



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y  
DESARROLLO DE EDUCACIÓN EN LÍNEA  
(CIDEL)

CURSO

SISTEMAS DE POSICIONAMIENTO GLOBAL (GPS)

CV135

DEL 21 AL 25 DE NOVIEMBRE DEL 2005

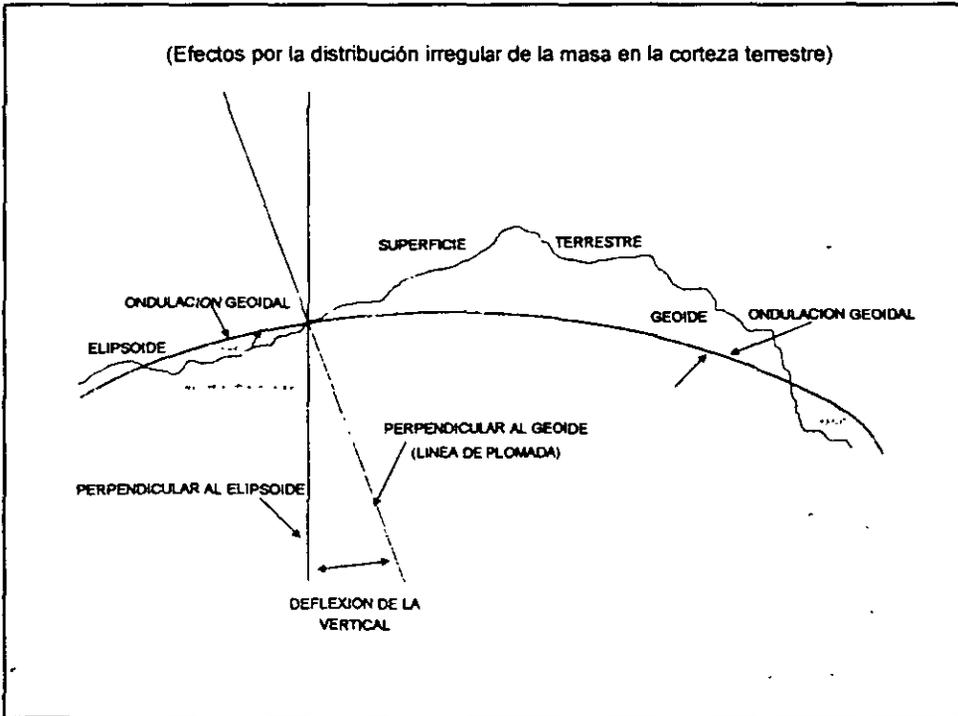
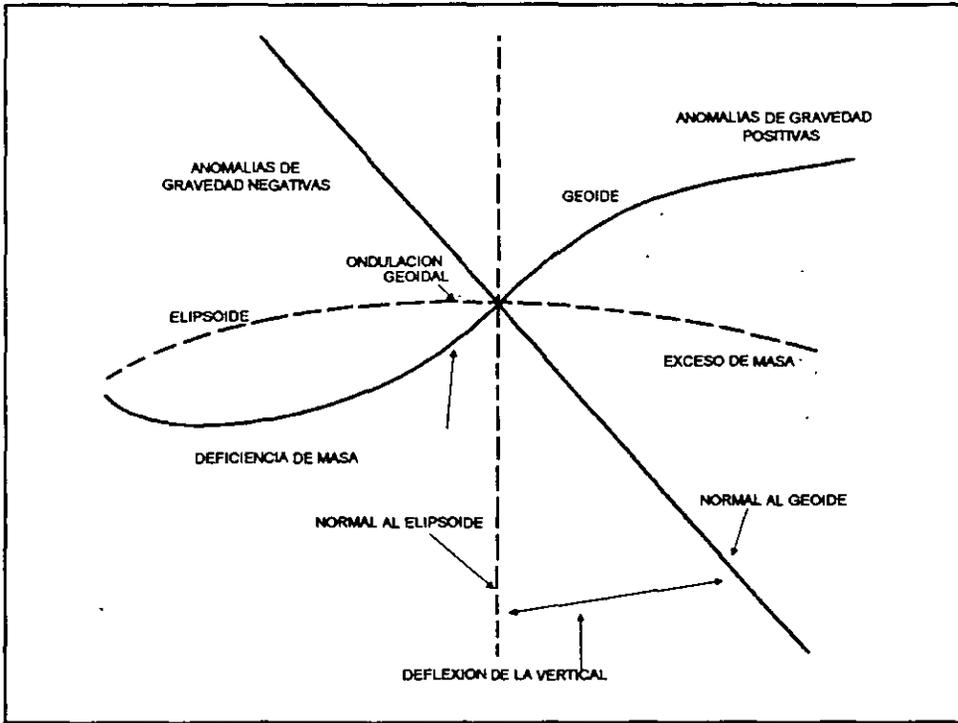
Instructor:

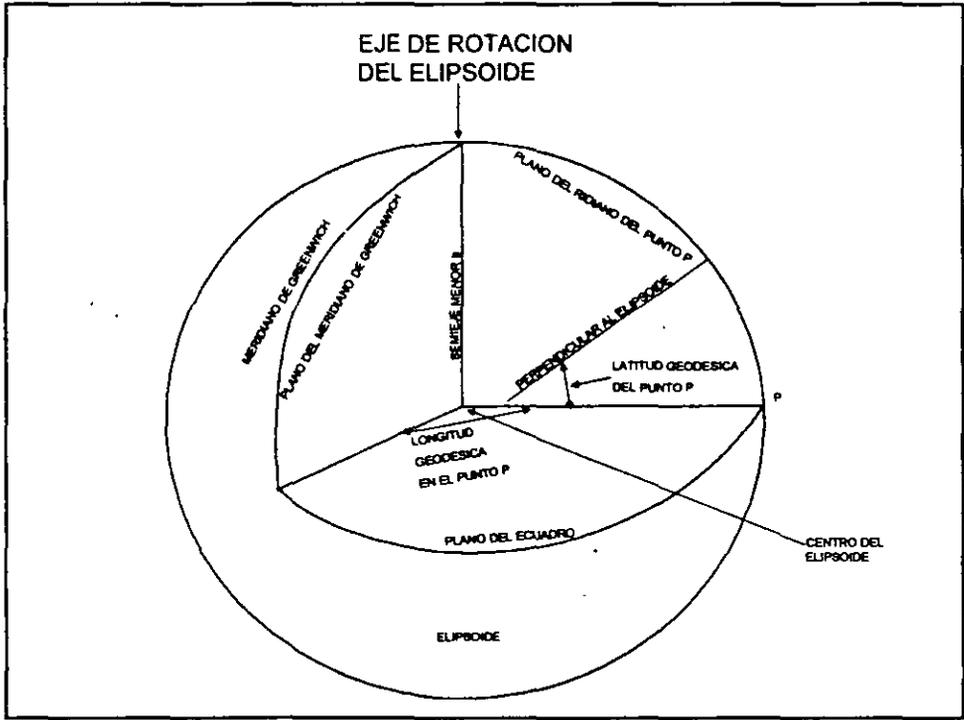
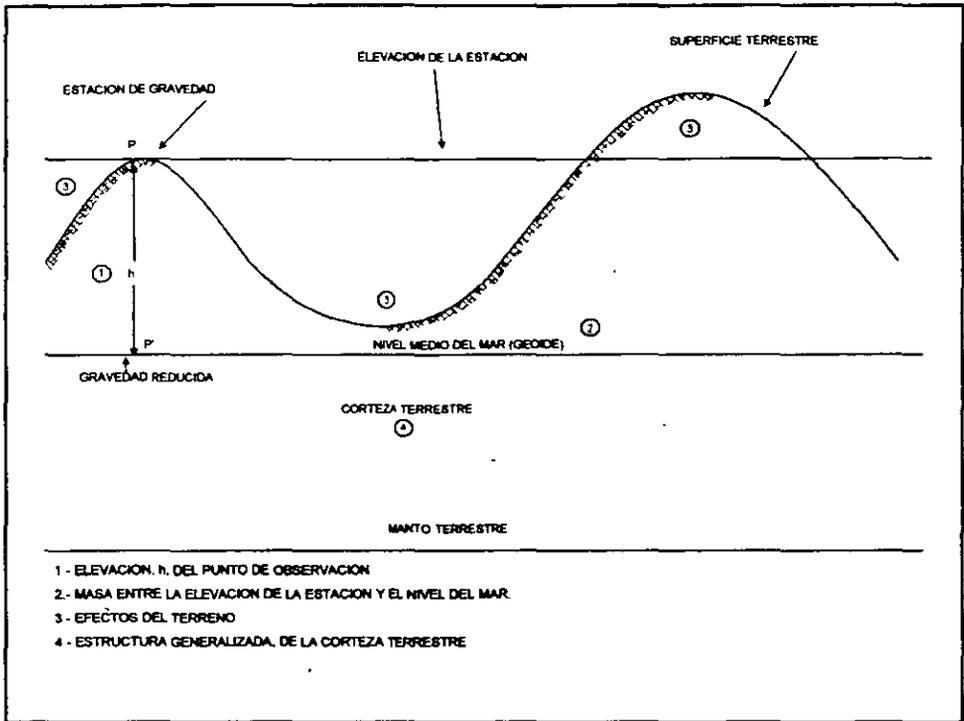
Ing. Juan Carlos Hernández Correa

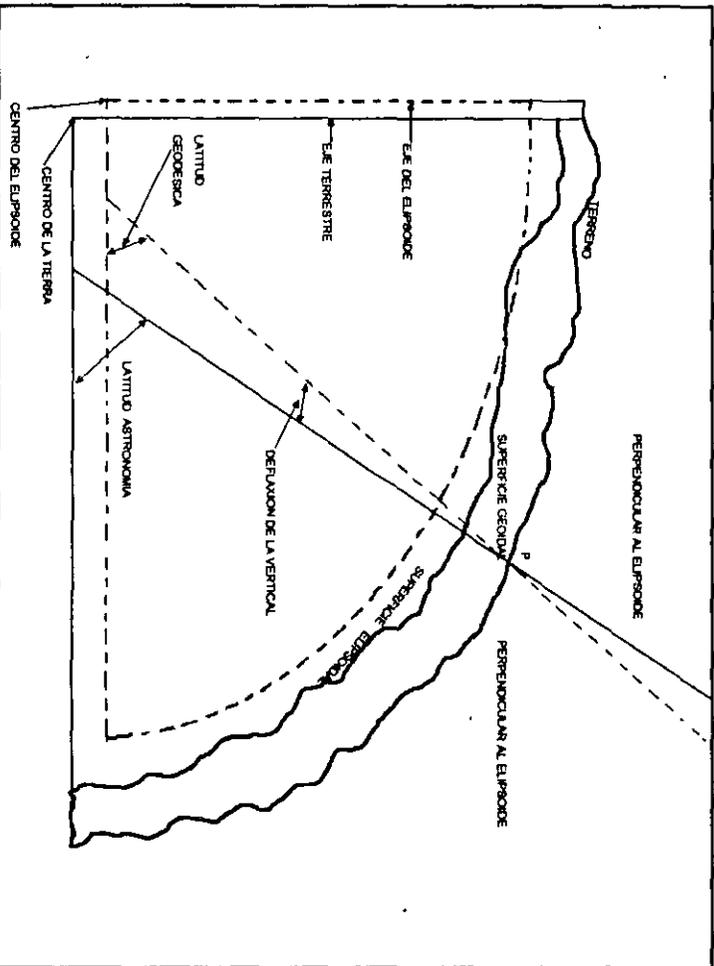
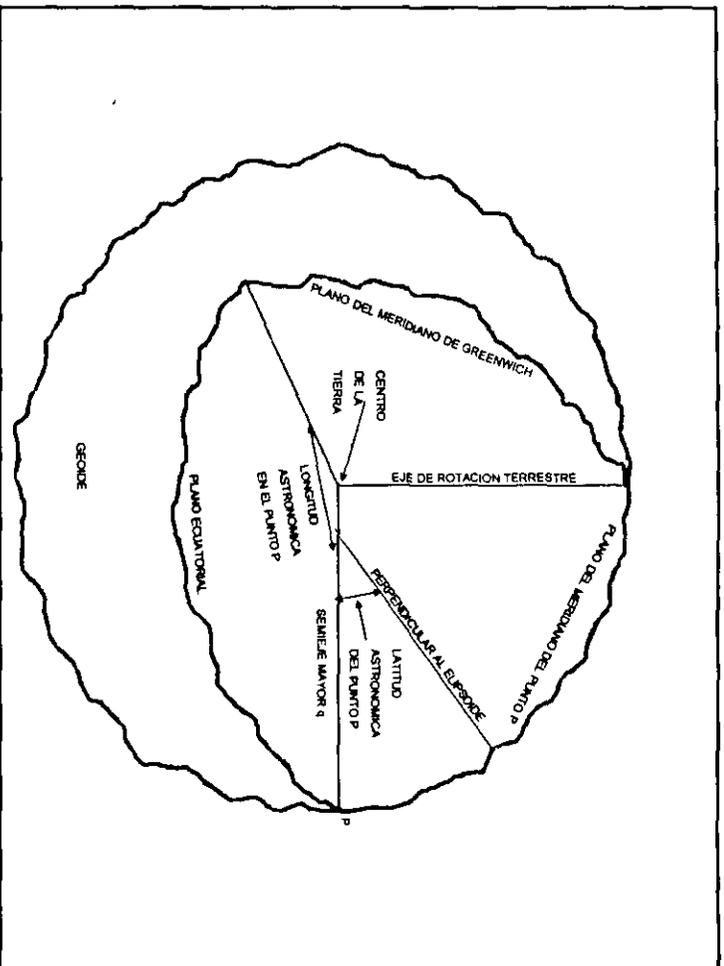
COMISIÓN FEDERAL DE ELECTRICIDAD

# **SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL (GPS)**

- 1) Forma y dimensiones de la Tierra.
- 2) Cartografía.
- 3) Proyecciones cartográficas.
- 4) Proyección Universal Transversa de Mercator.
- 5) Fundamentos del Sistema de Posicionamiento Global (GPS).
- 6) Metodología de campo (práctica).
- 7) Combinaciones lineales (postproceso).
- 8) Aplicaciones del Sistema de Posicionamiento Global.







# I. CARTOGRAFÍA

## 1. ASPECTOS GENERALES.

La definición mas común dice que la cartografía es el conjunto de procedimientos que permiten reunir, analizar, generalizar y sintetizar datos de la superficie terrestre para representarlos a una escala reducida.

El objetivo principal es entonces la concepción, preparación y elaboración de mapas. Estos son verdaderos bancos de datos que muestran en una forma organizada y fácil de consultar la representación fiel del terreno.

El uso de los mapas es necesario para apoyar infinidad de actividades como localización de puntos, distribución local o regional, planeacion, estrategias de crecimiento urbano, entre muchos otros.

### ◆ Definiciones.

*Mapa.*

Es una representación geométrica plana, simplificada y convencional de toda o parte de la superficie terrestre, con una relación de similitud proporcional denominada escala.

*Carta.*

Es un mapa hecho por lo general a escalas medias y pequeñas, utilizando proyecciones cartográficas. Comúnmente se usa como sinónimo de mapa.

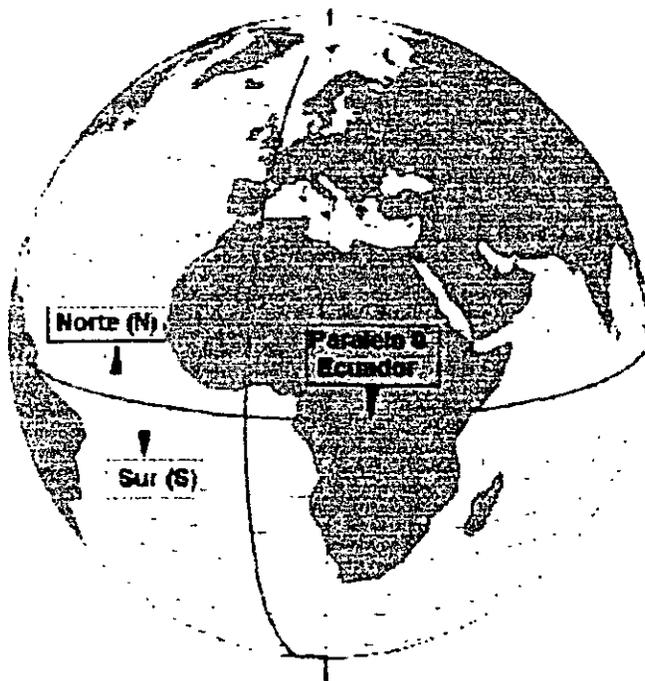
*Plano.*

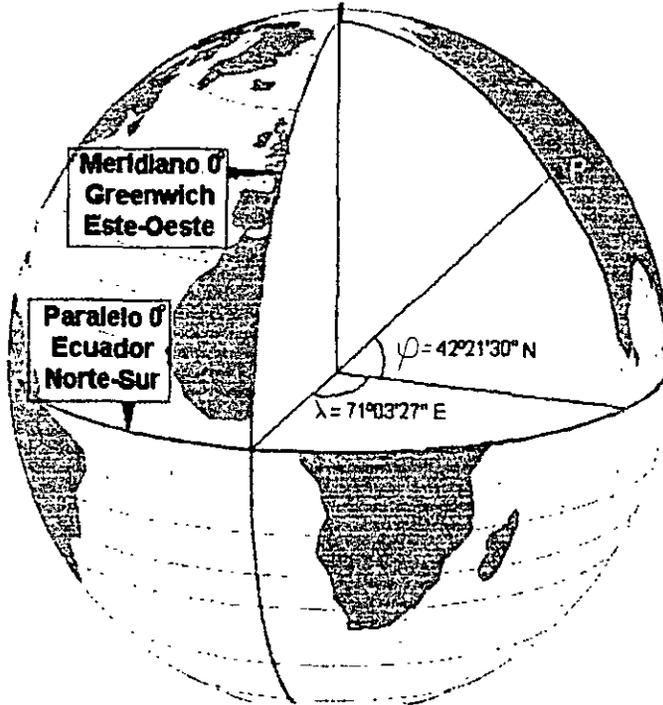
En cartografía es una representación geométrica de una parte de la superficie terrestre a escala grande en la que no se considera la curvatura de la Tierra.

### ◆ Latitud, longitud y altitud.

El método sistemático mas antiguo de ubicación sobre la superficie terrestre, es el basado en las coordenadas geográficas de latitud y longitud; esta basado en dos líneas, una conocida como Ecuador que corre de este a oeste siendo equidistante a los polos norte y sur; y la otra va desde el polo norte al polo sur denominado meridiano de origen (de Greenwich).

Mediante el trazo de un grupo de círculos con orientación este - oeste alrededor de la esfera terrestre y paralelos al Ecuador *paralelos*, y otro grupo de ellos con dirección norte - sur que cruzan el Ecuador en ángulo recto y convergen en los polos *meridianos*, se obtiene una red de líneas de referencia, desde las cuales se puede localizar cualquier punto de la superficie terrestre y obtener sus valores de longitud y latitud.





La longitud de un punto se obtiene midiendo del 0° a 180° hacia el este o el oeste del mediano de Greenwich (de origen). La latitud se mide a partir del Ecuador, hacia el norte o sur de 0° a 90°.

### ◆ Clasificación de mapas.

Los mapas se pueden clasificar por su escala y por su contenido.

a) Por su escala se dividen en tres grupos:

Escalas grandes	1: 25 000 y mayores
Escalas medianas	1: 25 000 hasta 1: 250 000
Escalas pequeñas	1: 500 000 y menores

Una clasificación más amplia es la siguiente:

Escalas muy grandes	1: 2 500 y mayores
Escalas grandes	1: 5 000 hasta 1: 25 000
Escalas medianas	1: 50 000 hasta 1: 250 000
Escalas pequeñas	1: 500 000 hasta 1: 2 500 000
Escalas muy pequeñas	1: 5 000 000 y menores

b) Atendiendo a su contenido, los mapas se dividen en dos grandes grupos: mapas topográficos y mapas temáticos.

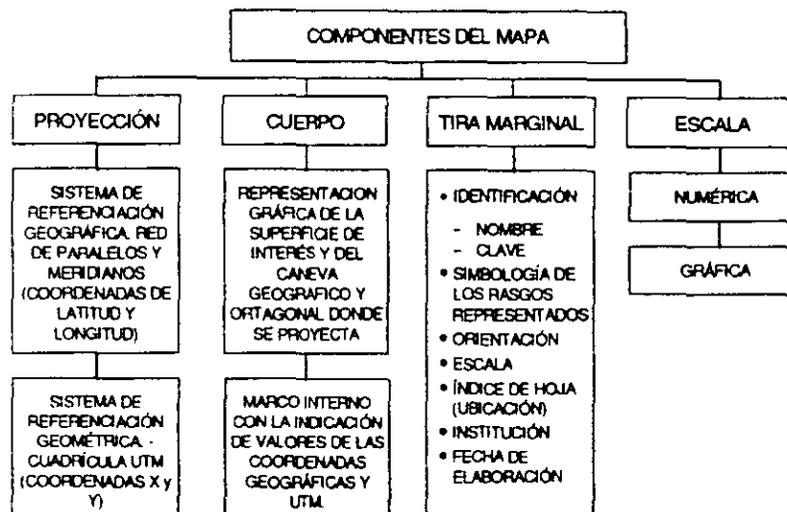
- Los Mapas Topográficos también llamados básicos, sirven para determinar las medidas y configuraciones de un área geográfica. Con su auxilio, se puede calcular distancia y diferencias de nivel entre lugares, longitudes de caminos, la altura de cerros y montañas, etc. también es posible localizar pueblos, ciudades, casas asiladas, vías de comunicación, represas, puentes y demás obras humanas. se puede conocer el curso de los ríos, la ubicación de bosques y zonas de cultivo, y en forma aproximada se puede calcular el volumen de

algunas masas de agua, o el número de habitante de una población. El objetivo de estos mapas es describir con precisión y riguroso detalle los accidentes topográficos naturales y artificiales.

- ✍ Los Mapas Temáticos, tal como su nombre lo indica, están enfocados a temas específicos y por tanto el contenido de su información y sus objetivos están dirigidos al tema que se trate. Estos contienen la información topográfica, necesaria para sustentar el contenido temático y complementario.
- ✍ La Cartografía Temática es tan extensa que ha sido necesario agruparla en grandes temas:
  - ✍ Cartografía Náutica y Militar: Cartas de navegación, aeronáutica y de tácticas militares.
  - ✍ Cartografía Física: Mapas geológicos, climáticos, fisiográficos, técnicos y de oceanografía física.
  - ✍ Cartografía Biológica: Mapas forestales, cinegéticos, flora y fauna, zoología marina, etc.
  - ✍ Cartografía Humana: Mapas étnicos, lingüísticos, religiosos, socioeconómicos, turísticos, censales, etc.
  - ✍ Cartografía Censal: Son los mapas en los que se representa el Marco Geostadístico de un país, teniendo además información básica de rasgos naturales y culturales, con el objeto de relacionar la información estadística con los lugares geográficos correspondientes.

## 2. COMPONENTES DE UN MAPA

Una forma de interpretar el contenido de un mapa es analizándolo a través de sus componentes, los cuales se presenta en el esquema siguiente:

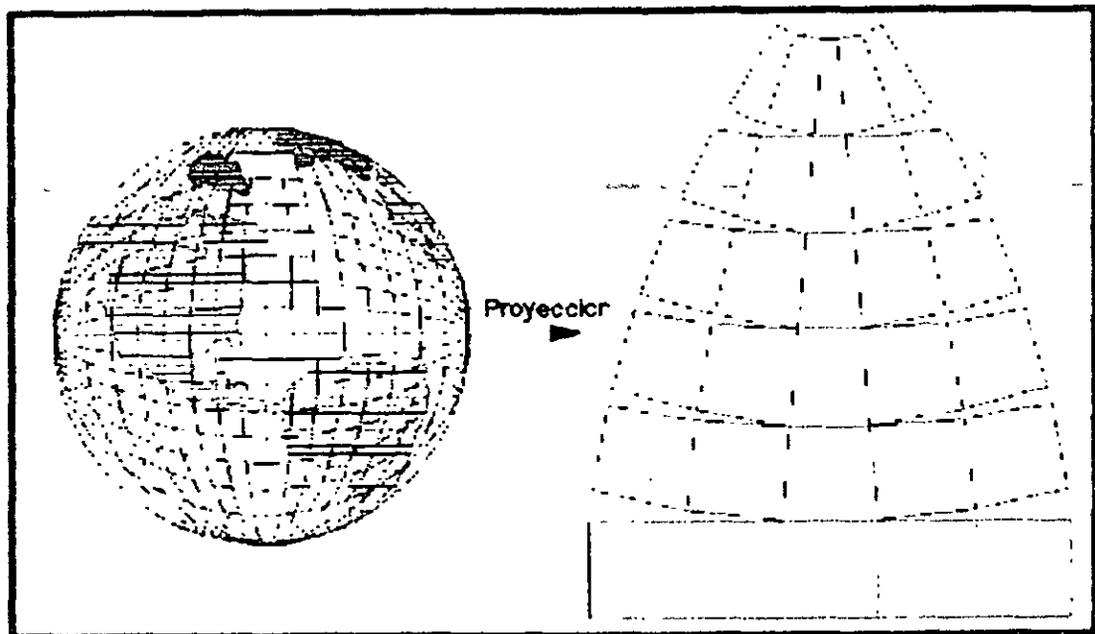


## II.-PROYECCIONES.

Siempre que se intenta representar a la Tierra, la cual tiene una forma aproximadamente esférica, sobre un plano, resulta obvio que es imposible hacerlo sin distorsión debido a la curvatura de la Tierra; por ejemplo, si se tomara la mitad de una cáscara de naranja y se intentara estirla o aplanarla, los bordes se romperían.

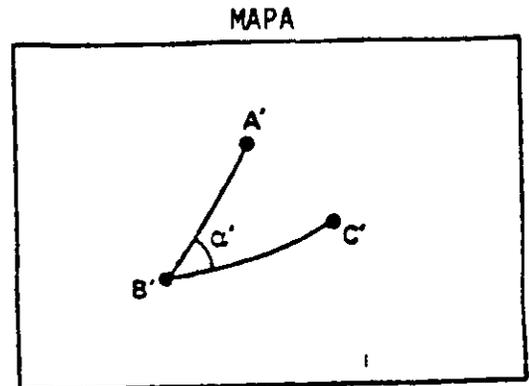
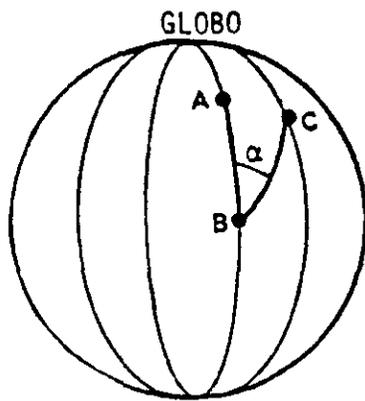
Para resolver el problema, se utiliza un sistema que relaciona los puntos sobre la superficie de la Tierra y los puntos dibujados sobre el mapa. A este sistema se le conoce con el nombre de proyección.

Una proyección es una transformación geométrica para trasladar la red de meridianos y paralelos de una esfera, sobre una superficie que puede convertirse en plana, tal como la cilíndrica o la cónica.



Toda proyección introduce deformaciones ya que es imposible transformar una superficie curva en planas sin hacerlo; las deformaciones pueden ser angulares, lineales o de áreas. Dependiendo del uso que se le vaya a dar al mapa, se tratará de eliminar alguna de las deformaciones antes mencionada usando los siguientes tipos de proyecciones:

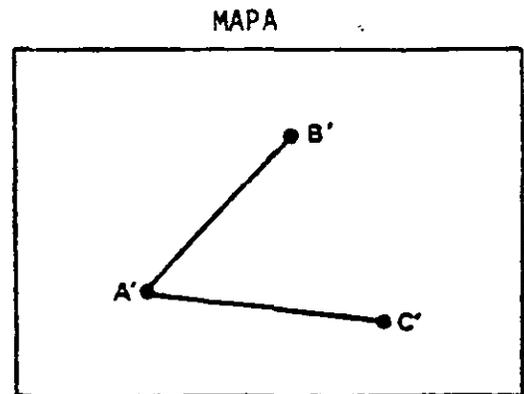
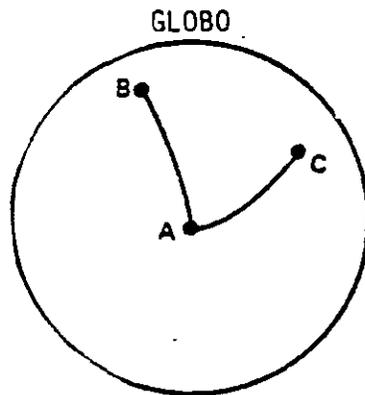
- ✍ Conformes: Conservan formas (ángulos).
- ✍ Equidistantes: Conservan distancias.
- ✍ Equivalentes: Conservan áreas.
- ✍ Azimutales: Conservan direcciones.



¿ES  $\alpha = \alpha'$ ?

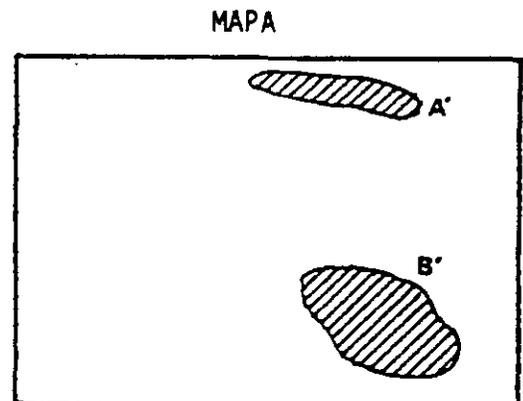
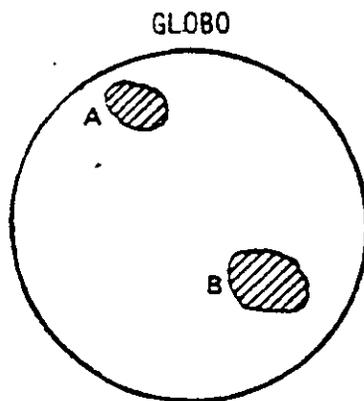
La preservación de ángulos implica la preservación de formas

a) CONFORMIDAD



Si  $AB=AC$ , ¿son iguales las distancias  $A'$  a  $B'$  y  $A'$  a  $C'$ ?

b) EQUIDISTANCIA

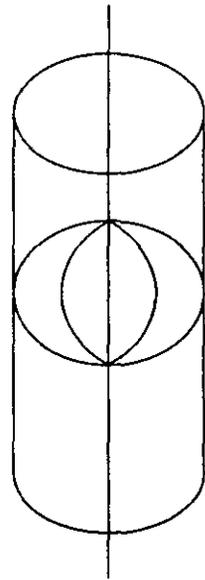


Si las áreas  $A$  y  $B$  son iguales en el globo, ¿son iguales en el mapa las áreas  $A'$  y  $B'$ ?

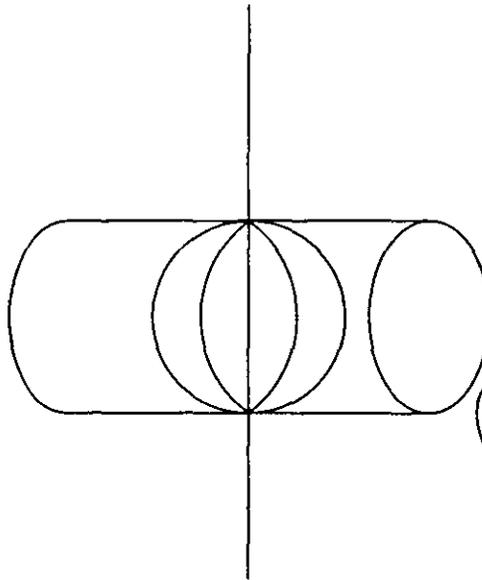
c) EQUIVALENCIA

Las proyecciones según la figura utilizada, se clasifican en :

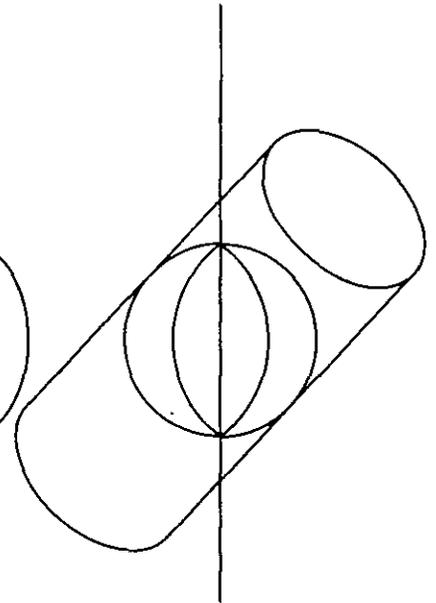
- ✎ Proyecciones cilíndricas. Se efectúan sobre un cilindro, el cual según la posición de su eje, en relación al eje de rotación terrestre, da lugar a los siguientes tipos:



NORMAL

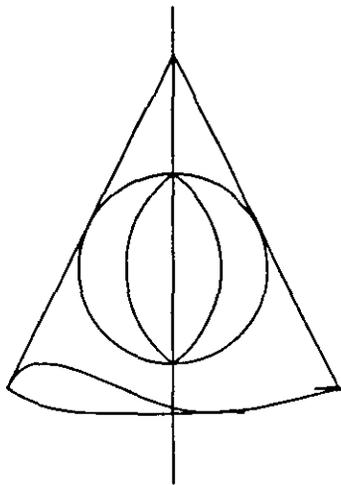


TRANSVERSAL

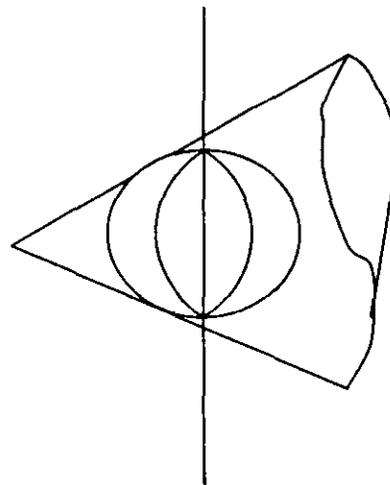


OBLICUA

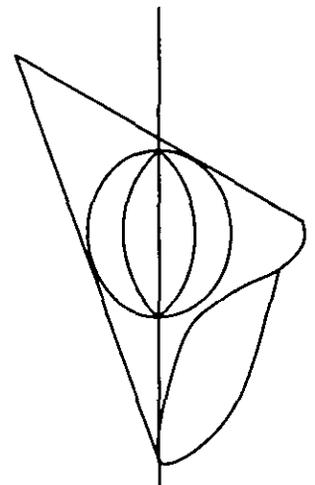
- ✓ Proyecciones cónicas: Se proyectan sobre un cono, cuyo eje puede ser coincidente con el eje de rotación de la Tierra, con el Ecuador, oblicua a éstos, dando lugar a las siguientes proyecciones:



POLAR

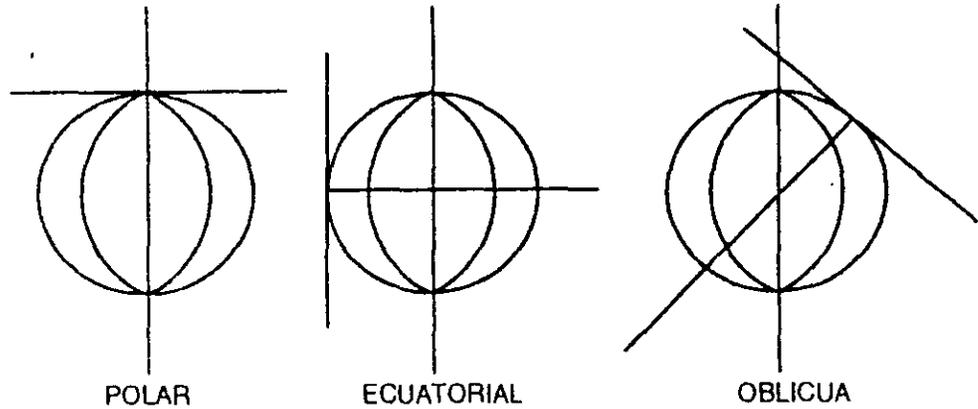


ECUATORIAL



OBLICUA

- ✍ Proyecciones acimutales. Estas proyecciones se efectúan sobre un plano tangente en un punto de la esfera terrestre, dado lugar según su posición a las siguientes:

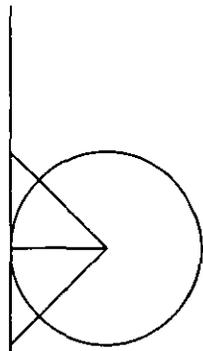


- ✍ Proyecciones por su posición:

- 1) Sobre el Ecuador (Ecuatoriales)
- 2) Sobre el Polo (Polares).
- 3) En cualquier punto (Oblicuas).
- 4) En cualquier paralelo ( Directa).
- 5) Sobre un punto del Ecuador ( Transversa ).
- 6) Sobre un Meridiano ( Meridiana).

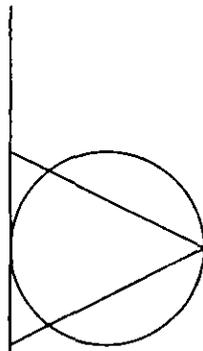
- Proyecciones Perspectivas.

- 1) Gnomónica (Punto de proyección el centro de la Tierra).
- 2) Estereográfica (Punto de proyección un punto opuesto a la Tierra).
- 3) Ortográfica (Punto de proyección en el infinito)



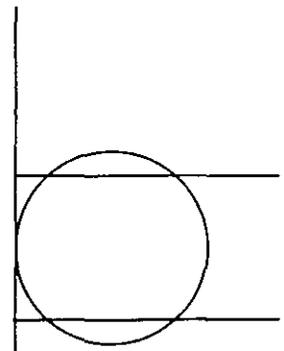
Gnomónica

Punto de Proyección  
el centro de la Tierra.



Estereográfica

Punto de Proyección  
opuesto sobre la Tierra  
al punto de tangencia.



Ortográfica

Punto de Proyección  
en el infinito.

### III.- PROYECCIÓN UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR.

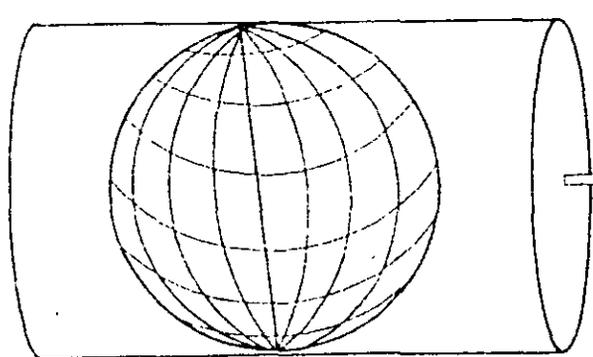
Es un sistema que se basa en la proyección de los elementos de la superficie terrestre, sobre un cilindro que la envuelve y cuyo eje es perpendicular (transverso) al eje terrestre (90°).

En estas proyecciones se conservan los ángulos de las coordenadas geográficas, al ser proyectadas sobre la cuadrícula regular (UTM) del cilindro al extenderse.

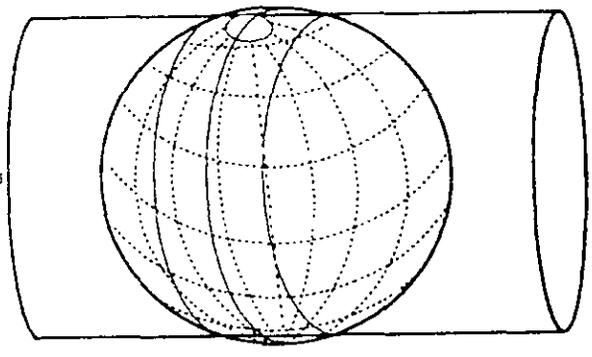
El INEGI y las instituciones cartográficas en México y en la mayor parte de los países del mundo, utilizan esta proyección para elaborar los productos cartográficos a escalas 1: 250 000, 1: 50 000 y mayores, de ahí su nombre de *Universal*.

Es una proyección conforme, ya que conserva forma y ángulo. Fue modificada en su condición de tangente para convertirla en secante.

Las siguientes figuras esquematizan el cilindro envolvente en su condición tangente y secante.

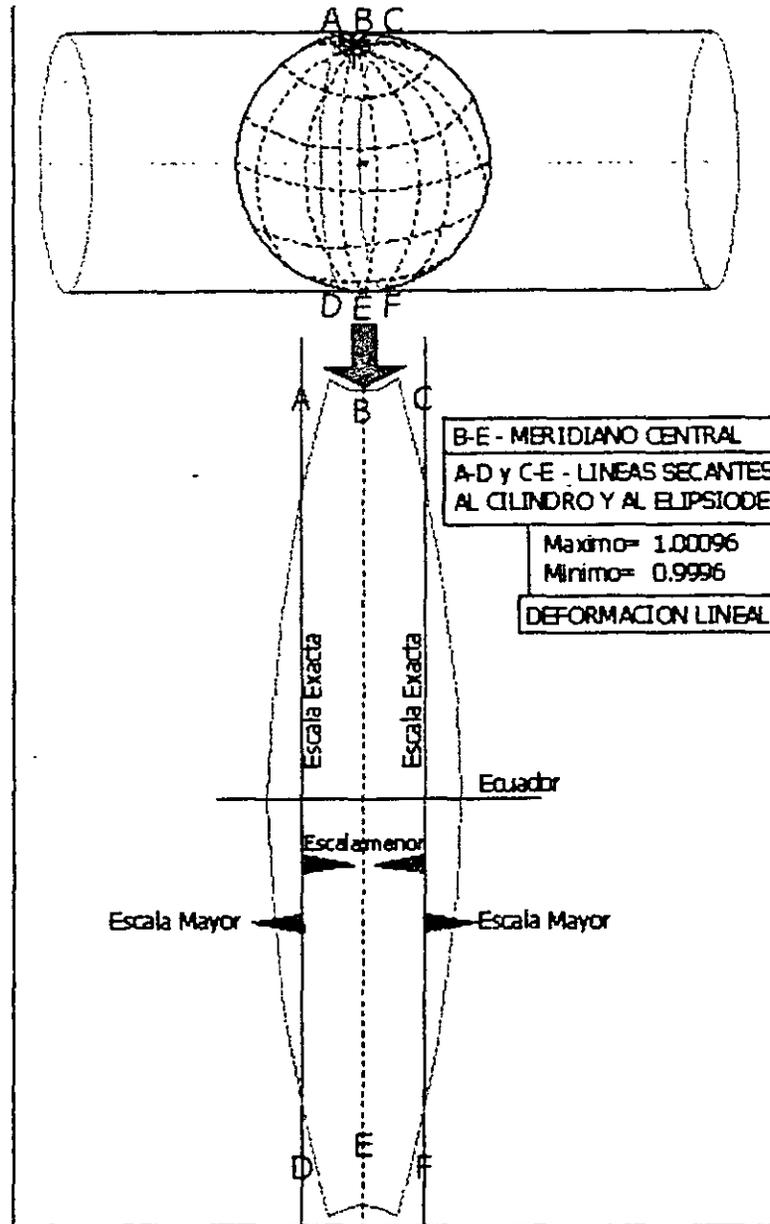


PROYECCIÓN UNIVERSAL TRANSVERSA  
DE MERCATOR (TANGENTE)



PROYECCIÓN UNIVERSAL TRANSVERSA  
DE MERCATOR MODIFICADA (SECANTE)

El cilindro es secante, o sea que corta la superficie terrestre en dos puntos separados,  $6^\circ$  por lo que la representación total de la Tierra se obtiene girando este cilindro cada  $6^\circ$  de W a E, a modo de ir trazando, en la parte central del cilindro, cada una de la 60 zonas que resultan de la esfera terrestre (husos meridianos)

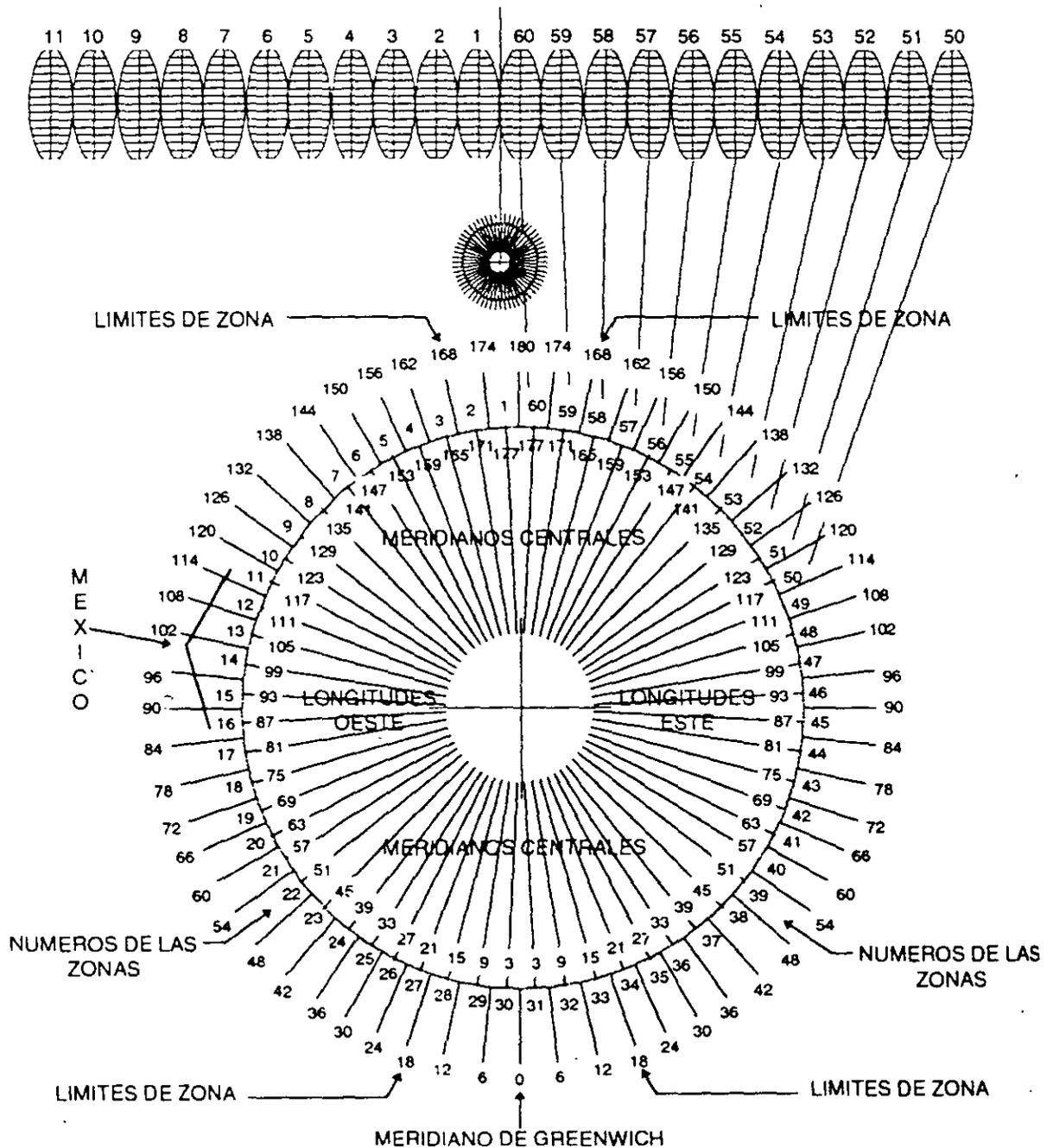


Las 60 zonas se empiezan a contar hacia el este, a partir del meridiano de  $180^\circ$  de longitud (Antimeridiano de Greenwich)

México queda comprendido entre los husos 11 y 16.

Cada huso es controlado por un meridiano central; para la Republica Mexicana se utilizan los meridianos centrales al oeste de Greenwich de:  $87^\circ$ ,  $93^\circ$ ,  $99^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $111^\circ$  y  $117^\circ$ .

En la siguiente figura se muestran las 60 zonas en que se divide la Tierra para los fines de esta proyección, los meridianos que las limitan, sus meridianos centrales y su posición con respecto al meridiano de Greenwich.



El origen de las medidas en cada zona de la cuadrícula UTM Es El Ecuador y el Meridiano Central en cada una de ellas

El Ecuador tiene un valor de 0 para el Hemisferio Norte y 10 000 para el Hemisferio Sur.

El meridiano central de cada zona, coincide exactamente con la línea de cuadrícula.

A la línea de la cuadrícula que coincide exactamente con el meridiano central, se le asigna un valor convencional de 500 000 metros.

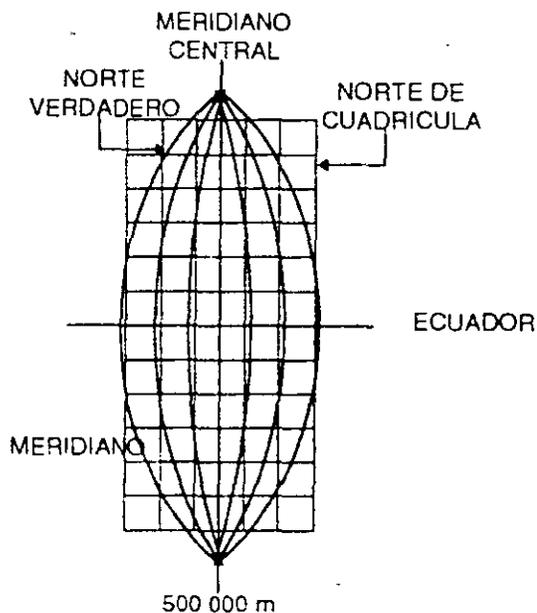
Para determinar el valor cuadrangular de ambos punto a la derecha del meridiano central, se suma 500 000 la distancia en metros entre ambos, si el punto esta a la izquierda, se le restan a 500 000 la distancia entre el punto y el meridiano central.

En este sistema se sobreponen entonces dos tipos de canevas o redes.

- ✓ La geográfica compuesta de paralelos y meridianos, representada en la cartografía por la gradícula, mediante la cual obtenemos longitud y latitud de un lugar.
- ✓ La cuadrícula regular originada por el cilindro al extenderse

El termino cuadrícula se aplica a un sistema de medición de coordenadas cartesianas X, Y (abscisas y ordenadas) para medir superficies planas cuya unidad de medida es el metro.

El ángulo formado por los meridiano y la rectas verticales de las cuadrículas UTM se conoce como convergencia de cuadrícula.

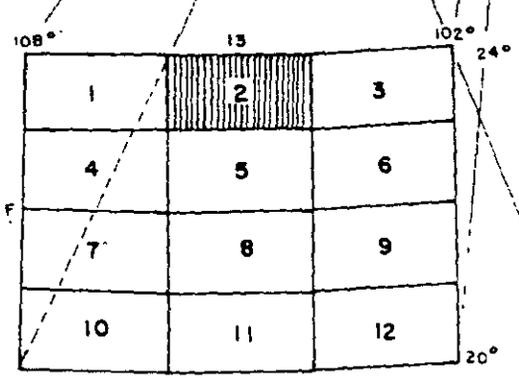
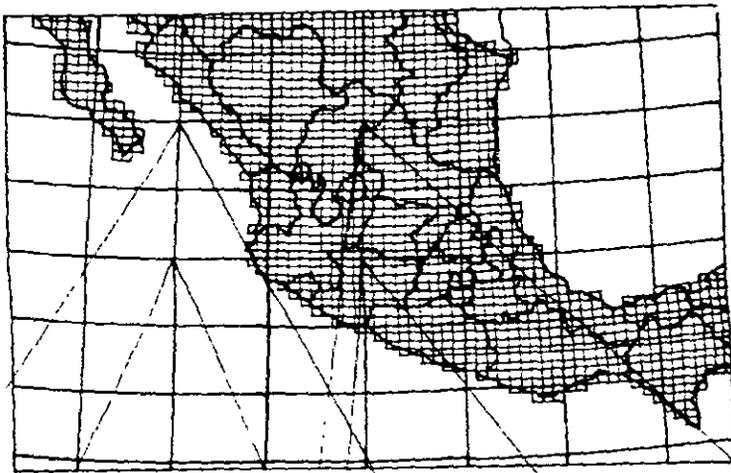


USO MERIDIANO DE 6° Y ZONA DE CUADRICULA UTM DONDE SE PROYECTA

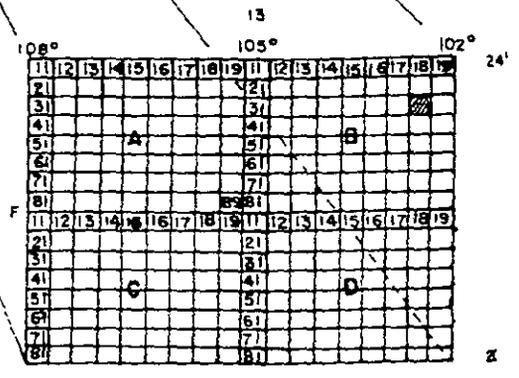
En las cartas topográficas 1: 50 000 de INEGI, la cuadrícula esta representada con cuadros de 1 km (2 cm) o de 5 km (10 cm) de lado y la gradícula con cruces de aproximadamente 7 mm las cuales se presentan cada 2'30".

Se puede observar la convergencia de cuadrícula entre ambas.

El área representada en cada carta topográfica esta delimitada por paralelos y meridianos, por lo cual sus dimensiones son de 15' x 20', y sus dimensiones en centímetros son ligeramente mayores en el limite inferior que en el superior, debido a la convergencia de los meridianos.



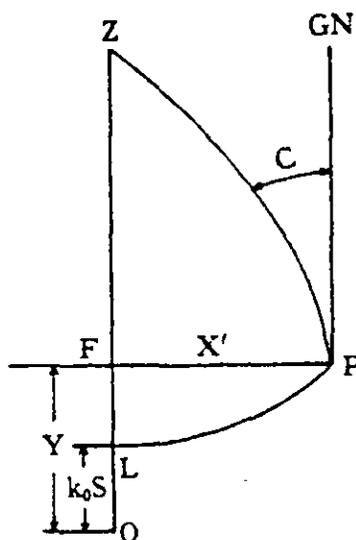
CLAVE DE LA CARTA TOPOGRAFICA  
1:250 000  
EJEMPLO: F 13-2



CLAVE DE LA CARTA TOPOGRAFICA  
1:50 000  
EJEMPLO: F 13 B 38

## IV.- CARACTERÍSTICAS Y ESPECIFICACIONES DE LA PROYECCIÓN UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR.

La nominación utilizada en los elementos que componen a la Proyección Universal Transversa de Mercator están ilustradas en la figura siguiente:



En el hemisferio Norte y al Este del Meridiano Central está representado el punto "P". Inviertiendo o haciendo girar el diagrama o ambas cosas a la vez, la figura puede representar la situación de un punto en cualquier hemisferio y a uno u otro lado del Meridiano Central.

P = Punto considerado

F = Pié de la perpendicular de "P" al Meridiano Central

O = El origen

OZ = El Meridiano Central

LP = El Paralelo a la latitud de "P"

ZP = El Meridiano de "P"

OL =  $K_0 S$ , el arco de Meridiano desde el Ecuador

LF = La ordenada de curvatura

OF = N = Y, la ordenada de cuadrícula.

FP = E' = X', la distancia sobre la cuadrícula desde el Meridiano Central

NC = Norte de cuadrícula

C = La convergencia de meridianos o sea:

El ángulo en "P" formado por el Norte verdadero y el Norte de cuadrícula.

Las relaciones de los elementos U.T.M. con los geodésicos son:

$\varphi$  = Latitud

$\lambda$  = Longitud

$\varphi_0$  = Latitud del pie de la perpendicular trazada del punto considerado al Meridiano Central.

$\lambda_0$  = Longitud del origen (Meridiano Central) de la proyección

$\Delta\lambda$  = Diferencia de longitud con relación al Meridiano Central

=  $\lambda - \lambda_0$  cuando el punto se encuentra al Este del Meridiano Central ó de origen.

=  $\lambda_0 - \lambda$  cuando el punto se encuentra al Oeste del Meridiano Central ó de origen.

$a$  = Semieje mayor del elipsoide.

$b$  = Semieje menor del elipsoide.

$\varphi$  = Achatamiento o elipticidad =  $\frac{a-b}{a}$

$e^2$  = (excentricidad)<sup>2</sup> =  $\frac{a^2-b^2}{a^2}$

$e'^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2} = \frac{e^2}{1-e^2}$

$n = \frac{a-b}{a+b}$

$\rho$  = Radio de curvatura de un meridiano =  $\frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}$

$\nu$  = Radio de curvatura del primer vertical, se define también como la normal al elipsoide en el extremo del eje menor.

=  $\frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} = \rho(1 + e'^2 \cos^2 \phi)$

$S$  = Distancia verdadera medida sobre un meridiano del elipsoide, desde el Ecuador

$k_0$  = Factor de escala en el Meridiano Central; es una reducción arbitraria que se aplica a todas las longitudes geodésicas para disminuir la máxima distorsión de la proyección. Para la C.U.T.M.,  $k_0 = 0.9996$

$k$  = Factor de escala sobre el punto considerado en la proyección

$FN$  = Falsa ordenada (cero metros en el Ecuador para el hemisferio Norte y diez millones de metros para el hemisferio Sur).

$FE$  = Falsa abscisa (500,000 metros para el Meridiano Central en cada zona).

$E' = X'$  = Distancia sobre la cuadrícula a partir del Meridiano Central (siempre positiva)

$E = X$  = Abscisa de cuadrícula =  $E' + 500,000$  cuando el punto está al Este del Meridiano Central; vale  $500,000 - E'$  cuando el punto está al Oeste de dicho Meridiano.

N = Y = Ordenada de cuadrícula

t = Azimut plano (medido a partir del Norte de cuadrícula)

T = Azimut geodésico proyectado (medido a partir del Norte de la cuadrícula)

$\alpha$  = Azimut geodésico

C = Convergencia de meridianos o sea el ángulo formado por el Norte verdadero y el Norte de cuadrícula.

$$p = 0.0001 \Delta\lambda \quad (\Delta\lambda'' = 3600)$$

$$q = 0.000001E'$$

$$(I) = Sk_0$$

$$(II) = \frac{v \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \operatorname{sen}^2 1''}{2} \cdot k_0 \cdot 10^8$$

$$(III) = \frac{\operatorname{sen}^4 1'' v \operatorname{sen} \varphi \cos^3 \varphi}{24} (5 - \tan^2 \varphi + 9e'^2 \cos^2 \varphi + 4e'^4 \cos^4 \varphi) \cdot k_0 \cdot 10^{12}$$

$$(IV) = v \cos \varphi \operatorname{sen} 1'' \cdot k_0 \cdot 10^4$$

$$(V) = \frac{\operatorname{sen}^3 1'' v \cos^3 \varphi}{6} (1 - \tan^2 \varphi + e'^2 \cos^2 \varphi) \cdot k_0 \cdot 10^{12}$$

$$(VII) = \frac{\tan \varphi}{2v^2 \operatorname{sen} 1''} (1 + e'^2 \cos^2 \varphi) \cdot \frac{1}{k_0^2} \cdot 10^{12}$$

$$(VIII) = \frac{\tan \varphi'}{24v^4 \operatorname{sen} 1''} (5 + 3 \tan^2 \varphi' + 6e'^2 \cos^2 \varphi' - 6e'^2 \operatorname{sen}^2 \varphi' - 3e'^4 \cos^4 \varphi' -$$

$$9e'^4 \cos^2 \varphi' \operatorname{sen}^2 \varphi') \cdot \frac{1}{k_0^4} \cdot 10^{24}$$

$$(IX) = \frac{\sec \varphi'}{v \operatorname{sen} 1''} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot 10^6$$

$$(X) = \frac{\sec \varphi'}{6v^3 \operatorname{sen} 1''} (1 + 2 \tan^2 \varphi' + e'^2 \cos^2 \varphi') \cdot \frac{1}{k_0^3} \cdot 10^{18}$$

$$(XII) = \operatorname{sen} \varphi \cdot 10^4$$

$$(XIII) = \frac{\text{sen}^2 l'' \text{sen} \varphi \cos^2 \varphi}{3} (1+3e'^2 \cos^2 \varphi + 2e'^4 \cos^4 \varphi) \cdot 10^{12}$$

$$(XV) = \frac{\tan \varphi'}{\text{vsen} l''} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot 10^6$$

$$(XVI) = \frac{\tan \varphi'}{3v^3 \text{sen} l''} (1 + \tan^2 \varphi - e'^2 \cos^2 \varphi - 2e'^4 \cos^4 \varphi) \cdot \frac{1}{k_0^3} \cdot 10^{18}$$

$$(XVIII) = \frac{2v^2}{1+e'^2 \cos^2 \varphi} \cdot \frac{1}{k_0^2} \cdot 10^{12}$$

$$(XIX) = \frac{1+6e'^2 \cos^2 \varphi + 9e'^4 \cos^4 \varphi + 4e'^6 \cos^6 \varphi}{24v^4} \cdot \frac{1}{k_0^4} \cdot 10^{24}$$

$$A_6 = p^6 \frac{\text{sen}^6 l'' \text{vsen} \varphi \cos^5 \varphi}{720} (61-58 \tan^2 \varphi + \tan^4 \varphi + 270e'^2 \cos^2 \varphi - 330e'^2 \text{sen}^2 \varphi) \cdot k_0 \cdot 10^{24}$$

$$B_5 = p^5 \frac{\text{sen}^5 l'' \text{v} \cos^5 \varphi}{120} (5-18 \tan^2 \varphi + \tan^4 \varphi + 14e'^2 \cos^2 \varphi - 58e'^2 \text{sen}^2 \varphi) \cdot k_0 \cdot 10^{20}$$

$$C_5 = p^5 \frac{\text{sen}^4 l'' \text{sen} \varphi \cos^4 \varphi}{15} (2 - \tan^2 \varphi) \cdot 10^{20}$$

$$D_6 = q^6 \frac{\text{sec} \varphi}{720v^6 \text{sen} l''} (61+90 \tan^2 \varphi + 45 \tan^4 \varphi + 107e'^2 \cos^2 \varphi - 162e'^2 \text{sen}^2 \varphi - 45e'^2 \tan^2 \varphi \text{sen}^2 \varphi) \cdot \frac{1}{k_0^6} \cdot 10^{36}$$

$$E_5 = q^5 \frac{\text{sec} \varphi}{120v^5 \text{sen} l''} (5+28 \tan^2 \varphi + 24 \tan^4 \varphi + 6e'^2 \cos^2 \varphi + 8e'^2 \text{sen}^2 \varphi) \cdot \frac{1}{k_0^5} \cdot 10^{30}$$

$$F_5 = q^5 \frac{\tan \varphi'}{15v^5 \text{sen} l''} (2+5 \tan^2 \varphi + 3 \tan^4 \varphi) \cdot \frac{1}{k_0^5} \cdot 10^{30}$$

Los números romanos en las ecuaciones anteriores son los coeficientes de "p" y "q" en las fórmulas dadas en el capítulo II.

## V.-TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS GEOGRÁFICAS A COORDENADAS DE LA PROYECCIÓN UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR Y VICEVERSA.

### CALCULO DIRECTO

Para llevar a cabo la conversión de coordenadas geográficas a coordenadas de la Proyección Universal Transversa de Mercator se emplean las siguientes ecuaciones:

$$Y = (I) + (II) p^2 + (III) p^4 + A_6$$

$$X = 500\ 000 \pm X'$$

$$X' = (IV) p + (V) p^3 + B_5$$

Para dar el metro en las coordenadas de la proyección, debe calcularse  $p$  con seis cifras decimales: para dar el decímetro,  $p$  se calcula con siete cifras y para dar la precisión del centímetro en las coordenadas de la proyección,  $p$  debe calcularse con ocho cifras decimales.

El procedimiento general para llevar a cabo la transformación de coordenadas geográficas a la proyección consiste en:

- Utilizar el elipsoide adoptado
- Localización del Meridiano Central correspondiente y de la zona geográfica que le corresponde.
- Determinación del valor de la abscisa mediante la ecuación  $X = 500\ 000 \pm [(IV) p + (V) p^3 + B_5]$ .
- Determinación del valor de la ordenada por medio de la ecuación  $Y = (I) + (II) p^2 + (III) p^4 + A_6$ , para los puntos situados en el hemisferio Norte y  $Y = 10\ 000\ 000 - [(I) + (II) p^2 + (III) p^4 + A_6]$  para latitudes Sur.

### CALCULO INVERSO

La transformación de coordenadas de la Proyección Universal Transversa de Mercator a coordenadas geográficas, o sea el problema inverso es muy semejante al cálculo directo, uno del otro sirve de comprobación de los cálculos para la transformación. Las ecuaciones que se emplean para transformar a geográficas, teniendo las coordenadas en la proyección son:

$$\varphi = \varphi' - (VII) q^2 + (VIII) q^4 - D_6$$

$$\lambda = (IX) q - (X) q^3 + E_5$$

$$\lambda = \lambda_0 \pm \Delta \lambda$$

## DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA

ING. GERMAN GARCÍA GONZÁLEZ

- ING. JUAN CARLOS HERNÁNDEZ CORREA

## INTRODUCCIÓN

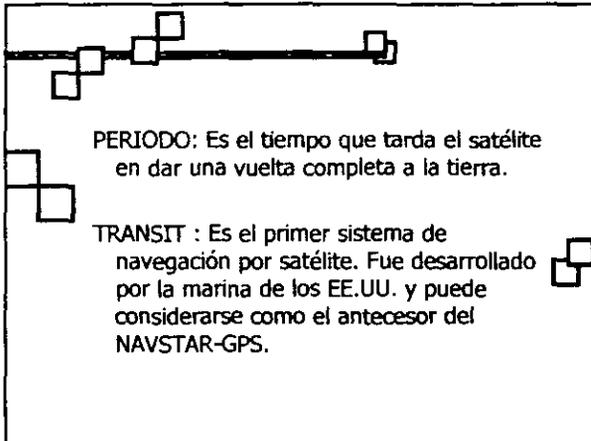
- Aplicaciones del GPS en otras áreas
- Modelos de equipos GPS
- Procedimientos de navegación GPS

## Tema I

### GLOSARIO DE SIGLAS Y TÉRMINOS

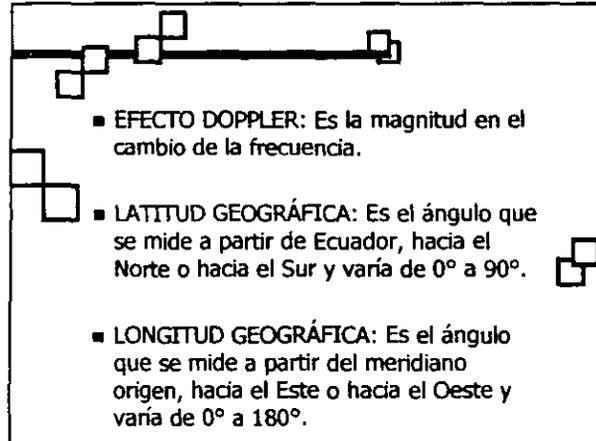
- GPS: Global Positioning System
- NAVSTAR: Navigabon Satellite Timing and Range
- C/A: Coarse/ Acquisition, código de adquisición burdo
- GLONASS: Global Navigabon Satellite System. (Sistema Mundial de Navegación Satelital)

- TOPOGRAFÍA: Ciencia y el arte de determinar las posiciones relativas de puntos situados por encima de la superficie de la Tierra.
- GEODESÍA : Ciencia matemática que tiene por objeto determinar la forma y dimensiones de la Tierra.
- DATUM: Es una superficie en la cual una coordenada(En un sistema en particular) tiene un valor constante.

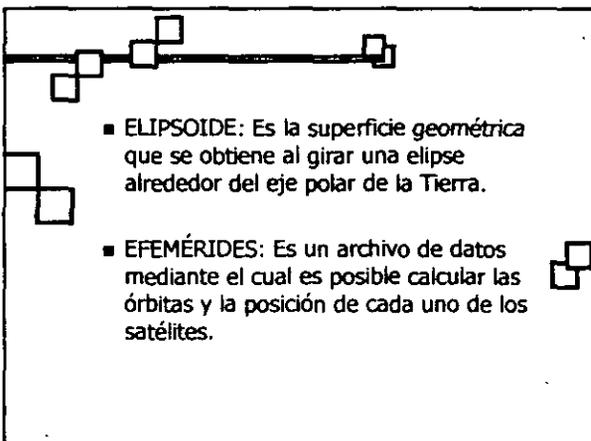


**PERIODO:** Es el tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta completa a la tierra.

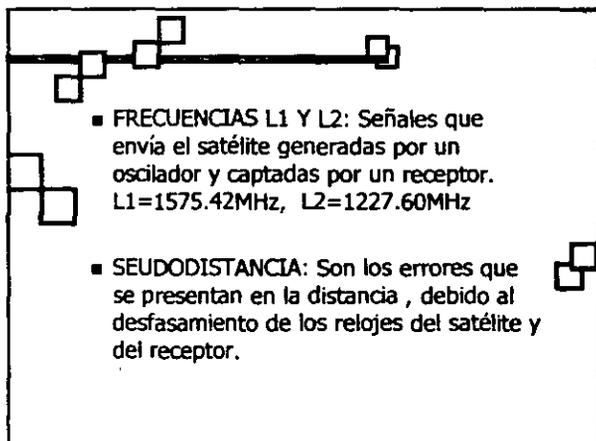
**TRANSIT :** Es el primer sistema de navegación por satélite. Fue desarrollado por la marina de los EE.UU. y puede considerarse como el antecesor del NAVSTAR-GPS.



- **EFFECTO DOPPLER:** Es la magnitud en el cambio de la frecuencia.
- **LATTITUD GEOGRÁFICA:** Es el ángulo que se mide a partir de Ecuador, hacia el Norte o hacia el Sur y varía de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ .
- **LONGITUD GEOGRÁFICA:** Es el ángulo que se mide a partir del meridiano origen, hacia el Este o hacia el Oeste y varía de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .



- **ELIPSOIDE:** Es la superficie *geométrica* que se obtiene al girar una elipse alrededor del eje polar de la Tierra.
- **EFEMÉRIDES:** Es un archivo de datos mediante el cual es posible calcular las órbitas y la posición de cada uno de los satélites.



- **FRECUENCIAS L1 Y L2:** Señales que envía el satélite generadas por un oscilador y captadas por un receptor.  
L1=1575.42MHz, L2=1227.60MHz
- **SEUDODISTANCIA:** Son los errores que se presentan en la distancia , debido al desfaseamiento de los relojes del satélite y del receptor.

- WGS 84: Sistema de Referencia Geodésico Mundial 1984. (World Geodetic System 84)

### ERRORES DEL GPS

- Errores en las efemérides del satélite
- Errores por condiciones atmosféricas
- Errores de sincronización
- Errores en el receptor
- Errores por trayectorias múltiples
- Errores en el centrado de la antena y en la medición de su altura.

- CODIGO P: Es un código satelital preciso, usado sólo por las Fuerzas Armadas.
- CONSTELACION: Conjunto de satélites que giran alrededor de la Tierra en órbitas preestablecidas.
- NAVEGADOR: Es un sistema en movimiento que permite conocer las coordenadas geográficas de cualquier punto en la superficie terrestre en base a señales satelitales.

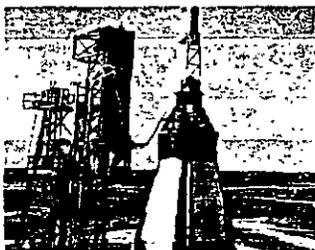
### TEMA II

#### NOCIONES HISTORICAS

- El NAVSTAR (GPS) surge de investigaciones realizadas por ingenieros militares. Objetivo: guiado de misiles y posicionamiento de tropas.




- Los sistemas de posicionamiento global por satélite se originaron en el programa espacial norteamericano.



- Específicamente de investigaciones de la marina estadounidense, relacionadas con la navegación de los submarinos Polaris.



- La primera generación de sistemas de posicionamiento por satélite operó con el efecto Doppler, y utilizó los satélites llamados TRANSIT.

- Al principio los instrumentos eran voluminosos y caros, las sesiones de observación eran largas y poco precisas.

- La utilización del programa comenzó en 1958, y el primer uso no militar de los satélites con fines de posicionamiento tuvo lugar en 1967.

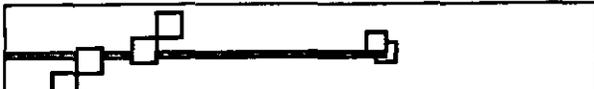
- En los años 70 y 80 existe un sustancial desarrollo de los sistemas GPS.
- El GPS es un área de rápida expansión y nuevas aplicaciones y capacidades ocurrirán en el futuro.

- El primer satélite NAVSTAR para el sistema GPS se lanzó en 1978, y satélites adicionales se agregaron en años sucesivos.



- La explosión durante el despegue del transbordador CHALLENGER en enero de 1986 demoró en forma considerable la implantación del sistema hasta diciembre de 1993.

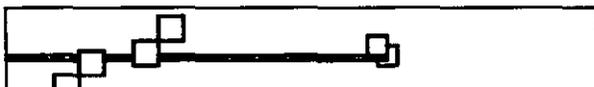
- El primer satélite GLONASS se lanzó el 12 de Octubre de 1982 mediante un vehículo lanzador Protón, y desde entonces ha habido lanzamientos regulares.



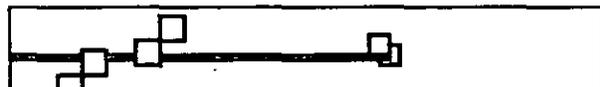
- El sistema GLONASS se usó por primera vez en septiembre de 1993 y se declaró operacional en enero de 1996.
- En 1994 se empezaron a usar navegadores GPS en la aviación civil.



- En ese mismo año el GPS se utilizó en la determinación de coordenadas geográficas de cada una de las radio ayudas y umbrales de pista de los principales aeropuertos de la República Mexicana.



- Los sistemas NAVSTAR y GLONASS fueron desarrollados en forma independiente durante la Guerra Fría.
- Muestran similitudes considerables.



- Existen receptores que son capaces de trabajar con ambos sistemas, lo que mejora la disponibilidad de satélites y la precisión.

- El sistema Z-Surveyor de Ashtech es la primera unidad comercial en usar datos de satélites del GPS y del GLONASS

### TEMA III

#### SISTEMA GPS

- El sistema NAVSTAR (GPS), cuenta con 28 satélites en órbita alrededor de la tierra.



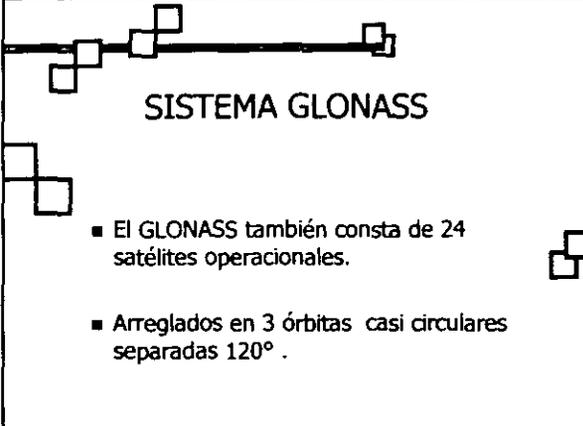
Diagrama que muestra la Tierra rodeada por una órbita con 28 satélites distribuidos en ella.

- 24 satélites se encuentran a una altura de 20 200 Km y están colocados en 6 planos orbitales inclinados a  $55^\circ$  respecto al Ecuador.



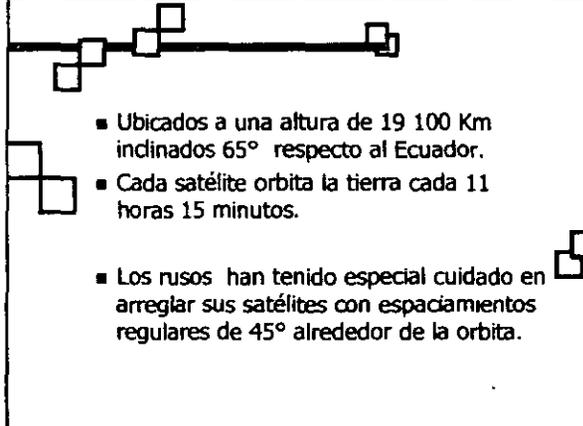
Diagrama que muestra un satélite en órbita inclinada respecto al Ecuador. El texto debajo del diagrama dice: 'Satélite en órbita del Programa GPS'.

- Cada satélite da una vuelta completa en 12 horas.
- La geometría y dinámica de este conjunto de satélites garantiza que en cualquier punto del planeta y a cualquier hora serán visibles de 4 a 6 satélites.

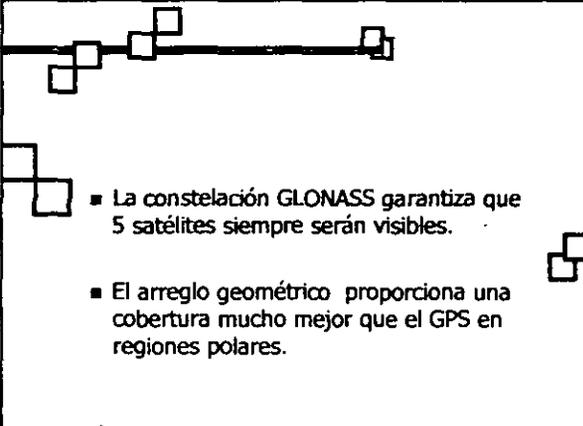


## SISTEMA GLONASS

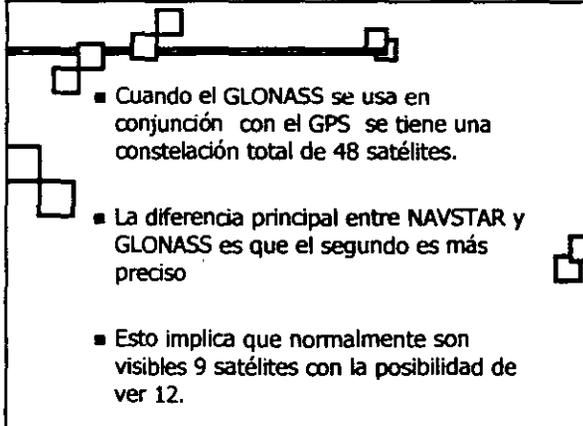
- El GLONASS también consta de 24 satélites operacionales.
- Arreglados en 3 órbitas casi circulares separadas  $120^\circ$ .



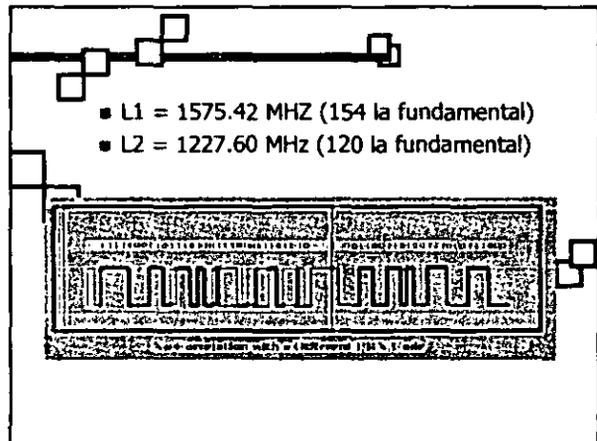
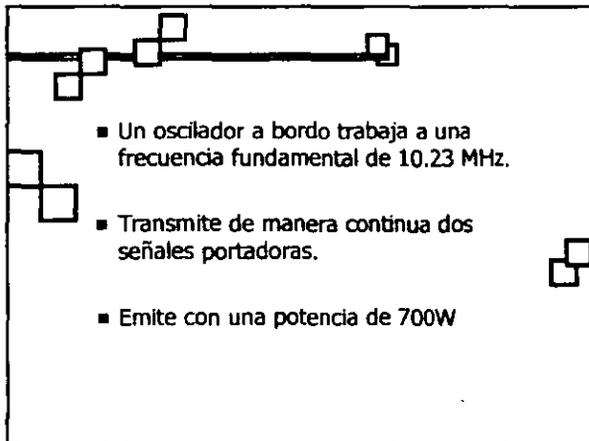
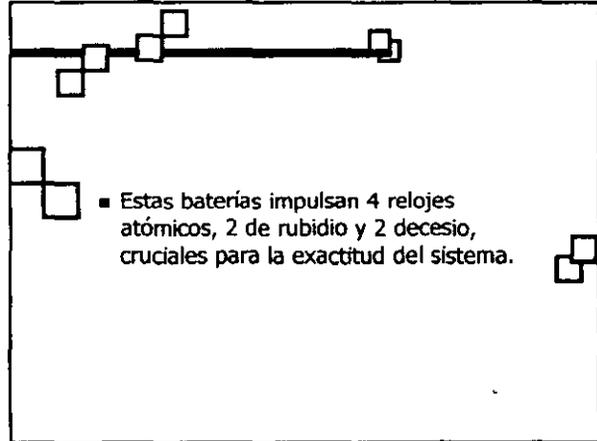
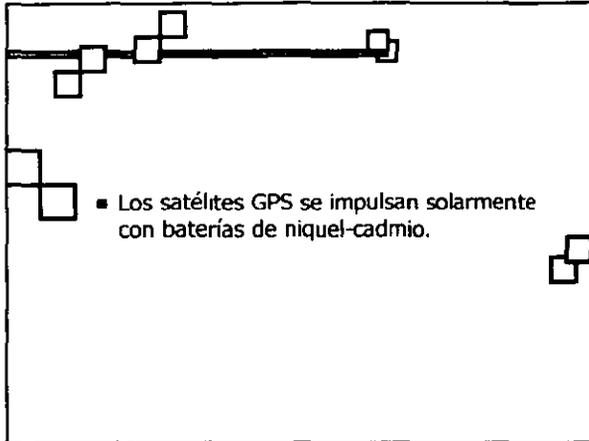
- Ubicados a una altura de 19 100 Km inclinados  $65^\circ$  respecto al Ecuador.
- Cada satélite orbita la tierra cada 11 horas 15 minutos.
- Los rusos han tenido especial cuidado en arreglar sus satélites con espaciamentos regulares de  $45^\circ$  alrededor de la orbita.



- La constelación GLONASS garantiza que 5 satélites siempre serán visibles.
- El arreglo geométrico proporciona una cobertura mucho mejor que el GPS en regiones polares.



- Cuando el GLONASS se usa en conjunción con el GPS se tiene una constelación total de 48 satélites.
- La diferencia principal entre NAVSTAR y GLONASS es que el segundo es más preciso
- Esto implica que normalmente son visibles 9 satélites con la posibilidad de ver 12.



### ONDAS EN FASE

- P = 10.23 MHz ( igual al oscilador)
- C/A = 1.023 MHz ( 1/10 del oscilador)

- El código P es un servicio de posicionamiento preciso y es de uso exclusivo del Ejército de los E.U.
- El código P es unas 10 veces más preciso que el código C/A.

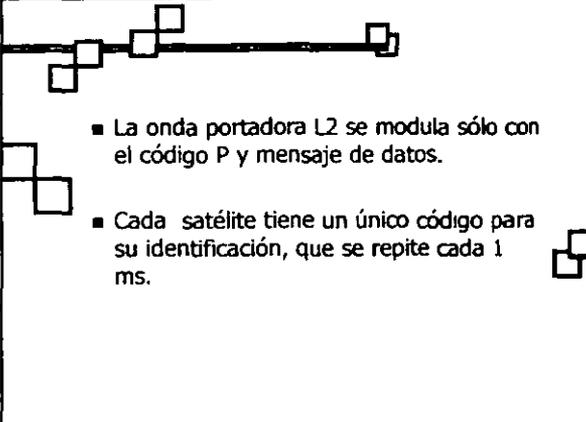
- El código C/A llamado código burdo de adquisición es accesible a todos los usuarios.

GPS C/A Code Chips (Rows = PRN Signal Numbers 1-32)

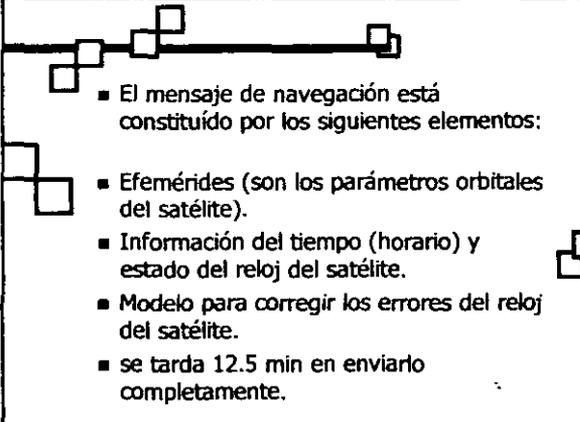
PRN	Frequency (MHz)	Code Rate (kbps)	Code Length (bits)	Code Period (ms)
1	1575.42	1023	1023	1.023
2	1576.03	1023	1023	1.023
3	1576.64	1023	1023	1.023
4	1577.25	1023	1023	1.023
5	1577.86	1023	1023	1.023
6	1578.47	1023	1023	1.023
7	1579.08	1023	1023	1.023
8	1579.69	1023	1023	1.023
9	1580.30	1023	1023	1.023
10	1580.91	1023	1023	1.023
11	1581.52	1023	1023	1.023
12	1582.13	1023	1023	1.023
13	1582.74	1023	1023	1.023
14	1583.35	1023	1023	1.023
15	1583.96	1023	1023	1.023
16	1584.57	1023	1023	1.023
17	1585.18	1023	1023	1.023
18	1585.79	1023	1023	1.023
19	1586.40	1023	1023	1.023
20	1587.01	1023	1023	1.023
21	1587.62	1023	1023	1.023
22	1588.23	1023	1023	1.023
23	1588.84	1023	1023	1.023
24	1589.45	1023	1023	1.023
25	1590.06	1023	1023	1.023
26	1590.67	1023	1023	1.023
27	1591.28	1023	1023	1.023
28	1591.89	1023	1023	1.023
29	1592.50	1023	1023	1.023
30	1593.11	1023	1023	1.023
31	1593.72	1023	1023	1.023
32	1594.33	1023	1023	1.023

- La onda portadora L1 se modula con los códigos C/A y P.

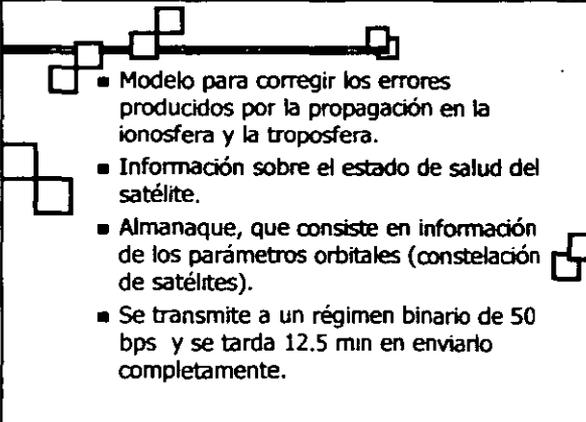
- Un mensaje de datos que proporciona información sobre la posición del satélite.
- Correcciones del reloj y estado del sistema.



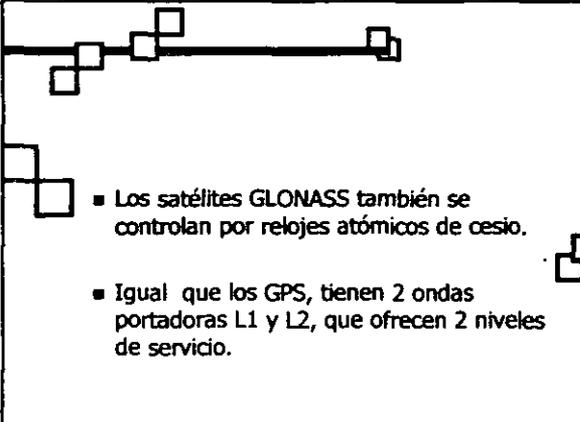
- La onda portadora L2 se modula sólo con el código P y mensaje de datos.
- Cada satélite tiene un único código para su identificación, que se repite cada 1 ms.



- El mensaje de navegación está constituido por los siguientes elementos:
- Efemérides (son los parámetros orbitales del satélite).
- Información del tiempo (horario) y estado del reloj del satélite.
- Modelo para corregir los errores del reloj del satélite.
- se tarda 12.5 min en enviarlo completamente.



- Modelo para corregir los errores producidos por la propagación en la ionosfera y la troposfera.
- Información sobre el estado de salud del satélite.
- Almanaque, que consiste en información de los parámetros orbitales (constelación de satélites).
- Se transmite a un régimen binario de 50 bps y se tarda 12.5 min en enviarlo completamente.



- Los satélites GLONASS también se controlan por relojes atómicos de cesio.
- Igual que los GPS, tienen 2 ondas portadoras L1 y L2, que ofrecen 2 niveles de servicio.

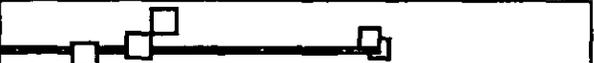


- El canal de precisión estándar (CSA channel of standard accuracy).
- El canal de alta precisión (CHA channel of high accuracy).

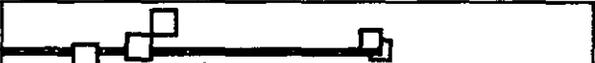


### EFECTO DOPPLER

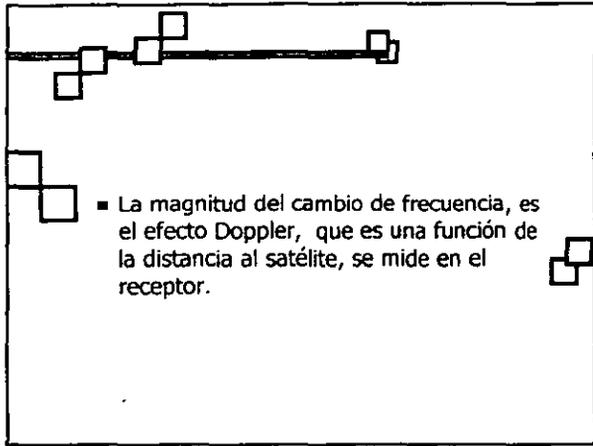
- La primera generación de GPS operó con el efecto Doppler.
- Utilizó los satélites de navegación de la marina llamados TRANSIT.



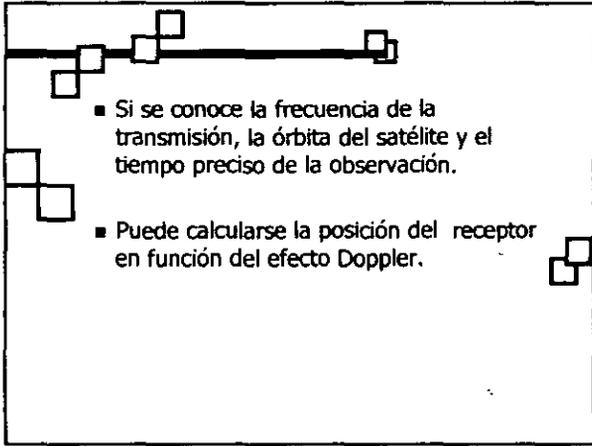
- En este sistema los receptores colocados en estaciones terrestres miden cambios en las frecuencias de las señales satelitales.
- Al pasar el satélite sobre la estación de observación, transmite en forma continua y con mucha precisión una frecuencia de radio controlada.



- Cuando el transmisor se aproxima a un receptor, la señal recibida tiene una mayor frecuencia que la transmitida.
- Al alejarse el satélite de la estación, la frecuencia disminuye respecto a la frecuencia emitida.

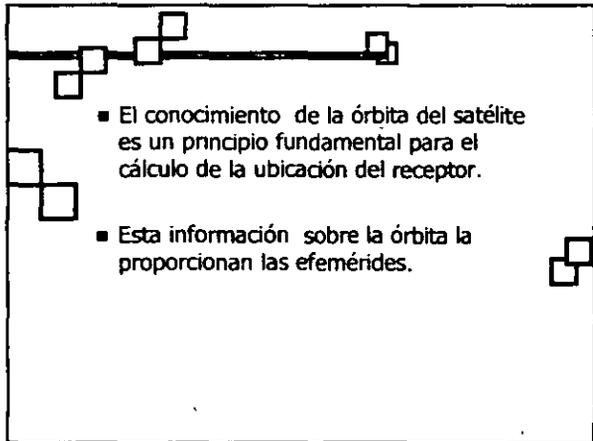


■ La magnitud del cambio de frecuencia, es el efecto Doppler, que es una función de la distancia al satélite, se mide en el receptor.



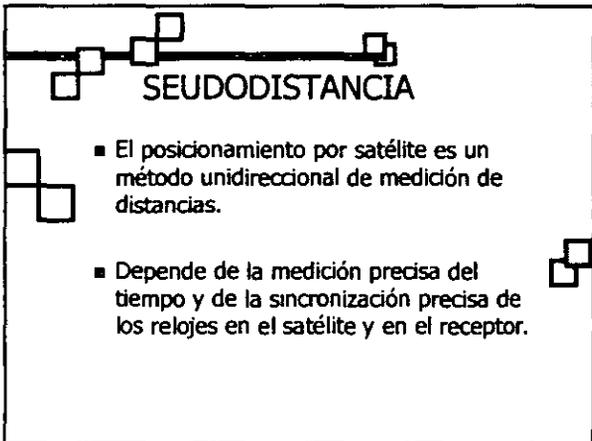
■ Si se conoce la frecuencia de la transmisión, la órbita del satélite y el tiempo preciso de la observación.

■ Puede calcularse la posición del receptor en función del efecto Doppler.



■ El conocimiento de la órbita del satélite es un principio fundamental para el cálculo de la ubicación del receptor.

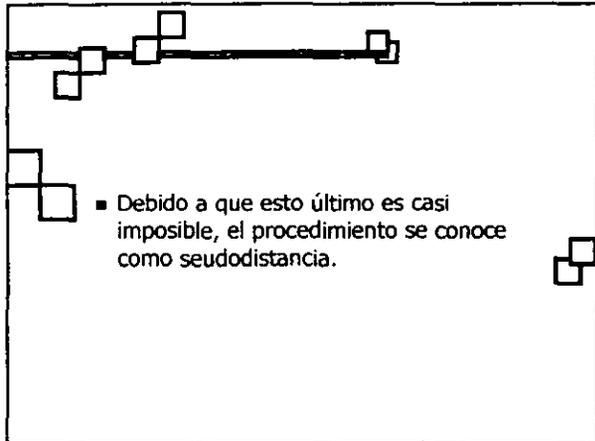
■ Esta información sobre la órbita la proporcionan las efemérides.



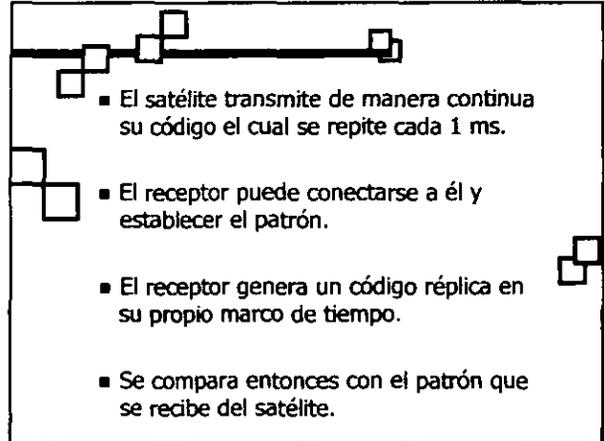
### SEUDODISTANCIA

■ El posicionamiento por satélite es un método unidireccional de medición de distancias.

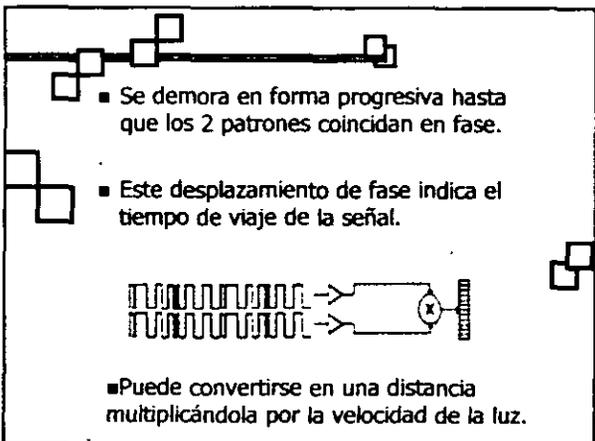
■ Depende de la medición precisa del tiempo y de la sincronización precisa de los relojes en el satélite y en el receptor.



- Debido a que esto último es casi imposible, el procedimiento se conoce como pseudodistancia.



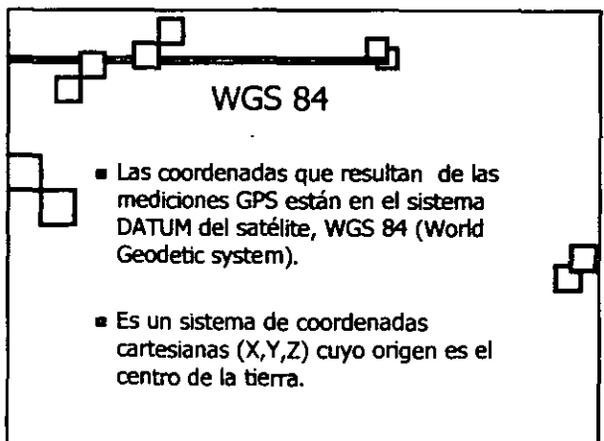
- El satélite transmite de manera continua su código el cual se repite cada 1 ms.
- El receptor puede conectarse a él y establecer el patrón.
- El receptor genera un código réplica en su propio marco de tiempo.
- Se compara entonces con el patrón que se recibe del satélite.



- Se demora en forma progresiva hasta que los 2 patrones coincidan en fase.
- Este desplazamiento de fase indica el tiempo de viaje de la señal.



- Puede convertirse en una distancia multiplicándola por la velocidad de la luz.



### WGS 84

- Las coordenadas que resultan de las mediciones GPS están en el sistema DATUM del satélite, WGS 84 (World Geodetic system).
- Es un sistema de coordenadas cartesianas (X,Y,Z) cuyo origen es el centro de la tierra.

### SEGMENTO ESPACIAL

- NAVSTAR GPS está constituido por una constelación de 24 satélites localizados a 20,200 kilómetros de la superficie de la tierra




### Tabla I.

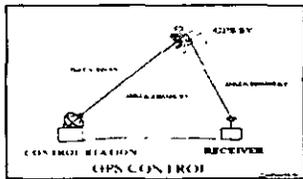
Características	NAVSTAR GPS	GLONASS
Compañía Impulsora	Departamento de Defensa de EUA	Federación Rusa
Número de satélites	24 en 6 planos orbitales	24 en 3 planos orbitales
Tipo de órbita	H=20 200 Km Inclina.=55° Periodo= 12 hr	H=19 100 Km Inclina.=65° Periodo=11h 15m
Vida útil aprox.	7.5 años	7.5 años

### SEGMENTO DE CONTROL

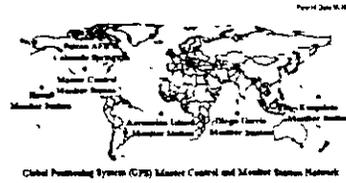
- El control del GPS se realiza desde cinco estaciones de monitoreo
- Una estación maestra (Master Control Station), en Colorado Springs E.U. (Base Fuerza Aérea), y otras cuatro alrededor de la tierra

- En la isla Ascensión (Atlántico Sur)
- Diego García (Océano Índico)
- Kwajalein (Pacífico Occidental)
- Hawaii (Pacífico Central)

- Existe una estación maestra de control (situada en Colorado Spring Estados Unidos), la cual se encarga de calcular las efemérides para cada uno de los satélites.



## Ubicación geográfica de las estaciones de rastreo del Sistema de Posicionamiento por satélite.

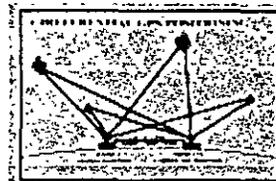


## SEGMENTO DE USUARIO

- Consiste de receptores GPS que proporcionan instantáneamente la posición, altitud, velocidad y tiempo preciso al usuario desde cualquier parte del mundo.

## Sistema GPS diferencial

- Esta forma de GPS está siendo probada y llevándose a cabo la certificación para sistemas de aproximación y aterrizaje de precisión.



■ Actualizaciones de la posición de 0.5 a 1 segundos.  
■ Precisión en torno a 15m.

### TEMA IV APLICACIONES DEL GPS EN OTRAS ÁREAS

■ MARITIMO



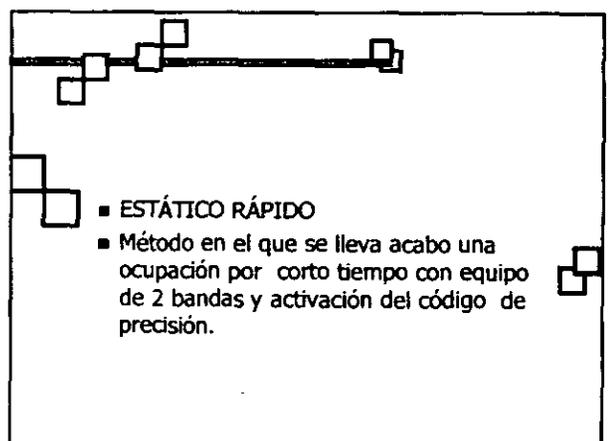
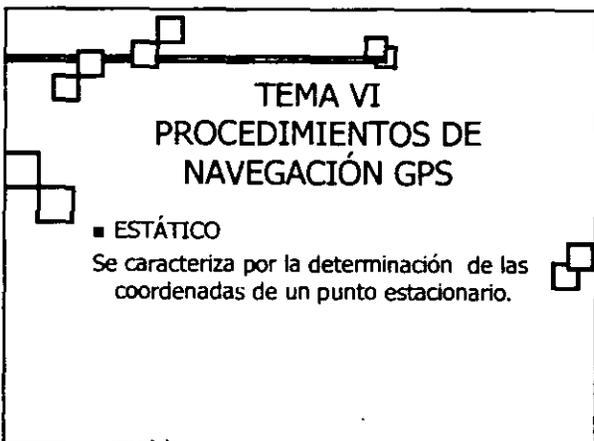
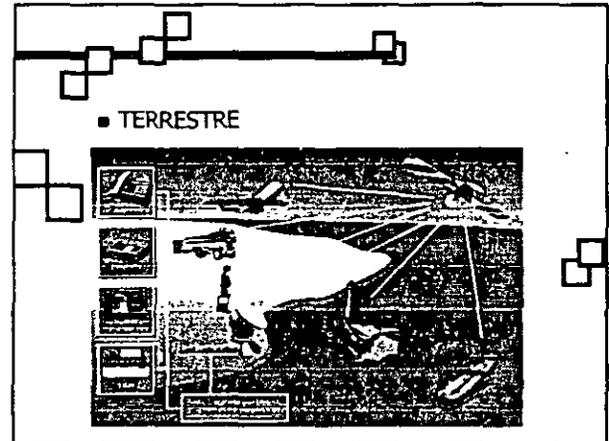
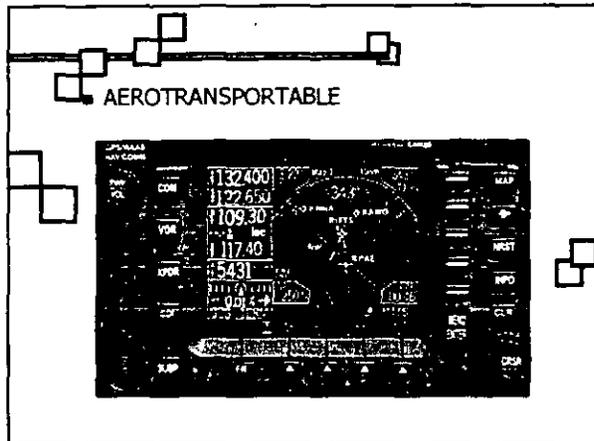
■ TERRESTRE

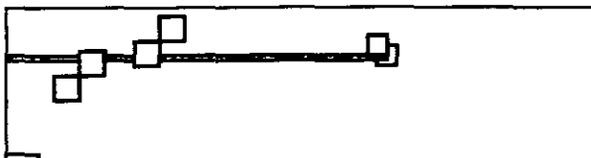


### TEMA V MODELOS DE EQUIPOS GPS

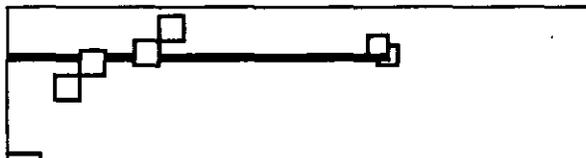
■ FIJO



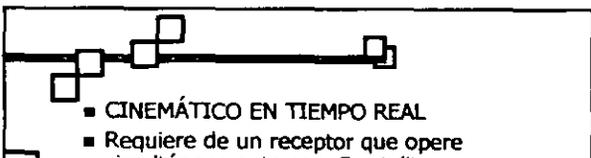




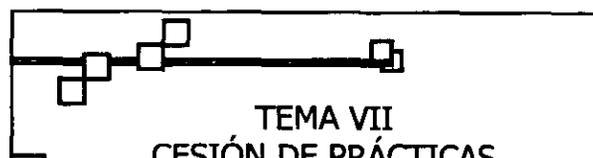
- ESTÁTICO RÁPIDO
- Método en el que se lleva a cabo una ocupación por corto tiempo con equipo de 2 bandas y activación del código de precisión.



- PSEUDOCINEMÁTICO
- Método en que se requiere la reocupación de cada punto de interés.



- CINEMÁTICO EN TIEMPO REAL
- Requiere de un receptor que opere simultáneamente con 5 satélites.
- Un receptor ocupa una estación de referencia y radiodifunde observaciones GPS a la unidad móvil (radio-modem).
- En el receptor móvil, las mediciones GPS de ambos receptores se procesan en tiempo real por la computadora interna de la unidad para producir una determinación inmediata de su posición.



**TEMA VII**  
**CESIÓN DE PRÁCTICAS**

- EJEMPLO NUMÉRICO

## TEORÍA DE LOS ERRORES

- En la práctica es posible determinar la magnitud de fenómenos físicos
- Distancias, ángulos, presiones, áreas, volúmenes, temperaturas.

- La representación numérica de cantidades físicas se conoce como OBSERVACIONES.
- El medio para obtener las observaciones está dado por las MEDICIONES.
- La medición consiste en comparar el fenómeno físico con escalas patrón.

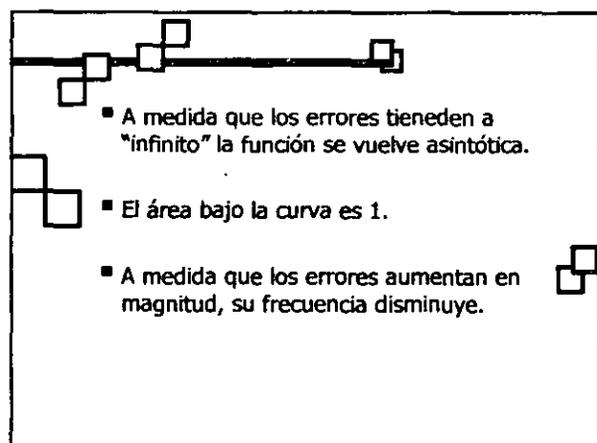
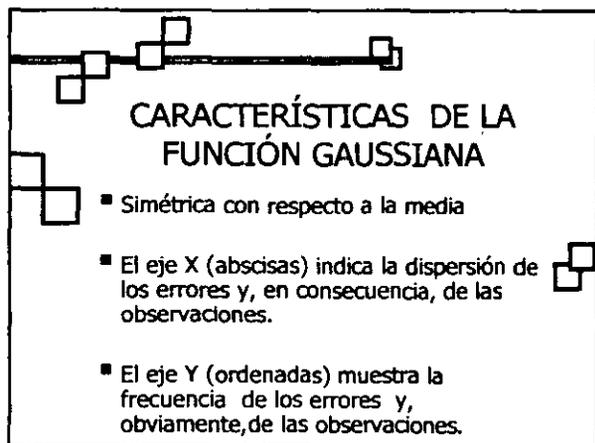
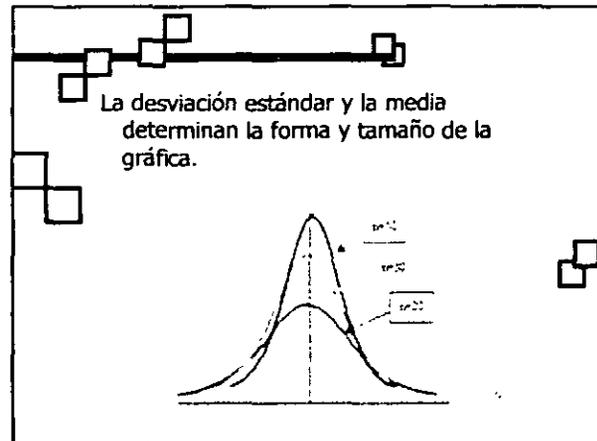
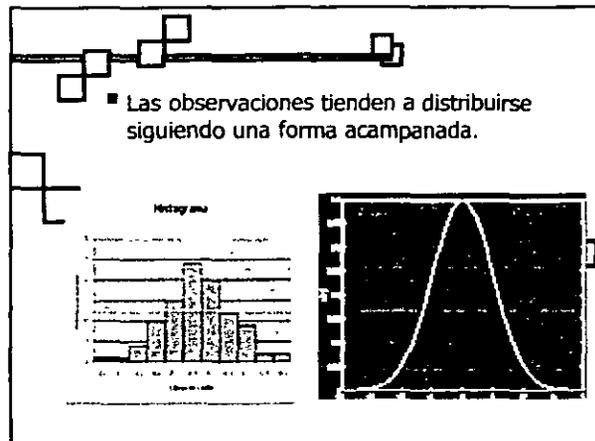
- En la investigación científica y en la práctica, la primera vez que se hacen observaciones de una cantidad física, el valor obtenido está lejos de ser el VALOR VERDADERO.

- Función Gaussiana.

NORMAL

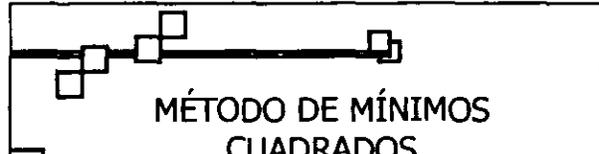
$$F(y) = \frac{e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

$$z = \frac{y - \mu}{\sigma}$$



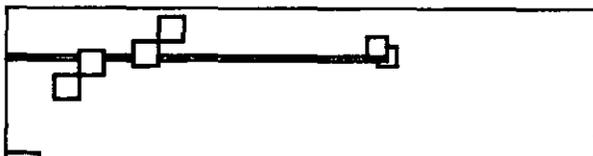


- Los errores accidentales tienen la misma probabilidad de presentarse con signo positivo o negativo.
- La media de la muestra es la mejor estimación de la media de la población y es también la mejor estimación del valor verdadero.

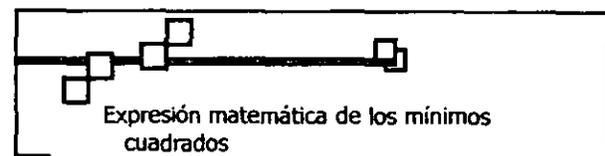


## MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

ES EL MEJOR MÉTODO DE COMPENSACIÓN DE OBSERVACIONES Y POR ENDE DE SUS ERRORES.



- "El principio de los mínimos cuadrados indica que para tener el valor máximo para la probabilidad de ocurrencia para cualquier discrepancia  $V_i$ , la suma de los cuadrados de estas discrepancias debe ser mínimo".



Expresión matemática de los mínimos cuadrados

$$\chi^2_{\min} = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = (N-1) \sigma_{N-1}^2$$



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y  
DESARROLLO DE EDUCACIÓN EN LÍNEA  
(CIDEL)

CURSO

Guía para mediciones en modo estático y estático  
rápido

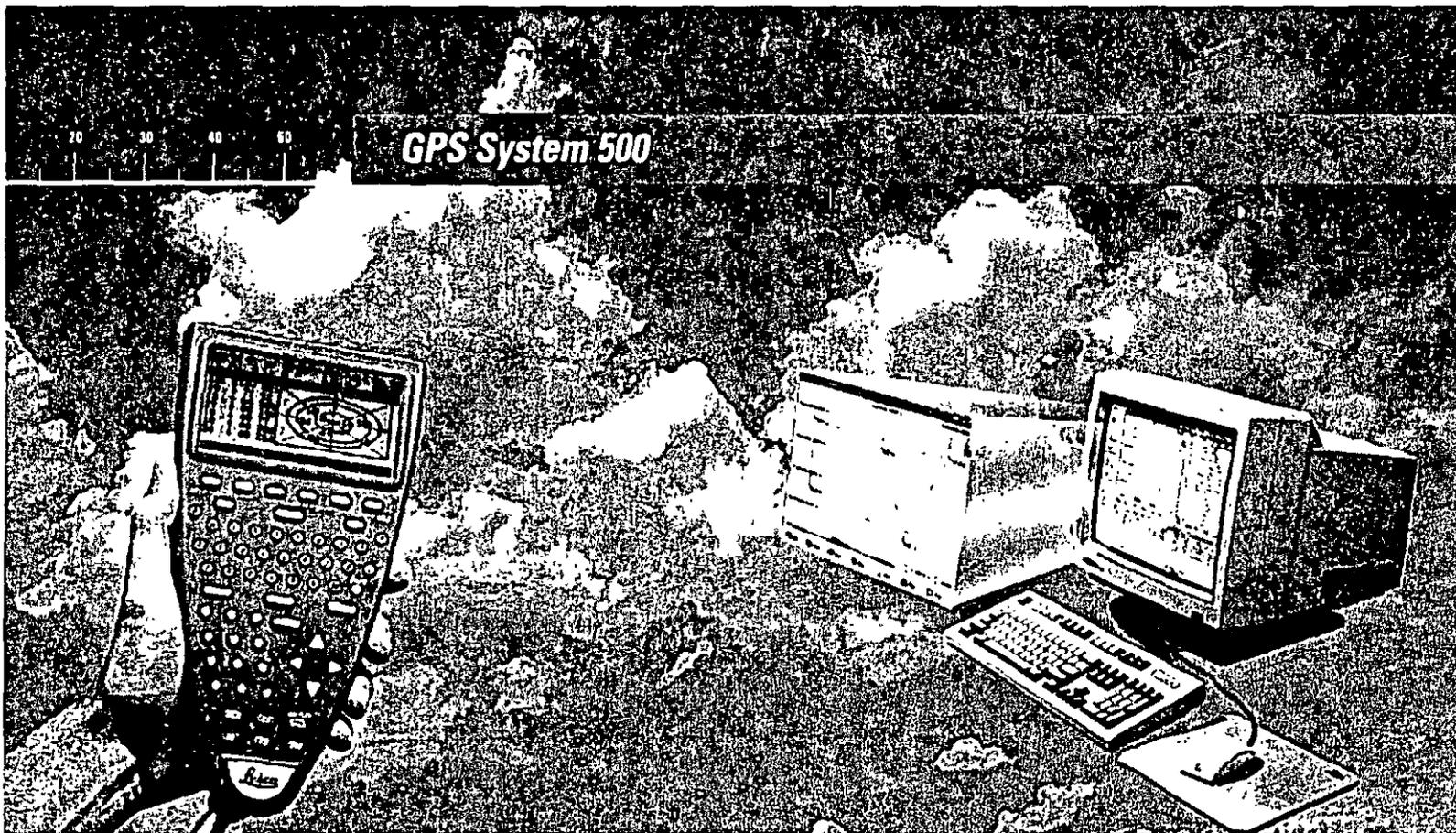
CV135

DEL 21 AL 25 DE NOVIEMBRE DEL 2005

Instructor:

Ing. Juan Carlos Hernández Correa

COMISIÓN FEDERAL DE ELECTRICIDAD



**GPS System 500**

***Guía para mediciones en modo Estático y Estático Rápido***

***Version 2.0  
Español***

***Leica***  
Geosystems

## ***System GPS500***

---

**Felicitaciones por su adquisición del nuevo Sistema  
GPS 500 de Leica Geosystems.**

## **Contenido**

---

<b>Introducción</b>	<b>6</b>
<b>Planificación global de levantamientos GPS</b>	<b>7</b>
<b>Planificación de la misión</b>	<b>13</b>
<b>Tiempos de observación y longitudes de líneas base</b>	<b>15</b>
<b>Observaciones en campo</b>	<b>17</b>
<b>Transferencia de datos a SKI-Pro</b>	<b>22</b>
<b>Cálculo de coordenadas iniciales WGS84 de un punto</b>	<b>23</b>
<b>Parámetros de procesamiento de datos</b>	<b>24</b>
<b>Selección de líneas base - Método de cálculo</b>	<b>30</b>
<b>Interpretación de los resultados</b>	<b>32</b>
<b>Revisión del reporte (logfile) y comparación de resultados</b>	<b>35</b>
<b>Grabación de resultados</b>	<b>37</b>
<b>Compensación, transformación y salida de resultados</b>	<b>39</b>
<b>Notas sobre mediciones estáticas y estático rápidas con una frecuencia</b>	<b>40</b>

## Indice

<b>Introducción</b> .....	<b>6</b>	<b>Observaciones en campo</b> .....	<b>17</b>
<b>Planificación global de levantamientos</b>		Estación de referencia .....	17
<b>GPS</b> .....	<b>7</b>	Necesidad de un punto conocido en WGS84 .....	18
Longitud de la Línea Base .....	7	Observación de nuevos puntos .....	19
Estaciones de referencia provisionales para levantamientos Estático Rápidos .....	8	Empleo del Indicador Parar y Seguir como guía .....	19
Control de nuevos puntos medidos .....	9	Ficha de campo .....	20
Observaciones de día/noche. Medición de líneas largas .....	10	<b>Transferencia de datos a SKI-Pro</b> .....	<b>22</b>
Planificación del trabajo - .....	10	Revisión y edición de datos durante la transferencia ...	22
los mejores períodos de observación .....	10	Respaldo de datos crudos y proyectos .....	22
Transformación a un sistema local de coordenadas ...	11	<b>Cálculo de coordenadas iniciales WGS84 de un punto</b> .....	<b>23</b>
<b>Planificación de la misión</b> .....	<b>13</b>	<b>Parámetros de procesamiento de datos</b> ...	<b>24</b>
GDOP - Geometría de la Dilución de la Precisión .....	13	Ángulo de elevación .....	24
Selección de buenas ventanas para levantamientos		Efemérides .....	25
GPS .....	13	Datos empleados para el procesamiento .....	25
<b>Tiempos de observación y longitudes de líneas base</b> .....	<b>15</b>	Límite de solución de ambigüedades: .....	26
		Límite emc .....	26
		Tipo de solución .....	28
		Modelo ionosférico .....	28
		Usar modelo estocástico .....	29
		Modelo troposférico .....	29

*Indice, cont.*

---

**Selección de líneas base - Método de cálculo ..... 30**

**Interpretación de los resultados ..... 32**

Líneas base que no exceden la longitud límite ..... 33

Ambigüedades resueltas ..... 33

Ambigüedades no resueltas ..... 34

Líneas base superiores a la longitud límite ..... 34

**Revisión del reporte (logfile) y comparación de resultados ..... 35**

Líneas base que no exceden la longitud límite ..... 35

Líneas base superiores a la longitud límite ..... 36

Comparación del reporte con las fichas de campo ..... 36

Comparación de soluciones múltiples ..... 36

**Grabación de resultados ..... 37**

**Compensación, transformación y salida de resultados ..... 39**

**Notas sobre mediciones estáticas y estático rápidas con una frecuencia ..... 40**

## **Introducción**

---

Debido a sus numerosas ventajas en materia de precisión, rapidez, versatilidad y productividad, los sistemas de medición GPS se han vuelto muy populares en el sector de la topografía. No obstante, debe tenerse en cuenta que las técnicas empleadas son muy diferentes a las de los procesos clásicos.

Siempre que se respeten determinadas reglas fundamentales, las mediciones con GPS no presentan dificultades y ofrecen buenos resultados. Desde un punto de vista práctico, sin duda es más importante conocer las reglas básicas relativas a la planificación, observación y cálculos con GPS, antes que disponer de conocimientos teóricos profundos sobre el Sistema de Posicionamiento Global.

Esta guía trata los modos de medición Estático y Estático Rápido y hace hincapié en los puntos que han de observarse con atención.

Si bien esta guía está escrita específicamente para los Sistemas 500 y 300 - GPS de Leica Geosystems, contiene numerosas informaciones generales, válidas para todos los sistemas GPS. Si requiere mayor información, puede consultar las diferentes guías que incluye la documentación del Sistema 500 o 300.

## **Planificación global de levantamientos GPS**

### **Longitud de la Línea Base**

Un receptor GPS mide la fase de señales emitidas por un satélite, con una precisión milimétrica. Sin embargo, al ser propagadas a través del espacio, estas señales se ven afectadas por las influencias atmosféricas. La atmósfera está constituida por la ionosfera y la troposfera. Las perturbaciones atmosféricas repercuten sobre la precisión de las observaciones.

La medición con GPS es un método diferencial, el cual consiste en observar y calcular una línea base entre dos receptores. Cuando estos dos receptores observan el mismo conjunto de satélites en forma simultánea, los efectos atmosféricos se anulan en gran parte. Por lo tanto, entre más corta sea la línea base, mayor será la probabilidad de que la transmisión de señales a los dos receptores resulte en condiciones atmosféricas idénticas.

Los levantamientos Estático Rápidos se caracterizan por tiempos de observación cortos. Para este tipo de mediciones es particularmente importante que las condiciones atmosféricas sean las mismas en las dos estaciones.

Por lo anterior, en todos los levantamientos GPS, en particular los efectuados con el método Estático Rápido, es conveniente que la longitud de las líneas base sea lo más corta posible.

## ***Estaciones de referencia provisionales para levantamientos Estático Rápidos***

---

Ya que los tiempos de observación y la precisión dependen principalmente de la longitud de la línea base a medir, es recomendable reducir dicha longitud al mínimo.

En función de la zona y el número de puntos a medir con GPS, considere si establece una o más estaciones de referencia provisionales.

Las líneas base establecidas a partir de una estación de referencia provisional pueden extenderse varios kilómetros. Recuerde, sin embargo, que es preferible limitar la longitud de las líneas lo más posible. La tabla de la página 16 indica los tiempos de observación aproximados para diferentes longitudes de líneas base.

En términos de productividad y precisión, es preferible medir líneas base cortas (por ejemplo 5km) con diferentes estaciones de referencia provisionales, en vez de medir líneas base largas (por ejemplo 15 km) a partir de un punto central.

## ***Control de nuevos puntos medidos***

---

En cualquier tipo de levantamiento, es conveniente efectuar controles a través de medidas independientes. En el caso de levantamientos clásicos, se verifican los puntos de control, la orientación del instrumento, las alturas del instrumento y del prisma, etc. Se cierran poligonales y redes de nivelación, se ejecutan medidas múltiples y se determinan distancias de control. Según el tipo de trabajo y la precisión requerida, estos métodos también son recomendables para levantamientos GPS.

Se debe tener especial cuidado en los levantamientos Estático Rápidos con periodos cortos de observación. Un tiempo de observación demasiado corto, una geometría desfavorable de los satélites (GDOP) o las perturbaciones atmosféricas fuertes pueden en efecto producir resultados que exceden las especificaciones, aunque las ambigüedades hayan sido resueltas por el programa de post-proceso.

En función de la precisión requerida, el operador puede verse obligado a controlar los nuevos puntos medidos. Esto es particularmente importante si los tiempos de observación han sido reducidos al mínimo y si se han ignorado las recomendaciones relativas al GDOP.

Para efectuar un control exhaustivo independiente:

- Ocupe nuevamente el punto con una ventana diferente. Con lo anterior, se tiene la certeza de que la puesta de la estación, la constelación de los satélites y las condiciones atmosféricas serán diferentes.
- Cierre una poligonal estableciendo una línea base entre el punto final y el punto de partida.
- Al tratarse de redes, mida las líneas base independientes entre los puntos.

Para efectuar un control parcial, puede emplear dos estaciones de referencia en vez de una sola. Para cada punto se obtendrán dos soluciones, pero basadas sobre las mismas observaciones del receptor móvil y el de la estación de referencia.



## *Observaciones de día/noche. Medición de líneas largas*



Por lo general, el tiempo de observación de una línea es proporcional a la longitud de la misma.

La radiación solar activa a la ionosfera. Por lo tanto, las perturbaciones que esta presenta son más importantes de día que de noche. Como resultado, las observaciones nocturnas en Estático Rápido permiten calcular líneas base aproximadamente dos veces más largas que durante el día. O dicho de otra forma, las observaciones de noche requieren a menudo la mitad de tiempo que las diurnas.

La actividad ionosférica sigue un ciclo de 11 años, el cual se encuentra actualmente en incremento.

La tabla en la página 16 le indica los tiempos de observación aproximados para las diferentes longitudes de líneas base, bajo las condiciones ionosféricas que imperan actualmente.

Para líneas base de hasta 20 km, normalmente se intentan resolver las ambigüedades empleando el algoritmo Estático Rápido integrado en el programa de post-proceso SKI-Pro.

En principio, no es aconsejable resolver las ambigüedades en líneas base mayores a 20 km. En este caso, se utiliza un algoritmo de post-proceso diferente en SKI-Pro. Dicho algoritmo elimina la mayor parte de los efectos atmosféricos, pero destruye la característica de número entero de las ambigüedades.

## *Planificación del trabajo - los mejores periodos de observación*

Al analizar el diagrama de satélites (satellite summary) y las gráficas del GDOP, generalmente se observará que existen diversas ventanas favorables (véase la página 14) distribuidas a lo largo de un periodo de 24 horas. Le recomendamos realizar sus levantamientos Estático Rápidos aprovechando estas ventanas y planificar sus trabajos cuidadosamente.

No es posible planificar las observaciones GPS al momento. Antes que intentar ocupar un elevado número de puntos en una ventana, reduciendo los tiempos de observación al máximo posible, es preferible medir menos puntos y observarlos durante algunos minutos de más. Lo anterior se aplica particularmente en levantamientos de alta precisión, en los que es mejor ser conservador y no correr el riesgo de obtener resultados poco precisos.

## ***Transformación a un sistema local de coordenadas***

---

El Sistema 500 y el 300 ofrecen un posicionamiento preciso de puntos observados en una red GPS, los cuales se ligan entre sí mediante el post-proceso. Las coordenadas se basan en el sistema de referencia WGS84.

La mayoría de los proyectos requieren la transformación de coordenadas WGS84, obtenidas a partir de levantamientos con GPS, a un sistema local de coordenadas, es decir a coordenadas planas de la proyección local basada en el elipsoide local.

A fin de poder calcular esta transformación, deben integrarse a la red GPS puntos conocidos con coordenadas locales. Dichos puntos comunes, en WGS84 y coordenadas locales, se emplean para determinar los parámetros de transformación y controlar la consistencia del sistema local.

Los puntos comunes deberán distribuirse en forma homogénea por toda el área a medir. Un cálculo correcto de todos los parámetros de transformación (desplazamientos, giros, escala), requiere por lo menos de tres puntos, aunque sería preferible disponer de cuatro o más.

Para más detalles acerca de la transformación mediante la opción Datum/Map (Transformación de Sistemas de coordenadas), consulte la guía correspondiente, contenida en la documentación de SKI-Pro.



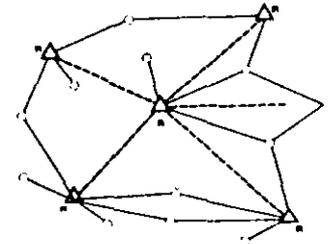
## Transformación a un sistema local de coordenadas, continuación

### Planificación Global

- ✓ Prepare su trabajo cuidadosamente y considere los siguientes aspectos:
- ✓ El tipo de levantamiento, el número de puntos y la precisión requerida
- ✓ La conexión a puntos de control existentes
- ✓ La transformación a coordenadas locales
- ✓ Los métodos más apropiados para la observación y el cálculo
- ✓ Para una mayor precisión, limite la longitud de las líneas base
- ✓ Utilice estaciones de referencia temporales
  - Considere la necesidad de controles independientes:
  - Recupe los puntos en ventanas diferentes
  - Cierre las poligonales
- ✓ Mida las líneas base independientes entre los puntos
- ✓ Considere el empleo de dos estaciones de referencia
- ✓ Seleccione buenas ventanas
- ✓ Mida las líneas largas preferentemente de noche
- ✓ Para trabajos de alta precisión, procure no ocupar el mayor número posible de puntos en una misma ventana

### Estaciones de referencia temporales

En términos de precisión y productividad, es preferible medir líneas cortas desde diversas estaciones de referencia provisionales, en vez de determinar líneas largas a partir de un punto central.



R-Estación de Referencia Temporal

#### Ejemplo:

Establezca 6 estaciones de referencia temporales en modo Estático o Estático Rápido.

- Controle la red de estaciones provisionales mediante medidas múltiples o líneas base independientes.
- Defina los nuevos puntos a partir de estaciones de referencia provisionales, mediante medidas radiales en Estático Rápido.
- Controle los puntos críticos.

### ***GDOP - Geometría de la Dilución de la Precisión***

El valor del GDOP le permite evaluar la geometría de la constelación de satélites. Un GDOP bajo garantiza una buena geometría. Un GDOP alto significa que la constelación es desfavorable. Cuanto menor sea el valor del GDOP, mayor será la precisión de los resultados.

La influencia de la geometría puede compararse al "radio de indecisión" de una intersección inversa clásica. Si la geometría es desfavorable, el programa de post-proceso ofrecerá una solución pobre.

Cuando mida en Estático Rápido observe que el valor GDOP sea inferior o igual a 8. Un GDOP de 5 o incluso menor es ideal.

### ***Selección de buenas ventanas para levantamientos GPS***

Para efectuar levantamientos GPS de alta precisión, es recomendable realizar las mediciones con buenas ventanas. Si conoce la latitud y longitud con 1° de aproximación, la gráfica de los satélites, el GDOP, la elevación y la representación de las trayectorias de los satélites en el componente de Diseño del Levantamiento en SKI-Pro, le ayudarán a seleccionar las ventanas adecuadas para la observación.

Debe ponerse especial atención al seleccionar ventanas para levantamientos Estático Rápidos.

Una buena ventana para observaciones en Estático Rápido debe presentar cuatro o más satélites con un GDOP  $\leq 8$  y un ángulo de elevación de 15°, tanto en la estación de referencia como en el móvil.

Las ventanas desfavorables deben emplearse únicamente como transición entre dos o más ventanas favorables durante observaciones de larga duración, por ejemplo desde estaciones de referencia y para líneas base largas.

Si existen obstrucciones cercanas a un punto, estudie la representación de las trayectorias de los satélites para prever si las señales de algún satélite podrían ser interferidas. Lo anterior podría deteriorar el GDOP. Revise el GDOP y desactive el satélite en cuestión haciendo clic en el componente Diseño de Levantamiento. Es conveniente que proceda a un reconocimiento minucioso de estos sitios.

## Selección de buenas ventanas para levantamientos GPS, continuación

### Selección de buenas ventanas

Ejemplo:

#### Ventana para Estático Rápido:

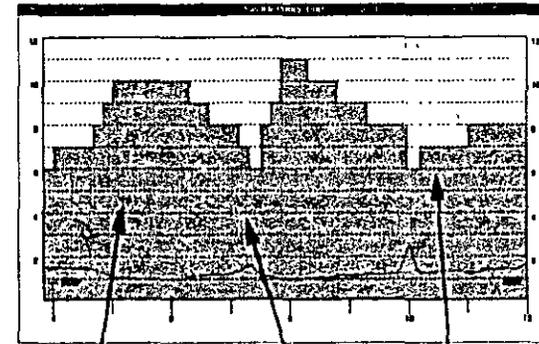
- ✓ 4 o más satélites con un ángulo de elevación mayor a  $15^\circ$ .
- ✓ GDOP  $\leq 8$ .

#### Condiciones Ideales:

- ✓ 5 o más satélites.
- ✓ GDOP  $\leq 5$ .
- ✓ Elevación mayor a  $20^\circ$ .

#### Siempre:

- ✓ Utilice la representación de trayectorias de satélites para detectar eventuales obstrucciones.
- ✓ Vuelva a calcular el GDOP si se obstruye la señal de un satélite.
- ✓ Preste atención si, entre los 4 o 5 satélites, dos presentan baja elevación ( $<20^\circ$ ).



Ventana favorable - GDOP bajo y estable

Ventana desfavorable - GDOP alto

Evite las observaciones durante este "pico"

## **Tiempos de observación y longitudes de líneas base**

El tiempo de observación necesario para lograr un post-proceso preciso, depende de diversos factores: la longitud de la línea base, el número de satélites, la geometría de los satélites (GDOP), la ionosfera.

Tomando en cuenta que las observaciones en Estático Rápido se llevan a cabo exclusivamente cuando se encuentran disponibles 4 o más satélites con un GDOP < 8, el tiempo de observación necesario dependerá principalmente de la longitud de la línea base y de los efectos ionosféricos.

Las perturbaciones ionosféricas varían en función de la hora y de la posición geográfica de los receptores. Ya que dichas perturbaciones disminuyen durante la noche, las observaciones en Estático Rápido requieren por lo general la mitad del tiempo que durante el día. En otras palabras, por la noche se

pueden medir líneas base dos veces más largas. Por lo tanto, puede ser ventajoso medir líneas de 20 a 30 km durante la noche.

A menos que se trabaje en forma muy restrictiva, es imposible establecer con precisión los tiempos de observación requeridos. La siguiente tabla es solo una guía, y está basada en pruebas realizadas con un sensor de doble frecuencia en latitudes medias y bajo las condiciones ionosféricas que prevalecen en la actualidad.

La actividad ionosférica tiene un ciclo de 11 años y actualmente se está incrementando. Debido a este aumento en las perturbaciones, se puede suponer que los tiempos de observación deberán ser mayores o que se debe reducir la longitud de las líneas base. La actividad ionosférica depende también de la posición geográfica de los receptores, ya que es menor en las latitudes medias que en las zonas polares y ecuatoriales.



Nótese que las señales emitidas por satélites con poca elevación se ven más afectadas por las perturbaciones atmosféricas que aquellas provenientes de satélites con mayor elevación. Para mediciones en Estático Rápido, puede resultar ventajoso incrementar los periodos de observación en caso de que, de los cuatro o cinco satélites, dos presenten baja elevación (por ejemplo <math>< 20^\circ</math>).

## Tiempos de observación y longitudes de líneas base, continuación

### Tiempos y longitudes de líneas base

El tiempo de observación depende de:

- La longitud de la línea base
- El número de satélites
- La geometría de los satélites (GDOP)
- La ionosfera

Las perturbaciones ionosféricas varían en función del tiempo, la hora (día/noche), el mes, el año, la posición geográfica.

La siguiente tabla muestra los tiempos de observación aproximados para diferentes longitudes de líneas base, trabajando con un sensor de doble frecuencia en latitudes medias y bajo las condiciones ionosféricas que prevalecen actualmente.

Método de Observación	Núm. de sats.GDOP ≤ 8	Longitud de Línea Base	Tiempo de Observación aprox.	
			de día	de noche
Estático Rápido	4 o más	Hasta 5 km	5 a 10 min	5 min
	4 o más	5 a 10 km	10 a 20 min	5 a 10 min
	5 o más	10 a 15 km	20 min o más	5 a 20 min
Estático	4 o más	15 a 30 km	1 a 2 horas	1 hora
	4 o más	Más de 30 km	2 a 3 horas	2 horas

### Estación de referencia

Los levantamientos GPS constituyen una técnica diferencial, que consiste en observar y calcular líneas base entre las estaciones de referencia y los receptores móviles. Ya que numerosas líneas base se determinan a partir de la misma estación de referencia, la selección y fiabilidad de dichas estaciones adquiere especial importancia.

Elija los sitios para establecer la estación de referencia de tal forma que resulten favorables para las observaciones GPS. Un buen emplazamiento debe contar con las siguientes características:

- No presentar obstrucciones por encima de los 15° de elevación.
- No presentar superficies reflectantes susceptibles de provocar efecto multitrayectoria.
- Entorno seguro, alejado del tráfico y circulación, con posibilidad de dejar el receptor trabajando sin vigilancia.
- Sin transmisores potentes (antenas de radio, TV, etc.) en los alrededores.

Los resultados para los diferentes puntos móviles dependen del desempeño del receptor de referencia. Por lo tanto, es esencial que este opere en forma fiable:

- Asegure el suministro de energía. Utilice una batería con carga completa. Conecte eventualmente dos baterías o una batería de automóvil. Si fuera posible, emplee un transformador conectado a la red.
- Asegúrese de que la capacidad de memoria del dispositivo empleado es suficiente para registrar todas las observaciones.
- Controle la altura y la excentricidad de la antena.
- Asegúrese de que los parámetros de la misión (tipo de observación, intervalo de registro, etc.) son los correctos y concuerdan con los del receptor móvil.



Nótese que no es necesario montar el receptor de referencia en un punto conocido. Es preferible establecer estaciones de referencia provisionales en sitios que respondan a las condiciones señaladas anteriormente en vez de montarlo en puntos conocidos que no resulten adecuados para observaciones GPS.

Para la transformación del sistema WGS84 al sistema local, deben integrarse puntos conocidos con coordenadas locales en la red GPS. No es necesario utilizar estos puntos como estaciones de referencia. Estos pueden medirse con el receptor móvil.

## ***Necesidad de un punto conocido en WGS84***

---

El cálculo de una línea base durante el procesamiento de datos requiere que las coordenadas de un punto (referencia) sean fijas. Las coordenadas del otro punto (móvil) se determinan en relación a ese punto "fijo".

Para evitar que los resultados tengan influencia de errores sistemáticos, las coordenadas del punto "fijo" deben conocerse con una precisión de aproximadamente 20 metros en el sistema de coordenadas WGS84. Siempre que sea posible, deberán conocerse las coordenadas del punto "fijo" con una precisión de 10 metros, a fin de evitar la introducción de errores de 1 a 2 ppm.

Cualquier levantamiento GPS de precisión requiere que un punto de la red esté definido por coordenadas absolutas en el sistema WGS84 con una precisión de aproximadamente 10 metros. Estas coordenadas estarán disponibles en forma

constante, o bien, pueden calcularse sin dificultad, tal como se explica en la página 23.

Si no se conocen las coordenadas WGS84 de un punto o no se pueden calcular, puede emplear el cálculo de Posición de Punto Simple (SPP) en SKI. No obstante, debe tener en cuenta que generalmente la Disponibilidad Selectiva (Selective Availability, SA) puede estar activada. La única forma de minimizar sus efectos es mediante los tiempos de observación adecuados, de tal manera que el SA será promediado en el cálculo de Posición de Punto Simple.

De manera normal, el receptor de referencia efectuará observaciones durante varias horas, mientras el receptor móvil se desplaza de un punto a otro. De esta forma, la Posición de Punto Simple (SPP) calculada en SKI para el receptor móvil, estará relativamente exenta de los efectos del SA.

Si se calcula la Posición de Punto Simple con observaciones de unos cuantos minutos, no podrán eliminarse los efectos del SA y los resultados obtenidos podrían presentar errores de 100 metros o más.

Al calcular la Posición de Punto Simple para el punto inicial de una red, utilice siempre un punto observado durante varias horas, a fin de obtener coordenadas WGS84 del orden de 10 metros de precisión.

Para obtener un posicionamiento efectivo de Punto Simple, debe considerar un tiempo mínimo de observación de 2 a 3 horas, por lo menos con cuatro satélites y un buen GDOP. Cuanto más largo sea el período de observación, más precisa será la Posición de Punto Simple.

## **Observación de nuevos puntos** *Empleo del Indicador Parar y Seguir como guía*

---

El operador del receptor móvil debe prestar atención a los siguientes puntos, especialmente si realiza observaciones de corta duración en Estático Rápido:

- Asegúrese de que los parámetros de la configuración (por ejemplo el intervalo de registro) sean los correctos y que concuerden con los del receptor de referencia.
- Controle la altura y excentricidad de la antena.
- Esté pendiente del GDOP durante una observación de corta duración.
- Para obtener una precisión de 5 a 10mm + 1 ppm en Estático Rápido, debe tomar mediciones únicamente cuando el GDOP sea  $\leq 8$ .

El indicador Parar y Seguir integrado en el sensor ofrece al operador del receptor móvil los tiempos de medición aproximados para observaciones en Estático Rápido con cuatro o más satélites, y un GDOP menor o igual a 8. Este indicador calcula en qué momento se dispone de la cantidad de observaciones necesarias para garantizar un post-proceso eficiente (resolución de ambigüedades exitosa).

Las estimaciones actuales se calculan para dos márgenes de líneas base:  
0 a 5 km y 5 a 10 km. Estos cálculos están basados en observaciones GPS en latitudes medias y presuponen que los receptores de referencia y los móviles trabajan con los mismos satélites.

Considerando que el Indicador Parar y Seguir puede controlar únicamente el receptor móvil, solo puede ofrecer información aproximada de los tiempos de medición. Por lo tanto, solo debe utilizarse como guía.



## *Ficha de campo*

---

Como en todas las tareas topográficas, siempre resulta útil llenar una ficha de campo para cada punto al efectuar mediciones GPS. Estas fichas facilitan el control y la edición de los datos durante el post-proceso.

### **Estaciones de referencia**

- ✓ No deben presentar obstrucciones en elevaciones superiores a los 15°.
- ✓ No deben presentar superficies reflectantes (efecto multitrayectoria).
- ✓ Entorno seguro, posibilidad de dejar el equipo sin supervisión.
- ✓ No debe haber transmisores en los alrededores.
- ✓ Suministro de energía asegurado.
- ✓ Capacidad de memoria asegurada.
- ✓ Configuración correcta de parámetros (como el intervalo de registro).
- ✓ Controle la altura y excentricidad de la antena.
- ✓ No es necesario que sea un punto conocido.
- ✓ Es preferible establecer estaciones de referencia provisionales en sitios favorables que en puntos conocidos inadecuados.

Para trabajos de alta precisión, se requieren coordenadas WGS84 conocidas para un punto con una precisión de alrededor de 10 metros.

### **Receptor móvil**

- ✓ Ángulo de elevación mínimo de 15°.
- ✓ No debe haber obstrucciones que impidan la recepción de las señales.
- ✓ No debe haber superficies reflectantes (efecto multitrayectoria).
- ✓ No debe haber transmisores en los alrededores.
- ✓ Batería con carga completa.
- ✓ Capacidad de memoria suficiente.
- ✓ Parámetros de configuración correctos (como el intervalo de registro).
- ✓ Controle la altura y la excentricidad de la antena.
- ✓ Buenas ventanas de observación.
- ✓ Controle el GDOP  $\leq 8$ .
- ✓ Utilice el Indicador Parar y Seguir como guía.
- ✓ Llene una ficha de campo.

## *Ficha de campo, continuación*

---

### **Consejos prácticos**

- ✓ Base nivelante: revise la burbuja y la plomada óptica.
- ✓ Revise la correcta nivelación y el centrado de la base nivelante y el trípode.
- ✓ Controle la altura y excentricidad de la antena.
- ✓ ¡Un error altimétrico afecta toda la solución!
- ✓ Mantenga el contacto por radio entre la estación de referencia y el móvil.
- ✓ Oriente las antenas para trabajos de alta precisión.

### **Ficha de campo**

Id Punto.:

Fecha

Núm. serie Receptor:

Operador:

Tarjeta de Memoria núm.:

Tipo de montaje:

Altura de antena:

Inicio de mediciones:

Fin de mediciones:

Número de épocas:

Número de satélites:

GDOP:

Posición de navegación: Lat.

Lon.

Alt.

Notas:

## Transferencia de datos a SKI-Pro

### Revisión y edición de datos durante la transferencia

Los datos se pueden transferir a SKI-Pro directamente desde la tarjeta PC, o mediante una lectora de tarjetas, a partir del controlador (Sistema 300) o del receptor (Sistema 500), o desde un disquete que contenga el respaldo de los datos crudos. Durante la transferencia de datos, el operador puede controlar y editar ciertos datos. Es recomendable revisar lo siguiente:

- Identificación de los puntos: Verifique la ortografía, el modo de escritura (mayúsculas y minúsculas), espacios, etc.
- Asegúrese de que un punto observado dos veces esté definido por el mismo identificador. Observe que los diferentes puntos medidos en el mismo proyecto tengan identificadores diferentes.

- Altura de antena: Compare estos datos con la ficha de campo.



Nótese que algunos de los parámetros antes mencionados se pueden modificar en SKI-Pro. Sin embargo, las líneas base afectadas deberán volver a calcularse.

### Respaldo de datos crudos y proyectos

Después de dar lectura a un bloque de datos, haga **siempre** un respaldo, ya sea en un disquete o en el disco duro de su PC. De esta forma, puede volver a utilizar la tarjeta de memoria y disponer todavía de los datos crudos. Cuando haga respaldos de diversas tarjetas de memoria, es recomendable crear un directorio para cada tarjeta.

Posterior a la importación de todos los datos de un proyecto, se recomienda también hacer una copia de todo el directorio donde se localiza el proyecto antes de comenzar a procesar los datos.

## **Cálculo de coordenadas iniciales WGS84 de un punto**

Como se explicó en la página 18, el cálculo de una línea base requiere que las coordenadas de un punto sean fijas y las coordenadas del otro se calculen en relación al punto "fijo".

Para cualquier levantamiento GPS de precisión, es necesario conocer las coordenadas de UN punto de la red en el sistema WGS84 y con una precisión de aproximadamente 10 metros. Generalmente, estas coordenadas estarán disponibles o pueden ser calculadas fácilmente.

Mediante SKI-Pro se puede hacer, en forma sencilla, la transformación de coordenadas planas de un punto conocido a coordenadas cartesianas o geodésicas en el elipsoide local. Si se conocen los valores aproximados de los parámetros de transformación del sistema local a WGS84, pueden determinarse las coordenadas WGS84 con la precisión requerida. Generalmente, los parámetros de

transformación se pueden obtener de las universidades o de los servicios e institutos locales de geodesia. Como se explicó en la página 17, no es necesario que el receptor de referencia se encuentre en un punto conocido. En caso de colocarlo en un punto nuevo (sin coordenadas conocidas) y el receptor móvil haya medido un punto conocido, simplemente calcule la línea base del punto conocido (móvil) hacia el punto sin coordenadas conocidas (referencia), a fin de obtener y registrar las coordenadas iniciales WGS84 del receptor de referencia.

Si no se dispone de buenas coordenadas conocidas iniciales en WGS84 para el punto de referencia, o no se pueden calcular según se ha descrito en los dos últimos párrafos, puede trabajar con la opción de Posición de Punto Simple en SKI-Pro. Al emplear este método, elija un punto observado durante varias

horas. De esta forma, se minimizan los efectos del SA y se obtendrán las coordenadas WGS84 con una precisión de 10 metros.

Véase la sección "*Necesidad de un punto conocido en WGS84*" en la página 18 para más detalles.

Recuerde que una estación de referencia con coordenadas iniciales poco precisas afectará el cálculo de la línea base y puede originar que los resultados excedan las especificaciones.

## Parámetros de procesamiento de datos

En la mayoría de los casos, el operador puede aceptar los parámetros predeterminados para el procesamiento de los datos y abstenerse de modificarlos. Pero en otras ocasiones, el operador puede tener necesidad de modificar uno o más parámetros. Los más comunes se describen a continuación.

### Ángulo de elevación

Generalmente, los receptores GPS trabajan con un ángulo de elevación de  $15^\circ$ , valor que también se toma como predeterminado en el procesamiento de datos. Evite hacer observaciones con ángulos de elevación menores si desea obtener resultados precisos.

Aunque puede aumentar este ángulo de elevación, debe hacerlo con extrema precaución. Si el ángulo de elevación es mayor para el procesamiento de datos al determinado en el receptor, no se tomarán en cuenta algunas observaciones en el cálculo de la línea base y puede "perder" algún satélite. Podría ocurrir que en el cálculo se incluyan solo tres satélites en vez de cuatro, lo cual generaría resultados poco fiables.

Sin embargo, puede resultar ventajoso incrementar el ángulo de elevación a  $20^\circ$  bajo condiciones de perturbación ionosférica, siempre que se haya observado un número suficiente de satélites con un buen GDOP (utilice el módulo *Disponibilidad de Satélites* de SKI-Pro para revisar el valor del GDOP).

Puede ocurrir que el cálculo de una línea base no corresponda a la precisión necesaria, aún cuando se hayan observado cinco satélites. Si uno de estos satélites no supera nunca los  $20^\circ$  de elevación, la señal de dicho satélite puede verse afectada seriamente por la actividad ionosférica. Al incrementar el ángulo y empleando únicamente cuatro satélites con mayor elevación, pueden obtenerse mejores resultados.

## ***Efemérides***

SKI-Pro emplea efemérides transmitidas grabadas en el receptor, lo cual es una práctica común para todos los levantamientos GPS. El uso de efemérides precisas es de poco interés para los levantamientos GPS normales.

## ***Datos empleados para el procesamiento***

Para levantamientos de precisión, generalmente se utiliza la configuración estándar "Automático", con la cual se emplearán las observaciones de "Código" y "Fase".

"Únicamente código" se puede aplicar en el cálculo rápido de líneas base que no requieren una alta precisión, por ejemplo en trabajos de exploración o reconocimiento. Si únicamente se emplean observaciones con código, la precisión en posición no será mayor a 0.3m.

Para cálculos precisos de líneas base se utiliza "Código y Fase" o "Únicamente fase", ya que los resultados obtenidos serán más o menos los mismos.

En líneas base con longitud mayor a 100 km, las observaciones con código permiten obtener una solución de alta precisión, siempre y cuando las efemérides sean lo suficientemente buenas.

Si por alguna razón, las mediciones con código están corruptas, las líneas base se pueden procesar mediante la opción "Únicamente fase".

Para procesar datos cinemáticos, se debe emplear "Automatico" para obtener resultados precisos. La opción "Únicamente código" se aplica solamente en caso de no requerir alta precisión.



### *Límite de solución de ambigüedades:*

Este parámetro permite determinar el método aplicado por SKI para el cálculo de líneas base. El valor que sugiere el sistema es de 20 km.

Si las líneas base no sobrepasan este valor límite, las medidas L1 y L2 se consideran como observaciones individuales en el ajuste por mínimos cuadrados. El algoritmo de búsqueda de Lambda, desarrollado por el profesor Teunissen y sus colaboradores en la Universidad Tecnológica de Delft, se aplica como un método eficiente para encontrar los posibles valores enteros de las ambigüedades. Previamente, el Dr. E. Frei publicó los criterios de decisión estadística junto con un algoritmo de búsqueda diferente: FARA (Fast Ambiguity Resolution Approach), conocido actualmente como Estadísticas FARA.

Las líneas con longitud mayor a este límite serán calculadas con la ayuda de la solución denominada L3. L3 es una combinación lineal de medidas L1 y L2. La ventaja de la solución L3 es que elimina las influencias ionosféricas. Sin embargo, cabe aclarar que también destruye la característica de número entero de las ambigüedades, impidiendo así su resolución. Pero esto no es importante, ya que es prácticamente imposible resolver ambigüedades en distancias grandes.

### *Límite emc*

El límite emc se utiliza para reducir la posibilidad de que se produzcan resultados inciertos.

Durante el cálculo de una línea base, el ajuste de los mínimos cuadrados establece el error medio cuadrático (emc) de una observación de diferencia de fase simple (es decir, el emc de la unidad de ponderación). Este valor se compara con el límite emc.

En la mayoría de las aplicaciones de levantamientos GPS, generalmente se aceptará la configuración predeterminada "Automático". De esta forma, el sistema seleccionará automáticamente un valor emc apropiado, dependiendo del tiempo de ocupación del punto.

El emc de una observación de diferencia de fase simple depende mayoritariamente de la longitud de la línea, el tiempo de observación y las perturbaciones ionosféricas (que son menores durante la noche).

## Límite emc, continuación

En la siguiente tabla se muestran los valores de emc aproximados de una medición de diferencia de fase simple en función del tiempo de observación y la longitud de las líneas:

Distancia	Observación de Día		Observación de Noche	
	≤ 10 min	> 10 min	≤ 10 min	> 10 min
Hasta 5 km	< 10 mm	< 10 mm	< 10 mm	< 10 mm
5 a 10 km	< 15 mm	< 25 mm	< 10 mm	< 15 mm
10 a 20 km	< 15 mm	< 40 mm	< 10 mm	< 15 mm

Si el emc de una observación de diferencia de fase simple es superior al límite emc, el sistema rechazará la solución con ambigüedades fijas y retendrá la solución con ambigüedades flotantes (no resueltas).



Nótese que, al aplicar el parámetro avanzado "Usar modelo estocástico" (véase la página 29), adicionalmente se reducirán los valores del emc para una sola diferencia.

Al realizar observaciones en Estático Rápido con un máximo de 10 minutos, se debe tener cuidado al incrementar el límite emc, ya que con un valor demasiado elevado de este, el programa puede aceptar una solución falsa.

En el caso de observaciones de larga duración - 30 minutos o más, se puede aplicar un límite emc mayor sin riesgo alguno.



Nótese que el límite emc se aplica únicamente a líneas que no exceden la longitud límite (véase la página 26). En longitudes superiores no se intenta resolver las ambigüedades.

## Tipo de solución

El parámetro Tipo de solución se aplica a todas las líneas base en las que se intenta la resolución de ambigüedades (véase la página 28). En caso de seleccionar el tipo de solución "Estándar", SKI-Pro intentará resolver las ambigüedades y aplicar las correcciones ionosféricas según se hayan definido en el parámetro "Modelo ionosférico".

Si elige el tipo de solución "Sin ionosfera", el cálculo de la línea base se lleva a cabo en dos pasos. Primero se intenta resolver las ambigüedades y después, se calcula una solución libre de ionosfera, haciendo uso de las ambigüedades en L1 y L2.

La ventaja de este método es que, al resolver las ambigüedades, se elimina cualquier perturbación ionosférica. Se recomienda aplicar este tipo de solución en líneas base de entre 5 a 20 km de longitud, sobre todo aquellas con observaciones hechas durante el día.

## Modelo ionosférico

Este parámetro se utiliza únicamente para las líneas base que no sobrepasan la longitud límite (véase la página 28, "Límite de solución de ambigüedades") es decir, aquellas líneas base en las que SKI-Pro intenta resolver las ambigüedades.

El parámetro predeterminado será "Automático", con lo cual el sistema seleccionará la mejor opción posible. Si en la referencia existe un tiempo de observación suficiente, entonces se aplicará la opción de "Modelo calculado". En cualquier otro caso, se tomará el "Modelo Klobuchar", siempre y cuando estén disponibles los datos del almanaque. Generalmente, no es necesario modificar el parámetro predeterminado.

Es posible emplear un "Modelo calculado" en vez de un modelo estándar. Éste se calcula usando diferencias en las señales L1 y L2 recibidas por el sensor en el terreno.

La ventaja de emplear un modelo así, es que está calculado de acuerdo a las condiciones prevalecientes en el momento y el lugar de las mediciones. Para aplicar un *modelo calculado* se requieren por lo menos 45 minutos de observaciones.

El Modelo Estándar se basa en una actividad ionosférica empírica y está en función del ángulo horario del sol. Cuando se utiliza el Modelo Estándar se aplican correcciones a todas las observaciones de fases. Dichas correcciones dependen del ángulo horario del sol en el momento de las mediciones y de la elevación de los satélites.

Si las líneas base tienen una longitud superior al límite (véase página 26), las influencias ionosféricas serán eliminadas mediante la evaluación de una combinación lineal de medidas L1 y L2, denominada L3, sin resolución de ambigüedades.

## *Usar modelo estocástico*

Mediante esta opción es posible resolver ambigüedades en líneas de longitud media y larga cuando exista la sospecha de que la ionosfera se encuentra en un periodo de actividad considerable.

Sin embargo, se debe tener especial cuidado al aplicarlo para líneas base cortas, ya que la presencia de datos erróneos - obtenidos como resultado del efecto multitrayectoria o por la presencia de obstrucciones - pueden malinterpretarse y considerarlos como consecuencia de la actividad ionosférica.

Es por esto que en forma predeterminada, este parámetro se aplica únicamente en líneas base mayores a 10 km.



Nótese que, a fin de obtener resultados fiables, esta opción no se empleará para procesar datos cinemáticos.

## *Frecuencia*

SKI-Pro selecciona en forma automática los datos disponibles para procesar. Por lo mismo, no tiene sentido seleccionar una opción diferente a la de "Automático".

Únicamente con observaciones de doble frecuencia se pueden llevar a cabo levantamientos Estático Rápidos con periodos cortos de observación. Las líneas base de gran longitud solo se pueden procesar correctamente empleando datos en L1 y L2.

Al seleccionar la opción "Flotante sin ionosfera", SKI-Pro calculará una solución L3, aún si la longitud de la línea base es menor al límite para fijar ambigüedades (véase la página 26). Recuerde que para obtener una solución L3, el tiempo de observación debe ser lo suficientemente largo.

## *Modelo troposférico*

Los modelos *Hopfield* y *Saastamoinen* ofrecen aproximadamente los mismos resultados. No trabaje nunca con la opción "Sin troposfera", ya que sin emplear un modelo troposférico no podrá obtener buenos resultados.

## **Selección de líneas base - Método de cálculo**

Antes de comenzar el procesamiento de datos, determine el método que más convenga para el cálculo de la red y considere los siguientes puntos:

- Obtención de coordenadas iniciales WGS84 aceptables para un punto.
- Conexión a la red de control existente.
- Cálculo de coordenadas de estaciones de referencia provisionales.
- Mediciones en Estático Rápido a partir de estaciones de referencia provisionales.
- Mediciones de líneas largas.
- Mediciones de líneas cortas.

Si utiliza diversas estaciones de referencia provisionales, calcule primero esta "red" de estaciones de referencia. Además, puede ser necesario ligarla a puntos de control existentes. Seleccione y calcule las

líneas una por una y después analice los resultados. Si estos son correctos, grabe las coordenadas de las estaciones de referencia provisionales.

Se recomienda revisar las coordenadas de cada estación de referencia provisional, ya sea mediante mediciones múltiples u otros medios de control, ya que todos los puntos móviles radiales dependen de dichas estaciones.

Una vez calculada la "red" de estaciones provisionales, es posible determinar las líneas base restantes - es decir, las líneas radiales entre las estaciones provisionales y los receptores móviles.

Si es necesario calcular líneas base con grandes diferencias de longitud, puede resultar útil procesarlas en diversas fases de cálculo, seleccionando dos o más líneas

base. De esta forma, podría seleccionar y calcular grupos de líneas que estén en la misma categoría de parámetros.

Evite combinar en el mismo cálculo líneas base de longitudes muy distintas. Asimismo, trate de no combinar observaciones cortas en Estático Rápido con observaciones largas en Estático.

## ***Líneas base que no exceden la longitud límite***

---

### ***Ambigüedades resueltas***

Para obtener buenos resultados en líneas base de hasta 20 km (valor límite predeterminado para "*Límite de resolución de ambigüedades*"), es indispensable resolver las ambigüedades.

Si las líneas son más cortas que la longitud límite, SKI-Pro buscará todas las combinaciones de ambigüedades posibles y evaluará el emc de una observación de diferencias de fase simple para cada cálculo de ambigüedades. Posteriormente, compara las dos soluciones que presenten los emc más pequeños. En caso de una diferencia significativa entre los dos emc, se retiene el cálculo de ambigüedades que tenga el emc más bajo. Esta selección se basa en métodos estadísticos.

El lector comprenderá que un método de ajuste por mínimos cuadrados proporciona únicamente los valores "más probables". Estos serán, generalmente, los "valores verdaderos".

Sin embargo, conviene saber que las condiciones ionosféricas desfavorables pueden provocar errores sistemáticos en las observaciones de fase. En ese caso, aunque los resultados del ajuste sean estadísticamente correctos, pueden desviarse de los valores verdaderos.

Los métodos estadísticos aplicados en el algoritmo FARA se basan en criterios muy restrictivos, con el fin de asegurar los mejores resultados posibles.

Al resolver las ambigüedades, SKI-Pro ha encontrado la solución "más probable" con un valor emc significativamente inferior al de cualquier otro cálculo de ambigüedades.

Si toma en cuenta las normas relativas a las longitudes de líneas base, las ventanas de observación, el número de satélites, el GDOP y los tiempos de observación, y las combina con su propia experiencia, los cálculos de líneas base para las que se han resuelto las ambigüedades, deberán ser conformes a las especificaciones.

No obstante, como se mencionó anteriormente, es imposible eliminar por completo los riesgos de error.

### *Ambigüedades no resueltas*

Como se explicó anteriormente, es indispensable la solución de las ambigüedades para obtener buenos resultados sobre líneas base que no sobrepasan los 20 km.

SKI-Pro no podrá solucionar las ambigüedades en caso de que las observaciones sean insuficientes o que la constelación de los satélites sea desfavorable. Si las ambigüedades no se resuelven, es poco probable que la precisión obtenida responda a las especificaciones.

Si las ambigüedades no se resuelven, es difícil evaluar la precisión de un levantamiento Estático Rápido (tiempos cortos de observación). Sin embargo, se obtendrá una estimación aproximada multiplicando por 10 los valores sigma de cada coordenada estimada.



Nótase que bajo condiciones normales, debe ser posible resolver las ambigüedades para líneas base de hasta 20 km y con tiempos de observación adecuados (consulte en la página 15 Longitudes de líneas base y tiempo de observación). En caso de que las ambigüedades no sean resueltas, revise los valores emc en el reporte generado (ver la página siguiente).

### *Líneas base superiores a la longitud límite*

En líneas base con longitud superior al límite (20 Km), SKI-Pro corrige los efectos ionosféricos, pero no intenta resolver la ambigüedades.

Por lo tanto, el resultado siempre mostrará el mensaje "Ambigüedades no resueltas" (Estado ambigüedades = no).



Nótase que por lo general, no tiene caso intentar resolver las ambigüedades para líneas de más de 20km de longitud.

## Revisión del reporte (logfile) y comparación de resultados

### Líneas base que no exceden la longitud límite

El algoritmo de búsqueda de Lambda y las estadísticas FARA siempre intentan resolver las ambigüedades para las líneas que no exceden la longitud límite.

El reporte (logfile) que se genera presenta una lista de datos que se obtienen de las estadísticas FARA al término de cada cálculo de línea base. Revise lo siguiente:

- Número de satélites: siempre deben existir por lo menos cuatro.
- emc flotante: valor del emc antes de resolver las ambigüedades.
- emc fijo: emc después de resolver las ambigüedades. Generalmente, el emc fijo será un poco superior al emc flotante.

Como se explicó en la sección "Límite emc" (véase la página 26), si el emc flotante es mayor que el límite emc, el sistema excluye la solución con ambigüedades fijas y se queda con la solución flotante (ambigüedades no resueltas). Si se resuelven las ambigüedades, los emc flotantes y fijos deben ser inferiores al valor del límite emc.

La tabla de la página 27 ofrece una guía con los valores emc aproximados (flotantes y fijos) que se pueden esperar.

Si el límite emc es menor al emc flotante o fijo, se puede aumentar manualmente el valor del límite emc. Sin embargo, como se explicó en la página 27, se debe tener cuidado al hacer esto en el caso de observaciones Estático Rápidas con tiempos de observación de hasta 10 minutos.

Puede darse el caso de que los emc flotantes y fijos sean demasiado elevados y que el programa acepte una solución falsa.

Es necesario señalar que el aumentar manualmente el valor del límite emc supone experiencia y un buen análisis previo por parte del operador.

En caso de tener que calcular líneas base cuyas longitudes difieran considerablemente, se recomienda hacerlo en dos o más procesos de cálculos. De esta forma, podrá seleccionar y calcular grupos de líneas base que se encuentren en la misma categoría de parámetros de procesamiento.

### ***Líneas base superiores a la longitud límite***

Si las líneas tienen una longitud superior al límite (20 km), SKI-Pro corrige los efectos ionosféricos pero no intenta resolver las ambigüedades.

Al consultar el reporte (logfile) revise lo siguiente:

- Número de satélites observados.
- emc de la unidad de ponderación

El emc de la unidad de ponderación debe ser menor a 20 mm para líneas entre 20 y 50 km. En líneas de más de 50 km el emc será más elevado, debido a las ligeras imprecisiones de las efemérides transmitidas.

### ***Comparación del reporte con las fichas de campo***

Si los resultados no son tan buenos como esperaba, puede ser de utilidad comparar los datos del reporte con los de las fichas de campo. Revise si el número de satélites observados corresponde con el número anotado en las fichas de campo. Asimismo, verifique los datos de la estación de referencia y el receptor móvil. Si el número de satélites no es el mismo, el GDOP puede ser más elevado de lo esperado. Revise el valor actual del GDOP de los satélites empleados en el cálculo mediante la opción Disponibilidad de Satélites de SKI-Pro.

### ***Comparación de soluciones múltiples***

Si se ha observado un punto desde dos ventanas diferentes, o dos estaciones de referencia han operado en forma simultánea, es conveniente comparar las coordenadas calculadas.

## **Grabación de resultados**

---

Posterior al análisis de los resultados y del reporte, grabe los resultados que cumplan con la precisión requerida.

Si graba varias soluciones, el programa promediará las coordenadas (media ponderada). Por ejemplo, si graba las coordenadas del punto A obtenidas a partir de una línea base y después calcula y graba las coordenadas del mismo punto A obtenidas a partir de otra línea, obtendrá como resultado final la media ponderada de las dos soluciones. La media ponderada se toma en cuenta únicamente si las coordenadas en altura y posición no sobrepasan los "*Límites promedio de coordenadas automáticas*" definidos en SKI-Pro (valor predeterminado = 0.075m).

Se debe tener cuidado de revisar los puntos fijos bajo diversos cálculos de líneas y comparar los resultados antes de grabarlos.

## ***Grabación de resultados, continuación***

---

### **Interpretación y grabación de resultados**

- Líneas de hasta 20 km: deben solucionarse las ambigüedades para obtener resultados de alta precisión.
- Líneas superiores a los 20 km: generalmente se empleará la solución L3, sin resolución de ambigüedades.
- Líneas base que no exceden la longitud límite (valor predeterminado = 20 km):  
Siempre se intenta solucionar las ambigüedades.

**Ambigüedades resueltas (Estado de las ambigüedades = sí):**

SKI-Pro encontró la solución más probable.

Los resultados deben cumplir con las especificaciones.

**Ambigüedades no resueltas (Estado de las ambigüedades = no):**

Solución flotante.

Los resultados exceden las especificaciones, revise el reporte.

Considere la posibilidad de incrementar el límite emc y volver a efectuar el cálculo.

- Líneas base superiores al límite (valor predeterminado = 20 km):  
Solución L3, no se resuelven las ambigüedades.  
Los resultados deben cumplir con las especificaciones, en caso de observaciones suficientes.  
Las líneas largas requieren tiempos de observación más largos.
- Revise las soluciones múltiples, las líneas base independientes, etc.
- Grabe los resultados que cumplan con la precisión requerida.
- Obtención de coordenadas promediadas en caso de que se hayan grabado diversas soluciones.

## **Compensación, transformación y salida de resultados**

Una vez calculadas las observaciones, probablemente desee compensar los resultados si es que dispone de varias mediciones a los puntos. Esto le permite obtener la mejor estimación para la posición de los mismos. Para mayores detalles, consulte el tema "*Compensación*" en la Ayuda en pantalla de SKI-Pro

Los resultados de los cálculos de la línea base son coordenadas en el sistema WGS84. Mediante la opción "*Sistemas de Coordenadas*" de SKI-Pro, dichas coordenadas se pueden transformar a cualquier sistema de referencia local.

## Notas sobre mediciones estáticas y estático rápidas con una frecuencia

Al realizar mediciones con el SR510 (Sistema 500) o SR9400 / SR261 (Sistema 300), se deben considerar algunos puntos con el fin de que las mediciones sean correctas y obtener buenos resultados.

Únicamente se deben emplear ventanas de observación con un mínimo de 5 satélites, con un ángulo de elevación superior a los 15° y un buen GDOP (< 8).

En Estático y Estático Rápido el tiempo mínimo de observación no debe ser inferior a los 15 minutos.

Por cada kilómetro de longitud de la línea base, se deben tomar observaciones durante 5 minutos, siendo 15 minutos el tiempo mínimo de observación.

Tiempos de observación (mínimos) recomendados:

Longitud de línea base	Tiempos de observación
1 km	15 min.
2 km	15 min
3 km	15 min
4 km	20 min
5 km	25 min
6 km	30 min
7 km	35 min
8 km	40 min
9 km	45 min
10 km	50 min
> 10 km	> 60 min

Se considera exitosa una observación en Estático Rápido cuando SKI-Pro puede resolver las ambigüedades. Pero en el caso de observaciones con una frecuencia, es difícil ofrecer una estimación de los tiempos de observación, ya que a diferencia de cuando se trabaja con receptores de doble frecuencia, el programa de post-proceso cuenta con menor información disponible. Sin embargo, la tabla que se presenta puede servir como guía.

En caso de disponer de datos de mediciones estáticas o estático rápidas con una frecuencia y con menos de 9 minutos de observaciones, SKI-Pro no intentará resolver las ambigüedades. Lo anterior se hace con el fin de evitar resultados poco fiables. Una vez resueltas correctamente las ambigüedades, se obtendrán líneas base con precisiones del orden de 5 - 10 mm + 2 ppm. Estos valores se pueden modificar en la opción Proceso de Datos de SKI-Pro, pero no es recomendable.

## ***Notas sobre mediciones estáticas y estático rápidas con una frecuencia, cont.***

---

Si se requiere obtener la mayor precisión posible en los resultados, se recomienda orientar las antenas en una misma dirección.

En líneas largas mayores a 10 km, la precisión que se puede obtener con sensores de una frecuencia será menor a aquella lograda con sensores de doble frecuencia . Esto se debe a los efectos ionosféricos, los cuales no pueden ser eliminados al trabajar con datos de una frecuencia. Aquellos usuarios que han trabajado previamente con equipos de doble frecuencia deben saberlo.

**Según Certificado SGS, Norma ISO 9001,  
Leica Geosystems AG Hærbrugg  
dispone de un sistema de calidad  
conforme al estándar internacional para  
gestión de la calidad y sistemas de  
calidad así como de sistemas de gestión  
del medio ambiente (ISO 14001).**



**Total Quality Management - nuestro  
compromiso para la satisfacción total  
de nuestros clientes.**

*Recibirá más informaciones sobre  
nuestro programa TQM a través de  
nuestra agencia Leica Geosystems  
local.*

712171-2.0.0es

Impreso en Suiza - Copyright Leica  
Geosystems AG, Hærbrugg, Suiza 2000  
Traducción de la versión original (712168-2.0.0en)

*Leica*  
Geosystems

Leica Geosystems AG  
CH-9435 Hærbrugg  
(Switzerland)  
Phone +41 71 727 31 31  
Fax +41 71 727 46 73  
[www.leica-geosystems.com](http://www.leica-geosystems.com)



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y  
DESARROLLO DE EDUCACIÓN EN LÍNEA  
(CIDEL)

CURSO

Elementos físicos y matemáticos de la geodesia  
satelital

CV135

DEL 21 AL 25 DE NOVIEMBRE DEL 2005

Instructor:

Ing. Juan Carlos Hernández Correa

COMISIÓN FEDERAL DE ELECTRICIDAD



- 38 -

La transformación a un segundo sistema de coordenadas cartesianas con origen idéntico y con los ejes X, Y, Z; el cual es generado por el primero, por un giro alrededor del eje Z, por el ángulo  $\gamma$  que puede ser conocido a través de la matriz de operación:

$$Xp = R_3(\gamma)Xp \quad (2.2)$$

con

$$R_3(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \text{sen} \gamma & 0 \\ \text{sen} \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Rotaciones equivalentes  $R_1$  alrededor del eje x y  $R_2$  alrededor del eje Y son:

$$R_1(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \text{sen} \alpha \\ 0 & -\text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad R_2(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\text{sen} \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen} \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$$

La representación es válida para el sistema de coordenadas de la mano derecha. Alguna transformación de coordenadas puede ser conocida a través de una combinación de rotaciones. La transformación completa es:

$$Xp = R_1(\alpha)R_2(\beta)R_3(\gamma) \quad (2.4)$$

Las propiedades matemáticas de las matrices de rotación son directas usando álgebra lineal siguiendo las reglas, que son de mucha importancia:

- 1) La rotación no cambia el tamaño de un vector de posición
- 2) La multiplicación de matrices no es conmutativa

$$R_1(\mu)R_3(\nu) \neq R_3(\nu)R_1(\mu) \quad (2.5)$$

- 3) La multiplicación de matrices es asociativa

$$R.(R, R_1) = (R.R)R_1 \quad (2.6)$$

- 4) La rotación alrededor de los mismos ejes son aditivas

$$R(\nu)R(\mu) = R(\nu + \mu) \quad (2.7)$$

- 5) El inverso y el transpuesto son iguales

$$R_i^{-1}(\mu) = R_i^T(\mu) = R_i(-\mu) \quad (2.8)$$

- 6) La siguiente relación también es válida

$$(R_i R_j)^{-1} = R_j^{-1} R_i^{-1} \quad (2.9)$$

La polaridad de los ejes de coordenadas puede cambiar con la reflexión de las matrices

$$S_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad S_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Finalmente, la matriz por una rotación general de los ángulos  $\alpha, \beta, \gamma$ , es:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \gamma & \cos \beta \operatorname{sen} \gamma & \operatorname{sen} \beta \\ \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta \cos \gamma - \cos \alpha \operatorname{sen} \gamma & \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \operatorname{sen} \beta \cos \beta \\ \cos \alpha \operatorname{sen} \beta \cos \gamma + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \gamma & \cos \alpha \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \gamma - \operatorname{sen} \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

La relación entre el vector de posición en dos sistemas de coordenadas de rotación arbitrarias, es entonces:

$$X_p''' = R_{\lambda_p}; \quad X_p = R_{\lambda_p}' \quad (2.12)$$

En geodesia satelital los ángulos de rotación son frecuentemente muy pequeños, estos permiten el uso de la linealización de R.

Con  $\cos \alpha \cong 1$  and  $\alpha \cong \alpha$  en radianes, entonces el orden de los términos, es el que sigue:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

### 2.1.2.- Sistemas de Coordenadas de Referencia en Geodesia Satelital

Dos sistemas son los requeridos

- Un espacio fijo, un sistema inercial de referencia (CIS), para la descripción del movimiento satelital
- Una tierra fija, sistema terrestre de referencia (CTS) por la posición de las estaciones de observación y por la descripción de resultados en Geodesia Satelital.

Las leyes de Newton del movimiento son solamente validas en un sistema de referencia inercial, por ejemplo un sistema de coordenadas en reposo o en un estado de movimiento rectilíneo uniforme sin ninguna aceleración. La teoría de movimiento por satélites artificiales es desarrollada con respecto a tal sistema. El sistema ecuatorial dado en una época  $T_0$ , es usado en astronomía esférica produce una buena aproximación a un sistema de referencia inercial. Para el tiempo siendo conocido a través de un catalogo de posiciones y del movimiento propio para un número dado de estrellas fundamentales (FK5) (Fricker), sumado a

- 40 -

un sistema de constantes astronómicas (USNO 1983)

El origen del sistema es supuesto a coincidir con el geocentro M. El eje Z positivo orientado hacia el polo norte y el eje positivo X para el primer punto de aries  $\gamma$ . El eje Y completa un sistema de la mano derecha. Tal sistema de referencia es nombrado "Sistema Inercial Convencional" (CIS) para distinguirlo de otro sistema inercial. Desde el centro de masa de la tierra (el origen de este sistema de referencia) se experimenta pequeñas aceleraciones por el movimiento anual alrededor del sol, el término "casi-inercia", es también usado.

La transformación de las coordenadas esféricas  $\alpha, \delta, r$  en las coordenadas cartesianas X, Y, Z es

$$\begin{aligned} X &= r \cos \delta \cos \alpha \\ Y &= r \cos \delta \operatorname{sen} \alpha \\ Z &= r \operatorname{sen} \delta \end{aligned} \quad (2.14)$$

Las fórmulas inversas son:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \\ \alpha &= \arctan \frac{Y}{X} \\ \delta &= \arctan \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

En astronomía esférica  $r$  es usualmente definido como el radio de unidad. Nosotros podemos considerar la esfera celeste como una unidad esférica y aplicar las formulas básicas de la geometría esférica. La información detallada en astronomía esférica pudo ser encontrada en el Green (1985) o en libros de texto en geodesia astronómica (e.g. Mackier 1985, Sigl 1975).

La precisión del sistema de referencia, es conocida a través del catalogo FK5, es aproximadamente 40.1. La precisión no es suficiente para las necesidades modernas. Un considerable avance o desarrollo, por uno o dos grados de magnitud, es conocido con satélites astronómicos como el HIPPARCOS (Kovalevsky, 1986, 1990). Otra posibilidad para una realización mucho más precisa de un sistema de referencia de espacio fijo es el uso de fuentes de radio extragalácticas (Quasar), (VLBI) la cual usara radio telescopio. La conexión entre la estrella fundamental FK5 y la estrella de radio tenue serán conocidas vía misión espacial como el telescopio del espacio. En un futuro una realización dinámica de un sistema de referencia inercial a través de orbitas satelitales podrá ser posible (e.g. Moritz, 1985) El sistema FK5, en relación a la época estándar J2000 ha sido usado como cometa convencional CIS desde el primero de enero de 1988.

Un apropiado sistema de referencia de tierra fija debe ser conectado de una manera bien definida con la corteza de la Tierra. Tal Sistema Convencional Terrestre (CTS) puede ser realizado a través de un sistema de coordenadas cartesianas de estaciones fundamentales con una red de trabajo global. Actualmente es posible establecer a través de la dirección convencional, la principal orientación del eje de la polar y una longitud cero en el ecuador (Greenwich Mean Observator).

El Sistema Terrestre Convencional (CTS) es también llamado Sistema de Tierra Central y Tierra Fija (ECEF).

La transformación del sistema de espacio fijo ecuatorial (CIS) al sistema terrestre convencional (CTS) es conocido a través de secuencias de rotación por:

- 41 -

- precesión
- nutación
- Rotación de tierra incluyendo el movimiento polar

Este puede ser descrito con operaciones de matrices. Un punto en la esfera celeste, describe la posición del vector  $r$ , nosotros podemos escribir entonces:

$$r_{CTS} = SN Pr_{CTS} \quad (2.16)$$

Los elementos de las matrices de rotación deben ser conocidas con suficiente precisión para cada etapa de observación. Estas estaciones son ahora consideradas en más detalle.

#### a) Precesión y Nutación

Los ejes de la tierra de rotación y sus planos ecuatorial no son fijos en el espacio pero rota respecto a un sistema inercial. Estos resultados provienen de la atracción gravitacional de la luna y el sol en un movimiento de pandeo ecuatorial de la tierra. El movimiento total es compuesto de un componente secular principal (precesión) y un componente periódico (nutación)

La posición y orientación del plano ecuatorial y el primer punto de Aries es llamado ecuador principal y equinoccio principal, respectivamente, cuando solamente la influencia de la precesión es considerada. Cuando la nutación es tomada para el conteo, son llamados ecuador verdadero y equinoccio verdadero. Las coordenadas de estrellas respectivas son: la posición principal y la posición verdadera. La posición principal puede ser transformada desde la etapa de referencia  $t_0$  (J2000) para la observación requerida en la etapa  $t$  usando la matriz de precesión:

$$P = R_3(-z)R_2(\theta)R_3(-\zeta) \quad (2.17)$$

con tres rotaciones con los ángulos:  $-z, \theta, -\zeta$

$$\begin{aligned} \zeta &= 0^\circ.6406161 T + 0^\circ.0000839 T^2 + 0^\circ.0000050 T^3 \\ z &= 0^\circ.6406161 T + 0^\circ.0003041 T^2 + 0^\circ.0000051 T^3 \\ \theta &= 0^\circ.5567530 T - 0^\circ.000185 T^2 - 0^\circ.0000116 T^3 \end{aligned} \quad (2.18)$$

$T = (t-t_0)$  es contado desde el siglo Juliano de 365.25 días.

La transformación del ecuador principal y el equinoccio en el ecuador y equinoccio verdaderos respectivamente esta dado por etapas de observación, y es representada con una matriz de nutación:

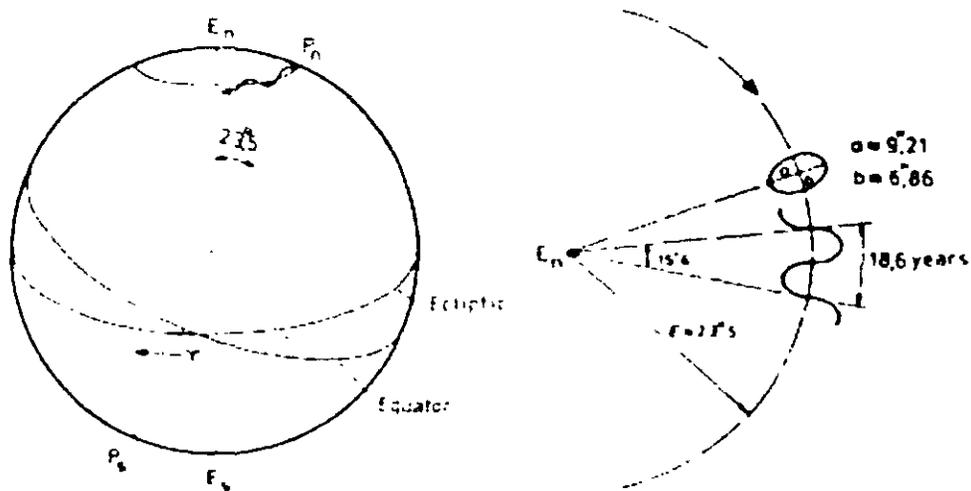
$$N = R_1(-\varepsilon - \Delta\varepsilon)R_3(-\Delta\varphi)R_1(\varepsilon) \tag{2.19}$$

donde:

- $\varepsilon$  = oblicuidad de la eclíptica
- $\Delta\varepsilon$  = nutación en la oblicuidad
- $\Delta\varphi$  = nutación en longitud (en la eclíptica)

y

$$\varepsilon = 232621.448 - 46.815T - 0.00059T^2 + 0.001813T^3$$



### Precesión y Nutación

**Fig.2.3: Precesión y Nutación: El eje de rotación de la Tierra Pn, describe un cono alrededor del Polo Eclíptico En**

En 1980 la Unión Internacional de Astromía (IAU) adopto, una teoría basada en un modelo elástico de la tierra.  $\Delta\psi$  es trabajada en la computadora usando series de expansión resolviendo 106 coeficientes y  $\Delta\varepsilon$  usa uno de 64 coeficientes. Los principales elementos

son:

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= -17.196\text{sen}\Omega - 1.3187\text{sen}(2F - 2D + 2\Omega) - 0.2274\text{sen}(2F - 2\Omega) \\ \Delta\varepsilon &= 9.2025 \cos\Omega + 0.5736 \cos(2F - 2D + 2\Omega) + 0.0927 \cos(2F - 2\Omega) \end{aligned} \tag{2.20}$$

con:

$\Omega$  = longitud principal de un nodo lunar ascendente

D = Elongación principal de la luna desde el sol

$$F = \lambda_M - \Omega$$

Más detalles pueden ser encontrados en Melbourne (1983), USNO(1983), McCarthy (1980) Para la aplicación a la transformación de coordenadas nosotros obtenemos las coordenadas verdaderas.

$$r_1 = (X_1, Y_1, Z_1)$$

en el sistema ecuatorial instantáneo.

b) Rotación de la Tierra y Movimiento Polar:

Par la transformación de un sistema ecuatorial de espacio fijo instantáneo a un sistema de referencia terrestre convencional, nosotros necesitamos tres parámetros; son parámetros de rotación de la tierra (ERP), o parámetros de orientación de la tierra(EOP), El tiempo sideral aparente de Greewich (GAST) y las coordenadas polares (Xp, Yp)

Sin la precesión y la nutación, los parámetros de rotación no pueden ser descritos con la teoría pero deben ser determinados con observaciones actuales con un tiempo internacional y un servicio de latitud. En los últimos 80 años, más o menos, este servicio fue basado principalmente en observaciones astronómicas. El primero de enero de 1988 el Servicio Internacional de la Rotación de la Tierra (IERS)(Boucher et al1988) adquirió esta tarea. Las principales técnicas de observación son usadas ahora como laser ranging para satélites y para la luna.

La Fig2.4 muestra la situación geométrica para la transformación, del sistema terrestre fijo es conocido a través de la orientación convencional de un sistema cartesiano (X, Y, Z)er. El eje Zcr esta en dirección hacia el polo terrestre convencional CTP, y el eje Xcr hacia el meridiano de Greenwich. La posición relativa del polo verdadero instantáneo con respecto al polo terrestre convencional CTP es usualmente descrito a través de las coordenadas polares Xp, Yp.

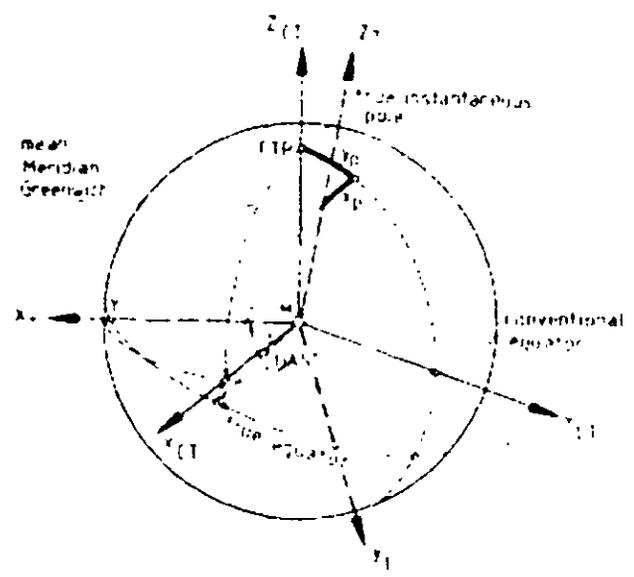


Fig.2.4: Sistema Terrestre Convencional Medio y Verdadero Instantáneo

La orientación relativa del eje Xcr depende directamente en la rotación de la tierra y es determinada a través del aparente tiempo sideral de Greenwich. El símbolo  $\square$  es usado frecuentemente para denotar GAST. La matriz que transforma el sistema de espacio fijo instantáneo a un sistema convencional terrestre es:

$$S = R_2(-X_p)R_1(-y_p)R_3(GAST) \quad (2.21)$$

$$R_3(GAST) = \begin{pmatrix} \cos(GAST) & \text{sen}(GAST) & 0 \\ -\text{sen}(GAST) & \cos(GAST) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

y, para los ángulos pequeños:

$$R_2(-x_p)R_1(-y_p) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_p & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -y_p \\ 0 & y_p & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Para propósitos prácticos, el polo del sistema instantáneo ecuatorial de espacio fijo verdadero puede ser considerado idéntico al llamado "*Polo Celestial Efemérides*" (CEP).

El CEP es definido para ser el polo de referencia para la computación del movimiento polar y nutación y es libre de los términos nutación casi diurna con respecto a la corteza de la tierra y al espacio inercial. (USNO 1983).

Hasta el presente día el *Origen Convencional Internacional* (CIO-polo) es usualmente seleccionado como CTP. Es definido como la orientación principal del eje de rotación entre 1900 y 1905. El meridiano principal de Greenwich, también es llamado el Observatorio Principal de Greenwich (GMO) es definido a través de longitudes nominales de todas las observaciones las cuales contribuyen al servicio de tiempo internacional (Bureau International de Heure) (BIH). Porque de la inclusión de las nuevas técnicas de observación satelital y

- 45 -

estaciones adicionales para la determinación del tiempo y coordenadas durante la última década, esta definición no fue muy larga. Fue puesta en una fundación boarder con la introducción del Nuevo servicio de rotación internacional de la tierra (IERS).

En un futuro, los CTS serán definidos por una red de trabajo global de estaciones fundamentales de quienes las coordenadas son determinadas por las más precisas técnicas de observación. Los cambios de coordenadas, causados por el reciente movimiento de Crustal, son también consideradas. EN 1984 el Bereau International de Heure(Bill) introduce un sistema de referencia terrestre, llamado BTS (BIH sistema Terreste), y este sistema es ahora nominado como el IERS, Terrestrial Reference Frame (TTRF).

La ecuación puede ser resuelta solamente por iteración, porque  $\alpha$  y  $h$  también van en presenta el sentido de la mano derecha (2.32). La convergencia es referida desde  $h \ll N$ .

Un sistema elipsoidal local, unido a la vertical elipsoidal  $n$  en el punto de observación  $P$ , puede ser definido como:

Con las especificaciones:

- origen en el punto de observación  $P$
- el eje  $Z_e$  en la dirección de la vertical del elipsoide
- el eje  $X_e$  en dirección al norte ( meridiano geodésico)
- el eje  $Y_e$  en dirección al este, completando un sistema de mano izquierda.

La localización de un segundo punto  $P_i$ , en el sistema elipsoidal local, puede ser determinado por las siguientes características (coordenadas polares)

- slant range  $S$
- azimuts elipsoidales  $A$
- Direcciones elipsoidales o ángulos horizontales  $\varphi, \lambda$
- Ángulos zenitales elipsoidales  $Z$

Las coordenadas esféricas locales  $s, \phi, \lambda$ , son asignadas a las coordenadas cartesianas locales

La formula inversa es la misma como (fig.2.28), par una más amplia lectura en la computadora elipsoidal y en el uso de un sistema de coordenadas planas (como UTM) ver libros de texto en geodesia matemática (Torge 1991, Großmann 1976, Vanicek, Krakowsky 1982)

### 2.1.3 Sistema de coordenadas de referencia en el campo de gravedad de la Tierra.

Las observaciones geodésicas terrestres, con la excepción slant ranges  $s$ , son relacionadas con el vector local de gravedad  $g$ . Ellos debido a eso pueden fácilmente ser descritos en un sistema de coordenadas de referencia local el cual es ligado a la dirección de la línea de la plomada  $h$  en el punto de observación  $P$ .

La orientación del vector  $n$  es usualmente determinado por las observaciones astronómicas y ser descritas como:

- Latitud astronómica  $\phi$ . y
- La longitud astronómica  $\Delta$

$$h = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \Delta \\ \cos \phi \operatorname{sen} \Delta \\ \operatorname{sen} \phi \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

La relación entre el sistema astronómico local, diferido con:

- el origen en el punto de observación P.
- El eje  $Z'$  en dirección al zenit astronómico
- El eje  $X'$  en dirección al norte (meridiano astronómico)
- El eje  $Y'$  en dirección al este.

Y es sistema convencional global (CTS), es mostrado en la fig 2.5 ( Torge 1980 a). La localización del punto  $P_i$  en el sistema astronómico local es derivado de observaciones terrestres:

- azimut astronómico  $A$
- direcciones horizontales (diferencia de azimut)
- slant ranger  $S$
- ángulo zenital  $Z$
- 

y puede escribirse como:

$$X' = \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \cos A \operatorname{sen} Z \\ \operatorname{sen} A \operatorname{sen} Z \\ \cos Z \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

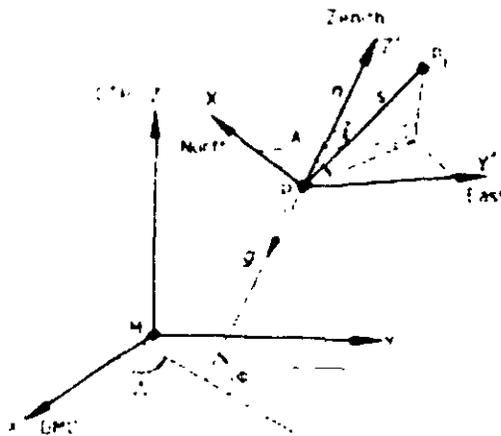


Fig.2.5: Sistema Astronómico Local y Sistema Terrestre Global

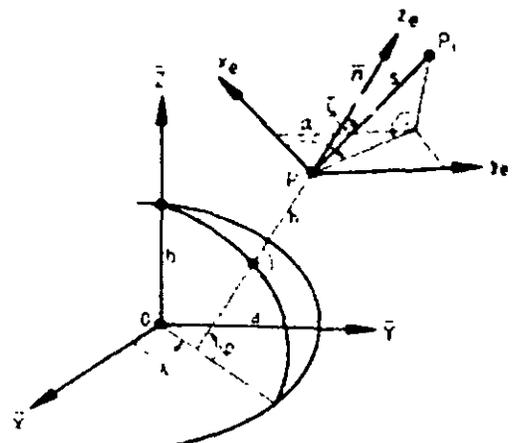


Fig.2.6: Sistema Elipsoidal Global y Local

- 47 -

La diferencia de coordenadas observadas pueden ser transformadas del sistema local en el sistema global (CTS) usando:

$$\Delta X' = A \Delta X \quad (2.26)$$

con

$$A = R_1(180^\circ - \Delta) R_2(90^\circ - \phi) S_2 \quad (2.27)$$

La matriz  $S_2$  cambia la orientación del eje Y u convierte un sistema de coordenadas de mano izquierda a uno de mano derecha. La formula explicita de A es:

$$A = \begin{pmatrix} -\operatorname{sen}\phi \cos \Delta & -\operatorname{sen}\Delta & \cos\phi \cos \Delta \\ -\operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\Delta & \cos \Delta & \operatorname{sen}\phi \\ \cos\phi & M & 0 & \operatorname{sen}\phi \end{pmatrix}$$

La formula inversa es (Torge 1991)

$$\Delta X' = A' \Delta X \quad (2.28)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\operatorname{sen}\phi \cos \Delta & -\operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\Delta & \cos\phi \\ -\operatorname{sen}\Delta & \cos \Delta & 0 \\ \cos\phi & M & \cos\phi \operatorname{sen}\Delta & \operatorname{sen}\phi \end{pmatrix}$$

La formula (2.26) y (2.28) son usadas en la combinación de resultados de las observaciones terrestres locales y de las técnicas satelitales, también en el sistema cartesiano saludable, también es el sistema cartesiano global o en el sistema astronómico local.

#### 2.1.4 Sistema de coordenadas esféricas elipsoidales.

Para más aplicaciones practicas los sistemas de coordenadas elipsoidales son preferidos por que ellos esta aproximadamente mas cerca de la superficie de la Tierra, y ellas facilitan una separación de la posición horizontal y la altura. Usualmente un elipsoide en rotación es achatado en los polos lo cual es creado por la rotación del elipsoide meridiano cerca de su eje menor b.

Los parámetros geométricos son:

$$\begin{aligned} \text{Semieje mayor: } & a \\ \text{Achatamiento } & f = \frac{a-b}{a} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Alternativamente, la primera excentricidad numérica  $e$  es usada

$$e^2 = 2f - f^2 \quad ; \quad 1 - e^2 = (1 - f^2).$$

- 48 -

Una mejor aproximación en general de la tierra es un sistema elipsoidal global (fig. 2.6)

Las coordenadas elipsoidales geográficas son:

$\phi$  = latitud elipsoidal

$\lambda$  = longitud elipsoidal

$h$  = altura elipsoidal

Un sistema de coordenadas cartesianas  $X, Y, Z$  puede ser definido como el elipsoide

- Origen en el centro  $O$  del elipsoide
- Eje  $Z$  en dirección al polo norte elipsoidal (a lo largo del eje menor)
- Eje  $X$  en dirección al meridiano cero elipsoidal
- Eje  $Y$  completando el sistema de mano derecha.

La ecuación de transformación entre las coordenadas geográficas elipsoidales  $\phi, \lambda, h$  y las coordenadas cartesianas  $X, Y, Z$ , es:

$$X = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+h)\cos\phi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\phi\operatorname{sen}\lambda \\ (1-e^2)N+h\operatorname{sen}\phi \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

$N$  es el radio de curvatura en el primer vertical

$$N = \frac{a}{1-e^2\operatorname{sen}^2\phi} = \frac{a}{1-f(2-f)\operatorname{sen}^2\phi} \quad (2.31)$$

Una solución del problema inverso es

$$h = \frac{X^2 + Y^2}{\cos\phi} - N$$

$$\phi = \operatorname{ar\,tan} \frac{Z}{X^2 + Y^2} \left( 1 - e^2 \frac{N}{N+h} \right) \quad (2.32)$$

$$\lambda = \operatorname{ar\,tan} \frac{Y}{X}$$

La ecuación puede ser resuelta solamente por iteración, porque  $\phi$  y  $h$  también representa el sentido de la mano derecha (2.32). La convergencia es referida desde  $h < N$ .

Un sistema elipsoidal local, unido a la vertical elipsoidal  $n$  en el punto de observación  $P$ , puede ser definido como:

- 49 -

$$n = \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \operatorname{sen} \lambda \\ \operatorname{sen} \varphi \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Con las especificaciones:

- origen en el punto de observación P
- el eje Ze en la dirección de la vertical del elipsoide
- el eje Xe en dirección al norte ( meridiano geodésico)
- el eje Ye en dirección al este, completando un sistema de mano izquierda.

La localización de un segundo punto Pi, en el sistema elipsoidal local, puede ser determinado por las siguientes características (coordenadas polares)

- slant range S
- azimuts elipsoidales  $\Delta$
- Direcciones elipsoidales o ángulos horizontales  $\varphi, \lambda$
- Ángulos zenitales elipsoidales Z

Las coordenadas esféricas locales  $s, \varphi, \zeta$ , son asignadas a las coordenadas cartesianas locales

$$x_e = \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} \cos \alpha \operatorname{sen} \zeta \\ \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \zeta \\ \cos \zeta \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Para la transformación de diferencias de coordenadas del sistema local al sistema global elipsoidal, nosotros obtenemos la relación

$$\Delta X = R_3(180 - \lambda) R_2(90 - \varphi) S_2 \Delta x_e = A \Delta x_e \quad (2.35)$$

La fórmula inversa es la misma como (fig.2.28), par una más amplia lectura en la computadora elipsoidal y en el uso de un sistema de coordenadas planas (como UTM) ver libros de texto en geodesia matemática (Torge 1991, Großmann 1976, Vanicek, Krakiwsky 1982).

### 2.1.5 Elipsoide, geoide y datum geodésicos.

La forma física de la Tierra es una aproximación cercana a una superficie matemática del elipsoide de rotación.

La superficie elipsoidal es lisa y conveniente par las operaciones matemáticas. Esto es porque el elipsoide es ampliamente usado como la superficie de referencia para las coordenadas horizontales en redes de trabajo geodesicas.

- 50 -

De otra manera, el elipsoide, es mucho menos manejable como una superficie de referencia para coordenadas verticales (alturas).

En otro caso, el geoide es usado. Es definido como una superficie de niveles del campo de gravedad e cual determina el nivel del mar, y puede extenderse dentro del cuerpo sólido de la tierra (Torge 1991). La relación entre el geoide y el elipsoide es ilustrada en la fig. 2.7.

La separación vertical entre el geoide y una referencia particular en el elipsoide es llamada ondulación geoidal  $N$ . Os valores numéricos de las ondulaciones evidentemente dependen en particular del elipsoide. Para una referencia elipsoidal global, ellas pueden alcanzar hasta 100m. La relación geométrica entre la ondulación geoidal  $N$ , la altura elipsoidal  $h$  y la altura ortométrica  $H$  (Observadas del Sipurit Levelling) es aproximadamente (ver también fig 2.28)

$$h = N + H \quad (2.36)$$

Es evidente que la ondulación geoidal  $N$  debe ser conocida cuando las observaciones en geodesia Satelital ( las alturas elipsoidales) y de geodesia terrestre ( conocidas las alturas definidas en el campo de gravedad) son usadas en un ajuste combinado. Este aspecto deberá ser tratado con más detalle más adelante.

El ángulo  $\zeta$  entre las direcciones de la normal elipsoidal y la línea de la plomada en el punto  $P$  es llamada la "Deflexión de la vertical" fig 2.7. Usualmente,  $\zeta$  es dividida en 2 componentes y definida como (Torge 1991)

$$\begin{aligned} \xi &= \Phi - \varphi \\ \eta &= (\Delta - \lambda) \cos \varphi \end{aligned} \quad (2.37)$$

$\varphi, \lambda$  son obtenidas de observaciones astronómicas y  $\Delta$  de observaciones geodésicas. Las deflexiones de la vertical son también nombradas deflexiones astro-geodésicas. Los parámetros que definen un elipsoide local fueron usualmente estimados de tal manera que la distribución de deflexiones conocidas de la vertical cumpliera alguna condición mínima en el proceso de ajuste. Los elipsoides relacionados locales son por tanto los más adecuados.

- 51 -

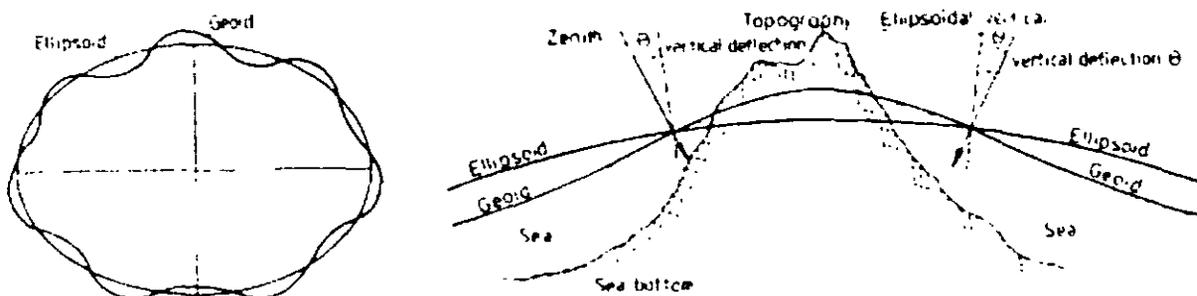


Fig.2.7: Relación entre Elipsoide y Geoide

Un sistema global elipsoidal es relacionado a un elipsoide de referencia como la figura más adecuada a la Tierra en general. El origen del elipsoide es supuesto a coincidir con el centro de masa de la Tierra. Además las direcciones de los ejes elipsoidales son definidos entonces como paralelos par el sistema convencional de referencia terrestre (CTS). El establecimiento de parámetros que describe la relación entre un elipsoide particular local y un sistema de referencia geodésico global, es llamado "Datum Geodésico".

Un datum geodésico es definido por un establecimiento de cinco parámetros

- a semieje mayor del elipsoide de referencia
- f achatamiento

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  coordenadas del origen del elipsoide con respecto al geocentro (parámetros de traslado al datum)..

para  $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z = 0$ , el datum geodésico es llamado un datum absoluto. El sistema de referencia geodésico 1980 (GRS1980).

Pertenece a este grupo:

- $a = 6\,378\,137$  m
- $f = 1/298.2572$

Además las constantes de GRS1980 son (Moritz1992), la constante gravitacional geocéntrica, a la Tierra (incluyendo a la atmósfera).

$$GM = 398\,600.5 \text{ km}^2 \text{ s}^{-1}$$

La forma dinámica de la Tierra (relacionada a 1)

$$J_2 = 0.00108263$$

Y la velocidad angular principal de la Tierra

$$\varepsilon = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

- 52 -

Para un número largo de sistemas locales particulares de referencia, las renombradas constantes de cambio del datum o parámetros variables del datum  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  pueden ser derivadas de observaciones satelitales. Ellas representan, como siempre, solamente una posición principal del sistema particular local con respecto al sistema –geocéntrico–.

En la practica el establecimiento del datum geodésico local no siempre realiza el objetivo de los ejes paralelos del CTS. Existe en particular el caso para muchos dátums nacionales existentes.

Fuera de esta razón una transición de un sistema de coordenadas elipsoidales de referencia a otro, también incluye rotaciones. Usualmente tales transformaciones de datum son establecidas entre el sistema cartesiano. Cuando en una formulación con coordenadas elipsoidales son requeridas las ecuaciones (2.30) a (2.32) tienen también que ser aplicadas.

Una ecuación de transformación completa de datum entre dos sistemas cartesianos requiere parámetros (fig.2.8)

3 traslados  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$

3 rotaciones  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$

1 factor escala  $m$

En muchos casos los ángulos de rotación son muy pequeños por tanto:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} + (1+m) \begin{pmatrix} 1 & \epsilon_x & -\epsilon_x \\ -\epsilon_y & 1 & \epsilon_y \\ \epsilon_z & -\epsilon_z & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

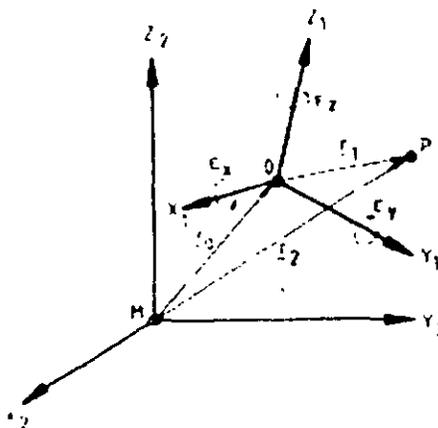


Fig.2.8: Transformación de Datum entre 2 Sistemas Cartesianos

- 53 -

Para las áreas limitadas solamente tres parámetros locales o de transición regional pueden ser suficientes.

El número de parámetros de datum incrementa a nueve cuando los parámetros de un elipsoide tiene que ser considerados. El número es entonces incrementado cuando las rotaciones específicas son permitidas por partes de la red de trabajo terrestre (Hoyer 1982, Krakiwsky, Thomson 1974) y cuando la información del datum es derivada de las áreas orbitales del satélite. En el último de los casos, los coeficientes potenciales del campo de gravedad esten bien como algunas constantes fundamentales como pueden ser, la rotación de la Tierra, la velocidad de la luz, la constante gravitacional egocéntrica, que provienen de la definición de datum. Un ejemplo de un grupo más reciente es el sistema Geodésico mundial (World Geodetic Sistem WGS) y su predecesor ( Hata 1986) WGS72. Los parámetros importantes son dados en la tabla 2.1.

<b>Parámetros</b>	<b>Nombre</b>	<b>WGS72</b>	<b>WGS84</b>
Semieje mayor	a	6378135 m	6378137 m
achatamiento	f	1/298.26	1/298.257223563
Velocidad angular	$\epsilon$	7.291215147 $\times 10^{-5}$ rad s <sup>-1</sup>	7.292115 $\times 10^{-5}$ rad s <sup>-1</sup>
Geocentro	GM	398600.8 Km <sup>3</sup> s <sup>-2</sup>	398600.5 Km <sup>3</sup> s <sup>-2</sup>
Cte gravitacional 2nd zona armónica	C <sub>2,0</sub>	-484.1605 $\times 10^{-6}$	-484.16685 $\times 10^{-6}$

WGS84 basada en el campo de gravedad de grados y orden  $n=m=180$ . Entonces solamente los coeficientes crecientes hasta  $n=m=16$  han sido publicados. Para más información a cerca del WGS84 ver ejemplo con et al 1989, Lohmar 1988.

Las ecuaciones siguientes pueden ser usadas para transformaciones de coordenadas entre WGS72 y WGS84

$$\begin{pmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{pmatrix}_{WGS84} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{pmatrix}_{WGS72} + \begin{pmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\lambda \\ \Delta h \end{pmatrix}$$

- 54 -

$$\begin{aligned}\Delta\varphi ['] &= (4.5 \cos \varphi)(a \text{sen} 1'') + (\Delta f \text{sen} 1'') \\ &\quad + (\Delta f \text{sen} 2\varphi / \text{sen} 1'') \\ \Delta\lambda ['] &= 0.554 \\ \Delta h [m] &= 4.5 \text{sen} \varphi + a \Delta f \text{sen}^2 \varphi - \Delta a + \Delta r\end{aligned}\tag{2.40}$$

$$\Delta f = 0.3121057 \times 10^{-7}$$

$$a = 6378135m$$

$$\Delta a = 2.0m$$

$$\Delta r = 1.4m$$

La latitud es contada positivamente al norte, y la longitud positiva al este.

Las coordenadas geocéntricas absolutas de la estación de observación, cuando han sido derivadas de las observaciones satelitales con TRANSIT(6) o GPS, han sido usualmente derivadas estándar en varios metros o incluso decenas de metros. Es evidente que la transformación del datum con (2.4) no puede mejorar la precisión de medición. El significado de una transformación de la fórmula general (2.40) no debe ser sobreestimado.

### 2.1.6 Cálculos de la Excentricidad en 3 dimensiones

Cuando se realizan observaciones al satélite desde estaciones con maracas excéntricas, es usualmente necesario proveer la excentricidad de un sistema de coordenadas cartesianas egocéntricas. Los elementos elipsoidales observados o disponibles previamente  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\lambda$  y  $\Delta h$  tienen que ser transformados en elementos cartesianos  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  y  $\Delta Z$ .

Comenzando con aproximaciones de coordenadas elipsoidales  $\varphi$ ,  $\lambda$  y  $h$  de la estación central y los parámetros  $a$  y  $e$ , se sigue de la (2.30)

$$dX = -(M + h) \sin \varphi \cos \lambda d\varphi - (N + h) \cos \varphi \sin \lambda d\lambda + \cos \varphi \cos \lambda dh$$

$$dY = -(M + h) \sin \varphi \sin \lambda d\varphi + (N + h) \cos \varphi \cos \lambda d\lambda + \cos \varphi \sin \lambda dh$$

$$dZ = (M + h) \cos \varphi d\varphi + \sin \varphi dh$$

donde:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \text{sen}^2 \varphi)^{1/2}}, \quad N = \frac{a}{(1-e^2 \text{sen}^2 \varphi)^{1/2}}\tag{2.41}$$

y son los radios meridianos de curvatura y el radio de curvatura en la primera vertical, respectivamente. Para propósito prácticos de expresión diferencial puede ser remplazado por cantidades pequeñas finitas. Los algoritmos son validos para excentricidades pequeñas.

La fórmula inversa es

$$\begin{pmatrix} d\varphi \\ d\lambda \\ dh \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-\operatorname{sen}\varphi \cos \lambda}{M+h} & \frac{-\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\lambda}{M+h} & \frac{\cos \alpha \varphi}{M+h} \\ \frac{-\operatorname{sen}\lambda}{(N+h)\cos \varphi} & \frac{\cos \lambda}{(N+h)\cos \varphi} & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \operatorname{sen}\lambda & \operatorname{sen}\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

## 2.2 Sistemas de Tiempo

### 2.2.1 Consideraciones básicas

Tres grupos básicos de escalas de tiempo son de importancia en geodesia por satélite

(1) la orientación tiempo-terrestre de la tierra con respecto al espacio inercial se exige para relacionar las observaciones a un marco de la referencia espacio-fijo. La escala de tiempo apropiada esta conectado con la rotación diurna de la tierra, y se llama tiempo sidereal o el tiempo universal.

(2) para la descripción de movimiento del satélite necesitamos una medida de tiempo estrictamente uniforme que puede usarse como la variable independiente en las ecuaciones de movimiento. Una escala de tiempo apropiada puede derivarse del movimiento orbital de la tierra alrededor del sol. Se llama Tiempo Dinámico

(3) la medición precisa del tiempo de recorrido de la señal, ej. satélite láser ranging, requiere una uniforme y accesible escala de tiempo con resolución alta. La medida apropiada se relaciona a los fenómenos de física nuclear y se llama Tiempo Atómico.

Todas éstas escalas de tiempo están basadas en la observación de los fenómenos astronómicos o físicos repetitivos. El intervalo de tiempo entre dos fenómenos consecutivos y la forma medida de la escala de tiempo particular. Un cierto múltiplo o fracción de la escala de medida se llama unidad de tiempo. En general, el segundo (.s) se usa como la unidad de tiempo básica. Se derivan unidades de tiempo más grandes, como días o años, del segundo.

Dentro de la escalas de tiempo un punto de partida u origen tiene que ser establecido. Esto puede lograrse a través de un cierto evento astronómico, como la posición particular de una estrella, o el tránsito meridiano de un objeto celeste en particular.

El momento de ocurrencia de un fenómeno u observación puede relacionarse a una cierta lectura de la escala de tiempo en particular, y da el establecimiento del evento. En astronomía a semejante evento se llama época de la observación. Con respecto a la escala de tiempo en particular la determinación de la época refleja una medida de tiempo absoluta. Para muchos propósitos, el ej. para la determinación del tiempo de recorrido de la señal, una medida de tiempo relativa, es decir la determinación del intervalo de tiempo entre dos épocas, es suficiente. En muchos casos la medida de tiempo relativa puede hacerse muy más precisa que la medida de tiempo absoluta. En geodesia por satélite el establecimiento de un evento se llama a menudo tiempo-marcado o tiempo-de marcación, ej. cuando se considera el momento de transmisión o recepción--de una señal.

Hablando estrictamente, nosotros tenemos que distinguir entre el concepto ideal de una escala de tiempo y la realización práctica a través de las observaciones. Esto se hace particularmente evidente con el tiempo atómico, cuando nosotros comparamos la definición del segundo de tiempo atómico con su realización práctica a través de un grupo de relojes atómicos individuales. Una escala de tiempo puede considerarse como una aproximación al concepto de tiempo en particular. En lo siguiente no usaremos esta distinción. Para más lectura vea ej. Becker (1975, 1979), Suerte (1983), Guinot (1989a,b). Una fuente útil sobre tiempo en relación a GPS es Rizos, Grant (1990).

Para satisfacer todos los requisitos, relacionados con la ciencia y tecnología, las relaciones entre las diferentes escalas de tiempo tienen que establecerse con la mayor exactitud posible. La Fig. 2.9 ilustra cómo los errores de tiempo en geodesia por satélite se relacionan a un error de posición de

1 cm:

1cm de movimiento de un punto en el ecuador causado por la rotación de tierra corresponde aproximadamente a  $2 \times 10^{-5}$  s

1cm de movimiento en la órbita de un satélite cercano-tierra corresponde a aproximadamente a  $1 \times 10^{-6}$  s

1 cm en la distancia del satélite derivada de tiempo de viaje de la señal (ejemplo distancia laser) corresponde a aproximadamente  $1 \times 10^{-10}$  s.

Los requerimientos relacionados de la exactitud para la determinación de tiempo (dti) son como sigue:

$$\begin{aligned} dT_1[s] &\leq 2 \times 10^{-5} \text{ para la rotación de tierra} \\ dT_2[s] &\leq 1 \times 10^{-6} \text{ para el movimiento orbital} \\ dT_3[s] &\leq 1 \times 10^{-10} \text{ para el tiempo de recorrido de la señal} \end{aligned} \quad (2.43)$$

- 57 -

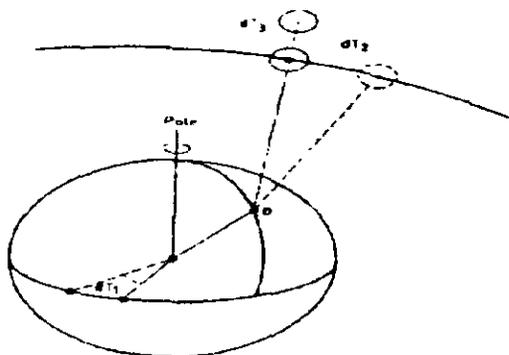


fig 2.9 Efectos y errores cronometrados en geodesia satelital.

### 2.2.2 Tiempo sideral y Tiempo Universal

El tiempo sideral y el tiempo universal están directamente relacionados con la rotación de la tierra, y son por lo tanto escalas de tiempo equivalentes. El Tiempo sideral igual al ángulo horario del equinoccio vernal  $\gamma$ , y por consiguiente depende de la longitud geográfica de la estación de observación particular. De la Fig. 2.10 nosotros podemos derivar fácilmente las relaciones siguientes. El tiempo sidereo local aparente (verdadero)(LAST) referido al equinoccio vernal verdadero.

LAST = el ángulo horario Local del equinoccio vernal verdadero.

Para Greenwich nosotros obtenemos el tiempo sideral de Greenwich evidente (GAST)

GAST = Angulo horario del equinoccio vernal verdadero

El equinoccio vernal está sujeto a la nutación en longitud (fig. [2.1.2]). Quitando el término de nutación, obtenemos el Tiempo Sideral medio Local (LMST), y el tiempo medio de Greenwich sideral (GMST), respectivamente.

LMST = el ángulo horario Local del equinoccio vernal medio

GMST = el ángulo horario de Greenwich del equinoccio vernal medio

A la diferencia entre los tiempos siderales aparente y medio se le denomina la ecuación de los Equinoccios.

$$\text{GMST} - \text{GAST} = \Delta\varphi \cos\epsilon \quad (2.44)$$

con  $\Delta\varphi$  la nutacion en longitud. Para la longitud  $\Delta$  del meridiano local

$$\text{GMST} - \text{LMST} = \text{GAST} - \text{LAST} = \Delta. \quad (2.45)$$

- 58 -

El tiempo sideral aparente se usa para la evaluación de observaciones astronómicas. Sin embargo, para la construcción de una escala de tiempo, solamente el tiempo sideral medio se usa.

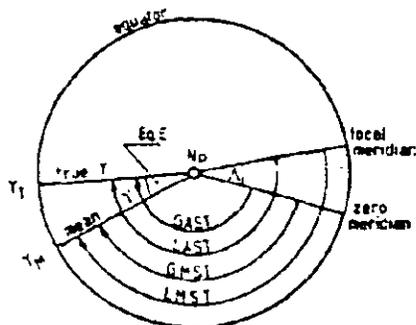


fig. 2.10 Definición de tiempo sideral.

La unidad fundamental es el Día Sideral medio, definido como el intervalo entre dos tránsitos sucesivos del equinoccio vernal medio por el meridiano. El día sideral medio no corresponde exactamente a una revolución completa de la tierra en su eje del giro con respecto al espacio inercial, porque la posición del equinoccio vernal es afectado por la precesión. La diferencia diaria es  $0'' .0084$ , con el día sideral que es más corto.

Para los propósitos prácticos una escala de tiempo se requiere que corresponda al movimiento diurno medio del sol. El ángulo horario del sol verdadero experimenta variaciones bastante grandes durante el año, causado por la declinación cambiante del sol y la órbita elíptica de la tierra. Por consiguiente, esta medida no es conveniente para una escala de tiempo uniforme. Es por consiguiente substituido por un Sol medio imaginario que se mueve en el plano del ecuador con velocidad constante. El Día Solar medio se define así como el intervalo entre dos tránsitos sucesivos del sol medio imaginario por el meridiano. Tiempo Solar medio es moderado por el ángulo horario del sol medio. El ángulo horario Greenwich del sol medio se llama Tiempo Universal (UT). Para los propósitos prácticos el día empieza a medianoche, por lo tanto:

$$UT = 12h + \text{el ángulo horario Greenwich del sol medio.} \quad (2.46)$$

Ambos conceptos de tiempo están basados en la rotación de la tierra, y se relacionan estrechamente entre si. El tiempo universal puede ser considerado como una forma especial de tiempo sideral. La diferencia en la longitud del día para ambas definiciones es de alrededor de 4 minutos, porque el movimiento diurno de la tierra en su órbita incrementa  $360^\circ/365 \cong 1^\circ$ . La relación es aproximadamente :

$$1 \text{ día sideral medio} = 1 \text{ día solar medio} - 3^m 55.909 \quad (2.47)$$

El tiempo universal original  $UT_0$  que se obtiene de las observaciones en una estación particular B todavía es afectado por las influencias dependientes de la localidad de la actual posición del polo verdadero. La reducción al polo terrestre convencional (CTP) causa un cambio,  $\Delta\Delta_p$  en longitud. El tiempo universal que esta referido al CTP se nombra:

$$UT1 = UT0_B + \Delta\Delta_p. \quad (2.48)$$

El UT1 es la escala de tiempo fundamental en astronomía geodésica y geodesia satelital, porque define la orientación actual del sistema terrestre convencional con respecto al espacio. El UT1 es también la escala de tiempo básica para la navegación. El UT1 contiene, sin embargo, todas las variaciones de la rotación de la tierra, y no es por lo tanto una escala de tiempo uniforme. La relación fundamental entre UT1 y GMST fue reformulada por la Unión Astronómica Internacional (IAU), y desde 01.01.1984 se han definido como

$$GMST \text{ at } O^h UT1 = 6^h 41^m 50.^s 5481 + 8640184.^s 812866 T_u \quad (2.49) \\ + O.^s 093104 T_u^2 - 6.^s 2 \times 10^{-6} T_u^3$$

$T_u$  es el intervalo de tiempo de la época J2000 estándar, 1 de enero de 12h UT1, contados en siglos del calendario Juliano de 365.25 días. Para más información vea ej. el Aoki et al. (1982), verde (1985), o el "el Suplemento al Almanaque 1984 Astronómico" (USNO 1983).

### 2.2.3 Tiempo dinámico

Una escala de tiempo estrictamente uniforme puede encontrarse en los argumentos independientes de las teorías de dinámica y de las efemérides, i.e. las posiciones tiempo-dependientes de cuerpos celestiales, descritos en marcos de la referencia adecuados. Las escalas de Tiempo que son basadas en tales conceptos se llaman Tiempo Dinámico; ellos cumplen la mejor la idea del concepto de Tiempo Inercial. Nosotros tenemos que distinguir entre dos escalas de tiempo dinámicas. El Barycentric Dynamical Time (Temps Dynamique Barycentrique, TDB) se deriva de movimientos orbitales se referidos al barycentro del sistema solar, y el Tiempo Dinámico Terrestre (Temps Dynamique Terrestre, TDT) referido al geocentro.

En el concepto de Relatividad General un reloj, moviéndose con la tierra, experimenta variaciones periódicas de 1.6 milisegundos, causado por el movimiento anual dentro del campo de gravedad del sol. Este efecto, sin embargo, no debe ser considerado en el cómputo de las órbitas de satélite cercanos a la tierra, porque los satélites se mueven junto con la tierra. Esto es por qué Tiempo Dinámico Terrestre (TDT) se usa para los cálculos geocéntricos en geodesia satelital. Una ventaja mas es, que comparado con el Barycentric Dynamical Time (TDB), el TDT es independiente de teorías planetarias dinámicas. En la terminología de Relatividad General el término Coordenada tiempo se usa para TDB y el termino tiempo apropiado para TDT. El tiempo dinámico se ha usado como argumento para las efemérides astronómicas desde el 1 de enero de 1984.

El precursor del TDB fue el Ephemeris Time ET. Formalmente, el Segundo efemérico se definió como un cierto fragmento del Año 1900 Tropical, y fue por lo tanto estrictamente el uniforme. En la práctica, el tiempo de efemérides se derivó de las observaciones lunares, sin consideraciones relativistas con el fin de dar continuidad, el TDB fue puesto fijo igual al ET a principios del 1º de enero de 1984.

2.2.4 Tiempo atómico

La escala de tiempo atómico internacional TAI (Temps Atomique International) fue introducido para reunir los requisitos para una fácilmente accesible y estrictamente uniforme escala de tiempo. La unidad del tiempo atómico se seleccionó de tal manera que es igual a la duración del segundo del efemérides. La definición del segundo de la escala de tiempo atómica ha sido formulada por la 13 Conferencia del Comité Internacional de Pesos y Medidas en Paris, 1967, como sigue

El segundo es la duración de 9 192 631 770 periodo de la radiación  
Correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos (2.50)  
del estado de tierra del átomo de Cesio 133.

Ésta también es la definición de la unidad de tiempo del Sistema Internacional de Unidades (S I). La escala de tiempo atómico internacional es mantenida por la Sección de Tiempo del Departamento Internacional de Pesos y Medidas (Departamento Internacional de pesos y medidas , (BIPM) en Paris, basado en las lecturas de un número grande de relojes atómicos en varios laboratorios. El departamento Internacional de l'Heure (BIH) era responsable por mantener las escalas de tiempo atómicas hasta los 31 del 1987 de diciembre.

En la práctica, las escalas de tiempo atómicas se derivan de los grupos de estándares de cesio comercial (cf. (2.2.5]) que generan intervalos de tiempo, basadas en la definición del segundo SI . Las lecturas se refieren a relojes fijos al nivel del mar. TAI se calcula como promedio pesado de los relojes individuales fijos insignificante. Las diferencias entre TAI y las escalas de tiempo de los laboratorios participantes se distribuyen mensualmente en la circular T la BIPM sección de tiempo..

La época TAI coincide con la época de UTI el 1 de enero de 1958. Debido a la desaceleración- de la rotación de la tierra, la diferencia entre las escalas de tiempo está aumentando. La diferencia, para algunos fechas nos da, cantidades de:

- TAI - UTI = + 6.<sup>h</sup> 1 el 1 de enero de 1968
- = + 16.<sup>h</sup> 4 el 1 de enero de 1978
- = + 23.<sup>h</sup> 6 el 1 de enero de 1988
- = + 24.<sup>h</sup> 7 el 1 de enero de 1990
- = + 26.<sup>h</sup> 1 el 1 de enero de 1992.

El tamaño grande de las diferencias se deben al hecho que la unidad del segundo-SI se adoptó de la longitud del segundo del efemérides; y el segundo del efemérides se derivó de la duración media del día solar entre 1756 y 1895, cuando la rotación de la tierra era más rápida que hoy.

El segundo SI fue introducido formalmente como la unidad de tiempo fundamental en la escala TDT junto con la introducción de la escala de tiempo dinámica TDT, el 1 de enero de 1984. Esto es por qué existe una diferencia constante entre la escala TAI de tiempo, y la escala de tiempo TDT (o ET)

$$\text{TDT} = \text{ET} = \text{TAI} + 32.5 \text{ s} \quad (2.51)$$

Consecuentemente hay solamente diferencia concepcional no práctico, entre las dos escala de tiempo, solamente consideramos los constante gravitacional como invariable. Para muchas aplicaciones, en particular navegación, se requiere una escala de tiempo que proporcione ambas cosas una unidad de tiempo altamente uniforme y " la mejor adaptación posible al UTI y por lo tanto a la rotación de tierra. Esto es por qué, en 1972, fue introducida la escala de tiempo mediadora Universal.

El (UTC), y el TAI difieren por un número Entero n de segundos

$$\text{UTC} = \text{TAI} - n. \quad (1\text{s}). \quad (2.52)$$

dependiendo de la situación que prevalece. n puede cambiarse en fechas diferentes digamos el 1 de enero y/o el 1 de julio. Entonces la época de UTC es adaptada a la UTI insertando o removiendo intervalos de saltos. La unidad de UTC pertenece al segundo de SI. La diferencia, DUTI, entre ambos tiempos no deben exceder 0.7 segundos

$$\text{UTC} - \text{UTI} = \text{DUTI} \leq 0.7\text{s} \quad (2.53)$$

DUTI es distribuido a través de los boletines del IERS, y debe tomarse en cuenta con todos los cálculos relacionados al sistema de referencia fijo a la tierra. En la mayoría de los países las señales de tiempo diseminadas se refieren a UTC. Esto también es verdad para las señales de tiempo en las efemérides pronosticadas de los satélites TRÁNSIT [6.3].

El Sistema del Posicionamiento Global (GPS) usa su propia escala de tiempo en particular tiempo de GPS. Difiere de UTC por un número casi entero de segundos. Ambas escalas de tiempo tenían épocas idénticas el 5 de enero de 1980. A causa que el tiempo de GPS no es incrementado por saltos de segundos la diferencia entre UTC y tiempo de GPS está aumentando. La unidad de tiempo de GPS es el SI segundo, Sin embargo, el tiempo de GPS se deriva de relojes los que forman parte del sistema de control GPS . Es por lo tanto una escala de tiempo solamente y puede mostrar ligeras diferencias cuando se compara al TAI. La relación entre UTC y tiempo de GPS se incluye en el boletín del tiempo del USNO y el BIPM, y también es diseminado dentro del " mensaje satélite GPS " [7.1.3]. En 1991 la diferencia fue aproximadamente

$$\text{GPS tiempo} - \text{UTC} 1991 = 7\text{s}, \quad (2.54)$$

y se convirtió aproximadamente 8 segundos el 1 de julio de 1992. La relación exacta es (por ejemplo BIPM 1990)

$$\text{GPS tiempo} - \text{UTC} = n \text{ s} - C_0$$

n es un número entero, y el término de corrección  $C_0$  fue por ejemplo

$$\text{Ene. 1, 1989 } C_0 = -1376\text{ns}$$

- Ene, 1, 1989 Co = -1115ns
- Ene, 1, 1990 Co = -505ns
- Ene, 1, 1990 Co = -320ns
- Ene, 1, 1991 Co = +129ns
- Ene, 1, 1992 Co = +232ns

Ambos, UTC y el tiempo GPS son conceptualmente escalas de tiempo atómicas. En Fig. 2.11 una apreciación global es dada para todas las escalas de tiempo de interés en geodesia por satélite.

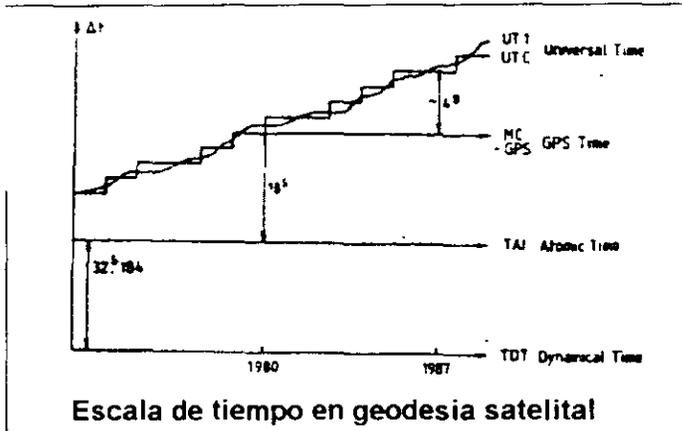


Fig. 2.11

2.2.5 Estándares de frecuencia y relojes.

En la geodesia satelital se requiere información precisa de tiempo y frecuencia. En muchos casos es necesario relacionar las épocas de algunos eventos los cuales se observan en las diferentes estaciones, separadas por distancias largas, con una exactitud de ±1 microsegundos. El desempeño de las normas de frecuencia debe alcanzar una estabilidad de  $1 \times 10^{-15}$  sobre varias horas. Estas altas demandas pueden solamente cumplirse con los relojes atómicos.

El componente más importante de un reloj es su sistema oscilatorio (el oscilador). El movimiento periódico de este sistema tiene que ser generado mantenido y leído por medios adecuados. En relojes modernos, o sea, en los relojes atómicos, la conversión de los ciclos del oscilador a la escala unitaria "un segundo" se realiza por medio de contadores electrónicos o divisores.

Para: un reloj ideal CI, la relación entre el periodo del ciclo TI y la frecuencia frecuencia de oscilador  $f_i$  se define como:

$$T_I = \frac{1}{f_i} \tag{2.55}$$

Contando NI ciclos sobre un intervalo de tiempo dado (t - t0) nos da la escala de tiempo ideal.

$$(t - t_0) = N_i T_i = N_i / f_i \tag{2.56}$$

Aquí NI se iguala a la integral

- 63 -

$$Nt = \int_0^t f_i dt = \hat{f}_i(t - t_0), \quad (2.57)$$

En la cual el número total de ciclos es  $N$  y la época inicial  $t_0$ . Para un reloj atómico,  $C_i$  el cual existe en realidad como cualquier otro reloj, la frecuencia no es estrictamente constante. El comportamiento de la frecuencia se describe normalmente cómo (por ejemplo Tumbe 1980 Wübbenau 1991)

$$f_i(t) = f_i + \Delta f_i + f_i(t - t_0) + f_i(t) \quad (2.58)$$

En donde los terminos,

$\Delta f_i$  sesgamiento de la frecuencia (constante del oscilador  $C_i$ )

$f_i$  deriva de la frecuencia

el  $f_i$  error aleatorio de la frecuencia.

Contando las oscilaciones de este reloj real los rendimientos de  $C_i$

$$Nt = \int_0^t f_i(t) dt = f_i(t - t_0) + \Delta f_i(t - t_0) + \frac{f_i(t - t_0)^2}{2} + \int_0^t f_i(t) dt. \quad (2.59)$$

La época relacionada es

$$(t_i - t_0) = N_i T_i (t - t_0) + \frac{\Delta f_i}{f_i} (t - t_0) + \frac{f_i}{2 f_i} (t - t_0)^2 + \int_0^t \frac{f_i(t)}{f_i} dt \quad (2.60)$$

Cuando

$$\Delta f_i(t_0) = N_0 T_i \quad (2.61)$$

es el error de sincronización en la primera época  $t_0$  obtenida para una época más tarde  $t$  obtenemos del tiempo el error total del reloj  $C_i$  como:

$$\Delta t_i(t) = t_i - t = \Delta t_i(t_0) + \frac{\Delta f_i}{f_i} (t - t_0) + \frac{f_i}{2 f_i} (t - t_0)^2 + \int_0^t \frac{f_i(t)}{f_i} dt \quad (2.62)$$

Después de renombrar. las expresiones, en (2.62) obtenemos una descripción frecuentemente-usada del error de tiempo  $\Delta t_i(t)$

$$\Delta t_i = T_i(t_0) + R_i(t - t_0) + \frac{D_i}{2} (t - t_0)^2 + \int_0^t y(t) dt. \quad (2.63)$$

con  
 Ti(to) el prejuicio de tiempo constante  
 Ri cronometran la tendencia  
 Di el término cuadrático (la proporción de la tendencia, viejo)  
 el y(t) el azar el error de frecuencia relativo.

Para un reloj en particular los primeros tres términos tienen que ser estimados. Por consiguiente el error de tiempo del reloj depende en la incertidumbre de la estimación, y en la integral del error aleatorio de frecuencia desde la época inicial a la época de estimación. La estimación particular puede obtenerse a través de comparación con otros relojes., Esto es por qué los laboratorios y las estaciones de observación fundamentales pueden operar varios relojes atómicos los cuales son comparados entre ellos o con otros relojes de otras instituciones en una base regular,

Los errores relativos de frecuencia muestran un comportamiento típico para, diferentes tipos de relojes atómicos. Estos errores pueden ser caracterizados ya sea en el dominio de tiempo o en el dominio de la frecuencia. Una medida adecuada para errores relativos de frecuencia en el dominio de tiempo es la llamada varianza de Allan. Para un tratamiento más profundo de la materia vea la literatura especial (por ejemplo Luck 1983, Guinot 1989b, PTTI, anualmente). Debe ser notado que, a causa de requerimientos de extremadamente exactitud alta en algunas partes de geodesia satelital el comportamiento de relojes en las estaciones de observación fundamental y en los satélites debe ser estudiada cuidadosamente. Esto es particularmente cierto para los relojes en los satélites GPS (7.1.2). El comportamiento de la frecuencia típico de relojes atómicos es demostrada en la Fig. 2.12.

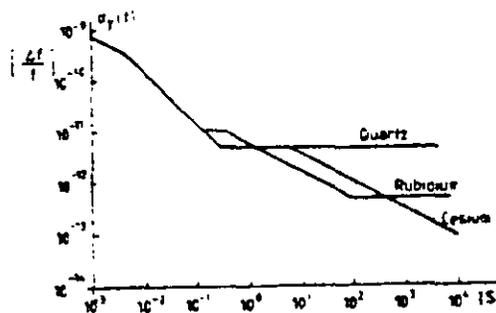


fig 2.12 Estabilidad de frecuencias típica

Fig. 2.12: la Estabilidad de estándares de frecuencia (la estabilidad a corto plazo o varias horas), cf. Remondi 1984

En la geodesia satelital las siguientes clases de osciladores son utilizados:

- oscilador de cristal de cuarzo de precisión
- rubidium estándar
- cesio estándar
- la masa de hidrógeno.

- 65 -

Los osciladores de cristal de Cuarzo de precisión son completamente suficientes como generadores de tiempo en receptores satelitales cuando son controlados por las señales de tiempo y frecuencia de los satélites. Éste es el caso con los satélites de GPS y TRÁNSIT. Los rasgos característicos de los osciladores de cuarzo son que ellos son algo sensibles a las variaciones de temperatura y ellos son afectados por un proceso de envejecimiento bastante fuerte. En la práctica es de importancia que los cuarzo corran en las condiciones de temperatura estables y sin interrupciones u otras perturbaciones.

El rasgo característico de la frecuencia estándar de rubidium es su excelente estabilidad largos periodos. Un rubidium estándar puede usarse como un oscilador externo para observaciones de GPS y cubrimientos del TRÁNSIT y, en particular para puentear periodo insuficiente satélite.

Las frecuencia estándar de cesio, a causa a su alto, corto - y largo periodo de estabilidad a largo plazo, puede ser considerado como los relojes atómicos "por excelencia". Ensamblados en grupos, ellos forman el centro de laboratorios de tiempo, y ellos también pueden estar presentes en estaciones fundamentales de observación satelital, en estaciones de rastreo central de la órbita, o a sistemas de medición. La base de tiempo en los satélites GPS es a través del cesio y rubidium estándar.

Los cesio estándar ahora son transportable, y comercialmente disponible. Los masas de hidrógeno son necesarios para reunir la exactitud más alta exige, tales como aquellos requeridos por Interferometría de bases Muy Largas (VLBI) (10.2). UNA estabilidad de frecuencia el  $\alpha(\Delta f/f)$  de  $10^{-5}$  es referida sobre un periodo de tiempo de  $10^2$  o  $10^5$  los segundos masas de Hidrógeno son muy sensibles, y a la fecha tienen solamente condiciones operacionales bajo laboratorio.

### 2.3. Propagación de la Señal

Las senales, en su camino entre los satelites y las estaciones de tierra, se propagan en regiones atmosfericas de diversa naturaleza y en estado variable, y experimentan asi diversas clases de influencias. Las variaciones pueden ocurrir tanto en la direccion de la propagación como en la velocidad de la propagacion y en la fuerza de la sepal. Para el usuario que esta interesado en la sepal imperturbada la atmosfera aparece como perturbacion indeseada. Los impactos en los resultados de observación son, en muchos casos, mucho mas grandes que la exactitud requerida en geodesia satelital. Por to tanto, las influencias atmosfericas tienen que ser determinadas directamente por mediciones y/o modelando, y tienen que ser considerados dentro del proceso de ajuste.

Por otra parte, la informacion sobre el estado de la atmosfera superior puede ser obtenida cuando las senales recibidas de los satelites se comparan con las senales que serian observadas bajo condiciones atmosfericas libres (e.g. Lohmar 1985, Coco 1991, Wanninger 1992). Este ultimo aspecto, sin embargo, no se discute aqui.

En este capitulo se dap algunos elementos fundamentales de la propagación de las ondas [2.3.1 ], [2.3.2 ], y las características de la propagacion de la sepal a traves de la troposfera y la ionosfera son presentadas [ 2.3.3 ]. Para un tratamiento completo del tema vea la literatura especial (e.g. Kertz 1971, Maral, Bousquet 1986, Davies 1990, DeMunck, Spoelstra 1992).

Las formulas explicitas de la correccion para una tecnica determinada de la observacion como e.g. de Doppler, GPS y SLR se dan en los capitulos relevantes ([6.5.2 ], [7,4,4 ], [8,4,1 ]).

### 2.3.1 Algunos fundamentos de la propagación de las ondas

#### 2.3.1.1 Relaciones y definiciones basicas

La relacion entre la longitud de onda,  $\lambda$ , la frecuencia,  $f$ , y la velocidad de la propagacion,  $v$ , es

$$v = \lambda * f \text{ (ec.2.64)}$$

Aqui  $\lambda$ , tiene unidades en metros (m),  $f$  tiene unidades de Hertz (Hz, oscilaciones por segundo), y  $v$  unidades de metros por segundo. En el contexto de los metodos de observacion en geodesia satelital solamente se consideran ondas electromagneticas. En metrologia electromagnetica las ondas se pueden mirar como disturbios del campo electromagnetico en el tiempo y el espacio (Wells 1974). Para una onda periodica el disturbio se repite en un punto fijo despues de un lapso del tiempo conocido como el periodo,  $P$ , y/o en un rato fijo despues de la adicion de una

distancia conocida como la longitud de onda,  $\lambda$ . La relación entre la frecuencia y el periodo es

$$f = \frac{1}{P} \quad (2.65)$$

La fase,  $\phi$  de una onda periódica es la parte fraccionaria  $t/T$  del periodo  $P$ , con a el cual el tiempo  $t$  ha avanzado con respecto a un origen arbitrario del tiempo  $t_0$  Ademas

$$\omega = 2\pi f \quad \text{la frecuencia angular} \quad (2.66)$$

y

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{la fase constante o numero de la onda.}$$

Sigue para la velocidad de la propagacion  $v$

$$v = \lambda * f = \frac{\lambda}{P} = \frac{\omega}{k} \quad (2.67)$$

la onda periódica que puede ser modelada por una función sinusoidal en espacio y el tiempo es una *onda sinusoidal*. Por lo cual solamente las ondas que son funciones periódicas en el tiempo se consideran

$$y = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{P} + \Phi_0 \right) \quad (2.68)$$

donde  $y$  es la magnitud del disturbio en el tiempo  $t$ ;  $\Phi_0$  es la fase de la onda en  $t = 0$ , y  $A$  es la magnitud maxima o la *amplitud* de la onda. La fase en el tiempo  $t$  entonces  $t$

$$\Phi = \frac{t}{P} + \Phi_0$$

$2\pi\Phi$  se llama *angulo de la fase*  $\varphi$ .

Con (2.66) seguida de (2.68)

$$y=A \sin(\omega t+\varphi_0) \quad (2.69)$$

La fig. 2.13 muestra la interpretacion geometrica de la ecuación (2.69) (cf. *Kahmen* 1978).

Fig. 2.13 Representación de la propagación de la onda

Si substituimos el numero de los ciclos  $N$  en la ecuación (2.56) por la fase total  $\Phi$  referido una cierta epoca que comienza  $t_0$ , obtenemos la relacion entre el tiempo, la fase, y la frecuencia

$$t = \frac{\Phi}{f} \quad (2.70)$$

La ecuación (2.70) es identica a (2.65), y puede ser considerada como la ecuación de un reloj. Da la relacion fundamental entre la fase de un proceso periodico y de la lectura correspondiente del tiempo en el reloj. La ecuación (2.70) es esencial para uerivar la ecuación de la observacion de las medidas de la fase del GPS (ver. [ 7,3,1,2 ]).

Las longitudes de onda de las ondas electromagneticas, y por to tanto de la velocidad de la propagación, dependen de ciertas características del medio en el cual las ondas se propagan. En un vacio la velocidad es

$$c = \frac{\lambda_{vac}}{P} = f\lambda_{vac} = \frac{\omega}{k_{vac}} \quad (2.71)$$

El valor numerico  $c$  para la velocidad de propagacion en vacio es adoptado por las comunidades científicas internacionales. El valor en use en geodesia satelital es (Melbourne et. al. 1983, McCarthy 1989)

$$c = 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (2.72)$$

Para los medios de propagación con excepción del vacío la velocidad de propagación es caracterizada por el índice de refracción  $n$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_{vac}}{\lambda} = \frac{k}{k_{vac}} \quad (273)$$

En vez de  $n$ , el cual está cerca a 1, la refractividad

$$N = (n - 1) * 10^6 \quad (2,74)$$

es preferida.

La determinación apropiada de la refractividad  $N$  a lo largo de la propagación de la señal es esencial en geodesia satelital por los tiempos de recorrido de las señales electromagnéticas. o de diferencias de fase entre diversas ondas electromagnéticas, son medidas, y se escalan en las distancias (medidas en metros) con la velocidad adoptada o modelada de la propagación.

### 2.3.1.2 *Dispersion, velocidad de fase y velocidad de grupo*

Un medio en el cual la velocidad de la propagación de ondas electromagnéticas depende de la frecuencia es un medio dispersivo. En tal medio la refractividad depende de la frecuencia o de la longitud de onda. El efecto de la dispersión es causado por interacciones electromagnéticas entre el campo eléctricamente cargado del medio y el campo externo de la onda penetrante. Cuando la frecuencia atómica del medio y la frecuencia de la onda penetrante son muy cercanas la resonancia ocurre lo que genera una influencia dependiente de la frecuencia en la velocidad de la propagación (véase e.g. Wells 1974, Davies 1990, Brunner 1992).

La expresión

$$\frac{dv}{d\lambda} \text{ se llama dispersión de la velocidad.} \quad (2,75)$$

En un medio con la dispersión de la velocidad observamos diversas velocidades de propagación para las ondas sinusoidales (fases) y los grupos de ondas.

Debemos distinguir:

- la velocidad de propagación de la fase de una onda determinada con la longitud de onda uniforme ( $v_p$  velocidad de la fase)
- velocidad de propagación de un grupo de ondas, generada por una superposición de diversas ondas de diversas frecuencias ( $v_g$  *velocidad de grupo*).

La relacion entre la velocidad del grupo y la velocidad de la fase fue descrita inicialmente por Rayleigh (1881) como

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda} \tag{2.76}$$

para la derivación de (2.76) vea los libros de textos de Fisica o e.g. Wells (1974). Las relaciones correspondientes son validas para el indice de la refracción

$$n_g = n_p - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \tag{2.77}$$

La velocidad del grupo caracteriza la velocidad en la cual se propaga la energia, o la información. Despues de la teoria de Fourier tal señal se puede ver como una superposición de muchas ondas periódicas determinadas con diversas frecuencias las cuales experimentan una dispersion diferente.

En geodesia satelital aplicada tenemos que probar cuidadosamente para una observación determinada si tiene que ser aplicada la velocidad de grupo o la velocidad de la fase. En tecnologia GPS, por ejemplo, la propagación de las senales del código es afectada por la velocidad del grupo  $v_g$ , y la propagación de las fases portadoras por la velocidad de la fase  $v_p$ . La ionosfera es un medio dispersivo para las microondas, pero la troposfera no lo es. Para las frecuencias en el dominio optico, se sostiene lo contrario. La velocidad de la fase, en un medio dispersivo, puede exceder la velocidad del vacio  $c$ . La velocidad del grupo, sin embargo, no puede, de acuerdo con la teoria de la relatividad. En medios no dispersivos  $v_g = v_p$ .

### 2.3.1.3 Dominios de la frecuencia

El espectro de la frecuencia de ondas electromagneticas contiene cerca de 20 tipos de magnitudes (fig. 2.14). En geodesia satelital solamente se utilizan dos dominios pequeños, a saber,

Fig. 2.14: Espectro de ondas electromagneticas la luz visible

- 70 -

la llamada luz visible (0.4... 0.8  $10^6$  Hz) y el dominio de las microondas ( $10^9$ ...  $10^{10}$  Hz). Algunos prefijos y simbolos que se utilizan comtznmente para la descripcion de frecuencias se explican en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Prefijos, simbolos y ordenes de magnitud

Pico	p	$10^{-12}$
nano	n	$10^{-9}$
micro	p.	$10^{-6}$
Milli	m	$10^{-3}$
centi	c	$10^{-2}$
Hecto	H	$10^2$
Kilo	K	$10^3$
Mega	M	$10^6$
Giga	G	$10^9$
Tera	T	$10^{12}$
Peta	p	$10^{15}$

Tabla 2.3 Bandas de frecuencias

Long. De onda $\lambda$	frecuencia f	
LF .	> 1000 m	<300 KHz
MF .....	100. . . 1000 m	300. . . 3000 KHz
HF	10. . . 100 m	3. . . 30 MHz
VHF	1. . . 10 m	30. . . 300 MHz
UHF	10 cm. . . 1 m	300. . . 3000 MHz
SHF .....	1 cm .....10 cm	3 GHz. . .30 GHz
EHF	1 mm. . . 1 cm	30. . .300 GHz

Tabla 2.4 Bandas de radar

denominación	frecuencia	long. de onda media
P-band	220. . . 300 MHz	115 cm
L-band	1. . . 2 GHz	20 cm
S-band	2. . . 4 GHz	10 cm
C-band	4. . . 8 GHz	5 cm
X-band	8 12.5 GHz	3 cm
Ku-band	12. 5. . . 18 GHz	2 cm
K-band	18. . . 26.5 GHz	1.35 cm
Ka-band	26.5. . . 40 GHz	1 cm

Se utilizan diferentes clases de subdivisiones y de terminologia para las ondas electromagnéticas. En la tecnologia de la infol-nacion se acostumbra una subdivision en bandas de frecuencia (Cuadro 2.3) en geodesia satelital tambien es utilizada la subdivision en las bandas del radar (Cuadro 2.4). Las asignaciones determinadas a las mayusculas fueron generadas al azar durante la Segunda Guerra Mundial.



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y  
DESARROLLO DE EDUCACIÓN EN LÍNEA  
(CIDEL)

Material adicional

Sistemas de posicionamiento global

CV135

DEL 21 AL 25 DE NOVIEMBRE DEL 2005

Instructor:

Ing. Juan Carlos Hernández Correa

COMISIÓN FEDERAL DE ELECTRICIDAD

Aprende a convertir coordenadas geográficas en UTM y UTM en geográficas ::

A lo largo de los últimos meses he recibido decenas de correos electrónicos solicitando una fuente de información donde se pudiera aprender cómo convertir coordenadas geográficas-geodésicas en UTM y viceversa. En el foro ya se trató este tema y se dieron diversas referencias bibliográficas, pero lo cierto es que en la red no es fácil localizar ejemplos de desarrollo explicados. Aprovechando que por razones profesionales he tenido que volver a repasar este tema, intentaré crear yo mismo un texto claro y con ejemplos.

Muchas de las preguntas proceden de programadores que quieren localizar un algoritmo para realizar el proceso sin necesidad de saber casi nada de cartografía o geodesia. Este texto tratará de ser útil para esas personas, explicando cómo realizar todo el proceso necesario para llegar a programar un conversor siguiendo los pasos (todos ellos bien documentados) que a continuación siguen. **El objetivo de este texto es, por tanto, que todo el mundo al final de la lectura sea capaz de convertir por sí mismo sus coordenadas.**

Para mayor claridad de exposición, he incluido una **hoja de cálculo en formato Microsoft® Excel con la implementación de los procedimientos descritos al final del artículo**. En ella se pueden introducir coordenadas y ver cómo se calculan los diversos parámetros y la solución final, tanto en el problema directo (geográficas a UTM) como en el problema inverso (UTM a geográficas). Creo que la hoja Excel es la forma más apropiada de demostrar la implementación del procedimiento, puesto que permite entender el proceso de cálculo sin necesidad de entender ningún lenguaje de programación. También he incluido al final del artículo un **documento en formato PDF** con las ecuaciones y los ejemplos realizados paso a paso; dado el tamaño de las ecuaciones y los ejemplos, este documento ha de ser impreso en tamaño A1 con un plotter.

Si el contenido del texto que vas a ver te resulta útil y te ayuda a aprender, te pido que cites esta página web en tu trabajo.

Entrando ya en contenido, hay que decir que para traducir coordenadas geográficas en UTM y viceversa existen diversos procedimientos. De entre ellos yo destacaría tres métodos como los más utilizados:

- Utilizando las **tablas de la Proyección UTM**. Dichas tablas están incluidas, entre otras, en la siguiente publicación: Servicio Geográfico del Ejército de España (SGE), Sección de Geodesia (1976): *Proyección Universal Transversa Mercator*, SGE, Madrid. Consta de dos volúmenes: Vol. I: *Sistemas conformes. Proyección U.T.M. Cuadrículas y Sistemas de referencia*, (220 pp.) y Vol. II: *Tablas*, (331 pp.)
- Utilizando las **fórmulas de transformación directa del US Army**, publicadas en 1973 (véase el *USGS Bolletín* Num. 1532).
- Utilizando las **fórmulas de Coticchia-Surace**, que para mi gusto es el método más fácil de programar. Dichas ecuaciones fueron planteadas por Alberto Cotticia y Luciano Surace en el "*Bolletino di Geodesia e Science Affini*", Num. 1, y a ellos debemos la deducción de las **ecuaciones que vamos a utilizar en este artículo**. La precisión que se puede obtener ronda el centímetro cuando se utilizan suficientes decimales. En consecuencia, es imperativo que a la hora de programar utilicemos variables de coma flotante y doble precisión.

Para entender mejor la aplicación de las ecuaciones de Cotticchia-Surace, realizaremos un ejemplo con los datos del vértice de Llatías (que está cerca de mi casa) sobre el elipsoide de Hayford (también llamado Internacional de 1924).

A continuación iniciamos el proceso de conversión de coordenadas, explicando primero el paso de coordenadas geográficas a UTM (problema directo), y posteriormente el paso de coordenadas UTM a geográficas (problema inverso).

## 1. CONVERSIÓN DE GEOGRÁFICAS A UTM (PROBLEMA DIRECTO).

Partimos en primer lugar de las coordenadas geográficas-geodésicas del vértice con el que haremos el ejemplo, que como he dicho antes es el vértice de Llatías. Los datos de este vértice están en principio en geodésicas sobre el elipsoide de Hayford (también llamado Internacional de 1909 o Internacional de 1924). Dichas coordenadas son las siguientes:

Longitud:  $\lambda = 3^{\circ} 48' 06,7439''$  W

Latitud:  $\varphi = 43^{\circ} 29' 18,2670''$  N

También vamos a necesitar los datos básicos de la geometría del elipsoide de Hayford. Cuando digo datos básicos me refiero al semieje mayor (a) y al semieje menor (b). A partir de estos datos, aprenderemos a deducir otros parámetros de la geometría del elipsoide que nos harán falta en el proceso de conversión de coordenadas. Así, los datos referentes a los semiejes del elipsoide Hayford son:

Semieje mayor (a) = 6378388,0

Semieje menor (b) = 6356911,946130

Con estos datos ya podemos empezar a operar. En negro se indicarán las ecuaciones originales y en azul los datos correspondientes al desarrollo del ejemplo. Procederemos con las siguientes etapas:

### 1.1. Cálculos previos:

- 1.1.1. Sobre la geometría del elipsoide.
- 1.1.2. Sobre la longitud y la latitud.
- 1.1.3. Sobre el huso.

## 1.2. Ecuaciones de Coticchia-Surace:

- 1.2.1. Cálculo de parámetros.
- 1.2.2. Cálculo final de coordenadas.

### 1.1. Cálculos Previos.

#### 1.1.1. Sobre la Geometría del Elipsoide:

Calculamos la excentricidad, la segunda excentricidad, el radio polar de curvatura y el aplanamiento:

$$\text{Excentricidad: } e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \rightarrow e = \frac{\sqrt{6378388^2 - 6356911,94613^2}}{6378388} = 0,08199189$$

$$\text{Segunda excentricidad: } e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} \rightarrow e' = \frac{\sqrt{6378388^2 - 6356911,94613^2}}{6356911,94613} = 0,08226889$$

Aprovechamos para calcular también el cuadrado de la segunda excentricidad, pues nos hará falta en muchos pasos posteriores:

$$e'^2 = 0,08226889^2 = 0,00676817$$

Seguimos con el radio polar de curvatura y el aplanamiento:

$$\text{Radio Polar de Curvatura: } c = \frac{a^2}{b} \longrightarrow c = \frac{6378388^2}{6356911,94613} = 6399936,608$$

$$\text{Aplanamiento: } \alpha = \frac{a-b}{a} \longrightarrow \alpha = \frac{6378388 - 6356911,94613}{6378388} = 0,00336700 \approx 1/297$$

En realidad, el aplanamiento y la excentricidad (la primera excentricidad), no son necesarios para la aplicación de las ecuaciones de Coticchia-Surace, pero las he incluido porque frecuentemente los parámetros del elipsoide se dan como el semieje mayor ( $a$ ) y el aplanamiento ( $\alpha$ ), o bien como el semieje mayor ( $a$ ) y la excentricidad ( $e$ ). En estas circunstancias, conociendo las correspondientes fórmulas podríamos también calcular el parámetro del semieje menor ( $b$ ).

### 1.1.2. Sobre la Longitud y la Latitud:

Lo primero que hacemos es convertir los grados sexagesimales (grados, minutos y segundos) a grados sexagesimales expresados en notación decimal (lo que se suele denominar normalmente "grados decimales"). Para ello operamos de la siguiente forma:

$$\text{Grados decimales} = \text{grados} + \text{minutos}/60 + \text{segundos}/60/60 \left\{ \begin{array}{l} \text{La longitud (3° 48' 06,7439''), pasaría a ser en sexadecimales expresados} \\ \text{en notación decimal} = 3 + 48/60 + 6,7439/60/60 = 3,801873306 \\ \text{La latitud (43° 29' 18,2670''), pasaría a ser en sexadecimales expresados} \\ \text{en notación decimal} = 43 + 29/60 + 18,2670/60/60 = 43,4884075 \end{array} \right.$$

Una vez que tenemos la longitud y la latitud en grados decimales, procedemos a su paso a radianes, pues la mayor parte de los pasos posteriores se realizarán con entrada de datos en radianes. Operamos para ello de la forma:

$$\text{Radianes} = \frac{\text{Grados decimales} \cdot \pi}{180} \left\{ \begin{array}{l} \text{La longitud (3,801873306), pasaría a ser} \\ \text{en radianes} = 3,801873306 \cdot \pi / 180 = 0,066355207 \\ \\ \text{La latitud (43,4884075), pasaría a ser} \\ \text{en radianes} = 43,4884075 \cdot \pi / 180 = 0,759015897 \end{array} \right.$$

El siguiente paso es calcular el signo de la longitud. Para ello el proceso lógico es muy sencillo:

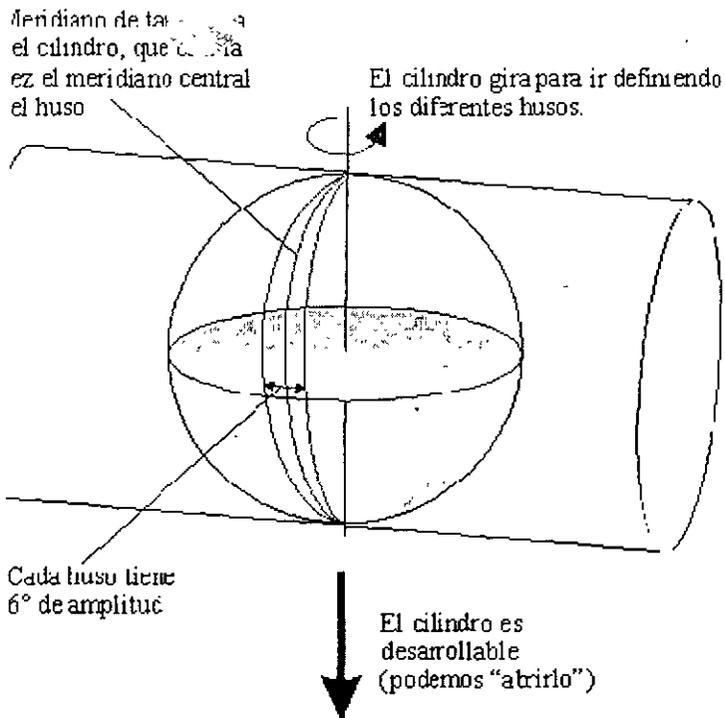
Cálculo del signo de la longitud:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Si la longitud está referida al Oeste del meridiano de Greenwich,} \\ \text{entonces la longitud es negativa (-)} \\ \\ \text{Si la longitud está referida al Este del meridiano de Greenwich,} \\ \text{entonces la longitud es positiva (+)} \end{array} \right. \rightarrow$  Como la longitud está referida al oeste del meridiano de Greenwich, entonces pasa a ser negativa, quedando en radianes = -0,066355207 y en grados decimales = -3,801873306

### 1.1.3. Sobre el Huso:

Una vez tenemos preparados los datos de longitud y latitud, podemos calcular el huso o zona UTM (*UTM Zone*) donde caen las coordenadas a convertir, con operaciones muy sencillas:

$$\text{Huso} = \text{entero de} \left[ \frac{\text{Grados decimales}}{6} + 31 \right] \rightarrow \text{Huso} = \left[ \frac{-3,801873306}{6} + 31 \right] = 30,36635445$$

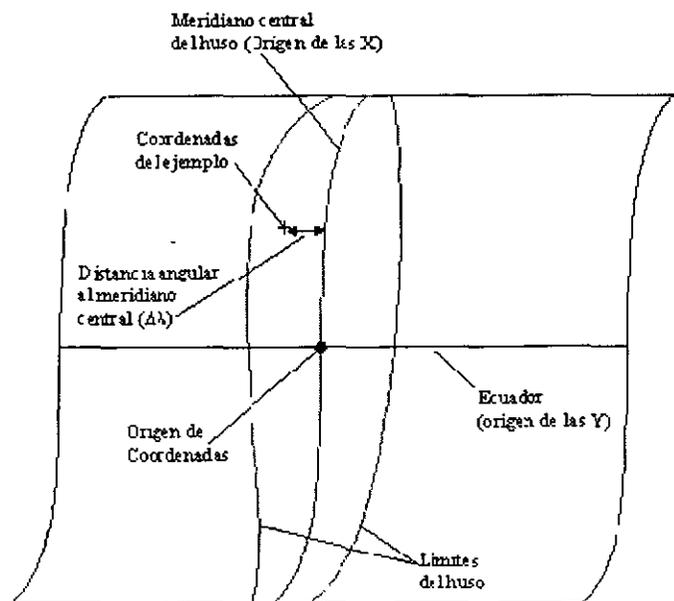
Truncamos la parte entera, luego Huso = 30



Con el huso ya conocido, el siguiente paso es obtener el meridiano central de dicho huso. El meridiano central es la línea de tangencia del cilindro transverso.

Pero antes de seguir con los cálculos e introducir más conceptos, vamos a repasar algunos de los elementos principales de la proyección UTM. Así, conviene recordar que en la proyección UTM el cilindro transverso que se usa como superficie desarrollable, se va girando virtualmente para definir los diferentes husos (60) que rodean la tierra.

Se empiezan a contar los husos por el antimeridiano de Greenwich y por eso la parte central de España cae en el huso 30, por estar en el lado opuesto del inicio de la numeración de husos, que queda al otro lado de la tierra.



El meridiano central del huso es muy importante porque es el origen de las coordenadas X. Como el meridiano central dejaría la parte del huso situada a su izquierda con coordenadas X negativas, para evitar eso, se suma a todas las coordenadas X la cantidad de 500.000. Esto hace que no existan valores negativos para las coordenadas X, puesto que se ha realizado un retranqueo del eje X de 500 km.

Y algo semejante se hace para los valores de Y, cuyo origen es el ecuador. Como el ecuador está normalmente más lejos que el meridiano central del huso, las coordenadas Y suelen tener un guarismo más (en el caso de

España, las Y son mayores que 4 millones). Si el ecuador es el origen de las Y, toda la parte situada al sur del mismo tendría coordenadas negativas. Para evitar eso, se suma el valor 10.000.000 a los valores de Y, pero sólo en el caso de que se trate de coordenadas pertenecientes al hemisferio sur; si las coordenadas pertenecen al hemisferio norte, no se tocan los valores Y.

Volviendo con el meridiano central del huso, éste también tiene la particularidad de que es automecico. En teoría, para cualquier latitud que caiga dentro del rango de operación de la proyección UTM (intervalo entre los 84° N y los 80° S), el punto de menor deformación de la proyección UTM es el que para esa latitud se sitúa sobre el meridiano central de su correspondiente huso. En la práctica esto no es del todo cierto, pues la proyección UTM aplica un factor de escala (0,9996) que hace que las zonas de menor deformación pasen a ser las situadas a  $\pm 2^{\circ} 15'$  (aproximadamente a 180 km del meridiano central, aunque esta medida varía con la latitud); son las llamadas líneas isométricas, derivadas de la aplicación de este factor de escala (denominado  $K_0$ ) que es una de las principales diferencias entre la Proyección UTM y la Proyección Gauss-Krüger, en la que se basa la UTM en su totalidad.

Expuestos estos conceptos, para saber mínimamente lo que estamos calculando, vamos a retomar los cálculos donde los habíamos dejado. Habíamos dicho que el siguiente paso es obtener el meridiano central del huso en el que caen las coordenadas geodésicas sobre las que operamos. La operación es muy sencilla:

$$\lambda_0 = \text{Huso} \cdot 6 - 183 \longrightarrow \lambda_0 = 30 \cdot 6 - 183 = -3^{\circ}$$

Ahora calculamos la distancia angular que existe entre la longitud del punto con el que operamos y el meridiano central del huso (véase la figura anterior). Es muy importante señalar que ambos datos tienen que ser introducidos en radianes. La longitud ya la habíamos traducido a radianes antes, pero no así el valor del

meridiano central que acabamos de calcular. Para convertirlo a radianes multiplicamos por  $\pi$  y dividimos por 180:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \longrightarrow \Delta\lambda = -0,166355207 - (-3 \cdot \pi / 180) = -0,013995329$$

## 1.2. Ecuaciones de Coticchia-Surace para el Problema Directo (Paso de Geográficas a UTM).

### 1.2.1. Cálculo de Parámetros:

A continuación debemos calcular una serie de parámetros que van encadenados unos a otros y que son el núcleo de las ecuaciones de Coticchia-Surace. Son muchas operaciones pero vereis que el proceso es muy rutinario y fácilmente programable:

$$A = \cos \varphi \cdot \sin \Delta\lambda \longrightarrow A = \cos 0,759015897 \cdot \sin -0,013995329 = -0,01015347$$

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \ln \left[ \frac{1+A}{1-A} \right] \longrightarrow \xi = \frac{1}{2} \cdot \ln \left[ \frac{1+(-0,01015347)}{1-(-0,01015347)} \right] = -0,01015382$$

$$\eta = \arctan \left( \frac{\tan \varphi}{\cos \Delta\lambda} \right) - \varphi \longrightarrow \eta = \arctan \left( \frac{\tan 0,759015897}{\cos -0,013995329} \right) - 0,759015897 = 4,89009 \text{E-}05$$

$$v = \frac{c}{(1 + e'^2 \cdot \cos^2 \varphi)^{1/2}} \cdot 0,9996 \longrightarrow v = \frac{6399936,608}{(1 + 0,00676817 \cdot \cos^2 0,759015897)^{1/2}} \cdot 0,9996 = 6386011,466$$

$$\zeta = \frac{e'^2}{2} \cdot \xi^2 \cdot \cos^2 \varphi \longrightarrow \zeta = \frac{0,00676817}{2} \cdot (-0,01015382)^2 \cdot \cos^2 0,759015897 = 1,8365 \text{E-}07$$

$$A_1 = \sin (2 \cdot \varphi) \longrightarrow A_1 = \sin (2 \cdot 0,759015897) = 0,998608275$$

$$A_2 = A_1 \cdot \cos^2 \varphi \longrightarrow A_2 = 0,998608275 \cdot \cos^2 0,759015897 = 0,525637464$$

$$J_2 = \varphi + \frac{A_1}{2} \longrightarrow J_2 = 0,759015897 + \frac{0,998608275}{2} = 1,258320035$$

$$J_4 = \frac{3 \cdot J_2 + A_2}{4} \longrightarrow J_4 = \frac{3 \cdot 1,258320035 + 0,525637464}{4} = 1,075149392$$

$$J_6 = \frac{5 \cdot J_4 + A_2 \cdot \cos^2 \varphi}{3} \longrightarrow J_6 = \frac{5 \cdot 1,075149392 + 0,525637464 \cdot \cos^2 0,759015897}{3} = 1,88442255$$

$$\alpha = \frac{3}{4} \cdot e'^2 \longrightarrow \alpha = \frac{3}{4} \cdot 0,00676817 = 0,005076128$$

$$\beta = \frac{5}{3} \cdot \alpha^2 \longrightarrow \beta = \frac{5}{3} \cdot 0,005076128^2 = 4,29451 \text{E-}05$$

$$\gamma = \frac{35}{27} \cdot \alpha^3 \longrightarrow \gamma = \frac{35}{27} \cdot 0,005076128^3 = 1,69552 \text{E-}07$$

$$B_0 = 0,9996 \cdot c \cdot (\varphi - \alpha J_2 + \beta J_4 - \gamma J_6)$$

$$\rightarrow B_0 = 0,9996 \cdot 6399936,608 \cdot (0,759015897 - 0,005076128 \cdot 1,258320035 + 4,29451E-05 \cdot 1,075149392 - 1,69552E-07 \cdot 1,884142255) = 4815141,345$$

### 1.2.2. Cálculo Final de Coordenadas:

Una vez disponemos de todos los parámetros anteriores calculados, procedemos a la solución de las coordenadas UTM finales, de la forma:

$$X = \xi \cdot v \cdot (1 + \frac{\zeta}{3}) + 500000 \rightarrow X = -0,01015382 \cdot 6386011,466 \cdot (1 + \frac{1,8365E-07}{3}) + 500000 = \underline{435157,5872}$$

Solución de la X UTM

Para el caso de la solución de Y es muy importante recordar que **si la latitud de las coordenadas geodésicas con las que operamos pertenece al hemisferio sur deberemos sumar el valor 10.000.000** al resultado obtenido. Como en el caso del ejemplo estamos operando con latitudes al norte del Ecuador, no realizamos tal operación:

$$Y = \eta \cdot v \cdot (1 + \zeta) + B_0 \rightarrow Y = 4,89009E-05 \cdot 6386011,466 \cdot (1 + 1,8365E-07) + 4815141,345 = \underline{4815453,627}$$

Solución de la Y UTM

:: Aprende a convertir coordenadas geográficas en UTM y UTM en geográficas (Parte II) ::

Ver el Problema Directo y la parte anterior del artículo

## 2. CONVERSIÓN DE UTM A GEOGRÁFICAS (PROBLEMA INVERSO)

Para realizar el procedimiento inverso, partimos de las coordenadas UTM del vértice de Llatias, con el que estamos trabajando. Dichas coordenadas UTM siguen estando sobre el elipsoide de Hayford y son las siguientes:

$$\begin{aligned} \text{UTM } X &= 435157,59 \\ \text{UTM } Y &= 4815453,64 \\ \text{Huso (Zona UTM)} &= 30 \end{aligned}$$

Vemos que las coordenadas de partida difieren muy ligeramente en los decimales de centímetro de los valores calculados anteriormente. Estas pequeñas diferencias, son normales en el proceso de cálculo, puesto que las ecuaciones de Coticchia-Surace no son sino una aproximación muy fidedigna a la solución real de la proyección UTM. Estas variaciones son mínimas para la mayor parte de las aplicaciones, pues ya dijimos que utilizando suficientes números decimales se puede llegar a conseguir precisiones entorno al centímetro en la conversión.

Iniciamos el proceso de conversión recurriendo de nuevo a los datos básicos de la geometría del elipsoide de Hayford (semieje mayor y semieje menor):

$$\begin{aligned} \text{Semieje mayor (a)} &= 6378388,0 \\ \text{Semieje menor (b)} &= 6356911,946130 \end{aligned}$$

Procedemos con las siguientes etapas:

### 2.1. Cálculos previos:

- 2.1.1. Sobre la geometría del elipsoide.
- 2.1.2. Tratamiento previo de X e Y.
- 2.1.3. Cálculo del meridiano central del huso.

### 2.2. Ecuaciones de Coticchia-Surace:

- 2.2.1. Cálculo de parámetros.
- 2.2.2. Cálculo final de coordenadas.

Los cálculos relativos a la geometría del elipsoide son exactamente los mismos que los descritos en el punto 1.1.1 de este artículo, puesto que también son necesarios en el problema inverso. No obstante, serán repetidos para mayor claridad expositiva. En cuanto al resto de parámetros, son parecidos a lo ya visto.

## 2.1. Cálculos Previos.

### 2.1.1. Sobre la Geometría del Elipsoide:

Calculamos la excentricidad, la segunda excentricidad, el radio polar de curvatura y el aplanamiento:

$$\text{Excentricidad: } e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \longrightarrow e = \frac{\sqrt{6378388^2 - 6356911,94613^2}}{6378388} = 0,08199189$$

$$\text{Segunda excentricidad: } e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} \longrightarrow e' = \frac{\sqrt{6378388^2 - 6356911,94613^2}}{6356911,94613} = 0,08226889$$

Aprovechamos para calcular también el cuadrado de la segunda excentricidad, pues nos hará falta en muchos pasos posteriores:

$$e'^2 = 0,08226889^2 = 0,00676817$$

Seguimos con el radio polar de curvatura y el aplanamiento:

$$\text{Radio Polar de Curvatura } c = \frac{a^2}{b} \longrightarrow c = \frac{6378388^2}{6356911,94613} = 6399936,608$$

$$\text{Aplanamiento: } \alpha = \frac{a - b}{a} \longrightarrow \alpha = \frac{6378388 - 6356911,94613}{6378388} = 0,003367002 \approx 1/297$$

Como ya dijimos anteriormente, el aplanamiento y la excentricidad (la primera excentricidad) no son necesarios para la aplicación de las ecuaciones de Coticchia-Surace.

### 2.1.2. Tratamiento Previo de X e Y:

Empezamos eliminando el retranqueo del eje de las X, que se realiza en todos los casos:

$$X = X - 500\,000 \longrightarrow X = 4\,351\,575,9 - 500\,000 = -648\,424,1$$

Para las Y, la eliminación del retranqueo es selectiva y sólo se realiza en el caso de que estemos operando con coordenadas UTM correspondientes al hemisferio sur. Por tanto:

Criterio para la eliminación del retranqueo en las ordenadas (Y) {

- Si las coordenadas UTM pertenecen al norte del ecuador (hemisferio norte), entonces Y no se modifica
- Si las coordenadas UTM pertenecen al sur del Ecuador (hemisferio sur), entonces  $Y = Y - 10\,000\,000$

Como en el caso del ejemplo operamos con coordenadas del hemisferio norte, Y no se modifica y sigue valiendo lo mismo.

### 2.1.3. Cálculo del Meridiano Central del Huso:

Debemos conocer el huso UTM (o Zona UTM) al que pertenecen las coordenadas a convertir, como otro parámetro más involucrado en la conversión. El modo de operación para el cálculo del meridiano central del huso es igual que en el problema directo:

$$\lambda_n = \text{Huso} \cdot 6 - 183 \longrightarrow \lambda_n = 30 \cdot 6 - 183 = -3^\circ$$

## 2.2. Ecuaciones de Coticchia-Surace para el Problema Inverso (paso de UTM a Geográficas).

### 2.2.1. Cálculo de Parámetros:

La mayor parte de los parámetros se calculan de forma muy similar o incluso igual a lo ya visto anteriormente para el problema directo:

$$\psi = \frac{Y}{6.366197724 \cdot 0.9996} \rightarrow \psi = \frac{4815453.64}{6366197.724 \cdot 0.9996} = 0.756712374$$

$$v = \frac{r}{(1 + e'^2 \cdot \cos^2 \varphi)^{1/2}} \cdot 0.9996 \rightarrow v = \frac{6399936.608}{(1 + 0.00676817 \cdot \cos^2 0.756712374)^{1/2}} \cdot 0.9996 = 6385961.938$$

$$a = \frac{X}{v} \rightarrow a = \frac{-64842.41}{6385961.938} = 0.010153899$$

$$A_1 = \text{sen}(2 \cdot \varphi') \rightarrow A_1 = \text{sen}(2 \cdot 0.756712374) = 0.998354702$$

$$A_2 = A_1 \cdot \cos^2 \varphi' \rightarrow A_2 = 0.998354702 \cdot \cos^2 0.756712374 = 0.527800236$$

$$J_2 = \varphi' \cdot \frac{A_1}{2} \rightarrow J_2 = 0.756712374 + \frac{0.998354702}{2} = 1.255889725$$

$$J_4 = \frac{3 \cdot J_2 + A_2}{4} \rightarrow J_4 = \frac{3 \cdot 1.255889725 + 0.527800236}{4} = 1.073867353$$

$$J_6 = \frac{5 \cdot J_4 + A_2 \cdot \cos^2 \varphi'}{3} \rightarrow J_6 = \frac{5 \cdot 1.073867353 + 0.527800236 \cdot \cos^2 0.756712374}{3} = 1.882789648$$

$$\alpha = \frac{3}{4} \cdot e'^2 \rightarrow \alpha = \frac{3}{4} \cdot 0.00676817 = 0.005076128$$

$$\beta = \frac{5}{3} \cdot \alpha^2 \rightarrow \beta = \frac{5}{3} \cdot 0.005076128^2 = 4.23451E-05$$

$$\gamma = \frac{35}{27} \cdot \alpha^3 \rightarrow \gamma = \frac{35}{27} \cdot 0.005076128^3 = 1.59552E-07$$

$$B_0 = 0.9996 \cdot c \cdot (\varphi' - \alpha \cdot J_2 + \beta \cdot J_4 - \gamma \cdot J_6) \rightarrow$$

$$B_0 = 0.9996 \cdot 6399936.608 (0.756712374 - 0.005076128 \cdot 1.258320035 + 4.29451E-05 \cdot 1.075149392 - 1.69552E-07 \cdot 1.884142255) = 4800483.409$$

$$b = \frac{Y - B_0}{v} \rightarrow b = \frac{4815453.64 - 4800483.409}{6385961.938} = 0.002344241$$

$$\zeta = \frac{e'^2 \cdot a^2}{2} \cdot \cos^2 \varphi' \rightarrow \zeta = \frac{0.00676817 \cdot (-0.010153899)^2}{2} \cdot \cos^2 0.756712374 = 1.84456E-07$$

$$\xi = a \cdot \left[ 1 - \frac{\zeta}{3} \right] \rightarrow \xi = -0.010153899 \cdot \left[ 1 - \frac{1.84456E-07}{3} \right] = -0.010153898$$

$$\eta = b \cdot (1 - \zeta) + \varphi' \rightarrow \eta = 0.002344241 \cdot (1 - 1.84456E-07) + 0.756712374 = 0.759056614$$

$$\text{sen } h \xi = \frac{e^h - e^{-h}}{2} \text{ En este caso } e \text{ no es la excentricidad sino } e \text{ (2.71828182845905) elevado a la potencia de } \xi \text{ y de } -\xi \rightarrow \text{sen } h \xi = \frac{\exp^{-0.010153898} - \exp^{0.010153898}}{2} = -0.010154072$$

### 2.2.2. Cálculo Final de Coordenadas:

La composición de la longitud es muy sencilla. El único cuidado que hay que poner es que la operación ha de ser realizada en grados decimales, por lo que *delta lambda* ha de ser dividida por  $\pi$  y multiplicada por 180. *Lambda sub cero* ya está en grados decimales, por lo que no hace falta tocarla. La longitud se obtiene de la forma:

$$\text{Longitud: } \lambda = \Delta\lambda + \lambda_0 \rightarrow \lambda = (-0,013995327 / \pi \cdot 180) + (-3) = -3,801873264$$

La composición de la latitud es un poco más complicada:

$$\text{Latitud: } \varphi = \varphi' + \left[ 1 + e'^2 \cdot \cos^2 \varphi' - \frac{3}{2} \cdot e'^2 \cdot \sin \varphi' \cdot \cos \varphi' \cdot (\tau - \varphi') \right] \cdot (\tau - \varphi')$$

$$\rightarrow \varphi = 0,756712374 - \left[ 1 + 0,00676817 \cdot \cos^2 0,756712374 - \frac{3}{2} \cdot 0,00676817 \cdot \sin 0,756712374 \cdot \cos 0,756712374 \cdot (0,759007713 - 0,756712374) \right] \cdot (0,759007713 - 0,756712374) = 0,759015899$$

Ahora nos queda pasar a grados decimales la latitud, que la tenemos en radianes:

$$\text{Grados decimales} = \frac{\text{radianes}}{\pi} \cdot 180 \rightarrow \varphi = \frac{0,759015899}{\pi} \cdot 180 = 43,48840762$$

Una vez que tenemos la longitud y la latitud en grados sexagesimales en notación decimal, lo que nos queda es pasar el resultado a grados, minutos y segundos sexagesimales:

$$\begin{aligned} \text{Grados } (^{\circ}) &= \text{entero de [grados decimales]} \\ \text{Minutos } (^{\prime}) &= \text{entero de [(grados decimales - Grados } ^{\circ}) \cdot 60] \\ \text{Segundos } (^{\prime\prime}) &= ((\text{grados decimales} - \text{Grados } ^{\circ}) \cdot 60 - \text{Minutos } ^{\prime}) \cdot 60 \end{aligned}$$

Solución de la longitud ( $\lambda$ ):  $-3^{\circ} - 48' - 6.74375''$   
Solución de la latitud ( $\varphi$ ):  $43^{\circ} 29' 13.26745''$

Vemos que la longitud nos queda con valores negativos lo cual es lo mismo que decir que dicha longitud corresponde al oeste del meridiano de Greenwich.

## 3. CONVERSION DE COORDENADAS EN HOJA DE CALCULO EXCEL.

Selección:	Elipsoide:
yford 1909	
<b>yford 1909</b>	
Imert 1906	
ugh 1960	
ernacional 1909	
ernacional 1924	
sovsky 1940	
rcury 1960	
rcury Modificado 1968	

He creado una hoja de cálculo con la implementación de las fórmulas comentadas. Esta hoja, realizada en formato Microsoft® Excel, permite ver cómo se van calculando todos los parámetros en cadena cuando se introducen unas determinadas coordenadas a convertir.

DATOS DE ENTRADA:				Fi'	Ni	a
UTM Este X =	435157.59			0.756712374	6385961.938	-0.01015389
UTM Norte Y =	4815453.64					
Huso	30		Hemisferio N	Indica si las coordenadas a convertir están en el hemisferio Norte (N) o en el Sur (S).		
COORDENADAS CONVERTIDAS:						
Lambda (longitud)	3 °	48 '	6.74375 "	En		
Fi (latitud)	43 °	29 '	18.26745 "	En Sexas Decimales:	43.48840762	Fi en Radianes

En ella se puede experimentar tanto con el problema directo como el inverso. También se pueden seleccionar diferentes tipos de elipsoides (entre ellos WGS84 y GRS80), pues he incorporado una pequeña lista de los más comunes con sus parámetros de semeje mayor (*a*) y semeje menor (*b*). A partir de estos valores se van calculando el resto de los parámetros de la geometría del elipsoide elegido. También es posible definir nuevos elipsoides por parte del usuario.

De momento, no es posible realizar conversiones entre datums. Quizá en el futuro realice un texto similar a este con los métodos más utilizados para realizar transformaciones entre datums y una implementación.

Descarga la Hoja de Cálculo Convertora de Coordenadas.

En la sección de descargas de esta web tienes también un ejecutable con otra implementación de estas mismas ecuaciones que programé allá por 1994. A veces da algunos problemas con los sistemas operativos nuevos (está programado con *Quick Basic* en MS-DOS).

Por último, termino como empecé: pidiéndote que **si el contenido de este artículo te ha resultado útil y te ha ayudado a aprender, te pido que cites esta página web en tu trabajo**. Para cualquier comentario, puedes encontrarme en [gis@gabrielortiz.com](mailto:gis@gabrielortiz.com).

#### 4. DOCUMENTO EN FORMATO PDF.

En este documento PDF se incluyen también las ecuaciones y los ejemplos que hemos visto. Dado el tamaño de los ejemplos, he tenido que crear un solo PDF de tamaño ISO-A1, por lo que para imprimir todo el documento a tamaño correcto y sobre una sola hoja se debe hacer sobre un plotter.



## TEMA IX CONCLUSIONES

- 1) La investigación con respecto al sistema GPS iniciada en 1983 por E U A mediante el comité especial de la OACI, creó una nueva tecnología que constituye un sistema de navegación computarizado que puede ubicar a una aeronave en un punto dentro del espacio aéreo en cualquier momento



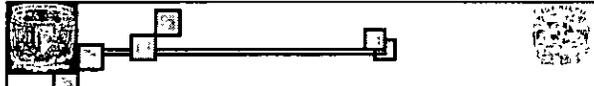
## CONCLUSIONES

- 2) El sistema de navegación GPS creado y propuesto por E U A como la base para determinar la posición de las aeronaves en el espacio aéreo, fue adoptado por México y regulado mediante las "Normas de Aplicación del GPS para la Navegación dentro del Espacio Aéreo Mexicano" de la Dirección General de Aeronáutica Civil (DGAC) de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT).



## CONCLUSIONES

- 3) Uno de los principales objetivos de la Norma Oficial Mexicana consiste en establecer los lineamientos para la selección, instalación, certificación y operación de los equipos a bordo de las aeronaves con marcas de nacionalidad y matrículas mexicanas. Por lo tanto, dicha norma resulta aplicable para todos los concesionarios, permisionarios u operadores aéreos que operen o pretendan operar de acuerdo a la Ley de Aviación Civil con equipos GPS como medio de navegación



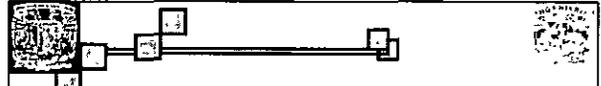
## CONCLUSIONES

- 4) Actualmente en México, el sistema GPS se utiliza como navegador con un grado de precisión de 10 metros.
- 5) Otra ventaja del GPS, es acerca de su funcionamiento para determinar la altura de vuelo aeronáutico. Los resultados obtenidos han sido satisfactorios.



## CONCLUSIONES

- 6) Para satisfacer la creciente demanda de servicios de comunicaciones aeronáuticas, el sistema GPS demostro ser un eficaz enlace de datos, entre el controlador y el piloto
- 7) Un elemento principal de la red de telecomunicaciones aeronáuticas es el enlace aire-tierra, que hace posible la comunicacion con una aeronave en cualquier momento del vuelo. Actualmente se dispone en todo el espacio aereo mexicano de la cobertura necesaria proporcionada por los satelites



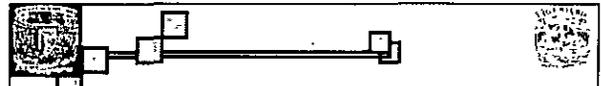
## CONCLUSIONES

- 8) Con la utilización del sistema GPS, no será necesario que el controlador envíe una autorización de salida a la aeronave, ya que el GPS se actualiza en forma automática



## CONCLUSIONES

- 9) De acuerdo con lo investigado en el presente trabajo, la experiencia en el uso del sistema GPS, tanto en México como en otros países, ha sido satisfactoria en cuanto al uso de rutas de navegación. La tecnología GPS hace casi imposible que la aeronave se pierda de su trayectoria. Actualmente, los pilotos y navegantes usan el GPS para trazar sus cursos precisos y llegar a sus destinos.



## CONCLUSIONES

- 9) (...continuación)  
El empleo de estas rutas GPS evita que las aeronaves realicen desplazamientos innecesarios, tanto ascendentes, como descendentes, tratando de mantener un recorrido lo más uniforme y rectilíneo posible. Los beneficios para las aerolíneas, se traducen principalmente en un ahorro de combustible, y en la reducción del tiempo de viaje



## CONCLUSIONES

10) Otras aplicaciones del sistema GPS de gran importancia se llevan a cabo, en áreas como la topografía, la geodesia y la geología. Actualmente, el Sistema GPS tiene un gran número de aplicaciones en la vida diaria, y se espera en el corto plazo encontrar aun más. Prácticamente, con este sistema se pueden proporcionar las direcciones en cualquier destino, ya sea que se viaje a pie, en automóvil o en avión, así como también para localización de tendidos de energía eléctrica.



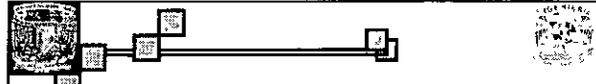
## TEMA IX CONCLUSIONES

- 1) La investigación con respecto al sistema GPS iniciada en 1983 por E U A mediante el comité especial de la OACI, creó una nueva tecnología que constituye un sistema de navegación computarizado que puede ubicar a una aeronave en un punto dentro del espacio aéreo en cualquier momento



## CONCLUSIONES

2) El sistema de navegación GPS creado y propuesto por E U A como la base para determinar la posición de las aeronaves en el espacio aéreo, fue adoptado por México y regulado mediante las "Normas de Aplicación del GPS para la Navegación dentro del Espacio Aéreo Mexicano" de la Dirección General de Aeronáutica Civil (DGAC) de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT)



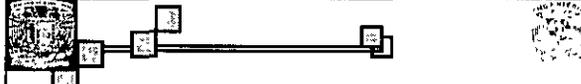
## CONCLUSIONES

3) Uno de los principales objetivos de la Norma Oficial Mexicana consiste en establecer los lineamientos para la selección, instalación, certificación y operación de los equipos a bordo de las aeronaves con marcas de nacionalidad y matriculas mexicanas. Por lo tanto, dicha norma resulta aplicable para todos los concesionarios, permisionarios u operadores aéreos que operen o pretendan operar de acuerdo a la Ley de Aviación Civil con equipos GPS como medio de navegación



## CONCLUSIONES

- 4) Actualmente en México, el sistema GPS se utiliza como navegador con un grado de precisión de 10 metros
- 5) Otra ventaja del GPS, es acerca de su funcionamiento para determinar la altura de vuelo aeronáutico. Los resultados obtenidos han sido satisfactorios



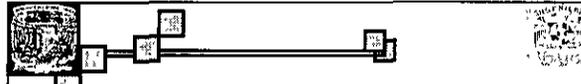
## CONCLUSIONES

- 6) Para satisfacer la creciente demanda de servicios de comunicaciones aeronáuticas, el sistema GPS demostró ser un eficaz enlace de datos, entre el controlador y el piloto
- 7) Un elemento principal de la red de telecomunicaciones aeronáuticas es el enlace aire-tierra, que hace posible la comunicación con una aeronave en cualquier momento del vuelo. Actualmente se dispone en todo el espacio aéreo mexicano de la cobertura necesaria proporcionada por los satélites



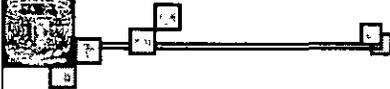
## CONCLUSIONES

- 8) Con la utilización del sistema GPS, no será necesario que el controlador envíe una autorización de salida a la aeronave, ya que el GPS se actualiza en forma automática



## CONCLUSIONES

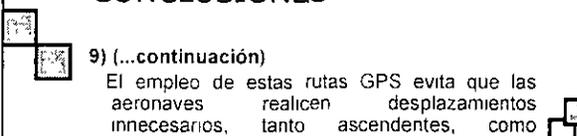
- 9) De acuerdo con lo investigado en el presente trabajo, la experiencia en el uso del sistema GPS, tanto en México como en otros países, ha sido satisfactoria en cuanto al uso de rutas de navegación. La tecnología GPS hace casi imposible que la aeronave se pierda de su trayectoria. Actualmente, los pilotos y navegantes usan el GPS para trazar sus cursos precisos y llegar a sus destinos.



## CONCLUSIONES

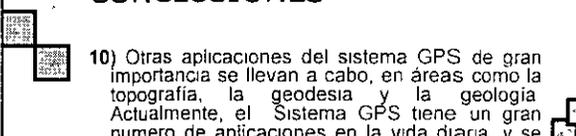
9) (...continuación)

El empleo de estas rutas GPS evita que las aeronaves realicen desplazamientos innecesarios, tanto ascendentes, como descendentes, tratando de mantener un recorrido lo mas uniforme y rectilineo posible. Los beneficios para las aerolíneas, se traducen principalmente en un ahorro de combustible, y en la reducción del tiempo de viaje.



## CONCLUSIONES

10) Otras aplicaciones del sistema GPS de gran importancia se llevan a cabo, en áreas como la topografía, la geodesia y la geología. Actualmente, el Sistema GPS tiene un gran numero de aplicaciones en la vida diaria, y se espera en el corto plazo encontrar aun más. Prácticamente, con este sistema se pueden proporcionar las direcciones en cualquier destino, ya sea que se viaje a pie, en automóvil o en avión, así como también para localización de tendidos de energia eléctrica.



## CONCLUSIONES

10) (...continuación)

Prácticamente, con este sistema se pueden proporcionar las direcciones en cualquier destino, ya sea que se viaje a pie, en automóvil o en avión, así como también para localización de tendidos de líneas de energia eléctrica.

