



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Factores de corrección de espectros de
pseudovelocity y de pseudoaceleración,
correspondiente a movimientos sísmicos registrados
en la Ciudad de México a partir de 1993**

TESIS

Que para obtener el título de

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

Emmanuel Andrade Sánchez

DIRECTORA DE TESIS

Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez



Ciudad Universitaria, Ciudad de México, 2018



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MÉXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA
COMITÉ DE TITULACIÓN
FING/DICyG/SEAC/UTIT/020/18

Señor
EMMANUEL ANDRADE SÁNCHEZ
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso la profesora DRA. SONIA ELDA RUÍZ GÓMEZ, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

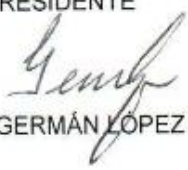
"FACTORES DE CORRECCIÓN DE ESPECTROS DE PSEUDOVELOCIDAD Y DE PSEUDOACELERACIÓN, CORRESPONDIENTE A MOVIMIENTOS SÍSMICOS REGISTRADOS EN LA CIUDAD DE MÉXICO A PARTIR DE 1993"

- INTRODUCCIÓN
- I. DEFINICIÓN DE ESPECTROS
- II. REVISIÓN DE LITERATURA
- III. METODOLOGÍA
- IV. DESCRIPCIÓN DE REGISTROS SÍSMICOS
- V. RESULTADOS
- VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 1 de marzo del 2018.
EL PRESIDENTE


M.I. GERMÁN LOPEZ RINCÓN

GLR/MTH*gar.

CONTENIDO

RESUMEN	1
1 INTRODUCCIÓN	2
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	2
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	4
1.3 OBJETIVOS Y ALCANCES	4
2 DEFINICIÓN DE ESPECTROS	5
2.1 GRADOS DE LIBERTAD	5
2.2 SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD (1GDL)	5
2.3 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD	6
2.4 SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO MEDIANTE EL MÉTODO DE NEWMARK.....	7
2.5 ESPECTRO DE RESPUESTA.....	9
2.6 ESPECTRO DE RESPUESTA DE DESPLAZAMIENTO.....	10
2.7 ESPECTRO DE RESPUESTA DE VELOCIDAD.....	12
2.8 ESPECTRO DE RESPUESTA DE ACELERACIÓN.....	14
2.9 ESPECTRO DE RESPUESTA DE PSEUDOVELOCIDAD	16
2.10 ESPECTRO DE RESPUESTA DE PSEUDOACELERACIÓN	17
3 REVISIÓN DE LA LITERATURA	20
4 METODOLOGÍA	23
5 DESCRIPCIÓN DE REGISTROS SÍSMICOS	25
5.1 ESTACIONES SÍSMICAS.....	25
6 RESULTADOS	31
6.1 COCIENTES DE ESPECTROS DE RESPUESTA DE VELOCIDAD ENTRE PSEUDOVELOCIDAD	35
6.1.1 <i>Ajuste de las funciones para cada zona de los espectros de velocidad entre pseudovelocidad</i>	35
6.1.2 <i>Comparación con otras propuestas del factor de corrección de pseudovelocidad</i>	41
6.1.3 <i>Ajuste de la función correspondiente a toda la región de espectros de velocidad entre pseudovelocidad</i>	43
6.2 COCIENTES DE ESPECTROS DE RESPUESTA DE ACELERACIÓN ENTRE PSEUDOACELERACIÓN	44
6.2.1 <i>Ajustes de las funciones por zona de espectros de aceleración entre pseudoaceleración</i>	44
6.2.2 <i>Comparación con otras propuestas del factor de corrección de pseudoaceleración</i>	50
6.2.4 <i>Ajuste de la función correspondiente a toda la región de espectros de aceleración entre pseudoaceleración</i>	51
7 CONCLUSIONES	53
REFERENCIAS	54

D e d i c a t o r i a

A Dios, quien me ha permitido llegar hasta donde estoy, y quien me ha dado salud para lograr mis objetivos.

A mis padres, quienes han estado ahí de manera incondicional, confiando en mí, escuchándome y alentándome a seguir adelante; especialmente a mi madre, aquella mujer de fuerza inquebrantable que ha hecho de mí, el hombre que soy.

A mis hermanos y hermanas, quienes me han alentado a seguir adelante; a trabajar más duro por lo que anhelo, a esforzarme más, y nunca rendirme antes de intentarlo.

A mis amigos de estudio, por ser un excelente equipo de trabajo, especialmente a ustedes Raúl y Diego, que más que mis compañeros y amigos fueron familia dentro de la universidad.

A g r a d e c i m i e n t o s

A la Dra. Sonia E. Ruiz Gómez, por brindarme la oportunidad de realizar mi servicio social, apoyándola en su trabajo académico, y por su excelente orientación durante la elaboración de esta tesis.

Al Dr. Federico Valenzuela Beltrán, por su orientación y su apoyo incondicional en la elaboración de esta tesis.

A mi hermano Fernando, muy especialmente a ti, por tu bondad y generosidad al solventar gran parte de mis estudios.

A los becarios del cubículo 308 y 302, por orientación y apoyo incondicional, Miguel, René, Marco, Indira y Noé.

A mis profesores, por haberme dado una excelente formación académica y la motivación para culminar mis estudios profesionales.

A mi amada Universidad Nacional Autónoma de México, quien me dio la oportunidad de realizar mis estudios profesionales en sus instalaciones, y por haberme brindado un espacio de confort.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por las instalaciones y recursos prestados durante mi servicio social y la elaboración de la tesis.

A la Dirección General de Apoyo al Personal Académico de la UNAM por su apoyo dentro del proyecto PAPIIT-IN103517

Resumen

A partir del análisis de las respuestas; de varios sistemas de un grado de libertad con diferentes relaciones de amortiguamiento crítico ($\xi = 5\%, 10\%, 15\%, 20\%, 25\%$ y 30%), sometidos al historial de aceleraciones de 1272 acelerogramas registrados en las diferentes zonas de la Ciudad de México; pertenecientes a 27 eventos sísmicos con magnitud mayor a 6.0, que se han presentado en la zona de subducción del territorio mexicano desde 1993, se proponen expresiones matemáticas que se ajustan al comportamiento de los cocientes promedio de los espectros de velocidad entre pseudovelocidad, y de aceleración entre pseudoaceleración para las diferentes zonas.

Los modelos matemáticos propuestos, en función del periodo de vibrar del sistema estructural y de la relación de amortiguamiento, se comparan con los modelos matemáticos propuestos por otros investigadores.

Se proponen expresiones matemáticas para los cocientes promedio de espectros de velocidad entre pseudovelocidad, y otro para los cocientes promedio de aceleración entre pseudoaceleración, útiles para cualquier condición de suelo de la ciudad de México. Las expresiones matemáticas regionales propuestas están en función del periodo de vibrar del sistema estructural, la relación de amortiguamiento y el periodo dominante del suelo.

1 Introducción

En el presente trabajo se analiza el comportamiento de los cocientes promedio de espectros de velocidad entre pseudovelocidad, y de aceleración entre pseudoaceleración, en los distintos tipos de suelo de la Ciudad de México, para diferentes relaciones de amortiguamiento. El trabajo se estructura como sigue:

En el primer capítulo se describe la problemática que se plantea estudiar, se desarrolla el planteamiento del problema, la justificación, el objetivo y alcances de la tesis.

En el segundo capítulo se hace una descripción de los conceptos de los que se parte, para poder concluir en los cocientes de espectros de velocidad entre pseudovelocidad y aceleración entre pseudoaceleración.

En el tercer capítulo se presenta una breve descripción de las investigaciones previas que se han hecho relacionadas con el tema.

La descripción sistemática y lógica de los pasos seguidos (métodos, técnicas, etc.) en esta investigación para hacer el análisis y desarrollo del tema, se presenta en el capítulo cuatro.

En el capítulo cinco se hace una descripción general del sistema de estaciones sísmicas, la ubicación y la tecnología con la que cuenta cada una de estas estaciones.

Los modelos matemáticos de los factores de corrección de pseudovelocidad y pseudoaceleración, se presentan en el capítulo seis, en donde además se presenta una comparación con los modelos matemáticos de investigaciones previas.

En el capítulo siete se presentan las conclusiones de esta investigación.

1.1 Planteamiento del problema

La alta sismicidad de México se debe a su ubicación geográfica. Al oeste del territorio mexicano se encuentra la zona de subducción más grande del mundo, con unos 40 mil kilómetros de longitud. Esta rodea el Océano Pacífico, y se conoce como el “Cinturón de Fuego del Pacífico”, donde la fricción entre placas oceánicas y placas continentales, liberan grandes cantidades de energía acumulada, que se transforman en sismos (ver figura 1.1.1).

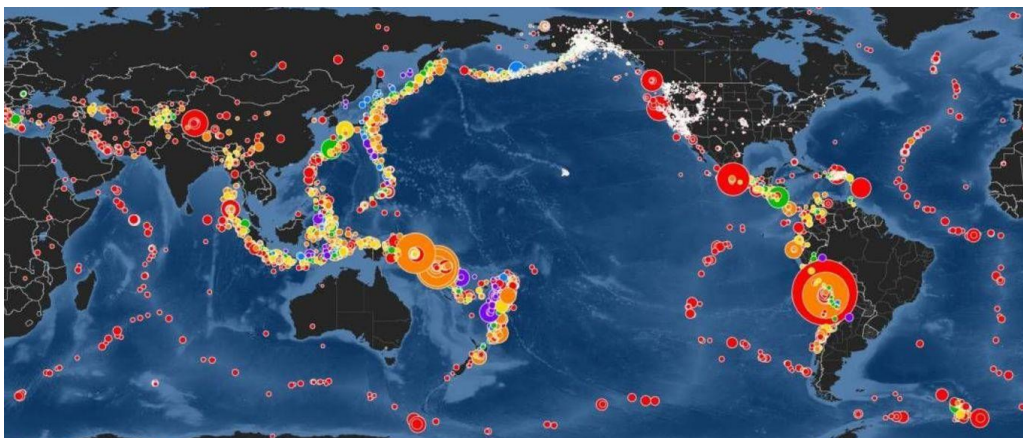


Figura 1.1.1 Zonas de subducción

Los sismos que ocurren en el territorio mexicano son causados por el hundimiento de las placas de Cocos y la de Rivera, por debajo de la placa de Norteamérica (ver Figura 1.1.2). En los últimos años la zona de subducción del sur-oeste mexicano es la que mayores movimientos telúricos ha presentado.



Figura 1.1.2 Placas tectónicas circunvecinas a territorio mexicano

Una de las zonas más amenazantes del territorio mexicano es la Brecha de Guerrero, con unos 200 km de extensión, la cual desde la primer década de los 90's no ha presentado sismos con magnitud mayor a 7. Esto es por lo que se cree que un sismo de gran magnitud se está gestando en esta zona (Campos, 2017). Geólogos y geofísicos estiman que un evento con magnitud mayor al sismo de 1985 ($M > 8.1$) puede presentarse en cualquier momento. Las condiciones de suelo de la Ciudad de México y la cercanía a las zonas de subducción, hacen que exista un peligro latente, y la necesidad que las estructuras sean suficientemente seguras.

Los últimos eventos sísmicos han dejado al descubierto deficiencias en los reglamentos de construcción a pesar de las numerosas modificaciones a las normas de diseño, a partir del desafortunado incidente de 1985 en donde hubo pérdidas millonarias por daños estructurales y miles de decesos. El crecimiento de la población en los últimos años se ha visto reflejado en el crecimiento de las grandes ciudades. La demanda de espacios y su poca disponibilidad han obligado al ingeniero civil al aprovechamiento máximo de pequeños espacios, pasando de las construcciones extendidas a edificios altos.

La construcción de edificios altos ha traído consigo la necesidad de estudiar su comportamiento ante eventos sísmicos que se pudiesen presentar a lo largo de su vida útil. Los ingenieros han hecho diseños sísmicos basados en el principio de formación de un mecanismo viga débil-columna fuerte, con lo cual se espera la formación de articulaciones plásticas se forme en los extremos de las vigas y no en las columnas.

La ingeniería sísmica ha cobrado valor gracias a sus estudios e innovaciones, las cuales buscan reducir la vulnerabilidad de sistemas estructurales ante eventos telúricos que pudiesen afectar su funcionamiento. La implementación de elementos de disipación de energía (EDE) y los sistemas de aislamiento representan una solución vanguardista ante eventos sísmicos alrededor del mundo; sin embargo, el uso de estos dispositivos no han tenido un rápido crecimiento, en parte debido a la escasez de normas y lineamientos en los códigos de diseño estructural (Tena, 2007).

Las tendencias modernas en el diseño de estructuras resistentes a eventos sísmicos han introducido la implementación de dispositivos pasivos disipadores de energía en estructuras, con la finalidad de reducir los daños ocasionados, que suelen recaer en excesivos costos de reparación.

1.2 Justificación

Los propósitos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCDS) de la Ciudad de México (2017) establecen que:

- Bajo sismos que pueden presentarse varias veces durante la vida útil de la estructura, los daños máximos permitidos serán aquellos que no conduzcan a la interrupción de la ocupación del edificio.
- Bajo el sismo en que se basa la revisión de la seguridad contra colapso según las Normas, no ocurran daños estructurales mayores ni pérdidas de vidas, aunque pueden presentarse daños y/o deformaciones residuales de consideración que lleguen a afectar el funcionamiento del edificio y requerir reparaciones importantes.

En las recientes NTCDS (2017) se permite explícitamente el uso de disipadores de energía con el fin de controlar la respuesta sísmica y dar lugar a un buen comportamiento de las estructurales ante eventos sísmicos. La ley constitutiva que rige el comportamiento de los dispositivos de tipo viscoso para el cálculo de la fuerza a la que estará sometido el disipador depende de la velocidad máxima relativa en los extremos. Esto se debe a que la fuerza actuante en los disipadores es proporcional a la velocidad para el caso de disipadores viscosos lineales. La publicación “*Recomendaciones para diseño de edificios con disipadores de energía*” (Ruiz, 2011) menciona que cuando se utilice el método de análisis dinámico modal espectral se podrá calcular la velocidad de deformación de entrepiso multiplicando la pseudovelocidad relativa del j -ésimo entrepiso (correspondiente al i -ésimo modo de vibrar del sistema edificio-disipador en la dirección de interés) por un factor de transformación entre la pseudovelocidad y la velocidad de deformación del entrepiso. Es decir que es necesario contar con expresiones matemáticas que permitan esa transformación con el fin de calcular la velocidad real que ocurre en el disipador de energía, a partir de que se conoce la pseudovelocidad que se presenta en el dispositivo.

1.3 Objetivos y alcances

Este estudio tiene como principal objetivo estimar factores de corrección que relacionen a los espectros de pseudovelocidad con los de velocidad, y los espectros de pseudoaceleración con los de aceleración, para diferentes porcentajes de amortiguamiento crítico, con el fin de contar con expresiones útiles para diseñar estructuras con amortiguamiento viscoso suplementario localizadas en la ciudad de México.

2 Definición de espectros

2.1 Grados de libertad

El término grado de libertad es utilizado en Dinámica Estructural para representar los movimientos independientes de los nodos de un sistema estructural en las direcciones que no presenten restricción alguna, describiendo su posición en cualquier instante de tiempo t . Los sistemas estructurales que existen en la vida práctica poseen un número infinito de grados de libertad, dada su continuidad. Sin embargo, suponiendo ciertas hipótesis es posible construir un sistema idealizado con un número finito de grados de libertad. En estructuras simples de un nivel es posible reducir el número de grados libertad hasta tener solo uno, tal como se describe en el subcapítulo 2.2.

2.2 Sistemas de un grado de libertad (1GDL)

Tomando en cuenta las siguientes hipótesis es posible pasar de un edificio con infinitos grados de libertad (gdl) a uno con un número finito de gdl:

- Las columnas son axialmente rígidas o infinitamente rígidas, es decir, no existe desplazamiento vertical
- Las losas o vigas son infinitamente rígidas
- La rigidez a flexión de las trabes es muy grande
- La masa del sistema (columnas, vigas y losas) se considera concentrada en la losa o viga
- La rigidez del sistema es suministrada por las columnas

Al aplicar las hipótesis anteriores se puede llegar al sistema que se muestra en la figura 2.2.1 (b), el cual representa un sistema de un grado de libertad en el que la masa (m) está concentrada en la losa, la rigidez (k) la aportan las columnas, y el amortiguamiento (c) de la estructura está representada por un amortiguador. Cabe destacar que esta idealización es con el fin de hacer una simplificación en la solución de problemas prácticos. Este tipo de sistemas representan razonablemente bien a ciertas estructuras cuya respuesta está dominada por el modo fundamental de vibrar.

Un sistema de un grado de libertad se puede caracterizar por una masa concentrada m , que está relacionada con la inercia, la rigidez k proporcionada por las columnas, y por un amortiguamiento c , que representa la disipación de energía.

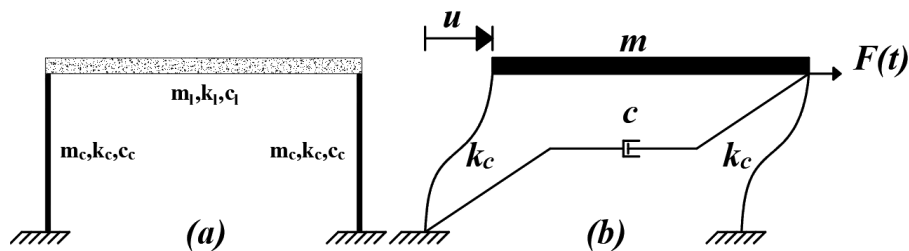


Figura 2.2.1 (a) Marco discretizado en columnas y losa; (b) Sistema discretizado de 1GDL

2.3 Ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad

El principio de D'Alembert establece que la suma de fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo está en equilibrio en cada instante de tiempo t , siempre que intervengan las fuerzas de inercia (F_I). Con ayuda de este principio, considerando la acción de la fuerza restauradora (F_S) y de la fuerza de amortiguamiento (F_D), es posible deducir la ecuación de movimiento con excitación sísmica en la base.

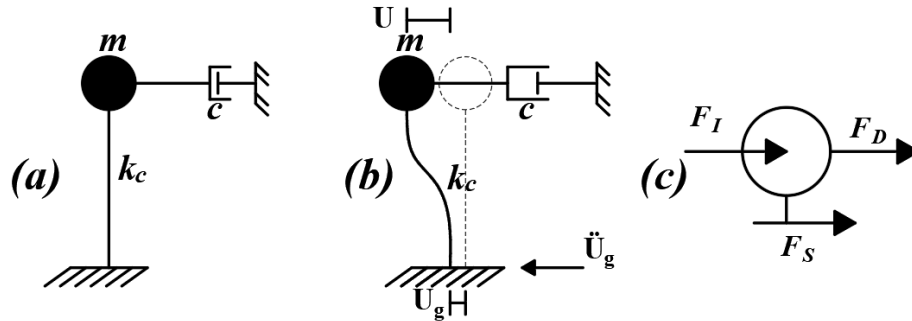


Figura 2.3.1 (a) Sistema de un grado de libertad; (b) Sistema de 1GDL sometido a una aceleración en la base; (c) Diagrama de cuerpo libre de las fuerzas que actúan sobre la masa.

Considerando un sistema de un grado de libertad como el que se muestra en la figura 2.3.1a, se tiene que al ser sometido a una excitación sísmica se presenta un desplazamiento $U_g(t)$ que corresponde al terreno, y un desplazamiento $U(t)$ a la masa con respecto a la base (desplazamiento relativo), como se observa en la figura 2.3.1b. Entonces, el desplazamiento total del sistema $U_t(t)$ está dado por

$$U_t(t) = U_g(t) + U(t) \quad 2.3.1$$

A partir de la ecuación 2.3.1:

$$\ddot{U}_t(t) = \ddot{U}_g(t) + \ddot{U}(t) \quad 2.3.2$$

donde $\ddot{U}_t(t)$ es la aceleración total, $\ddot{U}_g(t)$ es la aceleración del suelo y $\ddot{U}(t)$ es la aceleración de la masa.

Para que un sistema se encuentre en estado de equilibrio, las fuerzas externas que actúan sobre él deben ser igual a cero. Con base en la figura 2.3.1c, en donde se muestra el Diagrama de Cuerpo Libre (DCL) del sistema de 1GDL y las fuerzas actuantes, se tiene lo siguiente:

$$F_I + F_D + F_S = 0 \quad 2.3.3$$

donde:

$$F_I = m\ddot{U}_t$$

$$F_D = c\dot{U}$$

$$F_S = kU$$

Como se puede notar, la aceleración total es la que se involucra en la fuerza de inercia (F_I) ya que es la aceleración que actúa sobre todo el sistema. La velocidad relativa está relacionado con la fuerza de amortiguamiento (F_D) y el desplazamiento con las fuerza F_S . Este desplazamiento es el que causa deformaciones en la estructura.

Sustituyendo las fuerzas F_I , F_D y F_S en la ecuación de equilibrio del sistema, y tomando en cuenta la ecuación 2.3.2 se tiene:

$$\left[m \left(\ddot{U}_g(t) + \ddot{U}(t) \right) \right] + (c\dot{U}(t)) + (kU(t)) = 0 \quad 2.3.4$$

Con base en la dinámica estructural se sabe que (Chopra, 2014):

$$c = 2\xi m \omega_n \quad 2.3.5$$

donde:

ξ es el porcentaje de amortiguamiento crítico y

ω_n es la frecuencia natural del sistema, expresada en segundos⁻¹, e igual a $\sqrt{\frac{k}{m}}$

Sustituyendo y haciendo operaciones algebraicas, se obtiene la siguiente ecuación de movimiento para sistemas amortiguados con excitación arbitraria en la base, la cual describe el comportamiento del sistema a lo largo de la historia de aceleraciones que se presenten:

$$\ddot{U}(t) + 2\xi\omega_n\dot{U}(t) + \omega_n^2U(t) = -\ddot{U}_g(t) \quad 2.3.6$$

Al solucionar la ecuación de movimiento para el sistema de 1GDL con amortiguamiento se obtiene la respuesta del sistema en términos de aceleración $\ddot{U}(t)$, velocidad $\dot{U}(t)$ y/o desplazamiento $U(t)$, para cada instante de tiempo. Es importante remarcar que éstas se tratan de las respuestas relativas.

2.4 Solución de la ecuación de movimiento mediante el método de Newmark

Uno de los métodos numéricos más usados en la dinámica estructural para resolver la ecuación de movimiento de un sistema de un grado de libertad sujetos a una excitación arbitraria en la base es el método de Newmark (Chopra, 2014). Las ecuaciones planteadas por Newmark son las siguientes:

$$\dot{U}_{i+1} = \dot{U}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\ddot{U}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{U}_{i+1} \quad 2.4.1$$

$$U_{i+1} = U_i + (\Delta t)\dot{U}_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t)^2]\ddot{U}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{U}_{i+1} \quad 2.4.2$$

Si se supone que el sistema parte del reposo, con una velocidad $\dot{U}(0) = 0$ y un desplazamiento $U(0) = 0$ en el tiempo $t_i = 0$, se puede resolver la ecuación de movimiento para un sistema elástico, como sigue:

$$(m\ddot{U}_{i=0}) + (c\dot{U}_{i=0}) + (kU_{i=0}) = p_{i=0} \quad 2.4.3 (a)$$

$$\ddot{U}_{i=0} = \frac{p_{i=0}}{m} \quad 2.4.3 (b)$$

Continuando con el tiempo discreto t_{i+1} , la ecuación de movimiento se convierte en:

$$(m\ddot{U}_{i+1}) + (c\dot{U}_{i+1}) + (kU_{i+1}) = p_{i+1} \quad 2.4.4 (a)$$

$$\ddot{U}_{i+1} = \frac{p_{i+1} + c\dot{U}_{i+1} + kU_{i+1}}{m} \quad 2.4.4 (b)$$

Es posible utilizar el método de la aceleración promedio constante (caso especial del método de Newmark), el cual combina las ecuaciones de Newmark con la ecuación de movimiento para t_{i+1} y con ello estimar la respuesta del sistema de 1GDL. Al obtener la respuesta \ddot{U}_{i+1} y \dot{U}_{i+1} en función de U_{i+1} se tiene que:

$$\ddot{U}_{i+1} = \frac{(U_{i+1} - U_i)}{\beta(\Delta t)^2} - \frac{\dot{U}_i}{\beta\Delta t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{U}_i \quad 2.4.5$$

$$\dot{U}_{i+1} = \frac{\gamma(U_{i+1} - U_i)}{\beta\Delta t} + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{U}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\ddot{U}_i \quad 2.4.6$$

Y al sustituir estas ecuaciones en la ecuación de movimiento se obtiene lo siguiente:

$$m \left[\frac{(U_{i+1} - U_i)}{\beta(\Delta t)^2} - \frac{\dot{U}_i}{\beta\Delta t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{U}_i \right] + c \left[\frac{\gamma(U_{i+1} - U_i)}{\beta\Delta t} + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{U}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\ddot{U}_i \right] + k[U_{i+1}] = p_{i+1} \quad 2.4.7$$

Al desarrollar la ecuación y al hacer reducción de términos semejantes tenemos que:

$$U_{i+1} \left[\frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t} + k \right] = \ddot{U}_i \left[m \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) - c\Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \right] + \dot{U}_i \left[\frac{m}{\beta\Delta t} - c \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \right] + U_i \left[\frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t} \right] + p_{i+1} \quad 2.4.8$$

Haciendo un cambio de variable a la ecuación anterior:

$$\hat{K} = \frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t} + k \quad 2.4.9$$

$$\hat{P}_{i+1} = \ddot{U}_i \left[m \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) - c\Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \right] + \dot{U}_i \left[\frac{m}{\beta\Delta t} - c \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \right] + U_i \left[\frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t} \right] + p_{i+1} \quad 2.4.10$$

Se tiene que:

$$\hat{P}_{i+1} = \hat{K}U_{i+1} \quad 2.4.11 (a)$$

$$U_{i+1} = \frac{\hat{P}_{i+1}}{\hat{K}} \quad 2.4.11 (b)$$

Se puede notar que ahora la respuesta para t_{i+1} depende únicamente de las respuestas \ddot{U}_i , \dot{U}_i y U_i , de las propiedades del sistema c , k y m , y de los factores de β y γ . Estos definen la variación de la aceleración durante un paso de tiempo y determinan las características de estabilidad y precisión del método de la

aceleración promedio constante. En la literatura se han sugerido valores de β y γ iguales a 0.25 y 0.5, respectivamente (Chopra, 2014).

A continuación se describe paso a paso el procedimiento para resolver la ecuación de movimiento para un sistema de 1GDL con amortiguamiento y con una excitación arbitraria en su base, mediante el método de la aceleración promedio constante de Newmark.

1. Partiendo de las propiedades del sistema como lo son el porcentaje de amortiguamiento crítico ξ , la rigidez k y la masa m , se calculan las propiedades que de ellas se derivan como: el periodo natural de vibración de la estructura T_n , la frecuencia natural ω_n , y la constante de amortiguamiento c .
2. Es necesario definir los valores de los factores β y γ , los cuales para el método de la aceleración promedio constante son iguales a 0.25 y 0.5, respectivamente.
3. Se selecciona un valor para Δt .
4. Se calcula la fuerza $p_i = -m\ddot{U}_g(i)$
5. Se calcula la aceleración del sistema al inicio del proceso con ayuda de la Ec. (2.4.3 a).
6. Se calcula \hat{K}
7. Se calculan las constantes:
 - I. $A = m \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) - c\Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right)$
 - II. $B = \frac{m}{\beta\Delta t} - c \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right)$
 - III. $C = \frac{m}{\beta(\Delta t)^2} + \frac{c\gamma}{\beta\Delta t}$
8. Se calcula \hat{P}_{i+1}
9. Se calcula U_{i+1}
10. Con ayuda de las ecuaciones Ec. (2.4.5) y Ec. (2.4.6), se calcula \ddot{U}_{i+1} y \dot{U}_{i+1}
11. Se procede al siguiente paso, en el cual los valores de $i + 1$ pasan a ser i , y se repite el proceso desde el paso 7 hasta $p_N = -m\ddot{U}_g(N)$.

2.5 Espectro de respuesta

El uso de espectros de respuesta es fundamental dentro de la ingeniería sísmica, ya que son útiles para estudiar el comportamiento de los sistemas estructurales ante eventos sísmicos. Además, son parte fundamental en el desarrollo de los espectros de diseño que se incluyen en los códigos de construcción alrededor del mundo.

Un espectro de respuesta es una gráfica representativa de la máxima respuesta (desplazamiento, velocidad, aceleración, etc.) de un conjunto de N sistemas de 1GDL, con diferentes períodos naturales de vibrar T_n , y asociado a un porcentaje de amortiguamiento crítico constante ξ . Un espectro describe la respuesta de un sistema estructural con ciertas características ante un movimiento sísmico en particular.

Los espectros de respuesta se calculan para un porcentaje de amortiguamiento crítico constante. Estos se pueden calcular considerando diferentes grados de amortiguamiento con la finalidad de tener la posibilidad de elegir un espectro de respuesta con un porcentaje de amortiguamiento que mejor represente el comportamiento de una estructura real.

2.6 Espectro de respuesta de desplazamiento

El espectro de respuesta de desplazamiento contiene la respuesta máxima de N sistemas de 1GDL con diferente periodo natural (T_n), frecuencia natural (ω_n), o algún parámetro relacionado con éstos. Este se obtiene a partir de la historia de desplazamientos de cada sistema, seleccionando el máximo valor del desplazamiento al que fue sometido el sistema debido a un sismo en particular. La obtención de un espectro de desplazamientos se describe mediante un ejemplo en lo que sigue.

En la figura 2.6.1 se muestra el registro del sismo ocurrido a 29 km al noroeste de Ometepec Guerrero, con una magnitud de 7.3, registrado en la estación “Aeropuerto (AE02)” de la Ciudad de México el 14 de septiembre de 1995, en Zona de Lago con una aceleración máxima de 34.29 gal.

En las figuras 2.6.2, 2.6.3 y 2.6.4 se muestran sistemas de 1GDL con amortiguamiento constante de 5% , pero con diferentes periodos naturales, iguales a 2s, 3s y 4s, respectivamente. Los sistemas se evaluaron ante la historia de aceleraciones del registro sísmico, y al resolver la ecuación de movimiento (mediante el método de la aceleración promedio constante de Newmark), se obtuvo la respuesta de desplazamiento de cada sistema. Para el sistema con periodo natural igual a 2 s se obtuvo una respuesta máxima de 10.2 cm, para el de 3 s una respuesta máxima de 18.2 cm, mientras que para el de 4 s, una respuesta máxima de 10.5 cm. Estos desplazamientos máximos se indican con cuadros en la figura 2.6.5.

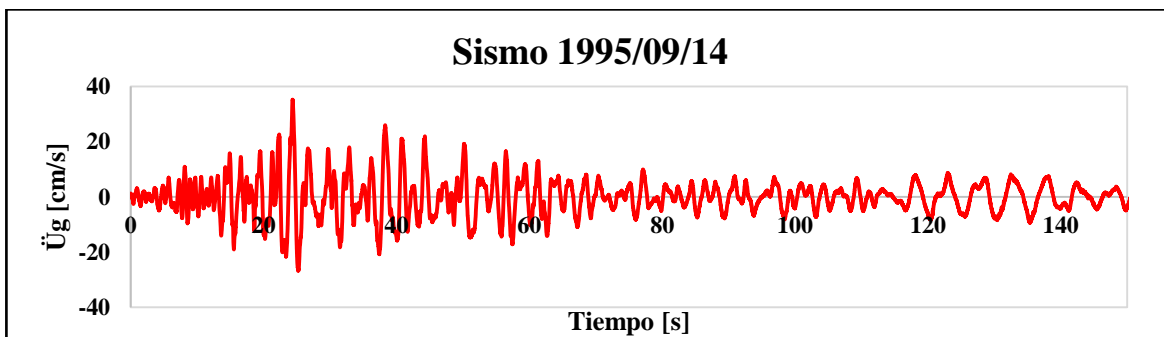


Figura 2.6.1 Registro sísmico del evento ocurrido el 14 de septiembre de 1995

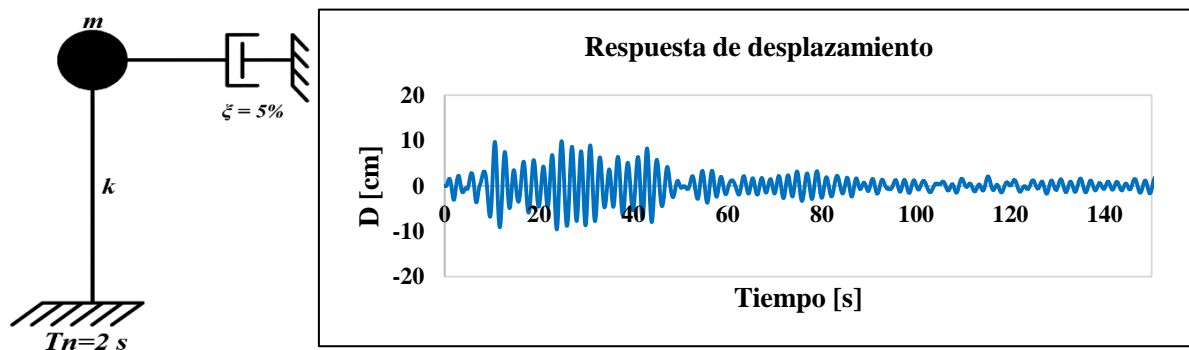


Figura 2.6.2 Respuesta de desplazamiento para un sistema con $T_n=2$ s y amortiguamiento del 5%

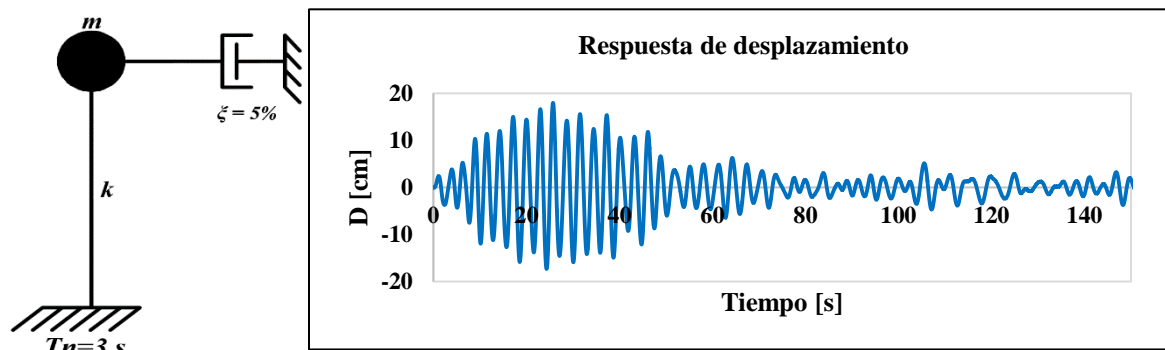


Figura 2.6.3 Respuesta de desplazamiento para un sistema de $T_n=3$ s y amortiguamiento del 5%

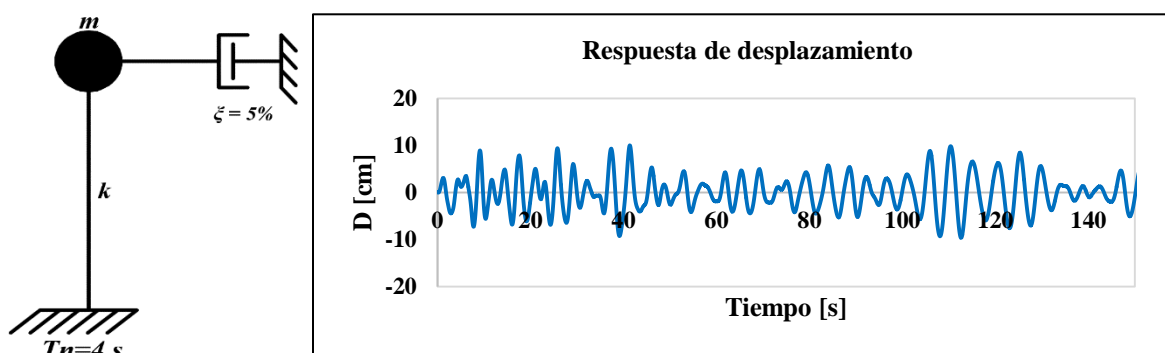


Figura 2.6.4 Respuesta de desplazamiento de un sistema de $T_n=4$ s y amortiguamiento del 5%

Este proceso se repite para sistemas con periodos de vibración que van desde 0.04 s hasta 12 s, lo que resulta en el espectro de respuesta de desplazamiento que se muestra en la Fig. 2.6.5, para un porcentaje de amortiguamiento crítico de 5%.

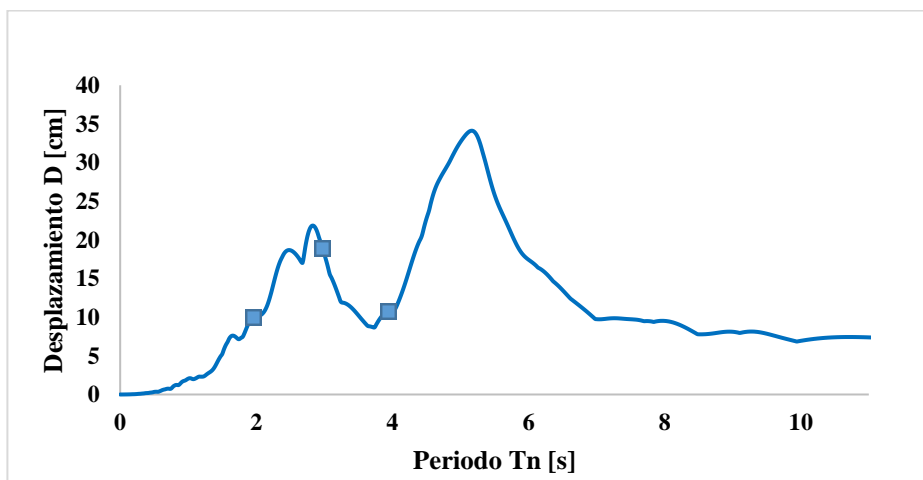


Figura 2.6.5 Espectro de respuesta de desplazamiento para sistemas con 5% de amortiguamiento

Del espectro de respuesta se puede observar que para los sistemas con periodo natural muy pequeño (menor a 1 segundo) los desplazamientos que experimentan son muy pequeños, mientras que para los sistemas con un periodo entre 4.5 y 5.5 s experimentan los mayores desplazamientos, alrededor de 25 a 34 cm. Cuando el

sistema es muy flexible, es decir, con una rigidez muy pequeña, el periodo tiende a crecer de manera considerable, dado que la rigidez es inversamente proporcional ($1/k^{0.5}$) al periodo natural de vibrar de un sistema estructural:

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad 2.6.1$$

En el espectro de respuesta de desplazamientos se puede observar que para sistemas con periodos muy grandes $T_n > 10$ segundos, la respuesta de los sistemas es prácticamente constante e igual al desplazamiento que el suelo experimenta ante este evento sísmico en particular, aproximadamente 7 cm en este ejemplo. Esto se ilustra en la figura 2.6.6 en donde se presenta el caso de un sistema de 1GDL con una rigidez prácticamente nula, con un el periodo natural muy grande, por lo que el desplazamiento que se presenta en el sistema es similar al del suelo durante el movimiento sísmico.

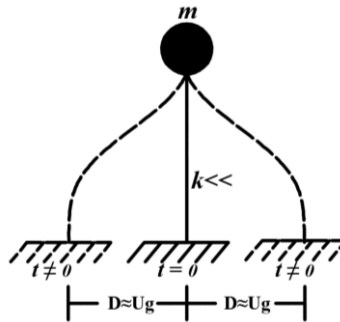


Figura 2.6.6 Sistema con T_n muy grande

Por otro lado, cuando la rigidez del sistema es muy grande, el desplazamiento relativo de la masa con respecto al base es nula, o sea que para $T_n = 0$ s el espectro de desplazamientos parte de cero (ver figura 2.6.5).

2.7 Espectro de respuesta de velocidad

La respuesta en términos de velocidad del sistema de 1GDL se obtiene al resolver la ecuación de movimiento mediante el método de la aceleración promedio constante de Newmark.

Con el fin de ilustrar la forma y obtención del espectro de velocidad se sometieron tres sistemas de 1GDL con diferente periodo natural, $T_n = 2, 3$ y 4 s, y con 5% de amortiguamiento al historial de aceleraciones del sismo registrado el 14/09/1995 (figura 2.6.1). La respuesta máxima en términos de velocidad para cada sistema es: 29.3 cm/s, 42.5 cm/s y 19.7 cm/s para los sistemas con periodos $T_n = 2, 3$ y 4 s, respectivamente. Las respuestas de velocidades se muestran en las figuras 2.7.1, 2.7.2 y 2.7.3, respectivamente. Estas velocidades máximas se indican con cuadros en la figura 2.7.4.

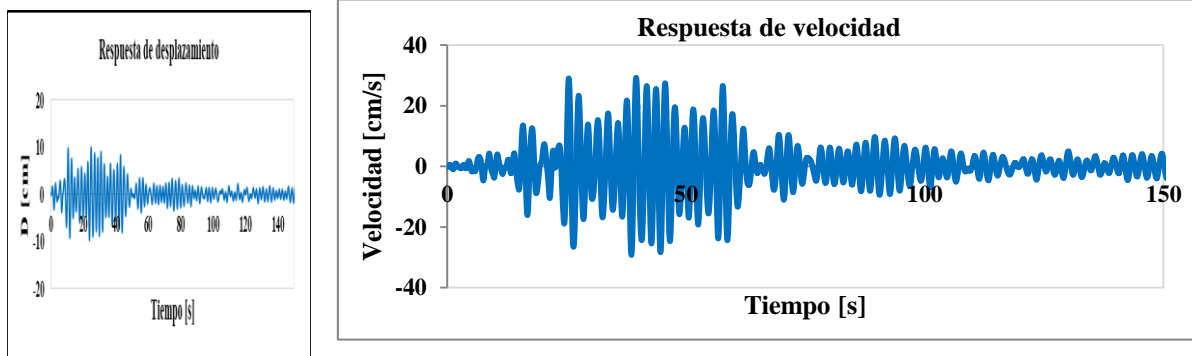


Figura 2.7.1 Respuesta de velocidad para un sistema con un $T_n=2$ s y amortiguamiento del 5%

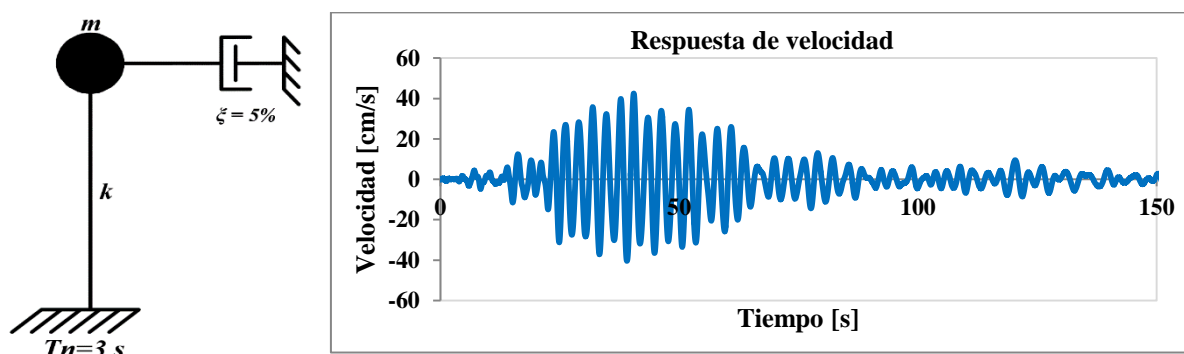


Figura 2.7.2 Respuesta de velocidad para un sistema con $T_n=3$ s y amortiguamiento de 5%

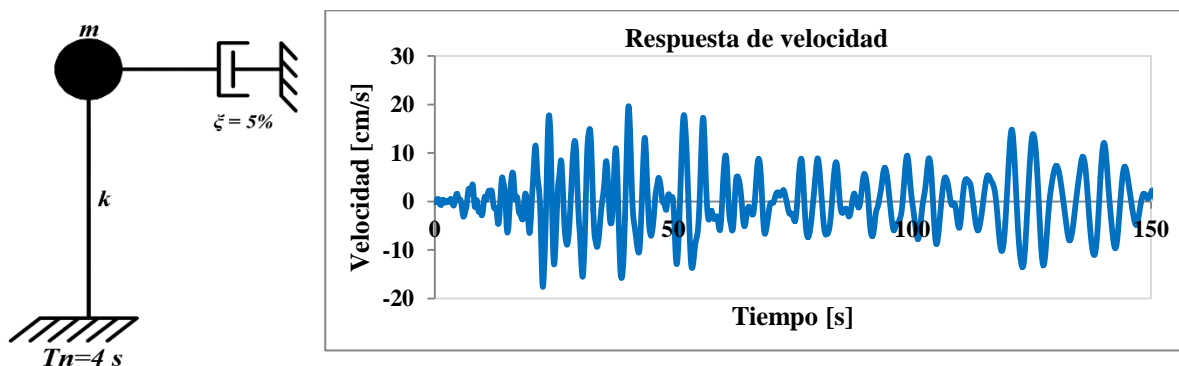


Figura 2.7.3 Respuesta de velocidad para un sistema con $T_n=4$ s y amortiguamiento de 5%

Para la construcción del espectro de respuesta de velocidad es necesario que las respuestas máximas en valor absoluto de los N sistemas se grafiquen. En el eje de las abscisas se registra el periodo natural del sistema y en el eje de las ordenadas el valor de la respuesta máxima. De este modo se construye un espectro de respuesta de velocidad, como el que se muestra en la figura 2.7.4.

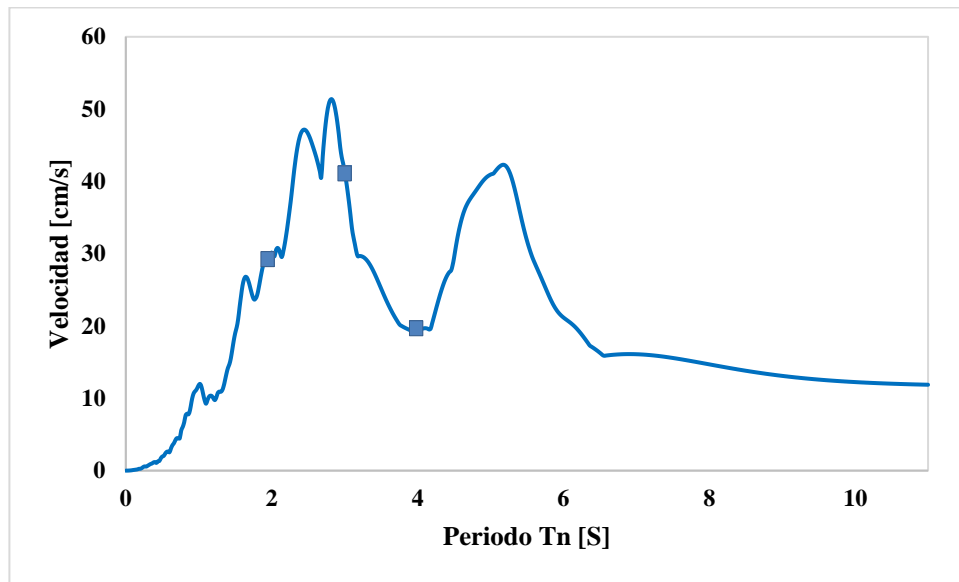


Figura 2.7.4 Espectro de respuesta de velocidad para N sistemas

2.8 Espectro de respuesta de aceleración

Al resolver la ecuación de movimiento para un sistema de 1GDL se obtiene la respuesta de desplazamiento, velocidad y aceleración. Cuando un sistema estructural es sometido a un evento sísmico, éste comienza a experimentar una aceleración variable. En el historial de aceleraciones que registra el sistema existirá una aceleración máxima, tal y como se observa en las figuras 2.8.1 a 2.8.3, las cuales muestran la respuesta de aceleración de un sistema de 1GDL sometido al historial de aceleraciones de la figura 2.6.1.

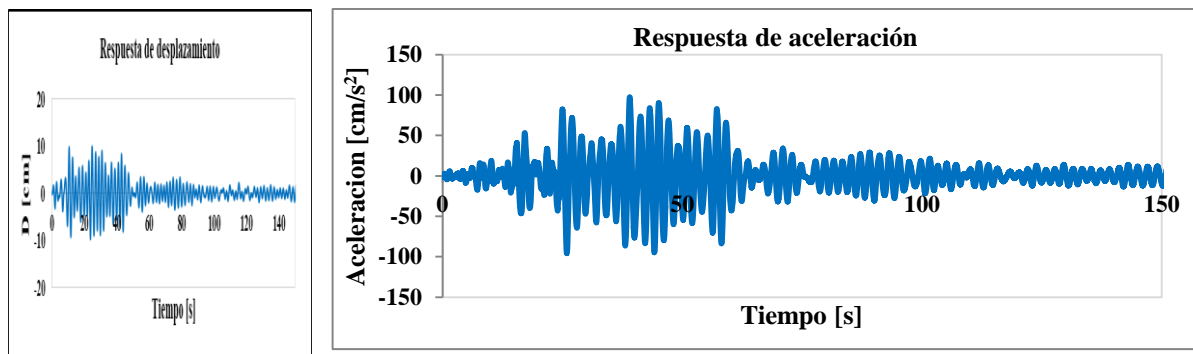


Figura 2.8.1 Respuesta de aceleración para un sistema de $T_n=2$ s y amortiguamiento del 5%

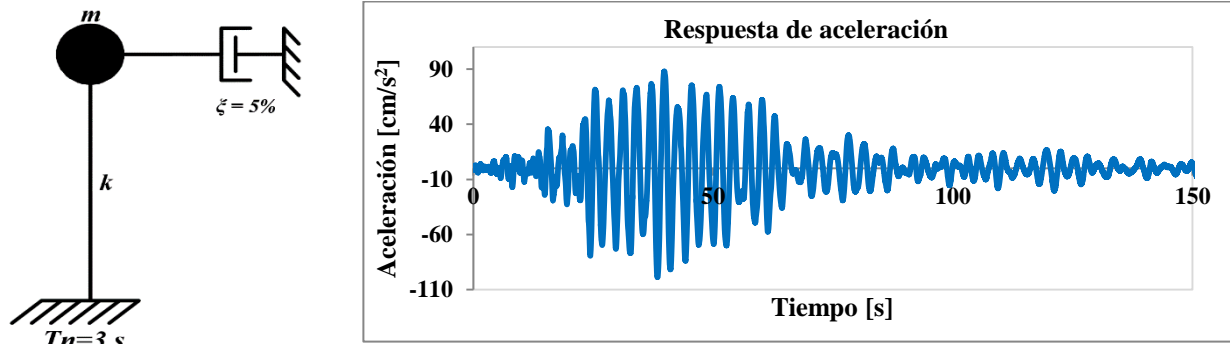


Figura 2.8.2 Respuesta de aceleración para un sistema de $T_n=3$ s y amortiguamiento del 5%

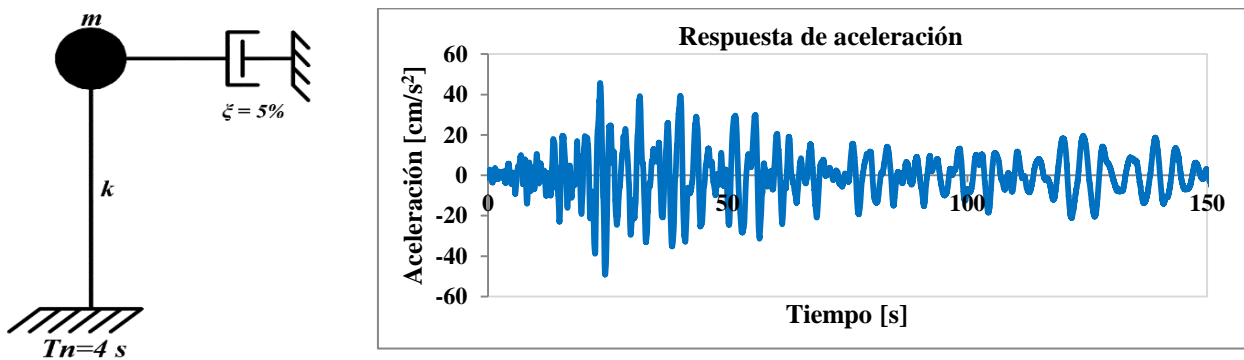


Figura 2.8.3 Respuesta de aceleración para un sistema de $T_n=4$ s y amortiguamiento del 5%

El registro de las aceleraciones máximas de N sistemas con diferente periodo natural de vibración y con el mismo porcentaje de amortiguamiento crítico, dan origen a un espectro de respuesta de aceleración, como el que se muestra en la figura 2.8.4.

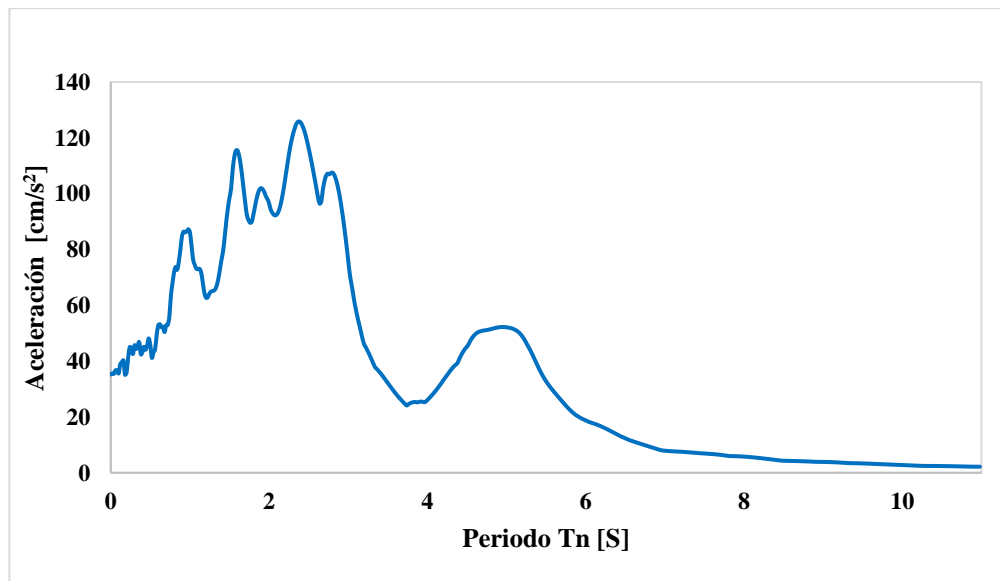


Figura 2.8.4 Espectro de respuesta de aceleración

2.9 Espectro de respuesta de pseudovelocidad

Cabe mencionar que el prefijo pseudo se utiliza para denotar que no se trata de la velocidad real que experimenta el sistema ante la excitación, sino de una aproximación que para sistemas con bajo amortiguamiento conduce a resultados aceptables, pero que a medida que el amortiguamiento aumenta se deben aplicar factores correctivos para estimar las velocidades reales del sistema.

Partiendo de las leyes de la dinámica estructural (Chopra, 1974), es posible relacionar el espectro de respuesta de desplazamiento con el espectro de respuesta de pseudovelocidad mediante la ecuación:

$$PSV = \omega_n D = \frac{2\pi}{T_n} D \quad 2.9.1$$

Analizando los sistemas de 1GDL ejemplificados en la sección anterior, tenemos que la pseudovelocidad para un sistema con un periodo natural de vibrar $T_n = 2$ s se calcula como sigue:

$$PSV_{2s} = \frac{2\pi}{2s} (10.2 \text{ cm}) = 32.04 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

De igual manera se calcula la pseudovelocidad para los sistemas con T_n de 3 y 4 s. La respuesta para cada sistema es de $38.11 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ y $16.49 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, respectivamente.

Para la construcción de un espectro de respuesta de pseudovelocidad es necesario que las N respuestas máximas de desplazamiento de los N sistemas con periodo natural característico se multipliquen por su correspondiente frecuencia natural, como se hizo para el caso de los sistemas con periodo natural de 2, 3 y 4 s. Al graficar dichos productos en el eje de las ordenadas con su correspondiente periodo natural en el eje de las abscisas se obtiene el espectro de respuesta de pseudovelocidad que se muestra en la figura 2.9.1. En la figura 2.9.2 se puede ver que los espectros de velocidad y pseudovelocidad para este caso son muy parecidos; sin embargo, como se verá más adelante, no siempre sucede así.

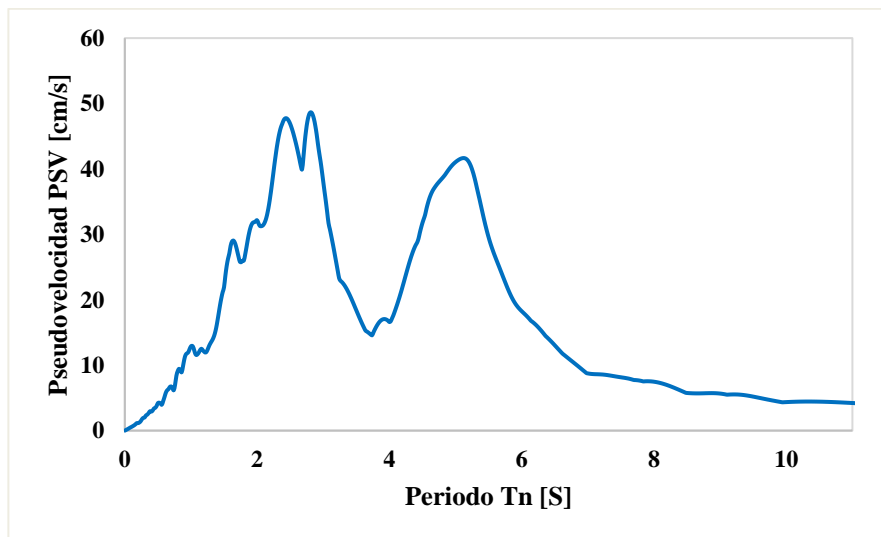


Figura 2.9.1 Espectro de respuesta de pseudovelocidad

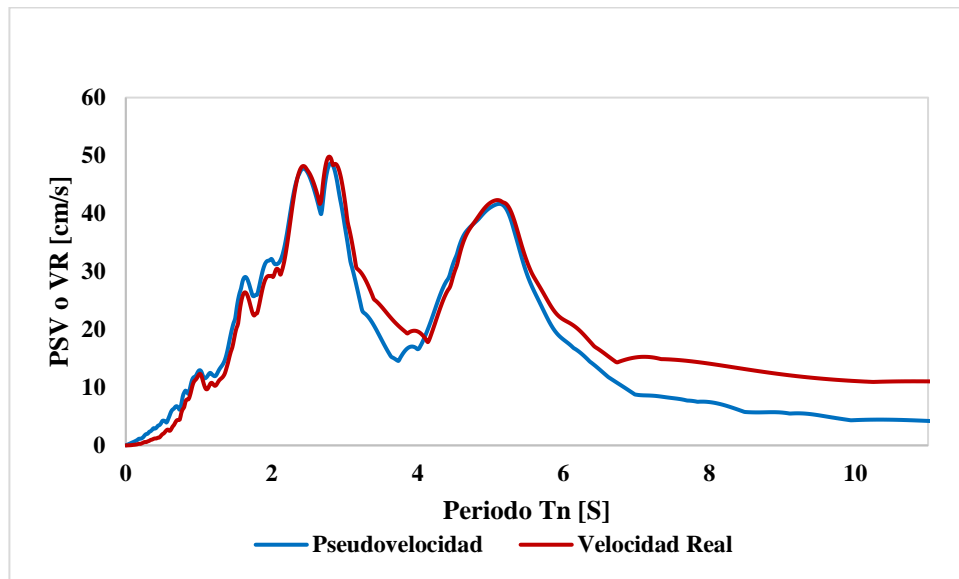


Figura 2.9.2 Comparación de la pseudovelocidad y la velocidad real

2.10 Espectro de respuesta de pseudoaceleración

Con el fin de ver la relación entre un espectro de aceleración y uno de pseudoaceleración se puede partir de un sistema en vibración libre, en un instante de tiempo t , tomando en cuenta que las respuestas de los sistemas de 1GDL se comportan elásticamente, y además considerando ley de Hooke, tenemos que:

$$F = k\Delta \quad 2.10.1$$

De la segunda ley de Newton:

$$F = ma \quad 2.10.2$$

donde m es la masa del sistema y a es la aceleración del sistema en el tiempo t .

Al igualar la ecuación 2.10.1 y 2.10.2, y haciendo intervenir la frecuencia natural, tenemos que:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad 2.10.3$$

$$k\Delta = ma$$

$$a = \omega^2\Delta$$

Al tomar en cuenta que $\Delta = D$ y la cual corresponde al desplazamiento del sistema en el tiempo t :

$$a(t) = \omega^2 D(t)$$

$$A = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D \quad 2.10.4$$

En la ecuación 2.10.4 se puede observar que A depende únicamente del periodo natural (T_n) o frecuencia natural (ω_n) y del desplazamiento (D), por lo que se puede obtener el espectro de respuesta de pseudoaceleración a partir del espectro de respuesta de desplazamientos, únicamente multiplicando para cada sistema su respuesta máxima de desplazamiento por su correspondiente frecuencia natural elevada al cuadrado.

Por ejemplo, para calcular la pseudoaceleración para los sistemas de 1GDL con periodo natural igual a 2s, se tiene:

$$A_{2s} = \left(\frac{2\pi}{2s}\right)^2 (10.2\text{ cm}) = 100.67 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

Al evaluar cada sistema del espectro de respuesta de desplazamiento, se obtiene el espectro de respuesta de pseudoaceleración que se muestra en la figura 2.10.1.

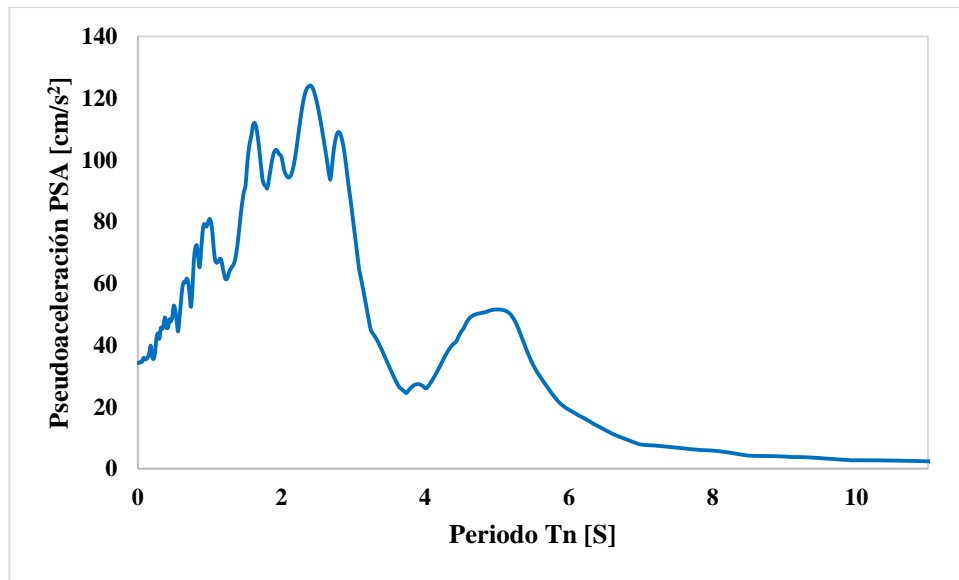


Figura 2.10.1 Espectro de respuesta de pseudoaceleración

Se debe tomar en cuenta que como en el caso de la pseudovelocidad, la aceleración que se obtiene con la ecuación anterior no se trata de la aceleración máxima real del sistema, sino de una pseudoaceleración, la cual para niveles bajos de amortiguamiento es similar a la aceleración, como se puede apreciar en la figura 2.10.2.

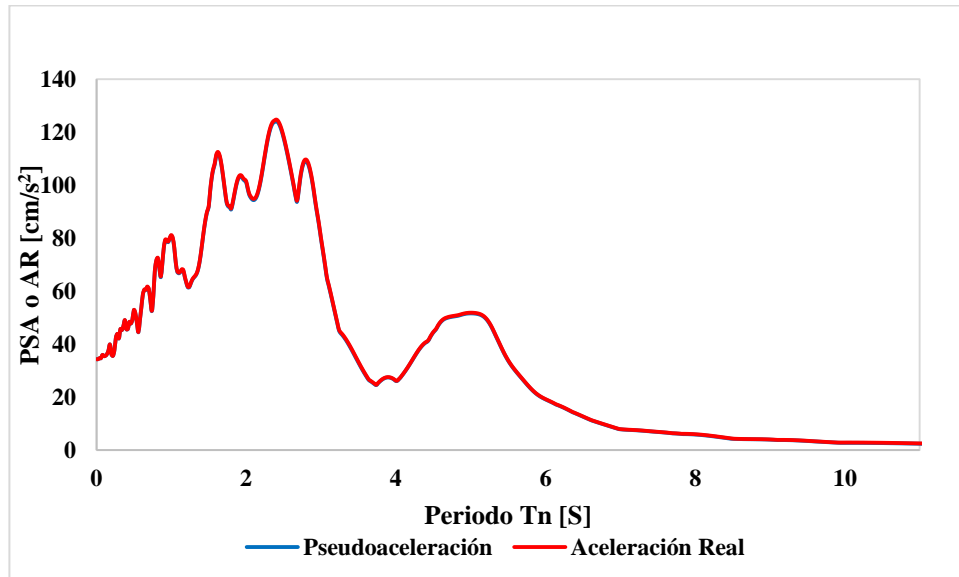


Figura 2.10.2 Comparación entre espectros de respuesta de aceleración real con pseudoaceleración.

En la figura 2.10.1 se puede observar que los sistemas que están sometidos a las mayores aceleraciones son aquellos que tienen un periodo entre 1 y 3 s, correspondientes a una pseudoaceleración (o aceleración) entre 70 y 123 cm/s², para este movimiento sísmico en particular. Otras de las características importantes que se puede observar es que cuando se tienen periodos muy grandes las ordenadas tienden a cero. Otro de los casos importantes es cuando los sistemas tienen a periodos muy pequeños (cerca de cero). Estos presentan aceleraciones que tienden a la aceleración del terreno, como se puede observar en el espectro de respuesta. Para poder visualizar este comportamiento se parte de la ecuación del periodo y se despeja la rigidez, de la siguiente manera:

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = m \left(\frac{2\pi}{T_n} \right)^2 \quad 2.10.5$$

Para estudiar que sucede con la rigidez de los sistemas se puede observar que cuando $T_n \rightarrow 0$ la rigidez crece a tal grado que prácticamente $k \rightarrow \infty$, lo cual quiere decir que el sistema tiende a desplazarse con el suelo como cuerpo rígido (figura 2.10.3), por lo cual es lógico pensar que si tenemos un sistema con un periodo natural muy pequeño, no influiría el tener porcentajes de amortiguamiento muy altos o muy bajos, ya que en todos los casos la aceleración que estos experimentarían sería la misma que experimenta el suelo, esto se puede visualizar en la figura 2.10.4. Los espectros para amortiguamientos altos se tratan en las siguientes secciones.

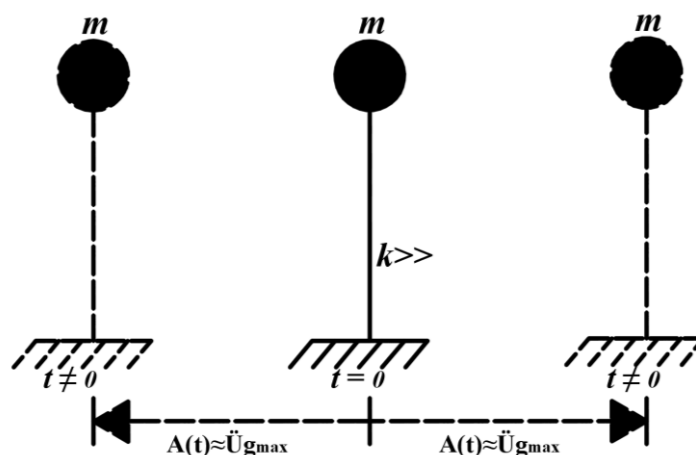


Figura 2.10.3 Sistema con una rigidez muy grande

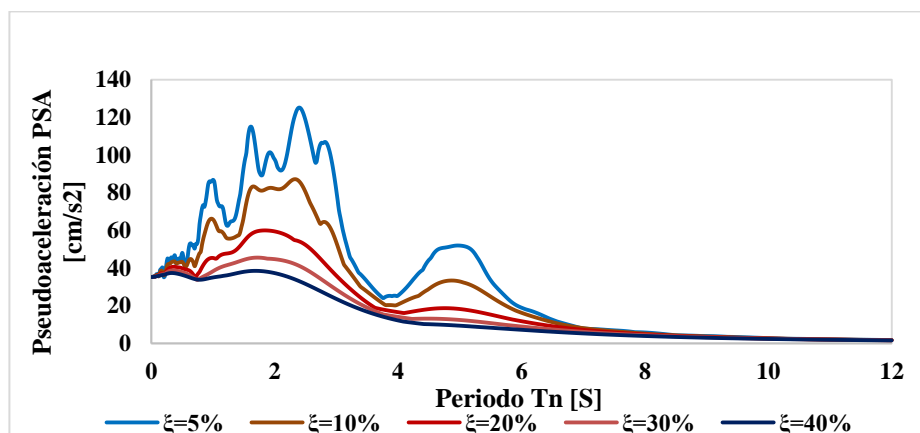


Figura 2.10.4 Espectro de respuesta de pseudoaceleración con diferentes niveles de amortiguamiento

3 Revisión de la literatura

Se han realizado varios estudios sobre el tema de esta tesis. En lo que sigue se hace una breve revisión de algunos de ellos:

- Sadek *et al* (2000) estudian los efectos en la respuesta de los sistemas estructurales debido al incremento de amortiguamiento viscoso, se discute la exactitud de los procedimientos lineales (estático y dinámico) recomendados en los Lineamientos para la Rehabilitación Sísmica de Edificios del Programa Nacional de la Reducción de Riesgo por sismo (NEHRP, por sus siglas en inglés) (FEMA 273), y se proponen modificaciones a dichos procedimientos para el diseño de estructuras con disipadores de energía pasivos dependientes de la velocidad; esto con el objeto de aumentar su exactitud, mediante la implementación de factores de corrección de pseudovelocity y pseudoaceleración. Sus análisis se basan en el estudio de las respuestas de varios sistemas de un grado de libertad con diferentes relaciones de amortiguamiento (2, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50 y 60%) con un intervalo de periodos de vibración estructural de 0.1 a 4.0 s, sometidos a 72 acelerogramas registrados en 36 estaciones al oeste de los Estados Unidos. Ellos encontraron que el incremento de amortiguamiento de las estructuras permite una mayor disipación de energía sísmica, lo que generalmente reduce la respuesta estructural. Esta reducción depende del periodo de vibración de la

estructura y de la cantidad de amortiguamiento suplementario. Debido a la dependencia de la velocidad relativa en la fuerza de los dispositivos disipadores de energía, los autores analizan los efectos en la respuesta de la velocidad relativa al aumentar el amortiguamiento. Ellos concluyen que, el hecho de considerar la pseudovelocidad igual a la velocidad absoluta, y la pseudoaceleración igual a la aceleración en sistemas de periodo largo y con altos porcentajes de amortiguamiento, conduce a diseños erróneos. Para corregir los problemas de considerar la pseudovelocidad y la pseudoaceleración en el diseño, los autores proponen factores de corrección.

- Espinoza *et al* (2015) desarrollaron expresiones matemáticas de cocientes entre espectros de velocidad y pseudovelocidad y de aceleración entre pseudoaceleración, para diferentes relaciones de amortiguamiento, con el objeto de transformar los espectros de pseudovelocidad y pseudoaceleración a espectros de velocidad y aceleración real. El método se basa en el ajuste, mediante el método de mínimos cuadrados, de una expresión matemática al comportamiento de los cocientes promedio de velocidad entre pseudovelocidad y de aceleración entre pseudoaceleración, para sistemas estructurales con relaciones de amortiguamiento de 2, 5, 10, 15, 20, 30 y 40% considerando 120 pares de movimiento sísmicos (componentes EW y NS) registrados en distintas zonas del valle de México, las cuales se clasificaron de acuerdo al periodo dominante del suelo, correspondientes a eventos de subducción y con magnitudes (M_w) mayores o iguales a 6.9. Una de las ventajas del estudio mencionado es que en sus análisis se hace una clasificación por zonas, y para cada una de ellas se propone un modelo matemático, sin embargo, una limitante es que se consideraron pocos registros sísmicos en su análisis. Además, las expresiones matemáticas que se proponen en este trabajo no son suficientemente simples para una aplicación práctica.
- Santos *et al* (2017) presentaron un estudio de la importancia que tiene considerar la velocidad real en lugar de la pseudovelocidad; para el diseño de estructuras equipadas con amortiguadores viscosos no lineales. Su análisis se basa en la comparación de dos métodos simplificados: a) Fuerzas Laterales Equivalentes y b) Dinámico Modal Espectral, combinando recomendaciones de ASCE /SEI 7-10 y FEMA P 1050-1 con las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo (2017). El procedimiento se basa en el cálculo de la velocidad real a la que estará sometido el disipador y que está asociada a la velocidad relativa de cada entrepiso. La velocidad real a la que estará sometido el dispositivo disipador se obtiene de un espectro de pseudovelocidad multiplicado por un factor (FC_v), el cual se calcula a través de cocientes promedio de espectros de velocidad entre pseudovelocidad, con relaciones de amortiguamiento de 5% y de 30%, considerando 18 pares de movimiento sísmico con magnitud mayor igual a 6.9 registrados en terreno con periodo dominante $T_s = 1$ s. De sus resultados se obtiene que en sistemas estructurales con periodos mayores de $T = 1.2$ s, el factor FC_v tiene relevancia en los análisis.

A pesar de las contribuciones de los estudios mencionados anteriormente, los factores de corrección que se proponen se basan en estudios que consideran pocos registros sísmicos, y solo se tratan zonas particulares. En la presente tesis se proponen expresiones matemáticas simplificadas de factores de corrección de la pseudovelocidad y la pseudoaceleración que corresponden a distintas zonas de la Ciudad de México; además, las expresiones resultan del análisis de espectros de respuesta asociados a cientos de movimientos sísmicos registrados en diferentes estaciones localizadas en la Ciudad de México.

Otras referencias que se consultaron, como complemento de las ideas que contiene esta tesis, se relacionan con factores de reducción de las ordenadas espectrales de diseño sísmico por amortiguamiento suplementario. Estas referencias son las siguientes:

- Arroyo & Terán (2002) plantean que uno de los aspectos más importantes para el desarrollo de una metodología para el diseño de estructuras con sistemas de disipación pasiva de energía, es el

planteamiento de métodos para estimar sus fuerzas sísmicas de diseño y proponen expresiones para estimar el factor de reducción que debe utilizarse para reducir el espectro de diseño elástico de resistencia para establecer dichas fuerzas. El valor del factor de reducción se estima en función del periodo de la estructura, de su demanda máxima de ductilidad y de su coeficiente equivalente de amortiguamiento. Sus análisis se dividen en dos etapas y para dos tipos de suelo. En la primera se utilizan acelerogramas sintéticos y se estudió el comportamiento del factor de reducción durante la fase intensa, y con el contenido de frecuencias de la excitación sísmica en sistemas de 1 grado de libertad (S1GDL) con comportamiento elastoplástico perfecto y diferentes valores periodo, ductilidad y amortiguamiento. En la segunda etapa, se consideraron acelerogramas reales registrados en México, aplicados a S1GDL con comportamiento elastoplástico perfecto con diferentes niveles de ductilidad y amortiguamiento.

- Hidalgo & Ruiz (2010) presentan una expresión matemática para obtener el factor β por amortiguamiento. Este factor se utiliza para la reducción de la de las ordenadas espectrales para el diseño sísmico de estructuras con amortiguamiento suplementario. Proponen una expresión a partir de dos tipos de análisis probabilistas se sistemas de un grado de libertad desplantadas sobre suelo rocoso. El primer análisis aplicado, referido a la técnica de Monte Carlo, para lo cual se genera numéricamente un conjunto de acelerogramas simulados y, a partir de ellos, se determina sus espectros de pseudoaceleración. El segundo tipo de análisis es el Análisis Probabilístico de Peligro de Demanda Sísmica (APPDS), con los cuales se obtienen espectros con tasa anual de falla uniforme (ETFU). A partir de los dos tipos de espectros se realizan cocientes espectrales, y se propone una expresión matemática simple para obtener β . Se propone la hipótesis que los sistemas presentan comportamiento elástico lineal elástico, y alternativamente comportamiento elastoplástico. En sus resultados muestran una expresión que depende del porcentaje de amortiguamiento crítico efectivo (ξ), del periodo estructural (T_e) y de un parámetro (λ_0), cuyo valor varía cuando el sistema es lineal ($Q = 1$) o elastoplástico ($Q = 2$), con valores de 0.45 y 0.35 respectivamente; que a su vez depende de la ductilidad de diseño (Q).
- Ruiz (2011) presenta recomendaciones para el diseño de edificios con disipadores de energía. En su trabajo presenta algunas de las consideraciones que se deben tomar en cuenta para garantizar altos niveles de seguridad en el correcto diseño de sistemas estructurales equipados con dispositivos disipadores de energía de tipo pasivo.
- Castillo & Ruiz (2014) proponen una ecuación matemática para estimar el factor de reducción por amortiguamiento para el espectro de diseño sísmico de sistemas con amortiguamiento viscoso. La expresión se obtiene de la relación entre ordenadas de espectros de peligro uniforme asociado con dos intervalos de retorno diferentes (50 y 125 años), correspondientes a sitios con diferentes condiciones de suelo pertenecientes al valle de México. En sus resultados presentan una expresión que depende de tres principales parámetros: el periodo dominante del suelo, el periodo de vibración y la relación de amortiguamiento del sistema estructural, y cuyos valores de dichos parámetros dependen de la zona en la que se localice el sistema estructural, y del periodo de retorno. Demuestran que la influencia de las características sísmicas (distancia epicentral, magnitud, contenido de frecuencia, etc.) son significativas para determinar la forma del espectro de un acelerograma registrado en suelo blando, caso contrario en suelo firme, en donde no se vuelve significativas.

4 Metodología

En el presente estudio se siguen los siguientes pasos:

1. Recolección de registros sísmicos

Para la obtención de información sobre los registros sísmicos es necesario acceder a la base de datos de alguna de las diferentes instituciones u organismos encargados del estudio e investigación de los movimientos telúricos, tales como: El Servicio Sismológico Nacional (SSN), el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), el Instituto de ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (IIUNAM), el Centro de Instrumentación y Registros Sísmicos (CIRES), entre otros.

2. Selección de los registros sísmicos

Del conjunto de registros sísmicos obtenidos, se seleccionan únicamente aquellos que pertenezcan a sismos de subducción, con magnitud mayor a 6.0, y con distancias epicentrales parecidas.

3. Corrección de línea base y filtrado de las señales

Se corrige la línea base de los registros sísmicos seleccionados, debido a que, en algunas ocasiones, las aceleraciones pueden estar desfasadas con respecto a la línea cero, causando errores en la estimación de los espectros de respuesta, en especial del desplazamiento.

Se elimina el ruido de la señal, causado comúnmente por fenómenos naturales, el cual puede generar algunos problemas. Este proceso se realiza con ayuda del software SeismoSignal (2016). SEiSMOSOFT

4. Recorte de los registros sísmicos

Para el recorte de los registros sísmicos se parte del concepto de duración significativa. Dicha duración comprende el intervalo de tiempo en que se alcanza el 5% hasta el 95% de la intensidad de Arias (Schmidt, V. & Quirós, C., 2007). Con ello, se puede considerar que se está captando la mayor parte de la energía liberada por el evento sísmico. La duración significativa tiene la ventaja que no toma en cuenta el inicio ni el final del evento sísmico, considerando que la aportación a la energía total liberada es poco significativa en esos intervalos.

La intensidad de Arias (I_A) se define como la cantidad de energía por unidad de peso disipada por una familia de osciladores de un grado de libertad, cuyas frecuencias están comprendidas en el intervalo $(0, +\infty)$ para un sismo y amortiguamiento en particular (Arias, 1973). La expresión de intensidad de Arias se define como:

$$I_A = \frac{\pi}{2g} \int_0^{t_f} \ddot{U}_g^2(t) dt \quad 2.10.1$$

Donde g es la aceleración de la gravedad [m/s^2], t_f es el tiempo que dura el evento [s], \ddot{U}_g es la aceleración que experimenta el suelo [m/s^2] y t es la variable tiempo [s].

La utilización del lenguaje de programación es una herramienta muy útil que facilita el trabajo. El recorte, separación y guardado de las componentes de cada registro se hizo con ayuda del programa Matlab (versión R2014a).

5. Clasificación de zonas en la Ciudad de México

Se hace la clasificación de los registros sísmicos con base en el periodo dominante del espectro de respuesta de pseudoaceleración, de acuerdo con la Tabla 4.1 (Castillo y Ruiz, 2014; Ruiz *et al* (2017), la cual muestra las diferentes zonas en las que se divide la Ciudad de México. Se debe hacer la separación de los registros tomando en cuenta el intervalo de periodos dominantes del suelo que ahí se muestran.

Tabla 4.1 Zonas en las que se divide la Ciudad de México

Zona	Periodos T_s [s]
A	$T_s \leq 0.5$
B	$0.5 < T_s \leq 1.0$
C	$1.0 < T_s \leq 1.5$
D	$1.5 < T_s \leq 2.0$
E	$2.0 < T_s \leq 2.5$
F	$2.5 < T_s \leq 3.0$
G	$3.0 < T_s \leq 4.0$
H	$T_s > 4.0$

6. Cálculo de espectros de desplazamiento, velocidad, aceleración, pseudovelocidad y pseudoaceleración

Es necesario estimar las respuestas de los N sistemas de 1 GDL con diferente periodo natural de vibrar, y para diferentes porcentajes de amortiguamiento crítico ($\xi = 5\%, 10\%, 15\%, 20\%, 25\%$ y 30%), para los registros con los que se cuente.

7. Cocientes y medias de espectros de velocidad entre pseudovelocidad y aceleración entre pseudoaceleración

Se calculan los cocientes de velocidad entre pseudovelocidad, y de aceleración entre pseudoaceleración, para cada registro y para cada porcentaje de amortiguamiento crítico. Los cocientes se hacen para cada una de las ocho zonas (A - H).

Posteriormente, se calculan las medias de los cocientes de velocidad entre pseudovelocidad, y de aceleración entre pseudoaceleración, para cada uno de los niveles de amortiguamiento crítico de todos los eventos y para cada zona.

8. Ajuste de las medias de los cocientes de espectros de velocidad entre pseudovelocidad y aceleración entre pseudoaceleración

Se realiza el ajuste del promedio de los cocientes de los espectros en función del periodo de vibrar del sistema estructural, utilizando la herramienta Curve Fitting (Matlab). Este ajuste se realiza para cada nivel de amortiguamiento ($\xi = 5\%, 10\%, 15\%, 20\%, 25\%$ y 30%) y para cada zona. Posteriormente, se realiza un ajuste en el cual, además del periodo de vibrar del sistema estructural, se involucre el porcentaje de amortiguamiento crítico.

El último ajuste se realiza involucrando el periodo dominante del suelo al ajuste que involucra el amortiguamiento crítico y el periodo del sistema estructural.

5 Descripción de registros sísmicos

5.1 Estaciones sísmicas

En junio de 1986 se fundó el Centro de Instrumentación y Registros Sísmicos, A. C. (CIRES), para promover la investigación sísmica y desarrollo de nueva tecnología aplicada a la ingeniería sísmica. El CIRES cuenta con el apoyo de la Red Acelerográfica de la Ciudad de México (RACM) la cual cuenta con 79 acelerógrafos, y ha servido para registrar y estudiar el comportamiento de los sismos en los diferentes tipos de suelos de la Ciudad de México. El registro de los eventos sísmicos que han afectado a la Ciudad de México ha servido como base para la implementación de factores de diseño sísmico que permitan la construcción y evaluación de estructuras seguras.

En la actualidad la RACM cuenta con 79 acelerógrafos, 71 de superficie y 8 de pozo, en la Tabla 5.1.1 se muestran las estaciones con las que cuenta el RACM. De los 79 acelerógrafos, 65 se encuentran en estaciones de registro en superficie, 6 instalados en dos estructuras, y hay 8 sensores de registro subterráneo. La distribución en la colocación de los acelerógrafos se hizo con el apoyo de especialistas en mecánica de suelos e ingeniería sísmica (CIRES A. S. (s/f). Recuperado de: http://www.cires.org.mx/cires_es.php).

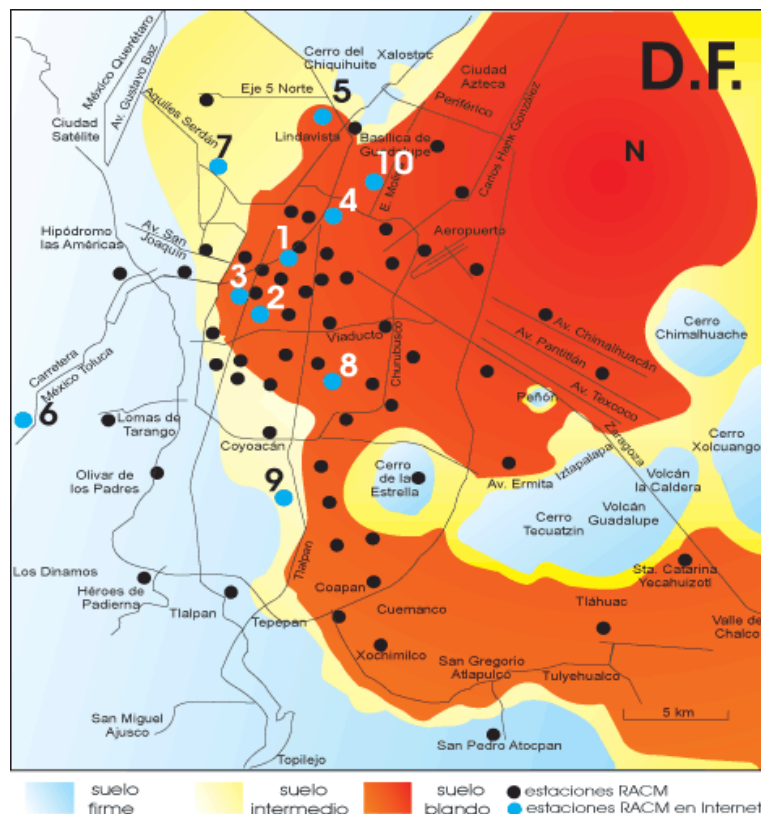


Figura 5.1.1 Red acelerográfica de la Ciudad de México (RECM). Fuente: Base de datos CIRES

Tabla 5.1.1 Red de estaciones sísmicas del RACM

Estación	Coordenadas		Tipo de suelo
	Lat. N	Long. W	
AE02	19.429	99.058	ARCILLOSO, ZONA LAGO
AL01	19.436	99.145	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
AO24	19.358	99.154	TRANSICION
AP68	19.381	99.107	ARCILLOSO, ZONA LAGO
AR14	19.481	99.076	ARCILLOSO, ZONA LAGO
AU11	19.392	99.087	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
AU46	19.383	99.168	TRANSICION
BA49	19.41	99.145	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
BL45	19.425	99.148	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
BO39	19.465	99.105	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
C166	19.373	99.098	ARCILLOSO, ZONA LAGO
C266	19.373	99.098	ARCILLOSO, ZONA LAGO
C366	19.373	99.098	ARCILLOSO, ZONA LAGO
CA20	19.3877	99.1578	ARCILLOSO, ZONA LAGO
CA59	19.426	99.118	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
CB43	19.3877	99.1578	TRANSICION
CC55	19.3877	99.1578	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
CE18	19.34	99.085	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
CE23	19.462	99.064	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
CE32	19.386	99.054	ARCILLOSA, ZONA LAGO
CH84	19.33	99.125	ALTO RIESGO SISMICO
CI05	19.419	99.165	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
CJ03	19.41	99.157	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
CJ04	19.41	99.157	ALTO RIESGO SISMICO
CO47	19.371	99.17	TERRENO ESTRATIFICADO (ARCILLAS, LIMOS, ARENAS)
CO56	19.422	99.159	ALTO RIESGO SISMICO
CP28	19.439	99.084	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
CS78	19.366	99.226	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
CT64	19.488	99.114	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
CU80	19.294	99.104	ARCILLOSO, ZONA LAGO
D170	19.343	99.203	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
D270	19.343	99.203	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
DM12	19.431	99.096	ARCILLOSO, ZONA LAGO
DR16	19.501	99.183	TRANSICION
DX37	19.332	99.144	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
EO30	19.389	99.177	TRANSICION

ES57	19.402	99.177	TERRENO ESTRATIFICADO (ARCILLAS, LIMOS, ARCILLAS)
EX08	19.424	99.16	ESTRUCTURA
EX09	19.424	99.16	ESTRUCTURA
EX12	19.424	99.16	ESTRUCTURA PLANTA BAJA
FJ74	19.299	99.21	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
GA62	19.439	99.14	ARCILLOSO, ZONA LAGO
GC38	19.316	99.106	ALTO RIESGO SISMICO
GR27	19.475	99.18	TERRENO ESTRATIFICADO (ARCILLAS, LIMOS, ARENAS)
HA41	19.418	99.079	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
HJ72	19.425	99.13	ALTO RIESGO SISMICO
IB22	19.345	99.13	ALTO RIESGO SISMICO
IM40	19.343	99.203	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
JA43	19.405	99.125	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
JC54	19.313	99.127	ARCILLOSO, ZONA LAGO
LI33	19.306	98.963	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
LI58	19.426	99.157	ALTO RIESGO SISMICO
LV17	19.493	99.128	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
ME52	19.438	99.182	TRANSICION
MI15	19.283	99.125	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
MT50	19.425	99.19	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
MY19	19.346	99.043	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
NZ20	19.403	99	ARCILLOSO, ZONA LAGO
NZ31	19.417	99.025	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
PA34	19.202	99.049	ARENOSO LIMOSO, COMPACTO
PD42	19.406	99.1	ARCILLOSO, ZONA LAGO
PE10	19.39	99.132	ARCILLOSO, ZONA LAGO
RI76	19.4473	99.1	ARCILLOSO, ZONA LAGO
RM48	19.436	99.128	ARCILLOSO, ZONA LAGO
S160	19.393	99.147	ALTO RIESGO SISMICO
S260	19.393	99.147	ALTO RIESGO SISMICO
SI53	19.375	99.148	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
SP51	19.366	99.119	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
TE07	19.427	99.222	TERRENO FIRME, MATERIALES COMPACTOS (LIMOS, ARENAS, GRAVAS)
TH35	19.279	99	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
TL08	19.45	99.134	ARCILLOSO, ZONA LAGO
TL55	19.436	99.143	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
TP13	19.292	99.171	TERRENO FIRME, MATERIALES COMPACTOS (LIMOS, ARENAS, GRAVAS)
UC44	19.434	99.165	ALTO RIESGO SISMICO

UI21	19.365	99.226	TERRENO FIRME, MATERIALES COMPACTOS (LIMOS, ARENAS, GRAVAS)
VG09	19.454	99.123	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
VM29	19.381	99.125	MATERIAL COMPRESIBLE (ARCILLAS)
XO36	19.271	99.102	ALTO RIESGO SISMICO
XP06	19.42	99.135	ALTO RIESGO SISMICO

Las investigaciones del CIRES han convergido en el desarrollo de nueva tecnología aplicada a la instrumentación sísmica, como lo son los sistemas digitales de medición y registro accesibles, con el objetivo de analizar el comportamiento dinámico del suelo y las estructuras sujetas a las aceleraciones ocasionadas por un evento sísmico.

Los registros sísmicos se obtuvieron de la base de datos del Centro de Instrumentación de Registro Sísmico (CIRES), la cual provee registros desde 1993 hasta 2017. De la base de datos CIRES se obtuvieron más de 1200 registros, para 27 eventos sísmicos con una magnitud de momento (M_w) mayor a 6.0, considerando que dicha magnitud es lo suficientemente grande como para percibirse en la Ciudad de México. Las características principales de los registros sísmicos se muestran en la tabla 5.2.1. Estos corresponden a las estaciones que se encuentran distribuidas dentro de la Ciudad de México (RACM).

Tabla 5.1.2 Eventos sísmicos registrados en las estaciones sismológicas de la Ciudad de México

FECHA	COORDENADAS EPICENTRALES		MAGNITUD
	LATITUD	LONGITUD	
03/SEP/93	13.980	92.790	6.7
10/SEP/93	14.8	92.687	7.2
24/OCT/93	16.540	98.980	6.6
14/MAR/94	15.670	93.010	6.8
14/SEP/95	16.31	98.88	7.3
09/OCT/95	18.74	104.67	8.0
12/OCT/95	19.04	103.20	6.1
21/OCT/95	16.92	93.62	6.5
10/ENE/98	14.29	91.82	6.6
03/FEB/98	15.69	96.37	6.2
09/AGO/00	17.99	102.66	7.0
13/ENE/01	13.15	89.94	7.6
19/MAY/01	18.64	105.12	6.5
18/ABR/02	16.77	101.12	6.5
21/ENE/03	18.60	104.22	7.6
13/ABR/07	17.09	100.44	6.3
12/FEB/08	16.19	94.54	6.6
20/MAR/12	16.42	98.36	7.5
11/ABR/12	17.90	103.06	6.4
07/NOV/12	14.08	92.32	7.3
15/NOV/12	18.17	100.52	6.1
18/ABR/14	17.18	101.19	7.2
08/MAY/14	17.11	100.87	6.5
10/MAY/14	17.06	100.95	6.1

07/JUL/14	14.75	92.63	6.9
07/SEP/17	14.85	94.11	8.2
23/SEP/17	16.48	94.90	6.1

Los eventos de la tabla 5.2.1 pertenecen únicamente a sismos ocurridos en la costa del Pacífico (zona de subducción) de la República Mexicana. Una manera de separar los sismos de interplaca de los intraplaca es localizar el epicentro donde se ha generado el evento sísmico. Además de las coordenadas del epicentro, se considera la profundidad a la que ocurrió, tomando en cuenta que los sismos de interplaca son más someros (profundidades de 5-35 km) que los de intraplaca (profundidades mayores a los 35 km) (Clemente Chávez, 2010).

Los registros sísmicos se obtuvieron de la base de datos del Centro de Instrumentación de Registro Sísmico (CIRES), la cual provee registros desde 1993 hasta 2017. De la base de datos CIRES se obtuvieron más de 1200 registros, para 27 eventos sísmicos con una magnitud de momento (M_w) mayor a 6.0, considerando que dicha magnitud es lo suficientemente grande como para percibirse en la Ciudad de México. Las características principales de los registros sísmicos se muestran en la tabla 5.2.1. Estos corresponden a las estaciones que se encuentran distribuidas dentro de la Ciudad de México (RACM).

La tabla 5.1.3 muestra el número de registros sísmicos con los que se trata en esta tesis, para cada zona en la que se dividió la Ciudad de México.

Tabla 5.1.3 Registros sísmicos de cada zona en las que se clasifica la Ciudad de México

Zona	Registros
A	57
B	257
C	264
D	271
E	177
F	136
G	85
H	25

Cada registro sísmico cuenta con tres componentes: dos en las direcciones horizontales y una vertical, causadas por las ondas de deformación longitudinal y las ondas transversales respectivamente (Meli, R., 2002). La propagación de las ondas sísmicas depende de las características de los suelos, las cuales pueden amplificar o minimizar las ondas.

Como ejemplo de uno de los registros sísmicos, en la figura 5.2.1 se muestran la componente Este-Oeste (EW) de las aceleraciones registradas en la estación sísmica “EA02” el 14/09/1995, en la cual se observa que la fase intensa se encuentra entre los 15 y los 70 s, alcanzando una aceleración máxima de 35 cm/s^2 . En el caso de la figura 5.2.2 se muestra la componente Norte-Sur (NS) de las aceleraciones registradas, en la cual se observa que la fase intensa que se experimenta está entre los 20 y 80 s, alcanzando una aceleración máxima de 30 cm/s^2 . Se puede observar que en este caso la fase intensa en ambas componente prácticamente se presenta en el mismo intervalo, y las aceleraciones máximas alcanzadas son similares. La componente vertical (V) que se muestra en la figura 5.2.3. En esta es posible observar una fase intensa entre los 15 y 70 segundos, alcanzando una aceleración máxima de 14.5 cm/s^2 para ese sitio.

Para registros sísmicos de fuente cercana prevalecen las vibraciones de alta frecuencia, mientras que para un sismo registrado lejos del epicentro prevalecen las vibraciones de baja frecuencia, es por ello que las ondas longitudinales o primarias (componentes EW y NS) registran mayores aceleraciones aun cuando ya se encuentran lejos del epicentro, mientras que las ondas transversales (componente V) registran una menor aceleración (Meli, R. 2002). El caso contrario se presentaría si el sismo se hubiese registrado cerca del epicentro: las ondas transversales registrarían una mayor aceleración que las ondas longitudinales.

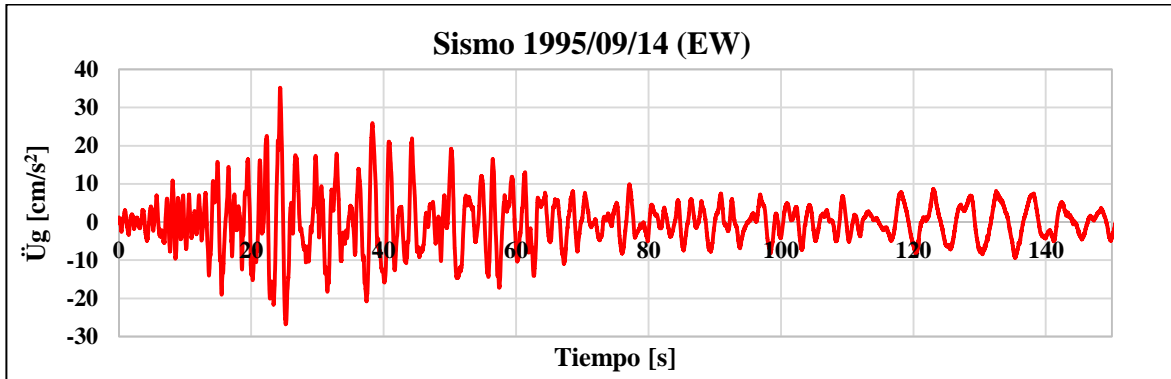


Figura 5.1.2 Componente Este-Oeste (EW) del evento sísmico del 14/09/1995 en la estación AE02

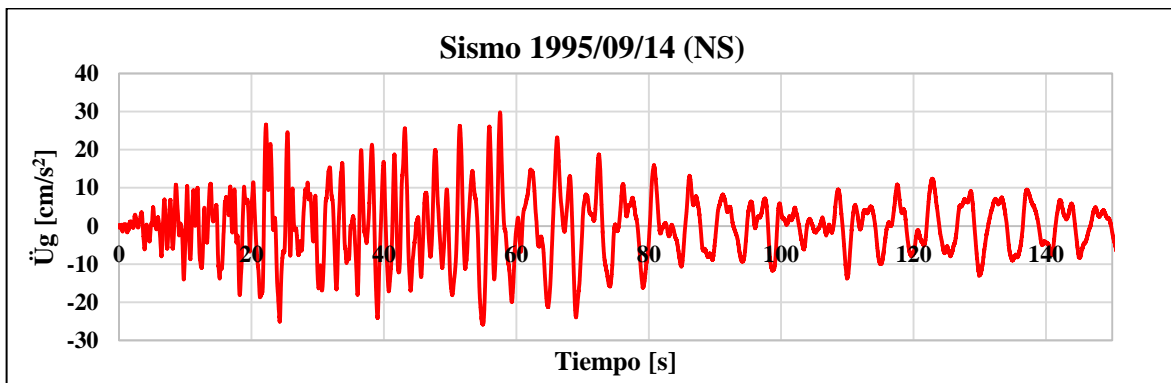


Figura 5.1.3 Componente Norte-Sur (NS) del evento sísmico del 14/09/1995 en la estación AE02

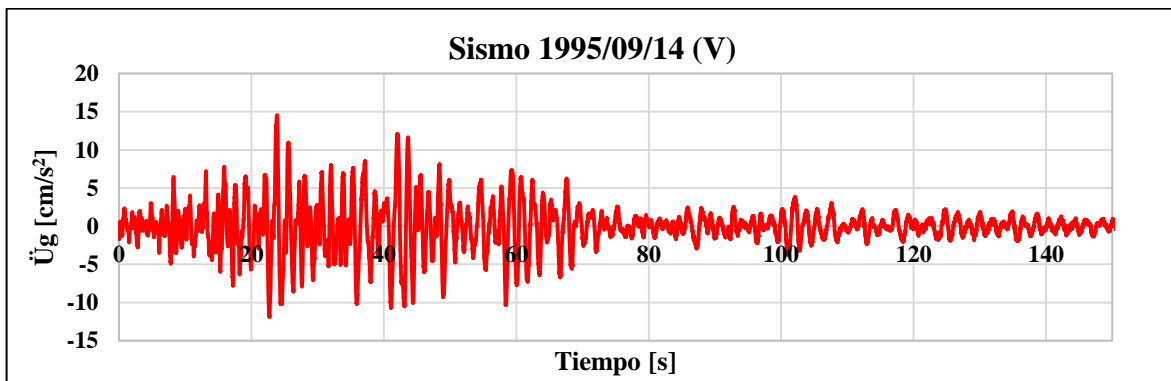


Figura 5.1.4 Componente Vertical (V) del evento sísmico del 14/09/1995 en la estación AE02

6 Resultados

En lo que sigue se ilustra el proceso que se sigue en este trabajo para calcular el Factor de Corrección correspondiente al cociente promedio de espectros de respuesta de velocidad entre pseudovelocidad (FC_{PSV}) correspondiente a los espectros de la zona A para 5% de amortiguamiento crítico. Las figuras 6.1 y 6.2 muestran el comportamiento de los espectros de velocidad y de pseudovelocidad, respectivamente.

Al realizar los cocientes de los espectros de velocidad entre los de pseudovelocidad, resultan curvas como las que se muestran en la figura 6.3, en la cual también se muestra con línea gruesa el comportamiento del promedio de los cocientes de los espectros para 5% de amortiguamiento crítico para el cual se realiza el ajuste. Este proceso se realiza para todas las relaciones de amortiguamiento crítico y para todas las zonas.

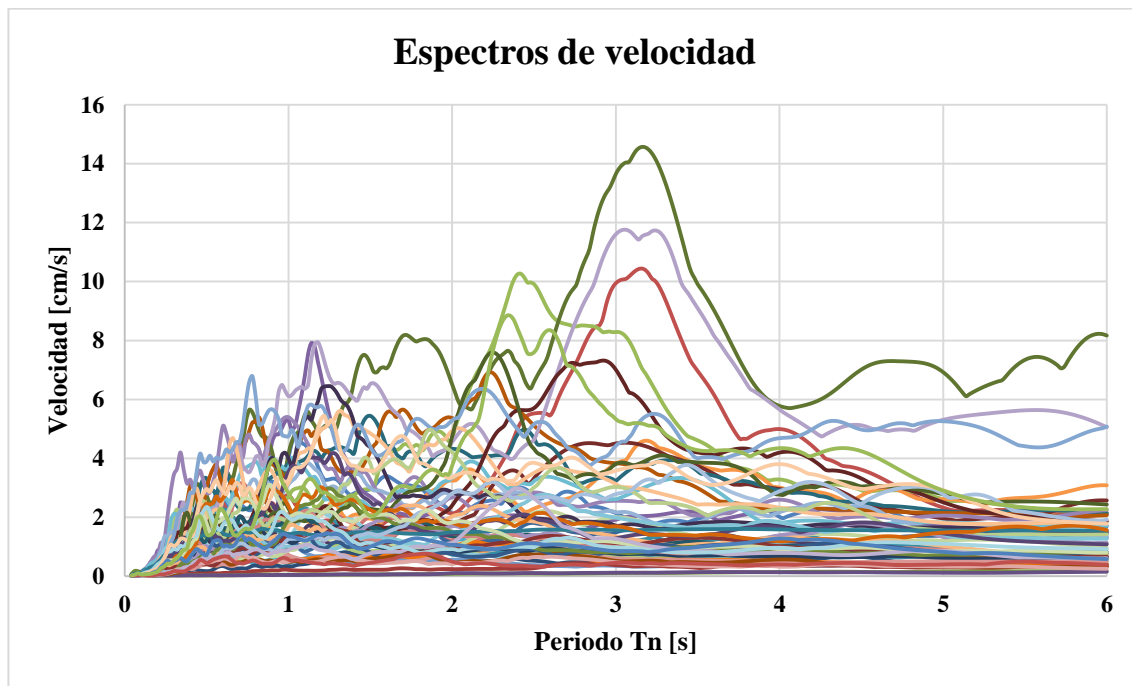


Figura 6.1 Espectros de velocidad de la zona A para un 5% de amortiguamiento crítico

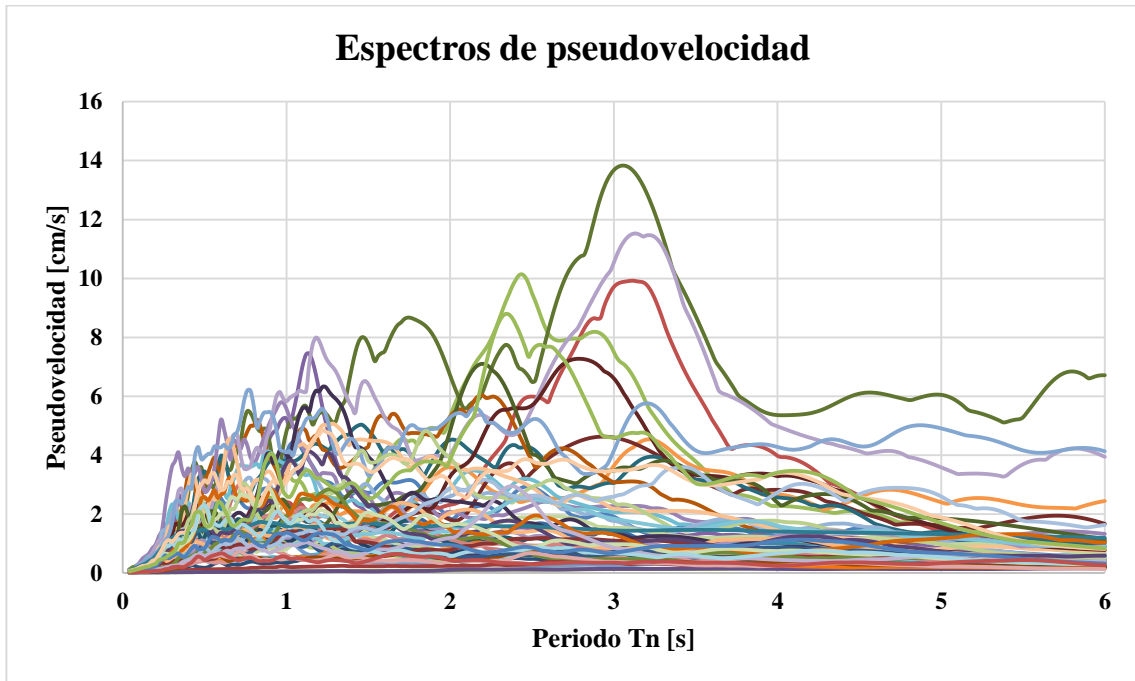


Figura 6.2 Espectros de pseudovelocidad de la zona A para un 5% de amortiguamiento crítico

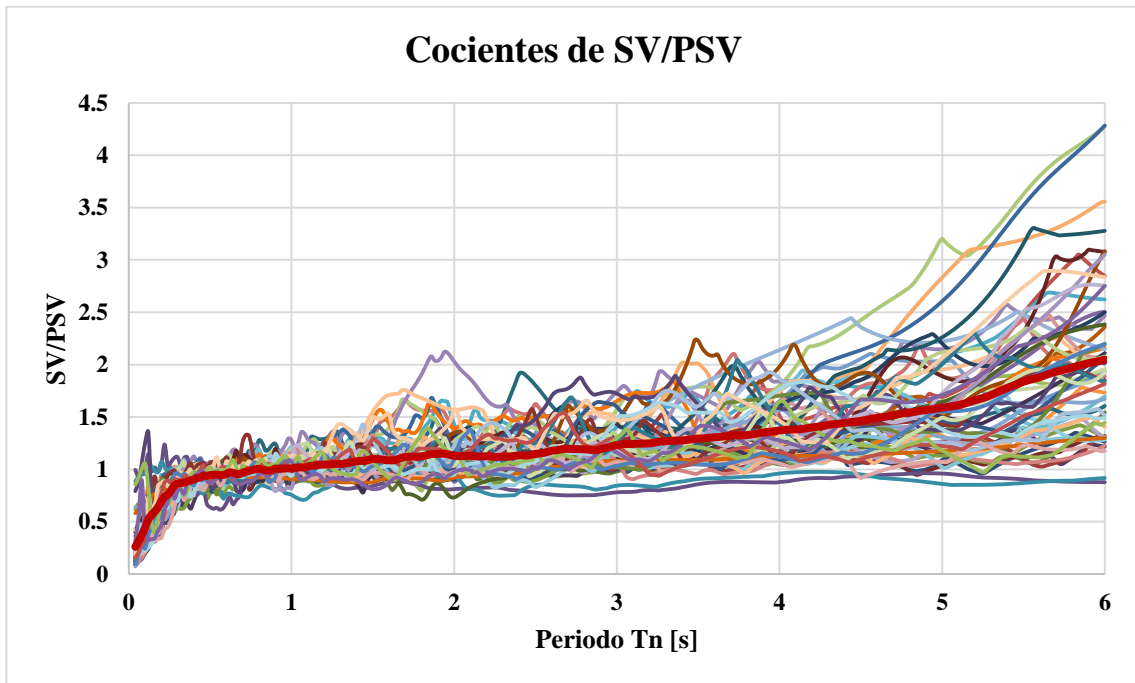


Figura 6.3 Cocientes de espectros de velocidad entre espectros de pseudovelocidad correspondientes a la zona A

Un proceso similar se sigue para encontrar el Factor de Corrección correspondiente al cociente promedio de espectros de respuesta de aceleración entre pseudoaceleración (FC_{PSA}) . El proceso se ejemplifica en lo que sigue usando los espectros de la zona A para 5% de amortiguamiento crítico. La figura 6.4 y 6.5 muestran el comportamiento de los espectros de aceleración y de pseudoaceleración, respectivamente.

El comportamiento de los cocientes de los espectros de aceleración entre los de pseudoaceleración se muestra en la figura 6.6. En esta se muestra también con línea gruesa el promedio de los cocientes. Con este promedio es con el que se encuentra el ajuste del FC_{PSA} . Esto se realiza para todas las relaciones de amortiguamiento crítico y para todas las zonas.

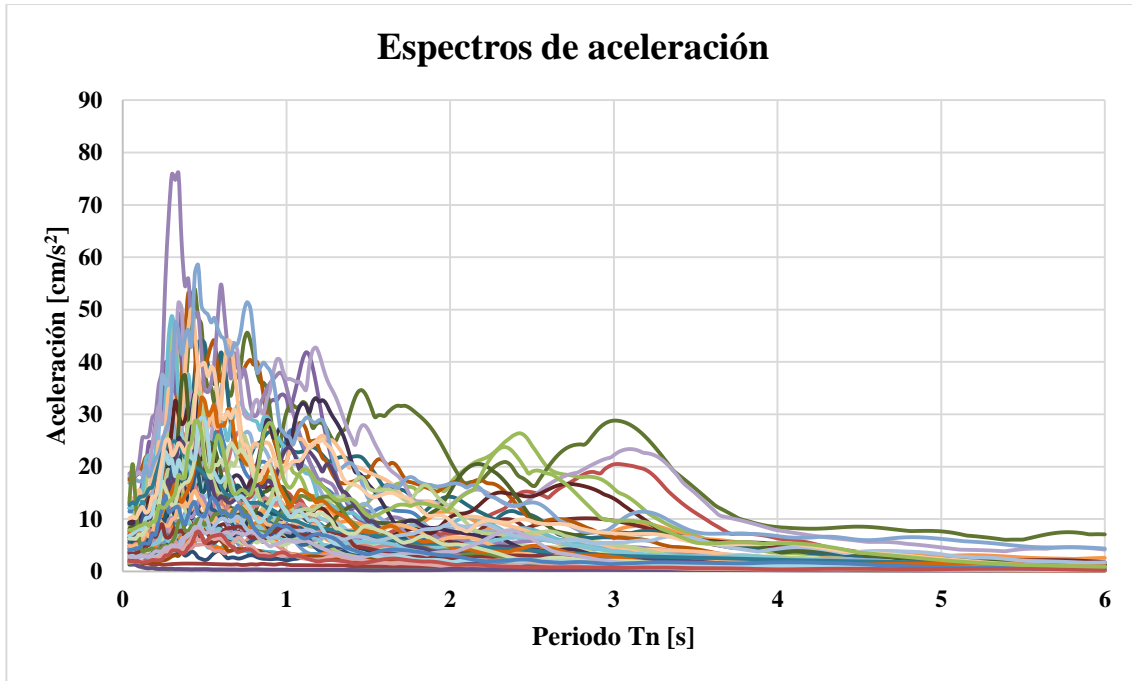


Figura 6.4 Espectros de aceleración de la zona A para un 5% de amortiguamiento crítico

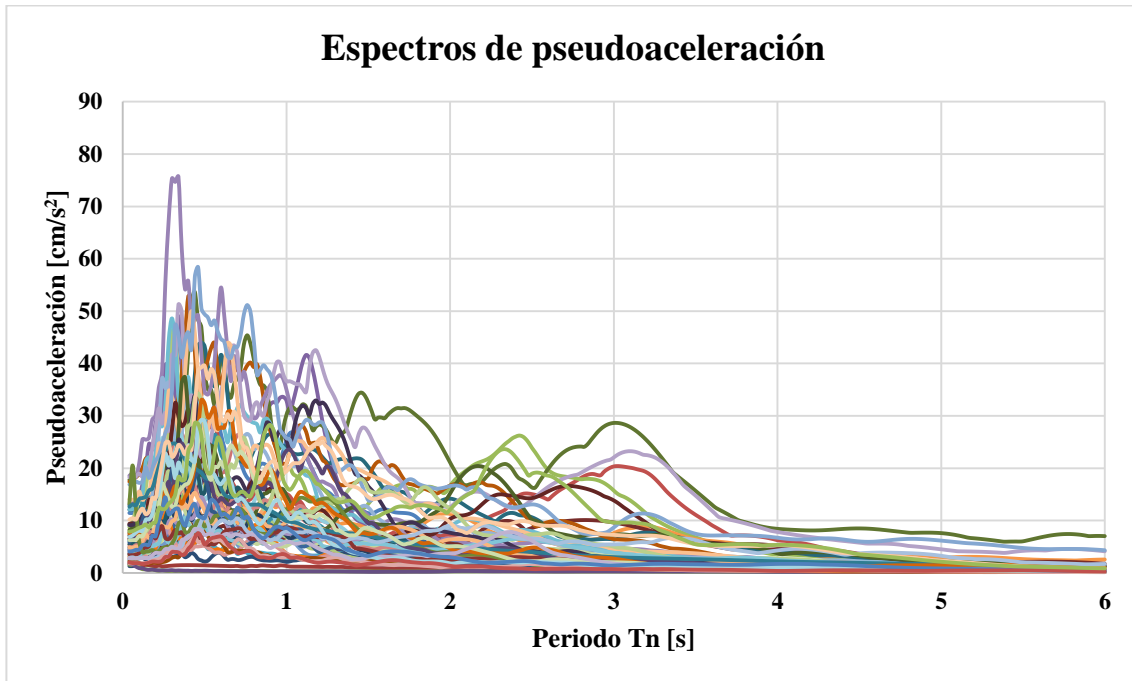


Figura 6.5 Espectros de pseudoaceleración de la zona A para un 5% de amortiguamiento crítico

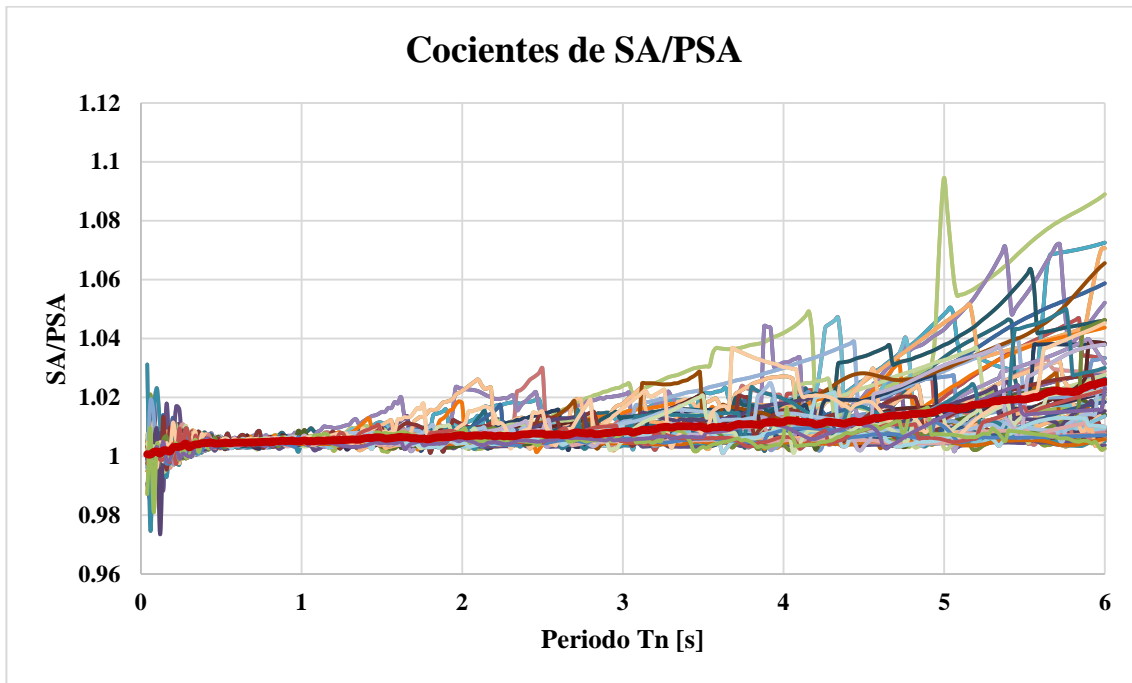


Figura 6.6 Cocientes de espectros de aceleración entre espectros de pseudoaceleración de la zona A

En lo que sigue se muestra el ajuste del Factor de Corrección correspondiente al cociente promedio de espectros de respuesta de velocidad entre pseudovelocidad, y posteriormente los de aceleración entre pseudoaceleración para todos los porcentajes de amortiguamiento crítico, y para todas las zonas. Para realizar el ajuste se usó el método de los mínimos cuadrados (MMC).

6.1 Cocientes de espectros de respuesta de velocidad entre pseudovelocidad

6.1.1 Ajuste de las funciones para cada zona de los espectros de velocidad entre pseudovelocidad

Con el MMC se hizo el ajuste de los cocientes promedio de velocidad entre pseudovelocidad en función del periodo de vibrar y del porcentaje de amortiguamiento crítico de los sistemas estructurales. La función ajustada al comportamiento del FC_{PSV} es del tipo:

$$FC_{PSV} = A_i * (T^{B_i}) \quad 6.1.1$$

Donde A_i y B_i son coeficientes característicos para cada porcentaje de amortiguamiento crítico i ($\xi = 5\%, 10\%, 15\%, 20\%, 25\%$ y 30%) para una zona particular.

Posteriormente, se hizo un ajuste con el MMC para el coeficiente A y B correspondiente a cada relación de amortiguamiento, los cuales resultaron en función de ξ , y después se sustituyeron en la ecuación 6.1.1. La función representativa del comportamiento de los coeficientes de A y B es del tipo:

$$A = a(\xi) + b \quad 6.1.2$$

$$B = c(\xi) + d \quad 6.1.3$$

Donde a , b , c y d son coeficientes por ajustar.

Después de un análisis de sensibilidad de los factores a , b , c , y d , la expresión que se ajusta al comportamiento del FC_{PSV} es:

$$FC_{PSV} = [a(\xi) + b] * T^{[c(\xi)+d]} \quad 6.1.4$$

Los parámetros del ajuste particular de las zonas en las que se divide la Ciudad de México se muestra en la Tabla 6.1.1. Durante la realización de los ajustes se observó que en algunos casos los coeficientes que acompañaban a las variables no eran muy representativos del comportamiento de los cocientes, por lo tanto, para efectos de practicidad, los coeficientes que acompañan a las variables de la ecuación no pertenecen estrictamente a los que se estimaron usando el MMC.

Tabla 6.1.1 Parámetros del ajuste particular del FC_{PSV} para las zonas en las que se divide la Ciudad de México

Zona	a	b	c	d
A	0.2	1	0.8	0.2
B	-0.02	0.95	0.8	0.25
C	-0.2	0.9	0.9	0.35
D	-0.4	0.8	1	0.4
E	-0.5	0.75	1	0.4
F	-0.6	0.7	1	0.4
G	-0.5	0.7	0.8	0.3
H	-0.6	0.7	0.6	0.3

En las figuras 6.1.1 a 6.1.8 se muestran las expresiones de los factores de corrección evaluadas para diferente porcentaje de amortiguamiento crítico (5%, 10%, 15%, 20%, 25% y 30%) y diferentes periodos de vibración estructurales (línea continua), comparadas con los cocientes promedio de velocidad entre pseudovelocidad (líneas discontinuas) para las diferentes zonas de la Ciudad de México.

Para los ajustes realizados, los factores de corrección suelen por debajo del comportamiento real de los cocientes promedio para el caso de periodos menores al periodo dominante del suelo; esto se puede apreciar claramente en las zonas B y C (figuras 6.1.2 y 6.1.3, respectivamente). El caso contrario se presenta en los periodos que son mayores al periodo dominante del suelo, donde los ajustes suelen estar por arriba del comportamiento de los cocientes.

El comportamiento de los ajustes muestra que los factores de corrección tienden a la unidad cuando el periodo del sistema estructural tiene al periodo dominante del suelo, independientemente del porcentaje de amortiguamiento crítico.

Se observa que, independientemente del tipo de suelo, el factor de corrección toma mayor importancia cuando el periodo del sistema estructural se encuentra por encima del periodo dominante del suelo y para un mayor porcentaje de amortiguamiento crítico. Por el contrario, cuando el periodo natural de vibrar de los sistemas estructurales está por debajo del periodo dominante del suelo, el factor de corrección es mayor para los sistemas con menor amortiguamiento crítico.

El FC_{PSV} toma mayor importancia para las zonas A, B, C, D, y E ya que la velocidad real puede llegar a ser el doble de la pseudovelocidad. Para el caso de las zonas F, G, y H el valor del FC_{PSV} tiene valores menores, que van desde 1.1 hasta 1.4 (lo que indica que la velocidad real es 10 o 40% mayor a la pseudovelocidad).

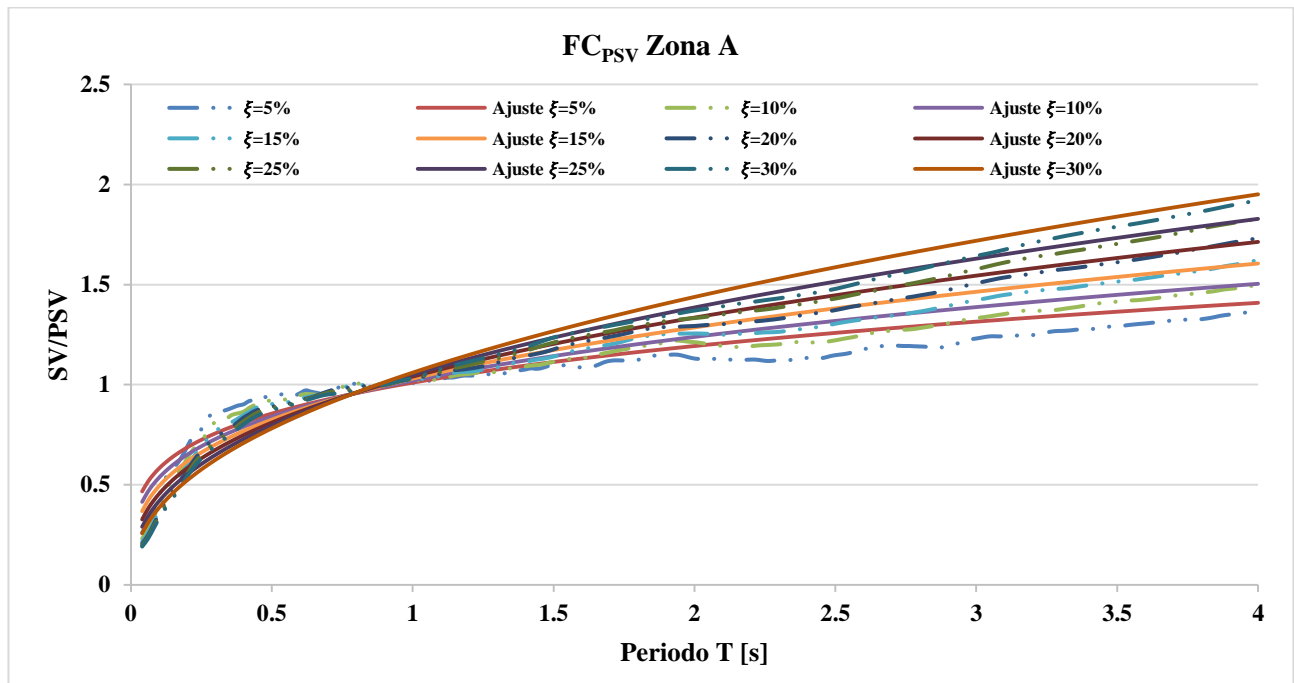


Figura 6.1.1 FC_{PSV} para la zona A con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

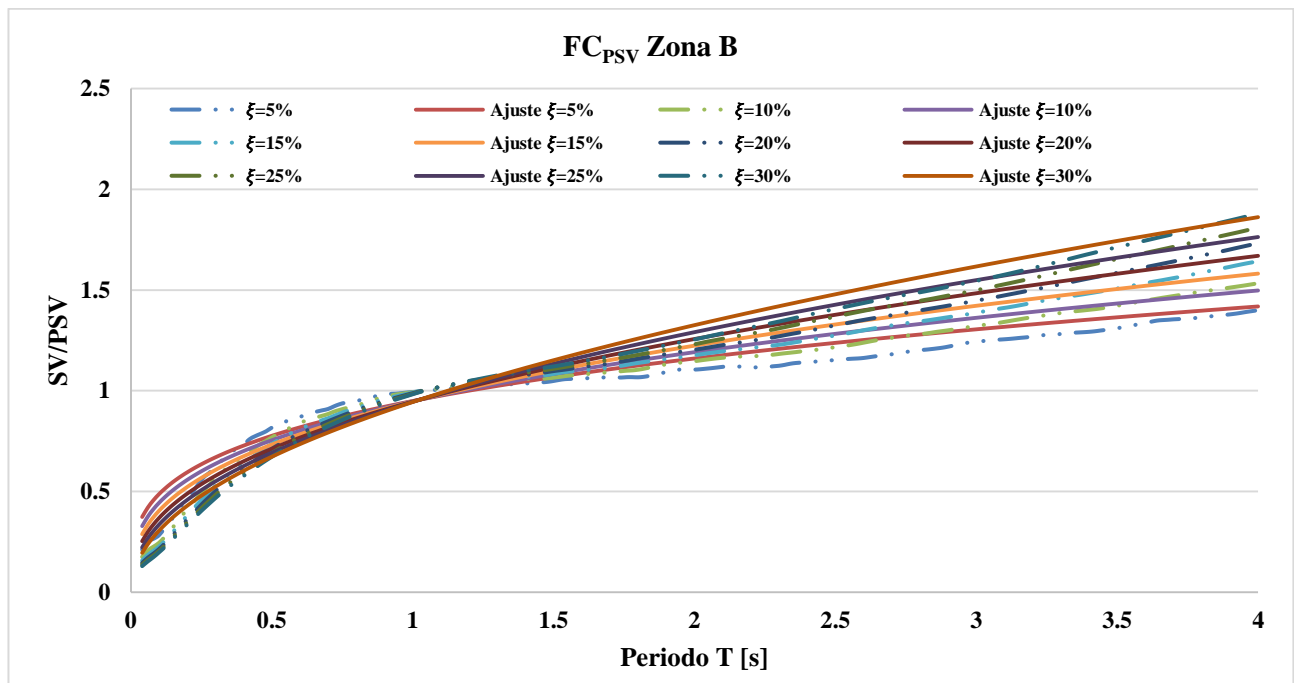


Figura 6.1.2 FC_{PSV} para la zona B con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

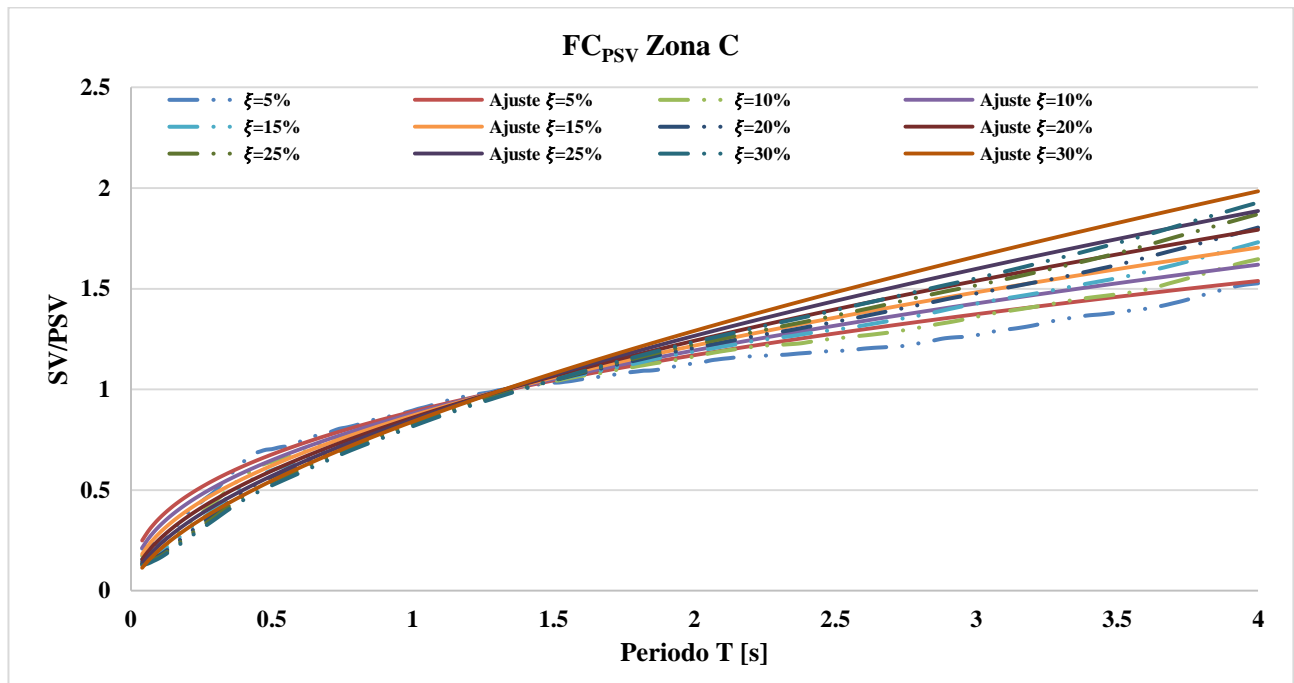


Figura 6.1.3 FC_{PSV} para la zona C con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

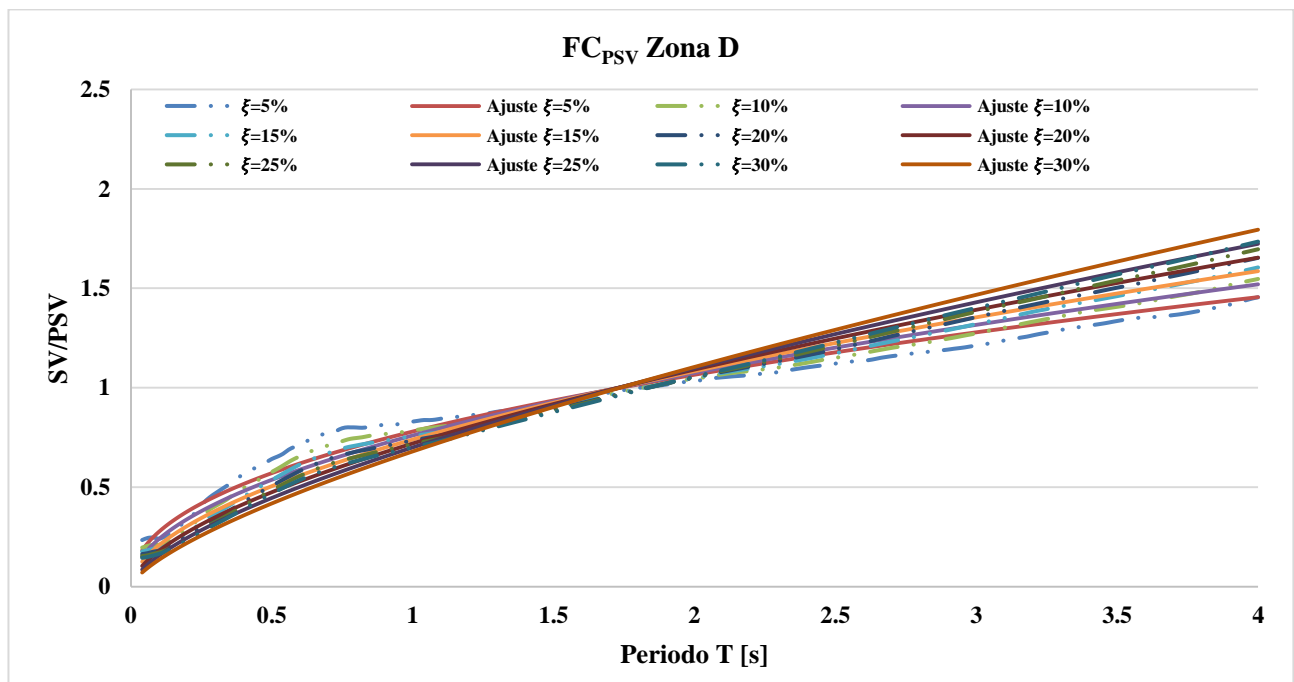


Figura 6.1.4 FC_{PSV} para la zona D con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

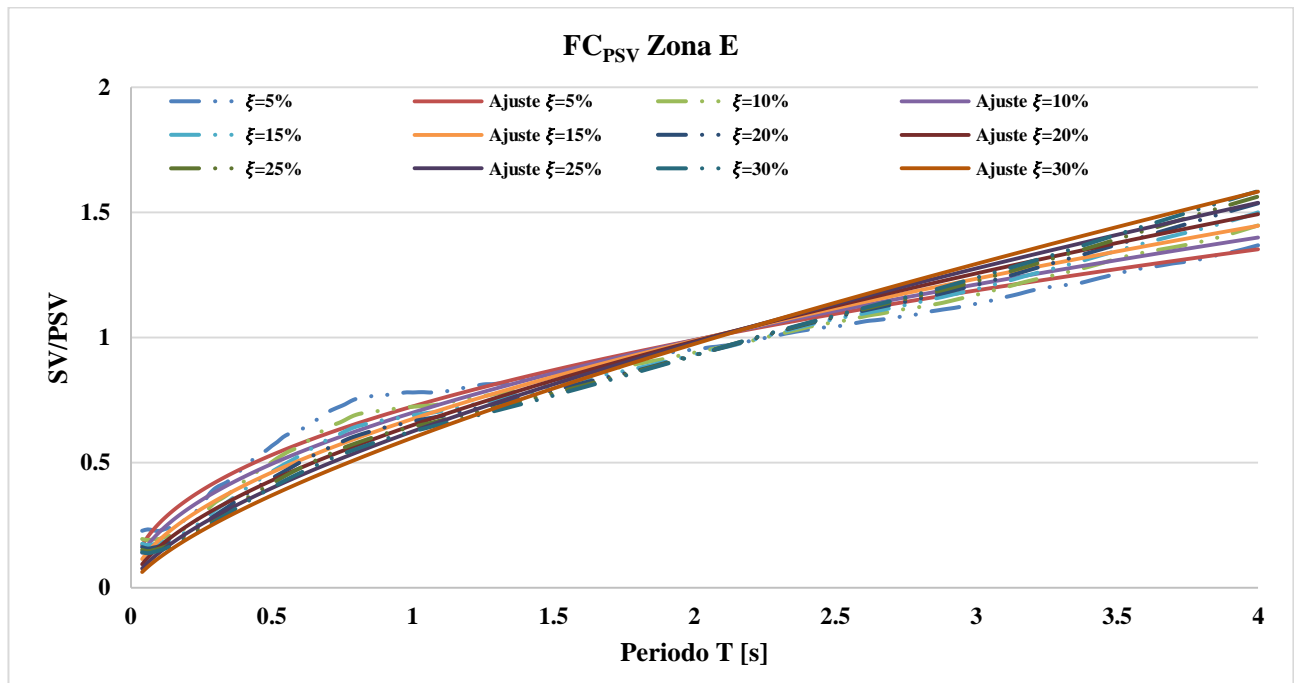


Figura 6.1.5 FC_{PSV} para la zona E con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

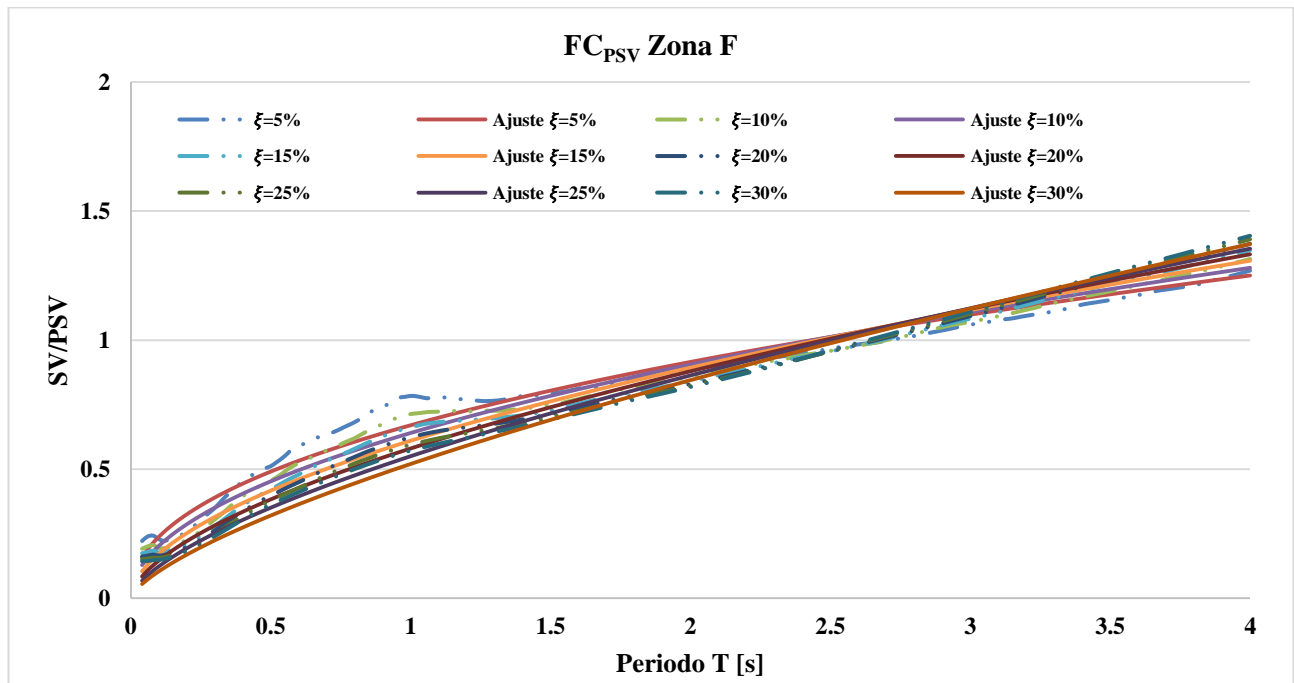


Figura 6.1.6 FC_{PSV} para la zona F con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

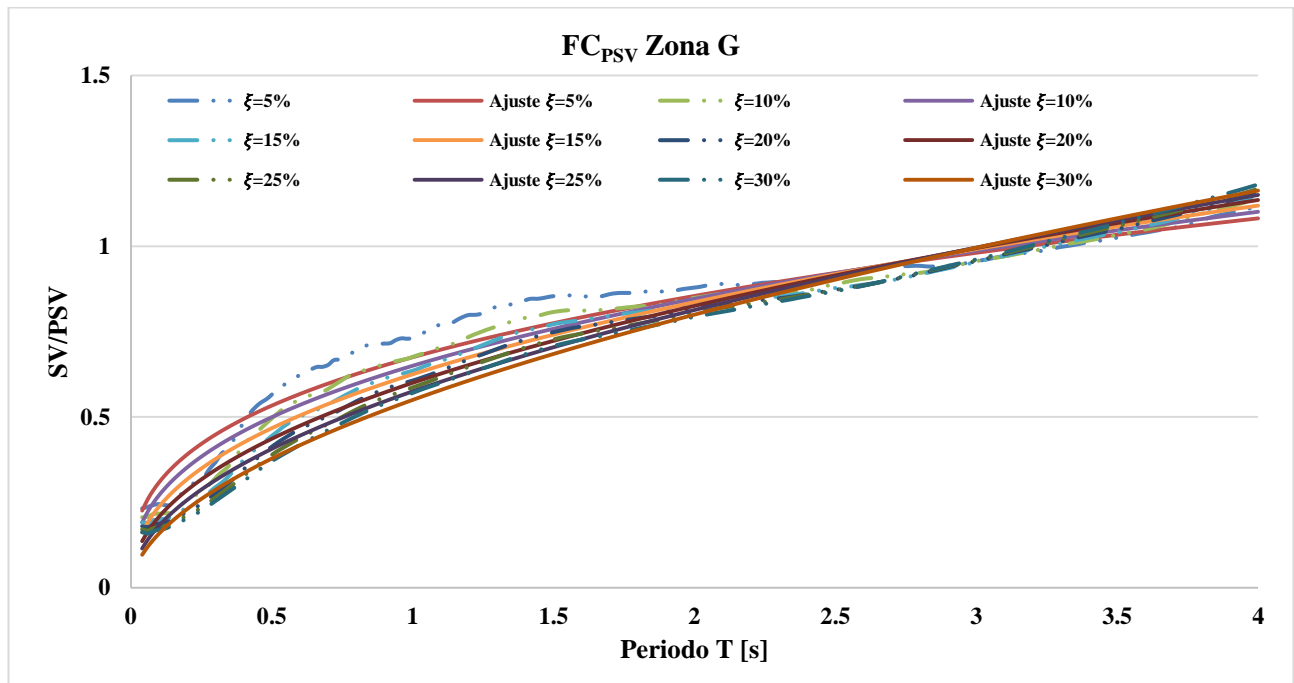


Figura 6.1.7 FC_{PSV} para la zona G con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

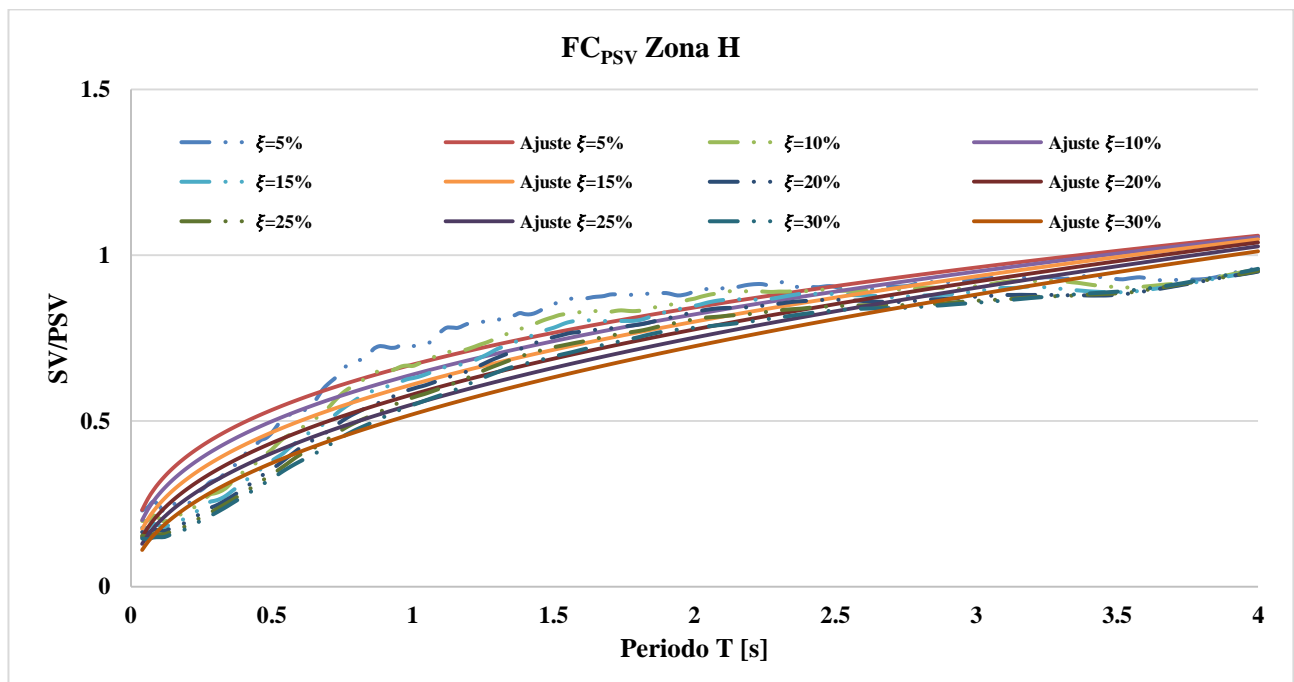


Figura 6.1.8 FC_{PSV} para la zona H con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

6.1.2 Comparación con otras propuestas del factor de corrección de pseudovelocity

En la figura 6.1.9 se compara el comportamiento de los cocientes promedio de la zona B de la Ciudad de México (línea discontinua), para diferentes relaciones de amortiguamiento crítico, con el FC_{PSV} propuesto por Sadek *et al* (2000) (línea continua). A pesar que en el estudio mencionado se consideraron registros sísmicos de una amplia gama de condiciones de suelo (ecuación 6.1.5), éstos son de características diferentes a las que presenta el suelo de la Ciudad de México.

$$FC_{PSV} = [0.416\xi + 1.115]T^{(0.463\xi+0.225)} \quad 6.1.5$$

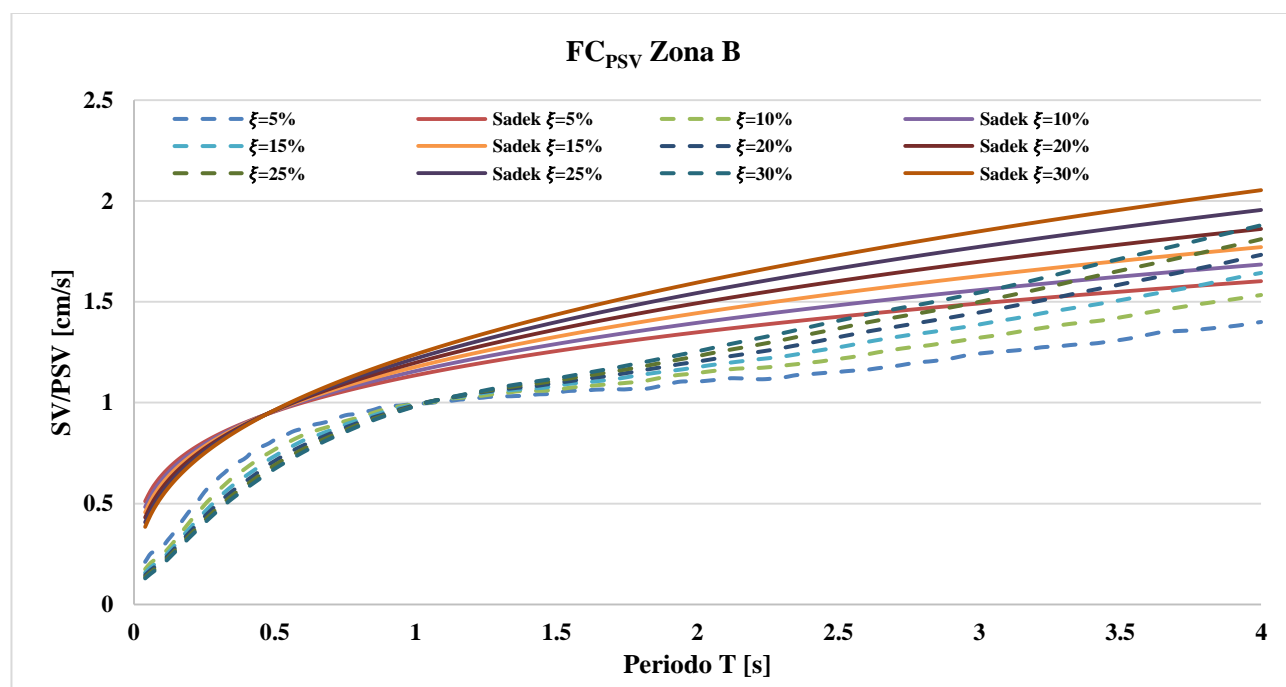


Figura 6.1.9 Comparación del FC_{PSV} de Sadek *et al.* (2000) para la zona B de la Ciudad de México

Son pocos los estudios que se han hecho con relación al trabajo que aquí se presenta. Una de las investigaciones hechas sobre estos factores de corrección de pseudovelocity es el de Santos *et al.* (2017), quienes ajustaron una expresión para el ajuste de la pseudovelocity para la zona B de la Ciudad de México (ecuación 6.1.6).

$$FC_v = (1 - 0.1\xi)T^{\xi^{0.75}} \quad 6.1.6$$

La ecuación 6.1.6 se muestra en la figura 6.1.10 (línea continua) para diferentes relaciones de amortiguamiento crítico (5%, 10%, 15%, 20%, 25% y 30%). La ecuación se compara con el comportamiento de los cocientes promedio de la zona B que se utilizaron en el desarrollo de este trabajo (línea discontinua).

Se puede observar que los ajustes realizados por Santos *et al* (2017) difieren del comportamiento real de los cocientes. Esto se debe al pequeño número de registros sísmicos que usaron dichos autores. En la figura 6.1.11 se muestra el FC_{PSV} , evaluada con los parámetros de la tabla 6.1.1 para la zona B en la ecuación 6.1.4 de este trabajo, comparado con el factor de corrección (FC_v) propuesto por Santos *et al* (2017) (ecuación 6.1.6).

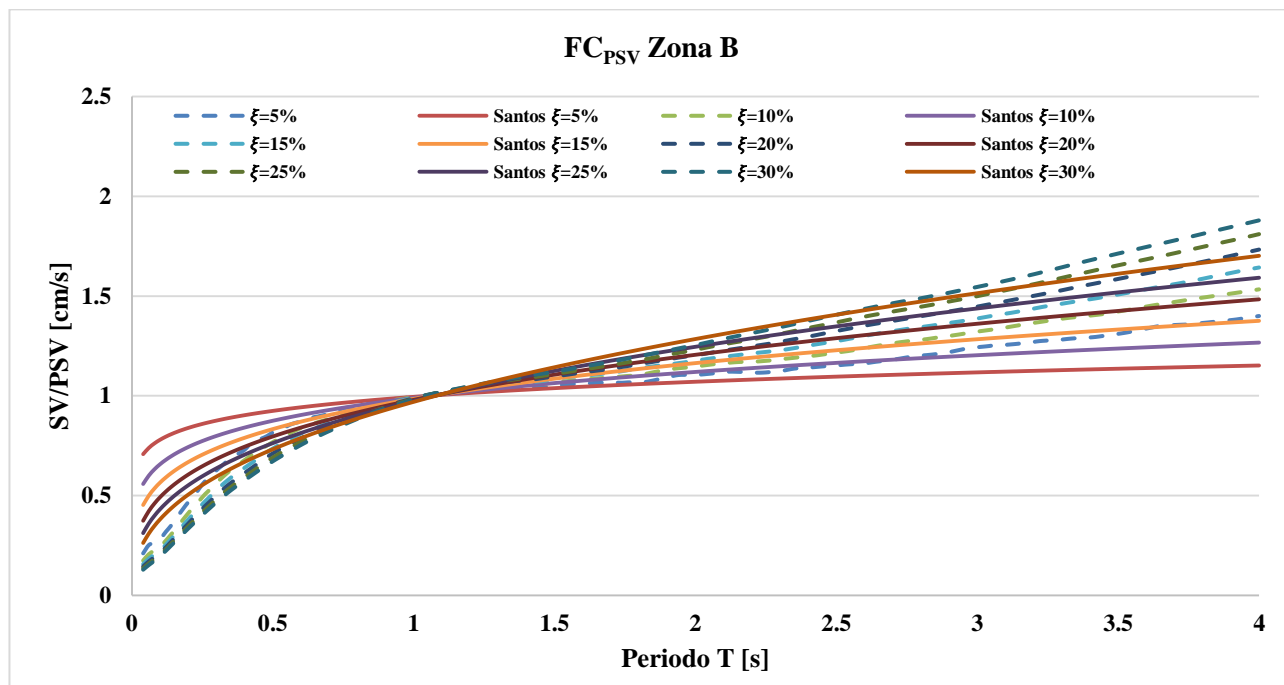


Figura 6.1.10 Comparación del FC_{PSV} de Santos *et al.*, 2017 para la zona B de la Ciudad de México

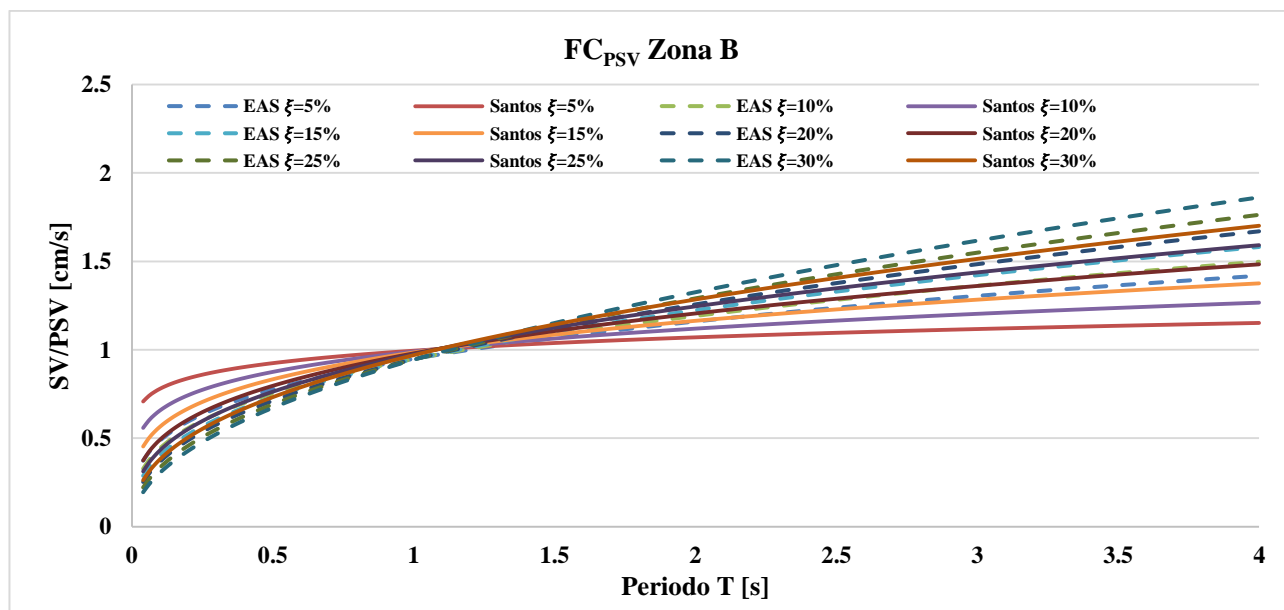


Figura 6.1.11 Comparación del FC_{PSV} Santos *et al.*, 2017 con el de este trabajo

6.1.3 Ajuste de la función correspondiente a toda la región de espectros de velocidad entre pseudovelocidad

Una vez que se realizó el ajuste particular para cada zona en las que se divide el suelo de la Ciudad de México, es necesario hacer otro ajuste pero ahora involucrando el periodo dominante del suelo.

Para realizar el ajuste que abarca todas las zonas, el cual estará en función del periodo de vibrar estructural (T), del porcentaje de amortiguamiento crítico (ξ) y del periodo dominante del suelo (T'), se procedió a estudiar el comportamiento de los coeficientes que acompañan a las variables de cada una de las zonas (a , b , c y d de la tabla 6.1.1), en las cuales intervendrá el valor de T' . Se realizaron las sustituciones correspondientes a las ecs. 6.1.7-6.1.10, dando lugar a la expresión ec. 6.1.11:

$$a = \alpha LN(T') + \beta \quad 6.1.7$$

$$b = \theta LN(T') + \rho \quad 6.1.8$$

$$c = \phi \quad 6.1.9$$

$$d = \chi \quad 6.1.10$$

$$FCR_{PSV} = \left\{ \left[\left((\alpha LN(T')) + \beta \right) \xi + \left((\theta LN(T')) + \rho \right) \right] \left[T^{((\phi\xi) + \chi)} \right] \right\} \quad 6.1.11$$

Donde α , β , θ , ρ , ϕ , y χ son los coeficientes. Se observa que para los coeficientes c y d no fue necesario el ajuste de una función como en el caso de a y b , debido a su poca variación de una zona a otra; por lo tanto, se decidió tomar un promedio de los valores de c y d para el ajuste regional, dando lugar a la expresión del Factor de Corrección Regional de Pseudovelocidad (FCR_{PSV}) siguiente:

$$FCR_{PSV} = \left\{ \left[- \left((0.3LN(T')) + 0.15 \right) \xi + \left((-0.14LN(T')) + 0.9 \right) \right] \left[T^{((0.85\xi) + 0.3)} \right] \right\} \quad 6.1.12$$

La ecuación 6.1.12 representa el FCR_{PSV} para cualquier zona en las que se divide la Ciudad de México. La expresión está en función del porcentaje de amortiguamiento crítico (ξ), del periodo de vibrar del sistema estructural (T) y del periodo dominante del suelo (T').

En la figura 6.1.12 se muestra el comportamiento de los cocientes promedio de velocidad entre pseudovelocidad de la zona B (línea punteada), comparado con los obtenidos con la ecuación 6.1.12 para la misma zona (línea continua). Se observa que la ecuación 6.1.12 no se ajusta de la misma manera que el ajuste particular de la zona B, esto debido a que se tuvieron que estimar factores (los cuales no necesariamente pertenecían a los calculados en el método de mínimos cuadrados) que se ajustaran al comportamiento de los cocientes promedio de todas las zonas.

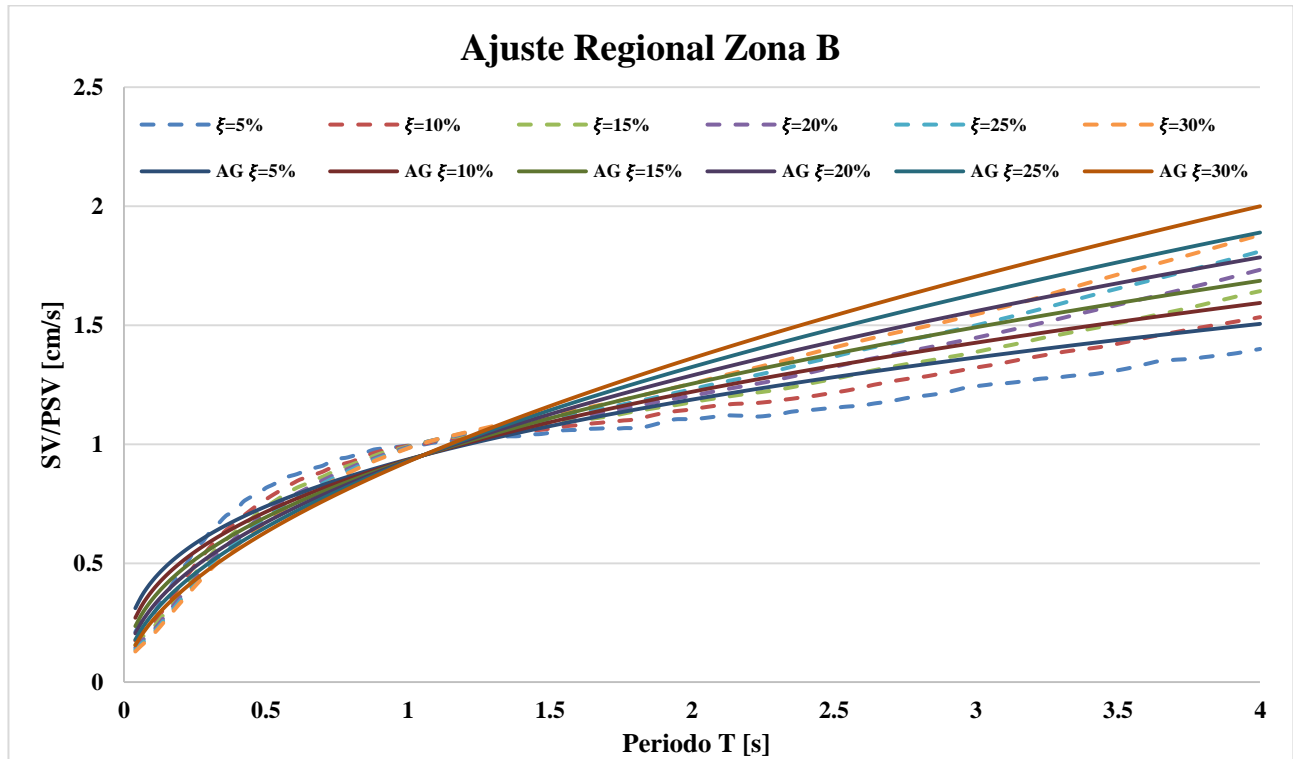


Figura 6.1.12 Evaluación de la zona B con la ecuación de ajuste regional del FC_{PSV} (intervención del periodo dominante del suelo)

6.2 Cocientes de espectros de respuesta de aceleración entre pseudoaceleración

6.2.1 Ajustes de las funciones por zona de espectros de aceleración entre pseudoaceleración

Al igual que en el capítulo 6.2, se utilizó el MMC para el ajuste de los cocientes promedio de aceleración entre pseudoaceleración en función de diferentes valores de periodos de vibración y para cada relación de amortiguamiento crítico. La función que se ajusta al comportamiento del FC_{PSA} es del tipo:

$$FC_{PSA} = A_i * (T^{B_i}) + 1 \quad 6.2.1$$

Donde A_i y B_i son coeficientes característicos para cada porcentaje de amortiguamiento crítico i ($\xi = 5\%, 10\%, 15\%, 20\%, 25\%$ y 30%), para una zona en particular.

Posteriormente, para los coeficiente A y B de cada razón de amortiguamiento se hizo un segundo ajuste con el MMC, los cuales estuviesen en función de ξ para después substituir dichos ajustes de A y B en la ecuación 6.2.1. La función representativa del comportamiento de los coeficientes de A y B es del tipo:

$$A = a(\xi^b) \quad 6.2.2$$

$$B = cLN(\xi) + d \quad 6.2.3$$

Donde a , b , c y d son coeficientes que forman parte del FC_{PSA} de cada zona.

Después de un análisis de sensibilidad de los factores a , b , c y d , la forma de la expresión que se ajusta al comportamiento del FC_{PSA} es como sigue:

$$FC_{PSA} = \{a(\xi^b) * T^{[cLN(\xi)+d]}\} + 1 \quad 6.2.4$$

Los parámetros del ajuste particular de las zonas en las que se divide la Ciudad de México se muestra en la tabla 6.2.1. Algunos de los coeficientes que acompañan a las variables en estas expresiones podrían no corresponder a los obtenidos en el MMC, con el objetivo de tener expresiones prácticas y representativas del comportamiento del FC_{PSA} .

Tabla 6.2.1 Parámetros del ajuste particular del FC_{PSA} para las zonas en las que se divide la Ciudad de México

Zona	a	b	c	d
A	2.1	2	0.15	1
B	1.6	2	0.2	1.2
C	1.2	1.9	0.17	1.3
D	0.7	1.8	0.2	1.5
E	0.5	1.75	0.3	1.7
F	0.45	1.75	0.3	1.6
G	0.4	1.6	0.2	1.2
H	0.5	1.7	0.15	0.8

En las figuras 6.2.1 a 6.2.8 se muestra el comportamiento de los cocientes promedio (línea punteada) para cada una de las zonas en las que se divide la Ciudad de México, comparados con la expresión particular del FC_{PSA} (línea continua) propuesta en este estudio.

El comportamiento de los cocientes presentan puntos de inflexión en todas las zonas, lo cual provoca que los ajustes presenten en algunos casos subestimaciones, y en otros sobreestimaciones, del FC_{PSA} . Los puntos de inflexión no guardan ninguna relación con el tipo de suelo, ya que estos se pueden presentar en un intervalo de periodos que van desde 0.1 hasta 2 s.

Para todas las zonas, los cocientes promedio de aceleración entre pseudoaceleración nunca son menores a la unidad, y éstos crecen a medida que el periodo de vibrar del sistema estructural aumenta. La diferencia que existe entre el espectro de aceleración y el de pseudoaceleración en un sistema estructural crece a medida que el porcentaje de amortiguamiento aumenta. Se muestra que las diferencias entre los espectros de aceleración y los de pseudoaceleración son mayores en suelos firmes, y para periodos largos, presentándose el caso en el que la ordenada espectral de aceleración es hasta 60% mayor que la correspondiente a la de la pseudoaceleración (zona A).

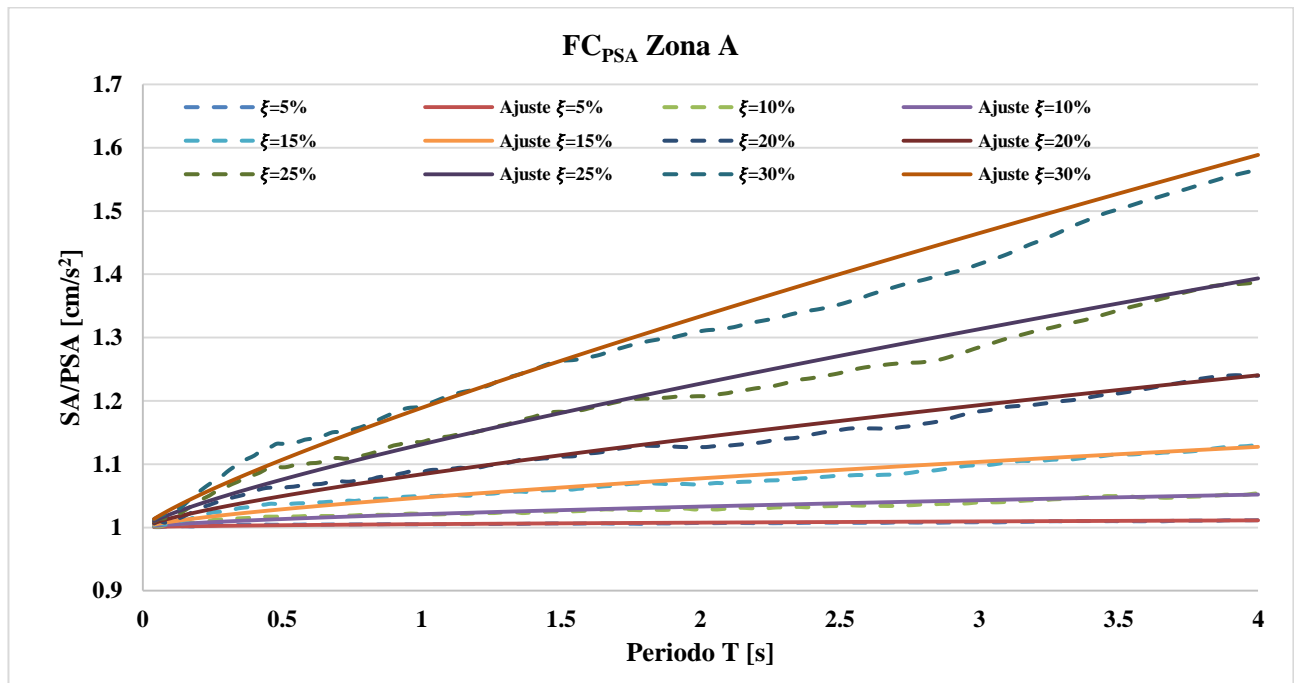


Figura 6.2.1 FC_{PSA} para la zona A con diferente porcentaje de amortiguamiento ζ

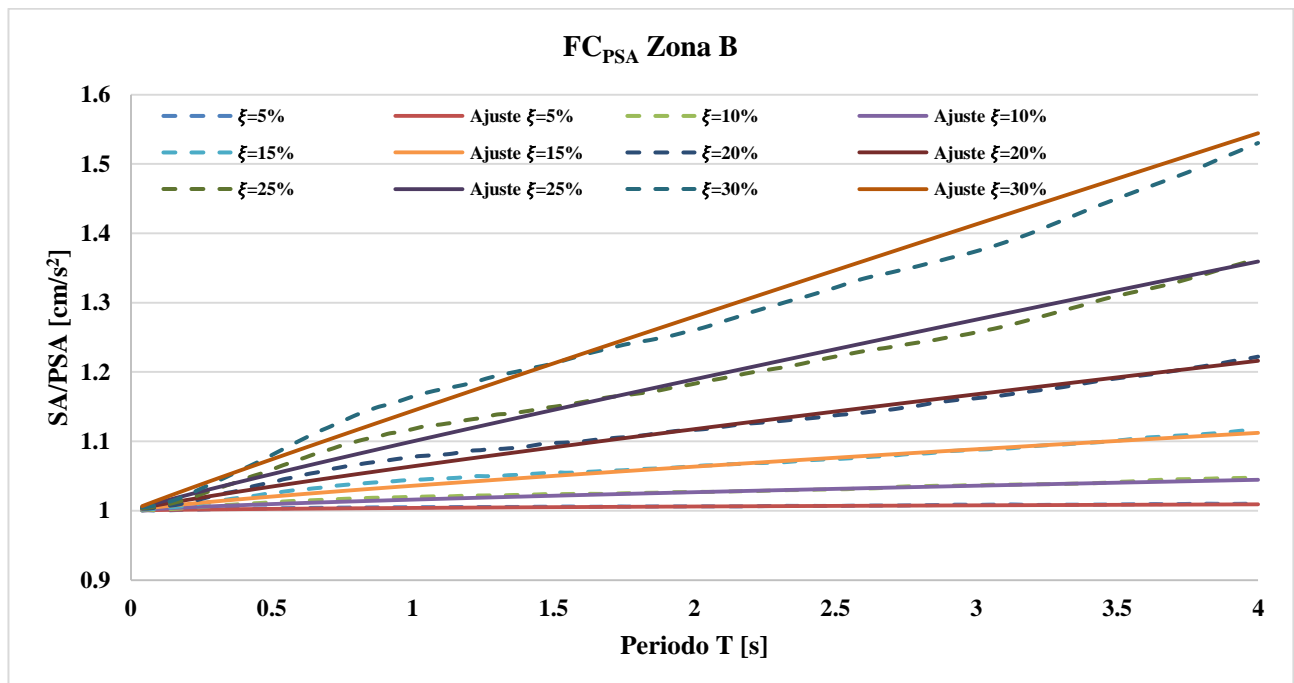


Figura 6.2.2 FC_{PSA} para la zona B con diferente porcentaje de amortiguamiento ζ

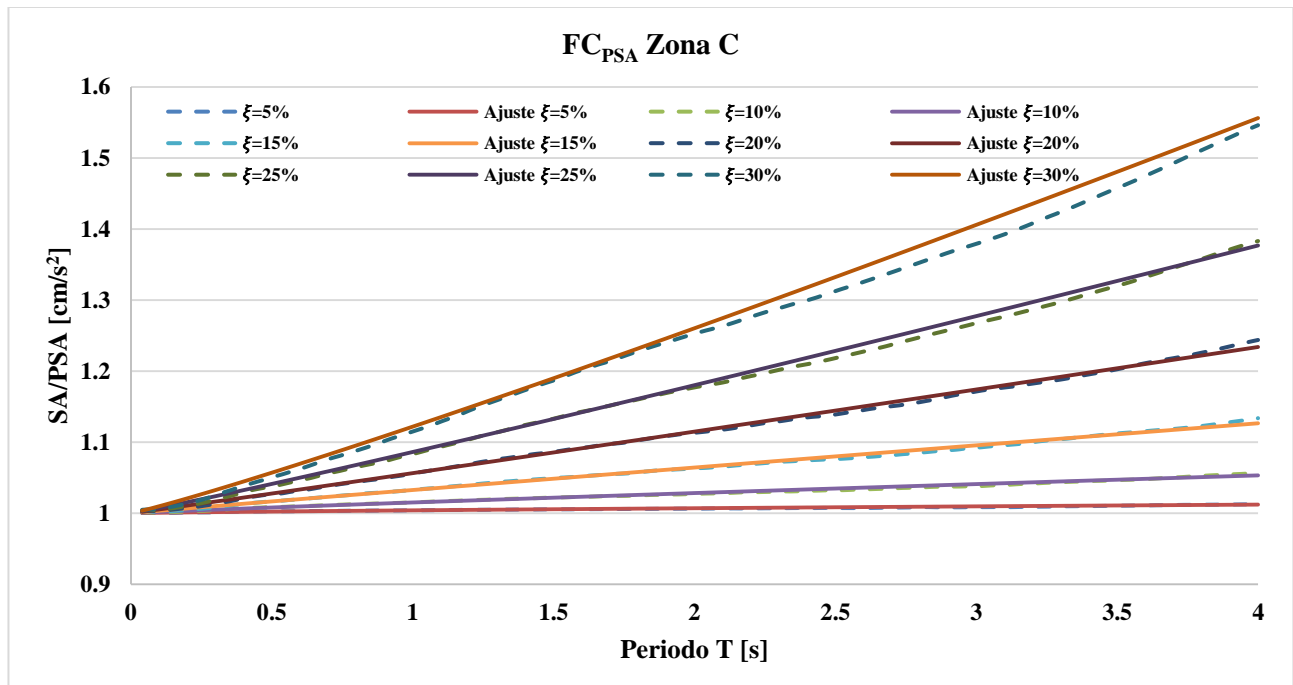


Figura 6.2.3 FC_{PSA} para la zona C con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

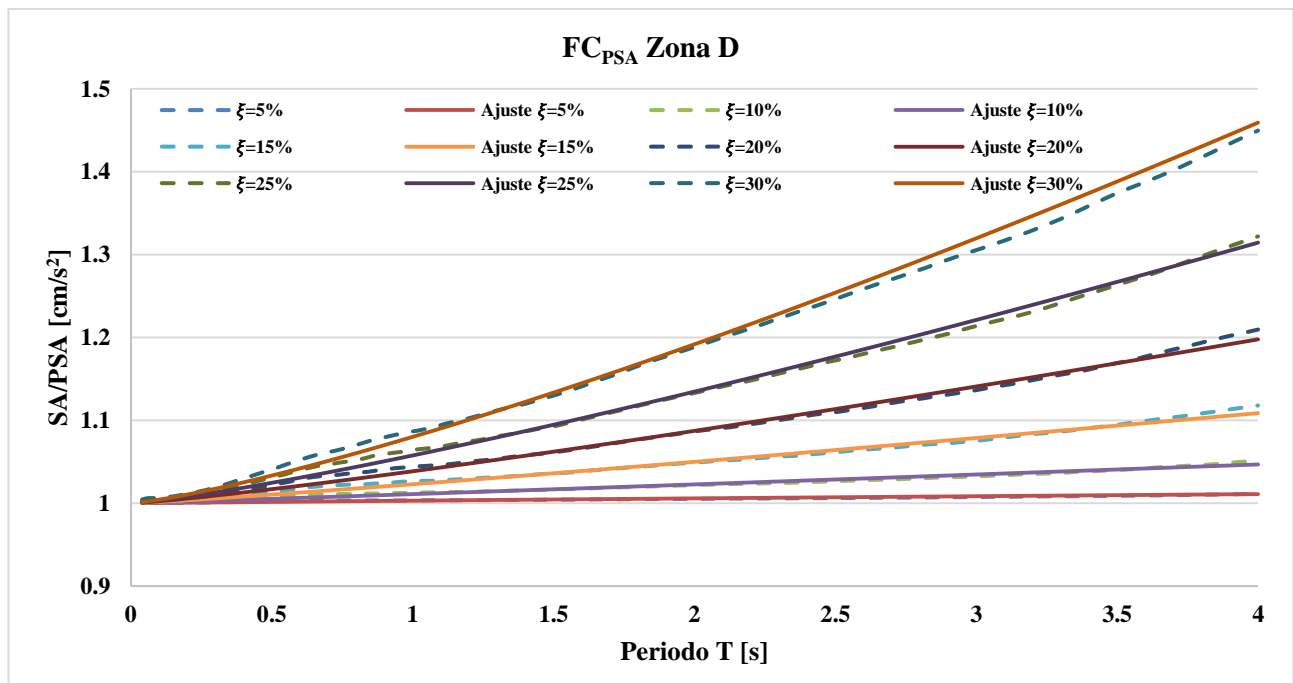


Figura 6.2.4 FC_{PSA} para la zona D con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

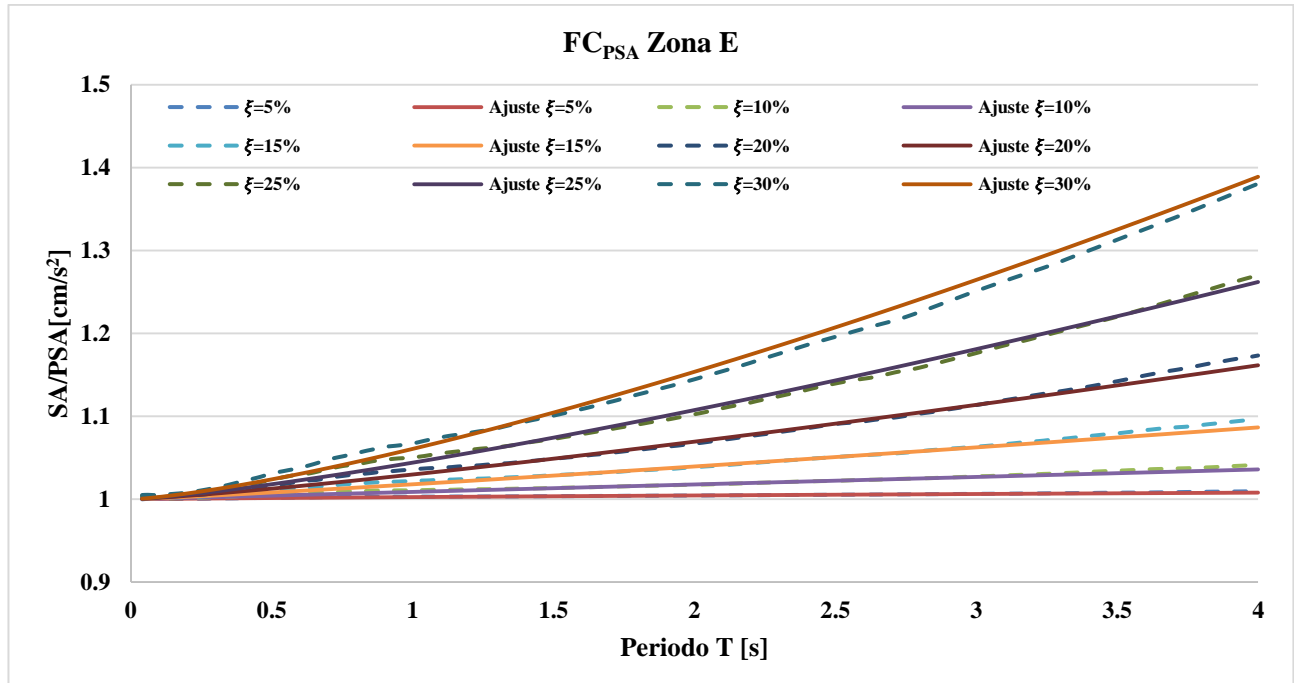


Figura 6.2.5 FC_{PSA} para la zona E con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

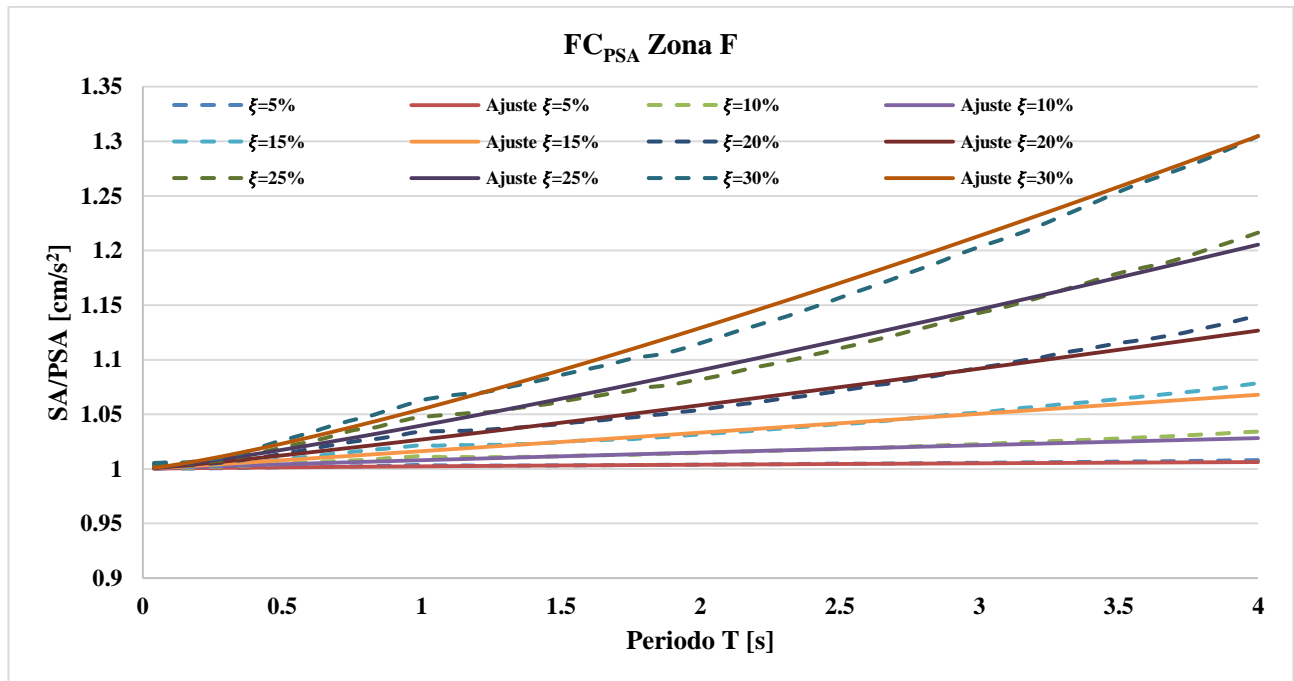


Figura 6.2.6 FC_{PSA} para la zona F con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

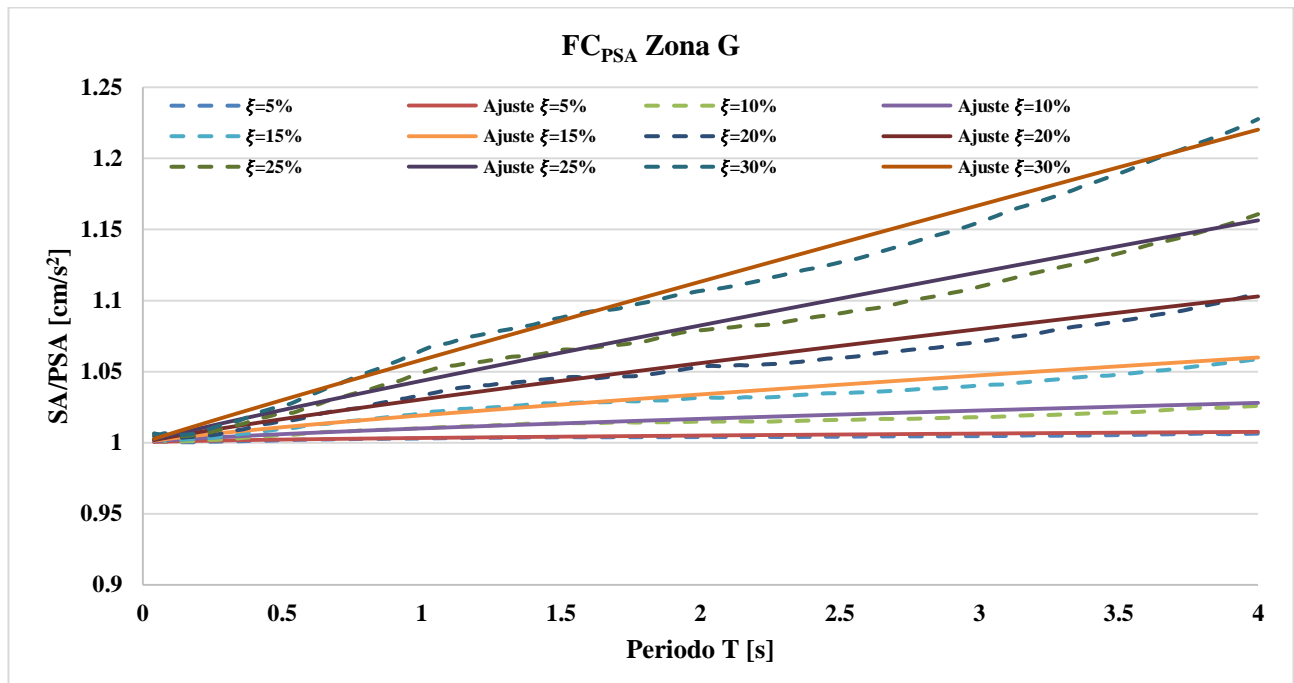


Figura 6.2.7 FC_{PSA} para la zona G con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

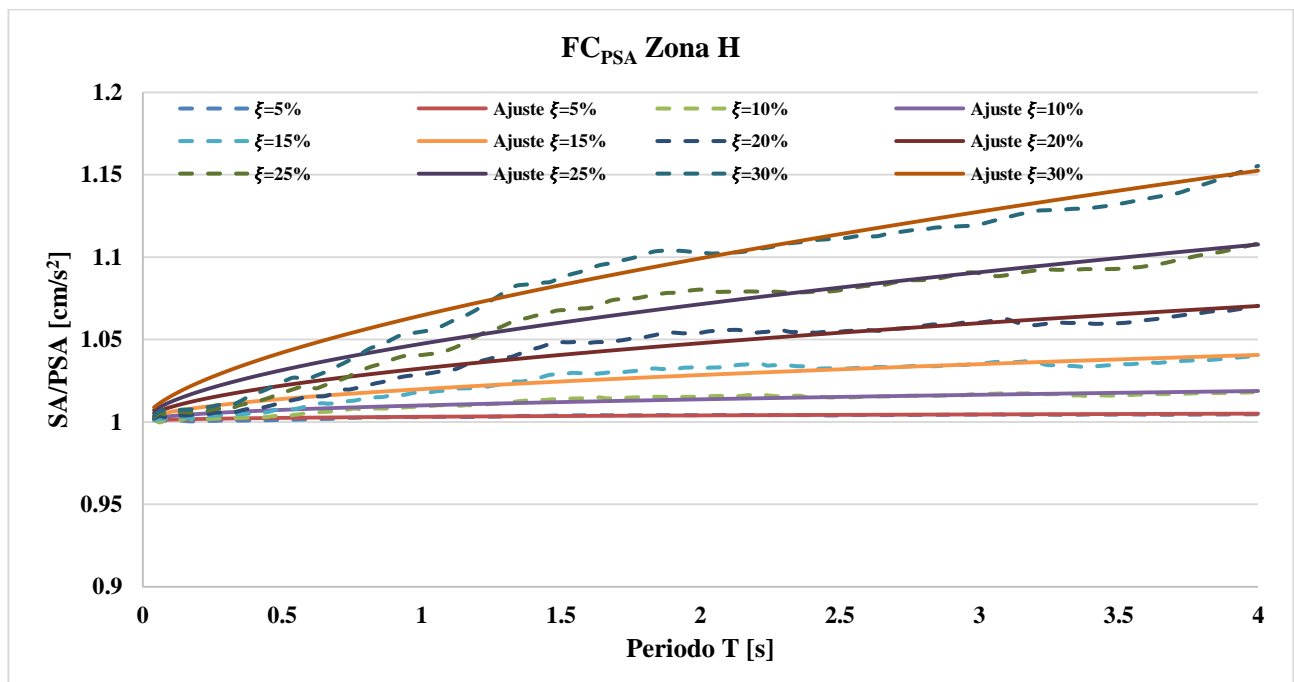


Figura 6.2.8 FC_{PSA} para la zona H con diferente porcentaje de amortiguamiento ξ

6.2.2 Comparación con otras propuestas del factor de corrección de pseudoaceleración

En la figura 6.2.9 se muestra el comportamiento de los cocientes promedios de aceleración entre pseudoaceleración para la zona B (línea discontinua), comparados con la expresión que de Sadek *et al* (2000) (línea continua). Se observa que el comportamiento de la expresión de Sadek *et al* (2000) (ecuación 6.2.5) está por encima de los valores del FC_{PSA} obtenidos en el presente trabajo, para esta zona.

$$\frac{SA}{PSA} = [1 + 2.5\xi^2 T^{(0.205\xi + 0.628)}] \quad 6.2.5$$

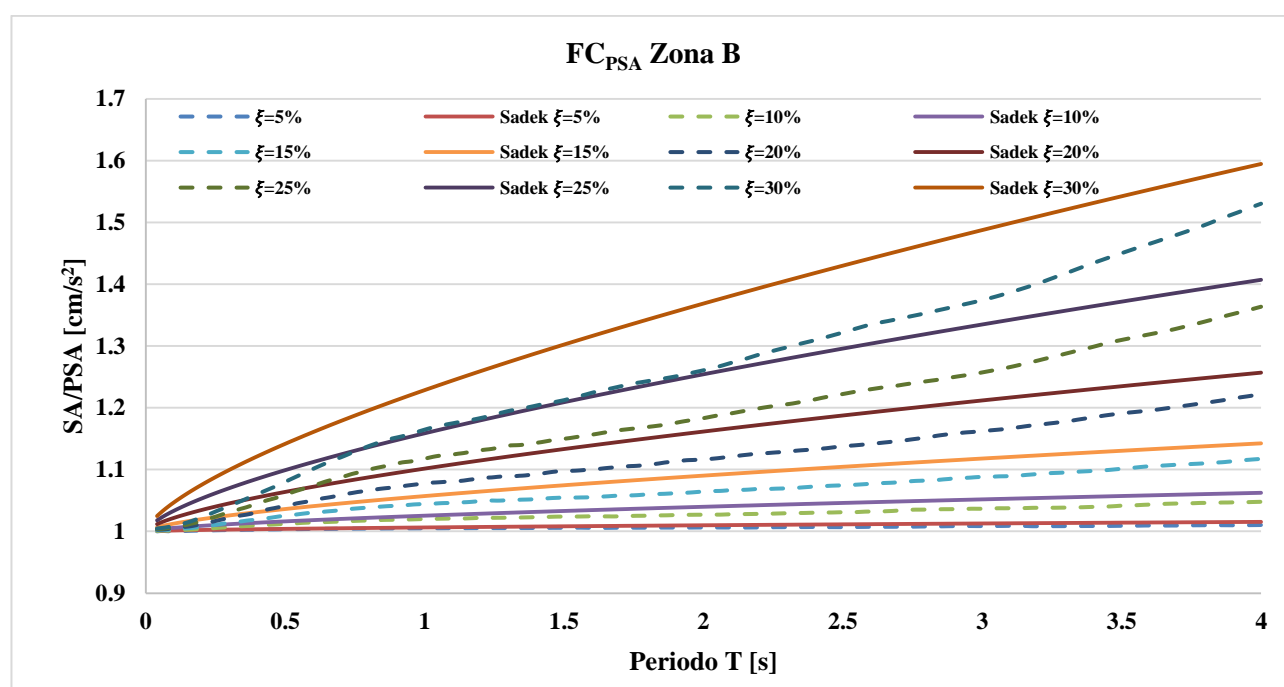


Figura 6.2.9 Comparación del FC_{PSA} de Sadek *et al* (2000) para la zona B de la Ciudad de México

En la figura 6.2.10 se muestra la evaluación de la ecuación 6.2.13 (línea continua) comparado con el ajuste que se obtuvo en este trabajo para la zona B de la Ciudad de México (línea discontinua). A pesar que ambos ajustes se hicieron con base en registros sísmicos de un suelo duro, los ajustes de Sadek *et al* (2000) presentan valores mayores que los estimados en el presente trabajo.

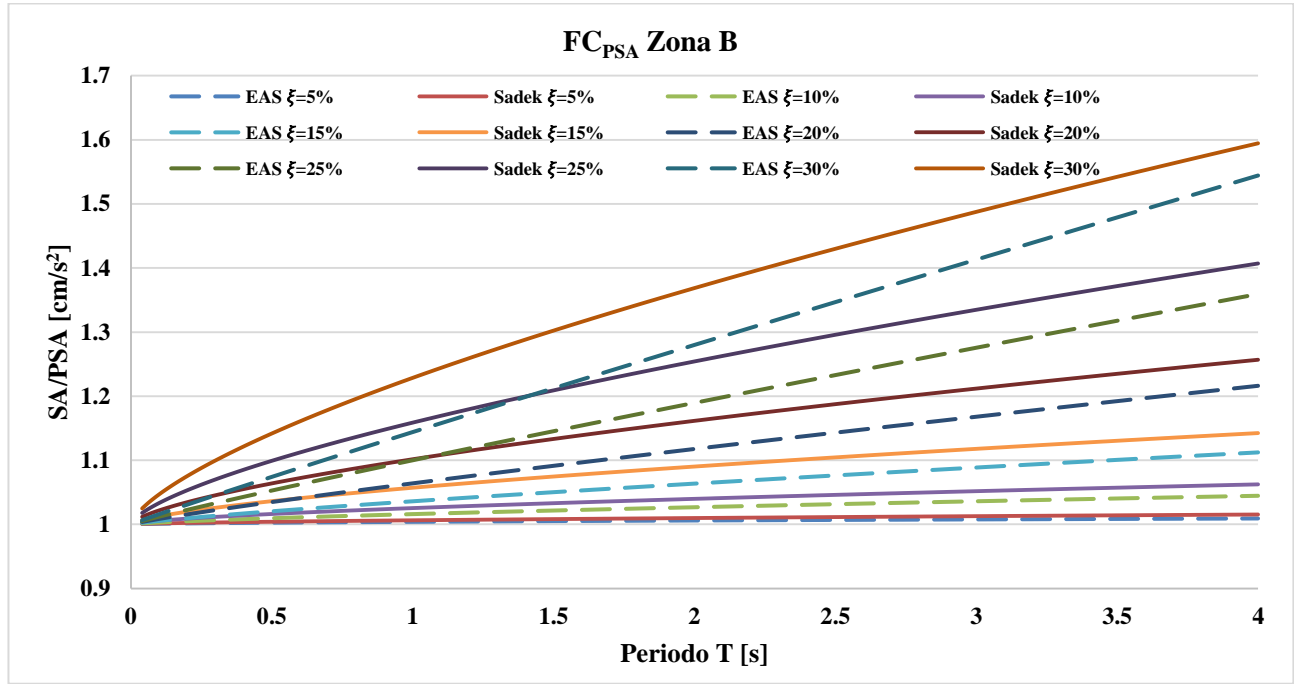


Figura 6.2.10 Comparación del FC_{PSV} de Sadek et al (2000) con el obtenido en este estudio

6.2.4 Ajuste de la función correspondiente a toda la región de espectros de aceleración entre pseudoaceleración

Para realizar el ajuste que abarca todas las zonas, el cual estará en función del periodo de vibrar estructural (T), del porcentaje de amortiguamiento crítico (ξ) y del periodo dominante del suelo (T'). Se procedió a estudiar el comportamiento de los coeficientes que acompañan a las variables de cada una de las zonas (a , b , c y d de la tabla 6.2.1), en las cuales interviene el valor de T' . Se realizaron las sustituciones correspondientes de las ecs. 6.2.6-6.2.9 dando lugar a la expresión que se muestra en la ec. 6.2.10:

$$a = \alpha LN(T') + \beta \quad 6.2.6$$

$$b = \theta LN(T') + \rho \quad 6.2.7$$

$$c = \phi \quad 6.2.8$$

$$d = \chi \quad 6.2.9$$

$$FCR_{PSA} = \left\{ [(\alpha LN(T') + \beta) * (\xi^{(\theta LN(T') + \rho)})] * \left[T^{((\phi LN(\xi)) + \chi)} \right] \right\} + 1 \quad 6.2.10$$

Donde α , β , θ , ρ , ϕ , y χ son los coeficientes. Para los coeficientes c y d no fue necesario el ajuste de una función como en el caso de a y b , debido a su poca variación de una zona a otra; por lo tanto, se decidió tomar un promedio de los valores de c y d para el ajuste regional, dando lugar a la expresión del Factor de Corrección Regional de Pseudoaceleración (FCR_{PSA}) siguiente:

$$FCR_{PSA} = \left\{ [(-0.7LN(T') + 1.3)(\xi^{(-0.16LN(T')+1.9)})] \left[T^{((0.2LN(\xi))+1.3)} \right] \right\} + 1 \quad 6.2.11$$

La ecuación 6.2.11 representa el FCR_{PSV} para cualquiera de las zonas en las que se divide la Ciudad de México. La expresión está en función del porcentaje de amortiguamiento crítico (ξ), del periodo de vibrar del sistema estructural (T) y del periodo dominante del suelo (T').

En la figura 6.2.11 se muestra el comportamiento de los cocientes promedio de aceleración entre pseudoaceleración de la zona B (línea discontinua), comparado con los obtenidos del ajuste de FCR_{PSA} evaluado en dicha zona (línea continua). Igual que en el caso del ajuste regional para los cocientes promedio de velocidad entre pseudovelocidad, se observa que la ecuación 6.2.11 no se ajusta de la misma manera que el ajuste particular de la zona B, esto debido a que se estimaron factores (los cuales no necesariamente pertenecían a los calculados en el método de mínimos cuadrados) que se ajustaran al comportamiento de los cocientes promedio de todas las zonas.

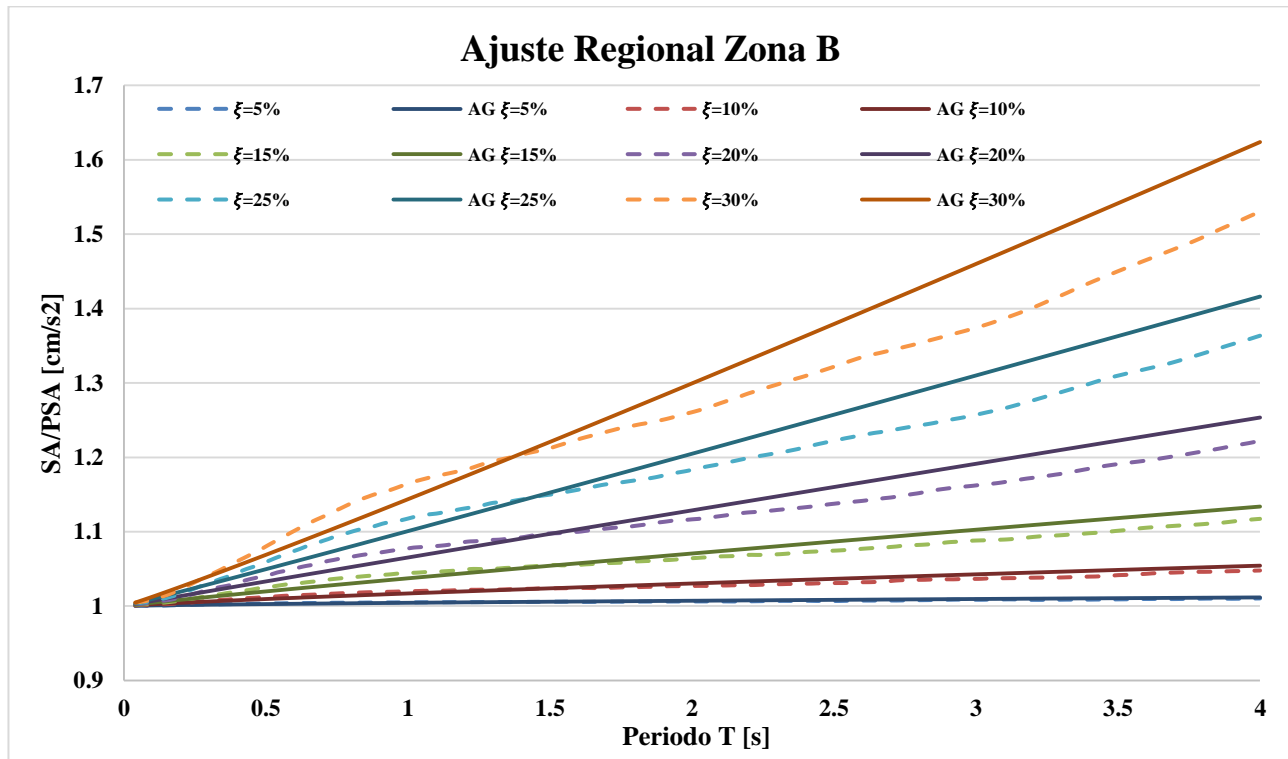


Figura 6.2.11 Evaluación de la zona B con la ecuación del FCR_{PSA} (intervención del periodo dominante del suelo)

7 Conclusiones

En este estudio se proponen expresiones matemáticas de factores de corrección de pseudovelocidad y pseudoaceleración para sistemas estructurales localizados en diferentes zonas de la Ciudad de México. Las expresiones propuestas están en función del periodo de vibración estructural (T) y del porcentaje de amortiguamiento crítico (ξ); además, el periodo dominante del suelo (T') se involucra para el ajuste que abarca a todas las zonas.

Las expresiones matemáticas propuestas del Factor de Corrección de Pseudovelocidad (FC_{PSV}) y de Pseudoaceleración (FC_{PSA}) representan de manera satisfactoria a los cocientes promedio; sin embargo, en algunas de las zonas los coeficientes calculados de acuerdo al método de mínimos cuadrados no eran lo suficientemente representativos para los diferentes porcentajes de amortiguamiento crítico, por lo cual se seleccionaron coeficientes que se ajustaran de mejor manera a todos los porcentajes de amortiguamiento considerados, a razón que existiera un equilibrio entre la precisión requerida por el ingeniero de la práctica en el diseño sísmico resistente y la complejidad del modelo matemático.

El factor de corrección de pseudovelocidad es menor a la unidad en periodos menores al periodo dominante del suelo, y mayores a la unidad cuando el periodo del sistema estructural es mayor al periodo dominante del suelo. Con la intención de proponer funciones del lado de la seguridad, se dio prioridad al ajuste del factor de corrección de pseudovelocidad para periodos mayores al dominante del suelo; esto es, que los ajustes resultan ligeramente por arriba del comportamiento de los cocientes promedio de velocidad entre pseudovelocidad. Para el caso de sistemas estructurales con periodos menores al dominante del suelo, el hecho de que el factor de corrección se sitúe por arriba o por debajo de los cocientes promedio no afecta de manera importante puesto que en estos casos la pseudovelocidad no se corrige, y por lo tanto, se está del lado de la seguridad. Con base en los resultados obtenidos, se puede considerar que, cuando el periodo del sistema estructural sea muy parecido al periodo dominante del suelo, la pseudovelocidad es igual a la velocidad real.

Para el diseño de sistemas estructurales con sistemas disipadores de energía (pasivos) con periodo de vibrar mayor al periodo dominante del suelo y con altos porcentajes de amortiguamiento crítico, el factor de corrección de pseudovelocidad toma gran relevancia, ya que la velocidad real puede llegar a ser hasta el doble de la pseudovelocidad, principalmente en zonas de suelo firme.

Los factores de corrección de pseudoaceleración nunca son menores a la unidad, aunque para sistemas con bajos niveles de amortiguamiento crítico (no más de 5%) el factor de corrección de pseudoaceleración es casi igual a la unidad; sin embargo, puede llegar a tener valores de hasta de 1.6 para sistemas con 30% de amortiguamiento crítico en una zona de suelo firme, lo que representaría que la ordenada espectral de aceleración real es un 60% mayor que la correspondiente a la pseudoaceleración. El factor de corrección de pseudoaceleración crece a medida que aumenta el porcentaje de amortiguamiento crítico y el periodo en un sistema estructural, en cualquiera de las zonas de la Ciudad de México, especialmente para zonas de suelo firme.

Referencias

- Arroyo, D. y Terán, A. (2002). Factores de reducción de fuerzas sísmicas para el diseño de estructuras con sistemas pasivos de disipación de energía. *Revista de Ingeniería Sísmica*. No. 66, 73-93.
- Castillo, T. y Ruiz, S. E. (2014). Reduction factors for seismic design spectra for structures with viscous energy dampers. *Journal of Earthquake Engineering*, Taylor & Francis, 18:323-349.
- Espinoza Champo, J. L., Ruiz Gómez, S. E. y Valenzuela Beltrán, F. (2015) Cocientes entre espectros y pseudo-espectros de aceleración y de velocidad correspondientes a distintas zonas del valle de México, XX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Acapulco, Gro, noviembre.
- Hidalgo, J. y Ruiz, S. E. (2010). Factor de reducción b por incremento de amortiguamiento viscoso, para estructuras desplantadas sobre roca. *Revista de Ingeniería Sísmica*. No. 83, 1-23.
- Ruiz, S. E. (2011). Recomendaciones para diseño de edificios con disipadores de energía (en el marco de las NTCDS del RCDF) con Comentarios. *Serie Investigación y Desarrollo*, SID 667, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Sadek, F., Mohraz B. y Riley M. (2000), Linear procedures for structures with velocity-dependent dampers. *Journal of Structural Engineering*, 126, 887-895.
- Schmidt, V. y Quirós, C. (2007). Caracterización de los registros acelerográficos obtenidos en el laboratorio de ingeniería sísmica de la universidad de Costa Rica. *Ingeniería*, 17 (1), 27-41.
- Chopra, A. K. (2014). *Dinámica de Estructuras*, cuarta edición, Pearson Educación, México.
- Humar, J. L. (2002). *Dynamics of Structures*, segunda edición, A. A. Balkema Publishers, Lisse. Países Bajos, capítulo 9 y sección 13.5.
- Clough, R. W. y Penzien, J. (1993). *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, Nueva York.
- Paz, M. (1992). *Dinámica estructural: Teoría y cálculo*, tercera edición, Reverte, España.
- Meli, R. (2002). *Diseño estructural*, segunda edición, Limusa, México.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (2017), Gaceta Oficial de la Ciudad de México. 15 de diciembre.
- Espinoza, J. L. (2015). Cocientes entre espectros y pseudoespectros de aceleración y de velocidad correspondientes a diferentes zonas del valle de México. Tesis que para obtener el título de Ingeniero Civil. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Segovia, V. A. (2015). Criterios de diseño sísmico óptimo por desplazamiento para edificios con disipadores histeréticos. Tesis que para obtener el grado de Maestra en ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México.

Ruiz, S. E., Santos, M. y Valenzuela, F. (2017). Comparison of guidelines for seismic design of structures with passive energy dissipation devices. *6th Structural Engineers World Congress*, Cancún, Quintana Roo, México.

Tena Colunga, A (2007). State of the art and state of the practice for energy dissipation and seismic isolation of structures in Mexico. *10th World Conference on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Vibration Control of Structures*, Estambul, Turquía, mayo.

Campos, T. (2017). ¿Qué es la Brecha de Guerrero y por qué nos debería preocupar después de los sismos en México? México: xataka. <https://www.xataka.com/ciencia/que-es-la-brecha-de-guerrero-y-por-que-nos-deberia-preocupar-despues-del-sismo-de-8-2-grados-en-mexico>, 14 de septiembre de 2017.

Moler, C (2014), “Programa Matlab, Versión R2014a”, *Programa de cómputo, MathWorks*, Universidad de Nuevo México, Estados Unidos de América.