



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Análisis numérico del flujo
dentro de un tubo circular con
doble inserto de cinta retorcida y
costilla en V**

TESIS

Que para obtener el título de
INGENIERO MECÁNICO

P R E S E N T A

JOSÉ EDUARDO RAMÍREZ PÉREZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2018

➤ AGRADECIMIENTOS

Primeramente, quiero agradecer a mi DIOS, por permitirme llegar hasta estos momentos de mi vida, otorgándome de dones con los cuales he podido concluir mi formación académica y porque siempre estuvo conmigo en el momento que me enfrentaba a diversos problemas y dificultades, así como, en los momentos más agradables y felices de mi vida.

A mis padres, porque gracias a los valores que me inculcaron desde siempre, he podido salir adelante en mi vida personal y académica, por preocuparse por mi bienestar y porque estuvieron pendiente de mi trayectoria, ya que siempre me apoyaron en todo momento. Por todo eso, hoy quiero agradecerles y decirles que esta tesis es un regalo que yo les doy con todo mi cariño.

A mis hermanas, por siempre apoyarme y motivarme a seguir adelante.

Al Dr. William, quien es un gran maestro y un admirable ser humano, por haberme transmitido todos los conocimientos que estaban a mi alcance, sin ninguna excusa, por esa gran formación que me impartió como su alumno y por darme cada minuto de su tiempo para desarrollar este trabajo de tesis.

También, le agradezco por compartirme algunas de sus experiencias, que hoy me hacen ser una persona más responsable y capaz de alcanzar mis objetivos.

Al Dr. Eliseo, por haberme ayudado a encontrar la solución a uno de los problemas que me enfrenté cuando desarrollé esta tesis.

A mi buen amigo Pavel, que gracias a sus conocimientos pude desarrollar esta tesis.

A uno de mis grandes amigos, Emmanuel, que siempre me acompañó y me brindó su amistad a lo largo de mi carrera profesional, y que además siempre me aconsejó en los momentos que yo necesitaba tomar decisiones importantes en mi vida.

A mis compañeros de generación que fueron bastantes, y por nombrar algunos: Alejandro, Yoshimar, Juan, con los cuales compartí muchos momentos extraordinarios.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por haberme permitido ser parte de esta gran institución y darme las herramientas necesarias para desarrollarme y formarme como profesionalista.

En general, a todos mis maestros con los que cursé alguna asignatura, porque sin duda alguna ellos fueron parte fundamental en mi formación académica.

Por su ayuda en la búsqueda de información bibliográfica, se agradece a la Lic. Josefina Elizabeth Plata García (Unidad de Servicios de Información del Instituto de Ingeniería UNAM).

➤ Índice

1	Introducción	1
1.1	Intercambiadores de calor.....	1
1.2	Tipos de intercambiadores de calor	1
1.3	Intercambiadores de calor según su Operación	1
1.4	Intercambiadores de calor según el tipo de construcción	5
1.5	Diseño de un intercambiador de calor	6
1.6	Turbulador	7
1.7	Estudios realizados sobre cintas retorcidas	8
1.8	Resumen del trabajo a analizar	11
1.9	Objetivo de la tesis	12
2	Ecuaciones de gobierno	13
2.1	Fluidos compresibles e incompresibles	13
2.2	Ecuación de conservación de masa	13
2.3	Ecuación de conservación cantidad de movimiento.....	13
2.4	Ecuación de la conservación de la energía	18
2.5	Flujo Turbulento	19
2.6	Promediado de las ecuaciones de transporte	20
3	Método de solución.....	23
3.1	Código Numérico de Dinámica de Fluidos Computacional	23
3.2	Método de Volúmenes Finitos.....	24
4	Sistema a simular	29
4.1	Configuración	29
4.2	Análisis numérico	31
4.3	Detalles numéricos	31
4.3.1	Entrada y Salida del Sistema.....	31
4.4	Casos a simular.....	32
4.4.1	Caso base: “Análisis numérico dentro un tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V”.....	32
4.4.2	Caso 1 “Tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V”	33
4.4.3	Caso 2: “Tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V, analizado a diferentes Reynolds”	33
4.4.4	Caso 3 “Análisis numérico dentro de un tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V, con modificación en la posición angular de una cinta retorcida”	34
4.4.5	Caso 4. “Solamente un inserto de cinta retorcida con costilla en V, centrada en el tubo”.....	35
4.4.6	Caso 5. “Solamente con un inserto de cinta retorcida SIN costilla en V y con el diámetro equivalente a dos cintas convencionales”	35

4.4.7	Caso 6. “Caso con doble inserto de cinta retorcida, con protuberancias alrededor de toda la cinta”	36
4.4.8	Caso 7. “Tubo sin insertos de cintas retorcidas (Sin Turbulador)”	36
5	Resultados	37
5.1	Análisis del flujo.....	37
5.2	Comparación de Nusselt numéricos y experimentales	45
5.3	Rendimiento Termo-hidráulico	46
6	Conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros	50
7	Referencias	52

1 Introducción

En este capítulo se va a presentar una clasificación de los diferentes tipos de Intercambiadores de Calor que existen y que son comúnmente utilizados. Además, se introduce el tipo de Intercambiador de Calor que se va a estudiar.

1.1 Intercambiadores de calor

El proceso de intercambio de calor entre dos fluidos que están a diferente temperatura y separados por una pared sólida, ocurre en muchas aplicaciones de ingeniería. El dispositivo que se utiliza para llevar a cabo este intercambio se denomina “intercambiador de calor” [1].

En un intercambiador, la transferencia de calor suele comprender los fenómenos de *convección* en cada fluido y *conducción* a través de la pared que los separa así como el fenómeno de *radiación*, si se tiene diferencias de temperaturas muy grandes entre diferentes partes del sistema. La razón de la transferencia de calor entre los dos fluidos en un punto dado del intercambiador de calor depende de la magnitud de la diferencia de temperatura local, la cual varía a lo largo de dicho intercambiador de calor, y de la naturaleza del flujo [2].

1.2 Tipos de intercambiadores de calor

Las distintas aplicaciones de la transferencia de calor requieren diferentes tipos de componentes y configuraciones del equipo para dicho proceso. El intento de acoplar los accesorios para la transferencia de calor a cada tipo de necesidades, dentro de las restricciones específicas, ha conducido en numerosos tipos de diseños de intercambiadores de calor [3].

Los intercambiadores se clasifican, generalmente, de acuerdo con el “arreglo del flujo” y el “tipo de construcción” [4].

1.3 Intercambiadores de calor según su Operación

➤ **Intercambiador de calor de doble tubo o tubos concéntricos**

En un intercambiador de este tipo, uno de los fluidos pasa por la sección transversal del tubo, en tanto que el otro lo hace por el espacio anular entre los dos tubos. En un intercambiador de calor de doble tubo son posibles dos tipos de disposición del flujo: en flujo paralelo y en contraflujo [5].

➤ **Intercambiador de calor *Flujo paralelo***

En un arreglo de “flujo paralelo” como se muestra en la figura 1, los fluidos caliente y frío entran por el mismo extremo, fluyen en la misma dirección y salen por el mismo extremo. Como el calor se transfiere

del fluido con mayor temperatura hacia el fluido de menor temperatura, la temperatura de los fluidos se aproxima la una a la otra, es decir que uno disminuye su temperatura y el otro la aumenta tratando de alcanzar el equilibrio térmico entre ellos. Por lo general, el fluido con menor temperatura nunca alcanza la temperatura del fluido más caliente [6].

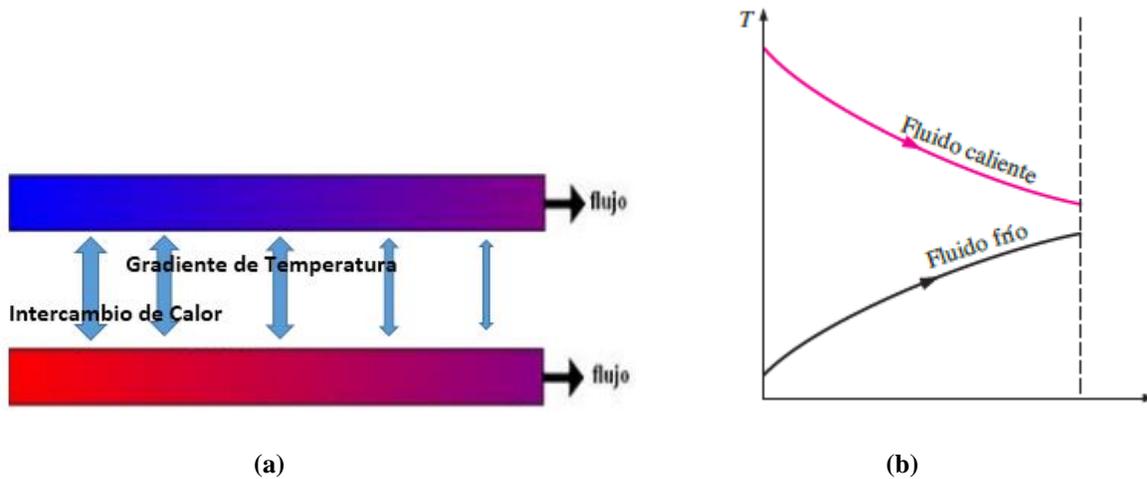


Figura 1. (a) Representación esquemática del Intercambio de Calor en flujo paralelo y. (b) Comportamiento de la temperatura [2].

➤ **Intercambiador de calor *contraflujo***

En la figura 2 se muestra un arreglo en contraflujo, los fluidos entran por extremos opuestos, fluyen en direcciones opuestas, y salen por extremos opuestos [7]. Ya que el fluido con menor temperatura sale en donde entra el fluido con mayor temperatura, la temperatura del fluido más frío se aproximará a la temperatura del fluido de entrada. En contraste con el intercambiador de calor de flujo paralelo, el intercambiador de contraflujo puede presentar la temperatura más alta en el fluido frío y la más baja temperatura en el fluido caliente una vez realizada la transferencia de calor en el intercambiador [8].

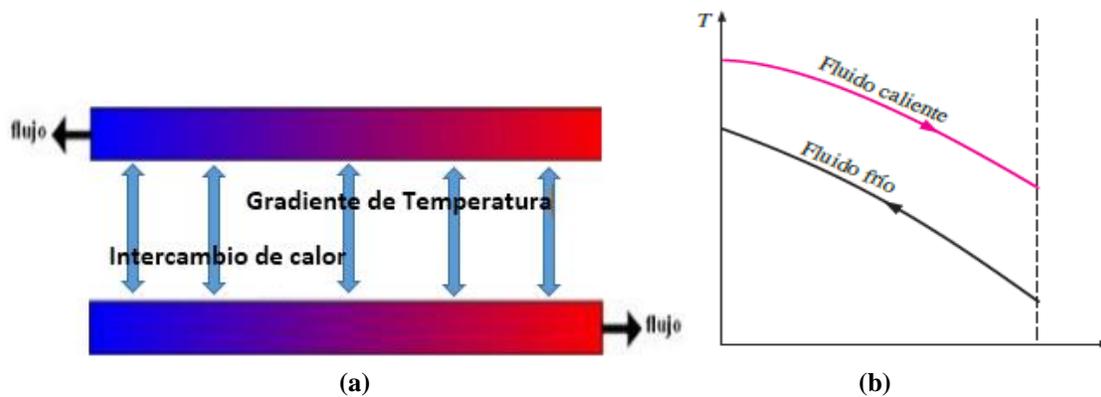


Figura 2. (a) Representación esquemática del Intercambio de Calor en Contraflujo, y (b) Comportamiento de la temperatura de los flujos [2].

➤ Intercambiador de calor de placa y tubo

De manera alternativa, los fluidos se pueden mover en “flujo cruzado” (perpendiculares entre sí) como se muestra mediante los intercambiadores de calor tubulares de la figura 3. El flujo cruzado se clasifica en **mezclado** (uno de los fluidos fluye libremente en dirección ortogonal al otro sin restricciones) como en la figura 3a y en **no mezclado**, en el cual se disponen unas placas para guiar el flujo de uno de los fluidos, como se muestra en la figura 3b.

En la figura 3b, se dice que el fluido no está mezclado porque las placas impiden el movimiento en una dirección (y) que es transversal a la dirección del flujo principal (x). Por el contrario, para el conjunto de tubos sin placas de la figura 3a, es posible el movimiento del fluido en la dirección transversal, que como consecuencia se mezcla el fluido exterior de las diferentes zonas los fluidos [9].

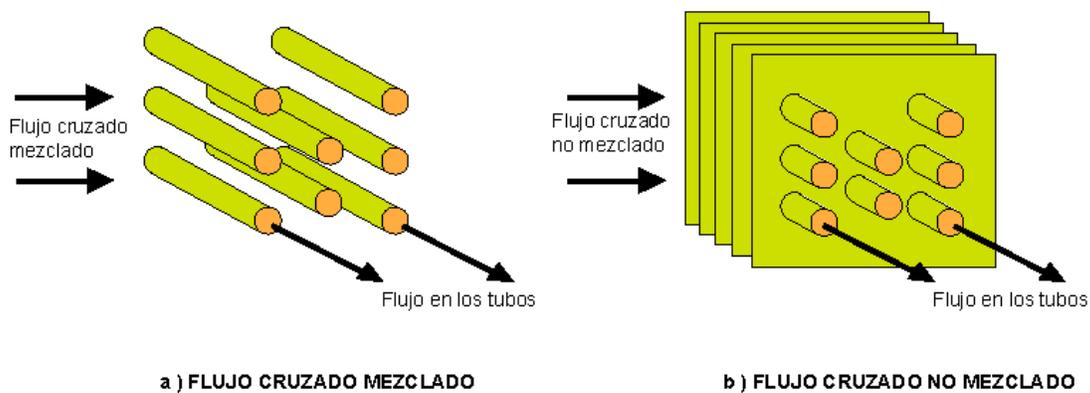


Figura 3. Intercambiador de calor a flujo cruzado. (a) Sin placas con un fluido mezclado de manera transversal y el otro sin mezclar. (b) Con placas y ambos fluidos sin mezclar [9].

Existen intercambiadores de calor que además de su función principal, éstos cuentan con la capacidad de ser Regenerativos y No-Regenerativos, a continuación se presenta el funcionamiento de cada uno.

Es importante señalar que el término "regenerativo/no-regenerativo" sólo se refiere a "cómo" funciona el intercambiador de calor en un sistema y no indica el tipo de intercambiador.

- **Intercambiador Regenerativo**

Un intercambiador regenerativo es aquel donde se utiliza el mismo fluido, el fluido caliente y el fluido frío es el mismo, como se muestra en la figura 4. Esto es, el fluido caliente abandona el sistema cediendo su calor a un regenerador y después de hacer una serie de procesos vuelve a regresar al sistema, tomando nuevamente el calor [10].

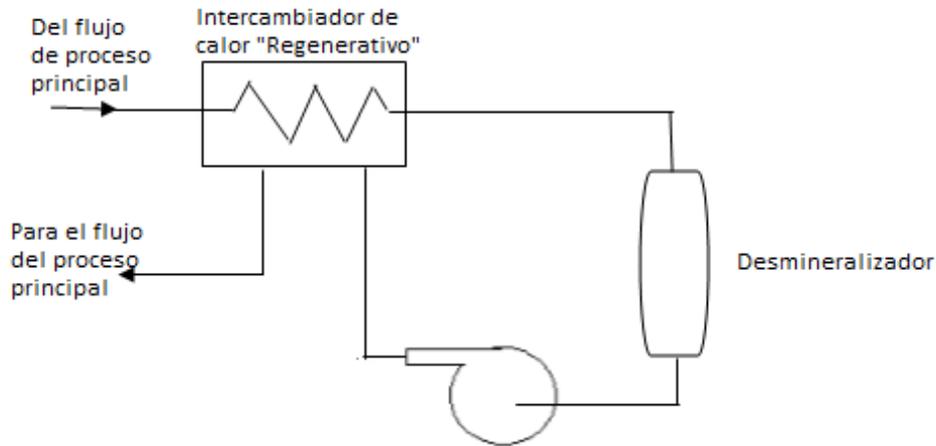


Figura 4. Diagrama esquemático de un intercambiador de calor Regenerativo.

- **Intercambiador No-Regenerativo**

En un intercambiador No-regenerativo, como se muestra en la figura 5, el fluido del sistema principal (con mayor temperatura) es enfriado por un fluido de un sistema separado (la energía calorífica removida no es regresada al sistema) y después de una serie de procesos, el fluido regresa al sistema principal [11].

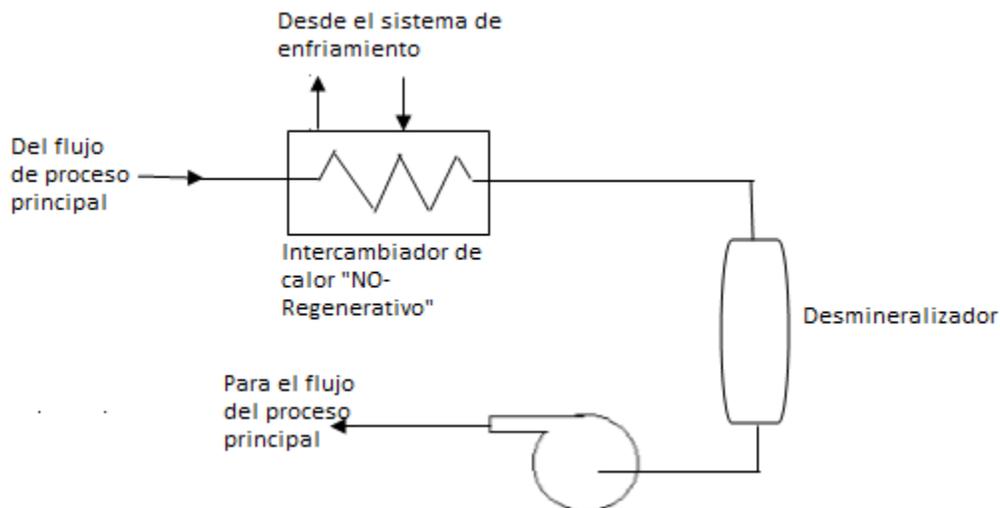


Figura 5. Diagrama esquemático intercambiador de calor No-Regenerativo.

1.4 Intercambiadores de calor según el tipo de construcción

Los intercambiadores de calor existen en una gran variedad de tamaños y formas, así que la construcción de los intercambiadores está incluida en alguna de las dos siguientes categorías: Intercambiador de calor de tubos y coraza e Intercambiador de calor compacto.

➤ Intercambiador de calor de tubos y coraza

Es un intercambiador que tiene tubos por donde va un fluido, en el cual de ida va en paralelo con el fluido de la coraza y de regreso al exterior de los tubos va a contracorriente con el mismo.

Las formas específicas difieren de acuerdo con el número de pasos de tubos y coraza. La forma más simple de este tipo de Intercambiador de Calor es la que implica un solo paso por tubos y coraza, como se muestra en la figura 6 [12].

Los pasos en los tubos son normalmente un número par: 4, 6, 8, etc. Los pasos en la coraza asimismo, pueden ser desde 1 en adelante hasta 6 como un límite práctico, y entre mayor sea el número de éstos, mayor será el acercamiento de la ΔT_m (Diferencia de Temperatura Media Logarítmica) del equipo, al valor correspondiente al de flujo a contracorriente.

Normalmente se instalan “deflectores” para aumentar el coeficiente de convección del fluido del lado de la coraza al inducir turbulencia y una componente de la velocidad de flujo cruzado [13].

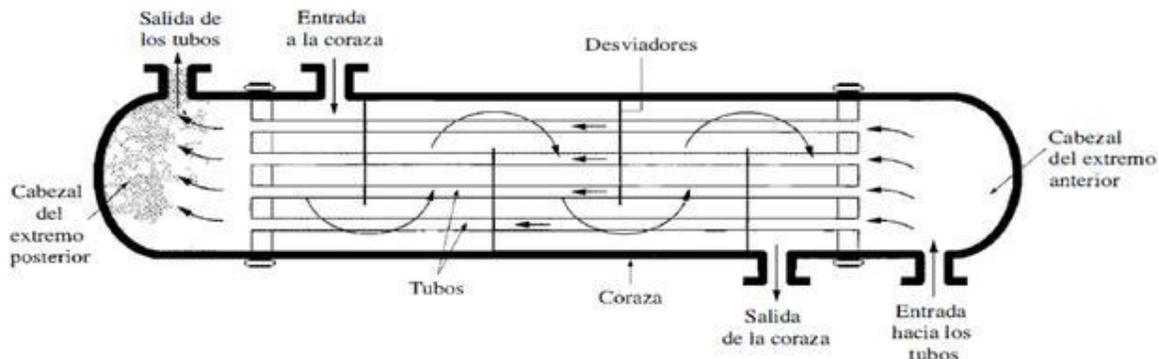


Figura 6. Intercambiador de calor de tubo y coraza con un paso por la coraza y un paso por los tubos [13].

➤ Intercambiador de calor compacto

Un intercambiador de calor compacto, consiste en una sucesión de láminas de metal armadas en un bastidor y conectadas, de modo que añadiendo superficies de contacto adicional o aletas, circule un fluido, entre las láminas. Estos se usan para conseguir un área superficial de transferencia de calor por unidad de volumen muy grande; la razón entre el área superficial de transferencia de calor de un intercambiador y su volumen se llama *densidad de área*, β . Un intercambiador de calor con $\beta > 700 \text{ m}^2/\text{m}^3$ (o $200 \text{ ft}^2/\text{ft}^3$) se clasifica como compacto [14].

Ya que cada una de las placas tiene un área superficial muy grande, las placas proveen un área extremadamente grande de transferencia de térmica a cada uno de los fluidos.

El intercambiador de calor compacto es mucho más pequeño que el de coraza y tubos para la misma capacidad de intercambio de calor.

Los tubos pueden ser de sección transversal rectangular o circulares y las aletas pueden ser de placa o circular como se muestran en la figura 7 [15].

Debido a la inhabilidad de sellar confiablemente las juntas entre cada una de las placas, el intercambiador de calor compacto no se utiliza extensamente, por este motivo se ha utilizado solamente para aplicaciones donde la presión es pequeña o no muy alta, en referencia con la presión exterior.

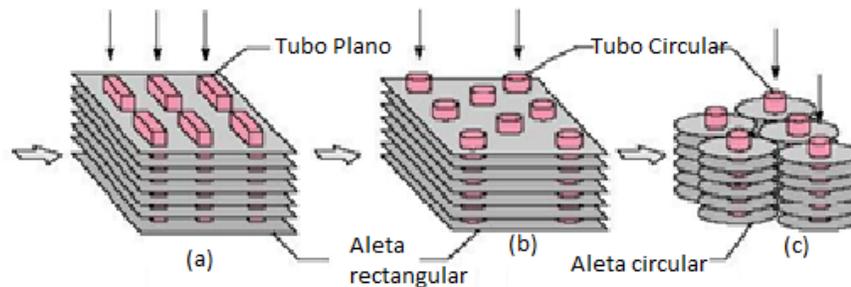


Figura 7. Cubiertas de intercambiador de calor compactos [15].

1.5 Diseño de un intercambiador de calor

El diseño de un equipo de transferencia de calor podemos dividirlo en diseño térmico y diseño mecánico.

El diseño térmico consiste en dimensionarlo (obtener el área de transferencia de calor) de modo que satisfaga los requerimientos de rapidez de calor a transferir entre fluidos, y de caídas de presión permisibles en los mismos fluidos.

El diseño mecánico consiste en calcular los espesores o paredes de los materiales empleados en la construcción del intercambiador de calor. Su cálculo requiere un intercambiador previamente dimensionado, es decir, es el paso posterior al diseño térmico.

El diseño mecánico normalmente se basa en los códigos TEMA (clases B, C y R) y ASME.

donde:

TEMA = Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Association

ASME = American Society of Mechanical Engineers

1.6 Turbulador

La mejora de la eficiencia térmica y la velocidad de transferencia de calor de muchos sistemas de intercambio de calor, utilizados en la industria, son necesarios para el ahorro de energía y la reducción del costo de operación.

Se han investigado diferentes técnicas para mejorar el rendimiento de los Intercambiadores de Calor, algunas de éstas son por ejemplo: modificando la forma de la sección transversal del tubo, poniendo muescas o cordones a los tubos, en su parte exterior o interior, así como, colocándole muescas a la superficie extendida, y ranurando a la misma. Por otro lado se ha estudiado las diferentes geometrías de las cintas retorcidas (twisted tape) en la transferencia de calor. Al insertar estas geometrías dentro del tubo, éstas proveen una perturbación al flujo y da una mayor velocidad de transferencia de calor al incrementar la turbulencia y el rápido mezclado del fluido entre diferentes zonas.

Todas estas técnicas son conocidas como “heat argumentation techniques” y están clasificadas en activas (requieren de una fuente de poder externa) y pasivas (no lo requieren).

En general, estas cintas actúan como promotor de turbulencia (turbulador), el cual forma parte de los métodos pasivos y han demostrado ser muy eficaces, debido a su trayectoria helicoidal para el flujo; la inserción de una cinta retorcida mejora la transferencia de calor por convección mediante la producción de remolino en el flujo, que mejoran la mezcla de fluidos de las regiones cercanas a la pared y centrales.

Adicionalmente, la cinta retorcida puede particionar y bloquear el flujo, reducir el diámetro hidráulico, alargar el recorrido de flujo de trenzado y generar un efecto de aleta. Por lo que conduce a mejoras adicionales de transferencia de calor, pero estas mejoras térmicas están acompañados por un aumento de la caída de presión.

También, las cintas han ganado creciente atención, debido a sus ventajas de funcionamiento constante; los insertos de cinta retorcida han sido ampliamente aplicados debido a su prometedor rendimiento, una configuración sencilla y facilidad de instalación.

Las investigaciones experimentales de los Intercambiadores de Calor con cintas retorcidas han sido ampliamente reportadas. Se ha investigado sobre la influencia de los radios de giro y los factores de mejoramiento térmico a ciertos valores de Reynolds; otros más estudiaron la transferencia de calor con cintas superpuestas, o incluso se ha experimentado con flujo laminar en un fluido no newtoniano en un tubo circular con cintas retorcidas.

Para el propósito de esta tesis, se hace un recuento de diferentes investigaciones que se han hecho tanto experimentales, como en simulación numérica utilizando cintas retorcidas, con el fin de obtener los parámetros más óptimos y aplicarlos al estudio de este trabajo de investigación.

1.7 Estudios realizados sobre cintas retorcidas

Un estudio realizado en la modificación de los insertos de cinta, fue el que realizaron de manera experimental **Indri Yaningsih et al. [16]**, y consistió en la perforación de estos insertos. Con esta modificación, los agujeros promueven la turbulencia del fluido cerca de la pared del tubo y el borde de la cinta. Así ellos, investigaron los efectos de las inserciones de cinta perforada sobre el rendimiento de transferencia de calor con el correspondiente aumento de coeficiente de fricción a través de un intercambiador de calor de doble tubo concéntrico con diferente relación de paso axial de inserciones de cinta. Los resultados que obtuvieron mostraron que tanto la tasa de transferencia de calor como el factor de fricción en el flujo con insertos de cinta perforada, eran significativamente más alto que el del tubo plano y con inserto de cinta retorcida convencional (sin perforación). También, ellos encontraron que el número de Nusselt aumentó con la disminución de la relación de paso axial (S_x / W), es decir, que la distancia entre perforaciones sea menor. Los insertos de cinta PT con $S_x / W = 0.56, 0.87$ y $1,19$, proporcionaron Nusselt hasta 32%, 23% y 14% más que el inserto de una cinta convencional, respectivamente.

Otro estudio relacionado mediante la inserción de cintas es el que realizaron **S. Eiamsa-ard et al. [17]**, quienes estudiaron los efectos de la relación de aclaración, es decir, la relación de separación entre el borde de la cinta y la pared del tubo respecto al diámetro del tubo ($CR = c / D$), como se muestra en la figura 8.

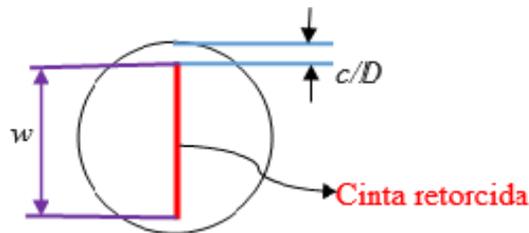


Figura 8. Relación de aclaración..

Ellos investigaron numéricamente el factor de fricción (f) y el factor de rendimiento térmico (η) para las cintas retorcidas con dos relaciones de torsión diferentes ($y / w = 2.5$ y 5). Para evaluar el campo de presiones utilizaron un algoritmo del tipo SIMPLE con el modelo de turbulencia $k-\epsilon$ estándar, el modelo de turbulencia $k-\epsilon$ del Grupo Renormalizado (RNG), el modelo de turbulencia $k-\omega$ estándar y el $k-\omega$ SST (Transporte de Esfuerzo Turbulento). Los resultados que obtuvieron fueron que los insertos de cinta retorcida para la relación de torsión $y / w = 2.5$ con $CR = 0,0$ (apretado), $0,1$, $0,2$ y $0,3$ pueden mejorar las velocidades de transferencia de calor hasta 73.6%, 46.6%, 17.5% y 20%, respectivamente.

Jian Guo et al. [18], estudiaron otro caso, por lo que propusieron el tipo de cinta retorcida con el centro de corte (*Center-cleared twisted tape*) figura 9, con el objetivo de lograr un buen rendimiento termohidráulico. Ellos realizaron un estudio comparativo entre la cinta propuesta y la cinta de ancho corto (*Short-width twisted tape*) figura 10, y el estudio lo realizaron empleando el código de Dinámica de Fluidos Computacional Fluent 6.3.26.

Los resultados mostraron que el comportamiento térmico entre ambos casos son diferentes entre sí. Para tubos con cintas retorcidas de ancho corto, la transferencia de calor y el rendimiento termohidráulico disminuyen. Por el contrario, para los tubos con cintas retorcidas con el centro de corte, la transferencia de calor puede incluso ser mejorada. Además, ellos encontraron que el factor de rendimiento térmico se puede mejorar en un 7-20% en comparación con el tubo con cinta trenzada convencional.

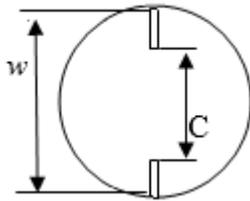


Figura 9. Cinta con el centro de corte.

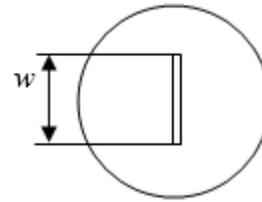


Figura 10. Cinta de ancho corto.

Amnart Boonlooi and Withada Jedsadaratanachai, [19] propusieron una modificación de área de contacto, es decir hicieron perforaciones rectangulares a la cinta retorcida, como se muestra en la figura 11, con el fin de reducir la pérdida de presión en el intercambiador de calor.

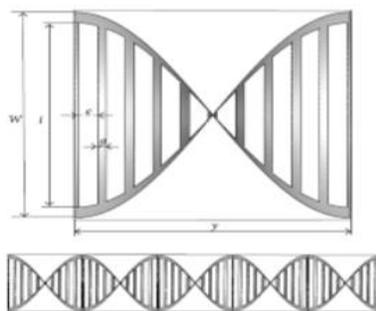


Figura 11. Cinta con perforaciones rectangulares [19].

En este análisis, ellos investigaron las influencias del tamaño de los orificios, (l / D , LR = 0.30, 0.44, 0.78 y 0.88), definiendo a LR como el tamaño de los orificios y fue realizado mediante simulación numérica en régimen turbulento $Re=3000-10000$, usando el método de volumen finito y el algoritmo SIMPLE.

Ellos encontraron que la cinta retorcida modificada proporciona una velocidad de transferencia de calor más alta que la del tubo liso debido a los flujos longitudinales del vórtice, creados por la cinta retorcida. Los flujos longitudinales del vórtice ayudan a aumentar la mezcla del fluido. Los agujeros perforados rectangulares de la cinta retorcida pueden reducir la pérdida de presión del sistema de calefacción. Además, el factor de mejora térmica máximo es de alrededor de 1,39 y 1,31 para la cinta doble retorcida y la cinta retorcida sencilla (una sola cinta), respectivamente, en $Re = 3000$ y $LR = 0.78$.

Kurhade Anant Sidhapa et al. [20] realizaron un estudio experimental utilizando insertos de cinta retorcida de cobre con orificios circulares en convección forzada. En este estudio más que las perforaciones, la nueva modificación es que se realizó con diferentes relaciones de torsión, ($TR = 5.5, 6.5, 8.5$), y con Reynolds desde 2000 a 12000.

Los resultados a diferente relación de torsión en insertos de cintas retorcidas, han sido comparados con los valores para el tubo liso. Con esto se demostró que la tasa de transferencia de calor más alta se logró para la cinta retorcida con relación de torsión 5.5.

Por todo lo anterior, el objetivo de la tesis es enunciado más adelante.

Ahora bien, a continuación, se muestra un resumen del trabajo experimental.

1.8 Resumen del trabajo a analizar

El trabajo experimental es acerca del estudio en el mejoramiento de transferencia de calor dentro de un tubo de cobre.

En este trabajo se realizó la inserción de dos cintas retorcidas, las cuales además se caracterizan por tener costillas en V, como se muestra en la figura 12. Ambas cintas están hechas de aluminio y como ya se mencionó anteriormente son introducidas dentro del tubo de cobre. Las características más específicas de las cintas, se encuentran en el capítulo 4 de la presente tesis.

El fluido de trabajo es aire que se hace fluir a través del tubo a diferentes Reynolds. El fluido es calentado mediante resistencias que se encuentran a lo largo del tubo.

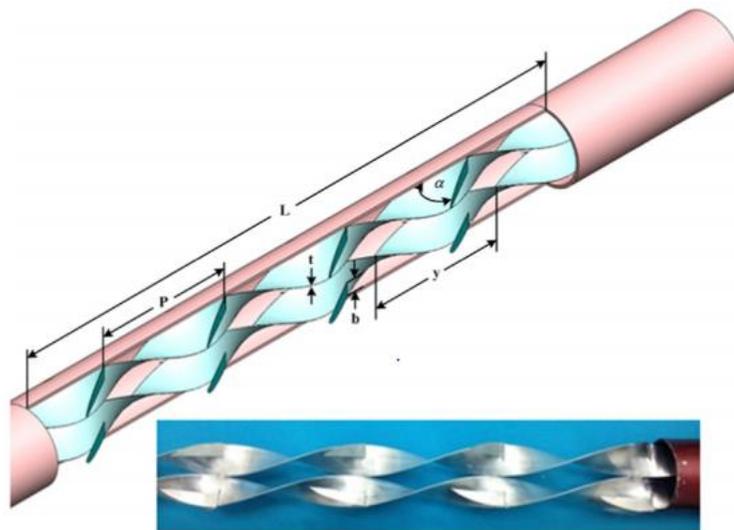


Figura 12. Configuración del sistema experimental [21].

Los resultados que obtuvieron fueron los siguientes:

Obtuvieron un incremento en el Nusselt con el aumento de Re y Br , definiendo a Br como la relación de bloqueo ($Br=b/D$).

Los resultados muestran un incremento en la transferencia de calor de 1.4 veces mejor con la relación de bloqueo $Br=0.09$, con respecto a trabajos dónde solamente se analiza el flujo en un tubo liso y otro dónde se le insertan las cintas retorcidas dobles pero sin la costilla en V. El valor más alto de transferencia de calor se encontró en el valor máximo de la relación de bloqueo ($Br=0.19$), ocasionando también un aumento en el Nu . Por su parte, la correlación de Blasius (f) resultó entre 2.06 a 4.94 veces más comparándolo con el tubo liso. El inserto de cinta retorcida con relación de bloqueo $Br=0.19$ tiene como resultado el más alto Nusselt; sin embargo el mismo inserto pero con la relación de bloqueo $Br=0.09$, da como resultado el más alto rendimiento termo-hidráulico.

1.9 Objetivo de la tesis

➤ **Objetivo general**

Simular numéricamente el flujo dentro de un tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V.

➤ **Objetivos particulares**

Los objetivos particulares son los siguientes:

- Validar los resultados numéricos con datos experimentales.
- Analizar el flujo a diferentes Reynolds (Re) para un caso base establecido.
- Analizar el efecto:

Sin las cintas retorcidas con costilla en V, con el fin de conocer que tanto influyen los insertos de cinta en la transferencia de calor.

Modificando el ángulo de giro a una sola cinta a diferentes grados.

Solamente insertando una cinta dentro del tubo, y no dos como se venía haciendo anteriormente.

Solamente insertando una cinta SIN costilla en V, pero está tendrá el diámetro equivalente a dos cintas convencionales (medida original).

Insertando 2 cintas retorcidas, pero en vez de tener costillas en V, las cintas tendrán protuberancias esparcidas por toda la superficie de la cinta.

2 Ecuaciones de gobierno

A continuación, se presentan las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido en el interior del intercambiador de calor helicoidal, es decir, conservación de masa, cantidad de movimiento y energía. Hay que considerar que el flujo es turbulento y la geometría es multidimensional. Primeramente se presentan las ecuaciones (instantáneas) que gobiernan el flujo y después, dada la naturaleza del flujo que es turbulento, la alternativa utilizada en esta tesis, la de Ecuaciones Promediadas es introducida en la segunda parte. Las ecuaciones de conservación se presentan para un sistema de coordenadas cartesianas.

2.1 Fluidos compresibles e incompresibles

Aquellos flujos donde las variaciones en densidad son insignificantes o bien si el fluido tiene una densidad aproximadamente constante se denominan *incompresibles*; cuando las variaciones en densidad dentro de un flujo no se pueden despreciar, se llaman *compresibles*.

2.2 Ecuación de conservación de masa

La ecuación de conservación de masa se puede expresar como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1)$$

donde ρ y v , son respectivamente la densidad y la velocidad instantánea de la mezcla de reacción.

2.3 Ecuación de conservación cantidad de movimiento

Con la aplicación del teorema de transporte de Reynolds, se tiene la expresión general para conservar la cantidad de movimiento lineal como se aplica a un volumen de control:

$$\sum \vec{F} = \int_{vc} \rho \vec{g} dV + \int_{sc} \sigma_{ij} \cdot \vec{n} dA = \int_{vc} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{v}) dV + \int_{vc} (\rho \vec{v}) \vec{v} \cdot \vec{n} dA \quad (2.2)$$

donde σ_{ij} es el tensor de esfuerzo. La ecuación (2.2) se aplica a volúmenes de control fijos y en movimiento, siempre que \vec{v} sea la velocidad absoluta (vista desde un observador fijo).

Para generar una ecuación diferencial para la conservación de cantidad de movimiento lineal, se hace la suposición que el volumen de control se encoge a tamaño infinitesimal. En el límite, todo el volumen de control se encoge a un punto en el flujo.

Una forma más general del teorema de divergencia se aplica no sólo a vectores, sino también a otras cantidades, como los tensores:

Teorema de divergencia extendido:

$$\int_{Vol} \vec{\nabla} \cdot G_{ij} dV = \oint_A G_{ij} \cdot \vec{n} dA \quad (2.3)$$

Específicamente, si en el teorema de divergencia extendido en la ecuación (2.3) G_{ij} se sustituye con la cantidad $(\rho \vec{V}) \vec{V}$, un tensor de segundo orden, el último término en la ecuación (2.2) se convierte en:

$$\int_{sc} (\rho \vec{V}) \vec{V} \cdot \vec{n} dA = \int_{vc} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) dV \quad (2.4)$$

donde $\vec{V} \vec{V}$ es un producto vectorial llamado producto exterior (producto tensorial de dos vectores) del vector de velocidad consigo mismo. De manera similar, si en la ecuación (2.3) se sustituye con el tensor de esfuerzo σ_{ij} , el segundo término en el lado izquierdo de la ecuación (2.2) se convierte en:

$$\int_{sc} \sigma_{ij} \cdot \vec{n} dA = \int_{vc} \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} dV \quad (2.5)$$

Por lo tanto, las dos integrales de superficie de la ecuación (2.2) se convierten en integrales de volumen, cuando se aplican las ecuaciones (2.4) y (2.5). Si se combinan y reordenan términos de las ecuaciones anteriores, la ecuación (2.2) se reescribe como:

$$\int_{vc} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) - \rho \vec{g} - \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \right] dV = 0 \quad (2.6)$$

Para finalizar, se afirma que la ecuación (2.6) es válida para cualquier volumen de control sin importar su tamaño o forma. Esto es posible sólo si el integrando es idénticamente cero. En consecuencia, se tiene una ecuación diferencial general para la conservación de cantidad de movimiento lineal, conocida como ecuación de Cauchy:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \quad (2.7)$$

Cuando se aplica la regla de la derivada del producto al primer término del lado izquierdo de la ecuación (2.7) se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) = \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.8)$$

El segundo término de la ecuación (2.7) se puede escribir como:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) + \rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \quad (2.9)$$

Por lo tanto, se eliminó el tensor de segundo orden representado por $\vec{\nabla} \vec{V}$. Después de cierto reordenamiento, la sustitución de las ecuaciones (2.8) y (2.9) en la ecuación (2.7) produce:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \right] + \rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \quad (2.10)$$

En la ecuación (2.10), la expresión en corchetes en esta ecuación es idénticamente cero por la ecuación de continuidad, ecuación (2.1). Cuando se combinan los dos términos restantes en el lado izquierdo, se escribe:

Forma alternativa de la ecuación de Cauchy:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] = \rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \quad (2.11)$$

En coordenadas cartesianas, las tres componentes de la ecuación de Cauchy son:

$$\text{Componente } x: \rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \quad (2.11a)$$

$$\text{Componente } y: \rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \quad (2.11b)$$

$$\text{Componente } z: \rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (2.11c)$$

Para obtener las ecuaciones de Navier-Stokes, se debe expresar el tensor de esfuerzos σ_{ij} en términos de las incógnitas primarias, es decir, densidad, presión y velocidad.

Esto se puede realizar mediante las ecuaciones constitutivas que nos permiten escribir las componentes del tensor de esfuerzo en términos del campo de velocidad y del campo de presión.

La primera acción que se hace es separar los esfuerzos de presión y los esfuerzos viscosos. Cuando un fluido se mueve, la presión actúa hacia dentro normal, pero también pueden existir esfuerzos viscosos. La ecuación (2.12) se generaliza para fluidos en movimiento como:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

donde se introduce un nuevo tensor, τ_{ij} , llamado tensor de esfuerzo viscoso.

Este estudio se concentra para fluidos newtonianos, que se definen como los fluidos para los que el esfuerzo de corte es linealmente proporcional a la razón de deformación por corte; donde por definición el tensor de esfuerzo es linealmente proporcional al tensor de razón de deformación.

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij}\delta_{ij} \quad (2.13)$$

donde ε_{ij} es el tensor de razón de deformación. La ecuación (2.14) muestra que el esfuerzo es linealmente proporcional a la deformación. En coordenadas cartesianas, se mencionan las nueve componentes del tensor de esfuerzo viscoso, seis de las cuales son independientes debido a simetría:

$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

En coordenadas cartesianas, el tensor de esfuerzo de la ecuación (2.12) se convierte por lo tanto en:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} -P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Ahora, se sustituye la ecuación (2.15) en las tres componentes cartesianas de la ecuación de Cauchy. Primero se considera la componente x . La ecuación (2.11a) se convierte en la ecuación (2.16):

$$\rho \frac{Du}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + 2\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) \quad (2.16)$$

Después de cierto reordenamiento de los términos viscosos en la ecuación (2.16) queda:

$$\rho \frac{Du}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (2.17)$$

$$\rho \frac{Du}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]$$

$\rho = cte$

El término entre paréntesis es cero debido a la ecuación de continuidad para un flujo incompresible. También se identifican los últimos tres términos como el laplaciano de la componente de velocidad u en coordenadas cartesianas. Por lo tanto, la componente x de la ecuación de cantidad de movimiento se escribe como:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \nabla^2 u \quad (2.18a)$$

De manera similar se escriben las componentes y y z de la ecuación de cantidad de movimiento como:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y + \mu \nabla^2 v \quad (2.18b)$$

Y

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \nabla^2 w \quad (2.18c)$$

Para finalizar, combinamos las tres componentes en una ecuación vectorial; el resultado es la ecuación de Navier-Stokes para flujo incompresible con viscosidad constante.

Ecuación de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \rho\vec{g} + \mu\nabla^2\vec{V} \quad (2.19)$$

Aunque las componentes de la ecuación (2.19) se dedujeron en coordenadas cartesianas, la forma vectorial de la ecuación (2.19) es válida en cualquier sistema coordenado ortogonal.

2.4 Ecuación de la conservación de la energía

La ecuación general de conservación de la energía se presenta a continuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(u_e + \frac{|v|^2}{2} + e_p \right) \right] + \nabla \cdot \left[\rho v \left(u_e + \frac{|v|^2}{2} + e_p \right) \right] = W_V + q_T \quad (2.20)$$

donde $u_e + \frac{|v|^2}{2} + e_p = e$ es la energía total del fluido (energía interna + energía cinética + energía potencial), W_V es el trabajo viscoso y q_T es el calor total. Introduciendo la definición de la entalpía ($h=u+P/\rho$), la ecuación de continuidad, el trabajo viscoso y el calor total en la ecuación (2.20), se llega a la ecuación de la entalpía:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(h + \frac{|v|^2}{2} + e_p \right) \right] + \nabla \cdot \left[\rho v \left(h + \frac{|v|^2}{2} + e_p \right) \right] = \nabla \cdot (\vec{\tau}' \cdot \vec{v}) - \nabla \cdot \vec{J}_e + q_r \quad (2.21)$$

donde $\nabla \cdot (\vec{\tau}' \cdot \vec{v})$ es el trabajo viscoso, $\nabla \cdot \vec{J}_e$ es el flujo difusivo de calor y q_r es el flujo de calor por radiación.

En flujos de baja velocidad, si el número de Mach (Ma) es muy bajo ($Ma \ll 1$) y además, la energía cinética comparada con la entalpía es despreciable, el trabajo viscoso es despreciable [21].

Por otra parte, si el flujo de gases tiene una temperatura menor a 1500 [°C], por lo tanto el flujo de calor por radiación es despreciable [22]. Aplicando las consideraciones anteriores y despreciando el término potencial de la energía total del fluido a la ecuación (2.21) se obtiene un modelo válido para fluidos Newtonianos bajo condiciones generales de flujo incompresible, viscoso y conductor de calor. Así, la ecuación de la energía queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \nabla \cdot (\rho v h) = -\nabla \cdot \vec{J}_e \quad (2.22)$$

El flujo de difusión de calor \vec{j}_e se modela mediante la Ley de Fourier:

$$\vec{j}_e = -k\nabla T \quad (2.23)$$

donde k es la conductividad térmica.

Por lo tanto, la ecuación queda de la siguiente manera.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \nabla \cdot (\rho v h) = -\nabla \cdot k\nabla T \quad (2.24)$$

2.5 Flujo Turbulento

En las secciones anteriores se detallaron las ecuaciones para describir el movimiento de un flujo de gases. Estas ecuaciones de transporte están concebidas para flujos laminares y turbulentos, cuya aplicación práctica es muy limitada. Esto implica que las ecuaciones deben adecuarse para su utilización en el estudio de flujos turbulentos. Por ello, antes de describir la adecuación matemática de las ecuaciones de transporte se analiza a la turbulencia con la finalidad de entender la complejidad del fenómeno. La turbulencia no se puede definir exactamente, sin embargo para entenderla, se observa los efectos que este comportamiento provoca en el fluido.

La técnica de las ecuaciones promediadas de Navier Stokes, resuelve las ecuaciones presentadas anteriormente para el flujo turbulento de la entrada de flujo de aire en una habitación. La técnica RANS puede entenderse con la representación gráfica de la variación local de una propiedad Φ del fluido con el tiempo en el flujo turbulento.

En cuanto al campo de velocidades de uno u otro régimen, si en un punto de un campo de flujo se hiciera una medida del valor de una variable (por ejemplo de la componente de la velocidad en dirección X) se obtendría que en régimen laminar ésta presenta un valor bien definido que es constante en el tiempo si las condiciones de contorno del flujo son estacionarias o presenta una ordenada variación temporal si las condiciones de contorno varían en el tiempo. En el régimen turbulento en cambio las variables de flujo

presentan una variación temporal, aun cuando las condiciones de contorno del flujo sean estacionarias, muy rápida y aleatoria en un amplio rango de frecuencias (se han medido rangos entre 0 y 10000 Hz).

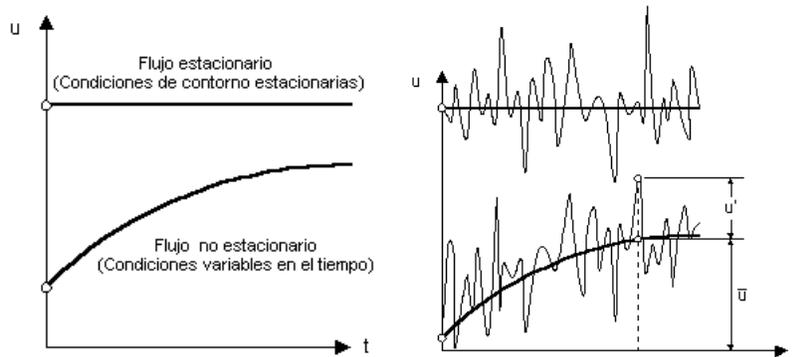


Figura 13. Regímenes laminar y Turbulento.

2.6 Promediado de las ecuaciones de transporte

Una característica de este tipo de flujos es la variación aleatoria e irregular tanto en el espacio como en el tiempo de las propiedades del fluido.

La obtención una solución a las ecuaciones del flujo en régimen turbulento esta fuera del alcance del análisis matemático y el cálculo numérico actuales. De forma similar a la teoría cinética donde se estudia el movimiento de infinidad de moléculas.

Una de las alternativas para la simulación de flujos reactivos, es el promediado de las ecuaciones instantáneas de conservación. Con este método, se promedian todas las fluctuaciones de las escalas temporales y se resuelven ecuaciones de transporte para los valores medios de las propiedades del fluido.

Una posibilidad de promediar las variables de flujo es considerar que en un punto del campo, las variables vienen dadas como la suma de un valor promedio y una fluctuación turbulenta [23]:

$$\begin{aligned}
 p(x, t) &= \bar{p}(x, t) + p'(x, t) \\
 v(x, t) &= \bar{v}(x, t) + v'(x, t)
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

El valor promedio temporal de una variable se obtiene de la forma [24]:

$$\bar{p}(x, t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} P(x, t) dt$$

$$\bar{v}(x, t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v(x, t) dt \quad (2.26)$$

Siendo T un periodo tal que el valor promedio obtenido es independiente de este valor. T es mucho más pequeño que la variación del valor promedio de forma que éste último podrá depender del valor del tiempo alrededor del cual se toma el promedio pero no de la amplitud elegida para realizarlo.

En la aproximación RANS se introduce un promediado temporal a las variables con el objeto de separar el valor medio de la parte fluctuante. Para que esta operación tenga sentido estadístico y físico, el tiempo de promedio tiene que ser mucho más grande que el período característico de las fluctuaciones turbulentas de la escala integral.

De la definición de las variables promedio se deduce que [25]:

$$\bar{p}'(x, t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} p'(x, t) dt$$

$$\bar{v}'(x, t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v'(x, t) dt \quad (2.27)$$

Para poder determinar las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas es necesario conocer cómo se relacionan los tensores de esfuerzos de Reynolds con las variables de flujo. A la relación matemática que existe entre \bar{T}_T, \bar{v} y \bar{p} se conoce como modelo de turbulencia.

Aunque los valores promedios de las fluctuaciones sean cero no es cierto que el promedio del producto de dos fluctuaciones lo sea [26], por ejemplo:

$$\overline{u' \cdot u'} = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} u' \cdot u' \cdot dt \neq 0 \quad (2.28)$$

Una vez que se ha definido la manera de promediar, se toman valores promedio en las ecuaciones de Navier-Stokes [27].

$$\frac{1}{T} \cdot \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \nabla \cdot \mathbf{v} \cdot dt = 0$$

$$\frac{1}{T} \cdot \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \rho \cdot \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} [-\nabla \cdot \mathbf{p} + \nabla \cdot (2\mu \cdot \mathbf{D}) + \mathbf{f}_v] \cdot dt \quad (2.29)$$

Al aplicar el promediado a la ecuación (2.29), se obtiene la siguiente expresión:

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0$$

$$\rho \cdot \frac{D\bar{\mathbf{v}}}{Dt} = -\nabla \cdot \bar{\mathbf{p}} + \nabla \cdot (2\mu \cdot \bar{\mathbf{D}} + \bar{\mathbf{T}}_T) + \mathbf{f}_v \quad (2.30)$$

La ecuación de la continuidad tiene el mismo aspecto sólo que en lugar del campo de velocidades aparece el campo de velocidades promedio. La ecuación de la cantidad de movimiento presenta, además del cambio de las velocidades instantáneas por las promedio, la aparición de un nuevo término, unos tensores adicionales que se denominan tensor de esfuerzos de Reynolds. Estos tensores cuantifican la influencia de la fluctuación turbulenta en el campo de flujo promedio.

A continuación, se muestran los tensores turbulentos de Reynolds

$$T_{x,x} = -\rho \overline{u'^2} \quad T_{y,y} = -\rho \overline{v'^2} \quad T_{z,z} = -\rho \overline{w'^2}$$

$$T_{x,y} = T_{y,x} = -\rho \overline{u'v'} \quad T_{x,z} = T_{z,x} = -\rho \overline{u'w'} \quad T_{y,z} = T_{z,y} = -\rho \overline{v'w'}$$

Para poder resolver las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas es necesario conocer cómo se relacionan estos tensores turbulentos con las variables de flujo. A la relación matemática que existe entre $\bar{\mathbf{T}}_T, \bar{\mathbf{v}}$ y $\bar{\mathbf{p}}$ se conoce como **modelo de turbulencia**.

Los modelos de turbulencia que modelan los tensores de esfuerzos de Reynolds se dividen, generalmente, en ecuaciones de cierre de primer y segundo orden, en los modelos de primer orden cabe destacar el *modelo de viscosidad turbulenta*; y en los de segundo orden, el *Modelo de Transporte de los Esfuerzos de Reynolds* (Reynolds Stress Transport Model, RSTM), y el *Modelo de los esfuerzos de Reynolds*. Es en esta modelación donde reside la dificultad de resolver el flujo turbulento.

3 Método de solución

En este capítulo se presentará del método de solución, el cual servirá para poder resolver las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales son necesarias para la resolución de problemas, como es el caso de esta tesis.

Para la resolución de problemas relacionados con el flujo de fluidos se utilizan las ecuaciones de Navier-Stokes que proporcionan un modelo que describe el comportamiento en tres dimensiones del fluido, lo que resultará en una ecuación para cada dirección. Sin embargo, este sistema de ecuaciones diferenciales carece de una solución analítica, por lo que se tiene que recurrir al uso de métodos numéricos para obtener una solución.

En este tipo de situaciones es conveniente utilizar la Dinámica de Fluidos Computacional (Computational Fluid Dynamic, CFD), que permite resolver y analizar problemas que involucran el flujo de fluidos mediante la solución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes lo que significa utilizar un dominio discreto, es decir, poner una malla sobre el sistema, con lo cual se obtendrá una ecuación algebraica en cada punto de interés del sistema (celda), para posteriormente darle una solución.

El proceso que se tiene en la Dinámica de Fluidos Computacional, es:

1. La selección y discretización del dominio del cálculo.
2. Integración de las ecuaciones en los subdominios de cálculo, que tiene como resultado ecuaciones algebraicas.
3. Selección de las condiciones iniciales y condiciones de frontera en el dominio de cálculo.
4. Solución de las ecuaciones algebraicas mediante métodos numéricos.
5. Análisis de resultados.

La Dinámica de fluidos Computacional tiene la ventaja de proporcionar información completa y detallada de las variables del flujo, siendo que en un trabajo experimental no se pueden conocer, además que es más económica.

3.1 Código Numérico de Dinámica de Fluidos Computacional

En este trabajo, se usa el código de Dinámica de Fluidos Computacional, PHOENICS-VR, para resolver las ecuaciones que describen la aerodinámica y transferencia de calor del flujo. El código PHOENICS (Partial Hyperbolic Or Elliptic Numerical Integrated Equations Solver), usa la alternativa de ecuaciones promediadas (Numerical Solution Of The Reynolds Average Navier-Stokes, RANS). Una variedad de problemas reales en la dinámica de fluidos computacionales requiere una modelación precisa. Sin embargo, es bien sabido que el costo en términos de tiempo y memoria de cálculo pueden ser extremadamente altos, lo que conlleva a ecuaciones complejas. La simulación numérica directa con flujo turbulento a números de Reynolds razonablemente grandes, supera las capacidades actuales de equipos computacionales que existen hoy en día. Un método popular para solucionar el problema de los Reynolds, es con un promedio llamado Reynolds Average Navier-Stokes. Además el promediado será complementado con un modelo de turbulencia.

La solución numérica de las ecuaciones RANS con un modelo de cierre de la turbulencia ha sido un tema de amplia aplicación, aunque conocido como el menos exigente de todos los métodos de simulación de turbulencia.

La necesidad de simular tridimensionalmente la transferencia de calor y la aerodinámica de un flujo turbulento de aire que circula dentro de un tubo con cintas retorcidas, requiere de un mallado refinado para capturar las escalas espaciales. Lo anterior requiere de una infraestructura computacional y tiempos de cálculo elevados que hacen inviable el uso de la alternativa DNS.

Para esto se necesita de un método que pueda discretizar el volumen de control y capturar las escalas espaciales. El método que se utilizará es el método de volúmenes finitos el cual es utilizado por el código PHOENICS.

3.2 Método de Volúmenes Finitos

Mediante una ecuación general, se pueden representar las ecuaciones medias de continuidad, cantidad de movimiento y del modelo de turbulencia, donde la variable dependiente está representada por $\tilde{\phi}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\phi}) + \nabla \cdot (\rho\tilde{u}_i\tilde{\phi}) - \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla_\phi) = \bar{S}_\phi \quad (3.1)$$

Donde Γ_ϕ es el coeficiente de difusión y \bar{S}_ϕ es el término fuente. Los términos del lado izquierdo de la ecuación (3.1) son el término transitorio, convectivo y difusivo, respectivamente. Los términos Γ_ϕ y \bar{S}_ϕ están especificados para cada variable $\tilde{\phi}$. En el caso de la ecuación de continuidad, $\tilde{\phi} = 1$.

Esta ecuación general (3.1), se puede discretizar con el método de volúmenes finitos. Con este método, el dominio se divide en pequeños volúmenes de control (figura 14), asociando a cada uno de ellos un punto nodal. De manera similar, se discretiza el tiempo en intervalos temporales. La ecuación diferencial resultante, se integra en cada volumen de control y en cada intervalo temporal, y el resultado es una ecuación discretizada que relaciona los valores de $\tilde{\phi}$ para un determinado grupo de puntos nodales. Esta ecuación algebraica expresa el principio de conservación de $\tilde{\phi}$ en el volumen finito, de la misma manera que la ecuación diferencial lo expresa para un volumen infinitesimal. La ecuación algebraica para un nodo P puede expresarse en forma general como:

$$a_P \tilde{\phi}_P = \sum_{i,I=E,W,N,S,H,L} a_i \tilde{\phi}_I + a_T \tilde{\phi}_T + B \quad (3.2)$$

donde el subíndice I representa las celdas vecinas, i la cara entre las celdas P e I , T el valor correspondiente en el intervalo temporal anterior, y B el término fuente. La deducción detallada de la ecuación (3.2) puede consultarse en ([28] y [29]), así como en un gran número de textos de dinámica de fluidos computacional.

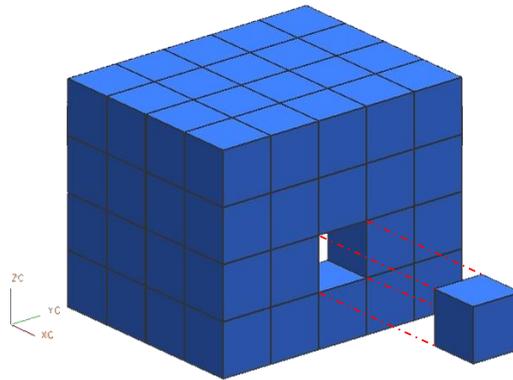


Figura 14. Representación del sistema discretizado en volúmenes finitos.

En el caso de una malla cartesiana, escalonada (“staggered”) y uniforme (celdas de iguales dimensiones espaciales), se puede emplear por sencillez un volumen de control bidimensional, como el que se muestra en la figura 15 (el espesor de la celda en dirección z puede considerarse la unidad.) En una malla escalonada, las variaciones se encuentran definidas en el centro de la celda, mientras que las componentes de velocidad en cada dirección, correspondientes a la celda, se encuentran desplazadas a las caras de la celda.

En la figura 15, se muestra la notación de la celda y de sus vecinas. Dada una celda P , sus vecinas se nombrarán según las iniciales de los puntos cardinales (en inglés) en las direcciones “ x ” e “ y ” y como “*Low*” y “*High*” en la dirección z . Las caras de la celda se nombran con la misma nomenclatura, pero con letras minúsculas. A su vez, el tiempo también se discretiza. Las celdas en la dirección temporal se llaman intervalos temporales. La celda P en el paso temporal se nota como T .

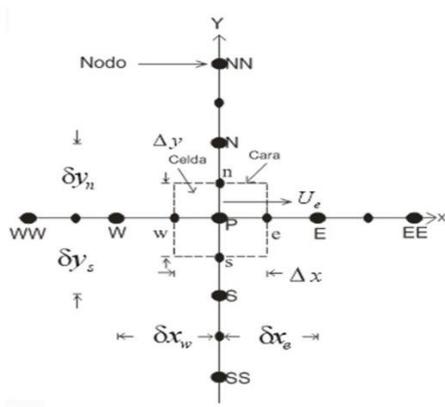


Figura 15. Diagrama esquemático de un volumen de control bidimensional.

A continuación, se presentan los términos de la ecuación discretizada (3.2).

Definiendo tres expresiones mediante los símbolos F , D , y Pe como:

$$F = \bar{\rho} \mathcal{U}_i, \quad D = \frac{\Gamma}{\delta_i}, \quad Pe = \frac{F}{D} \quad (3.3)$$

Donde \mathcal{U}_i es la velocidad en la cara i , δ_i es la distancia entre los nodos que incluyen la cara i y Pe es de número de Peclet, que es una relación entre la convección y la difusión. Las expresiones para F y D representan el efecto de los términos convectivo y difusivo, respectivamente, de la ecuación de transporte (3.1).

Los coeficientes a_i de la ecuación (3.2) son:

$$a_i = D_i f(|Pe|_i) + \max(-F_i, 0) \quad (3.4)$$

Los valores F y D en la cara de la celda de la ecuación (3.6) son:

$$F_i = (\bar{\rho} \mathcal{U}_i) \Delta_i \quad D_i = \frac{\Gamma_i \Delta_i}{(\delta_i)}, \quad i=n, s, e, w \quad (3.5)$$

donde Δ_i es la longitud de la cara i .

Para determinar F_i se necesita conocer $\bar{\rho}$ y \mathcal{U}_i en la cara de la celda. El cálculo del término convectivo de la ecuación de transporte (3.1) requiere también el conocimiento de la variable escalar, $\tilde{\phi}$, en la cara de la celda. La velocidad \mathcal{U}_i está calculada en la cara de la malla escalonada; pero $\bar{\rho}$ y $\tilde{\phi}$ están calculados en el nodo y necesitan ser interpolados a la cara para calcular los coeficientes a_i de la ecuación discretizada (3.2).

La obtención de estas variables en la cara de la celda es importante para la precisión y convergencia de la solución. El cálculo de $\bar{\rho}$ y $\tilde{\phi}_i$ da lugar a los llamados esquemas de discretización. La función $f(|Pe|)$ de la ecuación (3.4) depende del esquema de interpolación; por ejemplo, en el esquema de diferencias desplazadas, $f(|Pe|) = 1$. Para el sistema híbrido [30]:

$$f(|Pe|) = \max(0.1 - 0.5|Pe|) \quad (3.6)$$

El coeficiente para el término transitorio es:

$$a_T = \frac{\bar{\rho}_T \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.7)$$

Para el cálculo del término Di (3.7) se necesita obtener el coeficiente de difusión, Γ , en la cara de la celda. El coeficiente Γ no es necesariamente una constante, probablemente puede ser función de valores variables que se conocen en los nodos (por ejemplo la temperatura) y por tanto es necesario interpolarlo en la cara. Esta interpolación puede ser aritmética o armónica. Como ejemplo, para la cara e, estas interpolaciones son:

$$\Gamma_e = \frac{\Delta x (\Gamma_P + \Gamma_E)}{2 \delta x_e} \quad \Gamma_e = \frac{2 \delta x_e}{\Delta x \left(\frac{1}{\Gamma_P} + \frac{1}{\Gamma_E} \right)} \quad (3.8)$$

El término fuente de la ecuación general (3.1), \bar{S}_ϕ , se linealiza como:

$$\bar{S}_\phi = \bar{S}_{\phi,c} + \bar{S}_{\phi,v} \tilde{\phi}_p \quad (3.9)$$

donde el término $\bar{S}_{\phi,v}$ se elige de acuerdo a la relación existente entre \bar{S}_ϕ y $\tilde{\phi}$, en caso de depender el primero del segundo. El objetivo de la linealización del término fuente es mejorar la convergencia de la solución.

Con esta suposición, los términos B y a_p de la ecuación (3.2) son:

$$B = \bar{S}_{\phi,c} \Delta x \Delta y + a_T \tilde{\phi}_T \quad (3.10)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_T - \bar{S}_{\phi,v} \Delta x \Delta y \quad (3.11)$$

La ecuación (3.2) se aplica en cada celda del dominio, para cada $\bar{\phi}$ y para cada paso temporal Δt , por lo que se tiene un sistema de ecuaciones lineales (los coeficientes a pueden depender, directa o indirectamente de $\tilde{\phi}$, por lo que el sistema es realmente pseudo-lineal).

Para resolver este sistema de ecuaciones se puede utilizar cualquier método de resolución de ecuaciones lineales.

En el cálculo de las velocidades a partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento, se tiene el inconveniente de que la presión, cuyo gradiente aparece como término fuente en las ecuaciones de cantidad de movimiento, no tiene una ecuación propia para calcularla. Una solución ampliamente utilizada, es transformar la ecuación de continuidad en una ecuación para la presión.

Entre los algoritmos iterativos que se basan en este procedimiento, están los de la familia SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), ([31], [32] y [33]). El algoritmo utilizado en esta tesis para resolver el problema de acoplamiento velocidad-presión pertenece a esta familia.

El proceso de solución de este sistema de ecuaciones es iterativo y durante éste, las ecuaciones del sistema, en general, no se cumplen; el balance entre la parte izquierda y derecha de la ecuación se denomina residuo. La convergencia del proceso iterativo se da cuando los residuos disminuyen.

Para procurar acelerar esta convergencia, se utiliza un método de relajación de algunas de las variables dependientes y propiedades. Se emplean dos tipos de relajación: la inercial y la lineal. La relajación inercial se emplea para las velocidades y los parámetros de turbulencia, y aumenta la diagonal de la matriz de coeficientes al agregar a la ecuación de cualquier variable $\tilde{\phi}$, el término fuente:

$$S_{\phi,r} = \frac{\bar{\rho}V_P}{\Delta t_f}(\tilde{\phi}_P^{(n-1)} - \tilde{\phi}_P^{(n)}) \quad (3.12)$$

donde:

V_P = es el volumen de la celda P

Δt_f = es el intervalo de tiempo falso

n = número de iteración.

Para la presión y la densidad se emplea la relajación lineal dada por:

$$\tilde{\phi}_P^{(n)} = \alpha \tilde{\phi}_P^{sol} + (1 - \alpha) \tilde{\phi}_P^{(n-1)} \quad (3.13)$$

donde α es el factor de relajación, el superíndice “sol” se refiere al valor de la propiedad proporcionado por el “solver” en la iteración actual. El factor de relajación α , normalmente toma valores entre 0 y 1.

El criterio de convergencia utilizado para detener el proceso iterativo para un paso temporal dado y pasar al siguiente es tal que, para cada variable, la suma de los valores absolutos de los residuos en todo el dominio sea menor que un determinado porcentaje de un valor de referencia.

4 Sistema a simular

En este capítulo se va a presentar el sistema en el cual se va a simular el flujo, en un intercambiador de calor tubular con doble inserto de cintas retorcidas y costilla en V. También, se muestran las especificaciones y configuraciones de las cintas para un caso base, así como del tubo dónde se encuentran las cintas retorcidas. Además, se muestran las configuraciones de las cintas retorcidas para distintos casos y los detalles numéricos que se utilizaron para representar la configuración del sistema.

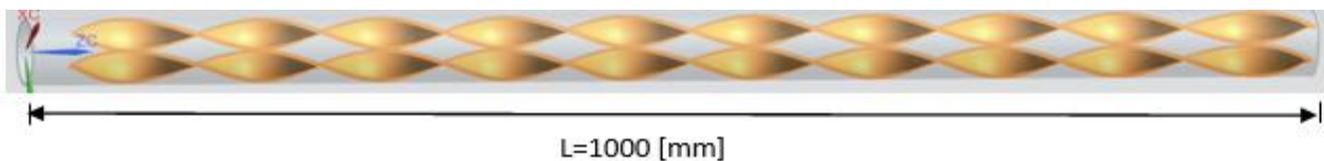
4.1 Configuración

El estudio experimental con el cual este trabajo se pretende validar consta de un tubo de cobre de diámetro $D=50.8$ [mm] y longitud $L=1000$ [mm], y con una inserción de 2 cintas retorcidas hechas de aluminio con un espesor $t=0.8$ [mm], ancho $W=24$ [mm], y con una longitud de torsión $y=96$ [mm]. Adicionalmente, las cintas retorcidas tienen una costilla en forma de “V”, la cual se fijó en los bordes de las cintas con un ángulo de 30° respecto a esta misma; cerca de la pared del tubo. Los cuatro tamaños de la costilla en V con respecto a su alto son: 3.6, 4.8, 7.2 y 9.6 [mm]. El fluido de trabajo es aire que se hace fluir a través del tubo con números de Reynolds (Re) que van de 5,300 a 24,000, y que está en función del diámetro del tubo.

El fluido de trabajo (aire) entra a una temperatura de 20 [°C] y es calentado mediante resistencias que están situadas alrededor del tubo de cobre. Adicionalmente, en éste se encuentran 24 termopares a lo largo del mismo a una distancia entre ellos de 90 [mm]. Además, para encontrar la caída de presión se utilizó un manómetro diferencial digital en la medición.

➤ Características geométricas de las cintas retorcidas

En la figura 14 se muestra el intercambiador de calor, detallando la longitud del tubo y el diámetro. Además, en esta misma figura se muestra el espesor “ t ” que tienen las cintas, la relación de torsión “ y ”, así como el ancho “ w ” o el diámetro de la misma. Por último, también se muestra una representación esquemática del inserto que es a lo que se llama costilla en “V”; la distancia “ b ” indica cuanto mide de alto la costilla en V, que es definida mediante una relación de bloqueo (Br), dónde Br es la relación que existe entre el ancho de la cinta y el diámetro ($Br=b/D$). En este trabajo son utilizadas 4 relaciones de bloqueo, las cuales son: 0.07, 0.09, 0.14 y 0.19.



(a)

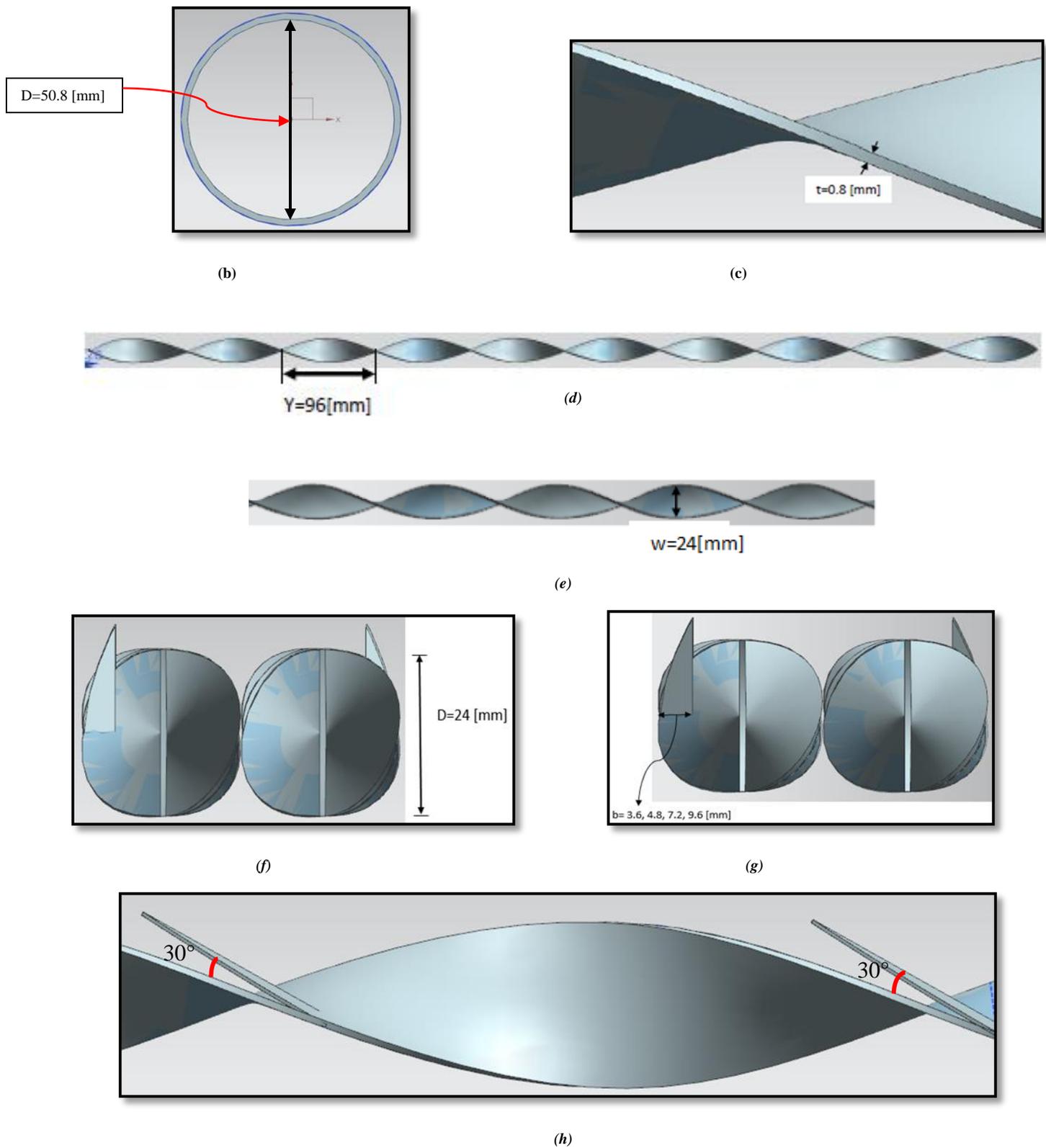


Figura 14. Parámetros geométricos del intercambiador de calor. (a) longitud del tubo en una vista de planta, (b) diámetro del tubo en una vista transversal, (c) espesor “t” de las cintas en una vista lateral, (d) relación de torsión “y” de las cintas en vista de planta, (e) ancho “w” de la cinta retorcida en vista de planta, (f) diámetro de las cintas vista transversal, (g) altura de la costilla en V vista transversal, (h) Ángulo de la costilla en V respecto a la cinta en una vista lateral.

4.2 Análisis numérico

Para hacer la simulación numérica del flujo dentro del tubo se utilizó el código numérico PHOENICS-VR [34]. El código resuelve las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del fluido, presentadas en el capítulo 2, mediante el método de los volúmenes finitos, presentado en el capítulo 3.

4.3 Detalles numéricos

Para simular el flujo se requieren establecer condiciones de entrada y salida del dominio, así como características de la pared del tubo del intercambiador de calor.

4.3.1 Entrada y Salida del Sistema

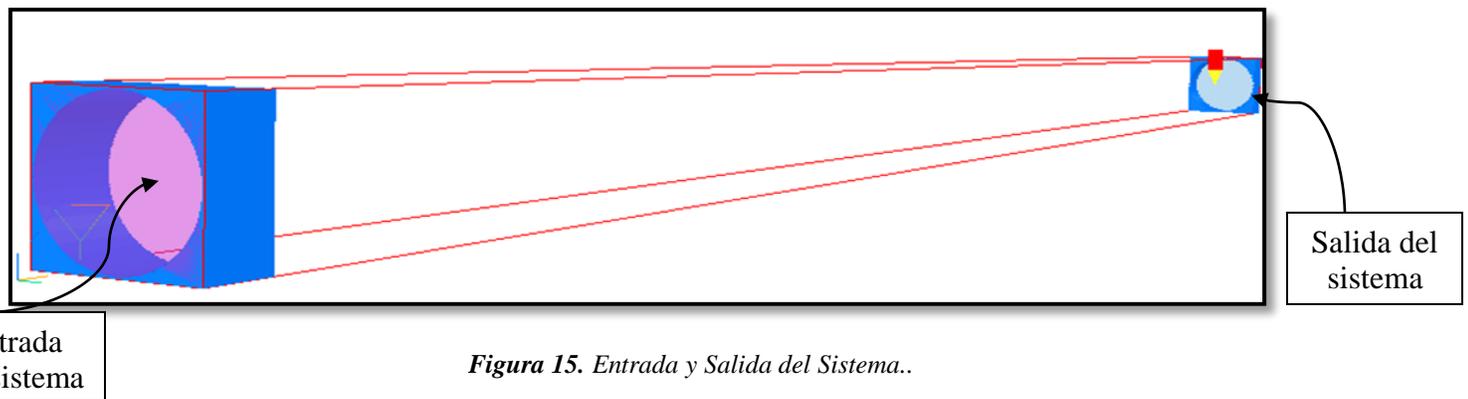


Figura 15. Entrada y Salida del Sistema..

La entrada del sistema para el caso base tiene las siguientes condiciones: temperatura de entrada, $T_i=20$ [°C], y valores de Reynolds (Re) de 5,300 a 24,000. Dependiendo de este número de Reynolds, la entrada es distinta para algunos casos ya que en éstos se irá modificando la velocidad de entrada del fluido, y estará especificada cuándo se describa cada uno de ellos. La geometría del sistema, es decir, del tubo del intercambiador de calor es circular para todos los casos, como se muestra en la figura 15.

La salida del sistema es la misma para todos los casos; al igual que la entrada ésta tiene una geometría circular de diámetro $D=50.8$ [mm], y con una presión de referencia de $P_{ref}=0$ [Pa] o presión manométrica de la presión atmosférica como se muestra en la figura 15.

➤ Características en la pared del tubo

Para las paredes del tubo, se establece la condición de no deslizamiento, así también se establece la misma condición para las paredes del doble inserto de cinta retorcida. Además, en la superficie del tubo se tiene un flujo de calor con valor de $q=600$ $\left[\frac{W}{m^2}\right]$

➤ **Tamaño de malla**

Los casos de estudio fueron discretizados con el tamaño de malla siguiente: en la dirección X= 100, en la dirección Y=100, y en la dirección Z=500; dando un total de 5, 000,000 de celdas. La figura 22 muestra la malla utilizada vista desde el plano lateral YZ.



Figura 16. Malla vista en el plano YZ.

➤ **Modelo de Turbulencia**

La turbulencia se simuló con el modelo K- ϵ -RNG. Este modelo fue desarrollado por Yakhot y Orszag en 1986, y es un modelo de turbulencia derivado del K- ϵ estándar, basado en los métodos de Renormalización de Grupo (RNG). La técnica RNG maneja las escalas pequeñas de fluctuaciones de velocidad y representa su efecto en las escalas grandes, mediante un coeficiente de transporte modificado en la ecuación de ϵ .

A continuación, se van a presentar los casos que van a ser simulados numéricamente mediante el software PHOENICS-VR [34].

4.4 Casos a simular

El fluido de trabajo para todos los casos es aire, de igual manera, la temperatura de entrada es la misma para todos los casos, que es de $T_i=20[^\circ\text{C}]$.

El estudio consta de 8 casos, los cuales tienen una configuración geométrica diferente en términos de la cantidad de insertos de cintas retorcidas, tamaño y posición de las mismas. Además, de la inclusión u omisión de la costilla en V así, como el número de Re del flujo en la entrada. A continuación, se presentan los casos que fueron analizados así como las especificaciones y detalles de cada caso.

4.4.1 Caso base: “Análisis numérico dentro un tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V”

Primero, es establecido un “caso base” con la configuración del intercambiador de calor con doble inserto de cintas retorcidas y costilla en V, en el cual el tamaño de la costilla V, es $b=4.8$ [mm] que en términos de relación de bloqueo es 0.09. Además, con las condiciones de entrada de temperatura del fluido y con un valor de $Re=11,444$ que corresponde a la velocidad de entrada de $V_i=3.93$ [m/s].

La representación esquemática de las cintas retorcidas con costilla en V para el caso base se muestra en la figura 17; las costillas en V tienen una altura de $b=4.8$ [mm] y relación de bloqueo $Br=0.09$

Posteriormente de aquí se partirá para realizar otros casos, los cuales tendrán algunas variaciones y modificaciones en la configuración del sistema, y después serán comparados con este caso (base) en términos de números de Nusselt y gradientes de presión.

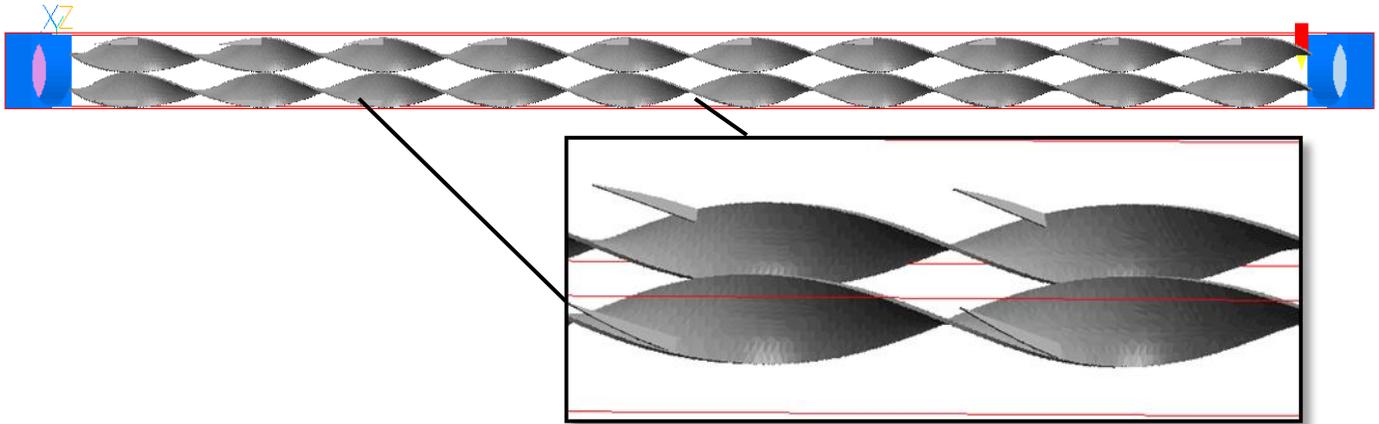


Figura 17. Representación de las cintas retorcidas y costilla en V de altura $b= 4.8$ [mm].

4.4.2 Caso 1 “Tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V”

Este caso de estudio tiene la diferencia con respecto del caso base, en que las costillas en V de las cintas, se irán modificando en tamaño. Para ésto se utilizaron 3 diferentes tamaños de la costilla en V: con $b= 3.6, 7.2$ y 9.6 [mm], que en términos de relación de bloqueo, Br , tiene valores de $0.07, 0.14$ y 0.19 , respectivamente. El flujo del fluido tiene un valor de $Re=11,444$ en la entrada, que corresponde a una velocidad de entrada de $V_i=3.93$ [m/s].

4.4.3 Caso 2: “Tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V, analizado a diferentes Reynolds”.

En este caso se presenta el mismo análisis que el del caso base, pero en este caso se varió la velocidad de entrada del aire. Los Reynolds y las velocidades de entrada a los que se realizó este caso se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Reynolds y velocidades de entrada para el caso 2.

Reynolds (Re)	Velocidad de entrada [m/s]
4,397	1.51
8,387	2.88
11,444	3.93
15,259	5.24
20,356	6.99

Todos estos análisis se realizaron con las cintas retorcidas y costilla en V, con $b=4.8$ [mm] y $Br=0.09$.

4.4.4 Caso 3 “Análisis numérico dentro de un tubo con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V, con modificación en la posición angular de una cinta retorcida”

Para este caso, se modificó la posición angular con la que inicia, de solamente una cinta retorcida; los ángulos se variaron cada 45° a partir de la posición de origen, mientras que la otra cinta se mantuvo en la posición original. Los ángulos que modificaron la posición angular de inicio de la cinta fueron: 45° , 90° y 135° . El fluido tiene una velocidad en la entrada de $V_i=3.93$ [m/s].

En la figura 18 se muestra una representación esquemática de los ángulos de rotación que se hicieron a la cinta retorcida.

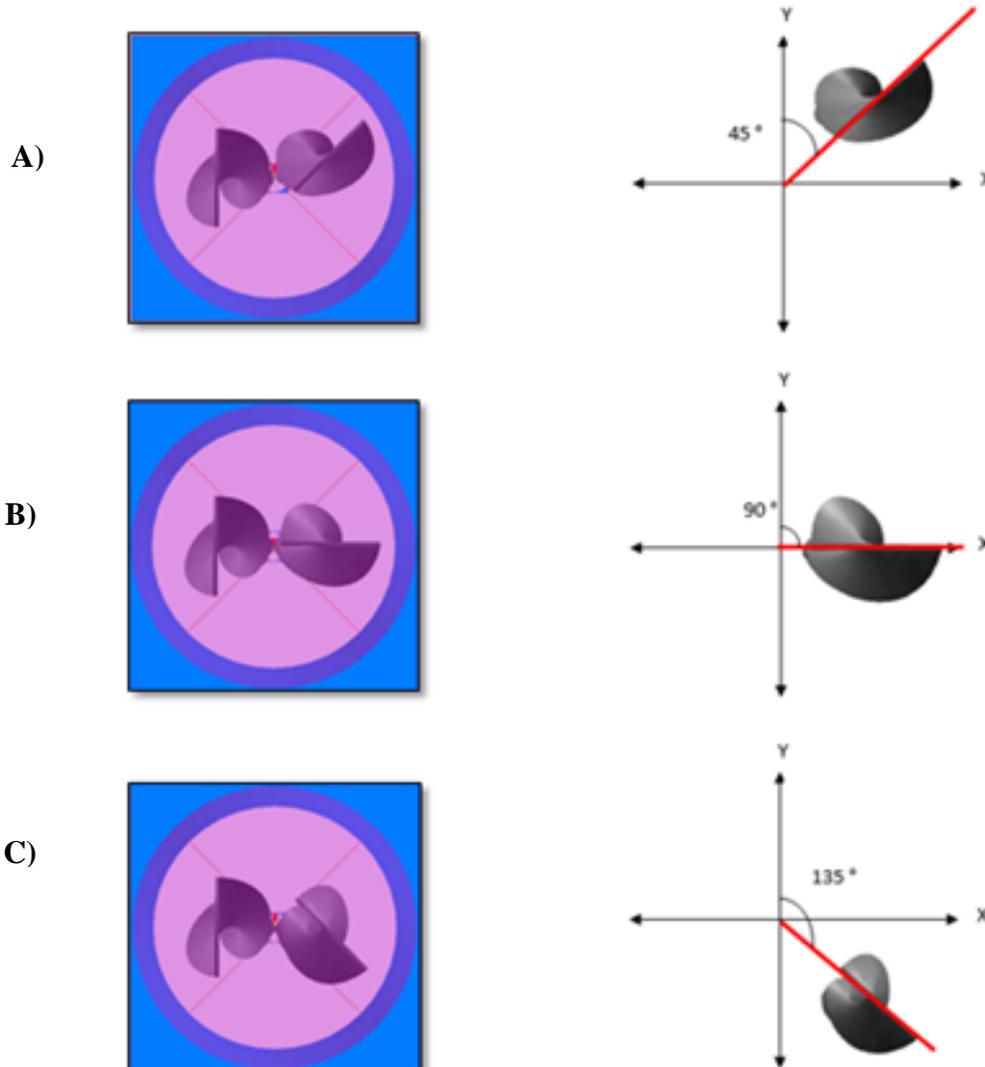


Figura 18. Posición de las cintas respecto a su ángulo de colocación. (A) Cinta rotada 45° , (B) cinta rotada 90° , (C) cinta rotada 135° .

4.4.5 Caso 4. “Solamente un inserto de cinta retorcida con costilla en V, centrada en el tubo”

Para este caso, se utilizó una sola cinta de tamaño original como se muestra en la figura 19, la cual, se posicionó en la parte central a lo largo del tubo. El fluido tiene un valor de Reynolds inicial de $Re=11,444$, que corresponde a la velocidad de entrada $V_i=3.93$ [m/s].

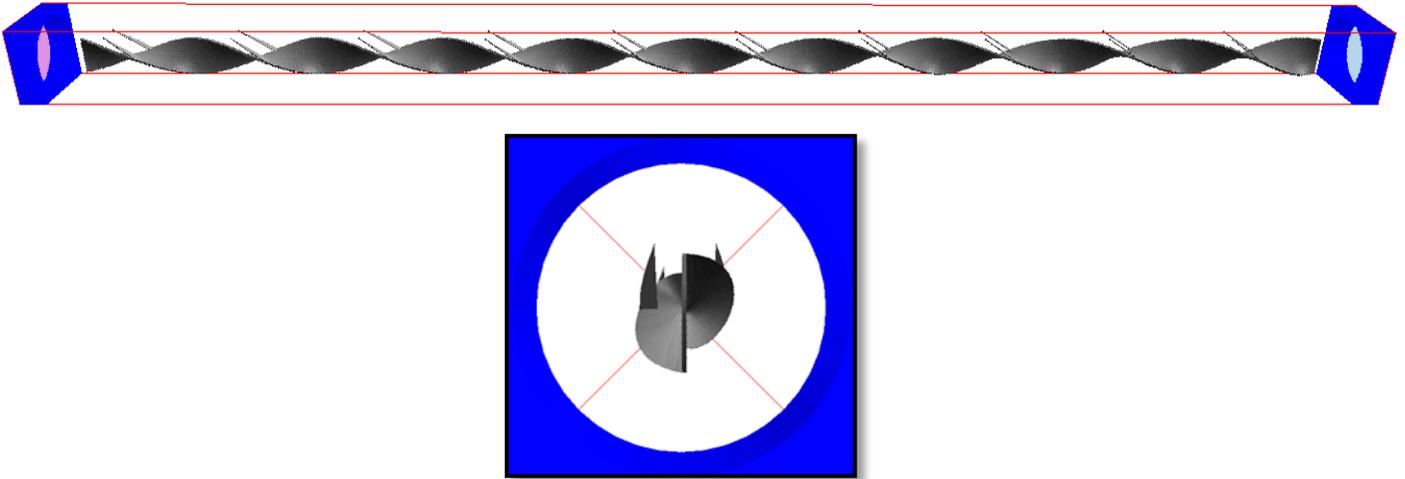


Figura 19. Cinta retorcida con costilla en V.

4.4.6 Caso 5. “Solamente con un inserto de cinta retorcida SIN costilla en V y con el diámetro equivalente a dos cintas convencionales”.

En este caso se utilizó una sola cinta retorcida SIN costilla en V como se muestra en la figura 20, pero la variación que tiene esta cinta con respecto a la del caso 4, es que ahora no tiene costillas en V, además de que su diámetro es equivalente a 2 cintas de tamaño original.

La cinta se posicionó en la parte central del tubo. El fluido tiene una velocidad de entrada de $V_i=3.93$ [m/s], que corresponde a un $Re=11,444$.

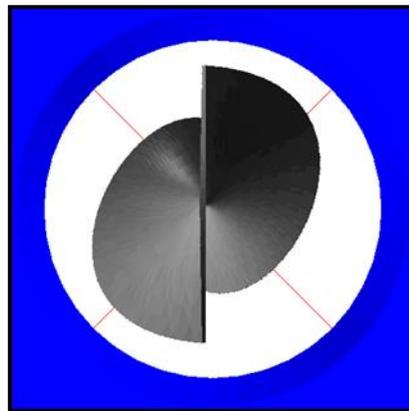


Figura 20. Cinta retorcida SIN costilla en V, de tamaño equivalente a 2 cintas convencionales, vista plano Z.

4.4.7 Caso 6. “Caso con doble inserto de cinta retorcida, con protuberancias alrededor de toda la cinta”

En este caso se utilizó un doble inserto de cintas retorcidas, pero con la variante que ahora tiene protuberancias localizadas en toda la superficie de las cintas, como se muestra en la figura 21. Estas protuberancias son sólidas y tienen un diámetro de 5 [mm] que están posicionadas en pares a lo largo de las cintas, teniendo una distancia entre cada par de protuberancias de 32 [mm].

El fluido tiene una velocidad de entrada $V_i=3.93$ [m/s].

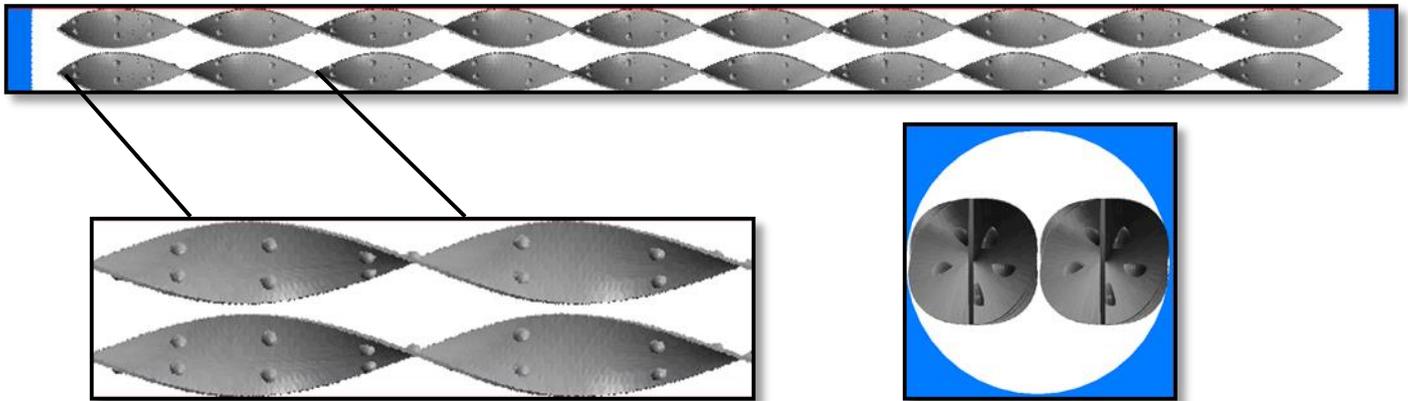


Figura 21. Representación esquemática de las cintas retorcidas con protuberancias en toda la superficie.

4.4.8 Caso 7. “Tubo sin insertos de cintas retorcidas (Sin Turbulador)”

En este caso se realizó el análisis sin ninguna inserción de cintas retorcidas dentro del tubo, es decir, ahora se simuló el tubo SIN turbulador (Tubo liso), como se muestra en la figura 22. El fluido tiene una velocidad de entrada $V_i=3.93$ [m/s].



Figura 22. Tubo SIN turbulador.

5 Resultados

5.1 Análisis del flujo

En este capítulo, se presentan los resultados de los casos que fueron descritos en el capítulo 4. Inicialmente, se muestran los contornos de las variables características del flujo, así como sus valores medios en la sección transversal para un caso establecido como base. Después, son presentadas las comparaciones de las variaciones con los distintos parámetros del Intercambiador de Calor, en términos de valores medios en la dirección axial, con los resultados del caso base; las variaciones que se hicieron con respecto al caso base se establecieron, también, en el capítulo 4.

Los contornos de las variables que se presentan son solamente para el caso base, y son de:

- Velocidad
- Temperatura
- Presión
- Energía Cinética Turbulenta (KE) ,

➤ Líneas de corriente y vectores

Para analizar el movimiento del flujo se colocaron cinco líneas de corriente a lo largo del tubo, o bien del eje axial (Z). Primero 3 líneas de corriente se colocaron cada una en posiciones con un origen diferente, con respecto al eje Y (figura 23). Adicionalmente, se colocaron otras dos líneas de corriente, pero ahora éstas se posicionaron sobre el eje B, que es perpendicular al eje sobre el cual se encuentran los turbuladores.

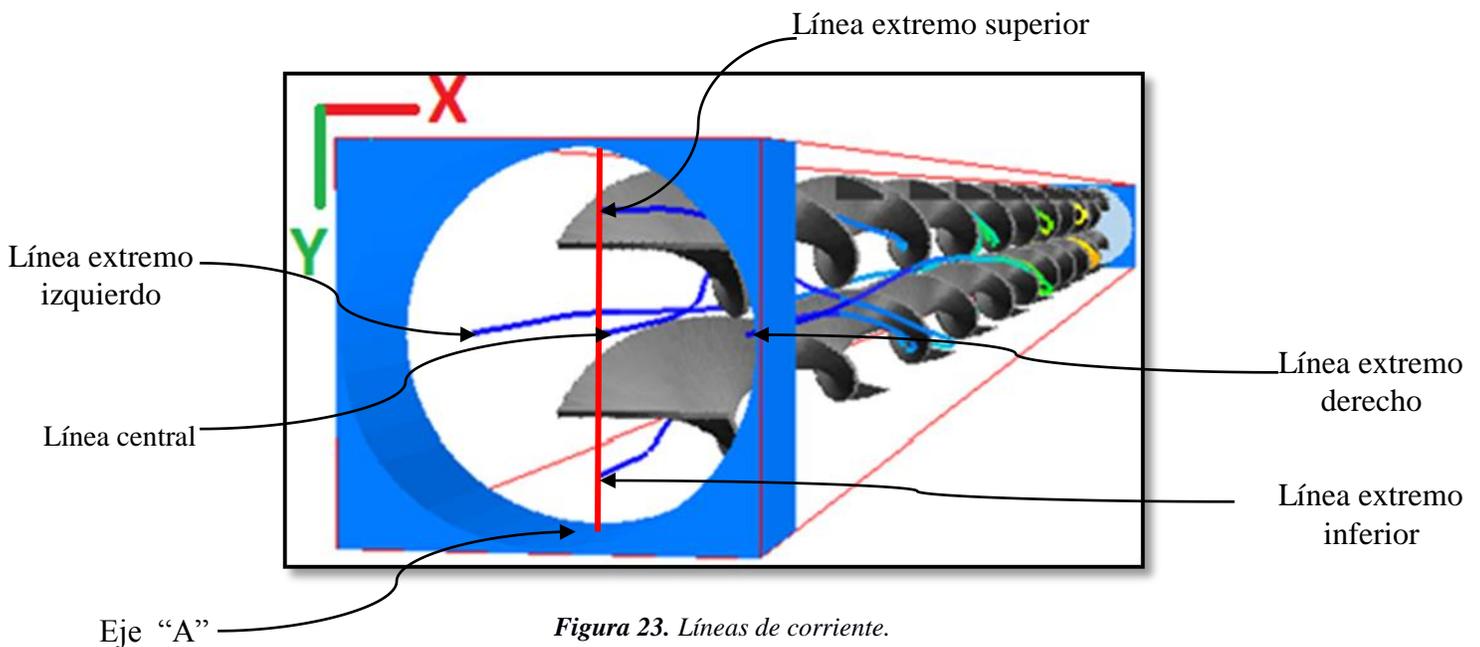


Figura 23. Líneas de corriente.

La posición de las líneas de corriente se muestra en una representación esquemática en la figura 24, las cuales empiezan en un eje que pasa sobre los turbuladores, llamado eje A.

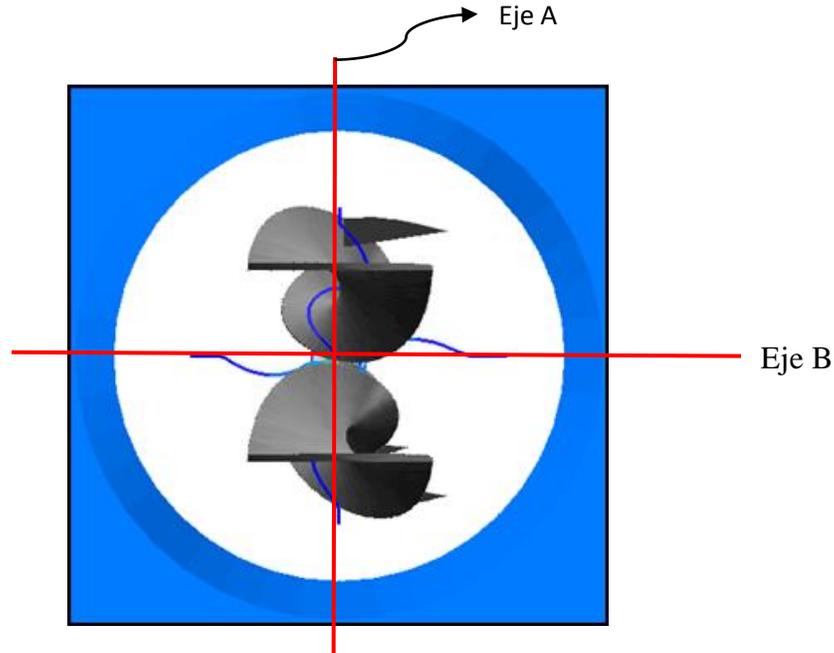


Figura 24. Representación esquemática de la posición de los ejes sobre el cual están las líneas de corriente.

El fluido de las zonas que están sobre el eje de los turbuladores (eje A), inmediatamente entra al intercambiador (Figura 25), empieza a tomar la trayectoria establecida por la geometría de las cintas retorcidas; lo que permite que el fluido recorra una mayor distancia y por lo tanto permanezca un mayor tiempo dentro del tubo. Este movimiento “trenzado” que se da en el interior del intercambiador de calor, da lugar a que haya un mayor contacto y transporte entre el fluido cercano a las paredes del tubo caliente y zonas frías de las paredes interiores. Adicionalmente, este movimiento permitirá una mayor uniformización en la temperatura del flujo.

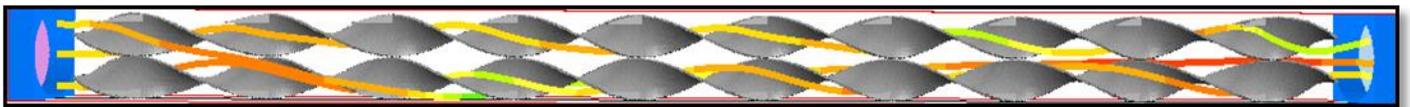


Figura 25. Líneas de corriente (vista de planta).

En la figura 26 se muestran las trayectorias de las líneas de corriente que no están sobre el eje de los turbuladores. En esta figura se observa como al inicio (ingreso), el flujo no es distorsionado por la permanencia de las cintas, y es hasta aproximadamente después de la segunda y tercera relación de torsión de la cinta cuándo se da la distorsión. Por lo tanto, se espera que el flujo en estas zonas no interactúe con la pared caliente del intercambiador de calor de manera adecuada.

Por este motivo es que las líneas de corriente al principio de su recorrido siguen una trayectoria casi recta, y siendo hasta $1/3$ de la longitud del tubo dónde el fluido comienza a interactuar con las cintas retorcidas.

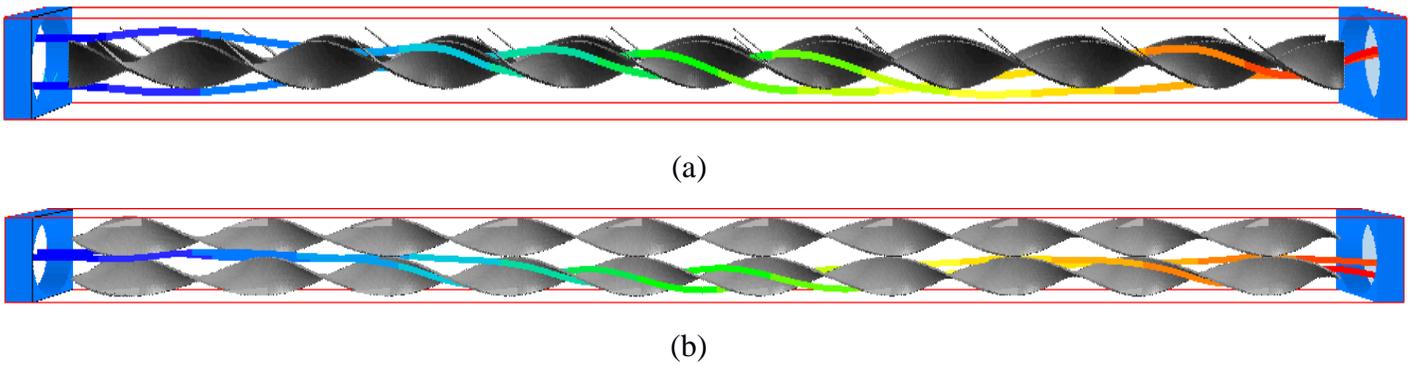


Figura 26. Líneas de corriente (a) Vista lateral, (b) Vista de planta.

Los vectores de velocidad del flujo se presentan la figura 27. En una vista lateral (figura 27 b), se puede apreciar cómo el fluido sigue la trayectoria de las cintas debido a la geometría de las mismas; el plano donde se presenta este flujo es en el eje donde están colocados los turbuladores. En una vista transversal (figura 27 c) se muestra como el doble inserto de cinta produce que en el flujo se formen zonas de recirculación; tales zonas están próximas al eje que pasa por este doble inserto de cinta.

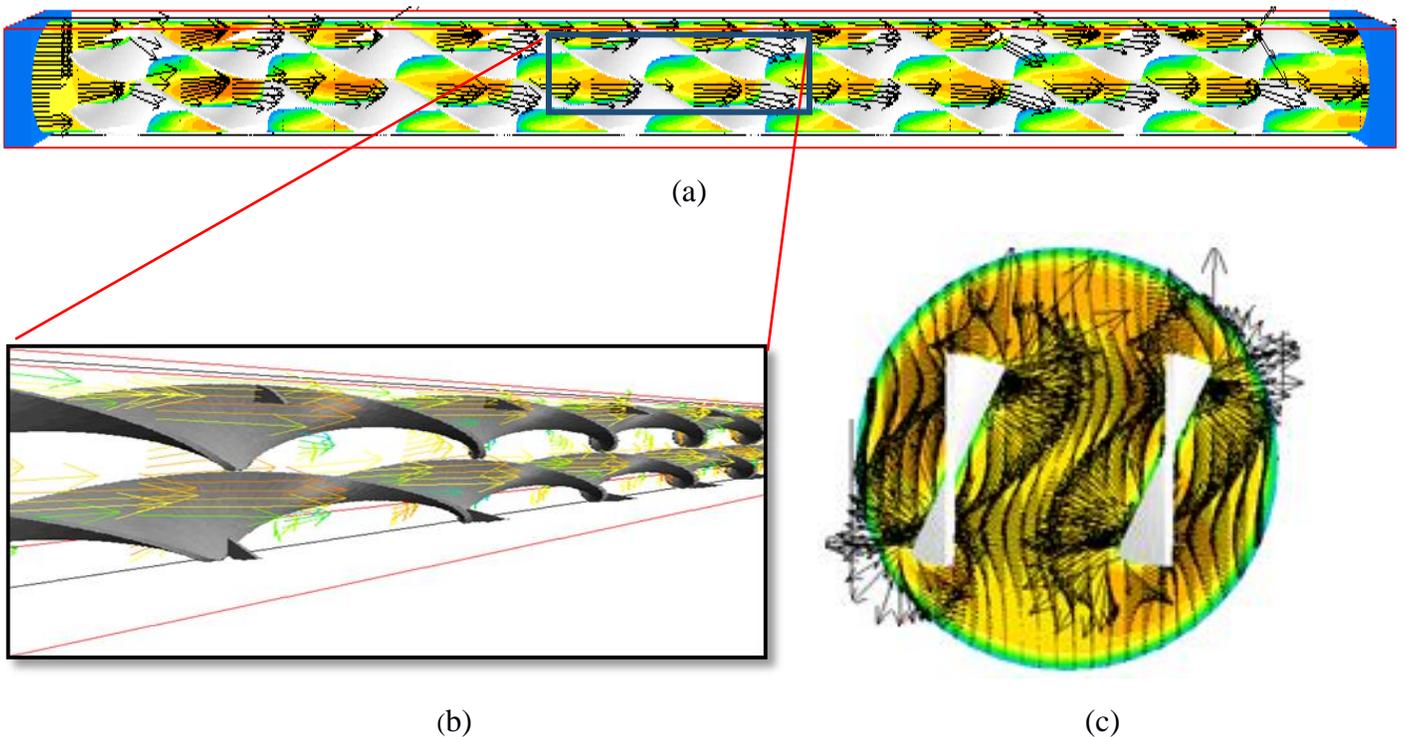


Figura 27. Vectores de velocidad. (a) Vista de planta. (b) Vista lateral. (c) Vista transversal.

➤ Campos de Temperatura

El campo de temperaturas se presenta en una vista de planta y en una vista transversal en la figura 28. El flujo de aire entra con una temperatura $T_i = 20$ [°C], y conforme se va moviendo el fluido en el intercambiador de calor, va incrementando su temperatura hasta llegar a la salida del intercambiador de calor. La temperatura en la salida para este caso es de $T_o = 67$ [°C], por lo que el fluido presenta una diferencia de temperatura para este caso de $\Delta T = 47$ [°C].

En la misma figura se presenta el valor medio transversal de la temperatura del fluido en la dirección del flujo. La temperatura muestra un comportamiento casi lineal en su crecimiento.

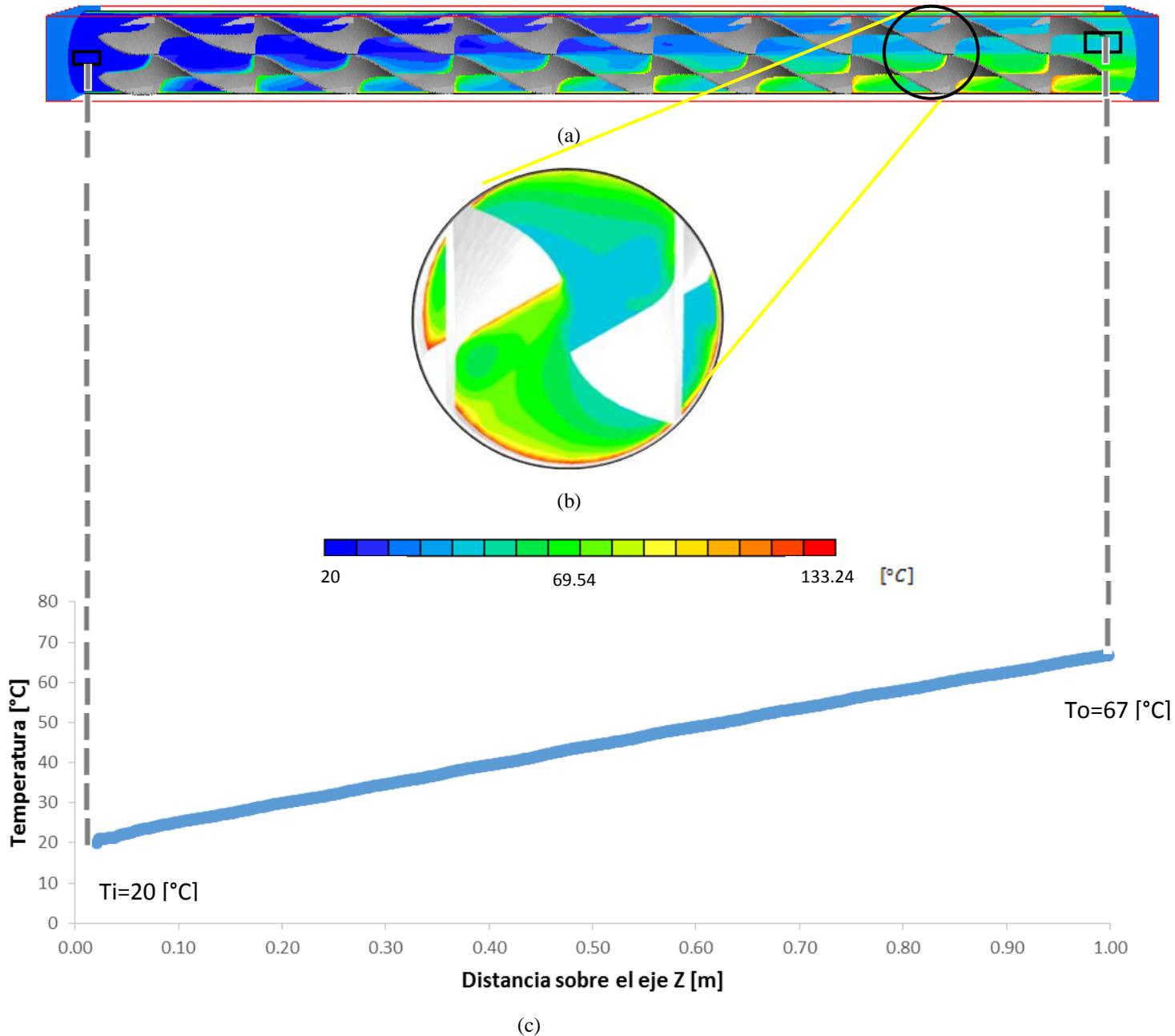


Figura 28. Campo de Temperatura. (a) Vista de planta. (b) Vista transversal. (c) Comportamiento en la temperatura del fluido en dirección al eje Z.

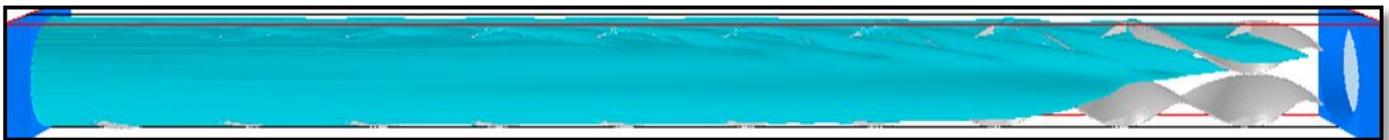
En la figura 29 se muestra una representación esquemática de iso superficies de temperatura, en el fluido a lo largo del tubo a distintos valores.

Una iso superficie de temperatura a 25 [°C] se muestra en la figura 29 (a). Esta comienza desde la parte de la entrada del tubo hasta casi la parte media del mismo, en el cual se observa que el flujo a la temperatura indicada se localiza en la parte central del tubo. Esto es debido a que la temperatura en el flujo apenas está comenzando a homogeneizarse dentro del tubo.

Una iso superficie a 45 [°C] se muestra en la figura 29 (b), en este caso el fluido con esta temperatura se localiza cerca de la pared del tubo, el cual comparándola con la figura 29 (a), se observa que la geometría de las cintas retorcidas con costilla en V, ayudan a “recoger” el calor que está situado en las paredes del tubo y es a través del flujo que el calor retirado de las paredes es llevado hacía el centro del mismo. Las cintas producen un mayor mezclado en el fluido, lo que permite que se homogenice más fácilmente la temperatura en el flujo.



(a)

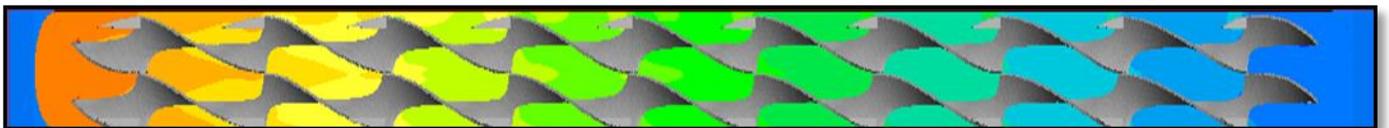


(b)

Figura 29. ISO-Superficie de temperatura a: (a) 25 [°C]. (b) 45 [°C].

➤ Campos de Presión

Los campos de presión en una vista de planta dentro del tubo se muestran en la figura 30. En esta figura se observa que a medida que el flujo se está desplazando a lo largo del tubo existe una caída de presión, debido al doble inserto de cinta retorcida con costilla en V, que está perturbando, haciendo más tortuoso el movimiento del flujo dentro del Intercambiador de Calor, así como con el contacto con la pared del tubo.



(a)

El valor medio transversal de la presión a lo largo del tubo (figura 30), muestra un comportamiento casi lineal, teniendo un valor de $\Delta P = -34$ [Pa] y que en columna de H₂O = 3.467 [mmH₂O]. Ahora bien, sino hubiera insertos de cinta retorcida, la caída de presión sería de $\Delta P = -5.4$ [Pa], lo cual se calcula mediante la ecuación (5.1):

$$\Delta P = \frac{f \left(\frac{L}{D} \right) (\rho u^2)}{2} \quad (5.1)$$

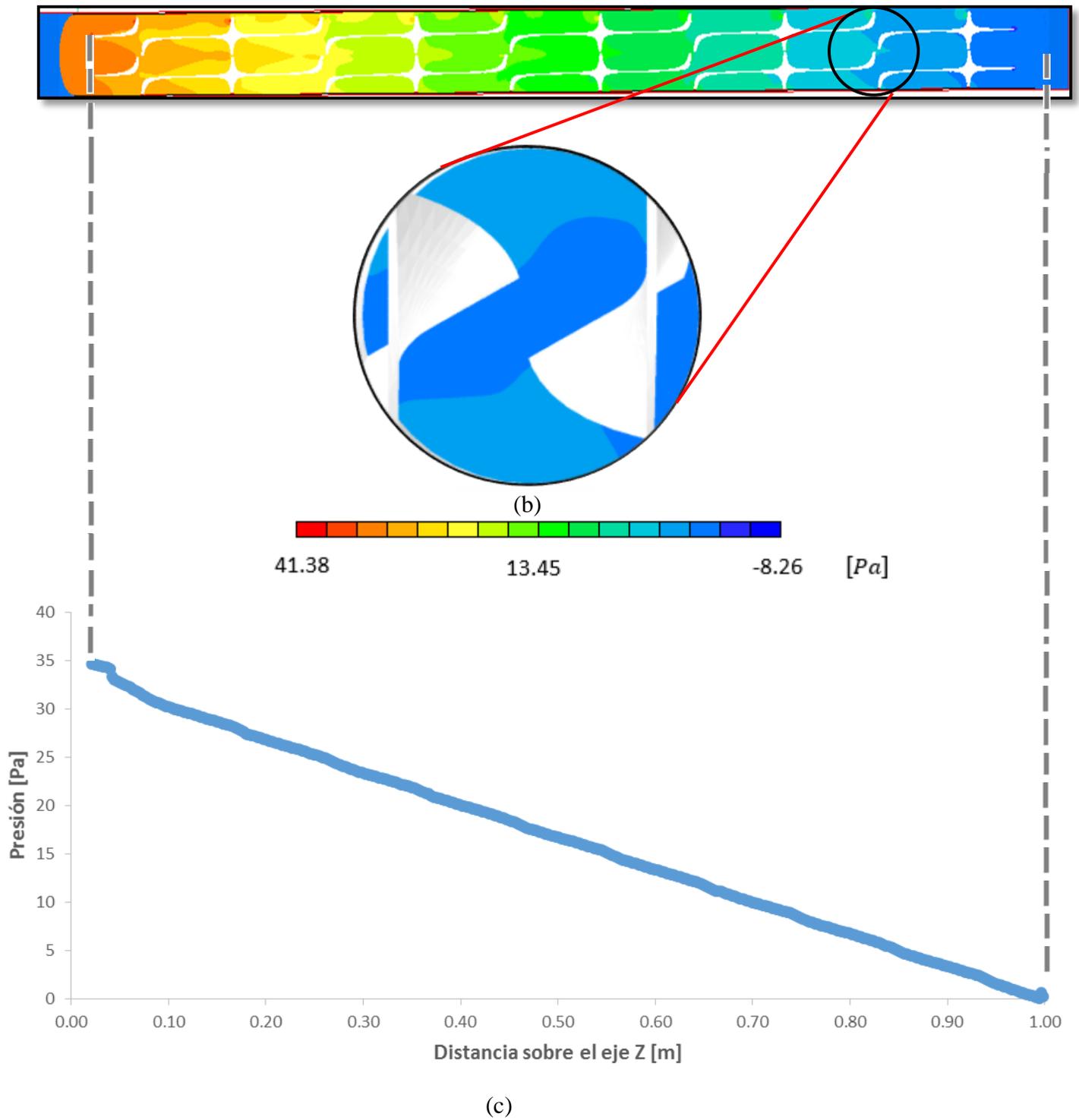


Figura 30. Contornos de Presión. (a) Vista de planta. (b) Vista transversal. (c) Comportamiento de la presión en dirección del movimiento del flujo.

➤ Análisis de Energía Cinética

El comportamiento de la energía cinética (KE) en dirección del movimiento del flujo se muestra en la figura 31. En esta se observa que en las zonas donde están las costillas en V hay presencia de un valor alto de energía cinética, que es debido a que en estas zonas en particular se está produciendo una perturbación importante en el flujo que está pasando por las mismas. Por la interacción que producen las cintas retorcidas en el movimiento del fluido, la energía cinética turbulenta (KE) se empieza a incrementar; esta característica es un indicador del nivel de fluctuación en las características del fluido que se está moviendo o del nivel de turbulencia del flujo. También, se tienen altos valores de KE en la parte central del tubo por las perturbaciones que le hacen las cintas al flujo, cabe mencionar que estos valores son menores a los presentados en el contorno de las cintas y en las costillas en V.

Las cintas fomentan la formación de (KE) ya que permite que diferentes porciones del flujo interactúen entre sí, teniendo valores máximos en los contornos de las cintas entre 0.5 y 0.6 $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

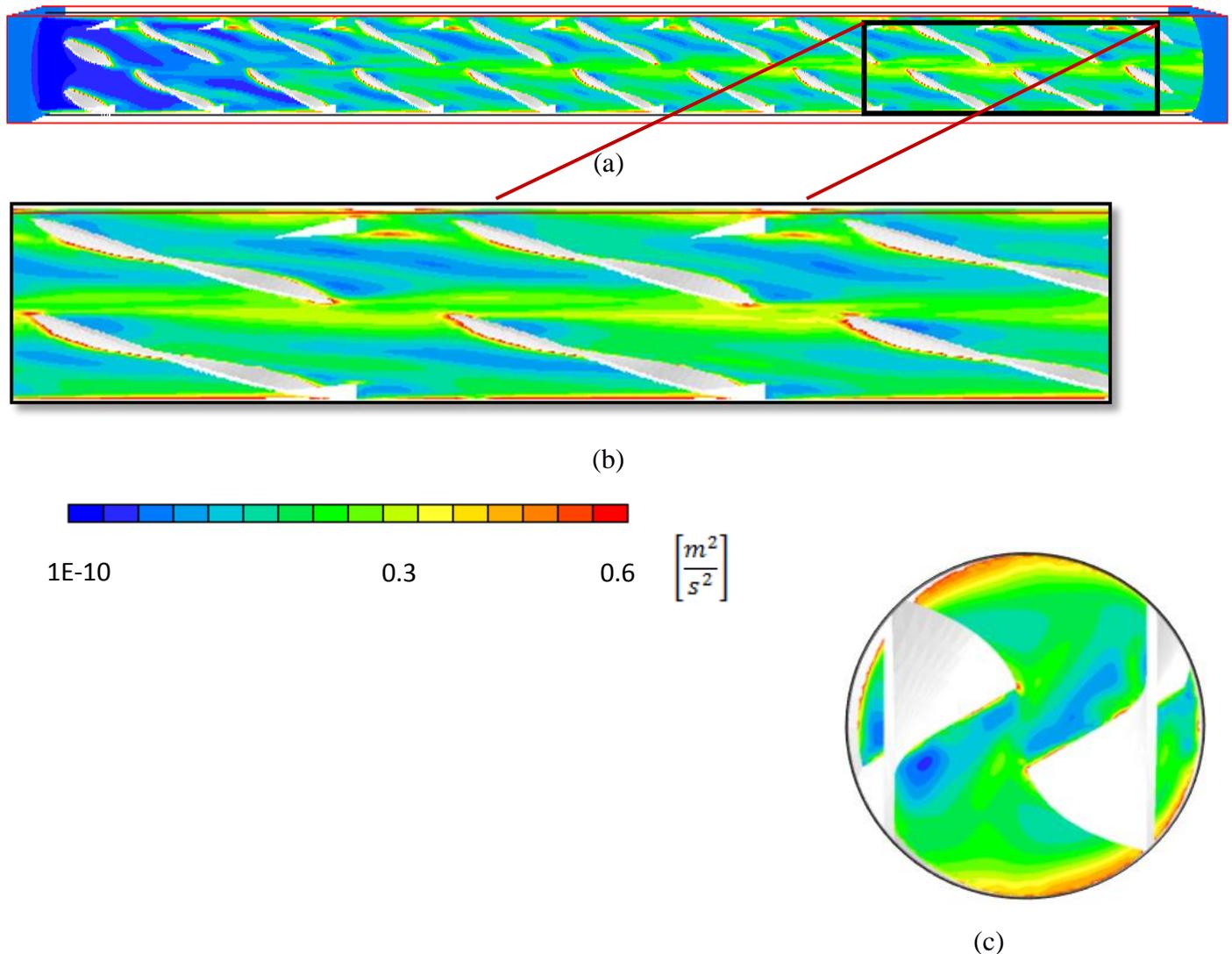


Figura 31. Contorno de Energía Cinética. (a) Vista de planta. (b) Acercamiento de la vista de planta. (c) Vista transversal.

El comportamiento de la energía cinética en dirección del movimiento del flujo se muestra, también, en la figura 32, donde se puede observar que el valor aproximado en que la energía cinética se comienza a uniformizar, es alrededor de $0.23 \left[\frac{m^2}{s^2} \right]$, y ocurre casi a 1/3 de la longitud del tubo.

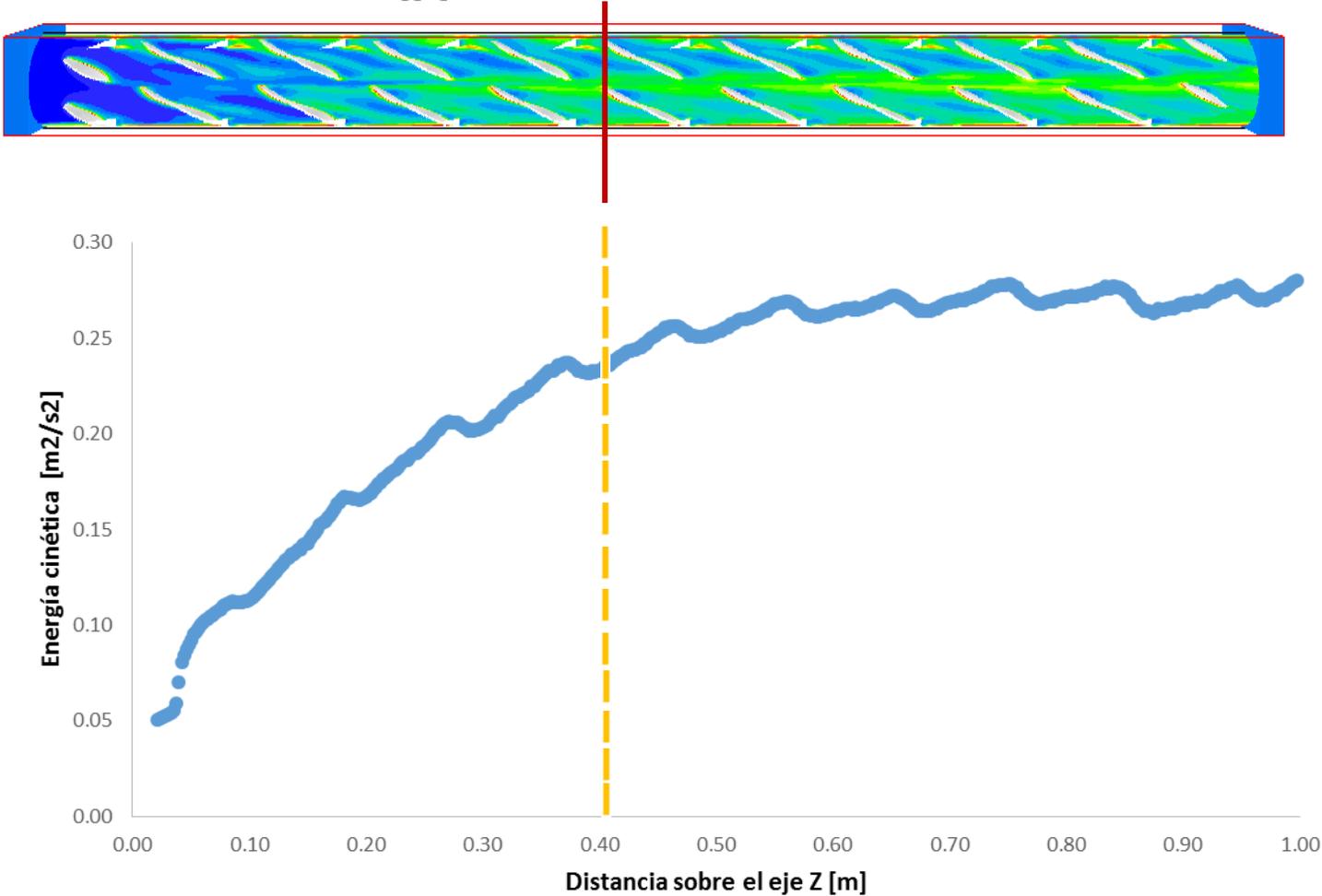


Figura 32. Comportamiento de la Energía cinética.

5.2 Comparación de Nusselt numéricos y experimentales

Para validar los resultados numéricos se comparó el caso base con los resultados experimentales en términos del número de Nusselt. Después se compararon las distintas configuraciones de las cintas retorcidas en términos del rendimiento termo-hidráulico, así como la configuración del tubo sin insertos de cintas retorcidas (tubo liso).

➤ Caso base y Caso 7

La comparación entre las simulaciones numéricas y los resultados experimentales se hizo a través del número de Nusselt, que nos indica la transferencia de calor desde una superficie por la que fluye un fluido. La figura 33 muestra la comparación de los resultados numéricos y los resultados experimentales, para el caso base y el caso 7, los cuales fueron detallados en el capítulo 4. En esta figura se observa que la cinta retorcida y costilla en V con $Br= 0.09$, tiene más alto Nusselt y por tanto, un mayor rendimiento en cuestión de transferencia de calor que el caso del tubo liso.

El error absoluto máximo para el caso base es del 10%, en términos del Nusselt experimental y numérico, mientras que para el caso del tubo liso los resultados numéricos y experimentales son casi iguales entre sí. Esto es debido al modelo de turbulencia que fue utilizado en la simulación numérica, ya que el modelo de turbulencia no predice adecuadamente a bajos números de Reynolds, pero para el caso del tubo liso sí. Siendo en parte debido a que en el caso base, las geometrías complejas hacen que el modelo de turbulencia a bajos números de Reynolds no prediga adecuadamente el movimiento del flujo.

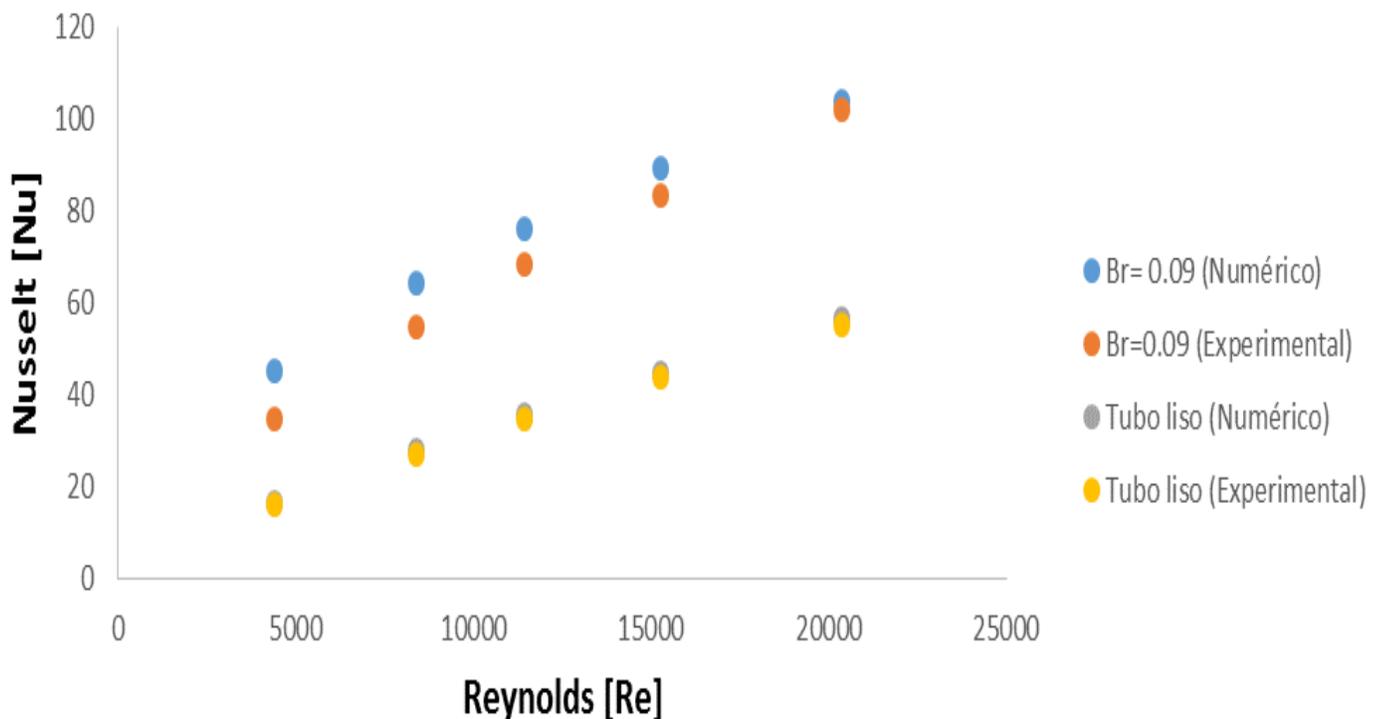


Figura 33. Comparación de Nusselt numérico y Nusselt Experimental para el caso base y el caso 7.

5.3 Rendimiento Termo-hidráulico

Los casos restantes se presentarán mediante el rendimiento termo-hidráulico, que es la relación que existe entre el flujo de calor y el producto del flujo volumétrico con la caída de presión. La expresión matemática (5.1) define el rendimiento termo-hidráulico.

$$\eta = \frac{Q}{\dot{v} * \Delta P} \quad (5.2)$$

➤ Caso base y Caso 1

En la figura 34 se muestran las configuraciones del caso base y del caso 1, dónde se observa que el mayor rendimiento termo-hidráulico lo tiene la configuración con Br=0.07, la cual está 3 % por arriba del caso base (Br=0.09), por lo que la diferencia entre estas configuraciones es demasiado pequeña. En la misma figura se comparó la configuración con Br=0.14 que esta 7 % debajo del caso base y la que tiene el menor rendimiento es la configuración con Br=0.19, la cual está 16 % por debajo del caso base.

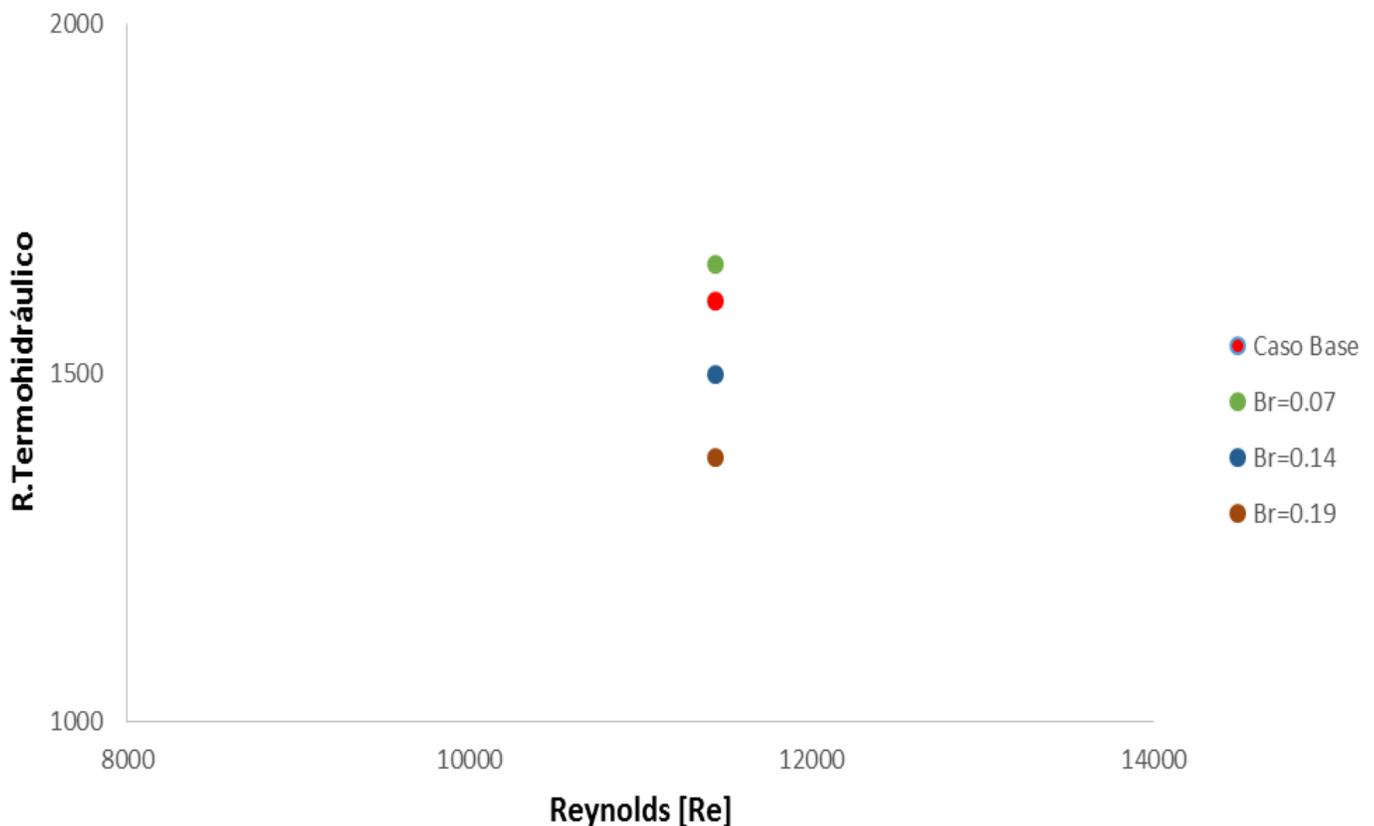


Figura 34. Comparación del Rendimiento Termo-hidráulico para el caso base y caso 1.

➤ **Caso base y Caso 3**

En la figura 35 se presenta el análisis que se realizó al caso 3, el cual fue en base a la rotación (cambio de ángulo) que se le aplico solamente a una de las dos cintas retorcidas con costilla en V.

Al analizar detalladamente este estudio, se observa que el rendimiento termo-hidráulico es mayor para la configuración dónde la cinta está rotada 45°. Cabe mencionar que entre la configuración con mayor rendimiento (cinta rotada 45°) y la configuración del caso base (cinta a 0°) existe una diferencia del 6 %, por lo que se puede concluir que el cambio de ángulo de una cinta no repercute en la transferencia de calor y en la caída de presión del fluido a la salida del intercambiador de calor.

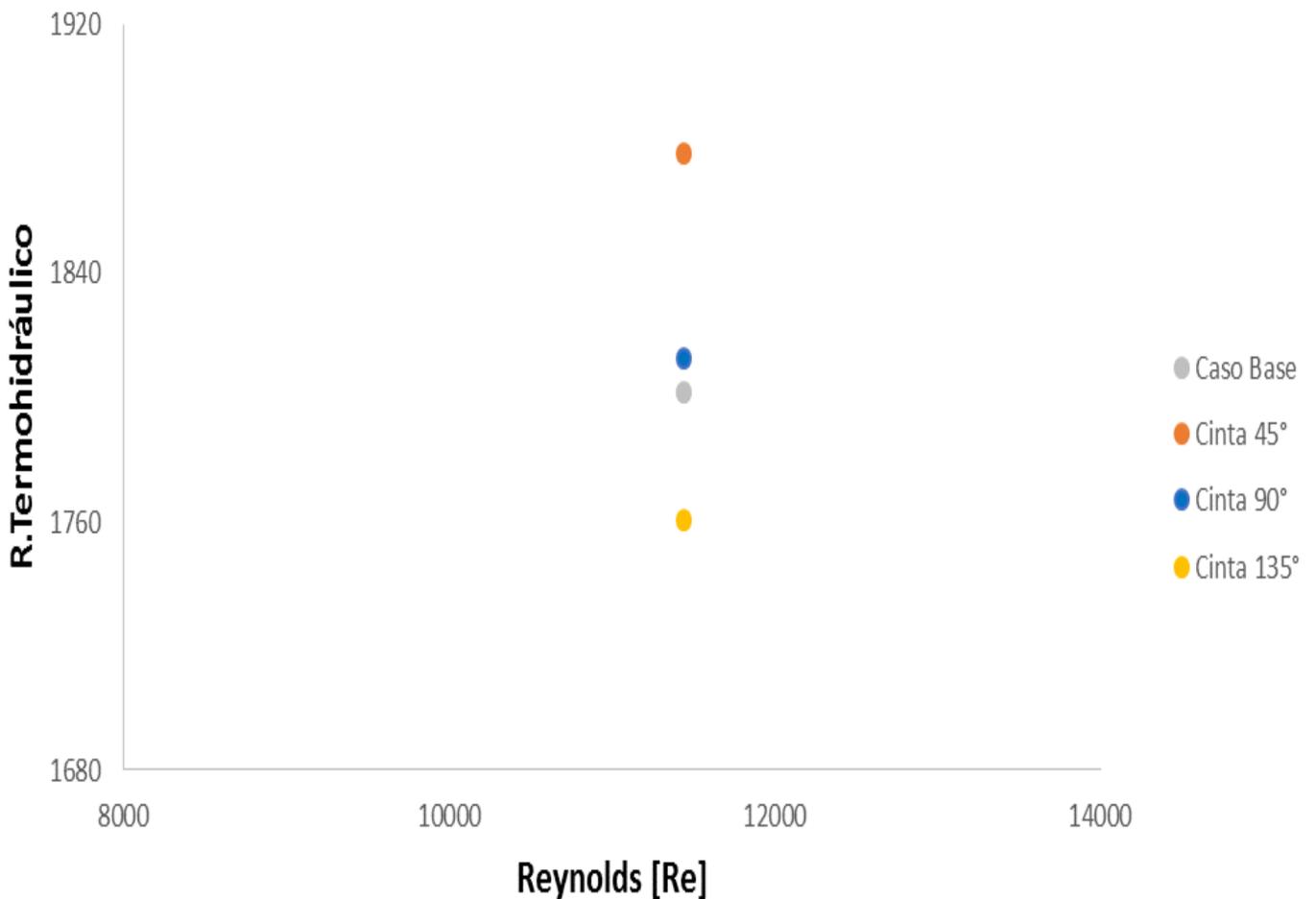


Figura 35. Comparación del Rendimiento Termo-hidráulico para el caso base y caso 3.

➤ **Caso base, 4 y 5**

El rendimiento termo-hidráulico del caso base y de los casos 4 y 5, se presentan en la figura 36, en la cual se detallan las configuraciones siguientes:

- Caso Base ($Br=0.09$)
- Una cinta con costilla en V
- Una cinta SIN costilla en V, Diámetro Grande

Al comparar los 3 casos se observa que el caso que tiene mayor rendimiento termo-hidráulico es la configuración del caso base, el cual, está 10 % por arriba del caso de la cinta con costilla en V y 24 % arriba del caso de la cinta SIN costilla y con diámetro grande. En esta última el calor transferido a lo largo de la trayectoria del flujo es mayor que en los otros dos casos, pero así como es de grande la transferencia de calor, así también es grande la caída de presión, lo que es debido al inserto de cinta con diámetro grande.

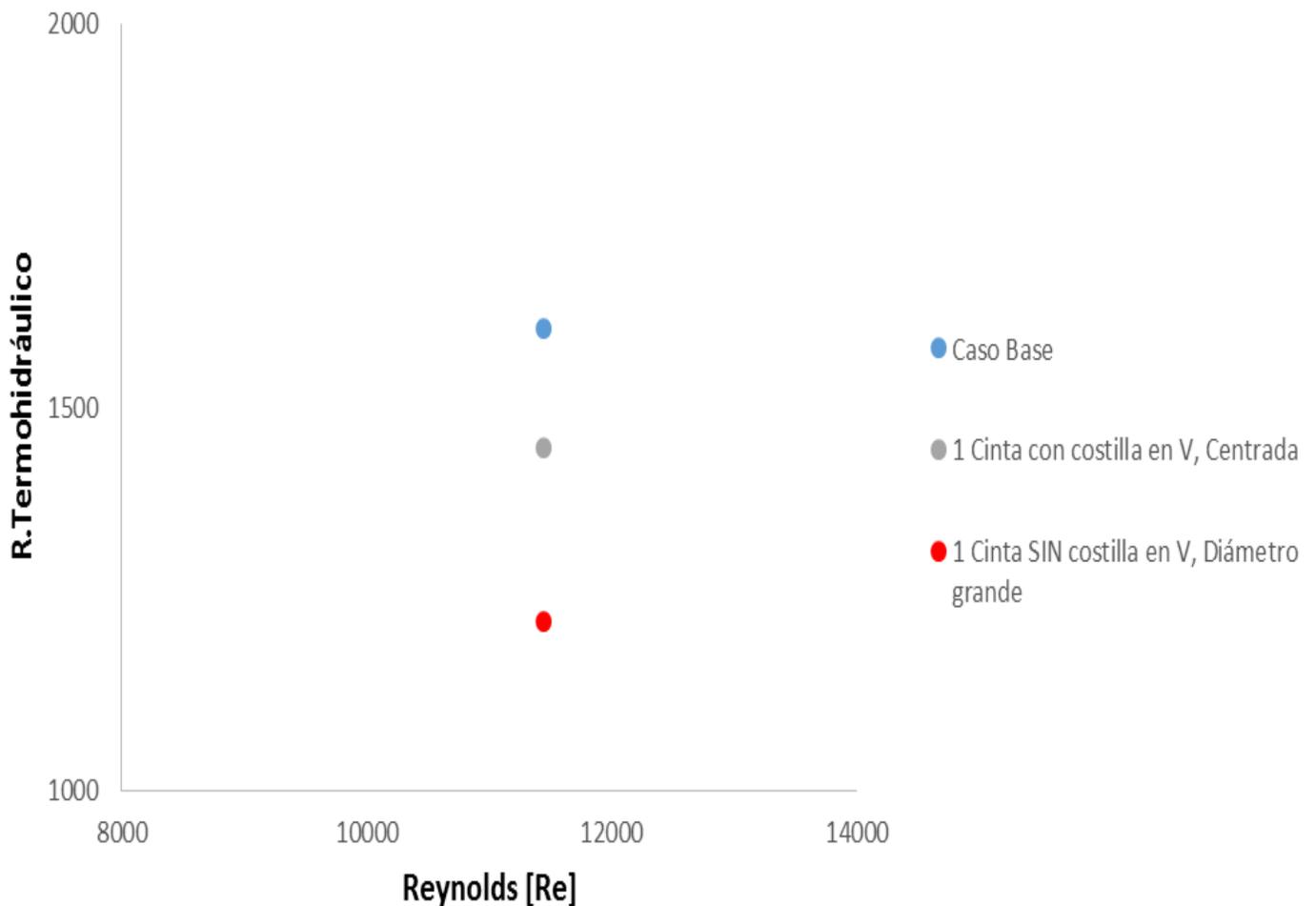


Figura 36. Comparación del Rendimiento Termo-hidráulico para el caso base y casos 4 y 5.

➤ **Caso base, 6 y 7**

En la figura 37 se comparan los resultados del análisis numérico de los siguientes casos:

- Caso base (Br=0.09)
- Doble inserto de cinta retorcida con protuberancias
- Tubo liso

Las configuraciones del caso base y las cintas con protuberancias alcanzan un mayor rendimiento termo-hidráulico, lo que es debido a la transferencia de calor que presentan las configuraciones mencionadas. Sin embargo, la diferencia de rendimiento que existe entre las configuraciones del caso base y las cintas con protuberancias, es del 7.5 %, lo que indica que la variación es muy pequeña. En la misma figura se observa que la configuración del tubo liso está por debajo de las configuraciones mencionadas anteriormente.

A pesar que las configuraciones del caso base y las cintas con protuberancias alcanzan una ΔT mayor y con esto una mejor transferencia de calor, éstas tienen una grande repercusión en la gran caída de presión.

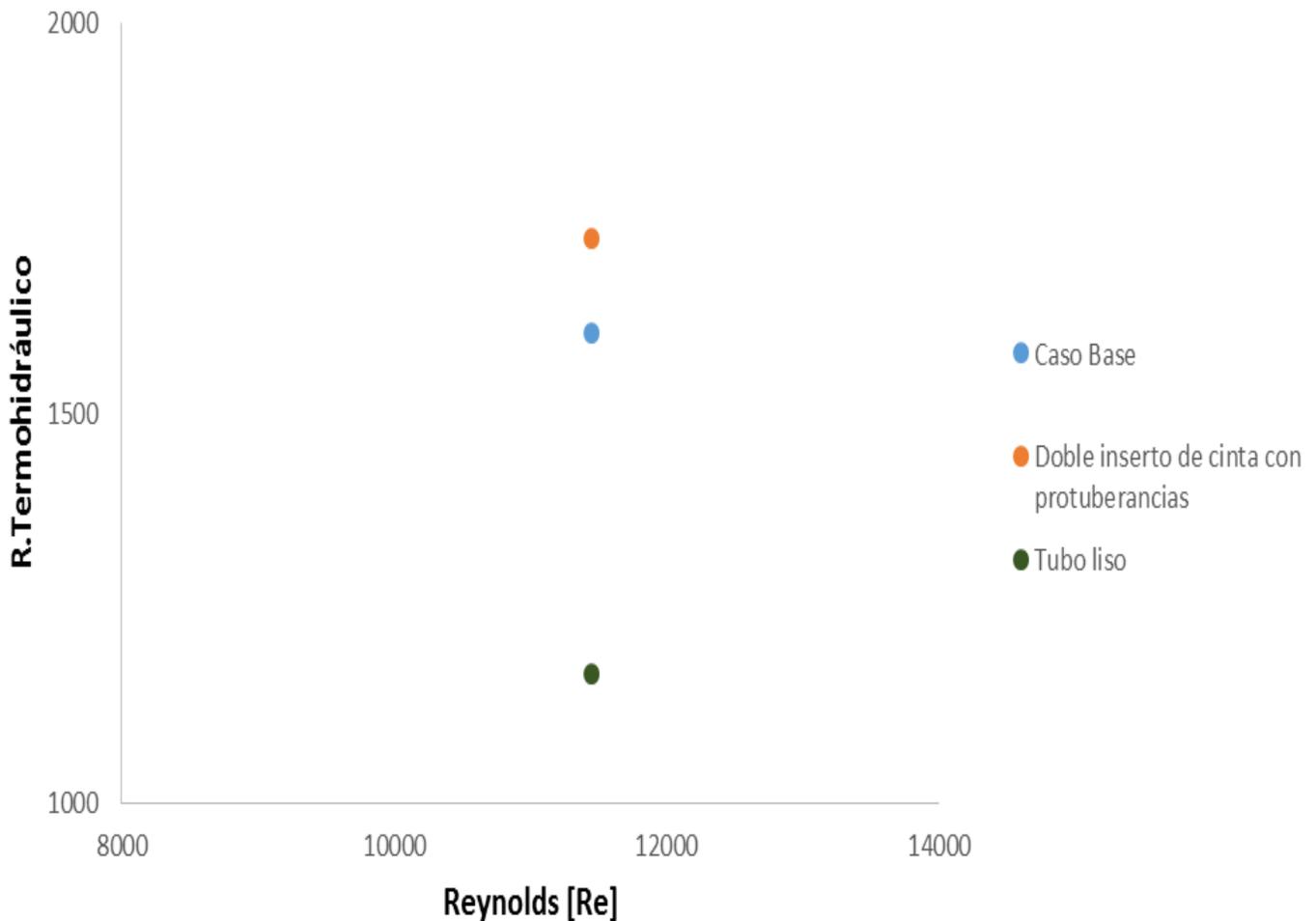


Figura 37. Comparación del Rendimiento Termo-hidráulico para el caso base y casos 6 y 7.

6 Conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros

En este trabajo de tesis se simuló numéricamente el flujo de aire dentro de un Intercambiador de Calor con doble inserto de cinta retorcida y costilla en V.

Para hacer la simulación utilicé la alternativa de ecuaciones promediadas, por sus siglas en inglés (RANS), que está en términos de valores medios. Las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento se resolvieron mediante el método de volúmenes finitos.

Para representar el efecto de la turbulencia, el sistema se simuló con el modelo K- ϵ -RNG, el cual utiliza la técnica RNG y trata de mitigar los efectos de isotropía en el modelo K- ϵ estándar.

El sistema constó de un caso base y de otros 7 casos con diferente configuración cada uno.

El trabajo de tesis, se centró en el análisis enfocado en las variaciones que tienen la temperatura, la presión, la velocidad y las fluctuaciones de la energía cinética turbulenta para solamente un caso base.

Al analizar la dirección que tomó el flujo, se encontró que inmediatamente entra, éste se distribuyó sobre el eje de las cintas retorcidas (turbuladores), permitiendo que el flujo recorra una mayor distancia y por lo tanto permanezca un mayor tiempo dentro del Intercambiador de Calor.

El incremento de la temperatura en el flujo muestra un comportamiento lineal de manera ascendente a lo largo del intercambiador de calor. Además, la geometría que tienen las cintas retorcidas y costilla en V, permiten que el calor que está situado en las paredes del tubo sea retirado y transportado por el flujo hacia el centro del tubo, ocasionando, además que la temperatura del flujo sea más uniforme.

La caída de presión también tiene un comportamiento casi lineal pero de manera descendente, lo que es debido al doble inserto de cinta retorcida que bloquea y vuelve tortuosa la trayectoria del flujo de aire y también por el contacto que existe con las paredes.

La fluctuación en el flujo, que produce que la energía cinética turbulenta está presente alrededor de los contornos de las cintas retorcidas, así como en las costillas en V que tienen las mismas, lo que es debido a que en el momento en el que el flujo se impacta con estas zonas, se producen perturbaciones que incrementan la misma. El valor aproximado en que la energía cinética se comienza a uniformizar, ocurre casi a 1/3 de la longitud del tubo.

Para comparar los resultados numéricos con los resultados experimentales se utilizó el número de Nusselt, que compara la cantidad de calor transferido en el sistema. Los resultados muestran un error absoluto máximo del 10% entre los valores experimentales y los valores numéricos en términos del número de Nusselt y para Reynolds bajos, lo cual puede ser debido a que el modelo de turbulencia no predice adecuadamente el movimiento del flujo a bajos Reynolds. Para el caso del tubo liso no pasa lo mismo, pero en éste, a diferencia del caso base, no se presenta tanta distorsión del flujo debido al inserto de turbuladores.

En los 7 casos restantes se analizó y se comparó el rendimiento termo-hidráulico en cada uno de ellos entre sí.

Al analizar el rendimiento termo-hidráulico entre el caso base ($Br=0.09$) y el caso 1 ($Br= 0.07, 0.14, 0.19$), el resultado muestra que la configuración con $Br=0.07$ tiene un ligero mejor rendimiento del 3 %, respecto al caso base. Por otro lado, el caso base tiene un mayor rendimiento sobre las configuraciones con $Br=0.14$ y $Br=0.19$, del 7 % y 16 %, respectivamente.

Para el análisis del caso base comparado con el caso 3, se muestra que el rendimiento termo-hidráulico es mayor para la configuración donde la cinta está rotada 45° , pero en comparación con el caso base existe una diferencia del 6 %, lo que indica que la variación es muy pequeña. Así que, la rotación del ángulo de una cinta retorcida no influye en el rendimiento y en la mejora de transferencia de calor.

En la comparación entre el caso base y los casos 4 y 5, se tiene que el caso que mostró mayor rendimiento termo-hidráulico fue la configuración que pertenece al caso base. El resultado es debido a que los insertos de cintas retorcidas de mayor tamaño ayudan a la transferencia de calor, pero la desventaja que se tiene con estos turbuladores es que existe una caída de presión considerable que hará bajar su rendimiento termo-hidráulico.

Por último, al analizar el rendimiento entre el caso base y los casos 6 y 7, el resultado muestra que el caso 6 es el que tiene mejor rendimiento en comparación con el caso base y el caso 7 (sin turbulador), que en valor porcentual el caso 6 está 7.5% por arriba del caso base. Cabe mencionar, que la configuración del caso 6 (Cintas con protuberancias), es un diseño que propuse con la finalidad de que fuera comparado con las configuraciones que existen.

Finalmente, es bien sabido que la transferencia de calor se mejora si existe un incremento en la energía cinética turbulenta, para esto se necesita que existan modificaciones en el sistema de tubos, pero cada perfeccionamiento que se realice en pro de conseguir una mejora en la transferencia de calor, será limitado por un balance termo-económico entre el valor de la transferencia de calor y el costo que significa una caída de presión. Es decir, para que un sistema de intercambiador de calor tenga un mejor rendimiento, es necesario modificar o introducir turbuladores dentro de los tubos, pero se debe tener cuidado en relación con la caída de presión que existe al insertar geometrías, que en un principio ayudan a transferir más rápidamente la energía calorífica pero que a su vez perjudican al sistema en la caída de presión del flujo, con lo cual se necesitará bombear el fluido que quedé atrapado dentro de los tubos y como resultado se tendrá que invertir más energía mecánica. Por este motivo, es necesario que exista un balance entre transferencia de calor y caída de presión, para que pueda haber un mejor rendimiento en el sistema de intercambiadores de calor.

Como trabajos futuros se sugiere simular el caso del doble inserto de cinta retorcida con protuberancias, pero ahora a diferentes Reynolds y utilizar una malla más fina para analizar más precisamente las zonas donde se encuentran las protuberancias, probando diferentes efectos cómo: longitudes de paso axial tanto en “x” y “y”, es decir, la distancia que existe entre protuberancias.

7 Referencias

- [1] INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P. Y CRUZ, R. **Fundamentos de transferencia de calor.**
- [2], [3] Çengel, Y. (2007). **Transferencia de calor y masa.** 1st ed. Distrito Federal: McGraw-Hill Interamericana.
- [4], [5] INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P. Y CRUZ, R. **Fundamentos de transferencia de calor.**
- [6] <http://www.cie.unam.mx/~ojs/pub/HeatExchanger/Intercambiadores.pdf>
- [7] INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P. Y CRUZ, R. **Fundamentos de transferencia de calor.**
- [8] <http://www.cie.unam.mx/~ojs/pub/HeatExchanger/Intercambiadores.pdf>
- [9] INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P. Y CRUZ, R. **Fundamentos de transferencia de calor.**
- [10] Çengel, Y. (2007). **Transferencia de calor y masa.** 1st ed. Distrito Federal: McGraw-Hill Interamericana.
- [11], [12] <http://www.cie.unam.mx/~ojs/pub/HeatExchanger/Intercambiadores.pdf>
- [13], [14], [15] INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P. Y CRUZ, R. **Fundamentos de transferencia de calor.**
- [16] Indri Yaningsih, Tri Istanto, Agung Tri Wijayanta **Experimental Study of Heat Transfer Enhancement in a Concentric Double Pipe Heat Exchanger with Different Axial Pitch Ratio of Perforated Twisted Tape Inserts.**
- [17] S. Eiamsa-ard, K. Wongcharee, S. Sripattanapipat **3-D Numerical simulation of swirling flow and convective heat transfer in a circular tube induced by means of loose-fit twisted tapes.**
- [18] Jian Guo, Aiwu Fan, Xiaoyu Zhang, Wei Liu **A numerical study on heat transfer and friction factor characteristics of laminar flow in a circular tube fitted with center-cleared twisted tape.**
- [19] Amnart Boonloil and Withada Jedsadaratanachai, **Turbulent Forced Convection and Heat Transfer Characteristic in a Circular Tube with Modified-Twisted Tapes.**
- [20] Kurhade Anant Sidhappa, Sonal S. Hande, Swarup B. Patil, Vivekanand R.Maske, **Heat transfer enhancement by using twisted tape inserts with circular holes in forced convection.**

- [21] Sombat Tamna, Yingyong Kaewkohkiat, Sompol Skullong, Pongjet Promvonge, **Heat transfer enhancement in tubular heat exchanger with double V-ribbed twisted-tapes.**
- [22] V. Ganapathy. **Industrial Boilers and Heat Recovery Steam Generators: Design Applications and Calculations**, Marcel Dekker, New York, 2003.
- [23] Weierman, C. “**Correlations Ease The Selection of Finned Tubes**”. Oil and Gas Journal 74:36 (1976) 94-100.
- [24] Weierman C. and Taborek J. **Comparison of the performance of in-line and staggered banks of tubes with segmented fins**, Chem. Engineers 74:174 (1978) 39-46.
- [25] ESCOA, Weierman C. and Taborek J. **Comparison of the performance of in-line and staggered banks of tubes with segmented fins**, Chem. Engineers 74:174 (1978) 39-46.
- [26] Nir A. Nir. **Heat Transfer and Friction Factor Correlations for Crossflow over Staggered Finned Tube Banks. Heat Transfer Engineering** 12-1 (1991) 43-58.
- [27] Kiyoshi Kawaguchi, Kenichi Okui, Takaharu Kashi. **Heat transfer and pressure drop characteristics of finned tube banks in forced convection.** Journal of Enhanced Heat Transfer 12-1 (2005) 1-20.
- [28] A. Nir. **Heat Transfer and Friction Factor Correlations for Crossflow over Staggered Finned Tube Banks. Heat Transfer Engineering** 12-1 (1991) 43-58.
- [29] Hailing Wu, Diana Ma, Massoud Kaviany. **Peripheral fins for blockage robustness. International Journal of Heat and Mass Transfer** 50 (2007) 2514–2520.
- [30] F. A. Williams. **Combustion Theory**. Benjamin/Cummings Publishing Co. Second edition, 1985.
- [31] V. Ganapathy. **Industrial Boilers and Heat Recovery Steam Generators: Design Applications and Calculations**, Marcel Dekker, New York, 2003.
- [32] Hailing Wu, Diana Ma, Massoud Kaviany. **Peripheral fins for blockage robustness. International Journal of Heat and Mass Transfer** 50 (2007) 2514–2520.
- [33] Zhengguo Zhang, Dabin Ma, Xiaoming Fang y Xuenong Gao. **Experimental and numerical heat transfer in a helically baffled heat exchanger combined with one three-dimensional finned tube.** *Chemical Engineering and Processing* 47.
- [34] <http://www.cham.co.uk/documentation/tr324.pdf>