



## **FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M. DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

### **A LOS ASISTENTES A LOS CURSOS**

**Las autoridades de la Facultad de Ingeniería, por conducto del jefe de la División de Educación Continua, otorgan una constancia de asistencia a quienes cumplan con los requisitos establecidos para cada curso.**

**El control de asistencia se llevará a cabo a través de la persona que le entregó las notas. Las inasistencias serán computadas por las autoridades de la División, con el fin de entregarle constancia solamente a los alumnos que tengan un mínimo de 80% de asistencias.**

**Pedimos a los asistentes recoger su constancia el día de la clausura. Estas se retendrán por el periodo de un año, pasado este tiempo la DECFI no se hará responsable de este documento.**

**Se recomienda a los asistentes participar activamente con sus ideas y experiencias, pues los cursos que ofrece la División están planeados para que los profesores expongan una tesis, pero sobre todo, para que coordinen las opiniones de todos los interesados, constituyendo verdaderos seminarios.**

**Es muy importante que todos los asistentes llenen y entreguen su hoja de inscripción al inicio del curso, información que servirá para integrar un directorio de asistentes, que se entregará oportunamente.**

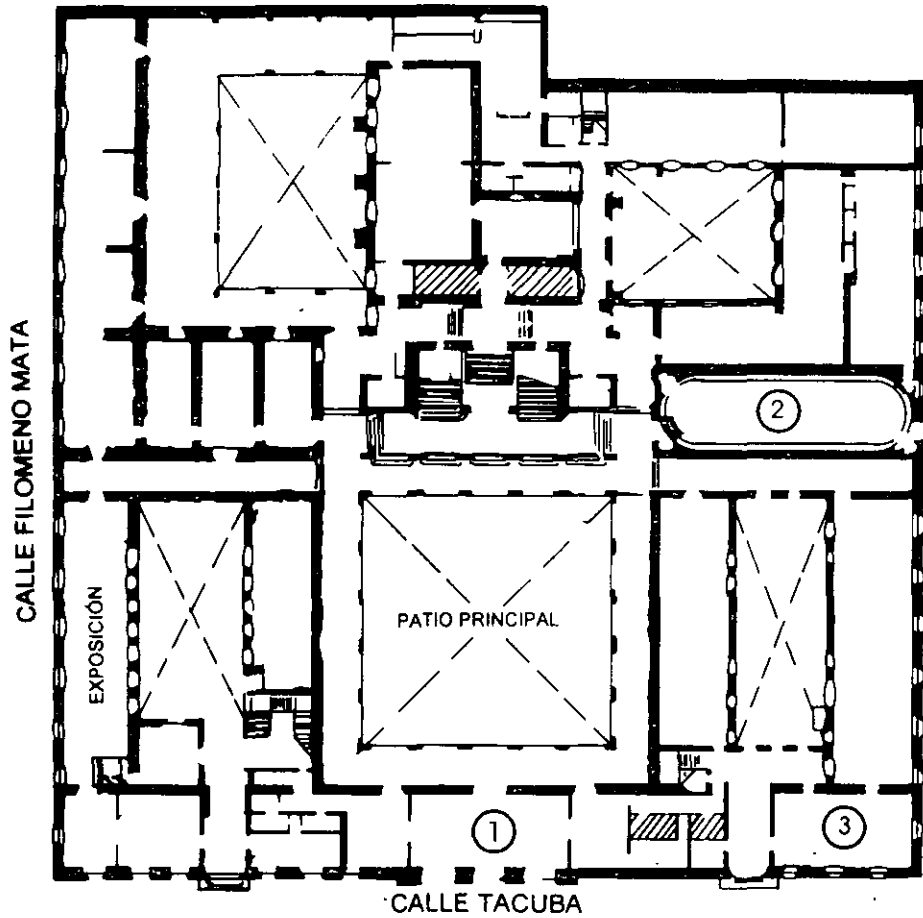
**Con el objeto de mejorar los servicios que la División de Educación Continua ofrece, al final del curso deberán entregar la evaluación a través de un cuestionario diseñado para emitir juicios anónimos.**

**Se recomienda llenar dicha evaluación conforme los profesores impartan sus clases, a efecto de no llenar en la última sesión las evaluaciones y con esto sean más fehacientes sus apreciaciones.**

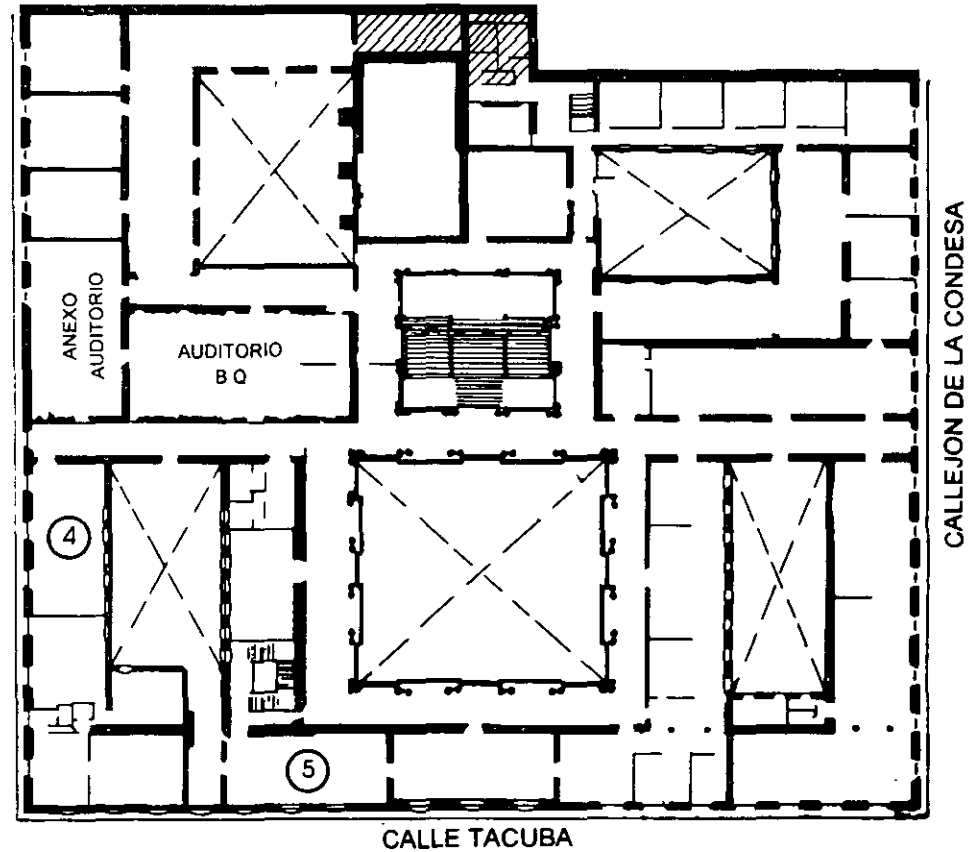
**Atentamente**

**División de Educación Continua.**

# PALACIO DE MINERIA

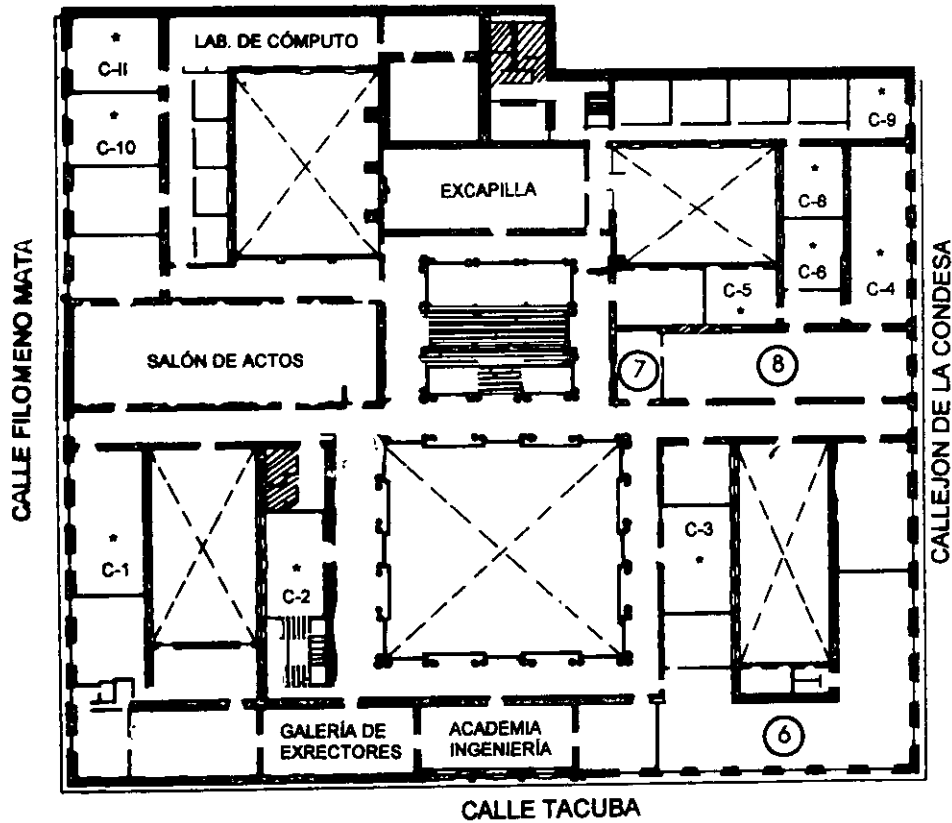


**PLANTA BAJA**



**MEZZANINNE**

# PALACIO DE MINERÍA



**1er. PISO**

## GUÍA DE LOCALIZACIÓN

1. ACCESO
2. BIBLIOTECA HISTÓRICA
3. LIBRERÍA UNAM
4. CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN "ING. BRUNO MASCANZONI"
5. PROGRAMA DE APOYO A LA TITULACIÓN
6. OFICINAS GENERALES
7. ENTREGA DE MATERIAL Y CONTROL DE ASISTENCIA
8. SALA DE DESCANSO

SANITARIOS

\* AULAS



DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA  
FACULTAD DE INGENIERÍA U.N.A.M.  
CURSOS ABIERTOS

DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA

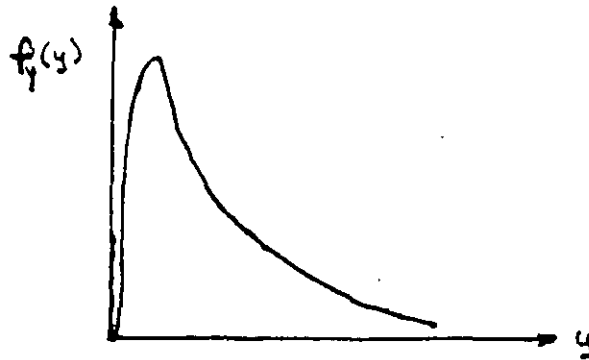


## DISTRIBUCION LOGNORMAL

La distribución LOGARITMICO-NORMAL O LOGNORMAL se presenta en el caso de que el logaritmo natural de una variable aleatoria tenga distribución normal. Es decir, si la variable  $X$  tiene una función de densidad dada por la ec 13, y si  $X = \ln Y$ , entonces la función de densidad de  $Y$  resulta lognormal y está dada por

$$f_y(y) = \frac{1}{y \sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln y - m_x}{\sigma_x} \right)^2 \right], \quad y \geq 0 \quad (14)$$

La siguiente figura muestra la gráfica de una distribución logaritmico-normal con  $m_x = 0$  y  $\sigma_x = 1$ . Esta es de forma asimétrica positiva



Su media está dada por

$$m_y = \int_0^{\infty} y f(y) dy = \exp(m_x + \sigma_x^2/2)$$

Su varianza es igual a

$$\sigma_y^2 = \exp(2m_x + \sigma_x^2) \cdot (\exp \sigma_x^2 - 1)$$

## DISTRIBUCION NORMAL

Una de las más importantes funciones dentro de la teoría de Probabilidades es la NORMAL O GAUSSIANA. Esta es aplicable a variables aleatorias continuas dentro del dominio de los números reales.

La función de densidad de probabilidad está dada por

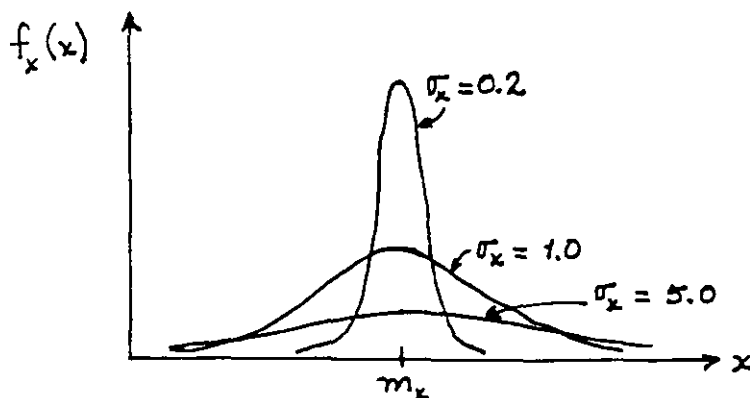
$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (15)$$

en donde

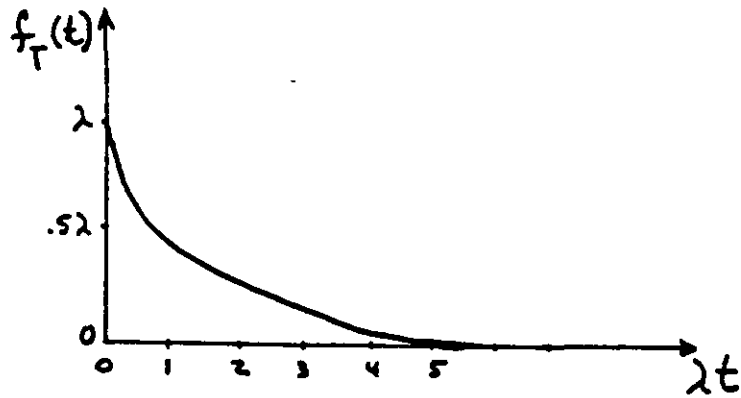
$m_x$  = media

$\sigma_x^2$  = variancia

Al examinar esta expresión se deduce que es una función simétrica con respecto a un eje vertical que pasa por  $m_x$ , que es asintótica al eje de las abscisas para valores que tiendan a  $\pm \infty$ , y, que su valor máximo corresponde a  $m_x$ . En la siguiente figura se presenta su representación cuando su media permanece constante igual a  $m_x$  y su desviación estándar ( $\sigma_x$ ) varía



están distribuidos exponencialmente. Su valor esperado, conocido como *periodo de recurrencia*, es igual a  $(\lambda_M)^{-1}$ , su varianza es igual a  $(\lambda_M^2)^{-1}$



... Distribución exponencial

## FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD:

### EXPONENCIAL, NORMAL Y LOGNORMAL

#### DISTRIBUCION EXPONENCIAL

En la sección anterior se trató el proceso de Poisson. En lo que sigue se describirá la distribución de tiempo de espera entre eventos si ellos se describen mediante un proceso de Poisson.

Si denotamos la variable aleatoria  $T$  como el tiempo de la primer ocurrencia de un evento, entonces la probabilidad de que  $T$  exceda algún valor de  $t$  es igual a la que no ocurran eventos en el intervalo de tiempo  $t$ , o sea igual a  $1 - F_T(t) = p(0)$ , o sea

$$1 - F_T(t) = e^{-\lambda_m t}, \quad t \geq 0$$

Entonces

$$F_T(t) = 1 - e^{-\lambda_m t}$$

$$f_T(t) = \frac{dF_T(t)}{dt} = \lambda_m e^{-\lambda_m t}, \quad t \geq 0$$

¿Qué es la distribución exponencial? Esta describe el tiempo de la primer ocurrencia de un evento de Poisson. Pero recordando las propiedades de independencia y estacionariedad del proceso de Poisson  $e^{-\lambda_m t}$  es la probabilidad de que no se presenten eventos en ningún intervalo de tiempo  $t$ , aunque este no empiece en  $t = 0$ . Si utilizamos el tiempo de arribo del  $n$ -ésimo evento como el principio del intervalo de tiempo, entonces  $e^{-\lambda_m t}$  es la probabilidad de que el tiempo de ocurrencia del  $(n+1)$ -ésimo evento sea mayor  $t$ . Es decir, los tiempos de arribo intermedios de un Proceso de Poisson son independientes y

Las probabilidades de que ocurra por lo menos un sismo con magnitud mayor que 6 son

$$P_{10}(n \geq 1) = 1 - .905 = .095$$

$$P_{20}(n \geq 1) = 1 - .607 = .393$$

$$P_{100}(n \geq 1) = 1 - .368 = .632$$



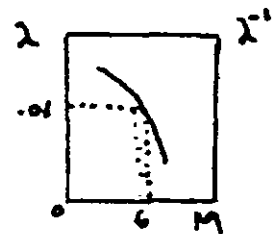
que representa la probabilidad de que no ocurran temblores con magnitud mayor que  $M$  en el intervalo de tiempo  $t$  (aún cuando no empiece en cero) es decir la probabilidad de la intensidad máxima en el intervalo  $t$

### EJEMPLO

Mediante un estudio estadístico sobre la ocurrencia de sismos en cierta región se estimó que un temblor con una magnitud igual a 6 o mayor, tiene un período de recurrencia de 100 años. Calcular las probabilidades de que en los próximos 10, 50 y 100 años no ocurra ningún sismo en dicha región cuya magnitud exceda a 6, suponiendo que la ocurrencia de los sismos se puede modelar mediante un proceso estocástico de Poisson.

$$\lambda_m = \frac{1}{100} = .01$$

$$P(n) = \frac{(.01t)^n e^{-.01t}}{n!}$$



Para  $t = 10$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 10)^0 e^{-.01 \times 10}}{0!} = .905$$

Para  $t = 50$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 50)^0 e^{-.01 \times 50}}{0!} = .607$$

Para  $t = 100$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 100)^0 e^{-.01 \times 100}}{0!} = .368$$

## 1. ESTACIONARIEDAD

La probabilidad de un evento en un intervalo *corto* de tiempo  $(t, t + \Delta t)$  es aproximadamente  $\lambda(\Delta t)$  para cualquier  $t$ . Es decir que no importa qué tiempo  $t$  se elige para hacer la estimación.

## 2. NO MULTIPLICIDAD

La probabilidad de 2 o más eventos en un intervalo corto de tiempo es despreciable comparado con  $\lambda(\Delta t)$

## 3. INDEPENDENCIA

El número de eventos en cualquier intervalo de tiempo es independiente de el número en cualquier otro intervalo de tiempo. O sea que la ocurrencia de unos es independiente de los que ocurren en otro intervalo de tiempo.

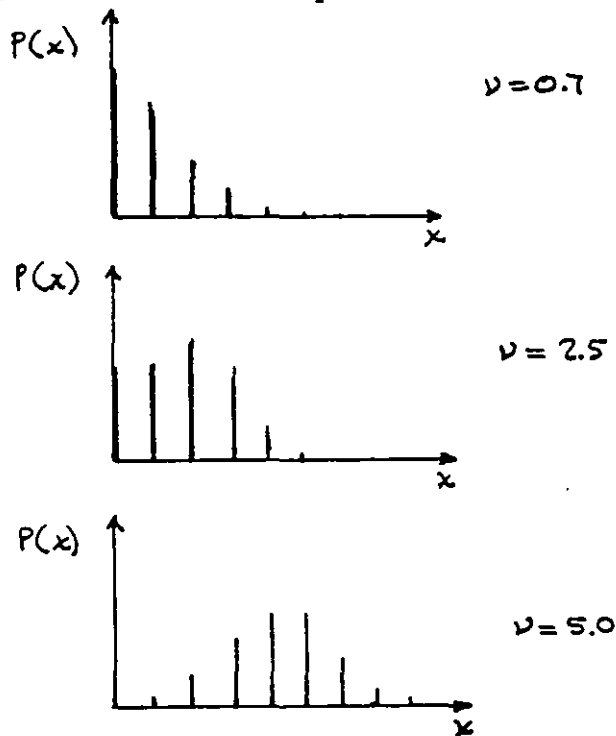
Varios investigadores han propuesto modelos probabilísticos para describir la ocurrencia de temblores. Algunos de ellos se basan en la construcción de histogramas de tiempos de espera entre eventos sísmicos. Por simplicidad matemática frecuentemente se adopta la hipótesis que la distribución probabilística de tales tiempos de espera es de Poisson. Es decir, para una determinada región, la probabilidad de que ocurran  $n$  temblores con magnitud mayor que  $M$  en el intervalo de tiempo  $(0, t)$  es

$$p(n) = (\lambda_M t)^n e^{-\lambda_M t} / n!$$

en que  $\lambda_M$  es el número medio de temblores con magnitud mayor que  $M$  que ocurran en dicha región por unidad de tiempo. Si se considera  $n$  nulo se obtiene

$$p(0) = e^{-\lambda_M t}$$

En las siguientes figuras se ilustra la variación de la forma de las distribuciones con el parámetro  $\nu$ :

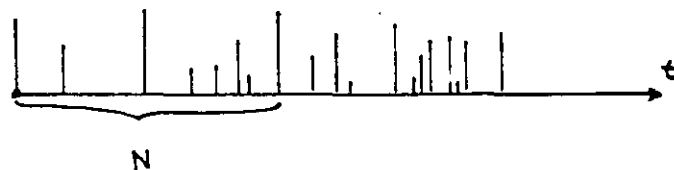


### PROCESO DE POISSON

Este proceso representa el número de eventos que ocurre en un tiempo  $t$  cuando dichos eventos tienen distribución de Poisson; es decir,

$$P(n) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$$

Ilustrando esto gráficamente:



En un proceso de Poisson, la media de su distribución (de Poisson) es  $m_n = \lambda t$ . Al parámetro  $\lambda$  se le llama tasa media de ocurrencia del proceso.

Un proceso de Poisson debe satisfacer las siguientes hipótesis:

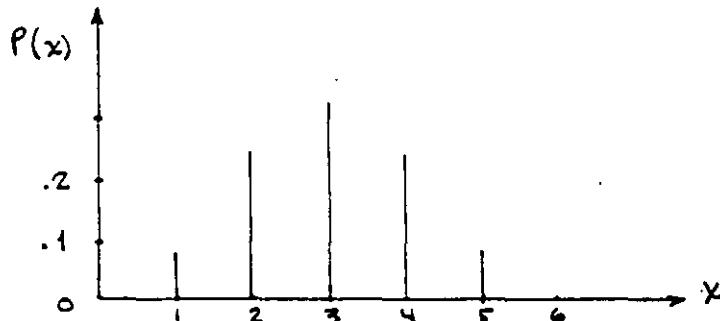
Su variancia es

$$\sigma_x^2 = \sum_{x=0}^n x^2 P(x) = npq$$

Su desviación estándar

$$\sigma_x = \sqrt{npq}$$

La representación gráfica de  $P(x)$  para  $n = 6$  y  $p = 0.5$  es como sigue



DISTRIBUCION DE POISSON

Si se considera que en la distribución binomial  $n$  tiende a infinito mientras que la probabilidad  $p$  de éxito tiende a cero, entonces la ec. (10) se convierte en

$$P(x) = \frac{\nu^x}{x!} e^{-\nu}, \quad x=0,1,2,3,\dots,\infty \quad (11)$$

Esta distribución de probabilidad se llama de POISSON de parámetro  $\nu$

Su media está dada por

$$m_x = \sum_{x=0}^{\infty} x P(x) = \nu$$

Su variancia es igual a

$$\sigma_x^2 = \sum_{x=0}^{\infty} x^2 P(x) = \nu$$

Su desviación estándar

$$\sigma_x = \sqrt{\nu}$$

(La distribución de Poisson de parámetros  $\nu = np$  se aproxima a la binomial siempre que  $n > 50$  y  $np < 5$ ).

# FUNCIONES DE MASA DE PROBABILIDAD:

## BINOMINAL Y DE POISSON

Enseguida se tratan dos distribuciones de variables aleatorias discretas ; discontinua de orden finito la BINOMIAL y de orden infinito la de POISSON

### DISTRIBUCION BINOMINAL

Se aplica a experimentos de Bernoulli (acepta únicamente dos posibles resultados: éxito y fracaso).

Sea

$p$  = probabilidad de obtener éxito

$q = 1 - p$  = probabilidad de obtener fracaso

La probabilidad de obtener  $x$  éxito al realizar  $n$  veces el experimento de Bernoulli es

$$\underbrace{p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot \dots \cdot p}_x \cdot \underbrace{q \cdot q \cdot q \cdot \dots \cdot q}_{n-x} = p^x q^{n-x}$$

Aquí se supuso que los  $x$  éxitos ocurren al principio. El número total de formas en que pueden presentarse los  $x$  éxitos es igual a las permutaciones de  $n$  objetos formados por dos grupos: uno de  $x$  objetos iguales y otro de  $n-x$  objetos iguales o sea igual a

$$\frac{n!}{x!(n-x)!}$$

o sea que la probabilidad buscada es la siguiente

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} \quad (10)$$

La variable aleatoria  $x$  es un número entero entre cero y  $n$

Su media es igual a

$$m_x = \sum_{x=0}^n x P(x) = np$$

## FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADA

Una forma alternativa de representar el comportamiento de una variable aleatoria es mediante la función de distribución acumulada. El valor de dicha función,  $F_X(x)$ , es igual a la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor o igual que el argumento, es decir

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du$$

La función de distribución  $f_X(x)$  se puede encontrar a partir de la función acumulada, a través de

$$\frac{dF_X(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ \int_{-\infty}^x f_X(u) du \right] = f_X(x)$$

Sus propiedades son las siguientes

$$\begin{aligned} 0 &\leq F_X(x) \leq 1 \\ F_X(-\infty) &= 0 \\ F_X(\infty) &= 1. \end{aligned}$$

$$F_X(x_2) - F_X(x_1) = P[x_1 < X \leq x_2]$$

## MOMENTOS DE UNA VARIABLE ALEATORIA

Media ó valor esperado de una variable continua X

$$m_x = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

Variación de una variable continua X

$$\sigma_x^2 = \text{var}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f_X(x) dx = E[x^2] - E^2[x]$$

Desviación estándar de una variable continua X;

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$$

sentan mediante FUNCIONES DE MASA DE PROBABILIDAD, en el caso de variables continuas se utilizan las FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD. Cuando se tratan varias variables a la vez el comportamiento lo determinan leyes de probabilidad CONJUNTAS.

#### DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD MARGINAL

El comportamiento de una (o varias) variable (s) aleatoria(s) se puede obtener a partir de una distribución conjunta, integrando sobre todos los valores de las variables cuyo comportamiento no interesa. La función que representa a este comportamiento es la distribución de probabilidad MARGINAL. Por ejemplo sean X y Y variables aleatorias continuas, con densidad de probabilidades  $f_{x,y}(x, y)$ ; entonces la función de probabilidad marginal de x es igual a

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x, y) dy \quad (5)$$

Generalizando

$$f_{x_1, x_2}(x_1, x_2) = \iiint \dots \int_D f_{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) dx_3 \dots dx_n$$

#### DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

Si en una función de distribución de probabilidad conjunta algunas variables adquieren valores fijos la función de distribución de probabilidad normalizada resultante representa a la distribución CONDICIONAL. Sean X y Y variables aleatorias continuas y  $f_{x,y}(x, y)$  su función de distribución; si Y adquiere el valor  $y_0$ , entonces la función de probabilidad condicional de X es igual a

$$f_{x|y}(x, y_0) = \frac{f_{x,y}(x, y_0)}{f_y(y_0)} \quad (6)$$

En donde

$$f_y(y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x, y_0) dx$$

## TEOREMA DE PROBABILIDADES TOTALES

Dado un conjunto de eventos mutuamente exclusivos y colectivamente exhaustivos,  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , es posible siempre expresar la probabilidad  $P(A)$  de otro evento  $A$  como sigue

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \dots = \sum_{i=1}^n P(A \cap B_i)$$

Entonces

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) P(B_i) \quad (2)$$

## TEOREMA DE BAYES

La probabilidad condicional de  $A_j$  dado que ha ocurrido el evento  $B$  es

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A_j)}{P(B)} \quad (3)$$

Por lo visto en las definiciones anteriores es posible llegar a lo siguiente

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i)}, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Generalmente a la probabilidad resultante se le llama "a posteriori" y a la probabilidad  $P(A_j)$  se le llama "a priori"

## DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD DE LAS VARIABLES ALEATORIAS

El comportamiento de una variable aleatoria se describe a través de leyes probabilísticas representadas mediante funciones de distribución de probabilidad.

En el caso de variables aleatorias discretas estas leyes se repre



## NOCIONES DE TEORIA DE PROBABILIDADES

### AXIOMAS FUNDAMENTALES

AXIOMA 1.- La probabilidad de un evento A se encuentra 0 y 1

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

AXIOMA 2.- La probabilidad de la unión de dos eventos mutuamente exclusivos es igual a la suma de sus probabilidades

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Si estos no son mutuamente exclusivos, entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

### PROBABILIDAD CONDICIONAL

La probabilidad de que ocurra un evento A, dado que conocemos el resultado de un evento B es igual a

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (1)$$

De donde

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

Generalizando,

$$P(A \cap B \cap C \dots \cap N) = P(A|B \cap C \dots) P(B|C \cap \dots) \dots P(N)$$

Si los eventos son independientes entre sí, entonces

$$P(A \cap B \cap C \dots \cap N) = P(A)P(B)P(C) \dots P(N)$$

# CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES PARA ANALISIS DE RIESGO SISMICO

## INTRODUCCION

La teoría de Probabilidades es una herramienta muy útil para evaluar el riesgo sísmico.

Dado que la naturaleza de los temblores no es de tipo determinista, el problema debe tratarse mediante modelos probabilistas. Por ejemplo, existen grandes incertidumbres respecto a las coordenadas del foco, magnitud del evento, tiempo de ocurrencia, relaciones magnitud-intensidad, etc.

No es posible decir con certeza cuando ocurrirá un temblor, pero sí podemos decir qué tan probable es que ocurra. El tiempo de ocurrencia de los sismos de diferentes características originados en una determinada fuente puede expresarse mediante un *proceso estocástico*, que es una descripción matemática de la forma en que varía con el tiempo la ocurrencia de ciertos eventos.

Para formular un modelo de sismicidad y estimar sus parámetros sería deseable contar con un número suficiente de registros de movimientos sísmicos fuertes, de las características de su fuente y de su ubicación, sin embargo esta información es muy escasa por lo que se tiene que hacer uso de técnicas estadísticas más refinadas (por ejemplo el teorema de Bayes).

Enseguida se presenta un repaso de los conceptos fundamentales de la teoría de Probabilidades para la mejor comprensión del análisis de riesgo sísmico.

ANALISIS DE RIESGO SISMICO

T E M A

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES PARA  
ANALISIS DE RIESGO SISMICO

Sonia E. Ruiz



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA**

**CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORÍA DE  
PROBABILIDAD PARA EL ANÁLISIS DE RIESGO SÍSMICO**

**EXPOSITOR: DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

**XXVIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERÍA SÍSMICA**

**MÓDULO II: RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE TEMBLORES PARA DISEÑO.**

**PROGRAMA DE CURSO:**

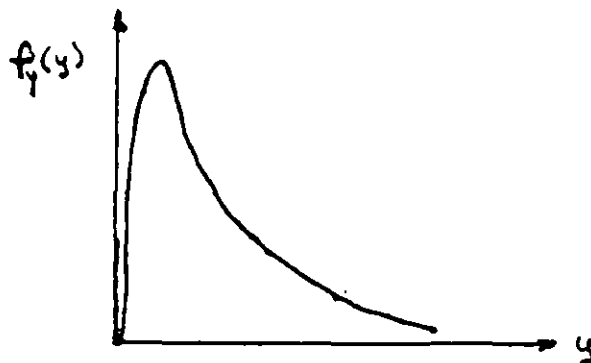
<b>FECHA</b>	<b>HORARIO</b>	<b>PROFESOR</b>	<b>TEMA (S)</b>
LUNES 8	17:00-19:00	DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ	<ul style="list-style-type: none"> <li>• VISIÓN GENERAL DEL CURSO.</li> <li>• FUNDAMENTOS DE PROBABILIDAD Y PROCESOS ESTOCÁSTICOS</li> </ul>
	19:00-21:00	DR. JAVIER FRANCISCO PACHECO ALVARADO	<ul style="list-style-type: none"> <li>• INTRODUCCIÓN A LA SISMOLOGÍA</li> </ul>
MARTES 9	17:00-19:00	DR. JAIME GARCÍA PÉREZ	<ul style="list-style-type: none"> <li>• LEYES DE ATENUACIÓN</li> </ul>
	19:00-21:00	DR. EDUARDO REINOSO ANGULO	<ul style="list-style-type: none"> <li>• TRAYECTORIAS DE LAS ONDAS</li> </ul>
MIÉRCOLES 10	17:00-19:00	DR. EDUARDO REINOSO ANGULO	<ul style="list-style-type: none"> <li>• EFECTOS DE CONDICIONES LOCALES</li> </ul>
	19:00-21:00	DR. JAIME GARCÍA PÉREZ	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CONSTRUCCIÓN DE ESPECTROS EN TERRENO BLANDO</li> </ul>
JUEVES 11	17:00-19:00	DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CONFIABILIDAD DE LAS ESTRUCTURAS</li> </ul>
	19:00-21:00	DR. JAIME GARCÍA PÉREZ	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MICROZONIFICACIÓN SÍSMICA</li> </ul>

## DISTRIBUCION LOGNORMAL

La distribución LOGARITMICO-NORMAL O LOGNORMAL se presenta en el caso de que el logaritmo natural de una variable aleatoria tenga distribución normal. Es decir, si la variable  $X$  tiene una función de densidad dada por la ec 13, y si  $X = \ln Y$ , entonces la función de densidad de  $Y$  resulta lognormal y está dada por

$$f_Y(y) = \frac{1}{y \sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln y - m_x}{\sigma_x} \right)^2 \right], \quad y \geq 0 \quad (14)$$

La siguiente figura muestra la gráfica de una distribución logaritmico-normal con  $m_x = 0$  y  $\sigma_x = 1$ . Esta es de forma asimétrica positiva



Su media está dada por

$$m_Y = \int_0^{\infty} y f(y) dy = \exp(m_x + \sigma_x^2/2)$$

Su varianza es igual a

$$\sigma_Y^2 = \exp(2m_x + \sigma_x^2) \cdot (\exp \sigma_x^2 - 1)$$



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA**

**ESTIMACIÓN DEL ESPECTRO DE RESPUESTA A PARTIR  
DEL EAF. TEORÍA DE VIBRACIONES**

**EXPOSITOR: DR. JAVIER FCO. PACHECO ALVARADO  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

APENDICE 1-

ESTIMACION DEL ESPECTRO DE RESPUESTA A PARTIR DEL EAF.  
TEORIA DE VIBRACIONES ALEATORIAS.

Cuando una señal se especifica sólo a través de su espectro de amplitudes de Fourier y su duración, no se la está definiendo por completo, puesto que nada se dice sobre las fases. De hecho, existe un número infinito de señales que tienen el espectro de amplitudes y la duración especificada. Para cada una existe un valor máximo y por tanto esta es una cantidad aleatoria. Sea  $a(t)$  una señal de aceleración cuyo espectro de amplitudes de Fourier es  $|A(f)|$  y que es simétrica respecto al origen, es decir,  $E[a(t)] = 0$ , donde  $E()$  denota al operador esperanza. Sea  $\zeta(t) = a(t)/a_{cm}$  siendo  $a_{cm}$  la aceleración cuadrática media. Puede demostrarse que, bajo circunstancias muy generales, los máximos de  $\zeta(t)$ , denotados con  $\eta$ , tienen la siguiente densidad de probabilidades (Rice, 1954; Cartwright y Longuett-Higgins, 1956):

$$p_{\eta}(\eta) = \epsilon \phi(\eta/\epsilon) + (1-\epsilon^2)^{1/2} \eta e^{-\eta^2/2} \phi\left[\frac{\eta(1-\epsilon^2)^{1/2}}{\epsilon}\right] \quad (\text{A.1})$$

donde

$$\epsilon^2 = (m_0 m_4 - m_2^2)/(m_0 m_4) \quad (\text{A.2})$$

$$\phi(x) = (1/\sqrt{2}) \exp(-x^2/2) \quad (\text{A.3})$$

$$\Phi(x) = \int_0^x \phi(t) dt \quad (\text{A.4})$$

$$m_k = (1/\pi) \int_0^{\infty} (2\pi f)^{k+1} |A(f)|^2 df \quad (\text{A.5})$$

A su vez, por el teorema de Parseval (Papoulis, 1965),



$$a_{cm} = \sqrt{m_0}/T_d \quad (\text{A.6})$$

donde  $T_d$  es la duración de la señal. El parámetro  $\epsilon$  mide el ancho de banda del espectro.  $\epsilon = 0$  implica banda infinitamente angosta y  $\epsilon \rightarrow 1$  conforme la banda se ensancha. En los casos límite, si  $\epsilon = 0$ ,  $\eta$  tiene distribución de Rayleigh y si  $\epsilon = 1$ ,  $\eta$  tiene distribución gaussiana.

Estamos interesados en conocer la distribución del máximo de los máximos. De la teoría de valores extremos.

$$P_m(\eta_{\max}) = \frac{d}{d\eta_{\max}} \left[ P_\eta(\eta_{\max}) \right]^N \quad (\text{A.7})$$

donde

$$P_\eta(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} p_\eta(x) dx \quad (\text{A.8})$$

Integrando la ec A.1 y sustituyendo en la ec A.8 se llega a (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956)

$$P_m(\eta) = N \left\{ \Phi(\eta/\epsilon) - \sqrt{2\pi} k \phi(\eta) \Phi(\eta k/\epsilon) \right\}^{N-1} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{\epsilon} \phi(\eta/\epsilon) + \sqrt{2\pi} k \phi(\eta) \left[ \eta \Phi(\eta k/\epsilon) - (k/\epsilon) \phi(\eta k/\epsilon) \right] \right\} \quad (\text{A.9})$$

donde  $k = (1-\epsilon^2)^{1/2}$  y  $N$  es el número esperado de valores extremos, que se puede estimar como

$$N = (T_d/\pi) \sqrt{m_2/m_0} \quad (\text{A.10})$$

A partir de la ecuación A.9 es posible calcular los momentos estadísticos de  $\eta_{\max}$ :

$$E(\eta_{\max}^k) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta_{\max}^k p_m(\eta_{\max}) d\eta_{\max} \quad (\text{A.11})$$

Puede mostrarse (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956; Davenport, 1964) que, si  $\ln N$  no es demasiado pequeño, son válidas las siguientes aproximaciones asintóticas:

$$E(\eta_{\max}) \approx (2 \ln N)^{1/2} + \gamma (2 \ln N)^{-1/2} \quad (\text{A.12})$$

$$\sigma(\eta_{\max}) \approx (\pi^2)/(12 \ln N) \quad (\text{A.13})$$

donde  $\gamma$  es la constante de Euler ( $\gamma = 0.57\dots$ ). Evidentemente, si  $a(t) = a_{\text{cm}} \zeta(t)$ ,

$$E(a_{\max}) = a_{\text{cm}} E(\eta_{\max}) \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma(a_{\max}) = a_{\text{cm}} \sigma(\eta_{\max}) \quad (\text{A.15})$$

Estas ecuaciones permiten estimar los dos primeros momentos de la aceleración máxima de una señal definida por su espectro de amplitudes y su duración.

Para calcular los espectros esperados de respuesta (seudoaceleraciones) se sigue el mismo procedimiento (Udwadia y Trifunac, 1973; Reinoso et al, 1990) después de calcular el espectro de amplitudes de la respuesta  $Y(t)$ , dado por:

$$|Y(t)| = |A(t)| |H(t; t_0, \xi)| \quad (\text{A.16})$$

donde  $H(t; t_0, \xi)$  es la función de transferencia (aceleración a seudoaceleración) del oscilador de un grado de libertad con parámetros  $t_0$  = periodo natural de vibrar y  $\xi$  = fracción del amortiguamiento crítico.

Desde luego, la duración de la respuesta es diferente a la duración de la excitación; Boore y Joyner (1984) proponen la siguiente expresión empírica para calcular la duración de la respuesta:



$$T_r = T_d + \frac{u^3}{2\xi f_0 \pi (u^3 + 1/3)} \quad (\text{A.17})$$

donde  $u = T_d/t_0$  y  $f_0 = 1/T_0$ . Ordaz y Reinoso (1987) encuentran que una medida de la duración de los movimientos del terreno congruente con la estimación de espectros de respuesta vía teoría de vibraciones aleatorias es la duración de fase intensa de Arias, definida como el lapso que contiene entre el 5% y el 95% de la intensidad de Arias. Singh et al (1989) muestran que, para temblores en la zona epicentral,  $T_d$  es adecuadamente estimada con el inverso de la frecuencia de esquina,  $f_c$ , definida en el capítulo 2.

Este procedimiento puede aplicarse para estimar espectros de respuesta elastoplástica, utilizando la linealización equivalente sugerida por Newmark y Rosenblueth (1971). De acuerdo con estos autores, la ordenada del espectro de respuesta de aceleraciones, para periodo, amortiguamiento y demanda de ductilidad dadas es aproximadamente igual a la de un oscilador elástico con periodo y amortiguamiento modificados de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$t_m = \frac{t_0}{Q} \left[ \frac{1}{3} + \frac{2}{3} Q^{3/2} \right] \quad (\text{A.18})$$

$$\xi_m = \frac{1}{Q} \left\{ \xi \left[ \frac{1}{3} + \frac{2}{3} Q^{3/2} \right] + \frac{4}{\pi} [Q - 1 - \ln Q] \right\} \quad (\text{A.19})$$

donde  $t_m$  y  $\xi_m$  son, respectivamente, el periodo y el amortiguamiento del sistema lineal equivalente, y  $Q$  es la demanda de ductilidad deseada, definida como el cociente entre el desplazamiento máximo y el desplazamiento de fluencia. Pérez-Rocha y Ordaz (1991) calcularon con este procedimiento espectros inelásticos de temblores registrados en el valle de México y los compararon con los espectros exactos. La precisión resultó ser satisfactoria, y el tiempo de cómputo una pequeña fracción del requerido para el cálculo riguroso de los espectros. Independientemente del ahorro enorme en tiempo -que conlleva pérdida de precisión- el método es atractivo porque hace posible el cálculo de espectros elastoplásticos, de manera sencilla, partiendo exclusivamente del espectro de amplitudes de Fourier y la duración de fase intensa del movimiento.



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA  
SEISMICITY**

**EXPOSITOR: DR. JAVIER FCO. PACHECO ALVARADO  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

SEISMICITY

LUIS ESTEVA

*Instituto de Ingenieria, Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico*

6.1 ON SEISMICITY MODELS

Rational formulation of engineering decisions in seismic areas requires quantitative descriptions of seismicity. These descriptions should conform with their intended applications: in some instances, simultaneous intensities during each earthquake have to be predicted at several locations, while in others it suffices to make independent evaluations of the probable effects of earthquakes at each of those locations.

The second model is adequate for the selection of design parameters of individual components of a regional system (the structures in a region or country) when no significant interaction exists between response or damage of several such individual components, or between any of them and the system as a whole. In other words, it applies when the damage — or negative utility — inflicted upon the system by an earthquake can be taken simply as the addition of the losses in the individual components.

The linearity between monetary values and utilities implied in the second model is not always applicable. Such is the case, for instance, when a significant portion of the national wealth or of the production system is concentrated in a relatively narrow area, or when failure of life-line components may disrupt emergency and relief actions just after an earthquake. Evaluation of risk for the whole regional system has then to be based on seismicity models of the first type, that is, models that predict simultaneous intensities at several locations during each event; for the purpose of decision making, nonlinearity between monetary values and utilities can be accounted for by means of adequate scale transformations. These models are also of interest to insurance companies, when the probability distribution of the maximum loss in a given region during a given time interval is to be estimated.

Whatever the category to which a seismic risk problem belongs, it requires the prediction of probability distributions of certain ground motion characteristics (such as peak ground acceleration or velocity, spectral density, response or Fourier spectra, duration) at a given site during a single shock or of maximum values of some of those characteristics in earthquakes occurring during given time intervals. When the reference interval tends to infinity, the probability distribution of the maximum value of a given characteristic ap-

proaches that of its maximum possible value. Because different systems or subsystems are sensitive to different ground motion characteristics, the term *intensity characteristic* will be used throughout this chapter to mean a particular parameter or set of parameters of an earthquake motion, in terms of which the response is to be predicted. Thus, when dealing with the failure probability of a structure, intensity can be alternatively measured — with different degrees of correlation with structural response — by the ordinate of the response spectrum for the corresponding period and damping, the peak ground acceleration, or the peak ground velocity.

In general, local instrumental information does not suffice for estimating the probability distributions of maximum intensity characteristics, and use has to be made of data on subjective measures of intensities of past earthquakes, of models of *local seismicity*, and of expressions relating characteristics with magnitude and site-to-source distance. Models of local seismicity consist, at least, of expressions relating magnitudes of earthquakes generated in given volumes of the earth's crust with their return periods. More often than not, a more detailed description of local seismicity is required, including estimates of the maximum magnitude that can be generated in these volumes, as well as probabilistic (stochastic process) models of the possible histories of seismic events (defined by magnitudes and coordinates).

This chapter deals with the various steps to be followed in the evaluation of seismic risk at sites where information other than direct instrumental records of intensities has to be used — identifying potential sources of activity near the site, formulating mathematical models of local seismicity for each source, obtaining the contribution of each source to seismic risk at the site and adding up contributions of the various sources and combining information obtained from local seismicity of sources near the site with data on instrumental or subjective intensities observed at the site.

The foregoing steps consider use of information stemming from sources of different nature. Quantitative values derived therefrom are ordinarily tied to wide uncertainty margins. Hence they demand probabilistic evaluation, even though they cannot always be interpreted in terms of relative frequencies of outcomes of given experiments. Thus, geologists talk of the maximum magnitude that can be generated in a given area, assessed by looking at the dimensions of the geological accidents and by extrapolating the observations of other regions which available evidence allows to brand as similar to the one of interest; the estimates produced are obviously uncertain, and the degree of uncertainty should be expressed together with the most probable value. Following nearly parallel lines, some geophysicists estimate the energy that can be liberated by a single shock in a given area by making quantitative assumptions about source dimensions, dislocation amplitude and stress drop, consistent with tectonic models of the region and, again, with comparisons with areas of similar tectonic characteristics.

Uncertainties attached to estimates of the type just described are in gen-

eral extremely large: some studies relating fault rupture area, stress drop, and magnitude (Brune, 1968) show that, considering not unusually high stress drops, it does not take very large source dimensions to get magnitudes 8.0 and greater, and those studies are practically restricted to the simplest types of fault displacement. It is not clear, therefore, that realistic bounds can always be assigned to potential magnitudes in given areas or that, when this is feasible, those bounds are sufficiently low, so that designing structures to withstand the corresponding intensities is economically sound, particularly when occurrence of those intensities is not very likely in the near future. Because uncertainties in maximum feasible magnitudes and in other parameters defining magnitude-recurrence laws can be as significant as their mean values when trying to make rational seismic design decisions, those uncertainties have to be explicitly recognized and accounted for by means of adequate probabilistic criteria. A corollary is that geophysically based estimates of seismicity parameters should be accompanied with corresponding uncertainty measures.

Seismic risk estimates are often based only on statistical information (observed magnitudes and hypocentral coordinates). When this is done, a wealth of relevant geophysical information is neglected, while the probabilistic prediction of the future is made to rely on a sample that is often small and of little value, particularly if the sampling period is short as compared with the desirable return period of the events capable of severely damaging a given system.

The criterion advocated here intends to unify the foregoing approaches and rationally to assimilate the corresponding pieces of information. Its philosophy consists in using the geological, geophysical, and all other available non-statistical evidence for producing a set of alternate assumptions concerning a mathematical (stochastic process) model of seismicity in a given source area. An initial probability distribution is assigned to the set of hypotheses, and the statistical information is then used to improve that probability assignment. The criterion is based on application of *Bayes theorem*, also called the *theorem of the probabilities of hypotheses*. Since estimates of risk depend largely on conceptual models of the geophysical processes involved, and these are known with different degrees of uncertainty in different zones of the earth's crust, those estimates will be derived from stochastic process models with uncertain forms or parameters. The degree to which these uncertainties can be reduced depends on the limitations of the state of the art of geophysical sciences and on the effort that can be put into compilation and interpretation of geophysical and statistical information. This is an economical problem that should be handled, formally or informally, by the criteria of decision making under uncertainty.

## 6.2 INTENSITY ATTENUATION

Available criteria for the evaluation of the contribution of potential seismic sources to the risk at a site make use of *intensity attenuation* expressions that relate intensity characteristics with magnitude and distance from site to source. Depending on the application envisaged, the intensity characteristic to be predicted can be expressed in a number of manners, ranging from a subjective index, such as the *Modified Mercalli intensity*, to a combination of one or more quantitative measures of ground shaking (see Chapter 1).

A number of expressions for attenuation of various intensity characteristics with distance have been developed, but there is little agreement among most of them (Ambraseys, 1973). This is due in part to discrepancies in the definitions of some parameters, in the ranges of values analyzed, in the actual wave propagation properties of the geological formations lying between source and site, in the dominating shock mechanisms, and in the forms of the analytical expressions adopted a priori.

Most intensity-attenuation studies concern the prediction of earthquake characteristics on rock or firm ground, and assume that these characteristics, properly modified in terms of frequency-dependent soil amplification factors, should constitute the basis for estimating their counterparts on soft ground. Observations about the influence of soil properties on earthquake damage support the assumption of a strong correlation between type of local ground and intensity in a given shock. Attempts to analytically predict the characteristics of motions on soil given those on firm ground or on bedrock have not been too successful, however (Crouse, 1973; Hudson and Udawadia, 1973; Salt, 1974), with the exception of some peculiar cases, like Mexico City (Herrera et al., 1965), where local conditions favor the fulfillment of the assumptions implied by usual analytical models. The following paragraphs concentrate on prediction on intensities on firm ground; the influence of local soil is discussed in Chapter 4.

## 6.2.1 Intensity attenuation on firm ground

When isoseismals (lines joining sites showing equal intensity) of a given shock are based only on intensities observed on homogeneous ground conditions, such as *firm ground* (compact soils) or bedrock, they are roughly elliptical and the orientations of the corresponding axes are often correlated with local or regional geological trends (Figs. 6.1–6.3). In some regions — for instance near major faults in the western United States — those trends are well defined and the correlations are clear enough as to permit prediction of intensity in the near and far fields in terms of magnitude and distance to the generating fault or to the centroid of the energy liberating volume. In other regions, such as the eastern United States and most of Mexico, isoseismals seem to elongate systematically in a direction that is a function of the epi-

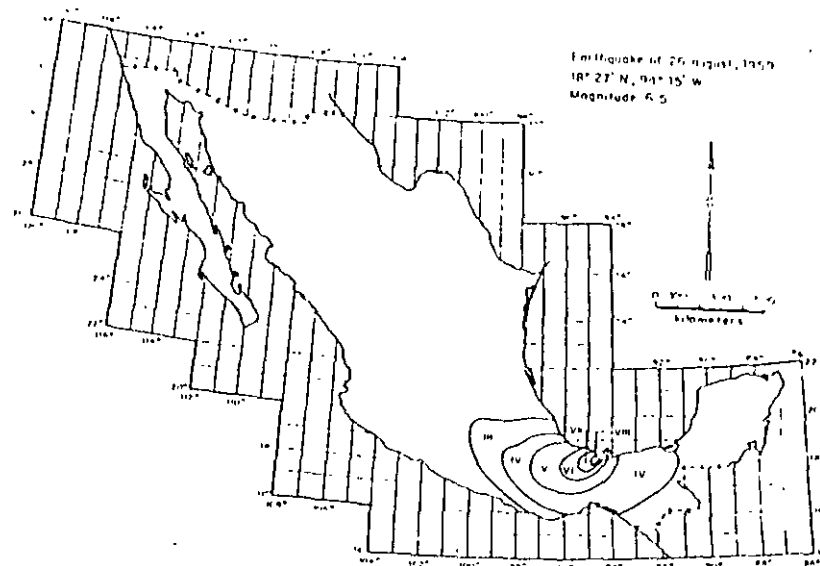


Fig. 6.1. Isoseismals of an earthquake in Mexico. (After Figueroa, 1963.)

central coordinates (Bollinger, 1973; Figueroa, 1963). In that case, intensity should be expressed as a function of magnitude and coordinates of source and site. For most areas in the world, intensity has to be predicted in terms of simple — and cruder — expressions that depend only on magnitude and distance from site to instrumental hypocenter. This stems from inadequate knowledge of geotectonic conditions and from limited information concerning the volume where energy is liberated in each shock.

A comparison of the rates of attenuation of intensities on firm ground for shocks on western and eastern North America has disclosed systematic differences between those rates (Milne and Davenport, 1969). This is the source of a basic, but often unavoidable, weakness of most intensity-attenuation expressions, because they are based on heterogeneous data, recorded in different zones, and the very nature of their applications implies that the less is known about possible systematic deviations in a given zone, as a consequence of the meagerness of local information, the greater weight is given to predictions with respect to observations.

## 6.2.1.1 Modified Mercalli intensities

An analysis of the Modified Mercalli intensities on firm ground reported for earthquakes occurring in Mexico in the last few decades leads to the fol-

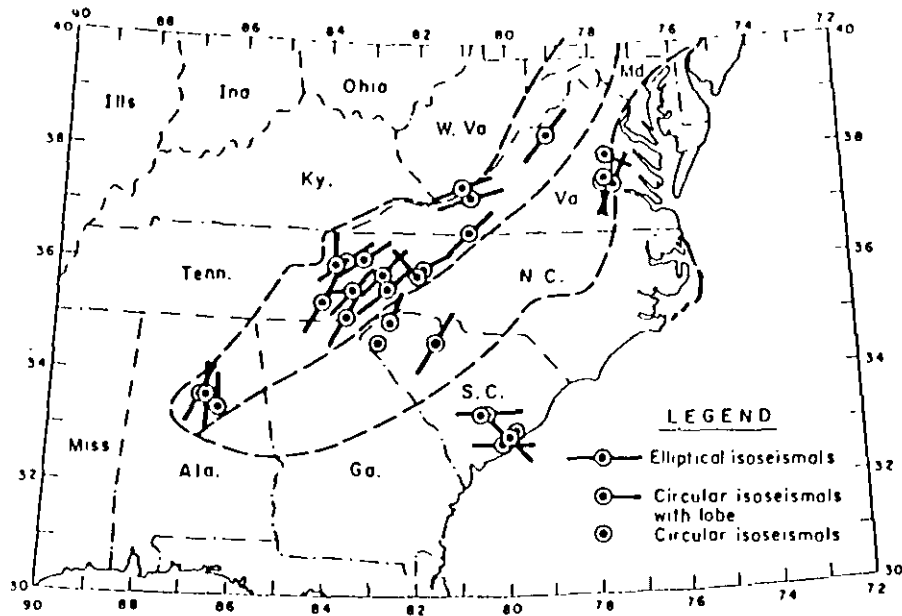


Fig. 6.2. Elongation of isoseismals in the southeastern United States (After Bollinger, 1973.)

lowing expression relating magnitude  $M$ , hypocentral distance  $R$  (in kilometers) and intensity  $I$  (Esteva, 1968):

$$I = 1.45M - 5.7 \log_{10} R + 7.9 \quad (6.1)$$

The prediction error, defined as the difference between observed and computed intensity, is roughly normally distributed, with a standard deviation of 2.04, which means that there is a probability of 60% that an observed intensity is more than one degree greater or smaller than its predicted value.

#### 6.2.1.2 Peak ground accelerations and velocities

A few of the available expressions will be described. Their comparison will show how cautiously a designer intending to use them should proceed.

Housner studied the attenuation of peak ground accelerations in several regions of the United States and presented his results graphically (1969) in terms of fault length (in turn a function of magnitude), shapes of isoseismals and areas experiencing intensities greater than given values (Fig. 6.4 and 6.5).

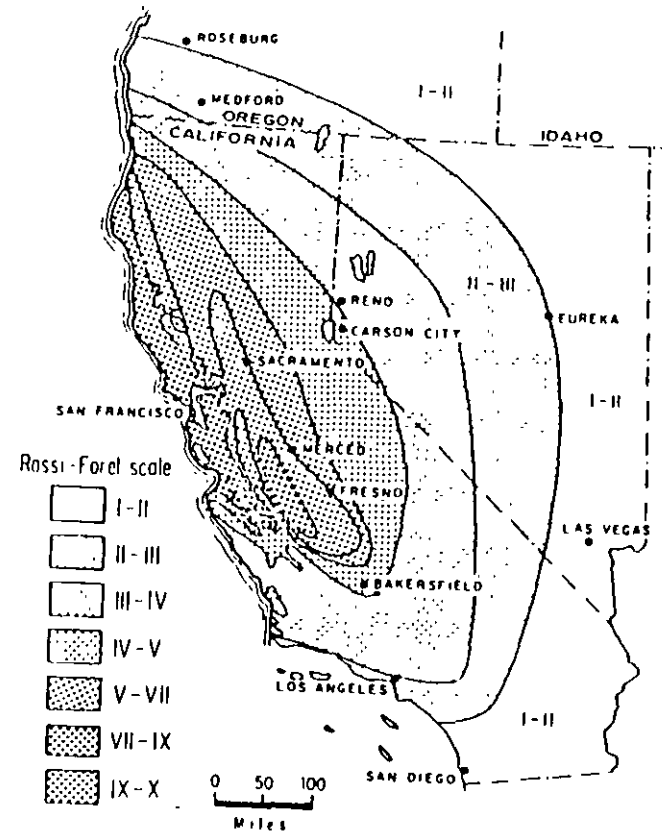


Fig. 6.3. Isoseismals in California. (After Bolt, 1970.)

He showed that intensities attenuate faster with distance on the west coast than in the rest of the country. This comparison is in agreement with Milne and Davenport (1969), who performed a similar analysis for Canada. From observations of strong earthquakes in California and in British Columbia, they developed the following expression for  $a$ , the peak ground acceleration, as a fraction of gravity:

$$a/g = 0.0069 e^{1.6M} / (1.1 e^{1.1M} + R^2) \quad (6.2)$$

Here,  $R$  is epicentral distance in kilometers. The acceleration varies roughly as  $e^{1.64M} R^{-2}$  for large  $R$ , and as  $e^{0.54M}$  where  $R$  approaches zero. This reflects to some extent the fact that energy is released not at a single point but from a finite volume. A later study by Davenport (1972) led him



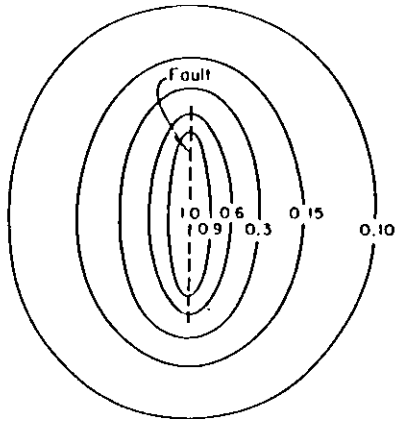


Fig. 6.4. Idealized contour lines of intensity of ground shaking (After Housner, 1969)

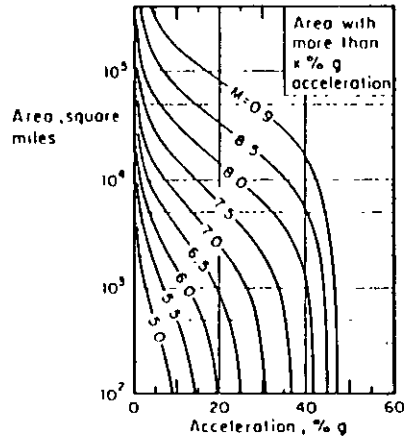


Fig. 6.5. Area in square miles experiencing shaking of a %g or greater for shocks of different magnitudes (After Housner, 1969)

to propose the expression:

$$a/g = 0.279 e^{0.8M}/R^{1.64} \tag{6.3}$$

The statistical error of this equation was studied by fitting a lognormal probability distribution to the ratios of observed to computed accelerations. A standard deviation of 0.74 was found in the natural logarithms of those ratios.

Esteva and Villaverde (1973), on the basis of accelerations reported by Hudson (1971, 1972a,b), derived expressions for peak ground accelerations and velocities, as follows:

$$a/g = 5.7 e^{0.8M}/(R + 40)^2 \tag{6.4}$$

$$v = 32 e^M/(R + 25)^{1.7} \tag{6.5}$$

Here  $v$  is peak ground velocity in cm/sec and the other symbols mean the same as above. The standard deviation of the natural logarithm of the ratio of observed to predicted intensity is 0.64 for accelerations and 0.74 for velocities. If judged by this parameter, eqs. 6.3 and 6.4 seem equally reliable. However, as shown by Fig. 6.6, their mean values differ significantly in some ranges.

With the exception of eq. 6.2, all the foregoing attenuation expressions are products of a function of  $R$  and a function of  $M$ . This form, which is acceptable when the dimensions of the energy-liberating source are small com-

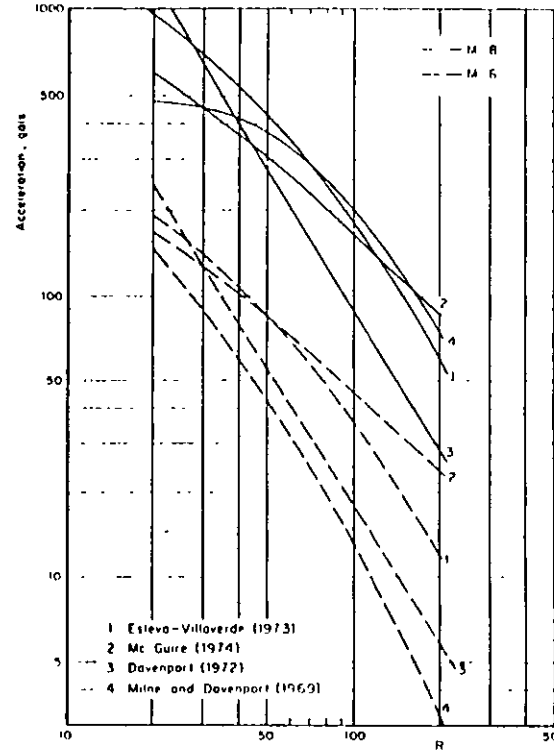


Fig. 6.6. Comparison of several attenuation expressions.

pared with  $R$ , is inadequate when dealing with earthquake sources whose dimensions are of the order of moderate hypocentral distances, and often greater than them. Although equation errors (probability distributions of the ratio of observed to predicted intensities) have been evaluated by Davenport (1972) and Esteva and Villaverde (1973), their dependence on  $M$  and  $R$  has not been analyzed. Because seismic risk estimates are very sensitive to the attenuation expressions in the range of large magnitudes and short distances, more detailed studies should be undertaken, aiming at improving those expressions in the mentioned range, and at evaluating the influence of  $M$  and  $R$  on equation error. Information on strong-motion records will probably be scanty for those studies, and hence they will have to be largely based on analytical or physical models of the generation and propagation of seismic waves. Although significant progress has been lately attained in this direction (Trifunac, 1973) the results from such models have hardly influenced the

practice of seismic risk estimation because they have remained either unknown to or imperfectly appreciated by engineers in charge of the corresponding decisions.

### 6.2.1.3 Response spectra

Peak ground acceleration and displacement are fairly good indicators of the response of structures possessing respectively very high and very small natural frequencies. Peak velocity is correlated with the response of intermediate-period systems, but the correlation is less precise than that tying the former parameters; hence, it is natural to formulate seismic risk evaluation and engineering design criteria in terms of spectral ordinates.

Response spectrum prediction for given magnitude and hypocentral or site-to-fault distance usually entails a two-step process, according to which peak ground acceleration, velocity and displacement are initially estimated and then used as reference values for prediction of the ordinates of the response spectrum. Let the second step in the process be represented by the operation  $y_s = \alpha y_r$ , where  $y_s$  is an ordinate of the response spectrum for a given natural period and damping ratio, and  $y_r$  is a parameter (such as peak ground acceleration or velocity) that can be directly obtained from the time-history record of a given shock regardless of the dynamic properties of the systems whose response is to be predicted. For given  $M$  and  $R$ ,  $y_r$  is random and so is  $y_s/y_r = \alpha$ ; the mean and standard deviation of  $y_s$  depend on those of  $y_r$  and  $\alpha$  and on the coefficient of correlation of the latter variables. As shown above,  $y_r$  can only be predicted within wide uncertainty limits, often wider than those tied to  $y_s$  (Esteva and Villaverde, 1973). The coefficient of variation of  $y_s$  given  $M$  and  $R$  can be smaller than that of  $y_r$  only if  $\alpha$  and  $y_r$  are negatively correlated, which is often the case: the greater the deviation of an observed value of  $y_r$  with respect to its expectation for given  $M$  and  $R$ , the lower is likely to be  $\alpha$ . In other words, it seems that in the intermediate range of natural periods the expected values of spectral ordinates for given damping ratios can be predicted directly in terms of magnitude and focal distance with narrower (or at most equal) margins of uncertainty than those tied to predicted peak ground velocities. For the ranges of very short or very long natural periods, peak amplitudes of ground motion and spectral ordinates approach each other and their standard errors are therefore nearly equal.

McGuire (1974) has derived attenuation expressions for the conditional values (given  $M$  and  $R$ ) of the mean and of various percentiles of the probability distributions of the ordinates of the response spectra for given natural periods and damping ratios. Those expressions have the same form as eqs. 6.4 and 6.5, but their parameters show that the rates of attenuation of spectral ordinates differ significantly from those of peak ground accelerations or velocities. For instance, McGuire finds that peak ground velocity attenuates in proportion to  $(R + 25)^{-1.20}$ , while the mean of the pseudovelocity for a

TABLE 6.1

McGuire's attenuation expressions  $y = b_1 10^{b_2 M} (R + 25)^{-b_3}$ 

$y$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$V(y) = \text{coeff. of var. of } y$
$a$ gals	472.3	0.278	1.301	0.548
$v$ cm/sec	5.64	0.401	1.202	0.696
$d$ cm	0.393	0.434	0.885	0.883
Undamped spectral pseudovelocities				
$T = 0.1$ sec	11.0	0.278	1.346	0.941
0.5	3.05	0.391	1.001	0.636
1.0	0.631	0.378	0.549	0.768
2.0	0.0768	0.469	0.419	0.989
5.0	0.0834	0.564	0.897	1.344
5% damped spectral pseudovelocities				
$T = 0.1$ sec	10.09	0.233	1.341	0.651
0.5	5.74	0.356	1.197	0.591
1.0	0.432	0.399	0.704	0.703
2.0	0.122	0.466	0.675	0.911
5.0	0.0706	0.557	0.938	1.193

natural period of 1 sec and a damping ratio of 2% attenuates in proportion to  $(R + 25)^{-0.69}$ . These results stem from the way that frequency content changes with  $R$  and lead to the conclusion that the ratio of spectral velocity should be taken as a function of  $M$  and  $R$ .

Table 6.1 summarizes McGuire's attenuation expressions and their coefficients of variation for ordinates of the pseudovelocity spectra and for peak ground acceleration, velocity and displacement. Similar expressions were derived by Esteva and Villaverde (1973), but they are intended to predict only the maxima of the expected acceleration and velocity spectra, regardless of the periods associated with those maxima. No analysis has been performed of the relative validity of McGuire's and Esteva and Villaverde's expressions for various ranges of  $M$  and  $R$ .

### 6.3 LOCAL SEISMICITY

The term *local seismicity* will be used here to designate the degree of seismic activity in a given volume of the earth's crust; it can be quantitatively described according to various criteria, each providing a different amount of information. Most usual criteria are based on upper bounds to the magnitudes of earthquakes that can originate in a given seismic source, on the

amount of energy liberated by shocks per unit volume and per unit time or on more detailed statistical descriptions of the process.

### 6.3.1 Magnitude-recurrence expressions

Gutenberg and Richter (1954) obtained expressions relating earthquake magnitudes with their rates of occurrence for several zones of the earth. Their results can be put in the form:

$$\lambda = \alpha e^{-\beta M} \quad (6.6)$$

where  $\lambda$  is the mean number of earthquakes per unit volume and per unit time having magnitude greater than  $M$  and  $\alpha$  and  $\beta$  are zone dependent constants;  $\alpha$  varies widely from point to point, as evidenced by the map of epicenters shown in Fig. 6.7, while  $\beta$  remains within a relatively narrow range, as shown in Fig. 6.8. Equation 6.6 implies a distribution of the energy liberated per shock which is very similar to that observed in the process of microfracturing of laboratory specimens of several types of rock subjected to gradually increasing compressive or bending strain (Mogi, 1962; Scholz, 1968). The values of  $\beta$  determined in the laboratory are of the same order as those obtained from seismic events, and have been shown to depend on the heterogeneity of the specimens and on their ability to yield locally. Thus, in heterogeneous specimens made of brittle materials many small shocks precede a major fracture, while in homogeneous or plastic materials the number of small shocks is relatively small. These cases correspond to large and small  $\beta$ -values, respectively. No general relationship is known to the writer between  $\beta$  and geotectonic features of seismic provinces: complexity of crustal structure and of stress gradients precludes extrapolation of laboratory results; and statistical records for relatively small zones of the earth are not, as a rule, adequate for establishing local values of  $\beta$ . Figure 6.8 shows that for very high magnitudes the observed frequency of events is lower than predicted by eq. 6.6. In addition, Rosenblueth (1969) has shown that  $\beta$  cannot be smaller than 3.46, since that would imply an infinite amount of energy liberated per unit time. However, Fig. 6.8 shows that the values of  $\beta$  which result from fitting expressions of the form 6.6 to observed data are smaller than 3.46; hence, for very high values of  $M$  (above 7, approximately) the curve should bend down, in accordance with statistical evidence.

Expressions alternative to eq. 6.6 have been proposed, attempting to represent more adequately the observed magnitude-recurrence data (Rosenblueth, 1964; Merz and Cornell, 1973). Most of these expressions also fail to recognize the existence of an upper bound to the magnitude that can be generated in a given source. Although no precise estimates of this upper bound can yet be obtained, recognition of its existence and of its dependence on the geotectonic characteristics of the source is inescapable. Indeed, the prac-

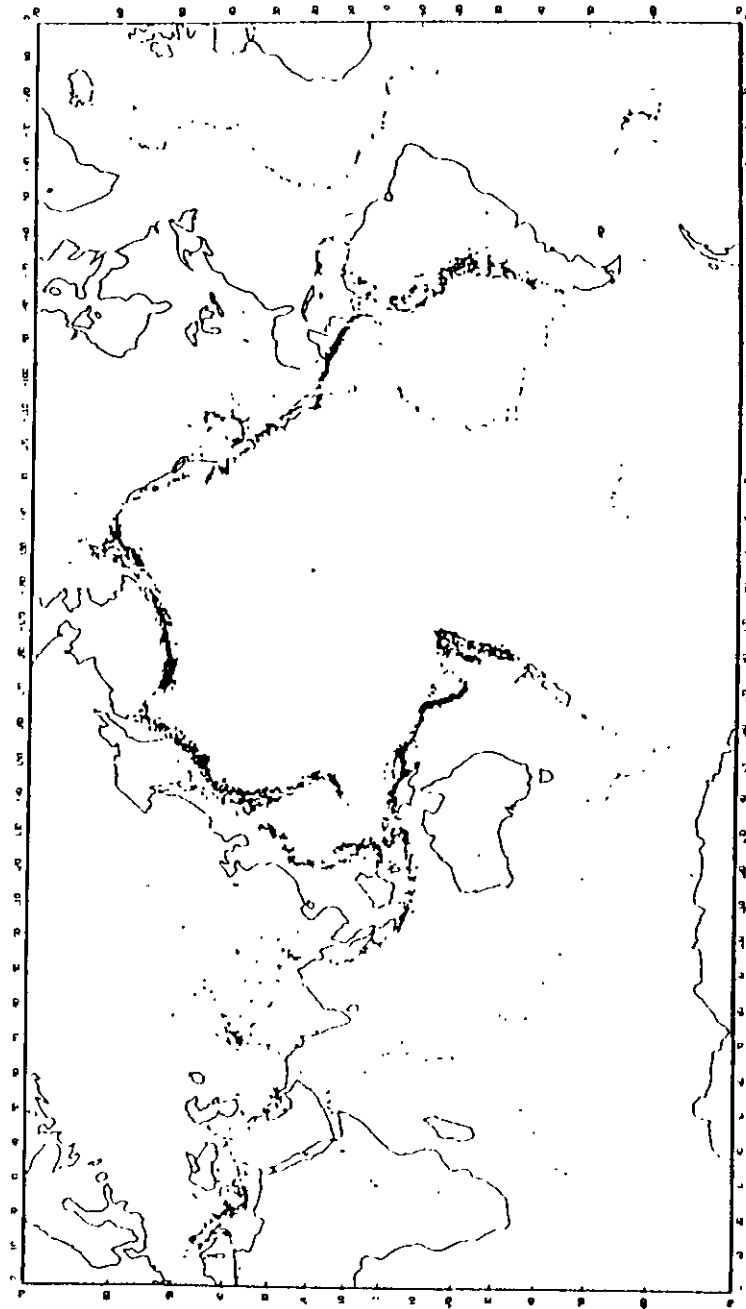


Fig. 6.7. Map showing epicenters for the interval 1961-1967. (After Newmark and Rosenblueth, 1971.)

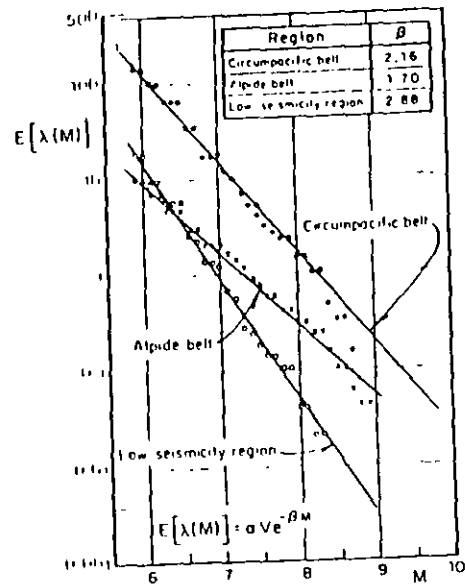


Fig. 6.8 Seismicity of macrozones (After Esteva, 1968)

tion of seismic zoning in the Soviet Union has been based on this concept (Grovsky, 1962; Ananiin et al., 1968) and in many countries design spectra for very important structures, such as nuclear reactors or large dams, are usually derived from the assumption of a maximum credible intensity at a site, that intensity is ordinarily obtained by taking the maximum of the intensities that result at the site when at each of the potential sources an earthquake with magnitude equal to the maximum feasible value for that source is generated at the most unfavourable location within the same source. When this criterion is applied no attention is usually paid to the uncertainty in the maximum feasible magnitude nor to the probability that an earthquake with that magnitude will occur during a given time period. The need to formulate seismic-risk-related decisions that account both for upper bounds to magnitudes and for their probabilities of occurrence suggests adoption of magnitude recurrence expressions of the form:

$$\lambda = \lambda_L G^*(M) \quad \text{for } M_L \leq M \leq M_U$$

$$= \lambda_L \quad \text{for } M < M_L$$

$$= 0 \quad \text{for } M > M_U \quad (6.7)$$

where  $M_L$  = lowest magnitude whose contribution to risk is significant,  $M_U$

= maximum feasible magnitude, and  $G^*(M)$  = complementary cumulative probability distribution of magnitudes every time that an event ( $M \geq M_L$ ) occurs. A particular form of  $G^*(M)$  that lends itself to analytical derivations is:

$$G^*(M) = A_0 + A_1 \exp(-\beta M) - A_2 \exp[-(\beta - \beta_1)M] \quad (6.8)$$

where:

$$A_0 = A\beta_1 \exp[-\beta(M_U - M_L)]$$

$$A_1 = A(\beta - \beta_1) \exp(\beta M_L)$$

$$A_2 = A\beta \exp(-\beta_1 M_U + \beta M_L)$$

$$A = [\beta\{1 - \exp[-\beta_1(M_U - M_L)]\} - \beta_1\{1 - \exp[-\beta(M_U - M_L)]\}]^{-1}$$

As  $M$  tends to  $M_L$  from above, eq. 6.7 approaches eq. 6.6. Adoption of adequate values of  $M_U$  and  $\beta_1$  permits satisfying two additional conditions: the maximum feasible magnitude and the rate of variation of  $\lambda$  in its vicinity. When  $\beta_1 \rightarrow \infty$ , eq. 6.8 tends to an expression proposed by Cornell and Vanmarcke (1969).

Yegulalp and Kuo (1974) have applied the theory of extreme values to estimating the probabilities that given magnitudes are exceeded in given time intervals. They assume those probabilities to fit an extreme type-III distribution given by:

$$F_{M_{\max}}(M|t) = \exp[-C(M_U - M)^k t] \quad \text{for } M \leq M_U$$

$$= 0 \quad \text{for } M > M_U \quad (6.9)$$

Here  $F_{M_{\max}}(M|t)$  indicates the probability that the maximum magnitude observed in  $t$  years is smaller than  $M$ ,  $M_U$  has the same meaning as above, and  $C$  and  $k$  are zone-dependent parameters. This distribution is consistent with the assumption that earthquakes with magnitudes greater than  $M$  take place in accordance with a Poisson process with mean rate  $\lambda$  equal to  $C(M_U - M)^k$ . Equation 6.9 produces magnitude recurrence curves that fit closely the statistical data on which they are based for magnitudes above 5.2 and return periods from 1 to 50 years, even though the values of  $M_U$  that result from pure statistical analysis are not reliable measures of the upper bound to magnitudes, since in many cases they turn out inadmissibly high.

For low magnitudes, only a fraction of the number of shocks that take place is detected. As a consequence,  $\lambda$ -values based on statistical information lie below those computed according to eqs. 6.6 and 6.8 for  $M$  smaller than about 5.5. In addition, Fig. 6.9, taken from Yegulalp and Kuo (1974), shows that the numbers of detected shocks fit the extreme type III in eq. 6.9 better than the extreme type I distribution implied by eq. 6.6., coupled with the assumption of Poisson distribution of the number of events. It is not

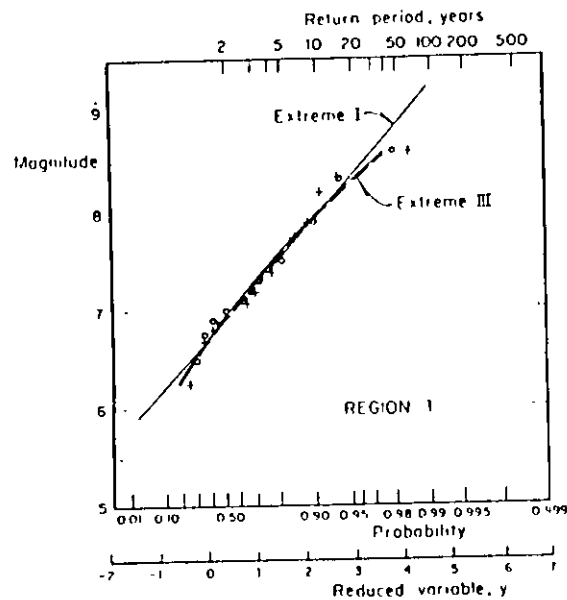


Fig. 6.9 Magnitude statistics in the Aleutian Islands region (After Yegulalp and Kuo, 1974.)

clear what portion of the deviation from the extreme type-I distribution is due to the low values of the detectability levels and what portion comes from differences between the actual form of variation of  $\lambda$  with  $M$  and that given by eq. 6.6. The problem deserves attention because estimates of expected losses due to nonstructural damage may be sensitive to the values of  $\lambda$  for small magnitudes (say below 5.5) and because the evaluation of the level of seismic activity in a region is often made to depend on the recorded numbers of small magnitude shocks and on assumed detectability levels, i.e. of ratios of numbers of detected and occurred earthquakes (Kaila and Narain 1971; Kaila et al., 1972, 1974).

None of the expressions for  $\lambda$  presented in this chapter possess the desirable property that its applicability over a number of non-overlapping regions of the earth's crust implies the validity of an expression of the same form over the addition of those regions, unless some restrictions are imposed on the parameters of each  $\lambda$ . For instance, the addition of expressions like 6.6 gives place to an expression of the same form only if  $\beta$  is the same for all terms in the sum. Similar objections can be made to eq. 6.8. In what follows these forms will be preserved, however, as their accuracy is consistent with

the amount of available information and their adoption offers significant advantages in the evaluation of regional seismicity, as shown later.

### 6.3.2 Variation with depth

Depth of prevailing seismic activity in a region depends on its tectonic structure. For instance, most of the activity in the western coast of the United States and Canada consists of shocks with hypocentral depths in the range of 20–30 km. In other areas, such as the southern coast of Mexico, seismic events can be grouped into two ensembles: one of small shallow shocks and one of earthquakes with magnitudes comprised in a wide range, and with depths whose mean value increases with distance from the shoreline (Fig. 6.10). Figure 6.11 shows the depth distribution of earthquakes with magnitude above 5.9 for the whole circum-Pacific belt.

### 6.3.3 Stochastic models of earthquake occurrence

Mean exceedance rates of given magnitudes are expected averages during long time intervals. For decision-making purposes the times of earthquake occurrence are also significant. At present those times can only be predicted within a probabilistic context.

Let  $t_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) be the unknown times of occurrence of earthquakes generated in a given volume of the earth's crust during a given time interval, and let  $M_i$  be the corresponding magnitudes. For the moment it will be assumed that the risk is uniformly distributed throughout the given volume, and hence no attention will be paid to the focal coordinates of each shock.

Classical methods of time-series analysis have been applied by different researchers attempting to devise analytical models for random earthquake sequences. The following approaches are often found in the literature:

(a) Plotting of histograms of waiting times between shocks (Knopoff, 1964; Aki, 1963).

(b) Evaluation of Poisson's index of dispersion, that is of the ratio of the sample variance of the number of shocks to its expected value (Vere-Jones, 1970; Shlien and Toksöz, 1970). This index equals unity for Poisson processes, is smaller for nearly periodic sequences, and is greater than one when events tend to cluster.

(c) Determination of autocovariance functions, that is, of functions representing the covariance of the numbers of events observed in given time intervals, expressed in terms of the time elapsed between those intervals (Vere-Jones, 1970; Shlien and Toksöz, 1970). The autocovariance function of a Poisson process is a Dirac delta function. This feature is characteristic for the Poisson model since it does not hold for any other stochastic process.

(d) The hazard function  $h(t)$ , defined so that  $h(t) dt$  is the conditional probability that an event will take place in the interval  $(t, t + dt)$  given that

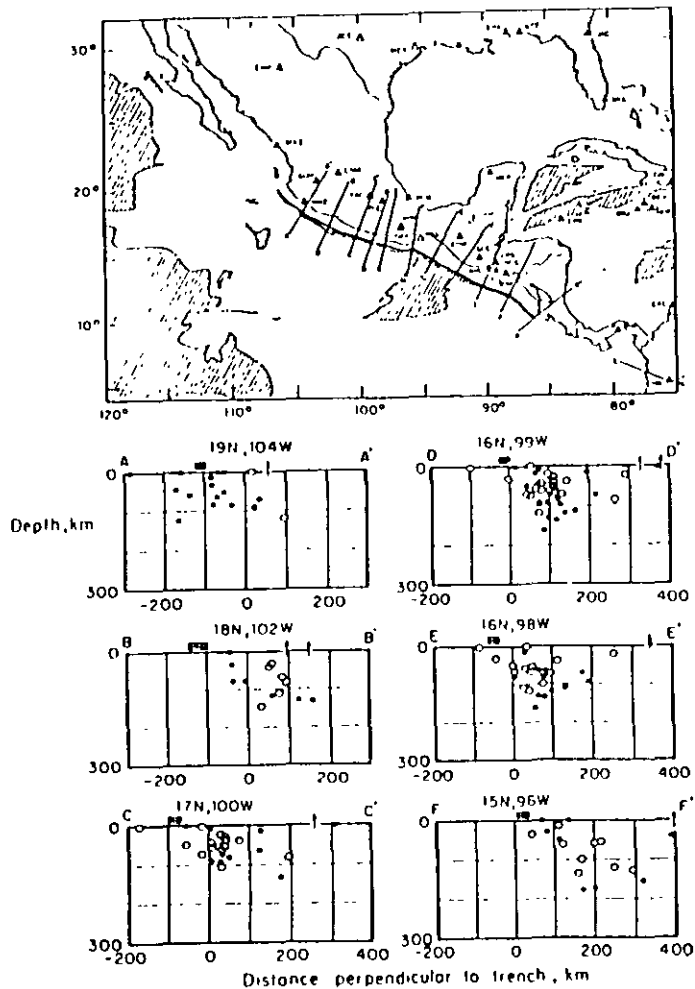


Fig. 6.10. Earthquake hypocenters projected onto a series of vertical sections through Mexico (After Molnar and Sykes, 1969.)

no events have occurred before  $t$ . If  $F(t)$  is the cumulative probability distribution of the time between events:

$$h(t) = f(t) / [1 - F(t)] \quad (6.10)$$

where  $f(t) = \partial F(t) / \partial t$ .

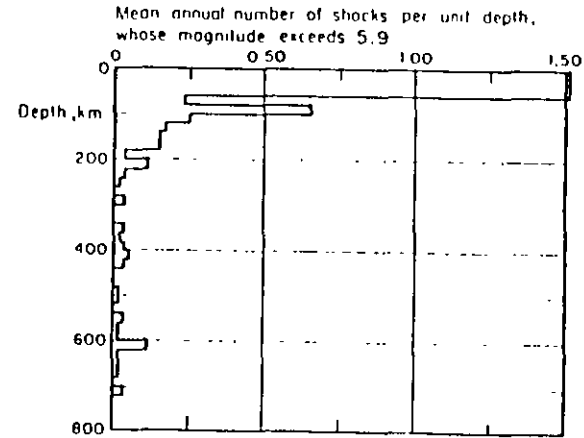


Fig. 6.11. Variation of seismicity with depth. Circum-Pacific Belt, (After Newmark and Rosenblueth, 1971)

For the Poisson model,  $h(t)$  is a constant equal to the mean rate of the process.

### 6.3.3.1 Poisson model

Most commonly applied stochastic models of seismicity assume that the events of earthquake occurrence constitute a Poisson process and that the  $M_i$ 's are independent and identically distributed. This assumption implies that the probability of having  $N$  earthquakes with magnitude exceeding  $M$  during time interval  $(0, t)$  equals:

$$p_N = [\exp(-\nu_M t) (\nu_M t)^N] / N! \quad (6.11)$$

where  $\nu_M$  is the mean rate of exceedance of magnitude  $M$  in the given volume. If  $N$  is taken equal to zero in eq. 6.11, one obtains that the probability distribution of the maximum magnitude during time interval  $t$  is equal to  $\exp(-\nu_M t)$ . If  $\nu_M$  is given by eq. 6.6, the extreme type-I distribution is obtained.

Some weaknesses of this model become evident in the light of statistical information and of an analysis of the physical processes involved: the Poisson assumption implies that the distribution of the waiting time to the next event is not modified by the knowledge of the time elapsed since the last one, while physical models of gradually accumulated and suddenly released energy call for a more general renewal process such that, unlike what happens in the Poisson process, the expected time to the next event decreases as time goes on (Esteve, 1974). Statistical data show that the Poisson assump-

tion may be acceptable when dealing with large shocks throughout the world (Ben-Menahem, 1960), implying lack of correlation between seismicities of different regions; however, when considering small volumes of the earth, of the order of those that can significantly contribute to seismic risk at a site, data often contradict Poisson's model, usually because of clustering of earthquakes in time: the observed numbers of short intervals between events are significantly higher than predicted by the exponential distribution, and values of Poisson's index of dispersion are well above unity (Figs. 6.12 and 6.13). In some instances, however, deviations in the opposite direction have been observed: waiting times tend to be more nearly periodic, Poisson's index of dispersion is smaller than one, and the process can be represented by a renewal model. This condition has been reported, for instance, in the southern coast of Mexico (Esteve, 1974), and in the Kamchatka and Pamir-Hindu Kush regions (Gaisky, 1966 and 1967). The models under discussion also fail to account for clustering in space (Tsuboi, 1958; Gajardo and Lomnitz, 1960), for the evolution of seismicity with time, and for the systematic shifting of active sources along geologic accidents (Allen, Chapter 3 of this book). On account of its simplicity, however, the Poisson process model provides a valuable tool for the formulation of some seismic-risk-related decisions, particularly of those that are sensitive only to magnitudes of events having very long return periods.

### 6.3.3.2 Trigger models

Statistical analysis of waiting times between earthquakes does not favor the adoption of the Poisson model or of other forms of renewal processes, such as those that assume that waiting times are mutually independent with lognormal or gamma distributions (Shlien and Toksöz, 1970). Alternative models have been developed, most of them of the 'trigger type' (Vere-Jones, 1970), i.e. the overall process of earthquake generation is considered as the superposition of a number of time series, each having a different origin, where the origin times are the events of a Poisson process. In general, let  $N$  be the number of events that take place during time interval  $(0, t)$ ,  $\tau_m$  = origin time of the  $m$ th series,  $W_m(t, \tau_m)$  the corresponding number of events up to instant  $t$ , and  $n_t$  the random number of time series initiated in the interval  $(0, t)$ . The total number of events that occur before instant  $t$  is then:

$$N = \sum_m^{n_t} W_m(t, \tau_m) \quad (6.12)$$

If origin times are distributed according to a homogeneous Poisson process with mean rate  $\nu$ , and all  $W_m$ 's are identically distributed stochastic processes with respect to  $(t - \tau_m)$ , it can be shown (Parzen, 1962) that the mean and variance of  $N$  can be obtained from:

$$E(N) = \nu \int_0^t E[W(t, \tau)] d\tau \quad (6.13)$$

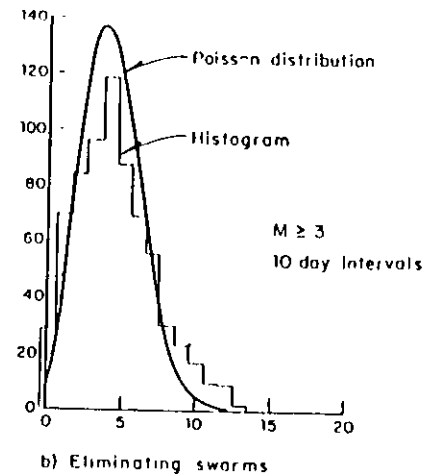
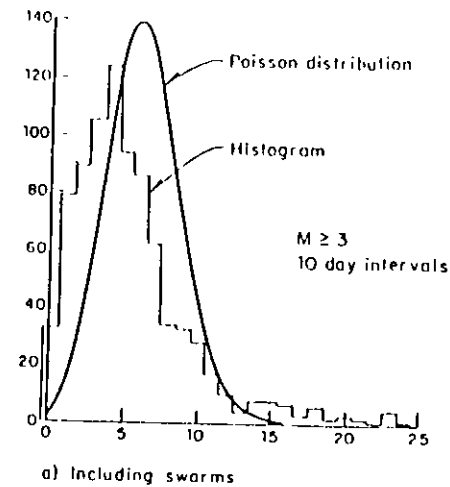


Fig. 6.12. Evaluation of Poisson process assumption. (After Knopoff, 1964.)

$$\text{var}(N) = \nu \int_0^t E[W^2(t, \tau)] d\tau \quad (6.14)$$

Parzen (1962) gives also an expression for the probability generating function  $\psi_N(Z; t)$  of the distribution of  $N$  in terms of  $\psi_w(Z; t, \tau)$ , the generat-

12

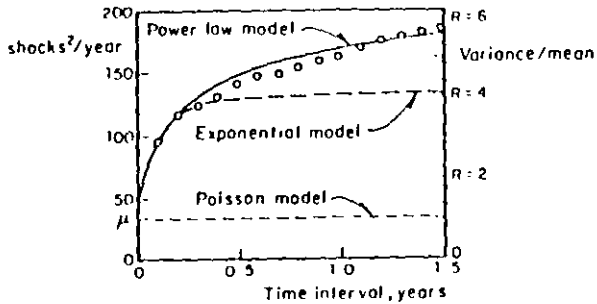


Fig. 6.13. Variance-time curve for New Zealand shallow shocks. (After Vere Jones, 1966.)

ing function of each of the component processes.

$$\psi_N(Z; t) = \exp \left\{ -\nu t + \nu \int_0^t \psi_W(Z; t, \tau) d\tau \right\} \quad (6.15)$$

where:

$$\psi_W(Z; t, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} Z^n P\{W(t, \tau) = n\} \quad (6.16)$$

and the probability mass function of  $N$  can be obtained from  $\psi_N(Z; t)$  by recalling that:

$$\psi_N(Z; t) = \sum_{n=0}^{\infty} Z^n P\{N = n\}$$

expanding  $\psi_N$  in power series of  $Z$ , and taking  $P\{N = n\}$  equal to the coefficient of  $Z^n$  in that expansion. For instance, if it is of interest to compute  $P\{N = 0\}$ , expansion of  $\psi_N(Z; t)$  in a Taylor's series with respect to  $Z = 0$  leads to:

$$\psi_N(Z; t) = \psi_N(0; t) + Z \psi'_N(0; t) + \frac{Z^2}{2!} \psi''_N(0; t) + \dots \quad (6.17)$$

where the prime signifies derivative with respect to  $Z$ . From the definition of  $\psi_N$ ,  $P\{N = 0\} = \psi_N(0; t)$ .

Because the component processes of 'trigger'-type time series appear overlapped in sample histories, their analytical representation usually entails study of a number of alternative models, estimation of their parameters, and comparison of model and sample properties — often second-order properties (Cox and Lewis, 1966).

*Vere-Jones models.* Applicability of some general 'trigger' models to rep-

resent local seismicity processes was discussed in a comprehensive paper by Vere-Jones (1970), who calibrated them mainly against records of seismic activity in New Zealand. In addition to simple and compound Poisson processes (Parzen, 1962), he considered Neyman-Scott and Bartlett-Lewis models, both of which assume that earthquakes occur in clusters and that the number of events in each cluster is stochastically independent of its origin time. In the Neyman-Scott model, the process of clusters is assumed stationary and Poisson, and each cluster is defined by  $p_N$ , the probability mass function of its number of events, and  $\Lambda(t)$ , the cumulative distribution function of the time of an event corresponding to a given cluster, measured from the cluster origin. The Bartlett-Lewis model is a special case of the former, where each cluster is a renewal process that ends after a finite number of renewals. In these models the conditional probability of an event taking place during the interval  $(t, t + dt)$ , given that the cluster consists of  $N$  shocks, is equal to  $N\lambda(t)dt$ , where  $\lambda(t) = \partial\Lambda(t)/\partial t$ .

Because clusters overlap in time they cannot easily be identified and separated. Estimation of process parameters is accomplished by assuming different sets of those parameters and evaluating the corresponding goodness of fit with observed data.

Various alternative forms of Neyman-Scott's model were compared by Vere-Jones with observed data on the basis of first- and second-order statistics: hazard functions, interval distributions (in the form of power spectra) and variance time curves. The statistical record comprises about one thousand New Zealand earthquakes with magnitudes greater than 4.5, recorded from 1942 to 1961. Figures 6.13–6.15 show results of the analysis for shallow New Zealand shocks as well as the comparison of observed data with sev-

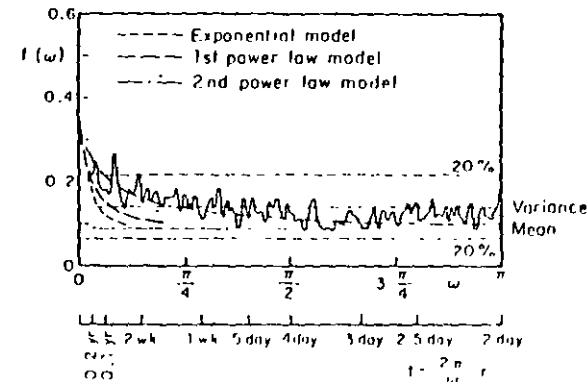


Fig. 6.14. Smoothed periodogram for New Zealand shallow shocks. (After Vere Jones, 1966.)

13



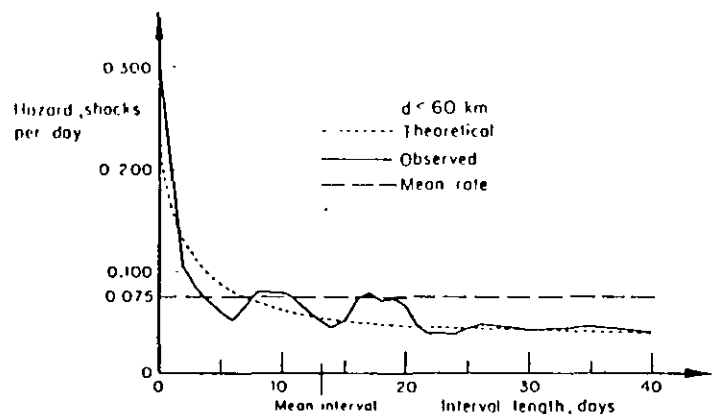


Fig. 6.15 Hazard function for New Zealand shallow shocks. (After Vere-Jones, 1970.)

eral alternative models. The process of cluster origins is Poisson in all cases, but the distributions of cluster sizes ( $N$ ) and of times of events within clusters differ among the various instances: in the Poisson model no clustering takes place (the distribution of  $N$  is a Dirac delta function centered at  $N = 1$ ) while in the exponential and in the power-law models the distribution of  $N$  is extremely skewed towards  $N = 1$ , and  $\Lambda(t)$  is taken respectively as  $1 - e^{-\lambda t}$

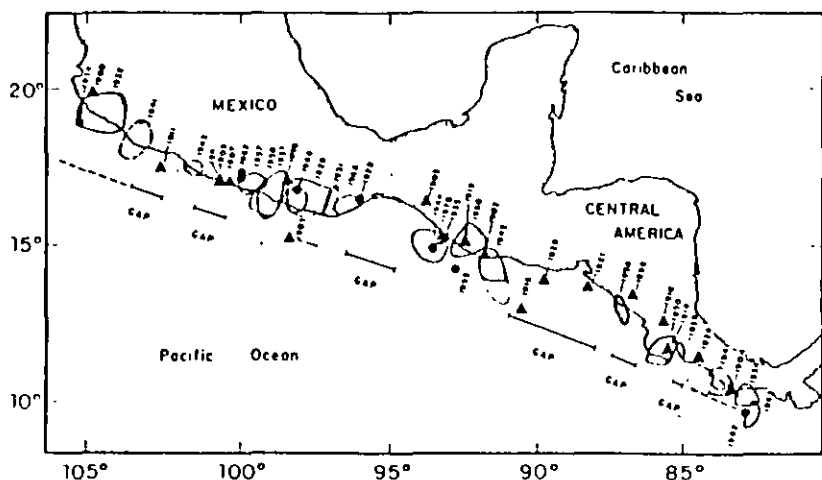


Fig. 6.16. Rupture zones and epicenters of large shallow Middle American earthquakes of this century. (After Kelleher et al., 1973)

and  $1 - [c/(c + t)]^\delta$  for  $t \geq 0$ , and as zero for  $t < 0$ , where  $\lambda$ ,  $c$ , and  $\delta$  are positive parameters. In Figs. 6.13–6.15,  $\delta = 0.25$ ,  $c = 2.3$  days, and  $\lambda = 0.061$  shocks/day. The significance of clustering is evidenced by the high value of Poisson's dispersion index in Fig. 6.13, while no significant periodicity can be inferred from Fig. 6.14. Both figures show that the power-law model provides the best fit to the statistics of the samples. A similar analysis for New Zealand's deep shocks shows much less clustering: Poisson's dispersion index equals 2, and the hazard function is nearly constant with time.

Still, data reported by Gaisky (1967) have hazard functions that suggest models where the cluster origins as well as the clusters themselves may be represented by renewal processes. Mean return periods are of the order of several months, and hence these processes do not correspond, at least in the time scale, to the process of alternate periods of activity and quiescence of some geological structures cited by Kelleher et al. (1973), which have led to the concept of 'temporal seismic gaps', discussed below.

*Simplified trigger models* Shlien and Toksöz (1970) proposed a simple particular case of the Neyman-Scott process; they lumped together all earthquakes taking place during non-overlapping time intervals of a given length and defined them as clusters for which  $\lambda(t)$  was a Dirac delta function. Working with one-day intervals, they assumed the number of events per cluster to be distributed in accordance with the discrete Pareto law and applied a maximum-likelihood criterion to the information consisting of 35 000 earthquakes reported by the USCGS from January 1971 to August 1968. The model proposed represents reasonably well both the distribution of the number of earthquakes in one-day intervals and the dispersion index. However, owing to the assumption that no cluster lasts more than one day, the model fails to represent the autocorrelation function of the daily numbers of shocks for small time lags. The degree of clustering is shown to be a regional function, and to diminish with the magnitude threshold value and with the focal depth.

*Aftershock sequences.* The trigger processes described have been branded as reasonable representations of regional seismic activity, even when aftershock sequences and earthquake swarms are suppressed from statistical records, however arbitrary that suppression may be. The most significant instances of clustering are related, however, to aftershock sequences which often follow shallow shocks and only rarely intermediate and deep events. Persistence of large numbers of aftershocks for a few days or weeks has propitiated the detailed statistical analysis of those sequences since last century. Omori (1894) pointed out the decay in the mean rate of aftershock occurrence with  $t$ , the time elapsed since the main shock; he expressed that rate as inversely proportional to  $t + q$ , where  $q$  is an empirical constant. Utsu (1961) proposed a more general expression, proportional to  $(t + c)^{-\delta}$  where  $\delta$  is a constant; Utsu's proposal is consistent with the power-law expression for  $\Lambda(t)$  presented above.

Lomnitz and Hax (1966) proposed a clustering model to represent aftershock sequences; it is a modified version of Neyman and Scott's model, where the process of cluster origins is non-homogeneous Poisson with mean rate decaying in accordance with Omori's law, the number of events in each cluster has a Poisson distribution, and  $\Lambda(t)$  is exponential. All the results and methods of analysis described by Vere-Jones (1970) for the stationary process of cluster origins can be applied to the nonstationary case through a transformation of the time scale. Fitting of parameters to four aftershock sequences was accomplished through use of the second order information of the sample defined on a transformed time scale. By applying this criterion to earthquake sets having magnitudes above different threshold values it was noticed that the degree of clustering decreases as the threshold value increases.

The magnitude of the main shock influences the number of aftershocks and the distribution of their magnitudes and, although the rate of activity decreases with time, the distribution of magnitudes remains stable throughout each sequence (Lomnitz, 1966; Utsu, 1962; Drakopoulos, 1971). Equation 6.6 represents fairly well the distribution of magnitudes observed in most aftershock sequences. Values of  $\beta$  range from 0.9 to 3.9 and decrease as the depth increases. Since values of  $\beta$  for regular (main) earthquakes are usually estimated from relatively small numbers of shocks generated throughout crust volumes much wider than those active during aftershock sequences, no relation has been established among  $\beta$ -values for series of both types of events. The parameters of Utsu's expression for the decay of aftershock activity with time have been estimated for several sequences, for instance those following the Aleutian earthquake of March 9, 1957, the Central Alaska earthquake of April 7, 1958, and the Southeastern Alaska earthquake of July 10, 1958 (Utsu, 1962), with magnitudes equal to 8.3, 7.3, and 7.9, respectively;  $c$  (in days) was 0.37, 0.40, and 0.01, while  $\zeta$  was 1.05, 1.05 and 1.13, respectively. The relationship of the total number of aftershocks whose magnitude exceeds a given value with the magnitude of the main shock was studied by Drakopoulos (1971) for 140 aftershock sequences in Greece from 1912 to 1968. His results can be expressed by  $N(M) = A \exp(-\beta M)$ , where  $N(M)$  is the total number of aftershocks with magnitude greater than  $M$ , and  $A$  is a function of  $M_0$ , the magnitude of the main shock:

$$A = \exp(3.62\beta + 1.1M_0 - 3.46) \quad (6.18)$$

Formulation of stochastic process models for given earthquake sequences is feasible once this relationship and the activity decay law are available for the source of interest. For seismic-risk estimation at a given site the spatial distribution of aftershocks may be as significant as the distribution of magnitudes and the time variation of activity, particularly for sources of relatively large dimensions.

### 6.3.3.3 Renewal process models

The trigger models described are based on information about earthquakes with magnitudes above relatively low thresholds recorded during time intervals of at most ten years. The degrees of clustering observed and the distributions of times between clusters cannot be extrapolated to higher magnitude thresholds and longer time intervals without further study.

Available information shows beyond doubt that significant clustering is the rule, at least when dealing with shallow shocks. However, there is considerable ground for discussion on the nature of the process of cluster origins during intervals of the order of one century or longer. While lack of statistical data hinders the formulation of seismicity models valid over long time intervals, qualitative consideration of the physical processes of earthquake generation may point to models which at least are consistent with the state of knowledge of geophysical sciences. Thus, if strain energy stored in a region grows in a more or less systematic manner, the hazard function should grow with the time elapsed since the last event, and not remain constant as the Poisson assumption implies. The concept of a growing hazard function is consistent with the conclusions of Kelleher et al. (1973) concerning the theory of periodic activation of seismic gaps. This theory is partially supported by results of nearly qualitative analysis of the migration of seismic activity along a number of geological structures. An instance is provided by the southern coast of Mexico, one of the most active regions in the world. Large shallow shocks are generated probably by the interaction of the continental mass and the subductive oceanic Cocos plate that underthrusts it and by compressive or flexural failure of the latter (Chapter 2). Seismological data show significant gaps of activity along the coast during the present century and not much is known about previous history (Fig. 6.16). Along these gaps, seismic-risk estimates based solely on observed intensities are quite low, although no significant difference is evident in the geological structure of these regions with respect to the rest of the coast, save some transverse faults which divide the continental formation into several blocks. Without looking at the statistical records a geophysicist would assign equal risk throughout the area. On the basis of seismicity data, Kelleher et al. have concluded that activity migrates along the region, in such a manner that large earthquakes tend to occur at seismic gaps, thus implying that the hazard function grows with time since the last earthquake. Similar phenomena have been observed in other regions; of particular interest is the North Anatolian fault where activity has shifted systematically along it from east to west during the last forty years (Allen, 1969).

Conclusions relative to activation of seismic gaps are controversial because the observation periods have not exceeded one cycle of each process. Nevertheless, those conclusions point to the formulation of stochastic models of seismicity that reflect plausible features of the geophysical processes.

These considerations suggest the use of renewal-process models to rep-

resent sequences of individual shocks or of clusters. Such models are characterized because times between events are independent and identically distributed. The Poisson process is a particular renewal model for which the distribution of the waiting time is exponential. Wider generality is achieved, without much loss of mathematical tractability, if inter-event times are supposed to be distributed in accordance with a gamma function:

$$f_T(t) = \frac{\nu}{(k-1)!} (nt)^{k-1} e^{-nt} \quad (6.19)$$

which becomes the exponential distribution when  $k = 1$ . If  $k < 1$ , short intervals are more frequent and the coefficient of variation is greater than in the Poisson model; if  $k > 1$ , the reverse is true. Shlien and Toksöz (1970) found that gamma models were unable to represent the sequences of individual shocks they analyzed; but these authors handled time intervals at least an order of magnitude shorter than those referred to in this section.

On the basis of hazard function estimated from sequences of small shocks in the Hindu-Kush, Vere-Jones (1970) deduces the validity of 'branching renewal process' models, in which the intervals between cluster centers, as well as those between cluster members, constitute renewal processes.

Owing to the scarcity of statistical information, reliable comparisons between alternate models will have to rest partially on simulation of the process of storage and liberation of strain energy (Burrige and Knopoff, 1967; Veneziano and Cornell, 1973).

#### 6.3.4 Influence of the seismicity model on seismic risk

Nominal values of investments made at a given instant increase with time when placing them at compound interest rates, i.e. when capitalizing them. Their real value — and not only the nominal one — will also grow, provided the interest rate overshadows inflation. Conversely, for the purpose of making design decisions, nominal values of expected utilities and costs inflicted upon in the future have to be converted into present or actualized values, which can be directly compared with initial expenditures. Descriptions of seismic risk at a site are insufficient for that purpose unless the probability distributions of the times of occurrence of different intensities — or magnitudes at neighbouring sources — are stipulated; this entails more than simple magnitude-recurrence graphs or even than maximum feasible magnitude estimates.

Immediately after the occurrence of a large earthquake, seismic risk is abnormally high due to aftershock activity and to the probability that damage inflicted by the main shock may have weakened natural or man-made structures if emergency measures are not taken in time. When aftershock activity has ceased and damaged systems have been repaired, a normal risk level is attained, which depends on the probability-density functions of the waiting times to the ensuing damaging earthquakes.

For the purpose of illustration, let it be assumed that a fixed and deterministically known damage  $D_0$  occurs whenever a magnitude above a given value is generated at a given source. If  $f(t)$  is the probability-density function of the waiting time to the occurrence of the damaging event, and if the risk level is sufficiently low that only the first failure is of concern, the expected value of the actualized cost of damage is (see Chapter 9):

$$\bar{D} = D_0 \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} f(t) dt \quad (6.20)$$

where  $\gamma$  is the discount (or compound interest) coefficient and the overbar denotes expectation. If the process is Poisson with mean rate  $\nu$ , then  $f(t)$  is exponential and  $\bar{D} \cong D_0 \nu/\gamma$ ; however, if damaging events take place in clusters and most of the damage produced by each cluster corresponds to its first event, the computation of  $\bar{D}$  should make use of the mean rate  $\nu$  corresponding to the clusters, instead of that applicable to individual events. Table 6.II shows a comparison of seismic risk determined under the alternative assumptions of a Poisson and a gamma model ( $k = 2$ ), both with the same mean return period,  $h/\nu$  (Esteve, 1974). Three descriptions of risk are presented as functions of the time  $t_0$  elapsed since the last damaging event:  $T_1$ , the expected time to the next event, measured from instant  $t_0$ ; the expected value of the present cost of failure computed from eq. 6.20, and the hazard function (or mean failure rate). Since clustering is neglected, risk of aftershock occurrence must be either included in  $D_0$  or superimposed on that displayed in the table.

This table shows very significant differences among risk levels for both processes. At small values of  $t_0$ , risk is lower for the gamma process, but it

TABLE 6.II  
Comparison of Poisson and gamma processes

$t_0 \nu/k$	$\bar{T}_1 \nu/k$	Poisson process, $k = 1$		$h/\nu$	$T_1 \nu/h$	Gamma process, $k = 2$		$h/\nu$
		$D/D_0$				$D/D_0$	$\bar{h}$	
		$\gamma h/\nu = 10$	$\gamma h/\nu = 100$			$\gamma h/\nu = 10$	$h/\nu = 100$	
0					1.0	0.0278	0.0001	0
0.1					0.92	0.0511	0.0036	0.367
0.2					0.86	0.0675	0.0059	0.667
0.5					0.75	0.0973	0.0100	1.333
1	1.0	0.0909	0.0099	1.0	0.67	0.120	0.0132	2.000
2					0.60	0.139	0.0158	2.667
5					0.51	0.151	0.0179	3.333
10					0.52	0.160	0.0187	3.633
					0.50	0.167	0.0196	3.000

grows with time, until it outrides that for the Poisson process, which remains constant. The differences shown clearly affect engineering decisions.

#### 6.4 ASSESSMENT OF LOCAL SEISMICITY

Only exceptionally can magnitude-recurrence relations for small volumes of the earth's crust and statistical correlation functions of the process of earthquake generation be derived exclusively from statistical analysis of recorded shocks. In most cases this information is too limited for that purpose and it does not always reflect geological evidence. Since the latter, as well as its connection with seismicity, is beset with wide uncertainty margins, information of different nature has to be evaluated, its uncertainty analyzed, and conclusions reached consistent with all pieces of information. A probabilistic criterion that accomplishes this is presented here: on the basis of geotectonic data and of conceptual models of the physical processes involved, a set of alternate assumptions can be made concerning the functions in question (magnitude recurrence, time, and space correlation) and an initial probability distribution assigned thereto; statistical information is used to judge the likelihood of each assumption, and a posterior probability distribution is obtained. How statistical information contributes to the posterior probabilities of the alternate assumptions depends on the extent of that information and on the degree of uncertainty implied by the initial probabilities. Thus, if geological evidence supports confidence in a particular assumption or range of assumptions, statistical information should not greatly modify the initial probabilities. If, on the other hand, a long and reliable statistical record is available, it practically determines the form and parameters of the mathematical model selected to represent local seismicity.

##### 6.4.1 Bayesian estimation of seismicity

Bayesian statistics provide a framework for probabilistic inference that accounts for prior probabilities assigned to a set of alternate hypothetical models of a given phenomenon as well as for statistical samples of events related to that phenomenon. Unlike conventional methods of statistical inference, Bayesian methods give weight to probability measures obtained from samples or from other sources; numbers, coordinates and magnitudes of earthquakes observed in given time intervals serve to ascertain the probable validity of each of the alternative models of local seismicity that can be postulated on the grounds of geological evidence. Any criterion intended to weigh information of different nature and different degrees of uncertainty should lead to probabilistic conclusions consistent with the degree of confidence attached to each source of information. This is accomplished by Bayesian methods.

Let  $H_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) be a comprehensive set of mutually exclusive assumptions concerning a given, imperfectly known phenomenon and let  $A$  be the observed outcome of such a phenomenon. Before observing outcome  $A$  we assign an initial probability  $P(H_i)$  to each hypothesis. If  $P(A|H_i)$  is the probability of  $A$  in case hypothesis  $H_i$  is true, then Bayes' theorem (Raiffa and Schlaifer, 1968) states that:

$$P(H_i|A) = P(H_i) \frac{P(A|H_i)}{\sum_j P(H_j)P(A|H_j)} \quad (6.21)$$

The first member in this equation is the (posterior) probability that assumption  $H_i$  is true, given the observed outcome  $A$ .

In the evaluation of seismic risk, Bayes' theorem can be used to improve initial estimates of  $\lambda(M)$  and its variation with depth in a given area as well as those of the parameters that define the shape of  $\lambda(M)$  or, equivalently, the conditional distribution of magnitudes given the occurrence of an earthquake. For that purpose, take  $\lambda(M)$  as the product of a rate function  $\lambda_L = \lambda(M_L)$  by a shape function  $G^*(M, B)$ , equal to the conditional complementary distribution of magnitudes given the occurrence of an earthquake with  $M \geq M_L$ , where  $M_L$  is the magnitude threshold of the set of statistical data used in the estimation, and  $B$  is the vector of (uncertain) parameters  $B_1, \dots, B_n$ , that define the shape of  $\lambda(M)$ . For instance, if  $\lambda(M)$  is taken as given by eq. 6.8,  $B$  is a vector of three elements equal respectively to  $\beta, \beta_1$ , and  $M_U$ , if eq. 6.9 is adopted,  $B$  is defined by  $h$  and  $M_U$ .

The initial distribution of seismicity is in this case expressed by the initial joint probability density function of  $\lambda_L$  and  $B$ :  $f(\lambda_L, B)$ . The observed outcome  $A$  can be expressed by the magnitudes of all earthquakes generated in a given source during a given time interval. For instance, suppose that  $N$  earthquakes were observed during time interval  $t$  and that their magnitudes were  $m_1, m_2, \dots, m_N$ . Bayes' expression takes the form:

$$f'(\lambda_L, B|m_1, \dots, m_N; t) = f(\lambda_L, B) \frac{P[m_1, m_2, \dots, m_N; t|\lambda_L, B]}{\int \int P[m_1, m_2, \dots, m_N; t|l, b] f(l, b) dl db} \quad (6.22)$$

where  $f'(\cdot)$  is the posterior probability density function, and  $l$  and  $b$  are dummy variables that stand for all values that may be taken by  $\lambda_L$  and  $B$ , respectively. Estimation of  $\lambda_L$  can usually be formulated independently of that of the other parameters. The observed fact is then expressed by  $N_L$ , the number of earthquakes with magnitude above  $M_L$  during time  $t$ , and the following expression is obtained, as a first step in the estimation of  $\lambda(M)$ :

$$f'(\lambda_L|N_L; t) = f(\lambda_L) \frac{P(N_L; t|\lambda_L)}{\int P(N_L; t|l) f(l) dl} \quad (6.23)$$

##### 6.4.1.1 Initial probabilities of hypothetical models

Where statistical information is scarce, seismicity estimates will be very

17

sensitive to initial probabilities assigned to alternative hypothetical models; the opinions of geologists and geophysicists about probable models, about the parameters of these models, and the corresponding margins of uncertainty should be adequately interpreted and expressed in terms of a function  $f'$ , as required by equations similar to 6.22 and 6.23. Ideally, these opinions should be based on the formulation of potential earthquake sources and on their comparison with possibly similar geotectonic structures. This is usually done by geologists, more qualitatively than quantitatively, when they estimate  $M_0$ . Initial estimates of  $\lambda_L$  are seldom made, despite the significance of this parameter for the design of moderately important structures (see Chapter 9).

Analysis of geological information must consider local details as well as general structure and evolution. In some areas it is clear that all potential earthquake sources can be identified by surface faults, and their displacements in recent geological times measured. When mean displacements per unit time can be estimated, the order of magnitude of creep and of energy liberated by shocks and hence of the recurrence intervals of given magnitudes can be established (Wallace, 1970; Davies and Brune, 1971), the corresponding uncertainty evaluated, and an initial probability distribution assigned. The fact that magnitude-recurrence relations are only weakly correlated with the size of recent displacements is reflected in large uncertainties (Petrushevsky, 1966).

Application of the criterion described in the foregoing paragraph can be unfeasible or inadequate in many problems, as in areas where the abundance of faults of different sizes, ages, and activity, and the insufficient accuracy with which focal coordinates are determined preclude a differentiation of all sources. Regional seismicity may then be evaluated under the assumption that at least part of the seismic activity is distributed in a given volume rather than concentrated in faults of different importance. The same situation would be faced when dealing with active zones where there is no surface evidence of motions. Hence, consideration of the overall behavior of complex geological structures is often more significant than the study of local details.

Not much work has been done in the analysis of the overall behavior of large geological structures with respect to the energy that can be expected to be liberated per unit volume and per unit time in given portions of those structures. Important research and applications should be expected, however, since, as a result of the contribution of plate-tectonics theory to the understanding of large-scale tectonic processes, the numerical values of some of the variables correlated with energy liberation are being determined, and can be used at least to obtain orders of magnitude of expected activity along plate boundaries. Far less well understood are the occurrence of shocks in apparently inactive regions of continental shields and the behavior of complex continental blocks or regions of intense folding, but even there some

progress is expected in the study of accumulation of stresses in the crust.

Knowledge of the geological structure can serve to formulate initial probability distributions of seismicity even when quantitative use of geophysical information seems beyond reach. Initial probability distributions of local seismicity parameters  $\lambda_L$ ,  $B$  in the small volumes of the earth's crust that contribute significantly to seismic risk at a site, can be assigned by comparison with the average seismicity observed in wider areas of similar tectonic characteristics, or where the extent and completeness of statistical information warrant reliable estimates of magnitude-recurrence curves (Esteve, 1969). In this manner we can, for instance, use the information about the average distribution of the depths of earthquakes of different magnitudes throughout a seismic province to estimate the corresponding distribution in an area of that province, where activity has been low during the observation interval, even though there might be no apparent geophysical reason to account for the difference. Similarly, the expected value and coefficient of variation of  $\lambda_L$  in a given area of moderate or low seismicity (as a continental shield) can be obtained from the statistics of the motions originated at all the supposedly stable or aseismic regions in the world.

The significance of initial probabilities in seismic risk estimates, against the weight given to purely statistical information, becomes evident in the example of Fig. 6.16: if Kelleher's theory about activation of seismic gaps is true, risk is greater at the gaps than anywhere else along the coast; if Poisson models are deemed representative of the process of energy liberation, the extent of statistical information is enough to substantiate the hypothesis of reduced risk at gaps. Because both models are still controversial, and represent at most two extreme positions concerning the properties of the actual process, risk estimates will necessarily reflect subjective opinions.

#### 6.4.1.2 Significance of statistical information

*Estimation of  $\lambda_L$ .* Application of eq. 6.23 to estimate  $\lambda_L$ , independently of other parameters will be first discussed, because it is a relatively simple problem and because  $\lambda_L$  is usually more uncertain than  $M_0$  and much more so than  $\beta$ .

A model as defined by eq. 6.19 will be assumed to apply. If the possible assumptions concerning the values of  $\lambda_L$  constitute a continuous interval, the initial probabilities of the alternative hypotheses can be expressed in terms of a probability-density function of  $\lambda_L$ . If, in addition, a certain assumption is made concerning the form of this probability-density function, only the initial values of  $E(\lambda_L)$  and  $V(\lambda_L)$  have to be assumed. It is advantageous to assign to  $\nu = k/E(T)$  a gamma distribution. Then, if  $\rho$  and  $\mu$  are the parameters of this initial distribution of  $\nu$ , if  $k$  is assumed to be known, and if the observed outcome is expressed as the time  $t_n$  elapsed during  $n + 1$  consecutive events (earthquakes with magnitude  $> M_L$ ), application of eq. 6.23 leads to the conclusion that the posterior probability function of  $\nu$  is

also gamma, now with parameters  $\rho + nk$  and  $\mu + t_n$ . The initial and the posterior expected values of  $\nu$  are respectively equal to  $\rho/\mu$ , and to  $(\rho + nk)/(\mu + t_n)$ . When initial uncertainty about  $\nu$  is small,  $\rho$  and  $\mu$  will be large and the initial and the posterior expected values of  $\nu$  will not differ greatly. On the other hand, if only statistical information were deemed significant,  $\rho$  and  $\mu$  should be given very small values in the initial distribution, and  $E(\nu)$ , and hence  $\lambda_L$ , will be practically defined by  $n$ ,  $k$ , and  $t_n$ . This means that the initial estimates of geologists should not only include expected or most probable values of the different parameters, but also statements about ranges of possible values and degrees of confidence attached to each.

In the case studied above only a portion of the statistical information was used. In most cases, especially if seismic activity has been low during the observation interval, significant information is provided by the durations of the intervals elapsed from the initiation of observations to the first of the  $n + 1$  events considered, and from the last of these events until the end of the observation period. Here, application of eq. 6.23 leads to expressions slightly more complicated than those obtained when only information about  $t_n$  is used.

The particular case when the statistical record reports no events during at least an interval  $(0, t_0)$  comes up frequently in practical problems. The probability density function of the time  $T_1$  from  $t_0$  to the occurrence of the first event must account for the corresponding shifting of the time axis. Furthermore, if the time of occurrence of the last event before the origin is unknown, the distribution of the waiting time from  $t = 0$  to the first event coincides with that of the excess life in a renewal process at an arbitrary value of  $t$  that approaches infinity (Parzen, 1962). For the particular case when the waiting times constitute a gamma process,  $T_1$  is measured from  $t = 0$ ,  $T$  is the waiting time between consecutive events, and it is known that  $T_1 \geq t_0$ , the conditional density function of  $\tau_1 = (T_1 - t_0)/E(T)$  is given by eq. 6.24 (Esteve, 1974), where  $u_0 = t_0/E(T)$ :

$$f_{\tau_1}(u|T_1 \geq t_0) = \frac{\sum_{m=1}^k \frac{k}{(m-1)!} [k(u+u_0)]^{m-1}}{\sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^m \frac{1}{(n-1)!} (ku_0)^{n-1}} e^{-ku} \quad (6.24)$$

Consider now the implications of Bayesian analysis when applied to one of the seismic gaps in Fig. 6.16, under the conditions implicit in eq. 6.24. An initial set of assumptions and corresponding probabilities was adopted as described in the following. From previous studies referring to all the southern coast of Mexico, local seismicity in the gap area (measured in terms of  $\lambda$  for  $M \geq 6.5$ ) was represented by a gamma process with  $k = 2$ . An initial

probability density function for  $\nu$  was adopted such that the expected value of  $\lambda(6.5)$  for the region coincided with its average throughout the complete seismic province. Two values of  $\rho$  were considered: 2 and 10, which correspond to coefficients of variation of 0.71 and 0.32, respectively. Values in Table 6.III were obtained for the ratio of the final to the initial expected values of  $\nu$ , in terms of  $u_0$ .

The last two columns in the table contain the ratios of the computed values of  $E''(T_1)$  and  $E'(T)$  when  $\nu$  is taken as equal respectively to its initial or to its posterior expected value. This table shows that, for  $\rho = 10$ , that is, when uncertainty attached to the geologically based assumptions is low, the expected value of the time to the next event keeps decreasing, in accordance with the conclusions of Kelleher et al. (1973). However, as time goes on and no events occur, the statistical evidence leads to a reduction in the estimated risk, which shows in the increased conditional expected values of  $T_1$ . For  $\rho = 2$ , the geological evidence is less significant and risk estimates decrease at a faster rate.

#### 6.4.1.3 Bayesian estimation of jointly distributed parameters

In the general case, estimation of  $B$  will consist in the determination of the posterior Bayesian joint probability function of its components, taking as statistical evidence the relative frequencies of observed magnitudes. Thus, if event  $A$  is described as the occurrence of  $N$  shocks, with magnitudes  $m_1, \dots, m_N$ , and  $b_i$  ( $i = 1, \dots, r$ ) are values that may be adopted by the components of vector  $B$  being estimated, eq. 6.21 becomes:

$$f''_B(b_1, \dots, b_r|A) = \frac{f''_B(b_1, \dots, b_r)P(A|b_1, \dots, b_r)}{\int \dots \int f''_B(u_1, \dots, u_r)P(A|u_1, \dots, u_r)du_1, \dots, du_r} \quad (6.25)$$

where  $P(A|u_1, \dots, u_r)$  is proportional to:

$$\prod_{i=1}^N g(m_i|u_1, \dots, u_r)$$

and  $g(m) = -\partial G^*(m)/\partial m$ .

Closed-form solutions for  $f''$  as given by eq. 6.25 are not feasible in general. For the purpose of evaluating risk, however, estimates of the posterior first and second moments of  $f''$  can be obtained from eq. 6.25, making use of available first-order approximations (Benjamin and Cornell, 1970; Rosenbluth, 1975). Thus, the posterior expected value of  $B_i$  is given by  $\int f''_{B_i}(u) u du$ , where  $f''_{B_i}(u_i) = \int \dots \int f''_B(u_1, \dots, u_r) du_1, \dots, du_n$  and the multiple integral is of order  $r - 1$ , because it is not extended to the dominion of  $B_i$ . Hence:

$$E''(B_i) = \frac{E''_B[B_i P(A|B_1, \dots, B_r)]}{E''_B[P(A|B_1, \dots, B_r)]} \quad (6.26)$$

TABLE 6 III

Bayesian estimates of seismicity in one seismic gap

$\alpha_0 = t_0/E'(T)$	$E'(\nu)/E(\nu)$		$E'(T_1 T_1 > t_0)/E'(T)$	
	$\rho = 2$	$\rho = 10$	$\rho = 2$	$\rho = 10$
0	1.0	1.0	0.75	0.75
0.1	0.95	0.99	0.76	0.74
0.5	0.75	0.94	0.91	0.71
1	0.58	0.87	1.14	0.73
5	0.20	0.54	3.11	1.05
10	0.11	0.36	5.47	1.55
20	0.06	0.22	10.50	2.48

where  $E'$  and  $E''$  stand for initial and posterior expectation, and subscript  $B$  means that expectation is taken with respect to all the components of  $B$ . Likewise, the following *posterior moments* can be obtained:

Covariance of  $B_i$  and  $B_j$ 

$$\text{Cov}''(B_i, B_j) = \frac{E''_B[B_i B_j P(A|B_1, \dots, B_r)]}{E''_B[P(A|B_1, \dots, B_r)]} - E''(B_i)E''(B_j) \quad (6.27)$$

Expected value of  $\lambda(M)$ 

$$\begin{aligned} E''[\lambda(M)] &= E''(\lambda_1)E''[G^*(M; B)] \\ &= E''(\lambda_1) \frac{E''_B[G^*(M; B)P(A|B_1, \dots, B_r)]}{E''_B[P(A|B_1, \dots, B_r)]} \end{aligned} \quad (6.28)$$

**Marginal distributions.** The posterior expectation of  $\lambda(M)$  is in some cases all that is required to describe seismicity for decision-making purposes. Often, however, uncertainty in  $\lambda(M)$  must also be accounted for. For instance, the probability of exceedance of a given magnitude during a given time interval has to be obtained as the expectation of the corresponding probabilities over all alternative hypotheses concerning  $\lambda(M)$ . In this manner it can be shown that, if the occurrence of earthquakes is a Poisson process and the Bayesian distribution of  $\lambda_L$  is gamma with mean  $\bar{\lambda}_L$  and coefficient of variation  $V_L$ , the marginal distribution of the number of earthquakes is negative binomial with mean  $\bar{\lambda}_L$ . In particular, the marginal probability of zero events during time interval  $t$  — equivalently, the complementary distribution function of the waiting time between events — is equal to  $(1 + t/t'')^{-r}$ , where  $r'' = V_L^{-2}$  and  $t'' = r''/\bar{\lambda}_L$ . The marginal probability-density function of the waiting time, that should be substituted in eq. 6.20, is  $\bar{\lambda}_L(1 + t/t'')^{-r''-1}$ , which tends to the exponential probability function as  $r''$  and  $t''$  tend to infinity (and  $V_L \rightarrow 0$ ) while their ratio remains equal to  $\bar{\lambda}_L$ .

Bayesian uncertainty tied to the joint distribution of all seismicity parameters ( $\lambda_L, B_1, \dots, B_r$ ) can be included in the computation of the probability of occurrence of a given event  $Z$  by taking the expectation of that probability with respect to all parameters:

$$P(Z) = E_{\lambda_L, B} [P(Z; \lambda_L, B_1, \dots, B_r)] \quad (6.29)$$

When the joint distribution of  $\lambda_L, B$  stems from Bayesian analysis of an initial distribution and an observed event,  $A$ , this equation adopts the form:

$$P''(Z) = \frac{E''_{\lambda_L, B} [P(Z|\lambda_L, B)P(A|\lambda_L, B)]}{E''_{\lambda_L, B} [P(A|\lambda_L, B)]} \quad (6.30)$$

where ' and '' stand for initial and posterior, respectively.

**Spatial variability.** Figure 6.17 shows a map of geotectonic provinces of Mexico, according to F. Mooser. Each province is characterized by the large-scale features of its tectonic structure, but significant local perturbations to the overall patterns can be identified. Take for instance zone 1, whose seismotectonic features were described above, and are schematically shown in Fig. 6.18 (Singh, 1975): the Pacific plate underthrusts the continental block and is thought to break into several blocks, separated by faults transverse to the coast, that dip at different angles. The continental mass is also

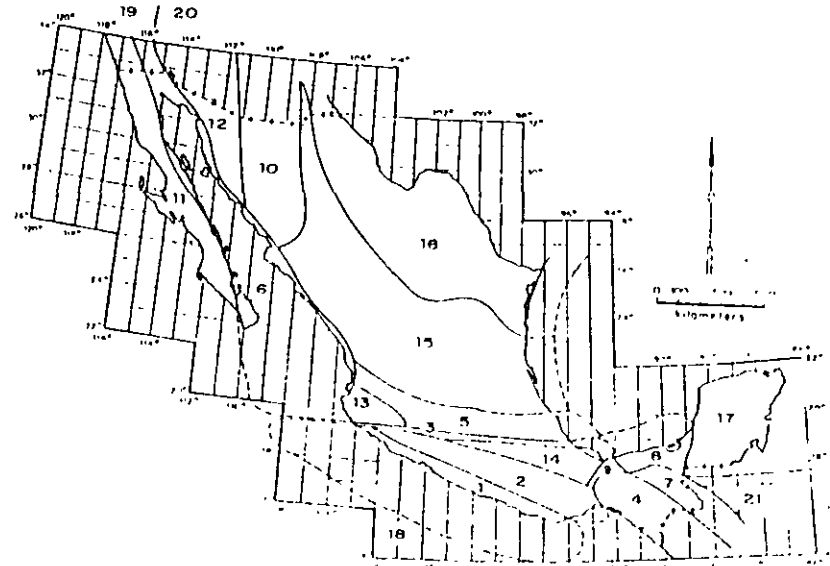


Fig. 6.17. Seismotectonic provinces of Mexico. (After F. Mooser.)

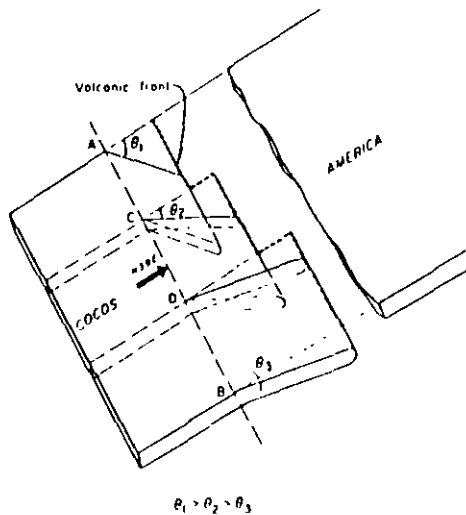


Fig 6.18. Schematic drawing of the segmenting of Cocos plate as it subducts below American plate. (After Singh, 1974)

made up of several large blocks. Seismic activity at the underthrusting plate or at its interface with the continental mass is characterized by magnitudes that may reach very high values and by the increase of mean hypocentral depth with distance from the coast; small and moderate shallow shocks are generated at the blocks themselves. Variability of statistical data along the whole tectonic system was discussed above and is apparent in Fig. 6.10. Bayesian estimation of local seismicity averaged throughout the system is a matter of applying eq. 6.21 or any of its special forms (eqs. 6.22 and 6.23), taking as statistical evidence the information corresponding to the whole system. However, seismic risk estimates are sensitive to values of local seismicity averaged over much smaller volumes of the earth's crust; hence the need to develop criteria for probabilistic inference of possible patterns of space variability of seismicity along tectonically homogeneous zones.

On the basis of seismotectonic information, the system under consideration can first be subdivided into the underthrusting plate and the subsystem of shallow sources; each subsystem can then be separately analyzed. Take for instance the underthrusting plate and subdivide it into  $s$  sufficiently small equal-volume subzones. Let  $\nu_L$  be the rate of exceedance of magnitude  $M_L$  throughout the main system,  $\nu_{L_i}$  the corresponding rate at each subzone, and define  $p_i$  as  $\nu_{L_i}/\nu_L$ , with  $p_i$  independent of  $\nu_L$  ( $p_i$  is equal to the probability that an earthquake known to have been generated in the overall system originated at subzone  $i$ ). Initial information about possible space variability of

$\nu_{L_i}$  can be expressed in terms of an initial probability distribution of  $p_i$  and of the correlation among  $p_i$  and  $p_j$  for any  $i$  and  $j$ . Because  $\sum \nu_{L_i} = \nu_L$ , one obtains  $\sum p_i = 1$ . This imposes two restrictions on the initial joint probability distribution of the  $p_i$ 's:  $E'(\sum p_i) = 1$ ,  $\text{var}'(\sum p_i) = 0$ . If all  $p_i$ 's are assigned equal expectations and all pairs  $p_i, p_j, i \neq j$  are assumed to possess the same correlation coefficient  $\rho_{ij} = \rho'$ , the restrictions mentioned lead to  $E'(p_i) = 1/s$  and  $\rho' = -1/(s-1)$ . Posterior values of  $E(p_i)$  and  $\rho_{ij}$  are obtained according to the same principles that led to eqs. 6.25–6.28. Statistical evidence is in this case described by  $N$ , the total number of earthquakes generated in the system, and  $n_i$  ( $i = 1, \dots, s$ ) the corresponding numbers for the subzones. Given the  $p_i$ 's, the probability of this event is the multinomial distribution:

$$P\{A|p_1, \dots, p_s\} = \frac{N!}{n_1! \dots n_s!} p_1^{n_1} \dots p_s^{n_s} \quad (6.31)$$

If the correlation coefficients among seismicities of the various subzones can be neglected, each  $p_i$  can be separately estimated. Because  $p_i$  has to be comprised between 0 and 1, it is natural to assign it a beta initial probability distribution, defined by its parameters  $n_i'$  and  $N_i'$ , such that  $E'(p_i) = n_i'/N_i'$  and  $\text{var}'(p_i) = n_i'(N_i' - n_i')/[N_i'^2(N_i' + 1)]$  (Raiffa and Schlaifer, 1968). The parameters of the posterior distribution will be:

$$n_i'' = n_i' + n_i, \quad N_i'' = N_i' + N$$

Take for instance a zone whose prior distribution of  $\lambda_L$  is assumed gamma with expected value  $\lambda_L'$  and coefficient of variation  $V_L'$ . Suppose that, on the basis of geological evidence and of the dimensions involved, it is decided to subdivide the zone into four subzones of equal dimensions; a-priori considerations lead to the assignment of expected values and coefficients of variation of  $p_i$  for those subzones, say  $E'(p_i) = 0.25$ ,  $V'(p_i) = 0.25$  ( $i = 1, \dots, 4$ ). From previous considerations for  $s = 4$  take  $\rho_{ij}' = -1/3$  for  $i \neq j$ . Suppose now that, during a given time interval  $t$ , ten earthquakes were observed in the zone, of which 0, 1, 3, and 6 occurred respectively in each subzone. If the Poisson process model is adopted,  $\lambda_L'$  and  $V_L'$  can be expressed in terms of a fictitious number of events  $n' = V_L'^{-2}$  occurred during a fictitious time interval  $t' = n'/\lambda_L'$ ; after observing  $n$  earthquakes during an interval  $t$ , the Bayesian mean and coefficient of variation of  $\lambda_L$  will be  $\lambda_L'' = (n' + n)/(t' + t)$ ,  $V_L'' = (n' + n)^{-1/2}$  (Esteva, 1968). Hence:

$$\lambda_L'' = (V_L'^{-2} + 10)/(V_L'^{-2} \lambda_L'^{-1} + t), \quad V_L'' = (V_L'^{-2} + 10)^{-1/2}$$

Local deviations of seismicity in each subzone with respect to the average  $\lambda_L$  can be analyzed in terms of  $p_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ); Bayesian analysis of the proportion in which the ten earthquakes were distributed among the subzones proceeds according to:

$$E''(p_i|A) = \frac{E'[p_i P(A|p_1, \dots, p_4)]}{E'[P(A|p_1, \dots, p_4)]} \quad (6.32)$$



The expectations that appear in this equation have to be computed with respect to the initial joint distribution of the  $p_i$ 's. In practice, adequate approximations are required. For instance, Benjamin and Cornell's (1970) first-order approximation leads to  $E''(p_1) = 0.226$ ,  $E''(p_4) = 0.294$ .

If correlation among subzone seismicities is neglected, and statistical information of each subzone is independently analyzed, when the  $p_i$ 's are assigned beta probability-density functions with means and coefficients of variation as defined above, one obtains  $E''(p_1) = 0.206$ ,  $E''(p_4) = 0.311$ , which are not very different from those formerly obtained; however, when  $E'(p_1) = 0.25$  and  $V'(p_1) = 0.5$ , the first criterion leads to  $E''(p_1) = 0.206$ ,  $E''(p_4) = 0.314$ , while the second produces 0.131 and 0.416, respectively. Part of the difference may be due to neglect of  $\rho'_{ij}$ , but probably a significant part stems from inaccuracies of the first-order approximation to the expectations that appear in eq. 6.32, alternate approximations are therefore desirable.

*Incomplete data.* Statistical information is known to be fairly reliable only for magnitudes above threshold values that depend on the region considered, its level of activity, and the quality of local and nearby seismic instrumentation. Even incomplete statistical records may be significant when evaluating some seismicity parameters; their use has to be accompanied by estimates of detectability values, that is, of ratios of the numbers of events recorded to total numbers of events in given ranges (Esteve, 1970; Kaila and Narain, 1971).

## 6.5 REGIONAL SEISMICITY

The final goal of local seismicity assessment is the estimation of regional seismicity, that is, of probability distributions of intensities at given sites, and of probabilistic correlations among them. These functions are obtained by integrating the contributions of local seismicities of nearby sources, and hence their estimates reflect Bayesian uncertainties tied to those seismicities. In the following, regional seismicity will be expressed in terms of mean rates of exceedance of given intensities; more detailed probabilistic descriptions would entail adoption of specific hypotheses concerning space and time correlations of earthquake generation.

### 6.5.1 Intensity-recurrence curves

The case when uncertainty in seismicity parameters is neglected will be discussed first. Consider an elementary seismic source with volume  $dV$  and local seismicity  $\lambda(M)$  per unit volume, distant  $R$  from a site  $S$ , where intensity-recurrence functions are to be estimated. Every time that a magnitude  $M$  shock is generated at that source, the intensity at  $S$  equals:

$$Y = cY_p = cb_1 \exp(b_2 M)g(R) \quad (6.33)$$

(see eqs. 6.4 and 6.5), where  $c$  is a random factor and  $Y$  and  $Y_p$  stand for actual and predicted intensities,  $b_1$  and  $b_2$  are given constants, and  $g(R)$  is a function of hypocentral distance. The probability that an earthquake originating at the source will have an intensity greater than  $y$  is equal to the probability that  $cY_p > y$ . If  $Y_p$  is expressed in terms of  $M$  and randomness in  $c$  is accounted for, one obtains:

$$v(y) = \int_{\alpha_U}^{\alpha_L} \nu_p(y/u) f_c(u) du \quad (6.34)$$

where  $\nu$  and  $\nu_p$  are respectively mean rates at which actual and predicted intensities exceed given values,  $\alpha_U = y/y_U$ ,  $\alpha_L = y/y_L$ ,  $y_U$ , and  $y_L$  are the predicted intensities that correspond to  $M_U$  and  $M_L$ , and  $f_c$  the probability-density function of  $c$ . If eq. 6.33 is assumed to hold:

$$\nu_p(y) = K_0 + K_1 y^{-r_1} - K_2 y^{-r_2} \quad (6.35)$$

where:

$$K_i = [b_1 g(R)]^{r_i} \lambda_i \lambda_L dV \quad (i = 0, 1, 2) \quad (6.36)$$

$$r_0 = 0, \quad r_1 = \beta/b_2, \quad r_2 = (\beta - \beta_1)/b_2 \quad (6.37)$$

Substitution of eq. 6.35 into 6.34, coupled with the assumption that  $\ln c$  is normally distributed with mean  $m$  and standard deviation  $\sigma$  leads to:

$$v(y) = c_0 K_0 + c_1 K_1 y^{-r_1} - c_2 K_2 y^{-r_2} \quad (6.38)$$

where:

$$c_i = \exp(Q_i) \left[ \Phi \left( \frac{\ln \alpha_U - u_i}{\sigma} \right) - \Phi \left( \frac{\ln \alpha_U - u_i}{\sigma} \right) \right] \quad (6.39)$$

$\Phi$  is the standard normal cumulative distribution function,  $Q_i = 1/2 \sigma^2 r_i^2 + m r_i$ , and  $u_i = m + \sigma^2 r_i$ . Similar expressions have been presented by Merz and Cornell (1973) for the special case of eq. 6.8 when  $\beta_1 \rightarrow \infty$  and for a quadratic form of the relation between magnitude and logarithm of exceedance rate. Closed-form solutions in terms of incomplete gamma functions are obtained when magnitudes are assumed to possess extreme type-III distributions (eq. 6.9).

Intensity-recurrence curves at given sites are obtained by integration of the contributions of all significant sources. Uncertainties in local seismicities can be handled by describing regional seismicity in terms of means and variances of  $v(y)$  and estimating these moments from eq. 6.34 and suitable first- and second-moment approximations. Influence of these uncertainties in design decisions has been discussed by Rosenblueth (in preparation).

### 6.5.2 Seismic probability maps

When intensity-recurrence functions are determined for a number of sites with uniform local ground conditions the results are conveniently represented by sets of seismic probability maps, each map showing contours of intensities that correspond to a given return period. For instance, Figs. 6.19 and 6.20 show peak ground velocities and accelerations that correspond to 100 years return period on firm ground in Mexico. These maps form part of a set that was obtained through application of the criteria described in this chapter. Because the ratio of peak ground accelerations and velocities does not remain constant throughout a region, the corresponding design spectra will not only vary in scale but also in shape (frequency content); in other words, seismic risk will usually have to be expressed in terms of at least the values of two parameters (for instance, as in this case, peak ground accelerations and velocities that correspond to various risk levels (return periods)).

### 6.5.3 Microzoning

Implicit in the above criteria for evaluation of regional seismicity is the adoption of intensity attenuation expressions valid on firm ground. Scatter of actual intensities with respect to predicted values was ascribed to differences in source mechanisms, propagation paths, and local site conditions; at least the latter group of variables can introduce systematic deviations in the

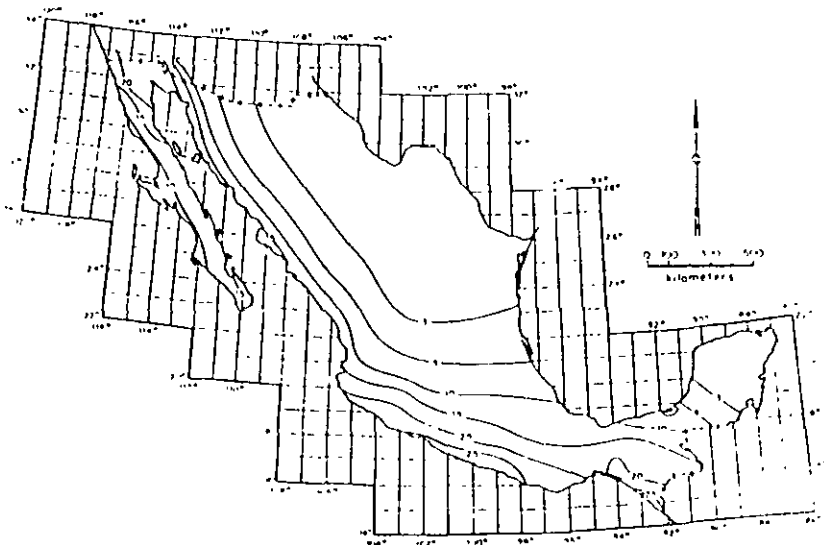


Fig. 6.19. Peak ground velocities with return period of 100 years (cm/sec).

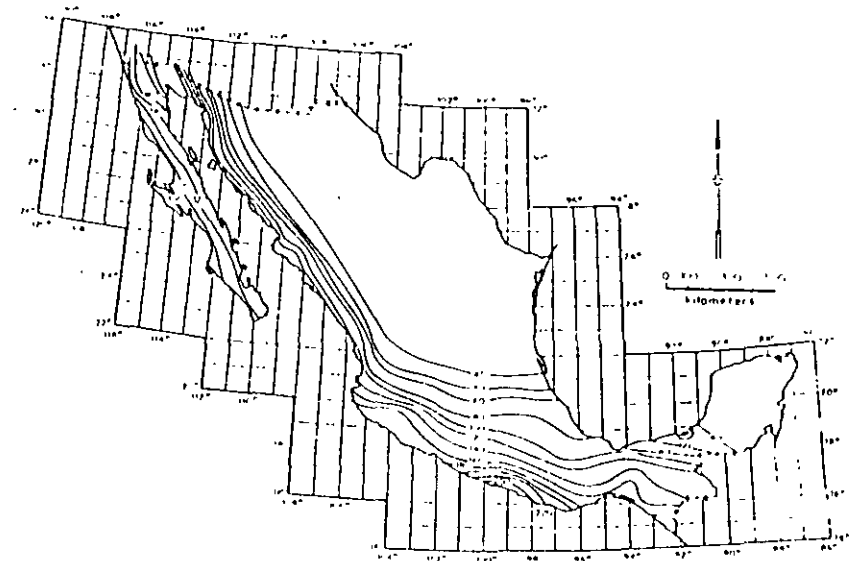


Fig. 6.20. Peak ground accelerations with return period of 100 years (cm/sec<sup>2</sup>).

ratio of actual to predicted intensities; and geological details may significantly alter local seismicity in a small region, as well as energy radiation patterns, and hence regional seismicity in the neighbourhood. These systematic deviations are the matter of microzoning, that is, of local modification of risk maps similar to Figs. 6.19 and 6.20.

Most of the effort invested in microzoning has been devoted to study of the influence of local soil stratigraphy on the intensity and frequency content of earthquakes (see Chapter 4). Analytical models have been practically limited to response analysis of stratified formations of linear or nonlinear soils to vertically traveling shear waves. The results of comparing observed and predicted behavior have ranged from satisfactory (Herrera et al., 1965) to poor (Hudson and Udawadia, 1972). Topographic irregularities, as hills or slopes of firm ground formations underlying sediments, may introduce significant systematic perturbations in the surface motion, as a consequence of wave focusing or dynamic amplification. The latter effect was probably responsible for the exceptionally high accelerations recorded at the abutment of Pacoima dam during the 1971 San Fernando earthquake.

Present practice of microzoning determines seismic intensities or design parameters in two steps. First the values of those parameters on firm ground are estimated by means of suitable attenuation expressions and then they are amplified according to the properties of local soil; but this implies an arbitrary decision to which seismic risk is very sensitive: selecting the boundary between soil and firm ground. A specially difficult problem stems when

trying to fix that boundary for the purpose of predicting the motion at the top of a hill or the slope stability of a high cliff (Rukos, 1974).

It can be concluded that rational formulation of microzoning for seismic risk is still in its infancy and that new criteria will appear that will probably require intensity attenuation models which include the influence of local systematic perturbations. Whether these models are available or the two-step process described above is acceptable, intensity-recurrence expressions can be obtained as for the unperturbed case, after multiplying the second member of eq. 6.34 by an adequate intensity-dependent corrective factor.

## REFERENCES

- Aki, K., 1963. *Some Problems in Statistical Seismology*. University of Tokyo, Geophysical Institute
- Allen, C.R., 1969. Active faulting in northern Turkey. *Calif Inst Tech., Div Geol Sci., Contrib* 1577
- Allen, C.R., St Amand, P., Richter, C.F. and Nordquist, J.M., 1965. Relationship between seismicity and geologic structure in the southern California region. *Bull Seismol. Soc. Am.*, 55 (4): 753-797.
- Ambraseys, N.N., 1973. Dynamics and response of foundation materials in epicentral regions of strong earthquakes. *Proc 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome*
- Ananin, I.V., Bune, V.I., Vvedenskaya, N.A., Kirillova, I.V., Reiser, G.I. and Sholpo, V.N., 1968. *Methods of Compiling a Map of Seismic Regionalization on the Example of the Caucasus*. C. Yu. Schmidt Institute of the Physics of the Earth, Academy of Sciences of the USSR, Moscow.
- Benjamin, J.R. and Cornell, C.A., 1970. *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*. McGraw-Hill, New York
- Ben-Menahem, A., 1960. Some consequences of earthquake statistics for the years 1918-1955. *Geolands Beitr. Geophys.*, 69: 68-72
- Bollinger, G.A., 1973. Seismicity of the southeastern United States. *Bull Seismol. Soc. Am.*, 63: 1785-1808
- Bolt, B.A., 1970. Causes of earthquakes. In R.L. Wiegand (editor), *Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Brune, J.N., 1968. Seismic moment, seismicity and rate of slip along major fault zones. *J Geophys Res.*, 73: 777-784
- Burridge, R. and Knopoff, L., 1967. Model and theoretical seismicity. *Bull Seismol. Soc. Am.*, 57: 341-371.
- Cornell, C.A. and Vanmarcke, E.H., 1969. The major influences on seismic risk. *Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng. Santiago*.
- Crouse, C.B., 1973. Engineering studies of the San Fernando earthquake. *Calif. Inst. Technol., Earthquake Eng. Res. Lab. Rep.* 73-04
- Cox, D.F. and Lewis, P.A.W., 1966. *The Statistical Analysis of Series of Events*. Methuen, London.
- Davenport, A.G., 1972. A statistical relationship between shock amplitude, magnitude and epicentral distance and its application to seismic zoning. *Univ. Western Ontario, Faculty Eng. Sci.*, BL.WT-4-72
- Davies, G.F. and Brune, J.N., 1971. Regional and global fault slip rates from seismicity. *Nature*, 229: 101-107.
- Drakopoulos, J.C., 1971. A statistical model on the occurrence of aftershocks in the area of Greece. *Bull. Int. Inst. Seismol. Earthquake Eng.*, 8: 17-39.
- Esteve, L., 1968. Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico. *Natl. Univ. Mexico, Inst. Eng. Rep.* 182.
- Esteve, L., 1969. Seismicity prediction: a bayesian approach. *Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng. Santiago*
- Esteve, L., 1970. Consideraciones prácticas en la estimación bayesiana de riesgo sísmico. *Natl. Univ. Mexico, Inst. Eng. Rep.* 248
- Esteve, L., 1974. Geology and probability in the assessment of seismic risk. *Proc. 2nd Int. Congr. Int. Assoc. Eng. Geol., Sao Paulo*.
- Esteve, L. and Villaverde, R., 1973. Seismic risk, design spectra and structural reliability. *Proc. 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome*, pp. 2586-2597.
- Figueroa, J., 1963. Isosistas de macrosismos mexicanos. *Ingenieria*, 33 (1): 45-68.
- Gaisky, V.N., 1966. The time distribution of large, deep earthquakes from the Pamir-Hindu-Kush. *Dokl. Akad. Nauk Tadzh. S.S.R.*, 9 (8): 18-21.
- Gaisky, V.N., 1967. On similarity between collections of earthquakes, the connections between them, and their tendency to periodicity. *Fiz. Zeml.*, 7: 20-28 (English transl., pp. 432-437)
- Gajardo, E. and Lomnitz, C., 1960. Seismic provinces of Chile. *Proc. 2nd World Conf. Earthquake Eng., Tokyo*, pp. 1529-1540
- Gutenberg, B. and Richter, C.F., 1954. *Seismicity of the Earth*. Princeton University Press, Princeton
- Grovsky, M.G., 1962. Tectonophysics and earthquake forecasting. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52 (3): 485-505.
- Herrera, I., Rosenbluth, E. and Itascón, O.A., 1965. Earthquake spectrum prediction for the Valley of Mexico. *Proc. 3rd Int. Conf. Earthquake Eng., Auckland and Wellington*, 1: 61-74.
- Housner, G.W., 1969. Engineering estimates of ground shaking and maximum earthquake magnitude. *Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng., Santiago*
- Hudson, D.E., 1971. *Strong Motion Instrumental Data on the San Fernando Earthquake of February 9, 1971*. California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory.
- Hudson, D.E., 1972a. Local distributions of strong earthquake ground shaking. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62 (6).
- Hudson, D.E., 1972b. *Analysis of Strong Motion Earthquake Accelerograms, III, Response Spectra, Part A*. California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory.
- Hudson, D.E. and Vdwadin, F.E., 1973. Local distribution of strong earthquake ground motions. *Proc. 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome*, pp. 691-700
- Kaila, K.L. and Narain, H., 1971. A new approach for preparation of quantitative seismicity maps as applied to Alpid Belt-Sunda Arc and adjoining areas. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61 (5): 1275-1291.
- Kaila, K.L., Gaur, V.K. and Narain, H., 1972. Quantitative seismicity maps of India. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62 (5): 1119-1132.
- Kaila, K.L., Rao, N.M. and Narain, H., 1974. Seismotectonic maps of southwest Asia region comprising eastern Turkey, Caucasus, Persian Plateau, Afghanistan and Hindu-kush. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 64 (3): 657-669.
- Kelleher, J., Sykes, L. and Oliver, J., 1973. Possible criteria for predicting earthquake locations and their application to major plate boundaries of the Pacific and the Caribbean. *J. Geophys. Res.*, 78 (14): 2547-2585
- Knopoff, L., 1964. The statistics of earthquakes in southern California. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1871-1873
- Lomnitz, C., 1966. Magnitude stability in earthquake sequences. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 217-219
- Lomnitz, C. and Hax, A., 1966. Clustering in aftershock sequences. In: J.S. Steinhart and T. Jefferson Smith (editors), *The Earth Beneath the Continents*. Am. Geophys. Union, pp. 502-508.

- McGuire, R.K., 1974. Seismic structural response risk analysis incorporating peak response regressions on earthquake magnitude and distance. *Mass Inst Technol, Dep Civ Eng*, R74-51.
- Merz, H.A. and Cornell, C.A., 1973. Seismic risk analysis based on a quadratic magnitude-frequency law. *Bull Seismol Soc Am*, 63 (6): 1999-2006.
- Milne, W.G. and Davenport, A.G., 1969. Earthquake probability. *Proc 4th World Conf. Earthquake Eng., Santiago*.
- Mogi, K., 1962. Study of elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relations to earthquake phenomena. *Bull Earthquake Res. Inst. Tokyo*, 40: 125-173.
- Molnar, P. and Sykes, L. R., 1969. Tectonics of the Caribbean and Middle America regions from focal mechanisms and seismicity. *Geol Soc Am Bull*, 80: 1639.
- Newark, N.M. and Rosenblueth, E., 1971. *Fundamentals of Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Omori, F., 1894. On the aftershocks of earthquakes. *J Coll. Sci Imp Univ Tokyo*, 7: 111-200.
- Parzen, E., 1962. *Stochastic Processes*. Holden Day, San Francisco.
- Petrushkevsky, B.A., 1966. *The Geological Fundamentals of Seismic Zoning*. Scientific Translation Service, order 5032, Ann Arbor, USA.
- Raiffa, H. and Schlaifer, R., 1968. *Applied Statistical Decision Theory*, MIT Press.
- Rosenblueth, E., 1964. Probabilistic design to resist earthquakes. *Am. Soc. Civ. Eng., J. Eng. Mech. Div.*, 90 (EM5): 189-249.
- Rosenblueth, E., 1969. Seismicity and earthquake simulation. *Rep NSF-UCFEER Conf. Earthquake Eng. Res., Pasadena*, pp. 47-64.
- Rosenblueth, E., 1975. *Point Estimates for Probability Moments*. National University of Mexico, Institute of Engineering, Mexico City.
- Rosenblueth, E., in preparation. Optimum design for infrequent disturbances.
- Rukos, E., 1974. *Análisis dinámico de la margen izquierda de Chicoasén*. National University of Mexico, Institute of Engineering, Mexico City.
- Salt, P.E., 1974. Seismic site response. *Bull N Z Natl Soc Earthquake Eng.*, 7 (2): 63-77.
- Scholz, C.H., 1968. The frequency-magnitude relation of microfracturing and its relation to earthquakes. *Bull Seismol Soc Am*, 58: 399-417.
- Shlien, S. and Toksöz, M.N., 1970. A clustering model for earthquake occurrences. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60 (6): 1765-1787.
- Singh, S.K., 1975. *Mexican Volcanic Belt: Some Comments on a Model Proposed by F. Mooser*. National University of Mexico, Institute of Engineering, Mexico City.
- Trifunac, M.D., 1973. Characterization of response spectra by parameters governing the gross nature of earthquake source mechanisms. *Proc 5th World Conf Earthquake Eng., Rome*, pp. 701-704.
- Tsuboi, C., 1958. Earthquake province. Domain of sympathetic seismic activities. *J Phys. Earth.*, 6 (1): 35-19.
- Utsu, T., 1961. A statistical study on the occurrence of aftershocks. *Geophys. Mag., Tokyo*, 30: 521-605.
- Utsu, T., 1962. On the nature of three Alaska aftershock sequences of 1957 and 1958. *Bull Seismol Soc Am*, 52: 179-297.
- Veneziano, D. and Cornell, C.A., 1973. Earthquake models with spatial and temporal memory for engineering seismic risk analysis. *Mass. Inst Technol, Dep Civ Eng.*
- Vere Jones, D., 1970. Stochastic models for earthquake occurrence. *J R Stat Soc.*, 32 (1): 1-45.
- Wallace, R.E., 1970. Earthquake recurrence intervals on the San Andreas Fault. *Geol Soc. Am. Bull.*, 81: 2875-2890.
- Yegulalp, T.M. and Kuo, J.T., 1974. Statistical prediction of the occurrences of maximum magnitude earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 64 (2): 393-414.

## Chapter 7

### TSUNAMIS

ROBERT L. WIEGEL

Professor of Civil Engineering, University of California, Berkeley, Calif., U.S.A.

#### 7.1 INTRODUCTION

##### 7.1.1 Some data

Tsunamis are the long water waves (with wave 'periods' in approximately the 5-60 minute range) generated impulsively by mechanisms such as underwater tectonic displacements associated with earthquakes, high-speed subaqueous slides, rock-slides into reservoirs, bays or the ocean, and exploding islands. They may be caused by the tectonic displacement of an entire body of water such as a lake (Wiegel and Camotim, 1962).

The horizontal component of velocity  $V_h$  at which the water is displaced from the source by one of the mechanisms mentioned above is important, with the speed being measured relative to  $\sqrt{gd}$  (where  $g$  is the acceleration of gravity and  $d$  is the water depth). However, as long as the Froude number ( $V_h/\sqrt{gd}$ ) is high, theory and hydraulic experiments show it is not as important as the amount of water that is displaced (see, for example, Wiegel et al., 1970, Hatori, 1970).

It is likely that the major cause of large-scale catastrophic tsunamis is a rapidly occurring tectonic displacement of the ocean bottom, with the displacement having a substantial vertical component (dip-slip), as shown in Fig. 7.1 (Iida, 1970; see also, Balakina, 1970 and Watanabe, 1970). One would expect that strike-slips would have to occur through a seamount or submarine cliff to generate a tsunami, and then, owing to the rapid decrease of the ground displacement with distance from the fault (Bonilla, 1970), it is unlikely that major tsunamis would be generated by this mechanism as the waves would be rather short (Garcia, 1972). However, earthquakes associated with strike-slip faults (as well as with other types of faulting) may trigger a submarine earthquake, which in turn may generate a tsunami.

Tsunamis are important because of the loss of life and great property damage that result from large ones. More than 27,000 people were killed and 10,000 houses destroyed in Japan by the tsunami of June 15, 1896 (Leet, 1948). A great tsunami which struck Chile, Hawaii, California, Japan and all other coastal areas bordering the Pacific Ocean, occurred in conjunction with the Chilean earthquake of May 23, 1960 (Committee for Field Investigation



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA  
SISMICIDAD LOCAL**

**EXPOSITOR: DR. JAVIER FCO. PACHECO ALVARADO  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

# ANÁLISIS DE RIESGO SÍSMICO

Marío Ordaz y Jaime García

## SISMICIDAD LOCAL

Se conoce como sismicidad local al proceso de ocurrencia de temblores generados en una zona determinada. En el contexto de este estudio se entenderá por evaluar la sismicidad local, determinar los parámetros de las distribuciones de probabilidad que describen la ocurrencia de temblores en una región dada.

En la Fig 1 se indican las fuentes sísmicas que consideramos afectan a Tajimaroa, en las Tablas 1 a 3 se presentan los catálogos sísmicos de estas fuentes. En la realidad las fuentes no son puntuales; el catálogo 1 por ejemplo, representa la sismicidad de un área muy extensa, y los temblores se pueden generar en cualquier lugar de esta área. Consideraremos la distancia a la fuente como una variable aleatoria (VA) a la cual asignamos una densidad de probabilidad. En este caso estamos utilizando una aproximación de primer orden al considerar la VA distancia a la fuente igual a su esperanza.

El proceso de sismicidad lo consideramos como un proceso de Poisson múltiple, donde la tasa de excedencia de cada una de las magnitudes, definida como el valor esperado del número de temblores con magnitud mayor o igual a  $M$  por unidad de tiempo; está expresada como (Cornell y Vanmarcke, 1969)

$$\lambda(M) = \lambda_0 \frac{e^{-\beta M} - e^{-\beta M_0}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}} \quad (1)$$

donde  $\lambda_0$ ,  $\beta$  son parámetros desconocidos,  $M_0$  es la magnitud por encima de la cual el catálogo está completo. Si la ec 1 se representa en papel semilogarítmico se observa que para magnitudes pequeñas es una línea recta con pendiente igual a  $-\beta$ , lo que está de acuerdo con lo observado por Gutenberg y Richter (1954). Conforme  $M$  aumenta, la curva, todavía en papel semilogarítmico, se vuelve cóncava hacia abajo y  $\lambda(M)$  vale cero para  $M > M_u$ , reconociendo el hecho de que  $M_u$  es la magnitud máxima que puede generarse en la fuente sísmica correspondiente.

Dada la definición de  $\lambda(M)$ , la función de densidad de probabilidad (fdp) de las magnitudes es:

$$f_M(M) = -\frac{1}{\lambda_0} \frac{d\lambda(M)}{dM} \quad M_0 \leq M \leq M_u \quad (2)$$

Puesto que se trata de un proceso de Poisson, la densidad de probabilidades del tiempo entre temblores con  $M \geq M_0$  es exponencial con tasa de ocurrencia  $\lambda_0$ .

Con la fdp de la magnitud de cada temblor y la fdp del tiempo entre temblores, podemos calcular la verosimilitud de la historia sísmica como:

$$L_{E|\lambda_0, \beta, M_*} = \prod_{i=1}^n f_T(t_i) f_M(M_i) = \prod_{i=1}^n \lambda_0 e^{-\lambda_0 t_i} \frac{\beta e^{-\beta M_i}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_i}} \quad (3)$$

Reorganizando términos tenemos:

$$L_{E|\lambda_0, \beta, M_*} \propto \lambda_0^n e^{-\lambda_0 T} \frac{\beta^n}{(e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_*})^n} e^{-\beta s} \quad (4)$$

$n$  es el número de eventos ocurridos,  $T$  (tiempo cubierto por el catálogo) y  $s$  están definidos por

$$T = \sum_{i=1}^n t_i \quad s = \sum (M_i - M_0) \quad (5)$$

De acuerdo con el teorema de Bayes, la densidad a posteriori de los parámetros, es igual al producto de la verosimilitud del evento por la densidad a priori de tales parámetros. Para  $\lambda_0$  y  $\beta$  elegimos a priori densidades gamma, con la siguiente forma:

$$f'_{\lambda_0}(\lambda_0) \propto \lambda_0^{n'-1} e^{-\lambda_0 t'} \quad f'_{\beta}(\beta) \propto \beta^{m'-1} e^{-\beta s'} \quad (6)$$

donde  $n'$ ,  $m'$ ,  $t'$  y  $s'$  son parámetros que condensan nuestra información previa, y que normalmente se fijan con base en regiones tectónicamente similares. Para  $M_*$  fijaremos, con fines de ilustración, una densidad arbitraria  $f_u(M_*)$ . Aplicando el teorema de Bayes obtenemos que

$$L_{\lambda_0, \beta, M_*} = \lambda_0^{n''-1} e^{-\lambda_0 t''} \beta^{m''-1} e^{-\beta s''} [1 - e^{-\beta M_*}]^{-n} f_u(M_*) \quad (7)$$

donde  $m'' = m' + n$ ,  $n'' = n' + n$ ,  $t'' = t' + T$ , y  $s'' = s' + s$  son los parámetros de la distribución a posteriori. Se observa que  $\lambda_0$  tiene a posteriori distribución gamma con esperanza  $n''/t''$  y coeficiente de variación  $1/(n'')^{1/2}$ . En general, el término entre paréntesis cuadrados es cercano a la unidad, por lo que  $\beta$  tiene aproximadamente distribución gamma con esperanza  $m''/s''$  y coeficiente de variación  $1/(m'')^{1/2}$ . Una aproximación de primer orden consistiría en tomar los parámetros, que en rigor son inciertos, iguales a su esperanza.

A partir de la información de los catálogos se calcularon todos los parámetros necesarios, los cuales se presentan en la Tabla 4. A  $M_*$  se considerará determinista y se tomará como  $M_* = 8.5$ .

## ATENUACIÓN DE LA INTENSIDAD Y SISMICIDAD REGIONAL

Si se cuenta con un número de registros suficientemente amplio, de las intensidades ocurridas en el sitio en estudio durante lapsos largos, los modelos probabilistas de la sismicidad regional pueden deducirse directamente de análisis estadísticos de dichos registros. En caso opuesto, deben deducirse a partir de los modelos probabilistas de la sismicidad local en fuentes sísmicas vecinas, haciendo uso para ello de expresiones que relacionen la magnitud y posición focal de un temblor con las intensidades que pueden generarse en un sitio dado. A estas relaciones se les conoce como leyes de atenuación.

Si tomamos a la aceleración máxima del terreno  $A_{\max}$  como una medida de intensidad, la siguiente ley de atenuación que relaciona la magnitud  $M$  y la distancia epicentral  $R$  (en

kilómetros) puede ser empleada

$$\text{Log } A_{\max} = c_1 + c_2 \text{Log } R + c_3 M \quad (8)$$

aquí  $c_1$ ,  $c_2$ , y  $c_3$  son coeficientes evaluados con una regresión múltiple sobre las aceleraciones registradas.

Para el terreno firme de Ciudad Universitaria (Cd. De México), Singh y col (1987) obtuvieron la siguiente expresión empleada en este ejemplo. Los resultados se presentan en la Tabla 5.

$$\text{Log } A_{\max} = 5.396 - 2.976 \text{Log } R + 0.429 M \quad (9)$$

Ahora bien, nos interesa conocer las curvas de ocurrencia de intensidad para Tajimaroa, es decir, la sismicidad regional definida como la tasa media de ocurrencia de temblores cuya intensidad en el sitio en cuestión exceda de valores dados. Analizaremos en primer término el caso determinista, y posteriormente incluiremos el efecto de la incertidumbre en la aceleración máxima.

Para la fuente  $i$  se tiene que la tasa de ocurrencia de temblores cuyas intensidades calculadas exceden valores dados es

$$v_i(a) = \lambda_i(M(a)) \quad (10)$$

Puesto que deben tomarse en cuenta las contribuciones de las diversas fuentes sísmicas significativas, la tasa total está dada por

$$v(a) = \sum_{i=1}^3 v_i(a) \quad (11)$$

El valor de  $v_i(a)$  se calcula substituyendo  $M(a)$ , de la ley de atenuación (ec 9) en la ec 10. De esto se obtiene

$$v_i(a) = \lambda_0 \frac{e^{-\beta(2.331 \text{Log } a \cdot f)} e^{-\beta M_s}}{e^{-\beta M_0} e^{-\beta M_s}} \quad (12)$$

donde  $f = 6.94 \log R_i - 12.58$ .

Aplicando el criterio descrito a nuestro ejemplo obtenemos los resultados asignados en la Tabla 6 y graficados en la Fig 3. Con los datos obtenidos pueden construirse curvas de la probabilidad de exceder una determinada aceleración en un determinado periodo de tiempo. Puesto que se trata de un proceso de Poisson, dicha probabilidad puede calcularse con la expresión

$$P[A > a \text{ en } T \text{ años}] = 1 - e^{-v(a)T} \quad (13)$$

La Tabla 7 contiene los valores de las probabilidades y en la Fig 4 se presentan las curvas de riesgo sísmico correspondientes.

Cuando se consideran los efectos de la incertidumbre en la aceleración máxima, puede procederse de la siguiente forma: Recordemos que  $\lambda(M)$  representa la tasa de excedencia de



temblores con magnitudes iguales a  $M$  o mayores, asociadas con un proceso sísmico desarrollado en una fuente dada. A cada ocurrencia de un temblor asociado con el proceso sísmico de interés corresponde una magnitud y unas coordenadas focales, que definen una distancia del foco al sitio de interés. Como en general la correlación probabilista entre la magnitud y la localización del foco es importante, la distribución probabilista de la intensidad de un evento aleatorio al sitio de interés, dependerá de la distribución conjunta de magnitudes y distancias. Se opta en este ejemplo considerar la distancia epicentral como determinista y la tasa de excedencias se calcula como:

$$v(a) = \int_{M_0}^{M_u} \frac{-d\lambda(M)}{dM} P\{A>a|M\} dM \quad (14)$$

$v(a)$  es la tasa de ocurrencia en el sitio de interés de temblores con intensidad igual a  $a$  o mayor, producidos por un proceso sísmico dado,  $M_0$  y  $M_u$  son los extremos inferior y superior del intervalo de magnitudes involucrado en el proceso sísmico de interés, y el segundo factor dentro de la integral es la probabilidad condicional de que la intensidad exceda de  $a$  cuando la magnitud es igual a  $M$ . Si suponemos que la probabilidad condicional de  $A$  dado  $M$  es lognormal con mediana  $m$  y desviación estándar  $\sigma_{\ln a}=0.7$ , y si además el  $\ln m(M)=\alpha+bM$  (ley de atenuación), entonces la ec 14 puede reescribirse como

$$v(a) = \int_{M_0}^{M_u} \frac{-d\lambda(M)}{dM} \cdot \phi\left[\frac{\alpha + bM - \ln a}{\sigma_{\ln a}}\right] dM \quad (15)$$

$\phi$  es la distribución acumulada para una distribución normal estandarizada. Resolviendo la ec anterior se obtienen las tasas de excedencia para aceleraciones considerando la incertidumbre. La Tabla 8 muestra los valores correspondientes; comparando en la última columna el caso determinista cuyos valores son de menor magnitud que cuando se considera la incertidumbre. En la Fig 5 se grafican las dos últimas columnas de la Tabla 8.

Lo que hemos calculado hasta aquí corresponde a un terreno firme supuesto en Tajimaroa. Para considerar los efectos locales de manera aproximada en nuestro estudio, se puede afectar la ley de atenuación por un factor de 10 para un suelo como el del Valle de México; lo anterior está basado en funciones de transferencia obtenidas de terreno firme a blando en sismos recientes en la Ciudad de México.

## COEFICIENTE DE DISEÑO SÍSMICO

Se considera óptimo el coeficiente de diseño que minimiza la suma del costo inicial de la estructura y la esperanza del valor presente de los daños ocasionados por los temblores.

Para evaluar estas cantidades se hacen las siguientes hipótesis: (a) los temblores ocurren siguiendo un proceso de arribo tipo Poisson, (b) cada estructura tiene un solo estado de falla. La condición para que esta se alcance se expresa en términos de la aceleración espectral máxima del temblor que produce la falla, y (c) el costo de la estructura puede modelarse con la siguiente expresión

$$C(c) = C_f + Qc^q \quad (16)$$

donde  $C_f$ ,  $Q$  y  $q$  son constantes y  $c$  es el coeficiente sísmico de diseño. Puede demostrarse que bajo estas suposiciones, la esperanza de las pérdidas debido a sismos cuando se diseña para el "coeficiente de diseño"  $c$  (correspondiendo a un valor de  $a$ ) es

$$P(c) = \frac{C_f}{\gamma} v(c) \quad (17)$$

$\gamma$  es la tasa de descuento (usualmente fijada como 0.05/año),  $C_f$  es el costo de la falla si ocurriera hoy. Bajo estas condiciones se requiere minimizar la suma dada por las ecs 16 y 17 resultando la siguiente expresión

$$\frac{C_T}{C_f} = 1 + \rho_1 c^q + \frac{\rho_2}{\gamma} v(c) \quad (18)$$

en donde  $\rho_1 = Q/C_f$  y  $\rho_2 = C_f/\gamma$ . Para nuestro estudio se emplearon los siguientes valores (Vargas y Jara (1989):  $q=1.2$ ,  $\gamma=0.05$ ,  $\rho_1=2.4$ , y  $\rho_2=20$ . Resolviendo la ec 18 se obtiene el valor óptimo de  $c$ , los resultados se presentan en la Tabla 9 y Fig 6.

## REFERENCIAS

Cornell C A y Vanmarcke E (1969), "The major influences on seismic risk" *IV WCEE*, Santiago de Chile, Chile.

Gutenberg B y Richter C F (1954), *Seismicity of the earth (and associated phenomena)*, Princeton University Press, Princeton, NJ, EUA

Singh S K (1987), "Empirical prediction of ground motion in Mexico City from coastal earthquakes", *Bulletin of the Seismological Society of America*, V77, No 5, 1862-1867.

Vargas E and Jara J M (1989), "*Influencia del coeficiente sísmico de diseño en el costo de edificios con muros de concreto*", *Memorias VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Acapulco Gro, D36-39

Tabla 1. Catálogo sísmico de la fuente 1

T	M
0.54	5.9
1.34	5.5
1.88	4.8
2.05	4.9
3.47	5.6
5.74	5.4
7.52	4.8
9.15	4.6
9.84	4.7
11.46	6.7
11.88	5.1
13.53	4.7
16.03	5.3
17.25	5.2
17.86	5.8
21.91	6.0
22.68	4.7
23.72	5.5
24.34	5.8
25.44	4.8
25.91	5.4
27.20	4.6
27.26	4.8
28.08	5.2
29.79	4.8
30.62	4.7
30.74	5.2
33.40	4.7
34.87	4.9
36.73	4.7
37.98	4.9
40.06	6.0
40.49	4.8
42.15	4.7
43.51	5.6
44.57	4.7
45.15	5.0
46.44	4.6
47.80	4.6
48.18	4.8
51.03	4.5

n=41

Tabla 2 Catálogo sísmico de la fuente 2

T	M
0.48	4.8
0.74	4.7
3.17	4.6
4.75	4.9
7.11	4.6
7.72	5.4
9.31	5.0
9.91	4.9
10.34	5.3
11.51	4.6
11.78	5.3
15.52	5.0
18.99	6.4
19.47	4.8
21.26	4.9
21.66	4.9
21.99	5.3
23.14	5.1
24.71	4.9
25.50	5.9
25.95	6.3
26.83	5.1
29.12	4.9
29.86	4.9
30.56	5.6
31.98	5.4
34.23	5.4
34.93	5.9
36.02	5.0
37.99	4.9
40.05	4.5
40.76	6.4
43.49	5.3
43.57	5.0
45.54	4.8
47.39	4.7
47.61	5.2
49.71	4.5
50.05	4.6

n=39

Tabla 3 Catálogo sísmico de la fuente 3  
n=86

T	M	T	M
0.27	5.3	26.73	6.0
3.81	4.8	26.97	4.8
4.04	4.8	27.24	4.6
4.29	4.8	27.41	6.7
4.74	4.7	27.52	4.8
6.22	5.8	27.88	4.6
6.66	4.5	28.62	4.9
6.67	4.8	29.24	5.4
6.84	4.5	30.66	5.2
7.67	4.5	30.73	5.0
8.09	4.5	32.52	7.0
8.11	4.5	33.22	4.8
9.26	5.0	34.55	5.1
11.35	4.7	34.57	4.6
12.07	4.7	34.65	4.6
12.22	5.9	35.03	4.8
13.07	5.8	35.81	4.5
13.76	4.7	36.34	4.5
14.13	5.0	36.53	4.9
14.80	5.2	36.92	4.8
14.83	5.6	37.86	5.5
16.27	4.5	37.97	7.1
16.75	4.9	40.59	4.6
16.96	4.6	40.65	5.1
17.02	5.3	41.56	5.2
17.25	6.0	41.59	4.9
17.91	5.0	43.30	4.5
18.16	6.4	43.44	5.2
19.24	5.1	43.54	5.2
19.77	4.7	44.10	5.1
21.16	4.7	44.32	5.5
22.19	5.5	44.79	4.9
22.47	4.6	45.65	4.9
23.92	4.6	46.56	4.6
24.15	5.3	46.80	4.5
24.15	4.8	46.97	4.8
24.62	5.5	47.03	4.7
25.19	4.6	48.05	4.6
25.46	4.8	49.02	5.2
25.51	5.0	49.41	4.7
25.72	4.7	49.45	5.1
26.10	4.6	49.99	4.6
26.41	4.5	50.48	4.6

Tabla 4. Parámetros que definen la sismicidad local

fuelle	n	t	$\lambda_0$	$\beta$
1	41	50	0.82	1.71
2	39	50	0.78	1.65
3	86	50	1.72	1.98

Tabla 5. Magnitudes y aceleraciones para las fuentes 1, 2 y 3

Magnitud	a1	a2	a3
4.50	1.11	0.90	0.78
4.70	1.35	1.10	0.95
4.90	1.64	1.34	1.16
5.10	2.00	1.63	1.41
5.30	2.44	1.99	1.72
5.50	2.97	2.42	2.09
5.70	3.62	2.95	2.55
5.90	4.41	3.59	3.11
6.10	5.37	4.38	3.78
6.30	6.55	5.33	4.61
6.50	7.98	6.50	5.62
6.70	9.72	7.91	6.84
6.90	11.84	9.64	8.34
7.10	14.43	11.75	10.16
7.30	17.58	14.31	12.38
7.50	21.42	17.44	15.08
7.70	26.10	21.25	18.38
7.90	31.79	25.89	22.39
8.10	38.74	31.55	27.29
8.30	47.20	38.44	33.25
8.50	57.51	46.84	40.51
8.70	70.07	57.07	49.35

Tabla 6. Tasas de excedencia para las fuentes  
1, 2 y 3, y la total en el sitio de  
Tajimaroa

a	$v_1(a)$	$v_2(a)$	$v_3(a)$	$v_T(a)$
1.11	0.815364	0.549997	0.844251	2.209613
1.35	0.580764	0.396316	0.568380	1.545461
1.64	0.414419	0.286047	0.383480	1.083948
2.00	0.293673	0.205044	0.256651	0.755369
2.44	0.207888	0.146795	0.171561	0.526245
2.97	0.147674	0.105414	0.115146	0.368236
3.62	0.104580	0.075442	0.077004	0.257027
4.41	0.074053	0.053954	0.051481	0.179490
5.37	0.052404	0.038531	0.034382	0.125317
6.55	0.036899	0.027351	0.022814	0.087065
7.98	0.025959	0.019368	0.015105	0.060433
9.72	0.018195	0.013633	0.009937	0.041765
11.84	0.012675	0.009507	0.006465	0.028649
14.43	0.008743	0.006533	0.004130	0.019407
17.58	0.005956	0.004399	0.002566	0.012922
21.42	0.003975	0.002864	0.001516	0.008356
26.10	0.002568	0.001760	0.000811	0.005140
31.79	0.001570	0.000968	0.000339	0.002877
38.74	0.000859	0.000396	0.000021	0.001278
47.20	0.000354	0.000000	0.000000	0.000354
57.51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70.07	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 7. Probabilidad de exceder a en 50,100 y 150 años

a	$\nu\tau(a)$	p(50)	p(100)	p(150)
1.11	2.209613	1.000000	1.000000	1.000000
1.35	1.545461	1.000000	1.000000	1.000000
1.64	1.083948	1.000000	1.000000	1.000000
2.00	0.755369	1.000000	1.000000	1.000000
2.44	0.526245	1.000000	1.000000	1.000000
2.97	0.368236	0.999999	1.000000	1.000000
3.62	0.257027	0.999997	1.000000	1.000000
4.41	0.179490	0.999873	0.999999	1.000000
5.37	0.125317	0.998099	0.999996	0.999999
6.55	0.087065	0.987135	0.999834	0.999997
7.98	0.060433	0.951279	0.997626	0.999884
9.72	0.041765	0.876096	0.984647	0.998097
11.84	0.028649	0.761276	0.943011	0.986395
14.43	0.019407	0.621049	0.856396	0.945581
17.58	0.012922	0.475914	0.725334	0.856051
21.42	0.008356	0.341506	0.566385	0.714467
26.10	0.005140	0.226631	0.401901	0.537449
31.79	0.002877	0.133982	0.250013	0.350498
38.74	0.001278	0.061901	0.119970	0.174445
47.20	0.000150	0.007471	0.014888	0.022248
57.51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70.07	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



Tabla 8. Comparación de tasas de excedencias considerando la incertidumbre y el caso determinista.

a	$\nu_{11}(a)$	$\nu_{12}(a)$	$\nu_{13}(a)$	$\nu_{1T}(a)$	$\nu_T(a)$
1.11	0.696204	0.574604	1.089942	2.360750	2.209613
1.35	0.606273	0.486629	0.883209	1.976112	1.545461
1.64	0.512822	0.400622	0.692836	1.606281	1.083948
2.00	0.419202	0.319267	0.524137	1.262607	0.755369
2.44	0.332356	0.247788	0.384897	0.965043	0.526245
2.97	0.257263	0.188664	0.276928	0.722856	0.368236
3.62	0.194203	0.140809	0.194797	0.529810	0.257027
4.41	0.143933	0.103683	0.135046	0.382662	0.179490
5.37	0.105139	0.075589	0.092578	0.273307	0.125317
6.55	0.075720	0.054518	0.062730	0.192970	0.087065
7.98	0.054170	0.039161	0.042325	0.135657	0.060433
9.72	0.038527	0.028001	0.028290	0.094819	0.041765
11.84	0.027259	0.019882	0.018919	0.066060	0.028649
14.43	0.019132	0.014058	0.012549	0.045740	0.019407
17.58	0.013401	0.009869	0.008311	0.031582	0.012922
21.42	0.009314	0.006876	0.005442	0.021634	0.008356
26.10	0.006432	0.004728	0.003538	0.014698	0.005140
31.79	0.004389	0.003210	0.002261	0.009860	0.002877
38.74	0.002954	0.002132	0.001422	0.006509	0.001278
47.20	0.001950	0.001386	0.000871	0.004207	0.000350
57.51	0.001260	0.000873	0.000519	0.002653	0.000000

Tabla 9. Valores de costo total/inicial

a	$v_{IT}(a)$	$C_T/C_i$
1.11	2.36075	948.0201
1.35	1.976112	794.8853
1.64	1.606281	647.8578
2.00	1.262607	511.5565
2.44	0.965043	394.0169
2.97	0.722856	299.0041
3.62	0.52981	224.1613
4.41	0.382662	168.3057
5.37	0.27330	128.3605
6.55	0.19297	101.0809
7.98	0.13565	84.27728
9.72	0.094819	75.69059
11.84	0.06606	74.00763
14.43	0.04574	78.3611
17.58	0.031582	88.49007
21.42	0.021634	104.538
26.1	0.01469	127.1555
31.79	0.00986	157.3352
38.74	0.00650	196.8017
47.2	0.004207	247.5563
57.51	0.002653	312.4481

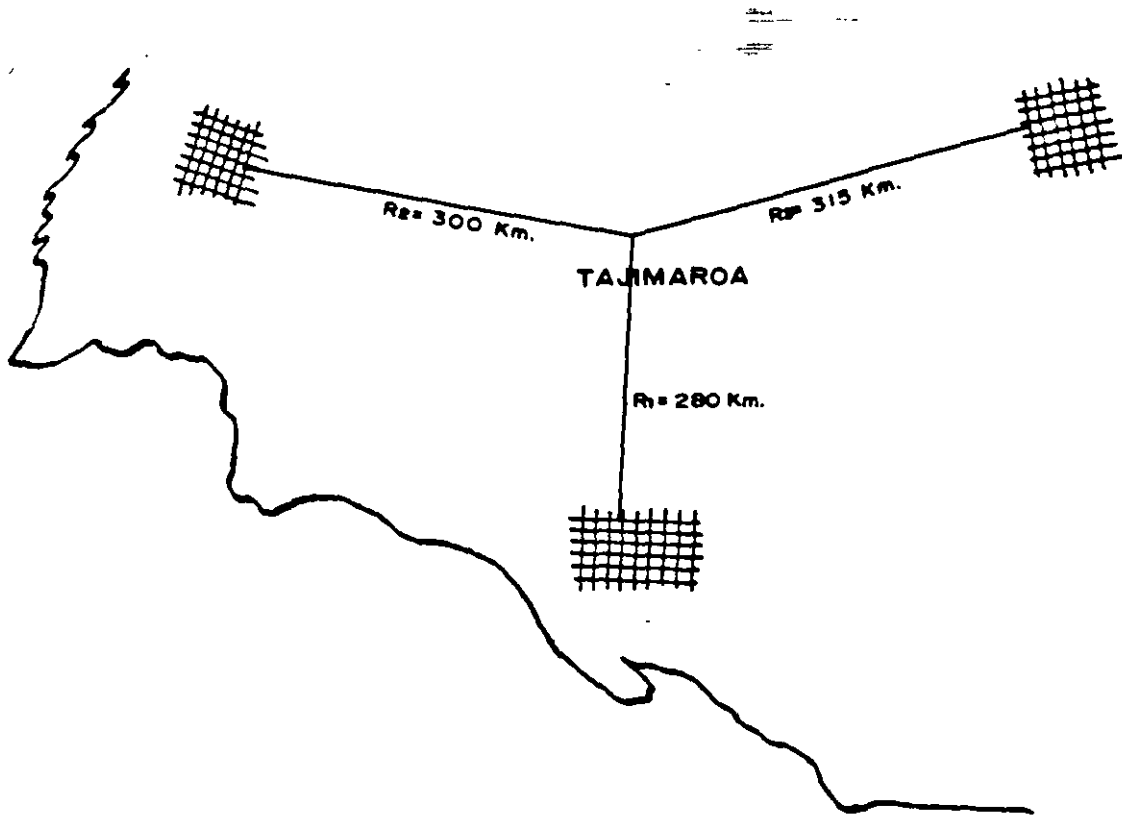


fig. 1 Croquis del problema sísmico en Tajimaroa

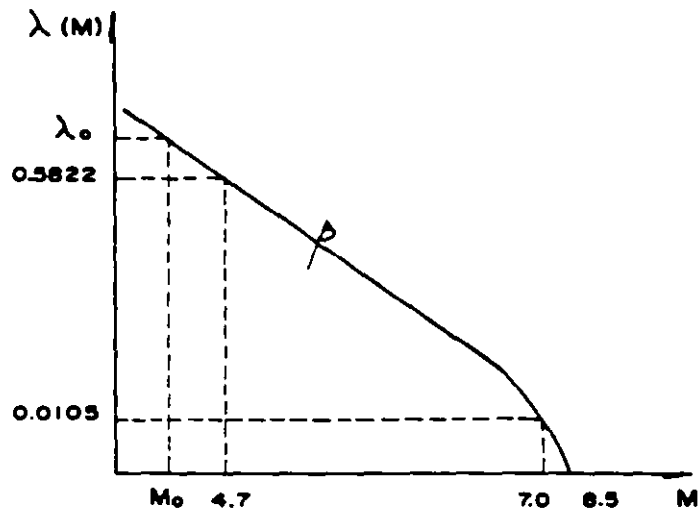


fig. 2 Tasas de excedencias de magnitudes

fig. 3 Tasas de excedencias para a

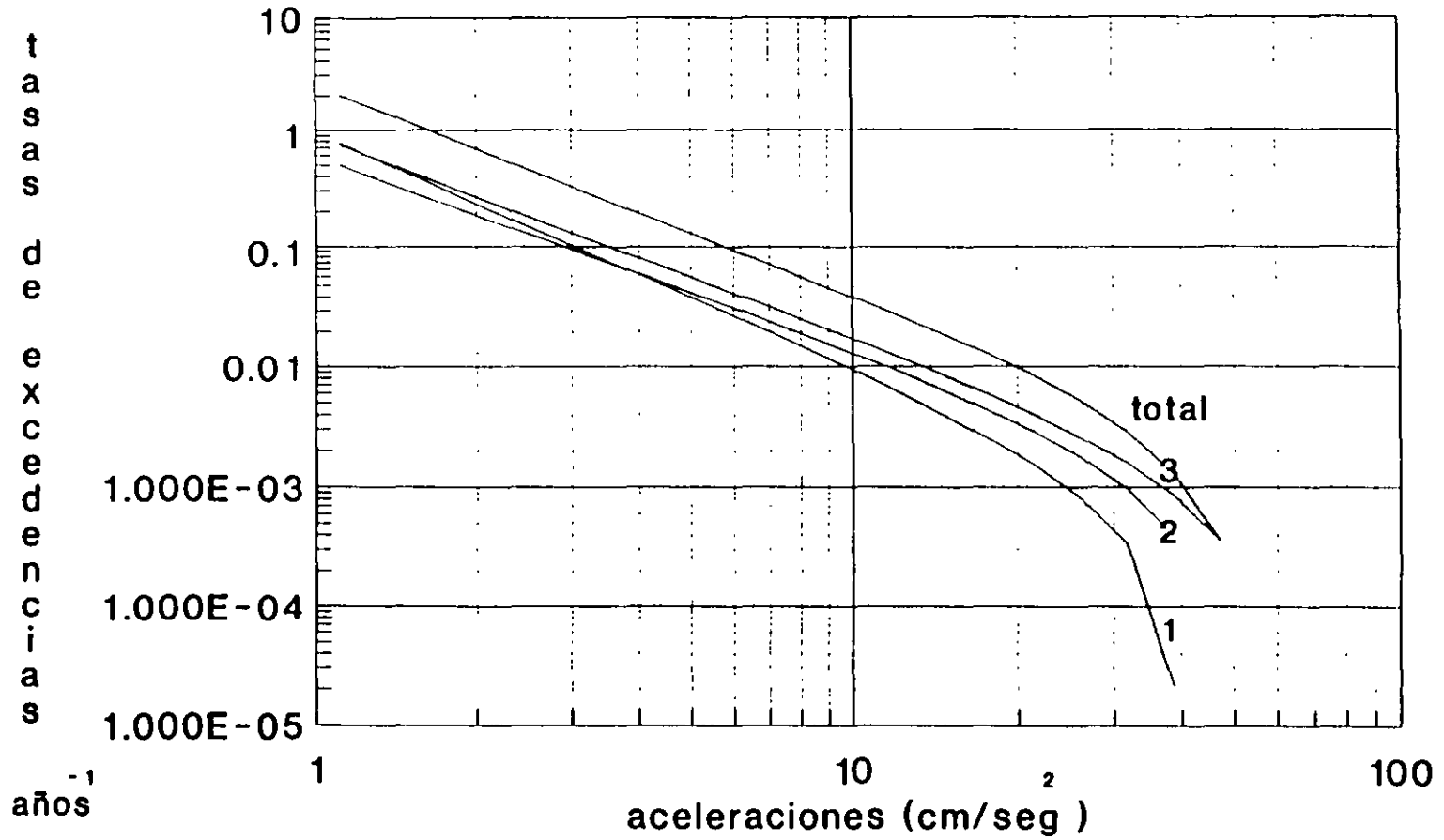


fig. 4 Probabilidades de exceder a en 50, 100 y 150 años

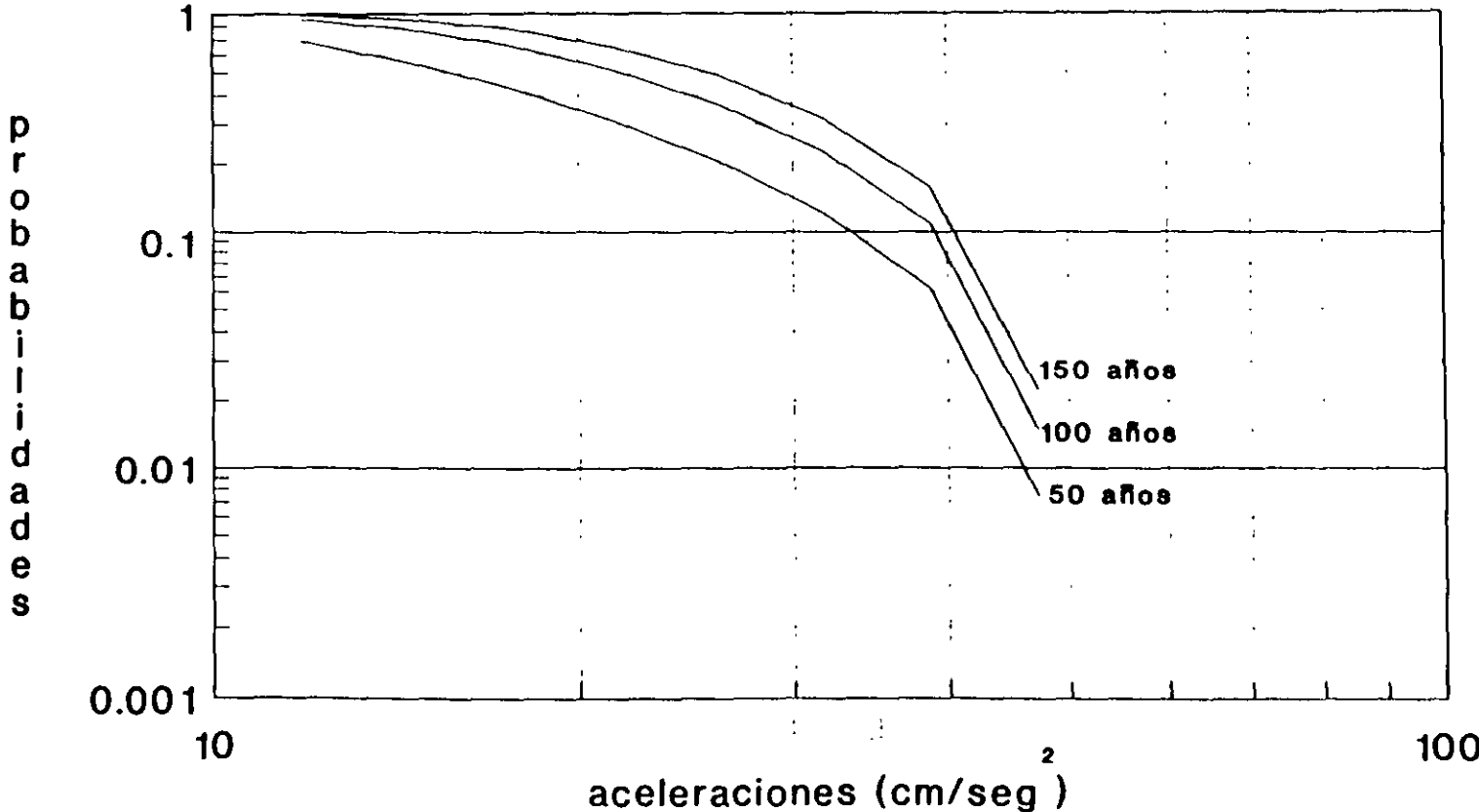
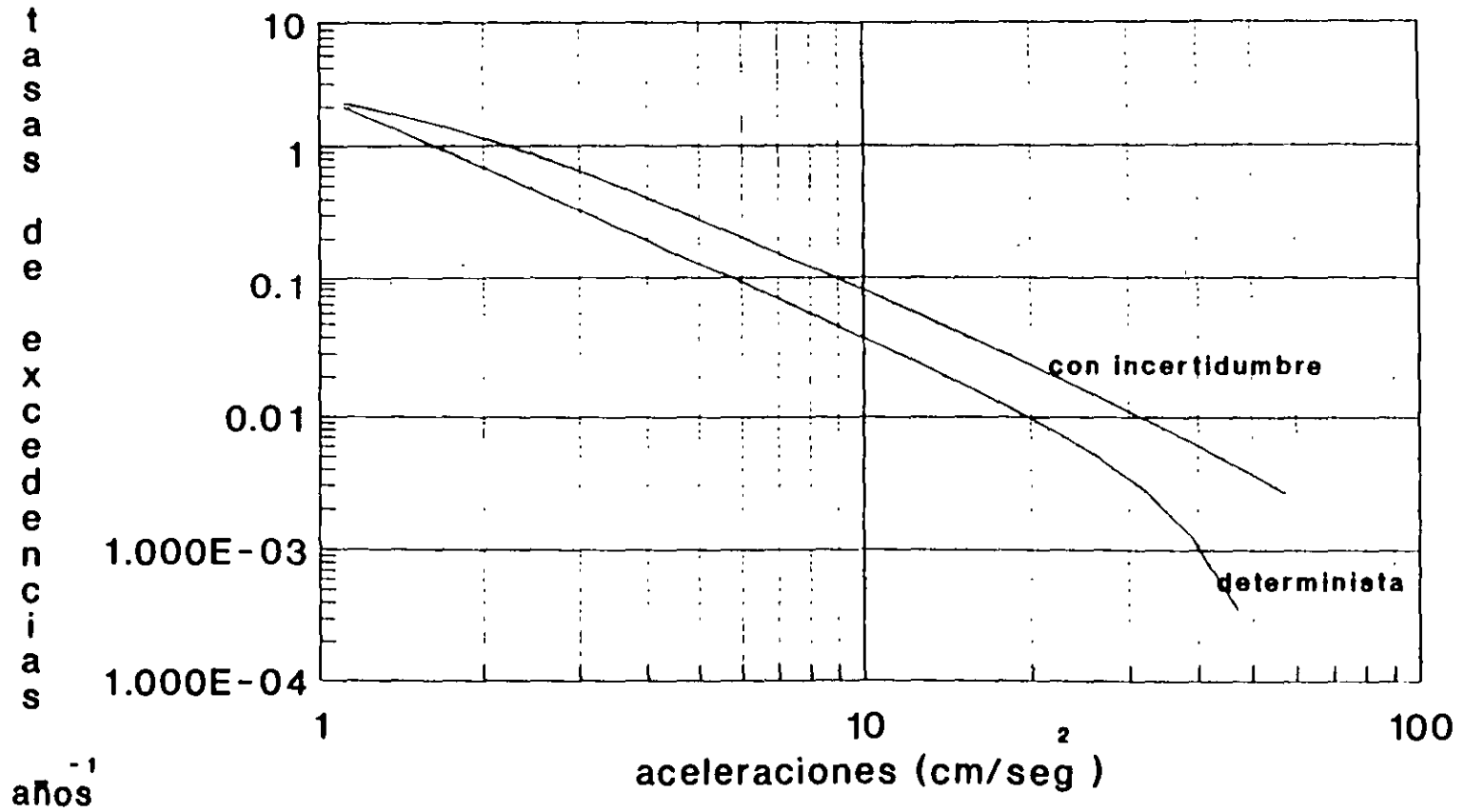
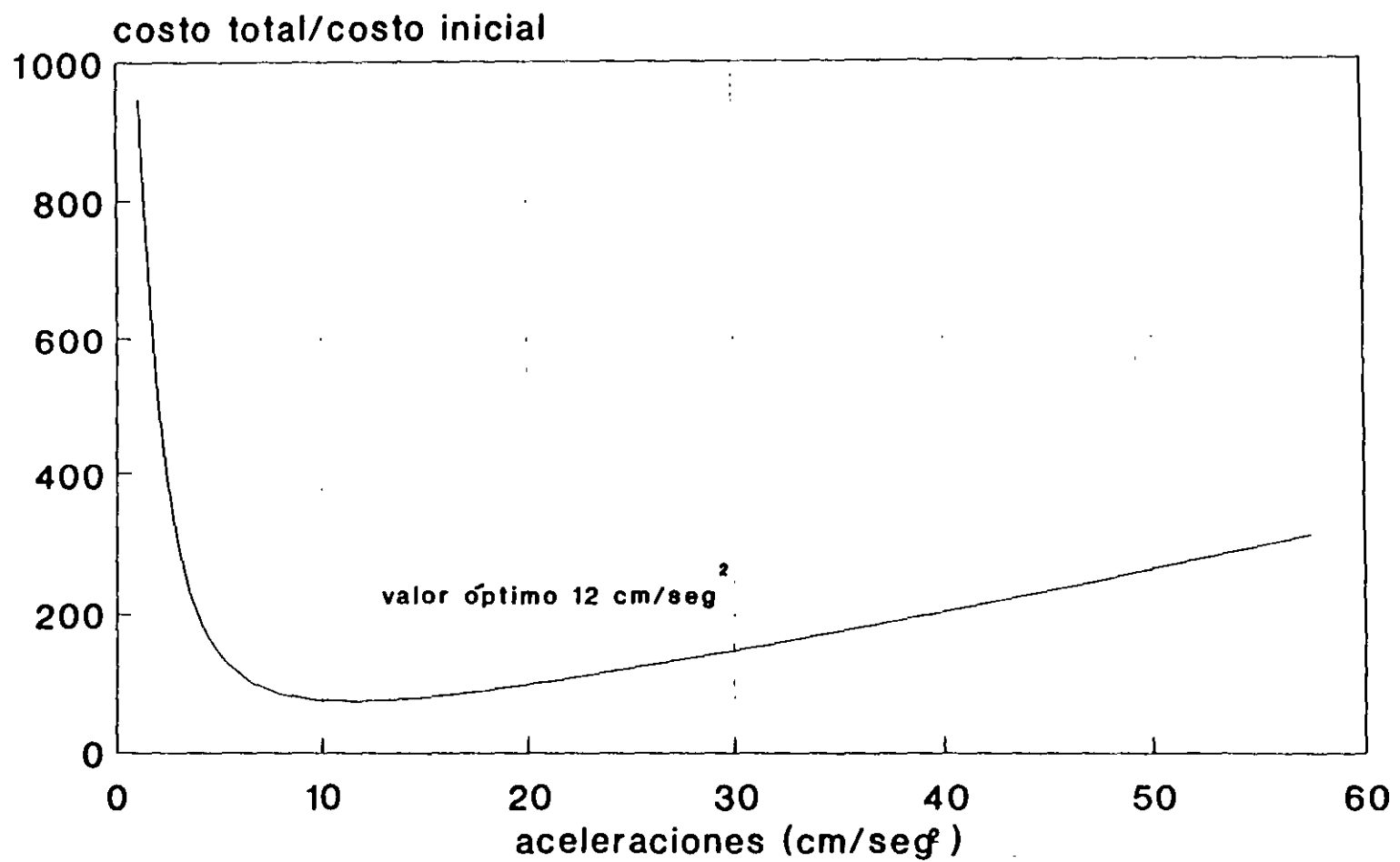


fig. 5 Efecto de la incertidumbre en la aceleración máxima



18

fig. 6 Valor óptimo de a





**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA  
EFECTOS DE SITIO**

**EXPOSITOR: DR. EDUARDO REINOSO ANGULO  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**



# EFFECTOS DE SITIO

EDUARDO REINOSO ANGULO

Instituto de Ingeniería, UNAM, Ciudad Universitaria, México D F

## 1. DEFINICIÓN

Son los efectos ocasionados por las características de las primeras decenas de metros de la superficie terrestre capaces de modificar localmente las características del movimiento sísmico.

## 2. TIPOS DE EFECTOS DE SITIO

### Por la topografía del terreno

La superficie irregular del terreno puede provocar amplificación o deamplificación del movimiento. Esto se presenta en cañones, montañas, pendientes, cimas y simas. También dependerá del tipo y del ángulo de incidencia de las ondas sísmicas

### Por la presencia de depósitos con arenas

En estos depósitos se puede presentar el fenómeno de licuación en el cual el suelo pierde su capacidad de carga debido al aumento de la presión de poro. En algunos casos la licuación de estratos completos de arena han provocado enormes deslizamientos de tierra (sismo de Alaska, 1964). Su estudio se impulsa por los daños causados por el sismo en Nigata, Japón. Es más factible su ocurrencia en arenas sueltas que en compactas; más factible en arenas con granulometría uniforme. Si ocurre a profundidad causa flujo vertical de agua que se manifiesta en pequeños volcanes. Los estudios que se pueden realizar para conocer los peligros de licuación son pruebas de penetración y estudio de agua subterránea, como pruebas de campo, y estudios de densidad relativa y de tamaño de partículas como pruebas de laboratorio. También es factible la ocurrencia de asentamiento de arenas secas; esto se puede conocer con estudios de resistencia a la penetración y de densidad relativa.

### Por la presencia de depósitos con arcillas

En valles aluviales o lacustres, se presenta amplificación dinámica debido al contraste de la velocidad del suelo superficial con respecto a los depósitos más profundos. Entre mayor sea el contraste, mayor será la amplificación. Dependen también de la geometría del valle aluvial

### Deslizamientos y deslaves

Provocados por las fuerzas sísmicas que encuentran perfiles inestables. Son los responsables de gran parte de los daños en vías de comunicación como carreteras

### Cambios en estructura superficial

Debidos a heterogeneidad en los materiales y sus propiedades que forman la superficie del terreno en sitios poco distantes entre sí. Esto es particularmente relevante para estructuras largas como puentes y conductos ya que las características del movimiento sísmico afectarán de manera distinta a los diversos apoyos

### 3. MEDICIÓN DE LOS EFECTOS DE SITIO

Existen distintos métodos para conocer o estimar el peligro potencial de los efectos de sitio. Estos estudios serán indispensables para la elaboración de reglamentos urbanos y de diseño de estructuras y para la construcción de presas, plantas nucleares, puentes de grandes claros y, en general, para desarrollos civiles importantes.

#### Métodos experimentales

1. Observaciones macrosísmicas
  - Sismos históricos (códices, relatos, periódicos, libros y tradición oral, entre otros)
  - Sismos recientes (fallas geológicas y de obras civiles, conos de licuación)
2. Microtemblores o microtemblores
  - Se mide ruido ambiental (tráfico, sismos lejanos o pequeños, vibraciones terrestres)
  - Aparatos muy sensibles que miden velocidad
  - Durante varias horas y distintas condiciones
  - En general sirve para obtener periodos dominantes del suelo; funciona mejor con periodos dominantes de terreno largos ( $T_s > 1$ segundo)
3. Movimientos débiles
  - Explosiones artificiales, nucleares, réplicas, sismos pequeños
  - No es muy eficiente cuando el suelo tiene comportamiento no lineal
4. Movimientos fuertes
  - Es el movimiento sísmico durante terremotos intensos
  - Se obtienen registros de aceleración
  - Se necesita estar perfectamente listo para captar la ocurrencia de eventos muy esporádicos
  - Es la mejor alternativa aunque resulta costoso y de cuidadoso mantenimiento
  - Cociente espectral: es una función de transferencia empírica o, en otras palabras, la amplificación relativa medida entre un sitio de suelo blando y otro de terreno firme. También es útil para estudiar el comportamiento de estructuras instrumentadas y topografías. Se obtienen al hacer los cocientes de los espectros de Fourier suavizados de ambos registros.
5. Observaciones de campo y estudios in situ
  - Vuelos de reconocimiento y fotografías aéreas
  - Diversos estudios geológicos, geofísicos y de mecánica de suelos
  - Inspección del lugar

#### Modelos y métodos numéricos

Las soluciones matemáticas a problemas generales de acústica y elastodinámica han sido aplicadas para estudiar la difracción de ondas sísmicas en valles aluviales y topografías.

##### 1 Soluciones analíticas o exactas

Las soluciones más sencillas son las analíticas debido a que tienen soluciones exactas y no se requieren de procesos numéricos. Su desventaja es que para que puedan aplicarse el modelo debe tener geometría sencilla, como círculos o semicírculos, lo que no es común encontrar en la realidad. A pesar de estas limitaciones, estas soluciones han servido como base para calibrar los métodos numéricos que son los que prometen modelar casos reales.

##### 2. Métodos numéricos

Los más conocidos son los basados en formulaciones de elementos finitos, diferencias finitas (basados en ecuaciones diferenciales) y elementos de frontera (basado en ecuaciones integrales con condiciones de frontera).

### Modelado de topografías

Durante el arribo de las ondas sísmicas se produce en la superficie o campo libre una amplificación constante. El tamaño de esta amplificación dependerá del tipo de onda que se estudie. Por ejemplo, para ondas SH el valor es dos, uno por la onda que incide y otro por la onda que rebota. Para otro tipo de ondas el cálculo es más complejo pero esencialmente es el mismo.

Ante la presencia de una irregularidad en la superficie terrestre como lo es una montaña o un cañón, las ondas sísmicas incidentes sufrirán una alteración. La solución a este problema consiste en sumar la respuesta del campo libre más la debida a las ondas difractadas por la irregularidad. En estos casos es posible que ante ciertas combinaciones la respuesta en algunos sitios de la irregularidad sea menor que la de campo libre, lo que significa una deamplificación del movimiento.

Típicamente se han calculado amplificaciones en topografías de dos a tres veces la de campo libre, pero se han observado, a partir de registros obtenidos durante sismos, amplificaciones de hasta 10 veces para algunas frecuencias. En general, las amplificaciones son mayores en las crestas que en las bases, y son complejas y sin tendencias claras en las pendientes. Utilizando modelos 3D se aprecia que la dispersión provocada por topografías depende de su geometría, del tipo de onda incidente y del azimut; se observa también enfocamiento de ondas en algunos sitios y resonancia múltiple.

La relevancia de estudiar la influencia de estos efectos es que movimientos sísmicos intensos pueden incrementarse por efectos de sitio que provoquen deslizamientos y desprendimientos. Por ello, el estudio de topografías con métodos numéricos nos puede arrojar resultados importantes sobre fenómenos locales de amplificación.

### Amplificación dinámica en valles aluviales: modelos 1D, 2D ó 3D

Cuando las ondas sísmicas chocan con estratos de menor velocidad tienen que ganar amplitud para conservar la energía. Por ello, entre mayor sea el contraste de propiedades entre la roca o suelo firme y los estratos blandos mayores serán los efectos de amplificación. Al contraste de propiedades se le conoce como contraste de impedancias, que no es otra cosa sino el cociente de la velocidad de las ondas de corte y la densidad de la roca entre las mismas propiedades pero del suelo. Pero la amplificación no solo dependerá del contraste mencionado sino de la forma del valle y de la incidencia de las ondas.

Para conocer en forma teórica la amplificación dinámica en cualquier suelo blando es necesario recurrir a modelos de propagación de ondas. El método más sencillo para cuantificar la amplificación dinámica en suelos es el modelo 1D. Este modelo considera que los estratos tienen una extensión horizontal infinita, lo que implica que el valle no tiene bordes ni cambios en la distribución horizontal de los sedimentos. Desafortunadamente, todos los valles presentan distribución irregular de estratos y dimensiones finitas, por lo que para conocer mejor su comportamiento sísmico se requiere de modelos en dos (2D) y tres (3D) dimensiones y así poder explicar los patrones de amplificación. Estos modelos son en general más sofisticados que el 1D y requieren de mayores recursos matemáticos, numéricos y de cómputo. Si bien las simplificaciones del modelo 1D parecerían grandes y burdas, muchos de los valles aluviales más relevantes en ingeniería sísmica, como el de México, tienen un comportamiento fundamentalmente unidimensional.

Los modelos 2D son sensiblemente más limitados pero también más prácticos que los 3D, tanto por los requerimientos de cómputo como por la obtención de las propiedades para alimentar al modelo. En el caso 2D, la solución más sencilla es para ondas SH que produce movimiento en el sentido perpendicular al plano de estudio, el problema es entonces escalar y se resuelven las ecuaciones de la acústica. Si se requiere estudiar el movimiento en el plano provocado por ondas SV, P o de Rayleigh, se requiere modelar las ecuaciones de la elastodinámica y el problema es ahora vectorial.

Aunque estos modelos, por flexibles y versátiles, pueden arrojar información conceptual y cualitativa de mucha utilidad, la calidad de los resultados dependerá de la información de las características de los suelos con la que se cuente como la densidad, la velocidad de las ondas de corte, el módulo de Poisson y el amortiguamiento. En general, se ha observado que la comparación entre los resultados de modelos numéricos y las observaciones durante sismos no es aún pobre y no del todo satisfactoria.

Debido a una extraña costumbre generalizada o a una curiosa coincidencia, es común clasificar los suelos en zona I, zona II y zona III. Esto significa que en general habrá suelos con las siguientes características:

1. Terreno firme, formado por suelos bien compactados con velocidades de ondas de corte arriba de 500 m/s.
2. Transición o intermedio, formado por suelos con características entre suelos firmes y blandos
3. Blandos o lacustres, formado por depósitos superficiales que experimentan amplificación dinámica



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA**

**CARACTERÍSTICAS SÍSMICAS DE LA CIUDAD DE  
MÉXICO: AMPLIFICACIÓN DE LAS ONDAS SÍSMICAS EN  
EL VALLE DE MÉXICO CARACTERÍSTICAS DEL  
MOVIMIENTO DEL TERRENO MICROZONIFICACIÓN**

**EXPOSITOR: DR. EDUARDO REINOSO ANGULO  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

# Características Sísmicas de la Ciudad de México: Amplificación de las Ondas Sísmicas en el Valle de México, Características del Movimiento del Terreno y Microzonificación de la Ciudad

Eduardo Reinoso

*Centro de Investigación Sísmica*

Carretera al Ajusco 203, México D F

*"En México a la verdad tiembla la tierra casi todos los años una o dos veces y muy ligeramente. Ello acontece en cualquiera de las estaciones del año sin que en ésta ni en otra circunstancia se observen ningunos indicios en el suelo ni el cielo capaces de fundar un prudente pronóstico de estos fatales accidentes" (Joaquín Velázquez de León, Descripción histórica y topográfica del valle, siglo XVII)*

## Resumen

Se presentan las principales aspectos de las características dinámicas de amplificación en el Valle de México ante temblores originados en la zona de subducción. Primero, en forma general, se describe la cuenca de México y las propiedades de los depósitos lacustres, tocándose con más detalle el problema del hundimiento y sus repercusiones en la mecánica de suelos. Se mencionan las principales fuentes sísmicas que afectan a la ciudad y se incluye una breve historia sobre los principales sismos que la han afectado durante los últimos 600 años, poniendo énfasis en la importancia que tienen los sismos recientes para la ingeniería sísmica. Se incluyen estudios y resultados que hacen uso de los datos captados por la red acelerográfica de la ciudad. Los estudios abarcan temas como efectos de sitio en terreno firme, duración del movimiento, amplificación del movimiento en el lago tanto en el dominio del tiempo como en la frecuencia, y mapas de periodos dominantes. En combinación con los datos de la red de Guerrero se presentan figuras, comentarios y resultados relativos a la trayectoria de las ondas hacia el valle de México y al efecto de amplificación regional observado en los sitios de terreno firme. Se incluyen diversas figuras ilustrativas que ponen en evidencia la magnitud de todos estos fenómenos sísmicos. Finalmente, las conclusiones contienen las posibles implicaciones de estos estudios en la práctica de la ingeniería sísmica y en el reglamento de construcciones.

## Introducción

Desde la caída de Tenochtitlán en manos de los españoles y sus aliados indígenas, una de las guerras navales más importantes en la historia de la humanidad, la ciudad de México ha crecido en una neceia e infinita lucha sobre el lago que la vió nacer. La ciudad y sus habitantes han tenido que sortear casi todo tipo de dificultades para aprovechar el agua y deshacerse de ella. La lucha ha sido en forma desordenada. Las estrategias y soluciones planteadas han tenido poco respeto al entorno y han atentado continuamente contra el equilibrio ecológico. Por razones históricas, políticas, sociales, religiosas y económicas, la ciudad convirtió un lago en un suelo blando y compresible, poco apto para sostener eficazmente los palacios que ha creado.

En su carrera vertiginosa por crecer, la *Muy Noble y Muy Leal Ciudad de México* ha conocido sismos de muchos tipos y diversas intensidades. Su memoria sísmica abarca varios siglos atrás. Como testigos quedan las cuarteaduras y grietas de las obras que se conservan en pie, las crónicas y relatos hechos por propios y extraños y los parques donde hubo hogares y oficinas de muchos mexicanos.

Son muchos y grandes los retos que nuestra ciudad exige. El reto sísmico es sólo uno más de ellos. Es necesario conocer mejor las características de los sismos que la afectan, de sus suelos y de sus estructuras, así como hacer edificios más seguros y prepararnos para afrontar ordenada y eficientemente los sismos.

## I La cuenca de México

El valle de México, donde se encuentra enclavada la ciudad, es a su vez una cuenca cerrada de 110 km de largo en el sentido norte-sur y 80 km de ancho en el este-oeste. Tiene una altitud de 2236 msnm en su parte más baja y alcanza hasta 5230 m snm en la más alta: la punta del Iztaccihuatl.

### La historia lacustre

*"Mi ciudad es chinampa en un lago escondido". (Guadalupe Trigo, canción)*

Desde principios del cuaternario hasta hace apenas 500 años, la cuenca había recogido, dentro del parteaguas que la define, abundante lluvia de verano para formar los lagos de Zumpango, Xaltocan, Texcoco, Xochimilco y Chalco (del Castillo, 1978). Desde entonces, hemos usado y abusado de sus aguas, vaciándola con majestuosas obras hidráulicas como el Tajo de Nochistongo en la época colonial, el Gran Canal y los túneles de Tequisquiác en el siglo pasado y el drenaje profundo a partir de 1975. Si bien estas obras han cumplido su objetivo al disminuir y en algunas zonas eliminar el problema de las inundaciones, han contribuido a la desecación casi total de los lagos. En la figura 1 se aprecia este proceso. Actualmente, sólo pequeñas zonas de lago subsisten en Xochimilco y Texcoco.

### El hundimiento

En 1925 Roberto Gayol comunicó a la Asociación de Ingenieros y Arquitectos que la ciudad de México se estaba hundiendo. Atribuyó las causas de este hundimiento al abatimiento del nivel freático. A pesar de que el sistema de agua potable habilitado en 1910 tenía como fuente principal los manantiales de Xochimilco, un gran número de predios extraían el agua del subsuelo mediante pozos.

Para la década de los cuarentas, el incremento de la población exige mayor demanda de agua y por lo tanto más bombeo. Por consiguiente, se acelera el hundimiento reflejándose en asentamientos diferenciales de edificios. Las observaciones de Nabor Carrillo basadas en la teoría de consolidación de Terzaghi, confirman que este hundimiento es debido al abatimiento de la presión hidráulica en los acuíferos del subsuelo ocasionados por el bombeo. Consecuentemente, a partir de 1954, las autoridades capitalinas deciden cesar la explotación de nuevos pozos y el hundimiento disminuye. En la figura 2 (Marzal y Mazari, 1990) se muestran los asentamientos totales que algunos edificios y zonas de la ciudad han experimentado desde finales del siglo pasado. Estos sitios son la Alameda Central, el Palacio de Minería y la Catedral Metropolitana. Se aprecia que, con base en los datos de nivelación de 1890, todos ellos han sufrido hundimientos mayores a los siete metros.

Recientemente, la demanda de agua potable ha llevado a las autoridades a explotar otros pozos en zonas menos céntricas, lo que ha ocasionado hundimientos en estos sitios similares a los observados en la figura 2. Como ejemplo mencionamos la esquina de Plutarco Elías Calles y Ermita Ixtapalapa en donde la velocidad media de hundimiento durante la década de los setentas fue de 11.3 cm al año. Actualmente, cerca del 70% del agua que utiliza la ciudad se extrae del subsuelo, sin que surja alguna alternativa razonable para disminuir esta creciente demanda.

Independientemente del problema económico, ecológico y de logística que esta sobreexplotación de acuíferos significa, provoca daños en las cimentaciones y asentamientos diferenciales en estructuras. Esto agrava enormemente el problema sísmico al hacer las estructuras más vulnerables ante temblores. Además los efectos son apreciables a simple vista, causando un desagradable aspecto por el deterioro visual de la ciudad y en algunos casos críticos hasta inseguridad en los transeúntes.

### Perfil Geológico

Las zonas más jóvenes del valle son los depósitos aluviales, la serie volcánica del cerro de la Estrella y la sierra de Chichinautzin, siendo esta última la responsable de haber cerrado la cuenca en su parte sur. Más antiguas son las tobas de la formación Tarango y las lavas andesíticas del Iztaccihuatl y el Ajusco. Una base de calizas que afloran en diversas partes de la cuenca forman su propio fondo. En la figura 3 (Mooser, 1990) se muestra un corte

esquemático de la parte superficial de la cuenca donde se aprecian las principales formaciones geológicas así como algunas fallas que pueden dar origen a temblores locales.

Desde el punto de vista de Ingeniería Sísmica, los 150 m más superficiales son los más relevantes ya que determinan los efectos más importantes de amplificación. Los primeros trabajos de exploración y laboratorio para conocer las propiedades del subsuelo en la zona céntrica de la ciudad, y por consiguiente verificar la teoría de hundimiento desarrollada por Nabor Carrillo en 1948, dieron fruto a la primera zonificación de la ciudad. En la figura 4 presentamos esta zonificación que incluye las modificaciones realizadas hasta 1987. En ella, se distinguen tres zonas: zona I, *firme* o de *lomas*, localizada en las partes más altas de la cuenca y formada por suelos poco compresibles y de alta resistencia, zona III o de *lago*, formada por lo que fueron los lagos hace 500 años y que consiste en depósitos lacustres muy blandos y compresibles con contenidos de agua de entre 50 y 500% y con profundidades de hasta 60 m en Texcoco y mayores de 100 m en Tlahuac; finalmente la zona II o de *transición*, que presenta características intermedias entre las zonas anteriores.

La figura 5 muestra una sección tipo de la zona lacustre en donde se muestra la variación con la profundidad del contenido de agua de las arcillas. Además, se presentan dos perfiles esquemáticos en donde se aprecia la variación, que a causa del hundimiento, han tenido este tipo de sitios en los últimos 40 años. Esto se refleja en la disminución del espesor de las dos formaciones arcillosas. La figura 6 muestra otra sección tipo con la variación de la velocidad de corte con la profundidad. Velocidades tan bajas como las mostradas en los 40 m más superficiales son, en gran medida, las responsables de la amplificación dinámica del movimiento en el valle de México. Ambas figuras fueron tomadas de Ovando y Romo (1991).

## II Sísmicidad en la ciudad de México

### Tipos de temblores

Las principales fuentes sísmicas que afectan a la ciudad de México (Rosenbluth y otros, 1987) pueden clasificarse en cuatro grupos cuya localización se muestra esquemáticamente en la figura 7. Estos grupos son.

- Temblores locales, originados dentro de la cuenca o cerca de ella. Generalmente de pequeña magnitud (menores que 5.5 grados).
- Temblores que se originan en el resto de la placa de Norteamérica. Pueden alcanzar magnitudes hasta de 7.0 grados Richter. También conocidos como tipo Acambay por el sismo que allí se generó en 1912.
- Temblores de subducción. Los que más estragos han causado ya que pueden tener magnitudes de hasta 8.2 grados. Pese a la relativa lejanía de la ciudad de México al epicentro de estos temblores (entre 280 y 600 km), la ciudad es particularmente vulnerable porque el tipo de ondas que llegan son ricas en contenido de periodos largos y provocan grandes duraciones, sobre todo en la zona de lago. Es por esto por lo que prácticamente cualquier sismo ocurrido en la zona de subducción, desde Jalisco hasta Oaxaca, representa un peligro para la ciudad capital.
- Temblores de profundidad intermedia, también conocidos como de falla normal. Causados por rompimientos de la placa de Cocos ya subducida. Los que se originan cerca de la zona de subducción pueden tener magnitudes de hasta ocho grados pero a medida que el epicentro se aleja de esta zona la magnitud disminuye, llegando hasta 6.5 grados debajo del valle de México.

En la figura 8 se muestra la sísmicidad en la República Mexicana durante el mes de junio de 1990 (Martínez y García, 1990). En sólo un mes se aprecian, aunque de baja magnitud, los cuatro tipos de temblores que afectan a la ciudad. Los temblores de subducción, los locales y los tipo Acambay se muestran con cuadros, mientras que los de profundidad intermedia se muestran con triángulos.

## III Cronología de los principales terremotos sentidos en el valle de México

A continuación presentamos una breve recopilación de los principales sismos que se han sentido en el valle de México desde la época prehispánica. Sólo se incluyen los considerados como severos ya que en promedio se han reportado, por cada sismo éstos, cinco fuertes, diez moderados y cincuenta leves (Fundación ICA, 1992). Se

incluyen algunos comentarios de las fuentes originales (Rojas y otros. 1986) y la interpretación del tipo de sismo y posible origen (Bravo y otros. 1988)

Para la época prehispánica las principales fuentes de información son los codices. En la figura 9 se muestran los glifos con los que se indicaba la ocurrencia de sismos. El glifo constaba de un cuadro doble donde se escribía la fecha (por ejemplo: año dos pedernal, doce conejo, dos casa) y otro dibujo que significaba terremoto. Junto al glifo del año dos caña (año 1533) mostrado en la figura 9, se encontró una nota en castellano que decía: *"desta manera fingen el temblor de tierra"*.

Para la época colonial el número de fuentes aumenta con las crónicas y los periódicos. Para la época del México independiente las referencias a sismos son muchas y detalladas, lo que en ocasiones permite precisar la zona epicentral y el tipo de sismo.

#### Siglo XV

- 1475 (9 acatl) *"Hubo por entonces fortisimos temblores de tierra, tan frecuentes y repetidos que los cerros se desgajaron, las casas quedaron aplastadas"*. En Chalco, dos fuentes hablan de la gran destrucción causada por este sismo. Los deslaves sugieren un fuerte sismo de origen local
- 1496 (4 tecpal) *"hubo terremotos que tiraron las casas. La tierra se abrió por muchas partes"*. Posiblemente un sismo de subducción

#### Siglo XVI

- 1542 *"Se sintió en México un fuerte temblor de trepidación que maltratò los edificios"*. Es probable que se trate de un sismo profundo con epicentro cerca de Oaxaca
- 1589 *"tembló la tierra en México y en toda aquella provincia, lo cual causo temor muy grande a la gente"*. Probable sismo de subducción

#### Siglo XVII

- 1611 *"pasaron a ser horrores por el destrozo formidable, que experimentaron los edificios de la ciudad, con uno de los mayores terremotos, que ha estremecido a la America"* Sismo de subducción, con epicentro en las costas de Jalisco y Colima.
- 1653 *"Tembló de Oriente a Poniente con tan grave y repentina fuerza, que se temio una grave ruina en esta ciudad"*. Daños en el centro histórico y Atzacapotzalco. Se ignora su posible origen.

#### Siglo XVIII

- 1768 *"dejó resentido el mayor número de edificios, cuyo reparo costará algún dinero; este Palacio (el Nacional) ha manifestado también la necesidad de repararse en varias desuniones de sus paredes"*. Gran sismo de subducción en Oaxaca.
- 1776 y 1787 Sismos de subducción en las costas de Guerrero y Oaxaca, el segundo produjo un gran maremoto lo que hace pensar que fue de excepcional magnitud (más de 8.5 grados)
- 1800 *"pasó de cuatro minutos, sus primeros movimientos de Oriente y Poniente; después con mas duracion de Norte a Sur, terminando con movimientos encontrados à modo de círculo..."*. *"pero las mas de las fábricas y algunas iglesias quedan necesitando reparo"* Sismo en Oaxaca. No hay suficientes datos para saber si fue de subducción o de falla normal.

#### Siglo XIX

- 1845 *"siguieron luego violentas oscilaciones de norte a sur, tan marcadas que las torres de la Catedral se veian oscilar. La conmoción fue terrible y el espanto de los habitantes grandisimo, que aumentò más cuando se escuchò el estruendo de las cúpula del templo de Santa Teresa que se derrumbó."* Gran sismo de subducción en las costas de Guerrero. Además de los daños en el centro causó daños en Tlalpan.



1858

*"hizo que se dañara el acueducto de agua fría, por lo que al día siguiente fue prohibido el tránsito de carruajes por la calzada de Tacubaya". Al parecer un gran sismo de profundidad intermedia con epicentro en el estado de Michoacán.*

## **Siglo XX**

El surgimiento de los sismógrafos permite calcular con mejor exactitud los epicentros de los temblores. Se adopta una forma de medir su magnitud: la escala de Richter (Ms). A principios de siglo la ciudad se ve afectada por varios sismos moderados, algunos de la zona de subducción como los de 1907 (Ms=7.9) y 1909 (Ms=7.5) que causan daños al centro de la ciudad. En 1912 ocurre el temblor de Acambay (Ms=7.0) que no causa muchos daños a la capital pero deja el precedente de que puede haber sismos grandes a distancias epicentrales pequeñas. En 1932 se registra el sismo más grande del siglo en México (Ms=8.2): originándose en las costas de Jalisco sin producir grandes daños al D.F.

### **Sismos recientes y su impacto en la ingeniería sísmica**

No fue sino hasta el reglamento de 1942, a consecuencia del sismo de 1941, cuando se incluye el diseño sísmico de estructuras. La ciudad había resistido con éxito el gran temblor de 1932 pero entonces se contaba con edificios de menos de cuatro niveles de estructuración conservadora.

Por los daños que causó, el sismo de 1957 es el que impulsa los estudios sobre el comportamiento del valle ante sismos. Las estructuras que la ciudad vio crecer a partir del sismo de 1941 requerían mejores diseños y conocimientos sobre las propiedades de los materiales y los suelos. Por ello, se incluye en el nuevo reglamento, entre otras innovaciones, la zonificación de la ciudad atendiendo a las características del subsuelo. Esta zonificación que como se ha mencionado tuvo sus orígenes en el estudio del problema de hundimientos, se incorpora al problema sísmico al observarse la estrecha correlación entre daño estructural y composición del subsuelo.

En 1979 ocurre un sismo en las costas de Guerrero que produce algunos daños en la colonia Roma y derriba la Universidad Iberoamericana.

### **Los sismos de 1985**

Daño y destrucción sin precedente. Mueren más de cinco mil personas y se dañan más de dos mil edificios. Gran movilización social. Fluye ayuda internacional de más de sesenta países. Grandes lecciones sobre diseño de cimentaciones y edificios. El registro de aceleración en SCT aparece en un sinúmero de publicaciones en todo el mundo por su gran amplitud en periodos largos.

### **Red acelerométrica y los sismos a partir de 1985**

Desde 1965 se han obtenido datos de acelerómetros en Ciudad Universitaria, en un sitio de terreno firme al sur de la ciudad. Los datos abarcan una gran variedad de terremotos. Durante los sismos de 1985, la red manejada por el Instituto de Ingeniería contaba ya con 11 estaciones, incluyendo sitios en zonas de transición y lago.

A partir de estos sismos la red crece considerablemente. Actualmente se tienen en más 90 acelerógrafos digitales distribuidos a lo largo y ancho del valle. La red es manejada por tres instituciones: el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico de la Fundación Javier Barros Sierra, el Instituto de Ingeniería de la UNAM y el Centro Nacional de Prevención de Desastres. La red incluye también sistemas de pozo y estructuras. La densidad de acelerógrafos es mayor en las zonas céntricas y donde ha habido daños durante sismos, especialmente los de 1985. Esta distribución puede observarse en la figura 10 junto con las zonas geotécnicas y algunos sitios de referencia de la ciudad.

Una gran cantidad de datos se han obtenido desde 1986 de más de trece sismos pequeños y moderados. A la fecha, la red ha registrado más de 40000 segundos de movimiento fuerte del terreno. En la tabla 1, actualizada hasta 1992, se resumen los datos de cada sismo y su aportación al banco de datos. El sismo más importante por su intensidad ha sido el del 25 de abril de 1989 y la mayor parte de los datos empleados en este trabajo corresponden a este evento. Otro sismo importante es el del 31 de mayo ya que, aunque de magnitud menor a la del 25 de abril, ocurrió casi con la red al 100% de su funcionamiento. Este sismo fue el primero en aportar datos de las estaciones de pozo.

Debido a que contamos con más datos de temblores de subducción y que a la vez han sido los que más han afectado a la ciudad, en adelante solo nos referiremos a este tipo de sismos.

#### IV Movimientos fuertes en el valle de México ante temblores de subducción

Para temblores ocurridos en la zona de subducción, los datos registrados en el valle de México son una combinación de las características de la fuente, la trayectoria de las ondas sísmicas, el efecto regional de la cuenca y los efectos locales en cada estación. Los efectos de la fuente definen las características propias de cada sismo como su magnitud y contenido de frecuencias, entre otros. El análisis de estos aspectos escapa del objetivo de esta presentación. A continuación se describen, en forma general, el efecto de la trayectoria y la amplificación regional y, en forma detallada, los efectos de sitio o amplificación local.

##### Trayectoria de las ondas y efecto regional de amplificación

Utilizando los datos de la red acelerográfica de Guerrero, presentamos en la figura 11 una gráfica donde se aprecia e ilustra el efecto de trayecto de las ondas desde su origen hasta el valle de México. El sismo utilizado es el del 25 de abril y el componente mostrado es el norte-sur. A lo largo de la costa, el sismo fue captado por la red acelerométrica de Guerrero. En la estación las Vigas, el movimiento fue de duración corta, con gran amplitud y con periodos de vibración cortos. Partiendo del epicentro, el efecto de atenuación se aprecia en la baja amplitud de los registros ubicados hacia el poniente (estaciones Atoyac, Coyuca y Cayaco) y al oriente (estación Copala); inclusive, otras estaciones ubicadas más al poniente no registraron el sismo. También hacia el norte se aprecia la disminución en la amplitud de los registros (estaciones Filo de Caballo y Teacalco), incluyendo los de terreno firme en la Ciudad de México (estaciones Pedregal y Cerro del Tepeyac). Se muestran además dos acelerogramas en zona de lago con el objeto de poner en evidencia la gran diferencia del movimiento causada por la brutal amplificación en la zona lacustre. En ellos se aprecia la existencia de periodos dominantes largos, la gran amplificación dinámica y el incremento tanto en la duración de la etapa intensa como en la del registro.

Utilizando el concepto de función de transferencia empírica o cociente espectral, entendido como el cociente entre dos espectros de amplitudes de Fourier, obtuvimos para el sismo del 25 de abril, la amplificación relativa de todos los sitios de terreno firme dentro del valle con respecto al sitio Teacalco (Sánchez-Sesma y otros, 1993). La figura 12 muestra estos cocientes y además, con línea sólida, el promedio de ellos. Contrariamente a lo que podría esperarse, aún para sitios de terreno firme se observan amplificaciones importantes en frecuencias o periodos críticos (de dos a cuatro segundos) para cierto tipo de estructuras que han sufrido daños.

Por otro lado, Ordaz y Singh (1992) han estudiado el movimiento en sitios de terreno firme tanto en la fuente como en la trayectoria y en el valle de México. En la figura 13 presentamos dos de sus gráficas de ordenadas espectrales calculadas para estos sitios contra su distancia epicentral: con línea continua se muestra una función de atenuación y con punteadas los percentiles 16 y 84 de error. Los círculos representan las amplitudes espectrales de los registros que se usaron en la regresión, los círculos abiertos son de la región de la costa y los cerrados de tierra adentro; los triángulos son los datos no usados en la regresión y los indicados con T y C corresponden a Teacalco y Cuernavaca. Se muestran los cálculos correspondientes a 0.4 y 5.0 Hz. Los resultados para 0.4 Hz indican que los sitios en terreno firme en el valle de México presentan amplitudes espectrales diez veces mayores a las esperadas a distancias epicentrales semejantes para un gran intervalo de frecuencias particularmente dañino para la ciudad (de 0.2 a 0.7 Hz, o sea, de 1.4 a 5.0 s). En cambio, los de 5.0 Hz, muestran que para estos valores las amplitudes espectrales son del orden de las esperadas. Los autores atribuyen la causa de esta clara evidencia de amplificación regional a la posible existencia de una cuenca sedimentaria antigua por debajo del basamento rocoso.

##### Efectos de sitio en terreno firme

En sismos ocurridos recientemente (Italia 1976 y 1980, Chile 1985) se observaron importantes amplificaciones del movimiento en las cimas de los cerros así como deamplificación en la base de los mismos. En general, tanto las observaciones durante temblores como los resultados de modelos matemáticos, indican que el movimiento se amplifica en superficies convexas y deamplifica en concavas. Estos efectos de topografía superficial no han sido correctamente cuantificados por lo que no se han tomado en cuenta en reglamentos.

Antes de contar con varios registros de terreno firme para un mismo temblor, se consideraba que las diferencias del movimiento entre los sitios en zona I eran despreciables, pero durante el temblor del 25 de abril de 1989 estas diferencias se hicieron evidentes. En la figura 14 se muestran los once acelerogramas obtenidos en zona I para este temblor. La duración del registro varía desde 160 s para el sitio 13 hasta 50 s para el sitio 64. La diferencia en aceleración máxima es también notoria e importante: 0.053 m/s<sup>2</sup> para el sitio 64 y 0.163 m/s<sup>2</sup> para el 74, un factor mayor que tres. Estas diferencias se pueden atribuir a los efectos de topografía superficial y a la compleja estructura

profunda del valle como se aprecia en la figura 15, que es una sección del valle (Mooser, 1990) que pasa por los sitios 18 (Cerro de la estrella) y 78 (Lomas poniente).

Si bien es poco probable que estas diferencias incidan a corto plazo en el reglamento de construcciones, si son importantes al escoger un determinado sitio de terreno firme como punto de referencia para estudiar la amplificación en zonas de transición y lago. En este sentido y desde el punto de vista geológico, los sitios que posiblemente reflejan claramente el campo incidente son el 64 y el 28 por estar desplantados en las partes más profundas del valle. Desafortunadamente, son pocos y muy cortos los registros que se han captado en estas estaciones.

Otro sitio de referencia importante, tomando en cuenta su larga historia registrando, es la estación CU, ya que además de contar con registros desde 1964, el Instituto de Geofísica ha instalado allí un sismógrafo de banda ancha que está aportando información valiosa sobre el movimiento en esta parte del valle.

#### Amplificación en la zona lacustre

*"Hallábame en la calzada de Chapultepec, camino para la capital, cuando se hizo sentir un fuerte sacudimiento trepidatorio; a ese movimiento siguieron fuertes oscilaciones, que violentamente cambiaron de dirección transformándose al fin en movimiento ondulatorio. Los campos de la hacienda de la Condesa se hundían y levantaban por tramos alternativamente, haciendo chocar las aguas de las acequias, obligadas a dirigirse en direcciones encontradas, o a precipitarse en cascada sobre las acequias transversales, a causa del repentino desnivel producido por el terrible e irregular movimiento de la tierra".*  
(García Cubas, temblor de junio de 1858)

En el valle de México se manifiestan de manera dramática los efectos de amplificación dinámica en depósitos lacustres. Esta amplificación se debe al entrampamiento de ondas por el contraste entre las características dinámicas de los depósitos superficiales y la roca basal. En el dominio de la frecuencia, la forma y amplitud de esta amplificación están controladas por el contraste de impedancias elásticas, amortiguamiento del suelo, las características del campo incidente y la geometría del valle. Para conocer la amplificación en forma teórica es necesario recurrir a modelos de propagación de ondas. En forma empírica, la técnica más usada es la de cocientes espectrales o funciones de transferencia empíricas, de la que hablaremos más adelante.

En el dominio del tiempo la respuesta se refleja en movimientos más armónicos, en el incremento de la duración y en la mayor amplitud de los registros. Como ejemplo, en la figura 16 se presentan los desplazamientos del componente norte-sur de todas las estaciones que registraron el sismo del 25 de abril. La distribución geográfica de las mismas permite conocer la gran diferencia que hay en el movimiento horizontal entre las diferentes zonas geotécnicas. Estas gráficas permiten comparar los registros en forma directa y cualitativa, y subrayar la importancia de las características topográficas y geológicas del valle en la amplificación y duración del movimiento. Los desplazamientos en la zona de lago muestran variaciones espaciales importantes y una duración excepcional. Típicamente, después de una porción con excitación de banda de frecuencias relativamente ancha se observa una coda monocromática con duración mayor a cien segundos.

La figura 17 es otra gráfica ilustrativa de esta amplificación. En ella se muestra un corte norte-sur del valle que pasa por el centro de la ciudad y por el lago de Xochimilco, se indican algunos puntos de referencia y se muestran los acelerogramas del componente norte-sur del 25 de abril cuyas estaciones están cerca de este corte.

Con el fin de mostrar una imagen general de la gran complejidad del movimiento del terreno, en la figura 18 se describe, para el sismo del 25 de abril, el desplazamiento en el plano calculado con ambos componentes horizontales. Cada diagrama, conocido como odograma, representa el movimiento de cada acelerógrafo en el plano horizontal. La figura es también ilustrativa sobre el fenómeno de amplificación y a la vez muestra que el movimiento en la zona de lago es caótico, con grandes variaciones en la dirección y grandes diferencias entre estaciones cercanas.

Con la intención de ilustrar las diferencias entre diversos sismos, en la figura 19 se presentan todos los registros obtenidos para el sitio Central de Abastos Oficinas (CA) y Ciudad Universitaria (CU) que han registrado sismos desde 1985. Se aprecia la gran diferencia tanto en duración como en intensidad para cada uno de los registros y la diferencia entre ambos componentes horizontales. La gran duración registrada en CA para el 25 de abril es debida a

que después de los sismos de 1985 se disminuyó el umbral de disparo del acelerómetro para captar registros más largos.

### Duración del movimiento

*"Duró más del tiempo del que se puede ocupar en rezar dos credos con devoción". (Relato del sismo ocurrido el 17 de enero de 1653)*

*"(Duró más de un minuto) sin embargo de que hubo quien lo extendió a 22, otros más moderados a 15 y otros algo menos, a proporción del terror de cada uno" (Diario de México, sismo ocurrido el 3 de diciembre de 1805)*

Un aspecto que no ha sido estudiado y atacado directamente es el de la duración del movimiento. El interés por integrar de alguna forma la duración al análisis de estructuras, se debe al deterioro que éstas sufren por carga cíclica. Como se ilustró en las figs 16 y 17, las estructuras están sometidas a grandes solicitaciones ante un número elevado de ciclos. Por ahora, la herramienta más utilizada en diseño es el espectro de respuesta que por su definición no considera la duración del movimiento. Es claro que no basta diseñar las estructuras para que resistan una determinada fuerza; hay que considerar el deterioro que sufren ante un cierto número de ciclos. Resalta la necesidad de desarrollar en el diseño estructural, una técnica que involucre a la duración en forma explícita, sobre todo en la zona de lago donde la gran duración puede llegar a ser un parámetro vital en la resistencia estructural.

Los acelerómetros están diseñados para captar el movimiento fuerte del terreno y cuentan con un umbral de disparo que debe ser rebasado para registrar el movimiento que se está presentando. Este umbral se fija para cada aparato de acuerdo a las condiciones en las que se encuentre. En zonas de lago, por ejemplo, los umbrales son bastante altos en comparación con los sitios en terreno firme ya que el *ruido ambiental* (tráfico vehicular y peatonal, aviones aterrizando, explosiones, microsismos, entre otros) tiene gran amplitud. De no ser así, el acelerómetro estaría continuamente registrando, con el riesgo de saturar la cinta de grabación. A pesar de ello, la duración del movimiento fuerte en la zona de lago es tan grande que se han llegado a captar en algunas estaciones registros de sismos, como el del 25 de abril, de más de cinco minutos.

Como la duración del registro no es un parámetro adecuado para medir la duración del temblor, se ha propuesto para algunos fines (Ordaz y Reinoso, 1987), medir la duración de la etapa intensa como el lapso entre el cual se presenta el 5 y el 95% de la energía contenida en el acelerograma. De esta manera se obtiene para cada registro una duración correspondiente al tiempo bajo el cual se presenta la parte más relevante del acelerograma, eliminándose las incertidumbres relativas al umbral. A la duración así calculada se le conoce como duración de la etapa intensa.

De esta forma se ha calculado, para el sismo del 25 de abril, la duración de la etapa intensa de todos los registros. Los resultados obtenidos son muy similares para ambos componentes horizontales. En la figura 20 se muestra la ciudad con curvas de igual duración, los valores van desde 40 s en terreno firme hasta 160 s en las zonas más profundas de la zona de lago. En la figura 21 se muestra para ambos componentes de todos los registros, una relación entre duración y el periodo dominante del sitio donde cada estación se encuentra. Se aprecia la clara dependencia de la duración con respecto al periodo. Los cálculos realizados para otros temblores de magnitud mayor o igual a seis grados suministran resultados similares.

Por otro lado, para un grupo de acelerogramas de sitios con periodos dominantes similares, presentamos en la figura 22, para sitios con periodo de 2.0 s, la dependencia de la duración con respecto a la magnitud de cuatro temblores. La dependencia no es muy notoria, lo que indica que ante temblores de subducción con magnitud mayor o igual a 5.4 y hasta 8.1 grados, la duración de la etapa intensa es aproximadamente la misma.

### Amplificación relativa de las zonas de lago y transición con respecto a terreno firme

Utilizando la técnica de los cocientes espectrales o funciones de transferencia empíricas, los datos de la red acelerométrica han servido, entre otras cosas, para medir la amplificación relativa de los sitios en zonas de lago y transición con respecto a los de terreno firme (Singh y otros, 1988). La figura 23 es una representación esquemática donde se muestra cómo obtener un cociente espectral. El cociente representa la amplificación medida en el dominio de la frecuencia y refleja las características dinámicas del sitio, entre ellas el periodo o frecuencia dominantes.

Desde los primeros cálculos de cocientes para el valle, se observó que, para un mismo sitio, poco variaban los cocientes calculados para ambos componentes horizontales. Sin embargo, se encontraron algunas diferencias en los resultados de un sismo a otro. Esto llevó a la conclusión de que la amplificación en el valle podría depender de la

magnitud, distancia epicentral y azimut del sismo. Recientemente, con más datos disponibles (Reinoso, 1991), se ha comprobado que los cocientes calculados son muy similares de un sismo a otro si se toma como sitio de referencia el movimiento promedio en terreno firme. De esta forma, las diferencias observadas son mínimas y se encontró que no hay evidencia de que la magnitud, distancia epicentral o el azimut, influyan de manera importante en la amplificación.

Con el objeto de contar con cocientes que sean representativos de la amplificación del valle de México, tomamos en cuenta la mayor parte de los datos y procedimos a calcular, para cada componente horizontal y cada sismo, los cocientes de cada sitio con respecto al movimiento promedio en terreno firme. Una vez obtenidos los cocientes para cada sismo y dada la similitud observada entre ellos, los promediamos para obtener el cociente promedio de todos los sismos. En la figura 24 se muestran algunos de estos cocientes dibujados en función del periodo. Para zonas de transición, los periodos dominantes y la amplitud son pequeños pero para las partes profundas del lago, los periodos dominantes y las amplitudes aumentan hasta llegar a 5.0 s y 60, respectivamente. La forma de los cocientes es menos regular en los bordes y partes profundas de la zona de lago. Esto posiblemente se debe a que efectos de geometría de dos y tres dimensiones están contribuyendo de manera significativa a la amplificación. Ello dificulta enormemente el estudio detallado de los efectos de sitio en estos lugares. Es necesario recurrir a modelos matemáticos para conocer e interpretar los datos observados y poder predecir el movimiento en esos sitios.

Con todos los cocientes promedio, realizamos curvas de igual amplificación (figura 25) para ciertos periodos. La comparación de estas curvas con el mapa de daños (figura 26) durante temblores recientes resulta reveladora. Se observa que para la mayoría de los periodos mostrados existe una clara correlación entre los daños y la curva de igual valor correspondientes a diez o más. En la misma figura se observa que existen otras zonas dentro del valle con valores grandes de amplificación y donde no había estructuras en 1985.

#### **Periodos dominantes dentro del valle**

A partir de cocientes espectrales, el periodo dominante de un sitio será el asociado a la máxima amplitud de aquel (figura 24). En general, para un mismo sitio, el periodo es muy similar para ambos componentes y de un sismo a otro. De esta manera, a partir de datos de sismos, se han calculado más de 90 periodos dominantes dentro del valle.

Paralelamente, el uso de la técnica de microtemblores (Lermio y otros, 1990; Lermio y Becerra, 1991) ha dado buenos resultados para medir el periodo dominante en la zona de lago. Esta técnica consiste en registrar oscilaciones naturales del terreno en campo libre (tráfico vehicular, microsismos y vibración de maquinaria, entre otros) a lo largo de varias horas. El periodo asociado a la mayor amplitud del espectro de velocidad se considera como el periodo dominante del sitio.

Ambas técnicas han sido comparadas y sus resultados combinados (Reinoso y Lermio, 1991) para obtener mapas de periodo dominante. En la figura 27 presentamos el mapa con curvas de igual periodo calculadas con datos de sismos y microtemblores que abarca todo el valle. En la figura 28 se presenta un acercamiento más detallado a la zona central de la ciudad. Por último, la figura 29 es una representación tridimensional de estos periodos donde la parte plana corresponde a terreno firme. Estos mapas son similares pero más confiables al incluirse en las normas técnicas complementarias por haberse obtenido a partir de datos de sismos y más completos por abarcar no sólo la parte centro de la ciudad sino gran parte de la zona de lago.

La importancia de conocer el periodo dominante del suelo en un sitio dado, está en que debe evitarse construir allí estructuras con periodos similares. Ello reduciría los posibles efectos de resonancia.

En algunas partes de las normas de diseño sísmico del reglamento de 1987 se requiere conocer este periodo. Estas son:

1. Apéndice A4: Espectros de diseño. El reglamento permite una reducción del coeficiente sísmico  $c$  si se conoce el periodo dominante del sitio  $T_s$ . Esto se debe a que durante 1985 se observó en los registros un alto contenido de energía en 2.0 s lo que permitía, en otros sitios con diferente periodo dominante, reducir la ordenada espectral. Si bien esto fue consistente en 1987, pensamos que la complejidad de la respuesta del valle no permite pensar que sólo para 2.0 s se presentarán grandes amplificaciones.
2. Apéndice A7: Interacción suelo-estructura, donde el periodo dominante es un parámetro necesario para los cálculos.

## Conclusiones

La ciudad de México ha sufrido desde siempre temblores de muchos tipos e intensidades. Aquí ha temblado y seguirá temblando. Es imprescindible educarse, prepararse y reducir incertidumbres.

Los estudios de mecánica de suelos sobre el valle fueron motivados por el hundimiento de la ciudad que se ha acelerado en este siglo. Estos estudios fueron posteriormente incorporados y útiles al problema sísmico. El hundimiento ha causado daños a las cimentaciones e provocado asentamientos diferenciales en las estructuras, problemas que agravan y se suman a la brutal amplificación sísmica en la zona de lago. Desgraciadamente, es de esperarse que el hundimiento continúe, ya que no se vislumbran alternativas para abastecer a la ciudad de agua potable y sustituir al bombeo.

El efecto de la duración del movimiento no ha sido tomado en cuenta en el diseño estructural y puede llegar a ser un factor decisivo en el comportamiento de estructuras, sobre todo en la zona de lago. Es necesario proponer herramientas de diseño que contemplen la degradación por efecto de carga cíclica. Este análisis debe hacerse extensivo a estudios de daño acumulado ocasionado por varios temblores a lo largo de los años.

### Sobre el reglamento de construcciones

De las gráficas y resultados aquí presentados, sugerimos que el análisis paso a paso permitido por el reglamento (inciso 9.2 de las normas de diseño por sismo) se haga con mucho cuidado al escoger y simular acelerogramas realmente representativos, que consideren los altos niveles de intensidad, duración y contenido de frecuencias adecuado para el sitio. En este sentido es claro que el registro de SCT del sismo de 1985 es representativo para una franja limitada de la ciudad y no debe usarse en sitios de zona de lago con otras características dinámicas.

El apéndice A4 fue incluido después de las observaciones sobre los sismos de 1985. Esto se debió a que en aquel sismo el movimiento tuvo un alto contenido de energía en dos segundos, pero con el análisis de los datos registrados desde entonces no parece haber fuertes evidencias de que así serán los siguientes terremotos. Por lo tanto, se sugiere no aplicar este apéndice.

Los mapas de igual-periodo aquí presentados son más completos, detallados y confiables que los incluidos en el reglamento, por lo que se sugiere su amplia divulgación y uso.

### Hacia una microzonificación

Por el momento no es posible proponer una microzonificación más detallada ya que los únicos datos con los que contamos son provenientes de sismos de subducción y existen evidencias históricas de daños ocasionados por otro tipo de fuentes. Podemos comentar al menos que, en lo que a sismos de subducción se refiere, las curvas de igual amplificación pueden ser útiles ya que existe una importante correlación entre los valores máximos de estas curvas, estructuras existentes y daños durante sismos. En principio, estas curvas pueden seguir como guía para el diseño y evitar que los periodos dominantes de los edificios nuevos coincida con los valores altos de las curvas. Asimismo, toda reparación estructural debe modificar sustancialmente las propiedades dinámicas de la estructura para evitar que se presente resonancia y daño por carga repetida.

Para formular una microzonificación más detallada de la ciudad, será necesario recurrir a modelos matemáticos del valle. Estos deberán explicar y predecir el movimiento dentro de las zonas de lago, sobre todo en aquellas zonas donde se ha observado una respuesta irregular que podría indicar la existencia de ondas superficiales generadas dentro del valle.

### Investigaciones presentes y futuras

**Análisis de los datos.** Las redes acelerográficas han proporcionado una cantidad generosa de información que está siendo procesada. Prácticamente todos los resultados que se obtienen, algunos de los cuales se mostraron aquí, están enfocados a conocer los diversos mecanismos de amplificación del valle. Son muchas las personas e instituciones que en México y el mundo están usando esta información para calibrar, alimentar o comprobar sus modelos matemáticos, para realizar estudios estadísticos, para elaborar reglamentos de construcciones, y en general, para reducir incertidumbres y poder predecir las características del movimiento ante eventos futuros. Mucho se ha avanzado por estandarizar y uniformizar el banco de datos que se alimenta de tres instituciones pero aún hay mucho por hacer para que estos datos se puedan disponer y procesar en forma rápida y práctica.

**La alerta sísmica.** Paralelamente a todos los estudios que se realizan sobre el valle, surge este proyecto que es único para la ciudad de México. Las mismas características que hacen a ciudad tan vulnerable ante sismos lejanos, nos ofrecen una gran ventaja, un minuto de aviso. Pero el proyecto está cargado de incertidumbres y de problemas técnicos, y deberá probarse ante diferentes sismos antes de ser usado masivamente. Por supuesto, este proceso debe estar desligado de intereses políticos, de prestigio y poder. El proyecto debe ser visto por todos como algo único y esperanzador, en donde se requerirá no sólo profesionales técnicos sino de un amplio sector del área humanística que se encargue de aspectos como la organización, educación, participación y el pánico: no es suficiente garantizar técnicamente su funcionamiento sino que debemos saber qué hacer con esos valiosos segundos antes del sismo. Se deberá trabajar en todas las áreas en forma simultánea y coordinada. De esta forma y a mediano plazo, la ciudad contará orgullosamente con una herramienta estratégica y útil.

Por último, es necesario dar mayor información y educación a la gente en general. Existe una gran incultura sísmica que se ha convertido en pánico sísmico. Es necesario corregir esto porque no lleva a acciones positivas ni concretas. Es muy probable que los riesgos disminuyan si diseñadores, dueños de inmuebles, inquilinos y otras personas involucradas en la vida de una estructura, estuvieran conscientes e informados sobre los riesgos y posibles soluciones. Se sabe que el individuo no toma el riesgo pero eventualmente la sociedad paga las consecuencias. Es necesario desarraigar creencias populares erróneas como: "si aguantó el de 85, aguantará lo que sea", "cuando te toca, te toca" y tantas por el estilo. Algunos sectores de la sociedad, que pueden llegar a ser muy importantes, tienen memoria sísmica de muy corto plazo: es necesario recordarles lo que ha pasado y que no queremos que se repita.

### Agradecimientos

La mayor parte de los resultados presentados en este trabajo han sido parte de proyectos de investigación realizados en el Centro de Investigación Sísmica de la Fundación Javier Barros Sierra, patrocinados por la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal y CONACYT. Los datos de la red acelerográfica de la ciudad de México han sido proporcionados por el Instituto de Ingeniería de la UNAM, el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico y el CENAPRED. Agradezco a Mario Ordaz y Francisco Sánchez-Sesma el interés que han mostrado a lo largo de los años, así como sus ideas y comentarios que han sido indispensables para la realización de los diferentes proyectos. A Luis Eduardo Pérez Rocha agradezco su desinteresada, entusiasta y fructífera colaboración y la revisión crítica del presente escrito.

### Referencias

- Bravo H., Ponce L., Suarez G. y Zúñiga R. (1988) Potencial Sísmico de México *Estudios sobre sismicidad en el valle de México*, DDF, 1-66.
- Del Castillo R. (1978). Ciudad de México. *El subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el áreas del valle de México*, editado por la SMMS, 15-30.
- Fundación ICA (1992). *Catálogo de temblores que han afectado al valle de México del siglo XVII al XX*. Editorial Limusa.
- Lermo J., Cabrera G., Cesari C. y Ortega R. (1990). Estimación del periodo dominante en 18 sitios del D.F. utilizando mediciones de velocidad de ondas de cortante en pozos, microtemblores y movimientos fuertes. *Congreso Nacional de Mecánica de Suelos*, San Luis Potosí, México
- Lermo J. y Becerra A. (1991). Actualización del mapa de isoperíodos para la ciudad de México desde mediciones de microtemblores y datos de movimientos fuertes. *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, 1, 48-50
- Martínez A. y García V. (1990). *Boletín de información sísmica preliminar* Junio 1990, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Marzal R. y Mazzari M. (1990). Desarrollo de la mecánica de suelos en la ciudad de México. *El subsuelo de la cuenca del valle de México y su relación con la ingeniería de cimentaciones a cinco años del sismo*, 2, 3-24.
- Mooser F. (1990). Estratigrafía y estructuras del valle de México. *El subsuelo de la cuenca del valle de México y su relación con la ingeniería de cimentaciones a cinco años del sismo*, 2, 29-36.

- Ordaz M. y Remoso E. (1987) Uso de la teoría de vibraciones aleatorias en la determinación de los espectros de diseño del reglamento para las construcciones del D.F., *VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Queretaro, México, A155-A167
- Ordaz M. y Singh S. K. (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 82, 24-43
- Ordaz M., Rosenblueth E. y Remoso E. (1993). Future ground motions in Mexico City, *Tectonophysics*, 218, 141-155.
- Ovando E. y Romo M.P. (1991) Estimación de la velocidad de ondas S en la arcilla de la ciudad de México con ensayos de cono. *Sismodinámica*, 2, 107-123.
- Reinoso E. (1991). Efectos sísmicos locales en el valle de México: amplificación en la zona lacustre. *IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Manzanillo, México, 2, 224-236.
- Reinoso, E. y J. Lermo 1991. Periodos del suelo medidos en el valle de México durante sismos y con vibración ambiental. *IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Manzanillo, México, 2, 149-156.
- Rojas T., Pérez J. M. y García V. (1986). Y volvió a temblar. Cronología de los sismos en México. *Centro de Investigaciones y Estudios Superiores en Antropología Social, SEP*.
- Rosenblueth E., Sánchez-Sesma F.J., Ordaz M. y Singh S.K. (1987). Espectros de diseño en el reglamento para las construcciones del Distrito Federal, *VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Queretaro, México, A1-A17
- Sánchez-Sesma F. J., Pérez-Rocha L. E. y Remoso E. (1993) Ground motion in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake. *Tectonophysics*, 218, 127-140
- Singh S. K., Lermo J., Domínguez T., Ordaz M., Espinosa J. M., Mena E. y Quas R. (1988) A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site. *Earthquake Spectra*, 4, 653-673



FECHA	ORIGEN	M (Ms)	R (km)	NO. DE REGISTROS				(seg)
				S+	E+	P=	T	
19, IX, 85 <sup>a</sup>	Subducción (Mich)	8.1	380	11	-	-	11	1150
21, IX, 85 <sup>a</sup>	Subducción (Mich)	7.6	320	7	-	-	7	680
30, IV, 86 <sup>a</sup>	Subducción (Mich)	7.0	410	7	-	-	7	400
12, III, 87 <sup>b</sup>	Local	3.0	-	1	2	-	3	45
7, VI, 87 <sup>b</sup>	Subducción (Gro)	4.8	270	6	7	-	13	480
15, VII, 87 <sup>b</sup>	Normal (Oax)	5.9	280	10	7	-	17	1020
8, II, 88 <sup>c</sup>	Subducción (Gro)	5.8	290	55	5	-	60	3910
10, III, 89 <sup>b</sup>	Subducción (Gro)	5.0	240	13	-	-	13	330
25, IV, 89 <sup>c</sup>	Subducción (Gro)	6.8	305	66	2	-	68	12430
2, V, 89 <sup>c</sup>	Subducción (Gro)	5.0	305	50	3	-	53	3280
12, VIII, 89 <sup>b</sup>	?	5.5	220	14	3	-	17	370
11, V, 90 <sup>d</sup>	Subducción (Gro)	5.3	295	51	4	5	60	3930
31, V, 90 <sup>e</sup>	Subducción (Gro)	6.1	295	71	7	16	95	8800

S - en superficie  
E - en estructuras  
P - en pozo

Tabla 1 Sismos registrados por la red acelerométrica de la ciudad de México desde 1985

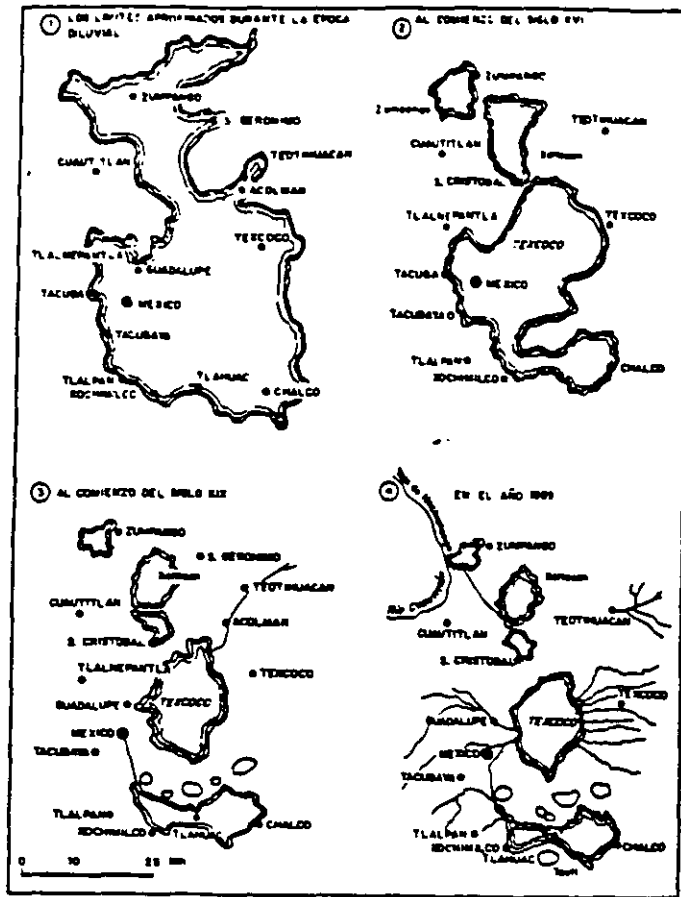


Fig 1 Proceso de desecación de los lagos del valle de México

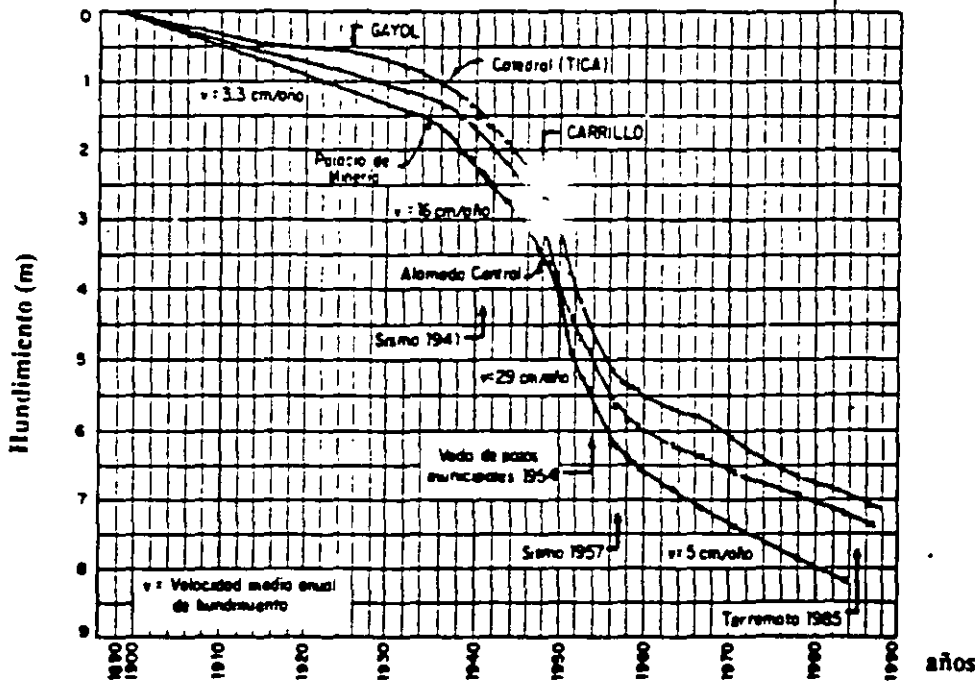


Fig 2 Historia de los hundimientos desde 1890 en algunos sitios del centro de la ciudad

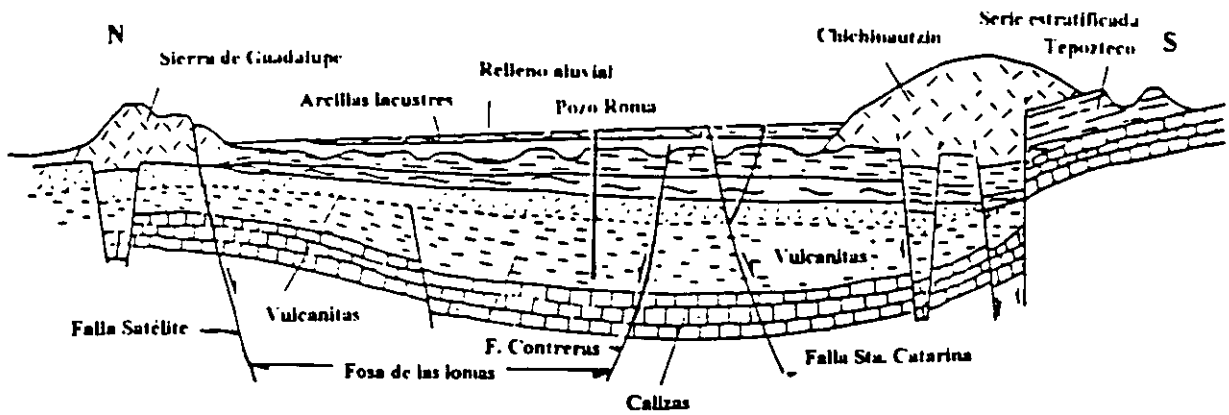


Fig 3 Corte esquemático que muestra la parte superficial de la cuenca

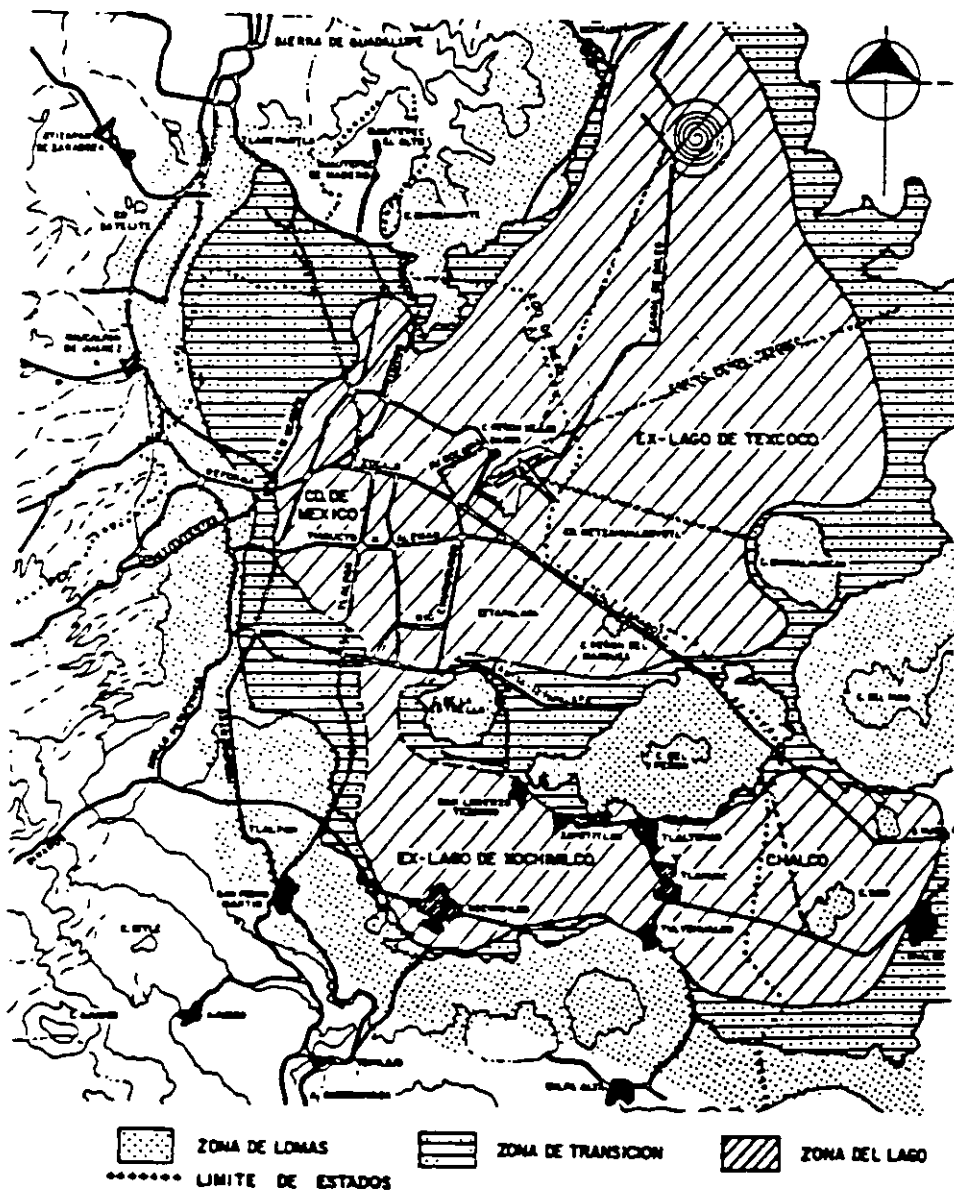


Fig 4 Zonificación geotécnica y parte del valle de México (1987)

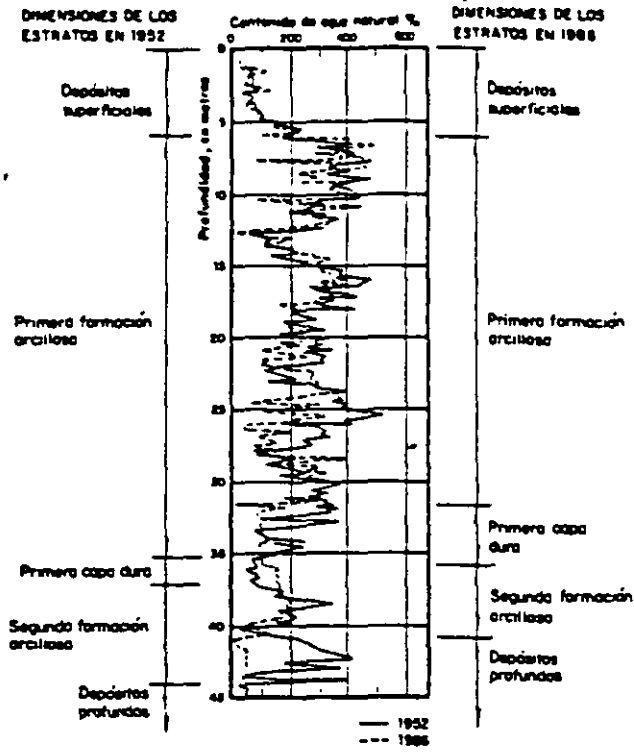


Fig 5 Estratigrafía típica de la zona lacustre

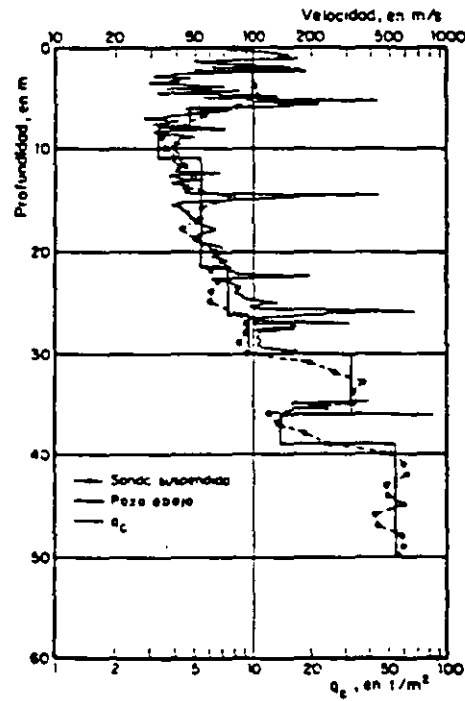


Fig 6 Velocidad de ondas de corte en zona lacustre como función de la profundidad

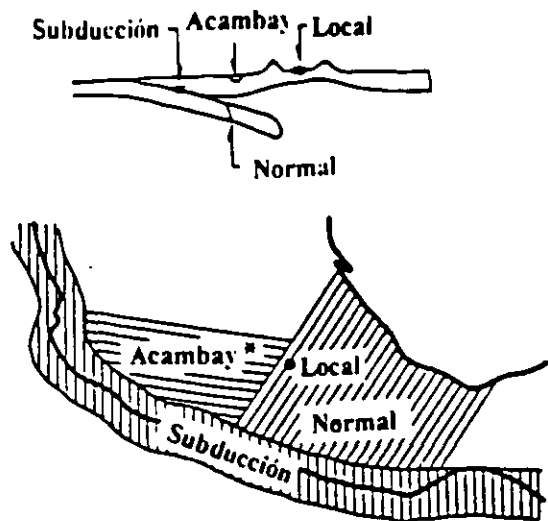


Fig 7 Los cuatro tipos de temblores considerados y sus posibles regiones de ocurrencia

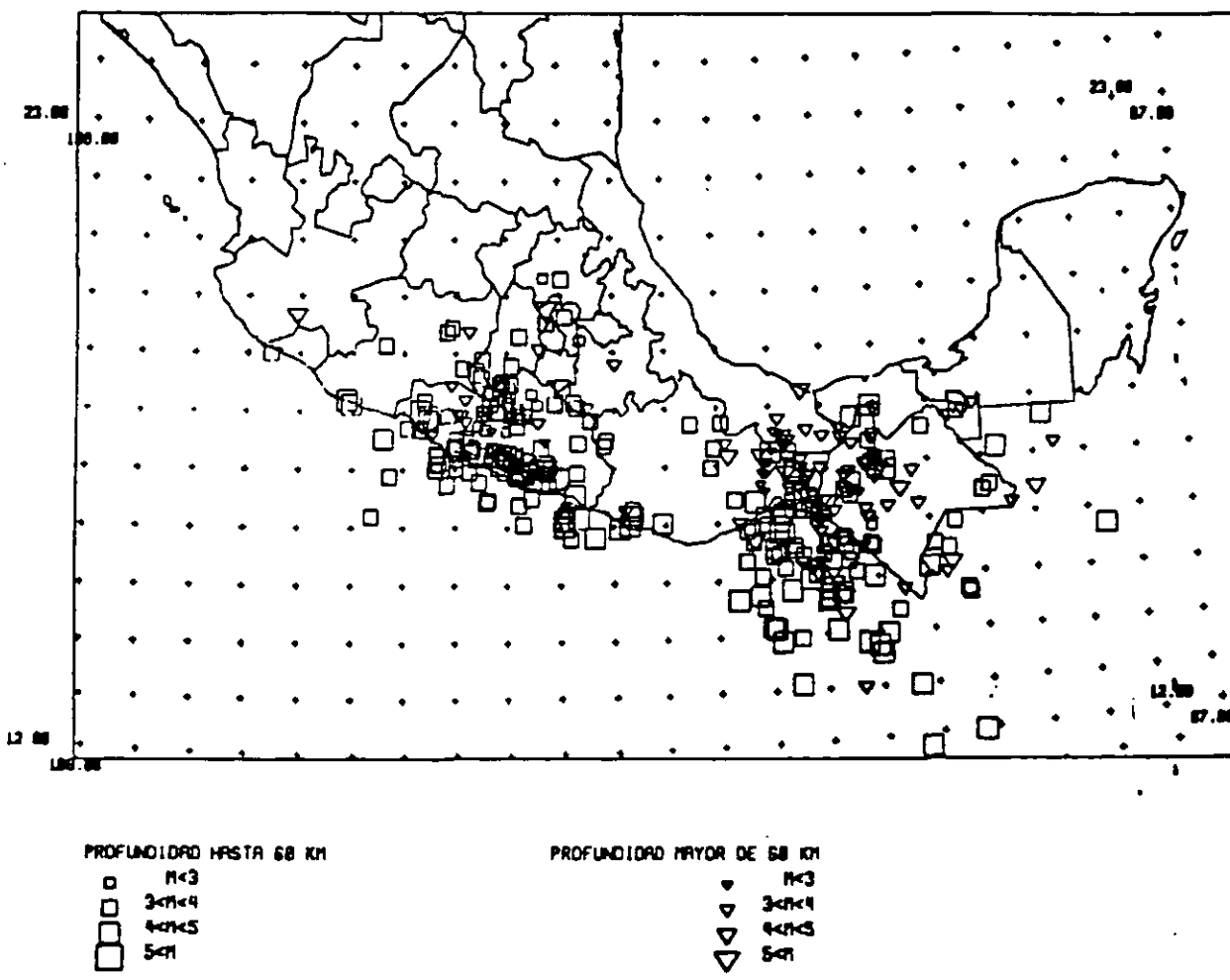


Fig 8 Sismos localizados en junio de 1990

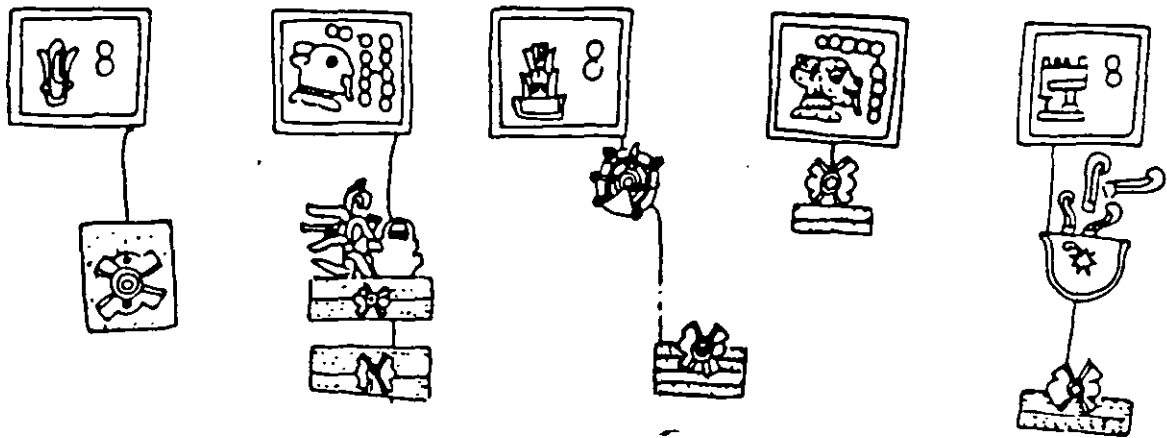


Fig 9 Glifos que indican el año y la ocurrencia de temblores

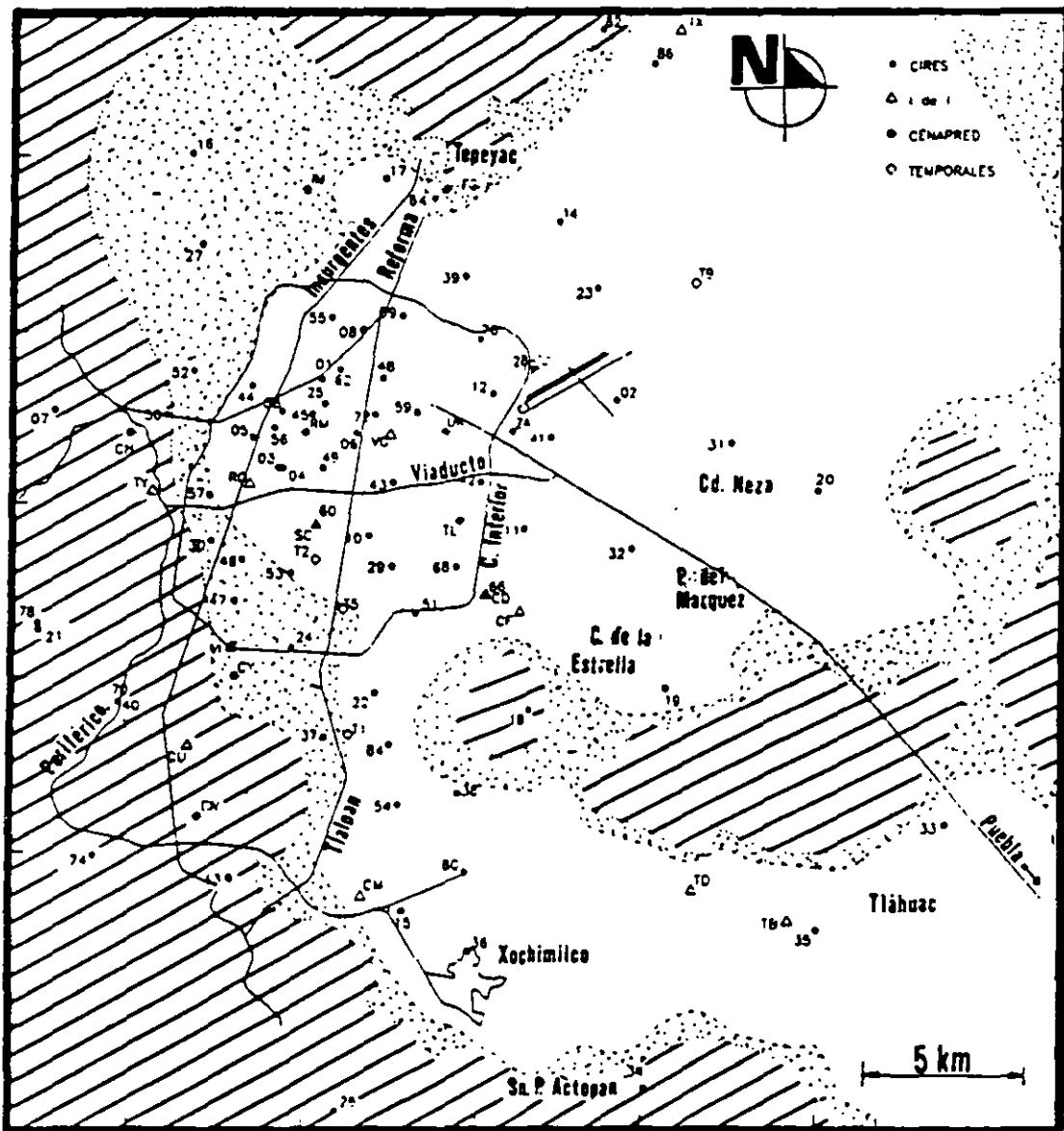


Fig 10 R acelerométrica de la ciudad de México. zonas geotécnicas y puntos de referencia

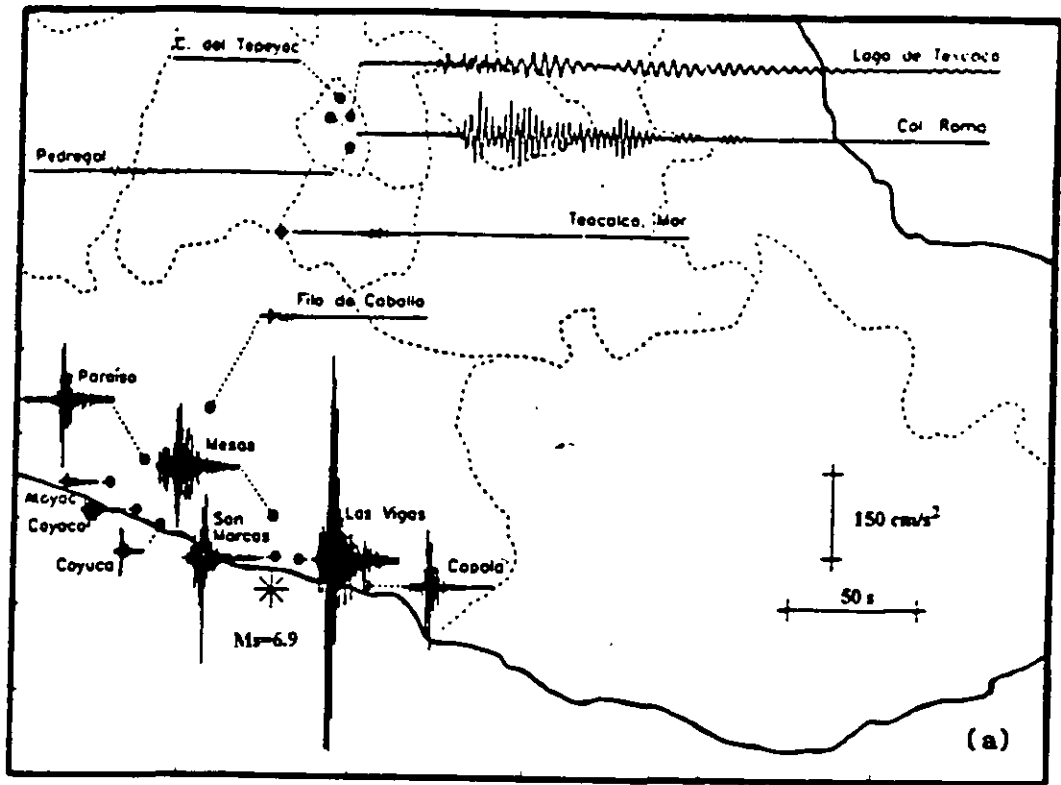


Fig 11 Aceleraciones registradas por las redes de Guerrero y de la ciudad de México para el sismo del 25 de abril

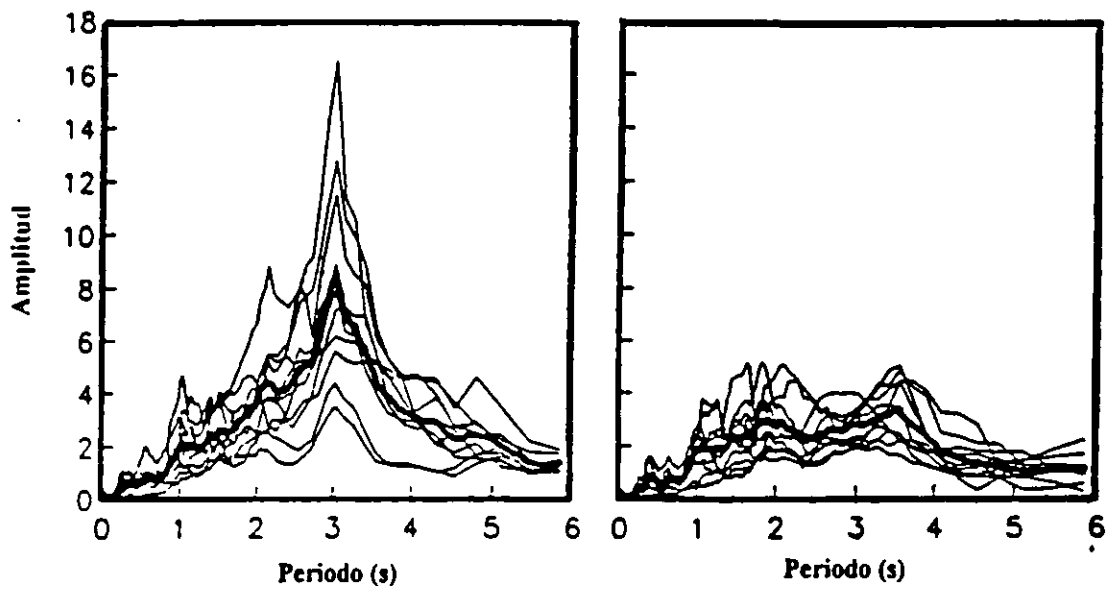


Fig 12 Amplificación espectral de sitios en terreno firme del valle de México respecto a Teacalco

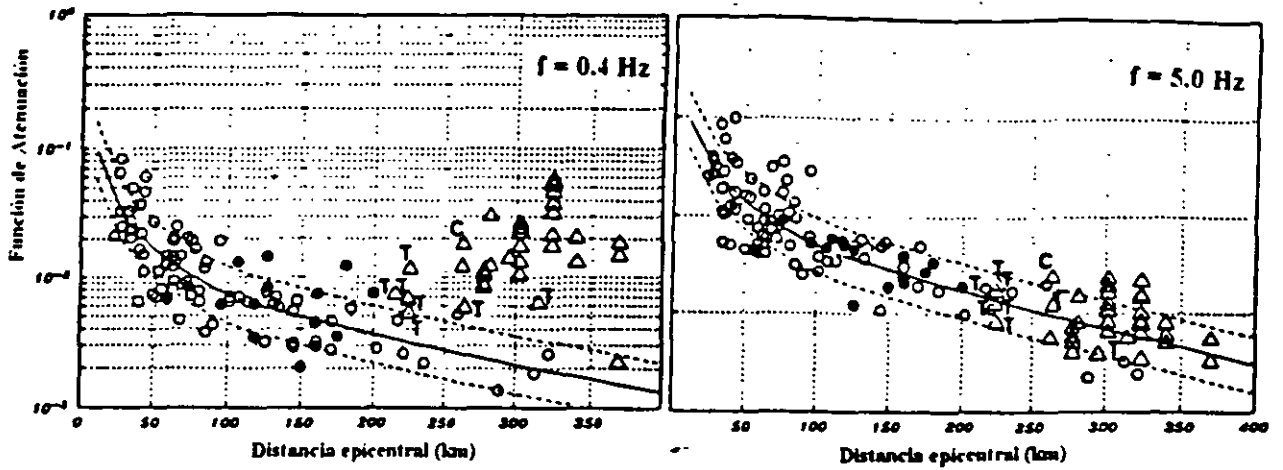


Fig 13 Ordenadas espectrales contra distancia epicentral de sitios en terreno firme

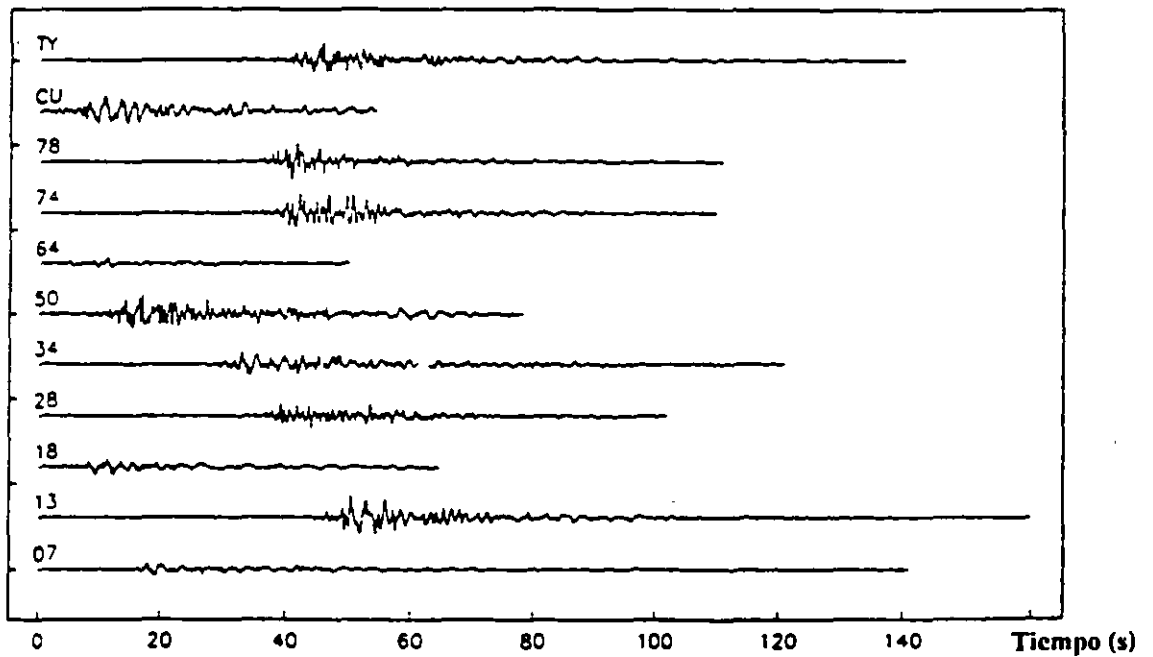


Fig 14 Aceleraciones registradas en el valle de México durante el sismo del 25 de abril en once sitios de terreno firme



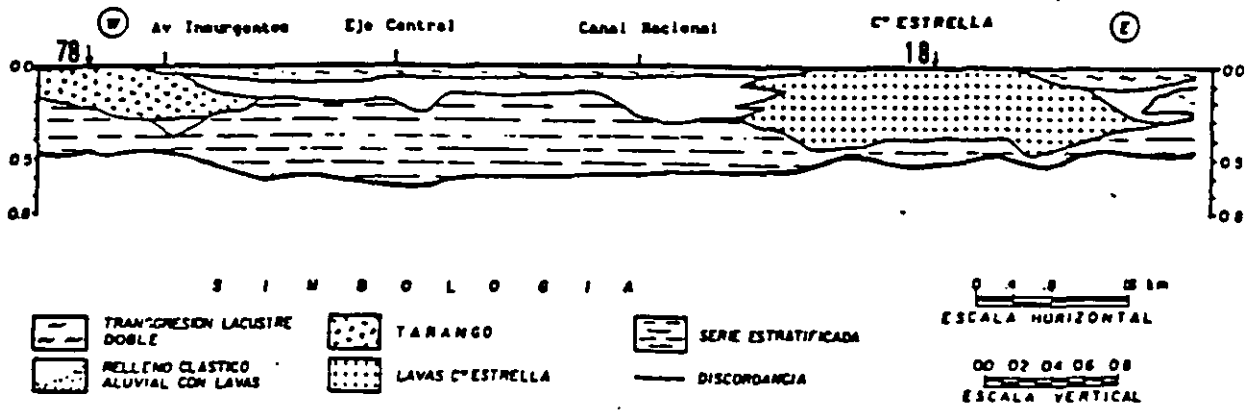


Fig 15 Corte esquemático que corre por Ermita Iztapalapa mostrando los sitios 78 y 18

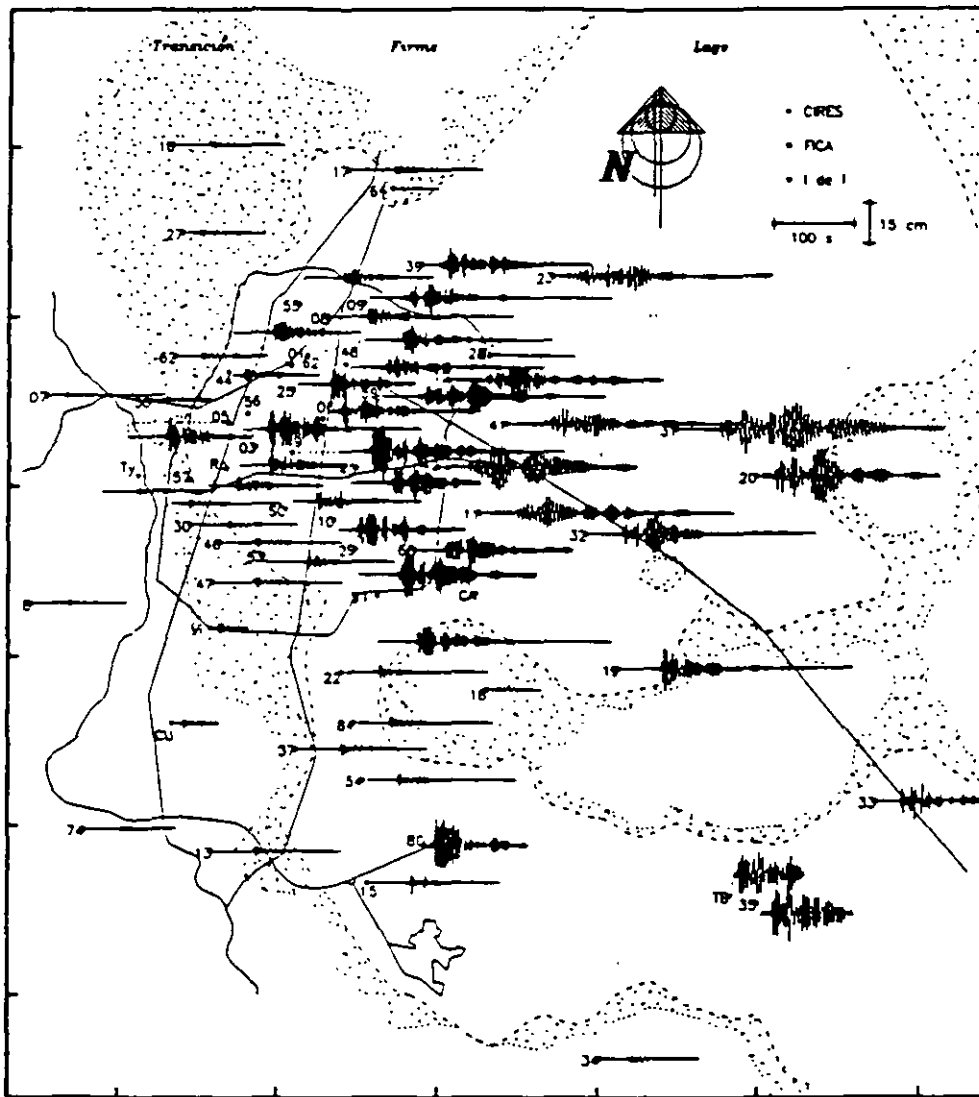


Fig 16 Desplazamientos norte-sur en el valle de México del sismo del 25 de abril

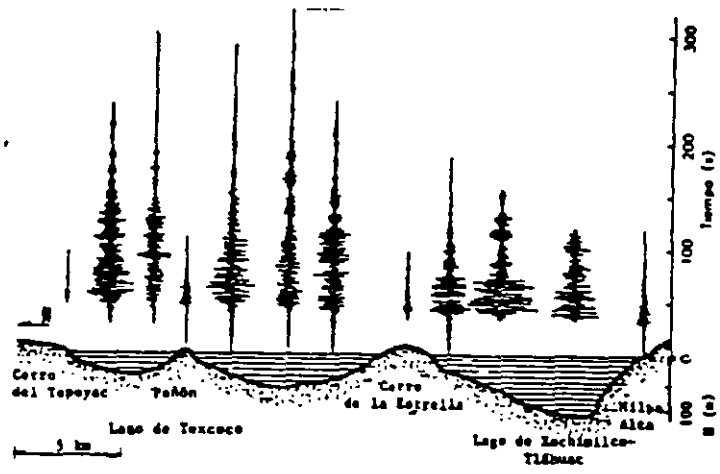


Fig 17 Aceleraciones en una sección norte-sur del valle de México para el sismo del 25 de abril

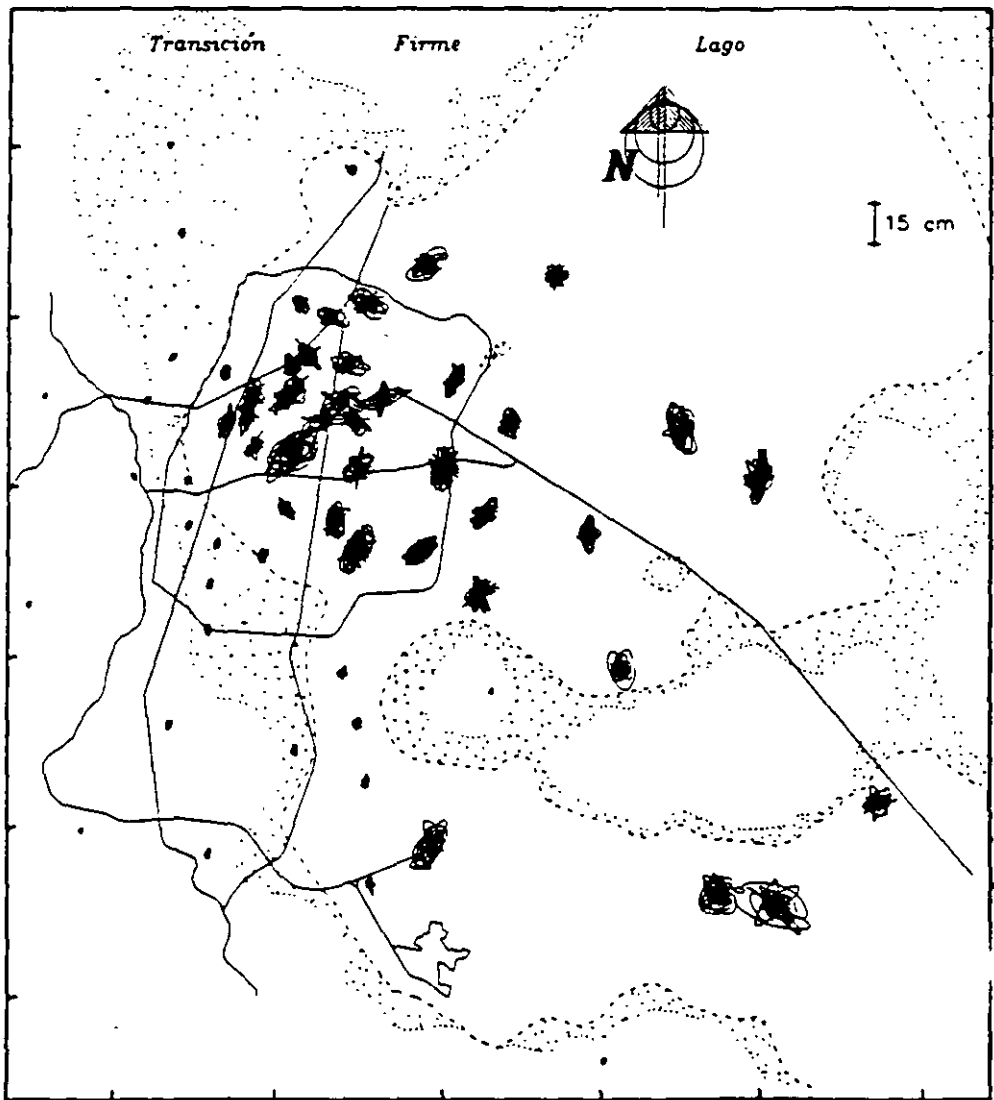


Fig 18 Desplazamientos en el plano horizontal en el valle de México para el sismo del 25 de abril

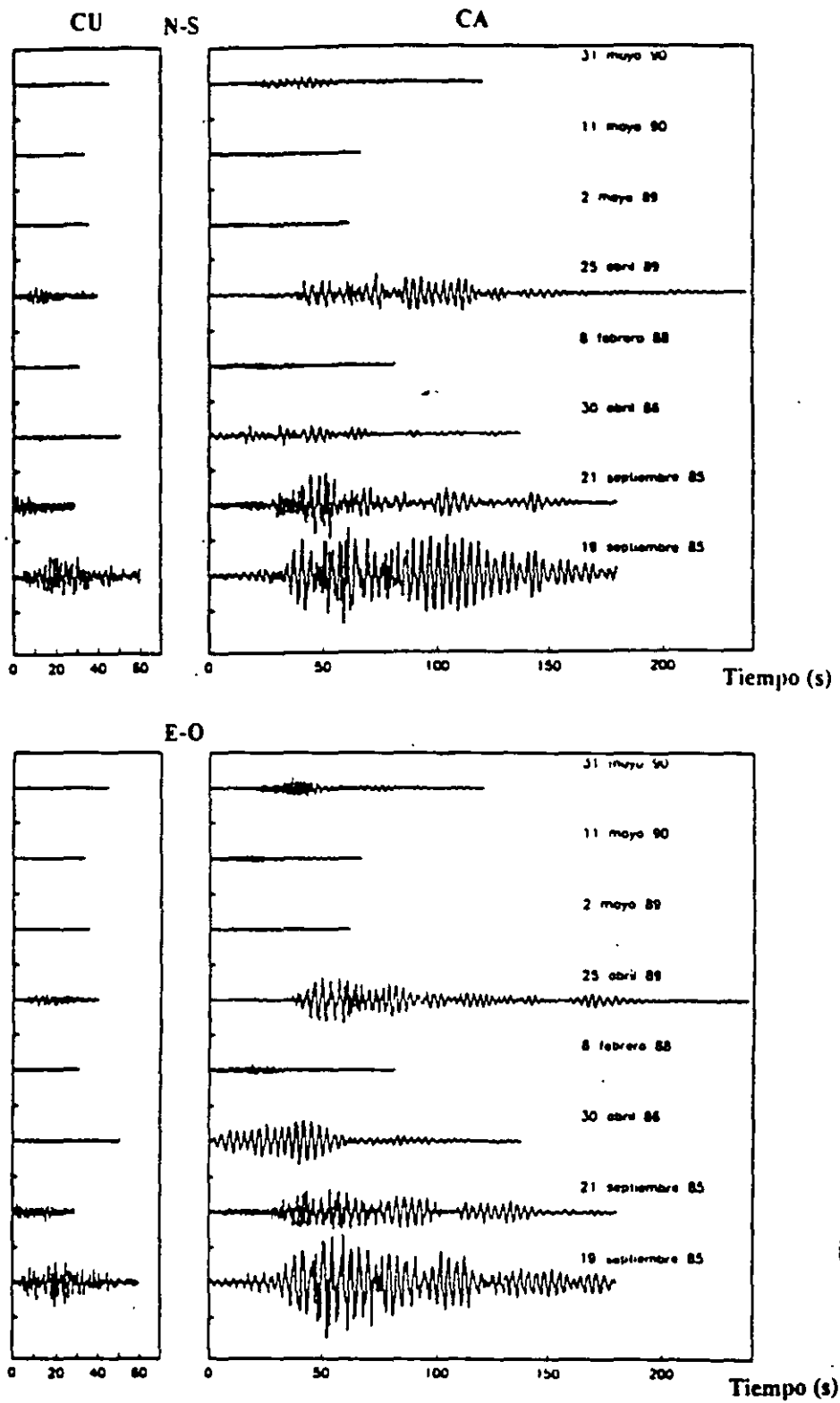


Fig 19 Registros de aceleración en Ciudad Universitaria y Central de Abastos captados durante ocho sismos recientes

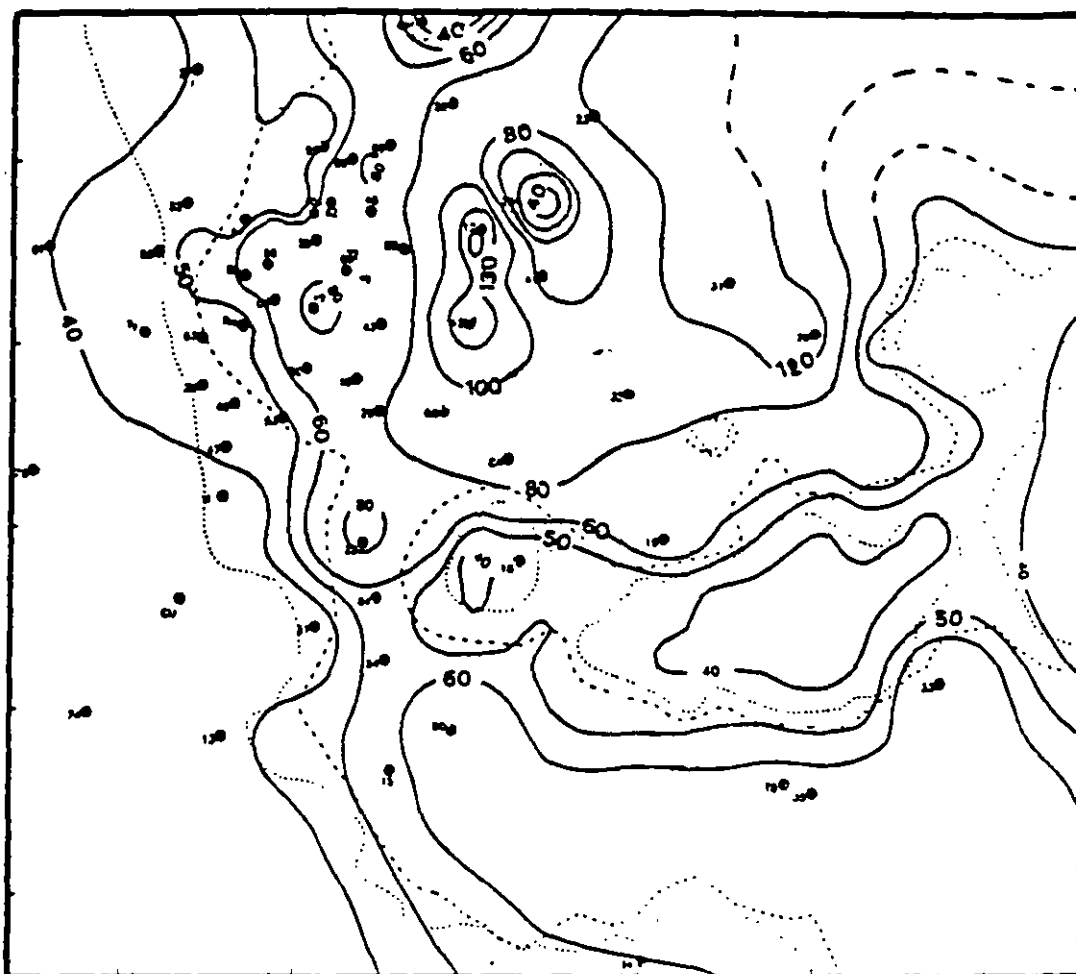


Fig 20 Curvas de igual duración de la fase intensa para el componente norte-sur del 25 de abril

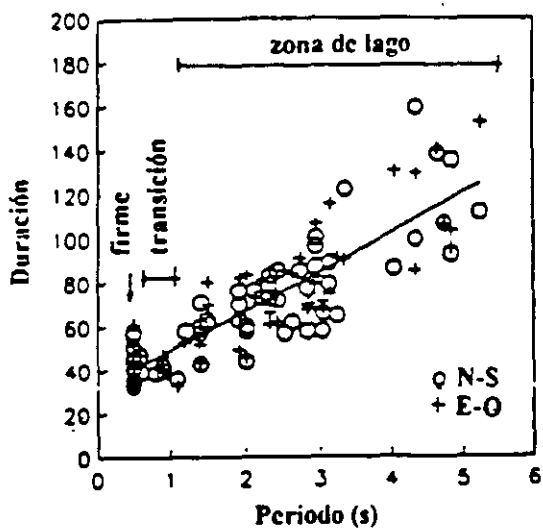


Fig 21 Duración contra periodo dominante

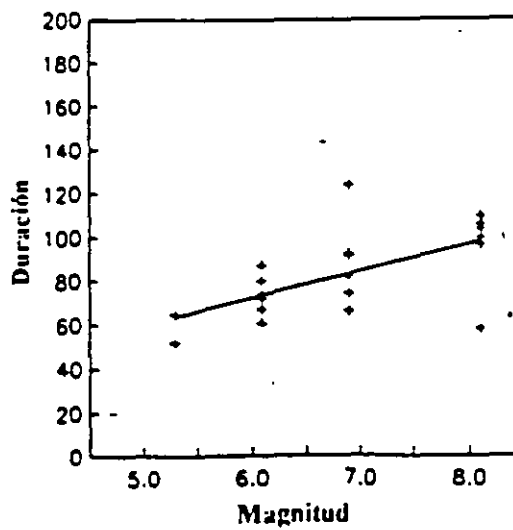


Fig 22 Duración contra magnitud

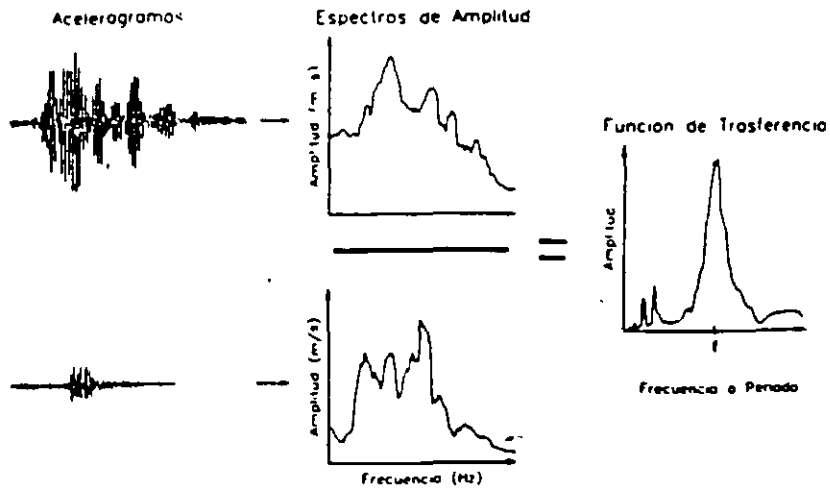


Fig 23 Obtención de un cociente espectral o función de transferencia empírica

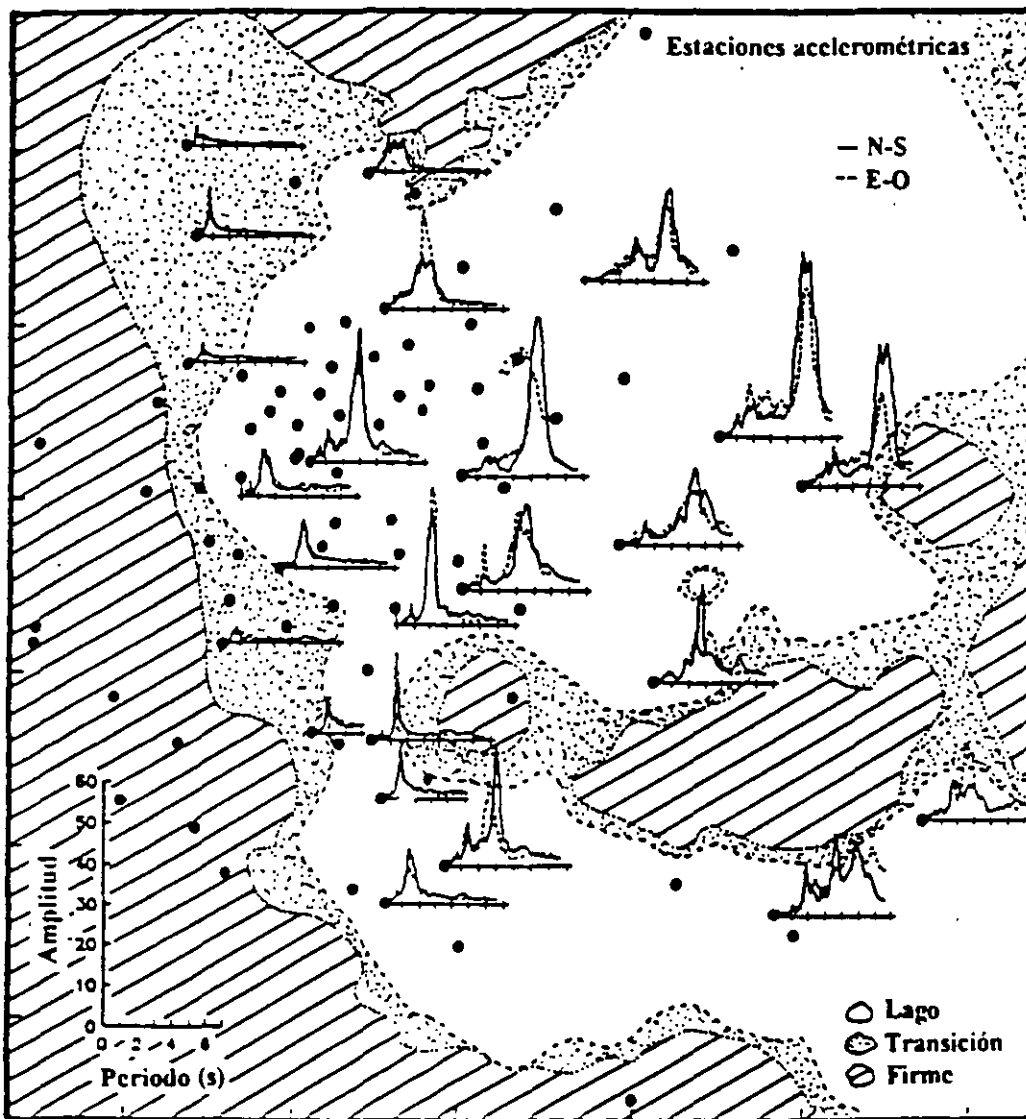


Fig 24 Algunos cocientes espectrales promedio calculados para el valle de México

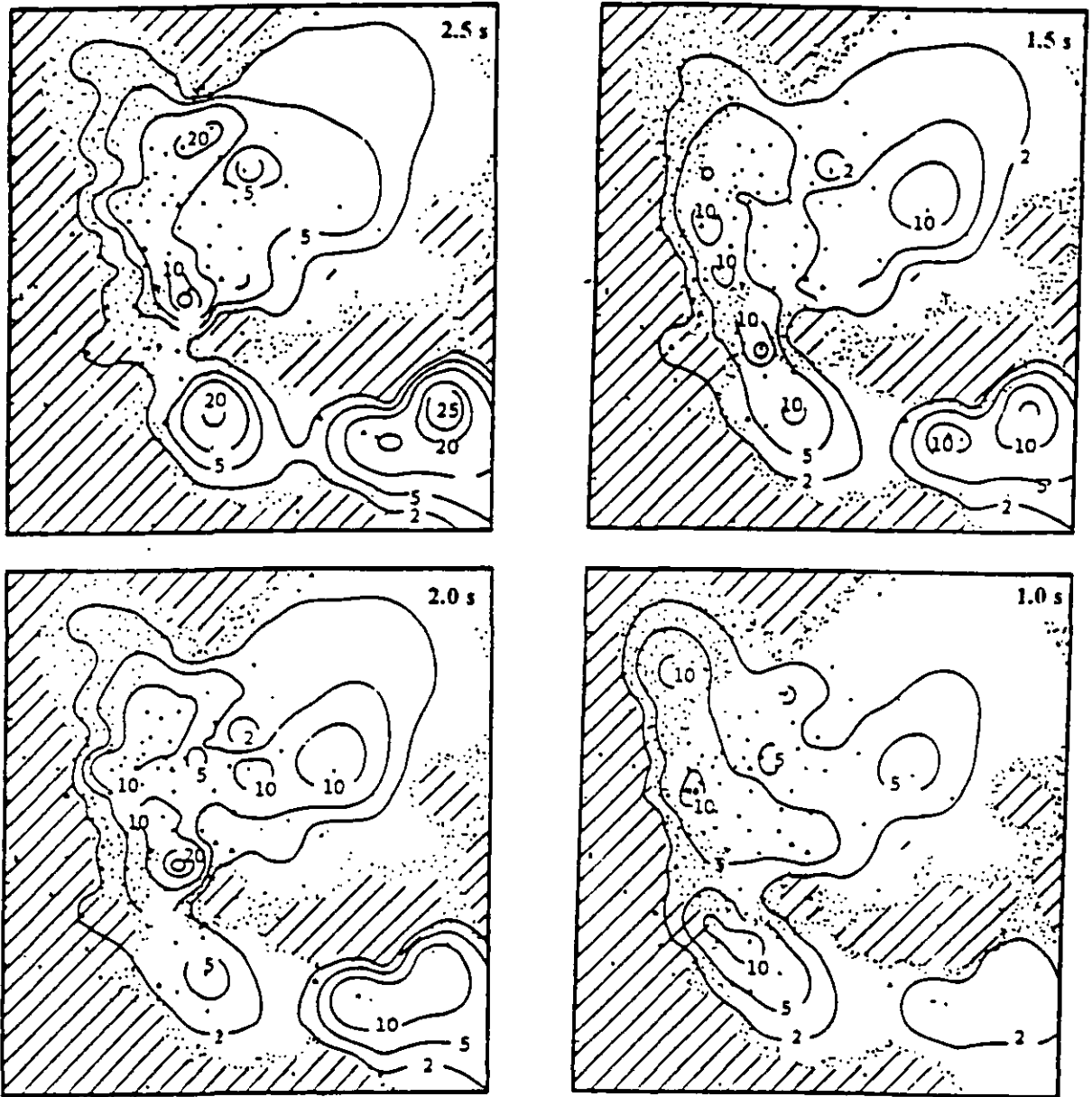


Fig 25 Curvas de igual amplificación dentro del valle de México para diferentes periodos

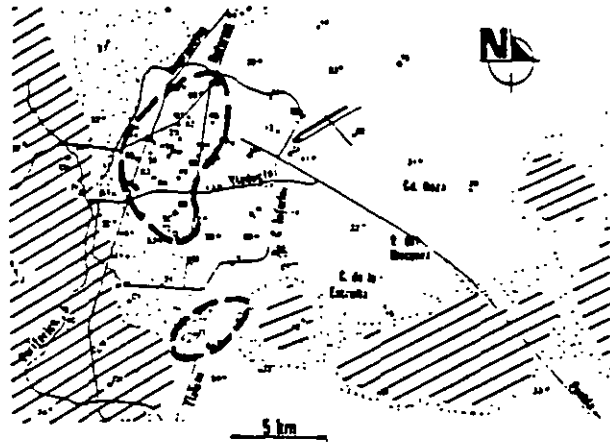


Fig 26 Zona de daños causados por sismos recientes en la ciudad de México

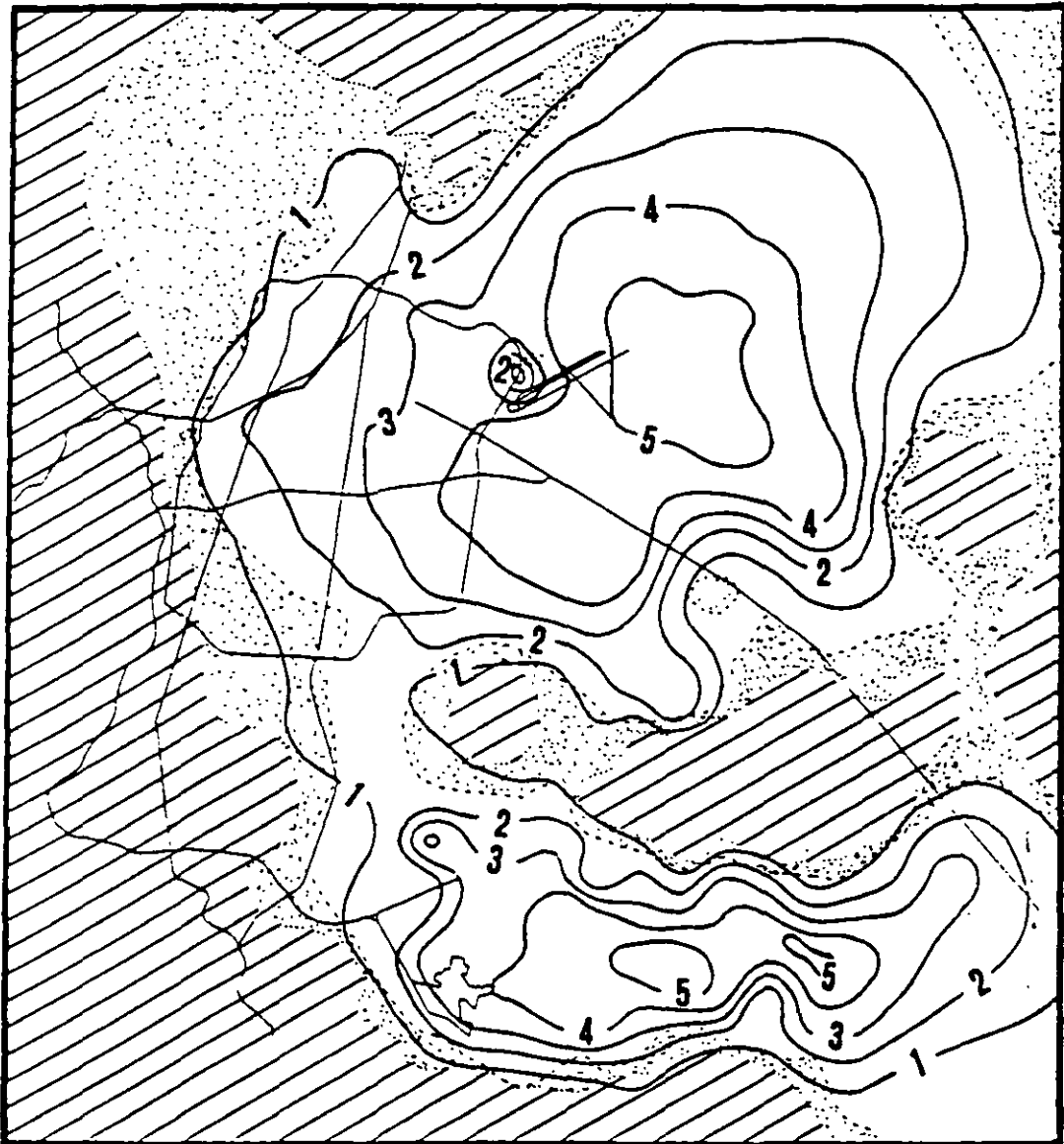


Fig 27 Mapa de la ciudad de México con curvas de igual periodo

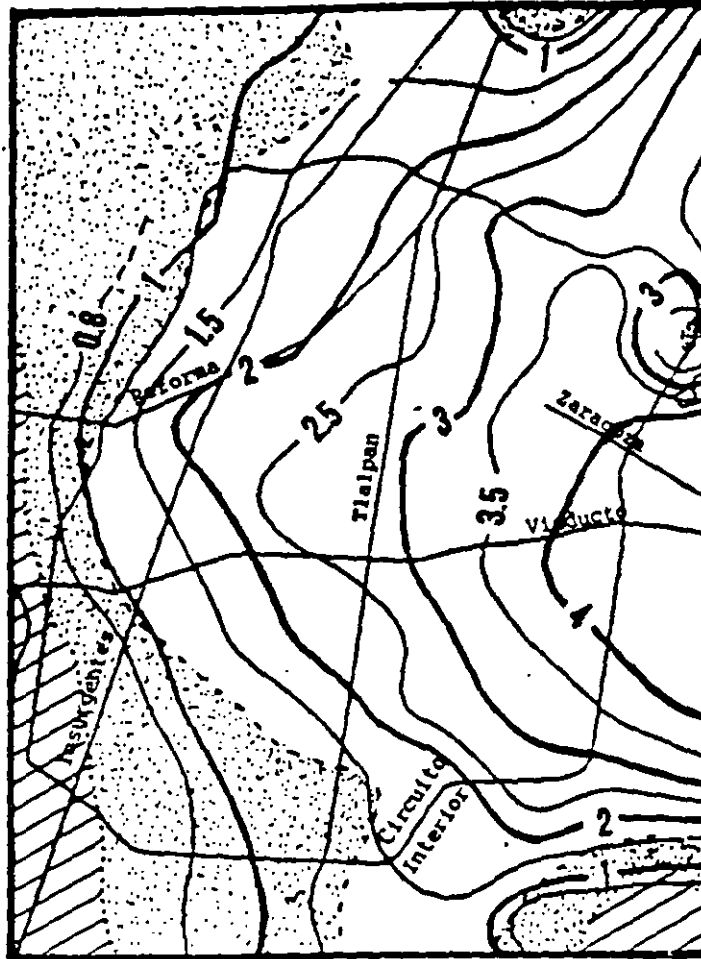


Fig 28 Mapa del centro de la ciudad con curvas de igual periodo

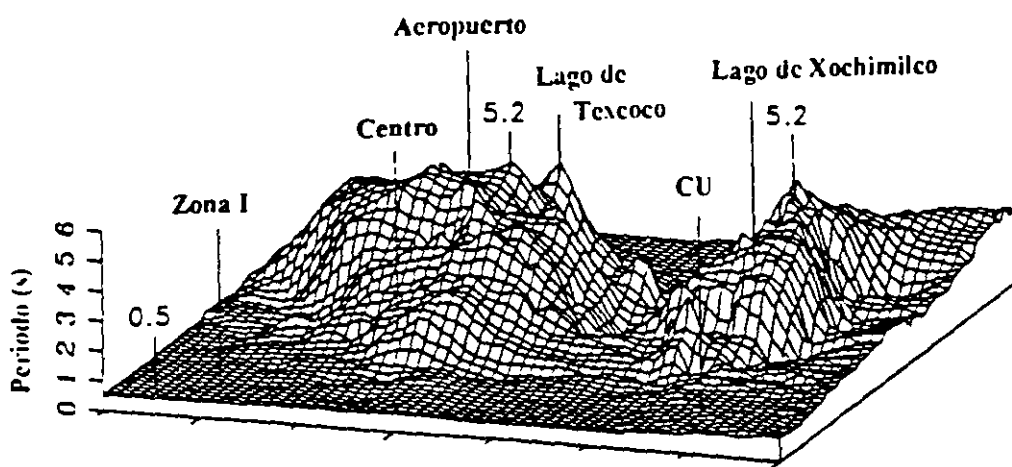


Fig 29 Gráfica tridimensional de periodos dominantes en la ciudad de México





**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA**

**PREDICCIÓN DE ESPECTROS DE RESPUESTA PARA EL  
VALLE DE MÉXICO**

**EXPOSITOR: DR. EDUARDO REINOSO ANGULO  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

## PREDICCIÓN DE ESPECTROS DE RESPUESTA PARA EL VALLE DE MÉXICO

### PREDICTION OF RESPONSE SPECTRA FOR MEXICO CITY VALLEY

E. Reinoso-Angulo

*Investigador, Centro de Investigación Sísmica AC, FJBS*

L.E. Pérez-Rocha

*Investigador, Centro de Investigación Sísmica AC, FJBS*

M. Ordaz

*Investigador, Instituto de Ingeniería UNAM*

*Coordinador de Investigación, Centro Nacional de Prevención de Desastres*

**SINOPSIS** Utilizando datos de la red acelerométrica de la Ciudad de México, se ha desarrollado un método empírico para estimar espectros de respuesta para sitios arbitrarios en el interior del valle, tomando como excitación un sismo registrado, o bien, postulado por su magnitud y distancia epicentral. La formulación permite tomar en cuenta efectos de no linealidad y de interacción suelo-estructura.

#### 1. INTRODUCCIÓN

Con la colección de registros de temblores captados por la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM) se formó una base de funciones de transferencia empíricas para describir cuantitativamente la amplificación relativa del movimiento en los sitios instrumentados en zonas de lago y transición con respecto al movimiento en terreno firme. Se han empleado estas funciones bajo un esquema de interpolación espacial para estimar las amplificaciones en sitios no instrumentados. Además, con los registros disponibles desde 1964 en el sitio Ciudad Universitaria (CU), se construyó un modelo de regresión para inferir el espectro de amplitudes de Fourier de las aceleraciones del terreno debidas a un temblor de subducción especificado por su magnitud y su distancia a CU. Con estos desarrollos se formuló un algoritmo para predecir espectros de respuesta elásticos e inelásticos en cualquier sitio de interés dentro del área metropolitana (CIS, 1991, 1992a, 1993a). Los resultados muestran que la posición de ordenadas espectrales es congruente con la distribución de daños ocurrida por el efecto destructivo de los grandes temblores. El interés principal en este estudio es encaminar nuestros desarrollos para producir una herramienta auxiliar, que sea confiable para aplicaciones prácticas de diseño, planeación y toma de decisiones en la construcción y reestructuración de obras civiles, así como para definir medidas de protección civil en el corto y mediano plazo.

#### 2. MÉTODO PROPUESTO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA RESPUESTA ESTRUCTURAL EN EL VALLE DE MÉXICO

Ordaz *et al* (1989) propusieron un criterio para el cálculo de espectros de respuesta elásticos en sitios instrumentados mediante el uso de funciones de transferencia empíricas (FTE) y espectros de amplitudes de Fourier (EAF) del movimiento de excitación. Con este criterio se ha desarrollado un código con el que es posible calcular espectros de respuesta para sitios arbitrarios dentro del Valle de México (CIS, 1991, 1992a; Reinoso *et al*, 1992). Para ello, se ha preparado un

esquema de interpolación para las FTE a fin de estimar las amplificaciones dinámicas del terreno en sitios no instrumentados.

En este código, la excitación sísmica se especifica con el EAF del movimiento en el terreno firme (CIS, 1991, 1992a). El EAF se puede elegir de un catálogo de sismos históricos observados en el sitio CU (Tabla I). Para sismos postulados, el EAF se infiere con un método estadístico de regresión a partir de la magnitud y la distancia epicentral (CIS, 1991, 1992a, Arciniega y Ordaz, 1991). El producto de la FTE con este EAF es una estimación del movimiento del terreno en el sitio de interés. Con esta cantidad y la función de transferencia de un oscilador se estiman los espectros de respuesta haciendo uso de algunos resultados de la teoría de vibraciones casuales. Esta formulación permite tomar en cuenta la no linealidad estructural, especificada por un valor de demanda de ductilidad, mediante expresiones sencillas que se basan en algunos resultados del método lineal equivalente (Pérez-Rocha y Ordaz, 1991). Así mismo, se pueden incluir los efectos debidos a la interacción suelo-estructura empleando funciones de transferencia de una estructura en la condición de base deformable (Avilés *et al.*, 1992; CIS, 1993a.b)

Tabla I Sismos registrados en el sitio CU disponibles en el catálogo

Sismo	Fecha	$M_s$	R (Km)	Sismo	Fecha	$M_s$	R (Km)
1	23/08/65	7.8	466	11	30/04/86	7.0	409
2	02/08/68	7.4	326	12	08/02/88	5.8	289
3	01/02/76	5.6	282	13	25/04/89	6.9	304
4	19/03/78	6.4	285	14	02/05/89	5.0	305
5	29/11/78	7.8	414	15	08/10/89	5.1	260
6	14/03/79	7.6	287	16	13/01/90	5.0	282
7	07/06/82	6.9	304	17	11/05/90	5.3	295
8	07/06/82	7.0	303	18	31/05/90	6.1	295
9	19/09/85	8.1	295	19	24/10/93	6.7	300
10	21/09/85	7.6	318	20	23/05/94	6.0	205

### 3 FUNCIONES DE TRASFERENCIA EMPÍRICAS

Una función de transferencia empírica refleja la amplitud relativa del movimiento del sitio de interés con respecto a un movimiento de referencia. Singh *et al.* (1988) calcularon FTE para medir la amplificación relativa en los sitios en zonas de lago y transición con respecto a la estación CU localizada en terreno firme. Con los registros de terremotos recientes, Reinoso (1991) observó que para sismos de subducción, la amplificación obtenida para la mayoría de los sitios instrumentados es razonablemente constante de un temblor a otro, sin importar la magnitud, la distancia epicentral o el azimut de la incidencia. Para varios sitios, esta amplificación puede ser explicada mediante el modelo unidimensional de propagación de ondas de corte. Sin embargo, también hay evidencias de que los accidentes topográficos y geológicos pueden tener efectos importantes en las amplificaciones locales, en particular en los sitios cercanos a la frontera entre zonas de transición y de lago.

Las FTE se han construido a partir de la selección de los registros de aceleración de los sismos de subducción indicados en la Tabla II. El movimiento de referencia se tomó como el promedio de los espectros de amplitud de Fourier observados en las estaciones de terreno firme (Reinoso, 1991). Las FTE se obtuvieron para todas las estaciones, incluyendo las de terreno firme, a partir del promedio de las FTE correspondientes a cada uno de los registros seleccionados de cada estación. No se tomó en cuenta el sismo reciente del 23 de mayo de 1994 por ser de fallamiento normal pero se utilizó para verificar la estabilidad de las FTE ante sismos de diferente origen. El sismo del 14 de mayo de 1993 tampoco se tomó en cuenta ya que se trata de un doblete que requiere un análisis más detallado para ser incluido en la construcción de las FTE. En CIS

(1994) se discuten los criterios que se siguieron para seleccionar los registros y se presentan las FTE obtenidas para cada sitio

Tabla II Sismos estudiados para calcular las funciones de transferencia empíricas

FECHA	ORIGEN	MAGNITUD Ms	LATITUD N	LONGITUD W	DISTANCIA Km
Sep/19/85	Subducción	8.1	18.14	102.71	295
Feb/08/88	Subducción	5.8	17.00	101.00	289
Abr/25/89	Subducción	6.9	16.00	99.00	304
Mav/02/89	Subducción	5.0	16.30	99.35	305
Mav/11/90	Subducción	5.3	17.15	100.85	295
Mav/31/90	Subducción	6.1	17.15	100.85	295
Mav/14/93a	Subducción	5.8	16.67	98.68	300
Mav/14/93b	Subducción	6.0	16.67	98.68	300
Oct/24/93	Subducción	6.7	16.50	99.00	310
Mav/23/94	F Normal	6.0	18.03	100.57	205

#### 4. INTERPOLACIÓN ESPACIAL

En el código que se ha desarrollado se hace uso de un esquema de interpolación espacial basado en el ajuste de una función polinomial por mínimos cuadrados pesados. En este enfoque se acepta que la cantidad estudiada tiene variaciones espaciales suaves. El poder predictivo para las FTE se apoya en la interpolación de la forma de las FTE y de sus amplitudes por separado. La forma se controla al normalizar las abscisas de estas funciones con el periodo dominante del terreno de cada sitio. Las amplitudes se obtienen de la interpolación de las FTE así construidas. La forma final de la FTE del sitio de interés se obtiene a partir del escalamiento de las abscisas con el periodo dominante en este sitio. Por ello, es necesario tener una buena resolución en la interpolación de esta cantidad. Esto se logra aumentando el número de datos, es decir, de sitios con periodo dominante del terreno conocido.

La RACM cuenta con 86 estaciones en la superficie del terreno. Estas se muestran en la figura 1 donde además se indican las zonas geotécnicas y las principales vías de la ciudad. Además de los periodos dominantes del terreno obtenidos de los registros de la RACM, se han incluido los periodos de 137 sitios en los que se hicieron mediciones de microtemores (Lermo *et al.*, 1988). Se seleccionaron los valores que no presentan discrepancias importantes con los obtenidos de los registros de movimiento fuerte. Finalmente, para confinar la zona del terreno firme se eligieron 60 puntos de control. En ellos se han fijado los datos asignados al terreno firme (periodo dominante  $T=0.5$  s y  $FTE=1$ ). Con este criterio se construyó el mapa de contornos de isoperiodos que se ilustra en la figura 2. En particular, la estación 28 (Peñón de los Baños) se ha tomado en cuenta para evaluar el movimiento promedio del terreno firme. Sin embargo, los periodos dominantes del terreno que circunda a esta estación son del orden de 4 s. Los resultados preliminares sugieren que se obtienen mejores resultados en la interpolación si se elimina esta estación, ya que la densidad de estaciones no permite controlar las variaciones que se esperarían cuando los sitios de interés se encuentran en la vecindad del cerro del Peñón (CIS, 1992a, 1993a).

## 5. ESPECTROS DE RESPUESTA

Con el espectro de Fourier del movimiento del terreno en el sitio de interés y un valor de duración (CIS, 1994) se obtiene el espectro de respuesta elástico para cualquier amortiguamiento. Para ello se hace uso de algunos resultados de la teoría de vibraciones aleatorias (Reinoso *et al.*, 1990) y del módulo de las funciones de transferencia de osciladores lineales de un grado de libertad. Pueden obtenerse espectros de respuesta inelásticos si se emplean las expresiones obtenidas por Pérez-Rocha y Ordaz (1991) a partir de la equivalencia lineal de osciladores elastoplásticos.

## 6 INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

La interacción dinámica suelo-estructura produce un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante sollicitaciones dinámicas. La interacción modifica esencialmente los parámetros dinámicos de la estructura así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación. Las variaciones en el periodo fundamental de vibración y el amortiguamiento estructural con respecto a la condición de apoyo indeformable son producto de la interacción inercial, debido fundamentalmente a la inercia y elasticidad del sistema acoplado; los parámetros dinámicos modificados se conocen como periodo y amortiguamiento efectivos (Avilés *et al.*, 1992). El periodo fundamental de un sistema acoplado siempre se incrementa, ya que la flexibilidad del sistema es mayor que la de la estructura con base rígida. El amortiguamiento del sistema generalmente se incrementa puesto que existe una disipación adicional de energía producto de los amortiguamientos material y geométrico del suelo. Por su parte, la interacción cinemática reduce los movimientos de traslación e induce torsión y cabeceo en la cimentación por su efecto promediador, a la vez que filtra los componentes de alta frecuencia de la excitación (Pais y Kausel, 1989; Scanlon, 1976), debido esencialmente a la rigidez y geometría del cimiento. En general, el movimiento efectivo en la subrasante de la cimentación que se obtiene de un análisis de interacción cinemática resulta ser menos desfavorable que el movimiento de campo libre.

Para el cálculo de espectros de respuesta, los efectos de interacción inercial se pueden tomar en cuenta mediante la función de transferencia de un conjunto de estructuras en una condición de interacción especificada (CIS, 1992b). En forma aproximada, se puede optar por la función de transferencia de osciladores de reemplazo con parámetros efectivos (Avilés *et al.*, 1992). Los efectos de interacción cinemática se pueden incluir mediante la función de transferencia del movimiento efectivo en la base de la cimentación con respecto al movimiento del campo libre. Para ello se puede hacer uso de fórmulas aproximadas o de tablas de coeficientes para diferentes condiciones sitio-cimentación (por ejemplo Kausel *et al.*, 1978; Mita y Luco, 1977). La condición de interacción se define por los parámetros del suelo (relación de Poisson, velocidad de propagación de ondas de corte y espesor del estrato), por los parámetros geométricos del sistema (radio de la cimentación, profundidad de enterramiento y altura de la estructura) y por los parámetros inerciales (densidad del suelo, masas de la estructura y de la cimentación, momento de inercia de la cimentación y amortiguamientos del suelo y la estructura). Para el cálculo de espectros de respuesta se varía la rigidez estructural manteniendo este escenario invariante. Se puede tomar en cuenta la presencia de pilotes de fricción en la rigidez dinámica de la cimentación mediante expresiones que permiten determinar la rigidez del conjunto (por ejemplo las que se proponen en el Manual de Diseño por Sismo de la CFE, 1993).

## 7 RESULTADOS

### 7.1 En sitios instrumentados

Se calcularon espectros de respuesta elásticos, para 5% de amortiguamiento, tomando como excitación el EAF del sismo de fallamiento normal del 23 de mayo de 1994 observado en CU (sismo 20 de la Tabla I) y haciendo uso de las FTE de algunos sitios instrumentados. En la figura 3 se comparan estos espectros de respuesta (línea discontinua) con los que se

obtienen directamente de los registros de aceleración de cada estación (línea continua). La similitud entre los resultados sugiere que el uso de las FTE es apropiado para estimar las aceleraciones espectrales para temblores de fallamiento normal, al parecer, si la distancia epicentral es comparable con distancia típica de los temblores de subducción que afectan al valle de México. En la figura 4 se muestran los espectros de respuesta que se tendrían en estos sitios para el terremoto de Michoacán de 1985 ( $M_s=8.1$ ). Se tomó el espectro de Fourier del componente este-oeste de las aceleraciones observadas en CU (opción 9 de la Tabla I). Con línea continua se muestran los espectros elásticos, para 5% de amortiguamiento, y con línea discontinua los espectros inelásticos para ductilidades  $\mu=2$  y 4. Como referencia, en la esquina superior izquierda se muestran los espectros para el sitio SCT (Secretaría de Comunicaciones y Transportes) calculados con este método. Estos resultados pueden ser útiles para definir espectros de diseño de sitio.

## 7.2 En sitios no instrumentados

Para la misma excitación se estimaron los espectros de respuesta que se tendrían en un sitio sobre Paseo de la Reforma de reciente instrumentación (cuyas funciones de transferencia empíricas FTE no se tomaron en cuenta). Estos se muestran con línea continua en la figura 5. Para fines comparativos, con línea discontinua se indican los que se obtuvieron a partir del uso de las FTE medidas en el sitio. Los resultados obtenidos son útiles pues permiten conocer los niveles de amplificación para un sitio no instrumentado a pesar de que los errores que se cometen por la interpolación de las FTE pueden no ser despreciables.

En la figura 6 se muestran los espectros de respuesta obtenidos con la misma excitación para los sitios donde se ubican el Centro de Artes y algunos puentes vehiculares. Estas obras son de reciente construcción. Los espectros se muestran con línea continua. En esta figura también se presentan resultados que se obtuvieron tomando en cuenta efectos inerciales de interacción suelo-estructura. En todos los ejemplos se emplearon parámetros típicos para definir la condición de interacción. Para los puentes se propuso una cimentación que fuera representativa: un cajón apoyado en pilotes de fricción. Los espectros correspondientes se indican con línea discontinua. El espectro que se obtiene tomando en cuenta sólo la presencia del cajón se indica con línea punteada. Nótese que los efectos de interacción incrementan el periodo fundamental del sistema, ya que con periodos menores se alcanzan las ordenadas que se tendrían para periodos mayores en ausencia de interacción. Para el Centro de Artes se consideró una gran cimentación en cajón. Se obtuvieron espectros para dos relaciones de esbeltez, definida por  $H/R$  donde  $H$  es la altura de la estructura y  $R$  el radio de la cimentación. Con línea discontinua se indica el espectro para la relación  $H/R=1$  y con línea por puntos se indica el correspondiente para  $H/R=2$ . Los resultados obtenidos son congruentes con lo que debía esperarse, ya que los efectos de interacción se reducen cuando se toma en cuenta la presencia de pilotes y aumentan al aumentar la relación de esbeltez estructural.

## 8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se ha presentado la versión más reciente de un método empírico para pre y postdecir espectros de respuesta elásticos e inelásticos para sitios con coordenadas arbitrarias dentro de la Ciudad de México. El método se ha desarrollado para temblores de subducción originados en la costa del Pacífico. Los resultados que se obtienen son de aplicación práctica en el diseño, planeación y toma de decisiones para la construcción y reestructuración de obras civiles, ya que es posible conocer la intensidad sísmica en sitios de interés dentro del valle e identificar las zonas de mayor o menor riesgo, así como definir medidas certeras de protección civil.

## 9. RECONOCIMIENTOS

Los datos acelerométricos utilizados en este estudio fueron captados por el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico AC de la FJBS, por el Instituto de Ingeniería de la UNAM y por el Centro Nacional de Prevención de Desastres. Los autores agradecen los valiosos comentarios de FJ Sánchez-Sesma y J Avilés en diversas etapas de este estudio. Este trabajo

es parte del continuo patrocinio de la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal, gracias al constante interés y apoyo de D Ruiz y R Zubieta.

## 10. REFERENCIAS

- Arciniega A y Ordaz M (1991). Método semiempírico para estimar espectros de amplitud en Ciudad Universitaria. *Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica*, 41, 27-47.
- Avilés J, Pérez-Rocha LE y Aguilar R (1992). Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo-estructura. *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, 3, 17-62.
- CIS (1991). Respuesta sísmica del valle de México: Aplicaciones y Teoría. Parte I. *Informe final presentado a la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal*.
- CIS (1992a) Respuesta sísmica del valle de México: Aplicaciones y Teoría. Parte II. *Informe final presentado a la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal*.
- CIS (1992b). Interacción suelo-estructura en el Valle de México. *Informe final presentado a la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal*.
- CIS (1993a). Predicción de espectros de respuesta en el Valle de México: métodos simplificados y aplicaciones. *Informe final presentado a la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal*.
- CIS (1993b). Efectos de la interacción suelo-estructura en la ductilidad: cimentaciones superficiales y piloteadas. *Informe final presentado a la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal*.
- CIS (1994). Simulación del movimiento sísmico del terreno en el Valle de México: métodos empíricos de aplicación práctica. *Informe final presentado a la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal*.
- Kausel E, Whitman R, Morray J y Elsabee F (1978). The spring method for embedded foundations. *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, pp. 377-392.
- Lermo J, Rodríguez M, y Singh S K (1988) Natural period of sites in the Valley of Mexico from microtremor measurements. *Earthquake Spectra*, 4, 805-814.
- Ordaz M, Reinoso E, Singh SK, Vera E, y Jara JM (1989) Espectros de respuesta en sitios del valle de México ante temblores postulados en la brecha de Guerrero. *Mem 8a Conf Nat de Ing Sism*, A:187-198, Acapulco, México.
- Pais A L y Kausel E (1989). On rigid foundations subjected to seismic waves. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol 18, pp. 475-489, EUA.
- Pérez-Rocha LE y Ordaz M (1991) Cálculo rápido de espectros de respuesta inelásticos. *Mem 9a. Conf Nat de Ing Sism*, 3: 83-92, Manzanillo, México
- Mita A y Luco J (1989) Impedance functions and input motions for embedded square foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol 115, No 4, pp 491-503.
- Reinoso E, Ordaz M y Sánchez-Sesma FJ (1990). A note on the fast computation of response spectra estimates. *Earth Eng Str Dyn*, 19, 971-976.
- Reinoso E (1991). Efectos sísmicos locales en el Valle de México: amplificación medida en la zona lacustre. *Mem 9a. Conf Nat de Ing Sism*, 2, 224-236, Manzanillo, México.
- Reinoso E, Pérez-Rocha LE, Ordaz M y Arciniega A (1992). Prediction of response spectra at any site in Mexico City. *Mem 10a Conf Int de Ing Sism*, 767-772, Madrid, España
- Scanlon R H (1976) Seismic wave effects on soil-structure interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 4, 379-388, EUA.
- Singh S K, Lermo J, Domínguez T, Ordaz M, Espinosa J M, Mena E y Quaas R (1988). A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site. *Earthquake Spectra*, 4, 653-674.





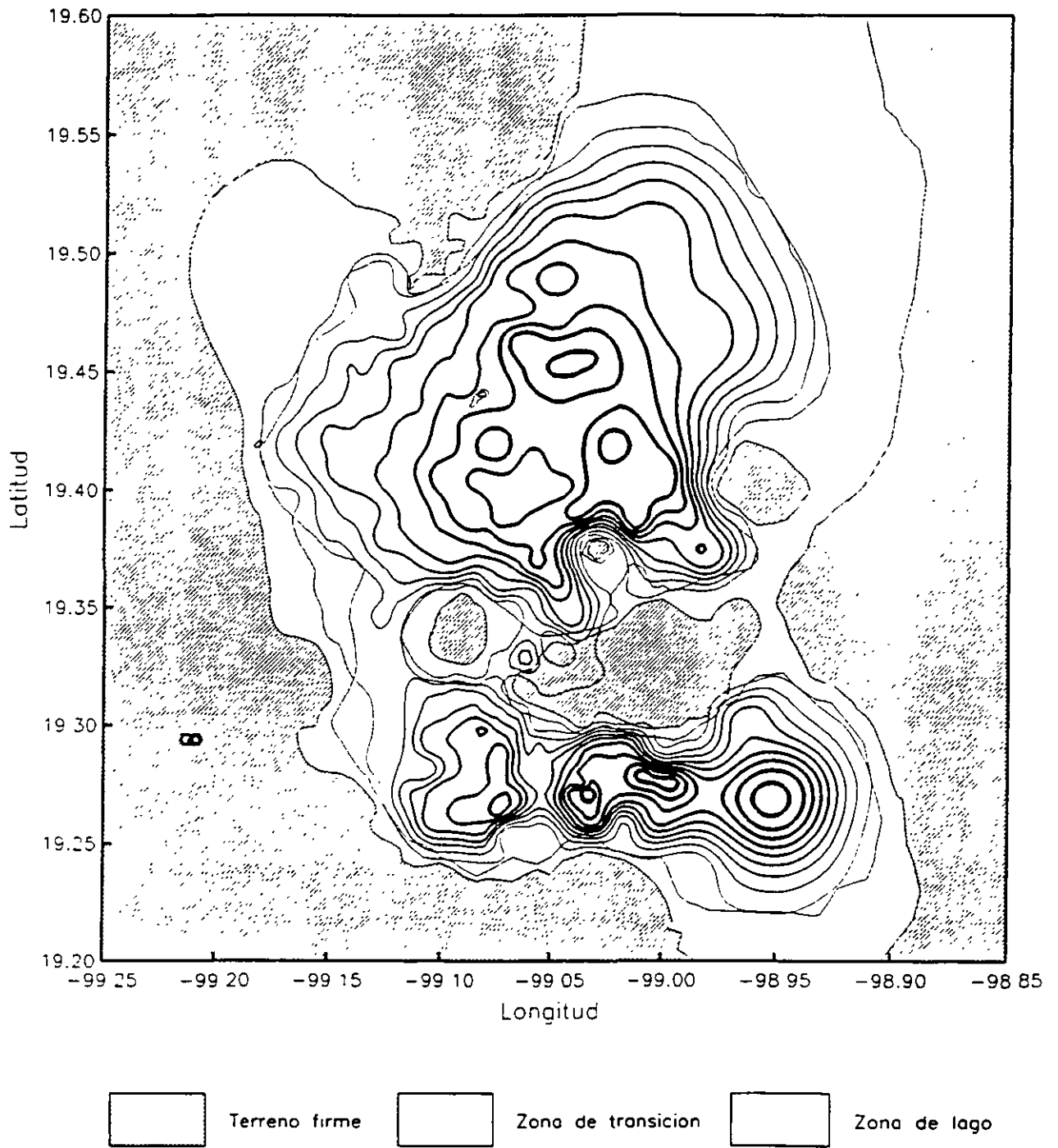


Fig 2 Zonas geotécnicas y curvas de igual periodo. Los valores de las curvas van desde 1.0 hasta 5.0 s, con incrementos de 0.5 seg

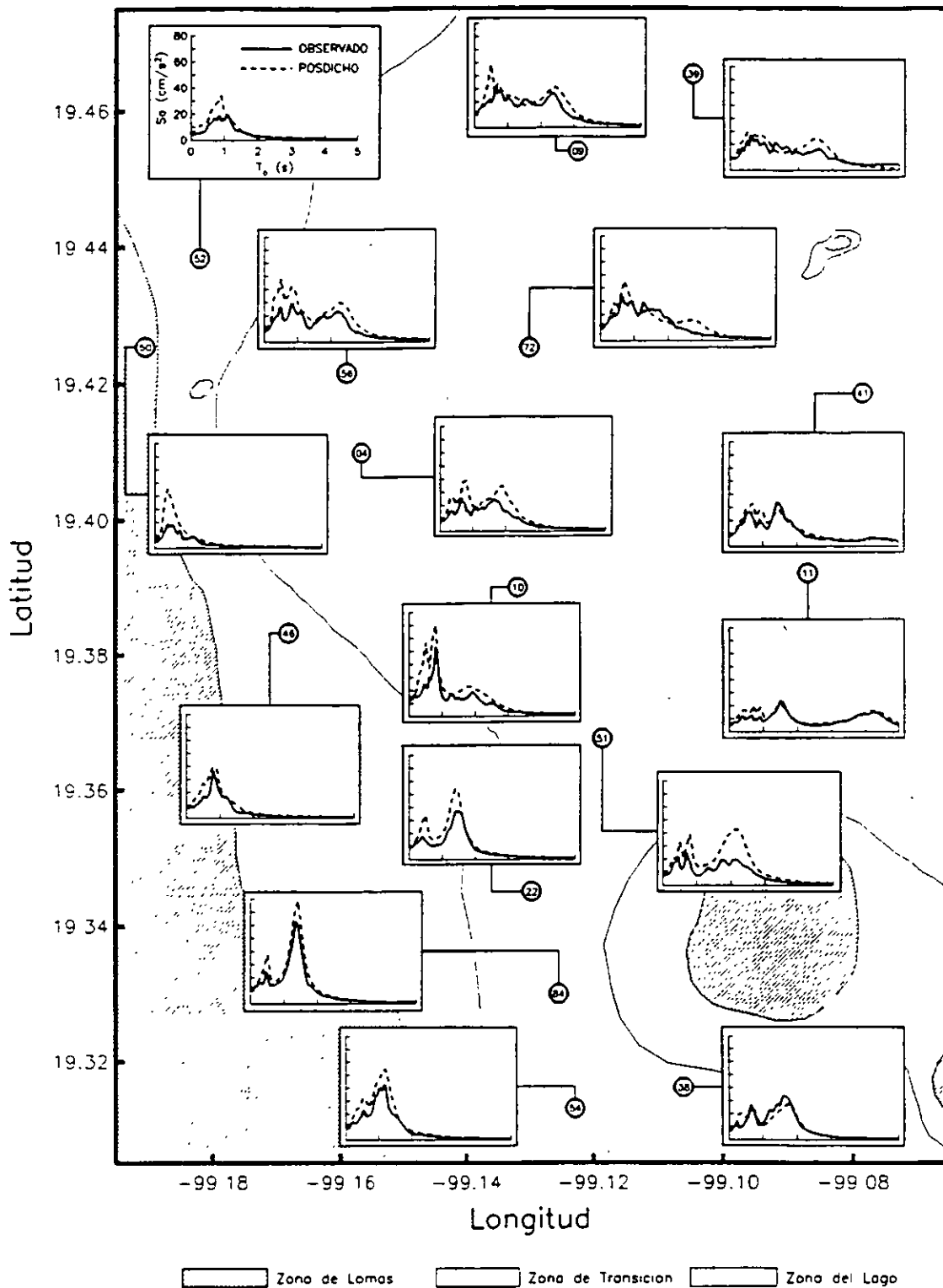


Fig 3 Espectros de respuesta observados para el sismo del 23 de mayo (línea discontinua) y espectros de respuesta obtenidos con las FTE y el espectro de Fourier observado en CU (línea continua)

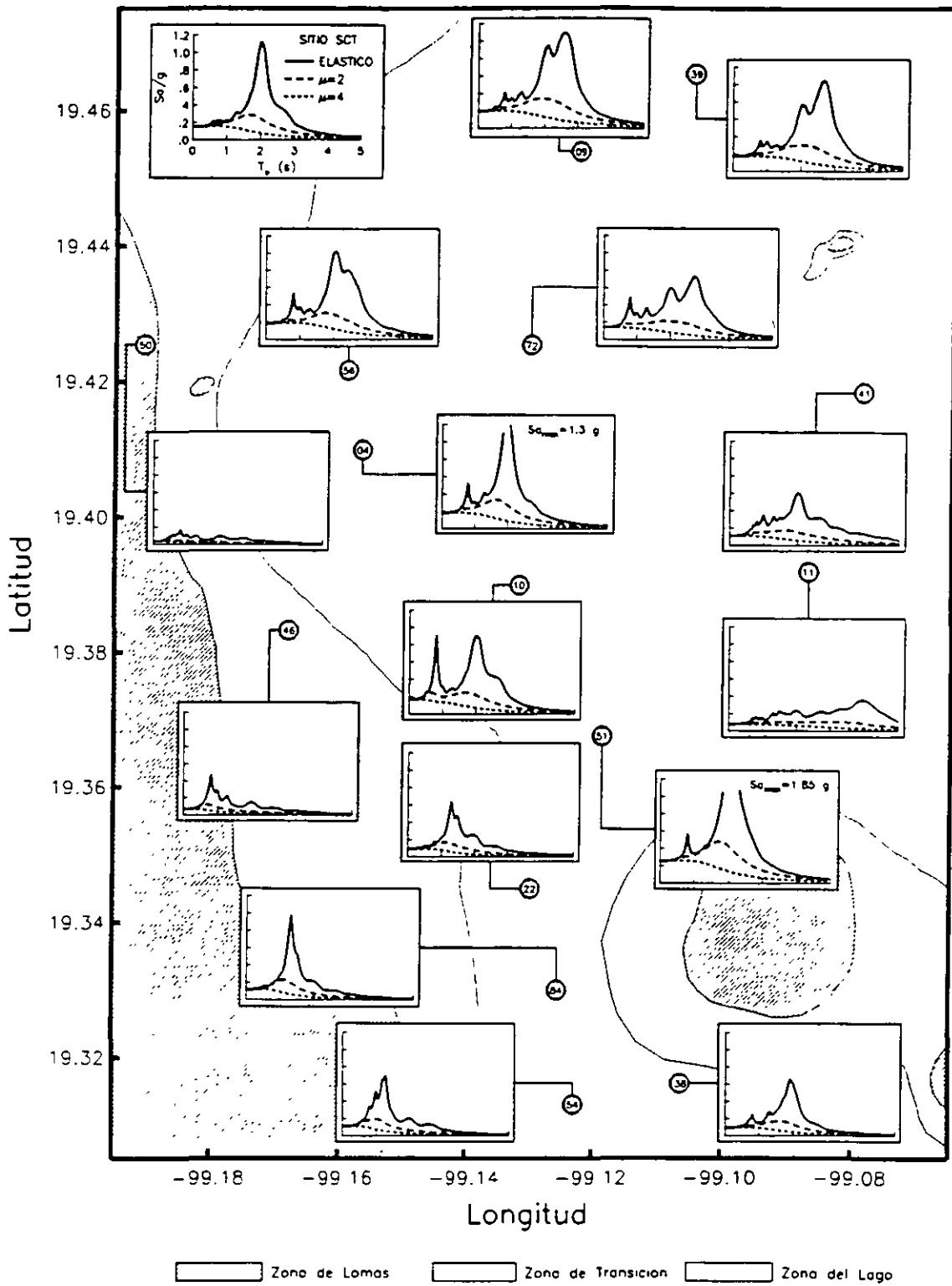


Fig 4 Espectros de respuesta posdichos para el sismo de Michoacán de 1985 en algunos sitios instrumentados. Con línea continua se muestra el espectro elástico (5% de amortiguamiento) y con líneas discontinua y punteada los inelásticos para  $\mu=2$  y  $4$ , respectivamente

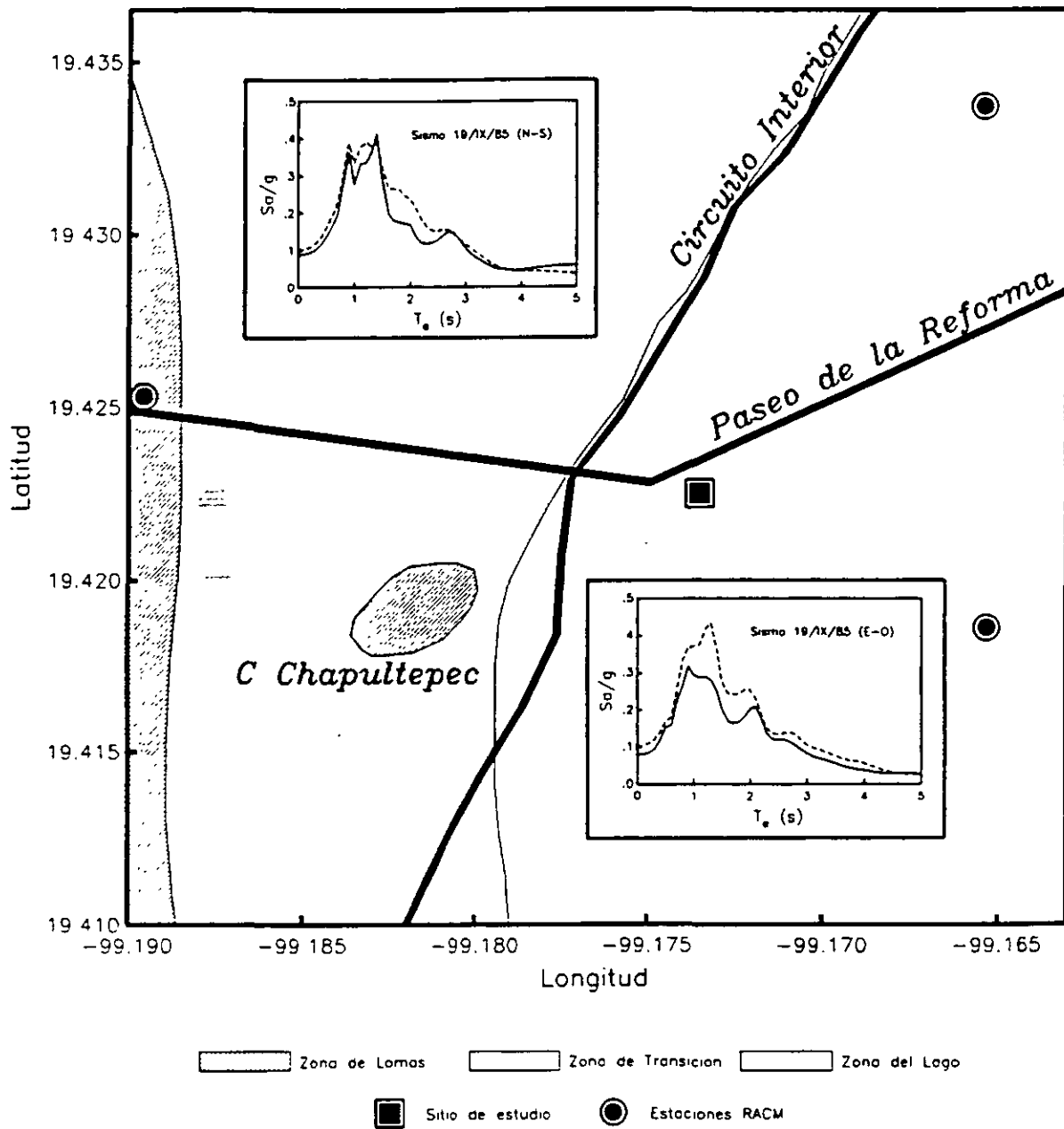


Fig 5 Espectros de respuesta para un edificio de reciente instrumentación sobre paseo de la reforma para el sismo de Michoacán de 1985. Con línea continua se muestran los resultados interpolando las FTE y con línea discontinua se indican los que se obtuvieron con las FTE medidas en el sitio

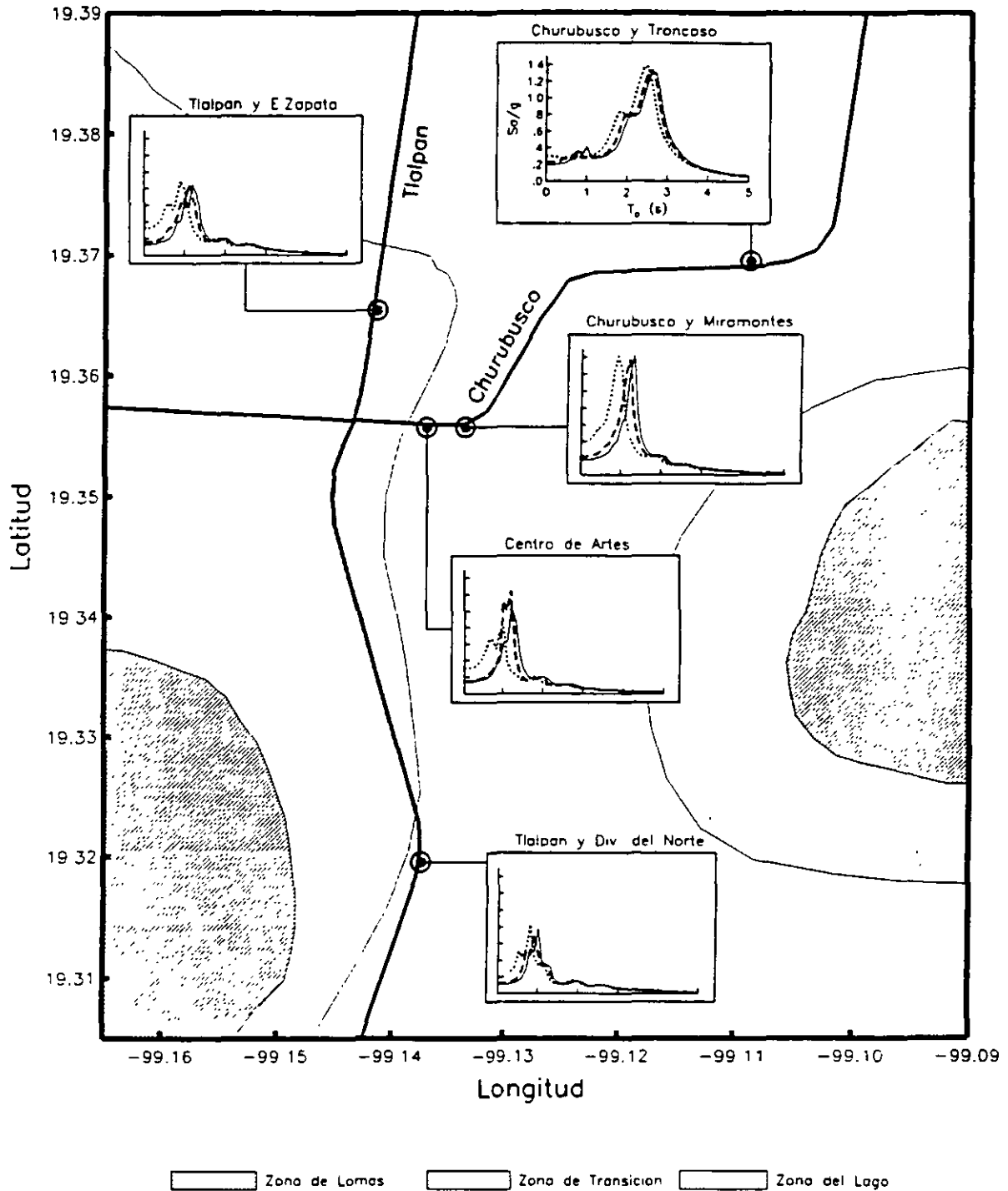


Fig 6 Espectros de respuesta para el sismo de Michoacán de 1985 en el Centro de Artes y en algunos sitios donde se localizan puentes vehiculares. Los espectros de campo libre se muestran con línea continua. Para los puentes, los efectos inerciales de interacción suelo-estructura, tomando en cuenta un cajón apoyado en pilotes de fricción, se muestran con línea discontinua. Los espectros que consideran sólo la presencia del cajón se indican con línea punteada. Para el Centro de Artes, los efectos de interacción suelo-estructura se muestran con los espectros de respuesta trazados con líneas discontinua y punteada para las relaciones de esbeltez  $H/R=1$  y  $2$ , respectivamente.



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA**

**UN NUEVO MÉTODO PARA SIMULAR ACELEROGRAMAS  
USANDO REGISTROS PEQUEÑOS COMO FUNCIONES DE  
GREEN EMPÍRICAS**

**EXPOSITOR: DR. JAIME GARCÍA PÉREZ  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

# UN NUEVO METODO PARA SIMULAR ACELEROGRAMAS USANDO REGISTROS PEQUEÑOS COMO FUNCIONES DE GREEN EMPIRICAS

M.Ordaz, J.Arboleda y S.K.Singh

Instituto de Ingeniería, UNAM

A.P. 70-472, 04510, Coyoacan, México, D.F.

Centro Nacional de Prevención de Desastres

Delfín Madrigal No. 665, Col. P. Sto. Domingo, México, D.F.

Instituto de Geofísica, UNAM

Ciudad Universitaria, México, D.F.

## RESUMEN

Se presenta un método de simulación de acelerogramas usando registros pequeños como funciones de Green empíricas. El método es similar al propuesto por Joyner y Boore (1988), excepto que se usa, para la generación de los tiempos aleatorios de ruptura de celdas elementales, una densidad de probabilidades que genera registros sintéticos con un contenido de frecuencias congruente con el modelo sísmológico  $\omega^2$ , en toda la banda de interés. Por tratarse de un modelo de simulación con bases físicas, no es necesario recurrir a funciones de modulación *ad hoc*, ni en el tiempo ni en la frecuencia. Se presentan ejemplos de aplicación a la simulación de movimientos fuertes en el campo cercano, a distancias intermedias, y en el valle de México. Se muestran algunos acelerogramas sintéticos que resultarían de la ocurrencia de un temblor hipotético de magnitud 8.2 en la brecha de Guerrero.

## ABSTRACT

*We present a method to simulate accelerograms using records of small earthquakes as empirical Green's functions. This method is similar to that proposed by Joyner and Boore (1988), except that to generate the random rupture times of elementary cells, we use a probability density function which generates synthetic ground motions that obey the  $\omega^2$  scaling model in the whole frequency band of interest. Since it is a physically based model, there is no need of ad hoc time or frequency modulation functions. We illustrate the use of the method with simulation of accelerograms in the near field, at intermediate distances, and in the Valley of Mexico. We show synthetic strong-motion recordings that would be recorded during the occurrence of a magnitude 8.2 hypothetical earthquake in the Guerrero gap.*

## 1. INTRODUCCION

El método de simulación de temblores usando registros de eventos pequeños como funciones de Green empíricas fue propuesto por Hartzell (1978). La idea central del procedimiento es que un acelerograma generado por un temblor de pequeña magnitud está muy probablemente asociado a una fuente sísmica simple, por lo que las complejidades observadas en el acelerograma son atribuibles exclusivamente a las modificaciones que sufren las ondas por efectos de trayecto y de sitio. El registro del temblor pequeño puede considerarse como la función de Green del medio, es decir, la aceleración que se produce en el sitio de registro cuando en la fuente se aplica una dislocación puntual. Para simular un acelerograma asociado a un temblor de diferente magnitud bastaría conocer la historia de las dislocaciones elementales en la fuente correspondiente y efectuar la convolución de esta función de fuente con la función de Green. Se han desarrollado diferentes técnicas para llevar a cabo simulaciones siguiendo esta idea. Son de especial interés las debidas a Irikura (1983), Boatwright (1988) y Joyner y Boore (1988). En el presente artículo se muestra otra técnica que, partiendo de la propuesta por Joyner y Boore, supera algunas de sus limitaciones y produce acelerogramas simulados con el contenido de frecuencias predicho por el modelo de fuente de Brune (1970) y que presentan envolventes realistas en el dominio del tiempo y evolución razonable del contenido espectral sin tener que recurrir a funciones de modulación *ad hoc*.

## 2. EL MODELO SISMOLOGICO $\omega^2$

En general, y de manera esquemática, el espectro de amplitudes de Fourier,  $A(\omega)$ , del acelerograma generado por un sismo, puede expresarse de la siguiente manera:

$$A(\omega) = K S(\omega) T(\omega) L(\omega) \dots \dots \dots (1)$$

donde K es una constante,  $T(\omega)$  es un término que incluye las modificaciones que sufre el espectro por efectos de trayecto, y  $L(\omega)$  representa las amplificaciones por efectos de sitio; si se supone comportamiento lineal de los materiales por los que atraviesan las ondas sísmicas, estos dos términos no dependen del tamaño de un temblor.  $S(\omega)$  es el espectro de aceleración en la fuente sísmica. De acuerdo con el modelo  $\omega^2$  (Aki, 1967, Brune, 1970), este espectro está dado por

$$S(\omega) = \frac{M_0 \omega^2}{1 + (\omega/\omega_c)^2} \dots \dots \dots (2)$$

donde  $M_0$  es el momento sísmico y  $\omega_c$  es la llamada frecuencia de esquina, dada por (Brune, 1970)

$$\omega_c = 4.9 \times 10^6 (2\pi\beta)(\Delta\sigma/M_0)^{1/3} \dots \dots \dots (3)$$

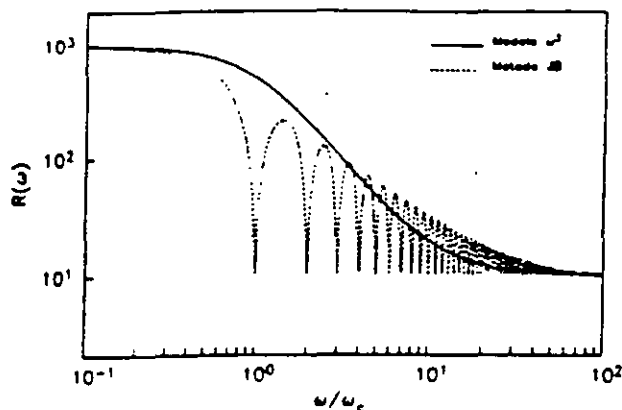


Figura 1 Cociente espectral asociado al escalamiento  $\omega^2$  y el que resulta del método de Joyner y Boore (JB)

donde  $\beta$  es la velocidad de propagación (en km/s) de las ondas S y  $\Delta\sigma$  es la caída de esfuerzos (en bar), en la formula anterior,  $M_0$  está en dina-cm. Considérense dos eventos generados en la misma región y registrados en el mismo sitio. Sean  $M_{0a}$ ,  $\Delta\sigma_a$  y  $\omega_{ca}$  los parámetros del sismo de mayor magnitud y  $M_{0b}$ ,  $\Delta\sigma_b$  y  $\omega_{cb}$  los del de menor magnitud. El cociente entre sus correspondientes espectros,  $Q(\omega)$ , será

$$Q(\omega) = \frac{M_{0a}}{M_{0b}} \frac{1 + (\omega/\omega_{cb})^2}{1 + (\omega/\omega_{ca})^2} \dots \dots \dots (4)$$

Puede observarse que, para  $\omega=0$ ,  $Q(\omega)$  es el cociente de momentos sísmicos, mientras que, para valores suficientemente grandes de  $\omega$ ,

$$Q(\omega) \geq \frac{M_{0a}}{M_{0b}} \left( \frac{\omega_{ca}}{\omega_{cb}} \right)^2 = \left( \frac{M_{0a}}{M_{0b}} \right)^{1/3} \left( \frac{\Delta\sigma_a}{\Delta\sigma_b} \right)^{2/3} \dots \dots \dots (5)$$

La variación de  $Q(\omega)$  con  $\omega$  puede observarse en la fig 1. Nótese que, de acuerdo con este modelo, que cuenta con amplia verificación empírica, la energía de baja frecuencia crece más rápidamente que la de alta frecuencia al aumentar la magnitud del temblor. Es entonces claramente incorrecto escalar con una constante un acelerograma para simular el registro de un temblor de mayor magnitud.

### 3. EL PROCESO DE SUMA DE FUNCIONES DE GREEN EMPIRICAS

Considérese una fuente sísmica puntual dividida en N celdas elementales, cada una de las cuales genera, comenzando en el instante  $t_i$ ,  $i=1, \dots, N$ , una señal cuyo espectro de Fourier es  $\xi A_i(\omega)$ , donde  $\xi$  es un factor de escala arbitrario. El espectro de la señal resultante,  $A_s(\omega)$ , valdrá

$$A_s(\omega) = \xi A_i(\omega) \sum_{i=1}^N e^{i\omega t_i} \dots \dots \dots (6)$$

Puede probarse que si los tiempos de ruptura  $t_i$  son aleatorios, independientes e igualmente distribuidos con densidad de probabilidad  $p(t)$ , el valor esperado de  $|A_s(\omega)|^2$ ,  $\langle |A_s(\omega)|^2 \rangle$ , estará dado por



$$\langle |A_e(\omega)|^2 \rangle = \xi^2 |A_s(\omega)|^2 [N + (N^2 - N) |P(\omega)|^2] \dots \dots \dots (7)$$

donde  $P(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $p(t)$ . El cociente entre los espectros de amplitudes,  $R(\omega)$ , podrá entonces estimarse con

$$R(\omega) = \xi \sqrt{N + (N^2 - N) |P(\omega)|^2} \dots \dots \dots (8)$$

Se observa lo siguiente: por definición,  $P(0)=1$ . Esto implica que  $R(0)=\xi N$ , de donde se desprende que para que el cociente espectral obtenido del proceso de suma obedezca al modelo de escalamiento  $\omega^2$ , debe cumplirse que  $\xi N = M_{oe}/M_{os}$ . Por otra parte, considerando que  $|P(\omega)|$  debe anularse cuando  $\omega \rightarrow \infty$ , las ecuaciones 5 y 8 implican que  $\xi N^{1/2} = (M_{oe}/M_{os})^{1/3} (\Delta\sigma_e/\Delta\sigma_s)^{2/3}$ . De estas dos condiciones resulta que para cumplir con el escalamiento del modelo  $\omega^2$ ,

$$N = \left(\frac{M_{oe}}{M_{os}}\right)^{4/3} \left(\frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s}\right)^{-4/3} \dots \dots \dots (9)$$

$$\xi = \left(\frac{M_{oe}}{M_{os}}\right)^{-1/3} \left(\frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s}\right)^{4/3} \dots \dots \dots (10)$$

A frecuencias intermedias,  $R(\omega)$  depende de  $P(\omega)$ . Joyner y Boore (1988) desarrollaron un método de simulación en que se elige para los tiempos de ruptura de las celdas elementales una densidad de probabilidades uniforme entre  $-T_r/2$  y  $T_r/2$ , siendo  $T_r$  la duración total de la ruptura del evento que se quiere simular, dada por  $2\pi/\omega_\alpha$ . Con esta hipótesis,  $p(t)=1/T_r$ , por lo que  $P(\omega)$  -la transformada de Fourier de  $p(t)$ - es

$$P(\omega) = \frac{\text{sen}(\omega T_r / 2)}{\omega T_r / 2} = \frac{\text{sen}(\pi \omega / \omega_\alpha)}{\pi \omega / \omega_\alpha} \dots \dots \dots (11)$$

El correspondiente valor de  $R(\omega)$  para el método de Joyner y Boore se presenta con línea discontinua en la fig 1, donde se compara con  $Q(\omega)$ , el cociente espectral asociado al modelo  $\omega^2$ . Nótese que aunque los límites de alta y baja frecuencia son correctos, el cociente espectral que resulta del esquema de suma de Joyner y Boore tiene huecos -el primero de ellos para  $\omega=\omega_\alpha$ - que implican que los espectros de los temblores simulados serán sistemáticamente deficientes en frecuencias múltiplos de  $\omega_\alpha$ . Para superar este inconveniente, y otro que se discutirá más adelante, se hacen las siguientes consideraciones.

Se desea diseñar un esquema de suma de funciones de Green empíricas tal que, en promedio y para todas las frecuencias, se obtengan temblores con un contenido espectral congruente con el modelo de escalamiento  $\omega^2$ . Esto implicaría que  $Q(\omega)=R(\omega)$  para cualquier valor de  $\omega$  (ecs 4 y 8), en vista de lo cual, además de las ecs 9 y 10, debe satisfacerse la siguiente relación:

$$|P(\omega)| = \frac{\sqrt{1 + \alpha(\omega / \omega_\alpha)^2}}{1 + (\omega / \omega_\alpha)^2} \quad \text{con } \alpha = \frac{2\omega_\alpha^2}{\omega_\alpha^2 + \omega_\alpha^2} \dots \dots \dots (12)$$

Si además se impone la condición de que  $P(\omega)$  sea real para evitar cambios de fase en el proceso de suma, resulta que el esquema de suma deseado es uno en que los tiempos de ruptura de las celdas elementales tienen una densidad de probabilidades que es la antitransformada de Fourier del miembro derecho de la ec 12:

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + \alpha(\omega / \omega_\alpha)^2}}{1 + (\omega / \omega_\alpha)^2} e^{i\omega t} d\omega \dots \dots \dots (13)$$

En síntesis, el procedimiento propuesto para simular temblores consiste en superponer  $N$  (ec 9) veces la función de Green empírica escalada por un factor  $\xi$  (ec 10), defasándola cada vez un tiempo  $t_i$ ,  $i=1, \dots, N$ , en que los tiempos  $t_i$  son aleatorios, independientes, e igualmente distribuidos con una densidad de probabilidades dada por la ec 13. En el apéndice se presenta un procedimiento práctico para generar valores aleatorios de los tiempos de ruptura.

#### 4. EJEMPLOS DE APLICACION

##### 4.1 Registros de la Red Acelerográfica de Guerrero

Para ejemplificar el método descrito para generar acelerogramas artificiales, hemos elegido los temblores del 25 de abril y 2 de mayo de 1989 ( $M_s=6.92$  y  $5.52$ , respectivamente). En la Tabla 1 se presentan parámetros sismológicos relevantes de estos temblores. Esta pareja de eventos es especialmente adecuada para probar el método de simulación ya que ambos se originaron aproximadamente en la misma región (de hecho, el menor es una réplica del mayor) y ambos fueron profusamente registrados por los acelerógrafos de la red de Guerrero.

Se usaron los registros del temblor del 2 de mayo de 89 en las estaciones Cerro de Piedra (CPDR) y Teacalco (TEAC) como funciones de Green empíricas para reproducir los acelerogramas obtenidos en cada estación durante el temblor del 25 de abril de 1989.

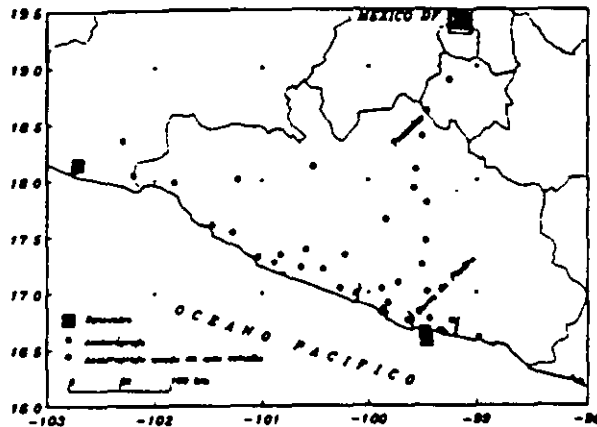


Figura 2. Mapa de del sur de México mostrando la localización de los epicentros de los temblores y las estaciones acelerográficas usadas en este estudio

Evento	$M_w$	$M_0$ (dina-cm)	Long °W	Lat °N	Caidas de esfuerzo (bar)			
					CPDR	TEAC	SCT	56
25 abr 89	6.92	$2.4 \times 10^{20}$	-99.48	16.58	250	300	300	100
2 may 89	5.52	$1.9 \times 10^{14}$	-99.48	16.65	100	250	-	-
19 sep 85	8.01	$1.1 \times 10^{28}$	-102.71	18.14	-	-	300	-
Postulado	8.20	$2.5 \times 10^{28}$	-99.48	16.58	-	-	-	100

Tabla 1. Parámetros sísmológicos de los temblores usados. Momentos sísmicos tomados de Ordaz y Singh (1992)

Nótese que el momento sísmico del temblor objetivo es casi 130 veces mayor que el de sus funciones de Green. En la fig 2 pueden verse la localización tanto de las estaciones CPDR y TEAC como de los epicentros de los temblores en cuestión. Nuestra intención es mostrar las capacidades del método de simulación para reproducir las principales características de acelerogramas observados. Por esta razón, en esta etapa, hemos dado por conocidos los momentos sísmicos y las caídas de esfuerzos tanto de la función de Green como del evento objetivo. La determinación de caída de esfuerzo en un temblor es un problema complicado y todavía sujeto a grandes incertidumbres: la propia definición de esta cantidad es motivo de debate actualmente entre la comunidad sísmológica. Diversos autores han determinado las caídas de esfuerzo para los temblores usados en este estudio (v.g., Singh et al, 1990; Ordaz y Singh, 1992) recurriendo a métodos diversos; las estimaciones, sin embargo, varían considerablemente dependiendo de los datos y procedimientos usados por cada autor. En este estudio hemos adoptado como valor de la caída de esfuerzo, para cada evento y estación de registro, aquel que, dado el correspondiente momento sísmico, conduce a un mejor ajuste entre el cociente observado de amplitudes de Fourier y el predicho por un modelo  $\omega^2$ .

En la figura 3 se presentan los acelerogramas observados en la estación CPDR (componente NS) y cinco acelerogramas simulados usando el método de Joyner y Boore (JB) y el método que se ha descrito, y las caídas de esfuerzo de la Tabla 1. Puede observarse que los acelerogramas simulados con el método propuesto son muy similares, tanto en forma como en amplitud, al observado durante el temblor del 25 de abril. Los generados con el método de Joyner y Boore, aunque aproximadamente correctos en amplitud, carecen de la modulación acampanada típica de los acelerogramas reales. Este es el segundo de los inconvenientes que se señalaron anteriormente: la forma poco realista que presentan los acelerogramas sintéticos generados asignando a los tiempos de ruptura una distribución uniforme; el inconveniente se supera con el método que se propone. En la parte derecha de la fig 3 se presenta, con línea continua, el cociente espectral entre los temblores del 25 de abril y del 2 de mayo, este se compara con el promedio de los cocientes espectrales entre los acelerogramas sintéticos y la función de Green, es decir, el temblor del 2 de mayo. Nótese, por una parte, que ambos cocientes son muy similares (lo cual únicamente prueba que el proceso de suma de funciones de Green fue correctamente realizado, ya que las caídas de esfuerzo fueron elegidas para que esto sucediera) y, por otra parte, que el cociente espectral promedio no adolece de los huecos en frecuencia generados por el método de Joyner y Boore. En la fig 3 también se muestran los espectros de respuesta (seudoaceleraciones, 5% del amortiguamiento crítico) de los cinco acelerogramas simulados con el método que se propone, y se comparan con el espectro calculado a partir del registro. La comparación es satisfactoria, aunque se observa que pueden existir variaciones significativas en algunas ordenadas espectrales de una simulación a otra.

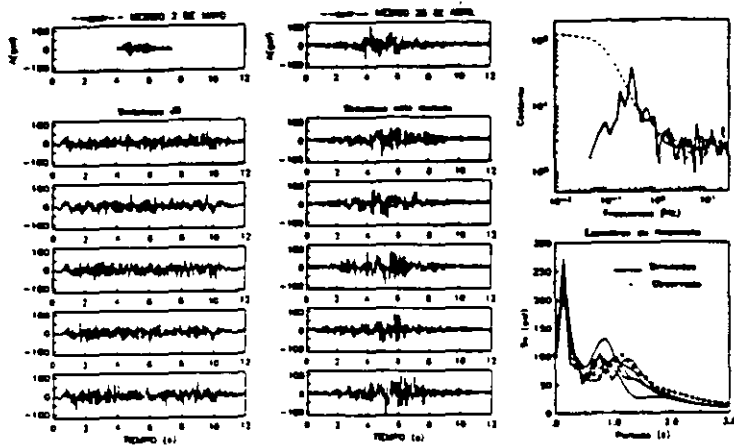


Figura 3 Registros observados en CPDR y sintéticos generados con los métodos de Joyner y Boore (JB) y propuesto en este estudio. Se muestran los cocientes espectrales observado y promedio de los sintéticos, y los espectros de respuesta observado (puntos) y sintéticos

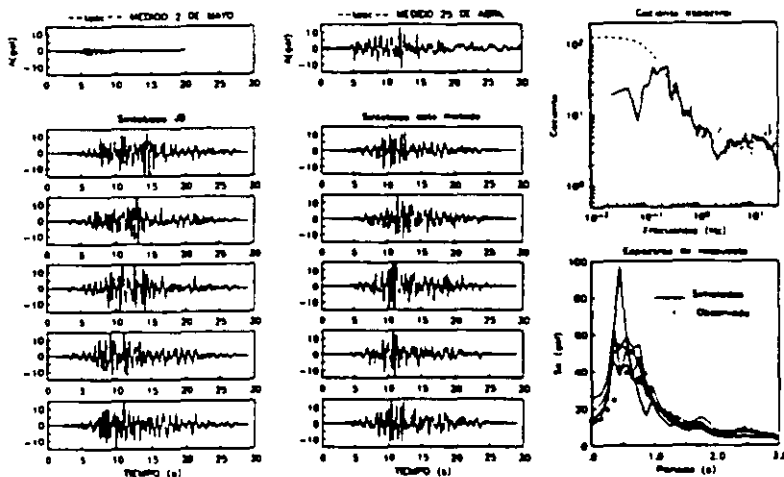


Figura 4 Igual que la fig 3, pero para la estación TEAC

En la fig 4 se presentan los resultados para la estación TEAC (componente NS). se emplearon en esta simulación las caídas de esfuerzo que se señalan en la Tabla 1. Se observa que, para este registro, el método de Joyner y Boore da mucho mejores resultados que para el registro de CPDR. Los acelerogramas simulados con el método propuesto son también aceptables y presentan características similares a las de temblores reales. En la figura se muestran los cocientes espectrales observado y promedio de las cinco simulaciones, junto con los espectros de respuesta de los acelerogramas simulados con el método propuesto y el del temblor real. Si se observa el tamaño y la duración del registro del 2 de mayo, mismo que fue usado como función de Green empírica, resulta sorprendente que un registro tan pequeño contenga información suficiente para generar acelerogramas que tienen características muy similares a las de los temblores reales.

#### 4.2 El valle de México

Se llevaron a cabo simulaciones del acelerograma registrado el 19 de septiembre de 1985 en la estación SCT (componente EW) de la ciudad de México con los momentos y caídas de esfuerzo de la Tabla 1. Para ello se empleó como función de Green el registro obtenido en la misma estación el 25 de abril de 1989. Como puede verse en la Tabla 1, el cociente de momentos sísmicos es de alrededor de 40. Conviene notar, sin embargo, que en este caso la función de Green proviene de una región diferente a la del temblor que se desea simular, y que las distancias focales son diferentes (295 km para la función de Green y 400 km para el gran temblor). Para tomar en cuenta esta última situación, se multiplicó la función de Green por un factor de  $0.86 = (295/499)^{1/2}$ , que corrige por atenuación geométrica de las ondas, suponiendo que predominen las superficiales. No se hacen correcciones por atenuación inelástica, lo cual posiblemente in-

truce un exceso de alta frecuencia en la función de Green. Los resultados se presentan en la fig 5. Puede notarse que este caso la concordancia entre lo observado y lo calculado no es tan buena como en los casos anteriores. Sin embargo, creemos que los acelerogramas artificiales son simulaciones razonables. En la figura 5 puede observarse que el espectro de respuesta promedio subestima al observado en un periodo de alrededor de 2 s, aunque el pico espectral queda cubierto por la banda de incertidumbre. Esto no sucede para periodos de alrededor de 2.5 en que el espectro observado es subestimado aun por el percentil 84 de la simulación. Esta discrepancia puede deberse a diferencias entre las fuentes sísmicas los trayectos de los eventos de 1989 y 1985, en particular al hecho de que la fuente del temblor de 1985 pudo haber sido especialmente energética en periodos de alrededor de 2 seg. Nótese que para la ordenada espectral máxima se calculan coeficientes de variación de hasta 0.4, aunque la dispersión es menor para otras ordenadas espectrales.

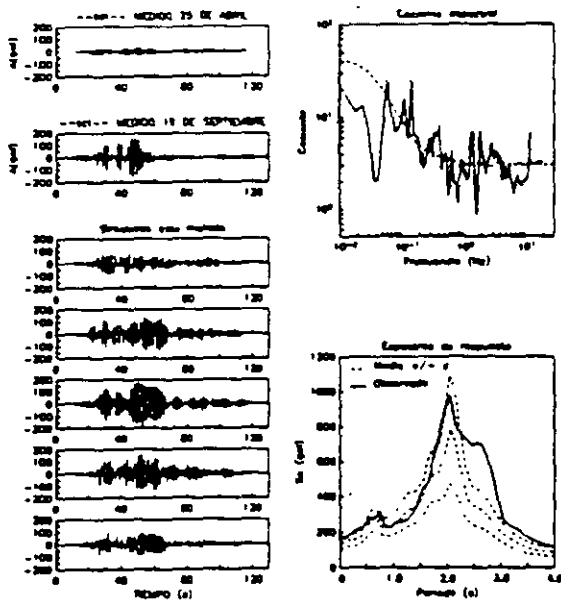


Figura 5 Resultados para SCT. Los espectros de respuesta sintéticos corresponden a la media y la media más y menos una desviación estándar calculados con cien simulaciones

Como último ejemplo de aplicación del método en discusión, se generaron acelerogramas sintéticos para la estación 56 de la ciudad de México (localizada en la Colonia Roma) para un temblor hipotético en la brecha de Guerrero, de magnitud 8.2, y con el mismo epicentro que el del evento del 25 de abril de 1989. Se usó como función de Green el registro obtenido en la estación 56, componente NS, durante este temblor. En este caso, la caída de esfuerzo del temblor hipotético es desconocida y debe asignarse; se eligió un valor de 100 bar. La de la función de Green, calculada sólo a partir del registro de la estación 56, es sumamente difícil de obtener por la contaminación de la señal con efectos de sitio. Se decidió usar entonces la caída de esfuerzo promedio reportada por Ordaz y Singh (1992) para el evento de 1989 (100 bar). Los resultados de la simulación se presentan en la fig 6, junto con la función de Green y espectros de respuesta obtenidos con 100 simulaciones. Puede verse que el valor esperado de la ordenada espectral máxima, que ocurre para un periodo de cerca de 2.5 s, es aproximadamente 1.3g. Se encuentran coeficientes de variación de hasta 0.4 en periodos cercanos a 2.5 s, mientras que a otros periodos, este coeficiente es menor.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un nuevo método para generar acelerogramas sintéticos usando registros de temblores pequeños como funciones de Green empíricas. El método posee la cualidad de generar movimientos fuertes cuyo espectro de Fourier está escalado, respecto al de la función de Green, siguiendo el modelo sísmológico  $\omega^2$ . Además, la forma de la función de fuente resultante (ec 13), proporciona a los registros artificiales modulaciones realistas en el tiempo y la frecuencia, las cuales se derivan sólo de consideraciones físicas. Se ha ejemplificado la aplicación del método con registros de temblores mexicanos de subducción. Se obtienen acelerogramas cuyo contenido espectral, para una banda de frecuencias razonable, es indistinguible del de los temblores reales; las formas generales de los sintéticos son también realistas. En el caso de registros del valle de México, pueden reproducirse bien algunas características de los acelerogramas reales, tales como su gran duración, la evolución del contenido espectral con el tiempo y las largas codas monocromáticas con "golpeteo". Los espectros de respuesta determinados por simulación muestran coeficientes de variación que van desde

0.4 en periodos cercanos al dominante del terreno, hasta menos de 0.2 en otros periodos. Consideramos que estas dispersiones, atribuibles sólo a variabilidad en la fuente sísmica, son realistas, y deben considerarse en análisis de riesgo sísmico. En vista de la disponibilidad actual de registros de temblores pequeños, el método propuesto es una alternativa poderosa para la estimación de movimientos fuertes ante temblores futuros.

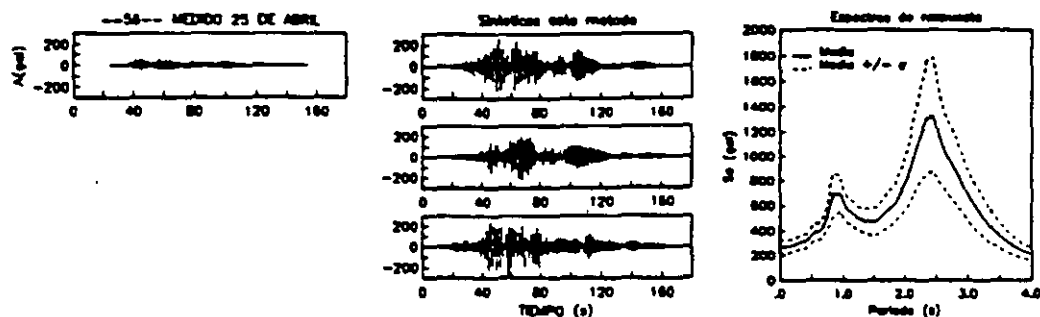


Figura 6 Resultados para un temblor hipotético de magnitud 8.2 en la brecha de Guerrero en la estación 56 (Colonia Roma) de la ciudad de México

## 6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a E Rosenblueth su motivación para realizar este trabajo, así como su revisión crítica del manuscrito. F Sánchez Sesma aportó su agudo ingenio matemático. Los datos usados en este estudio fueron obtenidos por la Red Acelerográfica de Guerrero, operada conjuntamente por el Instituto de Ingeniería de la UNAM y la Universidad de Nevada en Reno, y por la Fundación Javier Barros Sierra. Los autores agradecen la dedicación del personal que mantiene estas redes acelerográficas.

## REFERENCIAS

- Aki, K. (1967). The scaling law of seismic spectrum, *J Geophys Res* 72, 1217-1231.
- Boatwright, J (1988). The seismic radiation from composite models of faulting. *Bull Seism Soc Am* 78, 489-508.
- Brune, J.N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes. *J. Geophys Res* 75, 4997-5009.
- Hartzell, S.H. (1978). Earthquake aftershocks as Green's functions. *Geophys Res Lett* 5, 104.
- Irikura, K (1983). Semi-empirical estimation of strong ground motions during large earthquakes. *Bull Disaster Prevention Res Inst (Kyoto University)* 32, 63-104
- Joyner, W.B. y Boore, D.M. (1988). Measurement, characterization, and prediction of strong ground motion, *Proc. of Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, Park City, Utah, June 27-30, Am. Soc. Civil Engineers, 43-102.
- Ordaz, M y Singh, S.K (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City. *Bull Seism Soc Am* 82, 24-43.
- Singh, S.K, Mena, E, Anderson, J.G., Quass, R y Lermo, J (1990). Source spectra and RMS acceleration of Mexican subduction zone earthquakes, *PAGEOPH* 133, 447-474.

## APENDICE

La parte del método presentado que en la práctica ofrece mayores dificultades es la generación de números aleatorios con la densidad de probabilidades de la ec 13. La alternativa más adecuada parece ser la aplicación del método inverso, de acuerdo con el cual un número aleatorio con función de densidad acumulada arbitraria  $P(t)$  puede obtenerse con la siguiente relación

$$t_i = P^{-1}(u_i) \quad \dots \dots \dots (A1)$$

donde  $t_i$  es un número aleatorio con la densidad de probabilidades deseada,  $u_i$  es un número aleatorio con distribución uniforme entre 0 y 1, y  $P^{-1}(\cdot)$  es la función inversa de densidad acumulada. Se recuerda que

$$P(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau \dots \dots \dots (A2)$$

La aplicación del método inverso requiere, por tanto, del conocimiento de las funciones  $P(\cdot)$  y  $P'(\cdot)$ . Los autores no han encontrado solución analítica a la doble integral que se requiere resolver para este fin. Sin embargo, una sugerencia de F Sánchez Sesma ha permitido llegar a una expresión en que sólo se requiere de la integración numérica de un término rápidamente convergente. La expresión es la siguiente:

$$P(t) \propto \pi(1 - e^{-\omega \alpha t}) \sqrt{1 - \alpha} + 2\sqrt{\alpha} \int_{1/\sqrt{\alpha}}^{\infty} \frac{(\sqrt{y^2 - 1/\alpha})}{y(y^2 - 1)} (1 - e^{-\omega \alpha y}) dy \dots \dots \dots (A3)$$

La constante de proporcionalidad faltante es tal que  $P(\infty)=1$ . La ec A3 contiene un término que debe ser integrado numéricamente. La función inversa debe ser determinada numéricamente, resolviendo por iteraciones la ecuación  $u=P(t)$  para valores dados de  $u$ . Si se construye una tabla de parejas  $(u,t)$  en que los valores de  $u$  estén equiespaciados y suficientemente cercanos, la función inversa podrá calcularse con suficiente aproximación por interpolación para valores arbitrarios de  $u$ .



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA**

**EVOLUTIONARY PROPERTIES OF STOCHASTIC MODELS  
OF EARTHQUAKE ACCELERAGRAMS: THEIR  
DEPENDENCE ON MAGNITUDE AND DISTANCE**

**EXPOSITOR: DR. JAIME GARCÍA PÉREZ  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

# EVOLUTIONARY PROPERTIES OF STOCHASTIC MODELS OF EARTHQUAKE ACCELEROGRAMS: THEIR DEPENDENCE ON MAGNITUDE AND DISTANCE

*J. Alamilla, L. Esteva, J. García-Pérez and O. Díaz-López*

Institute of Engineering  
National University of Mexico

## **Abstract**

An approach to generate artificial earthquake accelerograms on hard soil sites is presented. Each time-history of accelerations is considered as a realization of a non-stationary gaussian stochastic process, with statistical parameters depending on magnitude and source-to-site distance. In order to link the values of these parameters for each ground motion record with the corresponding magnitude and source-to-site distance, semi-empirical functional relations called *generalized attenuation functions* are determined. The set of real ground-motion time histories used to obtain these functions correspond to shocks generated at different sources and recorded at different sites in the vicinity of the southern coast of Mexico. The results show significant dispersion in the parameters of the model adopted, which reflect that associated with the real earthquakes included in the sample employed.

The problem of conditional simulation of artificial acceleration time histories for prescribed intensities is briefly presented, but its detailed study is left for a companion paper. The criteria and models proposed are applied to generate two families of artificial acceleration records for recurrence intervals of 100 and 200 years at a specific site located in the region under study. The results shown in this article correspond to acceleration time histories recorded on firm ground for



earthquakes generated at the subduction zone that runs along the southern coast of Mexico, and cannot be generalized to cases of earthquakes generated at other sources or recorded at other types of local conditions. This means that the methods and functional forms presented here are applicable to these other cases, but the values of the parameters that characterize those functions may differ from those presented here.

## Introduction

When dealing with the problem of establishing reliability-based earthquake-resistant design regulations for ordinary civil engineering structures, seismic excitations are usually specified in terms of *uniform-hazard* response spectra. However, for the study of some earthquake engineering problems, or for the design of special or very important structures, it may be necessary to account for other relevant characteristics of the ground motion time histories. Particularly significant among them is the effective duration or, more precisely, the evolution of the statistical properties (time-dependent variance and frequency content) of a stochastic process model of the ground acceleration during each event. These properties are sensitive to magnitude, source-to-site distance and local conditions.

Efforts oriented to predicting the properties of strong-ground-motion records in terms of magnitude and distance have focused mainly on the development of attenuation functions of single-parameter (scalar) measures of earthquake intensities. They deal with variables such as peak ground accelerations and velocities (Esteva and Villaverde, 1973; Joyner and Boore, 1981, and many others), ordinates of response spectra (McGuire, 1974) and ordinates of Fourier amplitude spectra (Ordaz and Singh, 1992). The problems of predicting the effective duration

(Boore and Joyner, 1984) and the evolution of the instantaneous variance and frequency content of the ground acceleration during each event, as functions of magnitude and distance, have received much less attention.

For the purpose of Monte Carlo simulation of samples of ground acceleration time histories, it is necessary to account for the evolution of the instantaneous statistical properties of ground motion records. One possible way of doing it consists in the use of small-magnitude records as Green's functions of large-magnitude events (Hartzell, 1978; Ordaz, Arboleda and Singh, 1995). According to this approach, a ground motion time history produced at a given site by a large magnitude earthquake may be considered as the superposition of a finite number of time histories resulting from smaller magnitude earthquakes (Green's functions). It is assumed that the large and the small events are all generated at the same source. The time origins of the smaller events are stochastically distributed along a time interval, the duration of which grows with the magnitude of the larger event. The probability distribution of the time origins of the smaller events is obtained after imposing a pre-established scaling condition relating the Fourier amplitude spectra of the elementary event and of the larger one.

One significant asset of the foregoing approach is that it implicitly accounts for the specific local conditions at the recording site, as well as for the earth's crust properties along the source-to-site path. However, compared with the approach presented here for the simulation of strong ground motion accelerograms, the method based on the Green's function presents one disadvantage. The method is not directly applicable to cases with source-to-site distances different from those for which Green's functions are available or can be determined from recorded acceleration time histories.

The method for simulation of time histories of earthquake ground motion presented in this study starts with the adoption of a stochastic process model of the ground motion acceleration. The model is defined by a set of functions that describe the evolution of the amplitude and the frequency content of that variable during an earthquake. The forms of those functions and the corresponding parameters are determined on the basis of the information contained in available ground motion records. The mentioned parameters are made to depend on magnitude and source-to-site distance in accordance with empirical equations fitted to represent the statistical properties of samples of recorded acceleration time histories. As in the present study, the samples used for this purpose may include different combinations of sources and recording sites, but they must constitute homogeneous sets with respect to both the local conditions at those sites and the mechanical properties of the geological formations along the source-to-site paths.

In the following, an earthquake accelerogram is considered as a realization of a nonstationary gaussian stochastic process, with statistical parameters depending on magnitude and source-to-site distance. The model adopted is a gaussian stationary process, modulated in frequency and amplitude, similar to that proposed by Yeh and Wen (1989). The statistical parameters adopted here to describe the process differ from those used by them. These parameters were chosen because their forms of variation with magnitude and distance can be more easily understood than those corresponding to the parameters used by the mentioned authors. In both cases, the parameters serve to determine the amplitude and frequency modulation functions, as well as the spectral density of the basic stationary process before it is affected by those functions.

Our study has several objectives:

- a) Developing *generalized attenuation functions (GAF)* of the stochastic models of earthquake accelerograms; that is, semi-empirical functional relations linking the statistical parameters of those models with the corresponding magnitudes and source-to-site distances. These parameters are considered as uncertainly defined for given values of the latter variables.
- b) Obtaining mean-value vectors and covariance matrices of the joint probability distribution of the parameters mentioned above.
- c) Proposing and applying a method for the simulation of earthquake accelerograms associated with given magnitudes and source-to-site distances. The method should account for the uncertainties that characterize the detailed acceleration time histories for given parameters of the ground motion stochastic process models as well as for those associated with the parameters themselves.
- d) Evaluating the participation of the two types of uncertainty mentioned above on the global uncertainty associated with the ground motion intensity for given magnitude and focal distance.

Although the formulation presented here is of general applicability, the attenuation functions obtained and the parameters describing the uncertainty attached to their predictions are valid only for the region and type of soil conditions for which they were obtained. The empirical information used includes a collection of firm ground records from a number of large and moderate magnitude earthquakes generated in the vicinity of the southern coast of Mexico.

The method of conditional simulation presented at the end of this article is applicable only to the cases when the earthquake magnitude and source-to-site distance are deterministically known. In more general cases, these variables are described in a probabilistic form, in terms of a prescribed intensity at the site of interest and the probabilistic description of the activity of the relevant seismic sources. These cases are studied in a companion paper (Alamilla *et al*, 1999).

### Ground motion model

Following Yeh and Wen (1989), an earthquake accelerogram is considered as a realization of a gaussian process modulated in amplitude and frequency:

$$\xi(t) = I(t)\zeta(\varphi(t)) \quad (1)$$

In this equation,  $\xi(t)$  is the ground acceleration as a function of time,  $t$ ;  $I(t)$  is a deterministic amplitude-modulation function;  $\varphi(t)$  is a transformation of the scale of time, the function of which is to modulate frequencies, and  $\zeta(\varphi(t))$  is a unit variance gaussian filtered white noise, stationary with respect to  $\varphi$ . Therefore,  $I^2(t)$  is equal to the instantaneous variance of  $\xi^2(t)$ . The transformation  $\varphi(t)$  serves to represent the variation of the dominant frequency of the acceleration during the earthquake, while the form of the instantaneous spectral density of that variable is assumed to remain constant. In their presentation of the model, Yeh and Wen consider the possibility of adopting a more general formulation, such that the form of the spectral density is also considered to vary during the earthquake. For this purpose, they state that  $\xi(t)$  can be expressed as the sum of several products similar to that appearing in the second member of Eq.1; each product corresponds to a

given frequency band of the Fourier amplitude spectrum of the accelerogram. However, in their study the mentioned authors work exclusively with the simple form given by Eq.1. The same form was adopted here, having in mind the objective of obtaining generalized intensity attenuation expressions to estimate the parameters of the functions in the second member of that equation. Using the more general model envisaged by Yeh and Wen would have been impractical. Another argument in favor of working with Eq.1 is that it represents an improvement over the stochastic ground motion models more often used for the simulation of ground motion records in practical engineering problems.

On the basis of several available records of strong ground motion acceleration time histories, Yeh and Wen adopted for  $I^2(t)$  an expression of the form  $A t^B (D - t^E)^{-1} e^{-Ct}$ . For the purpose of determining  $\varphi(t)$ , they define a function  $\mu_0(t)$ , equal to the expected value of the total number of zero-crossings of the acceleration time history during time  $t$ . From this, it is easy to show that  $\varphi(t)$  is equal to the ratio  $\mu_0(t)/\mu_0'(t_0)$ , where the prime ( ' ) denotes the time derivative and  $t_0$  is the instant at which a reference spectral density is determined for the nonstationary stochastic process that describes the acceleration time history. A polynomial of the form  $r_1 t - r_2 t^2 - r_3 t^3$  was used to represent  $\mu_0(t)$ .

In the functions defined above,  $A, B, C, D, E, r_1, r_2$  and  $r_3$  are constant parameters, and  $t$  is time. The mentioned authors obtained the values of these parameters that lead to the best representations of the recorded time histories. The parameters of the intensity-envelope function  $I^2(t)$  were obtained by least-squares fitting to the recorded time histories, while the parameters of the frequency-modulating function were determined from the condition of minimizing the squared differences between

the rates of zero-crossings of the actual time histories and those estimated on the basis of function  $\mu_0(t)$ .

An alternative form for  $\mu_0(t)$  is given by the following equation:

$$\mu_0(t) = p[2 - \exp(-qt) - \exp(-rt^3)] \quad (2)$$

Here,  $p$ ,  $q$  and  $r$  are positive parameters to be determined for each record in the set of observations. This form offers some advantages over that proposed by Yeh and Wen. According to the former,  $\mu_0(t)$  tends monotonically to a constant value when  $t$  tends to infinity; its time derivative is equal to  $pq$  for  $t = 0$ , and the two remaining free parameters permit a reasonable fit of the analytical curve to the observations.

In order to apply the model presented in the preceding paragraph to generate simulated records of ground acceleration for prescribed values of magnitude ( $M$ ) and source-to-site distance ( $R$ ), it is necessary to obtain functional relations linking these variables with the parameters that determine functions  $I(t)$  and  $\varphi(t)$ . In the study presented here, it was decided to represent these functions for given values of  $M$  and  $R$  with forms and sets of parameters that could permit having a better control on the characteristics of the ground motion more directly related to the expected responses of engineering structures. Those parameters should have some physical meaning and, as far as possible, show the smallest probabilistic correlation with each other. This criterion was applied for the adoption of the functional forms and parameters described in the following, instead of those used by Yeh and Wen.

For the purpose of estimating  $I(t)$ , use is made in the following of a function  $W(t)$ , which is the expected value of the integral of the square of the earthquake acceleration from the instant the ground motion started until instant  $t$ :

$$W(t) = \int_0^t E[\xi^2(\tau)] d\tau \quad (3)$$

This function is known as the *cumulative energy function*. Its time derivative is equal to the instantaneous variance of  $\xi(t)$ , and therefore to  $I^2(t)$ . This means that  $I(t)$  is equal to the square root of the time derivative of  $W(t)$ .

From the standpoint of their relevance to the estimation of extreme values of structural responses, two significant parameters of the ground motion are its effective duration (when a significant part of  $W(t)$  is accumulated) and the average value of  $I^2(t)$  during that time interval. Therefore, it was decided to control the function  $I(t)$  by expressing it in terms of the variables  $\Delta$  and  $Z^2$ , which are respectively equal to the length of the time interval during which  $W(t)$  increases from 25 percent to 75 percent of its value  $W_1$  at the end of the ground motion and the average value of the variance of  $\xi(t)$  during that interval. Thus,

$$Z^2 = \frac{W_1}{2\Delta} \quad (4)$$

$W(t)$  was in turn expressed in segmental form in terms of  $W_1$ , defined above, and of the times  $t_a$ ,  $t_b$ ,  $t_c$  and  $t_d$  required for  $W(t)$  to reach values equal to 0.025, 0.25, 0.75 and 0.975 of  $W_0$ , respectively. The meaning of these parameters is illustrated in Fig. 1a where, for clarity, they are designated as  $t_{0.025}$ ,  $t_{0.250}$ ,  $t_{0.750}$  and  $t_{0.975}$ ,



respectively. Once these values are determined,  $W(t)$  is represented by five segments:

$$W(t) = b_1 t \quad \text{for } 0 < t \leq t_a \quad (5a)$$

$$= b_1 t - b_2 (t - t_a)^n \quad t_a < t \leq t_b \quad (5b)$$

$$= b_3 - b_4 t - b_5 t^2 \quad t_b < t \leq t_c \quad (5c)$$

$$= b_6 - b_7 t - b_8 t^2 \quad t_c < t \leq t_d \quad (5d)$$

$$= W_1(1 - e^{-\alpha t}) \quad t_d < t \quad (5e)$$

Here,  $b_1 - b_8$ ,  $n$  and  $\alpha$  are parameters to be estimated on the basis of continuity conditions for  $W(t)$  and its time derivative at the instants  $t_a - t_d$ .

For the purpose of making a statistical description of a ground motion record, its spectral density function  $S(\omega, t_0)$  at a reference instant  $t_0$  is required, in addition to the amplitude and frequency modulation functions. The form adopted here for the former is that proposed by Clough and Penzien (1975):

$$S(\omega, t_0) = S_0 \left[ \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \right] \left[ \frac{\omega^4}{(\omega_f^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_f^2 \omega_f^2 \omega^2} \right] \quad (6)$$

In this equation,  $\zeta_g$  and  $\omega_g$  are the parameters of Kanai-Tajimi's filter (Kanai, 1957; Tajimi, 1960), representing the energy-content in the intermediate and high frequency ranges, and  $\zeta_f$ ,  $\omega_f$  the parameters introduced by Clough and Penzien to approximate the energy distribution in the low frequency range.  $S_0$  is a normalizing constant such that the variance of  $\zeta(\varphi(t))$  is equal to unity. Its value can be calculated as follows

$$S_0 = \frac{1}{\pi} \frac{2\zeta_g \zeta_f [(\omega_g^2 - \omega_f^2)^2 + 4\omega_g^2 \omega_f^2 (\zeta_g^2 + \zeta_f^2) + 4\zeta_g \zeta_f \omega_g \omega_f (\omega_g^2 + \omega_f^2)]}{\omega_g^4 (\zeta_g \omega_f + \zeta_f \omega_g) + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 [\zeta_g \omega_f^3 + \zeta_f \omega_g^3 + 4\zeta_g \zeta_f \omega_g \omega_f (\zeta_g \omega_f + \zeta_f \omega_g)]} \quad (7)$$

For the purpose of establishing generalized attenuation functions, that is, expressions applicable to the estimation of the parameters of nonstationary stochastic models of ground motion records in terms of magnitude and distance ( $M$  and  $R$ ), the following global parameters are adopted:

a) To represent the amplitude-modulation function:

$$\Delta = t_c - t_b \quad (8)$$

$$\alpha = (t_b - t_a) / \Delta \quad (9)$$

$$\beta = (t_d - t_c) / \Delta \quad (10)$$

The expressions proposed here are concerned with the ground motion for values of  $t$  smaller than  $t_d$ . The last value corresponds to the instant when 97.5 percent of the total energy has been liberated, and it is considered that the rest of the ground motion does not have a significant effect on the structural response.

b) For the expected zero-crossing function, the form given by Eq.2 was considered adequate. However, for the purpose of estimating its parameters, it was preferred to use as control variables those given by Eqs. 11-15. They represent the mean rates of zero crossings of the ground acceleration during successive time intervals (Fig.1b). The main reason for going through this intermediate step arises from the previously mentioned convenience of working with parameters that have a clear physical meaning. No attention was paid in this case to the convenience of adopting parameters that show the smallest possible correlation with each other

$$\eta_a = \mu_a / t_a \quad (11)$$

$$\eta_b = (\mu_b - \mu_a) / (t_b - t_a) \quad (12)$$

$$\eta_0 = (\mu_0 - \mu_b) / (t_0 - t_b) \quad (13)$$

$$\eta_c = (\mu_c - \mu_0) / (t_c - t_0) \quad (14)$$

$$\eta_d = (\mu_d - \mu_c) / (t_d - t_c) \quad (15)$$

In these equations,  $t_0 = (t_c - t_b) / 2$ ,  $\mu_i$  is the expected number of zero-crossings accumulated during the interval  $(0, t_i)$ , and  $t_0$  corresponds to an accumulated energy approximately equal to 50 percent of the total in the accelerogram. As was done in connection with Fig. 1a, subscripts  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$  are replaced in Figs. 1b and 7 with the fractions of the total energy to which they correspond: .025, .250, .750 and .975, respectively.

c) The reference spectral density (Eq. 6) at instant  $t_0$  is determined by parameters  $\omega_g$ ,  $\zeta_g$ ,  $\omega_f$  and  $\zeta_f$  defined above.  $S_0$  is given by Eq. 7, which results from the condition of unit variance of  $\zeta(\varphi(t))$ .

### **Empirical information**

The data-base used for this study consists of 112 accelerograms produced by six earthquakes generated at the subduction zone adjacent to the southern coast of Mexico. The magnitudes ranged between 6.6 and 8.1, the hypocenter longitudes between  $98.88^\circ$  W and  $103.06^\circ$  W, and the source-to-site (hypocentral) distances between 10 and 400 km, approximately (see Table 1 and Fig. 2).

### **Generalized attenuation functions**

Figure 3 shows values of the parameters  $\Delta$ ,  $\alpha$  and  $\beta$ , that determine the shape of the amplitude modulation function, plotted in terms of magnitudes for several ranges of values of the source-to-site distance. These parameters are also shown in Fig. 4, but now in terms of the source-to-site distances for several ranges of the values of the magnitudes. In the middle part of Figs. 3 and 4 it can be observed that  $\alpha$  does not vary systematically with either  $M$  and  $R$ ; therefore, it will be taken as a constant, as given in Eq. 16, for consistency with the forms adopted to represent the variation of other parameters:

$$\ln \alpha = c \quad (16)$$

Figs. 3 and 4 also show that  $\Delta$  and  $\beta$  vary systematically only with  $M$ . The following forms are used to represent them:

$$\ln \Delta = c + bM \quad (17)$$

$$\ln \beta = c + bM \quad (18)$$

$Z$  varies with  $M$  and  $R$  as shown in Figs. 5 and 6. As it should be expected, it grows with  $M$  and decreases with  $R$ . The curves shown have the following form:

$$\ln Z = \ln k - aM - b \ln(R + R_0) \quad (19)$$

Here,  $R_0 = ce^{aM}$ ;  $k$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , and  $d$  are constants whose values were estimated in accordance with a nonlinear minimum squares procedure proposed by Bard (1974).

---

\* For simplicity of notation, symbols  $a-c$  are used, with different meanings, to represent coefficients in the functional relations between  $M$ ,  $R$  and different parameters of the stochastic models of ground motion records

The variation of parameters  $\eta_a$ ,  $\eta_b$ ,  $\eta_0$ ,  $\eta_c$ , and  $\eta_d$ , which characterize the mean numbers of zero crossings, is depicted in Fig. 7. In agreement with predictions based on geophysical concepts, these parameters decrease with  $R$ . Because no clear systematic variation with  $M$  could be identified from the sample, the following relations were adopted:

$$\ln \eta_j = a - bR, \quad j=a,b,0,c,d \quad (20)$$

Figures 8 and 9 show the variation of the parameters of the Clough-Penzien spectral density function:  $\omega_g$ ,  $\zeta_g$ ,  $\omega_f$  and  $\zeta_f$ . Again as expected,  $\omega_g$  decreases when either  $M$  or  $R$  grows.  $\omega_f$  varies with  $M$  in a more pronounced fashion than  $\omega_g$ , but its variation with  $R$  is very slow.  $\zeta_f$  and  $\zeta_g$  do not show any variation with either  $M$  or  $R$ . The forms adopted to estimate these parameters are the following:

$$\ln \omega_g = a + bM + cR \quad (21)$$

$$\ln \zeta_g = c \quad (22)$$

$$\ln \omega_f = a + bM + cR \quad (23)$$

$$\ln \zeta_f = c \quad (24)$$

Best estimates of the coefficients appearing in Eqs. 16-24 are presented in Table 2. The covariance matrix between the (uncertain) values of those coefficients can be constructed using the information presented in Tables 3 and 4. The former of these deals with parameters  $\alpha$ ,  $\Delta$ ,  $\beta$ ,  $Z$  of the amplitude modulation function, which appeared to be stochastically independent from the parameters of the reference spectral density ( $\omega_g$ ,  $\zeta_g$ ,  $\omega_f$ ,  $\zeta_f$ ), and those of the frequency modulation function ( $\eta_a$ ,  $\eta_b$ ,  $\eta_0$ ,  $\eta_c$ ,  $\eta_d$ ), which are considered in Table 4. In each of these tables, the

second column shows the values of the variances of the variables listed on the first column, while the other columns show correlation coefficients between pairs of parameters.

### **Analysis of the results**

The influence of  $M$  and  $R$  on the effective duration and, more precisely, on the amplitude modulation function, can be easily appreciated in Figs. 3 and 4. According to them, the duration of the time segment  $\Delta$ , which accounts for the growth of the accumulated energy from 25 to 75 percent of the total, increases with the magnitude but is not sensitive to the distance. It can also be seen that  $\alpha$  is insensitive to both variables. This means that the ratios of the average rates of energy growth during intervals  $(t_a, t_b)$  and  $(t_b, t_c)$  are not influenced by either  $M$  or  $R$ . However, the quotient of the lengths of intervals  $(t_c, t_d)$  and  $(t_b, t_c)$ , decreases with the magnitude, but is not sensitive to the distance. This means that the decay time of the ground motion intensity after it reaches its maximum is faster for large magnitude events. However, the mentioned figures and Table 3 show that these results are characterized by significant uncertainties. The negative correlation shown in Table 3 between  $\ln\alpha$  and  $\ln\Delta$  indicates that larger lengths of the initial intervals in the process of energy accumulation tend to correspond to smaller values of the time necessary for the energy to grow from 25 to 75 percent. The negative correlation coefficient between  $\ln\Delta$  and  $\ln Z$  reflects the fact that for a given value of the energy content in the accelerogram, a longer duration of the record tends to correspond to smaller values of its instantaneous amplitudes.

Figure 5 shows that the instantaneous amplitudes are not very sensitive to  $M$  for small values of  $R$ . This can be explained as a consequence of the finite source

dimensions, taken into account by means of the term  $R_0$  in Eq.19. The small decreasing trend of  $Z$  with respect to  $M$  that can be appreciated in the figure for  $R = 20\text{km}$  can probably reflect the statistical variability of the observations rather than a phenomenological property, and should not be considered when making seismic hazard estimates for engineering applications. The influence of the finite source dimensions is also evident in the significant differences in the rates of decrease of  $Z$  with respect to  $R$  that appear in Fig.6.

The parameters  $\eta_a$ ,  $\eta_b$ ,  $\eta_0$ ,  $\eta_c$  and  $\eta_d$  defined by Eqs.11-15 represent the rates of zero crossings during successive intervals of the ground motion time history. All of them decrease with  $R$ , irrespective of  $M$ , as shown in Fig.7. Their rates of decrease are very similar, according to the same figure and with the values of  $a$  and  $b$  given in Table 2.

Of the parameters of the spectral density function at the reference instant  $t_0$ , only the dominant frequency  $\omega_g$  shows a clear influence of the source-to-site distance. It varies from approximately 6 cycles per second at small values of  $R$  to 1.6 for  $R = 400\text{km}$ . The other parameters,  $\omega_f$ ,  $\zeta_g$  and  $\zeta_f$ , do not show any systematic trend of variation with  $R$ , except that their statistical dispersion is in all cases significantly larger for small values of this variable. No systematic influence of  $M$  on  $\omega_g$  could be identified

### **Conditional simulation of artificial accelerograms**

As mentioned above, design earthquakes are often specified in terms of uniform-hazard response spectra, which are envelopes of the spectral ordinates that correspond to the same return interval, irrespective of the natural vibration periods

of the system considered. In other cases, the intensity of each earthquake is measured by the maximum ordinate of the response spectrum for a specified damping ratio, regardless of the value of the period where this maximum occurs. The design earthquake is then defined by the value of the intensity associated with a given return interval. Still, in other cases, seismic excitations are specified as the result of the most unfavorable combinations of magnitude and source-to-site distance that may *probably* or *possibly* affect the sites of interest. In these three groups of cases, it may be necessary to simulate samples of accelerograms with intensities, frequency contents and effective duration (more precisely: evolutionary properties) consistent with the specifications.

When design earthquakes are directly specified in terms of a combination of  $M$  and  $R$ , it is customary to state that the intensity adopted for design (in general, the ordinate of the response spectrum for the fundamental period of vibration of the structure of interest) should be taken as that associated with a given probability of being exceeded, conditional to the assumed values of  $M$  and  $R$ . Often, this probability is measured in terms of a number of standard deviations of the random intensity above its conditional expected value.

Regardless of the parameter adopted to specify the design intensity, once its value is chosen,  $M$  and  $R$  remain as uncertain variables, with their joint probability density function being conditioned to that value. The combination of  $M$  and  $R$  to be adopted to simulate accelerograms of the specified intensity can be handled either as uncertain, defined in terms of their conditional distribution, or as deterministic, expressed by the most likely combination of their values, as proposed by McGuire (1995).



In any case, the simulation of accelerograms for given values of  $M$  and  $R$  is done in two steps. In the first step, the parameters of the reference spectral density and of the amplitude and frequency modulation functions are generated; in the second, individual records are obtained, starting from those parameters. At the end, the intensity of each simulated record will differ from its target value, thus requiring the introduction of a scaling factor  $\varepsilon$ , which accounts for the random deviations of intensities with respect to the expected values for given parameters of the stochastic model of the ground motion.

In this article, an illustration is presented of the conditional simulation of ground acceleration time histories for the case when  $M$  and  $R$  are deterministically known. As mentioned above, the cases when these variables are probabilistically described on the basis of a target ground motion intensity and the probabilistic models of the activity of the relevant seismic sources are treated in detail in a companion paper by the same authors (Alamilla *et al.*, 1999).

### **Illustrative example**

The criteria and models presented above were applied to the Monte Carlo simulation of sets of accelerograms to be used in dynamic response studies oriented to assessing the seismic safety levels of several dams near the southern coast of Mexico (Taboada *et al.*, 1997; Alamilla *et al.*, 1997). The intensities of the artificial records to be generated were taken as the values of the ordinates of the acceleration spectra for the calculated fundamental periods of the dams to be evaluated and a damping ratio equal to 0.05 of critical. In each case, two intensity values were adopted for the simulations, corresponding to return intervals of 100 and 200 years, respectively. The site of Tomatlán (20° N, 105° W, approximately), near the

western end of the southern coast of Mexico was selected among the cases studied to illustrate the steps in the conditional simulation procedure and to show the types of results and their variability.

A fundamental period of 0.610s was estimated for the structure considered. For this period and a damping ratio of 0.05, the spectral accelerations corresponding to return intervals of 100 and 200 years reported in previous seismic hazard studies were equal to 400 and 623  $\text{cm/s}^2$ , respectively. Due to lack of conditional probability density functions of  $M$  and  $R$ , or of their most likely values for these intensities, it was decided to take  $R$  as the shortest distance from the site to the seismic source represented by the interface between the continental and the subducting plates. For this purpose, use was made of information provided by Pardo (1993) about local seismotectonic features. The value of  $R$  obtained in this manner was assumed for the estimation of  $M$ , assuming the intensity  $Y$  varied in accordance with an attenuation function having the same form as the second member of Eq. 19. For this particular case, the intensity  $Y$  is the ordinate of the linear pseudo-acceleration response spectrum for 5 percent damping in  $\text{cm/s}^2$ ,  $a = 1.218$ ,  $b = 2.069$ ,  $k = 1499$  and  $R_0 = 221.6$  km. The resulting value of  $R$  was 10 km;  $M$  was equal to 8.2 and 8.5 for the 100 and 200 years return intervals, respectively.

Five accelerograms were simulated for each value of the specified intensity  $Y$ . For each of the latter, a set of values of the parameters of functions  $W(t)$ ,  $\mu(t)$  and  $S(\omega, t_0)$  was randomly generated taking the variables listed in Tables 3 and 4 as log-normally distributed, and considering the first and second moments of their distributions as given on those tables. The resulting set of parameters served in turn for the generation of an artificial accelerogram. Thus, uncertainties about both the statistical parameters of the underlying stochastic process and the detailed

characteristics of each time history, given the former, were accounted for. Finally, for each simulated record a scaling factor,  $\varepsilon$ , was obtained as the ratio of the target intensity to the value generated by Monte Carlo simulation. This factor was applied to the simulated accelerogram before integrating it to the sample of records of a given intensity.

The simulated records, affected by scaling factors  $\varepsilon$ , are shown in Figs. 10-13, together with their corresponding response spectra. The differences observed between the general patterns of evolution of the amplitude and frequency of the accelerations for the different time histories are much more pronounced than those usually found in samples of records simulated by methods based on previously established amplitude and frequency functions. These large differences reflect the significant uncertainties associated with the parameters of the non-stationary stochastic process model of the ground acceleration for given values of magnitude and focal distance.

### **Concluding remarks**

Tables 3 and 4, and Figs. 3-9, show the significant dispersion that characterizes the statistical parameters of the model adopted to represent strong motion accelerograms as realizations of gaussian stochastic processes with evolutionary spectral density. This dispersion reflects that associated with the characteristics of the real earthquake records included in the sample used in this study. However, due to the restrictions imposed on the amplitude and frequency modulation functions used here, the simulated records are not capable of representing more general possibilities of practical interest. Such are, for instance, the use of different

modulation functions for different frequency bands or the occurrence of multiple fault-rupture processes with time delays of the order of tens of seconds.

The collection of real records included in the study are deemed to constitute a homogeneous set of records on firm ground conditions, and seismic sources associated with the subduction zone lying along the southern coast of Mexico. Funds for this study were obtained from a project, mentioned above, oriented to the development of postulated ground motion records for the assessment of the seismic safety of several dams existing near the southern coast of Mexico. Accordingly, all the accelerograms included in the set were recorded on firm ground sites in that region. Thus, records that might be affected by the firm ground amplification characteristics of the trans-Mexican volcanic belt (Ordaz and Singh, 1992) were explicitly eliminated. Thus, different generalized attenuation functions should be obtained for the purpose of generating artificial accelerograms on hard soil sites located on that belt; the most obvious case of interest is that of Mexico City.

Finally, it is convenient to note that, in cases where a sufficiently large sample of actual ground motion records is not available, amplitude and frequency modulation functions expressed in terms of magnitude and distance, similar to those presented here, may be established on the basis of simulated records. Thus, the general approach presented here may be advantageously used in combination with records simulated by the Green's function approach for different magnitudes, distances and source-to-site paths.

## **References**

Alamilla, J., Esteva, L., Garcia-Pérez, J. and Diaz-López, O., "*Simulación de movimientos del terreno para sismos con periodos de recurrencia especificados: aplicación a los sitios de algunas presas en México*", Institute of Engineering, National University of Mexico; Report to Comisión Nacional del Agua (1997).

Alamilla, J., Esteva, L., Garcia-Pérez, J. and Diaz-López, O., "Simulating earthquake ground motion a site, for given intensity and uncertain source location", *Journal of Seismology*, this issue (1999).

Bard, Y., "*Nonlinear Parameter Estimation*", Academic Press, New York and London (1974).

Boore, D. M. and Joyner, W. B., "A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74 (1984), 2035-2039.

Clough, R., Penzien, J., "*Dynamics of Structures*", Mc Graw Hill, New York (1975).

Esteva, L. and Villaverde, R., "Seismic risk, design spectra and structural reliability", *Proc. Fifth World Conf. Earthq. Eng., Rome* (1973), 2586-2597.

Hartzell, S. H., "Earthquake aftershocks as Green's functions", *Geophys. Res. Lett.*, 5 (1978), 1-4.

Joyner, W. B. and Boore, D. M., "Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motion records, including records from the 1979 Imperial Valley, California, earthquake", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **71** (1981), 2011-2038.

Kanai, K., "Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground", *Bull. of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo*, **35** (1957), 309-325.

McGuire, R. K., "*Seismic structural response risk analysis incorporating peak response regressions on earthquake magnitude and distance*", Mass Inst. Technol., Dept. Civ. Eng. R74-51 (1974).

McGuire, R. K., "Probabilistic seismic hazard analysis and design earthquakes: Closing the loop", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **85**, 5 (1995), 1275-1284.

Ordaz, M., Arboleda, J. and Singh, S. K., "A scheme of random summation of an empirical Green's function to estimate ground motions from future large earthquakes", *Bull. Seism. Soc. A.*, **85** (1995),

Ordaz, M. and Singh, S. K., "Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **82** (1992), 24-43.

Pardo, M., "*Características sismotectónicas de la subducción de las placas de Rivera y Cocos en el sur de México*", Ph D Thesis, Institute of Geophysics, National University of Mexico (1993).

Taboada, V., Romo, M., Alamilla, J., Esteva, L., Garcia-Pérez, J. and Diaz-López, O., "*Confiabilidad en las presas de Comisión Nacional del Agua*", Institute of Engineering, National University of México, Preliminary Report to Comisión Nacional del Agua (1997).

Tajimi, H., "A statistical method of determining the maximum response of a building during an earthquake", *Proc. Second World Conference on -Earthquake Engineering, Tokyo and Kyoto, II* (1960).

Yeh, C. H. and Wen, Y. K., "*Modeling of nonstationary earthquake ground motion and biaxial and torsional response of inelastic structures*", Civil Engineering Studies, Structural Research Series Report No. 546, University of Illinois (1989).

Table 1. Earthquakes included in the analysis

	Magnitude (M)	Latitude (°)	Longitude (°)W
October 25, 1981	7.3	17.880	102.150
September 19, 1985	8.1	18.081	102.942
September 21, 1985	7.6	18.021	101.479
April 30, 1986	7.0	18.024	103.057
October 24, 1993	6.6	16.540	98.980
September 14, 1995	7.2	16.310	98.880

Table 2. Best estimates of GAF parameters

Parameter	a	b	c	d	k
$\ln \alpha$			$-2.71 \cdot 10^{-1}$		
$\ln \Delta$		$3.43 \cdot 10^{-1}$	$-8.85 \cdot 10^{-1}$		
$\ln \beta$		$-3.05 \cdot 10^{-1}$	$2.93 \cdot 10$		
$\ln Z$	$3.43 \cdot 10^1$	$3.15 \cdot 10^1$	$1.08 \cdot 10$	$1.10 \cdot 10$	$6.65 \cdot 10^3$
$\ln \eta_{0.25}$	$2.85 \cdot 10$	$-1.63 \cdot 10^{-3}$			
$\ln \eta_{.25}$	$2.54 \cdot 10$	$-1.43 \cdot 10^{-3}$			
$\ln \eta_0$	$2.54 \cdot 10$	$-2.05 \cdot 10^{-3}$			
$\ln \eta_{.75}$	$2.48 \cdot 10$	$-1.92 \cdot 10^{-3}$			
$\ln \eta_{.975}$	$2.39 \cdot 10$	$-1.70 \cdot 10^{-3}$			
$\ln \omega_g$	$3.70 \cdot 10$	$-3.92 \cdot 10^{-3}$	$-3.21 \cdot 10^{-2}$		
$\ln \zeta_g$			$-7.64 \cdot 10^{-1}$		
$\ln \omega_f$	$4.65 \cdot 10$	$-3.99 \cdot 10^{-1}$	$-8.83 \cdot 10^{-5}$		
$\ln \zeta_f$			$-1.45 \cdot 10$		



Table 3 Covariance properties of parameters of amplitude modulation functions

Parameter	Variance	Correlation coefficients			
		$\ln \alpha$	$\ln \Delta$	$\ln \beta$	$\ln Z$
$\ln \alpha$	0.504	1.000	-0.401	0.624	0.503
$\ln \Delta$	0.337		1.000	-0.643	-0.230
$\ln \beta$	0.251			1.000	0.440
$\ln Z$	0.484				1.000



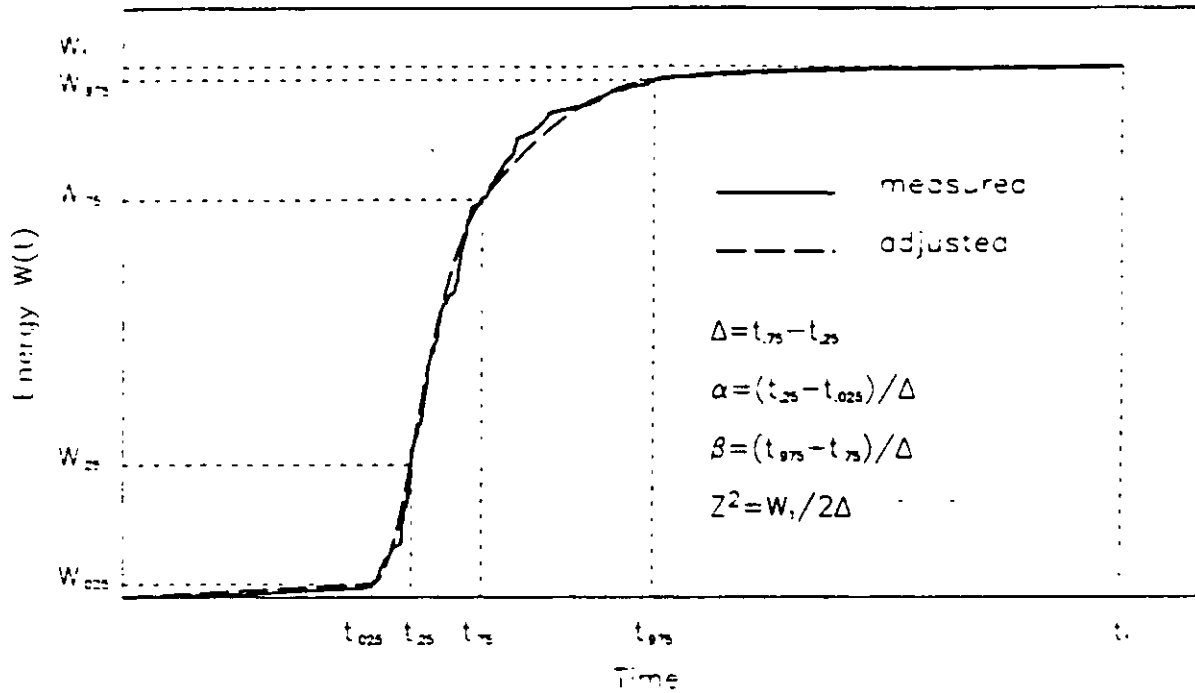


Fig 1a Energy function of ground-motion accelerogram.

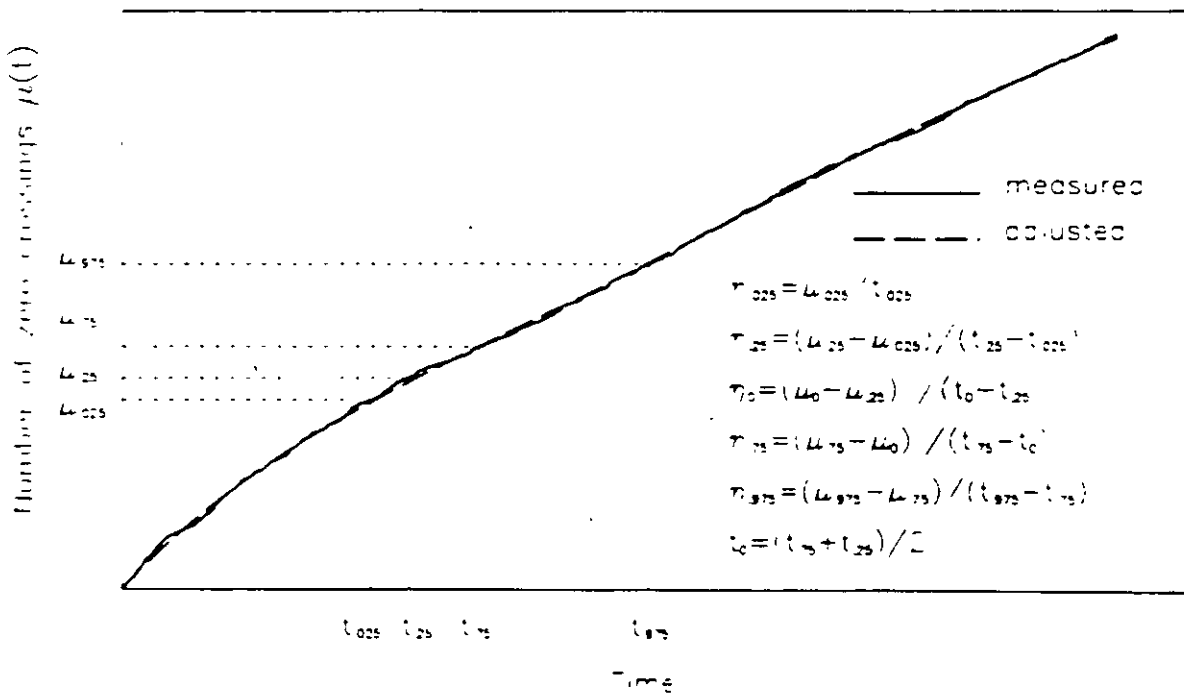


Fig 1b Number of zero crossings function of ground-motion accelerogram

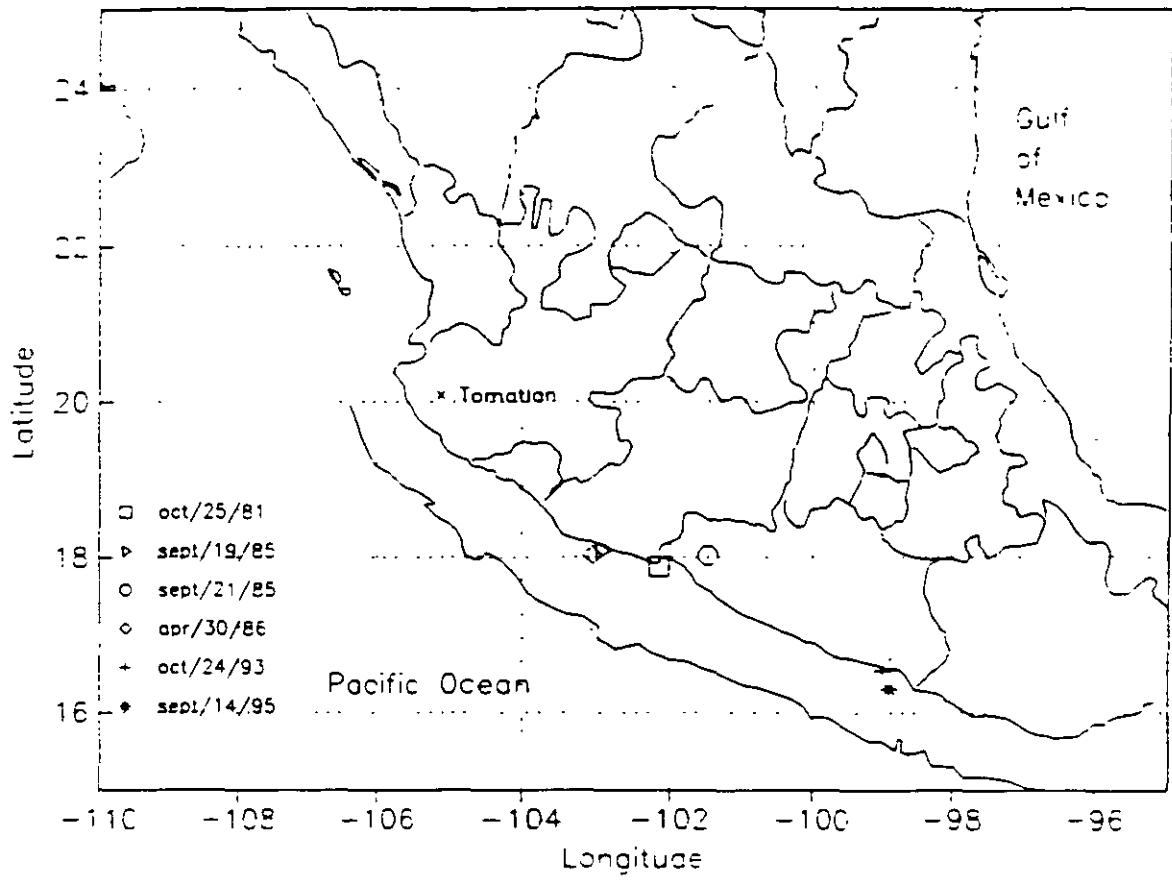
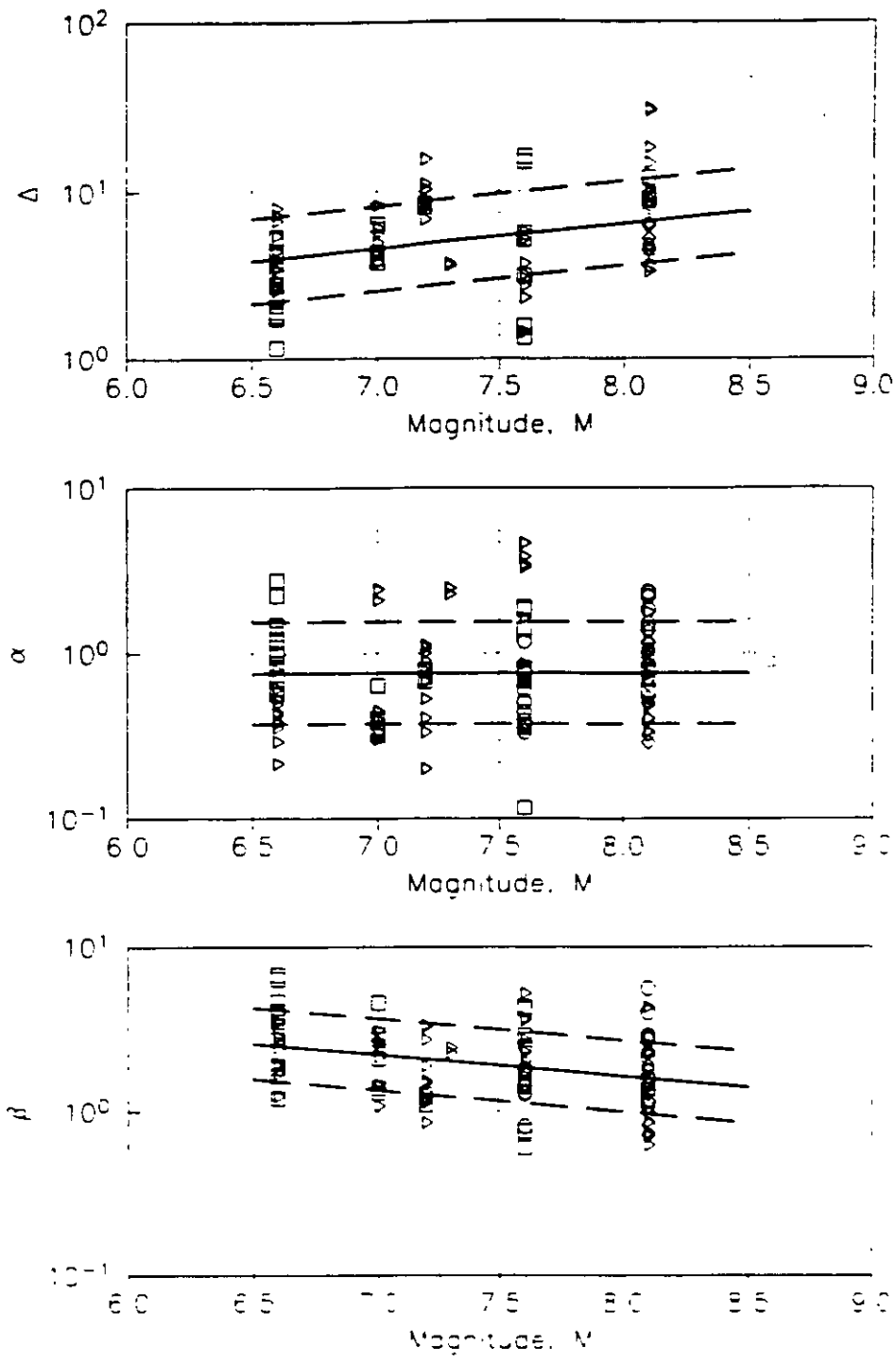


Fig. 2 Epicenters of earthquakes included in sample studied.



$\square$	$0 < R \text{ (km)} < 100$	$\circ$	$200 < R \text{ (km)} < 300$
$\triangle$	$100 < R \text{ (km)} < 300$	$\diamond$	$300 < R \text{ (km)} < 400$

Fig. 3 Parameters  $\Delta$ ,  $\alpha$  and  $\beta$  vs magnitude, M. Full and dashed lines represent the mean and the mean  $\pm$  one standard deviation, respectively.

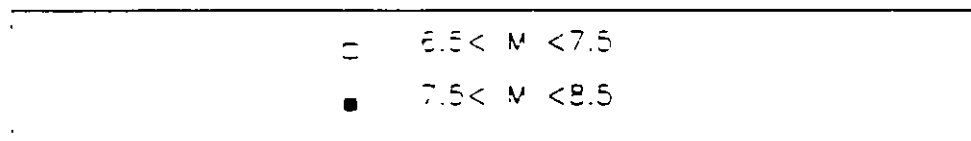
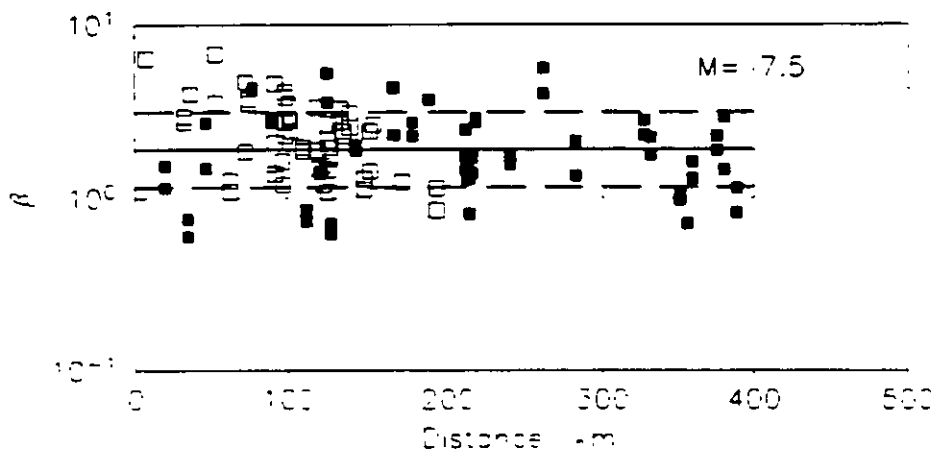
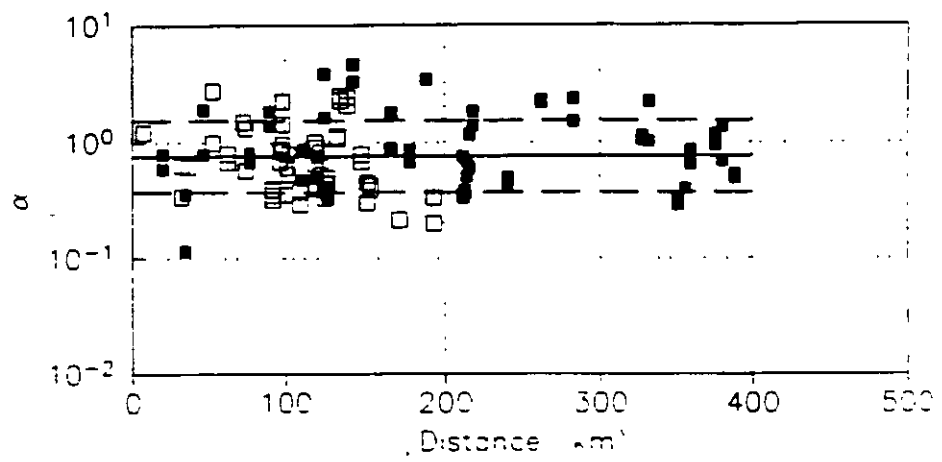
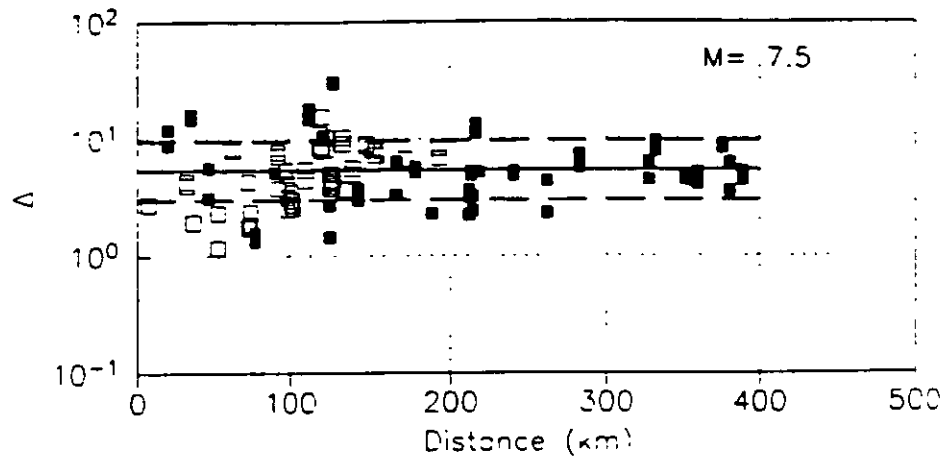


Fig 4 Parameters  $\Delta$ ,  $\alpha$  and  $\beta$  vs distance, R. Full and dashed lines represent the mean and the mean  $\pm$  one standard deviation, respectively, for  $M=7.5$ .

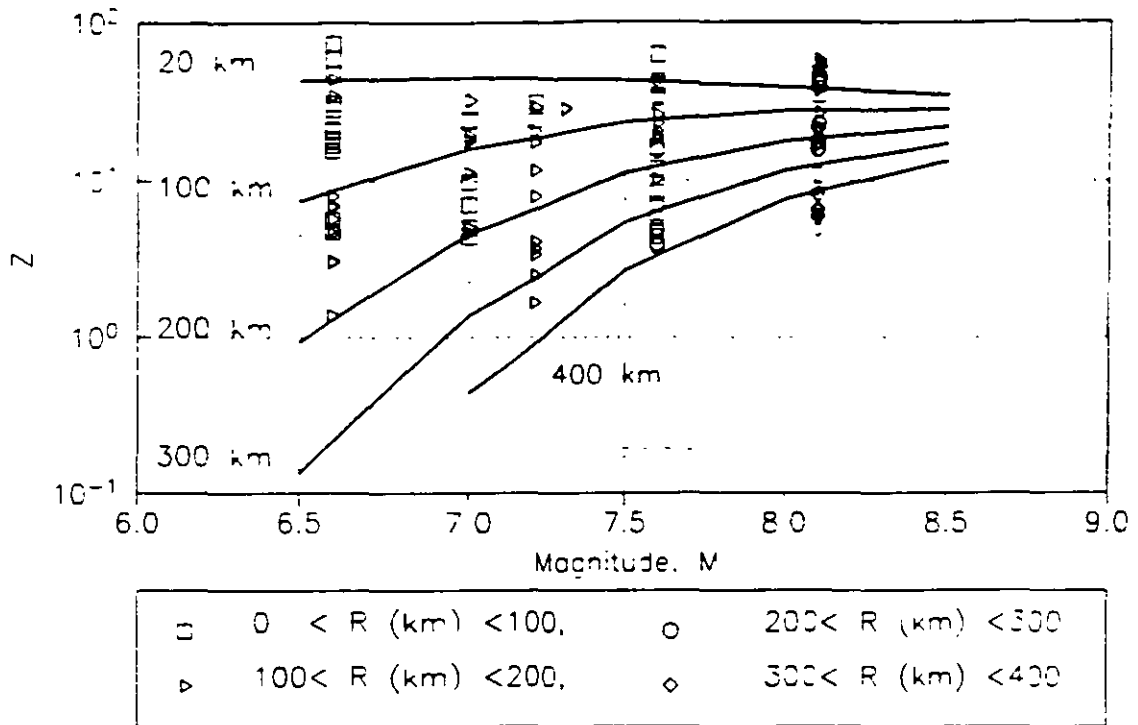


Fig 5 Parameter Z vs magnitude, M. Full lines show mean values of Z for several distances, R.

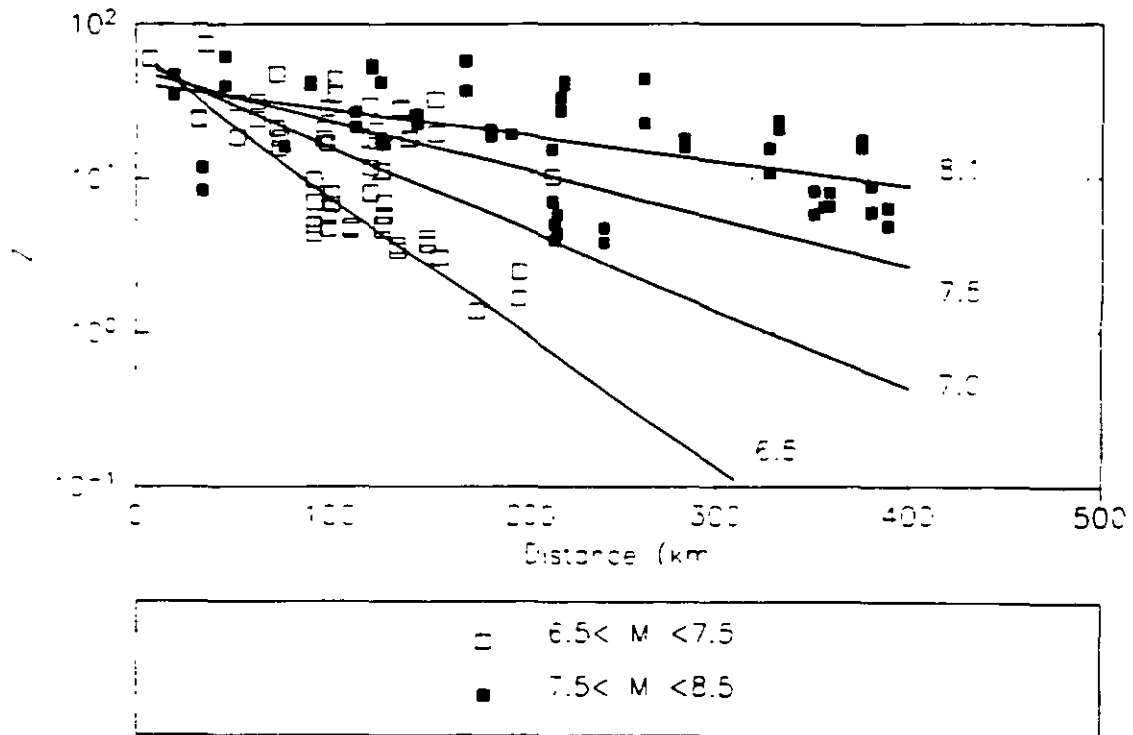


Fig 6 Parameter Z vs distance, R. Full lines show mean values of Z for several magnitudes, M.

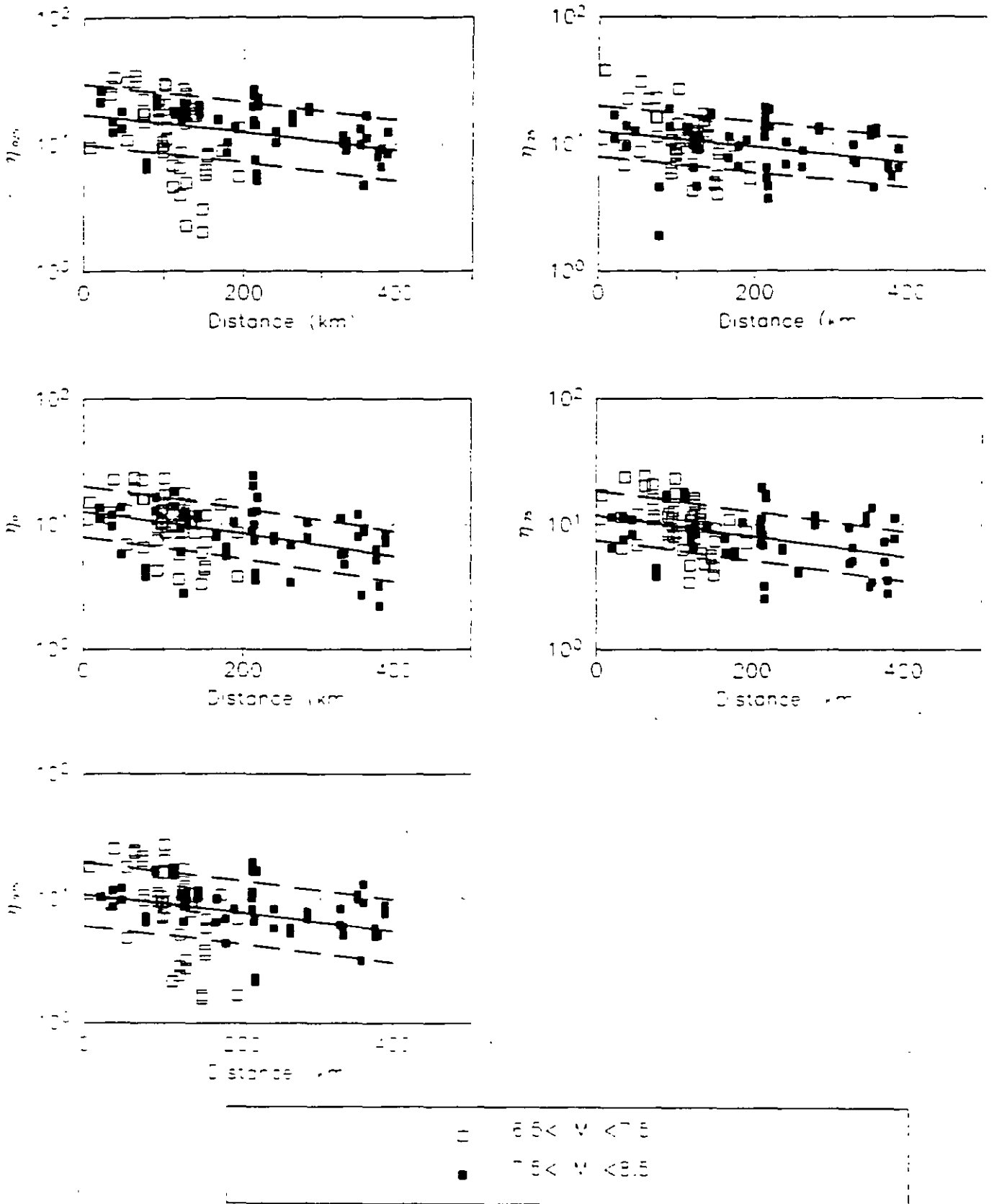


Fig. 7 Parameters  $\eta_{ess}$ ,  $\eta_{es}$ ,  $\eta_e$ ,  $\eta_{ee}$  and  $\eta_{eee}$  vs distance  $R$ . Full and dashed lines represent the mean and the mean  $\pm$  one standard deviation, respectively.



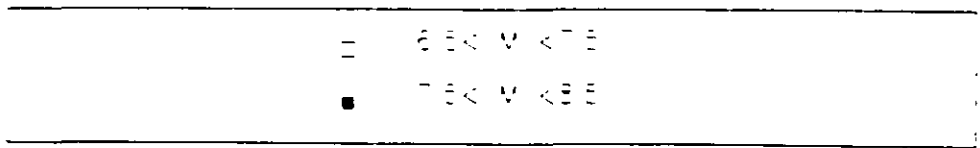
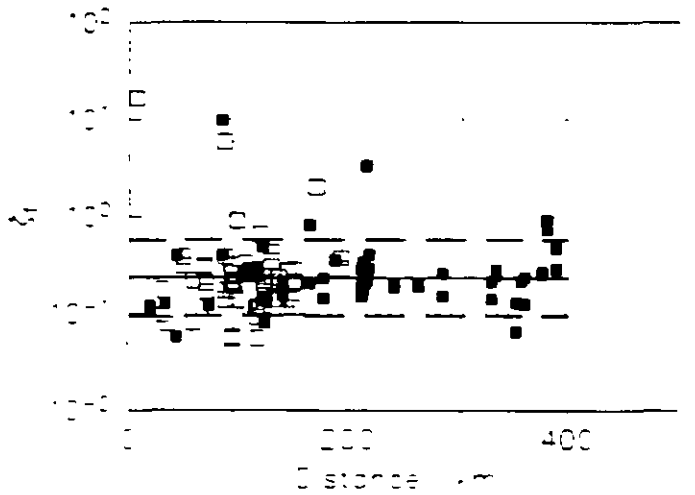
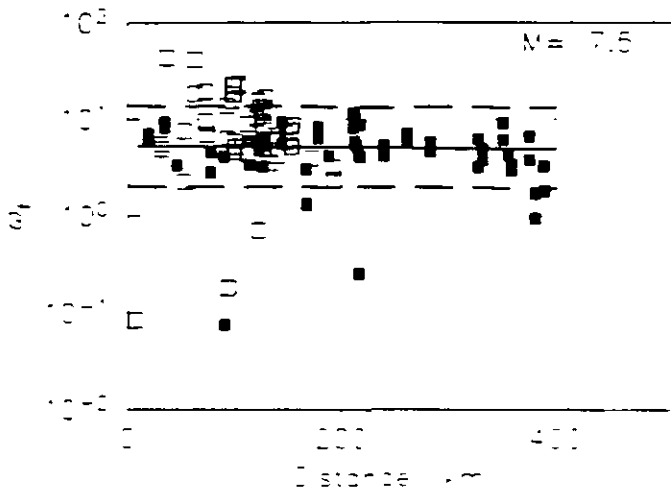
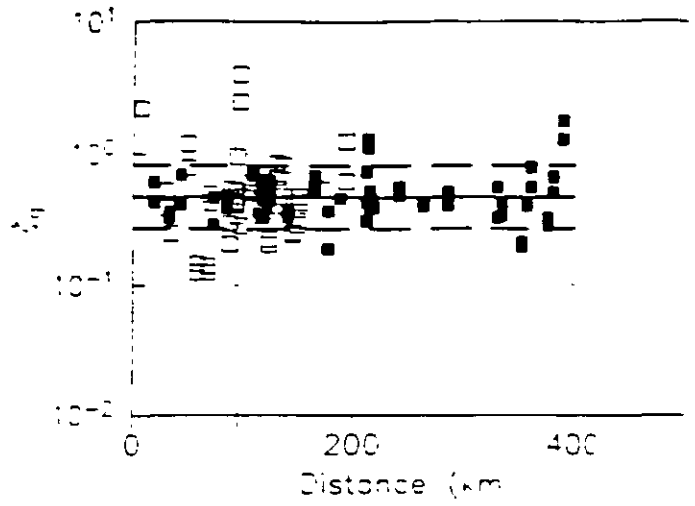
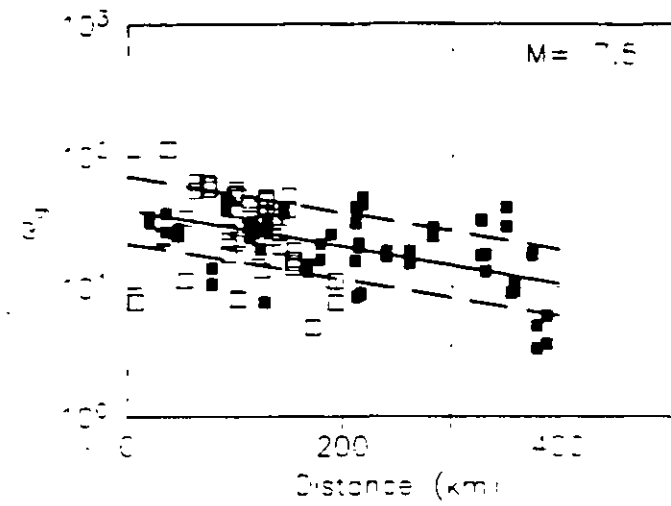
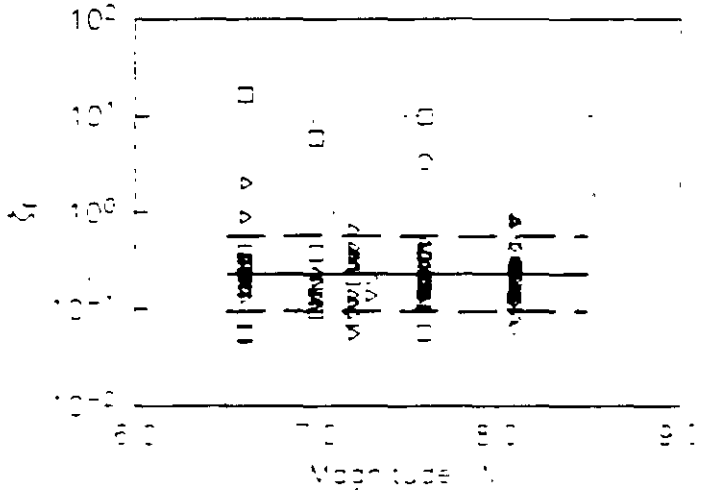
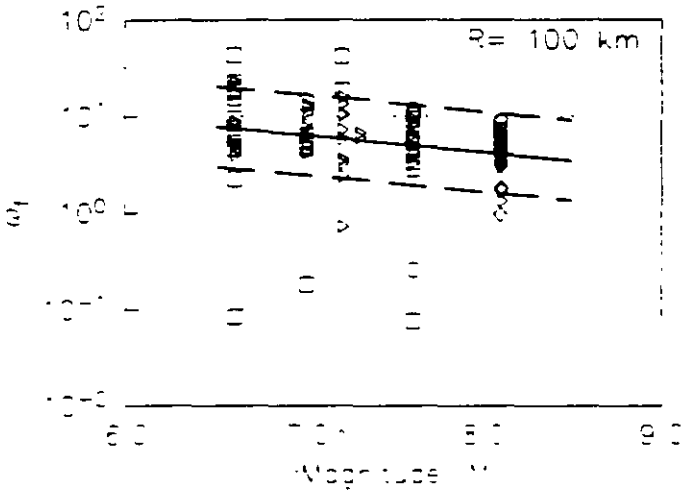
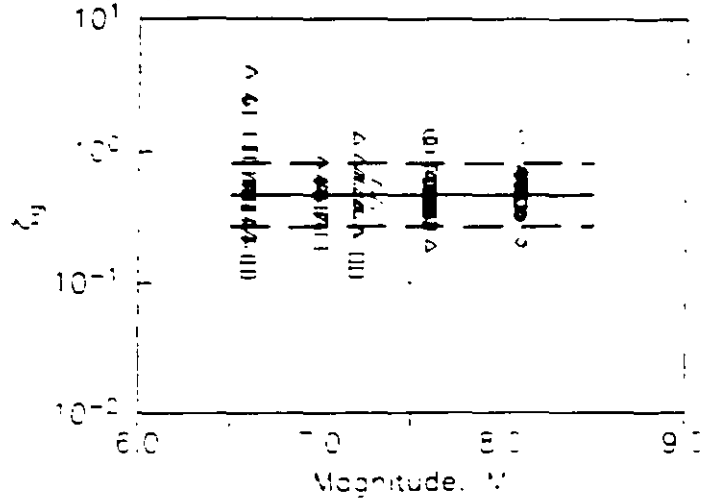
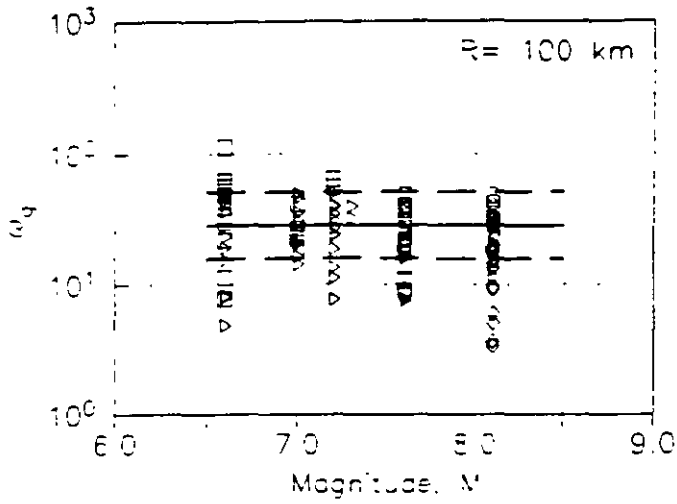
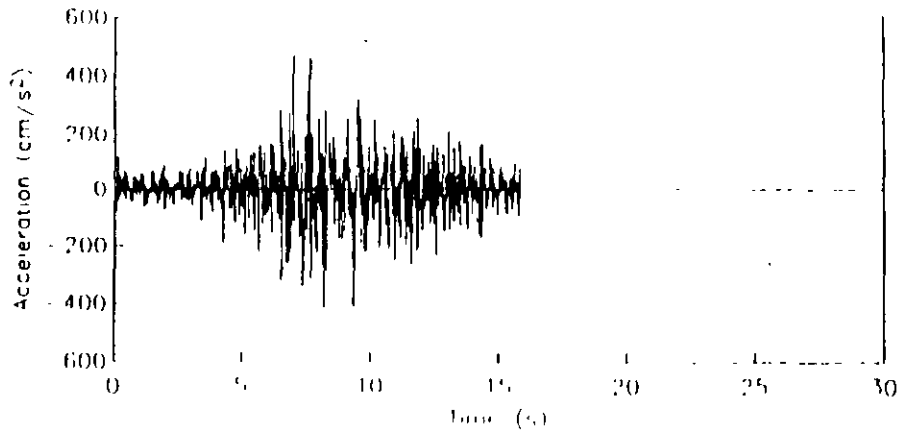


Fig. 8 Parameters  $\omega_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\omega_2$  and  $\zeta_1$  vs distance. P, FU and dashed lines represent the mean and the mean  $\pm$  one standard deviation, respectively, for  $M=7.5$ .

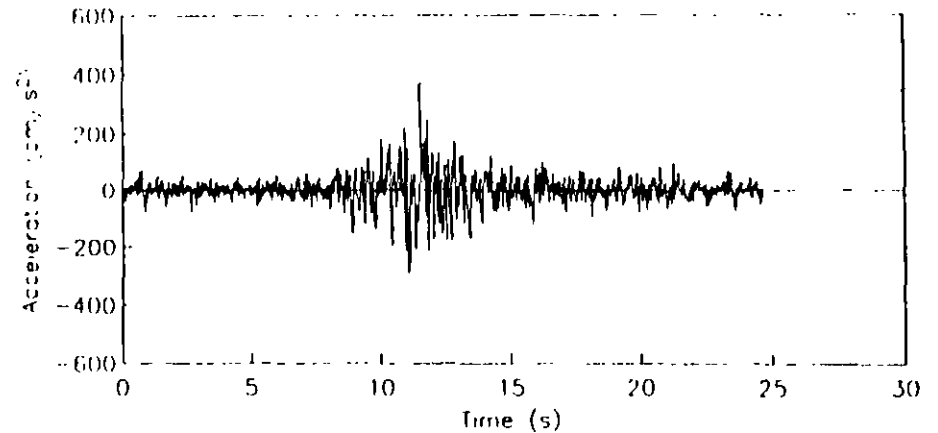


$\square$	$0 < R \text{ (km)} < 100$	$\square$	$200 < R \text{ (km)} < 300$
$\nabla$	$100 < R \text{ (km)} < 200$	$\nabla$	$300 < R \text{ (km)} < 400$

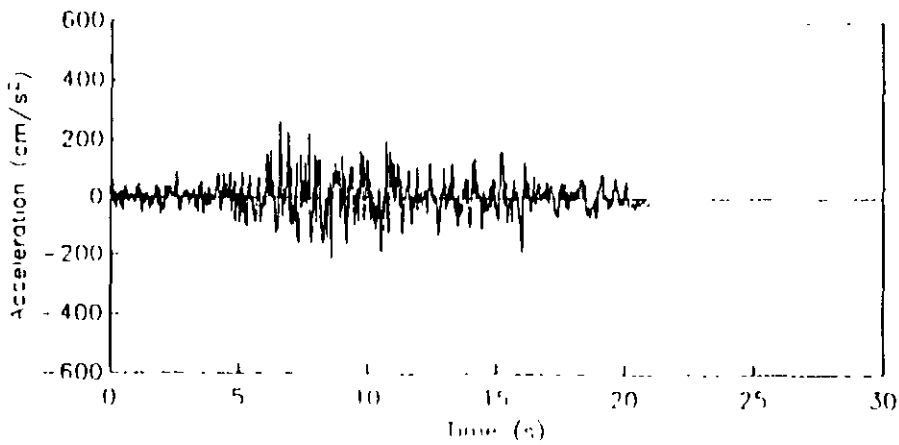
Fig. 9 Parameters  $\omega_0$ ,  $\zeta_0$ ,  $\omega_1$  and  $\zeta_1$  vs magnitude,  $M$ . Full and dashed lines represent the mean and the mean  $\pm$  one standard deviation, respectively, for  $R = 100 \text{ km}$ .



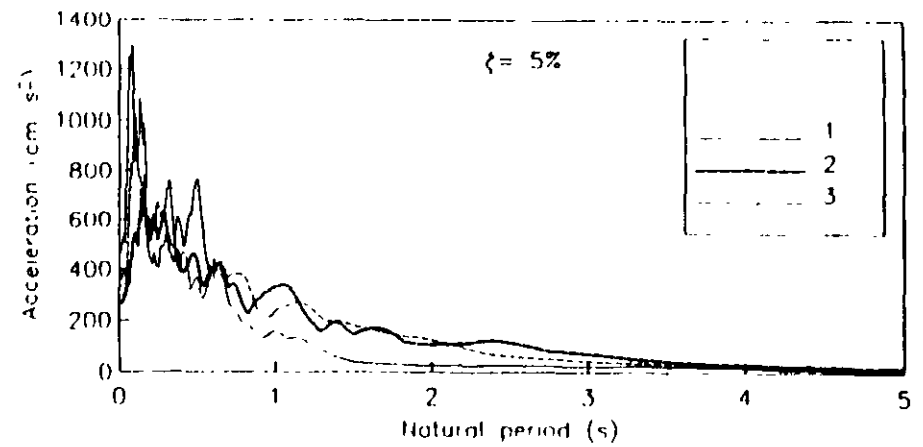
Simulated accelerogram 1



Simulated accelerogram 3



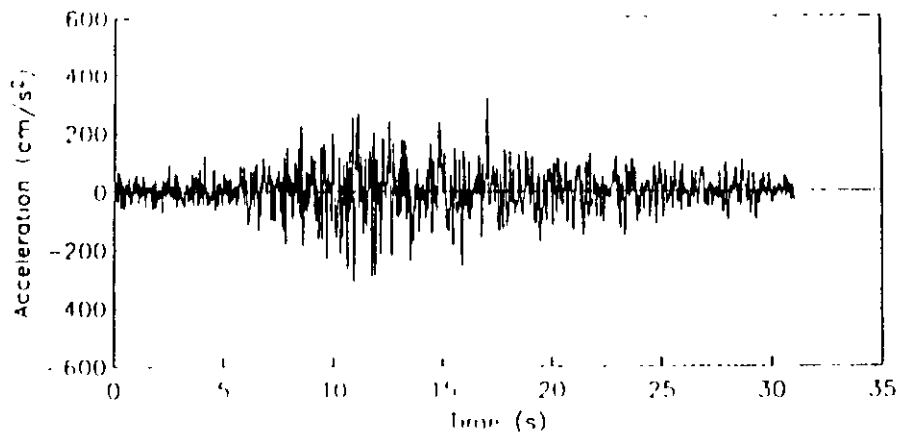
Simulated accelerogram 2



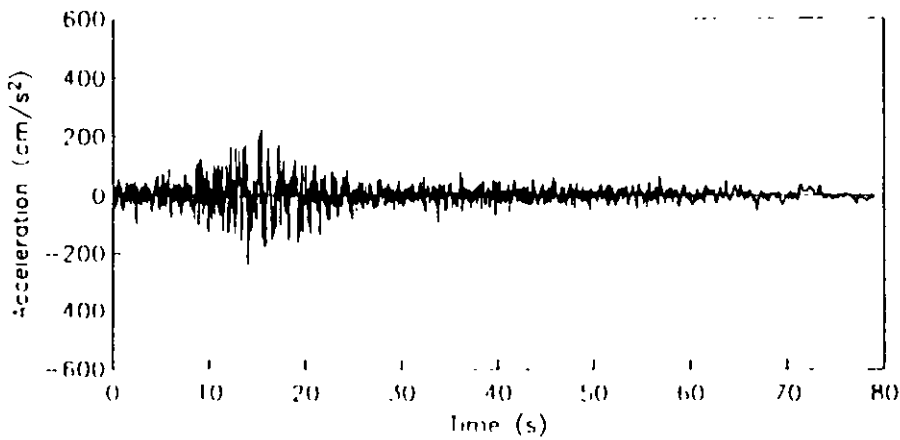
Linear response spectra

5.

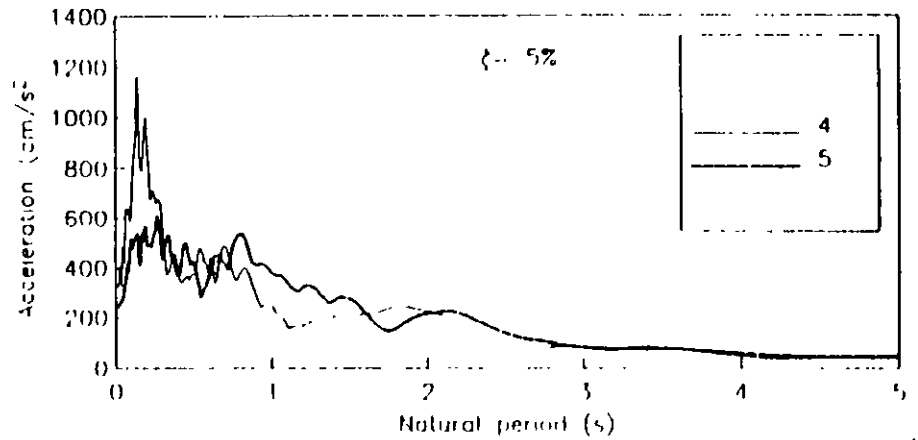
Fig. 10 Simulated accelerograms, at Bonattian dam site, and linear response spectra. Return interval of 100 years for spectral acceleration at  $T = 0.610$  s.



Simulated accelerogram 4



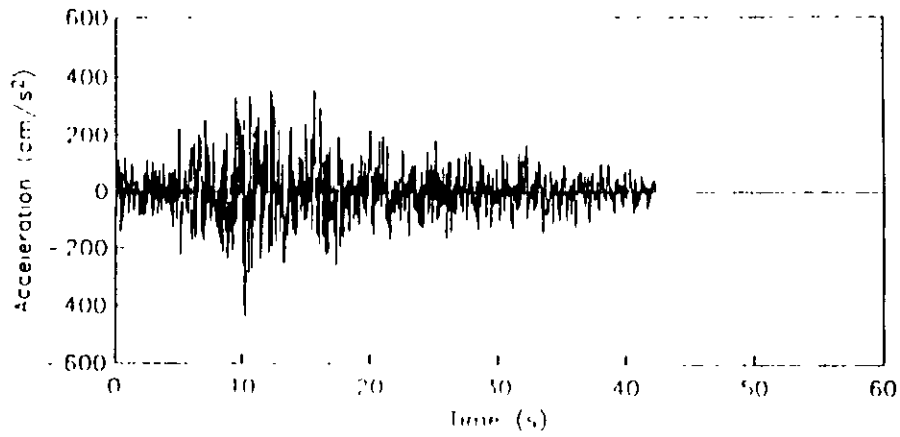
Simulated accelerogram 5



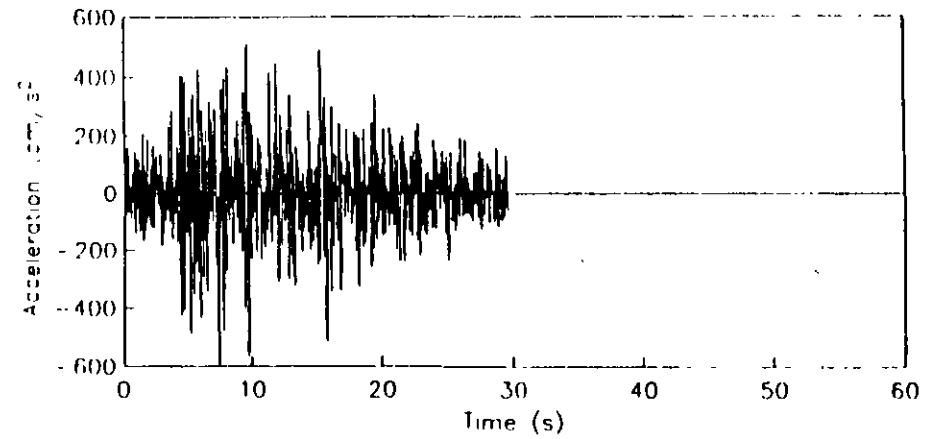
Linear response spectra

12  
71

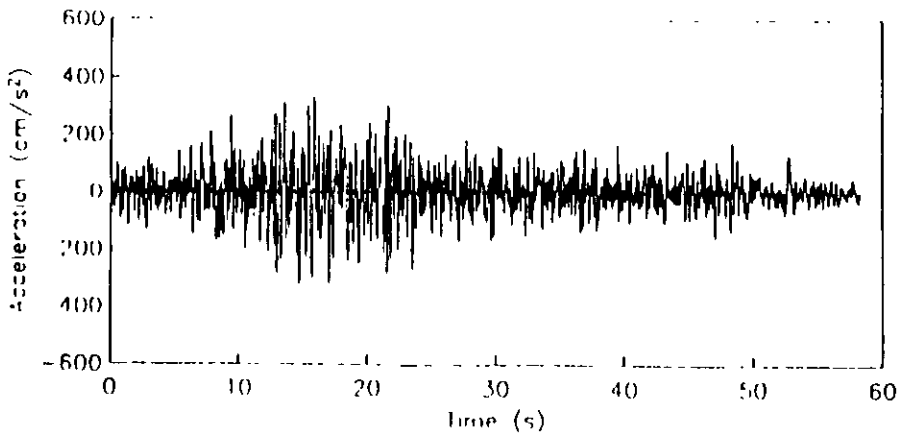
Fig. 11 Simulated accelerograms, at Tomatlan dam site, and linear response spectra. Return interval of 100 years for spectral acceleration at  $T = 0.610$  s



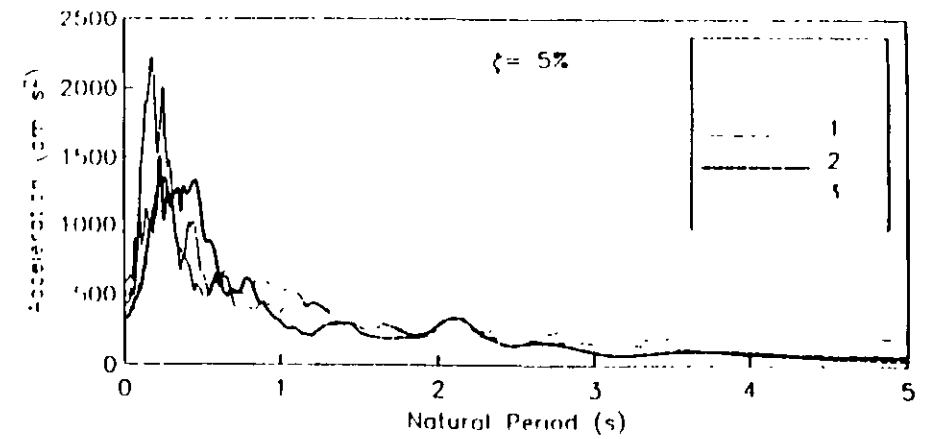
Simulated accelerogram 1



Simulated accelerogram 3



Simulated accelerogram 2



Linear response spectra

Fig. 12 Simulated accelerograms at Tomatlan dam site, and linear response spectra. Return interval of 200 years for spectral acceleration at  $T = 0.610$  s.

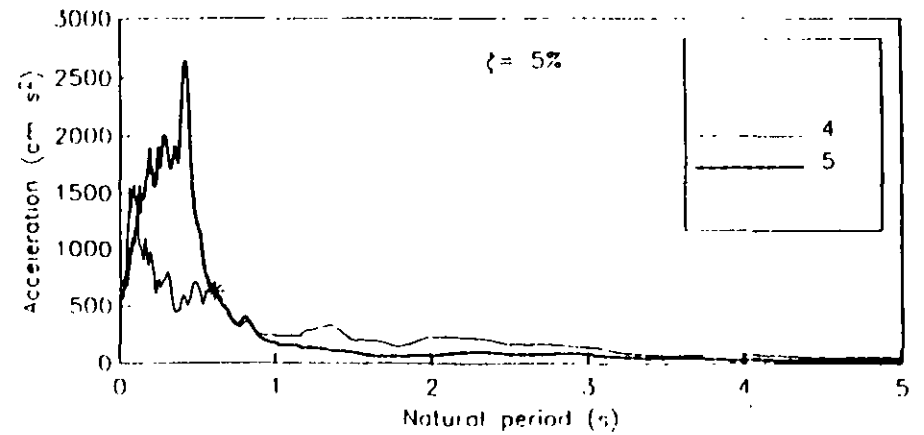
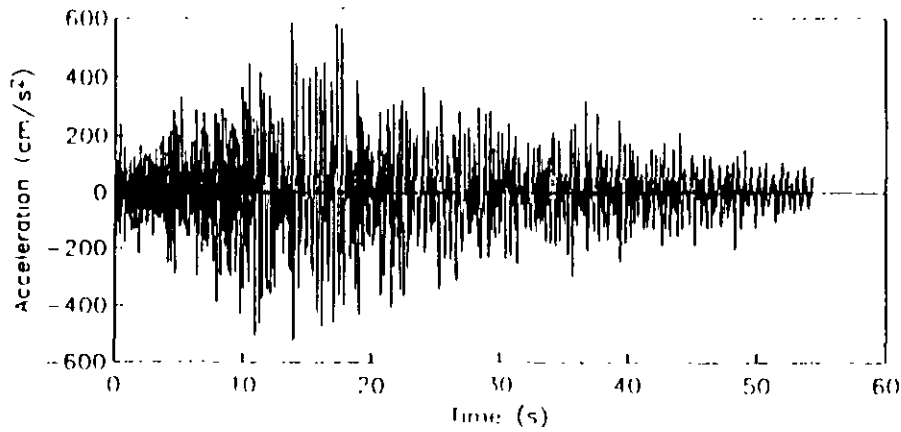
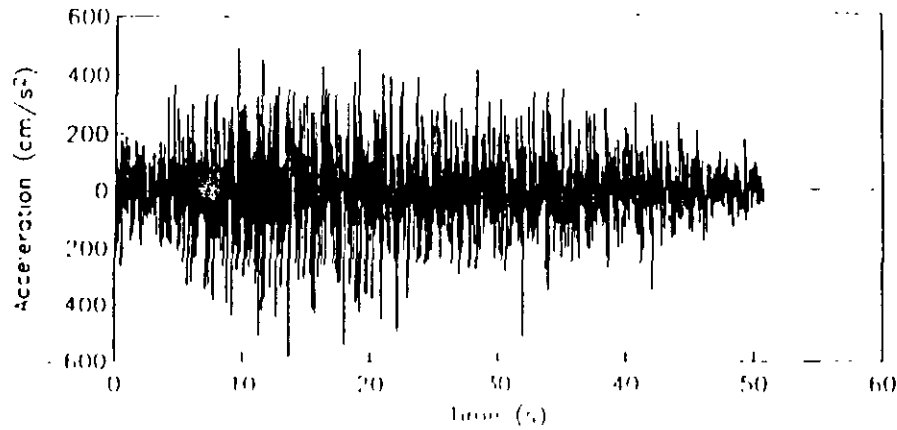


Fig. 13 Simulated accelerograms at Tomatlan dam site, and linear response spectra. Return interval of 200 years, for spectral acceleration at  $T = 0.610$  s

## LA MEDIDA DE LOS TEMBLORES

Shri Krishna Singh<sup>1</sup> y Mario Ordaz<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Geofísica, UNAM

<sup>2</sup> Instituto de Ingeniería, UNAM

### Introducción

Un temblor es el resultado del movimiento repentino de una masa de roca con respecto a otra. Se requieren diversos parámetros para cuantificar un temblor, algunos de los cuales son: la orientación, buzamiento y sentido del movimiento en el plano de la falla, la longitud y área de la zona de ruptura, desplazamiento en la falla, velocidad y aceleración de partícula del movimiento de la falla, la duración de ruptura y las energías sísmicas total e irradiada. Sin embargo, sólo se dispone de esta cantidad de información para unos cuantos temblores, puesto que para obtenerla se requieren complejos y extensivos análisis, así como datos de muy alta calidad. Si se fuera a emplear un solo parámetro para describir el tamaño de un temblor, este parámetro debería ser la cantidad de energía sísmica liberada,  $E_s$ . La energía total liberada,  $E_T$ , puede escribirse como

$$E_T = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) S \bar{u}$$

donde  $\sigma_1$  es el esfuerzo cortante inicial -antes de la ruptura-,  $\sigma_2$  es el esfuerzo cortante final -al término de la ruptura-,  $S$  es el área de la zona de ruptura y  $\bar{u}$  es el deslizamiento promedio en la superficie de falla. La energía total es también la suma de la energía sísmica liberada más la energía disipada por fricción durante la ruptura,  $E_f$ , esto es,

$$E_T = E_s + E_f$$

donde

$$E_f = \sigma_f S \bar{u}$$

siendo  $\sigma_f$  el esfuerzo de fricción. De esta forma, resulta que

$$E_s = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \sigma_f \right) S \bar{u}$$

Si se acepta que  $\sigma_f = \sigma_2$ , hipótesis conocida como *modelo de Orowan*, entonces

$$E_s = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_f}{2} \right) S \bar{u} = \frac{\Delta\sigma}{2} S \bar{u}$$

El momento sísmico,  $M_0$ , se define de la siguiente manera:

$$M_0 = \mu S \bar{u} \quad (1)$$

donde  $\mu$  es el módulo de rigidez al corte del material involucrado en la ruptura. En términos del momento sísmico, la energía sísmica liberada vale entonces

$$E_s = \frac{\Delta\sigma M_0}{2\mu} \quad (2a)$$

Por ejemplo, si  $\Delta\sigma = 30$  bares ( $30 \times 10^6$  dina/cm<sup>2</sup>), como sugieren los datos, y  $\mu = 3 \times 10^{11}$  dina/cm<sup>2</sup>, de suerte que  $\Delta\sigma/\mu \cong 10^{-4}$ , entonces

$$E_s = 5 \times 10^{-5} M_0 \quad (2b)$$

Las características de la energía irradiada a muy baja frecuencia están relacionadas con el momento sísmico. Para temblores recientes moderados y grandes, la calidad de los datos mundiales permite la estimación rutinaria de  $M_0$ .  $M_0$  es una medida del temblor a periodos largos; su estimación requiere análisis extensivo de los registros, y usualmente toma tiempo hacerla.  $M_0$  va, de aproximadamente  $10^{15}$  dina-cm para el más pequeño temblor mensurable, hasta alrededor de  $10^{30}$  dina-cm para el más grande temblor de este siglo (el temblor de Chile del 22 de mayo de 1960).



La energía sísmica liberada también puede ser calculada integrando la velocidades del terreno registradas en diferentes puntos de la tierra, después de hacer algunas correcciones pertinentes. Sin embargo, esta técnica de estimación requiere análisis y correcciones laboriosas, por lo que no es posible utilizarla de manera rutinaria.

Una alternativa simple para medir temblores esta basada en amplitudes de las ondas sísmicas. La *magnitud* de un temblor se define en términos del logaritmo de la amplitud de alguna fase de la onda medida a cierto periodo. Esta relación está dada por:

$$M = \log A + f(\Delta) + c_1 + s \quad (3)$$

donde  $M$  denota magnitud,  $A$  es la amplitud de la onda correspondiente,  $\Delta$  es la distancia epicentral,  $c_1$  es una constante y  $s$  es una corrección que depende de la estación de registro. La atenuación de  $A$  con  $\Delta$  se corrige mediante el término  $f(\Delta)$  de la ecuación 3. Esta corrección es tal que, para un mismo temblor, la magnitud determinada en diferentes estaciones a diferentes distancias es aproximadamente la misma; la magnitud del temblor es el valor promedio. La desviación estándar es generalmente del orden de 0.3. Parte de la razón de la dispersión de los valores de  $M$  determinados para un mismo temblor en diversas estaciones radica en el hecho de que la ecuación 3 no incluye correcciones por patron de irradiación. También, la geología en las inmediaciones de la estación de registro puede amplificar o deamplificar las ondas sísmicas; por esta razón, algunas estaciones producen magnitudes consistentemente mayores o menores que el promedio. El termino  $s$  de la ecuación 3 toma en cuenta esta situación.

Las características de los sismogramas cambian con la distancia y con el tipo de instrumento con que se registren. En la fuente sísmica se generan ondas longitudinales (P) y ondas transversales (S). La energía en las ondas S es del orden de 20 veces mayor que la energía en forma de ondas P. Estas ondas de cuerpo interactúan con la complicada estructura del interior de la tierra, y con la la superficie libre, para producir complejas formas de onda que

incluyen ondas superficiales. Dependiendo de la distancia, varía el tipo de las ondas que predominan. Se han desarrollado diversas escalas de magnitud, cada una de las cuales la define en términos de la amplitud de cierto tipo de onda a cierto periodo. A continuación describiremos brevemente estas escalas. Posteriormente describiremos una escala de magnitud basada en la duración del sismograma, y finalmente mencionaremos brevemente las escalas de intensidad, las cuales están basadas en los efectos del temblor sobre las personas y las construcciones.

Escala  $M_L$ : Esta escala fue introducida por Richter (1935). Su objetivo original era modesto: clasificar los temblores del sur de California en grandes, medianos y pequeños. Richter definió  $M_L$  como

$$M_L = \log A + f(\Delta) \quad (4)$$

donde  $A$  es la máxima amplitud, en milímetros, registrada por un sismógrafo torsional estándar (Wood-Anderson, periodo natural de 0.8 seg, amortiguamiento de 80% del crítico, y amplificación de 2800). No se especifica el tipo de onda; puede ser P, S u onda superficial. La función de atenuación,  $f(\Delta)$ , fue determinada, para  $\Delta \leq 600$  km, a partir de temblores del sur de California (ver Richter, 1958, p 342). Fue definida de suerte que, si  $A = 10^{-3}$  mm (un micrón) a  $\Delta = 100$  km,  $M_L$  fuese nula, es decir,  $f(100) = 3$ . Esta escala presenta varias limitaciones: (1) Se requiere desarrollar una función de atenuación para cada región; (2) Quedan muy pocos instrumentos Wood-Anderson en operación; (3) La verdadera amplificación de este instrumento puede diferir de 2800; (4)  $M_L$  para  $\Delta < 100$  km puede alcanzar un valor de saturación de alrededor de 7; en otras palabras, la energía sísmica podría seguir incrementándose pero  $M_L$  nunca excedería de 7. Por tanto, para temblores muy grandes,  $M_L$  no mediría el tamaño del temblor.

Como se mencionó antes, los sismógrafos Wood-Anderson pueden saturarse para temblores moderados y grandes a distancias pequeñas.  $M_L$  puede aun ser determinada si se dispone de acelerogramas. Este se usa para calcular numéricamente la respuesta del instrumento Wood-Anderson y, a partir de esta, obtener  $M_L$  (e g, Kanamori y Jennings, 1978). Los datos así obtenidos, junto

con argumentos físicos (Brune, 1970) muestran que, en realidad,  $M_L$  puede saturarse cerca de 7.

En la figura 1 se presentan acelerogramas (componente NS) registrados en la región epicentral del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Este temblor, y su réplica principal del 21 de septiembre de 1985, fueron extensivamente registrados con acelerógrafos. Los registros han sido usados para sintetizar respuesta Wood-Anderson y para calcular  $M_L$ . La figura 2 muestra  $M_L$  en función de la distancia para ambos temblores (Singh *et al.*, 1988a). Los resultados se resumen en la Tabla 1. Varios puntos ameritan un comentario: (1)  $M_L$  para el temblor del 19 de septiembre en la zona epicentral fue de sólo 6, mostrando la saturación de esta escala de magnitud; (2) Después de 100 km, para sitios firmes en la costa,  $M_L$  fue de 7.4; (3) En los sitios firmes del Distrito Federal,  $M_L$  alcanzó un valor de 8.2; (4) En la zona del lago de la ciudad de México, el valor fue 8.7. El hecho de que  $M_L$  fuera más grande en la zona del lago en comparación con la zona firme, se puede atribuir a la amplificación de las ondas sísmicas debida a los suelos blandos. La extraña observación de que  $M_L$  fue superior en la zona firme de la ciudad que en los sitios duros de la costa ( $\Delta \geq 100$  km) sugiere la existencia de amplificación de las ondas sísmicas aún en la zona firme del DF. Estas observaciones han sido confirmadas con trabajos recientes, basados en mayor número de datos (*e.g.*, Singh *et al.*, 1988b; Ordaz y Singh, 1991).

A pesar de las limitaciones de la escala  $M_L$ , se llevan a cabo todavía muchos esfuerzos de investigación para desarrollar esta escala en diferentes regiones. Mahdyar *et al.* (1986) desarrollaron una escala de magnitud  $M_L$  aplicable a la costa de Guerrero, con base en velocidades máximas y no en respuestas Wood-Anderson.

Escala  $M_s$ : La magnitud de ondas superficiales,  $M_s$ , fue introducida por Gutenberg (1945a), pensada esencialmente para temblores someros. Esta magnitud se define de la siguiente forma:

$$M_s = \log A + 1.656 \log \Delta + 1.818 + s \quad (5)$$

donde  $A = (A_E^2 + A_N^2)^{1/2}$ ,  $A_E$  y  $A_N$  son amplitudes máximas del desplazamiento del terreno registrados en componentes EW y NS, en micrones, para la fase de ondas superficiales con periodo de entre 17 y 23 seg.  $\Delta$  es la distancia epicentral, en grados. Para temblores superficiales, esta fase de ondas está claramente diferenciada, por lo que  $M_s$  es relativamente fácil de calcular. Gutenberg y Richter (1956) obtuvieron una relación entre la energía sísmica irradiada,  $E_s$  (en ergs) y  $M_s$ :

$$\log E_s = 1.5 M_s + 11.8 \quad (6)$$

Vañek et al (1962) propusieron una escala  $M_s$  basada en amplitudes de ondas superficiales en componente vertical con periodo de cerca de 20 seg:

$$M_s = \log (A/T)_{\text{máx}} + 1.66 \log \Delta + 3.3 \quad (7)$$

donde T es el periodo de las ondas; cuando este vale 20 seg, la ecuación 7 es parecida a la ecuación 5.

Por ejemplo, en la figura 3 se muestra el sismograma de periodo largo del componente vertical del temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en Gräfenberg, Alemania (GRFO),  $\Delta = 90.8^\circ$ . Como se puede ver, para  $T=25$  seg,  $A_{\text{máx}}$  es 500 micrones. De la ecuación 7, se obtiene que  $M_s = 7.85$ . El valor promedio de  $M_s$  para este temblor fue de 8.1, el segundo temblor mexicano más grande de este siglo.

Las figuras 1 y 3 sirven para ilustrar la naturaleza del movimiento del terreno registrado en la zona epicentral y a distancias telesísmicas.

Cabe notar que para grandes terremotos, (con longitudes de ruptura mayores que unos 100 km), la escala  $M_s$  comienza a saturarse alrededor de 8.2.

Escala  $m_B$ : Gutenberg (1945b) introdujo una escala de magnitud basada en ondas de cuerpo,  $m_B$ . En esta escala se mide la amplitud máxima de un grupo de ondas que incluye a las P, PP y S. La función de atenuación está dada en Richter

(1958, Apéndice VIII).  $m_b$  se puede usar para temblores superficiales, intermedios y profundos. El periodo de las ondas usadas es generalmente de entre 0.5 y 12 seg.

Debe enfatizarse que la magnitud  $M$  reportada en el libro clásico de Gutenberg y Richter (1954) es un algún promedio pesado de  $M_s$  y  $m_b$ . El significado exacto de  $M$  sigue siendo motivo de controversia e investigación (ver, por ejemplo, Geller y Kanamori, 1977).

Escala  $m_b$ : Esta escala es la más ampliamente usada después de la instalación de la red mundial de sismógrafos estándar (WWSSN por sus siglas en inglés). Se calcula a partir de la máxima amplitud de la onda P en los primeros ciclos del registro, que se lleva a cabo con un instrumento de periodo natural de 1 seg, en el componente vertical. Generalmente el periodo de la onda usada en el cálculo también es 1 seg. Conviene mencionar que para determinar  $m_b$  se usan las mismas fórmula y función de atenuación que para  $m_b$ , aunque el periodo de la onda y la manera de medir amplitud máxima son muy diferentes. Esta escala sufre, entre otras, de las siguientes limitaciones: (1) El proceso de ruptura durante grandes temblores es mucho más largo que los pocos segundos de onda P usados para medir amplitud máxima. Por tal razón, la escala mide el tamaño del temblor en su inicio y no el tamaño total. (2) Los primeros pocos ciclos de onda P están fuertemente afectados por el patrón de irradiación. En general, las ondas directas de temblores originados en fallas de rumbo dan lugar a amplitudes que son un orden de magnitud más pequeñas que para un temblor de buzamiento. Esta escala sufre de saturación cerca de  $m_b = 6.5$ .

Escala  $\hat{m}_b$ : Esta escala es una extensión de  $m_b$ . En vez de medir la amplitud máxima en los primeros ciclos de onda P, se mide la amplitud máxima de todo el grupo de ondas P (Houston y Kanamori, 1986). La formula para calcular  $\hat{m}_b$ , que es la misma que para calcular  $m_b$ , está dada por:

$$\hat{m}_b = \log (A/T) + Q(\Delta) \quad (9)$$

donde  $T$  es el periodo de las ondas de interes (generalmente  $T = 1$  seg) y  $Q(\Delta)$

es la función de atenuación, dada en Richter (1958, Apéndice VIII). Esta escala es actualmente materia de investigación, y no se emplea de manera rutinaria. No parece sufrir del problema de saturación.

Escala  $M_w$ : Esta escala está basada en el momento sísmico,  $M_0$ , definido en la ecuación 1. Aunque se requieren análisis complicados, el momento sísmico de temblores grandes y pequeños puede obtenerse con bastante exactitud si se dispone de registros adecuados.  $M_0$  mide el comportamiento del temblor a periodo largo (teóricamente a periodo infinito); por tanto, no es sensible a los detalles del proceso de ruptura. La ecuación 2b relaciona  $M_0$  con la energía sísmica liberada. Con base en el momento sísmico, se ha desarrollado una escala de magnitud llamada *magnitud de momento*,  $M_w$  (Kanamori, 1977; Hanks y Kanamori, 1979; Singh y Havskov, 1980), definida por:

$$M_w = 2/3 (\log M_0 - 16.1) \quad (10)$$

donde  $M_0$  está en dina-cm. El avance reciente en la instrumentación sísmica mundial y en las técnicas de análisis, permiten la estimación rutinaria de  $M_0$  de todos los temblores con  $M_w$  mayor que aproximadamente 5.0.

Escala  $M_c$ : La escala de magnitud de coda,  $M_c$ , está basada en la duración del sismograma del temblor. Fue originalmente propuesta por Bisztricsány (1959). En virtud de su simplicidad, ha ganado popularidad para determinar magnitudes de temblores registrados en redes sismográficas locales y regionales (Lee et al, 1972). La relación entre  $M_c$  y la duración,  $\tau$ , es:

$$M_c = c_1 \log \tau + c_2 \Delta + c_3 \quad (11)$$

Puesto que  $\tau$  depende tanto del instrumento de registro como de las condiciones locales, las constantes de la ecuación 11 deben determinarse tomando en cuenta estos factores. La parte del sismograma que sigue a la fase intensa-la coda-, está compuesta de ondas dispersadas. Por tal razón, la escala no es sensible al patrón de irradiación. Havskov y Macías (1982) desarrollaron una escala  $M_c$  para algunas estaciones sísmicas mexicanas, calibrando  $M_c$  con  $m_b$ .

## Relaciones entre diversas escalas de magnitud

Al desarrollar nuevas escalas de magnitud, en general se ha tratado de ligarlas a escalas ya existentes. Por ejemplo, Gutenberg (1945a) calibró la escala  $M_s$  con la más antigua  $M_L$ . Puesto que los eventos de calibración tenían  $M_L$  cercana a 6,  $M_s$  y  $M_L$  coinciden aproximadamente para esta magnitud. En vista de que los tipos de onda y el periodo difieren en las dos escalas, no hay razón para esperar que coincidan en otros rangos de magnitud. A  $m_b$  se le requirió coincidir con  $M_s$ . Nuevamente, los eventos de calibración tuvieron  $M_s$  entre 6.5 y 7, por lo que ambas escalas coinciden en este rango.  $m_b$  no fue calibrada con ninguna escala preexistente.

En la figura 4, tomada de Kanamori (1983), se grafican algunas escalas de magnitud en función de la magnitud de momento,  $M_w$ . Dada  $M_w$ , la figura 4a muestra un rango de posibles valores de otros tipos de magnitud. La dispersión no es solamente debida a errores de observación, sino que refleja diferencias esenciales entre las diferentes escalas. Como se mencionó, diferentes escalas implican mediciones a diversos periodos; por otro lado, el espectro de la fuente del temblor no es plano. Por tales razones, no es posible esperar una correspondencia uno a uno en un rango amplio de magnitudes entre las escalas. Esto explica porqué para el mismo temblor se reportan varias magnitudes. Por ejemplo, el temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 fue reportado con  $M_s = 8.1$ ,  $m_b = 7$  y  $M_w = 8.05$ . Ya hemos discutido los valores de  $M_L$  para este temblor (ver figura 2).

En esta breve revisión hemos mencionado solamente las escalas más ampliamente usadas. Existen muchas más, que han sido desarrolladas para diferentes regiones del mundo. Actualmente se dedica mucho esfuerzo a desarrollar nuevas escalas y a entender y mejorar las existentes.

## Escalas de intensidad

Antes de la existencia de sismógrafos, los temblores podían medirse sólo por sus efectos. Rossi y Forel, en 1883, desarrollaron una escala llamada *escala*

de intensidad de Rossi-Forel. Con base en los efectos del temblor sobre las personas, las construcciones y la superficie de la tierra, se asigna una intensidad entre I y X, y finalmente se construyen mapas de isosistas, que son curvas que unen puntos sobre la tierra que experimentaron la misma intensidad. En 1902, Mercalli propuso una escala mejorada, que se extiende de I a XII. Una versión abreviada y modificada de la escala de Mercalli está dada en Richter (1958, capítulo 11). Las isosistas siguen siendo una herramienta valiosa en la estimación de la intensidad de un temblor, a escala descriptiva, ya que en muchas regiones no existen registros instrumentales. Además, en muchos países se dispone de una larga historia documental de los efectos de los temblores. Las intensidades generalmente decrecen con la distancia a la fuente; sin embargo, las condiciones locales pueden elevar significativamente la intensidad. Un caso espectacular de este fenómeno es la zona de lago del Distrito Federal. Se han hecho esfuerzos por correlacionar intensidad con aceleración máxima del terreno; también, se ha relacionado el área incluida dentro de la isosista de cierta intensidad con la magnitud (ver, por ejemplo, Singh *et al*, 1982, para el caso de México).

La amplitud de las ondas sísmicas, al igual que la intensidad, decrece con la distancia. En las escalas de magnitud, las funciones de atenuación tratan de tomar en cuenta este decaimiento, de suerte que uno obtenga aproximadamente la misma magnitud independientemente de la distancia, suponiendo que se use la misma escala. Cualquier efecto de sitio se toma en cuenta aplicando una corrección por estación. Por otra parte, el mismo temblor dará lugar a diferentes intensidades dependiendo de la distancia y las condiciones locales.

### Comentarios finales

La cuantificación completa de un temblor requiere muchos parámetros. Determinar estos parámetros es posible sólo para algunos temblores y después de laboriosos análisis. Una idea gruesa del tamaño del temblor puede obtenerse con un parámetro: la magnitud. Esta es determinada a partir de la amplitud registrada de ondas de cierto tipo. Puesto que la magnitud crece



como el logaritmo común de la amplitud, un aumento de diez veces en la amplitud corresponde a un incremento de una unidad de magnitud. Un aumento de una unidad de magnitud está asociado a una energía sísmica liberada del orden de 31 veces superior, es decir, que la energía involucrada en un temblor de magnitud 8 puede equipararse a la de 1000 temblores de magnitud 6.

Se han desarrollado diversas escalas de magnitud. Puesto que los tipos de onda y periodos involucrados son diferentes, las magnitudes de distintas escalas no coinciden. Deben tomarse precauciones para no mezclar magnitudes de distintas escalas.

## Referencias

- Bisztricsány, E. (1959). On a new method of determining earthquake magnitudes, *Publi. BCIS, Trav. Sci., Fasc., A20*, 9-15.
- Brune, J.N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 75, 4997-5009.
- Geller, R.J. y H. Kanamori (1976). Magnitudes of great shallow earthquakes from 1904 to 1952, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 66, 1501-1523.
- Gutenberg, B. (1945a). Amplitudes of surface waves and magnitudes of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 35, 3-12.
- Gutenberg, B. (1945b). Amplitudes of P, PP and S and magnitudes of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 35, 57-69.
- Gutenberg, B. y C.F. Richter (1954). *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 310 pp.
- Gutenberg, B. y C.F. Richter (1956). Magnitude and energy of earthquakes, *Ann. Geofis. (Rome)*, 9, 1-15.
- Hanks, T.H. y H. Kanamori (1979). A moment magnitude scale, *J. Geophys. Res.*, 84, 2348-2350.
- Havskov, J. y M. Macias (1983). A coda-length magnitude scale for some Mexican stations, *Geofis. Int.*, 22, 205-214.
- Houston, H. y H. Kanamori (1986). Source spectra of great earthquakes: teleseismic constraints on rupture process and strong motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76, 19-42.
- Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 82, 2981-2987.

Kanamori, H. (1983). Magnitude scale and quantification of earthquakes, *Tectonophysics*, 93, 185-199.

Kanamori, H. y P.C. Jennings (1978). Determination of local magnitude,  $M_L$ , from strong motion accelerograms, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 68, 471-485.

Lee, W.H.K., R.E. Bennett y K.L. Meagher (1972). A method for estimating magnitude of local earthquakes from signal duration, *U.S.G.S. Open File Report*, 32 pp.

Mahdyiar, M., S.K. Singh y R.P. Meyer (1986). Moment magnitude scale for local earthquakes in the Petatlán region, Mexico, based on recorded peak horizontal velocity, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76, 1225-1240.

Ordaz, M. y S.K. Singh (1991). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill-zone of Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.*, en prensa.

Richter, C.F. (1935). An instrumental earthquake magnitude scale, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 25, 1-32.

Richter, C.F. (1958). *Elementary Seismology*, W.H. Freeman, San Francisco, Calif., 768 pp.

Singh, S.K. y J. Havskov (1980). On moment magnitude scale, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 379-383.

Singh, S.K., M. Reichle y J. Havskov (1980). Magnitude and epicentral determination of Mexican earthquakes from isoseismic maps, *Geofis. Int.*, 19, 269-284.

Singh, S.K., E. Mena y R. Castro (1988a). Some aspects of source characteristics of 19 September, 1985, Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong-motion data, *Bull. Seism.*

*Soc. Am.*, 78, 451-477.

Singh, S.K., J. Lermo, T. Domínguez, M. Ordaz, J.M. Espinosa, E. Mena y R. Quaas (1988b). A study of relative amplification of seismic waves in the valley of Mexico with respect to a hill-zone site (CU), *Earthquake Spectra*, 4, 653-674.

Vañek, J., A. Zátopek, V. Kárník, N.V. Kondorskaya, Y.V. Riznichenko, E.F. Savarensky, S.L. Solov'ev y N.V. Shebalin (1962). Standardization of magnitude scales, *Bull. Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser.*, 108-111 (Versión en inglés).

### Pies de figura

Figura 1. Acelerogramas obtenidos en la zona epicentral del terremoto de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 (componente NS).

Figura 2.  $M_L$  sintetizada a partir de acelerogramas versus distancia para los temblores del 19 y 21 de septiembre de 1985.

Figura 3. Sismograma de periodo largo, componente vertical, del temblor del 19 de septiembre de 1985, registrado en Gräfenberg, Alemania ( $\Delta = 90.8^\circ$ ). La escala horizontal, en minutos. La escala vertical mide el desplazamiento del terreno, en micrones, a 25 seg de periodo.

Figura 4. Relaciones entre diferentes escalas de magnitud. (a) Rango de posibles valores de magnitud dado un valor de  $M_w$ . (b) Relación promedio.

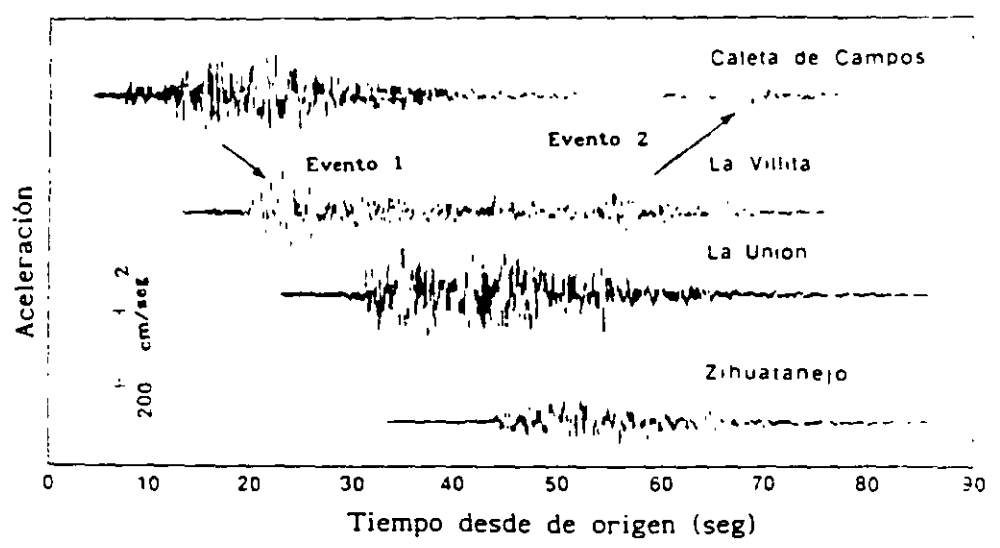
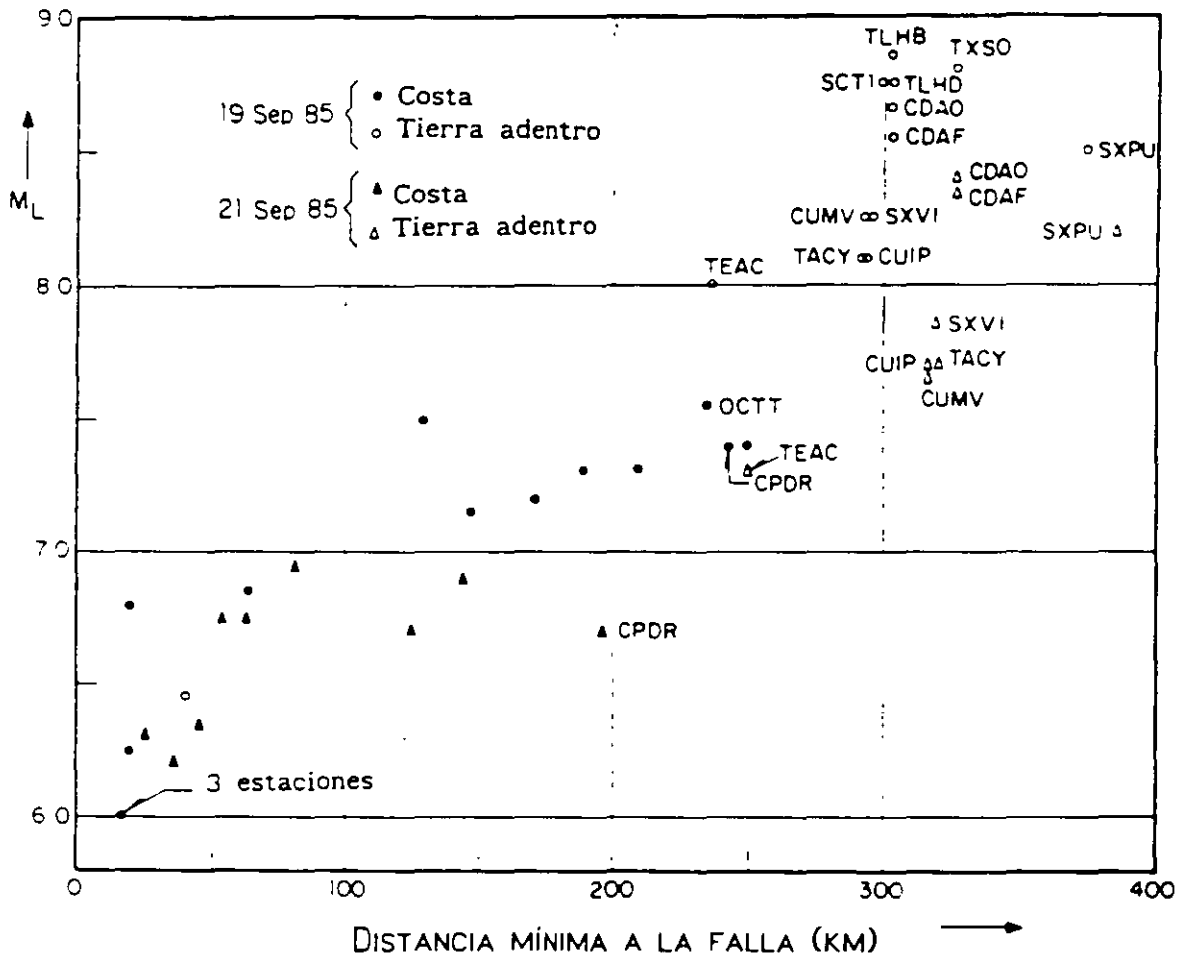
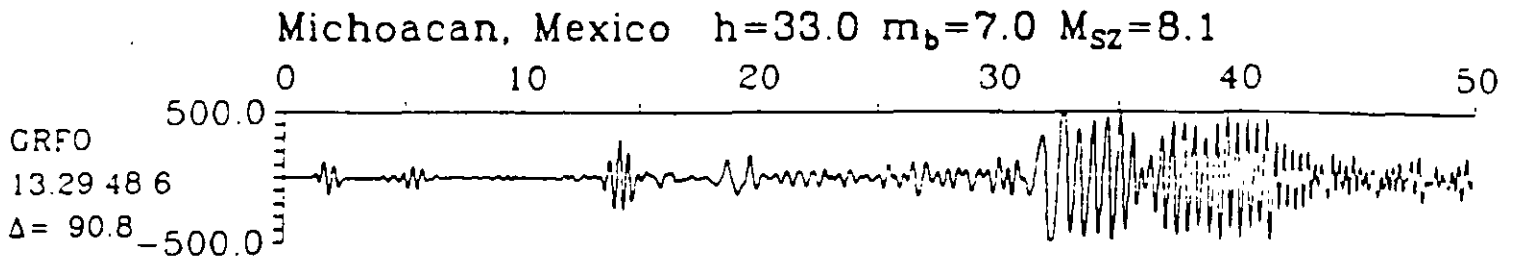


Fig. 2







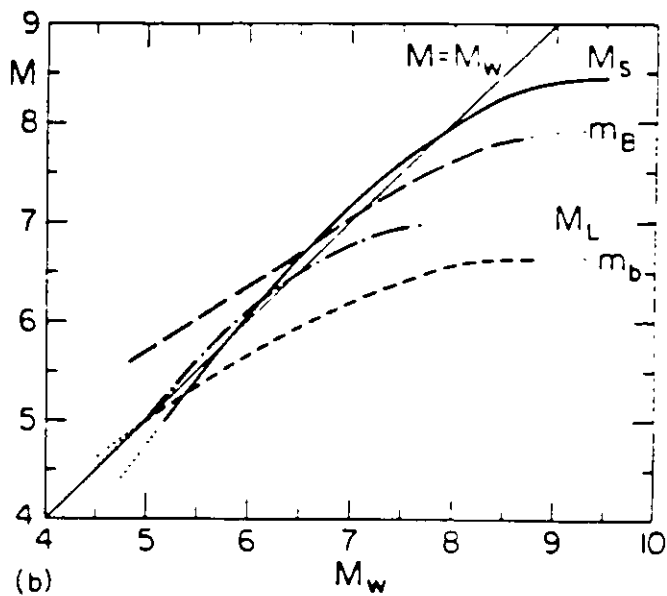
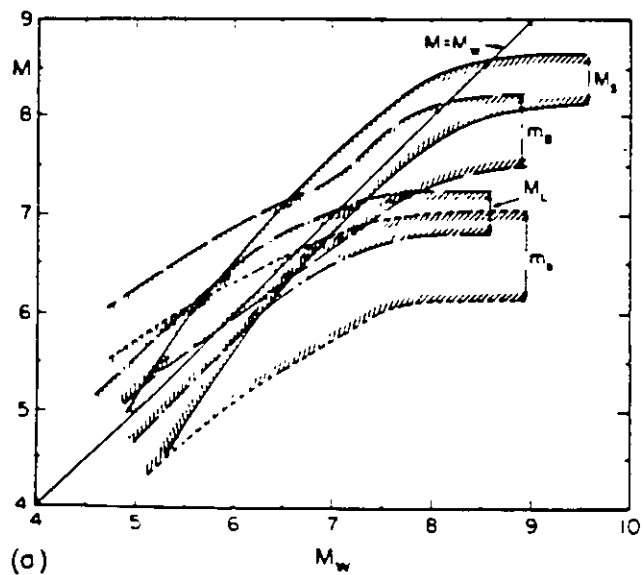


Tabla 1  
 $M_L$  de los temblores de septiembre de 1985

Región	$M_L$ promedio*	
	19 sept 1985	21 sept 1985
Epicentral	6.0	6.3
$R \geq 100$ km, sitios firmes de la costa	7.4	6.7
Zona firme, México DF	8.2	7.7
Zona de lago, México DF	8.7	8.4

\*  $M_L$  calculada a partir de respuesta Wood-Anderson sintética usando acelerogramas y la relación de atenuación para California.



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XXVII CURSO INTERNACIONAL DE  
INGENIERÍA SÍSMICA**

**MODULO III  
CA 019**

**RIESGO SÍSMICO Y SELECCIÓN DE  
TEMBLORES PARA DISEÑO**

**TEMA**

**SEISMIC FAILURE RATES OF MULTISTORY FRAMES**

**EXPOSITOR: DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ  
PALACIO DE MINERÍA  
JULIO DEL 2002**

# SEISMIC FAILURE RATES OF MULTISTORY FRAMES

By Luis Esteva<sup>1</sup> and Sonia E. Ruiz<sup>2</sup>

**ABSTRACT:** A general approach is presented for the estimation of expected failure rates of structures per unit time, which accounts for uncertainties about mechanical and geometrical properties, as well as about live load and seismic excitation. Such an approach is applied to one-, three-, and nine-story frames with nonlinear behavior, subjected to random sequences of simulated accelerograms corresponding to soft and hard types of ground. Conclusions are reached concerning the influence of several concepts on the probability of failure of the structures analyzed, including: (1) The influence of the spatial statistical correlation among the mechanical properties of the structural members is relatively small as compared to that of other variables; (2) the number of degrees of freedom has a great influence on the probability of failure; (3) for small coefficients of variation of the available ductility, the probabilities of structural failure for a given intensity are higher than those corresponding to greater coefficients of variation (this is a consequence of the assumed relation between expected and nominal values of this variable); and (4) the structural failure rate decreases when the design ductility factors increase. It is pointed out that these conclusions are not valid if the safety factors with respect to local brittle failure modes are small as compared with those associated with ductile modes.

## INTRODUCTION

Basic criteria and algorithms for selecting seismic design coefficients and spectra on the basis of optimizing present values of expected utilities, including uncertainties about both structural properties and seismic excitations, have been available for a long time (Esteva 1967, 1968, 1969, 1976; Rosenblueth 1976). These highly developed algorithms cover cases in which the occurrence of earthquakes of different intensities at a site is modeled either by a Poisson process or by a renewal process. In addition to the probabilistic descriptions of the seismic-activity process, the algorithms make use of concepts such as the probability distribution of the ground-motion intensity at which a structure of interest fails and the probability of failure for a given intensity or, more generally, the probability distribution of the cost of damage for that intensity.

Both the relevance and the complexity tied to the analysis of the seismic process have been recognized for many years; therefore, large efforts have been devoted to defining adequate probabilistic models and to formulating criteria for estimating their parameters (Cornell 1972; Esteva 1976; Rosenblueth 1986). Much less attention has been paid to the study of the probability distributions of the intensities resisted by given structures and to the distributions of damage for given intensities. One reason for this neglect is the frequently used argument that uncertainties tied to structural parameters, i.e., response and performance, are very small as compared to those attached

<sup>1</sup>Dir. and Prof., Inst. de Ingeniería, UNAM, Apdo. Postal 70-472, 04510 México, D.F. Mexico.

<sup>2</sup>Assoc. Prof., Inst. de Ingeniería, UNAM, Apdo. Postal 70-472, 04510 México, D.F. Mexico.

Note. Discussion open until July 1, 1989. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the ASCE Manager of Journals. The manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on October 1, 1987. This paper is part of the *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 2, February, 1989. ©ASCE, ISSN 0733-9445/89/0002-0268/\$1.00 + \$.15 per page. Paper No. 23171.

4.3.190

the nature and parameters of the seismic processes. In most cases, this argument justifies replacing an uncertain structural strength with its expected value when performing studies about the reliability of a structure in a seismic environment. However, the problems still remain of determining the ratio of the expected value of the earthquake intensity resisted by a structure to the nominal value used to express safety-related specifications, and of obtaining  $E(v_i)$ , the expected rate of failure per unit time of a structure with uncertain mechanical properties, in terms of  $v_i(y^*)$ , the rate of occurrence of intensities greater than  $y^*$ , the nominal value of the design intensity.

The problems that hinder the determination of accurate values of  $F(v_i)$  given  $v_i(y^*)$  range from insufficient knowledge about the mechanical properties and failure mechanisms of structural members and systems to the wide complexity of the mathematical models needed to represent the joint probability distributions of the variables that determine seismic response and performance, i.e., ground-motion history, gravity loads, constitutive laws of structural materials and members, and failure mechanisms and conditions.

The studies reported in this article aim at assessing the influence of a number of structural parameters on computed failure probabilities of systems designed with the same safety factors for the same nominal intensities. For this purpose, it is assumed that building frames fail in a ductile manner by the formation of plastic hinges at those member sections where the acting bending moment reaches the local bending capacity and that a brittle failure limit state is reached when the ductility demand at any given story, expressed in terms of lateral deformations of that story, reaches the available capacity of ductile deformation. The analytical difficulties implied by the mathematical models adopted are circumvented by applying a Monte Carlo simulation.

## PROBLEM FORMULATION

The following approach and assumptions will be adopted:

1. Seismic hazard at the site of interest is expressed in mathematical terms by a known function,  $v_T(y)$ , representing the mean number of times per unit time (year) that an intensity greater than  $y$  occurs at the site.

2. Under the action of an earthquake of intensity  $y$ , the structure may fail in  $n$  different modes; for instance, each failure mode may correspond to exceedance of the capacity for ductile deformation at a given story.  $R_i$  will designate the structural capacity to resist the  $i$ th failure mode, and  $S_i$  will be used to denote the maximum amplitude of the response variable governing the occurrence of the  $i$ th failure mode. The ratio  $S_i/R_i$  is the reciprocal of a random safety factor and will be denoted by  $Q_i$ . Failure in the  $i$ th mode occurs if  $Q_i \leq 1$ . It is also assumed that failure occurs precisely in the  $i$ th mode and not in any other, provided that  $Q_i \geq Q_j$  for all  $j = 1, \dots, n$ . This means that if we have two modes,  $i$  and  $j$ , such that  $Q_i \geq Q_j \geq 1$ , failure will be assumed to take place precisely in the  $i$ th mode, in spite of the fact that during the response process the condition  $Q_j \geq 1$  may be reached before the condition  $Q_i \leq 1$ . This assumption is introduced for simplicity and does not have any practical implication if it is assumed that the consequences of failure are independent of the failure mode leading to it.

From these assumptions, the probability of failure for a given intensity equals the probability that the maximum of all the values of  $Q_i$  exceeds unity. Thus, if that maximum is called  $Q$ , then

$$p_r(y) = P(Q \geq 1|y) \quad (1)$$

where  $P_r(y)$  = the probability of structural failure under the action of an earthquake with intensity  $y$ .

3. The rate of failure of a structure with deterministically known properties (vector  $\mathbf{R}$ ) is

$$v_r(\mathbf{R}) = \int_0^\infty -\frac{\partial v_r(u)}{\partial u} P_r(u|\mathbf{R}) du \quad (2)$$

where  $v_r(u)$  = the rate of occurrence of an intensity in excess of  $u$ , and  $P_r(u)$  is given by Eq. 1. If  $\mathbf{R}$  is a vector of uncertain structural properties, then the expected value of  $v_r$  can be obtained by weighing the value given by Eq. 2 with respect to the joint p.d.f. of  $\mathbf{R}$ . Denoting by  $f_{\mathbf{R}}(r)$  this p.d.f., the expected value of  $v_r$  can be obtained as follows

$$E(v_r) = \int_0^\infty f_{\mathbf{R}}(r) \int_0^\infty -\frac{\partial v_r(u)}{\partial u} P_r(u|r) du dr \quad (3)$$

The first integral appearing in this equation must be understood as a multiple integral, with a number of dimensions equal to the order of  $\mathbf{R}$ . Changing the order of integrations, Eq. 4 is obtained

$$E(v_r) = \int_0^\infty -\frac{\partial v_r(u)}{\partial u} \int_0^\infty P_r(u|r) f_{\mathbf{R}}(r) dr du \quad (4)$$

This order of performing the integrations lends itself better than Eq. 3 to the calculation of  $E(v_r)$  by the algorithm that will be proposed later. The interior integral in Eq. 4 is the failure probability of a system with uncertain properties subjected to an earthquake with intensity  $Y = u$ .

## BASIC MODELS AND ASSUMPTIONS

### Seismic Hazard Function

For the purpose of calculating  $p_r(y)$ , as given by Eq. 1, it is convenient to express  $y$  as the value of a parameter of the ground-motion time-history, which can then be used by engineers to estimate maximum values of structural responses. Examples of such parameters are peak ground accelerations or velocities, ordinates of response spectra for given period and damping, and expected values of these ordinates. If one of these parameters is used to measure intensity, then the expected rate of occurrence of earthquakes with intensities higher than a given value  $y$  is known. It can be expressed by a function of the form

$$v(y) = Ky^{-r} \left[ 1 - \left( \frac{y}{y_M} \right)^\epsilon \right], \quad \text{for } y \leq y_M \quad (5a)$$

$$v(y) = 0, \quad \text{for } y \geq y_M \quad (5b)$$

where  $y_M$  = an upper bound to the intensities that may occur at the site of interest;  $r$  and  $\epsilon$  = parameters defining the shape of the distribution of intensities; and  $K$  = a scaling factor. For the applications that follow,  $y$  and  $y_M$  are measured by peak ground acceleration at the site during an earth-

quake, and the parameters in Eq. 5 are assumed to take the values  $K = 129.5$ ,  $r = 1.6$ ,  $\epsilon = 1$ , and  $Y_M = 1,125 \text{ cm/s}^2$  for the analysis of cases 1-13. This means that accelerations in excess of 200 and 500  $\text{cm/s}^2$  occur, respectively, every 45 and 285 years on the average. For case 14,  $K = 80$  and  $Y_M = 500 \text{ cm/s}^2$ . Although Eq. 5 is deemed adequate for engineering applications, it is not acceptable for small values of  $y$ , as it leads to unbounded values of  $v(y)$  as  $y$  tends to zero.

### Ground-Motion Time-Histories

Two sets of simulated ground-motion time-histories were used, one based on the statistical properties of the NS component of the record obtained in 1940 in El Centro, California, and the other represents the most intense portion of the EW component obtained at the parking lot of the SCT building in Mexico City during the earthquake of September 19, 1985 (Mena 1986). 20 sample records belonging to the first set and nine belonging to the second one were generated by means of the algorithm described by Ruiz, Paredes-López, and Galarza (1986) and Ruiz and Lara (1987). For the first case, the simulated records have a duration of 30 sec and for the second, 82 sec.

The algorithm used to generate the simulated accelerograms takes into account the variation in time of ground-motion intensity, as well as the distribution of energy content among frequencies. Briefly, it may be described as a sequence of three operations: first, the duration of the record to be simulated is divided into several segments, and the frequency content and intensity of the ground motion included within each segment is obtained; second, unit-intensity segments of samples of Gaussian processes with the corresponding spectral densities are generated for each segment defined in the first step; and, finally, the simulated segments are put together, and each resulting record is modulated by a deterministic time function.

### Structures Studied

The studies reported herein cover three families of single-bay frames with one, three, and nine stories, respectively. Their nominal dimensions are shown in Fig. 1. The computed values of the fundamental periods resulting from their member sections and from the nominal values of their material properties are given in Table 1, as well as the ductility-related reduction factors adopted for design and the corresponding seismic design coefficient. Each of the latter resulted from dividing by the corresponding reduction factor the average ordinates of the linear response spectra of each set of simulated records for the computed fundamental period of the structure of interest. This way of transforming the ordinates of a linear response spectrum to those of the corresponding elasto-plastic response spectrum for a specified ductility demand was deemed reasonably approximate because the fundamental natural periods are not too short as compared to the dominant periods of the ground-motion records.

As previously mentioned, failure is assumed to occur when the ductility demand at any given story reaches the available capacity of ductile deformation of that story. This capacity is taken as uncertain, and several assumptions about its variation coefficient were considered, as shown in the fifth column of Table 1.

The probability distributions of member strengths and stiffnesses were not directly obtained, but, as explained in the following, random values of these

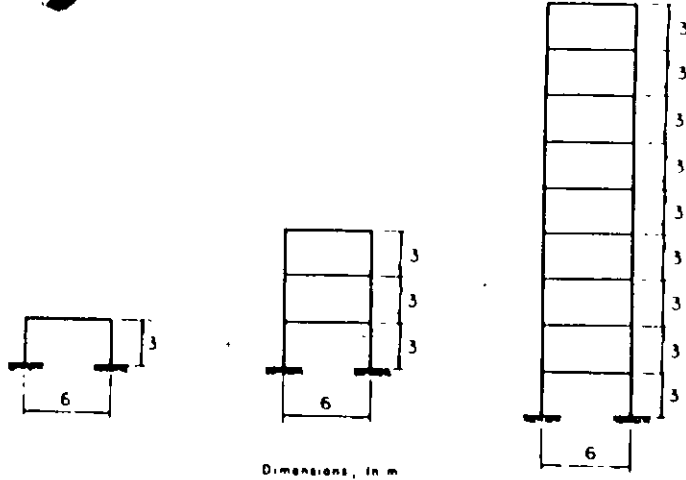


FIG. 1. Overall Dimensions of Cases Studied

properties were generated by Monte Carlo simulation of the material properties and cross-section dimensions, followed by application of conventional expressions of structural mechanics.

The parameters and the assumed forms of the statistical distributions of these properties are given in Table 2, which also includes values corresponding to live loads. Those parameters are concrete strength  $f_c$ ; steel yield stress  $f_s$ ; reinforcement cover in girders and columns  $r$ , width and depth,  $b$  and  $h$ ; and live load  $W_l$ . The expected capacity of ductile deformation  $\bar{\mu}$  at a given

TABLE 1. Cases Studied

Case number (1)	Number of stories (2)	Fundamental period (sec) (3)	Ductility design factor (4)	Ductility coefficient of variation (5)	Spatial correlation* (6)	Seismic design coefficient (7)	Excitation* (8)
1	1	0.36	1	0.3	HC	0.69	EC
2	1	0.36	1	0.5	HC	0.69	EC
3	1	0.36	2	0.3	HC	0.35	EC
4	1	0.36	2	0.5	HC	0.35	EC
5	1	0.36	4	0.3	HC	0.17	EC
6	1	0.36	4	0.5	HC	0.17	EC
7	1	0.36	6	0.3	HC	0.12	EC
8	1	0.36	6	0.5	HC	0.12	EC
9	3	0.85	2	0.3	LC	0.25	EC
10	3	0.85	4	0.3	LC	0.12	EC
11	3	0.36	4	0.3	LC	0.17	EC
12	3	0.36	4	0.3	HC	0.17	EC
13	3	0.36	4	0.6	HC	0.17	EC
14	9	1.32	2.5	0.3	LC	0.115	SCT

\*HC = High correlation between structural member properties. LC = low correlation between structural member properties.

\*EC = El Centro, 1940, NS component, SCT = SCT, Mexico City, 1985, EW component

TABLE 2. Statistical Parameters of Distributions of Material Properties and Live Loads

Variable (1)	Assumed probability function (2)	Nominal value (kPa) (3)	Mean value (kPa) (4)	Coefficient of variation (5)
$W_l$	Gamma	0.88	0.69	0.480
$f_c$ (field)	Gaussian	17,600	19,800	0.195
$f_s$	Gaussian	411,600	458,600	0.096
$b, h, r$	Gaussian	—*	—*	—*

\*Similar to those given by Mirza (1979)

TABLE 3. Correlation Coefficients for Cases with Low Correlation (LC) between Mechanical Properties

Variable (1)	Correlation coefficient, $\rho$ (2)
$f_c$	0.6
$f_s$	0.8
$b$	0.8
$h$	0.8
$r$	0.8

story is related to its nominal value  $\mu^*$  through the equation  $\bar{\mu} = \mu^* \exp(0.55 \times 3 \times V_{\mu}^2)$ , where  $V_{\mu}^2$  = the coefficient of variation of the available ductility. The probability distribution of the latter variable was obtained by defining a new variable,  $w = \mu - 1$ , assumed to possess log-normal distribution. Symbols HC and LC in the sixth column of Table 1 mean "high correlation" and "low correlation." In the first case, each material property or cross-section dimension is assumed to be perfectly correlated throughout the structure, but the different variables at a given member are stochastically independent. In the second case, each material property or cross-section dimension at a given member-end is correlated with its counterpart at any other member-end in accordance with the correlation coefficients of Table 3, and there is no correlation between the values of the different variables.

All systems studied were assumed to possess a viscous damping of 5% of critical.

### ALGORITHMS USED

#### Failure Probabilities for Given Intensities

Trying to obtain failure probabilities in analytic terms is intractable by present means, and trying to generate them by Monte Carlo simulation requires an excessively large number of samples if we are interested in the ranges of very low values of these probabilities. Because our interest is focused on obtaining rates of failure of structures subjected to earthquakes of random intensities, and because the uncertainties about the latter are much larger than those concerning the properties of a structure, it is acceptable to limit our efforts to estimating second moments of  $Q$ , the reciprocal of the safety factor, and assuming a reasonable form for its probability density