

2 ESTADISTICA

Como sucede con muchos vocablos, al concepto de Estadística, recibe diversas acepciones:

Ciencia que agrupa los hechos susceptibles de valoración numérica, como la población, la edad y el peso.

Ciencia que a través de la obtención, organización y graficación de datos analiza y encuentra consecuencias de los datos de la vida y actividades de los seres.

Ciencia de cálculo y análisis a partir de muestras y/o poblaciones.

2.1 Utilidad:

Entre muchas de las aplicaciones que tiene la Estadística, destacan las siguientes.

- a) Representación funcional de los fenómenos numéricos.
- b) Representación gráfica de situaciones de toda índole.
- c) Recopilación de datos e interpretación.
- d) Predicción científica de efectos de causas evaluables matemáticamente.
- e) Interpretación de la experimentación.

- f) Corrección de errores inevitables en toda ciencia.
- g) Aprovechamiento del muestreo para el conocimiento de los fenómenos.

2.2 Definiciones elementales.

- a) Universo.- Conjunto determinado de objetos o elementos.
- b) Población.- El número total, de valores posibles, de elementos que tienen una característica que determine un conjunto.
- c) Muestra.- Subconjunto de una población.

2.2.1 Datos relevantes.

Cuando se va a estudiar un fenómeno, mediante Estadística, se selecciona una variable de la cual es importante tener cierta información.

- a) Valor mayor: (X_{\max}) entre los datos obtenidos, o de los datos de la muestra que se haya tomado en forma aleatoria.
- b) Valor menor: (X_{\min}) entre los datos obtenidos, o de los datos de la muestra.

- c) Rango: (R) diferencia entre los dos valores anteriores.
- d) Intervalo: (I) división (generalmente igual) del rango. A cada uno se le llama Clase o intervalo de clase.
- e) Límite superior del intervalo: (L_{sup}) Valor final del intervalo.
- f) Límite inferior del intervalo: (L_{inf}) Valor inicial del intervalo.
- g) Marca de clase: (MC) Promedio aritmético de los límites de cada Intervalo de Clase.
- h) Frecuencia: Número de casos u ocurrencias dentro de cada Intervalo de Clase. La frecuencia puede ser Absoluta (f) (cuando se trata del número de ocurrencias), Relativa (fr) (cuando se obtiene su relación con respecto al total de las frecuencias, $f_i(x)$) y Acumulativa ($F_x(x)$)

Ejemplo:

Tomemos como universo a los alumnos del propedéutico del ITC.

Como Población tomemos el conjunto de valores de los promedios finales obtenidos.

La muestra es el siguiente conjunto de promedios que fueron tomados al azar.

7.6, 8.7, 7.1, 3.0, 7.3, 8.0, 8.2, 6.4, 8.2, 6.4, 8.0, 8.0, 8.2,
 9.3, 7.8, 9.1, 7.1, 8.0, 9.1, 6.9, 5.8, 7.1, 8.2, 7.6, 7.6, 8.7, 6.7,

Probabilidad, Estadística y Matemáticas Financieras.
Instituto Tecnológico de la Construcción.

6.0, 6.9, 5.1, 5.8, 6.4, 4.7, 7.6, 7.1, 6.4, 6.9, 6.7, 5.8, 8.0, 6.7,

7.8, 7.3, 5.6, 5.6, 7.1, 5.6, 7.6, 6.7

En la forma en que están los datos, no es posible establecer ninguna relación útil. Organizándolos en una tabla darán mejor información.

VARIABLE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA ACUMULADA	FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA
4.7	1	0.019	1	0.019
5.1	1	0.019	2	0.038
5.6	3	0.057	5	0.096
5.8	3	0.057	8	0.153
6.0	1	0.019	9	0.173
6.4	4	0.076	13	0.250
6.7	4	0.076	17	0.327
6.9	4	0.076	21	0.403
7.1	6	0.115	27	0.519
7.3	3	0.057	30	0.576
7.6	5	0.096	35	0.673
7.8	2	0.038	37	0.711
8.0	6	0.115	43	0.826
8.2	4	0.076	47	0.903
8.7	2	0.038	49	0.942
9.1	2	0.038	51	0.980
9.3	1	0.019	52	1.000
TOTAL	52	1.000		

Se puede condensar la tabla anterior, distribuyendo las frecuencias por Intervalos de Clase, que son del tipo $a < x \leq b$, o sea $(a; b]$.

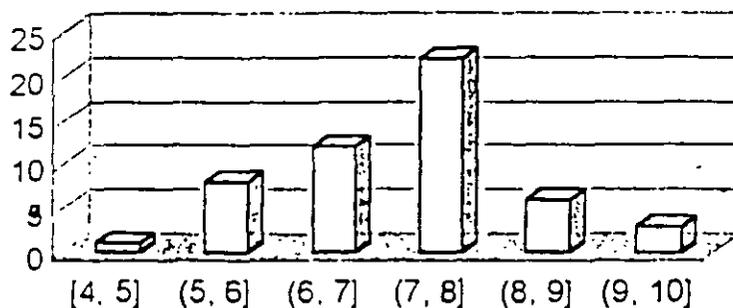
El tamaño t del intervalo lo obtenemos dividiendo el rango entre el número de intervalos requeridos. Rango = $9.3 - 4.7 = 4.6$, y queriendo 6 intervalos, obtenemos:

$t = 4.6/6 = 0.766$, que por conveniencia lo hacemos uno, es decir $t = 1$.

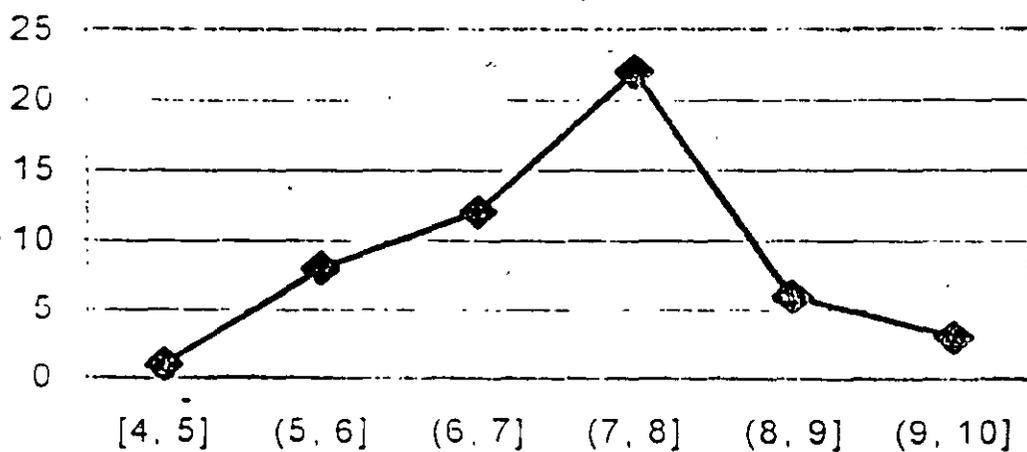
INTERVALO	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA ACUMULADA	FRECUENCIA ACUMULADA RELATIVA	PUNTO MEDIO
4 - 5	1	0.019	1	0.019	4.5
5 - 6	8	0.154	9	0.173	5.5
6 - 7	12	0.231	21	0.403	6.5
7 - 8	22	0.423	43	0.826	7.5
8 - 9	6	0.115	49	0.942	8.5
9 - 10	3	0.058	52	1.000	9.5

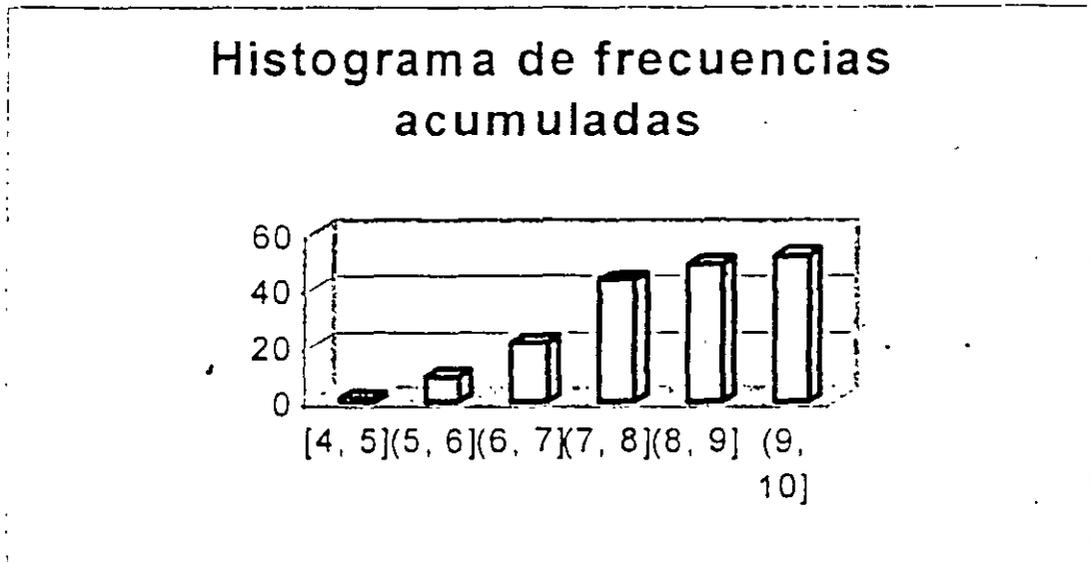
Otra forma útil para la presentación de los datos anteriores es el uso de Histogramas y Poligonos, que son diagramas de barras, generalmente, y segmentos de recta (respectivamente) donde las bases corresponden a los intervalos y las alturas corresponden al número de frecuencias de cada clase.

Histograma de frecuencias simples



Polígono de frecuencias simples





2.3 Medidas de tendencia Central y de Dispersión.

Para poder obtener consecuencias y deducciones válidas de los datos de una estadística, es muy útil contar con información sobre los valores al centro y sobre lo distanciados que estén unos valores con respecto a otros.

Las primeras medidas se llaman Medidas de Tendencia Central, las segundas Medidas de Dispersión.

2.3.1 Las Medidas de Tendencia Central más comunes son la media, la moda y la mediana.

a) La Media es una medida equivalente al promedio aritmético de todos los valores de las variables que están en la muestra.

$$\bar{X} = \mu_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n f_x(x_i) MC$$

Se usa \bar{X} cuando se trata de una muestra, mientras que se usa μ cuando es una población.

b) La Mediana es un valor de la variable, tal que la mitad de las observaciones debe tener un valor menor o igual al de la Mediana y la otra mitad, debe tener un valor mayor o igual que el de la Mediana

$$50 \% \leq x_{1/2} = \tilde{x} \leq 50 \%$$

En general la idea de subdividir los valores en conjuntos de cardinalidad igual, da origen a los llamados cuantiles.

- c) La Moda es el valor que se presenta con mayor frecuencia en la muestra.

$$x_m$$

2.3.2 Las Medidas de Dispersión más comunes son la Varianza, la Desviación Estándar y el Coeficiente de Variación.

- a) La Varianza es el promedio de la suma de los cuadrados de las distancias, que hay entre los datos y la media.

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (MC_i - x)^2 f_x(x_i)$$

La Varianza se representa con S^2 cuando se trata del análisis de una muestra, mientras que se representa con σ^2 cuando se trata de una población (Para este caso se divide entre n).

- b) La desviación Estándar es la parte positiva de la raíz cuadrada de la Varianza.

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

- c) El Coeficiente de Variación es la relación que existe entre la Desviación Estándar y la Media. Este se da en porcentaje, y a mayor porcentaje mayor dispersión.

$$V = \frac{S}{x} = \frac{\sigma}{\mu}$$

2.3.3 Covarianza, Coeficiente de Correlación y Coeficiente de Determinación.

- a) Sean X y Y dos V.A. se define la Covarianza de X y Y de la siguiente forma:

$$\text{Cov}(X, Y) = E\{ (X - \mu_x)(Y - \mu_y) \} = E(XY) - \mu_x \mu_y$$

b) El coeficiente de Correlación de X y de Y como:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

Donde $-1 \leq \rho \leq 1$; tal que si

$\rho = -1$ se dice que las variables están inversamente correlacionadas; si

$\rho = 0$, son estocásticamente independientes y si

$\rho = 1$, las variables están directamente correlacionadas.

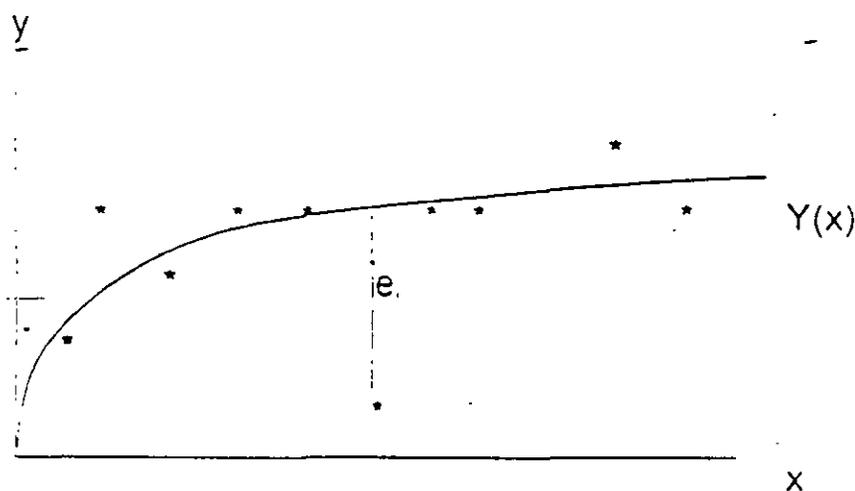
c) El Coeficiente de Variación es el cuadrado del Coeficiente de Correlación. Mide qué tanto el comportamiento de una variable explica el comportamiento de la otra, en términos de su variación, (se da en porcentaje).

2.4 Análisis de Regresión.

Supóngase que se desea ajustar una curva a un conjunto aproximado de datos, tales como los que se obtienen en mediciones experimentales. Uno de los requisitos para ajustar una curva a los datos, es que el proceso no sea ambiguo, es decir, que si los datos

ajustados por una persona son distintos a los que obtiene otra, el método resulta impráctico.

Así también es conveniente, en algún sentido, minimizar la desviación de los puntos de la línea. Las desviaciones se miden por las distancias que van de los puntos a la línea.



e_i = Error i - ésimo. (La distancia de cada uno de los puntos a ajustar con respecto a la curva ajustada)

Se pueden minimizar las desviaciones (errores), haciendo mínima su suma o tratando de minimizar la suma de las magnitudes de los errores. El método acepta el criterio de hacer a la magnitud de los errores el mínimo, es decir, minimizar el máximo error (criterio minimax). Pero como puede apreciarse, en virtud de que el signo de

unos errores es positivo y el de otros negativo, lo recomendable es minimizar la suma de los cuadrados de los errores (criterio de mínimos cuadrados).

Si se requiere ajustar a una función polinomial de la forma:

$$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots + a_nx^n$$

se tendrá que resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{cccc|c|c} N & \sum x_i & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^n & a_0 & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{n+1} & a_1 & \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \dots & \sum x_i^{n+2} & a_2 & \sum x_i^2 y_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum x_i^n & \sum x_i^{n+1} & \sum x_i^{n+2} & \dots & \sum x_i^{2n} & a_n & \sum x_i^n y_i \end{array} =$$

Donde:

N es el número de datos que se van a ajustar.

n el grado del polinomio.

x_i y y_i , cualquiera de los puntos experimentales $\{(x_i, y_i)\}$.

$e_i = Y_i - y_i$. El error de cada punto

$\sigma^2 = (\sum e_i^2) / (N - n - 1)$. La varianza.

Ejemplo:

Supóngase el análisis de todas las edades de los alumnos de un grupo.

Los datos son los siguientes (en años):

24.6, 30.5, 23.7, 27.8, 23.8, 22.5, 31.9, 23.0, 23.4, 21.6, 25.5, 30.7,
37.9, 26.4, 25.0, 27.3, 28.7, 28.3, 25.2, 29.1, 30.3, 24.3, 26.1, 25.5,
27.0, 39.7.

$$n = 26$$

$$X_{\min} = 21.6$$

$$X_{\max} = 39.7$$

$$\text{Longitud del Intervalo de Clase} = 3.62$$

Se desean 5 clases.

Analizando los datos tenemos que :

IC_i	f	MC_i	fr_i
[21.6, 25.22]	10	23.41	0.3846
(25.22, 28.84]	9	27.03	0.3462
(28.84, 32.46]	5	30.65	0.1923
(32.46, 36.08]	0	34.27	0.0000
(36.08, 39.7]	2	37.89	0.0769
			1.0000

$fr_i \cdot MC_i$	$(MC_i - \mu)^2$	$fr_i \cdot (MC_i - \mu)^2$
9.0035	14.1376	5.4373
9.3578	0.0196	0.0068
5.8940	12.1104	2.3288
0.0000	50.4100	0.0000
2.9137	114.9184	8.5372

$$\mu = 27.17$$

$$\sigma^2 = 16.61$$

Entonces:

$$\mu = 27.17$$

$$\sigma^2 = 16.61$$

$$\sigma = 4.0755$$

$$v = 4.0755 / 27.17 = 0.15 = 15\%$$

Se desea ajustar los datos a una función polinomial de segundo grado:

y_i	x_i	x_i^2	x_i^3
0.3846	23.41	548.0281	12,829.3378
0.3462	27.03	730.6209	19,784.6829
0.1923	30.65	939.4225	28,793.2996
0.0000	34.27	1,174.4329	40,247.8155
0.0769	37.89	1,435.6521	54,396.8581
1.0000	153.25	4,828.1565	156,015.9939

x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
300,334.7984	9.0035	210.7716
533,806.8995	9.3578	252.9410
882,514.6335	5.5940	180.6509
1'379,292.6370	0.0000	0.0000
2'061,096.9520	2.9137	110.4016
5'157,045.9200	27.169	754.7651

Queda entonces, por resolver, una matriz de la siguiente forma:

$$\begin{array}{ccc|c|c}
 5 & 153.25 & 4,828.1565 & a_0 & 1 \\
 153.25 & 4,828.1565 & 156,016.9939 & a_1 & 27.169 \\
 4,828.1565 & 156,016.9939 & 5'157,045.9200 & a_2 & 754.7651
 \end{array}$$

de la que se obtienen los siguientes coeficientes:

$$a_0 = 0.340967752, a_1 = 0.01764053059 \text{ y } a_2 = -0.0007063501614$$

Por lo tanto el polígono ajustado (curva ajustada) es:

$$Y_{(x)} = 0.340967752 + 0.01764053059 x - 0.0007063501614 x^2$$

$Y_{(xi)}$	e_i	e_i^2
0.3667	-0.0179	0.0003
0.3016	-0.0446	0.0020
0.2179	0.0256	0.0007
0.1158	0.1158	0.0134
0.0049	-0.0720	0.0051
		0.0215

$$\sigma^2 = 0.0215 / (5 - 2 - 1) = 0.0175, \text{ entonces } \sigma = 0.10368$$

y_i	Y_i	MC_i
0.3846	0.3667	23.41
0.3462	0.3016	27.03
0.1923	0.2179	30.65
0.0000	0.1158	34.27
0.0769	0.0049	37.89

$E(y_i)$	$E(Y_i)$	$E(y_i) \cdot E(Y_i)$	$\text{Cov}(y_i, Y_i)$	$\text{Var}(y_i)$	$\text{Var}(Y_i)$
9.0035	8.5844	77.2896	-77.1486	74.2853	67.5306
9.3578	8.1522	76.2867	-76.1823	81.2089	61.6319
5.8940	0.0091	0.0536	-0.0117	32.5093	0.0436
0.0000	3.9685	0.0000	0.0000	0.0000	14.8433
2.9137	0.1857	0.5411	-0.5407	8.0474	0.0327
			-153.8833	196.0509	144.0821

y obtenemos, ¡por fin!, la información acerca de las varianzas, las desviaciones estándar, la covarianza, el coeficiente de correlación y el coeficiente de variación que existen entre nuestros datos y la curva ajustada a estos.

$$\sigma_y^2 = 196.0509 \text{ entonces } \sigma_y = 14.0018$$

$$\sigma_{Y_i}^2 = 144.0821 \text{ entonces } \sigma_{Y_i} = 12.0034$$

$$\text{Cov}(y, Y) = -153.8833$$

$$\rho_{y, Y} = -153.8833 / \{(14.0018)(12.0034)\} = -0.915591$$

$$\rho_{y, Y}^2 = 0.8383 = 83.83\%$$



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**DIPLOMADO EN VALUACIÓN INMOBILIARIA Y
DE NEGOCIOS**

**MÓDULO I : APLICACIONES ESTADÍSTICAS,
FINANCIERAS Y CONTABLES PARA FINES DE
VALUACIÓN**

TEMA

HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS PARA LA VALUACIÓN

**EXPOSITOR: M. EN I. ENRIQUE AUGUSTO HERNÁNDEZ RUIZ
PALACIO DE MINERIA
ENERO DEL 2004**

• LA ESTADÍSTICA Y LA SIMULACIÓN

EL MÉTODO "PERT"

Esta Técnica de Evaluación y de Revisión de Programas es referida mediante el acrónimo formado por su nombre en inglés (Program Evaluation and Review Technique) y, como anteriormente se afirmó, es similar al de la ruta crítica, pero la diferencia básica consiste en que "PERT" es un método probabilístico que supone el desarrollo de un escenario optimista, uno pesimista y otro esperado; el último de ellos se determina acotado por los dos primeros, aplicando técnicas de simulación.

Obviamente con la programación se trata de establecer el mejor ordenamiento de un conjunto de actividades que deberán ser emprendidas en el futuro, con las cuales se pretende llevar a cabo un proyecto; sin embargo, por ser eventos futuros se tratará inherentemente con incertidumbre respecto de las condiciones en que serán realizadas.

Es precisamente este hecho el que hace que las cosas resulten de manera distinta a la que se supuso de manera determinística, debido a que la ocurrencia de eventos futuros es una cuestión aleatoria, es decir, puede depender del azar; por esta razón es recomendable prepararse para las mejores y las peores condiciones.

El escenario optimista se formulará con la determinación de las mejores condiciones en que pueden ser desarrolladas las actividades del proyecto, o sea, se considerarán los menores costos y mínimas duraciones de las actividades, así como también la mayor disposición de recursos económicos y humanos.

Por el contrario, el escenario pesimista se formará determinando la ocurrencia de las peores condiciones de trabajo en el proyecto, es decir, se supondrá que se alcanzarán los mayores costos y máximas duraciones, además de la menor disposición de los recursos en general.

El escenario esperado resulta ser uno intermedio de los dos anteriores obviamente; su generación se logra simulando el acontecimiento de las situaciones más probables que pueden ocurrir en el futuro, por eso mismo es que este escenario también puede ser llamado "escenario más probable". Un método de simulación muy empleado para este fin es el denominado *Monte Carlo*.

El modelo de Monte Carlo, llamado también método de ensayos estadísticos, es una técnica de simulación de situaciones inciertas que permite definir valores esperados para variables no controlables mediante la selección aleatoria de valores, donde la

probabilidad de elegir entre todos los resultados posibles está en estricta relación con sus respectivas distribuciones de probabilidad.

El mecanismo a seguir para realizar tales ensayos estadísticos obedece a estos pasos:

1. Seleccionar un conjunto representativo de proyectos ya realizados para tomar de ellos los parámetros que nos interesan simular en la creación del escenario más probable del proyecto que se pretende realizar.
2. Se formarán clases estadísticas con los datos elegidos, estableciendo un intervalo o amplitud que sea conveniente en las mismas; posteriormente se calculará el valor medio en cada clase, la frecuencia con que se presentó cada clase en el conjunto seleccionado, la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada, tal como se ejemplifica en la siguiente tabla:

Valor Medio del Estrato de la Variable "X"	Frecuencia	Frecuencia Relativa P(X)	Frecuencia Relativa Acumulada
200	11	0.1058	0.1058
250	27	0.2596	0.3654
300	34	0.3269	0.6923
350	16	0.1538	0.8462
400	9	0.0865	0.9327
450	5	0.0481	0.9808
500	2	0.0192	1.0000
Suma	104	1.0000	

La frecuencia, frecuencia relativa y frecuencia relativa acumulada deberán cumplir las siguientes condiciones:

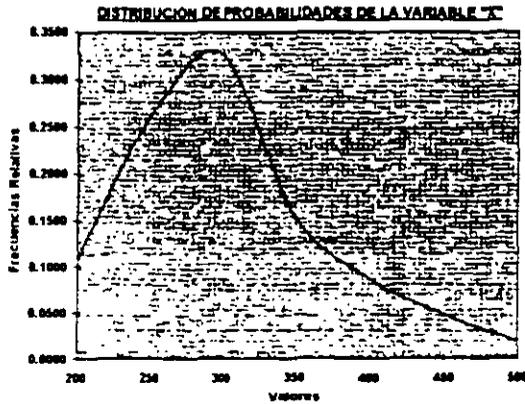
$$n = \sum_{i=1}^k f_i$$

$$fr_i = f_i / n$$

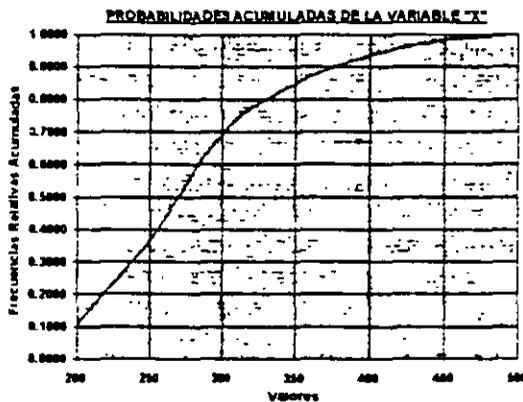
$$fra_i = \sum_{k=1}^i fr_k$$

donde "n" es el número de elementos que integra el conjunto en estudio, "f_i" el número de elementos del conjunto en estudio que incurren en el estrato "i", "fr_i" y "fra_i" la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada que corresponden al estrato "i"

3. Con la frecuencia relativa calculada puede conocerse la distribución de probabilidades de los parámetros tratados, la cual se apreciará en una gráfica como la siguiente:



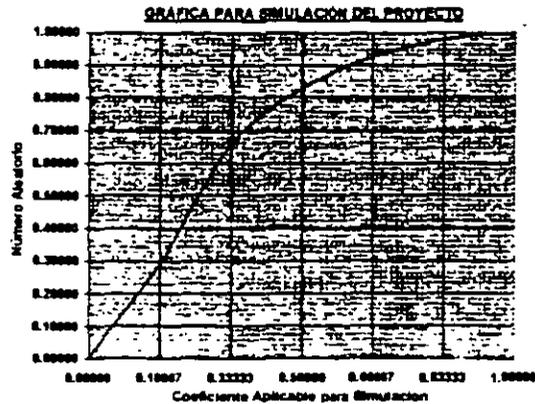
- 4 La distribución de los datos puede estar concentrada alrededor de cualquier abscisa y para que el proceso de simulación la respete será necesario construir la siguiente gráfica con la frecuencia relativa acumulada que se calculó en la tabla:



- 5 Como paso inmediato se procederá a "normalizar" el rango empleado en los ejes de las abscisas y de las ordenadas, es decir, a convertir su amplitud de cero a uno con la expresión siguiente:

$$C_j = (V_j - V_{\min}) / (V_{\max} - V_{\min}),$$

donde "V" refiere los valores ubicados en cada eje de la gráfica anterior y "C_j" es cada uno de los valores de los ejes con los que se creará una gráfica "normalizada" como la que se muestra en esta figura



- 6 Por último, se generará una serie de números aleatorios que sea lo suficientemente grande para que ésta sea considerada representativa del proyecto en cuanto a su comportamiento; dichos números aleatorios se comprenderán entre el cero y la unidad, y serán ubicados en el eje de las ordenadas de esta última gráfica y se obtendrá el coeficiente que les corresponda sobre las abscisas. Con el coeficiente aplicable para la simulación se aplicará la siguiente expresión, con la cual se calcularán los parámetros buscados con la simulación:

$$S_{Ei} = P_{\min} + C_{Ai} (P_{\max} - P_{\min}),$$

donde " C_{Ai} " es cada coeficiente corregido por la correlación normalizada que se aplicó para el caso específico de cada número aleatorio de la serie generada. " P " corresponde a los valores de los parámetros que se tomaron como base para efectuar el ordenamiento estadístico con que partió el proceso de simulación y S_{Ei} es cada valor resultado de la aplicación de cada " C_{Ai} ".

Cabe señalar que en caso de no contar con los datos indicados en el primer paso, los números aleatorios pueden ser aplicados directamente en la expresión del último punto.

Existe la posibilidad de que la cantidad de números aleatorios que se generarán sean determinados mediante la aplicación de conceptos de muestreo aleatorio; incluso estos conceptos pueden apoyar para generar varios escenarios que son posibles y tomar de ellos el más representativo para catalogarlo como el más probable de presentarse en la realidad.

Para concluir con este punto, podemos decir que la simulación aplicada en el método PERT es una manera "virtual" de hacer historia sin correr riesgo, pues en caso de notar deficiencias en puntos específicos del proyecto, es posible tomar medidas pertinentes para evitarlas o disminuirlas sin una repercusión sorpresiva en los recursos.

• EL MUESTREO ALEATORIO

INTRODUCCIÓN

El resultado de un experimento estadístico puede registrarse como un valor numérico o como una representación descriptiva, y es por eso que la estadística se interesa principalmente por el análisis de datos numéricos. En un estudio particular, el número de posibles observaciones puede ser pequeño, grande pero finito, o bien infinito.

Siempre que trabajemos en el muestreo, debemos contar con un plan preciso para delimitar el tamaño de la muestra que deseamos extraer de una población para cumplir con los objetivos de la investigación. Un error muy común consiste en pensar que una muestra debe ser grande para que realmente sea representativa de la población, pero quizá esto no suministre información adecuada sobre el parámetro en cuestión: sin embargo, sí mermará en mucho los recursos económicos que se empleen para llevar al cabo esta actividad.

La totalidad de las observaciones que interesan, sea su número finito o infinito, constituye lo que se llama una "población"; esta palabra considera las observaciones acerca de algo de interés, ya sean grupos de personas, animales u objetos, y el número de observaciones en la población se define como el tamaño de ésta.

En otros términos, se llamará población al conjunto formado por la totalidad de resultados obtenidos, o posibles, al realizar un experimento cualquiera.

Como ejemplo de una población de tamaño finito podemos citar, entre otros, los números de los naipes de la baraja, las estaturas de los residentes de una ciudad y las longitudes de los peces atrapados en un lago. El experimento de lanzar dados, las observaciones obtenidas al medir la presión atmosférica todos los días, desde el pasado remoto hasta el futuro, o todas las mediciones de la profundidad de un lago en cualquier punto concebible, son ejemplos de poblaciones de tamaño infinito. Algunas poblaciones finitas son tan grandes, que en teoría se supone que son infinitas.

En el campo de la inferencia estadística, interesa lograr conclusiones concernientes a una población cuando es imposible o impráctico observar el conjunto total que forma a la población, y es por eso que se depende de un subconjunto de ésta para poder realizar estudios relativos a la misma. Esto ha conducido al desarrollo de la teoría del muestreo.

A los datos obtenidos al realizar un experimento determinado número de veces se le conocerá como "muestra de la población", por lo que una muestra será entendida como un subconjunto de su población, y para que sean válidas las inferencias que se realicen se deben obtener "muestras representativas" de la citada población.

Con frecuencia, al elegir una muestra se seleccionan los elementos que se consideran más convenientes de la población; pero tal procedimiento puede conducir a inferencias

erróneas. Los procedimientos de muestreo que generan inferencias que sobrestimen o subestimen de manera consistente algunas características de la población reciben el nombre de "sesgados".

Para eliminar cualquier posibilidad de sesgo en el procedimiento de muestreo, es deseable recurrir al manejo de "muestras aleatorias", las cuales se seleccionan de modo independiente y al azar, cuyo principal objeto es presentar información representativa acerca de los parámetros de la población que son desconocidos.

Para analizar características específicas de una muestra aleatoria, misma que se considerará representativa de una población, se emplearán los parámetros conocidos como estadísticos, mismos que reciben también el nombre de "medidas de tendencia central". Un estadístico o medida de tendencia central será cualquier función (expresión matemática) que involucre a las variables aleatorias que constituyen una muestra aleatoria.

Los estadísticos más comunes utilizados para determinar el punto medio de un conjunto de datos, dispuestos en orden de magnitud, son la media, la mediana y la moda.

Si X_1, X_2, \dots, X_n constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", donde cada una de ellas tiene la misma probabilidad de ocurrencia, entonces la "media muestral" se define con el estadístico:

$$\mu_x = 1/n \sum_{i=1}^n X_i,$$

y en caso de que cada una de estas variables posea su propia y respectiva probabilidad de ocurrencia, el estadístico de la media muestral será:

$$\mu_x = \sum_{i=1}^n P(X_i) X_i.$$

Si X_1, X_2, \dots, X_n constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", dispuesta en orden creciente de magnitud, entonces la "mediana de la muestra" se define con el estadístico siguiente:

$$m_x = X_{(n+1)/2} \text{ si "n" es impar, y}$$

$$m_x = \frac{1}{2} (X_{n/2} + X_{(n/2)+1}) \text{ si "n" es par.}$$

Si X_1, X_2, \dots, X_n , que no son necesariamente diferentes, constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", entonces la "moda muestral" es el valor de la observación que ocurre más a menudo o con la mayor frecuencia. La moda será referida con la letra "M_x", la cuál puede no existir y cuando existe no es necesariamente única, de hecho,

cuando exista una sola moda se dirá que la muestra será unimodal, cuando sean dos será bimodal, y cuando sean tres o más la muestra será multimodal.

De las tres medidas de tendencia central definidas anteriormente, será la media en la que centraremos nuestra atención, pues servirá para definir otras características de índole estadística que referirá la dispersión que existe de los datos muestrales respecto de su media, definiendo así a las "medidas de dispersión". Esta información que es referida recibe el nombre de momento de orden "k" con respecto a la media y; el cuál, cuando los valores de la muestra tienen la misma probabilidad de ocurrencia, es definido de la siguiente manera:

$$m_k = 1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^k.$$

pero cuando los valores de dicha muestra poseen distintas probabilidades de ocurrencia, la expresión aplicable será:

$$m_{xk} = \sum_{i=1}^n P(X_i) (X_i - \mu_x)^k.$$

En lo sucesivo, será el momento de orden dos con respecto a la media el que nos interesará, el cuál será denominado como varianza de la muestra y se determinará con la siguiente expresión cuando exista la misma probabilidad de ocurrencia en los valores de la muestra:

$$m_2 = \sigma_x^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2.$$

y como se ha venido señalando, en caso de que los valores que integran la muestra tengan distinta probabilidad de ocurrencia, la expresión anterior será modificada del siguiente modo:

$$m_{x2} = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n P(X_i) (X_i - \mu_x)^2.$$

A la raíz cuadrada de la varianza se le conocerá con el nombre de desviación estándar, misma que se expresará de la forma siguiente:

$$\sigma_x = (\sigma_x^2)^{1/2}.$$

Adicionalmente es posible determinar de una manera relativa o porcentual la dispersión de los datos analizados en una muestra con respecto de su media, la cual se

fundamenta en la determinación de un índice conocido como "coeficiente de variación", mismo que guarda la siguiente equivalencia:

$$v_x = \sigma_x / \mu_x.$$

No obstante, existe una cuarta medida de dispersión que no depende de la media de la muestra, ésta recibe el nombre de "rango de la muestra aleatoria". Si X_1, X_2, \dots, X_n son elementos de una muestra aleatoria, el rango se define como $X_n - X_1$, donde X_n y X_1 son, respectivamente, las observaciones mayor y menor de la muestra.

En adición a lo expuesto, es posible calificar a una muestra con base en su distribución simétrica respecto de su media y con base en su aplanamiento o exceso (kurtosis), es decir, podemos inducir el cálculo de dos índices: el primero denominado coeficiente de simetría, y el segundo llamado coeficiente de kurtosis.

El coeficiente de simetría se calcula con la siguiente relación:

$$\beta_1 = m_3^2 / m_2^3.$$

Si el valor de este coeficiente es igual a cero, significará que la curva de distribución de la muestra es simétrica, es decir, que existe el mismo número de elementos a la derecha y a la izquierda de la media. En cambio, si el valor del coeficiente de simetría es mayor que cero, se dirá que existe una asimetría "positiva", e indicará que el valor de la moda es menor que el de la media; si por el contrario, el valor del coeficiente es menor que cero, la asimetría será "negativa", y el valor de la moda será mayor que el de la media de la muestra.

Por su parte, el coeficiente de kurtosis o de aplanamiento se determinará con este cociente:

$$\beta_2 = m_4 / m_2^2.$$

Para calificar el grado de aplanamiento de la distribución de una muestra, se le comparará con una distribución teórica de gran importancia, la cual es llamada "normal estándar". El valor del coeficiente de kurtosis para la distribución normal es equivalente a tres unidades (mezokúrtica), por lo que, si éste coeficiente resulta ser menor que tres, la distribución de la muestra será "platokúrtica", es decir, más aplanada que la curva de la distribución normal; si por el contrario, el valor calculado fuera mayor que tres, la curva de distribución de la muestra será "leptokúrtica", o sea, menos aplanada que la distribución normal.

Una curva de distribución platokúrtica (achatada) indica que los datos muestrales se encuentran muy dispersos respecto de su media, ya que su altura es menor que la curva de distribución normal, en cambio, una curva leptokúrtica (alta y estrecha en el centro) indica que los elementos de la muestra son concentrados, es decir, poseen valores cercanos a la media.

Con base en lo anteriormente explicado, cabe destacar que la media es fácil de calcular y emplea toda la información disponible, por esa razón los métodos utilizados en inferencia estadística se basan en la media de la muestra. La única desventaja importante de la media es que puede ser afectada en forma nociva por los valores extremos.

La mediana tiene la ventaja de ser fácil de calcular si el número de observaciones es relativamente pequeño, y no es influida por valores extremos. Al considerar muestras tomadas de poblaciones, las medias muestrales por lo general no varían tanto de una muestra a otra como lo harían las medianas, por consiguiente, la media es más estable que la mediana si se intenta estimar el punto central de una población con base en un valor de muestra. En consecuencia, una media muestral ha de estar probablemente más próxima a la media de la población que la mediana de su muestra.

La moda es la medida menos utilizada de las tres medidas de tendencia central ya referidas. Para conjuntos pequeños de datos su valor es casi inútil, si es que existe. Tiene un valor significativo sólo en el caso de una gran cantidad de datos. Sus dos principales ventajas son que:

1. no requiere cálculo y que,
2. se puede utilizar para evaluar datos cualitativos o cuantitativos.

Sin embargo, las tres medidas de tendencia central definidas no dan por sí solas una descripción adecuada de los datos. Se necesita saber en qué grado las observaciones se apartan del promedio, y es entonces donde cobran relevancia las medidas de dispersión, ya que es posible tener dos conjuntos de observaciones con la misma media o mediana que difieran considerablemente en la variabilidad de sus mediciones con respecto a su respectiva media.

El rango puede ser una medida de variabilidad deficiente, en particular si el tamaño de la muestra o población es grande. Tal medida considera sólo los valores extremos y no expresa nada acerca de la distribución de valores comprendidos entre ellos.

La varianza contrarresta la desventaja del rango, y estas dos medidas de dispersión las complementa la desviación estándar.

Si se toma una población finita o infinita con distribución desconocida, con media " μ " y varianza σ^2/n , la distribución de la media de una muestra aleatoria de tamaño " n " de la misma será aún aproximadamente normal, siempre que el tamaño de la muestra sea muy grande. Este sorprendente resultado es una consecuencia inmediata del siguiente teorema llamado "teorema del límite central".

Teorema del límite central: Si μ_x es la media de una muestra aleatoria de tamaño " n " tomado de una población con media μ y varianza finita σ^2 , entonces la forma límite de la distribución de

$$Z = [\mu_x - \mu] / [\sigma / (n)^{1/2}],$$

cuando $n \rightarrow \infty$, es la distribución normal $n(z; 0, 1)$.

La aproximación normal para " μ_x " será aceptable si $n > 30$, independientemente de la forma de la población. Si $n < 30$, la aproximación es aceptable sólo si dicha población no es muy diferente de una distribución normal y, si se sabe que la población es normal, la distribución muestral de " μ_x " seguirá con exactitud una distribución normal, sin que importe qué tan pequeño sea el tamaño de las muestras.

DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE UNA MUESTRA

La determinación del tamaño de la muestra incluirá puntos específicos, según sea el caso:

1. cuando se estima la media de la población,
2. cuando se estima la proporción de la población,
3. cuando la población es finita y,
4. cuando se aplican técnicas de muestreo estratificado.

TAMAÑO DE LA MUESTRA AL ESTIMAR LA MEDIA DE LA POBLACIÓN

Al prever el intervalo de confianza resultante de una media muestral y la desviación estándar, es posible aplicar la distribución normal a la delimitación previa de la extensión del intervalo y del grado de confianza que nos brindará. Lo que estamos haciendo es examinar la construcción real del intervalo de confianza antes de que efectuemos el estudio y determinemos la media y la desviación estándar.

La fórmula con que se calcula el tamaño necesario de la muestra para estimar la media de la población es:

$$n = Z^2 \sigma^2 / E^2$$

donde:

- n: Tamaño de la muestra.
- Z: Número de unidades de desviación estándar en la distribución normal que producirá el nivel deseado de confianza.
- σ : Desviación estándar de la población (conocida o estimada a partir de estudios anteriores).
- E: Error, o diferencia máxima entre la media muestral y la media de la población que se está dispuesto a aceptar en el nivel de confianza fijado.

La mayor dificultad al determinar el tamaño de la muestra necesaria para estimar la media de la población consiste en calcular la desviación estándar de la población; después de todo, si tuviéramos un conocimiento completo sobre la población, no habría

necesidad de realizar una investigación sobre sus parámetros estadísticos. Si no podemos confiar en los trabajos anteriores, para calcular la desviación estándar de la población, las alternativas incluyen el juicio o el empleo de estudios exploratorios con muestras pequeñas para conocer su valor.

Si lo preferimos, podemos abordar este mismo tipo de problema desde el punto de vista del "error permisible relativo" en vez del "error absoluto". En este caso la desviación estándar " σ " y el error permisible "E" se expresan en función de su porcentaje de la media verdadera de la población connotada como " μ ". La ecuación más apropiada en este caso se parece a la que acabamos de presentar y será:

$$n = Z^2 (\sigma / \mu)^2 / (E / \mu)^2,$$

donde:

- n: Tamaño de la muestra.
- Z: Número de unidades de desviación estándar en la distribución normal que producirá el nivel deseado de confianza.
- σ : Desviación estándar de la población (conocida o estimada a partir de estudios anteriores).
- μ : Media de la población.
- E: Error, o diferencia máxima entre la media muestra y la media de la población que estamos dispuestos a aceptar en el nivel de confianza que hemos indicado.

TAMAÑO DE LA MUESTRA AL ESTIMAR LA PROPORCIÓN DE LA POBLACIÓN.

Determinar el tamaño necesario de la muestra en este caso se parece en principio al procedimiento que seguimos en la sección anterior, salvo que ahora se trata de una proporción y no de una media. La fórmula apropiada es:

$$n = Z^2 P(1 - P) / E^2,$$

donde:

- n: Tamaño necesario de muestra.
- Z: Número de unidades de desviación estándar en la distribución normal, que producirá el grado deseado de confianza.
- P: Proporción de la población que posee la característica de interés.
- E: Error, máxima diferencia entre la media muestral y la media de la población que estamos dispuestos a aceptar en el nivel de confianza señalado.

Al aplicar esta fórmula, primero hay que decir si podemos estimar aproximadamente el valor de la proporción de la población "P"; y en caso de que podamos decir con seguridad que esa proporción difiere mucho de 0.5 en una u otra dirección, estaremos en condiciones de obtener la precisión deseada con un tamaño más pequeño (y menos caro) de la muestra. Como se aprecia en la fórmula, el tamaño será proporcional al

producto de $P(1 - P)$ y este producto es mayor cada vez que $P=0.5$. Observe detenidamente los siguientes productos de $P(1 - P)$:

0.5	0.5	0.25
0.4	0.6	0.24
0.3	0.7	0.21
0.2	0.8	0.16
0.1	0.9	0.09

Como se advierte en la expresión anterior, el producto se vuelve muy pequeño cuando una proporción de la población es sumamente pequeña o demasiado amplia. Así pues, si podemos acortar por lo menos el valor de la proporción de la población, ahorraremos dinero al poder valernos de un tamaño más pequeño de la muestra.

Si tratamos de medir el valor de una proporción de la población pero ignoramos los resultados probables, quizá queramos realizar una encuesta exploratoria con objeto de hacernos una idea aproximada de la proporción. En caso de que la proporción resultante sea muy diferente de .5, plantearemos para conseguir un tamaño menor en la fase principal del estudio.

MUESTREO CON POBLACIONES FINITAS

Hasta ahora hemos supuesto que la muestra será relativamente pequeña en comparación con la población total. Sin embargo, hay casos en que la muestra es 5% o más de la población; entonces hemos de modificar ligeramente el procedimiento. Después de todo si extraemos una muestra de 900 personas de una población de 1 000, tendremos una muy buena idea de la media o proporción de la población. Dicho de otra manera, a medida que el tamaño de la muestra se acerca al de la población, desaparece el error muestral y a la postre tendremos un censo completo de la población. El punto crítico de 5% no es más que una regla práctica, pero suficiente en casi todos los trabajos. En caso de duda, supondremos que la población es finita y aplicaremos las siguientes fórmulas de corrección.

TAMAÑO DE LA MUESTRA AL ESTIMAR LA MEDIA DE UNA POBLACIÓN FINITA

$$n = \sigma^2 / [(E^2 / Z^2) + (\sigma^2 / N)]$$

donde.

n: Tamaño de la muestra.

N: Tamaño de la población

Z: Número de unidades de desviación estándar en la distribución normal que producirá el nivel deseado de confianza

- σ : Desviación estándar de la población (conocida o estimada a partir de estudios anteriores).
- E: Error, o diferencia máxima entre la media muestra y la media de la población que se está dispuesto a aceptar en el nivel de confianza establecido.

TAMAÑO DE LA MUESTRA AL ESTIMAR LA PROPORCIÓN DE UNA POBLACIÓN FINITA.

La expresión que será empleada en este caso será la siguiente:

$$n = P(1-P) / \{ (E^2 / Z^2) + [P(1-P) / N] \}.$$

- n: Tamaño necesario de muestra.
- N: Tamaño de la población.
- Z: Número de unidades de desviación estándar en la distribución normal, que producirá el grado deseado de confianza.
- P: Proporción de la población que posee la característica de interés.
- E: Error, o diferencia máxima entre la media muestra y la media de la población que se está dispuesto a aceptar en el nivel de confianza establecido.

TAMAÑO DE LA MUESTRA EN UN MUESTREO ESTRATIFICADO DE UNA POBLACIÓN FINITA

Para llevar a cabo este tipo de muestreo, habrá que considerar que se trata con una población sumamente grande que es dividida a su vez en un determinado número de estratos o clases, y que de acuerdo con el teorema del límite central de probabilidad, dicha población y sus estratos obedecen a una distribución aproximada a la normal, cuya función es:

$$F(Z) = e^{-Z^2/2} / (2\pi)^{1/2}.$$

donde:

- Z: Variable aleatoria cuyo valor dependerá del grado de confianza que se espera en la muestra.
- F(Z) Ordenada de la variable aleatoria Z.
- e: Número equivalente al número real 2.718281828459.
- π : Número equivalente al número real 3.14159265359.

Habrá que tener presente, que en este caso, según los postulados de la probabilidad, se cumple lo siguiente:

$$\mu_x = \mu_x^*.$$

$$\sigma_x^{*2} = [\sigma_x^2 / n] [(N - n) / (N - 1)],$$

donde:

- μ_x : Media estadística de todo el estrato o clase de la población.
- μ_x^* : Media de la muestra del estrato o clase de la población.
- σ_x^2 : Varianza de todo el estrato o clase de la población.
- σ_x^{*2} : Varianza de la muestra del estrato o clase de la población.
- N: Número total de elementos en el estrato o clase de la población.
- n: Tamaño de la muestra del estrato o clase de la población.

El tamaño de la muestra de cada estrato o clase se determinará con base en los fundamentos de probabilidad ya expuestos, y sustituyéndolos en la expresión aplicable para determinar el tamaño de una muestra estimando la media de una población infinita:

$$n = Z^2 \sigma_x^2 / E^2,$$

de donde se desprende la siguiente fórmula:

$$n = N Z^2 (\sigma_x)^2 / [E^2 + Z^2 (\sigma_x)^2],$$

donde:

- n: Tamaño de la muestra del estrato o clase de la población.
- N: Número total de elementos en el estrato o clase de la población.
- Z: Variable aleatoria cuyo valor dependerá del grado de confianza que se espera en la muestra.
- σ_x^2 : Varianza del estrato o clase de la población.
- E: Error entre el estrato y su muestra.

El error o desviación existente entre todo el estrato y su muestra se interpretará como la diferencia entre la media estadística del estrato y la media de la muestra ($\mu_x - \mu_x^*$), por lo que la expresión anterior será equivalente a la siguiente:

$$n = N Z^2 (\sigma_x)^2 / [(\mu_x - \mu_x^*)^2 + Z^2 (\sigma_x)^2],$$

Al momento de aplicar esta última expresión, podría pensarse que es necesario conocer el valor de la media de la muestra del estrato o clase, pero esto no es posible si no ha procedido la acción de muestreo. Sin embargo, este error o diferencia puede establecerse en términos porcentuales relativos a la media de todo el estrato o clase; o bien como un valor absoluto, por lo que la igualdad expresada puede ser aplicada de la siguiente manera:

$$n = N Z^2 (\sigma_x)^2 / [(0.10 \mu_x)^2 + Z^2 (\sigma_x)^2],$$

El valor que corresponde a la variable aleatoria "Z" se determinará de acuerdo con el grado de confianza que convenga aplicar al caso. A continuación se refieren los valores de la variable aleatoria "Z" con diferentes niveles de confianza, que van del 90 al 99% :

NIVEL DE CONFIANZA (%)	VALOR DE LA VARIABLE Z
90	1.645
91	1.695
92	1.750
93	1.810
94	1.880
95	1.960
96	2.055
97	2.170
98	2.330
99	2.575

• ÁRBOLES DE PROBABILIDAD Y DE DECISIÓN

AXIOMAS DEL COMPORTAMIENTO RACIONAL

Cada individuo tiene una estructura de preferencias que servirá para seleccionar las mejores alternativas de decisión, siempre y cuando dicha estructura quede acotada por lo que se considera un comportamiento racional establecido por seis axiomas.

Antes de referir los seis axiomas mencionados, habrá que definir lo que es una lotería. Una lotería es un ensayo probabilístico caracterizado por un conjunto mutuamente excluyente y colectivamente exhaustivo de resultados posibles: $r_1, r_2, r_3, \dots, r_m$ y sus probabilidades respectivas: $p_1, p_2, p_3, \dots, p_m$, donde la suma de todas ellas sea equivalente a la unidad.

Al analizar cualquier situación deberemos considerar todas las consecuencias posibles y se dirá que una lista de consecuencias completa es *colectivamente exhaustiva*. Por otro lado, si ocurre una consecuencia, no debe haber sucedido al mismo tiempo otra de ellas de la lista, es decir, será imposible que se presenten combinaciones de ellas; cuando se cumpla esta condición para cualquier consecuencia de una lista, se dirá que éstas son *mutuamente excluyentes*.

Las loterías serán representadas de la siguiente manera:

$$L[r_1, r_2, r_3, \dots, r_m; p_1, p_2, p_3, \dots, p_m].$$

Por ejemplo, $L[60, -20; 0.7, 0.3]$ representa la lotería donde es factible ganar 60 unidades con probabilidad del 70%, o perder 20 unidades con probabilidad del 30%.

Una lotería puede poseerse y venderse; poseerla implica que se tiene la obligación de jugarlo se quiera o no. Sin embargo, en el momento en que dicha lotería proporciona un resultado, ésta deja de existir.

El deseo por una lotería dependerá de sus consecuencias y probabilidades de ocurrencia, así como de los aspectos personales; tales aspectos incluyen los recursos de la persona en juego, sus necesidades y sus actitudes ante el riesgo.

La lotería del ejemplo anterior podría ser valuada en 40 unidades por alguien que ha incrementado su patrimonio asumiendo riesgos y una persona más conservadora tal vez la valuaría en 10 unidades, pero para una persona que actúa conforme a los promedios, esta lotería representaría un valor de 36 unidades, valor que se obtendría siguiendo el siguiente razonamiento:

$$V_E = \sum_{i=1}^m (r_i p_i).$$

Para el caso de $L[60, -20, 0.7, 0.3]$:

$$\begin{aligned} V_E &= (60)(0.70) + (-20)(0.30) \\ V_E &= 42 - 6 \\ V_E &= 36 \end{aligned}$$

Para analizar oportunidades de decisión existe una estructura de preferencias tal que si nos presentan dos resultados cualesquiera: r_j y r_k , siempre se podrá decir que se prefiere r_j , que se prefiere r_k , o bien que se es indiferente entre ambas. La notación que se utilizará para referir lo anterior será la siguiente:

$$\begin{aligned} r_j > r_k &- \text{se prefiere } r_j \\ r_j < r_k &- \text{se prefiere } r_k \\ r_j r_k &- \text{hay indiferencia entre } r_j \text{ y } r_k \end{aligned}$$

Una vez mencionado lo anterior, se procederá a enunciar los axiomas del comportamiento racional, indicando que aceptar que éstos normen nuestras preferencias es equivalente a convenir que un decisor racional nunca violará estas reglas de selección de alternativas.

Axioma 1: Comparación de loterías con consecuencias idénticas. Si se tienen dos loterías con dos resultados que son los mismos para ambas, se elegirá aquella cuya probabilidad de obtener el mejor resultado sea mayor. Por ejemplo, si $L_1[120, -50; 0.8, 0.2]$ y $L_2[120, -50; 0.6, 0.4]$ son dos loterías posibles de acceder, se preferirá L_1 .

Axioma 2: Cuantificación de preferencias. Sean "a" y "b" dos valores tal que $a > r_j > b$, entonces para r_j podrá especificarse un número "q(r_j)" entre cero y uno tal que se sea indiferente entre poseer r_j con certeza y poseer la lotería L[a,b; q(r_j), 1-q(r_j)]. Por ejemplo, supóngase que se tiene una lotería con dos posibles resultados: se pueden ganar 800 unidades o perder 100 y, al mismo tiempo, se tiene la posibilidad de obtener con certeza 700 unidades. Si se considera que quien tomará la decisión sigue un comportamiento lineal ante el riesgo, el número "q(r_j)" se determinará planteando que:

$$\begin{aligned} &L[800, -100; q(r_j), 1-q(r_j)] \\ &[800][q(r_j)] + [-100][1-q(r_j)] = 700 \\ &q(r_j) = 0.8889 \end{aligned}$$

Nota.- Cuando el decisor sigue un comportamiento diferente al lineal ante el riesgo, como ocurre en la mayor parte de los casos, habrá que construir una función de utilidad.

Axioma 3: Cuantificación de incertidumbre. Para cada evento "E" existe una cantidad p(E) entre cero y uno tal que so es indiferente entre la lotería L[a,b; p(E), 1-p(E)], y otra lotería donde se tendrá "a" si "E" ocurre y "b" si éste no sucede.

Axioma 4: Transitividad. Sea una lotería con r_1 , r_2 y r_3 como resultados. Si $r_1 > r_2$ y $r_2 > r_3$, entonces $r_1 > r_3$. Así mismo, si $r_1 > r_2$ y $r_2 > r_3$, implica que $r_1 > r_3$.

Axioma 5: Sustitución de resultados. Si una oportunidad de decisión se modifica reemplazando un resultado r_j con otro resultado r_k , y si se es indiferente entre estos dos resultados, entonces también habrá indiferencia entre la posesión de la oportunidad original y la posesión de la modificada.

Axioma 6: Equivalencia entre la situación real y de conjetura. Si se tienen determinados resultados que dependen de la ocurrencia de un evento "E" y además un orden de preferencias por ellos, después de que acontece "E" nuestro orden de preferencias por esos resultados deberá seguir siendo el mismo.

FUNCIONES DE UTILIDAD

El análisis de decisiones consta de tres etapas: estructurar las oportunidades de decisión, cuantificar los impactos y la incertidumbre y, establecer los criterios de decisión y determinar la mejor opción. Pero cada individuo tiene su propia estructura de preferencias para seleccionar las mejores decisiones, siempre y cuando dicha estructura no esté fuera de lo que se considera un comportamiento racional establecido por los seis axiomas expuestos anteriormente.

Para cuantificar la preferencia de un resultado "r_i" que está dentro de un intervalo [B, A], donde "B" es lo que se prefiere menos y "A" lo que se prefiere más, se buscará la probabilidad "q(r_i)" que hace equivalente en preferencias a "r_i" con la lotería donde con probabilidad "q(r_i)" se obtendrá "A" y con probabilidad "1-q(r_i)" resultará "B". La preferencia del resultado "r_i" es la probabilidad de obtener "A", es decir, "q(r_i)".

Supóngase que se desea cuantificar la preferencia que se tiene por la lotería: $L[r_1, r_2, r_3, \dots, r_m; p_1, p_2, p_3, \dots, p_m]$; para ello se cuantificará primero las preferencias de " r_1 ", " r_2 ", " r_3 ", ..., " r_m ". Asíumase que éstas son, respectivamente " $q(r_1)$ ", " $q(r_2)$ ", " $q(r_3)$ ", ..., " $q(r_m)$ ", de manera que:

- " r_1 " es equivalente a la lotería $L[A, B; q(r_1), 1-q(r_1)]$,
- " r_2 " es equivalente a la lotería $L[A, B; q(r_2), 1-q(r_2)]$,
- " r_3 " es equivalente a la lotería $L[A, B; q(r_3), 1-q(r_3)]$,
- ... y,
- " r_m " es equivalente a la lotería $L[A, B; q(r_m), 1-q(r_m)]$.

De manera que la probabilidad de tener "A" (preferencia de "A") y la probabilidad de tener "B" son:

$$P(A) = p_1q(r_1) + p_2q(r_2) + p_3q(r_3) + \dots + p_mq(r_m)$$

$$P(B) = 1 - P(A)$$

Si se observa, la preferencia de una cantidad se obtiene sustituyendo cada " r_i " por su preferencia " $q(r_i)$ " en la lotería y calculando su valor esperado " V_E " que ya fue inducido anteriormente.

Se dice que las probabilidades de indiferencia o cualquier transformación lineal positiva de la forma " $u(r_i) = aq(r_i) + b$ ", donde " a " debe ser mayor que cero, constituyen una función de utilidad.

Una persona que cumpla con el primer axioma del comportamiento racional preferirá un resultado con una probabilidad de indiferencia más grande que un resultado con una probabilidad de indiferencia menor.

Debido a que la utilidad de un resultado es una transformación lineal positiva de su probabilidad de indiferencia, puede aseverarse que una persona siempre preferirá un resultado cuya utilidad sea más grande que otro con utilidad menor y, que la utilidad de una lotería es el valor esperado de las utilidades de los resultados posibles de la lotería.

Por ejemplo, supóngase que se desea cuantificar las preferencias que un decisor siente por las cantidades que varían de -10 u.m. (unidades monetarias) a 80 u.m. La pregunta será: ¿cuál es la mínima cantidad por la que estará dispuesto a vender esta lotería, en la que con probabilidad de 60% puede ganar 80 u.m. y con probabilidad de 1-0.60 perder 10 u.m.? Supóngase que el decisor responde que la cantidad es 30 u.m.

Seguidamente, con esa información se formarán dos loterías: $L_1[80, 30; 0.6, 0.4]$ y $L_2[30, -10; 0.6, 0.4]$, y de nuevo se le preguntará al decisor por las mínimas cantidades por las que estará dispuesto a cambiar las loterías si es que son atractivas para él, o las máximas cantidades que pagaría por no tener que jugarlas si no son de su agrado.

Asúmase que esas cantidades son 50 y 5 u.m. respectivamente para ambas loterías, cantidades que serán empleadas posteriormente.

Como la cantidad que prefiere más es 80 u.m., se le asignará una utilidad equivalente a la unidad, y como la que se prefiere menos es -10 u.m. se le asignará una utilidad de cero. En este momento se aceptará que la utilidad de una lotería es su utilidad esperada.

La utilidad esperada de la primera lotería se calcula sustituyendo sus valores monetarios por sus utilidades y calculando el valor esperado de la siguiente manera:

$$V_E = (1)(0.60) + (0)(0.40) \\ V_E = 0.60.$$

Como la primera lotería es equivalente a 30 u.m., la utilidad de 30 u.m. y de la lotería deben ser iguales, es decir, 0.60.

A continuación se sustituirá en las últimas dos loterías las cantidades por sus utilidades respectivas, de manera que las utilidades de la segunda y tercera loterías son:

$$V_{E1} = (1)(0.60) + (0.60)(0.40) \\ V_{E1} = 0.84,$$

$$V_{E2} = (0.60)(0.40) + (0)(0.40) \\ V_{E2} = 0.24.$$

Como el decisor definió que 50 u.m. es equivalente a "L₁", su utilidad es 0.84 y, como 5 u.m. es equivalente a "L₂", su utilidad es 0.24.

La función utilidad será la curva que se trace a través de estos cinco puntos: [-10,0.00], [5,0.24], [30,0.60], [50,0.84] y [80,1.00], donde en el eje horizontal se representarán las unidades monetarias y en el vertical las utilidades. Esta función utilidad se podrá utilizar para analizar las oportunidades de decisión, ya que un resultado de la aceptación de los seis axiomas es que se elegirá aquella alternativa que maximice la utilidad esperada.

ÁRBOLES DE PROBABILIDAD

La incertidumbre la medimos con números denominados probabilidades que varían de cero a uno, donde por convención es aceptado que la unidad representa la probabilidad de lo que acontece con certeza y el cero la probabilidad del evento imposible. Todos los eventos imposibles tienen probabilidad cero, aunque no todos los eventos con probabilidad cero son imposibles.

La teoría de la probabilidad es un conjunto de deducciones derivadas de los axiomas formulados por Kolmogorov, que son los siguientes:

1. Una probabilidad es un número entre cero y uno asignado a una consecuencia, mismo que representa su posibilidad de ocurrencia.
2. La suma de las probabilidades que les corresponden a las consecuencias mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivas debe ser equivalente a la unidad.
3. La probabilidad de una consecuencia compuesta por consecuencias mutuamente excluyentes es la suma de sus probabilidades.

Con fundamento en la fuente del conocimiento de la probabilidad, ésta puede dividirse en dos tipos:

- Subjetiva o a priori y,
- Objetiva, estadística o a posteriori.

La primera se formula con suposiciones hechas por el decisor y la segunda se fundamenta en el análisis de hechos consumados. Cuando se cuenta con un conjunto de datos ordenado por clases estadísticas, la frecuencia con que se presentó cada una de ellas determinará su probabilidad de ocurrencia en el futuro, por lo que la frecuencia relativa calculada en un estudio estadístico, se convertirá automáticamente en una probabilidad.

En lo sucesivo se conocerá con el nombre de *experimento aleatorio* a cualquier acción que dé origen a un resultado cualquiera que dependerá del azar, y se llamará evento a cada uno de estos resultados posibles. La probabilidad de un evento es una cantidad que carece de unidades, comprendida entre el cero y la unidad, incluyendo estos límites, y suele expresarse como una magnitud porcentual (porcentaje); dicha cantidad referirá el número de veces que ocurrirá el evento al repetir cien veces un experimento aleatorio.

Supóngase que se desea conocer la probabilidad de que en un mes cualquiera se presente un temblor de grado 7 en la escala Richter en la ciudad de México, sabiendo que los movimientos de esta magnitud ocurren al menos cada 50 años (periodo de retorno). Dicha probabilidad se determinará del siguiente modo:

$$P_m(T_7) = (1 \text{ mes}) / [(50 \text{ años}) (12 \text{ meses} / \text{año})]$$

$$P_m(T_7) = 1 / [(50) (12)]$$

$$P_m(T_7) = 0.167\%$$

Si, en cambio, se desea conocer la probabilidad de que en un año cualquiera se presente el mismo evento, ésta quedará establecida de una forma análoga:

$$P_a(T_7) = (1 \text{ año}) / (50 \text{ años})$$

$$P_a(T_7) = 1 / 50$$

$$P_a(T_7) = 2.00\%$$

En el mismo sentido, la probabilidad de que se presente en un día cualquiera será:

$$P_d(T_7) = (1 \text{ día}) / [(50 \text{ años}) (12 \text{ meses / año}) (30 \text{ días / mes})]$$

$$P_m(T_7) = 1 / [(50) (12) (30)]$$

$$P_m(T_7) = 0.006\%$$

Por su puesto, si conocemos que un evento de esa índole se presentó hace 49 años, la probabilidad de que se presente en el año en curso será mucho más alta, aunque sin llegar a ser seguro, y se determinará acumulando la probabilidad que correspondió a cada uno de esos 49 años, es decir:

$$P_a'(T_7) = (49 \text{ años}) / (50 \text{ años})]$$

$$P_m(T_7) = 49 / 50$$

$$P_m(T_7) = 98.00\%$$

La dificultad que representa tomar una decisión se incrementará a medida que el número de eventos que pueden ocurrir se incrementa. La incertidumbre asociada a una consecuencia cambia al vanar nuestro conocimiento, por lo que las probabilidades estarán condicionadas por dicho conocimiento.

Al tener conocimiento de una nueva información habrá una nueva probabilidad, conocida como probabilidad condicional. Dicha probabilidad se calcula como el cociente que resulta de dividir la probabilidad de que ocurran simultáneamente, el evento cuya nueva probabilidad se quiere obtener y el evento condicionante, entre la probabilidad del evento condicionante, es decir:

$$P(\alpha/\beta) = P(\alpha \cap \beta) / P(\beta)$$

$$P(\alpha \cap \beta) = [P(\alpha)] [P(\beta)]$$

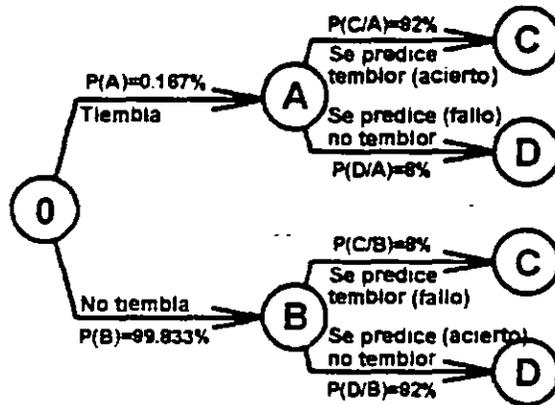
Este concepto fundamentará la formulación de árboles de probabilidad, los cuales son la representación gráfica que esquematiza secuencialmente situaciones falibles, es decir, que pueden ocurrir o no como una dependencia del azar.

Un árbol de probabilidad se conformará con nodos de incertidumbre que dependerán de otros y, a su vez, otros dependerán de ellos. Su principal característica es que, sobre un nodo de incertidumbre, no se tiene ningún control, es decir, no hay certeza sobre su acontecimiento

Los nodos de incertidumbre se representarán gráficamente mediante el uso de circunferencias y las relaciones que entre ellos existan con líneas rectas o con un solo quiebre.

Con base en el ejemplo anterior donde se determinaron probabilidades de ocurrencia de un sismo con un periodo de retorno de 50 años, supóngase ahora que además existe una "alarma sísmica", un aparato que puede predecir temblores con 1 mes de anticipación y que acierta en sus pronósticos el 92% de las ocasiones. Las

probabilidades correspondientes serán determinadas con el apoyo de un árbol de probabilidad como el que a continuación se expone:



Nótese que la predicción de que temblará será un "acierto" del aparato en caso de que efectivamente tiembra en el mes que se está analizando, pero será un "fallo" si no tiembra; en cambio, el aparato incurrirá en un "fallo" si predice que no temblará y en realidad ocurre un sismo, pero será un "acierto" si hay ausencia del mismo. Lo anterior induce que el "acierto" o "fallo" de la alarma sísmica dependerá de que tiembra o no, por tal motivo éstas ramas del árbol de probabilidad dependen de las que señalan los hechos de temblar o no.

En la gráfica anterior el evento "A" representa la ocurrencia de un temblor, el evento "B" la carencia del mismo, el evento "C" el pronóstico del aparato afirmando que temblará y el evento "D" el pronóstico del aparato negando la presencia de un sismo. También, en la misma, está reflejado lo que se ha expuesto en el párrafo anterior: si el aparato pronostica que temblará y, transcurrido el mes, efectivamente tiembra, entonces el aparato habrá acertado (92%), pero si no tiembra, el aparato habrá fallado (1-0.92=8%); en cambio, si el aparato pronostica que no temblará y en realidad tiembra, el aparato habrá incurrido en un fallo (8%), pero si no ocurre el temblor, entonces el aparato habrá acertado (92%).

Los eventos "A" y "B" son complementarios ya que son los únicos dos posibles resultados del experimento aleatorio (temblará o no temblará), por lo que ambos cumplen con el primero y el segundo de los axiomas de Kolmogorov. Igualmente, los eventos "C" y "D" (el aparato pronostica que temblará, o bien, pronostica que no temblará) cumplen con el mismo teorema.

La probabilidad de que ocurran simultáneamente los eventos "A" y "C" se calculará multiplicando las probabilidades que se ubican sobre las ramas correspondientes del árbol, es decir:

$$P(A \cap C) = (0.00167) (0.92)$$

$$P(A \cap C) = 0.154\%$$

y de la misma manera se podrán calcular las demás probabilidades:

$$P(A \cap D) = (0.00167) (0.08)$$

$$P(A \cap D) = 0.013\%$$

$$P(B \cap C) = (0.99833) (0.08)$$

$$P(B \cap C) = 7.987\%$$

$$P(B \cap D) = (0.99833) (0.92)$$

$$P(B \cap D) = 91.846\%$$

Nótese que igualmente estos cuatro eventos compuestos cumplen con los primeros dos axiomas de Kolmogorov, ya que:

$$P(A \cap C) + P(A \cap D) + P(B \cap C) + P(B \cap D) = 100\%$$

$$0.00154 + 0.00013 + 0.07987 + 0.91846 = 1.00$$

Aplicando el tercer axioma de Kolmogorov, mismo que sostiene que la probabilidad de una consecuencia compuesta por consecuencias mutuamente excluyentes es la suma de sus probabilidades, la probabilidad del evento "C" y la probabilidad del evento "D" se calcularán como sigue:

$$P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C)$$

$$P(C) = 0.00154 + 0.07987$$

$$P(C) = 8.141\%$$

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D)$$

$$P(D) = 0.00013 + 0.91846$$

$$P(D) = 91.859\%$$

De igual forma, se siguen cumpliendo los dos primeros axiomas de Kolmogorov, ya que:

$$P(C) + P(D) = 100\%$$

$$0.08141 + 0.91859 = 1.00$$

Con estos valores calculados será posible determinar la probabilidad condicional de que tiemble dado que el aparato predijo un temblor aplicando la expresión expuesta con antelación a este caso:

$$P(A/C) = P(A \cap C) / P(C)$$

$$P(A/C) = 0.00154 / 0.08141$$

$$P(A/C) = 1.892\%$$

La probabilidad condicional de que tiemble dado que el aparato negó que fuera a temblar será:

$$P(A/D) = P(A \cap D) / P(D)$$

$$P(A/D) = 0.00013 / 0.91859$$

$$P(A/D) = 0.014\%$$

La probabilidad condicional de que no se presente un sismo dado que el aparato predijo que sí temblaría se calculará de la misma manera, es decir:

$$\begin{aligned} P(B/C) &= P(B \cap C) / P(C) \\ P(B/C) &= 0.07987 / 0.08141 \\ P(B/C) &= 98.108\%. \end{aligned}$$

Por último, la probabilidad condicional de que no haya un sismo dado que la "alarma sísmica" pronosticó que no habrá movimiento telúrico alguno se calculará de manera análoga a las anteriores:

$$\begin{aligned} P(B/D) &= P(B \cap D) / P(D) \\ P(B/D) &= 0.91846 / 0.91859 \\ P(B/D) &= 99.986\%. \end{aligned}$$

Debe tenerse presente que el evento condicionante es la indicación del aparato, que de hecho es el primer suceso que ocurre cronológicamente hablando, posteriormente se presentará el sismo o no.

Si se efectúa por un lado la sumatoria de $P(A/C)$ y de $P(B/C)$ y, por el otro, la suma de $P(A/D)$ y de $P(B/D)$, se tendrá que:

$$\begin{aligned} P(A/C) + P(B/C) &= 100\% \\ 0.01892 + 0.98108 &= 1.00, \end{aligned}$$

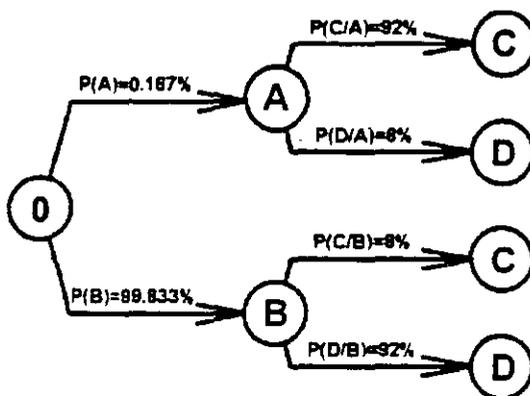
$$\begin{aligned} P(A/D) + P(B/D) &= 100\% \\ 0.00014 + 0.99986 &= 1.00, \end{aligned}$$

por lo que se continúan cumpliendo los dos primeros axiomas de Kolmogorov.

El desarrollo de este proceso puede sintetizarse como la aplicación del teorema de Bayes, el cual afirma que si se conocen las probabilidades *a priori* $P(H_i)$ de un conjunto de tamaño "n" de eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos; si se conocen además las probabilidades $P(\alpha/H_i)$ donde " α " es un evento que se verifica cuando alguno de los eventos " H_i " ocurre; y se pretenden determinar las probabilidades de que al ocurrir " α " se verifique uno de los " H_i ", esto es, se quieren calcular las probabilidades $P(H_i/\alpha)$, conocidas como probabilidades *a posteriori*, se deberá aplicar la siguiente expresión:

$$P(H_i/\alpha) = [P(H_i) P(\alpha/H_i)] / [\sum_{i=1}^n \{ P(H_i) P(\alpha/H_i) \}].$$

En el ejemplo anterior que fue planteado, el teorema de Bayes se aplicó de la siguiente manera:



- $n=2$ (probabilidades a priori de la ocurrencia del sismo: presencia o ausencia del temblor),
- $P(H_1) = P(A) = 0.167\%$ (probabilidad de que se presente un sismo con periodo de retorno equivalente a 50 años en un mes cualquiera),
- $P(H_2) = P(B) = 99.833\%$ (complemento de la probabilidad del evento "A").
- $P(\alpha/H_1) = P(C/A) = 92\%$ (probabilidad de acierto del aparato),
- $P(\alpha/H_2) = P(C/B) = 8\%$ (probabilidad de fallo del aparato),

por lo tanto:

$$P(H_1/\alpha) = [P(H_1) P(\alpha/H_1)] / [\{ P(H_1) P(\alpha/H_1) \} + \{ P(H_2) P(\alpha/H_2) \}]$$

$$P(H_1/\alpha) = P(A/C) = [(0.00167) (0.92)] / [\{ (0.00167) (0.92) \} + \{ (0.99833) (0.08) \}]$$

$$P(H_1/\alpha) = P(A/C) = 1.892\%$$

$$P(H_2/\alpha) = [P(H_2) P(\alpha/H_2)] / [\{ P(H_1) P(\alpha/H_1) \} + \{ P(H_2) P(\alpha/H_2) \}]$$

$$P(H_2/\alpha) = P(B/C) = [(0.99833) (0.08)] / [\{ (0.00167) (0.92) \} + \{ (0.99833) (0.08) \}]$$

$$P(H_2/\alpha) = P(B/C) = 98.108\%$$

Del mismo modo se aplicó:

- $n=2$ (probabilidades a priori de la ocurrencia del sismo: presencia o ausencia del temblor),
- $P(H_1) = P(A) = 0.167\%$ (probabilidad de que se presente un sismo con periodo de retorno equivalente a 50 años en un mes cualquiera),
- $P(H_2) = P(B) = 99.833\%$ (complemento de la probabilidad del evento "A").
- $P(\beta/H_1) = P(D/A) = 8\%$ (probabilidad de fallo del aparato),
- $P(\beta/H_2) = P(D/B) = 92\%$ (probabilidad de acierto del aparato),

por lo que:

$$P(H_1/\beta) = [P(H_1) P(\beta/H_1)] / [\{ P(H_1) P(\beta/H_1) \} + \{ P(H_2) P(\beta/H_2) \}]$$

$$P(H_1/\beta) = P(A/D) = [(0.00167) (0.08)] / [\{ (0.00167) (0.08) \} + \{ (0.99833) (0.92) \}]$$

$$P(H_1/\beta) = P(A/D) = 0.014\%$$

$$P(H_2/\beta) = [P(H_2) P(\beta/H_2)] / [\{ P(H_1) P(\beta/H_1) \} + \{ P(H_2) P(\beta/H_2) \}]$$

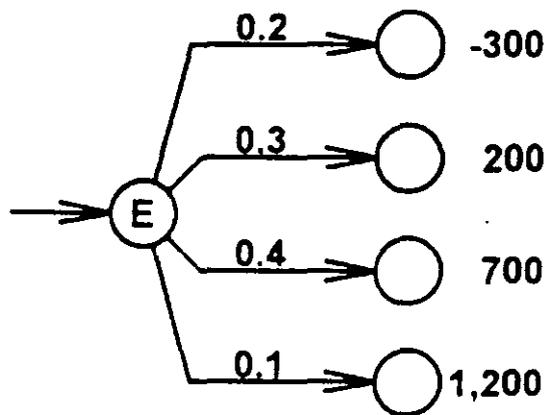
$$P(H_2/\beta) = P(B/D) = [(0.99833) (0.92)] / [\{ (0.00167) (0.08) \} + \{ (0.99833) (0.92) \}]$$

$$P(H_2/\beta) = P(B/D) = 99.986\%$$

En lo sucesivo, un nodo de incertidumbre con "m" ramas deberá ser entendido como la representación gráfica de la lotería: $L[r_1, r_2, r_3, \dots, r_m; p_1, p_2, p_3, \dots, p_m]$; por lo tanto será posible determinar su valor esperado. El valor esperado de un nodo de incertidumbre se define como la suma de los productos que resultan al multiplicar cada consecuencia por su respectiva probabilidad como anteriormente fue definido, es decir:

$$V_E = \sum_{i=1}^m (r_i p_i)$$

El valor esperado de un nodo de incertidumbre es una cantidad equivalente que podrá sustituir al nodo de incertidumbre en cuestión; esta acción servirá para jerarquizar y seleccionar las mejores alternativas que sean expresadas en un árbol de probabilidad o de decisión. Por ejemplo, si en una de las ramas de un árbol de probabilidad se expresó la lotería: $L[-300, 200, 700, 1,200; 0.2, 0.3, 0.40, 0.1]$, y se desea determinar su valor esperado para sustituir el nodo de incertidumbre en dicho árbol, deberá hacerse lo siguiente:



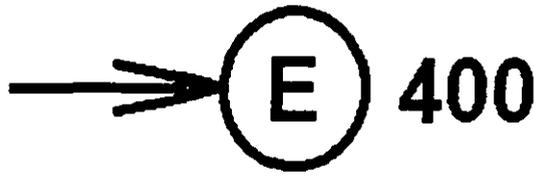
reemplazando las cuatro ramas del nodo "E" de este ejemplo por su valor esperado, el cual se calculará de la siguiente manera:

$$V_E = (-300)(0.20) + (200)(0.30) + (700)(0.40) + (1,200)(0.10)$$

$$V_E = -60 + 60 + 280 + 120$$

$$V_E = 400$$

por lo que la representación gráfica de esa sección del árbol de probabilidad quedará ahora como sigue:

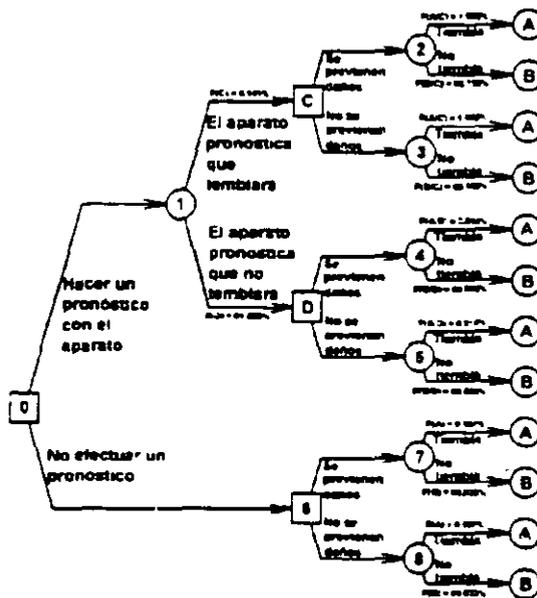


ÁRBOLES DE DECISIÓN

Un árbol de decisión será similar a un árbol de probabilidad. Consiste en un diagrama donde se presentan alternativas seguidas por sus respectivas consecuencias y se compone por nodos de decisión y por nodos de incertidumbre.

Un nodo de decisión se caracteriza por que en él hay la libertad de elegir, mientras que uno de incertidumbre no se sabe si sucederá, situación que ya fue expuesta. Los nodos de decisión se representarán gráficamente mediante cuadrados.

Ejemplo de un árbol de decisión factible para la situación planteada en el punto inmediato anterior (la de la ocurrencia de un sismo y de la "alarma sísmica" que lo puede predecir) es el siguiente:



En el árbol de decisión expresado en el gráfico anterior puede mandarse o no hacer una prueba para que el aparato pronostique si temblará o no; después de conocer el pronóstico se deberá tomar la decisión de llevar a cabo o no acciones para prevenir los daños del temblor (recuérdese que se dispondrá de al menos un mes); y posteriormente se sabrá si el sismo existió o no.

En los nodos de incertidumbre de este árbol se emplearon las probabilidades $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(D)$, $P(A/C)$, $P(B/C)$, $P(A/D)$ y $P(B/D)$, donde el evento "A" representa la ocurrencia de un temblor, el evento "B" la carencia del mismo, el evento "C" el

pronóstico del aparato afirmando que temblará y el evento "D" el pronóstico del aparato negando la presencia de un sismo. La nomenclatura "A/C" indica la ocurrencia de un temblor dado que el aparato pronosticó que sí podría temblar, "B/C" expresa la ausencia del sismo dado que el aparato pronosticó que efectivamente temblaría, "A/D" señala la presencia de un temblor dado que el pronóstico del aparato negó que ocurriera y, por último, "B/D" manifiesta que no tembló dado que el aparato dijo en su pronóstico que no se presentaría el sismo.

Evidentemente, cada una de las ramas finales del árbol proporcionará resultados distintos, es decir, diferentes beneficios o perjuicios según sea el caso. El hecho de disponer de la alarma sísmica genera costos de operación y mantenimiento, además de los de adquisición (estos costos dejarán de existir si se desea no hacer pronósticos); sin embargo, el disponer y confiar en este equipo podría hacer que en un momento dado se ahorren recursos para la prevención del desastre y se destinen hacia otros rubros, aunque el estar preparados contra los daños hará que éstos no sean tan cuantiosos como si no se estuviera preparado. En fin, habrá que valorar cada una de las ramas para poder tomar la mejor decisión, bien sea en términos financieros, económicos, sociales o políticos.

El propósito de elaborar un árbol como el anterior es orientar nuestras decisiones hacia la obtención de los mayores y mejores beneficios, o bien, de los menores perjuicios. Esto se puede lograr, en caso de estar llevando a cabo inversiones de recursos, sustituyendo los nodos de incertidumbre por sus respectivos valores esperados como ya fue explicado, y así poder jerarquizar las distintas alternativas a las que el decisor puede acceder al paso del tiempo.

• EL MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

En diversas ocasiones, al correlacionar datos entre sí o al realizar análisis de regresión de los mismos, se observa que éstos siguen una tendencia que podría modelarse mediante la expresión de un polinomio entero de grado "n" del tipo:

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n,$$

donde

P(x): variable dependiente o valor del polinomio.

a_i: coeficientes de la variable independiente.

x: variable independiente.

n: grado del polinomio al que se desean ajustar pares de datos.

Un polinomio es una expresión matemática que en la mayor parte de las ocasiones logra correlacionar las variables involucradas en "pares ordenados" que representan la correspondiente correlación entre variables y, una manera que permite determinar el

grado adecuado del polinomio y los coeficientes de la variable independiente incluida en el mismo, es la aplicación del método de los "Mínimos Cuadrados".

El método de los "Mínimos Cuadrados" es empleado cuando se desea ajustar una curva a un conjunto de datos obtenidos mediante la aplicación de un proceso experimental o de medición "in situ", tales como los que se obtienen en estudios estadísticos por ejemplo.

Uno de los requisitos para ajustar una curva a los datos es que el proceso no sea ambiguo, es decir, que si los datos ajustados por una persona son distintos a los que obtiene otra, el método resulta ineficaz, impráctico e inconsistente.

También es conveniente, en algún sentido, minimizar la desviación de los datos respecto de los puntos de la curva ajustada o "lugar geométrico", entendiéndose por "lugar geométrico" la sucesión de puntos que obedecen a una condición definida en términos algebraicos. Estas desviaciones serán medidas por las distancias existentes entre los datos experimentales y los puntos de la línea de ajuste en sentido vertical, es decir, medidas en sentido paralelo al eje de las "ordenadas".

En términos matemáticos, se establecerá la magnitud y el signo de una desviación como la diferencia del punto de la curva o polinomio de ajuste al dato experimental, esto es:

$$e_i = Y_i - y_i$$

donde:

e_i : desviación entre el polinomio de ajuste y el dato experimental.

Y_i : valor del polinomio de ajuste, es decir, $P(x_i)$.

y_i : dato experimental.

Las desviaciones pueden minimarse estableciendo una condición que análogamente minimice su suma, o dicho en otros términos, minimando la suma de las magnitudes de los errores

El método acepta el criterio de hacer a la magnitud del error máximo en mínimo, o sea, minimar el máximo error, lo cual es conocido como el criterio de "MinMax".

Sin embargo, tal como puede apreciarse, el signo algebraico de unos errores tendrá signo positivo y el de otros negativo, por lo que es recomendable minimar entonces la suma de los cuadrados de los errores. De este proceder toma el método su nombre.

Con base en lo anterior y considerando que los datos integran un conjunto de pares ordenados definidos como " (x, y) ", el método establece la siguiente ecuación matricial:

N	$\sum (x_i)$	$\sum (x_i^2)$	$\sum (x_i^3)$	$\sum (x_i^n)$	a_0	=	$\sum (y_i)$
$\sum (x_i)$	$\sum (x_i^2)$	$\sum (x_i^3)$	$\sum (x_i^4)$	$\sum (x_i^{n+1})$	a_1		$\sum (x_i y_i)$
$\sum (x_i^2)$	$\sum (x_i^3)$	$\sum (x_i^4)$	$\sum (x_i^5)$	$\sum (x_i^{n+2})$	a_2		$\sum (x_i^2 y_i)$
$\sum (x_i^3)$	$\sum (x_i^4)$	$\sum (x_i^5)$	$\sum (x_i^6)$	$\sum (x_i^{n+3})$	a_3		$\sum (x_i^3 y_i)$
.....	:		:
.....	:		:
$\sum (x_i^n)$	$\sum (x_i^{n+1})$	$\sum (x_i^{n+2})$	$\sum (x_i^{n+3})$	$\sum (x_i^{2n})$	a_n		$\sum (x_i^n y_i)$

La varianza de los datos experimentales respecto de la curva de ajuste se determinará mediante la siguiente equivalencia:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^N e_i^2 / (N - n - 1)$$

donde:

- e_i: desviación entre el polinomio de ajuste y el dato experimental.
- n: grado del polinomio al que se desean ajustar pares de datos.
- N: número de pares de datos experimentales que se están ajustando.

Para decidir cuál es el polinomio de grado "n" que mejor modele el comportamiento del conjunto de datos experimentales en estudio, primeramente habrá que generar varios polinomios, cada uno de ellos de diferente grado; aquel que presente la menor varianza será el más adecuado.

Otra manera de decidir al respecto será definiendo el coeficiente de correlación, el cual se define de la siguiente manera:

$$\rho = \text{Cov}(x, Y) / [(\sigma_x)(\sigma_Y)]$$

donde.

- x: variable aleatoria independiente.
- Y: variable dependiente valuada mediante la aplicación de P(x).
- Cov(x, Y): covarianza de los valores de las variables "x" y "Y".
- σ_x: desviación estándar de los valores de "x".
- σ_Y: Desviación estándar de los valores de "Y".

La covarianza de "x" y "Y" se determinará aplicando la siguiente expresión:

$$\text{Cov}(x, Y) = 1/N \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x) (Y_i - \mu_Y)$$

donde:

- x_i : cada uno de los valores experimentales de la variable aleatoria independiente.
 Y_i : cada uno de los valores de la variable dependiente valuados mediante la aplicación de $P(x)$.
 N : número de pares de datos experimentales que se están ajustando.
 μ_x : media de los valores experimentales de la variable aleatoria independiente.
 μ_y : media de los valores valuados con la aplicación de $P(x)$.

El coeficiente de correlación es un indicador que establece, en términos porcentuales, la calidad del ajuste entre los datos obtenidos experimentalmente y el modelo polinómico entero de grado "n" que pretende emplearse para tal propósito. Si el valor de este coeficiente fuera igual a cero, indicará que las variables aleatorias "x" y "y" son estocásticamente independientes, es decir, la relación polinómica entera que las intenta representar es completamente inconveniente; si por el contrario, el valor absoluto de éste fuera equivalente a la unidad, indicará que el modelo polinómico representa perfectamente la relación de ambas variables, por lo que si es el caso, se adoptará aquel polinomio cuyo valor absoluto de coeficiente de variación se encuentre más cercano a la unidad para modelar matemáticamente el comportamiento que éstas guardan.

La existencia de un signo negativo en el valor del coeficiente de correlación establece que las variables aleatorias "x" y "y" mantienen una correlación inversa, es decir, cuando una crece la otra disminuye y viceversa. Si en contrapunto, el signo que se presentara fuera positivo, indica que la correlación es de tipo directo, es decir, ambas crecen simultáneamente y viceversa.

De lo anteriormente expresado se entenderá que:

$$-1 < \rho < 1$$

Al cuadrado del coeficiente de correlación se le conocerá con el nombre de coeficiente de variación, el cual mide en qué porcentaje el comportamiento de una de las variables explica el comportamiento de la segunda en términos de su variación como su nombre lo indica

CONCEPTOS BÁSICOS DE ECONOMÍA

M. en I. Enrique Augusto Hernández-Ruiz.

• INTRODUCCIÓN

En la evaluación financiera de un proyecto de inversión en el sector productivo público o privado, los beneficios generalmente se miden en términos de los ingresos en efectivo obtenidos por la venta del producto o por las asignaciones presupuestarias del gobierno, mientras que los costos son los pagos en efectivo hechos por las compras de todos los artículos necesarios para construir y operar un proyecto.

Por su parte, en la evaluación económica se calculan los beneficios como el incremento bruto en el bienestar económico de un país, que resulta de los bienes y servicios generados por el proyecto. Expresado en términos monetarios, los beneficios económicos se miden como la cantidad máxima que la gente, en forma individual o colectiva, estaría dispuesta a pagar por el producto final del proyecto. Igualmente, los costos del proyecto se miden por el valor que los residentes del país otorgan a los recursos que deben desviarse de otros usos productivos para construir y operar el proyecto en evaluación.

La medición y evaluación de los costos y beneficios económicos necesita que el analista conozca no solamente las técnicas básicas de contabilidad, sino también los aspectos de la teoría económica relacionados con la determinación de la oferta y demanda de bienes y servicios.

DEFINICIÓN DE ECONOMÍA Y CONCEPTOS BÁSICOS

La economía es la rama de las ciencias sociales que estudia el proceso de producción y distribución de los bienes y servicios que se generan en una sociedad. Organiza las actividades orientadas a definir qué bienes producir, cuántos, cómo y para quién producirlos, en un contexto de recursos limitados y necesidades ilimitadas.

EL CONCEPTO DE ESCASEZ

Por un lado existen deseos o necesidades ilimitadas y por el otro existen recursos o satisfactores limitados que tienen usos alternativos. De la interacción de estos dos conceptos se origina la escasez, la cual surge cuando la cantidad de recursos no satisface las necesidades que existen a un precio igual a cero.

La escasez nos obliga a elegir alternativas con base en el criterio de la satisfacción; sin embargo, elegir significa hacer a un lado alternativas. Un postulado básico en economía sostiene que la toma de decisiones se realiza con base en los costos y beneficios de cada posible alternativa.

COSTO DE OPORTUNIDAD

Cuando elegimos algo, estamos desechando otras alternativas. La mejor alternativa sacrificada es el costo de oportunidad. Una de las grandes "verdades" de la economía es que todo tiene costo de oportunidad.

RACIONALIDAD Y OBJETIVO DE LOS AGENTES ECONÓMICOS

Un supuesto clave en economía es que los agentes económicos (familias, empresas y gobierno) son racionales, es decir, tienen un objetivo y lo persiguen de una manera consistente. Las personas tienen como objetivo maximizar su utilidad sujetos a las restricciones que enfrentan, es decir, incrementar su patrimonio. En lo sucesivo se considerará que el concepto de utilidad es equivalente al concepto bienestar.

Así como el objetivo de las personas es maximizar su nivel de bienestar, el objetivo de las empresas es maximizar su utilidad o la riqueza de sus accionistas.

LEY DE LOS RENDIMIENTOS DECRECIENTES

Consumo

A nivel consumo, entre mayor cantidad se tiene de un bien, menor valor se le asigna a una unidad adicional, suponiendo que el comportamiento de las demás variables permanece constante. Entre menos se tenga de un bien, se pierde más al tener menos del mismo.

Cuando se adquieren bienes, se puede observar que conforme se va adquiriendo más del mismo, la satisfacción que provee va siendo menor marginalmente, es decir, cada unidad adicional reporta una satisfacción menor respecto a la unidad anterior.

Producción

En el ámbito de la producción, la ley de rendimientos decrecientes es una constatación de los procesos tecnológicos, es decir, es el resultado de una relación tecnológica.

Como característica de los procesos de producción se observa que en el corto plazo, al combinar un insumo fijo con uno variable (normalmente se suponen dos insumos: capital y mano de obra), conforme se van adicionando unidades de uno y se mantienen el otro constante, la producción total presenta las siguientes características:

- a) Con las primeras unidades, la producción va a aumentar cada vez más

- b) Eventualmente, con unidades adicionales la producción aumentará pero cada vez menos.
- c) Al llegar a un determinado nivel la producción total sufrirá una reducción.

MODELO ECONOMÉTRICO

Para responder definir qué es la economía y cómo funciona, se construye un modelo econométrico, el cual trata de determinar las posibles respuestas ante un estímulo de índole económica.

Al analizar el comportamiento económico de una nación, se concentra la atención sólo en aquellas características que son relevantes para entenderlo y se hace caso omiso del resto, es decir, es inusual describir con detalle todas las acciones económicas que ocurren en cualquier país, el tratar de hacerlo redundaría en la formulación de modelos tan complejos y extensos que resultarían inmanejables.

Todos los modelos representan situaciones reales, pero con toda intención se dejan algunas características de la realidad fuera de él, y se incluyen sólo aquellas que se necesitan para el propósito en cuestión. El economista utiliza los modelos econométricos para abstraer la realidad y a partir de dicha abstracción explicar y predecir el comportamiento de los agentes económicos en el futuro.

Para construir un modelo econométrico se utilizan supuestos e implicaciones. Los supuestos constituyen los cimientos sobre los cuales se fundamentan el modelo, en otras palabras, son proposiciones acerca de lo que es relevante y lo que se puede ignorar. Las implicaciones, en cambio, son el resultado del modelo. El vínculo entre los supuestos del modelo y sus implicaciones es un proceso de deducción lógica y de análisis matemático.

AGENTES ECONÓMICOS Y EL MERCADO

A escala interna de las economías nacionales, las unidades económicas básicas son las unidades familiares, las empresas, el gobierno, las instituciones sin fines de lucro y el mercado.

El mercado es el espacio donde confluyen compradores y vendedores de bienes y servicios (productores y consumidores), intercambiándolos e interactuando a través del sistema de costos, valores y precios. Si alguno de estos agentes o de dicho sistema dejaran de existir, el mercado sería inexistente.

Cuando sea el caso que exista equivalencia entre los valores dispuestos a ser pagados por los compradores y los que están dispuestos a recibir los vendedores para intercambiar determinados bienes o servicios (demanda y oferta), se dirá que existe *equilibrio de mercado*. El mercado es el conjunto de mecanismos por medio del cual la

sociedad resuelve la mayor parte de los problemas económicos (qué, cuánto, cómo y para quién producir)

• **COSTOS, VALORES Y PRECIOS**

El valor de un bien puede ser apreciado bajo dos esquemas básicos:

1. Valor de uso, y
2. valor de cambio.

El valor de uso es aquel que poseen los bienes por su capacidad de proporcionar una satisfacción. Este valor es asignado subjetivamente por cada individuo, dependiendo del grado de utilidad que recibe; por tanto, el grado de satisfacción será distinto de una persona a otra y su expresión objetiva puede ser que se establezca en términos distintos a los monetarios.

Por otra parte, el valor de cambio de los bienes, es aquel que toman en los mercados al momento de su intercambio, y se identifica a través del equilibrio de las funciones de oferta y demanda

Cabe llamar la atención en el sentido de que el concepto de valor debe ser diferenciado de los de costo y precio, pues por **costo** entendemos que se trata de la *cuantía monetaria que debe erogar el productor de un bien y/o servicio para producirlo y ponerlo a disposición en el mercado; y por **precio** nos referimos a la cuantía también monetaria que pretende recibir dicho productor del bien y/o servicio por su venta, es decir, por su intercambio.*

Esto significa que el precio está formado por el costo más una cuantía monetaria adicional que es refenda en términos contables como "utilidad", aunque en realidad puede ser entendida también como "plusvalía", la cual es originada por la existencia de ciertos factores que hacen atractivo el adquirir una cosa

Lo anterior hace entender que las cuantías del valor, del costo y del precio son iguales únicamente al momento de llevar a cabo el intercambio del bien y/o servicio entre el oferente y el demandante del mismo, pues desde el momento en que una persona paga por adquirirlo, por esa simple acción, queda establecido su valor en un instante dado; después, por distintas circunstancias (inflación, cambio en las condiciones de mercado, oferta y demanda, etc.), éste puede cambiar, aunque el hecho histórico contable se conserva y mantiene el monto del precio y del costo para el vendedor y el comprador respectivamente

No obstante, en momentos de recesión económica, el precio puede llegar a ser igual o menor que el costo, en la inteligencia que se tiene urgencia y premura por vender el bien, llevando esta situación a su remate.

Con base en lo anterior, se definirá al **valor** como *la cuantía económica, expresada en nuestra época en términos monetarios, dispuesta a ser cambiada por la posesión de una cosa; es decir, con la cual se llevan a cabo los intercambios de bienes y/o servicios entre los oferentes de los mismos y sus demandantes en mercados específicos*

Por su capacidad de conservar el valor, algunos bienes son mercancías acumuladoras de valor, es decir, tienen el potencial de conservarlo, y de incrementarlo en el tiempo en términos reales. Esta clase de bienes toma la forma de capital, destinado a la producción o como capital financiero.

Es necesario acotar que, al haber definido las ideas de costo, precio y valor, se ha referido también el concepto de "unidades monetarias", las cuales pretenden ser el reflejo del valor de las cosas; sin embargo, dichas unidades monetarias pueden ser de dos tipos:

- constantes, y
- corrientes.

Si hablamos de una serie de flujos de efectivo expresados en unidades monetarias constantes, significará que todos ellos están ligados a una misma fecha y que cada unidad monetaria expresada tendrá el mismo poder adquisitivo que las demás, entendiendo por poder adquisitivo el índice de la cantidad de bienes que se pueden intercambiar por una unidad monetaria. Si por el contrario, hablamos de flujos de efectivo expresados en unidades monetarias corrientes, se querrá decir que cada de efectivo de un periodo específico estará afectado por una tasa inflacionaria, o por una tasa de productividad nominal respecto de los flujos anteriores o posteriores, por lo que cada unidad monetaria tendrá distinto poder adquisitivo de las otras.

• **TEORÍA DE LA DEMANDA Y EXCEDENTE DEL CONSUMIDOR**

VOLUNTAD DE PAGAR Y CÁLCULO DEL EXCEDENTE DEL CONSUMIDOR

Cuando un consumidor compra bienes y servicios, generalmente enfrenta un precio en el mercado que, desde su punto de vista, es fijo. Su decisión será determinar cuántas unidades de los bienes y servicios disponibles para él en el mercado va a comprar dado su limitado ingreso disponible; por esta situación, tarde ó temprano, deberá renunciar a consumir algunas unidades de uno o más bienes o servicios con el fin de acceder a la adquisición de otros que, en un tiempo distinto, le proporcionarán satisfacción. Esta restricción presupuestaria es entendida por cualquiera que ha intentado balancear su presupuesto personal.

Un consumidor, al tratar de maximizar la cantidad de satisfacción recibida por los bienes y servicios que puede comprar con su ingreso, buscará ajustar sus compras de tal

forma que la última unidad monetaria que gaste en el consumo de cada bien le dé la mayor cantidad de satisfacción. Si éste no fuera el caso y recibiera una satisfacción de diez unidades por la última moneda gastada en vegetales, pero veinte unidades de satisfacción de la última gastada en periódicos, entonces la persona mejoraría su bienestar total en diez unidades si restringiera su consumo de vegetales en una moneda, e incrementara su consumo de periódico en la misma cantidad. es decir, preferirá consumir periódicos a consumir vegetales.

Se distinguirá el cambio en el nivel total de satisfacción disfrutado por una persona si consume una unidad adicional de un bien como la utilidad marginal (MU, por sus siglas en inglés) recibida por el consumo de ese bien. La satisfacción adicional derivada de la última moneda gastada en vegetales ahora puede expresarse simplemente como la utilidad marginal de la última unidad de vegetales comprada (MU_V), dividido entre el precio de los vegetales (P_V), ó MU_V/P_V . De igual manera para el periódico, i.e., MU_n/P_n . Por lo tanto, la condición para la maximación de satisfacción (utilidad) puede escribirse como:

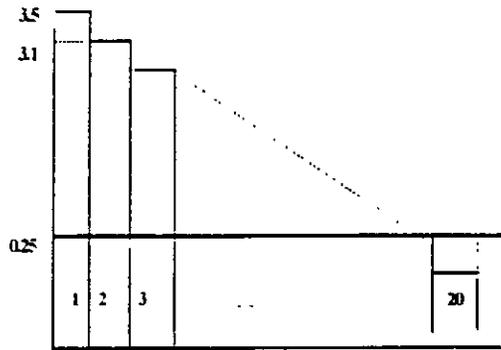
$$MU_n/P_n = MU_V/P_V$$

Ahora explórese la forma en que un consumidor racional se comportaría si por alguna razón el precio de uno de los bienes o servicios aumenta. Supóngase que el precio del periódico aumenta a P'_n . Si el individuo previamente ha estado maximando su satisfacción y la igualdad expresada en la ecuación anterior permanece, ahora con un precio de P'_n , el consumidor estará recibiendo menos satisfacción por la última unidad monetaria gastado en el periódico de lo que obtendría por consumir vegetales, o sea, $MU_n/P'_n < MU_V/P_V$. La pregunta ahora es: ¿qué hará el consumidor racional para corregir esta situación y por qué?

Se esperará que disminuya sus compras de periódico en relación con otros bienes, ya que ahora puede obtener más satisfacción cambiando algunos de sus gastos de periódico a otros bienes; cuando reduce sus compras de periódico, el consumidor recibirá una cantidad mayor de satisfacción por la última unidad monetaria gastada en periódicos que antes. Esto simplemente se debe al hecho de que ahora tiene menos periódicos que leer. Por lo tanto, la utilidad marginal del periódico (MU_n) se incrementará conforme él reduzca la cantidad comprada.

Se esperará que continúe reduciendo su consumo de periódico hasta que la satisfacción que recibe por el último dólar que gasta en cada bien, de nuevo sea igualado, i.e., $MU_n/P'_n = MU_V/P_V = MU_0/P_0$, en donde el subíndice "0" se refiere a los demás bienes.

En otras palabras, la evaluación de las unidades en que una persona racional incrementa su consumo de un bien (su utilidad marginal), disminuirá conforme la cantidad total del bien consumido aumente (utilidad decreciente en el consumo). Conforme esto, el consumidor deberá estar dispuesto a pagar más por la oportunidad de consumir la primera unidad que por la segunda unidad, dado que ya ha comprado la primera. Este principio y ejemplo se ilustra en la siguiente figura:



IMPORTANCIA DE LOS PRECIOS

En un sistema de mercado abierto los precios aportan: *incentivos e información*. Los valores son los que guían la asignación de recursos, ya que dan señales, incentivos e información de cómo actuar. En una economía de mercado, es muy importante que los valores reflejen el verdadero costo de oportunidad para la sociedad, ya que los precios "mentirosos" (que no corresponden a valores) conducen a una mala asignación de recursos debido a que aportan señales equivocadas.

En un sistema donde los precios son manipulados por el estado o por grupos de poder (monopolios o monopsonios), existirán tendencias hacia una ineficiente asignación de recursos.

El sistema de precios es muy poderoso y no depende del tipo de economía o de país que se hable. De ahí que, aún cuando el estado trata de fijar algunos precios en niveles irrealistas, surjan otros mecanismos compensadores como el tamaño o calidad de los bienes "ajustados" al valor verdadero, dando lugar a los mercados denominados "negros".

CURVAS DE DEMANDA INDIVIDUAL Y DEL MERCADO

La curva de demanda de un bien cualquiera indica las cantidades máximas de este producto que serán compradas por los consumidores a diferentes valores si todo lo demás permanece constante. Muestra además los valores máximos que pagaría el grupo de consumidores por determinadas cantidades de dicho producto, suponiendo que el ingreso y el precio de otros permanecen constantes.

La función de demanda para un producto cualquiera puede expresarse del siguiente modo:

$$x = f(P_x, Y, P_z, U).$$

donde.

- P_x.- Precio del artículo en cuestión.
- Y.- Nivel de ingreso real del consumidor.
- P_z.- Precio de artículos relacionados
- U.- Preferencias del consumidor

Para obtener la curva de demanda "x" se debe mantener todo lo demás constante:

$$x = f(P_x, Y^*, P_z^*, U^*) = g(P_x)$$

donde "g(P_x)" indica que el consumo de "x" es función solamente de los cambios en el precio de "x". Si cambia alguna de las variables independientes, cambiará la posición de la curva de demanda, pero no la función de la demanda por "x".

$$x = f(P_x, Y', P_z', U') = h(P_x)$$

Si todas las otras variables se mantienen constantes en un nuevo nivel, h(P_x) indicará que el consumo del artículo "x" es ahora otra función dependiente de P_x solamente.

La *variación de la demanda*, es un desplazamiento de la curva de la demanda (hacia la derecha o izquierda de su localización original) debido al cambio de valores en alguna de las variables de las cuales depende la demanda (a excepción del precio); por ejemplo, si se encarece un bien sustituto o si se abarata un bien complementario, la demanda se desplaza hacia la derecha. Pero, ¿qué pasa si aumenta el ingreso?

La respuesta a la anterior pregunta dependerá del bien que se trate:

Bien superior: Aumenta el ingreso personal y aumenta la demanda por el bien (ejemplos: calidad de ropa, calidad de comida, coches, vacaciones, etc.).

Bien neutro: Su demanda no se ve afectada por variaciones en el ingreso de la población (ejemplos, sal, insulina)

Bien inferior: Aumenta el ingreso y disminuye la demanda por el bien (ejemplos: viajes en el metro, petróleo como combustible de cocinas, huaraches).

La variación en la *cantidad demandada* implica cambios de posición a lo largo de la misma curva. Cuando "P" aumenta, la cantidad demandada disminuye y cuando el precio disminuye, la cantidad demandada aumenta.

ELASTICIDAD DEL PRECIO Y DEL INGRESO DE LA DEMANDA

Resulta sumamente importante conocer los cambios que ocurren en la demanda, pero también es importante determinar la magnitud de estos cambios para comprender los mecanismos de ajuste del mercado a las variaciones en los factores determinantes de la oferta y la demanda. Para llevar a cabo este análisis, se parte del concepto de

precios relativos; el precio relativo de un bien o servicio "A" en relación con otro bien o servicio "B" es igual al cociente que resulta de dividir el precio de "A" entre el de "B".

De manera similar, la elasticidad indica el cambio proporcional en una variable dependiente, causado por un cambio porcentual en la variable independiente. La elasticidad de A respecto a B significa la variación porcentual de A con respecto a la variación porcentual de B. Como ejemplos se citarán:

- a) El incremento que se puede esperar en el consumo de carne ante un aumento en el ingreso de la población
- b) La disminución del tránsito que circula por una carretera de cuota ante un aumento de tarifas¹.

Es difícil establecer comparaciones entre diferentes tipos de productos, porque las unidades en que ambos se miden son muy diferentes (litros, kilos, unidades, etc.), por lo que resulta más útil medir las variaciones porcentuales. El resultado es un número absoluto. Por ejemplo, si la elasticidad de la demanda de un bien con respecto a su propio precio es de *menos uno*, significará que un aumento en el precio de un dos por ciento reducirá la cantidad demandada en la misma proporción, y por lo tanto el gasto de los consumidores (precio multiplicado por cantidad) se mantendrá constante.

En la demanda de un bien o servicio influyen, además de su propio precio, los de los bienes relacionados, los ingresos de los consumidores y otros aspectos especiales:

Elasticidad del precio: mide el grado en que la cantidad demandada responde a las variaciones de precio del mercado de un bien o servicio.

Elasticidad del ingreso mide la sensibilidad de la demanda a las variaciones en el ingreso de los consumidores.

Elasticidad cruzada: mide el grado en que la cantidad demandada de un bien responde a variaciones de precio de otro bien.

Como ejemplo del último caso, se puede decir que la elasticidad de la demanda de viajes en la autopista del sol con respecto a los precios en los hoteles en Acapulco es de *menos dos*, es decir, si los hoteles suben sus precios en cinco por ciento, los viajes por la autopista se reducirán en diez por ciento.

Elasticidad del precio de la demanda: Esta elasticidad se determinará mediante el cociente " E_{p_x} ", calculado como la variación porcentual de la cantidad demandada de un bien, entre la variación porcentual del precio del mismo.

Los bienes disponibles en el mercado responden de diferente manera a las variaciones en el precio, dependiendo del tipo de bien. Se requiere mantener constantes las otras

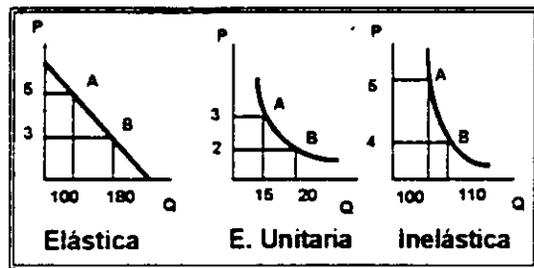
¹ La elasticidad carece de unidades (adimensional), lo que permite la comparación de diferentes bienes.

variables que intervienen en la determinación de la demanda (el valor del ingreso y otras variables independientes).

La elasticidad del precio varía a lo largo de la curva de la demanda. Su valor permanece constante únicamente cuando se trata de una recta de demanda vertical (elasticidad cero o perfectamente inelástica) o de una recta horizontal (elasticidad infinita o perfectamente elástica). Otro ejemplo de elasticidad constante (en este caso de menos uno) es una hipérbola.

- Demanda elástica (> -1): cuando una variación en el precio del 1% produce una variación de la cantidad demandada mayor al 1%.
- Demanda unitaria ($= -1$): cuando la variación del precio del bien en 1% produce la misma variación en la cantidad demandada del bien.
- Demanda inelástica (< -1): Cuando una variación en el precio del 1% provoca una variación de la cantidad demandada menor del 1%.

La forma de la curva de la demanda se puede observar en la siguiente gráfica:



La elasticidad del precio de la demanda siempre es negativa, ya que el consumo reacciona de manera inversa ante cambios en los precios. Además de que, en la gráfica de la demanda, la variable independiente aparece en el eje de las ordenadas y la dependiente en el de las abscisas, contrariamente a lo que ocurre en cualquier otra gráfica.

Son determinantes de la elasticidad del precio de la demanda los siguientes aspectos:

- Existencia de bienes sustitutos y grado de sustituibilidad. Entre más bienes sustitutos tenga un bien y mejores sustitutos sean, más elástica va a ser la curva de demanda.
- Importancia del bien dentro del presupuesto del consumidor. Gasto total en el bien dividido entre el ingreso de la persona. Mientras más importante sea la proporción de un bien dentro del ingreso del consumidor, mayor va a ser la elasticidad precio.
- La extensión de tiempo para realizar ajustes ante cambios en el precio. A mayor tiempo, más elástica es la curva de demanda.

Bienes sustitutos. con elasticidad cruzada positiva. Un aumento en el precio de "A", conduce un aumento en la demanda de "B".

Bienes complementarios: con elasticidad cruzada negativa. Un aumento en el precio de "A", provoca una disminución en la demanda de "B"

Elasticidad ingreso de la demanda: La elasticidad del ingreso de la demanda mide la sensibilidad en la cantidad demandada ante cambios en los ingresos de los consumidores. Es la variación porcentual de la cantidad demandada cuando el ingreso aumenta en un cierto porcentaje. De acuerdo con esta elasticidad se pueden clasificar los bienes como sigue

Bienes superiores: con elasticidad de ingreso positiva. Un aumento en el ingreso provoca aumentos en la demanda. Por ejemplo vestidos, vinos, cortes finos, etc

Bienes inferiores: con elasticidad de ingreso negativa. Un aumento en el ingreso provoca disminución en la demanda. Por ejemplo frijoles, tortillas, viajes en el metro, etc.

CÁLCULO DE LA FUNCIÓN DE DEMANDA

- *Aproximación lineal. Un punto y la pendiente:*

1 Una observación - $P = 10; Q = 40$

2 La pendiente.- $m = (\Delta P / \Delta Q) = (-2 / 10) = (-1 / 5)$

3. Usar la ecuación de la recta -

$$P - P' = m (Q - Q')$$

$$P - 10 = (-1/5) (Q - 40)$$

$$5P - 50 = -Q + 40$$

$$Q = 90 - 5P$$

demanda

- *Aproximación lineal. La elasticidad y un punto:*

$$\eta_{px} = \delta Q / \delta P * (P_a / Q_a)$$

donde, suponiendo una función lineal:

$$Q_d = a - b P_x,$$

"a" y "b" son constantes

$$\delta Q / \delta P = -b$$

entonces el coeficiente de elasticidad del precio puntual es:

$$\eta_{px} = (-b) P/Q$$

donde:

$$\eta_{px} = (1/m) * P/Q$$
$$b = 1/m$$

• TEORÍA DE LA OFERTA Y EXCEDENTE DEL PRODUCTOR

TEORÍA DE LA FIRMA Y DE LA PRODUCCIÓN

La teoría de la producción se deriva de la "teoría de la firma", misma que se basa en el supuesto de la maximación de beneficios como el objetivo principal de los productores, así como del comportamiento económico racional: "Las empresas dirigen sus esfuerzos a producir una cierta cantidad de bienes al menor costo posible".

Esta teoría se aplica a cualquier tipo de sociedad: capitalista, socialista, comunitaria, etc., ya que todas ellas tienen la misma racionalidad económica en cuanto a producción, la diferencia entre ellas estriba en la distribución de la misma.

FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

Las empresas utilizan diversos factores en su proceso productivo que se denominan insumos, tales como materias primas, productos intermedios, fuerza de trabajo con diferentes niveles de capacitación y bienes de capital. Estos insumos se combinan de diferentes formas para producir una determinada cantidad de bienes.

La combinación de factores debe cumplir con dos requisitos esenciales para que la empresa logre su objetivo de maximizar utilidades: ser técnica y económicamente eficaz y eficiente.

La eficacia indica que deben ser cumplidos los objetivos de la producción, la eficiencia técnica se refiere a que la producción que se genera sea la mayor posible con los recursos utilizados y la eficiencia económica señala que debe minimarse el costo de oportunidad de los factores utilizados en la producción.

Con base en los criterios de eficacia y eficiencia técnica y económica se selecciona un menú de alternativas de procesos productivos a disponibilidad de la empresa, este menú se denomina *función de producción*.

Función de producción: muestra la máxima cantidad de producción que se puede obtener con una cantidad determinada de recursos, dada la tecnología existente.

El objetivo de la empresa es maximizar las utilidades. La utilidad total será igual a los ingresos totales menos los costos totales. Los costos se refieren a los costos económicos.

Así, interesa al empresario maximizar su ingreso total y minimizar el costo total de producir "Q" unidades. Quiere vender al precio más alto posible y producir al menor costo posible.

EL PROBLEMA DE MINIMACIÓN DE COSTOS

Utilizando dos factores de la producción, capital (K) y trabajo (L), y teniendo una función de producción:

$$Q = f(K, L),$$

se debe decidir en qué proporción utilizar los factores de producción para generar determinada cantidad del bien o servicio en cuestión. Esto dependerá, en primer lugar, de la diferencia entre corto y largo plazo.

Corto plazo: es aquel periodo donde existen factores fijos que no podemos variar a un costo razonable. Para cada empresa depende del tiempo y del costo requerido para variar su factor fijo.

Largo plazo: todos los factores son variables.

La función de producción de corto plazo se denota como:

$$Q = PT = f(K^{\circ}, L),$$

donde,

K° - stock de capital fijo

PT - Q, producto total.

PmL - Producto medio asociado al factor trabajo. = PT/L

$PMgL$ - Cambio en el producto total por cambio en una unidad de trabajo.

Al igual que en el caso de la utilidad por peso gastado por los consumidores, ocurre que si un empresario obtiene mayor producción por peso gastado al contratar más trabajadores que por añadir más capital, obviamente contratará más trabajadores. No se detendrá hasta que estas cantidades se igualen. Además, con una mayor cantidad de capital, se aumenta la productividad de la mano de obra.

FUNCIONES DE COSTOS DE PRODUCCIÓN

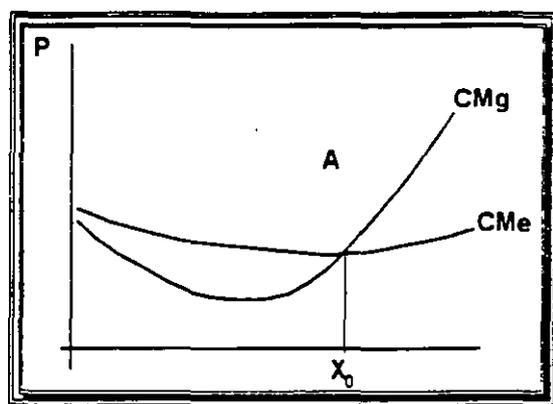
Como resultado de utilizar los insumos se generan las funciones de costos en el corto y el largo plazo. En corto plazo las funciones son:

- **Costo total (CT):** costo de todos los factores asociados a la producción de un bien.
- **Costo fijo (CF):** es el costo que no se modifica con la cantidad producida.
- **Costo variable (CV):** es el costo que varía en relación a la cantidad producida.
- **Costo total medio (CTMe):** igual al cociente CT/Q
- **Costo medio variable (CMeV):** igual al cociente CV/Q
- **Costo Medio Fijo (CMeF):** igual al cociente CF/Q
- **Costo marginal (CMg):** Cambio en el costo total asociado a producir una unidad más.

Si se desea dibujar las curvas de costo marginal y medio en el corto plazo, se requerirá tener información sobre el nivel de producción y el costo total. Supóngase la siguiente información hipotética:

Unidades producidas	CMg	CMe	CT
1	10	10	10
2	8	9	18
3	6	8	24
4	4	7	28
5	17	9	45

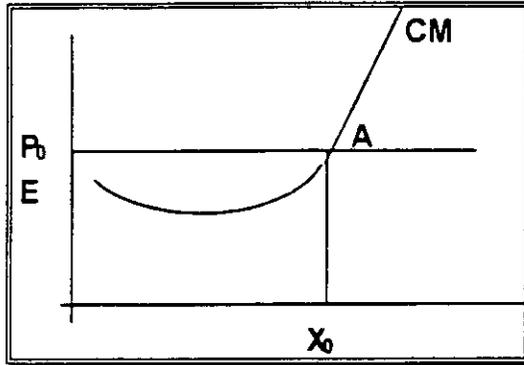
En la siguiente gráfica se representa el comportamiento de los costos. La curva de costo marginal corta a la "CMe" en el punto mínimo. El costo medio fijo es decreciente. Dado que el costo medio fijo es decreciente, el "CMeV" se va acercando al "CMeT".



Detrás de estas curvas hay minimación de costos. Si se produce, se hará hasta que el costo marginal de producir una unidad más es igual al beneficio marginal que se obtendrá (ingreso marginal).

En la siguiente gráfica se representa el nivel de precios del mercado, porque es igual al ingreso marginal. En la zona del origen hasta "X₀" conviene aumentar la producción, ya

que el costo de producir una unidad adicional es inferior al ingreso que se va a obtener al vender esa unidad marginal. Al llegar al punto "X₀" se detendrá la producción, ya que el costo de producir una unidad marginal es superior a su precio de venta.

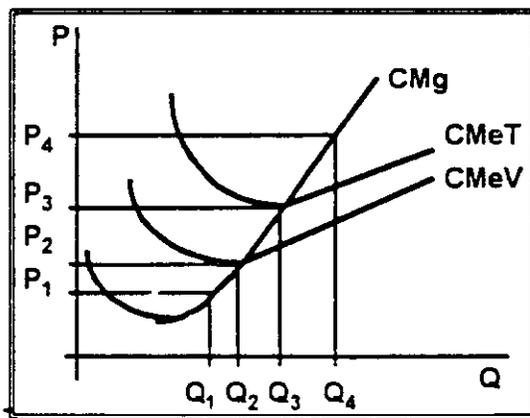


En este sentido, al ser el "IMg" el cambio en el ingreso total entre cambio en Q, e igual al precio del bien, se producirá hasta que el "CMg" sea igual al "IMg". Evidentemente, si $CMg > IMg$, es inconveniente producir la unidad X_{0+1} .

¿Por qué no se produciría hasta la unidad X_{0-1} ? Porque el "CMg" de la siguiente unidad (X_0) es menor o igual al "IMg". Si la función de "CMg" es continua, el $IMg(X_0) \rightarrow CMg(X_0)$.

Cuando la utilidad marginal es igual a cero, el productor considera todos los costos de oportunidad. En el corto y largo plazo se producirá si, y solo si, al menos se cobrarán los costos variables de producción.

Gráficamente es posible tener información del mercado del producto, representada por los precios y los costos de la empresa. Con esto se analiza la conveniencia de producir o de dejar de hacerlo. Obsérvese la siguiente gráfica:



Al precio "P₁" no conviene producir, porque no se cubren los costos variables. Al precio "P₂" ya se producirá, porque se cubren los costos variables y se pierde el costo fijo, pero al no producir la pérdida es también costo fijo, por lo que es un punto de indiferencia. Por arriba del precio "P₂" es conveniente producir, ya que se pagan los costos variables y parte de los costos fijos. Al precio "P₃" se dispondrá de una utilidad total igual a cero.

Si el precio sigue aumentando, en "P₄" se obtendrán utilidades netas porque el ingreso total es mayor que el costo total.

Al precio P₃:

$$IT = (P_3) (Q_3)$$

$$CVT = (C_{meV}) (Q_3)$$

$$CT = (C_{meT}) (Q_3) = (P_3) (Q_3)$$

Como P₄ > C_{meV}:

$$IT > CVT$$

Como P₄ > C_{meT}:

$$IT > CT$$

Por lo tanto es conveniente producir porque se cubren los costos variables y parte de los costos fijos, minimando pérdidas para valores de precio superiores a P₂.

Para cualquier punto por arriba del "C_{meT}", se tienen utilidades. La curva de oferta de la empresa es entonces igual a la porción de "CMg" por encima del "C_{meV}" (Costo Medio Variable).

La oferta total de un producto será igual a la suma horizontal de las curvas de oferta individuales de las firmas que componen la industria. Cada punto en la curva de oferta de la industria representa el costo marginal privado de producir ese nivel de producto, cualesquiera que sean los efectos externos; sin embargo, puede no representar el Costo Marginal Social si existen economías o deseconomías externas (externalidades).

La parte relevante de las curvas de costos marginales es la parte creciente, por tal motivo la curva de oferta se dibuja con pendiente positiva.

FACTORES DETERMINANTES DE LA OFERTA

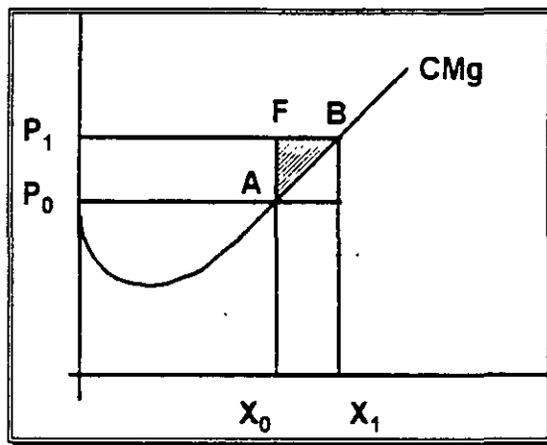
La curva de oferta del mercado resulta de la adición horizontal de las curvas individuales de oferta de las diversas empresas. Esta curva se traza manteniendo constantes los factores determinantes de los costos de los productores. La variación de cualquiera de ellos, provoca desplazamientos de la curva de oferta hacia la derecha o la izquierda de la posición original y los factores determinantes de tal situación son:

- a) Los activos productivos duraderos. Cuanto mayor es el capital que los productores tienen invertido en activos fijos, mayor es su capacidad para ofrecer diversas cantidades de productos a diferentes niveles de precio
- b) La tecnología disponible. Mejoras en el nivel tecnológico que permitan producir cantidades dadas de bienes a menores costos, permiten incrementar la cantidad ofrecida de ese bien, sin importar el nivel de precios. Los avances tecnológicos desplazan la curva de la oferta hacia la derecha.

- c) Precios de los factores variables. Si baja el precio de cualquiera de los factores variables utilizados en la producción, se puede ofrecer una mayor cantidad de bienes, por lo que la curva de oferta se desplaza hacia la derecha. Cuando sube el precio de los factores variables, disminuye la cantidad ofrecida, y la curva de la oferta se desplaza hacia la izquierda.

EL EXCEDENTE DEL PRODUCTOR

Es la diferencia entre el ingreso total recibido y el ingreso mínimo que exige recibir el productor para producir una cantidad determinada del producto. Al excedente del productor se le resta el costo fijo y se obtiene la utilidad. Obsérvese la siguiente figura:



El área bajo la curva de "CMg" representa el costo total evitable y el área dentro del rectángulo mide ingresos, la diferencia (ganancias) mide el tamaño del excedente del productor.

A diferencia del excedente del consumidor, el del productor tiene un valor limitado. En la evaluación de proyectos el interés se centra en los cambios en el excedente a raíz de cambios en el precio del bien que produce la implantación de un nuevo proyecto.

¿De que depende la función de oferta? La oferta depende de el precio del bien, de los precios de los factores de producción, de la tecnología, etc. Si bajan los precios de los factores, se desplaza la curva de oferta a la derecha; al mismo precio se ofrece más; y si mejora la tecnología, la curva de oferta se desplaza a la derecha, lo cual significa que se está dispuesto a vender a un precio menor. Si aumentan los precios de los factores de producción, se desplaza la curva de oferta a la izquierda; al mismo tiempo se ofrece menos, o la misma producción se ofrece a mayor precio.

Movimientos a lo largo de la curva son cambios en la cantidad ofrecida y dependen de variaciones en el precio del bien.

• EQUILIBRIO EN EL MERCADO

MERCADO DE COMPETENCIA PERFECTA

Para que exista competencia perfecta se requiere:

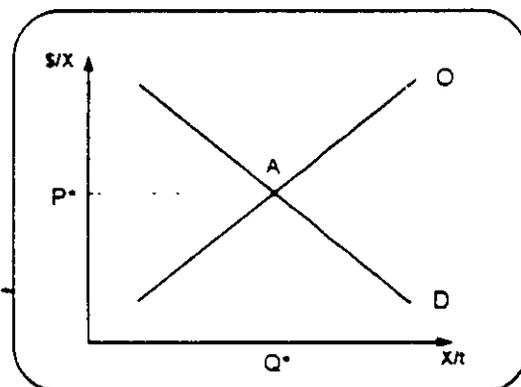
- Homogeneidad del producto.
- Movilidad de recursos sin costos.
- Gran número de compradores (demandantes) y productores (oferentes), de tal manera que ninguno de ellos tenga poder para modificar el precio.
- Información perfecta y sin costo.

El concepto de mercado perfecto refiere que hay una óptima asignación de recursos, que existe equilibrio entre la oferta y la demanda, con base en que ni compradores ni vendedores pueden ejercer influencia alguna en el precio de los productos. Si los mercados son perfectos y no existe discrepancia entre valores sociales y privados, hay una solución óptima social, de otra manera, habrá distorsiones del mercado que pueden generar monopolios y monopsonios.

En el monopolio el vendedor puede manejar el precio y en el monopsonio es el comprador el que puede hacerlo.

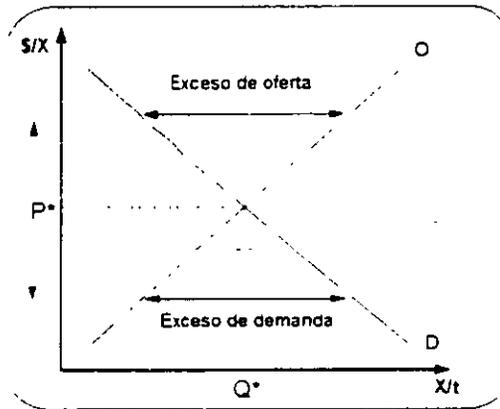
EQUILIBRIO EN EL MERCADO

Se desea encontrar el precio y la cantidad de equilibrio. ¿Es P_1 el precio de equilibrio? En la gráfica siguiente se observa el equilibrio con " P^* " y " Q^* ". Si el precio se ubicara por debajo de " P^* ", la cantidad demandada es mayor que la cantidad ofrecida. Debido a este exceso de demanda, entonces el precio subirá hasta que se iguale la cantidad demandada con la ofertada.



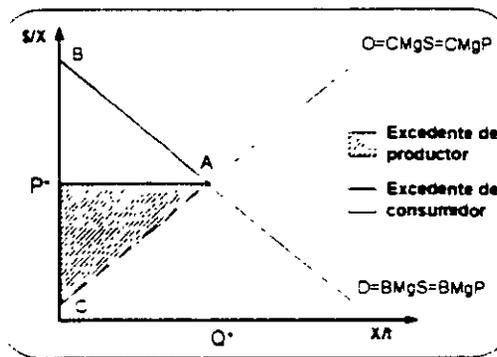
¿Qué pasará si un precio se ubica por encima de " P^* "? Existirá un exceso de oferta. La cantidad ofrecida es mayor a la cantidad demandada, entonces el precio disminuirá hasta que se equilibre la cantidad demandada y la cantidad ofrecida. Los precios se

ajustarán de acuerdo con el comportamiento del mercado. Obsérvese la siguiente gráfica:



BENEFICIOS DEL INTERCAMBIO

La sociedad gana en su conjunto el excedente del consumidor y el del productor. En el siguiente gráfico se puede ver que la sociedad valora la producción del bien en "ABCD" y el costo social de producir esas unidades es "ACD", por lo que la ganancia entonces es "ABE".



¿Cómo se distribuye la ganancia del intercambio?

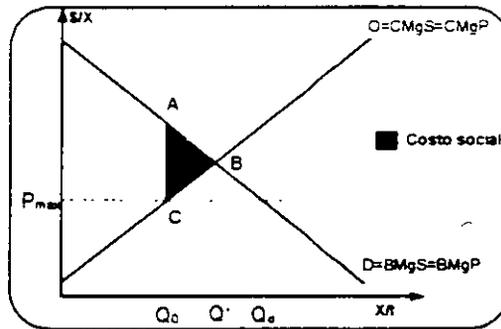
En el gráfico anterior el excedente del consumidor es "ABP*" y el del productor "P*AC". Esto será verdad siempre y cuando el costo social sea igual al costo privado, situación que es cierta cuando no hay precios "mentirosos" o la valoración social es igual a la valoración privada.

Por ejemplo, cuando un productor contamina y no lo contempla dentro de sus costos, entonces el costo social es mayor que el costo privado y por tanto el nivel de producción excede el óptimo social (el tema de externalidades será cubierto más adelante).

FIJACIONES DE PRECIOS, IMPUESTOS, SUBSIDIOS Y CUOTAS

Precio máximo

Mercado del pan: ¿Qué pasa si fijo un precio máximo al pan? Un precio máximo por arriba del equilibrio no tiene sentido. Se fija entonces por debajo del equilibrio. Al observar la siguiente gráfica se crea un exceso de demanda y sólo se producirán y venderán " Q_0 " unidades de pan. Si suponemos que no hay mercado negro, ¿cuánto gana o pierde la sociedad? Se han dejado de comercializar " $Q^* - Q_0$ " unidades. La sociedad valoraba esas unidades en " ABQ^*Q_0 " y el costo social de producir esas mismas unidades es " CBQ^*Q_0 ". ¿Cuánto ha dejado de ganar la sociedad? Pues " ABC ", lo cual ahora se convierte en pérdida social.



Precio mínimo

Fijar el precio mínimo por abajo del equilibrio no tiene ningún sentido, por lo que éste será establecido por arriba del equilibrio, lo cual significará que hay exceso de oferta. Este es el caso de México al hablar de productos como el maíz.

Para que el precio mínimo se pueda sostener como de equilibrio, será necesario que:

- i) el Estado compre la diferencia entre la cantidad de ofertada y la de demandada
- ii) no se devuelva al mercado interno, esto quiere decir que se pierda o que se done al exterior.

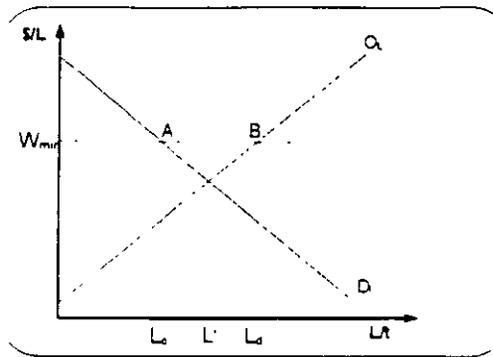
Así los consumidores tendrían que dejar de comprar la diferencia entre la cantidad de equilibrio y la demandada, las cuales se valoraban en " ADQ^*Q_d " y costaba producir las " ECQ^*Q_d ". La sociedad ganaba entonces " EAC " y ahora es una pérdida social.

Además aumentó la cantidad producida, aumenta la producción de " Q^* " a " Q_0 " y se debe tirar o desperdiciar. Se tiene una pérdida social valuada en " BCF ", el estado pagará " ABQ_0Q_d " y los productores tendrán el excedente " ABC ". El estado transfiere a los productores " ABC " (elabore esta gráfica)

SALARIO MÍNIMO

El salario mínimo es un precio mínimo, por lo tanto para que tenga sentido, éste debe establecerse por arriba del equilibrio según lo expuesto hasta el momento.

Obsérvese en la siguiente gráfico que " $L^* - L_0$ " son personas que antes de realizar la medición trabajaban, y que después de ella pierden su empleo, entonces " $L_d - L^*$ " son personas que antes no trabajaban y que ahora desean trabajar, pero que no encuentran empleo. Lo único que provoca esta medida es desempleo.



IMPUESTOS

Existen dos tipos de impuestos:

- 1) Monto fijo por unidad: sobre el precio al productor o sobre el precio al consumidor.
- 2) Porcentual al precio del productor y al precio al consumidor.

En cuanto a la eficiencia, en México el mejor impuesto es el I.V.A. (Impuesto al Valor Agregado), porque no cambia los precios relativos. Todos los bienes aumentan de precio en la misma proporción, excepto el ocio, el cual no se puede gravar.

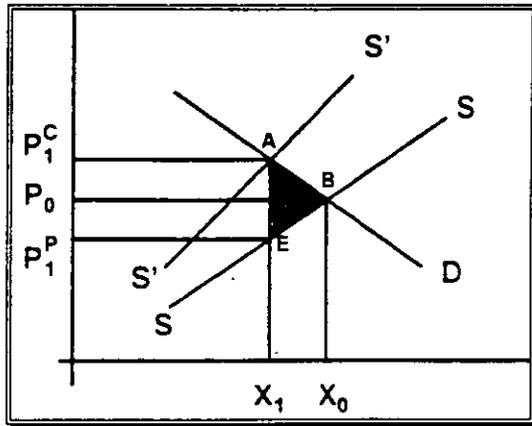
Veamos el caso de impuesto sobre un mercado (equilibrio parcial):

Impuesto específico

1. Efecto que tiene el impuesto sobre la oferta (sobre las unidades vendidas).
2. Parte de un equilibrio de mercado competitivo, donde P^* y Q^* representan un estado eficiente.

Un impuesto de \$10 por unidad sobre el precio del productor tiene el mismo efecto que un impuesto de \$10 sobre el precio del consumidor. El efecto es como si se desplazara la oferta hacia arriba en diez pesos o la demanda hacia abajo en diez pesos.

Ahora observe la siguiente figura:



Situación inicial.

$$P^P = P^C = P_0 \text{ y } X^C = X^P = X_0.$$

Situación con impuesto:

$$P_1^P + 10 = P_1^C, \text{ ó } P_1^C - 10 = P_1^P, \text{ ó } P_1^C - P_1^P = 10$$

El nuevo equilibrio ocurre con un P_1^C cuando es mayor en \$10 al P_1^P . Aquí $X^P = X^C = X_1$, donde X_1 es la nueva cantidad de equilibrio.

Veamos detenidamente los efectos del impuesto al productor con excedentes:

Situación inicial:

$$P^C = P^P = P_0 \text{ y } X^C = X^P = X_0$$

Excedente del consumidor = "P₀B", hasta el cruce con eje "Y" de la demanda.

Excedente del productor = "P₀B", hasta el cruce de S con el eje "X".

Recaudación del gobierno = 0

Situación con impuesto

$$P^P - P^C = \$10$$

$$X^C = X^P = X_1$$

Nuevo excedente de los consumidores: "P₁^CA", hasta el cruce con el eje "Y" de la demanda

Nuevo excedente de los productores: "P₁^PE", hasta el cruce de la oferta S con el eje X.

Recaudación del gobierno: "P₁^CAEP₁^P"

Pérdida social = "ABE".

La pérdida social se presenta debido a que la sociedad valoraba las unidades " $X_0 - X_1$ " en " X_1ABX_0 " y el costo social era de " X_1EBX_0 "; sin embargo, como esas unidades ya no se producen, la sociedad dejó de ganar "ABE". Pero, ¿qué pasa si el impuesto lo paga el consumidor?

$$P^C - \$10 = P^P, \text{ igual al anterior.}$$

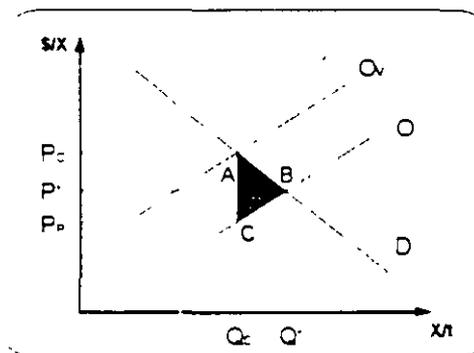
Desde el punto de vista gráfico, lo anterior es como si se hubiera desplazado la curva de demanda a la izquierda. Un impuesto por unidad puesta al productor o al consumidor tiene exactamente el mismo efecto: se abre una brecha igual al impuesto de \$10. Para demostrar las afirmaciones anteriores elabore su gráfico

¿Qué pasa cuando se impone un impuesto y la demanda o la oferta son perfectamente inelásticas? No hay pérdida social, ya que disminuye el excedente del consumidor o del productor, pero es igual al aumento en la recaudación del gobierno.

Incidencia impositiva

La carga excesiva del impuesto es la parte del bienestar social que se pierde y que no es recaudada fiscalmente. Esto se denomina también *costo social del impuesto*

Obsérvese la siguiente figura en la que se muestra la carga excesiva del impuesto, representada por el área "ABC".



1. Consumidor antes pagaba "P*", mientras que ahora paga "P_c". El consumidor paga por unidad:

$$P_c - P^* = t_c$$

2. El productor antes recibía "P*", mientras que ahora recibe "P_p". El productor paga por unidad:

$$P^* - P_p = t_p$$

donde:

$$t_x = t_c + t_p$$

3. El gobierno recaudará el producto " $(t_x)(Q_0)$ ".

$$Q_d = 100 - P$$

$$Q_o = 4P$$

Se establece un impuesto específico de \$5 por unidad:

$$t_x = 10$$

$$P_c - P_p = t_x$$

$$Q_o = 4P_p$$

$$Q_d = 100 - P_c$$

Equilibrio inicial: $Q_d = Q_o$
 $100 - P = 4P$
 $P = 20$
 $Q = 80$

Después del impuesto: $Q_d = Q_o$
 $100 - P_c = 4 P_p$

y se tiene que: $P_c = 5 + P_p$
 $4 P_p = 100 - (5 + P_p)$
 $4 P_p = 100 - 5 - P_p$
 $P_p = 19$
 $P_c = 24$
 $Q' = 76$

Incidencia:

El consumidor paga \$4 por unidad

El productor recibe \$1 por unidad

Recaudación $(5) * 76 = 380$

Pérdida en bienestar:

$$- EC = (4 * 76) + 8 = 312$$

$$- EP = (1 * 76) + 2 = \underline{78}$$

390

Por lo tanto, existe un costo social de \$10.

SUBSIDIOS

Al igual que en el caso de los impuestos, el subsidio puede ser de monto fijo o variable. Los subsidios son en realidad equivalentes a los impuestos pero con signo negativo. El subsidio es la aportación que puede ser aplicada sobre el precio que paga el consumidor ó sobre el precio que recibe el productor. Igualmente que los impuestos al ser discriminatorios producen una la asignación ineficiente de recursos.

Un subsidio produce un efecto de desplazamiento de la curva de demanda. A ojos del productor, es como si este desplazamiento fuera hacia la derecha.

Situación inicial:

$$P_d = P_s = P_e \text{ y } Q_d = Q_s = Q_e$$

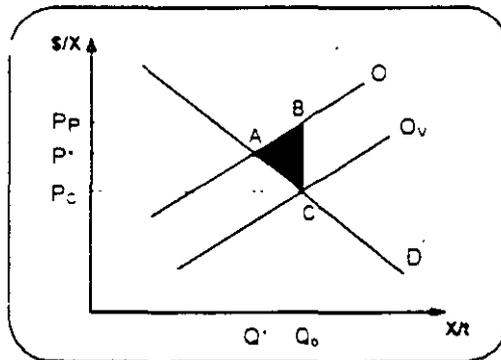
Situación con subsidio:

$$P_d + S = P_s$$

El subsidio daría a los productores " $P_d = P_s - S$ ", dando esta situación un corrimiento de la curva de oferta. El análisis gráfico es igual que en el caso de los impuestos, sólo que se mueven en sentido inverso. Demuéstrelo.

Un subsidio abre una brecha entre el precio que paga el consumidor y el que recibe el productor, es decir, existe una variación en la producción

Ahora se van a producir Q_e1 unidades del bien. Dichas unidades le cuestan a la sociedad YCNM: mientras que solo la benefician en YBMN. Existe éntonces una pérdida social por poner el subsidio de YCB.



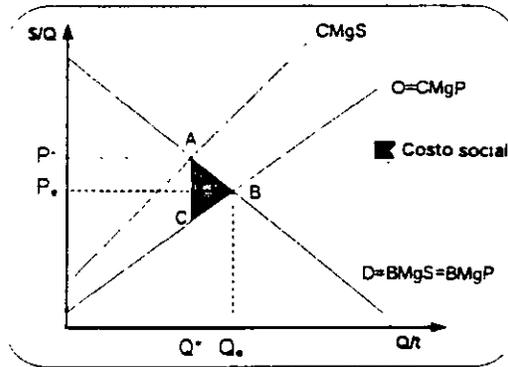
Subsidio \$6

$$\begin{aligned} P_p - P_c &= 6 \\ Q_d &= 100 - P_c \\ Q_o &= 40 + 2 P_p \\ P_p &= 6 + P_c \\ 100 - P_c &= 40 + 12 + 2 P_c \\ 48 &= 3 P_c \\ P_c &= 16 \\ P_p &= 22 \\ Q &= 84 \end{aligned}$$

EXTERNALIDADES

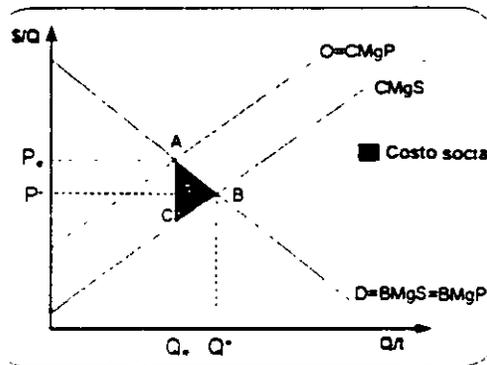
Costos externos de la producción

El costo privado de la producción puede diferir del costo social a causa de los costos sociales indirectos. Como ejemplo de este caso puede citarse la fabricación de cemento en una zona agrícola fértil, donde la fábrica no sólo produce cemento sino además desechos químicos que afectan la productividad de los cultivos; el costo social de producir cemento es igual al costo privado de insumos y materiales más el costo para la región de las consecuencias en la disminución en la productividad agrícola en la zona afectada. Obsérvese la siguiente gráfica:



Beneficios externos en la producción

El costo privado puede diferir del costo social debido a que en la producción del proyecto se generan beneficios indirectos, por ejemplo, entrenamiento a trabajadores, inclusión de servicios públicos en terrenos, beneficio para huertas frutícolas derivado de un apiario cercano o alguna mejoría en el nivel de vida de la población de la región donde funciona el proyecto, etc. Nótese lo señalado en la siguiente gráfica:



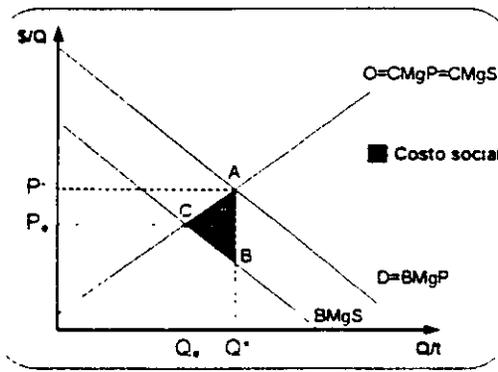
Caso inverso al anterior, ¿cómo inducir a la firma a aumentar su producción? Una alternativa es establecer un subsidio para este tipo de proyectos con la fijación de un precio al subsidiado al productor y otro a los consumidores. En la gráfica anterior se observa este beneficio debido a que el costo Marginal Social " $CMgS$ " es menor al Costo Marginal Privado " $CMgP$ "

El área "ABC" es el beneficio neto que se forma debido a la modificación de los precios al pasar de " P_1 " a " P_0 ", esto es, si el precio aumenta, el empresario genera el nivel de producción " X_0 " y como consecuencia hay un efecto externo derivado de que existen

beneficios por realizar su proceso de producción que no puede descontar de su costo marginal privado. Este beneficio es el área "ABC"

Costos externos del consumo

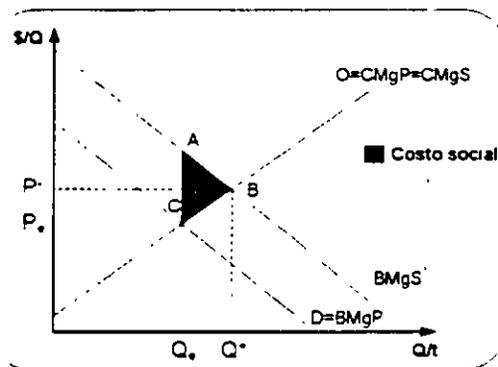
Algunos bienes o servicios que producen las empresas, pueden generar costos adicionales para la sociedad, como por ejemplo el consumo de alcohol, drogas, etc., que implican costos para la sociedad por los efectos nocivos que producen. En este caso, el control del consumo de estos bienes, aparte de consideraciones individuales, es una medida para disminuir los costos sociales que incluyen.



Beneficios externos del consumo

Lo contrario ocurre cuando hay bienes cuyo consumo es considerado indispensable, como el caso de alimentación adecuada a infantes o educación a sectores desprotegidos. El consumo de estos bienes en la etapa adecuada, además de atender necesidades básicas de la población, produce beneficios socialmente deseables y pueden considerarse, más que un costo, una inversión altamente redituable en términos sociales. Por ejemplo puede citarse el caso de estimulación temprana y atención prenatal.

Los proyectos dirigidos en este sentido deben formular eficazmente los mecanismos adecuados para que los subsidios lleguen directamente hasta quienes han sido considerados como su población objetivo. Nótese ahora el siguiente gráfico.



• EL SECTOR EXTERNO

En este apartado se resumirá la incursión en los aspectos microeconómicos del comercio exterior que son relevantes para la evaluación social de proyectos. En primer lugar se analiza a los mercados de importación y de exportación, posteriormente el mercado de divisas

Para ello se realizarán los siguientes supuestos:

- a) País pequeño que enfrenta un precio internacional, que es el precio en la moneda extranjera por el tipo de cambio:

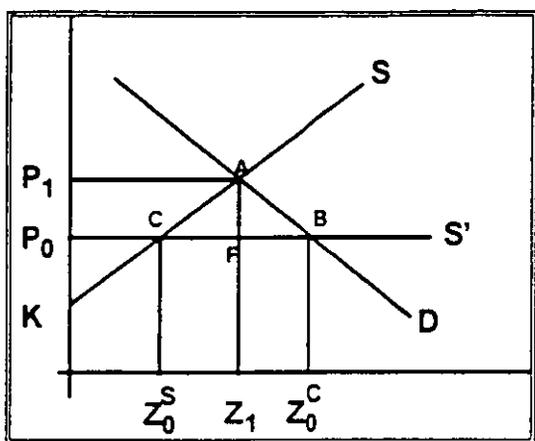
$$PI^* = P \text{ US\$} * TC$$

- b) Puede comprar y vender todo lo que quiera al mismo precio.
- c) No hay impuestos, ni subsidios, ni aranceles.
- d) No hay costos de transporte.

El mercado es "perfecto" en el sentido de que ni compradores ni vendedores pueden afectar el precio, mismo que se considera fijo.

IMPORTACIONES

Para que sea atractivo importar, el precio internacional se debe ubicar por abajo del precio de equilibrio del mercado interno. Esto se representa por el " P_0 " en el siguiente gráfico, donde " P_0 " es el precio internacional y " P_1 " el precio interno sin comercio internacional:



Como rige el precio internacional y se puede comprar todo lo que se quiera, a "P₀" los empresarios nacionales solo ofertan "Z₀^S" y la demanda es mayor, ubicándose en "Z₀^C". La diferencia entre la cantidad ofertada y la cantidad demandada será "Z₀^C - Z₀^S", lo cual representa a las importaciones.

Los beneficios del comercio internacional son identificables analizando los excedentes del productor y del consumidor en la situación inicial y con comercio.

Situación inicial:

Excedente del consumidor: "P₁A" hasta el cruce de "D" con el eje "Y".

Excedente del productor: "P₁AK".

Con comercio internacional:

Excedente del consumidor: "P₀CFB" hasta el cruce de "D" con el eje "Y".

Excedente del productor: "P₀CK"

Ganancia para la sociedad: "ACB"

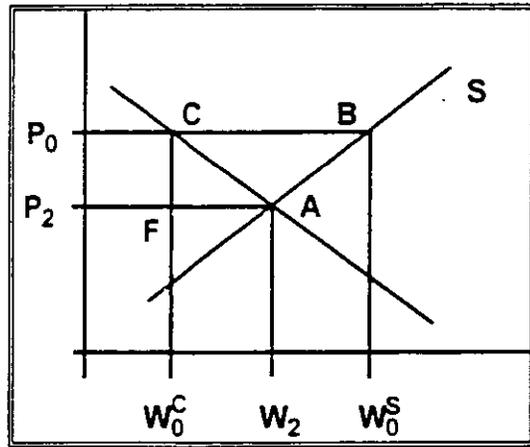
Con comercio exterior, debido a que el precio de referencia para producir es menor, los productores nacionales sólo ofrecen Z₀^S por lo que se ve reducida el área de excedente propia en "P₁ACP₀" que el consumidor recibe por el menor precio.

Analizando la variación en las cantidades producidas y demandadas al precio internacional se tendrá que:

- i) se dejan de producir "Z₁ - Z₀^S" unidades que costaban "Z₀^SCAZ₁" y ahora cuestan "Z₀^SCFZ₁", consecuentemente se presenta un ahorro de recursos para la sociedad equivalente al área "CAF".
- ii) se consumen más unidades del producto: "Z₀^C - Z₁". La sociedad valora estas unidades adicionales en "Z₁ABZ₀^C" y le cuesta adquirirlas "Z₁FBZ₀^C", por lo que el beneficio social o la ganancia social equivale al área inscrita en el triángulo "AFB"

EXPORTACIONES

Para que un producto sea exportable el precio internacional debe ser superior al nacional, esto es, que sea más atractivo al productor enviarlo al mercado externo que al interno. Obsérvese la siguiente gráfica:



En la gráfica anterior se representa el precio internacional " P_0 " y el precio interno o doméstico " P_2 " con las cantidades ofrecidas y demandadas en cada caso. Debido a que " P_0 " es mayor, la oferta se ubica en " W_0^S " y la demanda es sólo " W_0^C ". La diferencia entre ambas resulta ser la equivalencia en exportaciones: " $W_0^S - W_0^C$ ".

Al igual que en las importaciones, hay beneficios por las exportaciones; estos beneficios del comercio internacional pueden observarse al analizar los excedentes del productor y consumidor en la situación inicial y con comercio internacional o exportando.

Situación inicial:

Excedente del consumidor: " P_2AC ", hasta el cruce de la demanda con el eje "Y".

Excedente del productor: " P_2AS ", hasta el cruce de la oferta "S" con el eje "Y".

Con comercio internacional:

Excedente del consumidor: " P_0C ", hasta el cruce de la demanda con el eje "Y".

Excedente del productor: " P_0CBA ", hasta el cruce de la oferta con el eje "X".

Ganancia para la sociedad: " ACB ".

Como el precio internacional de referencia es mayor que el interno, la producción aumentará porque hay incentivos para los empresarios que ofrecen " W_0^S " y a escala interna sólo se demanda " W_0^C ", porque el precio es mayor. La ganancia excedente del productor representa el beneficio social.

Del mismo modo que en el caso pasado, las variaciones en cantidades producidas y demandadas con comercio internacional generan que:

- i) se aumente la producción en " $W_0^S - W_2^C$ " unidades que cuestan " $W_2ABW_0^S$ " y se venden a " P_0 " por una cantidad de " $W_0^S - W_2$ ", con lo que se tiene una ganancia neta de la mitad del triángulo " CAB ".

- ii) la demanda interna disminuye de " W_2 " a " W_0^C " por el precio mayor a P_2 . Esto provoca una pérdida social en el consumo interno bruto, pero ahora se venden las unidades en el mercado externo en " P_0 " por " $W_2 - W_0^C$ ", por lo que la ganancia neta es la otra mitad del triángulo "CAB".

Para las exportaciones generalmente los precios también son fijos. La mayor parte de los países tratan de incrementar sus exportaciones para mejorar su posición en la balanza de pagos.

• EL VALOR MONETARIO

La exposición hasta ahora hecha sobre este tema ha inducido que los bienes y servicios son deseados y consecuentemente apreciados por ser elementos que proporcionan satisfacción o mitigación de necesidades específicas, bien sean del individuo o de la sociedad, y que este factor conduce a que posean un determinado valor en el tiempo. Sin embargo, su adquisición por parte de los demandantes se efectúa mediante el intercambio de otro bien o servicio, o mediante la entrega de una pieza acuñada conocido como moneda, la cual sirve como elemento de medición del valor de las cosas.

Debe comprenderse que con un conjunto de monedas se refiere el valor de las cosas, pero el valor individual de ellas como elemento económico dependerá de la cantidad de bienes y servicios que puedan ser adquiridos por cada una de ellas. Este razonamiento da lugar al concepto del *poder adquisitivo de la moneda*, el cual se define con el cociente o índice que a continuación se expresa:

$$\delta = UV / UM,$$

donde el término "UV" expresa la cantidad de bienes y servicios ofrecidos en una economía determinada, en un instante específico y medidos en "unidades de valor"; mientras que el término "UM" representa el número de "unidades monetarias" en circulación, expresadas en términos de su nominación, en el mismo instante y en la misma economía

Cabe señalar las unidades de valor y las unidades monetarias son análogas, es decir, se denominan con el mismo nombre (pesos, dólares, libras, pesetas, etc.), pero eso no significa que idénticas. Por ejemplo, supóngase que una economía produjo y ofreció, hasta un determinado momento, bienes y servicios equivalentes a novecientos cincuenta y tres millones de pesos, los cuales fueron adquiridos e intercambiados (comercializados) por la puesta en circulación de un conjunto monetario cuyas nominaciones suman seiscientos treinta y siete millones de pesos; el valor de cada unidad monetaria será:

$$\delta = 953 / 637 = 1.4961.$$

La cantidad de bienes y servicios dispuestos por una economía puede ser conocida mediante el indicador económico llamado Producto Interno Bruto (PIB), ya que éste mide la producción realizada por los agentes residentes en un país, independientemente de quién sea su propietario.

Con base en lo anterior y si se considera que los bienes y servicios idénticos, o similares, con calidad equivalente tienen la misma apreciación en cualquier economía, será posible determinar el valor de la moneda de una economía respecto de otra, tomando como punto de comparación el índice de poder adquisitivo que cada una posee. Supóngase la existencia de tres economías con las siguientes características:

Economía "A": PIB = 846 u.v. (unidades de valor).
Circulación monetaria de 756 u.m. (unidades monetarias)

Economía "B": PIB = 531 u.v. (unidades de valor).
Circulación monetaria de 567 u.m. (unidades monetarias)

Economía "C": PIB = 469 u.v. (unidades de valor).
Circulación monetaria de 254 u.m. (unidades monetarias).

Con estos datos será posible determinar el valor de cada moneda en las tres economías así como la equivalencia entre ellas calculando los respectivos índices de poder adquisitivo y estableciendo la siguiente "matriz de tipo cambiario":

		$\delta_A = a$	$\delta_B = b$	$\delta_C = c$
1	$\delta_A = a$	δ_A / δ_A	δ_B / δ_A	δ_C / δ_A
2	$\delta_B = b$	δ_A / δ_B	δ_B / δ_B	δ_C / δ_B
3	$\delta_C = c$	δ_A / δ_C	δ_B / δ_C	δ_C / δ_C

Aplicando esta idea al caso planteado se tendrá que

$$\delta_A = 846/756 = 1.1191,$$

$$\delta_B = 531/567 = 0.9365,$$

$$\delta_C = 469/254 = 1.8465.$$

obteniendo la matriz de tipo cambiario que a continuación se muestra:

		$\delta_A = 1.1191$	$\delta_B = 0.9365$	$\delta_C = 1.8465$
1	$\delta_A = 1.1191$	$1.1191/1.1191=1.0000$	$0.9365/1.1191=0.8368$	$1.8465/1.1191=1.6492$
2	$\delta_B = 0.9365$	$1.1191/0.9365=1.1950$	$0.9365/0.9365=1.0000$	$1.8465/0.9365=1.9718$
3	$\delta_C = 1.8465$	$1.1191/1.8465=0.5749$	$0.9365/1.8465=0.5072$	$1.8465/1.8465=1.0000$

La matriz de tipo cambiario debe interpretarse en sentido horizontal, de modo que, para el ejemplo planteado, una unidad monetaria de la economía "A" se intercambiará por

0.8368 unidades monetarias de la economía "B" o por 1.6500 de la "C". Una unidad monetaria de la economía "B" equivaldrá a 1.1950 de la "A" y a 1.9717 unidades monetarias de la economía "C". Por último, una unidad monetaria de la economía "C" podrá cambiarse por 0.5749 de la economía "A" o por 0.5072 unidades monetarias de la "C".

Lo anterior refiere un punto de equilibrio que se deriva de los supuestos que fundamentan este modelo; sin embargo, las monedas también llegan a conformarse como bienes que ostentan un valor de cambio. Cuando llega ese momento, cambian éstas su valor partiendo de dicho punto de equilibrio y variándolo con base en las fuerzas de oferta y demanda que existan en un determinado momento en el mercado.

• VALOR SOCIAL DE LA PRODUCCIÓN

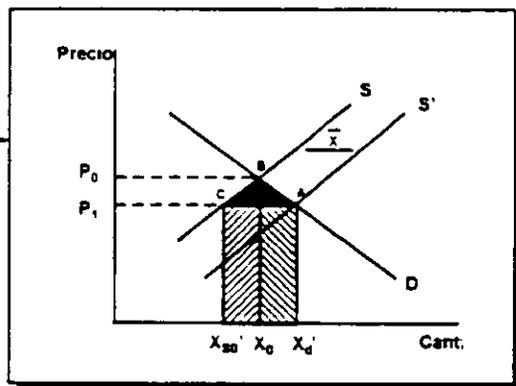
El valor social de la producción se puede definir como aquel que una nación le asigna a los bienes y servicios generados en por un proyecto. Este valor aporta el flujo de beneficios directos empleados para la evaluación social de un proyecto.

Los pasos a seguir para establecer el valor social de la producción es el siguiente:

- Establecer la situación de equilibrio sin proyecto,
- Agregar a la curva de oferta la producción del proyecto,
- Determinar los efectos y,
- Establecer el valor social de la producción.

BIEN NO COMERCIAL Y SIN DISTORSIONES

En este caso se tiene una economía de mercado perfecta, es decir, con ausencia de distorsiones. Aquí el valor social del bien producido por el proyecto deberá ser muy similar a su valor de mercado. En ocasiones, como la que se presenta a continuación, será preciso hacer un ajuste para tomar en cuenta los cambios en el excedente del consumidor y del productor.



Con base en las curvas de oferta y demanda mostradas en la gráfica anterior, el precio del producto sin proyecto será " P_0 ". Si el proyecto produce " X ", la curva de oferta se desplazará de " S " a " S' ", el precio del producto bajará a " P_1 ", la producción proveniente de otros productores del bien se reducirá hasta " X_{S_0} " y la disponibilidad total del bien " X " aumentará de " X_0 " a " X_d' ", lo que aporta un beneficio social por mayor consumo que puede calcularse valuando el área " ABX_0X_d' ".

Por lado del productor, se han liberado recursos para usos alternativos, de este modo el beneficio total que obtiene la sociedad por la producción del proyecto es igual al valor de los recursos liberados más el valor para la sociedad del aumento en la disponibilidad del bien " X ", esto equivale al área " $X_{S_0}'X_d'ABC$ ". En resumen se tienen los siguientes efectos:

- Precio: Disminuye
- X_d (Cantidad demandada): Aumenta
- X_{S_0} (Cantidad ofrecida por otros): Disminuye

DETERMINACIÓN DEL VALOR SOCIAL DE LA PRODUCCIÓN

El valor social de la producción será equivalente al valor del consumo adicional más el valor de los recursos liberados, determinándose su cuantía con la siguiente expresión:

$$VSP = [X_d' - X_0] [(P_0 + P_1)/2] + [X_0 - X_{S_0}'] [(P_0 + P_1)/2]$$

$$VSP = [X_d' - X_{S_0}'] [(P_0 + P_1) / 2]$$

Similarmente, el valor privado de la producción tendrá la siguiente equivalencia:

$$VPP = [X_d' - X_{S_0}'] [P_1]$$

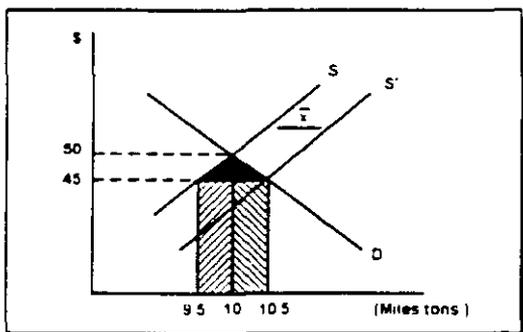
Se puede observar que los beneficios privados obtenidos por la venta de la producción de un proyecto subestiman el beneficio social en una cantidad igual al área " ABC ", pero esta área será menor mientras menos importante sea el proyecto en el mercado del producto (el cambio en los precios como consecuencia del proyecto serán mínimos) y mientras más elásticas sean las curvas de la oferta y la demanda del bien

Ejemplo:

Determine el valor social de la producción de un proyecto consistente en producir 1,000 toneladas de trigo. Actualmente (sin proyecto), se producen y consumen un total de 10,000 toneladas a un precio de 50 u.m./ton. (unidades monetarias por tonelada), y se espera que como consecuencia del proyecto el precio del trigo disminuya a 45 u.m./ton., aumentando su consumo total de 10,000 a 10,500 toneladas. Supóngase que el trigo es

un bien no comerciable (no es importable ni exportable) y que además no existen distorsiones en el mercado.

Para proceder con la solución del caso planteado obsérvese la siguiente gráfica:



Efectos

Precio:	Disminuye
Cantidad Demandada:	Aumenta
Cantidad Ofrecida por otros.	Disminuye

$$VSP = [X_d' - X_{s0}'] [(P_0 + P_1) / 2]$$

$$VSP = [10.500 - 9.500] [(50 + 45) / 2]$$

$$VSP = 47.000 \text{ u.m. (unidades monetarias)}$$

$$VPP = [X_d' - X_{s0}'] [P_1]$$

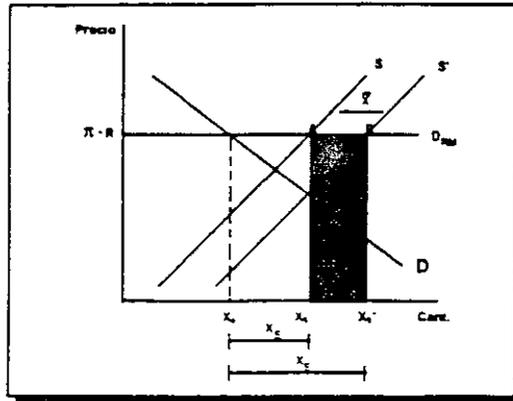
$$VPP = [10.500 - 9.500] [45]$$

$$VPP = 45.000 \text{ u.m. (unidades monetarias)}$$

BIEN EXPORTABLE SIN DISTORSIONES

En este punto se abordará el caso de un proyecto que producirá un bien comerciable internacionalmente. por lo que su precio no podrá verse afectado por la producción del proyecto y su demanda será entonces completamente elástica.

El proyecto permitirá aumentar la cantidad ofrecida en una cantidad igual a la del proyecto. sin que ello afecte la cantidad consumida nacionalmente y la cantidad producida por los otros productores; y esto se origina precisamente porque el precio se mantiene constante. Obsérvese el gráfico que a continuación se expone:



En este caso el valor social de la producción estará dado por el incremento de las exportaciones, lo cual representa un mayor ingreso de divisas al país (π), que multiplicadas por el tipo de cambio social (R) genera un beneficio social indicado en la gráfica por el área "ABX_sX_s". Los efectos que se provocan son los siguientes.

- P: No cambia
- X_E: Aumenta
- X_d: No cambia
- X_{S0}: No cambia

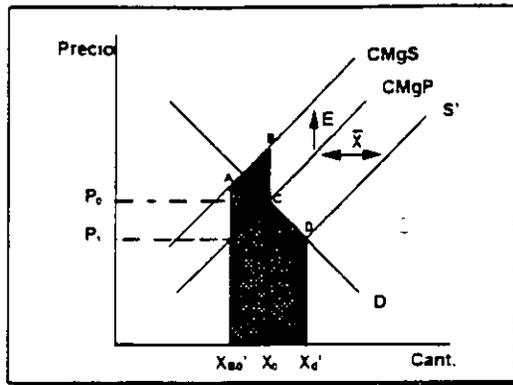
El valor social de la producción será igual al valor privado, y ambos serán equivalentes al valor de las divisas adicionales, es decir:

$$VSP = VPP = [X_s' - X_s] [\pi] [R].$$

El beneficio social coincide con el beneficio privado debido a que no existen distorsiones tales como aranceles o subsidios a las exportaciones, y a que el tipo de cambio social es igual al tipo de cambio de mercado. Si estos fueran diferentes, al calcular del valor social de la producción se debería utilizar el tipo de cambio social y para el cálculo del valor privado de la producción se utilizaría el tipo de cambio de mercado.

BIEN NO COMERCIALIZABLE CON EXTERNALIDAD NEGATIVA EN LA PRODUCCIÓN

En los casos anteriores, al calcular los beneficios sociales del proyecto relacionados con la liberación de recursos hecha por los otros productores, se consideró que la curva de oferta reflejaba adecuadamente el costo social de producir un bien; sin embargo, esto puede no ser cierto en el caso de que los otros productores causen externalidades (positivas o negativas) al producir dicho bien, ocasionando con esto que el costo marginal social sea distinto del costo marginal privado. Obsérvese el siguiente gráfico:



Puede notarse que en la situación sin proyecto la cantidad ofrecida es igual a la cantidad demandada a un precio "P₀". Como consecuencia del proyecto el precio baja a "P₁", por lo que la cantidad demandada aumenta a X_d' y los otros productores reducen su producción a X_{s0}'.

En este caso existen beneficios por aumento de consumo, lo cual es valorado con el área bajo la curva de demanda "CDX₀X_d'" y existe además una liberación de recursos representada por el área "ABX_{s0}'X₀", que equivale al costo marginal privado más el monto de la externalidad. El valor social de la producción se determinará con la suma de las dos áreas (ABCDX_{s0}'X_d').

Los efectos causados son los siguientes

- Precio: Disminuye
- X_d (Cantidad demandada): Aumenta
- X_{s0} (Cantidad ofrecida por otros): Disminuye

El valor social de la producción será:

$$VSP = [X_d' - X_0] [(P_0 + P_1)/2] + [X_0 - X_{s0}'] [\{(P_0 + P_1)/2\} + E].$$

El valor privado de la producción se determinará con la siguiente expresión:

$$VPP = [X_d' - X_{s0}'] [P_1]$$

En este caso, vuelve a ser cierto que el valor privado de la producción subestima el valor social, y la diferencia dependerá esencialmente del monto de la externalidad.

• COSTO SOCIAL DE LOS INSUMOS

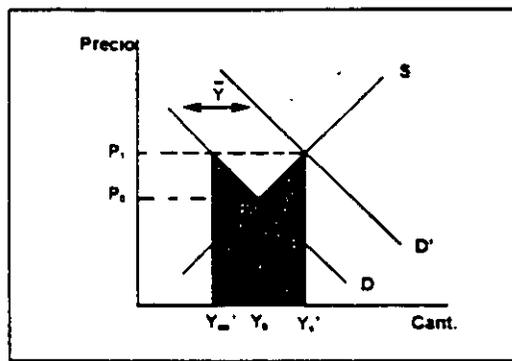
El concepto del costo social de los insumos se refiere al costo en que incurre un país al utilizar dichos insumos en la realización de un proyecto. El costo social de los insumos aporta el flujo de costos directos para la evaluación del proyecto.

Los pasos para establecer el costo social de los insumos a continuación se enuncian:

- a) Se establecerá la situación de equilibrio sin proyecto,
- b) Se agregará a la curva de demanda la cantidad requerida por el proyecto.
- d) Se determinarán los efectos y,
- e) Se establecerá el costo social de los Insumos.

INSUMO NO COMERCIALIZABLE Y SIN DISTORSIONES

En este caso se supondrá que la economía funciona perfectamente y no existen distorsiones, para que con estas condiciones el valor social del insumo sea muy similar a su valor de mercado. Obsérvese el siguiente gráfico:



Podemos observar que el proyecto aumentará la demanda total debido al insumo "Y", de "D" a "D'", aumentando con ello el precio de "P₀" a "P₁", situación que provocará a su vez que los productores del bien estén dispuestos a incrementar su producción de "Y₀" a "Y_s" y que los otros demandantes del bien reduzcan su consumo de "Y₀" a "Y_{d0}".

Los efectos generados con esto son los siguientes:

- Precio: Aumenta
- Y_s (Cantidad ofrecida): Aumenta
- Y_{d0} (Cantidad demandada por otros): Disminuye

El costo social de los insumos se determinará mediante la suma del costo de producción adicional y el costo debido al menor consumo de otros, obteniéndose de este razonamiento la siguiente expresión.

$$VSP = [Y_s' - Y_0] [(P_0 + P_1)/2] + [Y_0 - Y_{d0}'] [(P_0 + P_1)/2]$$

$$CSI = [Y_S' - Y_{d0}'] [(P_0 + P_1) / 2]$$

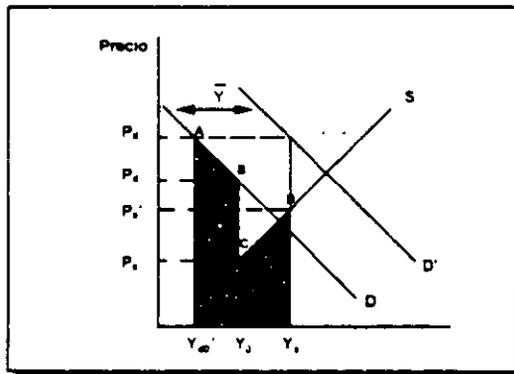
Similarmente, el costo privado de la producción tendrá la siguiente equivalencia:

$$CPI = [Y_S' - Y_{d0}'] [P_1]$$

En este caso el costo privado del insumo del proyecto es mayor que el costo social. Ambos deberán ser iguales en la medida en que los cambios en los precios debido al proyecto sean menores.

INSUMO NO COMERCIALIZABLE CON IMPUESTO AL CONSUMO

La siguiente gráfica muestra una situación en la cual el insumo requerido por el proyecto está gravado con un impuesto al consumo y por lo tanto el precio pagado por el consumidor es mayor que el precio que recibe el productor.



Con base en estas curvas de oferta y demanda, el precio a pagar por el consumidor en la situación sin proyecto será de "P_d" y el precio que recibirán los oferentes será "P_s". Si el proyecto consume una cantidad "Y" del insumo, la curva de demanda se desplazará de "D" a "D'". los precios de demanda y de oferta se incrementarán a "Pd'" y "Ps'" respectivamente, ocasionando que el consumo de los otros compradores del bien disminuya hasta "Y_{d0}'" y la producción total del bien "Y" aumente desde "Y₀" a "Y_s'", lo que tiene un costo social por mayor uso de recursos que se puede calcular mediante el área "CDY₀Y_s'".

Por lado de los otros consumidores existe un costo por el menor consumo del bien, equivalente al área "ABY₀Y_{d0}'". De este modo, el costo total en el que incurre la sociedad por el uso de este insumo, es igual al costo adicional por los recursos utilizados más el costo por el menor consumo de otros compradores del bien "Y", y esto es equivalente al área "Y_{d0}'Y_s'ABCD".

En resumen, se tienen los siguientes efectos:

- P_d Aumenta
- P_s Aumenta

- Y_s : Aumenta
- Y_{d0} : Disminuye

El costo social de los insumos será igual al costo de producción adicional más el costo debido al menor consumo de otros, de donde se desprende la siguiente ecuación:

$$CSI = [Y_s' - Y_0] [(P_s + P_s') / 2] + [Y_0 - Y_{d0}'] [(P_d + P_d') / 2]$$

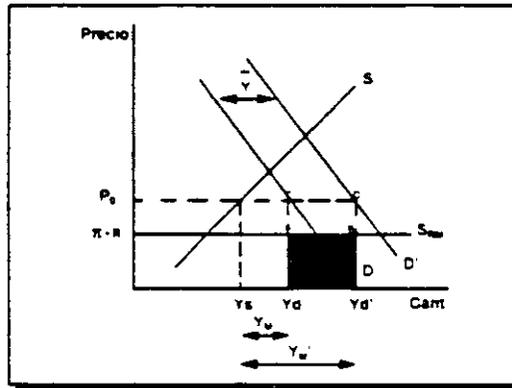
Por su parte, el costo privado de los insumos se calculará de la siguiente forma:

$$CPI = [Y_s' - Y_{d0}'] [P_d']$$

INSUMO IMPORTABLE CON IMPUESTO A LA IMPORTACIÓN

Este punto aborda el caso de un proyecto que consumirá un bien importable y su precio no se verá afectado por el proyecto. La oferta del producto se considerará como infinitamente elástica, es decir, se puede comprar cualquier cantidad al mismo precio.

El proyecto aumentará la cantidad ofrecida total en una cantidad igual a la del proyecto, sin que ello afecte la cantidad consumida por los otros compradores ni la cantidad producida nacionalmente, esto debido a que el precio se mantiene constante. Examínese el gráfico siguiente:



En la gráfica anterior el producto " πR " representa el precio internacional de "Y" convertido en moneda nacional y " P_0 " representa el precio al que se vende el producto en el mercado nacional debido al impuesto. En este caso, el costo social de los insumos será equivalente al incremento en las importaciones, lo cual implicará una disminución en las divisas del país (π), que multiplicadas por el tipo de cambio social (R) determinarán su valor. Lo anterior está representado en la gráfica anterior por el área " $ABY_dY_{d'}$ ".

Los efectos en los cuales se incurre son.

- Precio: No cambia
- Y_s (Cantidad ofrecida): No cambia
- Y_d (Cantidad demandada por otros): No cambia
- Y_M (Cantidad importada): Aumenta

El costo social de los insumos se calculará con la siguiente expresión que incluye la pérdida de divisas, el tipo de cambio social y el diferencial en la cantidad demandada por otros:

$$CSI = [Y_d' - Y_d] [\pi] [R]$$

Por su lado, el costo privado de los insumos será:

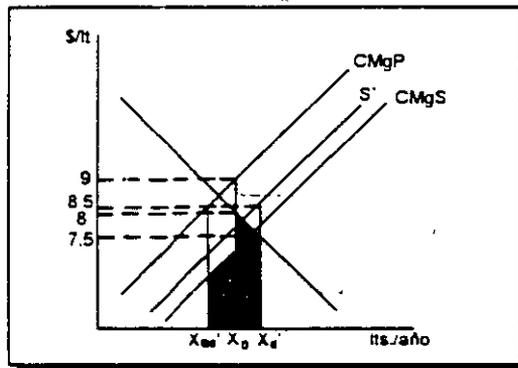
$$CPI = [Y_d' - Y_d] [P_0]$$

En resumen, esto deriva en que el costo social del insumo es la cantidad adicional de divisas gastadas como consecuencia del proyecto. En este caso el costo privado del insumo es mayor debido al monto del impuesto.

Ejemplo:

Se está analizando un proyecto consistente en producir 10,000 litros de leche al año. Considere que la leche es un bien no comerciable, que el precio que pagan los consumidores por la leche es de 8 u.m./litro (unidades monetarias por litro) y que existe un subsidio de 1 u.m./litro consumido; además se conoce que los actuales productores ocasionan una externalidad positiva a los agricultores igual a 2 u.m./litro. Se espera que como consecuencia del proyecto aumente el consumo de leche en 6.000 litros por año y que el precio se modifique en 0.50 u.m. (unidades monetarias). Calcule el valor social y el valor privado de la producción.

Para resolver el caso planteado, primeramente se deberá realizar la siguiente gráfica:



$$VSP =$$

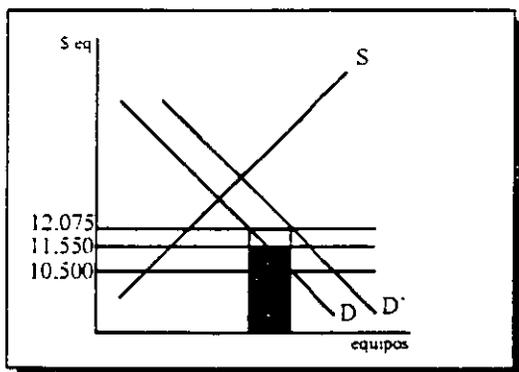
$$VSP = [6.000] [(8 + 7.5) / 2] + [4.000] [(9 + 8.5) / 2] - [(4.000) (2)]$$
$$VSP = 73.500 \text{ u.m. (unidades monetarias)}$$

$$VPP = [X_d' - X_{so}'] [P_1]$$
$$VPP = [10.000 - 0] [8.5]$$

VPP = 85,000 u.m. (unidades monetarias)

Para producir esta cantidad de leche, es necesario invertir por una sola vez en 10 equipos refrigerantes, los cuales son bienes importables y su costo es de 1,500 dólares cada uno. El tipo de cambio de mercado es de 7 unidades monetarias por dólar y el tipo de cambio social es 10% mayor. Se sabe además que existe un arancel a la importación del 15%. Calcule el costo social y el costo privado de esta inversión.

Primeramente habrá que analizar la gráfica que a continuación se expone.



$$\begin{aligned} \text{CSI} &= [Y_d' - Y_d] [\pi] [R] \\ \text{CSI} &= [10-0] [1,500] [(7) (1.10)] \\ \text{CSI} &= 115.500 \text{ u.m. (unidades monetarias)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CPI} &= [Y_d' - Y_d] [P_0] \\ \text{CPI} &= [10 - 0] [(1500) (7) (1.15)] \\ \text{CPI} &= 120,750 \text{ u.m. (unidades monetarias)} \end{aligned}$$

Ahora, además de lo anterior, considérese que para producir leche se requieren otras inversiones que ascienden a 40,000 u.m. (unidades monetarias) que deben realizarse una sola vez. También se necesitan insumos por 50,000 u.m. al año y se sabe que el proyecto ocasionará efectos indirectos positivos 3,000 u.m. anuales. Considerando que los valores sociales de las otras inversiones y de los insumos coinciden con los privados, y que la vida del proyecto es infinita, calcule el flujo de beneficios y costos sociales y privados del proyecto.

- Flujo de beneficios y costos sociales:

Concepto	años		
	0	1	∞
Inversión			
Equipo	-115,500		
Otras	-40,000		
Leche		73,500	73,500
Insumos		-50,000	-50,000
Ef. Indirectos		3,000	3,000
Flujo	-155,500	26,500	26,500

- Flujo de beneficios y costos privados:

Concepto	años		
	0	1	∞
Inversión			
Equipo	-120,750		
Otras	-40,000		
Leche		85,000	85,000
Insumos		-50,000	-50,000
Ef. Indirectos		0	0
Flujo	-160,750	35,000	35,000

• EFECTOS INDIRECTOS

Los efectos indirectos de los proyectos pueden ser positivos o negativos. Tales efectos ocurren en mercados sustitutos o complementarios al del proyecto y se pueden ocasionar cuando el proyecto provoca cambios en los precios de los bienes que produce o que utiliza, afectando, como consecuencia, las cantidades intercambiadas en dichos mercados.

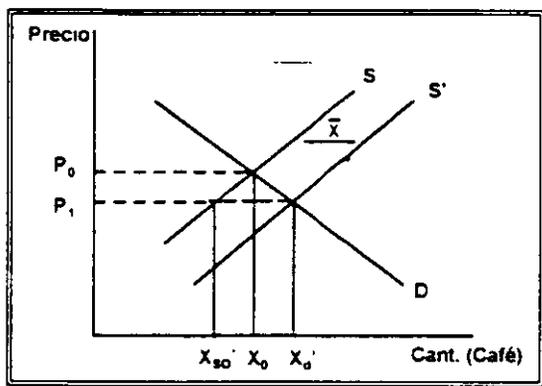
Para que se produzcan efectos indirectos deberán existir las siguientes condiciones:

- Cambio en el precio del bien ocasionado por la realización del proyecto,
- cambio en la cantidad transada en los mercados complementarios o sustitutos y,
- distorsiones en los mercados.

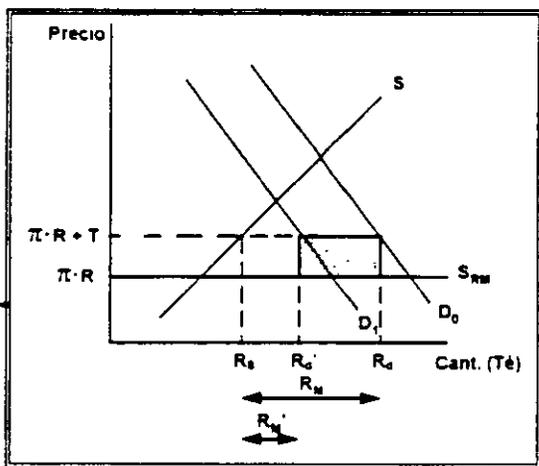
MERCADO DE BIENES O SERVICIOS SUSTITUTOS

Un mercado de bienes o servicios sustitutos es el que se integra por aquellos productos que pueden reemplazar a otros bienes o servicios en lo que refiere a su uso o consumo.

Supóngase que un proyecto consiste en producir café (bien doméstico sin distorsiones) y que como consecuencia de éste el precio del café va a disminuir de " P_0 " a " P_1 " como se muestra en la siguiente gráfica:



Por otra parte, el té (bien importable y gravado con un impuesto a la importación), el cual es un bien sustituto del café y como consecuencia de ello puede generar la baja en el precio del mismo, disminuirá su demanda desde " D_0 " a " D_1 " como se puede apreciar en el gráfico que a continuación se muestra.



En la gráfica anterior, el producto " πR " representa el precio internacional del té convertido en moneda nacional y " T " representa el impuesto. En la situación sin proyecto, la cantidad producida nacionalmente es " R_S ", la cantidad demandada es " R_d " y la cantidad importada es " R_M ".

Al bajar el precio del café la demanda por té disminuye, y como su precio se mantiene constante, la cantidad producida en el país no cambia, disminuyendo en consecuencia la cantidad importada.

Los efectos de lo anterior son los que a continuación se mencionan.

- Precio: No cambia
- R_d (Demanda): Disminuye
- R_M (Cantidad importada): Disminuye

En este caso el efecto indirecto del proyecto será el ahorro en divisas debido a menores importaciones, menos el costo por menor consumo, obteniéndose en este caso un efecto indirecto negativo (costo indirecto). Este efecto indirecto podrá valuarse del siguiente modo:

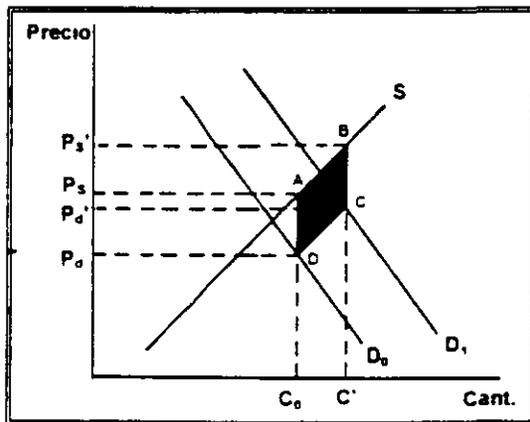
$$-EI = [R_d - R_d'] [\pi] [R] - [R_d - R_d'] [(\pi R) + T]$$

$$EI = [R_d - R_d'] [-T]$$

MERCADO DE BIENES O SERVICIOS COMPLEMENTARIOS

Un mercado de bienes o servicios complementarios es el que se integra por aquellos que son consumidos o empleados conjuntamente con otros bienes o servicios.

Analícese ahora el mercado del azúcar (bien doméstico con subsidio a la producción y complementario del café), que como consecuencia de la baja en el precio del café aumentará su demanda como a continuación se muestra en la gráfica:



En la situación sin proyecto, la cantidad ofrecida y la cantidad demandada es "C₀", y al bajar el precio del café, dichas cantidades aumentan a "C". En este caso se tiene un beneficio por consumo adicional representado por el área "CDC₀C" y se tiene un costo por mayor uso de recursos equivalente al área "ABC₀C", por lo que se tiene un costo indirecto equivalente al área "ABCD".

En resumen, se derivarán los siguientes efectos:

- Precio: Aumenta
- Cs (Cantidad ofrecida): Aumenta
- Cd (Cantidad demandada): Aumenta

El efecto indirecto se valorará con la diferencia entre el consumo adicional y el uso de recursos, es decir

$$EI = [C' - C_0] [(P_d' + P_d) / 2] - [C' - C_0] [(P_s' + P_s) / 2]$$

$$EI = [C' - C_0] \{[(P_d' + P_d) / 2] - [(P_s' + P_s) / 2]\}$$

EXTERNALIDADES -

Además de los efectos directos e indirectos, el proyecto que se analice puede producir externalidades, mismas que pueden ser positivas o negativas. Un ejemplo de ellas es el caso en el cual el proyecto, por el hecho mismo de producir, contamina el medio ambiente o deposita residuos en un río que se usa con fines recreativos. Evidentemente se ocasiona un perjuicio a la sociedad y por lo tanto existe un costo que se debe contabilizar al evaluar el proyecto.

Cabe mencionar que las externalidades causadas por el proyecto pueden ser similares o distintas a las ocasionadas por los otros productores, ya que, por ejemplo, la tecnología puede ser diferente.

Supóngase que un proyecto consistente en producir papel le ocasiona al país un daño por contaminación ambiental valuado en 1,000 u.m. (unidades monetarias) al año, donde el costo social de producir papel sin emitir contaminantes es de 300 u.m. anuales y de descontaminar el ambiente es de 200 u.m. anuales. Pues bien, el costo que al menos habrá de registrarse en la evaluación social como primer alternativa será la suma del primer factor y el último mencionados, es decir, 1,200 u.m. anuales, y como segunda alternativa, tan sólo 300 u.m. al año. Sin duda alguna se preferirá la segunda alternativa desde el punto de vista social, pero esta perspectiva podrá diferir de la que resulte de una evaluación financiera



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**DIPLOMADO EN VALUACIÓN INMOBILIARIA Y
DE NEGOCIOS**

**MÓDULO I : APLICACIONES ESTADÍSTICAS,
FINANCIERAS Y CONTABLES PARA FINES DE
VALUACIÓN**

TEMA

MATEMÁTICAS FINANCIERAS: TEORIA E PRAXIS

**EXPOSITOR: M. EN I. ENRIQUE AUGUSTO HERNÁNDEZ RUIZ
PALACIO DE MINERIA
ENERO DEL 2004**

• **INTRODUCCIÓN: Valor Presente y Valor Futuro de una cuantía de valor**

Los movimientos económicos existentes en la sociedad en general, han creado desde hace mucho tiempo, el concepto de préstamo. Un préstamo es la facilitación que una persona con excedentes de recursos económicos hace a otra para quien esos recursos son escasos, a cambio de la reintegración de ese mismo recurso económico más un "interés" en un momento posterior.

El interés es la cantidad o cuantía monetaria que se debe pagar, en el momento establecido por el uso del recurso económico ajeno referido, sin menoscabo de su reintegración a quien lo prestó. A este recurso económico prestado se le denomina "suerte principal".

Como es lógico de pensar, un préstamo es regido por usos y costumbres de índole comercial, por lo que será necesario definir fundamentos que sirvan de principio para el desarrollo de la "teoría del interés" y de la "teoría del descuento".

Se comenzará por denominar al recurso económico prestado como "suerte principal", se llamará "plazo" al tiempo total en que debe ser reintegrado el préstamo y su interés generado, y "periodo" al tiempo que transcurre entre el pago de un interés y otro. Debe tenerse presente que el plazo y el periodo no necesariamente son equivalentes, es más puede decirse que el plazo es el conjunto de periodos que transcurren para la reintegración de la suerte principal y su interés generado.

Sin embargo, existen lapsos menores al periodo en que suele calcularse el interés que corresponde para integrarlo a la suerte principal, de tal manera que ésta será mayor la siguiente vez que vuelva a calcularse el interés respectivo. A esta forma de generación de intereses se le conoce como "interés compuesto", y a los lapsos referidos en esta idea se le conocen como "subperiodos". Habrá que entender que un conjunto de subperiodos formaran un periodo, y como anteriormente se dijo, un conjunto de periodos formaran el plazo.

Para efectos de nomenclatura, se designará a cada subperiodo con la literal "m", a cada periodo con la literal "n", y el plazo quedará referido consecuentemente con el producto "mn". La suerte principal se denotará con la sigla " C_0 ", y el monto que se debe reintegrar en un momento determinado se entenderá como " $C_1, C_2, C_3, \dots, C_m, \dots$ ", el cual será equivalente a la suerte principal original, más los

intereses generados al momento; lo anterior significa que "m" se variará desde la unidad y hasta el número total de subperiodos que tenga cada periodo, y de manera análoga, "n" se variará también desde la unidad y hasta el número total de periodos que tenga el plazo.

Con lo anterior se deduce que, siempre y cuando el interés sea diferente de cero los cantidades en el tiempo serán diferentes entre sí, es decir que

$$C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C_m.$$

y por esta razón se afirma que un recurso económico tiene valor en el tiempo, denominando a la cantidad de la extrema izquierda como "valor presente" respecto de los valores a su derecha, y a la cantidad de la extrema derecha como "valor futuro" respecto de los que están a su izquierda

• TEORÍA DEL INTERÉS

El interés que se pacta pagar por el préstamo en cada subperiodo se estableciera como una proporción de la suerte principal es decir, se calculará mediante el producto de la misma por una "tasa" expresada en términos porcentuales y denotada como "i" con lo cual se obtiene que

$$I = C_0 (i)$$

y si se desea conocer la "tasa de interés nominal del periodo" entonces bastará con multiplicar el número total de subperiodos de cada periodo por la tasa de cada subperiodo es decir

$$i_m = m i$$

donde "m" es el número de subperiodos que tiene cada periodo, "i" es la tasa de interés aplicable en cada subperiodo para el cálculo del interés, y la tasa de interés nominal del periodo " i_m " se conocerá simplemente con el nombre de "tasa nominal de interés"

Con esto es posible definir la tasa de interés aplicable en cada subperiodo de la siguiente manera

$$i' = i_{(m)} / m.$$

Ahora bien si nos referimos a los montos " $C_1, C_2, C_3, \dots, C_m$ " indicados anteriormente esta tasa tiene la siguiente equivalencia

$$i = (C_{\dots} - C_1) / C_1$$

donde el subíndice 'k' señala el monto de un subperiodo específico y variará desde cero naciendo referencia a la suerte principal, hasta el valor del producto 'mn'

La teoría del interés parte de esta última expresión, en la cual la tasa de interés es vista como un cociente o razón de cambio de la diferencia entre el monto siguiente y el anterior respecto del monto anterior

Ahora se puede deducir otra expresión que calcule el siguiente monto a pagar con fundamento en lo anterior de la siguiente manera

$$C_k(i) = C_{k+1} - C_k$$

$$C_{k+1} = C_k + C_k(i)$$

$$C_{k+1} = C_k(1 + i)$$

Sin embargo habrá que considerar la idea del interés compuesto introducida anteriormente pues cuando un interés no es pagado en el subperiodo correspondiente es costumbre que este se adicione a la suerte principal y con este nuevo monto incrementado se calculara el interés del siguiente subperiodo

Si esta situación se repite aplicando la misma tasa en cada subperiodo se aplicara la misma mecánica generalizandola de la siguiente manera

$$C_1 = C_0(1 + i)$$

$$C_2 = C_1(1 + i)$$

$$C_2 = C_0(1 + i)(1 + i)$$

$$C_2 = C_0(1 + i)^2$$

$$C_3 = C_2(1 + i)$$

$$C_3 = C_0(1 + i)^2(1 + i)$$

$$C_3 = C_0(1 + i)^3$$

$$C_4 = C_3(1 + i)$$

$$C_4 = C_0(1 + i)^3(1 + i)$$

$$C_4 = C_0(1 + i)^4$$

$$C_5 = C_4(1 + i)$$

$$C_5 = C_0(1 + i)^4(1 + i)$$

$$C_5 = C_0(1 + i)^5$$

$$C_n = C_{n-1} (1 + i')$$

$$C_n = C_0 (1 + i')^{n-1} (1 + i')$$

$$C_n = C_0 (1 + i')^n$$

$$C_{n-1} = C_n (1 + i')$$

$$C_{n-1} = C_0 (1 + i')^k (1 + i')$$

$$C_{n-1} = C_0 (1 + i')^{k+1}$$

con lo cual se da lugar a la expresión general del interés compuesto

$$C_k = C_0 (1 + i')^k$$

Si se restringe el valor del subíndice "k" desde cero hasta el número de subperiodos que tiene cada periodo, la diferencia entre "C_k" y "C₀" es el interés total que "efectivamente" se generó durante los "m" subperiodos por el préstamo del recurso ajeno desprendiéndose de esta situación el concepto de "tasa efectiva de interés del periodo" que será distinguida con la literal simple "i" y que tendrá la siguiente equivalencia

$$i = (C_m - C_0) / C_0$$

de donde se desprende que

$$C_m = C_0 + C_0 (i)$$

Sustituyendo el valor de "C_m" en la expresión general del interés compuesto y teniendo presente que "k" tomara el valor de "m" se llega a que

$$C_0 + C_0 (i) = C_0 (1 + i')^m$$

Si se divide lo anterior entre el término "C₀" se obtiene la expresión que relaciona a la tasa efectiva con la tasa de interés aplicable en cada subperiodo, que es la siguiente

$$1 + i = (1 + i')^m$$

$$i = (1 + i')^m - 1$$

El valor de "i" y de "i_m" son referidos a una misma amplitud de tiempo el periodo; pero la primera es de índole efectivo y la otra de índole nominal

Para obtener la relación de la tasa efectiva de interés con la tasa nominal de interés ambas referidas al periodo como se ha mencionado, se sustituye el valor de la tasa de interés aplicable a cada subperiodo por la equivalencia correspondiente quedando

$$i = (1 + i_{(m)}/m)^m - 1$$

Despejando de lo anterior a la tasa nominal de interés se obtiene que

$$i_{(m)} = m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \}$$

En términos de la tasa de interés aplicable en cada subperiodo esta expresión se transforma a lo siguiente

$$i' = (1 + i)^{1/m} - 1$$

Tomando la expresión general del interés compuesto, y considerando que k puede ser variada desde cero hasta el valor del producto "mn", se tendrá lo siguiente

$$C_{mn} = C_0 (1 + i')^{mn}$$

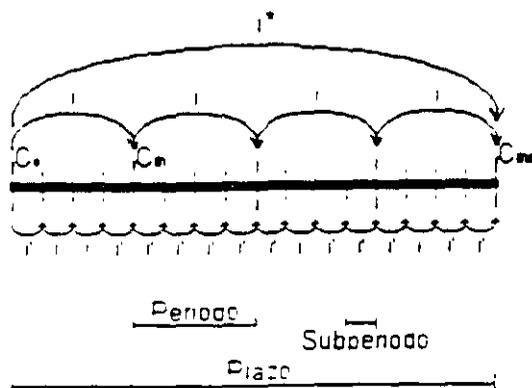
o bien si se considera la tasa efectiva del periodo

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

donde m es el número de subperiodos que tiene cada periodo y n el número de periodos que tiene el plazo

Por ejemplo con las bases ya planteadas si deseamos en un plazo de cinco años generar intereses doce veces al año (serán cinco periodos con duración cada uno de un año y se tendrán en cada periodo doce subperiodos con duración cada uno de un mes) el exponente al que habrá que elevar el binomio "(1 + i)" será igual a sesenta cantidad proveniente de multiplicar doce por cinco es decir, el valor aplicable de "m" en este caso es de doce y el de "n" igual a cinco. Cabe mencionar con este ejemplo que al proceso de generar intereses en cada subperiodo se le denomina como "capitalización de la tasa"

Con base en lo hasta ahora explicado es posible realizar un esquema con los conceptos planteados de tasas efectivas referidas a los subperiodos, periodos y plazo de la operación así como las cuantías de valor involucradas en cada punto de la barra del tiempo mediante la siguiente figura



donde i es la tasa efectiva del subperíodo y servirá como base para determinar el valor de i'' misma que es la tasa efectiva del período y que se empleara para determinar a i''' que es la tasa efectiva del plazo. Estas tres tasas están relacionadas entre si mediante las siguientes expresiones matemáticas

$$i = (1 + i'')^m - 1$$

$$i'' = (1 + i)^n - 1$$

$$i'' = (1 + i'')^{mn} - 1$$

Consecuentemente las relaciones de capital seran las siguientes

$$C_m = C_0 (1 + i'')^m$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i'')^{mn}$$

Es muy importante destacar que no obstante todo lo anterior, el producto "mn" puede inclusive ser definido en el campo de los numero reales es decir, puede tener valores numericos con cifras decimales sin embargo, esta idea será discutida mas adelante

Es prudente aclarar que i'' es la tasa de interes que será pagada al transcurrir todo el tiempo que durara la operacion comercial y puede ser calculada también de la siguiente manera,

$$i'' = (C_{mn} - C_0) / C_0.$$

Pero enfoquemos ahora nuestra atencion en la fórmula antes vista que relaciona una tasa efectiva de interes con una nominal

$$i_{(m)} = m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \},$$

ambas tasas son referidas a una misma amplitud de tiempo como se ha venido reiterando es decir, si una es expresada en términos anuales, la otra será referida también a un año, por ejemplo

Planteado este caso ¿qué ocurriría si manteniendo constante el valor de la tasa efectiva de interés esta proviniera de la capitalización semestral de una tasa nominal de interés? La respuesta es la siguiente

$$i_{(2)} = 2 \{ (1 + i)^{1/2} - 1 \}$$

Si proviniera de una capitalización trimestral se tendría que

$$i_{(4)} = 4 \{ (1 + i)^{1/4} - 1 \},$$

si se tratara de una capitalización bimestral procedería lo siguiente

$$i_{(6)} = 6 \{ (1 + i)^{1/6} - 1 \}$$

si la capitalización se realizara de forma mensual se llegaría a que

$$i_{(12)} = 12 \{ (1 + i)^{1/12} - 1 \}$$

si existiese una capitalización diaria la expresión aplicable sería la indicada a continuación

$$i_{(365)} = 365 \{ (1 + i)^{1/365} - 1 \}$$

y así es factible proseguir hasta llegar al caso de tratar con una "capitalización instantánea" es decir una en la que m tuviera un valor sumamente grande

Continuando con la emulación de este procedimiento se definirá el concepto denominado "fuerza de interés" el cual es representado con la sigla " δ ". Este valor puede ser definido con los principios de límite expresados por el cálculo diferencial como a continuación se muestra

$$\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} i_{(m)} = \lim_{m \rightarrow \infty} m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \}$$

Para encontrar este límite es necesario hacer el siguiente cambio de variable

Si $x = 1/m$,

$$\delta = \lim_{x \rightarrow 0} i_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} \{ (1 + i)^x - 1 \} / x$$

Aplicando el Teorema de L'hopital nos queda

$$\delta = \lim_{x \rightarrow 0} i_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + i)^x \text{Ln}(1 + i)$$

$$\delta = \text{Ln}(1 + i)$$

Si se desea despejar de aquí la tasa efectiva de interés del periodo queda lo siguiente

$$e^{\delta} = 1 + i$$

$$i = e^{\delta} - 1$$

Como ya fue expresado existe la siguiente relación entre la tasa efectiva de interés y la tasa de interés aplicable a cada subperiodo:

$$1 + i = (1 + i')^m$$

por lo que es válida la siguiente expresión

$$e^{\delta} = (1 + i')^m$$

$$e^{\delta m} = (1 + i')^m$$

lo cual significa que la expresión del Interés Compuesto antes vista

$$C_{mn} = C_0 (1 + i')^m$$

puede escribirse también como

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta n)}$$

Para ejemplificar lo anterior supongamos que deseamos determinar la tasa nominal de interés que corresponde a una efectiva de interés del 13.8%, para distintos subperiodos de capitalización.

Si $m=1$

$$i_{11} = 1 \{ (1 + 0.138)^1 - 1 \}$$

$$i_{11} = 13.8\%$$

Si $m=2$

$$i_{12} = 2 \{ (1 + 0.138)^{1/2} - 1 \}$$

$$i_{12} = 13.3542\%$$

Si $m=3$

$$I_{(3)} = 3 \{ (1 + 0.138)^{12} - 1 \}$$

$$I_{(3)} = 13.2098\%$$

Si $m=4$

$$I_{(4)} = 4 \{ (1 + 0.138)^{14} - 1 \}$$

$$I_{(4)} = 13.1384\%$$

Si $m=6$

$$I_{(6)} = 6 \{ (1 + 0.138)^{16} - 1 \}$$

$$I_{(6)} = 13.0575\%$$

Si $m=12$

$$I_{(12)} = 12 \{ (1 + 0.138)^{18} - 1 \}$$

$$I_{(12)} = 12.9971\%$$

Si $m=24$

$$I_{(24)} = 24 \{ (1 + 0.138)^{24} - 1 \}$$

$$I_{(24)} = 12.9621\%$$

Si $m=52$

$$I_{(52)} = 52 \{ (1 + 0.138)^{52} - 1 \}$$

$$I_{(52)} = 12.9433\%$$

Si $m=365$

$$I_{(365)} = 365 \{ (1 + 0.138)^{365} - 1 \}$$

$$I_{(365)} = 12.9295\%$$

Si $m=8760$

$$I_{(8760)} = 8760 \{ (1 + 0.138)^{8760} - 1 \}$$

$$I_{(8760)} = 12.9273\%$$

Si $m=525600$

$$I_{(525600)} = 525600 \{ (1 + 0.138)^{525600} - 1 \}$$

$$I_{(525600)} = 12.9272\%$$

Como puede observarse a medida que crece m $I_{(m)}$ concurre a un valor que puede determinarse mediante la expresión de la "fuerza del interés"

$$\delta = \ln(1 + i)$$

$$\delta = \ln(1 + 0.138)$$

$$\delta = 12.9272\%$$

Esto quiere decir que "δ" equivale a una idealización "i_(x)"; con lo cual se concluye que, dada una tasa efectiva de interés, no existirá tasa nominal de interés alguna que sea menor que la efectiva, ni mayor que la fuerza del interés, es decir,

$$\delta \leq i_{(m)} \leq i.$$

Por otro lado, en materia de comprobación, la validez de la expresión general del interés compuesto puede verificarse para el conjunto de los números naturales por el método de Inducción Matemática de la siguiente manera.

Si $mn = 0$

$$C_n = C_0 (1 + i)^0$$

$$C_n = C_0$$

Si $mn = 1$

$$C_n = C_0 (1 + i)$$

$$C_n = C_0 (1 + i)$$

Si $mn = k$

$$C_n = C_0 (1 + i)^k$$

Si $mn = k+1$

$$C_{n+1} = C_0 (1 + i)^{k+1}$$

o bien

$$C_{n+1} = C_0 (1 + i)^k (1 + i)$$

$$C_{n+1} = C_0 (1 + i)^{k+1}$$

El ser las dos expresiones idénticas y equivalentes, queda demostrada la validez de la expresión general para el conjunto de los números naturales.

Así mismo, la expresión puede verificarse también para el conjunto de los números reales, como fue mencionado con anterioridad, pero hay que considerar que el incremento en "C_n" estará dado por el número real "1/m", el cual representa a cada subperíodo en que es capitalizada la tasa, situación que dirige al siguiente análisis:

$$i = i_{(m)} / m = (C_{n+1/m} - C_n) / C_n$$

Si "m" tiende al infinito, puede observarse que la diferencia de "C_{n+1/m}" y "C_n" es tendiente a cero por su parte, lo que es equivalente a tener

$$\lim_{m \rightarrow \infty} i = \lim_{m \rightarrow \infty} i_{(m)} / m = \delta / m$$

$$\delta / m = \lim_{m \rightarrow \infty} (C_{x+1/m} - C_x) / C_x$$

Haciendo el siguiente cambio de variable se tiene

$$\text{Si } \Delta m = 1/m$$

$$i = (C_{x+\Delta m} - C_x) / C_x = (\Delta m) i_{\Delta m}$$

y despejando $i_{\Delta m}$ se obtiene

$$i_{\Delta m} = (1 / C_x) (C_{x+\Delta m} - C_x) / \Delta m$$

El limite de esta función cuando "m" tiende al infinito es equivalente a aplicar el limite de la función cuando "Δm" tiende a cero pero si se observa el segundo cociente de la expresión se notará que al aplicar este limite se tratará con el teorema fundamental del cálculo diferencial por lo que se obtiene que

$$\begin{aligned} \delta &= \lim_{\Delta m \rightarrow 0} i_{\Delta m} = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} (1/C_x) (C_{x+\Delta m} - C_x) / \Delta m \\ &= C_x' / C_x \end{aligned}$$

La sigla C_x' representa la derivada de la función " C_x ".

No obstante lo anterior se necesita conocer el valor de la función y no el de su derivada por lo que debe integrarse la afirmación anterior y para ello es necesario hacer lo siguiente

$$\text{Si } C_x = C_x$$

$$\delta = C_x' / C_x$$

Multiplicando ambos terminos por dt se obtendra que

$$\delta(dt) = (C_x' / C_x) dt$$

Se debe tener presente que se ha partido de la expresión fundamentada en la tasa efectiva de interes al hacer tender a la literal "m" al infinito, es decir, la amplitud del subperiodo es equivalente a la del periodo y consecuentemente ambos resultan ser iguales (cada periodo solamente tendrá un subperiodo), por lo que solo en este caso bajo esa condición se tiene que

$$i = \delta = i_{\Delta m}$$

Al integrar definitivamente la última expresión, donde se obtuvo la relación de " $\delta(d\tau)$ ", desde "0" hasta "n", que es el intervalo de interés en virtud de lo anterior, y recordando el principio del cálculo integral que afirma que la integración del cociente de la derivada de una función entre dicha función es equivalente al logaritmo natural de la misma más una constante de integración, se tiene:

$$\int_0^n \delta(d\tau) = \int_0^n (C_t' / C_t) dt$$

$$\delta n = \text{Ln } C_{mn} - \text{Ln } C_0$$

$$\delta n = \text{Ln } (C_{mn} / C_0)$$

$$e^{(\delta n)} = C_{mn} / C_0$$

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta n)}$$

pero se sabe que

$$e^{\delta n} = (1 + i)^{mn}$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^{mn}$$

Con lo cual queda demostrado que la expresión es válida también para el conjunto de los números reales

Habría que hacer notar que al efectuar la integral de la demostración anterior el término " C_{mn} " aparece debido a que la amplitud del subperiodo es equivalente a la del periodo como se mencionó y se trató con una expresión donde se involucra la tasa efectiva de interés " i " por lo que " C_t " en realidad equivale a " C_m " que al integrarse genera a " C_{mn} ".

• EJEMPLOS: Teoría del interés

1. Encontrar el valor presente " C_0 " de 1.500 00 U M (Unidades Monetarias) si la tasa de interés es del 8% anual efectiva y el plazo es de 5 años

Solución:

$$C_0 = 1.500.00 (1 + 0.08)^{-5}$$

$$C_0 = 1.020.87 \text{ U M}$$

2. Encontrar el monto " C_{20} " de 100 000 00 U M acumuladas durante 20 años a una tasa efectiva de interés del 10% durante 20 años

Solución:

$$C_{20} = 100.000.00 (1 + 0.10)^{20}$$

$$C_{2c} = 672.750 \text{ U M}$$

- 3 Encontrar el valor presente de 5.000.00 U.M pagaderas dentro de 4 años, cuando el interes es del 5%, capitalizable semestralmente

Solución:

$$C_c = 5.000 \text{ 00 } (1 + 0.05/2)^{-2 \cdot 4}$$

$$C_c = 4.103 \text{ 73 U M}$$

- 4 Encontrar el monto de 300 00 U M acumuladas durante 30 años a una tasa nominal de interes del 6% anual convertible trimestralmente

Solución:

$$C_{12c} = 300 \text{ 00} (1 + 0.06/4)^{4 \cdot 30}$$

$$C_{12c} = 1.790 \text{ 80 U M}$$

- 5 Encontrar el valor presente de 5.000.00 U M pagaderas dentro de 4 años cuando la fuerza del interes es del 5% anual

Solución:

$$C_c = 5.000 \text{ 00 } e^{-0.05 \cdot 4}$$

$$C_c = 4.093 \text{ 65 U M}$$

- 6 Encontrar el monto de 300 000 00 U M acumuladas durante 30 años a una fuerza efectiva de interes del 6% anual

Solución:

$$C_{3c} = 300 \text{ 000 00 } e^{0.06 \cdot 30}$$

$$C_{3c} = 1'814 \text{ 894 24 U M}$$

- 7 Dado que $C_c = 1.000 \text{ 00 U M}$ y que el monto que le corresponderá dentro de 1 año sera $C_{1c} = 1.100 \text{ 00}$ determinar el interes y la tasa efectiva de interes respectivos

Solución:

El interes estara dado por la diferencia entre el monto y su va or presente es decir

$$I = 1.100 \text{ 00} - 1.000 \text{ 00}$$

$$I = 100 \text{ 00 U M}$$

La tasa efectiva de interes estara definida de la siguiente manera:

$$i = 100 \text{ 00} / 1.000 \text{ 00}$$

$$i = 10\%$$

- 8 Encontrar la tasa efectiva anual equivalente a una tasa nominal anual del 6% capitalizable semestralmente

Solución:

$$1 + i = (1 + 0.06/2)^2$$

$$i = 6.09\%$$

9 Encontrar la tasa nominal anual convertible trimestralmente, equivalente a una tasa efectiva anual del 4%

Solución:

$$1 + 0.04 = (1 + i_{(4)}/4)^4$$

$$i_{(4)} = 3.94\%$$

10 Encontrar la tasa efectiva anual equivalente a una fuerza del interés de 5% anual

Solución:

$$1 + i = e^{0.05}$$

$$i = 5.13\%$$

11 Encontrar la fuerza de interés anual equivalente a una tasa efectiva de interés del 5% anual

Solución:

$$1 + 0.05 = e^{\delta}$$

$$\delta = 4.88\%$$

12 Encontrar la tasa nominal anual de interés convertible mensualmente equivalente a una fuerza de interés del 10% anual

Solución:

$$(1 + i_{(12)}/12)^{12} = e^{0.10}$$

$$i_{(12)} = 10.04\%$$

13 Encontrar la fuerza de interés anual equivalente a una tasa nominal anual convertible cuatrimestralmente del 9%

Solución:

$$(1 + 0.09/3)^3 = e^{\delta}$$

$$\delta = 8.87\%$$

• TEORÍA DEL DESCUENTO

El descuento es una cantidad equivalente en monto al interés, pero la determinación de la tasa aplicable en cada subperiodo se obtiene con la siguiente ecuación:

$$d = (C_{k+1} - C_k) / C_{k+1}$$

donde el subíndice "k", al igual que lo visto bajo la teoría del interés, señala el monto de un subperiodo específico y varía desde cero, haciendo referencia a la suerte principal hasta el valor del producto "mn". También se hará referencia a los montos "C₁, C₂, C₃, ..., C_{mn}" ya indicados anteriormente.

La teoría del descuento sostiene que la tasa de descuento es un cociente o razón de cambio de la diferencia entre el monto siguiente y el anterior, respecto del monto siguiente

El descuento se calculará mediante el producto del valor futuro de la suerte principal por una "tasa" expresada en terminos porcentuales, y denotada como "d", con lo cual se obtiene que

$$D = C_m (d')$$

y si se desea conocer la "tasa de descuento del periodo", entonces bastara con multiplicar el numero total de subperiodos de cada periodo por la tasa de cada subperiodo, es decir

$$d_{i,m} = m d$$

donde "m" es el número de subperiodos que tiene cada periodo, "d" es la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo para el calculo del descuento y la tasa de descuento del periodo "d_{i,m}" se conocerá con el nombre de "tasa nominal de descuento"

Con esto es posible definir la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo de la siguiente manera

$$d = d_{i,m} / m$$

De manera analoga a lo hecho en la teoría del interes se puede deducir una expresion que calcule el siguiente monto a pagar del modo siguiente

$$C_{t+1} (d) = C_t - C_t d$$

$$C_{t+1} (1 - d) = C_t$$

$$C_{t+1} = C_t (1 - d)$$

y con este razonamiento se puede llegar a la expresion general del descuento compuesto

$$C_k = C_0 (1 - d)^k$$

Si se restringe el valor del subindice "k" desde cero hasta el número de subperiodos que tiene cada periodo la diferencia entre "C_k" y "C₀" es el descuento total que efectivamente se genero durante los "m" subperiodos por el prestamo de un recurso ajeno desprendiendose así el concepto de "tasa efectiva de

descuento", que será distinguida con la literal simple "d", y que tendrá la siguiente equivalencia

$$d = (C_m - C_0) / C_m$$

de donde se desprende que

$$C_m = C_0 (1 - d)^{-1}$$

Sustituyendo el valor de "C_m" en la expresión general del descuento compuesto y teniendo presente que "k" tomará el valor de "m", se llega a que

$$C_0 (1 - d)^{-1} = C_0 (1 - d')^{-m}$$

Si se divide lo anterior entre el término "C₀" se obtiene la expresión que relaciona a la tasa efectiva de descuento con la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo que es la siguiente

$$1 - d = (1 - d')^m$$
$$d = 1 - (1 - d')^m$$

Para obtener la relación de la tasa efectiva de descuento con la tasa nominal de descuento se sustituye el valor de la tasa de descuento aplicable a cada subperiodo por la equivalencia correspondiente quedando

$$d = 1 - (1 - d_{(m)}/m)^m$$

Despejando de lo anterior a la tasa nominal de descuento se obtiene que

$$d_{(m)} = m \{ 1 - (1 - d)^{1/m} \}$$

En términos de la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo esta expresión se transforma a lo siguiente

$$d' = 1 - (1 - d)^{1/m}$$

Tomando la expresión general del descuento compuesto y considerando que "k" puede ser variada desde cero hasta el valor del producto "mn", se tendrá lo siguiente

$$C_{mn} = C_0 (1 - d')^{-mn}$$

donde "m" es el número de subperiodos que tiene cada periodo, y "n" el número de periodos que tiene el plazo

En términos de la tasa de descuento efectiva la relación anterior queda de la siguiente forma

$$C_{mn} = C_0 (1 - d)^n$$

De manera análoga a lo tratado bajo la teoría del interés a continuación se definirá el concepto denominado "fuerza de descuento", representado con la sigla δ . Este valor puede ser definido con el concepto de límite formulado en el cálculo diferencial como a continuación se muestra

$$\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} d_{i,m} = \lim_{m \rightarrow \infty} m \{ 1 - (1 - d)^{1/m} \}$$

Para encontrar este límite es necesario hacer el siguiente cambio de variable

Si: $x = 1/m$

$$\delta = \lim_{x \rightarrow 0} d_{i,m} = \lim_{x \rightarrow 0} \{ 1 - (1 - d)^x \} / x$$

Aplicando el Teorema de L'Hopital nos queda

$$\delta = \lim_{x \rightarrow 0} d_{i,m} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - d)^x \text{Ln}(1 - d)$$

$$\delta' = -\text{Ln}(1 - d)$$

Si se desea despejar de aquí la tasa efectiva de descuento del periodo queda lo siguiente

$$e = 1 - d$$

$$d = 1 - e$$

Como ya fue expresado existe la siguiente relación entre la tasa efectiva de descuento y la tasa de descuento aplicable a cada subperiodo

$$1 - e = (1 - d)^m$$

por lo que es válida la siguiente expresión

$$e = (1 - d)^m$$

$$e^{1/m} = (1 - d)$$

lo cual significa que la expresión del descuento compuesto antes vista.

$$C_{mn} = C_0 (1 - d')^{mn}$$

puede escribirse también como

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta' n)}$$

Esta última expresión es equivalente a la análoga determinado bajo los concepto de la teoría del interés es decir

$$C_0 e^{(\delta' n)} = C_0 e^{(\delta n)},$$

por tal motivo puede afirmarse que la fuerza de interés es equivalente en valor a la fuerza de descuento

La validez de la expresión general del descuento compuesto puede ser verificada para el conjunto de los número naturales y para el conjunto de los numeros reales de maneras análogas a las desarrolladas en la teoría del interés razón por la cual las demostraciones respectivas se omitirán en este apartado

• EJEMPLOS: Teoría del descuento

1. Encontrar el valor presente " C_0 " de 4.500 00 U M (Unidades Monetarias) si la tasa efectiva de descuento es del 7.50% anual y el plazo es de 6 años

Solución:

$$C_0 = 4.500.00 (1 - 0.075)^6$$

$$C_0 = 4.162.50 \text{ U M}$$

2. Determinar el monto de 1.000 00 U M acumuladas durante 15 años a una tasa efectiva de descuento del 8% anual.

Solución:

$$C_{15} = 1.000.00 (1 - 0.08)^{15}$$

$$C_{15} = 3.492.87 \text{ U M}$$

3. Encontrar el valor presente de 5.000 00 pagaderos dentro de 4 años, cuando la tasa nominal de descuento es del 4.50% anual convertible semestralmente

Solución:

$$C_0 = 5.000.00 (1 - 0.045/2)^{(2)(4)}$$

$$C_0 = 4.167.77 \text{ U M}$$

4. Encontrar el monto de 300 00 U M acumuladas durante 30 años a una tasa nominal de descuento del 6% anual convertible bimestralmente

Solución:

$$C_{180} = 300\,00 (1 - 0.06/6)^{-6(30)}$$

$$C_{180} = 1.831\,41\,00$$

5 Dado que $C_0 = 1.000,00$ U.M. y que el monto que le corresponderá dentro de 1 año será $C_{12} = 1.100,00$ determinar el descuento y la tasa efectiva de descuento respectivos

Solución:

El descuento estará dado por la diferencia entre el monto y su valor presente es decir:

$$D = 1.100,00 - 1.000,00$$

$$D = 100,00 \text{ U.M.}$$

La tasa efectiva de descuento estará definida de la siguiente manera

$$d = 100,00 / 1.100,00$$

$$d = 9,09\%$$

6 Encontrar la tasa de descuento efectiva anual equivalente a una tasa de descuento nominal anual del 5% capitalizable semestralmente

Solución:

$$1 - d = (1 - 0,05/2)^2$$

$$d = 4,94\%$$

7 Encontrar la tasa nominal anual de descuento convertible trimestralmente equivalente a una tasa efectiva de descuento del 4% anual

Solución:

$$1 - 0,04 = (1 - d_n/4)^4$$

$$d_n = 4,05\%$$

8 Encontrar la tasa efectiva de descuento anual equivalente a una fuerza de descuento del 6% anual

Solución:

$$1 - d = e^{-0,06}$$

$$d = 5,82\%$$

9 Encontrar la fuerza de descuento anual equivalente a una tasa efectiva de descuento del 6% anual

Solución:

$$1 - 0,06 = e^{-\delta}$$

$$\delta = 6,19\%$$

10 Encontrar la tasa nominal anual de descuento convertible mensualmente equivalente a una fuerza de descuento del 10% anual

Solución:

$$(1 - d_{12}/12)^{12} = e^{-0,10}$$

$$d_{(12)} = 9.96\%$$

11. Encontrar la fuerza de descuento anual equivalente a una tasa nominal anual de descuento del 9%, capitalizable cuatrimestralmente

Solución

$$(1 - 0.09/3)^3 = e^{-\delta}$$

$$\delta = 9.14\%$$

• EQUIVALENCIA ENTRE TASAS DE INTERÉS Y DE DESCUENTO

Tras lo expuesto hasta ahora surge la interrogante respecto de la existencia de alguna relación entre la teoría del interés y la del descuento, cuya respuesta es evidente pues se conoce lo siguiente

$$C_m = C_0 (1 + i)^n$$

$$C_m = C_0 (1 - d)^n$$

de donde basta con igualar ambas relaciones y dividir la resultante entre el término C_0 obteniendo

$$C_0 (1 + i)^n = C_0 (1 - d)^n$$

$$(1 + i)^n = (1 - d)^n$$

$$1 + i = (1 - d)^{1/n}$$

$$i = (1 - d)^{1/n} - 1$$

o bien

$$i = d / (1 - d)$$

y de forma análoga, se desprende también que

$$d = i / (1 + i)$$

lo cual resulta ser la equivalencia entre la tasa efectiva de interés y la tasa efectiva de descuento con las cuales es posible relacionar un mismo valor presente con un mismo valor futuro aplicando la teoría respectiva

Cuando se haga referencia a planteamientos de índole financiera debe tenerse presente que la tasa aplicable a un esquema derivado de la teoría del interés puede ser mencionada simplemente como "la tasa", es decir, la palabra "interés" puede ser omitida pero en cambio, al tratar con esquemas derivados de la teoría del descuento habrá que precisar que la tasa tratada es "la tasa de descuento"

• EJEMPLOS: Equivalencia entre tasas de interés y de descuento

1. Encontrar la tasa nominal anual de descuento convertible mensualmente equivalente a una tasa nominal de interés también capitalizable mensualmente del 15% anual

Solución:

$$(1 + 0.15/12)^{12} = (1 - d_{(12)/12})^{-12}$$

$$d_{(12)} = 14.81\%$$

2. Encontrar la tasa efectiva de interés anual equivalente a una tasa nominal anual de descuento convertible quincenalmente del 7.50%

Solución:

$$1 + i = (1 - 0.075/24)^{-24}$$

$$i = 7.80\%$$

• ANUALIDADES: Amortización parcial periódica de una suerte principal

Un concepto más que debe abordarse dentro del tratado de la matemática financiera es el de "amortización", misma que se define como el elemento de un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales de tiempo para liquidar una cuantía monetaria. La amortización suele conocerse también con el nombre de "anualidad" pero a pesar de este nombre no necesariamente los pagos deben ser hechos anualmente.

La amortización es el procedimiento con el que se salda gradualmente una deuda por medio de una serie de pagos que generalmente son iguales y se realizan en periodos equivalentes como ya se mencionó.

En el cálculo del monto de estos pagos interviene también la teoría del interés, y se relaciona con el concepto matemático de las progresiones geométricas.

Para conocer el valor futuro de una serie de ingresos periódicos, referidos subsecuentemente con la literal "a" se generaría la siguiente sumatoria

$$C_{mn} = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^{n-1}$$

La expresión corresponde evidentemente a una progresión geométrica, que se define como una serie de cantidades que guardan entre sí una relación constante, donde para determinar el siguiente término de la serie, deberá multiplicarse el elemento anterior por la razón conocida "r", que para este caso específico resulta ser equivalente a "(1+i)".

Cabe destacar que tanto el ingreso periódico "a" como la tasa de interés "i" son referidos a la misma amplitud de tiempo, es decir, el subperiodo es equivalente al periodo. En caso de que ambos no coincidan, habrá que aplicar la tasa de interés del subperiodo "i" que corresponda, y la literal "n" será sustituida por el término "mn".

Si se formula la solución a este problema con fundamento al concepto matemático de la suma de una progresión geométrica se llega al siguiente desarrollo:

$$C_{mn} = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

Si se multiplica la expresión anterior por la razón (1+i) se llega a que:

$$C_{mn} (1+i) = a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + a(1+i)^4 + \dots + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^n$$

Si se obtiene la diferencia entre la segunda y la primera expresión se obtiene:

$$C_{mn} (1+i) - C_{mn} = a(1+i)^n - a(1+i)^0$$

$$C_{mn} (1+i) = a [(1+i)^n - 1]$$

$$C_{mn} = [a / i] [(1+i)^n - 1]$$

Donde "C_{mn}" es el valor futuro de una suerte principal y "a" el monto del pago periódico que amortizará una deuda considerando el esquema del interés.

Si se desea referir una amortización en términos de un valor presente o suerte principal "C₀" habrá que considerar lo siguiente:

$$C_{mn} = C_0 (1+i)^n$$

por lo tanto

$$C_0(1+i)^n = [a/i] [(1+i)^n - 1]$$

$$C_0(1+i)^n (1+i)^{-n} = [a/i] [(1+i)^n - 1] (1+i)^{-n}$$

$$C_0 = [a / i] [1 - (1+i)^{-n}]$$

De cualquiera de ambas expresiones, según sea el caso puede despejarse fácilmente el pago periódico "a" de la siguiente manera

$$a = C_{mn} (i) / [(1 + i)^n - 1] .$$

o también

$$a = C_0 (i) / [1 - (1+i)^{-n}] .$$

Debe hacerse hincapié en que ambas expresiones consideran un esquema de pagos vencidos es decir el primer pago se liquidará una vez transcurrido el primer subperiodo el segundo al final del siguiente, y así sucesivamente

Si se trata con casos en los cuales las amortizaciones son expresadas en terminos de tiempo distinto al que corresponde a la tasa de interés donde como ya fue señalado un periodo cuenta con más de un subperiodo, las expresiones anteriores se transforman a lo siguiente

$$C_0 = [a' / i'] [1 - (1+i')^{-mn}] .$$

$$C_{mn} = [a' / i'] [(1 + i')^{mn} - 1]$$

$$a' = C_0 (i') / [1 - (1+i')^{-mn}] \text{ y}$$

$$a' = C_{mn} (i') / [(1 + i')^{mn} - 1]$$

donde las literales "a'" e "i'" corresponden al pago periodico y a la tasa de interés aplicables en cada subperiodo respectivamente

No obstante lo anterior en finanzas existen casos en los cuales se efectúan amortizaciones de "suetes principales" mediante la aportación de pagos constantes que duran un periodo muy grande que incluso puede considerarse como indefinido dando lugar de este modo al concepto de "amortizaciones perpetuas" las cuales son pagos constantes que se realizan a lo largo de un tiempo muy amplio para igualar un valor presente

En matematicas esto se traduce a lo consideracion de un plazo tan grande que tiende al "infinito" es decir el numero de periodos son tantos, que hacen que el plazo se vuelva en un valor sumamente grande

Siguiendo las ideas planteadas por el concepto de amortización, es posible determinar valores presentes y futuros con esta nueva condición, efectuando el siguiente límite

$$C_0 = \lim_{mn \rightarrow \infty} [a' / i'] [1 - (1+i')^{-mn}];$$

evidentemente el término " $(1+i')^{-mn}$ " tenderá al valor de cero al aplicar las sustituciones correspondientes, quedando la siguiente expresión:

$$C_0 = a' / i',$$

misma que resulta ser la equivalencia de un valor presente con una sucesión de amortizaciones perpetuas

Sin embargo este proceso sólo es aplicable de manera práctica hacia un valor presente no así para un valor futuro, pues como puede observarse, si se aplica el límite a la expresión que liga a una amortización con un valor futuro este generará un valor tan grande, comparable solamente con el del "infinito".

• EJEMPLOS: Anualidades

1. Calcular el valor presente de 20 pagos anuales de 500.00 U.M., el primero de ellos efectuándolo un año después del momento actual, a una tasa de interés del 8% efectiva anual.

Solución:

$$C_0 = (500.00/0.08)[1-(1+0.08)^{-20}]$$

$$C_0 = 4.909.07 \text{ U.M.}$$

2. Obtener el valor futuro de los pagos del problema anterior, empleando la expresión correspondiente de anualidad.

Solución:

$$C_{20} = (500.00/0.08)[(1+0.08)^{20}-1]$$

$$C_{20} = 22.880.98 \text{ U.M.}$$

3. Un bono tiene un valor nominal de 100.00 U.M. y es redimible a la par en 10 años ¿cual debe ser el precio de compra de un bono que proporciona dividendos netos vencidos del 1% semestral, pagaderos semestralmente?

Solución:

Evidentemente, la cantidad que se ofrece pagar como dividendo al final de cada uno de los 20 semestres se deben tratar como el valor presente de una anualidad ordinaria la cual equivale al 1% del valor nominal del bono, es decir, 1 U.M. sin embargo los pagos son semestrales (20 subperiodos), y la tasa es efectiva anual, por lo que para utilizar una de las fórmulas discutidas, primero

de requiere obtener la tasa de interés efectiva semestral equivalente a una tasa efectiva anual de interés del 4.50%. Adicionalmente, habrá que incluir el valor presente de la redención del bono al transcurrir el plazo establecido, pero considerando la tasa efectiva expresada en términos anuales (10 periodos)

$$1 + 0.045 = (1 + i_{12}/2)^2$$

$$i_{12}/2 = 2.23\%$$

$$C_c = (100/0.023)[1 - (1 + 0.023)^{-20}] + 100(1 + 0.045)^{-10}$$

$$C_c = 16.00 + 64.39$$

$$C_c = 80.39 \text{ U.M.}$$

4. Una deuda se va a liquidar mediante pagos semestrales iguales y vencidos. Encontrar el valor de la deuda si la renta anual es de 500.00 U.M. cada uno durante 5 años y la tasa de interés es del 8% anual convertible semestralmente.

Solución:

Habrá que considerar que la renta se ha expresado en términos anuales, pero se deberá involucrar en los cálculos en términos semestrales, así mismo la tasa de interés expresada

$$i = i_{12}/2$$

$$i_{12}/2 = 0.08/2$$

$$i_{12}/2 = 0.04$$

$$a = 500.00/2$$

$$a = 250.00$$

$$C_c = (250.00/0.04)[1 - (1 + 0.04)^{-10}]$$

$$C_c = 2.027.72 \text{ U.M.}$$

5. Una persona está formando un fondo de ahorro efectuando abonos de 10.00 U.M. cada 6 meses al 4.5% de interés capitalizable al semestre. ¿cuánto dinero habrá en el fondo al final de 7 años?

Solución:

$$i = i_{12}/2$$

$$i_{12}/2 = 0.045/2$$

$$i_{12}/2 = 0.0225$$

$$C_c = 10.00/0.0225[(1 + 0.0225)^{14} - 1]$$

$$C_c = 162.44 \text{ U.M.}$$

6. ¿Cuántos pagos anuales completos y vencidos de 1.50 U.M., y qué pago incompleto un año después deben hacerse para acumular 25.00 U.M. al 6% de interés anual?

Solución:

El término "acumular" indica que la cantidad de 25.00 U.M. se tendrá una vez transcurrido el plazo que debe calcularse por lo que habrá que tratar con la expresión que relaciona un valor futuro con una anualidad

$$25.00 = (1.50/0.06)[(1 + 0.06)^n - 1]$$

$$n = \text{Ln}[1 + \{(25)(0.06)/1.5\}] / \text{Ln}(1 + 0.06)$$

$$n = 11.90 \text{ años}$$

El número de pagos completos y vencidos de 1.50 U.M. será 11, y la diferencia de las 25.00 U.M. con su respectivo valor futuro, trasladado a un año después, será el último pago incompleto que se efectuará.

$$C_{11} = (1.50 / 0.06)[(1 + 0.06)^{11} - 1]$$

$$C_{11} = 22.46 \text{ U.M.}$$

$$C_{12} = 22.46(1 + 0.06)$$

$$C_{12} = 23.80 \text{ U.M.}$$

$$a' = 25.00 - C_{12}$$

$$a = 25.00 - 23.80$$

$$a = 1.20 \text{ U.M.}$$

El último pago incompleto que se efectuará un año después será de 1.20 U.M.

7. Una persona dona 250.000,00 U.M. a una Universidad con el objeto de que ésta proporcione una beca anual a un grupo de alumnos en forma indefinida. Si el dinero puede ser invertido al 8% efectivo anual, ¿de cuánto será el total de becas que se otorguen al año?

Solución:

$$C_0 = a' / i$$

$$250.000,00 = a' / 0,08$$

$$a = (250.000,00)(0,08)$$

$$a = 20.000,00 \text{ U.M.}$$

8. Una deuda de 10.000,00 U.M. va a ser amortizada mediante 7 pagos anuales iguales y vencidos, cada uno de ellos conteniendo un abono a interés y otro a capital. Si la tasa efectiva de interés es del 5% anual, encontrar el pago anual correspondiente.

Solución:

$$10.000,00 = (a / 0,05)[1 - (1 + 0,05)^{-7}]$$

$$a = (10.000,00)(0,05) / [1 - (1 + 0,05)^{-7}]$$

$$a = 1.728,20 \text{ U.M.}$$

9. Una deuda de 16,00 U.M. devenga una tasa de interés del 4% efectivo anual y va a ser amortizada mediante pagos iguales de 4,00 U.M. al final de cada año. Encontrar cuántos pagos completos se deben efectuar y qué pago incompleto deberá cubrirse un año después del último completo.

Solución:

$$16,00 = (4,00 / 0,04)[1 - (1 + 0,04)^{-n}]$$

$$n = \text{Ln}[1 - \{(16)(0,04)/4\}] / -\text{Ln}(1 + 0,04)$$

$$n = 4,45 \text{ años}$$

De lo anterior se concluye que el número de pagos completos de 4,00 U.M. es igual a 4, pero para determinar cuánto se deberá pagar al final del 5° año, primeramente se debe obtener el valor futuro de la deuda al final de 4 años, o sea de las 16,00 U.M., y después se le restará el valor futuro de los cuatro pagos completos.

$$\begin{aligned}
 C_4 &= 16.00(1+0.04)^4 \\
 C'_4 &= 18.72 \text{ U.M.} \\
 C''_4 &= (4.00 / 0.04)[(1 + 0.04)^4 - 1] \\
 C''_4 &= 16.99 \text{ U.M.} \\
 C_4 &= C'_4 - C''_4 \\
 C_4 &= 18.72 - 16.99 \\
 C_4 &= 1.73 \text{ U.M.}
 \end{aligned}$$

Esto significa que después de 4 años, se tendrá un saldo insoluto (deuda) de 1.73 U.M. pero para determinar el último pago que será incompleto, habrá que determinar el valor futuro de dicho saldo insoluto en el 5º año, considerando que entre este y el 4º año solo existe un periodo

$$\begin{aligned}
 a' &= 1.73(1+0.04) \\
 a &= 1.80 \text{ U.M.}
 \end{aligned}$$

El último pago incompleto que se efectuará será de 1.80 U.M.

- 10 Un heredero ha recibido un inmueble que actualmente es rentado en 2.500,00 U.M. al mes bajo un contrato de duración anual que se renueva indefinidamente. Actualmente el inquilino está dispuesto a comprarle el bien de contado. ¿En qué cantidad de dinero estaría dispuesto el heredero a vender la propiedad por lo menos si desea invertir lo que reciba en un banco que le garantiza entregarle el 10,75% de interés efectivo anual?

Solución:

El hecho que el contrato se renueva indefinidamente indica que se tratará de anualidades perpetuas, pero para poder aplicar la expresión correspondiente primeramente habrá que anualizar la renta que se recibe mes a mes, es decir, se deberá multiplicar por 12, a fin de obtener la renta total que se obtiene en un año.

$$\begin{aligned}
 C_2 &= (2.500,00)(12) / 0,1075 \\
 C_2 &= 279.069,77 \text{ U.M.}
 \end{aligned}$$

La cantidad mínima que esperaría recibir el heredero es de 279.069,77 Unidades Monetarias.

• EJERCICIOS PROPUESTOS

- Encuentre el monto al cual se acumularán 100.000,00 U.M.
 - a un interés del 4% anual convertible trimestralmente durante 10 años.
 - al 6% de interés anual convertible semestralmente durante 5 años.
 - a la tasa efectiva de descuento del 3% anual durante 8 años.
 - al 5% de interés efectivo durante 10 años, al 4% efectivo durante los siguientes 5 años y al 2,50% efectivo durante los 3 años subsiguientes, y
 - a la fuerza de interés del 4% anual durante 3 años y 9 meses.
- ¿Qué fuerza constante de interés produciría el mismo resultado que las tasas de interés del problema 1 d)?

- 3 Encuentre el valor presente de 100.00 U.M pagaderas dentro de 20 años.
 - a) al 5% de interés convertible cada semestre.
 - b) al 5% capitalizable instantáneamente (fuerza de interés); y
 - c) al 4% de interés convertible trimestralmente durante los primeros 10 años y al 3% de interés anual efectivo después.

- 4 Encuentre el monto de 100.00 U.M. acumuladas durante 20 años a las siguientes tasas de interés:
 - a) tasa efectiva de interés correspondiente a una tasa nominal de descuento del 4% anual convertible bimestralmente.
 - b) 6% anual convertible cada cuatrimestre durante 12 años y 3.50% anual capitalizable bianualmente, y
 - c) tasa de interés anual a la cual un capital se triplica en 21 años.

- 5 Encontrar el monto de 100.00 U.M al fin de 6 años, si el interés al que se encuentra colocado es del 5% efectivo anual

- 6 Encontrar el monto de 3 000 00 U.M al fin de 12 años, si se invierte a una tasa de interés del 5% capitalizable anualmente

- 7 Encontrar el monto de 100.00 U.M invertidas al 6% de interés durante 40 años

- 8 Encontrar el monto de 100 00 U.M por 3 años al 6% de interés

- 9 Encontrar el número de años requeridos para que 500 00 U.M se conviertan en 735 00 si la tasa de interés de inversión es del 6% anual

- 10 Encontrar el número de años para que 100 00 U.M sean el valor presente de un monto de 119 10 U.M a una tasa de interés del 6%

- 11 Encontrar el tiempo en que 500 00 U.M se duplicarán al 6% de interés capitalizable trimestralmente

- 12 Encontrar la tasa de interés a la cual 100 00 U.M se convertirán en 119 10 U.M en 3 años

13. Encontrar la tasa efectiva de interés anual equivalente a una tasa efectiva semestral de interés del 3%

- 14 Encontrar la tasa efectiva trimestral de interés equivalente a una tasa efectiva anual del 4% de interés

- 15 Encontrar la tasa efectiva semestral de interés equivalente a una fuerza del interés del 5% anual

- 16 Encontrar la fuerza del interés mensual equivalente a una tasa efectiva de interés del 5% mensual
- 17 Encontrar la tasa nominal semestral de interés convertible quincenalmente equivalente a una fuerza del interés del 10% semestral
- 18 Encontrar la fuerza de interés trimestral equivalente a una tasa de interés nominal trimestral, capitalizable mensualmente del 9%
- 19 Encontrar la tasa de descuento efectiva mensual equivalente a una tasa de descuento nominal mensual del 5% convertible quincenalmente
- 20 Encontrar la tasa nominal cuatrimestral de descuento convertible mensualmente equivalente a una tasa efectiva de descuento del 4% cuatrimestral
- 21 Encontrar la tasa efectiva de descuento mensual equivalente a una fuerza de descuento del 6% mensual
- 22 Encontrar la fuerza de descuento trimestral equivalente a una tasa efectiva de descuento del 6% semestral
- 23 Encontrar la tasa nominal semestral de descuento convertible quincenalmente equivalente a una fuerza de descuento del 10% semestral
- 24 Encontrar la fuerza de descuento trimestral equivalente a una tasa nominal trimestral de descuento del 9% convertible mensualmente
- 25 Encontrar la tasa nominal semestral de descuento convertible quincenalmente, equivalente a una tasa nominal de interés también convertible quincenalmente, de 15% semestral
- 26 Encontrar la tasa efectiva de interés bianual equivalente a una tasa nominal bianual de descuento convertible mensualmente del 7.50%
- 27 Suponga un valor del dinero en el tiempo de 0.05 anual.
 - a) ¿a qué cantidad equivalente recibida en 10 pagos anuales iguales el primero recibido después de un año serían 100 U.M recibidas de inmediato? y
 - b) ¿cuál sería la cantidad anual si el primer pago se recibiere de inmediato?
- 28 Se puede hacer un pago de 10 000.00 U.M. de inmediato o pagar cantidades iguales de R durante los próximos cinco años el primer pago dentro de un

- año. Con un valor del dinero en el tiempo de 0.05 anual, ¿cuál es el valor máximo de "R" que se estaría dispuesto a aceptar?
29. Suponga que un banco carga un 1% de interés mensual. A Usted le presta el banco 50.000.00 U.M. a ser pagadas por cantidades iguales durante un periodo de 35 meses, siendo el primer pago dentro de un mes. ¿Cuánto tendrá Usted que pagar mensualmente?
30. Suponga que una compañía tiene pendiente una deuda de caratula de 10 000 000.00 U.M. en bonos al 10% de dividendos anuales pagaderos al final de cada periodo, cuyo vencimiento es dentro de 20 años, la deuda paga 1'000 000.00 U.M. vencidas de interés por año, y la tasa de interes del mercado de dinero es de 4% anual. ¿Cuál es el valor presente de la deuda?
31. Un bono promete pagar 30.00 U.M. anuales de dividendos vencidos durante 30 años y 1.000.00 a su vencimiento. Si el mercado de dinero paga el 3% anual efectivo de interes, ¿cuál es el valor presente del bono?
32. Exactamente dentro de 20 años, una persona empezará a recibir una pension de 10 000.00 U.M. anuales. La duración de la pension es de 30 años. ¿Cuanto vale la pension ahora, si el dinero vale 0.05 por año?
33. Para comprar una casa se grava ésta con una hipoteca, y se abonan 12 000.00 U.M. anuales pagaderas mensualmente durante 15 años. Si la tasa es del 8% anual nominal capitalizable cada mes, ¿cuál es el valor de contado de dicha casa?
34. Una persona desea disponer de un capital de 100.000.00 U.M. dentro de 10 años, formado mediante depositos mensuales en un banco que le ofrece el 9% de interes anual nominal convertible mensualmente. ¿De cuánto será la renta anual (la suma directa de 12 depositos mensuales) para lograr su objetivo?
35. Una persona adquiere una television cuyo valor es de 5.000.00 U.M. con la opcion de pagarla mediante 12 abonos mensuales, el primero un mes después de efectuada la compra. Si la tasa de interes que le cargan es del 1% mensual efectiva, ¿a cuanto ascenderan los abonos mensuales?
36. Una persona adeuda 20 000.00 y desea efectuar pagos anuales de 1.000.00 U.M. ¿Durante cuanto tiempo debera efectuar dichos pagos, a fin de liquidar el adeudo si la tasa de interes involucrada es del 3.5% anual efectiva?
37. Una anualidad de 125.00 U.M. mensuales tiene un valor presente de 3.000.00 U.M. Si el interes es del 12% anual efectivo, ¿cuántos pagos completos se requieren y qué pago irregular al fin del siguiente mes para efectos de que la operacion sea equitativa?

38. Para liquidar una deuda de 52.563,00 U.M. se efectúan pagos anuales de 6.000,00 U.M. en forma vencida durante 11 años. ¿Cuál es la tasa anual nominal capitalizable semestralmente con la que se está operando?
39. Un fideicomiso de 720.000,00 U.M. proporciona pagos anuales de 40.000,00 al fin de cada año durante 30 años. ¿Cuál es la tasa efectiva mensual que paga el fideicomiso?
40. ¿Cuál es el precio de una casa cuya renta mensual es de 1.200,00 U.M. si la tasa de interés es del 12% anual nominal convertible mensualmente?
41. Una deuda de 25.000,00 U.M. devenga interés del 4% efectivo anual y va a ser amortizada mediante pagos iguales de 4.000,00 U.M. al fin de cada año. Encontrar cuantos pagos completos se deben efectuar y qué pago incompleto deberá cubrirse un año después del último completo.

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

1. a) 148.886,37 U.M.
b) 134.391,64 U.M.
c) 127.592,79 U.M.
d) 213.418,12 U.M.
e) 116.185,42 U.M.
2. 4,21%
3. a) 37,24 U.M.
b) 36,79 U.M.
c) 49,98 U.M.
4. a) 223,15 U.M.
b) 267,39 U.M.
c) 284,71 U.M.
5. 134,01 U.M.
6. 5.387,57 U.M.
7. 1.028,57 U.M.

- 8 119 10 U M.
- 9 6.612 años
- 10 3 años
- 11 11 64 años
- 12 6% efectivo anual
- 13 6 09%
- 14 0 99%
- 15 2 53 %
- 16 4 88%
- 17 10 04%
- 18 8 87%
- 19 4 94%
- 20 4 06%
- 21 5 82%
- 22 3 09%
- 23 9 96%
- 24 9 14%
- 25 14 81%
- 26 7 80%
- 27
 - a) 10 pagos de 12 95 U M cada uno
 - b) 10 pagos de 12 33 U M cada uno
- 28 2 309 75 U M
- 29 1 700 18 U M

- 30 18'154 195.81 U M
- 31 1 000 00 U M.
- 32 60 834 01 U M
- 33 104 640 59 U M
- 34 6.201 09 U M
- 35 444 24 U M
- 36 35 años
- 37 27 pagos mensuales completos de 125 00 U M y un pago de 47.57 un mes despues
- 38 3 96%
- 39 0 30%
- 40 120 000 00 U M
- 41 7 pagos completos de 4 000 00 U M y 1 pago de 1.357.34 U M un año despues

• FUNDAMENTOS PARA EL ANÁLISIS DE LAS INVERSIONES: Aplicación de la matemática financiera y de criterios de decisión

Es sabido que el objetivo preciso de un inversionista es incrementar su patrimonio y por eso necesita una base solida sobre la cual fundamente la toma de una buena decision respecto de que alternativa elegir con tal efecto es decir el inversionista debe determinar y comparar parametros e indicadores que le permitan eliminar de inmediato las alternativas no viables segun la rentabilidad que cada alternativa le aporte a el

Para lograr este objetivo es conveniente y necesario seguir los lineamientos de un proceso estructurado en el cual se distinguen cuatro etapas fundamentales

- 1) Identificación de la necesidad de una decisión o de una oportunidad de inversion

- 2) Formulacion de alternativas de acción para satisfacer la necesidad, o bien para aprovechar la oportunidad que se presenta (proyectos de inversión)
- 3) Evaluación de las alternativas de inversión en términos de su contribución para el alcance de las metas
- 4) Selección de una o varias alternativas de inversión para su implantación

Habiendo identificado una necesidad de inversión, el paso a seguir es la formulación de alternativas de acción y en ese sentido debe señalarse que para tomar la mejor decisión es fundamental tratar de agotar las diferentes alternativas que "a priori" cumplen con las restricciones establecidas para cada caso específico

Una vez determinados los "proyectos de inversión", se procederá en consecuencia a la evaluación y jerarquización de los mismos para determinar la contribución o utilidad de cada uno de ellos al logro de las metas establecidas por el inversionista. Generalmente la contribución de los proyectos se expresa en términos de retornos monetarios como base de comparación entre cada acción a emprender.

Con base en los resultados obtenidos en la evaluación y considerando que la pretensión es maximizar la utilidad susceptible de ser generada, se seleccionará la mejor alternativa de inversión y para ello se deberá seleccionar el o los subconjuntos de proyectos que maximicen la utilidad global respectiva, toda vez que cumplan con las restricciones de tipo tecnológico, económico y de financiamiento que en su caso procedan.

Suponiendo la certeza de las características cuantitativas de un proyecto se presentan tres criterios que permiten clasificar las inversiones en favorables (rentables) o desfavorables (no rentables) en términos del crecimiento patrimonial del inversionista.

Para efectos de la exposición de estos criterios la notación utilizada para la definición de un proyecto será el siguiente:

- C_0 : Inversión inicial requerida
- B_t : Beneficio generado por el proyecto durante el periodo "t".
- C_t : Costo causado por el proyecto en el periodo "t".
- FEN_t: Flujo de Efectivo Neto del periodo "t".
- n: Horizonte de la inversión dividido en periodos.

El Flujo de Efectivo Neto (FEN) del periodo "t" será igual a los beneficios generados menos los costos causados en el mismo periodo

Periodo de Recuperación de la Inversión (PRI)

Este metodo consiste en cuantificar el periodo en que será recuperada la inversion inicial C_0 tomando como parametro principal el costo total del proyecto (inversion total) respecto de los ingresos obtenidos anualmente durante el horizonte de inversion del mismo

El periodo de recuperacion de una inversion puede ser definido como el tiempo requerido para que el flujo de ingresos producido por una inversion sea igual al desembolso original con lo cual es posible medir la liquidez del proyecto la recuperación de su capital y su ganancia o utilidad

Este metodo es uno de los mas simples y sólo se utiliza como complemento en la toma de decisiones ya que no toma el valor del dinero en el tiempo

Para determinar el periodo de recuperación de una inversion se debe establecer la siguiente ecuacion

$$\sum_{t=0}^n \text{FEN}_t = C_0$$

conde el valor de "t" sera variado desde uno y hasta el valor del periodo de recuperacion de la inversion mismo que es la incognita a resolver mediante tanteos o por aproximaciones sucesivas

Bajo el criterio del periodo de recuperacion de la inversion se considerara que esta es rentable si el periodo de recuperacion de la misma es menor o igual que el horizonte o plazo de la inversion es decir

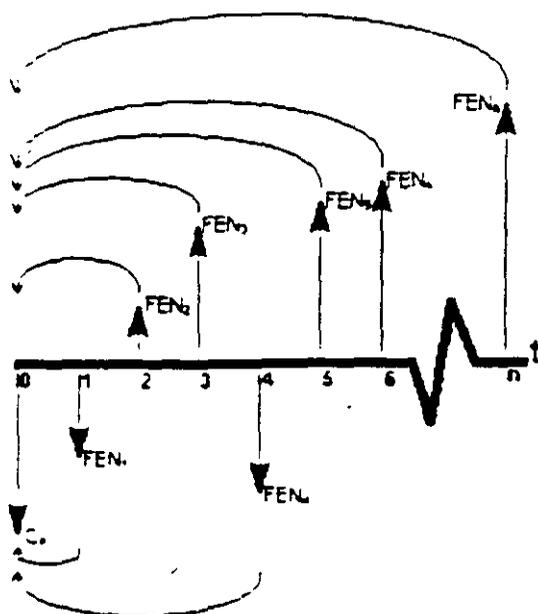
$$\text{PRI} \leq n$$

y sera considerada como no rentable en caso que esto no ocurra

No obstante lo anterior existen otros indicadores que si consideran el valor del dinero en el tiempo y por tanto resultan se mas utiles al proceso de toma de decisiones como son el Valor Presente Neto (VPN) la Tasa Interna de Retorno (TIR) la Relacion Beneficio-Costo (B/C) el Indice de Rentabilidad de la Inversión (IRI) el Pago Anual Equivalente (PAE) y el Periodo de Recuperación Actualizado (PRA)

Método del Valor Presente Neto

El método del Valor Presente Neto es uno de los criterios financieros más ampliamente utilizado en el Análisis de Inversiones. Para entender su conceptualización, y también posteriormente el de Tasa Interna de Retorno, consideremos la siguiente figura que recibe el nombre de Diagrama de Flujo de Efectivo, en el cual se representan, como su nombre lo indica, los flujos de efectivo para una inversión.



En este proyecto de inversión se requiere de un desembolso inicial de efectivo " C_0 " con lo que se generaran una sucesión de Flujos de Efectivo Neto al paso del tiempo desde el primer periodo y hasta el horizonte de la inversión donde se presenta el flujo de efectivo final quedando estos representados como " FEN_1 ", " FEN_2 ", " FEN_3 ", " FEN_4 ", " FEN_5 ", " FEN_6 ", " FEN_n ". Los subíndices colocados corresponden a la variación del contador " t ", el cual representa al t -ésimo periodo.

En la figura anterior, la inversión inicial es denotada con la sigla " C_0 " y se representa gráficamente con una flecha hacia abajo de la línea de tiempo, lo cual significa que es una erogación de efectivo. Los flujos de efectivo " FEN_1 " y " FEN_4 " también son hacia abajo en la línea de tiempo y representan flujos de efectivo negativos es decir son erogaciones proyectadas. Los flujos positivos son representados con flechas hacia arriba y representan ingresos o beneficios que el proyecto le aporta al inversionista.

El valor presente neto se calcula sumando la inversión inicial al valor actualizado de los Flujos de Efectivo Neto futuros es decir a la inversión inicial (representada por un flujo de efectivo negativo) se le suman algebraicamente los Flujos de Efectivo Neto traídos a valor presente mediante una "tasa" con la aplicación de la

teoría del interés tratada ya anteriormente. Dicha tasa será conocida como Tasa de Rendimiento Mínima Aceptable (TREMA)

La Tasa de Rendimiento Mínima Aceptable (TREMA) es una tasa de interés que indica el rendimiento mínimo que se espera tenga el proyecto

En resumen, el método del Valor Presente Neto (VPN) consiste en actualizar los flujos de efectivo a través de una tasa de interés y compararlos con la inversión inicial mediante la siguiente relación:

$$VPN = C_0 + \sum_{n=1}^T FEN_n (1+i)^{-n}$$

Se considerará que la inversión es rentable si el Valor Presente Neto tiene un valor positivo y en caso contrario será no rentable, por lo que se deduce entonces que el resultado que se obtiene refleja si el proyecto será capaz de generar utilidades o pérdidas respectivamente.

Este método tiene las ventajas de:

1. Considerar el valor del dinero en el tiempo mediante la aplicación de la teoría de interés.
2. Facilidad de cálculo.
3. Tiene solución única por cada tasa de interés que se aplique.

Sin embargo, la desventaja es que el resultado obtenido depende de la tasa de interés para deflatación que sea utilizada.

En lo sucesivo se entenderá por deflatación al procedimiento mediante el cual un Valor Futuro es transformado en un Valor Presente. Al proceso inverso se le conocerá como reflatación.

Tasa Interna de Retorno (TIR)

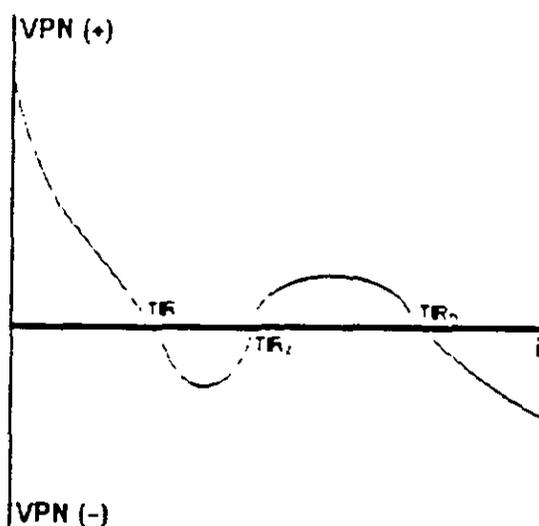
La Tasa Interna de Retorno (TIR) considerada también como tasa interna de rendimiento financiero, se define como la tasa de interés de deflatación que hace que el Valor Presente Neto de todos los Flujos de Efectivo Neto de una inversión o proyecto sea igual a cero, satisfaciendo la siguiente ecuación:

$$C_0 + \sum_{n=1}^T FEN_n (1+TIR)^{-n} = 0$$

donde la Tasa Interna de Retorno (TIR) es la solución o raíz de dicha ecuación.

Este método tiene una desventaja, la cual radica en el hecho que, la anterior es una ecuación de grado "t", misma que tendrá hasta "t" raíces o soluciones, una o más comprendidas en el campo de los números reales, y el resto existirán en el campo de los números complejos. Cuando existe uno o más Flujos de Efectivo Neto negativos, traen como resultado la obtención de Tasas Internas de Retorno múltiples.

Lo anterior quiere decir que cuando tratamos casos con características no típicas pueden obtenerse varias soluciones (Tasas Internas de Retorno) que hacen que el Valor Presente Neto de una inversión sea igual a cero, por lo que para tomar una decisión, es necesario apoyarse en un mecanismo gráfico como el que se ilustra a continuación.



Relación Beneficio Costo (B/C)

Este indicador se define como la relación entre los Beneficios y los Costos de un proyecto a valores actuales (Valor Presente). Si la relación $B/C > 1$ el proyecto deberá aceptarse pues indica que sus beneficios son mayores que sus costos, y por lo tanto es conveniente para el o los inversionistas (inversión rentable). Si por el contrario $B/C < 1$ se debe rechazar el proyecto pues indica que sus costos son mayores a sus beneficios y por lo tanto el proyecto no es rentable.

La relación B/C se calculará aplicando la siguiente relación:

$$B/C = \frac{\sum_{t=1}^n B_t (1+i)^{-t}}{C_0 + \sum_{t=1}^n C_t (1+i)^{-t}}$$

Índice de Rentabilidad de la Inversión (IRI)

Este índice será calculado con la siguiente ecuación

$$IRI = VPN_i / C_0 + \sum_{t=1}^n C_t (1+i)^{-t}$$

Se considerará como rentable un proyecto cuyo Índice de Rentabilidad de Inversión sea positivo y como no rentable el caso negativo

Pago Anual Equivalente (PAE)

Con el Método del Pago Anual Equivalente (PAE), todos los ingresos y gastos que ocurran dentro de un periodo son convertidos a una anualidad equivalente (uniforme). Cuando dicha anualidad es positiva, el proyecto generará utilidades y es conveniente llevarlo a cabo si es negativo ocurre lo inverso

El Pago Anual Equivalente (PAE) será determinado con la expresión siguiente

$$PAE = VPN_i (i) / [1 - (1+i)^{-n}]$$



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

DIPLOMADO EN VALUACIÓN INMOBILIARIA Y DE NEGOCIOS

MÓDULO I : APLICACIONES ESTADÍSTICAS, FINANCIERAS Y CONTABLES PARA FINES DE VALUACIÓN

TEMA

CONTABILIDAD

**EXPOSITOR: M. EN I. ENRIQUE AUGUSTO HERNÁNDEZ RUIZ
PALACIO DE MINERIA
ENERO DEL 2004**

CURSOS ABIERTOS

DIPLOMADO EN VALUACIÓN INMOBILIARIA Y DE NEGOCIOS

MÓDULO I : APLICACIONES ESTADÍSTICAS, FINANCIERAS Y CONTABLES PARA FINES DE VALUACIÓN

TEMA

CONTABILIDAD

**EXPOSITOR: M. EN I. ENRIQUE AUGUSTO HERNÁNDEZ RUIZ
PALACIO DE MINERIA
ENERO DEL 2004**

CONTABILIDAD

Teoría contable

La contabilidad es una técnica que produce información estructurada y sistemáticamente, en forma cuantitativa y en términos monetarios de las operaciones que efectúa una empresa y de ciertos eventos económicos que la afectan con objeto de facilitar a los interesados la toma de decisiones₁.

Para que los interesados puedan tomar decisiones, la información que se les presenta necesita haber pasado por un proceso de organización de datos que les facilite el análisis de las cifras presentadas.

Este proceso de organización se basa en la técnica contable, la cual se comenta a continuación.

Una empresa desde el punto de vista financiero es una integración de recursos económicos, humanos, naturales y tecnológicos que se manejan con el propósito de alcanzar un objetivo por el cual es creado.

Los objetivos de la empresa son el obtener utilidades, el ser una fuente de empleo seguro para los trabajadores, el brindar

1 Boletín Teórico Contable
Comisión de Principios de Contabilidad
I M C P

satisfactores a la comunidad y el brindar un servicio social.

A las empresas que nos referiremos en este curso son las lucrativas o sea aquéllas que pretenden obtener una utilidad por el capital que invierten como un pago al riesgo que los accionistas están corriendo.

Ahora bien. vamos a enumerar una serie de hechos que deben realizarse para que una empresa pueda iniciar sus operaciones.

1o.- Se reúnen cinco personas y deciden constituir una sociedad para comprar y vender un artículo X entregando cada uno para -- que se pueda hacer esta actividad \$ 1'000,000.00 los cuales depositan en una cuenta de cheques.

2o.- Asisten con un notario con objeto de que legalice la constitución de la sociedad y les expida el acta constitutiva correspondiente por lo cual les cobra \$ 40,000.00 que le pagan con un cheque.

3o.- Se contrata a un Despacho de Contadores Públicos para que realice la organización de la empresa, establezca los planes y estrategias y elabore el sistema de información por lo cual nos cobra \$ 150,000.00 que pagamos con un cheque.

4o.- Se compra a una inmobiliaria un terreno y un edificio en \$ 400,000.00 y \$ 600,000.00 respectivamente que pagamos con un

5o. Se compra a una casa de muebles, mobiliario para las oficinas por \$ 100,000.00 que se pagan con un cheque.

6o. Se efectúa el acondicionamiento de oficinas que incluye instalación de cancelería, alfombras, cortinas, persianas, etc. y pagamos \$ 50,000.00 con un cheque.

7o. Se compra el artículo X a un proveedor por \$ 400,000.00 los cuales convenimos que serían pagados dentro de 60 días.

8o. De la mercancía que compramos vendemos la totalidad y cobramos por la venta \$ 800,000.00.

Ahora bien, todas estas decisiones que originaron un cambio en el manejo de los recursos de la empresa, pueden ser organizados en la forma siguiente:

1a. Operación

Aportación del capital:

Efectivo en bancos \$ 5'000,000.00

Capital inicial \$ 5'000,000.00

2a. Operación

Pago al notario por escritura constitutiva.

Efectivo en bancos \$ 4'960,000.00

Pago al notario por escritura 40,000.00

3a. Operación

Pago al Despacho de Contadores Públicos por la organización de la empresa.

Efectivo en bancos	\$ 4'810,000.00
Pago al notario	40,000.00
Pago al Desp. de Cont. Pub.	<u>150,000.00</u>
	\$ 5'000,000.00

Si se considera el pago al notario y al despacho de Contadores Públicos como gastos efectuados para la organización de la empresa, tendremos.

Pago al notario	\$ 40,000.00
Pago al Desp. de Cont. Pub.	<u>150,000.00</u>
Gastos de organización	\$ <u>190,000.00</u> (1)

4a. Operación

Adquisición del terreno y el edificio.

Efectivo en bancos	\$ 3'810,000.00
Gastos de organización	190,000.00 (1)
Terreno	400,000.00
Edificio	<u>600,000.00</u>
Capital inicial	\$ <u>5'000,000.00</u>

5a. Operación

Adquisición del mobiliario de oficina.

Efectivo en bancos	\$ 3'710,000.00
Gastos de organización	190,000.00
Terreno	400,000.00
Edificio	600,000.00
Mobiliario	100,000.00
<u>Capital inicial</u>	<u>\$ 5'000,000.00</u>

6a. Operación

Acondicionamiento de oficina (Gastos de Inst.)

Efectivo en bancos	\$ 3'660,000.00
Gastos de organización	190,000.00
Terreno	400,000.00
Edificio	600,000.00
Mobiliario de oficina	100,000.00
Gastos de instalación	<u>50,000.00</u>
Capital inicial	\$ <u>5'000,000.00</u>

7a. Operación

Esta operación se efectúa para que la empresa pueda cumplir una parte de su objetivo que es la compra del producto X para después venderlo y obtener una utilidad.

Adquisición de mercancía a un proveedor.

Efectivo en bancos	\$ 3'660,000.00
Gastos de organización	190,000.00

Terreno	400,000.00
Edificio	600,000.00
Mobiliario de oficina	100,000.00
Gastos de instalación	50,000.00
Adquisición de mercancía	<u>400,000.00</u>
SUMA	\$ 5'400,000.00
Menos: Adeudo a proveedores	<u>400,000.00</u>
Capital inicial	<u>\$ 5'000,000.00</u>

Se observa que con esta operación hubo un cambio en relación a los anteriores. Como la adquisición se hace a crédito a pagar en 60 días nuestra cuenta bancaria no se ve afectada. La suma de los nuevos valores da \$ 5'400,000.00 y obedece a que adquirimos de terceras personas más recursos para ser invertidos en la empresa, sin embargo, esos recursos los adeudamos, por lo tanto la cantidad la reducimos para poder determinar nuevamente el capital de \$ 5'000,000.00.

8a. Operación:

En esta operación la empresa vende en \$ 800,000.00 la mercancía que adquirió en \$ 400,000.00, por lo tanto obtiene una utilidad de \$ 400,000.00 que pasa a formar parte del capital inicial que aportaron los accionistas.

VENTA DE MERCANCIA

Efectivo en bancos	\$ 4'460,000.00
Gastos de organización	190,000.00
Terreno	400,000.00
Edificio	600,000.00
Mobiliario de oficina	100,000.00
Gastos de instalación	50,000.00
Adquisición de mercancía	<u>0</u>
SUMA EL ACTIVO	\$ 5'800,000.00
Menos: Adeudo a Proveedores (PASIVO)	<u>400,000.00</u>

Capital Inicial	5'000,000.00	
Utilidad derivada de la venta:		
Venta efectuada	800,000.00	
Costo de adquisición de la mercancía vendida	<u>400,000.00</u>	<u>400,000.00 (1)</u>
CAPITAL CONTABLE		<u>\$ 5'400,000.00</u>

En la presentación de esta última operación se observan varios cambios.

1o.- A todos los valores que hemos manejado se les denomina balance general, ya que nos muestra la situación financiera de la empresa en un momento dado.

2o.- A la suma de los valores iniciales que manejamos se les denomina ACTIVO y se definen como el conjunto de bienes, derechos y servicios que son propiedad de la empresa.

3o.- Al adeudo que teníamos con los proveedores se les denomina PASIVO y se define como el conjunto de obligaciones que debe pagar la empresa.

(1) Utilidad = Venta - Costo

40.- La utilidad que obtuvimos por la operación efectuada la determinamos por una diferencia: por el monto de lo que vendimos contra lo que nos costó comprar lo que vendimos (costo de venta). Esa diferencia pasa a formar parte del capital inicial de los accionistas.

50.- El término de capital contable lo definimos como el capital que aportaron los socios inicialmente más las utilidades (o menos las pérdidas) que haya obtenido la empresa como resultado de sus operaciones.

Ahora bien, si indicamos el resultado de las operaciones anteriores en notación quedarían:

$$1) \text{ Activo} = \text{Efectivo en Bancos} + \text{Gastos de Org.} + \text{Terreno} + \text{Edificio} \\ + \text{Mobiliario de Oficina} + \text{Gastos de Instalación}$$

En notación quedaría

$$A = EB + GO + T + E + MyEO + GI$$

$$2) \text{ Pasivo} = \text{Proveedores}$$

$$P_a = P_o$$

$$3) \text{ Capital Contable} = \text{Capital Inicial} + \text{Ventas} - \text{Costo de Ventas}$$

En notación quedaría

$$CC = CSI + (V - CV)$$

Si como dijimos antes:

$$\text{Ventas} - \text{Costo Ventas} = \text{Utilidad}$$

Tendremos:

$$CC = CSI + \text{Utilidad}$$

Ahora si observamos otra forma de determinar el capital contable tenemos:

Activo	5'800,000
menos Pasivo	<u>400,000</u>
= Capital Contable	5'400,000

Capital Contable =	Capital So-	+ Ventas -	Costo de
	cial Inicial		Ventas
5'400,000	= 5'000,000	+ 800,000	- 400,000

Por lo tanto

$$A - P = CC \quad (1)$$

$$CC = CSI + V - CV \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) tenemos

$$A - P = CSI + V - CV \quad (3)$$

Si despejamos el Activo tenemos

$$A = P + CSI + V - CV$$

Si ahora a $V - CV$ la igualamos con la R de resultados tenemos:

$$A = P + CSI + R^{(4)} \text{ Ecuación Contable}$$

Esta fórmula es fundamental para comprender la forma como se organizan los datos con la técnica contable.

El resultado del ejercicio puede tener dos situaciones

La de utilidad si:

$$\sum_{(1)} I > \sum_{(2)} C + \sum \text{Gastos}$$

La de pérdida si:

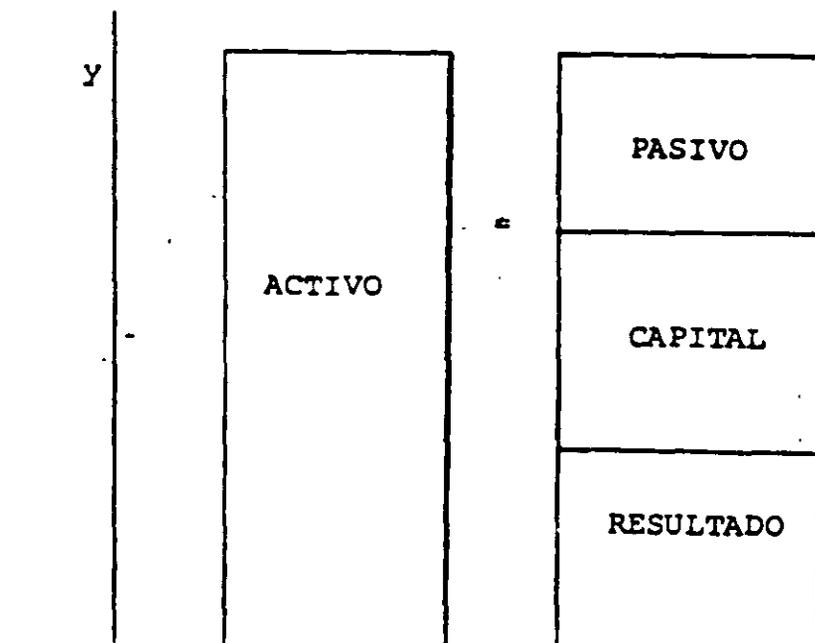
$$\sum I < \sum_{(3)} C + \sum \text{Gastos}$$

(1) LEASE SUMATORIA

(2) > MAYOR QUE

(3) < MENOR QUE

Si hacemos un histograma de esta ecuación obtendremos lo siguiente.



En la ecuación 4 obtuvimos

$$A = P + CSI + R$$

Si pasamos los términos de la derecha al término de la izquierda obtendremos;

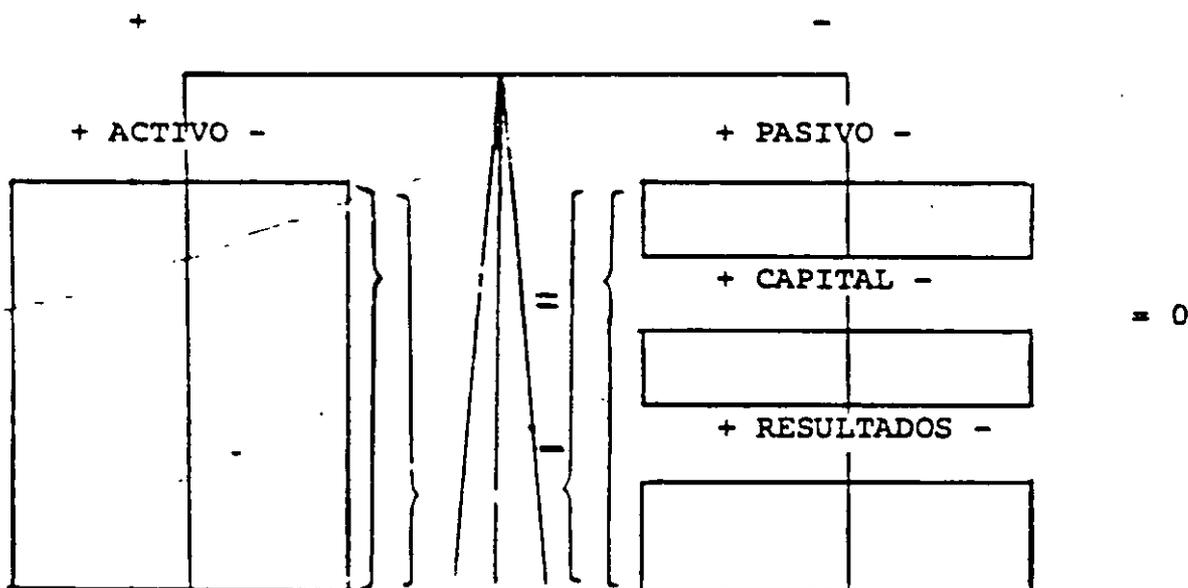
$$A - P - CSI - R = 0 \quad (5)$$

Como el activo, pasivo, capital y resultados van a tener aumentos y disminuciones vamos a representar estos en notación en la ecuación número (5)

$$+ (\pm A) - (\pm P) - (\pm CSI) - (\pm R) = 0 \quad (6)$$

Observe como el Activo tiene un símbolo general positivo y el Pasivo, Capital y Resultado tiene un símbolo general negativo.

Si representamos en una gráfica estas notaciones tendremos:



Obsérvense varios símbolos en esta balanza.

10. Para que pueda estar en equilibrio el activo tiene que ser igual a la suma del pasivo, capital y resultados, o el activo menos el pasivo, capital y resultados es igual a cero, ya que de no ser así la fórmula que veníamos manejando sería inoperante y romperíamos la igualdad.
20. Al activo le asignamos un signo general positivo (Ecuación 6) para todos los valores que lo forman, y al pasivo, capital y resultados un signo general negativo.
30. El casillero del activo lo dividimos en dos partes, la del lado izquierdo con un nuevo signo positivo y la del lado derecho con un signo negativo. Esto va a significar que todas las cantidades que anotemos en el activo del lado izquierdo del casillero, van a originar que los valores que lo integran sean mayores, ya que si multiplicamos el signo general de más por el signo del casillero del lado izquierdo, el resultado nos dará positivo ((+) (+) = (+) y en consecuencia todas las cantidades que anotemos del lado derecho del casillero del activo, van a originar que los valores que lo integran disminuyan, ya que si multiplicamos el signo general de más por el signo del casillero del la-

do derecho, el resultado que nos da es negativo ((+) (-) = (-))

4o. El efecto que tiene esta organización de datos del otro lado de la Balanza (Pasivo + Capital + Resultados) es el contrario ya que todas las cantidades que anotemos del lado derecho de la división de los casilleros que tienen el Pasivo, el Capital y los Resultados, van a originar que los valores de cada uno de estos conceptos se aumenten, ya que si multiplicamos el signo general de menos que tiene el Pasivo, Capital y Resultados por el signo de menos de la división de los casilleros, tendremos que nos da positivo --
((-) (-) = (+).

Ahora bien, como da uno de estos conceptos de Activo, Pasivo, Capital y Resultados tienen diferentes valores que los integran, subdividiremos cada uno de estos casilleros (poniendo el mismo caso que hemos manejado) para conocer adecuadamente cómo van sufriendo modificaciones como resultado de las operaciones afectadas. La subdivisión quedaría como sigue:

		+	-			+	-
		+ACTIVO -				+ PASIVO -	
BANCOS							PROVEEDORES
GASTOS DE ORGANIZACION							CAPITAL
GASTOS DE INSTALACION							CAP. INICIAL
MOBILIARIO Y EQUIPO							RESULTADOS
MAQUINARIA Y EQUIPO							VENTAS
EQUIPO DE TRANSPORTE							COSTO DE VENT.
ALMACEN DE MERCANCIA							

Los casilleros para cada uno de los valores nos van a permitir ir controlando los cambios que van teniendo éstos como resultado de las operaciones. Vamos entonces a hacer el registro de las operaciones.

+ ACTIVO			+ PASIVO		
EFFECTIVO EN BANCOS	(1) 5,000,000 (9) 800,000	40,000 (2) 150,000 (3) 1,000,000 (4) 100,000 (5) 50,000 (6)		400,000 (7)	PROVEEDOS
GASTOS DE ORGANIZACION	(2) 40,000 (3) 150,000				
TERRENO	(4) 400,000			5,000,000 (1)	CAPITAL SOCIAL
EDIFICIO	(5) 600,000				
MOBILIARIO DE OFICINA	(5) 100,000			800,000 (9)	VENTAS
MERCANCIAS	(7) 400,000	400,000 (8)	(8) 400,000		COSTO DE VENTAS



vérvase matemáticamente qué fue lo que hizo en esta forma de empresa tal vez:

de	Concepto	Activo	=	Pasivo	+	Capital Inicial	+	Ventas	-	Costo de Ventas
	Bancos	+ 5'000.000 (1)			+	5'000.000				
	Gtos. de Organización	+ 40.000 (2)								
	Bancos	- 40.000 (1)								
	Gtos. de Organización	+ 150.000 (2)								
	Bancos	- 150.000 (1)								
	Terreno	+ 400.000 (3)								
	Edificio	+ 600.000 (4)								
	Bancos	- 1'000.000 (1)								
	Mob. de Oficina	+ 100.000 (5)								
	Bancos	- 100.000 (1)								
	Gtos. de Instalación	+ 50.000 (6)								
	Bancos	- 50.000 (1)								
	Mercancías	+ 400.000 (7)								
	Proveedores		+ 400.000 (8)							
	Bancos	+ 800.000 (1)								
	Costo de Ventas								+ 400.000 (9)	
	Ventas						+ 800.000 (10)			
	Mercancías	- 400.000 (7)								
		5'800.000	=	400.000	+	5'000.000	+	800.000	-	400.000

En la balanza nótese que las cifras que anotamos del lado izquierdo de los casilleros del ACTIVO aumentan los valores y los anotados del lado derecho lo disminuyen.

El efecto es contrario en el PASIVO, CAPITAL Y RESULTADOS ya que las cifras anotadas del lado derecho aumentan los valores y las del lado izquierdo las disminuyen.

Este movimiento aritmético es importante para comprender la mecánica contable.

La forma de organizar estos datos, aparentemente es complicada, sin embargo, haremos un análisis más detallado para comprender mejor su mecánica.

Analicemos los movimientos que tuvo la cuenta de bancos que nos permita conocer cuál es la cantidad de efectivo con la que disponemos.

Movimiento de este valor

(1) 5'000 000	40 000 (2)
(8) 800 000	150 000 (2)
	1'000 000 (4)
	100 000 (5)
	50 000 (6)
5'800 000	1'340 000

Lo que tenemos disponible en bancos para ser utilizado es la cantidad de \$ 4'460,000.00.

Tenemos, antes de seguir adelante, que hacer una pausa para introducir un nuevo concepto de la técnica contable. Este concepto es el de la cuenta, la cual se define como "el registro que se establece a cada uno de los valores del activo, pasivo, capital y resultados, con objeto de conocer los cambios que sufren estos valores como consecuencia de las operaciones que realiza la empresa". Distinguimos en esta Definición varios conceptos.

El registro viene a ser cada uno de los casilleros que nosotros, en nuestra balanza, asignamos a cada uno de los valores. La forma como vamos a manejar estos registros va a ser en forma de tes.

--	--

La denominación del valor al que hagamos referencia se indicará en la parte superior de cada cuenta te.

del HABER. Gráficamente tenemos:

BANCOS	
Debe	Haber

Ahora bien, en nuestra misma cuenta de bancos tenemos:

BANCOS			
	Debe	Haber	
CARGOS O	(1) 5'000 000	40 000 (2)	
DEBITOS	(8) 800 000	150 000 (3)	ABONOS O
		1'000 000 (4)	CREDITOS
		100 000 (5)	
		50 000 (6)	
MOVIMIENTO DEUDOR	5'800 000	1'340 000	MOVIMIENTO ACREEDOR
SALDO DEUDOR	4'460 000		

A la suma de los cargos se le denomina movimiento deudor. A la suma de los créditos se le denomina movimiento acreedor. A la diferencia de movimientos se le denomina saldo deudor o saldo acreedor. El saldo será deudor si en la diferencia de movimientos el movimiento deudor es mayor que el movimiento acreedor - como en el caso de Bancos.

En el caso de PROVEEDORES, como se muestra a continuación:

BANCOS

BANCOS	

La te, repetimos la idea, nos va a representar una cuenta. Ahora bien, las tes tienen una estructura particular que se presenta a continuación, tomando el ejemplo de la cuenta de bancos:

BANCOS

(1) 5'000 000	40 000 (2)
(8) 800 000	150 000 (3)
	1'000 000 (4)
	100 000 (5)
	50 000 (6)

Las cantidades que nosotros anotamos del lado izquierdo de la te se denominan cargos o débitos. Las cantidades que nosotros anotamos del lado derecho de la cuenta se llaman abonos o créditos. El área donde nosotros anotamos los cargos o débitos se le llama área del DEBE (esta denominación no tiene relación con que nos deban, es un tecnicismo y es importante no olvidar que no tiene relación o representación de algún derecho a nuestro favor).

El área donde anotamos los abonos o créditos se denomina área

PROVEEDORES		
MOVIMIENTO DEUDOR	400 000	MOVIMIENTO ACREEDOR
	400 000	SALDO ACREEDOR

El movimiento acreedor es superior al movimiento deudor, por lo tanto el saldo de la cuenta es ACREEDOR.

Una cuenta puede tener una de estas tres situaciones:

Movimiento Deudor $>$ Movimiento Acreedor \Rightarrow Saldo es Deudor

Movimiento Deudor $<$ Movimiento Acreedor \Rightarrow Saldo es Acreedor

Movimiento Deudor $=$ Movimiento Acreedor \Rightarrow La cuenta está --
saldada

Una vez establecidas estas definiciones, vamos a empezar un -- nuevo concepto que es importante en Contabilidad y se denomina "partida doble".

Este nuevo concepto se relaciona con la ley de la causalidad -- la cual indica que a toda causa corresponde un efecto. En con tabilidad se establece que a todo cargo corresponde un abono -- y/o a todo abono corresponde un cargo (los cuales deben ser por la misma cantidad).

Sin embargo esta ley de la partida doble tiene múltiples moda-

lidades que vamos a comentar a continuación:

Reglas de la partida doble relacionadas con los valores que integran el activo:

- a) A todo aumento de activos corresponde: un aumento de pasivo.
- b) A todo aumento de activos corresponde: un aumento de capital.
- c) A todo aumento de activos corresponde: un aumento en los resultados.
- d) A una disminución del activo corresponde: un aumento del propio activo.

De estas reglas relacionadas con los valores que integran el activo se pueden deducir otras reglas para los demás conceptos que por su sencillez sólo las enumeramos.

- e) A toda disminución de activo - Un aumento de activo. corresponde:
 - Una disminución de pasivo.
 - Una disminución de capital.
 - Una disminución de resultados.
- f) A todo aumento de pasivo corresponde
 - Un aumento de activo.
 - Una disminución del propio pasivo.

- Una disminución de ca
pital.
- Una disminución de re
sultado.

- g) A toda disminución de pasivo
corresponde
 - Un aumento en el cap
ital.
 - Un aumento en los re-
sultados.
 - Un aumento en el pro-
pio pasivo.
 - Una disminución de ac
tivo.

- h) A todo aumento de capital co
rresponde
 - Un aumento en el acti
vo.
 - Una disminución de pa
sivo.
 - Una disminución de ca
pital.
 - Una disminución de re
sultados.

- i) A todo aumento en los resul-
tados corresponde
 - Un aumento de activo.
 - Una disminución en los
propios resultados.
 - Una disminución en el
pasivo.
 - Una disminución en el
capital.

- j) A toda disminución en los
resultados corresponde
 - Un aumento en los pro
prios resultados.
 - Un aumento en el cap
ital.

- Un aumento en el pa-
sivo. -
- Una disminución de ac-
tivos...

Ya con este conocimiento vamos a hacer el registro de las opera-
ciones que hemos manejado desde el principio en cuentas tes.

BANCOS

(1)	5'000 000	40 000 (2)
(8)	800 000	150 000 (3)
		1'000 000 (4)
		100 000 (5)
		50 000 (6)
(M)	5'800 000	1'340 000 (M)
(S)	4'460 000	

CAPITAL SOCIAL

	5'000 000(1)
	5'000 000(s)

GASTOS DE ORGANIZACION

(2)	40 000
(3)	150 000
(S)	190 000

TERRENO

(4)	400 000
(S)	400 000

EDIFICIO

(4)	600 000
(S)	600 000

MOBILIARIO DE OFICINA

(5)	100 000
(S)	100 000

GTOS. DE INSTALACION

(6)	50 000
(S)	50 000

ALMACEN DE MERCANCIAS

(7)	400 000	400 000 (8)
(M)	400 000	400 000 (M)
(S)	-0-	

PROVEEDORES

	400 000 (7)
	400 000 (S)

VENTAS

	800 000 (8)
	800 000 (S)

COSTO DE VENTAS

(8)	400 000
(S)	400 000

Una forma de verificar si las operaciones anteriores se registraron correctamente es formulando un documento que se denomina "balanza de comprobación", en la cual si la suma de los saldos deudores es igual a la suma de los saldos acreedores se presume que los asientos contables se registraron correctamente.

BALANZA DE COMPROBACION

CONCEPTO	DEBE	HABER
Bancos	4'460,000	
Capital Social		5'000,000
Gastos de Organización	190,000	
Terreno	400,000	
Edificio	600,000	
Mobiliario de Oficina	100,000	
Gastos de Instalación	50,000	
Almacén de Mercancías	-	
Proveedores		400,000
Ventas		800,000
Costo de Ventas	<u>400,00</u>	
	\$ 6'200,000	\$ 6'200,000
	<u><u> </u></u>	<u><u> </u></u>

Como se señaló anteriormente existen diferentes valores que integran el activo, pasivo, capital y resultados, estos valores se enumeran en el catálogo de cuentas y sus movimientos y naturaleza se explican en la guía de contabilización que se presenta a continuación.

CATALOGO DE CUENTAS Y GUIA DE CONTABILIZACION.

Grupos de cuentas

1. ACTIVO
2. PASIVO
3. CAPITAL CONTABLE
4. INGRESOS
5. COSTOS Y GASTOS
6. MEMORANDO

1. CUENTAS DE ACTIVO

11. Efectivo en caja y bancos

- | | |
|-----|---|
| 110 | Fondo fijo de caja |
| 111 | Bancos |
| | 11101 |
| | 11102 |
| 112 | Inversiones en valores de realización inmediata |

12. Documentos y cuentas por cobrar

- | | |
|-----|--|
| 120 | Documentos por cobrar |
| 121 | Documentos descontados |
| 122 | Clientes |
| 123 | Adeudos |
| 124 | Deudores diversos |
| 125 | Intereses e IVA X cobrar a deudores y clientes |
| 126 | Estimación para adeudos de cobro dudoso |
| 127 | IVA acreditable o IVA X cobrar |

13. Inventarios

- | | |
|-----|--|
| 130 | Almacén de mercancías |
| 131 | Estimación para ajustes de inventarios |

133	Anticipos a proveedores
134	Inventario inicial
135	Compras Totales
136	Gastos sobre compras
	13601 Fletes
	13602 Acarreos
	13603 Almacenaje
137	Devoluciones y rebajas sobre compras
	13701 Devoluciones sobre compras
	13702 Rebajas sobre compras
138	Compras netas
139	Inventario final

14. Otros Activos

140	Inversiones en acciones en cías. subsidiarias
141	Depósitos en garantía

15. Fijo

150	Terrenos
151	Edificios
152	Maquinaria y Equipo
153	Equipo de Transporte
154	Mobiliario y Equipo de Oficina
155	Depreciación Acumulada de Edificio
156	Depreciación Acumulada de Maquinaria y Equipo
157	Depreciación Acumulada de Equipo de Transporte
158	Depreciación Acumulada de Mobiliario y Equipo de Oficina
159	Construcciones en Proceso

16. Pagos anticipados

160	Impuesto sobre la renta pag. x antic.
161	Seguros y fianzas pagados x anticipado
162	Intereses pagados por anticipado

170	Gastos de organización
171	Amortización acumulada de gastos de organización
172	Gastos de instalación
173	Amortización acumulada de gastos de instalación

2. CUENTAS DE PASIVO

21. Documentos y cuentas por pagar a corto plazo

210	Documentos por pagar
211	Proveedores
212	Acreedores diversos
213	Intereses e IVA x pagar a acreedores
214	Impuestos y derechos por pagar
-	21401 Sobre la renta sobre productos del trabajo
	21402 Del 1% sobre remuneraciones
	21403 Del 5% INFONAVIT
	21404 Cuotas obrero patronales al IMSS.
215	IVA por pagar
216	Anticipos de clientes
217	Gratificaciones por pagar
218	Participación de utilidades a favor del personal por pagar
219	Impuesto sobre la renta al ingreso global de las empresas por pagar

22. A largo plazo

220	Documentos por pagar
-----	----------------------

23. Créditos diferidos

230	Intereses cobrados por anticipado
-----	-----------------------------------

3. CUENTAS DE CAPITAL CONTABLE

300	Capital social suscrito
301	Capital social no exhibido
302	Reserva legal
303	Resultados de ejercicios anteriores
304	Resultados del ejercicio

4. CUENTAS DE INGRESOS

400	Ventas
401	Devoluciones sobre ventas
402	Productos financieros
	40201 Intereses cobrados
	40202 Descuentos, bonificaciones y rebajas sobre compras
403	Otros ingresos
	40301 Utilidades en venta de activo fijo
	40302 Diversos

5. CUENTAS DE COSTOS Y GASTOS

500	Costo de ventas
501	Gastos de ventas
	50101 Amortización
	50102 Depreciación
	50103 Sueldos y salarios
	50104 Tiempo extraordinario
	50105 Gratificaciones
	50106 Indemnizaciones
	50107 Viáticos acumulables
	50108 Comisiones a empleados
	50109 Gastos de representación acumulables
	50110 Honorarios
	50111 Previsión social
	50112 Donativos
	50113 Renta
	50114 Seguros y fianzas
	50115 Fletes y acarreos
	50116 Publicidad
	50117 IVA Costo
	50118 Del 1% sobre remuneraciones
	50119 Del 5% INFONAVIT
	50120 Impuesto predial
	50121 Derechos por servicios de agua
	50122 Otros impuestos y derechos
	50123 Papelería y artículos de escritorio
	50124 Correo, teléfono y telégrafo
	50125 Comisiones a independientes o agentes
	50126 Transportes locales

50127 Cuotas y suscripciones
 50128 Luz y Fuerza
 50129 Aseo, conservación y mantenimiento
 50130 Mantenimiento y reparación de mobiliario y equipo
 50131 Reparación de mercancía
 50132 Gastos de cobranza
 50133 Gastos no deducibles
 50134 Diversos

502 Gastos de Administración

50201 Amortización
 50202 Depreciación
 50203 Sueldos y salarios
 50204 Tiempo extraordinario
 50205 Gratificaciones
 50206 Indemnizaciones
 50207 - Viáticos acumulables
 50208 Comisiones a empleados
 50209 Gastos de representación acumulables
 50210 Honorarios
 50211 Previsión social
 50212 Donativos
 50213 Renta
 50214 Seguros y fianzas
 50215 Fletes y acarreos
 50216 Publicidad
 50217 IVA Costo
 50218 Del 1% sobre remuneraciones
 50219 Impuesto predial
 50220 Derechos por servicio de agua
 50221 Otros impuestos y derechos
 50222 Papelería y artículos de escritorio
 50223 Correo, teléfono y telégrafo
 50224 Comisiones a independientes o agentes
 50225 Transportes locales
 50226 Cuotas y suscripciones
 50227 Luz y Fuerza
 50228 Aseo, conservación y mantenimiento
 50229 Mantenimiento y reparación de mobiliario y equipo
 50230 Reparación de mercancía
 50231 Gastos de cobranza
 50232 Gastos no deducibles
 50233 Diversos

503 Gastos financieros

50401 Pérdidas en ventas de activo fijo
50402 Diversos

505 Provisión para el impuesto sobre la renta al
ingreso global de las empresas

506 Provisión para la participación de utilidades
al personal.

CLASIFICACION DE CUENTAS EN EL CAPITAL CONTABLE

DEUDOR	ACREEDOR
<ul style="list-style-type: none"> - Capital Social no exhibido - Pérdidas Acumuladas - Pérdida del ejercicio 	<ul style="list-style-type: none"> - Capital Social Suscrito - Utilidades acumuladas - Utilidad del ejercicio.

CLASIFICACION DE CUENTAS EN EL PASIVO

A CORTO PLAZO (ACREEDOR)	CONTINGENTE (ACREEDOR)	A LARGO PLAZO (ACREEDOR)
- Documentos por pagar	Deudores cuantificados en	Documentos por pagar por
- Proveedores	contra de la empresa por	créditos refaccionarios,
- Acreedores	juicios.	hipotecarios u otros.
- Intereses e IVA por pagar a acreedores	- Civiles	
- Impuestos y derechos por pagar	- Mercantiles	
- IVA por pagar	- Laborales	
- Anticipos de clientes	- Fiscales	
- Gratificaciones por pagar		
- Participación de utilidades a favor del personal por pagar.		
- Impuesto sobre la Renta al ingreso global de las empresas por pagar.		

GUIA DE CONTABILIZACION Y CATALOGO DE CUENTAS

CUENTAS DE ACTIVO.

110. FONDO FIJO DE CAJA

CARGOS:

1. Importe de la dotación inicial para integrar el fondo fijo
2. Incremento al fondo fijo.

CREDITOS:

1. Disminución del fondo fijo
2. Cancelación del fondo fijo.

SALDO:

Deudor. Representa el monto del fondo fijo existente .

NOTAS:

1. El fondo fijo se establecerá exclusivamente para gastos menores, cuya cuantía deberá ser fijada por la dirección de la empresa a base de un límite. Por ejemplo menores de \$ 100.00.
2. Deberá conservarse físicamente separado de la caja branza del día.
3. Dicho fondo será repuesto periódicamente mediante la expedición de un cheque nominativo, cargado a las diferentes cuentas que corresponda con crédito a bancos.

111. BANCOS

CARGOS:

1. Depósitos que se hagan en las cuentas bancarias en efectivo y documentos de cobro inmediato

2. Notas de crédito de los bancos por cobro efectuados por su conducto y por descuento de documentos.
3. Transferencia de fondos de un banco a otro.

CREDITOS:

1. Importe de cheques expedidos
2. Cargos bancarios por comisiones, descuentos, falsos cobros, etc.

SALDO:

Deudor. Representa el saldo disponible en las -- cuentas corrientes bancarias.

NOTAS:

1. Deberá abrirse un auxiliar para cada cuenta bancaria.
2. La expedición de cheques será siempre en forma nominativa evitándose los cheques "al portador", a "nosotros mismos", a "nombre de la empresa". Todas las cobranzas deberán depositarse íntegramente al día siguiente hábil a su recepción.

112. Inversiones en Valores de Realización Inmediata.

CARGOS:

1. Importe de los Valores adquiridos (Acciones o Prestables) por la empresa que son negociables a la venta ó a plazo. Venta con vencimiento menor de un año.
2. Capitalización de intereses con menos valores.

ACTIVOS:

1. Venta de valores

Deudor. Representa el monto de inversiones en valores a corto plazo que tiene la empresa.

120. DOCUMENTOS POR COBRAR

CARGOS:

Importe de los documentos aceptados por los deudores a favor de la empresa.

CREDITOS:

1. Pagos de documentos, ya sea en forma parcial o total.
2. Importe de documentos cancelados.

SALDO:

Deudor. Representa los documentos a favor de deudores.

121. DOCUMENTOS DESCONTADOS

CARGOS:

1. Importe de documentos descontados cobrados por las instituciones de crédito, según aviso de la misma.
Contracuenta 120, Documentos por cobrar.
2. Importe del documento devuelto por las instituciones de crédito por falta de cobro, con crédito a la cuenta 112, Bancos.

CREDITOS:

Importe del descuento de documentos con cargo a la cuenta 112, Bancos.

SALDO:

Acreedor. Representa el pasivo de contingencia por el valor nominal de los documentos descontados pendientes de cobro por las instituciones en que se -

llevó a cabo el descuento.

NOTA:

1. Los documentos deberán mandarse a la institución de crédito de que se trate, acompañados en una carta en que se relacionen y la copia de la cual deberá archivarse junto con la copia de la póliza correspondiente.

El objeto de anexar la copia de la carta relación a la copia de la póliza es para facilitar el registro de dichos documentos en forma detallada en sus auxiliares respectivos, ya que por un lado en la póliza se redactará el concepto en forma global y por otro, la finalidad de las copias de las pólizas es hacer con ellas los registros contables.

- 2. Deberá establecerse una subcuenta para cada institución de crédito donde se descuenten los documentos.

122. CLIENTES:

CARGOS:

- 1. Importe de las facturas por ventas de contado comercial a 30 días y a crédito.
- 2. Importe de gastos hechos por cuenta de clientes, mediante la nota de cargo correspondiente a la que se le anexarán los documentos originales de la operación.
- 3. Cargos por intereses u otros conceptos mediante nota de cargo.

CREDITOS:

- 1. Pagos que hagan los clientes
- 2. Bonificaciones y descuentos concedidos a los clientes mediante nota de crédito.
- 3. Cancelación de los saldos que se consideren incobrables.

SALDO:

Deudor: Representa los adeudos a cargo de clientes de contado comercial y a crédito.

NOTA:

Deberá establecerse...

123. FUNCIONARIOS Y EMPLEADOS

CARGOS:

1. Importe de préstamos que se hagan al personal de la empresa.
2. Cargos por otros conceptos mediante nota de cargo.
3. Entregas que se hagan al personal de la empresa, - por concepto de anticipos a cuenta de participación de utilidades.

CREDITOS:

1. Pagos que haga el personal de la empresa por préstamos y otros conceptos.
- 2. Aplicación de la participación de utilidades al personal, determinada sobre las utilidades obtenidas por la compañía.

SALDO:

Deudor. Representa los adeudos mencionados a cargo del personal de la empresa y los anticipos a cuenta de participación de utilidades, pendientes de aplicación.

NOTA:

Deberá establecerse una tarjeta auxiliar para cada funcionario y empleado.

124. DEUDORES DIVERSOS

CARGOS:

Importe de adeudos por cualquier concepto distinto al ingreso normal del giro del negocio.

CREDITOS:

Pago o cancelación de adeudos que se registraron en esta cuenta.

SALDO:

2

NOTA:

Debe establecerse una tarjeta auxiliar para cada deudor.

125. INTERESES E IVA POR COBRAR A DEUDORES Y/O CLIENTES

CARGOS:

1. Importe de los intereses devengados a favor de la empresa no incluidos en el documento. El cálculo se hará de la fecha de la operación a la fecha de presentación de la información.
2. Importe del IVA generado por los intereses devengados que el cliente o el deudor nos adeuda.

CREDITOS:

Cobro a los clientes de los intereses e IVA, a favor de la empresa al vencimiento del documento, ya sea en forma parcial o total.

SALDO:

Deudor. Representa el importe de los intereses devengados. A favor de la empresa a la fecha de presentación.

126. ESTIMACION PARA ADEUDOS DE COBRO DUDOSO

CREDITOS:

Cantidades asignadas para cubrir posibles pérdidas por adeudos incobrables debidamente comprobados.

CARGOS:

1. Adeudos cancelados por incobrables, debidamente autorizados y comprobados por la dirección de la empresa con crédito a las cuentas por cobrar correspondientes.
2. Disminución o cancelación del saldo de esta cuenta.

SALDO:

Acreedor. Representa la estimación acumulada para cubrir posibles adeudos incobrables.

NOTAS:

- 1.- Las cuentas canceladas deberán inutilizarse mediante un sello y permanecer en un expediente especial.
- 2.- Esta estimación deberá crearse mediante un estudio individual de las cuentas por cobrar.
- 3.- Las pérdidas por cuentas incobrables cargadas a esta cuenta, podrán ser deducibles para efectos de impuestos sobre la renta.

127. IVA ACREDITABLE O IVA POR COBRAR

CARGOS:

- 1.- Importe del IVA pagado por la empresa a terceros por la compra de bienes y/o servicios.

ABONOS:

- 1.- Aplicación mensual del IVA a favor de la empresa contra la cuenta IVA por pagar.
- 2.- Aplicación del IVA a resultados que no será compensable.

SALDO:

Deudor. Representa el monto de IVA pagado por la empresa que será compensado o aplicado a resultados.

130. ALMACEN DE MERCANCIAS

CARGOS:

- 1.- Costo de adquisición de mercancías.
- 2.- Costo de mercancías recibidas de los clientes por concepto de devoluciones.

ABONOS:

1. Costo de las mercancías vendidas
2. Costo de las mercancías devueltas a los proveedores
3. Costo de las mercancías dadas de baja.

SALDO:

Deudor. Representa el costo de la mercancía en existencia.

NOTA:

1. Debe establecerse un auxiliar para cada artículo o mercancía.

131. ESTIMACION PARA AJUSTE DE INVENTARIOS

CARGOS:

Importe de los artículos anticuados o fuera de uso por estar dañados o en mal estado que por consiguiente hayan bajado de valor o sean dados de baja.

CREDITOS:

Cantidades destinadas para cubrir posibles pérdidas por el deterioro u obsolescencia de los artículos.

SALDO:

Acreedor. Representa la estimación para cubrir posibles pérdidas por el deterioro u obsolescencia de los artículos.

132. MERCANCIAS EN TRANSITO

CARGOS:

- 1.- Costo de adquisición de mercancías que aún no lle

2. Fletes y acarreos que originan el traslado de la mercancía comprada.

CREDITOS:

1. Costo de las mercancías recibidas de los proveedores.
2. Costo de los artículos extraviados o dañados ya sea que proceda la reclamación o bien que la empresa absorba dicho costo.

SALDO:

Deudor. Representa el importe de las mercancías en tránsito aún no recibidas.

NOTA:

Deberá establecerse un auxiliar para cada concepto.

133. ANTICIPOS A PROVEEDORES

CARGOS:

Entrega a cuentas de pedidos de mercancía y materiales.

CREDITOS:

Traspaso a la cuenta 212. Proveedores por la aplicación del anticipo efectuado, una vez recibida la mercancía.

Devolución de los anticipos efectuados.

SALDO:

Deudor. Representa los anticipos pendientes de aplicación a cargo de proveedores.

NOTA:

Deberá establecerse una tarjeta auxiliar para cada proveedor.

134. INVENTARIO INICIAL

(Sistema Pormenorizado)

CARGOS:

1. Importe del inventario de mercancía con el que inicia las operaciones una empresa.
2. Traspaso del saldo de la cuenta 140 Inventario Final al principio del período. (Ejercicio Social).

CREDITOS:

Traspaso del saldo a la cuenta 501 Costo de Ventas al final del ejercicio.

SALDO:

Deudor. En el ejercicio representa lo indicado en los cargos.

135. COMPRAS TOTALES

(Sistema Pormenorizado)

CARGOS:

Importe de las compras efectuadas por la empresa para su posterior venta.

CREDITOS:

Traspaso del saldo al final del ejercicio a la cuenta 139 Compras Netas.

SALDO:

Deudor. Durante el ejercicio representa lo indicado en los cargos.

NOTA:

Deberán establecerse tarjetas auxiliares para cada mercancía.

136. GASTOS SOBRE COMPRAS

(Sistema Pormenorizado)

CARGOS:

Importe de los gastos efectuados por la adquisición de mercancías como: fletes, acarreos y almacenaje que será vendida posteriormente.

CREDITOS:

Traspaso del saldo al final del ejercicio a la -- cuenta 139 Compras Netas.

SALDO:

Deudor. Durante el ejercicio representa lo indicado en los cargos.

NOTA:

Deberán establecerse tarjetas auxiliares para cada tipo de gasto.

137. DEVOLUCIONES Y REBAJAS SOBRE COMPRAS

(Sistema Pormenorizado)

CREDITOS:

1. Importe de la mercancía que se devuelve al proveedor por estar defectuosa.
2. Importe de las rebajas que nos conceden los proveedores.

CARGOS:

Traspaso del saldo al final del ejercicio a la -- cuenta 138 Compras Netas.

SALDO:

Acreedor. Durante el ejercicio representa lo indicado en los créditos.

NOTA:

Deberán establecerse tarjetas auxiliares para controlar las devoluciones y rebajas.

138. COMPRAS NETAS

(Sistema Pormenorizado)

CARGOS:

1. Traspaso de la cuenta 136. Compras totales
2. Traspaso de la cuenta 137. Gastos sobre Compras.

CREDITOS:

1. Traspaso de la cuenta 138. Devoluciones y Rebajas sobre Compras.
2. Traspaso del saldo de esta cuenta a la cuenta 501. Costo de Ventas al final del Ejercicio.

SALDO:

Deudor. Ala fecha de cierre representa el monto de las compras netas efectuadas en el ejercicio.

139. INVENTARIO FINAL

CARGOS:

Al final del ejercicio de las mercancías que quedan en existencia según recuento físico. Contra cuenta 501. Costo de Ventas.

CREDITOS:

Traspaso del saldo de la cuenta al iniciar el ejercicio a la cuenta 135. Inventario Inicial.

SALDO:

Deudor. Al final del ejercicio representa la existencia final de mercancía en nuestros almacenes.

140. INVERSIONES EN ACCIONES DE CIAS. SUBSIDIARIAS

CARGOS:

Costo de adquisición de acciones que compre la empresa de otras empresas.

CREDITOS:

Costo de adquisición de las acciones dados de baja por la empresa por venta.

SALDO:

Deudor. Representa la inversión en acciones a su costo de adquisición.

NOTA:

Deberá establecerse un registro auxiliar para el control de los valores.

141. DEPOSITOS EN GARANTIA

CARGOS:

Importe de las cantidades depositadas por la empresa en garantía de cumplimiento de contratos.

CREDITOS:

1. Recuperación de los depósitos
2. Aplicación de los depósitos o parte de los mismos a la liquidación del contrato que garantizan.

SALDO:

Deudor. Representa los depósitos en garantía efectuados por la empresa en cumplimiento de contratos.

150. TERRENOS

CARGOS:

Costo de adquisición de los terrenos propiedad de la -
empresa.

CREDITOS:

Costo de adquisición de los terrenos que se venden.

SALDO:

Deudor. Representa el costo de adquisición de los te -
rrenos propiedad de la empresa.

151. EDIFICIOS

CARGOS:

Costo de adquisición de los activos propiedad de la em
presa.

Del valor de los materiales, mano de obra y gastos que
se cubran por la construcción de edificios. Contracuen
ta obras en proceso.

CREDITOS:

Del costo de adquisición de los edificios que se vendan.

SALDO:

Deudor. Representa el costo de adquisición de los edi-
ficios propiedad de la empresa.

152. MAQUINARIA Y EQUIPO

CARGOS:

Costo de adquisición de la maquinaria y equipo propie
dad de la empresa.

Del valor de los materiales, mano de obra y gastos que
se cubran por la construcción de maquinaria. Contracuen

CREDITOS:

Del costo de adquisición de la maquinaria que se venda o se dé de baja por inservible u obsoleta.

SALDO:

Deudor. Representa el costo de adquisición de la maquinaria y equipo propiedad de la empresa.

153. EQUIPO DE TRANSPORTE

CARGOS:

Costo de adquisición de unidades de transporte propiedad de la empresa.

Adiciones importantes que se efectúan a las unidades como chasis y carrocerías.

CREDITOS:

Costo de adquisición más valores adicionados en su caso de unidades de transporte que se den de baja por -- venta, obsolescencia o inservibles.

SALDO:

Deudor. Representa el costo de adquisición de las unidades de transporte propiedad de la empresa.

154. MOBILIARIO Y EQUIPO DE OFICINA

CARGOS:

Costo de adquisición de muebles y otro tipo de equipo de oficina tales como escritorios, sillones, archivadores, máquinas de escribir, sumadoras, etc.

CREDITOS:

Costo de adquisición de muebles y otro equipo de oficina vendido o desechado.

SALDO:

versiones tanto en muebles como en equipo de oficina propiedad de la empresa.

NOTA:

Los artículos que adquiriera la empresa para el mobiliario y equipo : oficina que no excedan de --- \$ 100.00 deberán llevarse directamente a gastos, - en la inteligencia de que si se consideran valiosos, se llevará un inventario de los mismos.

155. DEPRECIACION ACUMULADA DE EDIFICIOS

CREDITOS:

Por el porcentaje previamente establecido por la -

dirección para la recuperación de la inversión hecha por la empresa, a través de los gastos o costos.

CARGOS:

.. Importe de la acumulación de la depreciación hasta la fecha de la baja del edificio por venta. El cómputo se hará tomando como base la fecha de adquisición.

SALDO:

Acreedor. Representa la depreciación acumulada del edificio de la empresa.

156. DEPRECIACION ACUMULADA DE MAQUINARIA Y EQUIPO

CREDITOS:

Por el porcentaje previamente establecido por la dirección para la recuperación de la inversión hecha por la empresa, a través de los gastos o costos.

CARGOS:

Importe de la acumulación de la depreciación hasta la fecha de la baja de la maquinaria y equipo por venta o desecho. El cómputo se hará tomando como base la fecha de adquisición.

SALDO:

Acreedor. Representa la depreciación acumulada de la maquinaria y equipo de la empresa.

157. DEPRECIACION ACUMULADA DE EQUIPO DE TRANSPORTE

CREDITOS:

Por el porcentaje previamente establecido por la dirección para la recuperación de la inversión hecha por la empresa, a través de los gastos o costos.

Importe de la acumulación de la depreciación hasta la fecha de la baja del equipo de transporte por venta o desecho. El cómputo se hará tomando como base la fecha de adquisición.

SALDO:

Acreedor. Representa la depreciación acumulada del equipo de transporte de la empresa.

158. DEPRECIACION ACUMULADA DE MOBILIARIO Y EQUIPO

CREDITOS:

Por el porcentaje previamente establecido por la dirección para la recuperación de la inversión hecha por la empresa, a través de los gastos o costos.

CARGOS:

Importe de la acumulación de la depreciación hasta la fecha de la baja del mobiliario y equipo por venta o desecho. El cómputo se hará tomando como base la fecha de adquisición.

SALDO:

Acreedor. Representa la depreciación acumulada del mobiliario y equipo de la empresa.

159. CONSTRUCCIONES EN PROCESO

CARGOS:

Importe de los materiales, anticipos por avance de obra, mano de obra, honorarios, relaciones, partes, equipo, accesorios, etc. que se utilicen en la construcción de Activo Fijo.

CREDITOS:

Traspaso de las construcciones terminadas a las cuentas de Activo Fijo que correspondan al costo.

SALDO:

Representa el costo de las obras que se encuentran en proceso de construcción que no han sido terminadas.

NOTA:

Debe establecerse un auxiliar para cada uno de los valores de Activo Fijo.

160. IMPUESTO SOBRE LA RENTA PAGADO POR ANTICIPADO.

CARGOS:

Importe de los pagos provisionales de impuestos sobre la renta, que deberán enterarse en los meses - 5o., 9o. y 12o. del ejercicio social.

CREDITOS:

Aplicación a fin de ejercicio, por el impuesto final determinado. Contracuenta 214. Impuestos y derechos por pagar, subcuenta 2145. Sobre la renta.

SALDO:

Deudor. Durante el ejercicio representa el importe de los anticipos a cuenta de impuesto. En caso de que exista un saldo a favor de la empresa en relación al impuesto final, podrán seguirse dos procedimientos: primero, dejarlo en la propia cuenta - como gasto anticipado o bien, traspasarlo a la -- 124. Deudores diversos, subcuenta Secretaría de - Hacienda y Crédito Público.

161. SEGUROS Y FIANZAS PAGADAS POR ANTICIPADO

CARGOS:

Importe de las primas y endosos de los contratos de seguros y fianzas que ha tomado la compañía.

CREDITOS:

1. Aplicación periódica a resultados de dichas primas y endosos contratados.

SALDOS:

Deudor. Importe total de las primas y endosos pagados pendientes de aplicación.

NOTA:

Deberá llevarse un registro auxiliar para el control de las primas que amparan los seguros y fianzas contratados.

162. INTERESES PAGADOS POR ANTICIPADO

CARGOS:

Importe de los intereses pagados por anticipado.

CREDITOS:

Aplicación periódica a resultados de los intereses devengados.

SALDO:

Deudor. Representa el importe de intereses pagados no devengados.

NOTA:

Conviene establecer un registro auxiliar para el control de los intereses.

170. GASTOS DE ORGANIZACION

CARGOS:

Importe de las erogaciones por concepto de organización o reorganización de la empresa.

CREDITOS:

Sólo en caso de disolución de la sociedad, se cancelará contra la cuenta 171. Amortización acumulada de gastos de organización y si no hubiere alcanzado el 100% de los gastos de organización, la

SALDO:

Deudor. Representará el importe de las erogaciones efectuadas en la organización o reorganización de la empresa.

171. AMORTIZACION ACUMULADA DE GASTOS DE ORGANIZACION

CREDITOS:

Deberá fijarse una cuota anual o mensual, para la amortización de estos gastos de acuerdo con el criterio que dicte la dirección de la empresa.

CARGOS:

- CANCELACIÓN DE LA CUENTA AL MOMENTO DE PRACTICAR LA LIQUIDACIÓN DE LA EMPRESA. CONTRACUENTA 171. -- GASTOS DE ORGANIZACIÓN.

SALDO:

--- ACREEDOR. REPRESENTA LA AMORTIZACIÓN ACUMULADA DE LOS GASTOS EFECTUADOS EN LA ORGANIZACIÓN DE LA EMPRESA.

172. GASTOS DE INSTALACION

CARGOS:

Valor de adquisición de las instalaciones efectuadas (canceles, alfombras, mostradores, adaptaciones).

CREDITOS:

- SÓLO EN CASO DE DISOLUCIÓN DE LA SOCIEDAD, O BIEN EN CASO DE CAMBIO DE DOMICILIO, SE CANCELARÁ CONTRA LA CUENTA 174. AMORTIZACIÓN ACUMULADA DE GASTOS DE INSTALACIÓN Y SI ÉSTA NO HUBIERA ALCANZADO EL 100% DE LOS GASTOS DE INSTALACIÓN, LA DIFERENCIA SE LLEVARÁ A RESULTADOS.

SALDO:

Deudor. Representa el importe de los gastos de --

instalación efectuados por la empresa en activos -
fijos que no sean de su propiedad.

173. AMORTIZACION ACUMULADA DE GASTOS DE INSTALACION

CREDITOS:

Deberá fijarse una cuota anual o mensual, para la amortización de estos gastos de acuerdo con el criterio que dicte la dirección de la empresa.

CARGOS:

Cancelación de la cuenta por disolución de la empresa, o bien por cambio de domicilio. Contracuenta 173. Gastos de instalación.

SALDOS:

Acreedor. Representa la amortización acumulada de los gastos de instalación efectuados por la empresa.

2.- CUENTAS DE PASIVO

210. DOCUMENTOS POR PAGAR A CORTO PLAZO

CREDITOS:

Importe de los documentos por pagar aceptados por la empresa, cuyo vencimiento sea a plazo menor de un año.

CARGOS:

- Importe de los documentos liquidados total o parcialmente.

SALDO:

Acreedor. Representa el pasivo documentado a cargo de la empresa pendiente de liquidar.

NOTA:

Deberá establecerse una tarjeta auxiliar para cada acreedor.

211. PROVEEDORES

CREDITOS:

Importe de todas las compras efectuadas a crédito, así como los gastos relacionados con las mismas.

CARGOS:

1. Importe de pagos hechos a proveedores por concepto de adeudos por compras a crédito.
2. Importe de las rebajas sobre compras a crédito, - concedidas por los proveedores.
3. Importe de las devoluciones sobre compras a cré -
dito

4. Por traspaso de los anticipos efectuados, al formalizar la operación. Contracuenta 134. Anticipos a proveedores.
5. Importe de los adeudos que se documenten. Contracuenta 211. Documentos por pagar a corto plazo.

SALDO:

Acreeedor. Representa los adeudos no documentados a favor de proveedores por concepto de compras efectuadas a crédito.

NOTA:

Debe establecerse una tarjeta auxiliar para cada proveedor.

212. ACREEDORES DIVERSOS

CREDITOS:

Importe de adeudos a favor de terceros, provenientes de operaciones ajenas a la adquisición de mercancías.

CARGOS:

Pagos o cancelación de adeudos que se registran en esta cuenta.

SALDO:

Acreeedor. Representa el total de los adeudos mencionados en los créditos.

NOTA: -

Deberá abrirse un auxiliar para cada acreeedor.

213. INTERESES E IVA POR PAGAR

CREDITOS:

1. Importe de los intereses devengados por créditos

2. Importe del IVA generado por los intereses devengados que adeudamos a acreedores.

CARGOS:

Pago parcial o total de los intereses y del IVA.

SALDO:

Representa el monto de los intereses e IVA devengados a la fecha de presentación por créditos que recibió la empresa. Y por IVA que adeudamos a acreedores.

NOTA:

- Debe establecerse una tarjeta auxiliar para cada acreedor.

214. IMPUESTOS Y DERECHOS POR PAGAR

CREDITOS:

Importe de los impuestos y derechos causados, pendientes de pago, como: impuesto sobre la renta sobre productos del trabajo, impuesto del 1% sobre remuneraciones pagadas, aportaciones del 5% del -- INFONAVIT y cuotas obrero patronales al Instituto Mexicano del Seguro Social.

CARGOS:

Pagos o cancelación de adeudos registrados en esta cuenta.

SALDO:

Acreedor. Importe de los impuestos y derechos causados pendientes de pago, que debe de pagar la empresa.

NOTA:

Debe establecerse una tarjeta auxiliar por cada impuesto.

CARGOS:

1. Aplicación mensual del IVA por Cobrar o acreditable
2. Pago del IVA mensual

ABONOS:

1. Cobros que efectúa la empresa a terceros por la venta de bienes y/o servicios.

SALDO:

Acreedor. Representa el monto del IVA que debe de pagar la empresa.

216. ANTICIPOS DE CLIENTES

CREDITOS:

Cantidades recibidas de los clientes por concepto de anticipos a cuenta de entregas de mercancías.

CARGOS:

Aplicación de los anticipos de clientes. Contracuenta 122. Clientes.

SALDO:

Acreedor. Representa el importe de las cantidades entregadas por los clientes en calidad de anticipos.

NOTA:

Deberá establecerse una tarjeta auxiliar para cada cliente.

217. GRATIFICACIONES POR PAGAR

CREDITOS:

Incremento periódico de la cuenta con cargo a gastos con base en el estudio técnico que se haga. Dicha base podrá ser el importe proporcional de la nómina mensual.

CARGOS:

Importe real de las gratificaciones pagadas al personal, siempre y cuando el saldo de la cuenta sea suficiente, en caso contrario, se aplicará hasta agotar totalmente el pasivo y la diferencia se cargará a gastos.

SALDOS:

Acreedor. Representa la provisión acumulada que -- servirá para el pago de las gratificaciones al personal.

218. PARTICIPACION DE UTILIDADES A FAVOR DEL PERSONAL POR PAGAR

CREDITOS:

Creación del pasivo a cargo de la empresa por de -- terminación de la participación de utilidades a fa -- vor del personal. Contracuenta. Provisión para la participación de utilidades al personal.

CARGOS:

Pago o aplicación de las participaciones de utili -- dades al personal.

SALDO:

Acreedor. Representa el importe de la participa -- ción de utilidades a favor del personal, pendiente de distribuir o aplicar.

219. IMPUESTO SOBRE LA RENTA AL INGRESO GLOBAL DE LAS EMPRESAS POR PAGAR

CREDITOS:

Por el importe total del impuesto definitivo a car -- go de la empresa contracuenta 506.- Provisión para el impuesto sobre la renta al ingreso global de -- las empresas.

CARGOS:

4

bre la Renta pagado por anticipado. Si el saldo de esta cuenta es superior, la diferencia se aplica a la cuenta 124. Deudores Diversos.

SALDO:

Acreedor. Representa el impuesto sobre la renta al Ingreso Global a cargo de la empresa pendiente de pago a la fecha de cierre del ejercicio.

220. DOCUMENTOS POR PAGAR A LARGO PLAZO

CREDITOS:

Importe de los documentos por pagar aceptados por la empresa cuyo vencimiento sea a plazo mayor de un año.

CARGOS:

1. Importe de los documentos liquidados parcial o totalmente.
2. Traspaso a documentos por pagar a plazo menor de un año.

SALDO:

Acreedor. Representa el importe de los documentos a cargo de la empresa con plazo mayor de un año -- pendientes de liquidar.

NOTA:

Debe establecerse una tarjeta auxiliar para cada acreedor.

230. INTERESES COBRADOS POR ANTICIPADO

CREDITOS:

Importe de los intereses cobrados por anticipado.

CARGOS:

Aplicación periódica a las cuentas de resultados

de los intereses devengados.

SALDO:

Acreedor. Representa el importe de los intereses -
cobrados por anticipado pendientes de devengar.

3.- CUENTAS DE CAPITAL

300. CAPITAL SOCIAL SUSCRITO

CREDITOS:

1. Valor nominal de las acciones suscritas.
2. Valor nominal de las acciones que de acuerdo con la Asamblea General Extraordinaria de Accionistas se suscriban para aumento de capital.

CARGOS:

Valor nominal de las acciones que de acuerdo con la Asamblea General Extraordinaria de Accionistas se retiren por disminución de capital o por disolución de la sociedad.

SALDO:

Acreedor. Representa el importe de las acciones a valor nominal.

301. CAPITAL SOCIAL NO EXHIBIDO

CARGOS:

Importe de las acciones suscritas por los accionistas. Contracuenta 300. Capital Social.

CREDITOS:

Pagos realizados por los accionistas.

SALDO:

Deudor. Representa el capital pendiente de exhibirse.

NOTA:

El saldo de esta cuenta deberá presentarse en el balance como complementario del saldo de la cuenta 30D. Capital Social.

302. RESERVA LEGAL

CREDITOS:

Por ciento anual de las utilidades de cada ejercicio según estipule la escritura constitutiva de la sociedad.- Contracuenta 304. Resultados del -- ejercicio.

CARGOS:

1. Por absorber pérdidas a las que no pueda hacerse frente con las utilidades acumuladas.
2. Por capitalización.

SALDO:

Acreedor. Representa la separación acumulada de utilidades para absorber posibles pérdidas futuras y también de acuerdo con la Ley, una mayor garantía para terceros.

303. RESULTADOS DE EJERCICIOS ANTERIORES

CREDITOS:

Traspaso de la cuenta 304. Resultado del ejercicio por las utilidades del ejercicio que la Asamblea General de Accionistas decida no aplicar en forma concreta a alguna otra cuenta.

CARGOS:

Traspaso de la cuenta 304. Resultados del ejercicio por las pérdidas sufridas en el ejercicio.

Acreeedor. Representa las utilidades netas acumuladas.

Deudor. Representa las pérdidas netas acumuladas.

304. RESULTADOS DEL EJERCICIO

CREDITOS:

1. Al cierre del ejercicio social de todos los saldos de las cuentas de resultados acreedoras.
2. Traspaso a la cuenta 303. Resultados de ejercicios anteriores cuando se trate de pérdidas.

CARGOS:

1. Al cierre del ejercicio social de todos los saldos de las cuentas de resultados deudoras.
2. Traspaso a las diferentes cuentas de capital contable que correspondan, de acuerdo con la distribución de utilidades que apruebe la Asamblea General de Accionistas.

SALDO:

Acreeedor. Representa las utilidades obtenidas en el ejercicio.

Deudor. Representa la pérdida del ejercicio.

NOTA:

El traspaso de esta cuenta a la 304. Resultados de ejercicios anteriores, se efectúa al principiar el nuevo ejercicio social.

4.- CUENTAS DE INGRESOS

400. VENTAS

CREDITOS:

Importe de las ventas de los artículos propios del

giro del negocio.

CARGOS:

Traspaso del saldo de esta cuenta a la cuenta 305.
Resultados del ejercicio al final del ejercicio.

SALDO:

Acreeedor. Durante el ejercicio representa las ven-
tas conforme al párrafo primero.

401. DEVOLUCIONES SOBRE VENTAS

CARGOS:

Importe de las devoluciones sobre ventas.

CREDITOS:

Traspaso del saldo de esta cuenta a la cuenta 305.
Resultados del ejercicio, al final del ejercicio.

SALDO:

Deudor. Representa durante el ejercicio las devo-
luciones de clientes por ventas.

402. PRODUCTOS FINANCIEROS

CREDITOS:

1. Intereses moratorios
2. Importe de los descuentos obtenidos en la compra -
de mercancía y materiales.
- 3.. Importe de las utilidades en cambio.

CARGOS:

Traspaso del saldo al finalizar el ejercicio a la
cuenta 305. Resultados del ejercicio.

SALDO:

gresos obtenidos por los conceptos señalados en los créditos.

403. OTROS INGRESOS

CREDITOS:

Importe de los productos derivados de operaciones que no son normales en el negocio, tales como utilidades en venta de activo fijo, ventas de desperdicio, recuperaciones, productos de inversiones en valores, etc.

CARGOS:

Traspaso del saldo de esta cuenta a la 305. Resultados del ejercicio, al finalizar el ejercicio.

SALDO:

Acreedor. Durante el ejercicio, representa los ingresos obtenidos por operaciones que no son normales en la empresa.

5.- CUENTAS DE COSTOS Y GASTOS

500. COSTO DE VENTAS

CARGOS:

1. Importe del costo de la mercancía vendida (Sistema de Inventarios Perpetuos).
2. Correcciones al costo por equivocaciones en la valuación. (Sistema de Inventarios Perpetuos).
3. Traspaso del saldo de la cuenta 135. Inventario - Inicial

(Sistema Pormenorizado).

4. Traspaso del saldo de la cuenta 139. Compras Netas (Sistema Pormenorizado).

CREDITOS:

1. Costo real de la mercancía devuelta por los clientes

2. Importe del Inventario al final del ejercicio, - Contracuenta 140. Inventario Final al momento de cierre del ejercicio. (Sistema Pormenorizado).
3. Traspaso del saldo de la cuenta al final del ejercicio a la cuenta 305. Resultados del ejercicio.

SALDO:

Deudor. Durante el ejercicio representa el costo de la mercancía vendida.

501. GASTOS DE VENTA

CARGOS:

Esta cuenta se cargará del importe de todos aquellos gastos (Ver análisis de subcuentas de la 50 201 a la 50 234) que se eroguen con motivo de las ventas, así como de aquellos que son necesarios para hacer llegar el producto a manos del consumidor y lograr el cobro total de los mismos.

CREDITOS:

Traspaso del saldo al finalizar el ejercicio. Contracuenta 305. Resultados del ejercicio.

SALDO:

Deudor. Durante el ejercicio, representa el importe acumulado de las erogaciones que se indican en los cargos.

502. GASTOS DE ADMINISTRACION

CARGOS:

Esta cuenta se cargará del importe de todos aquellos gastos (Ver análisis de subcuentas de la 50 201 a la 50 234) que se eroguen con motivo de la administración del negocio.

CREDITOS:

Traspaso del saldo al finalizar el ejercicio. Con

Deudor. Durante el ejercicio, representa el importe acumulado de las erogaciones que se indican en los cargos.

503. GASTOS FINANCIEROS

CARGOS:

Importe de los intereses devengados y/o pagados a terceros o cargos efectuados por concepto de préstamos.

CREDITOS:

Traspaso del saldo al finalizar el ejercicio, Contracuenta 304. Resultados del ejercicio.

SALDO:

Deudor. Durante el ejercicio representa el importe acumulado de las erogaciones que se indican en los cargos.

504. OTROS GASTOS

CARGOS:

Importe de los gastos derivados de operaciones que no son normales en la empresa, tales como pérdidas en ventas de activo fijo, etc.

CREDITOS:

Traspaso del saldo al finalizar el ejercicio, a la cuenta 304. Resultados del ejercicio.

SALDO:

Deudor. Durante el ejercicio representa los gastos originados por operaciones que no constituyen el giro normal de la empresa.

505. PROVISION PARA EL IMPUESTO SOBRE LA RENTA AL INGRESO GLOBAL DE LAS EMPRESAS.

Por el impuesto de acuerdo con el ingreso global - gravable que se obtenga cada mes. Contracuenta Impuesto sobre la Renta al Ingreso Global de las Empresas.

CREDITOS:

Traspaso del saldo de esta cuenta al finalizar el ejercicio a la cuenta . . Resultados del ejercicio.

SALDO:

Deudor. Representa durante el ejercicio, las acumulaciones mensuales de las estimaciones en el cálculo del impuesto.

NOTA:

Esta cuenta deberá cargarse o acreditarse al finalizar el ejercicio, en función del impuesto final que se determine, para efectos de ajustar la estimación correspondiente.

506. PROVISION PARA LA PARTICIPACION DE UTILIDADES AL PERSONAL

CARGOS:

Importe de la participación de utilidades a favor del personal, correspondiente a la utilidad obtenida en el ejercicio. Contracuenta. Participación de utilidades al personal.

CREDITOS:

Traspaso del saldo de la cuenta al finalizar el ejercicio a la . . Resultados del ejercicio.

SALDO:

Deudor. Representa al finalizar el ejercicio el importe de la participación de utilidades a favor del personal.



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**DIPLOMADO EN VALUACIÓN INMOBILIARIA Y
DE NEGOCIOS**

**MÓDULO I : APLICACIONES ESTADÍSTICAS,
FINANCIERAS Y CONTABLES PARA FINES DE
VALUACIÓN**

TEMA

**TEORÍA Y PRAXIS DE VALUACIÓN INMOBILIARIA Y DE
NEGOCIOS (INTRODUCCIÓN) : ANEXO I**

**EXPOSITOR: M. EN I. ENRIQUE AUGUSTO HERNÁNDEZ RUIZ
PALACIO DE MINERÍA
ENERO DEL 2004**

TEORÍA Y PRAXIS DE VALUACIÓN INMOBILIARIA Y DE NEGOCIOS

M. en I. Enrique Augusto Hernández-Ruiz

PREFACIO

La División de Educación Continua de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México siempre ha procurado y mantenido el más alto desempeño en la educación permanente de actualización que los profesionales de la ingeniería y sus disciplinas afines requieren, por tal motivo, tras la impartición de diversos cursos sobre esta materia realizados en sus aulas del Palacio de Minería y gracias al efectivo apoyo del Departamento de Cursos Abiertos, se integró un Diplomado a principios del año 2001, del cual, este documento constituye el principal material de apoyo desde el punto de vista didáctico. La constante demanda, expresada desde entonces por legos y profesionales de la valuación, ha hecho posible la creación de este texto.

Como es de pensarse, algunas veces las decisiones se fundamentan en análisis y razonamientos sencillos, pero muchas otras dependen de una combinación de experiencia general, juicio, especulación e incertidumbre, donde siempre existe el riesgo de que una decisión tomada en determinado momento no sea tan buena como otra que se tome posteriormente. Por esta razón, los tomadores de decisiones buscan herramientas que ofrezcan soluciones nuevas, eficaces y más eficientes para aquellos problemas que se consideran de rutina y repetitivos.

Dichas herramientas, expuestas en este documento, han ayudado a resolver problemas de diversas áreas del conocimiento: la valuación es una de ellas. Muchas de las aplicaciones aquí desarrolladas han demostrado que proveen bases para lograr un análisis integrado y objetivo de los problemas que se presentan en esta materia. La característica distintiva de estas técnicas es la necesidad de expandir los puntos de vista para tomar una actitud más crítica e interrogadora en los dictámenes de valor, además, estimulan el pensamiento objetivo, en parte porque hacen énfasis en conceptos amplios y también porque la naturaleza de los modelos y de las técnicas limita la influencia de las preferencias personales

Por otro lado, también permiten encontrar soluciones creativas y adecuadas a problemas, ayudando a identificar las partes críticas de los sistemas que requieren evaluación y análisis, suministrando así una base sólida de carácter cualitativo y cuantitativo para orientar el juicio del tomador de decisiones, disminuyendo el esfuerzo y el tiempo de análisis para intensificar el potencial de su actividad en un sentido más racional

Con base en lo anterior, será posible que el lector determine, mediante la aplicación de enfoques generalmente aceptados por la práctica profesional de la valuación, la cuantía monetaria que mejor represente el valor de un bien específico, pues para evitar que la exposición de los temas se convierta en un

proceso teórico sin utilidad práctica, se desarrollarán ejercicios que ilustren la aplicación de las técnicas específicas.

Resta señalar que la exposición de los temas tratados procura excelencia académica a través de la conjugación de teoría y técnica en materia valuatoria; sin embargo, la dedicación que el lector aplique en el proceso de aprendizaje será definitiva para que, en el futuro inmediato, éste logre mejorar su habilidad en la "valuación inmobiliaria y de negocios".

INTRODUCCIÓN

Como es sabido, el tomador de decisiones debe medir para poder comparar, es decir, para efectos de evaluación surge la necesidad de valuar. Para elegir de un conjunto de alternativas, aquella que sea más conveniente, deberá conocerse la información financiera relevante de la empresa, del negocio o proyecto que se esté tratando. los resultados de sus operaciones y los cambios en su situación financiera por un periodo contable determinado, por ejemplo; esta información que es referida, debe satisfacer las expectativas de las personas interesadas e involucradas, como son los accionistas, empleados, acreedores y gobierno.

Sabiendo que un proyecto es la conceptualización de una idea que tiene la factibilidad de convertirse en realidad mediante la asignación de recursos que revertirán bienes y/o servicios útiles al ser humano y a su sociedad, puede afirmarse que tomar decisiones en los proyectos es una habilidad clave de sus ejecutivos, quienes las deberán tomar cuando exista en ellos un problema que requiera una solución y, para ello, en varias ocasiones deberán contar con el conocimiento del valor, expresado en términos económicos, de los proyectos mismos o de los bienes que en ellos intervienen.

Algunas veces las decisiones se fundamentan en razonamientos o en análisis sencillos, pero muchas otras dependen de una combinación de experiencia general, juicio, especulación e incertidumbre, donde siempre existe el riesgo de que una decisión tomada en determinado momento no sea tan buena como una que se tome posteriormente. Por esta razón, los tomadores de decisiones buscan herramientas que ofrezcan soluciones nuevas, eficaces y más eficientes para aquellos problemas que se consideran de rutina y repetitivos.

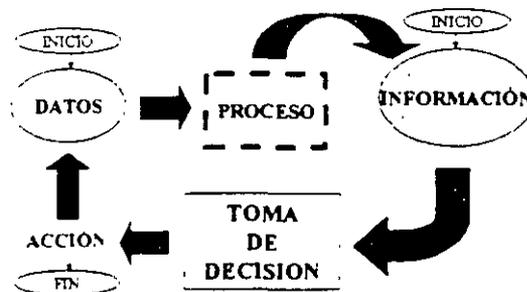
Un problema, en términos conceptuales, será entendido como la diferencia que existe entre un estado real y otro que es deseado en un proyecto, mientras que una decisión será asumida como la contestación a una interrogante cuyos sucesos a su alrededor tienen tanta incertidumbre que la respuesta no resulta obvia. Debe asimilarse que, el proceso mismo de toma de decisiones de un individuo inicia con la posesión de uno o dos de los siguientes elementos:

- Datos, e/o
- Información

Los datos representarán aquellos elementos cognoscitivos carentes de significado para tomar una decisión, mientras que la información se integrará con elementos cognoscitivos tipificados y clasificados, es decir, homologados, por lo que serán estos últimos los que poseen suma relevancia para la toma de decisiones. No obstante, es posible transformar un grupo de datos en información mediante la aplicación de una metodología que los seleccione y los discrimine, además de

ordenarlos por tipos y clases, procurando siempre mantener la naturaleza cualitativa o cuantitativa de los mismos.

Para tomar una decisión, los individuos primeramente establecen parámetros de comparación con base en sus conveniencias, preferencias y gustos, posteriormente seleccionan el mejor elemento de un posible conjunto de soluciones mediante un proceso iterativo de comparación de dos elementos a la vez, el cual confronta a cada solución con todas las demás. Este proceso puede entenderse como un ciclo que se desarrolla junto con el paso del tiempo, cuyo esquema es el siguiente:



Cada elemento del posible conjunto de soluciones recibe el nombre de "alternativa", de donde aquella alternativa que aporte los mayores beneficios, o bien, los menores perjuicios, se llamará "opción". Puede existir el caso que más de una alternativa aporte al tomador de decisiones los mismos beneficios o perjuicios, por lo que será posible que en un conjunto de alternativas exista más de una opción.

En ese sentido, para encontrar la opción buscada en un momento dado, los analistas y tomadores de decisiones en materia de proyectos se apoyan fundamentalmente en procedimientos tales como la valuación misma, técnica que es motivo del desarrollo del presente documento.

ÍNDICE

Capítulo 1

Génesis y Desarrollo de la Valuación

- 1.1 El Por Qué de la Valuación
- 1.2 Los Tratados del Valor
- 1.3 El Significado de la Palabra "Valuación"
- 1.4 Valuación: Técnica o Disciplina

Capítulo 2

Aspectos Multidisciplinarios de la Valuación

- 2.1 Elementos de Estadística Descriptiva
 - 2.1.1 Análisis de Muestras Aleatorias
 - 2.1.2 Validación de Muestras con Media Poblacional Estimada
 - 2.1.3 Correlación de Parámetros Muestrales
- 2.2 Elementos de Probabilidad
- 2.3 Elementos de Economía
 - 2.3.1 Concepto de Mercado "Perfecto"
 - 2.3.2 Costos, Valores y Precios
 - 2.3.3 Valor Monetario
 - 2.3.4 Inflación y Pérdida del Poder Adquisitivo
 - 2.3.5 Tasa de Crecimiento Real del Patrimonio
- 2.4 Elementos de Contabilidad Financiera
 - 2.4.1 Antecedentes y Principios
 - 2.4.2 El Proceso Contable
 - 2.4.3 Efectos de la Inflación en la Contabilidad
- 2.5 Elementos de Matemática Financiera
 - 2.5.1 Teoría del Interés
 - 2.5.2 Teoría del Descuento
 - 2.5.3 Equivalencia entre Interés y Descuento
 - 2.5.4 Amortizaciones
- 2.6 Elementos del Análisis de Inversiones
 - 2.6.1 Periodo de Recuperación de la Inversión (PRI)
 - 2.6.2 Periodo de Recuperación Actualizado (PRA)
 - 2.6.3 Método del Valor Presente Neto
 - 2.6.4 Tasa Interna de Retorno (TIR)
 - 2.6.5 Tasa Externa de Retorno (TER)
 - 2.6.6 Relación Beneficio/Costo (B/C)
 - 2.6.7 Índice de Rentabilidad de la Inversión (IRI)
 - 2.6.8 Pago Anual Equivalente (PAE)

Capítulo 3

Marco Normativo de la Valuación

- 3.1 Normas Jurídicas
 - 3.1.1 Respecto de los Bienes Muebles e Inmuebles
 - 3.1.2 Respecto de la Propiedad Intelectual
 - 3.1.2.1 Derechos de autor
 - 3.1.2.2 Diseños Industriales
 - 3.1.2.3 Marcas
 - 3.1.2.4 Patentes.
 - 3.1.3 El Dictamen Valuatorio como Elemento Probatorio Judicial
 - 3.1.3.1 Procedimiento de Desahogo del Dictamen Valuatorio
- 3.2 Normas Éticas
 - 3.2.1 Deberes y Obligaciones Primordiales del valuador
- 3.3 Normas Metodológicas (Lex Artis)
 - 3.3.1 Respecto de los Bienes Muebles e Inmuebles
 - 3.3.1.1 El Factor por Demérito
 - 3.3.2 Respecto de la Propiedad Intelectual
 - 3.3.3 Definiciones y Abreviaturas

Capítulo 4

Práctica Valuatoria

- 4.1 El Método del Costo Neto de Reposición
- 4.2 Homologación
 - 4.2.1 Homologación "HR"
- 4.3 El Método del Valor de Cambio
- 4.4 El Método del Valor de Uso
- 4.5 Valuación de Terrenos
 - 4.5.1 Estudios Valuatorios Relativos a Predios de Gran Extensión
 - 4.5.2 El Método "HR"
 - 4.5.3 El Método de Repercusión
 - 4.5.4 El Método de la Razón de Superficie

Capítulo 5

Casos de Valuación

- 5.1 Muebles y Enseres
 - 5.2.1 Mobiliario de Oficina
- 5.2 Maquinaria y Equipo
 - 5.2.1 Equipo de Cómputo
 - 5.2.2 Equipo de Transporte
 - 5.2.3 Equipo de Laboratorio
- 5.3 Propiedad Intelectual
 - 5.3.1 Publicación Periódica
- 5.4 Inmuebles
 - 5.4.1 Terreno
 - 5.4.2 Departamento en Condominio

Bibliografía

Anexos

1. Ejemplo de un balance general formulado por una empresa.
2. Gráfica de los factores por demérito aplicables según el estado de conservación y edad de los inmuebles (criterio T.D.F.).
3. Tabulación del Factor por Demérito (F.De.) para bienes inmuebles según el criterio señalado por la Tesorería del Distrito Federal.
4. Gráfica de los factores por demérito aplicables según el estado de conservación y edad de bienes (criterio Ross Heidecke).
5. Tabulación del Factor por Demérito (F.De.) para bienes según el criterio Ross Heidecke.
6. Gráfica de los factores por demérito aplicables según el estado de conservación y edad de bienes (criterio "HR").
7. Tabulación del Factor por Demérito (F.De.) para bienes según el criterio "HR".
8. Gráfica de los factores por demérito aplicables según el estado de conservación y edad de bienes (criterio Kuentzle).
9. Tabulación del Factor por Demérito (F.De.) para bienes según el criterio Kuentzle
10. Gráfica de los factores por demérito aplicables según el estado de conservación y edad de bienes (criterio Siller).
11. Tabulación del Factor por Demérito (F.De.) para bienes según el criterio Siller.
12. Puntuación máxima asignada a las autopartes de vehículos según el estado de sus componentes principales (criterio de las amadoras automotrices)
13. Vigencia de derechos sobre propiedad intelectual e industrial y leyes que los amparan
14. Elementos para la descripción física de los elementos que integran las construcciones de un inmueble



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

DIPLOMADO EN VALUACIÓN INMOBILIARIA Y DE NEGOCIOS

MÓDULO I : APLICACIONES ESTADÍSTICAS, FINANCIERAS Y CONTABLES PARA FINES DE VALUACIÓN

TEMA

CAPÍTULO 1 GÉNESIS Y DESARROLLO DE LA VALUACIÓN : ANEXO II

**EXPOSITOR: M. EN I. ENRIQUE AUGUSTO HERNÁNDEZ RUIZ
PALACIO DE MINERIA
MARZO DEL 2002**

CAPÍTULO 1

GÉNESIS Y DESARROLLO DE LA VALUACIÓN

1.1 EL POR QUÉ DE LA VALUACIÓN

Supóngase que se desea analizar una compañía dedicada a la explotación de un hotel, la cual se constituyó legalmente en el mes de enero de 1939 con un capital social de \$25.000.00, mismo que fue aportado en su momento por cinco socios en proporciones iguales (socios A, B, C, D, E), es decir, cada uno cuenta con el 20% del total de las acciones emitidas. Con las aportaciones iniciales se adquirió el inmueble donde actualmente opera el hotel con un costo de \$25.000.00¹, desde entonces y hasta el 31 de Diciembre de 1992 obtuvo utilidades por \$200.000.00² y del 1° de enero de 1993 al 31 de diciembre de 1995 obtuvo ganancias por N\$150.000.00³. En el mes de septiembre de 1996, se decide aumentar por primera vez el capital social en \$5.000.000.00 mediante aportaciones de los socios B, D y E equivalentes a un 20% cada uno y el resto (40%) con aportación del socio C, esto es, el socio A no aportará su parte correspondiente y ésta será pagada por el socio C. Se desea saber las nuevas proporciones del capital contable que corresponden a cada socio.

El socio A, de manera preventiva ha solicitado, a un valuador independiente, un dictamen respecto del valor que el inmueble posee a la fecha en que se pretende realizar el aumento del capital contable. El valuador dictaminó que el terreno vale \$80.000.000.00.

Obsérvese el Balance General y el valor contable de las acciones del negocio que son presentados en la Tabla 1.1 y en la Tabla 1.2 respectivamente.

¹ Unidades monetarias del mes de enero de 1939

² Unidades monetarias registradas en los libros contables del negocio año con año

³ Unidades monetarias registradas en libros, considerando una transformación monetaria oficial

Capítulo 1

EMPRESA HOTELERA, S.A. DE C.V. BALANCE GENERAL

CONCEPTO	HISTORICO SIN AUMENTO DE CAPITAL		ACTUALIZADO SIN AUMENTO DE CAPITAL		HISTORICO CON AUMENTO DE CAPITAL		ACTUALIZADO CON AUMENTO DE CAPITAL	
	\$	%	\$	%	\$	%	\$	%
ACTIVO								
ACTIVO CIRCULANTE								
Caja	10 000 00	2.30	10,000 00	0 01	10,000.00	0 18	10,000 00	0 01
Bancos	40,000 00	9 19	40,000 00	0.05	5,040,000 00	92.73	5,040,000 00	5.90
Cuentas por cobrar	230,000 00	52 87	230,000 00	0 29	230,000 00	4 23	230,000 00	0 27
Otros	155 009 00	35 63	155,009 00	0 19	155,009 00	2.85	155,009.00	0 18
Suma el activo circulante	435,009 00	100 00	435,009 00	0 54	5,435,009.00	100 00	5,435,009 00	6 36
ACTIVO FIJO								
Terreno	5 00	0 00	44,000,000 00	54 70	5 00	0 00	44,000,000 00	51 50
Construccion	20 00	0 00	64,000,000 00	79.57	20 00	0 00	64,000,000 00	74 91
Depreciacion acumulada	(9 00)	(0.00)	(28 000,000 00)	(34 81)	(9 00)	(0 00)	(28,000,000 00)	(32 77)
Suma el activo fijo	16 00	0 00	80 000,000 00	99 46	16 00	0 00	80,000,000 00	93 64
TOTAL DE ACTIVO	435,025.00	100.00	80,435,009.00	100.00	5,435,025.00	100.00	85,435,009.00	100.00
PASIVO								
Cuentas por pagar	100,000 00	22 99	100 000 00	0 12	100,000 00	1 84	100,000 00	0 12
Otros	35 000 00	8 05	35 000 00	0 04	35 000 00	0 64	35,000 00	0 04
Suma el pasivo	135 000 00	31 03	135 000 00	0 17	135 000 00	2 48	135,000 00	0 16
CAPITAL CONTABLE								
Capital social	25 00	0 01	25 00	0 00	5 000 025 00	92 00	5,000,025.00	5 85
Resultados acumulados	300 000 00	68 96	300 000 00	0 37	300 000 00	5 52	300,000.00	0 35
Actualizacion del capital	-	-	79 999 984 00	99 46	-	-	79,999,984 00	93 64
Suma el capital	300 025 00	68 97	80 300 009 00	99 83	5 300,025 00	97 52	85,300,009 00	99.84
TOTAL PASIVO Y CAPITAL	435,025.00	100.00	80,435,009.00	100.00	5,435,025.00	100.00	85,435,009.00	100.00

Tabla 1.1 Balance general de la empresa hotelera

Génesis y Desarrollo de la Valuación

EMPRESA HOTELERA, S.A. DE C.V.

Valor contable de las acciones

CONCEPTO	HISTORICO SIN AUMENTO DE CAPITAL		ACTUALIZADO SIN AUMENTO DE CAPITAL		HISTORICO CON AUMENTO DE CAPITAL		ACTUALIZADO CON AUMENTO DE CAPITAL	
	\$	%	\$	%	\$	%	\$	%
Socio A	60,005.00	20.00	16,060,001.80	20.00	60,005.00	1.13	16,060,001.80	18.83
Socio B	60,005.00	20.00	16,060,001.80	20.00	1,060,005.00	20.00	17,060,001.80	20.00
Socio C	60,005.00	20.00	16,060,001.80	20.00	2,060,005.00	38.87	18,060,001.80	21.17
Socio D	60,005.00	20.00	16,060,001.80	20.00	1,060,005.00	20.00	17,060,001.80	20.00
Socio E	60,005.00	20.00	16,060,001.80	20.00	1,060,005.00	20.00	17,060,001.80	20.00
Suma el capital contable	300,025.00	100.00	80,300,009.00	100.00	5,300,025.00	100.00	85,300,009.00	100.00

Tabla 1.2 Valor de las acciones de la empresa hotelera

Nótese que omitir la actualización del valor del activo fijo y calcular sin ello el valor de las acciones de la empresa perjudicaría radicalmente al socio A y convertiría al C en mayoritario, acto que sería ilegal e ilegítimo, ya que todos los socios tienen el derecho, en la medida que sus acciones se los aporte, de disfrutar de los productos y beneficios que sus activos generen. En realidad, si el primero no realiza la aportación que le corresponde para el aumento de capital social, no sufrirá una pérdida fuerte en cuanto a sus derechos sobre la empresa como puede observarse, mientras que bajo la perspectiva del socio C, haber aportado el doble de los demás, no le representaría ventaja sustantiva alguna, aunque su apreciación "a priori" le pudo dictar que podría ser el socio mayoritario de la empresa.

Con este breve ejemplo se evidencia la importancia de actualizar los valores que poseen los activos fijos y, consecuentemente, también la que tiene el proceso valuatorio mismo. Para un tomador de decisiones es sustancial contar con información contable y financiera fidedigna, de hecho, es una de sus mayores preocupaciones. En ese sentido, cabe hacer resaltar que la afirmación "el valor en libros de una compañía es siempre menor que su valor en el mercado" resulta ser falsa al menos cuando hablamos de compañías que razones específicas efectúan periódicamente la "reexpresión de sus estados financieros", en virtud que para ello deben presentar sus registros contables y estados financieros debidamente "auditados" y avalados por profesionales en el ramo.

Abundando más respecto de lo anterior, cabría la posibilidad, inclusive, de que el valor en libros de un bien específico fuera superior al valor de mercado; esto ocurriría si en fecha inmediata posterior a la reexpresión de sus estados financieros se presentara un quebranto, crisis o recesión temporal en el mercado de bienes y/o servicios similares o sustitutos de aquel que nos referimos.

El objeto de actualizar los registros relativos a los valores de los bienes de una empresa no es otro más que la coexistencia entre la dinámica de los valores en el mercado y los registros contables de la misma para poder reflejar, en el instante

en que sea necesario tomar una decisión, la situación real en cuanto al posible potencial que puede tener la compañía para con sus accionistas, acreedores y directivos.

Sin embargo, éste no es el único propósito por el cual se efectúan valuaciones de bienes, también se realizan, entre otras razones, para pagar algún gravamen impuesto cuando la cuantía de éste se determina con base en su valor actualizado (ordenado por alguna norma jurídica), para determinar la cantidad presente sobre la cuál pueden ser garantía en caso de préstamo, para determinar la cantidad monetaria que se debe intercambiar para su enajenación, o bien, para simplemente conocer, por curiosidad, el valor que en el presente tiene; en pocas palabras, se efectúan valuaciones de bienes y/o servicios para tomar decisiones sobre de ellos

1.2 LOS TRATADOS DEL VALOR

Los fundamentos teóricos del valor han sido resultado de profundos razonamientos de varios filósofos a lo largo de la historia de la humanidad. El concepto nace cuando el hombre comienza a obtener excedentes en su producción y desea cambiarlos por otros bienes que necesita y que no produce.

Así surgen los conceptos tales como, costo, valor, precio y sus derivados como valor de uso y valor de cambio, mismos que serán expuestos más adelante en el presente documento

Aristóteles, en la edad de oro de los griegos, enuncia su teoría del valor subjetivo y dice que el valor de los objetos creados por el hombre no está en el objeto, sino en la mente humana, estableciendo así un carácter subjetivo a este concepto.

En el siglo XVI surge en Inglaterra el grupo llamado "los mercantilistas", integrado por hombres de negocios que sostenían que el bienestar económico individual sólo era posible en un estado económicamente fuerte y políticamente estable, lo cual exigía un control absoluto de las fuentes productivas de la tierra y de los medios de transporte. Con esta filosofía capitalista, se aplicaron valores a la tierra, aunque ésta no tuviese un costo de producción; y es en esta época cuando comienza a hablarse de la ley no escrita de la oferta y la demanda.

En el siglo XVIII, John Stuart, primer ministro de Jorge III (1761–1763), aborda el tema del valor de la tierra desde el punto de vista político económico, y recomienda a su gobierno que proceda a valuaciones periódicas de todas las propiedades agrícolas y urbanas a efecto de cobrar impuestos sobre dichas valoraciones. Sin embargo, por su autontarismo, solo duró 2 años en el cargo.

A finales del siglo XVIII, Adam Smith, fundador de la economía política como ciencia independiente, defensor de la libertad de comercio y adversario de los monopolios y privilegios, en su "teoría sobre el costo" reconoce al valor de uso y al valor de cambio, e introduce, como parte de ese valor, la importancia del trabajo y del uso del capital. Concibe al valor de uso como la utilidad de cualquier bien concreto, y al valor de cambio como poder proporcionado por la posesión de los bienes; sin embargo, al no existir relación entre ambos conceptos, prescinde del primero, dedicándose a estudiar únicamente el segundo, dada su creencia de que el cambio es el fundamento esencial del sistema económico y sus leyes la base de la ciencia económica.

Adam Smith consideró la producción de riqueza o actividad determinada por la conjunción de dos factores: el trabajo (principio activo) y la tierra (principio pasivo). Sostuvo que el trabajo es la fuente productora de riqueza, así como la medida real de valor de cambio de todos los bienes, ya que el valor de un bien viene definido por la cantidad de trabajo que dicho bien proporciona a cambio, lo cual se trata del concepto de *Labour Commanded*. Además consideró la posibilidad de medir el valor a través del trabajo incorporado o cantidad de trabajo que ha sido necesario emplear en su producción, pero lo consideró únicamente válido en el estadio de la sociedad que precede a la acumulación de capital, en el que los bienes pueden ser considerados como *embodiments* de trabajo.

En Smith resulta evidente la existencia de un "trabajo productivo" como aquel que da lugar a un aumento de valor, cuando el producto en que se plasma es tal que puede poner en funcionamiento una cantidad de trabajo mayor que la del trabajo empleado, y el de "trabajo improductivo", cuando no se dan estas características.

Definitivamente, el criterio de *Labour Commanded* de Smith puede concretarse del modo siguiente: el valor de un producto no se calcula con referencia al trabajo mediante el cual ha sido producido, sino con el trabajo que pondrá en funcionamiento.

En el mismo siglo XVIII, David Richard aporta su teoría sobre la renta económica, en la cual establece que, el valor de un bien es determinado por su escasez y por la cantidad de trabajo necesario para su producción. Bajo esta conceptualización, la renta de la tierra es un pago diferencial obtenido en función de su capacidad productiva. Acepta la idea smithiana de que es el trabajo el determinante de los valores, pero abandona el concepto de *Labour Commanded* y amplía la concepción de Smith de "trabajo incorporado".

Al analizar la unidad de medida del valor de cambio, David Richard toma como unidad la cantidad de trabajo empleado y no el valor de éste, considerado en este caso como valor de cambio de la mercancía a la "fuerza de trabajo" (en su acepción marxista).

El criterio de la cantidad de trabajo incorporado enfrenta a Richard con la existencia de la tierra y del capital para la determinación del valor; desposee a la

tierra de influencia en la determinación del valor y considera el capital como cristalización del trabajo anteriormente realizado, suponiendo que el trabajo anterior y el actual se combinan en las distintas producciones en proporciones idénticas.

La teoría de la renta marginal de Thomas R. Malthus vino después a incorporar conceptos de valor de uso, renta y cambio, relacionándolos con la demanda de bienes en el mercado. Aceptó en principio el *Labour Commanded* de Smith, pero define el valor real de cambio como poder de disposición de las cosas necesarias y útiles de la vida, incluyendo el trabajo, en contraposición con poder de disposición de metales preciosos; no obstante, distingue claramente el trabajo como factor productivo originario de la mercancía fuerza de trabajo; hecha esta distinción, consideró que Smith se refirió al trabajo y no a la mercancía fuerza de trabajo, mientras que para Malthus el criterio del *Labour Commanded* se refiere claramente a la mercancía fuerza-trabajo y no solamente al trabajo.

En contraposición a David Richard, para quien el examen de las variaciones del valor se remite en última instancia al examen a largo plazo de las modificaciones en el costo de producción del trabajo, él, por el contrario, fundamentó la teoría de valor en el razonamiento de que el examen de las variaciones del valor lleva necesariamente al análisis de las alteraciones en los precios de mercado; por esta causa, en Malthus la demanda adquiere una importancia fundamental.

K. Marx parte en su teoría del valor del concepto de trabajo incorporado de David Richard, desarrollándolo e intentando hacer rigurosa al máximo la teoría ricardiana. Define la fuerza de trabajo como una mercancía constituida por la suma de cualidades que hacen al hombre capaz de producir trabajo; al valor de la fuerza de trabajo como el trabajo necesario para mantener y desarrollar la capacidad de trabajo de los hombres, y el trabajo como la actualización de la fuerza de trabajo.

Marx se planteó frontalmente un problema no resuelto en Richard, el del beneficio del capitalista, plusvalía generada por el hecho de que la cantidad de trabajo que el trabajador efectúa es superior a la cantidad de trabajo precisa para la producción de sus medios de subsistencia, siendo la diferencia entre el valor producido y el consumido la plusvalía.

Otro problema que resuelve Marx, es la eliminación del supuesto restrictivo de Richard cuando éste considera que el capital y el trabajo se combinan siempre en proporciones idénticas, mediante la introducción del concepto de composición orgánica del capital, definiendo el concepto de capital variable como el costo de la mercancía, fuerza de trabajo y el de capital constante como costo de los instrumentos productivos distintos a la fuerza de trabajo. El valor, entonces, vendrá definido por la suma de capital constante, de capital variable y de plusvalía, con lo que composiciones orgánicas distintas producen el mismo valor, pero distinto tipo de beneficios.

Sin embargo, J. B. Say fue el primero que consideró el valor de cambio de un bien definido por la demanda y la oferta, la demanda determinada por la utilidad del bien y la oferta fijada por la suma de remuneración de los factores productivos o costo de producción.

Marshall, fundador de la escuela neoclásica, partió de una concepción muy precisa: el precio término es el valor expresado en dinero, y el valor expresa la relación entre los bienes; el valor de cambio de un bien en términos de otro es la cantidad de este segundo bien que en ciertas circunstancias puede ser obtenida a cambio del primero. Consideró el contenido de la teoría del valor fijado en dos puntos: formación de los precios y examen de las fuerzas que están detrás de la demanda y la oferta, concebidas en términos psicológicos.

Entre los años 1825 y 1850, Johann H. Thunen, economista alemán que desarrolló la teoría de la renta de la tierra en su país, hace una clara distinción entre el valor del suelo y las contribuciones al capital y el trabajo, y reconoce que la localización de la tierra influye en su propio valor, idea que persiste hasta nuestros días.

En esa misma época, el francés Claude F. Bastiat, influenciado por la abundancia de tierras vírgenes en América, sostenía que el valor de la tierra era función de su localización, de su productividad y de sus mejoramientos.

1.3 EL SIGNIFICADO DE LA PALABRA “VALUACIÓN”

Como fue expresado en el apartado anterior, muchas fueron las teorías desarrolladas al respecto, pero hoy se puede definir a la valuación como un procedimiento técnico y metodológico que, mediante la investigación física, económica y social, permite determinar las variables cuantitativas y cualitativas que inciden en el valor de los bienes

En términos gramáticos, valuación es un sustantivo femenino, cuyo significado es conocido como acción y efecto de valuar, por lo que valuar es un verbo transitivo que consiste en señalar la cuantía económica de intercambio de una cosa; proviene del latín tardío “valoris”, que significa grado de utilidad o aptitud de las cosas para satisfacer necesidades o dar bienestar.

Para efectos de definición, basados en lo hasta ahora documentado, la palabra valor significará: grado de utilidad de las cosas, cualidad de las cosas que las hace objeto de aprecio, y a partir de ello, se emplearán las palabras avalúo, valuación y valoración como derivadas de este concepto

Normalmente, por avalúo se conoce al dictamen emitido por perito en la materia (experto en valuación) con el cual se describe un bien específico y, a través de metodología determinada, se le asigna un valor referido en términos económicos. Se entenderá pues, que la palabra avalúo se trata de un sustantivo masculino que se define como la acción de valuar, es decir, de asignación de un valor. Palabras sinónimas de ésta son valuación y valoración; no obstante, en este documento se empleará por preferencia del autor la palabra valuación para designar al dictamen valuatorio.

1.4 VALUACIÓN: TÉCNICA O DISCIPLINA

Definitivamente no existe un sólo método apto para el progreso de cualquiera de las ramas del conocimiento humano, se emplean varios métodos, sustentados principalmente en el método científico, del cual se puede decir, sin lugar a dudas, que es una herramienta consistente y sumamente útil para identificar si se está hablando de una técnica o de una disciplina del conocimiento. El método científico, en términos generales, puede decirse que se integra con la unión de cuatro pasos esenciales para su desarrollo: la observación, la formulación de hipótesis, la experimentación y, finalmente, el pronunciamiento de una ley o un principio.

La observación es la etapa que consiste en la realización de un diagnóstico y el establecimiento de una visión sobre un fenómeno específico, con lo cual se formulará el problema por resolver, base sustantiva para establecer un punto de partida para entender el objeto en estudio. Un diagnóstico será entendido como la descripción del estado actual del fenómeno en estudio, mientras que una visión será una descripción de lo deseado sobre el mismo, y, a través de estas dos descripciones, puede establecerse una diferencia en términos cuantitativos, misma que representará el planteamiento de un problema propiamente dicho.

Seguidamente, con base en la experiencia acumulada por el conocimiento formal, o bien, en la experiencia empírica, se establecen las teorías con las que, posiblemente, se puede dar una solución adecuada al problema planteado, es decir, un mecanismo teórico o práctico para reducir la diferencia entre el estado real del fenómeno y el estado que se desea alcanzar; con este segundo paso se enuncia una hipótesis, misma que en términos "a priori" puede establecer una solución al problema formulado. La hipótesis propondrá, además, la estructura metodológica o serie de pasos que se deben satisfacer.

Para validar el postulado o postulados que sostenga la hipótesis, se procederá a repetir, de manera controlada, los aspectos del fenómeno sobre los que existe cuestionamiento e integran el planteamiento del problema por resolver, comparando los resultados obtenidos con lo sostenido por la hipótesis, de manera que si la comparación es positiva, es decir, si se cumple, la hipótesis tendrá carácter de tesis, en caso contrario, se habrá obtenido una antítesis.

Cuando un proceso de investigación, que necesaria y evidentemente debe sustentarse en el método científico, logra integrar sistemáticamente y de manera suficiente los postulados convertidos en tesis y antítesis en un proceso de "síntesis", establece, por una parte, las condiciones y lineamientos bajo los cuales es posible repetir y explicar un determinado fenómeno, y por otra, formula los mecanismos con los cuales es posible resolver problemas específicos. En ese momento, se dice que se ha conformado una disciplina, misma que tendrá fronteras definidas respecto del conocimiento materia de su estudio.

Esta aplicación recursiva del proceso de investigación establece la perspectiva inductiva del método científico, ya que a través del estudio sistémico de particularidades es posible enunciar la generalidad, no obstante que, una vez integrada la generalidad, es posible dar respuesta y resolver aspectos particulares.

Con base en lo anteriormente sustentado, cuando se hable de valuación, se debe pensar en ésta como una técnica multidisciplinaria, ya que de ninguna manera establece postulados objetivamente medibles como lo hace una ciencia o disciplina, tampoco desarrolla metodologías propias para la asignación de los valores a bienes específicos, sino que recurre al conocimiento desarrollado en otras ramas del conocimiento para lograr su fin; en otras palabras, no genera ni enriquece conocimiento; sin embargo, esta no debe ser razón para desmeritar la actividad valuatoria, por el contrario, su fortaleza radica en el hecho de que se adjunta al quehacer humano como herramienta fundamental para la toma de decisiones en materia de valor.

Decimos que la **valuación** es una técnica porque aporta una base metodológica para asignar un valor económico a un bien específico, aunque también decimos que **es una técnica multidisciplinaria** porque utiliza y combina los conocimientos formulados por otras disciplinas o ciencias. Por su naturaleza social y económica, podríamos decir que la valuación es una técnica ética profesional, con normas y metodologías definidas y adaptables, encargada de indagar, analizar y seleccionar las variables objetivas y subjetivas que influyen en la determinación del valor.

De hecho, puede decirse también que la valuación es una de las ramas y técnicas que emplea la Investigación de Operaciones, ya que utiliza de manera combinada, pero ordenada, conceptos de probabilidad, de estadística, de matemática financiera, de simulación, de teoría de decisiones, de evaluación de proyectos, de la economía, de normas jurídicas y de la ética primordialmente. Estos aspectos son los que le dan a la valuación su carácter multidisciplinario.

Habiendo citado en el párrafo anterior a la "Investigación de Operaciones" será necesario explicar que ésta es una ciencia multidisciplinaria que tiene sus orígenes durante la segunda Guerra Mundial, cuando un grupo de científicos fueron comisionados por el gobierno inglés para idear recomendaciones que mejoraran las estrategias militares (inteligencia, administración, servicios de operación, cuerpos de señales, transportes, logística, etc.).

Esta actividad fue denominada por los británicos "Investigación de Operaciones", debido a que los primeros estudios fueron dedicados a operar el radar y estudiar sus posibles aplicaciones, sustentados en aplicaciones de tipo matemático.

Después de la guerra, algunas compañías experimentaron con este tipo de investigación y encontraron su aplicabilidad a problemas de administración de negocios; desde entonces se ha logrado una base de acción dentro del campo industrial. Sin embargo, ha surgido mucha confusión al tratar de identificar el nombre "Investigación de Operaciones" con técnicas especiales, o al hacer distinciones rígidas entre la Investigación de Operaciones y otras actividades al servicio del ejecutivo como la contabilidad, la estadística y la ingeniería, aunque con esta última las diferencias son más sutiles.

El primer punto en consideración es que la Investigación de Operaciones es exactamente lo que su nombre indica, una investigación en las operaciones; sin embargo, representa un punto de vista particular en las mismas y, más importante, un tipo particular de investigación.

Las operaciones se consideran como un sistema, donde el objetivo del estudio no es analizar el equipo utilizado, ni la moral de los participantes, ni las propiedades físicas del producto; sino la combinación de todas esas características como un proceso económico.

A través de los años se han desarrollado técnicas experimentales y análisis matemáticos para utilizarlos como herramientas en el desarrollo de este tipo de actividad. La aplicación de esta posición científica y de las técnicas asociadas al estudio de las operaciones, ya sean de negocios, gubernamentales, o militares, es lo que se conoce con el nombre de Investigación de Operaciones, la cual resulta ser, al final de cuentas, una ciencia multidisciplinaria dirigida hacia la investigación orientada.

Como es sabido, algunas veces las decisiones se basan en análisis y razonamientos sencillos, pero muchas otras dependen de una combinación de experiencia general, juicio, especulación e incertidumbre, donde siempre existe el riesgo de que una decisión tomada en determinado momento no sea tan buena como una que se tome posteriormente. Por esta razón, los tomadores de decisiones buscan herramientas que ofrezcan soluciones nuevas, eficaces y más eficientes, para aquellos problemas que se consideran de rutina y repetitivos.

En ese sentido, la Investigación de Operaciones ha ayudado a resolver problemas variables a través de sus diversas ramas, como dirigir a vendedores adecuadamente hacia los compradores en el momento preciso, distribuir el presupuesto de publicidad de la manera más efectiva, establecer sistemas justos de comisiones, mejorar las políticas de abastecimiento y control de inventarios, planear la producción a un costo mínimo, definir las relaciones de trabajo y capital necesario para una nueva operación, determinar la capacidad óptima de unidades

productivas, establecer planes para el desarrollo urbano de las ciudades, implantar estrategias de precios en situaciones de gran competencia, a evaluar proyectos de inversión directa, a analizar portafolios de inversión y, por supuesto, a asignar valores con fines de toma de decisiones a derechos y a bienes muebles e inmuebles, entre otras aplicaciones más, sujetándose siempre al análisis lógico y a la metodología que ha caracterizado el trabajo de investigación y que es lo que se conoce como "método científico".

CAPÍTULO 2

ASPECTOS MULTIDISCIPLINARIOS DE LA VALUACIÓN

2.1 ELEMENTOS DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Para analizar un conjunto de datos, como por ejemplo los obtenidos de una indagación de precios en un mercado específico de bienes, y efectuar inferencias sobre ellas, es preciso:

1. Formar clases estadísticas con los datos elegidos, estableciendo un intervalo o amplitud que sea conveniente en las mismas; posteriormente se calculará el valor medio en cada clase, la frecuencia con que se presentó cada clase en el conjunto seleccionado, la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada, tal como se ejemplifica en la Tabla 2.1.

Valor Medio del Estrato de la Variable "X"	Frecuencia	Frecuencia Relativa P(X)	Frecuencia Relativa Acumulada
200	11	0.1058	0.1058
250	27	0.2596	0.3654
300	34	0.3269	0.6923
350	16	0.1538	0.8462
400	9	0.0865	0.9327
450	5	0.0481	0.9808
500	2	0.0192	1.0000
Suma	104	1.0000	

Tabla 2.1 Clasificación de un conjunto de datos

La frecuencia, frecuencia relativa y frecuencia relativa acumulada deberán cumplir las siguientes condiciones:

$$n = \sum_{i=1}^k f_i,$$

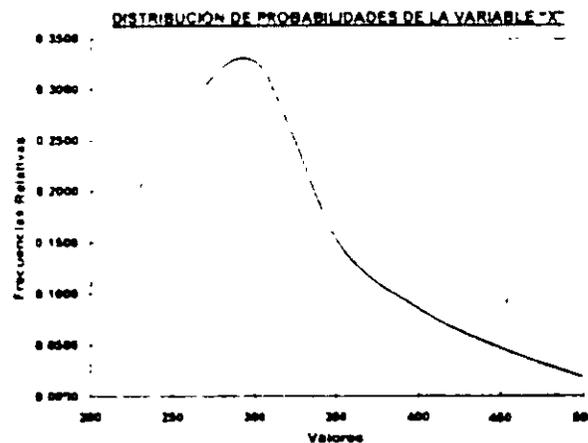
$$fr_i = f_i / n,$$

$$fra_i = \sum_{k=1}^i fr_k,$$

$$\sum_{i=1}^k fr_i = 1$$

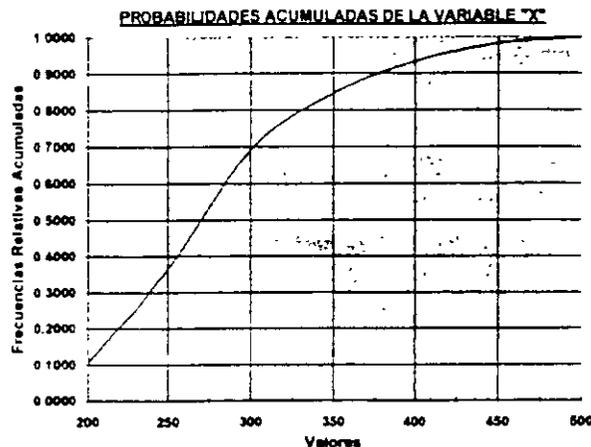
donde "n" es el número de elementos que integra el conjunto en estudio, "f_i" el número de elementos del conjunto en estudio que incurrir en el estrato "i", "fr_i" y "fra_i" la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada que corresponden al estrato "i".

2. Con la frecuencia relativa calculada puede conocerse la distribución de probabilidades de los parámetros tratados, la cual se apreciará en una representación como la mostrada en la Gráfica 2.1.



Gráfica 2.1 Frecuencias relativas del conjunto analizado

3. Complementariamente, se representará la frecuencia relativa acumulada como se ha hecho en la Gráfica 2.2.



Gráfica 2.2 Frecuencias relativas acumuladas del conjunto analizado

2.1.1 ANÁLISIS DE MUESTRAS ALEATORIAS

El resultado de un experimento estadístico puede registrarse como un valor numérico o como una representación descriptiva, y es por eso que la estadística se interesa principalmente por el análisis de datos numéricos. En un estudio particular, el número de posibles observaciones puede ser pequeño, grande pero finito, o bien infinito.

Siempre que trabajemos en el muestreo, debemos contar con un plan preciso para delimitar el tamaño de la muestra que deseamos extraer de una población para cumplir con los objetivos de la investigación. Un error muy común consiste en pensar que una muestra debe ser grande para que realmente sea representativa de la población, pero quizá esto no suministre información adecuada sobre el parámetro en cuestión, sin embargo, si mermará en mucho los recursos económicos que se empleen para llevar a cabo esta actividad.

La totalidad de las observaciones que interesan, sea su número finito o infinito, constituye lo que se llama una "población"; esta palabra considera las observaciones acerca de algo de interés, ya sean grupos de personas, animales u objetos, y el número de observaciones en la población se define como el tamaño de ésta.

En otros términos, se llamará población al conjunto formado por la totalidad de resultados obtenidos, o posibles, al realizar un experimento cualquiera.

Como ejemplo de una población de tamaño finito podemos citar, entre otros, los números de los naipes de la baraja, las estaturas de los residentes de una ciudad y las longitudes de los peces atrapados en un lago. El experimento de lanzar dados, las observaciones obtenidas al medir la presión atmosférica todos los días, desde el pasado remoto hasta el futuro, o todas las mediciones de la profundidad

de un lago en cualquier punto concebible, son ejemplos de poblaciones de tamaño infinito. Algunas poblaciones finitas son tan grandes, que en teoría se supone que son infinitas.

En el campo de la inferencia estadística, interesa lograr conclusiones concernientes a una población cuando es imposible o impráctico observar el conjunto total que forma a la población, y es por eso que se depende de un subconjunto de ésta para poder realizar estudios relativos a la misma. Esto ha conducido al desarrollo de la teoría del muestreo.

A los datos obtenidos al realizar un experimento determinado número de veces se le conocerá como "muestra de la población", por lo que una muestra será entendida como un subconjunto de su población, y para que sean válidas las inferencias que se realicen se deben obtener "muestras representativas" de la citada población.

Con frecuencia, al elegir una muestra se seleccionan los elementos que se consideran más convenientes de la población; pero tal procedimiento puede conducir a inferencias erróneas. Los procedimientos de muestreo que generan inferencias que sobrestimen o subestimen de manera consistente algunas características de la población reciben el nombre de "sesgados".

Para eliminar cualquier posibilidad de sesgo en el procedimiento de muestreo, es deseable recurrir al manejo de "muestras aleatorias", las cuales se seleccionan de modo independiente y al azar, cuyo principal objeto es presentar información representativa acerca de los parámetros de la población que son desconocidos.

Para analizar características específicas de una muestra aleatoria, misma que se considerará representativa de una población, se emplearán los parámetros conocidos como estadísticos, mismos que reciben también el nombre de "medidas de tendencia central". Un estadístico o medida de tendencia central será cualquier función (expresión matemática) que involucre a las variables aleatorias que constituyen una muestra aleatoria.

Los estadísticos más comunes utilizados para determinar el punto medio de un conjunto de datos, dispuestos en orden de magnitud, son la media, la mediana y la moda.

Si X_1, X_2, \dots, X_n constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", donde cada una de ellas tiene la misma probabilidad de ocurrencia, entonces la "media muestral" se define con el estadístico.

$$\mu_x = 1/n \sum_{i=1}^n X_i$$

y en caso de que cada una de estas variables posea su propia y respectiva probabilidad de ocurrencia, el estadístico de la media muestral será:

$$\mu_x = \sum_{i=1}^n P(X_i) X_i.$$

Si X_1, X_2, \dots, X_n constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", dispuesta en orden creciente de magnitud, entonces la "mediana de la muestra" se define con el estadístico siguiente:

$$m_x = X_{(n+1)/2} \text{ si "n" es impar, y}$$

$$m_x = \frac{1}{2} (X_{n/2} + X_{(n/2)+1}) \text{ si "n" es par.}$$

Si X_1, X_2, \dots, X_n , que no son necesariamente diferentes, constituyen una muestra aleatoria de tamaño "n", entonces la "moda muestral" es el valor de la observación que ocurre más a menudo o con la mayor frecuencia. La moda será referida con la letra "M", la cuál puede no existir y cuando existe no es necesariamente única.

De las tres medidas de tendencia central definidas anteriormente, será la media en la que centraremos nuestra atención, pues servirá para definir otras características de índole estadística que referirá la dispersión que existe de los datos muestrales respecto de su media. Esta información que es referida recibe el nombre de momento de orden "k" con respecto a la media; el cuál, cuando los valores de la muestra tienen la misma probabilidad de ocurrencia, es definido de la siguiente manera

$$m^k = 1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^k.$$

pero cuando los valores de dicha muestra poseen distintas probabilidades de ocurrencia, la expresión aplicable será

$$m_x^k = \sum_{i=1}^n P(X_i) (X_i - \mu_x)^k$$

En lo sucesivo, será el momento de orden dos con respecto a la media el que nos interesará, el cuál será denominado como varianza de la muestra y se determinará con la siguiente expresión cuando exista la misma probabilidad de ocurrencia en los valores de la muestra

$$\sigma_x^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_x)^2.$$

y como se ha venido señalando, en caso de que los valores que integran la muestra tengan distinta probabilidad de ocurrencia, la expresión anterior será modificada del siguiente modo:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n P(X_i) (X_i - \mu_x)^2.$$

A la raíz cuadrada de la varianza se le conocerá con el nombre de desviación estándar, misma que se expresará de la forma siguiente:

$$\sigma_x = (\sigma_x^2)^{1/2}.$$

Adicionalmente es posible determinar de una manera relativa o porcentual la dispersión de los datos analizados en una muestra con respecto de su media, la cual se fundamenta en la determinación de un índice conocido como "coeficiente de variación", mismo que guarda la siguiente equivalencia:

$$v_x = \sigma_x / \mu_x.$$

No obstante, existe una cuarta medida de dispersión que no depende de la media de la muestra, ésta recibe el nombre de "rango de la muestra aleatoria". Si X_1, X_2, \dots, X_n son elementos de una muestra aleatoria, el rango se define como $X_n - X_1$, donde X_n y X_1 son, respectivamente, las observaciones mayor y menor de la muestra

En adición a lo expuesto, es posible calificar a una muestra con base en su distribución simétrica respecto de su media y con base en su aplanamiento o exceso (kurtosis), es decir, podemos inducir el cálculo de dos índices: el primero denominado coeficiente de simetría, y el segundo llamado coeficiente de kurtosis.

El coeficiente de simetría se calcula con la siguiente relación:

$$\beta_1 = m_3^2 / m_2^3.$$

Si el valor de este coeficiente es igual a cero, significará que la curva de distribución de la muestra es simétrica, es decir, que existe el mismo número de elementos a la derecha y a la izquierda de la media. En cambio, si el valor del coeficiente de simetría es mayor que cero, se dirá que existe una asimetría "positiva", e indicará que el valor de la moda es menor que el de la media; si por el

contrario, el valor del coeficiente es menor que cero, la asimetría será "negativa", y el valor de la moda será mayor que el de la media de la muestra,

Por su parte, el coeficiente de kurtosis o de aplanamiento se determinará con este cociente:

$$\beta_2 = m_4 / m_2^2.$$

Para calificar el grado de aplanamiento de la distribución de una muestra, se le comparará con una distribución teórica de gran importancia, la cual es llamada "normal estándar". El valor del coeficiente de kurtosis para la distribución normal es equivalente a tres unidades (mezokúrtica), por lo que, si éste coeficiente resulta ser menor que tres, la distribución de la muestra será "platokúrtica", es decir, más aplanada que la curva de la distribución normal; si por el contrario, el valor calculado fuera mayor que tres, la curva de distribución de la muestra será "leptokúrtica", o sea, menos aplanada que la distribución normal:

Una curva de distribución platokúrtica (achatada) indica que los datos muestrales se encuentran muy dispersos respecto de su media, ya que su altura es menor que la curva de distribución normal, en cambio, una curva leptokúrtica (alta y estrecha en el centro) indica que los elementos de la muestra son concentrados, es decir, poseen valores cercanos a la media.

Con base en lo anteriormente descrito y fundado, cabe destacar que la media es fácil de calcular y emplea toda la información disponible, por esa razón los métodos utilizados en inferencia estadística se basan en la media de la muestra. La única desventaja importante de la media es que puede ser afectada en forma nociva por los valores extremos.

La mediana tiene la ventaja de ser fácil de calcular si el número de observaciones es relativamente pequeño, y no es influida por valores extremos. Al considerar muestras tomadas de poblaciones, las medias muestrales por lo general no varían tanto de una muestra a otra como lo harían las medianas, por consiguiente, la media es más estable que la mediana si se intenta estimar el punto central de una población con base en un valor de muestra. En consecuencia, una media muestral ha de estar probablemente más próxima a la media de la población que la mediana de su muestra.

La moda es la medida menos utilizada de las tres medidas de tendencia central ya referidas. Para conjuntos pequeños de datos su valor es casi inútil, si es que existe. Tiene un valor significativo sólo en el caso de una gran cantidad de datos. Sus dos principales ventajas son que.

- 1 no requiere cálculo y que,
- 2 se puede utilizar para evaluar datos cualitativos o cuantitativos.

Sin embargo, las tres medidas de tendencia central definidas no dan por sí solas una descripción adecuada de los datos. Se necesita saber en qué grado las observaciones se apartan del promedio, y es entonces donde cobran relevancia las medidas de dispersión, ya que es posible tener dos conjuntos de observaciones con la misma media o mediana que difieran considerablemente en la variabilidad de sus mediciones con respecto a su respectiva media.

El rango puede ser una medida de variabilidad deficiente, en particular si el tamaño de la muestra o población es grande. Tal medida considera sólo los valores extremos y no expresa nada acerca de la distribución de valores comprendidos entre ellos.

La varianza contrarresta la desventaja del rango, y estas dos medidas de dispersión las complementa la desviación estándar.

Si se toma una población finita o infinita con distribución desconocida, con media " μ " y varianza σ^2/n , la distribución de la media de una muestra aleatoria de tamaño " n " de la misma será aún aproximadamente normal, siempre que el tamaño de la muestra sea muy grande. Este sorprendente resultado es una consecuencia inmediata del siguiente teorema llamado "teorema del límite central":

Teorema del límite central: Si μ_x es la media de una muestra aleatoria de tamaño " n " tomado de una población con media μ y varianza finita σ^2 , entonces la forma límite de la distribución de

$$Z = [\mu_x - \mu] / [\sigma / (n)^{1/2}],$$

cuando $n \rightarrow \infty$, es la distribución normal $n(z; 0, 1)$.

La aproximación normal para " μ_x " será aceptable si $n > 30$, independientemente de la forma de la población. Si $n < 30$, la aproximación es aceptable sólo si dicha población no es muy diferente de una distribución normal y, si se sabe que la población es normal, la distribución muestral de " μ_x " seguirá con exactitud una distribución normal, sin que importe qué tan pequeño sea el tamaño de las muestras.

2.1.2 VALIDACIÓN DE MUESTRAS CON MEDIA POBLACIONAL ESTIMADA

Al conocer una media muestral y la desviación estándar correspondiente, es posible aplicar la distribución normal a la delimitación del nivel confianza que nos brindará. La fórmula con que se calcula el tamaño necesario de la muestra para estimar la media de la población es:

$$n = Z^2 \sigma^2 / E^2,$$

donde:

- n: Tamaño de la muestra.
- Z: Número de unidades de desviación estándar en la distribución normal que producirá el nivel deseado de confianza.
- σ : Desviación estándar de la población (conocida o estimada a partir de estudios anteriores).
- E: Error, o diferencia máxima entre la media muestra y la media de la población que se está dispuesto a aceptar en el nivel de confianza fijado.

La mayor dificultad al determinar el tamaño de la muestra necesaria para estimar la media de la población consiste en calcular la desviación estándar de la población; después de todo, si tuviéramos un conocimiento completo sobre la población, no habría necesidad de realizar una investigación sobre sus parámetros estadísticos. Si no podemos confiar en los trabajos anteriores, para calcular la desviación estándar de la población, las alternativas incluyen el juicio o el empleo de estudios exploratorios con muestras pequeñas para conocer su valor.

Si lo preferimos, podemos abordar este mismo tipo de problema desde el punto de vista del "error permisible relativo" en vez del "error absoluto". En este caso la desviación estándar " σ " y el error permisible "E" se expresan en función de su porcentaje de la media verdadera de la población connotada como " μ ". La ecuación más apropiada en este caso se parece a la que acabamos de presentar y será:

$$n = Z^2 (\sigma / \mu)^2 / (E / \mu)^2,$$

o bien

$$n = Z^2 v^2 / e^2,$$

donde.

- n. Tamaño de la muestra
- Z: Número de unidades de desviación estándar en la distribución normal que producirá el nivel deseado de confianza.
- σ : Desviación estándar de la población (conocida o estimada a partir de estudios anteriores).
- μ : Media de la población.
- v: Coeficiente de variación.
- E. Error, o diferencia máxima entre la media muestra y la media de la población que estamos dispuestos a aceptar en el nivel de confianza que hemos indicado.

e: Error relativo entre la media de la muestra y la media de la media poblacional.

El valor que corresponde a la variable aleatoria "Z" se determinará de acuerdo con el grado de confianza que convenga aplicar al caso, a través del siguiente despeje:

$$Z^2 = n e^2 / v^2,$$

A continuación, en la Tabla 2.2 se refieren los valores de la variable aleatoria "Z" con diferentes niveles de confianza, que van del 90 al 99%:

NIVEL DE CONFIANZA (%)	VALOR APLICABLE DE "Z"
90	1.645
91	1.695
92	1.750
93	1.810
94	1.880
95	1.960
96	2.055
97	2.170
98	2.330
99	2.575

Tabla 2.2 Relación del nivel de confianza y del parámetro "Z"

2.1.3 CORRELACIÓN DE PARÁMETROS MUESTRALES

En diversas ocasiones, al correlacionar datos entre sí o al realizar análisis de regresión de los mismos, se observa que éstos siguen una tendencia que podría modelarse mediante la expresión de un polinomio entero de grado "n" del tipo:

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n,$$

donde

- P(x) variable dependiente o valor del polinomio.
- a: coeficientes de la variable independiente.
- x: variable independiente.
- n: grado del polinomio al que se desean ajustar pares de datos.

Un polinomio es una expresión matemática que en la mayor parte de las ocasiones logra correlacionar las variables involucradas en "pares ordenados" que representan la correspondiente correlación entre variables y , una manera que permite determinar el grado adecuado del polinomio y los coeficientes de la variable independiente incluida en el mismo, es la aplicación del método de los "Mínimos Cuadrados".

El método de los "Mínimos Cuadrados" es empleado cuando se desea ajustar una curva a un conjunto de datos obtenidos mediante la aplicación de un proceso experimental o de medición "in situ", tales como los que se obtienen en estudios estadísticos por ejemplo.

Uno de los requisitos para ajustar una curva a los datos es que el proceso no sea ambiguo, es decir, que si los datos ajustados por una persona son distintos a los que obtiene otra, el método resulta ineficaz, impráctico e inconsistente.

También es conveniente, en algún sentido, minimizar la desviación de los datos respecto de los puntos de la curva ajustada o "lugar geométrico", entendiéndose por "lugar geométrico" la sucesión de puntos que obedecen a una condición definida en términos algebraicos. Estas desviaciones serán medidas por las distancias existentes entre los datos experimentales y los puntos de la línea de ajuste en sentido vertical, es decir, medidas en sentido paralelo al eje de las "ordenadas".

En términos matemáticos, se establecerá la magnitud y el signo de una desviación como la diferencia del punto de la curva o polinomio de ajuste al dato experimental, esto es:

$$e_i = Y_i - y_i$$

donde

- e_i : desviación entre el polinomio de ajuste y el dato experimental.
- Y_i : valor del polinomio de ajuste, es decir, $P(x_i)$.
- y_i : dato experimental

Las desviaciones pueden minimarse estableciendo una condición que análogamente minimice su suma, o dicho en otros términos, minimando la suma de las magnitudes de los errores

El método acepta el criterio de hacer a la magnitud del error máximo en mínimo, o sea, minimar el máximo error, lo cual es conocido como el criterio de "MinMax".

Sin embargo, tal como puede apreciarse, el signo algebraico de unos errores tendrá signo positivo y el de otros negativo, por lo que es recomendable minimar entonces la suma de los cuadrados de los errores. De este proceder toma el método su nombre.

Con base en lo anterior y considerando que los datos integran un conjunto de pares ordenados definidos como "(x_i, y_i)", el método establece la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{array}{cccccc|c|c|c}
 N & \Sigma(x_i) & \Sigma(x_i^2) & \Sigma(x_i^3) & \dots & \Sigma(x_i^n) & a_0 & & \Sigma(y_i) \\
 \Sigma(x_i) & \Sigma(x_i^2) & \Sigma(x_i^3) & \Sigma(x_i^4) & \dots & \Sigma(x_i^{n+1}) & a_1 & & \Sigma(x_i y_i) \\
 \Sigma(x_i^2) & \Sigma(x_i^3) & \Sigma(x_i^4) & \Sigma(x_i^5) & \dots & \Sigma(x_i^{n+2}) & a_2 & = & \Sigma(x_i^2 y_i) \\
 \Sigma(x_i^3) & \Sigma(x_i^4) & \Sigma(x_i^5) & \Sigma(x_i^6) & \dots & \Sigma(x_i^{n+3}) & a_3 & & \Sigma(x_i^3 y_i) \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & & \vdots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & & \vdots \\
 \Sigma(x_i^n) & \Sigma(x_i^{n+1}) & \Sigma(x_i^{n+2}) & \Sigma(x_i^{n+3}) & \dots & \Sigma(x_i^{2n}) & a_n & & \Sigma(x_i^n y_i)
 \end{array}$$

La varianza de los datos experimentales respecto de la curva de ajuste se determinará mediante la siguiente equivalencia:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^N e_i^2 / (N - n - 1)$$

donde:

- e_i: desviación entre el polinomio de ajuste y el dato experimental.
- n: grado del polinomio al que se desean ajustar pares de datos.
- N: número de pares de datos experimentales que se están ajustando.

Para decidir cuál es el polinomio de grado "n" que mejor modele el comportamiento del conjunto de datos experimentales en estudio, primeramente habrá que generar varios polinomios, cada uno de ellos de diferente grado; aquel que presente la menor varianza será el más adecuado.

Otra manera de decidir al respecto será definiendo el coeficiente de correlación, el cual se define de la siguiente manera

$$\rho = \text{Cov}(x, Y) / [(\sigma_x)(\sigma_Y)]$$

donde:

- x: variable aleatoria independiente.
- Y: variable dependiente valuada mediante la aplicación de P(x).
- Cov(x, Y): covarianza de los valores de las variables "x" y "Y".
- σ_x: desviación estándar de los valores de "x".
- σ_Y: Desviación estándar de los valores de "Y".

La covarianza de "x" y "Y" se determinará aplicando la siguiente expresión:

$$\text{Cov}(x, Y) = 1/N \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x) (Y_i - \mu_Y).$$

donde.

- x_i : cada uno de los valores experimentales de la variable aleatoria independiente.
- Y_i : cada uno de los valores de la variable dependiente valuados mediante la aplicación de $P(x)$
- N : número de pares de datos experimentales que se están ajustando.
- μ_x : media de los valores experimentales de la variable aleatoria independiente.
- μ_Y : media de los valores valuados con la aplicación de $P(x)$.

El coeficiente de correlación es un indicador que establece, en términos porcentuales, la calidad del ajuste entre los datos obtenidos experimentalmente y el modelo polinómico entero de grado "n" que pretende emplearse para tal propósito. Si el valor de este coeficiente fuera igual a cero, indicará que las variables aleatorias "x" y "y" son estocásticamente independientes, es decir, la relación polinómica entera que las intenta representar es completamente inconveniente; si por el contrario, el valor absoluto de éste fuera equivalente a la unidad, indicará que el modelo polinómico representa perfectamente la relación de ambas variables, por lo que si es el caso, se adoptará aquel polinomio cuyo valor absoluto de coeficiente de variación se encuentre más cercano a la unidad para modelar matemáticamente el comportamiento que éstas guardan.

La existencia de un signo negativo en el valor del coeficiente de correlación establece que las variables aleatorias "x" y "y" mantienen una correlación inversa, es decir, cuando una crece la otra disminuye y viceversa. Si en contrapunto, el signo que se presentara fuera positivo, indica que la correlación es de tipo directo, es decir, ambas crecen simultáneamente y viceversa.

De lo anteriormente expresado se entenderá que:

$$-1 < \rho < 1$$

Al cuadrado del coeficiente de correlación se le conocerá con el nombre de coeficiente de variación, el cual mide en qué porcentaje el comportamiento de una de las variables explica el comportamiento de la segunda en términos de su variación como su nombre lo indica.

2.2 ELEMENTOS DE PROBABILIDAD

La incertidumbre la medimos con números denominados probabilidades que varían de cero a uno, donde por convención es aceptado que la unidad representa la probabilidad de lo que acontece con certeza y el cero la probabilidad del evento imposible. Todos los eventos imposibles tienen probabilidad cero, aunque no todos los eventos con probabilidad cero son imposibles.

La teoría de la probabilidad es un conjunto de deducciones derivadas de los axiomas formulados por Kolmogorov, que son los siguientes:

1. Una probabilidad es un número entre cero y uno asignado a una consecuencia, mismo que representa su posibilidad de ocurrencia.
2. La suma de las probabilidades que les corresponden a las consecuencias mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivas debe ser equivalente a la unidad.
3. La probabilidad de una consecuencia compuesta por consecuencias mutuamente excluyentes es la suma de sus probabilidades.

Con fundamento en la fuente del conocimiento de la probabilidad, ésta puede dividirse en dos tipos:

- Subjetiva o a priori y,
- Objetiva, estadística o a posteriori.

La primera se formula con suposiciones hechas por el decisor y la segunda se fundamenta en el análisis de hechos consumados. Cuando se cuenta con un conjunto de datos ordenado por clases estadísticas, la frecuencia con que se presentó cada una de ellas determinará su probabilidad de ocurrencia en el futuro, por lo que la frecuencia relativa calculada en un estudio estadístico, se convertirá automáticamente en una probabilidad.

En lo sucesivo se conocerá con el nombre de *experimento aleatorio* a cualquier acción que dé origen a un resultado cualquiera que dependerá del azar, y se llamará evento a cada uno de estos resultados posibles. La probabilidad de un evento es una cantidad que carece de unidades, comprendida entre el cero y la unidad, incluyendo estos límites, y suele expresarse como una magnitud porcentual (porcentaje); dicha cantidad referirá el número de veces que ocurrirá el evento al repetir cien veces un experimento aleatorio.

Supóngase que se desea conocer la probabilidad de que en un mes cualquiera se presente un temblor de grado 7 en la escala Richter en la ciudad de México, sabiendo que los movimientos de esta magnitud ocurren al menos cada 50 años (periodo de retorno). Dicha probabilidad se determinará del siguiente modo:

$$P_m(T_7) = (1 \text{ mes}) / [(50 \text{ años}) (12 \text{ meses} / \text{año})]$$

$$P_m(T_7) = 1 / [(50) (12)]$$

$$P_m(T_7) = 0.167\%$$

Si, en cambio, se desea conocer la probabilidad de que en un año cualquiera se presente el mismo evento, ésta quedará establecida de una forma análoga:

$$P_a(T_7) = (1 \text{ año}) / (50 \text{ años})$$

$$P_a(T_7) = 1 / 50$$

$$P_a(T_7) = 2.00\%$$

En el mismo sentido, la probabilidad de que se presente en un día cualquiera será:

$$P_d(T_7) = (1 \text{ día}) / [(50 \text{ años}) (12 \text{ meses} / \text{año}) (30 \text{ días} / \text{mes})]$$

$$P_d(T_7) = 1 / [(50) (12) (30)]$$

$$P_d(T_7) = 0.006\%$$

Por su puesto, si conocemos que un evento de esa índole se presentó hace 49 años, la probabilidad de que se presente en el año en curso será mucho más alta, aunque sin llegar a ser seguro, y se determinará acumulando la probabilidad que correspondió a cada uno de esos 49 años, es decir:

$$P_a'(T_7) = (49 \text{ años}) / (50 \text{ años})]$$

$$P_a'(T_7) = 49 / 50$$

$$P_a'(T_7) = 98.00\%$$

La dificultad que representa tomar una decisión se incrementará a medida que el número de eventos que pueden ocurrir se incremente. La incertidumbre asociada a una consecuencia cambia al variar nuestro conocimiento, por lo que las probabilidades estarán condicionadas por dicho conocimiento.

Al tener conocimiento de una nueva información habrá una nueva probabilidad, conocida como probabilidad condicional. Dicha probabilidad se calcula como el cociente que resulta de dividir la probabilidad de que ocurran simultáneamente, el evento cuya nueva probabilidad se quiere obtener y el evento condicionante, entre la probabilidad del evento condicionante, es decir:

$$P(\alpha/\beta) = P(\alpha \cap \beta) / P(\beta)$$

$$P(\alpha \cap \beta) = [P(\alpha)] [P(\beta)]$$

Este concepto fundamentará la formulación de árboles de probabilidad, los cuales son la representación gráfica que esquematiza secuencialmente situaciones falibles, es decir, que pueden ocurrir o no como una dependencia del azar.

Un árbol de probabilidad se conformará con nodos de incertidumbre que dependerán de otros y, a su vez, otros dependerán de ellos. Su principal característica es que, sobre un nodo de incertidumbre, no se tiene ningún control, es decir, no hay certeza sobre su acontecimiento.

Los nodos de incertidumbre se representarán gráficamente mediante el uso de circunferencias y las relaciones que entre ellos existan con líneas rectas o con un solo quiebre.

Con base en el ejemplo anterior donde se determinaron probabilidades de ocurrencia de un sismo con un periodo de retorno de 50 años, supóngase ahora que además existe una "alarma sísmica", un aparato que puede predecir temblores con 1 mes de anticipación y que acierta en sus pronósticos el 92% de las ocasiones. Las probabilidades correspondientes serán determinadas con el apoyo de un árbol de probabilidad como el que a continuación se expone en la Figura 2.1.

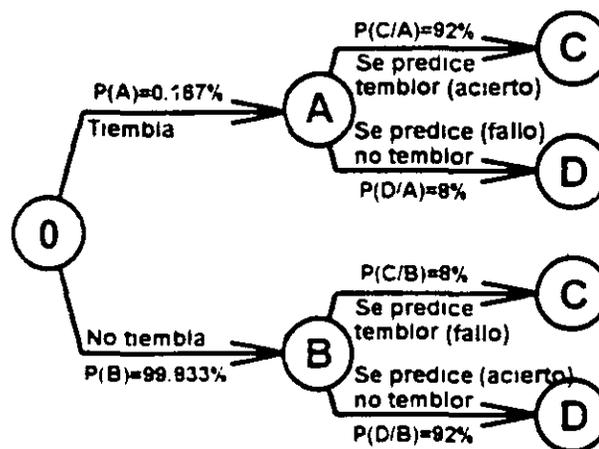


Figura 2.1 Árbol de probabilidad

Nótese que la predicción de que temblará será un "acierto" del aparato en caso de que efectivamente tiemble en el mes que se está analizando, pero será un "fallo" si no tiembla. en cambio, el aparato incurrirá en un "fallo" si predice que no temblará y en realidad ocurre un sismo, pero será un "acierto" si hay ausencia del mismo. Lo anterior induce que el "acierto" o "fallo" de la alarma sísmica dependerá de que tiemble o no, por tal motivo éstas ramas del árbol de probabilidad dependen de las que señalan los hechos de temblar o no

En la gráfica anterior el evento "A" representa la ocurrencia de un temblor, el evento "B" la carencia del mismo, el evento "C" el pronóstico del aparato afirmando que temblara y el evento "D" el pronóstico del aparato negando la presencia de un sismo. También, en la misma, está reflejado lo que se ha expuesto en el párrafo anterior: si el aparato pronostica que temblará y, transcurrido el mes, efectivamente tiembla, entonces el aparato habrá acertado (92%), pero si no tiembla, el aparato habrá fallado ($1-0.92=8\%$); en cambio, si el aparato pronostica

que no temblará y en realidad tiembla, el aparato habrá incurrido en un fallo (8%), pero si no ocurre el temblor, entonces el aparato habrá acertado (92%).

Los eventos "A" y "B" son complementarios ya que son los únicos dos posibles resultados del experimento aleatorio (temblará o no temblará), por lo que ambos cumplen con el primero y el segundo de los axiomas de Kolmogorov. Igualmente, los eventos "C" y "D" (el aparato pronostica que temblará, o bien, pronostica que no temblará) cumplen con el mismo teorema.

La probabilidad de que ocurran simultáneamente los eventos "A" y "C" se calculará multiplicando las probabilidades que se ubican sobre las ramas correspondientes del árbol, es decir:

$$P(A \cap C) = (0.00167) (0.92) \\ P(A \cap C) = 0.154\%$$

y de la misma manera se podrán calcular las demás probabilidades:

$$P(A \cap D) = (0.00167) (0.08) \\ P(A \cap D) = 0.013\%$$

$$P(B \cap C) = (0.99833) (0.08) \\ P(B \cap C) = 7.987\%$$

$$P(B \cap D) = (0.99833) (0.92) \\ P(B \cap D) = 91.846\%$$

Nótese que igualmente estos cuatro eventos compuestos cumplen con los primeros dos axiomas de Kolmogorov, ya que:

$$P(A \cap C) + P(A \cap D) + P(B \cap C) + P(B \cap D) = 100\% \\ 0.00154 + 0.00013 + 0.07987 + 0.91846 = 1.00$$

Aplicando el tercer axioma de Kolmogorov, mismo que sostiene que la probabilidad de una consecuencia compuesta por consecuencias mutuamente excluyentes es la suma de sus probabilidades, la probabilidad del evento "C" y la probabilidad del evento "D" se calcularán como sigue:

$$P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) \\ P(C) = 0.00154 + 0.07987 \\ P(C) = 8.141\%$$

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) \\ P(D) = 0.00013 + 0.91846 \\ P(D) = 91.859\%$$

De igual forma, se siguen cumpliendo los dos primeros axiomas de Kolmogorov, ya que:

$$\begin{aligned} P(C) + P(D) &= 100\% \\ 0.08141 + 0.91859 &= 1.00. \end{aligned}$$

Con estos valores calculados será posible determinar la probabilidad condicional de que tiemble dado que el aparato predijo un temblor aplicando la expresión expuesta con antelación a este caso:

$$\begin{aligned} P(A/C) &= P(A \cap C) / P(C) \\ P(A/C) &= 0.00154 / 0.08141 \\ P(A/C) &= 1.892\% \end{aligned}$$

La probabilidad condicional de que tiemble dado que el aparato negó que fuera a temblar será

$$\begin{aligned} P(A/D) &= P(A \cap D) / P(D) \\ P(A/D) &= 0.00013 / 0.91859 \\ P(A/D) &= 0.014\%. \end{aligned}$$

La probabilidad condicional de que no se presente un sismo, dado que el aparato predijo que sí temblaría, se calculará de la misma manera, es decir:

$$\begin{aligned} P(B/C) &= P(B \cap C) / P(C) \\ P(B/C) &= 0.07987 / 0.08141 \\ P(B/C) &= 98.108\%. \end{aligned}$$

Por último, la probabilidad condicional de que no haya un sismo dado que la "alarma sísmica" pronosticó que no habrá movimiento telúrico alguno se calculará de manera análoga a las anteriores:

$$\begin{aligned} P(B/D) &= P(B \cap D) / P(D) \\ P(B/D) &= 0.91846 / 0.91859 \\ P(B/D) &= 99.986\%. \end{aligned}$$

Debe tenerse presente que el evento condicionante es la indicación del aparato, que de hecho es el primer suceso que ocurre cronológicamente hablando, posteriormente se presentará el sismo o no.

Si se efectúa por un lado la sumatoria de $P(A/C)$ y de $P(B/C)$ y, por el otro, la suma de $P(A/D)$ y de $P(B/D)$, se tendrá que:

$$\begin{aligned} P(A/C) + P(B/C) &= 100\% \\ 0.01892 + 0.98108 &= 1.00. \end{aligned}$$

$$P(A/D) + P(B/D)$$

$$0.00014 + 0.99986 = 1.00,$$

por lo que se continúan cumpliendo los dos primeros axiomas de Kolmogorov.

El desarrollo de este proceso puede sintetizarse como la aplicación del teorema de Bayes, el cual afirma que si se conocen las probabilidades *a priori* $P(H_i)$ de un conjunto de tamaño "n" de eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos; si se conocen además las probabilidades $P(\alpha/H_i)$ donde " α " es un evento que se verifica cuando alguno de los eventos " H_i " ocurre; y se pretenden determinar las probabilidades de que al ocurrir " α " se verifique uno de los " H_i ", esto es, se quieren calcular las probabilidades $P(H_i/\alpha)$ conocidas como probabilidades *a posteriori*, se deberá aplicar la siguiente expresión:

$$P(H_i/\alpha) = [P(H_i) P(\alpha/H_i)] / [\sum_{i=1}^n \{ P(H_i) P(\alpha/H_i) \}].$$

En el ejemplo anterior que fue planteado, el teorema de Bayes se aplicó de la manera mostrada en la Figura 2.2.

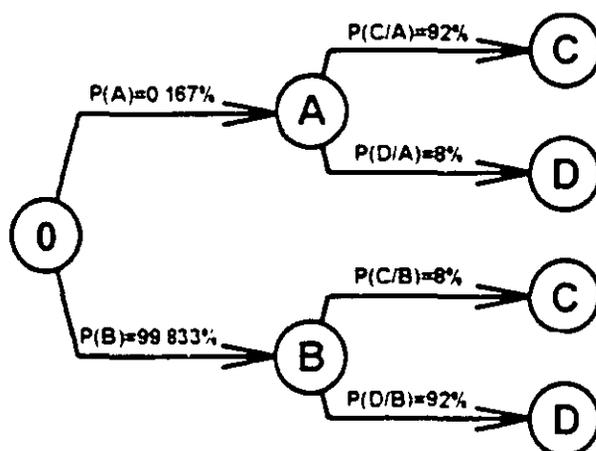


Figura 2.2 Aplicación del Teorema de Bayes sobre un árbol de probabilidad

- $n=2$ (probabilidades *a priori* de la ocurrencia del sismo: presencia o ausencia del temblor).
- $P(H_1) = P(A) = 0.167\%$ (probabilidad de que se presente un sismo con periodo de retorno equivalente a 50 años en un mes cualquiera),
- $P(H_2) = P(B) = 99.833\%$ (complemento de la probabilidad del evento "A"),
- $P(\alpha/H_1) = P(C/A) = 92\%$ (probabilidad de acierto del aparato),
- $P(\alpha/H_2) = P(C/B) = 8\%$ (probabilidad de fallo del aparato),

por lo tanto

$$P(H_1/\alpha) = [P(H_1) P(\alpha/H_1)] / [\{ P(H_1) P(\alpha/H_1) \} + \{ P(H_2) P(\alpha/H_2) \}]$$

$$P(H_1/\alpha) = P(A/C) = [(0.00167) (0.92)] / [\{ (0.00167) (0.92) \} + \{ (0.99833) (0.08) \}]$$

$$P(H_1/\alpha) = P(A/C) = 1.892\%$$

$$P(H_2/\alpha) = [P(H_2) P(\alpha/H_2)] / [\{ P(H_1) P(\alpha/H_1) \} + \{ P(H_2) P(\alpha/H_2) \}]$$

$$P(H_2/\alpha) = P(B/C) = [(0.99833) (0.08)] / [\{ (0.00167) (0.92) \} + \{ (0.99833) (0.08) \}]$$

$$P(H_2/\alpha) = P(B/C) = 98.108\%$$

Del mismo modo se aplicó:

- $n=2$ (probabilidades a priori de la ocurrencia del sismo: presencia o ausencia del temblor),
- $P(H_1) = P(A) = 0.167\%$ (probabilidad de que se presente un sismo con periodo de retorno equivalente a 50 años en un mes cualquiera),
- $P(H_2) = P(B) = 99.833\%$ (complemento de la probabilidad del evento "A"),
- $P(\beta/H_1) = P(D/A) = 8\%$ (probabilidad de fallo del aparato),
- $P(\beta/H_2) = P(D/B) = 92\%$ (probabilidad de acierto del aparato),

por lo que.

$$P(H_1/\beta) = [P(H_1) P(\beta/H_1)] / [\{ P(H_1) P(\beta/H_1) \} + \{ P(H_2) P(\beta/H_2) \}]$$

$$P(H_1/\beta) = P(A/D) = [(0.00167) (0.08)] / [\{ (0.00167) (0.08) \} + \{ (0.99833) (0.92) \}]$$

$$P(H_1/\beta) = P(A/D) = 0.014\%$$

$$P(H_2/\beta) = [P(H_2) P(\beta/H_2)] / [\{ P(H_1) P(\beta/H_1) \} + \{ P(H_2) P(\beta/H_2) \}]$$

$$P(H_2/\beta) = P(B/D) = [(0.99833) (0.92)] / [\{ (0.00167) (0.08) \} + \{ (0.99833) (0.92) \}]$$

$$P(H_2/\beta) = P(B/D) = 99.986\%$$

En lo sucesivo, un nodo de incertidumbre con "m" ramas deberá ser entendido como la representación gráfica de la lotería: $L[r_1, r_2, r_3, \dots, r_m; p_1, p_2, p_3, \dots, p_m]$; por lo tanto será posible determinar su valor esperado. El valor esperado de un nodo de incertidumbre se define como la suma de los productos que resultan al multiplicar cada consecuencia por su respectiva probabilidad como anteriormente fue definido, es decir

$$V_E = \sum_{i=1}^m (r_i p_i)$$

El valor esperado de un nodo de incertidumbre es una cantidad equivalente que podrá sustituir al nodo de incertidumbre en cuestión; esta acción servirá para jerarquizar y seleccionar las mejores alternativas que sean expresadas en un árbol de probabilidad o de decisión. Por ejemplo, obsérvese la Figura 2.3; si en una de las ramas de un árbol de probabilidad se expresó la lotería: $L[-300, 200, 700,$

1,200; 0.2, 0.3, 0.40, 0.1], y se desea determinar su valor esperado para sustituir el nodo de incertidumbre en dicho árbol, deberá hacerse lo siguiente:..

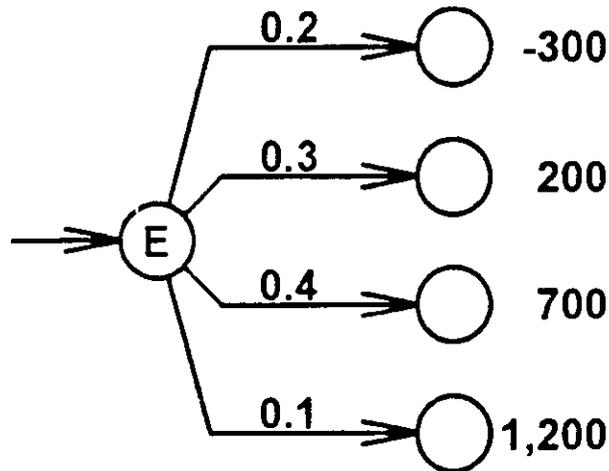


Figura 2.3 Árbol de probabilidad

reemplazando las cuatro ramas del nodo "E" de este ejemplo por su valor esperado, el cual se calculará de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 V_E &= (-300)(0.20) + (200)(0.30) + (700)(0.40) + (1,200)(0.10) \\
 V_E &= -60 + 60 + 280 + 120 \\
 V_E &= 400.
 \end{aligned}$$

por lo que la representación de esa sección del árbol de probabilidad quedará ahora como se muestra en la Figura 2 4

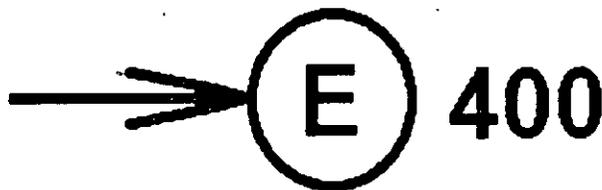


Figura 2.4 Determinación del valor esperado de un nodo de incertidumbre

2.3 ELEMENTOS DE ECONOMÍA

La economía es la rama de las ciencias sociales que estudia el proceso de producción y distribución de los bienes y servicios que se generan en una sociedad. Organiza las actividades orientadas a definir qué bienes producir, cuántos, cómo y para quién producirlos, en un contexto de recursos limitados y necesidades ilimitadas

Por un lado existen deseos o necesidades ilimitadas y por el otro existen recursos o satisfactores limitados, que tienen usos alternativos. De la interacción de estos dos conceptos se origina la escasez, la cual surge cuando la cantidad de recursos no satisface las necesidades que existen a un precio igual a cero.

La escasez nos obliga a elegir alternativas con base en el criterio de la satisfacción, sin embargo, elegir significa hacer a un lado alternativas. Un postulado básico en economía sostiene que la toma de decisiones se realiza con base en los costos y beneficios de cada posible alternativa.

Cuando elegimos algo, estamos desechando otras alternativas. La mejor alternativa sacrificada es el costo de oportunidad. Una de las grandes "verdades" de la economía es que todo tiene costo de oportunidad.

Un supuesto clave en economía es que los agentes económicos (familias, empresas y gobierno) son racionales, es decir, tienen un objetivo y lo persiguen de una manera consistente. Las personas tienen como objetivo maximizar su utilidad sujetos a las restricciones que enfrentan, es decir, incrementar su patrimonio. En lo sucesivo se considerará que el concepto de utilidad es equivalente al concepto bienestar.

Así como el objetivo de las personas es maximizar su nivel de bienestar, el objetivo de las empresas es maximizar su utilidad o la riqueza de sus accionistas.

A escala interna de las economías nacionales, las unidades económicas básicas son: las unidades familiares, las empresas, el gobierno, las instituciones sin fines de lucro y el mercado

El mercado es el espacio físico o virtual donde confluyen compradores y vendedores de bienes y servicios (productores y consumidores), intercambiándolos e interactuando a través del sistema de costos, valores y precios. Si alguno de estos agentes o de dicho sistema dejaran de existir, el mercado sería inexistente

Cuando sea el caso que exista equivalencia entre los valores dispuestos a ser pagados por los compradores y los que están dispuestos a recibir los vendedores para intercambiar determinados bienes o servicios (demanda y oferta), se dirá que existe *equilibrio de mercado*. El mercado es el conjunto de mecanismos por medio del cual la sociedad resuelve la mayor parte de los problemas económicos (qué, cuánto, cómo y para quién producir)

2.3.1 CONCEPTO DE MERCADO "PERFECTO"

Para que exista competencia perfecta se requiere:

- a) Homogeneidad del producto.
- b) Movilidad de recursos sin costos.
- c) Gran número de compradores (demandantes) y productores (oferentes), de tal manera que ninguno de ellos tenga poder para modificar el precio.
- d) Información perfecta y sin costo.

El concepto de mercado perfecto refiere que hay una óptima asignación de recursos, que existe equilibrio entre la oferta y la demanda, con base en que ni compradores ni vendedores pueden ejercer influencia alguna en el precio de los productos. Si los mercados son perfectos y no existe discrepancia entre valores sociales y privados, hay una solución óptima social, de otra manera, habrá distorsiones del mercado que pueden generar monopolios y monopsonios

En el monopolio el vendedor puede manejar el precio y en el monopsonio es el comprador quien puede hacerlo.

Obsérvese la Figura 2.5 donde se han graficado las curvas de la oferta y la demanda. Si hablamos de la oferta, en el eje de las abscisas identificaremos los valores correspondientes al número de unidades producidas por cada oferente y en el eje de las ordenadas el precio que se pretende recibir por cada una de ellas; puede apreciarse que mientras más unidades produzcan y dispongan en el mercado, el precio buscado por cada una de ellas será mayor. En cambio, si hablamos de la demanda, en el eje horizontal ubicaremos los valores que corresponden al número de artículos demandados en un momento dado y en el eje vertical el costo que se está dispuesto a pagar por cada uno de ellos; del mismo modo, puede notarse que mientras más unidades se consuman por adquisición en el mercado, el precio que se desea pagar será menor en términos unitarios.

Las demandadas por cada individuo, según sea el caso de oferentes o demandantes, y sobre las ordenadas se ubicó el precio que están dispuestos a pagar los demandantes por cada artículo (D). Se desea encontrar el precio y la cantidad de equilibrio ¿Es P_1 el precio de equilibrio? En la gráfica siguiente se observa el equilibrio con " P^* " y " Q^* ". Si el precio se ubicara por debajo de " P^* ", la cantidad demandada es mayor que la cantidad ofrecida. Debido a este exceso de demanda, entonces el precio subirá hasta que se iguale la cantidad demandada con la ofertada

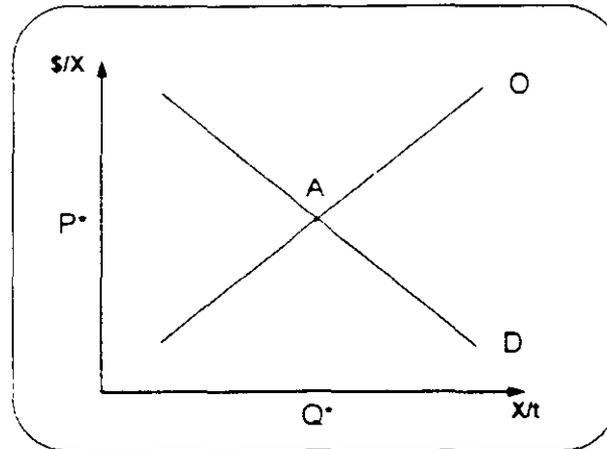


Figura 2.5 Curvas de oferta y demanda

Deténgase un momento y piense ¿qué pasará si un precio se ubica por encima de "P*"? La respuesta será que existirá un exceso de oferta, es decir, si el precio de un bien o servicio se encontrara por encima del de equilibrio, entonces la demanda disminuirá su consumo, y si la cantidad ofrecida es mayor a la cantidad demandada, entonces el precio disminuirá hasta que se equilibre la cantidad demandada y la cantidad ofrecida. Esto significa que los precios se ajustarán de acuerdo con el comportamiento del mercado. Esto puede apreciarse en la Figura 2.6.

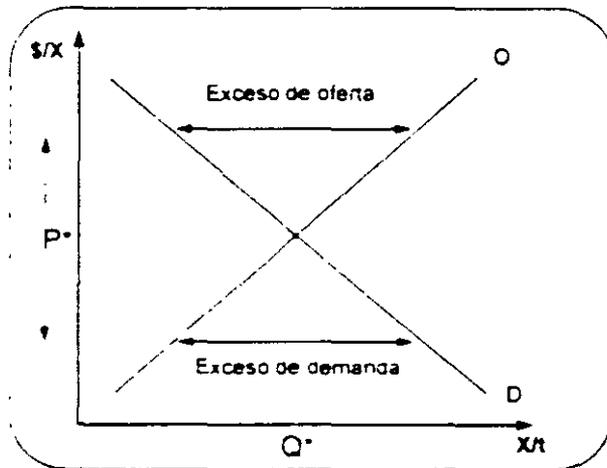


Figura 2.6 Exceso de oferta y exceso de demanda

2.3.2 COSTOS, VALORES Y PRECIOS

El valor de un bien puede ser apreciado bajo dos esquemas básicos:

- 1 Valor de uso, y
- 2 Valor de cambio

El valor de uso es aquel que poseen los bienes por su capacidad de proporcionar una satisfacción. Este valor es asignado subjetivamente por cada individuo, dependiendo del grado de utilidad que recibe; por tanto, el grado de satisfacción será distinto de una persona a otra y su expresión objetiva puede ser que se establezca en términos distintos a los monetarios.

Por otra parte, el valor de cambio de los bienes, es aquel que toman en los mercados al momento de su intercambio, y se identifica a través del equilibrio de las funciones de oferta y demanda.

Cabe llamar la atención en el sentido de que el concepto de valor debe ser diferenciado de los de costo y precio, pues por **costo** entendemos que se trata de la cuantía monetaria que debe erogar el productor de un bien y/o servicio para producirlo y ponerlo a disposición en el mercado; y por **precio** nos referimos a la cuantía también monetaria que pretende recibir dicho productor del bien y/o servicio por su venta, es decir, por su intercambio.

Esto significa que el precio está formado por el costo más una cuantía monetaria adicional que es referida en términos contables como "utilidad", aunque en realidad puede ser entendida también como "plusvalía", la cual es originada por la existencia de ciertos factores que hacen atractivo el adquirir una cosa.

Lo anterior hace entender que las cuantías del valor, del costo y del precio son iguales únicamente al momento de llevar a cabo el intercambio del bien y/o servicio entre el oferente y el demandante del mismo, pues desde el momento en que una persona paga por adquirirlo, por esa simple acción, queda establecido su valor en un instante dado: después, por distintas circunstancias (inflación, cambio en las condiciones de mercado, oferta y demanda, etc.), éste puede cambiar, aunque el hecho histórico contable se conserva y mantiene el monto del precio y del costo para el vendedor y el comprador respectivamente.

No obstante, en momentos de recesión económica, el precio puede llegar a ser igual o menor que el costo, en la inteligencia que se tiene urgencia y premura por vender el bien, llevando esta situación a su remate

Con base en lo anterior, se definirá al **valor** como *la cuantía económica, expresada en nuestra época en términos monetarios, dispuesta a ser cambiada por la posesión de una cosa; es decir, con la cual se llevan a cabo los intercambios de bienes y/o servicios entre los oferentes de los mismos y sus demandantes en mercados específicos*

Por su capacidad de conservar el valor, algunos bienes son mercancías acumuladoras de valor, es decir, tienen el potencial de conservarlo, y de incrementarlo en el tiempo en términos reales. Esta clase de bienes toma la forma de capital, destinado a la producción o como capital financiero.

Es necesario acotar que, al haber definido las ideas de costo, precio y valor, se ha referido también el concepto de "unidades monetarias", las cuales pretenden ser el reflejo del valor de las cosas; sin embargo, dichas unidades monetarias pueden ser de dos tipos:

- constantes o reales, y
- corrientes o nominales.

Si hablamos de una serie de flujos de efectivo expresados en unidades monetarias constantes, significará que todos ellos están ligados a una misma fecha y que cada unidad monetaria expresada tendrá el mismo poder adquisitivo que las demás, entendiéndose por poder adquisitivo el índice de la cantidad de bienes que se pueden intercambiar por una unidad monetaria. Si por el contrario, hablamos de flujos de efectivo expresados en unidades monetarias corrientes, se querrá decir que cada flujo de efectivo de un periodo específico estará afectado por una tasa inflacionaria, o por una tasa de productividad nominal respecto de los flujos anteriores o posteriores, por lo que cada unidad monetaria tendrá distinto poder adquisitivo de las otras.

2.3.3 VALOR MONETARIO

La exposición hasta ahora hecha sobre este tema ha inducido que los bienes y servicios son deseados y consecuentemente apreciados por ser elementos que proporcionan satisfacción o mitigación de necesidades específicas, bien sean del individuo o de la sociedad, y que este factor conduce a que posean un determinado valor en el tiempo. Sin embargo, su adquisición por parte de los demandantes se efectúa mediante el intercambio de otro bien o servicio, o mediante la entrega de una pieza acuñada conocido como moneda, la cual sirve como elemento de medición del valor de las cosas.

Debe comprenderse que con un conjunto de monedas se refiere el valor de las cosas, pero el valor individual de ellas como elemento económico dependerá de la cantidad de bienes y servicios que puedan ser adquiridos por cada una de ellas. Este razonamiento da lugar al concepto del *poder adquisitivo de la moneda*, el cual se define con el cociente o índice que a continuación se expresa:

$$\delta = UV / UM,$$

donde el término "UV" expresa la cantidad de bienes y servicios ofrecidos en una economía determinada, en un instante específico y medidos en "unidades de valor", mientras que el término "UM" representa el número de "unidades monetarias" en circulación, expresadas en términos de su nominación, en el mismo instante y en la misma economía.

Cabe señalar que las unidades de valor y las unidades monetarias son análogas, es decir, se denominan con el mismo nombre (pesos, dólares, libras, pesetas, etc.), pero eso no significa que idénticas. Por ejemplo, supóngase que una economía produjo y ofreció, hasta un determinado momento, bienes y servicios equivalentes a novecientos cincuenta y tres millones de pesos, los cuales fueron adquiridos e intercambiados (comercializados) por la puesta en circulación de un conjunto monetario cuyas nominaciones suman seiscientos treinta y siete millones de pesos; el valor de cada unidad monetaria será:

$$\delta = 953 / 637 = 1.4961.$$

La cantidad de bienes y servicios dispuestos por una economía puede ser conocida mediante el indicador económico llamado Producto Interno Bruto (PIB), ya que éste mide la producción realizada por los agentes residentes en un país, independientemente de quién sea su propietario.

Con base en lo anterior, considerando que los bienes y/o servicios tendrán la misma apreciación en cualquier economía por parte de los consumidores, ya que dichos bienes y/o servicios son idénticos, o similares, o con calidad equivalente, será posible determinar el valor de la moneda de una economía respecto de otra tomando como punto de comparación el índice de poder adquisitivo que cada una posee. Como ejemplo, supóngase la existencia de tres economías con las siguientes características:

- Economía "A" PIB = 846 u.v. (unidades de valor).
Circulación monetaria de 756 u.m. (unidades monetarias).
- Economía "B" PIB = 531 u.v. (unidades de valor).
Circulación monetaria de 567 u.m. (unidades monetarias).
- Economía "C" PIB = 469 u.v. (unidades de valor).
Circulación monetaria de 254 u.m. (unidades monetarias).

Con estos datos será posible determinar el valor de cada moneda en las tres economías, así como la equivalencia entre ellas calculando los respectivos índices de poder adquisitivo y estableciendo la siguiente "matriz de tipo cambiario" mostrada en la Tabla 2.3.

		$\delta_A = a$	$\delta_B = b$	$\delta_C = c$
1	$\delta_A = a$	δ_A / δ_A	δ_B / δ_A	δ_C / δ_A
2	$\delta_B = b$	δ_A / δ_B	δ_B / δ_B	δ_C / δ_B
3	$\delta_C = c$	δ_A / δ_C	δ_B / δ_C	δ_C / δ_C

Tabla 2.3 Matriz de tipo cambiario

Aplicando esta idea al caso planteado se tendrá que:

Capítulo 2

$$\delta_A = 846/756 = 1.1191,$$

$$\delta_B = 531/567 = 0.9365,$$

$$\delta_C = 469/254 = 1.8465,$$

obteniendo la matriz de tipo cambiario que a continuación se muestra:

		$\delta_A = 1.1191$	$\delta_B = 0.9365$	$\delta_C = 1.8465$
1	$\delta_A =$ 1.1191	1.1191/1.1191=1.0000	0.9365/1.1191=0.8368	1.8465/1.1191=1.6500
2	$\delta_B =$ 0.9365	1.1191/0.9365=1.1950	0.9365/0.9365=1.0000	1.8465/0.9365=1.9717
3	$\delta_C =$ 1.8465	1.1191/1.8465=0.6067	0.9365/1.8465=0.5072	1.8465/1.8465=1.0000

La matriz de tipo cambiario debe interpretarse en sentido horizontal, de modo que, para el ejemplo planteado, una unidad monetaria de la economía "A" se intercambiará por 0.8368 unidades monetarias de la economía "B" o por 1.6500 de la "C". Una unidad monetaria de la economía "B" equivaldrá a 1.1950 de la "A" y a 1.9717 unidades monetarias de la economía "C". Por último, una unidad monetaria de la economía "C" podrá cambiarse por 0.6067 de la economía "A" o por 0.5072 unidades monetarias de la "C".

Lo anterior refiere un punto de equilibrio que se deriva de los supuestos que fundamentan este modelo, sin embargo, las monedas también llegan a conformarse como bienes que ostentan un valor de cambio. Cuando llega ese momento, cambian éstas su valor partiendo de dicho punto de equilibrio y variándolo con base en las fuerzas de oferta y demanda que existan en un determinado momento en el mercado.

2.3.4 INFLACIÓN Y PÉRDIDA DEL PODER ADQUISITIVO

En términos conceptuales macroeconómicos, la inflación es el aumento medido en términos porcentuales del nivel agregado de precios entre dos fechas determinadas en un mercado general, o bien, de bienes específicos; si por el contrario, entre dichas fechas correspondiera una disminución en lugar de un aumento, se dirá que ocurrió deflación. El nivel agregado de precios es la media de los precios de los bienes y/o servicios de la economía en relación con una fecha base dada.

Es importante notar que la definición de inflación o deflación, según proceda, es relacionada con el precio y no con el valor, ya que si en términos de intercambio de bienes existiera aumento o disminución, se dirá que existe plusvalía (utilidad) o minusvalía (pérdida) correspondientemente.

Como ya fue explicado, los precios de mercado están ligados con la oferta y la demanda y, consecuentemente, la inflación o deflación dependerá de las reacciones del mercado ante los cambios en la oferta y la demanda.

Cuando en una economía se presenta inflación continua combinada con recesión o estancamiento de la actividad económica durante un periodo determinado, a dicho periodo se le llama "estanflación", situación que es frecuentemente vista en economías de tipo emergente.

Se mencionó que la inflación es medida como un porcentaje, misma que tiene como consecuencia inherente la pérdida del poder adquisitivo, concepto también macroeconómico que se define como la cantidad porcentual de bienes o servicios que una unidad monetaria deja de adquirir.

Debe entenderse que la inflación y la pérdida del poder adquisitivo son conceptos diferentes, la primera tiene como consecuencia la segunda, por lo que de ningún modo les corresponderá el mismo valor porcentual como medida de cada una de ellas. Como ejemplo, obsérvese la Figura 2.7:

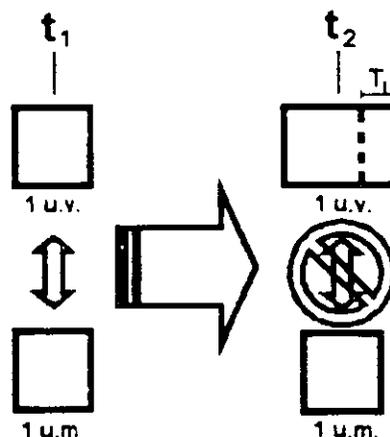


Figura 2.7 Esquema explicativo del concepto "pérdida del poder adquisitivo"

En la figura anterior, en una primera fecha (t_1) existe una debida correspondencia entre una unidad monetaria (moneda) y una unidad de valor (cantidad determinada de bienes y/o servicios), pero en otra posterior (t_2), el incremento en los precios hace que la misma unidad monetaria no pueda adquirir la unidad de valor que ha sufrido un incremento debido al alza de los precios en el mercado, alza que es denominada "inflación" y es expresada en términos porcentuales (T_1). Surgen entonces dos preguntas ¿qué nueva porción de bienes y/o servicios adquiere en la segunda fecha la unidad monetaria? y, ¿cuánto deja de adquirir dicha unidad monetaria?

Se sabe que ahora el 100% de los bienes y/o servicios son ahora la unidad de valor más la tasa inflacionaria (T_1), la porción de estos bienes y/o servicios que adquiere la unidad monetaria se determinará planteando, en términos aritméticos, una relación directa de tres parámetros, es decir:

$$P = 1/(1+T_i);$$

consecuentemente, la cantidad porcentual de bienes y/o servicios que se dejan de adquirir será la diferencia de "P" con la unidad porcentual, o sea:

$$PPA = 1 - 1/(1+T_i).$$

Reduciendo la expresión anterior, puede afirmarse que la pérdida del poder adquisitivo (PPA) de la moneda es función de la tasa inflacionaria (T_i), misma que guarda la siguiente equivalencia:

$$PPA = T_i / (1+T_i)$$

2.3.5 TASA DE CRECIMIENTO REAL DEL PATRIMONIO

Con base en lo expuesto en el punto inmediato anterior, surge ahora la interrogante ilustrada en la Figura 2.8: si se considera que, además de existir inflación, la unidad monetaria es invertida en la fecha "t₁" y produce para la segunda fecha "t₂" un beneficio agregado, medido en términos porcentuales "i" (tasa efectiva del periodo definido entre las dos fechas), que hace a dicha unidad monetaria más grande. ¿en qué proporción es mayor o menor la nueva unidad monetaria respecto de la nueva unidad de valor?

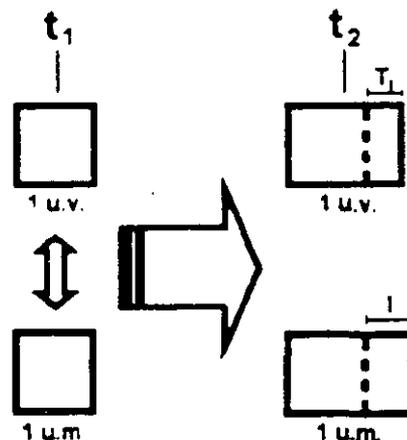


Figura 2.8 Esquema explicativo del concepto "tasa de crecimiento real del patrimonio"

Para contestar esta pregunta debe medirse la proporción de cambio de la nueva unidad monetaria respecto de la nueva unidad de valor y, consecuentemente, la tasa de crecimiento real del patrimonio (unidad monetaria) corresponderá a la diferencia de esta proporción de cambio con la unidad, a saber:

$$1 + T_R = (1 + i) / (1 + T_i)$$
$$T_R = \{(1 + i) / (1 + T_i)\} - 1.$$

Por ejemplo, si la inflación de un periodo fuera del 14% y la tasa efectiva del mismo que gana una inversión fuera del 19%, de ninguna manera deberá decirse que la tasa de crecimiento real del patrimonio fue del 5% (19%-14%); esto sería falso. Dicha tasa sería equivalente al 4.39%:

$$T_R = \{(1 + 0.19) / (1 + 0.14)\} - 1$$
$$T_R = 0.04385 \approx 4.39\%.$$

Pero, ¿qué pasaría si la tasa inflacionaria fuera mayor que la tasa efectiva? Supóngase que los valores de estas tasas fueran 21% y 16% respectivamente. Entonces la tasa real sería negativa, a saber:

$$T_R = \{(1 + 0.16) / (1 + 0.21)\} - 1$$
$$T_R = 0.04132 \approx 4.13\%.$$

Esta situación resulta lógica de pensar si se toma en cuenta que la media del cambio en el nivel agregado de precios fuera mayor que los rendimientos otorgados por las inversiones, es decir, no solamente habría pérdida del poder adquisitivo como consecuencia inherente de la inflación, sino que además existiría una disminución real en el patrimonio. Casos como el descrito suelen verse frecuentemente en economías de tipo emergente.

2.4 ELEMENTOS DE CONTABILIDAD FINANCIERA

2.4.1 ANTECEDENTES Y PRINCIPIOS

Durante el siglo XV se gestaron las bases de la contabilidad; en esa época, un monje llamado *Luca Paccioli* formalizó un esquema rudimentario para registrar las operaciones mercantiles que realizaba la congregación de la cual formaba parte. La aportación de Luca Paccioli a la contabilidad consistió en recopilar los usos y costumbres de los comerciantes de Génova y Venecia en su libro "Summa", publicado en 1494, donde habla de la contabilidad por partida doble (cargo y abono) entre otras valiosas contribuciones

La contabilidad es una técnica empleada para producir, sistemática y estructuradamente, información de orden cuantitativo respecto las transacciones que realiza una entidad económica (persona física o persona moral); dicha

información es expresada en unidades monetarias corrientes y registrada con el objeto de facilitar la toma de decisiones a los interesados en relación con dicha entidad económica.

Podemos decir entonces que es un medio con el cual se puede medir la situación financiera de la entidad en un momento determinado, pero para comparar situaciones específicas correspondientes a distintos puntos del tiempo habrá que utilizar conceptos de la matemática financiera y análisis de inversiones, los cuales se abordarán más adelante. Sin embargo, la contabilidad integra tres objetivos generales:

1. Proporcionar información útil para las actuales y prospectivas inversiones que deban realizarse.
2. Preparar información que ayude a los usuarios a determinar los montos, la oportunidad y la incertidumbre de los proyectos asociados con la realización de inversiones dentro de la empresa.
3. Informar acerca de los recursos de una empresa, los derechos sobre de éstos, los efectos de las transacciones y los acontecimientos que cambian esos recursos y los derechos sobre aquellos.

Al reconocer a la contabilidad como el idioma de los negocios y como medio para facilitar información financiera a las empresas, al gobierno, a particulares y a otros grupos, surgió como consecuencia la necesidad de establecer normas que aseguren la confiabilidad y la comparabilidad en la información contable. Estas normas se conocen como "Principios de Contabilidad" que, en el caso específico de México, son emitidos por el Instituto Mexicano de Contadores Públicos (IMCP) a través de la Comisión de Principios de Contabilidad.

Los Principios de Contabilidad son un conjunto de postulados generalmente aceptados que norman el ejercicio profesional de la contaduría pública. Se considera que, en general, son aceptados porque han operado con efectividad en la práctica y han sido aceptados por todos los contadores, de hecho, son los medios a través de los cuales la profesión contable se asegura que la información financiera cumpla con las características deseadas.

Los principios básicos en que se sustenta una técnica, como la contable, tiene su origen en principios con una connotación más amplia; Con esto se quiere decir que tales principios pudieran ser de aplicación a todas las esferas de la vida. En este caso, los principios de contabilidad generalmente aceptados están estructurados en conceptos básicos alrededor de tres áreas:

- a) Principios que identifican y delimitan al ente económico o negocio del cual se pretende informar.

- b) Principios que definen la base para cuantificar las operaciones del negocio, es decir, para llevar a cabo el registro.
- c) Principios que hacen referencia a la presentación de información financiera de las organizaciones.

Los principios que identifican y delimitan al ente son tres, a saber:

1. **Entidad.** Este principio postula la identificación de la empresa como un ente independiente en su contabilidad, tanto de sus accionistas o propietarios, de sus acreedores o deudores, como de otras empresas. El objetivo de este principio es evitar la mezcla en las operaciones económicas que celebre la empresa con alguna otra organización o individuo.
2. **Realización.** Cuantifica las operaciones económicas que realiza una empresa, tanto con otros entes económicos, como los ocurridos por transformaciones internas o por eventos económicos externos que afectan a la entidad, es decir, la contabilidad cuantifica en términos monetarios las operaciones que realiza una entidad con otros participantes en la actividad económica y ciertos eventos económicos que la afectan.
3. **Periodo contable.** Divide la vida económica de la entidad en periodos predeterminados para conocer los resultados de cada uno de éstos de manera independiente a su continuidad como institución. Implica dividir las actividades económicas de la empresa en periodos tales como un mes un trimestre o un año, por ejemplo.

Los tres principios que definen la base para cuantificar las operaciones del negocio son

- 1 **Valor histórico original.** Este principio establece que los bienes y derechos deben registrarse con su costo de adquisición o fabricación; sin embargo, admite que estas cifras deben modificarse en caso de que ocurran eventos posteriores que les hagan perder su significado, aplicando métodos de ajuste en forma sistemática que preserven la imparcialidad y objetividad de la información contable.
- 2 **Negocio en marcha.** Presupone la permanencia de la entidad en el mercado perennemente, excepto el caso de entes en liquidación. Permite suponer, salvo prueba en contrario, que la empresa seguirá operando por tiempo indefinido, debido a eso no resulta válido usar valores de liquidación al cuantificar sus recursos y obligaciones.
3. **Partida doble o dualidad económica.** Este es, quizá, el más importante de la contabilidad; es un principio fundamental que implica que toda transacción de la entidad debe registrarse mostrando el efecto sobre los activos, pasivos y/o capital

Por último, los principios que hacen referencia a la presentación de la información financiera de las organizaciones también son tres:

- 1 **Revelación suficiente.** Considera el hecho de que los estados financieros deben ser claros y comprensibles para juzgar los resultados de operación y la situación financiera de la entidad. Por este motivo, los estados financieros estarán acompañados de notas aclaratorias que informarán sobre el procedimiento seguido para la elaboración de los mismos.
- 2 **Importancia relativa.** Propone que en la elaboración de la información financiera se debe equilibrar el detalle y multiplicidad de los datos con los requisitos de utilidad y finalidad de la información.
- 3 **Consistencia.** Establece que los principios y reglas con las cuales se obtuvo la información contable deben continuar aplicándose permanentemente para facilitar su comparación. Asimismo establece que cuando exista algún cambio, éste se justifique y se anote el efecto que produce en las cifras contables.

Como puede apreciarse, los principios de contabilidad son de gran relevancia en la práctica, debido a que son un medio útil para generar información en apoyo a la toma de decisiones, asegurando con ello una información contable de calidad; no obstante, como es de entenderse, en cada tipo de negocio existen intereses distintos, lógicamente será necesario preparar y presentar diferentes tipos de información que satisfagan tales necesidades. La contabilidad, al adecuarse para fines específicos, adopta facetas que a continuación se listan en forma enunciativa pero no limitativa

- a) **Contabilidad Financiera.** Su objetivo es presentar información financiera de propósito general para audiencia y usos externos.
- b) **Contabilidad Administrativa.** Esta orientada al uso estrictamente interno.
- c) **Contabilidad de Costos.** Permite conocer el costo de producción de los bienes y/o servicios que ganará la entidad así como su precio de venta.
- d) **Contabilidad Fiscal.** Incluye el registro y preparación de informes para la presentación de informes y pagos de impuestos.
- e) **Contabilidad Gubernamental.** Incluye la contabilidad llevada por la empresa del sector público de manera interna así como también todas las actividades del país incluyendo sus ingresos y sus gastos.

2.4.2 EL PROCESO CONTABLE

Los registros que aluden los principios contables se efectúan en "cuentas" específicas que refieren la situación de conceptos plenamente identificados. Dichas cuentas pueden ser clasificadas en los siguientes tipos:

- Activo
- Pasivo.
- Capital.
- Resultados.

Las cuentas de activo son aquellas en las que se registran aquellos recursos económicos propiedad de una entidad, es decir, los bien o derechos de los cuales se espera rindan beneficios en el futuro. Los tipos de activos varían con relación a la naturaleza de cada empresa, pero en general se clasifican en:

- a) Activo Circulante. Corresponde a todos los movimientos de liquidez de la empresa
- b) Activo Fijo. Son todos los derechos y pertenencias propias para que la entidad lleve a cabo su proceso de producción, los cuales deberán cumplir requisitos mínimos establecidos con antelación por la propia entidad en lo relativo a su costo de adquisición (Costo de Reposición Nuevo -CRN-) y de su vida útil total (V U T.) referida en términos técnicos o económicos.
- c) Activo Diferido. Son aquellos activos que al paso del tiempo se trasladan a cuentas de gastos, por ejemplo, aquellos pagos que la entidad realiza por anticipado.

Por su parte, las cuentas de pasivo representan lo que el negocio debe a otras personas o entidades conocidas como proveedores y acreedores; sabiendo que los proveedores y acreedores tienen derecho prioritario sobre los activos del negocio en caso de disolución o cierre del mismo, antecediendo a los dueños, quienes siempre vendrán en último lugar, se puede decir que la equivalencia numérica de estas cuentas representa la obligación prioritaria que le corresponde a una entidad.

Cabe señalar que cuando se trata de la escisión de una empresa, con el producto de la venta de los activos se debe pagar primero a los trabajadores; en segundo lugar a los acreedores legales y el remanente queda para los dueños.

Es uso y costumbre contable que las cuentas de pasivo se clasifiquen con base en su carácter temporal, es decir, en relación con el tiempo en que debe liquidarse la obligación. Esta clasificación es la siguiente.

- a) Pasivo a Corto Plazo. Corresponde a todos los compromisos de la empresa que deben liquidarse antes de un año.

- b) Pasivo a Largo Plazo. Son los compromisos de la empresa que deben liquidarse en plazo equivalente o mayor de un año.
- c) Pasivo Diferido. Son aquellos pasivos que al paso del tiempo se trasladan a cuentas de ingresos, por ejemplo, aquellos cobros que la entidad recibe por anticipado.

El capital son las aportaciones realizadas por los dueños (conocidos como accionistas) para la creación y sostenimiento de la entidad; Capital Contable y Capital Neto son otros términos de uso frecuente para designarlas.

Y finalmente, las cuentas de resultados involucran los ingresos ganados por la entidad, así como sus costos y gastos incurridos en el proceso productivo, dividiéndose básicamente en dos rubros: Utilidades Acumuladas y Utilidad del Ejercicio (último ejercicio realizado).

La relación que deben guardar los cuatro tipos de cuentas enunciados puede expresarse mediante la siguiente ecuación contable:

$$\text{Activo} = \text{Pasivo} + \text{Capital} + \text{Resultados}$$

Esta igualdad puede visualizarse en forma de una "balanza", misma que recibe el nombre de "Balanza Contable" y es mostrada a continuación en la Figura 2.9:

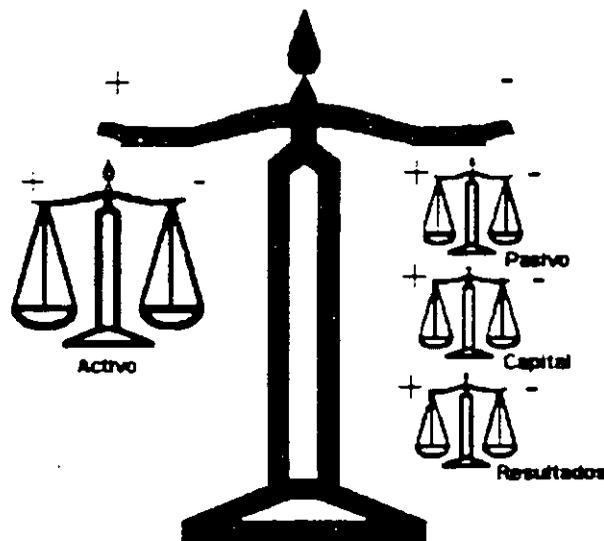


Figura 2.9 Balanza Contable

Se podrá observar que, en la figura anterior, cada balanza expuesta presenta un signo positivo de su lado izquierdo y un signo negativo del derecho, los cuales serán empleados para dar operatividad al principio fundamental de la contabilidad: el principio de la partida doble, mismo que fue expuesto anteriormente.

Del lado izquierdo, donde se ubica el signo positivo, se aplicarán los movimientos que recibirán el nombre de "cargo" o "debe" o "débito", mientras que del lado

derecho, donde está el signo negativo, serán aplicados los movimientos referidos como "abono" o "haber" o "crédito".

Es necesario recordar que la representación gráfica de la "balanza" es la abstracción de una cuenta que es llamada "cuenta T", nombre que obedece a la forma de la balanza y que es empleada para fines didácticos. Una "cuenta T" es el lugar donde se anotarán los aumentos o disminuciones de cada partida derivada de las actividades contables, representados por los movimientos de "cargo y abono".

En términos formales, cada cuenta, sea que se clasifique como de activo, de pasivo, de capital o de resultados, tendrá el formato reflejado en la Figura 2.10 y será integrada con los siguientes elementos.

1. Encabezado o nombre (título).
2. Número de cuenta.
3. Columna para fecha.
4. Columna para cargos o debe
5. Columna para abonos o haber
6. Saldo de la cuenta

EFECTIVO EN CAJA Y BANCOS		CUENTA Num. 100	
Fecha	Debe	Haber	Saldo
199x			
Ene.3	500.00		500.00
5		250.00	250.00
9		150.00	150.00
10	100.00		200.00
30	80.00		280.00
			Saldo deudor

Figura 2.10 Esquema formal de una cuenta contable

Obsérvese ahora la Figura 2.11 que a continuación se muestra para exponer el esquema didáctico de una "cuenta T":

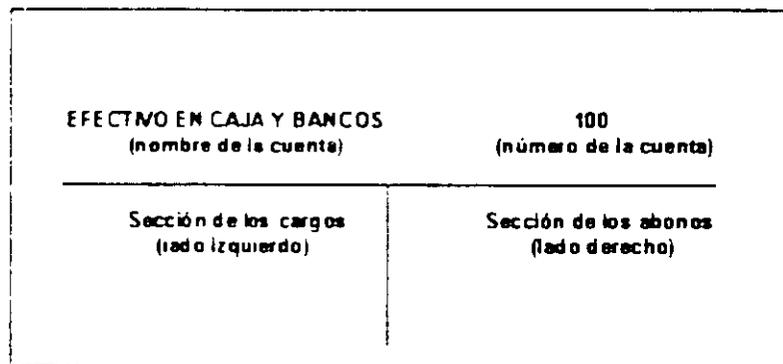


Figura 2.11 Esquema de una "cuenta T"

Es importante señalar que se efectuarán movimientos en las "balanzas" o "cuentas T" de activo, pasivo, capital o resultados vigilando que se mantenga el equilibrio en la balanza mayor, que correspondería a respetar la ecuación contable ya expuesta; para ello, deberán hacerse movimientos que tengan una equivalencia en magnitud y signo en ambos lados de la gran balanza, considerando que los signos finales se obtendrán mediante el producto de los parciales. Por ejemplo, si se realiza un movimiento del lado derecho de una cuenta de activo, el signo final de la operación será negativo, ya que el activo se encuentra del lado izquierdo de la balanza mayor y se determinaría el producto de dos signos contrarios, lo que da como resultado un signo negativo, por el contrario, si se efectuase un movimiento del lado derecho de una cuenta de pasivo, el signo final sería positivo, ya que el pasivo se ubica del lado derecho y se determinaría el producto de dos signos iguales

El saldo o "cantidad restante" de una "cuenta T" se determina a través de la diferencia entre la sumatoria de los movimientos deudores y la sumatoria de los movimientos acreedores, es decir, mediante la diferencia entre su "debe" y su "haber".

Con fundamento en lo anterior, puede afirmarse que la sumatoria de los movimientos correspondientes a los cargos debe ser de igual magnitud a la sumatoria de los movimientos correspondientes a los abonos. Igualmente, se pueden formular las siguientes condicionantes:

- El cargo en una cuenta de activo representa el aumento de la misma y por contrapartida le corresponderá un abono en otra cuenta de activo, de pasivo, de capital o de resultados
- El abono en una cuenta de activo representa la disminución de la misma y por contrapartida le corresponderá un cargo en otra cuenta de activo, de pasivo, de capital o de resultados.
- El cargo en una cuenta de pasivo, de capital o de resultados representa la disminución de la misma y por contrapartida le corresponderá un abono en otra cuenta de activo, pasivo, capital o resultados.
- El abono en una cuenta de pasivo, de capital o de resultados representa el aumento de la misma y por contrapartida le corresponderá un abono en otra cuenta de activo, de pasivo, de capital o de resultados.

Supongase que el arrendador de un edificio recibe \$5'000,000.00 por concepto del pago anticipado de la renta por el uso de un edificio, pero al transcurrir dos meses le es desocupado el edificio y se le solicita la devolución de las rentas no devengadas, a lo cual accede en buenos términos. Los asientos contables que se realizarían son los siguientes

Aspectos Multidisciplinarios de la Valuación

+	-																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">+</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">-</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">BANCOS</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(1) 5,000,000</td> <td style="text-align: center;">4,166,666 (4)</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">833,334</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	+	-	BANCOS		(1) 5,000,000	4,166,666 (4)	833,334		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">+</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">-</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">COBROS ANTICIPADOS</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(2) 416,667</td> <td style="text-align: center;">5,000,000 (1)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(3) 416,667</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">833,334</td> <td style="text-align: center;">5,000,000</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">4,166,666</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">(4) 4,166,666</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	+	-	COBROS ANTICIPADOS		(2) 416,667	5,000,000 (1)	(3) 416,667		833,334	5,000,000		4,166,666	(4) 4,166,666	
+	-																						
BANCOS																							
(1) 5,000,000	4,166,666 (4)																						
833,334																							
+	-																						
COBROS ANTICIPADOS																							
(2) 416,667	5,000,000 (1)																						
(3) 416,667																							
833,334	5,000,000																						
	4,166,666																						
(4) 4,166,666																							
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">+</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">-</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">VENTAS</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">416,667 (2)</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">416,667 (3)</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black;"></td> <td style="text-align: center;">833,334</td> </tr> </tbody> </table>	+	-	VENTAS			416,667 (2)		416,667 (3)		833,334													
+	-																						
VENTAS																							
	416,667 (2)																						
	416,667 (3)																						
	833,334																						

Nótese que se ha referido cada movimiento con un número ordinal contenido entre paréntesis. El primer asiento, por ejemplo, involucró una cuenta de activo y otra de pasivo; si se verifican las magnitudes involucradas se verá que son iguales, igualmente si se verifican los signos se observará que también son iguales, ya que el asiento de la cuenta de activo (bancos) se realizó del lado izquierdo (cargo), y el movimiento de la cuenta de pasivo (cobros anticipados) se realizó del lado derecho (abono), o sea, el signo final del movimiento hecho en la "cuenta T" llamada "BANCOS" es positivo (pues el producto es de dos signos iguales positivos), del mismo modo, el signo final del movimiento realizado en la "balanza" llamada "COBROS ANTICIPADOS" es también positivo (debido que el producto es de signos iguales negativos). El saldo de cada cuenta se obtiene restando su suma de los cargos de su suma de los abonos asentados. La naturaleza del saldo dependerá de qué sumatoria es mayor; si la sumatoria del lado izquierdo fuera la mayor, el saldo será de tipo "deudor", pero si la sumatoria mayor fuera la del lado derecho, el saldo será "acreedor".

Analícese ahora un segundo ejemplo, en el cual una empresa adquiere un vehículo que destinara para el reparto de mercancías; es adquirido de contado y al paso de dos años se realiza la depreciación que es aplicable:

+	-																		
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">+</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">-</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">BANCOS</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">200,000 (1)</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">200,000</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	+	-	BANCOS		200,000 (1)		200,000		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">+</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">-</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">GASTOS DE OPERACIÓN</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(2) 43,478</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(3) 43,478</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">86,956</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	+	-	GASTOS DE OPERACIÓN		(2) 43,478		(3) 43,478		86,956	
+	-																		
BANCOS																			
200,000 (1)																			
200,000																			
+	-																		
GASTOS DE OPERACIÓN																			
(2) 43,478																			
(3) 43,478																			
86,956																			
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">+</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">-</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">EQUIPO TRANSPORTE</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(1) 173,913</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">173,913</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	+	-	EQUIPO TRANSPORTE		(1) 173,913		173,913		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">+</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">-</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">IVA POR PAGAR</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(1) 26,087</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">26,087</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	+	-	IVA POR PAGAR		(1) 26,087		26,087			
+	-																		
EQUIPO TRANSPORTE																			
(1) 173,913																			
173,913																			
+	-																		
IVA POR PAGAR																			
(1) 26,087																			
26,087																			
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">+</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">-</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">DEPRECIACIÓN TRANSP</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">43,478 (2)</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">43,478 (3)</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: center;">86,958</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	+	-	DEPRECIACIÓN TRANSP		43,478 (2)		43,478 (3)		86,958										
+	-																		
DEPRECIACIÓN TRANSP																			
43,478 (2)																			
43,478 (3)																			
86,958																			

Capítulo 2

Cabe aclarar que la depreciación debe ser entendida como el proceso contable mediante el cual se recuperan las inversiones realizadas en bienes del activo fijo (edificios, muebles, maquinaria, equipo, etc.), a través de las cuentas de gastos. Si es el caso de hablar de la recuperación de las inversiones hechas por el uso de derechos (patentes, marcas, gastos de instalación, etc.), entonces se tratará con el concepto de amortización, la cual se determina por el mismo mecanismo aplicado en la depreciación. Es muy importante señalar que este concepto será empleado para determinar los flujos de efectivo para evaluación, como será visto en el apartado correspondiente. Para verificar que los asientos realizados son correctos, es posible formular una "Balanza de Comprobación", la cual contendrá los saldos de cada una de las cuentas contables según su naturaleza "deudora" o "acreedora" (debe o haber) y seguirá el esquema ilustrado a continuación:

BALANZA DE COMPROBACIÓN AL 31 DE DICIEMBRE DE 20XX.

Cuentas	SALDO	
	Debe	Haber
Activo		
<i>Circulante</i>		
Caja	500.00	
Bancos	600.00	
Mercancías	1,500.00	
Clientes	900.00	
Documentos por cobrar	500.00	
Deudores diversos	500.00	
<i>Fijo</i>		
Edificios	1,900.00	
Mobiliario y Equipo de oficina	1,800.00	
Equipo de reparto	1,300.00	
<i>Difendo</i>		
Gastos de instalación	400.00	
Pasivo		
<i>A corto plazo</i>		
Proveedores		1,200.00
Documentos por pagar		1,000.00
Acreedores diversos		800.00
<i>A largo plazo</i>		
Acreedores hipotecarios		800.00
<i>Difendo</i>		
Rentas anticipadas		200.00
Capital		
Capital Contable		5,900.00
SUMA	9,900.00	9,900.00

Para llevar a cabo los asientos contables que procedan, se deberá tener presente que la contabilidad financiera debe guardar una estructura y un proceso. La estructura se refiere a:

- a) Principios de contabilidad generalmente aceptados.
- b) Los conceptos básicos.
- c) Las reglas de contabilidad de operaciones.
- d) Los catálogos de cuentas utilizadas.
- e) Manuales o instructivos de contabilidad.

La estructura es precisamente el aspecto que da forma a la actividad, mientras que el proceso se realiza mediante de una serie de pasos que se denominan como "*ciclo contable*", el cual refiere.

- a) Registro de transacciones.
- b) Clasificación de movimientos contables.
- c) Suma de resultados por cuenta.
- d) Generación de estados financieros.

Derivado de lo anterior, es fundamental decir que la función práctica de la contabilidad financiera está orientada a presentar la información de la entidad mediante cuatro formas básicas denominadas "Estados Financieros", mismos que son:

- a) Estados de situación financiera.
- b) Estados de resultados de operación.
- c) Estados de cambios en la situación financiera.
- d) Estados de cambios en la inversión de los propietarios.

Para los efectos pretendidos por el presente texto, solamente serán referidos los primeros dos expuestos, ya que son los que resultan tener importancia para fines de valuación. El primero de ellos refiere al denominado "Balance General", mismo que es mostrado en el Anexo 1.

El segundo de los estados, denominado "Estado de Resultados" o Estado de Pérdidas y Ganancias" seguirá el planteamiento a continuación enunciado:

	Ventas
menos	Devoluciones sobre ventas
menos	Rebajas sobre ventas
igual	Ventas netas
menos	Inventario inicial
menos	Compras
mas	

	Devoluciones sobre compras
más	
	Rebajas sobre compras
mas	
	Inventario final
igual	
	<u>Utilidad Bruta</u>
menos	
	Gastos de venta
igual	
	<u>Utilidad sobre ventas</u>
menos	
	Gastos de administración
igual	
	<u>Utilidad mercantil</u>
menos	
	Gastos operativos
igual	
	<u>Utilidad operativa</u>
menos	
	Gastos Financieros
mas	
	Productos financieros
igual	
	<u>Utilidad financiera</u>
menos	
	Otros gastos
mas	
	Otros productos
igual	
	<u>Utilidad antes de impuestos</u>
menos	
	Impuesto sobre la renta (ISR)
menos	
	Impuesto al activo fijo (IMPAC)
menos	
	Impuesto sobre nóminas (ISN)
menos	
	Impuestos sobre adquisición de activos (ISAAC)
menos	
	Cuotas patronales al IMSS
menos-	
	Cuotas patronales al INFONAVIT
menos	
	Cuotas patronales al Sistema de Ahorro para el Retiro (SAR)
igual	
	<u>Utilidad para reparto</u>
menos	
	Participación a los trabajadores sobre utilidades (PTU)
igual	
	<u>Utilidad o Pérdida Neta</u>

Enseguida, para terminar con este tema, se expone un breve ejemplo sobre la determinación de un estado de resultados de una empresa cualquiera:

Aspectos Multidisciplinarios de la Valuación

ESTADO DE RESULTADOS DEL 1º DE ENERO AL 31 DE DICIEMBRE DE 20XX.

	1	2	3	4
Ventas Totales			1,950.00	
Menos: Devoluciones sobre ventas		30.00		
Menos: Rebajas sobre ventas		20.00	50.00	
Ventas Netas				1,900.00
Inventario Inicial			1,250.00	
Compras	800.00			
Mas Gastos de Compra	20.00			
Compras Totales		820.00		
Menos Devoluciones sobre compras	60.00			
Menos Rebajas sobre compras	10.00	70.00		
Compras Netas			750.00	
Total de mercancías			2,000.00	
Menos Inventario final			600.00	
Costo de lo vendido				1,400.00
Utilidad Bruta				500.00
Gastos de operación:				
Gastos de venta:				
Renta del almacén	17.00			
Propaganda	9.00			
Sueldos de agentes y dependientes	32.00			
Comisiones de agentes	16.00			
Consumo de luz	1.00	75.00		
Gastos de administración:				
Renta de la oficinas	12.00			
Sueldos de personal de oficinas	43.00			
Papelera y útiles	3.00			
Consumo de luz	2.00	60.00	135.00	
Productos financieros:				
Intereses a nuestro favor	7.00			
Descuentos sobre compras	5.00	12.00		
Gastos financieros:				
Intereses a nuestro cargo	5.00			
Descuentos sobre ventas	4.50			
Gastos de situación:	0.50	10.00	2.00	133.00
Utilidad de operación				367.00
Otros gastos:				
Perdida en venta de mobiliario		20.00		
Perdida en ventas de acciones		6.00	26.00	
Otros productos:				
Comisiones cobradas		2.00		
Dividendos cobrados		4.00	6.00	20.00
Utilidad del ejercicio				<u>347.00</u>

2.4.3 EFECTOS DE LA INFLACIÓN EN LA CONTABILIDAD

Si se acepta que la inflación es un cambio en la unidad con que medimos valores económicos, el hecho de que exista este fenómeno no cambia el valor intrínseco de los bienes sustantivos como son los terrenos, edificios, plantas industriales e inventarios, pero sí cambia el monto o cifra con que este valor se expresa (costo o precio, según sea el caso). Por el contrario, los bienes y obligaciones de naturaleza monetaria (representados por dinero, derecho a recibir una determinada cantidad de dinero, y obligaciones que se liberan mediante la entrega de una determinada cantidad de dinero) no cambian en monto con la inflación, pero sí pierden valor real porque son una representación fiduciaria de la unidad de medida que se está reduciendo de tamaño.

Resulta entonces evidente que los efectos de la inflación distorsionan las cifras presentadas en los estados financieros (a mayor antigüedad de los registros mayor distorsión), por lo que cobra relevancia la necesidad de reflejar dichos efectos de la inflación en los mismos. Ante esta situación, en el año de 1983, entró en vigor el *Boletín B-10 "Reconocimiento de los efectos de la inflación en la información financiera"*, emitido por el Instituto Mexicano de Contadores Públicos, cuyo objetivo es establecer las reglas relativas a la evaluación y presentación de la información financiera de todas las entidades que preparan estados financieros básicos en un entorno inflacionario, haciendo una clasificación de partidas monetarias y no monetarias. Las primeras que son aquellas que pierden poder adquisitivo, y las segundas que son aquellas que incrementan su valor.

La necesidad de actualizar la información financiera es producida por las diferencias que existen entre los registros de las operaciones al costo, bajo el principio de contabilidad de "valor histórico original" y los valores actuales que son mayores normalmente, debido, principalmente, a la pérdida del poder adquisitivo de la moneda y a las modificaciones, casi siempre por incremento en los costos específicos de los bienes y servicios utilizados por el ente.

Los conceptos que son susceptibles de actualización para reflejar adecuadamente los efectos de la inflación son

- Inventarios.
- Costo de ventas.
- Inmuebles.
- Maquinaria y equipo, así como su depreciación acumulada y del período.
- Capital contable.
- Resultado por tenencia de activos no monetarios.
- Resultado por posición monetaria y.
- Costo integral de financiamiento

El *resultado por tenencia de activos no monetarios* existe únicamente cuando se sigue el método de costos específicos. Se calcula comparando el incremento real en el valor de las partidas no monetarias, actualizadas por el método de costo de reposición, con el que se hubiera logrado de haber aplicado factores derivados del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC).

El resultado por posición monetaria lo origina la disminución del poder adquisitivo de activos y pasivos monetarios en una época inflacionaria, ya que siguen manteniendo su valor nominal.

Los activos monetarios producirán una pérdida al recibir una cantidad igual en valor nominal, pero con un poder adquisitivo menor y los pasivos monetarios producen utilidad porque se liquida un pasivo con cantidades de dinero de menor poder adquisitivo. De la comparación de utilidades contra pérdidas, por estos conceptos, se obtiene el resultado por posición monetaria.

En una época inflacionaria el concepto de costo integral de financiamiento se amplía para incluir, además de los intereses y fluctuaciones cambiarias, el resultado por posición monetaria.

La actualización de partidas no monetarias con fines meramente contables de reexpresión de los estados financieros de una entidad específica, se practican dos métodos de actualización: el primero llamado **ajuste por cambios en el nivel general de precios**, que consiste en corregir la unidad de medida empleada por la contabilidad tradicional, utilizando pesos constantes en vez de pesos nominales, empleando para ello el Índice Nacional de Precios al Consumidor que publica el Banco de México a partir de 1950, y el segundo denominado de **costos específicos o valores de reposición**, que se funda en la medición de valores que se generan en el presente, en lugar de valores provocados por intercambios realizados en el pasado, que se determina mediante valuación de un perito independiente.

Es muy importante señalar que la información obtenida con cada uno de los métodos no es comparable, debido a que tienen bases diferentes y se emplean criterios distintos, de hecho, se recomienda no mezclar los dos métodos en la actualización de los inventarios y en los activos fijos. La mezcla de métodos sólo podrá aplicarse entre conceptos diferentes y nunca dentro del mismo rubro. Las empresas que consoliden información financiera deberán manejar en las entidades los mismos métodos para que las cifras consolidadas tengan significado.

El método de ajustes por cambios en el nivel general de precios parte del reconocimiento de que toda entidad operativa posee dos clases de valores: unos, los monetarios, cuya representación en un número determinado de unidades monetarias no se modifica por la inflación; otros, los no monetarios, cuya representación en unidades monetarias sí se modifican en función de la misma. Ejemplo de los primeros sería un crédito a largo plazo de \$1'000,000.00 que

independientemente de los intereses que causa, continuaría siendo de \$1'000,000.00 hasta que se redima, y ejemplo de los segundos sería un terreno, cuyo costo de adquisición de 1'000,000.00 tendría un valor de mercado de \$1'500,000.00, si al cabo de un año la inflación hubiera sido del 50% medido a través del índice nacional de precios al consumidor.

El número de unidades monetarias representativas de los valores monetarios no se modifica en un periodo de inflación; sin embargo, el poder adquisitivo de las mismas se erosiona gradualmente representando este fenómeno una pérdida en el caso de valores monetarios activos o una utilidad en el caso de pasivos monetarios. En cambio, por lo que respecta a los valores no monetarios en que sí se modifica el número de unidades monetarias que los representan, la inflación no los erosiona en principio, ya que el precio de éstos va ajustándose en función del índice inflacionario.

El método de ajustes por cambios en el nivel general de precios actualiza los valores no monetarios en función del porcentaje de inflación habido entre la fecha de su adquisición, contratación o aportación, y aquella en que se elaboran los estados financieros periódicos. En periodos subsecuentes se parte de cifras actualizadas aplicando el factor del periodo correspondiente. Así por ejemplo, en el caso del terreno, si la inflación en el segundo año fuera del 60%, tendría un incremento de \$900,000.00 calculados sobre el \$1'500,000.00 a que se ajustó al finalizar el primero, es decir, un nuevo valor de \$2'400,000.00.

En las condiciones anteriormente señaladas, resulta evidente que el ajuste por cambios en el nivel general de precios es aquel que actualiza, en función de pesos de poder adquisitivo constante, los valores no monetarios de la entidad (inventarios, activos fijos tangibles, inversiones permanentes en valores, capital contable, costos y gastos derivados de dichas actualizaciones, como son el costo de ventas y la depreciación, etc.) y determina un resultado monetario representativo de la erosión que la inflación causa en el neto de valores monetarios (posición monetaria) que la empresa ha manejado a través de un periodo o ejercicio determinado. Si esta posición neta ha sido activa (activos monetarios superiores a pasivos monetarios), la erosión es sufrida por la empresa al no poder incrementar el monto de esos activos monetarios netos para conservar su poder de compra, si, en cambio, los pasivos monetarios exceden a los activos monetarios (posición monetaria corta), el pasivo neto de la empresa, al no incrementarse, produce un beneficio monetario a expensas de los acreedores.

Dentro de ese método, lo que en realidad ocurre es que se aplican rigurosamente las normas tradicionales del costo histórico en función de unidades monetarias de poder adquisitivo constante, prescindiéndose de cualquier otra consideración distinta a la del factor inflacionario. Por ejemplo, en el propio caso del terreno citado, éste podría tener un monto de valuación de \$1'800,000.00 al finalizar el primer año y de \$2'300,000.00 al finalizar el segundo; sin embargo, el valor que se registraría bajo este método que no toma en cuenta la valuación, sería de

\$1'500,000.00 (\$300,000.00 menos que la valuación) y de \$2'400,000.00 (\$100,000.00 más que la valuación).

Por su parte, el método de actualización por costos específicos no constituye una simple opción diferente respecto del anterior, se trata de un concepto de actualización distinto que, al menos parcialmente, puede presentarse en ámbitos inflacionarios. Sin inflación, en cambio, el método de actualización por el nivel general de precios simplemente no existiría.

Como fue explicado, en método de ajuste por cambios en el nivel general de precios, las actualizaciones efectuadas se fundan invariablemente en los datos históricos, sólo que reexpresados en unidades monetarias constantes, en función de la inflación; el principio del costo, que ha regido por décadas a la contabilidad tradicional, no se afecta con las actualizaciones implicadas por este método, lo único que se hace es ajustar las cifras en función un una unidad de medida cada vez más pequeña, como es la moneda afectada por la inflación. El método de actualización por costos específicos, en cambio, se aparta totalmente del principio del costo histórico, actualizando los rubros no monetarios del activo y, eventualmente, del pasivo, así como los costos derivados de los mismos en función de sus valores específicos de reposición, con toda la gama de modalidades que este último concepto implica, constituyendo una primera etapa hacia la consecución de un objetivo que se ha planteado desde hace muchos años a la técnica contable y que ésta no se había decidido a encarar por la complejidad y subjetividad implícitas de los valores actuales.

La percepción de esta diferencia conceptual entre uno y otro métodos es indispensable para un conocimiento cabal de la problemática involucrada en la actualización de la información financiera. La metodología de la actualización por costos específicos puede desarrollarse con dos técnicas diferentes, que no necesariamente convergen en las mismas cifras finales de actualización:

- a) En la primera de ellas puede partirse de las cifras históricas directamente, modificándolas con todos aquellos aspectos que cambian los costos de reposición de los distintos activos no monetarios que se actualizan, para lo cual se hace necesaria la práctica de una valuación específica.
- b) En la segunda se desarrolla la actualización en dos etapas: primeramente las cifras históricas se actualizan a pesos constantes al momento presente usando el método del nivel general de precios ya descrito y, finalmente, partiendo de las cifras así actualizadas, ajustar éstas para reexpresarlas a su valor de reposición.

Evidentemente, ambos métodos mantienen aún algunas deficiencias que deberán ser resueltas en el futuro: el método de **ajuste por cambios en el nivel general de precios** tiene consistencia, ya que si se parte del mismo costo histórico y aplicando los índices oficiales, dos personas distintas llegarán al mismo valor actualizado, pero tiene el defecto que dichos índices oficiales no siempre reflejan

los cambios precisos en costos y precios existentes en los mercados propios de los bienes muebles e inmuebles; el método de **costos específicos o valores de reposición** es inconsistente, ya que dos valuadores que emitan dictamen sobre el mismo bien reportaran dos valores diferentes, ya que cada uno de ellos partirá de indagaciones y estudios estadísticos en el mercado distintos, pero en ambos casos se tomará en cuenta aquellos aspectos que influyen en el valor de los bienes (plusvalía o minusvalía).

2.5 ELEMENTOS DE MATEMÁTICA FINANCIERA

Los movimientos económicos existentes en la sociedad en general han creado desde hace mucho tiempo el concepto de préstamo o "mutuo". Un préstamo es la facilitación que una persona con excedentes de recursos económicos hace a otra para quien esos recursos son escasos, a cambio de la reintegración de ese mismo recurso económico más un "interés" en un momento posterior.

El "interés" es la cantidad o cuantía monetaria que se debe pagar, en el momento establecido, por el uso del recurso económico ajeno referido, sin menoscabo de su reintegración a quien lo prestó. A este recurso económico prestado se le denomina "suerte principal".

Como es lógico de pensar, un préstamo es regido por usos y costumbres de índole comercial, por lo que será necesario definir fundamentos que servirán de principio para el desarrollo de la "teoría del interés" y de la "teoría del descuento".

Se comenzará por denominar al recurso económico prestado como "suerte principal", se llamará "plazo" al tiempo total en que debe ser reintegrado el préstamo y su interés generado, y "periodo" al tiempo que transcurre entre la aplicación de un interés y otro. Debe tenerse presente que el plazo y el periodo no necesariamente son equivalentes, es más, puede decirse que el plazo es el conjunto de periodos que transcurren para la reintegración de la suerte principal y su interés generado.

Sin embargo, existen lapsos menores al periodo en que suele calcularse el interés que corresponde para integrarlo a la suerte principal, de tal manera que ésta será mayor la siguiente vez que vuelva a calcularse el interés respectivo. A esta forma de generación de intereses se le conoce como "interés compuesto", y a los lapsos referidos en esta idea se le conocen como "subperiodos". Habrá que entender que un conjunto de subperiodos formara un periodo, y como anteriormente se dijo, un conjunto de periodos formarán el plazo.

Para efectos de nomenclatura, se designará a cada subperiodo con la literal "m", a cada periodo con la literal "n", y el plazo quedará referido consecuentemente con el producto "mn". La suerte principal se denotará con la sigla "C₀", y el monto que

se debe reintegrar en un momento determinado se entenderá como " $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{mn}$ ", el cual será equivalente a la suerte principal original, más los intereses generados al momento; lo anterior significa que " m " se variará desde la unidad y hasta el número total de subperiodos que tenga cada periodo, y de manera análoga, " n " se variará también desde la unidad y hasta el número total de periodos que tenga el plazo.

Con lo anterior se deduce que, siempre y cuando el interés sea diferente de cero, las cantidades en el tiempo serán diferentes entre sí, es decir que:

$$C_0 \neq C_1 \neq C_2 \neq C_3 \neq \dots \neq C_{mn}.$$

y por esta razón se afirma que un recurso económico tiene valor en el tiempo, denominando a la cantidad de la extrema izquierda como "valor presente" respecto de los valores a su derecha, y a la cantidad de la extrema derecha como "valor futuro" respecto de los que están a su izquierda

2.5.1 TEORÍA DEL INTERÉS

El interés que se pacta pagar por el préstamo en cada subperiodo se establecerá como una proporción de la suerte principal, es decir, se calculará mediante el producto de la misma por una "tasa" expresada en términos porcentuales, y denotada como " i ", con lo cual se obtiene que

$$I' = C_0 (i),$$

y si se desea conocer la "tasa de interés nominal del periodo", entonces bastará con multiplicar el número total de subperiodos de cada periodo por la tasa de cada subperiodo, es decir

$$i_{(m)} = m i,$$

donde " m " es el número de subperiodos que tiene cada periodo, " i " es la tasa de interés aplicable en cada subperiodo para el cálculo del interés, y la tasa de interés nominal del periodo " $i_{(m)}$ " se conocerá simplemente con el nombre de "tasa nominal de interés"

Con esto, es posible definir la tasa de interés aplicable en cada subperiodo de la siguiente manera

$$i' = i_{(m)} / m.$$

Ahora bien, si nos referimos a los montos " $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{mn}$ " indicados anteriormente, esta tasa tiene la siguiente equivalencia:

$$i' = (C_{k+1} - C_k) / C_k,$$

donde el subíndice "k" señala el monto de un subperiodo específico, y variará desde cero, haciendo referencia a la suerte principal, hasta el valor del producto "mn".

La teoría del interés parte de esta última expresión, en la cual la tasa de interés es vista como un cociente o razón de cambio de la diferencia entre el monto siguiente y el anterior, respecto del monto anterior.

Ahora se puede deducir otra expresión que calcule el siguiente monto a pagar con fundamento en lo anterior de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} C_k (i') &= C_{k+1} - C_k \\ C_{k+1} &= C_k + C_k (i') \\ C_{k+1} &= C_k (1 + i') \end{aligned}$$

Sin embargo, habrá que considerar la idea del interés compuesto introducida anteriormente, pues cuando un interés no es pagado en el subperiodo correspondiente, es costumbre que éste se adicione a la suerte principal; y con este nuevo monto incrementado, se calculará el interés del siguiente subperiodo.

Si esta situación se repite, aplicando la misma tasa en cada subperiodo, se aplicará la misma mecánica, generalizándola de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} C_1 &= C_0 (1 + i') \\ C_2 &= C_1 (1 + i') \\ C_2 &= C_0 (1 + i') (1 + i') \\ C_2 &= C_0 (1 + i')^2 \\ C_3 &= C_2 (1 + i') \\ C_3 &= C_0 (1 + i')^2 (1 + i') \\ C_3 &= C_0 (1 + i')^3 \\ C_4 &= C_3 (1 + i') \\ C_4 &= C_0 (1 + i')^3 (1 + i') \\ C_4 &= C_0 (1 + i')^4 \\ C_5 &= C_4 (1 + i') \\ C_5 &= C_0 (1 + i')^4 (1 + i') \\ C_5 &= C_0 (1 + i')^5 \end{aligned}$$

.....

$$\begin{aligned} C_k &= C_{k-1} (1 + i') \\ C_k &= C_0 (1 + i')^{k-1} (1 + i') \\ C_k &= C_0 (1 + i')^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{k+1} &= C_k (1 + i') \\ C_{k+1} &= C_0 (1 + i')^k (1 + i') \\ C_{k+1} &= C_0 (1 + i')^{k+1} \end{aligned}$$

con lo cual se da lugar a la expresión general del interés compuesto:

$$C_k = C_0 (1 + i')^k$$

Si se restringe el valor del subíndice "k" desde cero hasta el número de subperiodos que tiene cada periodo, la diferencia entre "C_k" y "C₀" es el interés total que "efectivamente" se generó durante los "m" subperiodos por el préstamo del recurso ajeno. desprendiéndose de esta situación el concepto de "tasa efectiva de interés del periodo", que será distinguida con la literal simple "i", y que tendrá la siguiente equivalencia:

$$i = (C_m - C_0) / C_0$$

de donde se desprende que:

$$C_m = C_0 + C_0 (i)$$

Sustituyendo el valor de "C_m" en la expresión general del interés compuesto, y teniendo presente que "k" tomará el valor de "m", se llega a que:

$$C_0 + C_0 (i) = C_0 (1 + i')^m$$

Si se divide lo anterior entre el término "C₀" se obtiene la expresión que relaciona a la tasa efectiva con la tasa de interés aplicable en cada subperiodo, que es la siguiente

$$1 + i = (1 + i')^m$$

$$i = (1 + i')^m - 1$$

El valor de "i" y de "i_(m)" son referidos a una misma amplitud de tiempo: el periodo; pero la primera es de índole efectivo y la otra de índole nominal.

Para obtener la relación de la tasa efectiva de interés con la tasa nominal de interés, ambas referidas al periodo como se ha mencionado, se sustituye el valor de la tasa de interés aplicable a cada subperiodo por la equivalencia correspondiente, quedando:

$$i = (1 + i_{(m)}/m)^m - 1$$

Despejando de lo anterior a la tasa nominal de interés se obtiene que:

$$i_{(m)} = m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \}$$

En términos de la tasa de interés aplicable en cada subperiodo, esta expresión se transforma a lo siguiente:

$$i' = (1 + i)^{1/m} - 1$$

Tomando la expresión general del interés compuesto, y considerando que "k" puede ser variada desde cero hasta el valor del producto "mn", se tendrá lo siguiente

$$C_{mn} = C_0 (1 + i')^{mn},$$

o bien, si se considera la tasa efectiva del periodo:

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

donde "m" es el número de subperiodos que tiene cada periodo, y "n" el número de periodos que tiene el plazo.

Por ejemplo, con las bases ya planteadas, si deseamos en un plazo de cinco años generar intereses doce veces al año (serán cinco periodos con duración cada uno de un año y se tendrán en cada periodo doce subperiodos con duración cada uno de un mes), el exponente al que habrá que elevar el binomio "(1 + i)" será igual a sesenta cantidad proveniente de multiplicar doce por cinco, es decir, el valor aplicable de "m" en este caso es de doce, y el de "n" igual a cinco. Cabe mencionar con este ejemplo, que al proceso de generar intereses en cada subperiodo, se le denomina como "capitalización de la tasa".

Con base en lo hasta ahora explicado, es posible realizar un esquema con los conceptos planteados de tasas efectivas referidas a los subperiodos, periodos y plazo de la operación, así como las cuantías de valor involucradas en cada punto de la barra del tiempo como se esquematiza en la Figura 2.12, donde "i'" es la tasa efectiva del subperiodo y servirá como base para determinar el valor de "i", misma que es la tasa efectiva del periodo y que se empleará para determinar a "i**", que es la tasa efectiva del plazo

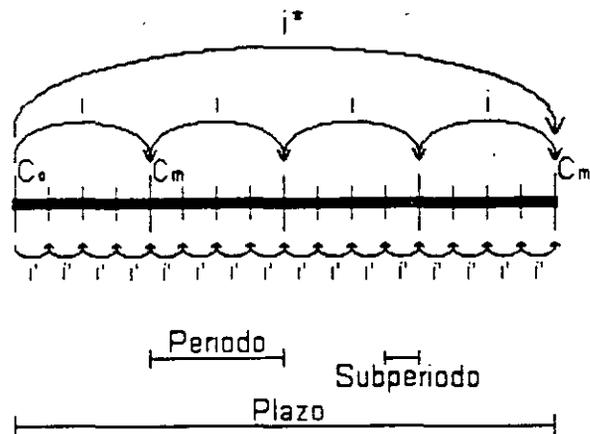


Figura 2.12 Esquemización del concepto de plazo, periodo y subperiodo

Estas tres tasas están relacionadas entre sí mediante las siguientes expresiones matemáticas:

$$i = (1 + i')^m - 1$$

$$i' = (1 + i)^n - 1$$

$$i' = (1 + i')^{mn} - 1$$

Consecuentemente, las relaciones de capital serán las siguientes:

$$C_m = C_0 (1 + i')^m$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i')^{mn}$$

Es muy importante destacar que, no obstante todo lo anterior, el producto "mn" puede inclusive ser definido en el campo de los número reales, es decir, puede tener valores numéricos con cifras decimales; sin embargo, esta idea será discutida más adelante.

Es prudente aclarar que "i*" es la tasa de interés que será pagada al transcurrir todo el tiempo que durará la operación comercial, y puede ser calculada también de la siguiente manera:

$$i' = (C_{mn} - C_0) / C_0.$$

Pero enfoquemos ahora nuestra atención en la fórmula antes vista que relaciona una tasa efectiva de interés con una nominal:

$$i_{(m)} = m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \},$$

ambas tasas son referidas a una misma amplitud de tiempo como se ha venido reiterando, es decir, si una es expresada en términos anuales, la otra será referida también a un año, por ejemplo.

Planteado este caso, ¿qué ocurriría si, manteniendo constante el valor de la tasa efectiva de interés, esta proviniera de la capitalización semestral de una tasa nominal de interés?. La respuesta es la siguiente:

$$i_{(2)} = 2 \{ (1 + i)^{1/2} - 1 \}.$$

Si proviniera de una capitalización trimestral, se tendría que:

$$i_{(4)} = 4 \{ (1 + i)^{1/4} - 1 \};$$

si se tratara de una capitalización bimestral, procedería lo siguiente:

$$i_{(6)} = 6 \{ (1 + i)^{1/6} - 1 \};$$

si la capitalización se realizara de forma mensual, se llegaría a que:

$$i_{(12)} = 12 \{ (1 + i)^{1/12} - 1 \},$$

si existiese una capitalización diaria, la expresión aplicable sería la indicada a continuación

$$i_{(365)} = 365 \{ (1 + i)^{1/365} - 1 \};$$

y así, es factible proseguir, hasta llegar al caso de tratar con una "capitalización instantánea", es decir, una en la que "m" tuviera un valor sumamente grande.

Continuando con la emulación de este procedimiento, se definirá el concepto denominado "fuerza de interés", el cual es representado con la sigla "δ". Este valor puede ser definido con los principios de límite expresados por el cálculo diferencial, como a continuación se muestra

$$\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} i_{(m)} = \lim_{m \rightarrow \infty} m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \}$$

Para encontrar este límite, es necesario hacer el siguiente cambio de variable:

Si $x = 1/m$.

$$\delta = \lim_{x \rightarrow 0} i_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} \{ (1 + i)^x - 1 \} / x.$$

Aplicando el Teorema de L'hospital nos queda:

$$\delta = \lim_{x \rightarrow 0} i_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + i)^x \text{Ln}(1 + i)$$

$$\delta = \text{Ln}(1 + i)$$

Si se desea despejar de aquí la tasa efectiva de interés del periodo, queda lo siguiente:

$$e^{\delta} = 1 + i$$

$$i = e^{\delta} - 1$$

Como ya fue expresado, existe la siguiente relación entre la tasa efectiva de interés y la tasa de interés aplicable a cada subperiodo:

$$1 + i = (1 + i')^m,$$

por lo que es válida la siguiente expresión.

$$e^{\delta} = (1 + i')^m$$

$$e^{\delta n} = (1 + i')^{mn},$$

lo cual significa que la expresión del interés compuesto antes vista:

$$C_{mn} = C_0 (1 + i')^{mn}$$

puede escribirse también como

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta n)}$$

Para ejemplificar lo anterior, supongamos que deseamos determinar la tasa nominal de interés que corresponde a una efectiva de interés del 13.8%, para distintos subperiodos de capitalización.

Si $m=1$

$$i_{(1)} = 1 \{ (1 + 0.138)^{1/1} - 1 \}$$

$$i_{(1)} = 13.8\%$$

Si $m=2$:

$$i_{(2)} = 2 \{ (1 + 0.138)^{1/2} - 1 \}$$

$$i_{(2)} = 13.3542\%$$

Si $m=3$.

Capítulo 2

$$i_{(3)} = 3 \{ (1 + 0.138)^{1/3} - 1 \}$$
$$i_{(3)} = 13.2098\%$$

Si $m=4$:

$$i_{(4)} = 4 \{ (1 + 0.138)^{1/4} - 1 \}$$
$$i_{(4)} = 13.1384\%$$

Si $m=6$:

$$i_{(6)} = 6 \{ (1 + 0.138)^{1/6} - 1 \}$$
$$i_{(6)} = 13.0675\%$$

Si $m=12$:

$$i_{(12)} = 12 \{ (1 + 0.138)^{1/12} - 1 \}$$
$$i_{(12)} = 12.9971\%$$

Si $m=24$:

$$i_{(24)} = 24 \{ (1 + 0.138)^{1/24} - 1 \}$$
$$i_{(24)} = 12.9621\%$$

Si $m=52$:

$$i_{(52)} = 52 \{ (1 + 0.138)^{1/52} - 1 \}$$
$$i_{(52)} = 12.9433\%$$

Si $m=365$:

$$i_{(365)} = 365 \{ (1 + 0.138)^{1/365} - 1 \}$$
$$i_{(365)} = 12.9295\%$$

Si $m=8,760$:

$$i_{(8,760)} = 8,760 \{ (1 + 0.138)^{1/8,760} - 1 \}$$
$$i_{(8,760)} = 12.9273\%$$

Si $m=525,600$:

$$i_{(525,600)} = 525,600 \{ (1 + 0.138)^{1/525,600} - 1 \}$$
$$i_{(525,600)} = 12.9272\%$$

Como puede observarse, a medida que crece "m", " $i_{(m)}$ " concurre a un valor que puede determinarse mediante la expresión de la "fuerza del interés":

$$\delta = \text{Ln}(1 + i)$$
$$\delta = \text{Ln}(1 + 0.138)$$
$$\delta = 12.9272\%$$

Esto quiere decir que " δ " tiene un significado análogo al de " $i_{(\infty)}$ ", con lo cual se concluye que, dada una tasa efectiva de interés, no existirá tasa nominal de interés alguna que sea menor que la efectiva, ni mayor que la fuerza del interés, es decir:

$$\delta \leq i_{(m)} \leq i.$$

Por otro lado, en materia de comprobación, la validez de la expresión general del interés compuesto puede verificarse, para el conjunto de los números naturales, por el método de Inducción Matemática de la siguiente manera:

Si $mn = 0$:

$$C_0 = C_0 (1 + i)^0$$

$$\therefore C_0 = C_0$$

Si $mn = 1$:

$$C_1 = C_0 (1 + i)$$

$$C_1 = C_0 (1 + i)$$

Si $mn = k$.

$$C_k = C_0 (1 + i)^k$$

Si $mn = k+1$.

$$C_{k+1} = C_0 (1 + i)^{k+1}$$

o bien.

$$C_{k+1} = C_0 (1 + i)^k (1 + i)$$

$$C_{k+1} = C_0 (1 + i)^{k+1}$$

El ser las dos expresiones idénticas y equivalentes, queda demostrada la validez de la expresión general para el conjunto de los números naturales.

Así mismo, la expresión puede verificarse también para el conjunto de los números reales, como fue mencionado con anterioridad; pero hay que considerar que el incremento en " C_k " estará dado por el número real " $1/m$ ", el cual representa a cada subperiodo en que es capitalizada la tasa; situación que dirige al siguiente análisis

$$i' = i_{(m)} / m = (C_{k+1/m} - C_k) / C_k$$

Si " m " tiende al infinito, puede observarse que la diferencia de " $C_{k+1/m}$ " y " C_k " es tendiente a cero por su parte, lo que es equivalente a tener:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} i' = \lim_{m \rightarrow \infty} i_{(m)} / m = \delta / m$$

$$\delta / m = \lim_{m \rightarrow \infty} (C_{k+1/m} - C_k) / C_k$$

Haciendo el siguiente cambio de variable se tiene:

Si $\Delta m = 1/m$

$$i' = (C_{k+\Delta m} - C_k) / C_k = (\Delta m) i_{(m)},$$

y despejando " $i_{(m)}$ " se obtiene:

$$i_{(m)} = (1 / C_k) (C_{k+\Delta m} - C_k) / \Delta m.$$

El límite de esta función cuando "m" tiende al infinito, es equivalente a aplicar el límite de la función cuando " Δm " tiende a cero; pero, si se observa el segundo cociente de la expresión, se notará que al aplicar este límite se tratará con el teorema fundamental del cálculo diferencial, por lo que se obtiene que:

$$\delta = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} i_{(m)} = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} (1/C_k) (C_{k+\Delta m} - C_k) / \Delta m$$

$$\delta = C_k' / C_k.$$

La sigla " C_k ", representa la derivada de la función " C_k ".

No obstante lo anterior, se necesita conocer el valor de la función y no el de su derivada, por lo que debe integrarse la afirmación anterior, y para ello es necesario hacer lo siguiente:

Si $C_k = C_t$,

$$\delta = C_t' / C_t.$$

Multiplicando ambos términos por " $d\tau$ " se obtendrá que.

$$\delta(d\tau) = (C_t' / C_t) d\tau.$$

Se debe tener presente que se ha partido de la expresión fundamentada en la tasa efectiva de interés al hacer tender a la literal "m" al infinito, es decir, la amplitud del subperiodo es equivalente a la del periodo, y consecuentemente ambos resultan ser iguales (cada periodo solamente tendrá un subperiodo), por lo que sólo en este caso, bajo esa condición se tiene que.

$$i = i' = i_{(m)}$$

Al integrar definitivamente la última expresión, donde se obtuvo la relación de " $\delta(d\tau)$ ", desde "0" hasta "n", que es el intervalo de interés en virtud de lo anterior, y recordando el principio del cálculo integral que afirma que la integración del cociente de la derivada de una función entre dicha función es equivalente al logaritmo natural de la misma más una constante de integración, se tiene:

$$\int_0^n \delta(d\tau) = \int_0^n (C_\tau' / C_\tau) d\tau$$

$$\delta n = \text{Ln } C_{mn} - \text{Ln } C_0$$

$$\delta n = \text{Ln } (C_{mn} / C_0)$$

$$e^{(\delta n)} = C_{mn} / C_0$$

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta n)},$$

pero se sabe que:

$$e^{\delta n} = (1 + i)^{mn}$$

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^{mn}$$

Con lo cual, queda demostrado que la expresión es válida también para el conjunto de los números reales.

Habrá que hacer notar, que al efectuar la integral de la demostración anterior, el término "C_{mn}" aparece debido a que la amplitud del subperiodo es equivalente a la del periodo como se mencionó, y se trató con una expresión donde se involucra la tasa efectiva de interés "i", por lo que "C_τ" en realidad equivale a "C_m", que al integrarse genera a "C_{mn}".

2.5.2 TEORÍA DEL DESCUENTO

El descuento es una cantidad equivalente en monto al interés; pero la determinación de la tasa aplicable en cada subperiodo se obtiene con la siguiente ecuación

$$d' = (C_{k+1} - C_k) / C_{k+1},$$

donde el subíndice "k", al igual que lo visto bajo la teoría del interés, señala el monto de un subperiodo específico, y variará desde cero, haciendo referencia a la suerte principal, hasta el valor del producto "mn". También se hará referencia a los montos "C₁, C₂, C₃, ..., C_{mn}" ya indicados anteriormente.

La teoría del descuento sostiene que la tasa de descuento es un cociente o razón de cambio de la diferencia entre el monto siguiente y el anterior, respecto del monto siguiente

El descuento se calculará mediante el producto del valor futuro de la suerte principal por una "tasa" expresada en términos porcentuales, y denotada como "d"; con lo cual se obtiene que:

$$D' = C_{mn} (d'),$$

y si se desea conocer la "tasa de descuento del periodo", entonces bastará con multiplicar el número total de subperiodos de cada periodo por la tasa de cada subperiodo, es decir.

$$d_{(m)} = m d',$$

donde "m" es el número de subperiodos que tiene cada periodo, "d'" es la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo para el cálculo del descuento, y la tasa de descuento del periodo "d_(m)" se conocerá con el nombre de "tasa nominal de descuento".

Con esto, es posible definir la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo de la siguiente manera:

$$d' = d_{(m)} / m.$$

De manera análoga a lo hecho en la teoría del interés, se puede deducir una expresión que calcule el siguiente monto a pagar del modo siguiente:

$$\begin{aligned} C_{k+1} (d') &= C_{k+1} - C_k \\ C_{k+1} (1 - d') &= C_k \\ C_{k+1} &= C_k (1 - d')^{-1}; \end{aligned}$$

y con este razonamiento se puede llegar a la expresión general del descuento compuesto

$$C_k = C_0 (1 - d')^{-k}$$

Si se restringe el valor del subíndice "k" desde cero hasta el número de subperiodos que tiene cada periodo, la diferencia entre "C_k" y "C₀" es el descuento total que "efectivamente" se generó durante los "m" subperiodos por el préstamo de un recurso ajeno, desprendiéndose así el concepto de "tasa efectiva de descuento", que será distinguida con la literal simple "d", y que tendrá la siguiente equivalencia

$$d = (C_m - C_0) / C_m.$$

de donde se desprende que

$$C_m = C_0 (1 - d)^{-1}$$

Sustituyendo el valor de " C_m " en la expresión general del descuento compuesto, y teniendo presente que " k " tomará el valor de " m ", se llega a que:

$$C_0 (1 - d)^{-1} = C_0 (1 - d')^{-m}$$

Si se divide lo anterior entre el término " C_0 " se obtiene la expresión que relaciona a la tasa efectiva de descuento con la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo, que es la siguiente:

$$1 - d = (1 - d')^m$$

$$d = 1 - (1 - d')^m$$

Para obtener la relación de la tasa efectiva de descuento con la tasa nominal de descuento, se sustituye el valor de la tasa de descuento aplicable a cada subperiodo por la equivalencia correspondiente, quedando:

$$d = 1 - (1 - d_{(m)}/m)^m$$

Despejando de lo anterior a la tasa nominal de descuento se obtiene que:

$$d_{(m)} = m \{ 1 - (1 - d)^{1/m} \}$$

En términos de la tasa de descuento aplicable en cada subperiodo, esta expresión se transforma a lo siguiente:

$$d' = 1 - (1 - d)^{1/m}$$

Tomando la expresión general del descuento compuesto, y considerando que " k " puede ser variada desde cero hasta el valor del producto " mn ", se tendrá lo siguiente

$$C_{mn} = C_0 (1 - d')^{-mn}$$

donde " m " es el número de subperiodos que tiene cada periodo, y " n " el número de periodos que tiene el plazo.

En términos de la tasa de descuento efectiva, la relación anterior queda de la siguiente forma.

$$C_{mn} = C_0 (1 - d)^{-n}$$

De manera análoga a lo tratado bajo la teoría del interés, a continuación se definirá el concepto denominado "fuerza de descuento", representado con la sigla

" δ' ". Este valor puede ser definido con el concepto de límite, formulado en el cálculo diferencial, como a continuación se muestra:

$$\delta' = \lim_{m \rightarrow \infty} d_{(m)} = \lim_{m \rightarrow \infty} m \{ 1 - (1 - d)^{1/m} \}$$

Para encontrar este límite, es necesario hacer el siguiente cambio de variable:

Si $x = 1/m$.

$$\delta' = \lim_{x \rightarrow 0} d_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} \{ 1 - (1 - d)^x \} / x.$$

Aplicando el Teorema de L'hospital nos queda:

$$\delta' = \lim_{x \rightarrow 0} d_{(m)} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - d)^x \text{Ln}(1 - d)$$

$$\delta' = - \text{Ln}(1 - d)$$

Si se desea despejar de aquí la tasa efectiva de descuento del periodo, queda lo siguiente.

$$e^{-\delta'} = 1 - d$$

$$d = 1 - e^{-\delta'}$$

Como ya fue expresado, existe la siguiente relación entre la tasa efectiva de descuento y la tasa de descuento aplicable a cada subperiodo:

$$1 - d = (1 - d')^m,$$

por lo que es válida la siguiente expresión

$$e^{-\delta'} = (1 - d')^m$$

$$e^{\delta' n} = (1 - d')^{-mn},$$

lo cual significa que la expresión del descuento compuesto antes vista:

$$C_{mn} = C_0 (1 - d')^{-mn}$$

puede escribirse también como

$$C_{mn} = C_0 e^{(\delta' n)}$$

Esta última expresión es equivalente a la análoga determinado bajo los concepto de la teoría del interés, es decir:

$$C_0 e^{(\delta \cdot n)} = C_0 e^{(\delta n)},$$

por tal motivo, puede afirmarse que la fuerza de interés es equivalente en valor a la fuerza de descuento

La validez de la expresión general del descuento compuesto puede ser verificada, para el conjunto de los número naturales y para el conjunto de los números reales, de maneras análogas a las desarrolladas en la teoría del interés, razón por la cual las demostraciones respectivas se omitirán en este apartado.

2.5.3 EQUIVALENCIA ENTRE INTERÉS Y DESCUENTO

Tras lo expuesto hasta ahora, surge la interrogante respecto de la existencia de alguna relación entre la teoría del interés y la del descuento, cuya respuesta es evidente, pues se conoce lo siguiente:

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

$$C_{mn} = C_0 (1 - d)^{-n},$$

de donde basta con igualar ambas relaciones, y dividir la resultante entre el termino "C₀", obteniendo

$$C_0 (1 + i)^n = C_0 (1 - d)^{-n}$$

$$(1 + i)^n = (1 - d)^{-n}$$

$$1 + i = (1 - d)^{-1}$$

$$i = (1 - d)^{-1} - 1,$$

o bien:

$$i = d / (1 - d);$$

y de forma análoga, se desprende también que:

$$d = i / (1 + i),$$

lo cual resulta ser la equivalencia entre la tasa efectiva de interés y la tasa efectiva de descuento, con las cuales es posible relacionar un mismo valor presente con un mismo valor futuro, aplicando la teoría respectiva.

Cuando se haga referencia a planteamientos de índole financiera, debe tenerse presente que la tasa aplicable a un esquema derivado de la teoría del interés, puede ser mencionada simplemente como "la tasa", es decir, la palabra "interés" puede ser omitida, pero, en cambio, al tratar con esquemas derivados de la teoría del descuento, habrá que precisar que la tasa tratada es "la tasa de descuento".

2.5.4 AMORTIZACIONES

Un concepto más que debe abordarse dentro del tratado de la matemática financiera es el de "amortización", misma que se define como el elemento de un conjunto de pagos iguales, realizados a intervalos iguales de tiempo para liquidar una cuantía monetaria. La amortización suele conocerse también con el nombre de "anualidad", pero a pesar de este nombre, no necesariamente los pagos deben ser hechos anualmente

La amortización es el procedimiento con el que se salda gradualmente una deuda por medio de una serie de pagos que, generalmente, son iguales y se realizan en periodos equivalentes como ya se mencionó

En el cálculo del monto de estos pagos, infiere también la teoría del interés, y se relaciona con el concepto matemático de las progresiones geométricas.

Para conocer el valor futuro de una serie de ingresos periódicos, referidos subsecuentemente con la literal "a", se generaría la siguiente sumatoria:

$$C_{mf} = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^{n-1}$$

La expresión corresponde evidentemente a una progresión geométrica, que se define como una serie de cantidades que guardan entre sí una relación constante, donde para determinar el siguiente término de la serie, deberá multiplicarse el elemento anterior por la razón conocida "r", que para este caso específico resulta ser equivalente a "(1+i)".

Cabe destacar que, tanto el ingreso periódico "a" como la tasa de interés "i", son referidos a la misma amplitud de tiempo, es decir, el subperiodo es equivalente al periodo. En caso de que ambos no coincidan, habrá que aplicar la tasa de interés del subperiodo "i" que corresponda, y la literal "n" será sustituida por el término "mn".

Si se formula la solución a este problema con fundamento al concepto matemático de la suma de una progresión geométrica se llega al siguiente desarrollo:

$$C_{mn} = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

Si se multiplica la expresión anterior por la razón (1+i) se llega a que.

$$C_{mn} (1+i) = a(1+i)^1 + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + a(1+i)^4 + \dots + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^n$$

Si se obtiene la diferencia entre la segunda y la primera expresión se obtiene:

$$C_{mn} (1+i) - C_{mn} = a(1+i)^n - a(1+i)^0$$

$$C_{mn} (i) = a [(1+i)^n - 1]$$

$$C_{mn} = [a / i] [(1 + i)^n - 1]$$

Donde "C_{mn}" es el valor futuro de una suerte principal, y "a" el monto del pago periódico que amortizará una deuda considerando el esquema del interés.

Si se desea referir una amortización en términos de un valor presente o suerte principal "C₀", habrá que considerar lo siguiente:

$$C_{mn} = C_0 (1 + i)^n$$

por lo tanto:

$$C_0(1+i)^n = [a/i] [(1+i)^n - 1]$$

$$C_0(1+i)^n (1+i)^{-n} = [a/i] [(1+i)^n - 1] (1+i)^{-n}$$

$$C_0 = [a / i] [1 - (1+i)^{-n}]$$

De cualquiera de ambas expresiones, según sea el caso, puede despejarse fácilmente el pago periódico "a" de la siguiente manera:

$$a = C_{mn} (i) / [(1 + i)^n - 1],$$

o también

$$a = C_0 (i) / [1 - (1+i)^{-n}].$$

Debe hacerse hincapié en que ambas expresiones consideran un esquema de pagos vencidos, es decir, el primer pago se liquidará una vez transcurrido el primer subperiodo, el segundo al final del siguiente, y así sucesivamente.

Si se trata con casos en los cuales las amortizaciones son expresadas en términos de tiempo distinto al que corresponde a la tasa de interés, donde como ya fue señalado, un periodo cuenta con más de un subperiodo, las expresiones anteriores se transforman a lo siguiente:

$$C_0 = [a' / i'] [1 - (1+i')^{-mn}];$$

$$C_{mn} = [a' / i'] [(1 + i')^{mn} - 1];$$

$$a' = C_0 (i') / [1 - (1+i')^{-mn}]; \text{ y}$$

$$a' = C_{mn} (i') / [(1 + i')^{mn} - 1],$$

donde las literales "a" e "i" corresponden al pago periódico y a la tasa de interés aplicables en cada subperiodo respectivamente.

No obstante lo anterior, en finanzas existen casos en los cuales se efectúan amortizaciones de "suertes principales" mediante la aportación de pagos constantes que duran un periodo muy grande, que incluso puede considerarse como indefinido; dando lugar de este modo al concepto de "amortizaciones perpetuas", las cuales son pagos constantes que se realizan a lo largo de un tiempo muy amplio para igualar un valor presente.

En matemáticas, esto se traduce a la consideración de un plazo tan grande que tiende al "infinito", es decir, el número de periodos son tantos, que hacen que el plazo se vuelva en un valor sumamente grande.

Siguiendo las ideas planteadas por el concepto de amortización, es posible determinar valores presentes y futuros con esta nueva condición, efectuando el siguiente limite

$$C_0 = \lim_{mn \rightarrow \infty} [a' / i'] [1 - (1+i')^{-mn}];$$

evidentemente el término " $(1+i')^{-mn}$ " tenderá al valor de cero al aplicar las sustituciones correspondientes, quedando la siguiente expresión:

$$C_0 = a' / i',$$

misma que resulta ser la equivalencia de un valor presente con una sucesión de amortizaciones perpetuas.

Sin embargo, este proceso sólo es aplicable de manera práctica hacia un valor presente, no así para un valor futuro, pues como puede observarse, si se aplica el limite a la expresión que liga a una amortización con un valor futuro, éste generará un valor tan grande, comparable solamente con el del "infinito".



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

DIPLOMADO EN VALUACIÓN INMOBILIARIA Y DE NEGOCIOS

MÓDULO I : APLICACIONES ESTADÍSTICAS, FINANCIERAS Y CONTABLES PARA FINES DE VALUACIÓN

TEMA

CAPÍTULO 3 MARCO-NORMATIVO DE LA VALUACIÓN : ANEXO III

**EXPOSITOR: M. EN I. ENRIQUE AUGUSTO HERNÁNDEZ RUIZ
PALACIO DE MINERIA
MARZO DEL 2002**

CAPÍTULO 3

MARCO NORMATIVO DE LA VALUACIÓN

3.1 NORMAS JURÍDICAS

Las valuaciones tendrán como objetivo establecer una cuantía de valor para la cosa valuada. Esto con fines tales como los siguientes:

- a) Conocer el valor comercial para fines particulares.
- b) Adquisiciones o enajenaciones: compraventa, donación, sucesión, prescripción positiva, cesión de derechos, permuta, dación en pago, traslado de dominio, etc
- c) Seguros y fianzas.
- d) Créditos hipotecarios
- e) Créditos con garantía de bienes muebles.
- f) Valuación de activos fijos para los efectos de reexpresión de estados financieros
- g) Indemnizaciones por expropiación
- h) Afectaciones por causas de utilidad pública.
- i) Justipreciación de los productos que la Federación deba cobrar cuando concesione inmuebles federales.
- j) Embargos y remates.
- k) Liquidación de sociedades, aumentos de capital, escisiones y fusiones.
- l) Controversias de orden judicial en materia penal, civil o mercantil.
- m) Estudios técnicos para determinar el monto de obras de urbanización y pago de derechos de regularización de obra.
- n) Justipreciación de arrendamiento.

Las valuaciones siempre serán ligadas a una fecha de referencia, entendiéndose por este concepto, la fecha en la cual se relacionan los bienes a valorar y se determinan sus valores. Para efectos de evitar la extemporaneidad o congestión en virtud que la elaboración de una valuación de activo fijo implica en ocasiones mucho tiempo, la fecha de referencia puede no coincidir con la del cierre del ejercicio social, pero en ningún caso excederá de 6 meses previos a la de dicho cierre. Los valores a la fecha de referencia tendrán vigencia a la

fecha de cierre del ejercicio social, siempre y cuando no ocurran eventos que modifiquen sustancialmente el valor de los activos valuados.

En los ejercicios contables siguientes a la actualización mediante valuación emitida por perito independiente en la materia, se podrán ajustar las cifras derivadas de esa valuación utilizando índices específicos de precios e los activos fijos de que se trate, los cuales podrán ser proporcionados por los propios valuadores. Cuando sea evidente que las cifras tienden a apartarse de los valores de mercado, es necesario que se practique una nueva valuación.

Excepcionalmente, las empresas podrán determinar, por sí mismas, el valor neto de reposición de sus activos fijos, cuando dispongan de elementos objetivos y verificables para ello.

De conformidad con la Ley General de Sociedades Mercantiles en vigor, las empresas pueden capitalizar utilidades retenidas o reservas de valuación o de revaluación bajo los siguientes requisitos:

- Deberán haber sido previamente reconocidas en estados financieros, debidamente aprobados por la asamblea de accionistas.
- Tratándose de reservas de valuación o de revaluación, deberán estar apoyadas en valuaciones efectuadas por valuadores independientes certificados, por valuadores autorizados por instituciones de crédito o por Corredores Públicos titulados.

Desde fines de 1993 y principios de 1994 existía la inquietud sobre la conveniencia de mantener o eliminar la alternativa contenida en el Boletín B-10 sobre la actualización de los activos no monetarios a través de la metodología del costo de reposición, por esta razón la Comisión de Principios de Contabilidad del Instituto Mexicano de Contadores Públicos emitió el "Quinto Documento de Adecuaciones al Boletín B-10", documento normativo cuyo objetivo fue lograr una mayor comparabilidad y objetividad de la información financiera mediante la aplicación de un método único para la actualización de inventarios, costos de ventas y activo fijo, así como la depreciación acumulada y la del periodo. Dicho método resultó ser el de ajuste por cambios en el nivel general de precios.

Este documento dispone que deja de existir para las empresas la alternativa de actualizar sus activos no monetarios con base en el costo de reposición, lo cual entró en vigor el 1º de enero de 1997, afectándose directamente el ejercicio valuatorio, ya que se cuestionó la calidad del trabajo de los valuadores y se marcó un concepto discriminatorio de parte de los contadores donde se da prioridad al costo histórico de los activos.

Por su parte, el Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas, A.C. (IMEF), en su boletín técnico nacional no. 37 de diciembre de 1996, plantó algunas sugerencias para clarificar el proceso valuatorio, tales como crear la carrera de valuador, o

bien, la especialidad en las carreras afines de ingeniería civil y arquitectura. El Instituto planteó la importancia de una educación continua al respecto, la creación de un código de ética profesional, así como la necesidad de contar con una agrupación u organismo federal que lo vigile y sancione.

No obstante, los lineamientos generales para el ejercicio de la valuación de bienes por parte del sistema bancario mexicano de bienes fueron regulados en su momento por circulares tales como 1118 y 1118-bis en relación con la circular 1110 para el caso de mobiliario y equipo, y por las circulares 1201 (de fecha 23 de marzo de 1988 "Reglas a las que habrán de sujetarse las Instituciones de Banca Múltiple y las Instituciones de Banca de Desarrollo, en la formulación de avalúos") y 1202 (formato para avalúos de inmuebles) en el caso de bienes inmuebles. Estas cuatro circulares fueron emitidas por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) del Poder Ejecutivo Federal

Dichas circulares otorgaban la misma fuerza probatoria a las valuaciones practicadas por instituciones bancarias que las leyes asignan a los hechos por corredor público o perito, y por consiguiente, los avalúos bancarios deben formularse con métodos y criterios adecuados uniformes que permitan determinar de la mejor manera posible el valor de los bienes valuados de acuerdo con reglas específicas, aunque sustituidas actualmente por la circular 1462, que se integra con un cuerpo textual y cuatro apartados: el primero es relativo a las prácticas y procedimientos, el segundo sobre la valuación de bienes inmuebles, el tercero versa sobre valuaciones de maquinaria y equipo y, finalmente, el cuarto establece las normas para el caso de valuaciones agropecuarias.

Es importante destacar que la circular 1201 señalaba que el valor de los bienes a valorar debería determinarse con independencia de los fines para los cuales se requiere el avalúo (principio del valor único), así como que la circular 1118 de la Ley del Mercado de Valores prohibía, en su apartado 2.3.1.1, a los valuadores la utilización del Índice Nacional de Precios al Consumidor que publica el Banco de México, toda vez que a la letra dice: *"2.3.1.1.-Deben aplicarse índices específicos para cada uno de los activos valuados, por tipo y rama a que pertenezcan y sin utilizar el Índice Nacional de Precios al Consumidor que publica el Banco de México "*

Por su parte también, la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) del Poder Ejecutivo Federal, facultada por la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, emitió su circular S-15.1, en la cual emite las disposiciones para la valuación y registro contable de inversiones inmobiliarias, así como también su circular S-15.1.1, en la que establece los procedimientos para determinar el valor máximo que pueden afectar a reservas técnicas en inmuebles urbanos de productos regulares. De hecho, un principio establecido en estas circulares es considerar al valor comercial equivalente a la semisuma del costo neto de reposición y del valor de uso (valor físico y valor de capitalización).

En otro tema, como es sabido, a raíz de las altas tasas de inflación que se presentaron en nuestro país entre los años de 1983 y 1988, las autoridades fiscales adoptaron la idea de reconocer los efectos que provoca para determinar el monto del impuesto a ser devengado por las empresas, por lo que utilizando el Índice Nacional de Precios al Consumidor se actualizan algunos valores fiscales, pero en general, la base para la actualización de la partida del activo fijo es la valuación emitida por perito en la materia.

Para determinar la base del impuesto sobre la renta, podemos deducir de los ingresos, los costos y gastos inherentes a la operación de las empresas. Las inversiones en activos fijos, se deducen mediante la aplicación de los porcentajes señalados para tal efecto, los cuales se aplican sobre el valor actualizado de los activos fijos, hasta que se acumule el 100% de depreciación.

Cuando se enajenan los activos fijos, se compara el precio de venta contra el valor fiscal del bien (costo de adquisición menos depreciación, debidamente actualizado), para determinar la utilidad gravable o pérdida en la venta. En el caso de los bienes inmuebles que estén integrados al activo fijo, si no fuera posible determinar el valor del terreno y construcciones por separado, del valor total del bien, se considera que un 20% es aportado por el terreno, y el resto por las construcciones.

Para determinar la base del impuesto al activo de las empresas, se suman los promedios de los activos de la empresa deduciendo algunos pasivos. La actualización de los bienes se realizará para calcular el promedio de activos que se incluyen en la base del impuesto

Por otra parte, el artículo 6 fracción II de la Ley Federal de Correduría Pública establece que al "corredor público" corresponde fungir como perito valuador para estimar, cuantificar y valorar los bienes, servicios, derechos y obligaciones que se sometan a su consideración, por nombramiento privado o por mandato de autoridad competente. Corredor es el agente auxiliar del comercio, con cuya intervención se proponen y ajustan los actos, contratos y convenios y se certifican los hechos mercantiles, tiene fe pública cuando expresamente lo faculta este código u otras leyes y puede actuar como perito en asuntos de tráfico mercantil.

Los Corredores Públicos habilitados conforme a la Ley Federal de Correduría Pública del 29 de diciembre de 1992, son profesionales que acreditan ante la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial una alta calidad profesional y reconocida honorabilidad, por lo que pueden presentar cabalmente cualquier dictamen de valuación, siempre que no exista prohibición legal o reglamentaria a este respecto. El artículo 3 fracción II de la Ley Federal de Correduría Pública preceptúa que corresponde a la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial examinar a las personas que deseen obtener la calidad de aspirantes a corredores o a ejercer como corredores públicos, asegurándose de que éstos sean personas dotadas de alta calidad profesional y reconocida honorabilidad.

El artículo 1252 del Código de Comercio establece que el título de habilitación de corredor público acredita para todos los efectos la calidad de perito valuador. El artículo 1257 de la Ley en cita señala que, en todos los casos en que se trate únicamente de peritaje sobre el valor de cualquier clase de bienes y derechos, los mismos se realizarán por avalúos que practiquen dos corredores públicos o instituciones de crédito, nombrados por cada una de las partes, y en caso de diferencias en los montos que arrojen los avalúos, no mayor del treinta por ciento en relación con el monto mayor, se mediaran esas diferencias. De ser mayor tal diferencia, se nombrará un perito tercero en discordia, conforme al artículo 1255 de este código, en lo conducente. El artículo 1300 establece que los avalúos harán prueba plena.

El artículo 1410 del Código de Comercio preceptúa que cuando los bienes deban salir a remate deberán ser valuados por dos corredores públicos o peritos y por un tercero en discordia.

El artículo 116 de la Ley de Sociedades Mercantiles en su segundo párrafo establece que tratándose de reservas de valuación o de revaluación, éstas deberán estar apoyadas en avalúos efectuados por valuadores independientes autorizados por la Comisión Nacional de Valores, instituciones de crédito o corredores públicos titulados.

El último párrafo del artículo 346 del Código de Procedimientos Civiles establece que el título de habilitación de corredor público acredita para todos los efectos la calidad de perito valuador. El artículo 353 de Ley Procesal Civil establece, la misma situación invocada en el artículo 1257 del Código de Comercio.

La fracción XXII del artículo 46 de la Ley de Instituciones de Crédito preceptúa que las instituciones de crédito podrán encargarse de hacer avalúos que tendrán la misma fuerza probatoria que las leyes asignan a los hechos por corredor público.

La fracción V del artículo 26 de la Ley Federal de Instituciones de Fianzas señala que la garantía que consiste en prenda sólo podrá constituirse sobre bienes valuados por instituciones de crédito o corredor.

El artículo 102 de la Ley del Impuesto Sobre la Renta, en su primer párrafo establece que los contribuyentes podrán solicitar la práctica de un avalúo por corredor público titulado o institución de crédito autorizados por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Las autoridades fiscales estarán facultadas para practicar, ordenar o tomar en cuenta, el avalúo del bien objeto de enajenación y cuando el valor del avalúo exceda en más de un diez por ciento de la contraprestación pactada por la enajenación, el total de la diferencia se considera ingreso del adquirente en los términos del capítulo quinto; en cuyo caso se incrementará su costo con el total de la diferencia citada.

El artículo 4 del Reglamento del Código Fiscal de la Federación en su primer

párrafo establece que los avalúos que se practiquen para efectos fiscales tendrán vigencia seis meses contados a partir de la fecha en que se efectúen y deberán llevarse a cabo por las autoridades fiscales, instituciones de crédito, la Comisión de Avalúos de Bienes Nacionales o por corredor público.

Por otro lado el artículo 486 del Código de Procedimientos Civiles establece que en el juicio hipotecario cuanto de remate se trate, cada parte tendrá derecho de exhibir, dentro de los diez días siguientes a que sea ejecutable la sentencia, avalúo de la finca hipotecada, practicado por un corredor público, una institución de crédito o por perito valuador autorizado por el Consejo de la Judicatura, los cuales en ningún caso podrán tener el carácter de parte o de interesada en el juicio. El artículo 569 del Código de Procedimientos Civiles, contenido en la Sección Tercera, de los remates, señala que el avalúo se practicará de acuerdo con las reglas establecidas para la prueba pericial.

Por último, tratándose de valuación de predios en las distintas Entidades Federativas, debe observarse lo señalado por los instructivos correspondientes, mismos que son publicados por las respectivas tesorerías de sus secretarías de finanzas, o bien, por las oficinas catastrales facultadas para ello, donde se establecen los requisitos mínimos que debe contener un avalúo, tanto en materia de terreno como en materia de construcciones edificadas sobre ellos

3.1.1 RESPECTO DE LOS BIENES MUEBLES E INMUEBLES

El Código Civil para el Distrito Federal en materia común, y para toda la República en materia federal, establece la clasificación legal de los bienes en los artículos 750 al 763 de su Título Segundo del Libro Segundo. Dentro de dicha clasificación se establece la descripción de aquellos bienes que son considerados inmuebles y de aquellos que son muebles

Segun el Código Civil, son bienes inmuebles:

- 1 El suelo y las construcciones adheridas a él.
- 2 Las plantas y árboles, mientras estuvieren unidos a la tierra, y los frutos pendientes de los mismos árboles y plantas, mientras no sean separados de ellos por cosechas o cortes regulares;
3. Todo lo que esté unido a un inmueble de manera fija, de modo que no pueda separarse sin deterioro del mismo inmueble o del objeto a él adherido;
4. Las estatuas, relieves, pinturas u otros objetos de ornamentación, colocados en edificios o heredades por el dueño del inmueble, en tal

forma que revele el propósito de unirlos de un modo permanente al fundo;

5. Los palomares, colmenas, estanques de peces o criaderos análogos, cuando el propietario los conserve con el propósito de mantenerlos unidos a la finca y formando parte de ella de un modo permanente;
6. Las máquinas, vasos, instrumentos o utensilios destinados por el propietario de la finca, directa o exclusivamente, a la industria o explotación de la misma;
7. Los abonos destinados al cultivo de una heredad, que estén en las tierras donde hayan de utilizarse, y las semillas necesarias para el cultivo de la finca;
8. Los aparatos eléctricos y accesorios adheridos al suelo o a los edificios por el dueño de éstos, salvo convenio en contrario;
9. Los manantiales, estanques, aljibes y corrientes de agua, así como los acueductos y las cañerías de cualquiera especie que sirvan para conducir los líquidos o gases a una finca o para extraerlos de ella;
10. Los animales que formen el pie de cría en los predios rústicos destinados total o parcialmente al ramo de ganadería, así como las bestias de trabajo indispensables para el cultivo de la finca, mientras están destinadas a ese objeto;
11. Los diques y construcciones que, aún cuando sean flotantes, estén destinados por su objeto y condiciones a permanecer en un punto fijo de un río, lago o costa.
12. Los derechos reales sobre inmuebles.
13. Las líneas telefónicas y telegráficas, y también las estaciones radiotelegráficas fijas

Los bienes muebles, por su lado, son los cuerpos que pueden trasladarse de un lugar a otro, ya sea que se muevan por sí mismos o por efecto de una fuerza exterior. Estos bienes son muebles como tales por:

- a) su naturaleza; o
- b) por disposición de la ley

Son bienes muebles por determinación de la ley, las obligaciones y los derechos o acciones que tienen por objeto cosas muebles o cantidades exigibles en virtud de acción personal. Ende, serán muebles las acciones que cada socio tiene en las asociaciones o sociedades, aún cuando a éstas pertenezcan algunos bienes inmuebles.

En general, son bienes muebles por su naturaleza todos los demás no considerados por la ley como inmuebles, como son por ejemplo, las embarcaciones de todo género, los materiales procedentes de la demolición de un edificio y los que se hubieren acopiado para repararlo o para construir uno nuevo, los derechos de autor, las colecciones científicas y artísticas, el acervo informativo y bibliográfico junto con sus estantes, las medallas, las armas, los instrumentos de artes y oficios, las joyas, los granos, mercancías y demás cosas similares.

Cabe aclarar que los bienes muebles por su naturaleza, que se hayan considerado como inmuebles, recobrarán su calidad de muebles cuando el mismo dueño los separe del inmueble, salvo el caso de que en el valor de éste se haya computado el de aquellos, para constituir algún derecho real a favor de un tercero.

Así mismo, la ley establece que para efectos comerciales y/o legales, los bienes muebles e inmuebles podrán ser sujetos de la práctica de una valuación. Una valuación es un dictamen que se practica con base en criterios técnicos y requerimientos generales que determinan el valor de un bien, el cual será estimado bajo el supuesto de que el mismo se encuentra en caso de venta, coincidentemente con el principio contable de "negocio en marcha".

3.1.2 RESPECTO DE LA PROPIEDAD INTELECTUAL

La investigación científica que se realiza da lugar, por lo general, a propuestas de nuevos procesos de fabricación de productos y/o servicios, así como las mejoras técnicas y la difusión de conocimientos tecnológicos, conocidos como "propiedad intelectual e industrial"

Los bienes que se integran en este campo son los derechos de autor; de obras, publicaciones periódicas y revistas, los diseños industriales, en modelos, dibujos y modelos de utilidad las marcas, de avisos comerciales, colectivas, innominadas, mixtas y nombres comerciales, así como patentes registradas y, de manera general, todos los aspectos relativos a la propiedad industrial y de derechos de autor

Estos bienes están sujetos a la aplicación administrativa emanada del Poder Ejecutivo Federal, por conducto de la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial en, el caso de la propiedad industrial, mediante la Ley de Fomento y Protección a la Propiedad Industrial; y por conducto de la Secretaría de Educación Pública en el caso de la Propiedad Intelectual, mediante la Ley Federal del Derecho de Autor y la Legislación sobre Derechos de Autor, misma que integra al efecto Decretos, Acuerdos y Circulares que versan en la materia.

El organismo descentralizado, con personalidad jurídica propia, encargado de la consulta y apoyo técnico en materia de Propiedad Industrial, así como de realizar estudios sobre la situación de la propiedad industrial en el ámbito internacional, y de efectuar investigaciones sobre el estado de la técnica, es el Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial; mientras que el encargado en materia de la Propiedad Intelectual es el Instituto Nacional del Derecho de Autor.

3.1.2.1 DERECHOS DE AUTOR

El Derecho de Autor es la protección y salvaguarda que otorga la Ley al creador de una Obra Literaria, Científica o Artística, reconociéndole su calidad de "autor".

3.1.2.2 DISEÑOS INDUSTRIALES

Los Diseños Industriales comprenden:

1. Los Dibujos Industriales. Son toda combinación de figuras, líneas o colores que se incorporan a un producto industrial con fines de ornamentación, y que le dan un aspecto peculiar y propio, y
2. Los Modelos Industriales. Están constituidos por toda forma tridimensional que sirva de tipo o patrón para la fabricación de un producto industrial, y le de apariencia especial en todo lo que no implique efectos técnicos.
3. Los Modelos de Utilidad. Son objetos, utensilios, aparatos o herramientas que, como resultado de una modificación en su disposición, configuración, estructura o forma, presentan una función diferente respecto de las partes que lo integran, o ventajas en cuanto a su utilidad.

3.1.2.3 MARCAS

Se entiende por Marca, todo signo visible que distinga productos o servicios de otros de su misma especie o clase en el mercado.

Las Marcas Colectivas son aquellas empleadas para distinguir en el mercado, los productos o servicios de los miembros de asociaciones de productores, fabricantes, comerciantes o prestadores de servicios, legalmente constituidas, respecto de los productos o servicios de quienes forman parte de dichas asociaciones

Los Avisos Comerciales son las frases u oraciones que tengan por objeto anunciar al público establecimientos o negociaciones comerciales, industriales o de servicios, productos o servicios, para distinguirlos fácilmente de los de su especie.

Un Nombre Comercial es la nominación que, como razón social, se le aplica a una empresa o establecimiento industrial, comercial o de servicios.

Pueden constituir una marca los siguientes signos:

1. Las denominaciones y figuras visibles, suficientemente distintivas, susceptibles de identificar los productos o servicios a que se apliquen o traten de aplicarse, frente a los de su misma especie o clase;
2. Las formas tridimensionales;
3. El nombre propio de una persona física, siempre que no exista un homónimo ya registrado como marca;
4. Los nombres comerciales y denominaciones o razones sociales siempre que no queden comprendidos en el párrafo siguiente.

No se registran como marca:

- a) Las denominaciones, figuras o formas tridimensionales animadas o cambiantes, que se expresan de manera dinámica, aún cuando sean visibles;
- b) Los nombres técnicos de uso común de los productos o servicios que pretenda ampararse con la marca, así como aquellas palabras que, en el lenguaje corriente o en las prácticas comerciales, se hayan convertido en la designación usual o genérica de los mismos,
- c) Las formas tridimensionales que sean del dominio público o que se hayan hecho de uso común y aquellas que carezcan de originalidad que las distinga fácilmente, así como la forma usual y corriente de los productos o la impuesta por su naturaleza o función industrial,
- d) Las denominaciones, figuras o formas tridimensionales que, considerando el conjunto de sus características, sean descriptivas de los productos o servicios que traten de protegerse como marca. Quedan incluidas en el supuesto anterior las palabras descriptivas o indicativas de la especie, calidad, cantidad, destino, valor, lugar de origen de los productos o la época de producción;
- e) Las letras, los números o los colores aislados, a menos que estén combinados o acompañados de elementos tales como signos, diseños o denominaciones, que les den un carácter distintivo
- f) La traducción a otros idiomas, la variación ortográfica caprichosa o la construcción artificial de palabras no registrables;

- g) Las que reproduzcan o imiten, sin autorización, escudos, banderas o emblemas de cualquier organización reconocida oficialmente, así como la designación verbal de los mismos;
- h) Las que reproduzcan o imiten signos o sellos oficiales de control o garantía adoptados por un estado, sin consentimiento de la autoridad competente, o monedas, billetes de banco, monedas conmemorativas o cualquier medio oficial de pago nacional o extranjero;
- i) Las que reproduzcan o imiten los nombres o la representación gráfica de condecoraciones, medallas u otros premios obtenidos en exposiciones, ferias, congresos, eventos culturales o deportivos, reconocidos oficialmente;
- j) Las denominaciones geográficas, propias o comunes, y los mapas, así como los gentilicios, nombres y adjetivos, cuando indiquen la procedencia de los productos o servicios y puedan originar confusión o error en cuanto su procedencia;
- k) Las denominaciones de poblaciones o lugares que se caractericen por la fabricación de ciertos productos, para amparar éstos, excepto los nombres de lugares de propiedad particular, cuando sean especiales e inconfundibles y se tenga el consentimiento del propietario;
- l) Los nombres, seudónimos, firmas y retratos de personas, sin consentimiento de los interesados o, si han fallecido, de su cónyuge, parientes consanguíneos en grado más próximo o parientes por adopción;
- m) Los títulos de obras literarias, artísticas o científicas y los personajes ficticios o simbólicos, salvo con el consentimiento de su autor, cuando, conforme a la ley de la materia, éste mantenga vigentes sus derechos; así como los personajes humanos de caracterización, si no se cuenta con su conformidad;
- n) Las denominaciones, figuras o formas tridimensionales, susceptibles de engañar al público o inducir a error, entendiéndose por tales las que constituyan falsas indicaciones sobre la naturaleza, componentes o cualidades de los productos o servicios que pretenda amparar;
- o) Las denominaciones, figuras o formas tridimensionales, idénticas o semejantes a una marca que la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial estime notoriamente conocida en México, para ser aplicadas a cualquier producto o servicio;
- p) Una marca que sea idéntica o semejante en grado de confusión a otra ya registrada o vigente, aplicada a los mismos o similares producidos o servicios. Sin embargo, si podrá registrarse una marca que sea idéntica a otra ya registrada, si la solicitud es planteada por el mismo titular, para aplicarla a productos o servicios similares;

- q) Una marca que sea idéntica o semejante en grado de confusión, a un nombre comercial aplicado a una empresa o un establecimiento industrial, comercial o de servicios, cuyo giro preponderante sea la elaboración o venta de los productos o la prestación de los servicios que se pretendan amparar con la marca, y siempre que el nombre comercial haya sido usado con anterioridad a la fecha de presentación de la solicitud de registro de la marca o la de uso declarado de la misma. Lo anterior no será aplicable, cuando la solicitud de marca la presente el usuario del nombre comercial, si no existe otro nombre comercial idéntico que haya sido publicado.

La legislación existente en México señala que los modelos de utilidad y diseños industriales son sometidos a registro; mientras que los nombres comerciales estarán protegidos por la ley, sin necesidad del mismo.

3.1.2.4 PATENTES.

La ley señala que las Invenciones (Nuevas) son sometidas a patente; los procesos o productos de aplicación industrial quedan comprendidos dentro del rango de las mismas. Se entiende como Actividad Inventiva, al proceso creativo cuyos resultados no se deduzcan del estado de la técnica en forma evidente para un técnico en la materia.

Las Invenciones Nuevas son aquellas no encontradas en el estado de la técnica, creación humana que permite transformar la materia o la energía que existe en la naturaleza, para su aprovechamiento

No se considerarán Invenciones

- 1 Los principios teóricos o científicos.
- 2 Los descubrimientos que revelen algo que ya existía en la naturaleza, aún cuando anteriormente fuese desconocido para el hombre;
- 3 Los esquemas, planes, reglas y métodos para realizar actos mentales, juegos o negocios;
- 4 Los programas de computación.
- 5 Las formas de presentación de información.
- 6 Las creaciones estéticas y las obras artísticas o literarias;
7. Los métodos de tratamiento quirúrgico, terapéutico o de diagnóstico aplicables al cuerpo humano o los relativos a animales;

8. La yuxtaposición de invenciones conocidas o mezclas de productos conocidos, su variación de forma, de dimensiones o de materiales, salvo que en realidad se trate de su combinación o fusión de tal manera que no puedan funcionar separadamente o que las cualidades o funciones características de las mismas sean modificadas para obtener un resultado industrial no obvio para un técnico en la materia.

Son patentables las invenciones que se refieren a materia viva, tales como:

- 1 Las variedades vegetales;
2. Las invenciones relacionadas con microorganismos, las que se realicen usándolos, las que se apliquen a ellos o las que resulten en los mismos. Quedan incluidos en esta disposición todos los tipos de microorganismos, tales como las bacterias, los hongos, las algas, los virus, los microplasma, los protovirus, los microplasma, los protozoarios y, en general, las células que no se reproduzcan sexualmente, y
3. Los procesos biotecnológicos de obtención de farmoquímicos, medicamentos en general, bebidas y alimentos para consumo animal y humano, fertilizantes, plaguicidas, herbicidas, fungicidas o productos con actividad biológica.

No son patentables

1. Los procesos esencialmente biológicos para la obtención o reproducción de plantas, animales o sus variedades, incluyendo los procesos genéticos o relativos a material capaz de conducir su propia duplicación, por sí mismo o por cualquier otra manera indirecta, cuando consistan simplemente en seleccionar o aislar material biológico disponible y dejarlo que actúe en condiciones naturales.
2. Las especies vegetales y las especies y razas animales;
- 3 El material biológico tal como se encuentra en la naturaleza;
- 4 El material genético, y
- 5 Las invenciones referentes a la materia viva que compone el cuerpo humano.

3.1.3 EL DICTAMEN VALUATORIO COMO ELEMENTO PROBATORIO JUDICIAL

En materia judicial, cuando el simple ejercicio de los sentidos no basta para la apreciación de un hecho pleno o de sus circunstancias, es indispensable el

dictamen pericial, para lo cual un perito aplica sus conocimientos y experiencia; en ese sentido, vale la pena aclarar que el perito, el testigo y el intérprete desempeñan funciones distintas e inconfundibles: el intérprete se limita a reproducir lo que oye o lo que ve y será seguro que siempre, dos o más, llegarán a la misma conclusión; el testigo, al declarar acude a sus recuerdos refiriendo sencillamente el acto que presenció; y el perito da su opinión personal que puede variar con el individuo que desempeña el cargo. Esta diferencia explica porqué de ordinario, en un proceso judicial, se designará un sólo intérprete, mientras que los peritos por lo general deben ser dos o más.

El dictamen pericial referido se constituirá como prueba en un proceso jurídico, entendiéndose como prueba todo aquel procedimiento empleado para demostración legal de la verdad de un hecho, en otras palabras, es la averiguación que se hace en un juicio sobre una cosa que es dudosa, constituyéndose en el medio con que se demuestra y hace patente la verdad o la falsedad de la misma.

De lo anteriormente dicho, se desprende la importancia de un perito como auxiliar sustantivo en la administración de la justicia. Debe reconocerse el carácter de un perito como órgano de prueba, ya que sólo con su intervención es posible, en muchos casos, precisar circunstancias técnicas que de otra manera sería imposible conocer; y en esas condiciones, debe considerarse al resultado de la pericia como un medio de prueba verdadero y especial.

El perito es quien integra el conocimiento del juzgador en la constatación objetiva de los hechos y en la determinación de las causas y efectos cuando se requiere la posesión y aportación de conocimientos técnicos o especiales sobre una ciencia, arte o disciplina diversa del derecho en un caso concreto llevado a la decisión jurisdiccional.

El artículo 1252 del Código de Comercio y el artículo 346 del Código de Procedimientos Civiles señalan que los peritos deben tener título en la ciencia, arte, técnica, oficio o industria a que pertenezca la cuestión sobre la que ha de oírse su parecer, si la ciencia, arte, técnica, oficio o industria requieren título para su ejercicio. Si no lo requieran, o requiriéndolo, no hubiere peritos en el lugar, podrán ser nombradas cualesquiera personas entendidas a satisfacción del C. Juez, aún cuando no tengan título. La prueba pericial sólo será admisible cuando se requieran conocimientos especiales de la ciencia, arte, técnica, oficio o industria de que se trate, mas no en lo relativo a conocimientos generales que la ley presupone como necesarios en los jueces, por lo que se desecharán de oficio aquellas pericias que se ofrezcan por la partes para ese tipo de conocimientos, o que se encuentren acreditadas en autos con otras pruebas, o tan solo se refieran a simples operaciones aritméticas o similares.

De lo anterior, es posible establecer las siguientes premisas:

1. En su perfil, el perito es por definición general un técnico que posee conocimientos especiales atraídos por la experiencia en el ejercicio de su profesión dentro de un campo específico de la ciencia o el arte.
2. A su vez, por la función que desempeña dentro del proceso, el perito es por decisión jurisdiccional o por designación de las partes contendientes, y comparece dentro del proceso judicial para que, mediante la aplicación de sus conocimientos técnico-científicos, contribuya a la verificación de un hecho o circunstancia controvertido.
3. El perito adquiere así, dentro del proceso, la personalidad jurídica del tercero ajeno a la contienda, pero cuya participación se contempla, por la norma procesal, en calidad de auxiliar en el proceso por el hecho de aceptar la encomienda y protestar cumplir con ella.

Con la primera premisa se cubre el requisito de competencia, cualidad esencial del perito y punto medular del supuesto legal, pues representa la llave que le da acceso dentro del procedimiento. Esto implica, que el perito deberá poseer conocimientos de tal naturaleza, en el campo en que recaiga el punto controvertido, dado que deberá ser competente para resolverlo, de forma que podrá establecer en aptitud de cumplir con el objeto enmarcado en la segunda premisa, cuya función engloba precisamente la función que justifica su presencia dentro del proceso y por lo cual adquiere personalidad jurídica para intervenir dentro del mismo.

El concepto jurídico-doctrinal de perito, según las anteriores reflexiones, es la de un experto, especialista en materias diversas al derecho, por cuya aptitud es llamado a emitir opiniones fundadas respecto a cuestiones antijurídicas a un punto controvertido, en virtud de lo cual adquiere calidad de tercero auxiliar en el proceso, adquiriendo así dicha personalidad jurídica y, por lo cual, la norma procesal preve su comparecencia en un proceso judicial.

Habiendo definido los conceptos jurídicos de prueba y perito, habrá que definir también el concepto de procedimiento pericial. El procedimiento pericial es una serie de actos metódicamente conducidos por la razón, realizados por un experto con apoyo en sus conocimientos especiales, teórico-científicos y sus experiencias, encaminados a la investigación y comprobación de un hecho materia de controversia en auxilio de la administración de justicia.

El proceso pericial, ya visto en la práctica, es la investigación que conduce al cumplimiento del cargo pericial, consiste en la indagatoria que inicia con el planteamiento de una cuestión y concluye con el esclarecimiento de la misma.

El dictamen pericial es un medio de prueba del cual se vale el juzgador para completar las bases de su veredicto, obvio es decir que dicho medio deberá ser veraz y por lo tanto confiable. En tal virtud, el procedimiento pericial deberá sujetarse a tres lineamientos generales:

- Deberá ser objetivo y racional, técnico metódico y realista.
- Aplicará bases técnicas en su totalidad.
- Contará con fundamentos científicos.

Cuando el procedimiento se ha desarrollado con estricto apego a los anteriores lineamientos, esto se reflejará en el resultado de la prueba por tres elementos característicos:

- Será específica.
- Será reproducible.
- Será confiable.

Una prueba efectuada por el perito en tales condiciones, será una prueba que contribuya a darle certidumbre a la tarea judicial, siendo ésta la consigna que jamás deberá perder de vista el perito en el cumplimiento de su encomienda.

Para que el dictamen tenga eficacia probatoria no basta que exista jurídicamente y que adolezca de nulidad, sino que es necesario, además, que reúna requisitos de fondo o contenido, tales como son los siguientes:

- a) Que sea un medio conducente respecto al hecho por probar.
- b) Que el hecho objeto del dictamen sea pertinente.
- c) Que el perito sea experto y competente para el desempeño de su encargo.
- d) Que no exista motivo serio para dudar de su desinterés, imparcialidad y sinceridad
- e) Que no se haya probado una objeción formulada en tiempo al dictamen.
- f) Que el dictamen esté debidamente fundamentado.
- g) Que las conclusiones del dictamen sean claras, firmes y consecuencia lógica de sus fundamentos
- h) Que las conclusiones sean convincentes y no aparezcan improbables, absurdas o imposibles
- i) Que no existan otras pruebas que desvirtúen el dictamen o lo hagan dudoso o incierto.
- j) Que no haya rectificación o retractación del perito.
- k) Que el dictamen sea rendido en oportunidad.

- l) Que no se haya violado el derecho de defensa, de la parte perjudicada con el dictamen, o su debida contradicción.
- m) Que los peritos no excedan los límites de su encargo.
- n) Que se haya declarado judicialmente la falsedad del dictamen.
- o) Que el hecho no sea jurídicamente imposible, por existir presunción "iuris et de iuri" o cosa juzgada en contrario.
- p) Que los peritos no hayan violado la reserva legal o el secreto profesional que ampare a los documentos que sirvieron de base a su dictamen.

Con base en el tema que ocupa al presente documento, y considerando que en diversas y repetidas ocasiones la cuestión jurídica versa sobre la cuantía monetaria que refleja el "justo" valor de un bien específico, ya que un individuo no puede calcularlo basándose en su propia escala de valores, sino que un valor se debe determinar o, en su caso pronosticar, mediante la indagación y análisis de los elementos que interactúan en el mercado correspondiente, resulta ser la valuación o tasación una de las técnicas altamente recurridas en un proceso judicial

El método aplicado se sitúa en la práctica pericial como la piedra angular que le da cimiento a una buena investigación, puesto que esto permite desarrollar un proceso entendible y con grandes posibilidades de éxito. Al realizar con orden su labor se le facilita al perito elaborar el dictamen y posibilita una adecuada valoración, aspectos que evitan caer en entre dicho y ser sometido a molestos interrogatorios por alguna de las partes en la audiencia de prueba prevista por la ley. No obstante que el dictamen se funde en la verdad, su falta de claridad o de orden lo hace parecer sospechoso e inconsistente, generándose así una circunstancia que podría ser aprovechada por el litigante oportunista y tendencioso para que la prueba sea desechada.

Por tal motivo, una investigación pericial no es ninguna tarea trivial, sino que es un proceso que involucra método, ciencia, técnica, perito, experiencia, intereses de las partes, etcétera, el cual se centra en el perito y le reclama concentrar su experiencia y madurez profesional a efecto de que su intervención satisfaga la ilustración requerida por el juzgador, lo que explica y destaca en forma relevante la necesidad de ceñirse estrictamente a los cánones de la metodología que rige la especialidad.

Sería incorrecto que un perito valuador adoptase aires de suficiencia pensando que la voz del experto es "ley divina", al proceso judicial lo rigen leyes que ubican por igual a quienes comparecen al drama procesal, cualquiera que sea su papel dentro del mismo, incluso del juez, representante del estado y máxima autoridad en el proceso, es sometida su conducta judicial a la norma, por lo cual no hay

mayor canogía para el especialista que las que garantizan las verdades técnicas fundadas en su razón científica. La verdad técnica del perito, cuando es fundada, será verdad legal que someta a las partes cuando el juez la traduce en declaración jurídica.

Es penoso constatar que en muchos casos el perito valuator se circunscribe a ser un técnico de mediana expresión profesional, en quien asoman los vestigios de una vaga preparación especialista y, aún más, pobre experiencia, que en la creencia de conocimientos suficientes le induce a refugiarse en una practica profesional con marcada deficiencia práctica. Se presentan casos, en que los peritos valuadores determinan en una sola hoja cuál es el costo de un bien o servicio sin señalar el método utilizado, los antecedentes, las operaciones matemáticas que le sirvieron de base para llegar al resultado que presenta, etc., conformándose con manifestar que realizaron un estudio comparativo de mercado, pero no establecen ni señalan de dónde lo obtuvieron y, en muchos casos, aplican índices inapropiados.

Desafortunadamente existen otros casos en los que algunos profesionistas creen que los procesos de formación académica son etapas incómodas que necesariamente se deben soportar a condición de obtener una licencia para ejercer y poder lucrar, posteriormente, al estar el profesional ante la circunstancia de emitir un dictamen pericial, relucen sus verdaderas deficiencias.

Cuando un valuator se preocupa por su constante actualización (educación continua profesional) refleja una actitud positiva, ya que verá con agrado la oportunidad de participar intercambiando su experiencia y asimilando las ajenas, al hacerlo implica la necesidad de poner a prueba su templanza, si la tiene, o en su caso desarrollarla, puesto que la carencia de ella obliga a ser más exigente consigo mismo y, por ende, a rigORIZAR la practica profesional en general, lo cual induce la creación y práctica de un "código de ética" suficiente para normar el comportamiento profesional y jurídico del valuator.

3.1.3.1 PROCEDIMIENTO DE DESAHOGO DEL DICTAMEN VALUATORIO

Conforme lo indicado en el Decreto publicado en el Diano Oficial de fecha 24 de mayo de 1996, por el que se crearon, modificaron y derogaron diversas disposiciones del Código de Procedimientos Civiles y el Código de Comercio, los artículos 346 al 353 de la Ley Procesal Civil y los artículos 1252 al 1258 del Codigo de Comercio en vigor regulan a la prueba pericial de la siguiente manera:

1. La prueba pericial sólo será admisible cuando se requieran conocimientos especiales de la ciencia, arte, técnica, oficio, o industria de que se trate. Los peritos deben tener título en la ciencia, arte, técnica, oficio o industria a que pertenezca la cuestión sobre la que ha de oirse el parecer, si requiere título para su ejercicio. El título de habilitación de corredor público acredita para todos los efectos la calidad de perito valuator.

2. No será admitida por el juzgador ninguna pericial que verse sobre conocimiento generales que la ley presupone como necesarios para los jueces, por lo que se desecharán de oficio aquellas periciales que se ofrezcan por las partes para ese tipo de conocimiento o que se demuestren acreditados en autos con otras pruebas, o tan solo se refieran a simple operaciones aritméticas o similares.
3. El ofrecimiento de la prueba pericial está sujeta a las siguientes reglas:
 - a) Debe proponerse dentro del plazo de ofrecimiento de pruebas;
 - b) Debe señalarse con toda precisión la ciencia, arte, técnica, oficio o industria sobre la cual deba practicarse la prueba; los puntos sobre los que versará y las cuestiones que se deben resolver en la pericial;
 - c) Debe señalarse el nombre y apellidos del perito, así como su domicilio, número de cédula profesional (antes no era necesario) y su calidad técnica, artística, o industrial;
 - d) Debe relacionarse la prueba con los hechos controvertidos.
 - e) La ausencia de cualquiera de las anteriores cuatro reglas originará que de oficio, el juez deseche la prueba.
4. Tratándose de juicios "ordinarios" (civiles y mercantiles), los oferentes de la prueba quedan obligados, a que, una vez admitida la prueba, sus peritos, presenten escrito en el que acepten el cargo conferido y protesten su fiel y legal desempeño dentro del plazo de tres días. El perito al presentar el escrito referido, debe de anexar copia de su cédula profesional o documentos que acrediten su calidad de perito, en el arte, técnica o industria para el que se le designa, debiendo manifestar bajo protesta de decir verdad, que cuenta con la capacidad suficiente para emitir el dictamen sobre los puntos litigiosos. Los peritos en el juicio ordinario deberán emitir su dictamen dentro de los diez días siguientes a la fecha en que hayan presentado los escritos de aceptación y protesta del cargo de peritos.
5. Las partes en los juicios sumario, especial o de cualquier naturaleza distinta al juicio "ordinario", quedan obligadas a presentar a su perito al local del juzgado dentro de los tres días siguientes al proveído en que se les tenga por designados para aceptar y protestar su cargo. El perito que cumpla con lo anterior, deberá rendir su dictamen dentro de los cinco días siguientes a la fecha en que se haya aceptado y protestado el cargo.
6. Para el caso de que uno de los peritos no presente su dictamen dentro del plazo concedido para ello, la ley presume que acepta el dictamen presentado por el perito de la contrana, perfeccionándose con ello la prueba (dejando atrás el criterio de la Corte en el sentido de que la prueba pericial es colegiada y necesariamente habrán de aparecer en el expediente dos dictamen es en relación con la litis). Si fueron los dos peritos los que omitieron rendir el dictamen el juez designará a un solo perito en rebeldía

de ambas partes, quien al rendir su dictamen dentro del plazo señalado quedará perfeccionada la prueba.

7. A falta de aceptación y protesta del cargo de perito (sea por escrito o por comparecencia) el juez designará perito en rebeldía a cada parte, pudiendo designar perito único en caso que la omisión de ambos peritos.
8. Antes de admitirse la prueba pericial el juez dará vista a la contraria con un doble aspecto.
 - a) Para que manifieste sobre la pertinencia de la prueba, lo que es una buena medida, ya que en ciertas ocasiones la prueba pericial se ofrece con el único ánimo de retardar el buen curso del procedimiento.
 - b) Si la contraria está de acuerdo con la prueba o la considera pertinente entonces podrá proponer la ampliación de otros puntos y cuestiones además de los formulados por el oferente, con el fin de que ambos cuestionarios sean resueltos.
9. En el caso que los dictámenes presentados resultan "substancialmente contradictorios" de tal manera que a juicio del juez no sea posible encontrar conclusiones afines, podrá, si lo considera necesario designar un perito tercero en discordia. El perito tercero en discordia deberá rendir su dictamen en la audiencia de prueba, ya que en caso que no lo haga, dará origen a que se le sancione con una multa igual a los honorarios que percibiría por su dictamen (en favor de las partes) y con aviso al Pleno del Tribunal Superior de Justicia del Distrito Federal o a la asociación, colegio o institución que lo hubiere propuesto, siendo removido de su cargo y designándose uno nuevo que se sujetará a las reglas anteriores.
10. Los dictamen es de los peritos únicamente en cuanto al valor de cualquier clase de bienes y derechos se realizarán por avalúos que practique dos corredores públicos o instituciones de crédito, nombrados por cada uno de las partes, y en caso de diferencia en los montos que arrojen los avalúos, no mayor del treinta por ciento en relación con el monto mayor, se mediarán estas diferencias. En caso que la diferencia sea mayor, se designará un perito tercero en discordia. Si alguno de los peritos de las partes omitiere rendir su dictamen en materia de avalúo, el valor de los bienes y derechos será el de avalúo que se presente por la parte que lo exhiba, perdiendo la contraria su derecho a impugnarlo.
11. Respecto de los honorarios de los peritos, cada parte tiene a su cargo el pago del perito de su parte. En el caso de que sea perito designado por el juez en rebeldía de las partes o del tercero en discordia, los honorarios de éstos correrán en un cincuenta por ciento a cargo de cada parte. Si alguna de las partes no paga la parte que le corresponda de los honorarios del perito de acuerdo a lo señalado en el párrafo que antecede será compelido

para su pago aún por la vía de apremio, pudiendo embargarse sus bienes para garantizar su pago, además la parte que no pague perderá su derecho a impugnar el dictamen del perito de que se trate.

12. Las partes tendrán derecho a interrogar al o a los peritos que hayan rendido su dictamen salvo en los casos de avalúos a que se refiere el artículo 1257 del Código de Comercio.

De acuerdo con el artículo 101 de la Ley Orgánica del Tribunal Superior de Justicia del Distrito Federal, el peritaje de los asuntos judiciales que se presenten ante las autoridades comunes del Distrito Federal es una función pública y, en esa virtud, los profesionales, los técnicos o prácticos en cualquier materia científica, arte u oficio que presten sus servicios a la administración pública, están obligados a cooperar con dichas autoridades, dictaminando en los asuntos relacionados con su encomienda, conceptuándose como auxiliares de la administración de justicia, de este modo, se sitúa el desahogo de la prueba de valuación respecto de bienes y servicios al procedimiento especial contenido en los artículos indicados.

3.2 NORMAS ÉTICAS

En los Estados Unidos Mexicanos, reconociendo la necesidad de promover y fomentar el ejercicio profesional de excelencia, la Asociación Nacional de Institutos Mexicanos de Valuación, A.C., durante su XXXI Convención Nacional de Valuación realizada en Querétaro, Qro. el 26 de octubre de 1995, ha promulgado un conjunto de reglas con las que pretende establecer un "Código de Ética y de Principios Generales para el Ejercicio de la Valuación" para los profesionales de la valuación agremiados en los Institutos que la integran.

La Asociación Nacional de los Institutos Mexicanos de Valuación, A.C., es una sociedad mexicana fundada en el año de 1969, misma que agrupa a los organismos de profesionales valuadores denominados "Institutos Mexicanos de Valuación", los cuales están constituidos, a su vez, por personas físicas profesionales asociadas que han demostrado, a satisfacción del Instituto respectivo, que son competentes para valorar bajo alguna especialidad o especialidades específicas y, por lo tanto, han merecido que se les otorgue el derecho de señalar su designación como "Miembros I.M.V."

El propósito de establecer el código referido ha sido instruir a los usuarios de los servicios de valuadores profesionales en relación con lo que, en opinión de la Asociación Nacional de Institutos Mexicanos de Valuación, A.C., constituye el ejercicio competente y ético de la valuación, orientar a los asociados de los Institutos Mexicanos de Valuación para que sean más competentes en su ejercicio profesional y proveer de medios que complementen los usados para examinar a candidatos que deseen ingresar a los Institutos, con el propósito de juzgar su

destreza, competencia y su entendimiento de los principios de ética. Los postulados que se resuelven son expuestos sucesivamente en este apartado.

3.2.1 DEBERES Y OBLIGACIONES PRIMORDIALES DEL VALUADOR

Es obligación del valuador determinar, describir y definir la expresión de valor adecuada, toda vez que existen diferentes metodologías aplicables, cada una de las cuales tiene validez en la conclusión final dependiendo del trabajo de valuación solicitado, es obligación del valuador establecer cuál de éstas es la adecuada al caso particular. El procedimiento y método para determinar el valor requerido, es una elección que el valuador mismo debe realizar, no se le podría hacer responsable del resultado a menos que tenga la libertad de seleccionar el proceso a través del cual se obtendrá ese resultado; no obstante, la práctica correcta de la valuación requiere que el método seleccionado sea adecuado para el propósito, que incluya la consideración de todos los factores que influyen en el valor y que sea presentado en forma clara y lógica.

Al cumplir con esta obligación, el valuador puede considerar las instrucciones de su cliente o puede buscar asesoría legal ó profesional, pero la selección de la expresión correcta de valor es responsabilidad única del valuador. Es también su obligación explicar y describir claramente el significado de la expresión de valor específico que él ha determinado con el propósito de obviar un mal entendido y así evitar la aplicación equivocada, incorrecta o mala, ya sea en forma deliberada ó no deliberada.

De lo anterior, se desprende la obligación de determinar los resultados numéricos adecuados y aplicables con el grado de exactitud que exige el propósito mismo de la valuación, evitando expresar e informar un resultado numérico falso.

Para poder cumplir con sus obligaciones, el valuador debe ser competente en su campo de ejercicio; tal competencia se logrará mediante el estudio, la práctica y la experiencia. También debe reconocer, comprender y guiar su conducta por los principios de ética que son parte esencial del auténtico ejercicio y práctica profesional.

Una profesión está basada en un conjunto organizado de conocimientos específicos que no poseen los legos. El conocimiento es de carácter general y específico, por tanto, requiere un alto grado de capacitación, así como una inversión considerable de tiempo y esfuerzo para adquirirse y poderse aplicar. El cliente, debido a que no tiene el conocimiento especializado necesario, deposita toda su confianza en el valuador y confía que éste aplique sus conocimientos y habilidades profesionales hasta el punto que sea necesario para lograr los

objetivos del trabajo. Los valuadores deben reconocer esta responsabilidad hacia el cliente y para con la sociedad.

Frecuentemente, una valuación pasa de manos del cliente a terceras personas para su uso, mismas que pueden o no conocer al valuador, pero independientemente de ello, tienen derecho a confiar en la validez y objetividad de las conclusiones del valuador, como lo hace el cliente, por lo que, los valuadores deben reconocer también que tienen una responsabilidad ante estas personas que, además de su cliente, utilizan los resultados obtenidos en la valuación.

No obstante, el bienestar del público en general frecuentemente se involucra en la ejecución de asignaciones de valuación y, derivado de esto, el valuador tiene una obligación y responsabilidad hacia el público en general, que invalida y sobresee su obligación hacia su cliente, aunque la principal obligación del valuador hacia su cliente es entregar un trabajo completo, sin error y oportunamente, con resultados independientes de los deseos ó anhelos del cliente, de otras personas, organismos ó instituciones públicas ó privadas.

El hecho de que un valuador sea contratado para hacer una valuación constituye un asunto confidencial, ya que el cliente, sea un ciudadano particular ó una entidad determinada, preferirá, por razones válidas, mantener el encargo en secreto. El conocimiento por terceras personas de que un valuador ha sido contratado para llevar a cabo un trabajo específico puede dificultar la operación y, consecuentemente, no es apropiado de parte del valuador revelar su asignación, a menos que el cliente lo apruebe ó que el valuador se vea obligado por diligencias previstas por la ley

Igualmente, es incorrecto que un valuador revele a terceras personas la cantidad que ha determinado en un trabajo valuatorio sin el permiso de su cliente, a menos que esta obligación la imponga la ley, como ya se señaló.

En ausencia de acuerdo en contrario, el contenido de un informe de valuación es propiedad del cliente y éticamente no puede ser publicado, en ninguna forma identificable, sin su aprobación

Es incorrecto que un valuador acepte un trabajo que involucre la valuación de un bien para cuya valuación no está calificado; a menos que se asocie ó consulte con otro valuador que esté debidamente calificado para valorar tal tipo de bienes, debiendo informar esta situación al cliente con antelación. En otras palabras, es contrario a la ética que un valuador pretenda poseer o manifieste que posee conocimientos profesionales que no tenga.

Por otro lado, cuando un valuador es contratado por una de las partes en un litigio de orden judicial, se considera práctica contraria a la ética que el valuador, en su dictamen, suprima u oculte cualquier hecho, dato u opinión que sea adverso a la causa de su cliente; o que destaque o haga resaltar cualesquiera hechos, datos u opiniones que sean favorables a la posición de su cliente; o que en cualquier otra

forma asuma actitud parcial. En ese sentido, el valuador tiene la obligación de presentar los datos, el análisis y el valor sin importar el efecto que dicha presentación tenga sobre la causa de su cliente.

Si fuera el caso, que más de un cliente busquen los servicios de un mismo valuador con respecto a la misma propiedad ó con respecto a la misma causa legal, dicho valuador no puede servir apropiadamente a más de uno, excepto en el caso en que todas las partes estén enteradas y de acuerdo.

El que utiliza un informe de valuación, antes de depositar confianza en las conclusiones incluidas en él, tiene derecho a presumir que la persona que firma el informe es responsable de las mismas, sea porque ejecutó personalmente el trabajo ó porque dicho trabajo fue hecho bajo su supervisión, por ello, es importante señalar que la validez de las conclusiones del valuador sobre el valor de un bien dependen de la validez de las declaraciones y los datos en que el valuador se ha basado, hayan sido proporcionados por el cliente, miembros de otras profesiones u obtenidos por él de fuentes oficiales y, en ese sentido, es apropiado que el valuador confie y use ese material, siempre y cuando haga constar en su informe sus fuentes documentales y/o de campo que ha utilizado, las cuales, debe estar dispuesto y preparado para presentarlas ante la posibilidad de cualquier verificación que se requiera.

El correcto ejercicio profesional de la valuación exige que el valuador estipule en su informe cualesquiera condiciones contingentes ó limitantes que afecten la valuación, sin que ello implique descargar en otros la responsabilidad en relación a cuestiones que están o deberían estar dentro del ámbito de su competencia y conocimientos profesionales

A pesar de lo anterior, en varias ocasiones el valuador se encuentra en situaciones en que los datos que considera pertinentes y necesarios para realizar una valuación no le son suministrados, o bien, el acceso al bien en cuestión le es negado, sea por el cliente mismo ó por cualquier otra de las partes involucradas, por ejemplo los libros de registro de la producción de un campo de petróleo o los libros de registro de ingresos y egresos de un hotel, en tal caso el valuador puede negarse a prestar sus servicios. Esto significa que, cuando considere insuficientes los datos para llevar a cabo su trabajo, no debe realizarlo.

En los casos en que dos ó mas valuadores son contratados para elaborar una valuación de manera conjunta, el solicitante puede suponer que si todos firman el informe, todos son, mancomunada, solidana, colectiva e individualmente responsables de la validez de todas las conclusiones incluidas; si no todos lo firman, el solicitante tiene derecho a conocer cualesquiera opiniones disidentes

Cuando dos ó mas valuadores son contratados para valorar individualmente la misma propiedad, el cliente tiene el derecho a esperar recibir opiniones independientes y a usarlas como forma de cotejo entre los diversos informes, por lo que resultaría ser comportamiento contrario a la ética engañar respecto a quién

realizó una valuación añadiendo la firma de cualquier persona que, ni hizo el trabajo personalmente, ni tuvo a su cargo la supervisión del mismo. Si fuera el caso de tratar con informes colectivos, igualmente será contrario a la ética omitir cualesquiera firmas u opiniones disidentes, así como que alguno o algunos de ellos emitan informes separados

Si dos o mas valuadores han sido contratados por un mismo cliente para emitir dictámenes independientes del mismo bien, el que colaboren entre si o el que usen el producto y la información de las pesquisas o los resultados numéricos de él o los otros constituirá del mismo modo una práctica carente de ética.

No obstante, un despacho o una empresa de valuadores puede usar el nombre de la sociedad con la firma del responsable, pero la persona quien hizo la valuación debe firmar y se debe incluir en el informe el nombre de la persona que llevó a cabo el trabajo.

Si un valuador emite una opinión de valor de un bien sin haber investigado y analizado todos los factores que influyen, tal opinión, excepto por coincidencia extraordinaria, será errónea. Emitir tales opiniones improvisadas tiende a disminuir la importancia de la inspección, investigación y análisis en el procedimiento valuatorio y reduce la confianza con que se reciben los resultados del buen ejercicio de la valuación, por eso es declarado que, emitir opiniones irreflexivas y sin fundamento, constituye un acto no profesional.

Si un valuador preparase un informe preliminar, sin señalarlo como tal y estipular que las cifras incluidas podrían estar sujetas a modificación cuando se complete el informe final, existe la posibilidad de que el usuario del informe, estando bajo la impresión de que el informe es final, dé a las cifras un grado de exactitud y confiabilidad que éstas no poseen. Los resultados de ésta confianza errónea pueden ser negativos para la reputación de los valuadores profesionales en general, así como para la del valuador involucrado. Para eliminar esta posibilidad debe declararse también que, omitir una declaración limitante apropiada y calificadora en un informe preliminar, es práctica no profesional en la valuación.

Los anuncios autolaudatorios y la procuración de contratos o comisiones valuatorias mediante el uso de pretensiones o promesas falsas, inexactas o desorientadoras, son prácticas totalmente negativas al establecimiento y mantenimiento de la confianza pública en los resultados de los trabajos de valuación, por lo que es de considerar a tales prácticas como constitutivas de una conducta contraria a la ética y al recto ejercicio profesional.

Ahora, abordando un tema que también es importante, es buena práctica llegar a un contrato escrito ó al menos un acuerdo verbal claro, entre el valuador y el cliente, especificando los objetivos y el propósito del trabajo, tiempo en que se entregará el informe y el monto de los honorarios. Si fuera el caso que un valuador disminuyera los honorarios que ha cotizado a un cliente para un servicio específico de valuación con el propósito de desplazar a otro valuador, cuando él se ha

enterado de la cotización del mismo, se considerará a ésta como una acción contraria a la ética; de ninguna manera será ética la conducta del valuador que intenta desplazar a otro, después que éste ha sido contratado (verbal ó formalmente), para un servicio específico de valuación.

Si un valuador aceptara un trabajo para el cual el monto de sus honorarios dependiera de la cuantía de la adjudicación en un convenio inmobiliario o en una causa judicial en donde se empleen sus servicios ó dependa de la cantidad de reducción de impuestos obtenida por un cliente en donde se utilizan sus servicios ó se sujete a la consumación de una venta ó el financiamiento de una operación inmobiliaria en conexión con los cuales se utilizaron sus servicios ó está condicionado a la obtención de un resultado o conclusión especificada por su cliente, entonces cualquier persona que considerase la posibilidad de utilizar el resultado del trabajo del valuador podría sospechar que los resultados son tendenciosos para buscar un beneficio propio y los consideraría también inválidos; tal situación obraría en contra del establecimiento y mantenimiento de la credibilidad y confianza en los resultados de los trabajos valuatorios en general, por lo que, al contratar y aceptar ese tipo de honorarios condicionados o dependientes del resultado, se actúa de manera contraria la ética y se constituye una forma de ejercicio no profesional.

En relación con lo mismo, todo valuador debe obligarse a jamás alterar los resultados obtenidos mediante la aplicación de métodos y procedimientos considerados como buena práctica de la valuación, para obtener mayores honorarios.

Por los anteriores motivos, se declara que no es ético y constituye una forma de ejercicio no profesional si un valuador alterase los resultados numéricos de un trabajo de valuación, pagare o aceptase conceder, a fin de obtener un trabajo valuatorio, cualquier tipo de comisión, reembolso, división de comisión de corretaje o cualquiera que se les asimile, o si compitiere o concursare por un trabajo o comisión de valuación sobre postura en subasta cuando el monto de los honorarios sea la única base para la contratación; sin embargo, esta última restricción no debe interpretarse como impedimento para la entrega de propuestas para la prestación de servicios.

Finalmente, cualquier valuador tiene la obligación de proteger la reputación profesional de todos los valuadores, sean éstos miembros de alguna asociación o no, mientras que trabajen conforme al "Código de Ética y de Principios Generales para el Ejercicio de la Valuación", de hecho, es declarado contrario a la ética que un valuador perjudique ó trate de perjudicar, a través de declaraciones falsas ó tendenciosas ó por insinuaciones, la reputación profesional de cualquier valuador.