DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

CONFIABILIDAD DE COMPONENTES Y SISTEMAS

Dr. Octavio A. Rascón Chávez

OCTUBRE, 1981

INTRODUCCION A PROCESOS ESTOCASTICOS

por Octavio A. Rascón Ch.*

3.1 *Introducción*

A menudo los especialistas en Investigación de Operaciones, Econometría, Teoría de mantenimiento, etc., se enfrentan a problemas en los cuales se realizan observaciones de cierto fenómeno durante un lapso de tiempo. Cuando la entidad matemática (ya sea variable escalar o vectorial, función, etc.) que caracteriza a ese fenómeno se comporta en forma aleatoria, se dice que la entidad está sujeta (o sigue) a un *proceso estocástico*.

Como ejemplos de cantidades escalares que siguen procesos estocásticos se pueden citar los siguientes:

- El nivel de inventario de cierto producto en una empresa
- El número de vehículos que circulan durante el día por una avenida
- Las variaciones temporales en la calidad de un producto elaborado
- El flujo de agua en un río
- La demanda diaria de agua potable en una ciudad
- El comportamiento de partículas sujetas a impactos que ocurren al azar
- Las aceleraciones del terreno durante un sismo
- El número de personas que esperan servicio en una línea de espera, etc.

3.2 *Definición de un proceso estocástico*

Un proceso estocástico se define como un conjunto, $\{X(t), t \epsilon T\}$ de variables aleatorias $X(t)$, donde el símbolo ϵ es el empleado en teoría de conjuntos para indicar *pertenencia* ($t \epsilon T$ se lee "t está en T") y T es el conjunto de los valores que puede tomar el parámetro determinístico t. Este parámetro suele representar tiempo, distancia, área, volumen, etc.

Cada función $X(t)$ constituye una *realización* o una *función muestra* del proceso; el conjunto de todas las funciones muestra posibles constituye el proceso completo (figs 3.1a y 3.1b).

---

* Jefe de la División de Estudios Superiores de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

Los procesos estocásticos se pueden clasificar según la naturaleza del conjunto T. Cuando T es un conjunto discontinuo o discreto, se dice que el proceso es de *parámetro discreto*, si T es un conjunto continuo, entonces el proceso es de *parámetro continuo*.

Un proceso de parámetro discreto sería, por ejemplo, la demanda semanal de llantas para automóvil en una fábrica; en tal caso la unidad de tiempo que se usa es de una semana, y el espacio T puede ser el conjunto de todas las semanas del año.

$$T = \{1,2,\ldots,i,\ldots, 52\}$$

en donde el 1 representa la semana número 1, el 2, la número 2, etc. Aquí la demanda en la semana i de cada año es una variable aleatoria; el registro de un año completo es una realización o función muestra del proceso; el grupo de los registros disponibles de años pasados es la muestra del proceso, y el conjunto de los registros de todos los años pasados y futuros constituye el proceso estocástico en cuestión.

Un ejemplo de proceso de parámetro continuo lo constituyen las aceleraciones instantáneas del terreno durante un sismo; cada acelerograma (gráfica aceleración vs tiempo) representa una muestra o realización del proceso. En este caso, la aceleración en el instante t_i es una variable aleatoria. Así, si los elementos de la fig 3.1a representan acelerogramas, se observa que en el tiempo t_i las aceleraciones $X_1(t_i)$, $X_2(t_i)$, $X_3(t_i)$, etc., varían de una muestra a otra, ocurriendo dicha variación al azar.

Otra forma de clasificar los procesos estocásticos se basa en la naturaleza del *espacio muestral* de las variables aleatorias que lo constituyen. Así, si dichas variables son continuas, el proceso se denomina *continuo*, y es *discreto* o *discontinuo* si las variables aleatorias son discretas. Por ejemplo, el caso del problema de la demanda de llantas que se mencionó constituye un proceso discreto porque $X(t)$ sólo puede tomar algunos de los valores discretos 0, 1, 2,.... El caso de las aceleraciones del terreno durante un sismo constituye un proceso continuo porque $X(t)$ puede tomar valores del conjunto continuo $(-\infty, \infty)$.

3.3 *Descripción de la ley de probabilidades de un proceso estocástico*

Puesto que las ordenadas en cada instante de un proceso estocástico son variables aleatorias, para describir la ley de probabilidades del proceso es necesario establecer todas las *funciones de distribución conjuntas de probabilidades*.

La función de distribución conjunta de probabilidades $F(z_1, z_2, \dots, z_n)$, de n variables aleatorias escalares, $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$, se define como la probabilidad, $P[Z_1 \le z_1, Z_2 \le z_2, \dots, Z_n \le z_n]$, de que simultáneamente Z_1 asuma un valor menor o igual que z_1, que Z_2 asuma un valor menor o igual que z_2, etc., es decir,

$$F(z_1, z_2, \dots, z_n) = P[Z_1 \le z_1, Z_2 \le z_2, \dots, Z_n \le z_n]$$

en donde $z_1, z_2, \dots, z_n$ son valores numéricos. Por lo tanto, la función de distribución conjunta de orden n del proceso estocástico $X(t)$ es la que corresponde a las n variables aleatorias $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$, para todo $t_1, t_2, \dots, t_n$, es decir,

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = P[X(t_1) \le x_1, X(t_2) \le x_2, \dots, X(t_n) \le x_n]$$

(El miembro derecho de la ecuación anterior se lee "probabilidad de que simultáneamente $X(t_1) \le x_1, X(t_2) \le x_2, \dots, X(t_n) \le x_n$".)

En consecuencia, para contar con la ley de probabilidades del proceso estocástico $X(t)$ es necesario obtener las

...

funciones de distribución conjuntas para todo entero n. Debido a que el conocer todas estas funciones suele ser muy complicado en las aplicaciones prácticas, a menudo el que analiza el proceso se conforma con tener esa función para $n = 2$ como máximo, es decir, con establecer las funciones de distribución de una y dos variables aleatorias.

$$F(x_1;t_1) = P[X(t_1) \leq x_1]$$

$$F(x_1, x_2; t_1, t_2) = P[X(t_1) < x_1, X(t_2) < x_2]$$

Conocidas estas funciones de distribución es posible conocer las densidades de probabilidades correspondientes, mediante las conocidas relaciones de la teoría de probabilidades

$$f(x_1, t_1) = \frac{dF(x_1, t_1)}{dx_1} \qquad (3.1)$$

$$f(x_1, x_2; t_1, t_2) = \frac{\partial^2 F(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \; \partial x_2} \qquad (3.2)$$

en donde ∂ es el símbolo de derivación parcial.

Cuando un proceso tiene densidades de probabilidades normales (gausianas), se dice que el proceso es *normal a gausiano*.

Ejemplo 3.1

Consideremos el proceso estocástico de parámetro continuo

$$X(t) = A \cos \omega t + B \operatorname{sen} \omega t$$

donde A y B son variables aleatorias independientes, ambas con distribución normal de media cero y variancia σ^2, y ω es una constante positiva. Este es un proceso continuo porque las variables aleatorias A y B son continuas. Calculemos, por ejemplo, la probabilidad de que la integral de 0 a L del cuadrado del proceso sea mayor que c, o sea,

$$P\left[\int_0^L X^2(t)\,dt > c\right] = ?$$

donde c es una constante, y $L = 2\pi/\omega$ es el periodo del proceso.

...

El valor de la integral es

$$\int_0^{L} X^2(t)dt = \int_0^{L} (A^2 \cos^2 \omega t + 2AB \cos \omega t \operatorname{sen} \omega t + B^2 \operatorname{sen}^2 \omega t)dt$$

$$= L(A^2+B^2)/2$$

Por lo tanto, la probabilidad de que el miembro izquierdo de la ecuación anterior exceda a c es igual a la probabilidad de que el miembro derecho sea mayor que c, es decir,

$$P\left[\int_0^{L} X^2(t)dt>c\right] = P\left[L(A^2+B^2)/2>c\right] = P\left[(A^2+B^2)>c\omega/\pi\right]$$

Se puede demostrar (ref 3.1) que como A y B son variables aleatorias independientes con distribución normal, entonces $(A^2+B^2)/\sigma^2 = Z$ tiene distribución ji-cuadrada (X^2) con dos grados de libertad. De aquí se deduce que si hacemos $A^2+B^2=Y$, entonces $Y=Z\sigma^2$, $dz=dy/\sigma^2$ y $P[A^2+B^2>c\omega/\pi] = \int_{c\omega/\pi}^{\infty} \frac{1}{2\sigma^2} e^{-y/2\sigma^2} dy = e^{-c\omega/2\pi\sigma^2}$

Puesto que

$$X(t) = A \cos \omega t + B \operatorname{sen} \omega t = D \cos (\omega t - \theta)$$

donde $D=\sqrt{A^2+B^2}$ y $\theta = \tan^{-1}(B/A)$, se concluye que lo que varía de una función muestra a otra del proceso, conservándose en cada caso la onda armónica de frecuencia ω, es la amplitud, D, y el ángulo de fase, θ, de la onda.

Ejemplo 3.2

Sea el proceso estocástico de parámetro continuo

$$X(t)=R + St$$

donde R y S son dos variables aleatorias independientes con densidades de probabilidades $f_R(r)$ y $f_S(s)$, respectivamente. Cada pareja de s y r (valores que asumen S y R, respectivamente)

...

conduce a una recta que constituye una realización del proceso, por lo que éste está constituído por una familia de líneas rectas con pendientes s, y de ordenadas al orígen r, aleatorias.

Para obtener la función de distribución, $F(x;t)$, de primer orden del proceso $X(t)$, hagamos

$$X = R + S_1 \tag{3.3}$$

donde $S_1 = tS$. En tal caso,

$$F_X(x) = P[X \leq x] = P[R + S_1 \leq x] = \iint_{D_X} f_{RS_1}(r,s_1)dr\, ds_1 \tag{3.4}$$

donde $f_{RS_1}(r,s_1)$ es la densidad de probabilidades conjunta de las variables aleatorias R y S_1, y la región de integración D_X es tal que $r + s_1 \leq x$; esta región queda representada por la zona sombreada de la fig 3.2, como puede verificarse fácilmente. Por lo tanto, la ec 2.4 queda en la forma

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{x-r} f_{RS_1}(r,s_1)dr\, ds_1 \tag{3.5}$$

Derivando la ec 3.5 respecto a x obtenemos la densidad de probabilidades, $f_X(x)$, de primer orden de X (ec 3.1)

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{RS_1}(r,x-r)dr \tag{3.6}$$

Puesto que en este caso las variables aleatorias R y S_1 son independientes, se tiene que

$$f_{RS_1}(r,x-r) = f_R(r) f_{S_1}(x-r)$$

por lo que

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_R(r) f_{S_1}(x-r)dr \tag{3.7}$$

Para aplicar la ec 3.7 al problema que estamos resolviendo, es necesario obtener primero la densidad de probabilidades,

$f_{S_1}(s_1)$, de la variable aleatoria $S_1 = tS$. Para lograr esto, hagamos lo siguiente:

Si $t > 0$,

$$F_{S_1}(s_1) = P[S_1 \le s_1] = P[S \le s_1/t] = \int_{-\infty}^{s_1/t} f_S(s)\,ds$$

La densidad de probabilidades de S_1 se obtiene derivando la ecuación anterior respecto a s_1, es decir,

$$f_{S_1}(s_1) = \frac{d}{ds_1} F_{S_1}(s_1) = \frac{1}{t} f_S(s_1/t) \qquad (3.8)$$

Si $t < 0$, entonces $ts \le s_1$ para $s > s_1/t$, por lo que

$$F_{S_1}(s_1) = P[S_1 \le s_1] = P[S > s_1/t] = 1 - \int_{-\infty}^{s_1/t} f_S(s)\,ds$$

y

$$f_{S_1}(s_1) = \frac{d}{ds_1} F_{S_1}(s_1) = 0 - \frac{1}{t} f(s_1/t) = \frac{1}{|t|} f_S(s_1/t) \qquad (3.9)$$

Las ecs 3.8 y 3.9 se pueden combinar para obtener una fórmula válida para todo valor de t, dando como resultado

$$f_{S_1}(s_1) = \frac{1}{|t|} f_S(s_1/t) \qquad (3.10)$$

donde $|t|$ denota el valor absoluto de t.

Sustituyendo la ec 3.10 en la ec 3.7 se obtiene

$$f_X(x) = \frac{1}{|t|} \int_{-\infty}^{\infty} f_R(r) f_S\left(\frac{x - r}{t}\right) dr \qquad (3.11)$$

Consideremos el caso particular en que R y S tienen distribuciones exponenciales con parámetros α y β ($\alpha \ne \beta$), respectivamente, es decir,

$$f_R(r) = \alpha\, e^{-\alpha r} \quad ; r > 0$$

$$f_S(s) = \beta\, e^{-\beta s} \quad ; s > 0$$

En estas circunstancias, el límite inferior de la integral de la ec 3.11 es cero, ya que $f_R(r)$ es cero para valores negativos de r, y el superior es tal que $(x - r)/t \geq 0$, lo cual ocurre para $t > 0$ cuando $r \leq x$, por lo que la ec 2.11 queda en la forma:

$$f_X(x) = \frac{1}{|t|} \int_0^x \alpha\, e^{-\alpha r}\, \beta\, e^{-\beta(x-r)/t} dr$$

$$= \frac{1}{|t|} \int_0^x \alpha\, \beta\, e^{-\beta x/t}\, e^{-(\beta/t-\alpha)r} dr$$

$$= \frac{\alpha\beta}{|t|(\beta/t-\alpha)}\, e^{-\beta x/t} \left[e^{(\beta/t\, -\alpha)r}\right]_0^x$$

$$= \frac{\alpha\beta}{\beta - \alpha t}\, e^{-\beta x/t}\, (e^{(\beta/t\, -\alpha)x} - 1)$$

$$= \frac{\alpha\beta}{\beta - \alpha t} (e^{-\alpha x} - e^{-\beta x/t}) \qquad (3.12)$$

El mismo resultado se obtiene para $t < 0$, ya que los límites de integración de la ecuación anterior se intercambian, apareciendo un signo menos fuera de la integral al colocarlos en la posición que tienen para $t > 0$.

3.4 *Media, autocorrelación y autocovariancia de un proceso estocástico*

Es bien sabido que el conocer la media y la variancia de una variable aleatoria no es suficiente para determinar su comportamiento probabilístico, sino que es indispensable se sepa cuál es su densidad de probabilidades. Pero, aún cuando ésta no se conozca, los parámetros anteriores son de gran utilidad porque resumen ciertas características de tendencia central y de dispersión de los valores que asume la variable, e incluso permiten estimar, aunque sea burdamente, algunas probabilidades mediante la desigualdad de Chebyshev (ref 3.3).

...

Una utilidad semejante a la que tienen la media y la variancia de una variable aleatoria, la tienen las funciones de *valor medio* (*media*), *autocorrelación* y *autocovariancia* de un proceso estocástico.

La *media*, $E[X(t)] = \eta(t)$, de un proceso continuo $X(t)$ se define como la esperanza de la variable aleatoria $X(t)$ en el instante t, es decir,

$$E[X(t)] = \eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x;t)\,dx \qquad (3.13)$$

donde $E[X(t)]$ se lee "esperanza de $X(t)$". Esta función representa el valor medio del proceso en el instante t. Si el proceso es discreto, la integral de la ec 3.13 se cambia por una suma que abarque todos los valores que puede asumir $X(t)$, es decir,

$$\eta(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i f(x_i;t) \qquad (3.14)$$

Este comentario se aplica también a las definiciones que siguen.

Para plantear las definiciones de las funciones de autocorrelación y de autocovariancia de un proceso estocástico, es necesario indicar que la *correlación*, $R(Z,Y)$, de dos variables aleatorias, Z y Y, se define como la esperanza de su producto. Así, si Z y Y son continuas, se tiene que

$$R(Z,\ Y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} z\ y\ f(z,y)\ dz\ dy \qquad (3.15)$$

en donde $f(z,y)$ es la densidad conjunta de probabilidades de Z y Y (ref 3.1). Por otra parte, la *covariancia*, $C(Z,\ Y)$, de Z y Y se define como la esperanza del producto $(z-E[Z])(y-E[Y])$, es decir,

...

$$C(Z,Y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(z-E[Z])(y-E[Y])f(z,y)\,dz\,dy \qquad (3.16)$$

Volviendo al proceso estocástico $X(t)$, su *función de autocorrelación*, $R(t_1,t_2)$, se define como la esperanza del producto de las variables aleatorias $X(t_1)$ y $X(t_2)$ para todo t_1 y t_2 (es la correlación de $X(t_1)$ y $X(t_2)$) que, de acuerdo con la ec 3.15, resulta ser

$$R(t_1,t_2) = E[X(t_1)\;X(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_1\; x_2\; f(x_1,x_2;t_1,t_2)\,dx_1\;dx_2 \quad (3.17)$$

la cual, en general, es una función de t_1 y t_2. Si $t_1 = t_2 = t$, entonces $E[X^2(t)]$ es la función del *valor medio cuadrático del proceso*, o sea, del valor medio del proceso elevado al cuadrado.

La *función de autocovariancia*, $C(t_1\; t_2)$, del proceso $X(t)$ es la covariancia de las variables aleatorias $X(t_1)$ y $X(t_2)$ para todo t_1 y t_2, es decir (ec 3.16)

$$C(t_1,t_2) = E\{[X(t_1) - \eta(t_1)][X(t_2) - \eta(t_2)]\} \quad (3.18)$$

La ec 3.18 se puede escribir como

$$C(t_1,t_2) = E[X(t_1)\;X(t_2)] - E[X(t_1)\eta(t_2)] - E[\eta(t_1)X(t_2)] + E[\eta(t_1)\eta(t_2)]$$

Considerando ahora que la esperanza de una constante es la propia constante, y que la del producto de una constante por una variable aleatoria es igual a la constante multiplicada por la esperanza de la variable, la ecuación anterior se puede reescribir como

$$C(t_1,t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] - \eta(t_2)E[X(t_1)] - E[X(t_2)]\eta(t_1) + \eta(t_1)\eta(t_2)$$

$$= R(t_1,t_2) - \eta(t_2)\eta(t_1) - \eta(t_2)\eta(t_1) + \eta(t_1)\eta(t_2) \quad (3.19)$$

Reagrupando términos se llega a

$$C(t_1,t_2) = R(t_1,t_2) - \eta(t_1)\eta(t_2) \qquad (3.20)$$

$\sigma^2[R]=1/\alpha^2$, $\sigma^2[S]=1/\beta^2$, $E[R^2] = 2/\alpha^2$ y $E[S^2]=2/\beta^2$, como puede verse en la tabla 2.1. Además, considerando que S y R son variables aleatorias independientes, se tiene que $E[SR]= E[S]E[R]= 1/(\alpha\beta)$, y $\text{Cov}(S,R)=0$. Sustituyendo estos valores en las ecs 3.21, 3.22 y 3.23 se obtiene finalmente

$$m(t) = 1/\alpha^2 + t_1t_2(1/\beta^2)$$
$$R(t_1,t_2) = 2/\alpha^2 + t_1t_2(2/\beta^2) + (t_1+t_2)[1/(\alpha\beta)]$$
$$C(t_1,t_2) = 1/\alpha^2 + t_1t_2(1/\beta^2)$$

Ejemplo 3.4. Paseo casual. El camino o paseo casual es un proceso estocástico discreto de parámetro discreto, en el cual los cambios en los valores del proceso ocurren cada T segundos. Dichos cambios obedecen a un mecanismo aleatorio, de tal manera que en cada instante el proceso se incrementa o decrece en una unidad (el proceso da un "paso" a la derecha o a la izquierda, motivo por el cual se denomina *paseo casual*).

Para deducir la distribución de probabilidades de este proceso, supongamos que el mecanismo aleatorio que marca los cambios de valores es el resultado del lanzamiento de una moneda, de manera que si cae cara el proceso da un paso de amplitud s a la derecha, y si cae sol lo da a la izquierda. Con base en esto, es evidente que cada función muestra del proceso dependerá de la secuencia de caras, C, y soles, S, que haya salido; en la figura 3.3 se muestra el principio de una de estas funciones, correspondiente a la secuencia $CCSSSCCS$... (se supone que en $t=0$ el proceso parte del origen). Obsérvese que las discontinuidades del proceso ocurren en los tiempos

...

$t_i = n_i T$, en donde n_i es el número del lanzamiento de la moneda; además, los valores que puede asumir el paseo casual son... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,..., es decir, todos los números enteros positivos y negativos.

Supongamos que en los primeros n lanzamientos ocurren k caras, con lo cual en el lapso $t=nT$ se dan k pasos a la derecha y $n-k$ pasos a la izquierda. Por consiguiente, si $X(0)=0$ (parte del origen) el proceso se encuentra en la posición

$$X(nT) = ks - (n-k)s = (2k-n)s$$

donde s es el tamaño de cada paso.

Si hacemos $2k-n = r$, vemos que $X(nT)$ es una variable aleatoria que toma los valores rs, en donde $r=n, n-2, \ldots, -n$. Claramente $X(nT) = rs$ ocurre cuando aparecen k caras en n lanzamientos, cuya probabilidad queda dada por la distribución binomial. Puesto que

$$k = \frac{r+n}{2}$$

tendremos

$$P[X(nT)=rs] = P\left[k = \frac{r+n}{2}\right] = \binom{n}{\frac{r+n}{2}} p^k q^{n-k} = \frac{n!}{\left(\frac{r+n}{2}\right)!\left(n-\frac{r+n}{2}\right)!} p^k q^{n-k}$$

en donde p es la probabilidad de que la moneda caiga de cara, y $q=1-p$ es la de que caiga de sol. En lo que sigue desarrollaremos el caso en que la moneda es homogénea (no está cargada), es decir, $p=q=1/2$, con lo cual la ecuación anterior queda en la forma

...

$$P\{X(nT) = ks\} = \frac{n!}{\left(\frac{k+n}{2}\right)!\left(n-\frac{k+n}{2}\right)!}\frac{1}{2^n} \qquad (3.24)$$

Para obtener la esperanza de este proceso aplicamos la ec 3.14, es decir,

$$E\{X(nT)\} = \sum_{k=-n}^{n} ks \frac{n!}{\left(\frac{k+n}{2}\right)!\left(n-\frac{k+n}{2}\right)!}\frac{1}{2^n} \qquad (3.25)$$

lo cual se puede demostrar que vale cero. De igual manera, la función del valor medio cuadrático del proceso es

$$E\{X^2(nT)\} = \sum_{k=-n}^{n} (ks)^2 \frac{n!}{\left(\frac{k+n}{2}\right)!\left(n-\frac{k+n}{2}\right)!}\frac{1}{2^n} \qquad (3.26)$$

lo cual da $E\{X^2(nT)\} = ns^2$. Estos resultados se pueden obtener también si usamos las variables aleatorias independientes X_i que puede tomar los valores s y $-s$ con probabilidades respectivas de 1/2. Evidentemente,

$$E\{X_i\} = 0 \qquad E\{X_i^2\} = s^2$$

Puesto que

$$X(nT) = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

la esperanza de $X(nT)$ es igual a la suma de las esperanzas de las X_i, lo cual da cero; además, puesto que las variables son independientes, la esperanza del cuadrado de $X(nT)$ es igual a la suma de las esperanzas de los cuadrados de las X_i, lo cual es:

$$E\{X^2(nT)\} = ns^2$$

Para obtener la densidad de probabilidades de segundo orden, $f(x_1, x_2; t_1, t_2)$, con $t_1 < t_2$, usaremos la relación (ref 3.1)

...

$$f(x_1,x_2;t_1,t_2) = f(x_2;t_2|x_1;t_1)\,f(x_1;t_1)$$

en donde $f(x_2;t_2|x_1;t_1)$ es la densidad de probabilidades condicional de que $X_2=x_2$ en $t=t_2$ dado que en $t=t_1$ se tuvo $X_1=x_1$ (ésta nos permite obtener las probabilidades de que el proceso esté en la posición $x_2=k_2 s$ en el tiempo $t_2=n_2T$, cuando se sabe que en el tiempo $t_1=n_1T$ estuvo en $x_1=k_1 s$) y $f(x_1;t_1) = P[X(n_1T)=x_1]$.

Para pasar de $x_1=k_1 s$ a $x_2=k_2 s$ es necesario dar por lo menos (k_2-k_1) pasos en (n_2-n_1) unidades T de tiempo. Por consiguiente, $f(x_2;t_2|x_1;t_1)=0$ si $(n_2-n_1)<(k_2-k_1)$. Para el caso $(n_2-n_1)\geq(k_2-k_1)$ la densidad condicional se deduce de manera similar a como se hizo para la densidad de primer orden, pero ahora partiendo de $x_1=k_1 s$ en el tiempo $t_1=n_1T$, en vez de partir de $x_1=0$ en el tiempo cero. El resultado es la siguiente distribución binomial

$$f(x_2;t_2|x_1;t_1)=P[X(n_2T)=k_2 s\,|\,X(n_1T)=k_1 s]=\binom{n_2-n_1}{\frac{(k_2-k_1)+(n_2-n_1)}{2}}\frac{1}{2^{n_2-n_1}}$$

$$=\frac{(n_2-n_1)!}{\left(\frac{(k_2-k_1)+(n_2-n_1)}{2}\right)!\left[(n_2-n_1)-\frac{(k_2-k_1)+(n_2-n_1)}{2}\right]!}\,\frac{1}{2^{n_2-n_1}}$$

Tomando esto en cuenta, la distribución conjunta queda en la forma

$$f[X(n_1T),X(n_2T);\ n_1T,\ n_2T]=\binom{n_2-n_1}{\frac{(k_2-k_1)+(n_2-n_1)}{2}}\binom{n_1}{\frac{k_1+n_1}{2}}\frac{1}{2^{n_2}} \tag{3.27}$$

Existen algunas variantes del paseo casual, de las cuales las más comunes son:

i) La opción de avanzar a la izquierda se cambia por la de permanecer en el mismo sitio; es decir, en este paseo en cada unidad de tiempo o se avanza a la derecha o no se avanza.

ii) Se tienen las tres opciones: avanzar a la derecha con probabilidad p, a la izquierda con probabilidad q, o permanecer en el sitio con probabilidad $v=1-p-q$.

El estudio de los caminos casuales ha encontrado aplicación en muchos problemas de física, ingeniería, inventarios (ref 3.9), etc. Como ejemplo puede citarse la ref 3.10 en la cual se usó un paseo casual para deducir la densidad de probabilidades del número de repeticiones de carga que hay que aplicarle a un objeto para que se rompa (problema de confiabilidad de fatiga de materiales).

3.5 *Procesos estocásticos estacionarios*

Como puede observarse en las ecs 3.1 y 3.2, las densidades de probabilidades de un proceso estocástico son, en general, funciones del tiempo y, por lo tanto, también lo son la esperanza y la autocorrelación del mismo (ecs 3.13 y 3.17). Hay, sin embargo, una clase especial de procesos llamados *procesos estrictamente estacionarios*, tales que sus densidades de probabilidades de cualquier orden son invariantes si se traslada el origen de la escala del tiempo. En particular, la densidad de probabilidades de primer orden no resulta ser función del tiempo y, por consiguiente, la esperanza del proceso es una constante, es decir,

$$f(x_1;t) = f(x_1) \qquad (3.28)$$

y

$$E[X(t)] = \eta \qquad (3.29)$$

Además, en este caso la densidad de probabilidades de segundo orden y la función de autocorrelación no son funciones de los tiempos t_1 y t_2 por separado, sino sólo de su diferencia $\tau = t_2 - t_1$, es decir,

$$f(x_1, x_2; t_1, t_2) = f(x_1, x_2; \tau) \qquad (3.30)$$

y

$$R(t_1, t_2) = R(\tau) \qquad (3.31)$$

De la ec. 3.19 se deduce que la covariancia de un proceso estrictamente estacionario también depende sólo de τ, ya que en tal caso queda

$$C(t_1, t_2) = R(\tau) - \eta^2 = C(\tau) \qquad (3.32)$$

En la mayoría de los procesos estocásticos que se presentan en los problemas prácticos no se cuenta con todas las distribuciones de probabilidades, por lo cual resulta imposible verificar si tales procesos son estrictamente estacionarios. Por tal motivo, se ha convenido en definir un *proceso estacionario en el sentido amplio*, como aquel cuya esperanza es constante y cuya función de autocorrelación es función sólo de la diferencia de tiempos $\tau = t_2 - t_1$, sin importar lo que suceda con las distribuciones de probabilidades de cualquier orden.

De las dos definiciones de estacionaridad que se han presentado, se puede concluir que un proceso estrictamente estacionario también es estacionario en el sentido amplio, pero si lo es en el sentido amplio no necesariamente es estrictamente estacionario.

Por otra parte, si un proceso no es estacionario en el sentido amplio, tampoco es estrictamente estacionario, ya que la ec 3.28 no se cumpliría.

Ejemplo 3.5

¿Es el proceso $X(t)=R+St$ visto en el ejemplo 3.3

a) estacionario en el sentido amplio

b) estrictamente estacionario?

a) La respuesta a este problema es inmediata, ya que en la ec 3.21 se observa que la esperanza del proceso sí es función del tiempo y, en la ec 3.22, que la autocorrelación función de t_1 *y* t_2, y no de $t_2 - t_1$. Por consiguiente, el proceso, *no* es estacionario en el sentido amplio.

b) Puesto que el proceso no es estacionario en el sentido amplio, tampoco es estrictamente estacionario. Esto se puede verificar al observar que la densidad de probabilidades dada en la ec 3.12 es función del tiempo, t.

Ejemplo 3.6

¿Es estacionario, en el sentido amplio, el camino casual estudiado en el ejemplo 3.4?

La respuesta es *no*, ya que aun cuando la esperanza vale cero (es constante), la función de valor medio cuadrático es $n\delta^2$ (no es constante por depender de n) y la autocorrelación depende de n_2 y n_1 por separado y no de $n_2 - n_1$, puesto que la densidad de probabilidades de segundo orden depende de n_2 y k_1 (ec 3.27).

Demostraremos esto último para el caso del paseo casual en que con probabilidad p se avanza un paso y con probabilidad $1-p$ se permanece en el sitio en cada T segundos. La densidad de probabilidades de segundo orden correspondiente es (ref 6.13).

$$f[X(n_1T),\ X(n_2T);n_1T,n_2T] = \binom{n_2-n_1}{k_2-k_1}\binom{n_1}{k_1}p^{k_2}(1-p)^{n_2-k_2}$$

Por lo tanto

$$E[X(n_1T)X(n_2T)] = \delta^2\sum_{k_1=0}^{n_1}\ \sum_{k_2=k_1}^{k_1+n_2-n_1} k_2k_1\binom{n_2-n_1}{k_2-k_1}\binom{n_1}{k_1}p^{k_2}(1-p)^{n_2-k_2}$$

Haciendo la transformación $m=k_2-k_1$, multiplicando y dividiendo por $(1-p)^{n_1}$, y reagrupando términos se obtiene:

$$E[X(n_1T)X(n_2T)] = \delta^2\sum_{k_1=0}^{n_1} k_1\binom{n_1}{k_1}p^{k_1}(1-p)^{n_1-k_1}\sum_{m=0}^{n_2-n_1}(m+k_1)\binom{n_2-n_1}{m}$$

$$p^m(1-p)^{n_2-n_1-m}$$

Dividiendo la suma del lado derecho en dos partes se obtiene

$$\sum_{m=0}^{n_2-n_1} m\binom{n_2-n_1}{m}p^m(1-p)^{n_2-n_1-m} = (n_2-n_1)p$$

y

$$k_1\sum_{m=0}^{n_2-n_1}\binom{n_2-n_1}{m}p^m(1-p)^{n_2-n_1-m} = k_1$$

ya que la suma se realiza con todos los términos de la distribución binomial. Por lo tanto

...

$$E[X(n_1T)X(n_2T)] = \sigma^2 \sum_{k_1=0}^{n_1} k_1[k_1+p(n_2-n_1)]\binom{n_1}{k_1}p^{k_1}(1-p)^{n_1-k_1}$$

$$=\sigma^2\{n_1p[1-p(1-n_1)]+p(n_2-n_1)n_1p\}=\sigma^2 n_1 p[1-p(1-n_2)]$$

que es una función de n_1 y n_2, y no de su diferencia n_2-n_1.

Ejemplo 3.7

Demostrar que el proceso del ejemplo 3.1, $X(t) = D\cos(\omega t - \phi)$, donde D y ω son constantes, y ϕ es una variable aleatoria con densidad de probabilidades uniforme entre $-\pi$ y π, es estacionario en el sentido amplio.

Para resolver este problema veamos primero si $E[X(t)]$ = constante.

$$E[X(t)] = E[D\cos(\omega t-\phi)]$$

$$= D\,E[\cos\omega t\cos\phi + \operatorname{sen}\omega t\operatorname{sen}\phi]$$

$$= D\cos\omega t\,E[\cos\phi] + D\operatorname{sen}\omega t\,E[\operatorname{sen}\phi]$$

Pero, considerando que la densidad de probabilidades de ϕ es uniforme entre $-\pi$ y π, es decir,

$$f(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{si } -\pi \le \phi \le \pi$$

se obtiene

$$E[\cos\phi] = \int_{-\pi}^{\pi}\frac{1}{2\pi}\cos\phi\,d\phi = \frac{1}{2\pi}\left[\operatorname{sen}\phi\right]_{-\pi}^{\pi} = \frac{1}{2\pi}(0-0)=0$$

y

$$E[\operatorname{sen}\phi] = \int_{-\pi}^{\pi}\frac{1}{2\pi}\operatorname{sen}\phi\,d\phi = \frac{-1}{2\pi}\left[\cos\phi\right]_{-\pi}^{\pi} = \frac{-1}{2\pi}\{-1-(-1)\} = 0$$

Por lo tanto, $E[X(t)]=0$, que es una constante.

Veamos ahora si la autocorrelación es función $\tau=t_2-t_1$

$$R(t_1,t_2) = E[D\cos(\omega t_1-\phi)\, D\cos(\omega t_2-\phi)] =$$

$$= D^2 E[\cos(\omega t_1-\phi)\cos(\omega t_2-\phi)]$$

Desarrollando los cosenos de la ecuación anterior, efectuando las multiplicaciones y agrupando términos se obtiene

$$R(t_2,t_1) = D^2\{\cos\omega t_1 \cos\omega t_2 E[\cos^2\phi] + (\cos\omega t_1 \operatorname{sen}\omega t_2 + \operatorname{sen}\omega t_1 \cos\omega t_2) E[\operatorname{sen}\phi\cos\phi] + \operatorname{sen}\omega t_1 \operatorname{sen}\omega t_2 E[\operatorname{sen}^2\phi] \quad (3.33)$$

Pero

$$E[\cos^2\phi] = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2\pi}\cos^2\phi\, d\phi = 1/2$$

$$E[\operatorname{sen}\phi\cos\phi] = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2\pi}\operatorname{sen}\phi\cos\phi\, d\phi = 0$$

$$E[\operatorname{sen}^2\phi] = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2\pi}\operatorname{sen}^2\phi\, d\phi = 1/2$$

por lo que la autocorrelación (ec 3.33) queda en la forma

$$R(t_1,t_2) = D^2\frac{1}{2}(\cos\omega t_1 \cos\omega t_2 + \operatorname{sen}\omega t_1 \operatorname{sen}\omega t_2)$$

$$= \frac{D^2}{2}\cos(\omega t_2 - \omega t_1) = \frac{D^2}{2}\cos\omega(t_2 - t_1) = \frac{D^2}{2}\cos\omega\tau$$

que es una función de τ y, en consecuencia, el proceso estudiado sí es estacionario en el sentido amplio.

3.6 *Proceso simple de Poisson*

Uno de los procesos estocásticos que más se emplean para resolver problemas de Investigación de Operaciones, Ingeniería de Sistemas y de Física, es el denominado *proceso simple de Poisson*. Se ha empleado, por ejemplo, para describir la ocurrencia de tormentas, de inundaciones y de flujo de vehículos, en la teoría de espera (colas), etc (refs 3.4 - 3.7).

El proceso simple de Poisson es un proceso estocástico en el que se cuenta el número de ocurrencias de algún evento específico (por ejemplo, el número de vehículos que pasan por cierto punto de una carretera); por este motivo en algunos textos se le denomina *proceso de conteo de Poisson*.

Para estudiar el proceso simple de Poisson, calculemos la densidad de probabilidades del número de ocurrencias de cierto evento en un lapso $t_2-t_1=t_a$, cuando el tiempo de ocurrencia de dicho evento tiene densidad de probabilidades uniforme en el intervalo de 0 a L (figs 3.4*a* y 3.4*b*). En este caso, la probabilidad, p, de que ocurra el evento una vez en el período de t_1 a t_2 es

$$p = \frac{t_2 - t_1}{L} = \frac{t_a}{L}$$

Por consiguiente, la probabilidad de que el evento ocurra k veces en el lapso t_a, si sabemos que de 0 a L ocurre n veces es (distribución binomial)

$$P[k \text{ en } t_a] = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} .$$

donde $q=1-p$

De la teoría de probabilidades sabemos (ref 3.2) que si $n/p\to\infty$, $n/L\to\lambda$ y p es pequeña, entonces la distribución binomial tiende a la de Poisson (ver tabla 2.1) con parámetro $\nu=np=nt_a/L=\lambda t_a$, es decir,

$$P[k \text{ en } t_a] = e^{-\lambda t_a} \frac{(\lambda t_a)^k}{k!} \tag{3.34}$$

De la definición de λ se concluye que ésta representa al número medio de ocurrencias por unidad de tiempo, motivo por el cual se le suele llamar *intensidad del proceso*.

Se puede demostrar (ref 3.2) que si t_a y t_b son dos intervalos de tiempo que no se traslapan, entonces los eventos $\{k_a$ ocurrencias en $t_a\}$ y $\{k_b$ ocurrencias en $t_b\}$ son independientes; es decir, el número de ocurrencias del evento en t_a es independiente del número en t_b.

Sea $X(t)$ un proceso estocástico con el cual contamos el número de ocurrencias de un evento. Si hacemos $t_1=0$ y en ese momento iniciamos el conteo, entonces $t_a=t_2-t_1=t_2=t$ y $X(0)=0$; en tal caso la ec 3.34 queda en la forma

$$P[X(t)=k] = P[k \text{ en } t] = e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^k}{k!} \qquad (3.35)$$

y constituye la densidad de probabilidades del proceso de Poisson. Cada función muestra de este proceso tiene la forma de una escalera con escalones de altura unitaria localizados en los tiempos t_i en que ocurre cada vez el evento (fig 3.5).

Existen algunas variantes del proceso de Poisson que se estudian en las refs 3.8 y 3.12, de los cuales el más común es el que permite que el número de ocurrencias por unidad de tiempo, λ, no sea una constante, sino una función del tiempo, $\lambda(t)$. En este caso el proceso, $Y(t)$, se denomina *proceso generalizado de Poisson*, y se puede demostrar que su densidad de probabilidades es

$$P[Y(t)=k] = e^{-\mu}\frac{(\mu)^k}{k!} \qquad (3.36)$$

en donde

$$\mu = \int_0^t \lambda(t)\, dt$$

Obsérvese que el proceso simple es un caso particular de éste con $\lambda(\tau)=\lambda$, por lo cual $\mu=\lambda\tau$. Tomando en cuenta que la suma algebraica de dos variables aleatorias con distribuciones de Poisson con parámetros respectivos ν y Ω también tiene ese tipo de distribución con parámetro $\nu+\Omega$, se tiene que la diferencia, $X(t_b)-X(t_a)$, del mismo proceso en los tiempos t_b y t_a, con $t_b>t_a$, también es un proceso de Poisson con parámetro $\lambda(t_b-t_a)$, o sea

$$P[X(t_b) - X(t_a) = k] = e^{-\lambda(t_b-t_a)}\frac{[\lambda(t_b-t_a)]^k}{k!} \qquad (3.37)$$

Esta diferencia representa el incremento que tuvo el proceso al pasar del tiempo t_a al t_b.

Puesto que la ec 3.37 es una distribución de Poisson, la media o esperanza y la variancia son

$$E[X(t_b) - X(t_a)] = \sigma^2[X(t_b) - X(t_a)] = \lambda(t_b-t_a) \qquad (3.38)$$

Considerando que la variancia de una variable aleatoria, Z, es

$$\sigma^2(Z) = E[Z^2]-E^2[Z]$$

se tiene que la función del valor medio cuadrático de la diferencia del proceso en cuestión es

$$E([X(t_b)-X(t_a)]^2) = \lambda^2(t_b-t_a)^2+\lambda(t_b-t_a) \qquad (3.39)$$

De las ecs 3.38 y 3.39 es evidente que si $t_a=0$ y $t_b= t$, entonces

$$\eta(t) = E[X(t)]= \lambda t \qquad (3.40)$$

$$E[X^2(t)] = \lambda^2 t + \lambda t = \lambda t(1+\lambda) \qquad (3.41)$$

constituyen, respectivamente, la media y la función del valor medio cuadrático del proceso simple de Poisson, $X(t)$.

Para obtener la autocorrelación de $X(t)$, consideremos las diferencias del proceso correspondientes a los intervalos de tiempo que se traslapan, de t_a a t_b, y de t_c a t_d. (ver fig 3.6). Para calcular la esperanza $E\{[X(t_b)-X(t_a)][X(t_d)-X(t_c)]\}$, dividamos cada intervalo en dos partes que no se traslapen, ya que de esta manera los incrementos del proceso en esos intervalos son independientes; así,

$$t_b-t_a=(t_c-t_a)+(t_b-t_c)$$

y

$$t_d-t_c=(t_b-t_c)+(t_d-t_b)$$

Por consiguiente,

$$X(t_b)-X(t_a)=[X(t_c)-X(t_a)]+[X(t_b)-X(t_c)]$$

y

$$X(t_d)-X(t_c)=[X(t_b)-X(t_c)]+[X(t_d)-X(t_b)]$$

Tomando en cuenta que la esperanza del producto de los miembros izquierdos de las dos últimas ecuaciones es igual a la esperanza de los productos de los miembros derechos, y que cada uno de los incrementos del proceso encerrados en paréntesis rectangulares es independiente de los demás, en cuyo caso la esperanza del producto es igual al producto de las esperanzas, se llega a que la autocorrelación del incremento del proceso en ambos intervalos es

$$R[X(t_b)-X(t_a),X(t_d)-X(t_c)]=E\{[X(t_b)-X(t_a)][X(t_d)-X(t_c)]\}$$
$$=\lambda^2(t_d-t_c)(t_b-t_a)+\lambda(t_b-t_c) \quad (3.42)$$

A partir de esta ecuación, haciendo $t_a = t_c = 0$, $t_d = t_2$ y $t_b = t_1$ se obtiene la función de autocorrelación del proceso simple de Poisson, $X(t)$, la cual vale

$$R(t_1,t_2) = \lambda^2 t_1 t_2 + \lambda t_1, \text{ si } t_2 > t_1 \qquad (3.43)$$

De acuerdo con 3.40 y 3.43, la autocovariancia de $X(t)$ vale (ec 3.20)

$$C(t_1,t_2) = \lambda^2 t_1 t_2 + \lambda t_1 - (\lambda t_1)(\lambda t_2) = \lambda t_1 \qquad (3.44)$$

3.7 *Proceso estocástico de renovación*

El proceso estocástico de renovación trata esencialmente el problema de reposición de objetos o componentes que fallan, tales como focos, máquinas de construcción o industriales, equipo para transporte, etc. Cuando un objeto falla se sustituye con otro; al fallar éste se repone de nuevo, y así sucesivamente. En lo que sigue calcularemos las medias y las variancias del número de reposiciones que se efectúan por unidad de tiempo.

Un *proceso de renovación* es una secuencia X_i de variables aleatorias X_i independientes e idénticamente distribuidas. Aquí X_i denota la duración del objeto introducido en el i-ésimo remplazo.

Si efectuamos la suma

$$S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

entonces S_n constituye el tiempo en el cual se efectúa el n-ésimo remplazo del objeto en cuestión.

...

Un problema que puede tratarse como un proceso de renovación, aunque no haya objetos físicos que renovar, es el de flujo de tráfico (ref 3.3): Sea una central telefónica o de correos, la cual recibe órdenes (llamadas) en los instantes aleatorios $\tau_1, \tau_2, \ldots$, en donde $0<\tau_1<\tau_2<\ldots$. Si es razonable suponer (como a menudo sucede) que los tiempos sucesivos de interarrivo de órdenes

$$X_1=\tau_1,\ X_2=\tau_2-\tau_1, \ldots, X_n=\tau_n-\tau_{n-1}$$

son variables aleatorias independientes y con igual densidad de probabilidades, entonces el proceso X_i es un proceso de renovación, ya que constituye los tiempos en que se "renueva" una orden o llamada. Para este caso se puede demostrar (ref 3.3) que si las X_i tienen distribución exponencial con parámetro ν, es decir, si

$$f(x_i) = \nu e^{-\nu x_i}$$

entonces el número de renovaciones hechas hasta el instante t es un proceso de Poisson simple, con media νt.

Consideraremos sólo el caso en que los tiempos a los cuales se asigna la reposición son discretos, por ejemplo, semanas, meses o años. Así, si las unidades de tiempo son semanas, las reposiciones que se hagan de lunes a domingo de la primer semana se anotan en la semana número 1, y así sucesivamente. Estudiaremos dos casos.

a) cuando los objetos que fallan se reponen con elementos nuevos

b) cuando se reemplazan con objetos usados.

3.7.1 *Reemplazo con elementos nuevos*

Consideraremos que la población original de objetos nuevos (en $t=0$) obtiene la primera renovación en $t=X_1$; los objetos ya renovados obtienen su segunda renovación en el tiempo $t=X_1+X_2$, etc. Sea p_n la probabilidad de que un objeto recién instalado falle después de n unidades de tiempo, y sea $p_0=0$. Supondremos que todos los objetos operan ininterrumpidamente, y una vez que alguno falla se repone de inmediato con otro nuevo, manteniendo el número total de objetos en uso.

Las reposiciones en cualquier instante son renovaciones ya sea de los objetivos originales o de otros que se repusieron previamente. Sea $g_{i+1}(n)$ el *número esperado* de repuestos de la $(i+1)$-ésima generación realizados en el tiempo n. La relación que éste guarda con el número de repuestos de la i-ésima generación, $g_i(.)$,

$$g_{i+1}(n)=\sum_{k=0}^{n} g_i(n-k)p_k \qquad (3.45)$$

ya que la renovación de $(i+1)$-éxima generación en el tiempo t está constituida por los reemplazos que se hagan antes del tiempo n de elementos de la i-ésima generación pero que fallan en el tiempo n; además, el número esperado de reemplazos de la generación i realizados en el tiempo $n-k$ (para $0\leq k\leq n$) es $g_i(n-k)p_k$, por lo que la i-ésima generación se obtiene sumando para toda $k\leq n$, dando como resultado la ec 3.45.

Sea el número esperado total de renovaciones, U_n, la suma de los números esperados de cada generación, es decir,

$$U_n = \sum_{i=1}^{n} g_i(n) \tag{3.46}$$

Escribiendo la ec 3.45 explícitamente para $i=1,2,3,\ldots$ y sumando los resultados se obtiene

$$g_2(n) = \sum_{k=0}^{n} g_1(n-k)p_k$$

$$g_3(n) = \sum_{k=0}^{n} g_2(n-k)p_k$$

$$\vdots$$

$$\sum_{i=2}^{n} g_i(n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=0}^{n} g_i(n-k)p_k$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \left[\sum_{i=1}^{n} g_i(n-k)p_k \right] \tag{3.47}$$

Considerando la ec 3.46, la ec 3.47 queda en la forma

$$U_n - g_1(n) = \sum_{k=0}^{n} U_{n-k}p_k \tag{3.48}$$

donde $g_1(n)$ es el número esperado de reposiciones en el tiempo n de la población original.

3.7.2. *Reemplazo con objetos usados*

Si la población original no está constituida totalmente por objetos nuevos, sino que C_k de ellos ya han operado k unidades de tiempo, entonces el total de objetos, N, es

$$N = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \tag{3.49}$$

Las probabilidades p_k que se han empleado hasta ahora corresponden a objetos nuevos. Para los objetos usados que pudiera tener la población original, la probabilidad de falla en el tiempo n de un objeto que ya había durado k unidades de tiempo en operación, antes de ser instalado, queda condicionada por la probabilidad, λ_k, de que la duración sea mayor de k unidades, la cual es,

$$\lambda_k = p_{k+1}+p_{k+2}+\ldots = 1 - \sum_{n=0}^{k} p_k \tag{3.50}$$

Puesto que la probabilidad condicional de que el objeto falle en $n+k$ unidades de tiempo, dado que debe durar más de k unidades es $p_{n+k}=p_n\lambda_k$, entonces la probabilidad, p_n, de falla de un objeto en el tiempo n será

$$p_n=p_{n+k}/\lambda_k \tag{3.51}$$

y el número esperado de objetos que requerirán renovación en el tiempo n y que ya habían operado k horas es $C_k p_{n+k}/\lambda_k$. Sumando sobre todos los valores posibles de k obtenemos el número esperado de renovaciones de la población original, es decir,

$$g_1(n)= \sum_{k=0}^{\infty} C_k p_{n+k}/\lambda_k \tag{3.52}$$

Sustituyendo la ec 3.48 obtenemos el número medio (esperado) total de renovaciones en el tiempo n, o sea,

$$u_n= \sum_{k=0}^{n} u_{n-k}p_k+\sum_{k=0}^{\infty} C_k p_{n+k}/\lambda_k \tag{3.53}$$

Ejemplo 3.5

Supongamos que en un proceso de renovación discreto la probabilidad de que un objeto dure una unidad de tiempo es $p=0.75$, y la probabilidad que dure k unidades está dada por la distribución bonomial, siendo la duración máxima de cinco unidades de tiempo, es decir,

$$p_k = \frac{5!}{(5-k)!} p^k q^{5-k}$$

en donde $q=1-p$. Supongamos también que la población original tiene 100 objetos, de los cuales 10 son nuevos, 15 ya habían operado durante una unidad de tiempo, y 75 durante tres unidades de tiempo. Calcular el número esperado total de renovaciones después de seis unidades de tiempo.

Aplicando la distribución binomial para $k=1,...,5$, obtenemos $p_1=0.01$, $p_2=0.09$, $p_3=0.26$, $p_4=0.40$ y $p_5=0.24$; además $p_0=0$, como se había indicado, y $p_k=0$ para $k>5$. Usando estos valores en la ec 3.50 obtenemos

$$\begin{aligned}
r_0 &= 0.01 + 0.09 + 0.26 + 0.40 + 0.24 = 1.00 \\
r_1 &= 0.09 + 0.26 + 0.40 + 0.24 = 0.99 \\
r_2 &= 0.26 + 0.40 + 0.24 = 0.90 \\
r_3 &= 0.40 + 0.24 = 0.64 \\
r_4 &= 0.24 = 0.24 \\
r_5 &= = 0.00
\end{aligned}$$

De la información que se nos dio acerca de la población original deducimos que $C_0=10$, puesto que diez objetos eran nuevos, $C_1=15$, puesto que 15 objetos tenían una unidad de uso y, análogamente, $C_2=0$, $C_3=75$ y $C_4=C_5=0$. Aplicando la ec 3.52 se llega a

$$g_1(1) = 10 \times 0.01 + 15 \times 0.09/0.99 + 75 \times 0.40/0.64 = 48.34$$

De manera similar se obtiene, $g_1(2)=32.97$, $g_1(3)=8.66$, $g_1(4)=7.63$; $g_1(5)=2.4$ y $g_1(n)=0$ para $n>5$. Por consiguiente, mediante la ec 3.53 obtenemos $u_0=0$

...

$$u_1 = u_{1-0}p_0+u_{1-1}p_1+48.34$$
$$= u_1 \times 0 + 0 \times 0.01 + 48.34 = 48.34$$

$$u_2 = u_{2-0}p_0+u_{2-1}p_1+u_{2-2}p_2+ 32.97$$
$$= 0 + 48.34 \times 0.01 + 0 + 32.97 = 33.45$$

$$u_3 = u_{3-0}p_0+u_{3-1}p_1+u_{3-2}p_2+u_{3-3}p_3+ 8.66$$
$$= 0 + 33.45 \times 0.01 + 48.34 \times 0.09 + 0 + 8.66 = 13.35$$

$$u_4 = u_{4-0}p_0+u_{4-1}p_1+u_{4-2}p_2+u_{4-3}p_3+u_{4-4}p_4+ 7.63$$
$$= 0+13.35 \times 0.01 + 33.46 \times 0.09 + 48.34 \times 0.26 + 7.63 = 23.34$$

$$u_5 = u_{5-0}p_0+u_{5-1}p_1+u_{5-2}p_2+u_{5-3}p_3+u_{5-4}p_4+u_{5-5}p_5+2.4$$
$$= 0+23.34 \times 0.01 + 13.35 \times 0.09 + 33.46 \times 0.26 + 48.34 \times 0.40$$
$$+ 2.4 = 31.87$$

$$u_6 = u_{6-0}p_0+u_{6-1}p_1+u_{6-2}p_2+u_{6-3}p_3+u_{6-4}p_4+u_{6-5}p_5+u_{6-6}p_6+ 0$$
$$= 0+31.87\times0.01+23.34\times0.09+13.35\times0.26+33.46\times0.40+48.34\times0.24$$
$$= 30.88$$

La suma de las renovaciones promedio después de seis unidades de tiempo es

$$\sum_{n=1}^{6} u_n = 181.24$$

Considerando que $\Sigma p_k=1$, es posible demostrar (ref 3.7) que cuando n tiene a infinito u_n tiende a $N/(\sum_{k=0}^{\infty} kp_k)$, es decir, que conforme n crece el número esperado de reposiciones en el tiempo n tiende a ser igual al número de objetos en la población original dividido entre el promedio de la duración de cada objeto, lo cual, intuitivamente, es razonable.

El lector interesado en profundicar más en este proceso de renovación, puede acudir a las refs 3.3 y 3.7.

3.8 *Confiabilidad*

Uno de los atributos más importantes que debe poseer un sistema es una *confiabilidad* adecuada. Antes de establecer la confiabilidad de un sistema, es necesario analizar si los costos y tiempos de producción, las condiciones de operación y las políticas de mantenimiento que deben observarse durante un periodo de operación considerando, justifican el nivel de confiabilidad deseado. Lo anterior se debe a que, en general, un incremento en la confiabilidad lleva aparejado un crecimiento en los costos de producción y de operación de los sistemas.

La *confiabilidad* de un sistema se define como la *probabilidad* de que éste realice satisfactoriamente ciertas funciones específicas durante un lapso prescrito, bajo ciertas condiciones ambientales.

De la definición anterior se desprende que es necesario conocer:

a) El tiempo de operación (vida útil)

b) El medio ambiente de operación (temperatura, humedad, fuerzas que deberá soportar, etc).

c) ¿Qué es lo que constituye una operación satisfactoria o cuándo se considera que un sistema ha fallado? (por ejemplo, ¿qué nivel de daño se considera como "falla" en un edificio que se ve sujeto a un sismo: colapso total, agrietamiento de muros o agrietamiento de los recubrimientos?)

Para calcular la probabilidad de que un sistema no falle (su confiabilidad) es necesario conocer las densidades de probabilidades o la densidad de probabilidades conjunta de las variables aleatorias que se considere podrían influir en la sobrevivencia o falla del sistema. Así, para obtener la confiabilidad de un edificio que se vea sujeto a sismos, es necesario conocer las densidades de probabilidades de su resistencia y de las fuerzas dinámicas que provocarían los temblores que pudieran actuar sobre el edificio. En este ejemplo, la aleatoriedad de la resistencia se debe a variaciones al azar en las resistencias de los materiales de construcción, en las dimensiones de las vigas, losas y columnas, etc; la aleatoriedad de las fuerzas sísmicas se debe a la ocurrencia al azar de los temblores en sitios localizados a diferentes distancias del edificio y con diferentes magnitudes, a las características del subsuelo, etc.

Tanto en el ejemplo del sistema estructural que acabamos de describir, como en los sistemas electrónicos, industriales, etc., son varios los factores que pueden influir en las densidades de probabilidades de las variables aleatorias que intervengan en el problema. Estos factores se pueden dividir en tres grupos, a saber, *factores iniciales*, *factores pre-operacionales y factores de operación*, como puede verse en la fig 3.7.

Si $X(t)$ es un proceso estocástico que define el comportamiento o respuesta del sistema, entonces la densidad de probabilidades de primer orden, obtenida con base en la información, V, disponible al respecto (ya sea experimental o subjetiva), será $f[x(t)|y]$. Si se divide el eje del tiempo en unidades discretas (como se hizo en el camino casual), el proceso $X(t)$ será de parámetro discreto; en caso contrario será de parámetro continuo.

Por simplicidad, para el caso discreto escribiremos

$$f[x(t_n)|y] = f[x(t_n)]$$

En caso de que el criterio de falla del sistema sea "ocurre la falla si la respuesta del sistema excede al valor A", entonces la probabilidad de que esto ocurra en el tiempo t_n, si lo único que sabemos es que hasta el tiempo inmediato anterior, t_{n-1}, no ha fallado, será

$$P[X(t_n)>A|X(t_{n-1})<A] = \int_A^\infty f[x(t_n)]dx \qquad (3.54)$$

si el proceso es de parámetro discreto. En caso de que el proceso sea estacionario, su densidad de probabilidades de primer orden no dependerá de t, en cuyo caso se usará en la ecuación anterior $f(x)$ en vez de $f[x(t_n)]$.

Un método más usual para determinar la confiabilidad de un sistema consiste en obtener, experimental o subjetivamente, la densidad de probabilidades del *tiempo de falla* del sistema. En forma experimental esto se puede lograr observando varios sistemas idénticos, expuestos a las mismas condiciones ambientales, y anotar los tiempos en que falla cada uno; luego, mediante procedimientos estadísticos, se les ajusta alguna densidad de probabilidades a los tiempos de falla. En forma subjetiva, la densidad se puede asignar con base en el conocimiento de otros sistemas similares, con base en algún modelo matemático (como en la ref 3.10), etc.

En muchas ocasiones, como se verá más adelante, la densidad de probabilidades del tiempo de falla del sistema se deduce de las densidades de sus respectivos componentes que, en general, son más fáciles de determinar.

3.8.1 *Fuerza de mortandad*

En estudios realizados sobre la confiabilidad de los componentes de un sistema se ha encontrado que está caracterizada por tres etapas. La primera es un lapso inicial de *alta mortandad o alta intensidad de falla* (el número medio de fallas por unidad de tiempo es grande), la cual se debe principalmente a un control de calidad deficiente durante la elaboración del componente. Este periodo inicial está limitado por el tiempo T_c indicado en la fig 3.8. Lo que es costumbre hacer en sistemas muy importantes (como los de defensa militar de un país), para eliminar los componentes defectuosos, es usarlos durante un tiempo T_c en algún dispositivo ajeno al sistema, y luego instalar en dicho sistema los que no hayan fallado. La segunda etapa es un periodo de *intensidad de falla constante*, en la que las fallas ocurren al azar y con menor frecuencia que en las etapas 1 y 3; el límite superior de esta parte está indicado con T_D en la fig 3.8. En T_D se inicia la tercera etapa que es de *alta mortandad o alta intensidad de falla*, lo cual equivale a fallas muy frecuentes debidas al deterioro de los componentes. Cuando en un sistema son indeseables este tipo de fallas, estas se pueden reducir siguiendo políticas de mantenimiento preventivo. Estas políticas incluyen pruebas periódicas e inspección de ciertas componentes, y su reemplazo cuando las pruebas indiquen que éstos están próximas a fallar.

La región de intensidad de falla constante corresponde al lapso de operación normal del componente respectivo, en el cual las fallas ocurren al azar y son *independientes*, por lo cual puede considerarse razonablemente que éstas pueden representarse mediante un proceso de Poisson con intensidad λ (el valor de λ varía de un tipo de componente a otro, y se determina experimentalmente). Con esto en mente, la probabilidad de que no ocurra ninguna falla en el periodo de 0 a t se obtiene mediante la ec 3.35, sustituyendo en ella a $k=0$. El resultado es

$$P[X(t)=0] = e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^0}{0!} = e^{-\lambda t} = P[T \leq t] \qquad (3.55)$$

en donde T es la variable aleatoria *tiempo de falla*.

Si analizamos la densidad de probabilidades *exponencial*

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}; 0 \leq t < \infty \qquad (3.56)$$

vemos que su función de distribución (o distribución de probabilidades acumuladas) es

$$P[T \leq t] = F(t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda t}$$

por lo cual la probabilidad de que la variable T sea mayor que t es

$$P[T > t] = 1 - F(t) = e^{-\lambda t} \qquad (3.57)$$

Comparando las ecs 3.55 y 3.57 vemos que éstas tienen como factor común a $e^{-\lambda t}$, por lo que deducimos que la variable aleatoria, T, "tiempo de falla", tiene densidad de probabilidades

...

exponencial, y que la probabilidad de que no falle el componente queda dada por la ec 3.57. Es interesante mencionar que experimentalmente se ha confirmado que este tipo de distribución se ha ajustado razonablemente bien a los tiempos de falla de diversos componentes de circuitos electrónicos, tales como transistores, bulbos, etc.

La *fuerza de mortandad o intensidad de falla*, $\beta(\tau)$, de un sistema se define como sigue: $\beta(\tau)d(\tau)$ es la probabilidad de que un sistema falle en el intervalo de τ a $\tau+d\tau$, suponiendo que no ha fallado hasta el tiempo τ.

Supongamos que un sistema ha operado durante un tiempo τ sin ninguna falla. Si la variable aleatoria T es el tiempo de falla del sistema, y $f(t)$ y $F(t)$ son la densidad de probabilidades y la función de distribución de T, respectivamente, entonces la función de distribución de T será

$$F(t|t>\tau) = \frac{P[T< t,\ T>\tau]}{P[T>\tau]};\ t\geq\tau \qquad (3.58)$$

en donde el miembro izquierdo representa la probabilidad de que el sistema sobreviva hasta t dado que sobrebibió hasta τ, y el numerador del miembro derecho es la probabilidad de que simultáneamente ocurran los eventos $\{T<t\}$ y $\{T>\tau\}$, la cual es igual a $F(t)-F(\tau)$. Además, es evidente que el denominador de la ec 3.58 es $P[T>\tau] = 1-F(\tau)$. Por consiguiente, la ec 3.58 queda en la forma

$$F(t|t>\tau) = \frac{F(t)-F(\tau)}{1-F(\tau)};\ t\geq\tau \qquad (3.59)$$

La densidad de probabilidades correspondiente se obtiene

...

derivando la ec 3.59 con respecto a t; el resultado es

$$f(t|t>\tau) = \frac{f(t)}{1-F(\tau)} \quad \text{si} \quad t \geq \tau \qquad (3.60)$$

$$0 \quad \text{si} \quad t<\tau$$

De la definición de fuerza de mortandad vemos que

$$\beta(\tau)d\tau = f(\tau|t>\tau)d\tau$$

por lo que

$$\beta(\tau) = \frac{f(\tau)}{1-F(\tau)} = \frac{\frac{dF(\tau)}{d\tau}}{1-F(\tau)} \qquad (3.61)$$

Mediante la ec 3.61 se puede obtener la fuerza de mortandad cuando se conoce la densidad de probabilidades de falla del sistema. Por el contrario, si lo que se conoce es $\beta(\tau)$, la densidad de probabilidades se puede obtener resolviendo la ecuación diferencial de la ec 3.61. Integrando ambos miembros de dicha ecuación se obtiene:

$$\int_0^\tau \beta(t)dt = -\ell n\left[1-F(\tau)\right]$$

(la constante de integración es cero porque $F(0)=0$, debido a que el sistema empezó a operar en $\tau=0$). En la ecuación anterior ℓn denota logaritmo natural (con base e). El antilogaritmo de la ecuación anterior resulta ser

$$F(t) = 1 - e^{-\int_0^\tau \beta(t)dt} \qquad (3.62)$$

o, derivado respecto a τ,

$$f(\tau) = \beta(\tau)e^{-\int_0^\tau \beta(t)dt} \qquad (3.63)$$

Ejemplo

Sea un sistema en el que la fuerza de mortandad del sistema es la constante λ. Aplicando la ec 3.63, la densidad de probabilidades correspondiente resulta ser

$$f(\tau) = \lambda e^{-\int_0^\tau \lambda dt} = \lambda e^{-\lambda\tau}; \tau \geq 0$$

que es la distribución exponencial. En conclusión, si la densidad de probabilidades de falla de un sistema es exponencial, entonces su fuerza de mortandad es constante e igual al parámetro λ de la misma.

Ejemplo

Si un sistema tiene una densidad de probabilidades gama, es decir, si

$$f(t) = \begin{cases} c^2 t e^{-ct} & \text{si} \quad t > 0 \\ 0 & \text{si} \quad t < 0 \end{cases}$$

donde c es una constante (el parámetro de la distribución) entonces

$$F(t) = 1 - cte^{-ct} - e^{-ct} \qquad \text{si} \quad t > 0$$

La fuerza de mortandad respectiva se obtiene mediante la ec 3.61, lo cual resulta en

$$\beta(\tau) = \frac{c^2 \tau e^{-c\tau}}{c\tau e^{-c\tau} + e^{-c\tau}} = \frac{c^2 \tau}{1 + c\tau}$$

Ejemplo

Otra función de intensidad de falla que se ha empleado en algunos estudios de confiabilidad (ref 3.11) tiene como ecuación a

$$\beta(\tau) = \alpha\delta\tau^{\delta-1}$$

donde α y δ son constantes positivas. Observése que si $\delta>1$ entonces $\beta(\tau)$ crece con τ; si $\delta<1$, decrece, y si $\delta=1$, entonces $\beta(\tau)=\lambda$; este último coincide con el ya estudiado de la distribución de Poisson. Usando esta expresión para $\beta(\tau)$ en la ec 3.63 se obtiene

$$f(\tau) = \alpha\delta\tau^{\lambda-1}e^{-\alpha\tau^{\delta}}$$

que es la distribución de Weibull.

3.8.2. *Pruebas de duración*

Para determinar la densidad de probabilidades de la duración de un componente de un sistema, es necesario extraer una muestra aleatoria de n componentes idénticas, probarlas poniéndolas a funcionar en las condiciones ambientales con que lo harán en el sistema y anotando los tiempos de duración de cada componente. En muchas ocasiones la duración de los componentes es larga, por lo que es necesario diseñar pruebas aceleradas, de tal manera que las condiciones ambientales sean más severas que las normales y se ocasionen las fallas más rápidamente. Este tipo de pruebas se pueden usar también para comparar dos tipos diferentes de componentes, para que rápidamente se pueda inferir cuál es más confiable. Es evidente que los resultados de las pruebas aceleradas deben estar correlacionadas con los de las pruebas normales para poder inferir las duraciones en operación normal a partir de las correspondientes a las pruebas aceleradas (estas correlaciones deben determinarse durante la etapa del diseño de la prueba acelerada).

Si existe evidencia experimental o subjetiva suficiente que favorez a la *distribución exponencial* con parámetro λ, como densidad de probabilidades de los tiempos de falla de los componentes, entonces

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \; ; \; t>0, \; \lambda>0$$

y el tiempo medio de falla será

$$E|T| = \mu = 1/\lambda \qquad (3.64)$$

Supongamos que se ponen a prueba n componentes y que la prueba se da por terminada cuando hayan fallado r de ellos ($r \leq n$), y que los tiempos de falla son $t_1 \leq t_2 \leq \ldots \leq t_r$. Nuestro interés radica en la estimación estadística, $\hat{\mu}$, del tiempo medio de falla, μ.

Usando la teoría desarrollada en la ref 3.11, se puede demostrar que el estimador insesgado del tiempo medio de vida de los componentes es

$$\hat{\mu} = T_r / r \qquad (3.65)$$

donde T_r es la duración acumulada de los componentes hasta el tiempo t_r, es decir

$$T_r = \sum_{i=1}^{r} t_i + (n-r) t_r \qquad (3.66)$$

para el caso en que los elementos que han fallado *no se reemplazan* por uno nuevo, o

$$T_r = n t_r \qquad (3.67)$$

si se han reemplazado. Observe que si la prueba es sin reemplazo, de las ecs 3.65 y 3.66, se obtiene que $\hat{\mu}$ es el promedio de los tiempos observados de falla.

Para hacer inferencias acerca de μ, usamos el hecho de que $2T_r/\mu$ es una variable que tiene distribución ji-cuadrada con $2r$ grados de libertad (ref 3.11), independientementede que la prueba haya sido con o sin reemplazo. Por consiguiente, el intervalo de confianza para μ correspondiente a un nivel de significancia, α(el nivel de confianza es $1-\alpha$) es

$$\frac{2T_r}{\chi^2_{\alpha/2}} \leq \mu \leq \frac{2T_r}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \qquad (3.68)$$

en donde $\chi^2_{\alpha/2}$ y $\chi^2_{1-\alpha/2}$ son las abscisas de la distribución ji-cuadrada con $2r$ grados de libertad, para los cuales queda un área bajo la curva igual a $\alpha/2$ a su derecha o a su izquierda, respectivamente (fig 3.9).

Para probar hipótesis acerca de μ usamos la misma distribución χ^2 con $2r$ grados de libertad. Si la hipótesis nula (por probar) es que $\mu=\mu_0$(μ_0 es un valor específico), y la hipótesis alternativa es $\mu>\mu_0$, aceptaremos la hipótesis nula con un nivel de confianza $1-\alpha$ si

$$\frac{2T_r}{\mu_0} < \chi^2_{\alpha} \qquad (3.69)$$

y en caso contrario la rechazaremos. Si las hipótesis alternativas son $\mu<\mu_0$ o $\mu\neq\mu_0$, aceptaremos la hipótesis nula si

$$\frac{2T_r}{\mu_0} > \chi^2_{1-\alpha/2} \qquad (3.70)$$

o si

$$\chi^2_{1-\alpha/2} \leq \frac{2T_r}{\mu_0} \leq \chi^2_{\alpha/2} \qquad (3.71)$$

respectivamente.

Otra opción que se puede tener al realizar la prueba de duración es la de interrumpir la prueba al concluir un tiempo acumulado de fallas fijo, T, predeterminado, y considerar los k componentes que han fallado hasta ese instante como el valor observado de una variable aleatoria. Ya sea que la prueba se realice con o sin reemplazo, un intervalo de confianza aproximado para el tiempo medio de vida de los componentes es

$$\frac{2T}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \leq \mu \leq \frac{2T}{\chi^2_{\alpha/2}} \qquad (3.72)$$

donde $\chi^2_{1-\alpha/2}$ es la abscisa de la distribución ji-cuadrada con $2k + 2$ grados de libertad, para la cual queda un área bajo la curva igual a $\alpha/2$ a su derecha, y $\chi^2_{\alpha/2}$ es la abscisa de la distribución ji-cuadrada con $2k$ grados de libertad, para la cual queda un área bajo la curva igual a $\alpha/2$ a su izquierda. Las pruebas de hipótesis son semejantes a las del caso anterior, pero ahora usando una distribución ji-cuadrada con $2k$ grados de libertad.

Ejemplo

Supongamos que se han puesto a prueba de duración 50 componentes de un sistema, y que ésta se termina al fallar 10 elementos. Si los tiempos de falla resultan ser 65,110,380,420, 505,580,650,840,910 y 950 horas, entonces n=50, k=10 y de la ec 3.66,

$$T_{10} = (65 + 110 + \ldots + 950) + (50 - 10)\ 950 = 43,\ 410 \text{ hrs}.$$

La estimación del tiempo medio de sobrevivencia de los componentes es (ec 3.65)

$$\hat{\mu} = \frac{43,410}{10} = 4,341 \text{ hs}$$

Por consiguiente, de la ec 3.64 se concluye que la intensidad de falla o mortandad de estos componentes es

$$\lambda = 1/\hat{\mu} = 0.00023 \text{ fallas/hr}$$

o 23 fallas cada cien mil horas. El intervalo de confianza del 90% ($\alpha = 1 - 0.9 = 0.10$) para μ es

$$\frac{2 \times 43,410}{\chi^2_{0.05}} \leq \mu \leq \frac{2 \times 43,410}{\chi^2_{0.95}}$$

en donde la densidad ji-cuadrada tiene 2 x 10= 20 grados de libertad. De las tablas de esta distribución (en la ref 3.11, por ejemplo) se obtienen $\chi^2_{0.05}$=31,410 y $\chi^2_{0.95}$=10,851, por lo cual resulta

$$2,764 \leq \mu \leq 8,001$$

Esto significa que con un 90% de probabilidad, el verdadero valor de μ cae entre 2,764 y 8,001 hs.

Supongamos ahora que deseamos probar la hipótesis nula de qu λ=0.00040, o sea μ_0=2,500 hs, contra la hipótesis alternativa de que μ>2,500 hrs, con un nivel de confianza del 95% (α=1-0.95= 0.05). En este caso $\chi^2_{0.05}$=31,410 y $2T_\lambda/\mu_0$=2x43,410/2,500=34.728, que resulta ser mayor que 31.410, por lo cual rechazamos la hipótesis nula con un nivel de significancia de 5%; esto equivale a decir que el tiempo medio de vida excede de 2,500 hs con un 95% de nivel de confianza.

Para estimar experimentalmente la duración media y la variancia de la duración de componentes que no tienen intensidad de falla constante, como la que corresponde a la distribución de Weibull ya descrita, el lector puede acudir a la ref 3.11, pág 376.

Ejemplo

Supongamos que la duración de un componente de un sistema tiene distribución exponencial con parámetro λ, es decir,

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Si al fallar un componente se reemplaza de inmediato por otro nuevo, calculemos la densidad de probabilidades de la duración total.

Sean T_1 y T_2 las variables aleatorias que representan a los tiempos de falla del primero y el segundo componente, respectivamente. Puesto que ambos componentes son idénticos, tienen la misma distribución exponencial. Nos interesa la densidad de probabilidades de $T = T_1+T_2$ la cual puede obtenerse mediante la ec 3.7, ya que T_1 y T_2 son independientes (se supone que el funcionamiento del sistema es el mismo con ambos componentes). En estas circunstancias

$$\begin{aligned} f_T(t) &= \int_0^\infty f_{T_1}(t_1) f_{T_2}(t-t_1)\,dt_1 \\ &= \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t_1} \lambda e^{-\lambda(t-t_1)}\,dt_1 = \lambda^2 e^{-\lambda t}\int_0^t dt_1 \\ &= \lambda^2 t e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Aplicando repetidamente este procedimiento podemos calcular la densidad de probabilidades de la duración de n componentes que se usan sucesivamente, reemplazando cada una a la que ha fallado previamente.

3.9 *Sistemas en serie y en paralelo*

Puesto que la confiabilidad se ha definido como una probabilidad, ésta se podrá calcular, para un sistema cualquiera, si se conocen las densidades de probabilidades de falla de cada uno de sus componentes. Estas densidades se pueden obtener mediante experimentos diseñados exprofeso o mediante consideraciones de carácter subjetivo basadas en experiencias previas con componentes semejantes, o en la experiencia del que estudia la confiabilidad del sistema.

Muchos sistemas pueden considerarse con los componentes *en serie o en paralelo*. Se dice que un sistema es *en serie* si sus componentes están conectados entre sí de tal manera que al fallar uno de ellos falla el sistema; en la fig 3.10 se muestra la representación clásica de un sistema de este tipo. Un sistema es en *paralelo* si para que falle éste se necesita que fallen todos sus componentes; en la fig 3.11 se encuentra la representación gráfica de un sistema de este tipo.

Para estimar la confiabilidad de un sistema en serie consideraremos que los componentes del mismo son *independientes*, es decir, que el hecho de que uno falle no influye en la probabilidad de que cualquier otro falle. En otras palabras, la confiabilidad del componente se mantiene inalterada cuando cualquier otro falla.

Puesto que para que un sistema en serie no falle se requiere que ninguno de sus componentes falle, su confiabilidad será igual al producto de las confiabilidades de cada uno de sus componentes (esto se debe a que el evento "no falla el sistema"

...

es la intersección de los eventos "no falla el componente i" en donde $i=1,2,\ldots,n$, y n es el total de componentes). En símbolos, la probabilidad de que no falle el sistema antes del tiempo t es

$$P|T\geq t| = R(t) = R_1(t) \times R_2(t) \times \ldots \times R_n(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \qquad (3.73)$$

en donde T es la variable aleatoria "tiempo de falla del sistema", t es un valor que puede asumir T, $R(t)$ es la probabilidad de que no falle el sistema hasta el tiempo t (su confiabilidad hasta t), y $R_i(t)$ es la probabilidad de que la componente i no falle antes de t. De la ec 3.73 se concluye que la confiabilidad de un sistema en serie decrece conforme aumenta el número de sus componentes, ya que se están multiplicando entre sí números menores de uno. Por ejemplo, si $n=4$ y $R_i(t)=0.9$ para toda i (los componentes son idénticos), entonces $R(t)=0.9 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 0.6561$; si $n=5$, $R(t)=0.9 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 0.59049$

Para que un sistema en paralelo falle es necesario que fallen *todos* sus componentes. Si dichos componentes son independientes, la probabilidad de falla del sistema en algún instante previo a t será

$$P|T\leq t| = F(t) = 1-R(t) = \prod_{i=1}^{n} |1-R_i(t)| \qquad (3.74)$$

por lo que la confiabilidad del sistema será $1-P|T\leq t|$, es decir

$$R(t) = 1-\prod_{i=1}^{n} |1-R_i(t)| \qquad (3.75)$$

Puesto que todas las probabilidades de falla que aparecen en el miembro derecho de la ec 3.74 son menores que uno, el resultado de aplicarla decrecerá conforme aumenta el número de componentes, es decir, la probabilidad de supervivencia de un sistema en paralelo aumenta conforme crece el número de sus componentes y, por consiguiente, su confiabilidad (ec 3.75) aumenta.

Por ejemplo, si un sistema en paralelo tiene cuatro componentes ($n=4$) y si $R_i(t)=0.9$, entonces su probabilidad de falla antes del tiempo t es (ec 3.74)

$$P|T \leq t| = F(t) = 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 0.0001$$

por lo que su confiabilidad (probabilidad de sobrevivencia) es

$$R(t) = 1 - 0.0001 = 0.9999$$

El hecho de que la confiabilidad de un sistema en paralelo es mayor que la de uno en serie, en igualdad del número de componentes y de sus confiabilidades, hace concluir que una manera de aumentar la confiabilidad de un sistema en serie consiste en ponerle algunos componentes en paralelo a aquellos que tengan baja confiabilidad, con lo cual se forma un sistema *mixto*, como el de la fig 3.12. A los componentes que se agregan con este objeto se les llama *redundantes*, porque no son indispensables para que funcione el sistema. Sin embargo, al añadirle componentes redundantes a un sistema se incrementan su costo, volumen, complejidad, etc., lo que en ocasiones desalienta la utilización de este recurso.

Para calcular la confiabilidad de un sistema mixto primero hay que obtener las confiabilidades de los grupos de componentes que están en paralelo, y luego considerar a dicho grupo como si fuese un elemento conectado en serie con una confiabilidad igual a la del grupo en paralelo. Así, en el caso presentado en la fig 3.12, en que la confiabilidad de cada componente hasta el instante t está anotada abajo de él, el primer grupo de elementos en paralelo tiene una confiabilidad igual a $R_1(t)=$ $1-0.3 \times 0.3 \times 0.3=0.973$; la del segundo grupo es $R_2(t)=1-0.2 \times 0.2=0.96$ (ver fig 3.13). La confiabilidad del sistema es, entonces,

$$R(t) = 0.99 \times 0.95 \times 0.973 \times 0.96 \times 0.90 = 0.7815$$

Si no hubiese habido componentes redundantes, la confiabilidad hubiera sido

$$R(t) = 0.99 \times 0.95 \times 0.70 \times 0.80 \times 0.90 = 0.4740$$

que es bastante menor que la del sistema que sí los tiene.

3.10 *El modelo exponencial en la confiabilidad de un sistema*

En esta sección emplearemos los resultados obtenidos para calcular las confiabilidades de sistemas en serie y en paralelo, suponiendo que las densidades de probabilidades, $f(t)$, de los tiempos de falla de los componentes son exponenciales, es decir,

$$f_i(t) = \lambda_i e^{-\lambda_i t}$$

en donde λ_i es la intensidad de fallas (número medio de fallas por unidad de tiempo) del i-ésimo componente.

Tomando en cuenta que

$$R(t) = 1-F(t) = 1-\int_0^t f(t)\,dt$$

obtenemos

$$R_i(t) = 1-\int_0^t \lambda_i e^{-\lambda_i t}dt = e^{-\lambda_i t} \qquad (3.76)$$

...

Si el sistema es en serie, su confiabilidad, de acuerdo con la ec 3.73, será

$$R(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} = e^{-(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i)t} = e^{-\theta t} \tag{3.77}$$

en donde

$$\theta = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \tag{3.78}$$

Puesto que el miembro derecho de la ec 3.77 tiene la misma forma que el de la ec 3.76, deducimos que la densidad de probabilidades del sistema en serie también es exponencial con parámetro θ, es decir, el número medio de fallas del sistema por unidad de tiempo queda dado por la ec 3.78. Además, puesto que el tiempo medio de falla de cada componente es (sec 3.8.2)

$$E_i(t) = \mu_i = 1/\lambda_i$$

tenemos que el tiempo medio falla del sistema, cuando cada componente que falla se reemplaza de inmediato con otro idéntico, es

$$E[T] = \mu = \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i} = \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_n} = \frac{1}{\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}+\ldots+\frac{1}{\mu_n}} \tag{3.79}$$

Para el caso de un sistema en paralelo, si las densidades de probabilidades de falla de las componentes son exponenciales, la confiabilidad es

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1-e^{\lambda_i t}) \tag{3.80}$$

Esta probabilidad no se puede factorizar en tal forma que tenga la apariencia de la ec 3.76, como sucedió con el

...

sistema en serie y, por consiguiente, la distribución de la confiabilidad de un sistema en paralelo no es exponencial. En estas condiciones, la intensidad de falla (fuerza de mortandad) del sistema se tendrá que obtener mediante la ec 3.61, y no resultará ser una constante.

El tiempo medio de falla también es difícil de obtener para el caso general en que las λ_i son diferentes. Si todas las λ_i son iguales a λ, entonces la ec 3.80 resulta en

$$R(t) = 1-(1-e^{-\lambda t})^n \qquad (3.81)$$

El desarrollo del bonimio del miembro derecho de la eç 3.81 conduce a

$$R(t) = \binom{n}{1}e^{-\lambda t} - \binom{n}{2}e^{-2\lambda t}+\ldots+(-1)^{n-1}e^{-n\lambda t} \qquad (3.82)$$

en donde $\binom{n}{i}$ denota al número de combinaciones que se pueden formar con n objetos tomando de i en i. Puesto que la densidad de probabilidades es

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{d}{dt}|1-R(t)| = -\frac{dR(t)}{dt}$$

obtenemos que la densidad de probabilidades del tiempo de falla del sistema en paralelo es

$$f(t)=\lambda\binom{n}{1}e^{-\lambda t} - 2\lambda\binom{n}{2}e^{-2\lambda t}+\ldots+(-1)^{n-1}n\lambda e^{-n\lambda t} \qquad (3.83)$$

La media del tiempo de falla es, entonces

$$E(t) = \mu = \int_0^\infty t f(t)dt = \lambda\binom{n}{1}\int_0^\infty te^{-\lambda t}dt-2\lambda\binom{n}{2}te^{-2\lambda t}dt+\ldots$$

$$+(-1)^{n-1}\, n\lambda \int^\infty te^{-n\lambda t}dt$$

$$=\frac{1}{\lambda}\binom{n}{1}-\frac{1}{2\lambda}\binom{n}{2}+\ldots+(-1)^{n-1}\frac{1}{n\lambda}$$

...

Por inducción matemática se puede demostrar que esta ecuación es equivalente a

$$\mu = \frac{1}{\lambda}\left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}\right) \tag{3.84}$$

por lo que la fuerza de mortandad resulta ser

$$\theta = \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}}$$

TABLA ...

ALGUNAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDADES

	Distribución	Densidad de probabilidades, $f_X(x)$	Esperanza	Variancia
	Binomial ($n=1,2,\ldots;0\leq p\leq 1;$ $q=1-p$)	$\binom{n}{x}p^x q^{n-x}$; $x=0,1,\ldots,n$ 0 ; $x<0$	np	npq
	Poisson ($\lambda>0$)	$\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$; $x=0,1,\ldots$ 0 ; $x<0$	λ	λ
	Geométrica ($0\leq p\leq 1$; $q=1-p$)	pq^{x-1} ; $x=0,1,\ldots$ 0 ; $x<0$	$1/p$	q/p^2
	Binomial negativa ($r=1,2,\ldots;0\leq p\leq 1;$ $q=1-p$)	$\binom{r+x-1}{x}p^r q^x$; $x=0,1,\ldots$ 0 ; $x<0$	rq/p	rq/p^2
CONTINUAS	Normal ($-\infty<\eta<\infty$; $0\leq\sigma^2<\infty$)	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\eta)^2/2\sigma^2}$; $-\infty<x<\infty$	η	σ^2
	Exponencial ($\lambda>0$)	$\lambda e^{-\lambda x}$; $x\geq 0$ 0 ; $x<0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$
	Uniforme en el intervalo de a a b	$\frac{1}{(b-a)}$; $a\leq x\leq b$ 0 ; $a>x$ o $b<x$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$
	Ji-cuadrada (χ^2) con n grados de libertad	$\frac{1}{2^{n/2}\Gamma(\frac{n}{2})}x^{(n/2-1)}e^{-x/2}$	n	$2n$

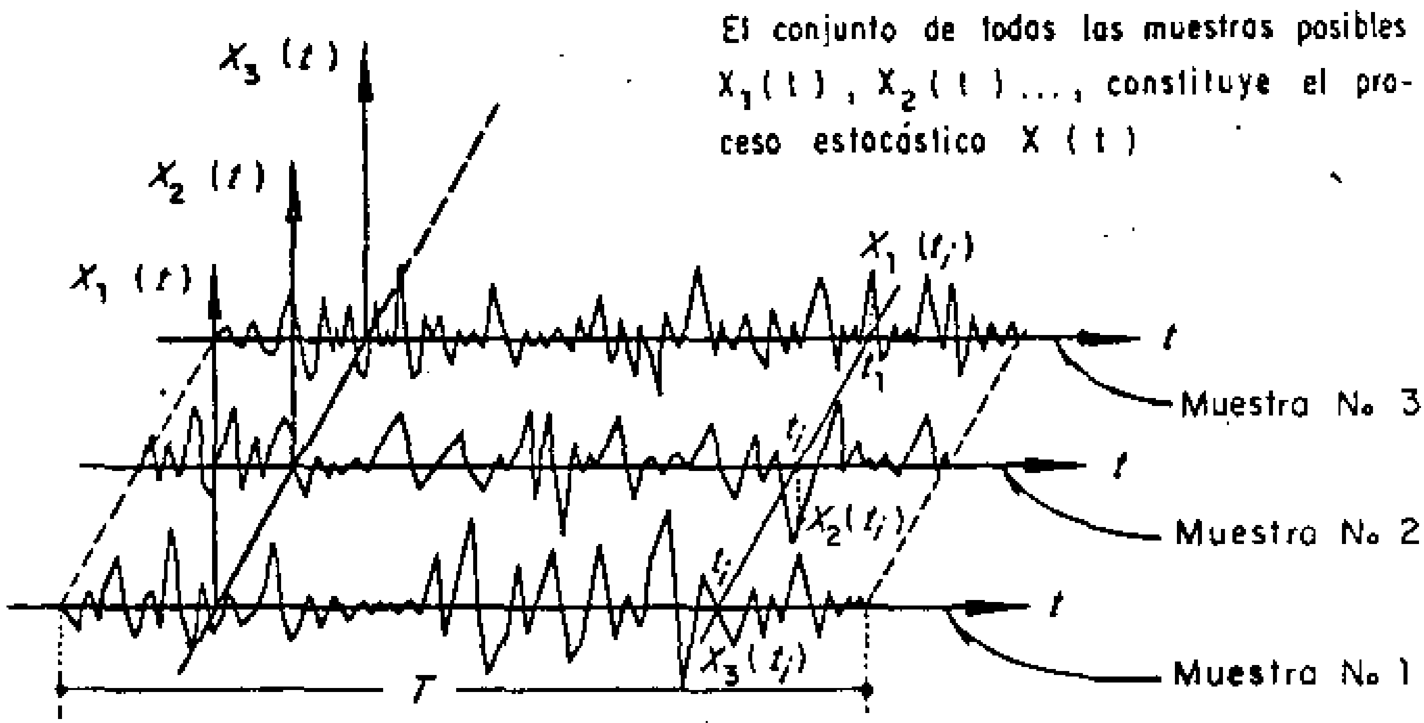


Fig 3.1.a Proceso estocástico de parámetro continuo

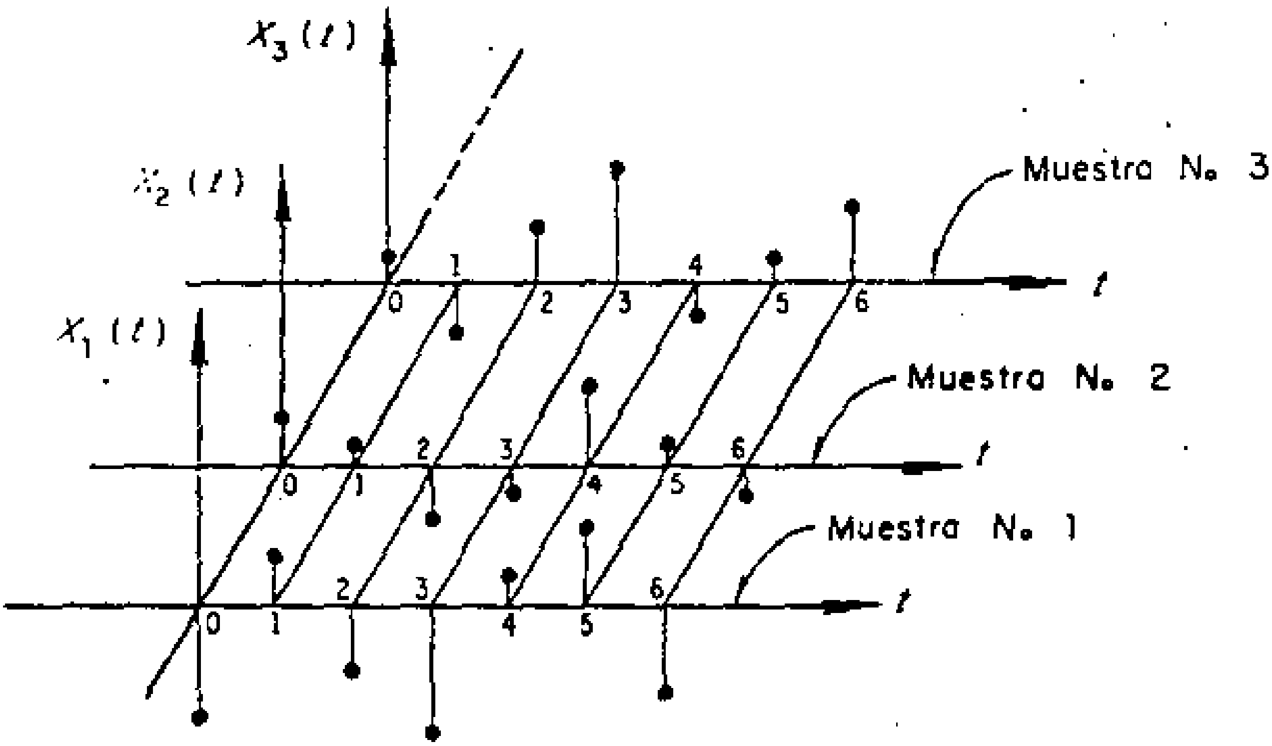


Fig 3.1.b Proceso estocástico de parámetro discreto

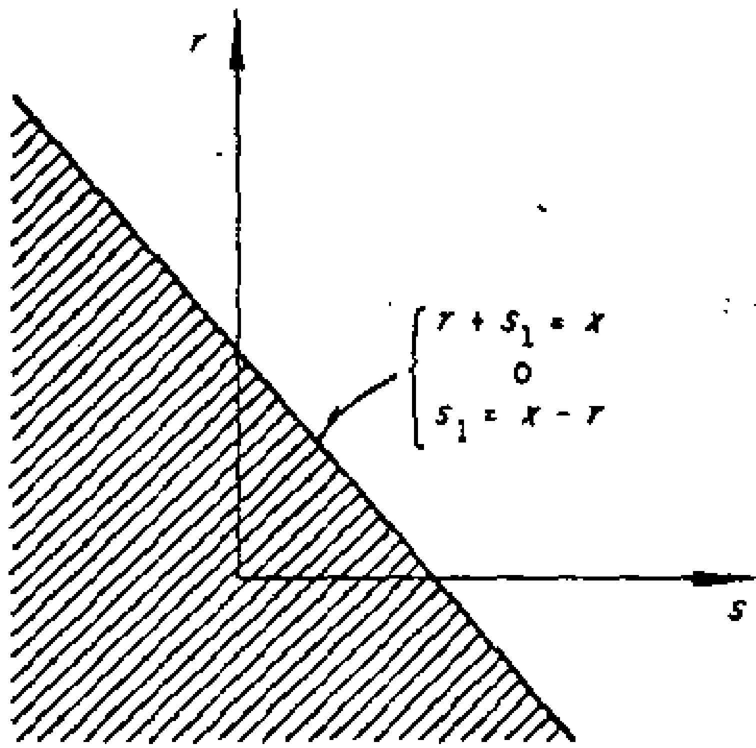


Fig 3.2 Región de integración donde $r + s_1 \leq x$

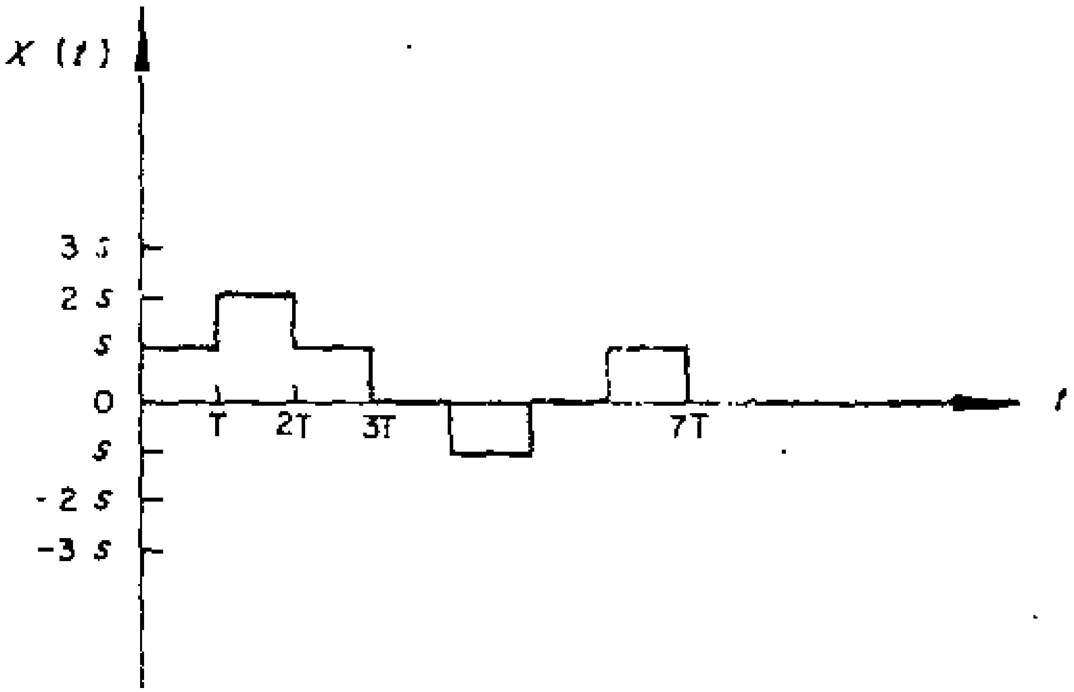


Fig 3.3 Función muestra de un paseo casual

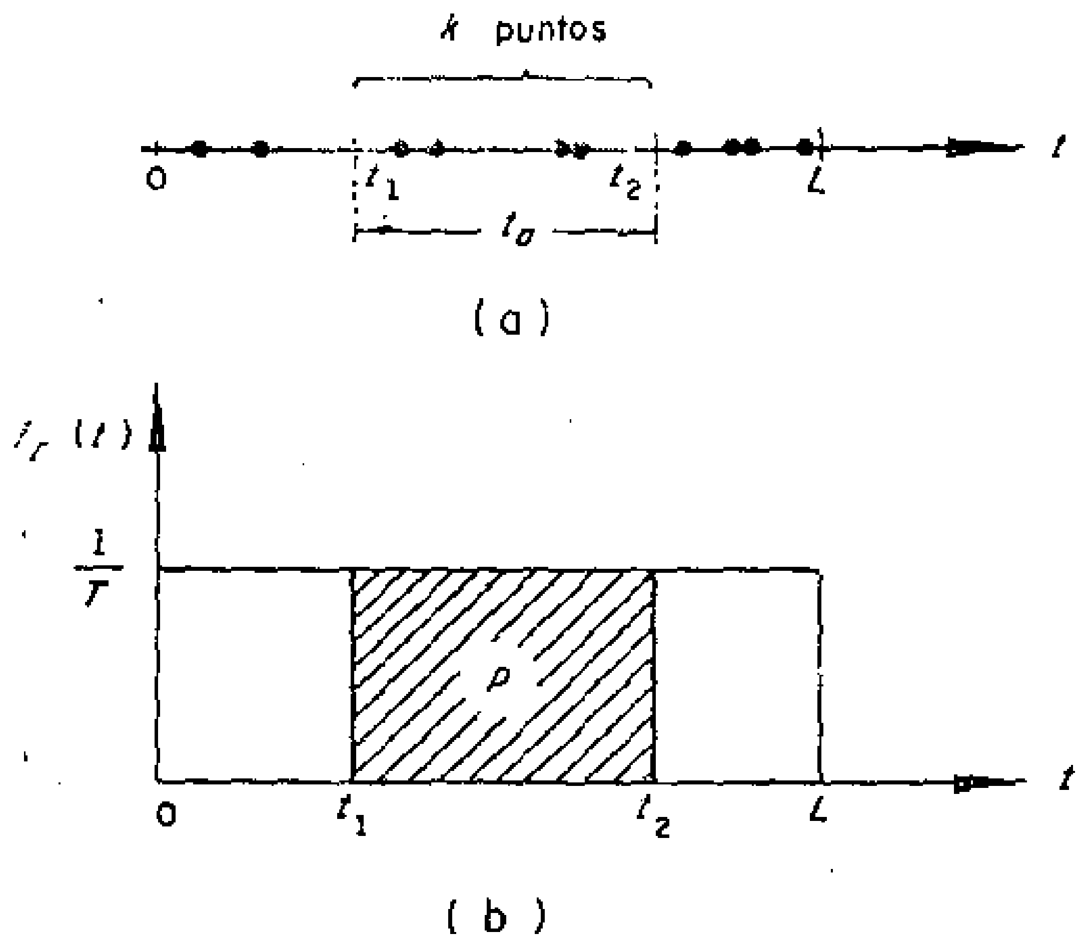


Fig 3.4 Ocurrencia aleatoria de eventos en un lapso de duración L

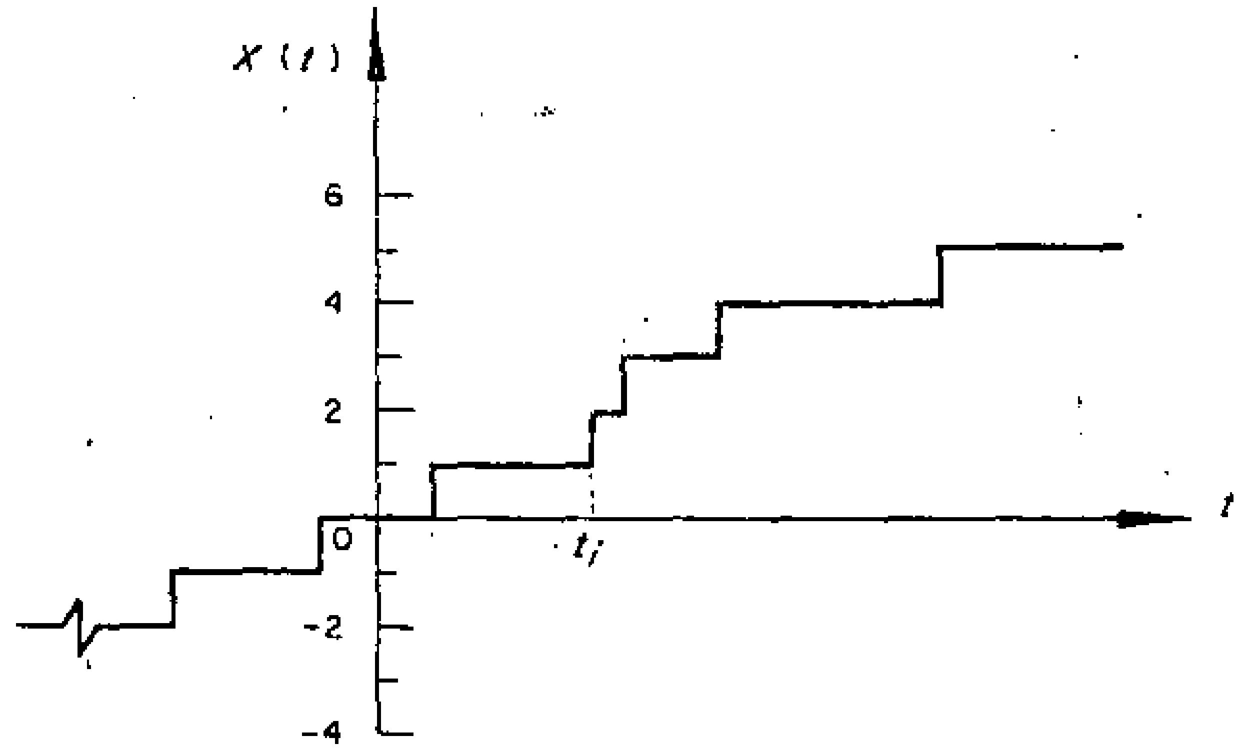


Fig . 3.5 Función muestra de un proceso simple de Poisson

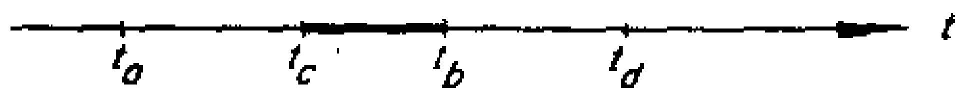


Fig 3.6 Zona de traslape de los intervalos de t_a a t_b , y de t_c a t_d

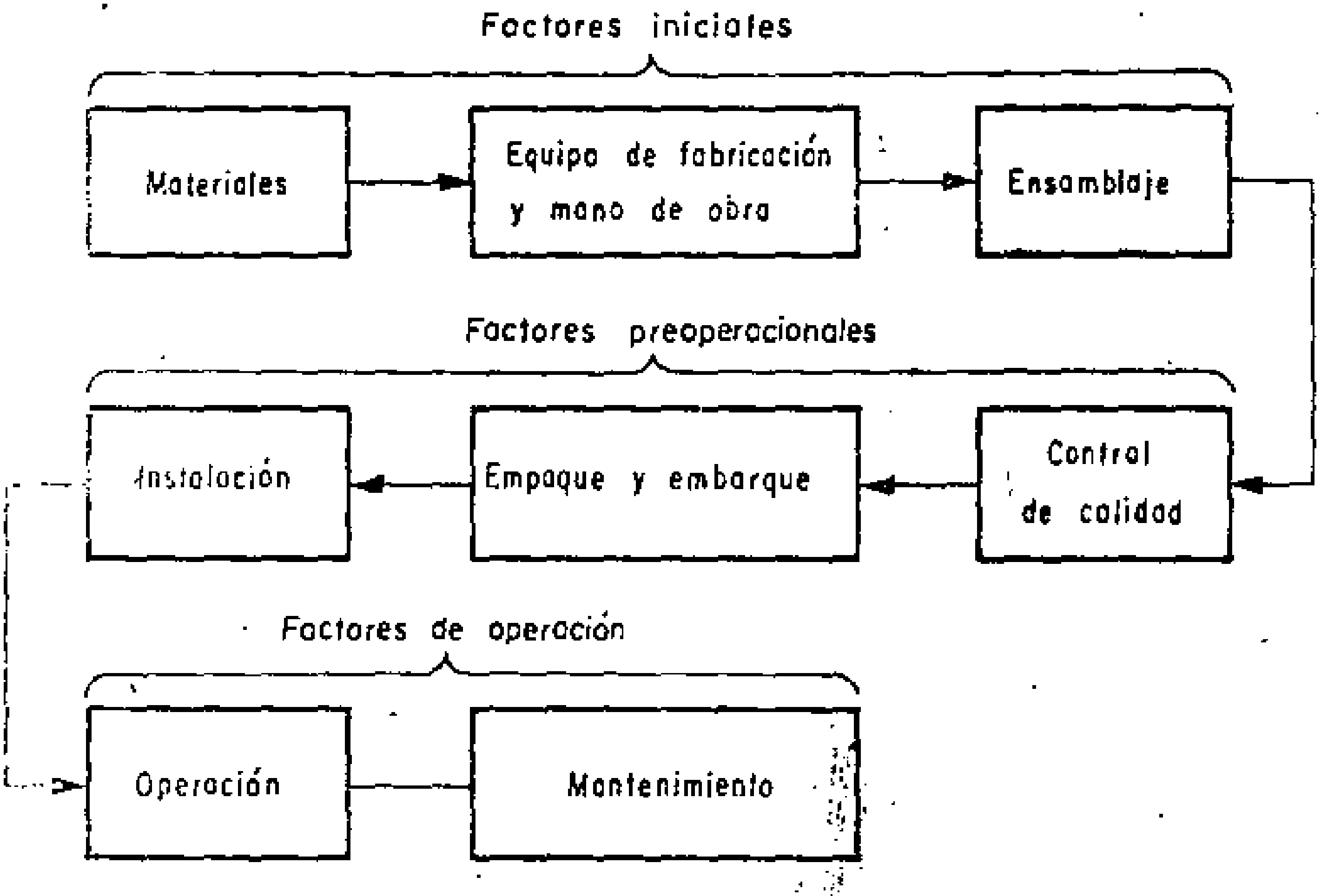


Fig 3.7 Factores que influyen en el comportamiento de un sistema

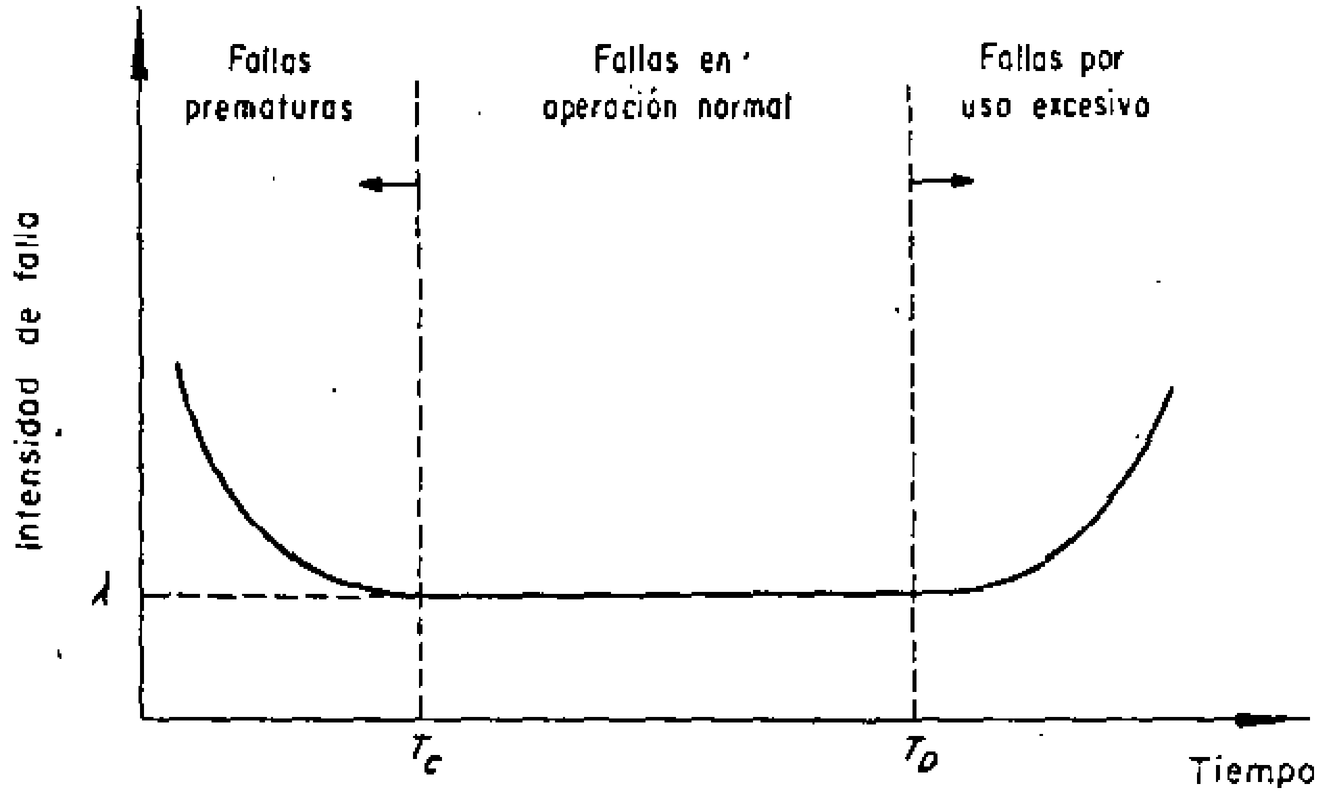


Fig 3.8 Intensidad de falla en función del tiempo de operación

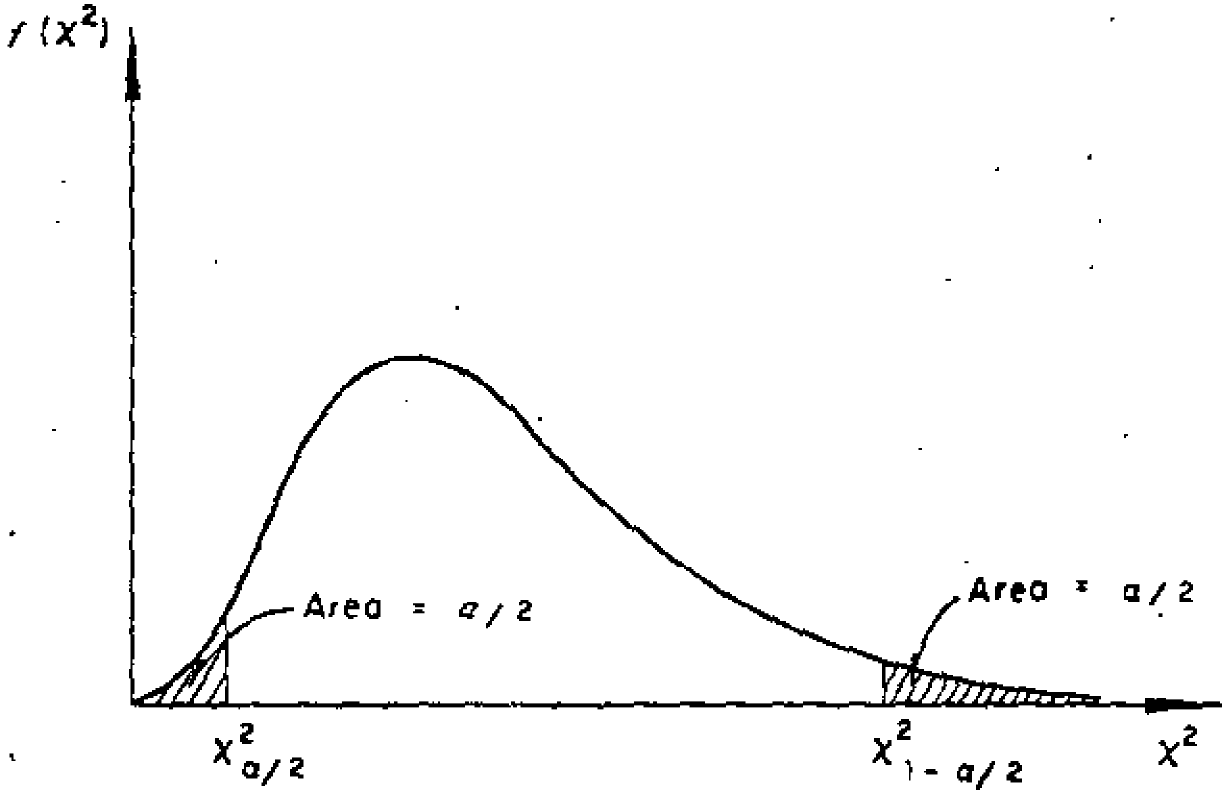


Fig 3.9 Distribución ji - cuadrada

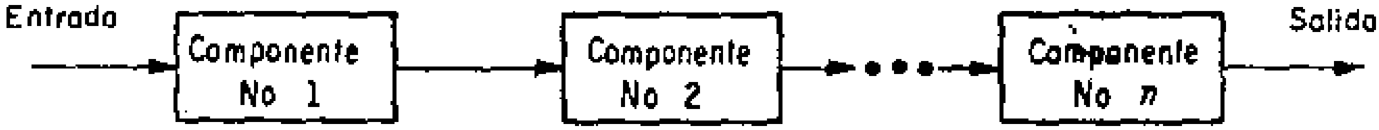


Fig 3.10 Sistema en serie

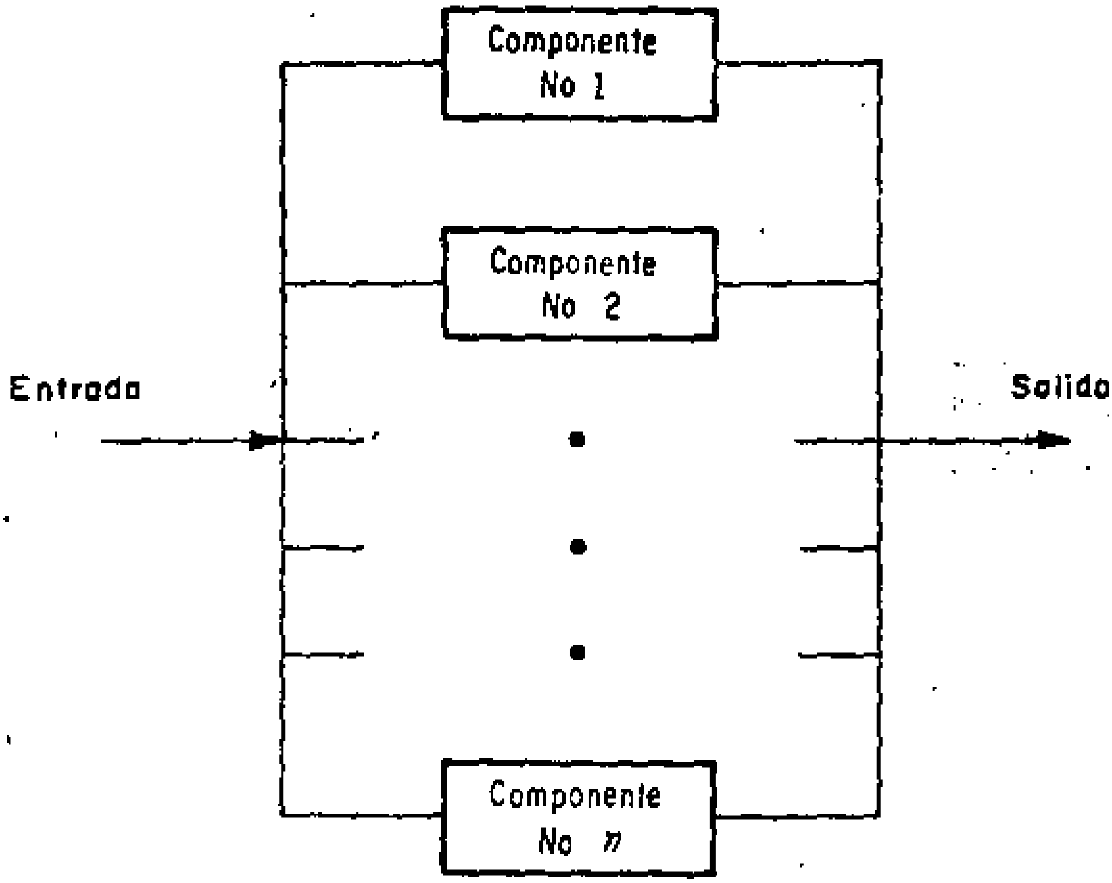


Fig 3.11 Sistema en paralelo

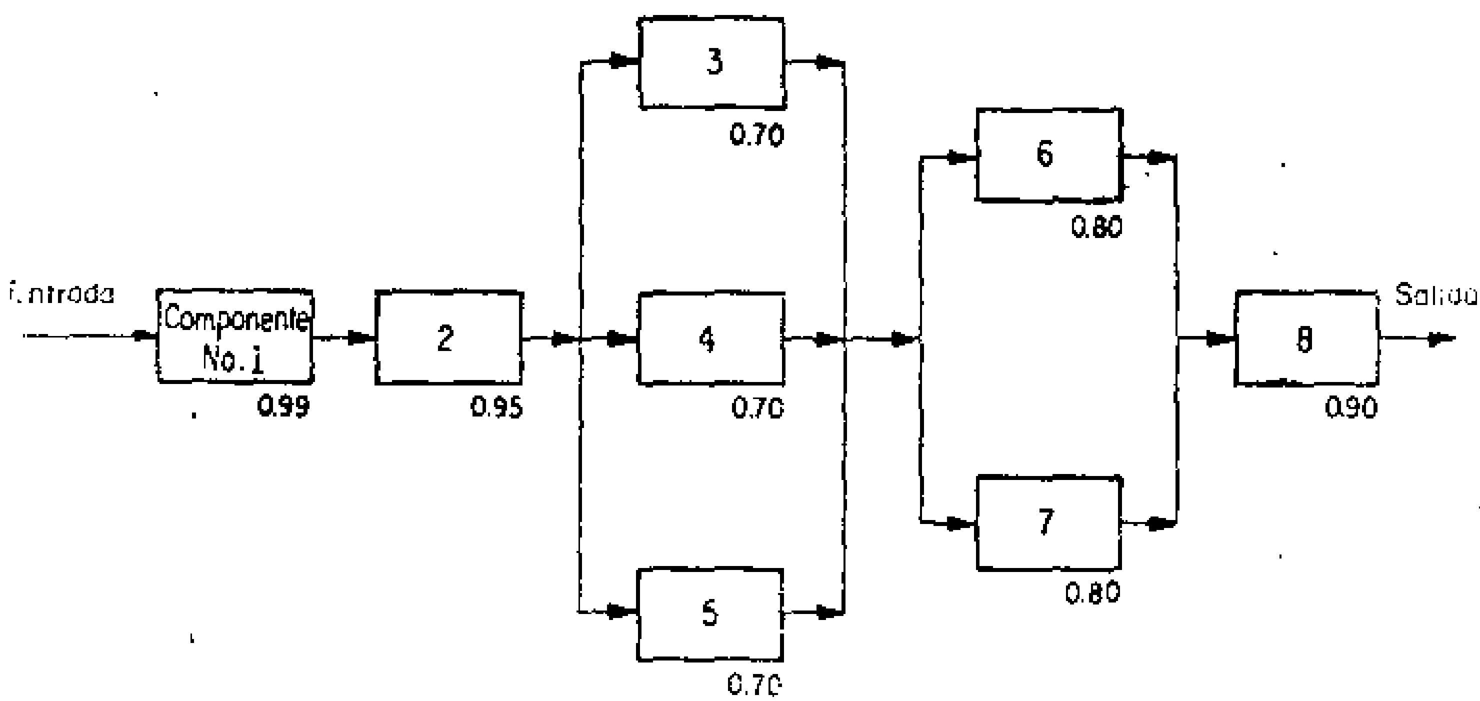


Fig 3.12 Sistema mixto

Fig 3.13 Sistema en serie equivalente al de la fig 3.12

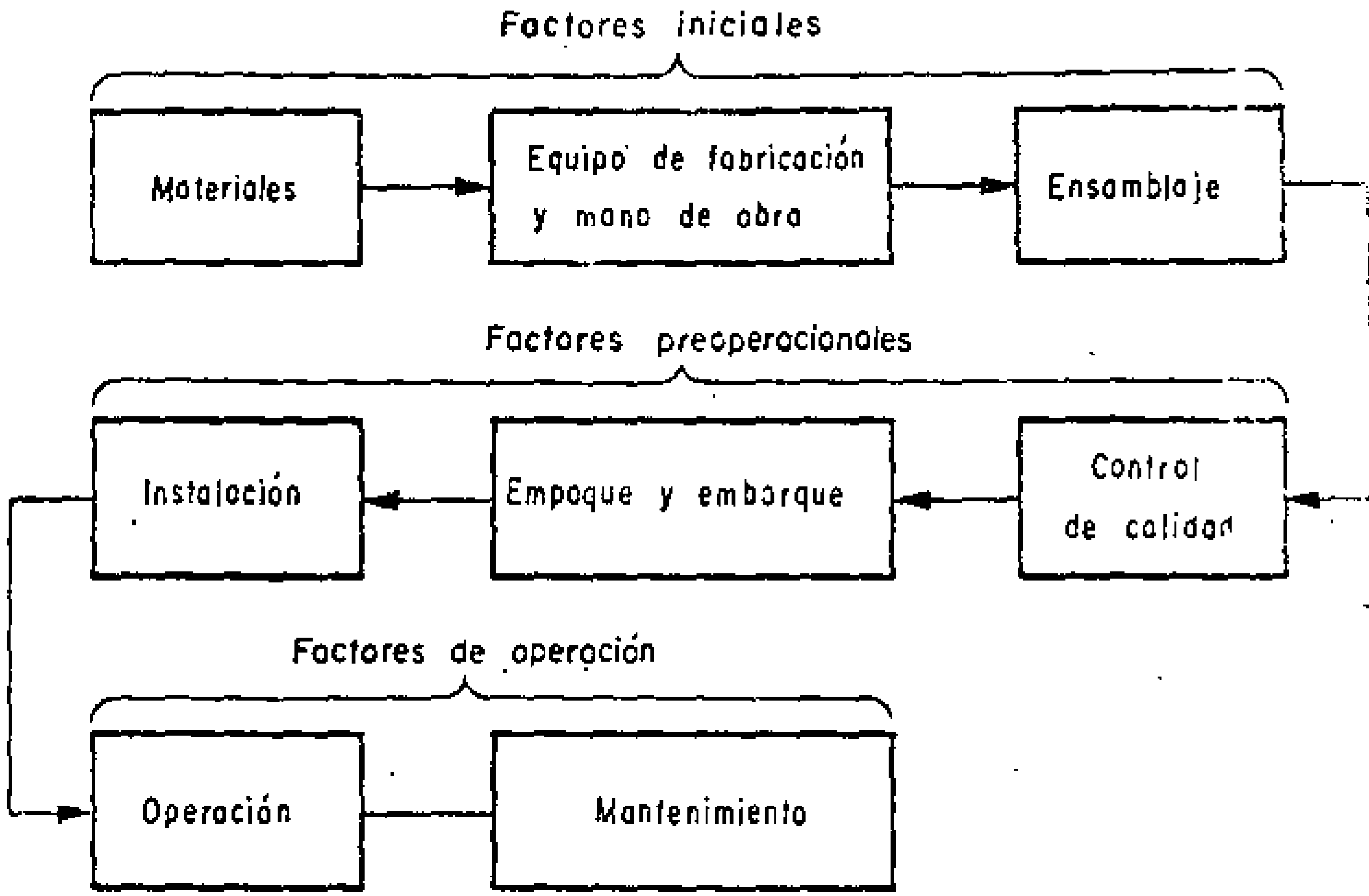


Fig 3.7 Factores que influyen en el comportamiento de un sistema

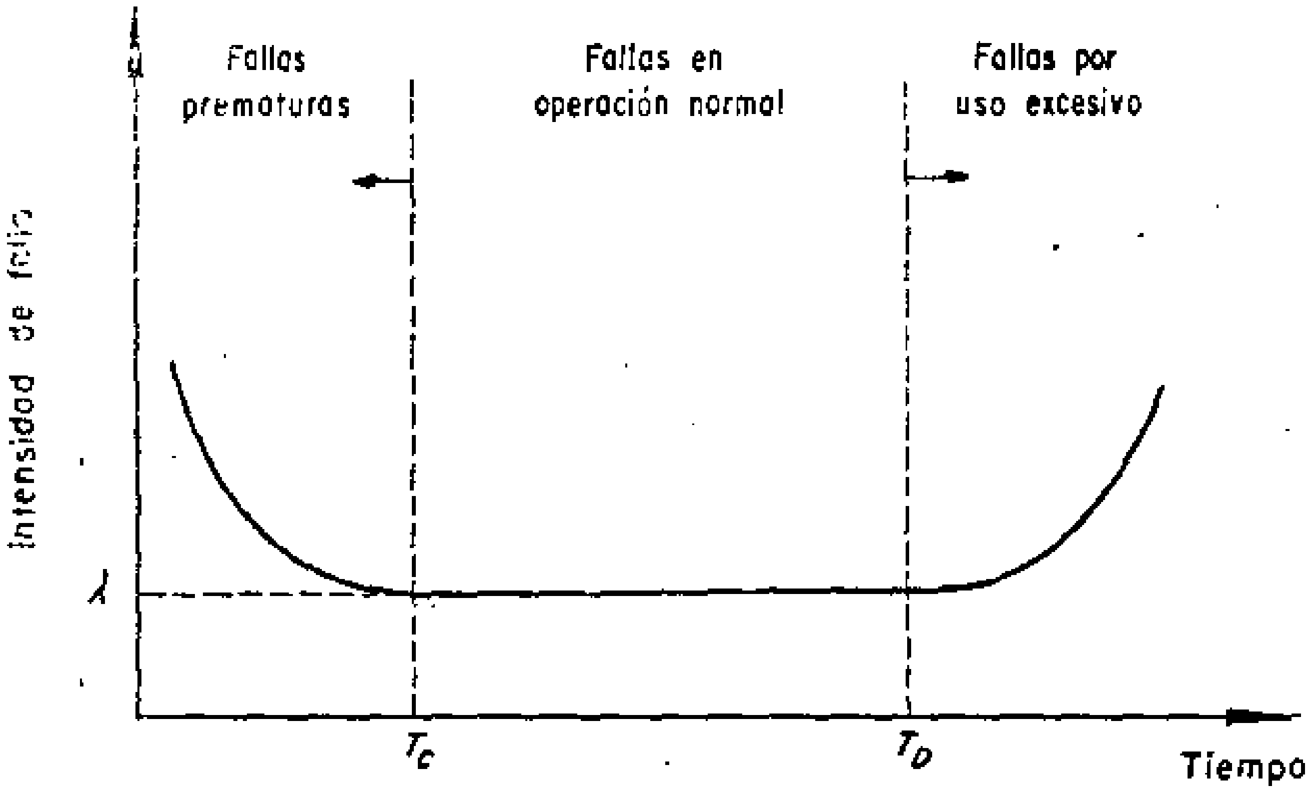


Fig 3.8 Intensidad de falla en función del tiempo de operación

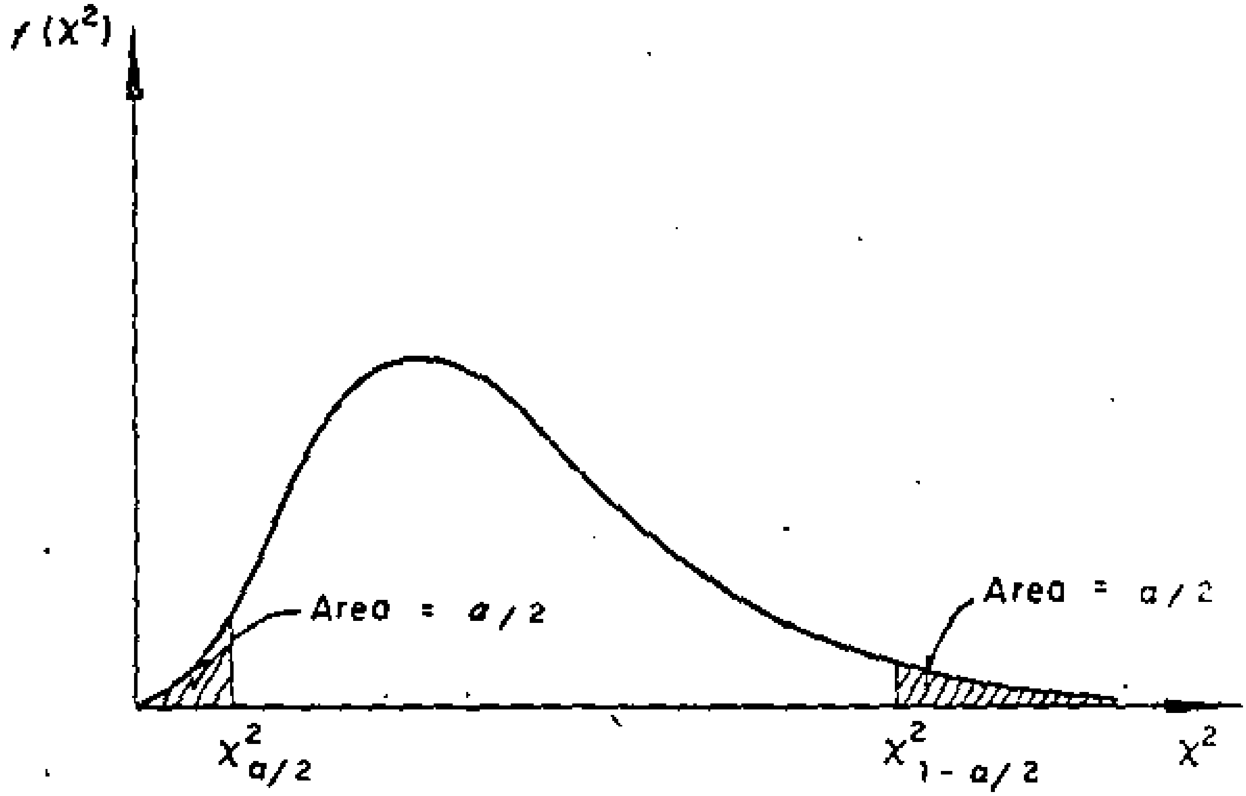


Fig 3.9 Distribución ji - cuadrada

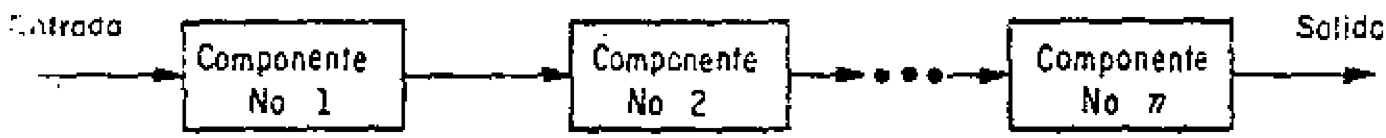


Fig 3.10 Sistema en serie

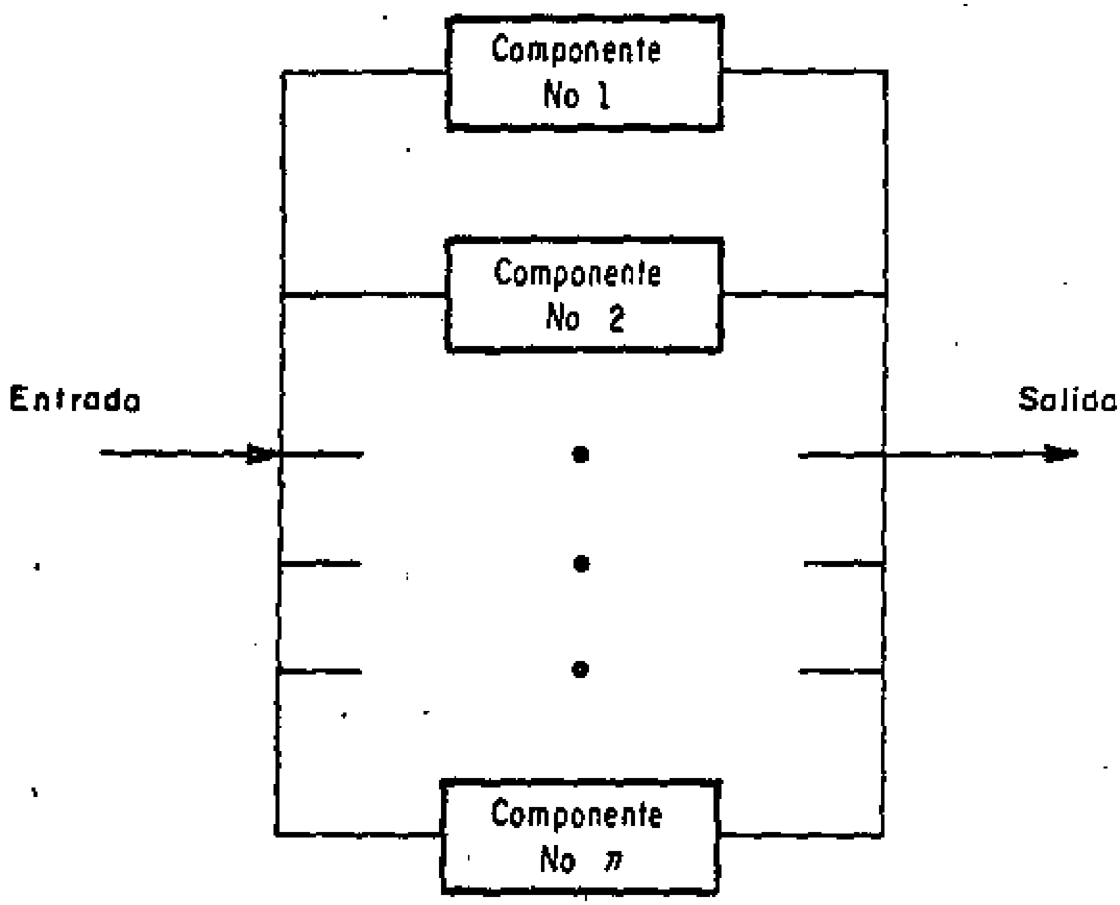


Fig 3.11 Sistema en paralelo

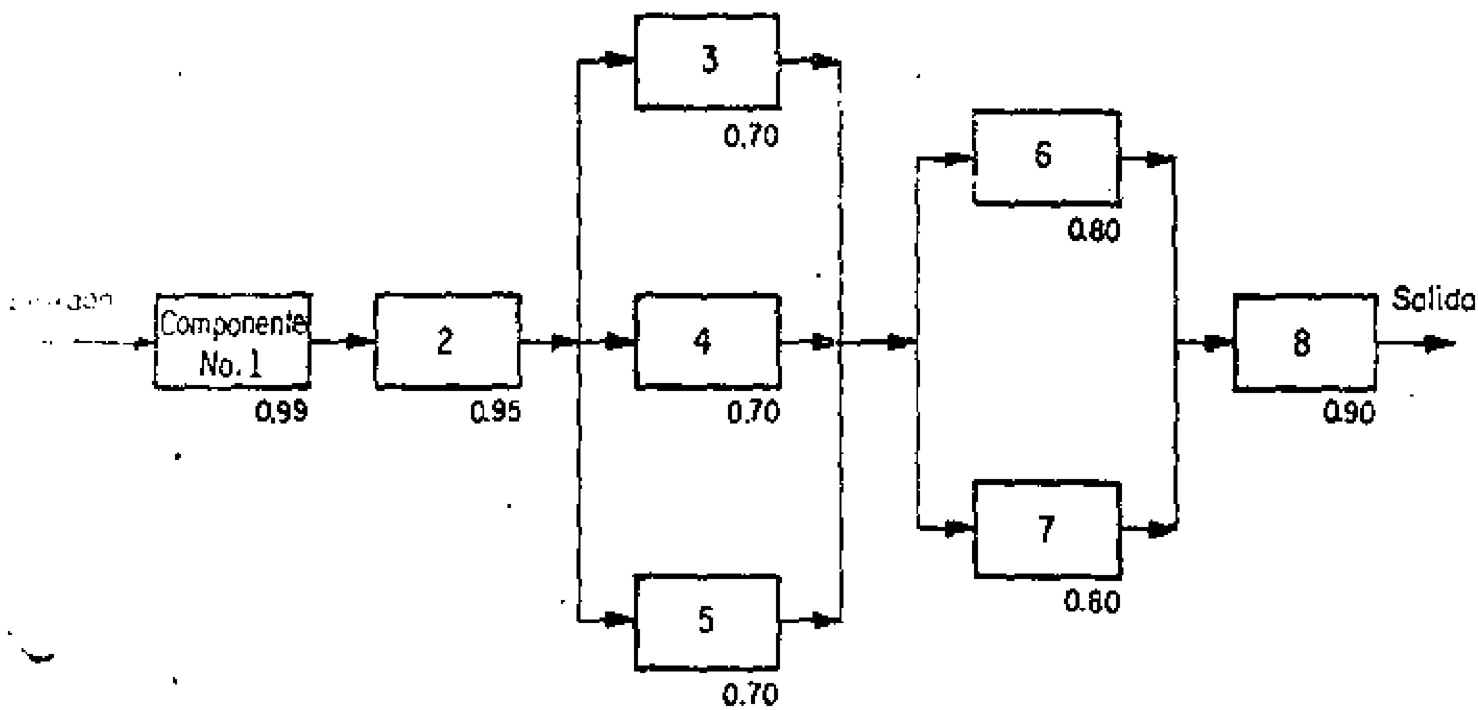


Fig 3.12 Sistema mixto

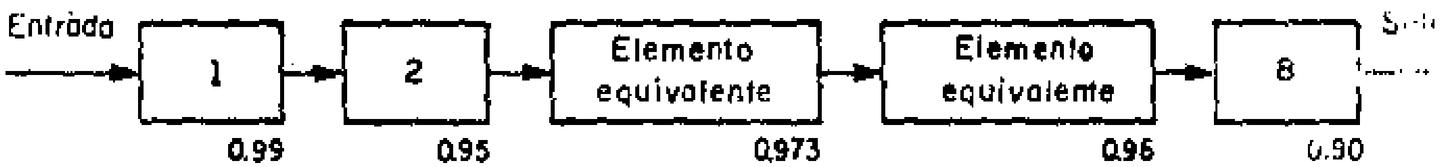
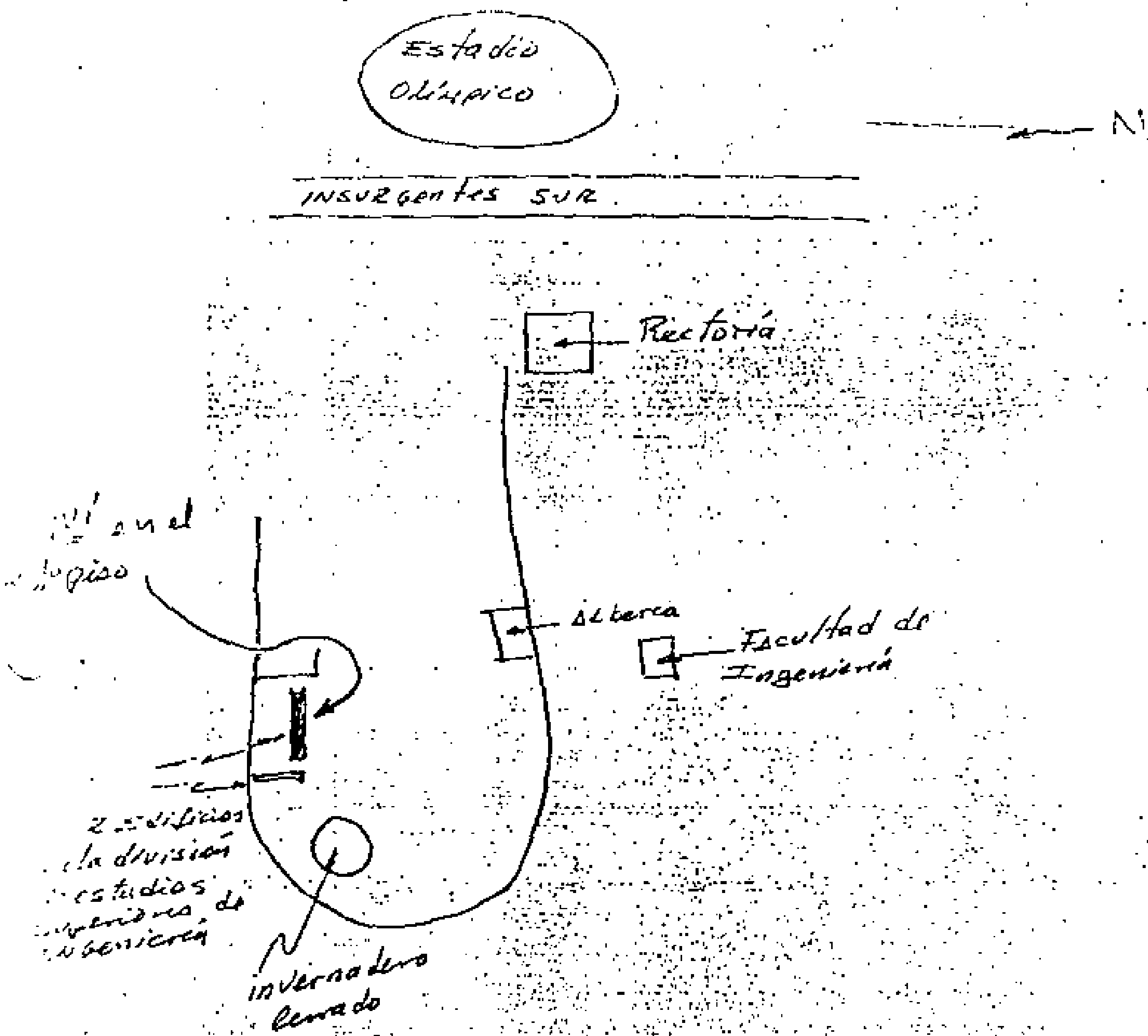


Fig 3.13 Sistema en serie equivalente al de la fig 3.12


Estadio
Olímpico
N
INSURGENTES SUR
Rectoría
Alberca
Facultad de
Ingeniería
invernadero

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

E J E M P L O S

M. EN I. CARLOS JAVIER MENDOZA ESCOBEDO

6 NOVIEMBRE, 1981

Control del contenido de cemento asfáltico

Muestra	1	2	3	4	$\bar{X}$	R
1	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	0.0
2	4.1	5.2	4.3	4.3	4.5	1.1
3	4.8	4.6	4.4	4.6	4.6	0.4
4	4.5	4.9	4.6	4.8	4.7	0.4
5	5.4	5.2	5.3	5.0	5.2	0.4
6	4.9	5.2	5.3	4.7	5.0	0.6
7	5.6	5.1	4.8	6.0	5.1	0.8
8	5.0	5.3	5.4	5.5	5.3	0.5
9	5.6	6.0	5.4	6.2	5.8	0.8
10	4.6	5.1	5.4	5.0	5.0	0.8
11	6.2	5.7	5.8	6.0	5.7	0.7
12	5.9	5.8	6.0	6.1	5.9	0.3
13	5.5	5.7	5.5	5.6	5.6	0.2
14	4.6	5.1	5.4	5.0	5.0	0.8
15	5.5	5.3	5.0	5.5	5.3	0.5
16	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	0.0
17	5.8	5.6	4.9	6.0	5.6	1.1
18	4.8	5.2	5.7	6.0	5.4	1.2
19	5.6	5.5	5.7	5.4	5.5	0.3
20	5.7	5.9	5.6	5.8	5.7	0.3
				Σ	104.8	10.9

$$\bar{\bar{X}} = \frac{104.8}{20} = 5.24$$

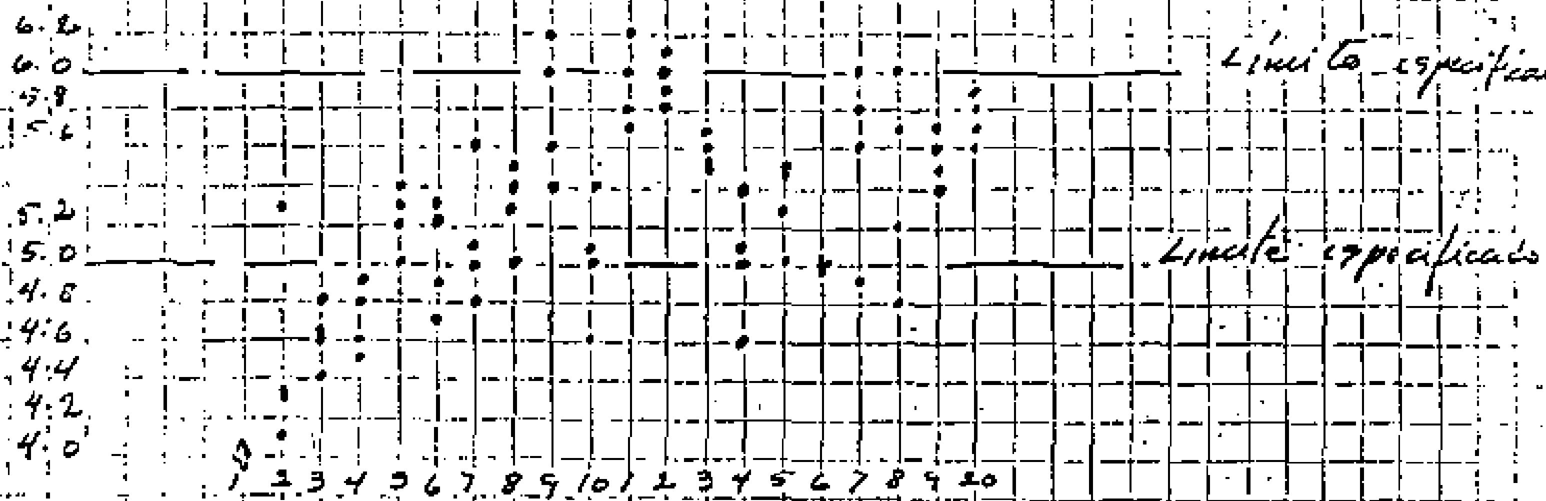
$$\bar{R} = \frac{10.9}{20} = 0.545$$

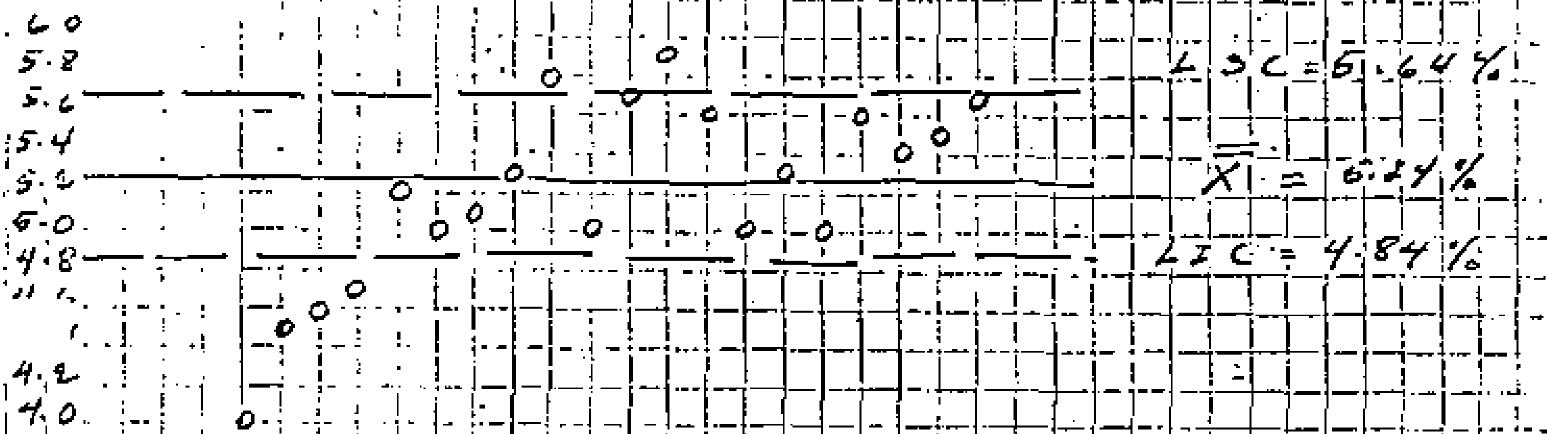
$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 5.24 + 0.73 \times 0.545 = 5.24 + 0.4 = 5.64$$

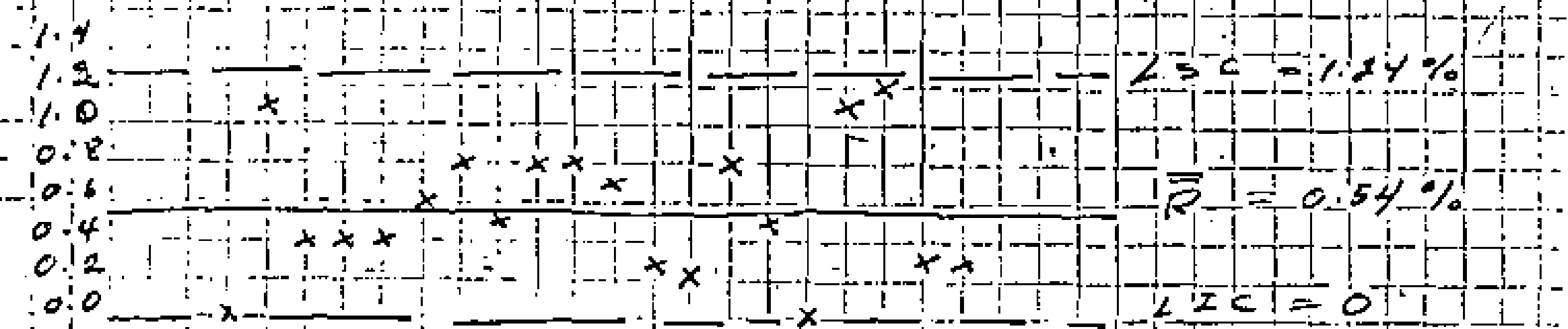
$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 5.24 - 0.4 = 4.84$$

$$LSC = D_4 \bar{R} = 2.28 \times 0.545 = 1.24$$

$$LIC = D_3 \bar{R} = 0$$


6.2
6.0
5.8
5.6
5.2
5.0
4.8
4.6
4.4
4.2
4.0
Limite especifica
Limite especificado
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 20


6.0
5.8
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.2
4.0
LSC = 5.64 %
X̄ = 5.24 %
LIC = 4.84 %


1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
LSC = 1.24 %
R̄ = 0.54 %
LIC = 0

Muestra	Grado de compactación			X	R
1	94	87	98	93	11
2	90	93	98	93	8
3	92	95	93	93	3
4	98	93	94	94	2
5	95	97	96	96	2
6	94	97	95	95	3
7	92	91	89	91	3
8	88	93	95	92	7
9	85	90	92	89	7
10	80	85	90	85	10
11	90	93	89	91	1
12	92	91	93	92	2
13	98	99	105	101	7
14	100	101	100	100	1
15	95	95	95	95	0
16	95	94	95	95	1
17	86	95	105	95	19
18	90	90	90	90	0
19	91	93	85	90	8
20	95	94	97	95	3
21	94	95	97	95	3
22	98	97	100	98	3
23	97	98	99	98	2
24	96	95	94	95	2
25	93	95	78	95	5
			Σ	2346	116

$$\bar{\bar{X}} = \frac{2346}{25} = 93.8$$

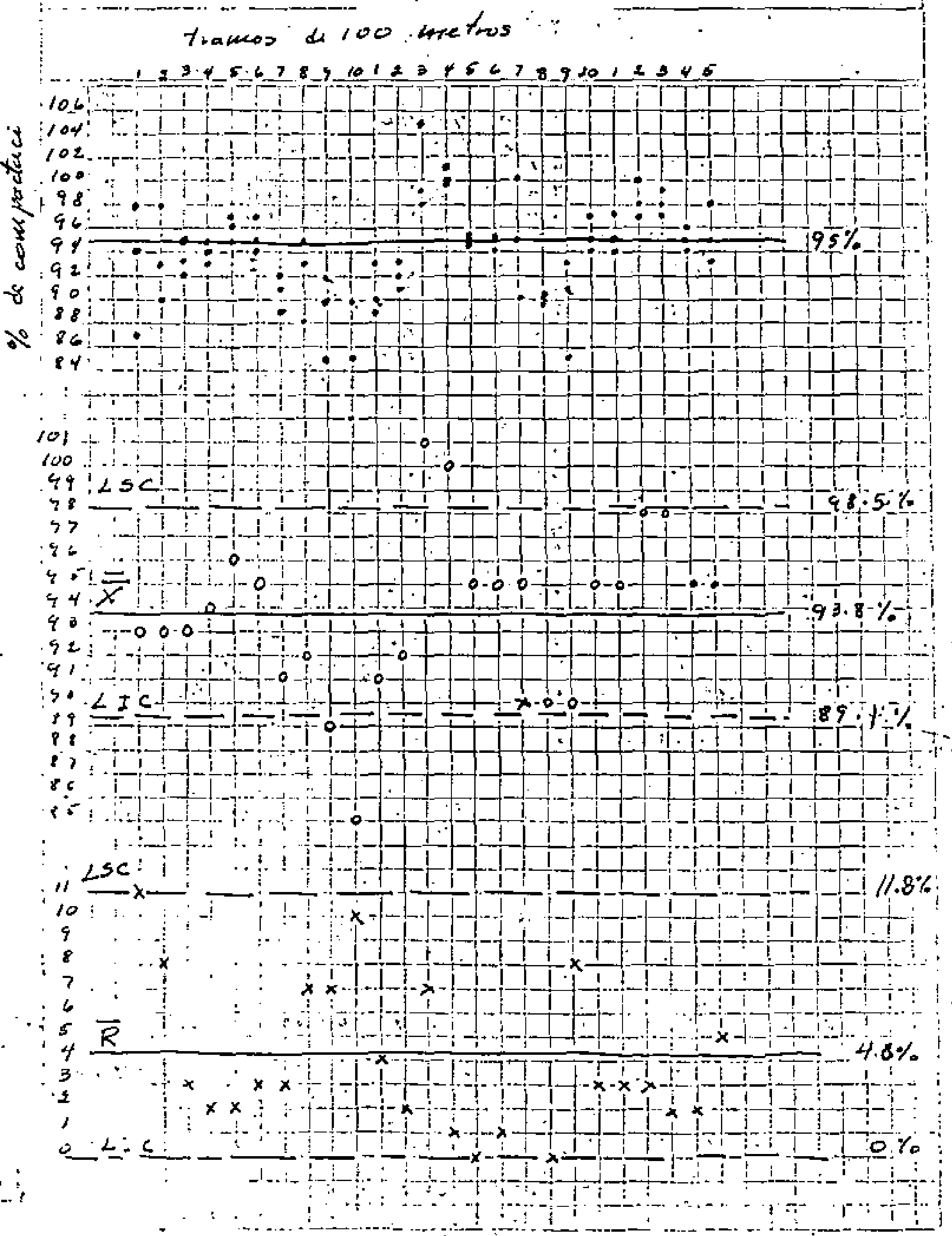
$$\bar{R} = \frac{116}{25} = 4.6$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 93.8 + 1.02 \times 4.6 = 93.8 + 4.7 = 98.5$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 93.8 - 1.02 \times 4.6 = 93.8 - 4.7 = 89.1$$

$$LIC = D_3 \bar{R} = 0 \times 4.6 = 0$$

$$LSC = D_4 \bar{R} = 2.57 \times 4.6 = 11.8$$


tramos de 100 metros
% de compactaci
95%
LSC
98.5%
93.8%
LIC
89.1%
LSC
11.8%
4.8%
L.I.C
0%

Carta de control por fracción defectiva $\bar{p}$

Control de una granulometría.

Subgrupo	Número de observaciones	Número de defectuosos	Fracción defectiva	$\frac{3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}}$	LSC $3\sigma_p$	$\frac{2\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}}$	LSC $2\sigma_p$
1	28	0	0.000	0.152	0.230	0.102	0.180
2	25	1	0.040	0.161	0.239	0.108	0.186
3	29	0	0.000	0.149	0.227	0.099	0.177
4	22	2	0.091	0.171	0.249	0.114	0.192
5	24	3	0.125	0.164	0.242	0.109	0.187
6	26	2	0.077	0.158	0.236	0.105	0.183
7	26	5	0.192	0.158	0.236	0.105	0.183
8	23	6	0.260	0.168	0.246	0.112	0.190
9	24	3	0.125	0.164	0.242	0.109	0.187
10	28	2	0.071	0.152	0.230	0.101	0.179
11	20	1	0.050	0.180	0.258	0.120	0.198
12	21	4	0.190	0.176	0.254	0.117	0.195
13	29	2	0.069	0.149	0.227	0.099	0.177
14	35	6	0.171	0.136	0.214	0.090	0.168
15	28	5	0.178	0.152	0.230	0.101	0.179
16	33	3	0.091	0.140	0.218	0.093	0.171
17	35	2	0.057	0.136	0.214	0.090	0.168
18	30	0	0.000	0.141	0.225	0.098	0.176
19	29	0	0.000	0.149	0.227	0.099	0.177
20	28	0	0.000	0.152	0.200	0.102	0.180
21	27	0	0.000	0.155	0.233	0.103	0.181
22	23	1	0.043	0.168	0.246	0.112	0.190
23	20	2	0.100	0.180	0.258	0.120	0.198
24	21	1	0.040	0.175	0.253	0.117	0.195
25	22	0	0.000	0.171	0.249	0.114	0.192
Σ	656	51					

$$\bar{p} = \frac{51}{656} = 0.078 \qquad 3\sigma_p = 3\sqrt{0.078(1-0.078)} = 0.805$$

$$2\sigma_p = 0.536$$

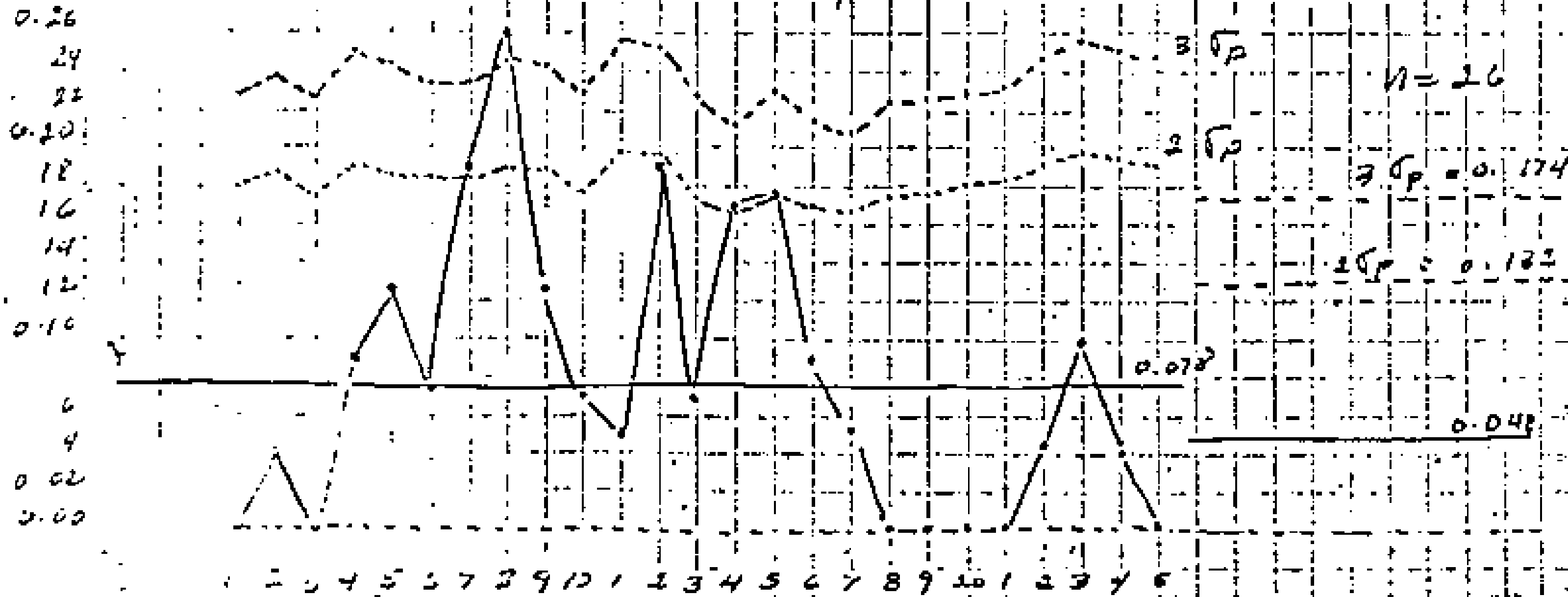


TABLA C. FACTORES PARA DETERMINAR LOS LIMITES DE CONTROL DE 3 SIGMA A PARTIR DE $\bar{R}$ PARA GRAFICAS $\bar{X}$ Y R

Número de observaciones en el subgrupo	Factor para la gráfica $\bar{X}$	Factores para la gráfica R	
		Límite inferior de control	Límite superior de control
n	A_2	D_3	D_4
2	1.88	0	3.27
3	1.02	0	2.57
4	0.73	0	2.28
5	0.58	0	2.11
6	0.48	0	2.00
7	0.42	0.08	1.92
8	0.37	0.14	1.86
9	0.34	0.18	1.82
10	0.31	0.22	1.78
11	0.29	0.26	1.74
12	0.27	0.28	1.72
13	0.25	0.31	1.69
14	0.24	0.33	1.67
15	0.22	0.35	1.65
16	0.21	0.36	1.64
17	0.20	0.38	1.62
18	0.19	0.39	1.61
19	0.19	0.40	1.60
20	0.18	0.41	1.59

Límite superior de control para $\bar{X} = LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$
Límite inferior de control para $\bar{X} = LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$

(Si se usa un valor intentado o estándar de $\bar{X}'$ en lugar de $\bar{\bar{X}}$ como línea central de la gráfica de control, $\bar{X}'$ deberá ser sustituida por $\bar{\bar{X}}$ en las fórmulas precedentes.)

Límite superior de control para $R = LSC_R = D_4\bar{R}$
Límite inferior de control para $R = LIC_R = D_3\bar{R}$

Todos los factores en la Tabla C están basados en la distribución normal.

TABLA *D*. FACTORES PARA DETERMINAR LOS LIMITES DE CONTROL DE 3 SIGMA PARA GRAFICAS DE $\bar{X}$ Y σ A PARTIR DE σ

Número de observaciones en el subgrupo n	Factor para la gráfica $\bar{X}$ A_1	Factores para la gráfica σ: Límite inferior de control B_3	Factores para la gráfica σ: Límite superior de control B_4
2	3.76	0	3.27
3	2.39	0	2.57
4	1.88	0	2.27
5	1.60	0	2.09
6	1.41	0.03	1.97
7	1.28	0.12	1.88
8	1.17	0.19	1.81
9	1.09	0.24	1.76
10	1.03	0.28	1.72
11	0.97	0.32	1.68
12	0.93	0.35	1.65
13	0.88	0.38	1.62
14	0.85	0.41	1.59
15	0.82	0.43	1.57
16	0.79	0.45	1.55
17	0.76	0.47	1.53
18	0.74	0.48	1.52
19	0.72	0.50	1.50
20	0.70	0.51	1.49
21	0.68	0.52	1.48
22	0.66	0.53	1.47
23	0.65	0.54	1.46
24	0.63	0.55	1.45
25	0.62	0.56	1.44
30	0.56	0.60	1.40
35	0.52	0.63	1.37
40	0.48	0.66	1.34
45	0.45	0.68	1.32
50	0.43	0.70	1.30
55	0.41	0.71	1.29
60	0.39	0.72	1.28
65	0.38	0.73	1.27
70	0.36	0.74	1.26
75	0.35	0.75	1.25
80	0.34	0.76	1.24
85	0.33	0.77	1.23
90	0.32	0.77	1.23
95	0.31	0.78	1.22
100	0.30	0.79	1.21

Límite superior de control para $\bar{X} = LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + A_1\sigma$

Límite inferior de control para $\bar{X} = LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - A_1\sigma$

(Si se usa un valor intentado o estándar $\bar{X}'$ en lugar de $\bar{X}$ como línea central de la gráfica de control, $\bar{X}'$ deberá ser sustituida por $\bar{X}$ en las fórmulas precedentes.)

Límite superior de control para $\sigma = LSC_\sigma = B_4\sigma$

Límite inferior de control para $\sigma = LIC_\sigma = B_3\sigma$

Todos los factores en la Tabla *D* están basados en la distribución normal.

TABLA B. FACTORES PARA ESTIMAR σ' A PARTIR DE $\bar{R}$ O $\bar{\sigma}$

Número de observaciones en el subgrupo n	Factor para estimar σ' a partir de $\bar{R}$ $d_2 = \bar{R}/\sigma'$	Factor para estimar σ' a partir de $\bar{\sigma}$ $c_2 = \bar{\sigma}/\sigma'$
2	1.128	0.5642
3	1.693	0.7236
4	2.059	0.7979
5	2.326	0.8407
6	2.534	0.8686
7	2.704	0.8882
8	2.847	0.9027
9	2.970	0.9139
10	3.078	0.9227
11	3.173	0.9300
12	3.258	0.9359
13	3.336	0.9410
14	3.407	0.9453
15	3.472	0.9490
16	3.532	0.9523
17	3.588	0.9551
18	3.640	0.9576
19	3.689	0.9599
20	3.735	0.9619
21	3.778	0.9638
22	3.819	0.9655
23	3.858	0.9670
24	3.895	0.9684
25	3.931	0.9696
30	4.086	0.9748
35	4.213	0.9784
40	4.322	0.9811
45	4.415	0.9832
50	4.498	0.9849
55	4.572	0.9863
60	4.639	0.9874
65	4.699	0.9884
70	4.755	0.9892
75	4.806	0.9900
80	4.854	0.9906
85	4.898	0.9912
90	4.939	0.9916
95	4.978	0.9921
100	5.015	0.9925

Estimación de $\sigma' = \bar{R}/d_2$ o bien $\bar{\sigma}/c_2$.
Estos factores suponen muestras de un universo normal.

TABLA I

Número de observaciones en la muestra n	Carta para promedios			Carta para desviaciones estándar						Carta para rangos							Carta X
	Factores para límites de control			Factores para línea central		Factores para límites de control				Factores para línea central		Factores para límites de control					Factor para límites de control
	A	A_1	A_2	c_2	$1/c_2$	B_1	B_2	B_3	B_4	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4	E_2
2....	2.121	3.760	1.880	0.5642	1.7725	0	1.843	0	3.267	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267	2.660
3....	1.732	2.394	1.023	0.7236	1.3820	0	1.858	0	2.568	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575	1.772
4....	1.500	1.880	0.729	0.7979	1.2533	0	1.808	0	2.266	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282	1.457
5....	1.342	1.596	0.577	0.8407	1.1894	0	1.756	0	2.089	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115	1.290
6....	1.225	1.410	0.483	0.8686	1.1512	0.026	1.711	0.030	1.970	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004	1.184
7....	1.134	1.277	0.419	0.8882	1.1259	0.105	1.672	0.118	1.882	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924	1.109
8....	1.061	1.175	0.373	0.9027	1.1078	0.167	1.638	0.185	1.815	2.847	0.3512	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864	1.054
9....	1.000	1.094	0.337	0.9139	1.0942	0.219	1.609	0.239	1.761	2.970	0.3367	0.808	0.546	5.394	0.184	1.816	1.010
10....	0.949	1.028	0.308	0.9227	1.0837	0.262	1.584	0.284	1.716	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777	0.975
11....	0.905	0.973	0.285	0.9300	1.0753	0.299	1.561	0.321	1.679	3.173	0.3152	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744	0.946
12....	0.866	0.925	0.266	0.9359	1.0684	0.331	1.541	0.354	1.646	3.258	0.3069	0.778	0.924	5.592	0.284	1.716	0.921
13....	0.832	0.884	0.249	0.9410	1.0627	0.359	1.523	0.382	1.618	3.336	0.2998	0.770	1.026	5.646	0.308	1.692	0.899
14....	0.802	0.848	0.235	0.9453	1.0579	0.384	1.507	0.406	1.594	3.407	0.2935	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671	0.881
15....	0.775	0.816	0.223	0.9490	1.0537	0.406	1.492	0.428	1.572	3.472	0.2880	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652	0.864
16....	0.750	0.788	0.212	0.9523	1.0501	0.427	1.478	0.448	1.552	3.532	0.2831	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636	0.849
17....	0.728	0.762	0.203	0.9551	1.0470	0.445	1.465	0.466	1.534	3.588	0.2787	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621	0.836
18....	0.707	0.738	0.194	0.9576	1.0442	0.461	1.454	0.482	1.518	3.640	0.2747	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608	0.824
19....	0.688	0.717	0.187	0.9599	1.0418	0.477	1.443	0.497	1.503	3.689	0.2711	0.733	1.490	5.888	0.404	1.596	0.813
20....	0.671	0.697	0.180	0.9619	1.0396	0.491	1.433	0.510	1.490	3.735	0.2677	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586	0.803
21....	0.655	0.679	0.173	0.9638	1.0376	0.504	1.424	0.523	1.477	3.778	0.2647	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575	0.794
22....	0.640	0.662	0.167	0.9655	1.0358	0.516	1.415	0.534	1.466	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566	0.785
23....	0.626	0.647	0.162	0.9670	1.0342	0.527	1.407	0.545	1.455	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557	0.778
24....	0.612	0.632	0.157	0.9684	1.0327	0.538	1.399	0.555	1.445	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548	0.770
25....	0.600	0.619	0.153	0.9696	1.0313	0.548	1.392	0.565	1.435	3.931	0.2544	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541	0.763
Más de 25....	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	......	......	......	*	**	*	**	......	......	......	......	......	......	......	$\frac{3}{d_2}$

$^{*}\ 1-\frac{3}{\sqrt{2n}}$ $\qquad$ $^{**}\ 1+\frac{3}{\sqrt{2n}}$

TABLA II

Número mínimo m de muestras de tamaño n requerido para elaborar una carta $\bar{X}$ con una confianza de 98%, cuando se emplean los rangos.

n	m
2	15
3	9
4	7
5	6
6	5
7	5
8	4
9	4
10	4
12	4
14	4
16	3
18	3
20	3

TABLA III

Número mínimo m de muestras de tamaño n requerido para elaborar una carta $\bar{X}$ con una confianza de 98%, cuando se emplean las desviaciones estándar.

n	m
2	16
3	9
4	7
5	6
6	5
7	5
8	4
9	4
10	4
12	4
14	3
16	3
18	3
20	3

TABLA E. FACTORES PARA DETERMINAR LIMITES DE CONTROL DE 3 SIGMA PARA GRAFICAS $\bar{X}$, R Y σ A PARTIR DE σ'

Número de observaciones en el subgrupo n	Factor para la gráfica $\bar{X}$ A	Factores para la gráfica R		Factores para la gráfica σ	
		Límite inferior de control D_1	Límite superior de control D_2	Límite inferior de control B_1	Límite superior de control B_2
2	2.12	0	3.69	0	1.84
3	1.73	0	4.36	0	1.86
4	1.50	0	4.70	0	1.81
5	1.34	0	4.92	0	1.76
6	1.22	0	5.08	0.03	1.71
7	1.13	0.20	5.20	0.10	1.67
8	1.06	0.39	5.31	0.17	1.64
9	1.00	0.55	5.39	0.22	1.61
10	0.95	0.69	5.47	0.26	1.58
11	0.90	0.81	5.53	0.30	1.56
12	0.87	0.92	5.59	0.33	1.54
13	0.83	1.03	5.65	0.36	1.52
14	0.80	1.12	5.69	0.38	1.51
15	0.77	1.21	5.74	0.41	1.49
16	0.75	1.28	5.78	0.43	1.48
17	0.73	1.36	5.82	0.44	1.47
18	0.71	1.43	5.85	0.46	1.45
19	0.69	1.49	5.89	0.48	1.44
20	0.67	1.55	5.92	0.49	1.43
21	0.65			0.50	1.42
22	0.64			0.52	1.41
23	0.63			0.53	1.41
24	0.61			0.54	1.40
25	0.60			0.55	1.39
30	0.55			0.59	1.36
35	0.51			0.62	1.33
40	0.47			0.65	1.31
45	0.45			0.67	1.30
50	0.42			0.68	1.28
55	0.40			0.70	1.27
60	0.39			0.71	1.26
65	0.37			0.72	1.25
70	0.36			0.74	1.24
75	0.35			0.75	1.23
80	0.34			0.75	1.22
85	0.33			0.76	1.22
90	0.32			0.77	1.22
95	0.31			0.77	1.21
100	0.30			0.78	1.20

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X}' + A\sigma'$$
$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X}' - A\sigma'$$

(Si se usa el promedio real en lugar del promedio estándar o estimado, $\bar{X}'$ deberá ser sustituida por $\bar{X}$ en las fórmulas precedentes.)

$$\begin{cases} LSC_R = D_2\sigma' \\ \text{Línea central}_R = d_2\sigma' \\ LIC_R = D_1\sigma' \\ LSC_\sigma = B_2\sigma' \\ \text{Línea central}_\sigma = c_2\sigma' \\ LIC_\sigma = B_1\sigma' \end{cases}$$

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

NORMA OFICIAL MEXICANA DGN-R-18-1975

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

OCTUBRE, 1981

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 primer piso México 1, D. F. Tel: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO

NORMA OFICIAL MEXICANA

DGN-R 18/1-1975

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

PARTE 1

INFORMACION GENERAL SOBRE LA INSPECCION POR MUESTREO

(GENERAL INFORMATION FOR SAMPLING INSPECTION)

DIRECCION GENERAL DE NORMAS

P R E F A C I O

Debido a la existencia y utilización en México de diferentes procedimientos y tablas de muestreo para la inspección por atributos destinados a la aceptación de lotes de materias primas, artículos y productos terminados, tales como: Dodge-Romig, Philips SSS, MIL-STD-105D, los fines de la inspección de calidad podían tener en el pasado una validez precaria y objetable, a consecuencia de la relativa incompatibilidad de resultados y de la dificultad o imposibilidad para poder compararlos entre sí. Inclusive, la falta de unificación en la terminología de inspección provocaba dificultades de entendimiento entre inspectores e inspeccionados.

Sobre la base de un trabajo presentado por el Subcomité de Estadística perteneciente al Comité Consultivo de Normalización Básica, con sede en el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y tomando en cuenta las opiniones expresadas por el sector industrial, tanto público como privado, la Dirección General de Normas de la Secretaría de Industria y Comercio ha decidido elevar a nivel de norma oficial este trabajo, el cual permitirá el mutuo entendimiento sobre un criterio unificado en la inspección entre proveedores y compradores.

La base estadística de esta norma es la misma adoptada por la Secretaría de la Defensa de los Estados Unidos de Norteamérica, contenida en su norma MIL-STD-105D y en su guía H53 correspondiente, mismas que originaron sucesivamente la adopción mundial de estos conceptos por parte de la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC) y de la Organización Internacional de Normalización (ISO) en sus normas IEC 410 (1973) e ISO 2859 (1974) respectivamente.

Con la adopción e implantación de esta norma, el país podrá no solamente establecer una plataforma unificada para la evaluación de la calidad por atributos de sus producciones, sino también extender su alcance hacia las actividades de importación y exportación, logrando con ésto las ventajas inherentes

La homogeneidad se puede obtener en una serie o grupo de unidades de producto fabricadas bajo las siguientes condiciones

a) De un mismo lote de materias primas, componentes o subensambles;

b) En la misma línea de producción o ensamble, usando los mismos moldes, troqueles, patrones, personal, etc. y;

c) Durante un mismo período: hora, día, turno, semana, etc.

2.4 Características de calidad

Son aquellas propiedades de una unidad de producto que pueden compararse con respecto a requisitos establecidos en un dibujo, una especificación, un modelo o cualquier otra forma en que se hayan establecido o definido.

Se debe analizar el diseño de una unidad de producto para que, en base a ello, se elabore la lista de características de calidad importantes. Para satisfacer las necesidades del consumidor, es necesario que las unidades de producto cumplan con los requisitos establecidos en sus especificaciones. Estas características de calidad quedan definidas en sus especificaciones correspondientes.

La calidad de un producto se conoce efectuando la inspección de una o más unidades de producto con respecto a sus características de calidad y comparándolas con los requisitos establecidos o definidos. Se debe definir a priori, con cuales características de calidad debe cumplir la unidad de producto que se va a inspeccionar. Las distintas características de calidad de una unidad de producto, pueden o no tener la misma importancia. En este último caso, estas características de calidad se deben clasificar en críticas, mayores y menores, de acuerdo a su importancia. También se pueden clasificar en otras clases, si esto se juzga necesario o conveniente. Para ello se debe valorar con sumo cuidado cada característica de calidad de la unidad de producto, para clasificarla en forma apropiada de acuerdo a su importancia.

3 INCONFORMIDAD

3.1 Generalidades

La inconformidad se define como la falta de cumplimiento de una unidad de producto, con respecto a sus especificaciones establecidas. El grado de inconformidad de la unidad de producto, con respecto a sus especificaciones se puede expresar ya sea en forma de porcentaje de unidades de producto defectuosas o en defectos por cien unidades.

3.2 Defectos y defectuosas

Defecto es cualquier discrepancia o inconformidad de la unidad de producto con respecto a sus especificaciones establecidas. Defectuosa es aquella unidad de producto que contiene uno o más defectos. La falta de cumplimiento de una unidad de producto con sus especificaciones, se puede expresar en forma de defectos o de defectuosas. La clasificación de defectos se hace en base a la lista de posibles defectos que pueda contener la unidad de producto, de acuerdo a su importancia

3.2.1 Defecto crítico

Es aquel en el cual el criterio y la experiencia indican que la unidad de producto que lo contiene:

a) Tiene grandes probabilidades de producir condiciones peligrosas o inseguras para las personas que lo usan, le dan servicio o dependen de él;

b) Tiene grandes probabilidades de impedir el funcionamiento o el desempeño de la función primordial de un producto terminado mayor, tal como un barco, un avión, un tanque, un proyectil, un vehículo espacial, una computadora, un equipo médico, un satélite de telecomunicaciones, un sistema de costos, un sistema de control de inventarios, etc.

Unidad de producto defectuosa crítica es aquella que contiene uno o más defectos críticos, pudiendo contener defectos mayores y/o menores.

1 OBJETIVO Y CAMPO DE APLICACION

Esta primera parte de la norma relativa al muestreo para la inspección proporciona los principios básicos necesarios para entender la esencia misma de esta norma que se encuentra en la parte 2. "Métodos de muestreo para la inspección por atributos" y con ello, proporciona la posibilidad del uso adecuado y efectivo de las tablas y gráficas contenidas en la parte 3. Posteriormente, en la parte 4 se proporcionan ejemplos prácticos de aplicación de estos conceptos como una ayuda ulterior y finalmente en la parte 5 se proporciona un dispositivo de cálculo de gran utilidad en el uso diario y aplicación de los conceptos que contiene esta norma a continuación se enlistan en las siguientes partes en vigor:

DGN-R-18/1-	Información general sobre la inspección por muestreo. Parte 1
DGN-R-18/2-	Métodos de muestreo para la inspección por atributos. Parte 2
DGN-R-18/3-	Tablas y gráficas para la inspección por atributos. Parte 3
DGN-R-18/4-	Aplicación de los métodos de muestreo para la inspección por atributos. Parte 4
DGN-R-18/5-	Regla de cálculo para los planes de muestreo por atributos. Parte 5

Los propósitos fundamentales de esta primera parte son:

a) Describir los procedimientos básicos de muestreo;

b) Explicar los principios, como esencia de la inspección por muestreo

Así mismo proporciona el marco adecuado para la aplicación de la inspección por muestreo de gran utilidad para personal de los departamentos de control de calidad, diseño o ingeniería, personal que elabora normas y especificaciones y en general a todas aquellas personas relacionadas con los problemas de inspección; dando a estas las bases y ejemplos para la toma de decisiones en el campo de la inspección por muestreo, ya sea en materias primas, materiales en proceso, componentes, productos y operaciones en las distintas fases de los procesos, así como en registros y procedimientos administrativos entre otros usos.

2 UNIDAD DE PRODUCTO

2.1 Definición

Es aquello que se inspecciona para determinar su clasificación en defectuosa o no defectuosa o para contar el número de defectos que contiene.

2.2 Ejemplos

La unidad de producto puede ser un solo artículo, un par, una docena, o un juego, también puede ser una materia prima, un material en proceso, un componente de un producto terminado, el producto terminado mismo o un material almacenado. Así mismo también puede ser una operación, por ejemplo de producción, de compra, de mantenimiento o de almacenamiento; o puede ser un procedimiento administrativo, una tarjeta perforada con registro de datos o cualquier otra forma de datos o registros. Estas unidades de producto se pueden medir en base a su longitud, área, volumen, peso o cualquier otra base de medición adecuada o acordada. La unidad de producto, para fines de inspección, puede ser o no la misma unidad de compra, suministro, producción o embarque.

2.3 Homogeneidad

Esto implica que la serie o grupo de unidades de producto deben ser parecidas o de naturaleza similar. Las unidades de producto sometidas a una inspección deben ser de un solo tipo, grado, clase, tamaño y composición; fabricadas esencialmente bajo las mismas condiciones y básicamente en un mismo período. No se debe pretender que las unidades de producto sean idénticas en una inspección efectuada bajo el microscopio, lo cual lógicamente puede encontrar que las unidades de producto sean heterogéneas

Referencia:

La Dirección General de Normas de la Secretaría de Industria y Comercio aprobó la presente Norma, cuya declaratoria se publicó en el Diario Oficial 28 OCT. 1975

Normas Técnicas

3.2.2 Defecto mayor

Es aquel que sin ser crítico tiene grandes probabilidades de provocar una falla o reducir en forma drástica la utilidad de la unidad de producto para el fin al que se le destina.

Unidad de producto defectuosa mayor es aquella que contiene uno o más defectos mayores y que también puede contener defectos menores, pero que no contiene defectos críticos.

Los defectos mayores o las unidades de producto defectuosas mayores se pueden subdividir en mayores A y mayores B de común acuerdo entre fabricante y consumidor.

3.2.3 Defecto menor

Es aquel que representa una desviación con respecto a sus especificaciones establecidas, pero que no tiene una influencia decisiva en el uso efectivo o en la operación de la unidad de producto, o sea que no tiene grandes probabilidades de reducir en forma drástica la posibilidad de uso para el fin al que se le destina.

Unidad de producto defectuosa menor es aquella que contiene uno o más defectos menores, pero que no contiene ni defectos mayores ni críticos.

Los defectos menores se pueden subdividir en menores A y menores B, de común acuerdo entre fabricante y consumidor.

3.3 Formas de expresar la inconformidad

El grado de inconformidad de una unidad de producto con respecto a sus especificaciones, se puede expresar como porcentaje de unidades de producto defectuosas o defectos por cien unidades.

3.3.1 Porcentaje de defectuosas

El porcentaje de unidades de producto defectuosas o porcentaje de defectuosas, es el cociente del número de unidades de producto defectuosas, entre el número total de unidades de producto inspeccionadas, todo multiplicado por 100.

$$\%\ \text{DEFECTUOSAS} = \frac{\text{cantidad de defectuosas}}{\text{cantidad inspeccionada}} \times 100$$

Esta forma de expresar la inconformidad es útil para tomar decisiones en un plazo muy corto, con respecto a la aceptabilidad o no de un lote de productos. En algunos casos es posible dar por terminada una inspección en el momento de encontrar la primera falla. Siempre es necesario tener claramente definidos, a priori, algunos aspectos tales como cantidad a inspeccionar, forma de llevar el registro de los resultados, etc.

Esta forma de expresión es útil cuando una unidad que contiene más de un defecto, no se considera más defectuosa que aquella que contiene solamente uno; o sea que los defectos están correlacionados o son dependientes unos de otros. Esta correlación entre defectos puede ser negativa o positiva.

3.3.2 Defectos por cien unidades

Los defectos por cien unidades de producto o defectos por cien unidades, es el cociente del número de defectos encontrados en las unidades de producto, entre el número de unidades de producto inspeccionadas, todo multiplicado por 100.

$$\text{DEFECTOS POR CIEN UNIDADES} = \frac{\text{cantidad de defectos}}{\text{cantidad inspeccionada}} \times 100$$

Para poder expresar el grado de inconformidad de esta forma, es necesario inspeccionar cada unidad de producto para ver si contiene cada uno de los defectos que pueda contener. Por lo tanto, es posible encontrar más de 100 defectos por cada cien unidades de producto inspeccionadas. Esta forma de expresión proporciona un criterio de aceptación más exacto, sin embargo, debido a que es necesario inspeccionar cada defecto, clasificarlo, anotarlo y después compararlo con cada uno de los números de aceptación correspondientes a defectos críticos, mayores y menores el costo de inspección aumenta [illegible]mente. A pesar de ésto, esta forma de expresión puede ser más conveniente y hasta ventajosa con unidades de producto complejas por ejemplo un ensamble completo, un equipo complejo o una tarjeta de [illegible].

Esta forma de expresión es útil cuando se considera que cada defecto es independiente de los demás; o sea que los defectos no estan correlacionados.

Para un nivel de calidad aceptable de 2.5 o menor, no existe diferencia entre la rigurosidad de porcentaje de defectuosos y defectos por cien unidades pero con niveles de calidad aceptable de 2.5 a 10 definitivamente la inspección de defectos por cien unidades es más rigurosa.

4 INSPECCION

4.1 Generalidades

Inspección es el proceso de medición, exámen, prueba o de alguna otra forma de comparación de la unidad de producto bajo consideración, con respecto a sus especificaciones.

La inspección se puede efectuar en suministros o en servicios, teniendo como finalidad primordial:

a) Separar las unidades de producto aceptables de aquellas que no lo son;

b) Evaluar el grado de conformidad con respecto a sus especificaciones;

c) Proporcionar información de deficiencias en las operaciones iniciales de producción, procesos administrativos, etc., y además;

d) Certificar que se han cumplido las especificaciones establecidas para las características de calidad de las unidades de producto.

Se deben establecer los criterios de inspección en los documentos adecuados, tales como pedidos, normas, contratos, etc., para que en base a esto, se pueda determinar si se han cumplido o no las especificaciones.

4.2 Cantidad a inspeccionar

La primera decisión que debe tomarse es si se van a inspeccionar todas las unidades de producto (inspección 100%) o solamente se va a inspeccionar una parte de ellas (inspección por muestreo). Los aspectos más importantes que deben considerarse para poder tomar esta decisión son:

a) La clase de producto que se va a inspeccionar;

b) Las especificaciones que tiene y;

c) La historia que tenga ese producto con respecto a la calidad con su fabricante;

d) El costo de la inspección comparado con los beneficios económicos que se derivan de ésta.

4.3 Inspección 100%.

Es aquella en la cual se inspeccionan cada una de las unidades de producto contenidas en el lote o partida y se aceptan o se rechazan en forma individual, de acuerdo al cumplimiento o no de las especificaciones establecidas. La inspección 100% ó de muestras muy grandes se justifica en algunos casos, como por ejemplo para características de calidad críticas; ésto es necesario para poder obtener en esos casos la protección necesaria para el consumidor. Siempre se puede especificar la inspección 100% aún cuando no siempre se justifique, excepto en el caso en que la inspección se efectúe por medio de pruebas que tomen mucho tiempo, en alguna forma degraden las características originales del producto, sean destructivas, o sean muy costosas; por ejemplo pruebas de aceptación de tipo, pruebas térmicas, climatológicas, de vida, etc.

4.4 Inspección por muestreo

Es aquella en la cual una o más muestras representativas (tomadas al azar del total del lote o partida) se inspeccionan con respecto a una o más de sus especificaciones. La inspección por muestreo es usualmente el medio más práctico y económico para determinar la conformidad o no de un producto, con respecto a sus especificaciones. Una de las ventajas que tiene la inspección por muestreo es la flexibilidad que ésta tiene, con respecto al tamaño de la muestra, dependiendo de la calidad real del producto. La cantidad que se va a inspeccionar se puede reducir para un producto de muy alta calidad o aumentar para aquel cuya calidad está decreciendo. La inspección por muestreo resulta menos costosa debido a que no es necesario inspeccionar todas las unidades de producto, como en el caso de inspección 100 %.

5 METODOS DE INSPECCION

5.1 Generalidades

En el campo de la inspección existen dos métodos reconocidos para evaluar las características de calidad de las unidades de producto, que son:

a) Inspección por atributos;

b) Inspección por variables;

5.2 Inspección por atributos

5.2.1 Atributo

Es la propiedad o característica de una unidad de producto, la cual se evalúa solamente en términos de que si la tiene o no. Por ejemplo: defectuosa o no defectuosa. Para poder efectuar esta evaluación es necesario comparar la unidad de producto con su especificación.

5.2.2 Inspección por atributos

Es aquella bajo la cual simplemente se clasifica a la unidad de producto como defectuosa o no defectuosa o se cuenta el número de defectos que contiene con respecto a las especificaciones establecidas.

Unidad de producto defectuosa es aquella que contiene uno o más defectos. Usando el método de inspección por atributos, las unidades de producto se clasifican en defectuosas o no defectuosas, pasan o no pasan, dentro o fuera de tolerancia, aceptables o no aceptables, completas o incompletas, etc.

5.2.3 Aplicación

La inspección por atributos se emplea comúnmente al efectuar inspecciones visuales de unidades de producto, operaciones faltantes, defectos de acabado, dimensiones incorrectas (cuando se usan patrones de pasa-no pasa), defectos en materiales, marcado, empacado y en inspecciones o pruebas en las que la característica involucrada se verifica para determinar únicamente si cumple o no con las especificaciones establecidas.

5.2.4 Ventajas

La inspección por atributos es más simple que la inspección por variables, debido a que requiere registros de resultados menos detallados y permite obtener más rápidamente toda la información necesaria. La administración de la inspección por atributos es más simple y en general su costo más reducido. Por ejemplo, puede ser más económico el inspeccionar 100 unidades con respecto a una especificación dimensional por medio de un patrón pasa no pasa, que tener que medir 60 ó 70 de esas unidades usando los instrumentos de medición usuales. Cuando se trata de inspección por atributos, es usual el agrupar en un solo nivel de calidad, todas aquellas características de calidad que tengan la misma importancia, estableciendo un nivel de calidad para todo este grupo. La decisión de aceptar o rechazar un lote se toma más bien sobre la base de determinar si las unidades de producto de la muestra satisfacen un nivel de calidad fijado para el grupo completo, que si estas satisfacen cada especificación individual.

Contrariamente, en la inspección por variables, aún no se han desarrollado los métodos para determinar el cumplimiento con un nivel de calidad determinado para grupos de especificaciones consideradas en forma colectiva. En este caso, se debe establecer un nivel de calidad individual para cada especificación, y la decisión de aceptar o no debe basarse en cada una de ellos.

5.3 Inspección por variables

5.3.1 Variable

Para fines de inspección, una variable es una propiedad o característica, la cual se evalúa en términos numéricos en una escala continua.

5.3.2 Inspección por variables

Es aquella bajo la cual se evalúan alguna o algunas características de calidad con respecto a una escala continua y los resultados se expresan como valores numéricos dentro de esta escala. La inspección por variables permite determinar el grado de cumplimiento de la unidad de producto con respecto a las especificaciones establecidas para la característica de calidad involucrada.

5.3.3 Uso

La inspección por variables se usa cuando la característica de calidad de una unidad de producto se puede determinar cuantitativamente o en términos mensurables, como dimensiones, peso, tensión de ruptura, porcentaje de contenido de un elemento químico, tiempo de combustión de explosivos, etc.

Ejemplo: para una cierta herramienta de mano, se especifica una dureza de 50 a 56 método Rockwell escala C. La dureza encontrada en mediciones efectuadas en 5 herramientas tomadas al azar nos dan los siguientes valores: 53, 50, 52, 51 y 50. Los resultados encontrados indican claramente que las cinco muestras están dentro de los límites especificados. Los valores nos muestran el grado en que estos cumplen el requisito establecido o sea que la información, no tan solo nos muestra si se ha cumplido o no la especificación, sino que además nos proporciona una indicación del intervalo de variaciones de esta característica en el producto del cual fueron tomadas las muestras.

5.3.4 Ventajas

En comparación con los planes de muestreo por atributos, los planes de muestreo por variables nos proporcionan más información con respecto al grado de cumplimiento de la unidad de producto frente a la característica de calidad considerada. Por ésta razón, los planes de muestreo por variables tienen la ventaja de requerir, usualmente, tamaños de muestra más pequeños para tener una seguridad equivalente en la decisión de aceptar o no un lote. Sin embargo, si se van a evaluar varias características de calidad en base a inspección por variables, el costo de inspección por unidad de producto puede ser tan alto, que contrarreste la ventaja de reducción en el tamaño de la muestra.

5.4 Conversión de variables a atributos

Los resultados de la inspección por variables para una determinada característica de calidad se pueden convertir a atributos. Por acuerdo entre fabricante y consumidor, esta conversión se puede efectuar a pesar de que el resultado esté expresado en forma de variable.

Ejemplo: Una especificación establece una longitud de 50 cm con una tolerancia de más o menos 1 cm. Debido a que está involucrada una característica mensurable se puede emplear la inspección por variables. Sin embargo, también se podría aplicar una inspección por atributos. Una unidad de producto que mida desde 49 cm hasta 51 cm se clasificaría como no defectuosa y aquellas unidades de producto con longitud menor a 49 cm o mayor a 51 cm, se clasificarían como defectuosas. Cuando se tome una decisión de este tipo, es necesario ponerse de acuerdo entre fabricante y consumidor con respecto al plan de muestreo por atributos que se va a utilizar.

6 PRESENTACION DEL PRODUCTO PARA SU INSPECCION

6.1 Generalidades

Las unidades de producto se pueden presentar para su inspección considerando un flujo continuo de producción, o se pueden separar en lotes o partidas para su inspección. Ésta se puede efectuar ya sea en base a inspección de lote a lote, inspección de lote aislado o inspección de lotes alternados.

6.2 Producción continua

La inspección por muestreo continuo es aquella que se efectúa en unidades de producto fabricadas en forma continua, tomando muestras bajo un esquema preciso y predeterminado e inspeccionándolas en el mismo orden en que se producen. Los productos se pueden presentar en una banda móvil de un transportador, como salen de la línea de producción continua.

La inspección por muestreo continuo se requiere cuando se presentan las siguientes condiciones:

a) Insuficientes facilidades de almacenamiento o que sea impráctico acumular la producción en lotes o partidas con fines de inspección;

b) El formar lotes pequeños provoca un aumento considerable en el costo de la inspección y por lo tanto de la producción;

c) Se disponen de medios limitados para inspección y pruebas, se requiere una inspección extensa o los tiempos de inspección son tardados comparados con el ritmo de la producción.

Bajo estas condiciones u otras, se puede considerar adecuado el uso de los procedimientos de "muestreo continuo" para determinar la aceptabilidad o no de las unidades de producto.

6.3 Lote a lote

La inspección por muestreo de lote a lote o de partida a partida, requiere que cada lote o partida se acepte o no como una unidad, en base a los resultados obtenidos de la inspección de la muestra tomada al azar del lote o partida. Esta se puede efectuar en productos terminados, en componentes, ya sea en la recepción, en productos semielaborados o en productos terminados. Se puede llevar a cabo en muestras tomadas después de la entrega del lote, por ejemplo en lotes fijos o tomando las unidades correspondientes a la muestra a medida que se está fabricando, por ejemplo en lotes móviles.

6.4 Formación de los lotes

El proceso de formación de lotes consiste en agrupar las unidades de producto en lotes, sublotes, partidas o cualquier otra forma de agrupación, identificable y que, además debe estar especificada. Cada lote o partida debe consistir de unidades de producto homogéneas, tanto como sea factible (véase 2.3). El procedimiento que se use para formar los lotes es de extrema importancia, debido a que la decisión sobre la aceptabilidad o no del lote, depende de los resultados obtenidos en la inspección de la muestra. Algunas de las ventajas de agrupar los productos en lotes de inspección son:

a) Facilita la elaboración de la historia de la calidad;

b) Hace posible el uso de un sistema, después de que el producto ha sido suministrado para controlar su estado de utilización, en almacenamiento o uso.

6.4.1 Lotes móviles

Un lote de inspección móvil consiste de unidades de producto que se presentan para su inspección en el orden en que se fabrican o reciben, en forma similar al procedimiento de inspección por muestreo continuo. El comienzo y el final del lote se identifica frente al tiempo, por ejemplo la producción de una hora, un turno, un día, una semana, etc. También se puede identificar por una cantidad definida de unidades de producto, por ejemplo 500, 100, una docena, etc. Debido a que las unidades de producto, en un lote móvil, pasan frente al inspector una a una, se simplifica en forma significativa la tarea de tomar muestras representativas comparada con la toma de muestras al azar de grandes lotes fijos. El proveedor no tiene que acumular grandes inventarios de productos para su inspección, cuando se trata de lotes móviles. Los lotes móviles tienden a facilitar la producción y esto en general se refleja en costos de inspección más bajos.

6.4.2 Tamaño del lote

El lote o partida para su inspección es un conjunto de unidades de producto del cual se va a tomar una muestra e inspeccionarla para determinar la conformidad con el criterio de aceptación y puede ser diferente al conjunto de unidades llamadas lote o partida con otros propósitos, por ejemplo de producción, embarque, suministro, etc. El tamaño del lote es uno de los factores que determinan el tamaño de la muestra que se debe tomar para la inspección por muestreo.

a) Lotes grandes. En general la relación del tamaño de la muestra comparada con el tamaño del lote se reduce a medida que el tamaño del lote aumenta y por lo tanto, los costos de inspección se reducen también. Se pueden formar lotes pequeños en lotes grandes cuando se cumple el requisito de homogeneidad, se inspecciona la muestra tomada de este lote grande para determinar su aceptabilidad o no.

b) Lotes pequeños. La formación de lotes grandes puede resultar indeseable ya que éstos pueden crear problemas de almacenamiento, romper el flujo de productos al consumidor en los plazos de entrega establecidos y finalmente puede causar grandes problemas si se llega a rechazar un lote.

Para lotes grandes, la falta de accesibilidad a cada una de las unidades de producto puede hacer más difícil la tarea de tomar muestras al azar. En ciertos casos, este problema se puede reducir, subdividiendo el lote en sublotes para propósitos de inspección, por ejemplo si un lote representa la producción de una semana, cada sublote, con propósitos de inspección puede consistir de la producción de un día. Se puede tomar la muestra correspondiente a cada sublote utilizando un plan de muestreo sencillo en forma individual o la quinta parte de la cantidad de muestra que se debe tomar del lote en total. Se aplica el criterio de aceptación o rechazo, tomando en cuenta los resultados acumulados en el total de la semana.

6.5 Muestreo de lotes alternados

Para llevar a cabo la inspección por muestreo de lotes alternados, las muestras se pueden tomar de algunos de los lotes, por ejemplo: un lote sí y el siguiente no, cada tercer lote, tres lotes de cada veinticinco o cualquier otra fracción. La finalidad primordial de esta forma de muestreo es la de reducir la frecuencia de la inspección por muestreo y con ello reducir el costo. El factor determinante a considerar para decidir si se aplica o no el muestreo de lotes alternados es la capacidad del proveedor de presentar productos, en forma consistente, de alta calidad. Esto solo se puede demostrar por medio de la historia de calidad del producto con dicho proveedor.

6.5.1 Planes de muestreo por lotes alternados

Los planes de muestreo por lotes alternados usualmente requieren que se comience con el muestreo de lote a lote. Cuando se han aceptado en forma consecutiva un determinado número de lotes, previamente acordado, se puede reducir la frecuencia de inspección de lotes, por ejemplo, después de haber aceptado 5 ó 10 lotes en forma consecutiva, se reducen los lotes a inspeccionar de acuerdo a las tablas de la parte 3 de esta norma, usando el procedimiento que se establece a continuación:

a) Véase la Tabla I de la parte 3; con el número de lotes que se van a producir en un período dado, por ejemplo en un mes, úsese en la columna uno "tamaño del lote o partida".

b) Léase la letra clave (A, B, C, etc.) correspondiente al nivel de inspección II. Se puede usar también cualquier otro nivel de inspección, ya sea nivel I o cualquiera de los especiales si se desea reducir aún más la inspección.

c) Véase la Tabla II-A de la parte 3. Usando la letra clave encontrada, léase el tamaño de la muestra. Esta cifra significa el número de lotes que hay que inspeccionar.

NOTA: Este ejemplo solo tiene como finalidad la ilustración; sin embargo, se permiten otras variantes siempre y cuando exista mutuo acuerdo entre fabricante y consumidor.

6.5.2 Selección de lotes alternados

Esta se debe efectuar estrictamente al azar. En el capítulo 13 se muestran los detalles correspondientes a toma de muestras al azar.

6.6 Identificación de los lotes

Es esencial el identificar en forma adecuada cada lote y registrar los resultados obtenidos de cada uno de ellos. Los acuerdos entre fabricante y consumidor deben incluir instrucciones precisas para la formación de los lotes para inspección y también la forma de identificación y separación de los mismos. La identificación apropiada de los lotes permite que la decisión de aceptación o rechazo recaiga precisamente en el lote del cual fueron tomadas las muestras. Y ésto también evita que lotes no aceptados se revuelvan con los aceptados o con aquellos que aún no se han inspeccionado. En resumen, la forma más efectiva de evitar problemas es el separar físicamente los lotes dependiendo de si ya han sido aceptados o rechazados, o si aún están por inspeccionarse. Los lotes aceptados pueden marcarse "embarque" o

... en otra forma que indique el destino adecuado, mientras que los rechazados pueden escogerse o no si es que ésto está acordado entre fabricante y consumidor.

6.7 Lotes aislados

11

Un lote de naturaleza aislada es aquel que se ha separado de los demás. Aislado significa que no está sujeto a la influencia del proceso normal de producción. Ejemplo, cuando cada uno de varios lotes consecutivos se manda a diferentes consumidores, cada uno de estos lotes al ser recibido por éstos, se vuelve un lote aislado; otro ejemplo es la producción de un sólo lote que a su vez es el lote para inspección, haciendo de este un lote aislado con respecto a ese producto. El término de lote aislado como se usa en esta norma se refiere a aquel para el cual se utilizan los conceptos de "calidad límite (CL)".

NOTA: Los lotes mismos no necesitan estar aislados físicamente, para que sean aplicables estos conceptos.

7 TIPOS DE PLANES DE MUESTREO CONTINUOS

7.1 Generalidades

En esta norma se hace referencia a menudo del término "inspección continua", sin embargo, en el sentido estricto de la palabra la producción es la única que realmente es continua y la inspección misma no necesariamente lo es.

7.2 Fundamentos

La inspección por muestreo continuo involucra un procedimiento de muestreo de una unidad de producto tras otra. Sin embargo, se puede aumentar o disminuir la cantidad relativa de unidades a inspeccionar, dependiendo de la calidad real del producto presentado a inspección. Usualmente se comienza con inspección 100%. Esta se continúa hasta aceptar una cantidad determinada de unidades, despues de ésto, sólo se inspecciona una fracción de las unidades. Si se encuentra una cantidad determinada de unidades sin defectos, se puede reducir aún más la cantidad a inspeccionar. Sin embargo, el encontrar unidades defectuosas, puede ocasionar que se inspeccione una mayor proporción, e inclusive se puede llegar a la inspección 100% con la que se comenzó. También se puede acordar entre fabricante y consumidor el evitar regresar a inspección 100%, a menos que la calidad se haya reducido en forma notoria. Existen planes de muestreo que proporcionan una gran flexibilidad en la cantidad a inspeccionar, dependiendo de la calidad deseada y de los resultados obtenidos en las inspecciones mismas.

8 TIPOS DE PLANES DE MUESTREO DE LOTES

8.1 Generalidades

El plan de muestreo para un lote o partida define el tamaño de la muestra, o tamaños de las muestras y los criterios de aceptación y de rechazo correspondientes. El número de aceptación (Ac) es la cantidad máxima de defectos o unidades de producto defectuosas en la muestra que permite la aceptación de dicho lote o partida. El número de rechazo (Re) es la cantidad mínima de defectos o unidades de producto defectuosas en la muestra con la cual dicho lote o partida se rechaza.

Los planes de muestreo de lotes o partidas se pueden agrupar en cuatro tipos básicos a saber: sencillo, doble, múltiple y secuencial. Con el fin de aplicar los planes de muestreo, es necesario agrupar las unidades de producto en lotes o partidas. Estos lotes o partidas son aceptados o no dependiendo de los resultados de la inspección de la muestra tomada. Los términos aceptación, no aceptación o rechazo de un lote es la decisión a la que se llega después de inspeccionar la muestra y comparar los resultados con los criterios de aceptación y rechazo correspondientes. Esta decisión no asegura que finalmente el lote sea aceptado o rechazado, ya que en este último caso se deben tomar en cuenta otros aspectos tales como: consideraciones prácticas, técnicas, administrativas o de contrato. El objetivo principal de la inspección por muestreo es el obtener la información que permita tomar decisiones en base estadística, sobre la disposición de los lotes o partidas: aceptación si cumplen con las especificaciones establecidas, o rechazo si no las cumplen.

8.2 Muestreo sencillo

Es el plan de muestreo en el cual la decisión de aceptación o no, se hace en los resultados obtenidos [illegible] la inspección de una sola muestra tomada del lote o partida. La cantidad de unidades de producto [illegible] igual al tamaño de la muestra [illegible] el plan de muestreo. Esta cantidad [illegible] se designa como "n".

Si la cantidad de defectuosas encontradas en la muestra es igual o menor al número de aceptación (Ac), el lote o partida se debe considerar aceptable. Si la cantidad de defectuosas encontradas en la muestra es igual o mayor que el número de rechazo (Re), el lote o partida se debe considerar rechazable. En resumen: La decisión de aceptar o no un lote se basa en los resultados obtenidos de la inspección de cada una de las "n" muestras tomadas al azar del lote.

8.3 Muestreo doble

En un plan de muestreo de este tipo los resultados de la inspección de la primera muestra nos conducen a tres posibles decisiones: aceptación, rechazo, o tomar una segunda muestra.

Mientras que la inspección de la segunda muestra, cuando ésto se requiere, nos conduce a sólo dos decisiones posibles: aceptación o rechazo. El procedimiento a usar es el siguiente:

a) Se toma del lote al azar una cantidad "n" de unidades de producto correspondiente al tamaño de la muestra y se inspecciona. Si la cantidad de defectuosas es igual o menor que el primer número de aceptación (Ac), se acepta el lote. Si la cantidad de defectuosas es igual o mayor que el primer número de rechazo (Re), se rechaza el lote. Si la cantidad de defectuosas es mayor que el primer número de aceptación (Ac) pero menor que el primer número de rechazo (Re), se debe proceder como se muestra en el siguiente párrafo:

b) Se toma del lote al azar una cantidad "n" de unidades de producto, correspondiente al tamaño de la segunda muestra y se inspecciona. Se suma la cantidad de defectuosas encontradas en la primera muestra y aquellas encontradas en la segunda. Si este total de defectuosas es igual o menor que el segundo número de aceptación (Ac), se acepta el lote. Si el total de defectuosas es igual o mayor que el segundo número de rechazo (Re), se rechaza el lote. Bajo ciertas circunstancias puede ser más conveniente tomar ambas muestras al mismo tiempo, en vez de tomar la segunda muestra ya que se ha inspeccionado la primera y encontrado que es necesario tomar una segunda. Por supuesto no es necesario inspeccionar la segunda muestra si la decisión obtenida de la inspección de la primera nos conduce a rechazar o aceptar el lote.

8.4 Muestreo múltiple

Es un plan de muestreo en el que la decisión de aceptar o no un lote, se puede tomar después de inspeccionar una o varias muestras. La cantidad máxima de muestras que se pueden inspeccionar es una cantidad definida en el plan mismo. El procedimiento a usar para este plan de muestreo es similar al descrito para el plan de muestreo doble, excepto que el número de muestras necesarias para llegar a la decisión de aceptar o rechazar el lote, puede ser más de dos.

8.5 Muestreo secuencial

Es un plan de muestreo en el que se toman e inspeccionan una a una las muestras. La decisión de aceptar, rechazar o de inspeccionar la siguiente muestra del lote, depende de los resultados de las inspecciones anteriores. El muestreo y por ende la inspección terminan cuando los resultados acumulados de las inspecciones indican que se puede tomar la decisión de aceptar o no el lote.

El tamaño de la muestra no está definido a priori, éste depende de los resultados obtenidos en la inspección. Bajo este plan de muestreo, es posible continuar la inspección hasta que se hayan inspeccionado todas las unidades de producto. Desde un punto de vista práctico, ésto no es deseable ni tampoco necesario, ya que la mayoría de los planes de muestreo secuencial son truncados, lo que significa que se debe tomar la decisión de aceptar o rechazar el lote después de inspeccionar un determinado número de muestras.

Esta cantidad debe ser acordada entre fabricante y consumidor de antemano. Se debe hacer hincapié, que para la gran mayoría de lotes, la cantidad de muestras a inspeccionar es menor en el plan de muestreo secuencial que en el sencillo o doble.

9 SELECCION DEL PLAN DE MUESTREO

En el capítulo anterior se describen diferentes tipos de planes de muestreo y es evidente que existen diferentes alternativas con respecto a cuál de los planes de muestreo se debe usar en una situación determinada. La decisión de cuál plan de muestreo se debe usar en una situación específica, no es siempre una tarea fácil, debido a que debe considerarse, por lo menos, los siguientes aspectos:

a) Características del plan de muestreo;

b) Facilidad de administración del plan de muestreo;

c) Protección que proporciona;

d) Cantidad de inspección que requiere;

e) Costo de la inspección.

Así mismo se debe recordar que, el mejor plan de muestreo para un producto, no necesariamente es el mejor para otro. Otros aspectos que también deben tomarse en cuenta son:

La distribución y cantidad de espacio disponible para efectuar la inspección.

La historia de calidad del producto con su fabricante.

Cuando los registros de calidad de un producto con su fabricante muestran constantemente una alta calidad, se selecciona un plan de muestreo que requiera el tamaño de muestra más pequeño y que permita tomar una decisión rápida con respecto a la aceptabilidad de los lotes. Sin embargo, si los registros de calidad de un producto con su fabricante muestran constantemente una calidad relativamente baja, es necesario seleccionar un plan de muestreo que requiera la inspección de una cantidad mayor de muestras.

10 CLASIFICACION DE LOS PLANES DE MUESTREO

10.1 En los capítulos anteriores se describen diferentes tipos de planes de muestreo y los criterios que deben usarse para seleccionar el más apropiado para una determinada circunstancia, sin embargo dentro de cada uno de los planes antes analizados existen otras posibilidades y éstas se clasifican de la siguiente manera:

a) Nivel de calidad indiferente (NCI).

b) Protección de calidad límite (PCL);

c) Límite promedio de la calidad de salida (LPCS);

d) Nivel de calidad aceptable (NCA);

Se han desarrollado las tablas correspondientes a los planes de muestreo antes mencionados, sin embargo debido a que el nivel de calidad aceptable (NCA) se encuentra en uso muy generalizado en muchos países se da mayor énfasis a éste, mas no significa que los otros tres planes no sean importantes, ya que éstos cubren campos que no puede cubrir en forma satisfactoria el nivel de calidad aceptable (NCA).

10.2 Nivel de calidad indiferente (NCI)

Los planes de muestreo basados en el nivel de calidad indiferente se denominan usualmente planes de 50 %. Al nivel de calidad indiferente le corresponde una probabilidad de aceptación de 0.5 (50 %). Esta se encuentra a la mitad de la escala de las ordenadas correspondiente a la curva de operación característica. Bajo estas condiciones los lotes de calidad mayor que la especificada se aceptan la mayoría de las veces, mientras que los de calidad menor se rechazan la mayoría de las veces.

Los riesgos, en el muestreo, tanto para el fabricante como para el consumidor son iguales, si la calidad promedio del proceso (CPP) se encuentra exactamente en valor especificado o acordado.

Se puede calcular un plan de muestreo sencillo para un nivel de calidad indiferente usando la siguiente fórmula:

$$n = \frac{100\,Ac + 67}{\text{defectuosas}}$$

en donde:

n = Tamaño de la muestra

Ac = Número de aceptación

Ejemplo: Si se tiene un producto con 3% de defectuosas y se debe calcular un plan de muestreo sencillo para un nivel de calidad indiferente, o sea con una probabilidad de aceptación (Pa) de 50% y con un número de aceptación Ac = 2, el tamaño de la muestra sería:

$$n = \frac{100 \times 2 + 67}{3} \qquad n = \frac{267}{3} \qquad n = 89$$

Esto significa que debemos tomar 89 unidades de producto al azar del lote, para obtener la muestra. Si se encuentran 2 defectuosas o menos, el lote se acepta; si se encuentran 3 ó más defectuosas, el lote se rechaza.

Este plan de muestreo es muy simple, si al fabricante y al consumidor no les importan los riesgos involucrados, pero contiene dos puntos débiles:

Los resultados de la inspección dan la impresión que el producto tiene una calidad mejor que la real cuando se tienen tamaños de muestra pequeños y porcentajes de defectuosas reducidos.

En general no se pueden cumplir los requisitos ni del fabricante ni del consumidor.

10.3 Protección de calidad límite (PCL)

Se define como la peor calidad de un producto que el consumidor esté dispuesto a aceptar. Se pueden calcular planes de muestreo que proporcionen al consumidor, una calidad límite (CL) definida. Estos se pueden usar con un riesgo reducido para el consumidor, para lotes aislados (producción única o intermitente) donde no existe control, o éste es muy reducido, sobre los procesos de producción. Los planes de muestreo de este tipo se calculan con la finalidad principal de dar protección al consumidor.

Ejemplo: Un consumidor puede aceptar un máximo de 6.5% de defectuosas (CL = 6.5%) no más de 5% de las veces (riesgo del consumidor = 5%). En general se especifica para este plan de muestreo un riesgo reducido para el consumidor.

10.4 Límite del promedio de la calidad de salida (LPCS)

El promedio de la calidad de salida (PCS) se define como el promedio de la calidad de salida de un producto e incluye todos los lotes o partidas aceptados, y también todos los lotes o partidas rechazados después de haber sido reinspeccionados y que se hayan quitado las defectuosas o corregido los defectos.

El límite del promedio de la calidad de salida (LPCS) es el máximo promedio de la calidad de salida (PCS) para todas las posibles calidades de entrada para un plan de muestreo de aceptación dado. Cuando se selecciona un plan de muestreo que asegure un determinado límite del promedio de la calidad de salida (LPCS) se hace suponiendo que en los lotes rechazados se inspeccionan todas las unidades de producto antes de volver a presentarlo para su inspección. No es posible usar planes de muestreo de este tipo cuando la única manera de comprobar si el producto cumple o no con sus especificaciones, requiere la aplicación de pruebas destructivas. Los planes de muestreo con un límite del promedio de la calidad de salida se calculan para proteger al consumidor con un riesgo definido. Y resulta una probabilidad de aceptación muy reducida si el producto no cumple con la calidad especificada

10.5 Nivel de calidad aceptable (NCA)

Se define como el porcentaje máximo de unidades de producto defectuosas [o el máximo número de defectos por cien unidades de producto, que, para propósitos de inspección por muestreo, se puede considerar satisfactorio como calidad promedio de un proceso. Los planes de muestreo más comúnmente usados en las transacciones comerciales están basados precisamente en el NCA. Los planes de muestreo basados en el nivel de calidad aceptable tienen como finalidad primordial el proteger al fabricante de que el consumidor le rechace lotes buenos; o sea, que la probabilidad de aceptación es muy alta o que el riesgo del fabricante es muy reducido. El riesgo del consumidor de aceptar productos de calidad inferior a la especificada sólo se considera indirectamente, ésto se muestra en la curva de operación característica (COC) correspondiente al plan de muestreo.

10.6 Selección del nivel de calidad

Es posible usar una gran variedad de planes de muestreo. Se pueden calcular muchos planes de muestreo para proteger al fabricante de que le rechacen lotes de alta calidad (planes basados en NCA). Pero también se pueden calcular otros tantos planes de muestreo para proteger al consumidor de aceptar productos de calidad mala (planes basados en PCL y LPCS). Los planes de muestreo también se pueden basar en el nivel de calidad indiferente (NCI) para proporcionar igual riesgo tanto para el fabricante como para el consumidor. Además, se pueden calcular planes de muestreo basados en cualquiera de los tres conceptos antes mencionados (PCL, NCI, NCA) pero que contengan los riesgos prefijados correspondientes al fabricante y al consumidor.

Ejemplo: Se puede calcular un plan de muestreo que asegure al fabricante que productos con un alto nivel de calidad aceptable (NCA) sólo se le rechace un porcentaje reducido de veces (riesgo del fabricante reducido) y al mismo tiempo, asegurar al consumidor que productos con un bajo nivel de calidad sólo se acepten un porcentaje reducido de veces (riesgo del consumidor reducido). Para que un plan de muestreo sea funcional bajo estas condiciones, es necesario que exista una diferencia razonable entre el NCA y la PCL.

Si el NCA y la PCL están muy cerca en valor numérico, puede necesitarse la inspección 100% para separar los productos aceptables de los que no lo son. A continuación se muestran algunos de los aspectos que deben considerarse para seleccionar un nivel de calidad adecuado.

10.6.1 Generalidades

Para seleccionar un nivel de calidad aceptable (NCA) es necesario considerar entre otros aspectos: requisitos del diseño, protección de calidad necesaria, costo de la unidad de producto, costo de la inspección, posibilidades de los procesos, clases de defectos que se deben tomar en cuenta, información disponible de calidad y otros requisitos que pueden ser aún más importantes que los mencionados. A cada uno de estos aspectos se les debe valorar en forma adecuada para decidir qué nivel de calidad se debe especificar. El escoger niveles de calidad demasiado estrictos (números pequeños) en general resulta en costos de inspección prohibitivamente altos y por lo tanto van a afectar el costo del producto en forma proporcional. Además puede resultar en un alto índice de rechazo de productos y hasta la negación del fabricante a suministrar los productos o a efectuar transacciones comerciales. Por otra parte, el escoger niveles de calidad muy liberales (números grandes), puede resultar en el suministro de grandes cantidades de productos de calidad no aceptable.

10.6.2 Riesgos correspondientes

Con cada nivel de calidad se debe especificar (o debe quedar implícito) el riesgo correspondiente. Con cada nivel de calidad alto establecido debe especificarse (o debe quedar implícito) como en el caso del NCA, el riesgo correspondiente al fabricante. Con cada nivel de calidad bajo establecido debe especificarse (o debe quedar implícito), como es el caso de la PCL o del LPCS, el riesgo correspondiente al consumidor. O sea que no es suficiente el especificar un nivel de calidad sino que es necesario que se especifique (o quede implícito) la probabilidad de aceptación del producto con este nivel de calidad. Para este propósito es necesario consultar las curvas de operación características (COC) para el plan correspondiente y así conocer los riesgos involucrados tanto para el fabricante como para el consumidor para una calidad definida del producto.

10.6.3 Capacidad de un proceso

Las tecnologías mismas y en última instancia la capacidad de la industria para producir un producto con respecto a sus especificaciones, pueden limitar la selección de un nivel de calidad determinado. Una revisión del historial de calidad de un determinado producto con su fabricante nos puede proporcionar una estimación de la calidad de dicho producto, que podemos razonablemente esperar, bajo las posibilidades existentes de sus facilidades de producción.

10.6.4 Tiempo de ensamblado

[illegible] de producto defectuosa al ensamblarlo en un [illegible] [illegible] de tiempo y/o materiales, cuando nos percatamos de su mal funcionamiento. Esto nos indica que debemos usar niveles de calidad más altos que si no fuera este el caso. Por lo que la selección del nivel de calidad depende del tipo de producto involucrado y los gastos que pueden resultar si el producto es defectuoso.

Ejemplo: Resulta más costoso y además con gran pérdida de tiempo, el reemplazar una resistencia mala en un equipo electrónico complejo que el reemplazar un botón de ajuste externo.

10.6.5 Costo de la inspección

Los niveles de calidad en general repercuten en el costo de la inspección, especialmente cuando éstos son extremadamente altos o bajos.

Ejemplo: Si el nivel de calidad es muy bajo, digamos 650 defectos por 100 unidades de producto, será necesaria solamente una muestra pequeña para aceptar o no el producto. Pero si el nivel de calidad es muy alto, digamos 0.015% de unidades de producto defectuosas, será necesaria una muestra relativamente muy grande para determinar la aceptabilidad o no de dicho producto. En resúmen: El tamaño de la muestra definida por el nivel de calidad, puede resultar en aumento o disminución de los costos de la inspección.

10.6.6 Cambios en el nivel de calidad

Los niveles de calidad, en la mayoría de los casos, no se deben considerar inamovibles, o como requisitos permanentes: estos pueden cambiarse de común acuerdo entre fabricante y consumidor considerando aspectos tales como: cambios en los requisitos, mejoras en la maquinaria de producción, desarrollo de nuevos métodos de inspección o de producción, quejas del consumidor, etc.

11 RIESGOS DEL MUESTREO Y CURVAS DE OPERACIÓN CARACTERISTICAS (COC)

11.1 Generalidades

Aún en la inspección 100% , siempre existe el riesgo que se pase un pequeño porcentaje de unidades de producto defectuosas. Esto es debido entre otros aspectos a: errores del personal, mala interpretación de las tolerancias, uso inadecuado del equipo de inspección, falta de calibración del mismo o simplemente por usar métodos inapropiados. No solamente existe este riesgo en la inspección 100%, sino también en el caso de inspecciones del 200 o 300 % y en la inspección por muestreo por lo que no se puede evitar totalmente que se pueda dejar pasar una pequeña cantidad de defectuosas, dependiendo del plan usado.

Lo que significa que una inspección con fines de separar productos malos de los buenos, efectuada en forma manual, sólo será efectivo en un determinado porcentaje. Este porcentaje será más alto por ejemplo en mediciones automáticas. Por lo que nunca se podrá garantizar que un producto esté totalmente libre de defectuosas en el caso de inspección por muestreo, además de los errores antes mencionados, debemos considerar los errores intrínsecos al muestreo estadístico o sea la suerte de tomar las muestras malas o buenas.

11.1.1 Consideraciones estadísticas relacionadas con el muestreo

La primera pregunta que nos debemos hacer antes de decidir si se puede o nó aplicar una inspección por muestreo, para una especificación determinada es: ¿Qué sucede si se pasa una defectuosa? Si el defecto es de tal naturaleza que puede ocasionar un peligro a la seguridad, ocasionar grandes pérdidas, dar por resultado una eficiencia inaceptable en la operación, o dar por resultado costos enormes de reparación o corrección, la conclusión es que no se puede usar una inspección por muestreo, debido a que no se pueden, a sabiendas, tolerar la presencia de dichos defectos. Para estas circunstancias y a pesar de las limitaciones intrínsecas al sistema, se recomienda una inspección 100% (véase 4.3). Sin embargo, si la consecuencia debida al defecto no es del tipo que antes se explicó, la conclusión debe ser la de aplicar la inspección por muestreo.

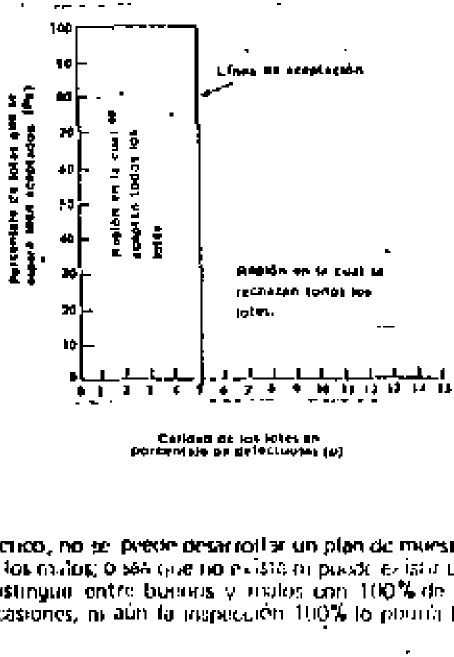
11.1.2 Plan de muestreo [illegible]

muestreo estadístico. Antes de considerar la naturaleza de estos riesgos, es indispensable establecer la especificación que defina "la calidad aceptable". Usualmente se considera que la única calidad del producto aceptable es cero porciento de defectuosas. Una especificación de un producto que establezca una calidad aceptable menos que perfecta, es un compromiso entre el consumidor que desea un producto de calidad perfecta pero que no puede sufragar los altos costos inherentes, y el fabricante que desea proporcionar un producto de calidad perfecta, pero que está limitado por la capacidad del proceso, maquinaria y organización. Debido a lo anterior, siempre existe un compromiso al especificar un nivel de calidad menor que perfecta, que resulta en un determinado nivel de calidad aceptable que generalmente es un número mayor que cero en términos de porcentaje de defectuosas o defectos por cien unidades. Esta especificación representa el grado de inconformidad de las unidades de producto que puede ser aceptado y que consecuentemente se considera aceptable.

Un plan de muestreo ideal es aquel que rechace "todos" los lotes que tengan una calidad menor que la especificada y acepte "todos" los lotes que tengan una calidad igual o mejor a la especificada.

Ejemplo: Supongamos que pudiéramos calcular un plan de muestreo de tal manera que todos los lotes de productos con menos del 5% de defectuosas fueran aceptados y que todos los lotes con más del 5% de defectuosas fueran rechazados. Un plan de muestreo que tenga esas posibilidades queda representado gráficamente como se muestra en la fig. 1.

Fig. 1 Gráfica de comportamiento correspondiente a un plan de muestreo ideal.



Desde el punto de vista práctico, no se puede desarrollar un plan de muestreo que acepte todos los lotes buenos y que rechace todos los malos; o sea que no existe ni puede existir un plan de muestreo que tenga tal poder discriminativo (distinguir entre buenos y malos con 100% de seguridad). Y como ya se ha mencionado en múltiples ocasiones, ni aún la inspección 100% lo podría lograr.

11.1.3 Poder discriminativo

Es el grado en el que un plan de muestreo puede aproximarse a una absoluta discriminación entre lotes buenos y malos. Por lo tanto, cada plan de muestreo se puede clasificar de acuerdo a su poder discriminativo. Es posible calcular planes de muestreo que sin ser ideales se aproximen a éste, tanto como se desee y se justifique como se ve a continuación.

11.2 Riesgos del muestreo

Se ha visto ya que existen riesgos inherentes a la inspección y que en la inspección por muestreo también se deben considerar los riesgos inherentes, o sea que siempre que se use un plan de muestreo, existe el riesgo de que se rechacen lotes buenos y se acepten lotes malos. En general el riesgo es mayor cuanto más pequeña es la muestra. Debido a que este riesgo es [illegible] que se comprenda su significado. Esto se puede explicar de la siguiente manera.

Supongamos que tenemos un lote con un determinado porcentaje de defectuosas y queremos saber qué probabilidades tiene de ser aceptado por el plan de muestreo. Cuando el porcentaje de defectuosas se encuentra en el intervalo de buena calidad, queremos saber qué probabilidades tiene de ser aceptado. Cuando el porcentaje de defectuosas se encuentra en el intervalo de mala calidad, queremos saber a qué probabilidades tiene de ser rechazado. Esto se puede saber consultando la curva de operación característica correspondiente al plan de muestreo.

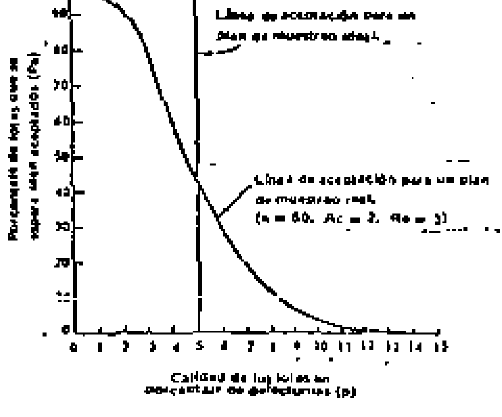
En la fig. 2 se muestra una curva de este tipo, la cual indica las probabilidades de aceptación de distintos lotes dependiendo del porcentaje de defectuosas que contengan.

Debido a variaciones en la muestra, un determinado plan de muestreo nos conduce a una decisión de aceptación o no incorrecta; o sea que un plan de muestreo puede rechazar una cantidad pequeña de lotes buenos (lo que se denomina riesgo del fabricante), y en forma semejante, el plan de muestreo acepta una pequeña cantidad de lotes malos (lo que se denomina riesgo del consumidor).

11.3 Curvas de operación características (COC)

Se puede calcular con precisión, la protección que nos proporciona un determinado plan de muestreo, o sea su poder discriminativo con respecto a lotes buenos y malos de una determinada calidad. Esto nos permite conocer por anticipado y con un alto grado de exactitud matemática, la cantidad de lotes que se espera sean aceptados si se cumple en ellos el nivel de calidad especificado. Además nos permite calcular, de igual forma, la cantidad de lotes que se espera sean rechazados si no se cumple en ellos el nivel de calidad especificado. Estos cálculos, basados en la teoría de las probabilidades, nos dan como resultado las curvas de operación características (COC), como se muestra en la fig.2, en la cual también se muestra la curva correspondiente al plan de muestreo ideal. Estas curvas, por lo tanto, nos muestran el comportamiento de un plan de muestreo en forma gráfica. En la fig 2 se compara un plan de muestreo sencillo, con un tamaño de muestra de 50 y un número de aceptación de 2 con el plan de muestreo ideal.

Fig. 2 Comparación del plan de muestreo ideal y uno real



En resumen: La curva de operación característica correspondiente a un plan de muestreo nos muestra la probabilidad de aceptación de los lotes de acuerdo con la calidad de los mismos. El porcentaje de defectuosas (o defectos por cien unidades) se grafica en las abscisas, desde cero hasta un valor de defectuosas seleccionado, que represente una calidad muy mala. En las ordenadas se grafica el porcentaje de lotes que se espera sean aceptados por el plan de muestreo específico y su escala es de 0 a 100%. Obviamente, los lotes que no contengan defectos, serán siempre aceptados por cualquier plan de muestreo, así como aquéllos que contengan 100% defectuosas, serán rechazados siempre. Por lo que los puntos inicial y final de la curva se conocen sin hacer ningún cálculo. Los puntos de la curva entre estos extremos, se calculan usando la teoría de las probabilidades. Los libros de texto de control de calidad estadístico describen en detalle la construcción de estas curvas.

11.3.1 Selección del plan de muestreo

Cada plan de muestreo tiene sus propios riesgos correspondientes, que están representados gráficamente en su curva de operación característica. Debido a lo cual cada curva de operación característica es única, respecto a los demás, lo que nos proporciona un medio efectivo de "visualizar" lo que sucede al cambiar el tamaño de la muestra o el número de aceptación, con respecto a la aceptación de los lotes.

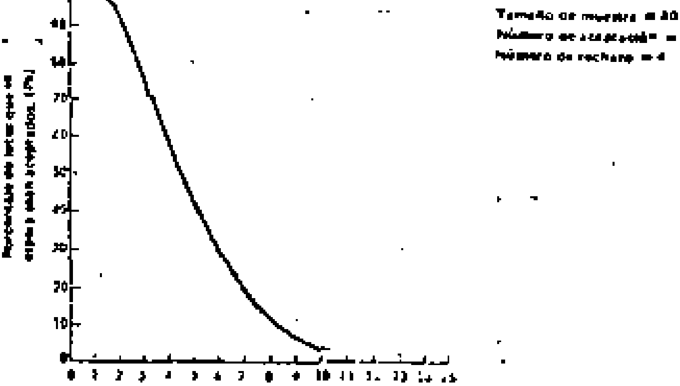
Se puede escoger el plan de muestreo adecuado a unas condiciones determinadas estudiando las curvas de operación características correspondientes a distintos planes de muestreo. Al comparar estas curvas de operación características, se pueden asimismo comparar los riesgos inherentes a cada una de ellas, de tal manera que los riesgos involucrados sean aceptables desde el punto de vista tanto del consumidor como del fabricante.

Las curvas de operación características se pueden usar para clasificar los planes de muestreo desde el punto de vista de la protección que proporcionan al fabricante, al consumidor, o a ambos; debido a que se pueden seleccionar planes de muestreo usando como base de selección el NCA (riesgo del fabricante), la PCL (riesgo del consumidor) o NCI (riesgo de ambos). Una de las ventajas más importantes de la inspección por muestreo sobre la inspección 100 %, es por lo tanto la posibilidad de cuantificar los riesgos de tomar decisiones incorrectas. El personal de los departamentos de control de calidad, diseño o ingeniería, personal que elabora normas y especificaciones, y todas aquellas personas que escogen los planes de muestreo que se deben usar, deben estar familiarizados con las curvas de operación características.

11.3.2 Efectos de los cambios en los planes de muestreo

Un plan de muestreo y sus riesgos correspondientes quedan definidos completamente por: tamaño del lote, tamaño de la muestra y el número de aceptación. El tamaño del lote, exceptuando el caso de lotes muy pequeños, tiene relativamente poca importancia, en la mayoría de los casos en el cálculo de los riesgos correspondientes a un determinado plan de muestreo. Debido a lo cual, el tamaño de la muestra y número de aceptación son los factores más importantes que influyen en los riesgos correspondientes a un determinado plan de muestreo. Si un plan de muestreo tentativo nos conduce a riesgos no satisfactorios, nos preguntamos ¿qué cambios debemos hacer para obtener la protección deseada o necesaria? Esta pregunta la podemos contestar si consideramos los efectos de los cambios en las curvas de operación características del plan. Para comprender el efecto de dichos cambios es necesario un estudio más detallado de las curvas de operación características (véase fig. 3).

Fig. 3 Curva de operación característica de un plan de muestreo típico.

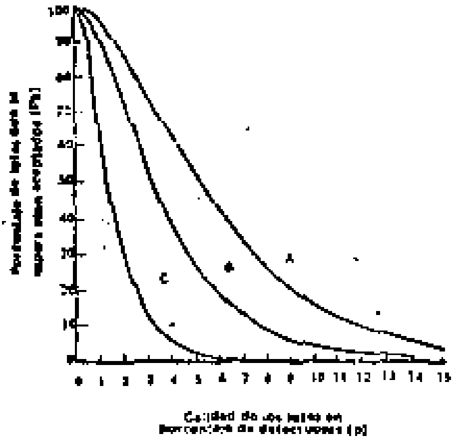


Al examinar con cuidado la curva de la fig. 3, nos percatamos que si los lotes que se van a inspeccionar tienen 2 % de defectuosas, se puede esperar que sean aceptados el 90 % de los lotes, mientras que si los lotes presentados tienen 8 % de defectuosas, solo serán aceptados el 10 % de ellos. Si 2 % y 8 % de defectuosas representan, respectivamente lotes de buena y mala calidad, los lotes buenos serán rechazados 10 % de las veces y los lotes malos serán aceptados 10 % de las veces. Esta frecuencia de aceptación y rechazo se produce al azar. Si esta frecuencia no es aceptable, se deben efectuar los cambios necesarios al plan de muestreo.

11.3.3 Cambios en el tamaño de la muestra

Un aumento en el tamaño de la muestra aumenta la pendiente de la curva, o sea que la acerca a la forma de la curva ideal, como se muestra en las curvas de operación características de la fig. 4.

Fig. 4 Efectos debidos al cambio del tamaño de la muestra.



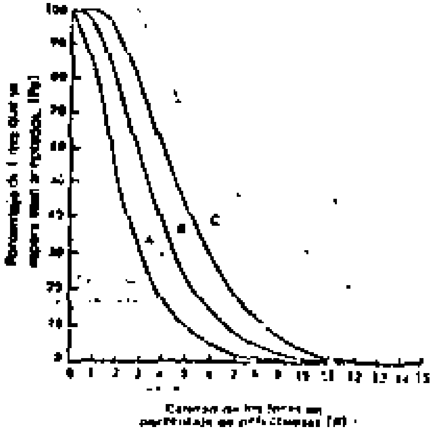
Plan de muestreo	Tamaño de la muestra	Ac	Re
A	32	1	2
B	80	1	2
C	125	1	2

La pendiente de la curva de operación característica (véase 11.1.3) indica su poder discriminativo entre los lotes de buena y mala calidad. La fig. 4 muestra claramente el efecto que causa el aumentar el tamaño de la muestra y cambiando la curva otra con mayor pendiente.

11.3.4 Cambio en el número de aceptación

La fig. 5 muestra los efectos en la curva de operación característica al cambiar los números de aceptación y de rechazo.

Fig. 5 Efectos debidos al cambio del número de aceptación



Plan de muestreo	Tamaño de la muestra	Ac	Re
A	80	1	2
B	80	2	3
C	80	3	4

En general, el efecto que sufre la curva de operación característica, al aumentar el número de aceptación, es el desplazarla hacia la derecha.

11.3.5 Cambio simultáneo del tamaño de muestra y número de aceptación

Si es necesaria una discriminación entre lotes buenos y malos que contengan un porcentaje de defectuosos cerca del nivel de calidad aceptable, se deberá aumentar el tamaño de la muestra. Se debe seleccionar un número de aceptación que proporcione una curva de operación característica correctamente localizada sobre la calidad deseada.

En resumen se debe coordinar tanto el aspecto discriminativo como el nivel de calidad, observando el comportamiento de distintas curvas de operación al ir escogiendo tanto el tamaño de la muestra como el número de aceptación, hasta encontrar un justo compromiso entre el riesgo del fabricante como el del consumidor y para ésto es necesario conocer de antemano qué efectos produce cada cambio en la curva de operación característica.

11.3.6 Las curvas de operación características como base para escoger el plan de muestreo

Como se ha indicado con anterioridad, una de las ventajas, al usar planes de muestreo calculados matemáticamente, es que se tiene siempre la posibilidad de conocer, a priori, los riesgos involucrados. También, sabemos que las curvas de operación características muestran estos riesgos para sus planes correspondientes. Por lo que, al estudiar las curvas de operación correspondientes a dos o más planes de muestreo se pueden comparar con respecto a su efectividad para un caso específico. Cuando las circunstancias lo requieran, también se pueden elaborar tablas de muestreo especiales en las cuales se hayan considerado los riesgos que se deseen. En una situación determinada, la discriminación adecuada puede resultar en un tamaño de muestra relativamente grande, sin embargo, si las pruebas a aplicar son costosas tardadas o hasta destructivas, no será posible el efectuarlas en un tamaño de muestra tan grande, por lo que necesariamente se debe hacer un compromiso. En la realidad, cada vez que se escoge un plan de muestreo, se llega a un compromiso, ya que el consumidor naturalmente desea una calidad perfecta, sin embargo, una calidad tan alta requiere de inspección 100% , o quizás 200 ó 300% .

Lo anterior puede ser deseable y hasta necesario, si se trata de seguridad (de las personas o de sus bienes) pero en todos los demás casos, usualmente es aceptable, un cierto grado de imperfección. Por esta manera siempre se llega a un cierto compromiso, considerando el costo de la inspección y el costo de las consecuencias de aceptar un cierto número de rechazos. Por éstas razones es necesario que el personal que tiene que escoger un plan de muestreo debe familiarizarse antes con las curvas de operación características. En la parte 3 de esta norma se encuentran las curvas de operación características para los planes de muestreo usados.

11.4 Cantidad a inspeccionar

Para cada plan de muestreo (que no sea plan de muestreo sencillo), se puede calcular la cantidad promedio de muestras que se espera sean inspeccionadas en promedio. Los planes de muestreo doble necesitan tamaños de muestras, menores. Los planes de muestreo múltiples, en promedio, necesitan tamaños de muestra menores que los planes de muestreo dobles o sencillos. En los planes de muestreo sencillo el tamaño de la muestra es independiente de la calidad de los lotes, ésto es debido a que la inspección no se termina hasta que se han inspeccionado todas las muestras. Para los planes de muestreo doble y múltiple, el número de muestras que se inspeccionan es el mínimo si la calidad es muy buena o muy mala. Sin embargo, cuando la calidad de los lotes está muy cerca de la especificada, el número de muestras que se inspeccionan es el máximo.

12 SEVERIDAD DE LA INSPECCION

12.1 Generalidades

La severidad de la inspección se relaciona con la cantidad, de muestras que se inspeccionan de un producto. Esto puede ser en base al acuerdo entre fabricante y consumidor, a la especificación correspondiente del producto, o como una consecuencia de su historia de calidad. En la parte 3 de esta norma se proporcionan tres niveles de inspección para uso general, que son: reducido, normal y riguroso. Estos se usan tanto en inspección por atributos como por variables.

12.2 Inspección normal

Es aquella que se usa cuando no existe una certeza que la calidad de un producto es muy buena o muy mala comparada con el NCA especificado. Se debe usar la inspección normal al comienzo de una inspección y continuar en ese mismo nivel mientras se demuestre que el producto se mantiene dentro de la calidad aceptada o acordada

Se debe cambiar a inspección rigurosa usando el procedimiento establecido en esta norma, cuando se llega a la certeza de que la calidad del producto es más bajo que el nivel de calidad especificado. Se puede cambiar a inspección reducida, usando el procedimiento establecido en esta norma, cuando se llega a la certeza de que la calidad del producto es mejor que el nivel de calidad especificado.

12.3 Inspección rigurosa

Cuando en un procedimiento de inspección por muestreo se usa la inspección rigurosa, se debe usar el mismo nivel de calidad que en la inspección normal, pero requiere un criterio de aceptación más riguroso. Esto en general se logra reduciendo el número de aceptación. Cuando se llega a la certeza que la calidad ha aumentado al nivel establecido, se debe usar nuevamente la inspección normal.

12.4 Inspección reducida

Cuando en un procedimiento de inspección por muestreo, se usa la inspección reducida, se debe usar el mismo nivel de calidad que en la inspección normal, pero requiere un tamaño de muestra reducido. Los requisitos para cambiar de inspección normal a reducida son más complejos que para cambiar de inspección normal a rigurosa. Es indispensable tener una historia de calidad para decidir el cambio de normal a reducida. El cambio de normal a rigurosa es usualmente obligatorio, mientras que el cambio de normal a reducida no lo es. Se permite su uso pero solo bajo ciertas condiciones. Cuando se llega a la certeza que el producto ha bajado en su nivel de calidad, el cambio de inspección reducida a normal es obligatorio.

13 TOMA DE MUESTRAS

13.1 Generalidades

Un aspecto básico en la inspección por muestreo es el asegurarse que las unidades de producto tomadas como muestra de un lote, sean representativas de la calidad del mismo. Por lo tanto, el procedimiento usado al seleccionar las muestras del lote debe ser tal que se asegure que no sea tendencioso. El procedimiento para tomar las muestras bajo estas condiciones se llama muestreo al azar.

13.2 Muestreo al azar

La muestra consiste de una o más unidades de producto que se toman de un lote. El muestreo al azar, es el procedimiento que se debe usar para la toma de muestras de un lote, de tal manera que cada unidad de producto que forman el lote tenga la misma oportunidad, sin importar sus características cualitativas, de ser incluida en la muestra. Un requisito básico en la inspección por muestreo es el asegurarse que la muestra sea representativa, en un alto grado, de la calidad de todo el lote. Si las unidades de un lote se han revuelto completamente o se han colocado sin tendencia con respecto a su calidad, el tomar muestras de cualquier parte del lote cumplen el requisito de ser al azar. Sin embargo, no siempre es práctico o posible el revolver las unidades completamente, debido a sus dimensiones físicas, o por cualquier otra razón. En ocasiones lo mejor que podemos hacer al tomar las muestras, es el evitar las tendencias más obvias. Por ejemplo si las unidades están almacenadas en cajas, una tendencia obvia sería si todas las muestras se toman solamente de la caja superior o más próxima al inspector.

Otras tendencias obvias son el seleccionar las muestras de un mismo lugar de los recipientes, de la misma columna del mismo estrato de sólo una máquina y no de todas, o seleccionar las unidades que se ven defectuosas o las que se ven no defectuosas, etc. Si esas tendencias obvias se evitan al tomar las muestras, resulta más fácil el obtener una muestra que se acerque al requisito de ser representativa del lote y los resultados son representativos de la calidad del lote

13.2.1 Tabla de números al azar

Existen tablas de números al azar o aleatorios, la tabla A es una de ellas, la cual se puede usar para tomar las muestras al azar de un lote. Primero se identifica cada unidad que compone el lote con un número diferente. Esto puede, en ocasiones, hacerse colocando las unidades en anaqueles o charolas y numerando las columnas y líneas. Si las unidades tienen número de serie, éstos se pueden usar. También se pueden usar las tres dimensiones de una agrupación o sean el largo, el ancho y la altura para su identificación. Teniendo ya identificadas las unidades, se puede usar la tabla de números al azar para seleccionar las muestras.

TABLA A Números al azar o aleatorios

Líneas \ columnas	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
1	10480	15011	01536	02011	81647	91646	69179	14194	62590	36207	20969	99570	91291	90700
2	22368	46573	25595	85393	30995	89198	27982	53402	93965	34095	52666	19174	39615	99505
3	24130	48360	22527	97265	76393	64809	15179	24830	49340	32081	30680	19655	63348	58629
4	42167	93093	06243	61680	07856	16376	39440	53537	71341	57004	00849	74917	97758	16379
5	37570	39975	81837	16656	06121	91782	60468	81305	49684	60672	14110	06927	01263	54613
6	77921	06907	11008	42751	27756	53498	18602	70659	90655	15053	21916	81825	44394	42880
7	99562	72905	56420	69994	98872	31016	71194	18738	44013	48840	63213	21069	10634	12952
8	96301	91977	05463	07972	18876	20922	94595	56869	69014	60045	18425	84903	42508	32307
9	89579	14342	63661	10281	17453	18103	57740	84378	25331	12566	58678	44947	05585	56941
10	85475	36857	53342	53988	53060	59533	38867	62300	08158	17983	16439	11458	18593	64952
11	28918	69578	88231	33276	70997	79936	56865	05859	90106	31595	01547	85590	91610	78188
12	63553	40961	48235	03427	49626	69445	18663	72695	52180	20847	12234	90511	33703	90322
13	09429	93969	52636	92737	88974	33488	36320	17617	30015	08272	84115	27156	30613	74952
14	10365	61129	87529	85689	48237	52267	67689	93394	01511	26358	85104	20285	29975	89868
15	07119	97336	71048	08178	77233	13916	47564	81056	97735	85977	29372	74461	28551	90707
16	51085	12765	51821	51259	77452	16308	60756	92144	49442	53900	70960	63990	75601	40719
17	02368	21382	52404	60268	89368	19885	55322	44819	01188	65255	64835	44919	05944	55157
18	01011	54092	33362	94904	31273	04146	18594	29852	71585	85030	51132	01915	92747	64951
19	52162	53916	46369	58586	23216	14513	83149	98736	23495	64350	94738	17752	35156	35749
20	07056	97628	33787	09998	42698	06691	76988	13602	51851	46104	88916	19509	25625	58104
21	48663	91245	85828	14346	09172	30168	90229	04734	59193	22178	30421	61666	99904	32812
22	54164	58492	22421	74103	47070	25306	76468	26384	58151	06646	21524	15227	96909	44592
23	32639	32363	05597	24200	13363	38005	94342	28728	35806	06912	17012	64161	18296	22851
24	29334	27001	87637	87308	58731	00256	45834	15398	46557	41135	10367	07684	36188	18510
25	02488	33062	28834	07351	19731	92420	60952	61280	50001	67658	32586	86679	50720	94953
26	81525	72295	04839	96423	24878	82651	66566	14778	76797	14780	13300	87074	79666	95725
27	29676	20591	68086	26432	46901	20849	89768	81536	86645	12659	92259	57102	80428	25280
28	00742	57392	39064	66432	84673	40027	32832	61362	98947	96067	64760	64584	96096	98253
29	05366	04213	25669	26422	44407	44048	37937	63904	45766	66134	75470	66520	34693	90449
30	91921	26418	64117	94305	26766	25940	39972	22209	71500	64568	91402	42416	07844	69618
31	00582	04711	87917	77341	42206	35126	74087	99547	81817	42607	43808	76655	62028	76630
32	00725	69884	62797	56170	86324	88072	76222	36086	84637	93161	76038	65855	77919	88006
33	69011	65795	95876	55293	18988	27354	26575	08625	40801	59920	29841	80150	12777	48501
34	25976	57948	29888	88604	67917	48708	18912	82271	65424	69774	33611	54262	85963	03547
35	09763	83473	73577	12908	30883	18317	28290	35797	05998	41688	34952	37888	38917	88050
36	91567	42595	27958	30134	04024	86385	29880	99730	55536	84855	29080	09250	79656	73211
37	17955	56349	90999	49127	20044	59931	06115	20542	18059	02008	73708	83517	36103	42791
38	46503	18584	18845	49618	02304	51038	20655	58727	28168	15475	56942	53389	20562	87338
39	92157	89634	94824	78171	84610	82834	09922	25417	44137	48413	25555	21246	35509	20468
40	14577	62765	35605	81263	39667	47358	56873	56307	61607	49518	89656	20103	77490	18062
41	98427	07523	33362	64270	01638	92477	66969	98420	04880	45585	46565	04102	46880	45709
42	34914	63976	88720	82765	34476	17032	87589	40836	32427	70002	70663	88863	77775	69348
43	70060	28277	39475	46473	23219	53416	94970	25832	69975	94884	19661	72828	00102	66794
44	53976	54914	06990	67245	68350	82948	11398	42878	80287	88267	47363	46634	06541	97809
45	76072	29515	40980	07391	58745	25774	22987	80059	39911	96189	41151	14222	60697	59583
46	90725	52210	83974	29992	65831	38857	50490	83765	55657	14361	31720	57375	56228	41546
47	64364	67412	33339	31926	14883	24413	59744	92351	97473	89286	35931	04110	23726	51900
48	08962	00358	31662	25388	61642	34072	81249	35648	56891	69352	48373	45578	78547	81788

TABLA A Números al azar u aleatorios (continuación)

49	95312	45570	91575	30865	10561	04552	76463	55325	02119	17747	28965	14777	62710	92277
50	13564	10493	20192	35391	91134	21999	39516	51654	77195	48673	46731	72923	32261	55655
51	16405	31199	04153	83381	79101	21135	43035	92351	36691	31138	39649	91734	77777	02315
52	13527	36953	05530	91962	04747	13092	97067	24345	94730	05176	35090	04672	86771	98259
53	73315	33101	47196	87637	99316	71060	88834	71011	18735	23186	23153	72924	35165	43010
54	47691	59704	23167	49323	45071	33132	13544	41035	80760	45393	44817	12515	98911	91232
55	30405	83966	23792	54472	15092	45799	77716	19791	09763	34553	68868	30229	70735	25494
56	15631	33006	65309	94175	37188	52290	16415	60758	82732	38588	73817	32323	41961	44457
57	96773	20206	42559	78985	05300	22164	74369	54824	35083	19687	11052	91471	60381	39746
58	34015	61202	14549	42674	66533	44131	00697	35552	35970	10171	63518	27636	03387	57856
59	51624	76384	17105	53363	44167	64486	64758	75366	76554	51401	13614	35072	00332	91325
60	78917	19474	23552	27889	47914	02584	37680	70601	72152	39139	34806	05730	85901	47820
61	07931	31300	52347	74211	65445	17361	62825	39705	05607	91284	63833	73570	38818	46920
62	71424	31328	43272	10119	89917	15665	53872	33875	73144	88043	85910	74592	51805	94315
63	07260	00703	23795	95452	92645	45454	04552	88915	16553	31135	79375	97596	16395	14077
64	47238	12476	87375	11263	20979	01509	64535	31555	86064	34472	47639	05974	53468	16834
65	14153	03002	20564	41744	81919	65642	74240	56401	00933	67107	77590	70625	78729	34191
66	21457	40242	29520	98183	29100	21840	15035	33537	33310	06116	95340	13457	16572	06004
67	21581	57652	02350	89128	17937	37621	47075	42080	97403	46676	68973	41525	33386	21597
68	35612	78075	53197	53732	05810	24513	86902	60397	16459	05264	85525	47386	05709	92357
69	44557	66777	99324	51781	84463	60553	79312	93456	68376	23471	93011	75450	52887	73572
70	91340	84972	46749	51973	37948	61023	43997	15763	80641	47413	89305	71193	99313	55591
71	91237	25199	31335	27012	84067	05493	35216	14475	29891	68607	41647	14751	91806	75055
72	50001	31113	65571	19974	72165	09518	12151	06974	91903	15749	34405	50057	87790	70925
73	65590	05724	72758	28609	81106	39147	25517	49342	42627	45733	57382	01617	23773	07636
74	27104	96131	83944	41575	10573	08619	61182	71473	26152	05181	91162	25299	84987	34925
75	37169	94831	39117	89632	00932	10457	65535	49551	39762	17094	02350	73601	00775	43260
76	11208	36335	51111	56351	59444	66479	71945	05477	13442	78615	84091	66955	93654	39294
77	35443	30142	05394	54690	04352	53115	62757	53349	38661	11163	51651	50215	24974	52921
78	46515	78331	85727	38129	57015	15765	97161	17757	45349	61796	66135	81073	49106	79860
79	30765	81373	42116	58155	21552	20502	32309	85155	05174	07501	54319	78581	74618	46942
80	63793	64995	46583	09785	41160	78128	83991	42565	92520	81311	80377	35909	81250	54239
81	82485	84810	99254	07632	43218	50076	21361	34515	51202	88524	41870	32689	51275	63556
82	23065	31908	92131	00060	61297	51674	04186	62573	36123	05155	59191	52799	39725	85747
83	60335	98797	07408	53458	13564	59089	26445	29189	85205	41001	12535	12133	31645	23541
84	49717	46891	24910	25563	86315	30941	25166	54399	71899	55475	95434	08237	23834	39565
85	97455	43175	89761	16275	07100	92063	71942	12511	47345	70583	13534	03602	78095	56134
86	03299	01271	05118	56982	35758	92737	26757	88761	21216	94517	05303	56613	91511	75924
87	79626	16425	03574	17668	07785	74670	79921	25751	83325	65518	85076	72811	21717	56355
88	85635	69335	47539	03129	65651	11977	02510	26111	99147	63615	34527	15152	55730	93448
89	16039	14367	61337	06177	12145	46609	37989	74314	84708	00515	35398	58108	13761	67998
90	08362	15636	66527	36478	65648	16754	53412	00013	07832	41574	17630	82163	60852	75567
91	79555	29056	05142	16265	13367	12656	46737	38159	72478	11773	85732	09443	87555	65250
92	92603	57674	27372	32534	17015	27628	98204	63549	11951	34645	84077	58115	54923	37231
93	27981	25415	40255	07000	13793	02751	14827	23719	33071	99704	37343	31601	35501	85171
94	09945	26526	03525	97901	28393	14185	06821	50701	70426	73647	76310	88717	37890	65124
95	59037	33590	26595	02747	69937	76123	30842	41754	66654	70659	79725	94872	25117	19235
96	41488	75037	69387	03657	34130	77193	97516	43492	04098	73571	80799	76535	71255	64239
97	41764	86775	45303	93017	31201	26692	40202	35275	51366	35543	54205	18098	47625	38684
98	01137	45613	55113	03282	90816	57749	38298	97551	36600	78406	08216	45787	47329	90233
99	85591	31412	57567	61562	14972	53053	89534	76036	49190	41716	97348	04379	46370	38672
100	38534	01715	94704	87218	43680	43772	39560	33319	86557	63738	19636	51132	25759	56947

Ejemplo 1 Selección de números al azar

Suponemos que se van a tomar 5 muestras al azar de un lote de inspección que contiene 50 unidades, las cuales fueron numeradas del 1 al 50. Para seleccionar 5 números al azar de la tabla A, una manera consiste en dejar caer el lápiz en cualquier número de la tabla. Desde este número comenzamos, pero primero, por medio de un volado decidimos si vamos hacia arriba o hacia abajo de la columna. Suponemos que el lápiz cayó en la columna 5 y la línea 17, y el volado indicó que debemos seguir la columna hacia abajo. Como tenemos 50 unidades en el total del lote decidimos usar las dos últimas cifras de cada número. Encontramos en este caso que es necesario eliminar todos los números mayores de 50 por ser éste el tamaño del lote y encontramos 08, 73, 16, 98, 72, 70, 03, 31, 31, 78, 01, 73, 07, 98, 06; usando sólo los números iguales o menores que 50 y eliminando también los números repetidos, usamos 1, 6, 7, 16 y 31 para tomar las muestras que son representativas del lote por haberse tomado estrictamente al azar.

13.2.2 Usos adicionales de las tablas

Las tablas de números al azar proporcionan una cantidad grande de números, se pueden usar los últimos dos dígitos para lotes que contengan hasta 100 unidades y 5 dígitos para lotes hasta 100,000 unidades. En el caso de tener lotes con una cantidad mayor de unidades se pueden usar números compuestos con dos columnas o una columna y parte de la siguiente, por ejemplo 5 números de la primera columna más 2 números de la siguiente, esto es útil para lotes de 100,000,000 de unidades.

También se pueden usar 4 números de una columna con 3 números de la siguiente para hacer el total de 7 números. Las tablas de números al azar siempre dan la misma oportunidad a cada dígito del 0 al 9 y este azar se mantiene aún cuando se lean horizontalmente, verticalmente o en diagonal, ya sea en un sentido o el otro.

13.2.3 Otros métodos

En el caso de no tener disponibles las tablas de números al azar, se permite el uso de otros métodos como los que se mencionan a continuación:

a) Se toma una baraja y se separan todas las cartas que no contengan números considerando el as como 1 y el 10 como cero. Se barajan las cartas completamente y se cortan como si fuera un juego de póquer, se sirve a cada número el total de cartas que se necesite: una carta para un dígito, 2 cartas para 2 dígitos, etc, hasta completar tantos números como se requieran y que contengan tantos dígitos como sea necesario. Debe hacerse notar que este sistema no es tan exacto como la tabla de números al azar.

b) Se puede obtener una serie de números al azar de dos dígitos usando las páginas de un libro de más de 300 páginas, se abre el libro estrictamente al azar y se anotan solamente los últimos dos dígitos correspondientes a la página del libro. Se debe tener cuidado que el libro no esté dañado de tal manera que tenga tendencia a abrirse en una o varias páginas específicas más seguido que lo que sería lógico. Estos números pueden usarse así o acumularse para formar números con 3, 4 o más dígitos. Debe hacerse notar que este sistema no es tan exacto como el uso de tablas de números al azar.

13.3 Muestreo a intervalo constante

Cuando las unidades de producto se encuentran ordenadas sin consideración a los aspectos cualitativos como por ejemplo registros en cintas magnéticas o unidades de producto en charolas o anaqueles a granel, etc. se pueden tomar las unidades de producto que forman la muestra usando la técnica de intervalo constante. Bajo este método, se mantiene constante el intervalo entre las unidades que se toman para formar la muestra.

Así cada 8, 17, 23 o cualquier otra cantidad de unidades, se toma una unidad para formar la muestra. En este caso, la primera unidad que se toma se puede escoger de la tabla de números al azar y a continuación de cada determinado intervalo se toma la siguiente hasta completar la muestra. El intervalo se obtiene dividiendo el tamaño del lote entre el tamaño de la muestra.

Ejemplo 2 Muestreo a intervalo constante

Supongamos que tenemos un lote de 20,000 unidades y un tamaño de muestra de 315. El intervalo se calcula dividiendo el tamaño del lote entre el tamaño de la muestra

14.2 Defectuosas obvias

Si durante la toma de muestras el inspector identifica unidades obviamente defectuosas o unidades obviamente no defectuosas, esto no debe ser base para escogerlas dentro de las unidades que componen la muestra. Sin embargo, aquellas unidades obviamente defectuosas y que no constituyan parte de la muestra se deben separar del lote disponiéndose de ellas de acuerdo a 14.3.2.

14.3 Lotes presentados nuevamente para su inspección

14.3.1 Selección y nuevamente presentación

Cuando un lote es rechazado por no cumplir con las especificaciones y se decide regresarlo al fabricante, éste debe realmente hacer algo si pretende y está permitido, el volverlo a presentar a inspección de aceptación con su consumidor. A este lote se le debe hacer algo para que tenga las mismas probabilidades de ser aceptado como la producción normal, el no hacerlo, desvirtúa la información relativa promedio de la calidad de un proceso, dando la impresión que ésta es más mala que lo que en realidad es. Las probabilidades de aceptación de un lote que ha sido rechazado y sin hacerle nada se presenta nuevamente a inspección, son bastante reducidas.

Si se quiere que el lote tenga las mismas probabilidades de ser aceptado como el promedio de los demás, se debe presentar nuevamente a inspección después de haberse asegurado que su nivel de calidad sea aceptable. Cuando, dentro del proceso existe una inspección 100 , se debe someter el lote a dicha inspección; en el caso de no existir ésta se deben tomar medidas adecuadas para seleccionar las unidades de tal manera que la calidad del lote sea aceptable. Cuando es aceptable para ambas partes este procedimiento y además se justifica económicamente, el resultado es que el límite del promedio de la calidad de salida (LPCS) se aproxima al nivel de calidad aceptable (NCA), a menos que el número de aceptación (Ac) sea cero en la inspección normal.

14.3.2 Disposición de unidades defectuosas

Las unidades defectuosas encontradas en la inspección o en la selección de lotes rechazados, no se deben mezclar con las demás unidades del lote. De común acuerdo entre fabricante y consumidor las unidades defectuosas pueden:

a) Repararse y acumularse en un período determinado para su presentación a inspección como un lote aislado el cual se debe inspeccionar en todas sus características;

b) Repararse y presentarse nuevamente a inspección en el mismo lote de donde provienen;

c) Presentarlas al consumidor para su aceptación bajo una cláusula especial de desviaciones;

d) Disposición de estas unidades como desperdicio, por el fabricante.

e) Disposición de estas unidades de acuerdo al convenio elaborado entre fabricante y consumidor.

14.3.3 Severidad de la inspección

Cuando se permita la presentación de los lotes rechazados, nuevamente a inspección, se debe decidir de común acuerdo entre fabricante y consumidor la severidad de la inspección necesaria para asegurarse que la selección fue efectiva. Se les puede aplicar a los lotes presentados nuevamente a inspección el nivel de inspección normal o el riguroso pero no el reducido.

14.3.4 Clases de defectos

Se debe acordar entre fabricante y consumidor si la inspección de los lotes presentados nuevamente a inspección se debe efectuar en base a todas las clases y tipos de defectos o solamente para [illegible] del rechazo original. Para ésto se debe considerar si los defectos están [illegible] y la naturaleza del trabajo de selección efectuado al lote antes de ser nuevamente presentado a inspección.

$$\frac{20,000}{315} = 64$$

Ahora podemos escoger un número al azar entre 1 y 64, de la tabla de números al azar o usando cualquier otro método después de tomar la primera unidad cada 63 unidades más, tomaremos la siguiente, hasta completar 315 unidades que formen la muestra.

13.4 Muestreo estratificado

Bajo ciertas condiciones puede ser deseable o necesario el dividir el lote en sublotes, de tal manera que se obtenga información relativa a cada estrato o parte del lote. Es necesario un conocimiento profundo del producto para llevar a cabo esta división; se toman muestras de cada sublote como si se tratara de un lote independiente. La decisión de aceptar o no cada uno de los sublotes se basa en los resultados obtenidos en las muestras correspondientes.

Ejemplo 3 Muestreo estratificado

Supongamos que tenemos un lote de 38,100 unidades, producidas en cinco diferentes máquinas (u operadores) y se va a usar inspección por muestreo para cada máquina, para aceptar o no cada sublote. Se determina el tamaño de la muestra de cada sublote de acuerdo a su tamaño.

Máquina número	Tamaño del sublote	Tamaño de la muestra
1	30,000	315
2	4,000	200
3	3,000	125
4	1,000	80
5	100	20
T O T A L	38,100	740

Sin embargo, se hubiera considerado sólo un lote del total, únicamente se hubiera necesitado tomar 500 unidades para tener la muestra; pero ahora se tiene más información, ya que se puede saber cuáles máquinas producen lotes buenos y cuáles malos.

14 DISPOSICION DE UNIDADES DE PRODUCTO DEFECTUOSAS

14.1 Generalidades

Bajo la inspección por muestreo, se puede rechazar un lote cuando se han encontrado tantas defectuosas como el número de rechazo. Las probabilidades de aceptación de lotes están dadas por sus correspondientes curvas de operación características. Tanto más mala sea la calidad, tanto mayor es la probabilidad de que el lote sea rechazado. El rechazo de lotes completos tiene un impacto mucho mayor con el fabricante que si se rechazan solamente las unidades defectuosas al inspeccionar 100%. El rechazo de muchos lotes plantea diversos problemas como son: disposición de los lotes rechazados; determinación de la acción correctiva que debe tomarse; disponibilidad de espacio para almacenar estos lotes, tiempo de reprocesado de los productos; disposición de desechos; dificultades para cumplir las fechas de entrega así como una carga económica adicional sobre el fabricante. Si el fabricante no toma las medidas correctivas adecuadas, puede ser necesario el parar toda la producción, especialmente cuando la cantidad de lotes rechazados es muy grande y no se pueden almacenar o no se considera adecuado el hacerlo. En ocasiones es posible que el comprador acepte los lotes aún cuando éstos no cumplan con las especificaciones, pero ésto normalmente se acuerda correspondiendo una multa o descuento sobre el precio, principalmente si el comprador está urgido del producto o no existen otros fabricantes. Sin embargo, lo más usual es que los lotes rechazados sean nuevamente inspeccionados y las unidades defectuosas se quiten o se reparen y nuevamente se presente este lote a inspección por el consumidor, a menos que exista algún acuerdo contrario entre el fabricante y consumidor al respecto.

[illegible] inspecciona al 100% solamente en la característica en que fue rechazado, la inspección se puede basar solamente en la característica en que falló. Por otra parte, si se comprueba que este [illegible] la [illegible] ha introducido otros defectos, la nueva inspección se debe efectuar considerando todos los tipos y clases de defectos. Si la inspección se limita a los defectos que causaron el rechazo, los demás defectos que se encuentren se deben separar las unidades que los contienen y si así está acordado, se deben regresar esas unidades al fabricante para su reparación o reposición. Sin embargo, éstos defectos no deben contabilizarse, ya que representaría una franca desventaja para el fabricante.

15 CALCULO DE LA CALIDAD PROMEDIO DE UN PROCESO (CPP)

15.1 Propósito

La calidad promedio de un proceso (CPP) es el promedio del porcentaje de defectuosas o el promedio de defectos por cien unidades (lo que corresponda), de un producto presentado por el fabricante a inspección original. La inspección original es la primera inspección de una cantidad de producto en particular y no se debe confundir con la inspección de un producto que se ha presentado nuevamente a inspección, después de haber sido rechazado en la inspección original. Se calcula la calidad promedio de un proceso de la información obtenida como resultado de la inspección de una cantidad de lotes. El propósito primordial del cálculo de la calidad promedio de un proceso es el conocer la calidad promedio de los productos que se presentan para inspección y en esta base saber si la calidad del producto está mejorando, empeorando o permanece constante. La calidad promedio de un proceso sirve para construir la gráfica de fracción defectuosa conocida como "Gráfica P". Esta, muestra la tendencia de la calidad y puede ser útil para tomar acciones correctivas cuando ésto esté indicado. También son útiles para comparar rápidamente la calidad de distintos fabricantes, para un mismo producto. También se pueden usar estas gráficas para especificar o cambiar el NCA en especificaciones de producto o en los contratos.

A pesar de que el verdadero promedio de la calidad de un proceso no se puede saber usando los resultados de la inspección por muestreo, debido a que sólamente se inspecciona una pequeña cantidad de las unidades que contienen los lotes. Sin embargo, al acumular resultados de distintos lotes nos da la posibilidad de calcular matemáticamente el intervalo dentro del cual se encuentra el verdadero valor.

15.2 Cálculo

La calidad promedio de un proceso es el número de defectuosas encontradas en las muestras de una determinada cantidad de lotes, entre el número total de muestras inspeccionadas de dichos lotes, todo multiplicado por 100.

$$\text{Calidad promedio de un proceso} = \frac{\text{Cantidad total de defectuosas}}{\text{Cantidad total de muestras}} \times 100$$

Usualmente se calcula este promedio para 5 ó 10 lotes consecutivos en inspección original (sin incluir lotes presentados nuevamente a inspección). También se puede efectuar el cálculo después de cada lote si la calidad del producto está cambiando rápidamente. Este promedio se calcula por separado para cada tipo o clase de defecto para los que se ha dado un NCA por separado. Es necesario hacer notar que no se puede suspender la inspección en el momento de llegar a una decisión en el caso de planes de muestreo dobles o múltiples, sino que es indispensable inspeccionar todas las muestras para que el cálculo sea correcto. Los resultados de la inspección de productos fabricados bajo condiciones anormales se pueden excluir para este cálculo. El que los resultados en sí sean anormales no justifica el excluir esta información sino que es necesaria una razón clara, definida y conocida, tal como falla de un horno, falla de energía eléctrica, u otras causas semejantes. Esta fórmula también se puede usar para defectos por cien unidades reemplazando este término por el de defectuosas.

Ejemplo 4 Cálculo de la calidad promedio de un proceso

Supongamos que el producto se suministra en lotes de 2500 unidades. El plan de muestreo usado indica que debe tomarse una muestra de 125 unidades de cada lote y proporciona un número de aceptación (Ac) de 3. Se debe efectuar el cálculo de la calidad promedio en base a los resultados de 5 lotes consecutivos en inspección original. Se sabe que el lote No. 3 fue dañado por el agua debido a un techo dañado, durante una lluvia muy fuerte, por lo tanto los resultados de la inspección reflejan esta condición anormal. Los resultados de la inspección por muestreo se muestran a continuación en la tabla 18:

TABLA B Calidad promedio de un proceso

(n = 125, Ac = 3, Re = 4)					
LOTE No.	TAMAÑO DEL LOTE	TAMAÑO DE LA MUESTRA	CANTIDAD DEFECTUOSAS	DECISION	OBSERVACIONES
1	2500	125	2	Aceptar	
2	2500	125	1	Aceptar	
(3)	(2500)	(125)	[illegible]	Rechazar	[illegible]
4	2500	125	0	Aceptar	
5	2500	125	4	Rechazar	
(5)	(2500)	(125)	[illegible]	Aceptar	Nueva presentación
6	2500	125	1	Aceptar	
T O T A L E S		625	8		

$$\text{Calidad promedio} = \frac{100 \times 8}{625} = 1.28\ \%\ \text{defectuosas}$$

Observese que el lote número 5 fue rechazado en la inspección original y ya fue anotado; por lo que al ser nuevamente presentado a inspección después de haber sido seleccionado o reparadas sus unidades defectuosas, no se incluirá en el cálculo del promedio de proceso. El lote número 3 fue rechazado en la inspección original, pero debido a la condición anormal explicada, se excluye del cálculo; cuando fue presentado nuevamente de inspección tampoco se incluyó por haber sido escogido en forma especial y no ser representativo del promedio del proceso.

15.3 Límites superior e Inferior

Los límites de control superior e inferior para el cálculo de la calidad promedio de un proceso se muestran en la tabla C. Estos corresponden a inspección normal. Estos límites son útiles en la construcción de las gráficas del promedio de un proceso, conocidas como "Gráficas P". Estos límites superior e inferior también se pueden usar para calcular los límites de confianza. Este es el rango de la calidad promedio que podemos esperar del total de lote, cuando hemos encontrado una cantidad de defectuosas en las muestras tomadas.

Ejemplo 5 promedio probable del lote

Supongamos que tomamos 125 muestras al azar de un lote y encontramos 10 defectuosas: el porcentaje de defectuosas en la muestra es $\frac{100 \times 10}{125} = 8\%$ defectuosas. La muestra se tomó de un lote cuya calidad en promedio puede encontrarse en un nivel de calidad que puede variar entre los límites superior e inferior que se calculan a continuación.

a) Nivel de calidad inferior

Este es de 19.1 % de defectuosas por el siguiente cálculo: Se entra en la tabla C con el tamaño de muestra (125) y en el contenido de la tabla buscamos en la línea inferior el valor de 8%, pero este se encuentra entre 5.07% de defectuosas que corresponde a un NCA de 15 y 12.18 % de defectuosas que corresponde a un NCA de 25. Se efectúa una interpolación lineal para encontrar el NCA correspondiente a 8% de defectuosas. El 8% que se busca se encuentra a 41% del camino de 5.07 a 12.18 % como se muestra a continuación:

$$\frac{8.00 - 5.07}{12.18 - 5.07} = \frac{2.93}{7.11} = 0.41$$

Y aplicamos este porcentaje a la diferencia de 15 a 25 se encuentran los 19.1 % de defectuosas

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
25–34	** *	** *	** *	** *	** *	** *	** *	6.103 *
35–49	** *	** *	** *	** *	** *	** *	3.328 *	4.383 *
50–74	** *	** *	** *	** *	** *	2.155 *	2.619 *	[illegible] *
75–99	** *	** *	** *	** *	1.396 *	1.853 *	2.434 *	3.243 *
100–124	** *	** *	** *	0.996 *	1.248 *	1.667 *	2.193 *	2.935 *
125–149	** *	** *	** *	0.911 *	1.143 *	1.522 *	2.021 *	2.716 *
150–199	** *	** *	0.644 *	0.815 *	1.020 *	1.330 *	1.836 *	2.461 *
200–249	** *	0.410 *	0.575 *	0.733 *	0.926 *	1.251 *	1.666 *	2.264 *
250–299	** *	0.374 *	0.527 *	0.673 *	0.851 *	1.155 *	1.545 *	2.118 *
300–349	0.219 *	0.347 *	0.490 *	0.627 *	0.795 *	1.083 *	1.433 *	1.993 *
350–399	0.205 *	0.325 *	0.460 *	0.590 *	0.750 *	1.025 *	1.350 *	1.900 *
400–449	0.193 *	0.307 *	0.436 *	0.561 *	0.714 *	0.976 *	1.321 *	1.824 *
450–549	0.179 *	0.286 *	0.407 *	0.525 *	0.670 *	0.921 *	1.249 *	1.732 *
550–649	0.165 *	0.264 *	0.377 *	0.488 *	0.625 *	0.863 *	1.175 *	1.638 *
650–749	0.151 *	0.247 *	0.354 *	0.459 *	0.589 *	0.817 *	1.117 *	1.564 *
750–849	0.143 *	0.231 *	0.331 *	0.430 *	0.565 *	0.772 *	1.061 *	1.495 *

* La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es insuficiente para usar inspección reducida.

** La inspección normal para estos NCA no proporciona tamaños de muestras tan pequeños.

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
900-1,099	0.153 *	0.218 *	0.307 *	0.406 *	0.518 *	0.724 *	1.000 *	1.415 *
1,100-1,299	0.131 *	0.197 *	0.286 *	0.374 *	0.485 *	0.687 *	0.946 *	1.340 *
1,300-1,499	0.113 *	0.185 *	0.270 *	0.354 *	0.451 *	0.651 *	0.907 *	1.295 0.024
1,500-1,699	0.107 *	0.175 *	0.258 *	0.337 *	0.440 *	0.625 *	0.874 *	1.255 0.045
1,700-1,899	0.102 *	0.167 *	0.245 *	0.324 *	0.424 *	0.604 *	0.847 *	1.220 0.065
1,900-2,249	0.096 *	0.158 *	0.233 *	0.308 *	0.405 *	0.579 *	0.817 *	1.181 0.112
2,250-2,749	0.088 *	0.147 *	0.218 *	0.290 *	0.381 *	0.550 *	0.779 0.021	1.134 0.146
2,750-3,499	0.081 *	0.136 *	0.202 *	0.270 *	0.360 *	0.518 *	0.739 0.061	1.083 0.217
3,500-4,999	0.071 *	0.121 *	0.182 *	0.248 *	0.328 *	0.480 0.020	0.691 0.109	1.021 0.279
5,000-6,999	0.062 *	0.108 *	0.164 *	0.222 *	0.300 *	0.444 0.036	0.645 0.155	0.962 0.339
7,000-8,999	0.056 *	0.095 *	0.151 *	0.206 *	0.283 0.020	0.418 0.062	0.612 0.185	0.920 0.380
9,000-10,999	0.052 *	0.091 *	0.142 *	0.195 0.003	0.266 0.034	0.400 0.100	0.590 0.210	0.892 0.405
11,000-13,499	0.046 *	0.085 *	0.133 *	0.186 0.016	0.254 0.045	0.384 0.116	0.570 0.236	0.866 0.431
13,500-17,499	0.044 *	0.080 *	0.127 0.005	0.176 0.024	0.243 0.057	0.371 0.122	0.552 0.248	0.844 0.456
17,500-22,499	0.041 *	0.076 *	0.119 0.011	0.167 0.033	0.232 0.068	0.364 0.144	0.534 0.266	0.821 0.475
22,500 y más	0.036 *	0.067 0.001	0.109 0.021	0.155 0.045	0.217 0.082	0.337 0.163	0.510 0.290	0.790 0.510

* La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es insuficiente para usar inspección reducida.

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10.0	15.0	25.0
900–1,099	1.35 0.05	2.46 0.34	4.00 1.00	5.90 2.10	8.52 4.08	12.00 7.00	18.65 11.32	28.74 20.76
1,100–1,299	1.87 0.13	2.56 0.44	3.87 1.13	5.73 2.27	8.71 4.29	12.74 7.26	18.36 11.64	29.33 20.67
1,300–1,499	1.80 0.20	2.47 0.53	3.77 1.23	5.60 2.40	8.54 4.46	12.64 7.36	18.11 11.89	29.01 20.99
1,500–1,699	1.75 0.25	2.42 0.58	3.69 1.31	5.50 2.50	8.41 4.59	12.37 7.63	17.91 12.09	28.76 21.25
1,700–1,899	1.71 0.29	2.37 0.63	3.59 1.41	5.41 2.59	8.30 4.70	12.24 7.76	17.74 12.26	28.54 21.46
1,900–2,249	1.66 0.34	2.31 0.69	3.54 1.46	5.32 2.68	8.18 4.82	12.08 7.92	17.55 12.45	28.29 21.71
2,250–2,749	1.60 0.40	2.23 0.77	3.45 1.55	5.20 2.80	8.03 4.97	11.90 8.10	17.32 12.68	28.00 22.00
2,750–3,499	1.54 0.46	2.16 0.84	3.35 1.66	5.07 2.93	7.87 5.13	11.70 8.30	17.08 12.92	27.68 22.32
3,500–4,999	1.46 0.54	2.06 0.94	3.23 1.77	4.92 3.08	7.67 5.33	11.46 8.54	16.78 13.22	27.30 22.70
5,000–6,999	1.39 0.61	1.97 1.03	3.11 1.89	4.77 3.23	7.49 5.51	11.22 8.78	16.50 13.50	26.94 23.06
7,000–8,999	1.34 0.66	1.91 1.09	3.03 1.97	4.67 3.33	7.36 5.64	11.06 8.94	16.25 13.75	26.68 23.32
9,000–10,999	1.30 0.50	1.87 1.13	2.97 2.03	4.60 3.40	7.27 5.73	10.95 9.05	16.16 13.84	26.50 23.50
11,000–13,499	1.27 0.73	1.83 1.17	2.92 2.08	4.54 3.46	7.18 5.82	10.85 9.16	16.04 13.96	† †
13,500–17,499	1.24 0.76	1.80 1.20	2.88 2.12	4.48 3.52	7.11 5.89	10.76 9.24	† †	† †
17,500–22,499	1.21 0.79	1.76 1.24	2.84 2.16	4.42 3.58	7.04 5.96	† †	† †	† †
22,500 y más	1.17 0.83	1.71 1.29	2.77 2.23	4.35 3.65	† †	† †	† †	† †

† La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es muy grande desechense los resultados más antiguos.

TABLA C   Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10.0	15.0	25.0
25-34	6.52 *	8.27 *	11.23 *	15.65 *	20.36 *	27.47 *	36.23 *	52.63 *
35-49	5.63 *	7.17 *	9.52 *	13.26 *	18.30 *	24.64 *	32.93 *	48.14 3.96
50-74	4.81 *	6.17 *	8.52 *	11.62 *	16.21 *	22.05 *	29.75 0.25	41.05 4.35
75-99	4.22 *	5.46 *	7.55 *	10.43 *	14.70 *	20.17 *	27.60 2.04	41.06 8.92
100-124	3.83 *	4.97 *	6.98 *	9.67 *	13.73 *	18.96 1.04	25.98 4.02	39.17 10.83
125-149	3.56 *	4.64 *	6.65 *	9.13 *	13.03 *	18.11 1.89	24.93 5.07	37.82 12.18
150-199	3.27 *	4.28 *	6.09 *	8.54 *	12.29 0.71	17.18 2.82	23.80 6.20	36.36 13.64
200-249	3.09 *	3.95 *	5.97 *	8.00 *	11.60 1.40	16.33 3.67	22.75 7.24	35.01 14.99
250-299	2.81 *	3.72 *	5.36 *	7.62 0.38	11.12 1.88	15.73 4.27	22.01 7.99	34.05 15.95
300-349	2.67 *	3.54 *	5.13 *	7.33 0.67	10.75 2.25	15.27 4.73	21.45 6.55	33.73 16.43
350-399	2.55 *	3.40 *	4.95 0.05	7.12 0.88	10.45 2.55	14.90 5.10	21.00 9.40	32.75 17.25
400-449	2.40 *	3.25 *	4.80 0.20	6.91 1.09	10.21 2.79	14.60 5.10	20.64 9.36	32.25 17.72
450-549	2.34 *	3.14 *	4.62 0.38	6.64 1.36	9.91 3.09	14.24 5.76	20.20 9.80	31.77 18.23
550-649	2.23 *	3.00 *	4.47 0.53	6.45 1.65	9.62 3.38	13.87 6.13	19.75 10.25	31.13 18.87
650-749	2.13 *	2.89 0.11	4.29 0.71	6.27 1.73	9.39 3.61	13.59 6.41	19.39 10.61	30.67 19.33
750-899	2.01 *	2.78 0.22	4.15 0.85	6.09 1.91	9.18 3.82	13.29 6.70	19.05 10.95	30.22 19.78

* La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es insuficiente para usar inspección reducida.

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	40.0	65.0	100.0	150.0	250.0	400.0	650.0	1000.0
25–34	74.93 5.07	109.53 20.47	155.2 44.8	217.6 82.4	337.3 162.7	510.5 289.5	790.8 509.2	1174.7 825.3
35–49	69.28 10.72	102.33 27.67	146.3 53.7	206.7 93.3	323.2 176.8	492.6 307.4	768.0 532.0	1146.4 853.6
50–74	64.10 15.90	95.77 34.23	138.1 61.9	196.7 103.3	310.2 189.8	476.2 323.8	747.1 552.9	1120.5 879.5
75–99	60.94 19.06	90.93 39.07	132.2 67.8	189.4 110.6	300.9 199.1	464.3 335.7	732.0 568.0	1101.7 898.3
100–124	57.93 22.07	87.86 42.14	128.3 71.7	184.7 115.3	294.8 205.2	456.7 343.3	722.3 577.7	1089.6 910.4
125–149	56.21 23.79	85.67 44.33	125.6 74.4	180.4 119.6	290.5 209.5	451.3 348.7	715.3 584.7	1083.1 916.9
150–199	54.36 25.64	83.31 46.69	122.9 77.1	177.8 122.2	285.9 214.1	448.4 351.6	707.9 592.1	1071.8 928.2
200–249	52.76 27.24	81.14 48.86	120.0 80.0	174.4 125.6	281.7 218.3	440.0 360.0	701.0 599.0	1069.3 930.7
250–299	51.44 28.56	79.60 50.40	118.1 81.9	172.2 127.8	278.6 221.4	436.2 363.8	696.2 603.8	1057.3 942.7
300–349	50.53 29.47	78.43 51.57	116.7 83.3	170.4 129.6	276.3 223.7	433.3 366.7	692.5 607.5	1052.7 947.3
350–399	49.83 30.17	77.50 52.50	115.5 84.5	169.0 131.0	274.5 225.5	431.0 369.0	689.5 610.5	1049.0 951.0
400–449	49.27 30.73	76.74 53.26	114.6 85.4	167.8 132.2	273.0 227.0	429.1 370.9	687.1 612.9	1046.0 954.0
450–549	48.49 31.51	75.82 54.18	113.4 86.6	166.4 133.6	271.2 228.8	426.8 373.2	684.2 615.8	1042.4 957.6
550–649	47.75 32.25	74.88 55.12	112.3 87.7	165.0 135.0	269.4 230.6	424.5 375.5	681.2 618.8	1038.6 961.4
650–749	47.19 32.81	74.16 55.84	111.3 88.7	163.9 136.1	267.9 232.1	422.7 377.3	678.9 621.1	1035.9 964.1
750–849	46.67 33.33	73.42 56.58	110.4 89.6	162.8 137.2	266.5 233.5	420.9 379.1	676.6 623.4	1033.0 967.0

TABLA C Límites superior e inferior del promedio del proceso para inspección normal (continuación)

Cantidad de unidades de la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso	Niveles de calidad aceptable							
	40	65	100	150	250	400	650	1000
900-1,099	46.00 34.00	72.65 57.35	109.5 90.5	161.6 138.4	265.0 235.0	419.0 381.0	674.2 625.8	1030.6 970.6
1,100-1,299	45.48 34.52	71.98 58.02	108.7 91.3	160.6 139.4	263.7 236.3	417.3 382.7	672.1 627.9	1027.4 972.6
1,300-1,499	45.07 34.93	71.47 58.53	108.0 92.0	159.8 140.2	262.7 237.3	416.0 384.0	670.4 629.6	1025.4 974.6
1,500-1,699	44.74 35.26	71.05 58.95	107.5 92.5	159.2 140.8	261.9 238.1	415.0 385.0	669.1 630.9	1023.7 976.3
1,700-1,899	44.47 35.53	70.70 59.30	107.1 92.9	158.7 141.3	261.2 238.8	414.1 385.9	668.0 632.0	§ §
1,900-2,199	44.17 35.83	70.31 59.69	106.6 93.4	158.1 141.9	260.4 239.6	413.2 386.8	§ §	§ §
2,200-2,749	43.79 36.21	69.84 60.16	106.0 94.0	157.3 142.7	259.5 240.5	§ §	§ §	§ §
2,750-3,499	43.39 36.61	69.33 60.67	105.4 94.6	156.6 143.4	§ §	§ §	§ §	§ §
3,500-4,999	42.91 37.09	68.71 61.29	104.6 95.4	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
5,000-6,999	42.45 37.55	68.12 61.88	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
7,000-8,999	42.12 37.88	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
9,000-10,999	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
11,000-13,499	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
13,500-17,499	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
17,500-22,499	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §
22,500 y más	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §	§ §

§ La cantidad de unidades en la muestra incluidas en el cálculo del promedio del proceso es muy grande. Descartar los resultados más antiguos.

Por lo tanto [illegible] límite [illegible] de defectuosas en este lote es de [illegible]%. [illegible] significa que en el [illegible] de los casos, el lote contiene [illegible]% de defectuosas, cuando hemos encontrado 10 defectuosas en la muestra de 125 unidades.

b) Nivel de calidad superior

Este es de 3.34% de defectuosas por el siguiente cálculo: Se entra en la tabla C con el tamaño de la muestra (125) y en el contenido de la tabla se busca en la línea superior el valor de 8%, pero este se encuentra entre 6.55% de defectuosas que corresponde a un NCA de 2.5 y 9.13% de defectuosas que corresponde a un NCA de 4. Se efectúa una interpolación lineal para encontrar el NCA correspondiente a 8% de defectuosas. El 8% que se busca se encuentra a 56% del camino de 6.55 y 9.13 como se muestra a continuación:

$$\frac{8.00 - 6.55}{9.13 - 6.55} = \frac{1.45}{2.58} = 0.56$$

Y aplicando este porcentaje a la diferencia de 4.0 a 2.5 se encuentran los 3.34% de defectuosas:

$$2.5 + 0.56\,(4.0 - 2.5) = 3.34$$

c) Al considerar ambos límites calculados, se puede decir acerca de la calidad del lote, lo siguiente:

Cuando se encuentran 10 unidades defectuosas en una muestra de 125 unidades, la calidad real en el lote puede ser tan buena como 3.34% de defectuosas o tan mala como 15.1% de defectuosas en promedio.

16 HISTORIA DE CALIDAD

16.1 Propósito

La historia de calidad es el registro de los resultados de la inspección de lotes para un producto de un proveedor; esta información se puede evaluar para cada período determinado. En estas bases se pueden comparar las historias de calidad de distintos proveedores de un solo producto o tipo de productos y así conocer su capacidad con respecto a la calidad de dichos productos. También se pueden efectuar, tomando como base estas historias de calidad, estudios para conocer la capacidad de los procesos y variabilidad del diseño con objeto de poder efectuar los cambios indispensables en el proceso que den como resultado el cumplimiento de las especificaciones. Se pueden sancionar las deficiencias en el producto al fabricante de tal manera que su departamento de diseño o ingeniería de proceso pueda tomar las medidas correctivas necesarias.

Quizá la utilidad, más importante, que se puede dar a la historia de calidad de un producto con un proveedor es que con ella podemos fijar el nivel de inspección. Cuando ésta muestra una alta calidad consistente para todas sus características, es necesario un nivel de inspección menor y con ello los costos de la inspección también son menores, tanto para el proveedor como para el consumidor.

16.2 Registro de los resultados de la inspección

Estos son los resultados de la inspección e incluyen información con respecto a identificación del producto, de los lotes y cuáles características o grupos de características se han inspeccionado. Este registro de los resultados de la inspección por muestreo permite elaborar la historia de la calidad. Al analizar esta información para un período determinado se pueden detectar a tiempo tendencias negativas con respecto a la calidad, [illegible] antes de que el producto se encuentre fuera de especificaciones y así tomar las medidas correctivas antes de que sea necesario rechazar una gran cantidad de lotes.

Además de que ayuda a evitar el rechazo de grandes cantidades de lotes, ayuda a cumplir con los plazos de entrega y en esta forma ayuda a que el proveedor [illegible] con respecto a la calidad de sus productos. Se puede tener un mejor control sobre la calidad cuando se [illegible] y [illegible] los resultados de la inspección. [illegible] de un proveedor es de gran utilidad para evaluar la capacidad de un proveedor con respecto a la calidad. Se recomienda siempre el uso de formas [illegible] materias primas, etc.;

[illegible] instrumentos y equipo de medición;

c) Control de procesos;

d) Mediciones 100 y/o estadísticas;

e) Programa de calidad

17.3 Relación consumidor proveedor

Las unidades de producto defectuosas que encuentre el consumidor al efectuar su inspección, deben estar separadas del lote y/o bien identificadas, también es indispensable saber a que lote corresponden. Los defectos encontrados en estas unidades de producto defectuosas, deberán ser demostrados al proveedor, en lo posible. Las discrepancias que se encuentren en los resultados de la inspección efectuada por el consumidor con respecto a los que tiene el proveedor deben ser investigadas a fondo, esto es [illegible] muy útil en las relaciones proveedor consumidor. Un aspecto que es muy provechoso para esta investigación es el tener unificada, entre el proveedor y el consumidor, la forma de presentación de los resultados. Las discrepancias pueden ser debidas a aspectos tales como: métodos de medición usados, características del equipo de medición que se utiliza, calibración del mismo, experiencia del personal, etc. Debido a ésto, puede ser conveniente y hasta necesario el acuerdo previo, entre proveedor y consumidor, de los métodos de medición que se van aplicar, las características del equipo de medición, que se usará, etc. Otros aspectos que hay que considerar al investigar las discrepancias, son: la correcta interpretación de las especificaciones y/o resultados. Asimismo también existe la posibilidad de que los resultados no coincidan en un momento dado por aspectos estrictamente del azar, sin embargo existen métodos para ayudar a esta investigación, como en el análisis de la historia de calidad, la posibilidad que existe en algunos casos de tomar una nueva muestra del lote e inspeccionarla, esto es útil cuando por el tamaño del lote y el nivel de inspección resulta en una cantidad grande de muestras y también es útil en caso de tercería, o sea cuando es necesaria una certificación de calidad efectuada por la autoridad o cualquier otra entidad que no sea ni el proveedor ni el consumidor.

Siempre es conveniente que el personal de inspección tanto del proveedor como del consumidor comprendan y apliquen aspectos tales como:

a) Registros, información y controles adecuados;

b) Toma de muestras estrictamente al azar;

c) Lista de fallas posibles y su descripción detallada;

d) Aplicación adecuada del plan de muestreo;

e) Equipo de medición adecuado así como su operación, calibración y mantenimiento apropiados.

f) Uniformidad en la aplicación de los criterios de calidad.

18 BIBLIOGRAFIA

Guide to the use of ISO 2859 "Sampling procedures and tables for inspection by attributes".

MIL - HDBK - 53 "Guide for Sampling Inspection".

México, D.F., a

EL C. DIRECTOR GENERAL DE NORMAS

17-

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO

NORMA OFICIAL MEXICANA

NOM-R-18-1975

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

PARTE II

METODOS DE MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

DIRECCION GENERAL DE NORMAS

C O N T E N I D O

1 OBJETIVO Y CAMPO DE APLICACION

1.1 Objetivo

Esta parte de la norma establece los planes de muestreo y metodos para la inspección por atributos, con el fin de permitir el mutuo entendimiento sobre bases estadísticas comunes entre proveedores y compradores.

1.2 Campo de Aplicación

Los planes de muestreo de esta norma se aplican, pero no en forma limitativa a la inspección de:

a) Productos terminados;
b) Componentes y materias primas;
c) Operaciones;
d) Materiales en proceso;
e) Materiales almacenados;
f) Operaciones de mantenimiento;
g) Datos y registros;
h) Procedimientos administrativos;

La aplicación principal de estos planes es para la inspección de series contínuas de lotes o partidas. Estos planes pueden usarse para la inspección de lotes o partidas aisladas, pero en este caso el usuario debe consultar las curvas de operación características para encontrar un plan que le proporcione la protección deseada (véase 11.6).

1.3 Referencias

Este documento es la segunda parte de la norma "Muestreo para la Inspección por Atributos" que en su totalidad consta de las siguientes partes:

Parte I	Información general sobre la inspección por muestreo
Parte II	Métodos de muestreo para la inspección por atributos
Parte III	Tablas y gráficas para la inspección por atributos
Parte IV	Aplicación de los métodos de muestreo para la inspección por atributos
Parte V	Regla de cálculo para los planes de muestreo por atributos

1.4 Definiciones

1.4.1 Inspección

Es el proceso de medición, examen, prueba o de alguna otra forma de comparación de la unidad de producto bajo consideración, (véase 1.4.3), con respecto a las especificaciones establecidas.

1.4.2 Inspección por atributos

Es aquella bajo la cual simplemente se clasifica a la unidad de producto como defectuosa o no defectuosa o se cuenta el número de defectos que contiene con respecto a las especificaciones establecidas.

Referencias ISO 2859-1974 IEC Publicación 410-1973 MIL STD-105-D 1963	La Dirección General de Normas de la Secretaría de Industria y Comercio aprobó la presente norma que fue publicada en el Diario Oficial de la Federación el	[illegible]

1.4.3 Unidad de producto

Es aquella que se inspecciona para su clasificación en defectuosa o no defectuosa, o para contar el número de defectos que contiene. Puede ser un solo artículo, un par, un juego, una longitud, una área, una operación, un volumen, un componente de un producto terminado o el producto terminado mismo. La unidad de producto puede o no ser la misma unidad de compra, surtimiento, producción o embarque.

2 CLASIFICACION DE DEFECTOS Y UNIDADES DE PRODUCTO DEFECTUOSAS

2.1 Clasificación de defectos

Es la lista de posibles defectos que puede contener la unidad de producto, clasificados de acuerdo a su importancia. Defecto es cualquier discrepancia o inconformidad de la unidad de producto, con respecto a las especificaciones establecidas. Los defectos se agrupan usualmente en una o más de las clases que se mencionan a continuación; sin embargo, éstos también se pueden agrupar en otras clases o subclases dentro de las mismas.

2.1.1 Defecto crítico

Es aquel en el cual el criterio y la experiencia indican que tiene grandes probabilidades de producir condiciones peligrosas o inseguras para las personas que lo usan, le dan servicio o dependen de él. También es aquel en el cual el criterio y la experiencia indican que tiene grandes probabilidades de impedir el funcionamiento o el desempeño de la función primordial de un producto terminado mayor, tal como un barco, un avión, un tanque, un proyectil, un vehículo espacial, una computadora, un equipo médico, o un satélite de telecomunicaciones.

NOTA: Para condiciones especiales relativas a defectos críticos, véase 6.3.

2.1.2 Defecto mayor

Es aquel, que sin ser crítico, tiene grandes probabilidades de provocar una falla o reducir en forma drástica la utilidad de la unidad de producto para el fin al que se le destina.

2.1.3 Defecto menor

Es aquel que representa una desviación con respecto a los requisitos establecidos y que no tiene una influencia decisiva en el uso efectivo o en la operación de la unidad de producto, o sea que no tiene grandes probabilidades de reducir en forma drástica la posibilidad de uso para el fin al que se le destina.

2.2 Clasificación de unidades de producto defectuosas

Defectuosa, es aquella que contiene uno o más defectos. Estas usualmente se clasifican en:

2.2.1 Unidad de producto defectuosa crítica

Es aquella que contiene uno o más defectos críticos, así como también puede contener defectos mayores y/o menores.

NOTA: Para condiciones especiales relativas a defectos críticos, véase 6.3.

2.2.2 Unidad de producto defectuosa mayor

Es aquella que contiene uno o más defectos mayores y que también puede contener defectos menores, pero que no contiene defectos críticos.

2.2.3 Unidad de producto defectuosa menor

Es aquella que contiene uno o más defectos menores, pero que no contiene ni defectos mayores ni críticos.

3 PORCENTAJE DE UNIDADES DE PRODUCTO DEFECTUOSAS Y DEFECTOS POR CIEN UNIDADES DE PRODUCTO

3.1 Formas de expresar la inconformidad

El grado de inconformidad de una unidad de producto, se puede expresar como: porcentaje de unidades de producto defectuosas, o defectos por cien unidades

3.2 Porcentaje de unidades de producto defectuosas

Es el cociente del número de unidades de producto defectuosas, entre el número total de unidades de producto inspeccionadas, todo multiplicado por 100.

$$\%\ \text{DEFECTUOSAS} = \frac{\text{CANTIDAD DE DEFECTUOSAS}}{\text{CANTIDAD INSPECCIONADA}} \times 100$$

3.3 Defectos por cien unidades de producto

Es el cociente del número de defectos encontrados en las unidades de producto, entre el número de unidades de producto inspeccionadas, todo multiplicado por 100.

NOTA: Cualquier unidad de producto puede contener uno o más defectos

$$\text{DEFECTOS POR CIEN UNIDADES} = \frac{\text{CANTIDAD DE DEFECTOS}}{\text{CANTIDAD INSPECCIONADA}} \times 100$$

4 NIVEL DE CALIDAD ACEPTABLE (NCA)

4.1 Uso

El NCA se usa en conjunto con la letra clave que corresponde al tamaño de la muestra, para entrar en las tablas correspondientes a los planes de muestreo para la inspección por atributos incluidas en la parte III de esta norma.

4.2 Definición

El NCA es el porcentaje máximo de unidades de producto defectuosas (o el máximo número de defectos por cien unidades de producto) que, para propósitos de inspección por muestreo, se puede considerar satisfactorio como calidad promedio de un proceso (véase 11.2).

4.3 Explicaciones sobre el significado del NCA

Cuando un consumidor especifica un valor de un NCA para un defecto o grupo de defectos, con ello indica al proveedor que su plan de muestreo de aceptación va a aceptar la gran mayoría de los lotes o partidas que presente el proveedor, siempre y cuando el promedio del porcentaje de unidades de producto defectuosas (o defectos por cien unidades de producto) en esos lotes o partidas, no exceda el valor especificado para el NCA. Por lo que el valor especificado del NCA es el porcentaje de unidades de producto defectuosas (o defectos por cien unidades de producto), que el consumidor indica que es aceptado la mayoría de las veces, por el plan de inspección por muestreo que se va a usar. Los planes de muestreo que se proporcionan en esta norma están elaborados de tal manera, que la probabilidad de aceptación en el valor especificado del NCA, depende del tamaño de la muestra, siendo generalmente más grande para tamaños de muestra mayores que para pequeños, para un NCA definido. El NCA solo, no indica la protección al consumidor en lotes o partidas individuales, pero se relaciona más directamente con lo que se puede esperar de una serie de lotes o partidas, si se toma en cuenta esta norma. En este último caso, es necesario consultar las curvas de operación características del plan para determinar qué protección va a tener el consumidor.

4.4. Limitación

La especificación de un NCA no significa que el proveedor tenga derecho a proporcionar, a sabiendas, unidades de producto defectuosas.

4.5 Especificación del NCA

El NCA que se va a usar debe especificarse en el contrato o establecerse por mutuo acuerdo entre proveedor y consumidor. Se pueden especificar diferentes NCA para grupos de defectos considerados en forma colectiva o para defectos individuales. Se puede especificar un NCA para un grupo de defectos adicionalmente a los NCA para defectos individuales o subgrupos en el mismo grupo. Los NCA para valores de 10 o menores, se pueden expresar ya sea en porcentaje de unidades de producto defectuosas o en defectos por cien unidades de producto; aquellos mayores de 10 se deben expresar solamente como defectos por cien unidades de producto.

4.6 NCA preferentes

Los valores de los NCA proporcionados por las tablas de la parte III de esta norma, se conocen como valores preferentes de NCA. Si para algún producto se debe especificar un NCA diferente a los valores preferentes, las tablas de la parte III no son aplicables.

5 PRESENTACION DEL PRODUCTO PARA SU INSPECCION

5.1 Lote o partida

Se refieren a lotes o partidas para su inspección y se definen como el conjunto de unidades de producto del cual se toma la muestra para su inspección y se determina la conformidad con el criterio de aceptación y puede ser diferente al conjunto de unidades llamadas lote o partida para otros propósitos (por ejemplo: producción, embarque, etc.).

5.2 Formación de lotes o partidas

El producto debe agruparse en lotes, sub-lotes o partidas identificables o de cualquier otra forma que se especifique (véase 5.4). En lo posible cada lote o partida debe estar constituido por unidades de producto de un solo tipo, grado, clase, tamaño y composición, fabricados esencialmente bajo las mismas condiciones y en el mismo período.

5.3 Tamaño de los lotes o partidas

Es el número de unidades de producto que contienen.

5.4 Presentación de lotes o partidas para su inspección

Se debe establecer por mutuo acuerdo entre proveedor y comprador, la manera de formar los lotes o partidas, su tamaño y la forma en que deben presentarse e identificarse por el proveedor. Cuando sea necesario, el proveedor debe proporcionar espacio adecuado y apropiado para el almacenamiento de cada lote o partida, el equipo necesario para la adecuada presentación e identificación y personal para llevar a cabo todo el manejo del producto necesario para la extracción de las muestras.

6 ACEPTACION O RECHAZO

6.1 Aceptabilidad de lotes o partidas

Esta se determina por medio del plan o planes de muestreo en conjunto con el NCA correspondiente

6.2 Unidades de producto defectuosas

El consumidor tiene derecho a rechazar cualquier unidad de producto que encuentre defectuosa durante la inspección, sin importar que dicha unidad forme parte de la muestra o no y sin importar que el lote o partida en total sea aceptada o no. Las unidades de producto defectuosas pueden repararse o corregirse y presentarse nuevamente para su inspección, mediante la aprobación y en la forma acordada entre proveedor y comprador.

6.3 Condiciones especiales relativas a defectos críticos

Dependiendo del mutuo acuerdo entre proveedor y comprador, se puede establecer que el proveedor inspeccione cada unidad de producto del lote o partida, con respecto a los defectos críticos. El consumidor tiene el derecho a inspeccionar cada unidad del lote o partida con respecto a los defectos críticos y rechazar el lote o partida inmediatamente después de encontrar un defecto crítico y también tiene el derecho de tomar muestras con respecto a defectos críticos de cada lote o partida presentada a inspección por el proveedor y rechazar cualquier lote o partida que contenga uno o más defectos críticos en la muestra tomada.

6.4 Lotes o partidas presentadas nuevamente para inspección

Los lotes o partidas que han sido rechazados inicialmente, se pueden presentar nuevamente a inspección de aceptación, solamente después de haber examinado, medido o probado nuevamente todas las unidades de producto y que se hayan quitado las defectuosas o corregido los defectos. De mutuo acuerdo entre proveedor y comprador se establece si se usa en este caso la inspección normal o rigurosa y si la inspección debe incluir todos los tipos y clases de defectos o solamente los tipos y clases de defectos por los que fué rechazado inicialmente.

7 EXTRACCION DE MUESTRAS

7.1 Muestra

Consiste de una o más unidades de producto tomadas de un lote o partida. Estas deben tomarse estrictamente al azar, sin considerar su calidad. El número de unidades de producto en la muestra corresponde al tamaño de la misma.

7.2 Muestra representativa

Siempre que sea posible, el número de unidades en la muestra se debe seleccionar en proporción al tamaño de los sublotes o subpartidas o partes que componen el lote o partida, identificadas por un criterio racional. Cuando se desee un muestreo representativo, se seleccionan las unidades de producto de cada parte del lote o partida estrictamente al azar.

7.3 Tiempo de muestreo

Se pueden tomar las muestras cuando se haya terminado de formar un lote o partida, o bien se pueden tomar durante el proceso de formación del mismo.

7.4 Muestreo doble o múltiple

Cuando se usan los planes de muestreo doble o múltiple, las muestras en cada caso deben ser representativas de todo el lote o partida.

8 INSPECCION NORMAL, RIGUROSA Y REDUCIDA

8.1 Comienzo de una inspección

En este caso se usa la inspección normal, a menos que proveedor y comprador, acuerden otra cosa

8.2 Continuación de una inspección

La inspección debe continuar sin cambios para cada clase de defectos o defectuosas en lotes o partidas sucesivas, ya sea normal, rigurosa o reducida, excepto cuando el procedimiento de cambio que se presenta a continuación indique otra cosa. El procedimiento de cambio se debe aplicar a cada clase de defectuosas o defectos en forma independiente.

8.3 Procedimiento de cambio

8.3.1 Normal a rigurosa

Cuando se está llevando a cabo la inspección normal y se rechazan 2 de 5 lotes o partidas consecutivas en inspección original, se debe establecer de inmediato la inspección rigurosa.

NOTA: No se deben tomar en cuenta los lotes o partidas presentados nuevamente para inspección en este procedimiento.

8.3.2 Rigurosa a normal

Cuando se está llevando a cabo la inspección rigurosa y se aceptan 5 lotes o partidas consecutivas en inspección original, se debe establecer de inmediato la inspección normal.

8.3.3 Normal a reducida

Cuando se está llevando a cabo la inspección normal, se debe establecer la inspección reducida si se cumplen todos los requisitos que se establecen a continuación:

a) Cuando no se hayan rechazado en inspección original los últimos 10 lotes o partidas (o más, como se indica en la nota correspondiente a la tabla VIII);

b) El número total de defectuosas (o defectos) en las muestras de los 10 últimos lotes o partidas (o el número usado para la condición del punto anterior) es igual o menor que el número correspondiente dado en la tabla VIII. Si se está usando muestreo doble o múltiplo, se deben incluir todas las muestras inspeccionadas y no solamente las primeras;

c) La producción tiene un ritmo constante;

d) Cuando de mutuo acuerdo entre proveedor y comprador se considere deseable el implantar la inspección reducida.

8.3.4 Reducida a normal

Cuando se está llevando a cabo la inspección reducida, se debe establecer la inspección normal, si en la inspección original sucede cualquiera de las circunstancias que se anotan a continuación:

a) Se rechaza un lote o partida;
b) Un lote se considera aceptable de acuerdo con el procedimiento establecido en 10.1.4;
c) Si la producción se hace irregular o lenta;
d) Otras condiciones que justifiquen la implantación de la inspección normal.

8.4 Suspensión de la inspección

En el caso de que 10 lotes o partidas consecutivas permanezcan en inspección rigurosa (o cualquier otro número que se especifique por mutuo acuerdo entre proveedor y comprador), se suspende la inspección bajo las condiciones de esta norma en espera de una acción que mejore la calidad del producto presentado a inspección.

9 PLANES DE MUESTREO

9.1 Plan de muestreo

Este define el tamaño de la muestra que debe tomarse de cada lote o partida presentado a inspección (tamaño de la muestra o serie de tamaños de muestras) y el criterio para determinar su aceptabilidad [número de aceptación (Ac) y rechazo (Re)].

9.2 Nivel de inspección

Este define la relación entre el tamaño del lote o partida y el tamaño de la muestra. De mutuo acuerdo entre proveedor y comprador se establece para cada requisito en particular, el nivel de inspección que debe usarse. En la tabla I se dan tres niveles de inspección, el I, II y el III para ser usados en general. A menos que otra cosa se especifique, debe usarse el nivel II; sin embargo, se puede especificar el nivel I cuando sea necesaria una discriminación menor o el nivel III cuando sea necesaria una discriminación mayor. Se dan también en la misma tabla cuatro niveles de inspección adicionales: S-1, S-2, S-3 y S-4 y se pueden usar donde sean necesarios tamaños relativamente reducidos de la muestra y que se deban o se puedan tolerar los riesgos mayores correspondientes.

NOTA: En la especificación de los niveles de inspección S-1 al S-4, se debe tener cuidado en no especificar NCA incompatibles con dichos niveles de inspección.

9.3 Letras clave

Estas identifican el tamaño de la muestra que se debe tomar en función de los tamaños de los lotes y el nivel de inspección especificado; para obtenerlas se usa la tabla I.

9.4 Selección del plan de muestreo

Se debe usar el NCA y la letra clave, para seleccionar el plan de muestreo por medio de las tablas II, III ó IV. Cuando no existe plan de muestreo disponible para una combinación determinada de NCA y letra clave, las tablas mismas guían al usuario hacia una letra clave diferente, en este caso el tamaño de la muestra está dado por la nueva letra clave y no por la original. Si con este procedimiento se obtienen diferentes tamaños de muestras para diferentes clases de defectos, se puede usar la letra clave que corresponde al tamaño de la muestra mayor para todas las clases de defectos cuando así se especifique, o se acuerde entre proveedor y comprador. Se puede usar, cuando así se especifique o se acepte de mutuo acuerdo entre proveedor y consumidor, como alternativa de un plan de muestreo sencillo con un número de aceptación de 0, el plan de muestreo con un número de aceptación de 1, con su correspondiente tamaño mayor de muestra, para un NCA especificado (que sea disponible).

9.5 Tipos de planes de muestreo

Se dan tres tipos de planes de muestreo en las correspondientes tablas II, III y IV: sencillo, doble y múltiple; cuando existen varios tipos de planes para una combinación dada de NCA y letra clave, se puede usar cualquiera de ellos. La decisión con respecto al plan que se va a usar, ya sea sencillo, doble o múltiple (cuando los haya disponibles para una combinación de NCA y letra clave dadas), normalmente se basa en un balance entre la dificultad administrativa y el promedio de los tamaños de las muestras de los planes disponibles. El promedio del tamaño de la muestra del plan múltiple es menor que el tamaño de la muestra del plan doble (con excepción del caso en que en el sencillo el número de aceptación sea 1) y ambos son siempre menores que el tamaño de la muestra en el plan sencillo. Normalmente la dificultad administrativa para el plan sencillo y el costo por unidad de la muestra son menores que para el plan doble o múltiple.

10 CRITERIO DE ACEPTACIÓN

10.1 Inspección por porcentaje de unidades de producto defectuosas

Para determinar la aceptabilidad de un lote o partida sujeto a inspección de porcentaje de unidades de producto defectuosas, el plan de muestreo aplicable se usa según se indica en 10.1.1, 10.1.2, 10.1.3 y 10.1.4.

10.1.1. Plan de muestreo sencillo

El número de unidades de producto que se inspeccionan es igual al tamaño de la muestra dada en dicho plan. Si el número de unidades de producto defectuosas encontrado en la muestra, es igual o menor que el número de aceptación, dicho lote o partida se considera aceptable. Si el número de unidades de producto defectuosas es igual o mayor que el número de rechazo, el lote o partida debe rechazarse.

10.1.2 Plan de muestreo doble

El número de unidades de producto que deben inspeccionarse es igual al primer tamaño de muestra dado en el plan. Si el número de unidades de producto defectuosas encontradas en la primera muestra, es igual o menor que el primer número de aceptación, el lote o partida se considera aceptable. Si el número de unidades de producto defectuosas encontradas en la primera muestra es igual o mayor que el primer número de rechazo, el lote o partida debe rechazarse. Si el número de unidades de producto defectuosas encontradas en la primera muestra queda comprendido entre el primer número de aceptación y el primer número de rechazo, se debe inspeccionar una segunda muestra del tamaño indicado por el plan. Se deben sumar el número de unidades defectuosas encontradas en el primer y segundo muestreos. Si el número total de unidades de producto defectuosas es igual o menor que el segundo número de aceptación, el lote o partida debe considerarse aceptable. Si el número total de unidades defectuosas es igual o mayor que el segundo número de rechazo, el lote o partida debe rechazarse.

10.1.3 Plan de muestreo múltiple

Para este plan de muestreo, el procedimiento de inspección debe ser similar al especificado en 10.1.2, con excepción que el número de muestras sucesivas necesarias para llegar a una decisión puede ser de más de dos.

10.1.4 Procedimiento especial para inspección reducida

Cuando se está llevando a cabo la inspección reducida, el procedimiento de muestreo puede finalizar sin que necesariamente se haya cumplido con el criterio de aceptación o de rechazo. Bajo estas circunstancias el lote o partida se considera aceptable, pero se debe establecer la inspección normal en el siguiente lote o partida (véase 8.3.4 (b) y también las notas al pie de las tablas para inspección reducida).

10.2 Inspección de defectos por cien unidades

Para determinar la aceptabilidad de un lote o partida sujeto a inspección de defectos por cien unidades, se debe usar el procedimiento especificado para porcentaje de defectuosas con excepción de la palabra "defectuosas", que debe ser subsituída por "defectos".

11 INFORMACION SUPLEMENTARIA

11.1 Curvas de operación características (COC)

Las curvas de operación características para inspección normal, que se muestran en la tabla X, indican el porcentaje de los lotes o partidas que se puede esperar sean aceptadas bajo los diversos planes de muestreo para una calidad dada del proceso. Las curvas que se muestran, corresponden a muestreo sencillo; las curvas para muestreos doble o múltiple coinciden con éstas tan de cerca, que se pueden usar para los muestreos doble o múltiple sin errores de consideración. Las curvas de operación características que se muestran para NCA mayores de 10.0, se basan en la distribución de Poisson y son aplicables para la inspección de defectos por cien unidades; aquellas para NCA de 10.0 o menor y tamaños de muestras de 80 o menor, se basan en la distribución binominal y son aplicables para inspección de porcentaje de defectuosas; aquellas para NCA de 10 o menor y tamaños de muestras mayores de 80 se basan en la distribución de Poisson y son aplicables, ya sea para la inspección de defectos por cien unidades, o para la inspección de porcentaje de defectuosas (la distribución de Poisson es una aproximación adecuada a la distribución binominal bajo estas condiciones).

Se proporcionan valores tabulados, correspondientes a valores seleccionados de probabilidad de aceptación (Pa, en porcentaje) para cada una de las curvas que se muestran y en forma adicional, para inspección rigurosa y para defectos por cien unidades para NCA de 10.0 o menor y tamaños de muestras de 80 o menor.

11.2 Calidad promedio de un proceso (CPP)

Es el promedio del porcentaje de defectuosas o el promedio de defectos por cien unidades (lo que corresponda) de un producto presentado por el proveedor a inspección original. La inspección original es la primera inspección de una cantidad de producto en particular y no se debe confundir con la inspección de un producto que se ha presentado nuevamente a inspección, después de haber sido rechazado en la inspección original.

11.3 Promedio de la calidad de salida (PCS)

Es el promedio del porcentaje de defectuosos o el promedio de defectos por cien unidades (lo que corresponda) de todos los lotes aceptados de un producto presentado por el proveedor a inspección. En el caso de lotes rechazados en inspección original, estos no deben incluirse, sino hasta el momento en que son aceptados después de haber sido realmente inspeccionados cien por ciento y que hayan sido reemplazadas todas las unidades defectuosas por no defectuosas o corregidos los defectos.

11.4 Límite del promedio de la calidad de salida (LPCS)

Es el máximo promedio de las calidades de salida (PCS) para todas las posibles calidades de entrada para un plan de muestreo de aceptación dado. En la tabla V-A se dan valores LPCS para cada uno de los planes de muestreo sencillo para inspección normal y en la tabla V-B para cada uno de los planes de muestreo sencillos para inspección rigurosa.

11.5 Curvas promedio del tamaño de las muestras

Para planes de muestreo dobles y múltiples, las curvas promedio de tamaño de las muestras, se encuentran en la tabla IX. Estas indican los tamaños promedio de las muestras que pueden esperarse que ocurran bajo distintos planes de muestreo y una calidad promedio del proceso determinada. Estas curvas no suponen una disminución de la inspección y son aproximadas hasta el punto que están basadas en la distribución de Poisson y que el tamaño de la muestra, para planes de muestreo doble y múltiple, se supone que son iguales a 0.63n y 0.25n respectivamente, donde n es el tamaño de la muestra correspondiente al plan de muestreo sencillo.

11.6 Protección de calidad límite

Los planes de muestreo y procedimientos asociados, dados en esta norma, están calculados para usarse cuando las unidades de producto se fabrican en series continuas de lotes o partidas en un tiempo determinado. Sin embargo, si el lote o partida es de naturaleza aislada y es deseable el limitar la selección de los planes de muestreo a aquellos que, asociados con el valor del NCA especificado, proporcionen no menos de un valor especificado de protección de calidad límite, se pueden seleccionar planes de muestreo para este propósito escogiendo una calidad límite (CL) y un riesgo del consumidor especificado. En las tablas VI y VII se dan valores para las calidades límite para riesgos comunmente usados del consumidor de 10 y 5% respectivamente. Si se requiere un valor diferente para el riesgo del consumidor se pueden usar las curvas de operación características y sus valores tabulados.

El concepto de calidad límite puede también ser útil al especificar el NCA y el nivel de inspección para una serie de lotes o partidas, fijando así un tamaño mínimo de muestra donde existe alguna razón para evitar, (con un riesgo mayor que el especificado para el consumidor), más que un porcentaje limitado de defectuosas (o defectos) en cualquier lote o partida aislada.

12 BIBLIOGRAFIA

- ISO-2859 1974 Sampling procedures and tables for inspection by attributes
- IEC-Publication 410 - 1973 Sampling plans and procedures for inspection by attributes
- MIL-STD-105D-1963 Sampling procedures and tables for inspection by attributes

13 CONCORDANCIA CON NORMAS INTERNACIONALES

Esta norma se encuentra totalmente en concordancia con las normas mencionadas en la bibliografía

México, D.F., a

EL C. DIRECTOR GENERAL DE NORMAS

ING. CESAR LARRAÑAGA ELIZONDO.

11-

SECRETARIA DE PATRIMONIO
Y
FOMENTO INDUSTRIAL

NORMA OFICIAL MEXICANA

DGN - R - 18/4 - 1977

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

PARTE 4

APLICACION DE LOS METODOS DE MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(APPLICATION OF SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

DIRECCION GENERAL DE NORMAS

CONTENIDO

0 INTRODUCCIÓN

Esta cuarta parte correspondiente a la Norma DGN R-18-1975 "Muestreo para la Inspección por Atributos", se debe utilizar en conjunto con las otras partes que forman el total de esta norma y cuyos títulos son:

Parte 1 Información General sobre la Inspección por Muestreo.

Parte 2 Métodos de Muestreo para la Inspección por Atributos.

Parte 3 Tablas y Gráficas para la Inspección por Atributos.

Parte 4 Aplicación de los Métodos de Muestreo para la inspección por atributos.

Parte 5 Regla de Cálculo para los Planes de Muestreo por Atributos.

1 OBJETIVO

Esta parte tiene como finalidad el proporcionar una guía y los pasos necesarios para establecer planes de muestreo adecuados a condiciones específicas proporcionando ejemplos explicativos como una ayuda al personal de los departamentos de control de calidad, diseño o ingeniería, personal que elabora normas y establece especificaciones y en general, a todas aquellas personas relacionadas con los problemas de inspección, con el fin de permitir el mutuo entendimiento entre proveedores y consumidores.

2 CAMPO DE APLICACIÓN

Su aplicación principal es para la inspección por atributos de lotes, entre otros de:

a) materias primas;

b) materiales en proceso;

c) artículos y componentes;

d) productos terminados, etc.

Sin embargo, se comprende que no es posible dar ejemplos de todos y cada uno de los campos de aplicación, pero esperamos que la mayoría de las dudas que se presenten en la aplicación de esta norma queden disipadas con los ejemplos que aquí se exponen. Cabe hacer notar una vez más que la esencia misma de esta norma se encuentra en la Parte 2, que las tablas que deben utilizarse se encuentran en la Parte 3 y que las demás partes, incluyendo esta misma son tan solo una ayuda adicional, por lo que no se deben interpretar los ejemplos de tal manera que resulten contradictorios a las partes antes mencionadas.

3 SELECCIÓN DE UN PLAN DE MUESTREO

Antes de seleccionar un plan de muestreo, es necesario conocer cinco aspectos, los que a continuación se expresan:

1 Nivel de calidad aceptable (NCA) [illegible]

2 Nivel de inspección [illegible]

En general, estos dos aspectos [illegible]

3 Si va a utilizarse la inspección normal, rigurosa o reducida. Esto se decide estudiando [illegible]

muestreo de los últimos lotes, lo cual se explica posteriormente en forma detallada (capítulos 10,11,12 y 14); por el momento suponemos que va a utilizarse la inspección normal

4. Si va a utilizarse el muestreo sencillo, doble o múltiple. Por el momento suponemos que va a utilizarse el muestreo sencillo

5. El tamaño del lote o partida

Ejemplo 1: Supongamos que el NCA es de 1.0, el nivel de inspección es II y el tamaño del lote es de 2500. Lo primero que se necesita es la letra clave correspondiente al tamaño de la muestra (usualmente llamada simplemente letra clave, para abreviar). Para un tamaño del lote de 2500 y un nivel de inspección II, la Tabla I nos proporciona la letra clave K

En la tabla correspondiente (Tabla II-A) encontramos que el tamaño de la muestra para muestreo sencillo es de 125. Los NCA para una inspección normal aparecen a lo largo de la parte superior de la tabla y bajo el valor 1.0 encontramos los números 3 y 4 que aparecen bajo el encabezado Ac Re. El plan de muestreo correspondiente es:

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	3
Número de rechazo	4

También se puede utilizar la Tabla X-K-2, en la cual encontramos los mismos resultados

Tamaño de la muestra 125, así como los números de aceptación y rechazo que son 3 y 4 respectivamente

Ejemplo 2: Supongamos que el NCA es de 0.40, que el nivel de inspección es de I y que el tamaño del lote es de 230. La Tabla I nos proporciona E como letra clave. Al utilizar la Tabla II-A encontramos que no hay números de aceptación y rechazo correspondientes a la letra clave E y un NCA de 0.40 pero encontramos una flecha hacia abajo la cual nos dirige hacia los números de aceptación y rechazo 0 y 1 que pertenecen a la letra clave G; el plan de muestreo correspondiente es:

Tamaño de la muestra	32
Número de aceptación	0
Número de rechazo	1

También se puede utilizar la Tabla X-E-2 pero esta página no cuenta con una columna para un NCA de 0.40. En su lugar aparece el símbolo de un triángulo invertido que corresponde a NCA menores de 1.0

Este triángulo nos conduce a la nota situada en la parte inferior, la cual dice: "Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo"

Si se considera al triángulo como si fuera una cabeza de flecha, está apuntada hacia el borde de la página que debe voltearse. Esto nos conduce a la Tabla X-F para la cual una vez más no se proporciona un NCA de 0.40 esta tabla a su vez nos conduce a la Tabla X-G para encontrar el mismo plan de muestreo ya encontrado en la Tabla II-A

Es muy importante recordar que si el triángulo o una serie de triángulos nos conducen de una página a otra de las tablas o, si una flecha nos conduce de un renglón a otro, el tamaño de muestra que debe utilizarse es el que aparece en la nueva página o en el nuevo renglón

Cuando se encuentran flechas o triángulos que apuntan hacia arriba, el significado es similar. Los triángulos apuntan, una vez más, hacia el borde de la página que debe voltearse

Ejemplo 3: Supongamos que el NCA es de 0.015, que el nivel de inspección es III y que el tamaño de lote es de 120. La Tabla I nos proporciona G como la letra clave, pero al referirnos a las tablas, una flecha (o una serie de triángulos) nos conducen hasta la letra P antes de que encontremos un plan. El plan encontrado tiene un tamaño de muestra de 800, el cual excede el tamaño del lote

En este caso debe tomarse el lote entero (120) como muestra. Los números de aceptación y rechazo correspondientes son 0 y 1.

Se establece en la parte 2 de esta norma que los valores de NCA correspondientes a 10 o inferiores a éste, pueden expresarse en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades, en tanto que los valores superiores a 10 pueden únicamente expresarse en defectos por cien unidades. Debe decidirse en primer término si es adecuado expresar la inconformidad en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades para cada caso en particular; a continuación debe definirse el NCA en términos de esa decisión. Por esta razón los ejemplos 2, 3 y 4 están incompletos, ya que los valores de NCA se toman como números puros y, en consecuencia, los números de aceptación y de rechazo se toman también como números puros. Los ejemplos sirven para demostrar cómo obtener un plan de muestreo de las tablas, pero en la práctica carecen de sentido por ser incompletos.

Ejemplo 4: En el ejemplo 1, con un NCA de 1.0, el plan de muestreo fué.

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	3
Número de rechazo	4

Debe, sin embargo, definirse el NCA en términos de porcentaje de defectuosas o de defectos por cien unidades.

Si el NCA fuera de 1.0 % de defectuosas, el plan de muestreo sería:

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	3 defectuosas
Número de rechazo	4 defectuosas

Si el NCA fuera de 1.0 defectos por cien unidades, el plan de muestreo sería:

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	3 defectos
Número de rechazo	4 defectos

Las tablas, como se verá posteriormente, se utilizan exactamente en la misma forma en cualquiera de los dos casos.

4 NCA PREFERENTES

Las tablas proporcionan 26 valores de NCA comprendidos entre 0.010 (v. gr. una defectuosa por 10,000 unidades de producto) y 1000 (v. gr. 1000 defectos por 100 unidades del producto o un promedio de 10 defectos por unidad). Se seleccionaron estos 26 valores de forma tal, que cada uno de ellos es aproximadamente una y media veces mayor que el anterior (la relación es de hecho la raíz quinta de 10 ó sea 1.585).

Cuando el NCA que se ha especificado para llevar a cabo la inspección de cualquier producto dado es uno de los NCA preferentes, pueden utilizarse las tablas. Sin embargo, si el NCA especificado no es un NCA preferente, las tablas de la Parte 3 no son aplicables.

Bajo estas circunstancias, es necesario dirigirse a quien haya especificado el NCA y solicitarle que lo examine, para ver si cabe la posibilidad de que un NCA preferente fuera satisfactorio. Si no fuera así, debe diseñarse especialmente un plan de muestreo para el NCA que se requiere (véase el Capítulo 21).

No es probable que se utilicen con frecuencia los valores muy altos de NCA (100 y superiores) puesto que implican que puede considerarse satisfactorio un producto del cual cada unidad contiene defectos. Claramente esto sería posible únicamente en el caso de que los defectos que se buscan fueran de naturaleza poco importante y de que la unidad de producto fuera bastante compleja, como por ejemplo un vehículo completo.

Ejemplo 5: *Para la inspección de tela la cual va a utilizarse posteriormente para confeccionar ropa*, la unidad del producto puede ser una superficie determinada de la misma. Para la inspección de fallas de poca importancia en el tejido, pudiera ser aceptable un promedio de 4 fallas por metro cuadrado, en cuyo caso podría especificarse un NCA de 400 defectos por cada cien metros cuadrados.

5 ESPECIFICACION DE UN NCA

Al especificarse un NCA, debe recordarse que éste constituye una indicación de la calidad que requiere el consumidor y con ello se le pide al fabricante que produzca lotes con un promedio de calidad superior al NCA. Por una parte debe lograrse esta calidad en forma razonable en la fabricación por otra parte debe ser una calidad razonable desde el punto de vista del consumidor. Casi invariablemente ésto significa un compromiso entre la calidad que quisiera el consumidor, y la calidad que está dispuesto a pagar, puesto que entre más riguroso sea este requisito la producción será más costosa con el objeto de ajustarse a él y la inspección será también más costosa, con el objeto de asegurarse que se está cumpliendo con ese requisito.

La principal consideración deben ser los requisitos que establezca el consumidor, pero es necesario asegurarse que éste está comportándose en forma realista y de que no exige algo más riguroso de lo que en realidad requiere. Debe tomarse en cuenta cómo van a utilizarse los artículos en cuestión y cuáles serán las consecuencias de una falla. Si pueden conseguirse los artículos en grandes cantidades y la falla consiste simplemente en una falla para el ensamble, de tal manera que el artículo defectuoso puede descartarse pudiendo utilizarse otro en su lugar, puede ser tolerable un NCA relativamente poco riguroso. Si, por el contrario, el defecto va a ocasionar una falla en el funcionamiento de una pieza importante y costosa de un equipo en un momento y lugar en que no es posible reemplazar el artículo defectuoso, se requerirá un NCA más riguroso.

Es también necesario considerar el número de componentes que contendrá el equipo. Si, por ejemplo, se decide que un equipo que consta de tres componentes igualmente importantes tenga un porcentaje de defectuosos de 10, entonces cada uno de los componentes podrá contener un máximo de 3.3% de defectuosas con lo que se ajustaría al requisito, en tanto que si el equipo consta de diez componentes, éstos no podrán contener más de 1% de defectuosos. En este caso se usaría la fórmula siguiente:

$$\frac{X}{100} = 1 - \left(\frac{100 - x}{100}\right)^n$$

En donde:

n = Número de componentes en el conjunto de ensamble

X = NCA del conjunto de ensamble.

x = NCA de los componentes

En el valor de X no se han tomado en cuenta los defectos que puedan surgir durante un proceso de ensamble defectuoso. Bajo estas circunstancias es probable que el fabricante de los componentes desee seleccionar lo que considere un NCA adecuado para cada componente y luego calcular qué calidad puede esperar del conjunto, en tanto que el consumidor deseará especificar un NCA para todo el equipo en conjunto para luego calcular cuál debería ser la calidad de los componentes. En general, el segundo de estos enfoques es probablemente el más razonable en el sentido de que es el desempeño que tiene el equipo en conjunto lo que realmente importa, pero es también el enfoque más caro porque casi siempre conduce a NCA más rigurosos. Sin embargo debe aceptarse que la buena calidad de un artículo complejo es inevitablemente más costosa que una calidad igualmente buena en el caso de artículos sencillos.

La pregunta: ¿qué nivel de calidad puede razonablemente esperarse, a un precio que el consumidor esté dispuesto a pagar, con los métodos de producción disponibles?, puede contestarse a menudo examinando el nivel de calidad que se ha producido y aceptado en el pasado. Cuando se trata de un nuevo artículo y no ha habido producción anterior, existen a menudo otros artículos similares de los cuales puede obtenerse información relacionada con el caso. Los cálculos de la calidad promedio de un proceso pueden ser particularmente útiles. Esta idea de ver la calidad que se ha logrado en el pasado no debe tomarse como si los niveles de calidad que se han alcanzado en el pasado fueran inmutables y resultaran siempre lo suficientemente buenos. Es simplemente uno de los factores que deben considerarse al determinar cuál es el NCA que debe especificarse en forma razonable.

Debe recordarse que la mera especificación de un NCA no proporciona al consumidor una garantía de que no se aceptarán los lotes con una calidad inferior. En primer lugar el NCA se refiere al promedio. Algunos lotes pueden ser más malos que el NCA, en tanto que el promedio es mejor que el NCA. En segundo lugar si el promedio de calidad que se ofrece es ligeramente inferior al NCA, es probable que se acepte cierta cantidad de lotes antes de que se requiera el cambio a una inspección más rigurosa y aún después del cambio es probable que se acepten algunos lotes con calidad inferior a la especificada. Sin embargo, en general, puede esperarse que el consumidor obtenga un producto con una calidad promedio superior al NCA ya que los planes de muestreo poseen un incentivo económico que forma parte de su propia estructura en el sentido de que un fabricante no puede permitirse tener más que un pequeño porcentaje de lotes rechazados, debiendo tomar las medidas pertinentes para mejorar la producción, si se excede este porcentaje.

Podría pensarse que ésto no es muy satisfactorio desde el punto de vista del consumidor, al depender en la forma que lo hace de lo que es probable que suceda en lugar de lo que es seguro que pase. Pero en la práctica, la mayor parte de los fabricantes toman medidas para hacer que su calidad promedio de proceso no exceda el NCA, aunque sea únicamente en razón de los lotes que se le rechazan, ya que ésto le causa problemas y le aumenta fuertemente los costos. De cualquier manera la protección para el consumidor depende del límite inferior de las curvas de operación características (COC), así como del límite superior con el cual está relacionado el NCA, y este límite inferior puede ajustarse al considerar los valores de calidad límite de cualquier plan que se requiera. Si en el caso de cualquier producto en particular se decidiera que este enfoque no es adecuado y que es necesaria una protección más efectiva del consumidor, es siempre posible lograrla al especificar un NCA más riguroso, pero debe recordarse que es probable que esto conduzca a un aumento en el costo del producto. Sin embargo no se niega que este costo adicional pueda estar justificado en algunos casos.

No es necesario que el NCA constituya siempre la primera elección de la cual se derive todo lo demás. Cuando las circunstancias así lo requieran, es siempre posible utilizar las tablas de muestreo en otro orden y seleccionar un plan siguiendo algún otro criterio y luego encontrar el NCA para lograr el resultado deseado. En este caso, el NCA constituye un índice conveniente que permite utilizar las tablas y es también valioso como una respuesta a la pregunta que interesa principalmente a un fabricante ¿qué calidad debo fabricar para que se acepten la mayor parte de mis lotes?

Si se utiliza este método, la primera elección puede ser el análisis del límite inferior de la curva, donde se piensa que ésta es particularmente importante para el consumidor o bien algún criterio económico. Probablemente el criterio económico más sencillo que puede sugerirse, es determinar la calidad de los lotes en el punto de equilibrio para el cual si se aceptara éste, el costo de los daños ocasionados por las defectuosas sería exactamente igual al costo de rechazo del lote en caso de que éste se rechazara.

Si puede calcularse este punto de equilibrio, es conveniente seleccionar un plan para el cual en esta calidad proporcione 50% de lotes que se espera que sean aceptados, no en razón de que se desee particularmente un 50% de aceptaciones con esta calidad (por definición si se ofrece esta calidad en particular) sino porque así se asegura una oportunidad mayor de 50% de aceptaciones para una calidad mejor que el punto de equilibrio y una probabilidad de rechazo mayor de 50% para una calidad inferior a la calidad correspondiente al punto de equilibrio.

Finalmente, una vez que se han considerado todos estos factores se debe escoger uno de los valores de NCA que aparecen en las tablas, si esto es posible, ya que si se escoje otro valor, las tablas no son aplicables y sería necesario diseñar un plan especial. Los NCA que aparecen en las tablas de la Parte 3 de esta norma, siguen aproximadamente una progresión geométrica con una razón común de aproximadamente 1.5, así que será muy raro que ninguno de ellos sea adecuado o utilizable.

6 SIGNIFICADO DEL NIVEL DE INSPECCION

El nivel de inspección define la relación entre el tamaño del lote y el tamaño de la muestra. Las tablas están calculadas en forma tal, que cuando el tamaño del lote es grande, el tamaño de la muestra es generalmente mayor que cuando el tamaño del lote es pequeño. Sin embargo no aumenta en proporción directa, ya que para un lote grande la muestra es proporcionalmente más pequeña que para un lote de menor tamaño.

La Tabla I proporciona tres niveles generales de inspección: I, II y III; y cuatro niveles especiales de inspección S-1, S-2, S-3 y S-4.

En general, se utilizan con mayor frecuencia los niveles generales y se debe utilizar el nivel II a menos que se especifique claramente alguno de los otros niveles.

El nivel I proporciona menos de la mitad del tamaño de la muestra del nivel II, en tanto que el nivel III proporciona alrededor de una y media veces el tamaño de la muestra del nivel II.

Ejemplo 6. Los niveles de inspección para un tamaño del lote de 600 son:

Nivel de inspección	Letra clave	Tamaño de la muestra (muestreo sencillo)
I	G	32
II	J	80
III	K	125

Debe recordarse sin embargo, que para ciertos NCA las flechas de la tabla conducen a tamaños de muestras diferentes a éstos. Una tabla completa en la que se considere el tamaño de la muestra como una proporción del tamaño del lote necesitaría considerar también el NCA en razón de las flechas. Aún en el caso de un valor dado, la relación no es uniforme ya que únicamente hay disponibles algunos valores del tamaño de la muestra, en tanto que se tienen que tomar en cuenta todos los posibles tamaños de lotes. Como resultado, una tabla de esta clase daría lugar a más confusiones en vez de ser una ayuda.

En la Tabla 1 sin embargo, puede encontrarse un resumen útil de esta situación.

TABLA 1 Relación entre el tamaño de la muestra y el tamaño del lote para los tres niveles de inspección generales

Tamaño de la muestra como porcentaje del tamaño del lote [illegible] para inspección normal	Nivel I Tamaño del lote (por lo menos)	Nivel II Tamaño del lote (por lo menos)	Nivel III Tamaño del lote (por lo menos)
No mayor de 50	4	4	10
No mayor de 30	7	27	167
No mayor de 20	10	160	625
No mayor de 10	50	1250	2000
No mayor de 5	640	4000	6250
No mayor de 1	12500	50000	80000

NOTAS: 1) Esta tabla debe considerarse sólo como indicativa. Los tamaños de los lotes que se muestran son tales que los tamaños más grandes se ajustan a la condición requerida. Sin embargo, en todos los casos un tamaño de lote menor en una unidad a los valores que ahí se muestran, ya no se ajustan a ella.

2) Las cifras mostradas suponen que el NCA no es tal que necesite un tamaño de muestra que no se ajuste a las condiciones establecidas.

Los niveles de inspección especiales están calculados para aquellas situaciones en las cuales el tamaño de la muestra debe mantenerse pequeño. Estos no deben de especificarse sin examinar cuidadosamente sus implicaciones en términos de los riesgos tanto para el fabricante como para el consumidor, mediante un estudio de la COC.

En la Parta 2 de esta norma se expresa: "En la especificación de los niveles de inspección del S-1 al S-4 se debe tener cuidado en no especificar NCA incompatibles con dichos niveles de inspección (capítulo 9.2).

El objetivo principal de los niveles de inspección especiales es que el tamaño de la muestra sea pequeño cuando ésto sea realmente necesario. Por ejemplo las letras clave que se encuentran bajo S-1 no van más allá de D, que equivale a un tamaño de muestra de 8, pero no tiene caso especificar S-1 con la esperanza de conservar el tamaño de la muestra reducido a 8 o a menos de 8, cuando se tiene un NCA de 0.10 para el cual el tamaño mínimo de muestra es de 125 en inspección normal. La cantidad de información sobre la calidad del proceso que puede obtenerse del examen de las muestras depende más del tamaño absoluto de la muestra que del porcentaje del lote que se está examinando. Por lo tanto a veces viene la pregunta ¿Por qué se hace depender el tamaño de la muestra del tamaño del lote? hay tres razones.

a) Es más difícil de lograr la toma de muestras al azar, cuando el tamaño de la muestra es más pequeño en proporción al tamaño del lote

b) Cuanto mayor es el riesgo, mayor la importancia de tomar una decisión correcta. El uso correcto de las tablas dá como resultado que los lotes que provienen de un proceso de buena calidad tienen más probabilidades de ser aceptados, cuanto mayor sea el tamaño del lote mientras que los lotes que provienen de un proceso de mala calidad, por el contrario tienen menos probabilidades de ser aceptados.

c) En el caso de un lote de tamaño grande, puede permitirse que haya un tamaño de muestra que no sería económico en el caso de un lote de tamaño reducido, por ejemplo un tamaño de muestra de 80 para un lote de 1000 puede fácilmente justificarse desde el punto de vista económico, en tanto que un tamaño de muestra de 80 para un lote de 100 resultaría en una inspección relativamente costosa

7 TAMAÑO DE MUESTRA

Los tamaños de las muestras que aparecen en la Parte 3 de esta norma, para muestreo sencillo, forman una serie (como la serie de los valores de NCA), en la cual cada número es aproximadamente 1,585 veces el número anterior. Esto significa que el producto del NCA por el tamaño de la muestra es aproximadamente constante en diagonales de la Tabla II-A; lo que dá lugar a una tabla consistente en sí mismo, si es que se toman también los números de aceptación como constantes en diagonales.

Esta característica fué útil para el cálculo de las tablas mismas y no necesariamente representa una ventaja en su utilización. Sin embargo, el patrón resultante significa que las tablas se prestan a la construcción de resúmenes convenientes y de nomogramas especiales o reglas de cálculo que pueden ser útiles en algunas ocasiones (véase el capítulo 23).

Los tamaños de muestras en el caso del muestreo doble y del muestreo múltiple siguen el mismo patrón, pero para una letra clave dada, el tamaño de la muestra doble retrocede un espacio en la serie, en comparación con el muestreo sencillo, en tanto que el tamaño de la muestra múltiple retrocede dos espacios más, en comparación al muestreo doble. Los tamaños de las muestras para la inspección reducida, retroceden siempre dos espacios en comparación con la inspección normal correspondiente

Como resultado, para cualquier letra clave dada, corresponden diferentes valores de tamaños de muestras según se utilice el muestreo sencillo, doble o múltiple y si está en vigor o no la inspección reducida. Es por esto que se requieren las letras clave como índices de las tablas en vez de que se utilicen los tamaños de muestras.

8 CURVAS DE OPERACION CARACTERISTICAS

Las tablas de la Parte 3 de esta norma proporcionan tanto las gráficas de las COC como los valores tabulados en base a los cuales se elaboraron dichas gráficas. Fueron calculadas para el muestreo sencillo, sin embargo coinciden tan de cerca con aquellas de los muestreos doble y múltiple, que se pueden usar sin errores de consideración.

El estudio de las COC que aparecen en la parte 3 de esta norma muestran que cuando el número de aceptación es cero, el extremo superior de la curva es difícil de interpretar en forma precisa. Hay, sin embargo, una fórmula aproximada y sencilla para este extremo superior (cuando el número de aceptación es cero), la cual es suficientemente precisa para fines prácticos cualquiera que sea el tamaño de la muestra

La fórmula es:

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados ≅ 100 − (tamaño de la muestra) × [illegible]

Nótese que esta fórmula es válida únicamente para un número de aceptación igual a cero, únicamente para el extremo superior de la curva y cuando el porcentaje de lotes que se espera que sean aceptados no es inferior a 80

Ejemplo 7: Supongamos que tenemos un NCA de 0.40% de defectuosas y que la letra clave es O. El plan de muestreo es:

Tamaño de la muestra 32

Número de aceptación 0 defectuosas

Número de rechazo 1 defectuosa

¿Cuál es el porcentaje de lotes que se espera que se acepten para el NCA especificado? La respuesta es:

$$100 - (32 \times 0.40) = 87\% \text{ de los lotes}$$

Ejemplo 8: En las mismas circunstancias, ¿ cuántas tendrían que ser las defectuosas en los lotes que se presenten para que se aceptara un 95% de los lotes? Invirtiendo la fórmula tenemos:

$$\text{Porcentaje de defectuosas en los lotes presentados} = \frac{100 - \text{Porcentaje de lotes que se espera que sean aceptados}}{\text{Tamaño de la muestra}}$$

$$\text{Porcentaje de defectuosas en los lotes presentados} = \frac{100 - 95}{32}$$

Porcentaje de defectuosas en los lotes presentados = 0.156% de defectuosas

8 LOTES

De mutuo acuerdo entre fabricante y consumidor, se debe especificar el tamaño del lote considerando los intereses de ambos. No es necesario que se elija una cifra invariable. Algunas veces puede permitirse una variación, aunque en este caso es deseable que se especifiquen los límites inferior y superior del tamaño del lote.

Los tamaños de lotes grandes presentan una ventaja desde el punto de vista de la inspección por muestreo, ya que es posible tomar un tamaño de muestra grande de un lote grande, logrando mediante esto una mejor discriminación entre los lotes buenos y los malos, lo cual no es posible en lotes pequeños, para el mismo NCA; sin embargo, no debe llevarse este concepto de "lotes grandes" a su extremo, si la integración de un lote grande requiere que se reuna una serie de lotes pequeños que podían haber quedado separados, el lote grande tiene ventajas únicamente si los lotes pequeños poseen una calidad similar. Si existe la probabilidad de que haya alguna diferencia esencial entre la calidad de los lotes pequeños entonces es mucho mejor mantenerlos separados.

Por esta razón los lotes deben estar constituídos por unidades de producto que se produzcan esencialmente bajo las mismas condiciones.

Ejemplo 9: Un fabricante está produciendo artículos que se van a inspeccionar bajo las siguientes condiciones:

NCA 2.5% defectuosas

Nivel de inspección II

Inspección normal

Muestreo sencillo

El fabricante tiene dos máquinas, digamos la A y la B. Cada máquina produce 900 artículos por hora y se decide que la producción que una de las máquinas elabora durante una hora sea el tamaño del lote. Del uso de las tablas y de acuerdo con las condiciones antes mencionadas, se obtiene el siguiente plan de muestreo, bajo la letra clave J:

Tamaño de la muestra 80

Número de aceptación 5 defectuosas

Número de rechazo 6 defectuosas

Se puede encontrar la COC correspondiente en la Tabla X-J en la curva correspondiente al NCA de 2.5

Pudiera tener ventajas el cambiar la base de la determinación del tamaño del lote a la producción de las dos máquinas juntas durante una hora, aumentando con ésto el tamaño del lote de 900 a 1800. Si se hiciera ésto, las tablas indican que el plan de muestreo, bajo la letra clave K, se transforma en:

Tamaño de la muestra 125

Número de aceptación 7 defectuosas

Número de rechazo 8 defectuosas

Puede encontrarse la nueva COC en la Tabla X-K en la curva correspondiente al NCA de 2.5

Que lo anterior realmente represente ventajas o no, depende de que las máquinas A y B produzcan con la misma calidad. Como demostración, a continuación consideramos tres casos posibles:

Caso 1:

Tanto la máquina A como la B están produciendo con la misma calidad de 2.3 % de defectuosas. Esta calidad es mejor que el NCA, así que es deseable que el plan de muestreo acepte tantos lotes como sea posible de los que se presenten. Si el tamaño del lote es de 900 y el tamaño de la muestra es de 80, la COC muestra que se aceptaría 99 % de los lotes y que se rechazaría 1 %. Los artículos deberían inspeccionarse a una velocidad de 160 por hora

Si el tamaño del lote es 1800 y el tamaño de la muestra 125, la COC muestra que se aceptaría un poco más de un 99 % y que se rechazarían un poco menos de 1 %. Los artículos deberían inspeccionarse a una velocidad de 125 por hora

En este caso el lote mayor es claramente mejor

Caso 2:

Tanto la máquina A como la B están produciendo con la misma calidad de 10 % de defectuosas. Esta calidad es más mala que el NCA, así que es deseable que el plan de muestreo rechace tantos lotes como sea posible, de los que se presenten a inspección

Si el tamaño del lote es de 900 y el tamaño de la muestra es de 80, la COC muestra que se aceptarían 20 % de los lotes y que se rechazarían 80 %. Los artículos deberían inspeccionarse a una velocidad de 160 por hora

Si el tamaño del lote es de 1800 y el tamaño de la muestra es de 125, la COC muestra que se aceptaría el 13 % de los lotes y se rechazarían el 87 %. Los artículos deberían inspeccionarse a una velocidad de 125 por hora

En este caso, una vez más el lote mayor es claramente mejor

Caso 3:

La máquina A produce con una calidad de 2.3 % de defectuosas y la máquina B con una calidad de 10 % de defectuosas

Si el tamaño del lote es de 900 y el tamaño de la muestra es de 80, la COC muestra que se aceptaría 99 % y que se rechazaría un 1 % de los lotes provenientes de la máquina A, en tanto que se aceptaría 20 % y se rechazaría 80 % de los lotes provenientes de la máquina B

Por lo tanto, en total se aceptaría $\frac{99\% + 20\%}{2}$ de los lotes

O sea, alrededor del 60 de los lotes y se rechazarían $\frac{1\% + 80\%}{2}$ de los lotes

O sea, alrededor de 40% de los lotes. Los lotes aceptados tendrían una calidad promedio de:

$$\frac{99}{99+20} \times 0.023 + \frac{20}{99+20} \times 0.10 = 3.6$$

O sea 3.6 % de defectuosas

Sería necesario inspeccionar 160 artículos por hora

Si el tamaño del lote es de 1800 y el tamaño de la muestra es de 125, la calidad de los lotes sería de 0.5 (2.3 % de defectuosas+10% de defectuosas) o sea 6.15% de defectuosas. La COC muestra que se aceptaría el 50% de los lotes y que se rechazaría el 50%. Sería necesario inspeccionar 125 artículos por hora

Un tamaño mayor de lote significa menos inspección, como en los casos (1) y (2), pero hay que pagar un precio. En vez de que se acepten 60% de lotes con una calidad promedio de 3.6% de defectuosas, se aceptarían 50% de los lotes y éstos tienen 6.15% de defectuosas

En cualquiera de los casos, por supuesto, un porcentaje tan bajo de aceptación pone prontamente sobre aviso tanto al fabricante como al consumidor en lo que respecta al hecho de que la producción no tiene la calidad requerida y de que es necesario tomar medidas para mejorarla. Si se ha dictaminado sobre la producción de las dos máquinas por separado, sería fácil localizar el problema, pero si se ha mezclado el producto pudiera no ser tan evidente si pueden atribuirse los problemas a únicamente una de las dos máquinas

Este ejemplo es por supuesto exagerado en el sentido de que las calidades que proporcionan las dos máquinas (2.3% de defectuosas y 10% de defectuosas) son muy diferentes. Si proporcionan una calidad más similar, los resultados de la combinación de los lotes no serían tan graves, pero el principio sigue siendo el mismo

En la práctica, los lotes están formados con mucha frecuencia de artículos que se originan de fuentes diversas. Las fuentes pueden producir con diferentes niveles de calidad y es posible que cada fuente no contribuya en proporción igual al número total de artículos que integran el lote. Ejemplos típicos de esto los constituyen las partes de un molde de cavidades múltiples, de un taladro automático con múltiples vástagos o de varias líneas de producción similares. La producción puede estar organizada en forma tal que no sea fácil identificar las diferentes fuentes que la integran por separado, sin tener que llevar a cabo arreglos especiales que podrían ser inconvenientes y costosos; además puede ser necesario incluir la producción proveniente de todas las mencionadas fuentes a fin de integrar un lote del tamaño requerido

Puede entonces surgir la pregunta, si continúa siendo aplicable la COC o un plan de muestreo para lotes como éstos, que incluyen artículos provenientes de un número de fuentes diversas, las cuales pueden estar produciendo con diferentes niveles de calidad, por lo que no son estrictamente homogéneos

La respuesta es que lo anterior no afecta en lo más mínimo la validez de la COC, pero que puede dar lugar al rechazo de producto bueno (ya que se ha mezclado con producto malo) en tanto que se hubieran aceptado los buenos y rechazados los malos si se hubieran mantenido por separado

Sin embargo, si una o más fuentes tienen un nivel de calidad que es considerablemente inferior al de las otras, entonces el efecto aparece rápidamente en el porcentaje de aceptación del total y debe llevarse a cabo una investigación. Esta debe indicar cuál es la fuente de error y si no se puede corregir de inmediato debe aislarse y sus lotes deben considerarse por separado

10 INSPECCION NORMAL

El NCA como se sabe ya, constituye la línea divisoria entre lo aceptable y lo no aceptable en la calidad de calidad. Una vez que se ha especificado el NCA para cualquier producto en particular, lo ideal sería contar con un plan de muestreo con el que se pudieran aceptar siempre los lotes cuya calidad fuera mejor a la del NCA y rechazar siempre aquellos cuya calidad fuera inferior, o sea una COC que descendiera verticalmente sobre el NCA tal como se muestra en la figura 1. Esta situación ideal, sin embargo, constituye algo que ningún plan de muestreo puede lograr, así que es necesario aceptar una COC que descienda a un ángulo inferior a la vertical

Ahora bien, una COC puede cruzar la línea vertical ideal únicamente en un punto y la pregunta es: ¿En qué punto debe cruzarla?

Una solución posible es dejar que la curva cruce a la línea vertical en la proximidad de la parte inferior de la línea, como se muestra en la figura 2. La selección de un plan que se ajusta a lo anterior tiene la ventaja de que se proporciona un alto grado de protección al consumidor, ya que existe una alta probabilidad de que se rechace cualquier lote que se presente con una calidad inferior al NCA. Dicha solución, sin embargo, es insatisfactoria desde el punto de vista del fabricante; este no tendrá motivo de queja si se le rechaza casi todo su producto si su calidad es inferior al NCA, pero sí tendrá motivo para quejarse si su calidad es superior al NCA y se le rechaza una gran cantidad de lotes.

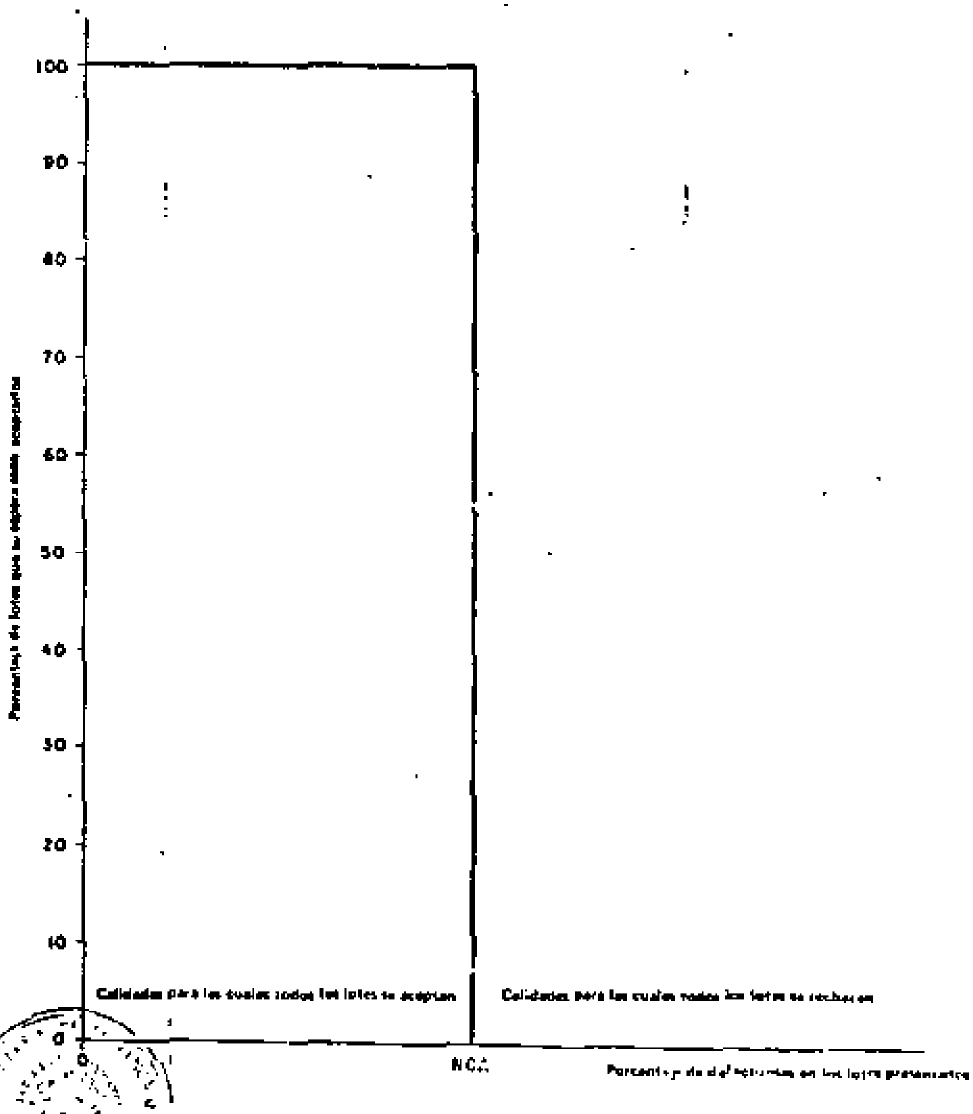


FIGURA 1 Curva de operación característica ideal (desde luego no posible).

En el caso que se ilustra en la figura 2, se aceptaría únicamente un poco más de un lote de cada cinco si el porcentaje de defectuosas fuera la mitad del NCA y se aceptaría menos de la mitad de los lotes aunque el porcentaje de defectuosas fuera tan reducido como para constituir una cuarta parte del NCA. Esto es claramente insatisfactorio puesto que el fabricante bajo estas circunstancias, se ve obligado a producir con una calidad considerablemente mejor de la que realmente se necesita, si es que quiere evitar rechazos de lotes constantemente. Es probable que ésto dé lugar a dificultades en la producción, aumentando en gran proporción el precio del producto y es probable también que dé lugar a una mala relación entre fabricante y consumidor

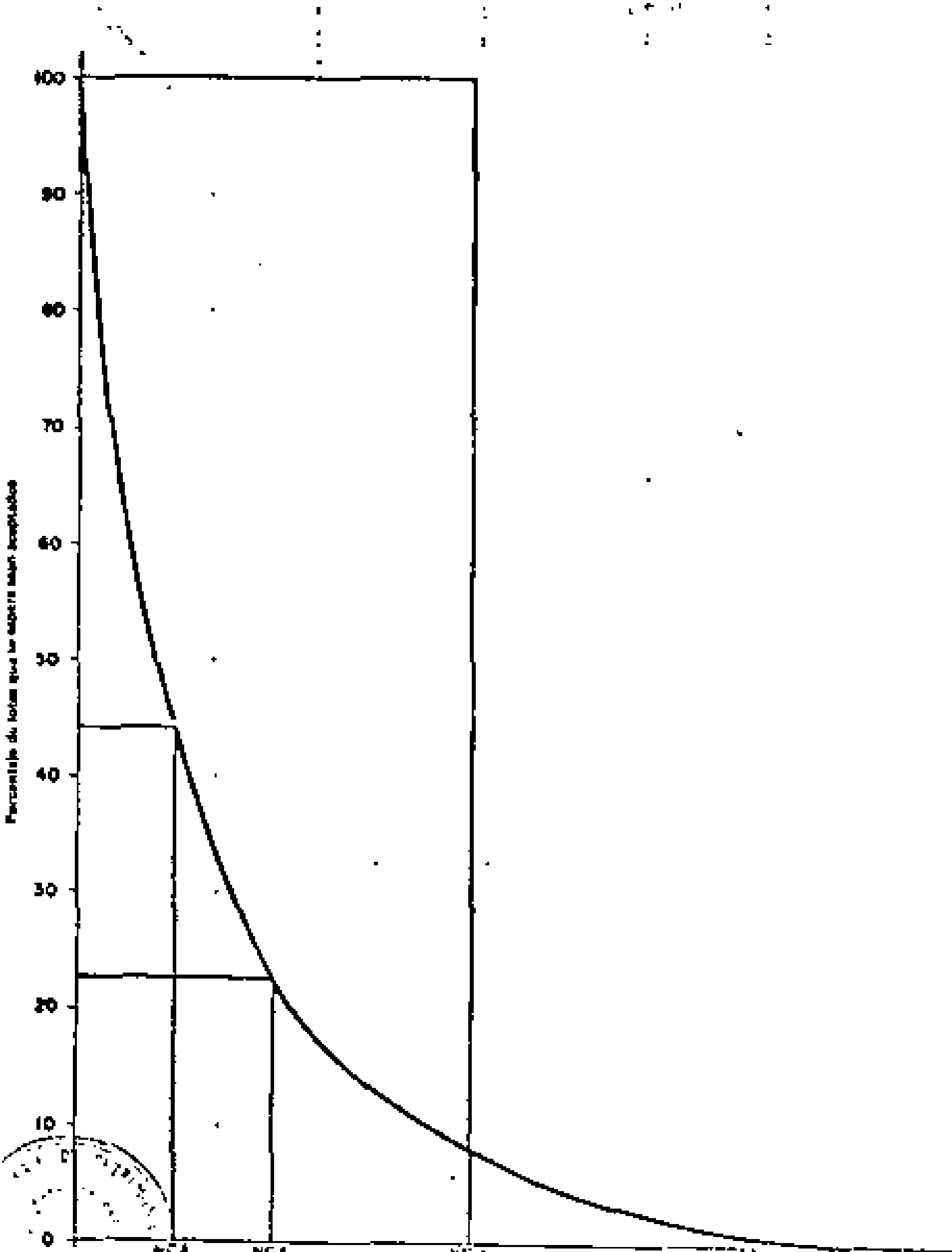


FIGURA 2 Curva de operación característica de un plan de muestreo calculado para proporcionar una alta probabilidad de rechazo de lotes presentados a inspección con una calidad menor al NCA especificado

Una alternativa a esta solución sería por lo tanto, dejar que la curva cruzara la línea vertical en la proximidad de la parte superior de la línea, como se muestra en la figura 3. Con ésto quedaría satisfecho el fabricante ya que si produce lotes con una calidad igual o mejor al NCA éstos tendrían una aceptación casi segura. Sin embargo, en este caso el consumidor tendría razones para quejarse ya que si el fabricante presentara lotes con una calidad inferior al NCA podría haber una alta probabilidad de que tuviera que aceptarlos. En el caso que se ilustra como ejemplo en la figura 3, si se presentaran los lotes con un porcentaje de defectuosas del doble del NCA, se aceptarían casi un 60 % de dichos lotes.

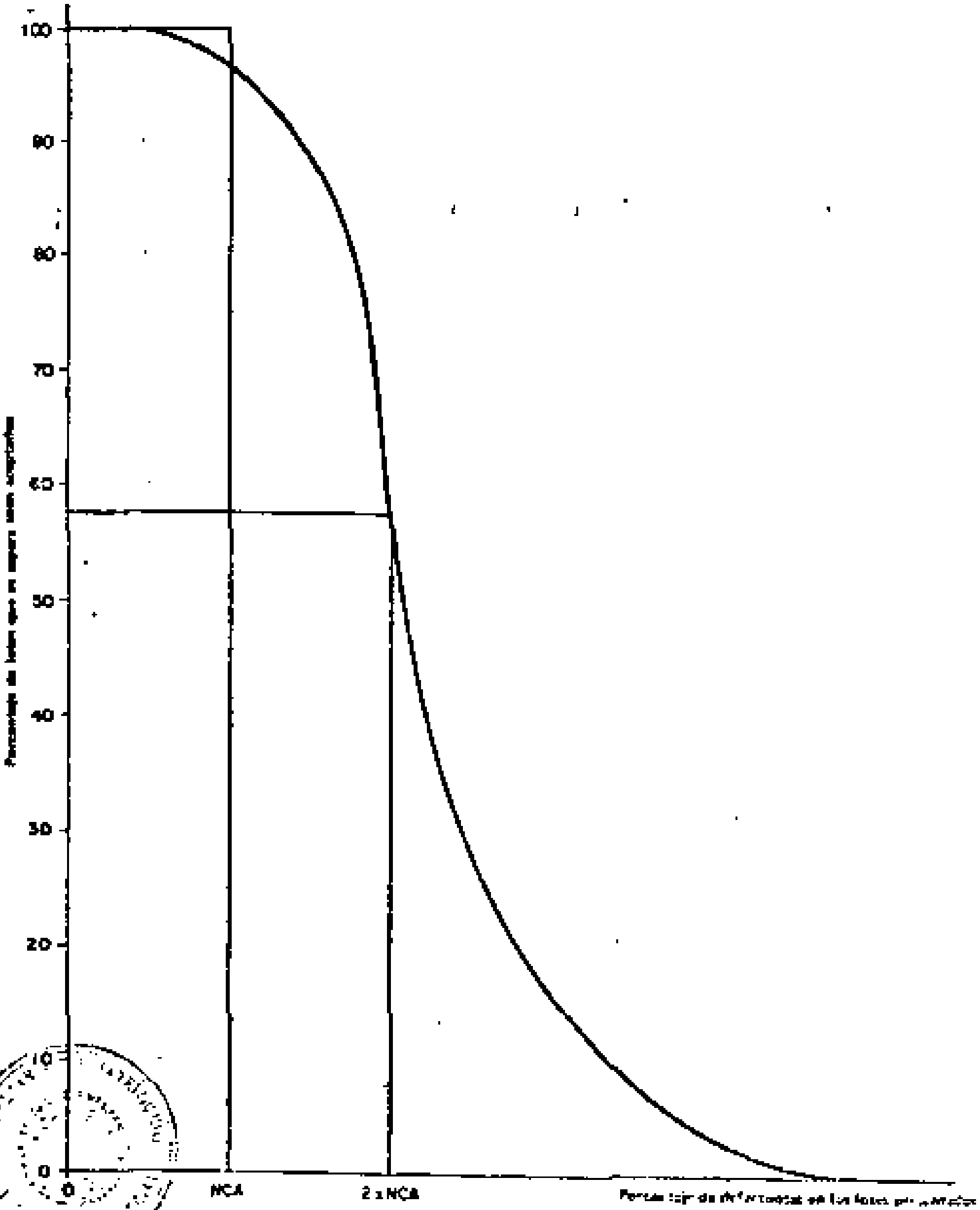


FIGURA 3. Curva de operación característica de un plan de muestreo calculada para proporcionar una alta probabilidad de aceptación de lotes presentados a inspección con una calidad mayor al NCA especificado

Se necesita algún término intermedio a fin de ajustarse a los requisitos tanto del fabricante como del consumidor. la solución que se establece en esta norma consiste en otorgar el beneficio de la duda al fabricante (una curva similar a la de la figura 3) y para protección del consumidor, se recurre al sistema inspección normal-inspección rigurosa, en la cual se especifican dos planes de muestreo para cualquier situación dada, junto con las reglas para determinar cuando se debe cambiar de una inspección a otra y cuándo regresar a la primera

La inspección normal está destinada como se muestra en el ejemplo de la figura 3, para proteger al fabricante contra el riesgo de que se le rechace un gran porcentaje de lotes aunque su calidad sea mejor al NCA. En efecto, se concede al fabricante el beneficio de la duda que puede surgir debido a los riesgos inherentes al muestreo

Pero en vista de que el consumidor necesita también protección y que esto se logra estableciendo que no se conceda al fabricante el beneficio de la duda en forma ciega e invariable, sino únicamente cuando el fabricante demuestre que la merece. Si los resultados del muestreo informan en cualquier momento que la calidad promedio de su proceso es más mala que el NCA, el fabricante pierde el derecho a que se le conceda el beneficio de la duda (esto es, su derecho a una inspección normal) y a partir de ese momento se aplicará la inspección rigurosa para proteger al consumidor

Por lo tanto, la inspección normal tiene COC que cruzan la línea vertical en un punto del NCA cercano a la parte superior, pero el nivel exacto en el que la cruza varía de plan a plan de acuerdo con "el valor de NCA por el tamaño de la muestra" o lo que viene a ser lo mismo de acuerdo con el valor del número de aceptación

En la Tabla 2 se muestran las cifras en donde se ve que si el tamaño de la muestra es bastante grande para el NCA dado, lo que dá lugar a un valor de "NCA por el tamaño de la muestra igual por lo menos a 200" entonces el fabricante tiene siempre por lo menos 98% de probabilidad de que se acepten sus lotes si la calidad es igual al NCA y esta probabilidad es aún mayor para una calidad mejor que el NCA. Sin embargo, cuando el tamaño de la muestra es relativamente pequeño para el NCA requerido, el permitir al fabricante una probabilidad tan elevada significaría un riesgo demasiado grande para el consumidor

TABLA 2 Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados si la calidad es igual al NCA, plan de muestreo sencillo nivel de inspección normal

NCA X tamaño de muestra (Aproximadamente)	Número de aceptación	Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (Aproximadamente)
12.5	0	88.1
50	1	90.9
80	2	95.3
125	3	96.1
200	5	98.0
315	7	98.4
500	10	98.5
800	14	99.3
1250	21	99.0
2000	30	98.7
3150	44	98.5

Por lo tanto, debe aceptarse una menor probabilidad de aceptación en el NCA para los números de aceptación pequeños. La Figura 4 muestra la razón de esto. Aquí aparecen graficadas las COC, para un NCA de 1% defectuosas con el tamaño más pequeño y más grande de muestra disponibles para este NCA. El fabricante tiene una mayor protección con los tamaños grandes de muestras que con los pequeños, si la calidad es buena, pero la curva desciende en forma mucho más pronunciada lo que permite que se dé también una mejor protección al consumidor

11 INSPECCION RIGUROSA

Cuando se requiera utilizar la inspección rigurosa, se obtiene el plan requerido de las tablas en la misma forma, con excepción de que se utiliza la Tabla II B en lugar de la Tabla II A en tanto que si se utilizan las Tablas X se encuentra la columna correcta leyendo el valor del NCA a partir de la parte inferior en vez de a partir de la parte superior

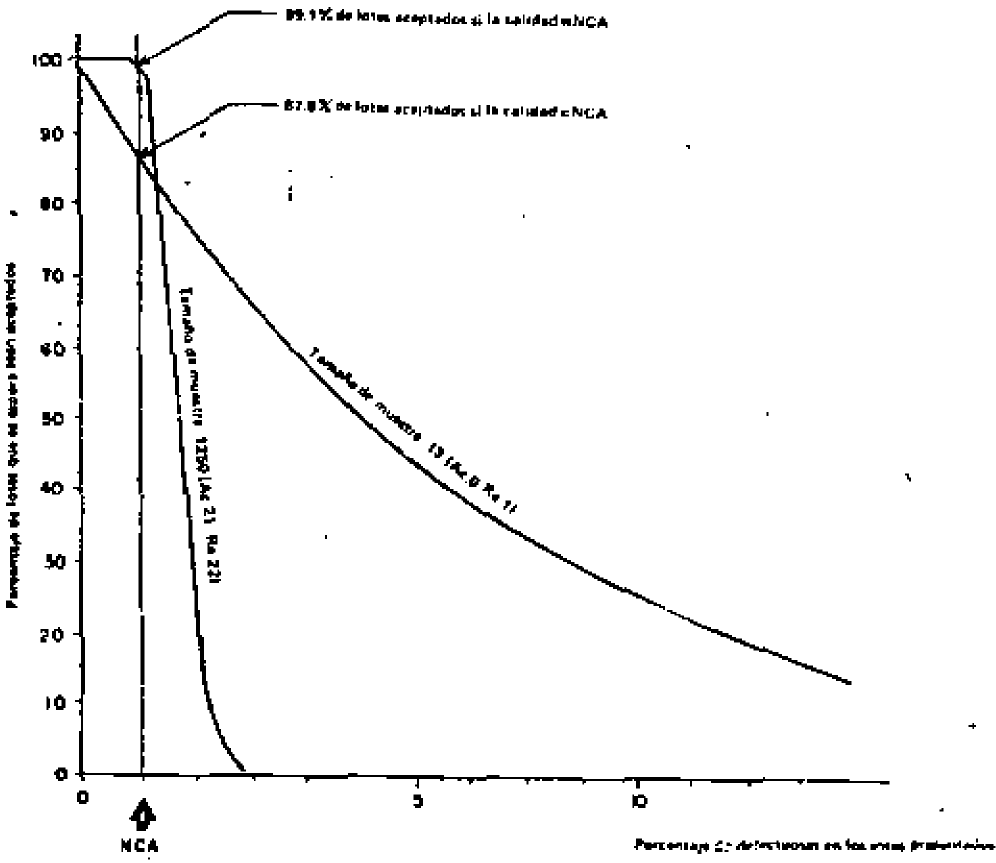


FIGURA 4 COC para dos planes de muestreo con inspección normal para un NCA de 1% de defectuosas

NOTA de la Tabla 2: Las cifras que aparecen en la primera columna son aproximadas, ya que es imposible hacer que los valores del NCA por el tamaño de la muestra sean exactamente constantes en diagonales de la Tabla II-A. Como resultado, las cifras que aparecen en la tercera columna son inevitablemente aproximadas también, pero se encontrará que las cifras reales están siempre muy cerca de las que se muestran aquí.

En general, se observa que un plan de muestreo riguroso tiene el mismo tamaño de muestra que el plan de muestreo normal correspondiente pero tiene un número de aceptación menor. Sin embargo, si el número de aceptación de la inspección normal es 1, su cambio a 0 daría lugar a un grado irrazonable de rigurosidad y si el número de aceptación de la inspección normal es 0, no hay un número más pequeño. En ambos casos se obtiene la rigurosidad manteniendo el número de aceptación igual al de la inspección normal en tanto que se aumenta el tamaño de la muestra.

No se muestran gráficamente las COC para la inspección rigurosa a fin de evitar la confusión en las gráficas al tratar de poner demasiadas curvas en ellas. Sin embargo, se muestran valores tabulados y cuando hay un plan de muestreo que constituye un plan de muestreo normal para un NCA y un plan de muestreo riguroso para un NCA diferente, lo cual sucede a menudo, se aplica la misma COC al plan en sus dos modalidades. Debe recordarse que las cifras que se utilizaron para trazar las curvas se refieren a valores del NCA para una inspección normal.

Ejemplo 10: Supongamos que el NCA es de 1.0, que el nivel de inspección es II y que el tamaño del lote es de 2500. De la Tabla I obtenemos la letra clave K. Al utilizar la Tabla X-K-II tenemos que el plan de muestreo para inspección rigurosa es:

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	2
Número de rechazo	3

Este plan es igual al plan de muestreo normal para la letra clave K y un NCA de 0.65. Su COC es por lo tanto la curva marcada 0.65 en la Tabla X-K.

12 PROCEDIMIENTO DE CAMBIO

En los dos últimos capítulos se ha hablado sobre la inspección normal y la inspección rigurosa, lo que cada una de ellas tiene por objeto y cómo utilizar las tablas para encontrar los planes de muestreo adecuados. En este capítulo se habla del procedimiento de cambio por medio del cual se decide el cambio de la inspección normal a la rigurosa o de regresar de ésta a la primera. Si se conociera el valor exacto de la calidad que ofrece el fabricante, sería deseable aplicar la inspección normal siempre que la calidad fuera mejor que el NCA y la inspección rigurosa siempre que fuera más mala, pero en la realidad nunca se sabe cuál es la calidad exacta. Si se supiera, se utilizaría este conocimiento para dictaminar sobre los lotes en vez de presentarlos a una inspección por muestreo. En su lugar, lo mejor que puede hacerse es utilizar los conocimientos que se tienen a la mano; esto es, los resultados mismos del muestreo.

Puesto que la inspección normal se ha calculado en forma tal que se acepten casi todos los lotes que se presentan, siempre y cuando la calidad sea igual por lo menos al NCA, de ésto se concluye que si se rechaza un gran porcentaje de lotes, la calidad no puede ser tan buena como el NCA. La pregunta que aquí cabe hacer es: ¿qué tan grande debe ser el porcentaje de rechazos en los lotes para que éste resulte convincente? Es necesario un procedimiento que permita tener una reacción razonablemente rápida si la calidad se hace más mala que el NCA, en tanto que se tenga una baja probabilidad de que por error se requiera implantar la inspección rigurosa cuando la calidad sea realmente mejor que el NCA.

El procedimiento es: Debe aplicarse la inspección rigurosa para los lotes subsiguientes tan pronto como dos de cinco lotes sucesivos hayan sido rechazados en la inspección original. Inspección original significa la primera inspección de un lote. Si un lote es rechazado pero se vuelve a presentar a inspección después de una selección o reparación, este lote que se presenta nuevamente no debe considerarse para los fines del procedimiento de cambio, quizás podría haberse expresado mejor el procedimiento diciendo "dos de cada cinco o menos", a fin de prever aquella situación en la que se rechazan dos lotes casi al principio de la inspección antes de que se presenten cinco. Evidentemente bajo estas circunstancias se implantaría la inspección rigurosa inmediatamente sin esperar a que se presenten los cinco lotes.

Una vez que se ha implantado la inspección rigurosa permanece en vigor para todos los lotes hasta que se acepten cinco lotes sucesivos con esta inspección rigurosa, entonces se vuelve a implantar la inspección normal. Este es un requisito bastante severo ya que la aceptación bajo una inspección rigurosa es más difícil que bajo la inspección normal, pero una vez que hay evidencia de que se han presentado lotes con una calidad más mala que el NCA, [illegible] el derecho de gozar el beneficio de la duda hasta que se considere seguro hacerlo.

Hay una protección adicional para el consumidor. Es el procedimiento que establece que se suspenda la inspección de aceptación en espera de una acción que mejore la calidad si diez (u otro número que se acuerde) lotes consecutivos permanecen en inspección rigurosa.

Este es un principio de suma importancia; si la calidad es mala, es necesario tomar algunas medidas y el inspector debe tener derecho a rehusar a inspeccionar cualquier otro lote adicional hasta que tenga pruebas de que se han tomado las medidas adecuadas que conduzcan a una calidad aceptable.

Debe interpretarse la regla con suficiente criterio, si se rechazara el sexto lote bajo una inspección rigurosa y luego se aceptaran el séptimo, el octavo, el noveno y el décimo, no sería razonable suspender la inspección en ese momento. La mejor interpretación sería aparentemente que se suspendiera la inspección si se rechaza el décimo lote pero si se aceptara el décimo lote, podrá proseguirse con la inspección rigurosa hasta que se rechace un lote o que se vuelva a implantar la inspección normal.

Ejemplo 11: Se suministra un producto en lotes de 4000 unidades de producto. El NCA es de 1.5% defectuosas. El nivel de inspección es III. Va a emplearse el muestreo sencillo. La Tabla I nos proporciona M como letra clave y se encuentra que los planes de muestreo requeridos son.

	INSPECCION NORMAL	INSPECCION RIGUROSA
Tamaño de la muestra	315	315
Número de aceptación	10	8
Número de rechazo	11	9

TABLA 3 Veinticinco lotes de un procedimiento de inspección (Véase ejemplo 11)

Número de lote	Tamaño del lote	Tamaño de la muestra	Ac	Re	Unidades de producto defectuosas	Dictamen	Acción a tomarse
1	4000	315	10	11	7	Ac	Inspección Normal
2	4000	315	10	11	7	Ac	Continúese Insp Normal
3	4000	315	10	11	4	Ac	Continúese Insp Normal
4	4000	315	10	11	11	Re	Continúese Insp Normal
5	4000	315	10	11	9	Ac	Continúese Insp Normal
6	4000	315	10	11	4	Ac	Continúese Insp Normal
7	4000	315	10	11	7	Ac	Continúese Insp Normal
8	4000	315	10	11	3	Ac	Continúese Insp Normal
9	4000	315	10	11	2	Ac	Continúese Insp Normal
10	4000	315	10	11	12	Re	Continúese Insp Normal
11	4000	315	10	11	8	Ac	Continúese Insp Normal
12	4000	315	10	11	11	Re	Cámbiese Insp Rigurosa
13	4000	315	8	9	7	Ac	Continúese Insp Rigurosa
14	4000	315	8	9	8	Ac	Continúese Insp Rigurosa
15	4000	315	8	9	4	Ac	Continúese Insp Rigurosa
16	4000	315	8	9	9	Re	Continúese Insp Rigurosa
17	4000	315	8	9	3	Ac	Continúese Insp Rigurosa
18	4000	315	8	9	5	Ac	Continúese Insp Rigurosa
19	4000	315	8	9	2	Ac	Continúese Insp Rigurosa
20	4000	315	8	9	7	Ac	Continúese Insp Rigurosa
21	4000	315	8	9	6	Ac	Regrésese a Insp Normal
22	4000	315	10	11	7	Ac	Continúese Insp Normal
23	4000	315	10	11	7	Ac	Continúese Insp Normal
24	4000	315	10	11	5	Ac	Continúese Insp Normal
25	4000	315	10	11	3	Ac	Continúese Insp Normal

La Tabla 3 muestra los resultados de la inspección de los primeros 25 lotes. Es usual utilizar la inspección normal al principio de un ciclo de inspección y es lo que aquí se hace. Los rechazos en los lotes 4 y 10, no ocasionan un cambio a la inspección rigurosa ya que en ninguno de los casos se da lugar a la aplicación de la regla de 2 de cada 5, pero el rechazo en el lote 12 que sigue al que hubo en el lote 10 da lugar a un cambio desde el lote 13 en adelante.

En el lote 21, se han aceptado cinco lotes sucesivos bajo inspección rigurosa y vuelve a implantarse la inspección normal a partir del lote 22.

13 METODOS PARA REDUCIR LOS RIESGOS

Siempre habrán riesgos en la inspección por muestreo, tanto en lo que se refiere a la aceptación de lotes malos como al rechazo de lotes buenos, pero estos riesgos deberán ser tan pequeños que sean tolerables y esto se logra seleccionando en forma adecuada el NCA y el nivel de inspección.

Si el fabricante o el consumidor consideran en un momento dado que el riesgo que están tomando es muy grande, sería bueno comprobar si se han seleccionado en forma adecuada el NCA y el nivel de inspección, pero en la parte restante de este Capítulo, se supondrá que se han seleccionado en forma adecuada y que no hay necesidad de modificarlos.

El fabricante tendrá interés en reducir los riesgos cuando la calidad sea mejor que el NCA pero no tiene derecho a ninguna reducción del riesgo en otra forma. El consumidor tendrá un especial interés en los riesgos cuando la calidad sea más mala que el NCA, ya que si la calidad es mejor que el NCA, está obteniendo la calidad requerida.

Hay cuatro métodos que pueden utilizarse para reducir los riesgos para ambas partes:

El primer método consiste en mejorar la calidad de la producción. Esto parece ser demasiado obvio como para que valga la pena decirlo, pero es sorprendentemente fácil que durante las discusiones sobre planes de muestreo, COC, procedimiento de cambio, etc., se olvide la sencilla regla de que un porcentaje bajo de defectuosos en la producción proporciona al consumidor lo que éste busca y le asegura al fabricante un alto porcentaje de aceptación.

El segundo método es aplicable únicamente en un caso en particular, pero constituye un caso que es muy probable que ocasione ansiedad, a saber: cuando el número de aceptación es 0. Los planes con un número de aceptación de cero poseen COC con una pendiente tan reducida que los grandes riesgos son inevitables.

Por esta razón en esta norma se permite una alternativa cuando las tablas conducen a un número de aceptación cero (siempre y cuando sea de común acuerdo entre fabricante y consumidor). Esta alternativa consiste en utilizar un plan de muestreo con el mismo NCA pero con un número de aceptación de 1, en vez de 0. En este caso hay un precio a pagar, ya que se requiere un tamaño de muestra aproximadamente cuatro veces más grande, pero los riesgos para ambas partes son mucho más reducidos, tanto que a menudo resulta conveniente. Puede reducirse algo este precio mediante la adopción del muestreo doble o múltiple, cuando el número de aceptación para muestreo sencillo es 1, pero no cuando el número de aceptación es 0.

El tercer método consiste en considerar la posibilidad de aumentar el tamaño del lote. Si puede aumentarse lo suficiente el tamaño del lote como para dar lugar a un cambio de la letra clave y con ello a un aumento en el tamaño de la muestra, se reducirán los riesgos para ambas partes, puesto que un tamaño mayor de muestra da lugar a una COC con pendiente más pronunciada y las tablas están dispuestas de tal forma que esta curva es más alta que la anterior en la mayor parte de los puntos en donde la calidad es superior al NCA y más baja en la mayor parte de los puntos en donde la calidad es inferior al NCA.

Desgraciadamente no es posible adaptar las tablas en forma de que estos elementos sean siempre como se desean sin que se pierdan al mismo tiempo otros elementos deseables. La figura 5 por ejemplo, muestra cuatro planes de muestreo normales relacionados con un NCA de 1.5% de defectuosos; para una calidad mejor que el NCA se ve que entre más grande es el tamaño de la muestra, más alto es el porcentaje de lotes que se aceptan, en tanto que para una calidad inferior (cuando el porcentaje de defectuosos es 2 veces o más que el NCA), la muestra más grande es la que rechaza más y la muestra más pequeña es la que rechaza menos (siendo deseable que el plan de muestreo rechace tan frecuentemente como sea posible cuando la calidad es inferior al NCA). El punto de cruce de las curvas para tamaños de muestra de 32 y 50 no sería satisfactorio porque la calidad del lote es muy mala.

Puede objetarse la necesidad del aumento del tamaño de los lotes para lograr una mejor protección en el muestreo, ya que no siempre es fácil o razonable el cambiar el tamaño de los lotes, ya que deben fijarse los tamaños de los lotes de acuerdo con ciertos aspectos como son la continuidad y cantidad de la producción, que puede manejarse en un momento dado, problemas de transporte, problemas de control de inventario y así sucesivamente. Todo esto es cierto, sin embargo, vale la pena recordar que, a igualdad de los demas aspectos, puede ser provechoso aumentar el tamaño del lote desde el punto de vista de la inspección por muestreo.

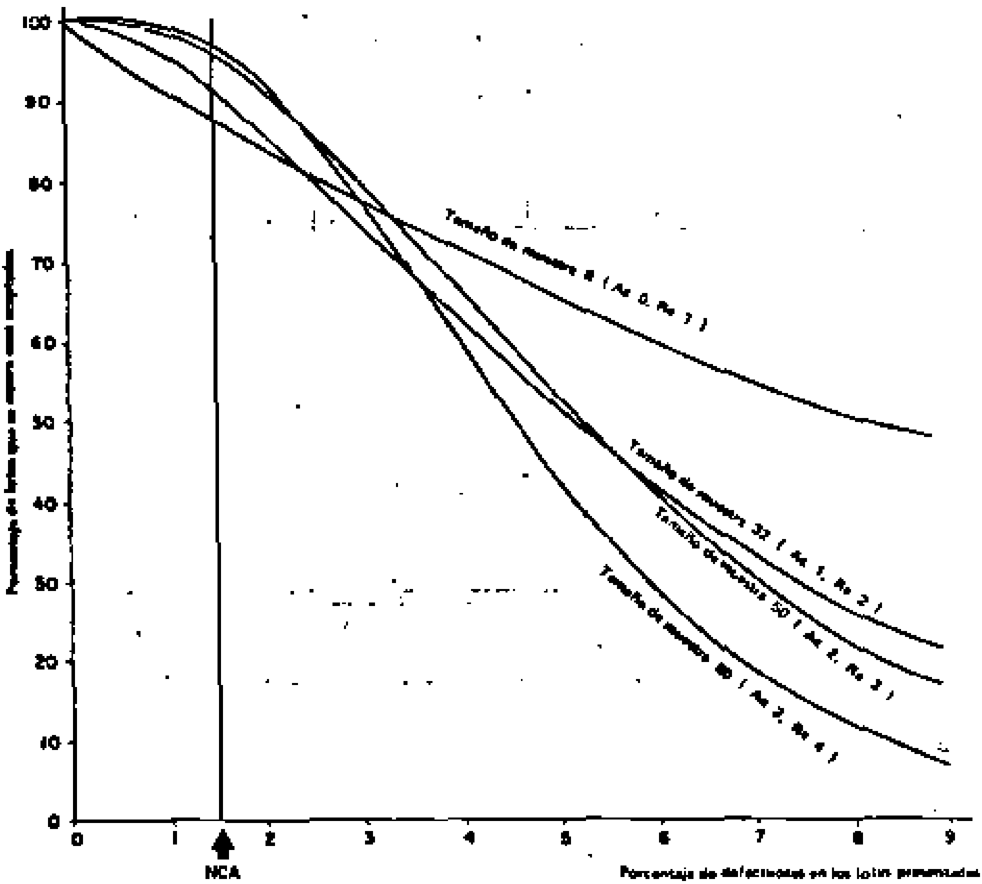


FIGURA 5 Cuatro planes de muestreo para un NCA de 1.5% de defectuosas, inspección normal y muestreo sencillo

Al examinar las alturas de las curvas en la figura 5, a dos, tres y cuatro veces el NCA debe recordarse que las curvas muestran únicamente parte del panorama o sea la parte correspondiente a la inspección normal. El porcentaje de lotes que se acepta, si la calidad es dos veces el NCA, es inferior a 80% para todos los planes de inspección normal de la DGN-R-18/2. Dicho porcentaje de aceptación dará por resultado la implantación de la inspección rigurosa antes de que pasen muchos lotes.

Bajo algunas circunstancias puede concluirse que no vale la pena el término medio de la inspección por muestreo que involucra necesariamente la utilización de un programa completo de muestreo. Las partes que intervienen pueden entonces negociar a fin de seleccionar un plan directamente de las COC, pero cuando se adopta un enfoque de esta clase es necesario que las partes tengan conocimientos al respecto si es que ha de obtenerse una selección satisfactoria.

Cuando existe evidencia de que la calidad de la producción es mejor que el NCA en forma consistente, hay razones para suponer que la producción continuará siendo buena, ya no hay necesidad de contar con un plan de muestreo que separe los lotes buenos de los malos, en virtud de que todos los lotes son buenos. Sin embargo no debe prescindirse totalmente de la inspección, ya que se necesita contar con una señal de aviso para el caso de que la calidad de la producción empeore en un momento dado.

Bajo estas circunstancias, puede obtenerse un ahorro considerable si así se desea, mediante el uso de planes de muestreo con inspección reducida cuyos tamaños de muestras son únicamente de dos quintas partes del tamaño de la muestra que corresponde a los planes con inspección normal (excepto cuando el plan de inspección normal tiene un tamaño de muestra inferior a 5, en cuyo caso el porcentaje es de más de dos quintas partes, ya que se toma una muestra de por lo menos 2 para la inspección reducida).

A primera vista pudiera suponerse que la forma de reducir el tamaño de la muestra sería utilizar una letra clave anterior en el orden alfabético. Esto reduciría de hecho el tamaño de la muestra, sin embargo, tendría también el efecto indeseable de reducir el porcentaje de lotes que se espera sean aceptados con el NCA dado, ésto, de hecho resultaría en un castigo al fabricante por hacer un buen trabajo. Puesto que un resultado así sería claramente insatisfactorio; es necesario tener una tabla para la inspección reducida. Esta tabla es la Tabla II-C de las tablas de la parte 3 de esta norma.

Debe notarse que no existe una obligación de implantar la inspección reducida. El uso de la inspección rigurosa, cuando así lo requiera el procedimiento de cambio, es esencial en lo que se refiere al programa y por lo tanto, es obligatoria; sin embargo la inspección reducida es totalmente opcional aunque se cumplan las condiciones necesarias que establece el procedimiento de cambio, pudiéndose implantar cuando el consumidor así lo desee o lo juzgue conveniente.

El procedimiento de cambio está calculado para asegurar que no se implante la inspección reducida, a menos que la calidad que se observe sea verdaderamente buena y de que sea probable que continúe en esta misma forma. A fin de averiguar si es permisible implantar la inspección reducida, debe compararse la historia reciente de la producción con los números límite que se encuentran en la Tabla VIII.

Ejemplo 12: Se está fabricando un producto el cual va a inspeccionarse bajo las condiciones siguientes: NCA 10% de defectuosas, tamaño de lote 4000, nivel de inspección I y muestreo sencillo. Bajo la letra clave J se encuentran el tamaño de la muestra que es de 80, el número de aceptación 14 y el número de rechazo 15.

TABLA 4 Quince lotes de un proceso de inspección, NCA=10% de defectuosas
Nivel de inspección I (Véase ejemplo 12)

Número de lote	Tamaño del lote	Tamaño de la muestra	Ac	Re	Cantidad de defectuosas d_i	Decisión	Acción futura
61	4000	80	14	15	7	Ac	Continúese Normal
62	4000	80	14	15	5	Ac	Continúese Normal
63	4000	80	14	15	7	Ac	Continúese Normal
64	4000	80	14	15	6	Ac	Continúese Normal
65	4000	80	14	15	9	Ac	Continúese Normal
66	4000	80	14	15	7	Ac	Continúese Normal
67	4000	80	14	15	9	Ac	Continúese Normal
68	4000	80	14	15	8	Ac	Continúese Normal
69	4000	80	14	15	6	Ac	Continúese Normal
70	4000	80	14	15	5	Ac	Continúese Normal
71	4000	80	14	15	6	Ac	Continúese Normal
72	4000	80	14	15	4	Ac	Continúese Normal
73	4000	80	14	15	3	Ac	Continúese Normal
74	4000	80	14	15	1	Ac	Continúese Normal
76	4000	80	14	15	3	Ac	Cambiese a Reducida

La Tabla 4 muestra los resultados del proceso de inspección. Se utiliza inspección normal al principio de la tabla (esta tabla se tomó como un extracto de una secuencia más larga por lo que la numeración de los lotes no comienza con 1). Los resultados son buenos, se aceptan todos los lotes, quedando el número de defectuosas bastante por debajo del número de aceptación.

Después de efectuar la inspección de la muestra correspondiente al lote 71, el inspector decide indagar si es posible utilizar la inspección reducida. Cuenta el número total de defectuosas que contienen las muestras de los últimos 10 lotes y encuentra que son 70. La cantidad de muestras de los últimos 10 lotes es de 800 y al entrar en la Tabla VIII con este número de 800 y con un NCA de 10, encuentra que el número límite es 68; en este caso, siendo 70 mayor que 68 no se permite la inspección reducida.

Después de observar muy buenos resultados con los cuatro lotes siguientes, decide investigar nuevamente. La cantidad de defectuosas que se observan en los últimos 10 lotes, es ahora únicamente de 54, lo que está dentro del número límite. Bajo estas circunstancias sí se permite la inspección reducida ya que además se han aceptado los 10 últimos lotes bajo inspección normal, siempre y cuando la producción se lleve a cabo a ritmo constante. Lo que significa ritmo constante requiere interpretación y es posible que ésta varíe de una industria a otra. Básicamente el requisito es que no haya una interrupción en la producción suficiente como para afectar la calidad de la producción actual que es buena, como lo demuestran los registros correspondientes a los últimos lotes. El significado exacto, en cualquier caso en particular, depende del juicio técnico basado en la consideración de todos los factores cuya variación pueda afectar a la calidad del producto.

Puesto que la inspección reducida es opcional, se permite reimplantar la inspección normal si es que así lo desea o lo juzga conveniente el consumidor y debe hacerse en el caso de que la producción se haga irregular, de que haya demoras en ella o si otras condiciones la hacen parecer necesaria. Sin embargo, se debe regresar a la inspección normal en el caso de que no se acepte un solo lote bajo inspección reducida.

Los planes de muestreo reducido presentan una característica particular, que es una brecha entre el número de aceptación y el de rechazo (La diferencia entre los números de aceptación y rechazo no es 1 como en el caso de inspecciones normal y rigurosa). El procedimiento de cambio indica que si el número de defectuosas que se observan es igual al número de aceptación o menor, se debe aceptar el lote y se continúa con la inspección reducida (siempre y cuando las otras condiciones no requieran que se implante la inspección normal). Si se alcanza o excede el número de rechazo, se debe rechazar el lote y se vuelve a implantar la inspección normal a partir del siguiente lote. Sin embargo, si el resultado se encuentra dentro de la brecha entre el número de aceptación y el de rechazo, se acepta este lote pero debe volverse a implantar la inspección normal.

Ejemplo 13: En la Tabla 5 continúa el ejemplo de la Tabla 4. En la Tabla II-C se encuentra que el plan de muestreo reducido es:

Tamaño de la muestra	32
Número de aceptación	7
Número de rechazo	10

TABLA 5 Diez lotes de un proceso de inspección, NCA=10% de defectuosas, Nivel de inspección II (Véase el ejemplo 13)

Número del lote	Tamaño del lote	Tamaño de la muestra	Ac	Re	Defectuosas	Dictamen	Acción futura
76	4000	32	7	10	5	Ac	Continúese reducida
77	4000	32	7	10	2	Ac	Continúese reducida
78	4000	32	7	10	7	Ac	Continúese reducida
79	4000	32	7	10	3	Ac	Continúese reducida
80	4000	32	7	10	1	Ac	Continúese reducida
81	4000	32	7	10	4	Ac	Continúese reducida
82	4000	32	7	10	9	Ac	[illegible]
83	4000	80	14	15	17	Re	Continúese normal
84	4000	80	14	15	12	Ac	Continúese normal
85	4000	80	14	15	15	Re	Cambiar a rigurosa

Hasta el lote 81 se han encontrado 7 defectuosas o menos en cada muestra y prosigue la inspección reducida, pero las 9 defectuosas del lote 82 hacen que se requiera la reimplantación de la inspección normal aunque se acepta el lote.

Se ve que los tamaños de las muestras para la inspección reducida siguen la misma serie de números que para la inspección normal, pero que retroceden dos espacios. Esto proporciona una vez más consistencia en las diagonales; sin embargo, no se proporciona COC para la inspección reducida. Esto se hace deliberadamente en virtud de las dos razones siguientes: La primera es que tienden a conducir a conclusiones erróneas en el sentido de que se interpreta la curva completa en forma visual, en tanto que el extremo derecho de la curva es inaplicable ya que se permite la inspección reducida únicamente cuando se tiene la certeza que el porcentaje de defectuosas es menor que el NCA con base en la evidencia obtenida en el pasado y que haya una buena razón para esperar que la buena calidad continúe.

La segunda razón es que si la escala vertical de las curvas representa "el porcentaje de lotes que se espera que sean aceptados", esto más bien carece de sentido para la inspección reducida ya que tan pronto como se rechaza cualquier lote se vuelve a implantar la inspección normal. Algunas veces al hacer referencia a la Tabla VIII se encuentra un asterisco en vez de un número. Esto significa que el número de unidades en las muestras de los últimos 10 lotes no es suficiente para juzgar si es permisible la inspección reducida, en cuyo caso puede considerarse un número superior a 10 lotes hasta que se encuentra un número en la tabla. Se ve que el primer número que se encuentra bajo estas circunstancias es siempre 0, así que vale la pena adoptar esta técnica únicamente si no se han observado defectuosas en las muestras provenientes de más de 10 lotes sucesivos.

CONCESIONES

Las concesiones forman en general parte de la práctica de inspección, pero estas no deben llevarse a extremos, es claramente legítimo que un consumidor decida que aún cuando sabe que algún lote no es de calidad aceptable, no pueda darse el lujo de esperar y en esta forma accede a aceptarlo sobre una base de concesión, posiblemente a un precio menor. No existe ningún aspecto en el sistema de inspección por muestreo que evite que un consumidor haga lo anterior si es que así lo desea o lo juzga conveniente. Si se hace una concesión de esta clase y se acepta un lote "rechazado" por alguna razón en especial, debe, sin embargo, registrarse el lote como rechazado para fines del procedimiento de cambio y la historia verdadera de la calidad. Hay, sin embargo, otro tipo de concesión que hay tentación de usar cuando se utiliza la inspección por muestreo. Esta consiste en aceptar, aunque el plan de muestreo diga que hay que "rechazar", no porque el consumidor decida que prefiere tomar defectuosas en lugar de esperar, sino porque el plan de muestreo dice "apenas rechácese".

Esta tentación puede ser particularmente fuerte si el rechazo significa no únicamente rechazar un lote, sino también un cambio a inspección rigurosa. Debe evitarse en lo posible caer en esta tentación, si el plan de muestreo dice "acéptese para 3, rechácese para 4", no quiere decir "acéptese para 4, rechácese para 5".

Ejemplo 14: Se está llevando a cabo la inspección bajo las condiciones de un NCA de 10.0 % de defectuosas, letra clave E, inspección normal y muestreo sencillo. El plan de muestreo es:

Tamaño de la muestra	13
Número de aceptación	3 defectuosas
Número de rechazo	4 defectuosas

En la inspección de un lote en particular, se encuentran 4 defectuosas en la muestra de 13. El inspector tiene la intención de rechazar el lote, pero el fabricante dice que se encontraron únicamente 4 defectuosas. Este número se encuentra exactamente en la línea divisoria, constituye únicamente una cuestión de probabilidad. Podría fácilmente haber sido de otra forma, ya que los demás artículos buenos del lote que no han sido inspeccionados, podrían haber entrado en la muestra en lugar de una de las cuatro defectuosas y entonces el lote se habría aceptado por lo que se debería aceptar el lote.

Lo cierto es que la probabilidad juega un papel importante en los resultados que proporciona el muestreo, pero esta probabilidad no está sujeta al azar. Ha sido calculada en forma precisa cuando se elaboraron las tablas de muestreo. Al acordar utilizar un plan en particular, queda decidido qué riesgos podemos permitirnos.

Aceptar cuando debemos rechazar significaría tomar más riesgos de los que hemos acordado y no es más razonable aceptar porque el programa apenas rechaza que rechazar por que apenas acepta. ¿Qué se diría si se rechazara aunque únicamente se hubieran encontrado tres defectuosas en la muestra?

Además existe una cierta concesión ya incluida en las tablas por ejemplo si en el caso antes mencionado (Ejemplo 14) el NCA es 10% y el 10% de 13 es 1.3 "Acéptese con 1, rechácese con 2", constituiría por lo tanto la regla rígida. Al decir "acéptese con 3, rechácese con 4", las tablas permiten una considerable concesión y no es posible proporcionar adicionalmente nada

6 CLASIFICACION DE DEFECTOS

En la parte 2 de esta norma, se establece una clasificación de defectos:

Defecto crítico, mayor y menor, pero también se permiten otras clases o subclases dentro de éstas

Hay varias formas de especificar los NCA a cada clase. Posiblemente la más sencilla consiste en agrupar todos los defectos en dos categorías: mayores y menores y especificar un solo NCA a cada clase, por ejemplo:

Clase	NCA
Mayor	0.40% de defectuosas
Menor	1.5 % de defectuosas

En este caso hay dos planes de muestreo que corresponden a estos NCA y si un lote cumple en cada uno de los dos planes de aceptación es aceptado y si falla en alguno de éllos o en ambos se rechaza

Las distintas alternativas son:

1) Establecer más de dos clases, por ejemplo:

Clase	NCA
Mayor	0.65 % de defectuosas
Menor A	1.5 % de defectuosas
Menor B	4.0 % de defectuosas

en este caso dictaminamos cada clase por separado

2) Establecer un NCA por separado a cada característica, con la posible inclusión de un NCA adicional para todas las características tomadas en conjunto, o para todas las características de cada clase. Este método pueda ser valioso cuando el artículo es complejo y tiene muchas características independientes a inspeccionar

3) Establecer una sola clase mayor y además agrupar todos los defectos a fin de considerar los mayores y menores en forma conjunta. Podrían fijarse los NCA, por ejemplo:

Clase	NCA
Mayor	1.0 % de defectuosas
Mayor+Menor	4.0 % de defectuosas

A continuación se considera en detalle únicamente la primera alternativa. En tanto que las otras alternativas tienen, indudablemente su lugar en circunstancias adecuadas: sin embargo, debe entenderse que el trabajo con un plan complicado puede ser demasiado para el personal de inspección. Y en la mayoría de los casos se prefiere la sencillez

Ejemplo 15: Un producto tiene cinco dimensiones (A, B, C, D y E) que es necesario comprobar en cada unidad que se inspeccione. Al considerar los efectos de las defectuosas de cada tipo, se decide que las dimensiones A y B deben clasificarse como mayores, en tanto que C, D y E son menores

Supongamos que los NCA se escogen como se indica a continuación:

Clase	NCA
Mayor	0.65 % de defectuosas
Menor	2.5 % de defectuosas

Supongamos que el nivel de inspección es III para ambas clases y que se van a utilizar muestreo sencillo e inspección normal, con tamaño de lote de 900. La letra clave es K. Los planes de muestreo son los siguientes:

Clase	Tamaño de la muestra	Núm de aceptación	Núm de rechazo
Mayor	125	2 defectuosas	3 defectuosas
Menor	125	7 defectuosas	8 defectuosas

Este esquema, que comprende un mismo tamaño de muestra para cada clase pero distintos número de aceptación, es típico y hace que la administración del plan de muestreo sea más sencilla, ya que puede utilizarse la misma muestra física para ambas clases (siempre y cuando la inspección no implique la destrucción de la muestra). Una muestra de 125 proveniente de un lote en particular podría proporcionar los siguientes resultados:

Una unidad de producto defectuosa en lo que respecta a la dimensión A

Una unidad de producto defectuosa en lo que respecta a las dimensiones B y D

Dos unidades de producto defectuosas en lo que respecta a la dimensión C

Tres unidades de producto defectuosas en lo que respecta a las dimensiones C y D

O sea que en total tenemos:

Dos defectuosas mayores y cinco defectuosas menores. Por lo tanto se acepta el lote

Ejemplo 16: Va a inspeccionarse un producto bajo las siguientes condiciones: tamaño del lote 500, nivel de inspección II, inspección normal y muestreo sencillo. Los NCA son:

Clase	NCA
Mayor	0.065 % de defectuosas
Menor	0.25 % de defectuosas

encontrándose que los planes de muestreo son:

Clase	Tamaño de la muestra	Núm. de aceptación	Núm. de rechazo
Mayor	200	0 defectuosas	1 defectuosa
Menor	50	0 defectuosas	1 defectuosa

Bajo estas circunstancias debe examinarse una muestra de 50 para todos los tipos de defectos y luego una muestra adicional de 150 para los defectos mayores únicamente.

Alternativamente, puesto que de cualquier forma se necesita una muestra de 200, el inspector puede decidir que sería conveniente inspeccionar este último tamaño de muestra para ambas clases. Podrá hacerlo siempre y cuando exista acuerdo entre fabricante y consumidor. Al utilizar la letra clave L, el plan para los defectos menores queda en la siguiente forma:

Tamaño de la muestra 200

Número de aceptación 1

Número de rechazo 2

Cuando se clasifican los defectos con distintos NCA para las diferentes clases o grupos de clases, entonces el cambio entre la inspección normal y la rigurosa se efectúa en forma independiente para cada clase o grupo de clases, para las cuales se haya especificado un NCA, de acuerdo con los lotes aceptados o rechazados para esa clase o grupo en particular.

Ejemplo 17: Las condiciones son: tamaño del lote 275, nivel de inspección III y muestreo sencillo. El NCA para defectos mayores, 1.5% de defectuosas. El NCA para defectos menores, 4.0% de defectuosas.

En la tabla 0 se presentan los resultados y la forma en que se lleva a cabo el cambio. Tantos cambios en una cantidad de lotes tan reducida es útil para fines de ejemplo, pero poco probable en la práctica.

TABLA 6 Veinte lotes de un proceso de inspección. Nivel de inspección III
(Véase el ejemplo 17)

Núm. del lote	Tamaño del lote	Tamaño de la muestra	Mayores (NCA=1.5% defectuosas)					Menores (NCA=4.0% defectuosas)					Dictamen final
			Ac	Re	Defectuosas	Dictamen	Acción futura	Ac	Re	Defectuosas	Dictamen	Acción futura	
36	275	50	2	3	2	Ac	Continúese normal	5	6	3	Ac	Continúese normal	Ac
37	275	50	2	3	1	Ac	Continúese normal	5	6	4	Ac	Continúese normal	Ac
38	275	50	2	3	3	Re	Continúese normal	5	6	3	Ac	Continúese normal	Re
39	275	50	2	3	2	Ac	Continúese normal	5	6	3	Ac	Continúese normal	Ac
40	275	50	2	3	4	Re	Cámbiese a rigurosa	5	6	5	Ac	Continúese normal	Re
41	275	50	1	2	2	Re	Continúese rigurosa	5	6	4	Ac	Continúese normal	Re
42	275	50	1	2	3	Re	Continúese rigurosa	5	6	8	Re	Continúese normal	Re
43	275	50	1	2	1	Ac	Continúese rigurosa	5	6	6	Re	Cámbiese a rigurosa	Re
44	275	50	1	2	1	Ac	Continúese rigurosa	3	4	5	Re	Continúese rigurosa	Re
45	275	50	1	2	0	Ac	Continúese rigurosa	3	4	3	Ac	Continúese rigurosa	Ac
46	275	50	1	2	0	Ac	Continúese rigurosa	3	4	5	Re	Continúese rigurosa	Re
47	275	50	1	2	1	Ac	Restablézcase normal	3	4	2	Ac	Continúese rigurosa	Ac
48	275	50	2	3	1	Ac	Continúese normal	3	4	2	Ac	Continúese rigurosa	Ac
49	275	50		3	1	Ac	Continúese normal	3	4	1	Ac	Continúese rigurosa	Ac
50	275	50	2	3	0	Ac	Continúese normal	3	4	0	Ac	Continúese rigurosa	Ac
51	275	50	2	3	1	Ac	Continúese normal	3	4	2	Ac	Restablézcase normal	Ac
52	275	50	2	3	1	Ac	Continúese normal	5	6	2	Ac	Continúese normal	Ac
53	275	50	2	3	0	Ac	Continúese normal	5	6	1	Ac	Continúese normal	Ac
54	275	50	2	3	2	Ac	Continúese normal	5	6	4	Ac	Continúese normal	Ac
55	275	50	2	3	2	Ac	Continúese normal	5	6	5	Ac	Continúese normal	Ac

17 MUESTREOS DOBLE Y MULTIPLE

Los principios de selección de planes dobles o múltiples de las tablas son similares a aquellos que se aplican para el muestreo sencillo, pero se utilizan las Tablas III o IV, en lugar de la Tabla II.

Si se utilizan las Tablas X, debe tenerse cuidado de ver que se tomen los tamaños correctos de cada muestra ya que las tablas también proporcionan los tamaños de muestras acumulados. Sin embargo, todos los planes poseen la característica de que todas las muestras sucesivas son iguales en tamaño a la primera muestra y es fácil de recordar esta regla.

Cuando el plan de muestreo sencillo apropiado tiene un número de aceptación de cero a un tamaño de muestra de 2, no existe un plan doble o múltiple. La alternativa es, o bien utilizar el muestreo sencillo o los planes doble o múltiple, para el siguiente tamaño más grande de muestra que haya disponible para el NCA especificado.

Ejemplo 18: Si el NCA es de 0.40 y la letra clave G, la Tabla III-A tiene un asterisco que nos conduce a una nota situada en la parte inferior, pudiéndose utilizar la Tabla II-A en cuyo caso el plan de muestreo es

Tamaño de la muestra 32

Número de aceptación 0

Número de rechazo 1

o podemos proseguir hacia abajo con la columna 0.40 de la Tabla III-A hasta que encontremos el plan doble, éste se encuentra bajo la letra clave K y es:

	Primera	Segunda	Combinada
Tamaño de la muestra	80	80	160
Número de aceptación	0		1
Número de rechazo	2		2

Se encuentran las mismas alternativas si se utilizan las Tablas X

Para el muestreo doble o múltiple, si el resultado cae en la brecha entre los números de aceptación y rechazo para alguna muestra, esto significa que debe tomarse la muestra siguiente, tanto para una inspección normal como rigurosa. Sin embargo, para el muestreo doble o múltiple con inspección reducida existe también una brecha entre los números finales de aceptación y de rechazo, un resultado dentro de esta brecha significa que debe aceptarse el lote pero debe reimplantarse la inspección normal, como en el caso del muestreo sencillo reducido.

La Tabla IX proporciona "curvas promedio del tamaño de las muestras para muestreo doble y múltiple", las cuales pueden utilizarse para decidir si el ahorro en la inspección que se va a obtener con base en la utilización del muestreo doble o múltiple en lugar del muestreo sencillo, es suficiente como para que valga la pena a pesar del mayor trabajo administrativo.

Las curvas fueron elaboradas en base a la aceptación por muestreo sencillo y necesariamente son aproximadas hasta cierto grado, ya que no pueden aplicarse en forma exacta para todos los diferentes planes de muestreo dados. Sin embargo, son aplicables en forma suficientemente aproximada para la finalidad que tienen.

La escala horizontal de cada curva está expresada en unidades de "n veces el porcentaje de defectuosas", en donde n es el tamaño de la muestra correspondiente al plan de muestreo sencillo. Para cada caso en particular, puede dividirse esta escala entre n para obtener una escala del porcentaje de defectuosas

La escala vertical está expresada también en términos del valor de n. La línea en la parte superior de cada gráfica representa, por lo tanto, el tamaño de muestra sencillo y con ello permite juzgar la eficacia de los planes doble y múltiple en relación con esta línea superior.

Nótese que al manejar la inspección por muestreo debe esperarse que la inspección normal, con una calidad de los lotes presentados mejor que el NCA, esté en vigor la mayor parte del tiempo. En este caso las partes más importantes de estas curvas son las situadas a la izquierda de las flechas sobre la línea base. Aquellas gráficas que no poseen flechas se refieren a números de aceptación que se utilizan únicamente en inspección rigurosa.

Cuando el plan de muestreo sencillo tiene un número de aceptación de 1, el plan múltiple es, durante parte de las veces, menos eficiente que el plan doble. Fue imposible evitar esta lamentable característica sin perder otras valiosas características de las tablas. Bajo estas circunstancias se prefiere el muestreo doble a menos que haya alguna buena razón, distinta al tamaño promedio de la muestra, para que sea deseable utilizar el múltiple.

En la Tabla IX se supone que no se ha suspendido la inspección en el momento de llegar a una decisión en el caso de planes de muestreo dobles o múltiples, sino que se han inspeccionado todas las muestras.

Ejemplo 19: Se está utilizando un plan de muestreo sencillo con la letra clave K y un NCA de 2.5% de defectuosas, a saber:

Tamaño de la muestra	125
Número de aceptación	7
Número de rechazo	8

Se está considerando un posible cambio a muestreo doble o múltiple.

La gráfica apropiada de la Tabla IX es aquella marcada c = 7 que es el número de aceptación. Si así se desea, puede dividirse la escala inferior entre 125 que es el tamaño de la muestra y multiplicarse por 100 para obtener una escala de porcentaje de defectuosas. Las cifras 3, 6, 9 y 12 se transforman entonces en 2.4, 4.8, 7.2 y 9.6% de defectuosas. Usualmente, sin embargo, no es necesario hacer ésto para encontrar lo que se desea saber.

Simplemente, si así se desea, puede leerse la escala vertical como 0.25, 0.5 y 0.75 de 125.

Al observar las curvas encontramos:

a) que el plan doble tiene siempre un promedio menor de tamaño de muestra que el sencillo y que el plan múltiple tiene siempre un promedio menor que el doble.

b) que si la calidad es perfecta, el tamaño de la muestra doble es de alrededor de dos tercios del tamaño del sencillo y el del múltiple es alrededor de una cuarta parte del tamaño del sencillo.

c) que con una calidad igual que el NCA, se han elevado estas fracciones a alrededor de 7 décimas y 6 décimas respectivamente.

d) que el máximo valor del promedio del tamaño de la muestra del plan doble es un poco más de nueve décimas que del sencillo y el máximo valor del tamaño de la muestra promedio del plan múltiple es un poco más de ocho décimas que del sencillo.

18 CALIDAD LIMITE Y EL LOTE AISLADO

Sabemos que al presentar una serie de lotes a inspección usando los planes de muestreo de esta norma, el extremo superior de la COC es el más importante, en el sentido de que la calidad de la producción debe encontrarse en general en esta región de la curva si es que se espera evitar los rechazos frecuentes de lotes, la inspección rigurosa y eventualmente la suspensión de la inspección en espera de que se mejore la calidad.

Pero el extremo inferior de la curva tiene también una importancia considerable, como indicación de la probabilidad de rechazo de un único lote malo, en caso de que un lote así se presentara en el flujo de lotes buenos. Sin embargo, el extremo inferior de la curva tiene importancia preponderante cuando el producto se presenta en un único lote aislado o una serie muy corta de lotes. En este caso el consumidor no puede depender de la inspección rigurosa para obtener una protección adicional, ya que no hay posibilidad para la aplicación del procedimiento de cambio.

Es para estos casos que se han calculado las Tablas VI-A, VI-B, VII-A y VII-B. Las Tablas VI-A y VII-A se refieren al porcentaje de defectuosas y las Tablas VI-B y VII-B a defectos por cien unidades. En este caso ha sido necesario separarlas ya que proporcionan respuestas algo diferentes en el extremo inferior de la curva que es el que nos interesa. Los valores tabulados son calidad límite (CL) 10 y 5 porciento defectuosas y calidad límite (CL) 10 y 5 defectos por cien unidades.

Se pueden tomar también los valores para las Tablas CL de las COC tabuladas de las Tablas X, pero es conveniente el reunirlas como se ha hecho en esta norma.

Las tablas se refieren al muestreo sencillo, pero los valores son aplicables también en forma aproximada a los planes doble, múltiple y secuencial equivalente.

Ejemplo 20: Va a inspeccionarse un lote aislado. Se requiere una buena probabilidad de aceptación si la calidad del lote es tan buena como 1.0% de defectuosas, pero debe haber únicamente un 10% de probabilidad de aceptación si su calidad es tan mala como 4.0% de defectuosas. De acuerdo con estas condiciones, se requiere el tamaño de muestra más pequeño que aparezca en las tablas.

En la Tabla VI-A entramos en la columna NCA de 1.0%, buscamos desde arriba hacia abajo hasta que encontramos una cifra igual o menor a 4.0. Siendo la letra clave M la primera que satisface las condiciones con un valor CL de 3.7% de defectuosas y en la Tabla X M 2 encontramos el plan requerido para el NCA de 1.0 y su COC correspondiente.

Tamaño de la muestra	315
Número de aceptación	7
Número de rechazo	8

Es bueno reiterar en este momento cuál es el significado de la COC. El valor CL de 3.7% de defectuosas significa que si el lote contiene 3.7% de defectuosas, habrá un 10% de probabilidad de que se le acepte. No significa que hay un 10% de probabilidad de que el lote sea defectuoso en un 3.7%. Se nota que los valores CL son siempre mayores que el NCA y en algunos casos considerablemente más grandes, pero se acercan al NCA cuando aumenta el tamaño de la muestra. Cuando se trata de un lote aislado, en contraste con una serie continua de lotes, deben considerarse los valores CL únicamente como aproximados en caso de que el tamaño de la muestra sea superior a una quinta parte del tamaño del lote. Bajo estas circunstancias, el valor real es más bien inferior al valor tabulado.

15 LAS TABLAS LPCS

Las Tablas V-A y V-B proporcionan los factores para el límite del promedio de la calidad de salida (LPCS) para los planes de muestreo sencillo normal y sencillo riguroso. También se aplican en forma suficientemente aproximada a los planes doble y múltiple equivalentes. Una nota que aparece en la parte inferior dice que debe multiplicarse el valor del contenido de la tabla por:

$$1 - \frac{\text{tamaño de la muestra}}{\text{tamaño del lote}}$$

Si la muestra es únicamente un porcentaje pequeño del lote, este cálculo representa una ligera diferencia y pueden utilizarse los valores del contenido de la tabla en la forma en que se muestran, pero si la muestra es un porcentaje grande del lote, no debe olvidarse esta multiplicación.

El estudio de la Tabla V-B muestra que con la excepción de la primera diagonal o sea la de la parte superior izquierda (en donde el número de aceptación es 0), el LPCS para la inspección rigurosa se aproxima siempre al NCA. Si se desea tener esta relación entre el NCA y el LPCS para la inspección rigurosa, debe entonces hacerse uso de la opción de utilizar los planes con un número de aceptación de 1 en lugar de aquellos que tienen un número de aceptación de 0.

Ejemplo 21: Se encuentra que la letra clave es H para un tamaño de lote de 400, un NCA de 4.0% de defectuosas y un nivel de inspección II. En la Tabla V-A se encuentra que el LPCS para inspección normal es:

$$6.3 \left(1 - \frac{50}{400}\right) = 5.5\ \% \quad \text{de defectuosas}$$

Al utilizar la parte 3 de esta norma, en las circunstancias para las cuales fué calculada, (una serie larga de lotes), es necesario establecer los valores del NCA y del nivel de inspección antes de que se puedan usar las tablas. De hecho, en general, es necesario establecer estos valores antes de que pueda iniciarse la producción misma.

Una vez que se haya fijado el NCA como la calidad requerida para la calidad promedio del proceso, debe establecerse el nivel de inspección, considerando cuál es la calidad que debe tener una alta probabilidad de rechazo si se presentara en forma de un lote aislado con ese nivel de calidad. Puede buscarse entonces un nivel de inspección que proporcione la COC, requerida para este fin, cuando el tamaño del lote quede dentro de los límites que usualmente se esperan.

Ejemplo 22. Se ha seleccionado un NCA de 1,5% de defectuosas y se desea tener menos de un 50% de probabilidades de rechazo para un lote de 6% de defectuosas si dicho lote se presentara mientras se está aplicando la inspección normal. Al ver las COC en las Tablas 2, se encuentra que las letras clave de la A a la J no se ajustan a los requisitos. La letra clave K casi se ajusta a los requisitos. [illegible] De hecho la probabilidad de rechazo de 6% de defectuosas es ligeramente inferior al 90%, pero [illegible] la suficiente aproximación para fines prácticos. Las letras clave de L a R exceden los requisitos.

Supongamos que el tamaño de muestra que normalmente se espera es de 1000. Puede entonces especificarse el nivel de inspección III, ya que éste proporciona la letra clave K para un tamaño de muestra de 1000. Si en una etapa posterior se aumenta el tamaño del lote, el nivel de inspección especificado podrá requerir que se utilizaran letras posteriores a K en el orden alfabético. Esto es satisfactorio ya que significa que se está utilizando en forma adecuada el aumento en el tamaño del lote para reducir los riesgos de aceptación de lotes malos o de rechazo de lotes buenos. Desde este punto de vista, no hay necesidad de establecer un límite superior al tamaño del lote (aunque habrá seguramente necesidad de este límite por otras razones). Se requiere sin embargo un límite inferior a fin de asegurar que no se utilicen las letras clave anteriores a K en el orden alfabético. Para el nivel de inspección III, el límite inferior del tamaño del lote no debe ser inferior a 501 para asegurar el uso de la letra clave K.

Ejemplo 23: Se ha seleccionado un NCA de 0.40% de defectuosas. Para lotes de 10,000, se requiere tener una probabilidad de por lo menos un 95% de rechazo en caso de que se presentara un lote con 1% de defectuosas, cuando se está usando la inspección normal.

Al ver las COC para el NCA de 0.40, se encuentra que sólo la letra R [illegible] los requisitos. [illegible] entonces preguntamos si estos requisitos son [illegible] necesarios. [illegible] único cambio es hacer el NCA más [illegible]. Una vez que se hace [illegible] 95% [illegible] se ve que la letra R se ajusta a los requisitos.

Sin embargo, ninguno de los niveles de inspección de la Tabla I proporcionan la letra clave R para un lote de 10,000. Es necesario especificar la letra clave como tal, en lugar de especificar un nivel de inspección.

Debe hacerse notar que los niveles de inspección que se proporcionan no son los únicos niveles de inspección posibles y algunas veces puede ser necesario especificar un nivel "especial" de inspección para una ocasión en particular. Un ejemplo para dicho nivel "especial" lo constituye una letra clave constante para cualquiera que fuera el tamaño del lote, si se requiere siempre una curva de forma determinada como en el ejemplo 23.

Ejemplo 24: Una organización externa de inspección está actualmente inspeccionando la producción de dos fabricantes A y B. Se propone aplicar la inspección por muestreo utilizando un NCA de 1% de defectuosas en lugar de la inspección de 100%.

El fabricante A produce lotes de aproximadamente 4000 artículos con una calidad promedio de proceso de 0.8% de defectuosas. Ocasionalmente, sin embargo, se encuentran lotes que alcanzan hasta un 4% de defectuosas.

Para ayudar a la selección del nivel de inspección, se estudian las COC para los niveles generales de inspección I, II y III (figura 6). Se decide que se requiere una mayor seguridad de la que se proporciona con el nivel II (200 Ac 5, Re6) como protección contra la aceptación de lotes que contengan 4% de defectuosas. De acuerdo con esto, se selecciona el nivel III y se utiliza el plan (375 Ac 7 [illegible]).

El cambio que se logra en la probabilidad de aceptación a una calidad de entrada de 4% de defectuosas es de 19% cuando se utiliza el nivel II, a 7% con el nivel III.

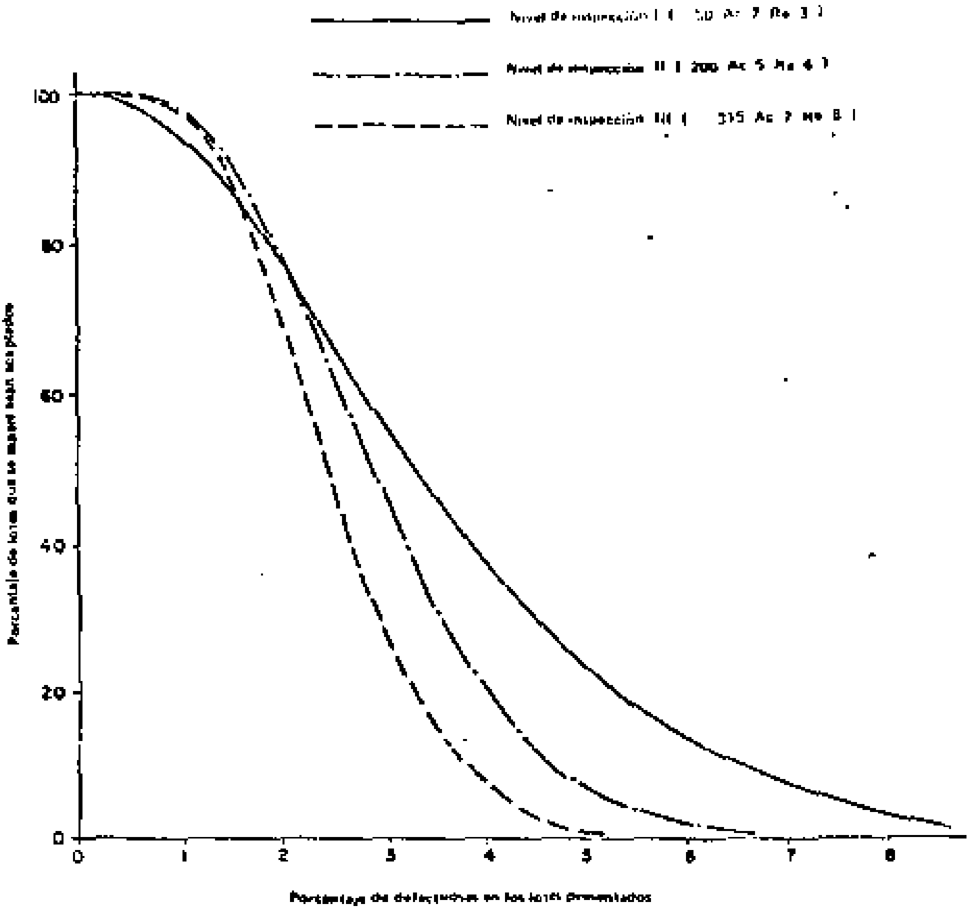


FIGURA 6 Comparación de las COC para determinar el nivel de inspección
NCA 1% de defectuosas, inspección normal

El fabricante B produce lotes de un tamaño similar (aproximadamente 3500 artículos) pero tiene una historia de calidad más alta. La calidad promedio de su proceso varía entre 0.4% y 1.7% de defectuosas

Con base en la figura 6 se ve que hay evidentemente muy poca diferencia en las COC para los niveles I, II y III para calidades de entrada de hasta 1.8% de defectuosas. Se especifica por lo tanto el nivel I con el consiguiente ahorro en el número de muestras a inspeccionar. Sería ventajoso si pudieran concertarse arreglos para pagar una cantidad adicional al fabricante por los ahorros que tuviera en los costos de inspección

Al comenzar la producción, o cuando no haya registros de la producción pasada disponibles, pudiera ser deseable el utilizar inspección 100% durante algún tiempo a fin de establecer la capacidad de cada fabricante para obtener la calidad promedio de su producción. [illegible] nivel. Debe hacerse notar [illegible]

Otros usos de niveles de inspección diferentes tienen lugar cuando dos organizaciones de inspección diferentes, tales como el contratista y un subcontratista o un fabricante e inspectores gubernamentales aplican las tablas al mismo producto. Ambos deben utilizar el mismo NCA y deben aplicarlo a las mismas características, pero el inspector del contratista puede pedir que el inspector del subcontratista utilice un nivel de inspección más alto que el que él utiliza. Existen otros procedimientos de muestreo para este tipo de situaciones pero quedan fuera del ámbito de esta norma.

También es posible que tenga que utilizarse un nivel de inspección bajo, bien por razones económicas o porque las pruebas incluyen la destrucción de la muestra. El inspector debe entonces inspeccionar todas las muestras (evitando la interrupción de la inspección por haber llegado a una decisión) y calcular periódicamente la calidad promedio del proceso. Si se elabora una gráfica de control con los valores de la calidad promedio del proceso, se ve claramente si se está cumpliendo con los requisitos de calidad y en qué forma. Aunque para entonces ya no es posible hacer nada con respecto a la producción pasada, habrá información disponible que permitirá que se tomen medidas para hacer mejoras en el futuro.

Una de las objeciones que se ponen al uso de un nivel de inspección bajo es que la calidad límite, asignando 10 % de riesgo para el consumidor, es alta en comparación con el NCA. Sin embargo, si se examina la historia de la calidad de una serie continua de lotes, puede encontrarse que la muestra acumulada es equivalente a la que se tome para un plan con un nivel de inspección más alto y posiblemente para una letra clave posterior en el orden alfabético, para los cuales el riesgo para el consumidor la calidad límite dada, es mucho más aceptable. Si se comparan entonces los resultados acumulados con este nuevo plan podrán analizarse las decisiones que se han tomado con respecto a la aceptación/rechazo.

21 NCA NO PREFERENTES

Para facilidad de la administración de los planes de muestreo, es aconsejable utilizar valores preferentes de NCA tanto cuanto sea posible. Sin embargo, el patrón que se sigue en la parte 3 de esta norma hace que sea fácil el cálculo de planes de muestreo (que son consecuentes con el programa de la parte 3 de esta norma) para otros valores del NCA.

Ejemplo 25: Se ha especificado un NCA de 2 % de defectuosas y se requiere determinar un plan de muestreo usando la letra clave J. Utilizando la Tabla II-A tomamos el plan de muestreo para un NCA de 4 % de defectuosas y el tamaño de la muestra lo dividimos entre 2.

	Plan de muestreo para un NCA de 4 %	Plan de muestreo para un NCA de 2 %
Tamaño de la muestra	80	40
Número de aceptación	7	7
Número de rechazo	8	8

De la misma manera procedemos para planes de muestreo doble o múltiple, así como para inspección rigurosa o reducida.

Usando el mismo ejemplo anterior vemos que el plan de muestreo sencillo para inspección reducida es:

	Plan de muestreo para un NCA de 4 %	Plan de muestreo para un NCA de 2 %
Tamaño de muestra	32	16
Número de aceptación	3	3
Número de rechazo	6	6

Para el mismo ejemplo anterior vemos el plan de muestreo doble para inspección normal

	Plan de muestreo para un NCA de 4 %		Plan de muestreo para un NCA de 2 %	
Número de muestra	1a muestra	2a muestra	1a muestra	2a muestra
Tamaño de la muestra	50	50	25	25
Número de aceptación	3	8	3	8
Número de rechazo	7	9	7	9

22 PREPARACIÓN DE UNA ESPECIFICACIÓN PARA UTILIZARLA EN CONJUNTO CON LAS PARTES 2 Y 3 DE ESTA NORMA

Si se quiere sujetar un producto al método descrito en esta norma de inspección por muestreo sin que haya ningún problema, debe establecerse la especificación particular del producto. Los requisitos para elaborar dicha especificación, pueden resumirse como sigue:

1) Deben expresarse en forma de atributos cada uno de los requisitos de inspección y/o de prueba que se relacionan con el producto, si existen variables hay que decidir si se usa esta norma (convirtiendo las variables en atributos) o la correspondiente a muestreo para la inspección por variables

2) Para cada uno de dichos requisitos se debe indicar en forma categórica los factores que a continuación se enumeran:

a) definición de la unidad de producto

b) definición de la forma de expresión de la inconformidad o sea
- porciento de defectos o
- defectos por cien unidades

c) clasificación de defectos cuando esto sea aplicable

d) si se va a considerar cada defecto por separado para el NCA o si (y cómo) se deben agrupar los defectos

e) NCA requerido para cada defecto o grupo de defectos

f) nivel de inspección requerido para cada defecto o grupo de defectos

g) si se va a aplicar inicialmente la inspección normal o la inspección rigurosa

h) cualquier limitación que exista sobre el tamaño del lote

i) bajo qué circunstancias debe suspenderse la inspección (y, por lo tanto la aceptación)

Además, si se desea, puede especificarse el tipo de plan de muestreo (sencillo, doble, etc.) pero esto no es indispensable. Si va a llevarse a cabo la producción en lotes aislados pudiera ser preferible entonces el especificar el valor de la calidad límite en lugar del valor del nivel de calidad aceptable

23 NOMOGRAMAS

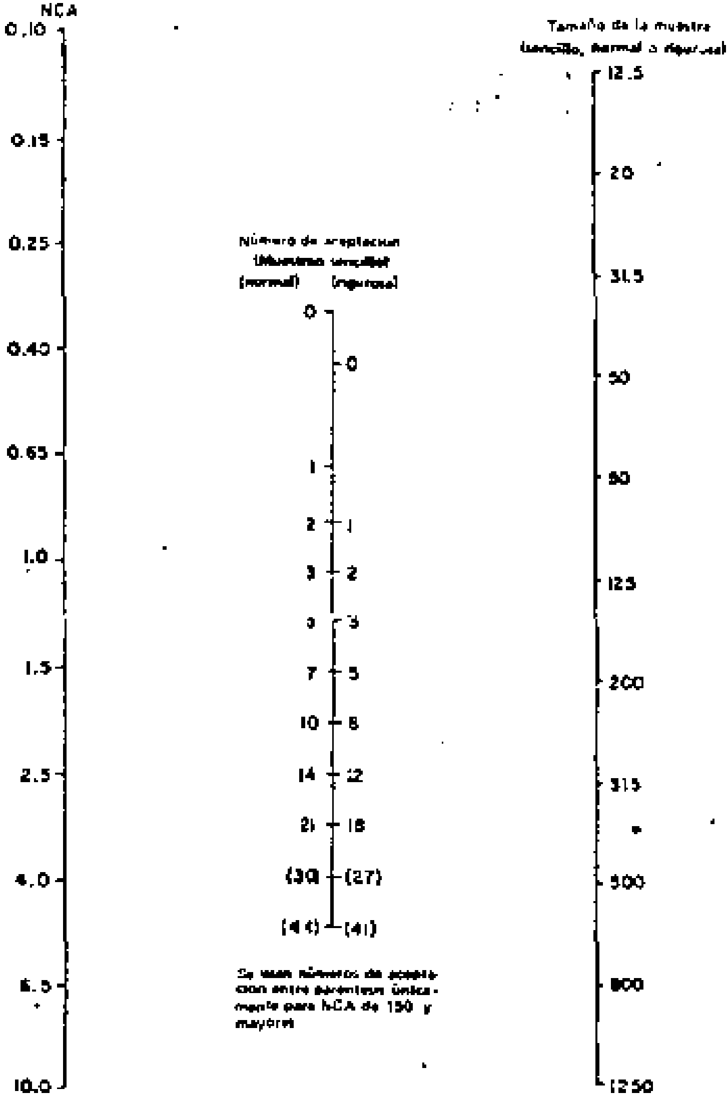
Al calcular las tablas de la parte 3 de esta norma, se utilizaron algunas relaciones matemáticas que permiten que se expresen algunos de los elementos de las tablas en forma simplificada como se muestra en las figuras 7 y 8

Estos diagramas no sustituyen a las tablas, pero pueden ser interesantes en el sentido de que muestran las relaciones entre las diferentes cifras y algunas veces pueden ser útiles al proporcionar en forma más condensada alguna información de la que comprenden las tablas

Para utilizar la figura 7 supongamos que deseamos saber qué tamaño de muestra corresponde a la letra clave H, en caso de que se utilice un muestreo sencillo y una inspección normal. Una línea recta a través de la figura, que vaya desde el punto marcado H sobre la escala del lado izquierdo, hasta el punto marcado Sencillo (Normal o Rigurosa) sobre la escala del lado derecho, cruza a la escala central en un punto marcado con el número 50, que constituye por lo tanto el tamaño requerido de la muestra

NOTA: En lugar de dibujar realmente líneas en la figura, es mejor utilizar una regla o un pedazo largo de hilo y conservar la página limpia para uso futuro

En la figura 8, en forma similar, si deseamos saber el número de aceptación que corresponde a un tamaño de muestra de 50 y para un NCA de 2.5, una línea recta cortará a la escala central en el punto marcado con el número 3 para inspección normal [illegible] 2 [illegible]



Se puede multiplicar el NCA por 10 si el tamaño de la muestra se divide entre 10 y viceversa

En forma similar para cualquier potencia de 10

El tamaño de la muestra se debe redondear al número entero más cercano

FIGURA 8 Nomograma para NCA, tamaño de muestra y número de aceptación

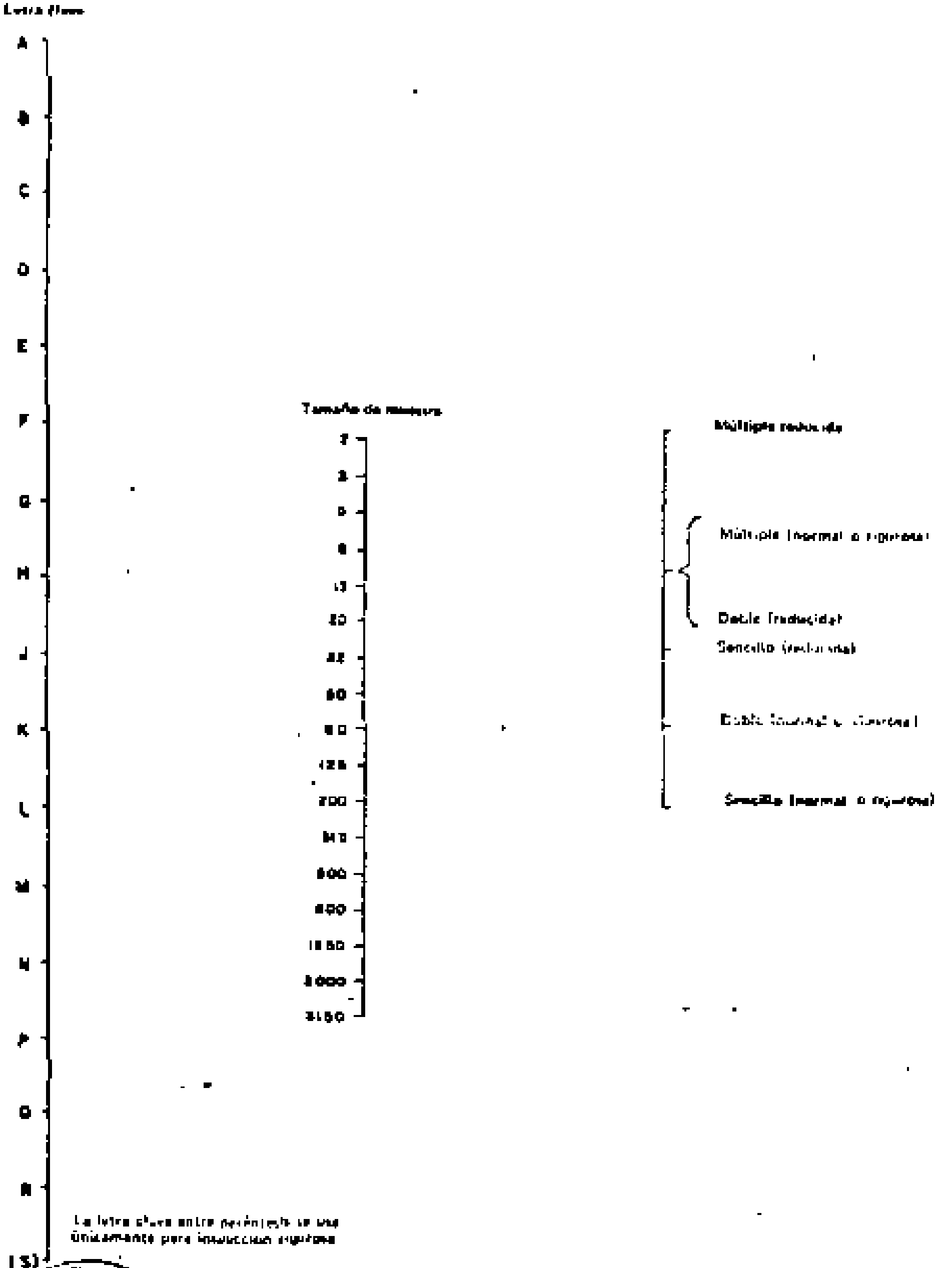


FIGURA 7 Nomograma para el tipo de muestreo, letra clave y tamaño de la muestra

Guide for the use of ISO 2859-1974 "Sampling procedures and tables for inspection by attributes"

-MIL-HDBK-53 1965 "Guide for Sampling Inspection"

-ISO 2859 1974 "Sampling procedures and Tables for Inspection by attributes"

-IEC Publication 410 1973 "Sampling plans and procedures for inspection by attributes"

-MIL STD 105 D 1963 "Sampling procedures and tables for inspection by attributes"

25 CONCORDANCIA CON NORMAS INTERNACIONALES

Esta norma se encuentra totalmente en concordancia con las normas mencionadas en la Bibliografía

México, D.F., a 5 JUL. 1977

EL C. DIRECTOR GENERAL DE NORMAS

DR. ROMAN SERRA CASTAÑOS

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO

NORMA OFICIAL MEXICANA

DGN - R - 18 - 1975

MUESTREO PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(SAMPLING PROCEDURES AND TABLES FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

PARTE 3

TABLAS Y GRAFICAS PARA LA INSPECCION POR ATRIBUTOS

(TABLES AND GRAPHS FOR INSPECTION BY ATTRIBUTES)

DIRECCION GENERAL DE NORMAS

0 INTRODUCCION

Esta tercera parte de la DGN-R-18-1975, contiene las tablas y gráficas para la aplicación de los planes de muestreo por atributos.

La DGN-R-18-1975 se compone de las siguientes partes:

DGN-R-18/1-1975	Información general sobre la inspección por muestreo. Parte 1
DGN-R-18/2-1975	Métodos de muestreo para la inspección por atributos. Parte 2
DGN-R-18/3-1975	Tablas y gráficas para la inspección por atributos. Parte 3
DGN-R-18/4-1975	Aplicación de los métodos de muestreo para la inspección por atributos. Parte 4
DGN-R-18/5-1975	Regla de cálculo para los planes de muestreo por atributos. Parte 5

1 OBJETIVO

Esta parte de la DGN-R-18-1975 tiene la finalidad de proporcionar en forma de tablas y gráficas la información estadística necesaria para llevar a cabo la inspección por atributos de acuerdo con los conceptos enunciados en la parte 2, sin tener que calcular caso por caso los diferentes valores de:

a) Tamaño de muestra en función del lote;

b) Números de aceptación y de rechazo;

c) Riesgos para el fabricante y el consumidor.

2 CAMPO DE APLICACION

Estas tablas y gráficas se aplican para la inspección por atributos de lotes entre otros de:

a) Materias primas;

b) Materiales en proceso;

c) Artículos y componentes;

d) Productos terminados, etc.

Referencias:
ISO 2859-1974
IEC Publication 410-1973
MIL-STD-105-D-1963

La Dirección General de Normas de la Secretaría de Industria y Comercio aprobó la presente norma que fue publicada en el Diario Oficial de la Federación el 25 SEP. 1975

Revisiones sucesivas

T A B L A I Letras clave correspondientes al tamaño de la muestra

(véase 9.2 y 9.3 de [illegible])

Tamaño del lote o partida			Niveles de inspección especiales				Niveles de inspección generales		
			S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2	a	8	A	A	A	A	A	A	B
9	a	15	A	A	A	A	A	B	C
16	a	25	A	A	B	B	B	C	D
26	a	50	A	B	B	C	C	D	E
51	a	90	B	B	C	C	C	E	F
91	a	150	B	B	C	D	D	F	G
151	a	280	B	C	D	E	E	G	H
281	a	500	B	C	D	E	F	H	J
501	a	1200	C	C	E	F	G	J	K
1201	a	3200	C	D	E	G	H	K	L
3201	a	10000	C	D	F	G	J	L	M
10001	a	35000	C	D	F	H	K	M	N
35001	a	150000	D	E	G	J	L	N	P
150001	a	500000	D	E	G	J	M	P	Q
500001	y	más	D	E	H	K	N	Q	R

TABLA II-A Planes de muestreo sencillo para inspección normal

(véase 9.4 y 9.5 de DGN [illegible])

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	↑	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.

↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

NORMAL SENCILLO

TABLA II - B   Planes de muestreo sencillo para inspección rigurosa

(véanse 9.4 y 9.5)

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	3150			1 2																							

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.

RIGUROSA-SENCILLO

TABLA II - C Planes de muestreo sencillo para inspección reducida

(Véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-18/2-1971)

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable †																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
C	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑
D	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑
E	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑	↑
F	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	80	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	125	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	200	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	315	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

↓ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %

↑ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

† = Si se excede el número de aceptación, pero no se alcanza el de rechazo, se acepta el lote y se cambia a inspección normal a partir del lote siguiente. (véase 10.1.4)

REDUCIDA SENCILLO

TABLA II - B Planes de muestreo sencillo para inspección rigurosa

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	3150			1 2																							

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación
Re = Número de rechazo

RIGUROSA SENCILLO

TABLA II - C Planes de muestreo sencillo para inspección reducida

(véase 9.4 y 9.5 de DGN R-18 [illegible])

Letra clave del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable †																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	2 4	3 5	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
C	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑
D	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑
E	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑	↑
F	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	80	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	125	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	200	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	315	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación
Re = Número de rechazo
† = Si se excede el número de aceptación, pero no se alcanza el de rechazo, se acepta el lote y se cambia a inspección normal a partir del lote siguiente. (véase 10.1.4)

REDUCIDA SENCILLO

TABLA III-A Planes de muestreo doble para inspección normal

[illegible]

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↓	↓	*	*	*	*	*	*	*	*	*
B	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31
	Segunda	2	4																	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57
C	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑
	Segunda	3	6																1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57	
D	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑
	Segunda	5	10															1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57		
E	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑	↑
	Segunda	8	16														1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57			
F	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	13	26													1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27						
G	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	20	40												1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27							
H	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	32	64											1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27								
J	Primera	50	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	50	100										1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27									
K	Primera	80	80	↓	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	80	160									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27										
L	Primera	125	125	↓	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	125	250								1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27											
M	Primera	200	200	↓	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	200	400							1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27												
N	Primera	315	315	↓	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	315	630						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27													
P	Primera	500	500	↓	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	500	1000					1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27														
Q	Primera	800	800	*	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	800	1600				1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27															
R	Primera	1250	1250	↑	↑	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	1250	2500			1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27																

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.

⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de Aceptación.

Re = Número de Rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo doble inmediato inferior disponible.

NORMAL DOBLE

TABLA III - B Planes de muestreo doble para inspección rigurosa

(véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-[illegible])

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (Ac Re)
A				[illegible]
B	Primera Segunda	2 2	2 4	[illegible]
C	Primera Segunda	3 3	3 6	[illegible]
D	Primera Segunda	5 5	5 10	[illegible]
E	Primera Segunda	8 8	8 16	[illegible]
F	Primera Segunda	13 13	13 26	[illegible]
G	Primera Segunda	20 20	20 40	[illegible]
H	Primera Segunda	32 32	32 64	[illegible]
J	Primera Segunda	50 50	50 100	[illegible]
K	Primera Segunda	80 80	80 160	[illegible]
L	Primera Segunda	125 125	125 250	[illegible]
M	Primera Segunda	200 200	200 400	[illegible]
N	Primera Segunda	315 315	315 630	[illegible]
P	Primera Segunda	500 500	500 1000	[illegible]
Q	Primera Segunda	800 800	800 1600	[illegible]
R	Primera Segunda	1250 1250	1250 2500	[illegible]
S	Primera Segunda	2000 2000	2000 4000	[illegible]

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %.

⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo doble inmediato inferior disponible

RIGUROSA DOBLE

TABLA III-C Planes de muestreo doble para inspección reducida

(Véase 9.4 y 9.5 de [illegible])

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable † 0.010 Ac Re	0.015 Ac Re	0.025 Ac Re	0.040 Ac Re	0.065 Ac Re	0.10 Ac Re	0.15 Ac Re	0.25 Ac Re	0.40 Ac Re	0.65 Ac Re	1.0 Ac Re	1.5 Ac Re	2.5 Ac Re	4.0 Ac Re	6.5 Ac Re	10 Ac Re	15 Ac Re	25 Ac Re	40 Ac Re	65 Ac Re	100 Ac Re	150 Ac Re	250 Ac Re	400 Ac Re	650 Ac Re	1000 Ac Re
A B C				⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩ * ⇧	* ⇧ ⇩	⇩	⇩ *	*	*	*	*	*	*	*	*	* ⇧
D	Primera Segunda	2 2	2 4	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧
E	Primera Segunda	3 3	3 6	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧
F	Primera Segunda	5 5	5 10	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
G	Primera Segunda	8 8	8 16	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
H	Primera Segunda	13 13	13 26	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
J	Primera Segunda	20 20	20 40	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
K	Primera Segunda	32 64	32 32	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
L	Primera Segunda	50 50	50 100	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
M	Primera Segunda	80 80	80 160	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
N	Primera Segunda	125 125	125 250	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
P	Primera Segunda	200 200	200 400	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
Q	Primera Segunda	315 315	315 630	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
R	Primera Segunda	500 500	500 1000	⇧	⇧	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación
Re = Número de rechazo
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo doble inmediato inferior disponible.
† = Si se excede el número de aceptación, después de la segunda muestra, pero no se alcanza el de rechazo, se acepta el lote y se cambia a inspección normal a partir del lote siguiente (véase 10.1.4).

REDUCIDA DOBLE

TABLA IV - A Planes de muestreo múltiple para inspección normal

(Véase [illegible])

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (Ac Re)
A, B, C				
D	Primera	2	2	[illegible]
	Segunda	2	4	[illegible]
	Tercera	2	6	[illegible]
	Cuarta	2	8	[illegible]
	Quinta	2	10	[illegible]
	Sexta	2	12	[illegible]
	Séptima	2	14	[illegible]
E	Primera	3	3	[illegible]
	Segunda	3	6	[illegible]
	Tercera	3	9	[illegible]
	Cuarta	3	12	[illegible]
	Quinta	3	15	[illegible]
	Sexta	3	18	[illegible]
	Séptima	3	21	[illegible]
F	Primera	5	5	[illegible]
	Segunda	5	10	[illegible]
	Tercera	5	15	[illegible]
	Cuarta	5	20	[illegible]
	Quinta	5	25	[illegible]
	Sexta	5	30	[illegible]
	Séptima	5	35	[illegible]
G	Primera	8	8	[illegible]
	Segunda	8	16	[illegible]
	Tercera	8	24	[illegible]
	Cuarta	8	32	[illegible]
	Quinta	8	40	[illegible]
	Sexta	8	48	[illegible]
	Séptima	8	56	[illegible]
H	Primera	13	13	[illegible]
	Segunda	13	26	[illegible]
	Tercera	13	39	[illegible]
	Cuarta	13	52	[illegible]
	Quinta	13	65	[illegible]
	Sexta	13	78	[illegible]
	Séptima	13	91	[illegible]
J	Primera	20	20	[illegible]
	Segunda	20	40	[illegible]
	Tercera	20	60	[illegible]
	Cuarta	20	80	[illegible]
	Quinta	20	100	[illegible]
	Sexta	20	120	[illegible]
	Séptima	20	140	[illegible]

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha (si es necesario, continúese la continuación de la tabla en la página siguiente). Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al tamaño del lote, efectúese inspección 100%.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
++ = Utilícese el plan de muestreo doble correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
\# = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

NORMAL MULTIPLE

TABLA IV-A Planes de muestreo múltiple para inspección normal (Continuación)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
K	Primera	32	32	⇩	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	32	64									[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]										
	Tercera	32	96									[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]										
	Cuarta	32	128									[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]										
	Quinta	32	160									[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]										
	Sexta	32	192									[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]										
	Séptima	32	224									[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]										
L	Primera	50	50	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	50	100								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Tercera	50	150								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Cuarta	50	200								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Quinta	50	250								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Sexta	50	300								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Séptima	50	350								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
M	Primera	80	80	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	80	160							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Tercera	80	240							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Cuarta	80	320							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Quinta	80	400							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Sexta	80	480							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Séptima	80	560							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
N	Primera	125	125	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	125	250						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Tercera	125	375						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Cuarta	125	500						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Quinta	125	625						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Sexta	125	750						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Séptima	125	875						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
P	Primera	200	200	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	200	400					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Tercera	200	600					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Cuarta	200	800					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Quinta	200	1000					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Sexta	200	1200					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Séptima	200	1400					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
Q	Primera	315	315	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	315	630				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Tercera	315	945				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Cuarta	315	1260				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Quinta	315	1575				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Sexta	315	1890				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Séptima	315	2205				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
R	Primera	500	500	⇧	⇧	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	500	1000			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Tercera	500	1500			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Cuarta	500	2000			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Quinta	500	2500			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Sexta	500	3000			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Séptima	500	3500			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha (si es necesario, consúltese la página anterior).
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
\# = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

NORMAL MULTIPLE

TABLA IV - B Planes de muestreo múltiple para inspección rigurosa

(Véase 9.4 y 9.5 de DGN-R-[illegible]-1971)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (0.010 – 1000), Ac Re
[illegible]				[illegible]
D	Primera	2	2	[illegible]
	Segunda	2	4	[illegible]
	Tercera	2	6	[illegible]
	Cuarta	2	8	[illegible]
	Quinta	2	10	[illegible]
	Sexta	2	12	[illegible]
	Séptima	2	14	[illegible]
E	Primera	3	3	[illegible]
	Segunda	3	6	[illegible]
	Tercera	3	9	[illegible]
	Cuarta	3	12	[illegible]
	Quinta	3	15	[illegible]
	Sexta	3	18	[illegible]
	Séptima	3	21	[illegible]
F	Primera	5	5	[illegible]
	Segunda	5	10	[illegible]
	Tercera	5	15	[illegible]
	Cuarta	5	20	[illegible]
	Quinta	5	25	[illegible]
	Sexta	5	30	[illegible]
	Séptima	5	35	[illegible]
G	Primera	8	8	[illegible]
	Segunda	8	16	[illegible]
	Tercera	8	24	[illegible]
	Cuarta	8	32	[illegible]
	Quinta	8	40	[illegible]
	Sexta	8	48	[illegible]
	Séptima	8	56	[illegible]
H	Primera	13	13	[illegible]
	Segunda	13	26	[illegible]
	Tercera	13	39	[illegible]
	Cuarta	13	52	[illegible]
	Quinta	13	65	[illegible]
	Sexta	13	78	[illegible]
	Séptima	13	91	[illegible]
J	Primera	20	20	[illegible]
	Segunda	20	40	[illegible]
	Tercera	20	60	[illegible]
	Cuarta	20	80	[illegible]
	Quinta	20	100	[illegible]
	Sexta	20	120	[illegible]
	Séptima	20	140	[illegible]

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha (si es necesario, considérese la continuación de la tabla en la página siguiente). Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha.
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
++ = Utilícese el plan de muestreo doble correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
\# = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

TABLA IV-C Planes de muestreo múltiple para inspección rigurosa (Continuación)

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (Ac Re)
K	Primera	32	32	[illegible]
	Segunda	32	64	[illegible]
	Tercera	32	96	[illegible]
	Cuarta	32	128	[illegible]
	Quinta	32	160	[illegible]
	Sexta	32	192	[illegible]
	Séptima	32	224	[illegible]
L	Primera	50	50	[illegible]
	Segunda	50	100	[illegible]
	Tercera	50	150	[illegible]
	Cuarta	50	200	[illegible]
	Quinta	50	250	[illegible]
	Sexta	50	300	[illegible]
	Séptima	50	350	[illegible]
M	Primera	80	80	[illegible]
	Segunda	80	160	[illegible]
	Tercera	80	240	[illegible]
	Cuarta	80	320	[illegible]
	Quinta	80	400	[illegible]
	Sexta	80	480	[illegible]
	Séptima	80	560	[illegible]
N	Primera	125	125	[illegible]
	Segunda	125	250	[illegible]
	Tercera	125	375	[illegible]
	Cuarta	125	500	[illegible]
	Quinta	125	625	[illegible]
	Sexta	125	750	[illegible]
	Séptima	125	875	[illegible]
P	Primera	200	200	[illegible]
	Segunda	200	400	[illegible]
	Tercera	200	600	[illegible]
	Cuarta	200	800	[illegible]
	Quinta	200	1000	[illegible]
	Sexta	200	1200	[illegible]
	Séptima	200	1400	[illegible]
Q	Primera	315	315	[illegible]
	Segunda	315	630	[illegible]
	Tercera	315	945	[illegible]
	Cuarta	315	1260	[illegible]
	Quinta	315	1575	[illegible]
	Sexta	315	1890	[illegible]
	Séptima	315	2205	[illegible]
R	Primera	500	500	[illegible]
	Segunda	500	1000	[illegible]
	Tercera	500	1500	[illegible]
	Cuarta	500	2000	[illegible]
	Quinta	500	2500	[illegible]
	Sexta	500	3000	[illegible]
	Séptima	500	3500	[illegible]
S	Primera	800	800	[illegible]
	Segunda	800	1600	[illegible]
	Tercera	800	2400	[illegible]
	Cuarta	800	3200	[illegible]
	Quinta	800	4000	[illegible]
	Sexta	800	4800	[illegible]
	Séptima	800	5600	[illegible]

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo abajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o mayor al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha (Si es necesario, consúltese la página anterior).
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo correspondiente o el plan de muestreo múltiple inmediato inferior disponible.
++ = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.

TABLA IV - C Planes de muestreo múltiple para inspección reducida (Continuación)

Niveles de calidad aceptables †

Celdas de niveles de calidad: Ac Re

Letra clave del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
L	Primera	20	20	⇩	⇩	⇩	⇩	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧	⇧
	Segunda	20	40								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Tercera	20	60								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Cuarta	20	80								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Quinta	20	100								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Sexta	20	120								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
	Séptima	20	140								[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]											
M	Primera	32	32				*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧											
	Segunda	32	64							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Tercera	32	96							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Cuarta	32	128							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Quinta	32	160							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Sexta	32	192							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
	Séptima	32	224							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]												
N	Primera	50	50			*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧												
	Segunda	50	100						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Tercera	50	150						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Cuarta	50	200						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Quinta	50	250						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Sexta	50	300						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
	Séptima	50	350						[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]													
P	Primera	80	80		*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧													
	Segunda	80	160					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Tercera	80	240					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Cuarta	80	320					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Quinta	80	400					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Sexta	80	480					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
	Séptima	80	560					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]														
Q	Primera	125	125	*	⇧	⇩	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧														
	Segunda	125	250				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Tercera	125	375				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Cuarta	125	500				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Quinta	125	625				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Sexta	125	750				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
	Séptima	125	875				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]															
R	Primera	200	200	⇧		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	⇧															
	Segunda	200	400			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Tercera	200	600			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Cuarta	200	800			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Quinta	200	1000			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Sexta	200	1200			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																
	Séptima	200	1400			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]																

⇩ = Utilícese el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual, o mayor, al del lote, efectúese inspección 100 %.
⇧ = Utilícese el primer plan de muestreo arriba de la flecha (si es necesario, consúltese la página anterior).
Ac = Número de aceptación.
Re = Número de rechazo.
* = No se permite la aceptación en este tamaño de muestra.
† = Si se excede el número de aceptación, después de la última muestra, pero no se alcanza el de rechazo, se acepta el lote, y se cambia a inspección normal a partir del lote siguiente (véase 10.1 [illegible]

REDUCIDA MULTIPLE

TABLA V-A Factores para el límite del Promedio de la Calidad de Salida para Inspección Normal (Muestreo Sencillo)

(véase 11.4 de DGN-R-18/2 1975)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
A	2															18			42	69	97	160	220	330	470	730	1100
B	3														12			28	46	65	110	150	220	310	490	720	1100
C	5													7.4			17	27	39	63	90	130	190	290	430	660	
D	8												4.6			11	17	24	40	56	82	120	180	270	410		
E	13											2.8			6.5	11	15	24	34	50	72	110	170	250			
F	20										1.8			4.2	6.9	9.7	16	22	33	47	73						
G	32									1.3			2.6	4.3	6.1	9.9	14	21	29	44							
H	50								0.74			1.7	2.7	3.9	6.3	9.0	13	19	29								
J	80							0.46			1.1	1.7	2.4	4.0	5.6	8.2	12	18									
K	125						0.29			0.67	1.1	1.6	2.5	3.6	5.2	7.5	12										
L	200					0.18			0.42	0.69	0.97	1.6	2.2	3.3	4.7	7.3											
M	315				0.12			0.27	0.44	0.62	1.00	1.4	2.1	3.0	4.7												
N	500			0.074			0.17	0.27	0.39	0.63	0.90	1.3	1.9	2.9													
P	800		0.046			0.11	0.17	0.24	0.40	0.56	0.82	1.2	1.8														
Q	1250	0.029			0.067	0.11	0.16	0.25	0.36	0.52	0.75	1.2															
R	2000			0.042	0.069	0.097	0.16	0.22	0.33	0.47	0.73																

Nota: Para obtener el LPCS exacto, los valores arriba indicados deben multiplicarse por $\left(1 - \frac{\text{Tamaño de la muestra}}{\text{Tamaño del lote o partida}}\right)$ (véase 11.4)

NORMAL LPCS

TABLA V - B Factores para el Límite del Promedio de la Calidad de Salida para Inspección Rigurosa (Muestreo Sencillo)

(Tabla 11.4 de DGN R 18?-19??)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
A	2																			42	69	97	160	260	400	620	970
B	3															12			28	46	65	150	170	270	410	620	1100
C	5														7.4			17	27	39	63	100	180	290	390	630	
D	8													4.4			11	17	24	40	64	99	160	240	390		
E	13												2.8			6.5	11	15	31	40	61	90	150	240			
F	20											3.0			4.2	6.9	9.7	18	26	40	63						
G	32										1.2			2.9	4.3	4.1	9.9	14	25	39							
H	50									0.74			1.8	2.7	3.8	4.3	20	16	28								
J	80								0.46			1.1	1.7	2.4	4.0	4.4	5.9	14									
K	125							0.39			0.67	1.1	1.8	2.5	4.1	4.4	9.9										
L	200						0.16			0.42	0.64	0.97	1.6	2.4	4.0	5.2											
M	315					0.12			0.27	0.44	0.62	1.0	1.4	2.3	3.9												
N	500				0.071			0.17	0.27	0.39	0.43	1.0	1.6	2.2													
P	800			0.046			0.11	0.17	0.24	0.40	0.64	0.99	1.4														
Q	1250		0.027			0.067	0.11	0.21	0.25	0.41	0.64	0.99															
R	2000	0.018			0.042	0.069	0.097	0.16	0.26	0.40	0.62																
S	3150			0.027																							

Nota: Para obtener el LPCS exacto, los valores arriba indicados deben multiplicarse por $\left(1 - \frac{\text{Tamaño de la muestra}}{\text{Tamaño del lote o partida}}\right)$

(Tabla 11.4)

RIGUROSA LPCS

TABLA VI - A · Calidad Límite (en porcentaje de defectuosas) para la cual Pa = 10 %
(Para Inspección Normal, Muestreo Sencillo)

(véase 11 [illegible] DGN-R-[illegible]-1972)

Letra clave	Tamaño de la muestra	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10
		Niveles de calidad aceptable															
A	2														54	68	
B	3													37			59
C	5																
D	8												25			41	54
E	13											16			27	36	44
F	20										11			18	25	30	42
G	32									6.9			12	16	20	27	31
H	50								4.5			7.6	10	13	18	22	29
J	80							2.8			4.0	6.5	8.2	11	14	19	24
K	125						1.8			3.1	4.3	5.4	7.4	9.4	12	16	23
L	200					1.2			2.0	2.7	3.3	4.6	5.9	7.7	10	14	
M	315				0.73			1.2	1.7	2.1	2.9	3.7	4.9	6.4	9.0		
N	500			0.46			0.78	1.1	1.3	1.9	2.4	3.1	4.0	5.6			
P	800		0.29			0.49	0.67	0.84	1.2	1.5	1.9	2.5	3.5				
Q	1250	0.18			0.31	0.43	0.53	0.74	0.94	1.2	1.6	2.3					
R	2000			0.20	0.27	0.33	0.46	0.59	0.77	1.0	1.4						

10.0 %
CL (DEFECTUOSAS)

TABLA VI - B Calidad Límite (en defectos por cien unidades) para la cual Pa = 10%
(Para Inspección Normal, Muestreo Sencillo)

[illegible]

Letra clave	Tamaño de la muestra	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Niveles de calidad aceptable																									
A	2															120			200	270	330	460	590	770	1000	1400	1900
B	3														77			130	180	220	310	390	510	670	940	1300	1800
C	5													46			78	110	130	190	240	310	400	560	770	1100	
D	8												29			49	67	84	120	150	190	250	350	480	670		
E	13											18			30	41	51	71	91	120	160	220	300	410			
F	20										12			20	27	33	46	59	77	100	140						
G	32									7.2			12	17	21	29	37	48	63	82							
H	50								4.6			7.8	11	13	19	24	31	40	56								
J	80							2.9			4.9	6.7	8.4	12	15	19	25	33									
K	125						1.8			3.1	4.3	5.4	7.4	9.4	12	16	23										
L	200					1.2			2.0	2.7	3.3	4.6	5.9	7.7	10	14											
M	315				0.73			1.2	1.7	2.1	2.9	3.7	4.9	6.4	9.0												
N	500			0.46			0.78	1.1	1.3	1.9	2.4	3.1	4.0	5.6													
P	800		0.29			0.49	0.67	0.84	1.2	1.5	1.9	2.5	3.5														
Q	1250	0.18			0.31	0.43	0.53	0.74	0.94	1.2	1.6	2.3															
R	2000			0.20	0.27	0.33	0.46	0.59	0.77	1.0	1.4																

CL (DEFECTOS) % G1

TABLA VIII-A Calidad Límite (en porcentaje de defectuosas) para la cual Pa = 5 %
(Para Inspección Normal, Muestreo Sencillo)

(Tabla 11.6 de DGN-R-18/2-1973)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable															
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10
A	2															78	
B	3														63		
C	5													45			66
D	8												31			47	60
E	13											21			32	41	50
F	20										14			22	28	34	46
G	32									8.9			14	18	23	30	37
H	50								5.8			9.1	12	15	20	25	32
J	80							3.7			5.8	7.7	9.4	13	16	20	26
K	125						2.4			3.8	5.0	6.2	8.4	11	14	18	24
L	200					1.5			2.4	3.2	3.9	5.3	6.6	8.5	11	15	
M	315				0.95			1.5	2.0	2.5	3.3	4.2	5.4	7.0	9.6		
N	500			0.60			0.95	1.3	1.6	2.1	2.6	3.4	4.4	6.1			
P	800		0.38			0.59	0.79	0.97	1.3	1.6	2.1	2.7	3.6				
Q	1250	0.24			0.38	0.50	0.62	0.84	1.1	1.4	1.8	2.4					
R	2000			0.24	0.32	0.39	0.53	0.66	0.85	1.1	1.5						

5 % DE DEFECTUOSAS

TABLA VII - 8 Calidad Límite (en defectos por cien unidades) para la cual Pa = 5%
(para Inspección Normal, Muestreo Sencillo)

(Tabla 11-B de DGN-R-18-1975)

Letra clave	Tamaño de la muestra	Niveles de calidad aceptable																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
A	2															150			240	320	390	530	660	850	1100	1500	2000
B	3														100			160	210	260	350	440	570	730	1000	1400	1900
C	5													60			95	130	160	210	260	340	440	610	810	1100	
D	8												38			59	79	97	130	160	210	270	380	510	730		
E	13											23			37	48	60	81	100	130	170	230	310	440			
F	20										15			24	32	39	53	46	85	110	150						
G	32									9.4			15	20	24	33	41	53	68	95							
H	50								6.0			9.5	13	16	21	26	34	44	63								
J	80							3.8			3.9	7.9	9.7	13	16	21	27	38									
K	125						2.4			3.8	5.0	6.2	8.4	11	14	18	24										
L	200					1.5			2.4	3.2	3.9	5.3	6.6	8.5	11	15											
M	315				0.95			1.5	1.9	2.5	3.3	4.2	5.4	7.0	9.6												
N	500			0.60			0.95	1.3	1.6	2.1	2.6	3.4	4.4	6.1													
P	800		0.38			0.59	0.79	0.97	1.3	1.6	2.1	2.7	3.4														
Q	1250	0.24			0.38	0.50	0.62	0.84	1.1	1.4	1.8	2.4															
R	2000			0.24	0.33	0.39	0.53	0.66	0.85	1.1	1.5																

5%
CL (DEFECTOS)

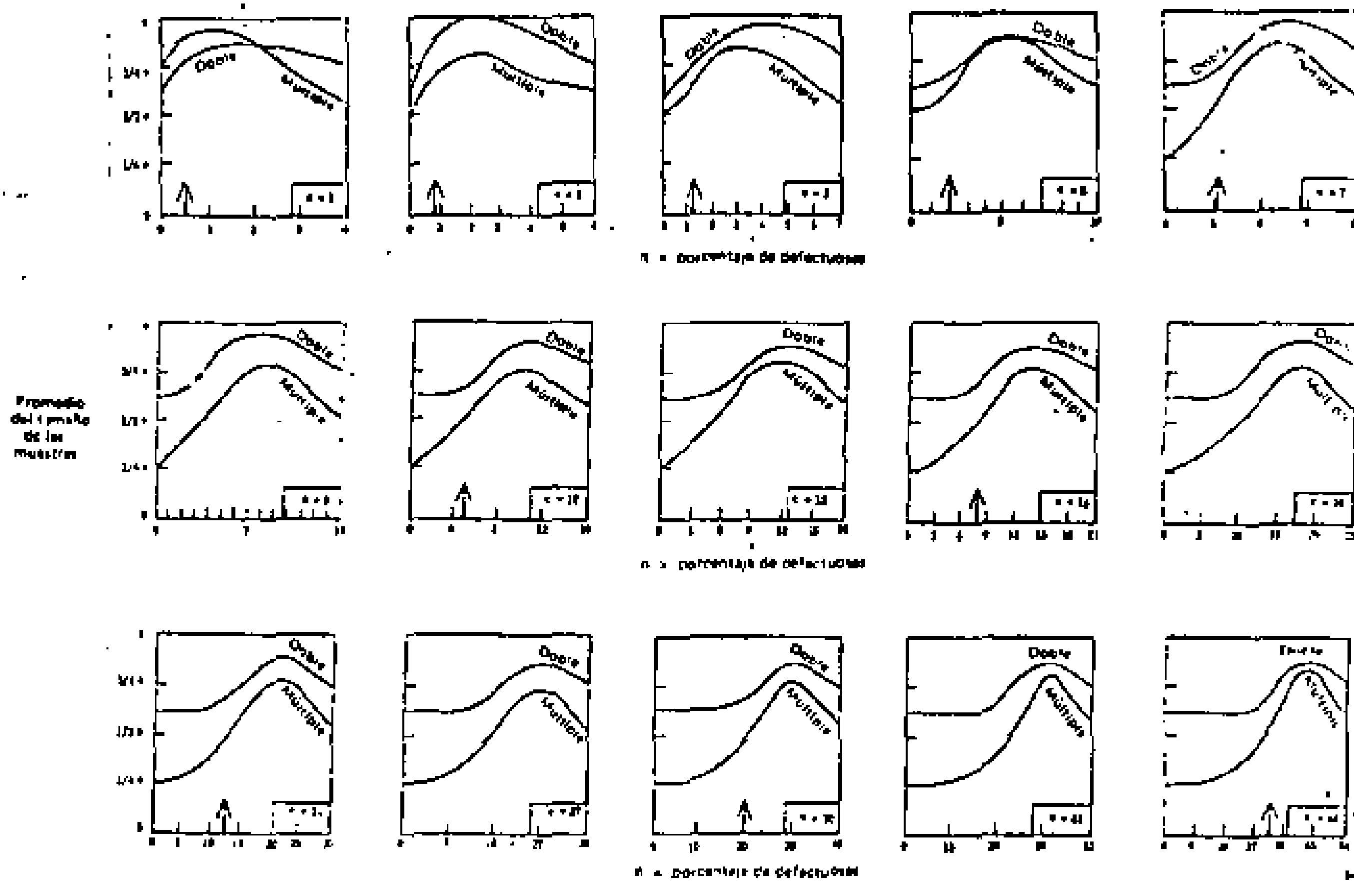
TABLA VIII - Números Límites para Inspección Reducida

(Véase 8.3.3 de DGN-R-18 [illegible] 1973)

Número de muestras en los 10 últimos lotes	Niveles de calidad aceptable																									
	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
20 - 29	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181
30 - 49	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	1	3	7	13	22	36	63	105	178	277
50 - 79	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	3	7	14	25	40	63	110	181	301	
80 - 129	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7	14	24	42	68	105	181	297		
130 - 199	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7	13	25	42	72	115	177	301	490		
200 - 319	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181	277	471			
320 - 499	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	1	4	8	14	24	39	68	113	189						
500 - 799	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	3	7	14	25	40	63	110	181							
800 - 1249	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7	14	24	42	68	105	181								
1250 - 1999	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4	7	13	24	40	69	110	169									
2000 - 3149	*	*	*	*	*	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181										
3150 - 4999	*	*	*	*	0	0	1	4	8	14	24	38	67	111	186											
5000 - 7999	*	*	*	0	0	2	3	7	14	25	40	63	110	181												
8000 - 12499	*	*	0	0	2	4	7	14	24	42	68	105	181													
12500 - 19999	*	0	0	2	4	7	13	24	40	69	110	169														
20000 - 31499	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181															
31500 - 49999	0	1	4	8	14	24	38	67	111	186																
50000 & Over	2	3	7	14	25	40	63	110	181	301																

*Significa que el número de muestras correspondientes a los últimos 10 lotes o partidas no es suficiente para utilizar la inspección reducida para este NCA. En este caso se pueden usar más de 10 lotes o partidas para efectuar el cálculo, siempre y cuando los lotes o partidas considerados sean los más recientes y que todos ellos hayan estado sometidos a inspección normal y que además ninguno haya sido rechazado en la inspección original.

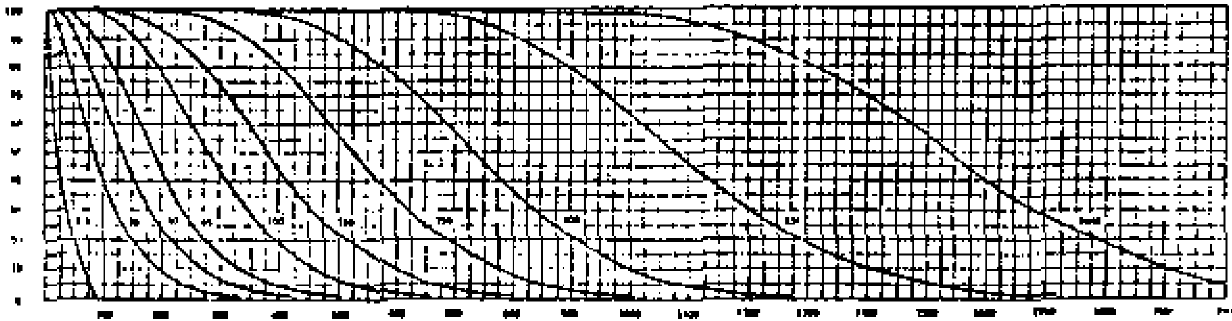
TABLA IX Curvas promedio del tamaño de las muestras para muestreos doble y múltiple (inspección normal y rigurosa)



n = Tamaño de muestra correspondiente al muestreo sencillo.
c = Número de aceptación para muestreo sencillo.
↑ = NCA para inspección normal.

TABLA X-A Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave A

GRAFICA A Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p, en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-A-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)														
	6.5	6.5	25	40	65	100	150	X	250	X	400	X	450	X	1000
	p (en porcentaje de defectuosos)	p (en defectos por cien unidades)													
99.0	0.501	0.51	7.45	21.8	41.2	89.2	145	175	239	305	374	517	629	859	977
95.0	2.53	2.56	17.8	40.9	68.3	131	199	235	308	383	462	622	745	995	1122
90.0	5.13	5.25	26.6	55.1	87.3	158	233	272	351	432	515	684	812	1073	1206
75.0	13.4	14.4	48.1	86.0	127	213	298	343	433	521	612	795	934	1214	1354
50.0	29.3	34.7	83.9	134	184	284	383	433	533	633	733	933	1083	1383	1533
25.0	50.0	69.3	135	196	256	371	481	540	651	761	870	1087	1248	1568	1729
10.0	68.4	115	195	266	334	464	589	657	770	889	1006	1238	1409	1748	1916
5.0	77.6	150	237	315	388	526	657	722	848	972	1094	1334	1512	1862	2035
1.0	90.0	230	332	420	500	655	800	873	1007	1141	1272	1530	1710	2088	2279
	X	X	40	65	100	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)														

Planes de muestreo para [illegible] correspondiente a la letra [illegible]

Clase de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Nivel de calidad aceptable (inspección normal)																	
		Menor de 6.5	[illegible]	[illegible]	10	15	25	40	[illegible]	[illegible]	150	X	250	X	400	X	[illegible]	X	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
Sencillo	2	▽	0 1				1 2	2 3	3 4	5 [illegible]	7 8	[illegible] 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31
Doble		▽	*	Usese letra	Usese letra	Usese letra	(*)	(*)	(*)	(*)	(*)		(*)	(*)	(*)	(*)	(*)	(*)	(*)
Múltiple		▽	*							*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
		Menor de 10	X	10	15	25	40	65	100	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	X
		Nivel de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

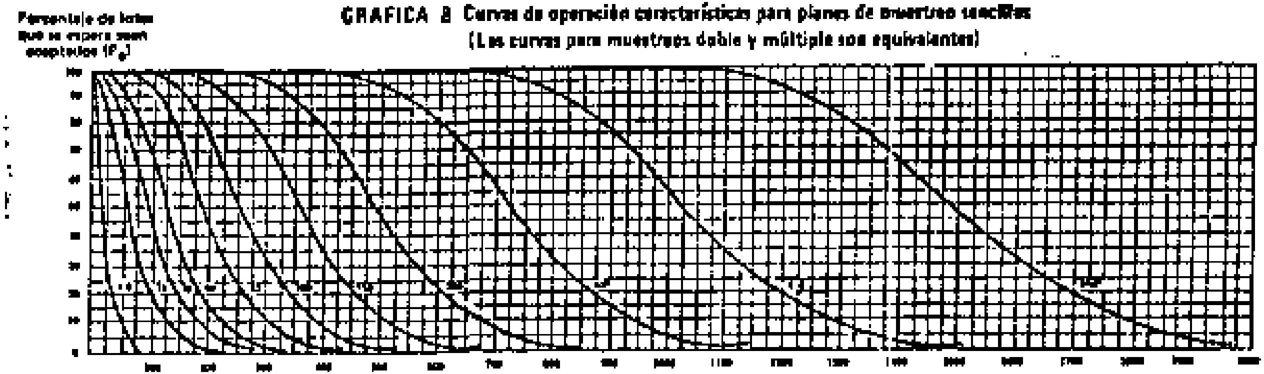
Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra [illegible]

(*) = Utilícese el plan de muestreo sencillo, o bien utilícese la letra [illegible]

TABLA X-B Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave B

GRAFICA B Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≦ 10 y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-B-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																
	4.0	4.0	15	25	40	65	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000
	p (en porcentaje de defectuosos)	p (en defectos por cien unidades)															
99.0	0.33	0.34	4.97	14.5	27.4	59.5	96.9	117	159	203	249	345	419	572	681	947	1029
95.0	1.70	1.71	11.8	27.3	45.5	87.1	133	157	206	256	308	418	496	663	781	1065	1152
90.0	3.45	3.50	17.7	36.7	58.2	105	155	181	234	288	343	456	541	716	840	1131	1222
75.0	9.14	9.59	32.0	57.6	86.5	141	199	228	287	347	408	530	623	809	943	1249	1344
50.0	20.6	23.1	55.9	89.1	122	189	256	289	356	423	489	623	723	922	1062	1389	1486
25.0	37.0	46.2	89.8	131	170	247	323	360	434	507	580	724	832	1046	1152	1539	1644
10.0	53.6	76.8	130	177	223	309	392	433	514	593	671	825	939	1165	1327	1683	1793
5.0	63.2	99.9	158	210	258	350	438	481	565	648	730	890	1008	1241	1396	1773	1888
1.0	78.5	154	221	280	335	437	533	580	672	761	848	1019	1145	1392	1541	1951	2069
	6.5	6.5	25	40	65	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																

Nota: En ... se ha empleado la distribución binomial; ... el número de defectos por cien ...

TABLA X-B-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave B

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (Inspección normal)																				Tamaño de la muestra acumulado
		menor de 4.0	4.0	6.5	X	10	15	25	40	65	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	3	▽	0 1	Usese Letra A	Usese Letra D	Usese Letra C	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31	41 42	44 45	3
Doble	2	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	15 20	17 22	23 29	25 31	2
	4						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27	34 35	37 38	52 53	56 57	4
Múltiple		▽	*				++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	
		Menor de 6.5	6.5	X	10	15	25	40	65	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	X	
		Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa)																				

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

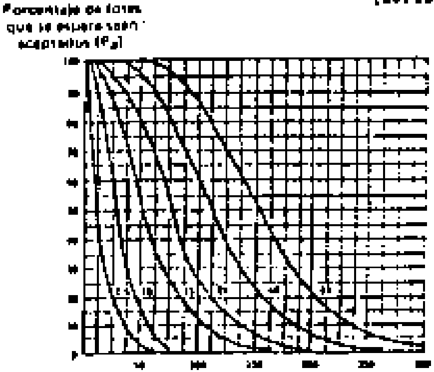
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra E.

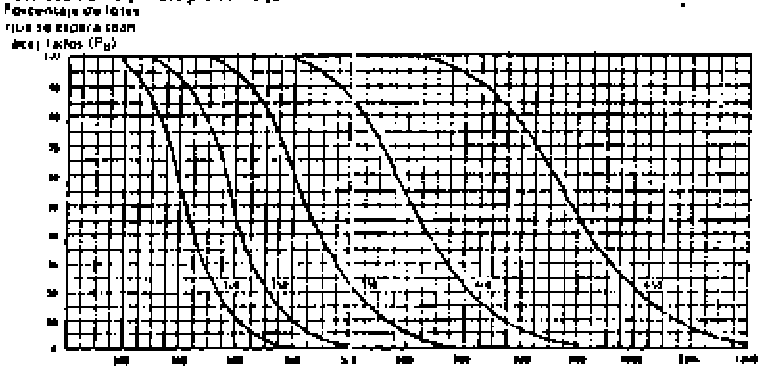
++ = Utilícese el plan de muestreo doble precedente, o bien utilícese la letra D.

TABLA X-C Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave C

GRAFICA C Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)





CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-C-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	
	2.5	10	2.5	10	15	25	40	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X	650
	p (en porcentaje de defectuosos)		p (en defectos por cien unidades)															
99.0	0.20	1.38	0.20	2.97	8.72	16.5	35.7	58.1	78.1	95.4	112	130	207	231	344	391	548	618
95.0	1.02	7.63	1.03	7.10	16.4	27.3	53.3	79.6	93.0	123	154	185	219	258	390	447	639	691
90.0	2.09	11.2	2.10	10.6	22.0	34.9	63.0	93.1	109	140	173	206	239	325	429	482	679	733
75.0	5.59	19.4	5.76	19.2	34.5	50.7	84.4	119	137	172	208	245	318	374	485	542	748	804
50.0	12.9	31.4	13.9	33.6	53.5	73.4	113	153	173	213	253	293	373	433	553	613	830	893
25.0	24.2	45.4	27.7	53.9	78.4	102	148	194	216	260	304	348	435	499	627	693	923	987
10.0	36.9	58.4	46.1	77.8	106	134	186	235	260	308	356	403	495	564	699	768	1010	1076
5.0	45.1	65.0	59.9	94.9	126	155	210	263	289	339	389	438	534	605	745	816	1064	1131
1.0	60.2	77.4	92.1	133	168	201	262	318	348	403	456	509	612	687	835	914	1171	1241
	4.0	X	4.0	15	25	40	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosos se ha empleado la distribución binomial; y en el número de defectos por cien unidades la de Poisson.

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																					Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 2.5	2.5	4.0	X	6.5	10	15	25	40	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X	650	1000	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	5	▽	0 1	Úsese Letra B	Úsese Letra E	Úsese Letra D	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31	41 42	44 45	Úsese Letra B	5
Doble	3	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	15 20	17 22	23 29	25 31		3
	6						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27	34 35	37 38	52 53	56 57		6
Múltiple		▽	*				++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++		
		Menor de 4.0	4.0	X	6.5	10	15	25	40	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X	650	X	1000	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																					

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

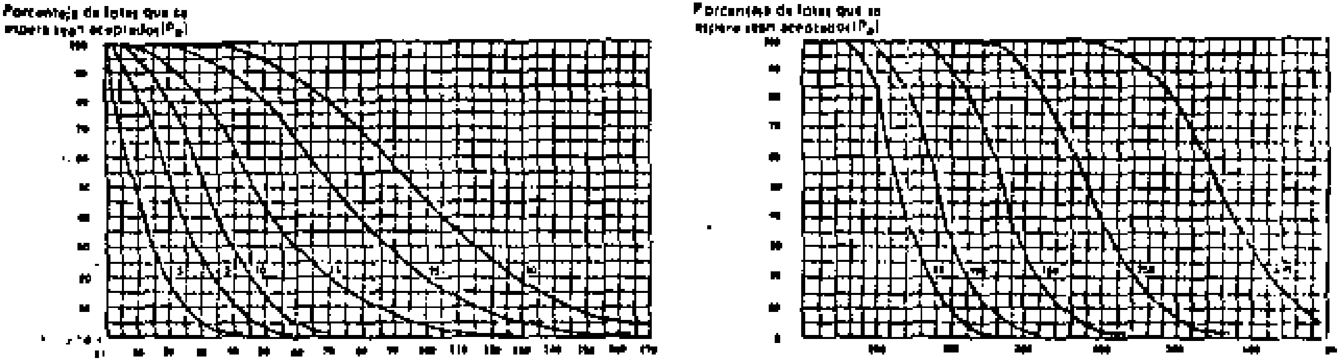
Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra F.

++ = Utilícese el plan de muestreo doble precedente, o bien utilícese la letra D.

TABLA X-D Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave D

GRAFICA D Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos (Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-D-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																		
	1.5	6.5	10	1.5	6.5	10	15	25	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	400
	p (en porcentaje de defectuosos)			p (en defectos por cien unidades)															
99.0	0.13	2.00	6.00	0.13	1.86	5.45	10.3	22.1	30.3	43.8	59.6	76.2	93.5	129	157	215	244	333	396
95.0	0.64	2.64	11.1	0.64	4.44	10.7	17.1	32.7	49.8	58.7	77.1	96.1	115	156	186	249	281	379	[illegible]
90.0	1.31	[illegible]	14.7	1.31	6.65	13.8	21.8	38.9	58.2	67.9	87.8	[illegible]	127	171	203	269	301	424	[illegible]
75.0	3.53	[illegible]	22.1	3.60	12.0	21.6	31.7	52.7	74.5	85.5	108	130	153	[illegible]	234	303	339	468	[illegible]
50.0	8.30	20.1	32.1	8.66	21.0	33.4	45.9	70.0	95.9	108	133	158	183	233	271	346	383	521	559
25.0	15.9	30.3	41.3	17.3	33.7	48.5	[illegible]	[illegible]	129	135	163	190	214	272	312	393	432	577	617
10.0	25.0	40.6	51.0	28.8	48.6	66.5	83.5	116	147	162	193	222	251	304	352	437	478	631	677
5.0	31.2	47.1	54.8	37.5	59.3	75.7	96.9	131	164	180	212	243	274	334	378	465	509	665	707
1.0	43.8	58.8	70.7	57.6	81.9	105	126	164	200	218	252	285	319	382	429	522	568	737	[illegible]
	2.5	10	X	2.5	10	15	25	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																		

Nota: Se ha usado la distribución binomial para los cálculos de porcentaje de defectuosos y la distribución de Poisson para los cálculos de defectos por cien unidades.

TABLA X-D-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave D

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal): Menor de 1.5	1.5	2.5	X	4.0	6.5	10	15	25	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	400	Mayor de 400	Tamaño de la muestra acumulado
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	8	▽	0 1	Úsese Letra C	Úsese Letra F	Úsese Letra E	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31	41 42	44 45	△	8
Doble	5	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	15 20	17 22	23 29	25 31	△	5
	10						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27	34 35	37 38	52 53	56 57		10
Múltiple	2	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	3 10	4 12	6 15	6 16	△	2
	4						# 3	0 3	0 3	1 5	2 6	3 7	3 8	3 9	4 10	6 11	7 14	10 17	11 19	16 25	17 27		4
	6						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19	17 24	19 27	26 36	29 39		6
	8						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	8 11	8 13	10 15	13 17	16 22	19 25	24 31	27 34	37 46	40 49		8
	10						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29	32 37	36 40	49 55	53 58		10
	12						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33	40 43	45 47	61 64	65 68		12
	14						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38	48 49	53 54	72 73	77 78		14
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)	Menor de 2.5	2.5	X	4.0	6.5	10	15	25	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	400	X	Mayor de 400	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

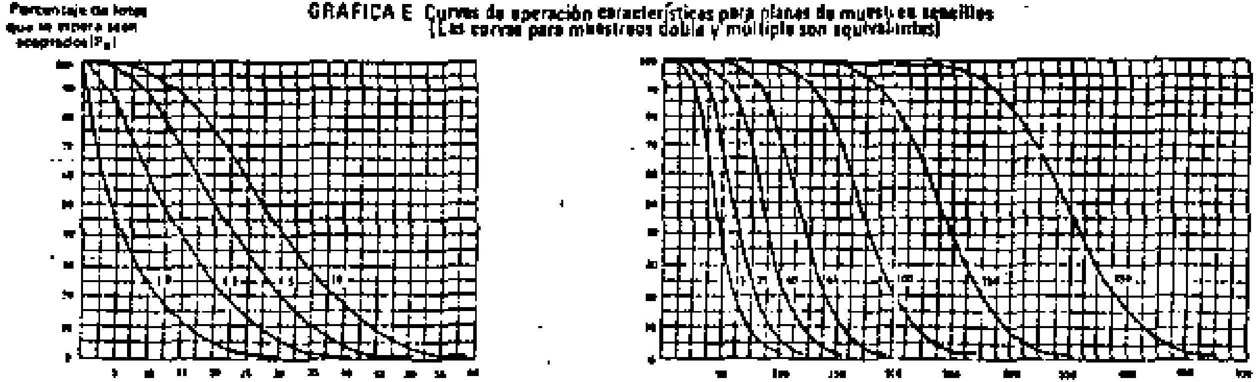
Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra G

\# = No se permite la aceptación de este tamaño de muestra

TABLA X-E Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave E

GRAFICA E Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10) y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-E-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																			
	1.0	4.0	6.5	10	1.0	4.0	6.5	10	15	25	X	40	X	65	X	100	X	150	X	250
	p (en porcentaje de defectuosos)				p (en defectos por cien unidades)															
99.0	0.077	1.19	3.63	7.00	0.078	1.15	3.35	6.33	11.7	22.4	27.0	36.7	46.9	57.5	79.6	96.7	122	150	219	248
95.0	0.394	3.01	6.63	11.3	0.395	2.73	6.29	10.5	20.1	30.5	36.1	47.5	58.2	71.1	95.7	115	153	173	246	274
90.0	0.807	4.16	8.80	14.2	0.808	4.59	8.49	13.4	24.3	35.8	43.8	54.9	64.5	79.2	105	125	146	165	243	292
75.0	2.19	7.41	11.6	15.9	2.22	7.39	13.3	19.5	32.5	45.6	53.6	65.3	80.2	94.1	120	144	167	200	[illegible]	330
50.0	5.19	12.6	20.0	27.5	5.33	12.9	20.6	28.2	43.4	59.0	66.7	82.1	97.5	113	144	168	213	236	323	364
25.0	10.1	19.4	28.0	36.2	10.7	20.7	32.3	39.3	57.1	74.5	83.3	100	117	134	167	192	241	266	355	379
10.0	16.2	26.1	36.0	44.4	17.7	29.9	42.0	53.6	73.3	90.5	130	119	137	155	190	217	269	295	[illegible]	416
5.0	20.4	35.4	41.8	49.5	23.0	34.5	40.6	59.6	83.9	101	111	130	150	174	228	233	286	313	409	433
1.0	29.8	41.5	50.6	58.7	35.4	51.1	64.2	77.3	101	123	134	155	176	206	235	264	371	349	450	477
	1.5	6.5	10	X	1.5	6.5	10	15	25	X	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																			

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosos se ha utilizado la distribución binomial; en el número de defectos por cien unidades, la de Poisson.

TABLA X-E-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave E

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																					Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 1.0	1.0	1.5	X	2.5	4.0	6.5	10	15	25	X	40	X	65	X	100	X	150	X	250	Mayor de 250	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	13	▽	0 1	Usese Letra D	Usese Letra G	Usese Letra F	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	27 28	30 31	41 42	44 45	△	13
Doble	8	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	15 20	17 22	25 29	25 31	△	8
	16						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27	34 35	37 38	52 53	56 57		16
Múltiple	3	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	3 10	4 12	6 15	6 16	△	3
	6						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14	10 17	11 19	16 25	17 27		6
	9						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19	17 24	19 27	26 36	29 39		9
	12						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25	24 31	27 34	37 46	40 49		12
	15						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29	32 37	36 40	49 55	53 58		15
	18						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33	40 43	45 47	61 64	65 68		18
	21						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38	48 49	53 54	72 73	77 78		21
		Menor de 1.5	1.5	X	2.5	4.0	6.5	10	15	25	X	40	X	65	X	100	X	150	X	250	X	Mayor de 250	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																					

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

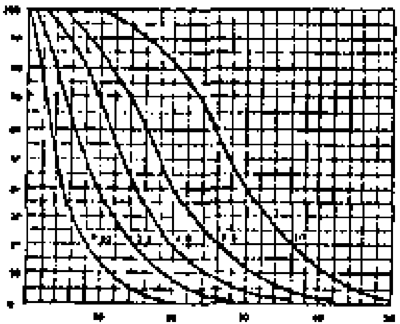
Re = Número de rechazo

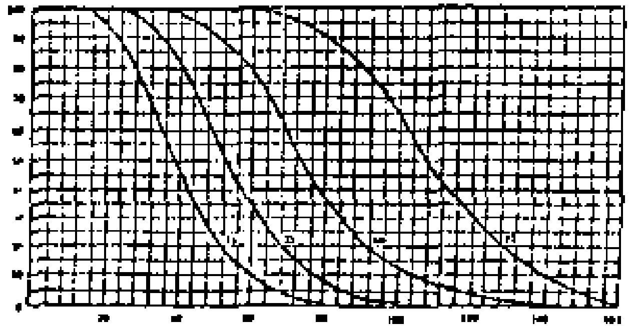
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra H.

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)

GRAFICA F Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)





CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10 y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-F-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																
	0.65	2.5	4.0	6.5	10	0.65	2.5	4.0	6.5	10	15	X	25	X	40	X	65
	p (en porcentaje de defectuosas)					p (en defectos por cien unidades)											
99.0	[illegible]	0.75	2.25	4.31	9.75	0.051	0.75	2.18	4.12	8.92	14.5	17.5	23.9	30.5	37.6	51.7	63.9
95.0	0.256	1.80	4.22	7.13	14.0	0.256	1.78	4.09	6.83	13.1	19.9	21.5	30.0	38.3	46.2	62.2	74.2
90.0	0.525	2.69	5.64	9.03	16.6	0.527	2.66	5.51	8.73	15.8	23.3	27.2	35.1	43.3	51.5	68.4	91.2
75.0	1.43	4.81	8.70	12.8	21.6	1.44	4.81	8.58	12.7	21.1	29.0	34.3	44.1	53.1	61.2	79.5	93.4
50.0	3.41	8.25	13.1	18.0	27.9	3.47	8.39	13.4	18.4	28.4	38.3	43.3	53.3	63.3	73.3	93.3	108
25.0	6.70	12.9	19.7	24.2	34.8	6.93	13.5	19.6	25.5	37.1	48.4	51.0	65.1	76.1	87.0	109	125
10.0	10.9	18.1	24.5	30.4	41.5	11.5	19.5	26.6	33.4	46.4	59.9	66.0	77.4	88.0	101	124	141
5.0	13.9	21.6	28.3	34.4	45.6	15.0	23.7	31.5	39.0	52.0	65.7	72.3	84.0	97.2	109	133	151
1.0	20.6	28.9	35.8	42.0	53.4	23.0	33.2	42.0	50.2	65.5	80.0	87.0	101	114	127	153	172
	1.0	4.0	6.5	10	X	1.0	4.0	6.5	10	15	X	25	X	40	X	65	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosas se ha empleado la distribución binomial y en el número de defectos por cien unidades la de Poisson.

TABLA X-F-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave F

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 0.65	0.65	1.0	X	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	X	25	X	40	X	65	Mayor de 65	Tamaño de la muestra acumulado
		Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	20	▽	0 1	Usese Letra E	Usese Letra H	Usese Letra G	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	20
Doble	13	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	[illegible] 7	5 [illegible]	6 10	7 11	9 14	11 16	△	13
	26						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		26
Múltiple	5	▽	*				* 2	* 2	* 3	* 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	5
	10						* 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		10
	15						0 3	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		15
	20						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		20
	25						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		25
	30						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		30
	35						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		35
		Menor de 1.0	1.0	X	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	X	25	X	40	X	65	X	Mayor de 65	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

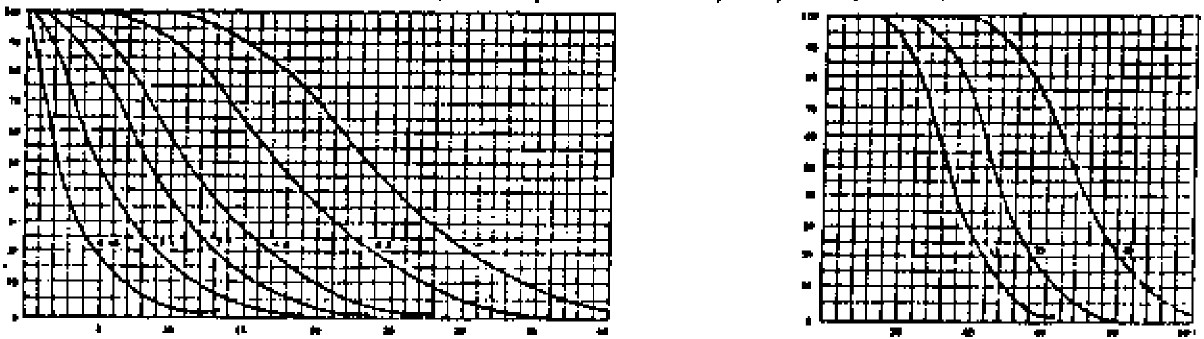
Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra J

TABLA X-G Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave G

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)

GRAFICA G Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-G-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	
	0.40	1.5	2.5	4.0	6.5	10	0.40	1.5	2.5	4.0	6.5	10	X	15	X	25	X	40
	p (en porcentaje de defectuosos)						p (en defectos por cien unidades)											
99.0	0.032	0.475	1.38	2.63	5.94	9.75	0.032	0.466	1.36	2.57	5.57	9.08	11.0	14.9	19.1	23.4	32.3	39.3
95.0	0.161	1.13	2.59	4.39	8.50	13.1	0.160	1.10	2.55	4.26	8.16	12.4	16.1	18.3	24.0	[illegible]	38.9	46.5
90.0	0.329	1.67	3.50	5.56	10.2	15.1	0.329	1.66	3.44	5.45	9.85	14.6	17.9	21.9	27.8	33.2	42.7	50.8
75.0	0.895	3.01	5.42	7.98	13.6	19.0	0.900	3.00	5.29	7.92	13.2	18.6	21.[illegible]	26.9	32.4	38.2	49.7	58.4
50.0	2.14	5.39	8.77	11.4	17.5	23.7	2.16	5.24	8.35	11.5	17.7	24.0	27.1	33.3	39.6	45.8	58.3	67.7
25.0	4.23	8.19	11.9	15.4	22.3	29.0	4.33	8.42	12.3	16.0	23.2	30.3	33.6	40.7	47.6	54.1	67.4	78.0
10.0	6.94	11.8	15.8	18.7	27.1	34.4	7.19	12.2	16.6	20.9	25.0	36.0	40.1	48.1	53.6	62.9	77.4	88.1
5.0	8.94	14.0	18.4	22.5	30.1	37.2	9.36	14.8	19.2	24.2	32.9	41.3	45.3	53.0	60.0	68.4	83.4	94.5
1.0	14.5	19.0	23.7	28.0	35.9	43.3	14.4	22.2	28.3	33.4	43.0	50.0	54.4	63.9	71.3	79.5	95.6	107
	0.65	2.5	4.0	6.5	10	X	0.65	2.5	4.0	6.5	10	X	15	X	25	X	40	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosos se ha empleado la distribución binomial; en el número de defectos por cien unidades la de Poisson.

TABLA X-G-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave G

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulada	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	Tamaño de la muestra acumulada
		Menor de 0.40	0.40	0.65	X	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	X	15	X	25	X	40	Mayor de 40	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	32	▽	0 1	Úsese Letra F	Úsese Letra J	Úsese Letra H	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	32
Doble	20	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	10	7 11	9 14	11 16	△	20
	40						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		40
Múltiple	8	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	8
	16						0 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		16
	24						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		24
	32						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		32
	40						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		40
	48						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		48
	56						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		56
		Menor de 0.65	0.65	X	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	X	15	X	25	X	40	X	Mayor de 40	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

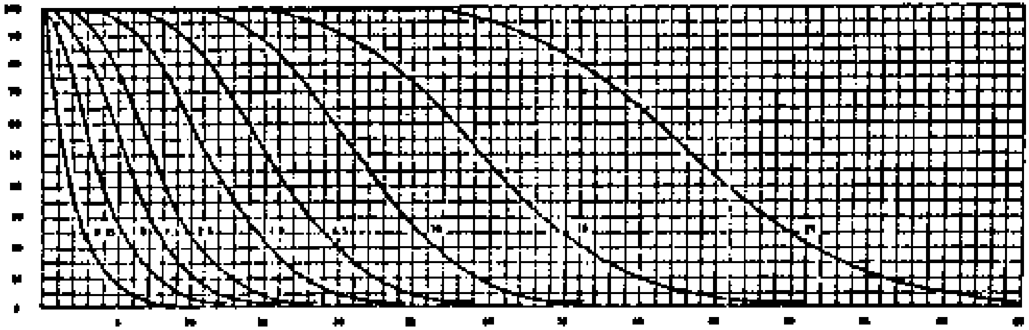
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra [illegible]

= No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra

TABLA X-H Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave H

GRAFICA H Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (Pa)



CALIDAD DE LOS LOTES (p, en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-H-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																			
	0.25	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	0.25	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	15	X	25
	p (en porcentaje de defectuosos)								p (en defectos por cien unidades)											
99.0	0.020	0.306	0.888	1.69	3.66	6.06	7.41	11.1	0.020	0.298	0.872	1.65	3.57	5.83	7.01	9.54	12.2	15.0	20.7	25.1
95.0	0.103	0.712	1.65	2.77	5.34	8.75	9.74	12.9	0.103	0.710	1.64	2.73	5.23	7.96	9.39	12.3	15.6	18.5	24.9	29.9
90.0	0.210	1.07	2.23	3.54	6.47	9.53	11.2	14.5	0.210	1.06	2.20	3.49	6.30	9.31	10.9	14.0	17.3	20.6	27.3	32.5
75.0	0.574	1.93	3.46	5.09	8.51	12.0	13.8	17.5	0.576	1.92	3.45	5.07	8.44	11.9	13.7	17.2	20.8	24.5	31.8	37.4
50.0	1.38	3.34	5.34	7.30	11.3	15.2	17.2	21.2	1.39	3.36	5.35	7.34	11.3	15.3	17.3	21.3	25.3	29.3	37.3	43.3
25.0	2.74	5.30	7.70	10.0	14.5	18.8	21.0	25.2	2.77	5.39	7.84	10.2	14.8	19.4	21.6	26.0	30.4	34.8	43.5	49.7
10.0	4.50	7.56	10.3	12.9	17.8	22.4	24.7	29.1	4.61	7.78	10.6	13.4	18.6	23.5	26.0	30.8	35.6	40.3	49.5	56.1
5.0	5.82	9.13	12.1	14.8	19.9	24.7	27.0	31.6	5.99	9.49	12.6	15.5	21.0	26.3	28.9	33.9	38.9	43.8	53.4	60.3
1.0	8.80	12.5	15.9	18.8	24.3	29.2	31.7	36.3	9.21	13.3	16.8	20.1	26.2	32.0	34.8	40.3	45.6	50.9	61.1	[illegible]
	0.40	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	0.40	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	15	X	25	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																			

Nota: En el cálculo del porcentaje de defectuosos se ha empleado la distribución binomial y en el número de defectos por cien unidades la de Poisson

TABLA X-H-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave H

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 0.25	0.25	0.40	X	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	15	X	25	Mayor de 25	Tamaño de la muestra acumulado
		Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	50	▽	0 1	Úsese Letra G	Úsese Letra K	Úsese Letra J	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	50
Doble	32	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	32
	64						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		64
Múltiple	13	▽	*				# 2	# 3	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	2 9	2 9	△	13
	26						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	1 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		26
	39						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		39
	52						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		52
	65						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		65
	78						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		78
	91						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		91
		Menor de 0.40	0.40	X	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	X	10	X	15	X	25	X	Mayor de 25	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o Plan utilícese la letra L

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra

H

TABLA X-J-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave J

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 0.15	0.15	0.25	X	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	X	6.5	X	10	X	15	Mayor de 15	Tamaño de la muestra acumulado
		Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	80	▽	0 1	Úsese Letra M	Úsese Letra L	Úsese Letra K	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	80
Doble	50	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	50
	100						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		100
Múltiple	20	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	20
	40						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	1 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		40
	60						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		60
	80						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		80
	100						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		100
	120						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		120
	140						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		140
		Menor de 0.25	0.25	X	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	X	6.5	X	10	X	15	X	Mayor de 15	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

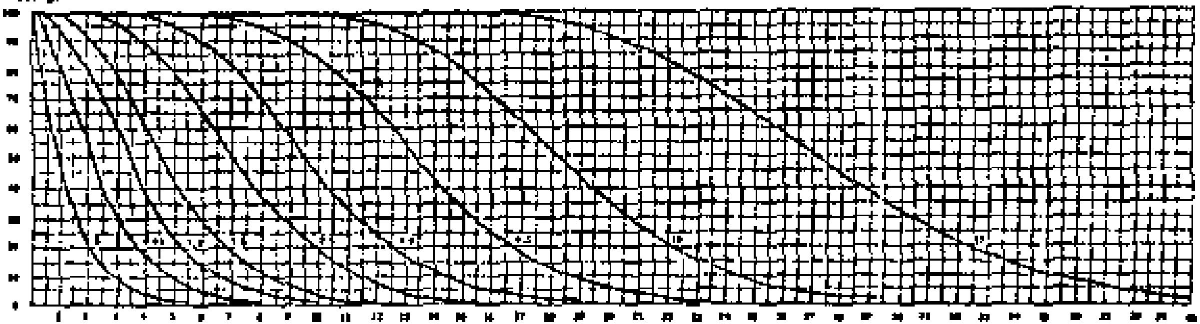
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra M.

\# = No se permite la aceptación para este tamaño de muestra

TABLA X-J Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave J

GRAFICA J Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-J-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

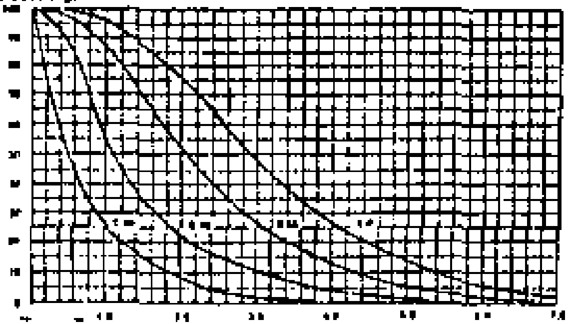
P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																					
	0.15	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0		6.5		10	0.15	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0		6.5		10		15
	p (en porcentaje de defectuosos)										p (en defectos por cien unidades)											
99.0	0.013	0.188	0.550	1.05	2.30	3.72	4.50	6.13	7.88	9.75	0.013	0.186	0.545	1.03	2.23	3.63	4.38	5.96	7.62	9.35	12.9	15.7
95.0	0.064	0.444	1.03	1.73	3.32	5.06	5.98	7.91	9.89	11.9	0.064	0.444	1.02	1.71	3.27	4.98	5.87	7.71	9.61	11.6	15.6	18.6
90.0	0.132	0.666	1.38	2.20	3.98	5.94	6.91	8.95	11.0	13.2	0.131	0.665	1.38	2.18	3.94	5.82	6.78	8.78	10.8	12.9	17.1	20.3
75.0	0.359	1.202	2.16	3.18	5.30	7.50	8.62	10.9	13.2	15.5	0.360	1.20	2.16	3.17	5.27	7.45	8.55	10.8	13.0	15.3	19.9	23.4
50.0	0.863	2.09	3.33	4.57	7.06	9.55	10.8	13.3	15.8	18.3	0.866	2.10	3.34	4.59	7.09	9.59	10.8	13.3	15.8	18.3	23.3	27.1
25.0	1.72	3.33	4.84	6.31	9.24	11.9	13.3	16.0	18.6	21.3	1.73	3.37	4.90	6.39	9.28	12.1	13.5	16.3	19.0	21.8	27.2	31.2
10.0	2.84	4.78	6.52	8.14	11.3	14.3	15.7	18.6	21.4	24.2	2.88	4.86	6.65	8.35	11.6	14.7	16.2	19.3	22.2	25.2	30.9	35.2
5.0	3.68	5.80	7.66	9.39	12.7	15.8	17.3	20.3	23.2	26.0	3.75	5.93	7.87	9.69	13.1	16.4	18.0	21.2	24.3	27.4	33.4	37.9
1.0	5.59	8.06	10.2	12.0	15.6	18.9	20.5	23.6	26.3	29.5	5.76	8.30	10.5	12.4	16.4	20.0	21.8	25.2	28.5	31.8	38.2	42.9
	0.25	1.0	1.5	2.5	4.0		6.5		10		0.25	1.0	1.5	2.5	4.0		6.5		10		15	
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																					

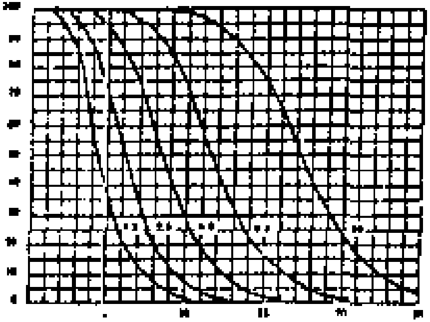
Nota: Se ha usado la distribución binomial para los cálculos de porcentaje de defectuosos y la distribución de Poisson para los cálculos de defectos por cien unidades.

TABLA X-K Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave K

GRAFICA K Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)





CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-K-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.10	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	X	4.0	X	6.5	X	10
	p (en porcentaje de defectuosos o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0081	0.119	0.349	0.658	1.43	2.33	2.81	3.82	4.88	5.98	8.29	10.1
95.0	0.0410	0.284	0.654	1.09	2.09	3.19	3.76	4.94	6.15	7.40	9.95	11.9
90.0	0.0840	0.426	0.887	1.40	2.52	3.73	4.35	5.52	6.92	8.24	10.9	13.0
75.0	0.230	0.769	1.387	2.05	3.38	4.77	5.47	6.90	8.34	9.79	12.7	14.9
50.0	0.554	1.34	2.14	2.94	4.54	6.14	6.94	8.53	10.1	11.7	14.9	17.3
25.0	1.11	2.15	3.14	4.09	5.94	7.75	8.64	10.4	12.2	13.9	17.4	20.0
10.0	1.84	3.11	4.26	5.35	7.42	9.42	10.4	12.3	14.2	16.1	19.8	22.5
5.0	2.40	3.80	5.04	6.20	8.41	10.5	11.5	13.6	15.6	17.5	21.4	24.2
1.0	3.68	5.31	6.73	8.04	10.5	12.8	13.9	16.1	18.3	20.4	24.5	27.5
	0.15	0.65	1.0	1.5	2.5	X	4.0	X	6.5	X	10	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores ... [illegible] ... están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binomial.

TABLA X-K-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave K

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 0.10	0.10	0.15	X	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	X	4.0	X	6.5	X	10	Mayor de 10	Tamaño de la muestra acumulado
		Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	125	▽	0 1	Úsese Letra J	Úsese Letra M	Úsese Letra L	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	125
Doble	80	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	80
	160						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		160
Múltiple	32	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	32
	64						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		64
	96						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		96
	128						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		128
	160						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		160
	192						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		192
	224						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		224
		Menor de 0.15	0.15	X	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	X	4.0	X	6.5	X	10	X	Mayor de 10	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

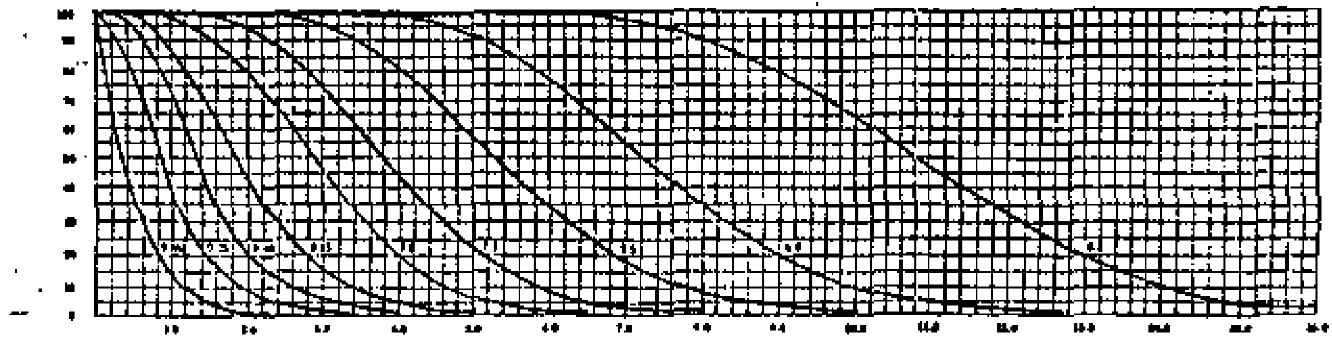
* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra N.

\# = No se permite la aceptación para este tamaño de muestra.

TABLA X-L Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave L

GRAFICA L Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-L-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.065	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	X	2.5	X	4.0	X	6.5
	p (en porcentaje de defectuosos o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0051	0.075	0.218	0.412	0.823	1.43	1.75	2.39	3.05	3.74	5.17	6.27
95.0	0.0256	0.178	0.409	0.683	1.31	1.99	2.35	3.09	3.85	4.62	6.22	7.45
90.0	0.0525	0.266	0.551	0.873	1.58	2.33	2.72	3.51	4.32	5.13	6.76	8.02
75.0	0.144	0.481	0.864	1.27	2.11	2.96	3.42	4.31	5.21	6.12	7.95	9.34
50.0	0.347	0.839	1.34	1.84	2.84	3.84	4.33	5.33	6.33	7.33	9.33	10.8
25.0	0.693	1.35	1.96	2.56	3.74	4.89	5.46	6.58	7.68	8.78	10.9	12.5
10.0	1.15	1.95	2.66	3.34	4.64	5.89	6.50	7.70	8.89	10.1	12.4	14.1
5.0	1.50	2.37	3.15	3.88	5.26	6.57	7.22	8.48	9.72	10.9	13.3	15.1
1.0	2.30	3.32	4.20	5.07	6.55	8.00	8.70	10.1	11.4	12.7	15.3	17.2
	0.10	0.40	0.65	1.0	1.5	X	2.5	X	4.0	X	6.5	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binomial.

TABLA X-L-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave L

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Menor de 0.065 (Ac Re)	0.065 (Ac Re)	0.10 (Ac Re)	X (Ac Re)	0.15 (Ac Re)	0.25 (Ac Re)	0.40 (Ac Re)	0.65 (Ac Re)	1.0 (Ac Re)	1.5 (Ac Re)	X (Ac Re)	2.5 (Ac Re)	X (Ac Re)	4.0 (Ac Re)	X (Ac Re)	6.5 (Ac Re)	Mayor de 6.5 (Ac Re)	Tamaño de la muestra acumulado
		Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	
Sencillo	200	▽	0 1	Use letra K	Use letra N	Use letra N	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	200
Doble	125	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	125
	250						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		250
Múltiple	50	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	50
	100						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	1 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		100
	150						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		150
	200						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		200
	250						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		250
	300						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		300
	350						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		350
		Menor de 0.10	0.10	X	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	X	2.5	X	4.0	X	6.5	X	Mayor de 6.5	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra P.

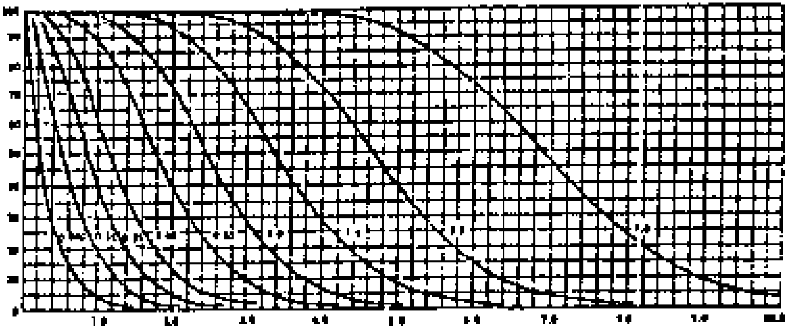
\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-M Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave M

GRAFICA M Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-M-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.040	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	X	1.5	X	2.5	X	4.0
	p (en porcentaje de defectuosos o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0032	0.047	0.138	0.261	0.566	0.922	1.11	1.51	1.94	2.30	3.28	3.99
95.0	0.0163	0.113	0.259	0.433	0.829	1.29	1.49	1.96	2.44	2.94	3.95	4.73
90.0	0.0333	0.168	0.349	0.533	1.00	1.49	1.72	2.23	2.75	3.27	4.34	5.16
75.0	0.0914	0.305	0.580	0.804	1.34	1.89	2.13	2.74	3.31	3.89	5.05	5.97
50.0	0.220	0.532	0.848	1.17	1.80	2.43	2.75	3.39	4.02	4.66	5.91	6.88
25.0	0.440	0.854	1.24	1.62	2.35	3.07	3.43	4.13	4.83	5.52	6.90	7.92
10.0	0.731	1.23	1.69	2.13	2.96	3.74	4.13	4.89	5.63	6.39	7.86	8.95
5.0	0.951	1.51	2.00	2.46	3.34	4.17	4.58	5.38	6.17	6.95	8.47	9.60
1.0	1.46	2.11	2.67	3.19	4.16	5.24	5.53	6.43	7.25	8.08	9.76	10.9
	0.065	0.25	0.40	0.65	1.0	X	1.5	X	2.5	X	4.0	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores ... calculados ... distribución de Poisson como aproximación ...

TABLA X-M-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave M

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 0.040	0.040	0.065	X	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	X	1.5	X	2.5	X	4.0	Mayor de 4.0	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	315	▽	0 1	Úsese Letra L	Úsese Letra P	Úsese Letra N	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	315
Doble	200	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	200
	400						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		400
Múltiple	80	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	0 6	1 7	1 8	2 9	△	80
	160						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		160
	240						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		240
	320						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		320
	400						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		400
	480						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		480
	560						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		560
		Menor de 0.065	0.065	X	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	X	1.5	X	2.5	X	4.0	X	Mayor de 4.0	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la que estén disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la que estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

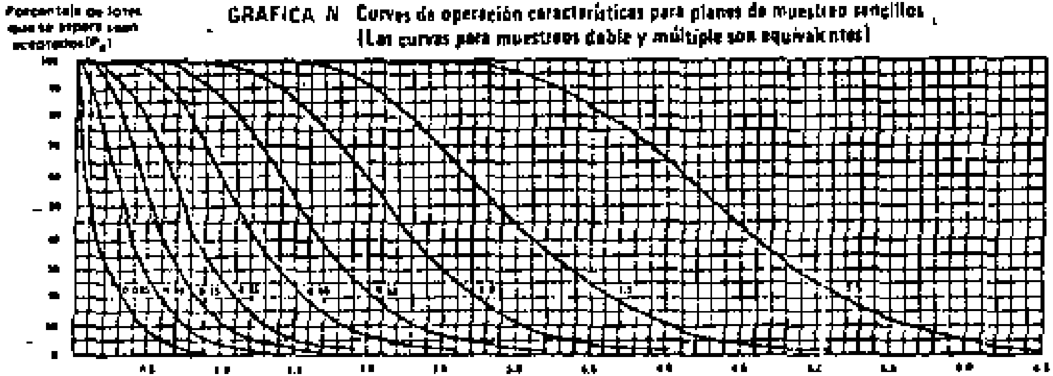
Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra Q.

\# = No se permite la aceptación para este tamaño de muestra.

TABLA X-N Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave N

GRAFICA N Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos
(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosas para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-N-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.025	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	X	1.0	X	1.5	X	2.5
	p (en porcentaje de defectuosas o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0020	0.030	0.087	0.165	0.357	0.581	0.781	0.954	1.22	1.50	2.07	2.31
95.0	0.0103	0.071	0.164	0.273	0.523	0.796	0.939	1.13	1.34	1.65	2.49	2.90
90.0	0.0210	0.106	0.220	0.349	0.650	0.931	1.09	1.40	1.73	2.06	2.73	3.25
75.0	0.0575	0.192	0.345	0.507	0.844	1.19	1.37	1.72	2.08	2.45	3.10	3.74
50.0	0.139	0.336	0.535	0.734	1.13	1.53	1.73	2.13	2.53	2.93	3.73	4.33
25.0	0.277	0.539	0.784	1.02	1.48	1.94	2.16	2.60	3.04	3.48	4.35	4.99
10.0	0.461	0.778	1.06	1.34	1.86	2.35	2.60	3.08	3.56	4.03	4.95	5.64
5.0	0.599	0.949	1.26	1.55	2.10	2.63	2.89	3.39	3.89	4.38	5.34	6.05
1.0	0.921	1.33	1.68	2.01	2.62	3.20	3.48	4.03	4.54	5.09	6.12	6.87
	0.040	0.15	0.25	0.40	0.65	X	1.0	X	1.5	X	2.5	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores antes mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binomial.

TABLA X-N-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave N

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																	Tamaño de la muestra acumulado
		Menor de 0.025	0.025	0.040	X	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	X	1.0	X	1.5	X	2.5	Mayor de 2.5	
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	
Sencillo	500	▽	0 1	Usese Letra N	Usese Letra Q	Usese Letra P	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	8 9	10 11	12 13	14 15	18 19	21 22	△	500
Doble	315	▽	*				0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	3 7	5 9	6 10	7 11	9 14	11 16	△	315
	630						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	11 12	12 13	15 16	18 19	23 24	26 27		630
Múltiple	125	▽	*				# 2	# 2	# 3	# 4	0 4	0 4	0 5	1 6	1 7	1 8	2 9	△	125
	250						# 2	0 3	0 3	1 5	1 6	2 7	3 8	3 9	4 10	6 12	7 14		250
	375						0 2	0 3	1 4	2 6	3 8	4 9	6 10	7 12	8 13	11 17	13 19		375
	500						0 3	1 4	2 5	3 7	5 10	6 11	8 13	10 15	12 17	16 22	19 25		500
	625						1 3	2 4	3 6	5 8	7 11	9 12	11 15	14 17	17 20	22 25	25 29		625
	750						1 3	3 5	4 6	7 9	10 12	12 14	14 17	18 20	21 23	27 29	31 33		750
	875						2 3	4 5	6 7	9 10	13 14	14 15	18 19	21 22	25 26	32 33	37 38		875
		Menor de 0.040	0.040	X	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	X	1.0	X	1.5	X	2.5	X	Mayor de 2.5	
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																	

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente, o bien utilícese la letra Q.

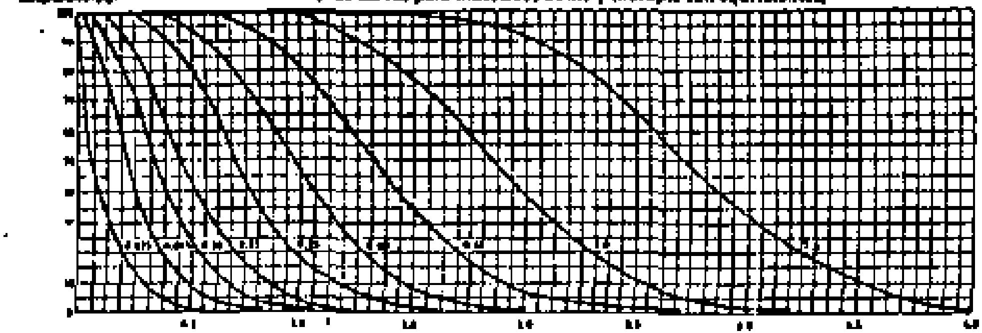
\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-P Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave P

GRAFICA P Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

(Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)

Porcentaje de lotes que se espera sean aceptados (P_a)



CALIDAD DE LOS LOTES: (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10, y en defectos por cien unidades para NCA > 10)

Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal

TABLA X-P-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.015	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	X	0.65	X	1.0	X	1.5
	p (en porcentaje de defectuosos o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.0013	0.0186	0.055	0.103	0.223	0.363	0.436	0.596	0.764	0.935	1.29	1.57
95.0	0.0064	0.0444	0.102	0.17[illegible]	0.327	0.498	0.587	0.771	0.964	1.16	1.56	1.8[illegible]
90.0	0.0131	0.0665	0.138	0.218	0.394	0.583	0.679	0.878	1.08	1.29	1.71	2.0[illegible]
75.0	0.0360	0.120	0.216	0.317	0.537	0.765	0.863	1.08	1.30	1.53	1.99	2.34
50.0	0.0866	0.210	0.334	0.459	0.709	0.959	1.08	1.34	1.59	1.84	2.33	2.71
25.0	0.173	0.337	0.492	0.639	0.921	1.21	1.35	1.63	1.90	2.16	2.70	3.17
10.0	0.288	0.486	0.665	0.835	1.16	1.47	1.62	1.93	2.22	2.52	3.09	3.57
5.0	0.375	0.593	0.787	0.969	1.31	1.64	1.80	2.12	2.43	2.74	3.34	3.84
1.0	0.576	0.830	1.05	1.26	1.64	2.00	2.16	2.52	2.85	3.18	3.82	4.37
	0.025	0.10	0.15	0.25	0.40	X	0.65	X	1.0	X	1.5	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores arriba mencionados están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binomial

TABLA X-P-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave P

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)																																		Tamaño de la muestra acumulado
		0.010		0.015		0.025		X		0.040		0.065		0.10		0.15		0.25		0.40		X		0.65		X		1.0		X		1.5		Mayor de 1.5		
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	
Sencillo	800	▽		0	1	Usese Letra N		Usese Letra R		Usese Letra Q		1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	△		800
Doble	500	▽		*								0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	3	7	5	9	6	10	7	11	9	14	11	16	△		500
	1000											1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	26	27			1000
Múltiple	200	▽		*								#	2	#	3	#	3	#	4	0	4	0	4	0	5	0	6	1	7	1	8	2	9	△		200
	400											#	2	0	3	0	3	1	5	1	6	2	7	3	8	3	9	4	10	6	12	7	14			400
	600											0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	4	9	6	10	7	12	8	13	11	17	13	19			600
	800											0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	6	11	8	13	10	15	12	17	16	22	19	25			800
	1000											1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	9	12	11	15	14	17	17	20	22	25	25	29			1000
	1200											1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	12	14	14	17	18	20	21	23	27	29	31	33			1200
	1400											2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	14	15	18	19	21	22	25	26	32	33	37	38			1400
		Menor de 0.025		0.025		X		0.040		0.065		0.10		0.15		0.25		0.40		X		0.65		X		1.0		X		1.5		X		Mayor de 1.5		
		Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)																																		

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual aún disponibles números de aceptación y rechazo.

▽ = Utilícese el siguiente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual aún disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

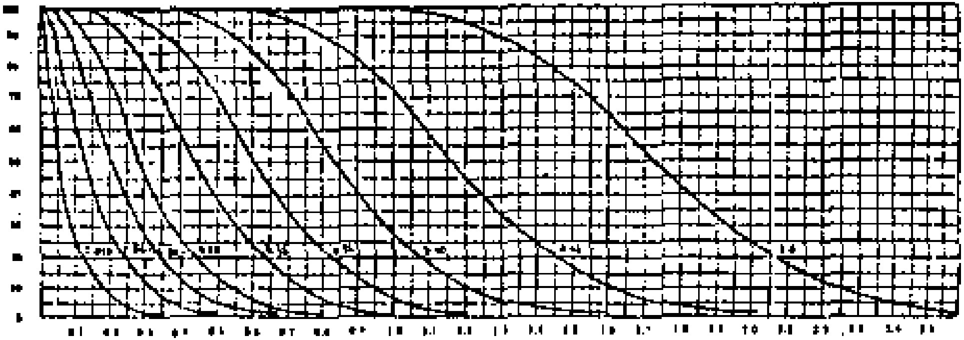
Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente.

\# = No se permite la aceptación para ese tamaño de muestra.

TABLA X-Q Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave Q

GRAFICA Q Curvas de operación características para planes de muestreo sencillos (las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-Q-1 Valores tabulados para las curvas de operación características para planes de muestreo sencillos

P_a	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)											
	0.010	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	X	0.40	X	0.65	X	1.0
	p (en porcentaje de defectuosos o en defectos por cien unidades)											
99.0	0.000804	0.0119	0.0349	0.0654	0.143	0.232	0.291	0.382	0.480	0.580	0.682	1.01
95.0	0.00410	0.0284	0.0654	0.109	0.209	0.314	0.376	0.474	0.615	0.742	0.995	1.19
90.0	0.00843	0.0426	0.0882	0.140	0.252	0.372	0.436	0.542	0.672	0.824	1.09	1.30
75.0	0.0230	0.0769	0.138	0.203	0.338	0.470	0.547	0.660	0.814	0.979	1.27	1.49
50.0	0.0554	0.134	0.214	0.294	0.454	0.614	0.694	0.853	1.01	1.17	1.49	1.73
25.0	0.111	0.215	0.314	0.409	0.594	0.775	0.864	1.04	1.22	1.39	1.74	2.09
10.0	0.184	0.310	0.426	0.534	0.749	0.955	1.06	1.25	1.42	1.61	1.98	2.25
5.0	0.240	0.383	0.504	0.620	0.841	1.06	1.16	1.36	1.56	1.75	2.14	2.47
1.0	0.368	0.531	0.672	0.804	1.05	1.29	1.43	1.61	1.81	2.06	2.45	2.75
	0.015	0.065	0.10	0.15	0.25	X	0.40	X	0.65	X	1.0	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)											

Nota: Todos los valores están calculados en base a la distribución de Poisson como aproximación a la binomial.

TABLA X-Q-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave Q

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (Inspección normal)																																		Tamaño de la muestra acumulado
		X		0.010		0.015		X		0.025		0.040		0.065		0.10		0.15		0.25		X		0.40		X		0.65		X		1.0		Mayor de 1.0		
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	
Sencillo	1250			0	1							1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	△		1250
Doble	800	Úsese Letra R		*		Úsese Letra P		Úsese Letra S		Úsese Letra R		0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	3	7	5	9	6	10	7	11	9	14	11	16	△		800
	1600											1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	26	27			1600
Múltiple	315			*								#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	4	0	5	0	6	1	7	1	8	2	9	△		315
	630											#	2	0	3	0	3	1	5	1	6	2	7	3	8	3	9	4	10	6	12	7	14			630
	945											0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	4	9	6	10	7	12	8	13	11	17	13	19			945
	1260											0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	6	11	8	13	10	15	12	17	16	22	19	25			1260
	1575											1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	9	12	11	15	14	17	17	20	22	25	25	29			1575
	1890											1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	12	14	14	17	18	20	21	23	27	29	31	33			1890
	2205											2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	14	15	18	19	21	22	25	26	32	33	37	38			2205
		0.010		0.015		X		0.025		0.040		0.065		0.10		0.15		0.25		X		0.40		X		0.65		X		1.0		X		Mayor de 1.0		
		Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa)																																		

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual estén disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = Número de aceptación.

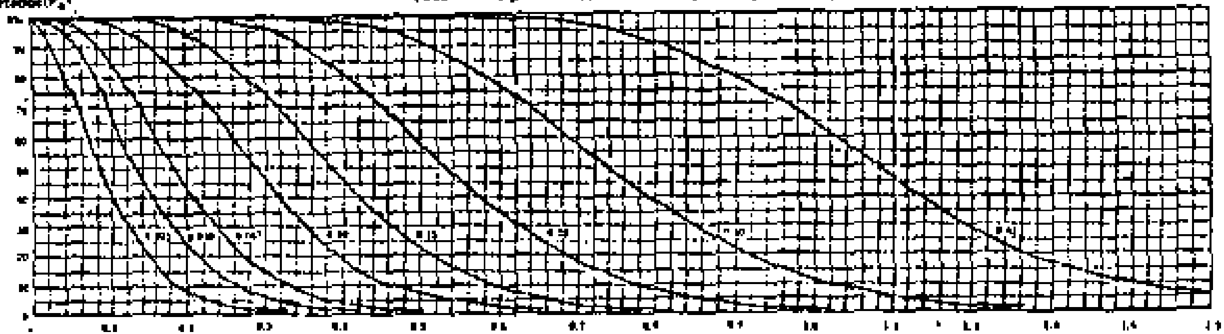
Re = Número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente.

= No se permite la aceptación para este tamaño de muestra.

TABLA X-R Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave R

GRAFICA R Curvas de operación característica para planes de muestreo sencillos (Las curvas para muestreos doble y múltiple son equivalentes)



CALIDAD DE LOS LOTES (p en porcentaje de defectuosos para NCA ≤ 10; y en defectos por cien unidades para NCA > 10)
Nota: Los valores sobre las curvas corresponden a los NCA para inspección normal.

TABLA X-R-1 Valores tabulados para las curvas de operación característica para planes de muestreo sencillos

P_a	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	X	0.25	X	0.40	X	0.65
	Niveles de calidad aceptable (inspección normal)										
	p (en porcentaje de defectuosos o en defectos por cien unidades)										
99.0	0.0074	0.0218	0.0412	0.0892	0.145	0.175	0.239	0.305	0.374	0.517	0.630
95.0	0.0178	0.0409	0.0683	0.131	0.199	0.235	0.309	0.385	0.462	0.622	0.745
90.0	0.0266	0.0551	0.0873	0.158	0.233	0.272	0.351	0.432	0.515	0.684	0.812
75.0	0.0481	0.0864	0.127	0.211	0.298	0.342	0.431	0.521	0.612	0.795	0.944
50.0	0.0839	0.134	0.184	0.284	0.384	0.433	0.533	0.633	0.733	0.933	1.08
25.0	0.135	0.196	0.256	0.371	0.484	0.540	0.651	0.761	0.870	1.09	1.25
10.0	0.195	0.266	0.334	0.464	0.589	0.650	0.770	0.889	1.01	1.24	1.41
5.0	0.237	0.315	0.388	0.526	0.657	0.722	0.848	0.972	1.09	1.33	1.51
1.0	0.332	0.420	0.502	0.655	0.800	0.870	1.01	1.14	1.27	1.52	1.72
	0.040	0.065	0.10	0.15	X	0.25	X	0.40	X	0.65	X
	Niveles de calidad aceptable (inspección rigurosa)										

Nota: Todos los valores dados en la tabla anterior están basados en la distribución de Poisson como aproximación a la binomial.

TABLA X-R-2 Planes de muestreo para el tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave R

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles de calidad aceptable (Inspección normal)																																Tamaño de la muestra acumulado
		X		0.010		0.015		X		0.025		0.040		0.065		0.10		0.15		X		0.25		X		0.40		X		0.65		Mayor de 0.65		
		Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	
Sencillo	2000	0	1	Úsese Letra Q		Úsese Letra P		Úsese Letra ↓		1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	18	19	21	22	△		2000
Doble	1250	*								0	2	0	3	1	4	2	5	3	7	3	7	5	9	6	10	7	11	9	14	11	16	△		1250
	2500									1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	11	12	12	13	15	16	18	19	23	24	26	27			2500
Múltiple	500	*								#	2	#	2	#	3	#	4	0	4	0	4	0	5	0	6	1	7	1	8	2	9	△		500
	1000									#	2	0	3	0	3	1	5	1	6	2	7	3	8	3	9	4	10	6	12	7	14			1000
	1500									0	2	0	3	1	4	2	6	3	8	4	9	6	10	7	12	8	13	11	17	13	19			1500
	2000									0	3	1	4	2	5	3	7	5	10	6	11	8	13	10	15	12	17	16	22	19	25			2000
	2500									1	3	2	4	3	6	5	8	7	11	9	12	11	15	14	17	17	20	22	25	25	29			2500
	3000									1	3	3	5	4	6	7	9	10	12	12	14	14	17	18	20	21	23	27	29	31	33			3000
	3500									2	3	4	5	6	7	9	10	13	14	14	15	18	19	21	22	25	26	32	33	37	38			3500
		0.010		0.015		X		0.025		0.040		0.065		0.10		0.15		X		0.25		X		0.40		X		0.65		X		Mayor de 0.65		
		Niveles de calidad aceptable (Inspección rigurosa)																																

△ = Utilícese el precedente tamaño de muestra correspondiente a otra letra clave para la cual están disponibles números de aceptación y rechazo.

Ac = número de aceptación.

Re = número de rechazo.

* = Utilícese el plan de muestreo sencillo precedente.

\# = No se permite la aceptación para este tamaño de muestra.

TABLA X-[illegible] Tamaño de la muestra correspondiente a la letra clave S

Tipo de plan de muestreo	Tamaño de la muestra acumulado	[illegible] (inspección [illegible])	
		X	
		Ac	Re
Sencillo	3150	1	2
Doble	2000	0	2
	4000	1	2
Múltiple	800	*	2
	1600	*	2
	2400	0	2
	3300	0	3
	4000	1	3
	4800	1	3
	5600	2	3
		0.025	
		Nivel de calidad aceptable (inspección rigurosa)	

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

* = No se permite la aceptación para este tamaño de muestra

México, D.F., a 19 SET. 1975

EL C. DIRECTOR GENERAL DE NORMAS

ING. CESAR LARRAÑAGA ELIZONDO.

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

MUESTREO DE INSPECCION

M. en I. Augusto Villarreal Aranda

OCTUBRE, 1981

MUESTREO DE INSPECCION

Por: M en I Augusto Villarreal Aranda*

1. Introducción

El muestreo de inspección (o de aceptación) se define como el conjunto de todas las acciones que realiza el receptor de producto terminado para asegurar la calidad de éste, después de recibirlo del productor.

Este tipo de muestreo puede ser aplicado por un consumidor a los productos que recibe de un vendedor, por un departamento de inspección de producto terminado a los productos recibidos de los departamentos de producción, etc, es decir, se aplica en aquellas ocasiones en que un número grande de unidades producidas se presenta para inspección en forma de lotes, y en donde la forma

* *Secretario Académico*, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM y *Profesor investigador*, Instituto de Ingeniería, UNAM

lógica de realizar esa tarea es mediante el empleo de la técnica que usa atributos (sirve, no sirve, o pasa, no pasa), con el fin de evitar la tan costosa y tardada inspección al 100%.

Generalmente, con la inspección de lote por lote del producto terminado, existe el acuerdo entre productor y receptor en que

a. los lotes aceptados por el plan de muestreo que se emplee serán aceptados por el receptor como buenos a excepción de aquellas unidades detectadas como defectuosas en todos los lotes durante el proceso de muestreo, las cuales serán reemplazadas por unidades buenas por el productor.

b. los lotes rechazados por el plan de muestreo le serán devueltos al productor para su rectificación.

Sin embargo, existen algunas variantes sobre el acuerdo mencionado. Por ejemplo, algunos receptores de producto terminado emplean la opción de inspeccionar al 100% los lotes rechazados para eliminar los elementos defectuosos, y trasladar el costo de esa operación al productor. Lo anterior se realiza con frecuencia cuando el receptor tiene urgencia de emplear las unidades que recibe del productor. En última instancia el objetivo que se persigue es responsabilizar al productor por la deficiente calidad de un producto terminado.

Para determinar la calidad de un lote, es factible seleccionar una, dos o múltiples muestras aleatorias del mismo, lo cual

conduce a considerar planes de muestreo simples, dobles, o múltiples para aceptarlo o rechazarlo. La explicación de cómo y cuando se emplean estos tipos de muestreo se discutirá en esta parte del curso.

2. Plan de muestreo simple

Como se dijo anteriormente, el muestreo de aceptación se aplica a las producciones en masa cuando un *productor* abastece de lotes de artículos a un *receptor*. En situaciones como ésta, se debe decidir individualmente sobre la aceptación o rechazo de cada lote.

En este caso particular, la decisión que se toma se basa en el resultado que se obtiene al inspeccionar una muestra de tamaño "n" que se toma de un lote de "N" artículos, de la cual se determina el número de defectuosos, "X", esto es, de artículos que no cumplen las especificaciones nominales (tamaño, color, resistencia, etc.)

Si el número "X" de artículos defectuosos en la muestra es menor o igual que un número especificado "c" *menor* que "n", se acepta el lote; si el número de defectuosos es mayor que "c", se rechaza. A "c" se le llama el número tolerable de artículos defectuosos o *número de aceptación*. Por lo tanto, las alternativas son

$X \leq c$ se acepta el lote

$X > c$ se rechaza el lote

Resulta evidente que el productor y el receptor deben quedar de acuerdo en cierto *plan de muestreo*, es decir, en cierto tamaño n de muestra y cierto número de aceptación c. Puesto que en este caso el acuerdo se basa en la extracción de una muestra aleatoria única del lote de N artículos, el plan de muestreo a emplearse se denomina *plan de muestreo simple*.

2.1 Probabilidad de aceptación de un lote

Supóngase que si $X \leq c$ se acepta un lote, es decir, ocurre el evento A = {el número de artículos defectuosos en la muestra extraída del lote es menor o igual que el número de aceptación}. .n este caso, la probabilidad de dicho evento no depende únicamente del tamaño n de la muestra y del número de aceptación c, sino también del número total de artículos defectuosos que se encuentran en el lote,"M". Si se supone además que el muestreo se realiza sin remplazo, la probabilidad de dicho evento es hipergeométrica, es decir

$$P\ (A) = P\ \{X \leq c\} = \sum_{X=0}^{c} \frac{C_X^M\ C_{n-X}^{N-M}}{C_n^N} \tag{2.1}$$

Si no hay artículos defectuosos en el lote, entonces M = 0, y el único valor posible que puede asumir X es también 0, por lo cual

$$P\ (A) = P\ \{X \leq c\} = \frac{C_o^o\ C_n^N}{C_n^N} = 1$$

Es decir, la probabilidad de aceptar un lote en el cual no hay elementos defectuosos es igual a la unidad.

Si todos los artículos en un lote son defectuosos, entonces $M = N$, y el valor de X debe ser igual a n, por lo que

$$P\ (A) = P\ (X \leq c) = P\ (\emptyset) = 0$$

en virtud de que la condición inicial es que $c < n$. Lo anterior indica que la probabilidad de aceptar un lote en el cual todos los artículos son defectuosos es nula.

Conviene hacer notar también que si se mantienen fijos el tamaño de la muestra y el número de aceptación al incrementarse el valor de M, el número de artículos defectuosos en un lote, decrece la probabilidad $P\ (A)$ de aceptación de este último.

Ejemplo 2.1

Considérese un plan de muestreo simple para el cual $N = 10$, $c = 0$ y $n = 5$. Obténganse los valores de $P\ (A)$ cuando

a. $M = 1$

b. $M = 3$

Solución

a. En este caso, la probabilidad de aceptación es

$$P\ (A) = P\ \{X = 0\} = \frac{C_0^1 \ C_{5-0}^{10-1}}{C_5^{10}} =$$

$$= \frac{\dfrac{1!}{0!(1-0)!} \quad \dfrac{9!}{5!(9-5)!}}{\dfrac{10!}{5!(10-5)!}} = \frac{\dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}}{\dfrac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}} = 0.5$$

b. Para este caso, se obtiene

$$P\ (A) = P\ \{X \le 0\} = P\ \{X = 0\} = \frac{C_0^3 \ C_{5-0}^{10-3}}{C_5^{10}} =$$

$$= \frac{\dfrac{3!}{0!(3-0)!} \quad \dfrac{7!}{5!(7-5)!}}{\dfrac{10!}{5!(10-5)!}} = \frac{\dfrac{7\times6}{2\times1}}{\dfrac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}} = 0.0833$$

Lo anterior indica que un plan de muestreo simple para el cual se mantenga fijo el tamaño de la muestra, aun cuando se incremente el número de elementos defectuosos en los lotes, o el número total de elementos en estos últimos, proporciona buena protección en contra de la aceptación errónea de lotes malos.

2.2 Curva característica de operación

Dentro de un plan de muestreo simple, al considerar un número fijo de aceptación, c, y cuando se obtiene una muestra aleatoria de n artículos de un lote para saber si éste se acepta o no, es evidente que se desconoce el número total de artículos defectuosos, M, dentro del mismo. Para que este número se pudiera

conocer en forma precisa, se requeriría haber realizado una inspección al 100% en el lote, pero entonces no tendría caso el considerar un plan de muestreo simple.

Por lo anterior, para realizar el cálculo de la probabilidad de aceptación de un lote determinado cuando se desconoce el valor de M, se debe introducir una modificación dentro de la fórmula 2.1. Para ello, considérese que si se divide el número de elementos defectuosos entre el total de elementos para un lote determinado, se obtiene la *fracción de defectuosos*

$$p = \frac{M}{N} \tag{2.2}$$

en el lote. Si p se multiplica por 100, se obtiene el *porcentaje de elementos defectuosos* en dicho lote.

Puesto que M puede tomar dentro de un lote de tamaño N cualquiera de los N + 1 valores 0,1,2,3,...,N-1,N, p puede asumir entonces los N + 1 valores, 1/N, 2/N, 3/N,..., $^{N-1}/N$, 1. Por lo tanto, la probabilidad de aceptación P (A) únicamente se puede definir para los valores mencionados de p.

Si en la ec 2.2 se despeja el valor de M, se obtiene

$$M \overset{=}{+} Np$$

en forma tal que la ec 2.1 se puede escribir como

$$P(A;\,p) = P\{X \le c\} = \sum_{X=0}^{c} \frac{C_X^{Np}\; C_{n-X}^{N-Np}}{C_n^N} \qquad (2.3)$$

siendo las probabilidades así obtenidas hipergeométricas.

Si se mantienen fijos los valores de n y c, se pueden graficar las probabilidades de aceptación de un lote en función de los valores de la fracción de elementos defectuosos en el mismo, es decir, de los valores de p. Dicha gráfica contendrá N + 1 puntos, a través de los cuales se puede dibujar la llamada *curva característica de operación* (o curva CO) de un plan de muestreo simple.

Ejemplo 2.2.

La fábrica Z elabora cartuchos de dinamita, y los empaca en cajas de 20 unidades. El comprador W acepta cada caja únicamente si al extraer una muestra de dos cartuchos encuentra que ambos son buenos. Elaborar la curva característica de operación correspondiente.

Solución

En este caso, se tiene que N = 20, n = 2 y c = 0. Por lo tanto, las probabilidades de aceptación son, empleando la ec 2.3

$$P(A;p) = P\{X \le 0\} = \frac{C_0^{20p}\quad C_{2-0}^{20-20p}}{C_2^{20}}$$

$$= \frac{\frac{20p!}{0!(20p-0)!}\ \frac{(20-20p)!}{2!(20-20p-2)!}}{\frac{20!}{2!(20-2)!}} =$$

$$= \frac{\frac{20p!}{0!20p!}\ \frac{(20-20p)!}{2\times1\times(18-20p)!}}{\frac{20!}{2\times1\times18!}} = \frac{18!(20-20p)!}{20!(18-20p)!} =$$

$$= \frac{(20 - 20p)\ (19 - 20p)}{380}$$

Si se le asignan a p los 21 valores 0, 1/20, 2/20, 3/20, ...,19/20,1, se obtienen los correspondientes de P (A; p). Por ejemplo, para p = 10/20 = 0.5, la probabilidad de aceptación es

$$P\ (A;\ 0.5) = \frac{[20 - 20(10/20)]\ [19 - 20\ (10/20)]}{380}$$

$$= \frac{(20 - 10)\ (19 - 10)}{380} = \frac{(10)(9)}{380} = \frac{90}{380} = 0.237$$

Siguiendo el procedimiento anterior, se obtienen los puntos siguientes:

p	P (A; p)
0/20 = 0.00	1.000
1/20 = 0.05	0.900
2/20 = 0.10	0.805
3/20 = 0.15	0.716
4/20 = 0.20	0.632
5/20 = 0.25	0.553
6/20 = 0.30	0.479
7/20 = 0.35	0.411
8/20 = 0.40	0.347
9/20 = 0.45	0.289
10/20 = 0.50	0.237
11/20 = 0.55	0.189
12/20 = 0.60	0.147
13/20 = 0.65	0.111
14/20 = 0.70	0.079
15/20 = 0.75	0.053
16/20 = 0.80	0.032
17/20 = 0.85	0.016
18/20 = 0.90	0.005
19/20 = 0.95	0.000
20/20 = 1.00	0.000

La curva característica de operación correspondientes es la que se hace pasar por los puntos anteriores, y se presenta en la Fig 2.1.

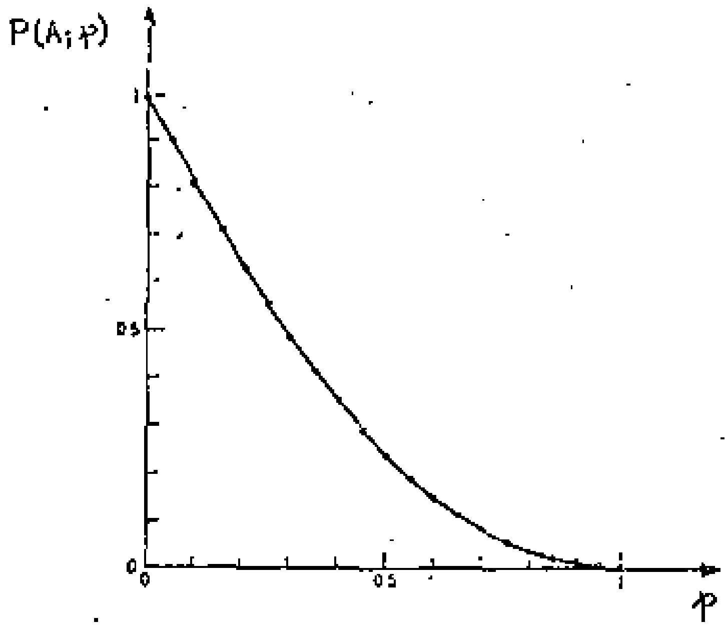


Fig 2.1 Curva CO para un plan de muestreo simple, con N = 20, n = 2 y c = 0.

En la Fig 2.1 se puede observar que a medida que se hace más grande la fracción de defectuosos en el lote (o el número de artículos defectuosos), la probabilidad de aceptación del mismo se va haciendo cada vez menor. Los casos extremos se dán en $p = 0$, en que la aceptación del lote es un evento seguro, y en $p = 1$, cuando es imposible aceptarlo.

2.3 Empleo de la aproximación binomial para construir la curva CO

En la mayor parte de los casos prácticos, el porcentaje de artículos defectuosos en un lote será pequeño (menor del 10%), en tanto que el tamaño del mismo será muy grande (1000 elementos, 10000 elementos, etc), y el de la muestra usualmente será varias veces menor, de tal manera que es posible aproximar las probabilidades dadas por la distribución hipergeométrica (ecs 2.1 y 2.3) empleando la distribución binomial. En particular, la aproximación es buena cuando $N \geq 10\ n$. En estos casos, se puede escribir

$$P\ (A;\ p) = P\ \{X \leq c\} \doteq \sum_{X=0}^{c} C_X^n\ p^X\ (1-p)^{n-X} \qquad (2.4)$$

Se debe observar que siempre se define a p como en la ec 2.2, y que serán mejor aproximadas por la ecuación anterior aquellas probabilidades de aceptación para las cuales el valor de p sea pequeño.

Ejemplo 2.3

En el caso del ejemplo 2.2 anterior, aproxímense las probabilidades de aceptación hipergeométricas para los distintos valores de p mediante la distribución binomial.

Solución

En este caso sí es posible realizar la aproximación pedida, ya que se verifica la condición $N \geq 10n$, porque siendo $N = 20$ y $n = 2$, se tiene que $20 \geq 10(2)$. Por ejemplo, para $p = 0.2$, la

aproximación binomial dada por la ec 2.4 conduce al valor

$$P\ (A\ ;\ 0.2) = P\ \{X \leq 0\} = C_0^2 \quad (0.2)^0 \ (1-0.2)^{2-0}$$

$$= \frac{2!}{0!\,(2-0)!} \quad (0.8)^2 = 0.640$$

en contra del valor exacto 0.632 obtenido mediante la ec 2.3.

Procediendo en forma similar se calculan los restantes valores de P (A; p), los cuales se presentan de 0.1 en 0.1 en la tabla siguiente, junto con los anteriormente obtenidos en el ejemplo 2.2 para fines de comparación.

p	Hipergeométrica P (A; p)	Binomial P (A; p)
0.00	1.000	1.000
0.10	0.805	0.810
0.20	0.632	0.640
0.30	0.479	0.490
0.40	0.347	0.360
0.50	0.237	0.250
0.60	0.147	0.160
0.70	0.079	0.090
0.80	0.032	0.040
0.90	0.005	0.010
1.00	0.000	0.000

En la tabla se puede observar que las probabilidades de aceptación se aproximan bastante más a las exactas cuando el valor de p se encuentra en la vecindad de p = 0.10.

2.4 Empleo de la aproximación de Poisson para construir la curva CO

Como ya se vio, la distribución hipergeométrica se puede aproximar adecuadamente mediante la binomial cuando $N \geq 10$ y $p \leq 0.1$. A su vez, la distribución binomial puede aproximarse suficientemente bien mediante la de Poisson cuando se cumple lo anterior y np es menor de 15, lo cual evita en ocasiones la gran cantidad de labor numérica que se requiere para calcular las probabilidades de aceptación mediante las distribuciones hipergeométrica y binomial.

Entonces, si se hace $\lambda = np$ para la distribución de Poisson, se puede escribir

$$P\ (A;\ p) = P\ \{X \leq c\} \doteq e^{-np} \sum_{X=0}^{c} \frac{(np)^X}{X!}$$

La aproximación anterior es muy útil cuando los lotes son grandes, ya que como se puede apreciar, la ec 2.4 no requiere del manejo de dicho dato para el cálculo de las probabilidades de aceptación que se emplean para construir la curva CO.

Ejemplo 2.4

Obténganse los valores de P (A; p) para p = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 y 1.0 en el caso del plan de muestreo simple del ejemplo 2.2, aproximando mediante la distribución de Poisson.

Solución

Se sabe que n = 2 y c = 0, por lo que

$$np = 2(0) = 0\ ; \qquad P\,(A;\ 0) = \frac{e^{-0}\ \ 0^0}{0!} = 1$$

$$np = 2(0.1) = 0.2; \quad P\,(A;\ 0.1) = \frac{e^{-0.2}\ \ 0.2^0}{0!} = 0.818$$

$$np = 2(0.2) = 0.4; \quad P\,(A;\ 0.2) = \frac{e^{-0.4}\ \ 0.4^0}{0!} = 0.670$$

$$np = 2(0.3) = 0.6; \quad P\,(A;\ 0.3) = \frac{e^{-0.6}\ \ 0.6^0}{0!} = 0.549$$

$$np = 2(0.5) = 1.0; \quad P\,(A;\ 0.5) = \frac{e^{-1.0}\ \ 1.0^0}{0!} = 0.367$$

$$np = 2(1.0) = 2.0; \quad P\,(A;\ 1.0) = \frac{e^{-2.0}\ \ 2.0^0}{0!} = 0.135$$

En la siguiente tabla se comparan los valores hipergeométricos exactos con los obtenidos mediante las aproximaciones binomial y de Poisson.

p	P (A;p) Hipergeométrica	P (A; p) Binomial	P (A;p) Poisson
0	1.000	1.000	1.000
0.1	0.805	0.810	0.818
0.2	0.632	0.640	0.670
0.3	0.479	0.490	0.549
0.5	0.237	0.250	0.367
1.0	0.000	0.000	0.135

Como se puede observar en la tabla anterior, las probabilidades de aceptación calculadas con la fórmula de Poisson difieren bastante de las exactas y de las binomiales cuando p no se .uentra cercano al valor 0.1. Sin embargo, hay que considerar que en el problema anterior los tamaños del lote y la muestra son bastante pequeños, por lo que la aproximación de Poisson no puede ser muy buena.

De hecho, la forma práctica para construir las curvas CO se fundamenta en el método aproximado de Poisson, considerando que los lotes que entrega el productor son muy grandes, y haciendo uso de la tabla 2.1 que se presenta adelante, en la cual se proporcionan, en función del número de aceptación c y del valor $\lambda = np$, las probabilidades de aceptación

$$P(A;\ p) = P(X \leq c) = e^{-np} \sum_{X=0}^{c} \frac{(np)^X}{X!}$$

multiplicadas por mil.

TABLA 2.1

TERMINOS ACUMULATIVOS DE LA APROXIMACION DE POISSON A BINOMIAL

np \ c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	c / np
0.02	980	1000	....	....	....	....	....	....	....	0.02
0.04	961	999	1000	....	....	....	....	....	....	0.04
0.06	942	998	1000	....	....	....	....	....	....	0.06
0.08	923	997	1000	....	....	....	....	....	....	0.08
0.10	905	995	1000	....	....	....	....	....	....	0.10
0.15	861	990	999	1000	....	....	....	....	....	0.15
0.20	819	982	999	1000	....	....	....	....	....	0.20
0.25	779	974	998	1000	....	....	....	....	....	0.25
0.30	741	963	996	1000	....	....	....	....	....	0.30
0.35	705	951	994	1000	....	....	....	....	....	0.35
0.40	670	938	992	999	1000	....	....	....	....	0.40
0.45	638	925	989	999	1000	....	....	....	....	0.45
0.50	607	910	986	998	1000	....	....	....	....	0.50
0.55	577	894	982	998	1000	....	....	....	....	0.55
0.60	549	878	977	997	1000	....	....	....	....	0.60
0.65	522	861	972	996	999	1000	....	....	....	0.65
0.70	497	844	966	994	999	1000	....	....	....	0.70
0.75	472	827	959	993	999	1000	....	....	....	0.75
0.80	449	809	953	991	999	1000	....	....	....	0.80
0.90	407	772	937	987	998	1000	....	....	....	0.90
1.00	368	736	920	981	996	999	1000	....	....	1.00
1.10	333	699	900	974	995	999	1000	....	....	1.10
1.20	301	663	879	966	992	998	1000	....	....	1.20
1.30	273	627	857	957	989	998	1000	....	....	1.30
1.40	247	592	833	946	986	997	999	1000	....	1.40
1.50	223	558	809	934	981	996	999	1000	....	1.50
1.60	202	525	783	921	976	994	999	1000	....	1.60
1.70	183	493	757	907	970	992	998	1000	....	1.70
1.80	165	463	731	891	964	990	997	999	1000	1.80
1.90	150	434	704	875	956	987	997	999	1000	1.90
2.00	135	406	677	857	947	983	995	999	1000	2.00
2.10	122	380	650	839	938	980	994	999	1000	2.10
2.20	110	354	622	819	927	974	993	998	1000	2.20
2.30	100	331	596	799	916	970	991	997	999	2.30
2.40	091	308	570	779	904	964	988	997	999	2.40
2.50	082	287	544	758	891	958	986	996	999	2.50
2.60	074	267	518	736	877	951	983	995	999	2.60
2.70	067	249	494	714	863	943	979	993	998	2.70
2.80	061	231	469	692	848	935	976	992	998	2.80
2.90	055	215	446	670	832	926	971	990	997	2.90
3.00	050	199	423	647	815	916	966	988	996	3.00
3.10	045	185	401	625	798	906	961	986	995	3.10
3.20	041	171	380	603	781	895	955	983	994	3.20
3.30	037	159	359	580	763	883	949	980	993	3.30
3.40	033	147	340	558	744	871	942	977	992	3.40
3.50	030	136	321	537	725	858	935	973	990	3.50
3.60	027	126	303	515	706	844	927	969	988	3.60
3.70	025	116	285	494	687	830	918	965	986	3.70
3.80	022	107	269	473	668	816	909	960	984	3.80
3.90	020	099	253	453	648	801	899	955	981	3.90
4.00	018	092	238	433	629	785	889	949	979	4.00
4.10	017	085	224	414	609	769	879	943	976	4.10
4.20	015	078	210	395	590	753	867	936	972	4.20
4.30	014	072	197	377	570	737	856	929	968	4.30
4.40	012	066	185	359	551	720	844	921	964	4.40
4.50	011	061	174	342	532	703	831	913	960	4.50
4.60	010	056	163	326	513	686	818	905	955	4.60
4.70	009	052	152	310	495	668	805	896	950	4.70
4.80	008	048	143	294	476	651	791	887	944	4.80
4.90	007	044	133	279	458	634	777	877	938	4.90

np \ c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	c / np
5.00	007	040	125	265	440	616	762	867	932	5.00
5.10	006	037	116	251	423	597	747	856	925	5.10
5.20	006	034	109	238	406	581	732	845	918	5.20
5.30	005	031	102	225	390	563	717	833	911	5.30
5.40	004	029	095	213	373	546	702	822	903	5.40
5.50	004	027	088	202	358	529	686	809	894	5.50
5.60	004	024	082	191	342	512	670	797	886	5.60
5.70	003	022	077	180	327	495	654	784	877	5.70
5.80	003	021	072	170	313	478	638	771	867	5.80
5.90	003	019	067	160	299	462	622	758	857	5.90
6.00	002	017	062	151	285	446	606	744	847	6.00
6.10	002	016	058	143	272	430	590	730	837	6.10
6.20	002	015	054	134	259	414	574	716	826	6.20
6.30	002	013	050	126	247	399	558	702	815	6.30
6.40	002	012	046	119	235	384	542	687	803	6.40
6.50	002	011	043	112	224	369	527	673	792	6.50
6.60	001	010	040	105	213	355	511	658	780	6.60
6.70	001	009	037	099	202	340	495	643	767	6.70
6.80	001	009	034	093	192	327	480	628	755	6.80
6.90	001	008	032	087	182	314	465	614	742	6.90
7.00	001	007	030	082	173	301	450	599	729	7.00
7.20	001	006	025	072	156	276	420	569	703	7.20
7.40	001	005	022	063	140	253	392	539	676	7.40
7.60	000	004	019	055	125	231	365	510	648	7.60
7.80	...	004	016	048	112	210	338	481	620	7.80
8.00	...	003	014	042	100	191	313	453	593	8.00
8.20	...	003	012	037	089	174	290	425	565	8.20
8.40	...	002	010	032	079	157	267	399	537	8.40
8.60	...	002	009	028	070	142	246	373	509	8.60
8.80	...	001	007	024	062	128	226	348	482	8.80
9.00	...	001	006	021	055	116	207	324	456	9.00
9.20	...	001	005	018	049	105	189	301	430	9.20
9.40	...	001	005	016	043	093	173	279	404	9.40
9.60	...	001	004	014	038	084	157	258	380	9.60
9.80	...	001	003	012	033	075	143	239	356	9.80
10.00	...	001	003	010	029	067	130	220	333	10.00
10.20	...	000	002	009	024	060	114	203	311	10.20
10.40	...	...	002	008	023	053	107	186	290	10.40
10.60	...	...	002	007	020	044	091	171	269	10.60
10.80	...	...	001	005	017	042	087	157	250	10.80
11.00	...	...	001	005	015	037	079	143	232	11.00
11.20	...	...	001	004	013	034	071	131	215	11.20
11.40	...	...	001	004	012	029	064	119	198	11.40
11.60	...	...	001	003	010	026	057	108	183	11.60
11.80	...	...	001	003	009	023	051	098	169	11.80
12.00	...	...	001	002	008	020	046	089	155	12.00
12.20	...	...	000	002	007	018	041	081	143	12.20
12.40	...	...	...	002	006	016	037	073	131	12.40
12.60	...	...	...	001	005	014	033	066	120	12.60
12.80	...	...	...	001	004	012	029	060	109	12.80
13.00	...	...	...	001	004	011	026	054	100	13.00
13.20	...	...	...	001	003	009	023	049	091	13.20
13.40	...	...	...	001	003	008	020	044	083	13.40
13.60	...	...	...	001	002	007	017	039	075	13.60
13.80	...	...	...	001	002	006	016	035	068	13.80
14.00	...	...	...	000	002	006	014	032	062	14.00
14.20	...	...	...	...	002	005	012	028	055	14.20
14.40	...	...	...	...	001	004	011	025	051	14.40
14.60	...	...	...	...	001	004	010	023	046	14.60
14.80	...	...	...	...	001	003	009	020	042	14.80
15.00	...	...	...	...	001	003	008	018	037	15.00

A continuación se presenta un ejemplo práctico de construcción de una curva CO mediante el método descrito, haciendo uso de la tabla 2.1.

Ejemplo 2.5

Supóngase que un receptor de producto terminado adopta el plan de muestreo simple siguiente:

a. Recibe lotes de ciertos artículos con 1000 unidades c/u.

b. Extrae de cada lote una muestra aleatoria de 20 artículos.

c. Si la muestra extraída contiene dos o más artículos defectuosos, rechaza el lote. De no ser así, lo acepta.

Constrúyase la curva CO correspondiente.

Solución

Puesto que el tamaño de los lotes es grande, se pueden aproximar adecuadamente las probabilidades de aceptación mediante la distribución de Poisson. Para ello, se considera en la práctica que con los valores

$$P(A;\ p) = 0.98,\ 0.95,\ 0.70,\ 0.50,\ 0.20,\ 0.10,\ 0.05,\ 0.02$$

se puede definir suficientemente bien la curva CO.

Para construir la curva del plan de muestreó simple indicado, considérese que $c = 1$ y $n = 20$. En la columna para la cual $c = 1$ en la tabla 2.1, se puede ver que el valor más cercano a 980 (0.98 de probabilidad) es 982. Para dicho valor, el correspondiente de np es 0.2, siendo por lo tanto $p = \frac{np}{n} = \frac{0.2}{20} = 0.01$.

El valor más cercano a 950 (0.95 de probabilidad) es en la tabla el 951. Para este valor, $np = 0.35$ y $p = \frac{0.35}{20} = 0.0175$.

Siguiendo el procedimiento anterior, se llega a

P (A;p)	np	p
1.000	0.00	0.000
0.982	0.20	0.010
0.951	0.35	0.0175
0.699	1.10	0.055
0.493	1.70	0.085
0.199	3.00	0.150
0.099	3.90	0.195
0.052	4.70	0.235
0.021	5.80	0.290
0.000	20.00	1.000

En la Fig 2.2 siguiente se presenta la curva caracterís-

tica de operación correspondiente al problema.

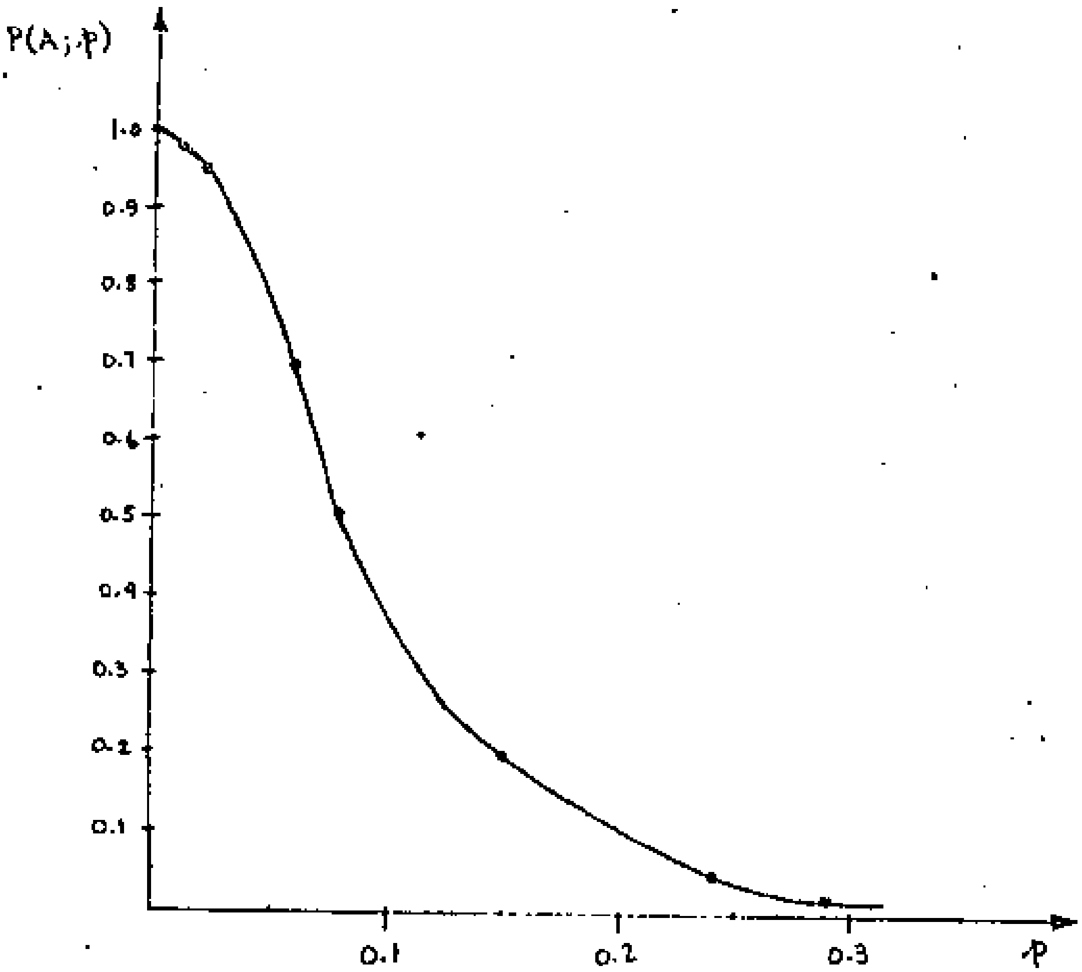


Fig 2.2 Curva característica de operación para plan de muestreo simple con lote grande, c = 1 y n = 20.

2.5 Riesgos en el muestreo de aceptación

Al realizarse los muestreos de aceptación, el productor y el receptor de lotes de artículos tienen intereses distintos al definir un plan de muestreo. El productor puede pedir que la probabilidad, α, de rechazar un lote "bueno" o "aceptable" sea pequeña. Por su parte, el receptor puede exigir que la probabilidad de aceptar un lote "malo" o "no aceptable" sea una cantidad pequeña β.

Para cumplir con ambos compromisos, supóngase que productor y receptor deciden que un lote para el cual p es menor o igual que cierto número p_o es un *lote aceptable*, en tanto que un lote para el que p es mayor o igual que cierto número p_1 $(p_1 > p_o)$ es un lote *no aceptable*, es decir

$$\text{Si} \quad p \leq p_o \quad \text{lote aceptable}$$

$$\text{Si} \quad p \geq p_1 \quad \text{lote no aceptable}$$

De acuerdo con lo anterior, α es la probabilidad de rechazar un lote con $p \leq p_o$ y se llama *riesgo del productor*, correspondiendo al error de tipo I que se comete al probar una hipótesis estadística. Por otra parte, β es la probabilidad de aceptar un lote con $p \geq p_1$, se llama *riesgo del receptor*, y corresponde al error de tipo II que se comete al realizar una prueba de hipótesis.

A p_o se le acostumbra llamar *nivel de calidad aceptable* (NCA), y a p_1 *nivel de calidad rechazable* (NCR), o *porcentaje de defectuosos tolerable en un lote* (PDTL). A un lote con $p_o < p < p_1$ se le llama *lote indiferente*.

En la práctica es usual que el acuerdo entre productor y receptor establezca lo siguiente

$$\alpha = \text{ Riesgo del productor } \simeq 1 - P(A;\ p)_{0.95} = 0.05$$

$$\beta = \text{ Riesgo del receptor } \simeq P\ (A;\ p)_{0.10} = 0.10$$

Ejemplo 2.6

Para un plan de muestreo simple en el que n = 300 y c = 5, obténganse los valores de p_o y p_1.

Solución

Empleando la tabla 2.1, y considerando los valores P (A; p) que definen adecuadamente a la curva CO, se obtiene:

P (A;p)	np	p
1.000	0.00	0.0000
0.980	2.10	0.0070
0.951	2.60	0.0087
0.703	4.50	0.0150
0.495	5.70	0.0190
0.210	7.80	0.0260
0.104	9.20	0.0307
0.048	10.60	0.0353
0.020	12.00	0.0400
0.000	300.00	1.0000

De acuerdo con la tabla, se tiene que

$$\alpha = 1 - P(A;\ p)_{0.951} = 0.0499 \ ;\ p_o = 0.0087$$

$$\beta = P(A;\ p)_{0.104} = 0.104 \ ;\ p_1 = 0.0307$$

En la Fig 2.3 que se presenta a continuación, se muestra la curva CO del plan simple en cuestión, así como los valores del NCA y del NCR.

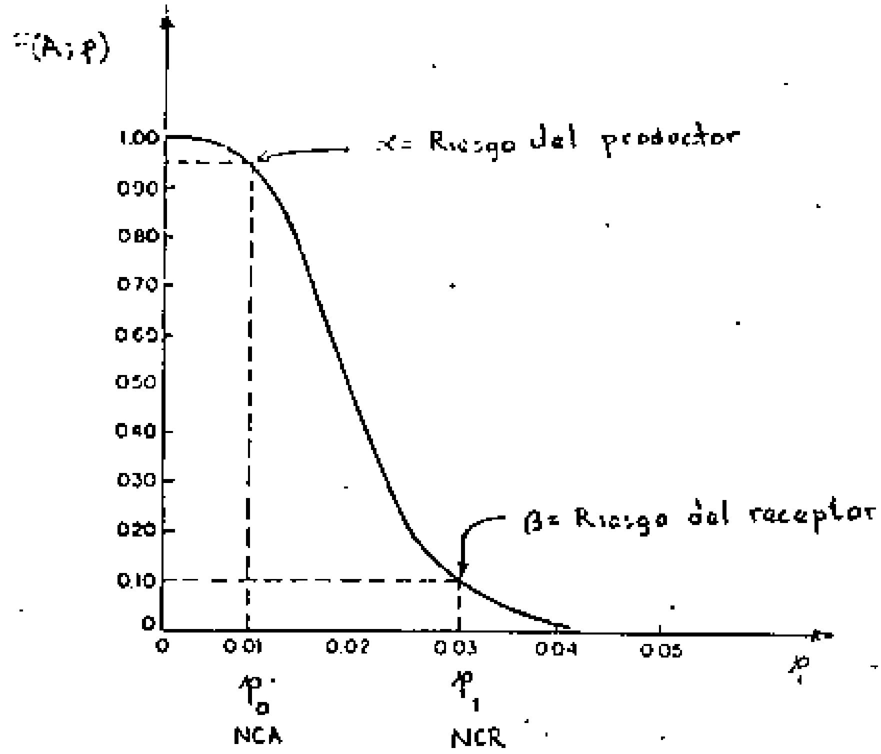


Fig 2.3 Curva CO para plan de muestreo simple con n = 300 y c = 5.

2.6 Cálculo de n y c a partir de p_o, p_1, α y β.

Al observar la Fig 2.3 se puede concluir que los puntos (p_o, 1 - α) y (p_1, β) se localizan en la curva CO. Tomando ello en cuenta, existe un método iterativo aproximado para determinar los valores de n y c, considerando conocidos los de p_o, p_1, α y β, de manera que la curva CO pase muy cerca de los puntos mencionados. Dicho procedimiento se expondrá en el ejemplo que sigue, haciendo uso de la tabla 2.1.

Ejemplo 2.7

Para cierto plan de muestreo simple, se fijan los riesgos siguientes:

a. Productor: Aquellos lotes que contengan un 1% de artículos defectuosos se rechazarán en el 5% de los casos.

b. Receptor: Los lotes que contengan un 6% de artículos defectuosos se aceptarán en el 10% del total de casos.

¿Cuáles son los valores del tamaño de la muestra y del número de aceptación que se deben emplear para dicho plan?

Solución

De acuerdo con los datos del problema, se desprende que

$$\alpha = 0.05 \quad ; \quad p_o = 0.01$$

$$\beta = 0.10 \quad ; \quad p_1 = 0.06$$

a. Se considera $c = 0$, con lo cual, de la tabla 2.1,

np_o (para $\alpha = 0.05$ o $P\ (A;\ 0.01) = 0.95) \doteq 0.05$

np_1 (para $\beta = 0.10) = 2.30$

Entonces

$$n_\alpha = \frac{np_o}{p_o} = \frac{0.05}{0.01} = 5$$

$$n_\beta = \frac{np_1}{p_1} = \frac{2.30}{0.06} = 38$$

Obviamente, se debe verificar que $n_\alpha = n_\beta$; no siendo este el caso, se hace ahora $c = 1$.

b. Se considera $c = 1$, obteniéndose ahora de la tabla 2.1 lo siguiente

$$np_o \text{ (para } \alpha = 0.05) \doteq 0.35$$

$$np_1 \text{ (para } \beta = 0.10) \doteq 3.90$$

Por lo tanto

$$n_\alpha = \frac{0.35}{0.01} = 35$$

$$n_\beta = \frac{3.90}{0.06} = 65$$

Tampoco se verifica que $n_\alpha = n_\beta$; por lo tanto, se hace

2.

c. Se considera $c = 2$, y

$$np_o \text{ (para } \alpha = 0.05) \doteq 0.82$$

$$np_1 \text{ (para } \beta = 0.10) \doteq 5.32$$

Ahora, se tiene que

$$n_\alpha = \frac{0.82}{0.01} = 82$$

$$n_\beta = \frac{5.30}{0.06} = 88 .$$

Ahora n_α y n_β se parecen bastante, pero aún no son iguales. Por lo tanto, se hace $c = 3$ para saber si la diferencia se hace más pequeña.

d. Se considera $c = 3$, y se obtiene

$$np_o \text{ (para } \alpha = 0.05) \doteq 1.37$$

$$np_1 \text{ (para } \beta = 0.10) \doteq 6.68$$

Luego

$$n_\alpha = \frac{1.37}{0.01} = 137$$

$$n_\beta = \frac{6.68}{0.06} = 112$$

Se observa que ahora la diferencia se hace más grande, por lo que el valor real de n se debe encontrar entre 82 y 88 elementos para c = 2. Con el fin de ajustar adecuadamente el valor de n, se puede hacer

$$n = \frac{n_\alpha + n_\beta}{2} = \frac{82 + 88}{2} = 85$$

Por lo tanto, el plan de muestreo simple es el siguiente

$$\alpha = 0.05 \quad ; \quad \beta = 0.10$$

$$p_o = 0.01 \quad ; \quad p_1 = 0.06$$

$$n = 85 \quad ; \quad c = 2$$

cuya curva CO se muestra en la Fig 2.4.

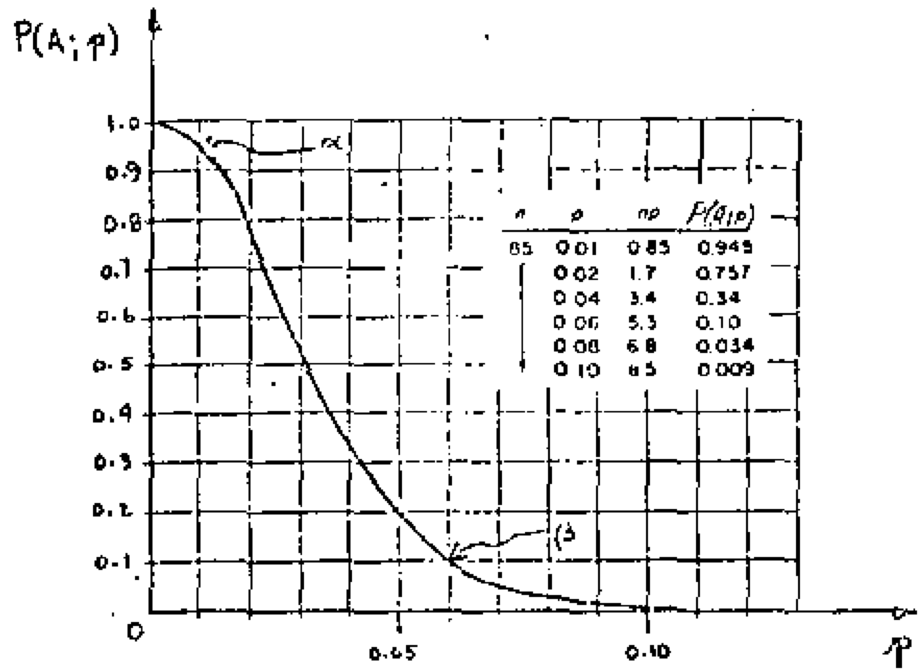


Fig 2.4 Curva CO ajustada para α, β, p_o y p_1 conocidos.

2.7 Comentarios sobre la curva CO

Al comparar las curvas CO de las Figs 2.3 y 2.4, se puede observar que, no obstante el número más grande de artículos defectuosos que permite en la muestra el plan de muestreo asociado a la curva CO de la Fig 2.3, se trata de un mejor plan de aceptación de lotes, en el sentido de que proporciona riesgos más favorables al receptor.

En efecto, ambos planes consideran $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$ y $p_o \approx 0.01$, pero el plan de la Fig 2.4 aceptará lotes con 6% de defectuosos ($p_1 \approx 0.06$) en el 10% del total de casos, en tanto que el de la Fig 2.3 aceptará lotes con 3% de defectuosos ($p_1 \approx 0.03$)

en el mismo número de casos.

En muchas ocasiones no se comprende con claridad el porqué de un número de aceptación mayor de cero en los planes de muestreo. Si se observa la Fig 2.5, se puede apreciar que las curvas CO (a), (b) y (c) corresponden a planes de muestreo que evitan los artículos defectuosos en la muestra ($c = 0$), pero que tienen riesgos de productor y receptor distintos. Los planes de las curvas CO (d) y (e) consideran 4 y 7 defectuosos en la muestra, respectivamente.

Se observa que las curvas CO con $c = 0$ se caracterizan r patrones cóncavos, en tanto que aquellas con $c \neq 0$ semejan curvas S invertidas.

Los planes de muestreo con $c = 0$ usualmente penalizan más al productor. Asimismo, aquellos planes en que c es mayor de cero proporcionan riesgos más favorables al productor o al receptor, y en muchos casos a ambos.

Se puede afirmar que el riesgo para el receptor se hace más pequeño conforme se incrementa el tamaño de la muestra, en tanto que el riesgo para el productor decrece conforme se permiten uno o más artículos defectuosos en la misma. Esto se puede aclarar si se observan los riesgos en las curvas (c) y (d) de la Fig 2.5.

Las curvas (d) y (e) consideran esencialmente el mismo riesgo para el productor (NCA $\approx$ 0.01 en $\alpha = 0.05$), pero la (e) conside-

ra un tamaño de muestra mayor, por lo que el receptor corre un riesgo menor. La curva (f) corresponde a la curva ideal CO, ya que ese plan de muestreo acepta todos los lotes con uno por ciento o menos de artículos defectuosos, y rechaza todos los lotes que contengan más del 1% de defectuosos. Dicha curva obviamente no se puede obtener con las técnicas usuales de muestreo de aceptación.

Lo anterior indica que un plan de muestreo simple será más efectivo en tanto su curva CO correspondiente se asemeje más a la curva ideal de operación.

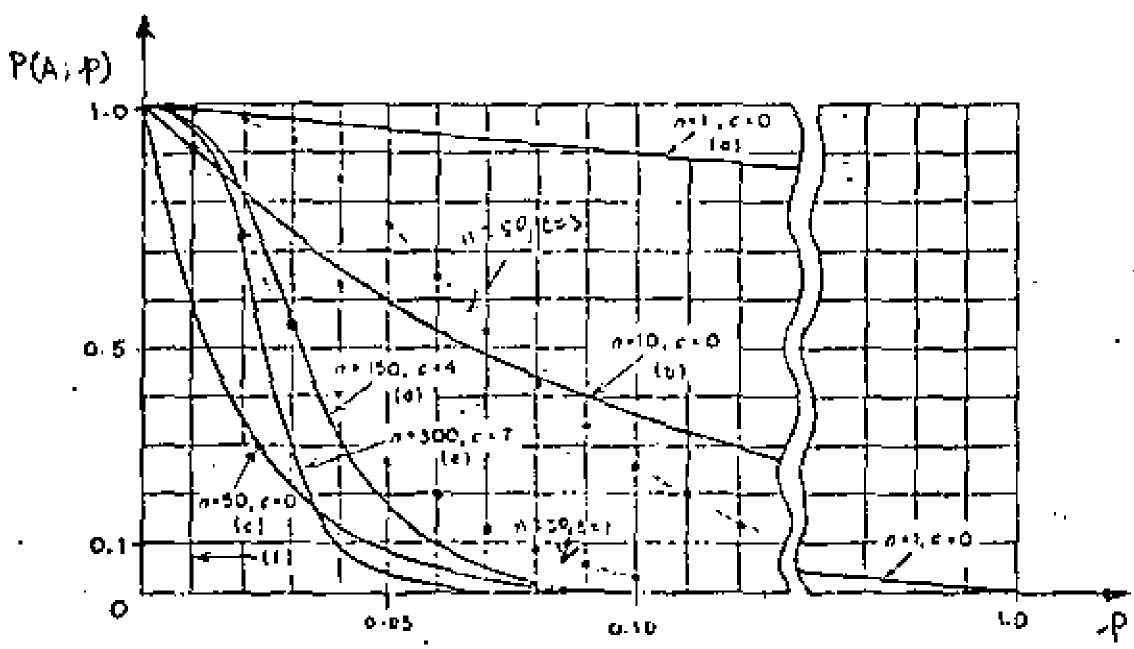


Fig 2.5 Distintos planes de muestreo con c = 0 y c ≠ 0.

3. Plan de muestreo doble

Un plan de muestreo simple requiere que se tome una decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote tomando como base la evidencia de *una* muestra extraída del mismo.

Sin embargo, un *plan de muestreo doble* implica la posibilidad de posponer la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote hasta que *una segunda* muestra haya sido extraída. Dicho lote podrá ser aceptado inmediatamente si la primera muestra es muy buena, o rechazado enseguida si la primera muestra es bastante mala. Si la primera muestra no es ni muy buena ni muy mala, la decisión se basa en la evidencia de la primera y segunda muestras combinadas.

En general, los planes de muestreo doble conducen a menos inspección total que los planes sencillos, y también proporcionan la ventaja sicológica que conlleva la idea de dar una segunda oportunidad a los lotes dudosos.

3.1 Símbolos en el muestreo doble

Los siguientes son los símbolos empleados en conexión con el muestreo doble:

1

N = tamaño del lote

n_1 = tamaño de la primera muestra

c_1 = número de aceptación para la primera muestra

n_2 = tamaño de la segunda muestra

$n_1 + n_2$ = tamaño de la muestra combinada

c_2 = número de aceptación para la muestra combinada

3.2 Interpretación del plan de muestreo doble

Considérese un plan de muestreo doble para el cual se fijan los valores de N, n_1, c_1, n_2 y c_2 ($c_2 > c_1$). La interpretación del proceso que se realiza con dicho plan es la siguiente:

a. Se inspecciona una primera muestra de tamaño n_1 extraída del lote de tamaño N.

b. Se acepta el lote si la muestra anterior contiene c_1 o menos artículos defectuosos.

c. Se rechaza el lote si el número de defectuosos en la muestra excede el valor c_2

d. Si la primera muestra contiene $c_1 + 1$, $c_1 + 2$, ... o c_2 artículos defectuosos, se extrae e inspecciona una segunda con n_2 elementos.

e. Se acepta el lote sobre la base de la muestra combinada con $n_1 + n_2$ elementos si dicha muestra contiene c_2 artículos defectuosos o menos.

f. Se rechaza el lote si la muestra combinada contiene más de c_2 defectuosos.

3.2 Curva CO de un plan de muestreo doble

De acuerdo con lo que se ha explicado, existen cuatro posibilidades de que se acepte o se rechace un lote sometido para muestreo doble. Dichas posibilidades son

a. Aceptación después de la primera muestra.

b. Rechazo después de la primera muestra.

c. Aceptación después de la segunda muestra.

d. Rechazo después de la segunda muestra

Tomando como base lo anterior, se explicará a través del ejemplo siguiente la forma como se construye la curva CO para el plan de muestreo doble.

Ejemplo 3.1

Considérese el plan de muestreo doble para el cual el tamaño del lote es muy grande, $n_1 = 50$, $c_1 = 1$, $n_2 = 100$ y $c_2 = 3$.

Constrúyase la curva CO correspondiente.

Solución

— Para determinar los puntos de la curva CO, es necesario calcular las probabilidades de que si se toma una segunda muestra el lote sea aceptado, para distintos valores de p. Para ilustrar lo anterior considérese inicialmente el valor $p = 0.02$.

Entonces, un lote puede ser aceptado según el plan anterior en cualquiera de las formas siguientes:

a. un defectuoso o menos en la primera muestra

b. dos defectuosos en la primera muestra, seguido de cero o un defectuoso en la segunda muestra

c. tres defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero defectuosos en la segunda muestra.

La probabilidad de aceptar un lote es entonces igual a la suma de las probabilidades de estos diferentes modos por los cuales puede ser aceptado.

Inicialmente, se deben calcular las probabilidades de tener uno o menos, dos o menos y tres o menos defectuosos en la primera muestra. Lo anterior equivale a considerar un plan de muestreo simple para el cual $n_1 = 50$ y $c = 1, 2, 3$. A continua-

ción se deben calcular las probabilidades de tener exactamente dos y tres defectuosos en la primera muestra.

Entonces, con $n_1 p = 50(0.02) = 1.00$, se obtiene, empleando la tabla 2.1 y siendo X el número de elementos defectuosos

$$P\{X \leq 1\}_1 = 0.736 \quad ; \quad c = 1 \quad , \quad n_1 p = 1.00$$

$$P\{X \leq 2\}_1 = 0.920 \quad\quad c = 2 \quad , \quad n_1 p = 1.00$$

$$P\{X \leq 3\}_1 = 0.981 \quad\quad c = 3 \quad , \quad n_1 p = 1.00$$

y

$$P\{X = 2\}_1 = P\{X \leq 2\}_1 - P\{X \leq 1\}_1 = 0.920-0.736 = 0.184$$

$$P\{X = 3\}_1 = P\{X \leq 3\}_1 - P\{X \leq 2\}_1 = 0.981-0.920 = 0.061$$

El subíndice fuera de la llave indica que la probabilidad del evento se calcula con base en la primera muestra.

Ahora bien, si en la primera muestra hay dos defectuosos, los cálculos relacionados con la segunda muestra deberán basarse en $n_2 p = 100(0.02) = 2$. El tomar la segunda muestra e inspeccionarla equivale, para efectos de los cálculos, a considerar un nuevo plan de muestreo simple para el resto del lote con número de aceptación igual a 1, ya que este elemento, sumado a los dos defectuosos considerados, permite la aceptación del lote.

Por lo tanto,

$$P\ \{X \leq 1\}_2 = 0.406 \qquad c = 1,\ \ n_2p = 2$$

Si en la primera muestra hay tres defectuosos, los cálculos para la segunda muestra se deben basar en $n_2p = 100(0.02)$ y un número de aceptación igual a cero, es decir

$$P\ \{X \leq 0\}_2 = 0.135 \qquad c = 0\ ,\ \ n_2p = 2$$

La probabilidad de aceptación es, empleando el concepto de independencia de eventos, la suma de las probabilidades siguientes:

P {un defectuoso o menos en la primera muestra} = $P\ \{X \leq 1\}_1 = 0.736$

+ P {dos defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero o un defectuoso en la segunda} = $P\ \{X = 2\}_1\ P\{X \leq 1\}_2 = (0.184)(0.406) =$

$= 0.075$

+ P {tres defectuosos en la primera muestra, seguidos de cero defectuosos en la segunda} = $P\ \{X = 3\}_1\ P\{X \leq 0\}_2 = (0.061)(0.135) =$

$= 0.008$

Entonces,

$$P\ \{A;\ 0.02\} = 0.736 + 0.075 + 0.008 = 0.819$$

es decir, el punto (0.02, 0.819) se encuentra sobre la curva CO del plan de muestreo doble.

En la forma descrita anteriormente, se pueden calcular también los puntos restantes para definir la curva CO, quedando finalmente

P (A; p)	p
0.98	0.012
0.95	0.015
0.82	0.020
0.70	0.027
0.50	0.037
0.20	0.065
0.10	0.080
0.05	0.100
0.02	0.136

La gráfica de la curva CO correspondiente al plan de muestreo doble propuesto se presenta en la Fig 3.1

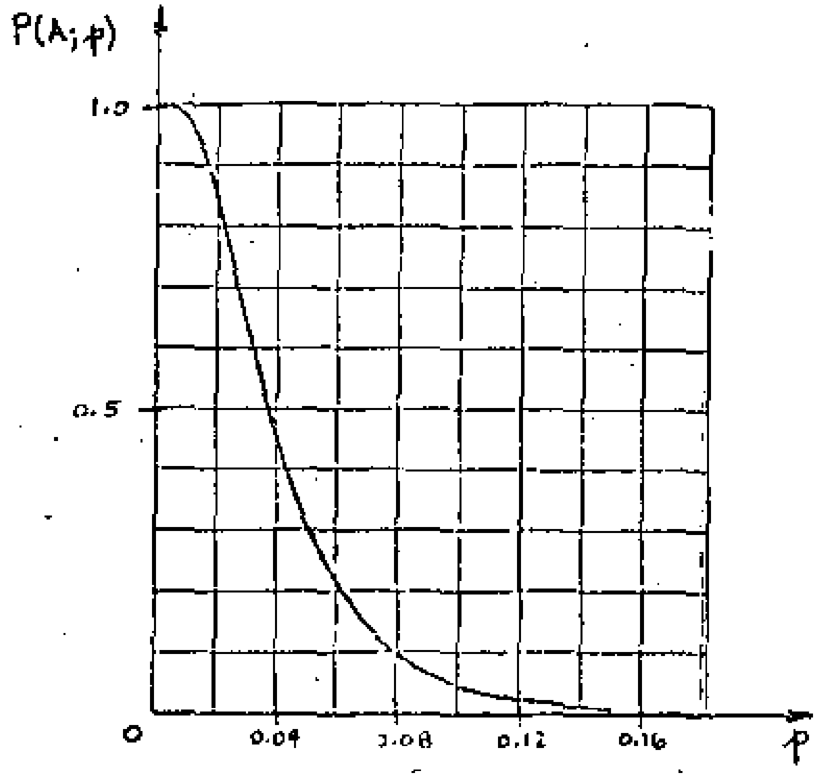


Fig 3.1 Curva CO para plan de muestreo doble con $n_1 = 50$, $c_1 = 1$, $n_2 = 100$, $c_2 = 3$.

4. Plan de muestreo múltiple

De la misma manera que los planes de muestreo doble pueden diferir la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote hasta que haya sido tomada una segunda muestra, otros planes pueden permitir la extracción de cierto número de muestras antes de que una decisión sea tomada.

Los planes de *muestreo múltiple* son usados cuando se permite la extracción de tres o más muestras de un tamaño preestablecido, y cuando la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote se debe tomar después de la séptima muestra extraída, consi-

derando que no es permitida la aceptación de ese lote con la evidencia obtenida de la primera muestra.

4.1 Interpretación de un plan de muestreo múltiple

Considérese el siguiente plan de muestreo múltiple

Número de la muestra	Tamaño de la muestra individual	Tamaño de la muestra combinada	Número de aceptacion, c	Número de rechazo, r
1	20	20	-	2
2	20	40	0	3
3	20	60	1	3
4	20	80	2	4
5	20	100	2	4
6	20	120	2	4
7	20	140	3	4

La forma de interpretar el plan anterior es la siguiente:

a. Se extrae e inspecciona una muestra de 20 elementos. Si dos o más son defectuosos, se rechaza el lote; si hay uno o cero defectuosos, se extrae e inspecciona una segunda muestra de 20 elementos. (La aceptación del lote no se permite con la primera muestra.)

b. Si en la muestra combinada (20 + 20 = 40) no hay ningún defectuoso, se acepta el lote; si 3 o más artículos son defectuosos se rechaza. De encontrarse uno o dos defectuosos, se toma una tercera muestra de 20 elementos

c. Si en la muestra combinada (40 + 20 = 60) hay un defectuoso, se acepta el lote; si 3 o más artículos son defectuosos, se rechaza. De encontrarse dos defectuosos, se toma una cuarta muestra de 20 elementos.

d. Si en la muestra combinada (60 + 20 = 80) hay dos defectuosos, se acepta el lote; si 4 o más son defectuosos, se rechaza. De encontrarse tres defectuosos, se toma una quinta muestra de 20 elementos.

.

.

.

g. Si en la muestra combinada (120 + 20 = 140) hay tres defectuosos, se acepta el lote. Si hay cuatro defectuosos o más, se rechaza.

4.2 Curva CO de un plan de muestreo múltiple

La curva característica de operación de un plan de muestreo múltiple se puede obtener siguiendo un procedimiento semejante al empleado en el caso del muestreo doble, haciendo uso de probabilidades condicionales y suponiendo la descomposición del plan múltiple en varios planes sencillos. Desde luego, el cálculo de las probabilidades de aceptación es bastante más complejo, pero el razonamiento es básicamente el mismo.

A continuación, se describirá mediante un ejemplo el procedimiento para la construcción de la curva Co.

Ejemplo 4.1

Considérese el plan de muestreo múltiple descrito anteriormente, y constrúyase la curva CO correspondiente, suponiendo un lote de tamaño grande.

Solución

Los siguientes cálculos corresponden a un solo punto de la curva, para el cual $p = 0.02$. Cada una de las muestras contiene 20 artículos, por lo que para cada una de llas se tendrá $np = 20(0.02) = 0.4$. Entrando con este valor a la tabla 2.1, y considerando que X denota el número de artículos defectuosos, se obtienen, también para cada muestra, las probabilidades incondicionales siguientes:

$$P_o = P\{X = 0\} = P\{X \leq 0\} = 0.670$$

$$P_1 = P\{X = 1\} = P\{X \leq 1\} - P\{X \leq 0\} = 0.938 - 0.670 = 0.268$$

$$P_2 = P\{X = 2\} = P\{X \leq 2\} - P\{X \leq 1\} = 0.992 - 0.938 = 0.054$$

Tomando en cuenta que A = aceptación, R = rechazo y CM = continúa muestreo, se hace enseguida el análisis muestra por muestra para obtener la probabilidad P (A; 0.02).

a. Muestra 1 (M1)

número de aceptación = c = no hay

número de rechazo = r = 2

0 def M1 → P_0 = 0.670 → CM (0 def)

1 def M1 → P_1 = 0.268 → CM (1 def)

2 def M1 → → R (2 def)

Probabilidad de aceptación = 0.000

b. Muestra 2 (M2)

c = 0

r = 3

0 def M1, 0 def M2 → P_{00} = (0.670)(0.670) = 0.449 → A (0 def)

0 def M1, 1 def M2 → P_{01} = (0.670)(0.268) = 0.1795 → CM (1 def)

0 def M1, 2 def M2 → P_{02} = (0.670)(0.054) = 0.0362 → CM (2 def)

0 def M1, 3 def M2 → → R (3 def)

1 def M1, 0 def M2 → P_{10} = (0.268)(0.670) = 0.1795 → CM (1 def)

1 def M1, 1 def M2 → P_{11} = (0.268)(0.268) = 0.0718 → CM (2 def)

1 def M1, 2 def M2 → → R (3 def)

Probabilidad de aceptación = 0.449

Nuevos valores:

P_1 = P (un defectuoso en M2) = 0.1795 + 0.1795 = 0.359

P_2 = P (dos defectuosos en M2) = 0.0362 + 0.0718 = 0.108

c. Muestra 3 (M3)

c = 1

r = 3

1 def M2, 0 def M3 → P_{10} = (0.359)(0.670) = 0.2405 → A (1 def)

1 def M2, 1 def M3 → P_{11} = (0.359)(0.268) = 0.0962 → CM (2 def)

1 def M2, 2 def M3 → → R (3 def)

2 def M2, 0 def M3 → P_{20} = (0.108)(0.670) = 0.0723 → CM (2 def)

2 def M2, 1 def M3 → → R (3 def)

Probabilidad de aceptación = 0.2405

Nuevo valor:

P_2 = P (dos defectuosos en M3) = 0.0962 + 0.0723 = 0.1685

d. Muestra 4 (M4)

c = 2

r = 4

2 def M3, 0 def M4 → P_{20} = (0.1685)(0.670) = 0.1129 → A (2 def)

2 def M3, 1 def M4 → P_{21} = (0.1685)(0.268) = 0.0451 → CM (3 def)

2 def M3, 2 def M4 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.1129

Nuevo Valor:

P_3 = P {3 defectuosos en M4} = 0.0451

e. Muestra 5 (M5)

c = 2

r = 4

3 def M4, 0 def M5 $\Rightarrow$ P_{30} = (0.0451)(0.670) = 0.0302 $\Rightarrow$ CM (3 def)

3 def M4, 1 def M5 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.000

Nuevo valor:

P_3 = P {3 defectuosos en M5} = 0.0302

f. Muestra 6 (M6)

c = 2

r = 4

3 def M5, 0 def M6 $\Rightarrow$ P_{30} = (0.0302)(0.670) = 0.0202 $\Rightarrow$ CM (3 def)

3 def M5, 1 def M6 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.000

Nuevo valor

P_3 = P {tres defectuosos en M6} = 0.0202

g. Muestra 7 (M7)

c = .

r = 4

3 def M6, 0 def M7 -> P_{30} = (0.0202)(0.670) = 0.0135 -> A (3 def)

3 def M6, 1 def M7 -> -> R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.0135

De acuerdo con lo anterior, la probabilidad de aceptación de un lote, sujeto al plan de muestreo múltiple propuesto con p = 0.02, es

$$P\ (A;\ 0.02) = 0.449 + 0.2405 + 0.1129 + 0.0135 = 0.8159$$

Siguiendo el método descrito, se pueden calcular los valores de las probabilidades de aceptación para distintos valores de p, con los cuales se definen los puntos necesarios para construir la curva característica de operación correspondiente, que se presenta en la Fig 4.1.

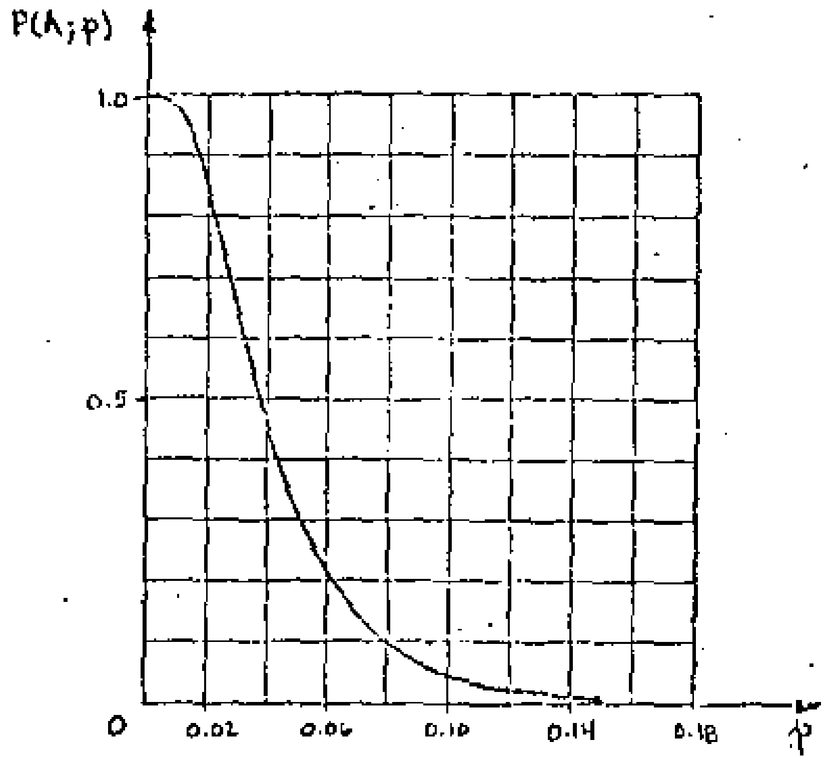


Fig 4.1 Curva CO para un plan de muestreo múltiple

5. Ventajas y desventajas de los planes de muestreo simples, dobles y múltiples

En general, los tres esquemas de muestreo de aceptación que se han presentado se pueden ajustar para proporcionar a lotes con valores de p determinados prácticamente la misma probabilidad de ser aceptados; es decir, si se desea, se puede lograr que las curvas características de operación para los planes simples, dobles y múltiples sean muy parecidas.

No obstante lo anterior, puede suceder que un plan de muestreo de aceptación que ha dado buen resultado para un productor

o producto, resulte no tan efectivo para otros. La efectividad de los distintos planes de muestreo expuestos se puede juzgar si se analizan las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, en términos de cuatro factores importantes: El número medio de artículos inspeccionados, el costo de administración del plan, la aceptación por parte del producto, y la información sobre calidad de los lotes obtenida a largo plazo. En la tabla 5.1 se compara la efectividad de los tres planes estudiados.

Los factores mencionados en la tabla 5.1 deben ser considerados al seleccionar un plan de muestreo. Por ejemplo, en aquellos casos en que el costo de inspección de cada artículo es elevado, la reducción en el número de artículos inspeccionados puede justificar el empleo del muestreo múltiple no obstante su gran complejidad y elevado costo de administración.

Por otro lado, el muestreo simple puede ser el adecuado si el costo de entrenamiento de personal es muy apreciable. Finalmente, si el problema es de acuerdo entre receptor y productor del plan a emplear, posiblemente la solución sea el muestreo doble, ya que es sicológicamente bien aceptado por ambas partes.

TABLA 5.1

COMPARACION ENTRE LOS PLANES DE
MUESTREO SIMPLE, DOBLE Y MULTIPLE

Factor	Plan simple (PS)	Plan doble (PD)	Plan múltiple (PM)
a. Número medio de artículos inspeccionados	El más grande de todos	De 5 a 40% menos que en PS	Aproximadamente 25% menos que en PD
b. Costos de administración (entrenamiento, registros, personal, etc.)	El más bajo de todos	Mayor que el de PS	El más alto de todos
c. Aceptación por parte del productor	Regular	Adecuada	Poca
d. Información a largo plazo sobre calidad de los lotes	La mayor	Menos que en PS	La menor

Ejemplo 3.1 (con $p = 0.02$)

a. Muestra 1 (M1)

$c = 1$

$r = 4$

$np = 50(0.02) = 1.0$; $P_0 = 0.368$; $P_1 = 0.368$; $P_2 = 0.184$; $P_3 = 0.061$

0 def M1 → $P_0 = 0.368$ → A (0 def)

1 def M1 → $P_1 = 0.368$ → A (1 def)

2 def M1 → $P_2 = 0.184$ → CM (2 def)

3 def M1 → $P_3 = 0.061$ → CM (3 def)

4 def M1 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.736

b. Muestra 2 (M2)

$c = 3$

$r = 4$

$np = 100(0.02) = 2$; $P_0 = 0.135$; $P_1 = 0.271$; $P_2 = 0.271$; $P_3 = 0.180$

2 def M1, 0 def M2 → $P_{20} = (0.184)(0.135) = 0.0248$ → A (2 def)

2 def M1, 1 def M2 → $P_{21} = (0.184)(0.271) = 0.0498$ → A (3 def)

2 def M1, 2 def M2 → → R (4 def)

3 def M1, 0 def M2 → $P_{30} = (0.061)(0.135) = 0.0082$ → A (3 def)

3 def M1, 1 def M2 → → R (4 def)

Probabilidad de aceptación = 0.0828

$\therefore \quad P(A; 0.02) = 0.736 + 0.0828 = 0.8188 \approx 0.819$

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.

CONTROL ESTADISTICO DE CALIDAD

CARTAS DE CONTROL

M. en I. Augusto Villarreal Aranda

OCTUBRE, 1981

CARTAS DE CONTROL

Por: M en I Augusto Villarreal A. *

INTRODUCCION

Aunque existe la tendencia generalizada a pensar que el Control de Calidad es de desarrollo reciente, realmente no existe nada nuevo en la idea básica de elaborar un producto caracterizado por un alto grado de uniformidad.

Durante siglos, hábiles artesanos han procurado elaborar productos que se distingan por su superior calidad, y una vez que han logrado obtener un cierto estándar de calidad óptimo, eliminar dentro de lo posible la variación entre productos que nominalmente deben resultar iguales.

La idea de que la Estadística puede resultar un instrumento muy útil para asegurar un estándar adecuado de calidad para los productos manufacturados, se remonta no más allá del advenimiento de la producción masiva, y el uso extendido de los métodos estadísticos para resolver problemas de control de calidad es aún más reciente.

Muchos problemas que aparecen durante la elaboración de un producto son susceptibles de ser resueltos empleando tratamientos estadísticos, por lo que al hablar de control estadístico de calidad, nos estaremos refiriendo esencialmente a las dos técnicas especiales que se discutirán en esta parte del curso: uso de las Cartas de Control y muestreo de aceptación.

* Profesor Investigador, División de Estudios Superiores e Instituto de Ingeniería, UNAM

Conviene mencionar que la palabra calidad, al ser empleada de - aquí en adelante, se referirá a alguna propiedad medible o contable de algún producto, tal como el diámetro de un balín de acero, la resistencia de una viga de concreto, el número de defectos en una pieza de tela, la eficacia de cierta droga, etc.

IDEAS SOBRE CARTAS DE CONTROL

A muchos individuos les puede sorprender el hecho de que dos artículos aparentemente idénticos, elaborados bajo condiciones cuidadosamente controladas, de las mismas materias primas, y por una - misma máquina con diferencia de pocos segundos, puedan, sin embargo, diferir en muchos aspectos.

En efecto, cualquier proceso de manufactura, aun siendo muy bueno, se encuentra caracterizado por una cierta cantidad de variación - que es de naturaleza aleatoria, y que no puede ser eliminada en - forma completa.

Cuando la variabilidad presente en un proceso de producción se limita a variación aleatoria se dice que el proceso se encuentra en un estado de control estadístico.

Tal estado se puede alcanzar cuando se eliminan aquellos problemas causados por otro tipo de variación, llamada variación sistemática, que es de naturaleza más bien determinística, y que se - - puede achacar, por ejemplo, a operadores mal entrenados, materia prima de baja calidad, máquinas en mal estado, etc.

Ya que los procesos de manufactura se encuentran rara vez libres de estos problemas, conviene contar con algún método sistemático para detectar desviaciones serias de un estado de control estadístico cuando ocurren, o inclusive antes de que ocurran, tales desviaciones.

Ese método sistemático de detección se puede tener mediante el empleo de las llamadas Cartas de Control.

TIPOS DE CARTAS DE CONTROL

En lo que sigue distinguiremos entre las cartas de control para mediciones o variables ($\bar{X}$, R, σ) y las cartas de control para atributos (p, c), dependiendo de que las observaciones que estemos analizando sean mediciones o datos contados o calculados, respectivamente.

Un ejemplo del primer caso sería la longitud de las varillas de acero de una muestra. Como ejemplo del segundo caso tendríamos el número de focos defectuosos en una muestra de tamaño dado.

CONFIGURACION DE LAS CARTAS DE CONTROL

En cualquiera de los casos mencionados, una carta de control consiste de una Línea Central, correspondiente a la calidad promedio a la que el proceso debe funcionar, y dos líneas que corresponden al Límite Superior de Control (LSC) y al Límite Inferior de Control (LIC), respectivamente, tal como se muestra en la Fig 1.

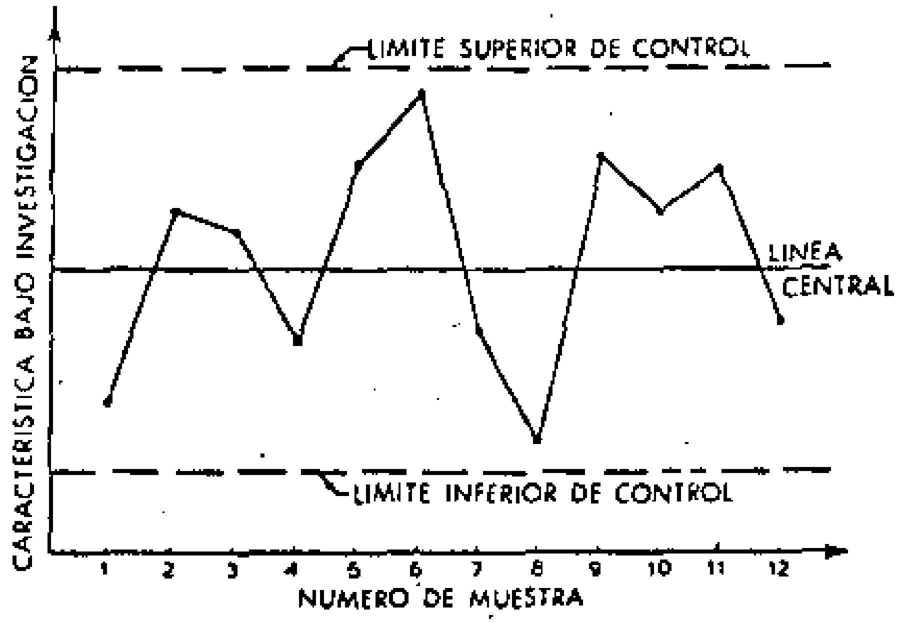


Fig 1. Aspecto general de una carta de control

Estos límites se escogen en forma tal que los valores que se encuentren dentro de ellos se puedan atribuir al azar, en tanto que los valores que caigan fuera de ellos se puedan considerar como - indicaciones de falta de control.

No obstante la idea anterior, conviene mencionar que en la Fig 2 que se presenta a continuación se pueden considerar otras posibles situaciones de "falta de control" que ameritan investigarse:

1. Cuando dos de tres puntos sucesivos caen en la zona A.
2. Cuando cuatro de cinco puntos sucesivos caen en la zona B o más allá.
3. Cuando ocho puntos sucesivos caen en la zona C o más allá.

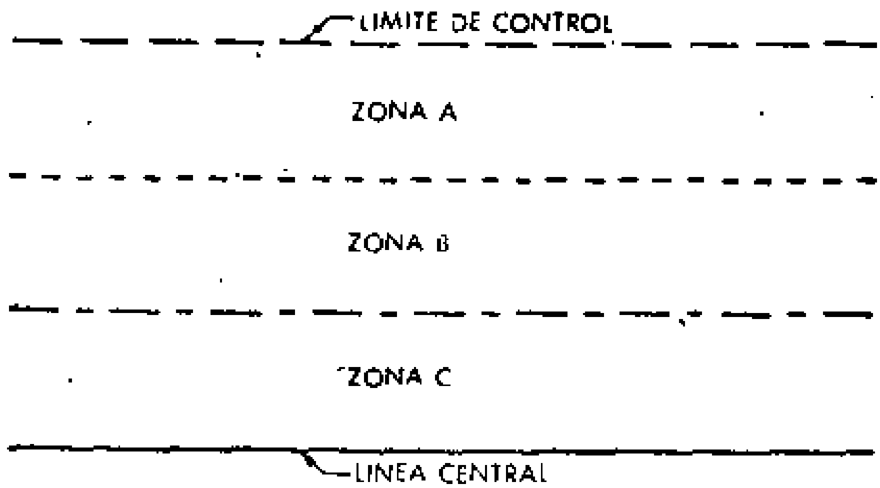


Fig 2 Diagrama que define las zonas A, B y C usadas en el análisis de Cartas de Control.

Debe hacerse notar que cada una de las zonas A, B y C constituye la tercera parte del área entre la línea central y un límite de control, y que las pruebas mencionadas se aplican a ambas mitades de la carta de control, pero se aplican separadamente para cada mitad, y nunca a las dos mitades en combinación.

EXPLICACION DEL EMPLEO DE LAS CARTAS DE CONTROL

Si se grafican en una carta los resultados obtenidos a partir de muestras tomadas periódicamente a intervalos frecuentes, es posible verificar por medio de ella si el proceso se encuentra bajo control, o si se encuentra presente en el proceso la variación sistemática del tipo descrito anteriormente.

Cuando un punto graficado cae fuera de los límites de control, es necesario encontrar el problema que causó tal evento dentro del proceso. Pero aun si los puntos caen dentro de los límites mencionados, alguna tendencia, o cierto patrón de los mismos, puede indicar que se debe llevar a cabo alguna acción para prevenir y así evitar algún problema serio.

La habilidad para "leer" las cartas de control y para determinar a partir de ellas cuál acción correctiva debe llevarse a cabo, se obtiene a partir de la experiencia y del juicio altamente desarrollado. Un practicante del control estadístico de la calidad debe no sólo comprender los fundamentos estadísticos de la materia, sino también encontrarse identificado plenamente con los procesos que desea controlar.

CARTAS DE CONTROL PARA MÉDICIONES (VARIABLES)

Cuando se requiere establecer control estadístico de la calidad de algún producto en términos de mediciones o variables, es costumbre ejercer tal control sobre la calidad media del proceso, al igual que sobre su variabilidad.

La primera meta se logra al graficar los promedios de muestras extraídas periódicamente en la llamada carta de control para los promedios, o simplemente carta $\bar{X}$. La variabilidad se puede controlar de igual forma si se grafican los rangos o las desviaciones estándar de las muestras en las llamadas cartas R o cartas σ, respectivamente, dependiendo de cuál estadística se emplee para estimar la desviación estándar de la población.

Si se conocen la media μ y la desviación estándar σ de la población (proceso) y es razonable suponer las mediciones obtenidas - como muestras extraídas de una población normal, se puede asegurar que con probabilidad $1 - \alpha$ el promedio aritmético de una - - muestra aleatoria de tamaño n se encontrará entre

$$\mu - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{y} \quad \mu + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ó

$$\mu - z_{\alpha/2}\,\sigma_{\bar{X}} \quad \text{y} \quad \mu + z_{\alpha/2}\,\sigma_{\bar{X}}$$

puesto que $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ para el caso de la distribución muestral del promedio aritmético, cuando se muestrea de una población infinita. La suposición de que la extracción de muestras aleatorias se hace de una población infinita es válida en el caso presente, puesto que, por ejemplo, la producción de cierto producto en una fábrica tiende a infinito conforme pasa el tiempo.

Los dos límites anteriores ($\mu \pm z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{X}}$) proporcionan entonces límites inferiores y superiores de control y, bajo las suposiciones - anteriores, permiten al practicante del control de calidad determinar si se debe o no llevar a cabo algún ajuste en el proceso, - al graficar los promedios aritméticos obtenidos de muestras de tamaño n en una carta como la que se muestra en la Fig 1.

Conviene establecer en este momento que al emplear una carta de control para los promedios, lo que se hace realmente es probar hipótesis nulas de que a un cierto nivel de confianza $1-\alpha$ el valor de la media de la distribución muestral de los promedios sea igual al valor de la calidad nominal del proceso, o al de la calidad media calculada para el mismo, μ_o. Para estas pruebas secuenciales de hipótesis, se emplean como estadísticas de prueba los valores de los promedios aritméticos obtenidos de muestras aleatorias extraídas de la población (o proceso). Es decir, se realizan pruebas de hipótesis para las cuales

$$H_0 : \mu = \mu_o$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_o$$

(Prueba de dos colas; cada prueba se realiza con el valor $\bar{X}_i$ de la muestra i)

en donde μ es la media de la distribución muestral del promedio aritmético, μ_o la calidad nominal o calidad media calculada del proceso, y $\bar{X}_i$ (i=1,2,3,...) el valor del promedio aritmético obtenido de la iésima muestra aleatoria. La forma secuencial de estas pruebas de hipótesis se muestra en la Fig 3 que se presenta a continuación.

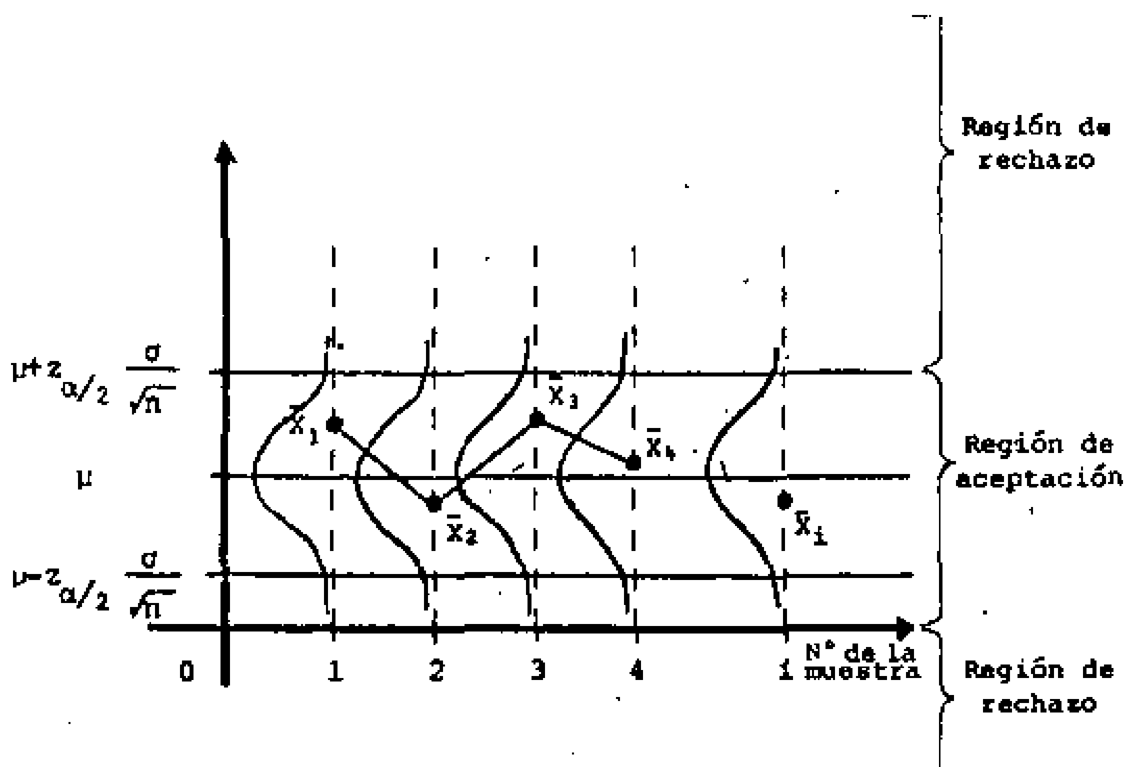


Fig 3 Pruebas de hipótesis que se realizan al emplear una carta de control para los promedios

Si se consideran problemas prácticos, los valores de μ y σ del proceso se desconocen, y es entonces conveniente estimar sus valores a partir de muestras tomadas mientras el proceso se encuentre "bajo control", tal como se explica más adelante. En la práctica es entonces difícil llegar a establecer límites de control del tipo $\mu \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ al desconocerse μ y σ, independientemente de que en muchos casos es demasiado arriesgado considerar a las mediciones como muestras aleatorias extraídas de una población normal.

En lugar de lo anterior, en el control de calidad industrial se emplean comúnmente los límites de control de "tres desviaciones estándar" o de "tres sigmas", que se obtienen al sustituir a $z_{\alpha/2}$ por un 3 al calcular los límites de control.

Conforme a lo anterior, con los límites de control

$$\mu \pm 3\sigma_{\bar{X}} \qquad \text{ó} \qquad \mu \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

se puede confiar en que en el 99.73% de los casos el proceso no será declarado "fuera de control", cuando de hecho se encuentra "bajo control".

En otras palabras, estos límites de control permiten considerar que la probabilidad máxima de rechazar la hipótesis

$$H_0 \; : \; \theta = \theta_0$$

cuando debería de ser aceptada (probabilidad de cometer un error de tipo I) es de 0.27%, siendo θ_0 un valor de calidad fijo del proceso, y θ el del parámetro correspondiente de la distribución muestral de la estadística bajo consideración.

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL PARA LOS PROMEDIOS ($\bar{X}$)

a. Caso en que se conocen la media μ y la desviación estándar σ de la población.

Línea central ——————— μ

Límites de control ——————— $\mu \pm 3\sigma_{\bar{X}}$ ó $\mu \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ó $\mu \pm A\sigma$, siendo $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$

en donde los valores de A se obtienen de la tabla I, en función de n, el tamaño de la muestra.

Ejemplo: Sea el proceso de elaboración de varillas de acero para las cuales se sabe que el diámetro medio es de 2.5 cm, con una desviación estándar de 0.01 cm. Se desea efectuar control del diámetro de las mismas, para lo cual se extraen periódicamente muestras de cinco varillas. Se pide establecer la línea central y los límites de control para una carta $\bar{X}$.

Solución. Siendo μ = 2.5 cm, σ = 0.01 y n = 5, se tiene que:

Línea central = μ=2.5

Límites de control:

$$2.5 \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.5 \pm \frac{3(0.01)}{\sqrt{5}} = 2.5 \pm 0.0134 \Longrightarrow 2.5134, \quad 2.4866$$

o, de la tabla I

$$2.5 \pm A\sigma = 2.5 \pm 1.342(0.01) = 2.5 \pm 0.01342 \Longrightarrow 2.51342, \quad 2.48658$$

b. Caso en que se desconocen μ y σ.

Para este caso, que es el más común, es necesario estimar, como se dijo anteriormente, tales parámetros con base en muestras preliminares. Para el caso, normalmente se acostumbra emplear un mínimo de 20 a 25 muestras de 4 ó 5 elementos, obtenidas consecutivamente cuando el proceso está "bajo control".

Sin embargo, como veremos más adelante, se pueden emplear procedimientos estadísticos más formales para determinar el número de muestras (y de elementos en las mismas) más adecuado para las cartas $\bar{X}$.

Entonces, si se utilizan κ muestras preliminares, cada una de tamaño n, se puede estimar con adecuada precisión el valor de μ mediante

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{\kappa}\sum_{i=1}^{\kappa} \bar{X}_i$$

siendo $\bar{\bar{X}}$ un estimador insesgado y consistente de μ, donde $\bar{X}_i$ denota al promedio aritmético de la iésima muestra, y $\bar{\bar{X}}$ es el promedio de los promedios de las muestras.

El valor de σ de la población puede ser estimado a partir de las desviaciones estándar o de los rangos de las muestras. Si el tamaño de las mismas es pequeño, usualmente el rango proporciona un estimador eficiente de σ, además de que el proceso de cálculo del mismo es bastante más simple que el de la desviación estándar para las muestras.

Sin embargo, es conveniente, cuando se requiere bastante precisión con el cálculo de los límites de control, estimar a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras. Tal es el caso, por ejemplo, de muestras de productos que son caros, y que deben destruirse al momento de tomar las mediciones.

b.1 Estimando a σ mediante los rangos de las muestras

Hay que obtener primero el valor $\bar{R}$, que es el rango promedio de los rangos de las k muestras, es decir,

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} R_i$$

Puesto que la estadística $\bar{R}$ siempre estima por encima de su valor real a la desviación estándar de la población, se obtiene un estimador sesgado. Debido a ello, es indispensable afectar el valor de $\bar{R}$ en forma tal de obtener un estimador insesgado de σ, para lo cual se hace

$$\text{Estimador insesgado de } \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

El factor d_2 en la expresión anterior se obtiene experimentalmente al identificar el valor de la media en las distribuciones muestrales del cociente R/σ para distintos valores de n, considerando una población en la cual el valor de σ es conocido. Por ejemplo, para muestras de tamaño cinco (n=5), se ha obtenido experimentalmente el valor d_2=2.326, tal como se muestra en la Fig 4.

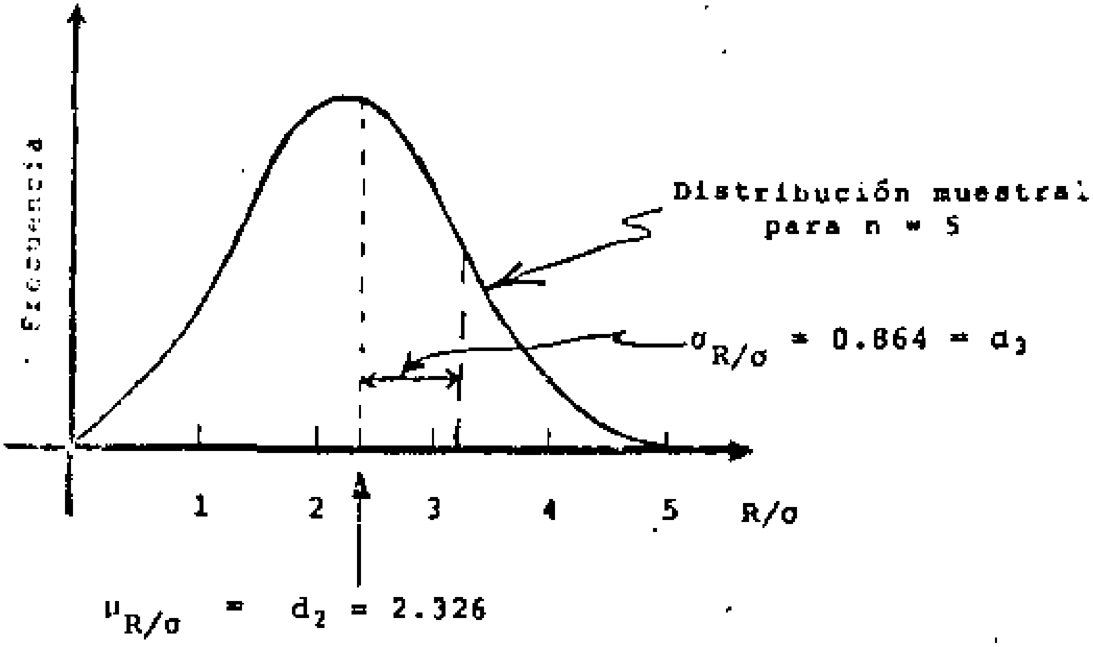


Fig 4. Distribución muestral de R/σ para n=5, suponiendo σ conocida.

En la tabla I se presentan los valores del factor d_2 para distintos tamaños de muestra, observándose que conforme se incrementa el valor de n aumenta el de ese factor, lo cual permite concluir que el rango estima mejor a la desviación estándar - cuando las muestras son pequeñas.

De acuerdo con lo anterior, se pueden emplear las siguientes expresiones en la elaboración de la carta de control para los promedios:

Línea Central —— $\overline{\overline{X}}$

Límites de Control —— $\overline{\overline{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ó $\overline{\overline{X}} \pm \frac{3\overline{R}}{d_2\sqrt{n}}$

Para abreviar el cálculo de los límites de control a partir de los rangos de las muestras, se ofrece en la tabla I el factor

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$$

cuyo empleo permite establecer los límites de control como

$$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$$

b.2 Estimando a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras

Se debe obtener primero el valor de $\bar{\sigma}$, que es el promedio de las desviaciones estándar de las muestras, es decir

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{k} S_i$$

En donde S_i denota la desviación estándar de la iésima muestra. No siendo tampoco $\bar{\sigma}$ un estimador insesgado de la desviación estándar de la población, ya que siempre la estima por abajo de su valor real, hay que afectar dicho valor por un cierto factor para hacerlo insesgado, es decir

$$\text{Estimador insesgado de } \sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

Los valores de c_2 se reportan en la tabla I en función del tamaño de la muestra, y se obtienen mediante un procedimiento similar al explicado para el factor d_2.

Con base en lo anterior, los parámetros de la carta de control para los promedios son los siguientes:

Línea Central —— $\bar{\bar{X}}$

Límites de Control —— $\bar{\bar{X}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ó $\bar{\bar{X}} \pm \frac{3\bar{\sigma}}{c_2\sqrt{n}}$

De nuevo, para abreviar el cálculo de los límites de control para la carta $\bar{X}$, obtenidos ahora a partir de las desviaciones estándar de las muestras, se puede emplear el factor dado en la tabla I

$$A_1 = \frac{3}{c_2\sqrt{n}}$$

con el cual los límites de control quedan como

$$\bar{\bar{X}} \pm A_1 \bar{\sigma}$$

NUMERO MINIMO DE MUESTRAS REQUERIDO PARA LA ELABORACION DE CARTAS $\bar{X}$

En este momento conviene establecer el número mínimo de muestras preliminares, m, así como el tamaño de las mismas, n, que es necesario considerar para estimar adecuadamente los parámetros de una carta de control para los promedios.

El asegurar que un mínimo de 20 o 25 muestras con 4 o 5 elementos cada una son necesarias para obtener los valores de $\bar{\bar{X}}$, $\bar{R}$ o $\bar{\sigma}$, frecuentemente choca con el argumento de que por razones de costo, tiempo, etc., se debe emplear un número menor de ellas. Por ello, se han preparado tablas como las II y IIIque se presentan al final, que permiten obtener una solución cuantitativa para este problema.

Cuando se emplea el rango $\bar{R}$ como estimador de σ para la elaboración de una carta $\bar{X}$, y como se verá más adelante, para una carta R, la tabla II permite determinar el número mínimo, m, de muestras de tamaño n que se deben emplear para tener poco más de un 98% de nivel de confianza de que los promedios aritméticos obtenidos de las muestras se encuentren dentro de los límites de control que se calculen para la carta $\bar{X}$, suponiendo únicamente la presencia de variación aleatoria.

De la misma manera, se establecen en la tabla III los valores óptimos de m y n, cuando se emplean las desviaciones estándar de las muestras para obtener el estimador $\bar{\sigma}$ de la desviación estándar de la población.

Ejemplo: Sea una fábrica que produce varillas de acero, en la cual se desea ejercer control sobre el peso de las mismas. Para ello, se seleccionan veinte muestras aleatorias de cinco varillas cada una, obteniéndose los valores que se reportan en la tabla siguiente:

Número de la muestra	Valores individuales del peso, Kg					Promedio Aritmético $\bar{X}$	Rango R	Desviación estándar S_x
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5			
1	11.1	9.4	11.2	10.4	10.1	10.44	1.8	0.6651
2	9.6	10.8	10.1	10.8	11.0	10.46	1.4	0.5276
3	9.7	10.0	10.0	9.8	10.4	9.98	0.7	0.2400
4	10.1	8.4	10.2	9.4	11.0	9.82	2.6	0.8727
5	12.4	10.0	10.7	10.1	11.3	10.90	2.4	0.8832
6	10.1	10.2	10.2	11.2	10.1	10.36	1.1	0.4224
7	11.0	11.5	11.8	11.0	11.3	11.32	0.8	0.3059
8	11.2	10.0	10.9	11.2	11.0	10.86	1.2	0.4454
9	10.6	10.4	10.5	10.5	10.9	10.58	0.5	0.1720
10	8.3	10.2	9.8	9.5	9.8	9.52	1.9	0.6493
11	10.6	9.9	10.7	10.2	11.4	10.56	1.5	0.5083
12	10.8	10.2	10.5	8.4	9.9	9.96	2.4	0.8357
13	10.7	10.7	10.8	8.6	11.4	10.44	2.8	0.9562
14	11.3	11.4	10.4	10.6	11.1	10.96	1.0	0.3929
15	11.4	11.2	11.4	10.1	11.6	11.14	1.5	0.5352
16	10.1	10.1	9.7	9.8	10.5	10.04	0.8	0.2800
17	10.7	12.8	11.2	11.2	11.3	11.44	2.1	0.7116
18	11.9	11.9	11.6	12.4	11.4	11.84	1.0	0.3382
19	10.8	12.1	11.8	9.4	11.6	11.14	2.7	0.9708
20	12.4	11.1	10.8	11.0	11.9	11.44	1.6	0.6086
SUMA						213.20	31.80	11.3211

Solución: Puesto que se desconoce la media del proceso, esta se puede estimar en forma insesgada mediante

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} \bar{X}_i$$

Los valores de los promedios aritméticos $\bar{X}_i$ $(i=1,2,...20)$ de las muestras se reportan en la tabla anterior, por lo cual la línea central es

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{20} (213.20) = 10.66$$

Se obtendrán ahora los límites inferior y superior de control estimando primero a σ mediante los rangos de las muestras, y después mediante las desviaciones estándar correspondientes.

a. Estimando a σ mediante los rangos de las muestras

El valor de $\bar{R}$ es

$$\bar{R} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} R_i$$

Los valores R_i para $i=1,2,...,20$ se encuentran en la tabla inicial, por lo que

$$\bar{R} = \frac{1}{20} (31.80) = 1.59$$

Los límites de control para la carta de los promedios son

$$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$$

Y, de la tabla I, para $n=5$, se obtiene $A_2 = 0.577$, quedando

$$10.66 \pm \underbrace{0.577\ (1.59)}_{0.92}$$

O sea

Línea Central —— 10.66

Límites de Control —— 10.66±0.92 ⇒ 11.58, 9.74

b. Estimando a σ mediante las desviaciones estándar de las muestras

El valor de $\bar{\sigma}$ es

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{20}\ (11.3211) = 0.57$$

Los límites de control son ahora

$$\bar{\bar{X}} \pm A_1\ \bar{\sigma}$$

De la tabla I, para n=5, se obtiene

$A_1 = 1.596$, quedando

$$10.66 \pm \underbrace{1.596(0.57)}_{0.91}$$

O sea

Línea Central —— 10.66

Límites de Control —— 10.66±0.91 ⇒ 11.57, 9.75

En la Fig 5 que se presenta a continuación se muestra la carta de control obtenida empleando ambos procedimientos.

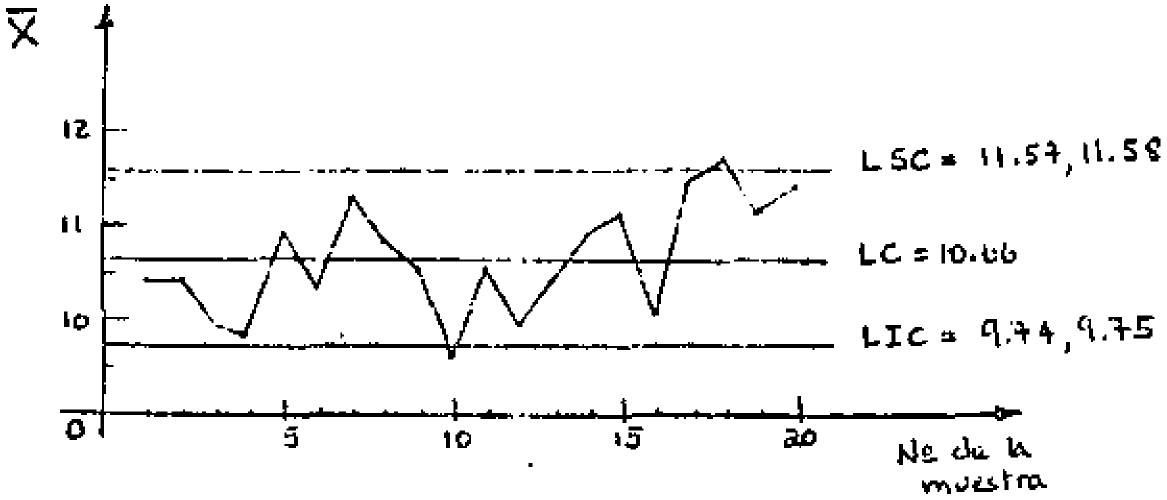


Fig 5 Carta de control $\bar{X}$ obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

CARTAS PARA CONTROLAR LA VARIABLILIDAD DE UN PROCESO

Al controlar estadísticamente un proceso puede no ser suficiente - fijar la atención en su "calidad media", sino también en la variabilidad del mismo. Aun cuando es razonable suponer que un incremento en las fluctuaciones de los valores de los promedios aritmético graficados en una carta $\bar{X}$ se relaciona con un incremento en la variabilidad del proceso, es posible determinar con mayor objetividad y precisión los cambios que experimenta ésta mediante el empleo de las llamadas cartas R y σ, que se elaboran a partir de los rangos y las desviaciones estándar de las muestras, respectivamente.

Conviene mencionar que aun cuando cualquiera de las dos cartas mencionadas permite ejercer control estadístico sobre la variabilidad de un proceso, usualmente se prefiere la carta para los rangos, R, ya que su elaboración es más sencilla que la de σ, que corresponde a las desviaciones estándar. Por otra parte, la carta R conduce a resultados altamente confiables, a la vez que muestra con claridad ciertas tendencias de los valores de las muestras que deben investigarse.

IMPORTANCIA DEL CONTROL DE LA VARIABILIDAD DE UN PROCESO

La importancia del control sobre la variabilidad de un proceso mediante el empleo de las cartas para los rangos o las desviaciones estándar, se hace evidente al considerar que un cambio brusco en aquella característica es de consecuencias más serias que un cambio similar en la "calidad media". Si el proceso experimenta un cambio en ésta última, normalmente se puede regresar al punto de partida efectuando ajustes simples en los dispositivos de producción (por ejemplo, recalibración de herramientas de corte, dosificadoras, etc).
Sin embargo, si el proceso sufre un cambio brusco en su variabilidad, para regresar al punto de partida son necesarios ajustes más costosos y tardados, tales como reparaciones mayores en los dispositivos de producción, o inclusive la compra de un nuevo dispositivo de procesamiento.

Los cambios efectivos en la variabilidad de un proceso afectan necesariamente el desempeño de una carta $\bar{X}$, ya que, como se recordará, los límites de control para la carta de los promedios se establecen a partir de los valores $\bar{R}$ o $\bar{\sigma}$ que se suponen, después de ser afectados por los factores de corrección correspondientes, como buenos estimadores de la desviación estándar del proceso. Si los valores del rango y la desviación estándar de las muestras aumentan, se hace evidente que la carta $\bar{X}$ no operará correctamente.

En contraste con lo anterior, los cambios significativos que se verifican en la carta $\bar{X}$ no necesariamente provocan efectos similares en las cartas R y σ, ya que en la elaboración de ellas no intervienen los promedios aritméticos de las muestras, tal como se verá a continuación.

Por lo anteriormente expuesto, es conveniente ejercer, cuando así sea posible, control simultáneo sobre la "calidad media" y la variabilidad de un proceso.

ELABORACION DE LAS CARTA DE CONTROL PARA LOS RANGOS (CARTA R)

Al igual que para la carta $\bar{X}$, se pueden considerar dos casos distintos en la elaboración de la carta para los rangos: cuando se conoce la desviación estándar σ del proceso y cuando ésto no sucede. En cualquiera de los casos anteriores, se debe observar siempre que el procedimiento de obtención de la línea central y de los límites de control para la carta R, se basa en la distribución muestral de los rangos de muestras aleatorias de tamaño n, extraídas de una población normal.

a. Caso en el que se conoce la desviación estándar σ de la Población

De acuerdo con lo anterior, es fácil comprender que los parámetros de la carta de control para los rangos son

Línea Central —— μ_R

Límites de Control —— $\mu_R \pm 3\sigma_R$

Sin embargo, normalmente no conocen los valores de la media y la desviación estándar de la distribución muestral de los rangos. En esta situación, la lógica indica que para estimar el valor de μ_R se debe emplear el de $\bar{R}$, el promedio de los rangos de muestras preliminares. Sin embargo, si se recuerda que

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

entonces

$$\bar{R} = d_2 \sigma$$

Y, puesto que se conoce el valor de σ, se puede escribir

Línea Central —— $\bar{R}$ o $d_2\sigma$

quedando finalmente

Línea Central —— $d_2\sigma$

en donde los valores de d_2 se presentan en la tabla I.

Por lo que respecta a σ_R, si se observa nuevamente la Fig 4 se puede ver que la desviación estándar de la distribución muestral de la estadística R/σ, para el caso de muestras de tamaño 5 es, en forma experimental

$$\sigma_{R/\sigma} = d_3 = 0.864$$

Lo ant[illegible] [illegible]mite consider[illegible] [illegible] σ es conocida (y por tanto co[illegible]) es válido esc[illegible]:

$$\sigma_{R/\sigma} = \frac{\sigma_R}{\sigma} = d_3$$

o sea

$$\sigma_R = \sigma_{R/\sigma}\,\sigma = [illegible] = 0.864\,\sigma$$

En el [illegible] en que n sea dife[illegible] de cinco, los valores del factor d_3 se pueden obtener [illegible] tabla I.

Empleando el valor de σ_R así [illegible], los límites de control son, en general, los siguientes

$$d_2\sigma \pm 3d_3\sigma$$

o sea

$$d_2\sigma - 3d_3\sigma \Rightarrow (d_2 - 3d_3)\sigma \Rightarrow D_1\ \sigma$$

$$d_2\sigma + 3d_3\sigma \Rightarrow (d_2 + 3d_3)\sigma \Rightarrow D_2\ \sigma$$

en donde

$$D_1 = d_2 - 3d_3 \quad y \quad D_2 = d_2 + 3d_3$$

Los valores de D_1 y D_2 se rep[illegible] también en la tabla I en función de n, el tamaño de la muestra.

Conforme a lo anterior, los parámetros de la carta de control para los rangos, cuando σ es conocida, son

Línea Central —— $d_2\ \sigma$

Límite Inferior de Control —— $D_1\ \sigma$

Límite Superior de Control —— $D_2\ \sigma$

b. Caso en el que se desconoce la desviación estándar σ de la población

En este caso en necesario estimar a μ_R de la distribución muestral de los rangos mediante $\bar{R}$, empleando un número adecuado de muestras preliminares, normalmente el mismo que se emplea para la elaboración de una carta $\bar{X}$. Al respecto, conviene recordar que la carta R (o la σ) generalmente se construye <u>después</u> de la carta $\bar{X}$, y que, por lo tanto, se emplean para su elaboración las mismas muestras aleatorias. De acuerdo con ésto, la línea central resulta ser

$$\text{Línea Central} \longrightarrow \bar{R}$$

En este caso se requieren límites de control del tipo

$$\bar{R} \pm 3\sigma_R$$

Puesto que ahora se desconocen σ_R y σ, se pueden hacer, para el límite inferior de control

$$\bar{R} - 3\sigma_R = \bar{R} - \frac{3\,\bar{R}\,\sigma_R}{\bar{R}} = (1 - 3\,\frac{\sigma_R}{\bar{R}})\,\bar{R}$$

$$= (1 - 3\,\frac{\frac{\sigma_R}{\sigma}}{\frac{\bar{R}}{\sigma}})\,\bar{R} = (1 - 3\,\frac{d_3}{d_2})\,\bar{R}$$

$$= (\frac{d_2 - 3d_3}{d_2})\,\bar{R} = (\frac{D_1}{d_2})\,\bar{R}$$

Para el límite superior de control se obtiene

$$\bar{R} + 3\sigma_R = \bar{R}\,(\frac{D_2}{d_2})$$

En la tabla I se presentan los valores de

$$D_3 = \frac{D_1}{d_2} \qquad y \qquad D_4 = \frac{D_2}{d_2}$$

en función de n.

Finalmente, los parámetros de la carta R cuando se desconoce el valor de σ de la población son los siguientes:

Línea Central —— $\bar{R}$

Límite Inferior de Control —— $D_3\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $D_4\bar{R}$

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL PARA LAS DESVIACIONES ESTANDAR (CARTA σ)

En la elaboración de la carta para las desviaciones estándar también se deben considerar los dos casos posibles: cuando se conoce la desviación estándar de la población y cuando ésto no es así. De igual manera, el procedimiento para obtener los parámetros de la carta se fundamenta en la distribución muestral de las desviaciones estándar de muestras aleatrias de tamaño n, extraídas de una población normal.

a. Caso en el que se conoce la desviación estándar σ de la población

Con base en la distribución muestral de las desviaciones estándar de las muestras, se pueden establecer los parámetros de la carta σ, a saber

Línea Central —— μ_{s_x}

Límites de Control —— $\mu_{s_x} \pm 3\sigma_{s_x}$

Al desconocerse, como ocurre normalmente, los valores de μ_{s_x} y σ_{s_x} de la distribución muestral, se debe estimar primero μ_{s_x} a partir de $\bar{\sigma}$, el promedio de las desviaciones estándar de las muestras preliminares. Sin embargo, no es necesario realizar en este caso ese cálculo si se recuerda que

$$\sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

o sea

$$\bar{\sigma} = c_2\ \sigma$$

Y, en virtud de que el valor de σ es conocido, se llega a

Línea Central —— $\bar{\sigma}$ o $c_2\sigma$

quedando finalmente

Línea Central —— $c_2\sigma$

en donde los valores de c_2 se pueden obtener de la tabla I.

Bajo la suposición de que la población de la cual se extraen las muestras aleatorias se encuentra distribuida en forma normal (o aproximadamente normal), se puede demostrar que la desviación estándar de la distribución muestral de las desviaciones estándar es

$$\sigma_{s_x} = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

en donde n denota al tamaño de las muestras. Empleando el va lor de σ_{S_X} anterior, los límites de control se pueden establecer como

$$\mu_{S_X} \pm 3\sigma_{S_X} = c_2\sigma \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

o sea

$$c_2\sigma - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \left(c_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}} \right) \sigma = B_1\sigma$$

$$c_2\sigma + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \left(c_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}} \right) \sigma = B_2\sigma$$

en donde

$$B_1 = c_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}}$$

$$B_2 = c_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}}$$

Los valores de B_1 y B_2 se proporcionan en la tablâ I, en función del valor de n. Entonces, los parámetros de la carta σ son, finalmente

Línea Central —— $c_2\sigma$

Límite Inferior de Control —— $B_1\sigma$

Límite Superior de Control —— $B_2\sigma$

b. Caso en el que se desconoce la desviación estándar σ de la población

En este caso es necesario estimar a μ_{S_X} mediante $\bar{\sigma}$, empleando un número suficiente de muestras aleatorias preliminares.

De acuerdo con lo anterior, la línea central de la carta σ es

Línea Central —— $\bar{\sigma}$

Los límites de control serán entonces del tipo

$$\bar{\sigma} \pm 3\sigma_{S_X}$$

Puesto que ahora se desconoce el valor de σ, pero se sabe que

$$\sigma = \frac{\bar{\sigma}}{c_2}$$

el límite inferior de control resulta ser

$$\bar{\sigma} - 3\sigma_{S_X} = \bar{\sigma} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \bar{\sigma} - 3\frac{\bar{\sigma}}{c_2\sqrt{2n}}$$

$$= (1 - \frac{3}{c_2\sqrt{2n}})\,\bar{\sigma}$$

Para el límite superior de control se obtiene

$$\bar{\sigma} + 3\sigma_{S_X} = (1 + \frac{3}{c_2\sqrt{2n}})\,\bar{\sigma}$$

En la tabla I se presentan los valores de

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_2\sqrt{2n}} \quad \text{y} \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_2\sqrt{2n}}$$

en función del valor de n.

Finalmente, los parámetros de la carta σ, cuando no se conoce la desviación estándar de la población, quedan como

Línea Central —— $\bar{\sigma}$

Límite Inferior de Control —— $B_3\bar{\sigma}$

Límite Superior de Control —— $B_4\bar{\sigma}$

Ejemplo: Sea el proceso de elaboración de varillas de acero mencionado en la página 10 de estos apuntes. En él se informa que el diámetro medio de las varillas es igual a 2.5 cm, con desviación estándar de 0.01 cm. En este caso se pide establecer los parámetros de las cartas de control R y σ, considerando que se extraen periódicamente muestras de cinco varillas.

Solución:

a. Carta R

Puesto que se conoce el valor de la desviación estándar de la población, y en virtud de que n=5, se obtiene, empleando la tabla I

$$LC \text{ —— } d_2\sigma = 2.326(0.01) = 0.02326$$

$$LIC \text{ —— } D_1\sigma = 0(0.01) = 0.0000$$

$$LSC \text{ —— } D_2\sigma = 4.918(0.01) = 0.04918$$

b. Carta σ

En este caso, puesto que σ=0.01 y n=5, se obtiene, con el uso de la tabla I

$$LC \text{ —— } c_2\sigma = 0.8407(0.01) = 0.008407$$

$$LIC \text{ —— } B_1\sigma = 0(0.01) = 0.00000$$

$$LSC \text{ —— } B_2\sigma = 1.756(0.01) = 0.01756$$

Ejemplo: Con el fin de investigar la variabilidad en el proceso de producción de varillas de acero mencionado en la página - 15, se desea elaborar las cartas de control R y σ correspondientes, considerando la información contenida en la tabla de la misma página.

Solución:

En este caso se desconoce la desviación estándar de la población, por lo cual es indispensable emplear los valores de $\bar{R}$ y $\bar{\sigma}$, considerando que el tamaño de la muestra es 5.

a. Carta R

El valor de $\bar{R}$, obtenido durante el proceso de elaboración de la carta $\bar{X}$ correspondiente, es $\bar{R} = 1.59$. - Considerando este valor, y empleando la tabla I, los parámetros de la carta de control R resultan

$$LC \longrightarrow \bar{R} = 1.590$$

$$LIC \longrightarrow D_3\bar{R} = 0(1.59) = 0.000$$

$$LSC \longrightarrow D_4\bar{R} = 2.115(1.59) = 3.363$$

En la Fig 6 se presenta la carta R para este problema.

b. Carta σ

Considerando que al calcular para este problema los parámetros de la carta $\bar{X}$ se obtuvo $\bar{\sigma} = 0.57$, la carta σ queda definida con

$$LC \longrightarrow \bar{\sigma} = 0.57$$

$$LIC \longrightarrow B_3\bar{\sigma} = 0(0.57) = 0.00$$

$$LSC \longrightarrow B_4\bar{\sigma} = 2.089(0.57) = 1.19$$

En la Fig 7 se muestra la carta de control σ correspon diente.

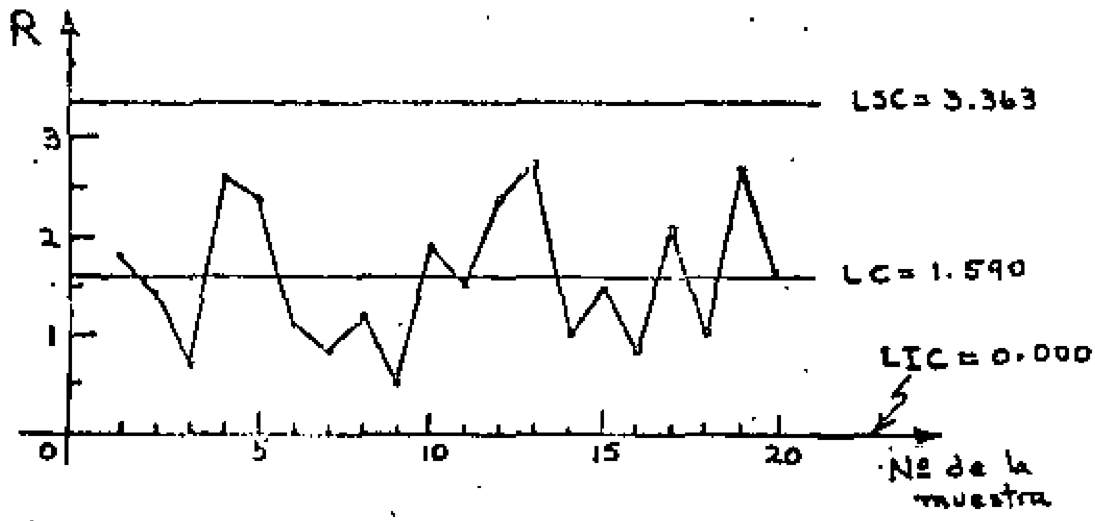


Fig 6 Carta de control R obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

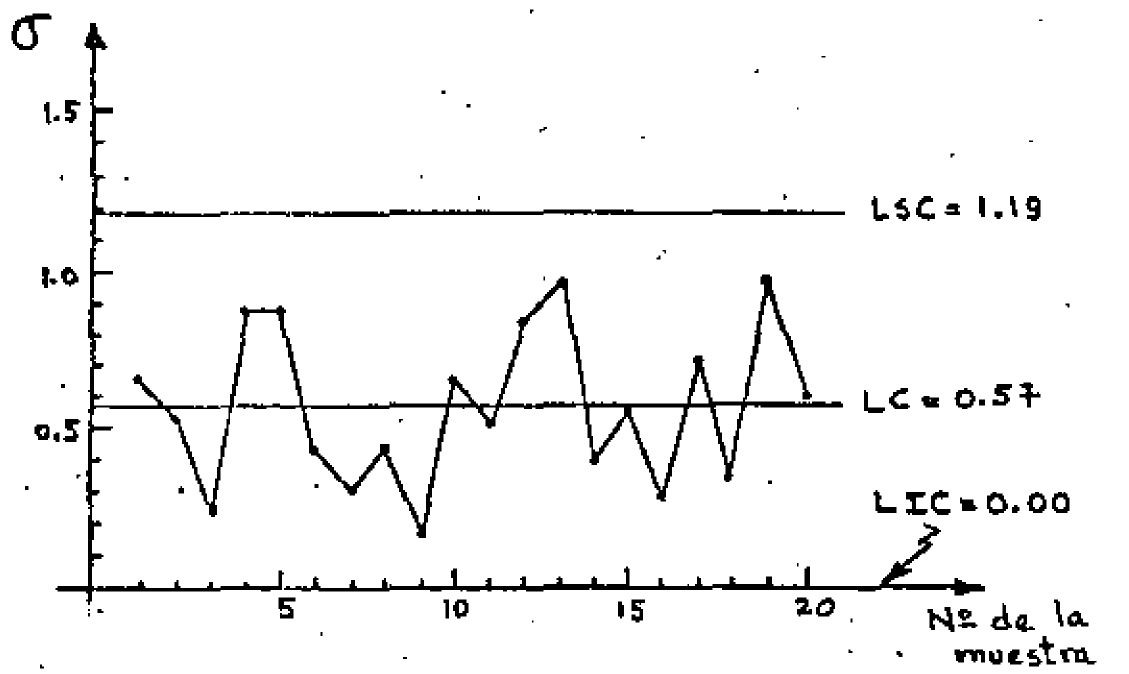


Fig 7 Carta de control σ obtenida para el ejemplo de las varillas de acero

CARTAS DE CONTROL PARA MEDICIONES (ELEMENTOS INDIVIDUALES)

Se han establecido las cartas $\bar{X}$, R y σ considerando que existe la posibilidad de conocer la media μ y/o la desviación estándar σ de la población (proceso), o bien, cuando estos parámetros se desconocen, que es posible obtener un número adecuado de muestras aleatorias de ella, cuyos tamaños sean cuando menos igual a dos, con el fin de estimar con buena precisión los valores de dichos parámetros.

Sin embargo, en muchas ocasiones no se conocen los parámetros del proceso, y únicamente es posible contar con muestras de tamaño uno, es decir, muestras con un solo elemento. Cuando ésto sucede, la técnica para calcular los límites de control en las cartas para mediciones se fundamenta en el empleo de los llamados rangos móviles, que se explican a continuación.

Si, por ejemplo, se cuenta con el conjunto de datos X_i $(i=1,2,\ldots,n)$ registrados en orden, se definen los rangos móviles de orden dos como

$$\left|X_i - X_{i+1}\right| \quad ; \quad 1 \leq i \leq n-1$$

es decir

$$\left|X_1 - X_2\right| , \left|X_2 - X_3\right| , \ldots , \left|X_{n-1} - X_n\right|$$

Si se trata de rangos móviles de orden tres, éstos se definen como

$$\left|X_i - X_{i+2}\right| \quad ; \quad 1 \leq i \leq n-2$$

es decir

$$\left|X_1 - X_3\right| , \left|X_2 - X_4\right| , \ldots , \left|X_{n-2} - X_n\right|$$

La obtención de los rangos móviles de orden superior al tres se hace siguiendo las ideas anteriores.

En forma numérica, si se tienen los datos registrados en orden 4, 6, 4, 3 y 7, los rangos móviles de orden dos son

$$|4 - 6| = 2 \ , \ |6 - 4| = 2 \ , \ |4 - 3| = 1 \ , \ |3 - 7| = 4$$

y los de orden tres son

$$|4 - 4| = 0 \ , \ |6 - 3| = 3 \ , \ |4 - 7| = 3$$

El empleo de los rangos móviles para la obtención de los límites de control es importante en este caso, debido a que, si se trata de rangos móviles de orden dos, se puede considerar que el valor de cualquiera de ellos debe obtenerse a partir de los valores de dos elementos individuales registrados en orden. Dicho de otra manera, un rango móvil de orden dos debe provenir de una muestra "ficticia" de tamaño dos. En la misma forma, un rango móvil de orden tres tiene que obtenerse a partir de tres elementos individuales, lo cual permite "crear" muestras de tamaño tres.

De acuerdo con lo anterior, es factible establecer los límites de control para las cartas de control, en el caso de elementos individuales, empleando los factores de la tabla I, que se encuentran tabulados a partir de muestras de tamaño dos.

a. Elaboración de la carta X (elementos individuales)

En este caso, la línea central está dada por

$$\bar{X} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} X_i$$

en donde X_i $(i=1,2,\ldots,K)$ denota a los valores de los datos individuales.

Los límites de control requeridos son

$$\bar{X} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Puesto que el tamaño <u>real</u> de la muestra es <u>uno</u>, la expresión anterior se puede escribir

$$\bar{X} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{1}} = \bar{X} \pm 3\sigma$$

Debido a que el valor de σ se desconoce, pero es posible obtener el de $\bar{R}$ (promedio de los rangos móviles), la última expresión puede transformarse algebraicamente de la siguiente manera:

$$\bar{X} \pm 3\sigma = \bar{X} \pm \frac{3\sigma\,\bar{R}}{\bar{R}} = \bar{X} \pm \frac{3\bar{R}}{\frac{\bar{R}}{\sigma}}$$

$$\bar{X} \pm \frac{3\,\bar{R}}{d_2} = \bar{X} \pm E_2\bar{R}$$

en donde

$$E_2 = \frac{3}{d_2}$$

Los valores de E_2 se pueden obtener de la tabla I en función de n, que representa ahora el tamaño "ficticio" de la muestra, o el orden de los rangos móviles.

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control X para elementos individuales son

Línea Central —— $\bar{X}$

Límite Inferior de Control —— $\bar{X} - E_2\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $\bar{X} + E_2\bar{R}$

b. Elaboración de la carta R* (rangos móviles)

En este caso, la línea central está dada por el valor del promedio de los rangos móviles, es decir

$$\bar{R} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} R_i$$

En donde R_i $(i=1,2,\ldots,K)$ denota a los valores de los rangos móviles, obtenidos a partir de los datos individuales registrados en orden.

Los límites de control se obtienen considerando que se desconoce el valor de la desviación estándar de la población, en la forma ya explicada para la carta R.

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control R* para los rangos móviles son

Línea Central —— $\bar{R}$

Límite Inferior de Control —— $D_3\bar{R}$

Límite Superior de Control —— $D_4\bar{R}$

en donde los valores de D_3 y D_4 se obtienen de la tabla I en función de n, el tamaño "ficticio" de la muestra, u orden de los rangos móviles.

Ejemplo: Considérese un proceso de destilación y mezclado de alcohol, para el cual se desea ejercer control sobre el porcentaje de metanol existente. Se extraen 26 lotes sucesivos de alcohol, y se obtiene el porcentaje de metanol correspondiente para cada uno de ellos. Los valores se presentan en la tabla siguiente, y se pide construir cartas X y R considerando rangos móviles de orden dos.

Lote	Porcentaje de metanol, X	Rango móvil, R	Lote	Porcentaje de metanol, X	Rango móvil, R
1	4.6	---	14	5.5	0.1
2	4.7	0.1	15	5.2	0.3
3	4.3	0.4	16	4.6	0.6
4	4.7	0.4	17	5.5	0.9
5	4.7	0	18	5.6	0.1
6	4.6	0.1	19	5.2	0.4
7	4.8	0.2	20	4.9	0.3
8	4.8	0	21	4.9	0
9	5.2	0.4	22	5.3	0.4
10	5.0	0.2	23	5.0	0.3
11	5.2	0.2	24	4.3	0.7
12	5.0	0.2	25	4.5	0.2
13	5.6	0.6	26	4.4	0.1
			SUMA	128.1	7.2

<u>Solución</u>: El valor del promedio de los rangos móviles de orden dos es

$$\bar{R} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} R_i = \frac{1}{25} (7.2) = 0.288$$

a. Carta X

La línea central de esta carta es $\bar{X}$, cuyo valor es

$$\bar{X} = \frac{1}{26} \sum_{i=1}^{26} X_i = \frac{1}{26} (128.1) = 4.927$$

De la tabla I se obtiene $E_2 = 2.66$ para $n=2$, - siendo los límites de control

$$\bar{X} \pm E_2\bar{R} = 4.927 \pm 2.66(0.288)$$

$$= 4.927 \pm 0.7661$$

Finalmente, los parámetros de la carta X quedan como

LC —— 4.927

LIC—— 4.927 - 0.7661 = 4.161

LSC—— 4.927 + 0.7661 = 5.693

En la Fig 8 se presenta la gráfica correspondiente.

b. Carta R*

La línea central para esta carta es $\bar{R} = 0.288$, y los límites de control se obtienen empleando la tabla I considerando que $n=2$. De ahí que

LC —— 0.288

LIC—— $D_3\bar{R} = 0(0.288) = 0.000$

LSC—— $D_4\bar{R} = 3.267(0.288) = 0.941$

La Fig 9 muestra la carta R* para este problema.

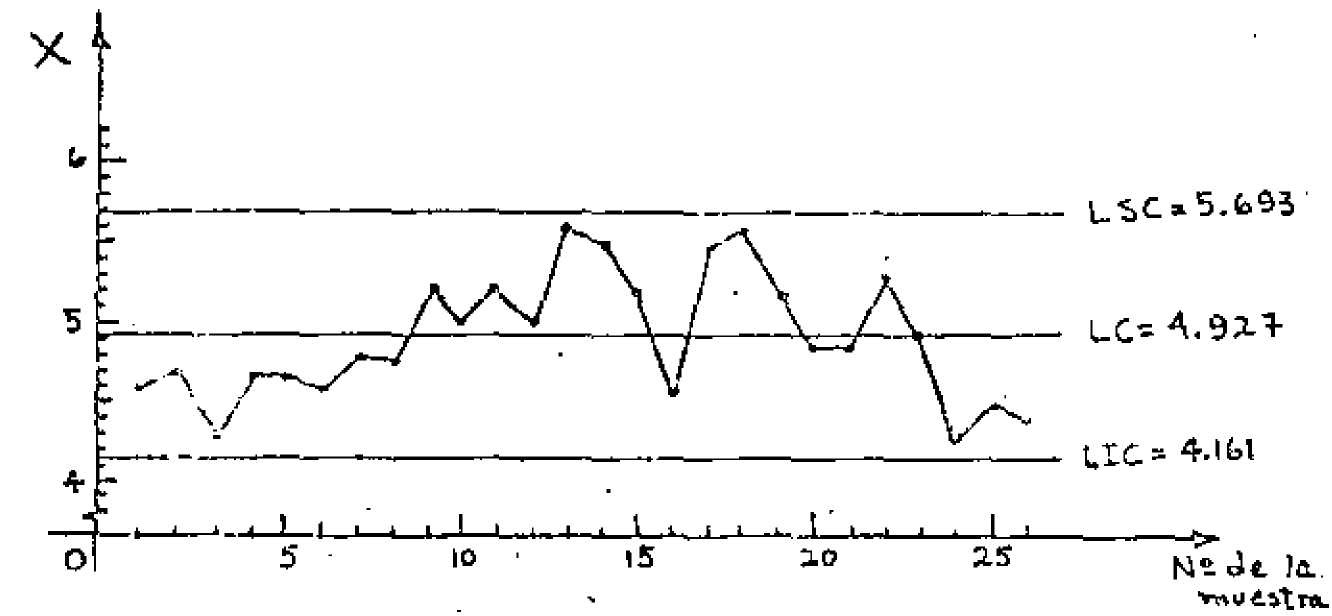


Fig 8 Carta de control X obtenida para el ejemplo de los lotes de alcohol

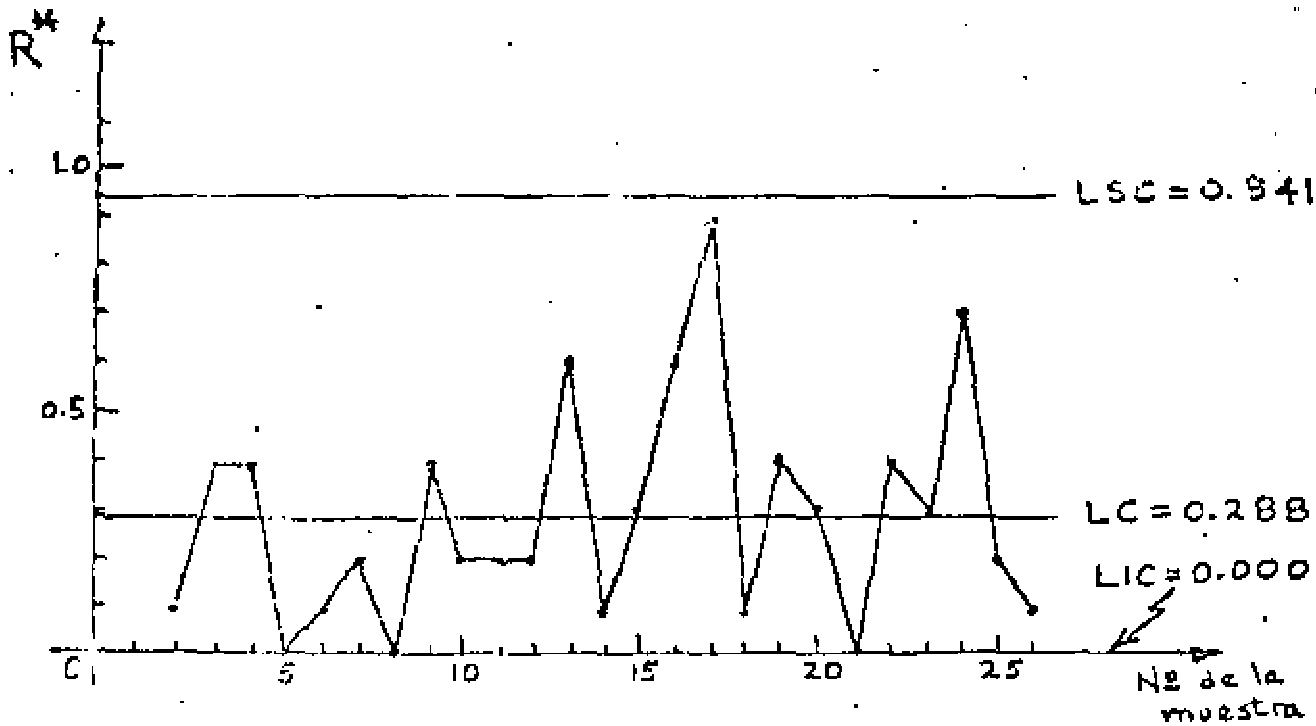


Fig 9 Carta de control R* obtenida para el ejemplo de los lotes de alcohol

CARTAS DE CONTROL PARA ATRIBUTOS

El término atributo, tal como se emplea en el control de calidad, indica la propiedad que tiene un producto de ser bueno o malo, es decir, permite reconocer si la característica de calidad del mismo se encuentra dentro de ciertos requerimientos específicos o no.

Aunque generalmente se puede obtener información más completa de - las mediciones hechas a productos terminados, a menudo consume menos tiempo y dinero el comparar la calidad de un producto en contra de ciertas especificaciones mínimas, sobre la base, por ejemplo, - de considerar que sirve o no, o que es bueno o malo.

Por ejemplo, al ejercer control sobre el diámetro de un balín de - acero, es más simple y rápido el determinar si éste pasa por un - agujero hecho en una placa de acero templado con el diámetro adecuado, que realizar la medición del diámetro con un micrómetro.

Se establecerán ahora los dos tipos fundamentales de cartas de control que se utilizan en conexión con el muestreo por atributos: la carta para la proporción de elementos defectuosos, o carta p, y la carta - para el número de defectos, o carta c.

Considérese por ejemplo una muestra de 50 fusibles en la cual se encontró, después de probar todos ellos, que contiene dos elementos - defectuosos. En este caso, la proporción de fusibles defectuosos - en la muestra es de 2/50 = 0.04.

Por otra parte, debe observarse que si se prueba una sola unidad - producida, esta puede tener varios defectos pero, sin embargo, puede o no ser una unidad defectuosa. Tal es el caso, por ejemplo, de rollos (unidades) de tela de determinada longitud, que pueden tener cierto número de imperfecciones pero no necesariamente ser considerados como defectuosos. No obtante, en muchas aplicaciones prácticas una unidad producida se considera defectuosa si tiene - cuando menos un defecto.

La distribución de la proporción y del número de elementos defectuosos en un proceso es obviamente binomial, en tanto que la del número de defectos es de Poisson. Sin embargo, para la elaboración de la carta p se aprovecha la propiedad que tiene la distribución muestral de las proporciones de ser aproximada mediante una distribución normal cuando el tamaño de la muestra es grande, y la proporción de elementos defectuosos no se acerca a cero o a uno.

ELABORACION DE LAS CARTAS DE CONTROL p Y np PARA LA PROPORCION DE - DEFECTUOSOS Y EL NUMERO DE DEFECTUOSOS

Los límites de control que se requieren en este caso son

$$\mu_p \pm 3\sigma_p$$

en donde μ_p es la media de la distribución muestral de las proporciones, y σ_p la desviación estándar correspondiente. Como μ_p de - esta distribución es igual al parámetro $\underline{P}$ de la población, la estadística p de la muestra estima en forma insesgada a este último.

Si no se conoce el valor de $\underline{P}$ de la población, lo cual en la práctica es frecuente, se debe disponer de K muestras de tamaño n constante para obtener el valor del estimador insesgado

$$\bar{p} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} p_i$$

en donde p_i $(i=1,2,\ldots,K)$ denota el valor de la proporción en la muestra i. Empleando el valor así obtenido, la línea central es

$$\text{Línea Central} \longrightarrow \bar{p}$$

En textos de estadística se demuestra que la desviación estándar de la distribución muestral de las proporciones es

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{P\ (1-P)}{n}}$$

por lo cual los límites de control son

$$\bar{p} \pm 3\sigma_p = \bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

finalmente los parámetros de la carta de control p quedan como

$$\text{Línea Central} \longrightarrow \bar{p}$$

$$\text{Límite Inferior de Control} \longrightarrow \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$\text{Límite Superior de Control} \longrightarrow \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

A partir de los parámetros anteriores se pueden derivar los de la llamada carta np, o sea, para el número de defectuosos. Para ello, es necesario multiplicar dichos parámetros por n para así obtener, en el caso de los límites de control

$$n\left(\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right) = n\bar{p} \pm 3n\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$[illegible] = 3\sqrt{\frac{n^2\bar{p}\,(1-\bar{p})}{n}}$$

$$= [illegible]\sqrt{3\; n\; \bar{p}\;(1-\bar{p})}$$

y los parámetros resultan ahora

Línea Central —— $n\bar{p}$

Límite Inferior de Control —— $n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$

Límite Superior de Control —— $n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$

Ejemplo: Para un proceso de elaboración de fusibles se desea ejercer control sobre la proporción de elementos defectuosos, así como sobre el número de ellos. Para ello, se seleccionan 40 muestras aleatorias de 50 fusibles cada una, y se obtienen los valores reportados en la tabla siguiente.

Se desea construir las cartas p y np correspondientes.

Número de la muestra	Número de fusibles defectuosos	Proporción de defectuosos, p	Número de la muestra	Número de fusibles defectuosos	Proporción de defectuosos, p
1	2	0.04	21	1	0.02
2	1	0.02	22	1	0.02
3	2	0.04	23	4	0.08
4	0	0.00	24	2	0.04
5	2	0.04	25	2	0.04
6	3	0.06	26	4	0.08
7	4	0.08	27	1	0.02
8	2	0.04	28	3	0.06
9	0	0.00	29	3	0.06
10	3	0.06	30	2	0.04
11	0	0.00	31	3	0.06
12	1	0.02	32	6	0.12
13	2	0.04	33	2	0.04
14	2	0.04	34	3	0.06
15	3	0.06	35	2	0.04
16	5	0.10	36	3	0.06
17	1	0.02	37	1	0.02
18	2	0.04	38	0	0.00
19	3	0.06	30	2	0.04
20	1	0.02	40	0	0.00
			S U M A		1.68

Solución: El valor de $\bar{p}$ es

$$\bar{p} = \frac{1}{40} \sum_{i=1}^{40} p_i = \frac{1}{40} (1.68) = 0.042$$

a. Carta p

Los límites de control son, para n=50

$$0.042 \pm 3\sqrt{\frac{(0.042)\ (1-0.042)}{50}} = 0.042 \pm 0.0851$$

por lo cual

LC ——— 0.0420

LIC——— 0.042 - 0.0851 = -0.0431 $\Rightarrow$ 0.0000

LSC——— 0.042 + 0.0851 = 0.1271

En este caso, y como se verá a continuación para la carta np, la expresión para el cálculo del límite inferior de control conduce a un valor negativo del mismo. Puesto que no tiene sentido físico hablar de una proporción menor de cero o de un número de defectuosos negativo, en forma arbitraria se asigna a ese límite el valor cero.

En la Fig 10 se presenta la carta de control p correspondiente.

b. Carta np

Puesto que $n\bar{p}$ = 50(0.042)=2.1, los límites de control son ahora

$$2.1 \pm 3\sqrt{50(0.042)\ (1-0.042)} = 2.1 \pm 4.255$$

o sea

LC —— 2.1

LIC —— 2.1-4.255 = -2.155 $\Rightarrow$ 0.000

LSC —— 2.1+4.255 = 6.355

En la Fig 10 se presenta la carta np para este problema.

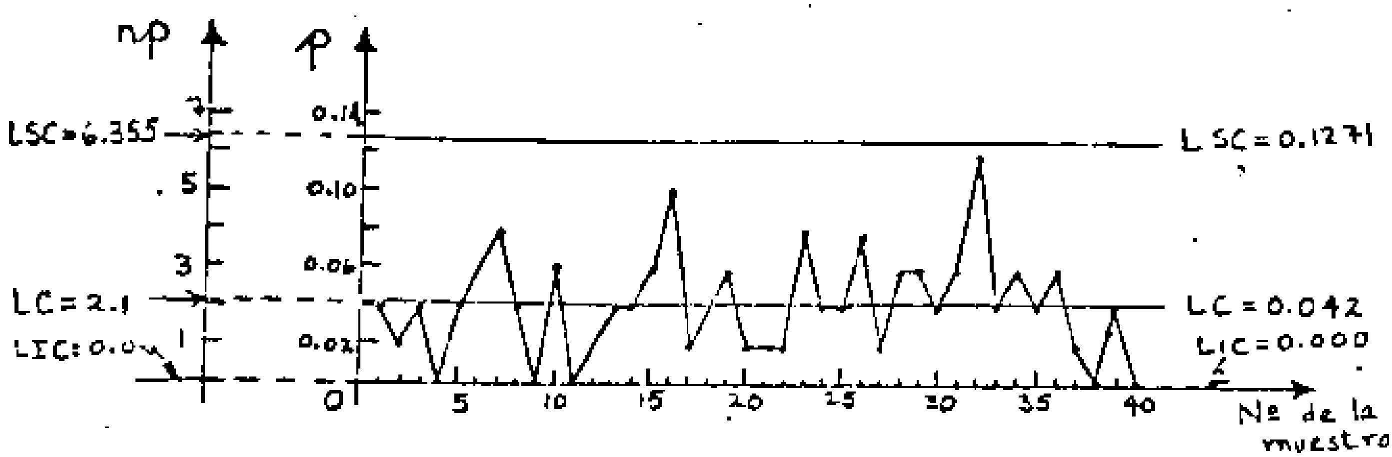


Fig 10 Cartas de control p y np obtenidas para el ejemplo de los fusibles

ELABORACION DE LA CARTA DE CONTROL c PARA EL NUMERO DE DEFECTOS

Existen ocasiones en las que es necesario controlar el número de defectos por unidad en un proceso. Por ejemplo, en la producción de alfombras es importante controlar el número de defectos por metro cuadrado; en la elaboración de papel se requiere controlar el número de defectos por rollo, etc. En estos casos, la variable aleatoria c asociada al número de defectos por unidad tiene una distribución de Poisson.

De lo anterior se desprende que la línea central de la carta de con trol para el número de defectos es el parámetro λ de la distribución de Poisson correspondiente, cuyo valor usualmente se desconoce. En tal situación, se acostumbra estimar en forma insesgada el valor de λ a partir de un mínimo de 20 valores de c, observados previamente en igual número de unidades producidas. De acuerdo con ésto, el valor de

$$\bar{c} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} c_i$$

en donde c_i $(i=1,2,\ldots,K)$ representa el número de defectos observados en la unidad i, se puede emplear como estimador de λ.

Los límites de control requeridos ahora son del tipo

$$\bar{c} \pm 3\sigma_c$$

Puesto que en este caso se observa el número de defectos <u>por unidad</u>, se puede suponer que el tamaño de la muestra es unitario. Por tal motivo, se puede considerar que la desviación estándar de la distribución muestral del número de defectos c es igual a la desviación estándar de la distribución de Poisson y, puesto que $\bar{c}$ estima el valor de λ

$$\sigma_c = \sqrt{\lambda} = \sqrt{\bar{c}}$$

De acuerdo con lo anterior, los parámetros de la carta de control c son

Línea Central —— $\bar{c}$

Límite Inferior de Control —— $\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$

Límite Superior de Control —— $\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$

Considérese el proceso de soldadura de dos placas de acero en una fábrica. Diariamente se alcanzan a soldar 8 juntas, y en cada una de ellas se observa el número de defectos existente. Con la información correspondiente a tres días de labor que se presenta en la tabla siguiente, se desea elaborar una carta de control para el número de defectos por junta soldada

Número de la junta soldada	Fecha	Número de defectos
1	Julio 18	2
2		4
3		7
4		3
5		1
6		4
7		8
8		9
9	Julio 19	5
10		3
11		7
12		11
13		6
14		4
15		9
16		9
17	Julio 20	6
18		4
19		3
20		9
21		7
22		4
23		7
24		12
SUMA................		144

Solución: Empleando los valores reportados en la tabla anterior, el valor de $\bar{c}$ resulta

$$\bar{c} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} c_i = \frac{1}{24} (144) = 6$$

Siendo $\bar{c} = 6$, los límites de control quedan como

$$6 \pm 3\sqrt{6} = 6 \pm 7.35$$

Finalmente, los parámetros de la carta c son

LC —— 6
LIC —— 6 - 7.35 = -1.35 ⇒ 0.00
LSC —— 6 + 7.35 = 13.35

Puesto que el número de defectos no puede ser negativo, se fija el valor del límite inferior de control igual a cero.

En la Fig 11 se presenta la carta de control c que corresponde al ejemplo.

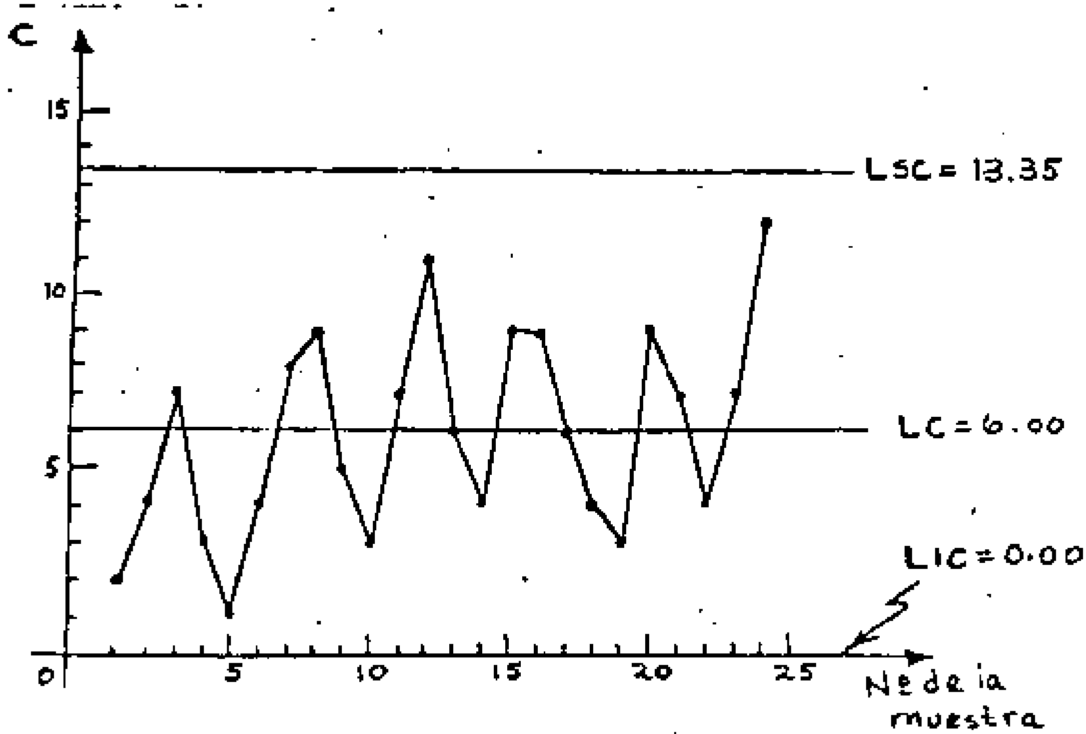


Fig 11 Carta de control c obtenida para el ejemplo de las juntas soldadas

B I B L I O G R A F I A

1. Hanson, B., "Quality Control: Theory and Applications", Prentice Hall, Inc. (1964)

2. Grant, E.L., "Statistical Quality Control", Mc Graw-Hill Book Co. (1971)

3. Ostle, B. "Estadística aplicada", Limusa-Wiley (1973)

4. Miller, I. y Freund, J., "Probability and Statistics for Engineers", Prentice Hall, Inc. (1965)

Directorio de Alumnos del Curso: Control Estadístico de Calidad 1981 .

1. Rafael González Ezeta
I M S S
Técnico de Estadística de
Control de Calidad
Río Blanco # 6
Col. Magdalena de las Salinas
México 16, D.F.

Pallares Portillo 83-15
Coyoacán
México 21, D.F.
544 74 17

2. Víctor Manuel Alcocer Hernández
Fca. de Jabón La Corona, S.A.
Carlos B. Zetina 80
Xalostoc, Edo. de Méx.
569 27 00

Solimoes 363
Valle de Aragón
Estado de México

3. Angel Carranco Cobos
U N A M
Adjunto de Profesor

Lerdo No. 153
Col. Guerrero
México 3, D.F.
529 70 02

4. David Cruz Rodríguez
Comisión de Aguas del Valle de México
S A R H
Proyectista
Balderas 55-3°
México 1, D.F.
585 50 66 Ext. 308

Zona F Edificio 6 Depto. 501
Unidad Reyes Iztacala
Tlanepantla, Edo. de Méx.
551 17 05

5. Miguel Angel Díaz Hernández
Fca. Jabón la Corona, S.A.
Carlos B. Zetina 80
Xalostoc, Edo. de México
569 27 00

6. Pedro Eloy Jiménez Quintal
Polggram Discos, S.A. de C.V.
Jefe de Control de Calidad
M. A. de Quevedo 531
México 21, D.F.
554 14 22

Mz. 408 Lote 54
Calle Tenoch
Cda. Aztoca
Estado de México

7. Martha Kondo de Galván
PYNSA
Gerente de Laboratorio
Calle 9 No. 8
Naucalpan, Edo. de Méx.
576 56 55

Barcelona 117
Valle Dorado
Tlanepantla, Edo. de Méx.
379 58 89

8. Raymundo Noguez Cabrera
Coordinador de Control de Calidad de
de Productos Terminados
Libertad No. 5
Fracc. Ind. Pte. de Vigas
Tlanepantla, Edo. de Méx.
565 68 11

Santander 5 Int. 8
San Rafael Azcapotzalco
México 16, D.F.

9. Anselmo Llanos Rivera
   ENEP ACATLAN
   Profesor
   Av. Alcanfores y S. Totoltepec
   Naucalpan, Edo. de Mexico
   373 23 99 Ext. 124

10. Ignacio Palomares Peña
    ENEP Acatlán
    Profesor e Investigador
    Av. Alcanfores y Sn. Juan Totoltepec
    Naucalpan, Edo. de Méx.
    373 23 99 Ext. 170

    Nogal 36
    Sta. Ursula
    México 22, D.F.
    677 80 63

11. Enrique Pérez Cerón
    Implementos Agrícolas Mexicanos
    Supervisor de Control de Calidad
    Naucalpán, Edo. de Méx.
    576 54 55

    Av. Norte Sur 4
    Naucalpan, Edo. de Méx.
    576 54 55

12. Jesús Pineda Cruz
    Esc. Rep. de Guatemala
    Profesor
    M. Ocampo 20
    México 21, D.F.
    554 63 11

    M. González 412 E 9-2-001
    Tlatelolco
    México 3, D.F.
    597 52 48

13. María de Jesús Rodríguez Méndez
    Beneficiadora e Industrializadora S.A.
    Microbiologa

    Víctor Hugo 135-15
    México 13, D.F.

14. Gerardo Antonio Ruiz Botello
    Centro de Instrumentos
    Diseñador
    UNAM
    Apdo. Postal 70-186
    04510 México, D.F.
    550 04 16

    Anaxágoras 1325
    03650 México, D.F.
    575 07 54

15. Indiana Salamanca Castillo
    Ministerio de Salud Púbica
    Jefe de Bacteriología de Alimentos
    Managua, Nicaragua.

    3a. Priv. de Amores 21
    México 12, D.F.
    523 24 45

16. Eduardo Salas Córdova
    Fac. de Est. Sup.
    Cuautitlán
    Profesor
    Km. 3.5 Carr. Cuautitlán Teoluyucán
    Estado de México
    2 03 45 Ext. 21

    Diana 52
    Ensueños
    Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.

17. Carlos Santamaría Pérez
U A Chapingo
Departamento Industrias Agrícolas
Profesor
Tiempo Completo
Chapingo, Edo. de México
Calle 2 de Marzo No. 12
Texcoco, Estado de México

18. Héctor Javier Sepúlveda Valle
Fca. de Jabón la Corona, S.A. de C.V.
Carlos B. Zetina No. 80
Fracc. Ind. Xaloxtoc
Estado de México
569 27 00
Plan de Gpe. No. 65 Casa 43
Sta. Ma. de Ticomán
México 14, D.F.

19. Jorge Alberto Soria Fernández
PYN, S.A.
Control de Calidad en Proceso
Calle9.# 8
Naucalpan, Edo. de Méx.
576 56 55
Av. Div. del Nte. 1926-7
México 13, D.F.
672 67 63