



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA

ANÁLISIS DE ASENTAMIENTOS PERMANENTES EN CIMENTACIONES
SUPERFICIALES CAUSADOS POR AMBIENTES SÍSMICOS
TRIDIMENSIONALES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
JOEL MERLOS ESPERICUETA

TUTOR:
MIGUEL PEDRO ROMO ORGANISTA,
INSTITUTO DE INGENIERÍA

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., diciembre, 2017

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. DANIEL RESÉNDIZ NÚÑEZ
Secretario: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO
Vocal: DR. MIGUEL PEDRO ROMO ORGANISTA
1er. Suplente: DR. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO
2do. Suplente: DR. JUAN MANUEL MAYORAL VILLA

Lugar donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS:

DR. MIGUEL PEDRO ROMO ORGANISTA

FIRMA

Dedicatoria

Esta tesis está dedicada:

A Dios,

A mi hijo, Daniel Alexander,

A mi madre,

A la memoria de mi padre,

A Carla Márquez,

A mis hermanos.

Agradecimientos:

Un agradecimiento especial para el Dr. Miguel Romo, por la tutoría de esta tesis, por el impulso brindado para la consecución de la misma y por sus conocimientos compartidos.

A las instituciones:

Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM),

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM,

y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt)

por los recursos y facilidades otorgados.

A personas que aportaron algo para que este trabajo viera la luz: Antonio Mosqueda (en paz descansa), Eugenio Ramírez, Luis Chávez, Manuel Moreno, Cuauhtli López y Rafael Gómez.

Contenido

Resumen

1	Introducción	1
2	Antecedentes	7
2.1	Generalidades	7
2.2	Métodos propuestos por otros autores para analizar capacidad de carga y asentamientos por sismo	13
2.2.1	Método de Triandafilidis (1965)	13
2.2.2	Método de Sarma e Iossifelis (1990)	15
2.2.3	Método de Pecker y Salençon (1991)	18
2.2.4	Método de Richards et al. (1993)	20
2.2.5	Trabajos de Knapett. (2006)	25
2.3	Método de Romo y Garcia (1995)	28
2.4	Contribuciones Merlos (Modelo 2D , en 2002) y Merlos y Romo (2006) al trabajo de Romo y García (1995)	31
3	Mecanismo de falla	37
3.1	Modelo de diferencias finitas	37
3.2	Capacidad de carga vertical	39
3.3	Capacidad de carga combinada - eje de giro pasando por el centro de la cimentación	41
3.4	Capacidad de carga combinada -eje de giro fuera del centro de la cimentación	44
4	Modelo teórico propuesto	53
4.1	Modelo con fuerzas de inercia en una sola dirección horizontal (2D toroide)	55
4.1.1	Capacidad de carga	57
4.1.2	Cálculo de giros y asentamientos	66
4.2	Consideración de la variación espacial de las fuerzas sísmicas (Modelo 3D)	71
4.2.1	Análisis en el plano instantáneo de rotación	72
4.2.2	Determinación del plano instantáneo de rotación	77
5	Análisis paramétricos	83
5.1	Efecto de la escala	84
5.2	Efecto de la relación de esbeltez	85
5.3	Efecto de la relación de desplante (profundidad)	88
5.4	Efecto de la inclinación inicial	90
5.5	Efecto de la aceleración máxima, Amax	91
5.6	Uniformización del efecto de escala	92
5.7	Uniformización del efecto de la relación de esbeltez	95
5.8	Uniformización del efecto de la relación de desplante (profundidad)	97

5.9 Uniformización del efecto de la inclinación inicial	99
5.10 Uniformización del efecto de la aceleración máxima	101
5.11 Funciones de aproximación de los efectos uniformizados de los parámetros	103
5.12 Validación de las fórmulas de aproximación	109
6 Conclusiones y recomendaciones	117
7 Referencias	119
Apéndice A. Comparación del modelo con casos historia	123
Apéndice B. Momentos resistentes	133
Apéndice C. Método de integración numérica	161
Apéndice D. Comparación de los modelos 2D, 2D toroide y 3D	163
Apéndice E Comprobación de la fórmula de aproximación	171

Resumen

Se desarrolló un algoritmo paso a paso en el dominio del tiempo, basado en el método de equilibrio límite, para calcular giros y asentamientos de edificios de cimentación circular sobre arcilla, causados por sismo en 3D (dos componentes ortogonales horizontales y una vertical). La hipótesis principal considera que la capacidad de carga del subsuelo se reduce y recupera durante el evento a causa de las acciones que se desarrollan, y que los giros y asentamientos ocurren cuando ésta se ve sobrepasada. Se utiliza un mecanismo de falla de forma toroide, el cual se deduce de un gran volumen de resultados obtenidos con modelaciones numéricas mediante diferencias finitas tridimensionales. En cada instante durante el evento se establece el equilibrio de momentos con respecto al centro del mecanismo; la posición instantánea de éste se obtiene por un proceso de minimización. Cuando el equilibrio estático es vencido, se inicia una etapa dinámica durante la cual el sistema edificio-cimentación-suelo gira como cuerpo rígido, deslizándose sobre la superficie de falla, siendo este movimiento gobernado por una ecuación diferencial de equilibrio dinámico de momentos; el giro en función del tiempo se obtiene resolviendo esta ecuación. La inclinación inicial y la subsecuente son incluidas en la modelación mediante un momento. Los asentamientos se calculan aplicando el giro al edificio, manteniendo fijo el extremo de la base que experimenta relajación de esfuerzos verticales por la acción sísmica. El giro se da paralelo al plano vertical que contiene al eje longitudinal del mecanismo de falla. La orientación instantánea de este eje depende de la magnitud y la dirección tanto de la fuerza sísmica horizontal como de la inclinación y de la velocidad angular; las dos últimas, calculadas en el instante anterior. Para obtener tal dirección se propone y usa un criterio energético función de estas variables. Los giros inducidos en la cimentación se van acumulando en distintos rumbos. El método proporciona tanto la historia como los valores finales del giro, de la dirección del giro y del asentamiento total. El trabajo complementa una investigación previa en la que se consideró deformación plana.

El método no fue estrictamente validado por carencia de casos historia o ensayos de laboratorio referentes a hundimientos por sismo de cimentaciones circulares. Como alternativa el método se comparó con dos casos historia de cimentación aproximadamente cuadrada, reportados en la literatura, de estructuras con desplomos y hundimientos importantes, causados por el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México; se modelaron con un área circular equivalente. Se observó que la inclinación, el rumbo de ésta y el asentamiento calculados al final del evento, se aproximaron razonablemente bien a los medidos, con valores de resistencia muy cercanos a los reportados en la literatura técnica por lo que la comparación fue considerada como buena. Dado lo anterior, el método presentado podría constituir en la práctica una herramienta de primera aproximación al cálculo de desplomos y asentamientos por sismo de cimentaciones sobre arcilla. Adicionalmente, se hicieron análisis de sensibilidad de giros y asentamientos calculados, ante los principales parámetros del modelo, observándose comportamientos satisfactorios, y derivado de un cúmulo de resultados de estos análisis, se obtuvieron unas expresiones empíricas para calcular estas respuestas sin el empleo del modelo analítico, simplificándose de esta manera los diseños sísmicos de este tipo de cimentaciones.

1. Introducción

Los efectos catastróficos de los terremotos ocurridos recientemente en diferentes partes del mundo manifiestan la imperiosa necesidad de una mejor comprensión del comportamiento de las edificaciones durante estos eventos que conlleve, ya sea mediante el diseño o la revisión, a espacios vitales y de trabajo más seguros, a costos moderados. En particular, se ha observado que gran parte de los daños en las estructuras sujetas a excitaciones sísmicas son originados por la aparición de desplazamientos verticales bruscos provenientes de fallas de diversa naturaleza en el suelo de soporte. Investigaciones recientes coinciden en que, en depósitos arcillosos, los desplomos y los asentamientos permanentes ocurridos durante los terremotos en las cimentaciones son debidos a pérdida temporal e intermitente de capacidad de carga. El presente trabajo pertenece a esta línea de estudio.

Numerosos autores han abordado el problema de capacidad de carga dinámica y cálculo de asentamientos por sismo utilizando diferentes mecanismos de falla (Triandafilidis, 1965; Sarma e Iossifelis, 1990; Pecker y Salençon, 1991; Richards et al., 1993; Paulucci y Pecker, 1997), otros lo han hecho desde un punto de vista experimental (Maugeri et al., 2000 y Knappett et al., 2006), y otros utilizando inteligencia artificial (Padmini et al., 2008). Todos son trabajos muy refinados en cuanto a los conceptos teóricos utilizados o a la acuciosidad en sus experimentos, sin embargo, ninguno de ellos aporta un procedimiento para el cálculo puntual de desplomos y asentamientos ante un evento dado.

El sismo del 19 de septiembre de 1985, de magnitud 8.1° (M_w), ocasionó desplomos y asentamientos importantes en un gran número de edificios situados en la zona lacustre de la Ciudad de México (Mendoza, 1987; Mendoza y Auvinet, 1987). En algunos de estos casos (p. ej., los mostrados en las figuras 1.1 y 1.2), se observó que el suelo fue desplazado por la cimentación siguiendo un movimiento tipo circular o logarítmico; p. ej., en la figura 1.1, se nota, adicionalmente al excesivo asentamiento, un claro abultamiento de una parte del terreno de la calle que sugiere que una falla de tipo rotacional se desarrolló bajo la cimentación. Con base en estas observaciones se desarrollaron las investigaciones de Romo y García (1995), Merlos (2002) y Merlos y Romo (2006), las cuales constituyen los antecedentes directos del trabajo objeto de este documento.

En Romo y García (1995) se propone un procedimiento bidimensional de equilibrio límite para calcular giros y asentamientos por sismo, que consiste en integrar paso a paso una ecuación diferencial proveniente del planteamiento del equilibrio dinámico de los momentos que se desarrollan durante el evento. Se utiliza una sola superficie de falla de tipo espiral-logarítmica, la cual se simplifica a circular en el caso de arcillas, y otra complementaria simétrica cuando las fuerzas sísmicas actúan en sentido contrario. Los giros y asentamientos se van acumulando hacia ambos extremos de la cimentación.

La figura 1.2 muestra el caso de un edificio que volcó. Se considera que ocurrió un deslizamiento sobre una superficie muy somera, en forma de un semicírculo bajo el edificio, con centro situado cerca del centro de la cimentación. Lo anterior condujo a la

hipótesis de que el centro del mecanismo cambia de posición durante el sismo y, por consiguiente, también la superficie.



Figura 1.1. Asentamiento excesivo en un edificio en la Ciudad de México ocurrido durante el sismo del 19 septiembre de 1985 (*Cortesía: M. J. Mendoza, Instituto de Ingeniería, UNAM*).



Figura 1.2. Volcamiento de un edificio con respecto a un punto situado a la mitad de la base, causado por el sismo del 19 de septiembre de 1985 (*Cortesía: M. J. Mendoza, Instituto de Ingeniería, UNAM*).

En Merlos (2002), también bidimensional y con base, mayoritariamente, en los mismos principios, se intenta hacer una modelación más realista al considerar la variación espacial de la superficie de falla durante el sismo y el efecto cinético, entre otros aspectos. En ambas modelaciones se hace una serie de simplificaciones importantes, como es el caso de tratar un problema tridimensional como bidimensional, entre otras. En general, los métodos de equilibrio límite sobreestiman la capacidad de carga del suelo, dado que están apoyados en el teorema del límite superior de la teoría de la plasticidad y, por lo tanto, ofrecen una cota superior del valor real, tan cercana como su representatividad del fenómeno. En Merlos y Romo (2006) se hicieron comparaciones del uso del modelo (Merlos, 2002) con algunos casos historia de edificios que sufrieron desplomos y hundimientos importantes durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México, las cuales resultaron satisfactorias con una resistencia reducida que compensa la citada sobreestimación; esto se hizo en la dirección más crítica de cada estructura. El objetivo de esta comparación fue derivar una herramienta práctica o de primera aproximación, a partir de un modelo teórico, para calcular giros y asentamientos permanentes de edificios causados por sismos.

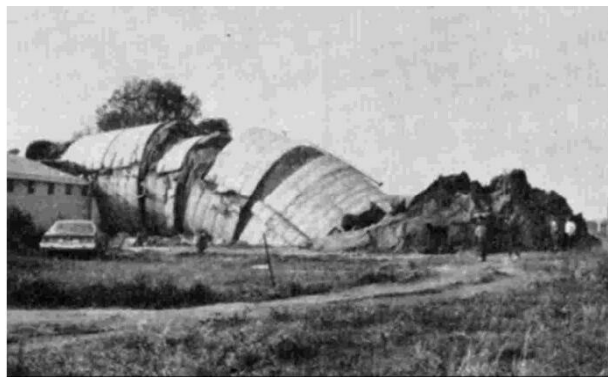
Objetivo de la presente investigación. Desarrollar un modelo que constituya un aporte a la solución del problema de cálculo de desplomos y asentamientos causados por sismo de cimentaciones en general.

Alcance. Modelo 3D de equilibrio límite, aplicable a cimentaciones superficiales, circulares sobre arcilla susceptibles a fallar por momento de volteo en condiciones sísmicas.

En el trabajo abordado en este documento se propuso mejorar la modelación (Merlos, 2002) al incorporar un mecanismo tridimensional de resistencia del subsuelo y considerar la variación espacial de las fuerzas de inercia durante un evento sísmico, es decir, usar las tres componentes ortogonales de la excitación (dos horizontales y la vertical). Ello significa un acercamiento a la realidad respecto al análisis plano. Como un primer avance, el procedimiento se desarrolló solamente para las características del alcance, quedando por investigar las cimentaciones cuadradas que representan mayor dificultad; tan es así que a la fecha no existe una solución exacta para obtener su capacidad de carga estática (Gourvenec, et al., 2006), sin embargo, por su predominio merecen atención. Por otra parte, no existen reportes con mediciones de desplomos y hundimientos de edificios de cimentación circular por causa de sismos, con las que se pudiera validar el presente método, por lo que en rigor se queda como desarrollo teórico. Como caso más cercano de fallas de cimentaciones circulares se tiene el de unos silos en Canadá (Bozozuk, 1976), en los que hubo desplomos, hundimientos e incluso volteos por capacidad de carga estática, pero sin reporte de mediciones (figura 1.3). No obstante lo anterior y en vista del objetivo de esta tesis, se evaluó el método con información de algunos casos historia de cimentaciones aproximadamente cuadradas, de edificios que sufrieron desplomos y asentamientos importantes debidos al sismo de 1985 en la Ciudad de México, para lo cual se usó un diámetro equivalente en áreas. Se obtuvieron resultados aproximados a las mediciones reportadas; por ello se propone que el método podría utilizarse como herramienta práctica para estimar el orden de magnitud de los giros y asentamientos

esperados en otros casos similares, aunque estrictamente sea para cimentaciones circulares.

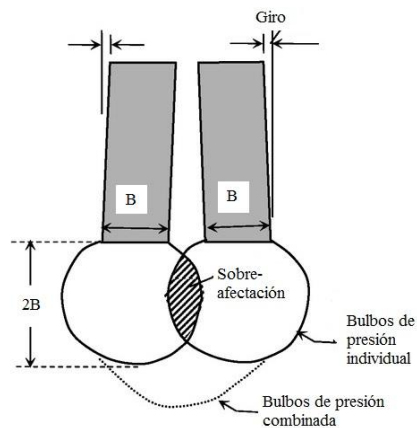
Los resultados de la investigación tienen mayor utilidad en el segmento de edificios de mediana altura, construidos en regiones planas de pasado lacustre en las que subyacen depósitos arcillosos de gran espesor. Estos edificios, si bien no llaman la atención en lo individual, su número los vuelve importantes. Adicionalmente, los reglamentos de construcción aún carecen de una metodología para atender la problemática que se aborda en este trabajo. Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones del Distrito Federal aluden a esta necesidad en la fracción de un párrafo de la sección 3.3.2, Estados Límite de Servicio, que dice “**La magnitud de las deformaciones permanentes que pueden presentarse bajo cargas accidentales cíclicas se podrá estimar con procedimientos de equilibrio límite para condiciones dinámicas**”. Esta investigación proporciona un procedimiento para realizar esta tarea.



a)



b)



c)

Figura 1.3. Ejemplos de fallas de cimentaciones circulares por capacidad de carga estática (Silos en Canadá, Bozozuk, 1976).

En el capítulo 2 se hace una revisión de trabajos que abordan el problema aquí tratado efectuados por otros autores. En el capítulo 3 se analiza la falla plástica del subsuelo ante combinación de carga vertical y lateral mediante modelaciones numéricas y, con base en ello, se propone un mecanismo de falla por capacidad de carga. En el capítulo 4, que es el central, se presenta el desarrollo del modelo de equilibrio límite para calcular giros y asentamientos por sismo. En el capítulo 5 se hacen análisis de sensibilidad de estas respuestas, ante los principales parámetros utilizados por el modelo y, a partir de un cúmulo de resultados, se obtienen fórmulas empíricas alternativas para calcularlas; en el mismo capítulo se comparan las fórmulas con valores de los parámetros no utilizados en su obtención. Las conclusiones generales se presentan en el capítulo 6.

En el apéndice A se presenta la comparación del modelo con casos historia. En el apéndice B se detalla el desarrollo de las expresiones de los momentos resistentes omitido en el texto principal. En el apéndice C aparece el Método de Newmark utilizado en la resolución de la ecuación diferencial de equilibrio, con la que se calculan los giros y, a partir de ellos, los asentamientos. En el apéndice D se compara el modelo tridimensional propuesto en este documento con su homólogo para deformación plana (Merlos y Romo, 2006). Finalmente, en el apéndice E se cotejan las fórmulas alternativas obtenidas en el capítulo 5, con valores de los parámetros utilizados en su obtención, de donde se derivaron factores de corrección complementarios.

2. Antecedentes

Con objeto de conocer mejor el comportamiento de las cimentaciones de edificios durante sismos fuertes, se han desarrollado numerosas investigaciones en diversas partes del mundo. En el presente capítulo se describen algunas de las más sobresalientes en el campo del análisis de los asentamientos permanentes; la mayor parte de éstas proviene del estudio de la capacidad de carga sísmica. Asimismo, las expresiones para calcular esta capacidad parten de la condición estática, por ello, se hace una breve revisión de ésta en cada uno y de manera general, se hace a continuación.

2.1 Generalidades

Un objetivo primordial de una cimentación es que sea resistente ante las cargas a las que estará sometida a lo largo de su existencia como tal. Para que esto se cumpla, se debe verificar que no se presente falla por cortante en el suelo de apoyo. A esta resistencia límite en problemas de cimentaciones se le conoce como capacidad de carga.

Conocer la capacidad de carga de una cimentación consiste en encontrar la carga, q , máxima que puede ponerse sobre ella, sin que se pierda la estabilidad del conjunto. En la figura 2.1 puede verse el problema de la capacidad de carga modelado a través de la balanza de Khristianovich (en Juárez y Rico, 1979). Lo que contrarresta a la carga q es el peso $p = \gamma D$ (sobrecarga al nivel de desplante) que actúa al otro lado de la balanza y la resistencia del suelo la cual está representada por la fricción en las guías de la balanza.

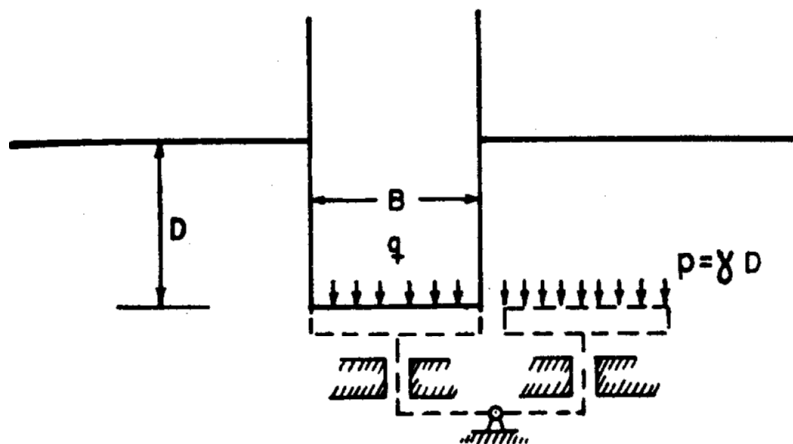


Figura 2.1. Balanza de Khristianovich.

Se han desarrollado criterios para encontrar la capacidad de carga de las cimentaciones basados en las dos disciplinas de la mecánica del medio continuo: Teoría de la Elasticidad y Teoría de la Plasticidad, principalmente en esta última (*i.e.* Terzaghi, 1943, en Juárez y Rico, 1979).

La Teoría de la Elasticidad, haciendo algunas hipótesis, permite conocer los esfuerzos cortantes inducidos en la masa de suelo por un sistema de cargas externas. Por otro lado, es posible determinar la resistencia del suelo mediante pruebas de laboratorio. Si para todo punto del medio la resistencia es mayor que los esfuerzos cortantes, el suelo soportará las cargas impuestas. Si en algún punto se sobrepasa esta resistencia, se creará una zona plástica; sin embargo, la estabilidad global no necesariamente será amenazada. Si bajo estas condiciones se incrementan las cargas externas, se extenderá la zona plástica, posiblemente hasta que se forme una superficie de deslizamiento, pero esto queda fuera de su estudio. La Teoría de la Elasticidad se ha aplicado poco a suelos, debido a sus propias limitaciones y a las dificultades matemáticas que su utilización encierra.

La Teoría de la Plasticidad, por su parte, ha sido más fértil en su aplicación a los suelos que la de la Elasticidad, debido a que proporciona un mejor enfoque a un gran número de problemas. No obstante, debido a sus hipótesis tiene algunas limitaciones.

Se dice en Teoría de la Plasticidad que un estado de esfuerzos es estáticamente admisible cuando se satisfacen las condiciones de equilibrio, las de frontera impuestas por el problema concreto de que se trate y cuando el nivel de esfuerzos en todo punto es tal que la condición de fluencia no se ve sobrepasada.

Por otro lado, un campo de velocidades de deformación es cinemáticamente admisible si proviene de un campo de velocidades de desplazamiento que satisfaga las condiciones de frontera, la condición de que la velocidad de deformación a lo largo de las líneas de falla sea nula, y que en dichas líneas, los desplazamientos normales sean iguales a los tangenciales por $\tan\varphi$, donde φ es el ángulo de fricción del material. A continuación se enuncian los teoremas límite de la Teoría de la Plasticidad.

Primer teorema: Entre todas las distribuciones de esfuerzos estáticamente admisibles, la distribución real es la que corresponde al factor de seguridad máximo.

Segundo teorema: Entre todos los campos de velocidades de deformación cinemáticamente admisibles, el campo real es el que corresponde al factor de seguridad mínimo.

El primer teorema permite calcular una cota inferior del sistema de cargas límite, por lo que, para cualquier valor de las cargas menor que las calculadas, el sistema es estable. El segundo permite calcular una cota superior; es decir, un sistema de cargas tal que cualquier otro con cargas mayores produce el colapso plástico de la estructura.

Si ambos teoremas se aplican, se tienen dos cotas entre las cuales deberá estar el sistema crítico real que produce el colapso de la estructura. Este método es conocido como *Análisis Límite*. En problemas donde ambas cotas coincidan, se tendrá una solución definitiva del problema, en materiales idealmente plásticos. En los procedimientos basados en el método de *Equilibrio Límite* la capacidad de carga se determina a partir de la superficie de falla más desfavorable obtenida por prueba y error. Se basan en el

teorema de límite superior, pero no consideran la cinemática del suelo ni todas las condiciones de equilibrio, por lo que no constituyen un límite superior o un límite inferior del intervalo buscado. Sin embargo, son los más utilizados debido a su simplicidad y razonable precisión (*i.e.* Prandtl, 1921, descrito en Juárez y Rico, 1979; Terzaghi, 1943; Meyerhof, 1953).

Teoría y fórmula de Terzaghi

La capacidad de carga en condiciones estáticas de cimentaciones continuas superficiales con sobrecarga al nivel de desplante, q , cargadas verticalmente, puede obtenerse con la fórmula de Terzaghi (1943):

$$Q = cN_c + qN_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \quad (2.1)$$

donde N_c , N_q y N_γ son llamados factores de capacidad de carga. Aunque Terzaghi propuso una forma de obtener estos factores, las expresiones 2.2 a 2.4 son las más recientemente adoptadas para obtenerlos.

Para llegar a esta fórmula, Terzaghi usó el mecanismo de falla que se muestra en la figura 2.2 (derivado de otro propuesto por Prandtl en 1921). Consideró un suelo homogéneo de peso volumétrico γ , con características de resistencia Mohr-Coulomb (cohesión, c y ángulo de fricción, ϕ) idealizado como un cuerpo rígido-plástico. Terzaghi define una cimentación superficial como aquella en la que la profundidad de desplante, D_f , es menor que el ancho, B .

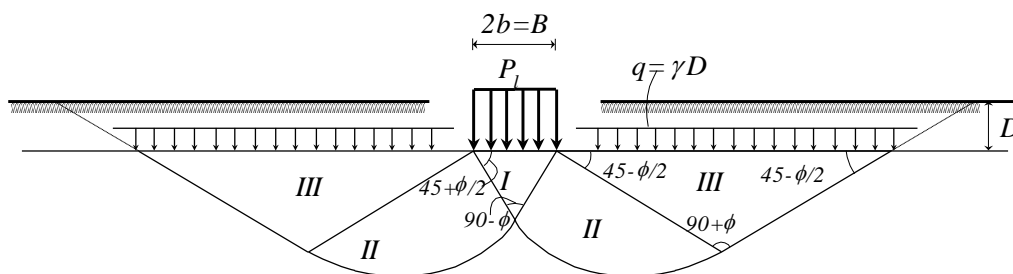


Figura 2.2. Mecanismo de falla utilizado por Terzaghi.

En el mecanismo se observan tres regiones: una triangular activa (región I) que se mueve hacia abajo, una triangular pasiva (región III) que se mueve hacia arriba y una de traza logarítmica (región II) que se mueve lateralmente conforme gira alrededor del extremo de la base de la cimentación. En esta última, las líneas de falla radiales son rectas y las tangenciales son logarítmicas (no considerando el peso del suelo). Para lograr el equilibrio estático, los factores de capacidad de carga para un suelo sin peso ($\gamma = 0$), son (Jumikis, 1962):

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.2)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad (2.3)$$

Cuando el peso del suelo es considerado, algunos resultados de Sokolovsky (1960), usando métodos numéricos, muestran que las líneas dentro de la región II se distorsionan. Una aproximación a una solución numérica propuesta por Vesic (1973) resultó en la expresión

$$N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi \quad (2.4)$$

Aportaciones de Meyerhof a la Teoría de Terzaghi

Posteriormente, Meyerhof (1953) propone utilizar en la ecuación 2.1 un ancho reducido, B' , para cargas excéntricas. También, con base en resultados de laboratorio, sugiere unos factores de inclinación para incluir el efecto de cargas inclinadas en la cimentación (figura 2.3).

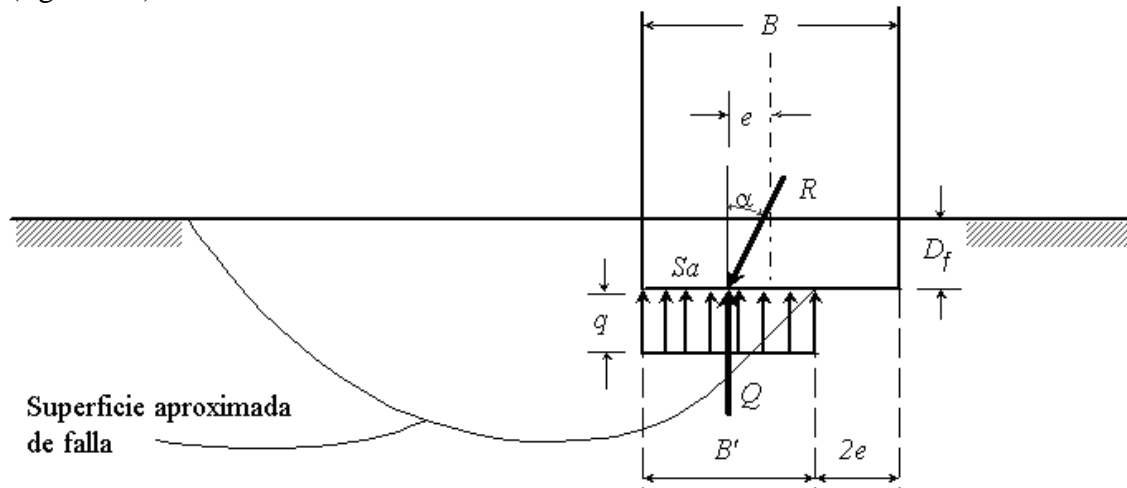


Figura 2.3. Reducción del ancho de la cimentación por excentricidad de la carga.

La fórmula para obtener la capacidad de carga en su forma más general resulta (Meyerhof, 1963):

$$q_u = cN_c \lambda_{cs} \lambda_{cd} \lambda_{ci} + qN_q \lambda_{qs} \lambda_{qd} \lambda_{qi} + \frac{1}{2} \gamma B' N_\gamma \lambda_{\gamma s} \lambda_{\gamma d} \lambda_{\gamma i} \quad (2.5)$$

donde N_c , N_q se calculan con las expresiones 2.2 y 2.3, y

$$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4\phi) \quad (2.6)$$

Los λ_{ij} son factores de forma, profundidad e inclinación, respectivamente, y se calculan como se explica a continuación.

Factores de forma para $\varphi = 0^\circ$

$$\lambda_{cs} = 1 + 0.2 \left(\frac{B}{L} \right) \quad \text{y} \quad \lambda_{qs} = \lambda_{\gamma s} = 1 \quad (2.7)$$

Factores de forma para $\varphi \geq 10^\circ$

$$\lambda_{cs} = 1 + 0.2 \left(\frac{B}{L} \right) \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{y} \quad \lambda_{qs} = \lambda_{\gamma s} = 1 + 0.1 \left(\frac{B}{L} \right) \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.8)$$

Factores de profundidad para $\varphi = 0^\circ$

$$\lambda_{cd} = 1 + 0.2 \left(\frac{D_f}{B} \right) \quad \text{y} \quad \lambda_{qd} = \lambda_{\gamma d} = 1 \quad (2.9)$$

Factores de profundidad para $\varphi \geq 10^\circ$

$$\lambda_{cd} = 1 + 0.2 \left(\frac{D_f}{B} \right) \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{y} \quad \lambda_{qd} = \lambda_{\gamma d} = 1 + 0.1 \left(\frac{D_f}{B} \right) \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.10)$$

Factores de inclinación de la carga actuante, α_m (en grados):

$$\lambda_{ci} = \lambda_{qi} = \left(1 - \frac{\alpha_m}{90^\circ} \right)^2 \quad (2.11)$$

$$\lambda_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\alpha_m}{\varphi^\circ} \right)^2 \quad (2.12)$$

Alternativamente, DeBeer (1970) propone unas expresiones para calcular los factores de forma y Hansen (1970), para los factores de profundidad. Por otra parte, en la tabla 2.1 se presentan valores de factores de forma para cimentaciones cuadrada y circular, obtenidos en investigaciones recientes mediante técnicas numéricas en auge, como trabajos preparatorios para el análisis de cimentaciones más complejas.

Tabla 2.1. Factores de forma obtenidos mediante técnicas numéricas.

Cimentación	Referencia	Análisis	Contacto	Nc	s _c
Cuadrada	Gourvenec et al. (2006)	MEF (ABACUS)	Liso	5.56	1.08
			Rugoso	5.91	1.15
	Martínez (2012)	MDF (FLAC)	Liso	5.61	1.09
			Rugoso	5.98	1.16
Circular	Gourvenec et al. (2006)	MEF (ABACUS)	Liso	5.58	1.09
			Rugoso	5.96	1.16
	Martínez (2012)	MDF (FLAC)	Liso	6.02	1.17
			Rugoso	6.38	1.24

MEF: Método del elemento finito; MDF: Método de diferencias finitas.

Sekiguchi & Kobayashi (1997), mediante el *teorema de límite superior* y usando un mecanismo toroide obtienen una cota superior de la capacidad de carga de cimentaciones circulares cargadas excéntricamente, que para el caso de acciones centradas resultó en un valor de $N_c=7.61$.

Se adelanta aquí que en la presente investigación (capítulo 4), mediante *equilibrio límite* y un mecanismo de falla también toroide (observado en los análisis descritos en el capítulo 3), se obtuvo un factor de capacidad de carga estático, N_c , igual a 6.436 al que le corresponde un factor de forma de 1.25, muy cercano al obtenido por Martínez (2012).

Efecto de la velocidad de aplicación de la carga

Por otra parte, se han hecho intentos por conocer el efecto de la velocidad de aplicación de la carga. Vesic (1965) logró observar que para velocidades de aplicación entre 2.54×10^{-3} y 2.54×10^{-2} cm/s, la capacidad de carga de suelos granulares alcanzaba un valor mínimo. El mismo autor recomendó, para tomar en cuenta este aspecto, reducir el ángulo de fricción en dos grados. En arcillas saturadas sucede lo contrario (Das, 1999): la resistencia no drenada aumenta al incrementarse la velocidad de deformación. Algunos resultados de Carroll (1963) con arcilla de Buckshot muestran que la resistencia, c_u , en condiciones dinámicas es 1.5 veces mayor que en condiciones estáticas.

Otras investigaciones realizadas con arcilla de la ciudad de México muestran también que la resistencia a la falla bajo carga dinámica es mayor que la correspondiente en condiciones estáticas. Romo (1990) encontró que independientemente de la trayectoria de consolidación seguida y la magnitud del esfuerzo octaédrico de consolidación, la resistencia a la falla dinámica no drenada, S_{ud} , varía entre 1.2 y 1.4 veces la resistencia no drenada en condiciones estáticas, S_u . Considerando una prueba de carga cíclica de compresión en la que se aumenta el esfuerzo desviador manteniendo constante el confinante, la relación entre ambas puede exponerse de la siguiente forma

$$S_{ud} = \frac{M_d(3 - M_e)}{M_e(3 - M_d)} S_u \quad (2.13)$$

donde M_d y M_e son, respectivamente, la pendiente de la envolvente de falla dinámica y la de la estática en un diagrama $p-q$ como se muestra en la figura 2.4.

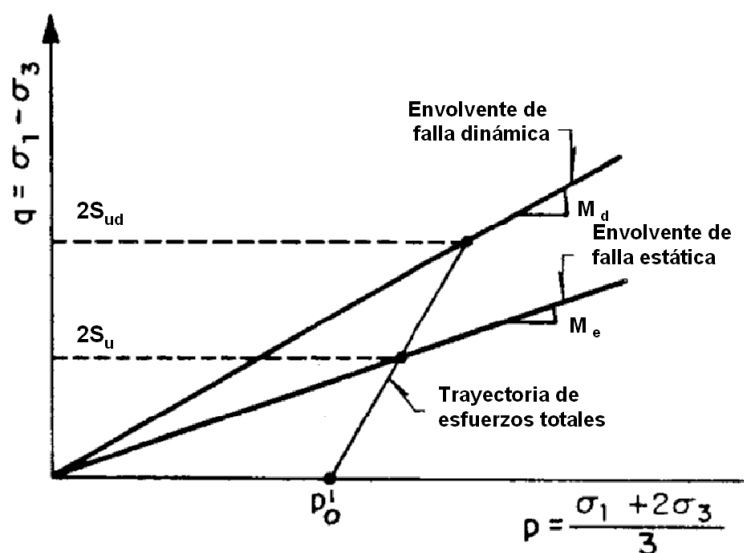


Figura 2.4. Resistencia a la falla dinámica en diagrama $p-q$ (Romo, 1990).

Por otro lado, las investigaciones de Romo (1990) muestran que la relación entre estas dos pendientes es

$$M_d = (1.25 \pm 0.05)M_e \quad (2.14)$$

2.2 Métodos propuestos por otros autores para analizar capacidad de carga y asentamientos por sismo

2.2.1 Método de Triandafilidis (1965)

Triandafilidis (1965) desarrolló un procedimiento para calcular el giro de una cimentación continua sobre arcilla saturada ante carga transitoria, utilizando el mecanismo de falla de Fellenius que consiste en un arco de circunferencia con centro arriba de una orilla de la cimentación (figura 2.5a). El autor consideró que el arco de circunferencia es una buena aproximación al mecanismo de Prandtl si se acepta que la falla ocurre hacia un costado, lo cual es razonable en la realidad, dadas las pequeñas excentricidades de las cargas, entre otros factores. Asimismo, el valor que se obtiene de la capacidad de carga es muy cercano al que se obtiene con la fórmula de Terzaghi para cimientos rugosos. Una razón más para la adopción de este mecanismo es la conveniente simplificación que se logra en condiciones de carga transitoria. La carga es uniformemente distribuida y consiste en un pulso que decae con el tiempo.

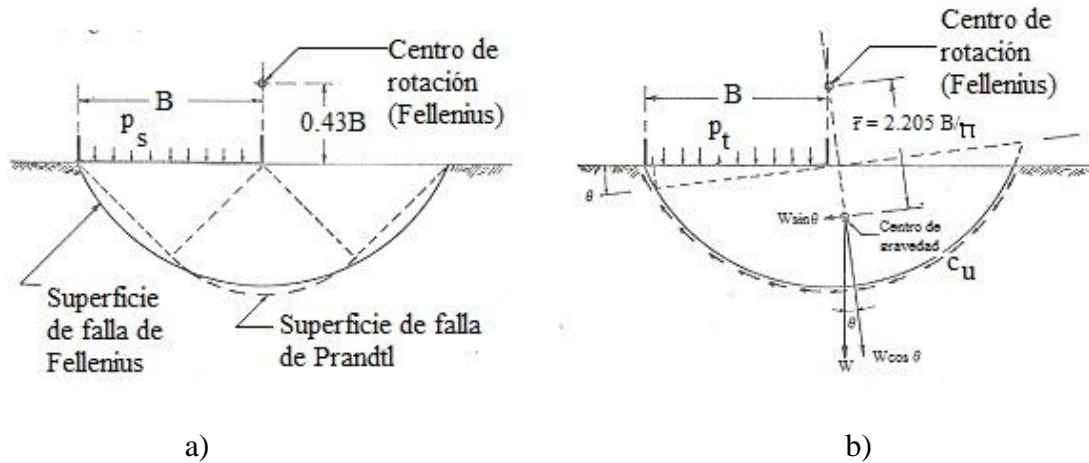


Figura 2.5. Ilustración del modo de falla y del equilibrio dinámico de las masas de suelo en movimiento (Triandafilidis, 1965).

La formulación de la respuesta dinámica consiste en igualar en torno a un eje fijo, los momentos de las fuerzas que tienden a perturbar el equilibrio de la cimentación con aquellos que la restauran. La masa de suelo que se mueve con la cimentación es considerada un cuerpo rígido con características esfuerzo-deformación rígido-plásticas. El único momento que perturba es el debido al pulso dinámico externo, M_{dp} . Los momentos restauradores son debidos a la resistencia en la superficie de falla, a la inercia de la masa de suelo que participa en el movimiento y al desplazamiento del centro de gravedad de la masa de suelo (figura 2.5b), los cuales se denotan con M_{rs} , M_{rl} y M_{rw} , respectivamente. Las expresiones para obtener estos momentos son

$$\begin{aligned}
 M_{dp} &= \frac{1}{2} p_t B^2 \\
 M_{rs} &= \frac{1}{2} p_s B^2 \\
 M_{rl} &= \frac{WB^2}{1.36g} \ddot{\theta} \\
 M_{rw} &= W \bar{r} \sin \theta
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

donde $p_t = p_0 e^{-\alpha t}$ es la carga transitoria, cuya intensidad pico es p_0 ; t es el tiempo y α , la tasa de decaimiento; $p_s = 5.54c_u$ es la capacidad de carga estática obtenida con el mecanismo de Fellenius, c_u es la resistencia no drenada del suelo; B es el ancho del cimiento, W , el peso del suelo que participa en el movimiento, θ , el ángulo de giro, $\ddot{\theta}$, la aceleración angular y g , la aceleración de la gravedad; \bar{r} es la distancia del centro de masa del suelo al centro de giro.

Igualando estos momentos como se mencionó arriba y arreglando términos se llega a la ecuación

$$\ddot{\theta} + k^2\theta = \frac{0.68g}{W} p_s (\lambda e^{-\alpha t} - 1) \quad (2.16)$$

donde $\lambda = \frac{P_0}{p_s}$ es la relación de sobrecarga utilizada para dejar a p_t en términos de p_s y

$k^2 = 3g / \pi B$; k es la velocidad angular. La solución de esta ecuación está dada por

$$\frac{W}{0.68gp_s} \theta = \frac{T^2}{4\pi^2 + \alpha^2 T^2} \left[\left(1 - \lambda + \frac{\alpha^2 T^2}{4\pi^2} \right) \cos 2\pi \frac{t}{T} + \frac{\alpha \lambda T}{2\pi} \sin 2\pi \frac{t}{T} + \lambda e^{-\alpha t} - \frac{\alpha^2 T^2}{4\pi^2} - 1 \right] \quad (2.17)$$

que puede utilizarse para trazar la historia del movimiento; T es el periodo de oscilación calculado como $T = 2\pi \sqrt{\pi B / (3g)}$. Los resultados fueron presentados gráficamente en términos de valores máximos del ángulo obtenido con esta expresión para diferentes valores del factor de decaimiento, ancho de cimientto y relación de sobrecarga. Los valores de T con los cuales se calcularon los valores máximos se obtuvieron igualando a cero la derivada de la expresión 2.17. En la figura 2.6 se presentan los resultados de una serie de estos análisis para un ancho de cimientto de 10 ft (3.28 m). Los ángulos máximos están mostrados como $W / 0.68gp_s [\theta_{\max}] = K$.

En este método no se considera profundidad de desplante ni la fuerza de inercia que pudiera desarrollarse sobre una superestructura.

2.2.2 Método de Sarma e Iossifelis (1990)

Capacidad de carga

Sarma e Iossifelis (1990) estudiaron el efecto de la inercia de la masa de suelo bajo la cimentación y el de la sobrecarga en los factores de capacidad de carga en condiciones sísmicas de cimentaciones superficiales. Para ello, propusieron una superficie de falla como la mostrada en la figura 2.7 cuya definición depende únicamente de los ángulos α_1 , α_2 , α_3 y α_4 , que caracterizan las cuñas triangulares pasiva y activa. Los valores de estos ángulos son aquéllos que proporcionan los mínimos factores de capacidad de carga. Entre ambas cuñas se localiza una zona de cortante cuyo límite inferior es una línea espiral logarítmica con centro en uno de los extremos de la base. Esta zona es dividida en varias cuñas definidas por cortes inclinados que pasan por el centro de la espiral.

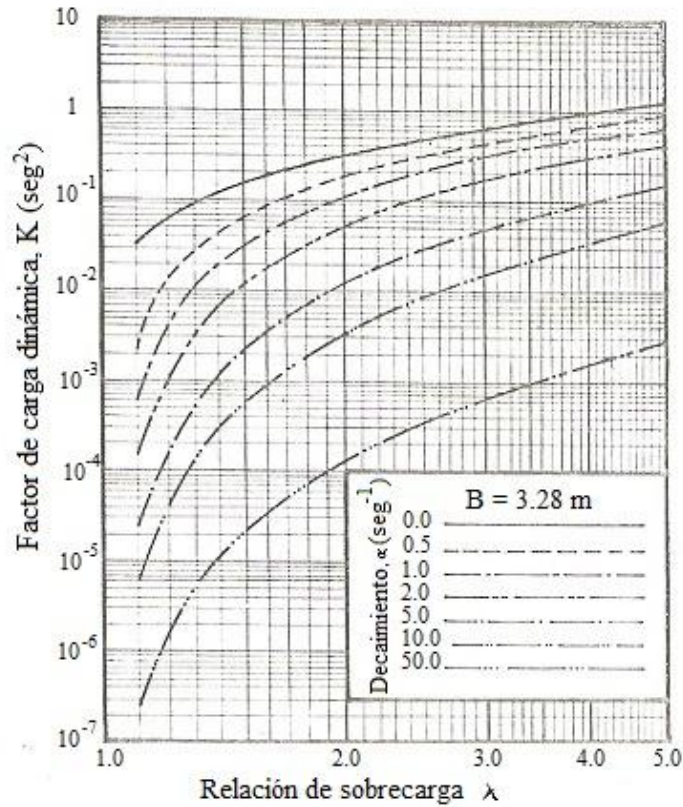


Figura 2.6. Ángulos máximos (en términos del factor de carga dinámica) para cimientos continuos de 3.28 m de ancho, y distintas relaciones de sobrecarga y tasas de decaimiento.

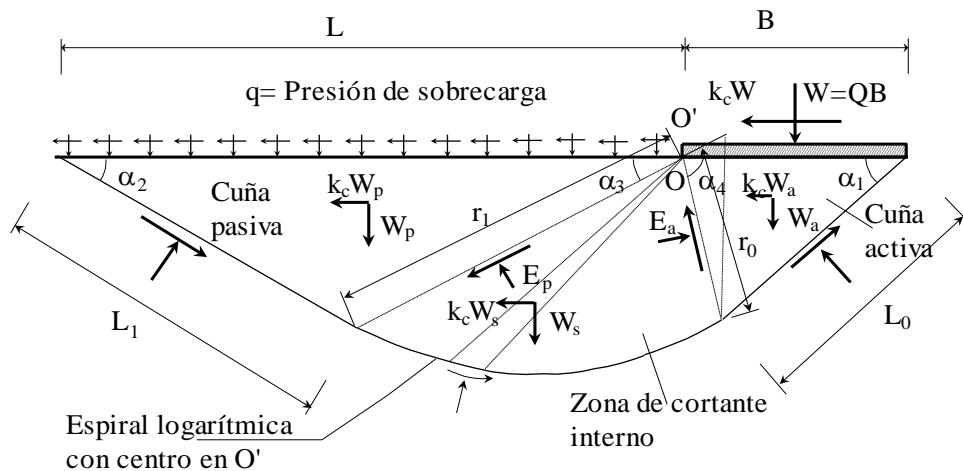


Figura 2.7. Mecanismo de falla propuesto por Sarma e Iossifelis (1990).

El mismo valor de aceleración se asume para el suelo y para la estructura. La fuerza sísmica en el suelo se hace intervenir tanto en las cuñas activa y pasiva, como en cada

una de las de la zona de cortante. La carga sísmica en la estructura se representa mediante un cortante basal y no se considera momento de volteo por sismo.

Una vez que se propone una posible superficie de falla, partiendo de la condición de equilibrio límite de la cuña pasiva, se determina el empuje pasivo, E_p . El empuje en la base de la cuña activa, E_a , se determina a partir de plantear el equilibrio de cada una de las cuñas de la zona de cortante desde la cuña pasiva hasta la activa. Los autores encuentran una ecuación para relacionar el empuje que le llega a cada cuña de la zona de cortante con aquél que se transmite a la siguiente cuña, que al diferenciarla e integrarla en toda la zona, se obtiene una expresión para relacionar E_a con E_p . Después, por equilibrio límite de la cuña activa se obtiene el peso, W , por unidad de longitud que la cimentación puede soportar. Si se divide el peso entre el ancho se tendrá la capacidad de carga de la cimentación, \bar{Q} . La expresión resultante fue arreglada para dejarla en función de unos factores de capacidad, es decir, en el mismo formato de la fórmula de Terzaghi. La capacidad de carga es, entonces, aquélla que se obtiene con los factores mínimos.

Estos autores obtuvieron en su investigación que los valores de N_q concuerdan con los obtenidos por Sokolovski (1960) y por Meyerhof (1953); los de N_c se aproximan a los valores de Meyerhof, mientras que los de N_γ con ninguno concuerdan. Hicieron una serie especial de análisis cambiando de posición el centro de la espiral para ver si era posible obtener valores menores de estos factores, llegando a la conclusión que los valores de N_c y N_q , obtenidos antes de cambiar el punto, fueron los menores y que, por otro lado, sí era posible llegar a menores valores de N_γ .

Cambiando de posición el centro de la espiral se obtuvieron valores de N_γ muy cercanos a los obtenidos por Meyerhof, pero mayores a los de Sokolovski, quien usó líneas de corte no rectas. Sin embargo, cuando se considera fuerza horizontal actuante, los valores de este factor son menores que los de Meyerhof (líneas discontinuas en la figura 2.8), lo que demuestra la importancia relativa de la inercia del suelo.

Asentamientos permanentes causados por sismo

Para una carga vertical dada, las gráficas de la figura 2.8 proporcionan la aceleración horizontal crítica, k_c , que una cimentación puede soportar sin falla. Si durante un sismo, la aceleración máxima, k_m , que representa el cortante basal es mayor que la crítica, el desplazamiento de la cimentación puede obtenerse usando la técnica de bloque deslizando con la cual se llega a la siguiente ecuación

$$\frac{1}{C} (4x_m / k_m g T^2) = 1.07 - 3.83 \frac{k_c}{k_m} \quad (2.18)$$

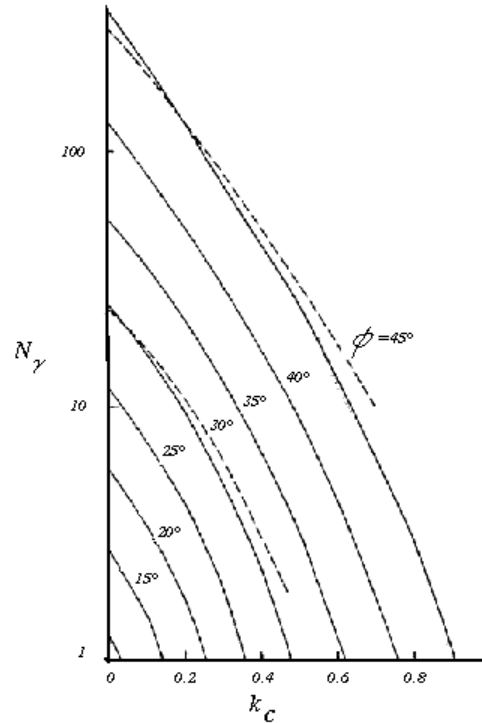


Figura 2.8. Factor de capacidad de carga N_γ . Se presentan los resultados del procedimiento descrito con línea continua y los obtenidos por Meyerhof (1953) con línea discontinua.

donde x_m es el máximo desplazamiento de bloque deslizante, g es la aceleración de la gravedad, T es el periodo fundamental de la estructura o el del subsuelo, el que sea mayor,

$$C = \cos(\varphi - \beta) / \cos \varphi \quad (2.19)$$

y β es la inclinación equivalente de la superficie de deslizamiento. El uso de la técnica desarrollada en esta investigación está restringido para suelos secos no cohesivos que no pierden resistencia con la deformación. En presencia de cohesión, c y sobrecarga, q , el valor de k_c puede obtenerse por iteración.

2.2.3 Método de Pecker y Salençon (1991)

Pecker y Salençon (1991) determinan la capacidad de carga sísmica de cimentaciones superficiales continuas, dentro del campo de la teoría de la plasticidad, sobre suelos arcillosos homogéneos que obedecen el criterio de resistencia isótropa de Tresca con cohesión, y con o sin resistencia a la tracción. El comportamiento del sistema suelo-cimentación es idealizado como elastoplástico perfecto. El vector de carga se conforma de cuatro componentes independientes: una fuerza vertical, una fuerza horizontal, un momento y la fuerza de inercia del suelo. Primero desarrollan un modelo para obtener la

capacidad de carga bajo cargas estáticas excéntricas e inclinadas; posteriormente, éste es extendido para incluir el efecto de las fuerzas de inercia en el suelo. Propusieron y analizaron dos mecanismos cinemáticos, uno de los cuales se muestra en la figura 2.9.

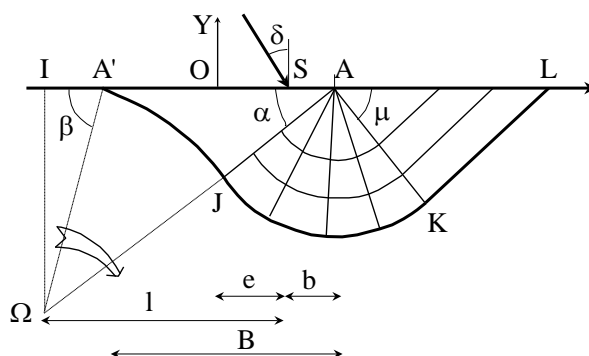


Figura 2.9. Mecanismo de falla propuesto por Pecker y Salençon (1991).

Según estos mecanismos se presenta una rotación con velocidad angular, ω , alrededor del punto Ω del sistema formado por la cimentación $A'A$ y el volumen de suelo bajo ésta, $A'JA$; y un campo de velocidad puramente tangencial en el sector circular AJK y en el triángulo ALK . Ambos mecanismos difieren en la posición del punto de rotación Ω . Los resultados usando las expresiones derivadas de estos mecanismos se muestran en gráficas como las de la figura 2.10, en donde puede observarse la relación entre las fuerzas verticales y horizontales que pueden aplicarse a una cimentación en un estado de equilibrio.

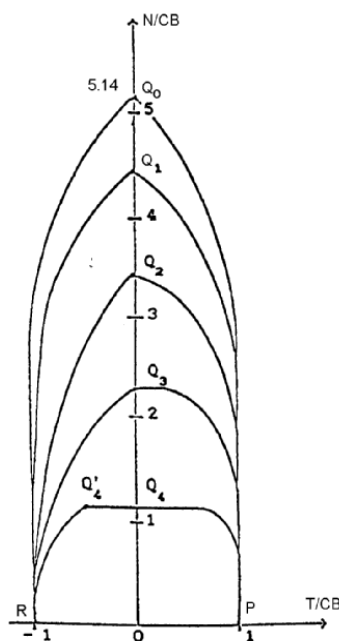


Figura 2.10. Relación entre las fuerzas normales, N , y horizontales, T , en una cimentación, en un dominio de comportamiento elástico (Pecker y Salençon, 1991).

En la extensión de su modelo para incluir las fuerzas de inercia en el suelo, obtienen otras expresiones cuyos resultados se muestran en gráficas como la de la figura 2.11. En ellas se puede observar cómo, para una fuerza normal dada, la máxima fuerza horizontal que puede aplicarse a la cimentación se reduce al incrementarse su elevación H y la fuerza sísmica horizontal en el suelo.

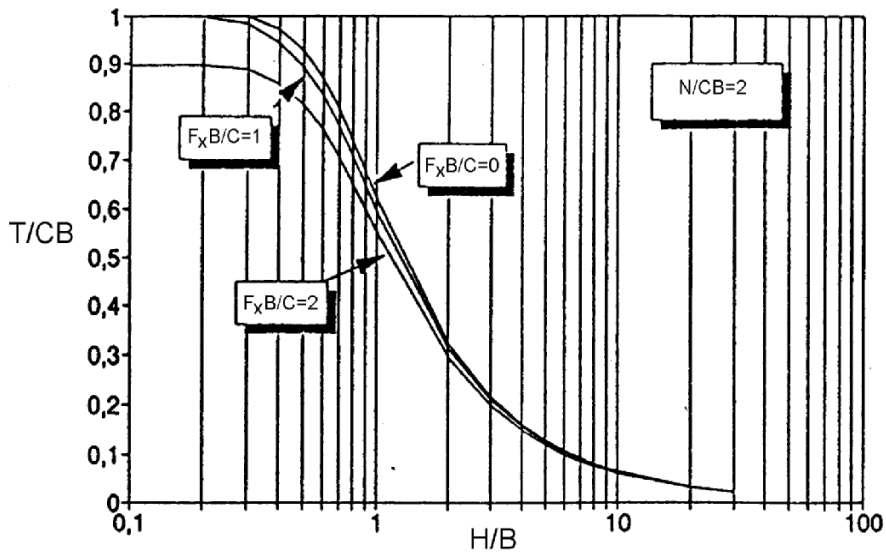


Figura 2.11. Fuerza horizontal máxima en función de su elevación y de la fuerza sísmica en el suelo.

Los autores encuentran en su investigación que para valores elevados de la fuerza normal en la cimentación, el efecto de la fuerza sísmica en el suelo es muy importante incluso para valores pequeños de esta última, debido a que la cimentación está más próxima a su condición de equilibrio límite. Cuando la fuerza normal es tal que el factor de seguridad es mayor o igual que 3.0, el efecto de la fuerza sísmica es casi despreciable.

2.2.4 Método de Richards et al. (1993)

Capacidad de carga

Una simplificación útil al mecanismo de Prandtl, la cual se muestra en la figura 2.12, permite eliminar la región II de traza logarítmica (Richards et al., 1993) concentrando la transferencia de esfuerzos en la línea AC (mecanismo de Coulomb). Esta línea puede imaginarse como un muro de retención sobre el que la región I aplica un empuje activo P_A contra la resistencia pasiva P_p de la región III.

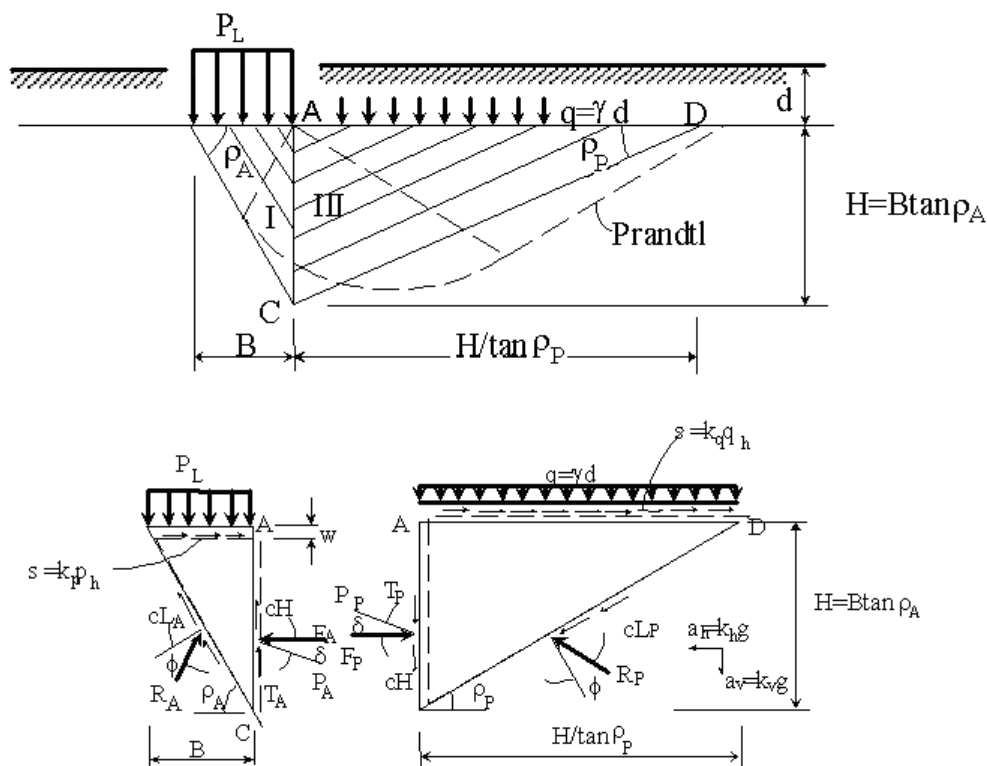


Figura 2.12. Mecanismo de falla de Coulomb.

Con este mecanismo simplificado y haciendo un equilibrio de fuerzas en la línea AC, se puede obtener el factor N_q considerando únicamente la sobrecarga ($c = \gamma = 0$). Asimismo, tomando en cuenta solamente el peso del suelo bajo la cimentación ($q = c = 0$) puede obtenerse el valor N_γ . Las expresiones para obtener estos valores son:

$$N_q = \frac{K_P}{K_A} \qquad N_\gamma = \tan \rho_A \left(\frac{K_P}{K_A} - 1 \right) \qquad (2.20)$$

En éstas los coeficientes de presión de tierra con fricción en el muro son (Tschebotarioff, 1951):

$$K_A = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos \delta \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin \varphi}{\cos \delta}} \right\}^2} \qquad K_P = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos \delta \left\{ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \delta) \sin \varphi}{\cos \delta}} \right\}^2} \qquad (2.21)$$

y los ángulos críticos de ruptura (figura 2.12) son

$$\rho_A = \varphi + \tan^{-1} \left\{ \frac{[\tan \varphi (\tan \varphi + \cot \varphi)(1 + \tan \delta \cot \varphi)]^{0.5} - \tan \varphi}{1 + \tan \delta (\tan \varphi + \cot \varphi)} \right\} \quad (2.22)$$

$$\rho_P = -\varphi + \tan^{-1} \left\{ \frac{[\tan \varphi (\tan \varphi + \cot \varphi)(1 + \tan \delta \cot \varphi)]^{0.5} + \tan \varphi}{1 + \tan \delta (\tan \varphi + \cot \varphi)} \right\} \quad (2.23)$$

Con un valor de $\delta = \frac{\varphi}{2}$ se obtiene una muy buena correlación entre los factores de capacidad obtenidos con este mecanismo y con el de tipo Prandtl.

La virtud de este mecanismo de Coulomb es que puede ser extendido para considerar las fuerzas sísmicas $k_h \gamma$ y $k_v \gamma$ debidas a las aceleraciones $k_h g$ y $k_v g$, las cuales en el caso estático fueron nulas. El equilibrio de fuerzas en la línea AC da como resultado las contrapartes sísmicas de las ecuaciones 2.21 a 2.23.

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi - \theta)}{\cos \theta \cos(\delta + \theta) \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \theta)}{\cos(\delta + \theta)}} \right\}^2} \quad (2.24)$$

$$K_{PE} = \frac{\cos^2(\varphi - \theta)}{\cos \theta \cos(\delta + \theta) \left\{ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \theta)}{\cos(\delta + \theta)}} \right\}^2} \quad (2.25)$$

y

$$\rho_{AE} = a + \tan^{-1} \left\{ \frac{[(1 + \tan^2 a)(1 + \tan(\delta + \theta) \cot a)]^{0.5} - \tan a}{1 + \tan(\delta + \theta)(\tan a + \cot a)} \right\} \quad (2.26)$$

$$\rho_{PE} = -a + \tan^{-1} \left\{ \frac{[(1 + \tan^2 a)(1 + \tan(\delta - \theta) \cot a)]^{0.5} + \tan a}{1 + \tan(\delta + \theta)(\tan a + \cot a)} \right\} \quad (2.27)$$

donde

$$\theta = \tan^{-1} \frac{k_h}{1 - k_v} \quad \text{y} \quad a = \varphi - \theta \quad (2.28)$$

El resultado de estas expresiones se sustituye en la ecuación 2.20 para obtener los valores de N_q y N_γ , mientras que el valor de N_c se obtiene de otra manera. Estos autores recomiendan investigar la degradación sísmica de la componente cohesiva de la capacidad de carga, particularmente para altas intensidades de aceleración.

En la figura 2.13 puede observarse la influencia de la intensidad de la aceleración sísmica $\tan \theta$ en a) los ángulos de los triángulos del mecanismo de falla (ecuaciones 2.26 y 2.27); y en b) los coeficientes activos y pasivos (ecuaciones 2.24 y 2.25); se muestra también c) la geometría del mecanismo de falla para $\tan \theta = 0.3$. Puede verse que conforme la intensidad de aceleración crece, los ángulos se reducen, tornándose el mecanismo más superficial y local.

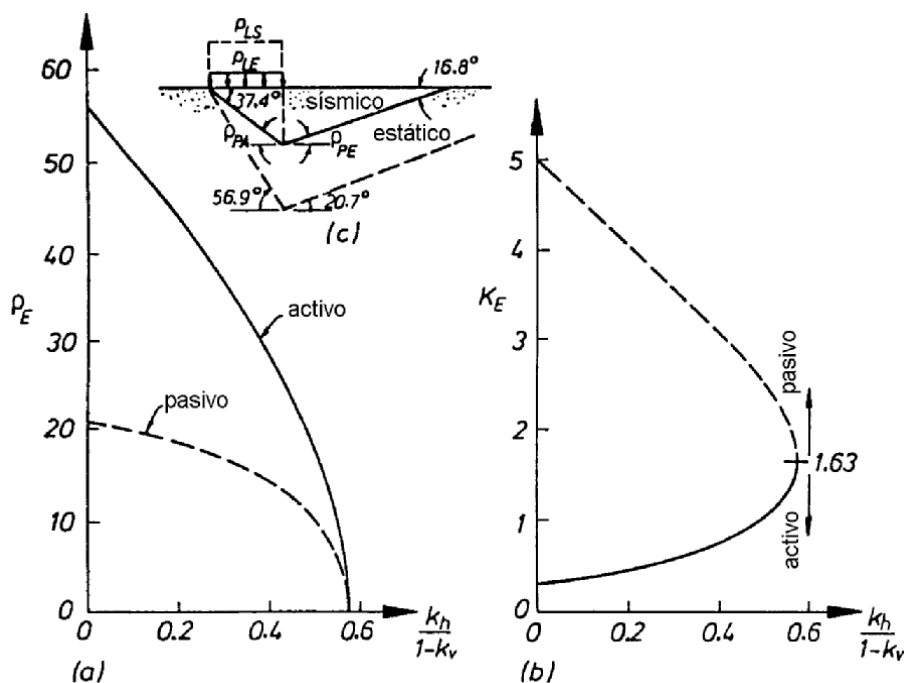


Figura 2.13. Análisis sísmico, Método de Mononobe – Okabe.

En la figura 2.14 se muestran los cocientes de factores de capacidad de carga sísmicos, N_{iE} , con respecto a los estáticos, N_{iS} , para diferentes valores de intensidad de aceleración. En ella puede notarse el dramático decrecimiento de tales factores y, por ende, de la capacidad de carga, incluso para niveles moderados de aceleración tales como $k_h = 0.25$. Nótese cómo para $\varphi = 10^\circ$ la capacidad de carga desaparece enteramente para $k_h = 0.176$.

Asentamientos permanentes causados por sismo

Mientras que en condiciones estáticas la falla se presenta súbitamente con desplazamientos importantes, en condiciones sísmicas la falla tiene lugar cuando la intensidad de aceleración rebasa un cierto valor límite, k_h^* . Dado que durante un sismo el valor de la aceleración está cambiando, la situación anterior sólo se presenta para un cierto número de lapsos pequeños. Estas pequeñas y recurrentes fallas se traducen en asentamientos. Richards et al. (1993) consideran que construir las cimentaciones para mantenerlas debajo de la aceleración crítica, k_h^* , y de esta forma evitar los asentamientos

por sismo elevaría excesivamente los costos y para sismos fuertes sería prohibitivo. Por lo anterior, resulta conveniente diseñar por desplazamientos.

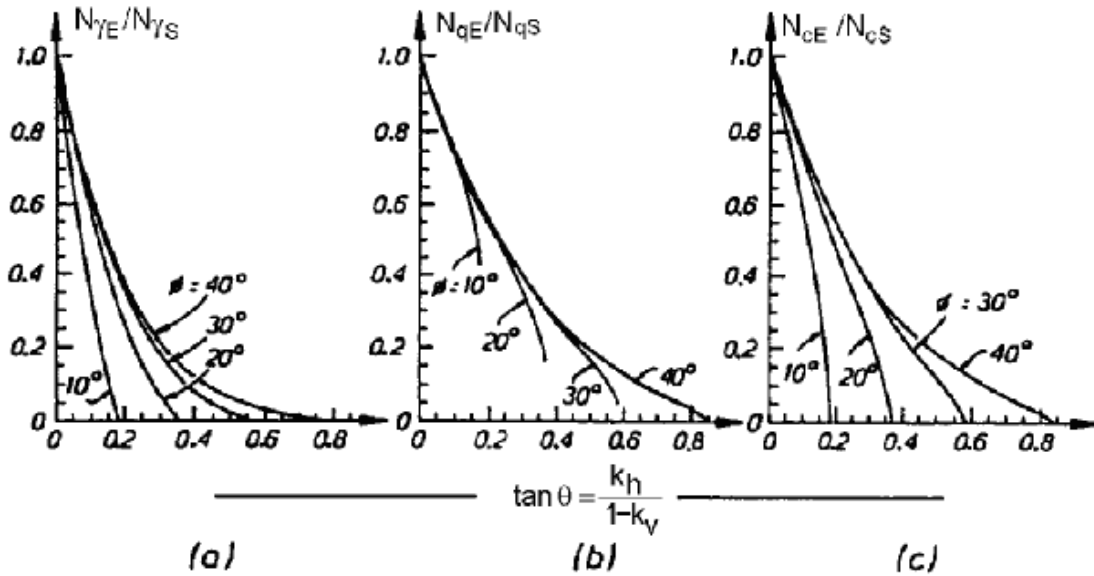


Figura 2.14. Relaciones de factores de capacidad de carga sísmica respecto a los estáticos (Richards et al, 1993).

El mecanismo de Coulomb utilizado por estos autores permite una adaptación de la técnica del bloque deslizante (usada por ellos mismos para muros de contención) para el cálculo de desplazamientos de cimentaciones por sismo. La hipótesis usual de esta técnica establece que una vez que el movimiento comienza, éste continúa a aceleración constante hasta que la velocidad relativa entre los bloques deslizantes y el resto del suelo llega a cero. Integrando la velocidad relativa se obtiene el desplazamiento a lo largo de la superficie de deslizamiento para un pulso en particular. Así, el asentamiento en un sismo real, tiene lugar en forma incremental y se calcula como el desplazamiento en la superficie de deslizamiento por la tangente de ρ_{AE} . De esta forma, obtienen una expresión para el cálculo de desplazamientos

$$\Delta = 0.087 \frac{V^2}{Ag} \left| \frac{k_h^*}{A} \right|^{-4} \quad (2.29)$$

donde V y A son, respectivamente, la velocidad máxima y el coeficiente de aceleración de diseño, y g es la aceleración de la gravedad. Considerando que los desplazamientos se presentan en dos direcciones, el asentamiento esperado es

$$w = 2\Delta \tan \rho_{AE} \quad (2.30)$$

2.2.5 Trabajos de Knapett et al. (2006)

Knapett et al. (2006) llevaron a cabo una serie de experimentos sobre una mesa vibradora de 1 g, con el objetivo de medir tanto los desplazamientos de una cimentación superficial debidos a carga sísmica, como el desarrollo del mecanismo de falla en el suelo, formado por arena seca. Los desplazamientos se obtuvieron mediante el análisis de imágenes obtenidas con una videocámara de alta rapidez de toma de cuadros.

Equipo y material

En la mesa vibradora (figura 2.15a), construida en la Universidad de Cambridge, Reino Unido, pueden aplicarse excitaciones de tipo senoidal con una frecuencia que puede variar en un rango de 0 a 4.7 Hz, con un posible rango de 0 a 0.9 g de aceleración horizontal pico en la máxima frecuencia. El contenedor tuvo dimensiones de 750 x 300 mm en planta y 500 mm de profundidad y contiene una ventana transparente Perspex en uno de sus costados largos (dirección de análisis) para permitir la observación de los desplazamientos de la estructura y el suelo bajo la cimentación, así como del mecanismo de falla; en esta ventana los esfuerzos friccionantes se reducen al mínimo, lo que facilita tener condiciones de deformación plana.

El suelo consistió en una serie de capas de arena preparadas por pluviación seca a una densidad relativa de 67 % hasta alcanzar un espesor de 300 mm. El grosor de la arena fue tal que su textura superficial permitiera su seguimiento a través de la ventana con las imágenes de la cámara de video. La estructura y su cimentación fueron formadas por una pila de tabletas de bronce de 100 mm de altura, 50 mm de ancho y 300 mm de longitud, extendiéndose, así, entre el muro posterior del contenedor y la ventana transparente. Con este arreglo se puede aumentar la altura y la presión aplicada, pero esto no fue estudiado. Para asegurar la proximidad de la falla los factores de seguridad utilizados fueron bajos. Se hicieron ensayos con la cimentación en superficie para investigar los efectos del peso propio de suelo y embebidas a una cierta profundidad para investigar los efectos de la sobrecarga.

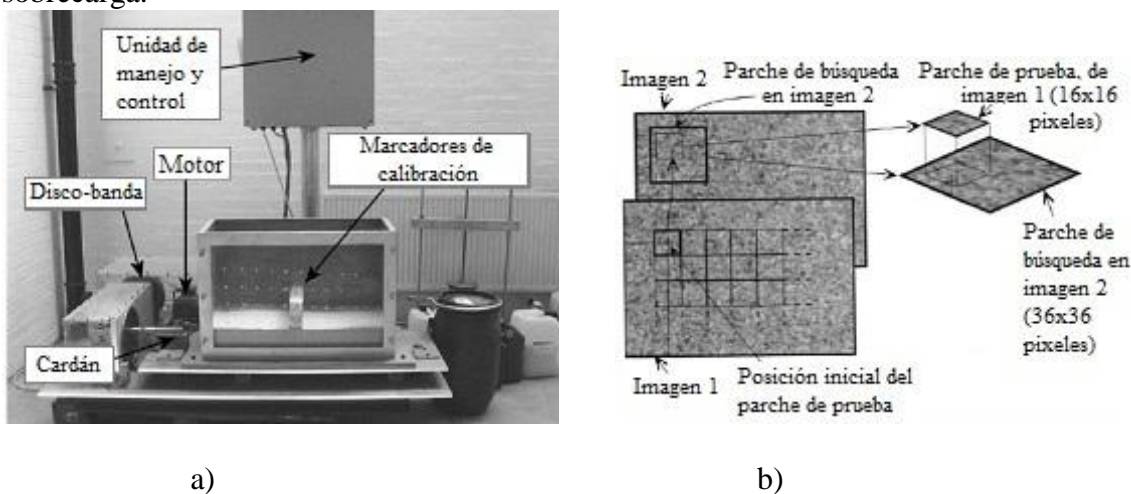


Figura 2.15. Mesa vibradora y principios del análisis PIV.

Las imágenes se tomaron con una video cámara digital de alta rapidez de cuadro, Phantom V, manufacturada por Photo-Sonics, Inc. El aparato tiene una resolución de un megapixel con una capacidad de almacenamiento de 1000 imágenes a máxima resolución. La rapidez de cuadro es ajustable de 1 a 1000 fps (cuadros por segundo). Las imágenes fueron guardadas localmente en la cámara debido a la alta rapidez de transferencia de datos requerida.

Una vez obtenidas, las imágenes se procesaron con el software GeoPIV7, el cual implementa la técnica de velocimetría de imagen de partícula (PIV) que consiste en dividir una imagen en pequeñas regiones rectangulares o parches (figura 2.15b), las cuales son comparadas entre imágenes subsecuentes con base en su textura. El rastreo por textura permite encontrar dentro de un radio predefinido la localización de un parche con aproximación de enteros de píxel. Después mediante una curva bi-cúbica se interpola una mejor posición del parche con precisión de sub-píxel, indicada por el mayor valor del coeficiente de correlación, con valores de hasta 0.02 mm. Los desplazamientos son obtenidos de la diferencia en posición de parches entre imágenes subsecuentes y el campo de deformaciones a partir de los desplazamientos. Posteriormente, estas imágenes que están en unidades de píxel son puestas en milímetros mediante unos factores derivados de la posición de una serie de marcadores negros en la ventana Perspex cuya posición es obtenida mediante fotogrametría de rango cerrado. Lo anterior permite tomar en cuenta la: posición de la cámara, distorsión debida a los lentes, relación de aspecto y refracción en la ventana Perspex. Asimismo, debe sustraerse de los desplazamientos totales medidos, los del cuadro de referencia, dado que la cámara no está montada en la mesa.

Ensayes

Se aplicaron excitaciones sísmicas senoidales a una sola frecuencia con una duración de 3 s. La duración fue fijada por la limitada capacidad de almacenamiento de imágenes de la cámara. En ensayos con cimentación en superficie se aplicaron excitaciones de diferentes magnitudes y frecuencias. Los ensayos con cimentaciones embebidas fueron hechos con amplitud y frecuencia constantes.

En una de las pruebas (A2) se representó una cimentación en superficie, con factor de seguridad de 1.21 sobre una arena con relación de vacíos de 0.6, a la cual se aplicó una excitación senoidal con aceleración máxima de 0.26 g y frecuencia de 3.6 Hz.

Resultados

Para la prueba A2 con la técnica PIV se crearon las gráficas de la figura 2.16 a-d en las que se muestran los campos de desplazamientos instantáneos en 4 cuartos de un ciclo. En los casos a) y c) en que las aceleraciones son máximas (figura 4.16e) se forma un mecanismo como el propuesto por Pecker y Salençon (1991), es decir una rotación del sistema suelo estructura respecto a un punto a una cierta profundidad y en los casos b) y d) cuando las aceleraciones son mínimas el suelo bajo la cimentación presenta un movimiento rotacional en torno a un punto de la cimentación. Se argumenta en el artículo que el mayor movimiento se tiene en los casos a) y c) cuando las aceleraciones son

máximas. En otros resultados, se comenta que a mayor aceleración el mecanismo se vuelve más superficial, pero más extendido; también, que la relación entre las frecuencias de la estructura y el suelo no influyó en la forma del mecanismo debido a su valor alto y que una mayor profundidad de desplante distorsiona el mecanismo de falla deducido en superficie, por lo que es cuestionable el principio de superposición de efectos.

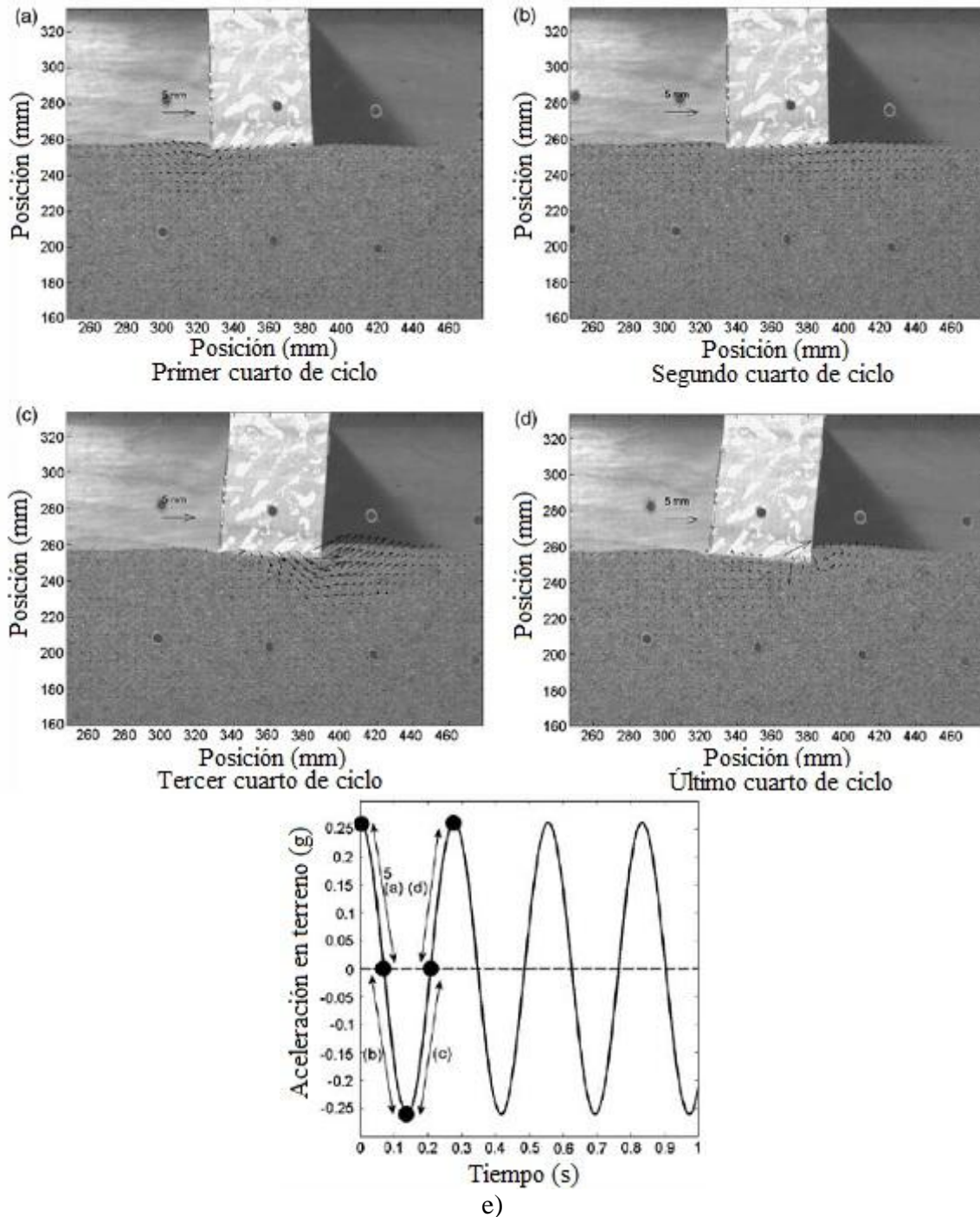


Figura 2.16. Campo de desplazamientos instantáneos bajo la cimentación a partir de la técnica PIV para la prueba A2.

2.3 Método de Romo y García (1995)

Capacidad de carga

Suponiendo un comportamiento rígido plástico a lo largo de una superficie de falla espiral logarítmica, Romo y García (1995) hacen un equilibrio de momentos actuantes y resistentes con respecto al centro de la espiral (figura 2.17) para deducir una expresión con la cual calculan la capacidad de carga.

Los momentos que actúan son: el debido al peso W_e de la estructura, M_{we} , y el debido a la fuerza F_{he} de inercia horizontal, M_{he} . Los momentos que resisten son: el debido a la resistencia c en la superficie de falla, M_c ; el debido al peso W_s de la cuña de suelo bajo la cimentación, M_{ws} , y el debido al peso W_{sc} del suelo adyacente que gravita sobre la superficie horizontal de desplante, M_{sc} . Estas fuerzas son representadas en la figura 2.17. En las expresiones de los momentos actuantes aparece la presión que se le aplica al suelo. En el instante incipiente de falla esta presión es la capacidad de carga, la cual al ser despejada de la ecuación de equilibrio resulta ser:

$$q = \frac{2}{B} \left(\frac{1}{B + (a_e/g)(H_e - 2H_0)} \right) \sum M_R \quad (2.31)$$

Donde B y H_e son el ancho y la altura de la estructura, respectivamente; a_e es la aceleración en el centro de masa de la misma; g es la aceleración de la gravedad; H_0 la altura del centro de la espiral y

$$\sum M_R = M_c + M_{ws} + M_{sc} \quad (2.32)$$

El centro del mecanismo, como se observa en la figura 2.17, se localiza sobre la vertical que pasa por el extremo opuesto a aquél de donde parte la espiral, a una altura H_0 respecto de la base de la estructura, la cual se calcula de acuerdo con la posición que dé la condición de estabilidad más crítica, para un cierto valor de aceleración.

Como resultado, además de proporcionar una expresión para calcular la capacidad de carga sísmica, encuentran que esta capacidad se reduce al aumentar la aceleración a la que se somete la estructura (a_e), debido, por una parte, a que el valor de esta última aparece en el denominador de la ecuación 2.31 y, por otra, a que el mecanismo adopta una geometría más crítica en la que se reducen los momentos resistentes. Los autores hicieron algunos análisis con la expresión obtenida para resaltar la influencia de algunos parámetros en la posición del centro de giro, H_0 . Entre los parámetros analizados se encuentran la relación de esbeltez de la estructura, la aceleración horizontal sufrida por el edificio, el ángulo de fricción interna, etc. Los resultados fueron presentados en gráficas

como la que se muestra en la figura 2.18, en la que se observa que, para diferentes relaciones de esbeltez, H_0 se reduce al aumentar la fuerza sísmica en el edificio.

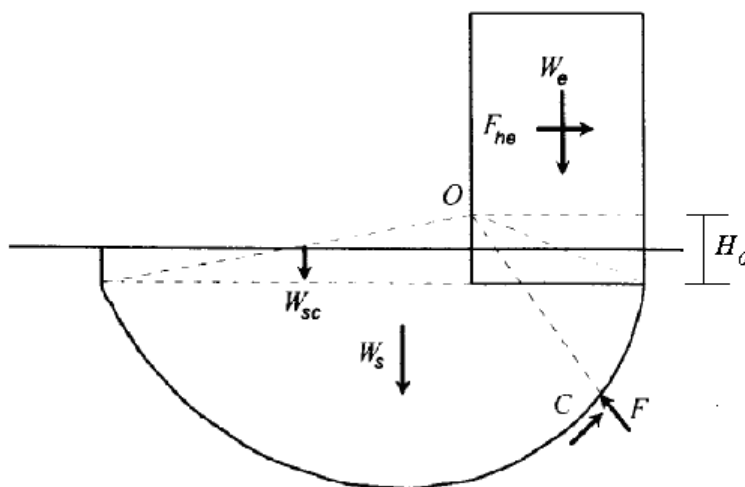


Figura 2.17. Modelo de Romo y García (1995), fuerzas que participan en el equilibrio de momentos.

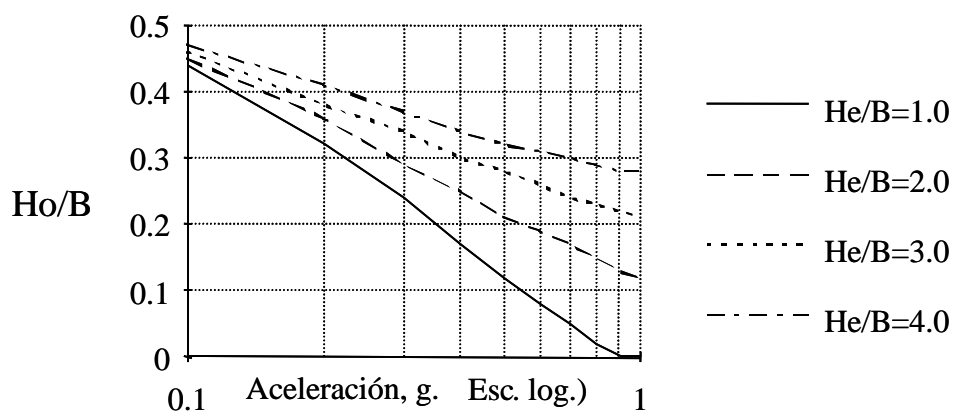


Figura 2.18. Curvas H_0/B vs a_e para $\varphi = 10^\circ$.

Para estimar la máxima aceleración en la estructura, la cual es necesario conocer para usar este modelo, tomando en cuenta su flexibilidad, se puede evaluar su periodo natural y usar este valor en el espectro de diseño (p. ej., el espectro reglamentario o un espectro de sitio). Para el caso en que los modos superiores del edificio influyan, el valor de a_e puede evaluarse usando superposición modal.

Asentamientos permanentes causados por sismo

Considerando que la aceleración a_e varía de manera aleatoria durante la acción del sismo, se tendrá que H_0 y su correspondiente superficie de falla estarán también modificándose. Por simplicidad de los cálculos, estos autores decidieron adoptar el valor de H_0 correspondiente a la aceleración máxima del sismo y conservarla en la duración de éste.

Cuando se alcance a desarrollar una superficie de falla, el sistema cuña de suelo-estructura rotará como cuerpo rígido respecto al centro de la espiral (ahora centro de giro) hasta que los momentos resistentes logren reestablecer el equilibrio. Si posteriormente se produce una fuerza de inercia en la estructura que sea capaz de desarrollar la superficie de falla opuesta, el sistema girará nuevamente, pero esta vez con respecto al centro de giro contrario, hasta que se logre reestablecer el equilibrio por disminución en las fuerzas de inercia que impone la estructura. Este mecanismo conduce a una sucesión alternada de rotaciones en la estructura, cuya base describe un movimiento de *zigzag*, acumulando asentamientos totales y diferenciales entre uno y otro, extremos de la misma.

En un instante en que la estructura esté girando aparece un momento de inercia de la masa en movimiento, M_{is} y un momento actuante debido al incremento del brazo de palanca del peso del edificio, M_{sd} . Planteando el equilibrio dinámico de momentos y arreglando términos, resulta una ecuación diferencial no homogénea de segundo orden

$$\frac{\gamma_s}{g} J_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \left(W_s \bar{y} - \frac{qBH_e}{2} \right) \psi = \left(\frac{qB^2}{2} + \frac{qBa_e}{2g} (H_e - 2H_0) - \sum M_R \right) \quad (2.33)$$

donde

$\psi = \psi(t)$, es el giro del edificio en radianes en un instante t ,

γ_s , es el peso volumétrico del suelo,

$\frac{\gamma_s}{g} J_0$, momento polar de inercia de la masa de la cuña de suelo

$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$, es la aceleración angular del sistema.

Esta ecuación, que representa el movimiento de un sistema de un grado de libertad, se resuelve en el dominio del tiempo mediante el método de integración directa de Newmark con aceleración media constante. Se obtuvo, con lo anterior, un procedimiento para calcular asentamientos y giros.

Con este procedimiento analizaron cinco casos historia de edificios que sufrieron asentamientos significativos durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México. En cuatro de estos casos lograron estimar asentamientos relativamente similares a los medidos. Sólo en un caso el análisis subestimó demasiado el asentamiento,

y fue precisamente el único en que se tenía un factor de seguridad mayor que 2.0. Con base en lo anterior concluyeron que su procedimiento encuentra aplicabilidad en cimentaciones con factores de seguridad menores que 2.0. También desprendieron de sus análisis que este número parece ser un umbral de comportamiento, de tal forma que para una cimentación con factor de seguridad mayor que 2.0 los asentamientos son despreciables. Sin embargo, recomiendan que esto último sea sostenido con el análisis de más casos historia y estudios teóricos.

En la figura 2.19 se comparan los asentamientos medidos en los dos extremos de uno de los edificios analizados, con los obtenidos del procedimiento. Se incluyen dos curvas (teóricas) que ilustran el efecto de la aceleración horizontal en los asentamientos de los dos extremos.

Cabe resaltar que el método no calcula emersiones y el volteo se deduce de la magnitud del asentamiento diferencial (diferencia entre los asentamientos de los extremos del edificio, p. ej., los mostrados en la figura 2.19). Puede apreciarse en la figura que el asentamiento diferencial resulta aproximadamente el mismo para un amplio rango de aceleraciones máximas, lo cual da una idea falsa de estabilidad de la edificación ante sismos de diferente intensidad.

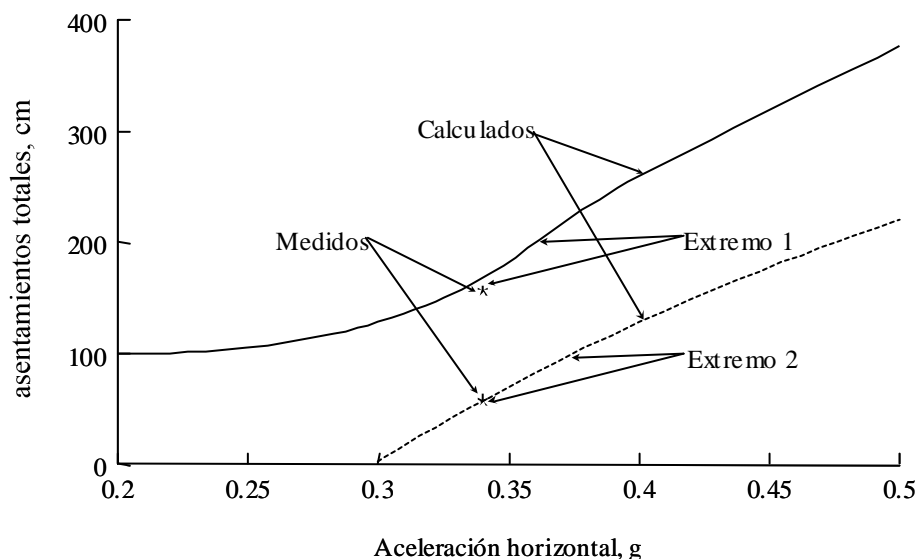


Figura 2.19. Efecto de la aceleración horizontal en los asentamientos.

2.4 Contribuciones Merlos (**Modelo 2D**, en 2002) y Merlos y Romo (2006) al trabajo de Romo y García (1995)

Capacidad de carga

Con base en el método de Romo y García (1995), conservando la mayoría de sus principios, en Merlos (2002) se obtiene una nueva expresión para calcular la capacidad de

carga considerando que la posición de la superficie de falla depende del valor de la aceleración, ubicándose el centro de la misma en un punto de una zona rectangular como la mostrada en la figura 2.20.

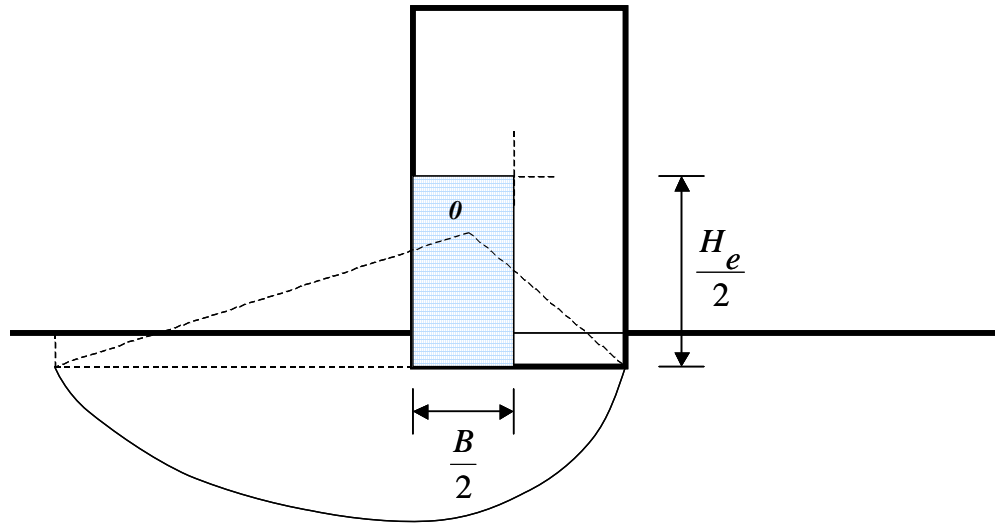


Figura 2.20. Región de localización del centro de giro.

Dado que el método es de equilibrio límite, de entre todos los puntos de esta región, el centro del mecanismo es aquél que proporciona las condiciones de seguridad mínimas. El equilibrio está planteado en términos de momentos actuantes y resistentes, los cuales son producidos por las fuerzas mostradas en la figura 2.21.

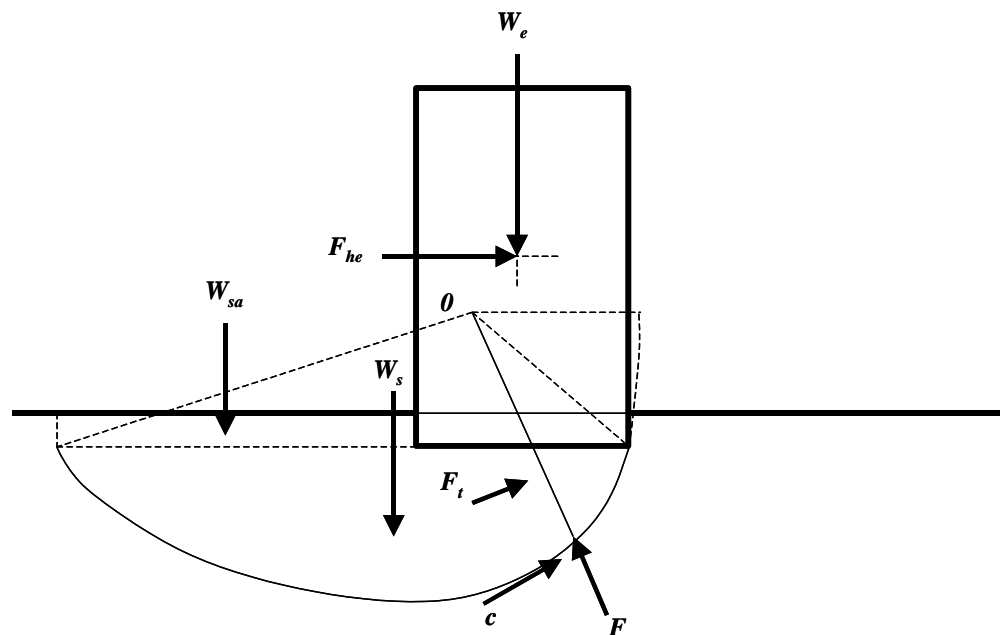


Figura. 2.21. Fuerzas consideradas en la modelación (similarmente a las de la figura 2.17).

Los momentos actuantes son: M_{awe} y M_{afh} debidos, respectivamente, al peso del edificio W_e y a la fuerza de inercia sísmica horizontal, F_{he} ; Si el edificio tiene inclinación, se agrega un momento debido a ésta, M_{aie} . La suma de los momentos actuantes es

$$\sum M_a = M_{awe} + M_{afh} + M_{aie} \quad (2.34)$$

Los momentos resistentes son: M_{rsf} , debido a la resistencia en la superficie de falla, c ; M_{rcd} que aporta el peso de la cuña de suelo comprendida entre la superficie de falla y la superficie de desplante, W_s ; M_{rsa} , que aporta el suelo sobre el nivel de desplante W_{sa} , adyacente a la cimentación y M_{rcl} , que resisten las caras laterales del mecanismo. La suma de los momentos resistentes es

$$\sum M_r = M_{rsf} + M_{rcd} + M_{rsa} + M_{rcl} \quad (2.35)$$

La ecuación a la que se llega equilibrando las expresiones 2.34 y 2.35, es la siguiente

$$q = \frac{\sum M_r}{BL \left[\left(\frac{B - 2x_{gi}}{2} \right) + \frac{abs(a_e)}{g} y_d + H_{eq} \psi_a \right]} \quad (2.36)$$

Donde x_{gi} es la coordenada horizontal del centro del mecanismo con respecto al extremo izquierdo y y_d es la distancia vertical entre este centro y el centro de aplicación de la fuerza sísmica. Una observación importante hecha en este trabajo es que el centro del mecanismo de falla en condiciones estáticas se ubica en un costado de la cimentación a cierta altura sobre el nivel de desplante y conforme la aceleración se presenta y aumenta, este centro se desplaza hacia el interior de la edificación descendiendo al mismo tiempo hacia la base, formando una superficie de falla de dimensiones cada vez más reducidas y que en el caso más crítico, para valores altos de aceleración, es un semicírculo bajo la cimentación. Lo anterior ocasiona que la capacidad de carga se reduzca y se recupere varias veces durante un sismo.

Asentamientos permanentes causados por sismo

El análisis anterior se realiza en cada instante durante la ocurrencia de un sismo utilizando el valor de aceleración instantánea. Cuando la capacidad de carga calculada con la expresión 2.36 llegue a ser menor que la carga actuante debida al edificio se tiene una condición inestable. Esto es equivalente a decir que se presenta una condición inestable cuando los momentos actuantes son mayores que los resistentes, dado que la ecuación 2.36 proviene del planteamiento de equilibrio de momentos actuantes y resistentes. En esta condición el sistema suelo-cimentación-edificio comienza a girar con

respecto al centro de la superficie de falla (ahora centro de giro), deslizándose sobre ésta. Durante el deslizamiento aparece un momento resistente causado por la inercia al giro del sistema dado por

$$M_{dis} = J_s \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (2.37)$$

donde J_s es el momento polar de inercia del sistema en rotación. Además, se origina un momento resistente debido al incremento en el brazo de palanca de la cuña de suelo desplazada

$$M_{abc} = W_s \bar{y} \psi \quad (2.38)$$

en el que \bar{y} es la distancia vertical del centro de esta cuña al centro de giro. Agregando estos dos momentos al equilibrio de momentos, se llega a

$$J_s \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + W_s \bar{y} \psi = \sum M_a - \sum M_r \quad (2.39)$$

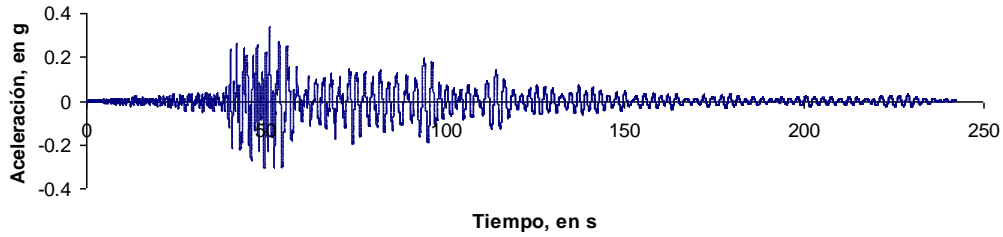
donde, a partir de la ecuación 2.34

$$\sum M_a = qBL \left(\frac{B - 2x_{gi}}{2} \right) + qBL \frac{abs(a)}{g} y_d + qBL H_{eq} \psi_a$$

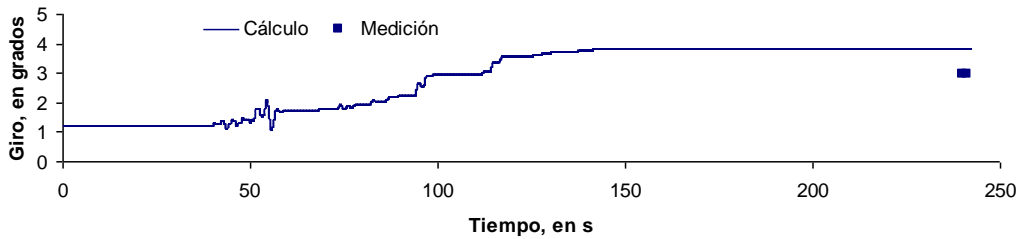
Esta ecuación diferencial se integró mediante el método de Newmark.

Comparación del procedimiento con casos historia

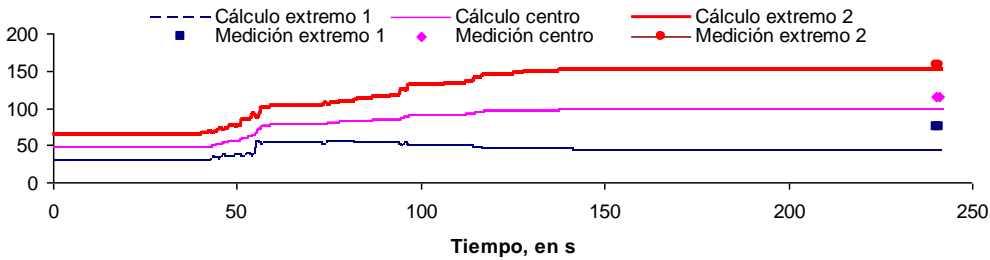
Se utilizaron cuatro edificios de los que se tenía información confiable respecto a las condiciones previas y posteriores al sismo. Se usaron los acelerogramas obtenidos de manera indirecta en Romo y García (1995). En dos de los edificios había losa de cimentación; en otro, cajón con pilotes de fricción, y en otro, losa con pilotes de fricción. Para estos últimos se agregó un momento debido a las reacciones en los fustes de los pilotes, multiplicadas por sus brazos de palanca al centro de giro. Se consideró como longitud efectiva de los pilotes, la que se desarrolla bajo la superficie de falla. Las comparaciones resultaron satisfactorias. Los dos edificios con losa de cimentación se presentaron en Merlos y Romo (2006); los acelerogramas aplicados en sus centros de masa y los giros y asentamientos calculados se muestran en las figuras 2.22 y 2.23. Aparecen en estas figuras las historias así como los valores finales de estas respuestas y las mediciones reportadas. Nótese en los incisos b) y c) que el giro y asentamientos iniciales no nulos están considerados por el modelo.



a) Acelerograma aplicado en el centro de masa del edificio 1



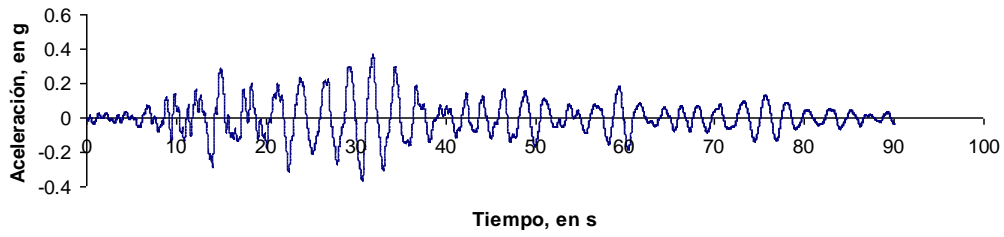
b) Giro



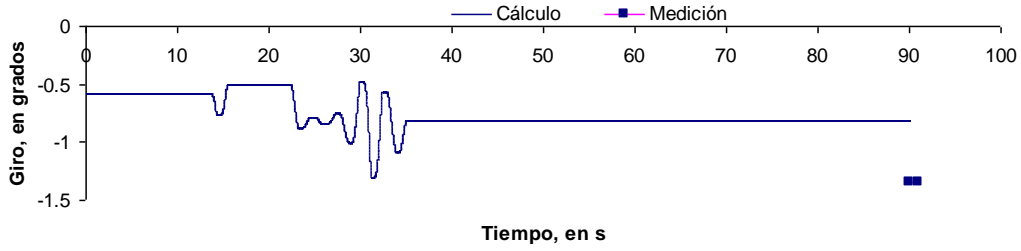
c) Asentamiento (cm) en los extremos y al centro

Figura 2.22. Acelerograma en el centro de masa de un edificio (caso historia 1). Giro y asentamientos calculados durante y al final del evento, y medición.

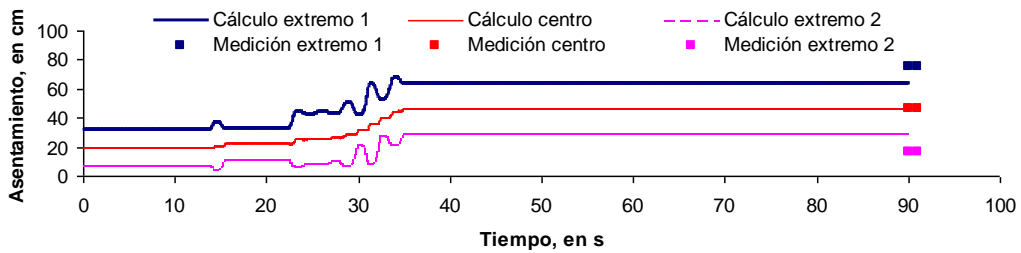
El acelerograma fue incrementado en 30% para considerar la excitación en la otra dirección, la resistencia con la que se obtuvieron estos resultados fue del orden del 70% de la reportada (para el caso 1 y del 50 % para el caso 2) y los asentamientos se calcularon descontando las emersiones, es decir, aplicando el giro al extremo interior del edificio y no en el punto resultante del proceso de minimización. Los métodos de equilibrio límite sobrestiman la capacidad de carga; la reducción en resistencia utilizada compensa esta sobreestimación. Estas consideraciones fueron hechas como calibración del modelo para reproducir los casos historia.



a) Acelerograma calculado em o centro de massa do edifício 2



b) giro



c) Assentamento em ambos extremos e ao centro

Figura 2.23. Acelerograma em o centro de massa de um edifício (caso história 2). Giro e assentamentos calculados durante e ao final do evento, e medição.

3 Mecanismo de falla

Los análisis presentados en este capítulo tienen el objetivo central de definir la superficie de falla más adecuada para considerarla en los desarrollos que se presentan en los capítulos posteriores. Se hicieron análisis pseudo-estáticos de equilibrio último de cimentaciones circulares en superficie, sobre material cohesivo, sometidas a distintas combinaciones de carga vertical, V , horizontal, H y momento, M , mediante el método de diferencias finitas en 3D. Para ello se requirió la creación de un modelo de diferencias finitas acorde. Los resultados se presentan principalmente de manera gráfica en términos de contornos de velocidades. El objetivo es observar los mecanismos de falla que se desarrollan con carga vertical y combinada, los cuales se pueden apreciar en tales contornos, en apego al concepto de *equilibrio límite*. El caso de carga vertical fue hecho para validar el modelo de diferencias finitas. Las observaciones sobre los mecanismos que se desarrollan con carga combinada constituyen la base del planteamiento del modelo, también de equilibrio límite, para calcular desplomos y asentamientos por sismo que se describe en el capítulo 4, objeto de la presente investigación. Estos análisis fueron hechos a velocidad controlada, lo que permitió la construcción de curvas de carga (V , H y M) vs efecto (desplazamiento vertical, w , desplazamiento horizontal, u , y giro, ψ), útiles en la definición de la falla. Algunos mecanismos así como sus curvas carga vs efecto, se compararon con los obtenidos en otros estudios en similares condiciones (p. ej., Gourvenec *et al*, 2006; Gourvenec and Steinepreis, 2007; Randolph y Puzrin, 2003). Respecto al giro aplicado, los análisis fueron de dos tipos: unos con el eje de giro pasando por el centro de la cimentación a nivel de desplante y otros con el eje de giro fuera de este punto. Esto último está en línea con la hipótesis que se hace en algunas investigaciones, incluyendo ésta, en las que se considera que el mecanismo, así como el centro de giro cambian en función de las fuerzas inerciales durante un evento sísmico. *El objetivo es observar la forma que adopta el mecanismo de falla generado principalmente por momento, cuando se hace esta consideración.*

La geometría del modelo de diferencias finitas utilizado, así como las propiedades de los materiales, se describe en el apartado 3.1. El procedimiento de carga y los resultados de los análisis se describen en los apartados 3.2 a 3.4, ocupándose el primero de ellos del caso de carga vertical, el intermedio del de carga combinada y el último del de carga combinada con eje de giro fuera del centro de la cimentación.

3.1 Modelo de diferencias finitas

Los análisis que se describen a continuación fueron hechos con el programa de diferencias finitas *FLAC3D V2.0*.

Malla

El modelo de diferencias finitas utilizado aparece en la figura 3.1. Dada la simetría de la geometría del problema con respecto a un plano vertical, así como de la carga y su efecto

esperado, se requiere solamente la mitad del prototipo (la mostrada). La malla está formada en su totalidad por elementos hexaédricos sólidos. La estructura, así como su cimentación son cuerpos rígidos. La malla se extiende una distancia 3 veces el diámetro de la cimentación (D), más allá del borde de ésta y $2.5D$ hacia abajo, para evitar la influencia de las fronteras en la capacidad de carga y en la forma de los mecanismos. En los puntos de cada frontera lateral se impuso la condición de desplazamiento nulo en la dirección normal respectiva. El movimiento en la base del modelo fue restringido en todas direcciones.

Se investigaron distintas configuraciones de la malla en cuanto a finura y número de elementos, y se adoptó aquella con la cual se calculó en tiempo razonable una capacidad de carga y un mecanismo de falla, aproximados a los obtenidos por otros autores y que prácticamente no cambiaban con un mayor refinamiento. La malla quedó con 13,552 elementos, correspondiendo 2,880 de ellos a la cimentación y la superestructura.

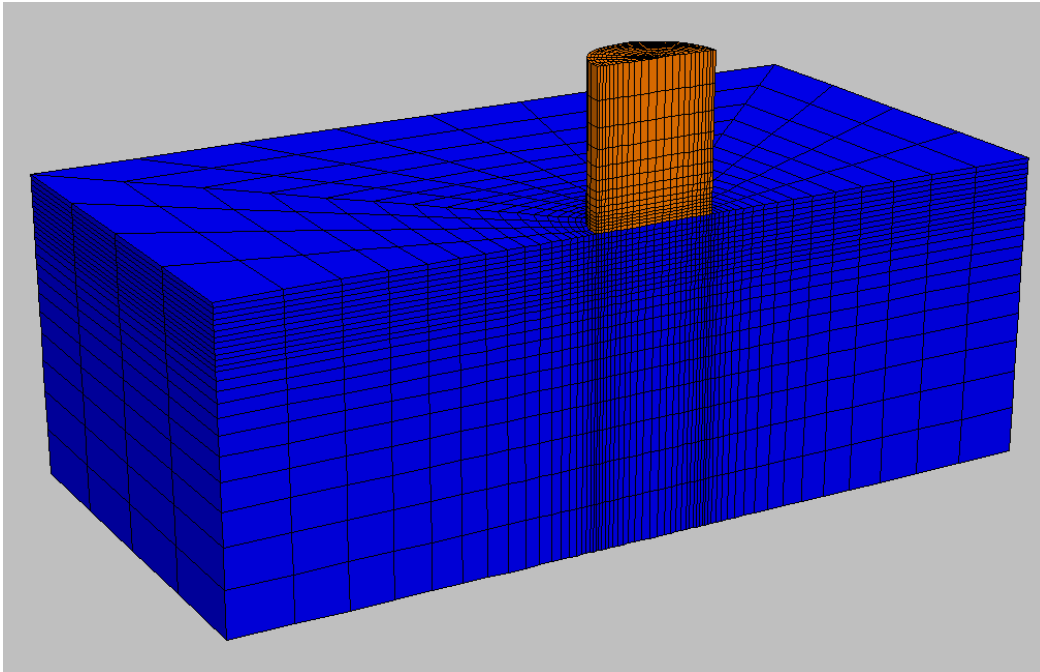


Figura 3.1. Malla utilizada en los análisis de diferencias finitas

Propiedades del material

El suelo es un material que obedece el criterio de falla de Tresca, es decir, que queda representado por su resistencia no drenada, s_u . Su índice de rigidez es de $E_u/s_u=450$ y su relación de Poisson de $\nu=0.495$.

Datos particulares, cuyos valores no influyen en los resultados dado que éstos fueron presentados adimensionales y cualitativos, son: el diámetro, $B=16$ m, la altura desde el nivel de desplante, $H_e=19.8$ m, resistencia no drenada, $s_u=20$ kPa y el peso volumétrico del suelo, $\gamma_s=12$ kN/m³.

3.2 Capacidad de carga vertical

Procedimientos de carga

Todos los análisis fueron hechos por etapas consistentes principalmente en la de peso propio sin la superestructura cilíndrica (o condiciones iniciales) y la de carga. En la primera, la carga se aplicó asignando densidades a los materiales e introduciendo la dirección de la fuerza gravitatoria; una vez hecho esto, se pidió al programa que iterara hasta alcanzar el equilibrio.

La segunda etapa se realizó a velocidad controlada, es decir, se aplicó un incremento de desplazamiento vertical en cada paso del análisis en todos los puntos del contacto cimentación-suelo, para observar el comportamiento posterior a la falla. El número de pasos fue el suficiente para dibujar la curva esfuerzo vertical vs asentamiento en la que se apreció el rango de comportamiento plástico. El valor de la rapidez fue optimizado para evitar oscilaciones bruscas de las fuerzas desbalanceadas, producto de la diferencia de rigideces entre los materiales y a la vez, que los tiempos de proceso fueran relativamente cortos. En esta prueba se obtiene V_{ult} .

Resultados

Durante la prueba se calculó el esfuerzo vertical medio en la unión cimentación-suelo mediante la sumatoria de las componentes verticales de las fuerzas de contacto en los puntos correspondientes. El área considerada para el cálculo del esfuerzo se obtiene a partir de un radio ampliado igual al radio real más la mitad de la distancia del borde de la cimentación al siguiente punto de la malla en dirección radial; esto debido a que el área afectada por la velocidad prescrita es un poco más grande que la real. Asimismo, durante la prueba el programa calcula, a petición, el desplazamiento vertical en el punto medio de la cimentación. En la figura 3.2 se muestra la gráfica esfuerzo vs desplazamiento, ambos verticales, normalizados por la resistencia no drenada, s_u y el diámetro de la cimentación, D , respectivamente. El valor último de la primera cantidad es el factor de capacidad de carga, N_c , el cual resultó ser de 6.09, muy aproximado al valor de 6.05 obtenido mediante la solución exacta (Cox et al., 1961). Por otra parte, aunque de menor relevancia, la falla ocurre aproximadamente a un asentamiento de $0.01D$ (abscisa del punto A, en la figura) en concordancia con la fórmula de Boussinesq

$$\frac{\delta_z}{D} = \frac{(1-\nu^2)}{E} q \quad (3.1)$$

con la que se calcula el mismo valor, al sustituir $q = q_u = N_c s_u$.

En la figura 3.3 se muestra una vista del contorno de velocidades en el plano vertical de simetría para cuando se está en la rama plástica de la curva esfuerzo vertical vs asentamiento (figura 3.2). El material está fluyendo, por consiguiente se define el mecanismo de falla.

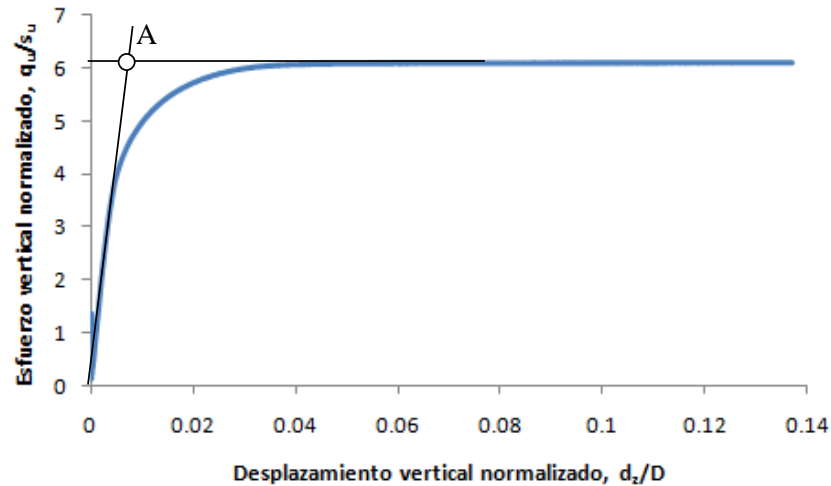


Figura 3.2. Curva esfuerzo vertical vs asentamiento en el contacto cimentación-suelo

Se aprecia una zona bajo la cimentación circular que mantiene prácticamente la misma velocidad. Esta zona con forma de cono invertido equivale a la cuña activa de los mecanismos clásicos. La pared del cono tiene una inclinación aproximada de 26° con respecto a un plano horizontal. En esto concuerdan otros autores, es decir, que en mecanismos tridimensionales la inclinación del bloque activo es menor que la que se desarrolla en deformación plana. Las manchas más oscuras en el cono corresponden a zonas de valores de velocidad 3% mayores que en el resto, las cuales con un mayor refinamiento de la malla en esta zona se habrían reducido (o eliminado) pero en aras de ahorro en tiempo computacional, se mantuvieron.

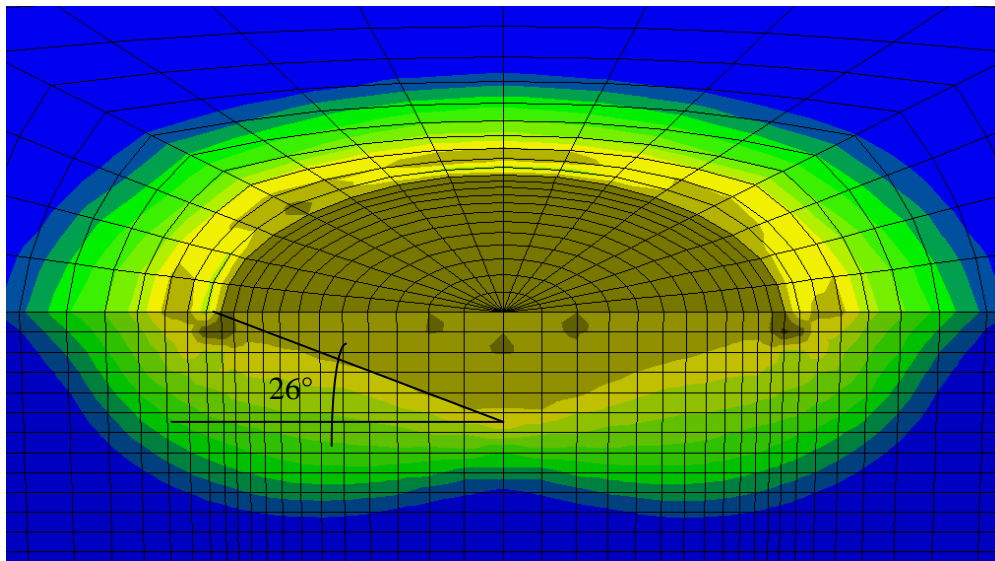


Figura 3.3. Contorno de velocidades en el plano vertical de simetría bajo la cimentación. Se aprecia el mecanismo de falla por capacidad de carga vertical de la cimentación circular superficial.

3.3 Capacidad de carga combinada – eje de giro pasando por el centro de la cimentación

Procedimientos de carga

Arrancó el análisis con la etapa de condiciones iniciales. Después, se aplicó una carga vertical, V_a , en el área de la cimentación, de magnitud igual a 0.50 veces la capacidad de carga vertical, V_{ult} , lo cual corresponde a un factor de seguridad estático igual a 2.0; esto constituyó una etapa de carga intermedia. La carga fue aplicada mediante la asignación de un valor de densidad a los elementos de la superestructura y del valor de la aceleración de la gravedad; enseguida se solicitó el equilibrio al programa.

Posterior a la etapa intermedia, se aplicó en todos los puntos de la base una velocidad horizontal, \dot{u} , así como una velocidad angular, $\dot{\psi}$, respecto a un eje de giro situado en el centro de la base, y se mantuvieron hasta alcanzar los valores últimos de las cargas correspondientes (horizontal, H y momento, M) observados en la curva $H-M$, lo cual significó que se había alcanzado la falla. Estas velocidades así como la relación entre ellas se mantuvieron fijas a lo largo de cada análisis. La velocidad angular se modeló aplicando a cada punto de la cimentación una velocidad en la dirección z , proporcional a la distancia al eje de giro. Se hicieron 5 análisis, cada uno con diferente combinación $H-M$, los cuales se resumen en la tabla 3.1. En los primeros predomina la velocidad angular y en los últimos, la velocidad horizontal. Las magnitudes aparecen en función de una constante a , utilizada para equilibrar rapidez de análisis y convergencia de la solución y de la variable r , que es la distancia del punto en el que se aplica la velocidad al eje de rotación.

Tabla 3.1. Velocidades horizontal y vertical utilizadas para modelar distintas combinaciones giro vs desplazamiento horizontal.

Combinación	Velocidad horizontal, \dot{u} (dir x)	Velocidad angular, $\dot{\psi}$	Velocidad vertical, \dot{z} (dir z)
	m/paso	rad/paso	m/paso
1	0.0	$0.5a$	$0.5ar$
2	$0.5a$	$0.375a$	$0.375ar$
3	$1.0a$	$0.25a$	$0.25ar$
4	$1.5a$	$0.125a$	$0.125ar$
5	$2.0a$	0.0	0.0

donde $a = 1e-5$ (se encontró que este valor equilibra razonablemente rapidez de análisis y convergencia de la solución), r = distancia del punto en el que se aplica la velocidad al centro de giro (centro de la cimentación).

En la tabla 3.1 se observa, por ejemplo, que la combinación 2 debe darse con una velocidad horizontal $0.5a$ y una velocidad vertical de $0.375ar$ en cada punto de la cimentación; p. ej., en el borde de la cimentación ($r = 8$ m), $\dot{u} = 5e-6$ y $\dot{z} = 3e-5$.

Resultados

Se describen a continuación los resultados referentes a la carga combinada 1 de la tabla 3.1. En la figura 3.4 se muestra la curva del momento calculado en la base, a lo largo del análisis, como el producto de las fuerzas de contacto por el brazo de palanca (distancia del punto en que se ha calculado la fuerza al eje del giro aplicado). Esta cantidad ha sido normalizada por el producto del área, A , el diámetro de la cimentación, D y la resistencia no drenada, s_u . El máximo valor de este momento resultó de 0.676, lo cual concuerda con el valor de 0.67 descrito en Randolph y Puzrin (2003), para el caso de capacidad a la tensión ilimitada.

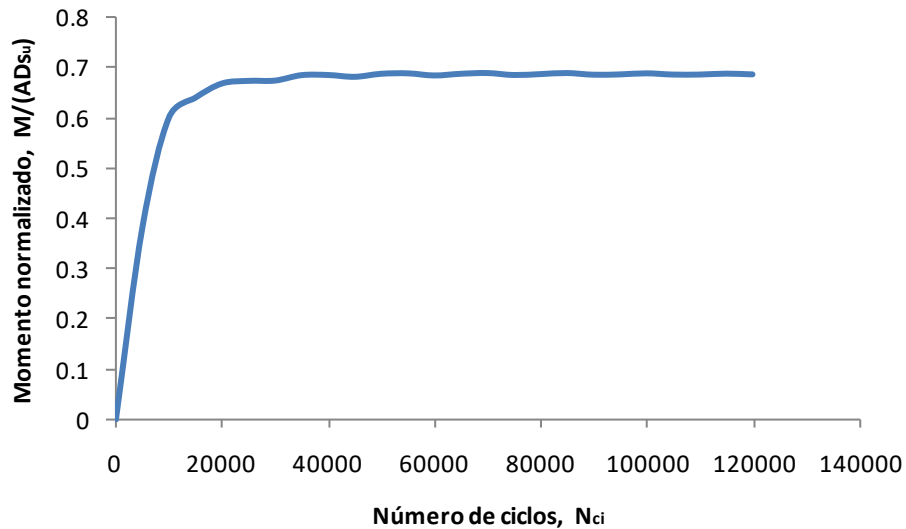


Figura 3.4. Curva momento vs número de ciclos (pasos del análisis) de la combinación 1, tabla 3.1).

En la figura 3.5 se muestra el mecanismo de falla en el plano vertical de simetría, que se desarrolla, de acuerdo con el programa de diferencias finitas utilizado, para esta condición de carga combinada. Obsérvese que se trata de un mecanismo de falla combinado entre el de Prandtl, sugerido por la carga vertical que fue de la mitad de la máxima, y un mecanismo tipo cucharón, debido a la presencia de un momento. En la figura 3.6 se muestra el mismo mecanismo en vista frontal-superior.

En la figura 3.7 se muestran los mecanismos obtenidos para todas las combinaciones de carga de la tabla 3.1. Se observa claramente en la primera combinación ($V=0.5V_{ult}$ más momento) una falla tipo cucharón y en la segunda un cucharón muy reducido a un área central bajo la cimentación; en el resto de las combinaciones el mecanismo corresponde a falla por desplazamiento horizontal. Puede considerarse la segunda combinación como el límite de aparición del mecanismo cucharón para el factor de seguridad igual a 2. Los mecanismos exhibidos en las figuras 3.5 a 3.7 muestran patrones similares a los presentados por Gourvenec *et al.*, 2006 y Gourvenec and Steinepreis, 2007; para cimentaciones cuadradas y de longitud infinita, respectivamente.

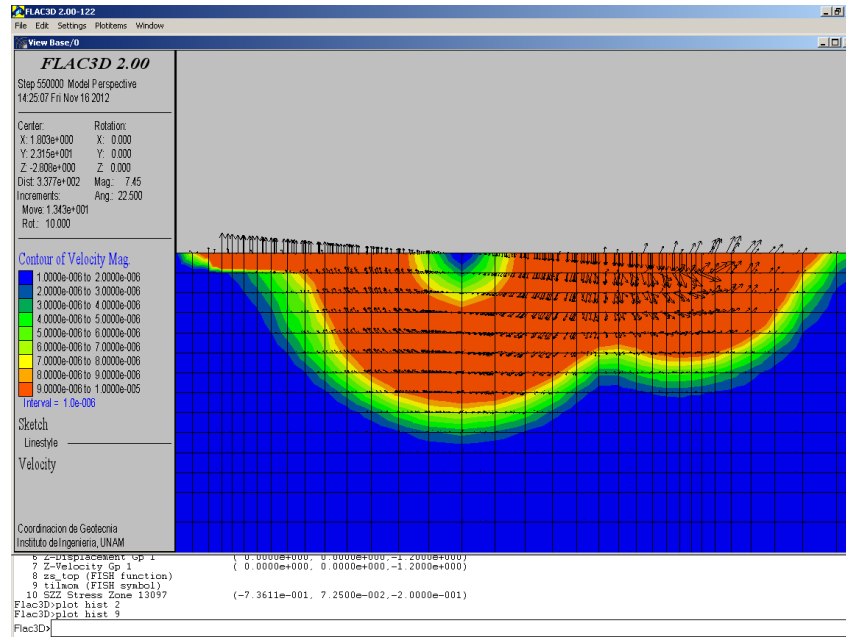


Figura 3.5. Mecanismo de falla para la combinación 1 ($V=0.5V_{ult}$, $H=0$ y $M \neq 0$) en vista frontal.

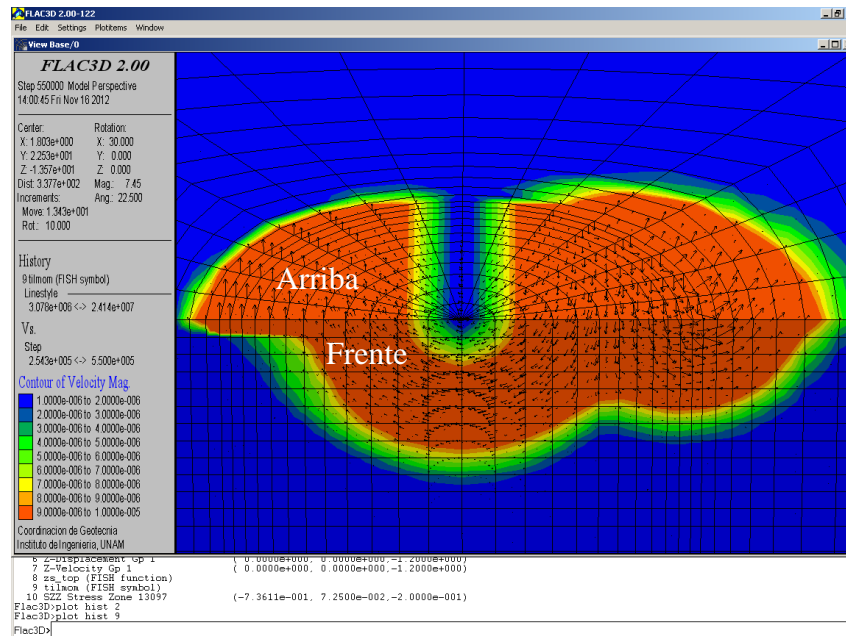


Figura 3.6. Mecanismo de falla para la combinación 1 ($V=0.5V_{ult}$, $H=0$ y $M \neq 0$) en vista frontal superior.

La figura 3.8 contiene las curvas H vs M para los análisis de la tabla 3.1. El cortante, H , se calcula como la sumatoria de las fuerzas de contacto de los puntos situados en el área de la cimentación en la dirección horizontal requerida (dir x). El momento, M , se calcula como la sumatoria de los productos de las fuerzas verticales por los brazos de palanca. En la falla estas curvas presentan un quiebre drástico, posterior al cual crecen muy lentamente, esto es debido a que los valores H y M han alcanzado su máximo valor, lo

cual también puede apreciarse en curvas $H-u$ y $M-\psi$, no presentadas en el texto, por cuestión de espacio. El trazo de estas curvas, así como su envolvente concuerda razonablemente con los publicados por otros autores (Randolph y Puzrin, 2003).

Se aprecia en la figura 3.8 que la rama inicial de la curva correspondiente a la segunda combinación tiene una pendiente aproximada de 3.0. Esto equivale a que el punto de aplicación de la fuerza sísmica tenga una elevación de 3 veces el diámetro; esto significa que edificios con relaciones de esbeltez mayores que 6 son propensos a fallas tipo cucharón (figura 3.7b).

3.4 Capacidad de carga combinada – eje de giro fuera del centro de la cimentación

Considere, por el momento, los análisis de este apartado como un ejercicio meramente teórico; en el capítulo 4 se le dará una utilidad. Se trata de determinar cómo se presentaría la falla en un suelo arcilloso bajo una cimentación circular rígida que está siendo sometida hipotéticamente a un patrón de movimiento arbitrario. Para los fines de la presente investigación el patrón de movimiento es un giro con respecto a un eje distanciado del centro de la cimentación tanto vertical como horizontalmente, a una cierta velocidad angular.

Procedimiento de carga

Se retoma el análisis del apartado anterior desde la etapa en que se ha aplicado la carga vertical, $V=0.5V_{ult}$ (etapa intermedia). Las velocidades horizontal y vertical con las que se modela el giro, se obtienen con las siguientes expresiones.

Sean d_x y d_z las distancias horizontal y vertical del eje de giro, O , al centro de la cimentación, C_c , respectivamente (desfasamiento); y sea x_j la distancia de un punto cualquiera, P_j , del contacto cimentación-suelo al centro de ésta (figura 3.9). Entonces, las distancias horizontal y vertical del punto P_j al eje de giro son:

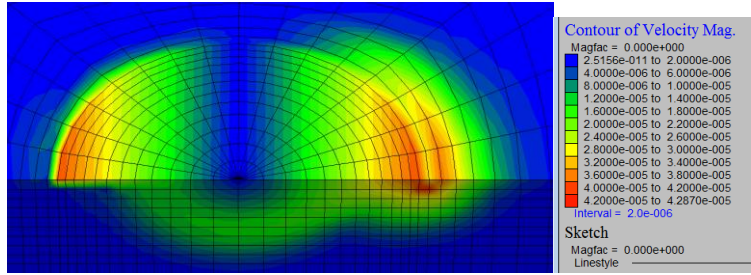
$$\begin{aligned} r_x &= x_j + d_x \\ r_z &= d_z \end{aligned} \quad (3.2)$$

La distancia compuesta es por lo tanto,

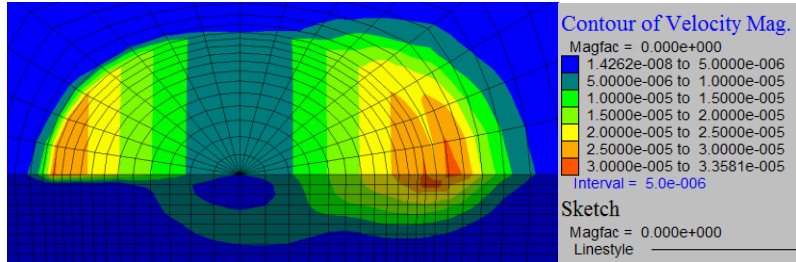
$$r_d = \sqrt{r_x^2 + r_z^2} \quad (3.3)$$

El ángulo de la línea que une ambos puntos con respecto al plano de cimentación, es

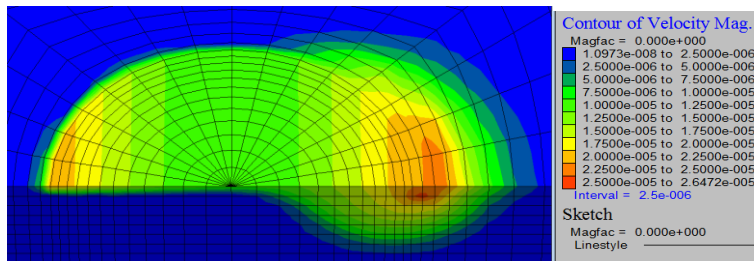
$$\beta_d = \tan^{-1} \left(\frac{r_z}{r_x} \right) \quad (3.4)$$



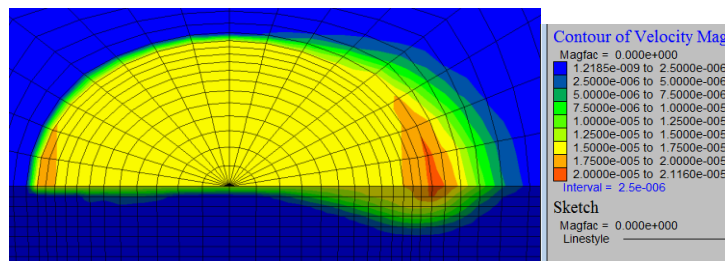
a) Combinación de carga 1



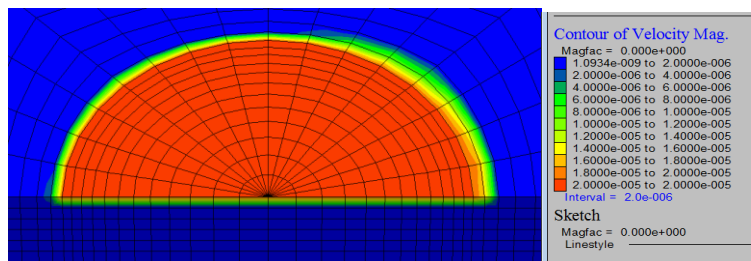
b) Combinación de carga 2



c) Combinación de carga 3



d) Combinación de carga 4



e) Combinación de carga 5

Figura 3.7. Mecanismos de falla para las combinaciones de carga de la tabla 3.1

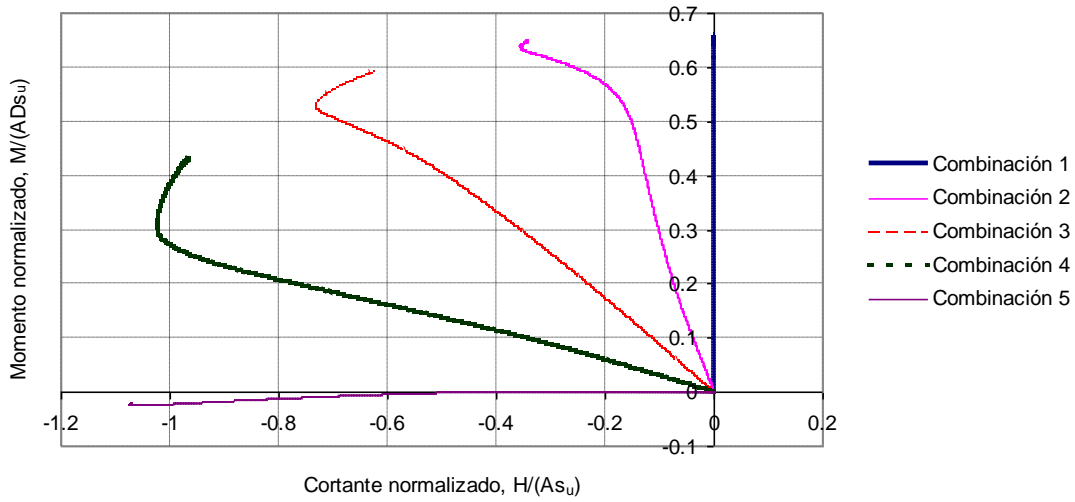


Figura 3.8. Curvas $H-M$ para las combinaciones de la tabla 3.1.

Por otra parte, en un instante i durante la aplicación del giro, la cimentación tiene un giro acumulado ψ_{i-1} y una velocidad angular (o el incremento en ángulo de un paso a otro) $\dot{\psi} = \Delta\psi$, por lo que el ángulo de giro del cimientto en ese instante i es

$$\psi_i = \psi_{i-1} + \Delta\psi \quad (3.5)$$

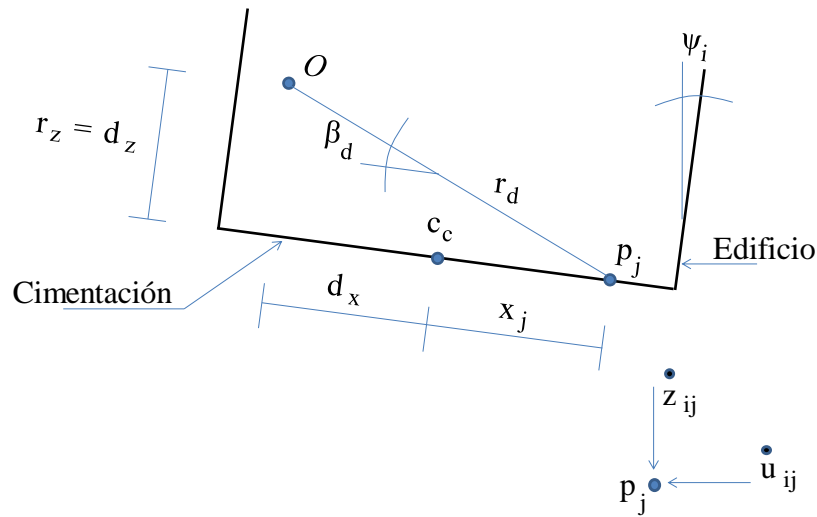


Figura 3.9. Aplicación del giro a la cimentación.

El ángulo con respecto a un plano horizontal de la línea que une el punto P_j con el centro de giro, O , en el instante i , es

$$\theta_{ij} = \beta_d + \psi_i \quad (3.6)$$

Por lo tanto, la velocidad tangencial del punto P_j es

$$v_{ij} = r_d \dot{\psi} \quad (3.7)$$

Finalmente, las velocidades horizontal y vertical que deben aplicarse a un punto P_j de la cimentación son:

$$\begin{aligned} u_{ij} &= v_{ij} \sin \theta_{ij} \\ z_{ij} &= v_{ij} \cos \theta_{ij} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Se analizaron 3 casos: los cuales se resumen en la tabla 3.2.

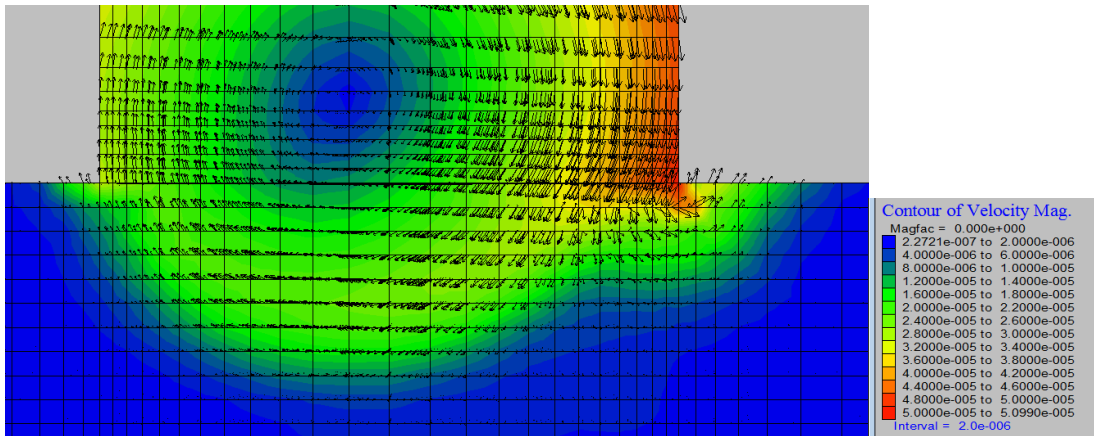
Tabla 3.2. Posiciones del centro de giro analizadas.

Posición	d_x/D	d_z/D
1	-0.0625	0.0625
2	-0.1250	0.1250
3	-0.1875	0.1875

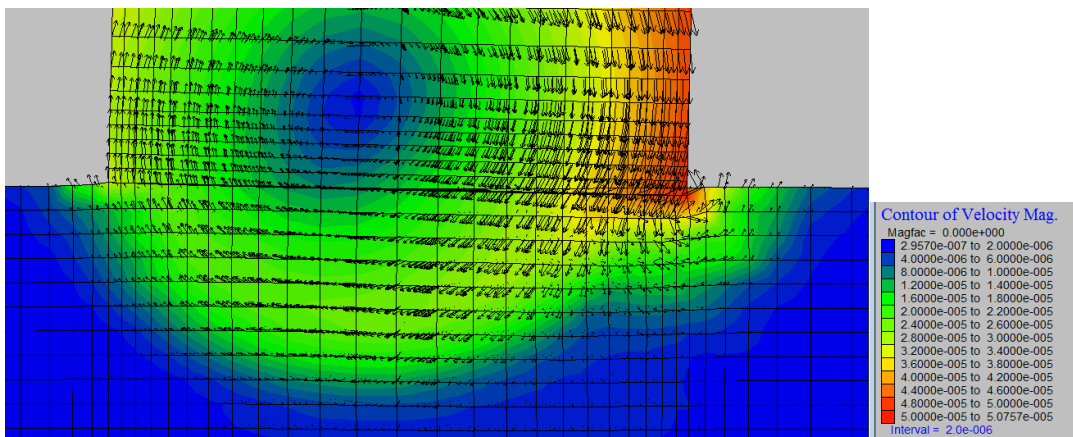
Donde D es el diámetro de la cimentación. El sistema de referencia se ubica en el centro de la cimentación, por ello el desfase horizontal es negativo.

Resultados

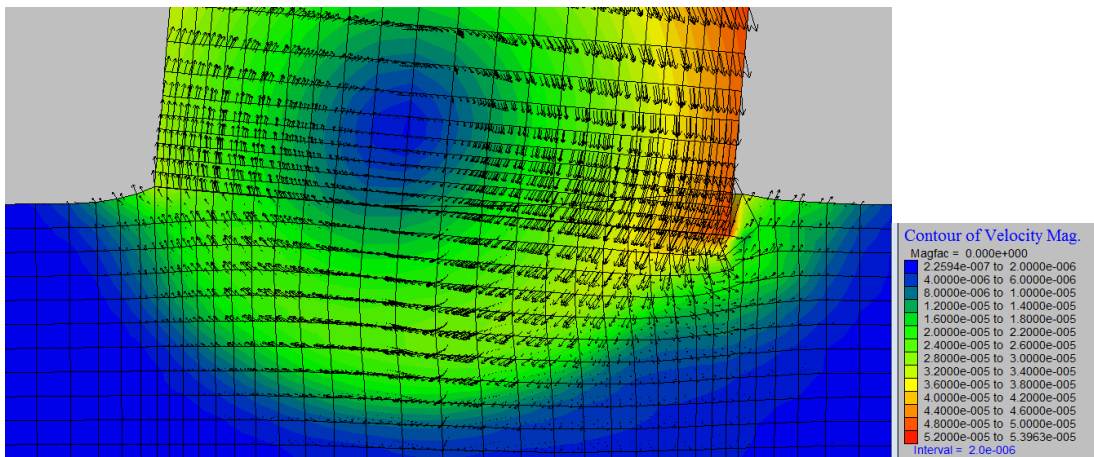
El programa permite elegir el tipo de análisis entre: *pequeñas y grandes deformaciones*; en el primero no se actualizan las coordenadas de los puntos conforme a los desplazamientos calculados, en el segundo sí. Para el caso de la posición intermedia (2) se hizo el análisis de 3 maneras distintas: a) *pequeñas deformaciones*, b) *grandes deformaciones* hasta el 70 % del momento máximo y posteriormente *pequeñas deformaciones* hasta el trazo de la rama plástica y c) *grandes deformaciones* hasta el 90 % de la deformación de colapso y posteriormente *pequeñas deformaciones*. Para el último caso, se requirió un análisis *grandes deformaciones* para conocer la deformación de colapso, es decir, aquella en la que las coordenadas de algunos puntos se traslapan dando lugar a volúmenes negativos, con lo cual el programa deja de funcionar. En la figura 3.10 se presentan los contornos de velocidades obtenidos de estas 3 maneras, en el orden mencionado. Se observa en la figura 3.10a una distorsión de los vectores de velocidad impropios del movimiento circular que se trata de representar. Esta distorsión se reduce en la medida que las coordenadas de los puntos se actualizan conforme a los asentamientos calculados, como puede apreciarse en las otras dos imágenes de la figura, observándose vectores de velocidad muy congruentes con el giro aplicado en figura 3.10c. En la figura 3.11 se presentan 3 vistas meramente ilustrativas del mecanismo presentado en figura 3.10c.



a) Análisis a pequeñas deformaciones

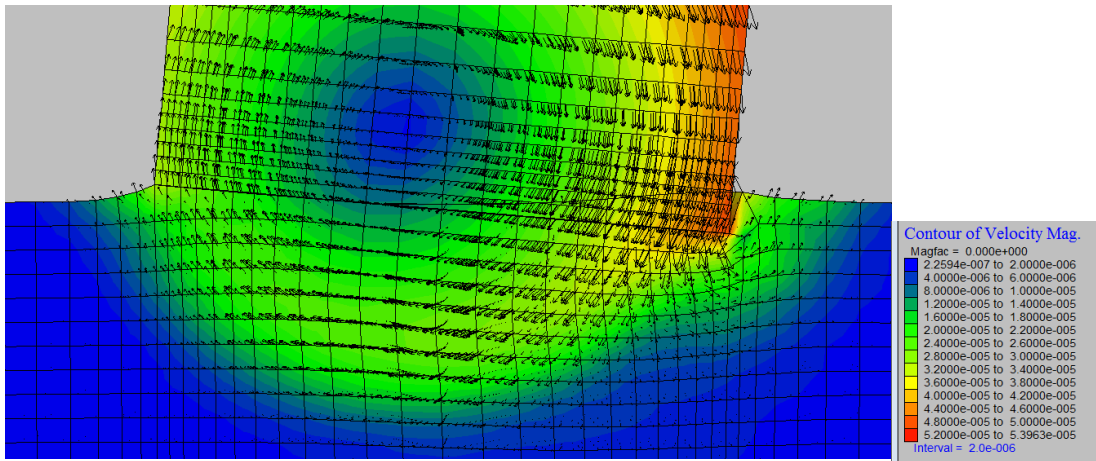


b) Análisis a grandes deformaciones hasta el 70 % del momento máximo resistido y posteriormente, a pequeñas deformaciones

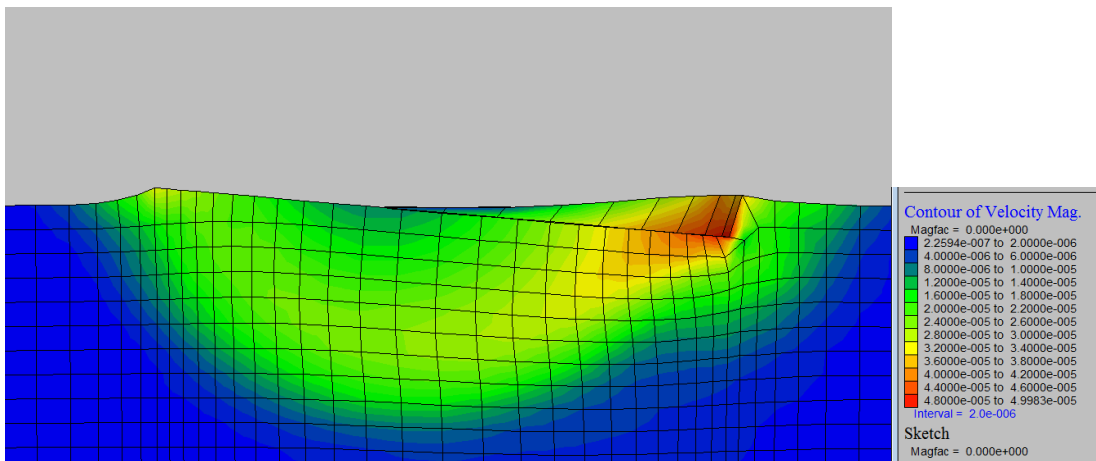


c) Análisis a grandes deformaciones hasta el 90 % de la deformación de colapso y posteriormente, a pequeñas deformaciones

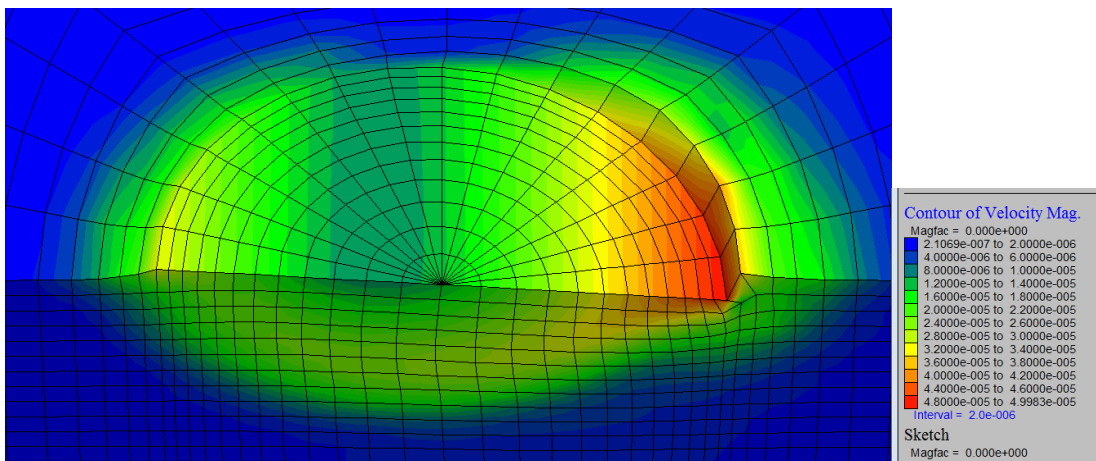
Figura 3.10. Análisis con consideraciones distintas de los desplazamientos calculados para la posición 2 del centro de giro descrito en la tabla 3.2.



a) Vista frontal

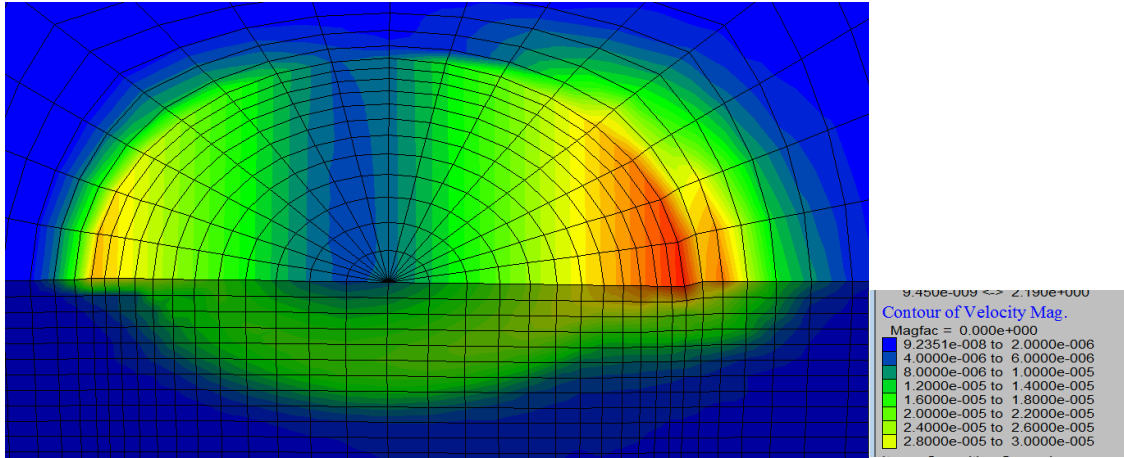


b) Vista frontal sin estructura

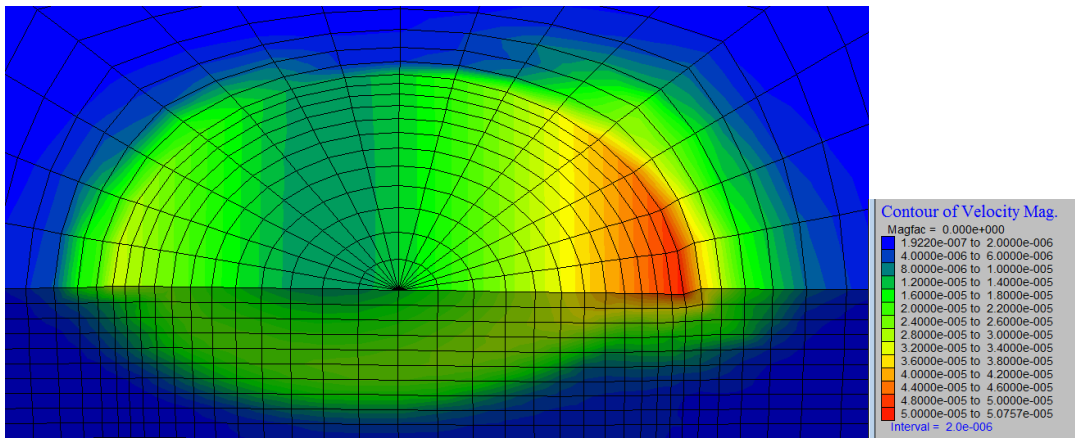


c) Vista frontal superior

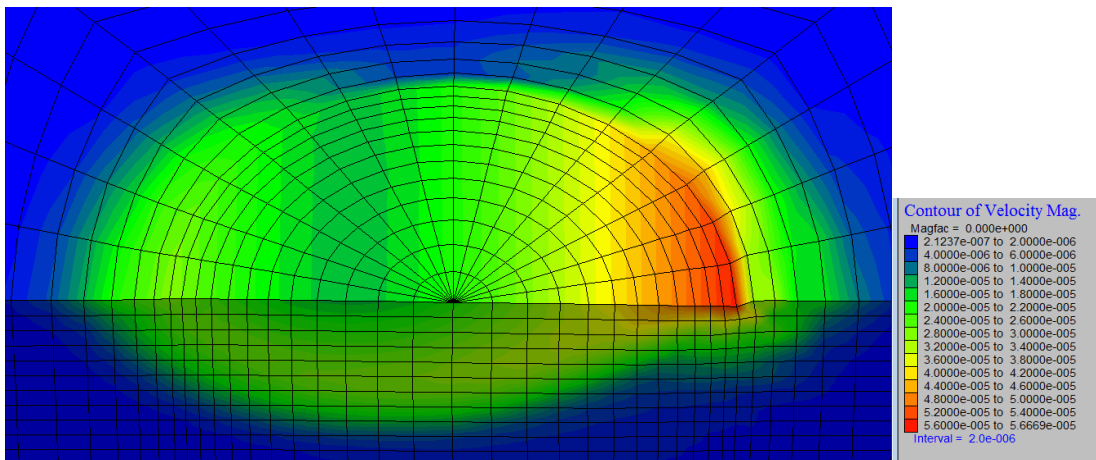
Figura 3.11. Análisis a grandes deformaciones hasta el 90 % de la deformación de colapso y posteriormente, a pequeñas deformaciones. Diferentes vistas del mecanismo de falla para la posición 2 de la tabla 3.2.



a) Posición 1



b) Posición 2



c) Posición 3

Figura 3.12. Análisis tipo (b), con diferentes posiciones del centro de giro, en el orden en que aparecen en la tabla 3.2. Se aprecia un agrandamiento del mecanismo de falla hacia la izquierda, sobresaliendo de la cimentación.

En la figura 3.12 se presentan los mecanismos de falla para las posiciones del centro de giro de la tabla 3.2. Se aprecia un desarrollo del mecanismo hacia la izquierda, el cual es mayor a medida que el eje de giro se aleja del centro de la cimentación. Esta protuberancia que se va formando hacia la izquierda fuera de la cimentación tiene aproximadamente una forma circular. En aras de formular un modelo de comportamiento basado en los mecanismos observados, si se introduce una simplificación consistente en considerar que éstos tienen una forma toroidal se favorecerá la deducción de expresiones matemáticas. Cabe comentar que, por buscar cercanía a la realidad, los análisis cuyos resultados se muestran en esta figura tienen una carga vertical igual al 50% de la de falla, por lo que no corresponden a momento puro (para lo cual el toroide quedaría mejor definido). En la figura 3.13 se hace el trazo sobre el mecanismo de la figura 3.12c de este mecanismo simplificado. El eje de giro utilizado en el análisis de diferencias finitas pasa por la línea AA' , en tanto que el eje simetría del mecanismo simplificado es BB' ; habría mayor aproximación si estos ejes coincidieran. La geometría toroidal propuesta como simplificación del mecanismo, para el alcance de esta tesis, se muestra en figura 3.14. Este mecanismo ya había sido utilizado por Sekiguchi & Kobayashi (1997), en sus *análisis límite* (capítulo 2).

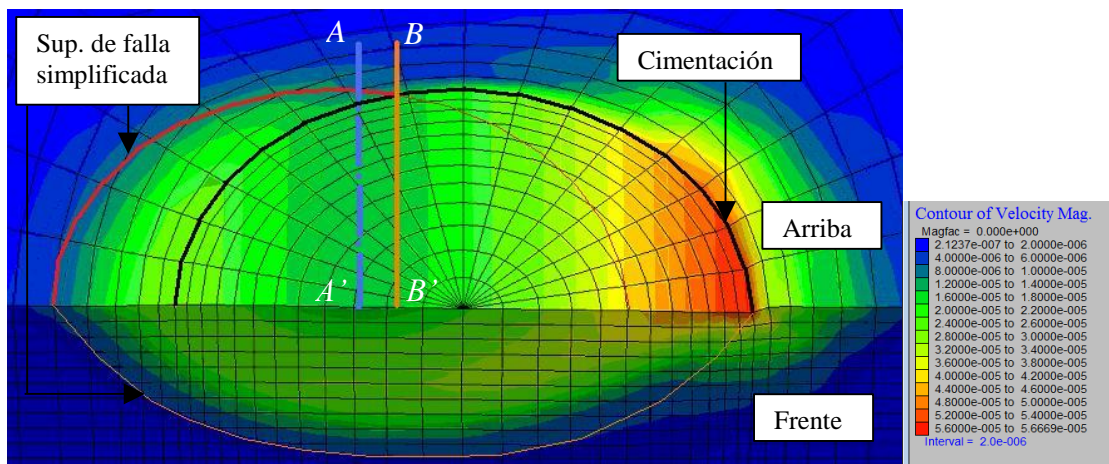


Figura 3.13. Mecanismo de falla a partir de los análisis de diferencias finitas y una simplificación del mismo.

Se desprende de los análisis de este apartado que el mecanismo de falla en un suelo arcilloso sobre el que se desplanta una cimentación circular sometida a un patrón de movimiento consistente en un giro progresivo con respecto a un eje que no está en el centro del desplante de la cimentación, sino algo elevado y distanciado horizontalmente, presenta un desarrollo congruente con el giro aplicado, mostrado por la dirección de los vectores velocidad, y la expulsión de material conforme al arrastre inducido por el giro. Asimismo, el mecanismo se amplía conforme al distanciamiento del eje de giro del centro de la cimentación.

Considerando los resultados presentados y asumiendo las simplificaciones expresadas, el mecanismo de geometría toroidal es utilizado en el siguiente capítulo para el planteamiento de un modelo de cálculo de giros y asentamiento por sismo.

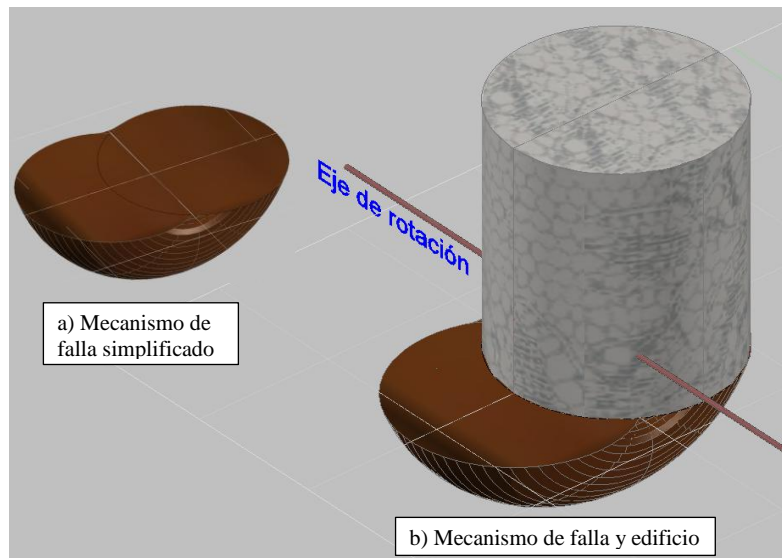


Figura 3.14. Geometría del mecanismo de falla simplificado – toroide.

4 Modelo teórico propuesto

En este capítulo se presenta un procedimiento basado en el método de *equilibrio límite* para calcular giros y asentamientos causados por sismo en cimentaciones superficiales circulares sobre arcilla, bajo la hipótesis de que éstos ocurren cuando la capacidad de carga se ve sobrepasada, por pequeños intervalos de tiempo, varias veces durante el evento sísmico. El giro se calcula resolviendo una ecuación diferencial que rige durante el tiempo en el que la capacidad es excedida, y resulta del equilibrio dinámico de momentos con respecto a un eje de rotación. Esta ecuación se resuelve paso a paso mediante el método de integración de Newmark, lo que permite calcular las historias de giros y asentamientos, así como sus valores acumulados al final de la excitación. Se considera la variación temporal y espacial de las fuerzas de inercia sísmicas en la superestructura. El mecanismo de falla utilizado para el cálculo de la capacidad de carga es una variante del mecanismo conocido en la literatura como cucharón (p. ej., en Randolph y Puzrin, 2003), el cual se forma cuando se reúnen las condiciones necesarias para que el momento de volteo domine ampliamente sobre el cortante en la base, generalmente en condiciones sísmicas. En el apartado 3.3 de esta tesis se mostraron algunos casos de este tipo de falla. Se considera que la estructura y la masa de suelo deslizan en fase como un solo cuerpo rígido.

La intención de la presente investigación es aportar al problema general de la determinación de desplomos y asentamientos causados por sismo en cimentaciones, teniendo como principal *alcance* su dedicación a cimentaciones superficiales circulares sobre arcilla susceptibles a fallar por momento de volteo en condiciones sísmicas. Como ilustración de su utilidad, la formulación que a continuación se expone fue aplicada a dos casos reales en los que, a pesar de que no se satisfacen las condiciones geométricas planteadas en el alcance de esta tesis, se obtuvieron comparaciones satisfactorias. Los resultados se muestran en el apéndice A. No se encontraron en la literatura casos reales más apegados a la geometría de la cimentación en planta considerada en el desarrollo del modelo analítico, con los que se pudiera validar el modelo.

La presente modelación está en línea con las investigaciones referidas en el primer párrafo respecto a la superficie de falla tipo cucharón. Este mecanismo se forma cuando las fuerzas de inercia tienen valores altos durante un sismo, puesto que es cuando éstas ocasionan valores altos del momento de volteo. Para una cimentación circular, el cucharón se sitúa debajo de ésta, con forma de una porción de esfera cuyo centro está en el nivel de desplante y, en ocasiones, a cierta elevación; la posición vertical de este centro quedará determinada por el equilibrio de las fuerzas involucradas. A partir de la observación de una falla de este tipo (p. ej., las mostradas en el capítulo anterior) es claro, si se permite suficientemente la prolongación del comportamiento plástico, que se presentará un giro producido por el deslizamiento del sistema edificio-suelo sobre la superficie cucharón, que terminará en volcamiento. El eje de giro es horizontal y pasa por el centro del mecanismo. En la realidad, la duración del comportamiento plástico y de la presencia del mecanismo cucharón, dependerá del tiempo en que estén actuando aceleraciones altas. Teniendo en cuenta que el valor de la aceleración fluctúa durante un sismo, dos interrogantes surgen:

- i) ¿el centro de giro permanece en la misma posición cuando la aceleración se reduce respecto a los valores altos que producen el cucharón?
- ii) y de no ser así ¿el mecanismo de falla cambia de forma?

Suponiendo una respuesta negativa a la primera pregunta, es decir, que el eje de giro cambie de posición con la aceleración (*hipótesis*), en el capítulo 3 se hicieron análisis de diferencias finitas, en los que se impusieron giros a una cimentación circular en torno a ejes horizontales ubicados en distintas posiciones, para conocer la forma que, con ello, adopta el mecanismo. Estos giros fueron aplicados a rapidez controlada hasta alcanzar la falla, la cual se apreció en los contornos de velocidades. En un primer análisis (apartado 3.3) el eje estuvo situado en el centro de la cimentación, resultando que el mecanismo obtenido tuvo, aproximadamente, forma de un cucharón o semiesfera bajo la cimentación; como esto era lo que se buscaba, el procedimiento de aplicación de los giros se consideró adecuado para extenderlo a otras posiciones del eje. En análisis subsecuentes (apartado 3.4) los ejes estuvieron distanciados del centro tanto horizontal como verticalmente; la forma de los mecanismos de falla obtenidos en estos últimos fueron caracterizados de manera simplificada con una porción de toroide (en lo sucesivo, toroide), cuyo tamaño dependió de la posición del eje de giro. En geometría un toroide es una superficie de revolución generada por una curva plana cerrada que gira alrededor de una recta exterior coplanaria. En el presente modelo el toroide teórico se forma al revolucionar la base circular del edificio con respecto al eje de aplicación de los giros, aunque no sean coplanarios. Los contornos de velocidades se asemejaron razonablemente a este patrón de revolución que forma el toroide. En la figura 4.1 se muestra esta geometría, así como su eje de revolución que es, a la vez, el eje en torno al cual ocurren los giros; en lo que sigue se adoptará esta forma como superficie de falla para el cálculo de la capacidad de carga. La ubicación del eje de giro en los análisis de diferencias finitas fue arbitraria, lo que sirvió para conocer el mecanismo. En el método que a continuación se expone, en el cual se ha adoptado la geometría toroide, la ubicación del eje se determinará mediante un proceso de minimización basado en equilibrio de momentos, con lo cual se mostrará, que para diferentes valores de la aceleración sísmica se calcularán diferentes posiciones del eje de giro, verificándose la hipótesis de que el centro de giro cambia de posición con la aceleración; asimismo, se mostrará que la forma toroide deviene en la forma cucharón para valores altos de aceleración sísmica. Con base en lo anterior, el siguiente desarrollo se apoya en la consideración de que **en cimentaciones superficiales circulares sobre arcilla, susceptibles de falla por momento de volteo, la forma del mecanismo tiene forma toroide que en el caso más crítico, cuando las aceleraciones son altas, se torna en una porción de esfera bajo la cimentación.**

Aparece, también, representado en la figura 4.1, el edificio cilíndrico, aunque la forma circular sólo es requerida para la cimentación. Es conveniente familiarizarse con la imagen del toroide para identificarlo en las figuras subsecuentes.

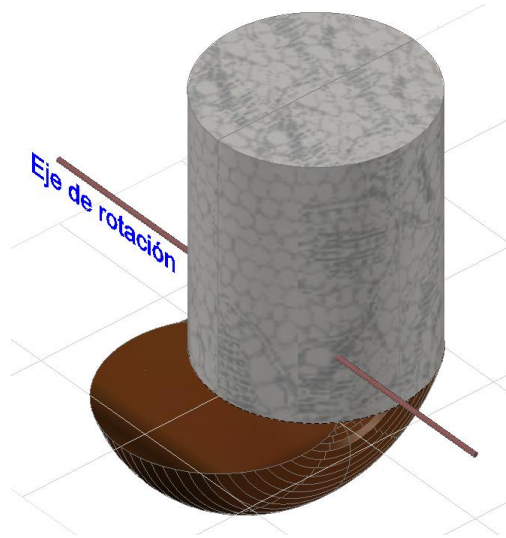


Figura 4.1. Mecanismo de falla utilizado en la presente investigación – porción de toroide (en lo sucesivo *toroide*).

El presente trabajo pertenece a la línea de investigación de Merlos y Romo (2006), desarrollado para deformación plana, en la que se utiliza una superficie de falla tipo arco de circunferencia que en el caso más crítico se torna un semicírculo bajo la cimentación. Ambos trabajos tienen como precursores los de Romo y García (1995) y Triandafilidis (1965) descritos en el capítulo 2.

En el apartado 4.1 se desarrolla el modelo para fuerzas de inercia actuando en una sola dirección horizontal y posteriormente se extiende, en el apartado 4.2, para considerar la variación de la dirección de estas fuerzas.

4.1 Modelo con fuerzas de inercia en una sola dirección horizontal (2D toroide)

Considérese en este apartado que la fuerza de inercia horizontal mantiene una sola dirección a lo largo del evento sísmico; p. ej., la dirección con mayores amplitudes en el acelerograma, ya sea la Norte-Sur (*N-S*) o la Este-Oeste (*E-O*) en que suelen presentarse los registros o la que el usuario considere conveniente. El plano vertical que pasa por el centro de la cimentación y es paralelo a esta dirección es el **plano de análisis**. Las fuerzas involucradas están contenidas en este plano y, si el sistema gira, lo hará como cuerpo rígido paralelamente a éste. En la figura 4.2 se muestra el modelo conceptual del mecanismo de falla, incluyendo el edificio y las fuerzas involucradas en el plano de análisis, para cuando el semiespacio experimenta una aceleración en la dirección y sentido representados. Aparece también el eje de revolución del toroide o de rotación del sistema. El eje longitudinal del toroide está contenido en el plano de análisis a nivel de desplante. Se dibuja solamente la mitad del edificio y del semiespacio para facilitar la representación de las fuerzas. La línea que une los puntos E_1 y E_2 representa la base de la cimentación en el corte mostrado. Estos puntos son los extremos 1 y 2, respectivamente, de la base, siendo el segundo, E_2 , el extremo externo por estar en el

borde del mecanismo. El centro del mecanismo (O) que es el punto de intersección del eje de giro con el plano de análisis, así como el centro de gravedad del edificio (c_g) y el centro de la cimentación (c_c) se ilustran también en la figura 4.2.

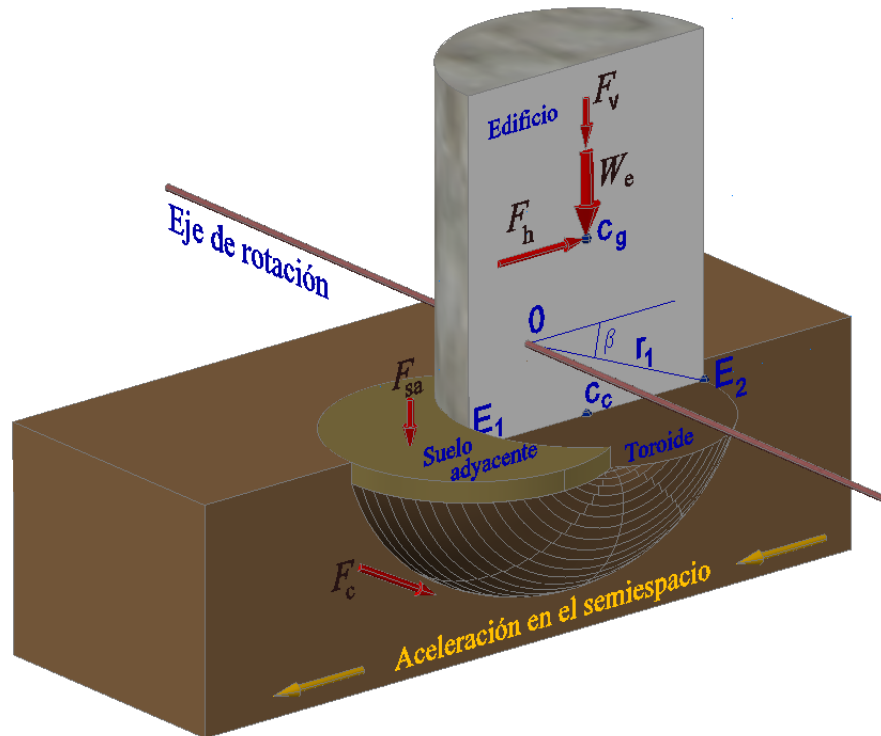


Figura 4.2. Mecanismo de falla toroide y fuerzas utilizadas en la modelación representadas en el plano vertical de análisis.

Las fuerzas que participan en la modelación son el peso del edificio, W_e ; las fuerzas inerciales, F_h y F_v ; las fuerzas cortantes, F_c , y el peso del suelo adyacente al edificio que gravita sobre el toroide, F_{sa} . Éstas aparecen representadas también en la figura 4.2. Las fuerzas inerciales actúan en el centro de masa del edificio con sentido opuesto a la aceleración experimentada; las fuerzas cortantes son debidas a la resistencia del suelo y se desarrollan en la superficie del mecanismo. Todas estas fuerzas producen momento con respecto al centro del mecanismo, O . La estabilidad del sistema estará garantizada si la suma de los momentos producidos por las fuerzas resistentes F_c y F_{sa} es mayor que la suma de los momentos producidos por las fuerzas actuantes W_e , F_h , y F_v . En los intervalos de tiempo en que la intensidad del sismo provoque que los momentos actuantes excedan a los resistentes, se presentarán giros, en proporción a esta excedencia, con respecto al eje de revolución del toroide, también llamado eje de rotación. Durante el desarrollo del giro aparecerán un momento de inercia rotacional del sistema y un momento resistente adicional debido al desplazamiento del centro de gravedad del volumen de suelo del interior del toroide. A partir del equilibrio de momentos, se formará una ecuación diferencial cuya resolución aportará el giro en función del tiempo. Cuando la fuerza horizontal actúa en el otro sentido, la superficie de falla se desarrolla en el otro

extremo del edificio (E_1) y los giros, si se producen, son en el sentido opuesto. El modelo de comportamiento es rígido-plástico; ello es suficiente dado que las deformaciones que se calculan no son elásticas sino permanentes.

4.1.1 Capacidad de carga

Un edificio de forma cilíndrica, con diámetro B y altura H_e , está cimentado a una profundidad D_f en un medio semi-infinito, homogéneo, isótropo e incompresible, constituido por un suelo cohesivo con peso volumétrico γ_s , que obedece el criterio de falla de Tresca, es decir, que sus propiedades mecánicas quedan representadas por su resistencia al corte no drenada, c_u . En la figura 4.3 se muestra un esquema del modelo así como sus principales parámetros geométricos. Aparece en la misma figura un sistema de referencia ($x'z'$) para la localización del centro de giro, donde el eje x' se dirige hacia el punto que experimentará un asentamiento instantáneo mayor, en caso de presentarse giro.

El área de la cimentación es

$$A_b = \frac{\pi B^2}{4} \quad (4.1)$$

El edificio transmite al suelo una presión

$$q = \frac{W_e}{A_b} \quad (4.2)$$

a partir de ello, el peso del edificio es

$$W_e = qA_b \quad (4.3)$$

por lo tanto la masa es

$$m_e = \frac{W_e}{g} = \frac{qA_b}{g} \quad (4.4)$$

donde g es la aceleración de la gravedad. Las fuerzas inerciales horizontal y vertical, actuando en el centro de masa del edificio son, respectivamente

$$F_h = m_e a_h = qA_b \left(\frac{a_h}{g} \right) \quad (4.5)$$

y

$$F_v = m_e a_v = qA_b \left(\frac{a_v}{g} \right) \quad (4.6)$$

donde a_h y a_v son las aceleraciones horizontal y vertical, respectivamente, en el centro de masa del edificio. En un paso previo se debe cambiar el signo a los acelerogramas para que las fuerzas actúen en el sentido correcto (opuesto a la aceleración experimentada); esto evitó poner signos negativos en las expresiones 4.5 y 4.6 y subsecuentes.

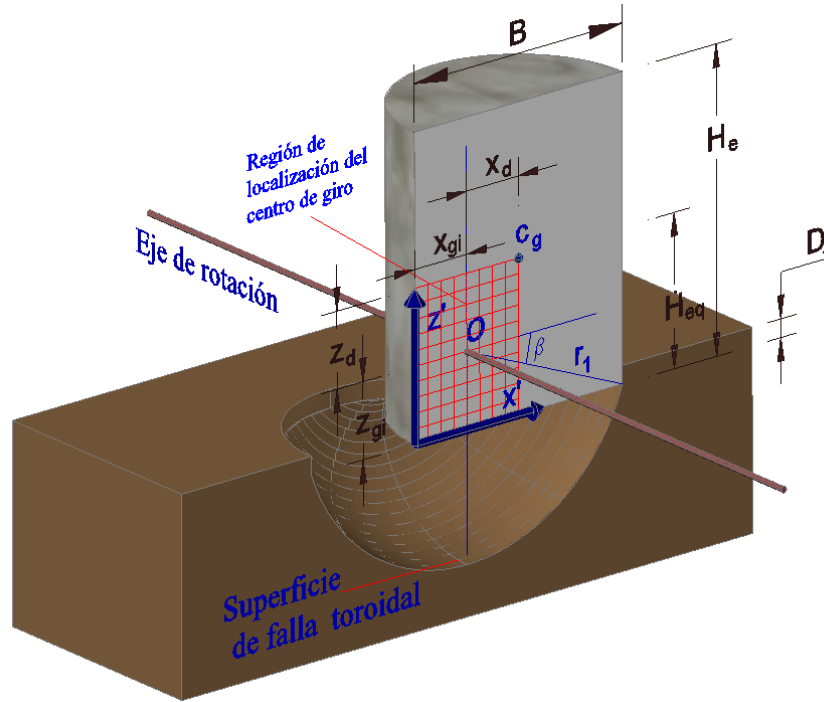


Figura 4.3. Parámetros geométricos y región de localización del centro de giro.

Los momentos producidos por las fuerzas actuantes con respecto al centro del mecanismo (O) son: el debido al peso del edificio, M_{awe} ; los debidos a las fuerzas de inercia horizontal y vertical, M_{afh} y M_{afv} , respectivamente y el debido a la inclinación del edificio, M_{aie} . El momento producido por una fuerza F es $M = F \cdot b$ donde b es el brazo de palanca.

El momento debido al peso del edificio está dado por

$$M_{awe} = W_e x_d = qA_b x_d \quad (4.7)$$

El momento debido a la fuerza de inercia horizontal es

$$M_{afh} = F_h z_d = qA_b \left(\frac{a_h}{g} \right) z_d \quad (4.8)$$

y el debido a la fuerza vertical,

$$M_{afv} = F_v x_d = qA_b \left(\frac{a_v}{g} \right) x_d \quad (4.9)$$

donde x_d y z_d son las distancias horizontal y vertical, respectivamente, del centro de la superficie de falla al centro de gravedad, c_g , como se muestra en la figura 4.3. En esta figura se aprecia que

$$x_d = \frac{B}{2} - x_{gi} \quad \text{y} \quad z_d = H_{eq} - z_{gi} \quad (4.10)$$

H_{eq} es la altura del centro de gravedad del edificio (o del primer modo de vibración). Las variables x_{gi} , z_{gi} son las coordenadas del centro del mecanismo toroide, O , en el sistema de referencia mostrado, las cuales son obtenidas mediante un proceso de minimización como se explica más adelante.

En caso de que el edificio tenga una inclinación (cuantificada por un ángulo ψ como se ilustra en la figura 4.8) previa u ocurrida durante el sismo, se considera un momento adicional que se calcula como

$$M_{aie} = W_e \cdot (z_d \psi) = qA_b z_d \psi \quad (4.11)$$

Por otra parte, los momentos producidos por las fuerzas resistentes son: el debido a la resistencia en la superficie de falla, M_{rsf} y el debido al peso del suelo adyacente al edificio, M_{rsa} .

Dada la complejidad de la forma toroide, en la deducción del momento debido a la resistencia en la superficie de falla, M_{rsf} , no se llegó a una expresión analítica, sino a un algoritmo numérico que utiliza dovelas, el cual se expone en el apéndice B.

El momento debido al peso del suelo adyacente al edificio está dado por

$$M_{rsa} = \gamma_s A_b D_f x_d \quad (4.12)$$

Su obtención también se expone en el apéndice B.

Las sumas de los momentos actuantes, M_a y los resistentes M_r son, respectivamente

$$\sum M_a = M_{awe} + M_{afh} + M_{aie} + M_{afv} \quad (4.13)$$

$$\sum M_r = M_{rsf} + M_{rsa} \quad (4.14)$$

En el **instante incipiente de falla** estas sumas se igualan.

$$\sum M_a = \sum M_r \quad (4.15)$$

Sustituyendo las expresiones de los momentos en la igualdad anterior y factorizando la presión aplicada al suelo por la cimentación, se tiene

$$qA_b \left[\left(1 + \frac{a_v}{g} \right) x_d + \frac{a_h}{g} z_d + z_d \psi \right] = M_{rsf} + A_b D_f \gamma_s x_d$$

Despejando q , se llega a la expresión

$$q' = c_u N_c + \gamma_s D_f N_q \quad (4.16)$$

que proporciona el valor de la presión aplicada al suelo para mantener el estado de equilibrio; si se excede, la cimentación falla, es decir, q' es la capacidad de carga en condiciones dinámicas. N_c y N_q son los factores de capacidad de carga, dados por

$$N_c = \frac{4M_{rsf}}{\pi B^2 \left[\left(1 + \frac{a_v}{g} \right) x_d + \left(\frac{a_h}{g} + \psi \right) z_d \right]} \quad (4.17)$$

y

$$N_q = \frac{x_d}{\left(1 + \frac{a_v}{g} \right) x_d + \left(\frac{a_h}{g} + \psi \right) z_d} \quad (4.18)$$

donde M_{rsf} es el momento resistente en la superficie de falla toroide, el cual se obtiene numéricamente en el apéndice B. El resto de los parámetros ya han sido expuestos.

La forma en que aparece escrita la ecuación 4.16 (en el formato de la obtenida por Terzaghi, en Juárez y Rico, 1979), permite calcular los factores de capacidad de carga para su comparación con los publicados por otros autores y, con ello, evaluar la confiabilidad del presente modelo. Obsérvese que en condiciones estáticas ($a_h = a_v = 0$), y con el edificio vertical ($\psi = 0^\circ$), se tiene $N_q = 1$.

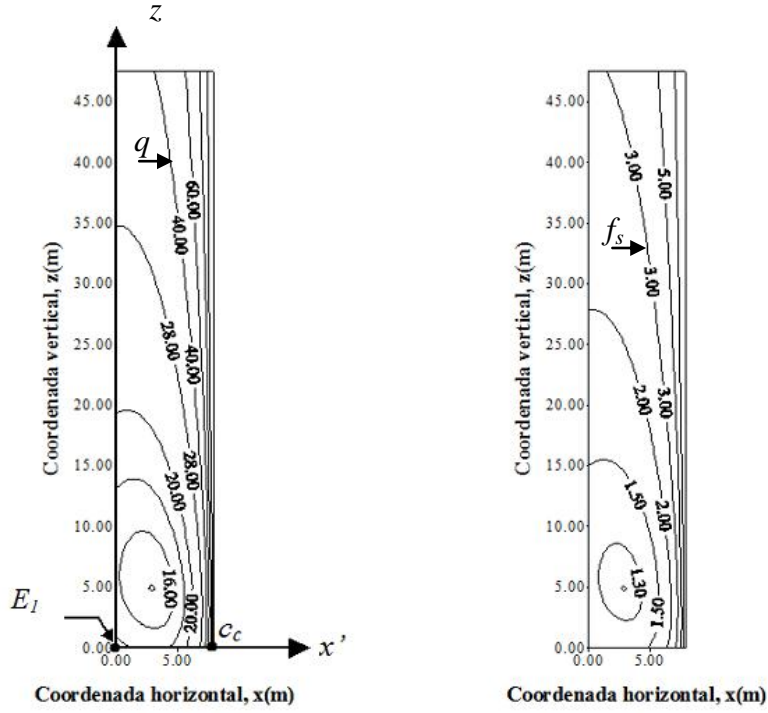
Proceso de minimización para obtener la capacidad de carga

Puesto que el método es de equilibrio límite, la capacidad de carga se debe encontrar mediante un proceso de minimización. Es decir, se debe buscar el punto (x_{gi}, z_{gi}) en que la ecuación 4.16 ofrezca las condiciones más desfavorables de estabilidad. Se propone inicialmente que este proceso se lleve a cabo dentro de una región rectangular como la mostrada en figura 4.3, de ancho $0.5B$ y de altura $0.5H_e$, en cuyo vértice inferior

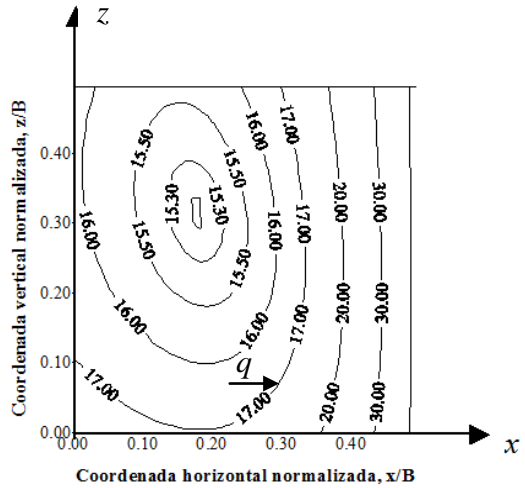
izquierdo (punto E_1) se tiene el origen del sistema de referencia $x'z'$. Numerosos análisis mostraron que el punto buscado queda contenido en esta retícula para estructuras con relación de esbeltez mayor que 1.0. En la tabla 4.1 se presenta la información sobre dos edificios hipotéticos con la que se evaluó esta ecuación. El primero se utilizó para ilustrar el uso de la fórmula; el segundo, que difiere sólo en algunos parámetros del primero, se utilizó para calcular el factor de capacidad de carga N_c con el presente modelo, para ser comparado con sus valores existentes en la literatura. Por congruencia, se utilizaron estructuras muy esbeltas, las cuales son susceptibles de desarrollar fallas de tipo cucharón, como la utilizada en la presente modelación. En la figura 4.4 se muestran gráficamente los resultados obtenidos para el primer caso. La figura 4.4a presenta una gráfica de curvas de isovalores de q' (ecuación 4.16) calculados dentro de la mencionada retícula en suficientes puntos (x_{gi}, z_{gi}) tales que un aumento en el número de éstos prácticamente no altera el resultado; en esta gráfica se aprecia claramente que existe un único punto en el que se calcula el mínimo valor, por lo que puede decirse que es el punto buscado o *centro del mecanismo de falla*, y que el valor de q' , en él, es *la capacidad de carga*. En la figura 4.4b se presentan estos mismos valores, normalizados por la carga aplicada q (expresión 4.2), lo que constituye un factor de seguridad ($f_s = q'/q$); en ella se aprecia que el mínimo valor (1.24) es mayor que 1.0 por lo que la cimentación es estable de acuerdo con la presente modelación. Este mismo valor se obtiene con el cociente de la suma de los momentos resistentes entre la de los actuantes, lo que indica que la suma de los resistentes es mayor. Puesto que el centro del mecanismo está situado cerca de la base, en la figura 4.4c se presenta una ampliación de la gráfica de la figura 4.4a en la zona cuadrada inferior de lado $0.5B$, en la que se aprecia mejor el punto buscado ($0.18B, 0.31B$) y el valor de la capacidad de carga ($q'=15.24 \text{ t/m}^2$). Esta última presentación, en la que aparecen las coordenadas normalizadas por el ancho, permite obtener algunos resultados generales para evaluar el modelo.

Tabla 4.1. Información de edificios hipotéticos con la que se ilustró el uso del modelo.

Característica	Notación	Unidad	Edificio	
			Hipotético 1	Hipotético 2
Diámetro de la cimentación	B	m	16.0	16.0
Altura del edificio	H_e	m	94.0	96.0
Altura del centro de gravedad	H_{eq}	m	46.0	48.0
Profundidad de desplante	D_f	m	2.0	0.0
Peso del edificio	W_e	t	2432.8	2432.8
Resistencia no drenada	c_u	t/m^2	2.0	1.0
Peso volumétrico	γ_s	t/m^3	1.2	1.2
Inclinación inicial	ψ_0	° (grados)	0.0	0.0



a) Valor de q' b) Valor del factor de seguridad $f_s = q'/q$



$$q' = 15.24 \text{ t/m}^2$$

c) Valor de q' con coordenadas normalizadas por el diámetro, B

Figura 4.4. Valores de q' (ecuación 4.16) para el edificio hipotético 1, con $a_h = a_v = 0$.

Con la información del edificio hipotético 2, que difiere del primero en la profundidad de desplante ($D_f = 0.0$) y en la resistencia del suelo ($c_u = 1.0 \text{ t/m}^2$), la ecuación 4.16 se transforma en $q' = N_c$, lo que se aprovechará para analizar este factor de capacidad de carga. En la figura 4.5 se presenta una gráfica de curvas de isovalores de la ecuación 4.16; el formato es igual al comentado para la figura 4.4c. Se aprecia en esta figura que el valor de N_c calculado con el presente modelo es de 6.436 (mínimo valor de la gráfica), que es sólo 6 % mayor que el exacto de 6.05 obtenido por Cox et al (1965) para cimentación circular y 0.6 % mayor que el obtenido en Martínez (2012) mediante diferencias finitas. En la misma figura aparece la ubicación del centro del mecanismo y una representación gráfica a escala del toroide correspondiente (no se dibuja la altura total del edificio para facilitar la observación del mecanismo).

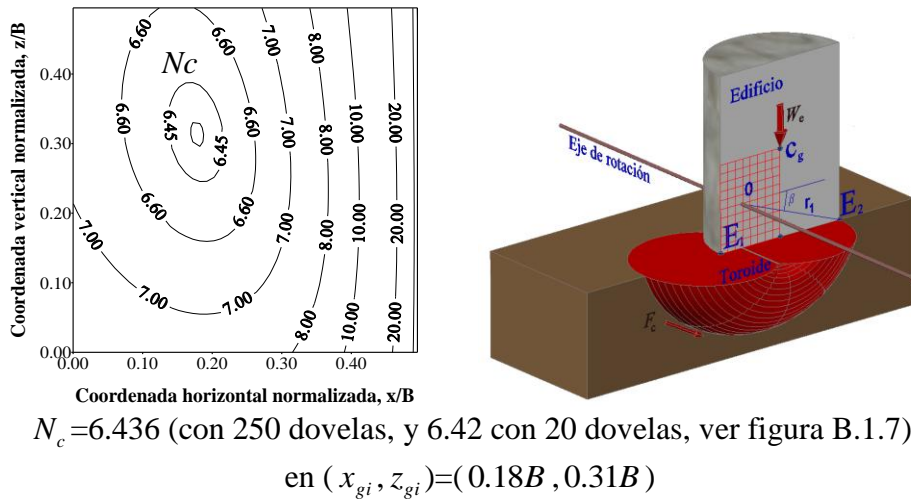


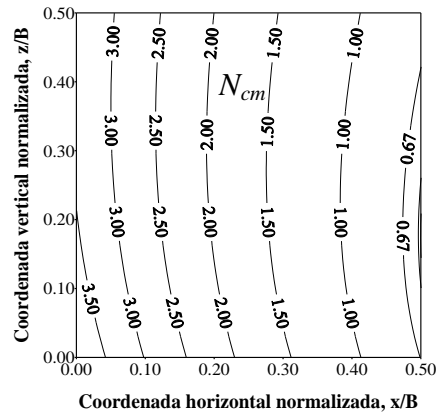
Figura 4.5. Valor de N_c estático ($a_h = a_v = 0$) obtenido con el presente modelo.

En la figura 4.6 se presenta una gráfica de curvas de isovalores del momento resistente en la superficie de falla, M_{rsf} , en la retícula de la figura 4.3. El momento aparece normalizado por el producto $A_b B c_u$, con lo que queda expresado como

$$N_{cm} = \frac{M_{rsf}}{A_b B c_u} \quad (4.19)$$

lo que permite obtener resultados generales. Se observa que hacia la izquierda de la gráfica los valores del momento normalizado N_{cm} son mayores, esto es debido a que con los puntos de esa zona se construyen mecanismos de mayores dimensiones. Asimismo, se aprecia que en el centro de la base ($0.5B, 0.0$), punto en el cual el mecanismo deviene en una semiesfera bajo la cimentación, o cucharón, el valor del momento es 0.67, lo que concuerda con el valor obtenido en el apartado 3.3 mediante diferencias finitas y con los resultados de otras investigaciones (Randolph y Puzrin, 2003) para falla tipo cucharón. Lo anterior es la verificación analítica de que el mecanismo cucharón es un caso

particular del toroide. Otro aspecto importante es que el mínimo valor del momento normalizado (0.59) se alcanza arriba del centro de la cimentación a una altura z/B igual a 0.175.



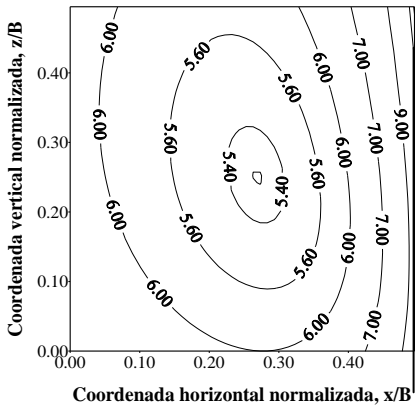
$N_{cm}=0.67$ en $(0.5B, 0.0)$ mecanismo semiesférico bajo la cimentación
 $N_{cm}=0.59$ en $(0.5B, 0.175B)$ porción de esfera bajo la cimentación

Figura 4.6. Valores del momento normalizado N_{cm} estáticos en la retícula de la figura 4.3 para una cimentación circular cualquiera.

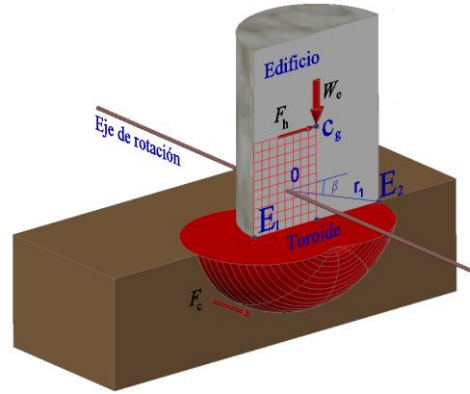
Finalmente, se evaluó la fórmula 4.16 con valores de aceleración, a_h , no nulos: 0.02, 0.05 y 0.10 veces la aceleración de la gravedad, g . Se utilizó el edificio hipotético 2 (tabla 4.1). El objetivo fue observar los cambios de posición del eje de giro con el valor de la aceleración sísmica y visualizar su efecto en las dimensiones del mecanismo de falla. Los resultados se presentan en la figura 4.7a-c en orden de aceleración creciente, en términos de curvas de isovalores de $q'=N_c$; a un costado de cada gráfica se hace la representación del mecanismo de falla correspondiente a cada valor de aceleración. Se observa en esta figura un corrimiento horizontal, así como un descenso del centro del mecanismo hacia el centro de la cimentación ($x/B=0.5$, $z/B=0.0$), conforme la aceleración aumenta. Esto hace que el mecanismo se reduzca de tamaño, como se aprecia en las representaciones, y que, por lo tanto, se tengan unas condiciones de estabilidad más críticas, como se refleja en la reducción drástica del factor N_c , el cual pasa de 6.42 (correspondiente a aceleración nula en la figura 4.5) a 5.36, 3.87 y 2.08 para los valores de aceleración de 0.02, 0.05 y 0.10 veces g , respectivamente, obtenidos con 20 dovelas. En el último caso, el mecanismo es una porción de esfera bajo la cimentación.

Obsérvese que el centro del mecanismo en la figura 4.7c se ubicó encima del centro de la base, a una altura de $z/B=0.13$; esto ocurre en edificios muy esbeltos, como es el caso del edificio hipotético 2. Debe decirse que a medida que la esbeltez disminuye, el centro del mecanismo cucharón se acerca al centro de la cimentación. Para el caso historia presentado en el apéndice A, referente a un edificio con relación esbeltez de 1.23, el centro del mecanismo a altas aceleraciones se posicionó en el centro de la cimentación

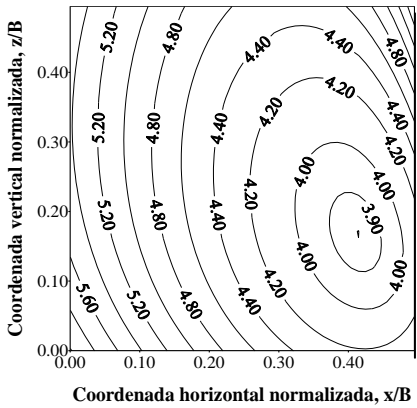
($0.5B, 0.0$); asimismo, la reducción del factor N_c con el incremento en la aceleración no fue tan drástica como el de la figura 4.7.



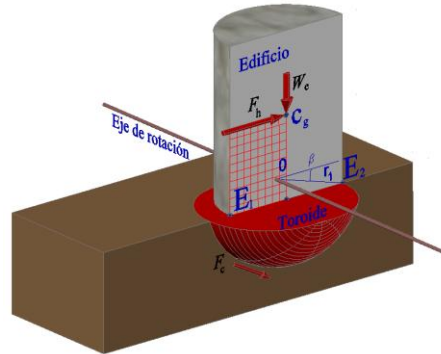
a) $a_h = 0.02$



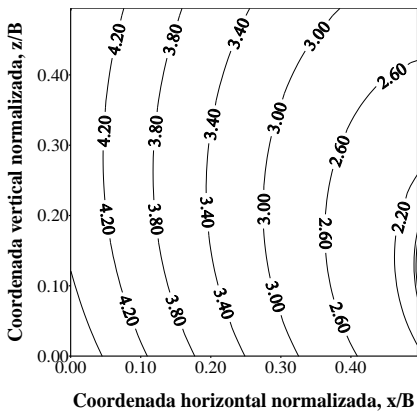
$N_c = 5.36$ en $(0.27B, 0.25B)$



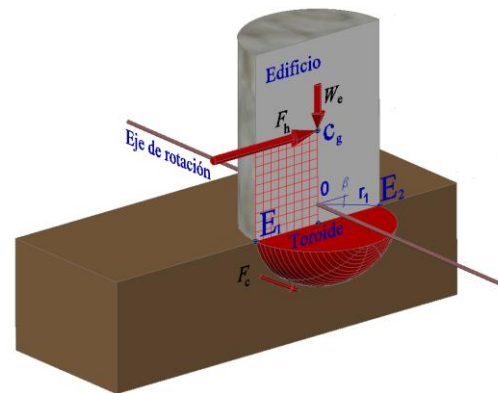
b) $a_h = 0.05g$



$N_c = 3.87$ en $(0.41B, 0.17B)$



c) $a_h = 0.10g$ $N_c = 2.08$ en $(0.5B, 0.13B)$



El mecanismo es una porción de esfera

Figura 4.7. Posición del centro del mecanismo y valores de N_c calculados para distintos valores de aceleración sísmica.

4.1.2 Cálculo de giros y asentamientos

En los intervalos de tiempo en los que la intensidad del sismo provoque que los momentos actuantes excedan a los resistentes, se presentarán giros, en proporción a esta excedencia, con respecto al eje de rotación, como se ilustra en la figura 4.8. Durante el desarrollo del giro aparecerá un momento inercial,

$$M_{dis} = J_s \frac{d^2\psi}{dt^2} \quad (4.20)$$

donde J_s es el momento de inercia a la rotación del sistema y $\frac{d^2\psi}{dt^2}$ es la aceleración angular.

También aparecerá un momento resistente adicional debido al desplazamiento horizontal del centro de gravedad del volumen de suelo comprendido entre la superficie de falla y el plano de desplante (suelo en el interior del toroide), el cual se obtiene mediante

$$M_{dbc} = \gamma_s V_t \cdot z_t \psi = M_1 \psi \quad (4.21)$$

donde $z_t \psi$ es el referido corrimiento horizontal; ψ , como se ha expuesto, es el ángulo de inclinación, V_t es el volumen de suelo en el interior del toroide y z_t es la distancia vertical del centro de gravedad del toroide al eje de giro. El momento M_1 queda dado por $M_1 = \gamma_s V_t z_t$. La obtención de los momentos J_s y M_1 se detalla en el apéndice B. Las cantidades referentes al toroide se obtuvieron numéricamente, dado que no fue posible obtener una expresión analítica para ellos.

Agregando estos dos momentos dinámicos a los resistentes de la ecuación (4.15), se tiene

$$\sum M_a = \sum M_r + M_{dis} + M_{dbc} \quad (4.22)$$

Sustituyendo las expresiones 4.20 y 4.21 en la 4.22, y arreglando términos se llega a una ecuación para modelar los giros del sistema a lo largo de la duración del sismo,

$$J_s \frac{d^2\psi}{dt^2} + M_1 \psi = f(t) \quad (4.23)$$

donde

$$f(t) = \sum M_a - \sum M_r > 0 \quad (4.24)$$

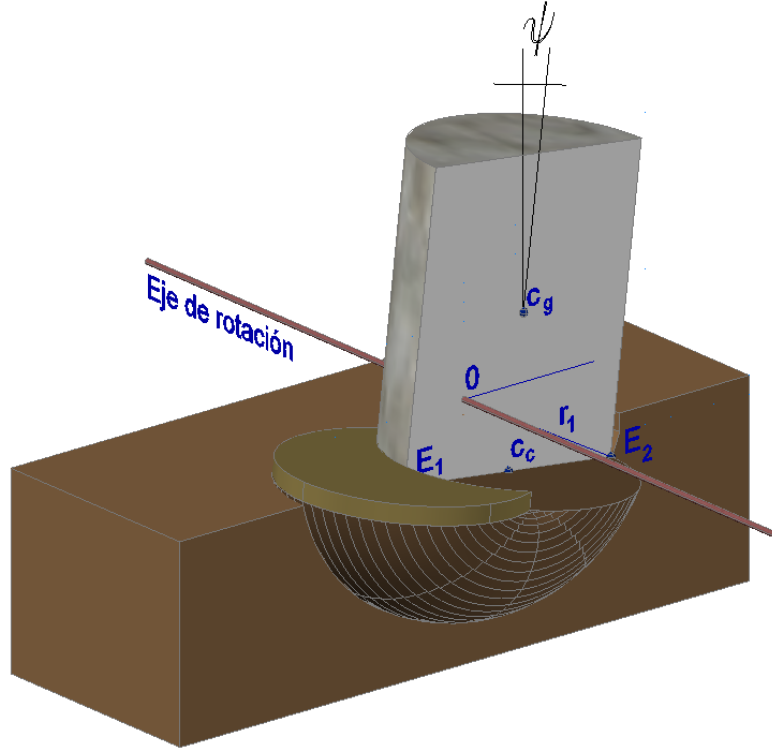


Figura 4.8. Giro del edificio en un ángulo ψ .

cuya solución es el giro en función del tiempo, $\psi(t)$. El término $f(t)$ es el momento excedente, **causante del desequilibrio**; $\sum M_a$ y $\sum M_r$ se obtienen con las expresiones (4.13) y (4.14). La ecuación (4.23) se resuelve paso a paso en esta investigación mediante el método de integración de Newmark (el cual se expone en el Apéndice C) y rige desde que los momentos actuantes superan a los resistentes, $f(t) > 0$, hasta que el proceso de integración calcule una velocidad angular igual o menor que cero. Esto puede suceder, de manera intermitentemente, varias veces durante un sismo. El proceso de minimización expuesto en el apartado anterior, se hace en cada instante.

El asentamiento en el extremo 2 (E_2), en un pulso, se obtiene con la expresión

$$\Delta s_2 = r_1 \sin(\beta + \Delta\psi) - z_{gi} \quad (4.25)$$

donde r_1 y β son, respectivamente, la distancia del punto E_2 al centro de giro (O) y el ángulo que forma el segmento $\overline{OE_2}$ con respecto a un plano horizontal. Ambas cantidades se esquematizan en figura 4.3 y se calculan como

$$r_1 = \sqrt{(B - x_{gi})^2 + z_{gi}^2} \quad \text{y} \quad \beta = \tan^{-1}\left(\frac{z_{gi}}{B - x_{gi}}\right) \quad (4.26)$$

$\Delta\psi$ es el giro ocurrido en el pulso (incremento de giro) y se calcula como

$$\Delta\psi = \psi_i - \psi_{i-1} \quad (4.27)$$

Donde ψ_i es el giro en el instante actual que se calcula al resolver la ecuación 4.23; ψ_{i-1} es el giro calculado en el instante anterior.

El asentamiento en el extremo 1 (E_1) se obtiene con la expresión

$$\Delta s_1 = r_2 \sin(\beta_2 - \Delta\psi) - z_{gi} \quad (4.28)$$

donde r_2 y β_2 son cantidades referidas a E_1 análogas a r_1 y β , que se obtienen como

$$r_2 = \sqrt{x_{gi}^2 + z_{gi}^2} \quad \text{y} \quad \beta = \tan^{-1}\left(\frac{z_{gi}}{x_{gi}}\right) \quad (4.29)$$

El asentamiento total en el pulso se obtiene como

$$\Delta s = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{2} \quad (4.30)$$

Y el asentamiento total acumulado

$$s_i = s_{i-1} + \Delta s \quad (4.31)$$

Donde s_{i-1} es el asentamiento acumulado hasta el pulso anterior.

Adaptación ingenieril del método. Dadas las ubicaciones que va tomando el eje de rotación a lo largo de un sismo en este método, cercanas en algunos casos al centro de la cimentación, uno de los extremos desciende y el otro asciende, provocando levantamientos instantáneos. Esto hace que los asentamientos totales acumulados al final del evento no sean considerables. Estos son los asentamientos teóricos para una cimentación en la que se cumplen todas las hipótesis planteadas al principio.

En el apéndice A, en que se analiza una estructura real para la cual no se satisfacen varias de las hipótesis en que se apoya el presente desarrollo teórico, que, sin embargo, se presenta para ilustrar su posible uso como herramienta de primera y pronta aproximación a la solución del problema planteado, los asentamientos calculados son subestimados respecto a los observados en el caso real después del sismo de septiembre de 1985 (Mendoza, 1987). Se vio que, una vez calculado el giro, si se aplica al sistema manteniendo fijo el extremo interno de la cimentación (E_1 en la figura 4.2 y E_2 si el giro es opuesto), los asentamientos que se calculan son del orden de magnitud de los observados. Lo anterior equivale a descontar los levantamientos, lo cual se hace aplicando la siguiente secuencia de instrucciones

$$\begin{aligned}
 \Delta s_3 &= \Delta s_2 - \Delta s_1 \\
 \Delta s_1 &= 0.0 \\
 \Delta s_2 &= \Delta s_3
 \end{aligned}
 \tag{4.32}$$

antes de la ecuación 4.30. En lo sucesivo se adopta esta forma ajustada, dado que lo que se busca es una herramienta para su uso con casos reales. No obstante, el algoritmo de resolución también guarda la forma teórica.

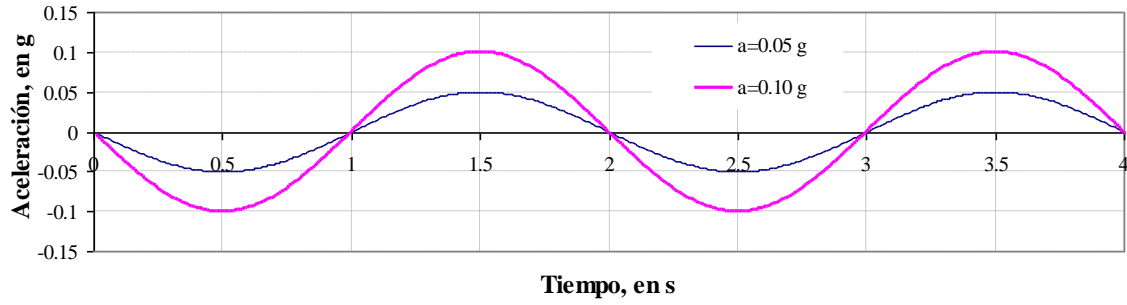
Ilustración del funcionamiento del modelo (2D toroide)

Se aplicó el anterior procedimiento al edificio hipotético 1 (tabla 4.1) para ilustrar su funcionamiento. Los resultados se muestran en la figura 4.9. Por sencillez se utilizó como acelerograma una señal senoidal de dos ciclos de duración con una frecuencia de 0.5 Hz. El ejercicio se hizo para dos valores de aceleración máxima: 0.05 y 0.10 veces g , con los que se formaron los acelerogramas mostrados en figura 4.9a. Se calcularon las historias y valores finales del factor de seguridad, el giro y el asentamiento, mostrados en las figuras 4.9b-d, respectivamente.

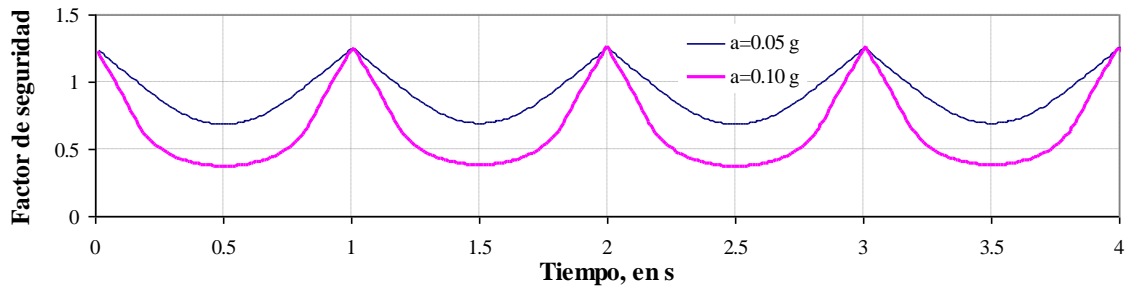
A continuación se describen los resultados correspondientes al caso de aceleración máxima de 0.10 g (línea gruesa). El análisis comienza con un factor de seguridad de 1.24. Al tiempo $t=0.09$ s este factor se reduce a un valor menor que 1.0 con lo que se inicia una etapa de inestabilidad que culmina aproximadamente en $t=1.0$ s cuando la velocidad se vuelve nula, lo cual ocurre 0.09 s después de que el factor de seguridad ya ha superado el valor de 1.0; durante este lapso el sistema gira desde su posición vertical hasta alcanzar un valor de 0.16° . En este valor se va a estacionar hasta que en $t=1.09$ s, dé comienzo una nueva etapa de giro, ahora en sentido opuesto en concordancia con el cambio de signo del acelerograma, que culminará aproximadamente en $t=2.0$ s cuando la velocidad vuelva a ser nula. En esta última etapa, el edificio recuperó verticalidad llegándose a un valor del giro de 0.012° . En el siguiente ciclo, de $t=2.0$ s a $t=4.0$ s ocurre un proceso similar al anterior, acumulándose al final un giro de 0.025° .

En la figura 4.9d se aprecia que hubo acumulación de asentamientos en los lapsos inestables debidos a los 4 semiciclos de aceleración, llegándose después de cada uno de ellos, respectivamente, a los valores de 0.021, 0.042, 0.063 y 0.084 m, como se aprecia en las mesetas de la curva. En el otro análisis, hecho con el valor de aceleración de 0.05 g , se tuvo un comportamiento similar, con la salvedad de que el giro y el asentamiento fueron menores y los lapsos de inestabilidad fueron de menor duración.

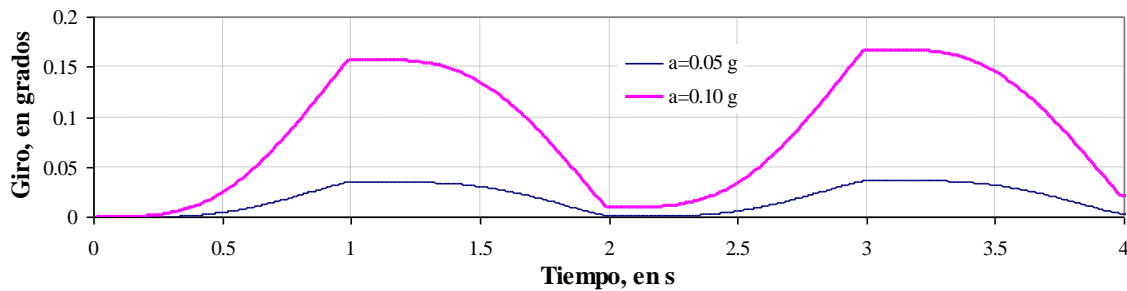
El procedimiento expuesto hasta este punto se ha nombrado *2D toroide* y ha sido programado para hacer ágil su uso. En el apéndice D se hace un análisis de comparación entre este modelo (2D toroide) y el bidimensional (2D) descrito en el capítulo 2.



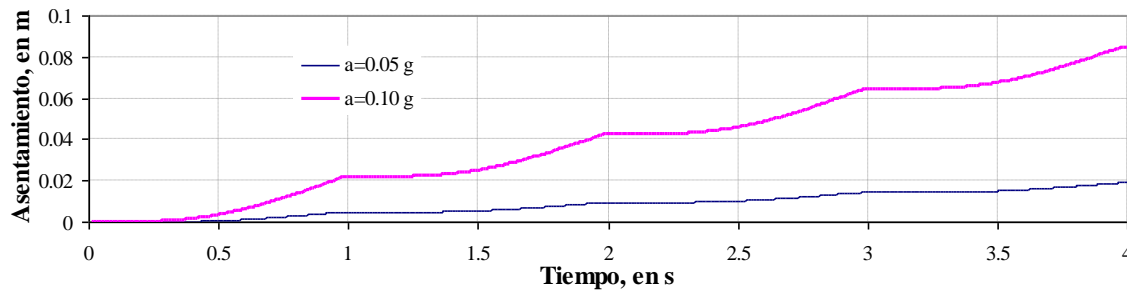
a) Acelerograma



b) Factor de seguridad dinámico



c) Giro



d) Asentamiento

Figura 4.9. Acelerograma aplicado en el centro de masa del edificio hipotético 1, factor de seguridad, giro y asentamiento calculados durante y al final del evento.

4.2 Consideración de la variación espacial de las fuerzas sísmicas (Modelo 3D)

Se propone el uso de la metodología expuesta en el apartado anterior, que considera que todas las fuerzas actúan en un solo plano fijo, más la adaptación de un algoritmo que modele el giro del plano de análisis en función de las acciones. A continuación se describe el algoritmo propuesto para tal efecto.

En la figura 4.10 se representa un edificio inclinado en un sistema de referencia global en el que el eje x se extiende hacia el Este, el eje y hacia el Norte y el eje z hacia arriba. Se presenta en la misma figura, fuera de escala, un vector unitario normal a la cimentación circular, \bar{n} , que se utilizará para representar la inclinación del edificio. Dos cantidades angulares se utilizan para caracterizar esta inclinación: **el rumbo**, ρ y **el echado** ψ , los cuales se representan en la misma figura. El primero indica hacia dónde está inclinado el edificio y es el ángulo con respecto al eje x , medido en sentido antihorario, de la proyección del vector normal en el plano xy (\bar{n}_{xy}). El segundo indica la magnitud de la inclinación y es el ángulo del vector normal respecto a una línea vertical. El intervalo de variación del rumbo, ρ , es $[0, 360^\circ)$; p. ej., si $\rho = 270^\circ$, el edificio está inclinado hacia el Sur. Por otra parte, si como producto de los cálculos, el rumbo pasa de menos de 360° a más de 360° , el ángulo se recalcula a partir de 0° . Un recálculo equivalente se hace en el límite inferior del intervalo. En una gráfica rumbo vs tiempo, estos recálculos aparecerán como discontinuidades o brincos de 360° . A partir del rumbo, ρ y del echado ψ , el **vector unitario normal** al plano de la base de la cimentación es $\bar{n} = (l, m, n)$, donde

$$\begin{array}{lll} l = \sin \psi \cos \rho & m = \sin \psi \sin \rho & y \quad n = \cos \psi \\ \text{(a)} & \text{(b)} & \text{(c)} \end{array} \quad (4.33)$$

De manera inversa, despejando de Ec. 4.33

$$\rho = \tan^{-1} \frac{m}{l} \quad y \quad \psi = \cos^{-1} n \quad (4.34)$$

donde n es el tercer componente de \bar{n} .

Se requiere primero determinar el plano vertical de análisis, P , que será llamado **plano instantáneo de rotación** en el cual se calculará el giro con la ecuación (4.23). Por tratarse de un plano vertical, se requiere sólo de un vector horizontal unitario contenido en él para quedar definido. Este vector se denotará con $\bar{p} = (p_x, p_y, 0)$ y será llamado vector director de P . Cuando se determine este vector se buscará que además de estar contenido en P , indique el sentido en el que se dará el giro instantáneo. En el siguiente apartado (4.2.1) se considera que ya se conoce el plano P , así como su vector \bar{p} y se procede al cálculo del giro instantáneo y en el apartado 4.2.2 se describe el procedimiento para obtener el plano P .

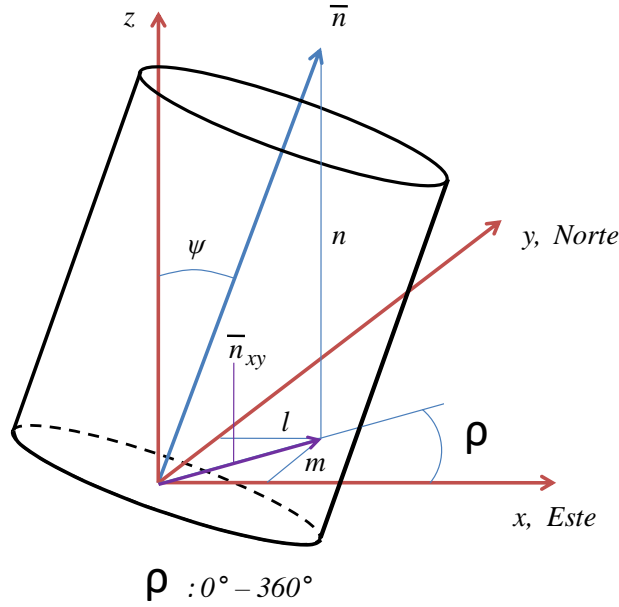


Figura 4.10. Edificio inclinado en un sistema de referencia cartesiano global. Echado, rumbo, normal y componentes.

4.2.1 Análisis en el plano instantáneo de rotación

En el instante i sea P el *plano instantáneo de rotación* y $\bar{p} = (p_x, p_y, 0)$ su vector director. Considérese ahora que la dirección x' del sistema de referencia **local** mostrado en la figura 4.3 apunta en la dirección de \bar{p} ; lo que se expone a continuación está referido al sistema **global** de la figura 4.10. Sea, además, $\bar{a} = (a_x, a_y, a_z)$ el vector aceleración calculado en el centro de masa del edificio (con los signos cambiados para que la fuerza de inercia actúe en el sentido correcto). Se considera que un giro paralelo al plano P va a ser ocasionado por las proyecciones en él, de las cantidades vectoriales que participarán en el equilibrio. A continuación se obtienen estas proyecciones.

En álgebra vectorial, si $\{\bar{u}, \bar{v}\}$ es una base ortonormal de un subespacio S de R^3 (espacio tridimensional usual), la proyección ortogonal de un vector \bar{w} cualquiera de R^3 sobre S se obtiene mediante la expresión (a partir de Solar y Speziale, 1985)

$$proy_{\bar{w}/S} = (\bar{w} \cdot \bar{u})\bar{u} + (\bar{w} \cdot \bar{v})\bar{v} \quad (4.35)$$

donde $(\bar{w} \cdot \bar{u})$ y $(\bar{w} \cdot \bar{v})$ son los productos escalares de los vectores \bar{w} y \bar{u} , en el primer caso y \bar{w} y \bar{v} , en el segundo.

Existe una serie de condiciones que un conjunto debe cumplir para ser un espacio vectorial (Solar y Speziale, 1985) que no se citan en este texto; R^3 las cumple y, por lo

tanto, lo es. S es un subespacio de R^3 si para dos vectores $\bar{u}, \bar{v} \in S$ y dos números reales cualesquiera α_1 y α_2 , se cumple que $\alpha_1\bar{u} + \alpha_2\bar{v} \in S$; el conjunto $\{\bar{u}, \bar{v}\}$ es una base de S si un vector cualquiera $\bar{x} \in S$ se puede obtener como combinación lineal de sus elementos, es decir, $\bar{x} = \alpha_1\bar{u} + \alpha_2\bar{v}$ y tanto \bar{u} como \bar{v} son necesarios para ello; $\{\bar{u}, \bar{v}\}$ es ortonormal si el producto escalar entre \bar{u} y \bar{v} es cero y, además, el producto de cada uno de éstos por sí mismo es uno (1.0). El símbolo \in significa “pertenece a” o “perteneciente a”. Lo anterior se expone ampliamente en Solar y Speziale (1985).

En nuestro problema el conjunto $\{(p_x, p_y, 0), (0, 0, 1)\}$ constituye una base ortonormal de P , por lo que la proyección del vector aceleración \bar{a} sobre P , la cual se denota con $\bar{a}_p = (a_x^p, a_y^p, a_z^p)$ y se ilustra en la figura 4.11, se obtiene (a partir de la ecuación 4.35) mediante la expresión

$$\bar{a}_p = (\bar{a} \cdot \bar{p})(p_x, p_y, 0) + a_z(0, 0, 1) \quad (4.36)$$

donde

$$(\bar{a} \cdot \bar{p}) = a_x p_x + a_y p_y \quad (4.37)$$

La aceleración actuará a favor del giro que se va a producir si $(\bar{a} \cdot \bar{p}) > 0$ y en contra, en el otro caso; esto es debido a que cuando el producto escalar entre dos vectores es negativo, es porque el ángulo entre ellos es mayor a 90° , en análisis de equilibrio se contrarrestan. A partir de este vector proyección se obtienen las cantidades

$$a_h = \delta_f \sqrt{(a_x^p)^2 + (a_y^p)^2} \quad a_v = a_z^p \quad (4.38)$$

donde $\delta_f = 1.0$ si $(\bar{a} \cdot \bar{p}) > 0$ y $\delta_f = -1.0$ si $(\bar{a} \cdot \bar{p}) < 0$. a_h y a_v son las aceleraciones horizontal y vertical, respectivamente, a sustituir en las ecuaciones 4.16 y 4.23, para obtener la capacidad de carga y el giro, respectivamente.

Asimismo, sea $\bar{n}_{i-1} = (l_{i-1}, m_{i-1}, n_{i-1})$ el vector normal representativo de la inclinación que tiene el edificio al inicio del pulso, el cual se ilustra en la figura 4.12, junto con su rumbo ρ_{i-1} y su echado ψ_{i-1} . La proyección de \bar{n}_{i-1} sobre P se calcula como

$$\bar{n}_{i-1}^p = (\bar{n}_{i-1} \cdot \bar{p})(p_x, p_y, 0) + n_{i-1}(0, 0, 1) \quad (4.39)$$

donde

$$(\bar{n}_{i-1} \cdot \bar{p}) = l_{i-1} p_x + m_{i-1} p_y \quad (4.40)$$

La inclinación actuará a favor del giro que se va a producir si $(\bar{n}_{i-1} \cdot \bar{p}) > 0$ y en contra, en el otro caso. En el modelo se requiere la inclinación de este vector proyección, la cual se puede obtener con una fórmula análoga a la expresión 4.34,

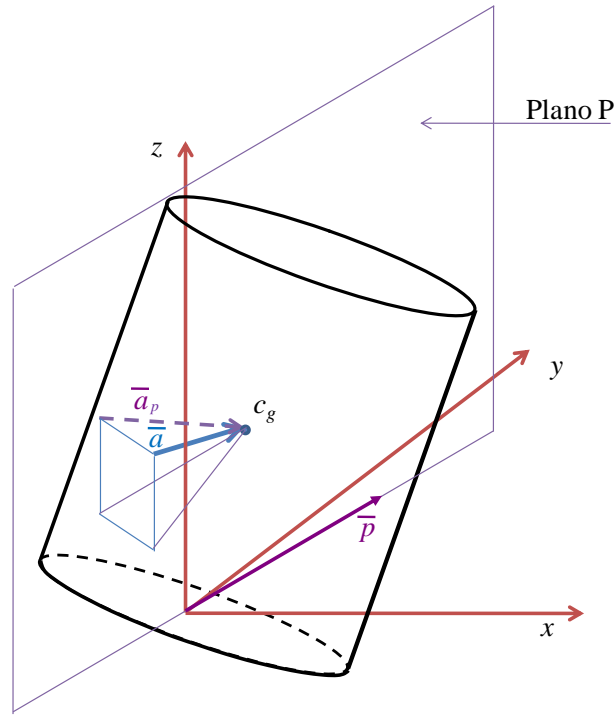


Figura 4.11. Proyección del vector aceleración \bar{a} sobre el plano P .

$$\psi_{i-1}^p = \rho_f \cos^{-1} \frac{n_{i-1}}{\left| \bar{n}_{i-1}^p \right|} \quad (4.41)$$

donde $\left| \bar{n}_{i-1}^p \right|$ es la magnitud o módulo del vector proyección, \bar{n}_{i-1}^p , y n_{i-1} es el tercer componente de este vector; además, $\rho_f = 1.0$ si $(\bar{n}_{i-1} \cdot \bar{p}) > 0$ y $\rho_f = -1.0$ en el otro caso.

El vector proyección \bar{n}_{i-1}^p y su inclinación ψ_{i-1}^p se ilustran también en la figura 4.12.

Por otra parte, si en el pulso anterior hubo giro, se calcularon la velocidad, ψ'_{i-1} y la aceleración, ψ''_{i-1} , angulares, en el plano P en el que se dio tal giro. En el pulso actual, se requieren las proyecciones de estas cantidades cinemáticas en el plano P actual, las cuales en esta investigación se calcularon con

$$\begin{aligned} \psi'_{i-1}^p &= \psi'_{i-1} \cos(\Delta\alpha_p) \\ \psi''_{i-1}^p &= \psi''_{i-1} \cos(\Delta\alpha_p) \end{aligned} \quad (4.42)$$

donde $\Delta\alpha_p$ es el ángulo entre el vector \bar{p} del instante anterior y el del actual.

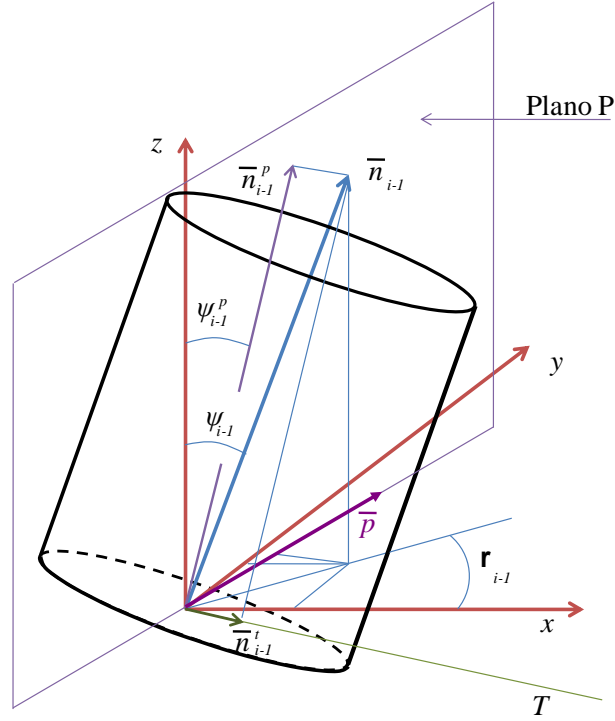


Figura 4.12. Plano instantáneo de rotación, P , vector \bar{p} , vector normal, \bar{n}_{i-1} y sus proyecciones en P (\bar{n}_{i-1}^p) y en la recta perpendicular a P (\bar{n}_{i-1}^t).

Finalmente, se obtiene la proyección del vector normal sobre la recta T que es perpendicular al plano P , la cual se denota con \bar{n}_{i-1}^t , y se ilustra también en la figura 4.12. Nótese en esta figura que el vector normal es la suma de sus proyecciones sobre P y T . Esto se expresa como

$$\bar{n}_{i-1} = \bar{n}_{i-1}^p + \bar{n}_{i-1}^t \quad (4.43)$$

A partir de esta expresión y como \bar{n}_{i-1} y \bar{n}_{i-1}^p habrán de conocerse primero,

$$\bar{n}_{i-1}^t = \bar{n}_{i-1} - \bar{n}_{i-1}^p \quad (4.44)$$

Con a_h y a_v (Ec. 4.38) y ψ_{i-1}^p (Ec. 4.41) se evalúa $f(t)$ con la ecuación 4.24. Si $f(t)$ es menor que cero y no hubo giro en el instante previo, el sistema es estable y el procedimiento avanza al siguiente pulso. Si $f(t)$ es mayor que cero o hubo giro en el instante previo, se calcula el giro, ψ_i^p , con la ecuación 4.23. En caso de que se haya calculado giro en el instante previo, se deben considerar la velocidad, ψ_{i-1}^p y la aceleración ψ_{i-1}^p angulares (Ec. 4.42). El giro que calcula la ecuación 4.23, ψ_i^p , es el acumulado en el plano P ; el giro propio del pulso o incremento es

$$\Delta\psi = \psi_i^p - \psi_{i-1}^p \quad (4.45)$$

Este incremento se da paralelamente al plano P . El giro calculado, ψ_i^p , producirá un nuevo vector normal que caracterizará la inclinación al final del pulso, lo cual es el resultado buscado.

En la figura 4.13 se representan la proyección \bar{n}_{i-1}^p del vector normal en P antes de girar y su inclinación, ψ_{i-1}^p ; la proyección después del giro, \bar{n}_i^p y su inclinación ψ_i^p , así como el giro en el pulso, $\Delta\psi$, o incremento de ángulo de inclinación en el plano P . El edificio antes del giro se representa con líneas discontinuas y, posterior al giro, con líneas continuas.

La proyección de la normal después del giro está dada por la expresión

$$\bar{n}_i^p = (l_i^p, m_i^p, n_i^p) \quad (4.46)$$

cuyas componentes se obtienen mediante una expresión análoga a la (4.33):

$$\begin{aligned} l_i^p &= \left| \bar{n}_{i-1}^p \right| \sin(\psi_i^p) \cos \alpha_p \\ m_i^p &= \left| \bar{n}_{i-1}^p \right| \sin(\psi_i^p) \sin \alpha_p \\ n_i^p &= \left| \bar{n}_{i-1}^p \right| \cos(\psi_i^p) \end{aligned} \quad (4.47)$$

y α_p es el ángulo del vector \bar{p} con respecto a la dirección Este ($\rho = 0.0^\circ$).

Finalmente, el nuevo vector normal $\bar{n}_i = (l_i, m_i, n_i)$ se calcula como

$$\bar{n}_i = \bar{n}_i^p + \bar{n}_i^t \quad (4.48)$$

donde $\bar{n}_i^t = \bar{n}_{i-1}^t$ (Ec. 4.44), dado que este vector no cambia con el giro. El rumbo y el echado nuevos, ρ_i y ψ_i , se obtienen con las expresiones

$$\rho_i = \tan^{-1} \frac{m_i}{l_i} \quad \text{y} \quad \psi_i = \cos^{-1} n_i \quad (4.49)$$

que son análogas a las expresiones 4.34, obtenidas de forma similar. Se avanza al siguiente instante. Al final se crea un registro del rumbo y del echado en cada instante para construir sus historias en el tiempo.

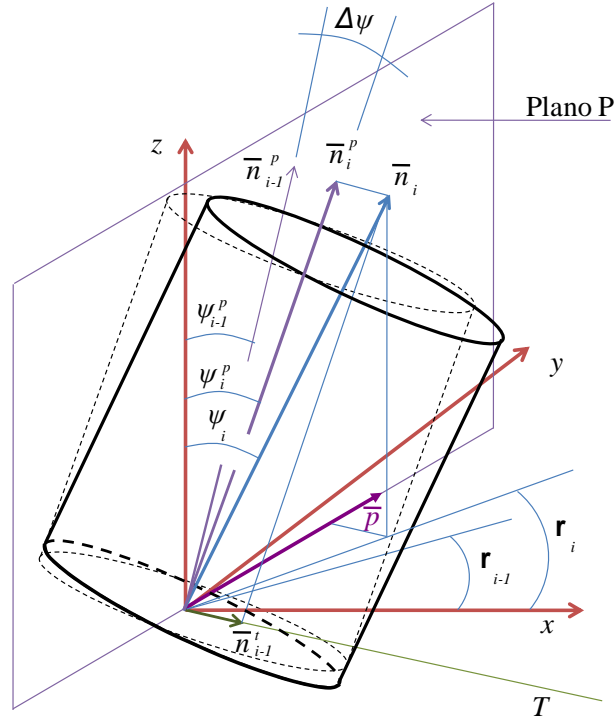


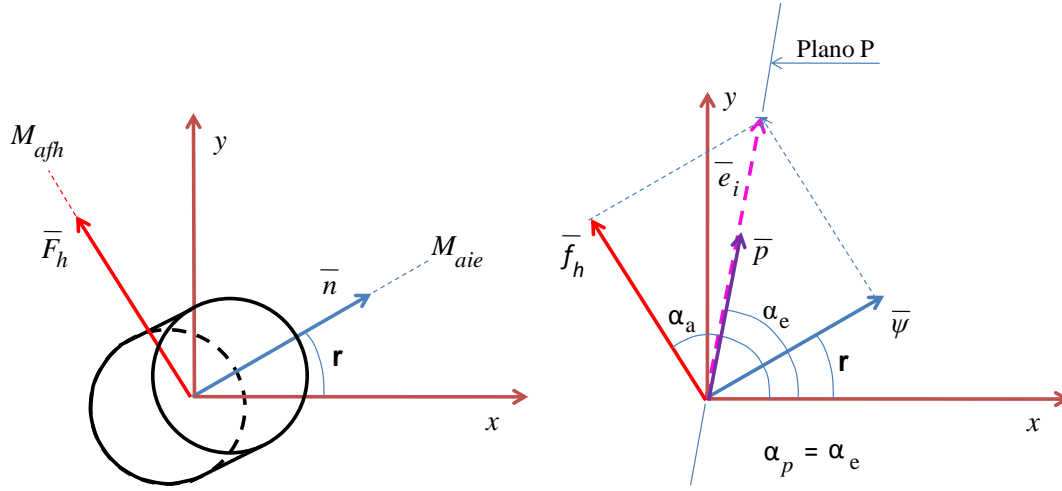
Figura 4.13. Ilustración del giro de la proyección de la normal, \bar{n}_i^p , en el plano P y el vector normal resultante, \bar{n}_i .

4.2.2 Determinación del plano instantáneo de rotación

La ubicación del plano instantáneo de rotación, P , durante un evento sísmico depende de tres factores: la inclinación (inicial o calculada en el instante previo), la velocidad angular con la que quedó girando el sistema suelo-edificio en el instante previo (si es el caso) y la fuerza de inercia del instante actual. Se tienen dos casos:

a) P cuando el sistema no quedó girando en el instante previo. Este caso ocurre al principio del evento y hasta el instante en que se da el primer giro. También ocurre entre dos etapas sucesivas de giro. La velocidad angular es nula. El cálculo de P se ilustra en la figura 4.14. En ella aparece un esquema (4.14a) en vista desde arriba de un edificio circular inclinado; su normal, \bar{n} , indica hacia dónde está inclinado en el sistema de referencia mostrado. También aparece la fuerza de inercia horizontal, \bar{F}_h . Asimismo, se representan el momento actuante debido a la fuerza horizontal, M_{afh} y el momento actuante debido a la inclinación del edificio, M_{aie} , ambos con unas líneas discontinuas que indican hacia dónde volcarían cada uno al edificio en caso de tener la magnitud suficiente. En primer lugar, en cada instante se normalizan ambos momentos por un mismo brazo de palanca (p. ej., z_d). Esto da lugar a dos fuerzas equivalentes, \bar{f}_h y $\bar{\psi}$, respectivamente, las cuales se dibujan en la figura 4.14b. Posteriormente, se obtiene la

resultante \bar{e}_i de estas fuerzas y el ángulo de ésta con respecto a x , α_e . Se considera que si se produce giro, éste se dará en la dirección y sentido de esta resultante \bar{e}_i , por lo que el plano P deberá alinearse en esta dirección. Se construye un vector unitario $\bar{p} = (p_x, p_y, 0)$ a partir de \bar{e}_i mediante las expresiones (4.50).



a) Acciones que determinan la dirección de P b) Obtención del plano P

Figura 4.14. Ilustración del cálculo de la dirección del plano P cuando el sistema no quedó girando en el instante previo (intervienen la inclinación y la fuerza de inercia sísmica).

$$p_x = \cos \alpha_p \quad (4.50)$$

$$p_y = \sin \alpha_p$$

donde $\alpha_p = \alpha_e$.

b) P cuando el sistema quedó girando en el instante previo. Este caso ocurre en cada lapso de inestabilidad, desde el instante posterior al cálculo del primer giro y hasta que se anula la velocidad angular. Por una parte, el sistema ha quedado girando en el instante previo, $i-1$, con una velocidad angular ω_{i-1} en la dirección que tiene un ángulo $\alpha_{\omega_{i-1}}$ con respecto al eje x , como se muestra en la figura 4.15a. Por otra parte, en el instante actual, i , la resultante de las fuerzas equivalentes al giro y a la fuerza sísmica es \bar{e}_i (calculada como se indica en el inciso a) y está orientada en un ángulo $\Delta\alpha$ a partir de $\alpha_{\omega_{i-1}}$, como se aprecia en la misma figura. Se asume en esta investigación que el giro que producirán estas acciones se dará en un ángulo intermedio entre $\alpha_{\omega_{i-1}}$ y $(\alpha_{\omega_{i-1}} + \Delta\alpha)$ calculado como

$$\alpha_p = \alpha_{\omega_{i-1}} + k\Delta\alpha \quad (4.51)$$

donde $k: 0 \rightarrow 1$, se calcula como

$$k = \frac{T_{ext}}{E_{mov} + T_{ext}} \quad (4.52)$$

en la cual

$$T_{ext} = \frac{1}{2} f(t) \Delta \psi \quad (4.53)$$

y

$$E_{mov} = \frac{1}{2} J_s \omega_{i-1}^2 \quad (4.54)$$

Para calcular T_{ext} se hace un análisis virtual en la dirección de \bar{e}_i (obtenida como se indica en el inciso a, anterior) en el cual se calcula el giro $\Delta \psi$ con toda la información actualizada y las proyecciones requeridas como si se tratase de un análisis definitivo para el instante i , pero considerando que la velocidad y la aceleración angulares previas son nulas; $f(t)$ y $\Delta \psi$ se calculan con las expresiones (4.24) y (4.45), respectivamente. T_{ext} es un trabajo externo en la dirección de las acciones que desestabilizan en el pulso: *acción \times efecto*.

E_{mov} se calcula al final del instante anterior, $i-1$, con la información del mismo. E_{mov} es energía de movimiento independiente de las acciones con las que se calcula T_{ext} (sólo de la velocidad angular).

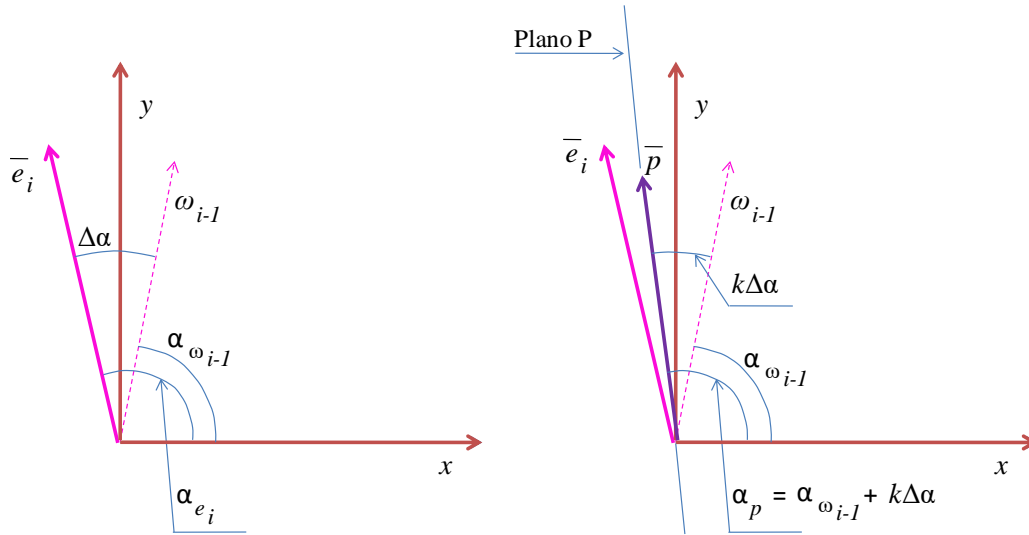
En la dirección así calculada se ubica el nuevo plano P . El vector $\bar{p} = (p_x, p_y, 0)$ se calcula con la expresión 4.50, es decir

$$\begin{aligned} p_x &= \cos \alpha_p \\ p_y &= \sin \alpha_p \end{aligned}$$

Ilustración del funcionamiento del modelo

Se aplicó esta modelación al edificio hipotético 1 (tabla 4.1) para ilustrar su funcionamiento. Los resultados se muestran en la figura 4.16. Nuevamente, por sencillez, se utilizó como acelerograma una señal senoidal de dos ciclos de duración, con una frecuencia de 0.5 Hz y aceleración máxima de 0.05 g, (figura 4.16a), la cual se aplicó idénticamente en las direcciones Norte-Sur (N-S) y Este-Oeste (E-O) por lo que la línea de acción de la resultante está en la dirección N45E (o S45O). El ejercicio se hizo para dos valores de inclinación inicial, $\psi_0 = 0.0^\circ$ (estructura vertical) y $\psi_0 = 0.1^\circ$ con rumbo hacia el Este ($\rho = 0.0^\circ$). Se calcularon las historias y valores finales del rumbo de la

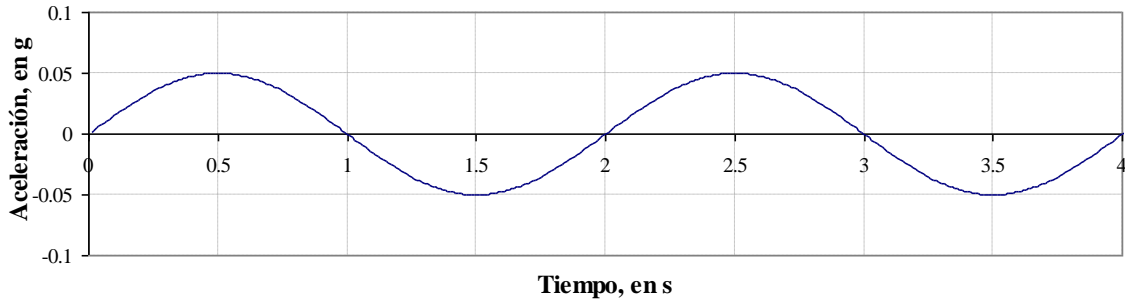
inclinación, la inclinación y el asentamiento, los cuales se muestran en las figuras 4.16b-d, respectivamente.



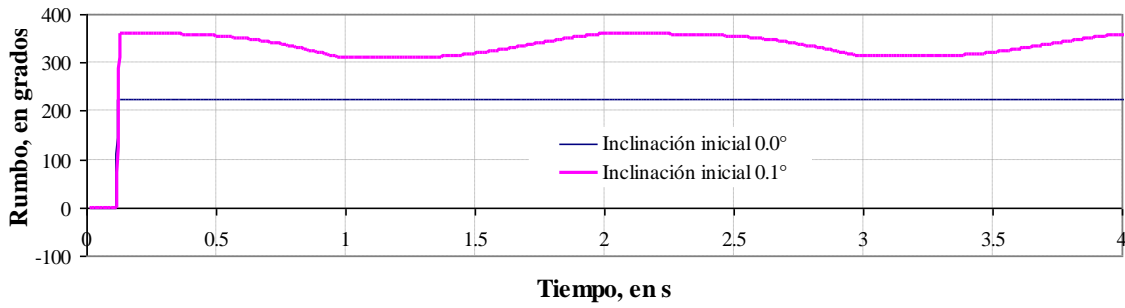
a) Acciones que determinan la dirección de P b) Obtención del plano P

Figura 4.15. Ilustración del cálculo de la dirección del plano P cuando el sistema quedó girando en el instante previo (intervienen la velocidad angular del instante previo y las acciones desestabilizadoras del actual).

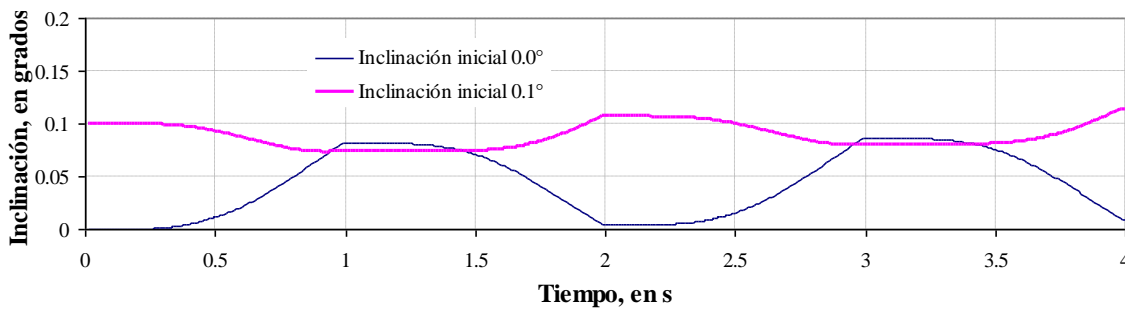
A continuación se describen los resultados correspondientes al caso de inclinación inicial $\psi_0=0.0^\circ$. El análisis comienza con un factor de seguridad igual a 1.24 cuando la aceleración es $0.0 g$. En el tiempo $t=0.12 s$ se inicia una etapa de inestabilidad en la cual se producen giros que concluyen aproximadamente en $t=1.0 s$. En este periodo la orientación de la aceleración es N45E (rumbo $\delta = 45.0^\circ$), en tanto que la fuerza sísmica, que actúa en sentido contrario, tiene la orientación S45O ($\delta = 225.0^\circ$). En este primer semiciclo la fuerza induce un giro al edificio de $\psi = 0.08^\circ$ en la orientación $\rho = 225.0^\circ$, la cual se mantiene hasta el final del análisis como se muestra en la figura 4.16b. En el siguiente semiciclo, cuando la fuerza ha cambiado de sentido (N45E) se da una restauración parcial de la verticalidad, llegándose a $\psi = 0.005^\circ$. Por último, en el segundo ciclo (de $t=2.0 s$ a $t=4.0 s$) ocurre un proceso similar, acumulándose al final una inclinación de $\psi = 0.01^\circ$.



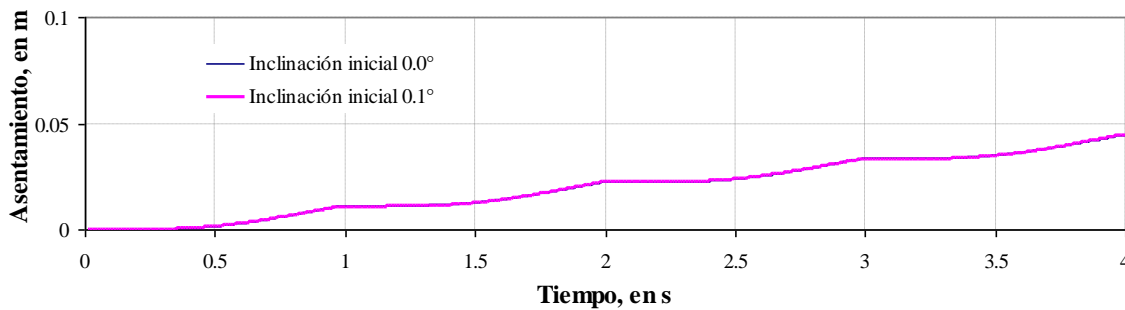
a) Acelerograma



b) Rumbo de la inclinación



c) Inclinación



d) Asentamiento

Figura 4.16. Acelerograma aplicado en el centro de masa del edificio hipotético 1, rumbo de la inclinación, inclinación y asentamiento calculados durante y al final del evento.

El otro análisis presentado en la figura 4.16 se inicia con una inclinación de $\psi = 0.1^\circ$ en la orientación Este (rumbo $\rho = 0.0^\circ$ o, indistintamente, 360°). En el primer semiciclo las fuerzas actúan en la orientación S45W ($\delta = 225.0^\circ$), que es una desviación de 135° (más de 90°) respecto al rumbo, lo que sugiere que ambas acciones se contrarrestan. Esto hará que el vector $\bar{p} = (p_x, p_y, 0)$ de los planos instantáneos de rotación se vaya orientando entre $\delta = 225.0^\circ$ y 360° , lo que explica el cambio paulatino de rumbo de la inclinación de 360° a 309° , así como un enderezamiento del edificio (a $\psi = 0.075^\circ$). En el siguiente semiciclo (de $t = 1.0$ s a $t = 2.0$ s) la fuerza de inercia cambia de sentido a N45E ($\delta = 45.0^\circ$), por lo que ahora el vector \bar{p} estará orientado entre 309° (-51°) y 45° , con lo que se tiende a la restauración de las condiciones iniciales (sobradamente en el giro, $\psi = 0.11^\circ$). Por último, en el segundo ciclo (de $t = 2.0$ s a $t = 4.0$ s) ocurre un proceso similar, acumulándose al final una inclinación de $\psi = 0.12^\circ$. Esta inclinación es muy superior a la que se alcanza cuando el edificio inicialmente está a plomo.

En ambos análisis el asentamiento (figura 4.16d) fue acumulándose en los lapsos de inestabilidad inducidos por los 4 semiciclos de aceleración, teniéndose después de cada uno de ellos, respectivamente, 0.012, 0.022, 0.036 y 0.048 m, en ambos análisis. Se observa que el pequeño giro inicial, $\psi_0 = 0.1^\circ$, no hace diferencia apreciable en los asentamientos.

El procedimiento expuesto en este capítulo se ha nombrado *modelo 3D* y ha sido programado para hacer ágil su uso. En el apéndice A se compara con casos reales reportados en la literatura que no cumplen cabalmente con las características del alcance de la investigación; no obstante, este ejercicio resultó satisfactorio y permite presentar al modelo como una herramienta de aproximación pronta de giros y asentamientos por sismo para casos similares. El programa creado puede usarse en una sola dirección; esto se hace como se explica en el apéndice D, al inicio del apartado D.2. En ese apéndice se compara este modelo (3D), usado en una sola dirección, con su versión inicial (2D toroide). La comparación muestra que ambos calculan lo mismo, por lo que es suficiente poseer el 3D, dado que cubre lo que hace el 2D toroide; este último es una versión de enlace entre los modelos 2D y 3D.

Por otra parte, cabe comentar que para obtener un valor más exacto de N_c , se utilizaron 250 dovelas en la discretización del mecanismo de falla toroide (ver apéndice B), con lo que se obtuvo $N_c = 6.436$. No obstante, en aras de optimización, el resto de los cálculos en este trabajo se efectuó con 20 dovelas ($N_c = 6.42$, 0.3% menor), lo cual no hizo diferencia sensible en los resultados (se verificaron algunos casos).

5 Análisis paramétricos

En el presente capítulo se describen análisis efectuados con el modelo propuesto (capítulo 4) para estudiar los efectos producidos por cambios en los valores de los parámetros más importantes que intervienen, respecto a una solución prototípica. En el apéndice A se analiza la capacidad del modelo para reproducir giros y asentamientos ocurridos a dos edificios en la Ciudad de México durante el sismo de 1985; la comparación resultó relativamente satisfactoria. Para los siguientes análisis se retoma el primero de estos casos como análisis prototipo, haciendo nulos el giro y el asentamiento iniciales. En la tabla 5.1 se muestra la información prototípica con la que se alimentó el modelo y en la figura 5.1, el acelerograma aplicado en el centro de masa del edificio, en una sola dirección, escalado al valor de la tabla. Se usa el modelo 3D en una dirección horizontal.

Tabla 5.1. Información del edificio prototípico, base de los análisis paramétricos.

Característica	Notación	Unidad	Valor
Diámetro de la cimentación	B	m	16.15
Altura del edificio ¹	H_c	m	18.6
Altura del centro de gravedad ¹	H_{eqc}	m	8.7
Profundidad de desplante	D_f	m	1.2
Peso del edificio	W_e	t	1445
Resistencia no drenada	c_u	t/m ²	1.92
Peso volumétrico	γ_s	t/m ³	1.2
Inclinación inicial	ψ_0	° (grados)	0.0
Aceleración máxima	A_{max}	g	0.481

Nota 1. H_c y H_{eqc} se miden con respecto al nivel de la calle. Sumando a H_c y a H_{eqc} , la profundidad de desplante se tienen las alturas totales: H_e y H_{eq} , respectivamente.

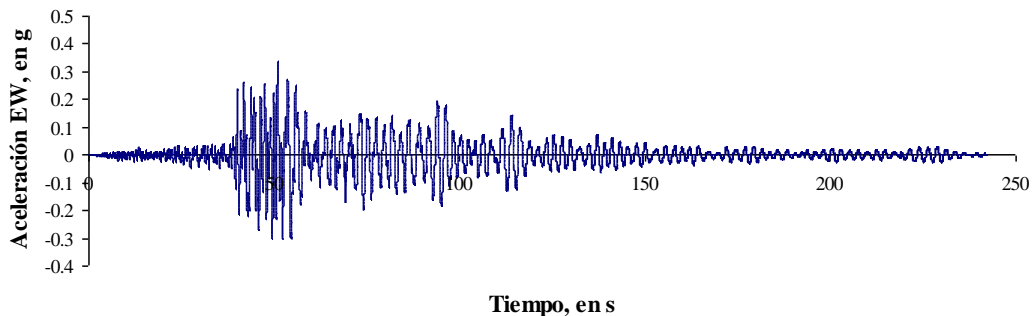


Figura 5.1. Acelerograma utilizado en los análisis paramétricos, escalado.

A partir de los valores de esta tabla se hicieron variaciones de la altura del edificio, la escala, la profundidad de desplante, la inclinación inicial y la aceleración máxima de la excitación; un parámetro a la vez, manteniendo fijos e iguales a los de la tabla los

restantes; en el segundo caso las dimensiones del edificio fueron cambiadas proporcionalmente. En cada combinación o variación se utilizaron distintos valores de la resistencia no drenada, constituyendo el uso de cada uno de estos valores un análisis independiente; los resultados pueden mostrarse gráficamente en un plano resistencia no drenada vs giro o asentamiento total. Cada combinación o variación queda representada por una curva.

En la figura 5.2 se presentan los resultados, en términos de giros y asentamientos, calculados para el caso prototípico (tabla 5.1), con el acelerograma de la figura 5.1, escalado; cada punto es la respuesta a un valor específico de la resistencia del suelo, y al unirse con otros forman curvas; de ellas se observa lo siguiente. La forma decreciente de estas curvas revela que los giros y asentamientos que podría experimentar un edificio a causa de un sismo son menores en la medida que el suelo tiene mayor resistencia. Esto es intuitivo, la importancia del presente trabajo es la estimación de la cuantía de estas respuestas. Asimismo, en las curvas se aprecia un valor umbral de la resistencia (p. ej., 1.5 t/m^2) tal que si el suelo tiene un valor menor, la estructura es susceptible a volcarse.

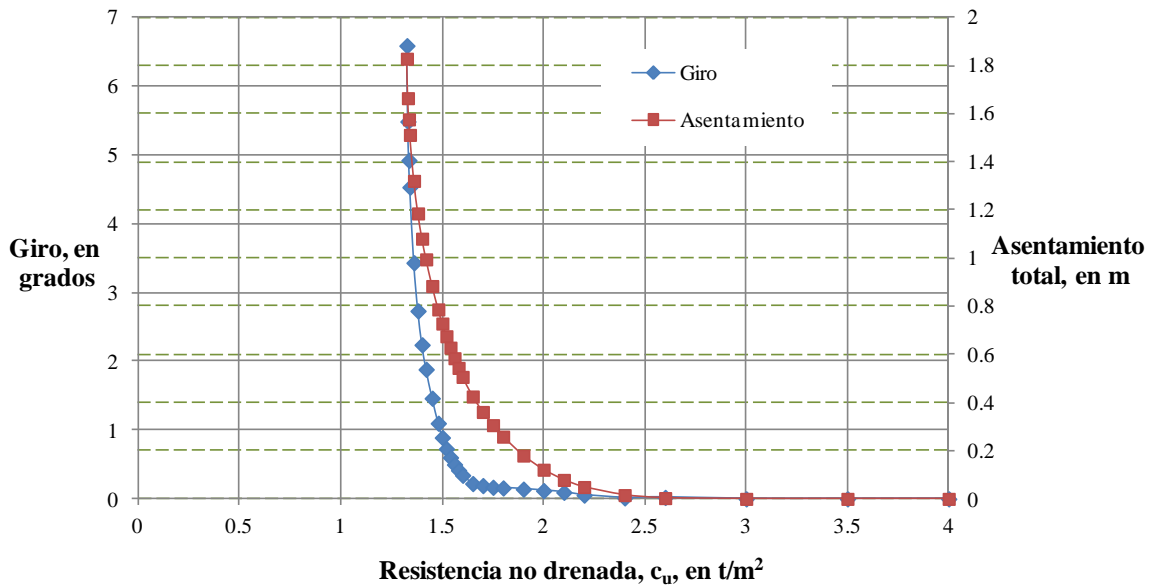


Figura 5.2. Giros y asentamientos calculados para el caso prototípico (tabla 5.1) con el acelerograma de la figura 5.1 escalado al valor de la tabla.

5.1 Efecto de la escala

Se hicieron análisis variando proporcionalmente todas las dimensiones respecto a las de la tabla 5.1 y, consecuentemente, el peso, con base en lo siguiente. La cimentación, que es superficial, se consideró con peso volumétrico igual al del suelo. Restando el peso de la cimentación al peso total (información prototípica, tabla 5.1) y dividiendo entre el número de pisos, da que el peso de cada piso es 191.65 t; al dividir esta cantidad entre el área de cada piso, se tiene una carga distribuida de 0.935 t/m^2 . Por otra parte, al dividir la

altura del edificio entre el número de pisos (6) se tiene una altura de entrepiso de 3.1 m. El factor de escala se define en este trabajo como

$$f_{esc} = \frac{B}{16.15} \quad (5.1)$$

donde B es el diámetro de la cimentación que se esté analizando y 16.15 (m) es el del caso prototípico. Aunque la altura del edificio y la profundidad de desplante se variaron en la misma proporción, se decidió que este factor quedara definido a partir del diámetro para permitir, así, el uso de estos otros en las relaciones de esbeltez y de profundidad, respectivamente.

Los factores de escala analizados fueron 0.7, 1.0 y 1.5. En la tabla 5.2 se muestran los valores de los parámetros B , D_f , H_c , H_{eqc} y W_e , utilizados para cambiar proporcionalmente, según el factor de escala, f_{esc} , el tamaño del edificio de la tabla 5.1. Obsérvese que el peso se incrementa con el cubo de este factor.

Tabla 5.2. Valores utilizados para crear edificios de diferente escala.

f_{esc}	B	D_f	H_c	H_{eqc}	W_e
	m	m	m	m	t/m ²
0.7	11.31	0.84	13.02	6.09	495.44
1.0	16.15	1.2	18.6	8.7	1445
1.5	24.23	1.8	27.9	13.05	4874.97

Los resultados de estos análisis se muestran en las figuras 5.3 y 5.4 para los giros y los asentamientos, respectivamente. Se aprecia en éstas que para un cierto valor de resistencia, por ejemplo 2 t/m², a medida que aumenta el tamaño (f_{esc}), aumentan los giros y los asentamientos. Esto es comprensible, puesto que un edificio más alto aplica una mayor carga y, si la resistencia no aumenta, el factor de seguridad es menor que para edificios de menor altura.

5.2 Efecto de la relación de esbeltez

La relación de esbeltez está definida por la expresión

$$r_e = \frac{H_e}{B} \quad (5.2)$$

donde H_e es la altura del edificio desde el desplante y B es el diámetro de la cimentación.

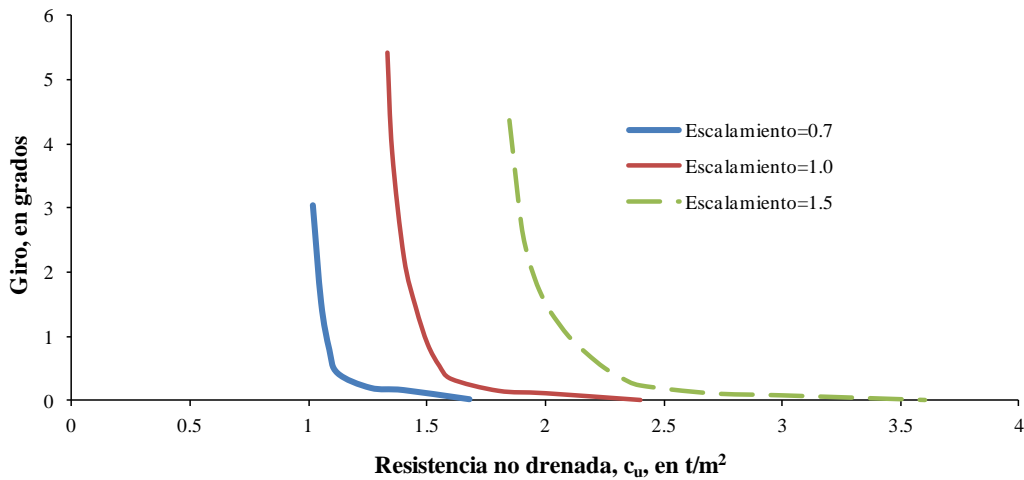


Figura 5.3. Efecto de la escala en el giro.

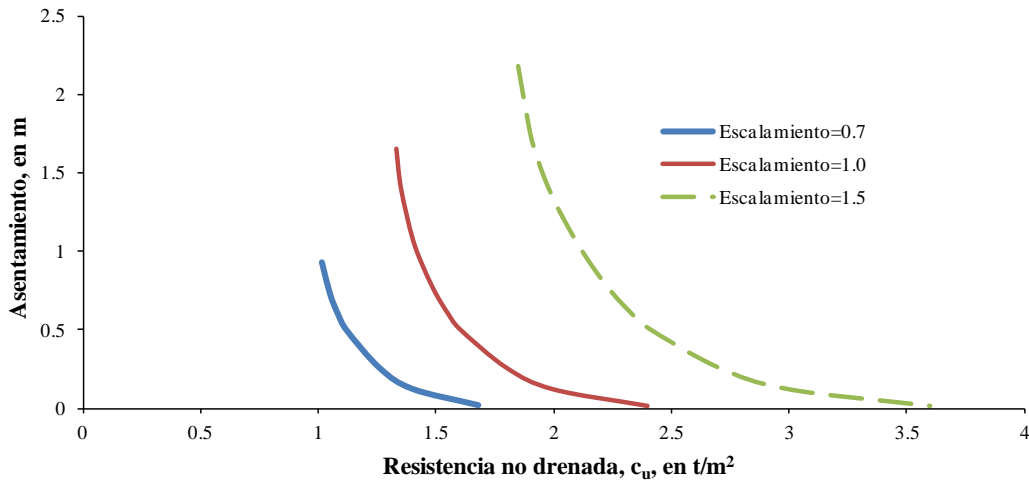


Figura 5.4. Efecto de la escala en el asentamiento total.

Se hicieron variaciones solamente de la altura del edificio, utilizando la carga distribuida de $0.935 t/m^2$ y la altura de entrepiso de 3.1 m, calculados en el punto anterior. Con estas consideraciones se analizaron edificios de 3, 9, 12 15 y 18 pisos, además del caso prototípico (6 pisos) del punto anterior; los valores de los parámetros H_c , H_{eqc} y W_e , usados para representar la variación del número de pisos (N_p) se presenta en la tabla 5.3. Las relaciones de esbeltez correspondientes fueron: 0.65, 1.23, 1.80, 2.38, 2.95 y 3.53. Las curvas resultantes aparecen en las figuras 5.5 y 5.6, para giros y asentamientos totales, respectivamente. Puede apreciarse del conjunto de curvas que para un valor de resistencia, p. ej. $8 t/m^2$, a mayor esbeltez, se calcula mayor giro y asentamiento. Asimismo, la gráfica nos muestra qué relaciones de esbeltez son inaceptables para cierto valor de resistencia del suelo.

Tabla 5.3. Parámetros utilizados para variar la relación de esbeltez.

N_p	r_e	H_c	H_{eqc}	W_e
		m	m	t
3	0.65	9.3	4.05	870
6	1.23	18.6	8.70	1445
9	1.80	27.9	13.35	2020
12	2.38	37.2	18.00	2595
15	2.95	46.5	22.65	3170
18	3.53	55.8	27.30	3745

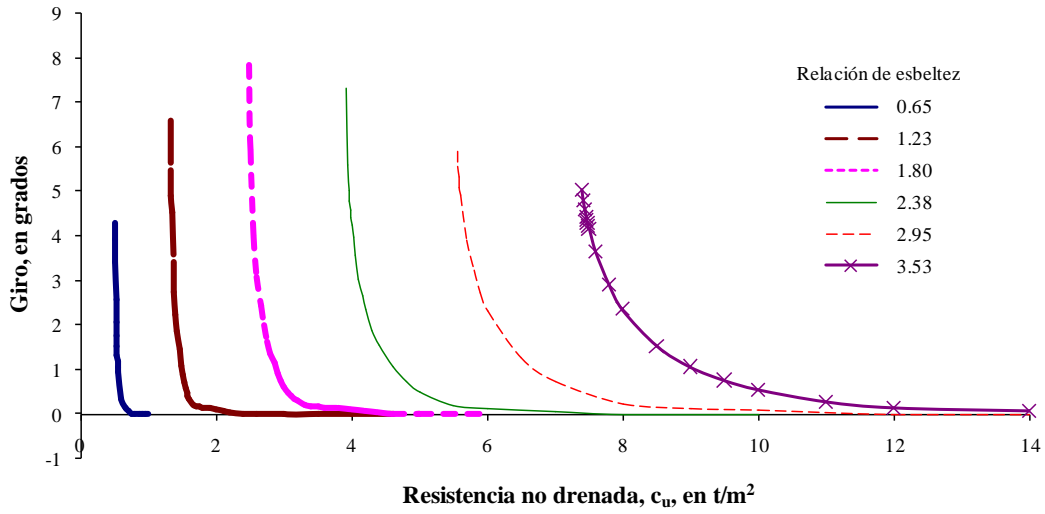


Figura 5.5. Efecto de la relación de esbeltez en el giro.

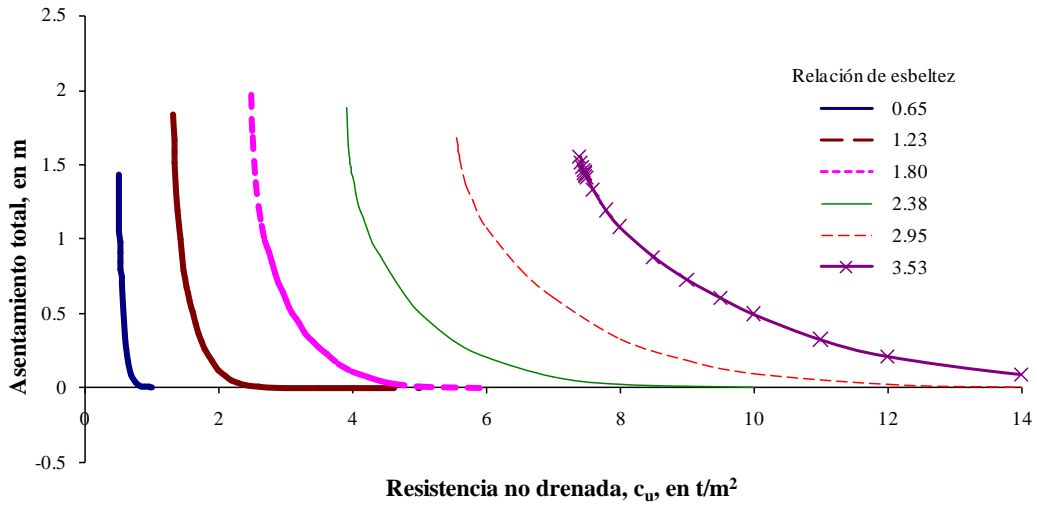


Figura 5.6. Efecto de la relación de esbeltez en el asentamiento total.

5.3 Efecto de la relación de desplante (profundidad)

La relación de desplante se define como

$$r_{df} = \frac{D_f}{B} \quad (5.3)$$

donde D_f es la profundidad de desplante.

Se hicieron variaciones solamente de la profundidad de desplante, haciendo las siguientes consideraciones. Se sabe que para una superestructura dada, al aumentar la profundidad de desplante, se aumenta su estabilidad; esto es porque el volumen de suelo adyacente o sobrecarga es mayor, y también por el efecto de sujeción del edificio por parte del suelo que se obtiene con la profundidad; no obstante, los momentos de volteo asociados a las masas de los pisos superiores también aumentan debido al incremento de los brazos de palanca respecto al punto de análisis que es el centro del desplante, lo que afecta el equilibrio. Como el modelo aportado en esta tesis no considera el efecto de sujeción se decidió, como compensación, no tomar tampoco en cuenta el incremento del brazo de palanca del momento de volteo; así, lo único que se debe ganar al aumentar la profundidad, es el aumento de la sobrecarga adyacente, lo que hace que la estabilidad aumente.

Además de la profundidad de la tabla 5.1, se estudiaron otras 3 profundidades: 0.0, 2.4 y 3.6 m que corresponden a las relaciones de profundidad de 0.0, 0.075, 0.149 y 0.223. Para representar la variación de la sobrecarga adyacente con la profundidad, de acuerdo con en el párrafo anterior, se utilizaron los siguientes parámetros: H_c , H_{eqc} y D_f , que tomaron los valores que se presentan en la tabla 5.4.

Tabla 5.4. Parámetros utilizados para modelar la variación de la relación de desplante.

r_{df}	D_f	H_c	H_{eqc}
	m	m	m
0.0	0.0	19.8	9.9
0.075	1.2	18.6	8.7
0.149	2.4	17.4	7.5
0.223	3.6	16.2	6.3

Nótese que altura total del edificio $H_e = D_f + H_c$, es la misma en todos los casos (19.8 m); con esto se evita el incremento ficticio del brazo de palanca de la fuerza sísmica horizontal y se evalúa solamente la contribución del incremento de la sobrecarga adyacente al equilibrio de una estructura, con la profundidad de desplante. Note que si la altura a partir de la calle permaneciese constante y sólo se aumentase la profundidad de desplante, el modelo lo interpretaría como otro edificio más alto, con el centro de gravedad más elevado y por lo tanto más propenso a voltearse. Debe tenerse presente este aspecto en el uso del método desarrollado en este trabajo (para que el caso historia del

apéndice A, tabla 5.1, sea un punto de comparación para otros casos, debe usarse su relación de desplante, 0.075, como referencia y si la de éstos es distinta, hacer algo similar a lo que se hizo en la tabla 5.4, para modelar correctamente la profundidad de desplante con el presente método).

Los resultados de estos análisis se presentan en las figuras 5.7 y 5.8, para giros y asentamientos, respectivamente. Se aprecia en estas figuras que para un mismo valor de resistencia, p. ej. 1.5 t/m^2 , el giro y el asentamiento son menores a medida que aumenta la profundidad de desplante. Note que el efecto del empotramiento aumenta con la profundidad elevada a un exponente.

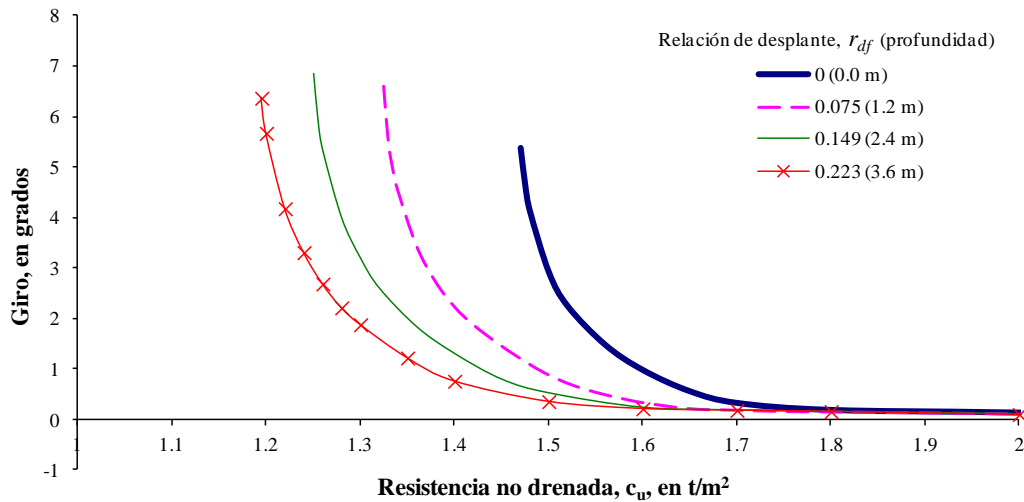


Figura 5.7. Efecto de la relación de desplante (profundidad) en el giro.

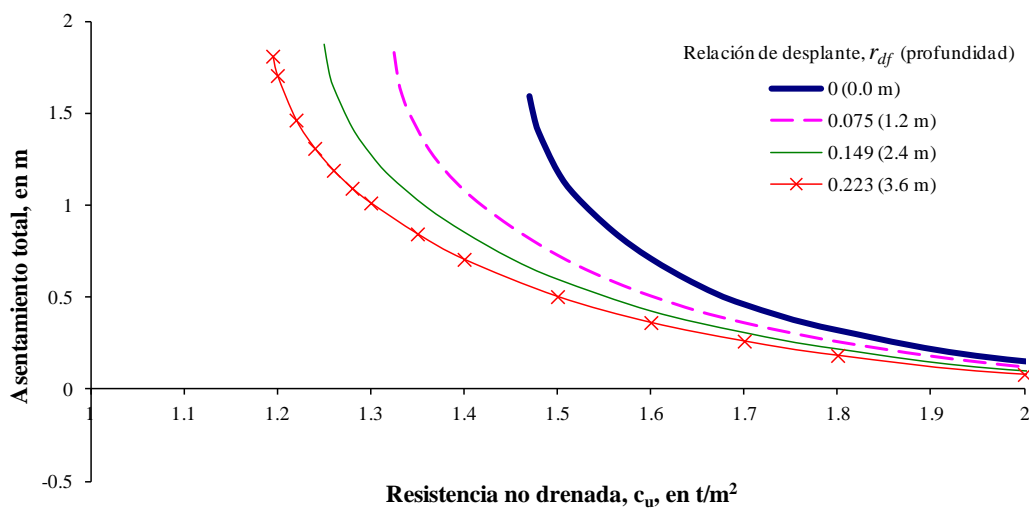


Figura 5.8. Efecto de la relación de desplante (profundidad) en el asentamiento total.

5.4 Efecto de la inclinación inicial

Se estudió este efecto en el giro y el asentamiento de una estructura. Fueron analizados los valores de 1°, 2°, 3°, 4° y 5° de inclinación inicial del edificio. Ningún otro parámetro depende de la inclinación inicial, por lo que sólo este valor cambió en cada caso. En las figuras 5.9 y 5.10 se presentan los resultados para giro y asentamiento, respectivamente. Se aprecia en estas figuras que para un valor dado de resistencia del suelo, p. ej. 1.8 t/m², a mayor giro inicial, mayor incremento de giro y mayor asentamiento, y que para este mismo valor, inclinaciones iniciales mayores a 3° son inadmisibles.

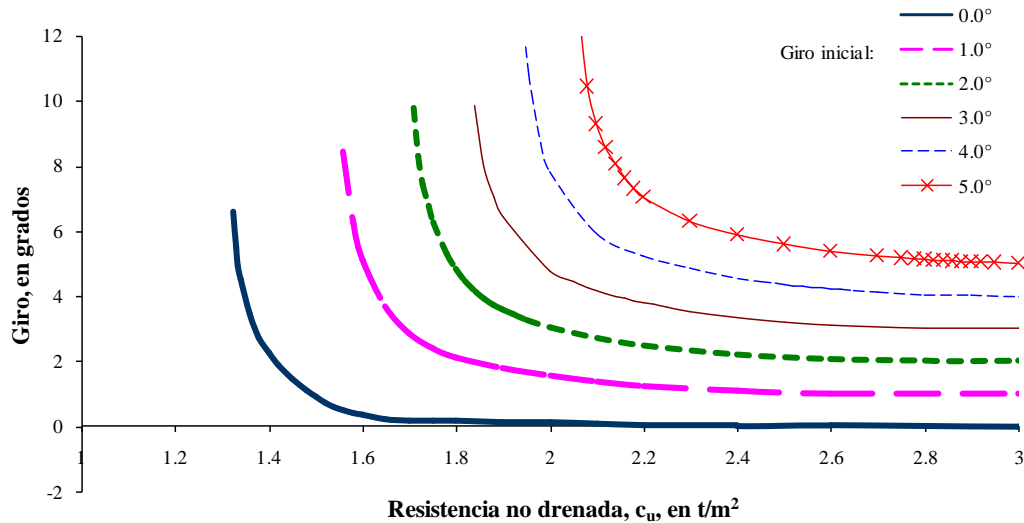


Figura 5.9. Efecto de la inclinación inicial en el giro.

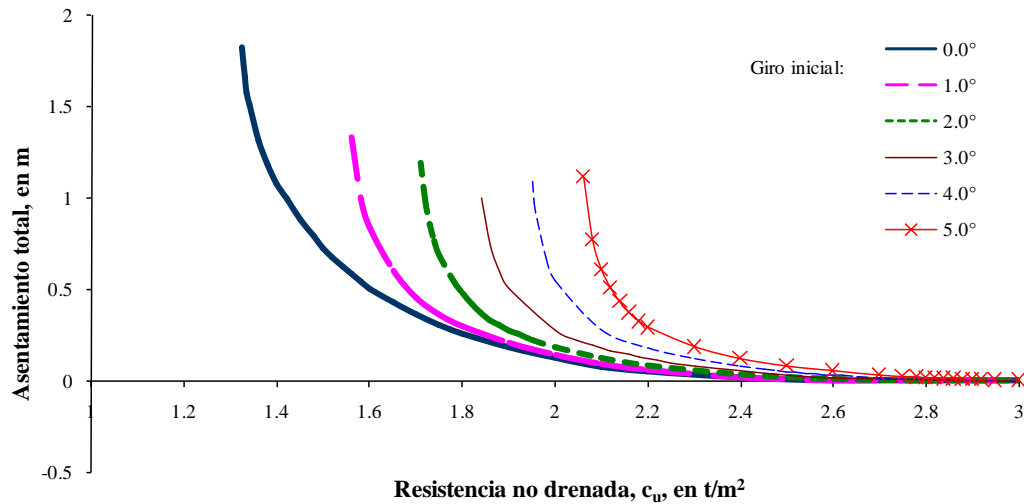


Figura 5.10. Efecto de la inclinación inicial en el asentamiento total.

5.5 Efecto de la aceleración máxima, A_{max}

Se estudió el efecto de la aceleración máxima, asignando a este parámetro los valores de 0.288, 0.385, 0.577 y 0.673 veces la aceleración de la gravedad, además del valor de 0.481 g del análisis prototípico (tabla 5.1); el acelerograma de la figura 5.1 se escaló para dar como aceleración máxima cada uno de los valores anteriores. Los resultados se presentan en las figuras 5.11 y 5.12. En ellas se observa que para un cierto valor de resistencia, p. ej. 1.8 t/m^2 , a mayor aceleración, mayores giros y asentamientos de la estructura prototípica de la tabla 5.1.

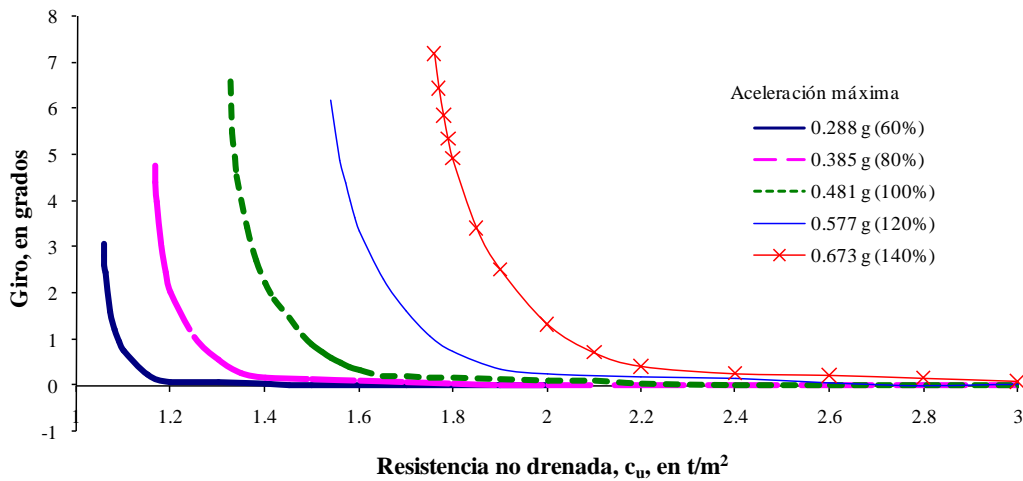


Figura 5.11. Efecto de la aceleración máxima en el giro.

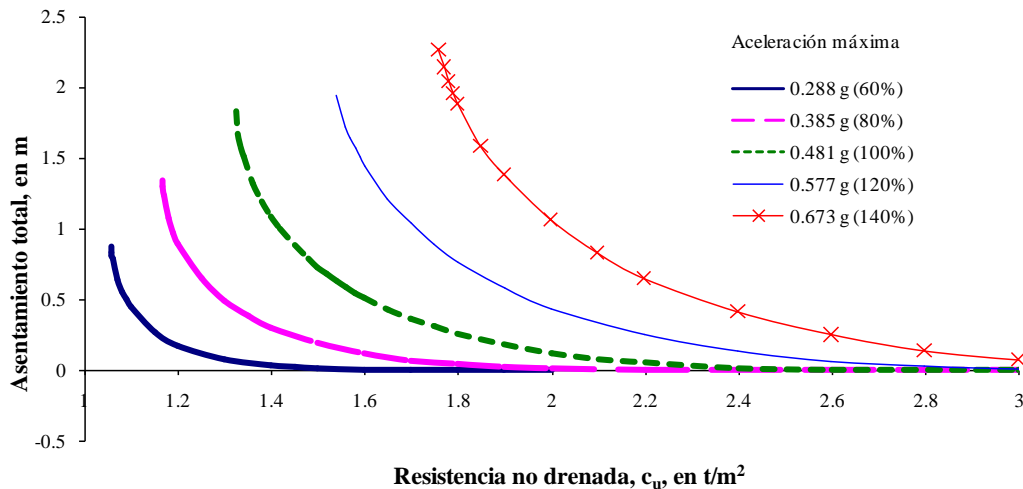


Figura 5.12. Efecto de la aceleración máxima en el asentamiento total.

5.6 Uniformización del efecto de la escala

Con el propósito de generalizar los resultados del modelo, se cambió la variable del eje horizontal que es la resistencia, por un factor de seguridad neto FS_n , definido como

$$FS_n = \frac{q_n}{p_n} \quad (5.4)$$

Donde q_n es la capacidad de carga neta y p_n es la carga neta aplicada a nivel de desplante, que son dadas por

$$q_n = c_u Nc \quad (5.5)$$

$$p_n = \frac{W_e}{A_b} - \gamma_s D_f \quad (5.6)$$

Las variables que intervienen tienen el mismo significado que el que se dio en el capítulo 4. Nótese que para las cimentaciones totalmente compensadas la carga neta p_n es cero y FS_n , infinito. Por tal motivo este factor es útil sólo para cimentaciones parcialmente compensadas.

El cambio de variable del eje de las abscisas dado por las expresiones 5.4 a 5.6 aplicado a las gráficas de las figuras 5.3 y 5.4, dio como resultado las curvas que se muestran en las figuras 5.13 y 5.14. El asentamiento aparece normalizado respecto al ancho de la cimentación. En estas gráficas, los giros y asentamientos ya son independientes de valores específicos de los parámetros.

Dada la similitud observada en sus formas, las curvas de cada gráfica conforman una familia; lo que creó la diferencia entre un elemento y otro es la escala. Se buscaron factores por prueba y error, funciones del mismo factor de escala, f_{esc} , y únicamente de él, que al aplicarse a las abscisas y ordenadas de cada una de ellas las empalmase, al menos de manera aproximada en una sola, la prototípica ($f_{esc}=1.0$). Después de analizar varias funciones se consideró que este propósito se cumplía de la mejor manera utilizando el factor:

$$f = f_{esc} = \frac{B}{16.15} \quad (5.7)$$

aplicado sólo a las ordenadas de las gráficas de ambas figuras. Es decir, el mismo factor de escala.

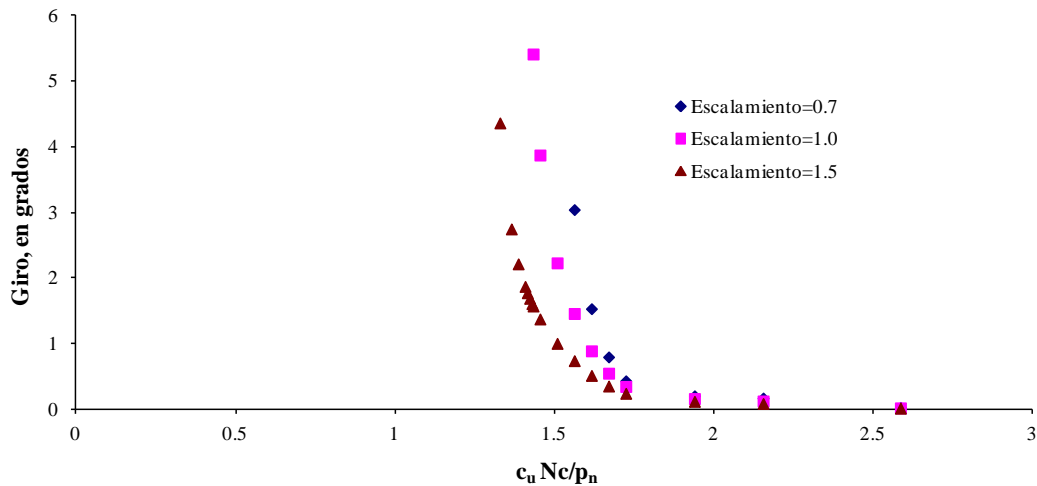


Figura 5.13. Efecto de la escala en el giro con eje horizontal normalizado.

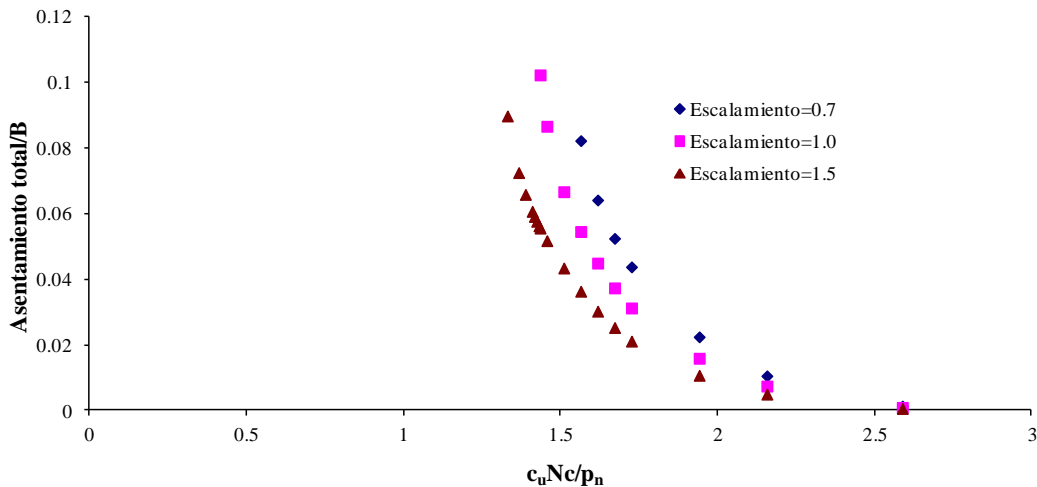


Figura 5.14. Efecto de la escala en el asentamiento total con los ejes normalizados.

Este hecho, a diferencia de la obtención de factores de empalme para los demás parámetros (que se exponen más adelante), probablemente no sea empírico y lo siguiente tal vez sea su explicación. En una ecuación cualquiera cuando todos los términos se incrementan proporcionalmente mediante un coeficiente, la solución no cambia. En el caso nuestro, todos los momentos que intervienen en la ecuación de equilibrio (coeficientes), excepto uno, son de grado cuarto (suma de exponentes de las variables); por ejemplo, los que se derivan del peso dependen del volumen que es de grado 3 y del brazo de palanca que es de grado 1; los valores de estos momentos, por lo tanto, se incrementan con la cuarta potencia del factor de escala. La excepción es el momento de inercia que es de grado 5, dado que depende de la masa y del cuadrado de la distancia del punto en cuestión al eje de giro. Esto significa que los términos de la ecuación no se incrementan proporcionalmente con la escala, sino que el correspondiente a la inercia

crece con la quinta potencia del factor de escala (una unidad más que el resto), y la inercia en la misma proporción se opondrá al giro. Por ejemplo, sea el caso de dos edificios en el que uno de ellos está escalado al doble respecto al otro. El edificio más grande tiene el doble de inercia de la que le correspondería si todos los momentos fueran del mismo grado. Entonces si tiene el doble de inercia la solución (o respuesta) se reduce a la mitad.

Aplicando este factor a las ordenadas de todas las curvas de las figuras 5.13 y 5.14, se formaron las que se muestran en las figuras 5.15 y 5.16.

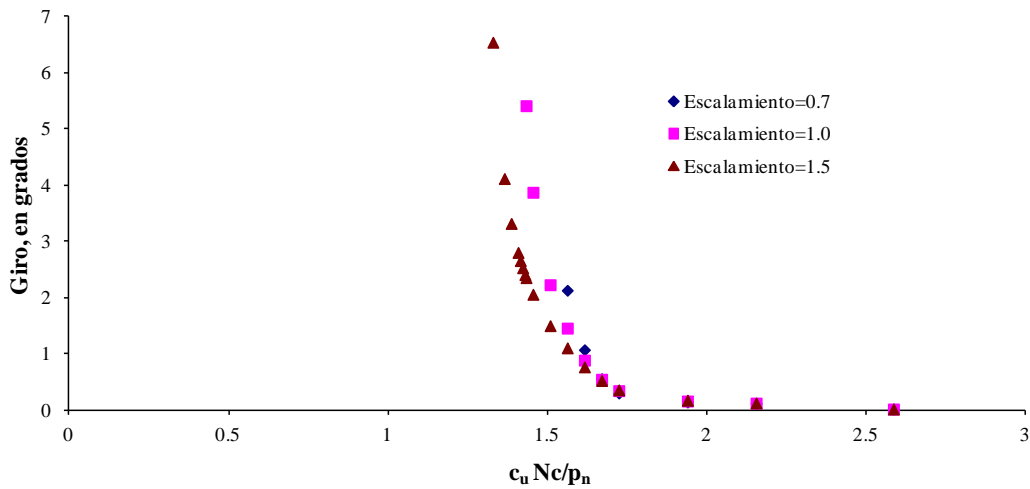


Figura 5.15. Efecto de la escala en el giro, con eje horizontal normalizado. Curvas uniformizadas con respecto a la escala.

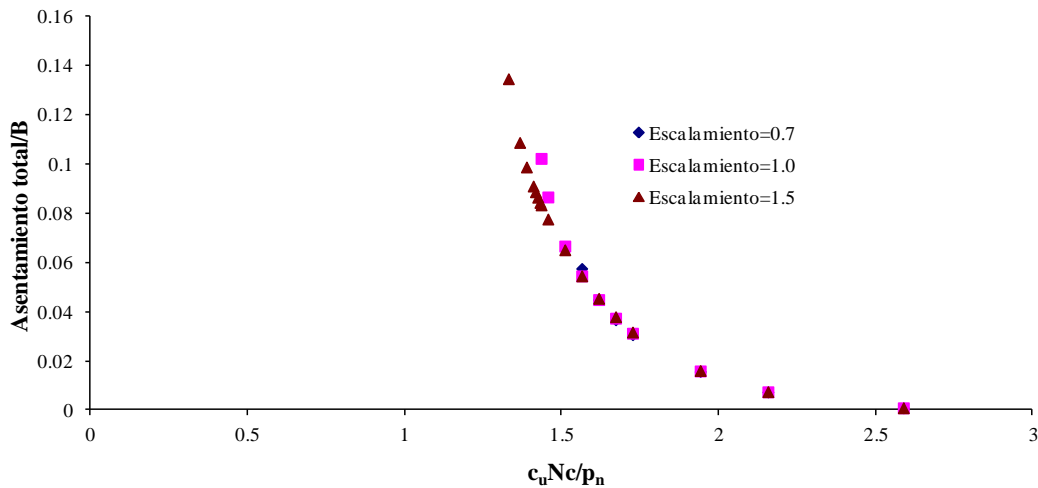


Figura 5.16. Efecto de la escala en el asentamiento total con los ejes normalizados. Curvas uniformizadas con respecto a la escala.

5.7 Uniformización del efecto de la relación de esbeltez

Aplicando el cambio de variable dado por las expresiones 5.4 a 5.6 a las abscisas de las gráficas de las figuras 5.5 y 5.6, éstas se transforman en las que aparecen en las figuras 5.17 y 5.18.

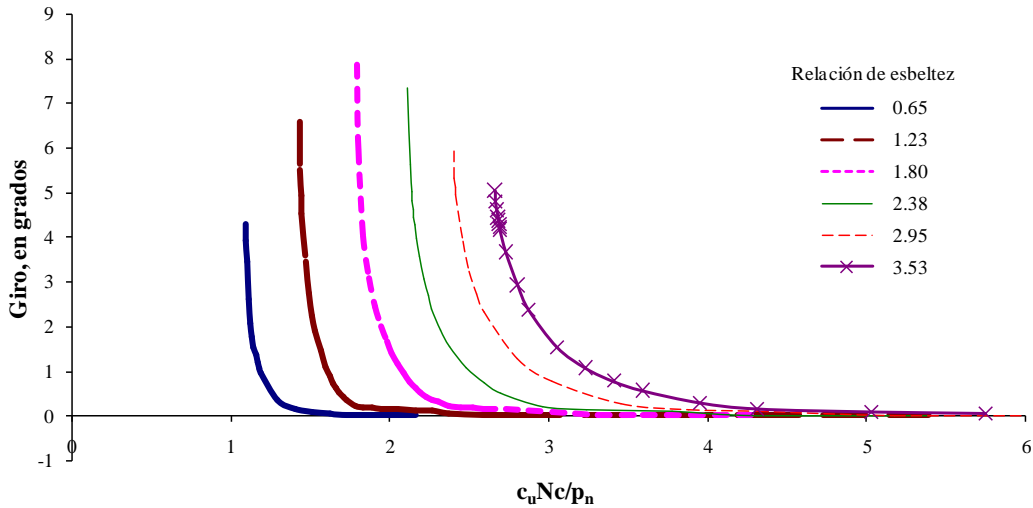


Figura 5.17. Efecto de la relación de esbeltez en el giro con eje horizontal normalizado.

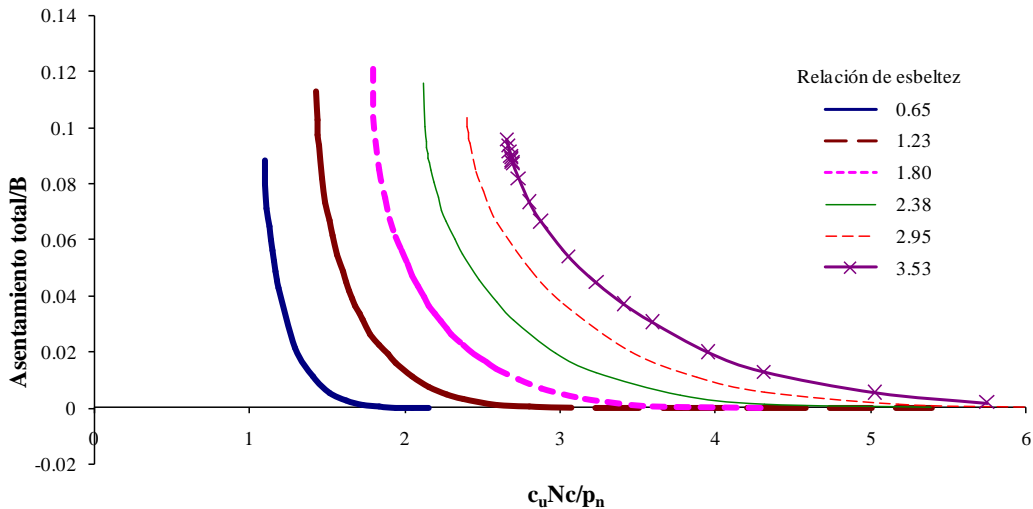


Figura 5.18. Efecto de la relación de esbeltez en el asentamiento total con los ejes normalizados.

Después de analizar varias funciones se encontró que la que mejor cumplía con la tarea de empalmar las curvas anteriores fue

$$f_{re} = \left(\frac{1.23}{r_e} \right)^{0.6} \quad (5.8)$$

afectando a las abscisas. Aplicando este factor empírico a las abscisas de todas las curvas de las figuras 5.17 y 5.18, se formaron las que se muestran en las figuras 5.19 y 5.20.

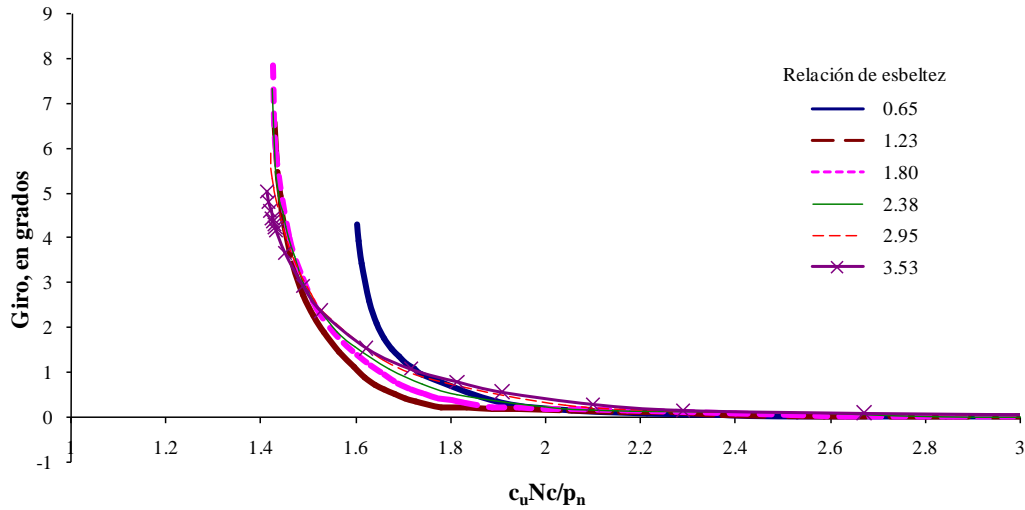


Figura 5.19. Efecto de la relación de esbeltez en el giro con eje horizontal normalizado. Curvas uniformizadas con respecto a la relación de esbeltez.

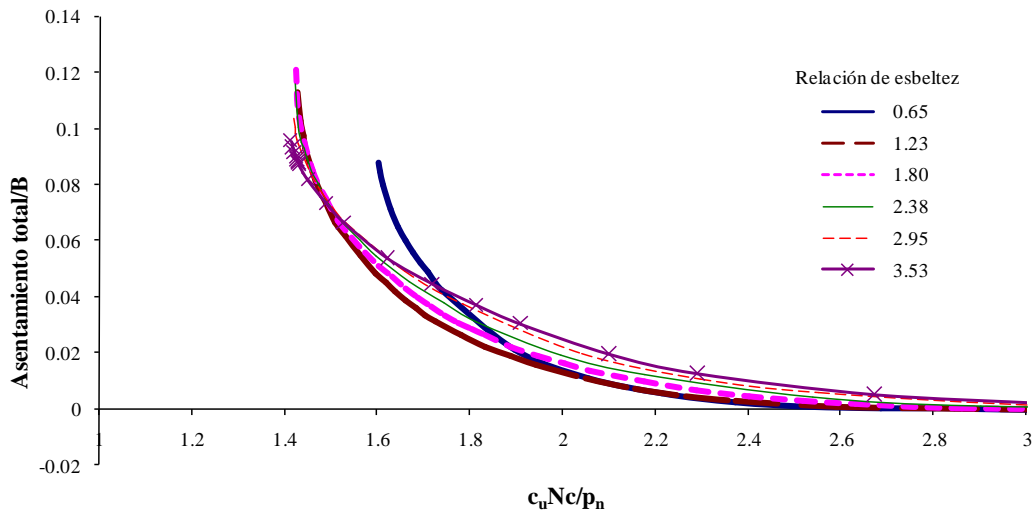


Figura 5.20. Efecto de la relación de esbeltez en el asentamiento total con los ejes normalizados. Curvas uniformizadas con respecto a la relación de esbeltez.

5.8 Uniformización del efecto de la relación de desplante (profundidad)

El cambio de variable del eje de las abscisas dado por las expresiones 5.4 a 5.6 aplicado a las gráficas de las figuras 5.7 y 5.8, dio como resultado las de las figuras 5.21 y 5.22.

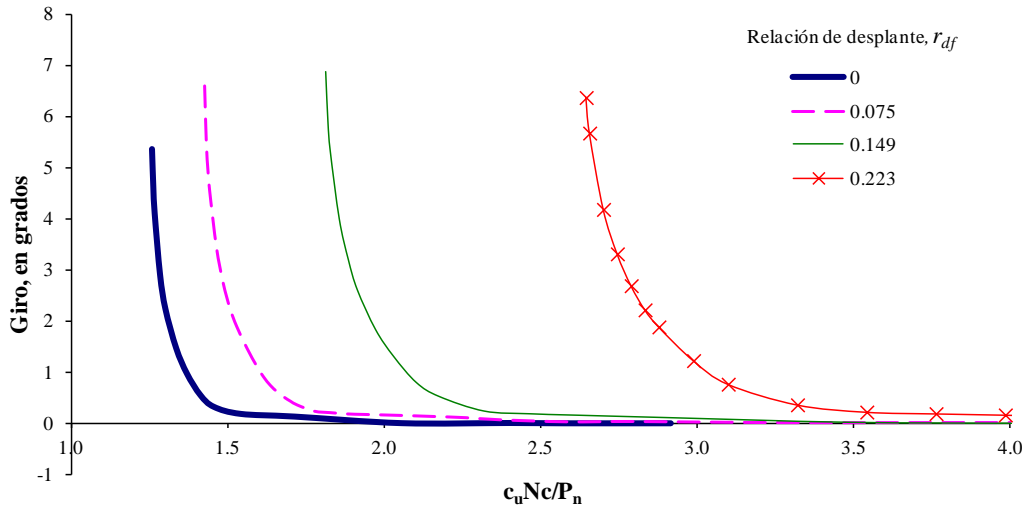


Figura 5.21. Efecto de la relación de desplante en el giro con eje horizontal normalizado.

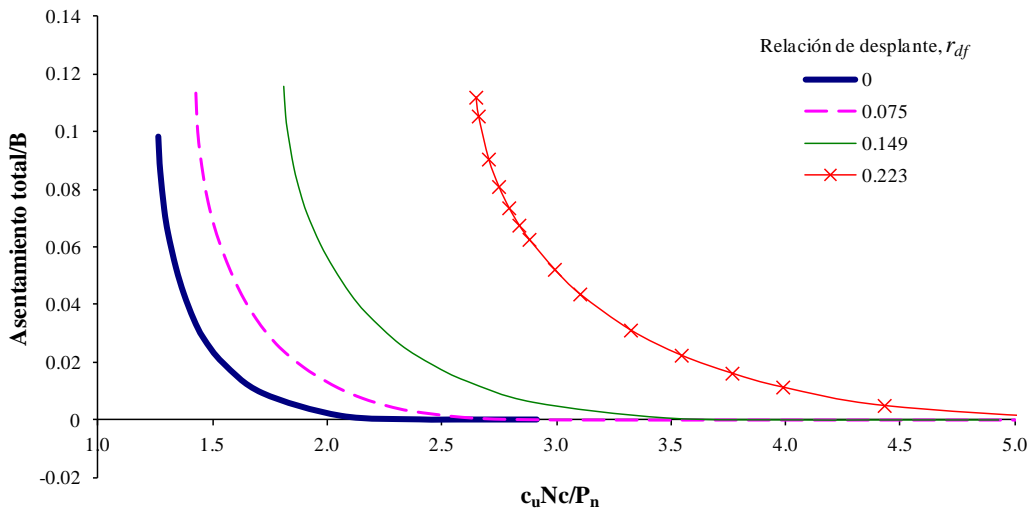


Figura 5.22. Efecto de la relación de desplante en el asentamiento total con los ejes normalizados.

En estas curvas se aprecia una aparente controversia: para un mismo FS_n , p. ej. $FS_n = 3$, a mayor profundidad, mayor giro y asentamiento; recuérdese que, como se explicó al inicio del apartado 5.3, a medida que se profundiza la cimentación, FS_n toma valores muy grandes, que tienden a infinito y resultan irreales como medida de comparación. FS_n es una variable de generalización de resultados, más que de comparación de

comportamientos. El factor de empalme de estas curvas, después de analizar varias funciones fue

$$f_{df} = 0.93 \frac{P_{nr}}{5.611} (1 + 16.15r_{df})^{0.1} \quad (5.9)$$

Donde $p_{nr} = 7.051 - 19.38r_{df}$ proviene de la presión neta para el caso prototipo (tabla 5.1) y r_{df} es la relación de desplante dada por la expresión 5.3. Aplicando este factor a las abscisas de todas las curvas de las figuras 5.21 y 5.22, se formaron las que se muestran en las figuras 5.23 y 5.24.

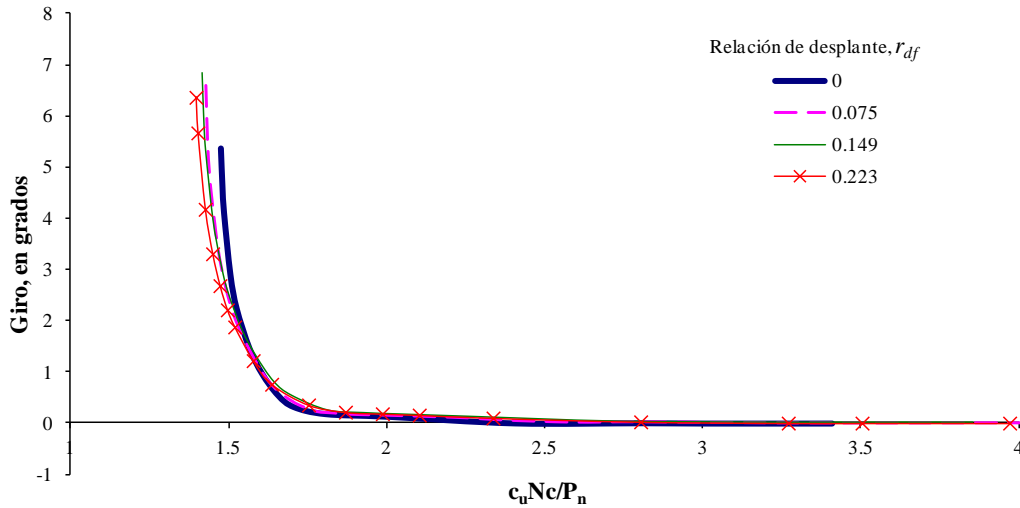


Figura 5.23. Efecto de la relación de desplante en el giro con eje horizontal normalizado. Curvas uniformizadas con respecto a la relación de desplante.

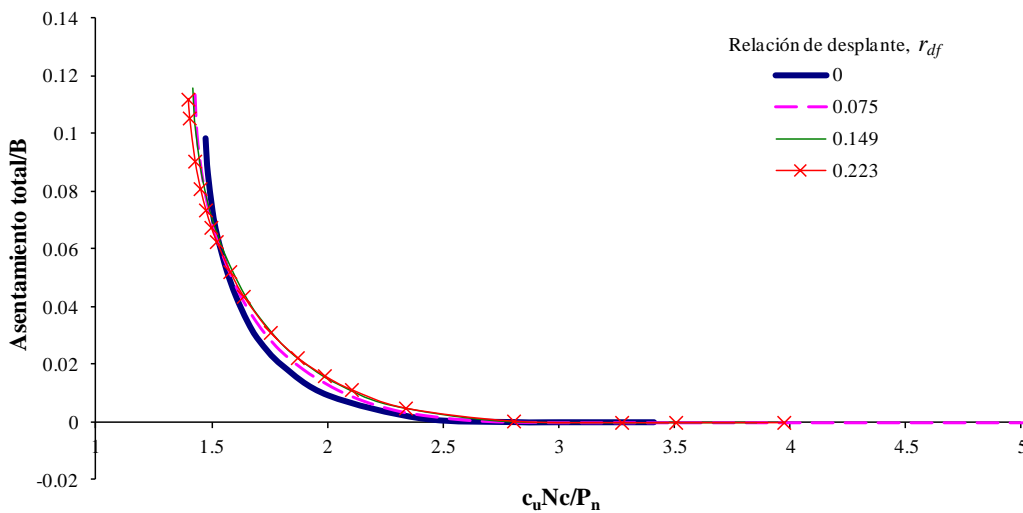


Figura 5.24. Efecto de la relación de desplante en el asentamiento total con los ejes normalizados. Curvas uniformizadas con respecto a la relación de desplante.

5.9 Uniformización del efecto de la inclinación inicial

El cambio de variable del eje de las abscisas dado por las expresiones 5.4 a 5.6 aplicado a las gráficas de las figuras 5.9 y 5.10, dio como resultado las figuras 5.25 y 5.26. En el primer caso se resta la inclinación inicial a las ordenadas.

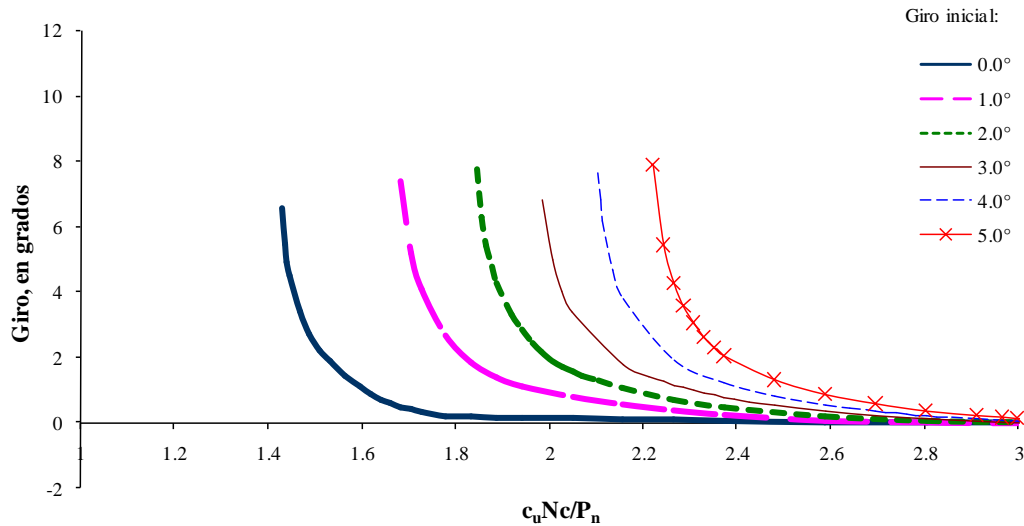


Figura 5.25. Efecto de la inclinación inicial en el giro, con eje horizontal normalizado.

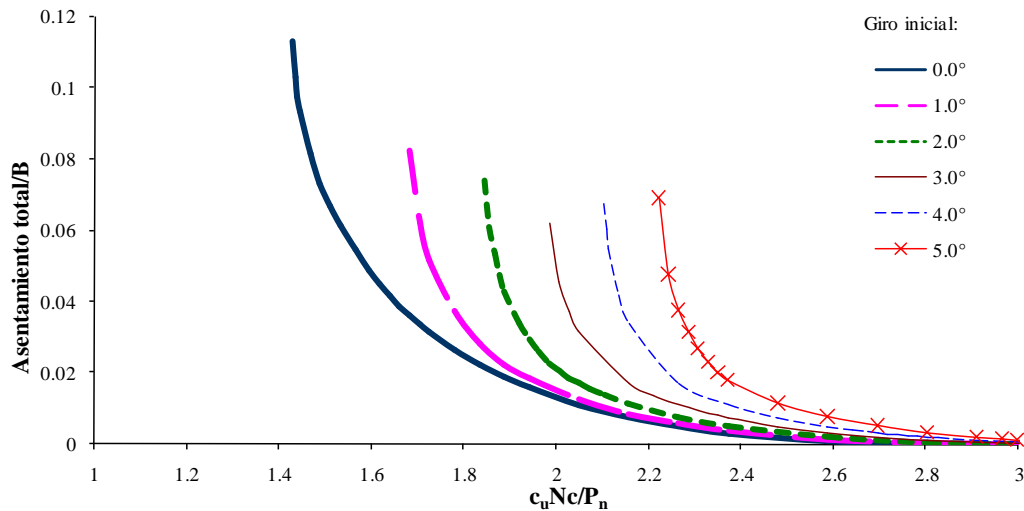


Figura 5.26. Efecto de la inclinación inicial en el asentamiento total con los ejes normalizados.

El factor de empalme de estas curvas, después de analizar varias funciones fue

$$f_{ii} = (1 + \psi_0)^{-0.25} \tag{5.10}$$

y fue requerido un factor de empalme vertical sólo para los asentamientos

$$f_{iiv} = (1 + \psi_0)^{0.8} \quad (5.11)$$

Donde ψ_0 es el ángulo de inclinación inicial, en grados. Aplicando el primer factor (ecuación 5.10) a las abscisas de todas las curvas de las figuras 5.25 y 5.26, y el segundo (ecuación 5.11) a las ordenadas de la figura 5.26 se formaron las curvas que se muestran en las figuras 5.27 y 5.28.

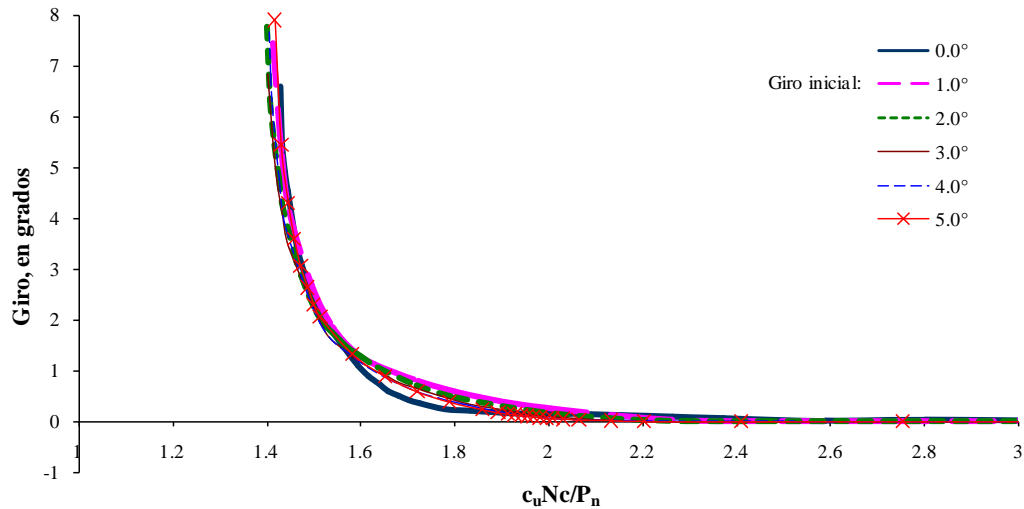


Figura 5.27. Efecto de la inclinación inicial en el giro, con eje horizontal normalizado. Curvas uniformizadas con respecto a la inclinación inicial.

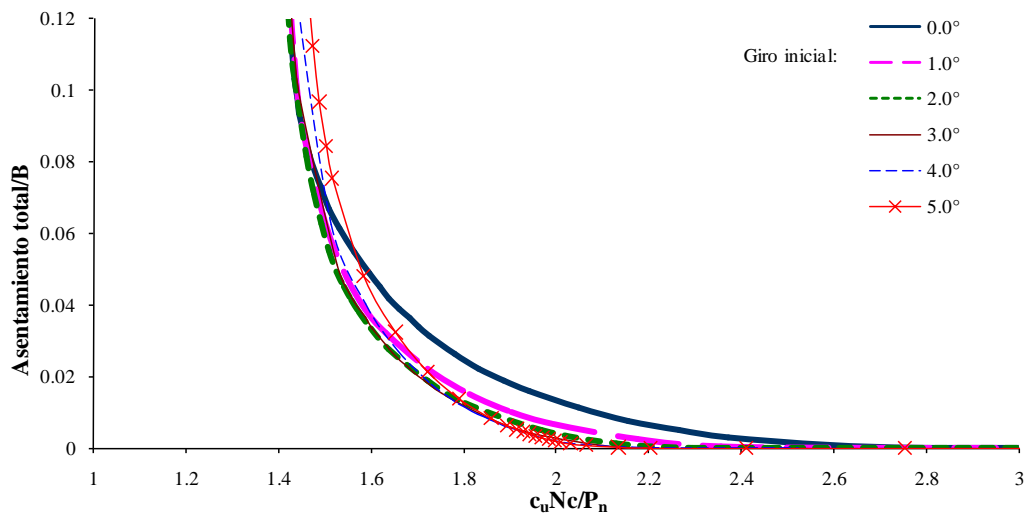


Figura 5.28. Efecto de la inclinación inicial en el asentamiento total con los ejes normalizados. Curvas uniformizadas con respecto a la inclinación inicial.

5.10 Uniformización del efecto de la aceleración máxima

El cambio de variable del eje de las abscisas dado por las expresiones 5.4 a 5.6 aplicado a las gráficas de las figuras 5.11 y 5.12, dio como resultado las figuras 5.29 y 5.30.

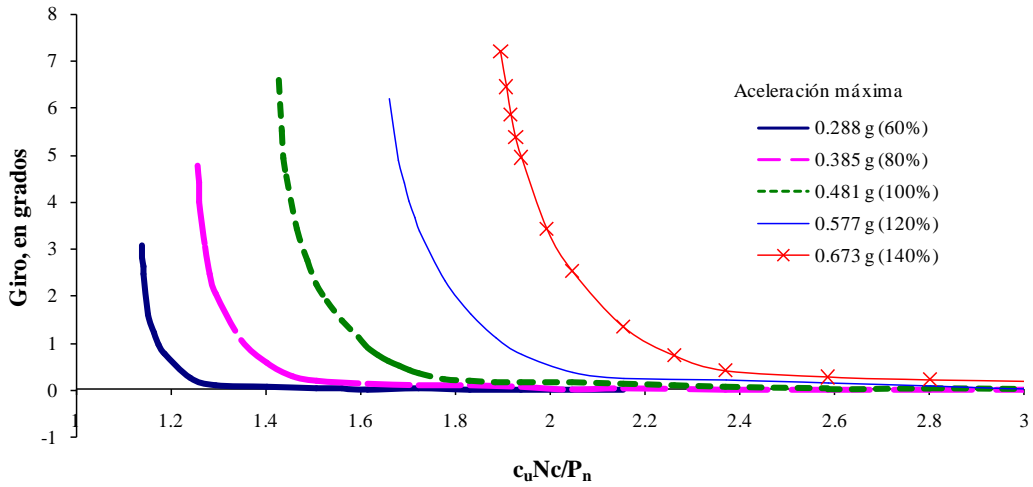


Figura 5.29. Efecto de la aceleración máxima en el giro, con eje horizontal normalizado.

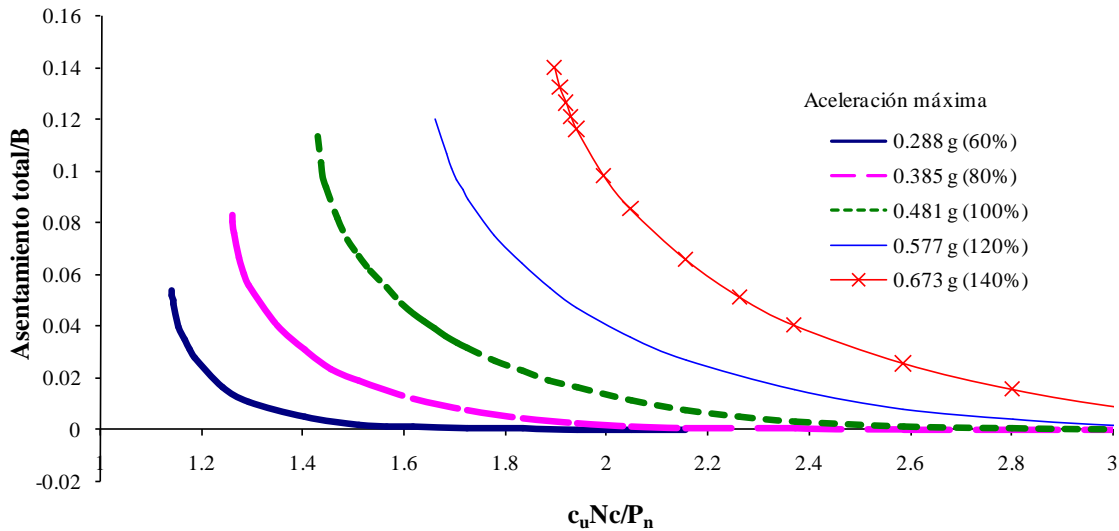


Figura 5.30. Efecto de la aceleración máxima en el asentamiento total con los ejes normalizados.

De igual manera que en el caso de la inclinación inicial, se utilizaron dos factores de empalme, uno para las abscisas y otro para las ordenadas. Después de analizar varias funciones, las que mejor cumplían con el objetivo fueron:

$$f_{am} = \left(\frac{0.481}{A_{\max}} \right)^{0.65} \quad (5.12)$$

para las abscisas y

$$f_{amv} = \frac{0.481}{A_{\max}} \quad (5.13)$$

para las ordenadas.

Donde A_{\max} es la aceleración máxima a la que se escala el acelerograma de la figura 5.1. Aplicando estos factores a las abscisas y ordenadas de todas las curvas de las figuras 5.29 y 5.30, se formaron las que se muestran en las figuras 5.31 y 5.32.

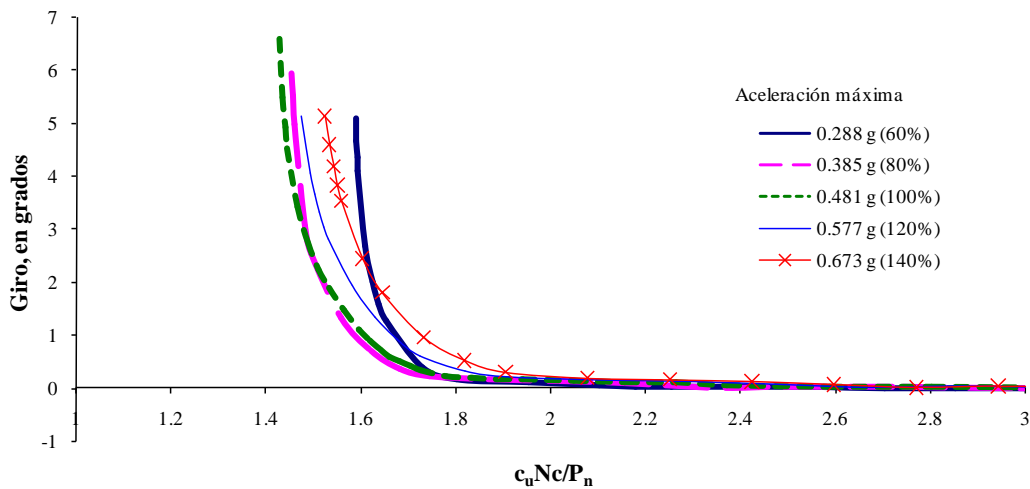


Figura 5.31. Efecto de la aceleración máxima en el giro con eje horizontal normalizado. Curvas uniformizadas con respecto a la aceleración máxima.

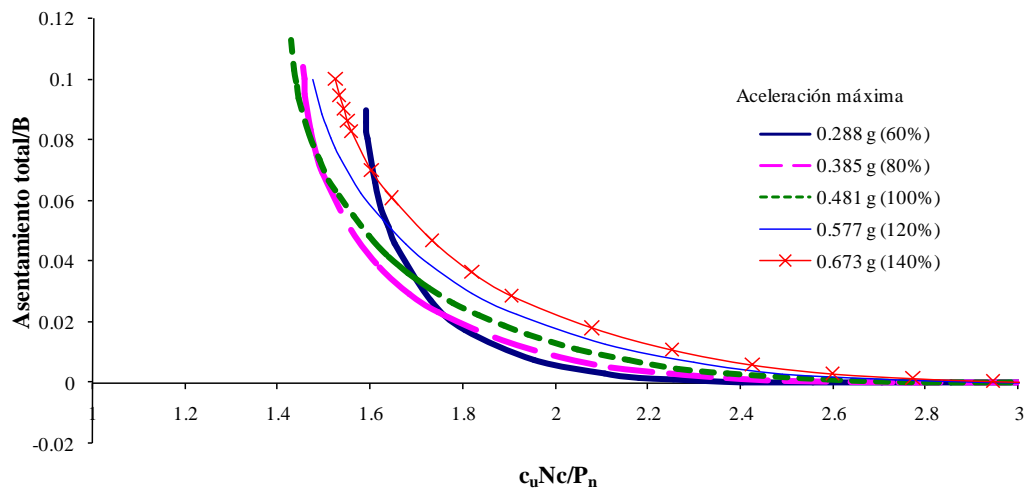


Figura 5.32. Efecto de la aceleración máxima en el asentamiento total con los ejes normalizados. Curvas uniformizadas con respecto a la aceleración máxima.

En la tabla 5.5 se presenta un resumen de los factores de empalme, con los que se efectuaron las uniformizaciones de las curvas de efectos de los parámetros.

Tabla 5.5. Factores de empalme de las curvas de parámetros normalizados.

Parámetro	Factor	Ecuación	Aplicado a:			
			Giros		Asent.	
			x	y	x	y
Escala	$f_{esc} = \frac{B}{16.15}$	5.7		•		•
Relación de esbeltez	$f_{re} = \left(\frac{1.23}{r_e}\right)^{0.6}$	5.8	•		•	
Prof. de desplante	$f_{df} = 0.93 \frac{P_{nr}}{5.611} (1 + 16.15 r_{df})^{0.1}$ $P_{nr} = 7.051 - 19.38 r_{df}$	5.9	•		•	
Inclinación inicial	$f_{ii} = (1 + \psi_0)^{-0.25}$	5.10	•		•	
	$f_{iiv} = (1 + \psi_0)^{0.8}$	5.11				•
Aceleración máxima	$f_{am} = \left(\frac{0.481}{A_{max}}\right)^{0.65}$	5.12	•		•	
	$f_{amv} = \frac{0.481}{A_{max}}$	5.13		•		•

x: abscisas, y: ordenadas

5.11 Funciones de aproximación de los efectos uniformizados de los parámetros

Las curvas empalmadas de todos los análisis fueron puestas en una sola gráfica para los giros y en una sola para los asentamientos (figuras 5.33 y 5.34). Se vio que si se graficaban los logaritmos en base 10 de los giros en lugar de los giros mismos y en el eje horizontal los logaritmos de los factores de seguridad netos, y de manera similar para los asentamientos, los resultados seguían una tendencia aproximadamente lineal, con un poco de dispersión sólo en los valores pequeños, por lo que se consideran aceptables desde el punto de vista práctico.

La recta de aproximación (dibujada en las mismas figuras) se obtuvo resolviendo el sistema

$$\begin{aligned}
 Na_0 + a_1 \sum x_i &= \sum y_i \\
 a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 &= \sum x_i y_i
 \end{aligned}
 \tag{5.14}$$

donde x_i es el logaritmo en base 10 del factor de seguridad neto, FS_n del i -ésimo ensaye e y_i , el logaritmo de la respuesta del ensaye (giros o asentamientos). N es el número de datos o de ensayos. La recta queda dada por la expresión

$$y = a_1x + a_0 \tag{5.15}$$

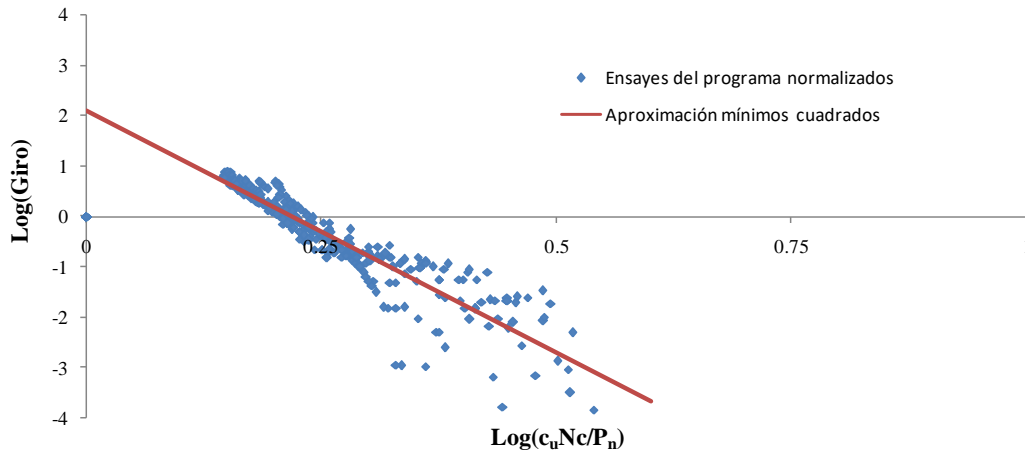


Figura 5.33. Giros uniformizados de todos los análisis (sus logaritmos).

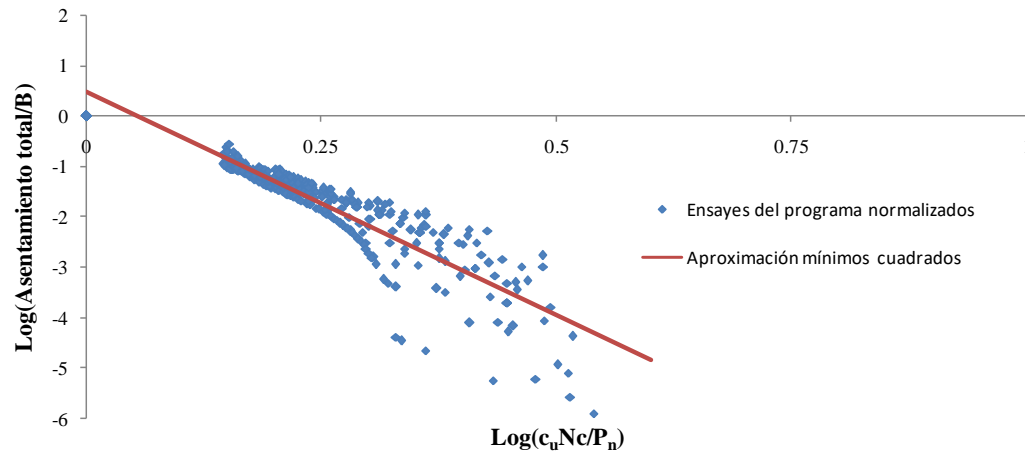


Figura 5.34. Asentamientos totales uniformizados de todos los análisis (sus logaritmos).

Calculando los antilogaritmos en ambos ejes, la ecuación de aproximación es

$$f(x) = 10^{a_0} x^{a_1} \tag{5.16}$$

Aplicando este procedimiento de aproximación a 422 ensayos útiles del programa realizados para la variación de los parámetros, la ecuación a la que se llega para los giros es

$$\psi = 127.15(FS_n)^{-9.61} \quad (5.17)$$

y para los asentamientos

$$\delta / B = 3.08(FS_n)^{-8.86} \quad (5.18)$$

En las figuras 5.35 y 5.36 se presentan tanto los resultados de los ensayos hechos con el programa como las curvas de aproximación en escala normal, de los giros y los asentamientos, respectivamente.

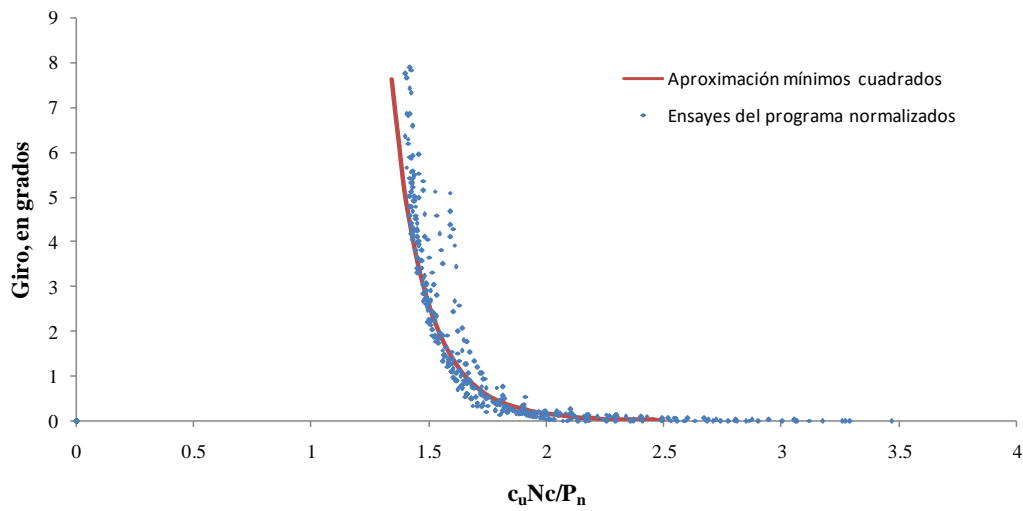


Figura 5.35. Giros uniformizados de todos los análisis y su curva de aproximación.

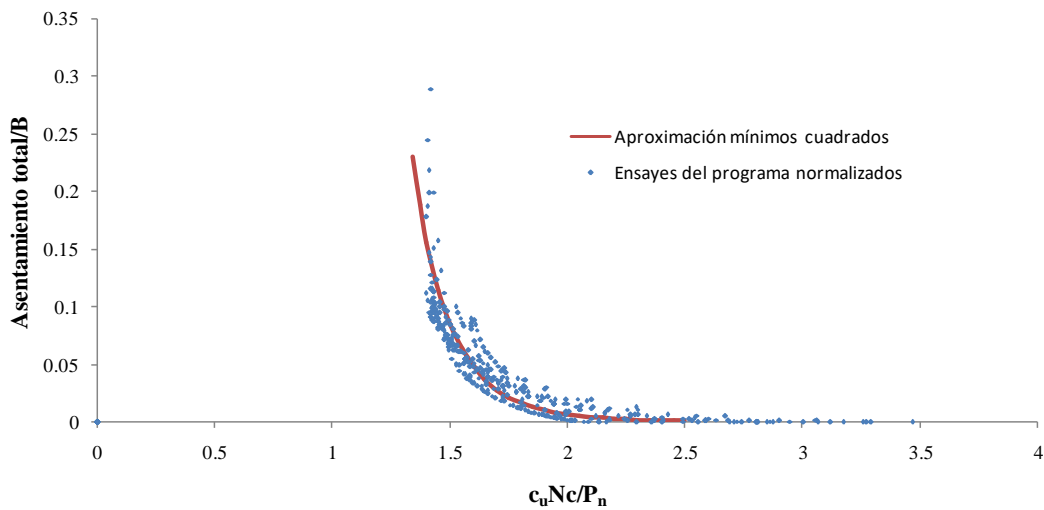


Figura 5.36. Asentamientos totales uniformizados de todos los análisis y su curva de aproximación.

Por lo tanto, introduciendo los factores de empalme, la expresión empírica para el cálculo del giro de una cimentación circular causado por un sismo es

$$\psi = 127.15 \left[0.93 FS_n \left(\frac{1.23}{r_e} \right)^{0.6} \frac{P_{nr}}{5.611} (1 + 16.15 r_{df})^{0.1} (1 + \psi_0)^{-0.25} \left(\frac{0.481}{A_{\max}} \right)^{0.65} \right]^{-9.61} \times \frac{A_{\max}}{0.481} \left(\frac{16.15}{B} \right) + \psi_0 \quad (5.19)$$

y para el asentamiento,

$$\delta / B = 3.08 \left[0.93 FS_n \left(\frac{1.23}{r_e} \right)^{0.6} \frac{P_{nr}}{5.611} (1 + 16.15 r_{df})^{0.1} (1 + \psi_0)^{-0.25} \left(\frac{0.481}{A_{\max}} \right)^{0.65} \right]^{-8.86} \times \frac{A_{\max}}{0.481} \left(\frac{16.15}{B} \right) (1 + \psi_0)^{-0.8} \quad (5.20)$$

donde

ψ es el giro del edificio al final del evento, en grados,

δ es el asentamiento total al final del evento, en m,

B es el diámetro del cimientto, en m,

FS_n es el factor de seguridad neto (expresión 5.4)

r_e , es la relación de esbeltez (expresión 5.2)

$P_{nr} = 7.051 - 19.38 r_{df}$,

r_{df} es la relación de desplante (expresión 5.3),

ψ_0 es el ángulo de inclinación inicial, en grados y

A_{\max} es la máxima aceleración experimentada en el centro de masa del edificio (considerando que actúa, escalada, la excitación de la figura 5.1), en g.

Estas fórmulas fueron comprobadas en el apéndice E evaluando su capacidad para reproducir algunos de los giros y asentamientos obtenidos con el programa y utilizados en su deducción (de las fórmulas, base de datos que resultó de los análisis descritos en los apartados 5.1 a 5.5). En tal apéndice se comenta que hubo algunas discrepancias, las cuales fueron resueltas con unos factores de corrección.

En forma reducida e incluyendo los factores de corrección propuestos en el apéndice E, las expresiones anteriores pueden escribirse como

$$\psi = 127.15 S^{-9.61} f_{p2} f_{ges} f_{gam} + f_{p3} \quad (5.21)$$

$$\delta / B = 3.08 S^{-8.86} f_{p4} f_{dre} f_{dam} \quad (5.22)$$

donde el factor S se calcula como $S = FS_n f_{p1}$

FS_n es el factor de seguridad neto

$$FS_n = \frac{q_n}{p_n}$$

q_n es la capacidad de carga neta y p_n es la carga neta aplicada a nivel de desplante,

$$q_n = c_u Nc \quad p_n = \frac{W_e}{A_b} - \gamma_s D_f$$

Los factores de empalme queda arreglados como

$$\begin{aligned} f_{p1} &= f_{re} f_{df} f_{ii} f_{am} \\ f_{p2} &= \frac{A_{\max}}{0.481} \left(\frac{16.15}{B} \right) \\ f_{p3} &= \psi_0 \\ f_{p4} &= \frac{A_{\max}}{0.481} \left(\frac{16.15}{B} \right) (1 + \psi_0)^{-0.8} \end{aligned} \quad (5.23)$$

donde

$$f_{re} = \left(\frac{1.23}{r_e} \right)^{0.6} \quad f_{df} = 0.93 \frac{p_{nr}}{5.611} (1 + 16.15 r_{df})^{0.1} \quad f_{ii} = (1 + \psi_0)^{-0.25} \quad f_{am} = \left(\frac{0.481}{A_{\max}} \right)^{0.65}$$

$$p_{nr} = 7.051 - 19.38 r_{df}$$

Asimismo, los factores de corrección son

$$f_{ges} = \frac{1.5 - 1}{0.35(f_{esc} - 1) + 1.5 - 1} \quad \text{para } f_{esc} > 1.0$$

$$f_{dre} = 1 + 2 \frac{r_e - 1.23}{3.53 - 1.23} \quad \text{para } r_e > 1.23$$

y

$$f_{gam} = 1 + 0.8 \frac{A_{\max} - 0.481}{0.673 - 0.481} \quad f_{dam} = 1 + 1.7 \frac{A_{\max} - 0.481}{0.673 - 0.481} \quad \text{para } A_{\max} > 0.481$$

Estos últimos factores aparecen sin simplificar para guardar memoria del intervalo del factor de escala, f_{esc} , de la relación de esbeltez, r_e y de la aceleración máxima, A_{\max} , en los que se observó (en el apéndice E) que eran requeridos; no obstante el intervalo de

validez recomendado sólo está acotado inferiormente, como lo indica el enunciado a la derecha de cada expresión.

Para el mejor aprovechamiento de estas expresiones, sería recomendable, primero, calcular con ellas las respuestas ante distintos valores de resistencia y formar curvas como las presentadas en la figura 5.2 (una para el giro y otra para el asentamiento). Una vez hecho esto, entrar en estas curvas con el valor real de la resistencia del suelo para ver si se está suficientemente alejado de un comportamiento indeseable.

Alternativamente, se propone el uso de la figura 5.37. Se trata de las curvas de las figuras 5.35 y 5.36 correspondientes a las ecuaciones 5.17 y 5.18, obtenidas con mínimos cuadrados a partir de los resultados de los análisis paramétricos efectuados. Mediante el factor S , calculado para un caso como se indica para las ecuaciones 5.21 y 5.22, se entra a esta gráfica para obtener directamente las respuestas y analizar si se está en una situación inestable o no. Se requiere de un solo cálculo.

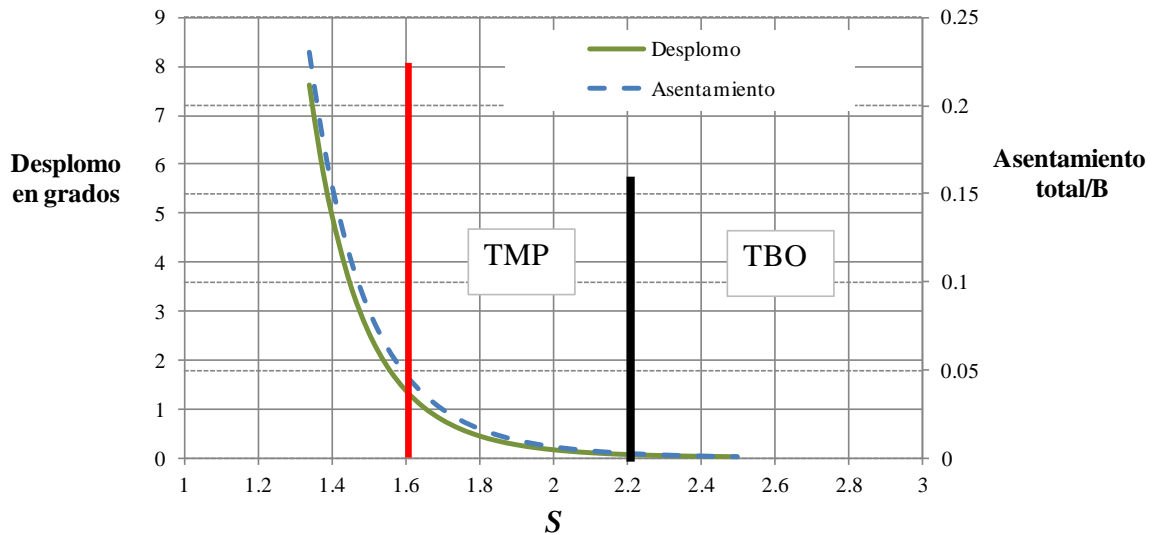


Figura 5.37. Gráfica de giros y asentamientos totales para cualquier cimentación y sus fronteras de comportamiento.

Al desplomo calculado con esta gráfica debe agregarse el inicial; también deben aplicarse los factores de corrección que siguen a la expresión 5.23. Se proponen en la figura unas fronteras del comportamiento recomendado ante un temblor base de operación (TBO) y un temblor máximo probable (TMP), que en estas expresiones empíricas (5.21 y 5.22) sólo pueden diferenciarse con la aceleración máxima. El factor S que se calcule para un caso en particular, debe quedar en la zona que se sugiere en la figura de acuerdo con el temblor utilizado.

5.12 Validación de las fórmulas de aproximación

Las fórmulas anteriores (5.21 y 5.22) son validadas en este apartado respecto a su capacidad para reproducir resultados del programa (modelo presentado en el capítulo 4) utilizando valores de los parámetros que no están en la base (expuesta en los apartados 5.1 a 5.5) con la que fueron obtenidas. La revisión contempló los parámetros expuestos en los apartados anteriores: relación de esbeltez, r_e , escalamiento, f_{esc} , profundidad de desplante, D_f , inclinación inicial, ψ_0 y aceleración máxima, A_{max} ; en una primera fase variando uno a la vez, manteniendo fijos los restantes y en una segunda, variando simultáneamente varios de ellos. En cada combinación de los parámetros se calcularon valores de ψ y δ con el modelo del capítulo 4 y con las fórmulas anteriores, para distintos valores de la resistencia no drenada del suelo, c_u .

Escalamiento

Se revisaron cuatro factores de escalamiento: 0.5, 0.85, 1.25 y 2.0 (no usados en la obtención de las fórmulas de aproximación). Los resultados se presentan como puntos en las figuras 5.38 y 5.39, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los resultados $c_u - \psi$ y $c_u - \delta$ obtenidos con el modelo (capítulo 4). Se aprecia en estas figuras una muy buena aproximación en los giros y en los asentamientos.

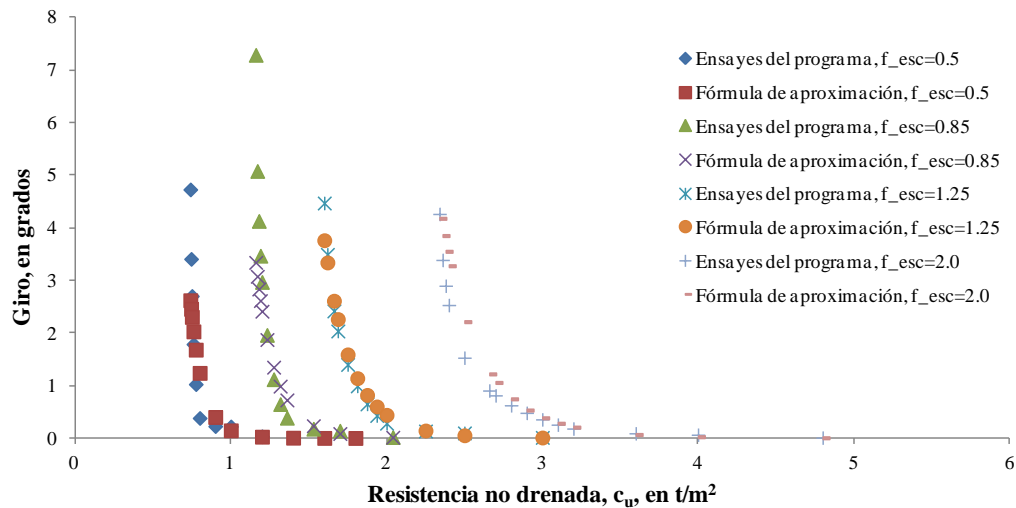


Figura 5.38. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos factores de escalamiento no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

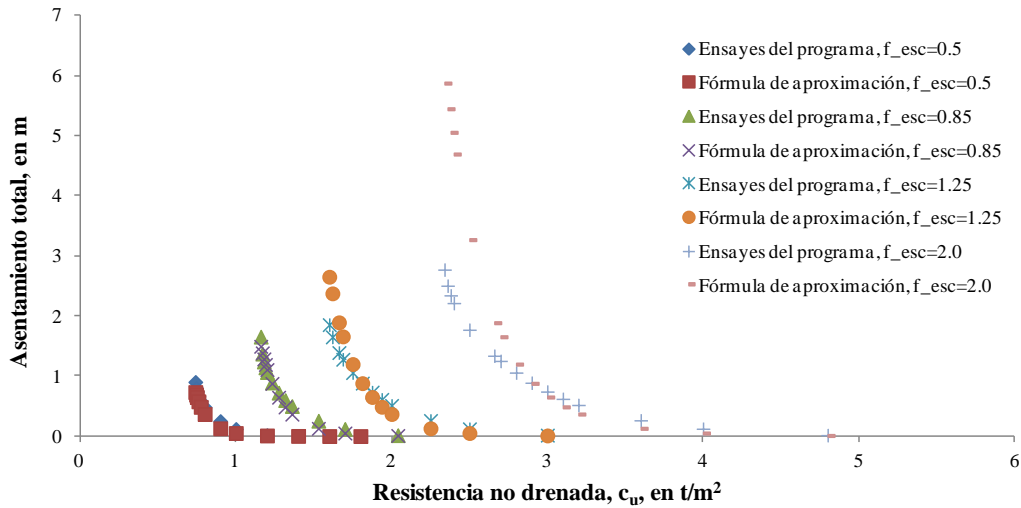


Figura 5.39. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos factores de escalamiento no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

Relación de esbeltez

Se revisaron tres relaciones de esbeltez distintas a las de la base con la que fueron obtenidas las fórmulas: 1.42, 2.76 y 4.11. Los resultados se presentan como puntos en las figuras 5.40 y 5.41, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los resultados $c_u - \psi$ y $c_u - \delta$ obtenidos con el programa. Se aprecia en estas figuras una muy buena aproximación en los giros y en los asentamientos, con un poco de discrepancia cuando la relación de esbeltez ya es muy grande, p. Ej., 4.11, en el que la aproximación de asentamientos puede considerarse como regular.

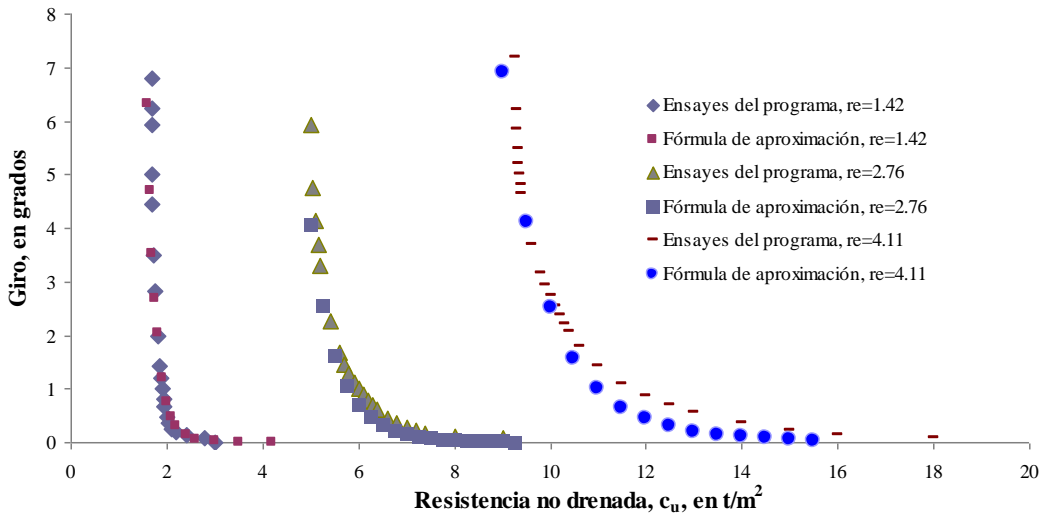


Figura 5.40. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintas relaciones de esbeltez no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

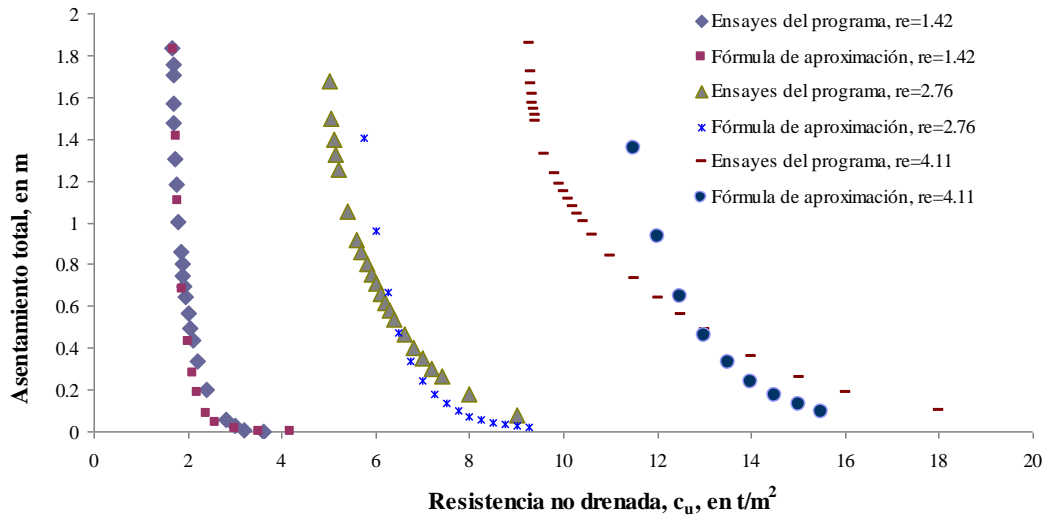


Figura 5.41. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintas relaciones de esbeltez no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

Profundidad de desplante

Se revisaron dos profundidades: 1.8 y 4.8 m (no utilizadas en el desarrollo de la fórmula). Se sigue la recomendación expuesta en el apartado 5.3 para tomar en cuenta de una forma adecuada la profundidad de desplante. Los resultados se presentan como puntos en la figuras 5.42 y 5.43, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los resultados del programa. Se aprecia en estas figuras una buena aproximación en ambas profundidades, en los giros y en los asentamientos.

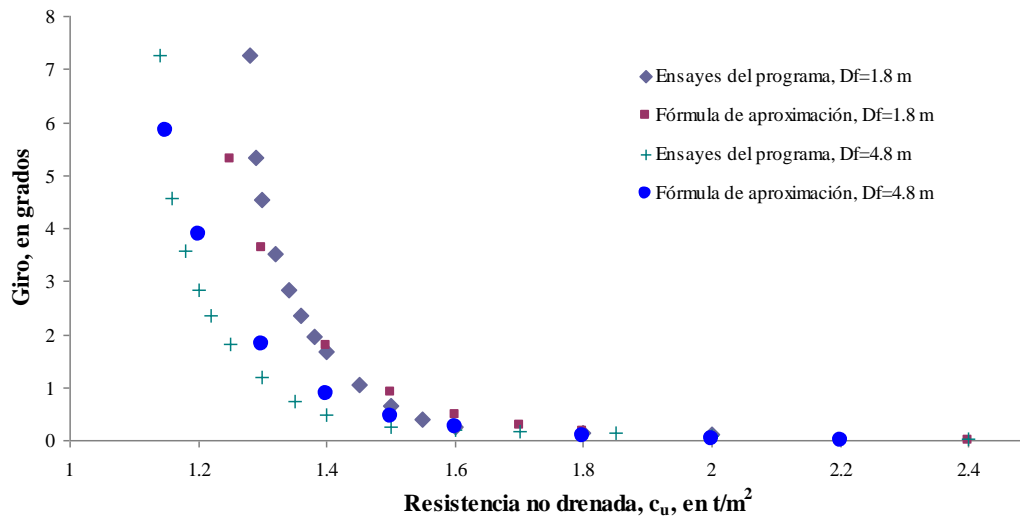


Figura 5.42. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintas profundidades de desplante no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

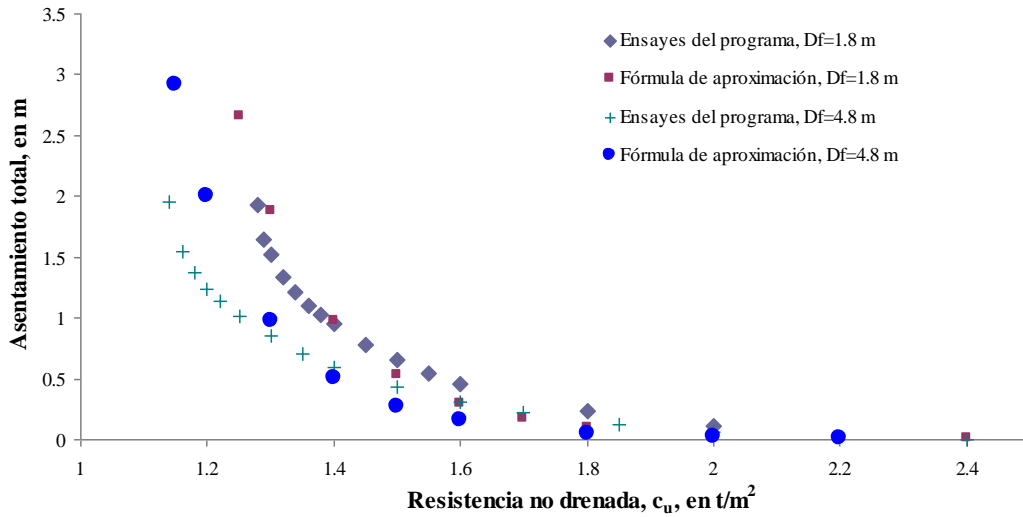


Figura 5.43. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintas profundidades de desplante no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

Inclinación inicial

Se revisaron tres ángulos de inclinación inicial: 1.5° , 3.5° y 6° (no utilizados para crear la fórmula). Los resultados se presentan como puntos en las figuras 5.44 y 5.45, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los resultados del programa. Se aprecia en estas figuras buena aproximación en los giros y en los asentamientos.

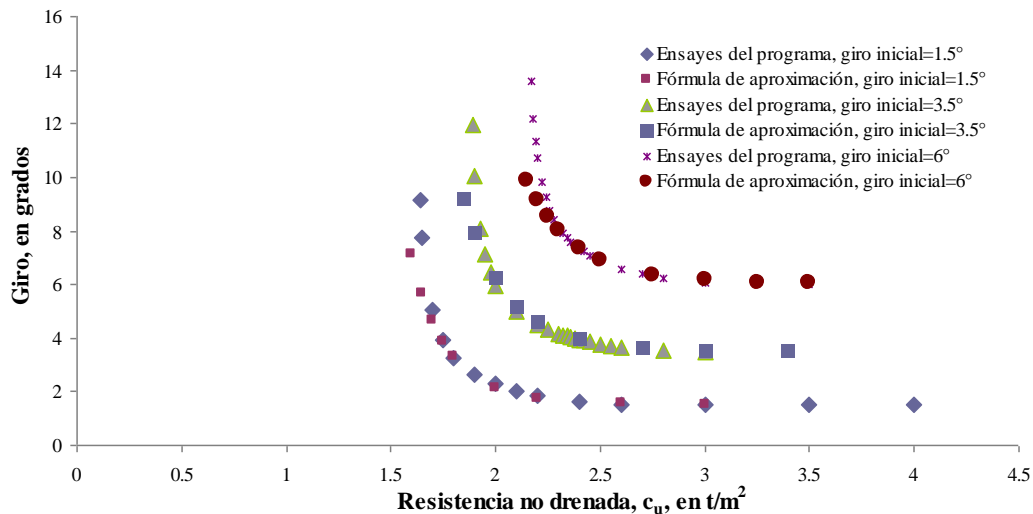


Figura 5.44. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos valores de inclinación inicial no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

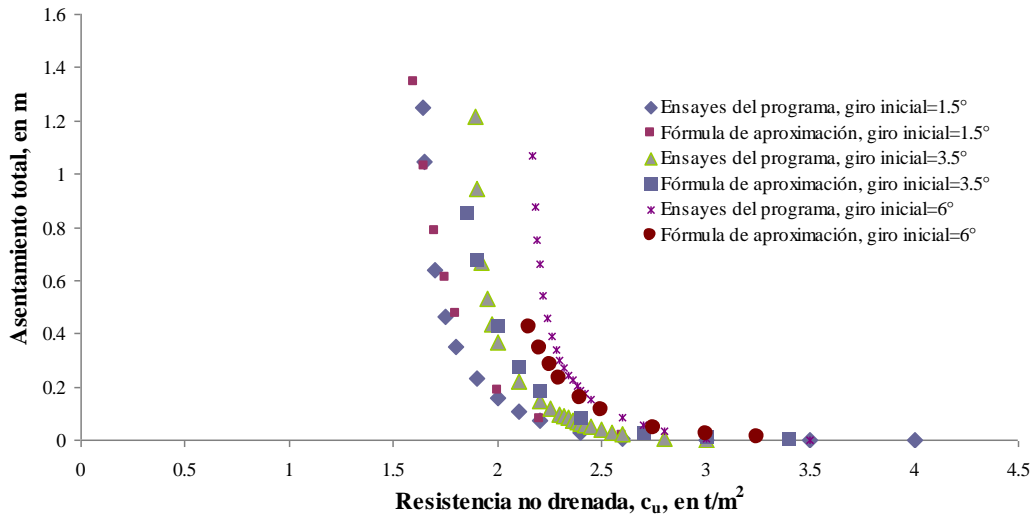


Figura 5.45. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos valores de inclinación inicial no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

Aceleración máxima

Se revisaron cuatro valores de aceleración máxima: 0.19°, 0.34°, 0.63° y 0.77° (no utilizados para crear la fórmula). Los resultados se presentan como puntos en las figuras 5.46 y 5.47, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los resultados del programa. Se aprecia en estas figuras buena aproximación en los giros y asentamientos, excepto para el valor de aceleración menor, por lo que la fórmula es más recomendable para aceleraciones máximas mayores a 0.3 g.

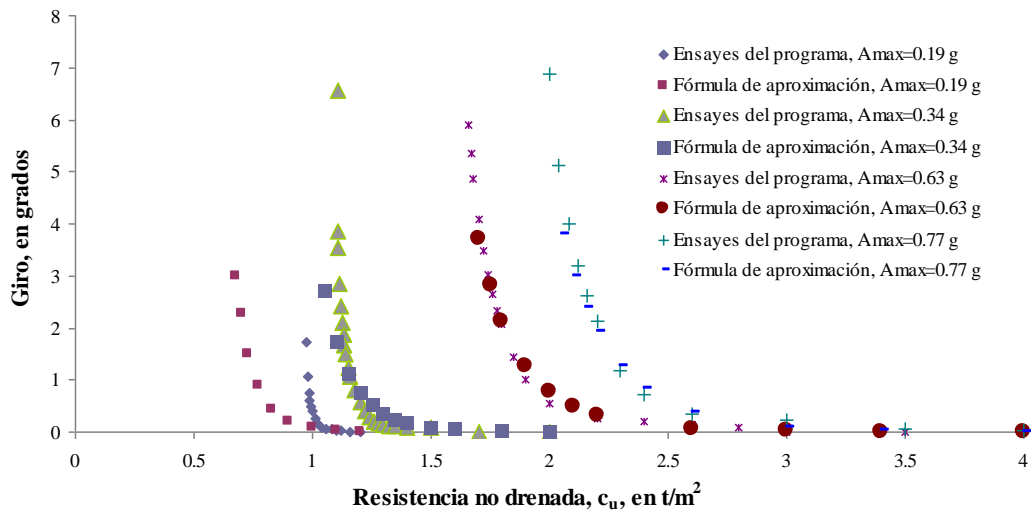


Figura 5.46. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos valores aceleración máxima, no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

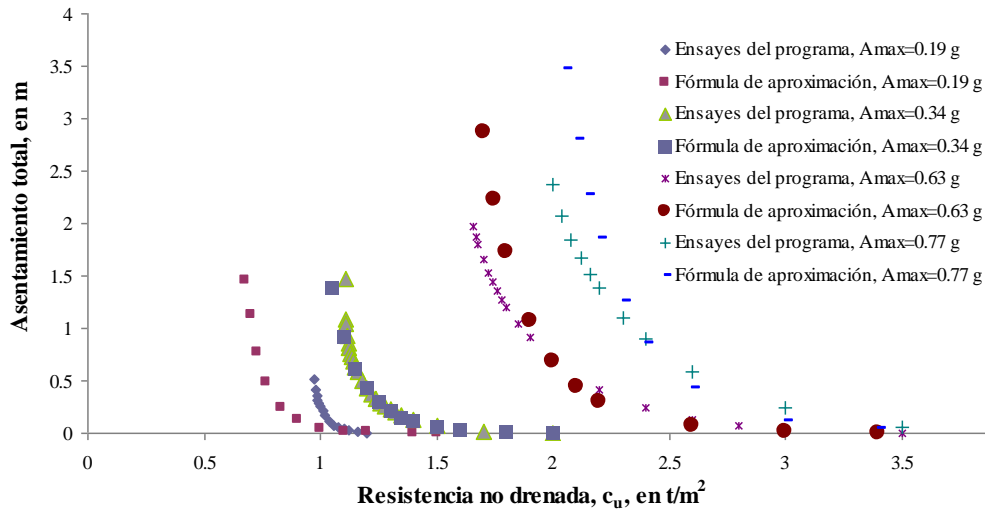


Figura 5.47. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos valores de aceleración máxima, no pertenecientes a la base con la que fue creada la fórmula.

Variación simultánea de varios parámetros

Se analizaron valores de los parámetros simultáneamente distintos a los del prototipo de la tabla 5.1, en 4 combinaciones, las cuales se muestran en la tabla 5.6.

Tabla 5.6. Combinaciones de parámetros analizadas.

Característica	Unidad	Combinación			
		A	B	C	D
Ancho de la cimentación, B	m	16.15	16.15	16.15	20
Altura del edificio, H_c (pisos)	-	21.7 (7)	21.7 (7)	43.4 (14)	42.9 (14)
Altura centro gravedad, H_{eqc}		10.25	10.25	21.1	20.4
Profundidad de desplante, D_f	m	1.2	1.2	1.2	2.0
Peso del edificio, W_e		1636	1636	2977	4674.2
Inclinación inicial, ψ_0	grados	1.5	3.5	1.5	1°
Aceleración máxima, A_{max}	g	0.481	0.481	0.63	0.4

El peso volumétrico utilizado en todo el capítulo es 1.2 t/m^3 . En la combinación D se sigue la recomendación expuesta en el apartado 5.3 para tomar en cuenta de una forma adecuada la profundidad de desplante. Los resultados se muestran en las figuras 5.48 y 5.49. Se observan discrepancias en los giros de la combinación C y en los asentamientos de las combinaciones C y D sensiblemente mayores que en las otras combinaciones o, bien, las comparaciones expuestas en las figuras anteriores; esto es razonable si se considera que la base usada en la creación de las fórmulas no incluyó combinaciones de

variaciones de parámetros y que cuando fue uniformizada (figuras 5.33 a 5.36) quedó con un poco de dispersión; además, estas combinaciones (C y D) están algo alejadas de la información prototípica (tabla 5.1), en los límites de la base. No obstante lo anterior, las curvas de ambas metodologías se observan cercanas (las discrepancias no llegan a ser drásticas) y el intervalo de valores de la resistencia no drenada, c_u , para los que las respuestas son altas es el mismo en ambas, en las 4 combinaciones. La comparación de los ensayos del programa y la fórmula de aproximación para los giros y asentamientos, desde un punto de vista práctico, se considera aceptable, lo que significa que la fórmula es confiable en reproducir resultados del modelo.

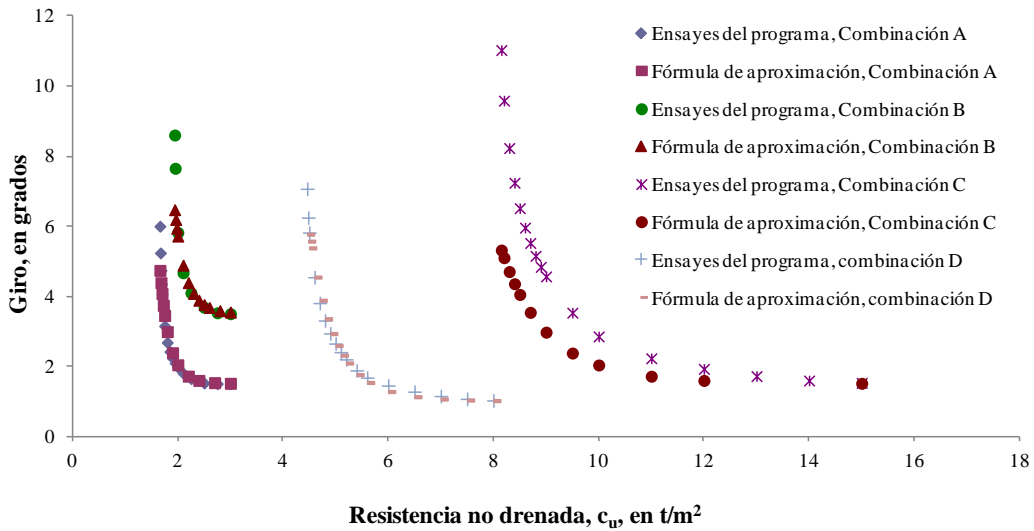


Figura 5.48. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para las combinaciones de parámetros de la tabla 5.6.

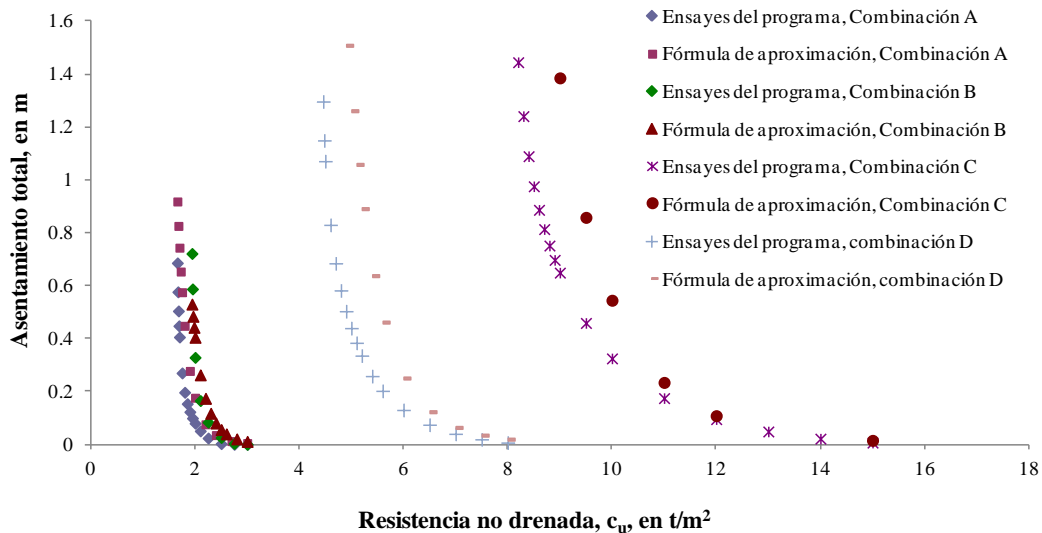


Figura 5.49. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para las combinaciones de parámetros de la tabla 5.6.

6. Conclusiones y recomendaciones

Las conclusiones y recomendaciones más importantes que se derivan de este trabajo son:

1. La capacidad de carga de una cimentación circular desplantada sobre suelos arcillosos se reduce significativamente en condiciones sísmicas debido a las fuerzas adicionales inerciales, induciendo, en muchos casos, asentamientos y desplomes permanentes excesivos en las estructuras, e incluso volteo.
2. Se propone, con base en modelaciones numéricas, un mecanismo de falla con forma de toroide para calcular la capacidad de carga de una cimentación circular sobre arcillas con la cual es posible considerar la fuerza de inercia sísmica y la inclinación (desplome inicial por asentamientos diferenciales) de la superestructura. La expresión para calcular esta capacidad resulta del planteamiento del equilibrio de momentos con respecto al centro del mecanismo, cuya posición y la propia superficie de falla toroide se obtienen, para cualquier valor de aceleración, mediante un proceso de minimización de acuerdo con el concepto de equilibrio límite.
3. Con base en lo anterior se encontró que al incrementarse la fuerza sísmica horizontal, la superficie de falla se hace más pequeña y superficial, con lo que se explica la reducción de la capacidad; en el caso más crítico, la superficie se transforma en una semiesfera bajo la cimentación, también llamada falla tipo cucharón, lo cual concuerda con otras investigaciones (p. ej., Randolph and Puzrin, 2003).
4. El valor de N_c estático calculado con el mecanismo toroide (6.436 es 6 % mayor que el exacto (6.05, obtenido por Cox, et al. 1965) y muy similar al calculado por Martínez (6.38, en 2012) mediante modelaciones numéricas con buena aceptación. Se muestra que N_c se reduce al incrementarse la aceleración.
5. El análisis anterior se extiende en el tiempo de duración de un sismo planteándose una ecuación diferencial de equilibrio dinámico de momentos con cuya resolución paso a paso se obtienen los giros y asentamientos totales. También, se pueden calcular las variaciones temporales de los factores de seguridad dinámicos. Se propone un criterio energético para considerar el cambio de dirección de la fuerza sísmica durante el evento.
6. El procedimiento anterior se alimentó con información de dos casos historia, en los que se consideraron las dos excitaciones horizontales (N-S y E-O); sus resultados quedaron muy aproximados a las mediciones reportadas. Esto no constituye una validación; no obstante, da confianza a utilizar el modelo como una herramienta de obtención pronta del orden de magnitud de los desplomos y asentamientos que podría sufrir una cimentación durante un sismo, para un diseño por desempeño.
7. Fueron hechos unos análisis de sensibilidad del giro y asentamiento calculados con el modelo ante los parámetros más importantes que intervienen. En términos generales hubo concordancia con la física: estas respuestas se incrementan (y por ende la

seguridad es afectada) con la escala, la relación de esbeltez, la aceleración máxima y la inclinación inicial, y se reducen con la resistencia no drenada del suelo y la profundidad de desplante.

8. Derivado de un cúmulo de resultados de los análisis de sensibilidad, se obtuvieron expresiones empíricas para calcular el giro y el asentamiento sin necesidad del modelo analítico.
9. Es posible conocer, ya sea con el modelo o con las expresiones empíricas, un umbral de comportamiento tal que si existe la posibilidad de que algún parámetro (p. ej., la resistencia del suelo) tenga un valor más crítico respecto al que da este valor límite, la estructura es sísmicamente inestable, por lo que se debería buscar el alejamiento de este umbral; esto podría aportar al diseño con temblores base de operación (TBO) y máximo probable (TMP). Ante el temblor TBO la estructura debería quedar con desplomos y asentamientos reducidos, y ante el TMP, se aceptarían valores considerables de estas respuestas, pero cuidando que se esté algo alejado del umbral de inestabilidad referido.
10. Se recomienda hacer experimentos de laboratorio con modelos a escala debidamente instrumentados con el propósito de ampliar la base de datos que propicie evaluaciones diversas del modelo teórico que se propone en esta tesis.

7 Referencias

Andrade, A., García, P., Oregel, F. y Castañeda, E. (1982). *Apuntes de Cálculo Diferencial e Integral*, Apuntes de la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Bárcena, A. y Romo, M. P. (1994). RADSH: Programa de computadora para analizar depósitos de suelo estratificados horizontalmente sujetos a excitaciones dinámicas aleatorias. *Informe del Instituto de Ingeniería*, UNAM, México.

Bozozuk, M. (1976). CBD-177 Tower Silo Foundations. Canadian Building Digest, National Research Council, Canada.

Carroll, W. F. (1963). Dynamic Bearing Capacity of Soils: Vertical displacement of Spread Footing on Clay: Static and Impulsive Loadings. *Technical Report 3-599, Report 5, U.S. Army Corps of Engineers*, Waterways Experiment Station, Mississippi.

Cox, A. D., Eason, G. and Hopkins, H. G. (1961). Axially symmetric plastic deformation in soils. *Proc. Royal Soc. London, Ser. A*, 254, pp. 1–45.

Das, B. M. (1999). *Shallow Foundations, Bearing Capacity and Settlements*, CRC Press, Florida.

DeBeer, E. E. (1970). Experimental determination of the shape factors of sand. *Geotechnique*, 20 (4).

Gourvenec, S., Randolph, M. F. and Kingsnorth, O. (2006). Undrained bearing capacity of square and rectangular footings. *Int. J. Geomech.* May/Jun, Vol. 6, No. 3, pp. 147-157.

Gourvenec, S., and Steinepreis, M. (2007). Undrained limit states of shallow foundations acting in consort. *Int. J. Geomech.* May/Jun, pp. 194-205.

Hansen, J. B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. *Danish Geotech. Institute, Bul. No. 28*. Copenhagen.

Juárez, E. y Rico, R. (1979). *Mecánica de suelos, Tomo II: Teoría y aplicaciones de la Mecánica de suelos*, 2ª. Edición, Ed. Limusa, México, D. F.

Jumikis, A. R. (1962). *Soil Mechanics*. D. Van Nostrand Co., Princeton, N. J.

Knappett, J. A., Haigh, S. K. and Madabhushi, S. P. G. (2006). Mechanisms of failure for shallow foundations under earthquake loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 26, pp. 91-102.

Martínez, S. (2012). Método de análisis simplificado para un nuevo tipo de cimentación en suelos blandos. Tesis de doctorado. DEPMI, UNAM, México.

Maugeri, M., Musumeci, G., Novita, D. and Taylor, C. A. (2000). Shaking table tests of failure of a shallow foundation subjected to an eccentric load. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 20, pp. 435-444.

Méndez, E., Juárez, M., Ovando, E. y Auvinet, G. (1994). Sistema de Información Geográfica para Sondeos Geotécnicos (SIG-SG), Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, México.

Mendoza, M. J. (1987). Foundation Engineering in Mexico City: Behavior of Foundations. *Proc. of the Int. Symposium on Geotech. Eng. of Soft Soils*, México, SMMS, Vol. 2, pp. 351-367.

Mendoza, M. J. y Auvinet, G. (1987). Comportamiento de cimentaciones de edificios en la ciudad de México durante el sismo del 19 de septiembre de 1985, Informe del Instituto de Ingeniería para el Departamento del Distrito Federal.

Merlos, J. (2002). Movimientos permanentes causados por sismo en cimentaciones superficiales y profundas. Tesis de maestría. DEPMI, UNAM, México.

Merlos, J., and Romo, M. P. (2006). Fluctuant bearing capacity of shallow foundations during earthquakes. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 26, pp. 103-114.

Meyerhof, G. G. (1953). The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads. *Proc. of The Third Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, Zürich, Vol. I, pp. 440-445.

Meyerhof, G. G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. *Canadian Geotech. J.*, 1(1), 16.

Padmini, D., Ilamparuthi, K. and Sudheer, K. P. (2008). Ultimate bearing capacity prediction of shallow foundations on cohesionless soils using neurofuzzy models. *Computers and Geotechnics*, 35, pp. 33-46.

Paolucci, R. and Pecker, A. (1997). Soil inertia effects on the bearing capacity of rectangular foundations on cohesive soils. *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 8, pp. 637-643.

Pecker, A. y Salençon, J. (1991). Seismic bearing capacity of shallow strip foundations on clay soils. *Proc. of the Int. Workshop on Seismology and Earthquake Eng.*, CENAPRED, México, pp. 287-304.

Randolph, M. F. and Puzrin, A. M. (2003). Upper bound limit analysis of circular foundations on clay under general loading. *Géotechnique* 53(9), pp. 785-796.

Richards, R. Jr., Elms, D. G. y Budhu, M. (1993). Seismic bearing capacity and settlements of foundations. *J. of Geotech. Eng.*, ASCE, 119, No. 4, pp. 662-674.

- Romo, M. P. (1990). Comportamiento dinámico de la arcilla de la ciudad de México y su repercusión en la ingeniería de cimentaciones. *Memorias del simposio El subsuelo de la cuenca del valle de México y su relación con la ingeniería de cimentaciones a cinco años del sismo*, SMMS, pp. 83-94.
- Romo, M. P. y García, J. (1995). Procedimiento para el análisis de movimientos permanentes por sismo en cimentaciones superficiales y profundas. Informe Interno, Instituto de Ingeniería, elaborado para el Departamento del Distrito Federal.
- Santoyo, E., Lin, R. y Ovando, E. (1989). El Cono en la exploración geotécnica, TGC Geotecnia, México.
- Sarma, S. K. and Iossifelis, I. S. (1990). Seismic bearing capacity factors of shallow strip footings. *Géotechnique*, 40(2), pp. 265-273.
- Sekiguchi, H. and Kobayashi, S. (1997). Limit analysis bearing capacity for a circular footing subjected to eccentric loads. Proc. 14th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng, Hamburg 2, 1029–1032.
- Sokolovsky, V. V. (1960). Statics of Soil Media. Translated by D. H. Jones and A. N. Schofield, Butterworths, London, England.
- Solar, E. y Speziale, L. (1985). *Apuntes de Algebra Lineal*. DCB-FI, UNAM, México.
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical Soil Mechanics*. John Willey & Sons, Inc., New York.
- Triandafilidis (1965). The dynamic response of continuous footings. *Proc. 6th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.* Montreal, Canada, Vol. II, pp. 205-208.
- Tschebotarioff, G. P. (1951). *Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures*. McGraw-Hill, New York, N. Y.
- Vesic, A. S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *J. of the Soil Mech. and Foundations Division*, ASCE, SM 1.
- Vesic, A. S., Banks, D. C., and Woodward, J. M. (1965). An experimental study of dynamic bearing capacity of footings on sand. *Proc. 6th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, Montreal, Canada.

Apéndice A Comparación del modelo con casos historia

El procedimiento presentado en este trabajo (capítulo 4) fue concebido para calcular desplomos, giros y asentamientos en estructuras causados por sismo en 3D, en cimentaciones superficiales circulares sobre arcilla, susceptibles a fallar por momento de volteo en condiciones sísmicas (ver alcance en el texto). No obstante, la información sobre fallas de este tipo de estructuras que pudiera servir para validar el modelo, es escasa. Como caso más cercano se tiene el de unos silos en Canadá (ver introducción), en los que hubo desplomos, hundimientos e incluso volteos por causas distintas a sismo, sin reporte de mediciones. Ante esta carencia de información, una validación estricta (comparación con casos históricos) del método no se hizo. Por otra parte, debe decirse que el interés mayor de este trabajo es aportar una alternativa para analizar el problema de cálculo de giros y asentamientos causados por sismo de estructuras reales en general.

Lo que se expone a continuación tiene el fin de presentar el método desarrollado en esta tesis, como una herramienta simple que permite una rápida estimación del orden de magnitud de los giros, desplomos y asentamientos debidos a sismo, para cimentaciones que no cumplen plenamente con las características referidas en el alcance de esta tesis, pero que tal vez lo hagan aproximadamente. Se analizan dos cimentaciones irregulares, casi cuadradas, cuyas estructuras no son esbeltas (hecho que no favorece falla por momento de volteo). Sin embargo, en defensa de este ejercicio de comparación, puede decirse que las cimentaciones cuadradas son más vulnerables a un ambiente sísmico tridimensional que una cimentación alargada y que su mecanismo de falla se desarrolla en el espacio 3D, por lo que en ello tiene ventaja el método propuesto sobre uno bidimensional. Por otra parte, la obtención de un modelo como el que se presenta, pero para cimentación cuadrada, probablemente tarde en aparecer; recuérdese que para tales cimentaciones a la fecha no se conoce con suficiente detalle el campo de velocidades en la falla del material de apoyo, ante carga vertical estática y menos aún se tiene el valor exacto de N_c , como ya se tiene para la cimentación de longitud infinita y la circular.

A.1 Casos historia analizados

Después del sismo de 1985 se hicieron compilaciones de casos de edificios de la Ciudad de México que sufrieron desplomos y asentamientos importantes debidos a este evento. Las más completas aparecen en Mendoza (1987) y en Mendoza y Auvinet (1987). En estos trabajos se describen la geometría y el peso de estructuras que sufrieron este tipo de daños, la estratigrafía subyacente, así como estimaciones de sus desplomos y asentamientos previos y mediciones de éstos, posteriores al sismo; las cimentaciones son de distintos tipos. De todos los casos contenidos en estos trabajos, se eligieron sólo dos para estudiar las capacidades predictivas del método; las otras no se incluyeron por distanciarse demasiado de las características referidas en el alcance. Estos edificios, ubicados en la zona de terreno blando de la Ciudad de México, se muestran en planta y en elevación en las figuras A.1 a A.3.

Edificio 1

Perteneció a un conjunto de 3 edificios habitacionales ya demolidos, construidos en los años 50s. Su estructura estuvo formada por columnas, vigas y losas sólidas de concreto reforzado, y una losa de cimentación desplantada a 1.2 m bajo la superficie, la cual transmitía una presión neta de aproximadamente 55 kPa (5.5 t/m²). El subsuelo en el sitio está formado por un relleno superficial de 4 m de espesor, al que subyace un depósito de arcilla muy blanda que alcanza los 32 m, con contenido de humedad entre 250 y 380 %. La resistencia no drenada se obtuvo mediante la expresión (Santoyo, 1989):

$$c_u = \frac{q_c}{N_k} \quad (\text{A.1})$$

donde q_c es la resistencia de punta del cono eléctrico y N_k para las arcillas del valle de México oscila en un rango de 10 a 25, siendo un valor típico $N_k = 13$. En la figura A.2 se presenta un perfil de cono eléctrico (CPT) obtenido en un sitio cercano (Méndez et al., 1994) que sirvió para caracterizar al subsuelo.

A partir del diseño de la cimentación, la predicción de asentamientos a largo plazo fue de 0.95 m. La información disponible permitió inferir que el edificio se había asentado ya 0.65 m antes del sismo debido, quizás, a extracción de agua de los acuíferos relativamente superficiales cercanos al sitio. El asentamiento en un extremo del edificio, medido después del sismo fue 1.57 m, con una inclinación hacia el Este de 5.2%.

Edificio 2

Se trató de un edificio de 9 niveles, de planta irregular con una altura de 29.7 m. Su estructura consistía de marcos y losas macizas de concreto reforzado. Su cimentación era parcialmente compensada, tipo cajón rígido desplantado a 2.65 m de profundidad, que transmitía una presión neta de 144 kPa (14.4 t/m²). Tenía, además, 23 pilotes de fricción de 0.40 m de diámetro y 22 m de longitud (figura A.3b). Para la caracterización geotécnica del subsuelo se utilizó el perfil de cono eléctrico que aparece en Mendoza (1987) para el sitio de esta estructura.

El factor de seguridad reportado por capacidad de carga estática fue de 1.6, mientras que el proveniente de un análisis modal fue de 1.1 (con base en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal de 1987, RCDF87; en Mendoza y Auvinet, 1987).

Este edificio se derrumbó totalmente por volteo durante el sismo, por lo que no pudo establecerse qué tipo de comportamiento había presentado antes del mismo. Durante el volteo se produjo la emersión de una parte de la cimentación y el resto de ella se incrustó el suelo.

En la tabla A.1 se muestra la información de estas estructuras con la que se alimentó el modelo. Puesto que sólo se trata de una comparación, esperando una aproximación al

orden de magnitud de los giros y asentamientos, se consideró razonable el uso de una cimentación circular de área equivalente. Por otra parte, la aportación de los pilotes a la estabilidad sísmica del edificio 2 no se tomó en cuenta porque, siendo éstos muy pocos, se consideró que con los primeros balances quedaron con la resistencia residual en el fuste.

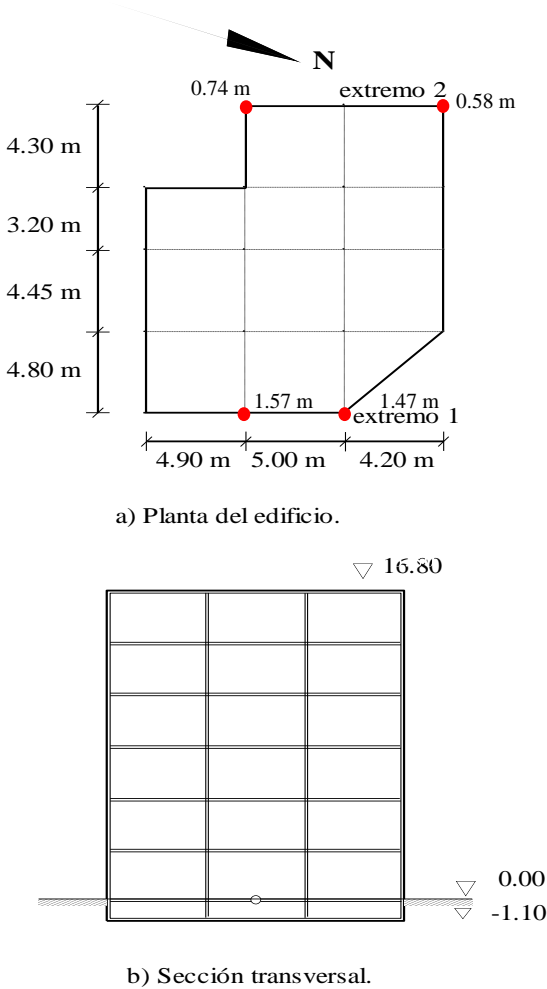


Figura A.1. Geometría del edificio 1 y asentamientos (puntos rojos) al final del sismo de septiembre de 1985.

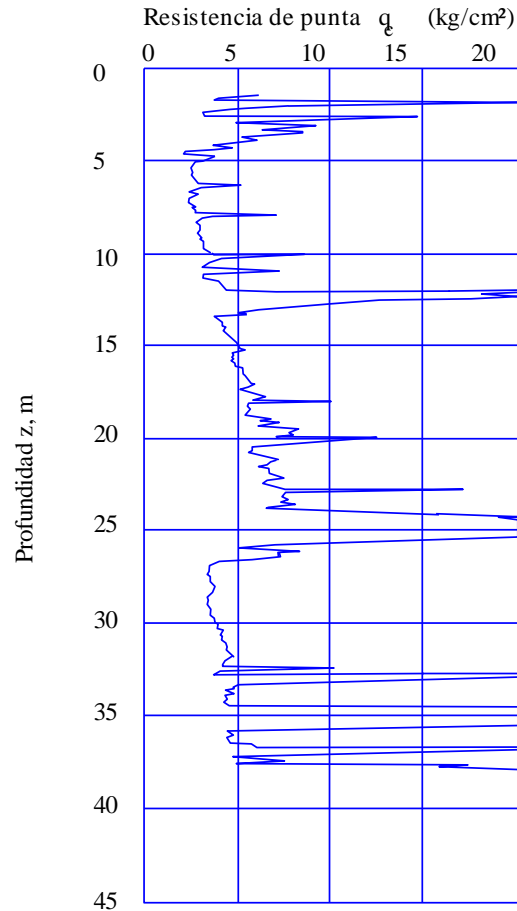


Figura A.2. CPT en sitio cercano al edificio 1.

Excitación

En 1985 la red de estaciones sismológicas era muy reducida y no había ninguna cerca de los edificios descritos, por lo que la excitación que debió haber actuado en el centro de masa de éstos el 19 de septiembre de 1985, se estimó de manera indirecta. El 25 de abril de 1989, cuando ya existía la estación sismológica Córdoba 56, situada a pocos metros de las estructuras estudiadas, se presentó otro temblor de magnitud importante. Se observó que en la estación Tacubaya, la cual está situada en terreno firme y ya operaba en 1985, el

registro del 25 de abril de 1989 y el del 19 de septiembre de 1985 eran muy similares en contenido de frecuencias y duración, por lo que se consideró razonable que esto mismo habría ocurrido con los del sitio de la estación Córdoba 56. Con esta idea, para estimar los acelerogramas correspondientes al sismo del 19 de septiembre de 1985 se escalaron los del sismo de abril de 1989 de esta última estación de tal forma que la máxima aceleración fuera la obtenida de un análisis espectral por superposición modal. El espectro de sitio utilizado para ello fue obtenido mediante un programa de computadora (Bárcena y Romo, 1994) que se basa en la propagación de ondas de corte a través de un medio estratificado y permite la variación de las propiedades dinámicas con la deformación angular. Se consideró que la zona de Tacubaya es un afloramiento del material firme que subyace a los depósitos arcillosos de la zona III de la Ciudad de México, en la que se encuentran las estructuras analizadas; por ello, el registro de 1985 en Tacubaya fue utilizado como excitación en la base del modelo del depósito de suelo, para obtener el espectro de sitio. Los acelerogramas resultantes para los edificios 1 y 2 se muestran en las figuras A.7a y A.8a, respectivamente. Este trabajo fue hecho por Romo y García (1995) para la dirección E –O; en la presente investigación se adoptó el mismo factor de escalamiento para obtener el acelerograma del 19 de septiembre de 1985 en la dirección N – S, a partir del acelerograma registrado el 25 de abril de 1989, en la misma dirección, en la Estación Córdoba 56; esto se hizo para cada edificio. Los acelerogramas en la dirección N - S se presentan en las figuras A.7b y A.8b.

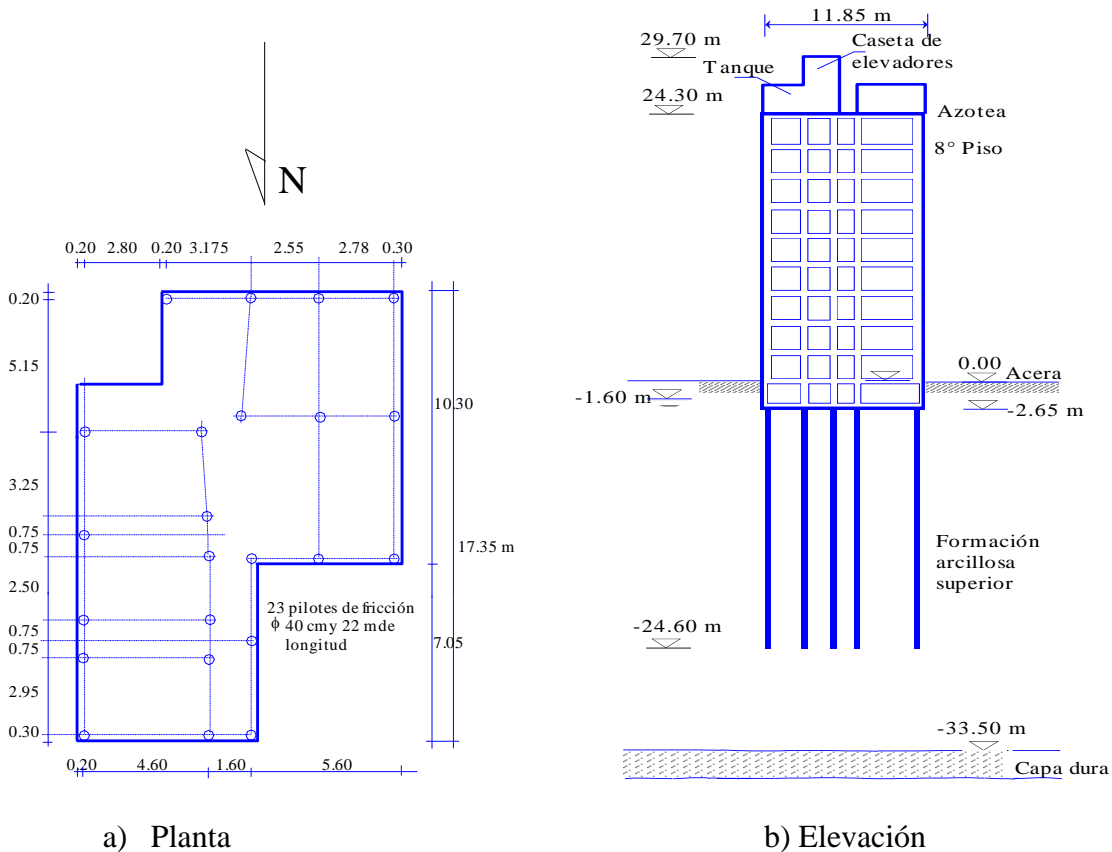


Figura A.3. Geometría del edificio 2.

Tabla A.1. Características de las estructuras.

Edificio			1	2
		Unidad		
Ancho		m	16.01*	11.12*
Longitud		m	12.80*	14.23*
Diámetro equivalente (en área)	B	m	16.15	16.18
Altura del edificio**	H_c	m	18.60	27.00
Número de pisos			6	9
Peso	W_e	t	1445	2857
Profundidad de desplante***	D_f	m	1.20	2.65
Altura del centro de gravedad**	H_{eqc}	m	8.5	12.5
Presión neta a nivel de desplante	q_n	t/m ²	5.5	14.4
Peso volumétrico del suelo	γ_s	t/m ³	1.2	1.2
Resistencia no drenada ****	c_u	t/m ²	1.92	2.5
Aceleración máxima E-O	A_{max}	g	0.34	0.45
Inclinación inicial	ψ_0	°	1.23	0.0*****
Asentamiento medio previo	δ_0	m	0.48	0.0*****

*Dimensiones de base rectangular equivalente.

**Desde el nivel de la calle.

***En el análisis se consideró esta profundidad más el hundimiento medio previo al sismo.

****Obtenida a partir de perfil de CPT, la Ec. A.1 y $N_k=13$.

*****Se desconoce el comportamiento previo, se usa la condición más favorable (sin inclinación ni asentamiento previos).

A.2 Comparación del modelo con los casos historia

Curvas $c_u - \psi$ y $c_u - \delta$

Con la información de estos edificios, la cual está condensada en la tabla A.1, se alimentó el modelo. Se hicieron varios análisis en los que en cada uno se usó un valor distinto de resistencia al esfuerzo cortante, c_u , para ver el efecto de la variación de esta resistencia en el giro, ψ , y en el asentamiento, δ . En planos resistencia vs giro, $c_u - \psi$ y resistencia vs asentamiento, $c_u - \delta$, se representan estos resultados mediante puntos, los cuales al unirse con una línea forman curvas. El objetivo fue buscar, dentro de un intervalo razonable, el valor de resistencia con el cual el modelo calcula respuestas aproximadas a los valores medidos y compararlo con el valor de resistencia reportado. Es lógico esperar, dado que se trata de un modelo, que estos valores difieran; no obstante, para que la herramienta sea útil deberían aproximarse lo mejor posible, el uno al otro. Este análisis de

variación de resistencia se hizo para el edificio 1; en las figuras A.4 y A.5 se muestran los resultados para giros y asentamientos, respectivamente, en distintas maneras de uso del modelo.

En las figuras A.4 y A.5 aparecen en primera instancia dos curvas formadas a partir de análisis efectuados con el programa bidimensional descrito en el capítulo 2 (modelo 2D); se presentan para efectos de comparación. El primero de estos dos análisis (serie 1: línea continua gruesa) fue hecho en la dirección E-O y el segundo (serie 2: línea discontinua de guión largo) en esta misma dirección, pero con el acelerograma aumentado en 30 % (consideración simplista de la excitación en la otra dirección). En la tercera serie (serie 3: discontinua de guión medio) se utilizó el procedimiento desarrollado en esta investigación (descrito en el capítulo 4), en una sola dirección, con el mismo acelerograma que fue usado en la serie 1 (programa 3D en análisis 1Dh). En la cuarta serie (serie 4: discontinua de guión corto) se utilizó el modelo 3D con las dos componentes horizontales de la excitación calculadas para el edificio (análisis 3D en 2Dh). Aparecen en las mismas figuras las mediciones tomadas al final del evento.

Recuérdese que el programa 3D quedó con la opción de uso en una sola dirección. Esto se hace mediante una instrucción (factor) que crea un vector de ceros en la dirección no requerida.

Se observa que los modelos se aproximan a los valores medidos con diferentes valores de resistencia, los cuales se presentan en la tabla A.2; siendo el último valor de resistencia muy similar al obtenido con el valor típico de N_k ($c_u=1.92 \text{ t/m}^2$, $N_k=13$, ver tabla 1). Por lo que se considera que la **modelación tridimensional (3D) es más eficaz que la bidimensional (2D) o la tridimensional usada en una dirección horizontal (3D en 1Dh)** al menos para este caso.

Tabla A.2. Modelos representados en las figuras A.4 y A.5, y los valores de resistencia con los cuales se calcularon respuestas aproximadas a las mediciones en el edificio 1.

Modelo	Factores para el acelerograma	Resistencia no drenada del suelo, c_u	N_k (Ec. A.1)
		t/m^2	
2D	$f_{\text{hor}}=1.0$	1.145	21.8
2D	$f_{\text{hor}}=1.3$	1.31	19.1
3D en 1Dh	$f_x=1, f_y=0$	1.21	20.7
3D	$f_x=1, f_y=1$	1.92	13

f_{hor} , f_x , y f_y son factores por los que se multiplicaron los acelerogramas en cada caso.

Curvas $t - \psi$ y $t - \delta$

En la figura A.6 se presenta una comparación entre el modelo 2D descrito en el capítulo 2 y el modelo 3D de esta tesis utilizado en una dirección horizontal (3D en 1Dh) para los valores de resistencia de la tabla A.2, correspondientes. Se presentan las historias de factor de seguridad, giro y asentamiento total. Aparecen, también, los valores medidos

del giro y el asentamiento total, al final del evento. Se observa que las curvas se empalman aproximadamente entre ellas y que, en ambos casos, la reproducción de las mediciones es medianamente aproximada. Por otra parte, la cimentación circular (modelo 3D), inicialmente más estable dado que tiene un factor de seguridad más alto, produce las mismas respuestas debido a que el mecanismo toroide se reduce de manera más drástica con la aceleración, que la de longitud infinita, como se explica en el apéndice D.

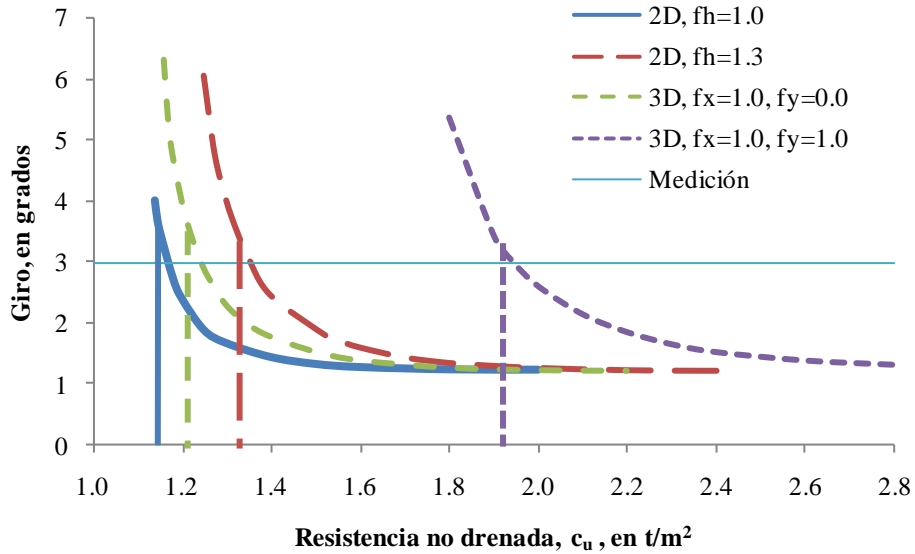


Figura A.4. Giro medido y calculado para el edificio 1 al final del evento, con diferentes valores de resistencia y cuatro variantes de la modelación.

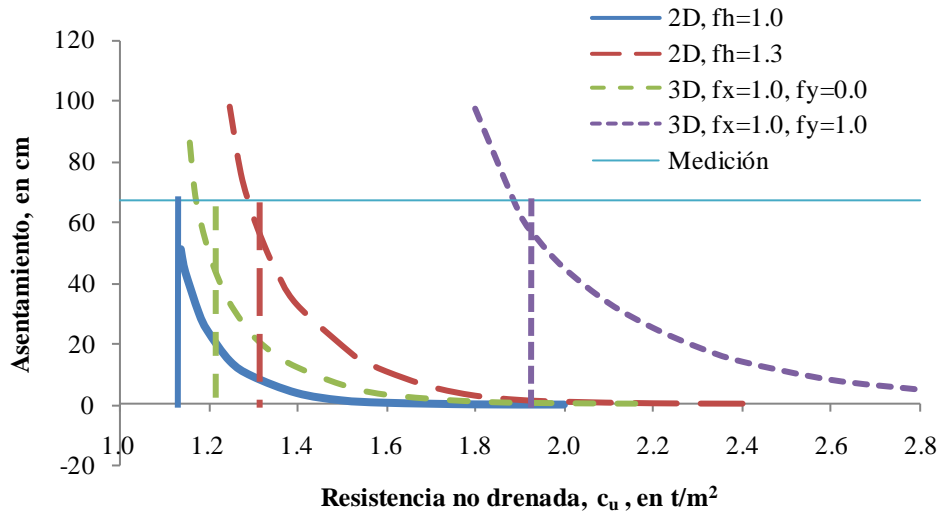
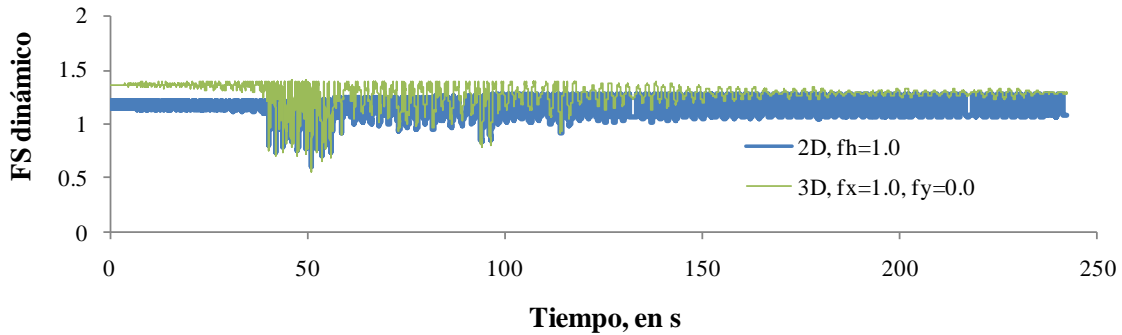


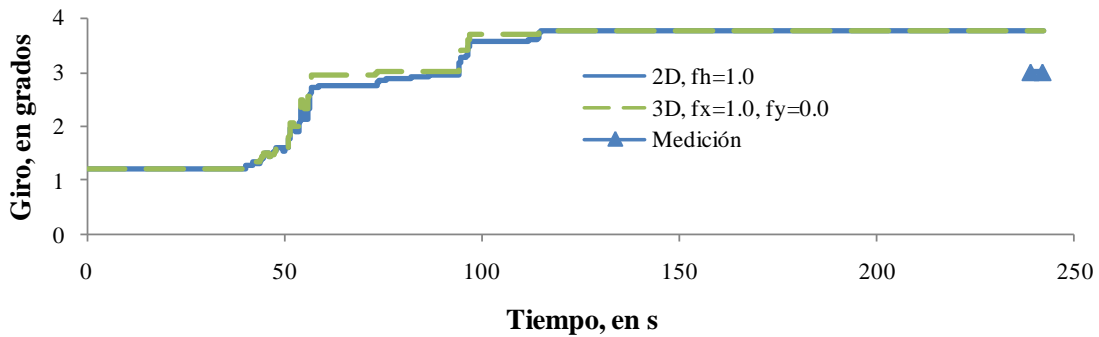
Figura A.5. Asentamiento total por sismo, medido y calculado para el edificio 1 al final del evento, con diferentes valores de resistencia y cuatro variantes de la modelación.

En la figura A.7 se muestran los acelerogramas E-O (a) y N-S (b) utilizados en la modelación 3D (renglón 4 de la tabla A.2), y las historias de rumbo (c), giro (d) y

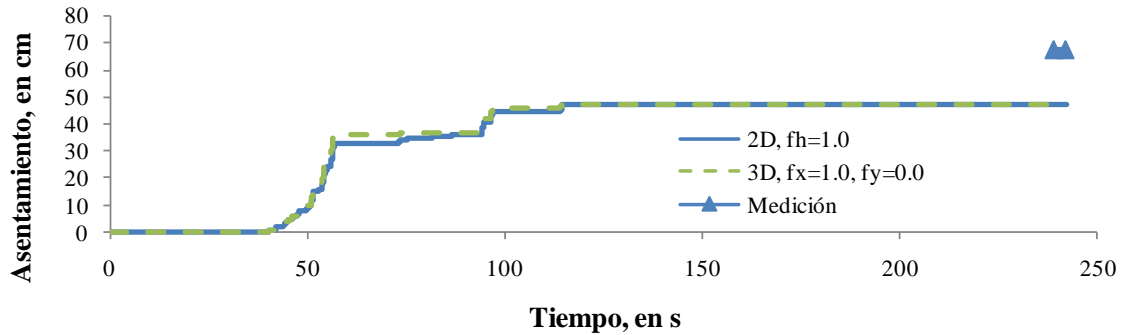
asentamiento (e), calculadas con el modelo para el edificio 1. Aparecen en la misma figura los valores medidos al final del evento. Se observa que para este caso los valores finales calculados fueron razonablemente similares a los medidos.



a) Factor de seguridad



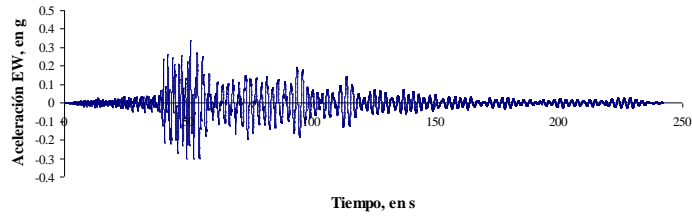
b) Giro



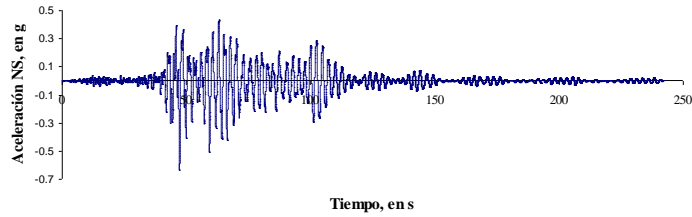
c) Asentamiento total

Figura A.6. Comparación entre los modelos 2D y 3D en 1Dh en términos de las historias de factor de seguridad, giro y asentamiento.

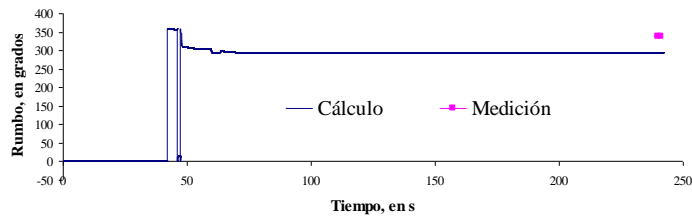
En la figura A.8 se muestran los acelerogramas E-O (a) y N-S (b) utilizados en la modelación 3D, y las historias de rumbo (c), giro (d) y asentamiento (e), calculadas con el modelo para el edificio 2. Este edificio se vuelca según el cálculo, como realmente ocurrió.



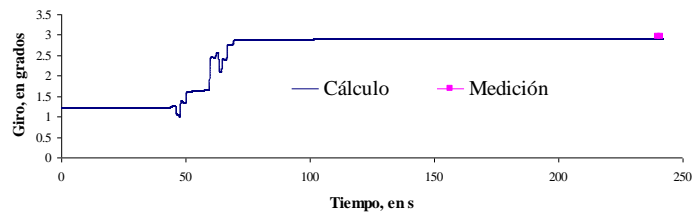
a) Acelerograma aplicado en el centro de masa E-O



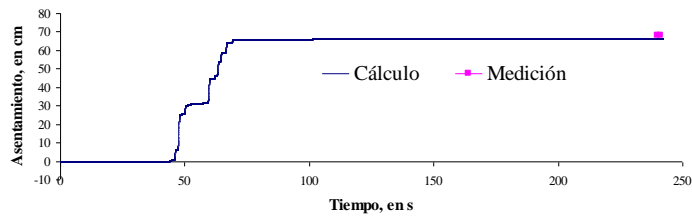
b) Acelerograma aplicado en el centro de masa N-S



c) Rumbo

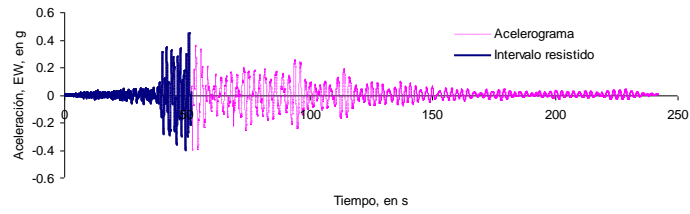


d) Giro

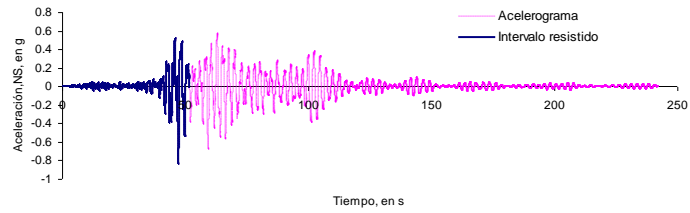


e) Asentamiento

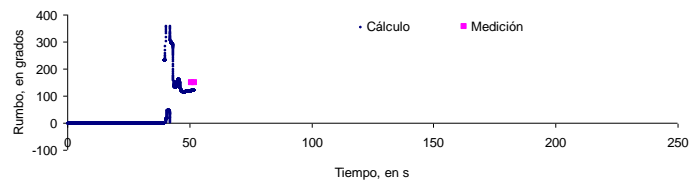
Figura A.7. Acelerogramas E-O y N-S, y rumbo, giro y asentamiento calculados con el modelo y medidos después del sismo del 19 de septiembre de 1985 para edificio 1. Se observa que los desplomos y hundimientos ocurren en la fase intensa del sismo y que los valores calculados se aproximan razonablemente a los medidos.



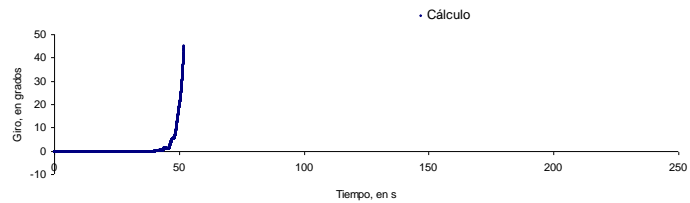
a) Acelerograma aplicado en el centro de masa E-O



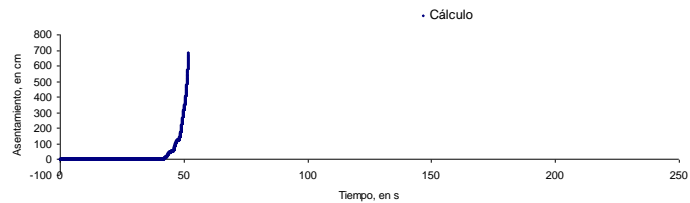
b) Acelerograma aplicado en el centro de masa N-S



c) Rumbo



d) Giro



e) Asentamiento

Figura A.8. Acelerogramas E-O y N-S, y rumbo, giro y asentamiento calculados con el modelo para el sismo del 19 de septiembre de 1985 para edificio 2, el cual sufrió volteo. Se aprecia el intervalo de excitación que ocasionó el desplome (de 0 a 50 s).

Apéndice B Momentos resistentes

En este apéndice se deducen las expresiones para el cálculo del momento resistente en la superficie de falla, M_{rsf} y del momento resistente del suelo adyacente, M_{rsa} . Asimismo, se presenta el desarrollo de las expresiones para calcular el momento de inercia del sistema, J_s y el momento debido al desplazamiento horizontal del volumen de suelo encerrado por el toroide, M_1 . En el apartado B.1 se tratan los momentos M_{rsf} y M_1 que son debidos completamente al toroide y la fracción del momento J_s , también debida a esta geometría. En B.2 se trata el momento M_{rsa} y en B.3 se obtiene el cálculo de las fracciones de J_s no dependientes del toroide.

B.1 Momentos debidos a la geometría toroide

El Apartado B.1.1 está dedicado al momento M_{rsf} ; el B.1.2, al momento J_s y el B.1.3 al momento M_1 . Previamente se expone información general necesaria.

En la figura B.1.1 se muestra una ilustración de un edificio de cimentación circular bajo el cual se ha desarrollado un mecanismo de falla toroidal. Esta configuración corresponde al caso en que la fuerza de inercia actúa hacia la derecha o, en el caso más general, el conjunto de acciones que determinan el plano de análisis P (como se explica en el Apartado 4.3) resulten en la dirección y sentido del vector \bar{p} ilustrado en la misma figura, por lo que si se produce la falla el sistema girará en sentido horario, con respecto al eje de rotación ilustrado. Aparecen en la misma figura algunos puntos que ayudan a definir y a visualizar la geometría del toroide desde distintos ángulos.

En la figura B.1.2 se muestra un esquema en perfil del mecanismo, el cual se describe a continuación. El eje de la superficie de falla está proyectado en el punto O de coordenadas (x_{gi}, z_{gi}) con respecto al mismo sistema local de la figura 4.3 ($x'z'$, en capítulo 4). Se definen en la figura dos cortes que contienen información geométrica adicional: D-D' y A-A'. En el primero se tiene un corte radial del mecanismo y en el segundo, un corte horizontal a nivel de desplante. Estos cortes aparecen en las figuras B.1.3 y B.1.4, el primero, y en figura B.1.5, el segundo. En D-D' se aprecia la sección del mecanismo, la cual es de tipo oval; los puntos Q_1 , Q_2 y Q_3 están contenidos en el plano de este corte; el punto Q_3 es la frontera entre el mecanismo y la cimentación en este plano (figuras B.1.2 y B.1.4). En la figura B.1.4 la parte del ovoide correspondiente al mecanismo aparece con línea continua a la derecha de Q_3 .

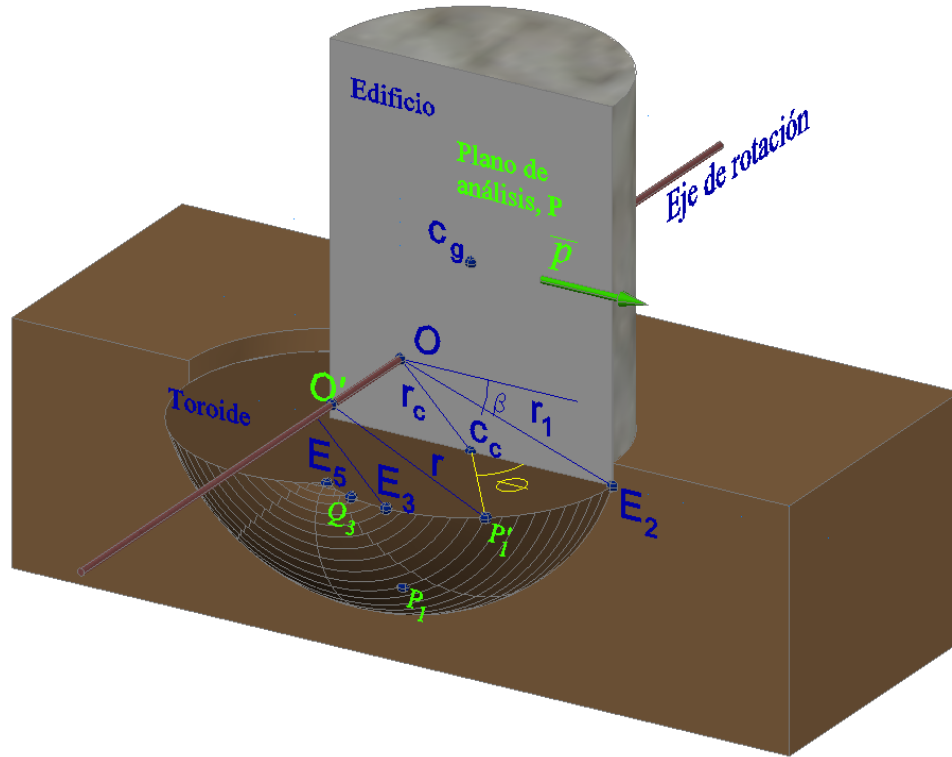


Figura B.1.1. Esquema del mecanismo toroidal.

Un punto P_1 cualquiera de la superficie, como el que se muestra en la figura B.1.1, a través del cual se hace pasar el corte radial D-D', tiene como coordenadas (ρ^*, λ, η) , donde ρ^* y λ son las coordenadas polares en un sistema local $(x'' y'')$ ubicado al centro de la sección del toroide en la figura B.1.4, y η es el ángulo del plano del corte D-D' con respecto a un plano vertical transversal (figuras B.1.2 y B.1.3); $\eta = 0$ corresponde a este plano vertical, el cual divide simétricamente al toroide en dos zonas, como se aprecia en la figura B.1.2: zona de intrusión y zona de extrusión. Estos nombres aluden al sentido del movimiento del material durante la falla.

La cantidad θ referida en la figura B.1.4 es el ángulo medido en el plano de desplante (figura B.1.5) entre los segmentos $\overline{c_c E_2}$ y $\overline{c_c P_1'}$, donde P_1' es un punto ubicado en la periferia de la cimentación al cual se llega rotando en sentido anti horario el segmento $\overline{O' P_1}$ con respecto al eje de giro hasta que el extremo toca el plano de desplante en donde se convierte en $\overline{O' P_1'}$, como se ilustra en la figura B.1.2. Los puntos P_1 y P_1' son equidistantes al punto O' que está sobre el eje de giro y los tres se encuentran en el mismo plano vertical, el cual es paralelo al de análisis; puede decirse que el punto P_1' es la imagen del punto P_1 en el plano de desplante. Dependiendo de dónde esté ubicado el punto P_1 , el punto P_1' toma una posición intermedia entre E_2 y E_5 , sobre el borde de la

$$r_{tx} = \left(\frac{B}{2} - x_{gi} \right) + \frac{B}{2} \cos \theta \quad \text{y} \quad r_{tz} = z_{gi} \quad (\text{B.1.2})$$

El cálculo de la cantidad r_{tx} se muestra en la figura B.1.5. Según el valor de θ esta distancia, r , tiene como valor mínimo z_{gi} y como máximo r_1 . La distancia r_1 va del eje de giro al punto más alejado de la cimentación (E_2) y se obtiene como

$$r_1 = \sqrt{(B - x_{gi})^2 + z_{gi}^2} \quad (\text{B.1.3})$$

Por otra parte, r_c es la distancia del eje de giro al centro de la cimentación,

$$r_c = \sqrt{\left(\frac{B}{2} - x_{gi} \right)^2 + z_{gi}^2} \quad (\text{B.1.4})$$

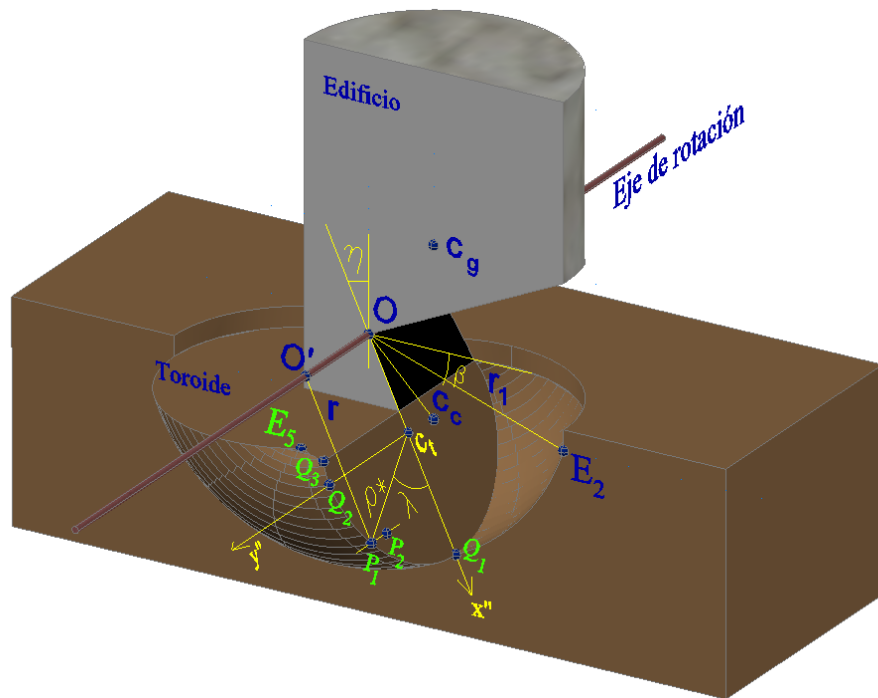


Figura B.1.3. Ilustración del corte D-D' definido en la figura B.1.2.

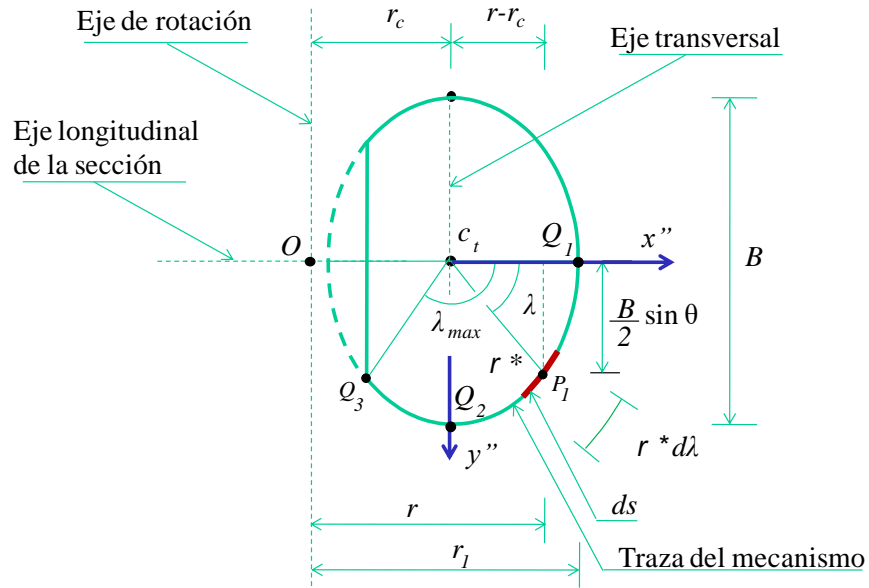


Figura B.1.4. Corte radial del mecanismo o de sección (D-D'). Se aprecia un acortamiento en sentido longitudinal (x'') respecto a la forma circular de la cimentación (figura B.1.5), no así en el sentido transversal (el ancho del toroide es igual al de la cimentación).

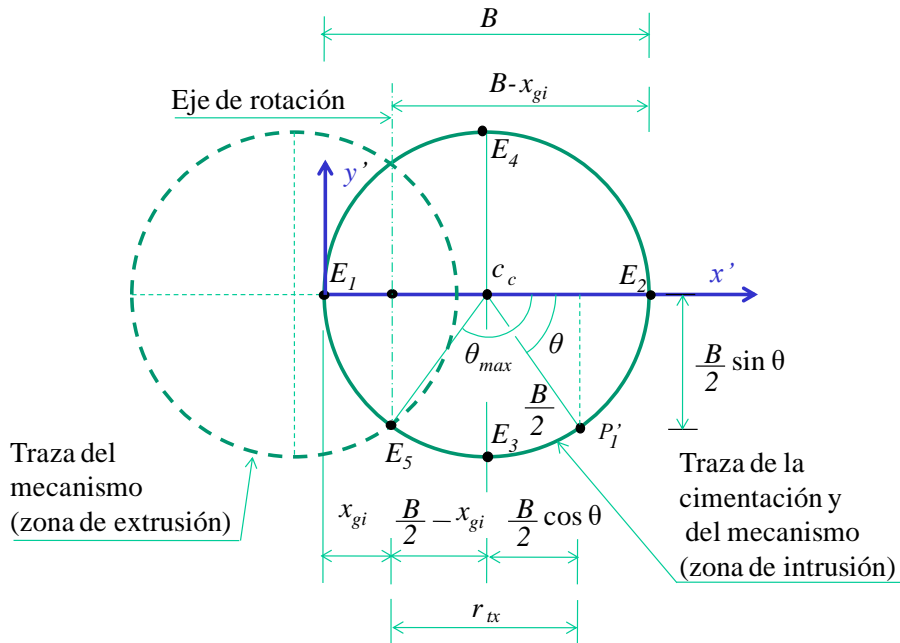


Figura B.1.5. Corte horizontal a nivel de desplante (A-A').

Por otra parte, en la figura B.1.4 se observa que

$$\rho^* = \sqrt{(r - r_c)^2 + \left(\frac{B}{2} \sin \theta\right)^2} \quad (\text{B.1.5})$$

y

$$\lambda = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{B}{2} \sin \theta}{r - r_c} \right) \quad (\text{B.1.6})$$

Si se despejara θ de Ec. (B.1.6) y se sustituyera en Ec. (B.1.5) se tendría la ecuación analítica $\rho^*(\lambda)$ del óvalo mostrado en la figura B.1.4. Sin embargo, el despeje no fue posible, por lo que esta representación paramétrica (Ecs. B.1.5 y B.1.6) constituye la expresión analítica más simple.

Vale la pena mencionar que cuando el eje de rotación desciende, la sección ovoide se torna circular, alcanzándose esta forma en la base ($z_{gi} = 0$). En el caso más inestable ($x_{gi} = \frac{B}{2}$, $z_{gi} = 0$) el mecanismo se hace semiesférico.

B.1.1 Momento resistente en la superficie de falla (M_{rsf})

Sea ds una fracción de tamaño diferencial de la superficie del toroide en contacto con el semiespacio en torno al punto P_1 , definida por

$$ds = (r \cdot d\eta)(\rho^* \cdot d\lambda) \quad (\text{B.1.7})$$

la cual se muestra en la figura B.1.2. $\rho^* d\lambda$ es el ancho real de ds , el cual se aprecia mejor en la figura B.1.4. El momento producido por ds con respecto al eje de rotación es

$$dM_{rsf} = cds \cdot r \quad (\text{B.1.8})$$

Donde c es el esfuerzo cortante actuando en ds . Se considera que cuando en el punto de la superficie más lejano del eje de rotación se ha alcanzado la resistencia máxima, c_u , en el resto de la superficie el valor del esfuerzo resistente es proporcional a la distancia al eje, lo cual se expresa como

$$c = \frac{r}{r_1} c_u \quad (\text{B.1.9})$$

De esta forma, en el instante incipiente de falla

$$dM_{rsf} = \frac{c_u}{r_1} r^2 ds = \frac{c_u}{r_1} r^3 \rho^* d\eta d\lambda \quad (\text{B.1.10})$$

Y el momento aportado por todo el mecanismo es

$$M_{rsf} = \frac{c_u}{r_1} \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} \int_{\eta_a}^{\eta_b} r^3 \rho^* d\eta d\lambda \quad (\text{B.1.11})$$

Sustituyendo Ecs. (B.1.1) y (B.1.5) en la (B.1.11), se tiene

$$M_{rsf} = \frac{c_u}{r_1} \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} \int_{\eta_a}^{\eta_b} \left[\left(\frac{B}{2}(1 + \cos\theta) - x_{gi} \right)^2 + z_{gi}^2 \right]^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{(r-r_c)^2 + \frac{B}{2} \sin\theta} \right) d\eta d\lambda \quad (\text{B.1.12})$$

Dado que el integrando no depende de η , se extrae de la primera operación

$$M_{rsf} = \frac{c_u}{r_1} \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} \left[\left(\frac{B}{2}(1 + \cos\theta) - x_{gi} \right)^2 + y_{gi}^2 \right]^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{(r-r_c)^2 + \frac{B}{2} \sin\theta} \right) \int_{\eta_a}^{\eta_b} d\eta d\lambda \quad (\text{B.1.13})$$

Por otra parte, para el punto P_1 dibujado, el máximo valor de η , que se denota con $\eta_{m\acute{a}x}$, es el que tiene el segmento $\overline{O'P_1}$ con respecto al plano vertical de simetría transversal, como puede desprenderse de la figura B.1.2. Obsérvese en esta figura que $r \cos\eta_{m\acute{a}x} = z_{gi}$, de ahí que los límites de integración son

$$\eta_a = 0 \text{ y } \eta_b = \eta_{m\acute{a}x} = \cos^{-1} \frac{z_{gi}}{r} \quad (\text{B.1.14})$$

Por otra parte, $\eta_{m\acute{a}x}$ no es un valor único, dado que depende de dónde esté ubicado el punto P_1 . El valor supremo que alcanza es η_{sup} , correspondiente a cuando $r = r_1$ en Ec. (B.1.14), esto es

$$\eta_{sup} = \cos^{-1} \frac{z_{gi}}{r_1} \quad (\text{B.1.15})$$

el cual sí es único. Al considerar los límites (Ec. B.1.14) en (B.1.13) se tiene

$$M_{rsf} = \frac{c_u}{r_1} \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} \left[\left(\frac{B}{2}(1 + \cos\theta) - x_{gi} \right)^2 + z_{gi}^2 \right]^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{(r - r_c)^2 + \frac{B}{2} \sin\theta} \right) \left(\cos^{-1} \frac{z_{gi}}{r} \right) d\lambda \quad (\text{B.1.16})$$

En esta expresión el integrando es función de θ , en tanto que la variable de integración es λ . Dado que ambas son codependientes, se debe expresar la primera en función de la segunda y sustituir en el integrando, o bien, hacer cambio de variable de integración. La siguiente es la expresión de la integral, toda en función de la variable θ .

$$M_{rsf} = \frac{c_u}{r_1} \int_{\theta_a}^{\theta_b} \left[\left(\frac{B}{2}(1 + \cos\theta) - x_{gi} \right)^2 + z_{gi}^2 \right]^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{(r - r_c)^2 + \frac{B}{2} \sin\theta} \right) \left(\cos^{-1} \frac{z_{gi}}{r} \right) \left(\frac{d\lambda}{d\theta} \right) d\theta \quad (\text{B.1.17})$$

donde, a partir de (B.1.6)

$$\frac{d\lambda}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \tan^{-1} \left(\frac{\frac{B}{2} \sin\theta}{r - r_c} \right)$$

Por otra parte, en la figura B.1.5 se aprecia la siguiente relación

$$\frac{B}{2} \cos\theta_{m\acute{a}x} = - \left(\frac{B}{2} - x_{gi} \right)$$

por lo que los límites de integración son

$$\theta_a = 0 \quad \text{y} \quad \theta_b = \theta_{m\acute{a}x} = \cos^{-1} \left(\frac{2x_{gi}}{B} - 1 \right) \quad (\text{B.1.18})$$

Para una superficie de falla toroide en particular, $\theta_{m\acute{a}x}$ es único. Obsérvese que estos límites y los del ángulo η , definen únicamente un cuarto del toroide. Para que quedara definido todo el toroide los límites de integración inferiores deberían ser

$$\eta_a = -\cos^{-1} \frac{z_{gi}}{r} \quad \text{y} \quad \theta_a = -\cos^{-1} \left(\frac{2x_{gi}}{B} - 1 \right) \quad (\text{B.1.19})$$

no obstante, se prefieren como ya habían sido definidos, por facilidad de los cálculos, y el resultado multiplicarlo por 4.

Con múltiples y muy variados esfuerzos, para los autores no fue posible resolver analíticamente esta integral. Ante ello, se optó por obtener una aproximación numérica a partir de la definición de integral definida, basada en la sumatoria de Riemann (Andrade

et al., 1982), que expresa que si $f(x)$ es una función definida en el intervalo $[a, b]$, como se muestra en la figura B.1.6, entonces

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\|\Delta\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta_i x \quad (\text{B.1.20})$$

Es decir, la integral es igual al valor de la sumatoria infinita de las áreas rectangulares en que se puede dividir el área encerrada bajo $f(x)$ y sobre el eje x , y entre las rectas $x = a$ y $x = b$, la cual se ilustra con rayado oblicuo en la misma figura. El rectángulo i tiene una altura de $f(\xi_i)$ y un ancho o amplitud de $\Delta_i x$; la amplitud se obtiene como $\Delta_i x = x_i - x_{i-1}$ y se forma con una selección de puntos $x_i \in [a, b]$, en que $i = 1, 2, \dots, n$ y $x_{i-1} < x_i$; además $x_0 = a$ y $x_n = b$. Δ es la mayor amplitud de todas las celdas. Por último, el punto $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$.

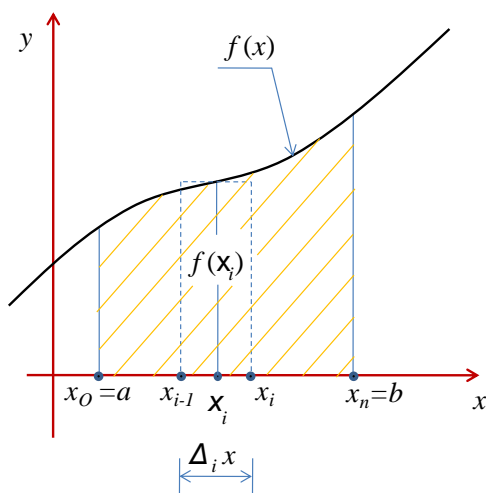


Figura B.1.6. Área bajo la curva $f(x)$, rectángulo i .

La ecuación B.1.16 se puede escribir como

$$M_{rsf} = \frac{c_u}{r_1} \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} r^3 \rho^* \eta_{\max} d\lambda = \frac{c_u}{r_1} \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} r^2 (r \eta_{\max}) (\rho^* d\lambda) \quad (\text{B.1.21})$$

en que $\rho^* d\lambda$ es el ancho del elemento diferencial. Tanto este diferencial como el integrando están expresados en función del parámetro θ , como se aprecia en la expresión (B.1.16). Utilizando la expresión B.1.20 se llega a

$$M_{rsf} = \frac{C_u}{r_1} \sum_{i=1}^n r_{mi}^2 (r\eta_{\max})_{mi} \Delta_i d \quad (\text{B.1.22})$$

El subíndice m se refiere a los valores medios de las variables en la amplitud $\Delta_i d$ en concordancia con la valuación de $f(x)$ en $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$, en la Ec. B.1.20. La anterior fórmula expresa el momento M_{rsf} como la suma de los momentos producidos por n franjas anulares en las que se puede descomponer la superficie toroide, cada una de arco $(r\eta_{\max})_{mi}$ y ancho real, $\Delta_i d$. En la figura B.1.7. se muestra la descomposición de la superficie toroide de falla en franjas (completas) y en la figura B.1.8 se muestra la mitad de la franja que pasa por el punto P_1 . La aproximación se tiene al hacer n un número finito suficientemente grande, para no considerar el concepto de límite. Con la expresión anterior se calcula un cuarto del momento M_{rsf} ; el algoritmo para ello se presenta en el Apartado B.1.4.

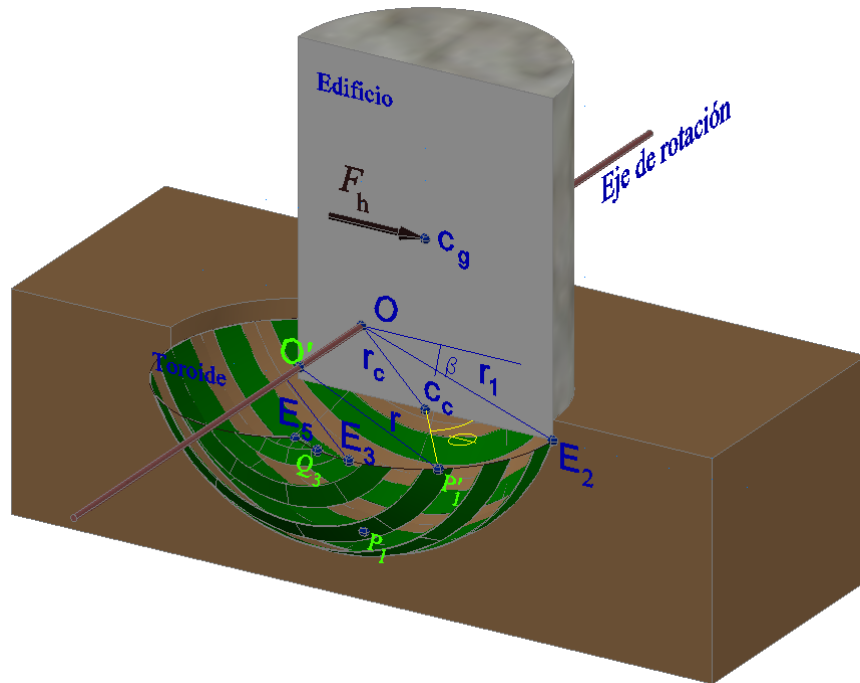


Figura B.1.7. Descomposición de la superficie del toroide en franjas para el cálculo de M_{rsf} ; aparecen salteadas para una mejor apreciación.

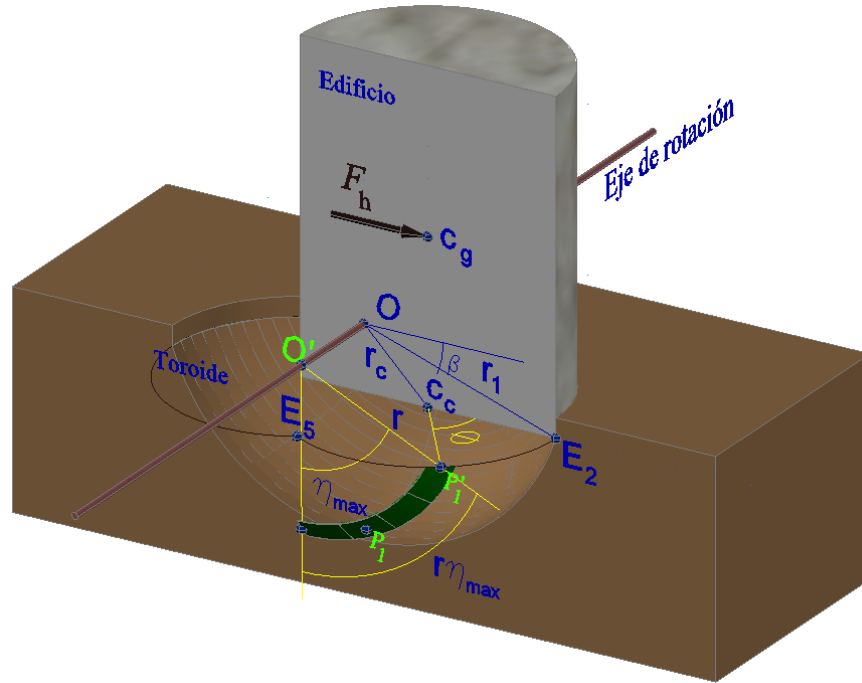


Figura B.1.8. Franja de la superficie de falla que pasa por el punto P_1 .

B.1.2 Momento de inercia debido al toroide (J_t)

El momento polar de inercia a la rotación de un cuerpo se define como

$$J = mR^2 \quad (B.1.23)$$

donde m es la masa del cuerpo y R es la distancia del centro de masa concentrada del cuerpo al eje de giro. La versión diferencial de esta fórmula es

$$dJ = \frac{\gamma}{g} r^2 dV \quad (B.1.24)$$

donde dV es un volumen diferencial del cuerpo, γ es el peso volumétrico y r es la distancia del centro de masa de este volumen al eje de giro.

Sea un punto cualquiera P_2 del interior del toroide, como el que se dibuja, también, en el plano de corte D-D' de la figura B.1.3; este punto se presenta aislado en la figura B.1.9. Sea dV una fracción de tamaño diferencial del volumen del toroide en torno al punto P_2 , definida por

$$dV = (dr)(dy)(rd\eta) \quad (\text{B.1.25})$$

donde dr , dy y $rd\eta$ son, respectivamente, el grosor, el ancho y la longitud de arco del elemento; r es la distancia del eje de giro al punto P_2 .

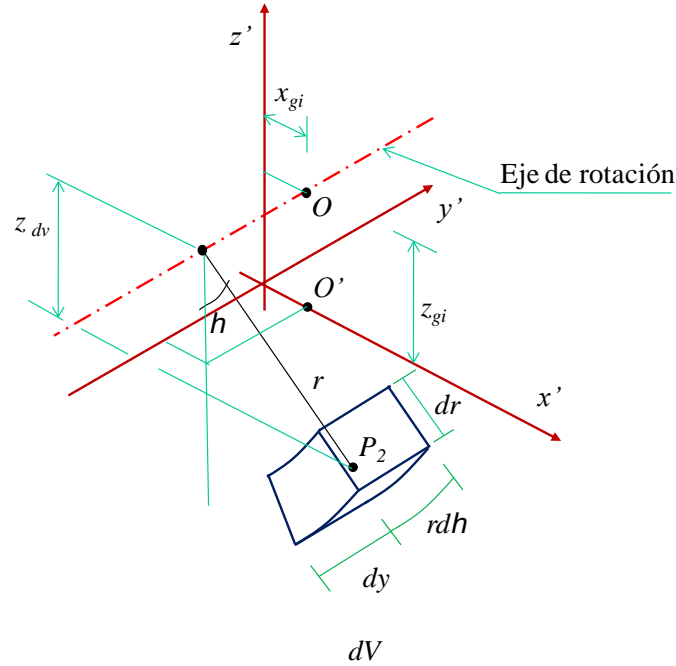


Figura B.1.9. Fracción diferencial dV del volumen del toroide en torno a un punto P_2 cualquiera, en el interior de éste. La posición de este punto se muestra en la figura B.1.3.

El momento de inercia de esta fracción es

$$dJ_t = r^2 dm_t = \frac{\gamma_s}{g} r^2 dV \quad (\text{B.1.26})$$

donde dm_t es su masa. Al sustituir dV , se tiene

$$dJ_t = \frac{\gamma_s}{g} r^3 dr dy d\eta \quad (\text{B.1.27})$$

El momento aportado por todo el mecanismo es

$$J_t = \frac{\gamma_s}{g} \int_{\eta_a}^{\eta_b} \int_{y_a}^{y_b} \int_{r_a}^{r_b} r^3 dr dy d\eta \quad (\text{B.1.28})$$

donde r se dio en la expresión B.1.3,

$$r = \sqrt{\left(\frac{B}{2}(1 + \cos\theta) - x_{gi}\right)^2 + z_{gi}^2}$$

Como puede apreciarse, el integrando es independiente de las variables y y η ; a su vez éstas son independientes entre sí, por lo que la integral puede reescribirse como

$$J_t = \frac{\gamma}{g} \int_{r_a}^{r_b} r^3 \int_{y_a}^{y_b} dy \int_{\eta_a}^{\eta_b} d\eta dr \quad (\text{B.1.29})$$

Puesto que se considera sólo la cuarta parte del toroide, el límite inferior de la variable y corresponde con el plano de análisis (o de simetría longitudinal) y el superior, en el frente con el borde circular de la cimentación; de acuerdo con la posición del punto P_2 el máximo valor que puede tomar la variable es la que tiene el punto P_1 (ver figura B.1.4); por lo tanto, los límites de integración son

$$y_a = 0 \quad \text{y} \quad y_b = \frac{B}{2} \sin \theta \quad (\text{B.1.30})$$

Los límites de la variable η son los mismos que los utilizados para el momento M_{rsf} (Ec. B.1.14), es decir

$$\eta_a = 0 \quad \text{y} \quad \eta_b = \eta_{\max} = \cos^{-1} \frac{z_{gi}}{r}$$

Al resolver las integrales internas entre sus respectivos límites y , posteriormente, renombrar $\frac{B}{2} \sin \theta = y$ para simplificar la expresión, se llega a

$$J_t = \frac{\gamma_s}{g} \int_{r_a}^{r_b} r^3 y \eta_{\max} dr = \frac{\gamma_s}{g} \int_{r_a}^{r_b} r^2 y (r \eta_{\max}) dr \quad (\text{B.1.31})$$

En esta ecuación cada literal del integrando, así como el diferencial son dependientes del parámetro θ . Utilizando la definición de Riemann,

$$J_t = \frac{\gamma_s}{g} \sum_{i=1}^n r_{mi}^2 y_{mi} (r \eta_{\max})_{mi} \Delta_i r \quad (\text{B.1.32})$$

El subíndice m se refiere a los valores medios de las variables en la amplitud $\Delta_i r$ en concordancia con la valuación de $f(x)$ en $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$, en la Ec. B.1.20. La anterior fórmula expresa el momento J_i como la suma de los momentos producidos por n dovelas en las que se puede descomponer el volumen del toroide, cada una de ancho y_{mi} , de grosor $\Delta_i r$ y de longitud de arco $(r\eta_{\max})_{mi}$. Esta descomposición se ilustra en la figura B.1.10, donde las dovelas (completas) se presentan salteadas para una mejor apreciación. En la figura B.1.11 se muestra nuevamente el corte D-D' definido en la figura B.1.2, en la cual se aprecia la sección de las dovelas con dimensiones en una de ellas. Con la expresión anterior se calcula un cuarto del momento J_i . Obsérvese, que los costados de las dovelas son las franjas utilizadas para calcular el momento M_{rsf} , por lo que los dos pueden calcularse en el mismo algoritmo, expuesto en el Apartado B.1.4.

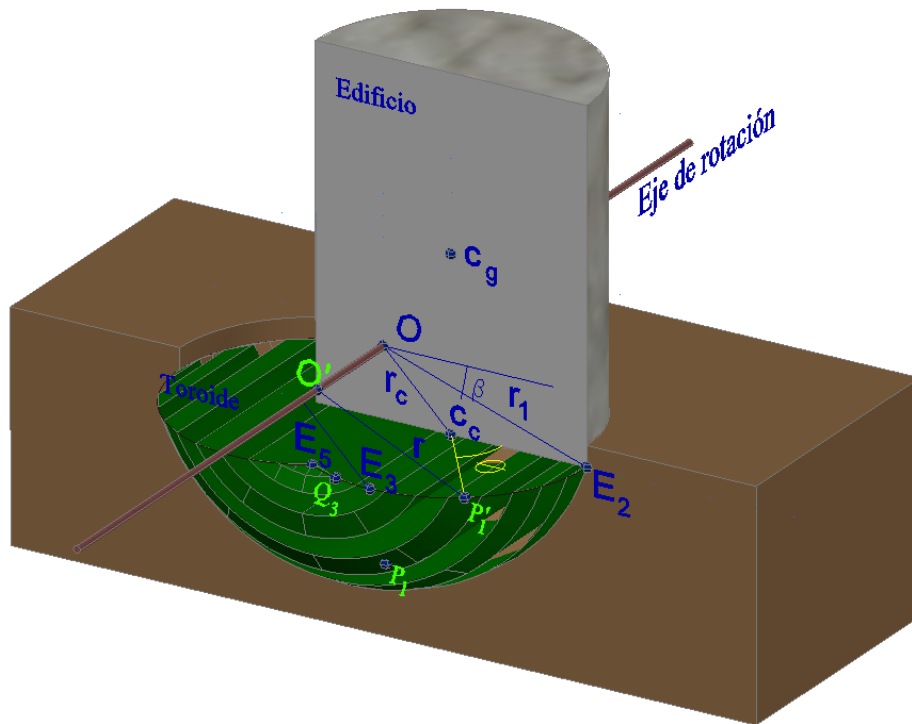


Figura B.1.10. Descomposición del volumen del toroide en dovelas para el cálculo de su momento de inercia, J_i y del momento debido al desplazamiento horizontal su centro de de gravedad, M_1 ; aparecen salteadas para una mejor apreciación.

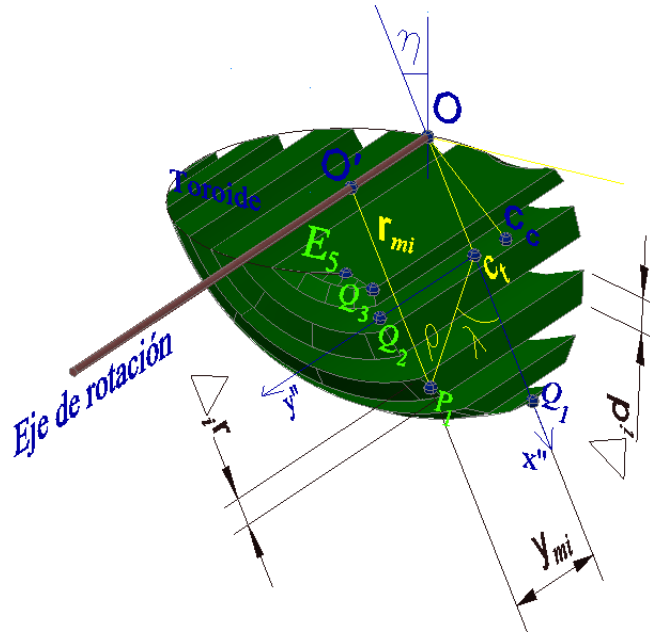


Figura B.1.11. Toroide descompuesto en dovelas en el corte D-D' definido en la figura B.1.2. Se muestran las dimensiones de la sección de la dovela cuyo costado pasa el punto P_1 . También aparece el ancho real de la franja, $\Delta_i d$, que se ocupa en la Ec. B.1.22, que sólo se aprecia en un corte de sección.

B.1.3 Momento dinámico debido al desplazamiento horizontal del toroide (M_1)

Sea nuevamente el punto P_2 presentado en la figura B.1.3 y el elemento dV formado en torno a él, esquematizado en la figura B.1.9. La figura B.1.12 ilustra el cálculo del desplazamiento horizontal del punto, y por ende de dV , cuando el sistema gira un ángulo ψ . El punto P_2 guarda un ángulo η con respecto al plano de simetría transversal y una distancia r respecto al eje de rotación. Al presentarse un giro ψ el punto P_2 llega hasta el punto P_2' habiendo recorrido una distancia $r\psi$ con una trayectoria circular (que no se muestra). El ángulo medio del segmento $\overline{P_2 P_2'}$ es $\eta + 0.5\psi$, sin embargo, dado que ψ es muy pequeño, se puede despreciar el segundo término. Por lo tanto, el desplazamiento horizontal es $r\psi \cos \eta$. Por otra parte, obsérvese en el dibujo que la distancia vertical del eje de giro al punto P_2 , la cual se denota con z_{dv} es $r \cos \eta$, por lo que el desplazamiento horizontal también puede expresarse como $z_{dv}\psi$. En lo que sigue, el interés por esta distancia, z_{dv} , es porque al multiplicarse por ψ se obtiene el desplazamiento horizontal.

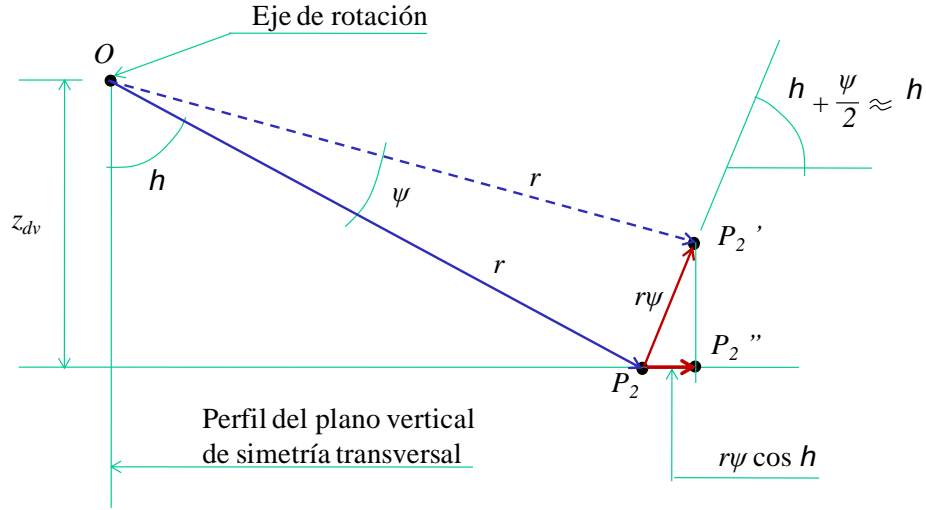


Figura B.1.12. Esquema en perfil del cálculo del desplazamiento horizontal.

El momento debido a este desplazamiento ocurrido al elemento dV de la figura B.1.9 es

$$dM_{dbc} = \gamma_s dV \cdot z_{dv} \psi = dM_1 \cdot \psi \quad (\text{B.1.33})$$

Donde $\gamma_s dV$ es el peso del elemento y $z_{dv} \psi$ es el desplazamiento recién obtenido. Así como en la Ec. 4.21 (Cap. 4) se aísla el ángulo ψ , de igual manera se hace aquí llegándose a que

$$dM_1 = \gamma_s dV z_{dv} \quad (\text{B.1.34})$$

Al sustituir dV (Ec. B.1.25) y $z_{dv} = r \cos \eta$, se tiene

$$dM_1 = \gamma_s r^2 \cos \eta dy d\eta dr \quad (\text{B.1.35})$$

El momento en todo el volumen es

$$M_1 = \gamma_s \int_{r_a}^{r_b} \int_{\eta_a}^{\eta_b} \int_{y_a}^{y_b} r^2 \cos \eta dy d\eta dr \quad (\text{B.1.36})$$

Dado que r (Ec. B.1.1) no es función de las variables y y η , ni éstas entre sí, las integrales se distribuyen como

$$M_1 = \gamma_s \int_{r_a}^{r_b} r^2 \int_{y_a}^{y_b} dy \int_{\eta_a}^{\eta_b} \cos \eta d\eta dr \quad (\text{B.1.37})$$

El elemento dV es igual al utilizado en el apartado anterior, por lo que se utilizarán los mismos límites de integración para las variables y y η (Ecs. B.1.14 y B.1.30). Con ello, al integrarse la ecuación anterior queda

$$M_1 = \gamma_s \int_{r_a}^{r_b} r^2 y \sin \eta_{\max} dr \quad (\text{B.1.38})$$

donde $y = \frac{B}{2} \sin \theta$

El producto infinito de Euler expresa que

$$\cos\left(\frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{4}\right) \cos\left(\frac{a}{8}\right) \dots = \prod_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{a}{2^n}\right) = \frac{\sin a}{a} \quad (\text{B.1.39})$$

Si se usa sólo un factor, la integral anterior queda

$$M_1 = \gamma_s \int_{r_a}^{r_b} r^2 y \left[\eta_{\max} \cos\left(\frac{\eta_{\max}}{2}\right) \right] dr = \gamma_s \int_{r_a}^{r_b} y(r \eta_{\max}) \left[r \cos\left(\frac{\eta_{\max}}{2}\right) \right] dr \quad (\text{B.1.40})$$

Expresando mediante la sumatoria de Riemann

$$M_1 = \gamma_s \sum_{i=1}^n y_{mi} (r \eta_{\max})_{mi} \left[r \cos\left(\frac{\eta_{\max}}{2}\right) \right]_{mi} \Delta_i r \quad (\text{B.1.41})$$

El factor $r \cos\left(\frac{\eta_{\max}}{2}\right)$ es la distancia vertical del punto medio de la dovela al eje de giro; el uso de todos los factores del producto de Euler da la distancia vertical del centroide de la dovela al eje de giro.

La anterior fórmula expresa el momento M_1 como la suma de los momentos producidos por n dovelas en las que se puede descomponer el volumen del toroide, cada de ancho y_{mi} , de grosor $\Delta_i r$ y de longitud $(r \eta_{\max})_{mi}$. Esta descomposición es la misma que la efectuada para el momento J_t , dado que se trata del mismo volumen. Con la expresión anterior se calcula un cuarto del momento M_1 , y se evalúa en el mismo algoritmo que M_{rsf} en el apartado B.1.4.

B.1.4 Algoritmo de integración de las expresiones para obtener M_{rsf} , J_t y M_1 .

Las expresiones para obtener estos momentos fueron deducidas en los apartados anteriores. El siguiente algoritmo se ideó sólo para evaluarlas. El ángulo de control o

parámetro es θ que se mide en el plano horizontal de desplante (A-A'). Los cálculos se hacen para un cuarto de la superficie y del volumen del toroide, y los resultados se multiplican al final por 4.

El algoritmo es el siguiente:

0. Dadas las características del edificio y el centro de la superficie (x_{gi}, z_{gi}) , calcular $\theta_{máx}$ mediante la expresión (B.1.18), r_1 y r_c con (B.1.3) y (B.1.4), y η_{sup} con (B.1.15).
1. Establecer $x_0^r = r_1 - r_c$, $y_0^r = 0$, $r_0^\theta = r_1$ y el arco supremo, $l_0 = \eta_{sup} \cdot r_1$
2. Proponer un número razonable de franjas, p. ej., $N_f = 20$ y obtener el incremento de ángulo correspondiente, $\Delta\theta = \frac{\theta_{máx}}{N_f}$.
3. Obtener el ángulo $\theta_i = i \cdot \Delta\theta$, donde $i = 1, 2, \dots, N_f$
4. Con θ_i obtener r_i^θ con la expresión (B.1.1) y el valor medio de la franja con $r_{mi}^\theta = \frac{r_{i-1}^\theta + r_i^\theta}{2}$
5. Obtener $(\eta_{máx})_i$ con (B.1.14) y el valor medio de la franja $(\eta_{máx})_{mi} = \frac{(\eta_{máx})_i + (\eta_{máx})_{i-1}}{2}$
6. Calcular $x_i^r = r_i^\theta - r_c$ y $y_i^r = \frac{B}{2} \sin \theta_i$ (coordenadas en el sistema x''-y'' de la figura B.1.4 de puntos frontera entre franjas en el plano D-D').
7. Calcular el arco medio de la franja, $l_{mi} = (\eta_{max})_{mi} r_{mi}$
8. Calcular el ancho de la franja $\Delta_i d = \sqrt{(x_i^r - x_{i-1}^r)^2 + (y_i^r - y_{i-1}^r)^2}$
9. Calcular el momento de la franja $(\Delta M_{rsf})_i = \frac{c_u}{r_1} r_{mi}^2 l_{mi} \Delta_i d$
10. Finalmente, $M_{rsf} = \sum_{i=1}^{N_f} (\Delta M_{rsf})_i$
11. Además, si $y_{mi}^r = \frac{y_i^r + y_{i-1}^r}{2}$ y $\Delta_i r = |x_i^r - x_{i-1}^r|$ y $z_{mi} = r_{mi}^\theta \cos \frac{(\eta_{max})_{mi}}{2}$, entonces se tiene $(\Delta M_{lr})_i = \gamma_s y_{im}^r l_{im} z_{im} (\Delta_i r)$ y $(\Delta J_t)_i = \frac{\gamma_s}{g} r_{mi}^2 y_{mi}^r l_{mi} (\Delta_i r)$
12. $M_{lr} = \sum_{i=1}^{N_f} (\Delta M_{lr})_i$
13. $J_t = \sum_{i=1}^{N_f} (\Delta J_t)_i$

B.2 Momento resistente del suelo adyacente (M_{rsa})

En la figura B.2.1 se presenta nuevamente el corte horizontal a nivel de desplante (corte A-A', definido en la figura B.1.2). En ella se muestra el área sobre la que gravita el suelo adyacente al edificio que participa en el equilibrio, A_{sa} (área con rayado oblicuo) y el área de la cimentación circular, A_b (encerrada por el círculo de línea continua). Asimismo, se muestra la proyección en este corte del eje de rotación; en el resto de este Apartado (B.2) se hará referencia a ésta como el eje de rotación, sabiendo que se trata de la proyección de éste. El área de suelo adyacente es la correspondiente al eje de giro ilustrado: se forma con un círculo de igual diámetro que el de la cimentación, ambos círculos separados de tal manera que el eje de giro pasa por sus puntos de intersección. El centroide del área cargada por el suelo adyacente es c_{sa} , el cual se encuentra a una distancia x_{sa} del eje de rotación. Se recuerda que el centro de la cimentación es c_c cuya distancia al eje de rotación es x_d . El área correspondiente a todo el mecanismo está compuesta por la unión de las dos circunferencias. Se menciona, además, el área de intersección de las dos circunferencias, A_I , cuyo centroide es O'' que a su vez es la proyección en este corte del centro de giro (punto O , en figura B.1.1).

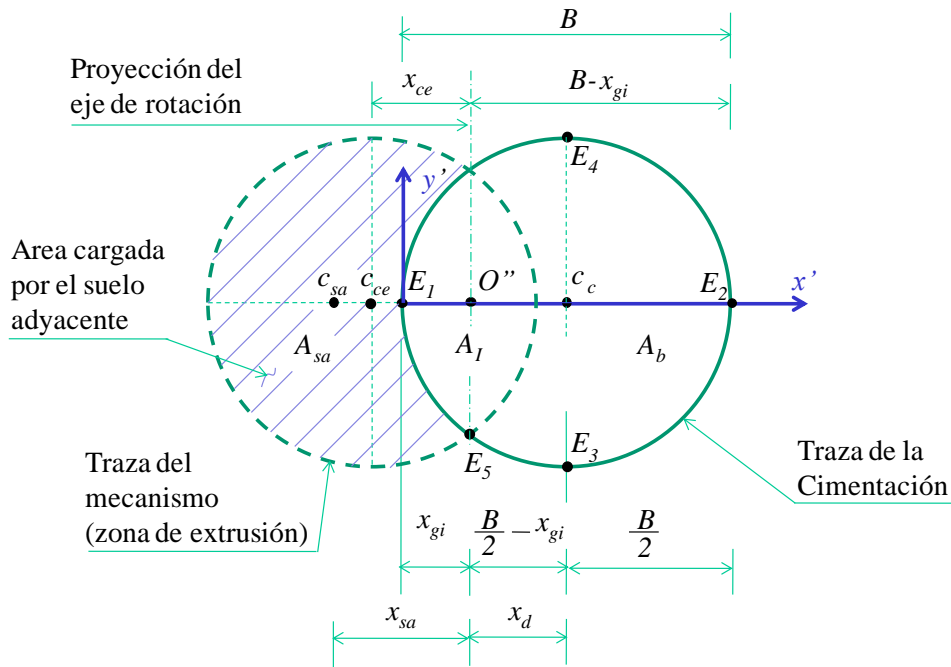


Figura B.2.1. Área cargada por el suelo adyacente a la cimentación, que se opone a la falla.

El momento que aporta el suelo adyacente al equilibrio es

$$M_{rsa} = W_{sa} \cdot x_{sa} \tag{B.2.1}$$

donde W_{sa} es el peso del suelo adyacente,

$$W_{sa} = \gamma_s D_f A_{sa} \quad (B.2.2)$$

El producto $W_{sa} \cdot x_{sa}$ de la Ec. B.2.1 se obtiene indirectamente como se explica continuación.

Denótese con A_{ce} el área encerrada por la circunferencia de línea discontinua (incluyendo la intersección con la circunferencia de línea continua). El centroide de esta área es c_{ce} (centro de la circunferencia), que está separado del eje de giro una distancia x_{ce} . Si esta área estuviese total y uniformemente cargada, el momento que produciría el peso de esta carga con respecto al eje de rotación sería

$$M_{ce} = \gamma_s A_{ce} h_c \cdot x_{ce} \quad (B.2.3)$$

Donde h_c es el espesor de la carga. Obsérvese, por otra parte, que esta área puede expresarse como la suma del área cargada por el suelo adyacente A_{sa} más el área de intersección A_I ; es decir,

$$A_{ce} = A_{sa} + A_I \quad (B.2.4)$$

Los momentos producidos por cada una de estas áreas cargadas son: M_{sa} debido a A_{sa} y M_I debido a A_I ; la suma de estos deberá ser igual al momento M_{ce} (Ec. B.2.3) producido en la suma de las áreas, A_{ce} , esto es

$$M_{ce} = M_{sa} + M_I \quad (B.2.5)$$

Dado que el centroide del área de intersección, O'' , cae sobre el eje de rotación (o viceversa), M_I es nulo y, por lo tanto la Ec. B.2.5 se reduce a

$$M_{ce} = M_{sa} \quad (B.2.6)$$

Por su parte,

$$M_{sa} = \gamma_s A_{sa} h_c \cdot x_{sa} \quad (B.2.7)$$

Al sustituir B.2.3 y B.2.7 en la igualdad (B.2.6), se tiene

$$\gamma_s A_{ce} h_c \cdot x_{ce} = \gamma_s A_{sa} h_c \cdot x_{sa} \quad (B.2.8)$$

Si se hace $h_c = D_f$ y considerando que $W_{sa} = \gamma_s D_f A_{sa}$ se obtiene

$$\gamma_s A_{ce} D_f \cdot x_{ce} = W_{sa} \cdot x_{sa} \quad (\text{B.2.9})$$

Se ha obtenido una expresión para calcular indirectamente el producto $W_{sa} \cdot x_{sa}$, que al sustituir en la expresión B.2.1, queda

$$M_{rsa} = \gamma_s A_{ce} D_f \cdot x_{ce} \quad (\text{B.2.10})$$

Donde A_{ce} y x_{ce} son, respectivamente, el área del círculo de línea discontinua y la distancia de su centroide al eje de giro. Finalmente, dado que la circunferencia de línea discontinua es igual a la de línea continua y que ambas están dispuestas simétricamente respecto al eje de rotación, se tiene que

$$A_{ce} = A_b \quad \text{y} \quad x_{ce} = x_d$$

por lo que

$$M_{rsa} = \gamma_s A_b D_f x_d \quad (\text{B.2.11})$$

Este resultado se puede comprender de esta otra manera:

Si el área compuesta por la unión de las dos circunferencias estuviese uniformemente cargada hasta una altura D_f , este material estaría en equilibrio respecto al eje de giro, puesto que su centroide, que también es O'' , está sobre el eje. Si súbitamente se removiera la parte de este volumen delimitada por la circunferencia de línea continua, lo que quedaría sería solamente el volumen de suelo adyacente, en desequilibrio. El momento desequilibrante sería precisamente $M_{rsa} = W_{sa} \cdot x_{sa}$, que es el momento buscado. Si se restituyera nuevamente el volumen removido, se volvería al equilibrio, por lo que puede decirse que M_{rsa} y el momento del volumen restituido tienen la misma magnitud. Este último está dado por la expresión (B.2.11) en el lado derecho.

B.3 Momento de inercia del sistema (J_s)

El sistema está formado por tres cuerpos: el edificio, el volumen de suelo adyacente al edificio y el volumen de suelo subyacente con forma de toroide. El momento debido al tercero fue obtenido en B.1. A continuación se obtiene el momento debido al edificio y el debido al suelo adyacente. Para ello se calculará, previamente, la inercia de un cilindro cualquiera con respecto a un eje perpendicular a su eje geométrico.

Sea un punto P_3 dentro de un volumen cilíndrico de radio r y de altura h como el mostrado en la figura B.3.1, en cuya base se halla centrado un sistema de referencia fijo. Este punto P_3 está ubicado a una altura z , con respecto a este sistema, y a esta misma altura se tiene un punto O' contenido en el eje vertical. Las coordenadas cilíndricas de P_3

son (l, θ, z) , donde l es su distancia al eje vertical o magnitud del segmento $\overline{O'P_3}$, y θ es el ángulo entre este segmento y el plano yz mostrado.

Un elemento diferencial de volumen en torno a P_3 es

$$dV = (l \cdot d\theta)(dl)(dz) \quad (\text{B.3.1})$$

el cual se ilustra también en la figura B.3.1 con sus dimensiones.

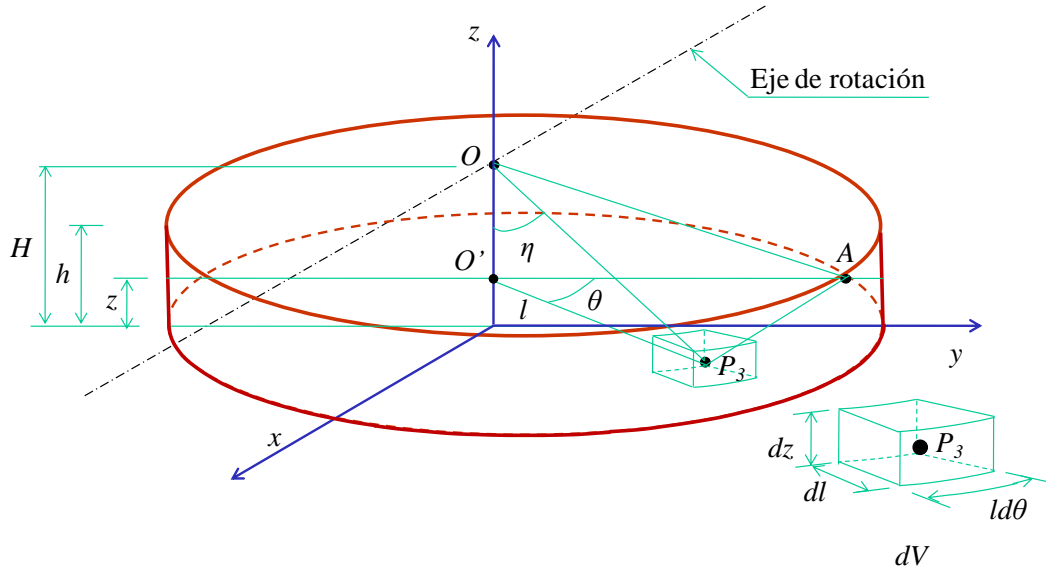


Figura B.3.1. Inercia de un cilindro con respecto a un eje de rotación perpendicular a su eje de simetría.

El momento de inercia de dV con respecto a un eje de rotación situado como se muestra en la figura, a una altura H , es

$$dJ = R^2 dm \quad (\text{B.3.2})$$

donde R es la distancia del punto P_3 al eje, e igual a la magnitud del segmento \overline{OA} , donde O es el punto de intersección entre el eje de rotación y el eje vertical o de simetría del cilindro, y el punto A es la proyección del punto P_3 sobre el plano yz ; por otra parte,

$$dm = \frac{\gamma}{g} dV = \frac{\gamma}{g} l dl d\theta dz \quad (\text{B.3.3})$$

donde γ es el peso volumétrico. Pitagóricamente, la magnitud de \overline{OA} se obtiene del triángulo $\overline{OO'A}$ como

$$R = \sqrt{(H - z)^2 + (l \cos \theta)^2} \quad (\text{B.3.4})$$

Sustituyendo (B.3.3) y (B.3.4) en (B.3.2) se tiene que

$$dJ = \frac{\gamma}{g} [(H - z)^2 + (l \cos \theta)^2] dl d\theta dz \quad (\text{B.3.5})$$

Por lo tanto el momento de inercia en todo el cilindro es

$$J = \frac{\gamma}{g} \int_{z_a}^{z_b} \int_{\theta_a}^{\theta_b} \int_{l_a}^{l_b} [(H - z)^2 + (l \cos \theta)^2] dl d\theta dz \quad (\text{B.3.6})$$

Dado que las tres variables de integración son independientes entre sí, mediante propiedades de las integrales se llega a una expresión más simple

$$J = \frac{\gamma}{g} \int_{l_a}^{l_b} dl \int_{\theta_a}^{\theta_b} d\theta \int_{z_a}^{z_b} (H - z)^2 dz + \frac{\gamma}{g} \int_{l_a}^{l_b} l^3 dl \int_{\theta_a}^{\theta_b} \cos^2 \theta d\theta \int_{z_a}^{z_b} dz \quad (\text{B.3.7})$$

Los límites de integración para el cilindro de la figura B.3.1 son

$$l_a = 0, l_b = r, \theta_a = 0, \theta_b = 2\pi, z_a = 0 \text{ y } z_b = h$$

Resolviendo la Ec. B.3.7 entre estos límites, se llega a

$$J = \frac{\pi\gamma}{3g} r^2 [H^3 - (H - h)^3] + \frac{\pi\gamma_s}{4g} hr^4 \quad (\text{B.3.8})$$

que es la inercia de un volumen cilíndrico en que su eje de simetría y el eje de giro son perpendiculares y coplanares, y la distancia de este último al centro de gravedad del volumen es $r_{ep} = H - \frac{h}{2}$. Cuando ambos ejes son perpendiculares, pero no son coplanares, se puede construir, a partir de la anterior, una expresión para calcular la inercia forzando a que el eje de giro pase por el centro de gravedad del cilindro, esto es $H = \frac{h}{2}$, con lo que se obtiene

$$J_{cg} = \frac{\pi\gamma}{12g} r^2 h^3 + \frac{\pi\gamma}{4g} hr^4 \quad (\text{B.3.9})$$

Además, se debe agregar un término correspondiente al eje paralelo, que en este caso es

$$J_{ep} = mr_{ep}^2 = \frac{\gamma}{g} \pi r^2 hr_{ep}^2 \quad (\text{B.3.10})$$

donde r_{ep} es la distancia del eje de giro al centro de gravedad. La inercia total es, por lo tanto,

$$J = J_{cg} + J_{ep} = \frac{\pi\gamma}{12g}r^2h^3 + \frac{\pi\gamma}{4g}hr^4 + \frac{\gamma}{g}\pi r^2hr_{ep}^2 \quad (\text{B.3.11})$$

Dado que la masa de un cilindro es $m = \frac{\gamma}{g}\pi r^2h$, la ecuación (B.3.11) se reescribe como

$$J = \frac{m}{12}h^2 + \frac{m}{4}r^2 + mr_{ep}^2 \quad (\text{B.3.12})$$

B.3.1 Momento de inercia del edificio

La información para el edificio $m = \frac{W_e}{g}$, $r = \frac{B}{2}$, $h = H_e$ y $r_{ep} = \sqrt{x_d^2 + y_d^2}$. Esta última cantidad es la distancia del centro de gravedad c_g del edificio al eje de giro. x_d y y_d se representan en la figura 4.4 y se explican en el párrafo posterior a la Ec. 4.8, ambos en el cuerpo principal de este texto. Sustituyendo estos valores, la Ec. (B.3.12) se reescribe como

$$J_e = \frac{W_e}{12g}H_e^2 + \frac{W_e}{16g}B^2 + \frac{W_e}{g}(x_d^2 + y_d^2) \quad (\text{B.3.13})$$

B.3.2 Momento de inercia del suelo adyacente

En el apartado B.2 se explicó que el suelo adyacente al edificio que contribuye a la estabilidad, gravita sobre un área circular que se interseca con el área también circular de la cimentación. El volumen de este material V_{sa} , de espesor D_f , se puede obtener como el volumen de un cilindro V_{ce} , de diámetro B y altura D_f , menos el volumen de intersección V_I que se forma al levantar una altura D_f el área de intersección, tal como se ilustra en la figura B.3.2. De la misma manera, se puede calcular el momento de inercia del suelo adyacente como el momento de este cilindro menos el momento del volumen de intersección. Esto se hará a continuación.

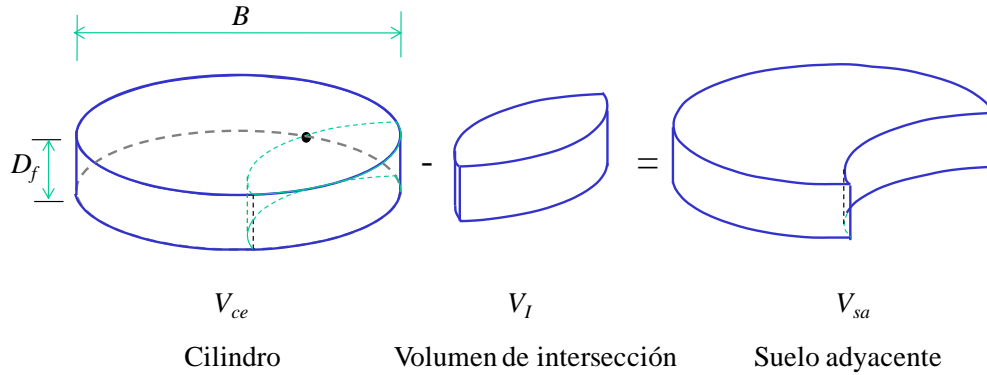


Figura B.3.2. Esquema del volumen de suelo adyacente, V_{sa} .

El momento de inercia del cilindro se calcula a partir de la ecuación B.3.12. La masa, el radio y la altura del cilindro de suelo adyacente son, respectivamente, $m_{ce} = \frac{W_{ce}}{g}$, $r = \frac{B}{2}$ y $h = D_f$. El peso del cilindro adyacente es $W_{ce} = \frac{1}{4} \gamma_s \pi B^2 D_f$

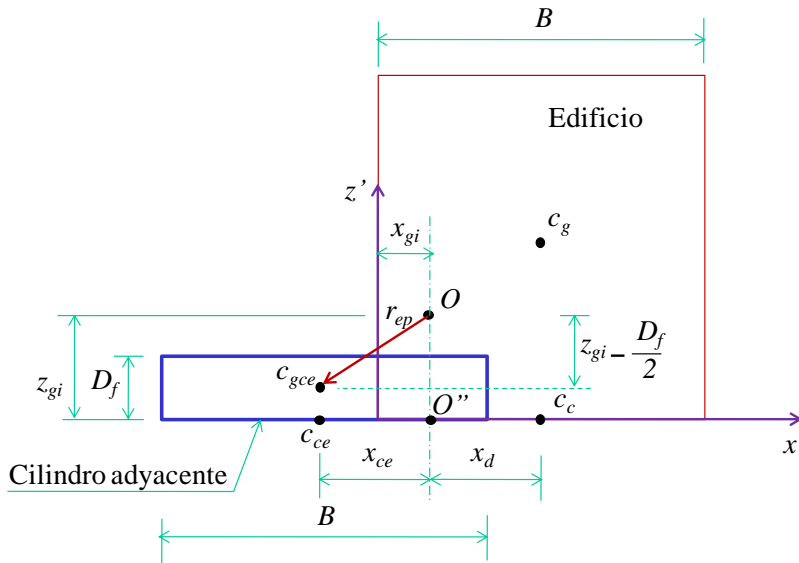


Figura B.3.3. Perfil esquemático para el cálculo del momento de inercia del cilindro adyacente.

Dado que los círculos que delimitan al área adyacente y a la cimentación tienen el mismo diámetro y están situados simétricamente respecto al plano vertical transversal que pasa por el centro de rotación, O (ver figura B.2.1), la distancia horizontal del centro de giro al centro de masa del cilindro adyacente, c_{gce} , es igual a la distancia horizontal del centro

de giro al centro de masa del edificio, c_g ; es decir, $x_{ce} = x_d$. Por lo anterior, la distancia del eje de rotación al centro de este cilindro es $r_{ep} = \sqrt{x_d^2 + \left(z_{gi} - \frac{D_f}{2}\right)^2}$.

Sustituyendo la información anterior en la Ec. B.3.12, se tiene

$$J_{ce} = \frac{W_{ce}}{12g} D_f^2 + \frac{W_{ce}}{16g} B^2 + \frac{W_{ce}}{g} \left(x_d^2 + \left(z_{gi} - \frac{D_f}{2} \right)^2 \right) \quad (\text{B.3.14})$$

Por otra parte, el momento de inercia del volumen de intersección, J_I , se calcula fragmentándolo en pequeñas porciones, como se explica a continuación.

En la figura B.3.4 se muestra en corte horizontal a nivel de desplante, el área de intersección entre las dos circunferencias, A_I . Sus dos ejes de simetría: la proyección del eje de rotación y el eje x' , la dividen en 4 partes simétricamente iguales y, por lo tanto, el volumen de intersección V_I también queda dividido en 4 partes que equidistan del eje de giro, por lo que basta con calcular el momento de una de éstas y multiplicarlo por 4. La parte del área utilizada para el cálculo de J_I se muestra en la misma figura con un rayado vertical, que además, ilustra la partición del área en rectángulos alargados; p. ej., el rectángulo j , que aparece con un rayado secundario, tiene dimensiones: y_{mj}^I de largo y Δx_j^I de ancho. Al introducir la dimensión vertical, se forma un paralelepípedo de altura Δz_k^I , ubicado en el nivel k , que se ilustra en la misma figura en isométrico. θ_{mj}^I es el ángulo entre los segmentos $\overline{P_4 c_c}$ y $\overline{E_1 c_c}$, donde P_4 es un punto auxiliar situado sobre la circunferencia de la cimentación a la mitad del ancho del rectángulo j (de ahí el subíndice m), usado para definir la longitud de éste (y_{mj}^I); las coordenadas de este punto en el sistema de referencia ($x'''-y'''$) mostrado son x_{mj}^I y y_{mj}^I . Si se usa un punto auxiliar sobre la circunferencia, pero ahora en el borde del rectángulo, el ángulo que se forma es θ_j^I y sus coordenadas son x_j^I y y_j^I (es decir, sin el subíndice m).

Se propone un número razonable de divisiones horizontales del volumen, p. ej., $N_{dh} = 20$ y de verticales, p. ej., $N_{dv} = 10$. Asimismo, se propone que los rectángulos se vayan formando de izquierda a derecha (en figura B.3.4) al variar incrementalmente el ángulo θ_j^I de 0° a θ_{\max}^I ; con lo que el punto auxiliar se irá moviendo, entre estos dos ángulos, de E_1 a E_5 . Si se usa un incremento de ángulo fijo, los rectángulos tendrán diferente ancho, siendo más esbeltos mientras más cercanos estén al punto E_1 , lo cual es un aspecto positivo, dado que se requiere para una buena definición de la geometría en esa zona. Se utiliza también un incremento de altura constante. Estos incrementos son

$$\Delta\theta^I = \frac{\theta_{máx}^I}{N_{dh}} \quad y \quad \Delta z^I = \frac{D_f}{N_{dv}} \quad (B.3.15)$$

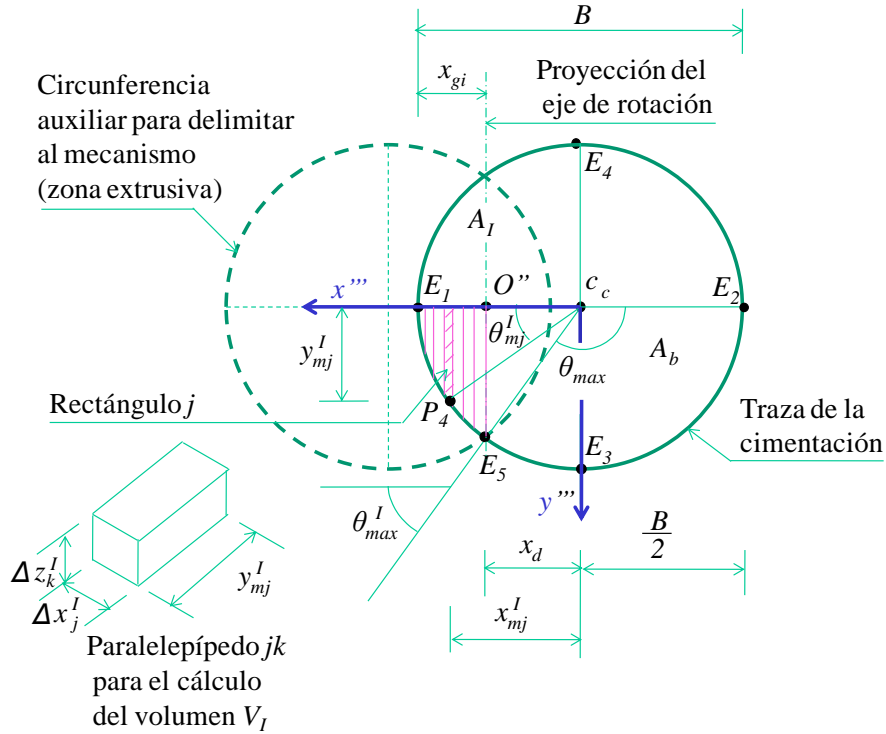


Figura B.3.4. Parámetros utilizados en el cálculo de J_I .

El volumen de cada uno de los paralelepípedos que se forman con el rectángulo j , a cualquier elevación, es

$$\Delta V_j^I = y_{mj}^I \Delta x_j^I \Delta z^I \quad (B.3.16)$$

La aportación al momento de inercia del paralelepípedo jk , es decir, del que se forma con el rectángulo j y está a la elevación k , es

$$\Delta J_{jk}^I = \Delta m_j^I (r_{jk}^I)^2 = \frac{\gamma_s}{g} \Delta V_j^I (r_{jk}^I)^2 = \frac{\gamma_s}{g} y_{mj}^I \Delta x_j^I \Delta z^I (r_{jk}^I)^2 \quad (B.3.17)$$

donde Δm_j^I y r_{jk}^I son, respectivamente, su masa y la distancia del eje de giro a su centro de masa. El momento de todo el volumen es

$$J_I = \sum_{j=1}^{N_{dh}} \sum_{k=1}^{N_{dv}} \Delta J_{jk}^I \quad (\text{B.3.18})$$

Para el cálculo de este momento se propuso siguiente el algoritmo:

0. Dadas las características del edificio y el centro de la superficie (x_{gi}, z_{gi}) , calcular $\theta_{máx}$ mediante la expresión (B.1.18) y $\theta_{máx}^I = \pi - \theta_{máx}$
1. Establecer $x_0^I = \frac{B}{2}$ y $y_0^I = 0$ (primer punto auxiliar)
2. Obtener el ángulo $\theta_j^I = j \cdot \Delta\theta^I$, donde $j = 1, 2, \dots, N_{dh}$
3. Calcular $x_j^I = \frac{B}{2} \cos\theta_j^I$ y $y_j^I = \frac{B}{2} \sin\theta_j^I$ (subsecuentes puntos auxiliares)
4. Calcular los valores medios de estos valores: $x_{mj}^I = \frac{x_j^I + x_{j-1}^I}{2}$ y $y_{mj}^I = \frac{y_j^I + y_{j-1}^I}{2}$ y el ancho del rectángulo j , mediante $\Delta x_j^I = x_j^I - x_{j-1}^I$
5. Establecer $z_0^I = 0$
6. Para cada valor de j , calcular $z_k^I = k \cdot \Delta z^I$ $k = 1, 2, \dots, N_{dv}$
7. Calcular la altura media del paralelepípedo $z_{mk}^I = \frac{z_k^I + z_{k-1}^I}{2}$
8. Determinar la distancia del eje de giro al centro del paralelepípedo $r_{jk}^I = \sqrt{(x_{mj}^I - x_d)^2 + (z_{gi} - z_{mk}^I)^2}$
9. $\Delta J_{jk}^I = \frac{\gamma_s}{g} y_{mj}^I \Delta x_j^I \Delta z^I (r_{jk}^I)^2$
10. $J_I = \sum_{j=1}^{N_{dh}} \sum_{k=1}^{N_{dv}} \Delta J_{jk}^I$

Finalmente, el momento de inercia del suelo adyacente es

$$J_{sa} = J_{ce} - J_I \quad (\text{B.3.19})$$

Y el momento de inercia del sistema es

$$J_s = J_I + J_e + J_{sa} \quad (\text{B.3.20})$$

cuyos términos están dados por las expresiones (B.1.32), (B.3.13) y (B.3.19).

Apéndice C Método de integración numérica

Método de Newmark

a) Valores iniciales de las variables

Definir las variables de masa, M y rigidez, K que a su vez determinan el periodo natural del sistema.

Inicializar los vectores U , \dot{U} y \ddot{U} para un tiempo $t = 0$.

Seleccionar los parámetros α y δ

$$\delta \geq 0.50 \quad (\text{C.1})$$

$$\alpha \geq 0.25(0.5 + \delta)^2 \quad (\text{C.2})$$

Para el intervalo de tiempo del acelerograma, calcular las constantes de integración

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \quad (\text{C.3})$$

$$a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t} \quad (\text{C.4})$$

$$a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \quad (\text{C.5})$$

$$a_6 = \Delta t(1 - \delta) \quad (\text{C.6})$$

$$a_7 = \delta \Delta t \quad (\text{C.7})$$

Establecer la rigidez efectiva, \hat{K} :

$$\hat{K} = K + a_0 M \quad (\text{C.8})$$

b) Para cada intervalo de tiempo:

Calcular las cargas efectivas para $t + \Delta t$:

$$\hat{R}_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t} + M \left(a_0 U_t + a_2 \dot{U}_t + a_3 \ddot{U}_t \right) \quad (\text{C.9})$$

Resolver los desplazamientos para $t + \Delta t$:

$$U_{t+\Delta t} = \frac{\hat{R}_{t+\Delta t}}{\hat{K}} \quad (\text{C.10})$$

Calcular las velocidades y aceleraciones para $t + \Delta t$:

$$\ddot{U}_{t+\Delta t} = a_0(U_{t+\Delta t} - U_t) - a_2 \dot{U}_t - a_3 \ddot{U}_t \quad (\text{C.11})$$

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \dot{U}_t + a_6 \ddot{U}_t + a_7 \ddot{U}_{t+\Delta t} \quad (\text{C.12})$$

Apéndice D Comparación de los modelos 2D, 2D toroide y 3D

En el apartado 2.4 se describe someramente el modelo bidimensional (2D) y, de manera más amplia, en Merlos y Romo (2006) y Merlos (2002); en tal modelo el mecanismo de falla es circular, se aplica a cimientos largos y la excitación actúa en una sola dirección. Con base en esa modelación, en el apartado 4.1 de esta tesis, se desarrolla una versión para cimentaciones circulares, que utiliza un mecanismo de falla toroide (*2D toroide*); la excitación en ésta también actúa en una sola dirección. Posteriormente, en el apartado 4.2 el procedimiento es modificado para considerar la excitación en 3 direcciones ortogonales (modelo 3D); esta última versión quedó con la opción de ser utilizada en una sola dirección, que se estudiará en este apéndice. En lo que sigue diferénciese el mecanismo circular usado por el modelo 2D, y cimentación circular para la cual fueron creados los modelos 2D toroide y 3D. Finalmente, debe decirse que el modelo *2D toroide* es una versión de enlace entre los modelos 2D y 3D; lo que hace, lo hace también el 3D como se mostrará en este apéndice, en donde también encuentra su única mención fuera del apartado 4.1.

En aras de claridad los modelos 2D y 3D aparecerán eventualmente como *2D circular* y *3D toroide*, respectivamente, en alusión al mecanismo utilizado, como ocurre con el 2D toroide. Fuera de este apéndice tal información adicional es superflua.

D.1 Comparación de los modelos 2D y 2D toroide

El objetivo de las comparaciones siguientes es observar las diferencias en los giros y asentamientos que se calculan con los mecanismos circular y toroide, para estructuras con las mismas características, excepto que en un caso la cimentación es de longitud infinita y en el otro, circular. La excitación también es la misma en ambos casos.

Se calcularon los giros y asentamientos de edificios hipotéticos con estas cimentaciones, cuyos datos se muestran en la tabla D.1. La única diferencia es el peso: en el primer caso se utiliza una franja de 1 m de longitud y en el segundo, un cilindro completo, por ello en este último el peso es mayor. Los pesos fueron calculados con una carga distribuida de 0.935 t/m^2 por piso.

El acelerograma aplicado en el centro de masa del edificio se presenta en la figura D.1. Se trata de una señal senoidal de 4 ciclos, con amplitud 0.3 g y frecuencia 0.5 Hz. El incremento de tiempo utilizado fue 0.01 s.

Los resultados se presentan en las figuras D.2 a D.6, denotándose estos modelos como 2D circular y 2D toroide, como se explicó en un párrafo anterior. En la figura D.2 se presenta la comparación del factor de seguridad para las dos superficies de falla. En ella puede apreciarse que cuando la aceleración es nula o muy baja, el mecanismo de falla circular es menos estable que el toroide, por ejemplo, al inicio el circular tiene un factor de seguridad de 1.33 y el toroide 1.55. Sin embargo, cuando las aceleraciones se incrementan la situación se invierte, la cimentación con falla circular es más estable, como lo indica el factor de seguridad mínimo alcanzado de 0.62 vs 0.53 del mecanismo

toroide; recuérdese que cuando este factor es menor que 1.0 los modelos calculan giros y asentamientos. Cuando las aceleraciones vuelven a valores bajos, el mecanismo toroide vuelve a ser más estable, no obstante, en estos instantes no se producen giros. Lo anterior explica que las respuestas en términos de giros y asentamientos permanentes sean mayores para el mecanismo toroide que para el circular, como se evidencia en las figuras D.3 y D.4, aunque estáticamente sea más estable el primero.

Tabla D.1. Datos utilizados en la comparación de los modelos 2D, 2D toroide y 3D.

Característica	Unidad	Valor según el modelo	
		2D (2D circular)	2D toroide y 3D (3D toroide)
Ancho de la cimentación (diámetro), B	m	9.3	9.3
Longitud	m	1.0	No aplica
Altura del edificio, H_c (pisos)	m	18.6 (6)	18.6 (6)
Altura del centro de gravedad, H_{eqc}	m	9.3	9.3
Peso del edificio, W_e	t	52.18	381.16
Profundidad de desplante, D_f	m	0.0	0.0
Peso volumétrico, γ_s	t/m ³	1.2	1.2
Resistencia no drenada, c_u	t/m ²	1.36	1.36
Inclinación inicial, ψ_0	grados	0.0	0.0

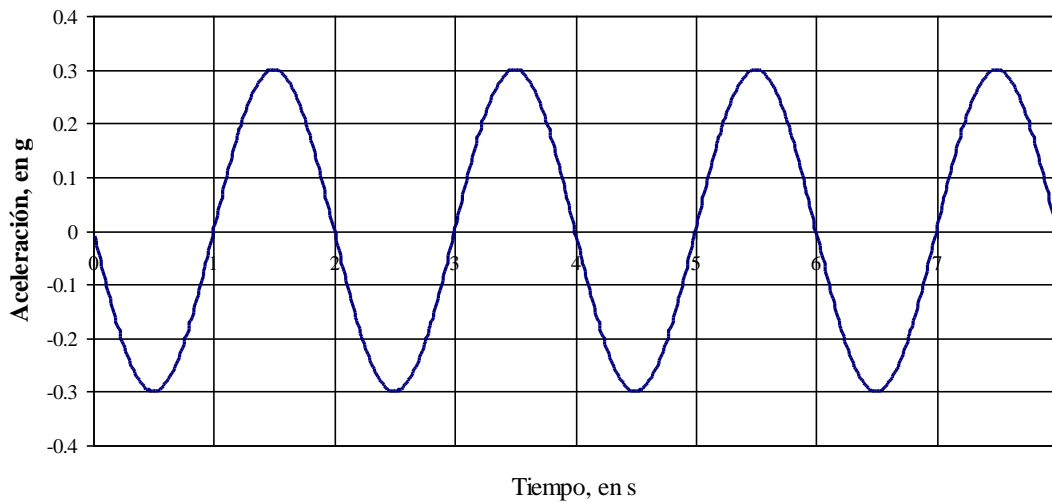


Figura D.1. Excitación aplicada en el centro de masa de los edificios hipotéticos.

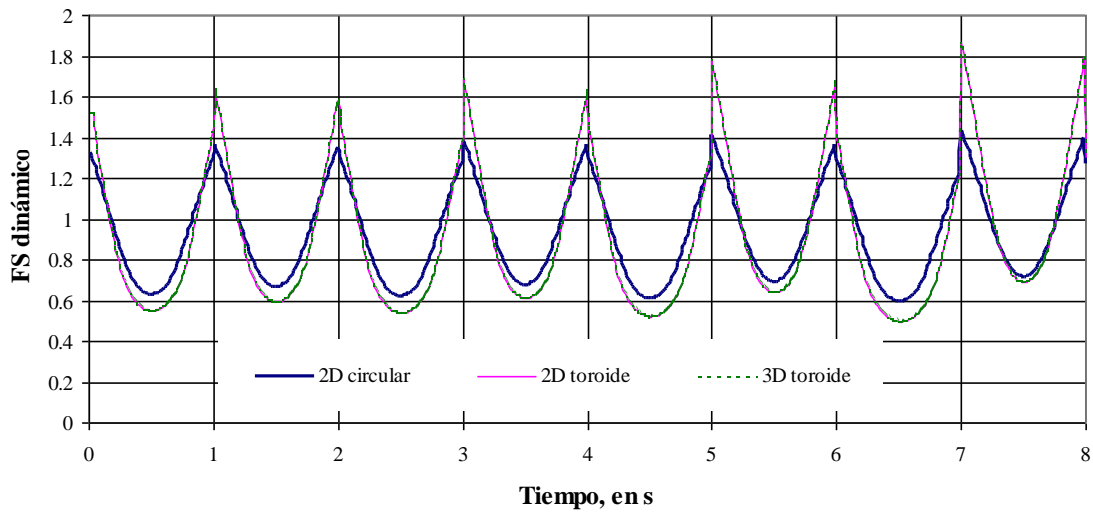


Figura D.2. Comparación de los factores de seguridad calculados con los modelos bidimensional (circular), bidimensional toroide y tridimensional (toroide).

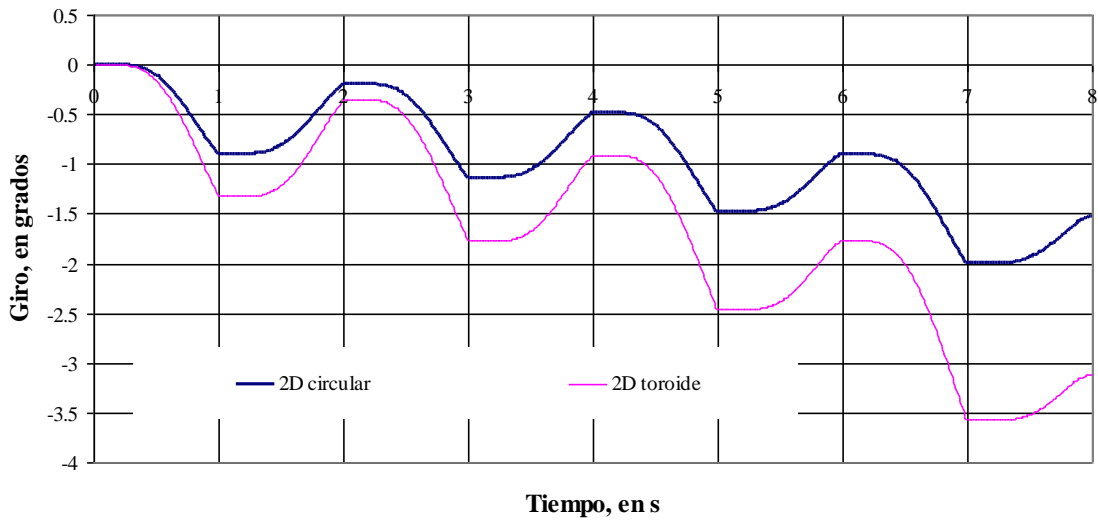


Figura D.3. Comparación de resultados (giros) del modelo bidimensional con mecanismos circular y toroide.

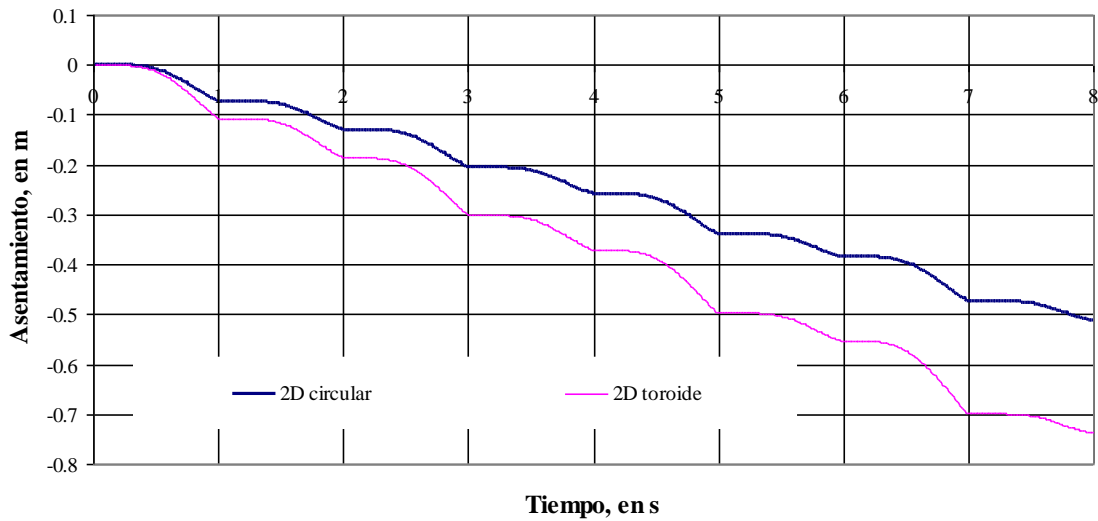


Figura D.4. Comparación de resultados (asentamientos totales) del modelo bidimensional con mecanismos circular y toroide.

En la figura D.5 se muestra el corrimiento del centro de giro con la aceleración. Esta gráfica, construida como se explica para la figura 4.4 (que es similar y fue hecha para un solo valor de aceleración), muestra condiciones más críticas para el modelo toroide que para el circular, cuando la aceleración aumenta; es decir, para el mismo valor de aceleración, p. ej., 0.05 g, el centro del mecanismo toroide está más cerca del centro de la cimentación y de la base, donde el mecanismo, del cual dependen los momentos resistentes y, por lo tanto, la seguridad, son más críticos en el caso toroide que el circular, como se mostrará más adelante.

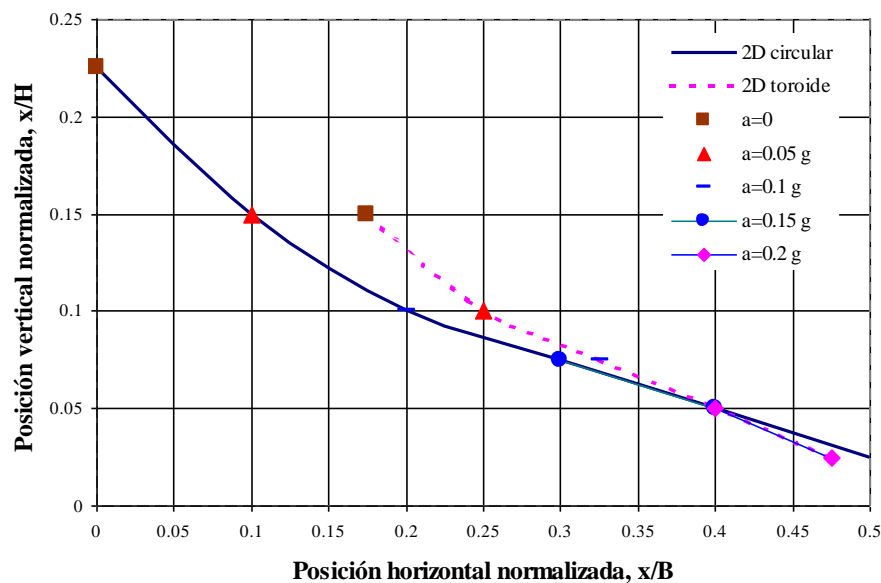


Figura D.5. Corrimiento del centro de giro con la aceleración para las superficies circular y toroide.

En la Figura D.6 se muestra el valor del factor de capacidad de carga N_c calculado para diferentes valores de aceleración con el modelo 2D y el desarrollado en esta tesis, para cimentación alargada y circular, respectivamente. De igual manera, esta gráfica ilustra condiciones más estables en condiciones estáticas para la cimentación circular cuyo mecanismo de falla es un toroide que para la alargada cuyo mecanismo es circular: el valor de N_c estático es 6.42 para la cimentación circular y 5.5 para la cimentación de longitud infinita (los valores aceptados como exactos en la literatura son 6.05, Cox et al., 1965, y 5.14, respectivamente). Cuando la aceleración aumenta, ocurre lo opuesto, es decir, la cimentación circular (mecanismo toroide) presenta valores menores de este factor que la cimentación larga (mecanismo circular), lo que se traduce en mayor inestabilidad de la cimentación circular que la de longitud infinita.

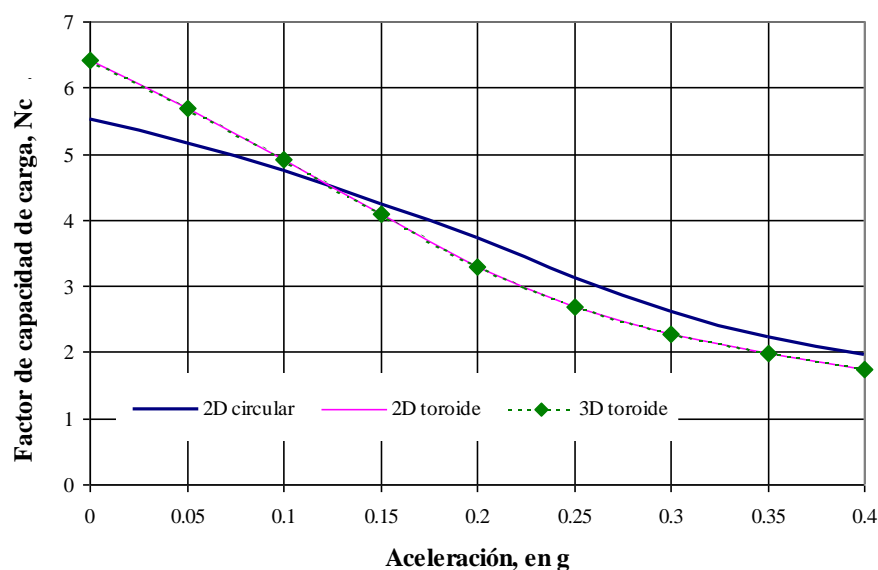


Figura D.6. Variación del factor de capacidad de carga, N_c , con la aceleración.

En la tabla D.2 se presenta una demostración analítica simple de que la cimentación circular tiene condiciones de estabilidad más graves que la de longitud infinita para el caso sísmico más crítico de ambas: cuando el centro de giro se encuentra en el centro de la cimentación al nivel de desplante. En esta circunstancia el mecanismo circular se vuelve un semicírculo bajo la cimentación y el toroide una semiesfera. Por sencillez, la profundidad de desplante es cero, la inclinación del edificio es nula, y no se tiene aceleración vertical, con lo cual los momentos correspondientes no intervienen y se simplifica la ecuación de equilibrio. En ambos casos el ancho (diámetro) del edificio es B y la altura es H_e .

Tabla D.2. Análisis de estabilidad de las cimentaciones larga y circular en la condición más crítica.

Tipo de cimentación	Longitud infinita	Circular
Mecanismo	circular	Toroide
Momentos resistentes, M_r	Resistencia en la superficie de falla, M_{rsf} Peso del suelo adyacente, M_{rsa}	
Momentos actuantes, M_a	Peso del edificio, M_{awe} Fuerza de inercia horizontal, M_{afh} Fuerza de inercia vertical, M_{afv} Inclinación del edificio, M_{aie}	
Factor de seguridad, $FS = \frac{\sum M_r}{\sum M_a}$	$FS = \frac{M_{rsf} + M_{rsa}}{M_{awe} + M_{afh} + M_{afv} + M_{aie}}$	
Con profundidad de desplante cero, ángulo de inclinación nulo y sin aceleración vertical,	$FS = \frac{M_{rsf}}{M_{awe} + M_{afh}}$	
Cuando el centro de giro está en el centro de la cimentación, $M_{awe} = 0$	$FS = \frac{M_{rsf}}{M_{afh}}$	
En esa misma posición el mecanismo se ha vuelto	semicírculo	semiesfera
Área de la cimentación (o franja unitaria)	$A = B$	$A_b = \frac{\pi B^2}{4}$
Área de la superficie de falla	$\frac{\pi B}{2}$	
Momento M_{rsf} es	$\frac{\pi B^2}{4} c_u = 0.78 B^2 c_u$	
M_{rsf} en términos del área del cimientto, el ancho (diámetro) y la resistencia	$0.78 AB c_u$	$0.67 A_b B c_u$ (ver figura 3.4, capítulo 3 o figura 4.6, capítulo 4)
Si γ_e es el peso por metro cúbico del edificio, el peso total es	$AH_e \gamma_e$	$A_b H_e \gamma_e$
El momento M_{afh} es (ver ecuación 4.8)	$AH_e \gamma_e \left(\frac{a_h}{g} \right) \frac{H_e}{2}$	$A_b H_e \gamma_e \left(\frac{a_h}{g} \right) \frac{H_e}{2}$
Sustituyendo en $FS = \frac{M_{rsf}}{M_{afh}}$	$0.78 \frac{B c_u}{\gamma_e} \left(\frac{2g}{a_h H_e^2} \right)$	$0.67 \frac{B c_u}{\gamma_e} \left(\frac{2g}{a_h H_e^2} \right)$
Como las literales en ambas expresiones son las mismas, FS es menor para la cimentación circular que para la alargada, cuando el centro de giro está en el centro de la base (debido a aceleraciones altas). En esta posición y cercanas FS puede tomar valores menores que 1.0, lo que conllevaría a mayores giros en la cimentación circular.		

D.2 Comparación de los modelos 2D toroide y 3D

El objetivo de esta comparación es mostrar que el modelo 3D utilizado en una sola dirección, calcula lo mismo que el 2D toroide; actividad que ayuda a descartar errores en las expresiones con las que se contemplan las 3 direcciones de la excitación. El uso del modelo 3D en una sola dirección horizontal es hecho mediante la introducción de un vector de ceros en la dirección no requerida. También puede hacerse mediante la aplicación del mismo acelerograma en las dos direcciones horizontales multiplicados por factores adecuados para que la resultante quede en la dirección y con la magnitud, requeridas.

La información con la que se alimentó el modelo 3D es la misma que fue usada por el 2D toroide, como se observa en la tabla D.1. Por ahorro de gráficas, en la figura D.2 se incluyó el factor de seguridad calculado con el modelo 3D (toroide). Se aprecia en la figura que los valores son idénticos en ambos casos (2D toroide y 3D toroide). En las figuras D.7 y D.8 se muestran los resultados (giros y asentamientos) obtenidos con el modelo bidimensional toroide y con el tridimensional, siendo éstos idénticos.

Se hicieron, además, pruebas variando horizontalmente el ángulo de la dirección de la excitación. Resultó en todos los casos el mismo giro (con rumbo paralelo a la excitación) y el mismo asentamiento, que los mostrados en las figuras D.7 y D.8, lo que da confianza para su uso con otras excitaciones de componentes horizontales distintas.

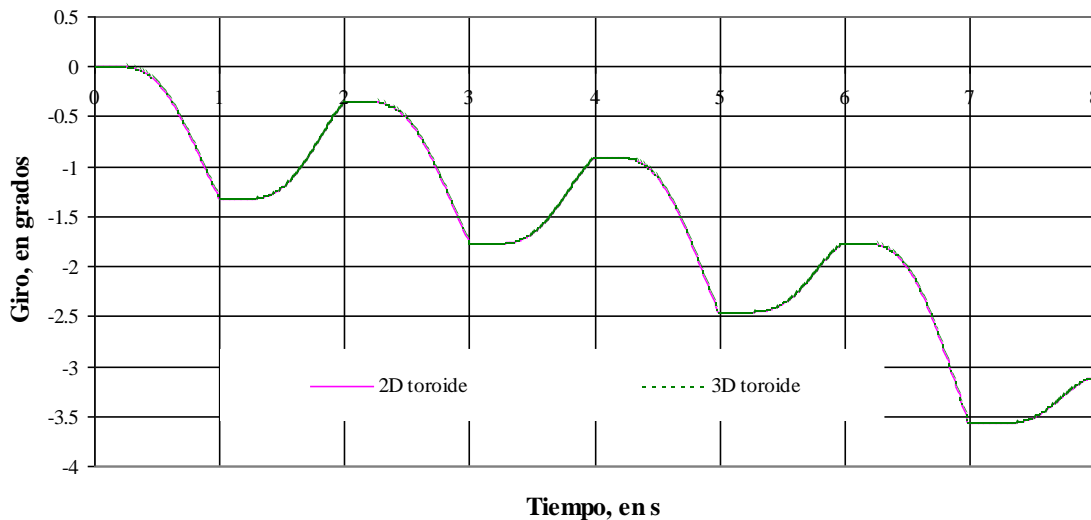


Figura D.7. Comparación de resultados (giros) del modelo bidimensional con mecanismo toroide y del modelo tridimensional.

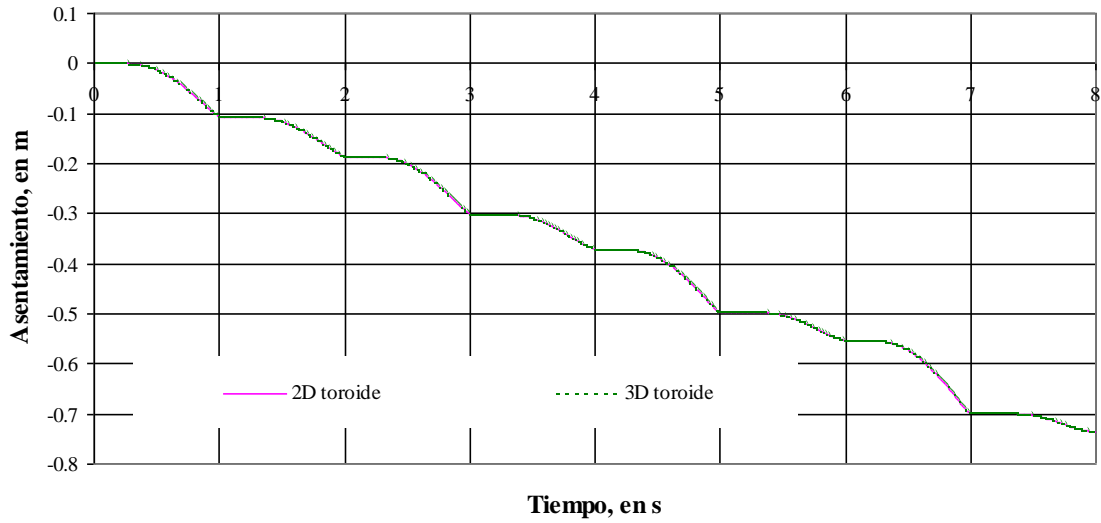


Figura D.8. Comparación de resultados (asentamientos totales) del modelo bidimensional con mecanismo toroide y del modelo tridimensional.

En la figura 9 se muestra el corrimiento del centro de giro con la aceleración, encontrándose que los puntos que lo representan son los mismos en ambas modelaciones.

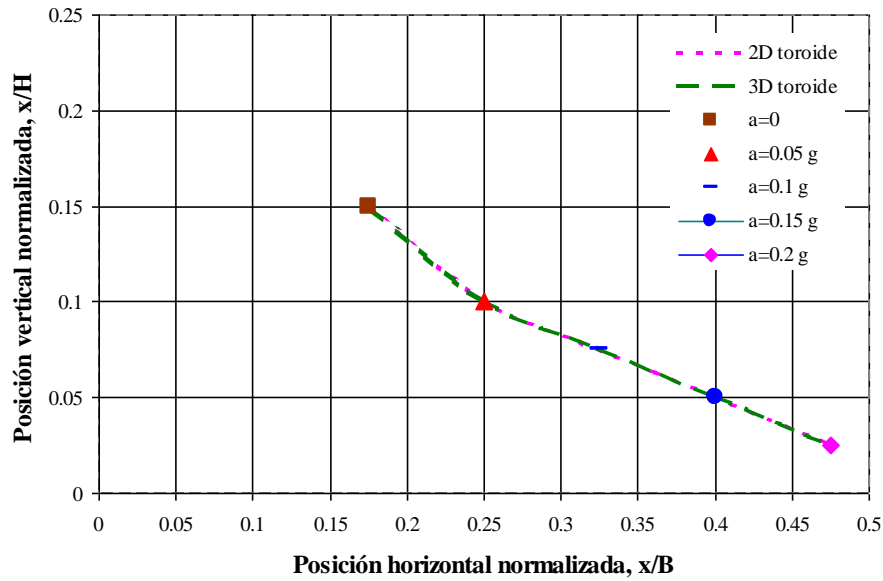


Figura D.9. Corrimiento del centro de giro con la aceleración, para los modelos 2D toroide y 3D toroide.

Por ahorro de gráficas, en la figura D.6 se incluyó el valor del factor de capacidad de carga N_c para diferentes valores de aceleración, obtenido con el modelo tridimensional usado en una sola dirección. De igual manera que en las figuras anteriores (D.2 y D.7 a D.9) los modelos 2D toroide y 3D toroide calculan respuestas idénticas.

Apéndice E Comprobación de la fórmula de aproximación

Las fórmulas 5.21 y 5.22 fueron revisadas respecto a su capacidad para reproducir los resultados de los ensayos efectuados con el programa (modelo presentado en el capítulo 4), utilizados en su deducción. La revisión contempló los parámetros expuestos en los apartados 5.1 a 5.5: escalamiento, f_{esc} , relación de esbeltez, r_e , profundidad de desplante, D_f , inclinación inicial, ψ_0 y aceleración máxima, A_{max} . En cada combinación de éstos, se calcularon valores de ψ y δ con las fórmulas 5.21 y 5.22 para distintos valores de la resistencia no drenada del suelo, c_u . Los valores obtenidos se compararon con los de la base datos obtenida con el programa.

E.1 Escalamiento

Se revisaron los tres escalamientos: 0.7, 1.0 y 1.5, el segundo corresponde al caso prototípico. Los resultados se presentan como puntos en la Figs. E.1 y E.2, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los resultados $c_u - \psi$ y $c_u - \delta$ obtenidos con el programa. Se aprecia en estas figuras una sobreestimación en los giros, para el factor de escala mayor (círculos grandes, $f_{esc} = 1.5$). Para corregir esto se introduce el factor.

$$f_{ges} = \frac{1.5 - 1}{0.35(f_{esc} - 1) + 1.5 - 1} \quad \text{para } f_{esc} > 1.0 \quad (E.1)$$

Los resultados aparecen con la leyenda: fórmula modificada (círculos pequeños); como se muestra, aproximan mejor los ensayos del programa.

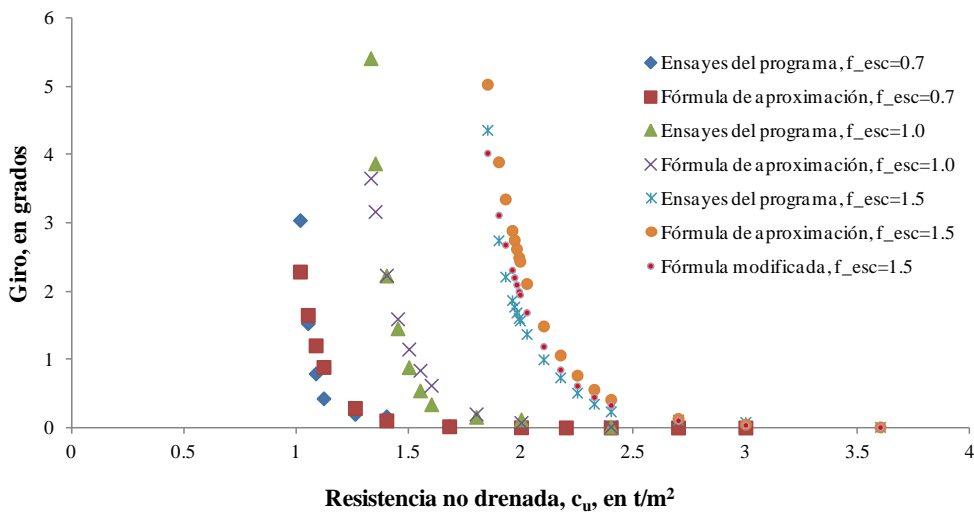


Figura E.1. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos factores de escala, con los cuales ésta fue obtenida.

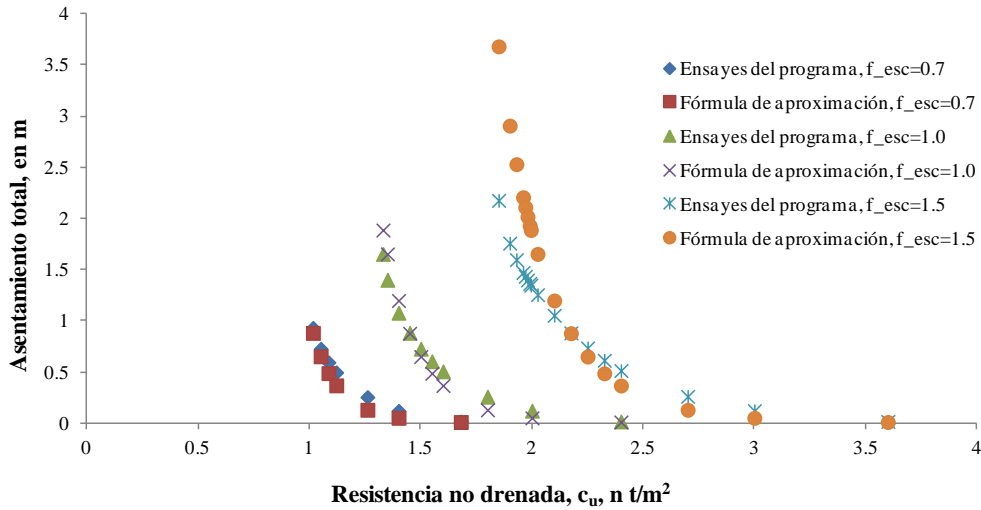


Figura E.2. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos factores de escala.

E.2 Relación de esbeltez

Se revisaron tres relaciones de esbeltez: 0.65, 1.23 y 3.53, la segunda corresponde al caso prototípico. Los resultados se presentan como puntos en la Figs. E.3 y E.4, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los resultados $c_u - \psi$ y $c_u - \delta$ obtenidos con el programa. Se aprecia en estas figuras buena aproximación en los giros y una subestimación en los asentamientos, principalmente para la relación de esbeltez alta (cruces, $r_e=3.53$). Para corregir esto se introduce el factor

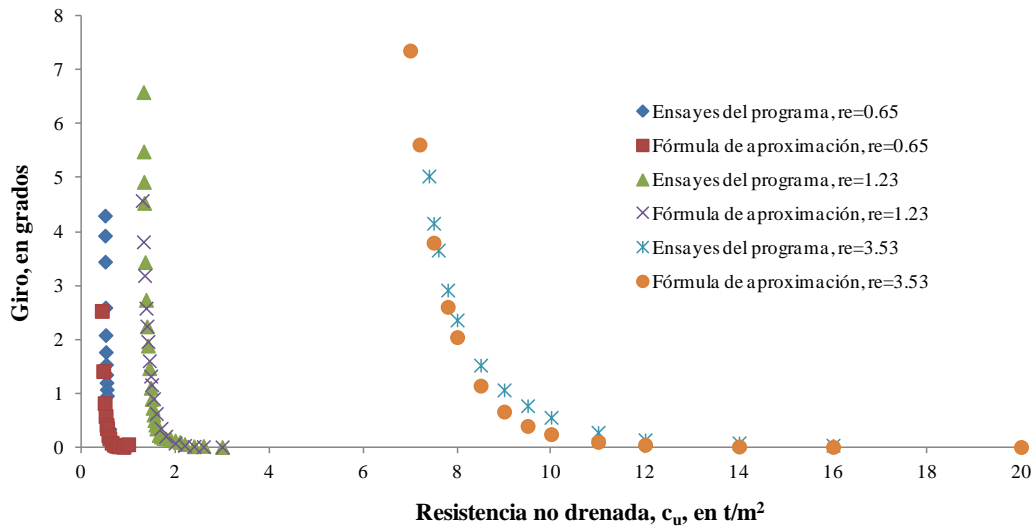


Figura E.3. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintas relaciones de esbeltez usadas en la deducción de ésta.

$$f_{dre} = 1 + 2 \frac{r_e - 1.23}{3.53 - 1.23} \quad \text{para } r_e > 1.23 \quad (\text{E.2})$$

Los resultados aparecen con la leyenda: fórmula modificada; se observa una mejor aproximación de los ensayos del programa.

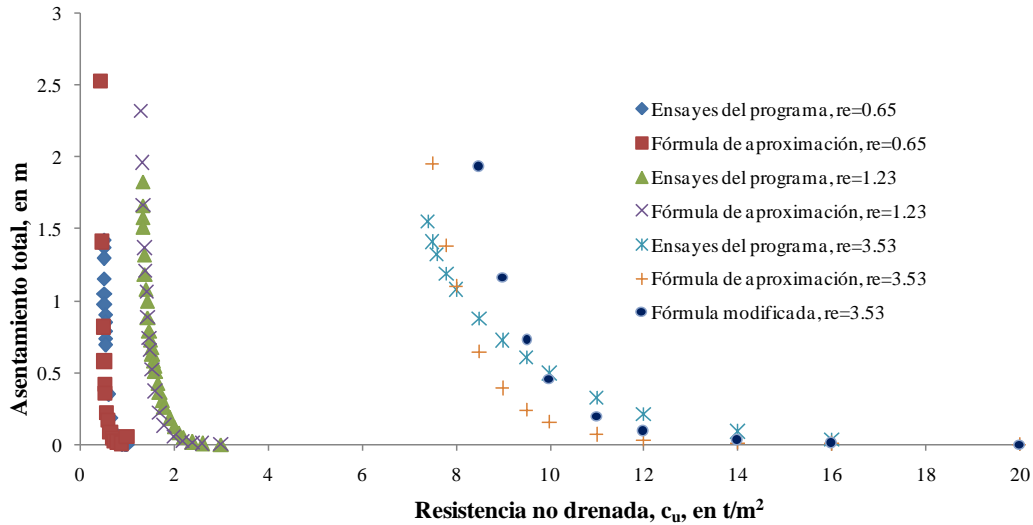


Figura E.4. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintas relaciones de esbeltez usadas en la deducción de ésta.

E.3 Profundidad de desplante

Se revisaron dos profundidades: 0.0 y 3.6 m, que son los valores extremo de este parámetro analizados en el apartado 5.3. Los resultados se presentan como puntos en la Figs. E.5 y E.6, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los obtenidos del programa. Se aprecia en estas figuras buena aproximación en los giros y en los asentamientos.

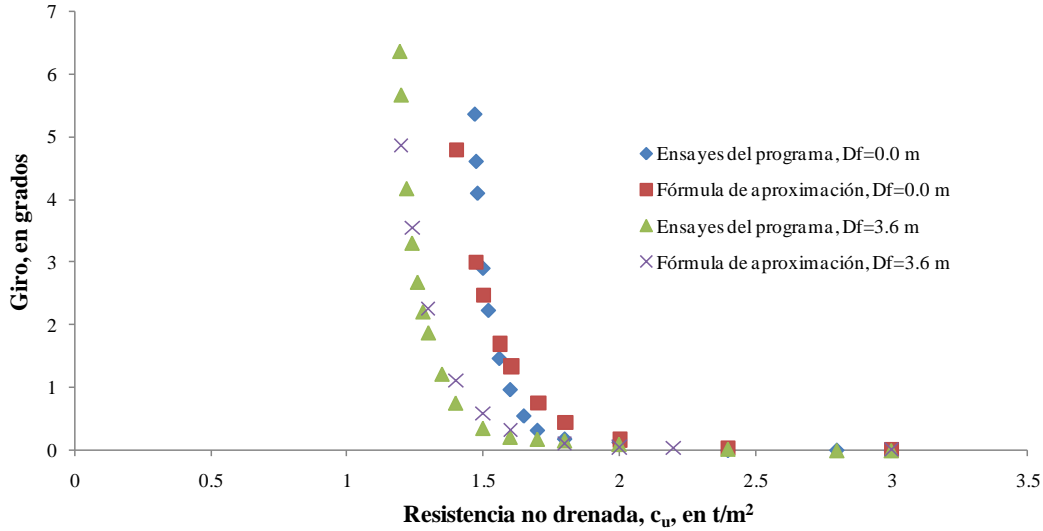


Figura E.5. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintas profundidades de desplante.

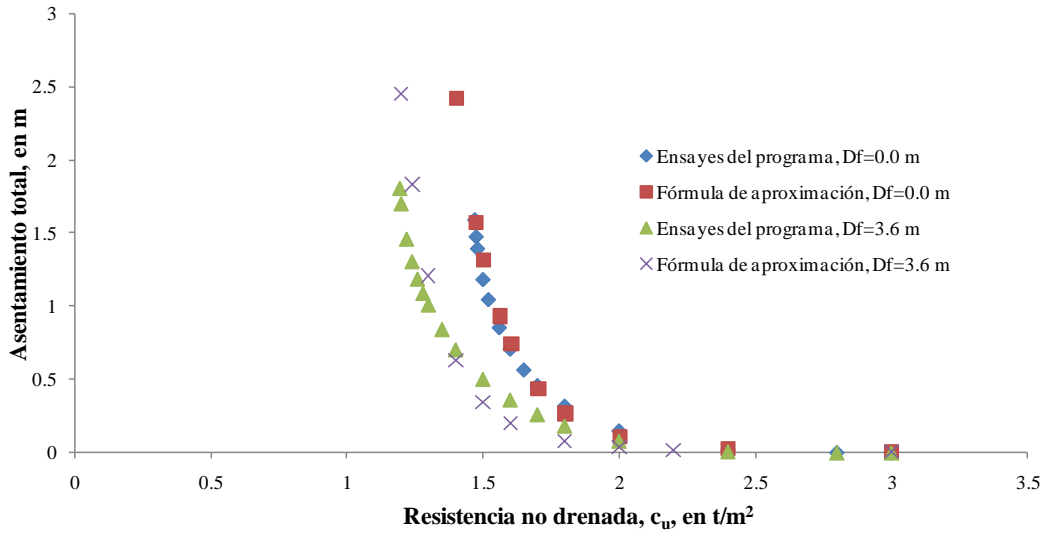


Figura E.6. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintas profundidades de desplante.

E.4 Inclinación inicial

Se revisaron dos ángulos de inclinación inicial: 1° y 5° que, descartando la inclinación de 0° , son los valores extremos de este parámetro, analizados en el apartado 5.4. Los resultados se presentan como puntos en la Figs. E.7 y E.8, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los obtenidos del programa. Se aprecia en estas figuras buena aproximación en los giros y en los asentamientos.

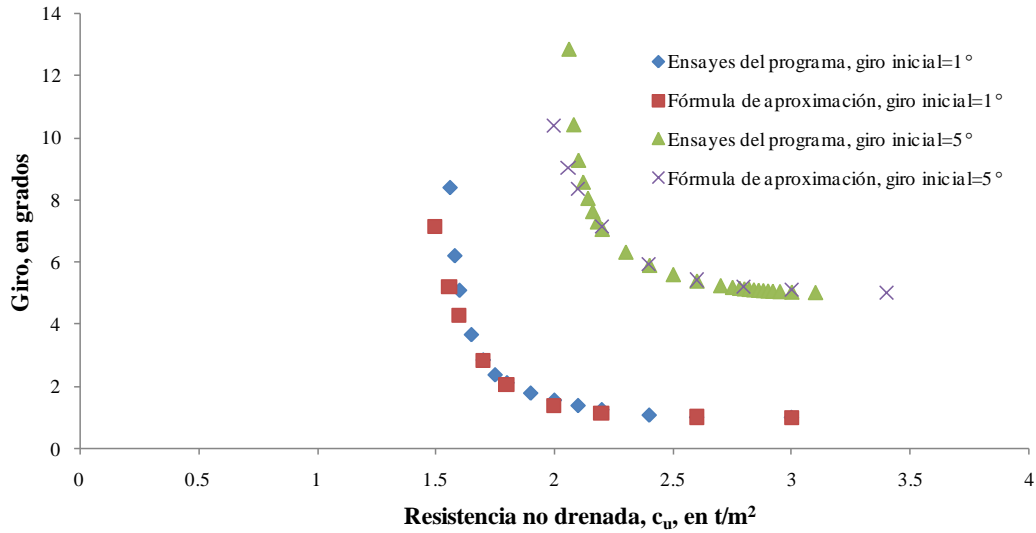


Figura E.7. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos valores del ángulo de inclinación inicial.

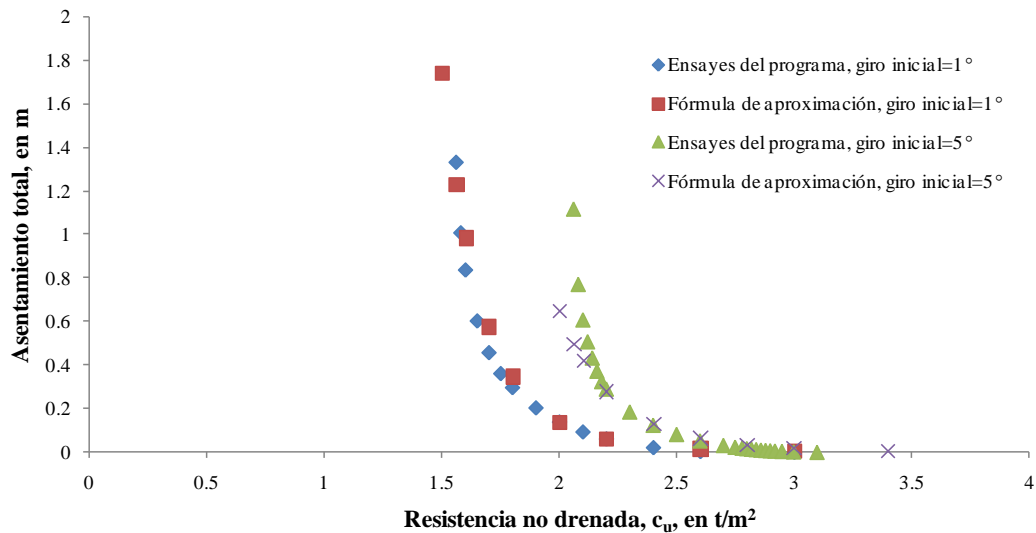


Figura E.8. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos valores del ángulo de inclinación inicial.

E.5 Aceleración máxima

Se revisaron dos valores de aceleración máxima: 0.288 g y 0.673 g, que son los valores extremo de este parámetro, analizados en el apartado 5.5. Los resultados se presentan como puntos en las Figs. E.9 y E.10, para el giro y el asentamiento total, respectivamente y se comparan con los obtenidos del programa. Se aprecia en estas figuras una subestimación tanto en los giros como en los asentamientos, siendo mayor en estos últimos, calculándose valores del orden del 40% de los obtenidos con el programa. Para corregir esto se introdujeron los factores

$$f_{gam} = 1 + 0.8 \frac{A_{max} - 0.481}{0.673 - 0.481} \quad \text{para } A_{max} > 0.481 \quad (E.3)$$

y

$$f_{dam} = 1 + 1.7 \frac{A_{max} - 0.481}{0.673 - 0.481} \quad \text{para } A_{max} > 0.481 \quad (E.4)$$

Los resultados aparecen en ambas figuras con la leyenda: fórmula modificada; como se observa aproximan mejor los ensayos del programa.

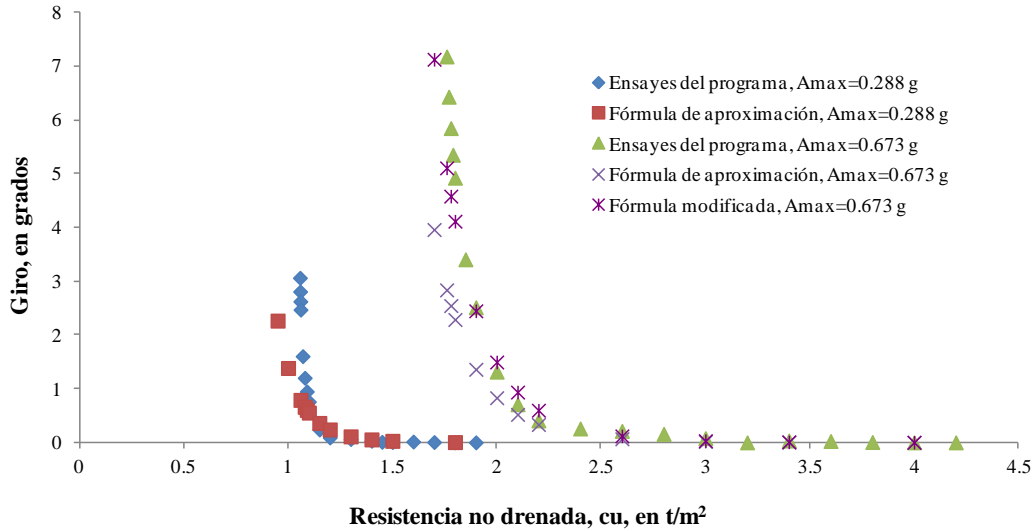


Figura E.9. Comparación de giros calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos valores de aceleración máxima.

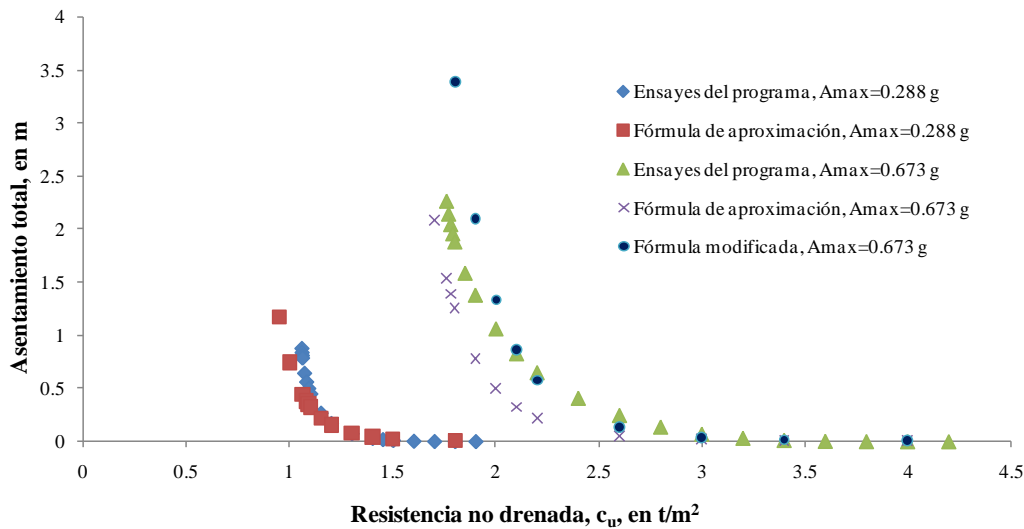


Figura E.10. Comparación de asentamientos totales calculados con el programa y con la fórmula de aproximación, para distintos valores de aceleración máxima.

En las expresiones 5.21 y 5.22 los factores de corrección (Ecs. E.1 a E.4) ya están incluidas.