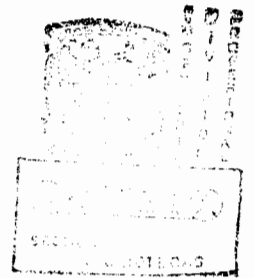


FACULTAD DE INGENIERIA U. N. A. M.



G-601797

601797



CAJA 146

EFFECTOS DE ESBELTEZ

(Apuntes para el curso de Mecánica de Materiales II)

EDICION REVISADA

JOSE LUIS SANCHEZ MARTINEZ

EFECTOS DE ESBELTEZ

I.- PIEZAS SOMETIDAS A CARGA AXIAL

Cuando una pieza corta es sometida a compresión axial, la carga que actúa sobre ella puede incrementarse hasta que el esfuerzo normal que produce llega al valor correspondiente a la resistencia última del material y a su rotura o aplastamiento (f'_c para el concreto, f_y para el acero, etc.).

A primera vista puede pensarse que el mismo comportamiento debería presentarse en todos los casos, independientemente de la longitud de la pieza, siempre que esta fuera perfectamente recta y la carga perfectamente axial. Obviamente esto no ocurre así.

Cuando una pieza larga se carga con una fuerza creciente de compresión axial, se observa que, para un determinado valor de la fuerza, ocurre una flexión repentina a la que de inmediato sigue el colapso. Si se calcula el esfuerzo que corresponde a la carga que inicia la falla, se encuentra que es bastante menor al de la resistencia última del material. Puede concluirse, por ello, que la falla en este caso no se ha debido al hecho de que la resistencia del material se haya agotado, sino a que el estado de equilibrio en que la pieza se encontraba se ha perdido; esta pérdida repentina del equilibrio es lo que caracteriza el comportamiento de este tipo de piezas.

A la carga para la que se inicia la falla se le llama Carga Crítica y a la falla en sí, Falla por Pandeo de la columna.

El problema del pandeo es entonces un problema de estabilidad y no de resistencia.

Para valores de la carga axial menores que el valor de la carga crítica la configuración recta de la columna es de equilibrio estable; si se somete a la columna a la acción de una pequeña fuerza normal al eje de la misma, la columna se flexiona ligeramente, pero cuando la fuerza se retira la columna regresa a su posición recta de equilibrio.

Para valores de la carga axial mayores que el de la

G 601797

carga crítica la configuración recta es también de equilibrio, pero el equilibrio en este caso es inestable, basta cualquier fuerza accidental, excentricidad o falta de homogeneidad en el material para que la falla sobrevenga, la experiencia ha demostrado que no es posible superar la carga crítica o siquiera llegar a ella sin que ocurra la falla porque imperfecciones de algún tipo son inevitables.

La carga crítica corresponde a la transición de la condición de equilibrio estable a la de equilibrio inestable, esto es, corresponde a la condición de equilibrio indiferente; para ella son posibles dos configuraciones de equilibrio, una recta y una ligeramente deformada; en efecto, como antes se dijo, si durante la condición de equilibrio estable se aplica una pequeña fuerza transversal al eje longitudinal de la pieza esta sufre una deformación también pequeña, y al cesar la acción de la carga transversal la pieza regresa a su posición original. Si durante la condición de equilibrio inestable se repite la operación, la pieza no regresa a su posición original sino que falla. Puede pensarse en una condición intermedia, correspondiente a la condición de equilibrio indiferente, tal que la deformación producida por la carga transversal permanece una vez que esta carga cesa de actuar. Se dice en este caso que ocurre una bifurcación de la posición de equilibrio y en este hecho se basa la determinación de la carga crítica.

En la figura 1 se presenta una analogía que puede ayudar a visualizar los conceptos anteriores.

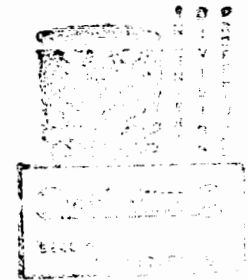
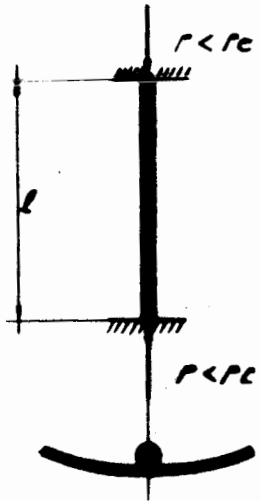


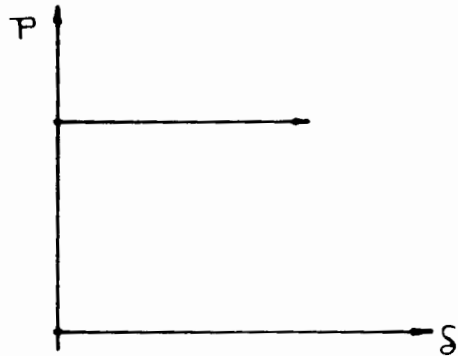
FIGURA 1-

EFECTOS DE ESDELTEZ EN
COLUMNAS CON CARGA AXIAL.

EQUILIBRIO ESTABLE.



EQUILIBRIO INESTABLE.



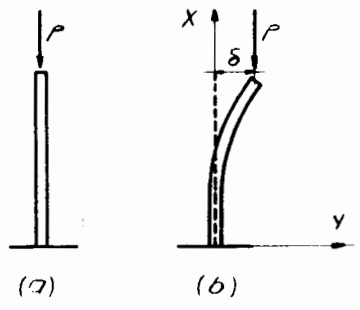
DIFURCACION DE LA POSICION DE EQUILIBRIO.

La determinación de la carga crítica para columnas - fué realizada por primera vez en 1759 por Euler y a él se deben los primeros estudios teóricos sobre el comportamiento de columnas largas.

En la figura 2 se presenta la obtención de la carga crítica para el caso de una columna empotrada en un extremo y libre en el otro.

FIGURA 2-

EFFECTO DE EULER EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL.



DOS CONFIGURACIONES DE EQUILIBRIO POSIBLES SI P = Pcr

SI EL MATERIAL ES ELASTICO Y LAS DEFORMACIONES SON PEQUEÑAS:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = P(\delta - y) \quad \text{--- 1 ---}$$

y: $k^2 = \frac{P}{EI} \quad \text{--- 2 ---}$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = k^2 \delta \quad \text{--- 3 ---}$$

LA SOLUCION ES: $y = \delta + A \cos kx + B \sin kx \quad \text{--- 4 ---}$

COMO: $y = 0$ PARA $x = 0$ $A = -\delta$

Y COMO: $\frac{dy}{dx} = 0$ PARA $x = 0$ $B = -0$

y $y = \delta (1 - \cos kx)$

PARA $x = L$ $\delta = \delta (1 - \cos kL) \quad \text{--- 5 ---}$

SE CUMPLE PARA $\delta = 0$ Y PARA $\cos kL = 0$

ESTO ES: $kL = (2n+1)\pi/2 = L\sqrt{P/EI}$

$$P_{min} = P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$$

PARA $n=0$ SE OBTIENE EL VALOR MINIMO QUE CORRESPONDE A LA CARGA CRITICA.

Si en la ecuación 5 de la figura 2

$$y = \delta(1 - \cos kx) \dots \dots \dots (5)$$

se hace: $kL = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$

se tiene: $y = \delta \left[1 - \cos \left((2n + 1) \frac{\pi}{2L} x \right) \right]$

Esta ecuación proporciona las formas que la pieza podría adquirir al pandearse (los modos de pandeo) y es la ecuación característica de este problema.

La amplitud δ permanece indeterminada y puesto que n puede adquirir cualquier valor entero, hay un número infinito de modos de pandeo, sin embargo solo el que se obtiene para $n = 0$ tiene sentido físico y corresponde a la carga crítica.

El valor de la carga crítica para una pieza doblemente articulada es $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$, se puede obtener en forma similar al caso - mostrado y se le ha llamado Carga Crítica Fundamental o de Euler.

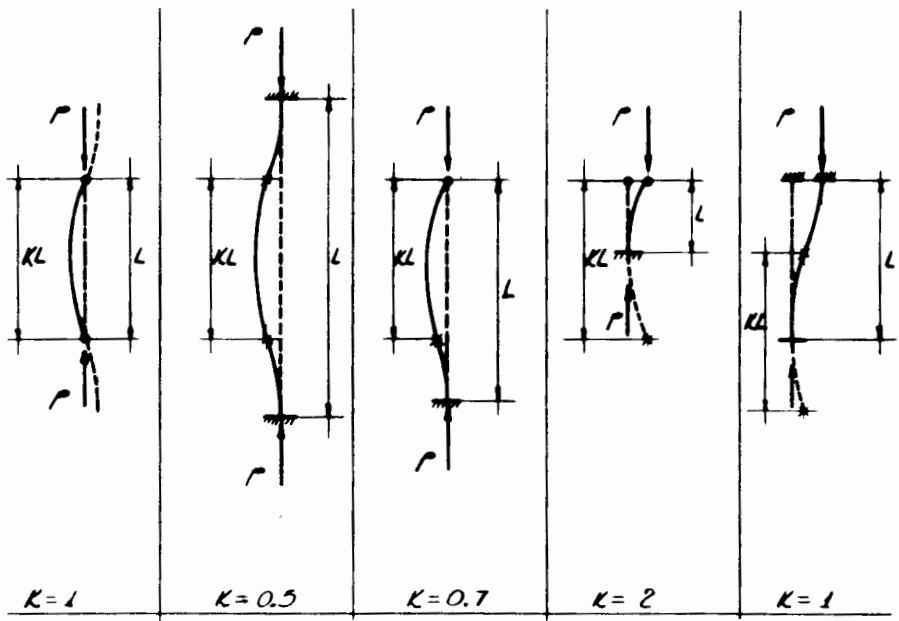
Para diferentes condiciones de apoyo se obtienen diferentes valores para la carga crítica que en general pueden expresarse haciendo uso de la siguiente fórmula: $P_{cr} = \pi^2 EI/(KL)^2$. En ella k es un coeficiente que varía con el tipo de apoyo.

Al producto kL se le conoce con el nombre de Longitud Efectiva de Pandeo de la columna en cuestión. En la figura 3 se indican los Valores de k para diferentes casos.

FIGURA 3-

EFFECTOS DE ESBELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL.

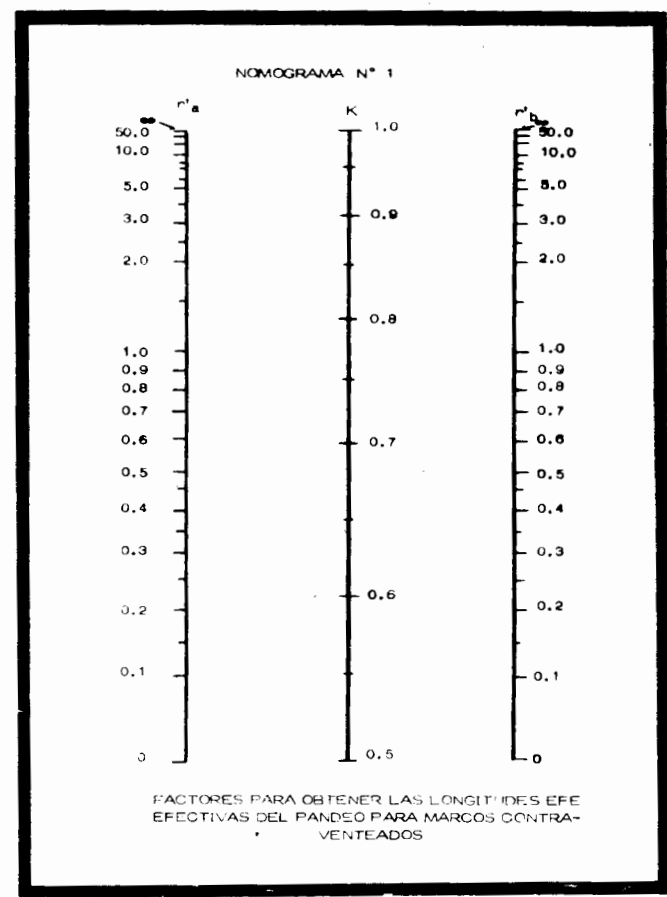
$$P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$



LONGITUDES DE PANDEO.

FIGURA 4-

Las figuras 4 y 5 son nomogramas que permiten obtener valores de k para casos más generales, en función de las rigideces de los elementos que concurren a los extremos de la columna en estudio.



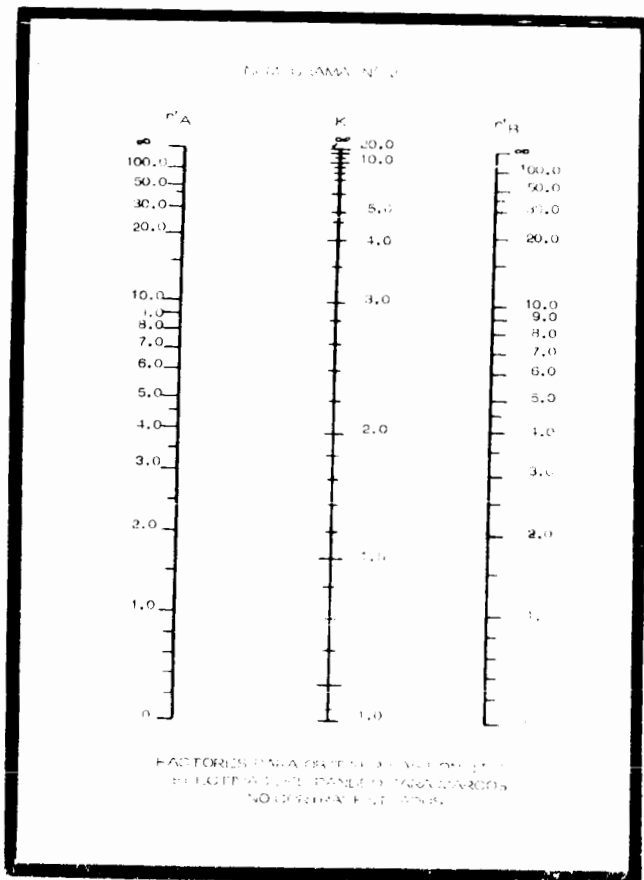
FACTORES PARA OBTENER LAS LONGITUDES EFECTIVAS DEL PANDEO PARA MARCOS CONTRAVENTADOS

$$r'_a = \frac{\sum (I/L)_{columnas}}{\sum (I/L)_{trabes}} \text{ en el nudo a.}$$

FIGURA 5-

EFECTOS DE ESPELTEL EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL.

$r'_a = 0$ en un empotramiento.
 $r'_a = \infty$ en una articulación.



A partir de la carga crítica puede obtenerse el esfuerzo crítico de pandeo, simplemente dividiéndola entre el área de la sección recta de la pieza.

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

En esta expresión el número KL/r se conoce con el nombre de Relación de Esbeltez de la pieza.

Quando las condiciones de apoyo de los extremos de una columna son las mismas en todas direcciones el cálculo del esfuerzo crítico debe hacerse considerando el radio de giro mínimo de la sección. Diremos en este caso que el pandeo ocurre alrededor del eje de menor momento de inercia y con ello queremos establecer que la pieza al pandearse se flexionará alrededor de ese eje.

Quando las condiciones de apoyo son diferentes en direcciones distintas, deberá investigarse el pandeo al menos en dos direcciones perpendiculares y se utilizará para el cálculo del esfuerzo crítico el mayor de ambos valores de la relación de esbeltez.

La obtención de las fórmulas presentadas anteriormente se basa en la hipótesis fundamental de que la columna se comporta elásticamente hasta la aparición del fenómeno de pandeo; por lo tanto dichas fórmulas no son válidas en piezas en que el esfuerzo crítico de pandeo es mayor que el esfuerzo en el límite de proporcionalidad del material de que están compuestas.

El rango de aplicación de la fórmula de Euler quedará entonces limitado por la condición:

$$f_{cr} = f_{LP}$$

Muchas de las piezas que se usan en la práctica tienen relaciones de esbeltez menores que la que corresponde a la limitación anterior, o simplemente son de materiales no elásticos en los que el límite de proporcionalidad no está definido; es por ello importante estudiar el problema de pandeo en el rango de comportamiento inelástico del material del que está constituida una columna.

Dicho problema fué atacado por primera vez por Engeser en 1859 en que publicó su teoría del módulo tangente, esta teoría se basa en la suposición de que para un determinado valor del esfuerzo, el esfuerzo crítico, es posible una configuración deformada de equilibrio, esto es, un estado de equilibrio indiferente, y que la deformación que se presenta depende del valor del módulo de elasticidad tangente correspondiente a ese esfuerzo crítico.

Esta suposición implica la aplicación de la fórmula de Euler--sustituyendo E por E_t .

(Ver la figura N° 6).

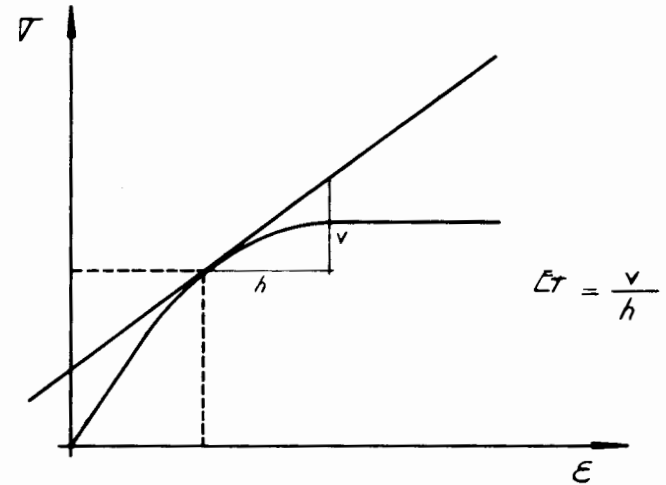
FIGURA 6-

EFFECTOS DE ESDELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL.

LIMITE DE APLICACION DE LA FORMULA DE CULER.

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2} = f_{LP}$$

$$\therefore \frac{kL}{r} = \pi \sqrt{E/f_{LP}}$$



$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2}$$

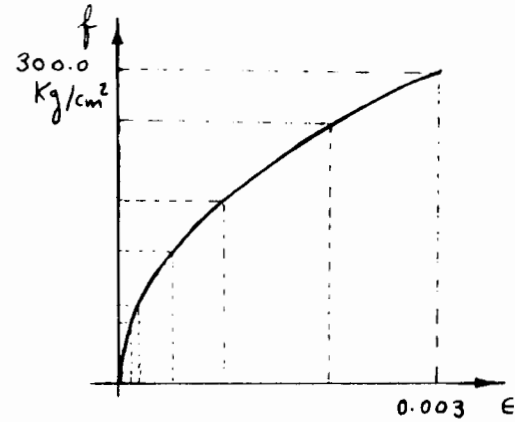
Dada la gráfica esfuerzo deformación de un material, se puede obtener de ella el valor del módulo tangente para cualquier esfuerzo, si se supone que ese esfuerzo es el crítico para una columna determinada, se puede aplicar la fórmula: $f_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{(kL/r)^2}$ y despejar el valor de L/r que corresponde al f_{cr} considerado.

La obtención de la carga crítica con la teoría del módulo tangente no es totalmente correcta desde un punto de vista estricto, pero se ha demostrado que en la práctica da resultados muy aceptables. (Shanley, Strength of Materials, Mc Graw Hill, 1957.)

El método general esbozado se aplica en el ejemplo -- siguiente.

EJEMPLO 1 -- EFECTOS DE ESBELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL

Dada la gráfica esfuerzo-deformación unitaria de un material, encontrar una gráfica esfuerzo crítico-relación de esbeltez que permita diseñar columnas esbeltas de ese material.



Ecuación de la gráfica:
 $f^2 = 3 \times 10^7 \epsilon$

Expresión del módulo tangente.-

$$E_t = \frac{df}{d\epsilon} = \frac{2138.6}{\sqrt{\epsilon}}$$

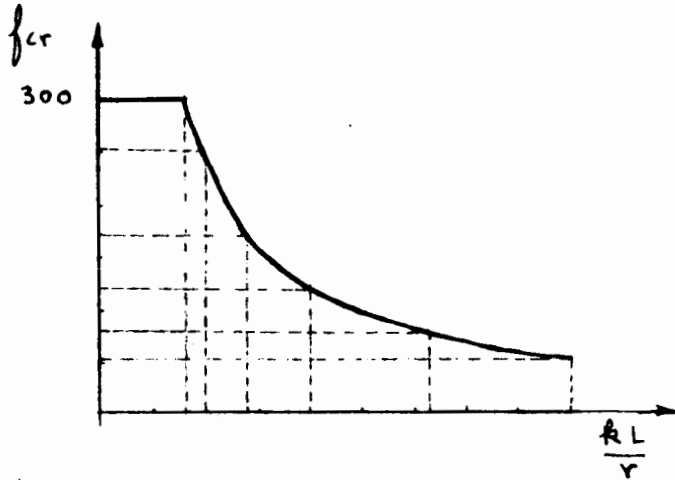
Relación entre esfuerzo crítico y relación de esbeltez según la teoría del módulo tangente

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2} \quad \therefore \quad \frac{kL}{r} = \sqrt{\frac{\pi^2 E_t}{f_{cr}}}$$

EJEMPLO 1.

EFECTOS DE ESBELTEZ EN
COLUMNAS CON CARGA AXIAL

TABLA DE CALCULOS			
ϵ	f	E_t	$\frac{KL}{r}$
0.0001	54.8	273860	222.1
0.0002	77.5	193649	157.0
0.0005	122.5	122474	99.3
0.0010	173.2	86602	70.2
0.0020	244.9	61237	49.7
0.0030	300.0	50000	40.6



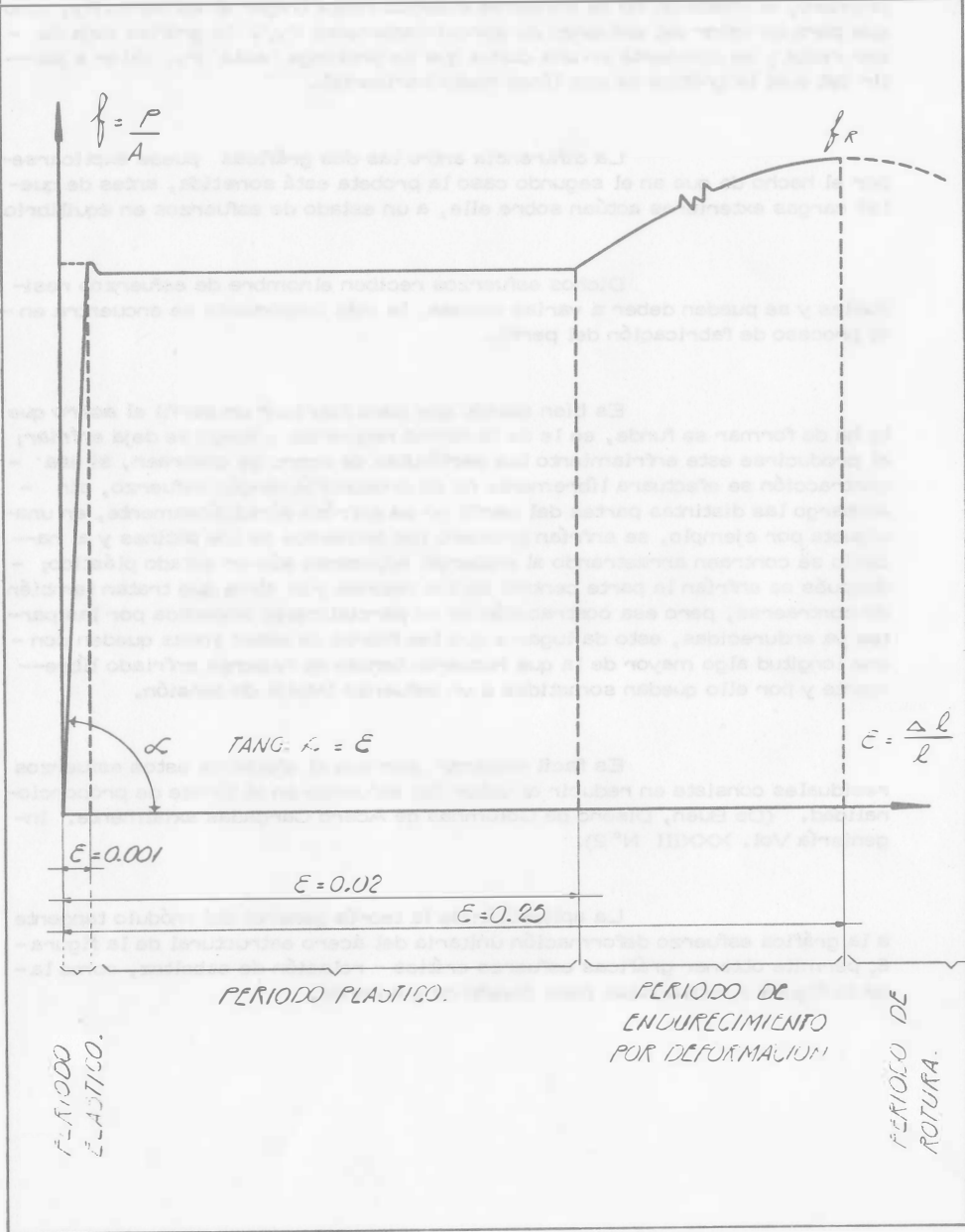
GRAFICA ESFUERZO CRÍTICO - RELACION DE ESBELTEZ

El caso especial del acero estructural

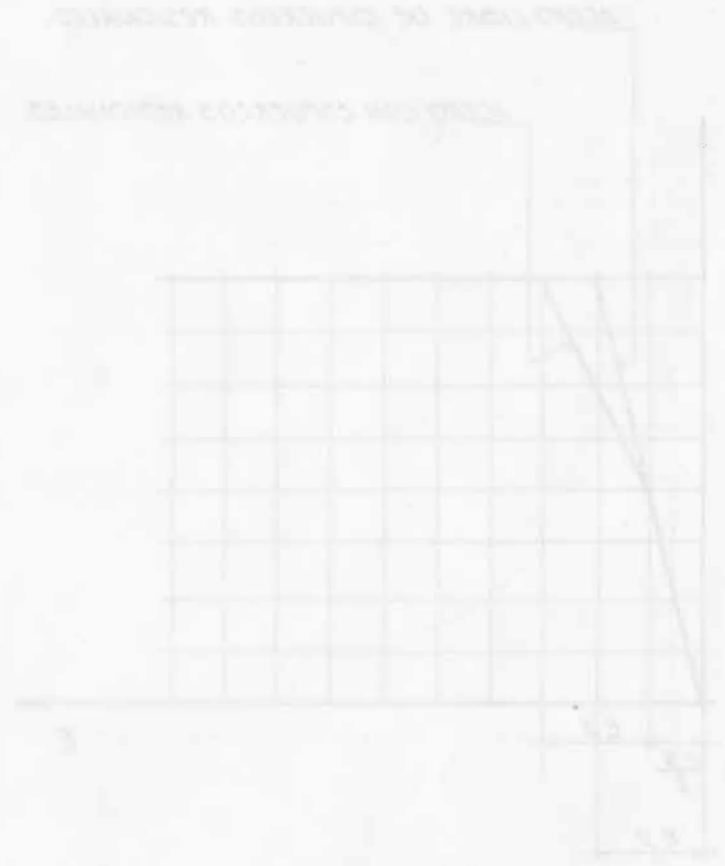
En el caso del acero estructural es muy conocida la gráfica correspondiente a una probeta libre de esfuerzos residuales sometida a tensión.

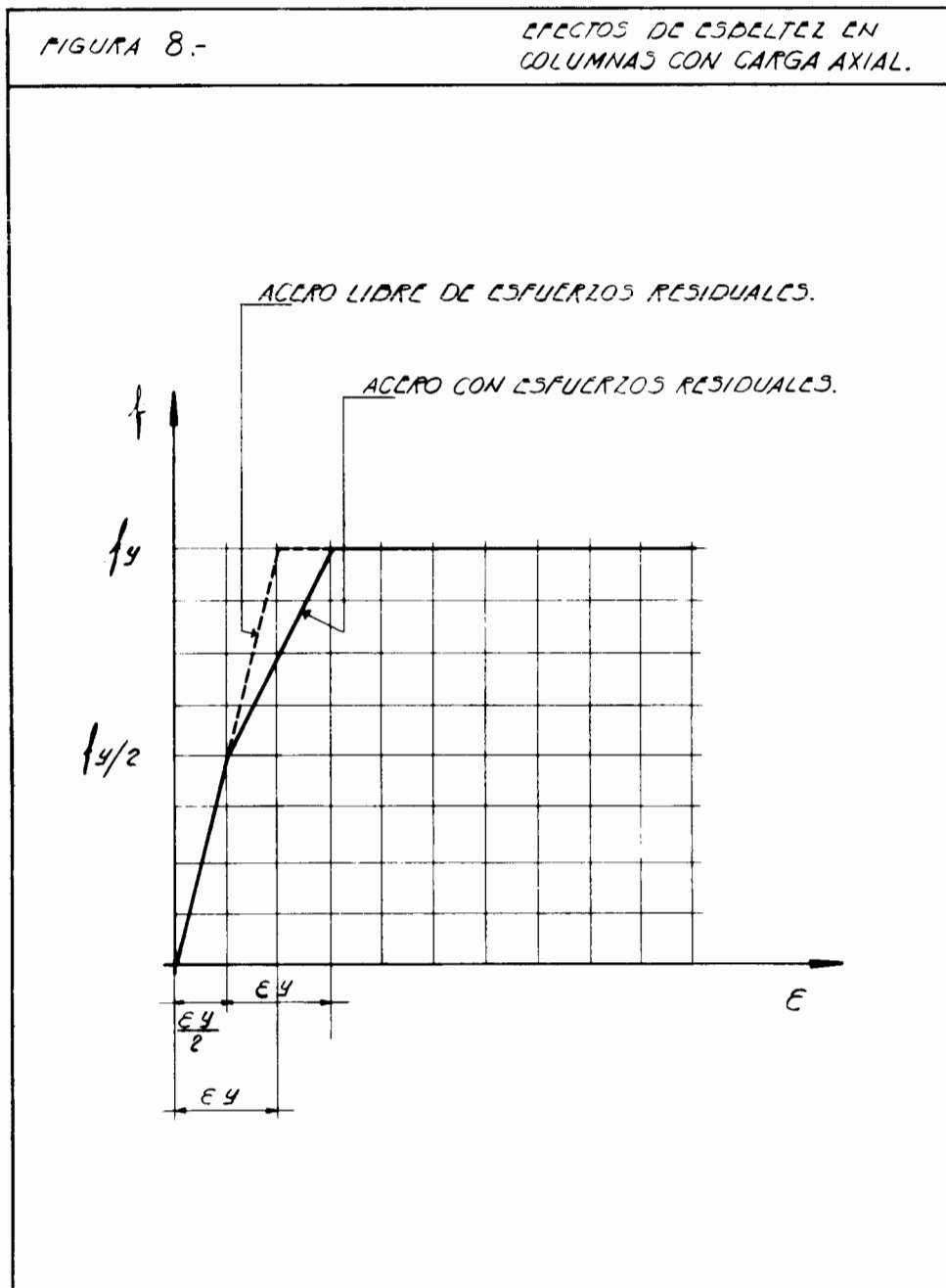
FIGURA 7 -

EFFECTOS DE ESBELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL.



Menos conocida que la gráfica anterior pero quizá más importante por ser más real, es la gráfica que se obtiene cuando la probeta que se utiliza es un tramo de perfil estructural real, por ejemplo una vigueta o una sección formada por varias placas soldadas.





Puede notarse que en el segundo caso, a diferencia del primero, el material no se conserva elástico hasta llegar al esfuerzo F_y , sino que para un valor del esfuerzo de aproximadamente $F_y/2$ la gráfica deja de ser recta y se convierte en una curva que se prolonga hasta F_y , valor a partir del cual la gráfica es una línea recta horizontal.

La diferencia entre las dos gráficas puede explicarse por el hecho de que en el segundo caso la probeta está sometida, antes de que las cargas exteriores actúen sobre ella, a un estado de esfuerzos en equilibrio.

Dichos esfuerzos reciben el nombre de esfuerzos residuales y se pueden deber a varias causas, la más importante se encuentra en el proceso de fabricación del perfil.

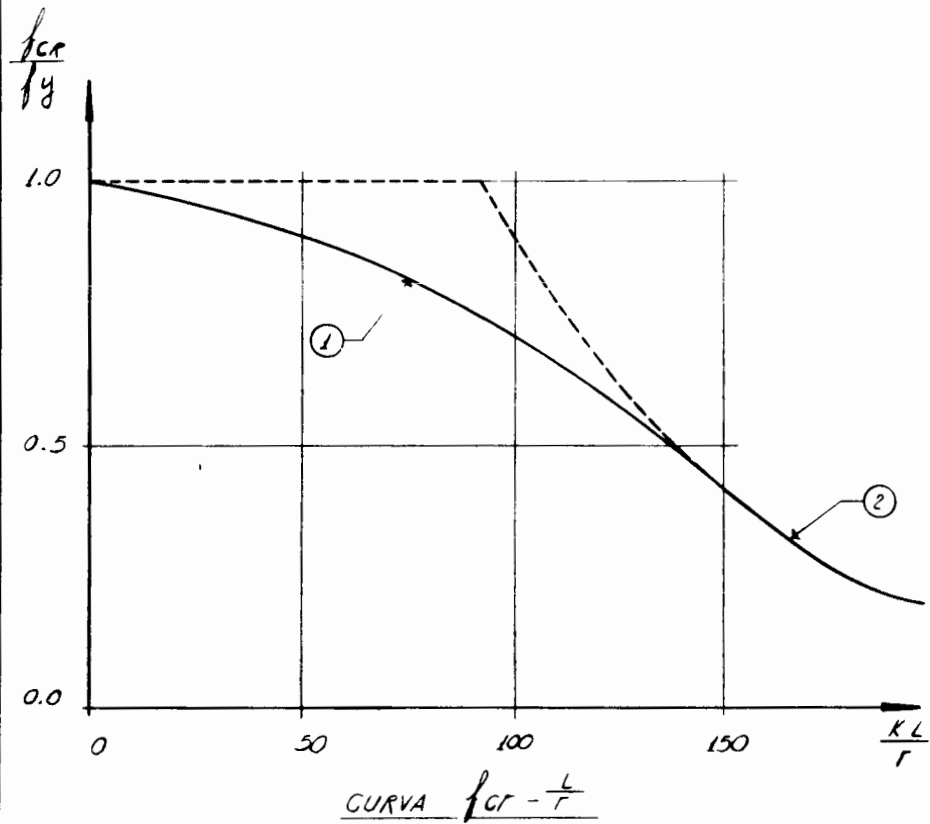
Es bien sabido que para fabricar un perfil el acero que lo ha de formar se funde, se le da la forma requerida y luego se deja enfriar; al producirse este enfriamiento las partículas de acero se contraen, si esa contracción se efectuara libremente no se produciría ningún esfuerzo, sin embargo las distintas partes del perfil no se enfrían simultáneamente, en una viga por ejemplo, se enfrían primero los extremos de los patines y al hacerlos se contraen arrastrando al material adyacente aún en estado plástico; después se enfrían la parte central de los patines y el alma que tratan también de contraerse, pero esa contracción se ve parcialmente impedida por las partes ya endurecidas, esto da lugar a que las fibras de estas zonas queden con una longitud algo mayor de la que hubieran tenido de haberse enfriado libremente y por ello quedan sometidas a un esfuerzo inicial de tensión.

Es fácil mostrar por que el efecto de estos esfuerzos residuales consiste en reducir el valor del esfuerzo en el límite de proporcionalidad. (De Buen, Diseño de Columnas de Acero Cargadas axialmente. Ingeniería Vol. XXXIII N° 2).

La aplicación de la teoría general del módulo tangente a la gráfica esfuerzo deformación unitaria del acero estructural de la figura 8, permite obtener gráficas esfuerzo crítico - relación de esbeltez, como la de la figura 9, utilizables para diseño de columnas.

EFFECTOS DE ESDELTEZ EN
COLUMNAS CON CARGA AXIAL.

FIGURA 3-



FORMULAS DEL A.I.S.C.

①	$f_y \left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2 C_c^2} \right)$	—	PANDEO INELASTICO.
②	$\frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$	—	PANDEO ELASTICO (FORMULA DE EULER.)

La primera parte de la curva de la figura 9 se traza fácilmente utilizando la fórmula de Euler, pero para relaciones de esbeltez medias o bajas la forma de la curva depende de la distribución de esfuerzos residuales en la columna que es variable de caso a caso, se ha obtenido sin embargo una curva que se aproxima aceptablemente a la mayor parte de los casos prácticos suponiendo que el material se comporta elásticamente hasta un esfuerzo igual a $F_y/2$. Muchas especificaciones para diseño (AISC, Reglamento D.F., Manual de la CFE) presentan fórmulas obtenidas directamente de la figura 9.

La tabla 1 proporciona los esfuerzos permisibles F_a que se obtienen de aplicar las fórmulas del A.I.S.C.

TABLA 1-

ESECTOS DE ESBELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL.

ESFUERZOS ADMISIBLES EN Kg/cm² PARA MIEMBROS EN COMPRESION

Miembros Principales y Secundarios con $\frac{Kl}{r}$ no mayor de 120						Miembros Principales con $\frac{Kl}{r}$ de 121 a 200				Miembros Secundarios * con l/r de 121 a 200			
$\frac{Kl}{r}$	F_c Kg/cm ²	$\frac{Kl}{r}$	F_c Kg/cm ²	$\frac{Kl}{r}$	F_c Kg/cm ²	$\frac{Kl}{r}$	F_c Kg/cm ²	$\frac{Kl}{r}$	F_c Kg/cm ²	$\frac{Kl}{r}$	F_c Kg/cm ²	$\frac{Kl}{r}$	F_c Kg/cm ²
1	1516	41	1344	81	1072	121	713	161	405	121	710	161	510
2	1513	42	1338	82	1064	122	702	162	400	122	709	162	505
3	1511	43	1332	83	1056	123	693	163	395	123	703	163	503
4	1507	44	1326	84	1048	124	682	164	390	124	696	164	501
5	1504	45	1320	85	1040	125	671	165	386	125	689	165	493
6	1501	46	1315	86	1031	126	662	166	381	126	682	166	488
7	1498	47	1308	87	1024	127	651	167	376	127	674	167	492
8	1494	48	1303	88	1015	128	641	168	372	128	667	168	489
9	1491	49	1297	89	1007	129	631	169	368	129	661	169	487
10	1488	50	1290	90	998	130	622	170	364	130	654	170	484
11	1484	51	1284	91	991	131	612	171	359	131	648	171	482
12	1480	52	1278	92	982	132	603	172	355	132	641	172	480
13	1477	53	1271	93	973	133	593	173	351	133	635	173	477
14	1473	54	1265	94	965	134	585	174	347	134	629	174	475
15	1469	55	1259	95	956	135	576	175	343	135	623	175	473
16	1465	56	1252	96	948	136	567	176	339	136	617	176	471
17	1461	57	1245	97	939	137	559	177	335	137	612	177	469
18	1457	58	1239	98	930	138	551	178	331	138	606	178	467
19	1453	59	1233	99	921	139	543	179	328	139	600	179	465
20	1448	60	1226	100	913	140	536	180	324	140	596	180	463
21	1444	61	1218	101	903	141	528	181	321	141	590	181	461
22	1440	62	1212	102	894	142	521	182	317	142	585	182	459
23	1435	63	1205	103	885	143	513	183	314	143	580	183	453
24	1431	64	1198	104	877	144	506	184	310	144	575	184	456
25	1425	65	1191	105	867	145	499	185	307	145	571	185	454
26	1422	66	1184	106	858	146	493	186	304	146	566	186	453
27	1417	67	1177	107	849	147	486	187	300	147	562	187	451
28	1412	68	1170	108	840	148	480	188	297	148	558	188	450
29	1407	69	1162	109	830	149	473	189	294	149	553	189	449
30	1402	70	1155	110	821	150	467	190	291	150	549	190	447
31	1397	71	1148	111	811	151	461	191	288	151	545	191	446
32	1392	72	1140	112	802	152	454	192	285	152	541	192	444
33	1387	73	1133	113	792	153	449	193	282	153	537	193	443
34	1382	74	1126	114	783	154	443	194	279	154	534	194	443
35	1377	75	1118	115	773	155	437	195	276	155	529	195	442
36	1371	76	1110	116	763	156	432	196	274	156	526	196	441
37	1365	77	1103	117	753	157	426	197	271	157	522	197	440
38	1360	78	1095	118	743	158	420	198	268	158	520	198	439
39	1355	79	1088	119	733	159	416	199	265	159	516	199	438
40	1349	80	1080	120	723	160	410	200	262	160	513	200	437

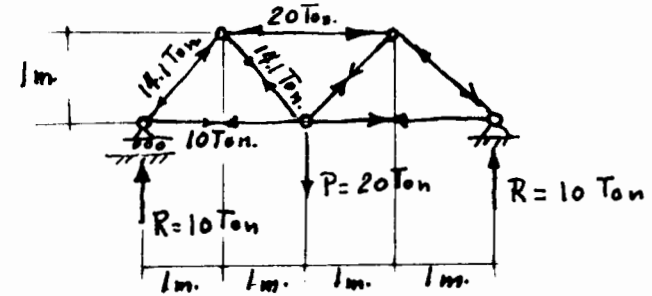
* K = 1 Para miembros secundarios.

COMPANIA FUNDIDORA DE FIERRO Y ACERO DE MONTERREY, S. A.

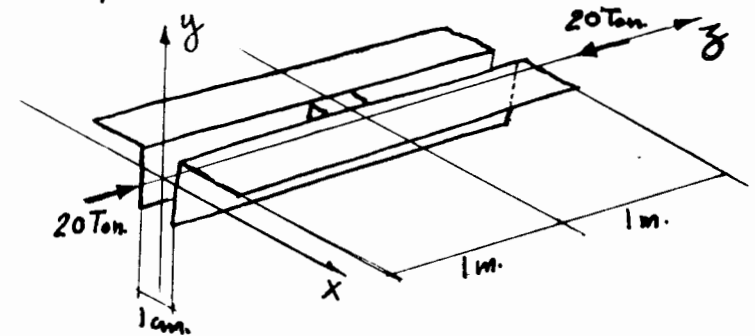
EJEMPLO 2

ESECTOS DE ESBELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL

Diseñar la cuerda superior de una armadura de acero A-36 libremente apoyada.
Análisis:



Cuerda Superior



Se proponen dos ángulos espalda con espalda ligados al centro por una placa.

EJEMPLO 2 EFECTOS DE ESBELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL

Sean 2 ángulos de 3"x3"x 1/4"
Del Manual de la Cia Fundidora de Monterrey:

$$r_{\min} = 1.59 \text{ cm.}$$

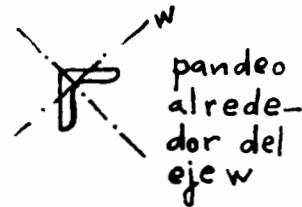
$$r_x = 2.36 \text{ cm.}$$

$$r_y = 3.50 \text{ cm.}$$

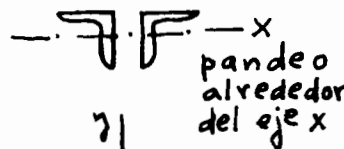
$$L = 200$$

$$k = 0.9^*$$

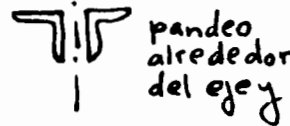
$$\frac{kLw}{r_{\min}} = \frac{100 \times 0.9}{1.59} = 56.6$$



$$\frac{kLx}{r_x} = \frac{200 \times 0.9}{2.36} = 76.4$$



$$\frac{kLy}{r_y} = \frac{200 \times 0.9}{3.5} = 51.1$$



Rige 76.4

De la tabla 1

$$F_a = 1103 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Area necesaria} = \frac{2000 \text{ Kg}}{1103} = 18.2 \text{ cm}^2$$

Dos ángulos de 3"x3"x 1/4" tienen un area de 20 cm² luego pueden aceptarse

El caso especial del concreto reforzado

Aunque las columnas de concreto reforzado sometidas a carga axial no se presentan en la práctica, conviene ocuparse de este caso para presentar los conceptos que se usarán en el caso común de columnas de este material sometidas a flexocompresión. Por otra parte la capacidad de una columna sometida a compresión axial representa el límite superior de su resistencia, valor que a menudo conviene conocer.

Para atacar el problema con los conceptos vistos anteriormente se debe tener en cuenta que en este caso se trata de secciones compuestas de dos materiales y que debemos por ello contar con la gráfica esfuerzo-deformación unitaria de ambos.

Una gráfica típica correspondiente al acero estructural se presentó en la figura 7.

Por lo que se refiere al concreto simple se utiliza con frecuencia la que se presenta en la figura N° 10.

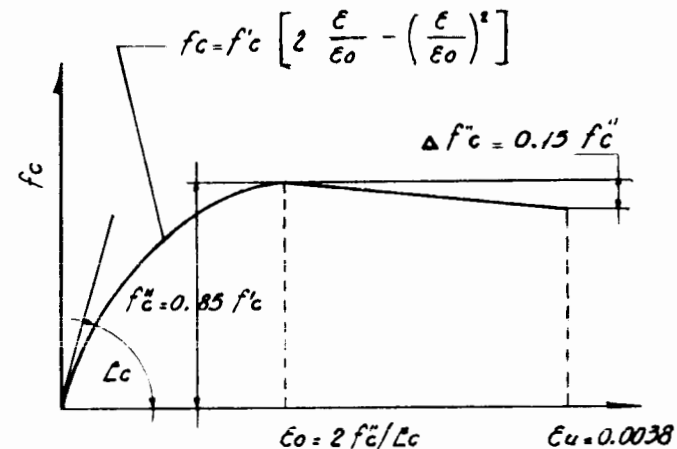
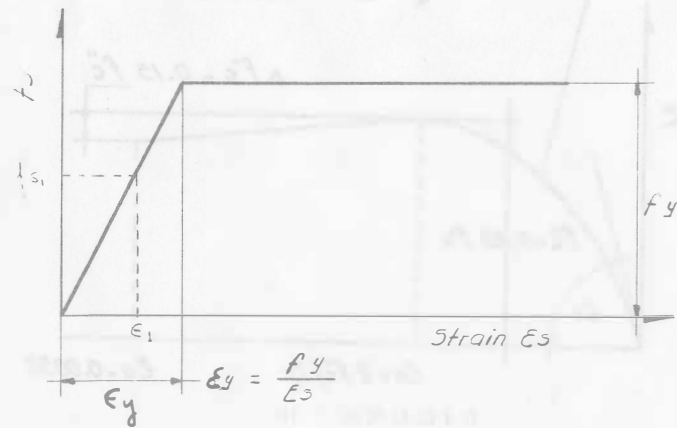
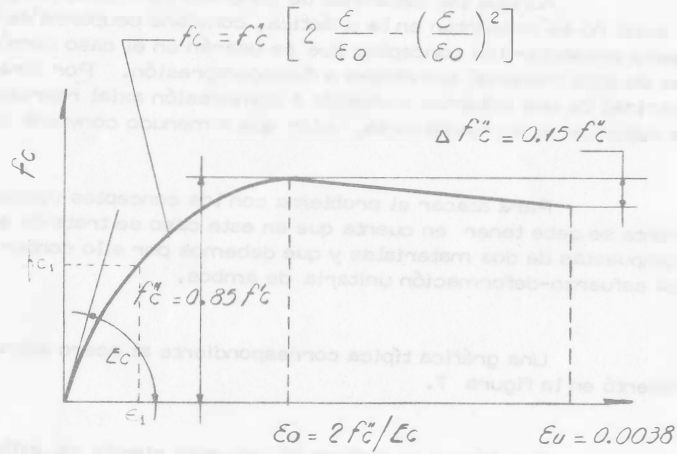


FIGURA 10

* Steel Structures, MacGraw-Hill, p. 274 (Pinned column)

FIGURA 11-

EFFECTOS DE ESDELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL.



Es fácil conociendo ambas gráficas obtener una tercera que represente el material compuesto y que pueda utilizarse para la aplicación directa de la teoría del módulo tangente y la obtención de gráficas de diseño.

En efecto, para una ϵ , dada se puede encontrar el esfuerzo en ambos materiales y por lo tanto la carga correspondiente $P = f_c A_c + f_s A_s$ y el esfuerzo correspondiente en el material compuesto

$$f_{cr} = \frac{f_c A_c + f_s A_s}{A_c + A_s}$$

Enseguida y utilizando el procedimiento del ejemplo 1 se podría encontrar la gráfica $f_{cr} - L/r$ de diseño.

Handwritten calculations and diagrams. Includes a stress-strain diagram for a composite material, similar to the one in the main figure. The diagram shows a linear elastic region up to a yield stress f_y and strain ϵ_1 , followed by a plateau. The yield strain is labeled as $\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$. There are also some numerical calculations and other diagrams, including a cross-section of a column.

Es claro que este procedimiento es poco adecuado para los cálculos rutinarios que se realizan en la práctica, es por ello que se han buscado simplificaciones que permitan obtener expresiones que resuelvan el problema con mayor sencillez.

El Instituto Americano del Concreto recomienda valuar la constante EI haciendo uso de las expresiones siguientes que siendo muy generales proporcionan diseños conservadores en la mayor parte de los casos:

$$EI = \frac{0.2 E_c I_g + E_s I_s}{1 + \beta_d}$$

$$EI = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta_d}$$

E_c = módulo de elasticidad del concreto

I_g = momento de inercia de la sección total de concreto

I_s = momento de inercia del refuerzo

β_d = relación de la carga muerta que actúa sobre la columna a la carga total. Este factor tiene en cuenta las deformaciones diferidas debidas al flujo plástico del concreto.

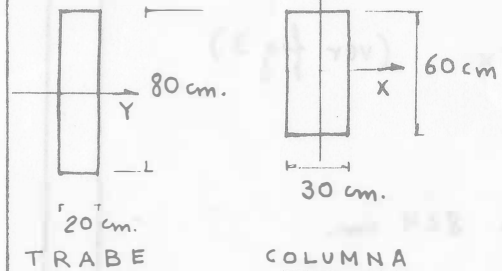
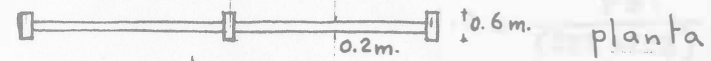
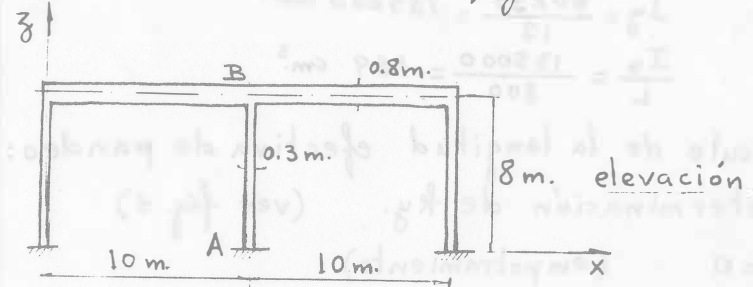
Existen varias proposiciones relativas a este problema (Wang and Salmon, p. 590 "Reinforced Concrete Design").

Puede entonces estimarse la carga crítica utilizando la teoría del módulo tangente y tomando como EI los valores anteriores.

EJEMPLO 3.-

EFFECTOS DE ESBELTEZ EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL

Encontrar la capacidad de carga de la columna AB del marco aislado de la figura:



$$f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_y = 4000 \text{ "}$$

$$A_s = 4 \phi 1" = (20 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Carga total} = 1000 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga muerta} = 750 \text{ Kg/m}^2$$

a) Cálculo de momentos de inercia

a1) Trabe

$$I = \frac{20 \times 80^3}{12} = 853333 \text{ cm}^4$$

$$\frac{I}{L} = \frac{853333}{1000} = 853 \text{ cm}^3$$

EJEMPLO 3.

EFECTOS DE ESBELTEZ
EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL 2

a2) Columna

$$I_x = \frac{30 \times 60^3}{12} = 540000 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{60 \times 30^3}{12} = 135000 \text{ cm}^4$$

$$\frac{I_y}{L} = \frac{135000}{800} = 169 \text{ cm}^3$$

b) Cálculo de la longitud efectiva de pandeo:

b1) Determinación de k_y . (ver fig. 5)

$$r'_A = 0 \quad (\text{empotramiento})$$

$$r'_B = \frac{169}{(853+853)} = 0.1$$

Del nomograma $k_y = 1.03$ b2) Determinación de k_x (ver fig. 3)

$$k_x = 2 \quad (\text{cantiliver})$$

b3) Longitud efectiva

$$L_y = k_y L = 1.03 \times 800 = 824 \text{ cm.}$$

$$L_x = k_x L = 2.0 \times 800 = 1600 \text{ cm.}$$

c) Cálculo del producto EI .

$$EI = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta d}$$

$$E_c = 10000 \sqrt{f'_c} = 142000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$I_{gx} = 540000 \text{ cm}^4; \quad I_{gy} = 135000 \text{ cm}^4$$

EJEMPLO 3.

EFECTOS DE ESBELTEZ
EN COLUMNAS CON CARGA AXIAL 3

$$\beta d = \frac{750}{1000} = 0.75$$

$$EI_x = \frac{0.4 \times 142000 \times 540000}{1 + 0.75} = 17526857000 \text{ Kg-cm}^2$$

$$EI_y = \frac{0.4 \times 142000 \times 135000}{1 + 0.75} = 4381714285 \text{ Kg-cm}^2$$

d) Cálculo de la carga crítica.

$$P_{crx} = \frac{\pi^2 EI_x}{L_x^2} = \frac{1.75 \times 10^{10} \pi^2}{1600^2} = 67570 \text{ Kg.}$$

$$P_{cry} = \frac{\pi^2 EI_y}{L_y^2} = \frac{0.43 \times 10^{10} \pi^2}{824^2} = 63690 \text{ Kg.}$$

Rige P_{cry} .

e) Cálculo de la resistencia como columna corta:

$$P_o = 0.85 f'_c A_g + A_s f_y$$

$$P_o = 0.85 \times 200 \times 1800 + 20 \times 4000 = 386000 \text{ Kg.}$$

La falla ocurre por pandeo alrededor del eje y y la capacidad de carga de la columna es de:

$$\underline{63690 \text{ Kg}}$$

II.- PANDEO LATERAL DE VIGAS

Dado que parte de la sección de una pieza trabajando a flexión está sometida a esfuerzos de compresión, son de esperarse en ella problemas de pandeo.

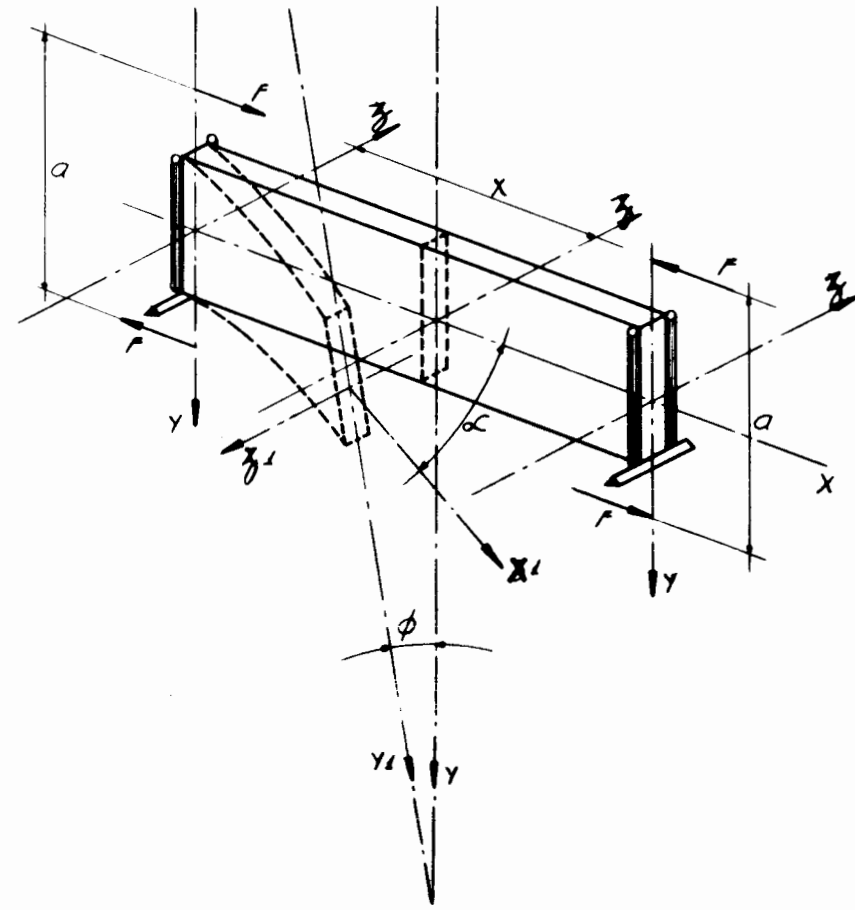
En efecto, si el momento que actúa sobre una viga se aumenta paulatinamente a partir de un valor pequeño, los esfuerzos normales irán aumentando también hasta que, para un valor determinado del momento la pieza falla. Con frecuencia, en piezas de longitud considerable y poco espesor, el esfuerzo que corresponde a la falla es menor que el que se requeriría para agotar la resistencia del material. Esto nos indica que, en este caso, como en el de columnas esbeltas, la falla se ha producido debido a un problema de inestabilidad.

El pandeo en vigas es un problema más complejo que el de columnas sometidas a carga axial por el efecto estabilizador que proporciona la parte de la pieza sometida a tensión.

La forma de falla se muestra en la figura N° 12, para una pieza sometida a flexión pura mediante momentos $M_x = F \cdot a$ en sus extremos, y apoyada de tal modo que solo pueden presentarse los giros alrededor de los ejes "z" y "y".

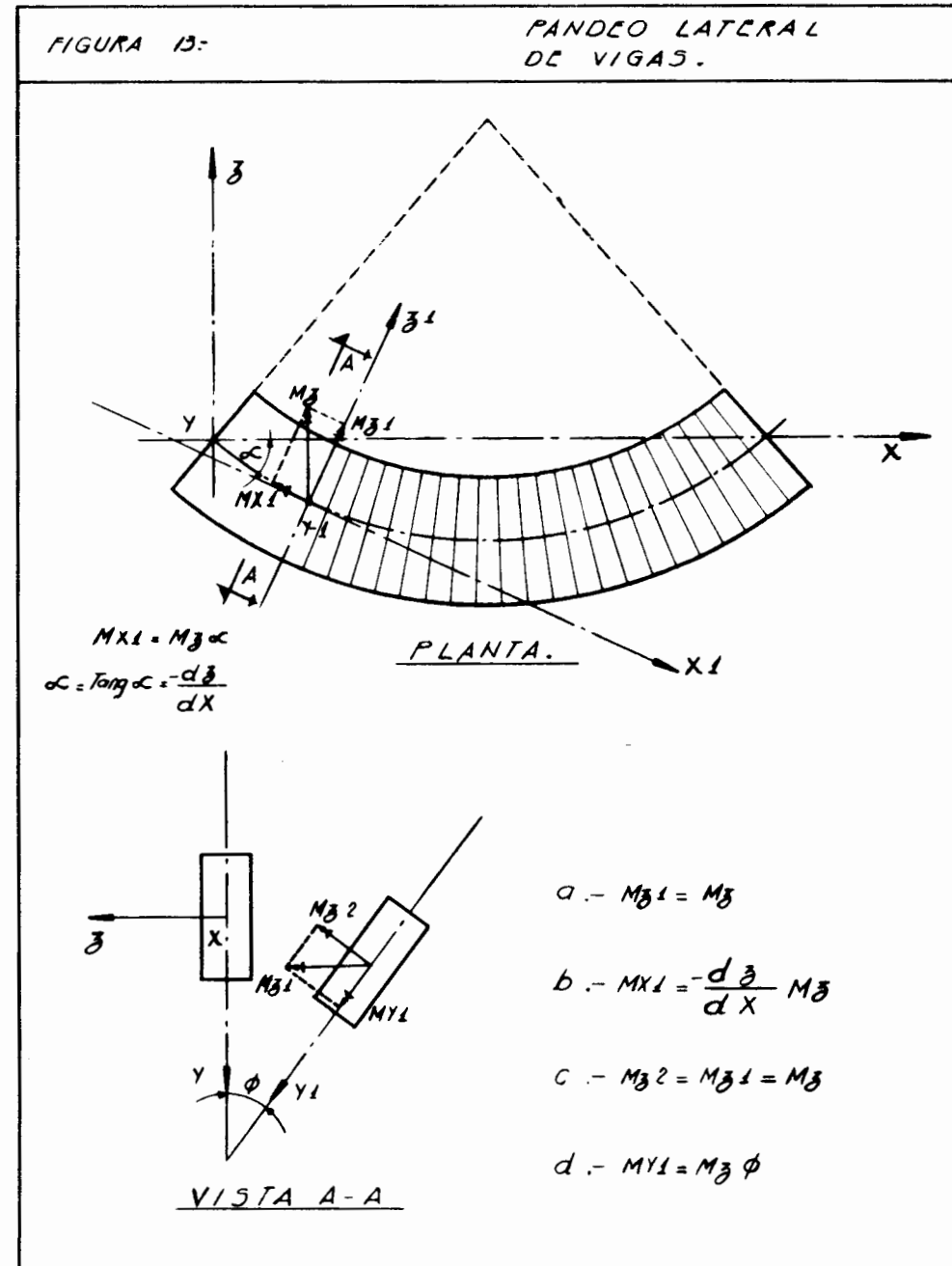
FIGURA 12-

PANDEO LATERAL
DE VIGAS.



El momento correspondiente a la falla por pandeo lateral recibe el nombre de momento crítico y cuando se llega a él son posibles dos - configuraciones de equilibrio (en forma similar a lo que ocurre cuando se llega a la carga crítica en piezas cargadas axialmente). La primera de ellas es - una flexión solo alrededor del eje Z , es decir, en el plano YX , y la segunda - una configuración ligeramente deformada como se muestra en la figura 13 que implica la aparición de momentos alrededor de los ejes X_1 , Y_1 , y Z_1 que pueden valuarse en función del momento exterior actuante M_Z que los produjo.

En efecto, si se observa la figura 13 en que se presenta - en planta y corte la pieza ligeramente deformada se nota que el momento flexionante actuante M_Z puede descomponerse en los momentos M_{X1} y M_{Z1} alrededor de los ejes X_1 y Z_1 .



Dado que el ángulo α es muy pequeño podemos suponer que $\cos \alpha \approx 1$ y por tanto que $M_z \approx M_{z1}$ y también que $M_{x1} = -\alpha M_z = -dz/dx M_z$

Si se tiene en cuenta ahora el giro ϕ , también muy pequeño, vemos que el momento M_z tiene también una componente según el eje y - con valor $M_{y1} = M_z \phi$

Se pueden establecer entonces las siguientes ecuaciones:

$$\text{II - 1.-} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M_{z1}}{E I_x} \quad (\text{Ver cuaderno 2 apuntes de Mecánica de Materiales I})$$

$$\text{II - 2.-} \quad \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{M_{y1}}{E I_y} \quad \text{,,}$$

$$\text{II - 3.-} \quad \frac{d\phi}{dx} GJ - CwE \frac{d^3 \phi}{dx^3} = M_{x1} \quad (\text{Ver apuntes de Mecánica de Materiales relativos a torsión}).$$

Las expresiones 1 y 2 son las ecuaciones diferenciales de la elástica que relacionan las curvaturas con los momentos con respecto a los ejes z_1 y y_1 que necesariamente las acompañan.

La expresión 3 relaciona la deformación por torsión con el momento que la produce, el primer término del primer miembro representa el momento torsionante requerido para hacer girar a la sección alrededor de su eje longitudinal venciendo la rigidez torsional GJ de la pieza.

El segundo término aparece debido al hecho de que, excepto en ciertos casos especiales (piezas de sección recta circular por ejemplo), al producirse la torsión, las secciones rectas planas antes de la deformación no continúan siéndolo después de ella si no que se alabean y, en los casos en que este alabeo no puede producirse libremente, se requiere la aplicación de un momento de torsión, que si bien en ciertas secciones es pequeño comparado con el requerido para vencer la rigidez torsional de la pieza, en otros casos (viguetas por ejemplo) tiene una gran importancia.

Cw llamada constante de alabeo es un coeficiente que depende de la forma de la sección recta de la pieza y define la importancia relativa de este efecto del alabeo.

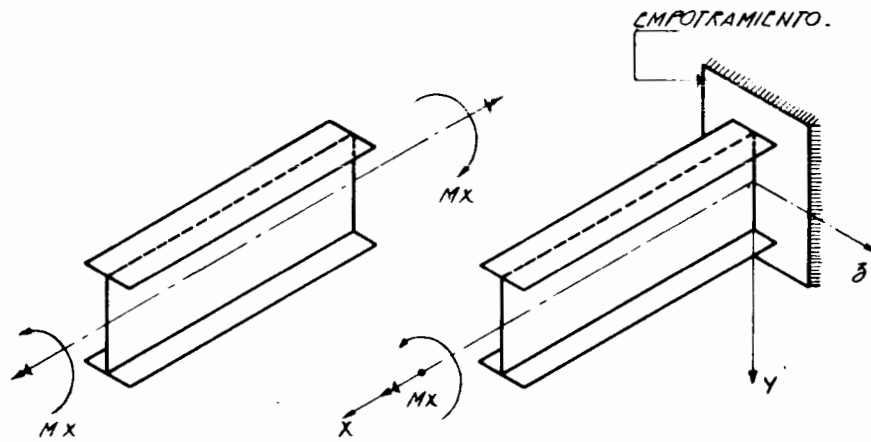
Conviene aclarar lo anterior con un ejemplo específico. En la figura N° 14 se muestra en dos casos distintos una vigueta sometida a torsión. En el primer caso la pieza está aislada y en equilibrio solo por la acción de los dos momentos torsionantes que se presentan. En el segundo caso está empotrada en uno de sus extremos y el momento de torsión actúa en el otro.

En el primer caso la resistencia al giro es proporcionada solamente por la rigidez torsional de la sección.

En el segundo caso contribuye también a la resistencia el hecho de que el desplazamiento lateral del patín no se produce libremente sino que se ve impedido por la presencia del apoyo empotrado.

FIGURA 14-

PANDEO LATERAL DE VIGAS.



AL GIRO DE LA SECCION SE OPONE LA RIGIDEZ TORSIONAL DE LA PIEZA.

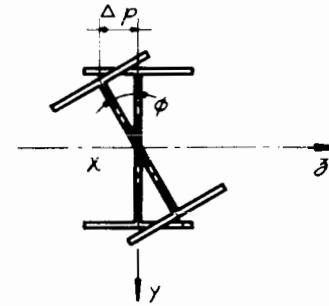
AL DESPLAZAMIENTO LATERAL DEL PATIN NO HAY OPOSICION.

AL GIRO DE LA SECCION SE OPONE LA RIGIDEZ TORSIONAL DE LA PIEZA.

AL DESPLAZAMIENTO LATERAL DEL PATIN SE OPONE LA RESISTENCIA A FLEXION DEL MISMO.

FIGURA 15 :

PANDEO LATERAL DE VIGAS.



$$M_x = M_{x1} + M_{x2}$$

$$M_{x1} = GJ \frac{d\phi}{dx}$$

$$\Delta P = \frac{h}{2} \phi = \delta$$

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = -\frac{MP}{EI_P}$$

$$MP = -\frac{d^2\delta}{dx^2} EI_P$$

$$MP = -EI_P \frac{h}{2} \frac{d^2\phi}{dx^2}$$

$$T_P = \frac{dMP}{dx} = -EI_P \frac{h}{2} \frac{d^3\phi}{dx^3}$$

M_P = MOMENTO QUE APARECE EN EL PATIN DEBIDO A ΔP (respecto al eje y)

I_P = MOMENTO DE INERCIA DEL PATIN RESPECTO AL EJE y

T_P = FUERZA CORTANTE QUE APARECE EN EL PATIN DEBIDO A ΔP

T_P APARECE EN AMBOS PATINES CON SENTIDO CONTRARIO Y OCASIONA UN PAR M_{x2}

$$M_{x2} = -EI_P \frac{h^2}{2} \frac{d^3\phi}{dx^3}$$

$$\text{SI SE HACE } I_P \frac{h^2}{2} = C_w$$

$$M_{x2} = -E C_w \frac{d^3\phi}{dx^3}$$

Y POR LO TANTO :

$$M = GJ \frac{d\phi}{dx} - E C_w \frac{d^3\phi}{dx^3}$$

Si sustituimos en las expresiones II-2 y II-3, M_{y1} y M_{x1} por sus valores en función de Mz , se tiene:

$$\text{II-4.-} \quad EI_y \frac{d^2 \phi}{dx^2} - Mz \phi = 0$$

$$\text{II-5.-} \quad \frac{d\phi}{dx} GJ - CwE \frac{d^3 \phi}{dx^3} + \frac{dz}{dx} Mz = 0$$

Diferenciando esta última ecuación con respecto a x ,

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} GJ - CwE \frac{d^4 \phi}{dx^4} + \frac{d^2 z}{dx^2} Mz = 0$$

pero de II-4,

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = \frac{Mz}{EI_y} \phi$$

luego:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} GJ - CwE \frac{d^4 \phi}{dx^4} + \frac{Mz^2}{EI_y} \phi = 0$$

esto es:

$$\frac{d^4 \phi}{dx^4} - 2\alpha \frac{d^2 \phi}{dx^2} - \beta \phi = 0$$

donde:

$$\alpha = \frac{GJ}{2E Cw} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{Mz^2}{EI_y Cw}$$

Resolviendo esta ecuación diferencial y determinando las constantes de integración a partir de la condición de que, en sus extremos, está evitada la rotación de la pieza alrededor del eje x , ($\phi = \frac{d^2 \phi}{dx^2} = 0$ pa-

ra $x = 0$ y $x = l$) se llega a obtener el valor del momento crítico:

$$\text{II-6.-} \quad M_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{EI_y GJ \left(1 + \frac{ECw}{GJ} \frac{\pi^2}{l^2}\right)}$$

La expresión anterior tiene una serie de limitaciones con las que las piezas que se utilizan en la práctica como piezas a flexión en general no cumplen.

Es por ello que se afecta con ciertos coeficientes que la hacen más general.

En primer término consideraremos la limitación consistente en que la expresión es solo aplicable en el rango de comportamiento elástico del material, esto es, para esfuerzos menores, que el correspondiente al límite de proporcionalidad. Se puede, como en el caso de columnas con carga axial, subsanar esta limitación si se sustituye el módulo de elasticidad E por el módulo tangente E_t y G por G_t .

Otras limitaciones que deben tenerse en cuenta son las que se refieren a la variación del momento flexionante a lo largo de la viga (ya que la expresión deducida corresponde a un momento flexionante constante) y las que se refieren a la forma de aplicación de la carga sobre la viga (solo momentos en los extremos en la fórmula deducida).

Con objeto de subsanar también estas limitaciones se afecta la ecuación II-6 de un factor C que depende tanto de la forma del diagrama de momentos como del modo en que la carga se aplica.

$$\text{II-7.-} \quad M_{cr} = C \frac{G}{L} \sqrt{EI_y GJ_T}$$

$$M_{cr} = \frac{C_1}{L} \sqrt{EI_y GJ}$$

La carga que produce el momento crítico puede expresarse en función de este.

$$C_2 P_{cr} L = \frac{C_1}{L} \sqrt{EI_y GJ}$$

$$P_{cr} = \frac{C_1}{C_2 L^2} \sqrt{EI_y GJ} = \frac{K}{L^2} \sqrt{EI_y GJ}$$

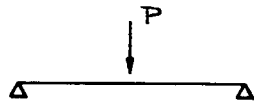
El valor de K se ha obtenido (Timoshenko, Estabilidad Elástica) para distintas condiciones y, para secciones en que la constante de alabeo C_w es despreciable (secciones cerradas), se pueden utilizar los valores siguientes:



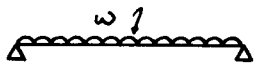
$$K = 4,013$$



$$w L = P; \quad K = 12,35$$



$$K = 16,93$$



$$K = 28,3$$

Sin perder demasiada precisión puede utilizarse $G = \frac{3}{8} E$ y en el caso de que los esfuerzos excedan el límite de proporcionalidad del material deben multiplicarse tanto E como G por la relación $\frac{E_t}{E}$.

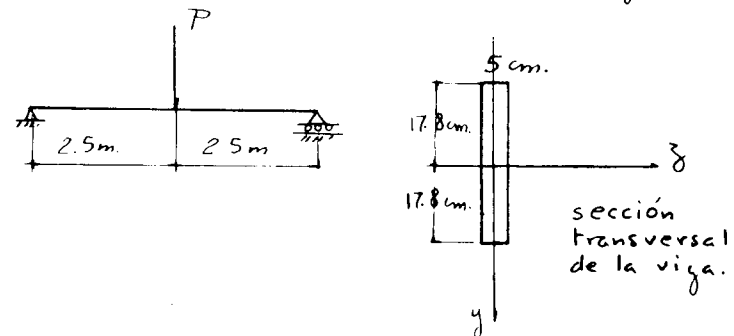
El valor de J puede sustituirse por la constante de torsión J_r (ver apuntes de Mecánica de Materiales referentes a Torsión).

EJEMPLO 4

PANDEO LATERAL DE VIGAS.

1

Una viga de madera de pino blanco está cargada como se muestra en la figura. Si el módulo de elasticidad de la madera se considera de 85000 Kg/cm^2 y las características geométricas de la viga son las mostradas, determinese si el pandeo lateral regiría el diseño de la pieza y el valor de la carga crítica.



$$P_{cr} = \frac{K}{L^2} \sqrt{E I_y G J_r}$$

$$I_y = \frac{b^3 h}{12}; \quad J_r = \frac{b^3 h}{3}; \quad K = 16,93; \quad G = \frac{3}{8} E$$

$$P_{cr} = \frac{K}{L^2} \sqrt{\frac{3}{8} E^2 \left(\frac{b^3 h}{12}\right) \left(\frac{b^3 h}{3}\right)} = \frac{K E b^3 h}{L^2} \sqrt{\frac{3}{8 \times 12 \times 3}} =$$

$$= \frac{0,1 K E b^3 h}{L^2}$$

$$P_{cr} = \frac{0,1 \times 16,93 \times 85000 \times 5^3 \times 35,6}{250000} = 2560 \text{ Kg.}$$

EJEMPLO 4

PANDEO LATERAL DE VIGAS.

2

Si se desea un coeficiente de seguridad de 2 con respecto a la falla por pandeo, la máxima carga que podría aplicarse sería $P = 1280 \text{ Kg}$.

El esfuerzo debido a esta fuerza sería:

$$f = \frac{M_s}{I_s} \text{ y } ; M_s = \frac{1280 \times 500}{4} = 160000 \text{ Kg-cm.}$$

$$I_s = \frac{5 \times 35.6^3}{12} = 18800 \text{ cm}^4$$

$$f = \frac{160000}{18800} \cdot 17.8 = 152 \text{ Kg/cm}^2$$

Si el esfuerzo permisible es en este caso de 80 Kg/cm^2 este es el que rige y la carga máxima que puede aplicarse a la viga es de:

$$M_{\max} = \frac{80 \times 18800}{17.8} = 84500 \text{ Kg-cm.}$$

$$P = \frac{4 \times 84500}{500} = 675 \text{ Kg.}$$

Se ve que el pandeo no regiría el diseño de la sección.

Caso especial del acero estructural

En vigas de concreto o de madera el problema de pandeo lateral es en la mayor parte de los casos poco importante, solo en situaciones excepcionales en que se utilicen piezas excesivamente delgadas o largas puede ser decisivo. Esto se debe principalmente al hecho de que en esos casos generalmente se utilizan secciones de forma rectangular con una rigidez torsional considerable.

El problema adquiere importancia si la sección recta de las piezas sometidas a flexión es abierta (secciones con forma de vigueta o canal) ya que la rigidez torsional de ellas es pequeña.

Es precisamente con este tipo de secciones con las que se trabaja con mayor frecuencia cuando se usan estructuras de acero.

Para el caso concreto de viguetas se han desarrollado algunas expresiones que establecen los esfuerzos máximos que pueden aceptarse considerando la posibilidad de pandeo lateral, todas ellas se basan en la expresión:

$$M_{cr} = \frac{Y_c}{L} \sqrt{E_t I_y G_t J_r}$$

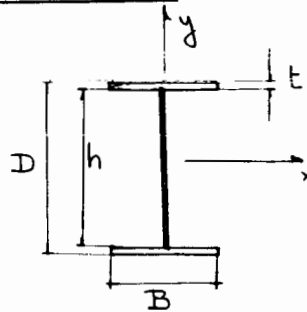
a la que se hacen ciertas simplificaciones para obtener fórmulas más fácilmente utilizables en el trabajo rutinario de cálculo.

En la figura N° 16 se presentan las expresiones que recomiendan las especificaciones para el diseño de edificios de acero estructural del A.I.S.C. (American Institute of Steel Construction).

FIGURA 16 PANDEO LATERAL DE VIGAS DE ACERO

FORMULAS DEL A. I. S. C. PARA DISEÑO DE VIGUETAS DE ACERO -

1.- $F_b = \frac{843700 C_b}{L D / B t} \text{ (II-8)}$

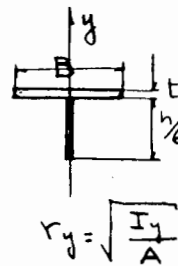


2.- Si $\frac{L}{r_y} > C_c = \sqrt{\frac{35.86 \times 10^6 C_b}{F_y}}$ (Pandeo elástico)

$F_b = \frac{11.95 \times 10^6 C_b}{(L/r_y)^2} \text{ (II-9)}$

Si $\frac{L}{r_y} < C_c$ (Pandeo inelástico)

$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{F_y (L/r_y)^2}{107.6 \times 10^6 C_b} \right] F_y \text{ (II-10)}$



F_b = Esfuerzo máximo permisible a flexión
 Utilizar como F_b el mayor de los valores dados por 1 o por 2.-

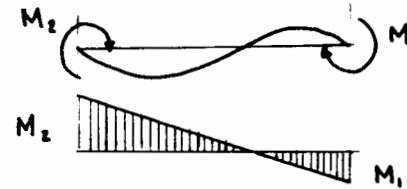
C_b = factor que tiene en cuenta la variación del momento flexionante en la viga (ver hoja siguiente)

En ningún caso $F_b > 0.6 F_y$

$C_b = 1.75 + 1.05 (M_1/M_2) + 0.3 (M_1/M_2)^2 \leq 2.3$

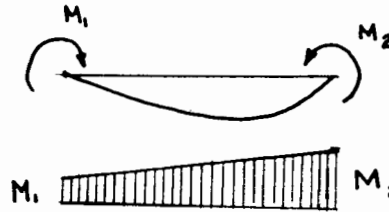
M_1 es el menor y M_2 el mayor de los momentos flexionantes en los extremos de la viga.

M_1/M_2 es positivo cuando tienen signo contrario (doble curvatura)



$\frac{M_1}{M_2} +$

M_1/M_2 es negativo cuando los momentos flexionantes tienen el mismo signo (curvatura simple).



$\frac{M_1}{M_2} -$

$C_b = 1$ cuando el momento entre los extremos es mayor que en estos



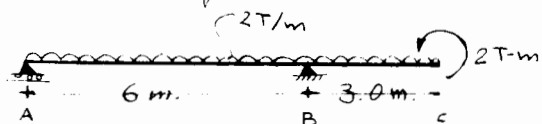
$M_3 > M_2 > M_1$

EJEMPLO 5-

PANDEO LATERAL DE VIGAS DE ACERO.

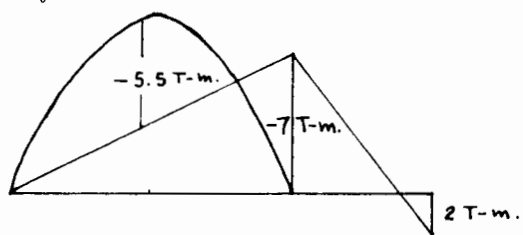
1

Investigar si una vigueta I5L es adecuada para el caso siguiente:

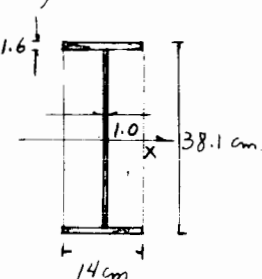


Supóngase evitado el pandeo en ambos apoyos y en el extremo del cantiliver.

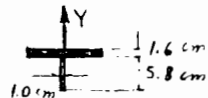
a) Diagrama de momentos.



b) Características geométricas de la sección:



$$S_x = 965 \text{ cm}^3$$



$$I_y = \frac{14^3 \times 1.6}{12} = 365.9$$

$$A = 14 \times 1.6 + 5.8 \times 1 = 28.2 \text{ cm}^2$$

$$r_y = \sqrt{\frac{365.9}{28.2}} = 3.6 \text{ cm}$$

Acero A36, $F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2$

EJEMPLO 5-

PANDEO LATERAL DE VIGAS DE ACERO

2

c) Revisión del tramo A-B

ci) Esfuerzo permisible:

$$M_1/M_2 = \frac{0}{7} = 0 \quad \therefore C_b = 1.75 < 2.3$$

$$C_c = \sqrt{\frac{35.86 \times 10^6 \times 1.75}{2530}} = 157.5$$

$$\frac{L}{r_y} = \frac{600}{3.6} = 166.7 > 157.5$$

Se aplica la ec. II-9

$$F_b = \frac{11.95 \times 10^6 \times 1.75}{166.7^2} = 753 \text{ Kg/cm}^2$$

ó la II-8

$$F_b = \frac{843700 C_b}{(600 \times 38.1) / (14 \times 1.6)} = 823 C_b = 1440 \text{ Kg/cm}^2$$

c2) Revisión

$$\frac{M}{S} = \frac{700000 \text{ Kg-cm}}{965 \text{ cm}^3} = 725 \text{ Kg/cm}^2 < 1440 \text{ Kg/cm}^2$$

La sección es adecuada.

d) Revisión del tramo B-C

di) Esfuerzo permisible:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{2}{7} = 0.29$$

$$C_b = 1.75 + 1.05 \times 0.29 + 0.3 \times 0.29^2 = 2.08 < 2.3$$

$$C_c = \sqrt{\frac{35.86 \times 10^6 \times 2.08}{2530}} = 171.7 > \frac{L}{r_y} = \frac{300}{3.6} = 83.3$$

Se aplica la ec. II-10

$$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{2530 \times 83.3^2}{107.6 \times 10^6 \times 2.08} \right] 2530 = 1484 \text{ Kg/cm}^2$$

EJEMPLO 5.- PANDEO LATERAL DE
VIGAS DE ACERO

3

Con la ec. II-8

$$F_b = \frac{843700 C_b}{(300 \times 38.1) / (14 \times 1.6)} = 1653 C_b \text{ Kg/cm}^2 > 1520 \text{ Kg/cm}^2$$

Luego:

$$F_b = 1520 \text{ Kg/cm}^2$$

d2) Revisión:

$$\frac{M}{S} = 725 \text{ Kg/cm}^2 < 1520 \text{ Kg/cm}^2$$

En este tramo la sección está sobrada.

III).- PIEZAS SOMETIDAS A FLEXOCOMPRESION.

En el diseño de piezas largas sometidas a flexocompresión deben distinguirse dos problemas diferentes.

El primero es el que se presenta debido a que las deformaciones por flexión no son despreciables y por ello en el cálculo de los momentos flexionantes debe tenerse en cuenta el momento que produce la carga axial.

El segundo es el problema de inestabilidad o pandeo.

Para visualizar el primer caso consideremos una pieza libremente apoyada que se deforma por flexión en curvatura simple y sobre la que actúa en sus extremos una fuerza de compresión P_0 .

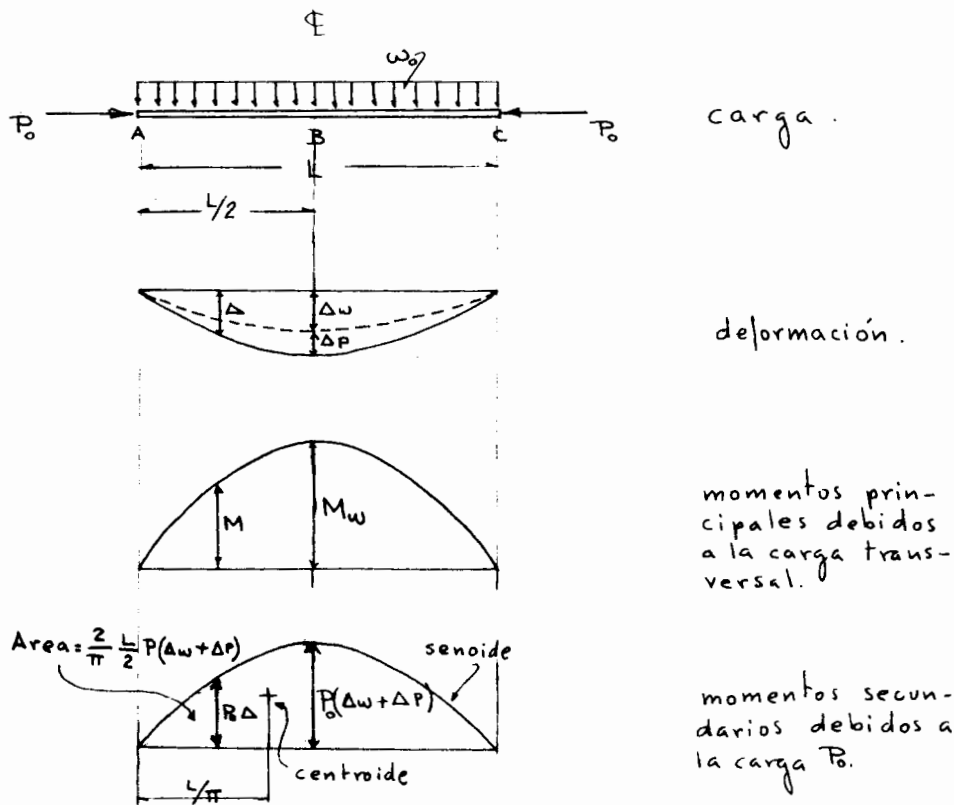
Las cargas transversales producen momentos que son función de ellas, la carga axial produce momentos secundarios que deben añadirse a los primeros.

Se puede suponer que la ley de variación de los momentos secundarios es una senoide con valor cero en los apoyos y máximo en el centro. Bajo esta hipótesis puede determinarse el valor de la deformación debida a la carga P haciendo uso de los teoremas área-momento o de Mohr (Apuntes Mecánica de Materiales, Cuaderno I p.69).

En la figura N° 17 se presenta el cálculo de la flecha máxima para la condición de carga mencionada.

En ella P_0 y ω_0 son las cargas últimas que actúan sobre la viga y se hallan obteniendo multiplicando las cargas de trabajo por el factor de carga correspondiente.

FIGURA 17.- PIEZAS A FLEXOCOMPRESION



$$\Delta P = t_{AB} = \left[\frac{P_0(\Delta_w + \Delta_P)}{EI} \cdot \frac{L}{2} \right] \frac{2}{\pi} \cdot \frac{L}{\pi} = (\Delta_w + \Delta_P) \frac{P_0 L^2}{\pi^2 EI}$$

$$\Delta P = \frac{P_0 L^2 / (\pi^2 EI)}{1 - P_0 L^2 / (\pi^2 EI)}$$

$$\text{si } \alpha = \frac{P_0 L^2}{\pi^2 EI} = \frac{P_0}{P_E} ; \quad y \quad P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$\Delta_{max} = \Delta_w + \Delta_P = \Delta_w + \Delta_w \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) = \frac{\Delta_w}{1 - \alpha}$$

Utilizando los datos de la figura 17, se puede escribir:

$$M_{0max} = M_0 + P_0 \Delta_{max}$$

Pero:

$$P_0 = \alpha \pi^2 EI / L^2$$

$$y \quad M_{0max} = M_0 + \frac{\alpha \pi^2 EI}{L^2} \frac{\Delta_w}{1 - \alpha}$$

$$M_{0max} = M_0 \left[1 + \frac{\alpha \pi^2 EI \Delta_w}{M_w L^2 (1 - \alpha)} \right]$$

$$M_{0max} = M_0 \left[\frac{1 - \alpha + \left(\frac{\pi^2 EI \Delta_w}{M_w L^2} \right) \alpha}{1 - \alpha} \right]$$

$$M_{0max} = M_0 \left[\frac{1 + \left(\frac{\pi^2 EI \Delta_w}{M_w L^2} - 1 \right) \alpha}{1 - \alpha} \right]$$

$$\text{Si:} \quad C_m = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI \Delta_w - 1}{M_0 L^2} \right) \alpha$$

$$M_{0max} = M_0 \left(\frac{C_m}{1 - \alpha} \right) = M_0 \cdot \delta$$

Se dice que δ es un coeficiente de amplificación.

El valor de C_m puede obtenerse en forma aproximada usando las recomendaciones del Reglamento del A.C.I. (American Concrete Institute) que establecen $C_m = 0.6 + 0.4 M_1/M_2$.

En ningún caso $C_m < 0.4$

Para columnas sin posibilidad de desplazamiento lateral - relativo entre sus extremos y sin cargas transversales.

M2 es el mayor y M1 el menor de los momentos en los extremos del elemento y su relación es positiva si la flexión es en curvatura simple y negativa si es en curvatura doble.

Para elementos con posibilidad de desplazamiento lateral - o con cargas transversales entre los apoyos $C_m = 1$

Pueden encontrarse valores más precisos de C_m en el comentario a las especificaciones del A.I.S.C. (American Institute of Steel Construction).

Para tener en cuenta las condiciones de apoyo se procede - en este caso, como en el de columnas sometidas a carga axial, considerando - en lugar de la longitud real de la pieza una longitud efectiva KL en donde el factor k es el ya definido anteriormente.

En estructuras de concreto reforzado es común considerar el efecto de esbeltez en columnas siguiendo el criterio que se acaba de ver, considerando para el diseño un momento amplificado, y sin tener en cuenta problemas de inestabilidad que, dadas las dimensiones usuales de este tipo de columnas, no son importantes.

Se tendrá entonces:

$$M_{max} = M_o \left(\frac{C_m}{1 - P/P_E} \right)$$

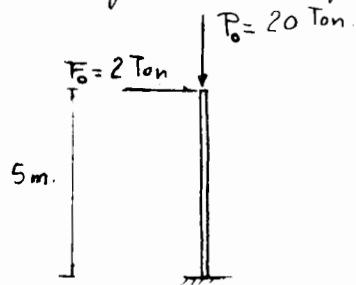
$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$$

Aquí I es el momento de inercia de la columna con respecto al eje de flexión de la pieza.

EJEMPLO 6

PIEZAS A FLEXOCOMPRESION

Encontrar el valor del momento amplificado que se debe usar para el diseño de la columna larga de la figura siguiente:



$$M_0 = 2 \text{ Ton} \times 5 \text{ m} = 10 \text{ T-m.}$$

$$M_{\text{max}} = \delta M_0$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \alpha}$$

Columna de 30x30 cm.

$$I_g = \frac{30^4}{12} = 67500 \text{ cm}^4$$

$$C_m = 1 \quad (\text{hay desplazamiento relativo entre los extremos})$$

$$\alpha = \frac{P}{P_E}$$

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} ; k = 2 \quad (\text{ver fig. 3}) \therefore P_E = \frac{\pi^2 EI}{(2L)^2}$$

$$EI = \frac{0.4 E_c I_g}{(1 + \beta d)} ; \text{ si: } \left. \begin{array}{l} E_c = 142000 \text{ Kg/cm}^2 \\ \beta d = 0.1 \end{array} \right\} \text{ datos del problema}$$

$$EI = \frac{0.4 \times 142000 \times 67500}{1 + 0.1} = 3.49 \times 10^9 \text{ Kg-cm}^2$$

$$P_E = \frac{3.49 \times 10^9 \pi^2}{(2 \times 500)^2} = 34445 \text{ Kg.}$$

$$\alpha = \frac{20000}{34445} = 0.58 ; \delta = \frac{1}{1 - 0.58} = 2.38$$

$$M_{\text{max}} = 2.38 \times 10 = \underline{\underline{23.8 \text{ T-m.}}}$$

Por lo que se refiere a columnas de acero se han realizado un gran número de estudios y existen muchos trabajos referentes al problema de inestabilidad de piezas sometidas a flexocompresión. (Oscar de Buen, Diseño de piezas flexocomprimidas de acero estructural, revista "Ingeniería" Vol. XXXIV, No. 2).

Sin embargo, se presentará aquí un procedimiento de diseño que es por un lado suficientemente simple para el uso rutinario y por otro incluye la influencia de todos los factores que se han presentado antes referentes al problema de pandeo.

El procedimiento consiste en la aplicación de las fórmulas de interacción que se presentan enseruida.

El esfuerzo en una pieza sometida a flexocompresión puede valuarse con la expresión siguiente:

$$f = \frac{P}{A} + \frac{M_{\text{amplificado}}}{S}$$

o sea:

$$f = \frac{P}{A} + \frac{M C_m}{S (1 - nP/P_E)}$$

En efecto:

Si el pandeo no existiera la falla de la pieza se produciría al llegarse al esfuerzo último o de falla con una carga P_0 y un momento M_0 y se tendría:

$$\frac{P_0}{A} + \frac{M_0 C_m}{S (1 - P_0/PE)} = f_u$$

en que f_u es el esfuerzo último o de falla del material.

Dividiendo ambos miembros entre f_u se tiene

$$\frac{P_0}{A f_u} + \frac{M_0 C_m}{S f_u (1 - P_0/PE)} = 1$$

Cuando el pandeo está presente se utilizará la misma fórmula pero sustituyendo f_u por f_{cr} , el esfuerzo crítico de pandeo.

$$\frac{P_0}{A f_{cr1}} + \frac{M_0 C_m}{S (1 - P_0/PE) f_{cr2}} \leq 1$$

donde:

P_0 = carga que al actuar junto con el momento M_0 produciría la falla.

M_0 = momento que al actuar junto con la carga P_0 produciría la falla.

A = área de la sección recta de la pieza .

S = módulo de sección de la pieza .

f_{cr1} = esfuerzo crítico si solo existiera una carga axial P_0 .

f_{cr2} = esfuerzo crítico si solo existiera un momento M_0 .

Conviene tener esta fórmula en términos de cargas de trabajo y esfuerzos permisibles.

Si llamamos n al coeficiente de seguridad deseado, tendremos:

$$n P = P_0$$

$$n M = M_0$$

$$n F_a = f_{cr1}$$

$$n F_b = f_{cr2}$$

y entonces:

$$\frac{P}{F_a A} + \frac{M C_m}{F_b S (1 - nP/PE)} \leq 1$$

P = carga actuante .

M = momento actuante .

F_a = esfuerzo permisible si solo existiera carga axial .

F_b = esfuerzo permisible si solo existiera momento.

En todo caso se debe cumplir :

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{S} \leq 0.6 F_y$$

En caso de presentarse flexión en dos sentidos la fórmula de interacción tomaría la siguiente forma:

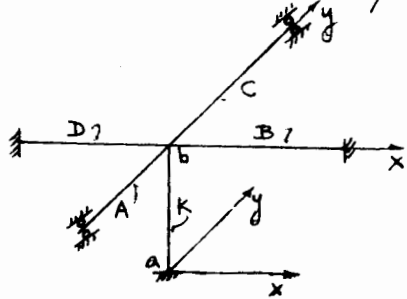
$$\frac{P}{F_a A} + \frac{M_x C_{m_x}}{F_{b_x} S_x (1 - nP/PE_x)} + \frac{M_y C_{m_y}}{F_{b_y} S_y (1 - nP/PE_y)} \leq 1$$

En ella M_x y M_y son los mayores de los momentos que actúan en ambos extremos de la columna que se revisa, alrededor de los ejes principales de inercia.

EJEMPLO 7 PIEZAS SOMETIDAS A FLEXOCOMPRESION.

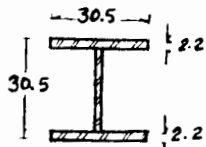
4

Revisar si la columna K de acero A36 ($F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2$) que se muestra en la fig. siguiente es capaz de resistir los elementos mecánicos que se indican.



A, B, C y D
Trabes que concurren al extremo superior de la columna.

a) Características geométricas

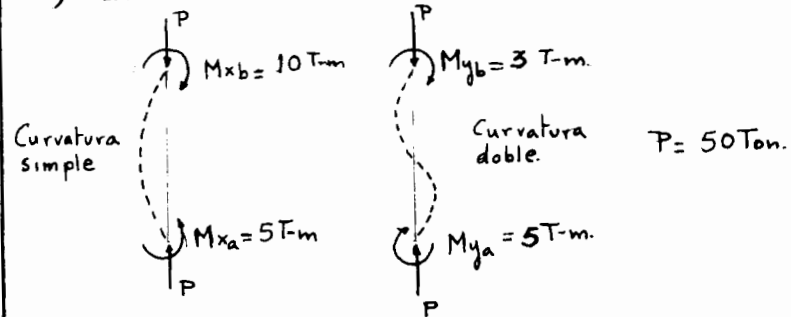


pieza	I_x	I_y	L	$\frac{I_x}{L}$	$\frac{I_y}{L}$
	cm^4	cm^4	cm	cm^3	cm^3
A	10000	—	500	20	—
B	—	15000	700	—	21.4
C	10000	—	700	14.3	—
D	—	15000	600	—	25
K	29000	10500	500	58	21

$$\left. \begin{array}{l} \text{Columna} \\ K \end{array} \right\} \begin{array}{l} A = 168.5 \text{ cm}^2 \\ S_x = 1900 \text{ cm}^3 \\ S_y = 690 \text{ cm}^3 \\ r_x = 131 \text{ cm} \\ r_y = 7.9 \text{ cm} \end{array}$$

EJEMPLO 7.- PIEZAS SOMETIDAS A FLEXOCOMPRESION

b) Elementos mecánicos actuantes:



c) Longitudes efectivas de pandeo, considerando como se indica esquemáticamente en la fig., que el desplazamiento relativo entre las juntas está permitido para pandeo alrededor del eje x y no lo está para pandeo alrededor del eje y.

En la columna está empotrada.

$$\Sigma \left(\frac{I_x}{L} \right) \text{trabes} = 20 + 14 \cdot 3 = 34.3 \text{ cm}^3$$

$$\Sigma \left(\frac{I_x}{L} \right) \text{columnas} = 58 \text{ cm}^3$$

$$\frac{58}{34.3} = 1.7 \rightarrow k_x = 1.25 \text{ (ver fig. 5)}$$

$$\Sigma \left(\frac{I_y}{L} \right) \text{trabes} = 21.4 + 25 = 46.4 \text{ cm}^3$$

$$\Sigma \left(\frac{I_y}{L} \right) \text{columna} = 21 \text{ cm}^3$$

$$\frac{21}{46.4} = 0.46 \rightarrow k_y = 0.57 \text{ (ver fig. 4)}$$

EJEMPLO 7.-

PIEZAS SOMETIDAS A
FLEXO COMPRESION.

3

$$k_x L = 1.25 \times 500 = 625 \text{ cm.}$$

$$k_y L = 0.57 \times 500 = 285 \text{ cm.}$$

d) Cálculo de esfuerzos:

d1) Debido a carga axial:

$$f_a = \frac{50000}{168.5} = 296.7 \text{ Kg/cm}^2$$

d2) Debido a M_x :

$$f_{bx} = \frac{1000000}{1900} = 526.3 \text{ Kg/cm}^2$$

d3) Debido a M_y :

$$f_{by} = \frac{500000}{690} = 724.6 \text{ Kg/cm}^2$$

e) Relaciones de esbeltez:

$$\frac{k_x L}{r_x} = \frac{625}{13.1} = 47.7$$

$$\frac{k_y L}{r_y} = \frac{285}{7.9} = 36.08$$

f) Esfuerzos permisibles:

f1) A compresión axial:

$$\text{para } \frac{kL}{r} = 47.7 ; F_a = 1300 \text{ Kg/cm}^2$$

(Ver tabla 1)

EJEMPLO 7.-

PIEZAS SOMETIDAS A
FLEXO COMPRESION.

4

f2) A flexión alrededor del eje x:

$$F_{bx} = \frac{843700 C_b}{500 \times 30.5 / (30.5 \times 2.2)} = 3712.3 (> 0.6 F_y)$$

$$\therefore F_{bx} = 0.6 F_y = 1520 \text{ Kg/cm}^2$$

(Ver Fig. 16)

f3) A flexión alrededor del eje y:

En una vigueta para flexión alrededor del eje de menor momento de inercia puede considerarse conservadoramente: $F_{by} = 0.6 F_y = 1520 \text{ Kg/cm}^2$

(Ver especificaciones AISC)

g) Determinación de C_m .

$$C_{m_x} = 1 \quad (\text{posibilidad de desplazamiento relativo entre las juntas})$$

$$C_{m_y} = 0.6 + 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0.6 - \left(\frac{3}{5} \right) = 0.36 < 0.4$$

$$\therefore C_{m_y} = 0.4$$

h) Determinación de P_E

$$P_{E_x} = \frac{\pi^2 E I_x}{(k_x L)^2} = \frac{2 \times 10^6 \times 29000 \pi^2}{(1.2 \times 500)^2} = 1590 \times 10^3 \text{ Kg}$$

EJEMPLO 7-

PIEZAS SOMETIDAS A
FLEXO COMPRESION

S

$$P_E = \frac{\pi^2 EI_y}{(k_y L)^2} = \frac{2 \times 10^6 \times 10500 \pi^2}{(0.57 \times 500)^2} = 2552 \times 10^3$$

i) Fórmula de interacción:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx} C_{mx}}{F_{bx} \left(1 - \frac{P}{P_{Ex}}\right)} + \frac{f_{by} C_{my}}{F_{by} \left(1 - \frac{P}{P_{Ey}}\right)} \leq 1$$

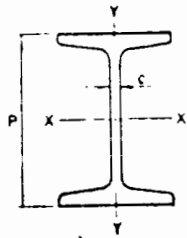
$$\frac{296.7}{1300} + \frac{526.3 \times 1}{1520 \left(1 - \frac{50000}{1590 \times 10^3}\right)} + \frac{724.6 \times 0.4}{1520 \left(1 - \frac{50000}{2552 \times 10^3}\right)} =$$

$$0.23 + 0.36 + 0.19 = 0.78 < 1$$

Por otro lado:

$$296.7 + 526.3 + 724.6 = 1547.6 \doteq 1520 \text{ Kj/cm}^2$$

Por tanto la columna resulta adecuada para resistir los elementos mecánicos a que esta sometida.

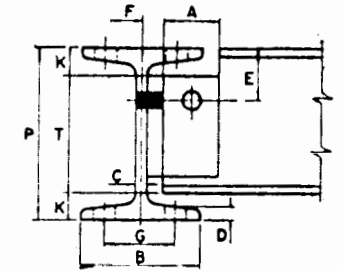


**VIGAS
PROPIEDADES**

PERALTE		P e s o		Area	EJE X-X			EJE Y-Y		
P mm	P Pulg	Kg m	cm ²		I	r	S	I	r	S
				cm ⁴	cm	cm ³	cm ⁴	cm	cm ³	
76.2	3	8.48	10.52	103.3	3.12	27.1	19.1	1.35	6.5	
101.6	4	11.46	14.26	248.3	4.17	48.9	32.1	1.50	9.5	
127.0	5	14.88	18.52	503.3	5.21	79.3	51.2	1.65	13.4	
152.4	6	18.60	23.29	906.8	6.25	119.0	77.0	1.83	18.2	
177.8	7	22.77	28.52	1507.9	7.26	169.6	111.1	1.98	23.9	
203.2	8	27.38	34.39	2367.2	8.31	233.0	157.3	2.13	31.0	
228.6	9	32.44	40.71	3534.8	9.32	309.3	214.8	2.29	39.1	
254.0	10	37.80	47.55	5082.0	10.34	400.2	286.8	2.46	48.4	
304.8	12	47.32	59.74	8982.9	12.27	589.4	395.4	2.57	62.3	
304.8	12	60.72	76.39	11193.7	12.12	734.5	574.8	2.74	86.2	
381.0	15	63.84	80.52	18387.3	15.11	965.2	608.5	2.75	87.1	
381.0	15	90.48	114.00	25348.6	14.91	1330.6	1080.5	3.07	141.8	

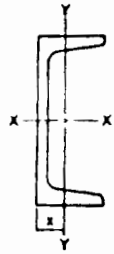
**NUESTROS ACEROS SON
DE LA MEJOR
CALIDAD**

**VIGAS
DATOS PARA DETALLAR**



Peralte de la Viga	Peso	PATIN		ALMA			DISTANCIAS				Gra- mil G	Diám- met. Móx. de los ram- ches o for- nillos
		Ancho	Espesor	Espesor	Medio Espesor	Tangente	K	E	F	A		
		B	D	C	C - Z	T	mm	mm	mm	mm		
mm	Kg/m	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
76.2	8.48	59	6.6	4.3	2	45	15.5	78	12	27	36	9.5
101.6	11.46	68	7.4	4.8	3	70	16.0	50	13	32	38	12.7
127.0	14.88	76	8.3	5.3	3	89	19.0	64	13	35	40	12.7
152.4	18.60	85	9.1	5.8	3	114	19.0	76	13	40	44	15.8
177.8	22.77	93	9.9	6.4	3	133	22.5	59	13	43	56	15.8
203.2	27.38	102	10.8	6.9	4	159	22.0	72	14	48	56	19.0
228.6	32.44	110	11.6	7.4	4	178	25.5	85	14	51	60	19.0
254.0	37.80	118	12.5	7.9	4	203	25.5	97	14	55	66	19.0
304.8	47.32	127	13.8	8.9	5	248	28.5	93	15	59	74	19.0
304.8	60.72	133	16.7	11.7	6	235	35.0	93	16	61	74	19.0
381.0	63.84	140	15.8	10.4	6	317	32.0	111	16	65	80	19.0
381.0	90.48	152	20.7	15.0	8	298	41.5	111	18	68	80	19.0

**VENDEMOS CALIDAD:
GARANTIZAMOS NUESTROS
PRODUCTOS**

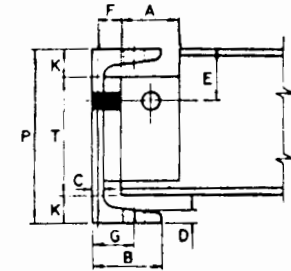


CANALES PROPIEDADES

Peralte P	Peso		Area	EJE X-X			EJE Y-Y			Distancia X
	mm	Pulg.		l	r	S	l	r	S	
76.2	3	6.10	7.68	68.1	2.97	17.9	8.3	1.04	3.4	11.18
101.6	4	8.04	10.00	157.9	3.97	31.1	13.3	1.15	4.7	11.68
152.4	6	12.20	15.35	541.0	5.94	71.0	29.1	1.38	8.2	13.21
152.4	6	23.07	29.42	812.9	5.26	106.7	53.3	1.35	12.1	13.97
203.2	8	17.11	21.61	1344.5	7.89	132.3	55.4	1.60	13.0	14.73
203.2	8	31.62	40.32	1988.1	7.02	195.7	93.7	1.52	18.2	14.99
254.0	10	22.77	28.77	2783.8	9.84	219.2	95.7	1.82	19.2	16.26
254.0	10	52.09	66.39	4807.1	8.51	378.5	194.0	1.71	30.7	17.53
304.8	12	30.81	38.90	5332.4	11.70	349.9	162.7	2.05	28.6	17.78
304.8	12	59.53	75.87	8197.4	10.40	537.9	276.0	1.91	40.2	18.29

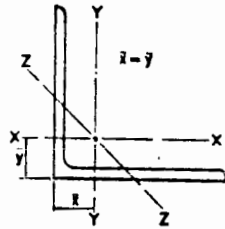
TENEMOS MAS DE 60 AÑOS DE
EXPERIENCIA EN NUESTRAS
FABRICACIONES

CANALES DATOS PARA DETALLAR



Peralte de la Canal P	Peso	PATIN		ALMA			DISTANCIAS				Gra- mil G	Diá- met. Máx. de los rema- ches o bor- nillos	
		Ancho B	Epesor D	Epesor C	Medio Epesor C 2	Tangente T	K	E	F	A			
mm	Kg/m	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
76.2	6.10	36	6.9	4.3	2	45	15.5	38	12	32	24	9.5	
101.6	8.04	40	7.5	4.6	3	70	16.0	50	13	35	25	12.7	
152.4	12.20	49	8.7	5.1	3	114	19.0	76	13	44	28	15.8	
152.4	23.07	58	8.7	14.3	7	114	19.0	76	17	44	35	15.8	
203.2	17.11	57	9.9	5.6	3	159	22.0	72	13	51	32	19.0	
203.2	31.62	67	9.9	14.8	7	159	22.0	72	17	52	38	19.0	
254.0	22.77	66	11.1	6.1	3	210	22.0	97	13	60	38	19.0	
254.0	52.09	81	11.1	20.9	10	210	22.0	97	20	60	50	19.0	
304.8	30.81	75	12.7	7.1	3	254	25.5	93	13	68	44	19.0	
304.8	59.53	87	12.7	19.2	10	254	25.5	93	20	68	50	19.0	

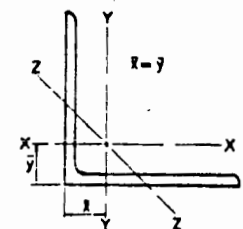
NUESTROS ACEROS SON
DE LA MEJOR
CALIDAD



**ANGULOS DE LADOS
IGUALES
PROPIEDADES**

DIMENSIONES		PESO		Area	EJE X-X y EJE Y-Y				Eje Z-Z
Pulg.	mm	Kg/m	lbs/pie		cm ²	l	r	S	X̄
6 x 1	152.4 x 25.4	55.66	37.4	70.97	1476.0	4.57	140.0	4.72	2.95
6 x 3/8	152.4 x 22.2	49.26	33.1	62.77	1323.6	4.60	125.0	4.62	2.97
6 x 3/4	152.4 x 19.0	42.71	28.7	54.45	1171.7	4.65	109.1	4.52	2.97
6 x 1/2	152.4 x 15.9	36.01	24.2	45.67	1005.6	4.67	92.8	4.39	3.00
6 x 1/4	152.4 x 14.3	32.59	21.9	41.48	918.6	4.70	84.2	4.34	3.00
6 x 1/8	152.4 x 12.7	29.17	19.6	37.10	823.7	4.72	75.5	4.27	3.00
6 x 3/16	152.4 x 11.1	25.60	17.2	32.65	735.9	4.75	66.7	4.22	3.02
6 x 1/16	152.4 x 9.5	22.17	14.9	28.13	640.6	4.78	57.8	4.16	3.02
5 x 3/4	127.0 x 19.0	35.12	23.6	44.77	655.2	3.61	74.2	3.86	2.46
5 x 3/8	127.0 x 15.9	29.76	20.0	37.81	565.3	3.66	63.3	3.76	2.46
5 x 1/2	127.0 x 12.7	24.11	16.2	30.65	465.3	3.71	51.6	3.63	2.49
5 x 1/4	127.0 x 11.1	21.28	14.3	26.97	417.1	3.74	45.7	3.59	2.49
5 x 1/8	127.0 x 9.5	18.30	12.3	23.27	363.6	3.77	39.7	3.53	2.51
4 x 3/4	101.6 x 19.0	27.53	18.5	35.10	318.8	3.02	45.0	3.22	1.95
4 x 3/8	101.6 x 15.9	23.35	15.7	29.74	277.2	3.05	39.3	3.12	1.95
4 x 1/2	101.6 x 12.7	19.05	12.8	24.19	231.4	3.10	32.3	2.99	1.98
4 x 3/16	101.6 x 11.1	16.82	11.3	21.35	206.9	3.12	26.7	2.94	1.98
4 x 1/4	101.6 x 9.5	14.58	9.8	18.45	181.5	3.12	24.9	2.89	2.01
4 x 3/8	101.6 x 7.9	12.20	8.2	15.43	154.4	3.15	21.1	2.84	2.01
4 x 1/8	101.6 x 6.3	9.82	6.6	12.52	124.9	3.18	17.2	2.77	2.01
3 x 3/8	76.2 x 15.9	17.11	11.5	21.68	109.1	2.24	21.3	2.49	1.45
3 x 1/2	76.2 x 12.7	13.99	9.4	17.74	92.4	2.29	17.5	2.36	1.47
3 x 3/16	76.2 x 11.1	12.35	8.3	15.69	82.8	2.31	15.6	2.31	1.47
3 x 1/4	76.2 x 9.5	10.72	7.2	13.61	73.3	2.31	13.6	2.26	1.47
3 x 3/8	76.2 x 7.9	9.08	6.1	11.48	62.9	2.34	11.6	2.21	1.50
3 x 1/8	76.2 x 6.3	7.29	4.9	9.29	51.6	2.36	9.5	2.13	1.59

**NUESTROS ACEROS SON DE LA
MEJOR CALIDAD**



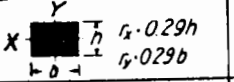
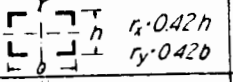
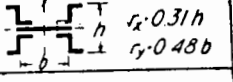
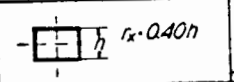
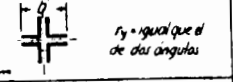
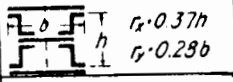
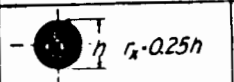
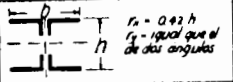
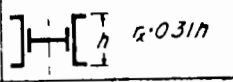
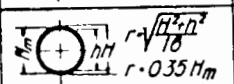
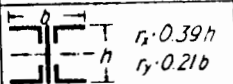
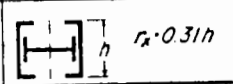
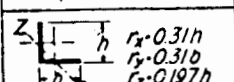
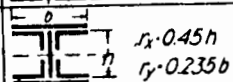
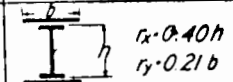
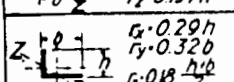
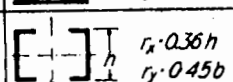
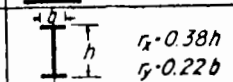
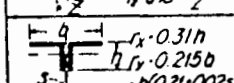
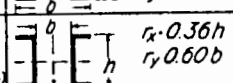
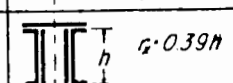
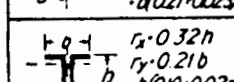
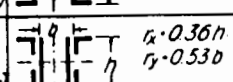
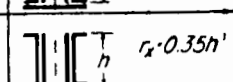
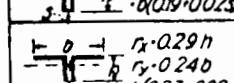
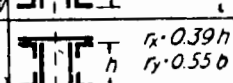
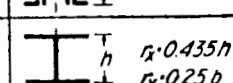
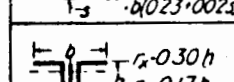
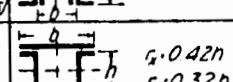
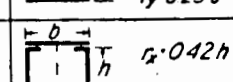
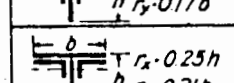
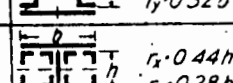
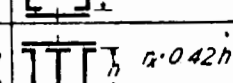
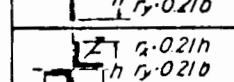
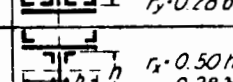
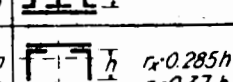
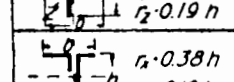
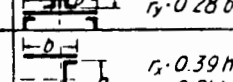
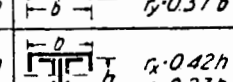
**ANGULOS DE LADOS
IGUALES
PROPIEDADES**

DIMENSIONES		PESO		Area	EJE X-X y EJE Y-Y				Eje Z-Z
Pulg.	mm	Kg/m	lb/pie		cm ²	l	r	S	X̄
2 1/2 x 3/8	63.5 x 9.5	8.78	5.9	11.16	40.79	1.91	9.34	1.93	1.22
2 1/2 x 3/4	63.5 x 7.9	7.44	5.0	9.48	35.38	1.93	7.87	1.88	1.22
2 1/2 x 1/2	63.5 x 6.3	6.10	4.1	7.69	29.14	1.96	6.39	1.83	1.24
2 1/2 x 3/16	63.5 x 4.8	4.61	3.1	5.81	22.89	1.98	4.92	1.75	1.24
2 x 3/8	50.8 x 9.5	6.99	4.7	8.77	19.98	1.50	5.74	1.63	0.99
2 x 3/4	50.8 x 7.9	5.83	3.9	7.42	17.46	1.52	4.92	1.55	0.99
2 x 1/2	50.8 x 6.3	4.75	3.2	6.06	14.57	1.55	4.10	1.50	0.99
2 x 3/16	50.8 x 4.8	3.63	2.4	4.61	11.45	1.57	3.11	1.45	1.02
2 x 1/8	50.8 x 3.2	2.46	1.7	3.10	7.91	1.60	2.13	1.40	1.02
1 3/4 x 3/8	44.4 x 7.9	5.04	3.4	6.39	11.24	1.32	3.77	1.40	0.86
1 3/4 x 1/2	44.4 x 6.3	4.12	2.8	5.20	9.57	1.35	3.11	1.35	0.86
1 3/4 x 3/16	44.4 x 4.8	3.15	2.1	4.03	7.49	1.37	2.29	1.30	0.89
1 3/4 x 1/8	44.4 x 3.2	2.14	1.4	2.74	5.41	1.40	1.64	1.22	0.89
1 1/2 x 3/8	38.1 x 9.5	4.99	3.4	6.34	7.91	1.12	3.11	1.30	0.74
1 1/2 x 3/4	38.1 x 7.9	4.26	2.9	5.40	6.66	1.12	2.62	1.24	0.74
1 1/2 x 1/2	38.1 x 6.3	3.48	2.3	4.40	5.83	1.14	2.20	1.19	0.74
1 1/2 x 3/16	38.1 x 4.8	2.68	1.8	3.43	4.59	1.17	1.64	1.12	0.74
1 1/2 x 1/8	38.1 x 3.2	1.83	1.2	2.34	3.25	1.17	1.18	1.07	0.76
1 1/4 x 1/2	31.7 x 6.3	2.86	1.9	3.72	3.21	0.94	1.49	1.02	0.61
1 1/4 x 3/8	31.7 x 4.8	2.20	1.5	2.81	2.54	0.97	1.16	0.97	0.61
1 1/4 x 1/4	31.7 x 3.2	1.50	1.0	1.93	1.83	0.97	0.80	0.89	0.64
1 x 1/2	25.4 x 6.3	2.22	1.5	2.80	1.54	0.74	0.92	0.86	0.43
1 x 3/8	25.4 x 4.8	1.73	1.2	2.21	1.25	0.76	0.72	0.81	0.48
1 x 1/8	25.4 x 3.2	1.19	0.8	1.52	0.92	0.79	0.51	0.76	0.51
3/8 x 3/8	22.2 x 4.8	1.49	1.0	1.90	0.79	0.66	0.54	0.74	0.46
3/8 x 1/2	22.2 x 3.2	1.04	0.7	1.32	0.58	0.66	0.38	0.66	0.43
1/4 x 3/8	19.0 x 4.8	1.25	0.8	1.59	0.50	0.56	0.39	0.66	0.38
1/4 x 1/2	19.0 x 3.2	0.88	0.6	1.11	0.37	0.58	0.28	0.58	0.38

COMPANIA FUNDIDORA DE FIERRO Y ACERO DE MONTERREY, S. A.

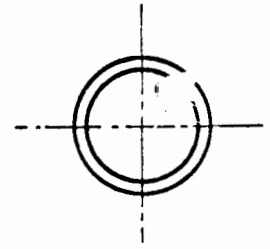
COMPANIA FUNDIDORA DE FIERRO Y ACERO DE MONTERREY, S. A.

COMPANIA FUNDIDORA DE FIERRO Y ACERO DE MONTERREY, S. A.
RADIO DE GIRO DE VARIAS SECCIONES

TUBOS DE ACERO

DIMENSIONES Y PROPIEDADES



DIMENSIONES				Peso por metro Kg. Extr. sin rosca	PROPIEDADES		
Diámetro Nom. pulg.	Diámetro Ext. mm.	Diámetro Int. mm.	Espeor mm.		I cm ⁴	A cm ²	r cm
A.S.T.M. A-53, Tipo E y S Grado B Cédula 40							
1/2	21.3	15.8	2.77	1.265	0.708	1.613	0.66
3/4	26.7	20.9	2.87	1.682	1.540	2.148	0.84
1	33.4	26.6	3.38	2.500	3.621	3.187	1.07
1 1/4	42.2	35.1	3.56	3.378	8.117	4.316	1.37
1 1/2	48.3	40.9	3.68	4.048	12.903	5.155	1.57
2	60.3	52.5	3.91	5.432	27.721	6.936	2.01
2 1/2	73.0	62.7	5.16	8.616	63.683	10.994	2.41
3	88.9	77.9	5.49	11.290	125.577	14.374	2.95
3 1/2	101.6	90.1	5.74	13.557	199.292	17.290	3.40
4	114.3	102.3	6.02	16.057	301.060	20.477	3.84
ESTRUCTURAL MON-TEN							
1/2	21.3	17.9	1.71	0.900	0.51	1.05	0.70
3/4	26.7	23.3	1.71	1.125	1.05	1.34	0.88
1	33.4	29.6	1.90	1.500	2.34	1.88	1.12
1 1/4	42.2	37.6	2.28	2.350	5.69	2.85	1.41
1 1/2	48.3	43.7	2.28	2.700	8.72	3.29	1.63
2	60.3	55.0	2.66	3.950	20.05	4.81	2.04
2 1/2	73.0	67.7	2.66	4.800	36.41	5.87	2.49
3	88.9	82.8	3.04	6.700	75.61	8.19	3.04
4	114.3	108.2	3.04	8.600	164.43	10.62	3.94
ESTRUCTURAL SAE-1010							
1/2	21.3	17.9	1.71	0.900	0.51	1.05	0.70
3/4	26.7	23.3	1.71	1.125	1.05	1.34	0.88
1	33.4	30.0	1.71	1.400	2.14	1.70	1.12
1 1/4	42.2	38.7	1.71	1.800	4.45	2.17	1.43
1 1/2	48.3	44.8	1.71	2.050	6.78	2.50	1.65
2	60.3	56.9	1.71	2.550	13.53	3.15	2.07
2 1/2	73.0	69.6	1.71	3.100	24.37	3.83	2.52