UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

APUNTES

INTRODUCCIÓN AL DIMENSIONAMIENTO DE VIGAS Y LOSAS DE CONCRETO

ING.FRANCISCO ROBLES

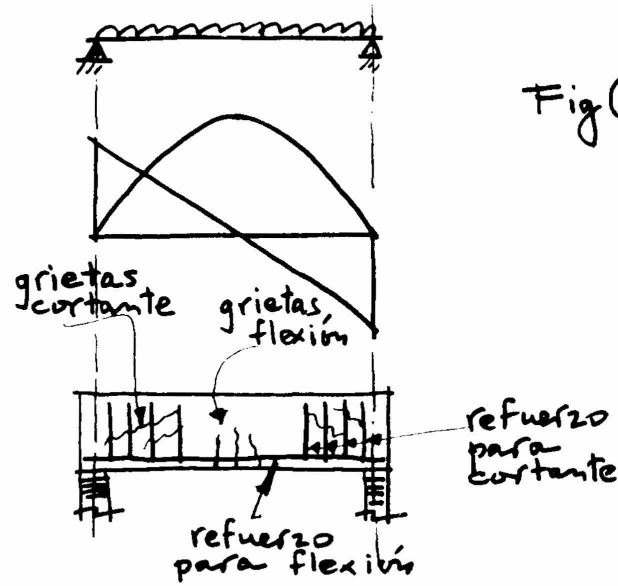


Fig ① Comportamiento de una viga de concreto reforzado

1 OBSERVACIONES PRELIMINARES

Las cargas transversales que actúan sobre una viga dan origen a momentos fle - xionantes y fuerzas cortantes, acciones internas que, a su vez, producen esfuerzos - de tensión. El concreto simple se agrieta a partir de esfuerzos de tensión, relativa - mente bajos por su escasa resistencia a este tipo de esfuerzos (fig 1). Por lo tanto - la capacidad para resistir cargas transversales de una viga hecha con este material es insignificante. Puede suplirse la falta de resistencia a tensión colocando barras de refuerzo de acero en las regiones de la viga donde las acciones externas produzcan tensión. El refuerzo no impide el agrietamiento, pero sí lo restringe (fig 1). Esta combinación de concreto simple y barras de acero constituye el material compuesto comúnmente denominado concreto reforzado. El dimensionamiento de vigas de concreto reforzado consiste esencialmente en la determinación de las dimensiones de la sección de concreto y de la cuantía y distribución del acero de refuerzo requeridas para contar con suficiente resistencia y un comportamiento adecuado bajo condiciones de servicio. Esto implica el desarrollo de procedimientos para predecir la resistencia de secciones sujetas a flexión o a fuerza cortante o a combinaciones de ambas acciones, - calcular deflexiones y estimar la magnitud del agrietamiento. En las secciones siguientes se presentarán procedimientos elementales para el dimensionamiento de vigas de - concreto. En general, se han seguido las recomendaciones del Reglamento de las Cons

602825

trucciones del Departamento del Distrito Federal.[1]

Otros reglamentos importantes son el del American Concrete Institute[3,4] y el del Comité Europeo de Concreto[5].

Un tratamiento más amplio del comportamiento y dimensionamiento de elementos de concreto reforzado sujetos a flexión puede encontrarse en los capítulos 4 y 16 de la ref 7. Los textos de Winter[8] y Ferguson[9] también contienen tratamientos amplios.

2 RESISTENCIA A FLEXION DE SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO

2.1 Consideraciones generales

Supaniendo conocidas las gráficas esfuerzo-deformación del concreto y del acero, y con base en la compatibilidad de deformaciones y los principios de estática, se puede determinar la capacidad del par interno que puede desarrollar una sección de concreto reforzado de características conocidos; es decir, su copocidad para resistir flexión. Para características de los diagramas de esfuerzo-deformación del concreto y del acero, puede consultarse la ref 10. El procedimiento general es laborioso, y es usual hacer algunas hipótesis simplificadoras. A continuación se presentan las hipótesis utilizadas en las recomendaciones de las refs 1 y 2.

1a. La distribución de deformaciones unitarias en la sección transversal de un elemento es plana.

2a. El concreto no resiste esfuerzos de tensión

3a. La deformación unitaria máxima admisible en el concreto en compresión es 0.003.

4a. La distribución de esfuerzos en la zona de compresión puede considerarse como uniforme en la zona equivalente de compresión, cuya profundidad se considerará como 0.8 de la del eje neutro. Tal esfuerzo en el concreto se tomará igual a

$$f''_c = 0.85\, f^*_c \text{ , si } f^*_c \leq 250 \text{ kg/cm}^2$$

y $$f''_c = (1.05 - f^*_c / 1250)\, f^*_c \text{ , si } f^*_c > 250 \text{ kg/cm}^2$$

5a. Se conocen las características esfuerzo-deformación del acero. El módulo de elasticidad, E_s, se toma igual a 2×10^6 kg/cm^2, para acero de refuerzo ordinario. El diagrama de esfuerzo-deformación del acero de refuerzo ordinario puede idealizarse por medio de una recta que pase por el origen, con pendiente igual a E_s, y una recta horizontal que pase por la ordenada correspondiente al esfuerzo de fluencia real o convencional del acero.

6a. La deformación unitaria del acero es igual a la del concreto que se encuentra al mismo nivel.

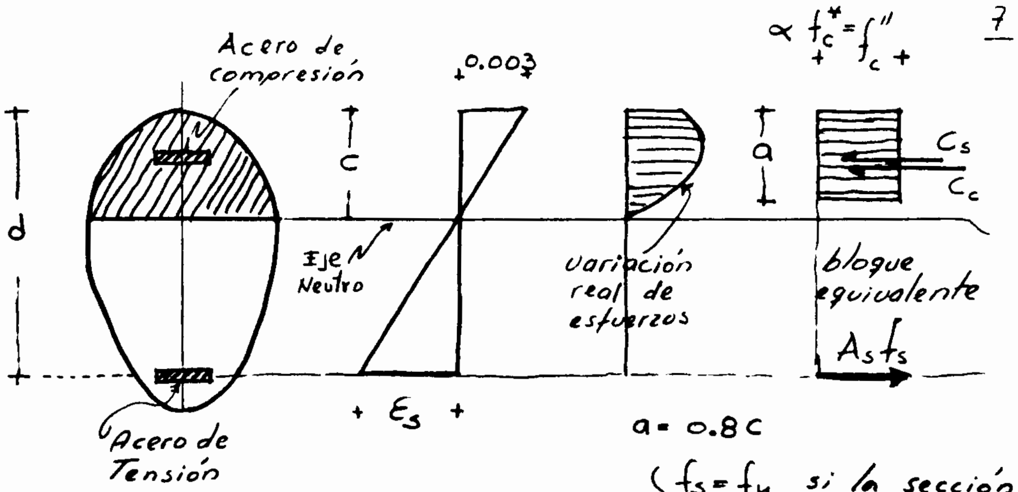
602825

El significado de estas hipótesis puede apreciarse en la fig 2.

La distribución rectangular de los esfuerzos de compresión propuesta es tal que las resistencias que se obtienen utilizándola corresponden con bastante precisión a las obtenidas con distribuciones reales, así como a resultados experimentales, cuando se utilizan las resistencias no reducidas del concreto, f'_c. Para efectos de diseño, el reglamento del Departamento del Distrito Federal indica que deben utilizarse esfuerzos reducidos del concreto, f^*_c, en la forma indicada en la fig 2, que tienen en cuenta la variabilidad de la calidad del concreto. El empleo de diagramas rectangulares facilita notablemente los cálculos requeridos.

En la fig 3, se muestra la idealización del diagrama de esfuerzo-deformación del acero.

Para encontrar la resistencia de una sección simétrica cualquiera, de características conocidas, se determina primero la posición del eje neutro planteando una ecuación con base en el equilibrio interno o por un tanteo. Una vez localizado el eje neutro se determinan las fuerzas internas y se calculan los momentos con respecto al eje neutro. La suma de los momentos es la resistencia a momento de la sección. Puede también localizarse el centro de gravedad de las fuerzas de tensión y calcular entonces los momentos de las fuerzas de compresión con respecto a este centro o viceversa. En los ejemplos 1 a 3 se ilustra el cálculo de la resistencia a flexión de diversos tipos



($f_s = f_y$ si la sección es subreforzada).

d = peralte efectivo.

$$f_s \leq f_y$$

$$\alpha = 1.05 - \frac{f_c^*}{1250} \leq 0.85$$

$$f_c^* = 0.8 f_c'$$

Fig. 2: Hipótesis del Reglamento del D.D.F.

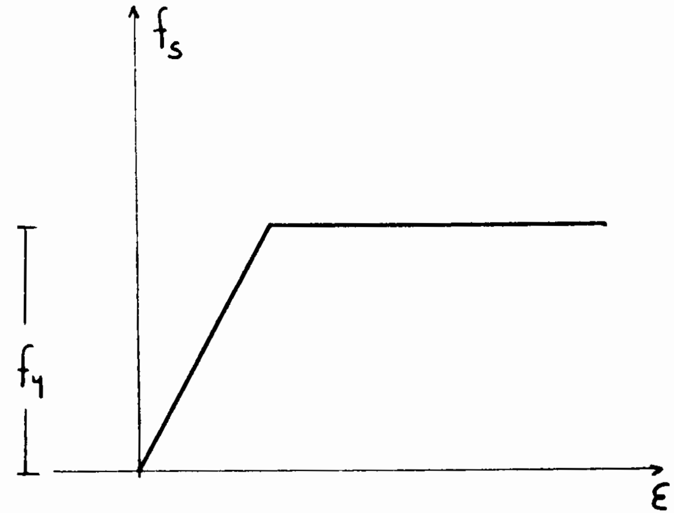


Fig. 3: Diagrama esfuerzo-deformación idealizado del acero según el Reglamento del Departamento del Distrito Federal.

de sección. El caso particular de los secciones rectangulares simplemente armadas se trata en el inciso 2.3.

2.2 Secciones balanceadas, subreforzadas y sobrerreforzadas

Se dice que una sección está balanceada cuando la deformación unitaria en la fibra externa comprimida es la máxima admisible (0.003, según DDF) y la deformación unitaria en el acero es la correspondiente al esfuerzo de fluencia. Secciones con menos acero que el correspondiente a la sección balanceada reciben el nombre de subreforzadas, mientras que las que tienen un porcentaje de acero superior al de la condición balanceada se llaman sobrerreforzadas.

La determinación del acero correspondiente a la condición balanceada se efectúa imponiendo las condiciones de deformación mencionadas y aplicando los principios de equilibrio y compatibilidad de deformaciones en la forma ilustrada en los ejemplos 1 a 3. El caso particular de secciones rectangulares simplemente armadas se trata en el inciso 2.3.

La determinación de la cantidad de acero correspondiente a la condición balanceada es importante porque en los reglamentos y normas de diseño de estructuras de concreto es usual imponer una limitación al acero máximo que puede utilizarse en elementos sujetos a flexión, prohibiendo que se exceda un determinado porcentaje del acero balanceado, que varía del 50 al 100%. Esto se hace para asegurar que la falla del elemento sea dúctil, es decir, que exhiba deformaciones importantes antes del colapso, de manera que se cuente con un aviso de la inminencia del mismo. En efecto, en una viga subreforzada sujeta a carga creciente, el acero alcanza su es-

fuerzo de fluencia antes de que el concreto falle, registrándose fuertes agrietamientos y deflexiones antes del colapso. En una viga sobrerreforzada, por el contrario, el colapso sobreviene en forma repentina, sin aviso previo. En la fig 4 se compara cualitativamente el comportamiento de una viga subreforzada con el de una viga sobrerreforzada.

2.3 Vigas rectangulares simplemente armadas

Resistencia

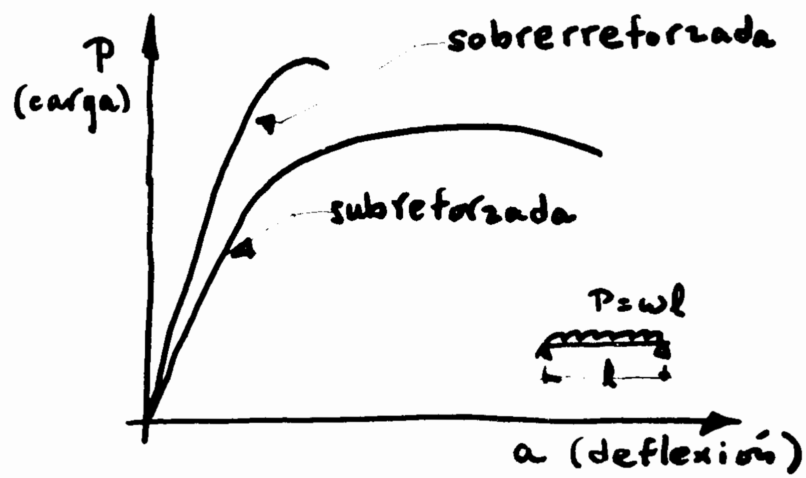


Fig 4 Diagramas carga-deflexión de una viga subreforzada y de una viga sobrerreforzada

Para el caso particular de vigas rectangulares simplemente armadas pueden deducirse fórmulas que permiten calcular directamente su momento resistente.

En la fig 5 se muestra una viga rectangular con refuerzo del lado de tensión únicamente. Se supone que la sección es subreforzada, de manera que el acero fluye, como sucede en los casos prácticos de diseño. Por lo tanto, $f_s = f_y$.

Por equilibrio de fuerzas, se puede obtener la profundidad del bloque de esfuerzos a , de la manera siguiente:

$$C = T$$

$$a\,b\,f''c = A_s\,f_y$$

$$a = \frac{A_s\,f_y}{b\,f''_c} \qquad (1)$$

Llamando p a la relación entre el área de acero A_s y el producto bd, donde b es el ancho de la sección y d , el peralte efectivo, definido como la distancia desde la fibra más comprimida hasta el centro de gravedad del acero de tensión.

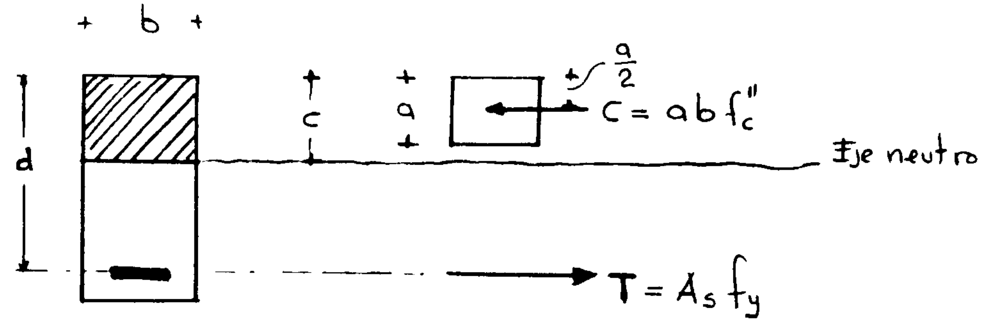


Fig. 5 Fuerzas que intervienen en el cálculo de resistencia de vigas rectangulares simplemente armadas. D. D. F.

la ecuación (1) puede escribirse como:

$$a = \frac{p\,b\,d\,f_y}{b\,f''_c} \qquad (2)$$

donde:

$$p = \frac{A_s}{bd}$$

Tomando momento con respecto a la resultante de compresión:

$$M_u = T\ \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_u = A_s\ f_y\ \left(d - \frac{a}{2}\right) \qquad (3)$$

Otra expresión puede obtenerse tomando momentos con respecto al acero de tensión:

$$M_u = C\ \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$= a\,b\,f''_c\ \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$= \frac{p\,b\,d\,f_y}{b\,f''_c}\ .\ b\,f''_c\ \left(d - \frac{p\,b\,d\,f_y}{2\,b\,f''_c}\right)$$

Definiendo el índice de resistencia, q , como sigue:

$$q = \frac{p\ f_y}{f''_c} \qquad (4)$$

resulta:

$$M_u = b\,d^2\,f''_c\,q\,(1-0.5q) \qquad (5)$$

Esta ecuación proporciona la resistencia ideal a flexión de la sección considerada y deberá ser afectada por un factor de reducción (o de resistencia) para obtener las resistencias de diseño, se tiene entonces que

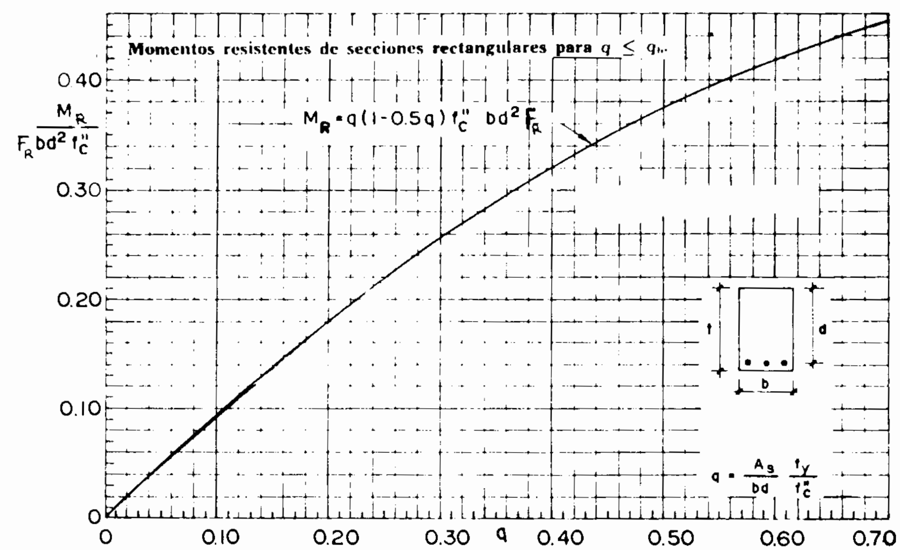
$$M_R = F_R\,b\,d^2\,f''_c\,q\,(1-0.5q) \qquad (5a)$$

El factor de resistencia, F_R, toma en cuenta los aspectos siguientes: a) La dispersión de los resultados experimentales en que se basa la fórmula, b) El grado de seguridad involucrado en cada fórmula, c) El tipo de falla que puede presentarse y d) Las consecuencias de la falla.

Para flexión $\quad F_R = 0.9$

La ecuación (5a) está resuelta gráficamente en la figura 6. En el ejemplo 1 se ilustra el cálculo del momento resistente de una sección rectangular simplemente armada.

Figura 6



Relación de acero correspondiente a la condición balanceada

La relación de acero o cuantía p_b correspondiente a la condición balanceada de una viga rectangular también puede calcularse directamente mediante una expresión obtenida a partir de consideraciones de equilibrio interno y de compatibilidad de deformaciones (fig 7).

Si se considera que la deformación unitaria del concreto es 0.003 y que la del acero es la que corresponde a la fluencia, del diagrama de deformaciones unitarias se puede establecer la siguiente proporción:

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{\varepsilon_y + 0.003}$$

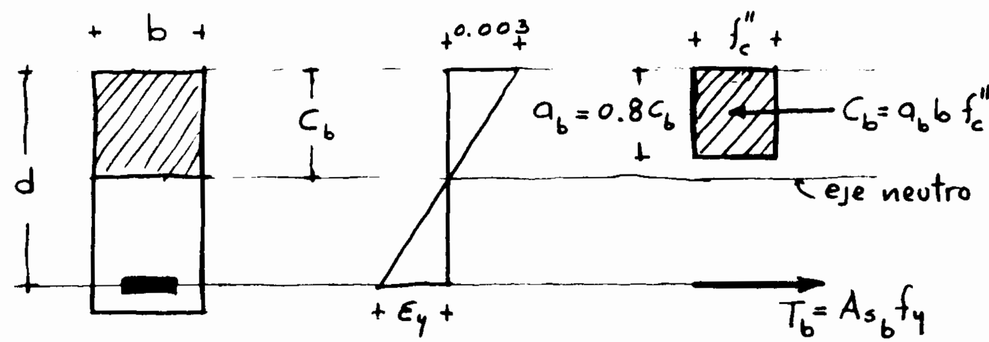
Por consideraciones de equilibrio, igualando T con C, se obtiene que

$$p_b = \frac{f''_c}{f_y} \quad \frac{4800}{f_y + 6000} \qquad (6)$$

En el ejemplo 1 se ilustra la aplicación de esta expresión.

2.4 Vigas rectangulares doblemente armadas

Pueden presentarse situaciones en que las dimensiones exteriores de una sección rectangular están fijadas por restricciones de tipo arquitectónico o constructivas. Si el momento actuante es superior al que puede resistir la sección como simplemente armada, puede aumentarse la capacidad colocando acero de compresión en la zona de compresión. En el ejemplo 2 se muestra el cálculo de la resistencia de una -



c_b = profundidad eje neutro, condición balanceada.

a_b = profundidad del bloque equivalente de esfuerzos, condición balanceada.

d = peralte efectivo.

b = ancho de la sección

ε_y = deformación unitaria del acero al fluir.

Fig. 7 Condición balanceada en una sección rectangular (D. D. F.).

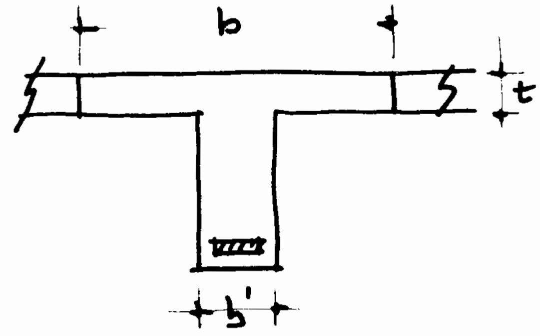
sección doblemente armada así como la determinación del acero correspondiente a la condición balanceada.

Debe advertirse que hay secciones doblemente armadas por motivos ajenos al de resistencia. Si el acero de tensión de estas secciones es inferior al que correspondería a la condición balanceada si la sección estuviera simplemente armada, el momento resistente puede estimarse con precisión razonable despreciando el acero de compresión.

2.5 Vigas T

Uno de los sistemas de construcción más comunes en estructuras de concreto consiste en losas soportadas sobre vigas. Las losas y las vigas se cuelan monolíticamente. En los cálculos de resistencia se supone que la viga actúa conjuntamente con una porción de losa para formar lo que suele llamarse una sección T (fig 8). El ancho efectivo de losa que puede considerarse contribuye a la resistencia suele estar fijado por especificación. En la fig 8 se muestra una recomendación típica.

En la mayoría de los casos, la profundidad del bloque de esfuerzos a es menor que el peralte del patín t. La zona comprimida es entonces rectangular y la resistencia puede calcularse como si se tratara de una sección rectangular común, con ancho igual al ancho efectivo b. Cuando a es mayor que t, la resistencia a momento puede determinarse aplicando los principios generales expuestos en 2.1. El acero correspondiente a la condición balanceada se puede determinar como se indica en 2.2. En el ejemplo 3 se presentan cálculos típicos de secciones T.



b: ancho efectivo

Tomar como ancho efectivo el menor de los siguientes valores:

- $16t + b'$
- $l/4$
- distancia centro a centro entre nervaduras

(l es el claro de la viga)

Fig 8 . Ancho efectivo de secciones T

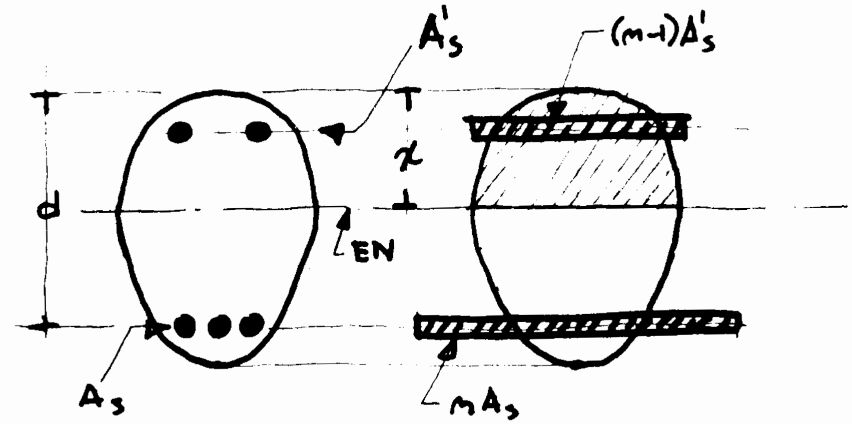
2.6 Vigas de sección simétrica de forma cualquiera

En el caso de formas complicadas puede descomponerse la zona de compresión en fajas paralelas de ancho pequeño y aplicar los procedimientos generales utilizados en los casos anteriores.

3. REVISION DE ESFUERZOS BAJO CONDICIONES DE SERVICIO

En relación con ciertos aspectos del diseño, a veces es necesario investigar esfuerzos bajo condiciones de servicio. Para ello se recurre a hipótesis elásticas y al artificio de la sección transformada expuesto en la sección 3.2 de la ref 11, en relación con la revisión de esfuerzos en elementos de concreto reforzado sujetos a compresión axial.

Al transformarse el acero en un área de concreto de efecto equivalente debe procurarse que las fajas sean de ancho unitario, de manera que su momento de inercia centroidal sea despreciable y que queden paralelas al eje neutro, como se muestra en la fig 9. Generalmente se considera únicamente la parte comprimida de la sección de



Se desprecia el concreto en la zona en tensión

Fig 9 Ejemplo de sección transformada para revisión de esfuerzos debidos a flexión

concreto, puesto que la parte sujeta a tensión se agrieta. Sin embargo hay casos, en que los esfuerzos de tensión son bajos, en los que está indicado considerar la sección completa. Los pasos principales del cálculo son los siguientes:

a).- Determinación de la profundidad del eje neutro, tomando momentos de las áreas con respecto a éste.

b).- Cálculo del momento de inercia con respecto al eje neutro.

c) .- Determinación de esfuerzos mediante expresiones de la forma

$$\left.\begin{aligned} f_c &= \frac{M}{I}\, y_1 \quad \text{(para esfuerzos en el concreto)} \\ f_s &= n\,\frac{M}{I}\, y_2 \quad \text{(para esfuerzos en el acero)} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

En las ecuaciones (7), $\underline{y_1}$ y $\underline{y_2}$ son las distancias desde el eje neutro a la fibra considerada, $\underline{n}$ es la relación entre los módulos de elasticidad del acero y del concreto e $\underline{I}$ es el momento de inercia calculado en el paso (b).

En los ejemplos 4 a 6 se presentan cálculos típicos de determinación de esfuerzos a nivel de cargas de servicio.

4 RESISTENCIA A FUERZA CORTANTE

4.1 Vigas

Supóngase una viga con refuerzo longitudinal suficiente para resistir la flexión, pero sin refuerzo transversal (fig 10). Bajo cargas relativamente bajas el comportamiento de la viga es aproximadamente elástico y los esfuerzos cortantes pueden predecirse por las fórmulas convencionales de resistencias de materiales. Los esfuerzos cortantes que obran sobre una partícula a la altura del eje neutro, donde los esfuerzos normales son nulos pueden representarse como en la fig 10. La resistencia del concreto a este tipo de esfuerzo es bastante alta. Sin embargo, la combinación de los esfuerzos cortantes horizontales y verticales produce tensiones en planos a 45° respecto al eje neutro, que provocan agrietamientos bajo cargas relativamente bajas. Una co-

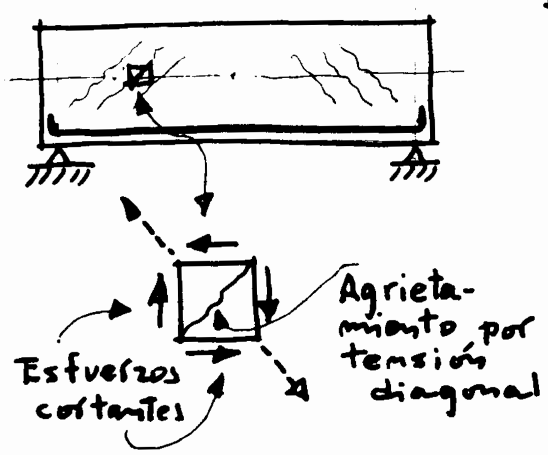


Fig 10 Tensiones diagonales en una viga de concreto, sin refuerzo transversal

sa semejante sucede cuando también intervienen esfuerzos normales debidos a flexión.

Como medida convencional de la magnitud de las tensiones diagonales inclinadas suele tomarse lo que se llama esfuerzo cortante nominal. Este esfuerzo se calcula por medio de la expresión.

$$v_U = \frac{V_U}{bd} \qquad (8)$$

donde

V_U = Fuerza cortante última que actúa sobre la sección considerada

b = Ancho de la sección (ancho de la nervadura en el caso de vigas T)

d = Peralte efectivo

Este valor se compara con el valor que puede tomar la sección de concreto sin

refuerzo transversal. Un criterio simplista consiste en despreciar todas las variables que intervienen en el problema menos la resistencia del concreto. El reglamento del Departamento del Distrito Federal, por ejemplo, supone que

$$v_{CR} = 0.5\, F_R \sqrt{f_c^*} \qquad (9)$$

siendo $F_R = 0.8$

La contribución total del concreto a la resistencia a fuerza cortante está dada por la expresión siguiente:

$$V_{CR} = v_{cR}\, b\, d \qquad (10)$$

Si $v_U > v_{CR}$ el miembro debe reforzarse con refuerzo transversal. Aún en el caso de que se utilice refuerzo, $\underline{v_U}$ no debe exceder un valor aproximado de $2.5\, F_R \sqrt{f_c^*}$

El refuerzo transversal más comunmente usado es el estribo, sea vertical o inclinado (fig 11).

También se puede aprovechar el refuerzo longitudinal prolongándolo más allá de donde deja de ser necesario por flexión y doblándolo de manera que atraviese la zona de tensiones diagonales importantes. Tanto los estribos inclinados como las barras inclinadas pueden tener inclinaciones entre 30° y 60° respecto al eje neutro. Sin embargo, la inclinación mas frecuente es 45°.

La contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cortante V'_U está dada por la expresión siguiente:

$$V'_U = \frac{A_v\, f_y\, d\, (\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)}{s} \cdot F_R \qquad (11)$$

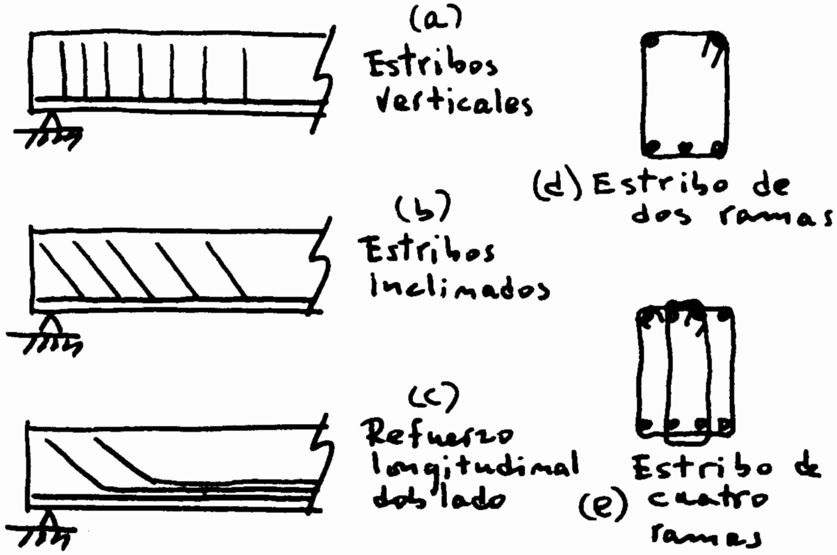


Fig (11) Refuerzo transversal de vigas

En esta expresión $\underline{A_v}$ es la sección total del refuerzo transversal. Si se trata de un estribo de dos ramas, por ejemplo, como el del detalle (d) de la fig 11, será la suma del área de las dos ramas. $\underline{d}$ es el peralte efectivo de la sección, $\underline{\alpha}$ es la inclinación del refuerzo transversal respecto al eje neutro y $\underline{s}$ es la separación del refuerzo.

Si el refuerzo es vertical, la expresión se convierte en

$$V'_U = \frac{A_v \; f_y \; d}{s} \cdot F_R \qquad (12)$$

Si está a 45°, la fórmula correspondiente será

$$V'_U = \frac{1.414\, A_v \, f_y \, d}{s} \cdot F_R \qquad (13)$$

De lo anterior se desprende que la resistencia total a cortante de una sección de concreto está dada por

$$V_U = V_{c_R} + V'_U \qquad (14)$$

Las normas y reglamentos suelen imponer ciertas restricciones al refuerzo transversal, las principales de las cuales pueden resumirse como sigue.

a).- Las separaciones del refuerzo transversal no deben exceder los siguientes valores:

Separaciones máximas:
- Estribos verticales: d/2
- Estribos a 45°: d
- Barras dobladas a 45°: 3d/4

b).- El área del refuerzo transversal no debe ser inferior a la dada por la expresión siguiente:

$$A_{vmin} = 3.5\, bs/f_y (F_R) \qquad (15)$$

En el caso de vigas T, se usará, el ancho de la nervadura $\underline{b'}$.

Estos límites deben cumplirse por lo menos donde el análisis indica que la resistencia del concreto solo es inferior a la fuerza cortante externa.

En el ejemplo 7 se muestra cómo calcular la resistencia a fuerza cortante de una viga rectangular.

4.2 Losas y zapatas

La resistencia a fuerza cortante de losas y zapatas en la vecindad de cargas o reacciones concentradas está regida por la más desfavorable de las condiciones siguientes:

a).- La losa o zapata actúa como una viga ancha, en tal forma que las grietas potenciales se extenderían en un plano que abarca todo el ancho. En este caso son aplicables los métodos expuestos en la sección anterior para vigas.

b).- Existe una acción en dos direcciones de manera que el agrietamiento diagonal potencial se presentaría a lo largo de un cono o una pirámide truncada en torno a la carga o reacción concentrada. En este caso la sección crítica se supone perpendicular al plano de la losa y localizada a una distancia del área de la carga concentrada o de la reacción igual a la mitad del peralte efectivo $\underline{d}$, como se indica en la fig 12. La resistencia a cortante se calcula por medio de la ecuación

$$V_u = v_{CR}\, b_o\, d \qquad (16)$$

donde b_o es el perímetro crítico definido en la fig 12.

Para este caso el valor de v_{CR} se toma igual a $F_R\sqrt{f_c^*}$. Esta condición suele ser la que rige.

La resistencia a cortante de losas puede incrementarse con refuerzo transversal, cuya contribución puede estimarse por los procedimientos descritos en la sección anterior para vigas.

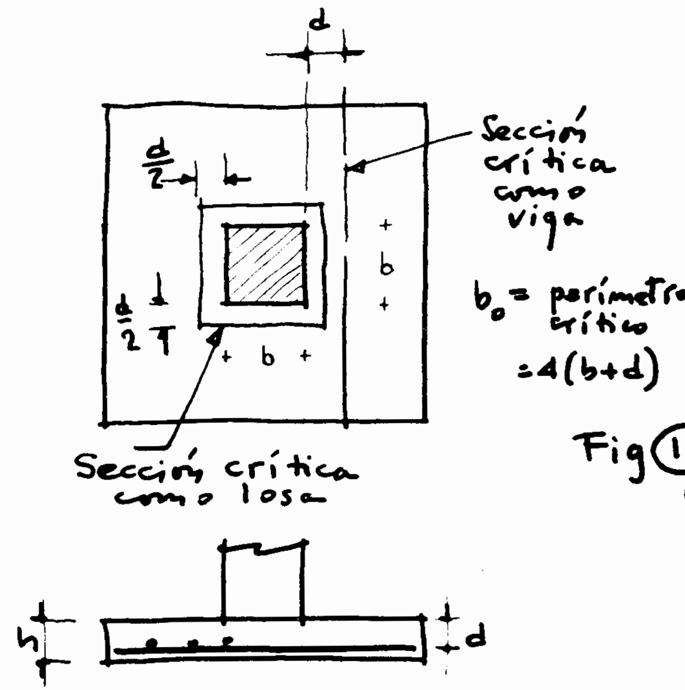


Fig 12 Secciones críticas en zapatas para fuerza cortante.

En el ejemplo 8 se presenta un cálculo de resistencia a cortante de una zapata para columna aislada.

5. CONCEPTO DE ANCLAJE

Para que los miembros de concreto funcionen correctamente es necesario que todo el refuerzo sea capaz de desarrollar la capacidad requerida en toda sección. Para ello el refuerzo debe estar adecuadamente anclado. El significado de este requisito se aprecia claramente en el ejemplo mostrado en la fig 13. Si el refuerzo del voladizo no estuviera anclado en el empotramiento la viga no sería capaz de desarrollar el momento resistente requerido.

La longitud de desarrollo o de anclaje necesaria depende de la adherencia entre el concreto y el acero. La adherencia a su vez depende de $\sqrt{f'_c}$. En el Reglamento del Distrito Federal se propone la siguiente

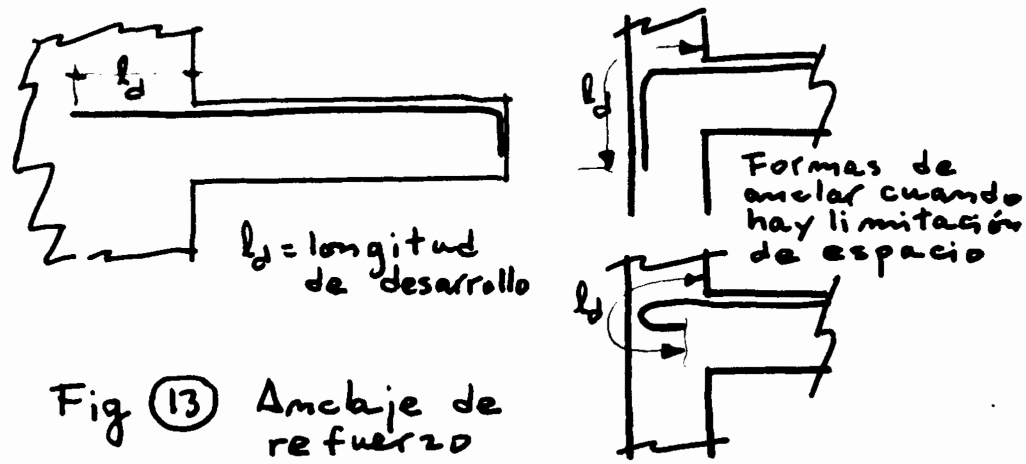


Fig 13 Anclaje de refuerzo

expresión para calcular la longitud necesaria para desarrollar la capacidad de una varilla:

$$L_{db} = 0.06 \frac{a_s f_y}{\sqrt{f'_c}} \geq 0.006\, d_b f_y \tag{16}$$

en donde

L_{db} = longitud de desarrollo, cm

a_s = área de la sección de la varilla, cm^2

f_y = esfuerzo de fluencia reducido del acero, kg/cm^2

f'_c = resistencia a la compresión del concreto, kg/cm^2

d_b = diámetro de la varilla, cm

Esta longitud es un valor básico que debe modificarse según distintas situacio -

nes de acuerdo con las recomendaciones del Reglamento citado. En ningún caso debe ser menor de 30 cm. Otras recomendaciones dan reglas semejantes. La longitud de desarrollo puede ser recta, o en forma de gancho o escuadra, cuando existen limitaciones de espacio, como se indica en los detalles de la fig 13.

En el ejemplo 9 se muestra cómo se calcula la longitud de desarrollo de una varilla.

6. CALCULO DE DEFLEXIONES

La estimación de deflexiones de vigas de concreto reforzado presenta algunas dificultades. Generalmente las deflexiones se calculan suponiendo un comportamiento elástico, hipótesis de validez relativa aun bajo cargas no muy altas y de corta duración. Una primera dificultad estriba en el valor del módulo de elasticidad que debe usarse. El Reglamento del Departamento del Distrito Federal, por ejemplo, propone

$$E_c = 10\,000 \sqrt{f'_c} \quad \text{en} \quad kg/cm^2$$

Otras incertidumbres se presentan en el valor del momento de inercia que debe utilizarse. Afectan a éste la distribución del acero a lo largo del miembro así como la distribución del agrietamiento.

Una forma usual de tratar el problema de deflexiones consiste en calcular la flecha bajo efectos de corta duración, usando el valor del módulo de elasticidad recomendado por el Reglamento del Departamento del Distrito Federal.

$$E_c = 10\,000 \sqrt{f'_c} \qquad (17)$$

La expresión general de la flecha sería

$$f = \frac{C\,W\,L^3}{E_c\ I} \qquad (18)$$

donde W es la carga total, L el claro, I el momento de inercia y C un coeficiente que depende del tipo de carga y de las condiciones de apoyo. Para porcentajes bajos de acero se toma el valor del momento de inercia correspondiente a la sección total de concreto, no agrietada, y sin considerar el refuerzo. Para porcentajes altos se utiliza el momento de inercia de la sección transformada agrietada. En vigas continuas se toma un valor promedio de los momentos de inercia en las regiones de momentos positivos y negativos.

Para estimar la deflexión adicional debida a la permanencia de la carga se multiplica la flecha calculada por corta duración por el factor $\left[2 - 1.2(A'_s/A_s)\right] \geq 0.6$, donde A'_s es el área de refuerzo en la zona de compresión y A_s el área de refuerzo en la zona de tensión.

Las deflexiones calculadas se comparan con valores que se consideren admisibles. El Reglamento del Departamento del Distrito Federal recomienda que no se excedan los siguientes límites:

Una flecha vertical, incluyendo los efectos a largo plazo, igual a 0.5 cm, mas el claro entre 240. Además, para miembros cuyas deformaciones afectan elementos no estructurales, como muros de mampostería, que no sean capaces de soportar deformaciones apreciables, se considerará como estado límite una deflexión medida después de la colocación de los elementos no estructurales, igual a 0.3 cm, mas el claro entre 480.

Se tiene entonces

$$f_{máx} = 0.5 + \frac{L}{240} \quad (cm) \qquad (19)$$

o

$$f_{máx} = 0.3 + \frac{L}{480} \quad (cm) \qquad (19')$$

En el ejemplo 10 se presenta un análisis de deflexiones típico.

7. ESTIMACION DEL ANCHO DE GRIETAS

Uno de los procedimientos más sencillos para predecir el ancho de grietas es la ecuación propuesta por la CACA (ver sección 8.4.2 de la ref 6).

$$w_{max} = K\, r \, \frac{f_s}{E_s} \qquad (20)$$

Esta fórmula da el ancho máximo de agrietamiento a la altura del acero de tensión, en centimetros. K es una constante que vale 3.3, para el caso de varillas corrugadas. r es el recubrimiento lateral libre tal como se indica en la fig 14. El valor de f_s, el esfuerzo en el acero producido por las cargas de servicio, puede calcularse aplicando el método de la sección transformada expuesto en la sección 3. Dado lo aproximado de los cálculos de agrietamiento, el esfuerzo en el acero puede también estimarse, en forma más sencilla, con la expresión, propuesta en la ref 2:

$$f_s = \frac{M}{0.9\, A_s\, d} \qquad (21)$$

donde

M es el momento producido por las cargas de servicio,

A_s es el área del acero de tensión

d es el peralte efectivo.

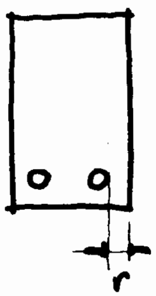
Un criterio aun más sencillo, aunque bastante más tosco, consiste en suponer que $f_s = 0.60\, f_y$.

Los anchos de grietas calculados se comparan con los anchos permisibles que, según las condiciones de exposición, varían de 0.1 mm a 0.5 mm.

En el capítulo 8 de la ref 6 se describen otros procedimientos para predecir agrietamiento.

En el ejemplo 11 se muestra un cálculo de agrietamiento típico.

El Reglamento del D.D.F. 1976 presenta otro criterio para estimar el agrietamiento.



$$w_{max} = K r \frac{f_s}{E_s}$$

$K = 3.3$, para varillas corrugadas

r = recubrimiento lateral libre

f_s = esfuerzo en el acero

E_s = módulo de elasticidad del acero

Fig (14) Fórmula de CACA para determinar el ancho máximo de grieta a la altura del refuerzo de tensión.

8 DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES SUJETAS A FLEXION

El problema de dimensionamiento por flexión puede plantearse en distintas formas. Cuando no existe ninguna limitación particular, el proyectista tiene libertad completa para fijar las características de la sección, en lo que se refiere tanto a las dimensiones del concreto como a la cantidad de acero. También puede seleccionar libremente las características del concreto y del acero. Evidentemente existe en cada caso un número infinito de soluciones técnicamente correctas. La elección de una solución depende de consideraciones económicas y constructivas, que pueden ser muy variables según las circunstancias de cada caso.

8.1 Vigas rectangulares simplemente armadas

En el ejemplo 12 se considera el caso de la determinación del acero cuando están fijas las dimensiones de la sección. El caso más general en el cual se conocen el momento flexionante y las resistencias de los materiales, y se pretende determinar las dimensiones de la sección y el área de acero necesaria, se trata en el ejemplo 13.

8.2 Secciones rectangulares doblemente armadas

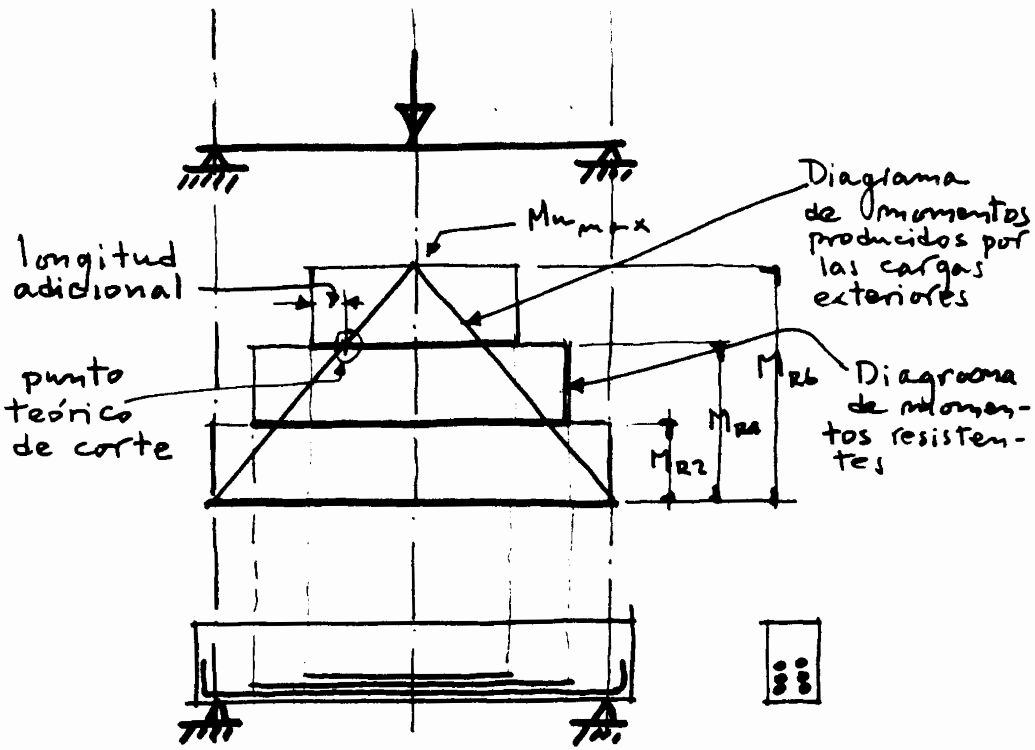
En el ejemplo 14 se determinan las áreas de acero de tensión y de compresión de una sección rectangular de dimensiones dadas, cuya capacidad como simplemente armada es insuficiente para resistir el momento externo.

8.3 Secciones T

En la mayoría de los casos las dimensiones de las vigas T están definidas por consideraciones ajenas a la resistencia a flexión. El dimensionamiento se reduce entonces a la determinación del acero necesario en una sección de características geométricas dadas. En el ejemplo 15 se ilustra un caso en que la profundidad del bloque de esfuerzos es superior al espesor del patín. Esta situación se presenta poco en casos prácticos ya que casi siempre la profundidad del bloque es inferior al espesor del patín, pudiéndose entonces aplicar los procedimientos propios de vigas rectangulares, considerando que el ancho de la viga es igual al ancho efectivo de vigas T (fig 8).

9 CORTE Y DOBLADO DE VARILLAS

Una de las ventajas del concreto es la posibilidad de variar la resistencia a lo largo de un miembro de acuerdo con la forma en que varía el momento a que está sujeto. Esto se logra interrumpiendo o doblando las varillas en forma conveniente como se indica de manera cualitativa en la fig 15. Las secciones donde es posible cortar o doblar el refuerzo pueden determinarse a partir del diagrama de momentos por métodos semigráficos teniendo en cuenta que el acero es prácticamente proporcional al momento. Así basta calcular el acero en las secciones críticas y hacerlo variar en las demás secciones de acuerdo con el diagrama de momentos. Los cortes y dobleces se hacen siempre un poco más allá de los puntos teóricos donde el acero puede interrumpirse con el fin de asegurar un anclaje adecuado y de prever variaciones respecto a los diagramas de-



M_{R6} = Momento resistente con 6 varillas
M_{R4} = " " " 4 "
M_{R2} = " " " 2 "

Fig 15 Corte de varillas en vigas de concreto reforzado

momentos teóricos. Esta longitud adicional se especifica en los reglamentos en función del peralte efectivo, la longitud de desarrollo definida en la sección 5, y el diámetro de las varillas de refuerzo. De una manera aproximada puede decirse que las longitudes adicionales que suelen recomendarse son del orden de un peralte efectivo. En el ejemplo 17 se ilustra cómo puede variarse el acero de acuerdo con los requisitos de momento.

10 DIMENSIONAMIENTO DE LOSAS APOYADAS EN LADOS OPUESTOS

El análisis de este tipo de losas bajo carga uniforme se hace como si se tratara de vigas. Suele considerarse una faja de ancho unitario (generalmente un metro),-perpendicular a los apoyos. En el ejemplo 16 se presenta el diseño de una losa de esta clase.

10.1 Peralte mínimo

Algunos reglamentos hacen recomendaciones sobre los peraltes mínimos que - pueden adoptarse sin que haya peligro de que las deflexiones sean excesivas. Estas-recomendaciones facilitan la elección de peraltes tentativos para cálculos preliminares. La tabla 1 es una tabla de peraltes mínimos típica, para losas que cargan en un

solo sentido y para vigas. Estos valores son aplicables únicamente para situaciones en que una deflexión excesiva no perjudicaría a elementos arquitectónicos adyacentes.- En caso contrario, así como en el caso de elementos más esbeltos que los indicados en la tabla, es necesario calcular deflexiones para compararlas con las que se estimen - aceptables. Las longitudes L, en miembros no integrales con los apoyos, se toman -- iguales al claro libre más el peralte del elemento, pero no superiores a la distancia - entre centros de apoyos. En elementos continuos se toma la distancia centro a centro. En voladizos se toma la longitud al paño del apoyo.

TABLA 1 PERALTES MINIMOS ADMISIBLES EN LOSAS APOYADAS EN LADOS -- OPUESTOS Y VIGAS, SIN COMPROBACION DE DEFLEXIONES

Miembros	Simplemente apoyada	Un extremo continuo	Ancho extremo continuo	Voladizo
Losas	L/20	L/24	L/28	L/10
Vigas	L/16	L/18.5	L/21	L/8

10.2 Recomendaciones sobre refuerzo

El refuerzo debe cumplir ciertos requisitos.

La cuantía máxima, como se indicó anteriormente, no debe exceder del 50 al 100% de la correspondiente a la condición balanceada.

Un criterio sencillo para determinar la cuantía mínima de acero para flexión está dado por la siguiente ecuación:

$$\rho_{min} = 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} \qquad (22)$$

Además debe proporcionarse acero suficiente para prever los efectos de los cambios volumétricos. Una regla sencilla es la de fijar un porcentaje mínimo de 0.2% en elementos no expuestos a la intemperie y, el doble, en el caso de que sí lo estén. El porcentaje se refiere al área total de la sección, no al producto bd como para el acero de flexión.

Según el Reglamento del D.D.F. la separación del acero principal, en el sentido de la flexión, no debe exceder de 30 cm ni 3.5 veces el peralte total.

Además del refuerzo principal en el sentido de la flexión, las losas deben contar con refuerzo transversal. Este refuerzo cumple dos funciones: contrarresta los efectos de los cambios volumétricos y resiste los momentos normales al sentido del momento principal, que pudiera producir una carga concentrada. Su cuantía es del orden del refuerzo para cambios volumétricos mencionado anteriormente. La separación de este refuerzo no debe exceder de 50 cm ni de 3.5 h según las recomendaciones del Reglamento del D.D.F.

El refuerzo debe colocarse de manera que se cuente con suficiente recubrimiento para proporcionar protección adecuada contra corrosión y permitir que se desarrolle convenientemente la adherencia entre el refuerzo y el concreto. El Reglamento del D.D.F. recomienda que el recubrimiento de cada barra sea de por lo menos un centímetro o el diámetro de la barra, rigiendo el valor mayor.

En la ayuda de diseño 45 a de la ref 2, así como en las refs 6 y 7 se hacen recomendaciones sobre la manera de disponer el refuerzo en losas apoyadas en lados opuestos.

11. DIMENSIONAMIENTO DE VIGAS

En la sección 8 se consideró el dimensionamiento de secciones de concreto reforzado sujetos a flexión. El dimensionamiento completo de vigas comprende aspectos adicionales que se comentan brevemente a continuación. En el ejemplo 17 se muestra el diseño completo de una viga rectangular. El diseño de vigas T es semejante.

11.1 Peralte mínimo

Lo mismo que para las losas tratadas en la sección anterior, es usual recomendar peraltes mínimos a partir de los cuales se puede prescindir de cálculos de deflexiones. En la tabla 1 se muestran valores típicos. Las consideraciones generales hechas para lo-

sas en la sección 10.1 son también aplicables a vigas.

11.2 Recomendaciones sobre refuerzo principal

Las recomendaciones sobre cuantías máximas y mínimas admisibles son semejantes a las expuestas para losas en la sección 10.2. En secciones con poco espacio disponible el refuerzo puede colocarse en más de un lecho o agruparse en haces hasta de cuatro varillas. En caso de agrupar varillas en esta forma deben respetarse las recomendaciones que al respecto suelen dar los reglamentos.

12. DIMENSIONAMIENTO DE LOSAS PERIMETRALMENTE APOYADAS

12.1 Análisis

El análisis elástico de losas perimetralmente apoyadas no es fácil. Por otra parte los resultados obtenidos de un análisis de este tipo no son rigurosamente correctos- ya que el comportamiento del concreto no es estrictamente elástico. Las dificultades de tener en cuenta los efectos del agrietamiento, de las deflexiones de las vigas sobre - las que se apoyan las losas y de las variaciones posibles de la carga viva contribuyen- a agravar la complejidad del análisis.

Para simplificar el problema, los reglamentos suelen proporcionar coeficiente. Estos coeficientes están basados en los resultados de análisis elásticos rigurosos, modifica

dos para tener en cuenta en forma semi-empírica el comportamiento real de losas observado experimentalmente. Los valores dados preven variaciones de carga moderadas.

En la tabla 2 se presentan los coeficientes de momento del Reglamento del D.D.F.

TABLA 2

COEFICIENTES DE MOMENTOS PARA TABLEROS RECTANGULARES, FRANJAS CENTRALES

Para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0.60

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292
	positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130
De borde Un lado corto discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311
	Neg. en bordes dis.	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
	positivo	corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144
		largo	179	187	142	149	137	143	133	140	131	137	129	136	129	135
De borde Un lado largo discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346
	Neg. en bordes dis.	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
	positivo	corto	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135
		largo	185	200	147	158	142	153	138	149	135	146	134	145	133	144
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Neg. en bordes discontinuos	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
	positivo	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153
		largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153
Aislado cuatro lados discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0
		largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0
	positivo	corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830
		largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830

Caso I. losa colada monoliticamente con sus apoyos
Caso II. losa no colada monolíticamente con sus apoyos
Los coeficientes multiplicados por $10^{-4}\, wa_1^2$ dan momentos por unidad de ancho

Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder el claro libre más dos veces el espesor de la losa.

Estos coeficientes dan momentos por unidad de ancho en las franjas centrales, cuando se multiplican por $10^{-4}\, wa_1^2$, siendo w la carga por unidad de ancho y a_1, el claro corto. Las franjas centrales tienen un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas.

Para obtener los momentos en las franjas laterales se multiplican los coeficientes de la tabla por 0.60.

Los coeficientes varían de acuerdo con las condiciones de apoyo en los bordes del tablero considerado y con la relación, a_1/a_2, es decir, la relación entre las longitudes de los claros corto y largo.

12.2 Peralte mínimo

Como en el caso de losas con flexión en un solo sentido los reglamentos suelen fijar los peraltes mínimos admisibles. El reglamento del D.D.F., por ejemplo, recomienda como valor del peralte efectivo el perímetro de la losa dividido entre 300. Al aplicar este criterio la longitud para lados discontinuos se debe incrementar en un 50%, si los apoyos de la losa no son monolíticos con ella, y en un 25% cuando lo sean.

12.3 Recomendaciones sobre refuerzo

Los cortes y doblados de varillas se pueden hacer de acuerdo con las indicaciones de la fig 16. En bordes discontinuos se usa $a_1/5$ para el acero negativo y $a_2/7$ para el positivo. Los valores recomendados deben aplicarse en ambos sentidos de la losa. Las consideraciones sobre refuerzo mínimo y máximo hechas para losas con flexión en un sentido, son también aplicables a losas perimetralmente apoyadas.

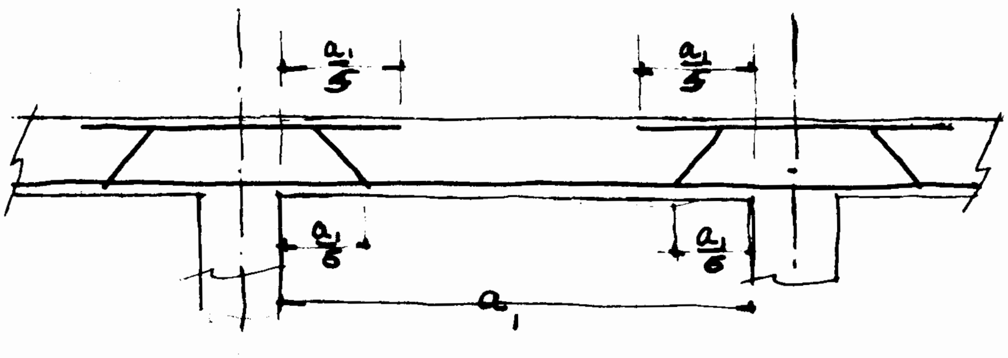


Fig (16) Corte y doblado de varillas en losas perimetralmente apoyadas. (En el claro largo se usan las mismas distancias que en el corto.)

12.4 Losas con relación de lado corto a lado largo menor que 0.5

Las losas con esa relación pueden considerarse como losas flexionadas en el sentido corto únicamente. Debe preverse un refuerzo nominol sobre los bordes cortos donde puede presentarse algo de momento negativo.

13. DIMENSIONAMIENTO DE ZAPATAS

13.1 Zapatas para muros

Las zapatas para muros se diseñan como voladizos considerando un ancho unitario, generalmente de un metro. La sección crítica para cortante se considera que se encuentra a una distancia de un peralte efectivo del paño del apoyo. La sección crítica para momento, de acuerdo con las recomendaciones del D.D.F. se considera a la mitad de la distancia entre el centro y el paño del muro, si éste es de mampostería y al paño del muro, si este es de concreto, como se indica en la fig 17. Para revisión de longitudes de desarrollo se toma la misma sección. El D.D.F. recomienda un peralte mínimo de 10 cms. Debe proporcionarse refuerzo transversal con un criterio análogo al mencionado para losas apoyadas en lados opuestos, indicado en la sección 10.

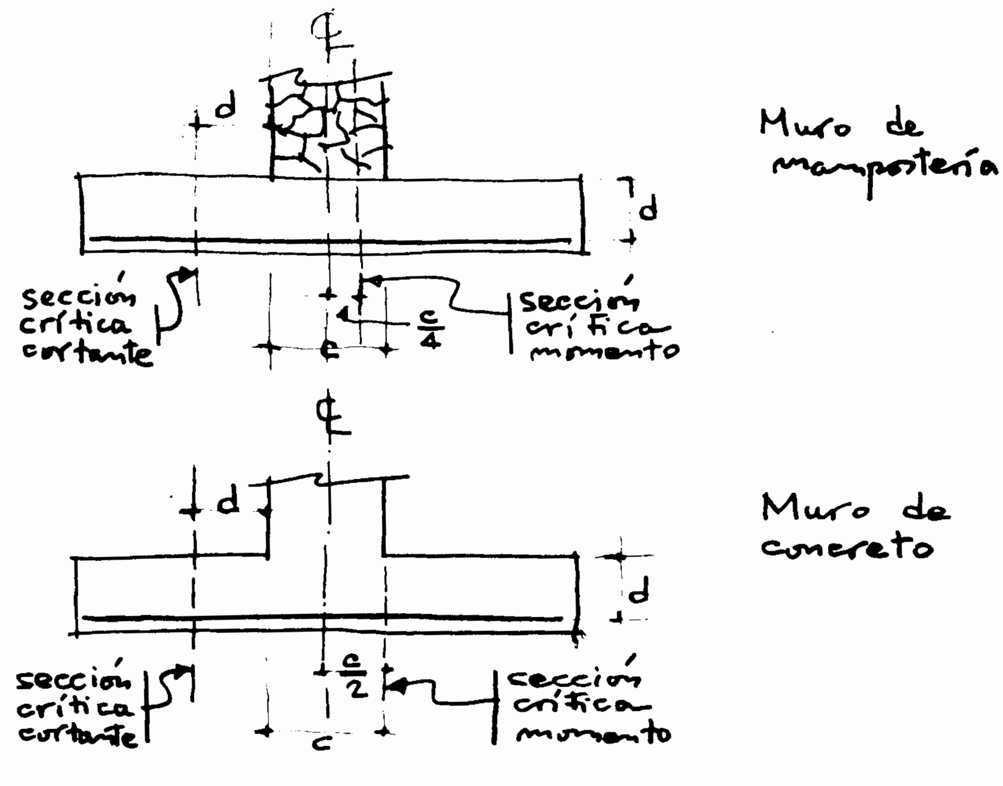


Fig (17) Secciones críticas en zapatas para muros

El ancho requerido para resistir la carga transmitida por el muro depende de la capacidad del terreno. Debe distinguirse entre presión total y presión neta. La presión neta es igual a la presión total menos la presión debida al peso propio de la zapata (fig 18). La presión total debe ser igual o menor que la capacidad de carga del terreno. Los momentos y fuerzas cortantes que actúan sobre la zapata son función de la presión neta exclusivamente.

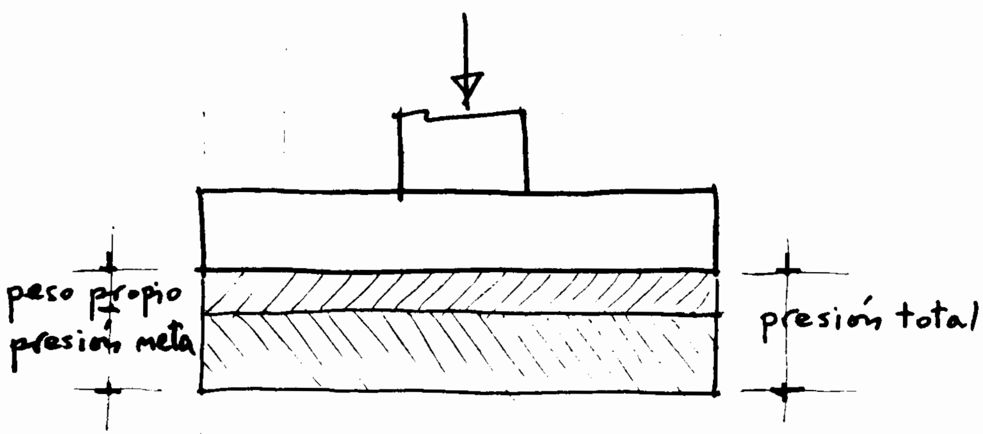


Fig (18) Presión meta y presión total en zapatas de cimentación

13.2 Zapatas para columnas aisladas

La diferencia principal con respecto al dimensionamiento de zapatas para muros reside en los requisitos de fuerza cortante que se reseñaron en la sección 4.2. En la fig 19 se muestran las secciones críticas que deben considerarse para distintos efectos. Si la zapata es cuadrada, el refuerzo se distribuye uniformemente en todo el ancho en ambos sentidos. Si es rectangular el refuerzo debe distribuirse con los criterios que al respecto proporcionen los reglamentos.

En el ejemplo 19 se dimensiona una zapata cuadrada para una columna de concreto.

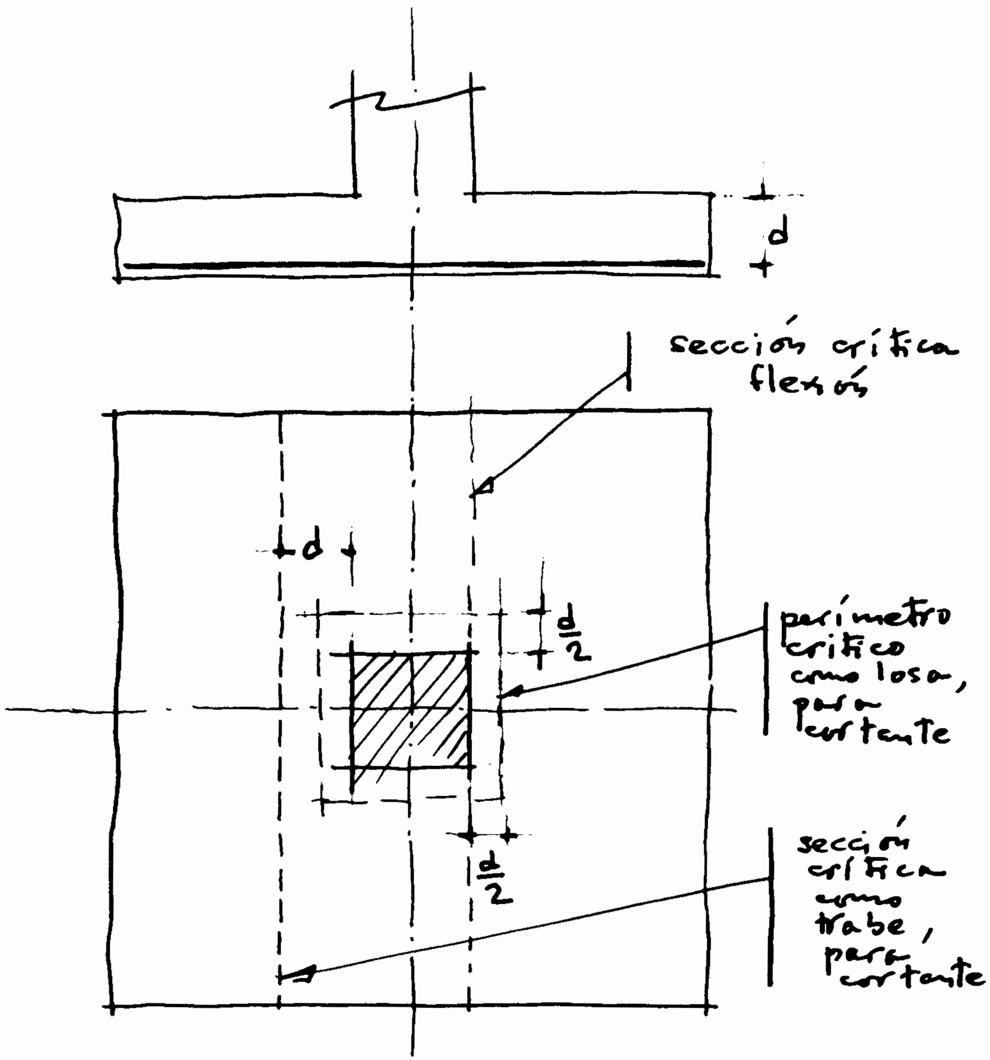


Fig (19) Secciones críticas en zapatas para columnas aisladas

14. EJEMPLOS

Se presenta a continuación una serie de ejemplos ilustrando la aplicación de los conceptos y principios expuestos en las secciones anteriores.

En general se han seguido las recomendaciones del D.D.F. aunque no en forma estricta en algunos casos. Se ha procurado que los ejemplos sean sencillos, haciendo hincapié en los aspectos fundamentales, e insistiendo poco en las cuestiones de detalle, que dependen fundamentalmente de las recomendaciones específicas de los diversos códigos. El enfoque es educativo y de ninguna forma deben tomarse como modelo para diseño en gabinetes de cálculo. Cada ejemplo viene precedido de un pequeño comentario.

Ejemplo 1.- Resistencia a flexión de una sección rectangular simplemente armada

Se trata de encontrar la resistencia de una sección de características conocidas. Antes de calcular la resistencia se verificó si el acero dado queda comprendido dentro de los límites establecidos en la sección de "Especificaciones y constante" del ejemplo. El acero máximo admisible para la sección dada se calculó siguiendo dos caminos diferentes. En la alternativa a) se partió de condiciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones. Este enfoque puede utilizarse para cualquier tipo de sección. En la alternativa b) el acero correspondiente a la condición balanceada se obtuvo a partir de la ec (6), válida únicamente para secciones con la zona de compresión rectangular.

La resistencia se calculó de tres maneras diferentes. En la alternativa a) se aplicaron las condiciones de equilibrio, suponiendo el esfuerzo en el acero conocido. Esto es posible ya que se comprobó previamente que el acero fluye. En b) se aplicó la ec (5). En c) se utilizó la gráfica de la fig 6.

EJEMPLO 1

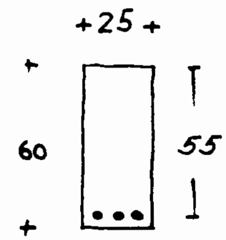
RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR SIMPLEMENTE ARMADA.

DATOS

Concreto : $f'_c = 200$ kg/cm²

Acero : $f_y = 4000$ kg/cm²

$E_s = 2 \times 10^6$ kg/cm²



3 Vs #7 = 11.6 cm²

ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES

Esfuerzos reducidos.

$$f^*_c = 0.8\, f'_c = 0.8(200) = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''_c = 0.85\, f^*_c = 0.85\,(160) = 136 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f^*_c = 160 \text{ kg/cm}^2}} \quad y \quad \underline{\underline{f''_c = 136 \text{ kg/cm}^2}}$$

Acero mínimo

$$p_{min} = 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.7 \frac{\sqrt{200}}{4000} = 0.0025$$

Acero máximo

$$p_{máx} = p_b = \frac{f''_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{136}{4000} \frac{4800}{10000} = 0.01632$$

$$\rightarrow \underline{\underline{p_{min} = 0.0025}}$$

$$\underline{\underline{p_{máx} = 0.01632}}$$

EJEMPLO 1 — 2/4

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR SIMPLEMENTE ARMADA.

REVISIÓN DE LIMITACIONES DE ACERO.

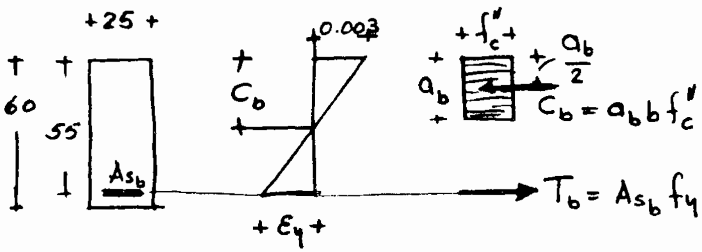
Acero mínimo

$$A_{s\,min} = \rho_{min}\, bd = 0.0025 \times 25 \times 55 = 3.44\ cm^2$$

$$A_{s\,min} = 3.44\ cm^2 < 11.6\ cm^2 .$$

Acero máximo

a) Aplicando método general



$$\varepsilon_y = \frac{4000}{2 \times 10^6} = 0.002$$

$$\frac{c_b}{0.003} = \frac{d}{0.003+\varepsilon_y} \Rightarrow C_b = \frac{0.003}{0.005}\, 55 = 33\ cm. = C_b$$

$$a_b = 0.8\, C_b = 0.8(33) = 26.4\ cm = a_b$$

$$C_b = a_b\, b\, f''_c = 26.4(25)(136) = 89\,760\ kg$$

Si $T_b = C_b$

$$A_{s_b} f_y = 89760\ kg$$

$$A_{s_b} = \frac{89\,760}{4000} = 22.44\ cm^2 = A_{s\,máx} > 11.6\ cm^2$$

EJEMPLO 1 — 3/4

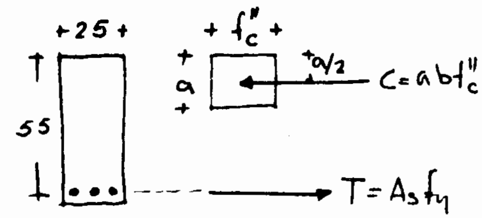
RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR SIMPLEMENTE ARMADA.

b) Aplicando el valor calculado bajo "Especificaciones".

$$A_{s\,máx} = \rho_b\, bd = 0.01632 \times 25 \times 55 = 22.44\ cm^2 > 11.6\ cm^2$$

CÁLCULO DE RESISTENCIA.

a) Método general



$$C = T$$

$$a\, b\, f''_c = A_s f_y$$

$$a = \frac{A_s f_y}{b\, f''_c}$$

$$a = \frac{11.6 \times 4000}{25 \times 136} = 13.65\ cm$$

$$M_R = F_R A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = 0.9(11.6)(4000)\left(55 - \frac{13.65}{2}\right) =$$

$$M_R = 2\ 011\ 788\ kg\text{-}cm$$

$$\boxed{M_R = 20.117\ Ton\text{-}m}$$

b) Aplicando la ecuación 5a

$$M_R = F_R\, b d^2 f''_c\, q\,(1 - 0.59 q)$$

$$\therefore\ q = \frac{A_s}{bd}\,\frac{f_y}{f''_c} = \frac{11.6\ (4000)}{25(55)(136)} = 0.248$$

EJEMPLO 1 4/4

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR SIMPLEMENTE ARMADA.

$$M_R = 0.9(25)(55)^2(136)(0.248)(1-0.5\times 0.248) =$$

$$M_R = 20\ 10956 \text{ Kg - cm.}$$

$$\boxed{M_R = 20.109 \text{ Ton - m}}$$

c) Utilizando la gráfica de la figura 6

$$q = 0.248 \quad ; \quad \frac{M_R}{F_R b d^2 f'_c} = 0.217$$

$$\Rightarrow M_R = 0.9(25)(55)^2(136)(0.217) = 2\ 008\ 660 \text{ kg-cm.}$$

$$\boxed{M_R = 20.086 \text{ Ton- m}}$$

Ejemplo 2.- Resistencia a flexión de una sección rectangular doblemente armada

El acero que la sección dada puede admitir como sección simplemente armada, si se considera que el máximo permisible es p_b, es

$$0.01632 \text{ bd} = 0.01632(30)(52) = 25.46 \text{cm}^2$$

El acero dado es superior a esta cantidad, por lo que se ha previsto acero de compresión.

Se revisó si se cumplían los requisitos de acero mínimo, a título ilustrativo. En una sección doblemente armada correctamente dimensionada es obvio que estos requisitos se cumplen siempre.

El acero máximo admisible como sección doblemente armada se determinó a partir de consideraciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones. Resultó ser superior al dado. El momento se calculó por tanteos, variando la profundidad del eje neutro hasta lograr satisfacer las condiciones de equilibrio. Generalmente son suficientes dos o tres tanteos.

La precisión numérica mostrada es adecuada para casos prácticos. Cuando existe acero en la zona de compresión de una sección es conveniente proceder, en general, por tanteos porque la deformación unitaria del acero de compresión, y, por lo tanto, el esfuerzo correspondiente, varían con la profundidad del eje neutro. En el ejemplo, sin embargo, se podría haber resuelto el problema directamente, porque dada la geometría de la sección considerada el acero fluía en todos los casos, pudiéndose haber tomado un valor de $f'_s = f_y$.

EJEMPLO ② 1/5

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA.

DATOS.

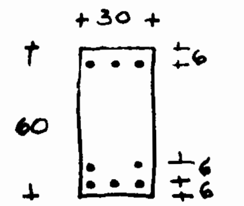
Concreto

$f'_c = 200$ kg/cm²

Acero

$f_y = 4000$ kg/cm²

$E_s = 2\times10^6$ kg/cm²



$A'_s = 3 \text{Vs} \#10 = 23.8$ cm²

$A_s = 5 \text{Vs} \#10 = 39.7$ cm²

ESPECIFICACIONES y CONSTANTES

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1)

$f^*_c = 160$ kg/cm²

$f''_c = 136$ kg/cm²

Acero mínimo

$\rho_{min} = 0.0025$

Acero máximo

el correspondiente a la condición balanceada.

REVISIÓN DE LIMITACIONES DE ACERO

Acero mínimo

$A_{s\,min} = 0.0025\, bd$

Recubrimiento de cálculo ≐ 8 cm

$\therefore\ d = h - 8 = 60 - 8 = 52$ cm.

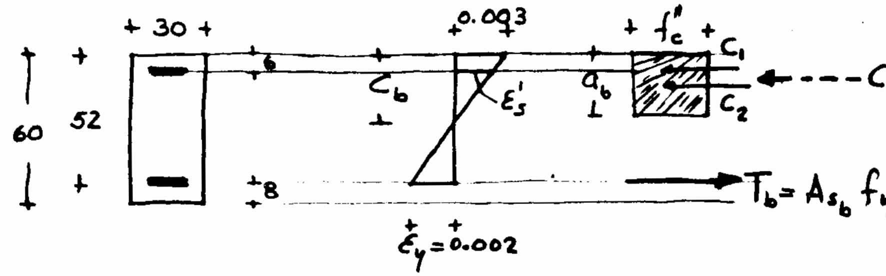
EJEMPLO ② 2/5

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA.

$A_{s\,min} = 0.0025(30)(52) = \underline{3.9\ \text{cm}^2} < 39.7\ \text{cm}^2$ ✓

Acero máximo

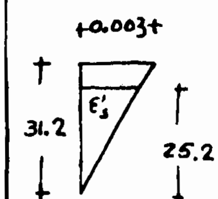
Acero de tensión para condición balanceada.



$$C_b = \frac{0.003}{0.003+0.002}(52) = 31.2 \text{ cm}$$

$$a_b = 0.8\, C_b = 0.8(31.2) = 24.96 \text{ cm}$$

Cálculo de C_1 (fuerza de compresión desarrollada por el acero de compresión).



$$\varepsilon'_s = 0.003\ \frac{25.2}{31.2} = 0.002423 > \varepsilon_y$$

$\therefore$ el acero de compresión fluye y se encuentra sujeto a un esfuerzo $f_y = 4000$ kg/cm²

$\Rightarrow\ C_1 = 23.8 \times 4000 = \underline{95200 \text{ kg}}$

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA.

Cálculo de C_2 (fuerza de compresión desarrollada por el concreto).

$$C_2 = a_b\, b\, f''_c = 24.96\,(30)(136) = \underline{\underline{101\ 837}}\ \text{kg}$$

Cálculo de C_b

$$C_b = C_1 + C_2 = \begin{array}{r} 95\ 200 \\ +\ 101\ 837 \\ \hline \end{array}$$

$$\underline{\underline{C_b = 197\ 037\ \text{kg}}}$$

Acero para la condición balanceada

$$T_b = C_b$$

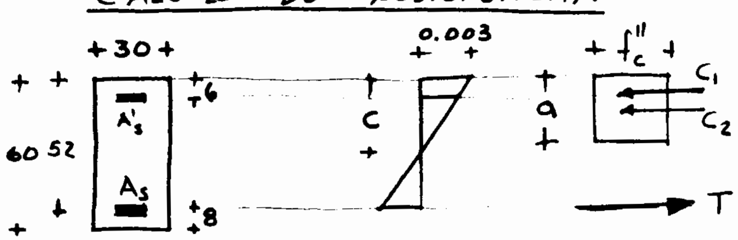
$$A_{s_b} f_y = 197\ 037\ \text{kg}$$

$$\rightarrow A_{s_b} = \frac{197\ 037}{4000} = 49.26\ \text{cm}^2$$

Acero máximo

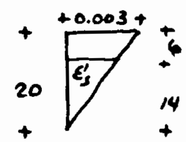
$$A_{s\,máx} = A_{s_b} = 49.26\ \text{cm}^2 > 39.7\ \text{cm}^2$$

CÁLCULO DE RESISTENCIA.



RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA.

1er tanteo $\boxed{c = 20\ \text{cm}}$



$$\varepsilon'_s = \frac{14}{20}(0.003) = 0.0021 > \varepsilon_y \quad 0.002$$

$$\therefore\ f'_s = f_y = 4000\ \text{kg/cm}^2$$

$$C_1 = A'_s f_y = 23.8 \times 4000 = \underline{\underline{95\ 200\ \text{kg}}}$$

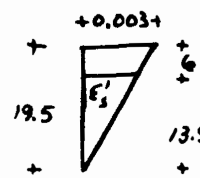
$$C_2 = a\, b\, f''_c = 0.8(20)(30)(136) = \underline{\underline{65\ 280}}\ \text{kg}$$

$$\underline{\underline{C}} = C_1 + C_2 = \underline{\underline{160\ 480}}\ \text{kg}.$$

$$\underline{\underline{T}} = A_s f_y = 39.7 \times 4000 = \underline{\underline{158\ 800\ \text{kg}}}$$

$$C > T \quad \therefore \quad C \neq T$$

2° tanteo $\boxed{c = 19.5\ \text{cm}}$



$$\varepsilon'_s = 0.003\,\frac{13.5}{19.5} = 0.002077 > \varepsilon_y$$

$$\therefore\ f'_s = f_y = 4000\ \text{kg/cm}^2$$

$$C_1 = \underline{95\ 200}\ \text{kg}$$

$$C_2 = 0.8(19.5)(30)(136) = \underline{63\ 648}\ \text{kg}$$

$$C = C_1 + C_2 = 158\ 848\ \text{kg}$$

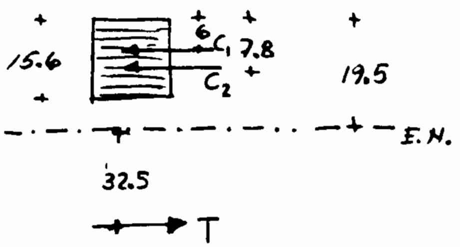
$$T = 158\ 800\ \text{kg}$$

$$C \doteq T$$

EJEMPLO 2 5/5

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA.

Cálculo del Momento resistente



	Fuerza (Ton)	brazo (m)	Momento (ton-m).
C_1	95.2	0.135	12.852
C_2	63.648	0.117	7.447
T	158.8	0.325	51.61
			71.909 ton-m.

$M_R = F_R\,(71.909) =$

$M_R = 0.9\,(71.909) = 64.718$ Ton-m.

$$\boxed{M_R = 64.718 \text{ Ton-m}}$$

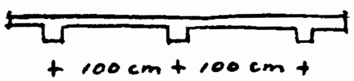
Ejemplo 3.- Resistencia a flexión de una sección T

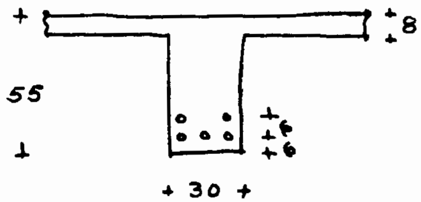
Este caso no pudo tratarse como una viga rectangular de ancho igual al ancho efectivo de la T, porque el área del patín no es suficiente para desarrollar la fuerza de compresión requerida para equilibrar la fuerza de tensión proporcionada por el acero. El problema pudo resolverse directamente por no haber acero en la zona de compresión.

Se ilustra en el ejemplo la manera de determinar el recubrimiento de cálculo, que depende de la colocación del acero de tensión.

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN T

DATOS





claro de la viga

$\ell = 9\ m$

$A_s = 2\#9 + 3\#10 = 36.6\ cm^2$

Concreto $f'_c = 200\ kg/cm^2$

Acero $f_y = 4000\ kg/cm^2$; $E_s = 2\times10^6\ kg/cm^2$

ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1)

$f^*_c = 160\ kg/cm^2$

$f''_c = 136\ kg/cm^2$

Acero mínimo

$\rho_{min} = 0.0025$

Acero máximo

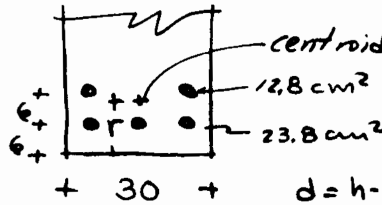
el correspondiente a la condición balanceada.

ANCHO EFECTIVO

$$\left.\begin{array}{l} 16t + b' = 16\times8 + 30 = 158\ cm \\ \ell/4 = 900/4 = 225\ cm \\ c.a.c. = 100\ cm \leftarrow \end{array}\right\} b = 100\ cm.$$

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN T.

PERALTE EFECTIVO.



$$r = \frac{23.8\times6 + 12.8\times12}{36.6} \doteq 8\ cm.$$

$d = h - r = 55 - 8 = 47\ cm$

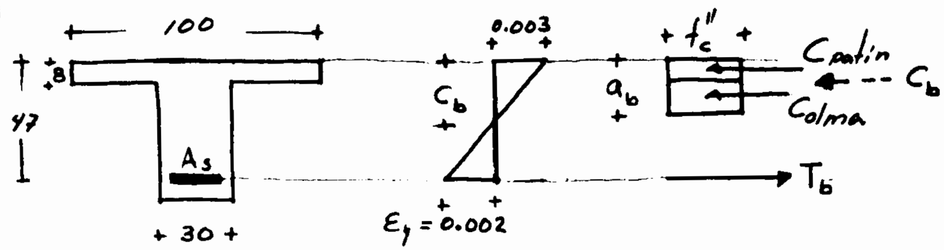
REVISIÓN DE LIMITACIONES DE ACERO

Acero mínimo

$A_{s\,min} = 0.0025\ b'd = 0.0025(30)(47) = 3.53\ cm^2 < 36.6\ cm^2$ ✓

Acero máximo

Condición balanceada.



$$c_b = \frac{0.003}{0.003+0.002}(47) = 28.2\ cm$$

$a_b = 0.8\,c_b = 0.8(28.2) = 22.56\ cm.$

$C_b = C_{alma} + C_{patin}$

$C_{alma} = (22.56 - 8)(30)(136) = 59\ 404.8\ kg$

$C_{patin} = 8(100)(136) = 108\ 800.0\ kg$

$C_b = 168\ 204.8\ kg$

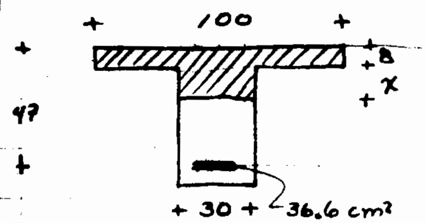
$T_b = C_b$

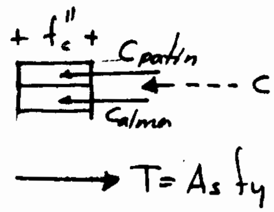
$A_{s_b} f_y = 168\ 204.8$ kg

$$A_{s_b} = \frac{168\,204.8}{4000} = 42.05 \text{ cm}^2$$

$A_{s\,máx} = A_{s_b} = 42.05 \text{ cm}^2 > 36.6 \text{ cm}^2$

CÁLCULO DE RESISTENCIA.





$T = A_s f_y = 36.6 \times 4000 = 146\ 400$ kg

$C_{patín} = 8(100)(136) = \underline{108\ 800 \text{ kg}}$

$C = T = C_{alma} + C_{patín}$

$\Rightarrow C_{alma} = T - C_{patín} = 146\,400 - 108\,800 =$
$= 37\ 600$ kg

$C_{alma} = (b')(x)(f''_c)$

$$x = \frac{C_{alma}}{b' f''_c} = \frac{37\,600}{30(136)} \doteq 9.2 \text{ cm.}$$

Tomando momentos con respecto a la fuerza de Tensión se tiene:

	Fuerza (ton).	brazo (m).	Momento (Tm-m).
C_{alma}	37.6	0.344	12.9344
$C_{patín}$	108.8	0.43	46.784
			59.7189. Ton-m

$M_R = F_R(59.7189).$

$M_R = 0.9(59.7189) = 53.746$ Ton-m.

$$\Rightarrow \boxed{M_R = 53.746 \text{ Ton-m.}}$$

Ejemplos 4 a 6

Estos tres ejemplos ilustran la determinación de esfuerzos por medio del artificio de la sección transformada.

El módulo de elasticidad utilizado es el recomendado en el Reglamento del D.D.F. para efectos de corta duración. Para obtener el esfuerzo real en el acero es necesario multiplicar los esfuerzos f_t, a la altura del refuerzo, calculadas aplicando la fórmula de la escuadría a la sección transformada, por la relación modular, n. En la sección doblemente armada, se transformó el acero de compresión en concreto equivalente, multiplicándo por n-1, para tener en cuenta el concreto desplazado por las varillas. En el mismo ejemplo, se consideró el acero concentrado a un nivel situado en el centro de gravedad de todas las varillas. Más correcto es transformar el área de cada lecho independientemente.

EJEMPLO 4

1

REVISION DE ESFUERZOS EN UNA SECCION RECTANGULAR SIMPLEMENTE ARMADA POR EL METODO DE LA SECCION TRANSFORMADA

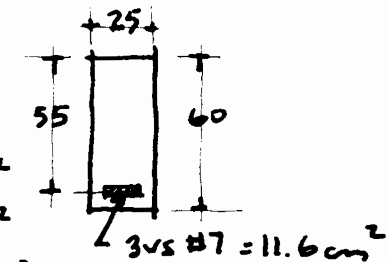
DATOS

Momento : 13 ton-m

Concreto : $f'_c = 200\ Kg/cm^2$

Acero : $f_y = 4000\ Kg/cm^2$

$E_s = 2 \times 10^6\ Kg/cm^2$



CONSTANTES

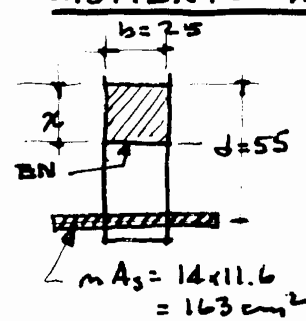
Módulo de elasticidad del concreto

$$E_c = 10\,000\sqrt{f'_c} = 10\,000\sqrt{200} = \underline{\underline{143\,000}}\ Kg/cm^2$$

Relación modular

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\,000\,000}{143\,000} = \underline{\underline{14}}$$

MOMENTO INERCIA SECCION TRANSFORMADA



Profundidad eje neutro

$$\frac{bx^2}{2} - nA_s(d-x) = 0$$

$$12.5x^2 - 163(55-x) = 0$$

$$x^2 + 13.05x - 716 = 0$$

$$x = \underline{\underline{20.9}}\ cm$$

EJEMPLO 4

REVISION DE ESFUERZOS EN UNA SECCION RECTANGULAR SIMPLEMENTE ARMADA POR EL METODO DE LA SECCION TRANSFORMADA

Momento de inercia

$$\frac{1}{3} \times 25 \times 20.9^3 = 76\,000$$

$$163\,(55-20.9)^2 = 189\,500$$

$$I = \underline{\underline{265\,500\ \text{cm}^4}}$$

CALCULO DE ESFUERZOS

$$f_c = \frac{M}{I}\, y_1$$

$$f_c = \frac{1\,300\,000}{265\,500}\; 20.9 = \underline{\underline{102}}\ \text{kg/cm}^2$$

$$f_s = m f_t = m\,\frac{M}{I}\, y_2 = 14\, \frac{1\,300\,000}{265\,500}\; 34.1$$

$$f_s = \underline{\underline{2340}}\ \text{kg/cm}^2$$

EJEMPLO 5

REVISION DE ESFUERZOS EN UNA SECCION RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA POR EL METODO DE LA SECCION TRANSFORMADA

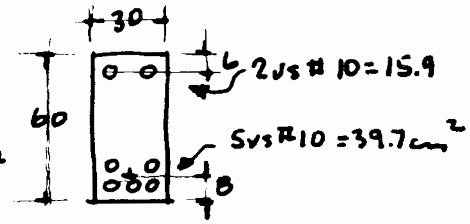
DATOS

Momento: 30 ton-m

Concreto: $f'_c = 200$ Kg/cm²

Acero: $f_y = 4000$ Kg/cm²

$E_s = 2 \times 10^6$ Kg/cm²



CONSTANTES

Módulo de elasticidad del concreto

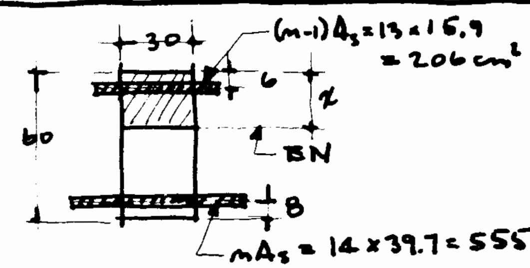
$$E_c = 10\,000\sqrt{f'_c} = 10\,000\sqrt{200} = \underline{\underline{143\,000}}\ \text{kg/cm}^2$$

Relación modular

$$m = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\,000\,000}{143\,000} = \underline{\underline{14}}$$

MOMENTO DE INERCIA SECCION TRANSFORMADA

Profundidad eje neutro



EJEMPLO 5

REVISION DE ESFUERZOS EN UNA SECCION RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA POR EL METODO DE LA SECCION TRANSFORMADA

$$\frac{30x^2}{2} + 206(x-6) - 555(52-x) = 0$$

$$x^2 + 50.7x - 2010 = 0$$

$$x = \underline{\underline{26.2}}$$

Momento de inercia

Concreto:	$\frac{1}{3} \times 30 \times 26.2^3$	=	181 000
Acero compresión:	206×20.2^2	=	84 000
Acero tensión:	555×25.8^2	=	372 000
	I	=	$\underline{\underline{637\ 000}}$

CALCULO DE ESFUERZOS

$$\left(f = \frac{Mx}{I} \right)$$

Concreto:

$$f_c = \frac{30 \times 10^5}{637\,000} \times 26.2 = \underline{\underline{123}}\ \text{Kg/cm}^2$$

Acero de compresión:

$$f'_s = m f'_t = 14 \frac{30 \times 10^5}{637\,000} \times 20.2 = \underline{\underline{1330}}\ \text{Kg/cm}^2$$

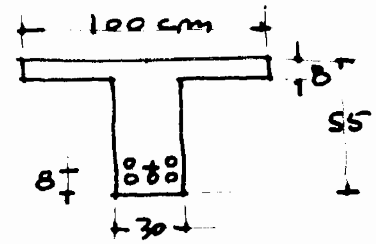
Acero de tensión:

$$f_s = m f_t = 14 \frac{30 \times 10^5}{637\,000} \times 25.8 = \underline{\underline{1700}}\ \text{Kg/cm}^2$$

EJEMPLO 6

REVISION DE ESFUERZOS EN UNA SECCION T POR EL METODO DE LA SECCION TRANSFORMADA

DATOS



Momento: $M = 40$ ton-m

Concreto:

$f'_c = 200\ \text{Kg/cm}^2$

Acero:

$2\#9 + 3\#10 = 36.6\ \text{cm}^2$

$f_y = 4000\ \text{Kg/cm}^2$

$E_s = 2 \times 10^6\ \text{Kg/cm}^2$

CONSTANTES

Módulo de elasticidad del concreto

$$E_c = 10\,000\sqrt{f'_c} = 10\,000\sqrt{200} = \underline{\underline{143\,000}}\ \text{Kg/cm}^2$$

Relación modular

$$m = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\,000\,000}{143\,000} = \underline{\underline{14}}$$

MOMENTO DE INERCIA SECCION TRANSFORMADA

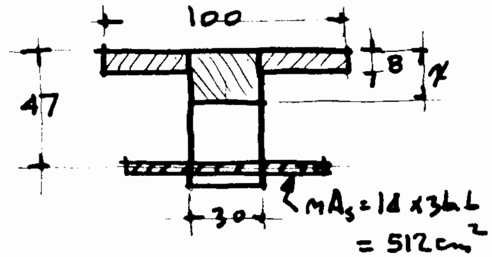
(En hoja 2)

EJEMPLO 6 — 2

REVISION DE ESFUERZOS EN UNA SECCION T POR EL METODO DE LA SECCION TRANSFORMADA

MOMENTO DE INERCIA SECCION TRANSFORMADA

Profundidad eje neutro



$$\frac{30x^2}{2} + 70 \times 8\,(x-4) - 512\,(47-x) = 0$$

$$x^2 + 71.6\,x - 1756 = 0$$

$$x = \underline{19.2\ cm}$$

Momento de inercia

	Area (A)	Brazo (d)	d^2	Ad^2	I_o
Patin	70x80=5600	15.2	231	1 291 000	426
Alma	30x19.2=574	9.6	92	52 800	17 700
Acero	512	27.8	772	395 000	—
				1 738 800	18 126

$$I = 1\,738\,800 + 18\,126 = \underline{\underline{1\,756\,926\ cm^4}}$$

CALCULO DE ESFUERZOS

(En hoja 3)

EJEMPLO 6 — 3

REVISION DE ESFUERZOS EN UNA SECCION T POR EL METODO DE LA SECCION TRANSFORMADA

CALCULO DE ESFUERZOS

$$\left(f = \frac{My}{I}\right)$$

$$f_c = \frac{40 \times 10^5}{1\,756\,926} \times 19.2 = \underline{\underline{43.6}}\ kg/cm^2$$

$$f_s = mf_t = 14 \times \frac{40 \times 10^5}{1\,756\,926} \times 27.8 = \underline{\underline{886}}\ \frac{kg}{cm^2}$$

Ejemplo 7.- Resistencia a cortante de una viga rectangular

El refuerzo transversal de la viga considerada consiste en estribos cerrados de dos ramas.

Los requisitos de refuerzo mínimo se cumplen adecuadamente, ya que la sección del refuerzo transversal requerida para la separación máxima especificada de 30 cm es menor que la proporcionada por los estribos del No.3 utilizados. Se determinó la resistencia a partir de la sección crítica, que se encuentra a una distancia del paño del apoyo igual al peralte efectivo. Se supuso que en forma aproximada, la contribución del acero cambia a la mitad de la distancia entre estribos de distinta separación. Para calcular las zonas de influencia de las diferentes separaciones se procedió de la siguiente manera.

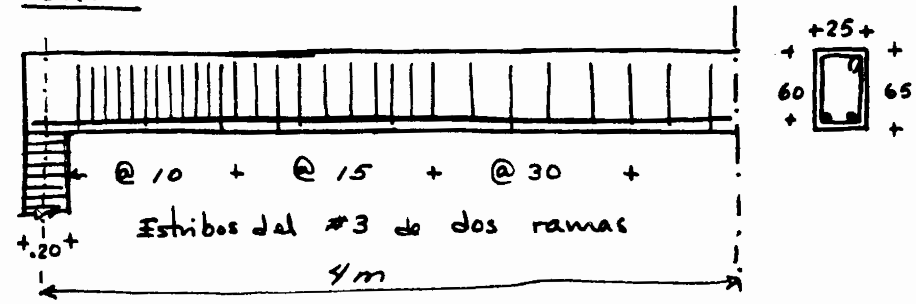
Considérese por ejemplo la zona donde los estribos se encuentran a 10 cm. El primer estribo se encuentra a 5 cm del paño del apoyo. Siguen 10 espacios de 10 cm, lo que da un metro. Suponiendo que la zona de influencia termina a la mitad de la distancia entre el último estribo con separación de 10 cm y el primero con separación de 15 cm faltaría agregar otros 7.5 cm que en el ejemplo se redondearon a 7 cm. Resulta entonces 5 + 100 + 7 = 112 cm. De manera análoga pueden determinarse las zonas de influencia de las demás separaciones.

El procedimiento a seguir cuando se utiliza refuerzo inclinado es análogo. Las separaciones del refuerzo transversal en este caso se suelen considerar a lo largo de una línea paralela al eje y situada a la mitad del peralte efectivo. Cuando en una sección se combinan dos tipos de refuerzo transversal, por ejemplo estribos verticales y barras inclinadas, pueden sumarse las contribuciones de ambos refuerzos.

RESISTENCIA A CORTANTE DE UNA VIGA RECTANGULAR.

DATOS

¢



(El primer estribo se encuentra a 5 cm del paño del apoyo).

Concreto : $f'_c = 200$ kg/cm²

Acero : $f_y = 2800$ kg/cm²

ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES.

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1).

$f^*_c = 160$ kg/cm²

Esfuerzo cortante que toma el concreto

$$v_{cR} = 0.5\, F_R \sqrt{f^*_c} = 0.5\,(0.8)\sqrt{160} = 5.06 \text{ kg/cm}^2$$

REVISIÓN DE LAS LIMITACIONES DEL REFUERZO TRANSVERSAL.

Separación máxima

$$s_{máx} = \frac{d}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm.}$$

$$A_{v\,mín} = \frac{3.5\, b\, s}{F_R\, f_y} = \frac{3.5(25)(30)}{0.8(2800)} = 1.17 \text{ cm}^2 < 1.42 \text{ cm}^2$$

= área del estribo de dos ramas del # 3.

RESISTENCIA A CORTANTE DE UNA VIGA RECTANGULAR.

CONTRIBUCIÓN DEL CONCRETO

$$V_{CR} = v_{CR}\, b d = 5.06\,(25)(60) = 7\,590 \text{ kg.}$$

CONTRIBUCIÓN DE LOS ESTRIBOS.

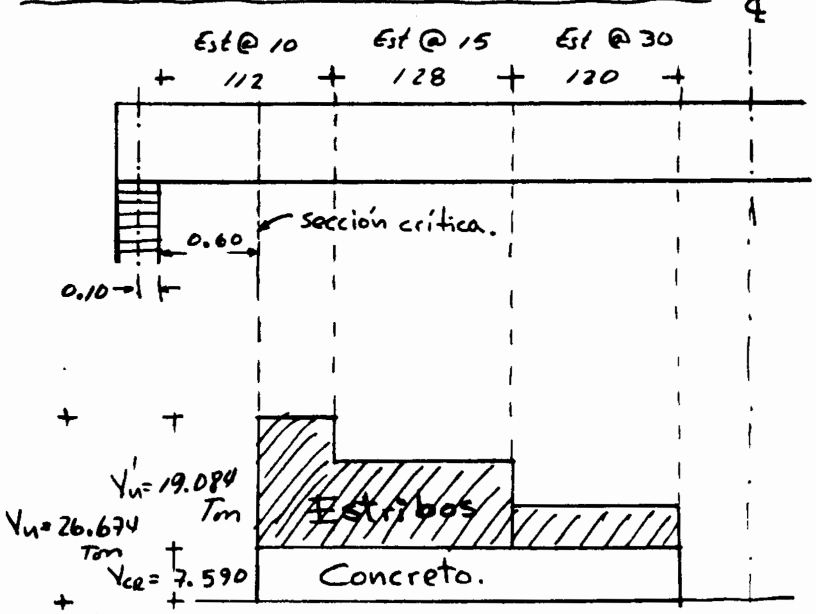
$$V'_u = \frac{F_R A_v f_y d}{s} \qquad \therefore\; A_v = 2 \times 0.71 = 1.42 \text{ cm}^2$$

$$V'_u = \frac{0.8(1.42)(2800)(60)}{s} = \frac{190\,848}{s}$$

S (cm)	10	15	30
V'_u (kg)	19 084.8	12 723.2	6 361.6
V_u (kg)	26 674.8	20 313.2	13 951.6

$(V_u = V_{CR} + V'_u)$

DIAGRAMA DE RESISTENCIA A CORTANTE



Ejemplo 8.- Resistencia a cortante de una zapata para columna aislada

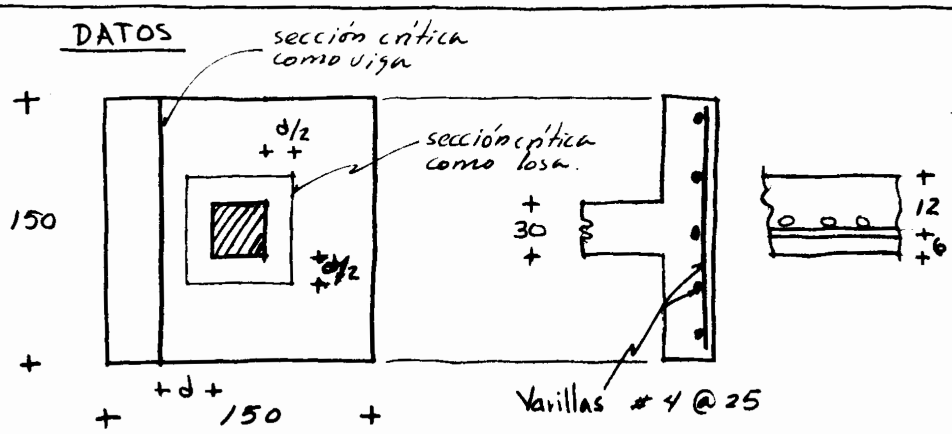
Se consideró en el cálculo un valor promedio del peralte efectivo definido por el plano de tangencia entre los dos lechos de varillas.

La resistencia como viga, en este caso, resultó ser menor que la resistencia como losa. Sin embargo en muchas situaciones el valor crítico es el correspondiente a la condición de losa.

EJEMPLO 8

RESISTENCIA A CORTANTE DE UNA ZAPATA PARA COLUMNA AISLADA.

DATOS



Concreto : $f'_c = 200\ kg/cm^2$

Acero : $f_y = 2800\ kg/cm^2$

ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1)

$f^*_c = 160\ kg/cm^2$

Esfuerzos nominales que resiste el concreto a cortante

Como viga: $v_{cR} = 0.5 F_R \sqrt{f^*_c} = 5.06\ kg/cm^2$

como losa; $v_{cR} = F_R \sqrt{f^*_c} = 10.12\ kg/cm^2$.

RESISTENCIA A CORTANTE.

A) Como Viga.

$V_{u_A} = v_{cR}\, b\, d = 5.06(150)(12) = 9\ 108\ kg.$

B) Como losa. $b_o = 4(30+12) = 168\ cm.$

$V_{u_B} = v_{cR}\, b_o d = 10.12(168)(12) = 20\ 402\ kg.$

$\Rightarrow$ Rige la condición A.

Ejemplo 9.- Cálculo de la longitud de desarrollo de una varilla

La fuerza T Produce un esfuerzo en la varilla igual al de fluencia:

$$\frac{20000}{5} = 4000\ kg/cm^2$$

Por lo tanto el anclaje debe ser capaz de desarrollar este esfuerzo.

El valor calculado con la ecuación 16 es superior a los valores mínimos especificados.

EJEMPLO 9

CALCULO DE LA LONGITUD DE DESARROLLO DE UNA VARILLA.

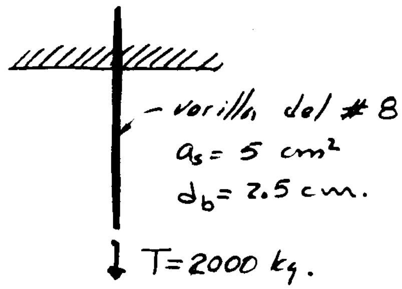
DATOS

Concreto

$f'_c = 200 \ kg/cm^2$

Acero

$f_y = 4000 \ kg/cm^2$



CONSTANTES

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1).

$f^*_c = 160 \ kg/cm^2$

CÁLCULO DE LA LONGITUD DE DESARROLLO.

$$L_{db_{mín}} = 0.006 \, d_b f_y = 0.006(2.5)(4000) = \underline{60 \ cm} > 30 \ cm \ \checkmark$$

$$L_{db} = 0.06 \frac{a_s f_y}{\sqrt{f'_c}} = 0.06 \frac{5(4000)}{\sqrt{200}} = 84.8 \ cm > 60 \ \checkmark$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{db} = 85 \ cm}$$

Ejemplo 10.- Deflexión de una viga rectangular

Se consideró la sección agrietada transformada porque el porcentaje de acero de refuerzo es relativamente alto.

Cuando resulta una deformación excesiva y no es posible aumentar el tamaño de la sección puede agregarse acero de compresión, con lo cual se disminuye el factor F.

EJEMPLO 10 — 1
DEFLEXION DE UNA VIGA RECTANGULAR

DATOS

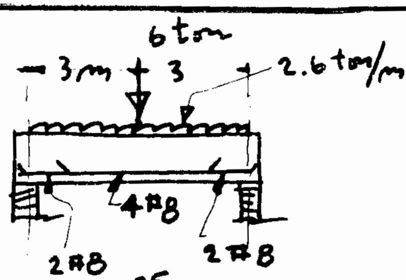
Concreto

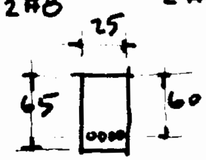
$f'_c = 200\ \text{Kg/cm}^2$

Acero

$f_y = 4000\ \text{kg/cm}^2$

$E_s = 2\times10^6\ \text{kg/cm}^2$





CONSTANTES Y ESPECIFICACIONES

Módulo de elasticidad del concreto

$$E_c = 10\,000\sqrt{f'_c} = 10\,000\sqrt{200} = \underline{\underline{143\,000}}\ \text{Kg/cm}^2$$

Relación modular

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\,000\,000}{143\,000} = \underline{\underline{14}}$$

MOMENTO DE INERCIA DE LA SECCION TRANSFORMADA

(En la hoja 2)

EJEMPLO 10 — 2
DEFLEXION DE UNA VIGA RECTANGULAR

MOMENTO DE INERCIA DE LA SECCION TRANSFORMADA

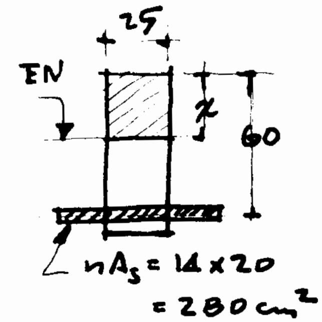
Profundidad EN

$$\frac{bx^2}{2} - nA_s(d - x) = 0$$

$$12.5x^2 - 280(60 - x) = 0$$

$$x^2 + 22.4x - 1350 = 0$$

$$x = \underline{\underline{27.3\ \text{cm}}}$$



Momento de inercia

$$\frac{1}{3}\times25\times27.3^3 = 168\,500$$

$$280\,(60-27.3)^2 = \underline{299\,000}$$

$$I = \underline{\underline{467\,500}}\ \text{cm}^4$$

CALCULO FLECHA INMEDIATA

$$f_1 = \frac{Pl^3}{48EI} + \frac{5wl^4}{384EI} = \frac{l^3}{EI}\left(\frac{P}{48} + \frac{5wl}{384}\right)$$

$$= \frac{600^3}{143000\times467\,500}\left(\frac{6000}{48} + \frac{5\times26\times600}{384}\right)$$

$$f_1 = \underline{\underline{0.106\ \text{cm}}}$$

EJEMPLO 10

3

DEFLEXION DE UNA VIGA RECTANGULAR

CÁLCULO FLECHA ADICIONAL A LARGO PLAZO

$$f_2 = F f_1$$

$$F = 2 - 1.2 \frac{A'_s}{A_s}$$

$$A'_s = 0 \quad ; \quad \therefore F = 2$$

$$f_2 = 2 f_1 = 2 \times 0.106 \doteq \underline{\underline{0.21}} \text{ cm}$$

FLECHA TOTAL A LARGO PLAZO

$$f = f_1 + f_2 = 0.105 + 0.21$$

$$f \doteq \underline{\underline{0.32}} \text{ cm}$$

FLECHA ADMISIBLE

$$f_{max} = 0.5 + \frac{l}{240} = 0.5 + \frac{600}{240} =$$

$$f_{máx} = 0.5 + 2.5 = 3.0 \text{ cm} > 0.32 \text{ cm.}$$

⇒ La sección es adecuada.

Ejemplo 11.- Estimación ancho grieta

La carga dada es a nivel de servicio.

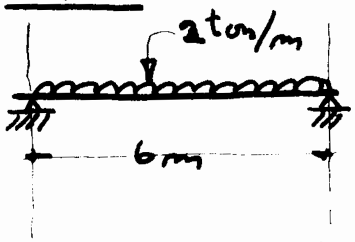
El esfuerzo del acero se estimó utilizando el método aproximado de la ecuación (21).

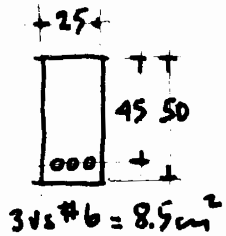
Más preciso habría sido determinar el esfuerzo del acero por medio del artificio de la sección transformada.

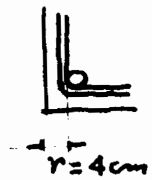
EJEMPLO 11 — 1

ESTIMACION ANCHO GRIETA

DATOS







Ancho admisible de grietas: 0.2 mm

Concreto: $f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$

Acero: $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$

$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$K = 3.3$

MOMENTO MAXIMO

$$M = \frac{1}{8} w l^2 = \frac{1}{8} \times 2 \times 36 = \underline{\underline{9 \text{ ton-m}}}$$

ANCHO GRIETA AL NIVEL DEL ACERO DE TENSION

$$w_{max} = K r \frac{f_s}{E_s}$$

EJEMPLO 11 — 2

ESTIMACION ANCHO GRIETA

$$f_s = \frac{M}{0.9 A_s d} = \frac{9 \times 10^5}{0.9 \times 8.5 \times 45}$$

$$f_s = \underline{\underline{2600 \text{ kg/cm}^2}}$$

$$w_{max} = 3.3 \times 4 \times \frac{2600}{2 \times 10^6} = 0.0172 \text{ cm}$$

$$w_{max} = \underline{\underline{0.172 \text{ mm}}} < 0.2 \text{ mm}$$

Ejemplo 12.- Determinación del acero de una sección rectangular de características dadas

Se utilizaron tres métodos

El primero consiste en la aplicación de la ecuación (5), que es aplicable únicamente a secciones rectangulares. Este método implica la solución de una ecuación de segundo grado y se aplica poco en la práctica.

El segundo método, es un método de tanteos, apoyado en principios fundamentales. Se supone en este caso que el acero fluye, pero teniendo en cuenta la compatibilidad de deformaciones es aplicable aún cuando se desea calcular las resistencias de secciones sobrereforzadas, lo que es poco común en la práctica. Este método es de aplicación general. Conviene recordarlo porque puede aplicarse a cualquier tipo de sección y pone de manifiesto el fenómeno físico de flexión.

En el tercer método se recurre a la aplicación de la representación gráfica de la ecuación 5. El método es sencillo. Otros procedimientos se basan en el empleo de tablas de distinto tipo.

En los ejemplos se supuso que el acero fluye. Esto se comprobó al final del ejemplo, comparando el acero obtenido con el correspondiente al   de la condición balanceada.

DETERMINACIÓN DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DE DIMENSIONES DADAS.

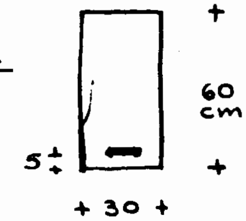
DATOS

Resistencia a momento requerida

$M_u = 18$ Ton-m.

Concreto: $f'_c = 250$ kg/cm²

Acero: $f_y = 4000$ kg/cm²



ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES

Esfuerzos reducidos

$f^*_c = 0.8(250) = \underline{\underline{200}}$ kg/cm²

$f''_c = 0.85(200) = \underline{\underline{170}}$ kg/cm²

CÁLCULO DEL ÁREA DE ACERO

1er Método: Aplicando fórmula

$$M_R = M_u = F_R\, b d^2 f''_c\, q(1-0.59q)$$

$$18 \times 10^5 = 0.9(30)(55)^2(170)(q - 0.59q^2)$$

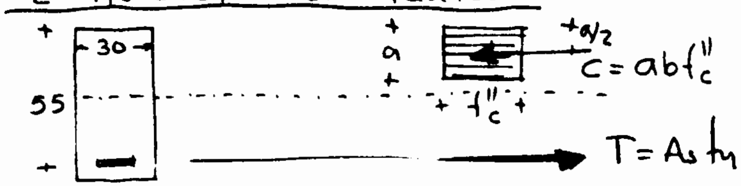
$$q^2 - 2q + 0.2592772 = 0$$

$$\Rightarrow q = 0.1393475$$

$$A_s = q b d \frac{f''_c}{f_y} = 0.1393475(30)(55)\frac{170}{4000} = 9.78 \text{ cm}^2.$$

$$\boxed{A_s = 9.78 \text{ cm}^2}$$

2° Método: Por tanteos



DETERMINACIÓN DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DE DIMENSIONES DADAS.

De $C = T$

$$a = \frac{A_s f_y}{b f''_c}$$

De $M_u = A_s f_y (d - a/2) F_R$

$$A_s = \frac{M_u}{F_R f_y (d - a/2)}$$

1er tanteo $a = 10$ cm.

$$A_s = \frac{18 \times 10^5}{0.9(4000)(55-5)} = 10 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{10(4000)}{30(170)} = 7.84 \text{ cm}$$

2º tanteo $a = 7.8$ cm.

$$A_s = \frac{18 \times 10^5}{0.9(4000)(55-3.9)} = 9.78 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{9.78(4000)}{30(170)} = 7.67 \text{ cm} \doteq 7.8 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \boxed{A_s = 9.78 \text{ cm}^2}$$

3er Método - Aplicando la gráfica de la figura 6

$$\frac{M_R}{F_R b d^2 f''_c} = \frac{1800000}{0.9(30)(55)^2(170)} = 0.1296.$$

De la gráfica $q = 0.1394$

$$A_s = q b d \frac{f''_c}{f_y} = 0.1394(30)(55)\frac{170}{4000} = 9.78 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{A_s = 9.78 \text{ cm}^2}$$

DETERMINACIÓN DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DE DIMENSIONES DADAS.

REVISIÓN LIMITACIONES DE ACERO

$$\rho_{min} = 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.7 \frac{\sqrt{250}}{4000} = 0.00277$$

$$A_{s\,min} = 0.00277\, bd = 0.00277(30)(55) = 4.57 \text{ cm}^2 < 9.78 \text{ cm}^2$$

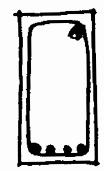
$$\rho_{máx} = \rho_b = \frac{f''_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{170}{4000} \frac{4800}{10000} =$$

$$\rho_{max} = \rho_b = 0.0204$$

$$\Rightarrow A_{s\,max} = 0.0204(30)(55) = 33.66 \text{ cm}^2 > 9.78 \text{ cm}^2$$

ARMADO

4 Vs #6 = 11.48 cm²
> 9.78 cm².



Ejemplo 13.- Determinación de las dimensiones y del área de acero de una sección rectangular.

No se han impuesto restricciones ni en las dimensiones de la sección ni en la cuantía de acero, de manera que el proyectista está en libertad para escoger las características más convenientes de acuerdo con los requisitos constructivos, técnicos y económicos del caso.

Un camino usual consiste en fijar el porcentaje de acero y determinar las dimensiones correspondientes. Si se elige un porcentaje bajo se obtiene una sección grande, pero con un consumo bajo de acero, lo que suele resultar económico en las condiciones de costo de nuestro medio. Los porcentajes altos, por el contrario, implican una mayor cantidad de acero, pero permiten secciones más pequeñas, lo que puede ser importante cuando hay limitaciones de espacio o cuando el peso es una consideración significativa. Evidentemente el porcentaje escogido debe estar comprendido entre los valores máximo y mínimo especificados.

Para un porcentaje dado pueden obtenerse diversas combinaciones de ancho y peralte. Las relaciones usuales entre ancho y peralte varían de 1/4 a 1/2, aunque no es raro encontrar valores diferentes. Comúnmente se escogen dimensiones que sean múltiplos de 5 cm. En el ejemplo se expresó el peralte efectivo en función del ancho y se calcularon los peraltes efectivos correspondientes a varios anchos. Con base en estos resultados se escogió una sección de 35 x 70 cm que tiene una relación b/h= 1/2. A esta sección corresponde un valor del peralte efectivo diferente del calculado originalmente para el ancho de 35 cm por lo que fue necesario hacer un ajuste en la cantidad de acero.

DETERMINACIÓN DE LAS DIMENSIONES Y DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR.

DATOS

Momento : $M_u = 25$ Ton-m.

Concreto : $f'_c = 300$ kg/cm²

Acero : $f_y = 4000$ kg/cm²

ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES

Esfuerzos reducidos

$$f^*_c = 0.8 f'_c = 0.8(300) = \underline{240} \text{ kg/cm}^2$$

$$f''_c = 0.85 f^*_c = 0.85(240) = \underline{204} \text{ kg/cm}^2$$

Acero mínimo

$$\rho_{min} = 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.7 \frac{\sqrt{300}}{4000} = \underline{0.003031}$$

Acero máximo $\rho_{máx} = \rho_b$

$$\rho_b = \frac{f''_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{204}{4000} \frac{4800}{10000} = \underline{0.02448}$$

ELECCIÓN DE LAS DIMENSIONES DE LA SECCIÓN.

Suponiendo $\rho = 0.005$

$(\rho_{min} < 0.005 < \rho_{máx})$

$$M_R = F_R b d^2 f''_c \, q(1 - 0.59q)$$

Usando la gráfica de la figura 6:

$$\therefore \quad q = 0.005 \frac{4000}{204} = 0.098$$

$$\Rightarrow \frac{M_u}{F_R b d^2 f''_c} = 0.0932$$

EJEMPLO 13 4/2

DETERMINACIÓN DE LAS DIMENSIONES Y DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR.

$$d = \sqrt{\frac{M_u}{F_R b f''_c (0.0932)}} = \sqrt{\frac{2500\,000}{0.9(204)(0.0932)\,b}}$$

$$d = \sqrt{\frac{146\,100.4}{b}}$$

b	d
25	76.5
30	70.0
35	65 ←
40	60.5

Considerar.

$$\boxed{b = 35 \;;\; h = 70 \text{ cm}}$$

Ajuste del acero.

$d = h - \text{recubrimiento} = 70 - \underbrace{5}_{\text{supuesto}} = 65$ cm.

$$\Rightarrow \frac{M_u}{F_R b d^2 f''_c} = \frac{25 \times 10^5}{0.9(35)(65)^2(204)} = 0.0921$$

⇒ usando la gráfica de la figura 6

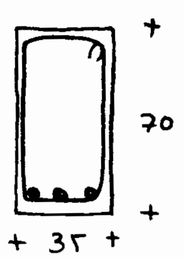
$$q = 0.097$$

$$\therefore A_s = q \frac{f''_c}{f_y} bd = 0.097 \times \frac{204}{4000}(35)(65) = 11.26 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{A_s = 11.26 \text{ cm}^2}$$

ARMADO.

3 Vs #7 = 11.61 cm² > 11.26 cm²



Ejemplo 14.- Determinación del refuerzo de una sección rectangular doblemente armada de dimensiones dadas

Se comprobó inicialmente que el momento máximo que puede resistir la sección como simplemente armada es de solamente 30.18 ton-m, si se supone que el acero máximo que admite la sección es el correspondiente a la condición balanceada. Por lo tanto es necesario reforzar la zona comprimida agregando acero de compresión, puesto que el momento a resistir es igual a 50 ton-m.

El valor de d se tomó igual a h-8 cm = 52, previendo que el refuerzo de tensión se colocará en dos lechos.

El área del acero de compresión se calculó a partir de la condición de que el acero de tensión no debe ser superior al correspondiente a la condición balanceada. El recubrimiento del acero de compresión se tomó igual a solo 5 cm, considerando que el refuerzo correspondiente podrá colocarse en un solo lecho. Se determinó el área de acero de compresión que requeriría una sección que tuviera un área de acero de tensión igual al área requerida para resistir el momento dado de 19.82 Ton-m.

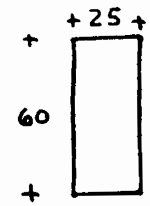
Para calcular el área debe investigarse si el acero fluye. En el ejemplo ε'_s resulta mayor que ε_y por lo que se consideró $f_s = f_y$. En caso contrario debe usarse el-esfuerzo correspondiente a la deformación unitaria calculada a la altura del acero de compresión.

Las diferencias entre las áreas del refuerzo propuesto y las calculadas son pequeñas y pueden considerarse aceptables.

Puede apreciarse que el momento resistente calculado es superior al requerido.

DETERMINACIÓN DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR DOBLEMENTE ARMADA DE DIMENSIONES DADAS.

DATOS



Momento : $M_u = 50$ ton-m

Concreto : $f'_c = 200$ kg/cm²

Acero : $f_y = 4000$ kg/cm²

CONSTANTES Y ESPECIFICACIONES.

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1)

$f^*_c = 160$ kg/cm² ; $f''_c = 136$ kg/cm²

Acero mínimo

$\rho_{min} = 0.0025$

Acero máximo

el correspondiente a la condición balanceada.

$$\rho_b = \frac{f''_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{136}{4000} \frac{4800}{10000} = 0.01632$$

MOMENTO MÁXIMO QUE PUEDE RESISTIR LA SECCIÓN SI $\rho_{max} = \rho_b$

$$\Rightarrow q_b = 0.01632 \frac{f_y}{f''_c} = 0.01632 \frac{4000}{136} = 0.48$$

→ Momento máximo que resiste la sección como simplemente armada (M_{u1})

Suponiendo $d = h - 8$ cm $= 52$ cm. y $d' = 5$ cm.

$$M_R = F_R b d^2 f''_c\, q(1 - 0.5\, q) = 0.9(25)(52)^2(136)(0.48)(1 - 0.24) =$$

$$\Rightarrow M_R = M_{u1} = 3\,018\,442.7 \text{ kg-cm.}$$

$$M_{u1} = 30.184 \text{ Ton-m.} < 50 \text{ Ton-m.}$$

$\therefore$ se requiere acero de compresión.

CÁLCULO DEL ACERO

Acero de tensión

$$A_s = 0.01632 \times bd + A'_s = 0.01632(25)(52) \overset{+A'_s}{=} 21.22\,cm^2 + A'_s$$

Acero de compresión

$$M_u = M_{u1} + M_{u2} \quad \Rightarrow \quad M_{u2} = M_u - M_{u1} = 50 - 30.18$$

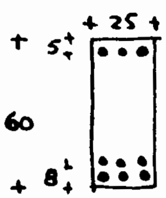
$$M_{u2} = 19.82 \text{ Ton-m.} = A'_s f_y (d-d') F_R$$

$$\Rightarrow A'_s = \frac{M_{u2}}{F_R f_y (d-d')} = \frac{1\,982\,000}{0.9(4000)(52-5)} = 11.72\,cm^2$$

$$\Rightarrow A_s = (21.22 + 11.72)\,cm^2 = \underline{32.94\,cm^2} = A_s$$

$$\boxed{A'_s = 11.72\,cm^2}$$

ARMADO PROPUESTO



2 Vs #8 + 1 Vs #5 = 12.13 cm² > 11.72 cm².

3 Vs #8 + 3 Vs #9 = 34.47 cm² > 32.94 cm²

REVISIÓN DEL ACERO DE COMPRESIÓN

$$C_b = \frac{0.003}{0.003+0.002}\,52 = 31.2\text{ cm.} \qquad \varepsilon'_s = \frac{26.2}{31.2}(0.003) = 0.0025 > 0.002$$

$\Rightarrow$ el acero de compresión fluye

$\Rightarrow$ REVISIÓN DEL MOMENTO RESISTENTE

$$M_R = F_R\left[(A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s f_y (d-d')\right]$$

$$\therefore\ a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{b f''_c} = \frac{(34.47 - 12.13)4000}{25(136)} = 26.28\text{ cm.}$$

$$\Rightarrow M_R = 0.9\left[22.34(4000)(38.86) + 12.13(4000)(47)\right] =$$

$$= 0.9(3\,472\,529.6 + 2280\,440) = 5\,177\,672.6 \text{ kg-cm.}$$

$$\underline{M_R = 51.776 \text{ Ton-m} > 50 \text{ Ton-m}}$$

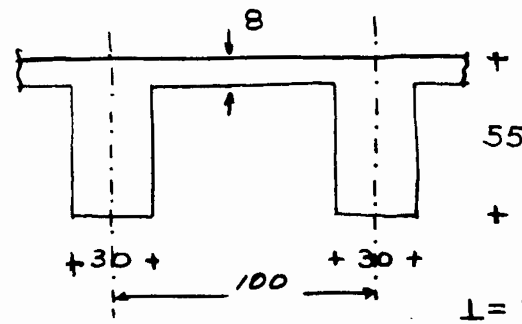
Ejemplo 15.- Determinación del refuerzo de una sección T de dimensiones dadas

Por medio de un tanteo sencillo se comprobó que el patín por sí solo no es capaz de equilibrar la fuerza de tensión que puede desarrollar el acero. Esto significa que el límite inferior del bloque de esfuerzos quede debajo de la parte inferior del patín, por lo que es necesario considerar la contribución del alma.

El área inicial de acero se calculó suponiendo un valor aproximado del brazo del par interno. El valor inicial se ajustó calculando el brazo del par interno, partiendo de la posición de la resultante de compresión obtenida en el primer tanteo. Se aprecia que la nueva área de acero difiere poco de la calculada inicialmente.

El acero mínimo admisible se determinó aplicando el valor de la cuantía mínima, $p_{min} = 0.0025$, a la sección de la nervadura, como suelen recomendar los códigos.

DETERMINACIÓN DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN T DE DIMENSIONES DADAS.



Momento

$M_u = 50$ Ton-m

Concreto : $f'_c = 200$ kg/cm²

Acero : $f_y = 4000$ kg/cm²

$L = 9$ m

CONSTANTES Y ESPECIFICACIONES.

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1).

$f^*_c = 160$ kg/cm² ; $f''_c = 136$ kg/cm²

Acero mínimo

$p_{min} = 0.0025$

Acero máximo

el correspondiente a la condición balanceada.

CALCULO DEL ÁREA DE ACERO

ANCHO EFECTIVO $b = 100$ cm (Ver Ejemplo 3)

PERALTE EFECTIVO $d = h - 8\text{cm} = 55 - 8 = 47$ cm.

Suponiendo que $a = t = 8$ cm.

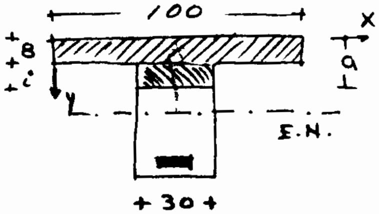
$\Rightarrow (d - \frac{a}{2}) = 47 - 4 = 43$ cm.

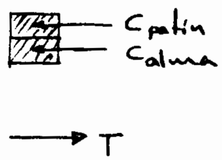
$$\Rightarrow A_s = \frac{M_u}{F_R f_y (d - a/2)} = \frac{5000\,000}{0.9(4000)\,43} = 32.3 \text{ cm}^2$$

$$\left.\begin{aligned} \Rightarrow T &= A_s f_y = 32.3(4000) = 129\,200 \text{ kg} \\ C &= a b f''_c = 8(100)(136) = 108\,800 \text{ kg} \end{aligned}\right\} T > C$$

DETERMINACIÓN DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN T DE DIMENSIONES DADAS.

$\therefore$ la sección debe dimensionarse como T





$C_{alma} = C - C_{patin}$

$C_{alma} = 129\,200 - 108\,800 = 20\,400$ kg

$C_{alma} = f''_c \times b \times i = 20\,400$

$$\Rightarrow i = \frac{20\,400}{b\, f''_c} = \frac{20\,400}{30\,(136)} = 5 \text{ cm}$$

Punto de aplicación de la fuerza de compresión

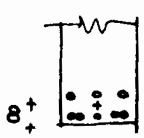
$$\bar{y} = \frac{108.8\,(4) + 20.400\,(10.5)}{108.8 + 20.4} = 5.026 \text{ cm.}$$

brazo ajustado: $z = 47 - 5.026 = 41.974$ cm.

Ajuste del área de acero.

$$A_s = \frac{M_u}{F_R\, f_y\, z} = \frac{5\,000\,000}{0.9(4000)(41.974)} = \underline{33.09 \text{ cm}^2 = A_s}$$

ARMADO PROPUESTO



$5\#8 + 3\#6 = 33.96 \text{ cm}^2 > 33.09 \text{ cm}^2$

DETERMINACIÓN DEL REFUERZO DE UNA SECCIÓN T DE DIMENSIONES DADAS.

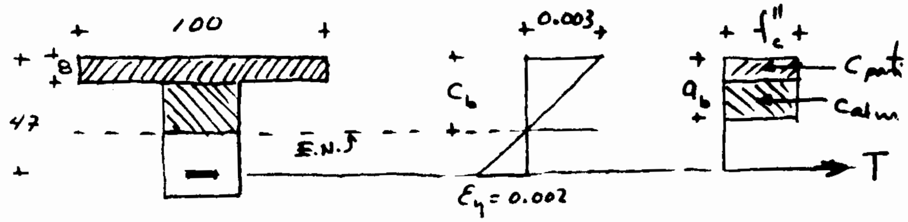
REVISIÓN LIMITACIONES DE ACERO

Acero mínimo

$\rho_{min} = 0.0025$

$A_{s\,min} = 0.0025\, b'd = 0.0025\,(30)(47) = 3.53 \text{ cm}^2 < 33.96 \text{ cm}^2$

Acero máximo



$$C_b = \frac{0.003}{0.005}\,(47) = 28.2 \text{ cm}$$

$a_b = 0.80\, C_b = 0.8\,(28.2) = 22.56$ cm.

Fuerza de compresión correspondiente a la condición balanceada.

$C_b = C_{alma} + C_{patin}$

$C_{alma} = (a_b - 8)\, b'\, f''_c = (22.56 - 8)(30)(136) = 59\,404.8$ kg.

$C_{patin} = 108\,800$ kg.

$C_b = 59\,404.8 + 108\,800 = 168\,204.8$ kg.

$T_b = C_b = A_{sb}\, f_y$

$$\Rightarrow A_{sb} = \frac{168\,204.8}{4000} = 42.05 \text{ cm}^2 > 33.96 \text{ cm}^2.$$

Ejemplo 16.- Dimensionamiento de una losa apoyada en lados opuestos

El problema consiste en diseñar una losa libremente apoyada sobre muros.

La carga de servicio de 900 kg/m2 dada se multiplicó por un factor de carga igual a 1.4 para obtener los valores del momento y de la fuerza cortante que debe resistir la losa.

El claro de cálculo se tomó como la suma del claro libre más la mitad del peralte de cada lado. Puesto que al estimar el momento inicialmente, el peralte no se conoce, éste debe estimarse.

El análisis y dimensionamiento de losas de este tipo suele referirse a un ancho unitario. En el ejemplo, se consideró un metro, de manera que el momento calculado es el que actúa sobre una faja de un metro de ancho.

Los porcentajes de refuerzo en losas suelen ser relativamente bajos. Se supuso aquí un valor de $p \simeq 0.008$. El peralte efectivo correspondiente fue 12.1 cm, lo que implicó un peralte total de 14.6, si se supone un recubrimiento de 2.5 cm . Por consideraciones constructivas, este valor se redondeó a 15 cm, lo que obligó a hacer un ajuste en el acero.

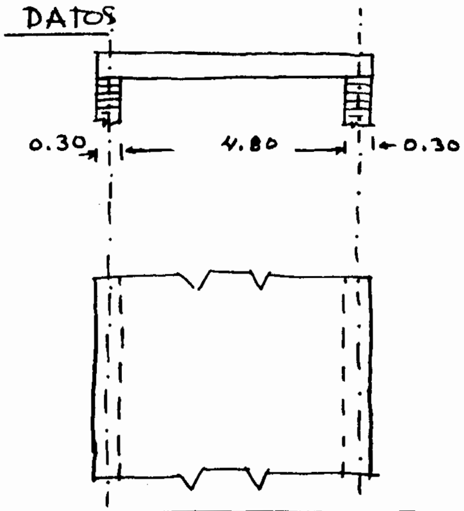
En el croquis de armado se muestra el refuerzo principal junto con el refuerzo transversal, que en estas losas se coloca encima del primero para lograr la máxima efectividad del mismo.

La revisión por esfuerzo cortante indicó que el concreto por sí solo resiste ampliamente la fuerza cortante, como suele suceder en losas. Para el cálculo de la fuerza cortante se recalculó el claro teniendo en cuenta el peralte, definitivamente adoptado, refinamiento del que puede prescindirse en la mayoría de los casos prácticos.

La relación entre el claro y el peralte es 495/15=33. Este valor es superior al especificado en la tabla 1 para losas libremente apoyadas para poder prescindir de cálculo de deflexiones. Sería por lo tanto conveniente hacer un análisis de flechas análogo al realizado en el ejemplo 10. El estudio de agrietamiento se haría como en el ejemplo 11.

DIMENSIONAMIENTO DE UNA LOSA APOYADA EN LADOS OPUESTOS.

DATOS



Carga

$w = 900\ kg/m^2$ (incluye peso propio).

Materiales.

Concreto: $f'_c = 200\ kg/cm^2$

Acero: $f_y = 4000\ kg/cm^2$

ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1)

$f^*_c = 160\ kg/cm^2$ $\quad f''_c = 136\ kg/cm^2$

Factor de carga: 1.4 $\quad$ Factores de resistencia: 0.9 y 0.8

Refuerzo mínimo

$$a_s = \frac{900\ x_1}{f_y(100 + x_1)}$$ (refuerzo principal y transversal).

$$s < \begin{cases} 50\ cm \\ 3.5\ x_1 \end{cases}$$

Refuerzo máximo $\quad p_{máx} = p_b$

$p_b = 0.01632$ (Ver Ejemplo 1).

Esfuerzo cortante que resiste el concreto

$$v_{CR} = 0.5\ F_R \sqrt{f^*_c} = 0.5(0.8)(\sqrt{160}) = 5.06\ kg/cm^2$$

DIMENSIONAMIENTO DE UNA LOSA APOYADA EN LADOS OPUESTOS.

ANALISIS (Cálculo de momentos y cortantes).

Claro: $l = 4.80 + h$ $\quad$ ∴ Suponiendo $h = 0.20\ m$.

$l = 4.80 + 0.20 = 5\ m$.

$w_u = 0.9 \times 1.4 = 1.26\ Ton/m$.

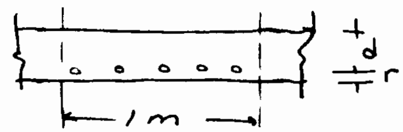
$$M_u = \frac{1}{8} w_u l^2 = \frac{1.26\ (5)^2}{8} = 3.9375\ ton\text{-}m.$$

$$V_u = \frac{1}{2} w_u l = \frac{1.26 \times 5}{2} = 3.15\ ton$$

DIMENSIONAMIENTO

Cálculo del peralte.

Suponiendo $p = 0.008$ $\quad (p_{mín} < 0.008 < p_{máx})$



$$q = p \frac{f_y}{f''_c} = 0.008 \frac{4000}{136} =$$

$$q = 0.2353$$

y de la gráfica de la figura 6

$$\frac{M_u}{F_R b d^2 f''_c} = 0.2075$$

$$y \quad d = \sqrt{\frac{M_u}{F_R(100)(136)(0.2075)}} = \sqrt{\frac{393\,750}{0.9(100)(136)(0.2075)}} =$$

$$d = \sqrt{155} = 12.45\ cm$$

$\Rightarrow h = 12.5 + 2.5 = 15\ cm.$ $\quad \Rightarrow \boxed{h = 15\ cm}$

Ajuste del acero

$d = 12.5\ cm.$

$$\frac{M_u}{F_R b d^2 f''_c} = \frac{393\,750}{0.9(100)(12.5)^2(136)} = 0.2059$$

DIMENSIONAMIENTO DE UNA LOSA APOYADA EN LADOS OPUESTOS.

→ $q = 0.233$

$$A_s = q \frac{f_c''}{f_y} bd = 0.233 \frac{136}{4000}(100)(12.5) = 9.90 \ \text{cm}^2/\text{m}.$$

Separación $\quad s = \dfrac{100\, a_s}{A_s}$ (a_s = área de una varilla).

Si se emplean varillas #4 con $a_s = 1.27 \ \text{cm}^2$

$$s_{\#4} = \frac{100(1.27)}{9.9} = 12.8 \ \text{cm} < \begin{cases} 50 \ \text{cm} \\ 3.5\, h = 52.5 \ \text{cm.} \end{cases}$$

úsese $s = 12.5$ cm.

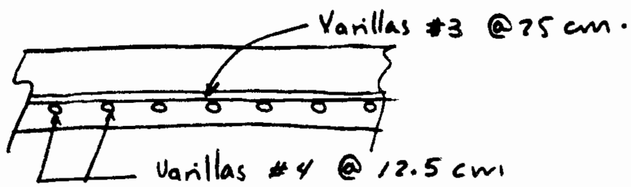
Refuerzo transversal

$$a_s = \frac{900(15)}{4000(115)} = 0.0294 \ \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} = 2.94 \ \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}.$$

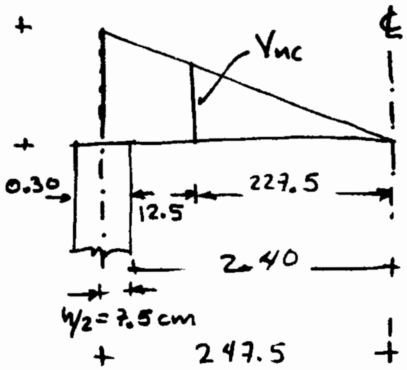
Si se emplean varillas #3 con $a_s = 0.71 \ \text{cm}^2$

$$s_{\#3} = \frac{100(0.71)}{2.94} = 24 \ \text{cm}$$ empléese $s = 25$ cm.

ARMADO



REVISIÓN DEL ESFUERZO CORTANTE.



$l = 4.80 + 0.15 = 4.95$ m.

$V_u = w_u l/2 = 1.26(4.95)/2 = 3.1185$ Ton

$V_{uc} = \dfrac{2.275}{2.475}(3.1185) = 2.8665$ Ton

$v_u = \dfrac{V_{uc}}{bd} = \dfrac{2866.5}{100(12.5)} = 2.293 \ \text{kg/cm}^2$

$\therefore v_u = 2.293 \ \text{kg/cm}^2 < v_{CR} = 5.06 \ \text{kg/cm}^2$

Ejemplo 17.- Dimensionamiento de una viga rectangular simplemente armada

La viga por diseñar está sujeta a una carga de servicio de 6 ton/m.

Para obtener el momento y la fuerza cortante resistentes para los que debe diseñarse la carga de servicio debe multiplicarse por el factor de carga dado, que es igual a 1.4.

Considerando que no existe ninguna restricción en la forma de la sección, se fijó un porcentaje de acero comprendido entre los límites dados, y a partir de él, se determinaron varias combinaciones posibles de ancho y peralte efectivo, como se hizo en el ejemplo 13. La sección finalmente adoptada fue una con un ancho igual a 35 cm y un peralte total de 70 cm.

El área de acero requerida para esta sección se proporcionó con dos varillas del No.7 y tres varillas del No.9, que caben en un solo lecho. Esta combinación de varillas da un área de acero prácticamente igual a la teóricamente necesaria. Los cortes de varilla se determinaron gráficamente, en la forma indicada sobre el diagrama de momentos. Las varillas cortadas se prolongaron un peralte más allá de la sección donde teóricamente dejan de ser necesarias.

El refuerzo transversal adoptado consistió en estribos cerrados verticales de varilla del No.3. La separación máxima a la que se pueden colocar los estribos verticales es d/2. Esta separación debe también ser igual o menor que la correspondiente al refuerzo transversal mínimo dado por la ec 15.

En el ejemplo la separación requerida en la sección crítica, que, por definición, se encuentra a un peralte efectivo del paño del apoyo, resultó menor que d/2 y menor que la obtenida para el refuerzo mínimo dado por la ecuación 15. La separación fue de 14.3 cm, que se redondeó a 14 cm.

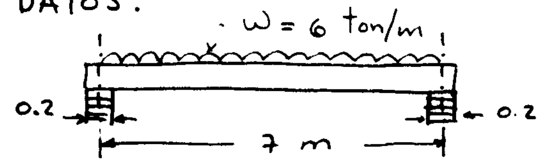
El refuerzo transversal determinado para la sección crítica debe utilizarse también entre el paño del apoyo y dicha sección crítica. Una práctica común consiste en colocar el primer estribo a una distancia del paño del apoyo igual a la mitad de la separación requerida. En el croquis de armado se muestro el refuerzo transversal propuesto. La separación mínima se ha conservado en toda la longitud de la viga, lo que es conservador. El Reglamento ACI-71 permite la omisión de refuerzo transversal en vigas cuando lo fuerza cortante es inferior al 50 por ciento de la resistencia a cortante del concreto, V_c.

Cuando no rigen las limitaciones de refuerzo mínima, como sucedió en este ejemplo, las separaciones de los estribos se van variando a lo largo de la viga de acuerdo con la magnitud de la fuerza cortante.

La relación entre el claro y el peralte fue $700/75 \doteq 9$, par lo que, de acuerdo con la tabla 1, no se requeriría revisar la deflexión. En caso necesario, el análisis de formaciones se efectuaría como en el ejemplo 10. El agrietamiento se revisaría como en el ejemplo 11.

DIMENSIONAMIENTO DE UNA VIGA RECTANGULAR SIMPLEMENTE APOYADA.

DATOS.



Cargas

$\omega = 6$ Ton/m

(incluye peso propio).

Materiales

Concreto : $f'_c = 200$ kg/cm².

Acero principal : $f_y = 4000$ kg/cm²

Acero estribos : $f_y = 2300$ kg/cm²

ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1).

$f^*_c = 160$ kg/cm² ; $f''_c = 136$ kg/cm²

Factor de carga : 1.4

Refuerzo mínimo ; $\rho_{min} = 0.0025$ (Ver Ejemplo 1).

Refuerzo máximo ; $\rho_{máx} = \rho_b = 0.01632$ (Ver Ejemplo 1).

Esfuerzo cortante que toma el concreto $v_{CR} = 5.06$ kg/cm²

ANALISIS (cálculo de momentos y cortantes).

$l = 7$ m (centro a centro de apoyos.

$\omega_u = 6 \times 1.4 = 8.4$ Ton/m

$$M_u = \frac{1}{8} \omega_u l^2 = \frac{8.4(7)^2}{8} = 51.45 \text{ Ton-m.}$$

$$V_u = \frac{\omega_u l}{2} = \frac{8.4(7)}{2} = 29.4 \text{ Ton.}$$

DIMENSIONAMIENTO DE UNA VIGA RECTANGULAR SIMPLEMENTE APOYADA.

DIMENSIONAMIENTO

Elección de sección

Suponiendo $p = 0.012$ $(p_{min} < 0.012 < p_{max})$.

$$q = p\frac{f_y}{f''_c} = 0.012\,\frac{4000}{136} = 0.353$$

y de la gráfica de la figura 6

$$\frac{M_u}{F_R b d^2 f''_c} = 0.2907 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{M_u}{F_R\, b\, f''_c (0.2907)}}$$

$$d = \sqrt{\frac{5145000}{0.9(136)(0.2907)\,b}} = \sqrt{\frac{144596.88}{b}}$$

b	d
25	76
30	69
35	64

Adoptar

$$\boxed{b = 35\text{ cm};\ h = 70\text{ cm}}$$

Ajuste del acero

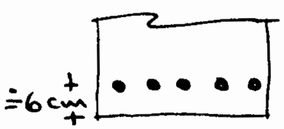
$d = 70 - r = 70 - 6 = 64$ cm.

$$\frac{M_u}{F_R b d^2 f''_c} = \frac{5145000}{0.9(35)(64)^2(136)} = 0.2932$$

De la gráfica de la figura 6 $q = 0.357$.

$$A_s = q\,\frac{f''_c}{f_y}\,bd = 0.357\,\frac{136}{4000}\,(35)(64) = \underline{27.19\text{ cm}^2}$$

ARMADO



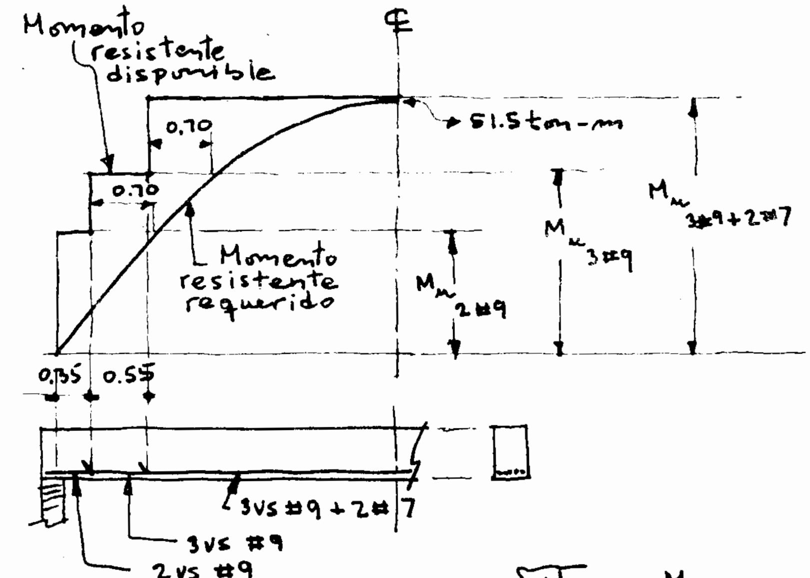
2 Vs #7 + 3 Vs #9
$= 27\text{ cm}^2 \doteq 27.19\text{ cm}^2$

EJEMPLO 17 3/4

DIMENSIONAMIENTO DE UNA VIGA RECTANGULAR SIMPLEMENTE APOYADA

CORTE DE VARILLAS

Las varillas se prolongarán 70 cm más allá de donde teóricamente dejan de ser necesarias, es decir, poco más de un peralte efectivo.



$M_u = 51.5$ ton-m ; $A_s = 26.8\text{ cm}^2$

$$\left\{ \frac{M_u}{A_s} = \frac{M_{ui}}{A_{si}} \qquad M_{ui} = M_u\,\frac{A_{si}}{A_s} \right.$$

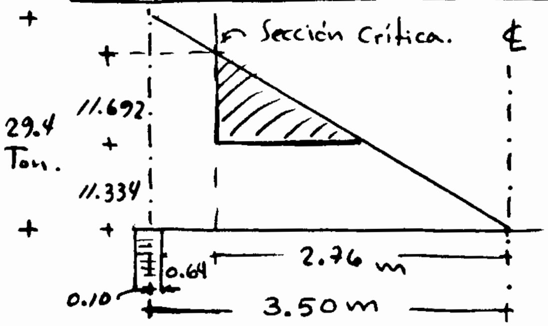
$$M_{u\,3\#9+2\#7} = 51.5\,\frac{27}{26.8} = 52 > 51.5$$

$$M_{u\,3\#9} = 51.5\,\frac{19.3}{26.8} = 36.9$$

$$M_{u\,2\#9} = 51.5\,\frac{12.8}{26.8} = 24.8$$

DIMENSIONAMIENTO DE UNA VIGA RECTANGULAR SIMPLEMENTE APOYADA.

REFUERZO TRANSVERSAL



$V_{CR} = v_{CR}\, b d = 5.06(35)(64)$

$V_{CR} = 11334.4$ kg.

$V_{uc} = \frac{2.76}{3.5}(29.2) = 23026.78$ kg.

Separación de estribos.

Separación máxima admisible.

a) $d/2 = 64/2 = 32$ cm.

b) por refuerzo mínimo $\quad S = \frac{A_v f_y F_R}{3.5\, b}$

para estribos de 2 ramas #3

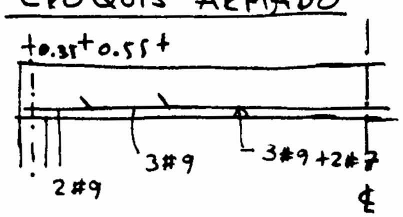
$$S = \frac{2(0.71)(2300)(0.8)}{3.5(35)} = \underline{\underline{21.32 \text{ cm}}}$$

Separación calculada: para estribos #3 (2 ramas)

$$S = \frac{F_R A_v f_y d}{V_u - V_{CR}} = \frac{0.8(1.42)(2300)(64)}{11692} = 14.3 \text{ cm.}$$

Rige la separación calculada. $\Rightarrow \boxed{S = 14 \text{ cm}}$

CROQUIS ARMADO



Usar estribos #3 @ 14 cm.
(primer estribo a 7 cm. del paño del apoyo).

Ejemplo 18.- Dimensionamiento de una losa perimetralmente apoyada

Se considera en este ejemplo un tablero externo de un sistema de piso formado por trabes y losas.

Como peralte total tentativo se escogió 10 cm, que es superior al valor mínimo de 8.0 cm que resulta de aplicar la regla dada en la sección 12.2. Este valor fue el utilizado al estimar la carga total que soporta la losa en condiciones de servicio o de trabajo. La carga última que debe resistir la losa se obtuvo multiplicando la carga de servicio por el factor de carga 1.4 . Con este valor se determinó el momento flexionante para el cual debe dimensionarse la losa.

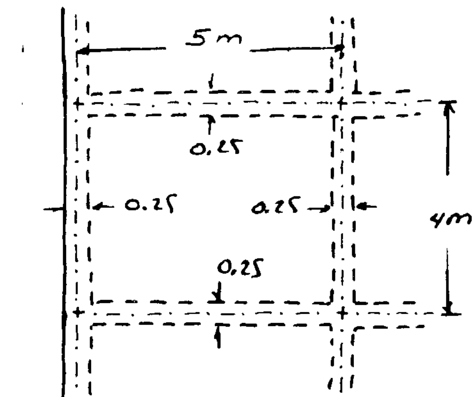
En el Reglamento del D.D.F. se establece que el peralte efectivo correspondiente al acero de flexión debe reducirse en dos centímetros para tener en cuenta errores en la colocación del refuerzo. Este ajuste es significativo en el caso de losas, en que el peralte total suele ser reducido. En el ejemplo, el peralte efectivo del acero positivo resultó de 8 cm considerando un recubrimiento de 2 cm. El del acero negativo, de acuerdo con la recomendación anterior, se redujo a 6 cm. Los momentos por resistir en las diversas regiones del tablero se calcularon con los coeficientes de la tabla 2. Los cálculos correspondientes, así como los de las áreas y separaciones de acero requeridas, se efectuaron en forma tabular. La determinación de las áreas de acero se basó en la gráfica de la fig 6.

Se ensayaron tres tamaños de varillas: de los números 2.5, 3 y 4. En el armado propuesto se escogió la varilla del No. 2.5; con los otros diámetros, en ambos sentidos resultan separaciones excesivas que obligan a colocar el refuerzo por especificación, con el consecuente desperdicio de acero.

En la hoja de cálculo 4 se muestran en una planta esquemática las separaciones teóricas requeridas por momento o para cumplir con especificaciones en las distintas zonas del tablero de losa considerado. Los armados propuestos se ajustan a estas separaciones dentro de las restricciones que impone la conveniencia que desde un punto de vista constructivo tiene el usar separaciones moduladas.

EJEMPLO 18 1/4

DIMENSIONAMIENTO DE UNA LOSA PERIMETRALMENTE APOYADA.



DATOS

Cargas

Carga viva : 800 kg/m²

Firme : 100 kg/m²

Peso volumétrico del concreto : 2.4 Tm/m³.

Materiales

Concreto : $f'_c = 200$ kg/cm²

Acero : $f_y = 4000$ kg/cm²

CONSTANTES Y ESPECIFICACIONES.

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 1).

$f^*_c = 160$ kg/cm² ; $f''_c = 136$ kg/cm²

Factor de carga : 1.4.

Refuerzo máximo : $p_{max} = p_0 = 0.01632$.

ELECCION DEL PERALTE.

$$d_{min} = \frac{375(2.25) + 2(475)}{300} = \frac{1793.75}{300} \doteq 6 \text{ cm.}$$

considérese $h = 10$ cm peralte total

DIMENSIONAMIENTO DE UNA LOSA PERIMETRALMENTE APOYADA.

ESTIMACIÓN DE LA CARGA

Firme	=	0.100	ton/m²
Losa . 0.10 x 2.4	=	0.240	ton/m²
ω_{cp}	=	0.340	ton/m²
ω_{cv}	=	0.800	ton/m²
ω	=	1.140	ton/m²

$\omega_u = 1.14 \times 1.4 = 1.596$ Ton/m²

PERALTE EFECTIVO

Acero positivo $d = h - \text{recubrimiento} = 10 - 2 = 8$ cm.

Acero negativo $d = h - r - 2 = 10 - 2 - 2 = 6$ cm.

ACERO MINIMO DE FLEXIÓN

$$a_s = \frac{450\,x_1}{f_y(100 + x_1)} = \frac{450(10)}{4000(110)} = 0.01022 \ \frac{cm^2}{cm}$$

$a_s = 1.02$ cm²/m.

SEPARACIÓN MÁXIMA

$$S_{max}\left\{\begin{array}{l} 50 \text{ cm} \\ 3.5h = 35 \text{ cm.} \Leftarrow \text{rige.} \\ \text{si se usan Vs \#2.5} \quad S = \dfrac{100(0.49)}{1.02} = 48 \text{ cm} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow S_{máx} = 35$ cm

VALORES PARA EL CÁLCULO TABULAR

a_1 y a_2 : claros libres corto y largo, respectivamente.

$$m = \frac{a_1}{a_2} = \frac{3.75}{4.75} = 0.79$$

DIMENSIONAMIENTO DE UNA LOSA PERIMETRALMENTE APOYADA.

$\omega_u a_1^2 = 1.596\,(3.75)^2 = 22.44375$ kg.

Valores de $F_R b d^2 f''_c$

para acero positivo : $0.9(100)(8)^2(136) = 783\,360$ kg-cm

para acero negativo: $0.9(100)(6)^2(136) = 440\,640$ kg-cm.

Valores de $A_s = q\, bd \frac{f''_c}{f_y}$

para acero positivo : $q \frac{100(8)136}{4000} = 27.2\,q = A_s$

para acero negativo : $q \frac{100(6)(136)}{4000} = 20.4\,q = A_s$.

Separación $\quad s = \frac{100\, a_s}{A_s}$ $\quad$ a_s = área de 1 varilla. A_s = área total/metro.

Varilla #	a_s (cm²)	s (cm)
2.5	0.49	49/As
3	0.71	71/As
4	1.27	127/As

TABLA DE MOMENTOS Y SEPARACIONES DE VARILLAS.

Momento	claro	c	Mu ton-m	$M_u/F_R b d^2 f''_c$	q	As cm²/m	S#2.5 cm	S#3 cm	S#4 cm
Neg. en bordes interiores	C	0.0408	0.916	0.2079	0.236	4.82	10	14.5	26
	L	0.0352	0.790	0.1793	0.20	4.08	12	17	31
Neg. en bordes disc.	L	0.0223	0.500	0.1135	0.121	2.46	19	28	51
Positivo	C	0.0206	0.463	0.0591	0.061	1.66	29	42	76.5
	L	0.0131	0.294	0.0375	0.039	1.06	46	67	120

usar S = 35 cm.

$\Rightarrow$ Usar varillas # 2.5

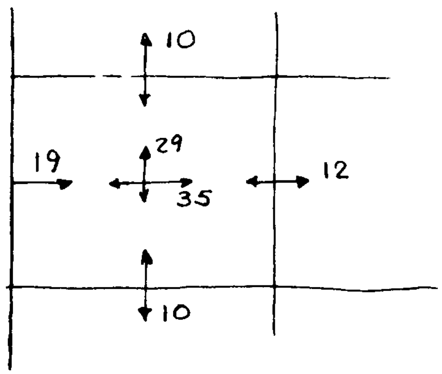
∴ Empléese s = 35 cm cuando la separación calculada por flexión es mayor.

EJEMPLO (18) 4/4

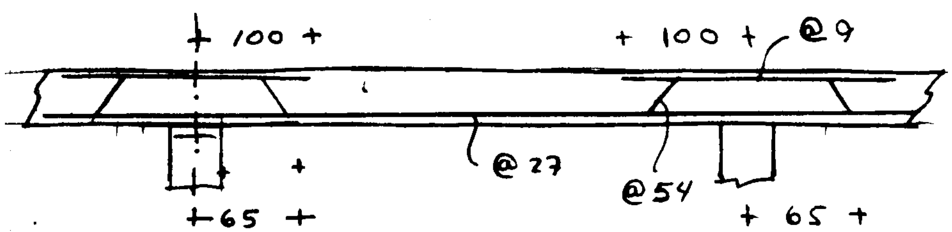
DIMENSIONAMIENTO DE UNA LOSA PERIMETRALMENTE APOYADA.

REFUERZO

Separaciones Teóricas (cm).



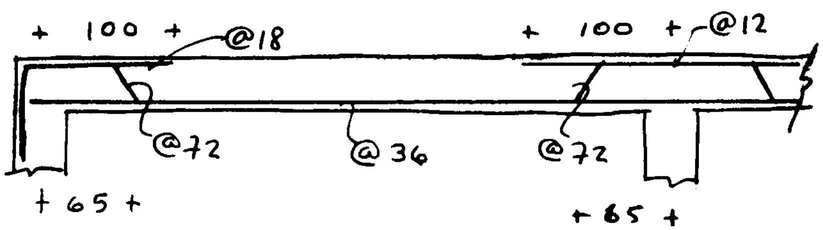
Corte sentido corto



$\frac{25}{2} + \frac{375}{5} + 8 = 95.5$ cm se emplearán 100 cm

$\frac{25}{2} + \frac{375}{6} - 8 = 67$ cm. se emplearán 65 cm.

Corte sentido largo



Ejemplo 19.- Dimensionamiento de una zapata cuadrada para columna aislada

El dimensionamiento se llevó a cabo por medio de un proceso de tanteos, en que se van suponiendo peraltes distintos de la losa hasta encontrar uno que cumpla adecuadamente con los requisitos de resistencia que rijan.

El primer paso consiste en determinar el área que debe tener la zapata para que no se exceda la capacidad de carga del terreno. La capacidad dada en el ejemplo corresponde al nivel de cargas último. Es necesario tener en cuenta que una parte de la capacidad se utiliza para soportar el peso propio de la zapata. Por lo tanto la capacidad útil disponible para resistir la carga transmitida por la columna es igual a la capacidad total dada menos el peso propio.

En el primer tanteo se ensayó un peralte total de 45 cm. El peralte efectivo correspondiente se estimó considerando que el refuerzo utilizado consistiría en varillas del No. 6 y que se debe proporcionar un recubrimiento de 5 cm. Como peralte efectivo se tomó un valor promedio medido al plano de contacto entre los dos lechos de refuerzo. El área necesaria obtenida en este tanteo fue de 39.24 m^2 que puede darse, aproximadamente, con un cuadrado de 6.30 m. de lado. Como generalmente el peralte está regido por la resistencia a cortante como losa, se empezó por revisar esta condición. Para ello se consideró la presión neta última, $p_{u\ neta}$, es decir la profundidad por la carga transmitida por la columna multiplicada por el factor de carga especificado. Se comprobó en este tanteo que el esfuerzo cortante es superior al permitido, por lo que fue necesario hacer un segundo tanteo.

En el segundo tanteo se ensayó un peralte de 60 cm. El cambio en el peso propio hizo necesario ajustar el área por haber cambiado la capacidad útil de carga del terreno disponible. Con el nuevo peralte los esfuerzos cortantes como losa y como viga fueron menores que los permisibles. Se procedió entonces a calcular el refuerzo necesario con la gráfica de la fig 6.

El valor del índice de refuerzo obtenido de la gráfica, está comprendido entre los límites especificados, lo que indica que el peralte es también adecuado desde el punto de flexión. Puede disminuirse el refuerzo aumentando el peralte, pero esto implica un tamaño mayor de zapata ya que la capacidad útil del terreno va disminuyendo al aumentar el peralte.

Por último se revisó si el espacio disponible desde la sección crítica para momento es disponible para que la varilla pueda desarrollar su capacidad.

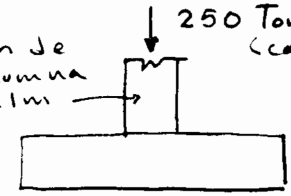
El armado adoptado se muestra en un croquis.

DIMENSIONAMIENTO DE UNA ZAPATA CUADRADA PARA COLUMNA AISLADA.

DATOS

250 Ton (carga de servicio)

Sección de la columna 1m x 1m



Concreto : $f'_c = 250$ kg/cm²

Acero : $f_y = 4000$ kg/cm²

Peso volumétrico del concreto 2.4 Ton/m³

Capacidad de carga de diseño para el terreno.

$q_u = 10$ Ton/m²

CONSTANTES Y ESPECIFICACIONES.

Esfuerzos reducidos (Ver Ejemplo 12)

$f^*_c = 200$ kg/cm² ; $f''_c = 170$ kg/cm²

Factor de carga : 1.4

Esfuerzos cortantes admisibles.

Como trabe : $0.5(0.8)\sqrt{170} = 5.21$ kg/cm²

Como losa : $0.8\sqrt{170} = 10.43$ kg/cm²

Longitud de desarrollo.

$$L_{db} = 0.06 \frac{a_s f_y}{\sqrt{f'_c}} \geq 0.006\, d_b f_y$$

Recubrimiento libre : 5 cm

Refuerzo mínimo $p_{mín} = 0.7 \frac{\sqrt{250}}{4000} = 0.00277$

Refuerzo máximo $p_{máx} = p_b$

$$p_b = \frac{f''_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{170}{4000} \frac{4800}{10\,000} = 0.0204 = p_{máx}$$

TANTEOS PARA DETERMINAR EL PERALTE

1er tanteo $h = 45$ cm.

peso propio de la zapata: $0.45 \times 2.4 = 1.08$ ton/m²

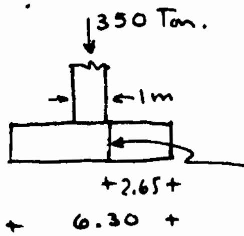
presión de diseño − p.p. zapata = $10 - 1.08 = 8.92$ ton/m²

$$A = \frac{1.4 \times 250}{8.92} = \frac{350}{8.92} = 39.24 \text{ m}^2$$

supongamos la zapata de 6.30 x 6.30 m.

$\Rightarrow A = 39.69 \text{ m}^2$

Revisión del peralte propuesto.



Reacción debida a la carga de 350 Ton.

$$q = \frac{350}{39.69} = 8.82 \text{ ton/m}^2$$

Momento en la sección crítica por metro de ancho.

$$M_u = \frac{8.82 \times (2.65)^2}{2} = 30.97 \ \frac{\text{Ton-m}}{\text{m}}$$

$d = 45 - 5 - 1 = 39$ cm. (suponiendo varillas #6)

$$\Rightarrow \frac{M_R}{F_R b d^2 f''_c} = \frac{3097000}{0.9(100)(39)^2(170)} = 0.1331 \Rightarrow q = 0.143 \quad p = 0.006$$

Tensión diagonal Revisión como viga ancha (la sección crítica está a un peralte, d, del paño de la columna).

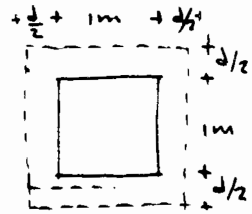
$$V_{cR} = F_R b d \, 0.5\sqrt{f^*_c} = 0.8(100)(39)(0.5)\sqrt{200} = 22\ 061 \text{ kg.}$$

$$V_u = (2.65 - 0.39) \times 8.82 = 19.933 \text{ Ton} = 19\ 933 \text{ kg.}$$

Revisión por penetración.

Perímetro de la sección crítica

$2(100 + 100 + 2 \times 39) = 556$ cm.



Area de la sección crítica.

$39 \times (556) = 21684 \text{ cm}^2$

$$V_u = 350 \text{ Ton} - (1.39)^2(8.82) = 333 \text{ Ton.}$$

$$v_u = \frac{333\ 000}{21\ 684} = 15.35 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_u > v_{cR} = 10.43 \text{ kg/cm}^2$$

Por lo tanto será necesario incrementar el peralte.

2° tanteo $h = 60$ cm.

peso de la zapata $0.6 \times 2.4 = 1.44$ Ton/m²

$$A = \frac{350}{10 - 1.44} = 40.89 \text{ m}^2 \Rightarrow l = 6.40 \text{ m.}$$

y $A = 40.96 \text{ m}^2$.

$$q = \frac{350}{40.96} = 8.55 \text{ ton/m}^2$$

$$M_u = \frac{8.55(2.7)^2}{2} = 31.17 \ \frac{\text{ton-m}}{\text{m}}$$

$d = 60 - 5 - 1 = 54$ cm.

$$\frac{M_R}{F_R b d^2 f''_c} = \frac{3117000}{0.9(100)(54)^2(170)} = 0.0694 \Rightarrow q = 0.0725 \quad p = 0.0031$$

Tensión diagonal.

$$V_{cR} = F_R b d \, 0.5\sqrt{f^*_c} = 0.8(100)(54)(0.5)(\sqrt{200}) = 30\ 547 \text{ kg.}$$

$$V_u = (2.7 - 0.54)(8.55) = 18.468 \text{ Ton} = 18\ 468 \text{ kg}$$

Revisión por penetración

perímetro $b_o = 2(100 + 100 + 2(54)) = 616$ cm.

$A = 54 \times 616 = 33264 \text{ cm}^2$.

$$V_u = 350 - (1.54)^2(8.55) = 329.723 \text{ Ton.}$$

DIMENSIONAMIENTO DE UNA ZAPATA CUADRADA PARA COLUMNA AISLADA.

$$V_u = \frac{329\,723}{33\,264} = 9.91 \ kg/cm^2 < V_{cR} = 10.43 \ kg/cm^2.$$

⇒ La zapata tendrá 6.40 m de lado y $h = 60$ cm.

Cálculo del acero por flexión.

Si $p = 0.0031 \Rightarrow A_s = pbd = 0.0031 \times 100 \times 54 = 16.74 \ \frac{cm^2}{m}$.

Si se emplean varillas # 6 con $a_s = 2.87 \ cm^2$

$$s = \frac{100(2.87)}{16.74} = 17 \ cm.$$

y serán necesarias 38 varillas del # 6 en cada dirección.

Longitud de desarrollo.

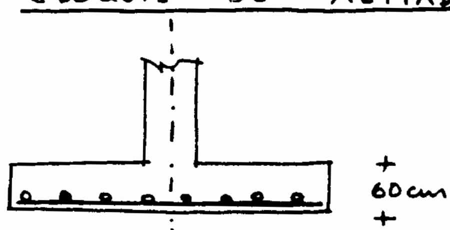
$$L_{db} = 0.06 \ \frac{2.87\,(4000)}{\sqrt{250}} = 43.56 \ cm$$

$$y \ L_{db} = 0.006\,(1.91)(4000) = 45.84 \ cm. \longleftarrow$$

$$\Rightarrow L_{db} = 46 \ cm.$$

$$L_{db} = 2.7 - \text{recubrimiento} = 2.7 - 0.03 = 2.67 \ m. \longleftarrow$$

CROQUIS DE ARMADO



38 Varillas del # 6 en cada sentido.

REFERENCIAS

1.- "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", México, D. F. (1976).

2.- F. Robles, "Sección H, Concreto reforzado, Manual de Diseño de Obras Civiles", Comisión Federal de Electricidad, México (1970).

3.- "Building Code Requirements for Reinforced Concrete"(ACI 318-71), American Concrete Institute, Detroit (1971)

4.- "Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71 American Concrete Institute, Detroit (1971).

5.- Comité Européen du Béton-Federation Internationale de la Precontrainte, - - "International recommendations for the design and construction of concrete - structures", Cement and Concrete Association, London (1970).

6.- O.M. González Cuevas, F. Robles, J. Casillas y R. Díaz de Cossio, Texto - IMCYC de Concreto Reforzado" Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, México (1971).

7.- O.M. González Cuevas, F. Robles, J. Casillas, R. Díaz de Cossio, "Aspectos fundamentales del concreto reforzado", próximo a ser publicado por la Editorial Limusa Wiley.

8.- G. Winter y otros, "Design of Concrete Structures", 8a. ed, Mc Graw Hill - Book Co. Nueva York 1972 (basado en ACI 72)

9.- P.M. Ferguson, "Teoría elemental del concreto reforzado", CECSA, México (196
(Hay una edición más reciente en inglés, basada en ACI 72)

10.- F. Robles y O.M. González Cuevas, editores, Apuntes de "Mecánica de Materiales" Facultad de Ingeniería, UNAM, México (1971).

11.- O.M. González Cuevas, R. Meli y F. Robles, "Complementos de mecánica de materiales: elementos estructurales sujetos a compresión axial", Facultad de Ingeniería, UNAM, México (1970).