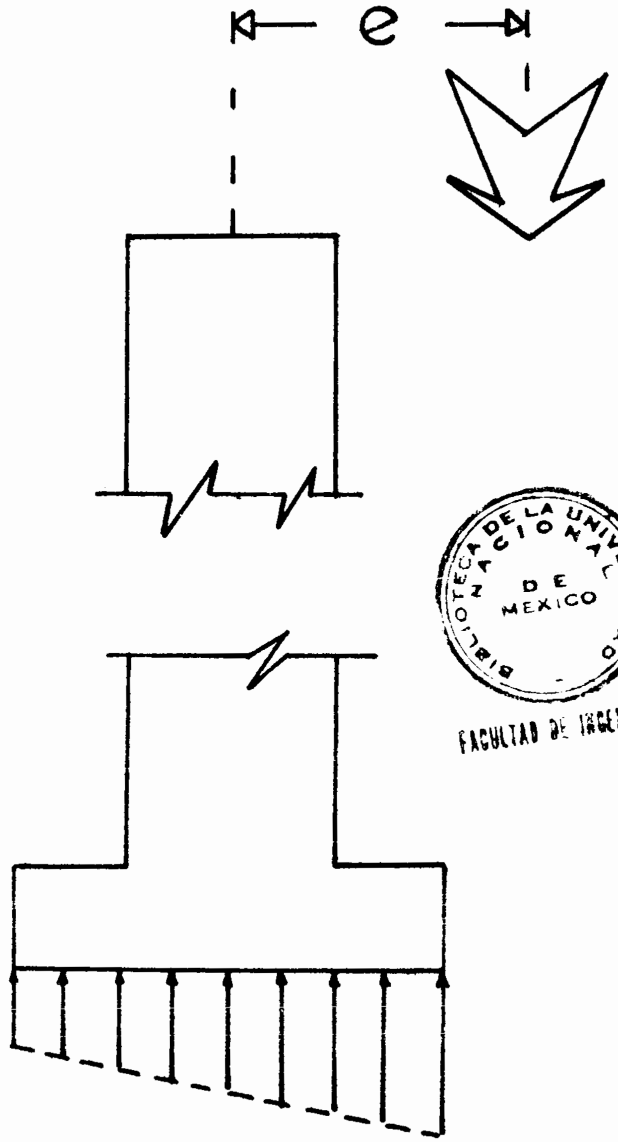
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

EJERCICIOS DE MECÁNICA DE MATERIALES II

L. JORGE GONZÁLEZ MORENO

Ejercicios

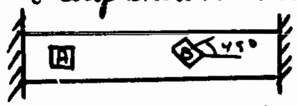


Facultad de Ingenierìa UNAM

Mecànica de Materiales II

L. JORGE GONZALEZ MORENO

PROBLEMA.- Una barra de cobre de sección rectangular se sostiene entre soportes rígidos, y su temperatura aumenta $\Delta T = 50°C$. Determínese los esfuerzos en todas las caras de los elementos A y B, e indíquense los resultados obtenidos en croquis de dicho elemento:



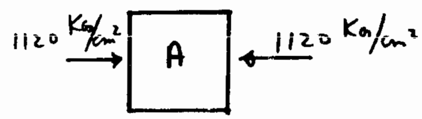
a) Por equilibrio del elemento
b) Por fórmulas
c) Círculo de Mohr.

$\alpha = 0.00002/°C \qquad E = 1.12 \times 10^6 \ Kg/cm^2$

$\sigma_x = \alpha \cdot \Delta T \cdot E = 20 \times 10^{-6} \times 50 \times 1.12 \times 10^6$

$\sigma_x = -1120 \ Kg/cm^2$

Para el elemento (A)

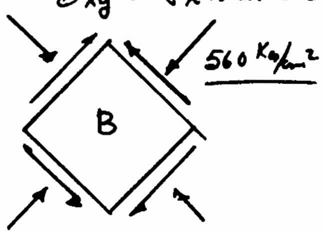


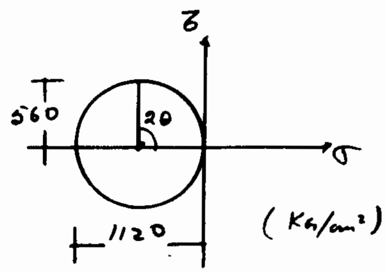
Para el elemento B

$\sigma_x' = \sigma_x \cos^2\theta = -1120(\cos^2 45°) = -560 \ Kg/cm^2$

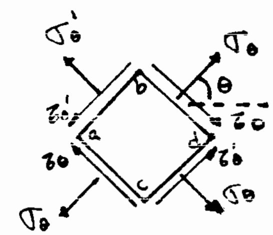
$\sigma_y' = \sigma_x \operatorname{sen}^2\theta = -1120(\operatorname{sen}^2 45°) = -560 \ Kg/cm^2$

$\tau_{xy}' = \sigma_x \operatorname{sen}\theta\cos\theta = -1120 \operatorname{sen}\theta\cos\theta = -560 \ Kg/cm^2$





PROBLEMA.- Los esfuerzos normales $\sigma_\theta = 840$ $\sigma_\theta' = 420 \ Kg/cm^2$ actúan en las caras del elemen[to]. Obténganse los esfuerzos: τ_θ, τ_θ', σ_x, τ_{max}.



Para el caso de un elemento sometido a carga axial.

$\sigma_\theta + \sigma_\theta' = \sigma_x$

$\sigma_x = 840 + 420 = \underline{1260 \ Kg/cm^2}$

$\sigma_x \operatorname{sen}^2\theta = \sigma_\theta' \qquad \sigma_x \cos^2\theta = \sigma_\theta$

$\cos^2\theta = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_x} = \frac{840}{1260} = 0.6667 \qquad \theta = 25.3644°$

$\tau_\theta = \sigma_x \operatorname{sen}\theta\cos\theta = 1260 \operatorname{sen}\theta\cos\theta$

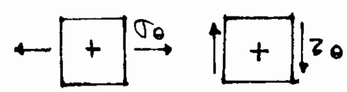
$\underline{\tau_\theta = 593.97 \ Kg/cm^2}$

$\tau_\theta' = -\sigma_x \operatorname{sen}\theta\cos\theta$
$= -1260 \operatorname{sen}\theta\cos\theta$

$\underline{\tau_\theta' = -593.97 \ Kg/cm^2}$

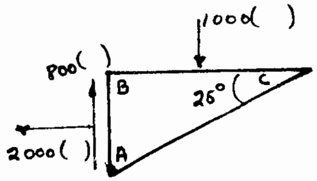
$\tau_{max} = \frac{\sigma_x}{2} = \frac{1260}{2} = 630 \ Kg/cm^2$

$\underline{\tau_{max} = 630 \ Kg/cm^2}$



CONVENCION.

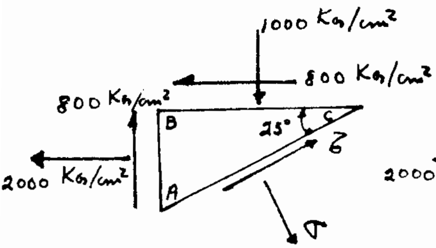
PROBLEMA .- La figura muestra un diagrama de cuerpo libre incompleto para la determinación de esfuerzos en un punto de un elemento estructural.

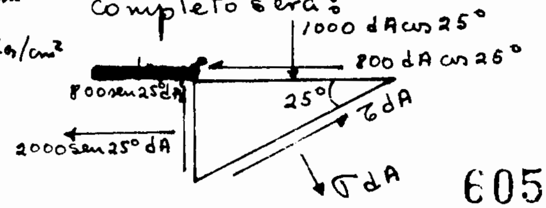


Trace el diagrama de cuerpo libre completo, y determine el esfuerzo normal sobre el plano AC.

Los esfuerzos indicados están en [redacted] Kg/cm².

El diagrama de cuerpo libre completo será:





605620

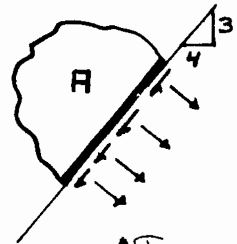
$$\Sigma F_n = 0$$

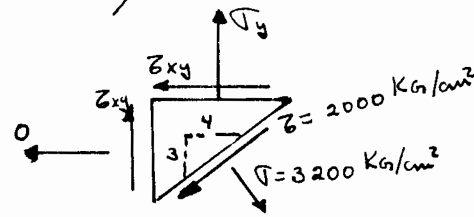
$$\sigma\, dA + 1000\, dA \cos^2 25° - 800\, dA\, \text{sen}\, 25° \cos 25° - 2000\, dA\, \text{sen}^2 25° - 800\, dA\, \text{sen}\, 25° \cos 25° = 0$$

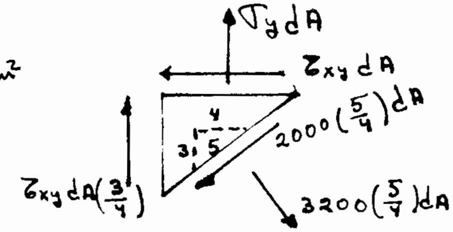
$$\sigma = -1000 \cos^2 25° + 800\, \text{sen}\, 25° \cos 25° + 2000\, \text{sen}^2 25° + 800\, \text{sen}\, 25° \cos 25°$$

$$\boxed{\sigma = 148.6541\ \text{Kg/cm}^2.}$$

PROBLEMA.- Se tiene un punto A sobre un elemento estructural, los esfuerzos en el plano inclinado son: $\sigma = 3200$ Kg/cm², y $\tau = 2000$ Kg/cm² en las direcciones indicadas, y los esfuerzos normales sobre un plano vertical son cero. Determine los esfuerzos normales, y cortantes sobre un plano horizontal a través de este punto.







$$\Sigma F_x = 0$$

$$\tau_{xy}\, dA + 2000\, dA \left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{4}{5}\right) - 3200\, dA \left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = 0$$

$$\boxed{\tau_{xy} = 400\ \text{Kg/cm}^2 \uparrow}$$

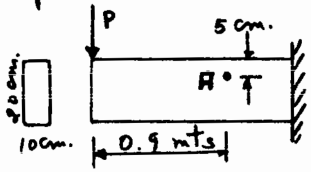
$$\Sigma F_y = 0$$

$$\sigma_y\, dA + 400\, dA \left(\frac{3}{4}\right) - 2000\, dA \left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{5}\right) - 3200\, dA \left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = 0$$

$$\boxed{\sigma_y = 4400\ \text{Kg/cm}^2 \quad (\text{Tensión})}$$

PROBLEMA 1.- Una viga en voladizo de sección transversal rectangular soporta una carga concentrada P en su extremo libre. Determine:

a) La magnitud de la fuerza P que origina en el punto A indicado los esfuerzos principales



$\sigma_1 = 67.965\ Kg/cm^2$

$\sigma_2 = -0.4646\ Kg/cm^2$

b) La magnitud del esfuerzo cortante máximo en A

c) La inclinación de los ejes principales.

DESARROLLO.-

$$\sigma_x = \frac{M}{I}c = \frac{(90P)(12)}{10(20)^3} \qquad \sigma = 0.0675P$$

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{P(10)(5)(7.5)\,12}{(10)(20)^3(10)} = 0.005625P$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$67.965 = \frac{0.0675P}{2} + \sqrt{\left(\frac{0.0675P}{2}\right)^2 + (0.005625P)^2}$$

despejando:

$$\boxed{P = 1000\ Kg.}$$

b) $\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{(33.75)^2 + (5.625)^2}$

$$\boxed{\tau_{max} = 34.2165\ Kg/cm^2}$$

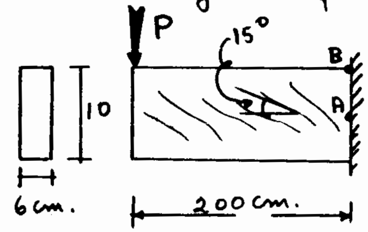
c) $\tan 2\theta_1 = \frac{2\tau}{\sigma} = \frac{2(5.625)}{67.5} = 0.1667$.

$2\theta_1 = 9.4623 \qquad \theta_1' = 4.7312° \qquad \theta_1'' = 94.7312°$

$\theta_2' = 49.43° \qquad \theta_2'' = 139.43°$

PROBLEMA.- La viga de madera que se muestra en la figura tiene sus fibras inclinadas 15° respecto a su eje.

Suponiendo que el diseño está regido por el esfuerzo cortante paralelo a la fibra, y que el valor permisible es de 10 Kg/cm². ¿Cuál es el valor máximo de la carga P que se puede aplicar?

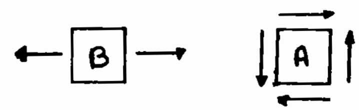


$M_{max} = PL$

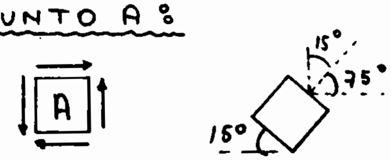
$V_{max} = P$

$$\sigma_{x\,max} = \frac{M}{s} = \frac{6PL}{bh^2}$$

$$\tau_{xy\,max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A} = \frac{3}{2}\frac{P}{bh}$$



PUNTO A:



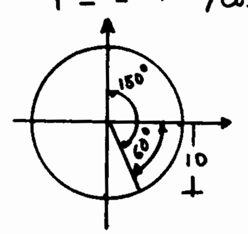
$\therefore\ 2\theta = 150°$

$\sigma_x = 0\ ; \quad \tau_{xy} = \frac{3}{2}\frac{P}{bh}$

$$\tau'_{xy} = \frac{\sigma_x}{2}\,\text{sen}\,2\theta - \tau_{xy}\cos 2\theta$$

$$10 = -\frac{3}{2}\frac{P}{(6)(10)}\cos 150°$$

$P = -400/\cos 150° \qquad \therefore\ \underline{P = 461.88\ Kg}$



$$R = \frac{10}{\text{sen}\,60°} = \tau_{xy} = \frac{3}{2}\frac{P}{bh}$$

$$\frac{10}{\text{sen}\,60} = \frac{3}{2}\frac{P}{bh}$$

$$P = \frac{2}{3}\,\frac{10(6)(10)}{\text{sen } 60^\circ} = \frac{400}{\text{sen } 60^\circ} = \underline{461.88 \text{ Kg}}$$

PUNTO B:

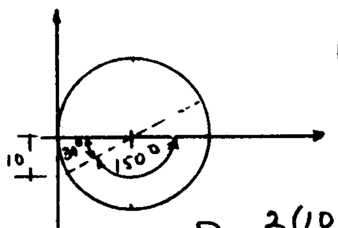
$$\tau_{x'y'} = \frac{\sigma_x}{2}\,\text{sen } 2\theta - \tau_{xy}\cos 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = \frac{\sigma_x}{2}\,\text{sen } 2\theta$$

$$10 = \frac{1}{2}\left(\frac{6PL}{bh^2}\right)\text{sen } 2\theta$$

$$10 = \frac{1}{2}\left(\frac{6\ P(200)}{(6)(10)^2}\right)\text{sen } 150^\circ$$

$$P = \frac{10}{\text{sen } 150^\circ} = \underline{20 \text{ Kg}} \qquad \textbf{RIGE}$$



$$R = \frac{10}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{\sigma_x}{2} = \frac{6}{2}\,\frac{PL}{bh^2}$$

$$\frac{10}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{6PL}{2bh^2}$$

$$P = \frac{2(10)}{\text{sen } 30^\circ}\,\frac{bh^2}{6L}$$

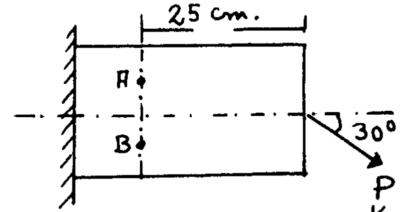
$$P = \frac{20}{\text{sen } 30^\circ}\,\frac{6(10)^2}{6(200)} = \frac{10}{\text{sen } 30^\circ} = \underline{20 \text{ Kg}}$$

RIGE

$$\therefore \quad \boxed{P = 20 \text{ Kg}}$$

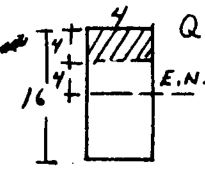
PROBLEMA.- Calcular los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máximo en los puntos A y B en la viga de la figura, y en la sección $x = 25$ cm, debido a la fuerza $P = 6000$ Kg. la viga es rectangular de 4×16 cm. y los puntos A y B están a 4 cm. de la superficie neutra.

Nota.- Incluir la fuerza cortante debida a P



$P_x = 6000 \times \cos 30^\circ = 5196.15$ Kg

$P_y = 6000 \times \text{sen } 30^\circ = 3000.00$ Kg.



$Q = 4 \times 4 \times 6 = \underline{96 \text{ cm}^3}$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{4(16)^3}{12}$$

$$\underline{I = 1365.33 \text{ cm}^4}$$

$$\sigma_x = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{I}\,y$$

$$\sigma_x = \frac{5196.15}{64} \pm \frac{3000 \times 25}{1365.33}\,4$$

$\sigma_A = 300.92$ Kg/cm² $\qquad \sigma_B = -138.5373$ Kg/cm²

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} = \frac{3000 \times 96}{1365.33 \times 4} = 52.73$$

$$(\sigma_{1,2})_A = \frac{\sigma_x}{2} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{300.92}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{300.92}{2}\right)^2 + (52.73)^2}}_{\tau_{max}}$$

$$\boxed{\sigma_{1A} = 309.89 \text{ Kg/cm}^2} \quad \boxed{\sigma_{2A} = -8.9\text{[illegible]} \text{ Kg/cm}^2}$$

COMPROBACION: $\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y \Rightarrow 309.89 - 8.97 = 300.92 + (0)$ ✓

$$\tau_{max\,A} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \Rightarrow \boxed{\tau_{max\,A} = \pm 159.43 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$(\sigma_{1,2})_B = -\frac{138.54}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{138.54}{2}\right)^2 + (52.73)^2}$$

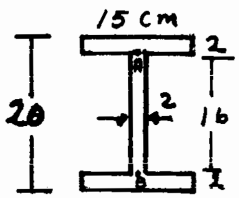
$$\boxed{\sigma_{1B} = 17.79 \text{ Kg/cm}^2} \quad \boxed{\sigma_{2B} = -156.33 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$\boxed{\tau_{max} = 87.06 \text{ Kg/cm}^2}$$

COMPROBACION: $\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y \Rightarrow 17.79 - 156.33 = -138.54 + (0)$

CHECA.

PROBLEMA.- Repetir el problema anterior si $P = 18000$ Kg., $x = 1$ mt. y la viga es la I cuya sección se muestra. Los puntos A y B están en la unión del alma con las alas.



$$P_x = 18000 \cos 30° = 15{,}588.46 \text{ Kg.}$$
$$P_y = 18000 \operatorname{sen} 30° = 9\,000.00 \text{ Kg.}$$
$$Q = 2 \times 15 \times 9 = 270 \text{ cm}^3$$

$$I = \frac{15 \times 20^3}{12} - \frac{13(16)^3}{12} \Rightarrow I = 5562.67 \text{ cm}^4$$

$$A = 15 \times 2 \times 2 + 16 \times 2 = 92 \text{ cm}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{I} y = \frac{15\,588.46}{92} \pm \frac{9\,000 \times 100}{5562.67}\ 8$$

$$\sigma_A = 1463.78 \text{ Kg/cm}^2 \qquad \sigma_B = -1124.90 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} = \frac{9000 \times 270}{5562.67 \times 2} = 218.44 \text{ Kg/cm}^2$$

$$(\sigma_{1,2})_A = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{1463.78}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1463.78}{2}\right)^2 + (218.44)^2}$$

$$\sigma_1 = 1495.68 \qquad \sigma_2 = -31.90 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\tau_m = \pm 763.79 \text{ Kg/cm}^2$$

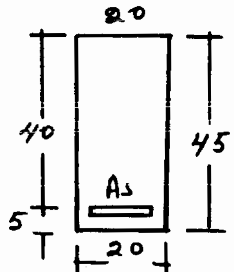
$$(\sigma_{1,2})_B = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = -\frac{1124.90}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1124.90}{2}\right)^2 + (218.44)^2}$$

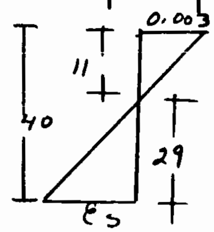
$$\sigma_1 = 40.93 \text{ Kg/cm}^2 \qquad \sigma_2 = -1165.828 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\tau_m = 603.38 \text{ Kg/cm}^2$$

Se comprueba que $\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y = \sigma_x + (0)$

PROBLEMA.- Encuentre el momento resistente de diseño por el método de tanteos, de la viga que se muestra.





$$A_s = 6 \text{ cm}^2$$
$$f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$
$$f_y = 4000 \text{ Kg/cm}^2$$
$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

Suponiendo $C = 11$ cm.

$$\frac{0.003}{11} = \frac{\varepsilon_s}{29}$$

$$\varepsilon_s = 0.0079 > \varepsilon_y = \frac{4000}{2 \times 10^6} = 0.002$$

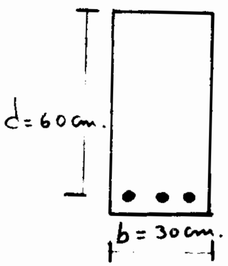
$$T = A_s f_y = 6 \times 4000 = 24000 \text{ Kg.}$$

$$C_1 = 0.8c\, f''_c\, b =$$
$$= 0.8 \times 11 \times 136 \times 20 = 23936 \text{ Kg.}$$
$$C_1 \doteq T$$

$$M_R = F_R\, C_1 \left(d - \frac{a}{2}\right) =$$
$$= 0.9 \times 24000 \left(40 - \frac{8.8}{2}\right)$$
$$= 768960 \text{ Kg-cm.}$$

$$\boxed{M_R = 7.69 \text{ Ton-mt.}}$$

PROBLEMA.- Determinar la resistencia a flexión de una sección rectangular usando las hipotesis D.D.F.77



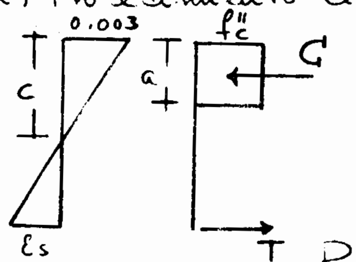
$h = 65$ cm.
$f'_c = 200$ Kg/cm² < 250 Kg/cm²
$f_y = 4000$ Kg/cm²
$A_s = 3$ Vs No. $8 = 15$ cm²

DESARROLLO.-
Chequeo de $A_{s\,min}$

$$A_{s\,min} = \frac{0.7\sqrt{f'_c}}{f_y}\,bd = \frac{0.7\sqrt{200}}{4000}(30)(60)$$

$$A_{s\,min} = 4.45 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{CORRECTO}$$

a) Procedimiento de tanteos.



Para $c = 18$ cm.

$$C = 136 \times (0.8 \times 18) \times 30$$

$$\underline{C = 58752 \text{ Kg.}}$$

Por Δs semejantes.

$$\frac{0.003}{18} = \frac{\varepsilon_s}{42} \Rightarrow \varepsilon_s = 0.007 > \varepsilon_y$$

$$\therefore T = A_s f_y = 15 \times 4000 = 60\,000 \text{ Kg} \doteq C$$

$$M_u = T\,z = T\left(d - \frac{a}{2}\right) = 60000\left(60 - \frac{0.8 \times 18}{2}\right)$$

$$M_u = 3\,168\,000 \text{ Kg-cm.} = 31.68 \text{ Ton-mt.}$$

$$M_R = F.R. \times 31.68 = 0.9 \times 31.68$$

$$\boxed{M_R = 28.512 \text{ Ton-mt.}}$$

b) Usando la fórmula:

$$\rho_b = \frac{f''_c}{f_y}\;\frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{136}{4000}\;\frac{4800}{10000} =$$

$$\rho_b = 0.01632 \qquad \rho_{max} = 0.75\rho_b = 0.0122$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{15}{(30)(60)} = 0.0083 < \rho_{max}$$

La falla es subreforzada:

$$M_R = F_R A_s f_y d\,(1 - 0.5q)$$

$$q = \rho\,\frac{f_y}{f''_c} = \frac{0.0083 \times 4000}{136} = 0.2441$$

$$M_R = 0.9 \times 1.5 \times 4000\,(60)\,(1 - 0.5 \times 0.2441)$$

$$= 2,844,558.0 \text{ Kg-cm}$$

$$\boxed{M_R = 28.44 \text{ TON-MT.}}$$

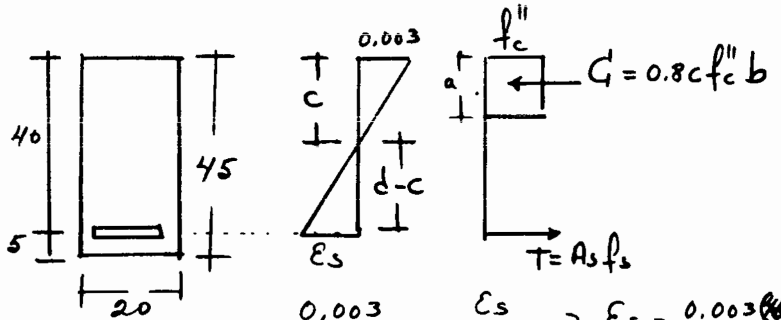
c) Usando la gráfica

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{15}{(30)60} = 0.0083 \Rightarrow \frac{M_R}{bd^2} = 26.0 \ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

$$M_R = 26.0 \times 30(60)^2 = 2\,808\,000 \text{ Kg-cm.}$$

$$\boxed{M_R = 28.08 \text{ Ton-mt.}}$$

PROBLEMA.- Encuentre el momento resistente de Diseño del problema anterior por el método de tanteo.
Si $A_s = 25\ cm^2$



$$\frac{0.003}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{0.003(d-c)}{c}$$

Suponiendo $C = 28.3449$

$$\varepsilon_s = \frac{0.003\,(40-28.3449)}{28.3449} = \underline{0.0012 < \varepsilon_y}$$

$$T = E_s\,\varepsilon_s \times A_s = 2\times10^6 \times 0.0012 \times 25$$
$$= 61678.29\ Kg.$$

$$C' = 0.8 \times 28.3449 \times 136 \times 25$$
$$C' = 61678.50\ Kg$$
$$C \doteq T$$

$$M_R = 0.9 \times 61678.5\,(40 - 11.338)$$

$$\boxed{M_R = 15.91\ Ton\text{-}mt}$$

Sección sobrereforzada
Falla frágil.

PROBLEMA 9.- Por medio de gráficas o fórmulas, encuentre el momento de diseño resistente para la sección del problema 7.

Como la sección es subreforzada, se utiliza:

$$M_R = 0.9\,bd^2 f_c''\,q\,(1-0.5q)$$

$$q = \rho\frac{f_y}{f_c''} = \frac{A_s}{bd}\,\frac{f_y}{f_c''}$$
$$= \frac{6}{40\times25}\;\frac{4000}{136} = 0.1765$$

$$M_R = 0.9 \times 25\,(40)^2\,136 \times 0.1765\,(1-0.5\times0.1765)$$

$$M_R = 787764.7\ Kg\text{-}cm.$$

$$\boxed{M_R = 7.87\ Ton\text{-}mt.}$$

Diseñe una viga rectangular con una relación $d = 2b$, para que resista un momento de 15 ton-mt.

$f'_c = 300$ Kg/cm² $\qquad \rho_{max} = 0.75\,\rho_b$

$f_y = 2300$ Kg/cm² $\qquad r = 3$ cm.

$f^*_c = 240$ Kg/cm²

$f''_c = 204$ Kg/cm²

$$\rho_b = \frac{f''_c}{f_y}\,\frac{4800}{f_y+6000} = \frac{204}{2300}\,\frac{4800}{2300+6000} = 0.05129$$

$$\rho_{max} = 0.75\,\rho_b = 0.03847$$

$$q = \rho\,\frac{f_y}{f''_c} = 0.03847\,\frac{2300}{204} = 0.43373$$

$$bd^2 = \frac{M_R}{F_R f''_c q(1-0.5q)} = \frac{15\times10^5}{0.9\times 204\times 0.4337(1-0.5\times 0.4337)}$$

$$= 24052.42725 \text{ cm}^3$$

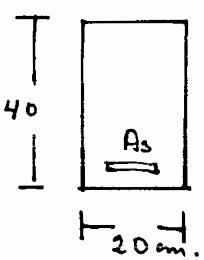
$$d^3 = 2\times 24052.427 \Rightarrow d = 36.368 \text{ cm.}$$

$$b = 18.18 \text{ cm.}$$

$$A_s = \rho b d = 36.37\times 18.18\times 0.03847$$
$$= 25.44 \text{ cm}^2$$

$$h = 36.36 + 3 = 39.36$$

Redondeando a multiplos de 5:



$A_s = 5$ Vs 1" $= 25.35$ cm²
en dos lechos.
Un cálculo más preciso implica recalcular el M_R con el peralte modificado por tener dos lechos de ~~...~~ varillas.

PROBLEMA.- Diseñe la viga del problema anterior si es de 20×50 cms.

$f''_c = 204$ Kg/cm² $\quad \rho_{max} = 0.03847 \quad q_{max} = 0.43373$

$$M_{R1} = F_R\, bd^2 f''_c\, q_{max}(1-0.5\,q_{max})$$
$$= 0.9\times 20\times(50)^2\times 204\times 0.4337(1-0.5\times 0.4337)$$
$$= 31.20 \text{ T-mt} > 15 \text{ T-mt.}$$

La Sección es simplemente armada.

$$M_R = F_R b d^2 f''_c\, q(1-0.5q)$$

$$q - 0.5q^2 = \frac{M_R}{F_R bd^2 f''_c} = \frac{15\times10^5}{0.9(20)(50)^2\, 204} = 0.1634$$

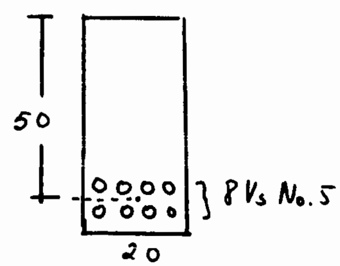
$$q^2 - 2q + 0.3268 = 0 \qquad q_1 = 1.8205 \quad q_2 = 0.17951$$

$$\rho = q\,\frac{f''_c}{f_y} = 0.17951\times\frac{204}{2300} = \text{[redacted]}\ 0.01592$$

$$A_s = 0.01592\times 20\times 50 = 15.92 \text{ cm}^2$$

$b = 20$ cm.
$d = 50$ cm.
$A_s = 15.92$ cm²

8 Vs No.5 = 15.92
En dos lechos



Diseñe la viga del problema anterior si la sección es $b = 15$ cm $d = 20$cm.

$d' = 3$cm (supuesto)

$f^*_c = 240$ Kg/cm² $f''_c = 204$ Kg/cm², $\rho_b = 0.051280$

$\rho_{max} = 0.03847$ $\quad q_{max} = 0.43373$

$M_{R_1} = F_R\, b d^2 f''_c\, q_{max}(1 - 0.5\, q_{max}) =$

$= 0.9 \times 15 \times (20)^2\, 204\, (1 - 0.5 \times 0.434)\, 0.434$

$= 374\,182.609$ Kg-cm: $= 3.74$ T-mt < 15 t-mt

Se requiere refuerzo a compresión.

$M_{R_2} = M_u - M_{R_1} = 15$ T-mt $- 3.74$T-mt $= 1125817.39$ Kg-cm.

$As_{max} = \rho_{max}\, bd = 0.03847 \times 15 \times 20 = 11.541$ cm²

$$A_s = \frac{M_{R_2}}{F_R f_y (d - d')} + As_{max} = \frac{1125817.39}{0.9 \times 2300 (20-3)} + 11.541$$

$A_s = 43.53$ cm²

$$A'_s = \frac{31.99}{0.75} = 42.65 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{43.53}{15 \times 20} = 0.1451 \quad > \rho - \rho' = 0.00253$$

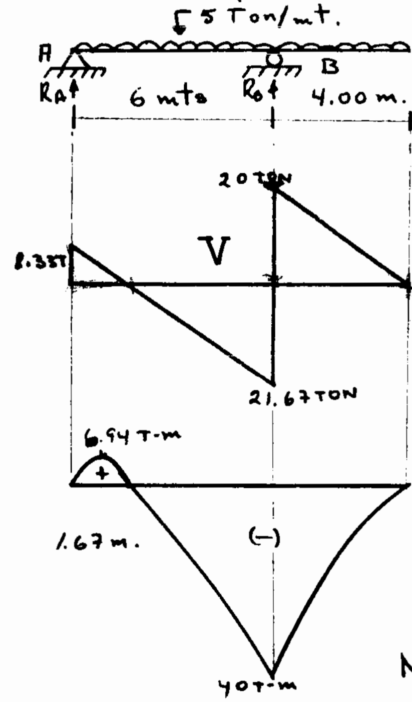
$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{42.65}{300} = 0.14217$$

$$\frac{f''_c}{f_y} \cdot \frac{d'}{d} \cdot \frac{4800}{6000 - f_y} = \frac{204}{2400}\; \frac{3}{20}\; \frac{4800}{6000 - 2300} =$$

$$= 0.016524 > 0.00293$$

El acero de compresión no fluye, el diseño se hará usando un análisis de la sección basado en el equilibrio, y las hipótesis simplificatorias ó aumentando las dimensiones de la sección.

PROBLEMA.- Diseñar la viga de la figura considerando una relación $d/b = 2$, para el momento positivo. R.D. 77.



$f'_c = 200$ Kg/cm²

$f_y = 4000$ Kg/cm²

$\Sigma M_A = 6 R_B - (10)5(5) = 0$

$R_B = \frac{250}{6} = 41.67$ TON

$\Sigma M_B = 6 R_A - 5(6)(3) + 4(5)(2) = 0$

$R_A = \frac{1}{6}(90 - 40) = 8.33$ TON

$R_A + R_B = 8.33 + 41.67 = 50$ TON.

$\frac{8.33 + 21.67}{6.00} = \frac{8.33}{x} \Rightarrow x = 1.67$ m

$M_x = 8.33 x - \frac{5x^2}{2}$

$\frac{dM}{dx} = 0 = V = 8.33 - 5x = 0$

$\therefore x = 1.67$ mts

$M(1.67) = 8.33(1.67) - \frac{5(1.67)^2}{2}$

$M_{(+)} = 6.94$ TON-MT.

$M_{(-)max} = 5 \times 4 \times 2 = 40$ TON-MT.

DISEÑO PARA MOMENTO POSITIVO.

$f^*_c = 0.8 f'_c = 160$ Kg/cm²

$f''_c = 0.85 f^*_c = 136$ Kg/cm²

$$\rho_b = \frac{f''_c}{f_y}\; \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{136}{4000}\left(\frac{4800}{4000 + 6000}\right) = 0.01632$$

$\rho_{max} = 0.75\, \rho_b = 0.01224$

$q_{max} = \rho_{max} \frac{f_y}{f''_c} = 0.01224 \frac{4000}{136} = 0.36$

SOLUCION:

$M_R = F_R\, b d^2 f''_c\, q\,(1 - 0.5 q)$

$$bd^2 = \frac{M_R}{F_R \; f''_c \; q\,(1 - 0.5 q)}$$

$$= \frac{6.94 \times 10^5}{0.9 \times 136 \times 0.36 (1 - 0.5 \times 0.36}$$

$= 19207.09567$

Si $b = \frac{d}{2}$

$d^3 = 2 \times 19207.09 = 38414.19134$

$\boxed{d = 33.74 \text{ cm.}}$ $\boxed{b = 16.87 \text{ cm.}}$

$A_s = \rho b d \Rightarrow \boxed{A_s = 6.96 \text{ cm}^2}$

Opciones Armado:

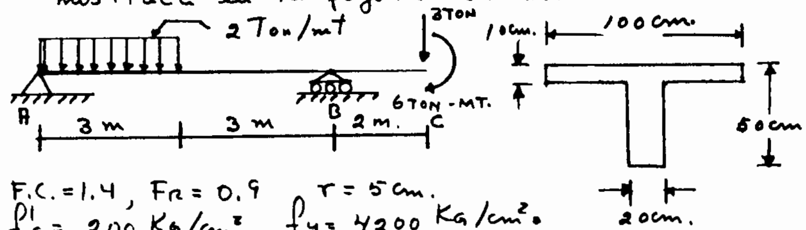
10 Vs $\frac{3}{8}$" = 7.20 cm²

6 Vs $\frac{1}{2}$" = 7.62 cm²

2 Vs $\frac{7}{8}$ = 7.76 cm²

Para las opciones de Varilla No. 3 y No. 4 se Tendría que hacer armado en capas, para varilla del No. 7 el armado es en una sóla capa.

PROBLEMA.- Calcular el area de acero de refuerzo necesario en el apoyo B de la viga mostrada en la figura (R.D.F. 76)



F.C. = 1.4, $F_R = 0.9$, $r = 5$ cm.

$f'_c = 200$ Kg/cm², $f_y = 4200$ Kg/cm².

$f^*_c = 160$ Kg/cm², $f''_c = 136$ Kg/cm²

DESARROLLO.-

$M_B = -3(2) - 6 = -12$ Ton-mt.

$M_u = -12 \times 1.4 = -16.80$ Ton-mt $= -16.8 \times 10^5$ Kg-cm.

$b = 20 \quad d = 45$ cm.

$A_{sb} = \frac{4800}{6000+4200} \; \frac{136}{4200} (20)(45) = 13.71 \text{ cm}^2$

$M_b = F_R A_s f_y d (1 - 0.5 q)$

$= 0.9 \times 13.714 \times 4200 \times 45 \left[1 - 0.5 \frac{13.71}{20 \times 45} \; \frac{4200}{136}\right]$

$M_b = 17.83$ Ton-mt > 16.8 Ton-mt.

Se diseña simplemente armado.

$M_R = F_R\, b d^2 f''_c\, q\,(1 - 0.5 q)$

$16.8 \times 10^5 = 0.9 \times 20 \times (45)^2 136 (q - 0.5 q^2)$

$q^2 - 2q + 0.677802 = 0$

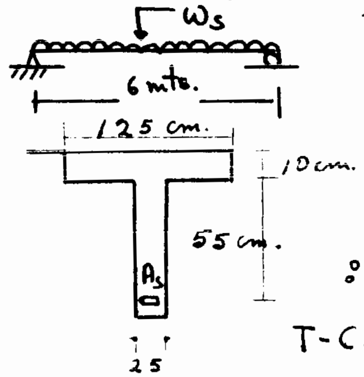
$q = 0.404622$

$\rho = 0.01310$

$A_s = \rho b d = 0.0131 (20)(45) = 11.80 \text{ cm}^2$

$\boxed{A_s = 11.80 \text{ cm}^2}$

PROBLEMA.- Encontrar la carga uniformemente repartida de servicio, que puede soportar la viga de sección T mostrada:



$f'_c = 210$ Kg/cm² R.D.F 77

$f_y = 4200$ Kg/cm² F.C. = 1.4

$A_s = 55$ cm²

DESARROLLO:

Si $a = 10$ cm.

$C = abf''_c = 10(125)(142.8)$

$= 178500$ Kg.

$T = A_s f_y = 55 \times 4200 = 231000$ Kg.

∴ $T > C \Rightarrow$ Debe trabajar parte del alma a compresión.

$T - C = 231000 - 178500 = 52500.0$ Kg.

$52500 = x\, b'\, f''_c$

$$x = \frac{52500}{25 \times 142.8} = 14.71 \text{ cm.}$$

$a = 10 + 14.71 = 24.71$ cm.

$$M_R = F_R\left[ab'f''_c\left(d - \frac{a}{2}\right) + f''_c(b - b')t\left(d - \frac{t}{2}\right)\right]$$

$= 0.9[24.71 \times 25(142.8)(65 - 12.35) + 142.8(125 - 25)10(65 - 5)] =$

$=$ [redacted] $= 12{,}148{,}293.56$ Kg-cm $=$

$\Rightarrow$ $M_R = 121.48$ Ton-mt

$$M_s = \frac{M_R}{F.C.} = \frac{121.48}{1.4} = 86.77 \text{ Ton mt.}$$

$$M_{s\,max} = \frac{W_s l^2}{8} = \frac{W_s 36}{8} \Rightarrow W_s = \frac{2 M_s}{9}$$

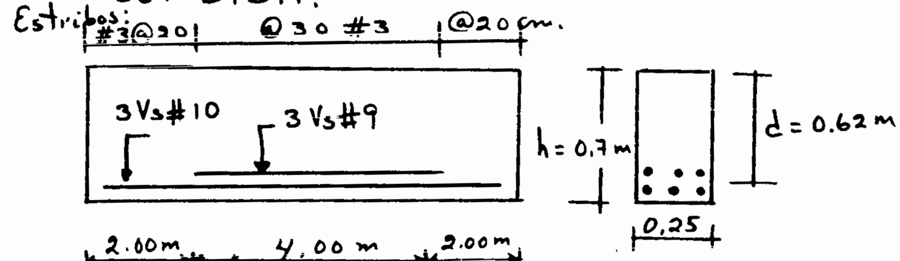
$$W_s = \frac{2 \times 86.77}{9} = 19.28$$

$$\boxed{W_s = 19.28 \text{ Ton/mt}}$$

Para la viga de la figura:

a) Obtenga el diagrama de contribución del concreto, y el correspondiente a estribos.

b) Cheque las especificaciones del Reglamento del D.D.F.



$f'_c = 250$ Kg/cm² $a_s = 7.94$ cm² c/u #10

$f_y = 4000$ Kg/cm² $a_s = 6.42$ cm² c/u #9

Estribos 2 Ramas #3, $a_s = 0.71$ cm² c/u #3

$f''_c = 170$ Kg/cm² $f^*_c = 200$ Kg/cm²

a) Contribución del concreto.

Con 3 Vs #10, $A_s = 3 \times 7.94 = 23.82$ cm²

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{23.82}{(25)(62)} = 0.0154 > 1\%$$

Se utiliza la ecuación 2.17 del Reglamento, igualmente para el Tramo central con mayor porcentaje.

$$V_{CR} = 0.5\, F_R\, bd\sqrt{f^*_c}$$

$$= 0.5 \times 0.8(25)(62)\sqrt{200}$$

$$V_{CR} = 8768.12 \text{ Kg} = 8.8 \text{ TON}$$

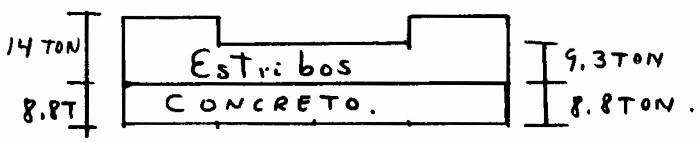
Contribución de los estribos.

$$V_s = V_u - V_{CR} = \frac{F_R A_v f_y d}{s}$$

$$= \frac{0.8\,(1.42)(4000)(62)}{s} = \frac{281728}{s}$$

Para $s = 20$ cm. $\qquad V_s = 14086.40$ Kg

" $s = 30$ cm. $\qquad V_s = 9390.93$ Kg.



b) Chequeo de limitaciones:

$$\frac{F_R A_v f_y}{3.5\,b} = \frac{0.8\,(1.42)(4000)}{3.5\,(25)} = 51.93 > 30\text{cm.}$$

checa

$$F_R\, b d \sqrt{f^*_c} = 0.8\,(25)(62)\sqrt{200} =$$

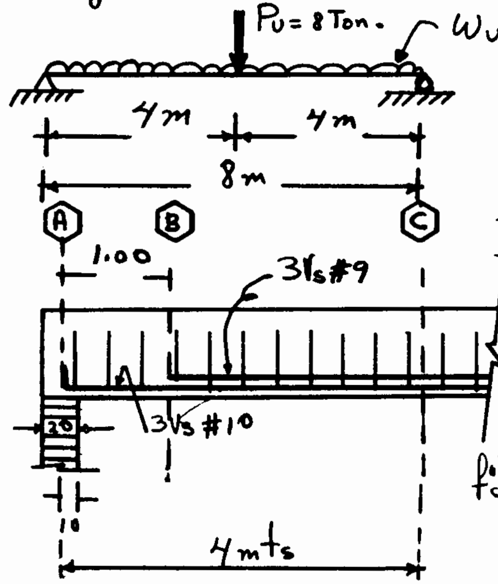
$$= 17536 \text{ Kg} = 17.5 \text{ Kg.}$$

$1.5\,(17.5) = 26.3$ TON

$2.5\,(17.5) = 43.8$ TON

No se tiene V_u para comparar

Obtener la resistencia a fuerza cortante por el Reglamento del D.F. 76 de la viga mostrada.



10 Estribos #3 @ 20 (1º a 10 del paño) estribos restantes @ 30 cm. (2 ramas)

$f'_c = 250$ Kg/cm²

$f_y = 2800$ " (Acero principal)

$f_y = 2300$ " (Estribos)

$f^*_c = 0.8\, f'_c = 200$ Kg/cm²

$f''_c = 0.85\, f^*_c = 170$ "

a) Fuerza cortante que toma el concreto.

$$\frac{L}{h} = \frac{800}{70} = 11.43 > 5$$

$\rho < 0.01$: $V_{CR} = F_R b d\,(0.20 + 30\rho)\sqrt{f^*_c}$

$\rho \geq 0.01$: $V_{CR} = 0.5\, F_R\, b d \sqrt{f^*_c}$

Para 3 Vs #10 $= 23.76$ cm²

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{23.76}{25 \times 62} = 0.0153 > 0.01$$

$$V_{CR} = 0.5\sqrt{f^*_c}\, F_R\, b d$$

$$= 7.07 \times 0.8 \times 25 \times 62 = 8766.80 \text{ Kg.}$$

$$3\,V_s\,\#10 + 3\,V_s\,\#9 = 23.76 + 19.23$$

$$= 42.99 \text{ cm}^2$$

c) Revisión de la necesidad de disminuir V_{CR}: por interrupción de mas del 33% del refuerzo longitudinal (Vease 2.1.5 f), en zona de tensión.

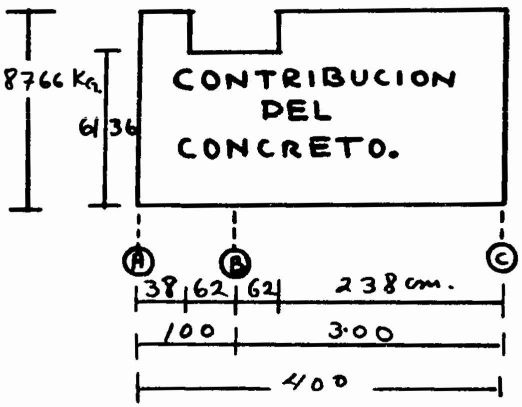
$$\frac{A_{s\,int.}}{A_s} = \frac{19.23}{42.99} \times 100 = 44.73\,\% > 33\,\%$$

es necesario reducir (70%) V_{CR}:

$V_{CR} = 8766.80$ Kg.

$70\%\, V_{CR} = 0.7 \times 8766.80 = 6136.76$ Kg.

$d = 62$ cm.



d) Contribución de los estribos.-

Para estribos verticales:

$$S = \frac{F_R A_v f_y d}{V_u - V_{CR}} = \frac{F_R A_v f_y d}{V_s}$$

$$V_s = \frac{F_R A_v f_y d}{S} = \frac{0.8 \times 1.4 \times 2300 \times 62}{S} = \frac{161993.60}{S}$$

$S = 20$ cm. $V_s = 8099.68$ Kg. hasta 1.90 m del apoyo.

$S = 30$ cm. $V_s = 5399.79$ (Estribos restantes)

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{42.99}{25 \times 62} = 0.0277 > 0.01$$

$V_{CR} = 0.5 \sqrt{f_c^*}\, F_R b d = 7.07 \times 0.8 \times 25 \times 62 = 8766.8$ Kg.

b) Revisión de limitaciones del refuerzo.- Sección crítica a un peralte del apoyo.

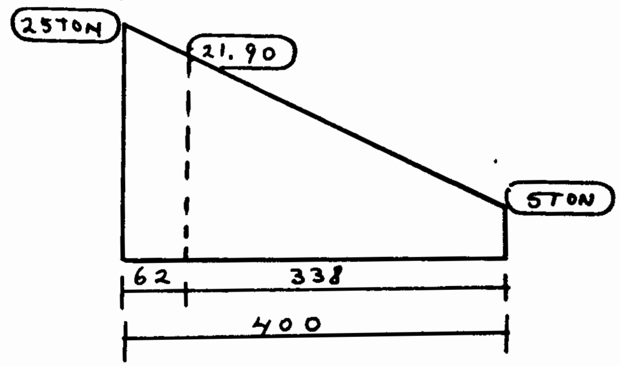
$$S_{max}\ (\text{Est. Vert.}) \begin{cases} 0.5d & \text{si } V_{CR} < V_u < 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \\ 0.25d & \text{si } V_u > 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} \end{cases}$$

$$V_u < 2.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

$$S \leq \frac{F_R A_v f_y}{3.5 b} = \frac{0.8 \times 1.42 \times 2300}{3.5 \times 25} = 29.86 \doteq 30 \text{ cm.}$$

CUMPLE

Diagrama de fuerza cortante:



$2.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} = 2.5 \times 0.8 \times 25 \times 62 \times 14.14$
$= 43834.0$ Kg > 21125 Kg.

(BIEN)

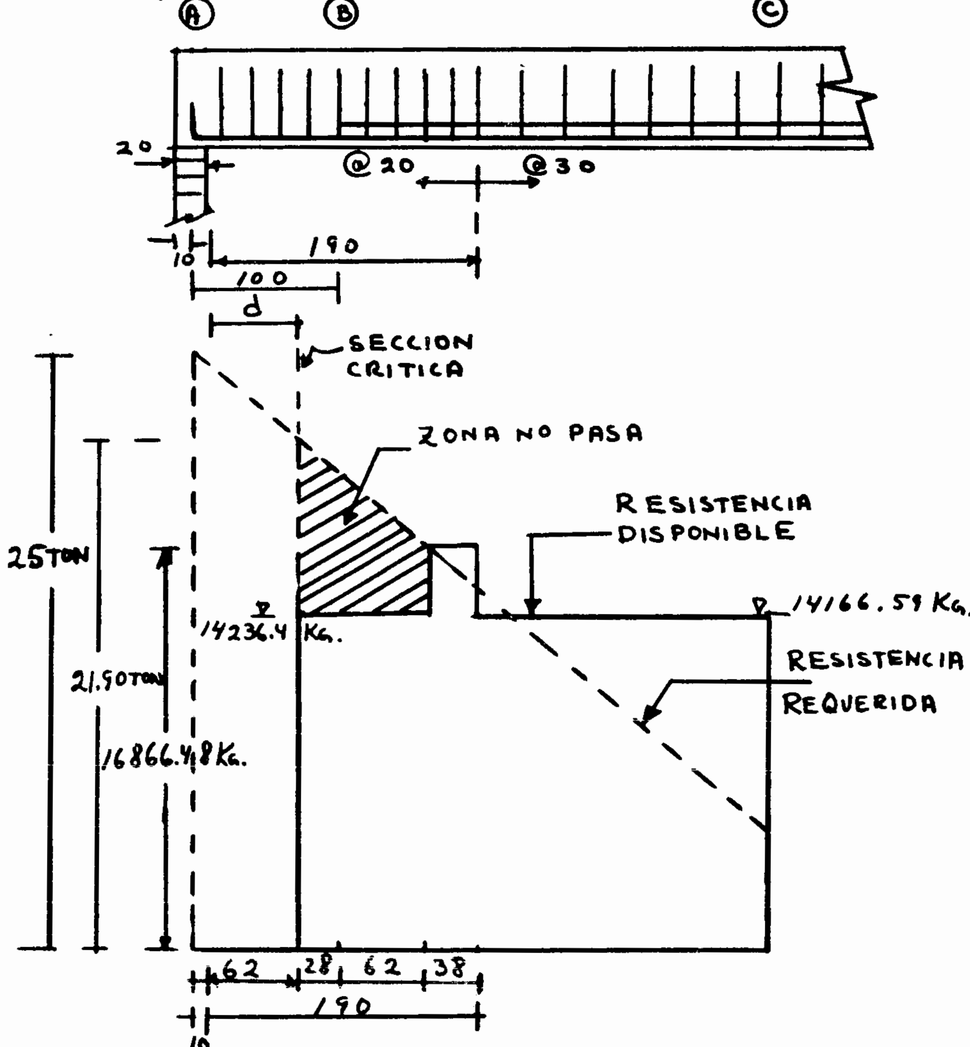
$1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} = 26300.4$ Kg.

$\therefore\ V_{CR} < V_u < 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$

$\therefore\ S_{max} = 0.5d = 0.5 \times 62 = 31$ cm

(CUMPLE)

Diagrama de Resistencia a cortante.-



Resistencia disponible = $V_{CR} + V_S$:

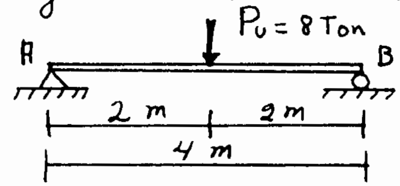
$8099.68 + 6136.76 = 14236.44$ Kg.

$8766.80 + 8099.68 = 16866.48$ "

$5399.79 + 8766.80 = 14166.59$ "

PROBLEMA.-

Diseñar la viga mostrada por fuerza cortante, de acuerdo con el reglamento del D.D.F. 76.



$f'_c = 250$ Kg/cm²

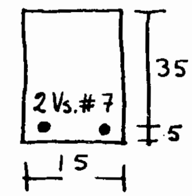
$f_y = 4000$ Kg/cm²

Estribos:

Vs No. 2

$A_s = 0.31$ cm²

(2 Ramas)



DESARROLLO.-

$$M_U = \frac{P_U L}{4} = \frac{8 \times 4}{4} = 8 \text{ Ton-mt.}$$

$$V_U = \frac{P_U}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ Ton.}$$

$$\frac{L}{h} = \frac{400}{40} = 10 > 5$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{7.74}{15 \times 35} = 0.0147 > 0.01$$

$$V_{CR} = 0.5\, F_R\, bd \sqrt{f_c^*}$$

$$= 0.5 \times 0.8 \times 15 \times 35 \sqrt{200}$$

$$V_{CR} = 2969.84 \text{ Kg} < V_U = 4000 \text{ Kg.}$$

Se necesita colocar estribos para resistir la tensión diagonal.

$$F_R\, b d \sqrt{f_c^*} = 0.8 \times 15 \times 35 \sqrt{200} = 5939.69 \text{ Kg.}$$

$$1.5\, F_R\, b d \sqrt{f_c^*} = 8909.54 \text{ Kg.}$$

$$2.5\, F_R\, b d \sqrt{f_c^*} = 14849.24 \text{ Kg.} > V_U \qquad \text{(BIEN)}$$

Se tiene que:

$$V_{CR} < V_U < 1.5\, F_R\, b d \sqrt{f_c^*}$$

Por lo tanto, la separación, será:

$$S = A_V \frac{F_R\, f_y\, d}{V_U - V_{CR}} = A_V \frac{0.8 \times 4000 \times 35}{4000 - 2969.84}$$

$$S = 108.72\ A_V.$$

Para estribos del # 2

con $A_s = 0.31 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_V = 0.62 \text{ cm}^2$ (dos ramas)

$$S = 67.41 \text{ cm}$$

Checando la separación máxima:

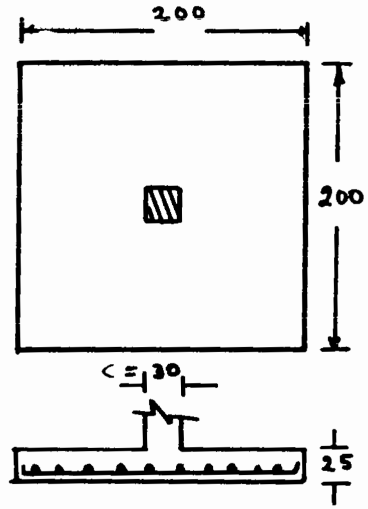
$$S_{max} = 0.5\, d = 0.5 \times 35 = 17.5 \text{ cm.}$$

Rige: $\boxed{S = 17.5 \text{ cm}}$

Se diseña con:

Estribos del No. 2 @ 15 cm.

PROBLEMA.- Determinar la resistencia P_R de la zapata aislada que se muestra en la figura, sobre consideraciones de solamente fuerzas cortantes.



Vs. No. 5 @ 25 en cada sentido

$d = 19$ cm.

$f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$

$f_c^* = 160 \text{ Kg/cm}^2$

$f''_c = 136 \text{ Kg/cm}^2$

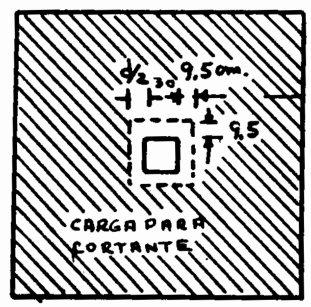
$\sqrt{f_c^*} = 12.65 \text{ Kg/cm}^2$

La resistencia de la zapata a fuerza cortante será la menor de las dos condiciones siguientes:

a) Acción de losa en 2 sentidos

b) Acción de losa en un sentido (viga ancha).

a) Acción de losa en dos sentidos.- Se checa el cortante alrededor de la columna de una distancia d/2 hacia a fuera, con la presión neta del suelo como carga aplicada.



Area achurada para revisión por penetración

$$V_c = v_c\, b_o\, d$$

$$b_o = 4(c + d)$$

$$= 4(30 + 19) = 196 \text{ cm.}$$

$\Rightarrow$

$$v_c = F_R \sqrt{f_c^*} = 0.8 \times 12.65$$

$$= 10.12 \text{ Kg/cm}^2$$

$V_c = 10.12 \times 196 \times 19 = 37684.23$ Kg.

Presión neta $\Rightarrow$ $q_n = \dfrac{P_R}{A} = \dfrac{P_R}{200 \times 200}$

dado: $V_u = V_c$,

$$\frac{P_R}{200 \times 200}\left[(200 \times 200) - (49)^2\right] = 37684.23 \text{ Kg.}$$

$$P_R = 40,090.67 \text{ Kg.}$$

b) El reglamento estipula que se revise como losa en un sentido (viga ancha), aunque esta condición normalmente gobierna para zapatas largas angostas.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{17.82}{200 \times 19} = 0.0047 < 0.01$$

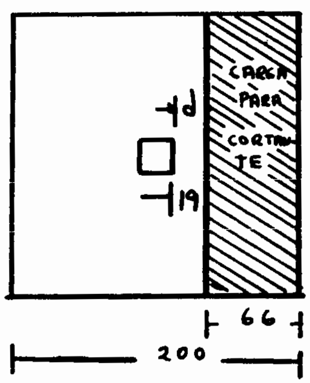
$$\therefore V_{cR} = F_R bd(0.2 + 30\rho)\sqrt{f_c^*}$$
$$= 0.8 \times 200(19)(0.2 + 30 \times 0.0047)\sqrt{160}$$
$$= 13100.43 \text{ Kg}$$

$$q_n = \frac{P_R}{A} = \frac{P_R}{(200)^2}$$

$$V_u = V_c$$

$$(200 \times 66)\frac{P_R}{(200)^2} = 13100.43$$

$$P_R = 39,698.27 \text{ Kg.}$$



$$\boxed{P_R = 39,698 \text{ Kg.}}$$

$$\therefore \boxed{P_R \doteq 40 \text{ TON}}$$

PROBLEMA.- Encontrar el área de acero por flexión para una losa cuadrada de interior, colada monolíticamente con los apoyos de 5 x 5 mts. $f'_c = 200$ Kg/cm², $f''_c = 136$ Kg/cm², $f_y = 4000$ Kg/cm². F.C. = 1.4, $w = 1000$ Kg/m² (incluyendo peso propio. Usar $d = 10$ cm. (para positivo y negativo).

$$m = \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{5} = 1 \quad \therefore \quad m = 1$$

$$M_{ri} = \alpha_i W_r a_1^2 = \alpha_i (1 \text{ Ton/m}^2)(1.4)(5)^2$$
$$= \alpha_i \; 35 \text{ Ton} = \alpha_i \; 35000 \text{ Kg.}$$
$$= \alpha$$

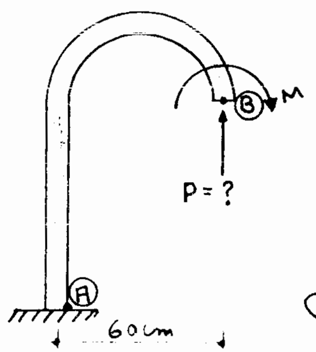
$$F_R bd^2 f''_c = 0.9(100)(10)^2(136) = 1224000 \text{ Kg-cm}$$
$$= 12.24 \text{ Ton-mt.}$$

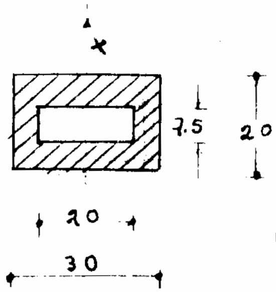
$$A_s = \left(bd\frac{f''_c}{f_y}\right)q = (100)(10)\frac{136}{4000}q = 34q$$

$$\therefore \left.\begin{aligned} A_s(+) &= 1.22 \text{ cm}^2 \\ A_s(-) &= 2.89 \text{ cm}^2 \end{aligned}\right\} \text{Losa simetrica.}$$

TABLERO	M	CLARO	C	M_{ua}	Q	q	As
INTERIOR	(-) EN BORDE INTERIOR	CORTO LARGO	288	1.008	0.082	0.085	2.89
	(+)	CORTO LARGO	126	0.441	0.036	0.036	1.22

PROBLEMA.- Un momento M = 4000 Kg-mt es aplicado en el extremo de una pieza de maquinaria. Encontrar la fuerza P que puede ser aplicada en B, de tal modo que los esfuerzos en el punto A se anulen.





$$I_x = \frac{1}{12}(20)(30)^3 - \frac{1}{12}(7.5)(20)^3 =$$

$$\boxed{I_x = 4000\ cm^4}$$

$$A = (20)(30) - (20)(7.5)$$

$$\boxed{A = 450\ cm^2}$$

Para tension (+):

$$\sigma_A = \frac{P}{A} + \frac{Pe}{I}y - \frac{M}{I}y = 0$$

$$0 = \frac{P}{450} + \frac{P(60)}{4000}15 - \frac{4\times10^5}{4000}15$$

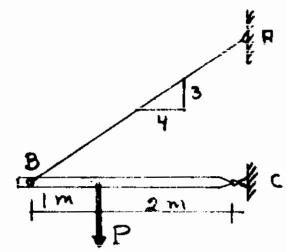
$$\frac{P}{450} + \frac{9P}{40} = 1500$$

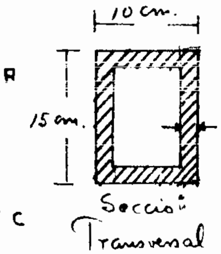
$$\frac{409P}{1800} = 1500$$

$$P = \frac{2.7\times10^6}{409} = 6601.47\ Kg.$$

$$\boxed{P = 6.6\ TON}$$

PROBLEMA.- La figura que se muestra corresponde a una grúa. Obtenga los esfuerzos máximos de tensión y compresión que se presentan en la barra BC (Suponga que no hay problemas de inestabilidad)!





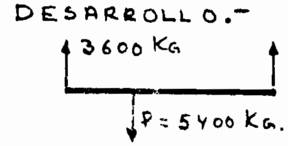
P = 5400 Kg.

t = cte = 2.5 cm.

$A = 100\ cm^2$

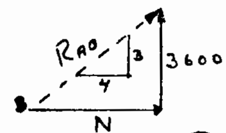
$I = 2395.8333\ cm^4$

DESARROLLO.-



El cable produce una fuerza normal sobre el brazo de la grúa:

$$\frac{3600}{3} = \frac{N}{4} \Rightarrow \quad N = 4800\ Kg.$$



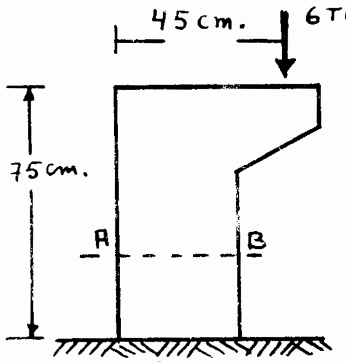
$$M = 3600 \times 1 = 3600\ Kg\text{-}mt.$$

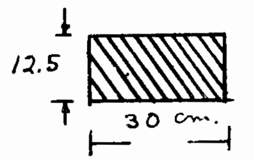
$$S = \frac{I}{C} = \frac{2395.8333}{7.5} = 319.44\ cm^3$$

$$\sigma = -\frac{4800}{100} \pm \frac{360000}{319.44444}$$

$\sigma_{t_{max}} = 1078.957\ Kg/cm^2$ (TENSION)
$\sigma_{c_{max}} = 1174.957\ Kg/cm^2$ (COMPRESION)

PROBLEMA.- Para el elemento de la figura obtenga la distribución de esfuerzos normales en la sección AB mostrada.





$$A = 30 \times 12.5 = 375\ cm^2$$

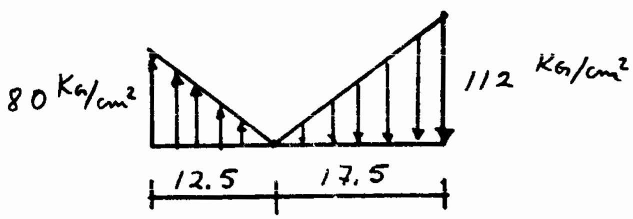
$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{12.5(30)^3}{12} = 28125\ cm^4$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{6000}{375} = 16\ Kg/cm^2$$

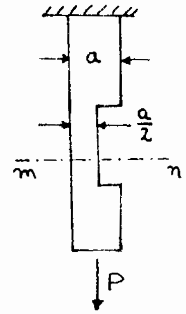
$$\sigma = \frac{M}{I}c = \frac{6000 \times 30}{28125}\ 15 = 96\ Kg/cm^2$$

$$\sigma_A = -16 + 96 = 80\ Kg/cm^2 \quad (T)$$

$$\sigma_B = -16 - 96 = -112\ Kg/cm^2 \quad (C)$$



PROBL. [redacted] El área transversal de una barra cuadrada se reduce a la mitad en el corte mn como se muestra en la figura. Hallarse los esfuerzos máximos de tracción, y compresión en la sección reducida debidos a la fuerza P.



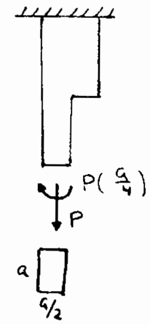
En la sección m-n la carga actua excentricamente, pudiendo descomponerse en:

a) Carga axial $= P$

b) Momento flexionante $= P\left(\frac{a}{4}\right)$

$$I = \frac{a\left(\frac{a}{2}\right)^3}{12} = \frac{a^4}{96}$$

$$y = \frac{a}{4} \quad ; \quad A = \frac{a^2}{2}$$



El esfuerzo maximo de tracción y compresión se hallarán [redacted] aplicando el principio de superposición

(+) tensión

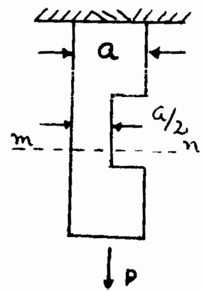
$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{I}y$$

$$\sigma = \frac{2P}{a^2} + \frac{96Pa}{4a^4}\ \frac{a}{4} = \frac{2P}{a^2} + \frac{6P}{a^2} = \frac{8P}{a^2}$$

$$\sigma = \frac{2P}{a^2} - \frac{6P}{a^2} = -\frac{4P}{a^2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \sigma_{max} = \dfrac{8P}{a^2} \quad (\text{tensión}) \\ \sigma_{max} = \dfrac{4P}{a^2} \quad (\text{Compresión}) \end{array}}$$

PROBL. [redacted]- El área transversal de una barra circular se reduce a la mitad en el corte m-n como se muestra en la figura. Hallense los esfuerzos máximos de tensión y compresión en la sección reducida debidos a P.



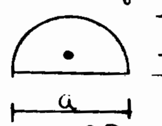
En la sección m-n la carga actúa excentricamente, pudiendo descomponerse en:

a) Carga axial = P

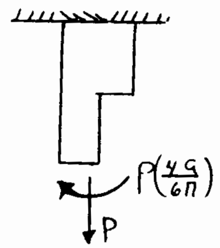
b) Momento flexionante = $P\left(\frac{4a}{6\pi}\right)$

$$I = \frac{(9\pi^2-64)(a/2)^4}{72\pi}$$

SECCION:



$\frac{a}{2} - \frac{4(a/2)}{3\pi}$; $\frac{4(a/2)}{3\pi}$; $A = \frac{\pi a^2}{3\pi}$



$$\sigma_t = \frac{8P}{\pi a^2} + \frac{4Pa}{6\pi\ \frac{(9\pi^2-64)(a^4/16)}{72\pi}}\left(\frac{4a}{6\pi}\right)$$

$$= \frac{8P}{\pi a^2} + \frac{(16)(16)(72)P}{36\pi(9\pi^2-64)a^2} = 2.5465\frac{P}{a^2}$$

$$+ 6.5646\frac{P}{a^2} = 9.111\frac{P}{a^2}$$

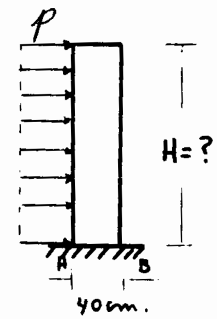
$$\sigma_c = \frac{8P}{\pi a^2} - \frac{4P(16)(72)a}{6(9\pi^2-64)a^4}\left(\frac{a}{2} - \frac{4a}{6\pi}\right) = 2.54648 - 8.9028\frac{P}{a^2}$$

$$= -6.35634\frac{P}{a^2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \sigma_t = 9.111\dfrac{P}{a^2}\ (\text{tensión}) \\ \sigma_c = 6.356\dfrac{P}{a^2}\ (\text{Compresión}) \end{array}}$$

PROBLEMA.- ¿Cual es la altura máxima que se puede dar a una barda de 40 cm de espesor, con peso volumetrico de 1.8 Ton/m³, sometida a la acción del viento, de manera que no se presenten esfuerzos de tensión en la base?

La presión del viento se puede considerar uniforme de 25 Kg/m².



$p = 0.025$ Ton/mt

La condicion es que no se presenten esfuerzos de tensión en el punto A.

$$\sigma_A = -\frac{P}{A} + \frac{M}{I}y = 0$$

sustituyendo:

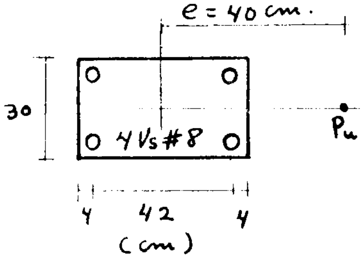
$$0 = -\frac{(0.4)(1)(1.8)H}{(0.4)(1)} + \frac{(0.025)\frac{H^2}{2}}{\frac{1(0.4)^2}{6}}$$

$$= -1.8H + \frac{0.15}{0.32}H^2 = 0$$

$$H = \frac{1.8 \times 0.32}{0.15} = 3.84$$

$$\boxed{H = 3.84 \text{ mts.}}$$

PROBLEMA.- En la figura se muestra la sección transversal de una columna corta sujeta a una carga axial excentrica.



a) ¿Cual es la magnitud de la carga ultima que puede aplicarse en una excentricidad $e = 40$ cm., medida a partir del centroide de la sección como se indica?

b) Cual es el valor de M_u?

$a_{s\#8} = 5.07\ cm^2$

$f'_c = 250\ Kg/cm^2$

$f_y = 4200\ Kg/cm^2$

$E_s = 2\times10^6\ Kg/cm^2$

$f''_c = 170\ Kg/cm^2$

Suponiendo que los aceros de tensión, y compresión fluyen:

$C_s = (5.07)(2)(4200) = 42588\ Kg = 42.588\ TON$

$T_s = (5.07)(2)(4200) = 42588\ Kg = 42.588\ TON$

Para el concreto:

$C_c = P_a = (170)(30)(a) = 5100\ a\ \frac{Kg}{cm}$

$a = \frac{P_u\ (kg)}{5100}\ cm \Rightarrow a = \frac{0.01 P_u}{5100}\ mts.$

tomando momentos con respecto al acero de tensión:

$$P_u(0.61) - 42.588(0.42) - C_c\left(0.46 - \frac{a}{2}\right) = 0 \quad \therefore C_c = P_u$$

$$P_u(0.61) - 17.887 - P_u\left(0.46 - \frac{0.01 P_u}{2(5{,}100)}\right) = 0$$

$$0.61 P_u - 17.88696 - 0.46 P + \frac{P_u}{1.02\times10^3} = 0$$

$$\frac{P_u}{1.02\times10^3} + 0.15 P_u - 17.88696 = 0$$

$$P_u^2 + 153{,}000\ P_u - 18\ 244{,}699.20 = 0$$

$$P_u = 78.73192\ TON$$

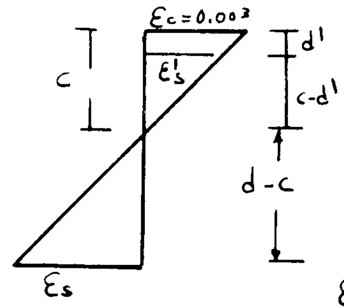
b) $M_u = P_u\, e = 78.73192 \times 0.40$ cm.

$M_u = 31.4928$ Ton-mt.

Verificando que si fluye el acero:

$$a = \frac{P_u\ (Kg)}{5100}\ cm = \frac{78731.92}{5100.00} = 15.4376\ cm.$$

$$c = \frac{15.4376}{0.8} = 19.297\ cm.$$



$$\varepsilon'_s = \frac{c-d'}{c}\ 0.003$$

$$= \frac{14.297-4}{19.297}\ 0.003$$

$$= 0.00247 > 0.002$$

∴ fluye el acero de compresión.

$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{0.003}{c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{d-c}{c}\ 0.003$$

$$= \frac{44-19.297}{19.297}\ 0.003$$

$$= 0.00384 > 0.002$$

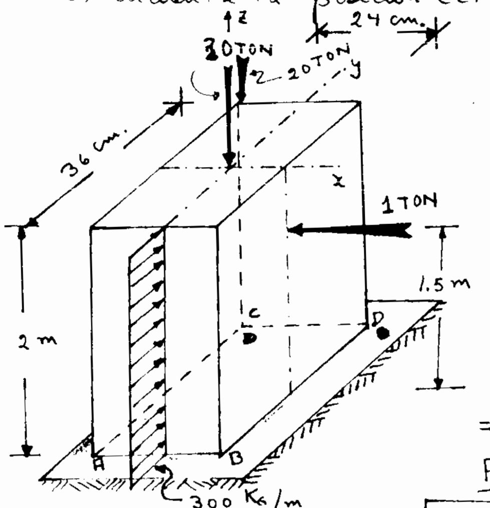
fluye el acero de tensión.

PROBLEMA: Dado el elemento mostrado en la figura, hecho de un material linealmente elastico, sobre el que actúa el sistema de cargas indicado.

a) Determínense los esfuerzos en cada uno de los vertices en la sección crítica.

b) Dibuje el diagrama de esfuerzos

c) Encuentre la posición del eje neutro.



Cálculo de constantes.

$A = 36 \times 24 = 864 \text{ cm}^2$

$I_x = \frac{24(36)^3}{12} = 93312 \text{ cm}^4$

$I_y = \frac{36(24)^3}{12} = 41472 \text{ cm}^4$

$e_x = +12 \text{ cm}$; $e_y = 18 \text{ cm}$.

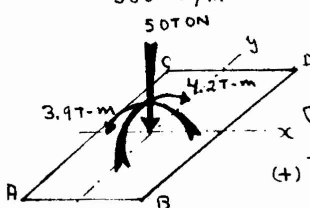
$y = \pm 18 \text{ cm}$, $x = \pm 12 \text{ cm}$.

$M_x = 0.3(2)(1) + 20(0.18)$
$= 4.2 \text{ T-m} = 4.2 \times 10^5 \text{ Kg-cm}.$

$M_y = (20)(0.12) + (1)(1.5)$
$= 3.9 \text{ T-m} = 3.9 \times 10^5 \text{ Kg-cm}.$

$P = 30 \text{ TON} + 20 \text{T} = 50 \text{ TON}$

$$\boxed{\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M_x}{I_x} y \pm \frac{M_y}{I_y} x}$$



a) Determinación de esfuerzos:

$$\sigma = \frac{50000}{864} \pm \frac{4.2 \times 10^5}{93312} 18 \pm \frac{3.9 \times 10^5}{41472} 12$$

(+) Tensión.

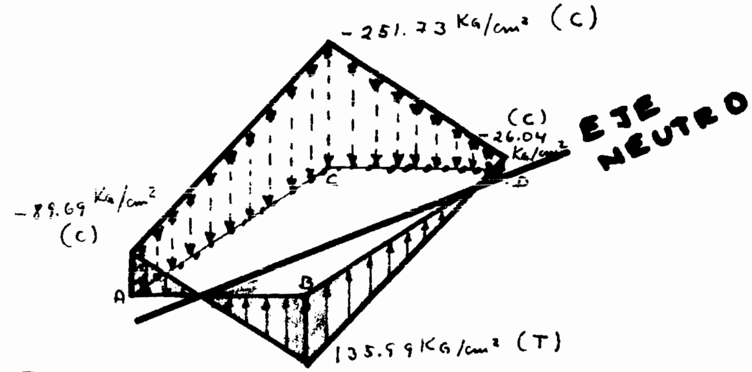
$$\sigma_A = -\frac{50000}{864} + \frac{4.2 \times 10^5}{93312} 18 - \frac{3.9 \times 10^5}{41472} 12 = -89.699074 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (c)}$$

$$\sigma_B = -\frac{50000}{864} + \frac{4.2 \times 10^5}{93312} 18 + \frac{3.9 \times 10^5}{41472} 12 = 135.99537 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (T)}$$

$$\sigma_C = -\frac{50000}{864} - \frac{4.2 \times 10^5}{93312} 18 - \frac{3.9 \times 10^5}{41472} 12 = -251.73611 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (c)}$$

$$\sigma_D = -\frac{50000}{864} - \frac{4.2 \times 10^5}{93312} 18 + \frac{3.9 \times 10^5}{41472} 12 = -26.041667 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (c)}$$

b) Diagrama de Esfuerzos



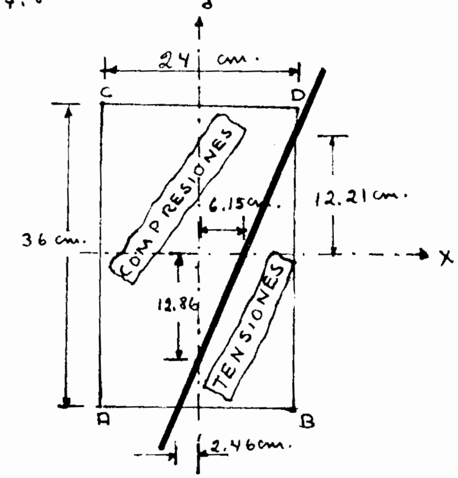
c) Posición del eje neutro:

$a = -\frac{r_y^2}{e_x}$; $b = -\frac{r_x^2}{e_y}$; $M_x = P e_y$; $M_y = P e_x$

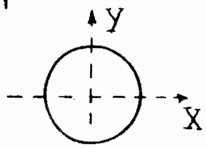
$e_x = \frac{3.9 \times 10^5}{50000} = -7.8 \text{ cm}$; $e_y = \frac{4.2 \times 10^5}{50000} = 8.4 \text{ cm}.$

$r_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{93312}{864} = 108 \text{ cm}^2$; $r_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{41472}{864} = 48 \text{ cm}^2$

$a = -\frac{48}{-7.8} = 6.15 \text{ cm}$; $b = -\frac{108}{18.4} = -12.86 \text{ cm}.$



PROBLEMA.- Determínese el núcleo central para una sección circular de Radio R



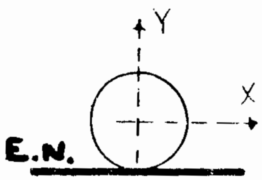
DESARROLLO.- En la sección circular cualquier par de ejes centroidales es principal.
El momento de inercia de cualquier eje que pase por el centro es:

$$I = I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{4}$$

El área de la sección: $A = \pi R^2$

El radio de giro al cuadrado es:

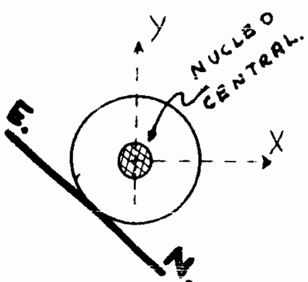
$$r^2 = r_x^2 = r_y^2 = \frac{\frac{\pi R^4}{4}}{\pi R^2} = \frac{R^2}{4}$$



Las coordenadas para el punto de aplicación de la carga que nos define el eje neutro mostrado:

$$x_c = -\frac{r_y^2}{u} = 0$$

$$y_c = -\frac{r_x^2}{v} = -\frac{\frac{R^2}{4}}{-R} = \frac{R}{4}$$

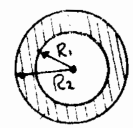


Dada la simetría con respecto a cualquier eje centroidal, se puede concluir que el perímetro del núcleo central equidista del centro y se tratará de un círculo de radio R/4, y de ecuación:

$$\boxed{x^2 + y^2 = \frac{R^2}{16}}$$

PROBLEMA.- Obtenga el núcleo central para una corona de radio mínimo R_1, y máximo R_2

DESARROLLO.-

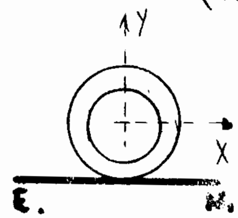


El momento de inercia con respecto a cualquier eje centroidal:

$$I = I_x = I_y = \frac{\pi}{4}\left(R_2^4 - R_1^4\right)$$

Area: $A = \pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)$

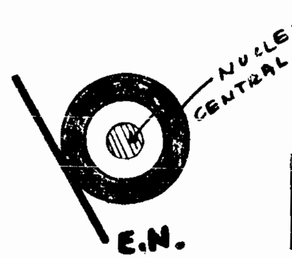
$$r^2 = \frac{\frac{\pi}{4}\left(R_2^4 - R_1^4\right)}{\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right)} = \frac{\left(R_2^2+R_1^2\right)\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{4\left(R_2^2 - R_1^2\right)} = \frac{\left(R_2^2 + R_1^2\right)}{4}$$



Para el eje neutro mostrado:

$$x_c = 0$$

$$y_c = -\frac{\frac{\left(R_2^2 + R_1^2\right)}{4}}{-R_2} = \frac{R_2^2 + R_1^2}{4 R_2}$$



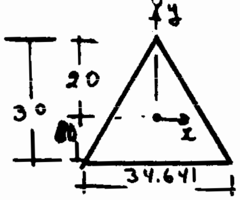
Dada la simetría de la figura, para cualquier eje neutro colocado en la periferia se nos definirá un punto de un círculo, el cual define al núcleo central de radio:

$$\boxed{r = \frac{R_2^2 + R_1^2}{4 R_2}}$$

La ecuación de la circunferencia que encierra al núcleo central, será:

$$\boxed{x^2 + y^2 = \left(\frac{R_2^2 + R_1^2}{4 R_2}\right)^2}$$

PROBLEMA.- Encontrar las dimensiones del nucleo central de un triángulo equilatero.



$$2 \times \frac{30}{\tan 60°} = 34.641 \text{ cm.}$$

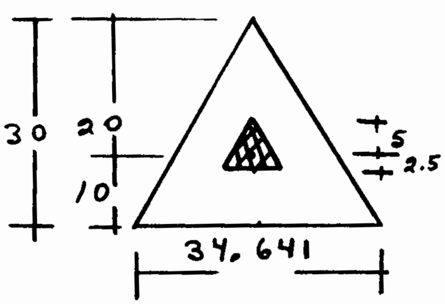
$$I_x = \frac{bh^3}{36}$$

$$A = \frac{1}{2} bh$$

$$r_x^2 = \frac{\frac{bh^3}{36}}{\frac{bh}{2}} = \frac{h^2}{18}$$

$$y_c = -\frac{r_x^2}{e_y} = -\frac{\frac{h^2}{18}}{e_y} = -\frac{\frac{(30)^2}{18}}{e_y} = -\frac{50}{e_y}$$

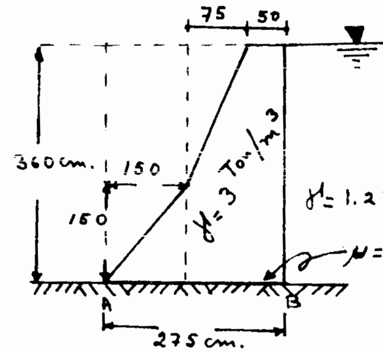
$$y_c = -\frac{50}{20} = -2.5 \text{ cm.} \qquad y_c = -\frac{50}{-10} = +5 \text{ cm}$$

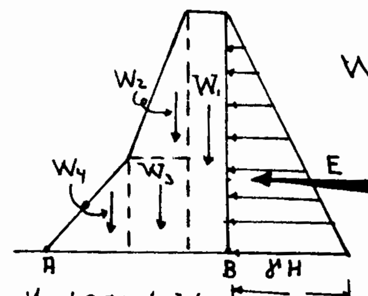


PROBLEMA.- La figura muestra un muro de contención y sus condiciones de trabajo.

a) Cuanto valen los factores de seguridad contra volteo, y deslizamiento?

b) Dibujar el diagrama de esfuerzos en la base.





$\gamma = 1.2$ Ton/m³ (agua)

$W_1 = (3.6 \times 0.5 \times 1)\,3 = 5.40$ TON.

$d_{A_1} = 2.50$ mts.

$W_2 = (\frac{1}{2} \times 2.1 \times 0.75)\,3 = 2.3625$ TON

$d_{A_2} = 2.0$ mts.

$W_3 = (0.75 \times 1.5 \times 1)\,3 = 3.375$ TON.

$d_{A_3} = 1.875$ mts.

$W_4 = (\frac{1}{2} \times 1.5 \times 1.5)\,3 = 3.375$ TON.

$d_{A_4} = 1.00$ mts.

$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$

$= 5.40 + 2.3625 + 3.375 + 3.375$ TON $= 14.5125$ TON

a) $\text{Mom. volteo} = E\left(\frac{1}{3}H\right) = \frac{\gamma H^2}{2}\left(\frac{1}{3}H\right) =$

$= \left(\frac{1}{3}\, 3.60\right) \frac{1.2\,(3.6)^2}{2}$

$= 9.3312$ Ton-mt.

$\text{Momento Resistente} = W_1 d_1 + W_2 d_2 + W_3 d_3 + W_4 d_4$

$= (5.4)(2.50) + (2.3625)(2) + (3.375)(1.875 + 1.0)$

$= 27.928125$ Ton-mt.

$$F.S. = \frac{27.9281}{9.3312} = 2.992$$

$\boxed{F.S. = 3}$ Factor de Seguridad contra volteo.

$$E = \frac{1}{2}\gamma H^2 = 7.776 \text{ TON.}$$

$$F.S._{desl.} = \frac{\mu \Sigma F_V}{\Sigma F_H} = \frac{0.7(14.5125)}{7.776} = 1.3064$$

$F.S. = 1.3064$

$\boxed{F.S = 1.31}$ Factor de Seguridad contra deslizamiento.

b) $A = 2.75 \times 1 = 2.75 \ m^2$

$S = \frac{1(2.75)^2}{6} = 1.2604 \ m^3$ $\quad P = 14.5125$ TON

[redacted]

Posición de la Resultante de las fuerzas verticales, y horizontales.

$$\text{Momento neto} = M_R - M_A = 27.928125 - 9.3312 = 18.5969 \text{ TON-MT.}$$

$X_{AR} = \frac{18.5969}{14.5125} = 1.2814$ mts a la derecha de A

distancia al centroide de la base:

$e = \frac{\overline{AB}}{2} - X_{AR} = \frac{275}{2} - 128.14 \text{ cm} = 9.36$ cm. a la izquierda del centroide.

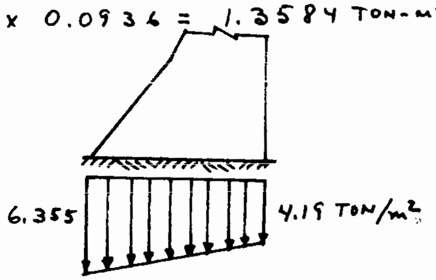
Por lo que cae dentro del tercio medio de la sección transversal, y solo habrá esfuerzos de compresión en la base.

$$M = F_V \times e = 14.5125 \times 0.0936 = 1.3584 \text{ TON-MT.}$$

$$\sigma = -\frac{P}{A} \pm \frac{M}{S}$$

$$= -\frac{14.5125}{2.75} \pm \frac{1.3584}{1.2604}$$

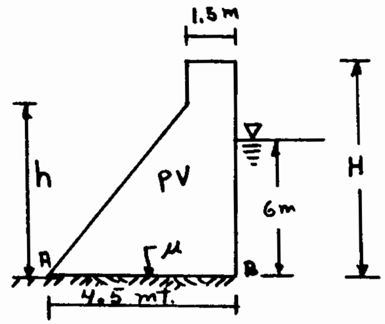
$$= \begin{cases} -6.355 \ \text{Ton}/m^2 \\ -4.1995 \ \text{Ton}/m^2 \end{cases}$$



* PROBLEMA.- a) Determinar las alturas H y h que debe tener el muro de la figura para que los factores de seguridad contra volteo, y deslizamiento sean 3.85 y 1.54 respectivamente.

b) Determinar después, el diagrama de presiones que provoca el muro sobre el terreno.

(No hay subpresión)



$PV = 2.2 \ T/m^3$

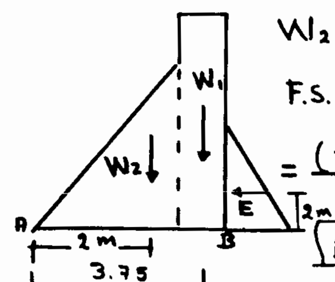
$\mu = 0.6$

$\gamma = 1 \ Ton/m^3$

DESARROLLO:

$W_1 = (1.5 \cdot H \cdot 1)2.2 = 3.3H$ TON ; $d_{A1} = 3.75$

$W_2 = (\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot h \cdot 1)2.2 = 3.3h$ TON; $d_{A2} = 2.0$ m



$$F.S._{VOLTEO} = \frac{M \text{ resistente}}{M \text{ volteo.}}$$

$$= \frac{(3.3H)3.75 + (3.3h)2.0}{18(2)} = 3.85$$

$\boxed{12.375H + 6.6h = 138.6}$

$E = \frac{1}{2}(1 \times 6)6 = \underline{18 \text{ TON}}$

$$F.S._{VOLTEO} = \frac{\mu \Sigma F_V}{\Sigma F_H}$$

$$= \frac{0.6[3.3H + 3.3h]}{18} = 1.54$$

$\boxed{1.98H + 1.98h = 27.72}$

$\boxed{H = 8 \ m}$ $\quad$ $\boxed{h = 6 \ m}$

b) Diagrama de Presiones.

$A = 4.5 \times 1 = 4.5\ m^2$

$P = W_1 + W_2 = 3.3(8)+(3.3)(6) = 46.20$ TON

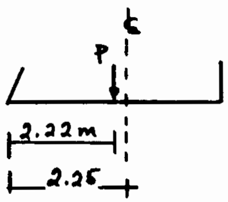
$S = \frac{bh^2}{6} = \frac{1(4.5)^2}{6} = 3.375\ m^3$

Momento neto $= M_R - M_A \Rightarrow$

$M_R = (3.3\times 8)\,3.75 + (3.3\times 6)\,2 = 138.60$

$M_N = 138.60 - 36 = 102.60$ TON-MT.

$X_{AR} = \frac{102.60}{46.20} = 2.22$ mts. a la derecha de A



$e = 2.25 - 2.22 = 0.03$ mts

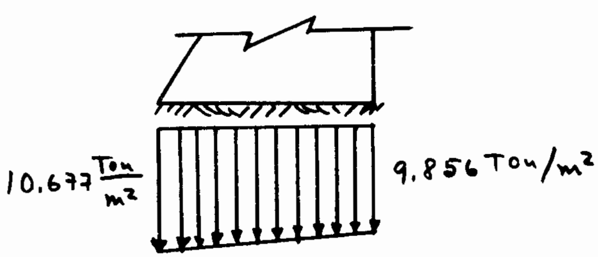
e = 3 cms a la izquierda del centroide.

Se encuentra dentro del tercio medio de la sección transversal de la base, solo existirán esfuerzos de compresión en ella.

$M = Pe = 46.20\ \text{TON} \times 0.03 = 1.386$ Ton-mt.

$\sigma = -\frac{46.20}{4.5} \pm \frac{1.386}{3.375} =$

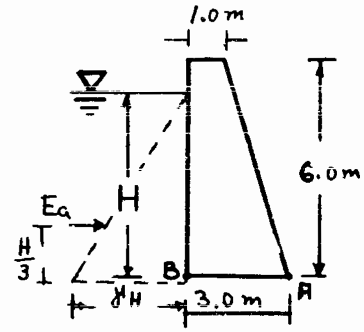
$$\boxed{\begin{array}{l} \sigma_A = -10.677\ \text{Ton}/m^2 \\ \sigma_B = -9.856\ \text{Ton}/m^2 \end{array}}$$



PROBLEMA.- Para el muro de contención mostrado, obtener:

a) El valor de H tal que no sea posible el volteo, ni el deslizamiento.

b) Obtener el estado de esfuerzos en la base.



$F.S._V = 2.0$
$F.S._D = 2.0$
$\mu = 0.4$
$\gamma_{muro} = 2\ \text{Ton}/m^3$
$\gamma_{agua} = 1\ \text{Ton}/m^3$
$\sigma_{suelo} = 10\ \text{Ton}/m^3$

DESARROLLO.-

a) $\Sigma F_H = \frac{\gamma H^2}{2} \Rightarrow E_a = \frac{H^2}{2}$ Ton/mt.

$\Sigma F_V \Rightarrow W_T = (1)(6)(2) + (\frac{1}{2})(2)(6)(2) = 24$ TON

$M_a = E_a \frac{H}{3} = \frac{H^2}{2}\cdot\frac{H}{3} = \frac{H^3}{6}$ Ton

$M_R = \Sigma M_A = (12)(2.5) + 12(\frac{2}{3})(2) = 46$ TON

$FS_V = \frac{M_R}{M_a} \Rightarrow M_a = \frac{M_R}{FS_V}$, sustituyendo:

$\frac{H^3}{6} = \frac{46}{2} = 23$, $H^3 = 138$ $\qquad H = 5.1676$ mts

$F.S._D = \frac{\mu \Sigma F_V}{\Sigma F_H} \Rightarrow \Sigma F_H = \frac{\mu \Sigma F_V}{FS_D}$

$\frac{H^2}{2} = \frac{(0.4)(24)}{2} \Rightarrow H^2 = 9.6\ m^2 \Rightarrow H = 3.0984$ mts

$\therefore\ \boxed{H = 3.0984\ \text{mts}}$

b) $\sigma = -\frac{P}{A} \pm \frac{M}{I} y = -\frac{P}{A} \pm \frac{6Pe}{b^2 h}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Para base} \\ \text{rectangular} \\ A = bh \end{array} \right.$

$$\boxed{\sigma = \frac{P}{A}\left(-1 \pm \frac{6e}{b}\right)}$$

Momento Neto $= M_R - M_a$
$= 46 - 4.9575 = 41.0425$ Ton-mt

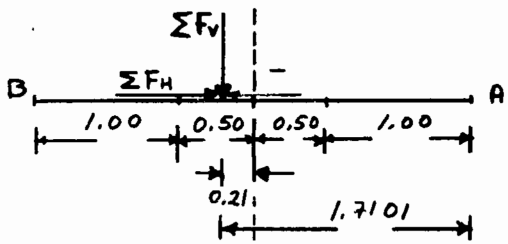
La excentricidad a partir de A:

$$e_A = \frac{M_N}{P} = \frac{41.0425}{24} = 1.7101$$

$$\frac{h}{6} = \frac{3}{6} = 0.50$$

La excentricidad a partir del centroide:

$e = 1.7101 - 1.5 = 0.2101 < 0.50$

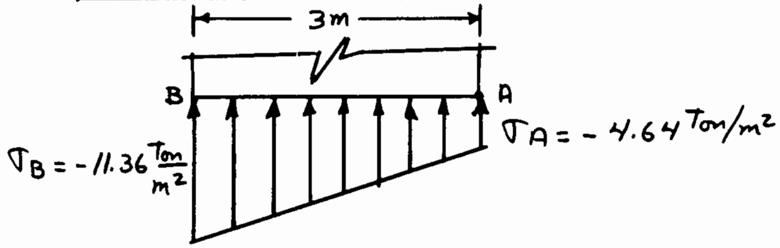


La resultante cae dentro del tercio medio, se tendrán esfuerzos de un sólo signo.

$$\sigma = \frac{24}{3 \times 1}\left(-1 \pm \frac{6 \times 0.2101}{3}\right) = 8\left(-1 \pm 2 \times 0.2101\right)$$

$$= -8 \pm 3\ 3617$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \sigma_B = -11.3617 \text{ Ton/m}^2 \\ \sigma_A = -4.6383 \text{ Ton/m}^2 \end{array}}$$



Comprobación del equilibrio de ΣF_v, con el volumen del bloque de esfuerzos:

$$V = \left(\frac{11.3617 + 4.6383}{2}\right) 3 \times 1 = 24 \text{ TON.}$$

$\underline{V = \Sigma F_v}$ checa.

El esfuerzo σ_B es mayor que el esfuerzo permisible del suelo, es conveniente aumentar la base:

$$\sigma = \frac{P}{b \times 1}\left(-1 \pm \frac{6e}{b}\right)$$

$$-10 = \frac{24}{b}\left(-1 - \frac{6 \times 0.2021}{b}\right)$$

$$10 - \frac{24}{b} - \frac{29.1024}{b^2} = 0$$

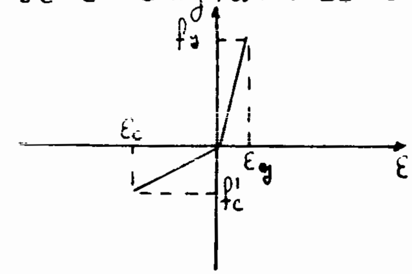
$$b^2 - 2.4b - 2.91024 = 0$$

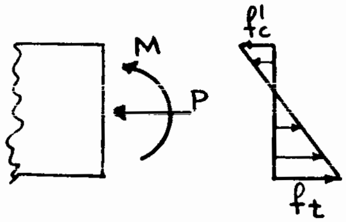
$$b = 3.2857$$

$$\boxed{b = 3.3 \text{ mts.}}$$

Usar $b = 3.5$ mts.

PROBLEMA.- Para un material elástico cualquiera, con una resistencia a compresión f'_c, y una resistencia a tensión f_y, obténgase el diagrama de interacción.





DESARROLLO.- Siendo el material elástico se puede aplicar el principio de superposición:

$$\sigma = \pm \frac{P}{A} \pm \frac{M}{I} c$$

Debido a que el material tiene diferente comportamiento en compresión, y tensión, el material dependiendo de la combinación de carga y momento, el elemento podrá fallar de dos maneras:

a) Falla en flexocompresión:

$$-f'_c = -\frac{P}{A} - \frac{M}{I} c$$

$$-\frac{f'_c}{f'_c} = -\frac{P}{Af'_c} - \frac{M}{I f'_c} c$$

Si llamamos: $P_o = Af'_c$; $M_o = \frac{I}{c} f'_c$

$$1 = \frac{P}{P_o} + \frac{M}{M_o}$$

$$\boxed{\frac{P}{P_o} = 1 - \frac{M}{M_o}}$$

Recta que define el diagrama de interacción en flexo compresión.

b) Para la falla en flexotensión:

$$f_y = -\frac{P}{A} + \frac{M}{I} c$$

$$\frac{f_y}{f'_c} = -\frac{P}{Af'_c} + \frac{M}{I f'_c} c$$

Si: $P_o = Af'_c$ $\quad M_o = \frac{I}{c} f'_c$

$$\frac{f_y}{f'_c} = -\frac{P}{P_o} + \frac{M}{M_o}$$

$$\boxed{\frac{P}{P_o} = \frac{M}{M_o} - \frac{f_y}{f'_c}}$$

Recta que define el diagrama de interacción en flexo [redacted] tensión.

Trazando las dos rectas, se obtiene el diagrama siguiente:

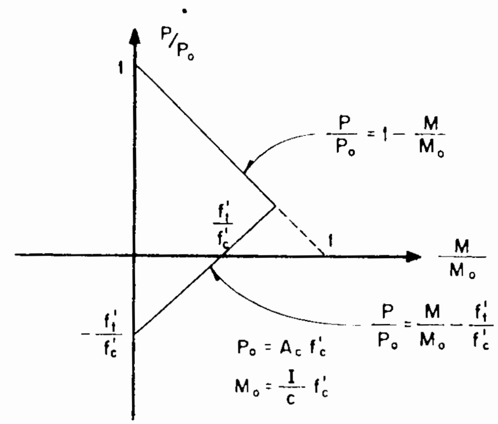
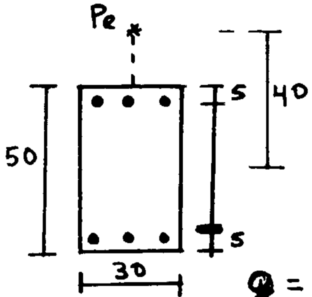


DIAGRAMA DE INTERACCION FLEXION - CARGA AXIAL
PARA MATERIAL ELASTICO

PROBLEMA.- Calcular la carga normal resistente de diseño.



$f'_c = 350$ Kg/cm²
$f_y = 4200$ "
$e = 40$ cm.

6 Vs No. 6 = 17.10 cm²

$f^*_c = 280$ Kg/cm² > 250 Kg/cm²
$f''_c = 232.4$ Kg/cm²

$$\rho = \frac{A_s}{bh}\frac{f_y}{f''_c} = \frac{17.10}{30 \times 50}\frac{4200}{232.4} = 0.2060$$

$$\frac{e}{h} = \frac{40}{50} = 0.80 \qquad K = 0.20$$

$$\frac{d}{h} = \frac{45}{50} = 0.90 \qquad K_0 = 1.2060$$

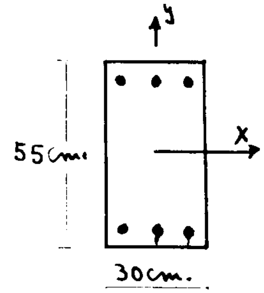
$$\frac{1}{K_R} = \frac{1}{0.20} - \frac{1}{1.2060}$$

$$K_R = 0.2398$$

$$P_R = 0.85(0.2398)(30)(50)(232.4) \Rightarrow$$

$$\boxed{P_R = 71043 \text{ Kg.}}$$

PROBLEMA.- Calcular la carga normal resistente de diseño, aplicada con las excentricidades e_x y e_y. DDF.77.



T = 5 cm ; A_s = 6 Vs. No. 8
G_v = 5 cm² ; A_t = 30 cm²
$e_x = 10$ cm ; $e_y = 20$ cm.
$f'_c = 280$ Kg/cm²
$f_y = 4000$ Kg/cm²

DESARROLLO:

$f^*_c = 0.8 f'_c = 224$ Kg/cm² < 250 Kg/cm²

$\therefore f''_c = 0.85 f^*_c = 0.85 \times 224 = 190.40$ Kg/cm²

$$W = \rho \frac{f_y}{f''_c} = \frac{30}{55 \times 30}\frac{4000}{190.40} = 0.38197$$

$$\frac{e_x}{b} = \frac{10 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = \frac{1}{3} = 0.33$$

$$\frac{d}{b} = \frac{25}{30} = 0.83 \doteq 0.85 \qquad \Big\rangle K_x = 0.68$$

$$\frac{e_y}{h} = \frac{20}{55} = 0.36$$

$$\frac{d}{h} = \frac{50}{55} = 0.91 \qquad \Big\rangle K_y = 0.68$$

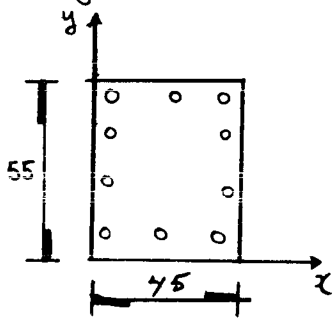
$$K = 1.3819$$

$$\frac{1}{K_R} = \frac{1}{0.68} + \frac{1}{0.68} - \frac{1}{1.3819} \Rightarrow K_R = 0.45$$

$$P_R = 0.85(0.45)(30)(60)(190.4) = 131367 \text{ Kg.}$$

$$\boxed{P_R = 131 \text{ TON}}$$

PROBLEMA.- Diseñar una columna con las características mostradas, y las combinaciones de carga dada.



$f'_c = 200$ Kg/cm² $f''_c = 136$ Kg/cm²
$f_y = 4200$ " $r = 4$ cm
$P_u = 82$ TON
$M_{ux} = 17$ Ton-mt.
$M_{uy} = 20$ ton-mt (Sismo)
Se establece en el cálculo que ya se consideró la excentricidad accidental.
Se deberá incluir en el cálculo de M_{ux} el 30% del momento por sismo en la otra dirección.

$0.3\, M_{uy} = 0.3(20) = 6$ ton-mt.

En Resumen, la columna se dimensionará por flexocompresión biaxial para los datos siguientes:

$P_u = 82\text{Ton}$; $e_x = \frac{17}{82} = 0.207$ m ; $e_y = \frac{6}{82} = 0.073$ mts.

Se aplicará la ecuación 2.14 de las normas, proponiendo un refuerzo y revisando la capacidad con dicha fórmula:

$$P_R = \left(\frac{1}{P_{Rx}} + \frac{1}{P_{Ry}} - \frac{1}{P_o} \right)^{-1}$$

Supongase $\rho = 0.01$ $A_s = \rho b d = 24.8$ cm²

$$q = \rho \frac{f_y}{f''_c} = 0.01 \frac{4200}{136} = 0.3088$$

$$\frac{e_x}{h} = \frac{20.7}{45} = 0.46$$

$$\frac{d}{h} = \frac{41}{45} = 0.91 \doteq 0.90$$

$> K_x = 0.45$

$$\frac{e_y}{h} = \frac{7.3}{55} = 0.1327$$

$$\frac{d}{h} = \frac{51}{55} = \text{——} \ 0.9273$$

$K_y = 0.95$

$K_o = 1.3088$

$$K_R = \left(\frac{1}{0.45} + \frac{1}{0.95} - \frac{1}{1.3088} \right)^{-1} = 0.3983$$

$$P_R = K F_R b t f''_c = 0.85(0.3983)(45)(55)\,136$$
$$= 113.95 > 82 \text{ TON.}$$

Supongase $\rho = 0.005$ $A_s = 12.4$ cm.

$$q = \rho \frac{f_y}{f''_c} = 0.005 \frac{4200}{136} = 0.1544$$

$\frac{e_x}{h} = 0.46$ $K_x = 0.32$

$\frac{e_y}{h} = 0.132$ $K_y = 0.84$

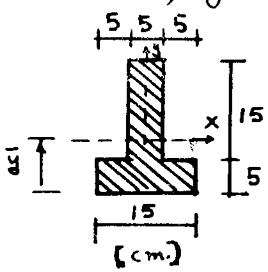
$K_x = 1 + q = 1.1544$

$$K_R = \left(\frac{1}{0.32} + \frac{1}{0.84} - \frac{1}{1.1544} \right)^{-1} = 0.2899$$

$$P_R = 0.2899(0.85)(45)(55)(136) = 82949 \text{ Kg}$$
$$= 82.9 \text{ Ton} \doteq 82 \text{ TON}$$

Se acepta $A_s = 12.4$ cm²

PROBLEMA.- Una columna de madera doblemente articulada está formada por dos elementos de madera clavados de 5 x 15 cm. actúan como una sola unidad, con una sección como la mostrada. Obtenga el radio de giro mínimo de la sección, y la relación de esbeltez.



$$A = 5\times15 + 5\times15 = 150\ cm^2$$

$$\bar{y} = \frac{5\times15\times2.5 + 5\times15\times12.5}{150} = 7.5\ cm.$$

$$I_x = \frac{1}{3}(5)(12.5)^3 + \frac{1}{3}(15)(7.5)^3 - \frac{1}{3}(10)(2.5)^3 = 5312.5\ cm^4$$

$$I_y = \frac{1}{12}(5)(15)^3 + \frac{1}{12}(15)(5)^3 = 1562.5\ cm^4$$

Utilizando el menor momento de Inercia:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{1562.5}{150}} = 3.2275\ cm$$

$$\boxed{r = 3.2275\ cm.}$$

$$\frac{L}{r} = \frac{400.00}{3.2275} = 123.9355$$

$$\boxed{\frac{L}{r} \doteq 124}$$

PROBLEMA.- Una barra de acero de 1.25 cm. y de 120 cm. de largo es usada como una columna doblemente articulada. Usando 2.1×10^6 Kg/cm² como el Módulo de Young, determine:

a) La relación de esbeltez.
b) La carga de Pandeo de Euler.
c) El esfuerzo axial en la barra bajo la acción de la carga de Pandeo de Euler.

DESARROLLO.-

$$A = \frac{\pi}{4}(1.25)^2$$

$$I = \frac{\pi}{64}(1.25)^4$$

$$r = \sqrt{\frac{\frac{\pi(1.25)^4}{64}}{\frac{\pi}{4}(1.25)^2}} = \sqrt{\frac{(1.25)^2}{16.00}} = \frac{1.25}{4}$$

$$r = 0.3125\ cm.$$

a) $$\frac{L}{r} = \frac{120}{0.3125} = \boxed{384}$$

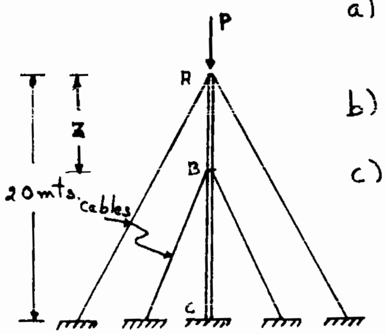
b) $$P_{CR} = \frac{\pi^2 EA}{(L/r)^2} = \frac{\pi^2 \times 2.1\times10^6 \times \pi(1.25)^2}{(384)^2 \times 4}$$

$$\boxed{P_{CR} = 172{,}49\ Kg.}$$

c) $$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{172.49\times4}{\pi(1.25)^2} = 140.55\ Kg/cm^2$$

$$\boxed{\sigma = 140{,}55\ Kg/cm^2}$$

PROBLEMA.- Un poste cargado como se muestra está arriostrado por cables en la cima, y en algun punto intermedio B, es similar el contraventeo en el plano perpendicular. Considerese que el punto B actúa como articulación.



a) Evalue la distancia Z para que las dos secciones pandeen simultáneamente.

b) Cual es la carga de pandeo elástica ?

c) Cuales son las longitudes minimas para que pueda utilizarse la fórmula de Euler en cada uno de los tramos AB y BC. (Despreciese el efecto de esfuerzos residuales.).

$E = 2 \times 10^6$ Kg/cm² $\quad \sigma_y = 2530$ Kg/cm² $\quad I = 301.64$ cm⁴

$A = 20.477$ cm² $\quad r = 3.84$ cm.

$$P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \rightarrow \begin{cases} P_{CR_{AB}} = \dfrac{\pi^2 EI}{(1.0\, z)^2} \\[2ex] P_{CR_{BC}} = \dfrac{\pi^2 EI}{[0.7(L-z)]^2} \end{cases}$$

Condición: $P_{CR_{AB}} = P_{CR_{BC}}$

$$\frac{\pi^2 EI}{z^2} = \frac{\pi^2 EI}{[0.7(L-z)]^2} \Rightarrow z^2 = [0.7(L-z)]^2$$

$$z = 0.7(L-z)$$

$$z + 0.7z = L(0.7) \qquad z = 0.411L = 0.411 \times 20 = 8.23$$

$$\boxed{z = 8.23 \text{ mts}}$$

b) $$P_{CR_{AB}} = \frac{\pi^2 EI}{(1.0\, z)^2} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \times 301.64}{(1.0 \times 823)^2} = 8779.31 \text{ Kg.}$$

$$\boxed{P_{CR} = 8.78 \text{ TON}}$$

c) $$\sigma_{CR} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \Rightarrow \left(\frac{KL}{r}\right)^2 = \frac{\pi^2 E}{\sigma_{CR}}$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)^2 = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{2530} = 7802.0588$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right) = 88.3293$$

Para tramo AB : $K = 1.0$

$$\left(\frac{L}{r}\right) = 88.3293 \qquad L_{min} = 88.329 \times 3.84 = 339 \text{ cm.}$$

$$\boxed{L_{min_{AB}} = 3.39 \text{ mts}}$$

Para tramo B-C : $K = 0.7$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_{BC} = 0.7\frac{L}{r} = 88.3293$$

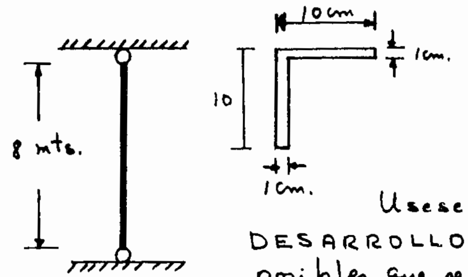
$$L_{min_{BC}} = \frac{88.32 \times 3.84}{0.7} = 484.5491 \text{ cm.}$$

$$\boxed{L_{min_{BC}} = 4.84 \text{ mts}}$$

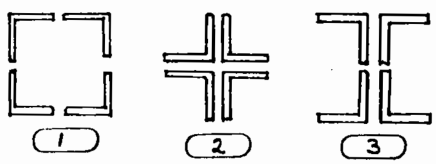
PROBLEMA.- Para formar una columna con las condiciones de apoyo mostradas se cuenta con 4 ángulos como el mostrado, determine la mejor colocación de los 4 ángulos, y la magnitud de la carga P permisible para esa colocación.

ACERO A-36.

Usese AISC.



DESARROLLO.- Las colocaciones posibles que se pueden dar con los 4 ángulos, son:



La mejor colocación es la 1, ya que da el mayor momento de inercia, y por ello el mayor radio de giro en dos sentidos.

$$I_x = I_y = 2\left[\frac{1(20)^3}{12}\right] + 2\left[\frac{18(1)^3}{12} + 18(9.5)^2\right] = 4585.33\ cm^4$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{4585.333}{4(19)}} = 7.7675$$

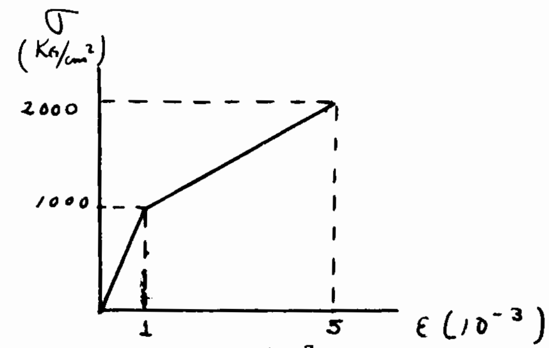
$$\frac{KL}{r} = \frac{(1)(800)}{7.7675} = 102.9939 \doteq 103$$

$$F_a = 885\ Kg/cm^2$$

$$P = 885 \times 4 \times 19 = 67260\ Kg.$$

$$\boxed{P_a = 67.26\ TON.}$$

PROBLEMA.- Encontrar el esfuerzo crítico para una columna de 1.75 m de alto, empotrada en la base y sin apoyo en su extremo superior, la sección es de 30x40 cm. La gráfica esfuerzo-deformación del material es la que se muestra.



$$\sigma = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \qquad r^2 = \frac{\frac{hb^3}{12}}{bh} = \frac{b^2}{12} = \qquad r = \frac{b}{2\sqrt{3}}$$

$$r = \frac{30}{2\sqrt{3}} = 8.6603\ cm. \qquad KL = 2 \times 175 = 350\ cms.$$

$$E = 1000/1\times10^{-3} = 1\times10^{6}$$

$$\sigma_{CR} = \frac{\pi^2 \times 10^6}{(350/8.66)^2} = 6042.26\ \frac{Kg}{cm^2} > 1000\ Kg/cm^2$$

Pasa de 1000, se utilizará ahora el modulo elástico tangente de la gráfica.

$$E = 1000/4\times10^{-3} = 2.5\times10^{5}\ Kg/cm^2$$

$$\sigma_{CR} = \frac{\pi^2 \times 2.5\times10^5}{(350/8.66)^2} = 1510.56\ Kg/cm^2$$

$$\sigma_{CR} = 1511\ Kg/cm^2$$

El esfuerzo corresponde al rango inelástico de la gráfica.

PROBLEMA.- Obtengase la carga crítica de pandeo de una columna de 7.50 m de longitud, articulada en un extremo, y empotrada en el otro; la sección transversal es la de una I de 8 X 6 ½ y 35.72 Kg/mt de peso. ¿ Cual es el incremento de la carga crítica si la columna se forma con un perfil I de 12 X 6 ½ y 53.57 Kg/mt. (Tabla 4. Mecánica de Sólidos, Popov, Limusa)

Perfil de 8" $\Rightarrow$ $I = 757.5\ cm^4$, $k = 0.7$

Perfil de 12" $\Rightarrow$ $I = 986.5\ cm^4$ $k = 0.7$

$$kL = 0.7 \times 7.50 = 5.25\ m$$

$$P_{CR_8} = \frac{\pi^2 E I_8}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 \times 2\times10^6 \times 757.5}{(525)^2}$$

$$P_{CR_8} = 54,249.25\ Kg.$$

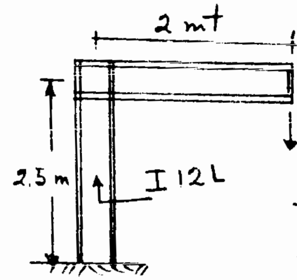
$$P_{CR_{12}} = \frac{\pi^2 E I_{12}}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 \times 2\times10^6 \times 986.5}{(525)^2}$$

$$P_{CR_{12}} = 70649.36\ Kg$$

$$\Delta P = P_{CR_{12}} - P_{CR_8} = 16400.10\ Kg.$$

$$\Delta P = 16.4\ TON$$

PROBLEMA.- Revisar si es adecuado un perfil I-12, liviano, para la columna de la estructura que se muestra. Usar el criterio AISC, y acero con $E = 2.1 \times 10^6\ Kg/cm^2$. $f_y = 2530\ Kg/cm^2$.



$P = 3T$; $M = 6$ TON-MT.

$S_x = 589.4$ $A = 59.74\ cm^2$

$r_x = 12.27\ cm$ $r_y = 2.57\ cm$.

$$f_a = \frac{N}{A} = \frac{3000}{59.74} = 50.22\ Kg/cm^2$$

$$K_x = K_y = 2$$

$$\lambda_x = \frac{K_x L}{r_x} = \frac{2(250)}{12.27} = 40.75 \Rightarrow F_e'$$

$$\lambda_y = \frac{K_y L}{r_y} = \frac{2(250)}{2.57} = 194.55 \Rightarrow F_a$$

$F_a = 279\ Kg/cm^2$ $F_e' = 6237\ Kg/cm^2$

$f_b = \frac{M}{S_x} = 1017.98\ Kg/cm^2$ $C_m = 0.85$

$$F_b = \frac{843700\ C_b}{KLd/A_p} = \frac{843700(1.38)(12.7)}{2(250)(30.48)} = 970.26$$

$$\frac{f_a}{F_a} = 0,18 > 0,15$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_m f_b}{\left(1 - \frac{f_a}{F_e'}\right)F_b} =$$

$$\frac{50.22}{279} + \frac{0.85(1017.98)}{\left(1-\frac{50.22}{6237}\right)970.26} =$$

$$0.18 + 0.899 = 1.079 \doteq 1.0$$ Se acepta.

$$\frac{f_a}{0.6 F_y} + \frac{f_b}{F_b} \le 1.0$$

$$\frac{50.22}{0.6(2530)} + \frac{1017.98}{970.26} =$$

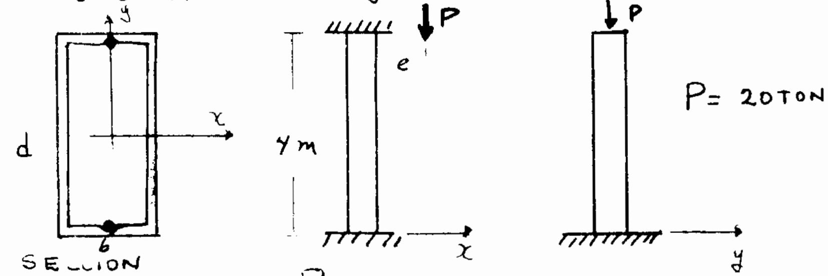
$$0.0331 + 1.0492 = 1.0873 \doteq 1$$

Se puede aceptar

Se puede aceptar la sección.

PROBLEMA.- Calcule la excentricidad máxima que puede darse en el sentido x a una carga P que será soportada por una columna formada por dos canales en cajón como se muestra en la figura.

Acero A-36 $\quad F_y = 2530\ Kg/cm^2$



SECCION TRANSVERSAL

C - 125

Propiedades:

$b = 15.54$ cm. $\quad I_x = 10664.8\ cm^4 \quad I_y = 3116.9\ cm^4$

$d = 30.48$ cm. $\quad r_x = 11.71\ cm \quad r_y = 6.33\ cm.$

$A_{cor} = 77.80\ cm^2 \quad S_x = 699.8\ cm^3 \quad S_y = 401.1\ cm^3$

$Peso = 62.12\ Kg/m$

$$\frac{K_x l}{r_x} = \frac{2(400)}{11.71} = 68.32 \Rightarrow F_a \doteq 1167\ Kg/cm^2$$

$$\frac{K_y l}{r_y} = \frac{0.5(400)}{6.33} = 31.60\ ;$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{20000}{77.80} = 257.07\ \frac{Kg}{cm^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{257.07}{1167} = 0.2203 > 0.15$$

$\Rightarrow$ Debe cumplirse que:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{my}\, f_{by}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ey}}\right) F_{by}} \le 1.0$$

Aquí $C_m = 1 \quad F_b = 0.60 F_y = 0.6(2530) = 1520\ Kg/cm^2$

$$F'_{ey} = \frac{12}{23}\,\frac{\pi^2 E}{(K_y L/r_y)^2} = \frac{10\,499\,541}{(36.1)^2} = 10514.68\ \text{Kg/cm}^2$$

$$\frac{1}{\left(1-\frac{257}{10514.68}\right)}\,\frac{1}{F_{b_y}} = \frac{1.0250543}{1520} = 0.0006743$$

$$0.2203 + 0.0006743\, f_b \leq 1.0$$

$$f_b = \frac{1-0.2203}{0.0006743} = \frac{0.7797}{0.0006743} = 1156.31\ \text{Kg/cm}^2$$

$$f_{b\,max} = 1156.31\ \text{Kg/cm}^2$$

$$\therefore\ f_b = \frac{M}{S_y} = \frac{Pe}{S_y} = \frac{20000\,e}{401.1} = 1156.31$$

$$e = \frac{(1156.31)(401.1)}{20\,000} = 23.189\ \text{cms.}$$

$$\boxed{e_x = 23.189\ \text{cm.}}$$

PROBLEMA.- Para una columna de una nave Industrial se han seleccionado 3 placas soldadas de 18 X 12" (pp = 98 Kg/m). Diga Ud. si la sección es satisfactoria para $P = 9375$ Kg. y $M = 30944.6$ Kg-mt. $L = 4.80$ mts. considere $K = 1.0$. Considerese ~~cont~~ prevenida de pandeo en dirección y.

DESARROLLO.-

$A = 123.79\ \text{cm}^2$ $\qquad A_a = 42.5 \times 0.64$

$S = 2240\ \text{cm}^3$ $\qquad = 27.2\ \text{cm}^2$

$r_x = 20$ cms.

$r_y = 7.8$ cms. $\qquad \frac{KL}{r} = \frac{1 \times 480}{20} = 24$

$r_b = 8.4$ cms.

$\therefore F_a = 1431\ \text{Kg/cm}^2$ (Manual de Monterrey)

$$f_a = \frac{9375}{123.79} = 75.7\ \text{Kg/cm}^2$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{75.7}{1431} = 0.053 < 0.15 \quad \text{(AISC)}$$

En consecuencia es suficiente verificar la siguiente ecuación de interacción:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0 \qquad (1.6-2)$$

$$f_b = \frac{M_{max}}{S} = \frac{30944.6 \times 100}{2240} = 1381.5\ \text{Kg/cm}^2$$

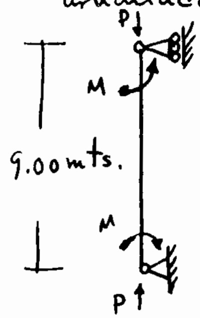
$$F_b = 0.60\,(2530) = 1518\ \text{Kg/cm}^2$$

$$\frac{f_b}{F_b} = \frac{1381.5}{1518} = 0.910$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} = 0.053 + 0.910 = 0.963 < 1.00$$

La sección es satisfactoria.

PROBLEMA.- a) Hacer un diagrama de Interacción para una una columna doblemente articulada, restringida de pandearse alrededor del eje y, con momentos flexionantes iguales en los extremos alrededor del eje x, y carga axial.



b) Que momento se puede aplicar cuando la carga axial es un medio de la capacidad axial.

W.F. 14 x 14 1/2 (Tabla 4. Popov).

DESARROLLO.-

$C_m = 1.0$ para momentos iguales.

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{e_x}}\right) F_{bx}} = 1$$

$r_x = 15.62$ cm. $S_x = 2263.1\ cm^3$

$$\left(\frac{kl}{r_x}\right) = \frac{1.0 \times 900}{15.62} = 57.618 \Rightarrow F_a = 1239\ Kg/cm^2$$

(Manual de Monterrey) pag. 69.

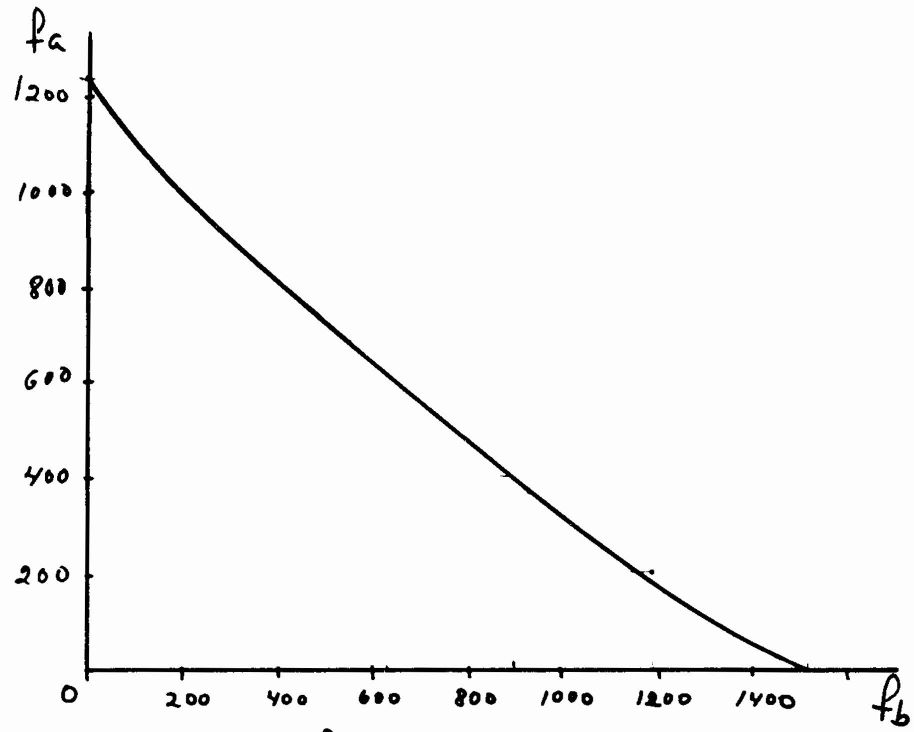
$$F'_{e_x} = \frac{10\,480\,000}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} = \frac{10\,480\,000}{(57.618)^2} = 3156.73$$

$$\frac{f_a}{1239} + \frac{f_b}{\left(1 - \frac{f_a}{3156.73}\right) 1518} = 1$$

$$f_b = \left(1 - \frac{f_a}{1239}\right)\left(1 - \frac{f_a}{3156.73}\right) 1518$$

$$f_b = 1518 - 1.7061\, f_a + 3.881 \times 10^{-4}\, f_a^2$$

f_a	0	200	400	600	800	1000	1239.0
f_b	1518	1192.31	897.68	634.09	401.55	200.06	0



b) Cuando $f_a = \frac{1239}{2} = 619.50\ Kg/cm^2$

$f_b = 610\ Kg/cm^2$

$M = f_b S = 610 \times 2263.1$

$M = 1,380,600$ Kg-cm.

$M = 13.8$ Ton-mt.

PROBLEMA.- Se utiliza una viga WF 27x14 (Ver: Mecánica de Solidos, Popov. Tabla 4) para cubrir un claro entre soportes simples y sujeta a un momento flexionante puro en toda su longitud. El esfuerzo flexionante permisible para este tipo de viga, cuando esta prevenido el pandeo lateralmente es 2530 Kg/cm² para A-36. Cual seria la máxima longitud sin contraventeo para el claro de la viga si deseamos que tenga un factor de Seguridad de 1.5, y un esfuerzo permisible de 2530 Kg/cm².

Sugerencia utilize:

$$M_{CR} = \frac{\pi}{L}\sqrt{EI_yGK}\sqrt{1+\frac{EI_y}{GK}\left(\frac{\pi}{2}\frac{d}{L}\right)^2} \quad \text{(Bleich. pag. 160.)}$$

K = constante torsional = 438 cm³

$I_y = 16936.6\ cm^4$ $\qquad E = 2\times10^6\ Kg/cm^2$

$L = ?$ $\qquad d = 68.28\ cm.$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{2\times10^6}{2(1.3)} = \frac{10^6}{1.3} \qquad S_x = 6602.4\ cm^3$$

$$M_{CR} = F.S.\,\sigma_y S_x = 1.5\times2530\times6602.4 = 25,056,108.\ Kg\text{-}cm.$$

$$25,056,108 = \frac{\pi}{L}\sqrt{2\times10^6\times16936.6\times\frac{10^6}{1.3}\times438}\sqrt{1+\frac{2\times10^6\times16936.6}{\frac{10^6}{1.3}\times438}\left(\frac{\pi}{2}\frac{68.28}{L}\right)^2}$$

$$L = 423.57\sqrt{1+\frac{1,156,517.6}{L^2}}$$

Si L = 600 ⇒ L = 856.40

L = 700 ⇒ L = 776.45

L = 720 ⇒ L = 761.37

L = 730 ⇒ L = 754.18

L = 740 ⇒ L = 747.22

L = 744 ⇒ L = 744.49

L = 744.30 ⇒ L = 744.29

Haciendo una ejecución de prueba - error:

$$\boxed{L = 744.30\ cm.}$$

PROBLEMA.- Determinese el esfuerzo admisible en compresión por flexión para una viga WF 33 x 11 ½ de 193.46 Kg/mt. (Mecánica de Sólidos, Popov. Tabla 4.); Trabaja como simplemente apoyada sin apoyo lateral excepto en los apoyos. Acero A-36.- L=6 mts.

DESARROLLO.- Usando especificaciones AISC. 69.

$$A_p + \frac{1}{6}A_a = 29.2\times2.17 + 79.73\times1.47/6 = 82.89\ cm^2 \qquad \sigma_y = 2530\ Kg/cm^2$$

$$r_y = \sqrt{\frac{2.17\times(29.2)^3}{12\times82.89}} = 7.3699\ cm.$$

$$F_b = \frac{843700\,C_b}{l\,d/Bt} = \frac{843700\times1}{600\,(83.82)/29.2\times2.17} = 1062.99\ Kg/cm^2$$

$$\sqrt{\frac{7172\times10^3 C_b}{\sigma_y}} = \sqrt{\frac{7172\times10^3\times1}{2530}} = 53.24$$

$$\sqrt{\frac{35850\times10^3 C_b}{\sigma_y}} = \sqrt{\frac{35850\times10^3\times1}{2530}} = 119.0376$$

$$\frac{l}{r_y} = \frac{600}{7.3699} = 81.41 \quad \therefore \quad 53 < \frac{l}{r_y} < 119$$

Pandeo en el Rango Inelástico. :

$$\sigma_p = 1680 - (L/r_y)^2/16.81\,C_b \qquad (A\text{-}36)$$

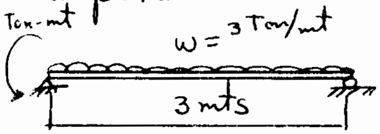
$$\sigma_p = 1680 - [(81.41)^2/16.81] = 1285.73$$

No debiendo sobre pasar $0.60\,\sigma_y$

$$0.6\times2530 = 1518 < 1285$$

$$\therefore \quad F_b = 1518\ Kg/cm^2$$

PROBLEMA.- Revisar si la siguiente viga compuesta de tres placas soldadas 16 x 8" sección compacta en Acero A-36 es adecuada para el sistema estructural.



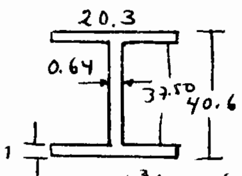
DESARROLLO:

$A = 88.31\ cm^2$

$S = 1348\ cm^3$

$I_x = 27395\ cm^4$

$I_y = 2221\ cm^4$



$M_1 = 15\ Ton\text{-}mt$

$$M_2 = \frac{wl^2}{8} = \frac{3(9)}{8} = 3.375\ Ton\text{-}mt.$$

$$C_b = 1.75 + 1.05\left(\frac{M_1}{M_2}\right) + 0.3\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \leq 2.3$$

$C_b = 2.0014$

$53\sqrt{C_b} = 74.98$

$119\sqrt{C_b} = 168.35$

$$r_T = \sqrt{\frac{I_p}{A_p + \frac{A_A}{6}}} =$$

$$I_p = \frac{b^3t}{12} = \frac{(20.3)^3\,1.59}{12} = 1,108.4191\ cm^4$$

$A_p = bt = 20.3 \times 1.59 = 32.277\ cm^2$

$$\frac{A_A}{6} = \frac{37.50 \times 0.64}{6} = 4\ cm^2 \qquad \therefore\ r_T = 5.5276$$

$$\frac{L}{r_T} = \frac{300}{5.53} = 54.27 < 74.98$$

No se corrige por pandeo.

$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{1500000}{1348} = 1112.75 < 15$$

La Sección es adecuada.

PROBLEMA.- Para una viga de una nave Industrial se consideró una sección de 3 placas soldadas de 18 x 12" ($pp = 98\ Kg/mt$) como prediseño para una viga de $L = 12.64$ mts sujeta a dos momentos flexionantes $M_1 = 15400.2\ Kg\text{-}mt$, y $M_2 = -30944.6\ Kg\text{-}mt$ en los extremos, diga Ud si la sección seleccionada es satisfactoria.

DESARROLLO.-

$\frac{d}{A_p} = 0.945$ (Manual de Monterrey) $S_x = 2240\ cm^3$

$r_T = 8.4\ cms.$

$$\frac{L}{r_T} = \frac{1264}{8.4} = 150.5\ ,\quad \frac{M_1}{M_2} = +0.497 \left\{\text{Curvatura doble}\right\}$$

$$C_b = 1.75 + 1.05\left(\frac{M_1}{M_2}\right) + 0.30\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \leq 2.30$$

$$C_b = 1.75 + 1.05(0.497) + 0.30(0.497)^2 = 2.346 > 2.30$$

$C_b = 2.30\ ;\ 53\sqrt{C_b} = 80.4\ ;\ 119\sqrt{C_b} = 180.5$

$$80.4 < \frac{L}{r_T} < 180.5$$

El pandeo se presenta en el intervalo inelástico.

Para Acero A-36:

$$\sigma_{p_1} = 1680 - \frac{(L/r_T)^2}{16.81\,C_b} = 1680 - \frac{(150.5)^2}{16.81 \times 2.30}$$

$$\sigma_{p_1} = 1680 - 586 = 1094\ Kg/cm^2$$

$$\sigma_{p_2} = \frac{843700\ C_b}{\frac{Ld}{A_p}} = \frac{843700 \times 2.30}{1264 \times 0.945}$$

$$\sigma_{p_2} = 1625\ Kg/cm^2$$

El esfuerzo permisible es el mayor de los dos calculados σ_{p_1}, σ_{p_2}, pero sin exceder el valor de $0.60\,\sigma_y' = 1518\ Kg/cm^2$

$\therefore \quad \sigma_p = 1518\ Kg/cm^2$

El Modulo de Seccion requerido sera:

$$M = \sigma_p\, S$$

$$S = \frac{M}{\sigma_p} = \frac{30944.6 \times 100}{1518}$$

$$= 2039\ cm^3$$

$$S = 2039\ cm^3 < 2240\ cm^3$$

El Diseño es satisfactorio.

605620