, un tercero donde se presenta una metodología de estimación de valores de falla, un cuarto donde se muestran problemas tipo para cada uno de los temas cubiertos y un quinto donde se presenta una guía rápida para la utilización de cada uno de los programas que se incluyen en el disco de trabajo.

La producción de un libro de texto requiere de la cooperación y el esfuerzo de muchas personas, los presentes apuntes no pretenden presentar metodologías innovadoras, sino más bien el recopilar los fundamentos del análisis de sistemas eléctricos apoyados con programas desarrollados de tal manera que permitan que el estudiante adquiera las habilidades necesarias para la producción de su propio *software*. Deseo agradecer los comentarios y críticas recibidas a lo largo de años de docencia por parte de mis alumnos y compañeros profesores del área de investigación. En especial un reconocimiento al Ingeniero KIYOSHI RICARDO MEGURO YUNO, por su entusiasmo y colaboración en este proyecto.

Todas las críticas constructivas y apoyos acerca del presente, seguirán siendo recibidas con agradecimiento.

+ Antes, en todas estas cosas somos más que vencedores por medio de aquel que nos amó.

Por lo cual estoy seguro de que ni la muerte, ni la vida, ni ángeles, ni principados, ni potestades, ni lo presente, ni lo por venir, ni lo alto, ni lo profundo, ni ninguna otra cosa creada nos podrá separar del amor de Dios, que es en Cristo Jesús Señor Nuestro. +

+ ROMANOS 8.37-39.

*CON TODO MI AMOR, A MI ESPOSA VERÓNICA Y A MIS HIJAS:  
XHIVANI Y FERNANDA*

FERNANDO TOLEDO TOLEDO

## 1. INTRODUCCION

### 1.1 EL SISTEMA DE POTENCIA EN ESTADO ESTABLE, MODELADO DEL SISTEMA

La principal función de un sistema eléctrico de potencia es la de suministrar energía eléctrica con una adecuada *calidad de servicio*, los elementos básicos de esta calidad se resumen en cuatro aspectos:

- ◇ *Control de la frecuencia ( $\pm 1\%$ )*
- ◇ *Regulación de voltaje ( $\pm 10\%$ )*
- ◇ *Continuidad del servicio*
- ◇ *Economía*

Para poder cumplir adecuadamente con estos requisitos, es indispensable la realización de estudios sobre el sistema que nos permitan predecir su comportamiento bajo distintos *estados de operación*, esto permitirá que, ante la presencia de una contingencia, se tengan definidas estrategias y alternativas de operación que garanticen un número mínimo de usuarios afectados. En términos generales una contingencia se define como un desbalance de potencia (activa, reactiva ó ambas).

Se define un sistema operando en régimen permanente equilibrado, aquel que cumple con las siguientes *restricciones de igualdad*:

- Suma fasorial de corrientes y voltajes igual a cero:

$$\tilde{V}_A + \tilde{V}_B + \tilde{V}_C = 0$$

$$\tilde{I}_A + \tilde{I}_B + \tilde{I}_C = 0$$

- Impedancias complejas por fase iguales:

$$Z_A = Z_B = Z_C$$

Como es conocido, un sistema que cumpla con estas restricciones, puede ser modelado y resuelto mediante una representación monofásica (red de secuencia positiva).

En caso de no cumplir con alguna de estas restricciones, se considerará que el sistema está operando en régimen permanente *desequilibrado*; consecuentemente no se podrá analizar mediante el modelo monofásico simplificado, utilizándose técnicas alternativas, siendo la más común la de *componentes simétricas*.

Por otro lado existen también las denominadas *restricciones de desigualdad*, que consisten esencialmente en el cumplimiento de ciertas restricciones de operación del equipo como son: sobrecargas, regulación, temperatura operativa, etcétera, cuya representación matemática de acuerdo a su nombre, son desigualdades, por ejemplo:  $S_{OP} \leq S_{NOM}$ , lo que indicaría que la potencia aparente de operación de un equipo en particular, no debe exceder el valor de su potencia nominal.

### 1.2 ESTADOS DE OPERACION DE UN SISTEMA DE POTENCIA

Un sistema de potencia puede operar en varias diferentes condiciones o *estados de operación*, en la figura 1 se muestra el típico *DIAGRAMA DE TRANSICION DE ESTADO*. En este diagrama se representan los estados de operación en función del cumplimiento o no-cumplimiento de las restricciones de igualdad (I) y desigualdad (D) descritas anteriormente.

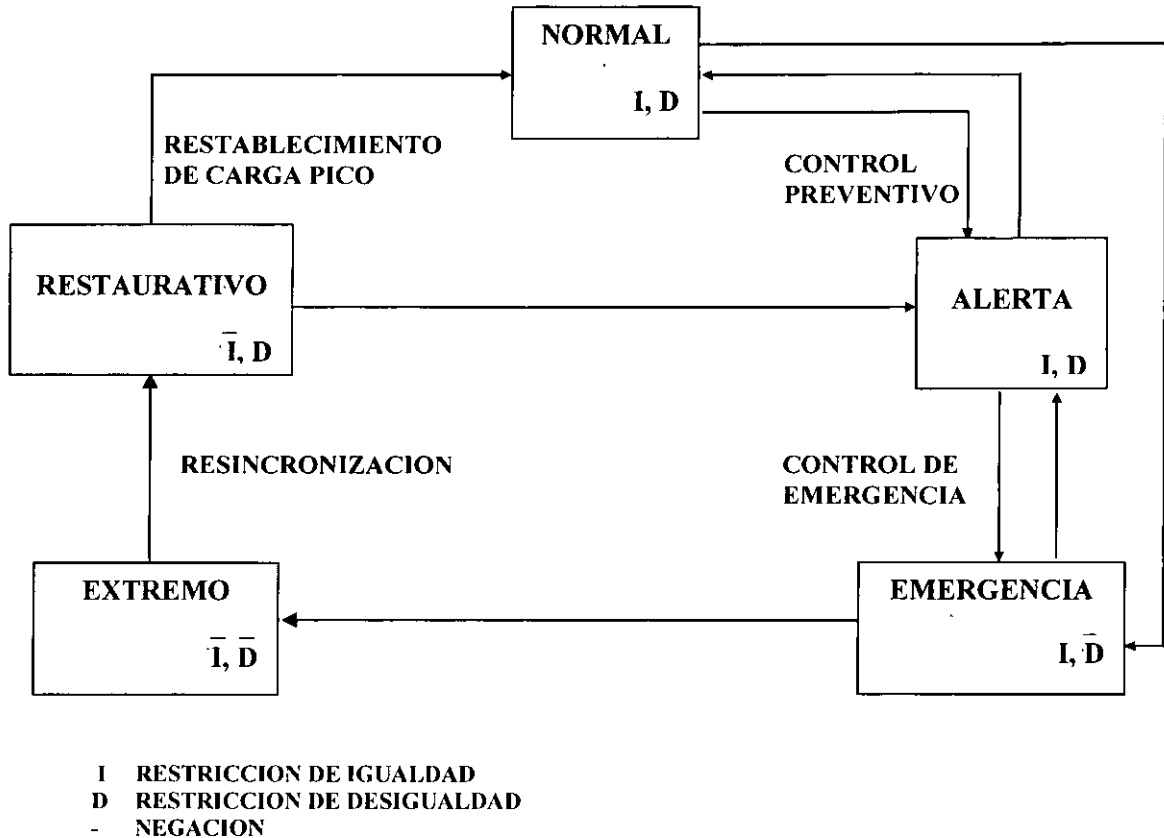


Figura 1 Diagrama de Transición de Estado.

Durante más del 99% de su tiempo de operación, un sistema de potencia se encuentra operando en el denominado *estado normal*. Bajo esta condición de normalidad, la frecuencia y el voltaje en los nodos del sistema se mantienen en valores casi constantes, es decir la frecuencia no debe variar más del 1%, mientras que las variaciones de voltaje en puntos de utilización, no deben ser mayores al 10%.

Esta condición de frecuencia y voltaje es el resultado de un cuidadoso balance entre las potencias activa y reactiva demandadas por las cargas y las suministradas por las fuentes de potencia. En sí, la problemática de la operación de una red de potencia consiste en tratar de mantener un balance entre la potencia suministrada (tanto  $P$  como  $Q$ ) y la demandada por las cargas junto con las pérdidas y requerimientos reactivos de todos los elementos de transmisión.

Este concepto de *igualdad* entre la generación y la demanda es la base para la *normalidad* del sistema como se indica por el símbolo I (igualdad) en la fig. 1. El segundo símbolo D (desigualdad) indica que ciertas condiciones -representadas matemáticamente por desigualdades- deben también cumplirse en el estado normal. Estas restricciones de desigualdad D en el sistema se caracterizan por el cumplimiento de ciertas condiciones de operación representadas matemáticamente por desigualdades, por ejemplo: las cargas a transformadores y generadores no deben exceder a las capacidades nominales, las líneas de transmisión no deben sobrecargarse más allá de sus límites térmicos o de estabilidad en estado estable, las caídas de voltaje ó sobrevoltajes no deben sobrepasar los márgenes de regulación, etc.

El *estado normal* también debe estar caracterizado por un cierto nivel de seguridad que permita afrontar pequeños disturbios (desequilibrios de potencia) sin afectar la calidad de servicio. Esto se logra teniendo un determinado *margen de generación* en forma de *reserva rodante* (unidades incorporadas al sistema que no están entregando toda su potencia nominal). Es política de operación común de cualquier

sistema interconectado el de mantener una capacidad rodante equivalente a la capacidad de la unidad más grande que se tenga operando en el sistema. Esta capacidad rodante (que en nuestro país es del orden de 400 MW) será la suma de las capacidades de reserva de cada una de las unidades generadoras que estén operando en el sistema en un momento dado.

Cuando el margen de generación decrece debido a la presencia de un disturbio que, sin ser severo reduce el nivel de seguridad, el sistema entra en un *estado de alerta*. Hasta este punto todas las igualdades I y desigualdades D se siguen cumpliendo, y el sistema sigue operando totalmente sincronizado y –si no se presenta un nuevo disturbio- podrá continuar por un largo periodo de tiempo. Es ahora cuando deben iniciarse las acciones de *control preventivo* para restituir el margen de generación adecuado y/o eliminar los disturbios, regresando el sistema a su estado normal.

Estas acciones del control preventivo básicamente persiguen, a través de la modificación de las contribuciones de los generadores y de la modificación de la topología de la red (añadir ó quitar líneas) el restablecimiento del margen de generación rodante. Si estas acciones fallan u ocurre un disturbio suficientemente severo, el sistema entrará en un *estado de emergencia*, el cual puede ser regresado directamente hacia el estado normal o de alerta a través del denominado *control de emergencia*. En el estado de emergencia, la generación no es capaz de sostener la carga pero el sistema aún permanece en sincronismo (El símbolo I no ha cambiado) pero una o varias componentes del sistema están ahora sobrecargadas (observe la negación del símbolo D) y conforme algunas de esas componentes falle, el sistema perderá coherencia al empezar a desintegrarse. Es urgente sea regresado a su estado normal o de alerta por medio de acciones de *control emergente*, como por ejemplo: **desconexión de la sección fallada**, **reorientación de flujos de carga**, ó si estos últimos fallan, **la desconexión de cargas** ("*tiro de carga por baja frecuencia*").

Si las acciones de control de emergencia fallan, el sistema entrará al *estado extremo*, esta condición de operación implica desintegración del sistema en secciones o islas, algunas de las cuales tendrán suficiente generación para alimentar la carga, y otras en donde los generadores serán esforzados más allá de sus capacidades. Note que tanto I como D están negados en este estado. Dado que nunca se debe tolerar un estado de sobrecarga a los generadores por la posibilidad de un daño severo a los mismos, este estado marca el preludio a un colapso total del sistema. Una vez en esta condición, para establecer nuevamente la condición de normalidad en el sistema se necesitan intervalos de tiempo muy grandes: horas e inclusive días, esta transición se realiza mediante acciones del denominado *control restaurativo*. Siendo sus acciones: balanceo de las islas de generación-carga y resincronización de sub-áreas de control

### **1.3 SOLUCION DE PROBLEMAS EN INGENIERIA**

Dada la complejidad (basada en aspectos como número de elementos y parámetros a controlar, tamaño físico, etc.) de los sistemas eléctricos de potencia (SEP) –considerados hoy en día los sistemas más grandes que el hombre pretende tener bajo control- se hace insustituible el empleo de metodologías computacionales y ordenadores de gran capacidad y velocidad para poder realizar el análisis del comportamiento de estos sistemas. Las soluciones asociadas a los problemas de ingeniería y en particular de la ingeniería eléctrica de potencia, hacen indispensable el conocimiento adecuado de herramientas computacionales como son: algoritmos, lenguajes de programación, manejo de sistemas operativos, sistemas de adquisición y procesamiento de datos en tiempo real, etc.

Los modernos sistemas de control utilizan de manera sistemática todas estas herramientas para cumplir adecuadamente con el compromiso de la calidad de servicio en el suministro de energía eléctrica.

## 2. MATRICES DE RED

### 2.1 TOPOLOGIA DE REDES

La formación de un modelo matemático confiable es el primer paso en el análisis de un sistema de potencia. El modelo debe describir las características de cada uno de sus componentes así como también las relaciones que gobiernan la conectividad de estos elementos (topología de la red). Una ecuación en forma matricial del sistema, provee un conveniente modelo matemático para una solución digital por computadora.

Los elementos de esta ecuación matricial del sistema dependen de la selección, en primera instancia, del *modelo de referencia*. Este modelo puede ser de tres tipos: *nodal, de mallas y de ramas*. Las técnicas modernas de análisis, han desechado casi totalmente los modelos de referencia de ramas y de mallas. En los tres casos las ecuaciones matriciales describen las relaciones tensión-corriente de la red ya sea en modelo de impedancia ó de admitancia. Cuando la red no contiene elementos acoplados en forma de impedancia, las matrices de red en cualquier modelo de referencia, pueden construirse por simple inspección de la red. Por ejemplo cuando se elige el modelo de referencia nodal, las ecuaciones de la red se plantean en forma de impedancia mediante la matriz  $Y_{BUS}$  (llamada de *admitancias nodales*) y se resuelve en forma de impedancia mediante la matriz  $Z_{BUS}$  (denominada de *impedancias nodales*). Esta matriz  $Z_{BUS}$  representa (como se verá mas adelante) un modelo eficiente y de gran aplicación en el análisis de sistemas de potencia.

### 2.2 LA MATRIZ DE ADMITANCIAS NODALES $Y_{BUS}$

Dentro de las aplicaciones básicas más importantes del análisis de SEP están los estudios de flujos de potencia y corto circuito, en ambos casos normalmente se desprecian los efectos de las impedancias mutuas entre elementos. Para este caso, la matriz de admitancias nodales  $Y_{BUS}$  se obtiene por simple inspección de la red sobre la base de las ecuaciones (2.2.1):

$$Y_{pp} = \sum_{\substack{r=1 \\ s=1}}^n \frac{1}{Z_{rs,rs}} \quad r, s = p; \quad p = 1, 2, \dots, n \quad \text{Elementos de la diagonal principal.} \quad (2.2.1)$$

$$Y_{pq} = - \sum_{q=1}^n \frac{1}{Z_{pq,pq}} \quad p \neq q; \quad p = 1, 2, \dots, n \quad \text{Elementos fuera de la diagonal principal.}$$

Donde:

$Z_{rs,rs}$  impedancia primitiva propia del elemento conectado entre los nodos  $r$  y  $s$ .

$Z_{pq,pq}$  impedancia primitiva propia del elemento conectado entre los nodos  $p$  y  $q$ .

La representación de la matriz del sistema, depende del MODELO DE REFERENCIA empleado (nodal, de malla o de rama). Como se mencionó, de estos tres modelos es el modelo de referencia nodal (BUS) el más utilizado en la actualidad, para este caso las variables son los voltajes y corrientes de nodo, planteándose en forma de admitancia (matriz  $Y_{BUS}$ ) y resolviéndose en impedancia (matriz  $Z_{BUS} = Y_{BUS}^{-1}$ ).

La formación de la apropiada matriz del sistema o matriz de red, es la parte inicial y una de las más importantes para la solución de problemas relacionados con la operación de Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP). Como referencia a las expresiones (2.2.1) en la figura 2.1 se presenta un sistema elemental al cual se aplicará el procedimiento de obtención del al matriz  $Y_{BUS}$  por inspección de la red.



**2.3 EJEMPLO.** Para el sistema mostrado en la figura 2.1, determine la matriz de admitancias nodales  $Y_{BUS}$ . Los datos correspondientes se presentan en el cuadro 2.1.

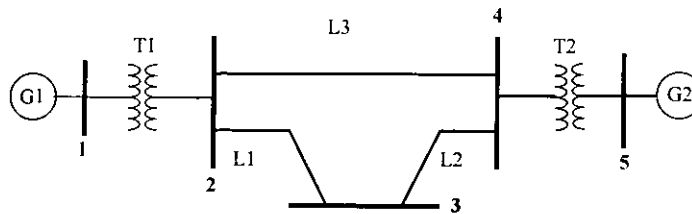


Figura 2.1 Sistema de Potencia elemental.

ELEMENTO	TIPO	POTENCIA	IMPEDANCIA POR FASE	VOLTAJE(s)
1	generador G1	100 MVA	$(0.0 + j 12.0) \%$	13.8 kV
2	transformador T1	120 MVA	$(0.0 + j 8.0) \%$	13.8/115.0 kV
3	línea L1		$(0.0 + j 25.0) \Omega$	115.0 kV
4	línea L2		$(0.0 + j 30.0) \Omega$	115.0 kV
5	línea L3		$(0.0 + j 15.0) \Omega$	115.0 kV
6	transformador T2	120 MVA	$(0.0 + j 7.0) \%$	13.8/115.0 kV
7	generador G2	100 MVA	$(0.0 + j 15.0) \%$	13.8 kV

Cuadro 2.1 Datos del sistema

## SOLUCIÓN

### CÁLCULO MANUAL

**PASO 1.** Normalización a por unidad (PU). Se elige una potencia base de 100 MVA ( $S_{BASE} = 100 \text{ MVA}$ ) y voltajes base ( $V_{BASE}$ ) correspondientes a los valores nominales (en este caso 13.8 y 115 kV). Como los valores de impedancia de las líneas se dan en Ohms, el correspondiente valor base de impedancia ( $Z_{BASE}$ ) a 115 kV es de:

$$Z_{BASE} = \frac{V_{BASE}^2}{S_{BASE}} = \frac{(115 \text{ kV})^2}{100 \text{ MVA}} = 132.25 \Omega$$

Los valores normalizados en PU para cada elemento son:

$$\begin{aligned} Z_{G1} &= (0.0 + j 0.12) \\ Z_{T1} &= (0.0 + j 0.08) * (100/120) = (0.0 + j 0.0666) \\ Z_{L1} &= (0.0 + j 25.0) / 132.25 = (0.0 + j 0.18903) \\ Z_{L2} &= (0.0 + j 30.0) / 132.25 = (0.0 + j 0.22684) \\ Z_{L3} &= (0.0 + j 15.0) / 132.25 = (0.0 + j 0.11342) \\ Z_{T2} &= (0.0 + j 0.07) * (100/120) = (0.0 + j 0.05833) \\ Z_{G2} &= (0.0 + j 0.15) \end{aligned}$$

**PASO 2.** Cálculo de los elementos de la matriz  $Y_{BUS}$ . Se utilizan las expresiones 2.1.1 para el cálculo de los componentes de la matriz, recuerde que esta matriz es simétrica y que para este caso es de orden  $5 \times 5$ .

Obteniendo los valores por renglones:

- Elemento (1,1), suma de las admitancias primitivas de todos los elementos conectados al nodo 1. Para este caso elementos G1 y T1:

$$Y(1,1) = [1.0 / (0.0 + j 0.12)] + [1.0 / (0.0 + j 0.0666)] = -j (8.333 + 15.001) \\ = -j23.001$$

- Elemento (1,2), negativo de la suma de las admitancias primitivas de todos los elementos conectados **simultáneamente** a los nodos 1 y 2. Para este caso solo el elemento T1:

$$Y(1,2) = - [1.0 / (0.0 + j 0.0666)] = +j (15.001) = j 15.001$$

- Elemento (1,3), negativo de la suma de las admitancias primitivas de todos los elementos conectados a los nodos 1 y 3, *como no existen elementos su valor es cero*:

$$Y(1,3) = 0.0$$

- Elementos (1,4) y (1,5); de manera similar al caso anterior, el nodo 1 no está conectado directamente a los nodos 4 y 5 por lo que su valor es cero:

$$Y(1,4) = Y(1,5) = 0.0$$

- El elemento (2,1) es igual al (1,2) por lo que se procede al cálculo del elemento (2,2), suma de las admitancias primitivas de los elementos conectados al nodo 2 (T1, L1 y L3):

$$Y(2,2) = [1.0 / (0.0 + j 0.0666)] + [1.0 / (0.0 + j 0.18903)] + [1.0 / (0.0 + j 0.11342)] \\ = -j (15.015 + 5.2826 + 8.8167) = -j 29.1143$$

- Elementos (2,3), (2,4) y (2,5):

$$Y(2,3) = - [1.0 / (0.0 + j 0.18903)] = (0.0 + j 5.29016) \\ Y(2,4) = - [1.0 / (0.0 + j 0.11342)] = (0.0 + j 8.81678) \\ Y(2,5) = (0.0 + j 0.0)$$

- Tercer renglón, elementos (3,3), (3,4) y (3,5):

$$Y(3,3) = [1.0 / (0.0 + j 0.18903)] + [1.0 / (0.0 + j 0.22684)] = (0.0 - j 9.69855) \\ Y(3,4) = - [1.0 / (0.0 + j 0.22684)] = (0.0 + j 4.40839) \\ Y(3,5) = (0.0 + j 0.0)$$

- Cuarto renglón, elementos (4,4) y (4,5):

$$Y(4,4) = [1.0 / (0.0 + j 0.22684)] + [1.0 / (0.0 + j 0.11342)] + [1.0 / (0.0 + j 0.05833)] \\ = (0.0 - j 30.3690) \\ Y(4,5) = - [1.0 / (0.0 + j 0.05833)] = (0.0 + j 17.14383)$$

- Quinto renglón, elemento (5,5)

$$Y(5,5) = [1.0 / (0.0 + j 0.05833)] + [1.0 / (0.0 + j 0.15)] = (0.0 + j 23.8105)$$

La matriz de admitancias nodales  $Y_{BUS}$  correspondiente es:

$$Y_{BUS} = \begin{pmatrix} (0.0 - j23.001) & (0.0 + j15.001) & (0.0 + j0.000) & (0.0 + j0.000) & (0.0 + j0.000) \\ (0.0 + j15.001) & (0.0 - j29.1143) & (0.0 + j5.29016) & (0.0 + j8.81678) & (0.0 + j0.000) \\ (0.0 + j0.000) & (0.0 + j5.29016) & (0.0 - j9.69855) & (0.0 + j4.40839) & (0.0 + j0.000) \\ (0.0 + j0.000) & (0.0 + j8.81678) & (0.0 + j4.40839) & (0.0 - j30.369) & (0.0 + j17.144) \\ (0.0 + j0.000) & (0.0 + j0.0000) & (0.0 + j0.000) & (0.0 + j17.144) & (0.0 - j23.810) \end{pmatrix}$$

**SIMULACIÓN COMPUTACIONAL**

**PASO 1. Archivo de datos.** Tome su disco de trabajo y ubíquese en el subdirectorio A:\YBUS\_IN en este subdirectorio edite el archivo de datos correspondiente (p.e. EJEMPLO1.DAT) y vacíe la información correspondiente al sistema bajo análisis, si tiene problemas consulte en el mismo directorio el archivo YBUS\_IN.EJM, el archivo de datos correspondiente al sistema bajo análisis es:

**ARCHIVO DE DATOS**

```

5      7      ;NUMERO DE NODOS (sin contar el de referencia), NUMERO
;DE ELEMENTOS

0      1      (0.0,0.12)      0      ;PRIMER ELEMENTO (G1) CONECTADO A LOS NODOS 0 y 1, im-
;pedancia (0.0 + j0.12), sin admitancia en derivación

1      2      (0.0,0.0666)      0
2      3      (0.0,0.18903)      0
3      4      (0.0,0.22684)      0
2      4      (0.0,0.11342)      0
4      5      (0.0,0.05833)      0
0      5      (0.0,0.15)      0      ;ULTIMO ELEMENTO (G2) CONECTADO A LOS NODOS 0 y 5,
;IMPEDANCIA (0.0 +j0.15)
    
```

**FIN DE ARCHIVO**

NOTA: Se recomienda no incluir los comentarios (;...)

**PASO 2. Corrida computacional.** Teclee el comando YBUS\_IN y el programa pedirá los nombres de los archivos de datos y de resultados, si no se presentó ningún error, edite el archivo de resultados:

**ARCHIVO DE RESULTADOS**

```

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA-A
AREA ELECTRICA

YBUS_IN >> PROGRAMA PARA LA DETERMINACION DE LA MATRIZ DE ADMITANCIAS
          NODALES YBUS POR INSPECCION DE LA RED

DESARROLLO: M. EN C. FERNANDO TOLEDO TOLEDO

V A L O R E S   E N T R A D O S   C O M O   D A T O S

NUMERO DE NODOS      = 5
NUMERO DE ELEMENTOS = 7

          IMPEDANCIAS Y ADMITANCIAS PRIMITIVAS
          (valores en p. u.)
          N O D O

ELEMENTO  SALIDA  LLEGADA      IMPEDANCIA SERIE      Ypq / 2
    
```

1	0	1	.000E+00+j .120E+00	No especificada
2	1	2	.000E+00+j .666E-01	No especificada
3	2	3	.000E+00+j .189E+00	No especificada
4	3	4	.000E+00+j .227E+00	No especificada
5	2	4	.000E+00+j .113E+00	No especificada
6	4	5	.000E+00+j .583E-01	No especificada
7	0	5	.000E+00+j .150E+00	No especificada

&lt;&lt; MATRIZ YBUS DEL SISTEMA &gt;&gt;

```

YBUS( 1, 1)= .000E+00 + j -.233E+02
YBUS( 1, 2)= .000E+00 + j .150E+02
YBUS( 2, 2)= .000E+00 + j -.291E+02
YBUS( 2, 3)= .000E+00 + j .529E+01
YBUS( 2, 4)= .000E+00 + j .882E+01
YBUS( 3, 3)= .000E+00 + j -.970E+01
YBUS( 3, 4)= .000E+00 + j .441E+01
YBUS( 4, 4)= .000E+00 + j -.304E+02
YBUS( 4, 5)= .000E+00 + j .171E+02
YBUS( 5, 5)= .000E+00 + j -.238E+02

```

&lt;&lt; MATRIZ ZBUS DEL SISTEMA &gt;&gt;

```

ZBUS( 1, 1)= .000E+00 + j .903E-01
ZBUS( 1, 2)= .000E+00 + j .737E-01
ZBUS( 1, 3)= .000E+00 + j .637E-01
ZBUS( 1, 4)= .000E+00 + j .516E-01
ZBUS( 1, 5)= .000E+00 + j .372E-01
ZBUS( 2, 2)= .000E+00 + j .115E+00
ZBUS( 2, 3)= .000E+00 + j .991E-01
ZBUS( 2, 4)= .000E+00 + j .803E-01
ZBUS( 2, 5)= .000E+00 + j .578E-01
ZBUS( 3, 3)= .000E+00 + j .202E+00
ZBUS( 3, 4)= .000E+00 + j .977E-01
ZBUS( 3, 5)= .000E+00 + j .704E-01
ZBUS( 4, 4)= .000E+00 + j .119E+00
ZBUS( 4, 5)= .000E+00 + j .854E-01
ZBUS( 5, 5)= .000E+00 + j .104E+00

```

&lt;&lt; MATRIZ PRODUCTO Ybus Zbus &gt;&gt;

```

U( 1, 1)= 1.000 + j .000
U( 1, 2)= .000 + j .000
U( 1, 3)= .000 + j .000
U( 1, 4)= .000 + j .000
U( 1, 5)= .000 + j .000
U( 2, 2)= 1.000 + j .000
U( 2, 3)= .000 + j .000
U( 2, 4)= .000 + j .000
U( 2, 5)= .000 + j .000
U( 3, 3)= 1.000 + j .000
U( 3, 4)= .000 + j .000
U( 3, 5)= .000 + j .000
U( 4, 4)= 1.000 + j .000
U( 4, 5)= .000 + j .000
U( 5, 5)= 1.000 + j .000

```

Como puede observarse las matrices  $Y_{BUS}$  obtenidas manualmente y mediante el programa YBUS\_IN son las mismas; en el caso del programa invierte adicionalmente la matriz  $Y_{BUS}$  obteniendo la matriz de impedancias nodales  $Z_{BUS}$  y finalmente realiza el producto de ambas como comprobación de la inversión, se sugiere utilizar el programa incluyendo efectos capacitivos para las líneas.

## 2.4 INCLUSIÓN DE IMPEDANCIAS MUTUAS

La mayor parte de los estudios para sistemas de potencia se realizan mediante modelos que desprecian los efectos de las impedancias mutuas entre elementos, de esta manera normalmente un sistema se modela mediante la matriz de admitancias nodales  $Y_{BUS}$  obtenida por inspección. Cuando se requiere el considerar estos efectos de impedancias mutuas, *no es posible utilizar este sencillo método*.

Alternativamente existen varios métodos para obtener la matriz  $Y_{BUS}$  considerando los efectos de impedancias mutuas: *adición a bloques, incorporación de elemento a elemento a partir de una red parcial y transformaciones singulares*. El método de transformaciones singulares representa un algoritmo muy sencillo basado en la combinación lineal de matrices de incidencia y primitivas. Tenga presente que este método sólo deberá ser aplicado a redes que contengan elementos acoplados en forma de impedancia.

## 2.5 MATRICES PRIMITIVAS

Las características eléctricas de cada uno de los elementos de la red pueden ser presentadas en forma de una MATRIZ PRIMITIVA. Esta matriz describe las características de admitancia ó impedancia propia y mutua de cada componente de la red, pero no provee información relacionada con la conectividad de estos elementos en el sistema.

Existen dos tipos de matrices primitivas:

- *Matriz de impedancias primitiva*  $[z]$
- *Matriz de admitancias primitiva*  $[y]$

La construcción de la matriz  $[z]$  se realiza a través de vaciado directo de valores de impedancia primitiva de los elementos: en la diagonal principal valores de impedancia propia del elemento, y fuera de la diagonal principal impedancias mutuas entre pares de elementos.

Es conveniente incluir en este punto una convención de notación para elementos primitivos en cuanto a su conectividad en la red, la impedancia primitiva propia del elemento conectado entre los nodos  $p$  y  $q$  se denota mediante el término  $z_{pq,pq}$ . De esta manera el término  $z_{pq,rs}$  representará la impedancia primitiva mutua entre el elemento conectado entre los nodos  $p$  y  $q$  y el elemento conectado entre los nodos  $r$  y  $s$ . Es así como esta matriz es *cuadrada, simétrica, compleja y no singular* de orden  $e \times e$  (donde  $e$  representa el número de elementos de la red). Por inversión de esta matriz se obtiene la *matriz de admitancias nodales*  $[y]$ , la cual tiene las mismas características matemáticas de la matriz  $[z]$ . Cabe hacer notar que cuando no existen en el sistema elementos acoplados en forma de impedancia ó admitancia, *ambas matrices serán diagonales*.

Partiendo de estas matrices primitivas y mediante combinaciones lineales con matrices de incidencia se obtienen *matrices del sistema ó matrices de red*, las cuales describen el comportamiento del sistema considerando simultáneamente aspectos de impedancia ó admitancia y de conectividad.

Las matrices de incidencia, como su nombre lo indica representan numéricamente las reglas de conectividad que existen entre elementos del sistema, asociadas al modelo de referencia, por ejemplo: conectividad hacia mallas, hacia ramas ó el caso más común: incidencia de elementos hacia nodos. La construcción de estas matrices sigue una regla muy sencilla: si el elemento no es incidente a la componente de red (nodo, malla, etc.) se asigna un cero, si es incidente, dependiendo de su orientación se le asigna un (1) ó un (-1). El establecimiento de estas matrices parte de un modelo gráfico que describe la conectividad de todos sus elementos. Para describir la estructura geométrica de una red eléctrica basta con generar un gráfico ó grafo de la red donde basta reemplazar los componentes del sistema por simples segmentos de líneas independientemente de sus características (transformadores, líneas, generadores, etc.).

Estos segmentos de líneas son llamados *elementos* y sus terminales se llaman *odos*. Los segmentos de líneas se orientan mediante flechas, esta orientación es arbitraria, aunque es conveniente que, estando conectado el elemento a los nodos  $p$  y  $q$ , se cumpla para simplificación algorítmica que:  $q > p$ . Se dice entonces que el elemento sale de  $p$  y entra a  $q$ .

Para la construcción del grafo se toma como referencia el sistema de la figura 2.1, se parte de la red de secuencia positiva (esto no es obligatorio pero constituye una buena referencia), en esta red se incluye como es sabido, el nodo de referencia que siempre se sugiere sea el neutro y los modelos representativos de cada elemento, ver figura 2.2.

Observe que los nodos respetan la convención original y aparece el neutro como nodo de referencia, es conveniente en todos los casos asignarle a este nodo el número cero.

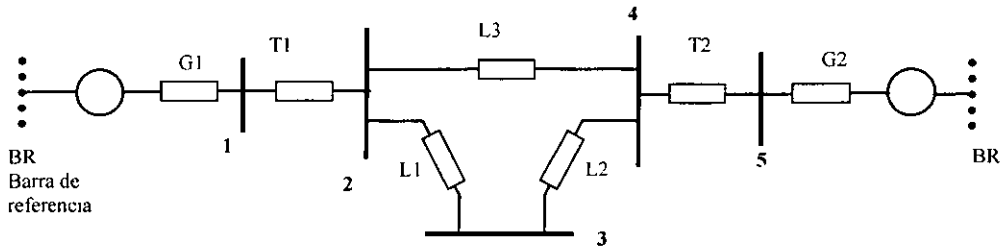


Figura 2.2 Red de secuencia positiva para el sistema

Se considera que todos los elementos constitutivos de un sistema están conectados entre un par de nodos, por facilidad se dice que el elemento  $e$  está conectado entre los nodos  $p$  y  $q$ . Es conveniente que el elemento se *oriente* saliendo de un nodo de designación mayor y llegue a un nodo de número mayor es decir  $q > p$ , se dice entonces que el elemento *sale de  $p$  y llega a  $q$* . Partiendo de la red de secuencia positiva, se construye el correspondiente grafo que se presenta en la figura 2.3.

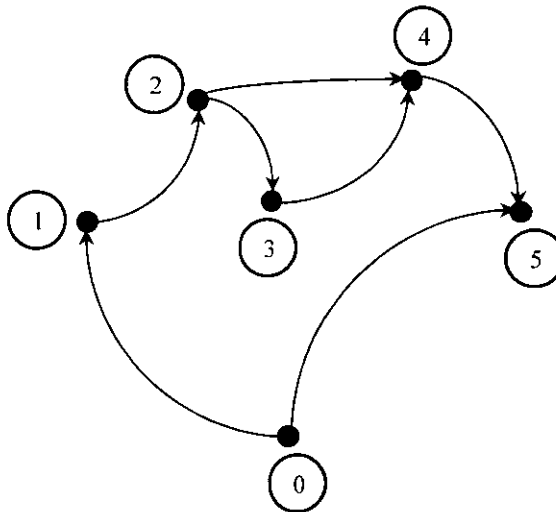


Figura 2.3 Grafo orientado del sistema

En este punto conviene dejar sentadas algunas reglas prácticas (no son obligatorias pero simplifican enormemente el algoritmo) de gran utilidad en la construcción de los grafos de la red:

- Tome siempre como nodo de referencia el neutro ó tierra física, según sea el caso y asígnele el número cero.
- Numere los nodos restantes de tal manera que queden conectados en orden creciente, es decir adyacente al nodo  $p$  debe estar el nodo  $p+1$ .

Un nodo y un elemento son incidentes si el nodo es una terminal del elemento. Los nodos pueden ser incidentes a uno o más elementos, mientras que un elemento es incidente a un solo par de nodos. Un *grafo* o gráfico muestra la *topología* de una red eléctrica. Un *subgrafo* es cualquier subconjunto de los elementos del grafo. Una *trayectoria* es un subgrafo de elementos conectados con no más de dos elementos conectados a cualquier nodo.

Un grafo es conectado si y sólo si existe al menos una trayectoria entre cualquier par de nodos. Si a cada elemento del grafo conectado se le asigna una dirección entonces se dice que el grafo es *orientado y conectado*. Siempre es conveniente orientar los elementos de tal manera que *salga de p y entre a q con p < q*.

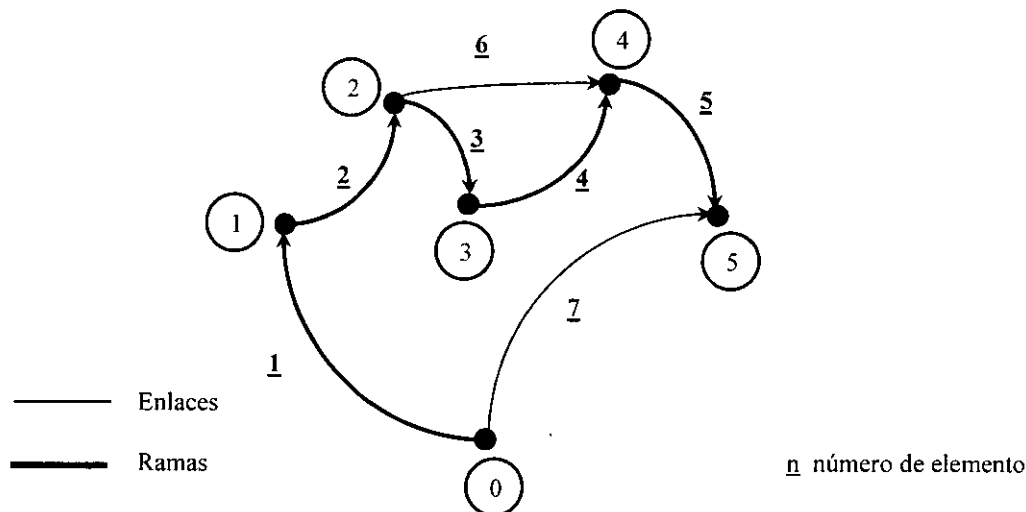


Figura 2.4 Árbol y coárbol del sistema

Un subgrafo conectado como el de la figura 2.3, que contiene todos los nodos del grafo y no contiene trayectorias cerradas (mallas) es llamado *árbol*, observe que para un grafo en particular *se pueden tener varios árboles*. En la figura 2.4 se muestra con líneas gruesas uno de los posibles. Los elementos de un árbol se llaman *ramas* y forman un subconjunto de los elementos del grafo. El número de ramas *b* requerido para formar un árbol es:

$$b = n - 1 \tag{2.2.1}$$

Donde *n* es el número total (incluyendo el nodo de referencia) de nodos del grafo. Aquellos elementos del grafo conectado que no pertenecen al árbol considerado se denominan *enlaces* y forman un subgrafo, no necesariamente interconectado, llamado *coárbol* (líneas delgadas de la figura 2.4). El número de enlaces *l* de un grafo conectado con *e* elementos es :

$$l = e - b \tag{2.2.2}$$

De la ecuación 2.2.1 se deduce que :

$$l = e - n + 1 \tag{2.2.3}$$

Un árbol y su correspondiente coárbol del grafo se muestran en la fig. 2.3. Aquí puede observarse que la numeración de elementos corresponde en orden *primero a las ramas y después a los enlaces*. También observe que los números de las ramas se eligieron de manera que al ir añadiendo al grafo rama a rama, se genera un nuevo nodo (también en orden creciente), mientras que al adicionar enlaces no se crea ningún nuevo nodo. De esto se deduce que *antes de numerar los elementos es conveniente seleccionar el árbol del sistema*, dado que este no es único. Para el sistema analizado se tiene: (6 - 1 = 5) ramas, (7) elementos y (7-5 =2) enlaces.

### Enlaces y Mallas Básicas

Si partiendo del árbol se añade uno y sólo un enlace, el grafo resultante contiene una y sólo una trayectoria cerrada llamada *malla básica*. La adición de subsecuentes enlaces forma una o más mallas adicionales. Así se pueden formar trayectorias cerradas que contienen más de un enlace (*mallas en general*). Las mallas que contienen un sólo enlace son independientes y se denominan *mallas básicas*.

Consecuentemente, el número de mallas básicas es igual al número de enlaces dado por la ecuación (2.2.3.). La orientación de una malla básica se elige de acuerdo a la orientación del único enlace que contiene. Las mallas básicas de la fig. 2.4 se muestran en la fig. 2.5. Se puede enumerar estas mallas de acuerdo al número del enlace que las genera, de esta manera la malla básica I, es la que contiene al enlace 6 y está orientada en el mismo sentido, caso análogo al de la malla I generada por el enlace 7.

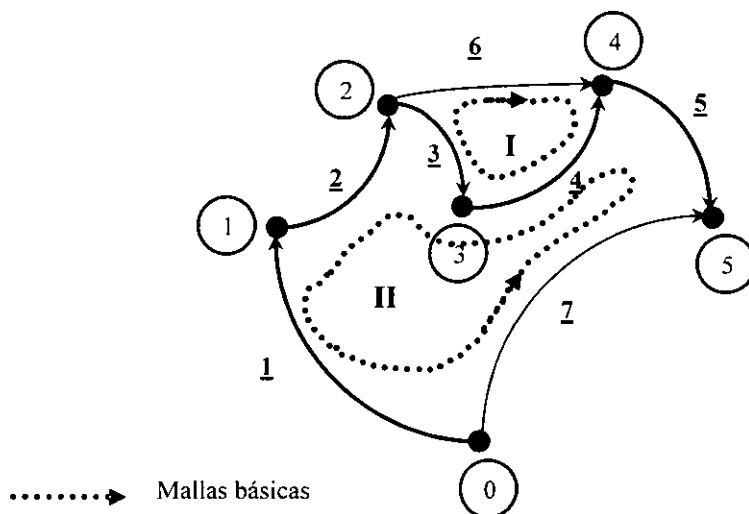


Figura 2.5 Mallas Básicas del Grafo

## 2.6 MATRICES DE INCIDENCIA

Cuando los elementos que componen un sistema no están acoplados en forma de impedancia, las matrices de red se generan normalmente por inspección. En caso contrario, es necesaria la utilización de otras metodologías, dentro de las que destaca la denominada: *Transformaciones Singulares* (debido a que se obtiene mediante una combinación lineal de matrices singulares). Este método parte de la obtención de las *Matrices de Incidencia*. Como su nombre lo indica, estas matrices describen mediante ceros y unos, la conectividad de los elementos hacia componentes de la red (nodos, mallas, ramas), si el elemento no incide al componente se asigna un cero y si es incidente -dependiendo de su sentido- un uno (+1) ó un menos uno (-1).

El establecimiento de una *matriz de red* tiene implícito la *elección de un modelo de referencia*: NODAL, DE RAMA ó DE MALLAS. Para cada uno de los casos será necesario la obtención de la correspondiente matriz de incidencia, de tal manera que para obtener la matriz de red *sólo será necesario la obtención de una matriz de incidencia*. Para el caso de utilizar el modelo de referencia nodal se debe construir la matriz de incidencia nodal  $I_N$ .



**2.6.1 MATRIZ DE INCIDENCIA NODAL (O DE BUS) A**

Esta matriz como su nombre lo indica, muestra las reglas de incidencia de los elementos con respecto a los nodos (sin incluir el nodo de referencia), su construcción es muy sencilla basta con generar una matriz en la que los renglones representen a los elementos y las columnas a los nodos, de esta manera la dimensión de esta matriz es de  $e \times (n - 1)$  y su rango  $n - 1 = b$ , donde  $b$  es el número de ramas en el grafo.

Para llenarse por renglones se revisa si el elemento está ó no conectado al nodo (columna) bajo consideración, si no está conectado se pone un cero y si llega al nodo se pone (-1), y por último si sale de él se le asigna un (+1). Para el sistema de la figura 2.2, la correspondiente matriz  $A$  se muestra a continuación:

	$n$		1	2	3	4	5	
	$e$		1	2	3	4	5	
1		-1	0	0	0	0	0	Esta matriz es rectangular y consecuentemente singular
2		1	-1	0	0	0	0	
3		0	1	-1	0	0	0	
4		0	0	1	-1	0	0	
5		0	0	0	1	-1	0	
6		0	1	0	-1	0	0	
7		0	0	0	0	0	-1	

Se observa de esta matriz que los primeros  $b$  renglones corresponden a las ramas y los restantes  $l$  se refieren a la conectividad de los enlaces a los nodos, de esta manera la matriz  $A$  puede ser particionada en dos, una submatriz  $A_b$  de dimensión  $b \times (n - 1)$  y otra  $A_l$  de dimensión  $l \times (n - 1)$ , donde las filas de  $A_b$  corresponden a ramas y las filas de  $A_l$  a enlaces. La matriz particionada para el grafo mostrado en la fig.2.2 es el mostrado a continuación.

	$n$		1	2	3	4	5	
	$e$		1	2	3	4	5	
1		-1	0	0	0	0	0	$A_b$ RAMAS
2		1	-1	0	0	0	0	
3		0	1	-1	0	0	0	
4		0	0	1	-1	0	0	
5		0	0	0	1	-1	0	
6		0	1	0	-1	0	0	$A_l$ ENLACES
7		0	0	0	0	-1	0	

$A_b$  es una matriz cuadrada no-singular con rango  $(n-1)$ .

**2.6.2 MATRIZ DE INCIDENCIA A MALLA BASICA M**

La incidencia de elementos a mallas básicas de un grafo conectado se muestra en la *matriz de incidencia de malla básica M*. Esta matriz se construye de manera análoga a la matriz  $A$ , teniendo en cuenta las reglas de pertenencia del elemento a las mallas básicas de acuerdo a lo siguiente:

$m_{ij} = 1$  El  $i$ -ésimo elemento pertenece a la  $j$ -ésima malla básica y está orientado en el mismo sentido que la malla.

$m_{ij} = -1$  Si el  $i$ -ésimo elemento pertenece y está orientado en la dirección opuesta a la  $j$ -ésima

mallas básicas.

$m_{ij} = 0$  Si el  $i$ -ésimo elemento no pertenece a la  $j$ -ésima malla básica.

La matriz de incidencia a malla básica es de dimensión  $(e \times l)$ , donde los renglones pertenecen a elementos y las columnas a mallas básicas. Para el ejemplo analizado (figura 2.5), el orden es de 7(elementos)  $\times$  2(enlaces), siendo la matriz  $M$ :

e	l	
	I	II
1	0	-1 *
2	0	-1
3	-1	-1
4	-1	-1
5	0	-1
6	1	0
7	0	1

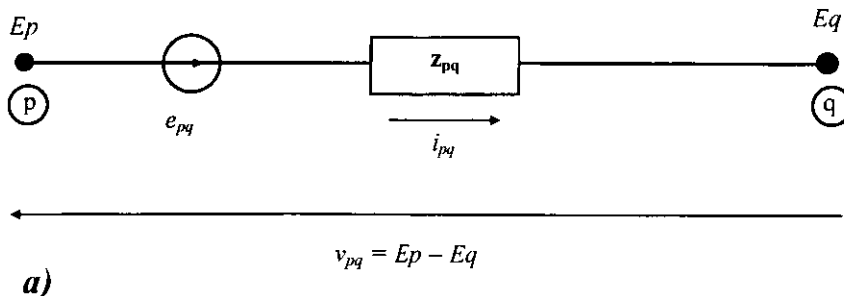
\* El elemento 1 no pertenece a la malla I (se asigna un 0), pertenece a la malla II pero orientado en sentido opuesto (se asigna -1).

Esta matriz  $M$  puede ser particionada en dos submatrices:  $M_b$  (submatriz de incidencia de ramas a mallas básicas) y  $M_l$  (submatriz de incidencia de enlaces a mallas básicas), esta última matriz como la correspondencia de enlaces a mallas básicas es uno a uno, es una matriz unitaria de orden  $l \times l$  y consecuentemente se denota como  $U_l$ :

e	l		
	I	II	
1	0	-1 *	$M_b$ RAMAS
2	0	-1	
3	-1	-1	
4	-1	-1	
5	0	-1	
6	1	0	$U_l$ ENLACES
7	0	1	

### 2.7 CIRCUITOS EQUIVALENTES PARA ELEMENTOS DE RED

Una vez determinada la matriz de incidencia, en el método de transformaciones singulares se realiza una combinación lineal con matrices primitivas. Para ello se utilizan como base los circuitos equivalentes de Thevenin ó Norton para un elemento conectado entre los nodos  $p$  y  $q$  según se muestra en la figura 2.6.



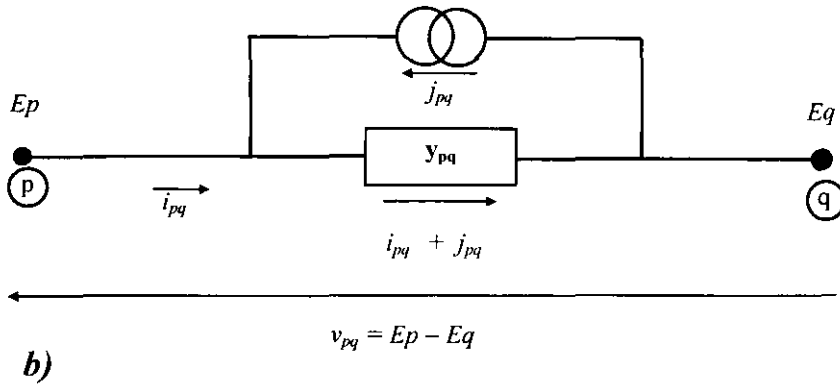


Figura 2.6 Circuitos equivalentes de un componente de red.  
 (a) Equivalente Thevenin (b) Equivalente Norton

Las variables utilizadas en la figura 2.6 son:

- $v_{pq}$  voltaje a través del elemento  $p-q$
- $e_{pq}$  fuente de voltaje en serie con el elemento  $p-q$
- $i_{pq}$  corriente a través del elemento  $p-q$
- $j_{pq}$  fuente de corriente paralelo del elemento  $p-q$
- $z_{pq}$  impedancia propia del elemento  $p-q$
- $y_{pq}$  admitancia propia del elemento  $p-q$

Cada elemento tiene dos variables :  $v_{pq}$  e  $i_{pq}$ . En estado estable, estas variables y los parámetros de los elementos  $z_{pq}$  y  $y_{pq}$  son números reales para circuitos en corriente directa y complejos para circuitos en corriente alterna. La ecuación de comportamiento para el elemento en forma de impedancia es:

$$v_{pq} + e_{pq} = z_{pq} i_{pq} \tag{2.4.1}$$

y en forma de admitancia :

$$i_{pq} + j_{pq} = y_{pq} v_{pq} \tag{2.4.2}$$

Las fuentes de corriente y voltaje empleados en cada representación se relacionan mediante:

$$j_{pq} = -y_{pq} e_{pq}$$

Una red primitiva se define como un conjunto de elementos NO conectados. Las ecuaciones de comportamiento de una red primitiva pueden ser derivadas de las ecuaciones (2.4.1) ó (2.4.2), expresando las variables como fasores y los parámetros como matrices. La ecuación de comportamiento en forma de impedancia es :

$$v + e = [z] i$$

y en forma de admitancia:

$$i + j = [y] v$$

Los elementos diagonales de la matriz  $[z]$  ó  $[y]$  de la red primitiva son correspondientemente la impedancia propia  $z_{pq,pq}$  ó la admitancia propia  $y_{pq,pq}$ . Los elementos fuera de la diagonal representan las impedancias mutuas y las admitancias mutuas  $z_{pq,rs}$  y  $y_{pq,rs}$  entre los elementos  $p-q$  y  $r-s$  respectivamente. La matriz de admitancia primitiva  $[y]$  puede ser obtenida por inversión de la *matriz de impedancias* primitiva  $[z]$ . Conviene recordar que estas matrices  $[z]$  y  $[y]$  son MATRICES DIAGONALES SI NO EXISTE ACOPLAMIENTO MUTUO entre elementos. En este caso las impedancias propias son iguales a los recíprocos de las correspondientes admitancias propias.

La matriz de impedancias primitiva  $[z]$  se genera por vaciado directo de los valores de impedancia propia y mutua de los componentes de la red, es como se mencionó anteriormente, una matriz cuadrada, simétrica y no singular de orden  $e \times e$ , donde  $e$  representa el número de elementos de la red. Al invertir esta matriz compleja se obtiene la matriz de admitancias primitiva  $[y]$ , cuyo grado de dispersidad (número de ceros fuera de la diagonal principal) no necesariamente corresponde al de la matriz  $[z]$ .

## 2.8 TRANSFORMACIONES SINGULARES

### ECUACIONES DE LA RED

Un sistema está constituido por un conjunto de elementos interconectados. En el modelo de referencia nodal, el comportamiento de una red interconectada se describe mediante  $(n-1)$  ecuaciones independientes, donde  $n$  es el número de nodos. En notación matricial, la ecuación en forma de impedancia es :

$$\tilde{E}_{BUS} = Z_{BUS} \tilde{I}_{BUS} \quad (\text{solucion})$$

o en forma de admitancia:

$$\tilde{I}_{BUS} = Y_{BUS} \tilde{E}_{BUS} \quad (\text{planteamiento})$$

Donde

- $\tilde{E}_{BUS}$  Vector de voltajes nodales (de bus) medidos con respecto al nodo, barra o bus de referencia.
- $\tilde{I}_{BUS}$  Vector de corriente.
- $Z_{BUS}$  Matriz de impedancias de bus cuyos elementos son impedancias equivalentes de Thevenin y de transferencia.
- $Y_{BUS}$  Matriz de admitancia nodales (de bus) cuyos elementos son admitancias de corto circuito y de transferencia.

En el modelo de referencia de mallas, el comportamiento de la red interconectada está descrita por  $l$  ecuaciones independientes de malla donde  $l$  es el número de enlaces (uniones) o mallas básicas. Las relaciones tensión corriente son :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{malla} &= Z_{malla} \tilde{I}_{malla} && \text{modelo impedancia} \\ \tilde{I}_{malla} &= Y_{malla} \tilde{E}_{malla} && \text{modelo admitancia} \end{aligned}$$

Donde

- $\tilde{E}_{malla}$  Vector de voltajes de malla básica.
- $\tilde{I}_{malla}$  Vector de corrientes de malla básica.
- $Z_{malla}$  Matriz de impedancias de malla.
- $Y_{malla}$  Matriz de admitancia de malla.

### 2.8.1 MATRICES DE ADMITANCIA E IMPEDANCIA NODAL (DE BUS O DE BARRA)

La matriz de admitancia nodal  $Y_{BUS}$  puede ser obtenida mediante la matriz de incidencia nodal  $A$  para relacionar las variables y parámetros de la red primitiva a cantidades de bus (nodales) de la red interconectada. La ecuación de comportamiento de la red primitiva:

$$\tilde{i} + \tilde{j} = [y] \tilde{v}$$

Al premultiplicar por  $A^t$  (transpuesta de  $A$ ) se obtiene :

$$A^t \tilde{i} + A^t \tilde{j} = A^t [y] \tilde{v} \quad (2.8.1)$$

Dado que la matriz  $A$  muestra la incidencia de los elementos a los buses,  $A^t \tilde{i}$  es un vector en el que cada elemento *ES LA SUMA ALGEBRAICA* de las corrientes de los elementos de la red que terminan en un bus. De acuerdo con la ley de Kirchoff de corrientes, la suma algebraica de las corrientes en una barra es cero, esto es :

$$A^t \tilde{i} = 0 \quad (2.8.2)$$

Similarmemente  $A^t \tilde{j}$  nos da la suma algebraica de las corrientes hacia las barras y es equivalente al vector de corrientes representativas de cada barra.

$$\tilde{I}_{BUS} = A^t \tilde{j} \quad (2.8.3)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.8.2) y (2.8.3) en la ecuación (2.8.1) se obtiene:

$$\tilde{I}_{BUS} = A^t [y] \tilde{v} \quad (2.8.4)$$

La potencia compleja en la red es el producto  $(\tilde{I}_{BUS}^*)^t \tilde{E}_{BUS}$  y la de potencias en la red primitiva es  $(\tilde{j}^*)^t \tilde{v}$ . Estas potencias deben ser iguales, esto es, la transformación de variables de potencia debe respetar el balance energético de la red, por lo que:

$$(\tilde{I}_{BUS}^*)^t \tilde{E}_{BUS} = (\tilde{j}^*)^t \tilde{v} \quad (2.8.5)$$

Calculando el conjugado transpuesto de la ecuación (2.8.3)

$$(\tilde{I}_{BUS}^*)^t = (\tilde{j}^*)^t A^*$$

$A$  es real por lo que :

$$A^* = A$$

También

$$(\tilde{I}_{BUS}^*)^t = (\tilde{j}^*)^t A \quad (2.8.6)$$

Sustituyendo la ecuación (2.8.6) en la (2.8.5):

$$(\tilde{j}^*)^t A \tilde{E}_{BUS} = (\tilde{j}^*)^t \tilde{v}$$

Dado que esta ecuación es válida para todos los valores de  $\tilde{j}$  se deduce que :

$$A \tilde{E}_{BUS} = \tilde{v} \quad (2.8.7)$$

Sustituyendo la ecuación (2.8.7) en la (2.8.4)

$$\tilde{I}_{BUS} = A^t [y] A \tilde{E}_{BUS} \quad (2.8.8)$$

Sabemos que la ecuación de comportamiento de la red .

$$\tilde{I}_{BUS} = Y_{BUS} \tilde{E}_{BUS} \quad (2.8.9)$$

Por analogía en (2.8.8) y (2.8.9)

$$Y_{BUS} = A^t [y] A$$

La matriz de incidencia nodal  $A$  es singular por lo tanto  $A^t [y] A$  es una *TRANSFORMACION SINGULAR* de  $[y]$ .

La matriz de impedancia nodal ( $Z_{BUS}$ ) puede ser obtenida mediante :

$$Z_{BUS} = Y_{BUS}^{-1} = [A^t [y] A]^{-1}$$

### 2.8.2 MATRICES DE ADMITANCIA E IMPEDANCIA DE MALLA

La matriz de impedancia de malla  $Z_{malla}$  puede ser obtenida utilizando la matriz de incidencia elemento-malla básica  $M$  que refiere las variables y parámetros de la red primitiva a cantidades de malla de la red interconectada. La ecuación de comportamiento de la red primitiva:

$$\tilde{v} + \tilde{e} = [z] \tilde{i}$$

Se premultiplica por  $M$  para obtener :

$$M \tilde{v} + M \tilde{e} = M [z] \tilde{i} \quad (2.8.10)$$

Dado que la matriz  $M$  describe la incidencia de los elementos a las mallas básicas de la red,  $M \tilde{v}$  es la suma algebraica de los voltajes alrededor de cada una de las mallas básicas.

De acuerdo a la ley de Kirchoff de voltajes "la suma algebraica de los voltajes en una malla es igual a cero" :

$$M \tilde{v} = 0 \quad (2.8.11)$$

Similarmente  $M \tilde{e}$  es la suma algebraica de los voltajes fuente a lo largo de cada malla básica, por lo que:

$$\tilde{E}_{malla} = M \tilde{e} \quad (2.8.12)$$

Dado que la potencia es invariante :

$$(\tilde{I}_{malla}^*)^t \tilde{E}_{malla} = (\tilde{i}^*)^t \tilde{e}$$

Sustituimos  $\tilde{E}_{malla}$  (2.8.12) en esta última ecuación

$$(\tilde{I}_{malla}^*)^t M \tilde{e} = (\tilde{i}^*)^t \tilde{e}$$

Dado que esta ecuación es válida para todos los valores de  $\tilde{e}$ , se deduce que :

$$(\tilde{i}^*)^t = (\tilde{I}_{malla}^*)^t M$$

Por lo tanto:

$$\tilde{i} = M^* \tilde{I}_{\text{malla}}$$

Pero siendo  $M$  una matriz real  $M = M^*$  y :

$$\tilde{i} = M \tilde{I}_{\text{malla}} \quad (2.8.13)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.8.11), (2.8.12) y (2.8.13) en la ecuación (2.8.10) se obtiene:

$$\tilde{E}_{\text{malla}} = M^t [z] M \tilde{I}_{\text{malla}} \quad (2.8.14)$$

La ecuación de comportamiento de la red en el modelo de referencia de malla es :

$$\tilde{E}_{\text{malla}} = Z_{\text{malla}} \tilde{I}_{\text{malla}} \quad (2.8.15)$$

Por analogía (2.8.14) y (2.8.15) se deduce :

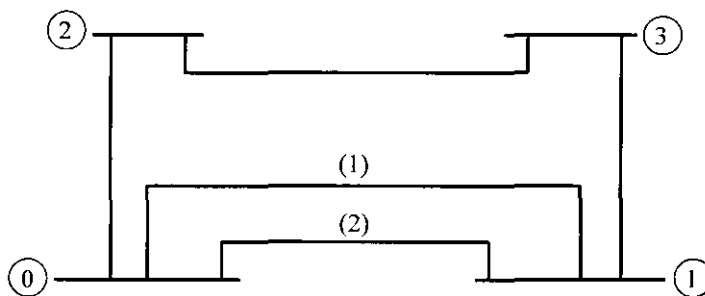
$$Z_{\text{malla}} = M^t [z] M$$

Dado que  $M$  es una matriz singular  $M^t [z] M$  es una *TRANSFORMACION SINGULAR* de  $[z]$ . Correspondientemente la *MATRIZ DE ADMITANCIA DE MALLA*  $Y_{\text{malla}}$  se obtiene por :

$$Y_{\text{malla}} = Z_{\text{malla}}^{-1} = (M^t [z] M)^{-1}$$

## 2.9 EJEMPLO DE FORMACION DE MATRICES DE INCIDENCIA Y DE RED

Las matrices de incidencia y de red para un sistema dado *NO SON UNICAS* porque dependen de la selección del árbol del sistema. El modelo de referencia que menos se ve afectado por la selección del árbol es el nodal (como se comprobará en el siguiente ejemplo). Como ejemplo, considérese el siguiente sistema :



- Construir la matriz de incidencia  $A$  y por transformación singular la matriz  $Y_{BUS}$ , compare los resultados obtenidos manualmente con los que brinda el programa *ATYA*.
- Formar las matrices  $M$  (por inspección) y  $Z_{\text{malla}}$  por transformaciones singulares.

**TABLA 2.3 DATOS DE IMPEDANCIA PARA LA RED**

NUMERO DE ELEMENTO	PROPIA		MUTUA	
	CODIGO DE BARRA (BUS)	IMPEDANCIA $Z_{pq,rs}$	CODIGO DE BARRA	IMPEDANCIA $Z_{pq,rs}$
1	0-1 (1)	$0.0 + j0.6$		
2	0-2	$0.0 + j0.5$	0-1 (1)	$0.0 + j0.1$
3	2-3	$0.0 + j0.5$		
4	0-1 (2)	$0.0 + j0.4$	0-1 (1)	$0.0 + j0.2$
5	1-3	$0.0 + j0.2$		

SOLUCIÓN. La red contiene cuatro nodos y cinco elementos, esto es:

$$n = 4 \quad e = 5$$

El número de ramas es :  $b = n - 1 = 3$   
 y el número de mallas básicas es :  $l = e - n + 1 = 2$

El árbol se construye y orienta de acuerdo a las sugerencias establecidas (primeros números para ramas, orientación de nodo menor a nodo mayor). Las ramas y enlaces del grafo orientado y conectado para la red son las mostradas en la figura 2.7.

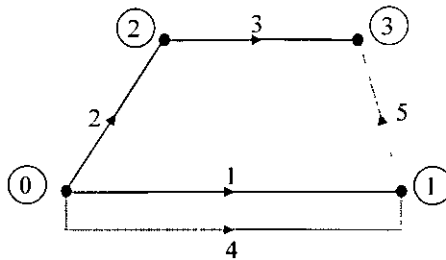


FIG 2.7 Arbol y co-árbol para el grafo orientado del sistema.

a) Seleccionando el nodo 0 como referencia, la matriz de incidencia de bus (incidencia nodal)  $A$  es:

$$A = \begin{matrix} & \text{bus} \\ e & 1 & 2 & 3 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \end{matrix}$$

Observe que la primera columna de esta matriz corresponde al nodo número 1, y así subsecuentemente lo que se reflejará posteriormente en la matriz de impedancias nodales  $Z_{BUS}$ . Las mallas básicas se generan partiendo del árbol seleccionado (elementos 1, 2 y 3) y añadiendo uno a uno los correspondientes enlaces (elementos 4 y 5) de esta manera se presentan en la figura 2.10 las mallas básicas del grafo considerado.

Por vaciado directo de la tabla 2.3, la matriz de impedancias primitiva  $[z]$  es:

e





Obsérvese que para la obtención de esta matriz  $Z_{BUS}$ , que representa se requirió de la inversión de dos matrices complejas: la matriz  $[z]$  y la matriz  $Y_{BUS}$ . Esto para sistemas muy grandes presenta problemas en cuanto a la capacidad y velocidad del equipo de cómputo empleado.

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL. Ubíquese en el directorio  $A:\backslash ATYA$  de su disco de trabajo y edite el archivo de datos correspondiente al sistema bajo análisis (\*.DAT), tome como referencia el archivo  $ATYA.EJM$  para la construcción del archivo de datos.

ARCHIVO DE DATOS (ATYA.DAT):

```
3      5
      0      1      (0.0,0.6)
      0      2      (0.0,0.5)
      2      3      (0.0,0.5)
      0      1      (0.0,0.4)
      1      3      (0.0,0.2)
      2
      1      2      (0.0,0.1)
      1      4      (0.0,0.2)
```

Una vez obtenido el archivo  $ATYA.DAT$  (ó el nombre que se la haya asignado), proceda a ejecutar el programa tecleando el comando  $ATYA (.EXE)$ , al pedirle los nombres de los archivos de entrada y salida se corre el programa obteniendo el siguiente:

ARCHIVO DE RESULTADOS (ATYA.RES):

```
ATYA: PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA MATRIZ DE
ADMITANCIAS NODALES YBUS POR TRANSFORMACIONES
SINGULARES Y ZBUS POR INVERSION DE YBUS
VERSION 2.0, {1996}
M.C.FERNANDO TOLEDO, AREA ELECTRICA, UAM-A
```

D A T O S D E L S I S T E M A

```
NUMERO DE NODOS: 3
NUMERO DE ELEMENTOS: 5
NUMERO DE ELEMENTOS ACOPLADOS: 2
```

MATRIZ DE IMPEDANCIAS PRIMITIVA

```
zprim( 1, 1)= .0000 + j .6000
zprim( 1, 2)= .0000 + j .1000
zprim( 1, 4)= .0000 + j .2000
zprim( 2, 2)= .0000 + j .5000
zprim( 3, 3)= .0000 + j .5000
zprim( 4, 4)= .0000 + j .4000
zprim( 5, 5)= .0000 + j .2000
```

MATRIZ DE ADMITANCIAS PRIMITIVA

```
yprim( 1, 1)= .000 + j -2.083
yprim( 1, 2)= .000 + j .417
yprim( 1, 4)= .000 + j 1.042
yprim( 2, 2)= .000 + j -2.083
```

```

yprim( 2, 4)= .000 + j -.208
yprim( 3, 3)= .000 + j -2.000
yprim( 4, 4)= .000 + j -3.021
yprim( 5, 5)= .000 + j -5.000
    
```

MATRIZ DE INCIDENCIA NODAL A

```

A( 1, 1)= -1
A( 2, 2)= -1
A( 3, 2)= 1
A( 3, 3)= -1
A( 4, 1)= -1
A( 5, 1)= 1
A( 5, 3)= -1
    
```

MATRIZ DE ADMITANCIAS NODALES YBUS

```

Ybus( 1, 1) = .00000 + j -8.02083
Ybus( 1, 2) = .00000 + j .20833
Ybus( 1, 3) = .00000 + j 5.00000
Ybus( 2, 2) = .00000 + j -4.08333
Ybus( 2, 3) = .00000 + j 2.00000
Ybus( 3, 3) = .00000 + j -7.00000
    
```

MATRIZ DE IMPEDANCIAS NODALES ZBUS

```

Zbus( 1, 1) = .000000 + j .271264
Zbus( 1, 2) = .000000 + j .126437
Zbus( 1, 3) = .000000 + j .229885
Zbus( 2, 2) = .000000 + j .343678
Zbus( 2, 3) = .000000 + j .188506
Zbus( 3, 3) = .000000 + j .360920
    
```

Como puede observarse los resultados obtenidos son iguales, no obstante es clara la conveniencia de contar con un programa de cómputo que abate enormemente el tiempo de cálculo. Cabe mencionar que esta metodología no es la más eficiente para la obtención de la matriz  $Z_{BUS}$ , se presentará mas adelante una método de mayor eficiencia.

- b) Para la formación de la matriz de incidencia elemento malla básica, se identifican las mallas básicas I y II del grafo correspondiente.

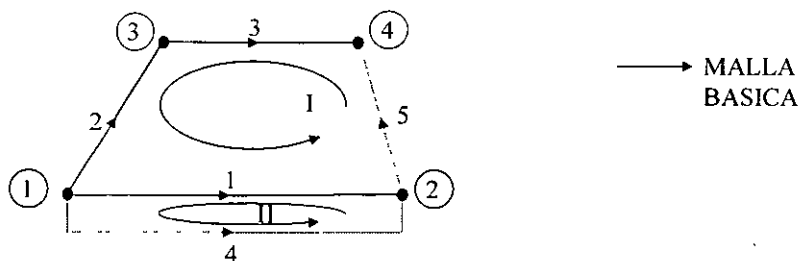


Figura 2.10 Mallas básicas para el grafo conectado del ejemplo

La matriz de incidencia malla básica  $M$ , con referencia a la fig. 2.10 es :

enlace	I	II
e		

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \left| \begin{matrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix} \right. \end{matrix}$$

La matriz de impedancias de malla  $Z_{\text{malla}}$  por transformaciones singulares es :

$$Z_{\text{malla}} = M [z] M$$

$$Z_{\text{malla}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{matrix} \\ \begin{matrix} D \\ E \end{matrix} & \left| \begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{matrix} \right. \end{matrix} \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \left| \begin{matrix} 0.6 & 0.1 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{matrix} \right. \end{matrix} \begin{matrix} & \begin{matrix} D & E \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \left| \begin{matrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \right. \end{matrix}$$

$$= +j \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{matrix} \\ \begin{matrix} D \\ E \end{matrix} & \left| \begin{matrix} -0.4 & -0.1 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & -0.4 & -0.5 & 0.2 & 0.2 \end{matrix} \right. \end{matrix} \begin{matrix} & \begin{matrix} D & E \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \left| \begin{matrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \right. \end{matrix}$$

Por lo que la matriz de impedancia de malla es :

$$Z_{\text{malla}} = +j \begin{matrix} & \begin{matrix} D & E \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} D \\ E \end{matrix} & \left| \begin{matrix} 0.6 & -0.3 \\ -0.3 & 1.6 \end{matrix} \right. \end{matrix}$$

### 3. ALGORITMOS PARA LA FORMACION DE MATRICES DE RED

#### 3.1 INTRODUCCION

El método de transformaciones singulares presentado en la sección 2 requiere la transformación e inversión de matrices complejas para la obtención de la matriz de red. Un método alternativo puede ser empleado para formar la matriz  $Z_{BUS}$  directamente a partir de las impedancias primitivas de los elementos del sistema y de su conectividad a los nodos. Considerando ante todo que los elementos de la diagonal principal son impedancias equivalentes de Thevenin y los elementos fuera de ella son impedancias de transferencia.

#### 3.2 ALGORITMO PARA LA FORMACION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIA NODAL $Z_{BUS}$

El principio básico es la formación de matriz  $Z_{BUS}$  por agregación de elemento a elemento, partiendo de una red parcial del sistema de la cual se conoce la matriz  $Z_{BUS}$ . Esta red parcial puede ser simplemente la que contiene exclusivamente el nodo de referencia, de esta manera la matriz mencionada será de orden  $1 \times 1$  y su único elemento será la impedancia equivalente de Thevenin del nodo de referencia, es decir cero. Este algoritmo data de los años 60's y fue desarrollado principalmente por Brown, Person, Kirchmayer y Stagg.

##### 3.2.1 ECUACION DE COMPORTAMIENTO DE UNA RED PARCIAL

Asuma que la matriz de impedancia nodal  $Z_{BUS}$  se conoce para una red parcial de  $m$  buses y un nodo de referencia 0. El valor de  $m$  puede ser como se mencionó incluso 1; la ecuación de comportamiento para esta red (fig 3.1) es:

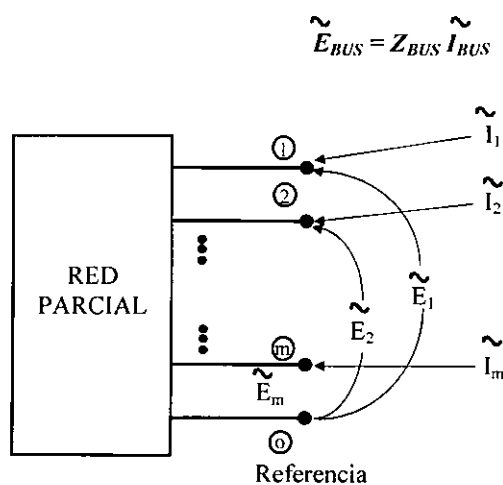


Figura 3.1 Representación de una red parcial.

Donde :

$\tilde{E}_{BUS}$  Matriz  $(m \times 1)$  de voltajes de nodo con respecto al nodo de referencia,  $m$  número de nodos de la red parcial.

$\tilde{I}_{BUS}$  Matriz  $(m \times 1)$  de corrientes impulsoras de nodo ( o de inyección nodal )

$Z_{BUS}$  Matriz  $(m \times m)$  de impedancias nodales de la red.

Cuando un elemento conectado a los nodos  $p-q$  ( $p$  ya existe y  $q > p$ ) se añade a la red parcial, puede ser una rama o un enlace, como se muestra en la fig. 3.2

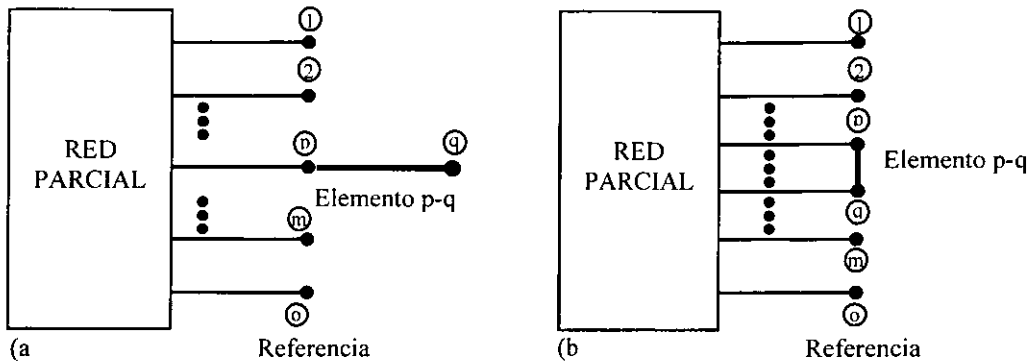


Figura 3.2 Representación de una red parcial con la adición de un elemento.  
a) Rama b) Enlace.

Si el elemento  $p-q$  es una **rama**, se tendrá que agregar un nuevo nodo o bus y la matriz de impedancia nodal  $Z_{BUS}$  crecerá a una dimensión  $(m+1) \times (m+1)$ .

Las nuevas matrices (vectores) de corrientes y voltajes serán de orden  $(m+1) \times 1$ . Para determinar la nueva  $Z_{BUS}$  se requiere solo del cálculo de los elementos de la nueva fila ó de la nueva columna, dado que la matriz es simétrica.

Si el elemento  $p-q$  es un **enlace**, no hay agregación de un nuevo nodo a la red, permaneciendo el orden anterior de la matriz  $Z_{BUS}$  pero todos los elementos **deben ser recalculados para incluir el efecto del nuevo elemento añadido**.

### 3.2.2 ADICION DE UNA RAMA

La ecuación de comportamiento de la red parcial con la inclusión de una rama  $p-q$  es :

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_p \\ \dots \\ E_m \\ E_q \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ p \\ \dots \\ m \\ q \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1p} & \dots & Z_{1m} & Z_{1q} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2p} & \dots & Z_{2m} & Z_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{p1} & Z_{p2} & \dots & Z_{pp} & \dots & Z_{pm} & Z_{pq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \dots & Z_{mp} & \dots & Z_{mm} & Z_{mq} \\ Z_{q1} & Z_{q2} & \dots & Z_{qp} & \dots & Z_{qm} & Z_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_p \\ \dots \\ I_m \\ I_q \end{bmatrix} \quad (3.2.1)$$

Se asume ahora (como es el caso común) que la red está constituida por elementos pasivos bilaterales. Como consecuencia de esto para la red parcial se cumple que  $Z_{qi} = Z_{iq}$  ( $i = 1, m$ ) siendo  $m$  el número de nodos de la red parcial (sin incluir el de referencia). La rama añadida  $p-q$  se asume que está acoplada mutuamente con otros elementos de la red parcial.

Los elementos  $Z_{qi}$  (impedancias de transferencia) pueden ser determinados inyectando una corriente en el  $i$ -ésimo bus y calculando el voltaje en el  $q$ -ésimo bus con respecto al nodo de referencia, como se muestra en la fig. 3.3.

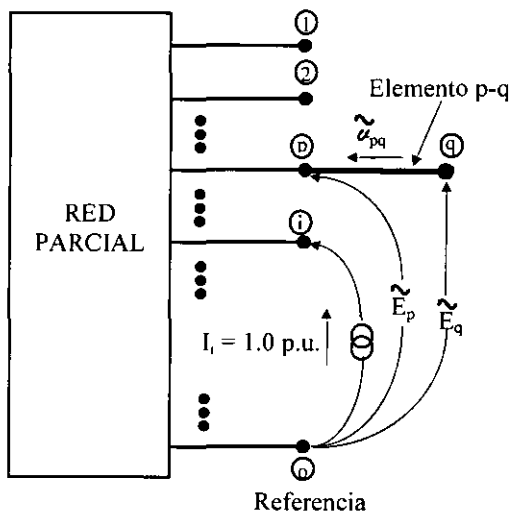


Figura 3.3 Corriente inyectada y cálculo de voltajes para determinar  $Z_{pq}$ .

**NOTA** : Para las representaciones subsecuentes se omitirá el símbolo  $\sim$  para representar a los fasores y el símbolo  $\vec{\phantom{x}}$  se añadirá a las variables que representen a un vector (conjunto de variables subindicadas), todo esto para facilitar la comprensión de las expresiones.

Dado que las corrientes en los otros nodos son cero, de acuerdo a la ecuación (3.2.1) se obtiene :

$$\begin{aligned}
 E_1 &= Z_{11} I_i \\
 E_2 &= Z_{21} I_i \\
 &\vdots \\
 E_p &= Z_{p1} I_i \\
 &\vdots \\
 E_m &= Z_{m1} I_i \\
 E_q &= Z_{q1} I_i
 \end{aligned}
 \tag{3.2.2}$$

Sustituyendo  $I_i = 1.0 \text{ pu}$  en las ecuaciones (3.2.2),  $Z_{qi}$  puede ser obtenida por cálculo directo de  $E_{qi}$ . Los voltajes asociados al elemento añadido (voltaje a través del elemento), están definidos por :

$$E_q = E_p - v_{pq}
 \tag{3.2.3}$$

Las corrientes en los elementos de la red de la fig.3.3 están expresados en términos de las admitancias primitivas y de los voltajes a través de los elementos mediante :

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_{pq} \\ \vec{i}_{\rho\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{y}_{pq,pq} & \overline{y}_{pq,\rho\sigma} \\ \overline{y}_{\rho\sigma,pq} & \overline{y}_{\rho\sigma,\rho\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{pq} \\ u_{\rho\sigma} \end{bmatrix}
 \tag{3.2.4}$$

En la ecuación (3.2.4)  $pq$  es un **índice compuesto** y se refiere al elemento añadido y  $\rho\sigma$  se refiere a todos los elementos restantes (de la red parcial), entonces:

- $\vec{i}_{pq}$  y  $u_{pq}$  corriente y voltaje a través del elemento añadido.
- $\vec{i}_{\rho\sigma}$  y  $u_{\rho\sigma}$  corriente y voltaje (vectores) de los elementos de la red parcial.
- $\overline{y}_{pq,pq}$  admitancia primitiva propia del elemento añadido.

- $\bar{\psi}_{pq,\rho\sigma}$  vector de admitancias mutuas entre el elemento añadido  $p$ - $q$  y los elementos  $\rho$ - $\sigma$  de la red parcial.
- $\bar{\psi}_{\rho\sigma,pq}$  traspuesta del vector  $\bar{\psi}_{pq,\rho\sigma}$ .
- $[\bar{\psi}_{\rho\sigma,\rho\sigma}]$  matriz de admitancias primitiva de la red parcial.

La corriente en la rama añadida, mostrada en la figura de la red es:

$$\bar{i}_{pq} = 0.0 \quad (3.2.5)$$

Asimismo  $\bar{u}_{pq}$  es distinto a cero, debido a que la rama añadida está acoplada con uno o más de los elementos de la red parcial.

$$\bar{u}_{\rho\sigma} = \bar{E}_\rho - \bar{E}_\sigma \quad (3.2.6)$$

Donde  $\bar{E}_\rho$  y  $\bar{E}_\sigma$  son los voltajes en las barras de la red parcial. De las ecuaciones (3.2.4) y (3.2.5):

$$\bar{i}_{pq} = \bar{\psi}_{pq,pq} \bar{u}_{pq} + \bar{\psi}_{pq,\rho\sigma} \bar{u}_{\rho\sigma} = 0$$

Por tanto:

$$\bar{u}_{pq} = - \frac{\bar{\psi}_{pq,\rho\sigma} \bar{u}_{\rho\sigma}}{\bar{\psi}_{pq,pq}}$$

Sustituyendo  $\bar{u}_{\rho\sigma}$  de la ecuación (3.2.6)

$$\bar{u}_{pq} = - \frac{\bar{\psi}_{pq,\rho\sigma} (\bar{E}_\rho - \bar{E}_\sigma)}{\bar{\psi}_{pq,pq}} \quad (3.2.7)$$

Sustituyendo  $\bar{u}_{pq}$  en la ecuación (3.2.3)

$$\bar{E}_q = \bar{E}_p + \frac{\bar{\psi}_{pq,\rho\sigma} (\bar{E}_\rho - \bar{E}_\sigma)}{\bar{\psi}_{pq,pq}}$$

Finalmente sustituyendo  $\bar{E}_q$ ,  $\bar{E}_p$ ,  $\bar{E}_\rho$  y  $\bar{E}_\sigma$  en la ecuación (3.2.2) con  $I_i = 1.0$ :

$$\bar{Z}_{qi} = \bar{Z}_{pi} + \frac{\bar{\psi}_{pq,\rho\sigma} (\bar{Z}_{\rho} - \bar{Z}_{\sigma})}{\bar{\psi}_{pq,pq}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq q \quad (3.2.8)$$

El elemento  $\bar{Z}_{qq}$  puede ser calculado inyectando una corriente en el  $q$ -ésimo bus y calculando el voltaje en ese bus. Dado que todas las corrientes restantes son iguales a cero, de la ecuación (3.2.1), se deduce que:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= \bar{Z}_{1q} I_q \\ \bar{E}_2 &= \bar{Z}_{2q} I_q \\ &\vdots \\ \bar{E}_p &= \bar{Z}_{pq} I_q \\ &\vdots \\ \bar{E}_m &= \bar{Z}_{mq} I_q \\ \bar{E}_q &= \bar{Z}_{qq} I_q \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

Con  $I_q = 1.0$  pu en las ecuaciones (3.2.9),  $\bar{Z}_{qq}$  (impedancia equivalente de *Thevenin* del nodo  $q$ ) puede ser calculado directamente, determinando  $\bar{E}_q$ . Los voltajes en las barras  $p$  y  $q$  están definidos por la ecuación (3.2.3), y la corriente a través del elemento añadido es:



$$i_{pq} = -I_q = -1.0 \quad (3.2.10)$$

Los voltajes a través de los elementos de la red parcial están dados por la ecuación (3.2.6) y su correspondiente corriente por la ecuación (3.2.4).

De las ecuaciones (3.2.4) y (3.2.10) :

$$i_{pq} = y_{pq,pq} \bar{u}_{pq} + \bar{y}_{pq,\rho\sigma} u_{\rho\sigma} = -1.0$$

Y por lo tanto:

$$u_{pq} = - \frac{I + \bar{y}_{pq,\rho\sigma} u_{\rho\sigma}}{y_{pq,pq}}$$

Sustituyendo  $u_{\rho\sigma}$  de la ecuación (3.2.6)

$$u_{pq} = - \frac{I + \bar{y}_{pq,\rho\sigma} (\bar{E}_\rho - E_\sigma)}{y_{pq,pq}} \quad (3.2.11)$$

Sustituyendo  $u_{pq}$  en la ecuación (3.2.3)

$$E_q = E_p + \frac{I + \bar{y}_{pq,\rho\sigma} (\bar{E}_\rho - E_\sigma)}{y_{pq,pq}}$$

Finalmente, sustituyendo  $E_q$ ,  $E_p$ ,  $\bar{E}_\rho$  y  $E_\sigma$  de la ecuación (3.2.9) con  $I_q = 1.0$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + \frac{I + \bar{y}_{pq,\rho\sigma} (\bar{Z}_{\rho i} - Z_{\sigma q})}{y_{pq,pq}} \quad (3.2.12)$$

Si **no existen acoplamientos mutuos** entre la rama añadida y otros elementos de la red parcial, entonces **los elementos de  $\bar{y}_{pq,\rho\sigma}$  son cero** y :

$$z_{pq,pq} = \frac{1}{y_{pq,pq}}$$

De la ecuación (3.2.8) se deduce que :

$$Z_{qi} = Z_{pi} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq q \end{array}$$

y de la ecuación (3.2.12) que:

$$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq,pq}$$

Adicionalmente, si **no existen acoplamientos mutuos** y **p es el nodo de referencia**:

$$Z_{pi} = 0.0 \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq q \end{array}$$

y

También  $Z_{pq} = 0.0$

$$Z_{qi} = 0.0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{y consecuentemente:}$$

$$i \neq q \quad Z_{qq} = Z_{pq,pq}$$

3.2.3 AGREGACIÓN DE UN ENLACE

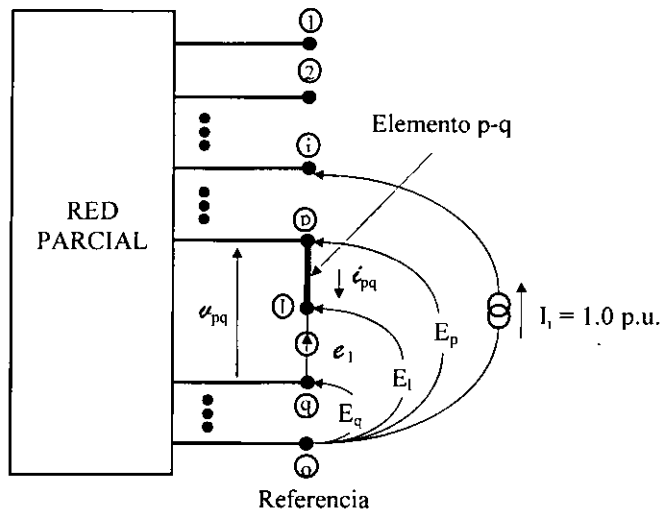


Figura 3.4 Fuente de voltaje y corriente inyectada en serie con el enlace añadido y voltajes nodales para el cálculo de  $Z_{li}$ .

Si el elemento agregado  $p-q$  es un enlace, el procedimiento para recalculer los elementos de la matriz de impedancia nodal consiste en conectar en serie con el elemento añadido, una fuente de voltaje  $e_1$  (ver la fig.3.4). Esto crea un **nodo ficticio  $l$** , el cual deberá ser eliminado posteriormente.

La fuente de voltaje  $e_1$  se selecciona de tal manera que la corriente a través del enlace añadido sea cero. La ecuación del comportamiento de la red parcial con el elemento nuevo  $p-l$  y la fuente de voltaje serie  $e_1$  es:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_p \\ \dots \\ E_m \\ e_1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ p \\ \dots \\ m \\ l \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1p} & \dots & Z_{1m} & Z_{1l} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2p} & \dots & Z_{2m} & Z_{2l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{p1} & Z_{p2} & \dots & Z_{pp} & \dots & Z_{pm} & Z_{pl} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \dots & Z_{mp} & \dots & Z_{mm} & Z_{ml} \\ Z_{l1} & Z_{l2} & \dots & Z_{lp} & \dots & Z_{lm} & Z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_p \\ \dots \\ I_m \\ I_l \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

Dado que  $e_1 = E_l - E_q$ . El elemento  $Z_{li}$  puede ser determinado inyectando una corriente en el  $i$ -ésimo y calculando el voltaje en el  $l$ -ésimo nodo, con respecto al bus  $q$ , y dado que la corriente en todas las barras restantes es igual a cero, se deduce de la ec.(3.2.13) que :

$$E_k = Z_{ki} I_i$$

$$e_1 = Z_{li} I_i \quad \text{Para todo } k = 1, 2, \dots, m \quad (3.2.14)$$

Fijando  $I_l = 1.0$  en las ecuaciones (3.2.14),  $Z_{li}$  puede ser obtenida directamente mediante la determinación de  $e_l$ .

La fuente de voltaje en serie vale :

$$e_l = E_p - E_q - u_{pl} \quad (3.2.15)$$

Dado que la corriente a través del enlace añadido es cero :

$$i_{pq} = 0$$

El elemento  $p-l$  puede ser tratado como una rama. La corriente en este elemento en términos de las admitancias primitivas y de los voltajes a través de los elementos es :

$$i_{pl} = y_{pl,pl} \bar{u}_{pl} + \bar{y}_{pl,p\sigma} u_{p\sigma}$$

Donde :

$$i_{pl} = i_{pq} = 0$$

Para esto :

$$u_{pl} = - \frac{\bar{y}_{pl,p\sigma} \bar{u}_{p\sigma}}{y_{pl,pl}}$$

Dado que :

$$\bar{y}_{pl,p\sigma} = \bar{y}_{pq,p\sigma} \quad \text{y} \quad y_{pl,pl} = y_{pq,pq}$$

Entonces:

$$u_{pl} = - \frac{\bar{y}_{pq,p\sigma} \bar{u}_{p\sigma}}{y_{pq,pq}} \quad (3.2.16)$$

Sustituyendo en orden de las ecuaciones (3.2.16), (3.2.6) y (3.2.14) con  $I_l = 1.0$  en la ecuación (3.2.15) se encuentra :

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} + \frac{\bar{y}_{pq,p\sigma} (\bar{Z}_{p\sigma} - \bar{Z}_{\sigma i})}{y_{pq,pq}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.2.17)$$

$$i \neq l$$

El elemento  $Z_{li}$  puede ser calculado inyectando una corriente en el  $l$ -ésimo bus con la barra  $q$  como referencia y calculando el voltaje en el  $l$ -ésimo bus con respecto al bus  $q$ . Dado que las corrientes en las otras barras son cero, se deduce de la ecuación (3.2.13) que :

$$\begin{aligned} E_k &= Z_{kl} I_l \\ e_l &= Z_{ll} I_l \quad k = 1, m \end{aligned} \quad (3.2.18)$$

Asignando  $I_l = 1.0$  pu en la ecuación (3.2.18)  $Z_{li}$  puede ser obtenido directamente por cálculo de  $e_l$ .

La corriente en el elemento  $p-l$  es :

$$i_{pl} = -I_l = -1.0$$

Esta corriente en términos de las admitancias primitivas y de los voltajes a través de los elementos es:

$$\dot{c}_{pl} = \psi_{pl,pl} \bar{u}_{pl} + \bar{\psi}_{pl,p\sigma} u_{p\sigma} = -1.0$$

De nuevo, dado que:

$$\bar{\psi}_{pl,p\sigma} = \bar{\psi}_{pq,p\sigma} \quad y \quad \psi_{pl,pl} = \psi_{pq,pq}$$

Entonces:

$$u_{pl} = - \frac{1 + \bar{\psi}_{pq,p\sigma} \bar{u}_{p\sigma}}{\psi_{pq,pq}} \quad (3.2.19)$$

Sustituyendo en orden de las ecuaciones (3.2.19), (3.2.6) y (3.2.18) con  $l = 1.0$  en la ecuación (3.2.15) se obtiene :

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \frac{1 + \bar{\psi}_{pq,p\sigma} (\bar{Z}_{p\sigma} - \bar{Z}_{\sigma l})}{\psi_{pq,pq}} \quad (3.2.20)$$

Si no existe acoplamiento mutuo entre el elemento añadido y otros elementos de la red parcial, los elementos de  $\bar{\psi}_{pq,p\sigma}$  SON CERO y :

$$\bar{z}_{pq,pq} = \frac{1}{\psi_{pq,pq}}$$

Se sigue de la ecuación (3.2.17) que :

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq l \end{array}$$

Y de la ecuación (3.2.20)

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \bar{z}_{pq,pq}$$

Adicionalmente si **no existe acoplamiento mutuo** y p es el nodo de referencia :

$$Z_{pi} = 0 \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq l \end{array}$$

y

$$Z_{li} = -Z_{qi} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ i \neq l \end{array}$$

También:

$$Z_{pl} = 0.0$$

Y consecuentemente:

$$Z_{ll} = -Z_{ql} + \bar{z}_{pq,pq}$$

### 3.2.4 REDUCCION DE KRON

Los elementos en las  $l$ -ésimas filas y columnas de la matriz de impedancias nodales se determinan mediante las ecuaciones (3.2.17) y (3.2.20). Restaría calcular la matriz  $Z_{BUS}$  que incluye el efecto del nodo

agregado. Esto puede ser complementado mediante la modificación de los elementos  $Z_{ij}$  donde  $i, j = 1, m$  y eliminando los  $l$ -ésimos renglones y columnas correspondientes al **nodo ficticio**.

El nodo ficticio ( $l$ -ésimo renglón y columna de  $Z_{BUS}$ ) se elimina corto-circuitando la fuente de voltaje en serie  $e_l$ , de la ecuación (3.2.13).

$$\bar{E}_{BUS} = \bar{Z}_{BUS} \bar{I}_{BUS} + Z_{il} I_l \quad (3.2.21)$$

$$Y \quad \bar{e}_l = \bar{Z}_{lj} I_{BUS} + Z_{ll} I_l = 0 \quad (3.2.22)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, m$$

Resolviendo para  $I_l$  de la ecuación (3.2.22) y sustituyendo en la (3.2.21).

$$\bar{E}_{BUS} = \left( Z_{BUS} - \frac{\bar{Z}_{il} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}} \right) I_{BUS}$$

La cual es la ecuación de comportamiento de la red incluyendo el enlace p-q. Se deduce entonces que la  $Z_{BUS}$  requerida es :

$$Z_{BUS(modificada)} = Z_{BUS(antes\ de\ la\ eliminación)} - \frac{\bar{Z}_{il} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

Donde cualquier elemento de  $Z_{BUS(modificada)}$  es :

$$Z_{ij(modificada)} = Z_{ij(antes\ de\ la\ eliminación)} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

Este procedimiento llamado de *Reducción de Kron*, queda resumido en la tabla (3.1).

TABLA 3.1 ECUACIONES PARA LA FORMACION DE Z<sub>BUS</sub>

<b>a) CON ACOPLAMIENTO MUTUO</b>	
<b>p NO ES EL NODO DE REFERENCIA.</b>	<b>p ES EL NODO DE REFERENCIA</b>
<b>[ RAMA ]</b>	
$Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{\bar{y}_{pq,ps}(\bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{si})}{y_{pq,pq}}$ <p style="text-align: center;"><math>i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l</math></p> $Z_{qq} = Z_{pq} + \frac{1 + \bar{y}_{pq,ps}(\bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{sq})}{y_{pq,pq}}$	$Z_{qi} = \frac{\bar{y}_{pq,ps}(\bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{si})}{y_{pq,pq}}$ <p style="text-align: center;"><math>i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq q</math></p> $Z_{qq} = \frac{1 + \bar{y}_{pq,ps}(\bar{Z}_{pq} - \bar{Z}_{sq})}{y_{pq,pq}}$
<b>[ ENLACE ]</b>	
$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} + \frac{\bar{y}_{pq,ps}(\bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{si})}{y_{pq,pq}}$ <p style="text-align: center;"><math>i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l</math></p> $Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \frac{1 + \bar{y}_{pq,ps}(\bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{si})}{y_{pq,pq}}$	$Z_{li} = -Z_{qi} + \frac{\bar{y}_{pq,ps}(\bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{si})}{y_{pq,pq}}$ <p style="text-align: center;"><math>i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l</math></p> $Z_{ll} = -Z_{ql} + \frac{1 + \bar{y}_{pq,ps}(\bar{Z}_{pi} - \bar{Z}_{si})}{y_{pq,pq}}$
<b>b) SIN ACOPLAMIENTO MUTUO</b>	
<b>[ RAMA ]</b>	
$Z_{qi} = Z_{pi}$ <p style="text-align: center;"><math>i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq q</math></p> $Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq,pq}$	$Z_{qi} = 0.0$ <p style="text-align: center;"><math>i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq q</math></p> $Z_{qq} = z_{pq,pq}$

[ E N L A C E ]	
$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$ $i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l$ $Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \mathcal{Z}_{pq,pq}$	$Z_{li} = -Z_{qi}$ $i = 1, 2, \dots, m \quad i \neq l$ $Z_{ll} = -Z_{ql} + \mathcal{Z}_{pq,pq}$
MODIFICACION DE LOS ELEMENTOS PARA ELIMINACION DEL NODO $l$	
$Z_{ij} \text{ (modificada)} = Z_{ij} \text{ (antes de la eliminación)} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$	

**TABLA 3.1 (CONT.) ECUACIONES PARA LA FORMACION DE  $Z_{BUS}$ .**

Para las fórmulas anteriores, los términos en  $Z$  (mayúscula), corresponden a elementos de la matriz  $Z_{BUS}$ , y los términos en  $\mathcal{Z}$  (minúscula), a valores de impedancias primitivas.

A continuación se presentará el desarrollo de un ejemplo en el que alternativamente se apliquen los conceptos de sistema con elementos acoplados en forma de impedancia, y el mismo sistema despreciando los acoplamientos mutuos, práctica común en modelos de SEP.

3.3 EJEMPLO DE FORMACION DE  $Z_{BUS}$

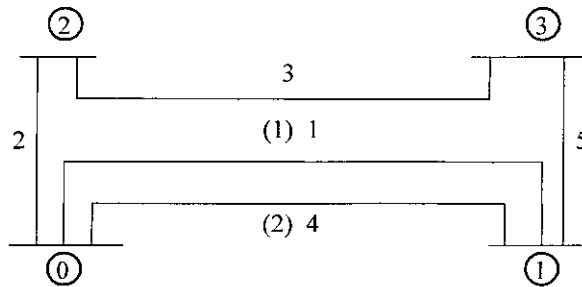


Figura 3.5 Sistema a analizar.

Datos de impedancia (+) RAMAS

NUMERO DE ELEMENTO	PROPIA		MUTUA	
	CODIGO DE BUS p-q	IMPEDANCIA $Z_{pq,pq}$	CODIGO DE BARRA r-s	IMPEDANCIA $Z_{pq,rs}$
+ 1	0-1 (1)	0.6		
4	0-1 (2)	0.4	0-1(1)	0.2
+ 2	0-2	0.5	0-1 (1)	0.1
+ 3	2-3	0.5		
5	1-3	0.2		

**A) SOLUCION** (considerando acoplos):  $Z_{BUS}$  será construída añadiendo elementos *EN EL ORDEN INDICADO POR LA PRIMERA COLUMNA DE LA TABLA* y seleccionando el nodo 0 como referencia.

**PASO 1.** Empezar con el elemento 1 que es una rama de  $p = 0$  a  $q = 1$  Los elementos de  $Z_{BUS}$  para la red parcial conteniendo la rama simple son :

$$Z_{BUS} = +j \begin{array}{c|cc} & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0.6 \end{array}$$

Dado que el nodo 0 es la referencia, los elementos de la primera fila (renglón) y columna son cero (impedancias de transferencia y equivalente de Thevenin) y NO necesitan escribirse. En estos términos:

$$Z_{BUS} = +j \begin{array}{c|c} & 1 \\ \hline 1 & 0.6 \end{array}$$

**PASO 2.** Añadir el elemento 4 (un enlace) de  $p = 0$  (referencia) a  $q = 1$  acoplado mutuamente con el elemento 1. La matriz de impedancia con el nodo ficticio  $\ell$  será :

$$Z_{BUS} = +j \begin{array}{c|cc} & 1 & \ell \\ \hline 1 & 0.6 & Z_{1\ell} \\ \ell & Z_{\ell 1} & Z_{\ell\ell} \end{array}$$



$$Z_{\ell i} = -Z_{qi} + \frac{\bar{\psi}_{pq,p\sigma} (\bar{Z}_{\rho i} - \bar{Z}_{\sigma i})}{\psi_{pq,pq}} \quad i = 1$$

$$Z_{\ell 1} = Z_{\ell \ell} = -Z_{11} + \frac{\psi_{01(2),01(1)} (Z_{01} - Z_{11})}{\psi_{01(2),01(2)}}$$

Recordemos que  $Z_{01} = Z_{1\ell} = 0$

Ahora, para obtener la matriz de admitancias primitivas se invierte a matriz de impedancias primitiva (sólo de la red parcial incluyendo al nuevo elemento):

$$\mathcal{Z}_{\rho\sigma,\rho\sigma} = +j \begin{array}{c} 0-1(1) \\ 0-1(2) \end{array} \left| \begin{array}{cc} 0-1(1) & 0-1(2) \\ 0.6 & 0.2 \\ 0.2 & 0.4 \end{array} \right|$$

$$\mathcal{Z}_{\rho\sigma,\rho\sigma}^{-1} = \psi_{\rho\sigma,\rho\sigma} = -j \begin{array}{c} 0-1(1) \\ 0-1(2) \end{array} \left| \begin{array}{cc} 0-1(1) & 0-1(2) \\ 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{array} \right|$$

Sustituyendo estos valores :

$$Z_{1\ell} = Z_{\ell 1} = j(-0.6 + \frac{(-1)(-0.6)}{3}) = -j 0.4$$

$$Z_{\ell\ell} = -Z_{1\ell} + \frac{1 + \psi_{01(2),01(1)} (Z_{1\ell} - Z_{2\ell})}{\psi_{01(2),01(2)}}$$

$$Z_{\ell\ell} = j(0.4 + \frac{1 - 1(0.4)}{3}) = j 0.6$$

y la correspondiente matriz aumentada es :

$$j \begin{array}{c} 1 \\ \ell \end{array} \left| \begin{array}{cc} 1 & \ell \\ 0.6 & -0.4 \\ -0.4 & 0.6 \end{array} \right|$$

Ahora se procede a eliminar las  $\ell$ -ésima columna y renglón

$$Z'_{11} = Z_{11} - \frac{Z_{1\ell} Z_{\ell 1}}{Z_{\ell\ell}} = j(0.6 - \frac{(-0.4)(-0.4)}{0.6}) = j0.3333$$

quedando

$$Z_{BUS} = j \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{c} 1 \\ 0.3333 \end{array} \right|$$

**PASO 3.** Añadir el elemento 2, el cual es una rama desde  $p = 0$  (referencia) hasta  $q = 2$  acoplado mutuamente con el elemento 1. Esto adiciona un nuevo bus y la matriz  $Z_{BUS}$  es :

$$Z_{BUS} = j \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.3333 & Z_{12} \\ 2 & Z_{21} & Z_{22} \end{array}$$

Donde :

$$Z_{21} = Z_{12} = \frac{\begin{vmatrix} \psi_{02,01(1)} & \psi_{02,01(2)} \\ Z_{01} - Z_{11} \\ Z_{01} - Z_{11} \end{vmatrix}}{\psi_{02,02}}$$

$$Z_{22} = \frac{1 + \begin{vmatrix} \psi_{02,01(1)} & \psi_{02,01(2)} \\ Z_{02} - Z_{12} \\ Z_{02} - Z_{12} \end{vmatrix}}{\psi_{02,02}}$$

Recordando que  $Z_{01} = Z_{02} = 0$ . Se invierte la matriz de impedancias primitiva para obtener la matriz de admitancias primitiva.

$$y_{ps,ps}^{-1} = y_{ps,ps} = \begin{array}{c|ccc} & 0-1(1) & 0-1(2) & 0-2 \\ \hline 0-1(1) & 2.0833 & -1.0417 & -0.4167 \\ 0-1(2) & -1.0417 & 3.0208 & 0.2083 \\ 0-2 & -0.4167 & 0.2083 & 2.0833 \end{array}$$

Entonces:

$$Z_{21} = Z_{12} = j \frac{\begin{vmatrix} -0.4167 & 0.2083 \\ -0.3333 \\ -0.3333 \end{vmatrix}}{2.0833} = j0.0333$$

$$Z_{22} = j \frac{1 + \begin{vmatrix} -0.4167 & 0.2083 \\ -0.0333 \\ -0.0333 \end{vmatrix}}{2.0833} = j0.4833$$

Obteniendo:

$$Z_{BUS} = j \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.3333 & 0.0333 \\ 2 & 0.0333 & 0.4833 \end{array}$$

**PASO 4.** Añadir el elemento 3 (rama) desde  $p = 2$  a  $q = 3$  sin acoplamiento mutuo. Esto adiciona un nuevo nodo.

$$Z_{13} = Z_{31} = Z_{21} = j0.0333$$

$$Z_{23} = Z_{32} = Z_{11} = j0.4833$$

$$Z_{33} = Z_{23} + y_{23,23} = j(0.4833 + 0.5) = j0.9833$$

Quedando la matriz:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$Z_{BUS} = j \begin{vmatrix} 1 & 0.3333 & 0.0333 & 0.0333 \\ 2 & 0.0333 & 0.4833 & 0.4833 \\ 3 & 0.0333 & 0.4833 & 0.9833 \end{vmatrix}$$

**PASO 5.** Añadir el elemento 5 (enlace) desde  $p = 1$  a  $q = 3$  sin acoplamiento mutuo. Los elementos de las  $\ell$ -ésimas renglón columna de la matriz aumentada son :

$$\begin{aligned} Z_{1\ell} = Z_{\ell 1} &= Z_{11} - Z_{31} = j(0.3333 - 0.0333) = j0.300 \\ Z_{2\ell} = Z_{\ell 2} &= Z_{12} - Z_{32} = j(0.0333 - 0.4833) = -j0.450 \\ Z_{3\ell} = Z_{\ell 3} &= Z_{13} - Z_{33} = j(0.0333 - 0.9833) = -j0.950 \\ Z_{\ell\ell} = Z_{1\ell} - Z_{3\ell} + \mathcal{P}_{13,13} &= j(0.30 + 0.95 + 0.2) = j1.45 \end{aligned}$$

La matriz aumentada es :

$$j \begin{vmatrix} & 1 & 2 & 3 & \ell \\ 1 & 0.3333 & 0.0333 & 0.0333 & 0.3000 \\ 2 & 0.0333 & 0.4833 & 0.4833 & -0.4500 \\ 3 & 0.0333 & 0.4833 & 0.9833 & -0.9500 \\ \ell & 0.3000 & -0.4500 & -0.9500 & 1.4500 \end{vmatrix}$$

Ahora se eliminan las  $\ell$ -ésimas columna y renglón:

$$Z'_{11} = Z_{11} - \frac{Z_{1\ell} Z_{\ell 1}}{Z_{\ell\ell}} = j(0.3333 - \frac{(0.30)(0.30)}{1.45}) = j0.2712$$

$$Z'_{12} = Z'_{21} = Z_{12} - \frac{Z_{2\ell} Z_{\ell 1}}{Z_{\ell\ell}} = j(0.0333 - \frac{(0.30)(-0.45)}{1.45}) = j0.1263$$

$$Z'_{24} = Z'_{42} = Z_{24} - \frac{Z_{2\ell} Z_{\ell 4}}{Z_{\ell\ell}} = j(0.0333 - \frac{(0.30)(-0.95)}{1.45}) = j0.2298$$

$$Z'_{22} = Z_{22} - \frac{Z_{2\ell} Z_{\ell 2}}{Z_{\ell\ell}} = j(0.4833 - \frac{(-0.45)(-0.45)}{1.45}) = j0.3436$$

$$Z'_{23} = Z'_{32} = Z_{23} - \frac{Z_{2\ell} Z_{\ell 3}}{Z_{\ell\ell}} = j(0.4833 - \frac{(-0.45)(-0.95)}{1.45}) = j0.1885$$

$$Z'_{33} = Z_{33} - \frac{Z_{3\ell} Z_{\ell 3}}{Z_{\ell\ell}} = +j(0.9833 - \frac{(-0.95)(-0.95)}{1.45}) = j0.3609$$

Finalmente:

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix}$$

$$Z_{BUS} = +j \begin{vmatrix} 1 & 0.2712 & 0.1263 & 0.2298 \\ 2 & 0.1263 & 0.3436 & 0.1885 \\ 3 & 0.2298 & 0.1885 & 0.3609 \end{vmatrix}$$

**B) MISMO SISTEMA SIN ACOPLAMIENTOS**

ELEMENTO	CODIGO p-q	IMPEDANCIA PRIMITIVA
1	0-1 (1)	0.0 + j0.6
4	0-1 (2)	0.0 + j0.4
2	0-2	0.0 + j0.5
3	2-3	0.0 + j0.5
5	1-3	0.0 + j0.2

**PASO 1.** Elemento 1 p = 0 q = 1

$$Z_{BUS} = \begin{vmatrix} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0.6 \end{vmatrix} = j \begin{vmatrix} & 1 \\ 1 & 0.6 \end{vmatrix}$$

**PASO 2.** Elemento 4 (ENLACE) p = 0 q = 1 p es nodo de referencia

$$Z_{\ell i} = -Z_{qi} \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$i \neq \ell \quad Z_{BUS} = j \begin{vmatrix} & 1 & \ell \\ 1 & 0.6 & Z_{1\ell} \\ \ell & Z_{\ell 1} & Z_{\ell\ell} \end{vmatrix}$$

$$Z_{\ell\ell} = -Z_{q\ell} + \mathcal{F}_{pq,pq}$$

Un elemento

$$Z_{\ell 1} = -Z_{11} = -j0.6$$

$$Z_{\ell\ell} = -Z_{1\ell} + \mathcal{F}_{01(2),01(2)} = j(0.6 + 0.4) = j1.0$$

$$Z_{BUS} = j \begin{vmatrix} & 1 & \ell \\ 1 & 0.6 & -0.6 \\ \ell & -0.6 & 1.0 \end{vmatrix}$$

Eliminando las  $\ell$ -ésimas fila columna

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{i\ell} Z_{\ell j}}{Z_{\ell\ell}}$$

Un cálculo: i = 1 j = 1

$$Z'_{11} = Z_{11} - \frac{Z_{1\ell} Z_{\ell 1}}{Z_{\ell\ell}} = j(0.6 - \frac{(-0.6)(-0.6)}{1.0}) = j0.24$$

$$Z_{BUS} = j \begin{array}{c|c} & 1 \\ \hline 1 & 0.24 \end{array}$$

**PASO 3.** Elemento 2 (rama) p = 0 referencia, q = 2

$$Z_{q1} = 0$$

$$Z_{qq} = \mathcal{Z}_{pq,pq} \quad Z_{BUS} = j \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.24 & Z_{12} \\ 2 & Z_{21} & Z_{22} \end{array}$$

Un solo cálculo i = 1 q = 2

$$Z_{q1} = Z_{12} = Z_{21} = 0.0$$

$$Z_{qq} = Z_{22} = \mathcal{Z}_{02,02} = j0.5 \quad Z_{BUS} = j \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.24 & 0.0 \\ 2 & 0.0 & 0.5 \end{array}$$

**PASO 4.** Elemento 3 (rama) p = 2 q = 3  $\mathcal{Z}_{pq,pq} = j 0.5$ , p no es el nodo de referencia

$$Z_{qi} = Z_{pi} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$i \neq q$$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + \mathcal{Z}_{pq,pq}$$

$$Z_{BUS} = j \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0.24 & 0.00 & Z_{13} \\ 2 & 0.00 & 0.50 & Z_{23} \\ 4 & Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{array}$$

$$i = 1 \quad q = 3 \quad Z_{31} = Z_{21} = j0.0 = Z_{13}$$

$$i = 2 \quad q = 3 \quad Z_{32} = Z_{22} = j0.5 = Z_{23}$$

$$Z_{33} = Z_{23} + \mathcal{Z}_{23,23}$$

$$Z_{33} = j(0.5 + 0.5) = j1.0$$

$$Z_{BUS} = j \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0.24 & 0.0 & 0.0 \\ 2 & 0.00 & 0.5 & 0.5 \\ 3 & 0.00 & 0.5 & 1.0 \end{array}$$

**PASO 5.** Elemento 5 (enlace) p = 1 q = 3  $\mathcal{Z}_{pq,pq} = j 0.2$ , p no es nodo de referencia:

$$Z_{\ell i} = Z_{pi} - Z_{qi} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$i \neq \ell$$

$$Z_{\ell\ell} = Z_{p\ell} - Z_{q\ell} + \mathcal{Z}_{pq,pq}$$

$$i = 1 \quad p = 1 \quad q = 3 \quad Z_{\ell 1} = Z_{11} - Z_{31} = j(0.24 - 0.0) = j 0.24$$

$$i = 2 \quad p = 1 \quad q = 3 \quad Z_{\ell 2} = Z_{2\ell} = Z_{12} - Z_{32} = j(0.0 - 0.5) = -j 0.5$$

$$i = 3 \quad p = 1 \quad q = 3 \quad Z_{\ell 3} = Z_{13} - Z_{33} = j(0.0 - 1.0) = -j 1.0$$

$$Z_u = Z_{1\ell} - Z_{3\ell} + Z_{13,13} = j(0.24 - (-1.0) + 0.2) = j 1.44$$

$$Z_{\text{BUS}} = j \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & \ell \\ \hline 1 & 0.24 & 0.0 & 0.0 & 0.24 \\ 2 & 0.00 & 0.5 & 0.5 & -0.50 \\ 3 & 0.00 & 0.5 & 1.0 & -1.00 \\ \ell & 0.24 & -0.5 & -1.0 & 1.44 \end{array}$$

Reducción del nodo  $\ell$

$$i, j = 1, 2, 3 \quad Z'_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{i\ell} Z_{\ell j}}{Z_u}$$

$$i = 1 \quad j = 1 \quad Z'_{11} = Z_{11} - \frac{Z_{1\ell} Z_{\ell 1}}{Z_u} = j(0.24 - \frac{(0.24)(0.24)}{1.44}) = j 0.2$$

De la misma manera para:

$$\begin{array}{lll} i = 1 & j = 2 & Z'_{12} = Z'_{21} = j0.083 \\ i = 1 & j = 3 & Z'_{13} = Z'_{31} = j0.1667 \\ i = 2 & j = 2 & Z'_{22} = j0.3263 \\ i = 2 & j = 3 & Z'_{23} = Z'_{32} = j0.1527 \\ i = 3 & j = 3 & Z'_{33} = j0.3055 \end{array}$$

Quedando finalmente:

$$Z_{\text{BUS}} = j \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0.2000 & 0.0830 & 0.1600 \\ 2 & 0.0830 & 0.3264 & 0.1528 \\ 3 & 0.1600 & 0.1528 & 0.3056 \end{array}$$

### 3.4 SIMULACIÓN COMPUTACIONAL

- El disco de trabajo contiene los siguientes archivos en la dirección **A:\ZBUS\_AL**:

ZBUS\_AL.EXE EJECUTABLE DEL PROGRAMA.

ZBUS\_AL.DAT ARCHIVO DE DATOS DE EJEMPLO.

ZBUS\_AL.EJM DESCRIPCIÓN DE LA ELABORACIÓN DEL ARCHIVO DE DATOS.

ZBUS\_AL.RES ARCHIVO DE RESULTADOS PARA EL EJEMPLO.

Consideraciones importantes:

- El algoritmo se diseñó de tal manera que el nodo de referencia siempre sea el neutro (redes de secuencia positiva y negativa) ó la tierra física (red de secuencia cero), de tal manera que en el proceso de agregación **el primer elemento siempre es una rama y está conectada a los nodos 0 (referencia) y 1.**
- El algoritmo utiliza invariablemente el nodo de referencia como nodo cero, esto implica que la red bajo análisis *siempre debe contener al nodo de referencia (nodo 0).*

El programa fue diseñado de tal manera que vaya ofreciendo paso a paso la construcción de la matriz  $Z_{BUS}$ , cuando se agrega un elemento se clasifica, se procesa mediante las fórmulas y posteriormente se imprime la matriz  $Z_{BUS}$  de la red parcial, el diagrama a bloques es muy simple y se muestra en la figura 3.6.

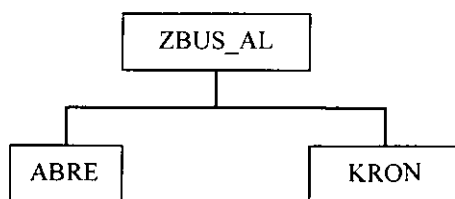


Figura 3.6 Diagrama de bloques para el programa ZBUS\_AL.

ZBUS_AL	Programa principal, realiza las fórmulas de cálculo de la matriz $Z_{BUS}$
ABRE	Abre los archivos de datos y de resultados.
KRON	Reduce a matriz $Z_{BUS}$ eliminando el nodo ficticio de acuerdo al procedimiento de Kron.

En la figura 3.7 se muestra un sistema típico del cual se desea mediante el programa ZUS\_AL, determinar la matriz de impedancias nodales  $Z_{BUS}$ . Para realizar la corrida computacional, basta con seguir los siguientes pasos:

- Construya la red de secuencia positiva en por unidad para el sistema a analizar (con datos normalizados de impedancias en por unidad).
- Genere *mediante cualquier editor ASCII*, (como el editor *EDIT* del sistema operativo), su correspondiente archivo de datos (remueva en caso necesario la protección contra escritura del disco), recomendando ponerle la extensión *\*.dat* para facilidad de identificación; utilice como referencia el archivo *ZBUS\_AL.EJM*.

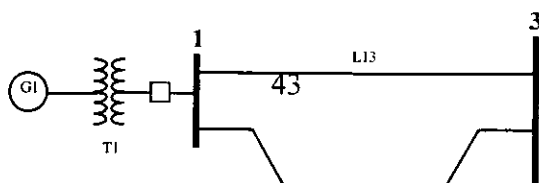


Figura 3.7 Diagrama unifilar del sistema bajo análisis.

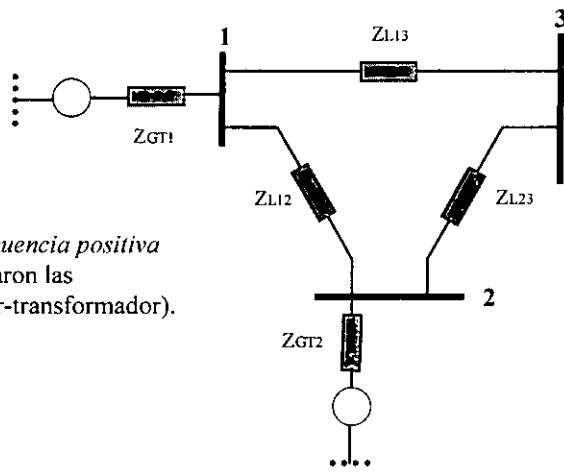


Figura 3.8 Red de secuencia positiva (observe que se agruparon las impedancias generador-transformador).

..... Barra de referencia (neutro)

Archivo de referencia para el programa ZBUS\_AL

Construcción de la matriz de impedancias nodales Zbus por el método de integración elemento a elemento.  
M. en C. Fernando Toledo T. <1998>

NÚMERO DE NODOS, NÚMERO DE ELEMENTOS

3 5

NODO DE SALIDA, NODO DE LLEGADA, IMPEDANCIA PRIMITIVA >> PARA CADA ELEMENTO <<  
ORDENAR LOS ELEMENTOS DE TAL MANERA QUE EXISTA EN LA RED PARCIAL AL MENOS UNO DE LOS NODOS A LOS CUALES ESTÁ CONECTADO EL NUEVO ELEMENTO.

0	1	(0.10,0.40)	;	impedancia de G1 y T1
1	2	(0.05,0.20)	;	impedancia de la línea L12
0	2	(0.10,0.50)	;	impedancia de G2 y T2
1	3	(0.05,0.25)	;	impedancia de la línea L13



**2 3 (0.06,0.25) ; impedancia de la línea L23**

>> fin de archivo

- Una vez construido el archivo de datos, para correr el programa, basta con teclear el comando *ZBUS\_AL*, a lo que aparecerá en pantalla la presentación del programa y pide a continuación los nombres (con ó sin extensión) de los archivos de datos y de resultados, siempre es conveniente por aspectos de identificación que al archivo de datos se le ponga la extensión *.dat*, y al de resultados la extensión *.res* [*archivo1.dat* y *archivo1.res* respectivamente].

- Finalmente, se requiere editar el archivo de resultados, cuyo listado es el siguiente:

```
PROGRAMA PARA EL CALCULO DE ZBUS POR ALGORITMO
SIN CONSIDERAR ACOPLAMIENTOS MUTUOS
FERNANDO TOLEDO, AREA ELECTRICA, UAM-A

** LOS ELEMENTOS NO IMPRESOS DE ZBUS, SON IGUALES A CERO **

>> Elemento numero = 1
    siempre rama y sale de referencia
    Bus de salida = 0
    Bus de llegada = 1
    Impedancia serie = .1000E+00+j .4000E+00

<< MATRIZ Zbus DE LA RED >>

Zbus(1,1)= .1000E+00+j .4000E+00

>> Elemento numero = 2
    Bus de salida = 1
    Bus de llegada = 2
    Impedancia serie = .5000E-01+j .2000E+00

El elemento es rama y no sale del nodo de referencia
se genera un nuevo nodo.

<< MATRIZ Zbus DE LA RED >>

Zbus(1,1)= .1000E+00+j .4000E+00
Zbus(1,2)= .1000E+00+j .4000E+00
Zbus(2,2)= .1500E+00+j .6000E+00

>> Elemento numero = 3
    Bus de salida = 0
    Bus de llegada = 2
    Impedancia serie = .1000E+00+j .5000E+00

El elemento es enlace y sale de referencia,
genera un nodo ficticio.

ENTRO A REDUCCION DE KRON
Orden de Zbus = 2

<< MATRIZ Zbus DE LA RED >>

Zbus(1,1)= .6031E-01+j .2546E+00
Zbus(1,2)= .4047E-01+j .1819E+00
Zbus(2,2)= .6071E-01+j .2729E+00

>> Elemento numero = 4
    Bus de salida = 1
    Bus de llegada = 3
    Impedancia serie = .5000E-01+j .2500E+00

El elemento es rama y no sale del nodo de referencia
se genera un nuevo nodo.

<< MATRIZ Zbus DE LA RED >>
```

```
Zbus(1,1)= .6031E-01+j .2546E+00
Zbus(1,2)= .4047E-01+j .1819E+00
Zbus(1,3)= .6031E-01+j .2546E+00
Zbus(2,2)= .6071E-01+j .2729E+00
Zbus(2,3)= .4047E-01+j .1819E+00
Zbus(3,3)= .1103E+00+j .5046E+00
```

```
>> Elemento numero = 5
    Bus de salida = 2
    Bus de llegada = 3
    Impedancia serie = .6000E-01+j .2500E+00
```

El elemento es enlace y no sale del nodo de referencia.

```
ENTRO A REDUCCION DE KRON
Orden de Zbus = 3
```

```
<< MATRIZ Zbus DE LA RED >>
```

```
Zbus(1,1)= .5776E-01+j .2467E+00
Zbus(1,2)= .4315E-01+j .1919E+00
Zbus(1,3)= .5101E-01+j .2193E+00
Zbus(2,2)= .5798E-01+j .2604E+00
Zbus(2,3)= .4988E-01+j .2262E+00
Zbus(3,3)= .7787E-01+j .3477E+00
```

## 4. ESTUDIO DE CORTO CIRCUITO

### 4.1 INTRODUCCION

**A**ún en los sistemas eléctricos mejor diseñados, ocasionalmente se experimentan fallas de corto circuito, resultando corrientes anormalmente grandes. Los dispositivos de protección tales como interruptores, fusibles y demás, deben aislar la falla con un mínimo de daño a los circuitos y con un reducido tiempo de salida de operación del sistema.

Otras partes del sistema tales como cables, buses e interruptores, deben ser capaces de soportar los esfuerzos mecánicos y térmicos resultantes del flujo máximo de corriente de falla a través de ellos. Las magnitudes de esta corriente de falla se estiman usualmente mediante cálculos. El equipo se selecciona usando los resultados de estos cálculos.

El flujo de corriente durante una falla en cualquier punto del sistema está limitado por la impedancia equivalente de Thevenin de los circuitos y el equipo vistos desde la fuente hasta el punto de falla, y no está directamente relacionado con las condiciones de carga del sistema. Por otro lado, las modificaciones del sistema tendientes a aumentar la capacidad de suministro de carga (inclusión de nuevas acometidas ó generadores), no afectan a la carga ya existente y pueden aumentar drásticamente la magnitud de la corriente de falla. Consecuentemente, si un sistema existente se amplía o se instala un nuevo sistema, las corrientes de falla se recalcularán para una selección y ajuste correcto de los dispositivos de protección contra sobrecorriente.

### 4.2 FUENTES DE LA CORRIENTE DE FALLA

La magnitud y frecuencia de las corrientes que fluyen durante una falla, dependen de las máquinas eléctricas rotatorias (generadores y motores) y de los sistemas de suministro (acometidas). Los capacitores de potencia pueden producir también corrientes transitorias extremadamente grandes, pero éstas son generalmente de corta duración y de frecuencia natural mucho mayor que la frecuencia de la fuente, por lo que para el estudio de corto circuito *su contribución se desprecia*.

La magnitud de la corriente de falla en cada máquina rotatoria está limitada por la impedancia de la propia máquina y la impedancia entre la máquina y la falla (circuito equivalente de Thevenin). La impedancia de una máquina rotatoria no es un valor simple, es complejo y variable en el tiempo.

#### 4.2.1 CORTO CIRCUITO TRIFASICO EN LAS TERMINALES DE UN GENERADOR SINCRONO

Los generadores síncronos usados en las plantas generadoras de un sistema eléctrico constan de un rotor que contiene una serie de bobinas (el campo o inductor) recorrido por una corriente continua, la cual produce un flujo constante que gira con el rotor y un estator o armadura de acero laminado con tres embobinados, en los que se inducen tres fuerzas electromotrices alternas de igual magnitud y desplazadas  $120^\circ$  eléctricos.

Al conectar una carga trifásica equilibrada al generador, circulan por los embobinados del estator tres corrientes alternas que constituyen un sistema trifásico equilibrado. *Las fuerzas magnetomotrices producidas por estas tres corrientes dan lugar a una fuerza magnetomotriz resultante que, en las condiciones normales de funcionamiento, o sea cuando la máquina gira a la velocidad de sincronismo, producen un flujo (la reacción de armadura) que gira a la misma velocidad y en el mismo sentido que el rotor y que se combina con el flujo producido por el campo para dar el flujo resultante en el entrehierro.*

Los generadores movidos por turbinas de vapor o de gas giran a gran velocidad, su rotor es una pieza cilíndrica de acero con polos lisos y tienen generalmente un par de polos. Por su velocidad de rotación son más estables en cuanto a su frecuencia y características de sincronismo con respecto a otros tipos de generadores de la red. Por su bajo momento de inercia (con respecto a la unidades hidráulicas) son empleados

para compensar las desviaciones de frecuencia causadas por la natural desviación de la demanda de potencia activa del sistema.

Los generadores impulsados por turbinas hidráulicas giran más lentamente y tienen un número elevado de pares de polos. En este caso el rotor se construye con polos salientes de acero laminado; además de las bobinas que constituyen el campo, existen bobinas conectadas en corto circuito, llamadas amortiguadores y que tienen por objeto principal amortiguar las oscilaciones del rotor y facilitar la sincronización de la máquina.

#### 4.2.1.1 CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO

Si se establece súbitamente un corto circuito trifásico en las terminales de un generador que está operando en vacío y se registran los oscilogramas de las corrientes en las fases, se obtendrán, por fase, curvas similares a la mostrada para una fase en la figura 5.1.

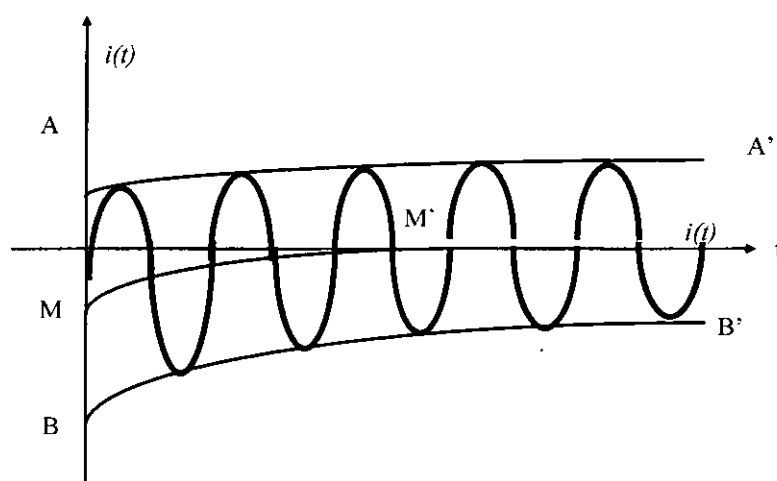


Figura 5.1 Corriente de falla típica de un sistema.

Las líneas AA' y BB' son las envolventes de la corriente alterna y MM' es la línea mediana entre las envolventes.

La corriente asimétrica  $i(t)$  de la figura 5.1 puede descomponerse en dos elementos:

- Una corriente continua amortiguada cuya magnitud en función del tiempo está representada por la línea MM'.
- Una corriente alterna simétrica de frecuencia fundamental, que se obtiene restando de la corriente  $i(t)$ , la componente de corriente continua.

#### 4.2.1.2 COMPONENTE DE CORRIENTE CONTINUA

Para explicar la presencia de una componente de corriente continua en la corriente de corto circuito considérese el circuito equivalente de la figura 5.2, el cual representa una fase de un generador síncrono trifásico. R y L son respectivamente, la resistencia y la inductancia por fase del generador.

Inicialmente si el generador está funcionando en vacío (sin carga conectada); la fuerza electro-motriz inducida  $e$  es una función armónica del tiempo con un valor de cresta E.

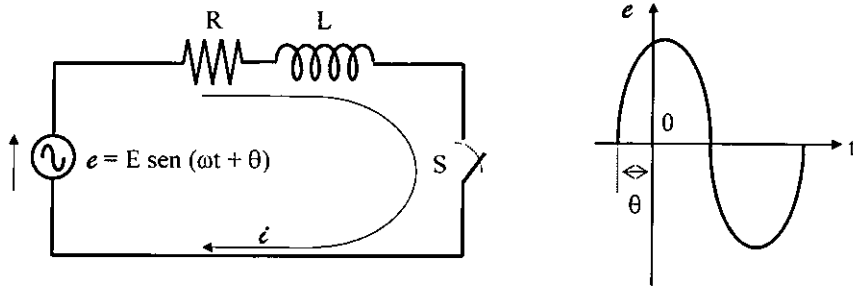


Figura 5.2 Circuito resistivo inductivo excitado por una fuerza electromotriz senoidal.

En el instante  $t = 0$  se produce un corto circuito trifásico en las terminales del generador representado en el circuito equivalente de la figura 5.2 por el cierre del contacto S.

La ecuación diferencial que describe las condiciones del circuito al establecerse el corto circuito es:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = E \operatorname{sen}(\omega t + \theta) \quad (5.2.1)$$

La solución de esta ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes es:

$$i = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \left[ \operatorname{sen}\left(\omega t + \theta - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}\right) - \operatorname{sen}\left(\theta - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t} \right] \quad (5.2.2)$$

La ecuación anterior muestra que la expresión de la corriente  $i$  consta de dos términos:

1) El término

$$- \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen}\left(\theta - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}\right) e^{-\frac{R}{L}t} \quad (5.2.3)$$

que es una *corriente amortiguada* que decae con la constante de tiempo  $\frac{L}{R}$

2) El término

$$\frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen}\left(\omega t + \theta - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}\right) \quad (5.2.4)$$

que es una *corriente alterna simétrica* de frecuencia  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  ciclos por segundo.

Para  $t = 0$  los dos términos son de igual magnitud pero de signo contrario, de manera que el valor correspondiente de la corriente total  $i$  es *igual a cero*.

En un generador síncrono la reactancia inductiva  $\omega L$  es mucho mayor que la resistencia  $R$  y por lo tanto puede considerarse que:

$$\tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \approx 90^\circ \quad (5.2.5)$$

Si el corto circuito se establece en el instante en que  $\theta = 90^\circ$  o sea cuando *la fuerza electromotriz tiene su valor máximo*, se tendrá:

$$\operatorname{sen}(90^\circ - 90^\circ) = 0 \quad (5.2.6)$$

y por lo tanto no existirá en este caso *componente de corriente continua*.

Si el corto circuito se establece en el instante en que  $\theta = 0^\circ$  o sea cuando *la fuerza electromotriz pasa por cero*, se tendrá

$$\sin(0^\circ - 90^\circ) = -1 \quad (5.2.7)$$

y la componente de corriente continua alcanzará su valor inicial máximo, que es:

$$\frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (5.2.8)$$

El tener una respuesta en corriente variable en el tiempo implica que *la impedancia equivalente también es un parámetro dependiente del tiempo*, como puede observarse, al principio de la falla la máquina presenta una impedancia menor y al ir transcurriendo el transitorio *aumenta su impedancia hasta llegar al valor en estado estable* (impedancia sincrónica). Para efectos simplificados en el cálculo de las corrientes de falla, esta impedancia se considera *constante por intervalos*.

Los estándares industriales han establecido 3 nombres específicos para valores de esta reactancia variable:

- **Reactancia Subtransitoria**
- **Reactancia Transitoria**
- **Reactancia Sincrónica**

$x_d''$  = reactancia subtransitoria. Determina la corriente durante el primer ciclo después de ocurrida la falla. En 0.1 segundos la reactancia se incrementa a:

$x_d'$  = reactancia transitoria. Se asume para determinar la corriente después de varios ciclos a 60 Hz. De 1/2 a 2 segundos, la reactancia se incrementa a:

$x_d$  = reactancia sincrónica. Este es el valor que determina el flujo de corriente después de que la condición de estado estable se ha alcanzado.

Como la mayoría de los dispositivos de protección tales como interruptores y fusibles, operan mucho antes de que se alcancen las condiciones de estado estable, la reactancia sincrónica del generador es raramente usada en el cálculo de corrientes de falla para la selección y ajuste de estos dispositivos.

#### 4.2.2 MOTORES Y CONDENSADORES SINCRONOS

Los motores síncronos suministran corriente a una falla en la misma forma que un generador. Cuando una falla causa una caída de voltaje en el sistema, el motor síncrono recibe menos energía para mover su carga.

Al mismo tiempo, el voltaje interno causa una corriente que fluye del sistema a la falla. La inercia del motor y su carga actúan como un primo motor y con una excitación de campo sostenida, el motor actúa como un generador para alimentar la corriente de falla. Esta corriente de falla disminuye con el decaimiento del campo magnético de la máquina.

El circuito equivalente del generador se usa para máquinas síncronas, nuevamente una fuente de voltaje y las mismas 3 reactancias  $x_d''$ ,  $x_d'$  y  $x_d$  se usan para establecer valores de corriente para 3 puntos en el tiempo.

### 4.2.3 MOTORES DE INDUCCION

Un motor de inducción jaula de ardilla, aporta corriente de falla cuando existe una falla en el sistema. Esta se genera por la inercia del motor en presencia de un flujo de campo, producido por inducción del estator, más que por la corriente directa del devanado de campo de los motores síncronos. Ya que este flujo decae por la pérdida de la fuente de voltaje provocada por la falla en las terminales del motor; la contribución de un motor de inducción a la corriente de falla, se reduce y desaparece completamente después de pocos ciclos. Debido a que la excitación del campo no se mantiene, no hay un valor de corriente de falla en estado estable, como en las máquinas síncronas. Nuevamente se utiliza el mismo circuito equivalente, pero los valores de la reactancia transitoria y síncrona se aproximan rápidamente al infinito. Como consecuencia, a los motores de inducción se les asigna únicamente un valor de reactancia subtransitoria  $x_d''$ . Este valor es casi igual a la reactancia de rotor bloqueado.

Para el cálculo de fallas, un generador de inducción puede tratarse de la misma manera que un motor de inducción. Los motores de inducción de rotor devanado operando con alguna resistencia externa en los circuitos del rotor, pueden tener lo suficientemente bajas las constantes de tiempo de corto circuito, así, su contribución a la falla no es significativa y puede ignorarse. Aunque un parámetro fundamental lo representa la capacidad del motor, una investigación específica deberá hacerse para determinar cuando ignorar la contribución de un motor de rotor devanado a la corriente de corto circuito.

### 4.2.4 SISTEMA DE SERVICIO ELECTRICO

Los generadores distantes del sistema eléctrico de distribución, son una fuente de corriente de corto circuito, frecuentemente entregada a través de un transformador. El circuito equivalente del generador puede usarse para representar el sistema de distribución (con una impedancia constante).

Los generadores empleados están generalmente lejos de las plantas industriales. La contribución de corriente a la falla en las plantas lejanas, parece ser únicamente un pequeño incremento en la corriente de carga para una gran estación generadora, y esta contribución de corriente tiende a permanecer constante, el sistema eléctrico es por consiguiente representado generalmente por un solo valor de impedancia equivalente *constante* referida al punto de conexión.

## 4.3 TIPOS DE FALLAS A ANALIZAR

En un sistema industrial, las condiciones de falla trifásica y de línea a tierra son las consideradas comúnmente, ya que de éstas resultan las condiciones de falla más severas y comunes.

La corriente de falla entre líneas, es de aproximadamente el 87% del valor de la corriente de falla trifásica.

Si asumimos una condición de falla trifásica, los cálculos resultan más simplificados. El sistema, incluyendo la falla, permanece simétrico con respecto al neutro, independientemente del tipo de conexión (delta o estrella) y/o de la forma de aterrizamiento.

La corriente trifásica balanceada puede calcularse utilizando un circuito monofásico, el cual tendrá solo un voltaje de línea a neutro y una impedancia monofásica.

Para el cálculo de la corriente máxima, se considera una impedancia nula sin efecto limitador de corriente, es decir, que se considera una *falla franca*.

No obstante debe tomarse en cuenta que la presencia de arqueo en las fallas reduce considerablemente la magnitud de la corriente de falla. En sistemas de baja tensión, los valores mínimos de la corriente de falla

se calculan algunas veces incluyendo los efectos conocidos del arqueo. Estudios analíticos indican que las corrientes de falla con arqueo en por unidad, de valores de falla franca, se reducen a valores tan bajos como:

1. 0.89 a 480 V y 0.12 a 208 V, para arqueo trifásico
2. 0.74 a 480 V y 0.02 a 208 V, para arqueo entre líneas
3. 0.38 a 277 V y 0.01 a 120 V, para arqueo línea-neutro

#### **4.4 TRANSITORIOS POR SWITCHEO MULTIPLE**

Es práctica común que el analista considere que el transitorio por switcheo ocurra una sola vez durante un flujo de corriente de corto circuito. Una inspección de los oscilogramas representativos de la corriente de corto circuito, mostrará frecuentemente repetidos casos de interrupciones momentáneas de corriente. En la maniobra de un interruptor, especialmente cuando éste se encuentra en el circuito de un capacitor, pueden observarse 2 o 3 recierres antes de que la interrupción sea total. El recierre se da cuando la diferencia de potencial a través de los contactos del interruptor es elevada. Es posible que los valores correspondientes a las oscilaciones transitorias por switcheo de corrientes directa y alterna, se reinserten en las corrientes del circuito varias veces durante un solo caso de flujo de corriente de corto circuito.

#### **4.5 APLICACION DE LAS CONDICIONES IMPUESTAS**

A través de esta discusión, el énfasis se ha centrado en la importancia de respetar las restricciones impuestas por el procedimiento analítico para obtener resultados válidos. Se ha hecho mención de numerosas circunstancias en el análisis del corto circuito, donde deben introducirse artificialmente las correcciones aplicadas, cuando se han violado las restricciones analíticas. Otra área asociada con el análisis del corto circuito es la que implica la utilización de impedancias variables en el tiempo.

Cuando un arco se convierte en un componente en serie de la impedancia del circuito, la  $R$  que lo representa no es constante. Para corrientes de 1 Amper, es probable que sea de 100 ohms, pero para una corriente de 1000 Amperes puede ser de 0.1 ohms. Durante cada medio ciclo de flujo de corriente, la resistencia del arco puede atravesar este rango.

Es difícil determinar un valor apropiado de la resistencia de arco para introducirla en un sistema de 60 Hz. La variación de  $R$  disminuye la magnitud de la impedancia para grandes valores de corriente, lo cual resulta en una forma de onda mucho más aguda que una onda senoidal. La corriente contiene ahora términos de armónicas. Ya que esto resultó de una violación de las restricciones analíticas, no aparecerán en los resultados calculados, consecuentemente, su magnitud y características deben determinarse mediante otros procedimientos y el resultado final deberá modificarse para obtener el valor correcto de corriente de falla.

Un tipo similar de no-linealidad puede encontrarse en elementos electromagnéticos en los cuales el comportamiento del acero influye en el valor de  $L$ . Si las partes ferrosas están sujetas a grandes exposiciones de flujo magnético, el valor de  $L$  puede modificarse cuando la densidad de flujo llega a la región de saturación. El efecto de esta violación a las restricciones impuestas, será como en el caso de la  $R$  variable, aparecerán componentes armónicas en la corriente verdadera del circuito.



4.6 FALLA TRIFASICA

Existen cuatro tipos de fallas de corto circuito, las cuales son:

- Corto circuito Trifásico
  - Corto circuito de Dos Fases a Tierra
  - Corto circuito de Dos Fases
  - Corto circuito de Fase a Tierra
- |  |   |  |   |                            |
|--|---|--|---|----------------------------|
| <b>Mayor<br/>grado<br/>de<br/>incidencia</b> | ↓ | (CC3F)<br>(CC2FT)<br>(CC2F)<br>(CC1FT) | ↑ | <b>Mayor<br/>severidad</b> |
|--|---|--|---|----------------------------|

Como se observa, la falla más severa es la trifásica aunque es la menos frecuente, mientras de que la monofásica es la menos severa pero de mayor probabilidad de incidencia. Para un estudio de corto circuito, basta con estudiar la falla trifásica y la de línea a tierra, debido a que en base a ellas se realizan las acciones de selección y ajuste de las protecciones (fundamentalmente las de sobrecorriente), asegurándose con ello que el sistema está bien protegido. De las fallas consideradas, la trifásica es la única que mantiene la simetría de las relaciones tensión corriente del sistema, por lo que se le denomina *falla balanceada*.

Existen casos en los que la falla monofásica es mayor que la trifásica (esto ocurre en nodos cercanos a la generación), por lo que para reducir su magnitud, el aterrizamiento del sistema se realiza por medio de una impedancia (ver Norma ANSI/IEEE Std 142-1982).

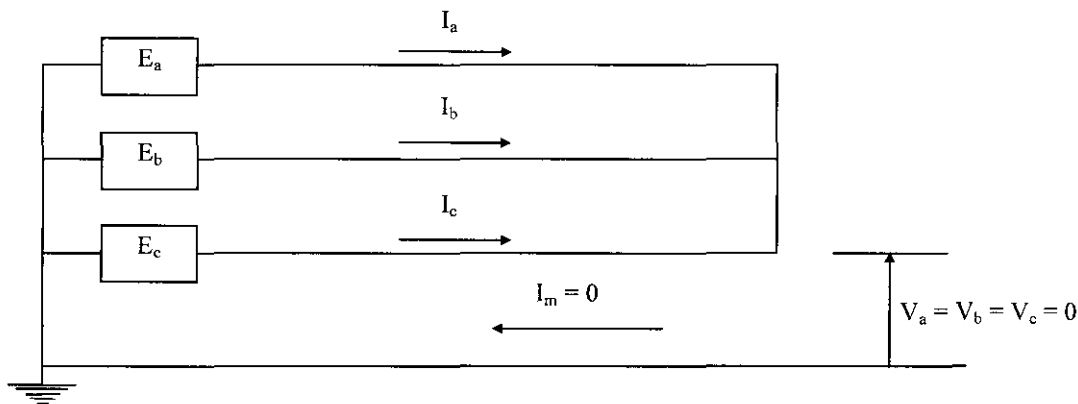


Figura 5.3.a Falla trifásica.

En la figura 5.3.a se representa una falla trifásica que pone en corto circuito las tres fases de una línea de transmisión.

Este caso es el único que no introduce ningún desequilibrio en las relaciones tensión-corriente del sistema trifásico y por lo tanto no existen corrientes ni voltajes de secuencia negativa y cero, independientemente de que la falla trifásica esté conectada a tierra o nó. Todas las cantidades que intervienen en el cálculo son de secuencia positiva.

En el punto de la falla se verifica que:

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

$$V_a = V_a^1 + V_a^2 + V_a^0 = 0$$

Las ecuaciones que definen el comportamiento del circuito trifásico en función de las componentes simétricas se reducen en este caso a:

$$E_a^1 - V_a^1 = Z_{11} I_a^1$$

$$-V_a^2 = Z_{22} I_a^2 = 0$$

$$-V_a^0 = Z_{00} I_a^0 = 0$$

Como en este caso sólo existen cantidades de secuencia positiva, en el punto de la falla se tienen las siguientes relaciones entre las cantidades de fase y sus componentes simétricas:

$$I_a^1 = I_a$$

$$V_a^1 = V_a = 0$$

Las condiciones impuestas por la falla trifásica se satisfacen conectando el circuito de secuencia positiva como se muestra en la figura 5.3.b

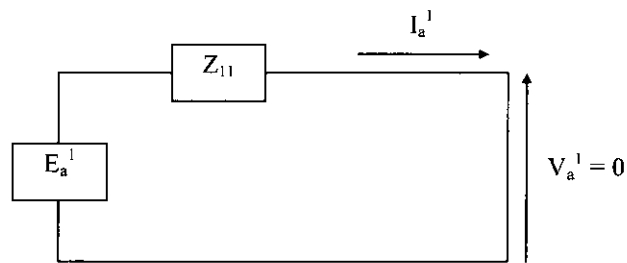


Figura 5.3.b Conexión del circuito de secuencia positiva para el caso de una falla trifásica.

En el circuito de la figura 5.3.b se verifica que:

$$I_a^1 = \frac{E_a^1}{Z_{11}} \quad (5.6.1)$$

Como:

$$I_a^2 = 0$$

$$I_a^0 = 0$$

Se tiene:

$$I_a = I_a^1$$

$$I_b = a^2 I_a^1$$

$$I_c = a I_a^1$$

(5.6.2)

$$V_a = V_a^1 = 0$$

$$V_b = a^2 V_a^1 = 0$$

$$V_c = a V_a^1 = 0$$

#### 4.7 CONCLUSIONES

El propósito de esta revisión de fundamentos, es obtener un mejor entendimiento de las complejidades básicas envueltas en el análisis del corto circuito en sistemas de corriente alterna. Refiriéndose a problemas prácticos, el analista deberá enfocarse en los siguientes puntos:

1. Seleccionar la localización óptima y el tipo de falla para satisfacer el propósito de los cálculos.
2. Establecer el modelo más simple del circuito eléctrico del sistema estudiado el cual minimizará la complejidad de la solución.
3. Reconocer la presencia de las condiciones del sistema que violan las restricciones impuestas por el método analítico utilizado.
4. Insertar artificialmente las correcciones en los resultados calculados, **si estas condiciones son lo suficientemente significativas para ser consideradas.**

En la sección *fuentes de la corriente de falla*, se asumió una falla trifásica balanceada y se describió un circuito equivalente simple. La corriente calculada  $E/Z$  con el circuito equivalente de Thevenin es una corriente RMS alterna simétrica, puesto que  $E$  es un voltaje RMS. Esta corriente simétrica puede compararse directamente con las características interruptivas del equipo que se expresan como corrientes RMS simétricas.

Ahora bien, el análisis anterior de transitorios por switcheos en un circuito resistivo-inductivo, indica que los procedimientos simplificados deben reconocer la asimetría como una condición del sistema y considerarla para compensar la onda de corriente de corto circuito, integrada de dos componentes:

- La componente simétrica de corriente alterna  $E/Z$ .
- La componente de corriente directa, que aparecerá inicialmente en su magnitud máxima posible, y será igual al pico de la componente inicial simétrica de la corriente alterna.

Para cualquier instante después de que la falla ocurre, la corriente total es la suma de las componentes de corriente directa y alterna. Esto lo podemos observar en la figura 5.1.

Debido a que la resistencia siempre está presente en el sistema, la componente de corriente directa decae a cero conforme la energía almacenada que representa se transforma en pérdidas  $I^2R$ . Se asume que el decaimiento es exponencial, y su constante de tiempo es proporcional a la razón de  $X/R$  obtenida a través de la impedancia equivalente de Thevenin del punto de falla. Conforme la componente de corriente directa decae, la corriente total pasa a ser simétrica.

Para procedimientos de cálculo simplificados, la asimetría de la falla puede ser tomada en cuenta aplicando factores de multiplicación de la corriente alterna simétrica. El resultado estimado de la corriente RMS asimétrica, es utilizado para la comparación de especificaciones, capacidades interruptivas o características de comportamiento de equipo, que son expresados en función de corrientes RMS totales (asimétricas).

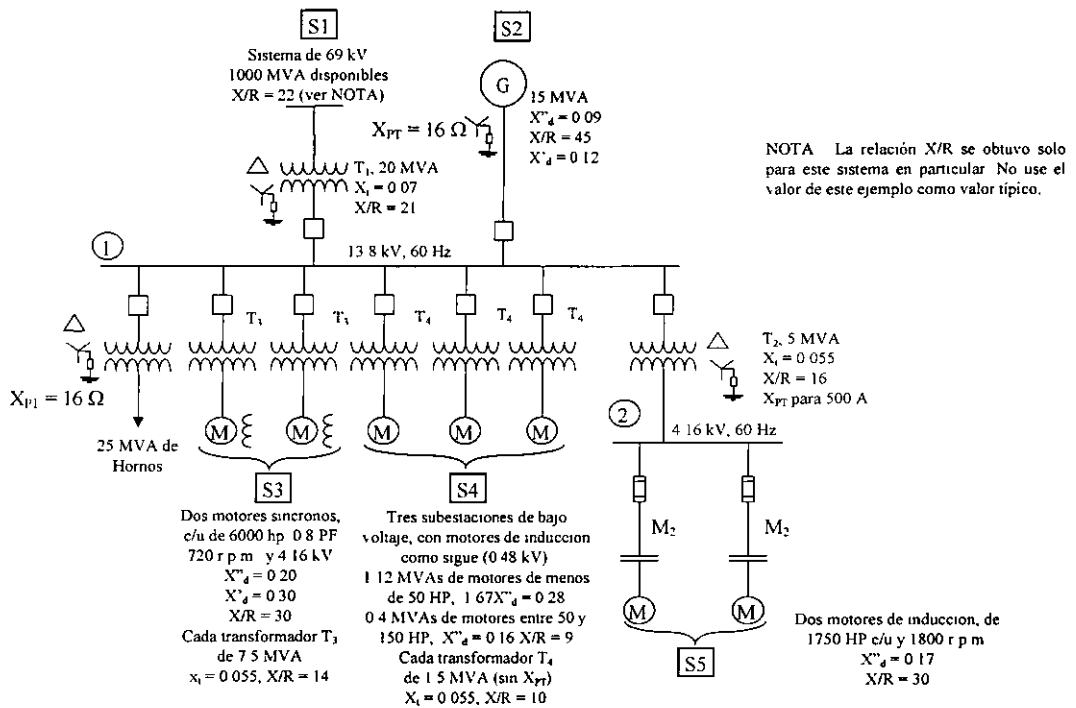


Figura 5.4 Sistema industrial típico.

**4.8 PROCEDIMIENTO DETALLADO**

El procedimiento para el cálculo de corrientes de corto circuito en sistemas industriales, consiste en los siguientes pasos:

1. Preparar los diagramas del sistema.
2. Reunir y convertir los datos de impedancia.
3. Combinar impedancias.
4. Calcular la corriente de Corto Circuito.

**Primer paso:** *Preparar los diagramas del sistema.* El primer paso, es desarrollar el diagrama unifilar. Este diagrama deberá mostrar todas las fuentes a la corriente de corto circuito y todos los elementos significativos del sistema.

La información de las impedancias puede vaciarse en el diagrama unifilar después de la recopilación inicial de los datos y de las conversiones pertinentes.

Es conveniente algunas veces, preparar un diagrama separado, mostrando únicamente las impedancias después de la conversión. Hay que considerar que el circuito original puede ser complejo y se requerirán varios pasos de simplificación, cada paso se deberá dibujar en diagramas adicionales de impedancias de acuerdo con el progreso de los cálculos.

Los diagramas de impedancia pueden mostrar reactancias únicamente, o mostrar tanto reactancias como resistencias (impedancias complejas), si es que se requiere de un cálculo fasorial. Esta representación es la más aconsejable, dado que se utiliza en el estudio tanto la  $Z$  (impedancia compleja), como la relación  $X/R$ .

**Segundo paso:** *Recopilar y convertir los datos de impedancia* de aquellos elementos que se consideren relevantes. Estos datos deberán convertirse en por unidad sobre las bases seleccionadas para el estudio.

**Tercer paso:** En este tercer paso se obtendrá el *circuito equivalente de Thevenin en forma de impedancia o de reactancia y resistencia* para aplicarse al punto de falla como un solo equivalente de la red. Los tres elementos de las ramas que forman una configuración delta o estrella, pueden reducirse con el uso de fórmulas apropiadas.

**Cuarto paso:** El cuarto y último paso, es *calcular la corriente de corto circuito*. Las impedancias de las máquinas rotatorias usadas en el circuito para calcular la corriente de corto circuito, depende del objetivo del estudio.

Se examinarán *tres redes* básicas, seleccionando las impedancias utilizadas para obtener los resultados deseados:

1. La **primera red** sirve para calcular la corriente de corto circuito que se utilizará en la selección de fusibles e interruptores (estos últimos sólo en baja tensión), la cual se presentará durante el primer ciclo después de ocurrida la falla.
2. La corriente de corto circuito obtenida a partir de la **segunda red** se aplicará en la determinación de esfuerzos de apertura y cierre en interruptores en mediana y alta tensión.
3. La corriente de corto circuito calculada con la **tercera red** se utilizará en aplicaciones con dispositivos relevadores con retardo de tiempo.

Las tres redes contienen los mismos elementos a excepción de los valores de impedancias para las máquinas rotatorias. La aplicación de las diferentes impedancias en las redes está basada en guías normalizadas para la utilización de equipo interruptivo.

#### 4.8.1 PRIMERA RED

En esta red se calculará la corriente de corto circuito para ser comparada con la capacidad interruptiva de los fusibles en alto ó bajo voltaje, o bien para la selección de los interruptores de bajo voltaje.

Para efectos del análisis de esta primera red se utilizarán las impedancias o reactancias subtransitorias para representar todas las máquinas rotatorias de la red en el circuito equivalente. Esta consideración está hecha de acuerdo a las siguientes normas:

- ANSI C37.41 1969 (R-1974). Desing Test for Distribution Cutouts and fuse link, secondary fuse. Distribution Enclosed Single Pole Air Switches, Power Fuses, Fuses, Disconnecting Switches and Accesories.
- IEEE STD. 20-1973. Low Voltage AC Power Circuit Breakers used in enclosures (ANSI C37.13 - 1980).
- NEMA AB 1-1975. Molded-Case Circuit Breakers.
- NEMA SG 3-1975, Low Voltage Power Circuit Breakers.

Las normas para equipo interruptivo de bajo voltaje permiten modificar la reactancia subtransitoria para un grupo de motores de inducción y/o síncronos, siempre que estén alimentados desde una subestación de baja tensión. Si la capacidad total de los motores en caballos de fuerza H.P. es aproximadamente igual a la capacidad del transformador de la subestación con autoenfriamiento en kVA, puede usarse una reactancia (o impedancia) de 0.25 p.u. referida a la capacidad del transformador, para representar al grupo de motores.

Ahora bien, la corriente de corto circuito en alta tensión calculada utilizando estas impedancias, se aplicará en selección de fusibles en alta tensión y para especificar potencias de corto circuito en sistemas de alta tensión, para usarse como especificación de la acometida o suministro en subsecuentes cálculos en baja tensión.

Para el cálculo de esfuerzos debidos a la corriente de corto circuito, para ser comparados exclusivamente con las capacidades interruptivas de cierre y mantenimiento de la corriente de falla (interruptores con especificación posterior al año 1964) ó para la capacidad momentánea de los interruptores (con especificaciones anteriores a 1964); se multiplicará la impedancia de las máquinas rotatorias por un factor obtenido de la tabla 5.1 en su columna de "primera red". Esta consideración se lleva a cabo de acuerdo a las normas: ANSI/IEEE C37.010-1979 y ANSI/C37.5-1979. Para los motores, esta consideración modela el decaimiento de la componente de corriente directa en la corriente de corto circuito que aporta el motor.

En las normas ANSI/IEEE C37.010-1979 y ANSI/IEEE C37.5-1979 se describe el procedimiento para la aplicación de interruptores de alto voltaje, y este procedimiento considera 3 grupos de capacidades en motores de inducción, y recomienda despreciar los motores cuya capacidad sea menor de 50 H.P. y que se aplique un factor multiplicativo de 1.2 ó 1.0 a las impedancias subtransitorias de motores de mayor capacidad. La norma ANSI/IEEE C37.13 1981 para interruptores en bajo voltaje, recomienda utilizar reactancias subtransitorias en los cálculos; además nos dice que la contribución a la corriente de corto circuito que aportan los motores en baja tensión conectados a una subestación será de 4 veces la corriente nominal; lo que resulta equivalente a considerar al grupo de motores como una sola impedancia de 0.25 en P.U.; esta consideración se fundamenta en el hecho de que en los sistemas industriales los grupos típicos de motores conectados están formados en un 75% de motores de inducción, cuya contribución a la corriente de corto circuito es de aproximadamente 3.6 veces la corriente nominal de los motores y en un 25% de motores síncronos cuya contribución a la corriente de corto circuito es de 4.8 veces la corriente nominal aproximadamente, por lo que al estimar un valor de 4 veces la corriente nominal del grupo de motores es un valor promedio aproximado de los grupos de motores conectados. En la actualidad, se acostumbra utilizar motores de inducción de grandes capacidades que trabajan en baja tensión, en lugar de motores síncronos, pero estos motores de inducción tienen una contribución de mayor magnitud y de mayor duración a la corriente de corto circuito, por lo que al considerar una contribución a la corriente de corto circuito de 4 veces la corriente nominal del grupo de motores que en su mayor parte son de inducción, es aceptable, y más cuando la carga la componen motores de inducción de los que no se tienen datos nominales.

Como se mencionó anteriormente, el cálculo de la corriente de corto circuito en esta primera red, puede ser utilizada para seleccionar la capacidad interruptiva de dispositivos interruptores (fusibles) en alta tensión, o bien, para ser comparada con el dimensionamiento de interruptores en baja tensión, este hecho implica que se tengan dos análisis de esta primera red; uno en baja tensión y otro en alta tensión: si se sigue correctamente el procedimiento recomendado por las normas en cuanto a la contribución de los motores a la corriente de corto circuito, el análisis por separado de la primera red puede simplificarse a un solo análisis. Esto es debido a que la contribución inicial a la corriente RMS simétrica de corto circuito de un motor típico es de 6 veces su corriente nominal, y la contribución de un motor de inducción grande (50 HP y mayores) a la corriente de corto circuito en el primer ciclo es de 4.8 veces su corriente nominal, que resulta aproximadamente lo mismo que afectar su impedancia subtransitoria por un factor de 1.2, por lo que el procedimiento en baja y alta tensión para este grupo de motores resulta similar. Para motores de inducción más pequeños, de acuerdo con las normas, el considerar una contribución de 3.6 veces la corriente nominal es un poco conservativo y similar a considerar su impedancia subtransitoria multiplicada por 1.67.

Teniendo en cuenta estas consideraciones en el tratamiento de los motores de inducción para el análisis de la primera red, se puede resumir así:

- Se deben incluir todos los motores de inducción de menos de 50 H.P., afectando su reactancia subtransitoria por un factor multiplicativo de 1.67 si se disponen de los datos del motor; o bien utilizar una impedancia de 0.28 P.U. para una estimación de la primera red. Esto implica que este tipo de motores aportarán a la falla, en promedio,  $1/0.28 = 3.6$  veces su corriente nominal.
- Para motores de mayor capacidad utilizar los factores multiplicativos de la tabla 5.1. La mayoría de los motores que trabajan en baja tensión de 50 H.P. y mayores se les debe aumentar su reactancia subtransitoria en 1.2 veces, o bien utilizar una impedancia de 0.2 P.U. para los cálculos de la primera red. Esto implica que este tipo de motores aportarán a la falla, en promedio,  $1/0.2 = 5$  veces su corriente nominal.

Como se puede observar las dos últimas filas de la tabla 5.1 se amplían en la tabla 5.2

**TABLA 5.1 FACTORES MULTIPLICATIVOS DE REACTANCIA (O IMPEDANCIA) PARA MAQUINAS ROTATORIAS.**

TIPO DE MAQUINA	1ª RED	2ª RED
Todos los turbogeneradores, todos los generadores hidroeléctricos con devanados amortiguadores y condensadores síncronos.	$1.0 x''_d$	$1.0 x''_d$
Hidrogeneradores sin devanado amortiguador.	$0.75 x'_d$	$0.75 x'_d$
Todos los motores síncronos.	$1.0 x''_d$	$1.5 x''_d$
<b>MOTORES DE INDUCCION:</b>		
Arriba de 1000 HP a 1800 rpm ó menos.	$1.0 x''_d$	$1.5 x''_d$
Arriba de 250 HP a 3600 rpm.	$1.0 x''_d$	$1.5 x''_d$
Restantes, 50 HP y mayores.	$1.2 x''_d$	$3.0 x''_d$
Todos los menores de 50 HP.	ninguno	ninguno

**TABLA 5.2 FACTORES MULTIPLICATIVOS DE REACTANCIA (O IMPEDANCIA) PARA MAQUINAS ROTATORIAS.**  
(Cambios de la tabla 5.1 para cálculos en sistemas multivoltaje).

TIPO DE MAQUINA	1ª RED	2ª RED
<b>MOTORES DE INDUCCION:</b>		
Restantes, 50 HP y mayores.	$1.2 x''_d$ *	$3.0 x''_d$ **
Todos los menores de 50 HP.	$1.67 x''_d$ ***	ninguno

\* ó un estimado para la primera red de  $Z = 0.20$  pu a la base del motor.

\*\* ó un estimado para la segunda red de  $Z = 0.50$  pu a la base del motor.

\*\*\* ó un estimado de primera red de  $Z = 0.28$  pu a la base del motor.

Al utilizar la tabla 5.2, para obtener un solo análisis para la solución de la primera red en alto y bajo voltaje se obtiene una corriente de corto circuito de un valor más objetivo. La corriente calculada para esta primera red resulta más realista puesto que se están considerando las contribuciones de todos los motores de inducción de baja capacidad en baja tensión adicionalmente a los motores de inducción de gran capacidad que trabajan en baja tensión.

Una vez establecida la primera red, se reduce a una impedancia equivalente de Thevenin a cada punto de la falla a estudiar, la corriente de corto circuito se obtiene al dividir el voltaje de pre-falla en el punto de falla  $E_{pu}$  entre la impedancia equivalente  $Z_{pu}$  y multiplicando por la corriente base  $I_{BASE}$ :

$$I_{CC\ sim} = \frac{E_{pu}}{Z_{pu}} I_{BASE}$$

Donde

$I_{CC\ sim}$  es el valor RMS de la corriente trifásica de corto circuito simétrica del primer ciclo considerando una falla franca.

Cuando se considere una falla en algún bus en baja tensión la corriente  $I_{CC\ sim}$  obtenida podrá aplicarse directamente para ser comparada con capacidades interruptivas utilizadas en el dimensionamiento de interruptores en baja tensión, fusibles ó algún otro dispositivo cuyo especificación se exprese como una corriente RMS simétrica.

En el caso de que la calibración de algún dispositivo se exprese como una corriente RMS total, la  $I_{CC\ sim}$  deberá ser afectada por un factor multiplicativo proporcionado por las normas: ANSI/IEEE C37.010 1979 y ANSI/IEEE C37.5-1979, y de esta manera obtener la **corriente RMS total o asimétrica** del primer ciclo. Este factor multiplicativo será, según las normas, de aproximadamente 1.6 para sistemas industriales por lo que para la corriente total tendremos:

$$I_{CC\ tot} = \frac{E_{pu}}{Z_{pu}} \times 1.6 \times I_{BASE} \quad (*)$$

(\* ó 1.55 en sistemas de baja tensión)

Donde:

$I_{CC\ tot}$ , es la corriente de corto circuito RMS total ó asimétrica, considerando una falla franca.

#### 4.8.2 SEGUNDA RED

La corriente de corto circuito calculada en esta red, se emplea en la determinación de los esfuerzos interruptivos para interruptores en alta tensión (arriba de 1KV incluyendo mediana tensión).

Las impedancias de las máquinas rotatorias que se utilizarán en esta segunda red se afectarán por factores multiplicativos que se obtendrán de las tablas 5.1 y 5.2 en sus columnas "2ª red". En esta red se requerirá del valor de las resistencias de los componentes de la red, y en el caso de las máquinas rotatorias, *su resistencia deberá ser afectada por el mismo factor por el que se afectó su reactancia.*

Una vez determinados los componentes de las redes, (reactancias y resistencias), se calculará la impedancia equivalentes de Thevenin (cuyas componentes son  $X_{pu}$  y  $R_{pu}$ ), con la cual se obtiene la relación  $X_{pu}/R_{pu}$  en el punto de falla. En esta red se utilizará también el voltaje de pre-falla en el punto de falla, cuyo valor es generalmente de 1.0 p.u..

El cociente  $E_{pu}/X_{pu}$  se afectará por un factor multiplicativo, que obtendremos de las figuras 5.5, 5.6 y 5.7. Para utilizar adecuadamente estas gráficas debemos conocer:

- >> La especificación de corriente interruptiva del dispositivo, si su especificación de capacidad interruptiva es anterior al año 1964, se utilizarán las gráficas de la figura 5.5, en caso contrario se utilizarán las curvas de las figuras 5.6 y 5.7.
- >> La razón  $X_{pu}/R_{pu}$  del nodo de falla bajo análisis.
- >> La caracterización de la falla como local o remota.



La ubicación de los generadores vista desde el punto de falla puede ser local o remota; la generación se considera remota cuando esta alimenta la falla a través de dos o más etapas de transformación, o bien que presente una reactancia externa en serie de un valor igual o mayor a 1.5 veces la reactancia subtransitoria del generador; y se considera una generación local, cuando los generadores alimentan la falla a través de no más de una etapa de transformación o bien que el punto de falla presente una reactancia en serie menor de 1.5 veces la reactancia subtransitoria del generador. Estas consideraciones se basan en la norma ANSI/IEEE C37.5-1979.

- >> Los tiempos mínimos de apertura de contactos de cada interruptor en alta tensión.
  - + Si se trata con interruptores con especificación anterior a 1964, este tiempo se determina a partir de su velocidad nominal de operación en combinación con la tabla 5.3.
  - + Para interruptores de especificación posterior se utiliza como tiempo mínimo de apertura de contactos el representado por la curva marcada con un cuadro para cada velocidad nominal (figuras 5.6 y 5.7), o en su defecto el especificado por el fabricante.

**TABLA 5.3 DEFINICION DEL TIEMPO MINIMO DE APERTURA DE CONTACTOS PARA INTERRUPTORES EN ALTA TENSION (AC).**

TIEMPO PROMEDIO DE INTERRUPCION CICLOS/60 Hz	TIEMPO MINIMO DE APERTURA DE CONTACTOS EN CICLOS A 60 Hz
8	4
5	3
3	2
2	1.5

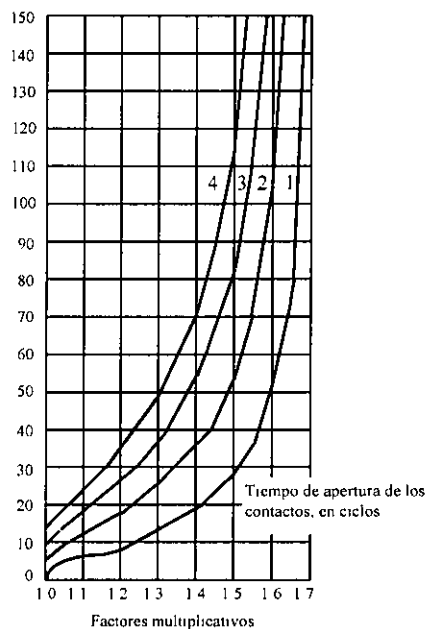
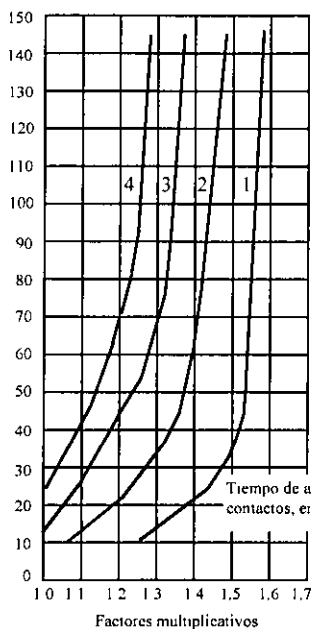
Una vez obtenidos estos factores se determina:

$$I_{CC} = \frac{E_{pu}}{X_{pu}} \times \text{Factor Multiplicativo} \times I_{BASE}$$

Este producto representa la corriente total rms, que se utiliza para compararse con la capacidad interruptiva de interruptores en alta tensión. Es importante mencionar que la corriente  $I_{CC}$  es simétrica únicamente cuando el factor por el que se afecta el cociente  $E_{pu}/X_{pu}$  es igual a 1. Como por lo general este factor es distinto de 1, representará la corriente asimétrica. Este concepto es de mucha aplicación dado que la especificación de capacidad interruptiva de los interruptores en alto voltaje se expresa tanto en kA simétricos como asimétricos.

Para interruptores antiguos, cuya capacidad interruptiva se expresa como MVA, se puede calcular la capacidad interruptiva en kA, dividiendo la capacidad dada en MVA entre el producto de  $\sqrt{3}$  por el voltaje operativo en kV, siempre y cuando este voltaje se encuentre entre el mínimo y máximo operativo del equipo; en forma de ecuación:

$$\text{Capacidad interruptiva asimétrica (kA)} = \frac{\text{Capacidad Interruptiva (MVA)}}{\sqrt{3} \times \text{Voltaje Operativo (kV)}}$$

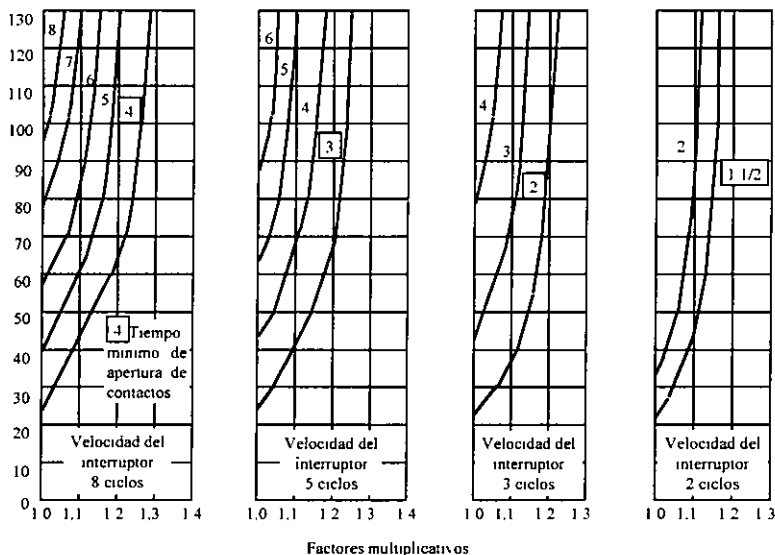


NOTA. Para fallas alimentadas predominantemente por generadores a través de no más de una etapa de transformación o en los casos en que la reactancia en serie, es menor a 1.5 veces la reactancia subtransitoria del generador (Falla local) (ANSI/IEEE C37 5-1979)

NOTA. Para fallas alimentadas predominantemente por generadores a través de dos ó más etapas de transformación o en los casos en que la reactancia en serie, es mayor o igual a 1.5 veces la reactancia subtransitoria del generador (Falla remota) (ANSI/IEEE C37 5-1979)

Figura 5.5 Factores de multiplicación para fallas trifásicas y de línea a tierra (dispositivos con especificación anterior a 1964)

Factores multiplicativos para falla trifásica alimentada predominantemente por generadores  
Relacion X/R



NOTA. Para fallas alimentadas predominantemente por generadores a través de no más de una etapa de transformación ó en los casos en que la reactancia en serie es menor de 1.5 veces la reactancia subtransitoria del generador (Falla local) (ANSI/IEEE C37 010-1979)

Figura 5.6 Factores de multiplicación para corrientes trifásicas.  
Falla local (bases posteriores a 1964).

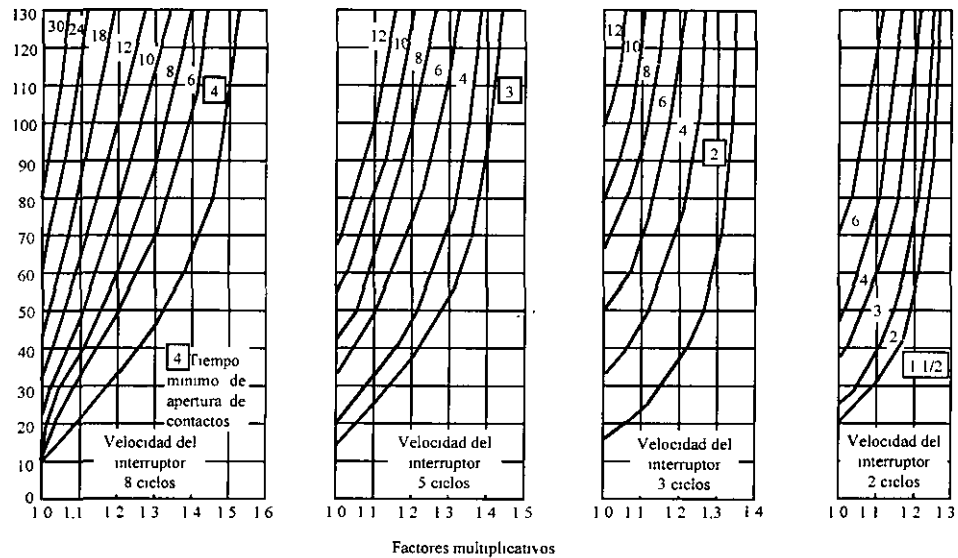
El valor de la capacidad interruptiva requerida del dispositivo bajo análisis se calcula mediante la expresión:

$$I_{CC \text{ SIMETRICA}} = \frac{I_{CC} \times E_{MAXIMO}}{E_{OPERACION}}$$

Donde:

$E_{MAXIMO}$  voltaje máximo de operación del dispositivo (normalmente el nominal).  
 $E_{OPERACION}$  voltaje en el punto de utilización del interruptor.

Relación X/R



NOTA Para fallas alimentadas predominantemente por generadores a través de dos ó más etapas de transformación o en los casos en que la reactancias serie se mayor o igual a 1.5 veces la reactancia subtransitoria del generador (Falla remota) (ANSI/IEEE C37 010-1979)

Figura 5.7 Factores de multiplicación para corrientes trifásicas (falla remota) y de línea a tierra (posteriores a 1964).

### 4.8.3 TERCERA RED

Corriente de corto circuito para ajustar dispositivos relevadores con retardo de tiempo.

Es importante mencionar que una aplicación con retardo de tiempo es aquella que opera después de 6 ciclos de ocurrida la condición de anomalía en el sistema, en esta tercera red se calculará la corriente de corto circuito para el ajuste de dispositivos relevadores con retardo de tiempo. Hay relevadores que operan instantáneamente, para su ajuste se utilizará la corriente de corto circuito calculada en la primera red.

Los componentes de esta tercera red son únicamente los generadores y los elementos pasivos que componen el sistema estudiado, tales como transformadores, cables, y restantes enlaces entre elementos activos y el punto de falla. Los generadores se representarán utilizando su impedancia transitoria o bien, utilizando una reactancia mayor, que puede ser la reactancia síncrona dependiendo del tiempo que se considere el retardo.

Todos los motores se omiten de esta red y sólo se considerarán la contribución de los generadores a la corriente de corto circuito. En el tiempo en el que este análisis es válido (mayor a 6 ciclos) la componente de corriente directa (DC), ha decaído a un valor cercano a cero y no se considera, por lo que la corriente de corto circuito simétrica será:

$$I_{SIM} = \frac{E_{pu}}{X_{pu}} \times I_{BASE}$$

Donde nuevamente  $E_{p,u}$  es la tensión de pre-falla y  $X_{p,u}$  es la reactancia equivalente de Thevenin al punto de falla, ambas en por unidad.

**TABLA 5.4 VALORES TÍPICOS DE REACTANCIA PARA MAQUINAS DE INDUCCION Y SINCRONAS, EN P.U. ( $kVA_{BASE} = kVA_{MAQUINA}$ )**

	$X''_d$	$X'_d$
Turbina generador <sup>1</sup>		
2 polos	0.09	0.15
4 polos	0.15	0.23
Generadores de polos salientes con devanados amortiguadores:		
12 polos ó menos	0.16	0.33
14 polos ó más	0.21	0.33
Motores síncronos		
6 polos	0.15	0.23
8 - 14 polos	0.20	0.30
16 polos ó más	0.28	0.40
Condensadores síncronos <sup>1</sup>	0.24	0.37
Convertidores síncronos <sup>1</sup>		
600 V de alimentación en C.D.	0.20	—
250 V de alimentación en C.D.	0.33	—
Motores de inducción grandes, usualmente arriba de 600 V	0.17	—
Motores pequeños, usualmente menores de 600 V.	Ver tablas 5.1 y 5.2 del texto	

<sup>1</sup>  $X'_d$  no es usada normalmente en estudios de corto circuito.

NOTA: Para los motores síncronos, los  $kVA_{base}$  pueden ser obtenidos de los HP de la máquina:  
 Con f.p. = 0.8;  $kVA_{base} = HP$       Con f.p. = 1.0;  $kVA_{base} = 0.8 * HP$

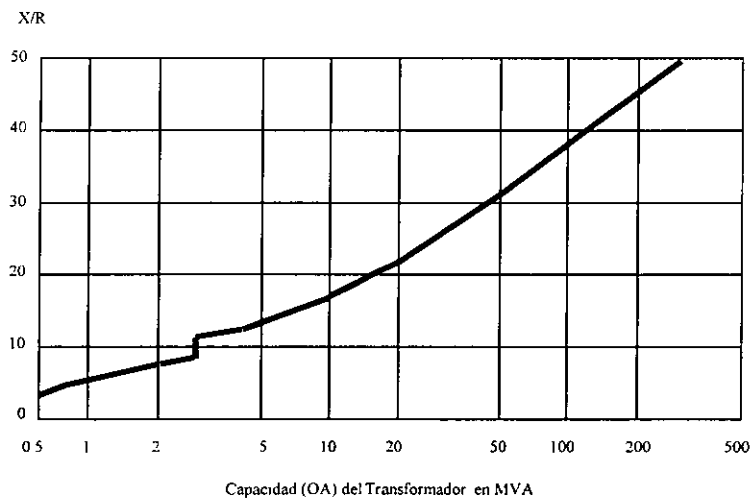


Figura 5.8 Relación X/R de Transformadores. (Basado en ANSI/IEEE C37.010-1979)

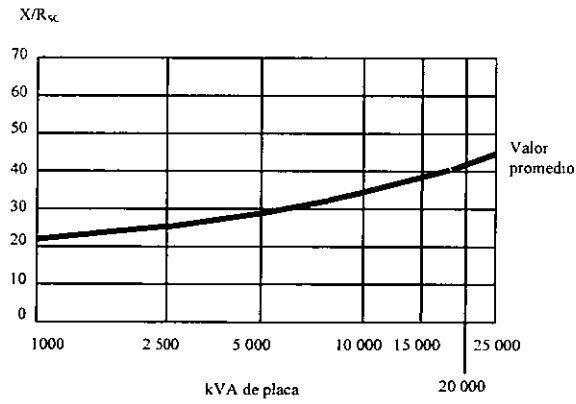


Figura 5.9 Relación X/R para Generadores pequeños y Motores síncronos (Rotor liso o con Polos salientes) (Basado en ANSI/IEEE C37.010-1979).

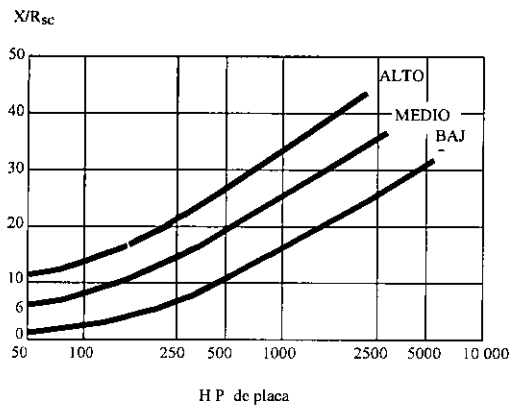


Figura 5.10 Relación X/R para Motores de Inducción Trifásicos (Basado en ANSI/IEEE C37.010-1979)

#### 4.9 FALLAS DESBALANCEADAS

El método de las componentes simétricas es especialmente útil para el cálculo de los sistemas desequilibrados debidos a corto circuito entre fases o de fases a tierra.

##### 4.9.1 FALLA MONOFASICA A TIERRA (CCIFT)

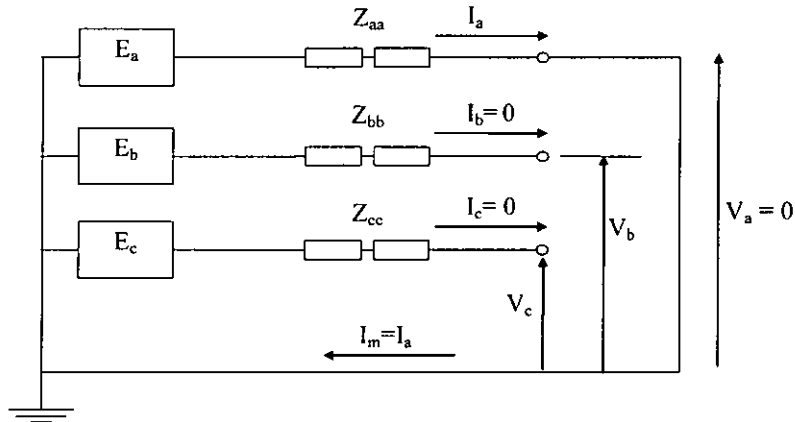


Figura 5.11 Falla monofásica a tierra.

La asimetría debida a la falla de la fase "a" a tierra queda definida por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_a &\neq 0 & V_a &= 0 \\ I_b &= 0 & V_b &\neq 0 \\ I_c &= 0 & V_c &\neq 0 \end{aligned} \quad (5.9.1)$$

Las ecuaciones que definen el comportamiento del circuito trifásico, en función de las componentes simétricas, son:

$$\begin{aligned} E_a^1 - V_a^1 &= Z_{11} I_a^1 && Z_{11}, Z_{22} \text{ y } Z_{00} \text{ impedancias equivalentes} \\ -V_a^2 &= Z_{22} I_a^2 && \text{de Thevenin de secuencia} \\ -V_a^0 &= Z_{00} I_a^0 && \text{positiva, negativa y cero} \end{aligned} \quad (5.9.2)$$

En el punto donde ocurre la asimetría, o sea en el punto de falla, se pueden escribirse las siguientes relaciones entre las cantidades de fase y sus componentes simétricas:

$$\begin{aligned} V_a &= V_a^1 + V_a^2 + V_a^0 = 0 \\ I_a^1 &= \frac{I_a + aI_b + a^2I_c}{3} \\ I_a^2 &= \frac{I_a + a^2I_b + aI_c}{3} \\ I_a^0 &= \frac{I_a + I_b + I_c}{3} \end{aligned}$$

y como  $I_b = 0$  e  $I_c = 0$

$$I_a^1 = I_a^2 = I_a^0 = \frac{I_a}{3}$$

El problema consiste en determinar el valor de las componentes simétricas de las corrientes y de los voltajes;  $I_a^1, I_a^2, I_a^0, V_a^1, V_a^2, V_a^0$  que constituyen las seis incógnitas y pueden obtenerse resolviendo el siguiente sistema de seis ecuaciones independientes:

$$\begin{aligned} E_a^1 - V_a^1 &= Z_{11} I_a^1 \\ -V_a^2 &= Z_{22} I_a^2 \\ -V_a^0 &= Z_{00} I_a^0 \\ V_a^1 + V_a^2 + V_a^0 &= 0 \end{aligned} \tag{5.9.3}$$

$$I_a^1 = I_a^2 = \frac{I_a}{3}$$

$$I_a^0 = \frac{I_a}{3}$$

En lugar de resolver algebraicamente el sistema de seis ecuaciones simultáneas con seis incógnitas, puede establecerse un circuito equivalente en el que se verifiquen esas ecuaciones. Esto se logra conectando en serie los circuitos equivalentes de secuencia positiva negativa y cero, como se muestra en la figura 5.12. De esta figura, se deducen las siguientes relaciones:

$$I_a^1 = I_a^2 = I_a^0 = \frac{E_a^1}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}}$$

$$V_a^1 = E_a^1 - Z_{11} I_a^1 \quad V_a^2 = -Z_{22} I_a^2 \quad V_a^0 = -Z_{00} I_a^0$$

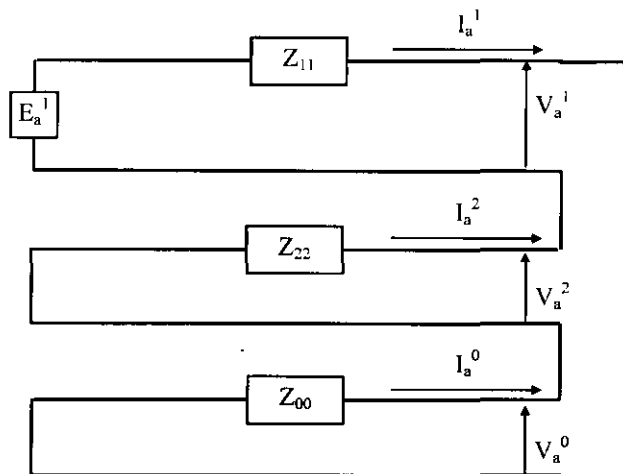


Figura 5.12 Conexión de los circuitos de secuencia positiva, negativa y cero para el caso de una falla monofásica a tierra.

Conocidas las componentes simétricas de la corriente de falla de la fase  $a$  y del voltaje al neutro de la fase  $a$ , en el punto de falla, pueden calcularse las corrientes:

$$I_a, I_b \text{ e } I_c$$

y los voltajes al neutro en el punto de la falla:

$$V_a, V_b \text{ y } V_c$$

de la siguiente forma:

$$I_a = I_a^1 + I_a^2 + I_a^0 = \frac{3E_a^1}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}}$$

$$I_b = a^2 I_a^1 + a I_a^2 + I_a^0 = I_a^1 (a^2 + a + 1) = 0$$

$$I_c = a I_a^1 + a^2 I_a^2 + I_a^0 = I_a^1 (a + a^2 + 1) = 0 \quad (5.9.4)$$

$$\begin{aligned} V_a &= V_a^1 + V_a^2 + V_a^0 = E_a^1 - Z_{11} I_a^1 - Z_{22} I_a^2 - Z_{00} I_a^0 = \\ &= E_a^1 - (Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}) \frac{E_a^1}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_b &= a^2 V_a^1 + a V_a^2 + V_a^0 = a^2 (E_a^1 - Z_{11} I_a^1) - a Z_{22} I_a^2 - Z_{00} I_a^0 = \\ &= a^2 E_a^1 - (a^2 Z_{11} + a Z_{22} + Z_{00}) \frac{E_a^1}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} \end{aligned}$$

$$V_b = \left( \frac{(a^2 - a) Z_{22} + (a^2 - 1) Z_{00}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} \right) E_a^1$$

$$\begin{aligned} V_c &= a V_a^1 + a^2 V_a^2 + V_a^0 = a(E_a^1 - Z_{11} I_a^1) - a^2 Z_{22} I_a^2 - Z_{00} I_a^0 = \\ &= a E_a^1 - (a Z_{11} + a^2 Z_{22} + Z_{00}) \frac{E_a^1}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} \end{aligned}$$

$$V_c = \left( \frac{(a - a^2) Z_{22} + (a - 1) Z_{00}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} \right) E_a^1$$

#### 4.9.2 FALLA BIFASICA A TIERRA



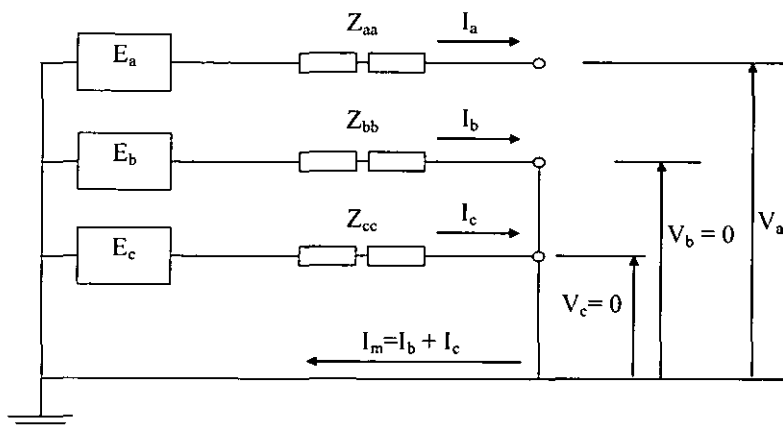


Figura 5.13 Falla bifásica a tierra

La asimetría debido a la falla a tierra de las líneas "b" y "c" queda definida por las siguientes ecuaciones:

$$I_a = 0 \quad V_a \neq 0$$

$$I_b \neq 0 \quad V_b = 0$$

$$I_c \neq 0 \quad V_c = 0$$

Las ecuaciones que definen el comportamiento del circuito trifásico en función de las componentes simétricas son:

$$\begin{aligned} E_a^1 - V_a^1 &= Z_{11} I_a^1 \\ -V_a^2 &= Z_{22} I_a^2 \\ -V_a^0 &= Z_{00} I_a^0 \end{aligned} \tag{5.9.5}$$

En el punto de la falla pueden escribirse las siguientes relaciones entre las cantidades de fase y sus componentes simétricas, teniendo en cuenta que  $I_a = 0$  y  $V_b = V_c = 0$

$$I_a^1 + I_a^2 + I_a^0 = 0$$

$$V_a^1 = V_a^2 = \frac{V_a}{3}$$

$$V_a^0 = \frac{V_a}{3}$$

Las condiciones impuestas por las seis ecuaciones anteriores pueden satisfacerse conectando los circuitos de secuencia positiva, negativa y cero de acuerdo a la figura 5.14.

De esta figura se deducen las siguientes expresiones:

$$I_a^1 = \frac{E_a^1}{Z_{11} + \frac{Z_{22} Z_{00}}{Z_{22} + Z_{00}}} = \frac{Z_{22} + Z_{00}}{Z_{11} Z_{22} + Z_{11} Z_{00} + Z_{22} Z_{00}} E_a^1$$

$$I_a^2 = -I_a^1 \frac{Z_{00}}{Z_{22} + Z_{00}} = -\frac{Z_{00}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{11}Z_{00} + Z_{22}Z_{00}} E_a^1$$

$$I_a^0 = -I_a^1 \frac{Z_{22}}{Z_{22} + Z_{00}} = -\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{11}Z_{00} + Z_{22}Z_{00}} E_a^1$$

De dicho circuito se deduce también que:

$$\begin{aligned} V_a^1 = V_a^2 = V_a^0 = E_a^1 - Z_{11} I_a^1 &= -Z_{22} I_a^2 = -Z_{00} I_a^0 \\ &= \frac{Z_{22}Z_{00}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{11}Z_{00} + Z_{22}Z_{00}} E_a^1 \end{aligned}$$

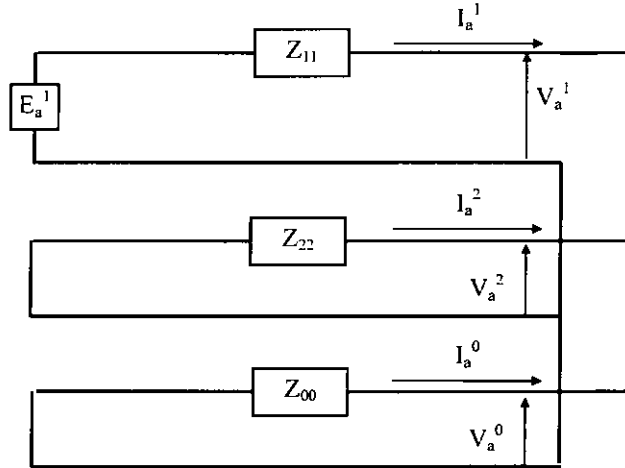


Figura 5.14 Conexión de los circuitos de secuencia positiva, negativa y cero para el caso de una falla bifásica a tierra.

Conocidas las componentes simétricas de la corriente de falla de la fase  $a$  y del voltaje al neutro de la fase  $a$  en el punto de la falla, pueden calcularse las corrientes  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$  y los voltajes al neutro  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$  en la siguiente forma:

$$I_a = I_a^1 + I_a^2 + I_a^0 = 0$$

$$I_b = a^2 I_a^1 + a I_a^2 + I_a^0 = \frac{(a^2 - 1)Z_{22} + (a^2 - a)Z_{00}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{11}Z_{00} + Z_{22}Z_{00}} E_a^1$$

$$I_c = a I_a^1 + a^2 I_a^2 + I_a^0 = \frac{(a-1)Z_{22} + (a-a^2)Z_{00}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{11}Z_{00} + Z_{22}Z_{00}} E_a^1$$

$$V_a = V_a^1 + V_a^2 + V_a^0 = \frac{3Z_{22}Z_{00}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{11}Z_{00} + Z_{22}Z_{00}} E_a^1$$

$$V_b = a^2 V_a^1 + a V_a^2 + V_a^0 = 0$$

$$V_c = a V_a^1 + a^2 V_a^2 + V_a^0 = 0 \quad (5.9.6)$$

## 4.9.3 FALLA BIFÁSICA

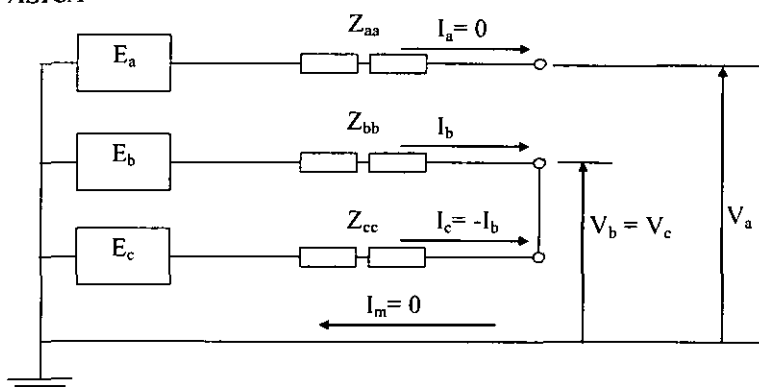


Figura 5.15 Falla bifásica.

La asimetría debida a la falla de aislamiento entre las fases  $b$  y  $c$  queda definida por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_a &= 0 & V_a &\neq 0 \\ I_b &= -I_c & V_b &= V_c \neq 0 \end{aligned}$$

Las ecuaciones que definen el comportamiento del circuito trifásico en función de las componentes simétricas son:

$$\begin{aligned} E_a^1 - V_a^1 &= Z_{11} I_a^1 \\ -V_a^2 &= Z_{22} I_a^2 \\ -V_a^0 &= Z_{00} I_a^0 \end{aligned} \quad (5.9.7)$$

En el punto de la falla pueden escribirse las siguientes relaciones entre las cantidades de fase y sus componentes simétricas. Puesto que no hay conexión a tierra en el punto de falla:

$$I_a^0 = 0$$

Se tiene también que:

$$I_a = I_a^1 + I_a^2 + I_a^0 = 0$$

y por lo tanto de las ecuaciones anteriores:

$$-I_a^1 = I_a^2$$

Los voltajes de secuencia positiva y negativa tienen los siguientes valores:

$$V_a^1 = \frac{1}{3} (V_a + a V_b + a^2 V_c)$$

$$V_a^2 = \frac{1}{3} (V_a + a^2 V_b + a V_c)$$

y como  $V_b = V_c$ :

$$V_a^1 = \frac{1}{3} (V_a + (a + a^2) V_c)$$

$$V_a^2 = \frac{1}{3} (V_a + (a^2 + a) V_c)$$

y por lo tanto:

$$V_a^1 = V_a^2$$

Puesto que  $I_a^0 = 0$ , no puede haber caídas de voltaje de secuencia cero y en consecuencia:

$$V_a^0 = 0$$

Las condiciones impuestas por las ecuaciones anteriores se satisfacen conectando los circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa como se indica en la figura 5.16.

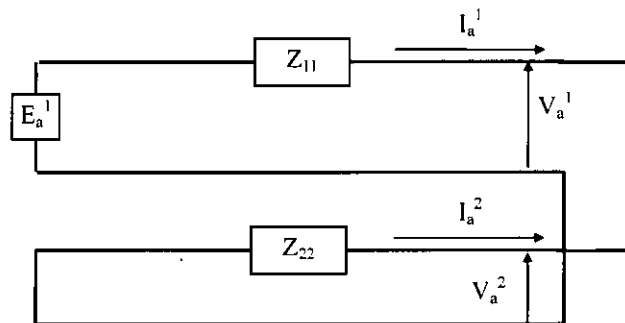


Figura 5.16 Conexión de los circuitos de secuencia positiva y negativa para el caso de una falla bifásica.

Del circuito de la figura 5.16 se deduce que:

$$I_a^1 = \frac{E_a^1}{Z_{11} + Z_{22}}$$

$$I_a^2 = -\frac{E_a^1}{Z_{11} + Z_{22}}$$

$$I_a^0 = 0$$

$$V_a^1 = V_a^2 = E_a^1 - Z_{11} I_a^1 = -Z_{22} I_a^2 = \frac{Z_{22}}{Z_{11} + Z_{22}} E_a^1$$

$$V_a^0 = 0$$

Las corrientes  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$  y los voltajes al neutro  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$  en el punto de falla tienen los siguientes valores:

$$I_a = I_a^1 + I_a^2 + I_a^0 = 0$$

$$I_b = a^2 I_a^1 + a I_a^2 + I_a^0 = \frac{a^2 - a}{Z_{11} + Z_{22}} E_a^1$$

$$I_c = a I_a^1 + a^2 I_a^2 + I_a^0 = \frac{a - a^2}{Z_{11} + Z_{22}} E_a^1$$

Si se considera para esta última ecuación que  $Z_{11} = Z_{22}$ , situación que se presenta comúnmente en sistemas industriales, el valor de la corriente de falla bifásica se puede expresar como:

$$I_c = (E_a^1 / Z_{11}) [(a - a^2) / 2]$$

De esta expresión, el término  $(E_a^1 / Z_{11})$  corresponde al valor de la *corriente de corto circuito trifásico*, y el término  $(a - a^2) / 2$ , tiene en magnitud un valor de 0.866, lo que comprueba que “la corriente de corto circuito bifásica ( $I_{CC2F}$ ) es de aproximadamente el 87% del valor de la falla trifásica ( $I_{CC3F}$ )” (sección 5.3).

$$|I_{CC2F}| = 0.866 |I_{CC3F}| \quad (5.9.8)$$

Las expresiones para el cálculo de los correspondientes voltajes por fase son:

$$V_a = V_a^1 + V_a^2 + V_a^0 = \frac{2 Z_{22}}{Z_{11} + Z_{22}} E_a^1$$

$$V_b = a^2 V_a^1 + a V_a^2 + V_a^0 = (a^2 + a) \frac{Z_{22}}{Z_{11} + Z_{22}} E_a^1 = - \frac{Z_{22}}{Z_{11} + Z_{22}} E_a^1$$

$$V_c = a V_a^1 + a^2 V_a^2 + V_a^0 = (a + a^2) \frac{Z_{22}}{Z_{11} + Z_{22}} E_a^1 = - \frac{Z_{22}}{Z_{11} + Z_{22}} E_a^1$$

Recordamos que para los casos de falla bifásica y bifásica a tierra, las fases bajo falla son **b** y **c**, por lo que el voltaje de la fase **a** permanece constante .

#### 4.10 CALCULO DE LAS CORRIENTES Y VOLTAJES EN UN CORTO CIRCUITO USANDO UNA COMPUTADORA DIGITAL

Si el sistema bajo análisis comprende una red interconectada de cierta magnitud (más de cinco nodos) la solución numérica del problema, basada en la obtención de impedancias equivalente de Thevenin para todos los nodos, requiere utilizar métodos sistemáticos que se presten al empleo de computadoras digitales.

El método más utilizado actualmente es el de la matriz de impedancias nodales  $Z_{BUS}$ , cuyo método de obtención se vió en la sección 3. Nuevamente la forma fasorial de la ley de Ohm ( $E/Z$ ) será la relación básica a utilizar. Se estudiará primero su aplicación al cálculo de fallas trifásicas equilibradas y después se generalizará para cualquier tipo de falla desequilibrada.

##### 4.10.1 FALLAS TRIFASICAS

Para estudiar en forma completa el comportamiento de un sistema bajo condiciones de falla, es necesario analizar la ocurrencia de fallas en distintos puntos del sistema. Generalmente se considera en cada caso una sola falla ya que la probabilidad de que ocurran dos o más fallas simultáneamente es muy baja.

Una vez calculada la corriente de falla en cada punto considerado, es necesario determinar los voltajes resultantes en los diferentes nodos y las corrientes que circularán por las distintas ramas de la red.

En el caso de un corto circuito trifásico las corrientes de falla son de la misma magnitud y constituyen un sistema de corrientes trifásicas equilibradas. Por lo tanto el análisis se realiza considerando únicamente el circuito equivalente de secuencia positiva.

Como se vió en las secciones anteriores, la corriente en el punto de falla puede calcularse haciendo uso del teorema de Thevenin:

$$I_F = \frac{V_0}{Z_T + Z_F} \quad (5.10.1)$$

donde:

$I_F$  = corriente de falla en p.u.

$V_0$  = voltaje al neutro en el punto de falla antes de que ocurra la falla

$Z_T$  = impedancia equivalente de Thevenin de la red vista desde el punto de la falla

$Z_F$  = impedancia de la falla (se asume igual a cero para una falla franca).

Debe recordarse que para el cálculo de las corrientes de corto circuito los generadores y los motores se representan por una fuente de voltaje de magnitud igual a la fuerza electromotriz inducida que existía inmediatamente antes de producirse el cortocircuito, conectada en serie con la reactancia subtransitoria si se trata de calcular la corriente de corto circuito para primera o segunda red o con la reactancia subtransitoria de los generadores eliminando todos los motores si se trata de determinar los valores de falla para un estudio de coordinación de dispositivos relevadores con retardo de tiempo.

Por lo tanto los cambios en los voltajes y corrientes, debidos a un corto circuito trifásico que ocurra en uno de los nodos o de los buses de un sistema interconectado, pueden determinarse mediante el cálculo de la red pasiva, formada por las impedancias de secuencia positiva de las líneas y transformadores, las reactancias subtransitorias de los generadores y las reactancias subtransitorias o transitorias de los motores, alimentada por una fuente de corriente igual a la corriente de falla trifásica en ese punto del sistema, como se muestra en la Fig.5.17.



$$V_{F2} = V_{20} - V_2 = V_{20} - Z_{2p} I_{Fp}$$

.....

(5.10.5)

$$V_{Fp} = V_{p0} - V_p = V_{p0} - Z_{pp} I_{Fp}$$

.....

$$V_{Fn} = V_{n0} - V_n = V_{n0} - Z_{np} I_{Fp}$$

El signo menos (-) asignado en las expresiones anteriores a los cambios de voltaje producidos por la falla, se debe al sentido de la corriente de falla  $I_{Fp}$  señalado en la figura 5.17, que está saliendo del nodo p.

$$V_{Fp} = Z_F I_{Fp}$$

(5.10.6)

Donde  $Z_F$  es la impedancia de la falla.

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (5.10.4) correspondiente a  $V_{Fp}$ :

$$Z_F I_{Fp} = V_{p0} - Z_{pp} I_{Fp}$$

$$I_{Fp} = \frac{V_{p0}}{Z_{pp} + Z_F}$$

(5.10.7)

La expresión (5.10.7) permite calcular la corriente en el punto de la falla. Una vez conocida esta corriente pueden calcularse los voltajes  $V_F$  en los distintos nodos durante la falla mediante las ecuaciones (5.10.5).

Comparando las ecuaciones (5.10.1) y (5.10.7) puede verse que:

$$Z_T = Z_{pp}$$

(5.10.8)

Sustituyendo el valor de  $I_{Fp}$  dado por la ecuación (5.10.7) en las ecuaciones (5.10.5):

$$V_{F1} = V_{10} - \frac{Z_{1p}}{Z_{pp} + Z_F} V_{p0}$$

$$V_{F2} = V_{20} - \frac{Z_{2p}}{Z_{pp} + Z_F} V_{p0}$$

.....

(5.10.9)

$$V_{Fp} = V_{p0} - \frac{Z_{pp}}{Z_{pp} + Z_F} V_{p0} = \frac{Z_F}{Z_{pp} + Z_F} V_{p0}$$

.....

$$V_{Fn} = V_{n0} - \frac{Z_{np}}{Z_{pp} + Z_F} V_{p0}$$

Si la falla está sólidamente establecida, o sea si la impedancia  $Z_F = 0$ , las expresiones (5.10.9) se reducen a:

$$V_{F1} = V_{10} - \frac{Z_{1p}}{Z_{pp}} V_{p0}$$



$$\begin{aligned}
 V_{F2} &= V_{20} - \frac{Z_{2p}}{Z_{pp}} V_{p0} \\
 &\dots\dots\dots \\
 V_{Fp} &= 0 \\
 &\dots\dots\dots \\
 V_{Fn} &= V_{10} - \frac{Z_{np}}{Z_{pp}} V_{p0}
 \end{aligned}
 \tag{5.10.10}$$

Una vez calculados los voltajes existentes en los distintos nodos de la red afectada por una falla en uno de sus nodos, pueden calcularse las corrientes que circulan por las distintas ramas de la red durante el corto circuito mediante la siguiente expresión:

$$I_{jk} = Y_{jk} (V_j - V_k) \tag{5.10.11}$$

donde:

- $V_j$  = voltaje al neutro del nodo j
- $V_k$  = voltaje al neutro del nodo k.

El método para el cálculo de una red afectada por un corto circuito trifásico que se acaba de describir es un método exacto que no requiere hacer simplificaciones.

La matriz  $Z_{BUS}$  se obtiene, dependiendo del algoritmo computacional desarrollado, por la inversión de la matriz  $Y_{BUS}$  o por la construcción paso a paso (secciones 2 y 3).

$$[Z_{BUS}] = [Y_{BUS}]^{-1} \tag{5.10.12}$$

A su vez la matriz  $[Y_{BUS}]$  se obtiene por inspección o a partir de la matriz primitiva de admitancias y la matriz de incidencia nodal A (método de Transformaciones Singulares).

$$[Y_{BUS}] = [A^t] [y] [A] \tag{5.10.13}$$

Los voltajes en los distintos puntos de unión antes de la falla pueden obtenerse mediante un estudio de flujos de potencia.

**4.10.2 SIMPLIFICACIONES EN EL CALCULO COMPUTACIONAL DE FALLAS**

Aunque, como se dijo antes, el método que se acaba de describir es un método exacto, es frecuente en el cálculo de fallas realizar las siguientes simplificaciones que no afectan en forma apreciable los resultados.

1. No se toman en cuenta las cargas conectadas al sistema que no sean motores, ni otras conexiones de fase a neutro, como las que representan la capacitancia de las líneas de transmisión o la excitación de los transformadores. Esto equivale a considerar que antes de la falla no circula ninguna corriente por la red. El algoritmo permite simular ambas condiciones, es decir *pueden incluirse en el cálculo de impedancias equivalentes de Thevenin, cualquier impedancia conectada en derivación y así poder comparar los efectos sobre el valor final del corto circuito.*

Esta simplificación es posible por una parte porque las corrientes debidas a la falla son mucho mayores que las corrientes que circulan por los elementos capacitivos o inductivos conectados en paralelo. Por otra parte las corrientes de falla toman las cargas y están atrasadas cerca de 90° con respecto al voltaje mientras que el factor de potencia de las corrientes de carga es bastante elevado.

2. Si no se conocen los voltajes que existen en los distintos puntos de la red antes de que ocurra la falla, puede considerarse que su valor expresado en por unidad, es igual a uno.

3. En redes de potencia donde por la capacidad de los equipos la relación  $X/R \gg 1$ , es posible despreciar la resistencia de los elementos de la red, que en el caso de los generadores, los transformadores y las líneas de alta tensión, es mucho menor que la reactancia inductiva de los mismos.

4. La impedancia de falla se considera igual a cero ya que para esta condición se tiene el valor máximo de la corriente de falla.

Las simplificaciones 1 y 2 permiten realizar una representación monofásica muy sencilla de una red trifásica afectada por un corto circuito trifásico. Como se han despreciado todos los elementos pasivos conectados entre fase y neutro, incluso las cargas, el sistema antes de que se produzca el corto circuito puede representarse como se indica en la fig. 5.18 .

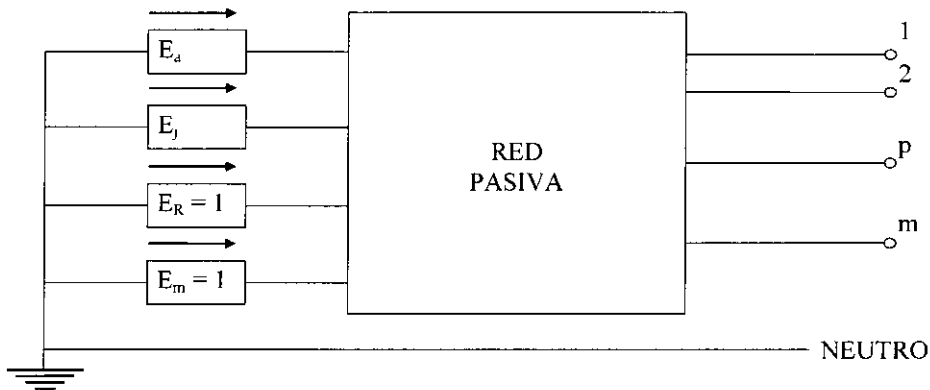


Figura 5.18 Representación monofásica de la red trifásica simplificada.

En la fig. 5.18 los generadores y motores están representados por una fuente de voltaje constante en serie con una impedancia, la cual queda incluida en la red pasiva. Todas las fuentes de voltaje tienen un valor de 1 en por unidad y están en fase, por lo que pueden sustituirse por una sola fuente de voltaje. Adicionalmente, las impedancias de la red pasiva puede representarse por la matriz de impedancias de bus (debido a que la falla es equilibrada, el cálculo de la corriente de corto circuito se realiza empleando únicamente la red de secuencia positiva).

Bajo estas condiciones se obtiene el circuito equivalente de la fig.5.19.

Si en la fig.5.19 se produce un corto circuito en el nodo p la corriente de falla resulta ser.

$$I_{Fp} = \frac{1}{Z_{pp}} \quad (5.10.14)$$

La expresión (5.10.14) es igual que la (5.10.7) para  $V_{p0}=1$  y  $Z_f=0$ .

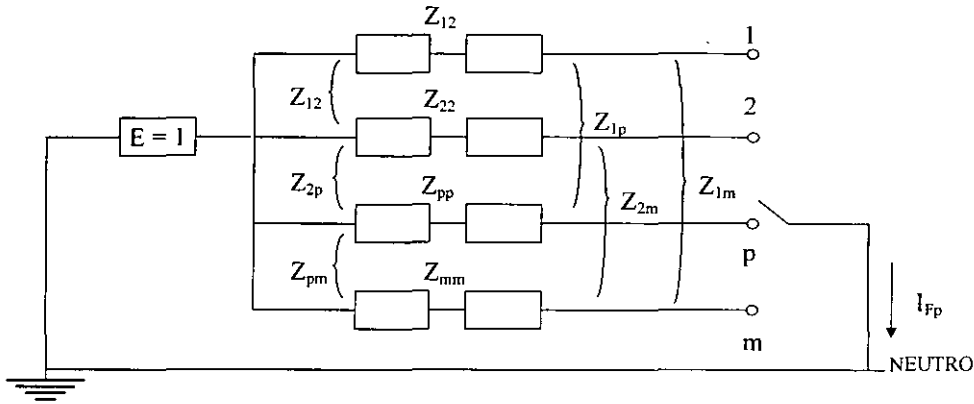


Figura 5.19 Representación esquemática de una red trifásica afectada por un corto circuito en el nodo p.

Los voltajes en los otros nodos durante la falla en el nodo p están dados por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 V_{F1} &= 1 - Z_{1p} I_{Fp} = \frac{Z_{1p}}{Z_{pp}} \\
 V_{F2} &= 1 - Z_{2p} I_{Fp} = \frac{Z_{2p}}{Z_{pp}} \\
 &\dots\dots\dots \\
 V_{Fn} &= 1 - Z_{np} I_{Fp} = \frac{Z_{np}}{Z_{pp}}
 \end{aligned}
 \tag{5.10.15}$$

Las ecuaciones (5.10.15) son iguales a las (5.10.10) para  $V_{i0} = 1$

$$V_{20} = 1, \quad V_{p0} = 1, \quad V_{n0} = 1$$

**4.10.3 FALLAS DESEQUILIBRADAS**

Para el cálculo de fallas desequilibradas por el método de las componentes simétricas es necesario establecer los circuitos equivalentes de secuencia positiva, negativa y cero del sistema e interconectarlos de acuerdo con el tipo de falla como se vio en la sección 5.9.

En este caso se puede sistematizar el cálculo generalizando el método de la matriz de impedancias de bus de secuencia positiva, negativa y cero. Se considera algorítmicamente y en función de las normas, *iguales las impedancias de secuencia positiva y negativa*. (Recuerde que las impedancias de la diagonal principal son las impedancias equivalentes de Thevenin en ese bus, mientras que el resto son las impedancias de transferencia).

$$[Z_{BUS}^1] = \begin{bmatrix} Z_{11}^1 & Z_{12}^1 & \dots & Z_{1n}^1 \\ Z_{21}^1 & Z_{22}^1 & \dots & Z_{2n}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1}^1 & Z_{n2}^1 & \dots & Z_{nn}^1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^2 & Z_{12}^2 & \dots & Z_{1n}^2 \\ Z_{21}^2 & Z_{22}^2 & \dots & Z_{2n}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1}^2 & Z_{n2}^2 & \dots & Z_{nn}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^0 & Z_{12}^0 & \dots & Z_{1n}^0 \\ Z_{21}^0 & Z_{22}^0 & \dots & Z_{2n}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1}^0 & Z_{n2}^0 & \dots & Z_{nn}^0 \end{bmatrix}$$

Haciendo las simplificaciones 1 y 2 mencionadas en la sección anterior, dichas matrices de impedancia de bus pueden representarse por circuitos equivalentes como los mostrados en la fig. 5.20. En dicha figura se han interconectado los tres circuitos equivalentes para representar una falla monofásica en el nodo p.

En el circuito de la fig 5.20 se verifica que:

$$I_p^1 = I_p^2 = I_p^0 = \frac{I}{Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2 + Z_{pp}^0}$$

Los tres circuitos equivalentes podrían haberse interconectado para representar una falla bifásica a tierra en el nodo p, en cuyo caso las componentes simétricas de la corriente de falla serían:

$$I_p^1 = \frac{I}{Z_{pp}^1 + \frac{Z_{pp}^2 Z_{pp}^0}{Z_{pp}^2 + Z_{pp}^0}}$$

$$I_p^2 = \frac{Z_{pp}^0}{Z_{pp}^2 + Z_{pp}^0} I_p^1$$

$$I_p^0 = \frac{Z_{pp}^2}{Z_{pp}^2 + Z_{pp}^0} I_p^1$$

La conexión correspondiente al caso de una falla entre dos fases en el nodo p resultaría en las siguientes componentes simétricas de la corriente de falla:

$$I_p^1 = -I_p^2 = \frac{I}{Z_{pp}^1 + Z_{pp}^2}$$

$$I_p^0 = 0$$

Estas ecuaciones se pueden simplificar de manera análoga a las expresiones de la sección 5.9.3.

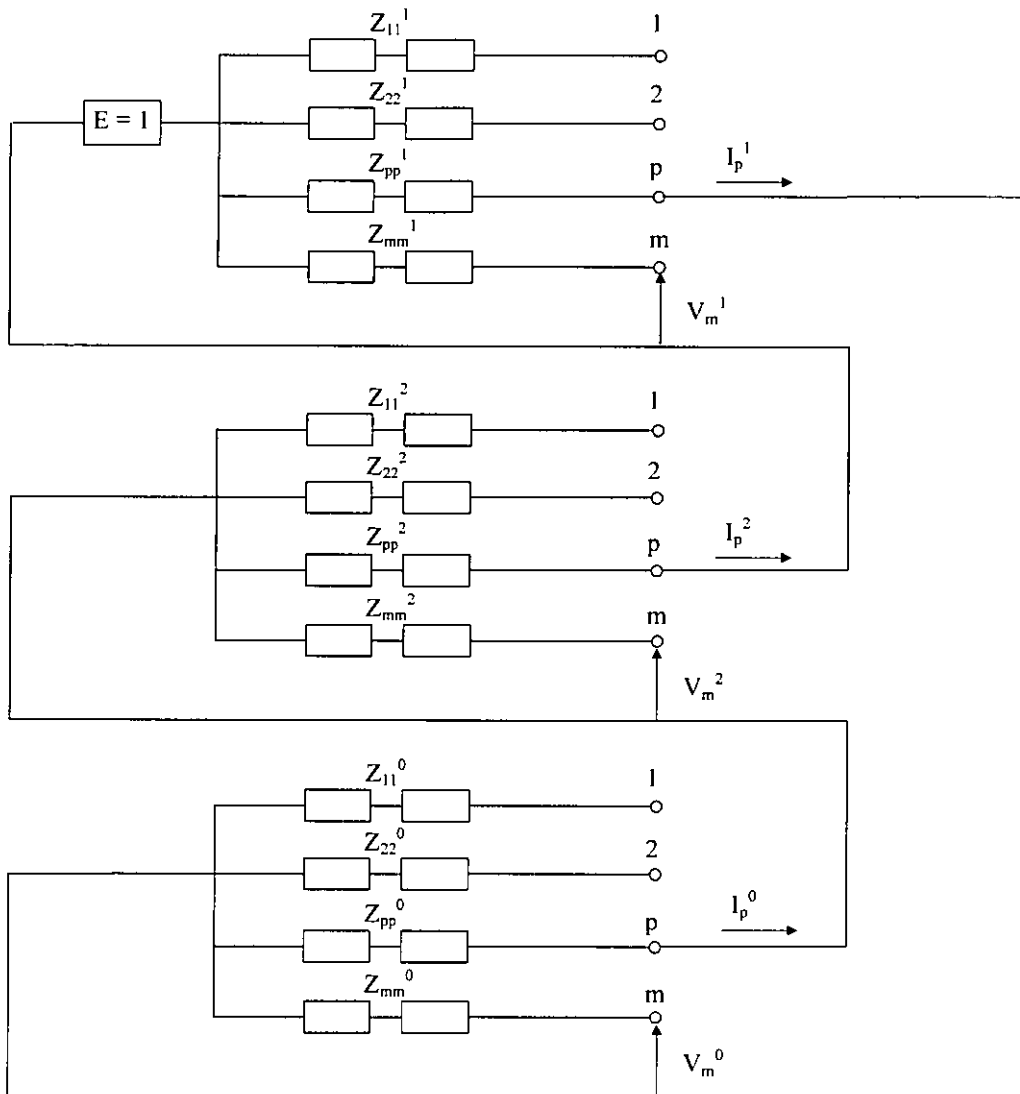


Figura 5.20 Interconexión de los circuitos equivalentes de secuencia positiva, negativa y cero para representar las condiciones debidas a una falla monofásica a tierra en el punto p.

Una vez calculadas las componentes simétricas de la corriente de falla, las corrientes de fase correspondientes en el nodo p se obtienen por la transformación:

$$\begin{bmatrix} I_p^a \\ I_p^b \\ I_p^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p^1 \\ I_p^2 \\ I_p^0 \end{bmatrix}$$

Las componentes de secuencia positiva negativa y cero de los voltajes en los nodos 1,2,...n, durante una falla en p se obtienen restando de los voltajes de prefalla, las caídas de voltaje durante la falla, las que se obtienen a su vez mediante las impedancias de transferencia correspondientes. Por ejemplo para el nodo n:

$$\begin{bmatrix} V_n^1 \\ V_n^2 \\ V_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{np}^1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{np}^2 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{np}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p^1 \\ I_p^2 \\ I_p^0 \end{bmatrix}$$

Una vez calculadas las componentes simétricas del voltaje en un nodo, los voltajes de fase se calculan mediante la transformación:

$$\begin{bmatrix} V_n^a \\ V_n^b \\ V_n^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n^1 \\ V_n^2 \\ V_n^0 \end{bmatrix}$$

Una vez calculados los voltajes de secuencia positiva, negativa y cero en cada nodo de la red, pueden calcularse las corrientes de secuencia positiva negativa y cero que circulan por cada rama de la red durante el corto circuito mediante la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} I_{jk}^1 \\ I_{jk}^2 \\ I_{jk}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{jk}^1 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{jk}^2 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{jk}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_j^1 - V_k^1 \\ V_j^2 - V_k^2 \\ V_j^0 - V_k^0 \end{bmatrix}$$

Donde:

$Y_{jk}^1$   $Y_{jk}^2$   $Y_{jk}^0$  son, respectivamente las admitancias de secuencia positiva, negativa y cero de la rama comprendida entre el nodo j y el nodo k.

$V_j^1$   $V_j^2$   $V_j^0$  son, respectivamente, los voltajes de secuencia positiva, negativa y cero del nodo j.

$V_k^1$   $V_k^2$   $V_k^0$  son, respectivamente, los voltajes de secuencia positiva, negativa y cero nodo k.

$I_{jk}^1$   $I_{jk}^2$   $I_{jk}^0$  son, respectivamente, las corrientes de secuencia positiva, negativa y cero que circulan por la rama comprendida entre el nodo j y el nodo k.

Una vez conocidas las componentes simétricas de las corrientes en la rama jk, las corrientes de fase pueden calcularse mediante la siguiente transformación:

$$\begin{bmatrix} I_{jk}^a \\ I_{jk}^b \\ I_{jk}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{jk}^1 \\ I_{jk}^2 \\ I_{jk}^0 \end{bmatrix}$$

Este método es particularmente útil para cuando se desea conocer el comportamiento de voltajes nodales y corrientes circulantes de falla en cada elemento de la red, ya que la metodología descrita en las secciones anteriores limita el análisis a la determinación de las corrientes llamadas "puntuales", no obteniéndose tampoco los voltajes en los nodos no fallados.

#### 4.11 EJEMPLO DE CALCULO PARA EL ESTUDIO DE CORTO CIRCUITO

Se calcularán las corrientes trifásicas (1ª, 2ª y 3ª red) y de línea a tierra para el bus 1 del sistema industrial de la figura 5.4. Para una estimación de valores, se sugiere consultar el apéndice III.

**Primer paso.** Preparación de los diagramas del sistema.

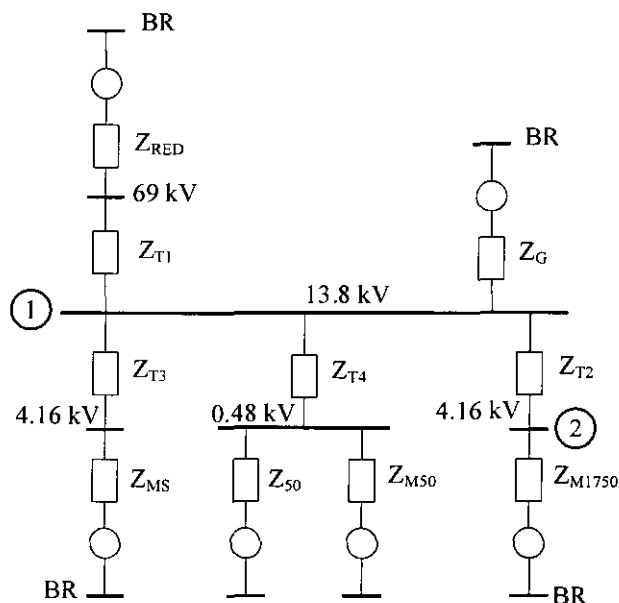


Figura 5.21 Diagrama de secuencia positiva.

Nomenclatura:

BR	Barra de referencia (neutro).
$Z_{RED}$	Impedancia equivalente de Thevenin del sistema de alimentación (69 kV).
$Z_G$	Impedancia del generador.
$Z_{T1}, Z_{T2}$	Impedancias de los transformadores $T_1$ y $T_2$
$Z_{T3}, Z_{T4}$	Impedancias de los transformadores $T_3$ y $T_4$ .
$Z_{MS}$	Impedancia de los motores síncronos de 6000 h.p.
$Z_{50}$	Impedancia de los motores entre 50 y 150 h.p. (0.4 MVA total).
$Z_{M50}$	Impedancia de los motores de menos de 50 h.p. (1.12 MVA total).
$Z_{M1750}$	Impedancia del motor de inducción 1750 h.p.

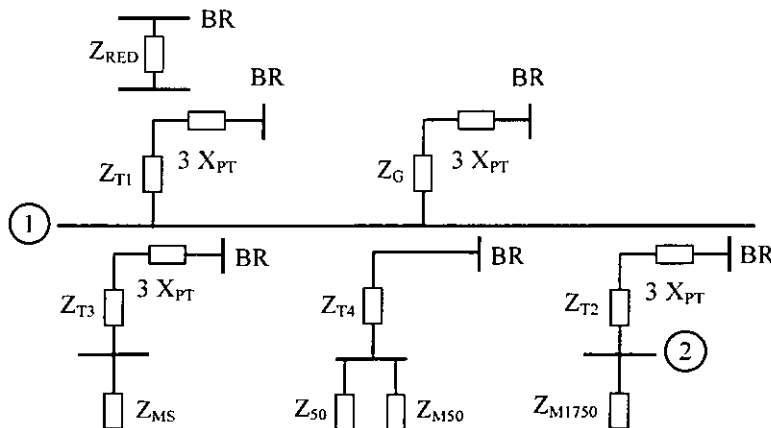


Figura 5.22 Diagrama de secuencia cero.

Nomenclatura (adicional):

BR Barra de referencia (tierra física).

X<sub>PT</sub> Reactancia de puesta a tierra.

**Segundo paso.** Reunir y convertir los datos de impedancia.

Normalización en por unidad (ver apéndice 1).

$$S_{BASE} = 10 \text{ MVA} \quad V_{BASE} = \text{LOS nominales}$$

*Sistema de Alimentación:*

Para obtener la impedancia  $Z_{RED}$ , basta con dividir los MVA base entre los MVA disponibles del sistema, cuyo ángulo es especificado por la relación X/R.

$$Z_{RED} = \left( \frac{10}{1000} \right) \left| \arctg 22 \right. = 0.01 \left| 87.39^\circ \right. = 4.540 \times 10^{-4} + j 9.989 \times 10^{-3}$$

*Elementos Pasivos:*

De la relación X/R y de la reactancia X se obtienen las componentes de la impedancia mediante la expresión:

$$Z = \left( \frac{X}{X/R} + j X \right)$$

Por lo que el valor de las impedancias normalizadas en P.U. son:

$$Z_{T1} = \left( \frac{0.07}{21} + j 0.07 \right) \left( \frac{10}{20} \right) = 1.66 \times 10^{-3} + j 0.035 = 0.03504 \left| 87.273^\circ \right.$$

$$Z_{T2} = \left( \frac{0.055}{16} + j 0.055 \right) \left( \frac{10}{5} \right) = 6.88 \times 10^{-3} + j 0.11 = 0.11021 \left| 86.424^\circ \right.$$



$$Z_{T3} = \left( \frac{0.055}{14} + j 0.055 \right) \left( \frac{10}{7.5} \right) = 5.24 \times 10^{-3} + j 0.073 = 0.07352 \angle 85.914^\circ$$

$$Z_{T4} = \left( \frac{0.055}{10} + j 0.055 \right) \left( \frac{10}{1.5} \right) = 36.66 \times 10^{-3} + j 0.366 = 0.3685 \angle 84.289^\circ$$

(Todos estos valores permanecen fijos para el estudio de las tres redes)

*Máquinas Rotatorias:*

- Generador

Primera red:

$$Z_G = \left( \frac{0.09}{45} + j 0.09 \right) \left( \frac{10}{15} \right) = 1.33 \times 10^{-3} + j 0.06 = 0.06001 \angle 88.727^\circ$$

Este valor es el mismo para la segunda red (ver la Tabla 5.1).

Tercera red:

$$Z_G = \left( \frac{0.12}{45} + j 0.12 \right) \left( \frac{10}{15} \right) = 1.77 \times 10^{-3} + j 0.08 = 0.08002 \angle 88.727^\circ$$

- Motor síncrono de 6000 h.p. ( f.p. = 0.8 ).

$$S = \frac{(6000 \text{ H.P.}) \times (0.746 \text{ kW})}{0.8} = 5.595 \text{ MVA}$$

Primera red:

$$Z_{MS} = \left( \frac{0.20}{30} + j 0.20 \right) \left( \frac{10}{5.595} \right) = 0.012 + j 0.357 = 0.3571 \angle 88.088^\circ$$

Segunda red: (ver la tabla 5.1)

$$Z_{MS} = 1.5 ( 0.012 + j 0.357 ) = 0.018 + j 0.5355 = 0.5356 \angle 88.088^\circ$$

Para el estudio de la tercera red no se considera.

- Motores entre 50 y 150 h.p. (0.4 MVA totales).

Primera red: (ver la tabla 5.2)

$$Z_{50} = \left( \frac{0.20}{9} + j 0.20 \right) \left( \frac{10}{0.4} \right) = 0.555 + j 5.0 = 5.03 \angle 83.66^\circ$$

Segunda red: (ver la tabla 5.2)

$$Z_{50} = \left( \frac{3}{1.2} \right) (0.555 + j 5.0) = 1.388 + j 12.5 = 12.575 \angle 83.66^\circ$$

Para la tercera red no se consideran.

-Motores de menos de 50 h.p. (1.12 MVA totales).

Primera red: (ver tabla 5.2)

$$Z_{M50} = \left( \frac{0.28}{6} + j 0.28 \right) \left( \frac{10}{1.12} \right) = 0.416 + j 2.5 = 2.534 \angle 80.53^\circ$$

Para la segunda y tercera red no se consideran.

-Motor de inducción de 1750 h.p. (h.p. = kVA).

$$S = \frac{(6000 \text{ H.P.}) \times (0.746 \text{ kW})}{0.8} = 5.595 \text{ MVA}$$

Primera red:

$$Z_{M1750} = (1.2) \left( \frac{0.17}{30} + j 0.17 \right) \left( \frac{10}{1.75} \right) = 0.0388 + j 1.165 = 1.166 \angle 88.088^\circ$$

Segunda red: (ver la tabla 5.1)

$$Z_{M1750} = \left( \frac{3}{1.2} \right) (0.0388 + j 1.165) = 0.097 + j 2.9125 = 2.9141 \angle 88.088^\circ$$

Para la tercera red no se considera.

### RED DE SECUENCIA CERO

Los valores no especificados se considerarán iguales a los de secuencia positiva, se calcula adicionalmente los valores de la reactancia de puesta a tierra ( $16 \Omega$ ) del generador y de los transformadores  $T_1$  y  $T_3$ , y limitación de falla a tierra a 500 A en  $T_2$ .

- Generador y Transformador  $T_1$  ( $V_{BASE} = 13.8 \text{ kV}$ )

$$Z_{BASE} = \frac{(13.8 \text{ kV})^2}{10 \text{ MVA}} = 19.044 \Omega$$

$$X_{PT} = \frac{16}{19.044} = 0.84 \quad 3 X_{PT} = 2.52047$$

- Transformador  $T_3$  ( $V_{BASE} = 4.16 \text{ kV}$ )

$$Z_{BASE} = \frac{(4.16 \text{ kV})^2}{10 \text{ MVA}} = 1.73 \ \Omega$$

$$X_{PT} = \frac{16}{1.73} = 9.245 \quad 3 X_{PT} = 27.736$$

- Transformador T<sub>2</sub> (V<sub>BASE</sub> = 4.16 kV)

Se tiene que X<sub>PT</sub> limita a 500 amperes, por lo que:

$$X_{PT} = \frac{4.16 \text{ kV}}{\sqrt{3} \times 500 \text{ A}} = 4.803 \ \Omega$$

Normalizado a p.u.:

$$Z_{BASE} = 1.73 \ \Omega$$

$$X_{PT} = \frac{4.803}{1.73} = 2.77 \quad 3 X_{PT} = 8.33$$

**Tercer paso.** Circuito equivalente de impedancias.

*PRIMERA RED*

Para este caso se considerará la simplificación de la red de secuencia positiva a las siguientes ramas:

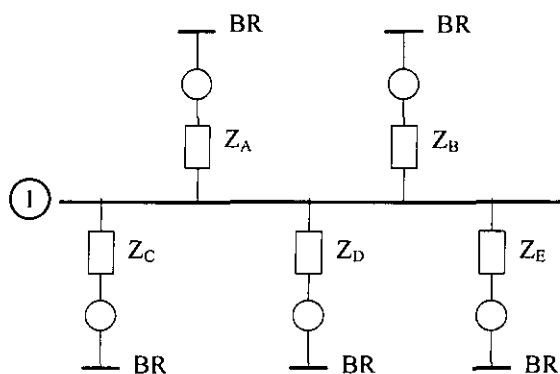


Figura 5.23 Diagrama simplificado de elementos activos.

Donde:

Z<sub>A</sub> Suma de las impedancias Z<sub>RED</sub> y Z<sub>T1</sub>.

Z<sub>B</sub> Impedancia del generador (ya calculada).

Z<sub>C</sub> Impedancia equivalente de las dos subestaciones T<sub>3</sub>, cada una con la suma de Z<sub>T3</sub> y Z<sub>MS</sub>.

$$Z_C = \frac{Z_{T3} + Z_{MS}}{2}$$

$Z_D$  Impedancia equivalente para las subestaciones con transformadores  $T_4$ , con el paralelo de las impedancias  $Z_{50}$  y  $Z_{M50}$ , en serie con  $Z_{T4}$ . Tres subestaciones.

$$Z_D = \frac{(Z_{50} \parallel Z_{M50}) + Z_{T4}}{3}$$

$Z_E$  Impedancia equivalente de la subestación que contiene al transformador  $T_2$  con dos motores de inducción de 1750 h.p.

$$Z_E = Z_{T2} + \frac{Z_{M1750}}{2}$$

Realizando las correspondientes operaciones se obtienen los siguientes resultados:

$$Z_A = (4.54 \times 10^{-4} + j 9.989 \times 10^{-3}) + (1.66 \times 10^{-3} + j 0.035) = 2.114 \times 10^{-3} + j 0.044989 \\ = 0.04503 \angle 87.309^\circ$$

$$Y_A = 22.2074 \angle -87.309^\circ = 1.04262 - j 22.182928$$

$$Z_B = 1.33 \times 10^{-3} + j 0.06 = 0.06001 \angle 88.727^\circ$$

$$Y_B = 16.663 \angle -88.727^\circ = 0.3702 - j 16.659$$

$$Z_C = 8.62 \times 10^{-3} + j 0.215 = 0.21517 \angle 87.704^\circ$$

$$Y_C = 4.6474 \angle -87.704^\circ = 0.18618 - j 4.6437$$

$$Z_D = 0.0945 + j 0.67782 = 0.68438 \angle 82.0626^\circ$$

$$Y_D = 1.46117 \angle -87.0626^\circ = 0.201777 - j 1.44717$$

$$Z_E = 0.0263 + j 0.69285 = 0.693348 \angle 87.826^\circ$$

$$Y_E = 1.4422 \angle -87.826^\circ = 0.05471 - j 1.44123$$

Admitancia equivalente de Thevenin al nodo 1  $Y_{TH1}$ :

$$Y_{TH1} = Y_A + Y_B + Y_C + Y_D + Y_E = 1.85548 - j 46.374028 = 46.41113 \angle -87.708^\circ$$

$$Z_{TH1} = 0.021546 \angle 87.708^\circ = 8.6167 \times 10^{-4} + j 0.021528$$

### SEGUNDA RED

- Se eliminan los motores de menos de 50 h.p..

- Se modifican las impedancias de motores de 50 h.p. y mayores.

Partiendo de la figura 5.23 se modifican (por incluir motores) las impedancias  $Z_C$ ,  $Z_D$  y  $Z_E$ .

$$Z_C = \frac{Z_{T3} + Z_{MS}}{2}$$

Sustituyendo valores:

$$Z_C = 0.5 ( 5.24 \times 10^{-3} + j 0.073 + 0.018 + j 0.5355 ) = 0.01162 + j 0.30425 = 0.304471 \angle 87.812^\circ$$

$$Y_C = 3.28437 \angle -87.812^\circ = 0.1253926 - j 3.28198$$

$$Z_D = \frac{Z_{T4} + Z_{50}}{3} = \frac{(36.66 \times 10^{-3} + j 0.366) + (1.388 + j 12.5)}{3} = 0.474888 + j 4.2886$$

$$= 4.31487 \angle 83.6814^\circ$$

$$Y_D = 0.231756 \angle -83.6814^\circ = 0.025506 - j 0.230348$$

$$Z_E = Z_{T2} + \frac{Z_{M1750}}{2} = 6.88 \times 10^{-3} + j 0.11 + (0.0485 + j 1.455) = 0.05538 + j 1.565 = 1.566 \angle 87.97^\circ$$

$$Y_E = 0.638569 \angle -87.97^\circ = 0.022619 - j 0.638168$$

Admitancia equivalente de Thevenin del nodo 1:

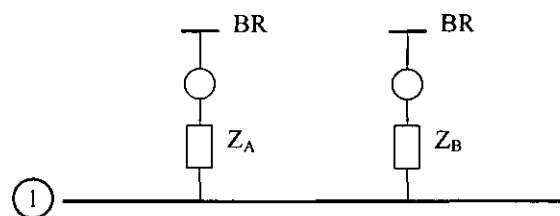
$$Y_{TH1} = Y_A + Y_B + Y_C + Y_D + Y_E = 1.587 - j 42.766 = 42.8 \angle -87.87^\circ$$

$$Z_{TH1} = 0.02336 \angle 87.87^\circ = 8.6838 \times 10^{-4} + j 0.023348$$

### TERCERA RED

- Se eliminan todos los motores.
- Cambia la impedancia del generador.
- Se desprecian todas las resistencias.

Con referencia a la figura 5.23 las ramas correspondientes a  $Z_C$ ,  $Z_D$  y  $Z_E$  para la falla en el nodo 1, **no se consideran**.



$$Z_A = j 0.044989$$

$$Z_B = j 0.08$$

Reactancia equivalente de Thevenin

$$X_{TH1} = 0.02879$$

### RED DE SECUENCIA CERO

De la figura 5.22 se observa que:

$$Z_{TH0} = (Z_{T1} + 3X_{PT}) \parallel (Z_G + 3X_{TP}) \\ = [(1.66 \times 10^{-3} + j 0.035) + j 2.52047] \parallel [(1.33 \times 10^{-3} + j 0.06) + j 2.52047]$$

donde:  $Z_{TH0}$  Impedancia equivalente de Thevenin de secuencia cero para el nodo 1.

$$Z_{TH0} = 1.283955 \angle 89.96^\circ = 8.963 \times 10^{-4} + j 1.28395$$

**Cuarto paso.** Cálculo de la corriente de corto circuito.

#### PRIMERA RED

El valor de corto circuito trifásico de 1ª red corresponde a:

$$I_{CC3F1 \cdot RED} = \frac{E_{TH}}{Z_{TH}} = Y_{TH} = 46.411 \angle -87.708^\circ$$

En amperes:

$$I_{BASE (13.8 \text{ kV})} = \frac{10 \text{ MVA}}{\sqrt{3} 13.8 \text{ kV}} = 418.37 \text{ amp.}$$

$$I_{CC3F1 \cdot RED} = (46.411 \angle -87.708^\circ)(418.37 \text{ amp}) = 19.4169 \angle -87.708^\circ \text{ kA simétricos.}$$

El valor asimétrico es:

$$I_{CC3F} = 1.6 (19.4169 \angle -87.708^\circ \text{ kA}) = 31.067 \angle -87.708^\circ \text{ kA asimétricos.}$$

#### SEGUNDA RED

$$Z_{TH1} = 8.6838 \times 10^{-4} + j 0.023348$$

$$X_{TH1} = 0.023348 \quad X/R = 0.023348 / 8.6838 \times 10^{-4} = 26.88$$

Para este caso se consideran adicionalmente que los interruptores para este nivel de tensión (13.8 kV) tienen una velocidad nominal de 5 ciclos con una especificación posterior a 1964.

$$\frac{E_{pu}}{X_{pu}} = \frac{1.0}{0.023348} = 42.829$$

De la figura 5.6 (Falla local) se obtiene para la gráfica del interruptor de 5 ciclos, la curva de 3 (tiempo mínimo de apertura) y con  $X/R = 27$ , un Factor Multiplicativo de 1.04, por lo que el valor asimétrico de falla es:

$$I_{SC} = \frac{E_{pu}}{X_{pu}} \times \text{Factor Multiplicativo} \times I_{BASE} = (42.829) (1.04) (418.37) \\ = 18.635 \text{ kA asimétricos.}$$

La corriente simétrica se obtiene eliminando del producto el Factor Multiplicativo.

$$I_{SC \text{ simétrica}} = 17.918 \text{ kA simétricos.}$$

### TERCERA RED

$$I_{SC} = \frac{E}{X} I_{BASE} = \frac{1.0}{0.02879} (418.37 \text{ amp}) = 14.529 \text{ kA}$$

### FALLA DE LINEA A TIERRA

$$I_{CCIFT \text{ pu}} = \frac{3.0 E_{TH}}{2 Z_{TH}^1 + Z_{TH}^0} = \frac{3.0}{2 (8.1667 \times 10^{-4} + j 0.021528) + (8.963 \times 10^{-4} + j 1.28395)}$$

$$= \frac{3.0}{2.619 \times 10^{-3} + j 1.327} = 2.2607 \angle -89.88^\circ$$

$$I_{CCIFT} = I_{CCIFT \text{ pu}} I_{BASE} = (2.2607 \angle -89.88^\circ) (418.37 \text{ A}) = 945.82 \angle -89.88^\circ \text{ A}$$

Para el cálculo de la corriente de falla de línea a tierra asimétrica, se emplea el factor multiplicativo que se obtiene en las gráficas mostradas en las figuras 5.5 y 5.7. Debido a que por normas la corriente de corto circuito trifásico es la de mayor magnitud, el empleo de la  $I_{CCIFT \text{ asim}}$  para la selección de interruptores en mediana y alta tensión no es frecuente. El cálculo del factor multiplicativo se realiza empleando la relación X/R obtenida en la segunda red.

Considerando que los interruptores para este nivel de tensión (13.8 kV) tienen una velocidad nominal de 5 ciclos con una especificación posterior a 1964. De la figura 5.7 se obtiene para la gráfica del interruptor de 5 ciclos, la curva 3 (tiempo mínimo de apertura) y con X/R=27, un Factor Multiplicativo de 1.22, por lo que el valor asimétrico de falla es:

$$I_{CCIF \text{ asim}} = (1.22) (945.82) = 1153.9 \text{ A asimétricos}$$

Como puede observarse, este valor es menor al de la falla trifásica (18.635 kA asimétricos), por lo que no tiene aplicación en la selección ó verificación de la capacidad interruptiva del dispositivo.

### SIMULACIÓN COMPUTACIONAL, METODO $Z_{BUS}$

- El disco de trabajo contiene los siguientes archivos en la dirección A:\CORTOZB:

CORTOZB.EXE EJECUTABLE DEL PROGRAMA.  
 CORTOZB.DAT ARCHIVO DE DATOS DE EJEMPLO.  
 CORTOZB.EJM DESCRIPCIÓN DE LA ELABORACIÓN DEL ARCHIVO DE DATOS.  
 CORTOZB.RES ARCHIVO DE RESULTADOS PARA EL EJEMPLO.

El archivo CORTOZB.EJM contiene información sobre la construcción del archivo de datos del sistema analizar. Como caso particular el archivo está referido a el ejemplo desarrollado en la sección 5.11.

ARCHIVO CORTOZB.EJM

CORTOZB.EJM

REFERENCIA PARA LA CONSTRUCCION DEL ARCHIVO DE DATOS  
PARA EL PROGRAMA CORTOZB.EXE

NUMERO DE NODOS

5

POTENCIA BASE EN MVA

100.0

VOLTAJES BASE EN kV PARA CADA UNO DE LOS NODOS

25.0

230.0

230.0

230.0

13.8

NUMERO DE ELEMENTOS PARA LA RED DE SECUENCIA POSITIVA

7

ELEMENTOS DE LA RED DE SECUENCIA POSITIVA

NODO DE SALIDA	NODO DE LLEGADA	IMPEDANCIA (pu)
0	1	(0.0,0.20)
1	2	(0.0,0.05)
2	3	(0.0,0.10)
2	4	(0.0,0.10)
3	4	(0.0,0.10)
4	5	(0.0,0.05)
0	5	(0.0,0.20)

NUMERO DE ELEMENTOS PARA LA RED DE SECUENCIA CERO

7

ELEMENTOS DE LA RED DE SECUENCIA CERO

NODO DE SALIDA	NODO DE LLEGADA	IMPEDANCIA (pu)
0	1	(0.0,0.14)
1	2	(0.0,0.05)
2	3	(0.0,0.30)
2	4	(0.0,0.30)
3	4	(0.0,0.30)
0	4	(0.0,0.05)
0	5	(0.0,0.14)

El archivo de datos correspondiente al ejemplo desarrollado, está contenido en el archivo *CORTOZB.DAT**ARCHIVO CORTOZB.DAT*



## APENDICE I. VALORES EN POR UNIDAD (PU)

### 1.1 INTRODUCCION

Un sistema eléctrico está formado por diversos elementos, como lo son: generadores, motores, transformadores, conductores, etc. La representación de estos equipos, para el análisis de su comportamiento bajo diferentes condiciones de operación, debe hacerse de una manera consistente.

Por lo general, los fabricantes expresan las impedancias, reactancias o resistencias según sea el caso, en por ciento, por unidad o en ohms referidos a las bases nominales del equipo (tensión, potencia). Por la diferencia de unidades, el manejo de esta información tal cual, resultaría complicado para llevarlo a cabo de una manera eficiente.

En el análisis de sistemas eléctricos de potencia es de uso general el empleo de las cantidades en P.U., ya que de esta manera todos los datos están referidos a las mismas bases (una de potencia y diferentes de tensión), resultando un tratamiento consistente de la información y de una manera más simplificada.

En este apéndice se presentan los lineamientos básicos para la transformación ó normalización de cantidades a por unidad, las ventajas del uso de este método y un ejemplo del manejo de las ecuaciones.

### 1.2 MODELOS POR CIENTO Y POR UNIDAD

En el estudio de redes eléctricas de potencia, donde intervienen distintos tipos de equipo como lo son: generadores, transformadores, líneas de transmisión, capacitores, motores, etc.; los datos de estos equipos pueden ser proporcionados en ohms, por ciento, por unidad, o bien, de las tres formas en un mismo sistema, por lo que se requiere que se expresen los datos del equipo utilizando un solo criterio, ya sea que se utilicen los datos expresados en ohms, en por ciento o en por unidad.

Ahora bien, para efectos de cálculos en redes eléctricas, la representación de los valores de impedancia de los elementos en por unidad presenta ventajas sobre los otros criterios. Algunas de estas ventajas son:

- ◆ Los fabricantes de equipos eléctricos normalmente especifican los valores de las impedancias en por ciento o en por unidad referidos a las bases de valores de voltaje y potencia nominal de placa.
- ◆ Las impedancias en por unidad de las máquinas eléctricas de un mismo tipo -pero de un rango amplio de características- caen en un rango relativamente corto, en tanto que las impedancias en ohms pueden tener un rango muy amplio, lo que en un momento dado puede complicar los cálculos.
- ◆ En los circuitos en los que existen transformadores, como ocurre en la mayoría de los sistemas eléctricos, las impedancias de los dispositivos expresadas en ohms se deben referir al lado correspondiente del transformador (primario o secundario), lo que dificulta en un momento dado el manejo de información. Mientras que, con la representación en por ciento o en por unidad (p.u.) se evita esta dificultad.
- ◆ La forma en que se encuentran conectados los transformadores trifásicos no afecta a las impedancias cuando estas se expresan en por unidad (p.u.).
- ◆ El representar cantidades en por unidad nos facilita las operaciones y cálculos aritméticos. El uso de cantidades en por ciento implica que al efectuar una multiplicación el resultado tenga que dividirse entre 100 para que resulte una cantidad en por ciento. Mientras que con el uso de cantidades en P.U. cualquier tipo de operaciones nos lleva a cantidades en P.U.
- ◆ El uso de cantidades en P.U. o por ciento simplifican el uso de unidades por ser cantidades adimensionales.

En cuanto a la representación de valores de tensión, corriente y potencia se refiere, el uso del criterio en por unidad o por ciento facilita su manejo.

En general una cantidad en por unidad se puede representar como una relación entre dos cantidades de la misma unidad, a una de ellas se le denomina cantidad base:

$$\text{cantidad en por unidad (p.u.)} = \frac{\text{cantidad dada}}{\text{cantidad base}} \quad (1.1)$$

Y se define una cantidad en por ciento como 100 veces una cantidad en por unidad.

$$\text{cantidad en por ciento (\%)} = \frac{\text{cantidad dada}}{\text{cantidad base}} \times 100 \quad (1.2)$$

Es decir, que existe una relación entre cantidades por unidad y cantidades por ciento:

$$\text{cantidad por ciento \%} = \text{cantidad por unidad} \times 100 \quad (1.3)$$

### 1.3 DETERMINACION DE VALORES BASE

La magnitud de las cantidades bases deben elegirse de tal manera que las cantidades en P.U. cumplan las leyes eléctricas.

Como las características topológicas de la red no se alteran en este tipo de transformación, se deben considerar como invariantes la Ley de Ohm y la Ley de Joule; y por consiguiente las leyes de Kirchoff de voltajes y corrientes.

Para la selección de las cantidades bases, normalmente se fijan las bases de: potencia aparente kVAs (valor único) y las bases de tensión kVs , y a partir de estas se determinan las bases de corriente y de impedancia. Se recomienda elegir la potencia y tensión del dispositivo de mayor capacidad como potencia base y las tensiones base de acuerdo a las nominales.

Sean:

$$\begin{aligned} V_{\text{base}} &= \text{tensión base} \\ S_{\text{base}} &= \text{potencia base} \\ I_{\text{base}} &= \text{corriente base} \\ Z_{\text{base}} &= \text{impedancia base} \end{aligned}$$

$$S_{\text{base}} = V_{\text{base}} \times I_{\text{base}} \quad (1.4)$$

por lo que:

$$I_{\text{base}} = \frac{S_{\text{base}}}{V_{\text{base}}} \quad (1.5)$$

De la Ley de Ohm:

$$I = V / Z$$

entonces:

$$S_{\text{base}} = V_{\text{base}} \times \frac{V_{\text{base}}}{Z_{\text{base}}}$$

Por lo que:

$$Z_{\text{base}} = \frac{(V_{\text{base}})^2}{S_{\text{base}}} \quad (1.6)$$

Por tanto:

$$I_{\text{base}} = \frac{V_{\text{base}}}{Z_{\text{base}}} \quad (1.7)$$

Una vez especificada la manera de como obtener las magnitudes bases es importante mencionar que en cada nivel de tensión del sistema tendremos una base de tensión diferente relacionada con la tensión base adyacente por la relación de transformación del transformador que las separa. Al cambiar la tensión base, la corriente base y la impedancia base van a cambiar. *La potencia base se mantiene constante a lo largo del sistema.*

#### **1.4 CONVERSION DE VALORES NOMINALES A VALORES EN POR UNIDAD Y A VALORES EN PORCIENTO**

Al iniciar los cálculos, es importante tener presente que tipo de valores se van a manejar; ya sean valores monofásicos o bien valores trifásicos. Normalmente, en los sistemas industriales el término corriente se refiere a la corriente de línea, el término tensión se refiere a la tensión entre líneas (nominal) y la potencia se da como la potencia aparente trifásica. Pero, como el comportamiento de los circuitos trifásicos balanceados se estudia con el uso de una sola fase y el neutro de retorno, las bases para el cálculo monofásico deben estar dadas como potencia monofásica o la potencia por fase y la tensión debe darse en kV de línea a neutro. Este hecho puede crear confusión. Un valor de voltaje, por ejemplo, si se especifica en por unidad, es independiente de si está dado entre líneas o entre línea y neutro. A saber, una tensión base entre líneas es 1.732 veces mayor que una tensión base de línea a neutro, este hecho permite que el valor de tensión en por unidad sea independiente de que el valor sea monofásico o trifásico.

Ejemplo:

Considere un sistema cuya tensión base sea de 23 kV entre líneas. Entonces su tensión base de línea a neutro será de:

$$V_{\text{base}} = \frac{23 \text{ kV}}{\sqrt{3}} = 13.28 \text{ kV}$$

Si queremos pasar un valor de 20 kV entre líneas a por unidad, tenemos dos opciones:

1.  $V_{\text{pu}} = \frac{20 \text{ kV}}{23 \text{ kV}} = 0.869 \text{ p.u. con } V_{\text{base}} = 23 \text{ kV entre líneas.}$

2. Una tensión de 20 kV entre líneas implica una tensión de 11.547 kV de línea a neutro, por lo que:

$$V_{\text{pu}} = \frac{11.547 \text{ kV}}{13.280 \text{ kV}} = 0.869 \text{ p.u. con } V_{\text{base}} = 13.28 \text{ kV de línea a neutro.}$$

Observamos que el valor de tensión expresado en P.U. es independiente de que lo obtengamos de la tensión entre líneas o de línea a neutro, siempre que utilicemos la tensión base adecuada.

De igual forma, los kVA trifásicos son tres veces los kVAs monofásicos. Por tanto el valor por unidad de los kVAs, utilizando kVAs trifásicos base es idéntico al valor por unidad obtenido utilizando kVAs base monofásicos. Esto es válido además para kW y kVAR.

En cuanto al valor de corriente base, la podemos calcular utilizando la potencia base trifásica y la tensión base entre líneas o bien la potencia base monofásica y la tensión base de línea a neutro, de manera análoga se trabaja con la impedancia base.

Considere:

$$\begin{aligned} V_{\text{baseL}} &= \text{Voltaje base entre líneas} \\ V_{\text{baseF}} &= \text{Voltaje base de línea a neutro} \\ S_{\text{base}} &= \text{Potencia base trifásica} \\ S_{\text{baseM}} &= \text{Potencia base monofásica} \end{aligned}$$

$$S_{\text{base}} = \sqrt{3} \times V_{\text{baseL}} \times I_{\text{base}} \quad (1.8)$$

O bien:

$$I_{\text{base}} = \frac{S_{\text{base}}}{\sqrt{3} \times V_{\text{baseL}}} \quad (1.8.1)$$

De manera similar:

$$I_{\text{base}} = \frac{S_{\text{baseM}}}{V_{\text{baseF}}} \quad (1.8.2)$$

Para la impedancia:

$$Z_{\text{base}} = \frac{(V_{\text{baseL}})^2}{S_{\text{base}}} \quad (1.9)$$

De manera similar:

$$Z_{\text{base}} = \frac{(V_{\text{baseF}})^2}{S_{\text{baseM}}} \quad (1.9.1)$$

## 1.5 CAMBIO DE BASES

Por lo general la impedancia de un componente en un sistema está dado en bases que no coinciden con las bases que estamos utilizando en esta parte del sistema, y puesto que todas las impedancias del sistema deben de referirse a la misma impedancia base, debemos conocer una manera práctica de cambiar las bases.

Supongamos que:

$$\begin{array}{ll} Z &= \text{impedancia en ohms} \\ V_{\text{base1}} &= \text{voltaje base dado} \\ S_{\text{base1}} &= \text{potencia base dada} \\ Z_{\text{base1}} &= \text{impedancia base dada} \\ Z_{\text{p u 1}} &= \text{impedancia en P.U. dada} \end{array} \quad \begin{array}{ll} V_{\text{base2}} &= \text{voltaje base nuevo} \\ S_{\text{base2}} &= \text{potencia base nuevo} \\ Z_{\text{base2}} &= \text{impedancia base nueva} \\ Z_{\text{p u 2}} &= \text{impedancia en P.U. nueva} \end{array}$$

Considerando valores trifásicos de potencia y tensión entre líneas tendremos:

$$Z_{base1} = \frac{(V_{base1})^2}{S_{base1}} \quad Z_{base2} = \frac{(V_{base2})^2}{S_{base2}} \quad (I.10)$$

Para pasar un valor en P.U. a una nueva base requerimos, primero pasarlo a ohms y luego pasarlo a por unidad con las nuevas bases.

$$Z_{pu1} = \frac{Z}{Z_{base1}} \quad Z_{pu2} = \frac{Z}{Z_{base2}}$$

Por lo que:

$$Z = Z_{pu1} \times Z_{base1} \quad Z = Z_{pu2} \times Z_{base2}$$

Igualando y despejando  $Z_{pu2}$  tendremos:

$$Z_{pu2} = Z_{pu1} \times \frac{Z_{base1}}{Z_{base2}} \quad (I.11)$$

Recordando las ecuaciones (I.10) podemos escribir las ecuaciones (I.11) así:

$$Z_{pu2} = Z_{pu1} \times \frac{\frac{(V_{base1})^2}{S_{base1}}}{\frac{(V_{base2})^2}{S_{base2}}}$$

Acomodando esta ecuación nos resulta :

$$Z_{pu2} = Z_{pu1} \times \left( \frac{V_{base1}}{V_{base2}} \right)^2 \times \frac{S_{base2}}{S_{base1}} \quad (I.12)$$

Que nos da el mismo resultado que la ecuación (I.11), pero estando esta en función únicamente de la potencia base y la tensión base.

## APENDICE II. COMPONENTES SIMETRICAS

### II.1 INTRODUCCION

El trabajo realizado por C. L. Fortescue en el año de 1918, nos dice que un sistema desequilibrado de  $n$  vectores, puede descomponerse en  $n$  sistemas de vectores equilibrados denominados "componentes simétricas" de los vectores originales.

Los  $n$  vectores de cada conjunto de componentes son de igual magnitud, siendo también iguales los ángulos formados por vectores adyacentes. Para efectos de aplicación y normalmente en cualquier estudio de sistemas eléctricos, se enfoca su aplicación a sistemas trifásicos de corriente alterna, aunque este método es aplicable a cualquier sistema polifásico.

Ahora bien, según el teorema de Fortescue, tres vectores desequilibrados de un sistema trifásico pueden descomponerse en tres sistemas equilibrados de fasores. Los conjuntos equilibrados de componentes son:

#### a- SISTEMA DIRECTO O DE SECUENCIA POSITIVA

Este es un sistema trifásico que puede representarse por tres fasores de igual módulo, que forman un ángulo entre dos fasores consecutivos de  $120^\circ$  y que tienen una secuencia de fase *igual a la del sistema original* (comúnmente ABC).

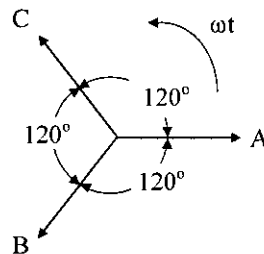


Figura II.1 Sistema de fasores de secuencia positiva

#### b- SISTEMA INVERSO O DE SECUENCIA NEGATIVA

Este es un sistema trifásico que puede representarse por tres fasores de igual módulo que forman un ángulo de 120 grados entre dos fasores consecutivos y que tienen una secuencia de fase *inversa a la del sistema original* (secuencia ACB).

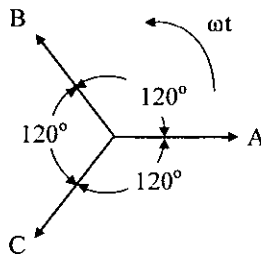
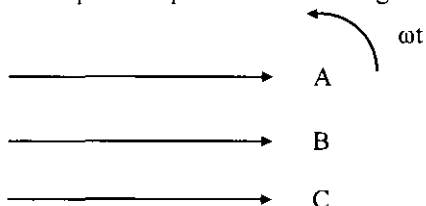


Figura II.2 Fasores de secuencia negativa.

**c-SISTEMA HOMOPOLAR O DE SECUENCIA CERO**

Este es un sistema trifásico que se representa por tres fasores de igual módulo e igual ángulo de fase.



*Figura II.3 Fasores de secuencia cero.*

La suma de los tres sistemas, de secuencia positiva, negativa y cero, de las figuras II.1, II.2 y II.3 nos da un sistema de tres fasores desequilibrados.

Consideremos un sistema trifásico desbalanceado, donde  $V_A$ ,  $V_B$  y  $V_C$  son los voltajes de las fases A, B y C respectivamente. Utilizando una nomenclatura consistente con la de las figuras tendremos que:

$V_A^1$ ,  $V_B^1$  y  $V_C^1$ , son los voltajes de secuencia positiva

$V_A^2$ ,  $V_B^2$  y  $V_C^2$ , son los voltajes de secuencia negativa

$V_A^0$ ,  $V_B^0$  y  $V_C^0$ , son los voltajes de secuencia cero.

Por lo que podemos expresar los voltajes  $V_A$ ,  $V_B$  y  $V_C$ , utilizando sus componentes simétricas:

$$\begin{aligned} V_A &= V_A^0 + V_A^1 + V_A^2 \\ V_B &= V_B^0 + V_B^1 + V_B^2 \\ V_C &= V_C^0 + V_C^1 + V_C^2 \end{aligned} \quad (\text{II.1})$$

Estas ecuaciones se pueden plantear de manera similar para las corrientes. Sean  $I_A$ ,  $I_B$  y  $I_C$ , las corrientes de un sistema trifásico desbalanceado. Se pueden escribir:

$$\begin{aligned} I_A &= I_A^0 + I_A^1 + I_A^2 \\ I_B &= I_B^0 + I_B^1 + I_B^2 \\ I_C &= I_C^0 + I_C^1 + I_C^2 \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Lo que podemos observar gráficamente en la figura II.4:

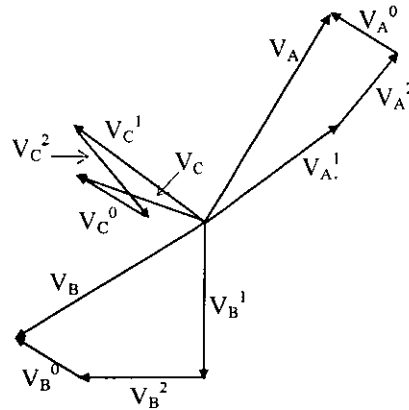


Figura II.4 Representación de un sistema desbalanceado en sus componentes simétricas

## II.2 USO DEL OPERADOR $a$

Se define el operador  $a$  como un número complejo de módulo la unidad y de argumento  $120^\circ$ . Lo cual implica que al aplicar el operador  $a$  a un vector, este girará  $120^\circ$  en sentido contrario a las manecillas del reloj sin alterarse el módulo del vector.

$$a = -0.5 + j0.866$$

Ahora, si aplicamos a un vector el operador  $a$  dos veces, hará que el vector gire  $240^\circ$ . De manera análoga si aplicamos a un vector el operador  $a$  tres veces sucesivamente el vector girará  $360^\circ$ . Es decir que:

$$a^2 = -0.5 - j0.866$$

$$a^3 = 1 + j0$$

A continuación se dan diversas combinaciones del operador  $a$ :

$$a = -0.5 + j0.866 = 1 \angle 120^\circ$$

$$a^2 = -0.5 - j0.866 = 1 \angle 240^\circ$$

$$a^3 = 1 + j0 = 1 \angle 360^\circ$$

$$a^4 = -0.5 + j0.866 = 1 \angle 120^\circ$$

$$1 + a = 0.5 + j0.866$$

$$1 - a = 1.5 - j0.866$$

$$1 + a^2 = 0.5 - j0.866$$

$$a + a^2 = -1 + j0$$

$$a - a^2 = 0 + j1.732$$

$$1 + a + a^2 = 0 + j0$$

Haciendo uso del operador  $a$  podemos escribir las ecuaciones II.1 y II.2 así:



$$\begin{aligned}
 V_A &= V_A^0 + V_A^1 + V_A^2 \\
 V_B &= V_A^0 + a^2 V_A^1 + a V_A^2 \\
 V_C &= V_A^0 + a V_A^1 + a^2 V_A^2
 \end{aligned}
 \tag{II.3}$$

De manera similar las corrientes:

$$\begin{aligned}
 I_A &= I_A^0 + I_A^1 + I_A^2 \\
 I_B &= I_A^0 + a^2 I_A^1 + a I_A^2 \\
 I_C &= I_A^0 + a I_A^1 + a^2 I_A^2
 \end{aligned}
 \tag{II.4}$$

Estas ecuaciones se pueden escribir en forma de matriz:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A^0 \\ V_A^1 \\ V_A^2 \end{bmatrix}
 \tag{II.5}$$

Si comparamos las ecuaciones (II.1) y (II.2) con las ecuaciones (II.3) y (II.4), observamos que el número de incógnitas se ha reducido en las ecuaciones II.3 y II.4, ya que se han expresado  $V_B$  y  $V_C$ , como el producto de una función del operador  $a$  y una de las componentes de  $V_A$  o de  $I_A$ . Debemos recordar que esto es posible debido a que todos los componentes de secuencia positiva son de igual magnitud y están defasados  $120^\circ$ , al igual que los de secuencia negativa, por lo que cada componente puede ser expresado en función de otra componente y una función adecuada del operador  $a$ . En cuanto a las componentes de secuencia cero, las tres componentes son de igual magnitud y están en fase por lo que cualquiera de las tres puede sustituir a la otra. Ver las figuras II.1, II.2 y II.3.

Se define:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

De donde podemos obtener:

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

Ahora, si premultiplicamos ambos miembros de la ecuación II.5 podremos obtener:

$$\begin{bmatrix} V_A^0 \\ V_A^1 \\ V_A^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}
 \tag{II.6}$$

O escrita de otra forma:

$$\begin{aligned}V_A^0 &= \frac{1}{3} [V_A + V_B + V_C] \\V_A^1 &= \frac{1}{3} [V_A + a V_B + a^2 V_C] \\V_A^2 &= \frac{1}{3} [V_A + a^2 V_B + a V_C]\end{aligned}\tag{II.6.1}$$

Ahora bien, conocidos  $V_A^0$ ,  $V_A^1$  y  $V_A^2$ , podemos conocer  $V_B^0$ ,  $V_B^1$  y  $V_B^2$ , y  $V_C^0$ ,  $V_C^1$  y  $V_C^2$  a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}V_B^1 &= a^2 V_A^1 V_C^1 = a V_A^1 \\V_B^2 &= a V_A^2 \\V_C^2 &= a^2 V_A^2 \\V_B^0 &= V_A^0 \\V_C^0 &= V_A^0\end{aligned}\tag{II.7}$$

De las ecuaciones (II.6) podemos observar algo interesante: la componente de secuencia cero, en este caso  $V_A^0$ , será igual a cero si la suma de los vectores desequilibrados es igual a cero. Y puesto que la suma de voltajes entre líneas en un sistema trifásico es siempre cero, *no habrá componentes de secuencia cero para voltajes entre líneas*, no importando el desequilibrio que exista entre fases. No siendo el caso de las tensiones de línea a neutro, puesto que la suma de estas tensiones no necesariamente da cero.

Las ecuaciones (II.6) las podemos escribir para corriente quedando:

$$\begin{bmatrix} I_A^0 \\ I_A^1 \\ I_A^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix}\tag{II.8}$$

O bien :

$$\begin{aligned}I_A^0 &= \frac{1}{3} [I_A + I_B + I_C] \\I_A^1 &= \frac{1}{3} [I_A + a I_B + a^2 I_C] \\I_A^2 &= \frac{1}{3} [I_A + a^2 I_B + a I_C]\end{aligned}\tag{II.9}$$

En un sistema trifásico, la suma de las corrientes en las líneas es igual a la corriente en el neutro  $I_N$ , por tanto:

$$I_A + I_B + I_C = I_N \quad (II.10)$$

Por lo que:

$$I_N = 3I_A^0$$

Ahora bien, si consideramos un sistema sin neutro, la corriente  $I_N$  será igual a cero, por lo que las corrientes de las líneas *no tendrán componentes de secuencia cero*. Como sería el caso de una carga conectada en delta.

Para concluir con el estudio de las componentes simétricas es importante dejar claro que las ecuaciones hasta aquí expuestas son válidas si y sólo si, se respetan las siguientes *CONSIDERACIONES*:

1. Los voltajes de secuencia positiva, negativa y cero, inducen únicamente corrientes de secuencia positiva, negativa y cero respectivamente.
2. Corrientes de determinada secuencia, sólo podrán producir voltajes de esa secuencia.
3. Los puntos 1 y 2 se resumen diciendo que no se consideran interacciones entre secuencias distintas.
4. Los elementos activos de la red, sólo generarán voltaje de secuencia positiva. Lo anterior es obvio, puesto que para que una máquina genere tensiones de secuencia negativa, tendría que girar en sentido normal y contrario al mismo tiempo. Sería asimismo imposible, que  $V_A$ ,  $V_B$  y  $V_C$ , fueran iguales en magnitud y estuvieran en fase, característica de las cantidades de secuencia cero.
5. Los voltajes de secuencia negativa y cero se consideran generados en el punto de falla y disminuyen en magnitud conforme nos alejamos del punto de falla.
6. El voltaje de secuencia positiva es cero en el punto de falla y máximo en el punto de generación.
7. Como las corrientes de secuencia cero están en fase y son de la misma magnitud, necesitan del cuarto conductor (neutro) para circular.
8. La existencia de componentes de secuencia negativa y cero en un sistema está condicionada a la presencia de un desequilibrio, adicionalmente para la secuencia cero este desequilibrio debe ir acompañado de una circulación de corriente por la tierra física (suelo).

### APENDICE III. ESTIMACION DE LA CORRIENTE DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO Y DE LINEA A TIERRA EN PLANTAS INDUSTRIALES

Debido a que en el cálculo manual de corto circuito se cometen frecuentemente errores por la gran cantidad de operaciones con números complejos, es conveniente el tener un valor estimado de las corrientes de falla como referencia. Para ello, se describe un método simplificado de estimación de valores de falla trifásica y de línea a tierra, aplicable a sistemas industriales.

Los valores deberán ser considerados exclusivamente como *referencia* a los valores calculados, estos últimos deberán apegarse a las normas existentes (se recomienda utilizar el método descrito en ANSI/IEEE 141-1999).

#### III.1 FALLA TRIFASICA

En una planta industrial es muy frecuente encontrar el siguiente circuito simplificado:

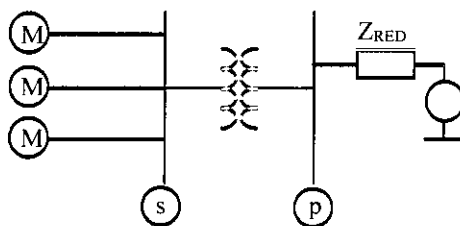


Figura III.1

en donde  $Z_{RED}$  representa la impedancia equivalente de Thevenin de alimentadores, transformadores y generadores que se encuentran en el lado primario del transformador.

Estadísticamente está demostrado que en una planta industrial, la mayor parte de los motores tiene su equipo de relevo, por lo que la demanda máxima no excede del 60% de la carga instalada. Adicionalmente, en base a la norma IEEE-141, ante la presencia de una falla de corto circuito la contribución más grande llegará a través del secundario del transformador y los motores no proporcionarán más del 30% de la corriente total de corto circuito, es decir, la falla será alimentada *predominantemente* por los generadores de la planta, y la acometida a través del transformador.

En base a estos factores la estimación partirá de los siguientes casos:

1. El nodo de falla es alimentado directamente por la acometida.
2. El nodo de falla es alimentado directamente por algún generador.
3. El nodo de falla se ubica a una o más etapas de transformación de las principales fuentes de falla (acometida y generadores).

Para el caso 1, se considera que la mayor contribución a la falla la proporciona la acometida, por lo que cualquier generador con alguna etapa de transformación se desprecia. Si no está conectado directamente un generador en el nodo, la corriente de corto circuito estimada en éste es:

$$I_{cc} \approx \frac{S_{cc}}{\sqrt{3} \times V_{nodo}} \quad (III.1)$$

donde  $I_{cc}$  Estimado de la magnitud de la corriente de corto circuito trifásico  
 $S_{cc}$  Los MVA's disponibles del sistema  
 $V_{nodo}$  Voltaje base del nodo

Para el caso 2, se considera que la contribución de cada generador es:

$$I_{cc} \approx \frac{I_{nom}}{Z_G} \quad (III.2)$$

donde  $I_{cc}$  Contribución a la corriente de corto circuito del generador  
 $I_{nom}$  Corriente nominal del generador  
 $Z_G$  Magnitud de la impedancia nominal subtransitoria del generador en p.u. (puede ser usada también la reactancia subtransitoria, dado que  $Z_G \approx x''d$ ).

Para el caso 3, el análisis se referirá a la figura III.1. En los sistemas industriales, se tiene que aproximadamente el 90 % de los nodos están alimentados por el secundario de un transformador, por lo que este caso es el más común de los tres.

Si existe una sola ruta de alimentación hacia la falla, como en la figura I, la corriente de falla en el nodo  $s$  es de aproximadamente:

$$I_{cc} \approx \frac{I_{nom}}{Z_T} \quad (III.3)$$

donde  $I_{cc}$  Estimado de la corriente de corto circuito trifásico del nodo  
 $I_{nom}$  Corriente nominal del transformador  
 $Z_T$  Impedancia nominal del transformador en p.u.

El transformador que se indica en la fórmula anterior, corresponde al transformador de la figura III.1 que es el último transformador que se encuentra en la ruta de alimentación hacia la falla. Lo anterior se sustenta en que si normalizamos la  $Z_{RED}$  y la impedancia equivalente de los motores ( $Z_M$ ) a las bases del transformador, se obtiene que:  $Z_{RED} \ll Z_T$ , mientras que  $Z_M \gg Z_T$ . Si desarrollamos las operaciones correspondientes para obtener la impedancia equivalente de Thevenin en el nodo  $s$ , se tiene que el serie de  $Z_T$  con  $Z_{RED}$  es prácticamente  $Z_T$ , obteniéndose el mismo resultado con el paralelo de  $Z_T$  con  $Z_M$ , esto es, el valor de la impedancia equivalente de Thevenin en el nodo  $s$  es muy cercana a la del transformador  $Z_T$ .

Las simplificaciones anteriores se justifican de la siguiente forma:

- Considerar un bus infinito en el lado primario del transformador ( $Z_{RED} = 0.0$ ). Estadísticamente, esta simplificación incrementa la corriente de falla en un 20% aproximadamente.
- Despreciar la contribución de los motores. Como se mencionó anteriormente, los motores aportan a la corriente de falla como máximo un 30%.

Este incremento y reducción se compensan, logrando con ello que este valor estimado no exceda una desviación del 20% del valor real de la corriente.

En los sistemas industriales es muy frecuente encontrar circuitos similares a los de la figura III.2. Debido a los requerimientos en cuanto a ampacidad, los conductores son de calibre grueso, y como las distancias que deben de cubrir son generalmente menores a los 1000 metros, se obtiene de manera general una impedancia relativamente pequeña, que ocasiona que la corriente de falla en el nodo  $q$  sea muy parecida a la del nodo  $p$ , es por ello que el valor *estimado* de la corriente de falla del nodo  $q$  es igual a la del nodo  $p$ .

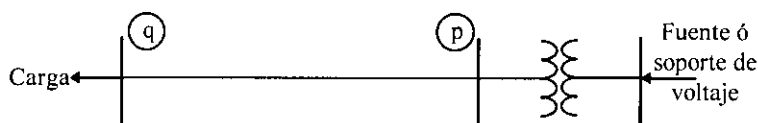


Figura III.2

Otro caso común es el de los nodos con más de una contribución importante a la corriente de falla (figura III.3), por lo que la corriente estimada total de corto circuito de este nodo será igual a la suma de las corrientes de contribución más importantes, para este caso la del generador y la de la acometida a través del transformador:

$$I_T = I_G + I_{TR}$$

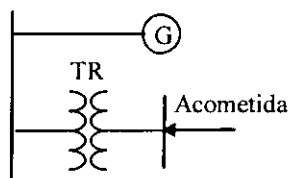


Figura III.3

### III.2 FALLA DE LINEA A TIERRA

Los sistemas industriales utilizan, por lo general, tres tipos de aterrizamiento:

- Sólidamente aterrizado.
- Aterrizado a través de una impedancia (R, X<sub>L</sub>, X<sub>C</sub>, o combinados).
- Aislado de tierra.

Los valores estimados de falla a tierra dependerán del tipo de aterrizamiento existente.

En los sistemas industriales se manejan niveles de voltaje en mediana tensión (desde 1 kV hasta 15kV) y en baja tensión (menores a 1kV).

Antes de continuar con el análisis, es conveniente recordar bajo que circunstancias se emplean cada tipo de aterrizamiento.

En mediana tensión, el sistema se aterriza a través de una impedancia para disminuir los esfuerzos dinámicos y térmicos en ellos, estableciendo la norma que dicha limitación oscila entre los 100 y 500 amperes.

En baja tensión se tienen estadísticamente los valores de falla a tierra más grandes, dado que no se acostumbra aterrizar el sistema a través de impedancias, es decir, el sistema está *sólidamente aterrizado*. Esto se debe principalmente a la presencia de cargas monofásicas y/o bifásicas, lo que implica un desbalanceo en las fases y por lo tanto, una corriente circulante a través del neutro, la cual produciría en la impedancia de puesta a tierra una diferencia de potencial, generando un indeseable voltaje neutro-tierra.

Para impedir la contribución de múltiples fuentes de corriente a tierra durante una falla, en el sistema se crean *islas de contribución de corrientes a tierra*, ésto se logra mediante la selección adecuada de las conexiones de transformadores. Los sistemas así diseñados presentan una mejor selectividad para las fallas a tierra. En la figura III.4 se observan dichas islas a través de las líneas punteadas.

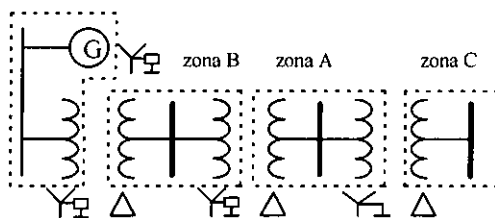


Figura III.4

Cuando el sector del sistema donde se analiza la falla está aterrizado sólidamente (zona A), la impedancia equivalente de secuencia cero es prácticamente igual a la de secuencia positiva, por lo que la

corriente de corto circuito de línea a tierra **estimada** será igual a la corriente estimada de falla trifásica. Para el caso de los nodos alimentados sólo por transformadores, se utiliza la ecuación (III.3).

Cuando el equipo está aterrizado a través de una impedancia (zona B), entonces la corriente estimada de falla será igual a la suma de las corrientes (limitadas) de cada puesta a tierra en ese sector del sistema.

En base a la figura III.3, suponiendo que la corriente a la que limita la impedancia del generador es de 500 amperes y la del transformador a 300 A, entonces la corriente total estimada de falla de línea a tierra de ese nodo es de  $500 + 300 = 800$  A. Para el caso del nodo en donde está conectada la acometida, la corriente estimada de corto circuito monofásico es igual al trifásico.

**III.3 EJEMPLO DE ESTIMACION DE LAS CORRIENTES DE FALLA**

Se estimarán las corrientes trifásicas y de línea a tierra para el bus 1 y 2 del sistema industrial del ejemplo tratado en la sección 5.11. Por facilidad, el sistema se muestra nuevamente en la figura III.5.

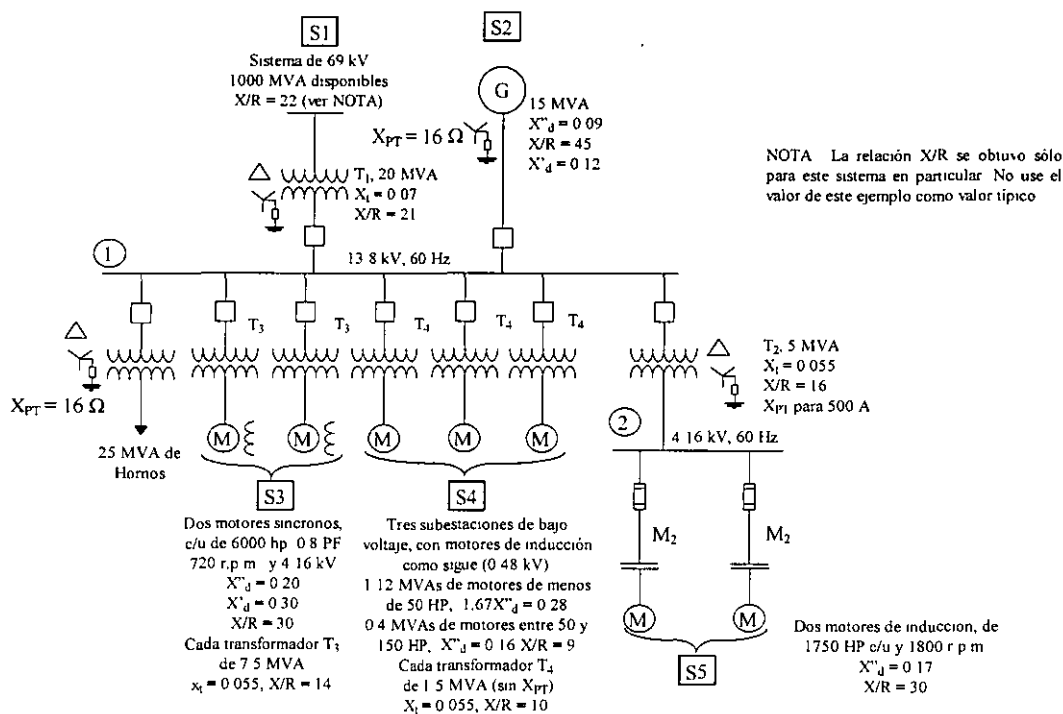


Figura III.5

La corriente estimada de corto circuito trifásico del nodo 1 es:

$$I_{cc} \approx \frac{I_{nT1}}{Z_{T1}} + \frac{I_{nG}}{Z_G} = \frac{20MVA}{\sqrt{3} \times 13.8kV} + \frac{15MVA}{\sqrt{3} \times 13.8kV}$$

$$I_{cc} \approx 19 \text{ kA sim}$$

La corriente estimada de corto circuito trifásico del nodo 2 es:

$$I_{cc} \approx \frac{I_{nT2}}{Z_{T2}} = \frac{\frac{5MVA}{\sqrt{3} \times 4.16kV}}{(0.055)}$$

$$I_{cc} \approx 12.62 \text{ kA sim}$$

La corriente que circula a través de la impedancia de aterrizamiento del transformador T<sub>1</sub> es de:

$$I_{cc} = \frac{13.8kV}{\sqrt{3} \times 16\Omega} = 497.96 \text{ A} \approx 500 \text{ A}$$

Debido a que el generador está al mismo voltaje, entonces, su impedancia también limita aproximadamente a 500 A la corriente de falla monofásica.

Por lo anterior, la magnitud estimada de la corriente de corto circuito de línea a tierra en el nodo 1 es de **1kA**.

La corriente de falla de línea a tierra estimada del nodo 2 es de **500A**.

Los valores reales calculados (sección 5.11) de las corrientes de corto circuito son los siguientes:

Falla trifásica del **NODO 1** (Primera red).

$$I_{cc3F} = \frac{10MVA}{\sqrt{3} \times 13.8kV} \times 46.41113 \angle -87.708^\circ = \underline{\underline{19.4169}} \angle -87.708^\circ \text{ kA simétricos}$$

(estimado = 19 kA simétricos)

Falla trifásica del **NODO 2** (Primera red).

$$I_{cc3F} = \frac{10MVA}{\sqrt{3} \times 4.16kV} \times 9.26494 \angle -86.906^\circ = \underline{\underline{12.8585}} \angle -86.906^\circ \text{ kA simétricos}$$

(estimado = 12.62 kA simétricos)

Corriente de falla de línea a tierra del **NODO 1**.

$$I_{cc1FT} = \frac{10MVA}{\sqrt{3} \times 13.8kV} \times 2.260 \angle -89.88^\circ = \underline{\underline{945.82}} \angle -89.88^\circ \text{ A simétricos}$$

(estimado = 1000 A simétricos)

Corriente de falla de línea a tierra del **NODO 2**.

$$I_{cc1FT} = \frac{10MVA}{\sqrt{3} \times 4.16kV} \times 0.346 \angle -89.88^\circ = \underline{\underline{481.03}} \angle -89.88^\circ \text{ A simétricos}$$

(estimado = 500 A simétricos)



## APENDICE V. DISCO DE TRABAJO

Se incluye un disco de computadora de 3 1/2" de alta densidad (HD), conteniendo los siguientes directorios (carpetas):

- **YBUS\_IN.** Cálculo de la matriz de admitancias nodales  $Y_{BUS}$  por inspección de la red y obtención de la matriz de impedancias nodales  $Z_{BUS}$  por inversión de la matriz  $Y_{BUS}$ . Archivos del directorio:
  - YBUS\_IN.EXE.* Programa ejecutable.
  - YBUS\_IN.DAT.* Archivo de datos para el sistema de ejemplo.
  - YBUS\_IN.EJM.* Archivo de referencia para la construcción de archivos de datos.
  - YBUS\_IN.RES.* Archivo de resultados para el sistema de ejemplo.
  - \*.FOR.* Archivos fuente del programa *YBUS\_IN.*
- **TRANSIN.** Cálculo de la matriz de admitancias nodales  $Y_{BUS}$  por transformaciones singulares. Archivos del directorio:
  - ATYA\_IN.EXE.* Programa ejecutable.
  - ATYA\_IN.DAT.* Archivo de datos para el sistema de ejemplo.
  - ATYA\_IN.EJM.* Archivo de referencia para la construcción de archivos de datos.
  - ATYA\_IN.RES.* Archivo de resultados para el sistema de ejemplo.
- **ZBUS\_AL.** Cálculo de la matriz de impedancias nodales  $Z_{BUS}$  por agregación de elemento a elemento. Archivos del directorio:
  - ZBUS\_AL.EXE.* Programa ejecutable.
  - ZBUS\_AL.DAT.* Archivo de datos para el sistema de ejemplo.
  - ZBUS\_AL.EJM.* Archivo de referencia para la construcción de archivos de datos.
  - ZBUS\_AL.RES.* Archivo de resultados para el sistema de ejemplo.
- **FLU\_GVC.** Estudio de flujos de potencia por el método de Gauss-Seidel considerando nodos de voltaje controlado. Archivos del directorio:
  - FLU\_GVC.EXE.* Programa ejecutable.
  - FLU\_GVC.DAT.* Archivo de datos para el sistema de ejemplo.
  - FLU\_GVC.EJM.* Archivo de referencia para la construcción de archivos de datos.
  - FLU\_GVC.RES.* Archivo de resultados para el sistema de ejemplo.
- **CORTOZB.** Estudio de corto circuito por el método de  $Z_{BUS}$ -componentes simétricas. Archivos del directorio:
  - CORTOZB.EXE.* Programa ejecutable.
  - CORTOZB.DAT.* Archivo de datos para el sistema de ejemplo.
  - CORTOZB.EJM.* Archivo de referencia para la construcción de archivos de datos.
  - CORTOZB.RES.* Archivo de resultados para el sistema de ejemplo.

**BIBLIOGRAFIA**

1. Anderson, Paul M. *Analysis of Faulted Power Systems*. Iowa State Press, Ames, 1995.
2. Arrillaga, J. & Arnold, C.P. *Computer Analysis of Power Systems*. John Wiley & Sons Ltd., 1990.
3. Brown, Homer E. *Solution of Large Networks by Matrix Methods*. Wiley, New York, 1975.
4. El-Abiad, A.H., Ruth Guidone, and G. W Stagg: Calculation of Short Circuits Using a High-speed Digital Computer, *Trans. AIEEE*, vol.80, pt. III pp. 702-707, 1985.
5. Elgerd, Olle I. *Electric Energy Systems Theory: An Introduction*. McGraw-Hill, New York, 1985.
6. Fortescue, C. L. *Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks*. *Trans. AIEEE* 37: 1027-1140, 1918.
7. Gönen, Turan. *Electric Power Distribution System Engineering*. McGraw-Hill Book Company, 1987
8. Gross, Charles A. *Power System Analysis*. 2nd ed. John Wiley & Sons, New York, 1986.
9. Hayt, William H., Jr., and Jack E. Kemmerly. *Engineering Circuit Analysis* McGraw-Hill, New York, 1986.
10. *IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronic Terms*. IEEE Std 100-1992.
11. IEEE Red Book. *IEEE Recommended Practice for Electric Power Distribution*. Wiley Interscience, New York, 1993
12. IEEE Brown Book. *IEEE Recommended Practice for Power System Analysis*. Wiley Interscience, New York, 1990.
13. Neuenswander, John R. *Modern Power Systems*. International Textbook Co., Scraton, PA, 1971.
14. Stagg, Glenn, and Ahmed H. El-Abiad. *Computer Methods in Power Systems Analysis*. McGraw-Hill, New York, 1968.
15. Stevenson, William D., Jr. *Elements of Power System Analysis*. 4th ed. McGraw-Hill, New York, 1982
16. Stott, B., and O. Alsac. *Fast Decoupled Load Flow*. IEEE Trans. PAS-93, 859-869, 1974.
17. Van Ness, J. E., and J. H. Griffin. *Elimination Methods for Load Flow Studies*. AIEE Trans PAS-80, 299, 1961.
18. **551-2006** IEEE Recommended Practice for Calculating Short-Circuit Currents in Industrial and Commercial Power Systems (*IEEE Violet Book*)