

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESTUDIO DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA CON INTEGRACIÓN DE SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGIA

TESIS

Que para obtener el título de Ingeniero Eléctrico Electrónico

PRESENTA

Arias Roldán Elias

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Daniel Guillén Aparicio



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018

A la memoria de mi padre **Juan José**. A la memoria de mi abuela **Maria Elena**.

Agradecimientos

A mi asesor **Dr. Daniel Guillén Aparicio** por el apoyo, la paciencia, el espacio, los recursos, y los consejos que me brindó durante la realización de este trabajo de tesis.

A mis sinodales **Dr. Luis Miguel Castro González**, **Dr. Juan Ramón Rodríguez Rodríguez**, **Dr. Mario Arrieta Paternina**, y al **Dr. Rubén Tapia Olvera** por sus valiosos comentarios y sugerencias en la revisión de este trabajo de tesis.

A mis padres **Juan José** y **Azucena**, por apoyarme y acompañarme siempre para lograr esta meta.

A mis familiares y amigos que siempre me ofrecieron palabras de apoyo cuando mas lo necesitaba.

A mis amigos y compañeros tesistas **Daniel Parada**, **Jesús Sánchez**, **Luis Martínez**, **Yair González**, **Guillermo Rico** por hacer amena mi estancia en el Laboratorio de Sistemas Eléctricos de Potencia.

A la **Universidad Nacional Autónoma de México** y a la **Facultad de Ingeniería** por ofrecer recursos académicos de calidad para la formación de profesionistas en este país.

Π

Resumen

Los sistemas de almacenamiento de energía han estado presentes en los sistemas eléctricos de potencia desde hace algunas décadas (1978), ahora con el auge que ha tenido la electrónica de potencia, se ha logrado tener acceso a nuevas formas de almacenamiento más eficientes, siempre buscando el mismo objetivo: *Ofrecerle al operador herramientas para mantener el sistema eléctrico operando de la manera más eficiente y dentro de los valores nominales de cada uno de los elementos que conforman la red.*

Actualmente, la producción de energía eléctrica usando fuentes de energía renovable se ha ido incrementando, pero debido a su naturaleza intermitente, generan variabilidad en el sistema y por esta razón la importancia de los sistemas de almacenamiento de energía se ha visto incrementada, un ejemplo muy claro se tiene en los sistemas de distribución en los que se integran paneles solares, los cuales pueden generar mas energía eléctrica de la que se consume y para no generar inestabilidad es necesario almacenar estos excedentes, con el fin de poder liberarlos posteriormente cuando el panel no genere energía suficiente.

En esta tesis se presenta el análisis de estabilidad transitoria en modelos multimáquina utilizando la metodología presentada en libro *POWER SYSTEM CONTROL AND STABILITY, 2ND ED*, *Anderson, P.M. and Fouad, A.A.*, el cual se implemento un código en el software comercial *MATLAB* con la finalidad de llevar a cabo la simulación de diferentes casos operativos de la red, para ello se hace uso de el modelo clásico de segundo orden de la maquina síncrona, el cual se puede expandir para generalizar el modelo multimáquina, en este modelo se considera la potencia mecánica inyectada por cada generador como constante. De la misma manera, se considero que la potencia eléctrica que inyecta o consume el sistema de almacenamiento de energía es constante durante los periodos de falla y post-falla.

En este trabajo se realiza un primer acercamiento para estudiar el impacto que presenta un sistema de almacenamiento de energía en la estabilidad transitoria, y como la potencia que este inyecta puede ayudar a mejorar la estabilidad angular de los generadores.

Abreviaturas y simbología

SAE	—	Sistemas de almacenamiento de energía
SEP		Sistemas eléctricos de potencia
min		Minutos
hrs		Horas
kW		kilo Watts
MW		Mega Watts
GW		Giga Watts
CO_2		Dióxido de carbono
CD		Corriente directa
^o C		Grados celsius
CA		Corriente alterna
<i>m</i> _d		Moduladora en eje directo
m_q		Moduladora en eje de cuadratura
CD/CA		Corriente directa a corriente alterna
LCK		Ley de corrientes de kirchhoff
ν, δ		Magnitud de fase nodal y ángulo de fase nodal
Ε		Voltaje interno del generador
I_{km}		Corriente entre los nodos k y m
I_k		Corriente inyectada en el nodo k

I_L	_	Corriente en la carga (load)
S_L		Potencia aparente de la carga (load)
P_L , Q_L		Potencia activa y reactiva de la carga (load)
VSC		Convertidor de voltaje (Voltaje Source Converter)
y_{km}		Admitancia entre los nodos k y m
z_{km}		Impedancia entre los nodos k y m
y_L	_	Admitancia de la carga (load)
<i>B</i> , <i>G</i>	_	Susceptancia, conductancia
Y_{kk}, Y_{km}, Y_{mm}		Admitancias de la matriz Y_{bus}
I _{bus}		Matriz de corrientes nodales
V _{bus}		Matriz de voltajes nodales
Y _{bus}		Matriz de admitancias nodales
P_k	_	Potencia activa inyectada en el nodo k
Q_k		Potencia reactiva inyectada en el nodo k
P_{gk}		Potencia activa generada en el nodo k
Q_{gk}		Potencia reactiva generada en el nodo k
P_{dk}		Potencia activa demandada en el nodo k
Q_{dk}		Potencia reactiva demandada en el nodo k
P_{kn}		Potencia activa que fluye entre los nodos k y n
Q_{kn}		Potencia reactiva que fluye entre los nodos k y n
P_k^{cal}, Q_k^{cal}		Potencia activa y reactiva calculadas en el nodo k
ΔP_k		Desajuste de potencia activa en el nodo k
ΔQ_k		Desajuste de potencia reactiva en el nodo k
ω_m		Velocidad angular mecánica
ω_e		Velocidad angular eléctrica
P_m		Potencia mecánica
P _e		Potencia eléctrica
x'_d		Reactancia transitoria en eje directo
n		Número de nodos

Índice general

Resumen	III
Abreviaturas y simbología	V
Índice de figuras	X
Índice de tablas	(11
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Justificación de la tesis	5
1.3. Objetivo de la tesis	6
1.3.1. Objetivos específicos	6
1.4. Organización de la tesis	7
2. Estabilidad transitoria	8
2.1. Introducción	8
2.2. Flujos de potencia	8
2.2.1. Planteamiento de las ecuaciones de red	11
2.2.2. Planteamiento ecuaciones de flujo	13
2.2.2.1. Clasificación de nodos	16
2.2.3. Métodos de solución	17
2.2.3.1. Método de Newton-Raphson	19
2.2.3.2. Solución al problema de flujos de potencia	20

	2.3.	Fundamentos de estabilidad	23
		2.3.1. Ecuación de oscilación de la máquina síncrona	25
		2.3.2. Criterio de áreas iguales	28
		2.3.3. Procedimiento para un estudio de estabilidad	31
		2.3.4. Cálculos preliminares para estudios de estabilidad	33
	2.4.	Métodos de integración numérica	36
		2.4.1. Método de Euler	36
		2.4.2. Método de Runge-Kutta	38
3.	Siste	ema de Almacenamiento de Energia	40
	3.1.	Introducción	40
	3.2.	Modelado	40
	3.3.	Integración de un SAE para estudios de estabilidad transitoria	42
4.	Case	os de estudio	46
	4.1.	Introducción	46
	4.2.	Sistema de prueba	46
	4.3.	Análisis de resultados	48
		4.3.1. Falla trifásica con disparo de línea de transmisión	48
		4.3.2. Falla trifásica con disparo carga	50
		4.3.3. Falla trifásica con disparo del 50% de carga	52
		4.3.4. Falla trifásica con disparo de toda la carga	54
5.	Con	clusiones	56
	5.1.	Trabajos futuros	58
Ar	iexos		59
A.	Sist	emas de Almacenamiento de Energía	60
B.	Date	os del sistema IEEE de nueve nodos	64

C. Ecuaciones

Bibliografía

67

68

Índice de figuras

1.1.	Clasificación de los sistemas de almacenamiento de energía	3
2.1.	Circuito simple, generación - carga	9
2.2.	Representación de circuitos, <i>Teorema de Theveniny y Norton</i>	11
2.3.	Elemento de transmisión	14
2.4.	Potencias calculadas	15
2.5.	Nodo genérico en un SEP	16
2.6.	Métodos numéricos para la solución de flujos de potencia	18
2.7.	Diagrama unifilar, sistema de 9 nodos y 3 generadores	20
2.8.	Clasificación de estudios de estabilidad	25
2.9.	Esquema de un generador	25
2.10	.Sistema: máquina bus infinito	28
2.11	.Gráficas <i>potencia - ángulo</i>	30
2.12	.Gráficas ángulo - tiempo	31
2.13	.Esquema generador ideal	32
3.1.	Esquema general de un SAE	41
3.2.	Modelos SAE	42
4.1.	Diagrama unifilar	47
4.2.	Caso 1, disparo de línea de transmisión	49
4.3.	Caso 2, disparo de carga del nodo 5	51
4.4	Caso 3, disparo del 50% de la carga total del sistema	53

4.5.	Caso 4, disparo de toda la carga del sistema		55
------	--	--	----

Índice de tablas

1.1.	Aplicaciones de los sistemas de almacenamiento de energía	2
2.1.	Resultados, usando <i>MATLAB</i>	21
2.2.	Resultados, usando <i>PSSE Xplore</i>	22
2.3.	Flujos de potencia en los elementos de transmisión	23
4.1.	Valores máximos de las curvas de oscilación, caso 1	48
4.2.	Valores máximos de las curvas de oscilación, caso 2	50
4.3.	Valores máximos de las curvas de oscilación, caso 3	52
4.4.	Valores máximos de las curvas de oscilación, caso 4	54
A.1.	Comparación de algunas baterías usadas como SAE	60
A.2.	Sistemas de Almacenamiento por medio de Baterías	61
A.3.	Comparación de Sistemas de Almacenamiento de Energía	62
A.4.	Instalación de Sistemas de Almacenamiento de Energía	63
B.1.	Datos de los generadores	64
B.2.	Datos iniciales del sistema de 9 nodos	65
B.3.	Valores de impedancias de los elementos que conforman el sistema de 9 nodos	66
C.1.	Derivadas parciales para la matriz Jacobiana	67

Capítulo 1 Introducción

1.1. Antecedentes

Un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) está conformado por generadores, transformadores, líneas de transmisión, cargas, solo por mencionar algunos de sus principales componentes. En general, un SEP debe garantizar la continuidad en el servicio (potencia demanda), aún cuando existan condiciones adversas que puedan poner en riesgo su correcta operación. En este sentido, los estudios de estabilidad transitoria generan mayor interés debido a la modernización del SEP.

La integración de energías renovables a las redes eléctricas ha incrementado debido a los crecientes avances en la electrónica de potencia permitiendo la inclusión estas fuentes de generación. Estas fuentes de generación, en las que se puede citar la energía solar y eólica, son consideradas fuentes intermitentes las cuales pueden generar desajustes de potencia en la red (generada con respecto a la demanda) y poner en riesgo su estabilidad.

Desde el punto de vista de estabilidad transitoria, los Sistemas de Almacenamiento de Energía (SAE) tienen la capacidad de mejorar, en buena medida, la estabilidad del ángulo del rotor en los generadores de los SEP y permiten regular las variaciones de frecuencia durante disturbios en la red.

La instalación de un SAE en un SEP permite almacenar la energía excedente de plantas de generación convencionales durante la noche, o cuando el costo de la energía es más barata

y posteriormente liberarla en el transcurso del día cuando la demanda incrementa. También se puede usar para almacenar la energía intermitente producida por las fuentes de energía renovables [21].

La Tabla 1.1 [15] muestra una clasificación de los SAE debido a las aplicaciones que tienen en diferentes instantes de tiempo.

Escala de	Segundos a minutos	Diario	Semanal a mensual
tiempo	<15 mín.	1-10 hrs.	50-500 hrs
	Control de frecuencia	Control de frecuencia	
	primario y secundario	terciario	
	Reserva rodante	Reserva permanente	Creación de
Aplicaciones	Control de voltaje	Nivelación de carga	islas en la red
	Arranque en	Creación de	
	negro de generadores	islas en la red	
	Poducción do	Sistemas de	
	nicos de domando	almacenamiento	
	picos de demanda	residencial	
	Suministro	Suministro	
	ininterrumpido	ininterrumpido	
	de potencia	de potencia	

Tabla 1.1: Aplicaciones de los sistemas de almacenamiento de energía

Las tecnologías más utilizadas se muestran en la Figura 1.1.

Plantas de re-bombeo: convierten la energía potencial del agua en energía eléctrica. El proceso consiste en llenar pequeñas presas (ubicadas en niveles superiores) durante los periodos que se tiene baja demanda de potencia, y liberarlas cuando se tengan los picos de demanda. La potencia que se puede manejar con esta tecnología va desde 100 MW a 5 GW [4].



Figura 1.1: Clasificación de los sistemas de almacenamiento de energía

Aire comprimido: se trata de obtener calor por parte del proceso de compresión del aire, durante el estado de carga el aire se pasa a través de una serie de ductos hasta llegar a un compresor en el cual el aire se somete a un cambio de presión, generando un incremento en su temperatura, el calor liberado por este proceso se almacena en cámaras isotérmicas y el aire depósitos subterráneos, para el proceso de descarga se utiliza el aire almacenado, el cual se inyecta a una turbina y el calor almacenado es usado para calentar este aire con el propósito de expandirlo. Este proceso es libre de emisiones de CO_2 ; la potencia que pueden manejar estos sistemas oscila entre los 100-300 MW [15].

Volantes de inercia: consiste en la inercia de una enorme masa rotatoria y hacer uso de esa energía cinética almacenada, es un volante, de una masa considerable, que se conecta a la flecha del generador, en el periodo de carga el volante gira a la misma velocidad que el generador, en la descarga, cuando el generador tiende a desacelerarse, la función del volante consiste en evitar que el generador cambie de velocidad abruptamente y a su vez evita que tarde más tiempo en liberar toda su energía. No son capaces de aportar mucha potencia al sistema, máximo 250 kW [15], también conocidos como *flywheel*.

Superconductores: se basan en el campo magnético que se puede almacenar en supercon-

ductores. Este campo magnético se crea a partir de una fuente de Corriente Directa (CD) la cual fluye por el superconductor, el cual se debe de encontrar a una temperatura cercana a -260 °C. El proceso de carga consiste en alimentar el superconductor con una fuente de CD, de valor constante, a través de un inversor. El proceso de descarga consiste en conectar, por medio de interruptores, el inversor a la red, y empezar a descargar el campo magnético en forma de corriente [15].

Super o ultra capacitores: son equipos que almacenan energía eléctrica en forma de campo eléctrico; consiste en dos electrodos separados por un material dieléctrico, dichos electrodos son polarizados con corriente directa, al ser polarizados de manera positiva, los electrodos se cargan de iones, y al ser polarizados de forma negativa los iones se liberan generando corriente eléctrica. Tienen potencias máximas de 10 kW.

Baterías: es la forma más común de almacenar energía en un SEP, se refiere a la conversión de energía eléctrica a energía química con el propósito de poder almacenarla; se clasifican en 2 categorías: primarias y secundarias. El inconveniente que se presenta en su uso, es la gran cantidad de calor que se genera. A diferencia de las baterías secundarias, las baterías primarias no pueden ser recargadas una vez se realice el proceso químico de oxido-reducción para la generación de corriente eléctrica en CD. Las baterías secundarias pueden almacenar una potencia alrededor de 100 MW [21]. En la Tabla A.1 [4] se establecen las ventajas y desventajas de usar diferentes tipos de baterías, mientras que en la Tabla A.2 [4]se observan los diferentes tipos de baterías que existen para aplicaciones en SEP y se mencionan algunas de sus principales características.

Térmica: presentan un funcionamiento muy similar al aire comprimido, consiste en usar un calentador eléctrico para generar calor dentro un recipiente térmico, que soporte temperaturas aproximadas de 500 °C,[15]. En el periodo de carga se calienta el recipiente, y durante la descarga se inyecta agua por medio de tuberías a la cámara y el vapor que se genera es enviado a una turbina.

En la Tabla A.3 [4] se presentan ventajas y desventajas de los diferentes tipos de almacenamiento de energía. Mientras que, en la Tabla A.4 [11]se muestran los SAE que han sido instalados alrededor del mundo, entre los años 1980 y 2000, con la excepción de las plantas de re-bombeo.

Se puede establecer que los SAE empleados en un SEP tiene 3 formas distintas de operación:

- Carga
- Almacenamiento
- Descarga

Bajo estas tres condiciones de operación, el SAE es capaz de mantener, en cierta medida, el balance de potencias en un SEP, todo esto con sus respectivas limitaciones tanto de eficiencia como del tipo de tecnología que se emplea.

1.2. Justificación de la tesis

Los diversos estudios que se realizan en un SEP tienen como objetivo primordial, incrementar la confiabilidad de éste y como consecuencia, se puede garantizar la operación en los procesos de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica. Un SEP es un sistema altamente complejo, el cual se puede ver afectada su operación cuando se presenta algún disturbio, en cualquiera de los elementos que lo conforman, provocando así que el sistema opere en condiciones anormales, afectando a su vez el suministro eléctrico hacia el usuario final. Para mejorar su confiabilidad, es necesario mitigar el comportamiento del SEP ante condiciones transitorias, considerando la integración de nuevo equipos que están diseñados con base en la electrónica de potencia.

La importancia que representa la electrónica de potencia dentro un SEP, ha ido incrementado debido a la enorme cantidad de aplicaciones que se tienen, como lo son: controladores de velocidad, inversores de CD/CA que permiten la inclusión de energías renovables y sistemas de almacenamiento de energía[20]. Por otro lado, el incremento de generación con base de tecnologías renovables ha dado lugar a que se tengan excedentes de energía en la red, generando necesidades adicionales que requieren de un sistema de almacenamiento de energía. Además de almacenar energía, también son usados para mejorar la estabilidad del sistema, debido a que pueden liberar energía en diferentes escalas de tiempo.

Actualmente dentro de todos los SAE, las baterías han tenido un gran auge, ya que tienen la ventaja de operar en modos de carga y descarga, tal como lo muestran los estudios [8] y [13]. En general, las baterías son una excelente opción para mejorar el comportamiento dinámico de la red ante condiciones normales y dinámicas de operación, como ante perturbaciones.

1.3. Objetivo de la tesis

El objetivo de este trabajo de tesis es estudiar la respuesta dinámica de los generadores síncronos ante condiciones de falla, con el fin de evaluar la estabilidad transitoria de un sistema eléctrico de potencia, incluyendo sistemas de almacenamiento de energía.

1.3.1. Objetivos específicos

- Modelar de sistemas eléctricos de potencia para estudios de estabilidad transitoria utilizando modelos reducidos
- Integrar de sistemas de almacenamiento de energía para estudios dinámicos
- Implementar de un caso de estudio para llevar a cabo simulaciones dinámicas
- Integrar de sistemas de almacenamiento de energía para evaluar la estabilidad transitoria

1.4. Organización de la tesis

El presente trabajo consta de 4 capítulos, mismos que se describen a continuación:

- Capítulo 1: se describe de manera general el panorama de los sistemas de almacenamiento de energía, su importancia y sus principales aplicaciones, se establece el objetivo de la tesis.
- Capítulo 2: en este capítulo se define de manera general los antecedentes básicos y necesarios para el análisis de sistemas eléctricos de potencia en régimen equilibrado, así como el cálculo de condiciones iniciales para estudios de estabilidad transitoria. Se describe el modelo clásico un generador síncrono incluyendo la obtención de las ecuaciones de oscilación, el cual se usará para la integración de sistemas de almacenamiento de energía en la dinámica del sistema.
- Capítulo 4: se presenta el caso de estudio donde se aplican los modelos definidos en el *Capítulo 2*, para esto se realizó un programa en el software comercial *MATLAB*. Se presenta el análisis de los resultados obtenidos bajo diferentes escenarios operativos.
- Capítulo 5: se incluyen las conclusiones generales con base en los resultados obtenidos en el *Capítulo 4*, y adicionalmente se mencionan los posibles trabajos futuros de investigación.

Capítulo 2 Estabilidad transitoria

2.1. Introducción

En este capítulo se abordan los conceptos fundamentales sobre estabilidad transitoria. Unos de los temas aquí presentados es la obtención de los flujos de carga y determinar el estado de punto de operación del sistema en estado estacionario, ya que estos son requeridos para inicializar las variables de los generadores, a fin de poder realizar un estudio de estabilidad transitoria. Se describe el modelo de la máquina síncrona, así como los métodos de solución con los que se resuelve la ecuación de oscilación.

2.2. Flujos de potencia

Los estudios de flujos de potencia son de gran importancia para la planeación y el diseño de futuras expansiones de un SEP. También se utilizan para obtener el punto de operación de la red. La información que se obtiene de un estudio de flujos de potencia (o flujos de carga), es la magnitud y en ángulo de fase de los voltajes en cada bus del sistema, así como los flujos de potencia activa y reactiva, que circulan a través de cada elemento del sistema [5].

El análisis de flujos de potencia es un estudio que es esencial para evaluar las condiciones de estado estable de un SEP, y a su vez permite obtener nuevas condiciones operativas ante la reconfiguración de la red, pérdida de generación o de carga, incluso el disparo de líneas de

transmisión. Su finalidad es conocer el nuevo estado operativo ante condiciones adversas no programadas [19], así como condiciones programadas por los operadores de la red de transmisión o distribución.

Los principales estudios que se pueden realizan a partir de un análisis de flujos de potencia son:

- Planeación y operación de sistemas eléctricos
- Despacho económico
- Intercambio de potencia entre áreas de control
- Estudios de contingencias
- Análisis de estabilidad transitoria

Para un estudio de estabilidad transitoria, los flujos de potencia son la base para obtener las condiciones iniciales de los generadores. En este sentido, es necesario representar matemáticamente los flujos en un circuito eléctrico, considerando que se conocen las cargas que alimenta el sistema.

Para relacionar las corrientes y voltajes, se utiliza el sistema mostrado en la Figura 2.1. Las expresiones que definen la relación entre la corriente que fluye por la línea de transmisión y la corriente de la carga son las siguientes:



Figura 2.1: Circuito simple, generación - carga

$$\mathbf{I}_{12} = y_{12}(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) \tag{2.1}$$

$$\mathbf{I}_{L} = \left(\frac{\mathbf{S}_{L}}{\mathbf{V}_{2}}\right) = \left(\frac{P_{L} + jQ_{L}}{V_{2} \angle \delta_{2}}\right)$$
(2.2)

Al igualar las corrientes, I_{12} con I_L :

$$y_{12}(V_1 \angle \delta_1 - V_{\angle} \delta_2) = \frac{P_L + jQ_L}{V_2 \angle \delta_2}$$

Considerando que la línea de transmisión no tiene parte resistiva, entonces se tiene $y_1 = jB$; si se despeja P + jQ se obtienen las siguientes expresiones:

$$P_L = BV_1 V_2 \sin(\delta_1 - \delta_2) \tag{2.3}$$

$$-Q_L = BV_1 V_2 \cos(\delta_1 - \delta_2) - BV_2^2$$
(2.4)

A partir de (2.3) y (2.4) se puede obtener la respuesta del sistema y si se considera que se conocen los valores de V_1 , δ_1 , P_L y Q_L , solo bastaría con despejar y resolver el conjunto de ecuaciones para obtener V_2 y δ_2 .

Para obtener las ecuaciones de red se hace uso del análisis nodal, es el método más empleado y el que ofrece mayor flexibilidad para los diferentes tipos de análisis que se realizan en un SEP. Este tipo de análisis desarrolla las expresiones de cada nodo o barra en términos de las corrientes nodales, y si éstas se conocen, los voltajes nodales pueden ser obtenidos.

El problema que existe al analizar sistemas de potencias radica en que las cargas son modeladas como potencias constantes, esto implica que las ecuaciones de red se plantean en términos de estas potencias, a estas ecuaciones se les conoce como ecuaciones de flujo de potencia.

De la Figura 2.1 se puede inferir que las ecuaciones resultantes, son un sistema de ecuaciones no lineales, que para su resolución es necesario recurrir a métodos iterativos.

2.2.1. Planteamiento de las ecuaciones de red

Para el análisis de flujos de potencia en un SEP, se asume que el sistema con el que se va a trabajar es trifásico y que se encuentra operando en condiciones balanceadas, al ser un sistema balanceado se puede representar por un circuito monofásico mediante un diagrama unifilar. Las impedancias en las ramas y transformadores, así como los voltajes nodales y las cargas del sistema deben estar expresados en por unidad para facilitar los cálculos debido a la gran cantidad de transformadores que se pueden presentar en un SEP.

Para el análisis de las ecuaciones de red, se considera el sistema de 3 nodos mostrado en la Figura 2.2.



(a) Representación usando impedancias

(b) Representación usando admitancias

Figura 2.2: Representación de circuitos, Teorema de Theveniny y Norton

Para facilitar el análisis nodal, el cual se basa en el balance de corrientes en los nodos del sistema, se hace uso del *Teorema de Thevenin y Norton*, el cual convierte las fuentes de voltaje con una impedancia serie, en fuentes de corriente con una admitancia en paralelo 2.2b; de aquí se procede con la *Ley de Corrientes de Kirchhoff* (LCK). Por lo tanto, para el sistema el sistema de la Figura 2.2a, se tiene:

$$I_{1} = I_{10} + I_{12} + I_{13}$$

$$I_{2} = I_{20} + I_{21} + I_{23}$$

$$0 = I_{20} + I_{21} + I_{23}$$
(2.5)

Recordando las ecuaciones básicas, $z = y^{-1} \Rightarrow \mathbf{V} = z\mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{I} = y\mathbf{V}$, (2.5) se puede reescribir como:

$$I_{1} = y_{10}V_{1} + y_{12}(V_{1} - V_{2}) + y_{13}(V_{1} - V_{3})$$

$$I_{2} = y_{20}V_{2} + y_{21}(V_{2} - V_{1}) + y_{23}(V_{2} - V_{3})$$

$$0 = y_{L}V_{3} + y_{31}(V_{3} - V_{1}) + y_{32}(V_{3} - V_{2})$$
(2.6)

Agrupando los términos semejantes:

$$\mathbf{I}_{1} = (y_{10} + y_{12} + y_{13})\mathbf{V}_{1} - y_{12}\mathbf{V}_{2} - y_{13}\mathbf{V}_{3}$$

$$\mathbf{I}_{2} = -y_{12}\mathbf{V}_{1} + (y_{20} + y_{21} + y_{23})\mathbf{V}_{2} - y_{23}\mathbf{V}_{3}$$

$$\mathbf{0} = -y_{13}\mathbf{V}_{1} - y_{32}\mathbf{V}_{2} + (y_{L} + y_{31} + y_{32})\mathbf{V}_{3}$$

(2.7)

Si se hace un cambio de variable con las admitancias agrupadas en (2.7), se obtiene:

$$Y_{11} = (y_{10} + y_{12} + y_{13}) \quad Y_{12} = -y_{12} \qquad Y_{13} = -y_{13}$$

$$Y_1 = -y_{21} \qquad Y_{22} = (y_{20} + y_{21} + y_{23}) \quad Y_{23} = -y_{23}$$

$$Y_{31} = -y_{13} \qquad Y_{32} = -y_{32} \qquad Y_{33} = (y_L + y_{31} + y_{32})$$
(2.8)

Con las nuevas admitancias definidas en (2.8) se reescribe la ecuación (2.7) y se coloca en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{1} \\ \mathbf{I}_{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{1} \\ \mathbf{V}_{2} \\ \mathbf{V}_{3} \end{bmatrix}$$
(2.9)

El conjunto de ecuaciones (2.9) se puede expandir para ser generalizado en un sistema de *n* nodos:

$$\mathbf{I}_{bus} = \mathbf{Y}_{bus} \mathbf{V}_{bus} \tag{2.11}$$

donde, \mathbf{I}_{bus} es la matriz de corrientes nodales, \mathbf{V}_{bus} es la matriz de voltajes nodales y \mathbf{Y}_{bus} es conocida como la matriz de admitancias nodales.

La matriz \mathbf{Y}_{bus} muestra el grado de interconexión que tiene la red. Los elementos que encuentran en la matriz se definen por:

$$Y_{jj} = \sum_{k=1}^{n} y_{jk} \qquad j \neq k \qquad \qquad Y_{jk} = Y_{jk} = -y_{jk}$$

donde, los valores Y_{jj} son los elementos de la diagonal principal y son la suma de todas las admitancias que inciden en ese nodo, mientras que, los valores Y_{jk} son los elementos fuera de la diagonal y son el negativo de la admitancia que existe entre esos dos nodos.

2.2.2. Planteamiento ecuaciones de flujo

A partir del circuito mostrado en la Figura 2.1 y tomando en consideración solo el elemento de transmisión, el cual se considera como un elemento de transmisión cualquiera dentro de una red, ver Figura 2.3. La potencia inyectada en el bus de envío o recepción se define por:

$$\mathbf{S}_{bus} = \mathbf{V}_{bus} \mathbf{I}_{bus}^* = \mathbf{V}_{bus} (\mathbf{Y}_{bus} \mathbf{V}_{bus})^*$$



Figura 2.3: Elemento de transmisión

De manera matricial se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_k \\ \mathbf{S}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{kk} & \mathbf{Y}_{km} \\ \mathbf{Y}_{km} & \mathbf{Y}_{kk} \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k \\ \mathbf{V}_m \end{bmatrix}^*$$

donde:

$$\mathbf{V}_{k} = V_{k} \mathbf{e}^{j\delta_{k}} \qquad \mathbf{V}_{m} = V_{k} \mathbf{e}^{j\delta_{m}}$$
$$\mathbf{Y}_{kk} = G_{kk} + jB_{kk} \qquad \mathbf{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km}$$

La potencia inyectada en el nodo *k* es:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{k} &= \mathbf{V}_{k} (\mathbf{Y}_{kk}^{*} \mathbf{V}_{k}^{*} + \mathbf{Y}_{km}^{*} \mathbf{V}_{m}^{*}) = \mathbf{V}_{k} \mathbf{V}_{k}^{*} \mathbf{Y}_{kk}^{*} + \mathbf{V}_{k} \mathbf{V}_{m}^{*} \mathbf{Y}_{km}^{*} \\ \mathbf{S}_{k} &= V_{k}^{2} (G_{kk} - jB_{kk}) + V_{k} V_{m} \mathbf{e}^{j(\delta_{k} - \delta_{m})} (G_{kk} - jB_{kk}) \\ \mathbf{S}_{k} &= V_{k}^{2} (G_{kk} - jB_{kk}) + V_{k} V_{m} [(G_{kk} - jB_{kk}) (\cos(\delta_{k} - \delta_{m}) + j\sin(\delta_{k} - \delta_{m})] \end{aligned}$$

Recordando que $S_k = P_k + jQ_k$, se tiene:

$$P_k + jQ_k = V_k(G_{kk} - jB_{kk}) + V_kV_m(G_{kk} - jB_{kk})(\cos(\delta_k - \delta_m) + j\sin(\delta_k - \delta_m))$$

Separando en parte real y parte imaginaria, se pueden obtener las ecuaciones de potencia activa y reactiva:

$$P_k = G_{kk}V_k + V_kV_m[G_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m))]$$
(2.12)

$$Q_k = -B_{kk}V_k + V_kV_m[G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) - B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))]$$
(2.13)

Las expresiones obtenidas en (2.12) y (2.13) determinan el flujo de potencia activa y reactiva a través del elemento de transmisión. Para realizar un análisis más completo, se asume que en un nodo con n elementos de transmisión, la potencia inyectada es S_k :



Figura 2.4: Potencias calculadas

De las Figura 2.4 se observa que la potencia real y reactiva inyectada en el nodo, Figuras 2.4a y 2.4b, respectivamente; se distribuye por los elementos de transmisión que estén conectados al mismo, así que es posible inferir que la suma del flujo en cada rama es igual a la potencia total inyectada, para esto se hace uso de las (2.12) y (2.13):

$$P_{k}^{cal} = G_{kk}V_{k}^{2} + \sum_{m=1}^{n} V_{k}V_{m}[G_{km}(\cos(\delta_{k} - \delta_{m}) + B_{km}(\sin(\delta_{k} - \delta_{m}))] \qquad m \neq k$$
(2.14)

$$Q_{k}^{cal} = -B_{kk}V_{k}^{2} + \sum_{m=1}^{n} V_{k}V_{m}[G_{km}(\sin(\delta_{k} - \delta_{m}) - B_{km}(\cos(\delta_{k} - \delta_{m}))] \qquad m \neq k$$
(2.15)

A las expresiones obtenidas en (2.14) y (2.15) se les conoce como *potencia activa* y *potencia reactiva calculada*, respectivamente. Estas ecuaciones determinan el balance de potencia en el nodo.

En la Figura 2.5 se observa la potencia total que inyecta un generador o una fuente (P_g y Q_g), que debe ser igual a la potencia que consume la carga (P_d y Q_d) más la potencia que fluye en los enlaces (P_k^{cal} y Q_k^{cal}):



Figura 2.5: Nodo genérico en un SEP

$$\Delta P_k = P_{gk} - P_{dk} - P_k^{cal} \tag{2.16}$$

$$\Delta Q_k = Q_{gk} - Q_{dk} - Q_k^{cal} \tag{2.17}$$

Las expresiones (2.16) y (2.17) se les conoce como ecuaciones de desajuste de potencia.

2.2.2.1. Clasificación de nodos

Para resolver el problema de flujos de potencia se requiere conocer la magnitud de los voltajes y los ángulos de todos los nodos del sistema. Una vez conocidos todos los V_k y δ_k del sistema se puede calcular la *P* y *Q* que fluye por los elementos del sistema.

En la práctica, para resolver el problema de flujos de potencia, los nodo o barras se clasifican dependiendo del número de variables δ_k , V_k , P y Q que se conozcan:

• Nodos de carga: en este tipo de nodos no se tiene una fuente de generación, P_g y Q_g son igual a cero, y se conocen los valores de P_d y Q_d . A este tipo de nodos también se les conoce como nodos PQ debido a que se pueden calcular los desajustes ΔP y ΔQ . Por

lo tanto, en el problema de flujos se implementa (2.16) y (2.17) para poder determinar V y δ [5].

- Nodos de voltaje controlado: en un nodo donde existe un generador conectado, la cantidad de potencia activa inyectada y el voltaje en terminales son variables que se pueden controlar directamente en el generador. Dado que en este tipo de nodos se conoce V_k y P_{gk} , son llamados nodos PV debido a que se puede calcular el desajuste ΔP con el cual se obtiene δ . Una vez que converge o se resuelve el problema de flujos de potencia, se procede con el cálculo de Q_{gk} [5].
- Nodo compensador: también conocido como nodo *slack*, el voltaje y ángulo de este nodo son conocidos y sirven como referencia para los demás nodos y generadores del sistema, se suelen usar los valores de V = 1 p.u y δ = 0°, aunque esto no es una regla, para este nodo no se requieren calcular desajustes ΔP y ΔQ, ya que los valores de V y δ son conocidos[5]. En la práctica, el nodo compensador es el nodo que cuenta con el generador de mayor potencia, debido a que este nodo tiene la función de compensar las inyecciones de potencia que los otros generadores no puedan.

2.2.3. Métodos de solución

En el planteamiento del problema de flujos, los voltajes y ángulos en los nodos son las variables desconocidas del sistema, tal como se describe por (2.14) y (2.15), debido a esto, se utilizan métodos numéricos iterativos para obtener un valor aproximado de los mismos, de tal forma que ΔP_k y ΔQ_k sean muy cercanas a cero, de acuerdo con una tolerancia aceptable.

Existen diversos métodos para dar solución a las ecuaciones de desajuste de potencia. La Figura 2.6 muestra algunos de estos, donde generalmente predominan tres de ellos. El primer método, es el de Gauss-Seidel que ha sido utilizado ampliamente durante mucho tiempo debido a que no requiere enormes procesos computacionales para su resolución. El segundo método, es el de Newton-Raphson, que es mucho más complejo y requiere mayor esfuerzo computacional. El tercer método, es el desacoplado rápido, el cual se basa en el método de Newthon-Raphson, en cual se basa principalmente en dos consideraciones: un cambio en el ángulo del voltaje afecta principalmente a la potencia activa, mientras que un cambio en la magnitud de tensión afecta a la potencia reactiva.



Figura 2.6: Métodos numéricos para la solución de flujos de potencia

Antes de dar solución al problema de flujos de potencia, se tiene que analizar muy bien el método que se desea emplear para obtener su solución, ya sea que se considere el tiempo de convergencia, el costo computacional, la precisión y exactitud de los resultados, la versatilidad que nos ofrece al integrar tecnologías nuevas, el tipo de resultado esperado ya sea para un estudio formal o un análisis rápido del sistema.

Se puede linealizar la expresión (2.10) si las inyecciones de corriente son conocidas. En la práctica esto no es cierto del todo, ya que las corrientes no siempre se conocen para todos los nodos del sistema. Para calcular la corriente en cada nodo k se deben de conocer P_k , Q_k y V_k :

$$I_{k} = \frac{P_{k} - jQ_{k}}{V_{k}^{*}}$$
(2.18)

2.2.3.1. Método de Newton-Raphson

Para poder emplear este método es necesario regresar a (2.18) y reescribir la ecuación:

$$S_k = V_k I_k^* = P_k + j Q_k \tag{2.19}$$

Recordando que en (2.14) y (2.14) se hace referencia a un nodo con *n* elementos de transmisión conectados, estas expresiones se sustituyen en (2.19) con el fin de generalizar el problema de flujos. Posteriormente P_k^{cal} y Q_k^{cal} se derivan en función de las variables de interés δ_k , δ_m , V_k y V_m Tabla C.1. Al agregarse las derivadas como nuevas ecuaciones, se agrega un nuevo vector de desajuste, este hace referencia a los voltajes y ángulos del sistema.

Las derivadas en función de las variables de interés definen la matriz Jacobiana y para ello se necesita saber el número de nodos PV y PQ con los que cuenta el sistema. Cada nodo PV nos obliga a calcular un δ y en un nodo PQ se requiere un δ y un V. Entonces, de forma general se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \Delta P_{1} \\ \vdots \\ \Delta P_{n} \\ \Delta Q_{1} \\ \vdots \\ \Delta Q_{n} \end{aligned} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{1}}{\partial \delta_{1}} & \cdots & \frac{\partial P_{1}}{\partial \delta_{n}} & \cdots & \frac{\partial P_{1}}{\partial V_{1}} & \frac{\partial P_{1}}{\partial V_{n}} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{n}}{\partial \delta_{1}} & \cdots & \frac{\partial P_{n}}{\partial \delta_{n}} & \cdots & \frac{\partial P_{n}}{\partial V_{1}} & \frac{\partial P_{n}}{\partial V_{n}} \\ \frac{\partial Q_{1}}{\partial \delta_{1}} & \cdots & \frac{\partial Q_{1}}{\partial \delta_{n}} & \cdots & \frac{\partial Q_{1}}{\partial V_{1}} & \frac{\partial Q_{1}}{\partial V_{n}} \\ \vdots \\ \frac{\partial Q_{n}}{\partial \delta_{1}} & \cdots & \frac{\partial Q_{n}}{\partial \delta_{n}} & \cdots & \frac{\partial Q_{n}}{\partial V_{1}} & \frac{\partial Q_{n}}{\partial V_{n}} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_{n} \\ \Delta V_{1} \\ \vdots \\ \Delta V_{n} \end{bmatrix}$$
(2.20)

Se puede representar (2.20) de forma general, si se considera que las P y Q son P_k^{cal} y Q_k^{cal} , respectivamente y el signo menos(-) se integra a las derivadas:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \delta} & \frac{\partial P^{cal}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q^{cal}}{\partial V} \end{bmatrix}}_{Jacobiano} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$
(2.21)

La corrección de los voltajes y ángulos se hace invirtiendo el *Jacobiano* para despejar $\Delta \delta$ y ΔV . A partir de (2.21) y de los valores obtenidos, los valores de ángulo y voltaje se suman con los valores que se obtuvieron en la iteración anterior:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \delta} & \frac{\partial P^{cal}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q^{cal}}{\partial V} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$
(2.22)

$$\begin{bmatrix} \delta \\ V \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} \delta \\ V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix}^{(i)}$$
(2.23)

2.2.3.2. Solución al problema de flujos de potencia



Figura 2.7: Diagrama unifilar, sistema de 9 nodos y 3 generadores

El caso de estudio para llevar a cabo en análisis de estabilidad transitoria se muestra en la Figura 2.7. El sistema que está conformado por 3 generadores, 9 nodos y 3 cargas, cuyos datos se encuentran en las Tablas B.2 y B.3. Para realizar un estudio de estabilidad transitoria es necesario conocer el estado inicial de los generadores y para ello se debe resolver previamente el problema de flujos de potencia. Por ello, en esta sección se muestra la solución al problema de flujos usando el método de Newton-Raphson, cuyo código se desarrolló en *MATLAB* y a su vez es comparado con un el software comercial *PSSE Xplore*, en ambos sistemas se considera una tolerancia de 10^{-6} .

Al comparar los resultados arrojados por el programa *PSSE Xplore* (Tabla 2.2) con los resultados arrojados por el código de *Matlab* (Tabla 2.2), se aprecia una ligera diferencia en los resultados.

De esta manera se puede inferir que los resultados obtenidos por el código de *Matlab* son aceptables y pueden ser usados como base para el cálculo de condiciones iniciales del sistema dinámico y con ello poder realizar estudios de estabilidad transitoria incluyendo sistemas de almacenamiento de energía.

Nodo	Voltaje	Ángulo	Pgen	Qgen	P _{carga}	Q _{carga}
1	1.0400	0	0.7164	0.2705	0	0
2	1.0250	9.2800	1.6300	0.0665	0	0
3	1.0250	4.6647	0.8500	-0.1086	0	0
4	1.0258	-2.2168	0	0	0	0
5	0.9956	-3.9888	0	0	1.5	0.50
6	1.0127	-3.6874	0	0	0.90	0.30
7	1.0258	3.7197	0	0	0	0
8	1.0159	0.7275	0	0	1	0.35
9	1.0324	1.9667	0	0	0	0

Tabla 2.1: Resultados, usando MATLAB

Nodo	Voltaje	Ángulo	Pgen	Q _{gen}	P _{carga}	Q _{carga}
1	1.04000	0	0.71641	0.27046	0	0
2	1.02500	9.2800	1.63000	0.06654	0	0
3	1.02500	4.6648	0.85000	-0.10860	0	0
4	1.02579	-2.2168	0	0	0	0
5	0.99563	-3.9888	0	0	1.25	0.50
6	1.01265	-3.6874	0	0	0.90	0.30
7	1.02577	3.7197	0	0	0	0
8	1.01588	0.7275	0	0	1	0.35
9	1.03235	1.9667	0	0	0	0

Tabla 2.2: Resultados, usando PSSE Xplore

También se calcularon los flujos de potencia en cada elemento de transmisión, Tabla 2.3. El signo en la potencia activa indica la dirección que toma el flujo de potencia en el elemento de transmisión, por ejemplo se toma el caso de lo que ocurre entre los nodos **7** y **8**, donde se observa que la potencia activa toma un valor positivo, esto quiere decir que la potencia fluye del nodo **7** al nodo **8**, caso contrario ocurre cuando se analiza el flujo de potencia que va del nodo **8** al **7** donde se observa que el signo es negativo, esto confirma que la potencia activa viaja de nodo **7** al nodo **8**.

En este ejercicio de cálculo de flujos de potencia, no se consideran limites en las potencias activas y reactivas en la capacidad de conducción de líneas de transmisión, así como en los límites de generación de las 3 máquinas síncronas.

De Nodo	Al nodo	Potencia activa	Potencia Reactiva
1	4	0.7164	0.2705
2	7	1.6300	0.0665
3	9	0.8500	-0.1086
4	1	-0.7164	-0.2392
4	5	0.4094	0.2289
4	6	0.3070	0.0103
5	4	-0.4068	-0.3869
5	7	-0.8432	-0.1131
6	4	-0.3054	-0.1654
6	9	-0.5946	-0.1346
7	2	-1.6300	0.0918
7	5	0.8662	-0.0838
7	8	0.7638	-0.0080
8	7	-0.7590	-0.1070
8	9	-0.2410	-0.2430
9	3	-0.8500	0.1496
9	6	0.6082	-0.1807
9	8	0.2418	0.0312

Tabla 2.3: Flujos de potencia en los elementos de transmisión

2.3. Fundamentos de estabilidad

La estabilidad en sistemas eléctricos de potencia se define como la propiedad que tiene un sistema de potencia para permanecer en un estado de operación en equilibrio bajo condiciones normales de operación, así como permanecer en un estado de equilibrio aceptable después de que se presenta un disturbio en la red [3].

La estabilidad en el contexto de sistemas de potencia se refiere a la capacidad que tienen los generadores para recuperar su estado de operación después de que se presente una per-
turbación en el sistema. Algunos ejemplos de perturbaciones son: fallas en la red de transmisión, conexión y desconexión repentina de cargas grandes (generalmente industriales), disparo de lineas de transmisión y la pérdida de uno o varios generadores[7]. En lo que se refiere a la pérdida de generadores, el efecto que transitorio que estos producen va depender de la cantidad de potencia entregada en ese momento a la red, así como de su tecnología. Por ejemplo, las fuentes de generación renovables presentan un comportamiento intermitente, lo que significa que el sistema tendrá una respuesta diferente si se desconecta de la red.

Se puede dividir el estudio de estabilidad en dos casos: análisis en estado estable y análisis dinámico. En el análisis de estado estable se estudia el sistema sin considerar la variación en el tiempo, algunos estudios que se pueden incluir en este análisis son el estudio de flujos de potencia, despacho económico y estimación de estados.

El análisis dinámico [12] es un estudio que se realiza para evaluar la estabilidad angular en un sistema eléctrico de potencia a través del tiempo, el cual se puede categorizar en: estabilidad transitoria y estabilidad de pequeña señal.

En general, los estudios dinámicos para sistemas eléctricos de potencia se pueden clasificar de acuerdo con estudios presentados en la Figura 2.8 [3]. En este trabajo, únicamente se estudia el caso de estabilidad transitoria (estabilidad angular), basado en el concepto del criterio de áreas iguales, que se describe más adelante.



Figura 2.8: Clasificación de estudios de estabilidad

2.3.1. Ecuación de oscilación de la máquina síncrona

En estado estable todas las máquinas síncronas giran con la misma velocidad eléctrica. Sin embargo, cuando se presentan disturbios en el sistema, algunos generadores pueden acelerarse o desacelerarse, corriendo el riesgo de perder el sincronismo; si esto llega suceder, los generadores deben ser desconectados de la red o en caso contrario puede sufrir daños importantes [3]. En este sentido, las ecuaciones de oscilación de la máquina síncrona facilitan el entendimiento durante perturbaciones, de modo que, es posible determinar si una máquina pierde o no el sincronismo ante una perturbación en la red.

La Figura 2.9 describe de manera esquemática la relación entre las potencias y los torques (mecánico y eléctrico) en una maquina síncrona, donde los subíndices *m* y *e* representan cantidades mecánicas y eléctricas, respectivamente.



Figura 2.9: Esquema de un generador

La ecuación diferencial que describe la dinámica del rotor es

$$J\frac{\mathrm{d}^2\theta_m}{\mathrm{d}t^2} = T_m - T_e \tag{2.24}$$

donde:

J: momento total de inercia de la máquina síncrona, $(kg \cdot m^2)$.

 θ_m : ángulo mecánico del rotor, (radianes).

 T_m : torque mecánico de la turbina, (N·m). Un valor positivo de T_m corresponde a una potencia inyectada a la máquina.

 T_e : torque eléctrico del rotor, (N·m). Si T_e es positivo, significa que el generador está en un estado de operación normal.

Si la expresión (2.24) se multiplica por la velocidad angular mecánica(ω_m), se tiene:

$$\omega_m J \frac{\mathrm{d}^2 \theta_m}{\mathrm{d}t^2} = P_m - P_e \tag{2.25}$$

Donde:

 $P_m = \omega_m T_m \longrightarrow$ Potencia mecánica del rotor $P_e = \omega_m T_e \longrightarrow$ Potencia eléctrica del rotor

La aceleración angular puede ser expresada en términos del ángulo eléctrico:

$$\omega_m = \frac{\omega_e}{\frac{p}{2}} \tag{2.26}$$

Donde:

 ω_e : Velocidad angular eléctrica del rotor

p: Número de polos

$$\frac{2}{p}\omega_m J \frac{\mathrm{d}^2 \theta_e}{\mathrm{d}t^2} = P_m - P_e \tag{2.27}$$

Reordenando los términos, se obtiene:

$$\frac{2}{p\omega_m} \left(\frac{1}{2}\omega_m^2 \boldsymbol{J}\right) \frac{\mathrm{d}^2 \theta_e}{\mathrm{d}t^2} = P_m - P_e \tag{2.28}$$

Utilizando (2.26) en la expresión (2.28), y dividiendo entre la potencia nominal de la máquina *S*, se tiene que:

$$\frac{2}{\omega_e} \left(\frac{\frac{1}{2} \omega_m^2 \boldsymbol{J}}{S} \right) \frac{\mathrm{d}^2 \theta_e}{\mathrm{d}t^2} = \frac{P_m - P_e}{S}$$
(2.29)

En sistemas de potencia reales se sabe que durante los disturbios, la velocidad angular del rotor no varía significativamente, de los valores nominales, $\omega_{e0} \approx \omega_{m0}$. Además, se sabe que la inercia de la máquina de define por (2.31), entonces, la expresión (2.29) se puede simplificar como:

$$\frac{2H}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = P_m - P_e \tag{2.30}$$

$$\boldsymbol{H} = \frac{\frac{1}{2}\omega_m^2 \boldsymbol{J}}{S} \tag{2.31}$$

En (2.30) se asume que los valores de potencia, P_e y P_m están expresados en por unidad. Los ángulos y velocidades angulares (del lado izquierdo, hacen referencia a la parte eléctrica de la máquina, de modo que se pueden omitir los subíndices). Por último, se asume que la constante de inercia (2.31) está dada en por unidad.

Dado que (2.30) es una ecuación diferencial de segundo orden; esta se puede expresar en ecuaciones diferenciales de primer orden. Para ello se hace uso de la siguiente expresión:

$$\omega = \dot{\theta} \tag{2.32}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_e) \end{bmatrix}$$
(2.33)

Las variables θ y ω de (2.33), se les denomina variables de estado. También, se debe aclarar que al agregar la expresión (2.32), la variable ω hace referencia a la velocidad angular y esta denota las oscilaciones del rotor, con referencia a un sistema de rotación de velocidad constante de una maquina síncrona [3].

2.3.2. Criterio de áreas iguales

Para poder determinar si un SEP es estable o inestable después de una perturbación, es necesario, inspeccionar la respuesta que presenta el ángulo de rotor de cada una de las máquinas. Si en estas gráficas muestran que el ángulo entre dos máquinas tiende a crecer sin límite, el sistema será inestable. Por otro lado, si después de liberar la falla, el ángulo entre 2 máquinas alcanza su valor máximo y después decrece, es muy probable, que el sistema sea estable [10].



Figura 2.10: Sistema: máquina bus infinito

Para obtener la ecuación que se utiliza en el *criterio de áreas iguales*, se aplica (2.30) a un sistema máquina bus infinito, Figura 2.10, y se realizan las siguientes modificaciones:

$$P_a = P_m - Pe \tag{2.34}$$

donde P_a es la *potencia de aceleración*, entonces se reescribe (2.30)

$$\frac{2H}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = P_a \tag{2.35}$$

Multiplicando en ambos lados por $2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$:

$$2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\frac{d^2\theta}{dt^2} = 2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\frac{\omega_0}{2H}P_a$$
(2.36)

$$\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right] = P_a \frac{\omega_0}{H} \frac{d\theta}{dt}$$
(2.37)

$$d\left[\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right] = P_a \frac{\omega_0}{H} d\theta \tag{2.38}$$

E integrando ambos lados:

$$\left[\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right] = \frac{\omega_0}{H} \int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\theta$$
(2.39)

O bien:

$$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{\omega_0}{H} \int_{\theta_0}^{\theta} P_a d\theta}$$
(2.40)

En (2.40) se muestra la velocidad relativa de la máquina respecto a un marco de referencia de velocidad constante. En estudios de estabilidad, esta velocidad de referencia es generalmente cero. La condición de estabilidad, para un rotor que se acelera, existe cuando al evaluar θ_{max} se obtiene $P_a(\theta_{max}) \leq 0$ [2]:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_{max}} P_a d\theta = 0 \tag{2.41}$$

Si se gráfica (2.41), en un sistema estable se observa una curva similar a la Figura 2.11a, ya que se observa que A_1 y A_2 tienden a tener la misma sección de área, caso contrario, si el sistema de estudio es inestable, se obtendrá una curva como la que se muestra en Figura 2.11b, donde A_1 y A_2 tienen áreas bajo la curva de valor distinto. A esto se lo conoce como criterio de áreas iguales [2].

Cabe aclarar que el criterio de *áreas iguales* no puede ser aplicado de manera directa en sistemas que cuenten con tres o más máquinas conectadas, debido que ya no se puede considerar un sistema con potencia" *infinita*" [14].



(b) Sistema inestable

Figura 2.11: Gráficas potencia - ángulo

El procedimiento para analizar la estabilidad en sistemas multimáquina se basa en obtener las gráficas de los ángulos θ de todas las máquinas con respecto al tiempo, a estas gráficas se les conoce como *gráficas de oscilación*[14]. Este primer análisis es visual, un sistema multimáquina estable se observa en la Figura 2.12a, dado que las 4 curvas mostradas tienen la misma tendencia, caso contrario se observa en la Figura 2.12b, donde las curvas toman diferentes direcciones, es decir, es sistema se vuelve inestable [2].

El segundo criterio de análisis, consiste en restar uno a uno los ángulos θ de las máquinas con respecto a la referencia [14]. Con este análisis se obtienen curvas con un máximo valor de ángulo y se establece que, si la magnitud máxima de la curva supera los 180°, el sistema es inestable, si dicho valor se encuentra entre 120° y 180° el sistema se encuentra en los límites de estabilidad, menor a 120° el sistema es estable. [14].



Figura 2.12: Gráficas ángulo - tiempo

2.3.3. Procedimiento para un estudio de estabilidad

En general, para un estudio de estabilidad transitoria convencional, se asumen una serie de consideraciones, las cuales facilitan la manipulación de la información; las más representativas son las siguientes:

- Potencia mecánica (*P_m*) constante.
- Los amortiguamientos y máquinas asíncronas son despreciables.
- Se utilizan modelos simplificados para la máquina síncrona, con reactancia transitoria.
- El voltaje interno del generador es considerado constante.
- El ángulo del rotor y el ángulo del voltaje son idénticos, detrás de la reactancia transitoria.
- Las cargas se representan como impedancias pasivas.

Para realizar un estudio de estabilidad en sistemas multimáquina es necesario reacondicionar la información para poder llevar a cabo los cálculos mediante el uso de (2.33). En este sentido, el procedimiento se describe a continuación:

- 1. Se verifica que todos los datos del sistema estén expresados en la misma base.
- 2. Las cargas se convierten en admitancias constantes, para esto es necesario saber el voltaje en el bus el cual se obtiene de un análisis previo de flujos de potencia.

$$Y_{Li} = \frac{S_{Li}^*}{V_{ti}^2}$$
(2.42)

3. Los voltajes internos de los generadores $E_i \angle \theta_i$ se calculan a partir de la Figura 2.13, donde $V_{ti} \angle \delta i$ son los voltajes en terminales de los generadores, los cuales se obtienen después de realizar flujos de potencia.



Figura 2.13: Esquema generador ideal

$$E_i \angle \theta_i = (V + Qx'_d / V_{ti}) + j(Px'_d / V_{ti})$$
(2.43)

4. La condición inicial θ_0 de (2.33) se consigue al sumar el ángulo θ_i de (2.43) con el ángulo δ_i , obtenido en los resultados de flujos de potencia.

$$\theta_{i0} = \theta_i + \delta_i \tag{2.44}$$

- 5. Se formula una matriz Y_{bus} para cada condición del sistema, considerando los siguientes puntos:
 - *a*) La construcción de la nueva matriz se hace considerando las cargas de los nodos como admitancias constantes.
 - *b*) La impedancia interna de los generadores (x'_d) se suma a la impedancia de los transformadores. El voltaje en terminales del generador, es remplazado por el voltaje interno que se obtuvo en (2.43).

- 6. Finalmente se eliminan los nodos donde no existe inyección de corriente, de esta forma el sistema se reduce solo a los nodos internos de los generadores y se obtiene una matriz Y_{bus} reducida del sistema. La cual sigue siendo una matriz simétrica y de tamaño *nxn* donde *n* es el número de generadores[2].
- 7. El medio por el cual los generadores del sistema se relacionan entre si, es por medio de la potencia eléctrica consumida por la red, en donde se estable que el momento antes que ocurra la perturbación $P_m = P_e$ donde P_e es la parte Real de la potencia eléctrica demandada, la cual se calcula:

$$P_{e} = E_{i}^{2}G_{ii} + \sum_{j=1}^{n} E_{i}E_{j}Y_{ij}cos(\phi_{ij} - \theta_{i} + \theta_{j}) \qquad (j \neq i))$$
(2.45)

Donde Y_{ij} , ϕ_{ij} y G_{ii} toman el valor de los elementos de la matriz reducida Y_{bus} para cada uno de los escenarios que se quieran proponer.

2.3.4. Cálculos preliminares para estudios de estabilidad

Para dar solución a las ecuaciones diferenciales y obtener la respuesta dinámica del sistema ante diferentes perturbaciones, es requisito indispensable obtener las condiciones iniciales del sistema, como lo indica el *[Punto 4]* de la sección anterior. Por ende, se deben calcular los voltajes internos de los generadores *[Punto 5]*. Además, se establecen los cambios que se le aplicaran a la red, como perturbaciones (disparos de línea, rechazo de carga, recierre de línea, pérdidas de nodos). Las reactancias x'_d de los generadores se agregan a los transformadores, las cargas (con las modificaciones pertinentes) son convertidas a admitancias y adicionadas a la matriz de admitancias de la red [Punto 2 y 5], las cuales definen la nueva Y_{bus} . Considerando lo anterior, se reduce la matriz de admitancias de red mediante la reducción de *Kron* a un sistema de nxn (matriz cuadrada de acuerdo con el número de generadores).

Con el propósito de mostrar el cálculo de condiciones iniciales, requerido para realizar estudios de estabilidad transitoria, se usa como caso de estudio el sistema de 9 nodos mostrado en la Figura 2.7, del cual ya se conocen los voltajes nodales después de haber realizado el estudio de flujos de potencia, Tabla 2.1. Entonces, se procede a calcular los voltajes internos usando (2.43) y se obtiene:

$$E_1 \angle \theta_1 = 1.0566 \angle 2.2726^0$$

 $E_2 \angle \theta_1 = 1.0502 \angle 10.4507^0$
 $E_3 \angle \theta_1 = 1.0170 \angle 8.4990^0$

Las condiciones iniciales de los ángulos θ_{0i} son:

$$\theta_{01} = 2.2717^0$$

 $\theta_{02} = 19.7316^0$
 $\theta_{03} = 13.1664^0$

Para las condiciones iniciales de la velocidad angular ω_0 son [2]:

$$\omega_{01} = 0^{o}$$
$$\omega_{02} = 0^{o}$$
$$\omega_{03} = 0^{o}$$

Para eliminar los nodos de la Y_{bus} que no cuentan con una inyección de corriente se expande (2.11):

$$\mathbf{I}_{bus} = \mathbf{Y}_{bus} \mathbf{V}_{bus}$$

donde:

$$\begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{nn} & Y_{ni} \\ Y_{in} & Y_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ V_i \end{bmatrix}$$
(2.46)

El subíndice *n* es usado para designar los nodos que cuentan con una inyección de corriente, mientras que el subíndice *i* se usa para el resto de los nodos. Representando (2.46) en su forma algebraica se obtiene [2]:

$$I_n = Y_{nn}V_n + Y_{ni}V_i \tag{2.47}$$

$$0 = Y_{in}V_n + Y_{ii}V_i (2.48)$$

Se despeja V_i de (2.48) y se sustituye en (2.47):

$$V_i = \frac{-Y_{in}V_n}{Y_{ii}} \tag{2.49}$$

$$I_n = (Y_{nn} - Y_{ni}Y_{ii}^{-1}Y_{in})V_n$$
(2.50)

La matriz formada por $(Y_{nn} - Y_{ni}Y_{ii}^{-1}Y_{ii})$ es la matriz reducida de la Y_{bus} , cuya dimensión es de nxn. Haciendo uso de (2.50) se puede obtener la matriz Y_{bus} reducida para condiciones de prefalla:

Matriz Y_{bus} de prefalla para el caso de estudio antes de la reducción:

Y _{bus} =	-8.4459 <i>i</i>	0	0	8.4459 <i>i</i>	0	0	0	0	0
	0	-5.4855i	0	0	0	0	5.4855 <i>i</i>	0	0
	0	0	-4.1684i	0	0	0	0	0	4.1684i
	8.4459 <i>i</i>	0	0	3.3074 - 30.3937i	-1.3652 + 11.6041i	-1.9422 + 10.5107i	0	0	0
	0	0	0	-1.3652 + 11.6041 i	3.8138 - 17.8426i	0	-1.1876 + 5.97510i	0	0
	0	0	0	-1.9422 + 10.5107i	0	4.1018 - 16.1335i	0	0	-1.2820 + 5.58820i
	0	5.4855 <i>i</i>	0	0	-1.1876 + 5.9751i	0	2.8047 - 24.9311i	-1.6171 + 13.6980i	0
	0	0	0	0	0	0	-1.6171 + 13.6980i	3.7412 - 23.6424i	-1.1551 + 9.78430i
	0	0	4.1684 <i>i</i>	0	0	-1.2820 + 5.5882i	0	-1.1551 + 9.78430i	2.4371 - 19.2574i

Matriz reducida Y_{bus} de prefalla:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0.8455 - 2.9883i & 0.2871 + 1.5129i & 0.2096 + 1.2256i \\ 0.2871 + 1.5129i & 0.4200 - 2.7239i & 0.2133 + 1.0879i \\ 0.2096 + 1.2256i & 0.2133 + 1.0879i & 0.2770 - 2.3681i \end{bmatrix}$$

2.4. Métodos de integración numérica

La dinámica de un SEP, puede se descrita por un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden y un sistema algebraico:

$$\dot{x} = f(x, y) \tag{2.51}$$

$$0 = g(x, y) \tag{2.52}$$

La solución a (2.51) y (2.52) consiste en determinar los valores futuros de x, y a partir de un punto en el tiempo, t_0 para el cual se tienen las condiciones iniciales de las variables. La solución numérica permite obtener x_k en términos de los valores pasados x_{k-1} , x_{k-2} ... y de sus derivadas, evaluadas como puntos discretos[18].

2.4.1. Método de Euler

Este método es el de más baja precisión y el que más se usaba en el pasado, debido su simplicidad para la implementación [18].

Se considera el problema de aproximación de una función continua y = f(x), con ≤ 0 , que satisface la ecuación diferencial [6]:

$$\dot{y} = F(x, y) \tag{2.53}$$

Con x > 0, y la condición inicial

$$y(0) = \alpha \tag{2.54}$$

donde α se considera constante.

A partir de la definición de la derivada se obtiene el siguiente desarrollo:

$$\dot{y}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
(2.55)

Para un valor de *h* muy pequeño el cual conserve la propiedad de *h* > 0, al sustituirlo en (2.55) implica que se tiene un coeficiente, razonable, de aproximación de $\dot{y}(x)$:

$$\dot{y}(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
(2.56)

Sustituyendo $\dot{y}(x)$ de (2.56) en (2.53):

$$F(x, y) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
(2.57)

Se puede reescribir (2.57) como:

$$y(x+h) = y(x) + hF(x, y)$$
(2.58)

Debido a que las computadoras no pueden estar procesando cálculos indefinidamente, se establece un periodo de integración, cambiando de $x \ge 0$ a $0 \le x \le L$, donde *L* es una constante positiva. El valor de *L* es usualmente determinado por el fenomeno de estudio.

El intervalo $0 \le x \le L$ se divide en *n* intervalos iguales, cada uno de longitud *h*, en puntos $x_i = ih$, donde i = 0, 1, 2, ...n. El valor de h = L/n es el paso de integración.

Se tiene $y_i = y(x_i)$, donde el primer punto de la gráfica esta dado por la condición inicial establecida en (2.54), los siguientes puntos están dados por $x_0, x_1, x_2, ..., x_{n-1}$, reescribiendo (2.58) con las nuevas consideraciones se tiene:

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{h} = F(x_i, y_i) \qquad \qquad i = 0.1.2....n - 1$$
(2.59)

Despejando y_{i+1} se obtiene:

$$y_{i+1} = y_i + hF(x_i, y_i)$$
 $i = 0.1.2...n - 1$ (2.60)

Cuando i = 0 se obtiene $y_0 = \alpha$, y sustituyendo en (2.60) se obtiene el valor de y_1 , conociendo y_1 , y haciendo i = 1 se obtiene y_2 , de esta manera se calcula hasta y_n . Los resultados $y_0, y_1, y_2, ..., y_n$ son la solución numérica de la función discreta.

El problema con este método radica en no contar con una interfaz de corrección cada vez que se evalúa, además de requiere pasos de integración muy pequeños, a menos que el modelo del sistema sea muy simple [18].

2.4.2. Método de Runge-Kutta

Este método aproxima la solución de las series de Taylor, la diferencia es que el método de R-K no requiere la evaluación de las derivadas de orden mayor, más que de la primera derivada. Los efectos ocasionados por estas derivadas se incluyen al tener diferentes evaluaciones de la primera derivada. Dependiendo del número de términos que se usen de la serie de Taylor, se tiene métodos de R-K de diferente orden [17]:

$$\dot{x} = f(x, t) \tag{2.61}$$

De la ecuación diferencial (2.61), la formulación del método de R-K de segundo orden evaluada en *x* en $t = t_0 + \Delta t$ es:

$$x_1 = x_0 + \Delta x = x_0 + \frac{k_1 + k_2}{2}$$

Donde:

$$k_{1} = \{(x_{0}, t_{0}) \Delta t$$

$$k_{1} = \{(x_{0} + k_{1}, t_{0} + \Delta t) \Delta t$$

Este método es equivalente a considerar la primera y segunda derivada en términos de la serie de Taylor, el error en este orden es de Δt^3 . De manera general, se puede expresar este método para *x* en el paso (*n* + 1) de la siguiente manera:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{k_1 + k_2}{2}$$

Donde:

$$k_1 = f(x_n, t_n) \Delta t$$
$$k_2 = f(x_n + k_1, t_n + \Delta t) \Delta t$$

Para el modelo de cuarto orden de R-K, se tienen las siguientes expresiones:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$

Donde:

$$k_{1} = f(x_{n}, t_{n}) \Delta t$$

$$k_{2} = f\left(x_{n} + \frac{k_{1}}{2}, t_{n} + \frac{\Delta t}{2}\right) \Delta t$$

$$k_{3} = f\left(x_{n} + \frac{k_{2}}{2}, t_{n} + \frac{\Delta t}{2}\right) \Delta t$$

$$k_{4} = f(x_{n} + k_{3}, t_{n} + \Delta t) \Delta t$$

Capítulo 3 Sistema de Almacenamiento de Energia

3.1. Introducción

En este capítulo se plantea el modelo matemático que se usara para integrar un SAE a la red, se presenta un esquema que representa de manera general un SAE y se dará una breve explicación de los elementos y variables que lo conforman ademas de que se presentan las consideraciones que se hacen para su integración en el modelo multimáquina usando el modelo clásico de segundo orden.

3.2. Modelado

Debido a que el SAE es un elemento que almacena la energía en CD, es necesario utilizar un VSC que permita transformar la corriente de CA en CD y viceversa. Dicho convertidor tiene que tener la propiedad de ser bidireccional para que el SAE se tenga la capacidad de operar en los modos de operación planteados.

En la Figura 3.1 [16] se muestra de manera general un modelo de un SAE que se conecta a la red , se observa que al usar un *VSC* es necesario utilizar una impedancia de acoplamiento (*z*), se requiere un control para el *VSC* el cual toma dos parametros, el primero de ellos es la diferencia tensión en CA que existe entre el voltaje en el nodo en donde se conecta el SAE y una referencia, el segundo parámetro que se considera es la diferencia de tensión en CD que

tiene el SAE y una referencia. Con estas dos señales y con un control apropiado se generan las señales moduladoras m_d y m_q que se encargan de hacer conmutar el *VSC*. El control del sistema de almacenamiento generalmente toma como señal de control la diferencia que existe entre la frecuencia del sistema a la que se encuentra el sistema ω y su referencia. Entre el *VSC* y el SAE se coloca un capacitor el cual es el encargado de mantener el el perfil de voltaje de CD constante.



Figura 3.1: Esquema general de un SAE

El esquema general de un SAE se puede representar como se muestra en la Figura 3.2a [9] de una manera simplificada, o bien si consideramos que la dinámica del *VSC* no afecta la dinámica de los generadores y ademas se considera que el SAE es capaz de mantener el voltaje constante mediante la inyección o absorción de reactivos en la red, de esta manera la

potencia activa que podemos obtener del SAE nos ayuda a regular la frecuencia del sistema, amortiguar las oscilaciones del sistema o bien darle confiabilidad al sistema.





(a) Esquema simplificado de un SAE

(**b**) Circuito equivalente como fuente de corriente

Figura 3.2: Modelos SAE

3.3. Integración de un SAE para estudios de estabilidad transitoria

Como primera aproximación, para integrar un SAE a un SEP, se realizan los procedimientos mostrados en [1], la referencia hace uso de un modelo más detallado de la máquina síncrona, el cual le permite obtener la dinámica de la potencia activa y reactiva inyectadas a la red. De esta manera se facilita la representación de un SAE como una fuente de corriente controlada.

Para este estudio se hace uso del modelo clásico de la maquina síncrona el cual, como ya se explicó, cuenta con varias limitantes una de ellas es la inyección de potencia activa, que se

considera constante, por tal motivo se propone modelar el SAE como una fuente de potencia activa constante, en lugar de una fuente de corriente controlada.

Al momento de reducir el sistema de *n* nodos, a un sistema donde solo se consideran los nodos de inyección de corriente es importante recordar que el SAE ahora aporta corriente por lo que nuestro sistema incrementa en uno el tamaño de la matriz, teniendo esto en mente se parte de (2.46), ahora se considera una nueva inyección de corriente proporcionada por el SAE (I_e):

$$\begin{bmatrix} I_n \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{nn} & Y_{ne} \\ Y_{en} & Y_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ V_e \end{bmatrix}$$
(3.1)

Dado que se propone que la inyección sea de potencia activa y recordando que $S = VI^*$ se realiza el siguiente procedimiento:

$$\begin{bmatrix} V_n & 0\\ 0 & V_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n\\ I_e \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} V_n & 0\\ 0 & V_e \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} Y_{nn} & Y_{ne}\\ Y_{en} & Y_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n\\ V_e \end{bmatrix} \right)^*$$
(3.2)

Donde (3.2) se convierte en:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_n \\ \mathbf{S}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n & 0 \\ 0 & \mathbf{V}_e \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{nn} & \mathbf{Y}_{ne} \\ \mathbf{Y}_{en} & \mathbf{Y}_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n \\ \mathbf{V}_e \end{bmatrix} \end{pmatrix}^*$$
(3.3)

Realizando las operaciones matriciales se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_n \\ \mathbf{S}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n & 0 \\ 0 & \mathbf{V}_e \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{nn} \mathbf{V}_n + \mathbf{Y}_{ne} \mathbf{V}_e \\ \mathbf{Y}_{en} \mathbf{V}_n + \mathbf{Y}_{ee} \mathbf{V}_e \end{bmatrix} \right)^*$$
(3.4)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_n \\ \mathbf{S}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n \left(\mathbf{Y}_{nn}^* \mathbf{V}_n^* + \mathbf{Y}_{ne}^* \mathbf{V}_e^* \right) \\ \mathbf{V}_e \left(\mathbf{Y}_{en}^* \mathbf{V}_n^* + \mathbf{Y}_{ee}^* \mathbf{V}_e^* \right) \end{bmatrix}$$
(3.5)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_n \\ \mathbf{S}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n \mathbf{Y}_{nn}^* \mathbf{V}_n^* + \mathbf{V}_n \mathbf{Y}_{ne}^* \mathbf{V}_e^* \\ \mathbf{V}_e \mathbf{Y}_{en}^* \mathbf{V}_n^* + \mathbf{V}_e \mathbf{Y}_{ee}^* \mathbf{V}_e^* \end{bmatrix}$$
(3.6)

De manera algebraica se obtiene:

$$S_n = V_n Y_{nn}^* V_n^* + V_e Y_{ne}^* V_e^*$$
(3.7)

$$S_e = V_e Y_{en}^* V_n^* + V_e Y_{ee}^* V_e^*$$
(3.8)

Se despeja de V_e^* de (3.8) y se sustituye en (3.7):

$$V_e^* = \frac{S_e - V_e Y_{en}^* V_n^*}{V_e Y_{ee}^*}$$
(3.9)

$$S'_{n} = V_{n}Y_{nn}^{*}V_{n}^{*} + V_{e}Y_{ne}^{*}\frac{S_{e} - V_{e}Y_{en}^{*}V_{n}^{*}}{V_{e}Y_{ee}^{*}}$$
(3.10)

$$S'_{n} = V_{n}Y_{nn}^{*}V_{n}^{*} + \frac{V_{n}Y_{en}^{*}S_{e}}{V_{e}Y_{ee}^{*}} - V_{e}\frac{V_{n}Y_{ne}^{*}Y_{en}^{*}V_{n}^{*}}{V_{e}Y_{ee}^{*}}$$
(3.11)

Se agrupan los los términos que se encuentren entre las variables V_n y V_n^* :

$$S'_{n} = V_{n} \left(Y_{nn}^{*} - \frac{Y_{ne}^{*} Y_{en}^{*}}{Y_{ee}^{*}} \right) V_{n}^{*} + \frac{V_{n} Y_{ne}^{*}}{V_{e} Y_{ee}^{*}} S_{e}$$
(3.12)

$$S'_{n} = S_{n} + \frac{V_{n}Y_{ne}^{*}}{V_{e}Y_{ee}^{*}}S_{e}$$
(3.13)

Donde S'_n es la nueva potencia inyectada por los generadores debido al aporte del SAE y S_n es la potencia que se obtuvo del estudio de flujos de potencia y S_e es la potencia se propone inyecte el SAE.

Tal como se planteo, se propone un SAE que inyectará potencia activa al sistema, para ello se obtiene solo la parte real de (3.13):

$$P'_{n} = P_{n} + Re \left\{ \frac{V_{n}Y_{ne}^{*}}{V_{e}Y_{ee}^{*}} S_{e} \right\}$$
(3.14)

Este último valor de P'_n se utiliza en (2.33):

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{\omega_0}{2H} \left(P'_n - P_e \right) \end{bmatrix}$$
(3.15)

Para el análisis en estado estable, el SAE puede ser integrado al sistema como una carga constante si se considera que se encuentra en periodo de carga (consumiendo potencia activa), el cual se conecta a un nodo en particular de la red y de esta manera se puede realizar el estudio de flujos de potencia, o bien si consideramos que el SAE se encuentra en el periodo de carga donde no aporta ni consume nada en la red no se considera para el realizar el estudio de flujos de potencia para estado estable y solo considerar su aportación de corriente cuando en el sistema se presente una perturbación y existan descompensaciones de corriente en la red.

En este trabajo el único interés que se presenta es el de analizar la respuesta de los generadores al contar con una inyección de potencia externa al sistema durante los periodos de falla y post-falla. Por tal motivo, se considera que el SAE se encuentra en modo de almacenamiento, y no se integra al estudio de flujos de potencia.

Capítulo 4 Casos de estudio

4.1. Introducción

En este capítulo se presentan los resultados después de realizar el estudio de estabilidad transitoria donde se analiza el comportamiento de los ángulos del rotor ante la presencia de un disturbio en la red y un nuevo estado de operación del sistema(post-falla). Además, se comparan las respuestas entre un sistema eléctrico con y sin sistemas de almacenamiento de energía.

4.2. Sistema de prueba

El sistema de prueba que será utilizado para evaluar la estabilidad transitoria en un SEP, es el sistema de nueve 9 nodos, Figura 2.7, el cual se utilizo en el *Capitulo 2*, para dar resolución a los diferentes cálculos que se requieren para realizar un estudio de estabilidad transitoria, que van desde el estudio de flujos de potencia, la obtención de condiciones iniciales y la reformulación de las nuevas matrices Y_{bus} y Y_{bus} reducida del sistema.

Se propone instalar el SAE en la red en el nodo 9 como se muestra en la Figura 4.1. Para este estudio se propone un SAE de 50 MVA operando a un factor de potencia unitario.



Figura 4.1: Diagrama unifilar

Para realizar el análisis de estabilidad se proponen los siguientes casos de estudio:

- Caso 1: Falla trifásica con disparo de línea de transmisión
- Caso 2: Falla trifásica con disparo un elemento de carga
- Caso 3: Falla trifásica con disparo del 50% de la carga total del sistema
- Caso 4: Falla trifásica con disparo de toda la carga del sistema

En los 4 casos de estudio, para ambos sistemas, se propone insertar una falla trifásica sólidamente aterrizada que ocurre cerca del nodo 7. La falla presenta una duración de 5 ciclos y después se se libera, llevando al sistema a un nuevo estado operativo. Para el periodo de falla, el SAE se conecta a la red y se conmuta a modo de descarga, inyectando 50 MW, mientras que en periodo post-falla el SAE cambia su estado de operación y entra a un estado de carga consumiendo 50 MW de la red.

4.3. Análisis de resultados

4.3.1. Falla trifásica con disparo de línea de transmisión

Como ya se mencionó, la falla es simulada en el bus 7, misma que para ser liberada es necesario disparar la linea de transmisión ubicada entre los elementos 5 y 7. Los resultados de esta condición de falla se muestran en la Figura 4.2 donde se observa que el sistema es capaz de conservar la estabilidad considerando o no el SAE. La diferencia que se percibe radica en la magnitud máxima que alcanzan las curvas de oscilación, siendo menores cuando el sistema cuenta con un SAE.

Con base en los resultados arrojados en la Tabla 4.1 se observa que el generador 2 es el mas beneficiado con la instalación de SAE ya que su oscilación se vio reducida en 31 %, aproximadamente.

Tanto en la Figura 4.2a como en la Figura 4.2b se puede inferir que los sistemas son estables, posteriores a la perturbación.

Creation	Valor M	áximo (°)	Reducción del pico		
Curva	Sin SAE	Con SAE	máximo (%)		
θ_{21}	81.5°	66°	19.01		
$ heta_{31}$	56.3°	38.7°	31.26		

Tabla 4.1: Valores máximos de las curvas de oscilación, caso 1



Figura 4.2: Caso 1, disparo de línea de transmisión

4.3.2. Falla trifásica con disparo carga

En este caso de estudio, la *Carga A* ubicada en el nodo 5, tuvo que ser retirada del sistema después de presentarse la falla en el nodo 7. De los resultados obtenidos se observa que en la Figura 4.3a, las oscilaciones de θ_{21} son asimétricas, comparadas con las oscilaciones mostradas por θ_{31} , se puede establecer que el sistema sin SAE es inestable. Caso contrario se observa en la Figura 4.3b, al instalarse un SAE, donde las oscilaciones de θ_{21} y θ_{31} mantienen una concordancia a lo largo del tiempo, de esta manera se establece que el sistema tiende a la estabilidad.

La Tabla 4.2, nos muestra que el porcentaje en el que se reducen las curvas de oscilación sigue siendo mayor en la curva de θ_{31} .

Cumro	Valor M	áximo (°)	Reducción del pico		
Cuiva	Sin SAE	Con SAE	máximo (%)		
θ_{21}	83.3°	43.7°	47.53%		
$ heta_{31}$	60°	28°	53.33%		

Tabla 4.2: Valores máximos de las curvas de oscilación, caso 2



Figura 4.3: Caso 2, disparo de carga del nodo 5

4.3.3. Falla trifásica con disparo del 50% de carga

Como en el *Caso 2*, se presenta una situación similar, donde la falla ocurrida, obliga a que el sistema retire el 50% de toda la demanda que presenta. Como se observa en la Figura 4.4a la curva θ_{31} presenta un comportamiento mas caótico que el presentado en la Figura 4.3a, caso contrario sucede con las curvas de θ_{21} que siguen manteniendo la misma proporción a lo largo del tiempo, con esto se puede establecer que el sistema tiende a la inestabilidad.

En la Figura 4.4b el sistema, que cuenta con un SAE instalado, mejora las oscilaciones de la curva de θ_{31} y a su vez, reduce la magnitud máxima que alcanza la curva θ_{21} , con este sistema es mas fácil asegurar que se tiende a la estabilidad después de que se presente el disturbio.

En la Tabla 4.3 se observa que la potencia inyectada por el SAE ayuda a mejorar las oscilaciones presentadas por la curva θ_{31} , asi como se observa que la reducción generada en dichas curvas es prácticamente el doble que la reducción que obtiene las curvas θ_{21} .

Curre	Valor M	áximo (°)	Reducción del pico	
Cuiva	Sin SAE	Con SAE	máximo (%)	
θ_{21}	48°	43.9°	8.54%	
$ heta_{31}$	37.7°	31.3°	16.97%	

Tabla 4.3: Valores máximos de las curvas de oscilación, caso 3



Figura 4.4: Caso 3, disparo del 50% de la carga total del sistema

4.3.4. Falla trifásica con disparo de toda la carga

En este caso de estudio se propone que la falla presentada en el nodo 7 causo un impacto muy grande en toda la red que fue necesario disparar toda la carga del sistema. En la Figura 4.5a se observa un sistema completamente inestable, donde las curvas de θ_{31} no guardan ninguna relación, mientras que las curvas de θ_{21} mantienen la misma forma solo varia la amplitud máxima que toman. Se observa que al incluir el SAE al sistema, Figura 4.5b, las curvas θ_{31} , mejoran bastante su forma aunque el sistema sigue tendiendo a la inestabilidad.

 Curva
 Valor M×imo (°)
 Reducción del pico

 Sin SAE
 Con SAE
 máximo (%)

 θ_{21} 54.7°
 49.6°
 9.32%

 θ_{31} 48.85°
 41.7°
 14.63%

Tabla 4.4: Valores máximos de las curvas de oscilación, caso 4

En la Tabla 4.4 se observa como la reducción de las magnitudes sigue siendo mayor aun en la curva θ_{31} .

En los casos mostrados en la Figura 4.5 se observa que los sistemas son inestables, con la unica ventaja de que el sistema con SAE, ayuda a que el angulo de los rotores, tenga curvas mas suaves y no tan pronunciadas.



Figura 4.5: Caso 4, disparo de toda la carga del sistema

Capítulo 5 Conclusiones

Los SAE son una tecnología que actualmente se debe tener en cuenta ya que nos da un amplio rango de aplicaciones para los SEP. Una ventaja, que nos ofrecen algunos de los SAE, es que son disruptivos (como las baterías) sin tener consecuencias mayores en el sistema eléctrico, esto abre una gran puerta a la regulación de voltaje y frecuencia en los sistemas, ya que se contaría con elementos en la red que son capaces de responder a los disturbios de manera mas rápida, a lo que lo haría un generador tradicional, y al contar con la capacidad de almacenar la energía eléctrica excedente del sistema, se puede abrir paso a la reducción de costos de operación para las diferentes plantas generadoras, ya que las perdidas que pueden existir serian mínimas, y en consecuencia menor perdida de capital.

Se pueden usar, los SAE, en redes de distribución donde se tiene un mayor problema con la estabilidad de voltaje y frecuencia, debido a que las cargas que se encuentran en la red todo, el tiempo están variando, y al no tener un sistema de comunicación propio, como los que se tienen en los sistemas de transmisión, un SAE podría ayudar de manera importante la regulación de voltaje en determinados puntos del sistema, logrando que el usuario final tenga un mejor servicio y a su vez mejorando la eficiencia de la red.

En las redes inteligentes (o SmartGrids) se tiene muy claro el futuro de los SAE y estos, al ir disminuyendo su costo, serán un medio importante que servirán como sistema intermedio entre los usuarios con algún tipo de generación local y los consumidores.

Con base a los resultados del *Capítulo 3* se tienen las siguientes conclusiones:

56

De los casos de estudio se observa que en un SEP, la inercia juega un papel muy importante en la respuesta que tiene el angulo del rotor ante las diferentes perturbaciones que se presentan en la red, por lo cual se establece que un generador que cuente con poca inercia su ángulo sera mas sensible a cualquier cambio que se presente, caso contrario ocurre cuando el generador cuenta con una mayor cantidad de inercia y los cambios solo serán perceptibles al ocurrir un gran disturbio en la red.

Debido a la corta duración del disturbio analizar solo una oscilación no otorga certeza de que el sistema es estable, siendo que es necesario analizar las 2 primeras oscilaciones que se presenten en las gráficas.

La potencia eléctrica que consume la red genera aceleraciones y desaceleraciones en los generadores, con lo cual se establece que: Cuando la potencia eléctrica demandada por la red es mayor que la potencia mecánica entregada por el generador, este ultimo tiende a desacelerarse; si la potencia mecánica inyectada es mayor que la potencia eléctrica demandada, el generador tiende acelerarse.

Por último, queda demostrado que la instalación de un SAE en un SEP, mejora la respuesta que tienen los generadores ante diferentes casos operativos de la red, aunque en este caso se uso como una inyección de potencia constante en los periodos de falla y post falla, se logra dar un primer paso para el estudio de estas tecnologías dentro de la red eléctrica.

5.1. Trabajos futuros

Con base a lo expuesto en este trabajo y al análisis de los resultados obtenidos se sugiere desarrollar las siguientes propuestas:

- 1. Establecer un modelo de matemático para poder integrar cada uno de los SAE, expuestos en este trabajo, al estudio de flujos de potencia y ademas de establecer modelos que permitan incluir las dinámicas propias de cada SAE.
- Proponer un modelo para el análisis del inversor/rectificador de potencia que pueda ser incluido en el estudio de flujos de potencia con una fuente de CD constante, esto con la finalidad de tener condiciones iniciales mas precisas.
- 3. Usar modelos de generador síncrono de orden mayor, con el cual se pueda observar como influye un SAE en el perfil de voltaje y frecuencia de la red y poder integrar a su vez un control.
- 4. Desarrollar técnicas que permitan determinar determinar la mejor localización de un SAE en una red que otorgue mas confiabilidad al sistema.

Anexos
Anexos A

Sistemas de Almacenamiento de Energía

Baterías	Ventajas	Desventajas		
	Densidad de energía aceptable	Procesos de carga/descarga		
	Seguridad inherente al	son diferentes		
Plomo-Ácido	controlar la sobrecarga	Ventilación requerida		
	Facilidad de manejo	Restricciones en su ubicación		
	Bajo costo de inversión	Limites en el tiempo de vida		
	Alta confiabilidad	Alter costes ($$1000$ M/h)		
Nickel-Cadmio	Alta densidad de energía	Sufre de efecte memorie		
	Requieren poco mantenimiento	Suire de electo memoria		
Sodio-Azufre	Bajo costo de materia prima	Dordida tármica an actada da rangea		
	Alta densidad de energía	Altes temperatures en energión		
	Mayor vida útil	Anas temperaturas en operación		

Tabla A.1: Comparación de algunas baterías usadas como SAE

H,O,	2021	Electrolizadores comerciales			127,227		2000	42%		01/2		120000	000071	0000	0060			
Hierro-Aire	2007-01000	KOH En desarrollo			0. +50	00- (0	200	40%	4-5			180	001	υοc	067			
Zinc-Aire	2007-2007	KOH		Ducducción	Produccion	comercial		0. +60	6	100	55%	5-8			000	067	000	067
I i.TaOl		Haluro alcalino	fundido eutectico	Producción	comercial	(2-3 kWh)		460		1000	68%	7	715					
Li-S	(Litio-Sulfuro)	Haluro fundido	eutectico	LiCl/Lil/Kl	Producción	comercial		430.500		200	75%	IJ	715		500			
Na-S	(Sodio-Azufre)	Solido de prueba	Al_2O_3		Protoupos	(10 kWh)		300.400	001 (000	2000	75%	7-8	715		130	4 7 7	613	710
NiO-Fe	(Nickel- Hierro)	KOH			Probado		10 50		00 (01	2000	60 %	4-7	715		VV F	1.1. 1	360	000
NiO-Cd	(Nickel-Cadmio)	KOH		Amplio rango en baterias pequeñas			-20. +30	00-	2000	20%	4-7	715		001	100	316	017	
$Pb-PbO_2$	(Plomo-Ácido)	H ₂ SO4	£007.0	1 – 2 MW Instalado			-20, +50	6	500	75%	5-8	5/7	10	ge	00	753	707	
Flectrodos	F1001000	Electrolito			ESTADO DE	desarrollo		Temperatura de	operación(°C)	Ciclos de vida	Eficiencia	Tiempo de recarga (h)	Periodo de	carga/descarga (h)	Energía especifica	(kJ/kg h)	Densidad de energía	(MJ/m3h)

Tabla A.2: Sistemas de Almacenamiento por medio de Baterías

Tipo de almacenamiento	Ventajas	Desventajas		
	Tecnología comprobada	Baja densidad de energía		
Plantas de	Mayor vida útil	Restricciones geográficas		
re-bombeo	Alta eficiencia	Alto costo de inversión		
	Bajo nivel de autodescarga	Retorno de inversión a largo plazo		
Aire comprimido	Costo relativamente bajo Tamaño compacto Tiempo de vida prolongado Bajo nivel de autodescarga (aire)	Restricciones geográficas Alto costo de inversión Alto nivel de autodescarga (calor)		
Volantes de inercia	Capacidad de carga rápida Bajo costo de mantenimiento Tiempo de vida prolongado Alta densidad de energía	Baja densidad de energía Cámara de vacío necesaria Problemas de seguridad Muy alto nivel de autodescarga Sistema de enfriamiento necesario		
Super capacitor	Alta eficiencia Alta capacidad de potencia Ciclo de vida largo	Baja densidad de energía Alto costo por energía instalada		
Superconductores	Alta capacidad de potencia Ciclo de vida largo Diseño de inversor y control complicado	Sistema de enfriamiento necesario Materiales con alto costo		
Almacenamiento térmico	Opción para usarse en sistemas de gran escala Alta densidad de energía	Perdida de calor por tiempo de espera		

Tabla A.3: Comparación de Sistemas de Almacenamiento de Energía

Sistema de	Año	Capacidad	Lugar de		
almacenamiento		-	instalación		
Aire comprimido	1978	290 MW, 4 h	Huntorf, Alemania		
Aire comprimido	1991	110 MW. 26 h	Mcintosh, Alabama, E.E.U.U.		
Bateria	1986	1 MM 4 MM	Subestación Tatsumi,		
Plomo-Acido	1500	1 101 00, 4 101 0011	Osaka, Japón		
Bateria	<i>z</i> =100 <i>4</i>	1.2 kW 1 h	Ianón		
Plomo-Acido	<=1994	1.2 KVV, 1 II	Japon		
Bateria	1004	0.2 kW 2.2 h	Ionán		
Plomo-Acido	<=1994	0.5 KW, 5.5 II	Japon		
Bateria	1007	100 KW 400 KW	Subestación Tatsumi,		
Sodio-Azufre	1997	100 KW, 400 KWII	Osaka, Japón		
Bateria	1000	G MM 9 b	Subestación Ohito,		
Sodio-Azufre	1990	0 1/1 // 0 11	Shizuoka, Japón		
Bateria	1000 6 MM 9 h		Subestación Imashuku,		
Sodio-Azufre	1999	0 1/1 / / / 0 11	Fukuoka, Japón		
Superconductor	1009	1 MIM 1 MAT	Subestación Imashuku ,		
Superconductor	1550	1 1/1///, 1 K///1	Fukuoka, Japón		
Superconductor	1991	1 MW, 0.28 kWh	E.E.U.U.		
Volante de inercia	1984	215 MVA, 2.2 MWh	Ibaraki, Japón		
Valente de inercie	1000	26 5 MM 120 MM	Subestación Chujowan,		
volante de mercia	1996	20.5 WIVA, 129 KVVII	Okinawa, Japón		
Valanta da inancia	1002		Universidad Niigata,		
volante de inercia	1992	5 KVV, 0.23 KVVN	Nagoaka, Japón		
Volante de inercia	1997	1.4 kWh	Japón		
Capacitor	1997	0.25 kW, 0.9 kWh	Yokohama, Japón		
Capacitor	1997	3.75 kW, 0.75 kWh	Yokohama, Japón		
Capacitor	1998	1 kW, 30 min	Japón		
Super capacitor	1998	20 kW, 1 min	Japón		

Tabla A.4: Instalación de Sistemas de Almacenamiento de Energía

Anexos B

Datos del sistema IEEE de nueve nodos

Generador	1	2	3	
Potencia MVA	247.5	192	128	
kV	16.5	18	13.8	
Factor de potencia	1	0.85	0.85	
Velocidad	180 r/min	3600 r/min	3600r/min	
x_d	0.146	0.8958	1.3125	
x'_d	0.0608	0.1198	0.1813	
xq	0.0969	0.8645	1.2578	
x'q	0.0969	0.1969	0.25	
x_l	0.0336	0.0521	0.0742	
t'_{d0}	8.96	6	5.89	
t_{q0}^{\prime}	0	0.535	0.6	
Energia almacenada a velcidad nominal	2364 MW·s	640 MW∙s	301 MW∙s	

Tabla B.1: Datos de los generadores

Las unidades del sistema están expresadas en *P.U.* y la base del sistema son 100[*MVA*]:

Nodo	Voltaje	Angulo	Pgen	Qgen	Pcarga	Qcarga
1	1.040	0	0	0	0	0
2	1.025	0	1.63	0	0	0
3	1.025	0	0.85	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	1.25	0.50
6	1	0	0	0	0.90	0.30
7	1	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	0.35
9	1	0	0	0	0	0

Tabla B.2: Datos iniciales del sistema de 9 nodos

Para las lineas se utiliza el modelo π :

De	Hacia	R	Х	G/2	B/2	Impedancia
1	4	0	0.0576	0	0	Z_{T1}
2	7	0	0.0625	0	0	Z_{T2}
3	9	0	0.0586	0	0	Z_{T3}
4	5	0.01	0.085	0	0.088	Z_{45}
4	6	0.017	0.092	0	0.079	Z_{46}
5	7	0.032	0.161	0	0.153	Z_{57}
6	9	0.039	0.17	0	0.179	Z_{69}
7	8	0.0085	0.072	0	0.0745	Z_{78}
8	9	0.0119	0.1008	0	0.1045	Z_{89}

Tabla B.3: Valores de impedancias de los elementos que conforman el sistema de 9 nodos

Anexos C Ecuaciones

Tabla C.1: Derivadas parciales para la matriz Jacobiana

Elementos de la diagonal

$$\frac{\frac{\partial P_k^{cal}}{\partial \delta_k}}{\frac{\partial P_k^{cal}}{\partial V_k}} = -\sum_{m=1}^n V_k V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) - B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial P_k^{cal}}{\partial V_k}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial \delta_k}} = 2G_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial \delta_k}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k}} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k} = -2B_{kk} V_k + \sum_{m=1}^n V_m [G_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))] \\ \frac{\partial Q_k^$$

Elementos fuera de la diagonal

-

$$\frac{\frac{\partial P_k^{cal}}{\partial \delta_m}}{\frac{\partial P_k^{cal}}{\partial V_m}} = V_k V_m [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) - B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))]$$

$$\frac{\frac{\partial P_k^{cal}}{\partial V_m}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial \delta_m}} = -V_k V_m [G_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m))]$$

$$\frac{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial \delta_m}}{\frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial \delta_m}} = -V_k [G_{km}(\sin(\delta_k - \delta_m) - B_{km}(\cos(\delta_k - \delta_m))]$$

Bibliografía

- Ahsan, H., u. d. Mufti, M., Salam, Z., and Lone, S. A. (2017). Modeling and simulation of an energy storage based multi-machine power system for transient stability study. pages 78–83. 42
- [2] Anderson, P. and Fouad, A. (2008). POWER SYSTEM CONTROL AND STABILITY, 2ND ED.
 Wiley India Pvt. Limited. 29, 30, 33, 34, 35
- [3] Andersson, G. (2004). Modelling and Analysis of Electric Power System. ETH Zürich. 23, 24, 25, 28
- [4] Dekka, A., Ghaffari, R., Venkatesh, B., and Wu, B. (2015). A survey on energy storage technologies in power systems. In 2015 IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC), pages 105–111. 2, 4
- [5] Grainger, J. and Stevenson, W. (1994). *Power system analysis*. McGraw-Hill series in electrical and computer engineering: Power and energy. McGraw-Hill. 8, 17
- [6] Greenspan, D. (2006). *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations: For Classical, Relativistic and Nano Systems.* Wiley. 36
- [7] Häger, U., Rehtanz, C., and Voropai, N. (2014). Monitoring, Control and Protection of Interconnected Power Systems. Power Systems. Springer Berlin Heidelberg. 24
- [8] Institute, R. M. (2014). The economics of battery energy storage. Disponible en: https://www.rmi.org/wp-content/uploads/2017/03/ RMI-TheEconomicsOfBatteryEnergyStorage-FullReport-FINAL.pdf.6

- [9] Kanchanaharuthai, A., Chankong, V., and Loparo, K. A. (2015). Transient stability and voltage regulation in multimachine power systems vis-a- vis statcom and battery energy storage. *IEEE Transactions on Power Systems*, 30(5):2404–2416. 41
- [10] Kimbark, E. (1948). *Power System Stability: Elements of stability calculations*. Power System Stability. Wiley. 28
- [11] Kondoh, J., Ishii, I., Yamaguchi, H., Murata, A., Otani, K., Sakuta, K., Higuchi, N., Sekine, S., and Kamimoto, M. (2000). Electrical energy storage systems for energy networks.
 41:1863–1874. 4
- [12] Kundur, P., Balu, N., and Lauby, M. (1994). *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill Education. 24
- [13] Laboratory, O. R. N. (2011). Economic analysis of deploying used batteries in power systems. Disponible en: http://www.ehcar.net/library/rapport/rapport124.pdf.
 6
- [14] Lipo, T. (2017). Analysis of Synchronous Machines, Second Edition. CRC PrSAE. 29, 30
- [15] M. Sc. Georg Fuchs, Dipl.-Ing. Benedikt Lunz, D. M. L. P. D. r. n. D. U. S. (2012). Technology overview on electricity storage. Disponible en: http://www.sefep.eu/ activities/projects-studies/120628_Technology_Overview_Electricity_ Storage_SEFEP_ISEA.pdf. 2, 3, 4
- [16] Ortega, . and Milano, F. (2016). Generalized model of vsc-based energy storage systems for transient stability analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(5):3369–3380. 40
- [17] Padiyar, K. R. (2008). *Power System Dynamics: Stability and Control, Second Edition*. BS Publications, second edition. 38
- [18] Pal, M. K. Lecture notes on power system stability. 36, 38
- [19] Powell, L. (2005). *Power System Load Flow Analysis*. McGraw-Hill Education, 1st edition.
 9

- [20] Song, Y. and Wang, B. (2013). Survey on reliability of power electronic systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(1):591–604. 5
- [21] Ter-Gazarian, A., of Engineering, I., and Technology (2011). *Energy Storage for Power Systems*. Energy Engineering Series. Institution of Engineering and Technology. 2, 4