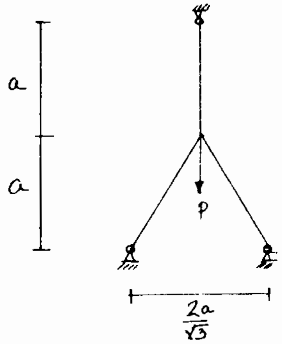
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

EJERCICIOS MECÁNICA DE MATERIALES I.

olema Calcular el área de la sección transversal de las barras sistema mostrado. Todas las barras son del mismo material y tie- n la misma area. El esfuerzo normal máximo en todo el sistema es $1000\,Kg/cm^2$ al aplicar la carga $P = 20\,Ton$

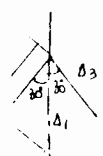


Solución: Por equilibrio $\Sigma F_x = 0$

$F_2 \operatorname{sen} 30° - F_3 \operatorname{sen} 30° = 0 \qquad \therefore F_2 = F_3$

Por $\Sigma F_y = 0$

$F_1 + 2F_2 \cos 30° = P \qquad \therefore F_1 + \sqrt{3} F_2 = P \qquad (1)$



Por compatibilidad de deformaciones; de la figura de la izquierda

$\Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_1 \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta_1$

Como $\Delta = \frac{PL}{EA} \qquad \frac{F_2 (2a)}{\sqrt{3}\, AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{F_1 (a)}{AE}$

$F_2 = \frac{3}{4} F_1$

Sustituyendo en (1) a $F_2 \qquad F_1 + \frac{3\sqrt{3}}{4} F_1 = P$

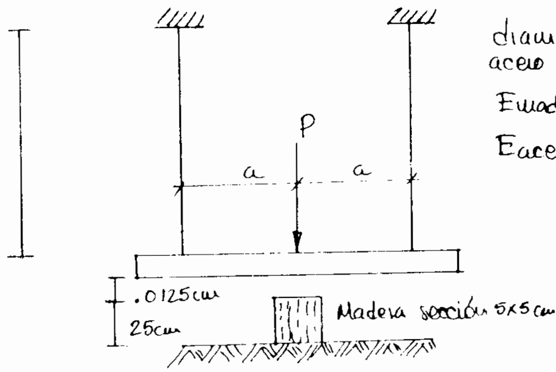
$F_1 = \frac{4P}{4+3\sqrt{3}} \qquad F_2 = \frac{3P}{4+3\sqrt{3}}$

$F_1 = 8.699\ Ton \qquad F_2 = 6.525\ Ton$

Como $\sigma_{max} = 100\,Kg/cm^2$

$A = \frac{8699}{1000} = 8.699\,cm^2$

Problema Para la estructura cuya configuración inicial se muestra en la figura determinar los esfuerzos normales en la columna corta de madera y en las varillas de acero al aplicar la carga P de 5.5 Ton. Suponga que la barra AB es infinitamente rígida y desprecie su peso propio.

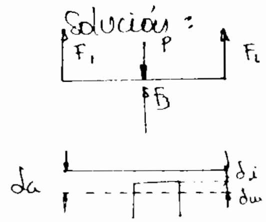


diametro de varillas de acero $d = 1.25\,cm$

$E_{mad} = 10^5\,Kg/cm^2$

$E_{acero} = 2.1 \times 10^6\,Kg/cm^2$

Solución:



Por simetría $F_1 = F_2$

Por $\Sigma F_y = 0 \qquad F_1 + F_2 + F_3 = P$

$2F_1 + F_3 = P \qquad (1)$

Por compatibilidad de deformaciones

$\delta_{acero} = \delta_{madera} + \delta_{inicial} = \delta_{madera} + 0.0125 \qquad (2)$

$\delta a = \frac{F_1 l_a}{A_a E_a} \qquad \delta_m = \frac{F_3 l_m}{A_m E_m} \qquad A_a = \frac{\pi (1.25)^2}{4} = 1.227\,cm^2$

$A_m = 5 \times 5 = 25\,cm^2$. Sustituyendo δ_m en (2)

$\frac{F_1 (100)(1)}{1.227 (2.1) \times 10^6} = 0.0125 + \frac{(P - 2F_1)(25)}{25 (10)^5 (1)}$

$\frac{100 F_1}{25.77 \times 10^5} - \frac{P - 2F_1}{10^5} = 0.0125$

$100 F_1 - 25.77 P + 51.54 F_1 = 0.0125 (25.77) 10^5$

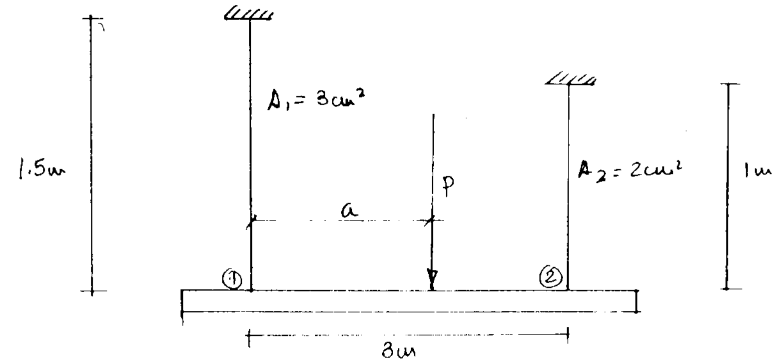
$F_1 = \frac{173953.40}{151.54} = 1147.89 \qquad \sigma_{acero} = \frac{1147.89}{1.227} = 935.4\,Kg/cm^2$

$F_3 = 5500 - 2(1147.89) = 3204.22 \qquad \sigma_{madera} = \frac{3204.22}{25} = 128.17\,Kg/cm^2$

Problema Se tiene una barra rígida, sostenida por dos tirantes según el dibujo y datos anexos.

a) ¿Donde se debe aplicar P para que la barra permanezca horizontal?

b) ¿Cuanto se deforman los tirantes si P= 4000 Kg?



Solución: Por equilibrio $\Sigma M_{①} = 0$

$3 R_2 = Pa$

Por $\Sigma M_{②} = 0$

$3 R_1 = P(3-a)$

Por condición de deformación del problema

$\Delta_1 = \Delta_2$

Como $\Delta = \frac{PL}{EA}$

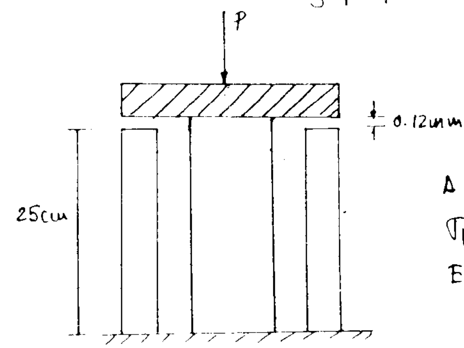
$$\frac{Pa(100)}{300E(2)} = \frac{P(300-a)(150)}{300\ E(3)}$$

$$\frac{a}{300}(50) = \frac{300-a}{300}(50$$

$$a = \frac{300}{2} = 150cm$$

Si P= 4000kg $\Delta = \frac{4000\left(\frac{300-150}{300}\right)(150)}{2\times10^6(3)} = 0.05cm$

Problema En el hueco de un tubo de aluminio se introdujo una barra de cobre 0.12mm mas larga que aquel. Determinar la máx carga que se puede aplicar al sistema mediante una placa de rigidez infinita si se tienen las dimensiones y propiedades indicadas en la figura.



Aluminio:

$A = 20\ cm^2$

$\sigma_{perm} = 700 Kg/cm^2$

$E = 8\times10^5 Kg/cm^2$

Cobre

$A = 12 cm^2$

$\sigma_{perm} = 1400 Kg/cm^2$

$E = 12\times10^5 Kg/cm^2$

Solución: $\delta_c = \delta_A + 0.012$

$$\frac{\sigma_c(25.012)}{12\times10^5} = \frac{\sigma_A(25)}{8\times10^5} + 0.012$$

$$\sigma_c(200.096) = \sigma_A(300) + 115\ 200$$

$$\sigma_c = \frac{300\ \sigma_A}{200.096} + \frac{115\ 200}{200.096}$$

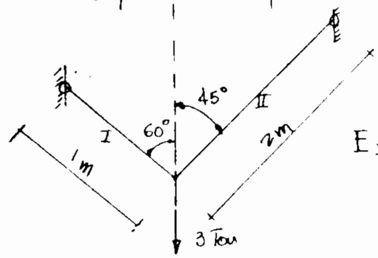
$$\sigma_c = \frac{300(200)}{200.096} + \frac{115\ 200}{200.096} > 1400$$

$$\therefore\ \sigma_A = \frac{200.096\ \sigma_c}{300} - \frac{115\ 200}{300} = 549.8$$

$$P_{max} = 549.8(20) + 1400(12) = 27796 Kg$$

G-601716

Problema 1.- Para el sistema mostrado determinar a) Los fuerzas normales en las barras I y II y b) Los desplazamientos vertical y horizontal del punto de aplicación de la carga (Punto A)



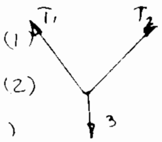
$A_I = 5\ cm^2$

$A_{II} = 4\ cm^2$

$E_I = 2E_{II} = 2\times10^6\ Kg/cm^2$

Solución: Por $\Sigma F_y = 0$ $\quad T_1 \cos 60° + T_2 \cos 45° = 3 \quad (1)$

Por $\Sigma F_x = 0$ $\quad -T_1 \operatorname{sen} 60° + T_2 \operatorname{sen} 45° \quad (2)$



De (2) $\quad T_1 = \dfrac{\operatorname{sen} 45°}{\operatorname{sen} 60°} T_2 = \dfrac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{3}/2} T_2 = \sqrt{\dfrac{2}{3}}\, T_2 \quad (3)$

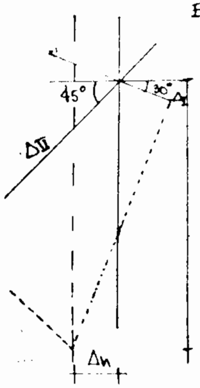
· Sustituyendo en (1) a T_1 $\quad T_2 \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} + T_2 \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 3 \quad \therefore T_2 = 2.69$ Ton

· Sustituyendo T_2 en (3) $\quad T_1 = 2.20$ Ton

Como $\Delta = \dfrac{PL}{EA}$; para las barras I y II se tiene:

$\Delta_I = \dfrac{2.2\times10^3 \times 1\times10^2}{2\times10^6\times5} = 0.022$ cm

$\Delta_{II} = \dfrac{2.69\times10^3 \times 2\times10^2}{1\times10^6\times4} = 0.1345$ cm



De geometría $\quad \Delta_I = \Delta v \cos 60° - \Delta h \cos 30° \quad (1)$

$\Delta_{II} = \Delta v \cos 45° + \Delta h \cos 45° \quad (2)$

De (1)

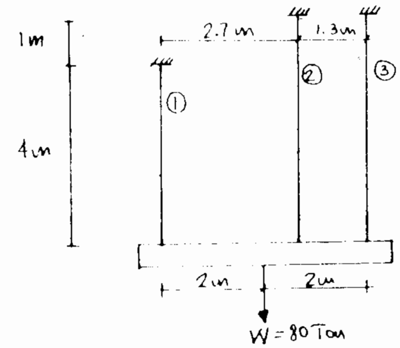
$\therefore \Delta v = \dfrac{\Delta_I + \Delta h \cos 30°}{\cos 60°}$

Sustituyendo en (2) $\quad \Delta_{II} = \left(\dfrac{\Delta_I + \Delta h \cos 30°}{\cos 60°} + \Delta h\right) \cos 45°$

$\Delta h = \dfrac{\frac{\cos 60°}{\cos 45°}\Delta_{II} - \Delta_I}{(\cos 30° + \cos 60°)} = 0.0535$ cm

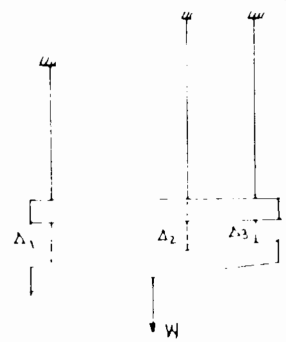
$\Delta v = \dfrac{0.022 + 0.0535\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{0.5} = 0.1367$ cm

Problema La placa infinitamente rígida A cuyo peso total uniformemente distribuido es de 80 000 Kg esta soporta por tres tensores de la misma sección transversal y del mismo material. Determinar la parte de la carga que soporta cada tensor.



Solución: Por $\Sigma F_y = 0$ $\quad T_1 + T_2 + T_3 = W \quad (1)$

Por $\Sigma M_{①} = 0$ $\quad 2.7 T_2 + 4 T_3 = 2W \quad (2)$



Por compatibilidad de deformaciones

$\Delta_2 = \Delta_1 - \left(\dfrac{\Delta_1 - \Delta_3}{4}\right) 2.7$

$\Delta_2 = \dfrac{1}{4}(1.3\Delta_1 + 2.7\Delta_3)$

Como $\Delta = \dfrac{PL}{EA}$ y $E_1A_1 = E_2A_2 = E_3A_3$

$5T_2 = \dfrac{1}{4}(4\times1.3 T_1 + 5\times2.7 T_3)$

$20 T_2 = 5.2 T_1 + 13.5 T_3 \quad (3)$

Haciendo simultaneas las ecuaciones (1), (2) y (3)

$T_1 + T_2 + T_3 = W$

$2.7 T_2 + 4 T_3 = 2W$

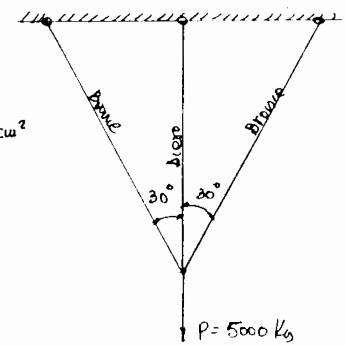
$5.2 T_1 - 20 T_2 + 13.5 T_3 = 0$

Se obtiene: $T_1 = 32.108$ Ton ; $T_2 = 24.284$ Ton

$T_3 = 23.608$ Ton.

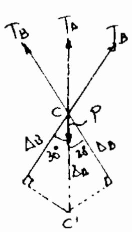
Problema Tres varillas de la misma sección transversal ($A = 5\,cm^2$) situadas en un mismo plano, como se muestra en la figura soportan una carga de 5000 Kg. Si para el acero $E = 2.1 \times 10^6\ Kg/cm^2$ y para el bronce $E = 8.4 \times 10^5\ Kg/cm^2$, encontrar: a) Los esfuerzos en cada una de las varillas b) El desplazamiento vertical del punto de aplicación de la carga.

$A_A = A_B = 5\ cm^2$



Solución: Por simetría las fuerzas en las barras de bronce son iguales

Por $\sum F_y = 0 \qquad 2\,T_B \cos 30° + T_A = P \qquad (1)$



De la figura de la izquierda

$$\Delta_A \cos 30° = \Delta_B$$

Como $\Delta = \dfrac{PL}{EA} \qquad \dfrac{T_A L_A}{A_A E_A} \cos 30° = \dfrac{T_B L_B}{A_B E_B}$

Como $L_B = \dfrac{L_A}{\cos 30°} \qquad \dfrac{T_A L_A}{A_A E_A} \cos 30° = \dfrac{T_B L_A}{A_B E_B \cos 30°}$

$\dfrac{T_A E_B}{E_A} (\cos 30°)^2 = T_B \qquad \therefore\ T_B = 0.3\,T_A$

Sustituyendo T_B en (1)

$(2(.3)\frac{\sqrt{3}}{2} + 1)\,T_A = 5000$

$T_A = 3290.3\ Kg$

$T_B = 987.1\ Kg \qquad \therefore\ \sigma_A = \dfrac{3290.3}{5} = 658.06\ Kg/cm^2$

$\sigma_B = 197.42\ Kg/cm^2$

$\Delta = \dfrac{3290.3 \times 300}{5(2.1 \times 10^6)} = 0.094\ cm$

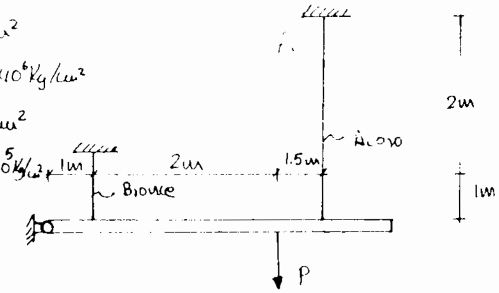
Problema- Una barra rígida de peso despreciable esta articulac[...] un extremo y soportada por dos varillas, una de bronce y otra de [...] como se muestra en la figura. Determinar la carga máxima P que [...] de aplicarse al sistema sin exceder el esfuerzo de 700 Kg/cm² en [...]ce ni el de 1250 Kg/cm² en el acero.

Acero: $A = 3\,cm^2$

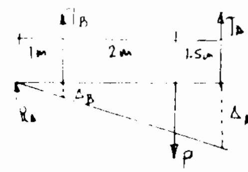
$E = 2.1 \times 10^6\ Kg/cm^2$

Bronce: $A = 12\,cm^2$

$E = 8.4 \times 10^5\ Kg/cm^2$



Solución: Por $\sum M_A = 0 \qquad 3P = T_B + 4.5\,T_A \quad (1)$



De la figura de la izquierda

$\dfrac{\Delta_A}{4.5} = \dfrac{\Delta_B}{1} \qquad \therefore\ \Delta_A = 4.5\,\Delta_B$

Como $\Delta = \dfrac{PL}{EA} = \dfrac{\sigma L}{E}$

$\sigma_A \dfrac{300}{2.1 \times 10^6} = 4.5\,\sigma_B \dfrac{100}{.84 \times 10^6}$

$\sigma_A = \dfrac{\sigma_B (4.5)(2.1)}{3(0.84)} = 3.75\,\sigma_B$

Dando a σ_A su valor max

$\sigma_B = \dfrac{1250}{3.75} = 333.33\ Kg/cm^2 < 700\ Kg/cm^2$

Por tanto $T_B = 12(333.33) \cdot \sigma_B A_B =$

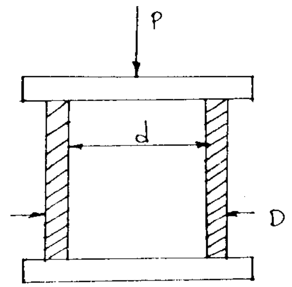
$T_A = 3(1250)$

Sustituyendo estos valores en (1)

$3P = 12(333.33) + 4.5(3)(1250)$

$P = 6958.33\ Kg$

Problema Un cilindro de acero y un tubo de cobre estan comprimidos entre los platos de una prensa como se ilustra en la figura. Determinar los esfuerzos en el acero y en el cobre así como el acortamiento unitario.



Solución: Por condición de equilibrio:

$$P_{acero} + P_{cobre} = P \qquad (1)$$

Por compatibilidad de deformaciones

$$\varepsilon_{acero} = \varepsilon_{cobre} \qquad \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_c}{E_c}$$

$$\therefore \ \sigma_a = \frac{E_a}{E_c}\sigma_c \qquad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$\frac{E_a}{E_c}\sigma_c \frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi}{4}(D^2-d^2)\sigma_c = P$$

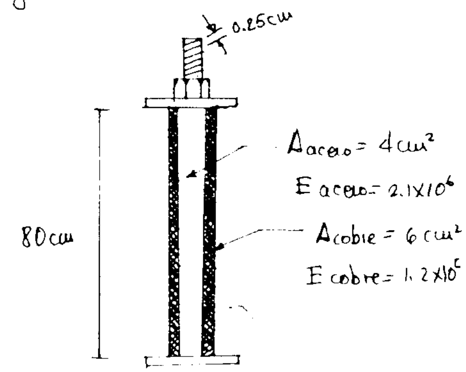
$$\sigma_c \left[\frac{E_a}{E_c}\frac{\pi}{4}d^2 + \frac{\pi}{4}(D^2-d^2)\right] = P$$

$$\sigma_c = \frac{4P}{\pi\left[d^2\left(\frac{E_a}{E_c}-1\right)+D^2\right]}$$

$$\sigma_a = \frac{E_a}{E_c}\frac{4P}{\pi\left[\left(\frac{E_a}{E_c}-1\right)d^2+D^2\right]}$$

$$\varepsilon = \frac{4P}{\pi E_c\left[d^2\left(\frac{E_a}{E_c}-1\right)+D^2\right]}$$

Problema Una barra de acero situada en el interior de un tubo de cobre, como se muestra en la figura, tiene un extremo roscado con un paso de 0.25cm. Determinar los esfuerzos que se originan en ambos metales cuando la tuerca, después de colocarla "a tope" se hace girar media vuelta.



Solución: $\Delta l = \frac{0.25}{2} - \Delta l_{tubo}$ $\qquad T_{tornillo} = C_{tubo} = P$

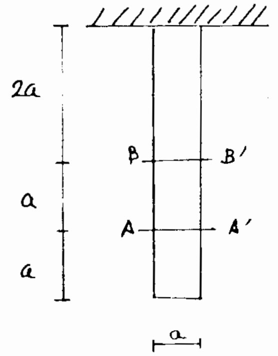
$$\frac{Pl}{E_a A_a} + \frac{Pl}{E_c A_c} = 0.125$$

$$P = \frac{0.125}{\frac{l}{A_a E_a} + \frac{l}{E_c A_c}} = \frac{0.125}{\frac{80}{10^6}\left(\frac{1}{2.1 \times 4} + \frac{1}{1.2 \times 6}\right)} = 6058 \text{ Kg}$$

$$\sigma_a = \frac{6058}{4} = 1514.5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_c = \frac{6058}{6} = 1009.67 \text{ kg/cm}^2$$

Problema La pieza de la figura de sección cuadrada, soporta una carga P debido a la cual y a su peso propio, su dimensión transversal sufre una disminución total de .000015 en la sección A-A' y de .00002 en la B-B'. ¿Cuánto valen la carga P, el peso volumétrico γ y la deformación longitudinal total?



$\nu = 0.25$

$E = 2 \times 10^{6}\ Kg/cm^2$

$a = 25\,cm$

Solución:

$$\varepsilon_{A-A'} = \frac{\varepsilon'_{A-A'}}{\nu} = \frac{1.5 \times 10^{-5}}{\nu a} = \frac{P + \gamma a^3}{E a^2}$$

$$P + \gamma a^3 = \frac{1.5\, Ea}{\nu} \times 10^{-5} \qquad (1)$$

$$\varepsilon_{BB'} = \frac{\varepsilon'_{B-B'}}{\nu} = \frac{2 \times 10^{-5}}{\nu a} = \frac{P + 2\gamma a^3}{E a^2}$$

$$P + 2\gamma a^3 = \frac{2\,Ea}{\nu} \times 10^{-5} \qquad (2)$$

Restando (2) de (1) $\gamma a^3 = 0.5 \frac{Ea}{\nu} \times 10^{-5}$ $\quad \gamma = 0.5 \frac{Ea}{\nu a^3} \times 10^{-5} = 0.0064 \frac{K}{cm}$.

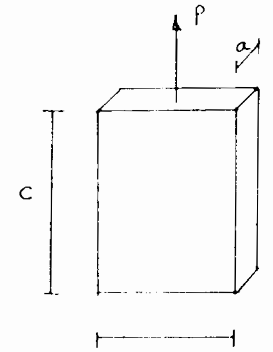
Sustituyendo en (1)

$$P = (1.5 - 0.5) \frac{Ea}{\nu} \times 10^{-5} = \frac{Ea}{\nu} \times 10^{-5} = 200\,Kg$$

$$\Delta l = \int_0^l \frac{P(x)dx}{EA} = \frac{10^{-5}}{Ea^2} \int_0^{4a} \left(\frac{Ea}{\nu} + \frac{0.5\,Ea^2}{\nu a^2} x \right) dx = \frac{10^{-5}}{\nu a^2} \int (a + 0.5x)\, dx$$

$$\Delta l = \frac{10^{-5}}{\nu a^2} \left[ax + \frac{0.5 x^2}{2} \right]_0^{4a} = \frac{10^{-5}}{\nu a^2} \left[4a^2 + 0.5 \frac{(4a)^2}{2} \right] = \frac{8 \times 10^{-5}}{0.25} = 3.2 \times 10^{-4}\,cm$$

Problema Para el elemento mostrado, se conoce su módulo de elasticidad E y su deformación transversal Δb, se pide obtener el valor del módulo de Poisson ν, el ancho b y la variación de volumen ΔV en función de P, a, Δb, Δa y Δc.



Solución: $\quad \nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \qquad \nu = \frac{\Delta b (ab) E}{b\, P} \qquad \nu = \frac{aE}{P} \Delta b$

$$\nu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = -\frac{\Delta b\, c}{b\, \Delta c} \qquad b = \frac{\Delta b}{\nu\, \Delta c}\, c$$

$$\Delta V = V_f - V_i \qquad \therefore V_i = abc$$

$$V_f = (a - \Delta a)(b - \Delta b)(c + \Delta c)$$

$$\therefore \Delta_a = \varepsilon_a a \;;\; \Delta b = \varepsilon_b b \;;\; \Delta c = c\, \varepsilon_c$$

$$y \quad \varepsilon_a = \varepsilon_b = \varepsilon_c \nu$$

$$V_f = (1 - \nu \varepsilon_c) a (1 - \nu \varepsilon_c) b (1 + \varepsilon_c) c$$

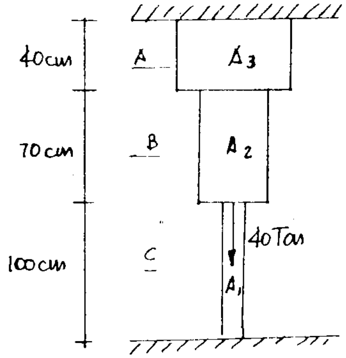
$$V_f = (1 - 2\nu\varepsilon_c + \nu^2 \varepsilon_c^2 + \varepsilon_c - 2\nu\, \varepsilon_c^2 + \nu^2 \varepsilon_c^2) abc$$

Como ε_c es pequeña los términos de orden mayor desprecian

$$\Delta V = (1 - 2\nu) \varepsilon_c V = (1 - 2\nu) \frac{P\, abc}{a\, b\, E}$$

$$\Delta V = \frac{(1 - 2\nu) Pc}{E}$$

Problema Para el elemento mostrado determinar: a) Las reacciones en los empotramientos b) Los esfuerzos normales en las secciones A, B y C.

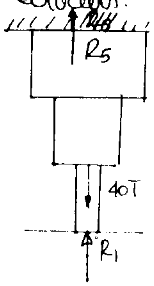


$A_1 = 20 cm^2$

$A_2 = 30 cm^2$

$A_3 = 40 cm^2$

$E = 0.85 \times 10^6 Kg/cm^2$



Solución: Dado que $A_3 = 2A_1 = 1.5A_1 = A_2$

De la figura de la izquierda aplicando $\Delta = \frac{PL}{EA}$

$$\frac{R_1 L_1}{A_1 E} = \frac{R_5 L_2}{E A_2} + \frac{R_5 L_3}{A_3 E}$$

Por equilibrio $\Sigma F_y = 0$ $\quad R_1 + R_5 = P \quad (1)$

$$\frac{R_1 (100)}{A_1} = \frac{R_5}{A}\left(\frac{70}{1.5} + \frac{40}{2}\right)$$

$$100 R_1 = 66.66 R_5$$

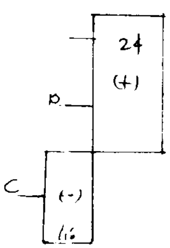
$$1.5 R_1 = R_5 \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$R_1 + 1.5 R_1 = 40 \qquad \therefore R_1 = \frac{40}{2.5} = 16 \text{ Ton}$$

$$R_5 = 24 \text{ Ton}$$

DFN



$$\sigma_A = \frac{24000}{40} = 600 Kg/cm^2$$

$$\sigma_B = \frac{24000}{30} = 800 Kg/cm^2$$

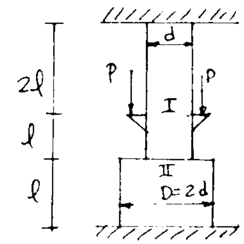
$$\sigma_C = \frac{-16000}{20} = -800 Kg/cm^2$$

Problema Encuentre el diámetro de las secciones transversales I y II del sistema mostrado para que resista las cargas aplicadas P satisfactoriamente.

$P = 26$ Ton

$\sigma_t = 20 \; Kg/cm^2$

$\sigma_c = 40 \; Kg/cm^2$



Solución: Por ser cilíndricas las secciones I y II

$$A_I = \frac{\pi d^2}{4} \qquad A_2 = \frac{\pi (2d)^2}{4} = \pi d^2$$

$$A_2 = 4 A_1$$

Por equilibrio de fuerzas, de acuerdo a la figura de la izquierda $\quad R_s + R_i = 2P \quad (1)$

$$\frac{R_s (2l)}{A_1 E} = \frac{R_i l}{A_2 E} + \frac{R_i l}{A_1 E} \quad (2)$$

Sustituyendo en (2) A_1 y A_2

$$\frac{2 R_s (4)}{\pi d^2} = \frac{R_i}{\pi d^2} + \frac{R_i (4)}{\pi d^2}$$

$$8 R_s = 5 R_i \qquad R_i = \frac{8}{5} R_s$$

Sustituyendo en (1)

$$R_s + \frac{8}{5} R_s = 2P \qquad \therefore R_s = \frac{10P}{13} = 20 \text{ Ton}$$

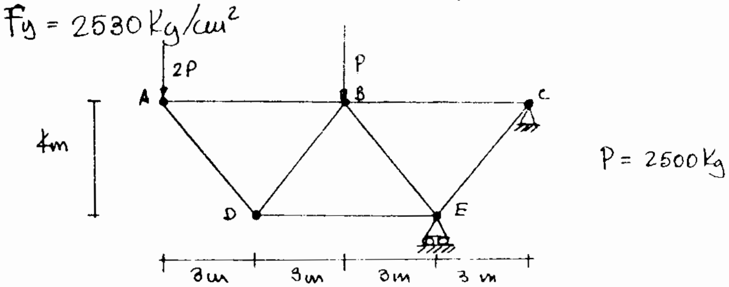
$$R_i = 36 \text{ Ton}$$

Como $P = \sigma A$ $\quad \frac{20000(4)}{20\pi} = d_t^2 = 1273.24 \; ; \; d_t = 35.68$

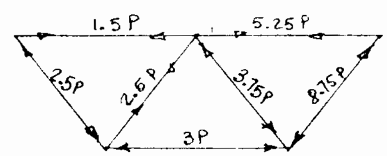
$$\frac{(36000)(4)}{40\pi} = d_c^2 = 1145.90 = (33.85)^2 \qquad d_c = 33.85$$

Rige $d_t = 35.68$ cm

Problema Empleando el criterio de esfuerzos permisibles encontrar el área de la sección requerida para las barras AB y BC de la armadura mostrada empleando acero A-36 con $F_y = 2530\ Kg/cm^2$



Solución: Resolviendo la armadura, se tiene como resultado:



Si $P = 2500\ Kg$

Con $F_t = 1518\ Kg/cm^2$

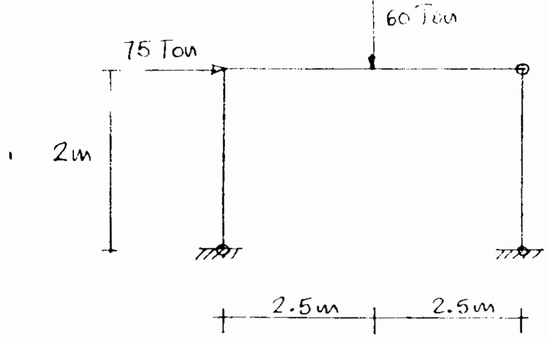
$T_{AB} = 2500(1.5) = 3750\ Kg$

$$A_{AB} = \frac{3750}{1518} = 2.47\ cm^2$$

$T_{BC} = 2500(5.25) = 13\,125\ Kg$

$$A_{BC} = \frac{13125}{1518} = 8.65\ cm^2$$

Problema Suponiendo que no hay problemas de inestabilidad diseñar la columna biarticulada del marco de la figura, la sección debe ser cuadrada y el porcentaje de acero igual a 0.75%



$f'_c = 225\ Kg/cm^2$

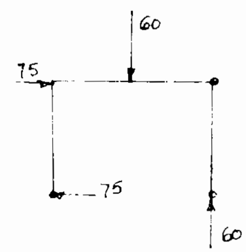
$f_y = 2\,800\ Kg/cm^2$

$E_c = 10\,000\sqrt{f'_c}\ Kg/cm^2$

$E_a = 2\times10^6\ Kg/cm^2$

$F.C. = 1.4$

Solución:



$P_u = 60\times1.4 = 84\ Ton = 0{,}85\, f'_c A_c + f_y A_a$

$A_a = \rho A_c = 0.0075 A_c$

$P_u = 84\,000 = A_c(0.85 f'_c + \rho f_y) = A_c[0.85(225) + 0.0075(2800)]$

$A_c = \frac{84\,000}{212.25} = 395.76\ cm^2 \qquad l = \sqrt{A_c} \doteq 20\ cm$

$A_c = 20^2 = 400\ cm^2$; $A_a = 0.0075(400) = 3\ cm^2$

$$f_c = \frac{P}{A_c(1+n\rho)}$$

$$n = \frac{E_a}{E_c} = \frac{2\times10^6}{10^4\sqrt{225}} = \frac{20}{1.5}$$

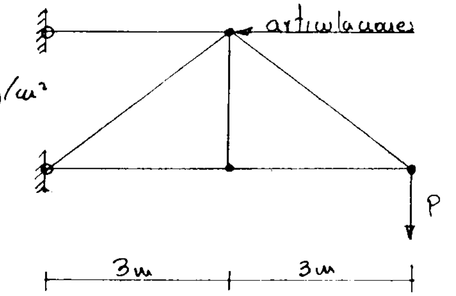
Los esfuerzos de trabajo son:

$$f_c = \frac{60\,000}{400\left(1 + \frac{20\times0.0075}{1.5}\right)} = \frac{60\,000}{440} = 136.36\ Kg/cm^2$$

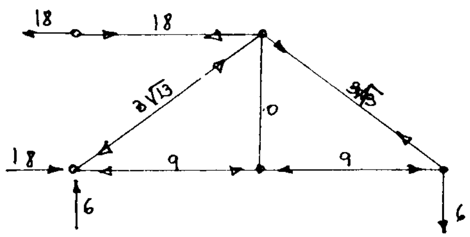
$$f_a = n f_c = \frac{20}{1.5}(136.36) = 1818.18\ Kg/cm^2$$

Problema Si la carga P que soporta la armadura del croquis es de 6 Ton, diseñar la cuerda superior utilizando angulos de acero (uno solo o dos espalda con espalda)

σ perm = 1500 kg/cm²



Solución:



$$A = \frac{P}{\sigma} = \frac{18\,000}{1\,500} = 12 \text{ cm}^2$$

Con dos ángulos de $2\frac{1}{2}'' \times 2\frac{1}{2}'' \times 3/16''$

$A = 12.62 \text{ cm}^2$

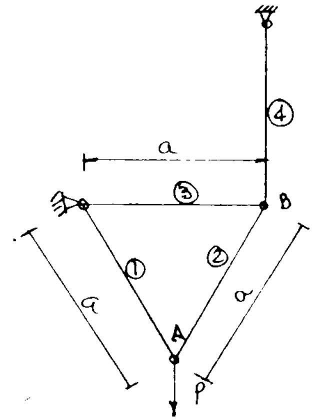
O un ángulo de $3'' \times 2'' \times 7/16''$

$A = 12.9 \text{ cm}^2$

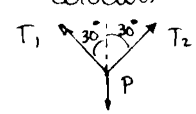
Problema Para el sistema mostrado calcular el área de las secciones transversales de las barras 1, 2, 3 y 4. Emplee acero A-36 y $f_y = 2530$ kg/cm². Considere el esfuerzo permisible en compresión igual al de tensión.

$a = 2.5$ m

$p = 30$ Ton



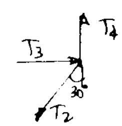
Solución: Por equilibrio en el nudo A



$\Sigma F_x = 0$ $\quad + T \operatorname{sen} 30° = T_2 \operatorname{sen} 30°$ $\quad T_1 = T_2$

$\Sigma F_y = 0$ $\quad 2T_1 \cos 30° = P$ $\quad T_1 = \frac{P}{\sqrt{3}}$

Por equilibrio en el nudo B



$\Sigma F_x = 0; T_3 = T_2 \operatorname{sen} 30° = \frac{P}{\sqrt{3}} \frac{1}{2} = \frac{P}{2\sqrt{3}}$

$\Sigma F_y = 0$

$T_4 = T_2 \cos 30° = \frac{P}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{P}{2}$

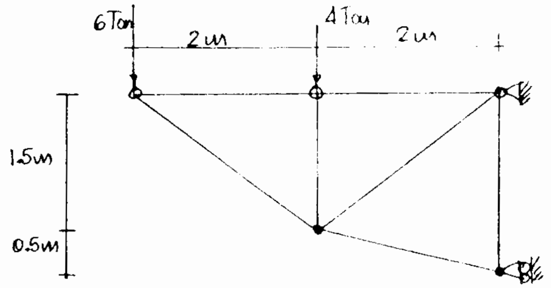
Como $\sigma_t = 0.6\,\sigma_y = 1518$ kg/cm²

$$A_1 = A_2 = \frac{P}{\sqrt{3}\,\sigma_t} = \frac{30\,000}{\sqrt{3}\,(1518)} = 11.41 \text{ cm}^2$$

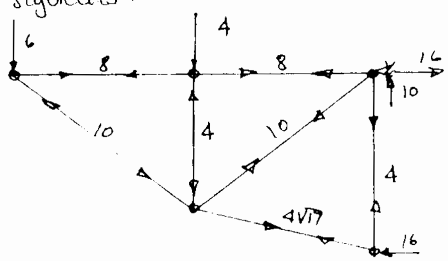
$$A_3 = \frac{P}{2\sqrt{3}\,\sigma_t} = \frac{30\,000}{2\sqrt{3}\,(1518)} = 5.705 \text{ cm}^2$$

$$A_4 = \frac{P}{2\,\sigma_t} = \frac{30\,000}{2\,(1518)} = 9.881 \text{ cm}^2$$

Problema La armadura de la figura con el sistema de cargas mostrado será hecha con acero A-36 siguiendo las especificaciones del AISC. Determine el área de la sección transversal requerida en cada una de las barras sometidas a fuerzas internas de tensión.



Solución: Despues de efectuar el análisis se obtienen los resultados siguientes:



Como $f_y = 2530\ Kg/cm^2$

$f_t = 0.6\ f_y = 1520\ Kg/cm^2$

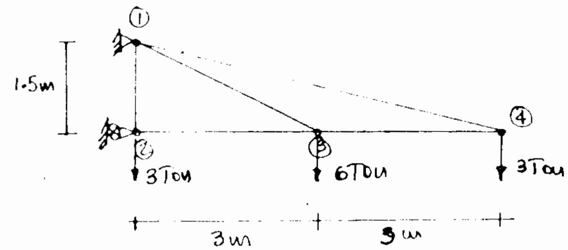
Aplicando $A_i = \frac{P_i}{f_t}$

$A_{AB} = A_{BC} = \frac{8\,000}{1520} = 5.26\ cm^2$

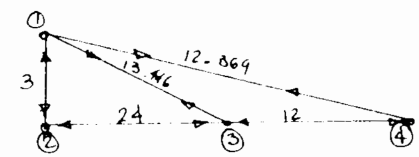
$A_{DC} = \frac{10\,000}{1520} = 6.58\ cm^2$

$A_{CE} = \frac{4\,000}{1520} = 2.68\ cm^2$

Problema Para sostener el techo de un pequeño estadio deportivo se emplea una armadura como la mostrada. Si el sistema de cargas es el indicado y la armadura se hará en acero A-36 ($f_y = 2530\ Kg/cm^2$) determine el área de la sección transversal requerida en cada una de las barras para que la armadura tenga un comportamiento adecuado. Considere los esfuerzos en tensión y en compresión iguales.



Solución: Al resolver la estructura se obtiene lo siguiente:



$f_t = 0.6\ f_y = 0.6(2530) = 1518\ Kg/cm^2$

Aplicando $A_i = \frac{P_i}{Ft_i}$

$A_{12} = \frac{3000}{1518} = 1.976\ cm^2$

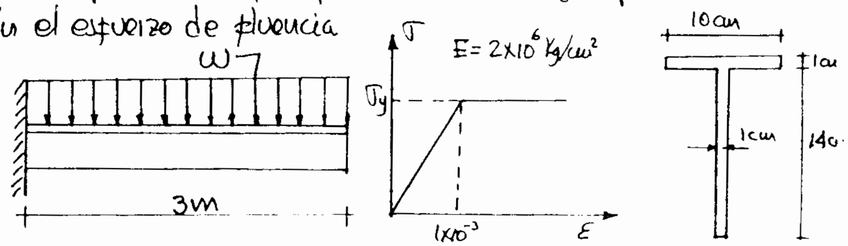
$A_{13} = \frac{13416}{1518} = 8.838\ cm^2$

$A_{14} = \frac{12\,869}{1518} = 8.148\ cm^2$

$A_{32} = \frac{24\,000}{1518} = 15.81\ cm^2$

$A_{34} = \frac{12000}{1518} = 7.905\ cm^2$

Problema Para la viga mostrada en la figura obtenga la magnitud máxima de la carga uniformemente repartida w que puede soportar al presentarse por primera vez en algún punto de la sección el esfuerzo de fluencia



Solución: Primero se determina la posición del eje neutro

$$\bar{y} = \frac{10\times1\times0.5 + 14\times1\times8}{10+14} = \frac{5+112}{24} = 4.875\,cm$$

$$y_s = 4.875\,cm;\quad y_i = 10.125\,cm$$

$$I = \frac{10(1)^3}{12} + 10(4.375)^2 + \frac{1(14)^3}{12} + 14(2.125)^2 = 0.8333 + 191.4 + 228.67 + 136.72$$

$$I = 557.625\,cm^4$$

$$S_s = 114.38\,cm^3 \quad S_i = 55.07\,cm^3 \text{ rige } S_i$$

$$\sigma_y = E\varepsilon = 2\times10^6(10^{-3}) = 2\times10^3 = 2000\,Kg/cm^2$$

$$M_{max} = S_i\,\sigma_y = 2000\times55.074 = 110\,148.14\,Kg\text{-}cm$$

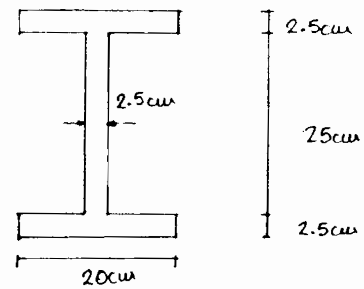
$$M_{max} = 1101.4814\,Kg\text{-}m = 1.1014814\,T\text{-}m$$

$$M_{empot} = M_{max} = \frac{wl^2}{2} = \frac{w9}{2} = 1.1014814$$

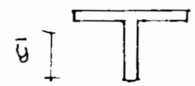
$$W_{max} = \frac{2(1.1014814)}{9} = \frac{2.2029628}{9} = 0.2447736\,T/m$$

$$W_{max} = 244.77\,Kg/m$$

Problema Usando el concepto de "plasticidad ideal" (recta horizontal en la parte alta del diagrama) (σ - ε cuando $\sigma = \sigma_y$, omitiendo las deformaciones elásticas), determine: a) El valor del momento flexionante último (plástico) que puede soportar la sección transversal mostrada si $\sigma_y = 2530\,Kg/cm^2$
b) El factor de forma (K; f_f) de la misma sección.



Solución:



$$I = 2\left[\frac{20(2.5)^3}{12} + 20(2.5)(13.75)^2\right] + \frac{2.5(25)^3}{12} = 22\,213.541\,cm^4$$

$$S = \frac{I}{c} = 1480.9027\,cm^3;\quad \frac{A}{2} = 20(2.5) + 12.5(2.5) = 81.25\,cm^2$$

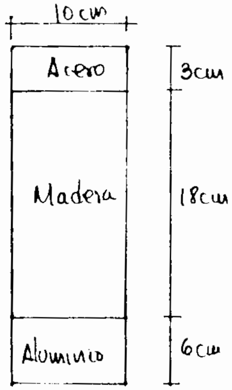
$$\bar{y} = \frac{[12.5(2.5)6.25 + 20(2.5)13.75]}{81.25} = 10.865\,cm$$

$$Z = \frac{A}{2}(\bar{y}_1 + \bar{y}_2) = 81.25(10.865 + 10.865) = 1765.625\,cm^3$$

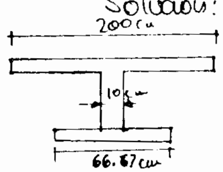
$$M_p = Z\,\sigma_y = 1765.625(2530) = 4467031\,Kg\text{-}cm$$

$$K = \frac{Z}{S} = \frac{1765.625}{1480.9027} = 1.1922625$$

Problema Una viga de prueba está compuesta de tres materiales, acero, madera y aluminio con la sección transversal mostrada en la figura; las tres partes se hallan firmemente unidas entre sí de manera que no existe posibilidad de desplazamiento entre ellas y trabajan como una unidad. Determinar la magnitud del momento máximo que puede soportar la viga si los esfuerzos permisibles son: $\sigma_{p\,acero} = 1200\ Kg/cm^2$, $\sigma_{p\,alum} = 800\ Kg/cm^2$ y $\sigma_{p\,madera} = 100\ Kg/cm^2$; $E_{acero} = 2.1\times10^6\ Kg/cm^2$, $E_{alum} = 7\times10^5\ Kg/cm^2$ y $E_{madera} = 10.5\times10^4\ Kg/cm^2$



Solución: $\frac{E_{acero}}{E_{madera}} = 20$; $\frac{E_{aluminio}}{E_{madera}} = 6.667$ $A = 1180\ cm^2$



$$\bar{y} = \frac{[66.67(6)3 + 10(18)15 + 200(3)25.5]}{1180} = 16.27\ cm$$

$$I = \frac{(66.67)(6)^3}{12} + 400(13.27)^2 + \frac{10(18)^3}{12} + 180(1.27)^2 + \frac{200(3)^3}{12} + 600(9.23$$

$I = 128\,353.21\ cm^4$; $S_i = 7888.37\ cm^3$; $S_s = 11963.41\ cm^3$

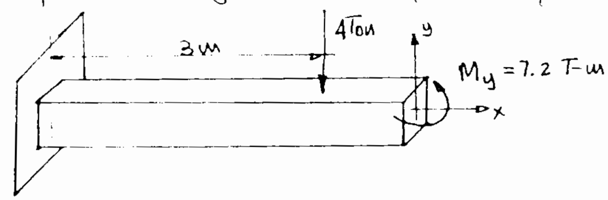
En la madera en la fibra mas alejada $S_i = 12\,496.435\ cm^3$

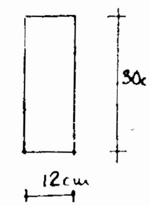
$M_m = 1249643.5\ Kg\text{-}cm$

$\frac{\sigma_{acero}}{n} = \frac{1200}{20} = 60$ $M_{ac} = 60(11963.41) = 717804.6\ Kg\text{-}cm$ (Rige

$\frac{\sigma_{alum}}{n} = \frac{800}{6.67} = 120$ $M_{al} = 120(7888.37) = 946\,604.94\ Kg\text{-}cm$

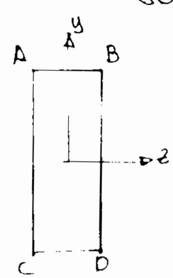
Problema Un cantiliver soporta el sistema de cargas esquematizado en la figura, si la sección transversal tiene las dimensiones indicadas y el peso propio de la viga es de 3 Ton en total; a) Determinar los esfuerzos máximo de tensión y compresión; b) Localizar el eje neutro; c) Dibujar un croquis del diagrama de esfuerzos.





Solución: El momento en el apoyo es:

$M = 4(3) + 3(2) = 18\ T\text{-}m$



$I_z = \frac{12(30)^3}{12}$; $S_z = \frac{(30)^3}{15}$

$I_y = \frac{30(12)^3}{12}$ $S_y = \frac{30(12)^2}{6}$

Los esfuerzos en los puntos A, B, C y D son

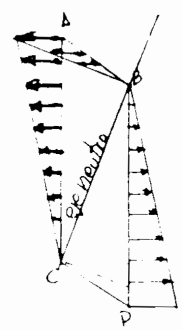
$$\sigma_A = \frac{18\,000\,00(15)}{(30)^3} + \frac{7\,200\,00(6)}{30(12)^2} = 2000\ Kg/cm^2$$

$$\sigma_B = \frac{18\,000\,00(15)}{(30)^3} - \frac{720000(6)}{30(12)^2} = 0.0\ Kg/cm^2$$

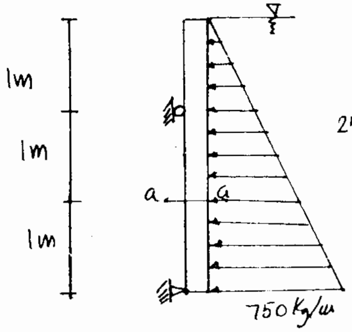
$$\sigma_C = -\frac{18\,000\,00(15)}{(30)^3} + \frac{720000(6)}{30(12)^2} = 0.0\ Kg/cm^2$$

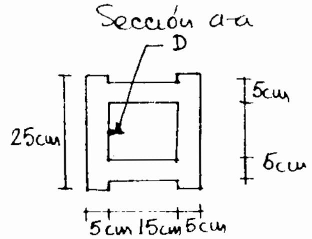
$$\sigma_D = -\frac{18\,000\,00(15)}{(30)^3} - \frac{720000(6)}{30(12)^2} = -2000\ Kg/cm^2$$

Como $\sigma_B = \sigma_C = 0.0$ el eje neutro pasa por esos puntos

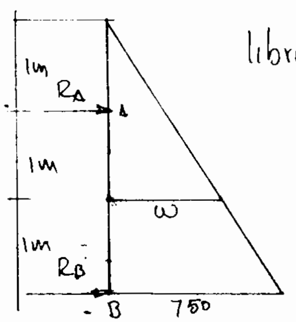


Problema En una presa de derivación una viga que forma parte de una compuerta soporta una carga hidrostática como se muestra en la figura. Obtener el esfuerzo en el punto D de la sección a-a debido al momento flexionante.





Solución: El momento flexionante en la sección a-a es: $M = R_A(1) - \frac{w(2)}{2}\frac{(1)}{3}(2)$



Del diagrama de la izquierda por equilibrio $\Sigma M_B = 0$ $R_A(2) - \frac{750(3)}{2}\frac{(1)}{3}(3) = 0$

$R_A = \frac{750 \times 3}{4} = 563$ Kg

Por triangulos semejantes $\frac{750}{3} = \frac{w}{2}$

$w = \frac{1500}{3} = 500$ Kg/m

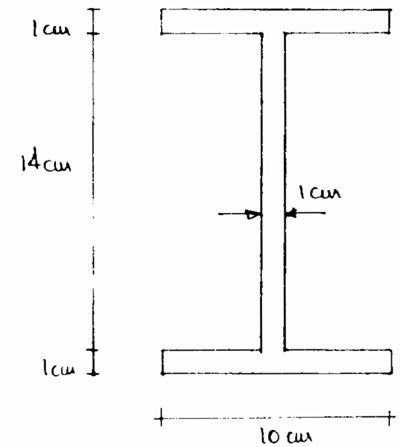
$\therefore M = 563 - \frac{500(2)}{3} = 230$ Kg-m

$I = 2\left[\frac{25(5)^3}{12} + 25\times5\times10^2\right] + 2\left[\frac{5(15)^3}{12}\right]$

$I = 25520.8 + 2812.5 = 28333.33$ cm^4

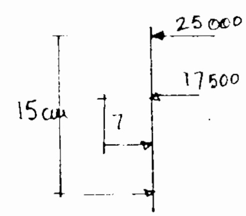
$\sigma_D = \frac{23000}{28333.33}\times10 = 8.12$ Kg/cm^2

Problema Obtener para la viga cuya sección transversal se muestra, a) El máximo momento elástico Me que soporta; b) El momento plástico Mp y el factor de forma $F_f = \frac{M_p}{M_e}$ Considere el material elastoplástico perfecto con un valor de $f_y = 2500$ Kg/cm^2



Solución: $I = \frac{10(16)^3}{12} - \frac{9(14)^3}{12} = 3413.33 - 2058 = 1355.33$ cm^4

$S = \frac{I}{8} = 169.42$ cm^3



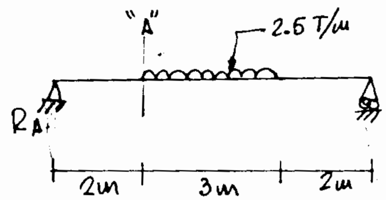
$M_e = \sigma_y S = 2500 \times 169.42 = 423540.6$ Kg-cm

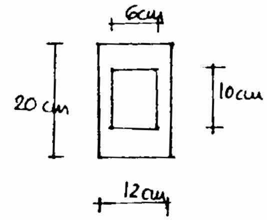
$M_p = 2.5\times10^4\times15 + 1.75\times10^4\times7$

$M_p = (37.5 + 12.25)\times10^4 = 49.75\times10^4$ Kg-cm

$f_f = \frac{M_p}{M_e} = \frac{497500}{423540.6} = 1.17$

Problema ¿Cual es el máximo esfuerzo que ocurre en la sección "A" de una viga con las características de la figura?





Solución El momento en "A" es

$$M = R_A \times 2$$

Por simetría $R_A = \frac{2.5}{2} \times 3 = \frac{7.5}{2}$

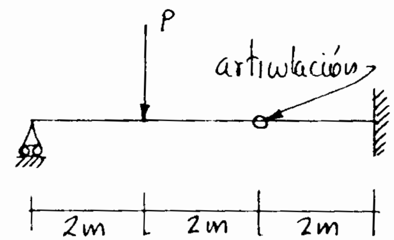
$$M = \frac{7.5}{2} \times 2 = 7.5 \text{ T-m}$$

$$I = \frac{1}{12}\left(12 \times 20^3 - 6 \times 10^3\right) = 10^3(8 - 0.5)$$

$$I = 7.5 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

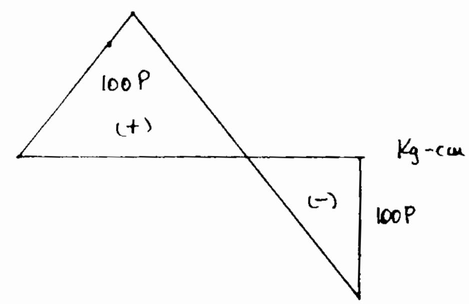
$$\sigma_{max} = \frac{7.5 \times 10^5}{7.5 \times 10^3}(10) = 1000 \text{ Kg/cm}^2$$

Problema Calcule el valor de la carga P que puede aplicarse a la viga de la figura si el esfuerzo permisible en flexión es $\sigma = 1500$ Kg/cm², y el módulo de sección elástico es $S = 2700$ cm³



Solución:

Diagrama de Momento flexionante.

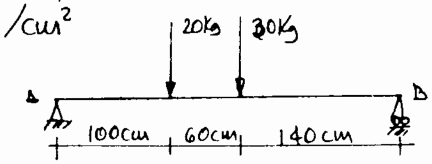


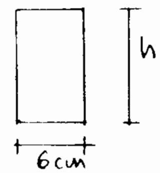
$$M_{max} = \pm 100 \, P \text{ Kg-cm}$$

$$M = fS : \quad 100 P = 1500 (2700)$$

$$P = 40500 \text{ Kg}$$

Problema Para la viga de la figura determinar el peralte apropiado h para que soporte las cargas indicadas sin exceder de 1.0cm la flecha en el centro del claro y sin que se sobrepase el esfuerzo admisible a la flexión de $85 Kg/cm^2$ y $E = 10^5 Kg/cm^2$



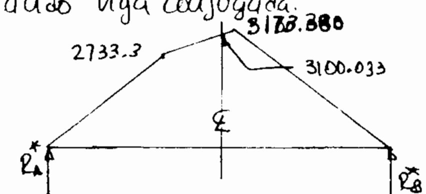


Solución: Resolviendo la viga; por equilibrio $\sum M_A = 0$

$20(100) + 30(160) = 300 R_B$ $\quad \therefore R_B = 22.667 Kg$

Por $\sum F_y = 0$ $\quad R_A = 27.333 Kg$

Obteniendose el diagrama de momento flexionante y aplicando viga conjugada.



Para la seccion transversal $I = \frac{bh^3}{12}$

$I = \frac{6(h)^3}{12} = 0.5 h^3$

Por $\sum M_A = 0$ $\quad \frac{2733.30}{EI} \times \frac{100}{2} \times \frac{2}{3}(100) + \frac{2733.3}{EI}(60)(130) + \frac{(440.08)}{EI} \times \frac{60}{2} \times 140$

$+ \frac{3173.38}{EI}\left(\frac{140}{2}\right)(206.66) = 300 R_B^*$

$\therefore R_B = \frac{20624.34}{EI}$

Para que la flecha sea igual a 1 cm al centro del claro

$1 = \frac{260624.34}{EI}(150) - \frac{3173.38}{EI}\left(\frac{140}{2}\right)(56.66) - \frac{3100.033}{EI}(10)(5)$

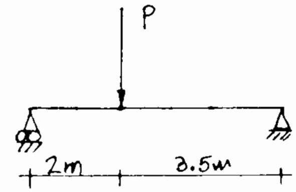
$- \frac{73.3467}{EI}\left(\frac{10}{2}\right) 6.66$ $\quad \therefore .5h^3 = 26348465$

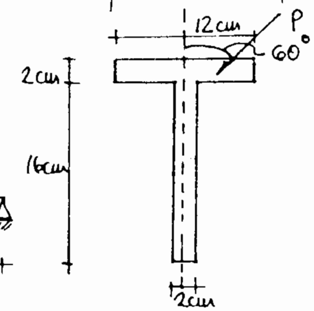
$h^3 = 526.9693$ $\quad \therefore h = 8.08 cm$

$M_{max} = 3173.38 Kg\text{-}cm$ $\quad \sigma = \frac{M}{I} y = \frac{M(12)}{6h^3}\frac{h}{2} = \frac{M}{h^2}$

$\therefore h^2 = \frac{M}{\sigma} = \frac{3173.38}{85} = 37.33$ $\quad h = 6.11 cm$ Rige.

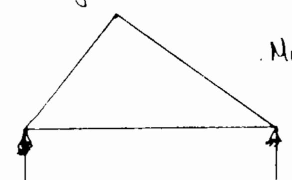
Problema Para la viga cargada como se muestra si los esfuerzos permisibles son $840 Kg/cm^2$ y $350 Kg/cm^2$ a compresión y tensión respectivamente; determinar la carga P máxima que puede ser aplicada sin que tales esfuerzos se rebasen.





La carga P tiene su linea de acción sobre el centro de gravedad

Solución El diagrama de momentos flexionante



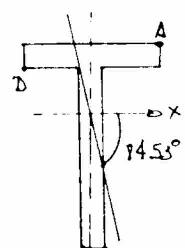
$M_{max} = \frac{2P}{5.5}$ Kg-m

Para la sección $\bar{y} = \frac{(2\times 12)1 + (2\times 16)16}{2(12+16)} = 6.14 cm$

$I_x = 1801.5237 cm^4$ $\quad I_y = 298.67 cm^4$

La inclinación del eje neutro es $\tan\alpha = \frac{I_x}{I_y}\tan\theta$

$\tan\alpha = 10.447$ $\quad \alpha = 84.53°$



Los esfuerzos máximos ocurren en A y D

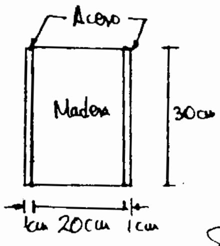
$\sigma_A = -\frac{M_x}{I_x} y - \frac{M_y}{I_y} x = -840 = -\frac{0.5\,\frac{700}{5.5}P}{1801.523}(6.14) - \frac{0.866\,\frac{700}{5.5}P}{298.67}(6)$

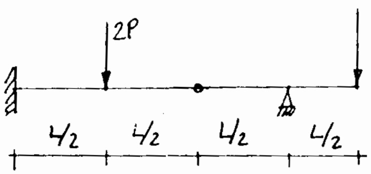
$\therefore P = 345.513 Kg$

$\sigma_D = -\frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x = 350 = -\frac{0.5\left(\frac{700}{5.5}\right)P}{1801.523}(4.14) + \frac{0.866\left(\frac{700}{5.5}\right)P}{298.67}(6)$

$\therefore P = 169.253$ Rige

Problema ¿Cual es el mayor valor que puede alcanzar la carga P en una viga con la sección, condiciones de apoyo y sistema de carga esquematizados en la figura, si los esfuerzos permisibles son los indicados?





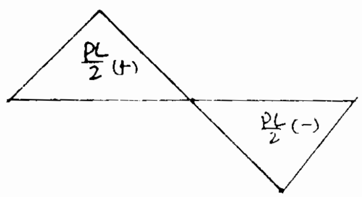
$E_{madera} = 8\times10^4\ Kg/cm^2$

$\sigma_{madera} = 100\ Kg/cm^2$

$L = 4m$ $\quad E_{acero} = 2.1\times10^6\ Kg/cm^2$

$\sigma_{acero} = 1300\ Kg/cm^2$

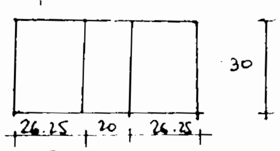
Solución: Diagrama de momentos flexionantes:



$M_{max} = \frac{PL}{2}$

$M_{resist} = \frac{\sigma_p I}{y}$ $\qquad n = \frac{E_{acero}}{E_{madera}} = 26.25$

Sección transformada



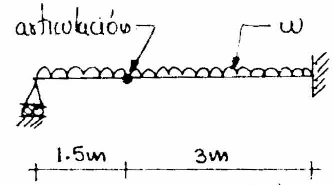
$I = \frac{72.5 \times 30^3}{12} = 163\ 125\ cm^4$; $\sigma_p = \frac{\sigma_s}{n} = \frac{1300}{26.25} = 49.52 < \sigma_m$

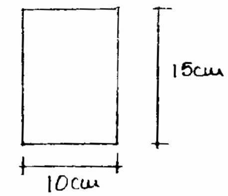
$M_r = \frac{49.52(163\ 125)}{15} = 5.38\times10^5\ Kg\text{-}cm$

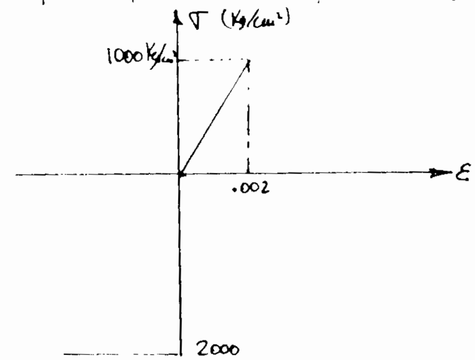
$\therefore M_r = M_{max} = \frac{P(4)}{2} = 5.38\ T\text{-}m$

$\therefore P = \frac{5.38}{2} = 2.69\ Ton$

Problema Calcular el valor de la carga ultima w_u para la viga mostrada si el material del que esta hecha se comporta como se indica en la gráfica







Solución:

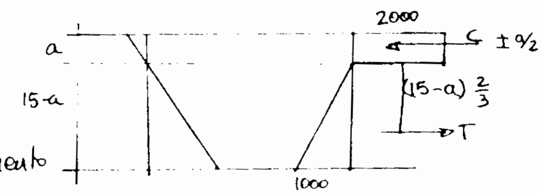
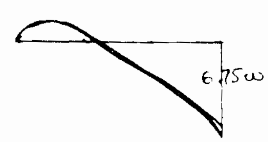


Diagrama de Momento Flexionante en función de w



$C = T$

$2000(10)\,a = (1000)\frac{(15-a)}{2}(10)$

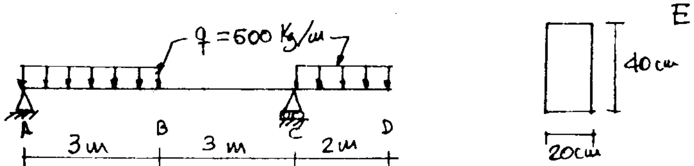
$4a = 15 - a \qquad a = \frac{15}{5} = 3\ cm$

$M_u = 2000(10)(3)\left[\frac{3}{2} + \frac{2}{3}(15-3)\right] = 5.7\ T\text{-}m$

$w_u = \frac{5.7}{6.75} = 0.844\ T/m$

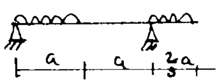
Problema Para la viga mostrada en la figura determinar a) Los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante b) La magnitud de los esfuerzos normales máximos en el punto de momento máximo; c) La magnitud de los esfuerzos cortantes máximos en un punto situado a 1.5m del apoyo izquierdo; d) Las ecuaciones generales de la pendiente y el desplazamiento; e) La magnitud del desplazamiento vertical en el punto c

$E = 1.2 \times 10^5\ Kg/cm^2$



Solución: a) Obtener reacciones por equilibrio $\Sigma M_A = 0$ $q\frac{a^2}{2} + \frac{2}{3}qa\frac{7}{3}a - 2aR_D = 1$

Considerando $a = 3m$

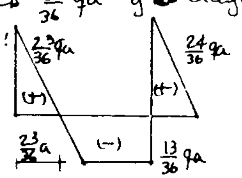


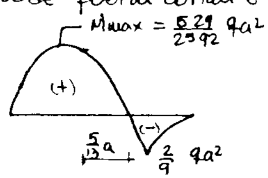
$R_D = \frac{37}{36}qa$

Por $\Sigma F_y = 0$ $R_A = qa(5 - \frac{37}{36})$

Por tanto $R_A = \frac{23}{36}qa$ y los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante quedan:

D.F.C.





Para $0 \le x \le a$ $V = \frac{23}{36}qa - qx$ Para $V = 0$ $x = \frac{23}{36}a$

$M_{max} = \frac{23}{36}qa\,x - \frac{q}{2}x^2$ $M_{max} = qa^2\left(\frac{529}{1296} - \frac{529}{2592}\right) = \frac{529}{2592}qa^2$

$V_{x=1.5} = q\,a\left(\frac{23}{36} - \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{36}qa$ Siendo $I = \frac{20(40)^3}{12} = 106\,666.67\ cm^4$

b) $\sigma_{max} = \frac{M}{I}y = \frac{5(29)(5)(300)^2(20)}{2592(10666667)} = 17.22\ Kg/cm^2$

c) $\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A} = \frac{3}{2}\frac{5}{36}(5)(300)\frac{1}{20(40)} = 0.39\ Kg/cm^2$

d) $EIv'' = M = \frac{23}{36}qax - \frac{q}{2}x^2 + \frac{q}{2}(x-a)^2 - \frac{q}{2}(x-2a)^2 + \frac{37}{36}(x-2a)qa$

$EIv' = EI\theta = \frac{23}{72}qax^2 - \frac{q}{6}x^3 + \frac{q}{6}(x-a)^3 - \frac{q}{6}(x-2a)^3 + \frac{37}{72}(x-2a)^2 qa + C_1$

$EIv = EIy = \frac{23}{216}qax^3 - \frac{7}{24}x^4 + \frac{q}{24}(x-a)^4 - \frac{q}{24}(x-2a)^4 + \frac{37}{216}(x-2a)^3\frac{q}{a}C_1x + C_2$

en $x = 0$ $y = 0$ $= C_2 = 0$

y en $x = 2a$ $y = 0$

$0 = \frac{8(23)}{216}qa^4 - \frac{16}{24}qa^4 + \frac{q}{24}a^4 - 0 - 0 + 2aC_1 = 0$

$C_1 = \frac{1}{2a}qa^4\left(-\frac{184}{216} + \frac{144}{216} - \frac{9}{216}\right) = C_1 = -\frac{49}{432}qa^3$

Las ecuaciones son:

$$\theta = \frac{1}{EI}\left(\frac{23}{72}qax^2 - \frac{q}{6}x^3 + \frac{q}{6}(x-a)^3 - \frac{q}{6}(x-2a)^3 + \frac{37}{72}(x-2a)^2 qa - \frac{49}{432}qa^3\right)$$

$$y = \frac{1}{EI}\left\{\frac{23}{216}qax^3 - \frac{q}{24}x^4 + \frac{q}{24}(x-a)^4 - \frac{q}{24}(x-2a)^4 + \frac{37}{216}(x-2a)^3 qa - \frac{49}{432}qa^3x\right\}$$

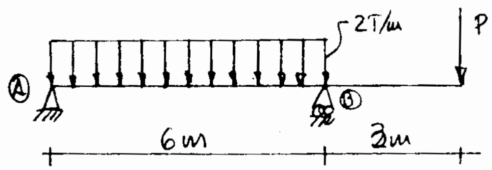
e) El desplazamiento vertical en C $(x = \frac{8}{3}a)$

Como $EI = 1.28 \times 10^6\ Kg\cdot m^2$

$$y_C = \frac{1}{EI}\left[qa^4\right]\left[\frac{23(512)}{216(27)} - \frac{4096}{24(81)} + \frac{625}{24(81)} - \frac{16}{24(81)} + \frac{37(8)}{216(27)} - \frac{49(8)}{(432)3}\right]$$

$$y_C = \frac{1}{EI}qa^4\left[-0.026234\right] = -0.083\ cm$$

Problema Determinar la magnitud de la fuerza P que debe aplicarse en el extremo libre de la viga de la figura, a fin de que el punto medio entre los apoyos no se desplace.



Solución: $R_A = \frac{12(3) - P(3)}{6} = 6 - \frac{P}{2}$

$0 \leq x \leq 6$

$M = (6 - \frac{P}{2})x - \frac{2x^2}{2} = (6 - \frac{P}{2})x - x^2$

$EI\,y' = (6 - \frac{P}{2})\frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{6} + C_1 = (6 - \frac{P}{2})\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + C_1$

$EI\,y = (6 - \frac{P}{2})\frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12} + C_1 x + C_2$

$EI\,y_{x=0} = 0 \quad \therefore \quad C_2 = 0$

$EI\,y_{x=6} = (6 - \frac{P}{2})\frac{(6)^3}{6} - \frac{(6)^4}{12} + 6C_1 \qquad \therefore \quad C_1 = 3P - 18$

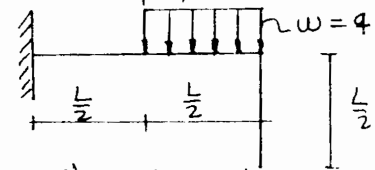
$EI\,y_{x=3} = (6 - \frac{P}{2})\frac{(3)^3}{6} - \frac{(3)^4}{12} + 3(3P-18) = 0$

$27 - \frac{27P}{12} - \frac{81}{12} + 9P - 54 = 0$

$P(9 - \frac{9}{4}) = 54 - 27 + \frac{27}{4}$

$P = \frac{27 + \frac{27}{4}}{9 - \frac{9}{4}} = 5$ Ton

Problema Para la viga de la figura obtener: a) Las ecuaciones de pendiente y desplazamiento y b) Los desplazamientos vertical y horizontal del punto A. Suponga comportamiento elástico y deformaciones pequeñas.



EI = cte

Solución: Haciendo $a = \frac{L}{2}$

$EI\,y^{IV} = P = -q(x-a)^0$

$EI\,y''' = -V = -q(x-a)^1 + C_1$

$EI\,y'' = M = -\frac{q}{2}(x-a)^2 + C_1 x + C_2$

En $x = L$; $V = 0$ $\therefore$ $C_1 = \frac{qL}{2}$; En $x = L$; $M = 0$ $\therefore$ $C_2 = -\frac{3}{8}qL^2$

$EI\,y' = EI\theta = -\frac{q}{6}(x-a)^3 + \frac{qL}{4}x^2 - \frac{3}{8}qL^2 x + C_3$

$EI\,y = -\frac{q}{24}(x-a)^4 + \frac{qL}{12}x^3 - \frac{3}{16}qL^2x^2 + C_3 x + C_4$

En $x = 0$ $\theta = 0$ $y = 0$ $C_3 = 0$ y $C_4 = 0$

Entonces:

a) $\theta = \frac{1}{EI}\left[-\frac{q}{6}(x - \frac{L}{2})^3 + \frac{qL}{4}x^2 - \frac{3}{8}qL^2 x\right]$

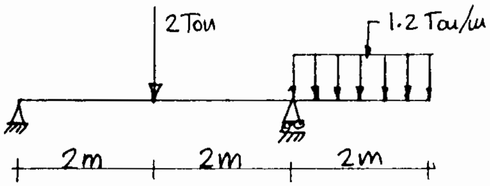
$y = \frac{1}{EI}\left[-\frac{q}{24}(x - \frac{L}{2})^4 + \frac{qL}{12}x^3 - \frac{3}{16}qL^2x^2\right]$ Para $x = L$

$\theta_{x=L} = \frac{1}{EI}\left[-\frac{q}{6}\frac{L^3}{8} + \frac{qL}{4}L^2 - \frac{3}{8}qL^2L\right] = -\frac{7}{48}\frac{qL^3}{EI}$

$y_{x=L} = \frac{1}{EI}\left[-\frac{q}{24}\frac{L^4}{16} + \frac{qL^4}{12} - \frac{3qL^4}{16}\right] = -\frac{41}{384}\frac{qL^4}{EI}$

b) Desp vert $= y = -\frac{41}{384}\frac{qL^4}{EI}$ Desp $_{Hor} = \theta \frac{L}{2} = -\frac{7}{96}\frac{qL^4}{EI}$

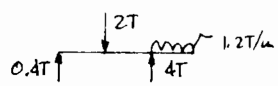
Problema Calcular el desplazamiento vertical del extremo libre de la viga con las características mostradas en la figura



$E = 2.1 \times 10^6\ Kg/cm^2$

$I = 3830\ cm^4$

Solución:



$$M = 0.4x - 2\langle x-2\rangle + 4\langle x-4\rangle - \frac{1.2}{2}\langle x-4\rangle^2$$

$$EI\,y' = 0.2x^2 - \langle x-2\rangle^2 + 2\langle x-4\rangle^2 - 0.2\langle x-4\rangle^3 + C_1$$

$$EI\,y = \frac{0.2}{3}x^3 - \frac{\langle x-2\rangle^3}{3} + \frac{2}{3}\langle x-4\rangle^3 - 0.05\langle x-4\rangle^4 + C_1 x + C_2$$

$$y_{x=0} = 0 \qquad C_2 = 0 \qquad y_{x=4} = 0$$

$$0 = \frac{0.2}{3}(4)^3 - \frac{(2)^3}{3} + 4C_1 \qquad \therefore C_1 = \frac{1}{4}\left(\frac{8}{3} - \frac{12.8}{3}\right) = -0.4$$

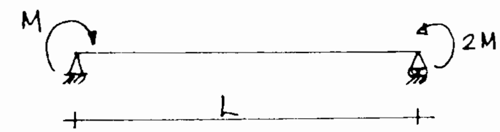
$$EI\,y = \frac{0.2x^3}{3} - \frac{\langle x-2\rangle^3}{3} + \frac{2}{3}\langle x-4\rangle^3 - 0.05\langle x-4\rangle^4 - 0.4x$$

$$EI\,y_{x=6} = \frac{0.2(6)^3}{3} - \frac{(4)^3}{3} + \frac{2(2)^3}{3} - 0.05(2)^4 - 0.4(6)$$

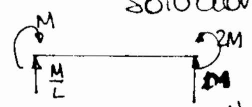
$$EI\,y_{x=6} = 14.4 - \frac{64}{3} + \frac{16}{3} - 0.8 - 2.4 = 4.8\ Ton\text{-}m^3$$

$$y_{x=6} = \frac{-4.8 \times 10^3 \times 10^6}{2.1 \times 10^6 \times 3.83 \times 10^3} = 0.597\ cm$$

Problema Una viga con EI constante se somete a las acciones indicadas; determinar la posición y magnitud de la deflexión máxima.



Solución:



$$M_{(x)} = M + \frac{M}{L}x \qquad EI\,y' = Mx + \frac{M}{2L}x^2 + C_1$$

$$EI\,y = \frac{Mx^2}{2} + \frac{Mx^3}{6L} + C_1 x + C_2$$

$$y_{x=0} = y_{x=L} \qquad C_2 = 0 \qquad C_1 = -M\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{6}\right) = -\frac{2ML}{3}$$

$$EI\,y = M\left[\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6L} - \frac{2Lx}{3}\right]$$

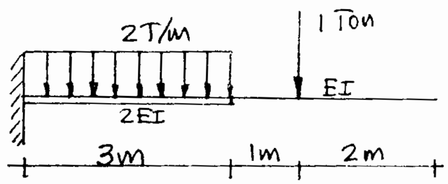
$$EI\,y' = M\left[x + \frac{x^2}{2L} - \frac{2L}{3}\right] = 0 \qquad \therefore x^2 + 2Lx - \frac{4L^2}{3} = 0$$

$$x = L\left(\sqrt{\tfrac{7}{3}} - 1\right)$$

$$EI\,y_{max} = \frac{M}{6}\left[3L^2\left(\sqrt{\tfrac{7}{3}}-1\right)^2 + L^2\left(\sqrt{\tfrac{7}{3}}-1\right)^3 - 4L^2\left(\sqrt{\tfrac{7}{3}}-1\right)\right]$$

$$y_{max} = \frac{ML^2}{6EI}\left[\left(\sqrt{\tfrac{7}{3}}-1\right)^3 + 3\left(\sqrt{\tfrac{7}{3}}-1\right)^2 - 4\left(\sqrt{\tfrac{7}{3}}-1\right)\right]$$

Problema ¿Donde se presenta la flecha máxima del cantiliver de la figura? ¿Cuanto vale?



Solución:

Para $0 < x < 3$

$$2EI\frac{d^2y}{dx^2} = 13 - 7x + x^2$$

$$EIy' = \frac{13x}{2} - \frac{7x^2}{4} + \frac{x^3}{6} + C_1$$

$$EIy = \frac{13x^2}{4} - \frac{7x^3}{12} + \frac{x^4}{24} + C_1x + C_2$$

$$y_{x=0} = y'_{x=0} = 0 \quad \therefore C_1 = C_2 = 0$$

$$y'_{x=3} = \frac{1}{EI}\left(\frac{13(3)}{2} - \frac{7(9)}{4} + \frac{27}{6}\right) = \frac{8.25}{EI}$$

$$y_{x=3} = \frac{1}{EI}\left(\frac{13(9)}{4} - \frac{7}{12}(27) + \frac{81}{24}\right) = \frac{16.95}{EI}$$

Para $3 < x < 4$

$$EIy'' = 4 - x$$

$$EIy' = 4x - \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$EIy'_{x=3} = 12 - \frac{9}{2} + C_1 = 8.25$$

$$C_1 = 0.75$$

$$EIy = 2x^2 - \frac{x^3}{6} + 0.75x + C_2$$

$$EIy_{x=3} = 2(9) - \frac{27}{6} + .75(3) + C_2 = 16.95$$

$$C_2 = 1.125$$

$$y'_{x=4} = \frac{1}{EI}\left(4(4) - \frac{4^2}{2} + 0.75\right) = \frac{8.75}{EI}$$

$$y_{x=4} = \frac{1}{EI}\left(2(4)^2 - \frac{(4)^3}{6} + .75(4) + 1.125\right)$$

$$y_{x=4} = \frac{25.46}{EI}$$

Para $x > 4$

$$EIy'' = 0$$

$$EIy' = C = EIy'_{x=4} = 8.75$$

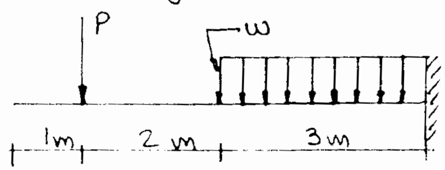
$$EIy = 8.75x + C_2$$

$$EIy_{x=4} = 8.75(4) + C_2 = 25.46$$

$$C_2 = -9.54$$

$$y_{max} = \frac{1}{EI}\left[8.75(6) - 9.54\right] = \frac{42.96}{EI}$$

Problema Para la viga mostrada en la figura escriba haciendo uso del método de integración directa las ecuaciones generales que permiten encontrar la pendiente y el desplazamiento para cualquier punto de el eje longitudinal de la viga.



EI = cte

Solución:

$$EIy^{IV} = -P\langle x-1\rangle^{-1} - w\langle x-3\rangle^{0}$$

$$EIy''' = -P\langle x-1\rangle^{0} - w\langle x-3\rangle^{1} + C_1 = V$$

$$EIy'' = -P\langle x-1\rangle^{1} - \frac{w}{2}\langle x-3\rangle^{2} + C_1x + C_2 = M$$

$$EIy' = -\frac{P}{2}\langle x-1\rangle^{2} - \frac{w}{6}\langle x-3\rangle^{3} + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3$$

$$EIy = -\frac{P}{6}\langle x-1\rangle^{3} - \frac{w}{24}\langle x-3\rangle^{4} + \frac{C_1}{6}x^3 + \frac{C_2}{2}x^2 + C_3x + C_4$$

En $x=0$ $V=0$ $\therefore C_1 = 0$

En $x=0$ $M=0$ $\therefore C_2 = 0$

En $x=6$ $y'=0$ $\therefore C_3 = \frac{1}{2}(25P + 9w)$

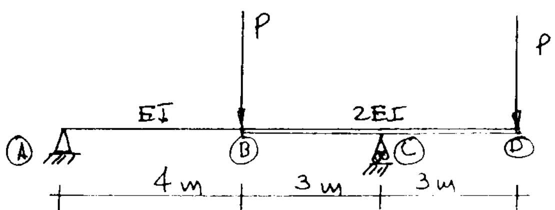
En $x=6$ $y=0$ $\therefore C_4 = -\frac{1}{2}\left(\frac{325}{3}P + \frac{189}{4}w\right)$

Entonces

$$y' = \theta = \frac{1}{EI}\left[-\frac{P}{2}\langle x-1\rangle^{2} - \frac{w}{6}\langle x-3\rangle^{3} + \frac{1}{2}(25P + 9w)\right]$$

$$y = \frac{1}{EI}\left[-\frac{P}{6}\langle x-1\rangle^{3} - \frac{w}{24}\langle x-3\rangle^{4} + \frac{1}{2}(25P + 9w)x - \frac{1}{2}\left(\frac{325}{3}P + \frac{189}{4}w\right)\right]$$

Problema: Empleando cualquiera de los métodos vistos en clase (integración directa, área-momento o viga conjugada) calcule la rotación y el desplazamiento vertical en el extremo libre de la viga mostrada en la figura.



Solución: Por $\Sigma M_A = 0$ $\quad 4P + 10P - 7R_C = 0 \quad R_C = \frac{14P}{7} = 2P$

Tramo AB

$EI y^{IV} = 0$

$EI y''' = 0$

$EI y' =$

$EI y = 0$

Tramo BD

$2EI y^{IV} = -P\langle x-4\rangle^{-1} + 2P\langle x-7\rangle^{-1} - P\langle x-10\rangle^{-1}$

$2EI y''' = -P\langle x-4\rangle^{0} + 2P\langle x-7\rangle^{0} - P\langle x-10\rangle^{0}$

$2EI y'' = -P\langle x-4\rangle^{1} + 2P\langle x-7\rangle^{1} - P\langle x-10\rangle^{1}$

$2EI y' = -\frac{P}{2}\langle x-4\rangle^{2} + 2P\langle x-7\rangle^{2} - P\langle x-10\rangle^{2}$

$EI y' = -\frac{P}{4}\langle x-4\rangle^{2} + \frac{P}{2}\langle x-7\rangle^{2} - \frac{P}{4}\langle x-10\rangle^{2} + \theta_0$

$EI y = -\frac{P}{12}\langle x-4\rangle^{3} + \frac{P}{6}\langle x-7\rangle^{3} - \frac{P}{12}\langle x-10\rangle^{3} + \theta_0 x + v_0$

En $x = 0$ $\quad y_0 = 0 \quad v_0 = 0$

En $x = 7$ $\quad y = 0$

$EI y = -\frac{P}{12}\langle 7-4\rangle^{3} + \frac{P}{6}\langle 7-7\rangle^{3} - \frac{P}{12}\langle 7-10\rangle^{3} + \theta_0 7 = 0$

$0 = -\frac{P}{12}(3)^3 + 0 - 0 + \theta_0 7 = 0$

$0 = -\frac{P(27)}{12} + 7\theta_0 \qquad \therefore \theta_0 = \frac{27}{7(12)}P$

$\theta_0 = \frac{27}{84} = \frac{9}{28}P$

$\therefore \quad EI y' = -\frac{P}{4}\langle x-4\rangle^{2} + \frac{P}{2}\langle x-7\rangle^{2} - \frac{P}{4}\langle x-10\rangle^{2} + \frac{9}{28}P$

$EI y = -\frac{P}{12}\langle x-4\rangle^{3} + \frac{P}{6}\langle x-7\rangle^{3} - \frac{P}{12}\langle x-10\rangle^{3} + \frac{9}{28}Px$

Cuando $x = 10$

$y' = \frac{1}{EI}\left[-\frac{P}{4}\langle 6\rangle^2 + \frac{P}{2}(3)^2 + \frac{9}{28}P\right]$

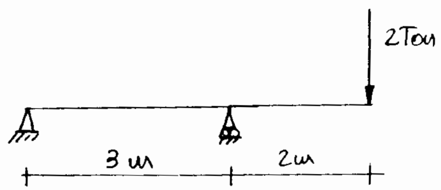
$y' = \frac{1}{EI}\left[-P\frac{36}{4} + P\frac{9}{2} + \frac{9}{28}P\right] = \frac{P}{EI}\left[-9 + \frac{9}{2} + \frac{9}{28}\right] = -\frac{117}{28}\frac{P}{EI}$

$y'_{x=0} = -\frac{117}{28}\frac{P}{EI}$

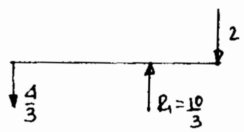
$y = \frac{P}{EI}\left[-\frac{6^3}{12} + \frac{(3)^3}{6} + \frac{9}{28}(10)\right] = \frac{P}{EI}\left[\frac{-1512 + 378 + 270}{84}\right] = \frac{-P}{EI}\frac{72}{7}$

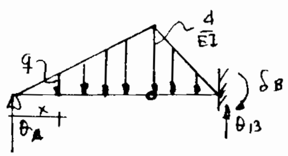
$y = -\frac{72}{7}\frac{P}{EI}$

Problema Obtener la ecuación de la elástica para la viga de sección transversal constante que se muestra.



Solución:



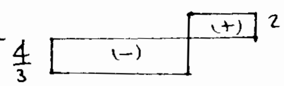


$\theta_A+\theta_B=\frac{4}{EI}(5)\frac{1}{2}=\frac{10}{EI}$

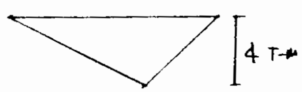
$3\theta_A=\frac{4}{EI}\left(\frac{3}{2}\right)(1)$; $\theta_A=\frac{2}{EI}$

$\theta_B=\frac{10}{EI}-\frac{2}{EI}=\frac{8}{EI}$

DFC

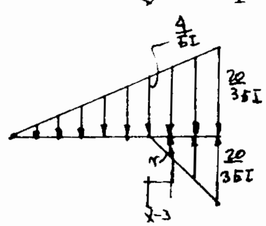


DMF



Como el momento en la viga conjugada es la flecha en la viga real

$$y=\frac{2}{EI}x-\frac{4x}{3EI}\frac{x}{2}\frac{x}{3}=\frac{2}{EI}\left[x-\frac{1}{9}x^3\right] \qquad 0\le x\le 3$$

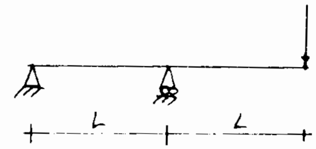


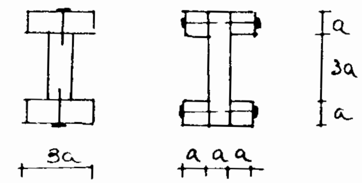
$$y=\frac{2}{EI}\left[x-\frac{1}{9}x^3\right]+\frac{10(x-3)}{3EI}\frac{(x-3)^2}{6}$$

$$y=\frac{2}{EI}\left[x-\frac{1}{9}x^3+\frac{5}{18}(x-3)^3\right] \qquad \text{para } 3\le x\le 5$$

$\frac{\frac{20}{3EI}}{2}=\frac{r}{x-3}$ $\qquad r=\frac{10}{3EI}(x-3)$

Problema Para la viga de la figura se han propuesto las soluciones mostradas ¿Cuál ocupa menos clavos? Justifique su respuesta evaluando el flujo de cortante en cada caso.





Solución: Se necesitan n clavos en cada hilera, siendo

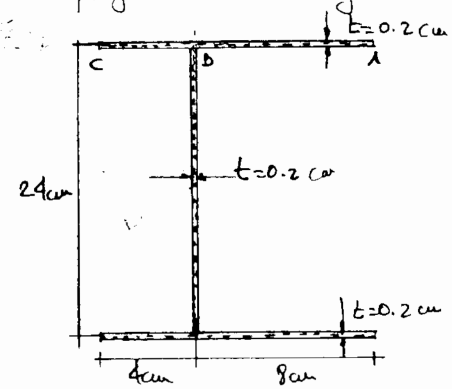
$n=\frac{L}{s}$; $s=\frac{F'}{q}$; $n=\frac{Lq}{F'}=\frac{LVQ}{F'Ib}=kQ$

Para la sección (A) $Q=3a\cdot a\cdot 2a$, con dos hileras de clavos N° clavos $=2\times 6a^3k=12ka^3$

Para la sección (B) $Q=a\cdot a\cdot 2a$, con cuatro hileras de clavos N° clavos $=4\times 2a^3k=8a^3k$

∴ La solución (B) ocupa sólo $\frac{2}{3}$ del número de clavos de la solución (A)

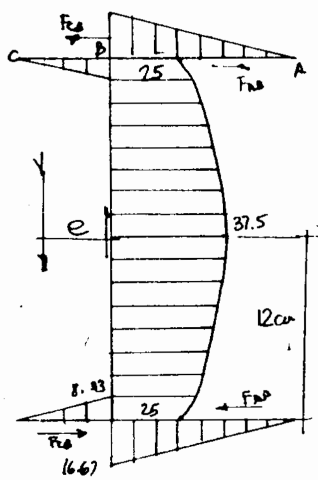
Problema Si la fuerza cortante vertical a que queda sometida la sección mostrada es de 800 Kg, dibujar el diagrama de flujo de cortante y situar el centro de cortante



Solución

$$I_{EN} = \frac{bh^3}{12} + 2Ad^2 = \frac{0.2(24)^3}{12} + 2(12\times 0.2)\,12^2 = 921.6\ cm^4$$

$$q = \frac{VQ}{I}$$



$$q_{AB} = \frac{800}{921.6}(8\times .2)\,12 = 16.67\ Kg/cm$$

$$q_{CB} = \frac{800}{921.6}(4\times 0.2)\,12 = 8.33\ Kg/cm$$

De lo anterior q_{AB} y q_{CB} se deduce que $q_B = 25\ Kg/cm$

$$q_{EN} = 25 + \frac{800}{921.6}(12\times 0.2)\,6 = 25 + 12.5 = 37.5\ Kg/cm$$

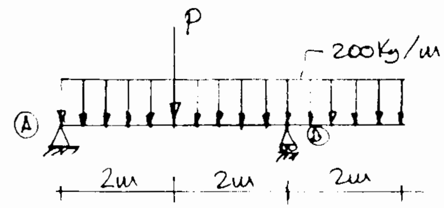
$$F_{AB} = 16.67\times 8\times 0.5 = 66.68\ Kg$$

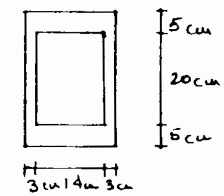
$$F_{CB} = 8.33\times 4\times 0.5 = 16.67\ Kg$$

$$\Sigma M_o = 0 \qquad 800\,e = 66.68(24) - 16.6)(24)$$

$$e = 1.5\ cm$$

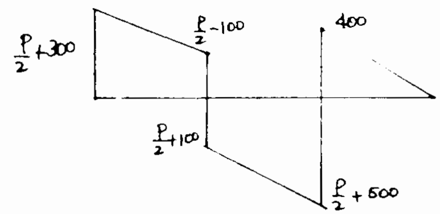
Problema Una viga de sección transversal en cajón como la mostrada soporta una carga uniformemente distribuida de 200 Kg/m y una fuerza concentrada P. Considerando únicamente la acción de la fuerza cortante, determine el máximo valor de P que puede ser aplicada si el esfuerzo cortante permisible $\tau_p = 30\ Kg/cm^2$





Solución El diagrama de fuerza cortante es el siguiente

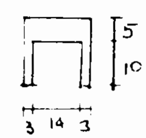
Dado que $R_A = \frac{P}{2} + 300$ y $R_B = \frac{P}{2} + 900$



$$\frac{P}{2} + 500 = V_{max}$$

$$I_T = 35666.67\ cm^4$$

Para cortante máximo en la sección media de la sección transversal



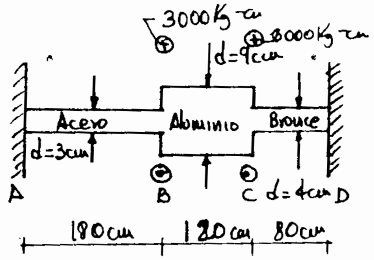
$$Q = 1550\ cm^3$$

Como $\tau = \frac{VQ}{Ib}$ $\qquad V = \frac{\tau I b}{Q} = \frac{P}{2} + 500$

$$P = \left[\frac{30(35666.67)\,6}{1550} - 500\right]2$$

$$P = 7283.87\ Kg$$

Problema Una flecha esta compuesta de tres porciones AB, BC y CD soldadas entre sí y el conjunto empotrado en los extremos y sujeto a los momentos torsionantes indicados. Para el acero $G = 8.4 \times 10^5\ Kg/cm^2$, para el aluminio $G = 2.8 \times 10^5\ Kg/cm^2$ y para el bronce $G = 4.2 \times 10^5\ Kg/cm^2$. a) Determinar el esfuerzo cortante máximo en cada material. b) Determinar la magnitud del esfuerzo torsionante que habría que aplicar en B para que el esfuerzo cortante máximo en el acero fuera de $700\ Kg/cm^2$



Solución: a) Debe satisfacerse que: $\phi_{AD} = 0$

$$\phi_{AD} = 0 = \sum\left(\frac{TL}{GJ}\right) = \left(\frac{32}{\pi}\right)\sum\left(\frac{TL}{Gd^4}\right) = 0$$

$$\frac{T_A(180)}{8.4(3)^4} + \frac{(T_A - 3000)120}{2.8(9)^4} + \frac{(T_A - 9000)(80)}{4.2(4)^4} = 0$$

$T_A = 1994.977\ Kg\text{-}cm$ $T_{BC} = 1005.023\ Kg\text{-}cm$ $T_C = 7005.023\ Kg\text{-}cm$

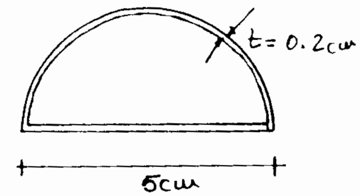
τ_{max} acero $= \frac{16T}{\pi d^3} = 366.88\ Kg/cm^2$; τ_{max} alum $= 7.02\ Kg/cm^2$; τ_{max} bronce $= 557.4\ Kg/cm^2$

b) $T_A = \frac{700(\pi)(3)^3}{16} = 3711\ Kg\text{-}cm$

$$\frac{3711(180)}{680.4} + \frac{(3711 - T_C)120}{18370.8} + \frac{(3711 - T_C - 6000)80}{1075.2} = 0$$

$$T_C = 10325\ Kg\text{-}cm$$

Problema Un tubo de paredes delgadas tiene la forma semicircular mostrada, despreciando la concentración de esfuerzos que se origina en las esquinas calcule: a) El momento torsionante (su magnitud) que producirá un esfuerzo cortante de $600\ Kg/cm^2$ b) El angulo de giro ϕ en una longitud de 150 cm. $G = 8.4 \times 10^5\ Kg/cm^2$



Solución: Si $\tau = \frac{q}{t}$ y $q = \frac{T}{2A^*}$

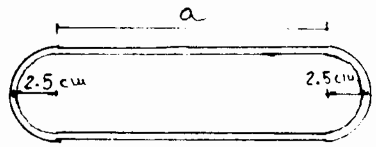
$\tau = \frac{T}{2A^* t}$ $\qquad T = 2A^* t \tau$

$$T = \pi(2.5)^2(0.2)(600) = 2356.2\ Kg\text{-}cm$$

$$\phi = \frac{TL}{4A^{*2}G}\oint\frac{ds}{t} = \frac{(2356.2)2(150)}{4(\pi(2.5))^2(8.4 \times 10^5)}\left(\frac{\pi(2.5)+5}{0.2}\right)$$

$$\phi = .07014\ rad.$$

Problema Un tubo de 3mm de espesor tiene la forma que se indica en la figura. Determine la dimensión a. de manera que se pueda soportar un momento torsionante de 70 Kg-m sin que el esfuerzo cortante máximo exceda de 300 kg/cm²



Solución:

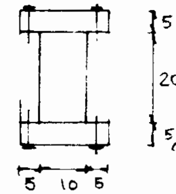
$$\tau = \frac{q}{t} = \frac{T}{2A^*t} = \frac{7000}{2(\pi(2.5)^2+5a)\,0.3} = 300$$

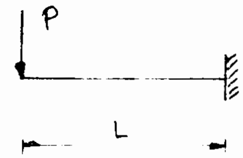
$$7000 = 300\,[11.78097 + 1.5a(2)]$$

$$7000 = 3534.2917 + 450a(2)$$

$$a = \frac{7000 - 3534.2917}{450(2)} = 3.85\text{ cm}$$

Problema Calcular la magnitud de la carga P que actúa en la viga de la figura si cada clavo está soportando una fuerza cortante de 50Kg y la separación longitudinal entre clavos es de 10 cm





Solución:

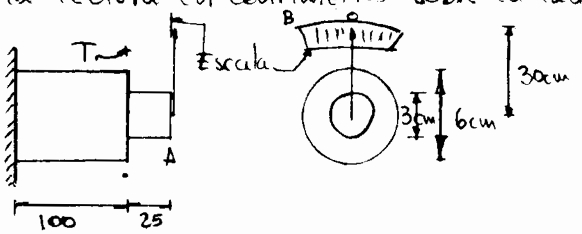
$$I = \frac{20(30)^3}{12} - \frac{10(20)^3}{12} = 38333.33\text{ cm}^4$$

$$Q = 20(5)(12.5) = 1250\text{ cm}^3$$

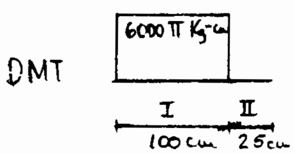
$$q = \frac{100}{10} = 10\,\frac{Kg}{cm} = \frac{PQ}{I}$$

$$P = \frac{10\,I}{Q} = \frac{383333.33}{1250} = 306.67\text{ Kg}$$

Problema Una flecha que consta de dos partes como se muestra en la figura esta sujeta a un momento torsionante T= 6000 π Kg-cm. Un marcador de peso despreciable esta rigidamente unido a la flecha en el extremo A y tiene 30cm de longitud medidos a partir del eje centroidal de la flecha. Si la escala B esta en el plano de la sección transversal en A y el material es latón con $G = 4.2 \times 10^5$ Kg/cm²
¿ Cual es la lectura en centímetros sobre la escala B?



Solución:

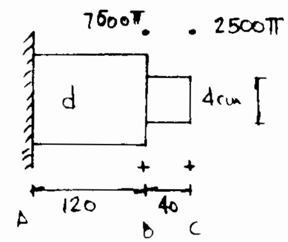


$$\phi_A = \int_0^L \frac{T\,dx}{JG}$$

$$\phi_A = \frac{TL_I}{J_I G} = \frac{6000\pi\ (100)\ 32}{\pi\ (6)^4\ (4.2\times10^5)} = 0.0352733 \text{ radianes}$$

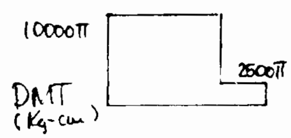
Considerando que el arco es igual a la cuerda, la lectura en la escala B es 0.0352733 x30 = 1.0582 cm

Problema Una flecha de acero de sección variable como se muestra, esta sujeta a dos momentos torsionantes (ver figura). Encuentre el diámetro mínimo d permisible para la flecha de A a B si el esfuerzo cortante permisible es de 800Kg/cm² y el giro total entre A y C esta limitado a 3°, siendo $G = 8.4\times10^5$ Kg/cm²



Secciones circulares sólidas.

Solución:



$$800 = \frac{10\,000\pi\,(16)}{\pi d^3}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{160000}{800}} = 5.85\text{cm}$$

$$\frac{3(\pi)}{180} = \frac{1}{G}\left[\frac{10000\pi(120)32}{\pi d^4} + \frac{2500\pi(40)32}{\pi (4)^4}\right]$$

$$d^4 = \frac{10\,000\,(120)\,32}{\left(\frac{\pi}{60} G - \frac{2500\,(40)32}{256}\right)} = 1219.7331$$

$$d_2 = 5.91 \text{ cm}$$

$$d = 5.91 \text{ cm}$$