



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**

CURSO DE DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

del 14 de Marzo al 18 de Marzo de 2005

**PALACIO DE MINERIA
CLAVE DE -CV 107**

CURSO DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR COMPUTADORA

DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA, UNAM

COMISIÓN FEDERAL DE ELECTRICIDAD

Expositores:

**M.I. Héctor Soto Rodríguez
M.I. Fernando Monroy Miranda
M.I. Celso J. Muñoz Black**

México, D.F.

Marzo de 2005

OBJETIVO GENERAL DEL CURSO:

Al final del curso el participante diseñará estructuras de acero típicas de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), conforme a las Especificaciones basadas en el diseño por factores de carga y resistencia del *American Institute of Steel Construction (AISC-LRFD)*, última edición; con apego al *Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (CFE)* en lo referente a la determinación de las acciones ocasionadas por viento y sismo; y utilizando el programa *STAAD PRO* (última versión) como herramienta de trabajo.

CURSO DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR COMPUTADORA

Fecha: 14 al 18 de marzo de 2005
Horarios: 9:00-14:00 h y 15:00: 19:00 h

Expositores:

M.I. Celso J. Muñoz Black
M.I. Fernando Monroy Miranda
M. I. Héctor Soto Rodríguez

CONTENIDO

Lunes 14 de marzo de 2005.

M. I. Celso J. Muñoz Black

Aspectos relevantes del diseño por sismo

Bases en que se apoyan las disposiciones de análisis por sismo

Criterios de análisis por sismo

Aplicaciones del Manual de Obras Civiles para la evaluación de las acciones por sismo

Aspectos generales del diseño por sismo

Bases en que se apoyan las disposiciones de análisis por viento

Criterios de análisis por viento

Aplicaciones del Manual de Obras Civiles para la evaluación de las acciones por viento

Martes 15 de marzo de 2005.

M.I. Héctor Soto Rodríguez

Diferencias fundamentales entre diseño elástico y plástico

Métodos de diseño en estructuras de acero

Propiedades geométricas. Definiciones de área total, área neta y área neta efectiva

Estabilidad y relaciones de esbeltez

Pandeo local y pandeo general

Miembros en tensión

Tipos de miembros en tensión:

- Perfiles laminados
- Placas
- Barras

Características de miembros en tensión

Usos y comportamiento

Ejemplos de diseño

M. I. Fernando Monroy Miranda

Marco teórico de estructuras hiperestáticas para el diseño de vigas, columnas, armaduras y conexiones, incluyendo el comportamiento sísmico

Ejemplos con el programa STAAD-PRO

Miércoles 16 de marzo de 2005

M.I. Héctor Soto Rodríguez

Miembros en compresión (la columna aislada)

Introducción

Tipos, usos y comportamiento

Esfuerzos residuales

Comportamiento y diseño de miembros comprimidos

Ejemplos de diseño

M. I. Fernando Monroy Miranda

Planteamiento del problema y ejemplo de modelación geométrica de estructuras de acero en STAAD- PRO. Asignación de propiedades, cargas, combinaciones y parámetros de diseño en acero.

Jueves 17 de marzo de 2005 (mañana)

M.I. Héctor Soto Rodríguez

Miembros en flexión (vigas)

Introducción

Tipos y usos de miembros en flexión

Comportamiento

Diseño por flexión

Diseño por cortante

Diseño plástico

Revisión de deflexiones

Ejemplos

M.I. Fernando Monroy Miranda

Ejemplo completo de un edificio típico CFE de 2 niveles

Viernes 18 de marzo de 2005

M. I. Héctor Soto Rodríguez

Flexocompresión (miembros flexocomprimidos)

Introducción

Comportamiento y diseño

Ejemplos de diseño

M. I. Fernando Monroy Miranda

Ejemplo de torre de comunicación

Ejemplo de marco de estructuras mayores en S.E.

CARACTERÍSTICAS DEL CURSO:

- Práctico y de utilidad para los ingenieros de la CFE
- Dinámico
- Actualizado

Referencias principales:

- *Diseño de estructuras Metálicas, Tomos I y II, 2002, Héctor Soto Rodríguez*
- *Diseño de miembros estructurales de acero conforme las especificaciones AISC-LRFD-1999, Héctor Soto Rodríguez y Michael D. Engelhardt, 2003*
- *Manual de construcción en Acero IMCA, Tomos I y II*
- *Manual of steel construction, Allowable Stress Design, 1989, American Institute of Steel Construction*
- *Manual of steel construction, Load and Resistance Factor Design, 2001, American Institute of Steel Construction*
- *Programa Acero Fácil, M.I. Carlos Cincunégui Vergara*
- *Programa STAAD-PRO, última versión.*

TEMARIO

CURSO:

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR COMPUTADORA

OBJETIVO GENERAL : Al término del curso, el participante tendrá los conocimientos necesarios para diseñar estructuras de acero usuales en la CFE, conforme las especificaciones AISC-LRFD-1999, utilizando el Programa Staad Pro (ultima versión.).

Lunes 14 de marzo

OBJETIVO: Presentar los conceptos generales para el análisis por viento y sismo, con apego al Manual de Diseño de obras Civiles de la CFE. Así mismo mostrar la correcta aplicación de estos documentos.

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
EVALUACIÓN INICIAL		9:00-9:30
M.I. CELSO J. MUÑOZ BLACK	ASPECTOS CONCEPTUALES Y BASES EN QUE SE APOYAN EL DISEÑO POR VIENTO Y SISMO	9:30 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M.I. CELSO J. MUÑOZ BLACK	APLICACIONES DEL MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES POR VIENTO Y SISMO	15:00-19:00

Martes 15 de marzo

Objetivo: Presentar las especificaciones para diseño por factores de carga y resistencia del AISC-LRFD y ejemplos de diseño para miembros en tensión

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
M.I. HÉCTOR SOTO RODRÍGUEZ	NORMAS AISC-LRFD-1999 PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO. DISEÑO DE MIEMBROS EN TENSIÓN	9:00 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA	MARCO TEÓRICO DE ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS PARA EL DISEÑO DE VIGAS, COLUMNAS, ARMADURAS Y CONEXIONES, INCLUYENDO COMPORTAMIENTO SÍSMICO.	15:00-19:00

Miércoles 16 de marzo

Objetivo: Presentar las especificaciones para diseño por factores de carga y resistencia del AISC-LRFD y ejemplos de diseño para miembros en compresión.

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
M.I. HÉCTOR SOTO RODRÍGUEZ	DISEÑO DE MIEMBROS EN COMPRESIÓN, CONFORME AISC-LRFD.1999	9:00 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA	Planteamiento del Problema y Ejemplo de Modelación Geométrica de Estructuras de Acero en Staad Pro 2004. Asignación de Propiedades, Cargas, Combinaciones y Parámetros de Diseño de Acero.	15:00-19:00

Jueves 17 de marzo

Objetivo: Presentar las especificaciones para diseño por factores de carga y resistencia del AISC-LRFD y ejemplos de diseño para miembros en flexión

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
M.I. HÉCTOR SOTO RODRÍGUEZ	DISEÑO DE MIEMBROS EN FLEXIÓN, CONFORME AISC-LRFD.1999	9:00 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA	Ejemplo de un Edificio (2 Niveles)	15:00-19:00

Viernes 18 de marzo

Objetivo: Presentar las especificaciones para diseño por factores de carga y resistencia del AISC-LRFD y ejemplos de diseño para miembros en flexocompresión

EXPOSITOR	TEMA	HORARIO
M.I. HÉCTOR SOTO RODRÍGUEZ	DISEÑO DE MIEMBROS EN FLEXIOPRESIÓN, CONFORME AISC-LRFD.1999	9:00 -14:00
COMIDA		14:00-15:00
M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA	Ejemplo de Torre de Comunicación. Ejemplo de Marco de Estructuras Mayores en S.E.	15:00-18:00
EVALUACIÓN FINAL		18:00-18:30
CLAUSURA		18:30

**CURSO DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR
COMPUTADORA**

**ASPECTOS RELEVANTES DEL DISEÑO POR SISMO
TEORÍA Y APLICACIONES**

M.I. CELSO J. MUÑOZ BLACK

**CURSO DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR
COMPUTADORA**

**ASPECTOS RELEVANTES DEL DISEÑO POR VIENTO
TEORÍA Y APLICACIONES**

M.I. CELSO J. MUÑOZ BLACK

OBJETIVOS:

Presentar las bases generales y fundamentos en que se apoyan las recomendaciones de los *Manuales de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad* para la determinación de las acciones producidas por la acción del viento y sismo en estructuras típicas de la C.F.E.

Mostrar mediante ejemplos típicos, la interpretación y aplicación correcta de las disposiciones de análisis por viento y sismo contenidas en los manuales indicados.

LOAD AND RESISTANCE
FACTOR DESIGN
SPECIFICATION



For Structural
Steel Buildings

December 27, 1999

TABLE OF CONTENTS

SYMBOLS	xv
GLOSSARY	xxiii
SPECIFICATION	
A. GENERAL PROVISIONS	1
A1. Scope	1
A2. Types of Construction	1
A3. Material	2
1. Structural Steel	2
2. Steel Castings and Forgings	4
3. Bolts, Washers, and Nuts	4
4. Anchor Rods and Threaded Rods	5
5. Filler Metal and Flux for Welding	5
6. Stud Shear Connectors	6
A4. Loads and Load Combinations	6
A5. Design Basis	6
1. Required Strength at Factored Loads	6
2. Limit States	7
3. Design for Strength	7
4. Design for Serviceability and Other Considerations	7
A6. Referenced Codes and Standards	7
A7. Design Documents	8
B. DESIGN REQUIREMENTS	10
B1. Gross Area	10
B2. Net Area	10
B3. Effective Area of Tension Members	10
B4. Stability	11
B5. Local Buckling	12
1. Classification of Steel Sections	12
2. Design by Plastic Analysis	13
3. Slender-Element Compression Sections	13
B6. Bracing at Supports	13
B7. Limiting Slenderness Ratios	13
B8. Simple Spans	13
B9. End Restraint	13
B10. Proportions of Beams and Girders	13
C. FRAMES AND OTHER STRUCTURES	17
C1. Second Order Effects	17
1. Design by Plastic Analysis	17
2. Design by Elastic Analysis	17
C2. Frame Stability	18
1. Braced Frames	18
2. Unbraced Frames	19

SPECIFICATION (Cont'd)

C3. Stability Bracing	19
1. Scope	19
2. Frames	19
3. Columns	20
4. Beams	21
D. TENSION MEMBERS	24
D1. Design Tensile Strength	24
D2. Built-Up Members	24
D3. Pin-Connected Members and Eyebars	25
1. Pin-Connected Members	25
2. Eyebars	26
E. COLUMNS AND OTHER COMPRESSION MEMBERS	27
E1. Effective Length and Slenderness Limitations	27
1. Effective Length	27
2. Design by Plastic Analysis	27
E2. Design Compressive Strength for Flexural Buckling	27
E3. Design Compressive Strength for Flexural-Torsional Buckling	28
E4. Built-Up Members	28
1. Design Strength	28
2. Detailing Requirements	29
E5. Connections for Pin-Connected Compression Members	30
F. BEAMS AND OTHER FLEXURAL MEMBERS	31
F1. Design for Flexure	31
1. Yielding	31
2. Lateral-Torsional Buckling	32
3. Design by Plastic Analysis	34
F2. Design for Shear	35
1. Web Area Determination	35
2. Design Shear Strength	35
3. Transverse Stiffeners	36
F3. Web-Tapered Members	36
F4. Beams and Girders with Web Openings	36
G. PLATE GIRDERS	37
H. MEMBERS UNDER COMBINED FORCES AND TORSION	38
H1. Symmetric Members Subject to Bending and Axial Force	38
1. Doubly and Singly Symmetric Members in Flexure and Tension	38
2. Doubly and Singly Symmetric Members in Flexure and Compression	39
H2. Unsymmetric Members and Members Under Torsion and Combined Torsion, Flexure, Shear, and/or Axial Force	39
H3. Alternative Interaction Equations for Members Under Combined Stress (see Appendix H3)	39
I. COMPOSITE MEMBERS	40
I1. Design Assumptions and Definitions	40
I2. Compression Members	41
1. Limitations	41

SPECIFICATION (Cont'd)	
2.	Design Strength 42
3.	Columns with Multiple Steel Shapes 42
4.	Load Transfer 43
13.	Flexural Members 43
1.	Effective Width 43
2.	Design Strength of Beams with Shear Connectors 43
3.	Design Strength of Concrete-Encased Beams 44
4.	Strength During Construction 44
5.	Formed Steel Deck 44
6.	Design Shear Strength. 46
14.	Combined Compression and Flexure 46
15.	Shear Connectors. 46
1.	Materials. 46
2.	Horizontal Shear Force 46
3.	Strength of Stud Shear Connectors 47
4.	Strength of Channel Shear Connectors 47
5.	Required Number of Shear Connectors 47
6.	Shear Connector Placement and Spacing 48
16.	Special Cases. 48
J.	CONNECTIONS, JOINTS, AND FASTENERS 49
J1.	General Provisions 49
1.	Design Basis. 49
2.	Simple Connections 49
3.	Moment Connections 49
4.	Compression Members with Bearing Joints 49
5.	Splices in Heavy Sections 49
6.	Beam Copes and Weld Access Holes. 50
7.	Minimum Strength of Connections 50
8.	Placement of Welds and Bolts 51
9.	Bolts in Combination with Welds 51
10.	High-Strength Bolts in Combination with Rivets 51
11.	Limitations on Bolted and Welded Connections 51
J2.	Welds. 52
1.	Groove Welds. 52
2.	Fillet Welds 53
3.	Plug and Slot Welds 56
4.	Design Strength 56
5.	Combination of Welds. 58
6.	Weld Metal Requirements 58
7.	Mixed Weld Metal. 58
8.	Preheat for Heavy Shapes. 58
J3.	Bolts and Threaded Parts. 58
1.	High-Strength Bolts 58
2.	Size and Use of Holes 59
3.	Minimum Spacing 60
4.	Minimum Edge Distance 60
5.	Maximum Spacing and Edge Distance 60
6.	Design Tension or Shear Strength 62

SPECIFICATION (Cont'd)	
7.	Combined Tension and Shear in Bearing-Type Connections 63
8.	High-Strength Bolts in Slip-Critical Connections 64
9.	Combined Tension and Shear in Slip-Critical Connections 66
10.	Bearing Strength at Bolt Holes 66
11.	Long Grips 67
J4.	Design Rupture Strength 67
1.	Shear Rupture Strength 67
2.	Tension Rupture Strength 67
3.	Block Shear Rupture Strength 67
J5.	Connecting Elements 68
1.	Eccentric Connections 68
2.	Design Strength of Connecting Elements in Tension 68
3.	Other Connecting Elements 68
J6.	Fillers 69
J7.	Splices 69
J8.	Bearing Strength 69
J9.	Column Bases and Bearing on Concrete 70
J10.	Anchor Rods and Embedments 70
K.	CONCENTRATED FORCES, PONDING, AND FATIGUE 71
K1.	Flanges and Webs with Concentrated Forces 71
1.	Design Basis 71
2.	Flange Local Bending 71
3.	Web Local Yielding 72
4.	Web Crippling 72
5.	Web Sidesway Buckling 73
6.	Web Compression Buckling 74
7.	Web Panel-Zone Shear 75
8.	Unframed Ends of Beams and Girders 76
9.	Additional Stiffener Requirements for Concentrated Forces 76
10.	Additional Doubler Plate Requirements for Concentrated Forces 76
K2.	Ponding 77
K3.	Design for Cyclic Loading (Fatigue) 77
L.	SERVICEABILITY DESIGN CONSIDERATIONS 79
L1.	Camber 79
L2.	Expansion and Contraction 79
L3.	Deflections, Vibration, and Drift 79
1.	Deflections 79
2.	Floor Vibration 79
3.	Drift 79
L4.	Connection Slip 80
L5.	Corrosion 80
M.	FABRICATION, ERECTION, AND QUALITY CONTROL 81
M1.	Shop Drawings 81
M2.	Fabrication 81
1.	Cambering, Curving, and Straightening 81
2.	Thermal Cutting 81
3.	Planing of Edges 81

SPECIFICATION (Cont'd)

4.	Welded Construction	82
5.	Bolted Construction	82
6.	Compression Joints	82
7.	Dimensional Tolerances	82
8.	Finish of Column Bases	82
M3.	Shop Painting	83
1.	General Requirements	83
2.	Inaccessible Surfaces	83
3.	Contact Surfaces	83
4.	Finished Surfaces	83
5.	Surfaces Adjacent to Field Welds	83
M4.	Erection	83
1.	Alignment of Column Bases	83
2.	Bracing	83
3.	Alignment	84
4.	Fit of Column Compression Joints and Base Plates	84
5.	Field Welding	84
6.	Field Painting	84
7.	Field Connections	84
M5.	Quality Control	84
1.	Cooperation	84
2.	Rejections	84
3.	Inspection of Welding	85
4.	Inspection of Slip-Critical High-Strength Bolted Connections	85
5.	Identification of Steel	85
N.	EVALUATION OF EXISTING STRUCTURES	86
N1.	General Provisions	86
N2.	Material Properties	86
1.	Determination of Required Tests	86
2.	Tensile Properties	86
3.	Chemical Composition	86
4.	Base Metal Notch Toughness	87
5.	Weld Metal	87
6.	Bolts and Rivets	87
N3.	Evaluation by Structural Analysis	87
1.	Dimensional Data	87
2.	Strength Evaluation	87
3.	Serviceability Evaluation	87
N4.	Evaluation by Load Tests	88
1.	Determination of Live Load Rating by Testing	88
2.	Serviceability Evaluation	88
N5.	Evaluation Report	88
	APPENDIX B. DESIGN REQUIREMENTS	89
B5.	Local Buckling	89
1.	Classification of Steel Sections	89
3.	Slender-Element Compression Sections	89
	APPENDIX E. COLUMNS AND OTHER COMPRESSION MEMBERS	94

SPECIFICATION (Cont'd)	
E3. Design Compressive Strength for Flexural-Torsional Buckling	94
APPENDIX F. BEAMS AND OTHER FLEXURAL MEMBERS	
F1. Design for Flexure	96
F2. Design for Shear	102
2. Design Shear Strength	102
3. Transverse Stiffeners	102
F3. Web-Tapered Members	103
1. General Requirements	103
2. Design Tensile Strength	103
3. Design Compressive Strength	103
4. Design Flexural Strength	104
5. Design Shear Strength	106
6. Combined Flexure and Axial Force	106
APPENDIX G. PLATE GIRDERS	
G1. Limitations	107
G2. Design Flexural Strength	107
G3. Design Shear Strength	109
G4. Transverse Stiffeners	110
G5. Flexure-Shear Interaction	111
APPENDIX H. MEMBERS UNDER COMBINED FORCES AND TORSION	
H3. Alternative Interaction Equations for Members Under Combined Stress	112
APPENDIX J. CONNECTIONS, JOINTS, AND FASTENERS	
J2. Welds	115
4. Design Strength	115
J3. Bolts and Threaded Parts	117
7. Combined Tension and Shear in Bearing-Type Connections	117
8. High-Strength Bolts in Slip-Critical Connections	117
9. Combined Tension and Shear in Slip-Critical Connections	117
APPENDIX K. CONCENTRATED FORCES, PONDING, AND FATIGUE	
K2. Ponding	118
K3. Design for Cyclic Loading (Fatigue)	121
1. General	121
2. Calculation of Maximum Stresses and Stress Ranges	121
3. Design Stress Range	122
4. Bolts and Threaded Parts	124
5. Special Fabrication and Erection Requirements	124
NUMERICAL VALUES	
COMMENTARY	
INTRODUCTION	
A. GENERAL PROVISIONS	
A1. Scope	164
A2. Types of Construction	164

COMMENTARY (Cont'd)

A3.	Material	167
1.	Structural Steel	167
3.	Bolts, Washers, and Nuts	169
4.	Anchor Rods and Threaded Rods	170
5.	Filler Metal and Flux for Welding	170
A4.	Loads and Load Combinations	171
A5.	Design Basis	172
1.	Required Strength at Factored Loads	172
2.	Limit States	172
3.	Design for Strength	172
4.	Design for Serviceability and Other Considerations	176
B.	DESIGN REQUIREMENTS	177
B2.	Net Area	177
B3.	Effective Area of Tension Members	177
B5.	Local Buckling	179
B7.	Limiting Slenderness Ratios	182
C.	FRAMES AND OTHER STRUCTURES	184
C1.	Second Order Effects	184
C2.	Frame Stability	188
C3.	Stability Bracing	195
1.	Scope	195
3.	Columns	198
4.	Beams	199
D.	TENSION MEMBERS	202
D1.	Design Tensile Strength	202
D2.	Built-Up Members	202
D3.	Pin-Connected Members and Eyebars	202
E.	COLUMNS AND OTHER COMPRESSION MEMBERS	203
E1.	Effective Length and Slenderness Limitations	203
1.	Effective Length	203
2.	Design by Plastic Analysis	203
E2.	Design Compressive Strength for Flexural Buckling	203
E3.	Design Compressive Strength for Flexural-Torsional Buckling	204
E4.	Built-Up Members	205
F.	BEAMS AND OTHER FLEXURAL MEMBERS	206
F1.	Design for Flexure	206
1.	Yielding	206
2.	Lateral-Torsional Buckling	206
3.	Design by Plastic Analysis	209
F2.	Design for Shear	210
F4.	Beams and Girders with Web Openings	210
H.	MEMBERS UNDER COMBINED FORCES AND TORSION	212
H1.	Symmetric Members Subject to Bending and Axial Force	212
H2.	Unsymmetric Members and Members Under Torsion and Combined Torsion, Flexure, Shear, and/or Axial Force	213

COMMENTARY (Cont'd).

I. COMPOSITE MEMBERS	214
I1. Design Assumptions and Definitions	214
I2. Compression Members	215
1. Limitations	215
2. Design Strength	216
3. Columns with Multiple Steel Shapes	216
4. Load Transfer	216
I3. Flexural Members	217
1. Effective Width	217
2. Design Strength of Beams with Shear Connectors	217
3. Design Strength of Concrete-Encased Beams	221
4. Strength During Construction	222
5. Formed Steel Deck	222
6. Design Shear Strength	225
I4. Combined Compression and Flexure	225
I5. Shear Connectors	226
1. Materials	226
2. Horizontal Shear Force	226
3. Strength of Stud Shear Connectors	227
4. Strength of Channel Shear Connectors	227
6. Shear Connector Placement and Spacing	227
I6. Special Cases	228
J. CONNECTIONS, JOINTS, AND FASTENERS	229
J1. General Provisions	229
5. Splices in Heavy Sections	229
8. Placement of Welds and Bolts	231
9. Bolts in Combination with Welds	231
10. High-Strength Bolts in Combination with Rivets	232
J2. Welds	232
1. Groove Welds	232
2. Fillet Welds	232
4. Design Strength	238
5. Combination of Welds	239
6. Weld Metal Requirements	239
7. Mixed Weld Metal	240
J3. Bolts and Threaded Parts	240
1. High-Strength Bolts	240
2. Size and Use of Holes	241
3. Minimum Spacing	241
4. Minimum Edge Distance	241
5. Maximum Spacing and Edge Distance	242
6. Design Tension or Shear Strength	242
7. Combined Tension and Shear in Bearing-Type Connections	243
8. High-Strength Bolts in Slip-Critical Connections	243
10. Bearing Strength at Bolt Holes	246
11. Long Grips	246
J4. Design Rupture Strength	246
J5. Connecting Elements	248

COMMENTARY (Cont'd)	
2.	Design Strength of Connecting Elements in Tension 248
J6.	Fillers 248
J8.	Bearing Strength 248
J9.	Column Bases and Bearing on Concrete 248
K.	CONCENTRATED FORCES, PONDING, AND FATIGUE 249
K1.	Flanges and Webs with Concentrated Forces 249
1.	Design Basis 249
2.	Flange Local Bending 249
3.	Web Local Yielding 249
4.	Web Crippling 250
5.	Web Sidesway Buckling 250
6.	Web Compression Buckling 251
7.	Web Panel-Zone Shear 252
K2.	Ponding 254
L.	SERVICEABILITY DESIGN CONSIDERATIONS 257
L1.	Camber 258
L2.	Expansion and Contraction 258
L3.	Deflections, Vibration, and Drift 258
1.	Deflections 258
2.	Floor Vibration 258
3.	Drift 259
L5.	Corrosion 259
M.	FABRICATION, ERECTION, AND QUALITY CONTROL 260
M2.	Fabrication 260
1.	Cambering, Curving, and Straightening 260
2.	Thermal Cutting 260
5.	Bolted Construction 260
M3.	Shop Painting 261
5.	Surfaces Adjacent to Field Welds 261
M4.	Erection 261
2.	Bracing 261
4.	Fit of Column Compression Joints and Base Plates 261
5.	Field Welding 261
N.	EVALUATION OF EXISTING STRUCTURES 262
N1.	General Provisions 262
N2.	Material Properties 262
1.	Determination of Required Tests 262
2.	Tensile Properties 262
4.	Base Metal Notch Toughness 263
5.	Weld Metal 263
6.	Bolts and Rivets 263
N3.	Evaluation by Structural Analysis 263
2.	Strength Evaluation 263
N4.	Evaluation by Load Tests 263
1.	Determination of Live Load Rating by Testing 263
2.	Serviceability Evaluation 264
N5.	Evaluation Report 265

COMMENTARY (Cont'd)	
APPENDIX B. DESIGN REQUIREMENTS	266
B5. Local Buckling	266
1. Classification of Steel Sections	266
APPENDIX E. COLUMNS AND OTHER COMPRESSION MEMBERS	267
E3. Design Compressive Strength for Flexural-Torsional Buckling	267
APPENDIX F. BEAMS AND OTHER FLEXURAL MEMBERS	268
F1. Design for Flexure	268
F3. Web-Tapered Members	268
1. General Requirements	268
3. Design Compressive Strength	269
4. Design Flexural Strength	270
APPENDIX G. PLATE GIRDERS	271
G2. Design Flexural Strength	271
APPENDIX H. MEMBERS UNDER COMBINED FORCES AND TORSION	272
H3. Alternative Interaction Equations for Members Under Combined Stress	272
APPENDIX J. CONNECTIONS, JOINTS, AND FASTENERS	273
J2. Welds	273
4. Design Strength	273
APPENDIX K. CONCENTRATED FORCES, PONDING, AND FATIGUE	276
K3. Design for Cyclic Loading (Fatigue)	276
REFERENCES	279
SUPPLEMENTARY BIBLIOGRAPHY	290

SPECIFICATION (Cont'd)	
E3. Design Compressive Strength for Flexural-Torsional Buckling	94
APPENDIX F. BEAMS AND OTHER FLEXURAL MEMBERS	
F1. Design for Flexure	96
F2. Design for Shear	102
2. Design Shear Strength	102
3. Transverse Stiffeners	102
F3. Web-Tapered Members	103
1. General Requirements	103
2. Design Tensile Strength	103
3. Design Compressive Strength	103
4. Design Flexural Strength	104
5. Design Shear Strength	106
6. Combined Flexure and Axial Force	106
APPENDIX G. PLATE GIRDERS	
G1. Limitations	107
G2. Design Flexural Strength	107
G3. Design Shear Strength	109
G4. Transverse Stiffeners	110
G5. Flexure-Shear Interaction	111
APPENDIX H. MEMBERS UNDER COMBINED FORCES AND TORSION	
H3. Alternative Interaction Equations for Members Under Combined Stress	112
APPENDIX J. CONNECTIONS, JOINTS, AND FASTENERS	
J2. Welds	115
4. Design Strength	115
J3. Bolts and Threaded Parts	117
7. Combined Tension and Shear in Bearing-Type Connections	117
8. High-Strength Bolts in Slip-Critical Connections	117
9. Combined Tension and Shear in Slip-Critical Connections	117
APPENDIX K. CONCENTRATED FORCES, PONDING, AND FATIGUE	
K2. Ponding	118
K3. Design for Cyclic Loading (Fatigue)	121
1. General	121
2. Calculation of Maximum Stresses and Stress Ranges	121
3. Design Stress Range	122
4. Bolts and Threaded Parts	124
5. Special Fabrication and Erection Requirements	124
NUMERICAL VALUES	140
COMMENTARY	
INTRODUCTION	
163	
A. GENERAL PROVISIONS	
164	
A1. Scope	164
A2. Types of Construction	164

SYMBOLS

The section number in the right hand column refers to the section where the symbol is first used.

<u>Symbol</u>	<u>Definition</u>	<u>Section</u>
A	Area of directly connected elements	B3
A_B	Loaded area of concrete, in. ² (mm ²).	I2.4
A_b	Nominal unthreaded body area of bolt or threaded part, in. ² (mm ²)	J3.6
A_c	Area of concrete, in. ² (mm ²)	I2.2
A_c	Area of concrete slab within effective width, in. ² (mm ²)	I5.2
A_D	Area of an upset rod based on the major thread diameter, in. ² (mm ²)	J3.6
A_e	Effective area, in. ² (mm ²)	B3
A_f	Area of the compression flange, in. ² (mm ²).	App. F3
A_{fe}	Effective tension flange area, in. ² (mm ²)	B10
A_{fg}	Gross area of flange, in. ² (mm ²).	B10
A_{fn}	Net area of flange, in. ² (mm ²).	B10
A_g	Gross area, in. ² (mm ²).	A5
A_{gt}	Gross area subject to tension, in. ² (mm ²)	J4.3
A_{gv}	Gross area subject to shear, in. ² (mm ²)	J4.3
A_n	Net area, in. ² (mm ²)	B2
A_{nt}	Net area subject to tension, in. ² (mm ²)	J4.2
A_{nv}	Net area subject to shear, in. ² (mm ²)	J4.1
A_{pb}	Projected bearing area, in. ² (mm ²).	J8.1
A_r	Area of reinforcing bars, in. ² (mm ²).	I2.2
A_r	Area of steel cross section, in. ² (mm ²)	I2.2
A_{sc}	Cross-sectional area of stud shear connector, in. ² (mm ²)	I5.3
A_{sf}	Shear area on the failure path, in. ² (mm ²).	D3
A_t	Net tensile area, in. ² (mm ²)	App. K3
A_w	Web area, in. ² (mm ²)	F2.1
A_1	Area of steel concentrically bearing on a concrete support, in. ² (mm ²)	J9
A_2	Total cross-sectional area of a concrete support, in. ² (mm ²)	J9
B	Factor for bending stress in tees and double angles	F1.2
B	Factor for bending stress in web-tapered members, in. (mm), defined by Equations A-F3-8 through A-F3-11.	App. F3
B_1, B_2	Factors used in determining M_u for combined bending and axial forces when first-order analysis is employed	C1
C_{PG}	Plate-girder coefficient	App. G2
C_b	Bending coefficient dependent on moment gradient	F1.2a
C_f	Constant based on stress category, given in Table A-K3.1	App. K3.3
C_m	Coefficient applied to bending term in interaction formula for prismatic members and dependent on column curvature caused by applied moments	C1
C_m'	Coefficient applied to bending term in interaction formula for tapered members and dependent on axial stress at the	

	small end of the member	App. F3
C_p	Ponding flexibility coefficient for primary member in a flat roof	K2
C_s	Ponding flexibility coefficient for secondary member in a flat roof	K2
C_v	Ratio of "critical" web stress, according to linear buckling theory, to the shear yield stress of web material	App. G3
C_w	Warping constant, in. ⁶ (mm ⁶)	F1.2
D	Outside diameter of circular hollow section, in. (mm)	App. B5.3
D	Dead load due to the weight of the structural elements and permanent features on the structure; nominal dead load	App. K2
D	Factor used in Equation A-G4-2, dependent on the type of transverse stiffeners used in a plate girder	App. G4
E	Modulus of elasticity of steel, $E = 29,000$ ksi (200 000 MPa)	E2
E	Earthquake load	
E_c	Modulus of elasticity of concrete, ksi (MPa)	I2.2
E_m	Modified modulus of elasticity, ksi (MPa)	I2.2
F_{BM}	Nominal strength of the base material to be welded, ksi (MPa)	J2.4
F_{EXX}	Classification number of weld metal (minimum specified strength), ksi (MPa)	J2.4
F_L	Smaller of $(F_y - F_r)$ or F_{yw} , ksi (MPa)	F1.2
F_{SR}	Design stress range, ksi (MPa)	App. K3.3
F_{TH}	Threshold fatigue stress range, maximum stress range for indefinite design life, ksi (MPa)	App. K3.3
F_{br}	Flexural stress for tapered members defined by Equations A-F3-4 and A-F3-5	App. F3
F_{cr}	Critical stress, ksi (MPa)	E2
F_{crft}		
F_{cry}		
F_{crz}	Flexural-torsional buckling stresses for double-angle and tee-shaped compression members, ksi (MPa)	E3
F_e	Elastic buckling stress, ksi (MPa)	App. E3
F_{ex}	Elastic flexural buckling stress about the major axis, ksi (MPa)	App. E3
F_{ey}	Elastic flexural buckling stress about the minor axis, ksi (MPa)	App. E3
F_{ez}	Elastic torsional buckling stress, ksi (MPa)	App. E3
F_{my}	Modified yield stress for composite columns, ksi (MPa)	I2.2
F_n	Nominal shear rupture strength, ksi (MPa)	J4
F_r	Compressive residual stress in flange [10 ksi (69 MPa) for rolled shapes; 16.5 ksi (114 MPa) for welded built-up shapes].	B5.1
F_{rT}	Stress for tapered members defined by Equation A-F3-6, ksi (MPa)	App. F3
F_u	Specified minimum tensile strength of the type of steel being used, ksi (MPa)	B10
F_w	Nominal strength of the weld electrode material, ksi (MPa)	J2.4
F_{wT}	Stress for tapered members defined by Equation A-F3-7, ksi (MPa)	App. F3
F_y	Specified minimum yield stress of the type of steel being used, ksi (MPa). As used in this Specification, "yield stress" denotes either the specified minimum yield point (for those steels that have a yield point) or specified yield	

SYMBOLS

xvii

	strength (for those steels that do not have a yield point)	A5
F_{yf}	Specified minimum yield stress of the flange, ksi (MPa)	B5.1
F_{yr}	Specified minimum yield stress of reinforcing bars, ksi (MPa)	I2.2
F_{yst}	Specified minimum yield stress of the stiffener material, ksi (MPa)	App. G4
F_{yw}	Specified minimum yield stress of the web, ksi (MPa)	B5.1
G	Shear modulus of elasticity of steel, $G = 11,200$ ksi (77 200 MPa)	F1.2
H	Horizontal force, kips (N)	C1
H	Flexural constant	E3
H_s	Length of stud connector after welding, in. (mm)	I3.5
I	Moment of inertia, in. ⁴ (mm ⁴)	F1.2
I_d	Moment of inertia of the steel deck supported on secondary members, in. ⁴ (mm ⁴)	K2
I_p	Moment of inertia of primary members, in. ⁴ (mm ⁴)	K2
I_s	Moment of inertia of secondary members, in. ⁴ (mm ⁴)	K2
I_{st}	Moment of inertia of a transverse stiffener, in. ⁴ (mm ⁴)	App. G4
I_{yc}	Moment of inertia about y -axis referred to compression flange, or if reverse curvature bending referred to smaller flange, in. ⁴ (mm ⁴)	App. F1
J	Torsional constant for a section, in. ⁴ (mm ⁴)	F1.2
K	Effective length factor for prismatic member	B7
K_z	Effective length factor for torsional buckling	App. E3
K_y	Effective length factor for a tapered member	App. F3
L	Story height or panel spacing, in. (mm)	C1
L	Length of connection in the direction of loading, in. (mm)	B3
L	Live load due to occupancy and moveable equipment	N4
L_b	Laterally unbraced length; length between points which are either braced against lateral displacement of compression flange or braced against twist of the cross section, in. (mm)	F1.2
L_c	Length of channel shear connector, in. (mm)	I5.4
L_c	Edge distance, in. (mm)	J3.10
L_p	Limiting laterally unbraced length for full plastic bending capacity, uniform moment case ($C_b = 1.0$), in. (mm)	F1.2
L_p	Column spacing in direction of girder, ft (m)	K2
L_{pd}	Limiting laterally unbraced length for plastic analysis, in. (m)	F1.2
L_q	Maximum unbraced length for the required column force with K equal to one, in. (mm)	C3
L_r	Limiting laterally unbraced length for inelastic lateral- torsional buckling, in. (mm)	F1.2
L_r	Roof live load	N4
L_s	Column spacing perpendicular to direction of girder, ft (m)	K2
M_A	Absolute value of moment at quarter point of the unbraced beam segment, kip-in. (N-mm)	F1.2
M_B	Absolute value of moment at centerline of the unbraced beam segment, kip-in. (N-mm)	F1.2
M_C	Absolute value of moment at three-quarter point of the unbraced beam segment, kip-in. (N-mm)	F1.2
M_{cr}	Elastic buckling moment, kip-in. (N-mm)	F1.2

M_{lr}	Required flexural strength in member due to lateral frame translation only, kip-in. (N-mm)	C1
M_{max}	Absolute value of maximum moment in the unbraced beam segment, kip-in. (N-mm)	F1.2
M_n	Nominal flexural strength, kip-in. (N-mm)	F1.1
M'_{nx} , M'_{ny}	Flexural strength defined in Equations A-H3-7 and A-H3-8 for use in alternate interaction equations for combined bending and axial force, kip-in. (N-mm)	App. H3
M_{nr}	Required flexural strength in member assuming there is no lateral translation of the frame, kip-in. (N-mm)	C1
M_p	Plastic bending moment, kip-in. (N-mm)	F1.1
M'_p	Moment defined in Equations A-H3-5 and A-H3-6, for use in alternate interaction equations for combined bending and axial force, kip-in. (N-mm)	App. H3
M_r	Limiting buckling moment, M_{cr} , when $\lambda = \lambda_r$ and $C_b = 1.0$, kip-in. (N-mm)	F1.2
M_u	Required flexural strength, kip-in. (N-mm)	C1
M_y	Moment corresponding to onset of yielding at the extreme fiber from an elastic stress distribution ($= F_y S$ for homogeneous sections), kip-in. (N-mm)	F1.1
M_1	Smaller moment at end of unbraced length of beam or beam-column, kip-in. (N-mm)	F1.2
M_2	Larger moment at end of unbraced length of beam or beam-column, kip-in. (N-mm)	F1.2
N	Length of bearing, in. (mm)	K1.3
N	Number of stress range fluctuations in design life	App. K3.3
N_r	Number of stud connectors in one rib at a beam intersection.	I3.5
P_{br}	Required story or panel bracing shear force, kip (N)	C3
P_{e1} , P_{e2}	Elastic Euler buckling load for braced and unbraced frame, respectively, kips (N)	C1
P_n	Nominal axial strength (tension or compression), kips (N)	D1
P_p	Bearing load on concrete, kips (N)	J9
P_u	Required axial strength (tension or compression), kips (N)	B5.1
P_y	Yield strength, kips (N)	B5.1
Q	Full reduction factor for slender compression elements	App. E3
Q_a	Reduction factor for slender stiffened compression elements	App. B5
Q_n	Nominal strength of one stud shear connector, kips (N)	I5
Q_s	Reduction factor for slender unstiffened compression elements	App. B5.3
R	Nominal load due to initial rainwater or ice exclusive of the ponding contribution	N4
R_{PG}	Plate girder bending strength reduction factor	App. G
R_e	Hybrid girder factor	App. F1
R_n	Nominal strength	A5.3
R_w	Web shear strength, kips (N)	K1.7
S	Elastic section modulus, in. ³ (mm ³)	F1.2
S	Spacing of secondary members, ft (m)	K2
S	Snow load	N4
S_x'	Elastic section modulus of larger end of tapered member about its major axis, in. ³ (mm ³)	App. F3

S_{eff}	Effective section modulus about major axis, in. ³ (mm ³)	App. F1
S_{xt}, S_{xc}	Elastic section modulus referred to tension and compression flanges, respectively, in. ³ (mm ³)	App. F1
T	Tension force due to service loads, kips (N)	J3.9
T_b	Specified pretension load in high-strength bolt, kips (N)	J3.9
T_u	Required tensile strength due to factored loads, kips (N)	J3.9
U	Reduction coefficient, used in calculating effective net area	B3
V_n	Nominal shear strength, kips (N)	F2.2
V_u	Required shear strength, kips (N)	App. G4
W	Wind load	Comm. A4
X_1	Beam buckling factor defined by Equation F1-8	F1.2
X_2	Beam buckling factor defined by Equation F1-9	F1.2
Z	Plastic section modulus, in. ³ (mm ³)	F1.1
a	Clear distance between transverse stiffeners, in. (mm)	App. F2.2
a	Distance between connectors in a built-up member, in. (mm)	E4
a	Shortest distance from edge of pin hole to edge of member measured parallel to direction of force, in. (mm)	D3
a_r	Ratio of web area to compression flange area	App. G2
a'	Weld length, in. (mm)	B10
b	Compression element width, in. (mm)	B5.1
b_e	Reduced effective width for slender compression elements, in. (mm)	App. B5.3
b_{eff}	Effective edge distance, in. (mm)	D3
b_f	Flange width, in. (mm)	B5.1
b_s	Stiffener width for one-sided stiffeners, in. (mm)	C3.4
c_1, c_2, c_3	Numerical coefficients	I2.2
d	Nominal fastener diameter, in. (mm)	J3.3
d	Overall depth of member, in. (mm)	B5.1
d	Pin diameter, in. (mm)	D3
d	Roller diameter, in. (mm)	J8.2
d_L	Depth at larger end of unbraced tapered segment, in. (mm)	App. F3
d_b	Beam depth, in. (mm)	K1.7
d_b	Nominal diameter (body or shank diameter), in. (mm)	App. K3.3
d_c	Column depth, in. (mm)	K1.7
d_o	Depth at smaller end of unbraced tapered segment, in. (mm)	App. F3
e	Base of natural logarithm = 2.71828	Comm. E2
f	Computed compressive stress in the stiffened element, ksi (MPa)	App. B5.3
f_{b1}	Smallest computed bending stress at one end of a tapered segment, ksi (MPa)	App. F3
f_{b2}	Largest computed bending stress at one end of a tapered segment, ksi (MPa)	App. F3
f'_c	Specified compressive strength of concrete, ksi (MPa)	I2.2
f_o	Stress due to $1.2D + 1.2R$, ksi (MPa)	App. K2
f_{un}	Required normal stress, ksi (MPa)	H2
f_{uv}	Required shear stress, ksi (MPa)	H2
f_v	Required shear stress due to factored loads in bolts or rivets, ksi (MPa)	J3.7
g	Transverse center-to-center spacing (gage) between fastener gage lines, in. (mm)	B2
h	Clear distance between flanges less the fillet or corner radius for	

	rolled shapes; and for built-up sections, the distance between adjacent lines of fasteners or the clear distance between flanges when welds are used, in. (mm)	B5.1
h	Distance between centroids of individual components perpendicular to the member axis of buckling, in. (mm)	E4
h_c	Twice the distance from the centroid to the following: the inside face of the compression flange less the fillet or corner radius, for rolled shapes; the nearest line of fasteners at the compression flange or the inside faces of the compression flange when welds are used, for built-up sections, in. (mm)	B5.1
h_o	Distance between flange centroids, in. (mm)	C3
h_r	Nominal rib height, in. (mm)	I3.5
h_x	Factor used in Equation A-F3-6 for web-tapered members.	App. F3
h_w	Factor used in Equation A-F3-7 for web-tapered members.	App. F3
j	Factor defined by Equation A-F2-4 for minimum moment of inertia for a transverse stiffener	App. F2.3
k	Distance from outer face of flange to web toe of fillet, in. (mm)	K1.3
k_y	Web plate buckling coefficient	App. F2.2
l	Laterally unbraced length of member at the point of load, in. (mm)	B7
l	Length of bearing, in. (mm)	J8.2
l	Length of connection in the direction of loading, in. (mm)	B3
l	Length of weld, in. (mm)	B3
m	Ratio of web to flange yield stress or critical stress in hybrid beams	App. G2
n	Number of nodal braced points within the span	C3
n	Threads per inch (per mm)	App. K3.4
r	Governing radius of gyration, in. (mm)	B7
r_{To}	For the smaller end of a tapered member, the radius of gyration, considering only the compression flange plus one-third of the compression web area, taken about an axis in the plane of the web, in. (mm)	App. F3.4
r_i	Minimum radius of gyration of individual component in a built-up member, in. (mm)	E4
r_{ib}	Radius of gyration of individual component relative to centroidal axis parallel to member axis of buckling, in. (mm)	E4
r_m	Radius of gyration of the steel shape, pipe, or tubing in composite columns. For steel shapes it may not be less than 0.3 times the overall thickness of the composite section, in. (mm)	I2
\bar{r}_o	Polar radius of gyration about the shear center, in. (mm)	E3
r_{ox}, r_{oy}	Radius of gyration about x and y axes at the smaller end of a tapered member, respectively, in. (mm)	App. F3.3
r_x, r_y	Radius of gyration about x and y axes, respectively, in. (mm)	E3
r_{yc}	Radius of gyration about y axis referred to compression flange, or if reverse curvature bending, referred to smaller flange, in. (mm)	App. F1
s	Longitudinal center-to-center spacing (pitch) of any two consecutive holes, in. (mm)	B2
t	Thickness of element, in. (mm)	B5.1
t	HSS design wall thickness, in. (mm)	B5.1
t_f	Flange thickness, in. (mm)	B5.1
t_f	Flange thickness of channel shear connector, in. (mm)	I5.4

t_s	Web stiffener thickness, in. (mm)	C3.4
t_w	Web thickness of channel shear connector, in. (mm)	I5.4
t_w	Web thickness, in. (mm)	B5.3
w	Leg size of the fillet weld, in. (mm).	J2.2
w	Plate width; distance between welds, in. (mm)	B3
w	Unit weight of concrete, lbs/cu ft. (kg/m ³)	I2
w_r	Average width of concrete rib or haunch, in. (mm).	I3.5
x	Subscript relating symbol to member strong axis	
x_o, y_o	Coordinates of the shear center with respect to the centroid, in. (mm)	E3
\bar{x}	Connection eccentricity, in. (mm).	B3
y	Subscript relating symbol to member weak axis	
z	Distance from the smaller end of tapered member used in Equation A-F3-1 for the variation in depth, in. (mm).	App. F3
z	Subscript relating symbol to member longitudinal axis	
α	Separation ratio for built-up compression members = $h / 2r_{tb}$	E4
β	Reduction factor given by Equation J2-1	J2
β_T	Brace stiffness requirement when there is no web distortion	C3.4
β_{Tb}	Required nodal torsional bracing stiffness	C3.4
β_{br}	Required story or panel shear stiffness	C3
β_{sec}	Web distortional stiffness, including the effect of web transverse stiffeners, if any	C3.4
Δ_{oh}	Translation deflection of the story under consideration, in. (mm)	C1
γ	Depth tapering ratio	App. F3
γ	Subscript for tapered members	App. F3
ζ	Exponent for alternate beam-column interaction equation	App. H3
η	Exponent for alternate beam-column interaction equation	App. H3
λ_c	Column slenderness parameter	C1
λ_e	Equivalent slenderness parameter	App. E3
λ_{eff}	Effective slenderness ratio defined by Equation A-F3-2	App. F3
λ_{cp}	Limiting slenderness parameter for compact element	B5.1
λ_{cr}	Limiting slenderness parameter for noncompact element	B5.1
ϕ	Resistance factor	A5.3
ϕ_b	Resistance factor for flexure	F1
ϕ_c	Resistance factor for compression	A5.1
ϕ_c	Resistance factor for axially loaded composite columns	I2.2
ϕ_v	Resistance factor for shear on the failure path	D3
ϕ_t	Resistance factor for tension	D1
ϕ_v	Resistance factor for shear	F2.2

CHAPTER A

GENERAL PROVISIONS

A1. SCOPE

The *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings* shall govern the design, fabrication, and erection of steel-framed buildings. As an alternative, the *AISC Specification for Structural Steel Buildings, Allowable Stress Design and Plastic Design* is permitted.

This Specification includes the list of symbols, the glossary, and the appendices. The tables of numerical values are provided for design convenience.

Seismic design of buildings shall comply with the *AISC Seismic Provisions for Structural Steel Buildings, Seismic Provisions Supplement No. 1*, and with this Specification.

Single angle members shall comply with the *Specification for Load and Resistance Factor Design of Single-Angle Members* and with this Specification.

Hollow structural sections (HSS) shall comply with the *Specification for the Design of Steel Hollow Structural Sections* and with this Specification.

Design of nuclear structures shall comply with the *Specification for the Design, Fabrication and Erection of Steel Safety Related Structures for Nuclear Facilities* and with this Specification.

As used in this Specification, the term *structural steel* refers to the steel elements of the structural steel frame essential to the support of the required loads. Such elements are enumerated in Section 2.1 of the *AISC Code of Standard Practice for Steel Buildings and Bridges*. For the design of cold-formed steel structural members, whose profiles contain rounded corners and slender flat elements, the provisions of the American Iron and Steel Institute *Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members* are recommended.

A2. TYPES OF CONSTRUCTION

Two basic types of construction and associated design assumptions shall be permitted under the conditions stated herein, and each will govern in a specific manner the strength of members and the types and strength of their connections.

Type FR (fully restrained), commonly designated as "rigid-frame" (continuous frame), assumes that connections have sufficient stiffness to maintain the angles between intersecting members.

Type PR (partially restrained) assumes that connections have insufficient stiffness to maintain the angles between intersecting members. When connection restraint is considered, use of Type PR construction under this Specification requires that the

strength, stiffness and ductility characteristics of the connections be incorporated in the analysis and design. These characteristics shall be documented in the technical literature or established by analytical or experimental means.

When connection restraint is ignored, commonly designated "simple framing," it is assumed that for the transmission of gravity loads the ends of the beams and girders are connected for shear only and are free to rotate. For "simple framing" the following requirements apply:

- (1) The connections and connected members shall be adequate to resist the factored gravity loads as "simple beams."
- (2) The connections and connected members shall be adequate to resist the factored lateral loads.
- (3) The connections shall have sufficient inelastic rotation capacity to avoid overload of fasteners or welds under combined factored gravity and lateral loading.

The type of construction assumed in the design shall be indicated on the design documents. The design of all connections shall be consistent with the assumption.

A3. MATERIAL

1. Structural Steel

1a. ASTM Designations

Material conforming to one of the following standard specifications is approved for use under this Specification:

- Carbon Structural Steel, ASTM A36/A36M
- Pipe, Steel, Black and Hot-Dipped, Zinc-Coated Welded and Seamless ASTM A53/A53M, Gr. B
- High-Strength Low-Alloy Structural Steel, ASTM A242/A242M
- Cold-Formed Welded and Seamless Carbon Steel Structural Tubing in Rounds and Shapes, ASTM A500
- Hot-Formed Welded and Seamless Carbon Steel Structural Tubing, ASTM 501
- High-Yield-Strength, Quenched and Tempered Alloy Steel Plate, Suitable for Welding, ASTM A514/A514M
- High-Strength Carbon-Manganese Steel of Structural Quality, ASTM A529/A529M
- Steel, Sheet and Strip, Carbon, Hot-Rolled, Structural Quality, ASTM A570/A570M, Gr. 40 (275), 45 (310), and 50 (345)
- High-Strength Low-Alloy Columbium-Vanadium Steels of Structural Quality, ASTM A572/A572M
- High-Strength Low-Alloy Structural Steel with 50 ksi (345 MPa) Minimum Yield Point to 4-in. (100 mm) Thick, ASTM A588/A588M
- Steel, Sheet and Strip, High-Strength, Low-Alloy, Hot-Rolled and Cold-Rolled, with Improved Atmospheric Corrosion Resistance, ASTM A606
- Steel, Sheet and Strip, High-Strength, Low-Alloy, Columbium or Vanadium, or Both, Hot-Rolled and Cold-Rolled, ASTM A607
- Hot-Formed Welded and Seamless High-Strength Low-Alloy Structural Tubing, ASTM A618
- Carbon and High-Strength Low-Alloy Structural Steel Shapes, Plates and Bars

and Quenched-and-Tempered Alloy Structural Steel Plates for Bridges, ASTM A709/A709M

Quenched and Tempered Low-Alloy Structural Steel Plate with 70 ksi (485 MPa) Minimum Yield Strength to 4 in. (100 mm) Thick, ASTM A852/A852M

High-Strength Low-Alloy Steel Shapes of Structural Quality, Produced by Quenching and Self-Tempering Process (QST), ASTM A913/A913M

Steel for Structural Shapes for Use in Building Framing, ASTM A992/A992M

Certified mill test reports or certified reports of tests made by the fabricator or a testing laboratory in accordance with ASTM A6/A6M, Standard Specification for General Requirements for Rolled Structural Steel Bars, Plates, Shapes, and Sheet Piling or A568/A568M, Standard Specification for Steel, Sheet, Carbon, and High-Strength, Low-Alloy, Hot-Rolled and Cold-Rolled, General Requirements for, as applicable, shall constitute sufficient evidence of conformity with one of the above ASTM standards. If requested, the fabricator shall provide an affidavit stating that the structural steel furnished meets the requirements of the grade specified.

1b. Unidentified Steel

Unidentified steel, if surface conditions are acceptable according to criteria contained in ASTM A6/A6M, is permitted to be used for unimportant members or details, where the precise physical properties and weldability of the steel would not affect the strength of the structure.

1c. Heavy Shapes

For ASTM A6/A6M Group 4 and 5 rolled shapes to be used as members subject to primary tensile stresses due to tension or flexure, toughness need not be specified if splices are made by bolting. If such members are spliced using complete-joint-penetration groove welds, the steel shall be specified in the contract documents to be supplied with Charpy V-notch (CVN) impact testing in accordance with ASTM A6/A6M, Supplementary Requirement S5. The impact test shall meet a minimum average value of 20 ft-lbs. (27 J) absorbed energy at +70°F (+21°C) and shall be conducted in accordance with ASTM A673/A673M, with the following exceptions:

- (1) The center longitudinal axis of the specimens shall be located as near as practical to midway between the inner flange surface and the center of the flange thickness at the intersection with the web mid-thickness.
- (2) Tests shall be conducted by the producer on material selected from a location representing the top of each ingot or part of an ingot used to produce the product represented by these tests.

For plates exceeding two-in. (50 mm) thick used for built-up cross-sections with bolted splices and subject to primary tensile stresses due to tension or flexure, material toughness need not be specified. If such cross-sections are spliced using complete-joint-penetration welds, the steel shall be specified in the contract documents to be supplied with Charpy V-notch testing in accordance with ASTM A6/A6M, Supplementary Requirement S5. The impact test shall be conducted by the producer in accordance with ASTM A673/A673M, Frequency P, and shall meet a minimum average value of 20 ft-lbs. (27 J) absorbed energy at +70°F (+21°C).

The above supplementary requirements also apply when complete-joint-penetra-

ion welded joints through the thickness of ASTM A6/A6M Group 4 and 5 shapes and built-up cross sections with thickness exceeding two in. (50 mm) are used in connections subjected to primary tensile stress due to tension or flexure of such members. The requirements need not apply to ASTM A6/A6M Group 4 and 5 shapes and built-up members with thickness exceeding two in. (50 mm) to which members other than ASTM A6/A6M Group 4 and 5 shapes and built-up members are connected by complete-joint-penetration welded joints through the thickness of the thinner material to the face of the heavy material.

Additional requirements for joints in heavy rolled and built-up members are given in Sections J1.5, J1.6, J2.6, J2.8 and M2.2.

2. Steel Castings and Forgings

Cast steel shall conform to one of the following standard specifications:

Steel Castings, Carbon, for General Application, ASTM A27/A27M, Gr. 65-35 (450-240)

Steel Castings, High Strength, for Structural Purposes, ASTM A148/148M Gr. 80-50 (550-345)

Steel forgings shall conform to the following standard specification:

Steel Forgings Carbon and Alloy, for General Industrial Use, ASTM A668/A668M

Certified test reports shall constitute sufficient evidence of conformity with standards.

3. Bolts, Washers, and Nuts

Steel bolts, washers, and nuts shall conform to one of the following standard specifications:

Carbon and Alloy Steel Nuts for Bolts for High-Pressure or High-Temperature Service, or Both, ASTM A194/A194M

Carbon Steel Bolts and Studs, 60,000 PSI Tensile Strength, ASTM A307
Structural Bolts, Steel, Heat Treated, 120/105 ksi Minimum Tensile Strength, ASTM A325

High-Strength Bolts for Structural Steel Joints [Metric], ASTM A325M

Quenched and Tempered Steel Bolts and Studs, ASTM A449

Heat-Treated Steel Structural Bolts, 150 ksi Minimum Tensile Strength, ASTM A490

High-Strength Steel Bolts, Classes 10.9 and 10.9.3, for Structural Steel Joints [Metric], ASTM A490M

Carbon and Alloy Steel Nuts, ASTM A563

Carbon and Alloy Steel Nuts [Metric], ASTM A563M

Hardened Steel Washers, ASTM F436

Hardened Steel Washers [Metric], ASTM F436M

Compressible-Washer-Type Direct Tension Indicators for Use with Structural Fasteners, ASTM F959

Compressible-Washer-Type Direct Tension Indicators for Use with Structural Fasteners [Metric], ASTM F959M

"Twist Off" Type Tension Control Structural Bolt/Nut/Washer Assemblies, Steel, Heat Treated, 120/105 ksi Minimum Tensile Strength, ASTM F1852

ASTM A449 bolts are permitted to be used only in connections requiring bolt diameters greater than 1½-in. (38 mm) and shall not be used in slip-critical connections.

Manufacturer's certification shall constitute sufficient evidence of conformity with the standards.

4. Anchor Rods and Threaded Rods

Anchor rods and threaded rod steel shall conform to one of the following standard specifications:

Carbon Structural Steel, ASTM A36/A36M

Alloy Steel and Stainless Steel Bolting Materials for High-Temperature Service, ASTM A193/A193M

Quenched and Tempered Alloy Steel Bolts, Studs and Other Externally Threaded Fasteners, ASTM A354

High-Strength Low-Alloy Columbium-Vanadium Structural Steel, ASTM A572/A572M

High-Strength Low-Alloy Structural Steel with 50 ksi [345 MPa] Minimum Yield Point to 4-in. [100 mm] Thick, ASTM A588/A588M

Anchor Bolts, Steel, 36, 55, and 105-ksi Yield Strength, ASTM F1554

Threads on anchor rods and threaded rods shall conform to the Unified Standard Series of ASME B18.2.6 and shall have Class 2A tolerances.

Steel bolts conforming to other provisions of Section A3.3 are permitted as anchor rods. A449 material is acceptable for high-strength anchor rods and threaded rods of any diameter.

Manufacturer's certification shall constitute sufficient evidence of conformity with the standards.

5. Filler Metal and Flux for Welding

Filler metals and fluxes shall conform to one of the following specifications of the American Welding Society:

Specification for Carbon Steel Electrodes for Shielded Metal Arc Welding, AWS A5.1

Specification for Low-Alloy Steel Electrodes for Shielded Metal Arc Welding, AWS A5.5

Specification for Carbon Steel Electrodes and Fluxes for Submerged Arc Welding, AWS A5.17/A5.17M

Specification for Carbon Steel Electrodes and Rods for Gas Shielded Arc Welding, AWS A5.18

Specification for Carbon Steel Electrodes for Flux Cored Arc Welding, AWS A5.20

Specification for Low-Alloy Steel Electrodes and Fluxes for Submerged Arc Welding, AWS A5.23/A5.23M

Specification for Carbon and Low-Alloy Steel Electrodes and Fluxes for Electroslag Welding, AWS A5.25/A5.25M

Specification for Carbon and Low-Alloy Steel Electrodes for Electrogas Welding, AWS A5.26/A5.26M

Specification for Low-Alloy Steel Electrodes and Rods for Gas Shielded Arc Welding, AWS A5.28

Specification for Low-Alloy Steel Electrodes for Flux Cored Arc Welding, AWS A5.29

Specification for Welding Shielding Gases, AWS A5.32/A5.32M

Manufacturer's certification shall constitute sufficient evidence of conformity with the standards. Filler metals and fluxes that are suitable for the intended application shall be selected.

6. Stud Shear Connectors

Steel stud shear connectors shall conform to the requirements of *Structural Welding Code—Steel*, AWS D1.1.

Manufacturer's certification shall constitute sufficient evidence of conformity with the code.

A4. LOADS AND LOAD COMBINATIONS

The nominal loads and factored load combinations shall be as stipulated by the applicable code under which the structure is designed or dictated by the conditions involved. In the absence of a code, the loads and factored load combinations, including impact and crane loads, shall be those stipulated in ASCE 7. For design purposes, the loads stipulated by the applicable code or ASCE 7 shall be taken as nominal loads.

A5. DESIGN BASIS

1. Required Strength at Factored Loads

The required strength of structural members and connections shall be determined by structural analysis for the appropriate factored load combinations as stipulated in Section A4.

Design by either elastic or plastic analysis is permitted, except that design by plastic analysis is permitted only for steels with specified minimum yield stresses not exceeding 65 ksi (450 MPa) and is subject to provisions of Sections B5.2, C1.1, C2.1a, C2.2a, E1.2, F1.3, H1, and I1.

Beams and girders composed of compact sections, as defined in Section B5.1, and satisfying the unbraced length requirements of Section F1.3 (including composite members) which are continuous over supports or are rigidly framed to columns may be proportioned for nine-tenths of the negative moments produced by the factored gravity loading at points of support, provided that the maximum positive moment is increased by one-tenth of the average negative moments. This reduction is not permitted for hybrid beams, members of A514/A514M steel, or moments produced by loading on cantilevers. If the negative moment is resisted by a column rigidly framed to the beam or girder, the one-tenth reduction may be used in proportioning the column for combined axial force and flexure, provided that the axial force does not exceed ϕ_c times $0.15A_gF_y$,

where

A_g = gross area, in.² (mm²)

F_y = specified minimum yield stress, ksi (MPa)

ϕ_c = resistance factor for compression

2. Limit States

LRFD is a method of proportioning structures so that no applicable limit state is exceeded when the structure is subjected to all appropriate factored load combinations.

Strength limit states are related to safety and concern maximum load carrying capacity. Serviceability limit states are related to performance under normal service conditions. The term "resistance" includes both strength limit states and serviceability limit states.

3. Design for Strength

The required strength shall be determined for each applicable load combination as stipulated in Section A4.

The design strength of each structural component or assemblage shall equal or exceed the required strength based on the factored loads. The design strength ϕR_n for each applicable limit state is calculated as the nominal strength R_n multiplied by a resistance factor ϕ . Nominal strengths R_n and resistance factors ϕ are given in Chapters D through K.

4. Design for Serviceability and Other Considerations

The overall structure and the individual members, connections, and connectors shall be checked for serviceability. Provisions for design for serviceability are given in Chapter L.

A6. REFERENCED CODES AND STANDARDS

The following documents are referenced in this Specification:

ACI International (ACI)

Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, ACI 318-99

Metric Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, ACI 318M-99

American Institute of Steel Construction, Inc. (AISC)

Code of Standard Practice for Steel Buildings and Bridges, 2000

Seismic Provisions for Structural Steel Buildings, 1997

Seismic Provisions for Structural Steel Buildings Supplement No. 1, 1999

Specification for Structural Steel Buildings-Allowable Stress Design and Plastic Design, 1989

Specification for Load and Resistance Factor Design of Single-Angle Members, 1993

Specification for the Design of Steel Hollow Structural Sections, 1997

Specification for the Design, Fabrication and Erection of Steel Safety Related Structures for Nuclear Facilities, 1994

American Iron and Steel Institute (AISI)

Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, 1996

Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, Supplement No. 1, 1999

American Society of Civil Engineers (ASCE)
Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, ASCE 7-98

American Society of Mechanical Engineers (ASME)
Fasteners for Use in Structural Applications, ASME B18.2.6-96
Surface Texture, Surface Roughness, Waviness, and Lay, ASME B46.1-85

American Society for Testing and Materials (ASTM)

ASTM A6/A6M-2000	ASTM A27/A27M-95
ASTM A36/A36M-97a	ASTM A53/A53M-99b
ASTM A148/A148M-93b	ASTM A193/A193M-99
ASTM A194/A194M-98b	ASTM A242/A242M-98
ASTM A307-97	ASTM A325-97
ASTM A325M-97	ASTM A354-98
ASTM A370-97a	ASTM A449-93
ASTM A490-97	ASTM A490M-93
ASTM A500-99	ASTM A501-99
ASTM A502-93	ASTM A514/A514M-94a
ASTM A529/A529M-96	ASTM A563-97
ASTM A563M-97	ASTM A568/568M-98
ASTM A570/A570M-98	ASTM A572/A572M-99
ASTM A588/A588M-97a	ASTM A606-98
ASTM A607-96	ASTM A618-99
ASTM A668/A668M-96	ASTM A673/A673M-95
ASTM A709/A709M-97b	ASTM A751-96
ASTM A847-99a	ASTM A852/A852M-97
ASTM A913/A913M-97	ASTM A992/A992M-98
ASTM C33-97	ASTM C330-97
ASTM F436-93	ASTM F436M-93
ASTM F606-98	ASTM F606M-95b
ASTM F959-96	ASTM F959M-97
ASTM F1554-99	ASTM F1852-98

American Welding Society (AWS)

AWS D1.1:2000	AWS A5.25/A5.25M-97
AWS A5.17/A5.17M-98	AWS A5.29-98
AWS A5.23/A5.23M-97	AWS A5.5-96
AWS A5.28-96	AWS A5.20-95
AWS A5.1-91	AWS A5.26/A5.26M-97
AWS A5.18-93	AWS A5.32/A5.32M-97

Research Council on Structural Connections (RCSC)
*Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Joints Using
 ASTM A325 or A490 Bolts*, 1994

A7. DESIGN DOCUMENTS

The design drawings shall show a complete design with sizes, sections, and relative locations of all members. Floor levels, column centers and offsets shall be dimensioned. Drawings shall be drawn to a scale large enough to show the information clearly.

Design documents shall indicate the type or types of construction as defined in Sec-

tion A2 and include the required strengths (moments and forces) if necessary for preparation of shop drawings.

Where joints are to be assembled with high-strength bolts, the design documents shall indicate the connection type (i.e., snug-tightened, pretensioned, or slip-critical).

Camber of trusses, beams, and girders, if required, shall be specified in the design documents.

The requirements for stiffeners and bracing shall be shown in the design documents.

Welding and inspection symbols used on design and shop drawings shall be the American Welding Society symbols. Welding symbols for special requirements not covered by AWS are permitted to be used provided complete explanations thereof are shown in the design documents.

Weld lengths called for in the design documents and on the shop drawings shall be the net effective lengths.

CHAPTER B

DESIGN REQUIREMENTS

This chapter contains provisions which are common to the Specification as a whole.

B1. GROSS AREA

The gross area A_g of a member at any point is the sum of the products of the thickness and the gross width of each element measured normal to the axis of the member. For angles, the gross width is the sum of the widths of the legs less the thickness.

B2. NET AREA

The net area A_n of a member is the sum of the products of the thickness and the net width of each element computed as follows:

In computing net area for tension and shear, the width of a bolt hole shall be taken as $\frac{1}{16}$ -in. (2 mm) greater than the nominal dimension of the hole.

For a chain of holes extending across a part in any diagonal or zigzag line, the net width of the part shall be obtained by deducting from the gross width the sum of the diameters or slot dimensions as provided in Section J3.2, of all holes in the chain, and adding, for each gage space in the chain, the quantity $s^2/4g$

where

- s = longitudinal center-to-center spacing (pitch) of any two consecutive holes, in. (mm)
- g = transverse center-to-center spacing (gage) between fastener gage lines, in. (mm)

For angles, the gage for holes in opposite adjacent legs shall be the sum of the gages from the back of the angles less the thickness.

In determining the net area across plug or slot welds, the filler metal shall not be considered as adding to the net area.

B3. EFFECTIVE AREA OF TENSION MEMBERS

The effective area of tension members shall be determined as follows:

- (1) When tension load is transmitted directly to each of the cross-sectional elements by fasteners or welds, the effective area A_e is equal to the net area A_n .
- (2) When the tension load is transmitted by fasteners or welds through some but not all of the cross-sectional elements of the member, the effective area A_e shall be computed as follows:

- (a) When the tension load is transmitted only by fasteners

$$A_e = A_n U \quad (\text{B3-1})$$

where

 U = reduction coefficient

$$= 1 - (\bar{x}/l) \leq 0.9$$

 \bar{x} = connection eccentricity, in. (mm) l = length of the connection in the direction of loading, in. (mm)

- (b) When the tension load is transmitted only by longitudinal welds to other than a plate member or by longitudinal welds in combination with transverse welds

$$A_e = A_g U \quad (\text{B3-2})$$

where

$$U = 1 - (\bar{x}/l) \leq 0.9$$

 A_g = gross area of member, in.² (mm²)

- (c) When the tension load is transmitted only by transverse welds

$$A_e = AU \quad (\text{B3-3})$$

where

 A = area of directly connected elements, in.² (mm²)

$$U = 1.0$$

- (d) When the tension load is transmitted to a plate only by longitudinal welds along both edges at the end of the plate

$$A_e = A_g U \quad (\text{B3-4})$$

where

$$\text{For } l \geq 2w \dots\dots\dots U = 1.00$$

$$\text{For } 2w > l \geq 1.5w \dots\dots\dots U = 0.87$$

$$\text{For } 1.5w > l \geq w \dots\dots\dots U = 0.75$$

where

 l = length of weld, in. (mm) w = plate width (distance between welds), in. (mm)

Larger values of U are permitted to be used when justified by tests or other rational criteria.

For effective area of connecting elements, see Section J5.2.

B4. STABILITY

General stability shall be provided for the structure as a whole and for each of its elements.

Consideration shall be given to the significant effects of the loads on the deflected shape of the structure and its individual elements.

B5. LOCAL BUCKLING

1. Classification of Steel Sections

Steel sections are classified as compact, noncompact, or slender-element sections. For a section to qualify as compact, its flanges must be continuously connected to the web or webs and the width-thickness ratios of its compression elements must not exceed the limiting width-thickness ratios λ_p from Table B5.1. If the width-thickness ratio of one or more compression elements exceeds λ_p , but does not exceed λ_r , the section is noncompact. If the width-thickness ratio of any element exceeds λ_r from Table B5.1, the section is referred to as a slender-element compression section.

For unstiffened elements which are supported along only one edge parallel to the direction of the compression force, the width shall be taken as follows:

- (a) For flanges of I-shaped members and tees, the width b is half the full-flange width, b_f .
- (b) For legs of angles and flanges of channels and zees, the width b is the full nominal dimension.
- (c) For plates, the width b is the distance from the free edge to the first row of fasteners or line of welds.
- (d) For stems of tees, d is taken as the full nominal depth.

For stiffened elements which are supported along two edges parallel to the direction of the compression force, the width shall be taken as follows:

- (a) For webs of rolled or formed sections, h is the clear distance between flanges less the fillet or corner radius at each flange; h_c is twice the distance from the centroid to the inside face of the compression flange less the fillet or corner radius.
- (b) For webs of built-up sections, h is the distance between adjacent lines of fasteners or the clear distance between flanges when welds are used, and h_c is twice the distance from the centroid to the nearest line of fasteners at the compression flange or the inside face of the compression flange when welds are used; h_p is twice the distance from the plastic neutral axis to the nearest line of fasteners at the compression flange or the inside face of the compression flange when welds are used.
- (c) For flange or diaphragm plates in built-up sections, the width b is the distance between adjacent lines of fasteners or lines of welds.
- (d) For flanges of rectangular hollow structural sections, the width b is the clear distance between webs less the inside corner radius on each side. If the corner radius is not known, the width may be taken as the total section width minus three times the thickness. The thickness t shall be taken as the design wall thickness. When the design wall thickness is not known, it is permitted to be taken as 0.93 times the nominal wall thickness.

For tapered flanges of rolled sections, the thickness is the nominal value halfway between the free edge and the corresponding face of the web.

2. Design by Plastic Analysis

Design by plastic analysis is permitted, as limited in Section A5.1, when flanges subject to compression involving hinge rotation and all webs have a width-thickness ratio less than or equal to the limiting λ_p from Table B5.1. For circular hollow sections see Footnote d of Table B5.1.

3. Slender-Element Compression Sections

For the flexural design of I-shaped sections, channels and rectangular or circular sections with slender flange elements, see Appendix F1. For other shapes in flexure or members in axial compression that have slender compression elements, see Appendix B5.3. For plate girders with slender web elements, see Appendix G.

B6. BRACING AT SUPPORTS

At points of support for beams, girders and trusses, restraint against rotation about their longitudinal axis shall be provided.

B7. LIMITING SLENDERNESS RATIOS

For members in which the design is based on compression, the slenderness ratio Kl/r preferably should not exceed 200.

For members in which the design is based on tension, the slenderness ratio l/r preferably should not exceed 300. The above limitation does not apply to rods in tension. Members in which the design is dictated by tension loading, but which may be subject to some compression under other load conditions, need not satisfy the compression slenderness limit.

B8. SIMPLE SPANS

Beams, girders and trusses designed on the basis of simple spans shall have an effective length equal to the distance between centers of gravity of the members to which they deliver their end reactions.

B9. END RESTRAINT

Beams, girders, and trusses designed on the assumptions of full or partial end restraint, as well as the sections of the members to which they connect, shall have design strengths, as prescribed in Chapters D through K, equal to or exceeding the effect of factored forces and moments except that some inelastic but self-limiting deformation of a part of the connection is permitted.

B10. PROPORTIONS OF BEAMS AND GIRDERS

When rolled or welded shapes, plate girders and cover-plated beams are proportioned on the basis of flexural strength of the gross section:

(a) If

$$0.75F_u A_{fn} \geq 0.9F_y A_{fg} \quad (B10-1)$$

no deduction shall be made for bolt or rivet holes in either flange,

where

TABLE B5.1 Limiting Width-Thickness Ratios for Compression Elements				
Description of Element	Width Thick- ness Ratio	Limiting Width- Thickness Ratios		
		λ_p (compact)	λ_r (noncompact)	
Unstiffened Elements	Flanges of I-shaped rolled beams and channels in flexure	b/t	$0.38\sqrt{E/F_y}$ [c]	$0.83\sqrt{E/F_L}$ [e]
	Flanges of I-shaped hybrid or welded beams in flexure	b/t	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$0.95\sqrt{E/(F_L/k_c)}$ [e], [f]
	Flanges projecting from built-up compression members	b/t	NA	$0.64\sqrt{E/(F_y/k_c)}$ [f]
	Flanges of I-shaped sections in pure compression, plates projecting from compression elements; outstanding legs of pairs of angles in continuous contact; flanges of channels in pure compression	b/t	NA	$0.56\sqrt{E/F_y}$
	Legs of single angle struts; legs of double angle struts with separators; unstiffened elements, i.e., supported along one edge	b/t	NA	$0.45\sqrt{E/F_y}$
	Stems of tees	d/t	NA	$0.75\sqrt{E/F_y}$

A_{fg} = gross flange area, in.² (mm²)

A_{fn} = net tension flange area calculated in accordance with the provisions of Sections B1 and B2, in.² (mm²)

F_u = specified minimum tensile strength, ksi (MPa)

(b) If

$$0.75F_u A_{fn} < 0.9F_y A_{fg} \quad (\text{B10-2})$$

the member flexural properties shall be based on an effective tension flange area A_{fe}

$$A_{fe} = \frac{5 F_u}{6 F_y} A_{fn} \quad (\text{B10-3})$$

and the maximum flexural strength shall be based on the elastic section modulus.

Hybrid girders shall be proportioned by the flexural strength of their gross section,

TABLE B5.1 (cont.)
Limiting Width-Thickness Ratios for
Compression Elements

Description of Element	Width Thickness Ratio	Limiting Width-Thickness Ratios		
		λ_p (compact)	λ_r (noncompact)	
Stiffened Elements	Flanges of rectangular box and hollow structural sections of uniform thickness subject to bending or compression; flange cover plates and diaphragm plates between lines of fasteners or welds for uniform compression for plastic analysis	b/t	$1.12\sqrt{E/F_y}$ $0.939\sqrt{E/F_y}$	$1.40\sqrt{E/F_y}$ -
	Unsupported width of cover plates perforated with a succession of access holes [b]	b/t	NA	$1.86\sqrt{E/F_y}$
	Webs in flexural compression [a]	h/t_w	$3.76\sqrt{E/F_y}$ [c], [g]	$5.70\sqrt{E/F_y}$ [h]
	Webs in combined flexural and axial compression	h/t_w	for $P_u/\phi_b P_y \leq 0.125$ [c], [g] $3.76 \frac{\sqrt{E}}{F_y} \left(1 - \frac{2.75 P_u}{\phi_b P_y} \right)$ for $P_u/\phi_b P_y > 0.125$ [c], [g] $1.12 \frac{\sqrt{E}}{F_y} \left(2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right)$ $\geq 1.49 \frac{\sqrt{E}}{F_y}$	[h] $5.70 \frac{\sqrt{E}}{F_y} \left(1 - 0.74 \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right)$
	All other uniformly compressed stiffened elements, i.e., supported along two edges	b/t h/t_w	NA	$1.49\sqrt{E/F_y}$
	Circular hollow sections In axial compression In flexure	D/t	NA [d] $0.07E/F_y$	$0.11E/F_y$ $0.31E/F_y$
[a] For hybrid beams, use the yield strength of the flange F_y instead of F_y . [b] Assumes net area of plate at widest hole. [c] Assumes an inelastic rotation capacity of 3 radians. For structures in zones of high seismicity, a greater rotation capacity may be required. [d] For plastic design use $0.045E/F_y$.		[e] F_L = smaller of $(F_y - F_r)$ or F_{yw} , ksi (MPa) F_r = compressive residual stress in flange = 10 ksi (69 MPa) for rolled shapes = 16.5 ksi (114 MPa) for welded shapes [f] $k_c = \frac{4}{\sqrt{h}t_w}$ and $0.35 \leq k_c \leq 0.763$ [g] For members with unequal flanges, use h_p instead of h when comparing to λ_p . [h] For members with unequal flanges, see Appendix B5.1.		

subject to the applicable provisions in Appendix G1, provided they are not required to resist an axial force greater than ϕ_b times $0.15F_y A_g$, where F_y is the specified minimum yield stress of the flange material and A_g is the gross area. No limit is placed on the web stresses produced by the applied bending moment for which a hybrid girder is designed, except as provided in Section K3 and Appendix K3. To qualify as hybrid girders, the flanges at any given section shall have the same cross-sectional area and be made of the same grade of steel.

Flanges of welded beams or girders may be varied in thickness or width by splicing a series of plates or by the use of cover plates.

The total cross-sectional area of cover plates of bolted or riveted girders shall not exceed 70 percent of the total flange area.

High-strength bolts, rivets, or welds connecting flange to web, or cover plate to flange, shall be proportioned to resist the total horizontal shear resulting from the bending forces on the girder. The longitudinal distribution of these bolts, rivets, or intermittent welds shall be in proportion to the intensity of the shear. However, the longitudinal spacing shall not exceed the maximum permitted for compression or tension members in Section E4 or D2, respectively. Bolts, rivets, or welds connecting flange to web shall also be proportioned to transmit to the web any loads applied directly to the flange, unless provision is made to transmit such loads by direct bearing.

Partial length cover plates shall be extended beyond the theoretical cutoff point and the extended portion shall be attached to the beam or girder by high-strength bolts in a slip-critical connection, rivets, or fillet welds. The attachment shall be adequate, at the applicable design strength given in Sections J2.2, J3.8, or K3 to develop the cover plate's portion of the flexural design strength in the beam or girder at the theoretical cutoff point.

For welded cover plates, the welds connecting the cover plate termination to the beam or girder shall have continuous welds along both edges of the cover plate in the length a' , defined below, and shall be adequate, at the applicable design strength, to develop the cover plate's portion of the design strength in the beam or girder at the distance a' from the end of the cover plate.

- (a) When there is a continuous weld equal to or larger than three-fourths of the plate thickness across the end of the plate

$$a' = w \quad (\text{B10-4})$$

where

w = width of cover plate, in. (mm)

- (b) When there is a continuous weld smaller than three-fourths of the plate thickness across the end of the plate

$$a' = 1.5w \quad (\text{B10-5})$$

- (c) When there is no weld across the end of the plate

$$a' = 2w \quad (\text{B10-6})$$

CHAPTER C

FRAMES AND OTHER STRUCTURES

This chapter contains general requirements for stability of the structure as a whole.

C1. SECOND ORDER EFFECTS

Second order ($P\Delta$) effects shall be considered in the design of frames.

1. Design by Plastic Analysis

In structures designed on the basis of plastic analysis, as limited in Section A5.1, the required flexural strength M_u shall be determined from a second-order plastic analysis that satisfies the requirements of Section C2.

2. Design by Elastic Analysis

In structures designed on the basis of elastic analysis, M_u for beam-columns, connections, and connected members shall be determined from a second-order elastic analysis or from the following approximate second-order analysis procedure:

$$M_u = B_1 M_{ni} + B_2 M_{li} \quad (C1-1)$$

where

M_{ni} = required flexural strength in member assuming there is no lateral translation of the frame, kip-in. (N-mm)

M_{li} = required flexural strength in member as a result of lateral translation of the frame only, kip-in. (N-mm)

$$B_1 = \frac{C_m}{(1 - P_u / P_{e1})} \geq 1 \quad (C1-2)$$

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

where I is the moment of inertia in the plane of bending and K is the effective length factor in the plane of bending determined in accordance with Section C2.1, for the braced frame.

P_u = required axial compressive strength for the member under consideration, kips (N)

C_m = a coefficient based on elastic first-order analysis assuming no lateral translation of the frame whose value shall be taken as follows:

(a) For compression members not subject to transverse loading between their supports in the plane of bending,

$$C_m = 0.6 - 0.4(M_1 / M_2) \quad (C1-3)$$

where M_1/M_2 is the ratio of the smaller to larger moments at the ends of that portion of the member unbraced in the plane of bending under consideration. M_1/M_2 is positive when the member is bent in reverse curvature, negative when bent in single curvature.

- (b) For compression members subjected to transverse loading between their supports, the value of C_m shall be determined either by rational analysis or by the use of the following values:

For members whose ends are restrained $C_m = 0.85$
 For members whose ends are unrestrained $C_m = 1.00$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \Sigma P_u \left(\frac{\Delta_{oh}}{\Sigma HL} \right)} \quad (C1-4)$$

or

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{\Sigma P_u}{\Sigma P_{e2}} \right)} \quad (C1-5)$$

ΣP_u = required axial strength of all columns in a story, kips (N)

Δ_{oh} = lateral inter-story deflection, in. (mm)

ΣH = sum of all story horizontal forces producing Δ_{oh} , kips (N)

L = story height, in. (mm)

$$P_{e2} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}, \text{ kips (N)}$$

where I is the moment of inertia in the plane of bending and K is the effective length factor in the plane of bending determined in accordance with Section C2.2, for the unbraced frame.

C2. FRAME STABILITY

1. Braced Frames

In trusses and frames where lateral stability is provided by diagonal bracing, shear walls, or equivalent means, the effective length factor K for compression members shall be taken as unity, unless structural analysis shows that a smaller value may be used.

The vertical bracing system for a braced multistory frame shall be determined by structural analysis to be adequate to prevent buckling of the structure and to maintain the lateral stability of the structure, including the overturning effects of drift, under the factored load combinations stipulated in Section A4.

The vertical bracing system for a braced multistory frame may be considered to function together with in-plane shear-resisting exterior and interior walls, floor slabs, and roof decks, which are properly secured to the structural frames. The columns, girders, beams, and diagonal members, when used as the vertical bracing system, may be considered to comprise a vertically cantilevered simply connected truss in the analyses for frame buckling and lateral stability. Axial deformation of

all members in the vertical bracing system shall be included in the lateral stability analysis.

1a. Design by Plastic Analysis

In braced frames designed on the basis of plastic analysis, as limited in Section A5.1, the axial force in these members caused by factored gravity plus factored horizontal loads shall not exceed $0.85\phi_c$ times $A_g\bar{F}_y$.

2. Unbraced Frames

In frames where lateral stability depends upon the bending stiffness of rigidly connected beams and columns, the effective length factor K of compression members shall be determined by structural analysis. The destabilizing effects of gravity loaded columns whose simple connections to the frame do not provide resistance to lateral loads shall be included in the design of the moment-frame columns. Stiffness reduction adjustment due to column inelasticity is permitted.

Analysis of the required strength of unbraced multistory frames shall include the effects of frame instability and column axial deformation under the factored load combinations stipulated in Section A4.

2a. Design by Plastic Analysis

In unbraced frames designed on the basis of plastic analysis, as limited in Section A5.1, the axial force in the columns caused by factored gravity plus factored horizontal loads shall not exceed $0.75\phi_c$ times $A_g\bar{F}_y$.

C3. STABILITY BRACING

1. Scope

These requirements address the minimum brace strength and stiffness necessary to ensure member design strengths based on the unbraced length between braces with an effective length factor K equal to unity. Bracing is assumed to be perpendicular to the member(s) to be braced; for inclined or diagonal bracing, the brace strength (force or moment) and stiffness (force per unit displacement or moment per unit rotation) must be adjusted for the angle of inclination. The evaluation of the stiffness furnished by a brace shall include its member and geometric properties, as well as the effects of connections and anchoring details.

Two general types of bracing systems are considered, relative and nodal. A relative brace controls the movement of the brace point with respect to adjacent braced points. A nodal brace controls the movement at the braced point without direct interaction with adjacent braced points. The strength and stiffness furnished by the stability bracing shall not be less than the required limits. A second order analysis that includes an initial out-of-plumbness of the structure or out-of-straightness of the member to obtain brace strength and stiffness can be used in lieu of the requirements of this section.

2. Frames

In braced frames where lateral stability is provided by diagonal bracing, shear walls, or other equivalent means, the required story or panel bracing shear force is:

$$P_{br} = 0.004\Sigma P_u \quad (C3-1)$$

The required story or panel shear stiffness is:

$$\beta_{br} = \frac{2\Sigma P_u}{\phi L} \quad (C3-2)$$

where

$$\phi = 0.75$$

ΣP_u = summation of the factored column axial loads in the story or panel supported by the bracing, kips (N)

L = story height or panel spacing, in. (mm)

These story stability requirements shall be combined with the lateral forces and drift requirements from other sources, such as wind or seismic loading.

3. Columns

An individual column can be braced at intermediate points along its length by relative or nodal bracing systems. It is assumed that nodal braces are equally spaced along the column.

(a) Relative Bracing

The required brace strength is:

$$P_{br} = 0.004P_u \quad (C3-3)$$

The required brace stiffness is:

$$\beta_{br} = \frac{2P_u}{\phi L_b} \quad (C3-4)$$

where

$$\phi = 0.75$$

P_u = required compressive strength, kips (N)

L_b = distance between braces, in. (mm)

(b) Nodal Bracing

The required brace strength is:

$$P_{br} = 0.01P_u \quad (C3-5)$$

The required brace stiffness is:

$$\beta_{br} = \frac{8P_u}{\phi L_b} \quad (C3-6)$$

where

$$\phi = 0.75$$

When the actual spacing of braced points is less than L_q , where L_q is the maximum unbraced length for the required column force with K equal to one, then L_b in Equations C3-4 and C3-6 is permitted to be taken equal to L_q .

4. Beams

Beam bracing must prevent the relative displacement of the top and bottom flanges, i.e. twist of the section. Lateral stability of beams shall be provided by lateral bracing, torsional bracing, or a combination of the two. In members subjected to double curvature bending, the inflection point shall not be considered a brace point.

4a. Lateral Bracing

Bracing shall be attached near the compression flange, except for a cantilevered member, where an end brace shall be attached near the top (tension) flange. Lateral bracing shall be attached to both flanges at the brace point near the inflection point for beams subjected to double curvature bending along the length to be braced.

(a) Relative Bracing

The required brace strength is:

$$P_{br} = 0.008M_u C_d / h_o \quad (C3-7)$$

The required brace stiffness is:

$$\beta_{br} = \frac{4M_u C_d}{\phi L_b h_o} \quad (C3-8)$$

where

$$\phi = 0.75$$

M_u = required flexural strength, kip-in. (N-mm)

h_o = distance between flange centroids, in. (mm)

C_d = 1.0 for bending in single curvature; 2.0 for double curvature; $C_d = 2.0$ only applies to the brace closest to the inflection point.

L_b = distance between braces, in. (mm)

(b) Nodal Bracing

The required brace strength is:

$$P_{br} = 0.02M_u C_d / h_o \quad (C3-9)$$

The required brace stiffness is:

$$\beta_{br} = \frac{10M_u C_d}{\phi L_b h_o} \quad (C3-10)$$

where

$$\phi = 0.75$$

When the actual spacing of braced points is less than L_q , the maximum unbraced length for M_u , then L_b in Equations C3-8 and C3-10 shall be permitted to be taken equal to L_q .

4b. Torsional Bracing

Torsional bracing can be nodal or continuous along the beam length. The bracing can be attached at any cross-sectional location and need not be attached near the

compression flange. The connection between a torsional brace and the beam must be able to support the required moment given below.

(a) *Nodal Bracing*

The required bracing moment is:

$$M_{br} = \frac{0.024M_u L}{nC_b L_b} \quad (C3-11)$$

The required cross-frame or diaphragm bracing stiffness is:

$$\beta_{Tb} = \frac{\beta_T}{\left(1 - \frac{\beta_T}{\beta_{sec}}\right)} \quad (C3-12)$$

where

$$\beta_T = \frac{2.4LM_u^2}{\phi nEI_y C_b^2} \quad (C3-13)$$

$$\beta_{sec} = \frac{3.3E}{h_o} \left(\frac{1.5h_o t_w^3}{12} + \frac{t_s b_s^3}{12} \right) \quad (C3-14)$$

$\phi = 0.75$

L = span length, in. (mm)

n = number of nodal braced points within the span

$E = 29,000$ ksi (200 000 MPa)

I_y = out-of-plane moment of inertia, in.⁴ (mm⁴)

C_b = is a modification factor defined in Chapter F

t_w = beam web thickness, in. (mm)

t_s = web stiffener thickness, in. (mm)

b_s = stiffener width for one-sided stiffeners (use twice the individual stiffener width for pairs of stiffeners), in. (mm)

β_T = brace stiffness excluding web distortion, kip-in/radian (N-mm/radian)

β_{sec} = web distortional stiffness, including the effect of web transverse stiffeners, if any, kip-in/radian (N-mm/radian)

If $\beta_{sec} < \beta_T$, Equation C3-12 is negative, which indicates that torsional beam bracing will not be effective due to inadequate web distortional stiffness.

When required, the web stiffener shall extend the full depth of the braced member and shall be attached to the flange if the torsional brace is also attached to the flange. Alternatively, it shall be permissible to stop the stiffener short by a distance equal to $4t_w$ from any beam flange that is not directly attached to the torsional brace. When the actual spacing of braced points is less than L_q , then L_b in Equation C3-11 shall be permitted to be taken equal to L_q .

(b) *Continuous Torsional Bracing*

For continuous bracing, use Equations C3-11, C3-12 and C3-13 with L/n taken as

1.0; the bracing moment and stiffness are given per unit span length. The distortional stiffness for an unstiffened web is

$$\beta_{\text{sec}} = \frac{3.3Et_w^3}{12h_o} \quad (\text{C3-15})$$

CHAPTER D

TENSION MEMBERS

This chapter applies to prismatic members subject to axial tension caused by static forces acting through the centroidal axis. For members subject to combined axial tension and flexure, see Section H1.1. For threaded rods, see Section J3. For block shear rupture strength at end connections of tension members, see Section J4.3. For the design tensile strength of connecting elements, see Section J5.2. For members subject to fatigue, see Section K3.

D1. DESIGN TENSILE STRENGTH

The design strength of tension members, $\phi_t P_n$, shall be the lower value obtained according to the limit states of yielding in the gross section and fracture in the net section.

(a) For yielding in the gross section:

$$\begin{aligned}\phi_t &= 0.90 \\ P_n &= F_y A_g\end{aligned}\tag{D1-1}$$

(b) For fracture in the net section:

$$\begin{aligned}\phi_t &= 0.75 \\ P_n &= F_u A_e\end{aligned}\tag{D1-2}$$

where

- A_e = effective net area, in.² (mm²)
- A_g = gross area of member, in.² (mm²)
- F_y = specified minimum yield stress, ksi (MPa)
- F_u = specified minimum tensile strength, ksi (MPa)

When members without holes are fully connected by welds, the effective net section used in Equation D1-2 shall be as defined in Section B3. When holes are present in a member with welded-end connections, or at the welded connection in the case of plug or slot welds, the net section through the holes shall be used in Equation D1-2.

D2. BUILT-UP MEMBERS

For limitations on the longitudinal spacing of connectors between elements in continuous contact consisting of a plate and a shape or two plates, see Section J3.5.

The longitudinal spacing of connectors between components should preferably limit the slenderness ratio in any component between the connectors to 300.

Either perforated cover plates or tie plates without lacing are permitted to be used on the open sides of built-up tension members. The plates shall have a length not less than two-thirds the distance between the lines of welds or fasteners connecting them to the components of the member. The thickness of such tie plates shall not be less than one-fiftieth of the distance between these lines. The longitudinal spacing of intermittent welds or fasteners at tie plates shall not exceed six in. (150 mm). The spacing of tie plates shall be such that the slenderness ratio of any component in the length between tie plates should preferably not exceed 300.

D3. PIN-CONNECTED MEMBERS AND EYEBARS

1. Pin-Connected Members

1a. Design Strength

The design strength of a pin-connected member, ϕP_n , shall be the lowest value of the following limit states:

(a) Tension on the net effective area:

$$\phi = \phi_t = 0.75 \quad (D3-1)$$

$$P_n = 2tb_{eff} F_u$$

(b) Shear on the effective area:

$$\phi = \phi_{sf} = 0.75 \quad (D3-2)$$

$$P_n = 0.6A_{sf}F_u$$

(c) For bearing on the projected area of the pin, see Section J8.

(d) For yielding in the gross section, use Equation D1-1.

where

$$A_{sf} = 2t(a + d / 2), \text{ in.}^2 \text{ (mm}^2\text{)}$$

a = shortest distance from edge of the pin hole to the edge of the member measured parallel to the direction of the force, in. (mm)

$b_{eff} = 2t + 0.63$, in. ($= 2t + 16$, mm) but not more than the actual distance from the edge of the hole to the edge of the part measured in the direction normal to the applied force

d = pin diameter, in. (mm)

t = thickness of plate, in. (mm)

1b. Detailing Requirements

The pin hole shall be located midway between the edges of the member in the direction normal to the applied force. When the pin is expected to provide for relative movement between connected parts while under full load, the diameter of the pin hole shall not be more than $\frac{1}{32}$ -in. (1 mm) greater than the diameter of the pin.

The width of the plate beyond the pin hole shall not be less than $2b_{eff} + d$ and the minimum extension, a , beyond the bearing end of the pin hole, parallel to the axis of the member, shall not be less than $1.33 \times b_{eff}$.

The corners beyond the pin hole are permitted to be cut at 45° to the axis of the member, provided the net area beyond the pin hole, on a plane perpendicular to the

cut, is not less than that required beyond the pin hole parallel to the axis of the member.

2. Eyebars

2a. Design Strength

The design strength of eyebars shall be determined in accordance with Section D1, with A_g taken as the cross-sectional area of the body.

For calculation purposes, the width of the body of the eyebars shall not exceed eight times its thickness.

2b. Detailing Requirements

Eyebars shall be of uniform thickness, without reinforcement at the pin holes, and have circular heads whose periphery is concentric with the pin hole.

The radius of transition between the circular head and the eyebar body shall not be less than the head diameter.

The pin diameter shall not be less than seven-eighths times the eyebar body width, and the pin hole diameter shall not be more than $\frac{1}{32}$ -in (1 mm) greater than the pin diameter.

For steels having F_y greater than 70 ksi (485 MPa), the hole diameter shall not exceed five times the plate thickness and the width of the eyebar body shall be reduced accordingly.

A thickness of less than $\frac{1}{2}$ -in. (13 mm) is permissible only if external nuts are provided to tighten pin plates and filler plates into snug contact. The width from the hole edge to the plate edge perpendicular to the direction of applied load shall be greater than two-thirds and, for the purpose of calculation, not more than three-fourths times the eyebar body width.

CHAPTER E

COLUMNS AND OTHER COMPRESSION MEMBERS

This chapter applies to compact and non-compact prismatic members subject to axial compression through the centroidal axis. For members subject to combined axial compression and flexure, see Section H1.2. For members with slender compression elements, see Appendix B5.3. For tapered members, see Appendix F3.

E1. EFFECTIVE LENGTH AND SLENDERNESS LIMITATIONS

1. Effective Length

The effective length factor K shall be determined in accordance with Section C2.

2. Design by Plastic Analysis

Design by plastic analysis, as limited in Section A5.1, is permitted if the column slenderness parameter λ_c does not exceed $1.5K$.

E2. DESIGN COMPRESSIVE STRENGTH FOR FLEXURAL BUCKLING

The design strength for flexural buckling of compression members whose elements have width-thickness ratios less than λ_r from Section B5.1 is $\phi_c P_n$:

$$\begin{aligned}\phi_c &= 0.85 \\ P_n &= A_g F_{cr}\end{aligned}\tag{E2-1}$$

(a) For $\lambda_c \leq 1.5$

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y\tag{E2-2}$$

(b) For $\lambda_c > 1.5$

$$F_{cr} = \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y\tag{E2-3}$$

where

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}\tag{E2-4}$$

A_g = gross area of member, in.² (mm²)

F_y = specified minimum yield stress, ksi (MPa)

E = modulus of elasticity, ksi (MPa)

K = effective length factor

l = laterally unbraced length of member, in. (mm)

r = governing radius of gyration about the axis of buckling, in. (mm)

For members whose elements do not meet the requirements of Section B5.1, see Appendix B5.3.

E3. DESIGN COMPRESSIVE STRENGTH FOR FLEXURAL-TORSIONAL BUCKLING

The design strength for flexural-torsional buckling of double-angle and tee-shaped compression members whose elements have width-thickness ratios less than λ_r from Section B5.1 is $\phi_c P_n$:

where

$$\begin{aligned}\phi_c &= 0.85 \\ P_n &= A_g F_{crft}\end{aligned}\quad (\text{E3-1})$$

$$F_{crft} = \left(\frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry}F_{crz}H}{(F_{cry} + F_{crz})^2}} \right] \quad (\text{E3-2})$$

$$F_{crz} = \frac{GJ}{A\bar{r}_o^2}$$

\bar{r}_o = polar radius of gyration about shear center, in. (mm) (see Equation A-E3-8)

$$H = 1 - \frac{y_o^2}{\bar{r}_o^2}$$

y_o = distance between shear center and centroid, in. (mm)

F_{cry} is determined according to Section E2 for flexural buckling about the y-axis of symmetry for $\lambda_c = \frac{Kl}{r_y \pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$.

For double-angle and tee-shaped members whose elements do not meet the requirements of Section B5.1, see Appendix B5.3 to determine F_{cry} for use in Equation E3-1.

Other singly symmetric and unsymmetric columns, and doubly symmetric columns, such as cruciform or built-up columns, with very thin walls shall be designed for the limit states of flexural-torsional and torsional buckling in accordance with Appendix E3.

E4. BUILT-UP MEMBERS

1. Design Strength

The design strength of built-up members composed of two or more shapes shall be determined in accordance with Section E2 and Section E3 subject to the following modification. If the buckling mode involves relative deformations that produce shear forces in the connectors between individual shapes, Kl/r is replaced by $(Kl/r)_m$ determined as follows:

(a) For intermediate connectors that are snug-tight bolted:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{Kl}{r}\right)_o^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2} \quad (\text{E4-1})$$

(b) For intermediate connectors that are welded or fully tensioned bolted:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{Kl}{r}\right)_o^2 + 0.82 \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)} \left(\frac{a}{r_{ib}}\right)^2} \quad (\text{E4-2})$$

where

$\left(\frac{Kl}{r}\right)_o$ = column slenderness of built-up member acting as a unit

$\left(\frac{Kl}{r}\right)_m$ = modified column slenderness of built-up member

a = distance between connectors, in. (mm)

r_i = minimum radius of gyration of individual component, in. (mm)

r_{ib} = radius of gyration of individual component relative to its centroidal axis parallel to member axis of buckling, in. (mm)

α = separation ratio = $h / 2r_{ib}$

h = distance between centroids of individual components perpendicular to the member axis of buckling, in. (mm)

2. Detailing Requirements

At the ends of built-up compression members bearing on base plates or milled surfaces, all components in contact with one another shall be connected by a weld having a length not less than the maximum width of the member or by bolts spaced longitudinally not more than four diameters apart for a distance equal to $1\frac{1}{2}$ times the maximum width of the member.

Along the length of built-up compression members between the end connections required above, longitudinal spacing for intermittent welds, bolts, or rivets shall be adequate to provide for the transfer of the required forces. For limitations on the longitudinal spacing of connectors between elements in continuous contact consisting of a plate and a shape or two plates, see Section J3.5. Where a component of a built-up compression member consists of an outside plate, the maximum spacing shall not exceed the thickness of the thinner outside plate times $0.75\sqrt{E/F_y}$, nor 12 in. (305 mm), when intermittent welds are provided along the edges of the components or when fasteners are provided on all gage lines at each section. When fasteners are staggered, the maximum spacing on each gage line shall not exceed the thickness of the thinner outside plate times $1.12\sqrt{E/F_y}$, nor 18 in. (460 mm).

Individual components of compression members composed of two or more shapes shall be connected to one another at intervals, a , such that the effective slenderness ratio Ka/r_i of each of the component shapes, between the connectors, does not exceed three-fourths times the governing slenderness ratio of the built-up member. The least radius of gyration r_i shall be used in computing the slenderness ratio of each component part. The end connection shall be welded or fully tensioned bolted with clean mill scale or blast-cleaned faying surfaces with Class A coatings.

Open sides of compression members built up from plates or shapes shall be provided with continuous cover plates perforated with a succession of access holes. The unsupported width of such plates at access holes, as defined in Section B5.1, is assumed to contribute to the design strength provided that:

- (1) The width-thickness ratio conforms to the limitations of Section B5.1.
- (2) The ratio of length (in direction of stress) to width of hole shall not exceed two.
- (3) The clear distance between holes in the direction of stress shall be not less than the transverse distance between nearest lines of connecting fasteners or welds.
- (4) The periphery of the holes at all points shall have a minimum radius of $1\frac{1}{2}$ -in. (38 mm).

As an alternative to perforated cover plates, lacing with tie plates is permitted at each end and at intermediate points if the lacing is interrupted. Tie plates shall be as near the ends as practicable. In main members providing design strength, the end tie plates shall have a length of not less than the distance between the lines of fasteners or welds connecting them to the components of the member. Intermediate tie plates shall have a length not less than one-half of this distance. The thickness of tie plates shall be not less than one-fiftieth of the distance between lines of welds or fasteners connecting them to the segments of the members. In welded construction, the welding on each line connecting a tie plate shall aggregate not less than one-third the length of the plate. In bolted and riveted construction, the spacing in the direction of stress in tie plates shall be not more than six diameters and the tie plates shall be connected to each segment by at least three fasteners.

Lacing, including flat bars, angles, channels, or other shapes employed as lacing, shall be so spaced that l/r of the flange included between their connections shall not exceed the governing slenderness ratio for the member as a whole. Lacing shall be proportioned to provide a shearing strength normal to the axis of the member equal to two percent of the compressive design strength of the member. The l/r ratio for lacing bars arranged in single systems shall not exceed 140. For double lacing this ratio shall not exceed 200. Double lacing bars shall be joined at the intersections. For lacing bars in compression, l is permitted to be taken as the unsupported length of the lacing bar between welds or fasteners connecting it to the components of the built-up member for single lacing, and 70 percent of that distance for double lacing. The inclination of lacing bars to the axis of the member shall preferably be not less than 60° for single lacing and 45° for double lacing. When the distance between the lines of welds or fasteners in the flanges is more than 15 in. (380 mm), the lacing shall preferably be double or be made of angles.

For additional spacing requirements, see Section J3.

E5. CONNECTIONS FOR PIN-CONNECTED COMPRESSION MEMBERS

Pin connections of pin-connected compression members shall conform to the requirements of Sections D3.1 and D3.2, except Equations D3-1 and D3-2 do not apply.

CHAPTER F

BEAMS AND OTHER FLEXURAL MEMBERS

This chapter applies to compact and noncompact prismatic members subject to flexure and shear. For members subject to combined flexure and axial force, see Section H1. For members subject to fatigue, see Section K3. For members with slender compression elements, see Appendix B5. For web-tapered members, see Appendix F3. For members with slender web elements (plate girders), see Appendix G.

F1. DESIGN FOR FLEXURE

The nominal flexural strength M_n is the lowest value obtained according to the limit states of: (a) yielding; (b) lateral-torsional buckling; (c) flange local buckling; and (d) web local buckling. For laterally braced compact beams with $L_b \leq L_p$, only the limit state of yielding is applicable. For unbraced compact beams and noncompact tees and double angles, only the limit states of yielding and lateral-torsional buckling are applicable. The lateral-torsional buckling limit state is not applicable to members subject to bending about the minor axis, or to square or circular shapes.

This section applies to homogeneous and hybrid shapes with at least one axis of symmetry and which are subject to simple bending about one principal axis. For simple bending, the beam is loaded in a plane parallel to a principal axis that passes through the shear center or the beam is restrained against twisting at load points and supports. Only the limit states of yielding and lateral-torsional buckling are considered in this section. The lateral-torsional buckling provisions are limited to doubly symmetric shapes, channels, double angles, and tees. For lateral-torsional buckling of other singly symmetric shapes and for the limit states of flange local buckling and web local buckling of noncompact or slender-element sections, see Appendix F1. For unsymmetric shapes and beams subject to torsion combined with flexure, see Section H2. For biaxial bending, see Section H1.

1. Yielding

The flexural design strength of beams, determined by the limit state of yielding, is $\phi_b M_n$:

$$\begin{aligned}\phi_b &= 0.90 \\ M_n &= M_p\end{aligned}\tag{F1-1}$$

where

M_p = plastic moment ($= F_y Z \leq 1.5M_y$ for homogeneous sections), kip-in. (N-mm)
 M_y = moment corresponding to onset of yielding at the extreme fiber from an elastic stress distribution ($= F_y S$ for homogeneous section and $F_{y1} S$ for hybrid sections), kip-in. (N-mm)

See Section B10 for further limitations on M_n where there are holes in the tension flange.

2. Lateral-Torsional Buckling

This limit state is only applicable to members subject to major axis bending. The flexural design strength, determined by the limit state of lateral-torsional buckling, is $\phi_b M_n$:

$$\phi_b = 0.90$$

M_n = nominal flexural strength determined as follows

2a. Doubly Symmetric Shapes and Channels with $L_b \leq L_r$

The nominal flexural strength is:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{F1-2})$$

where

L_b = distance between points braced against lateral displacement of the compression flange, or between points braced to prevent twist of the cross section, in. (mm)

L_p = limiting laterally unbraced length as defined below, in. (mm)

L_r = limiting laterally unbraced length as defined below, in. (mm)

M_r = limiting buckling moment as defined below, kip-in. (N-mm)

In the above equation, C_b is a modification factor for non-uniform moment diagrams where, when both ends of the beam segment are braced:

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (\text{F1-3})$$

where

M_{max} = absolute value of maximum moment in the unbraced segment, kip-in. (N-mm)

M_A = absolute value of moment at quarter point of the unbraced segment, kip-in. (N-mm)

M_B = absolute value of moment at centerline of the unbraced beam segment, kip-in. (N-mm)

M_C = absolute value of moment at three-quarter point of the unbraced beam segment, kip-in. (N-mm)

C_b is permitted to be conservatively taken as 1.0 for all cases. Equations F1-4 and F1-6 are conservatively based on $C_b = 1.0$. For cantilevers or overhangs where the free end is unbraced, $C_b = 1.0$.

The limiting unbraced length, L_p , shall be determined as follows.

(a) For I-shaped members including hybrid sections and channels:

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_{yf}}} \quad (\text{F1-4})$$

(b) For solid rectangular bars and box sections:

$$L_p = \frac{0.13r_y E \sqrt{JA}}{M_p} \quad (\text{F1-5})$$

where

A = cross-sectional area, in.² (mm²)

J = torsional constant, in.⁴ (mm⁴)

The limiting laterally unbraced length L_r and the corresponding buckling moment M_r shall be determined as follows.

(a) For doubly symmetric I-shaped members and channels:

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} \quad (\text{F1-6})$$

$$M_r = F_L S_x \quad (\text{F1-7})$$

where

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} \quad (\text{F1-8})$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 \quad (\text{F1-9})$$

S_x = section modulus about major axis, in.³ (mm³)

E = modulus of elasticity of steel, 29,000 ksi (200 000 MPa)

G = shear modulus of elasticity of steel, 11,200 ksi (77 200 MPa)

F_L = smaller of $(F_{yf} - F_r)$ or F_{yw} , ksi (MPa)

F_r = compressive residual stress in flange; 10 ksi (69 MPa) for rolled shapes, 16.5 ksi (114 MPa) for welded built-up shapes

F_{yf} = yield stress of flange, ksi (MPa)

F_{yw} = yield stress of web, ksi (MPa)

I_y = moment of inertia about y-axis, in.⁴ (mm⁴)

C_w = warping constant, in.⁶ (mm⁶)

(b) For solid rectangular bars and box sections:

$$L_r = \frac{2r_y E \sqrt{JA}}{M_r} \quad (\text{F1-10})$$

$$M_r = F_{yf} S_x \quad (\text{F1-11})$$

2b. Doubly Symmetric Shapes and Channels with $L_b > L_r$

The nominal flexural strength is:

$$M_n = M_{cr} \leq M_p \quad (\text{F1-12})$$

where M_{cr} is the critical elastic moment, determined as follows.

(a) For doubly symmetric I-shaped members and channels:

$$\begin{aligned} M_{cr} &= C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w} \quad (\text{F1-13}) \\ &= \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2(L_b / r_y)^2}} \end{aligned}$$

(b) For solid rectangular bars and symmetric box sections:

$$M_{cr} = \frac{57000 C_b \sqrt{JA}}{L_b / r_y} \quad (\text{F1-14})$$

2c. Tees and Double Angles

For tees and double-angle beams loaded in the plane of symmetry:

$$M_n = M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{EI_y GJ}}{L_b} \left[B + \sqrt{1 + B^2} \right] \quad (\text{F1-15})$$

where

$$\begin{aligned} M_n &\leq 1.5M_y \text{ for stems in tension} \\ M_n &\leq 1.0M_y \text{ for stems in compression} \\ B &= \pm 2.3(d/L_b) \sqrt{I_y / J} \quad (\text{F1-16}) \end{aligned}$$

The plus sign for B applies when the stem is in tension and the minus sign applies when the stem is in compression. If the tip of the stem is in compression anywhere along the unbraced length, use the negative value of B .

3. Design by Plastic Analysis

Design by plastic analysis, as limited in Section A5.1, is permitted for a compact section member bent about the major axis when the laterally unbraced length L_b of the compression flange adjacent to plastic hinge locations associated with the failure mechanism does not exceed L_{pd} , determined as follows.

(a) For doubly symmetric and singly symmetric I-shaped members with the compression flange equal to or larger than the tension flange (including hybrid members) loaded in the plane of the web:

$$L_{pd} = \left[0.12 + 0.076 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \right] \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y \quad (\text{F1-17})$$

where

F_y = specified minimum yield stress of the compression flange, ksi (MPa)

M_1 = smaller moment at end of unbraced length of beam, kip-in. (N-mm)

M_2 = larger moment at end of unbraced length of beam, kip-in. (N-mm)

r_y = radius of gyration about minor axis, in. (mm)

(M_1 / M_2) is positive when moments cause reverse curvature and negative for single curvature

(b) For solid rectangular bars and symmetric box beams:

$$L_{pd} = \left[0.17 + 0.10 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \right] \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y \geq 0.10 \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y \quad (\text{F1-18})$$

There is no limit on L_b for members with circular or square cross sections nor for any beam bent about its minor axis.

In the region of the last hinge to form, and in regions not adjacent to a plastic hinge, the flexural design strength shall be determined in accordance with Section F1.2.

F2. DESIGN FOR SHEAR

This section applies to unstiffened webs of singly or doubly symmetric beams, including hybrid beams, and channels subject to shear in the plane of the web. For the design shear strength of webs with stiffeners, see Appendix F2 or Appendix G3. For shear in the weak direction of the shapes above, pipes, and unsymmetric sections, see Section H2. For web panels subject to high shear, see Section K1.7. For shear strength at connections, see Sections J4 and J5.

1. Web Area Determination

The web area A_w shall be taken as the overall depth d times the web thickness t_w .

2. Design Shear Strength

The design shear strength of unstiffened webs, with $h / t_w \leq 260$, is $\phi_v V_n$,

where

$$\phi_v = 0.90$$

V_n = nominal shear strength defined as follows.

(a) For $h / t_w \leq 2.45 \sqrt{E / F_{yw}}$

$$V_n = 0.6 F_{yw} A_w \quad (\text{F2-1})$$

(b) For $2.45 \sqrt{E / F_{yw}} < h / t_w \leq 3.07 \sqrt{E / F_{yw}}$

$$V_n = 0.6F_{yw}A_w \left(\frac{2.45\sqrt{E/F_{yw}}}{h/t_w} \right) \quad (\text{F2-2})$$

(c) For $3.07\sqrt{E/F_{yw}} < h/t_w \leq 260$

$$V_n = A_w \left[\frac{4.52E}{(h/t_w)^2} \right] \quad (\text{F2-3}) \quad \left[\frac{4214924}{(h/t_w)^2} \right] A_w$$

The general design shear strength of webs with or without stiffeners is given in Appendix F2.2 and an alternative method utilizing tension field action is given in Appendix G3.

3. Transverse Stiffeners

See Appendix F2.3.

F3. WEB-TAPERED MEMBERS

See Appendix F3.

F4. BEAMS AND GIRDERS WITH WEB OPENINGS

The effect of all web openings on the design strength of steel and composite beams shall be determined. Adequate reinforcement shall be provided when the required strength exceeds the design strength of the member at the opening.

CHAPTER G

PLATE GIRDERS

I-shaped plate girders shall be distinguished from I-shaped beams on the basis of the web slenderness ratio h/t_w . When this value is greater than λ , the provisions of Appendices G1 and G2 shall apply for design flexural strength. For $h/t_w \leq \lambda$, the provisions of Chapter F or Appendix F shall apply for design flexural strength. For girders with unequal flanges, see Appendix B5.1.

The design shear strength and transverse stiffener design shall be based on either Section F2 (without tension-field action) or Appendix G3 (with tension-field action). For girders with unequal flanges, see Appendix B5.1.

CHAPTER H

MEMBERS UNDER COMBINED FORCES AND TORSION

This chapter applies to prismatic members subject to axial force and flexure about one or both axes of symmetry, with or without torsion, and torsion only. For web-tapered members, see Appendix F3.

H1. SYMMETRIC MEMBERS SUBJECT TO BENDING AND AXIAL FORCE

1. Doubly and Singly Symmetric Members in Flexure and Tension

The interaction of flexure and tension in symmetric shapes shall be limited by Equations H1-1a and H1-1b.

(a) For $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{H1-1a})$$

(b) For $\frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2$

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{H1-1b})$$

where

P_u = required tensile strength, kips (N)

P_n = nominal tensile strength determined in accordance with Section D1, kips (N)

M_u = required flexural strength determined in accordance with Section C1, kip-in. (N-mm)

M_n = nominal flexural strength determined in accordance with Section F1, kip-in. (N-mm)

x = subscript relating symbol to strong axis bending

y = subscript relating symbol to weak axis bending

ϕ = ϕ_t = resistance factor for tension (see Section D1)

ϕ_b = resistance factor for flexure = 0.90

A more detailed analysis of the interaction of flexure and tension is permitted in lieu of Equations H1-1a and H1-1b.

2. Doubly and Singly Symmetric Members in Flexure and Compression

The interaction of flexure and compression in symmetric shapes shall be limited by Equations H1-1a and H1-1b

where

- P_u = required compressive strength, kips (N)
 P_n = nominal compressive strength determined in accordance with Section E2, kips (N)
 ϕ = ϕ_c = resistance factor for compression = 0.85 (see Section E2)
 ϕ_b = resistance factor for flexure = 0.90

H2. UNSYMMETRIC MEMBERS AND MEMBERS UNDER TORSION AND COMBINED TORSION, FLEXURE, SHEAR, AND/OR AXIAL FORCE

The design strength, ϕF_y , of the member shall equal or exceed the required strength expressed in terms of the normal stress f_{un} or the shear stress f_{uv} , determined by elastic analysis for the factored loads:

- (a) For the limit state of yielding under normal stress:

$$f_{un} \leq \phi F_y \quad (\text{H2-1})$$

$$\phi = 0.90$$

- (b) For the limit state of yielding under shear stress:

$$f_{uv} \leq 0.6\phi F_y \quad (\text{H2-2})$$

$$\phi = 0.90$$

- (c) For the limit state of buckling:

$$f_{un} \text{ or } f_{uv} \leq \phi_c F_{cr}, \text{ as applicable} \quad (\text{H2-3})$$

$$\phi_c = 0.85$$

Some constrained local yielding is permitted adjacent to areas which remain elastic.

H3. ALTERNATIVE INTERACTION EQUATIONS FOR MEMBERS UNDER COMBINED STRESS

See Appendix H3.

**CURSO DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR
COMPUTADORA**

**MÉTODOS DE DISEÑO EN ESTRUCTURAS DE ACERO
PROPIEDADES GEOMÉTRICAS
MODOS DE PANDEO
MIEMBROS EN TENSIÓN**

M. I. HÉCTOR SOTO RODRÍGUEZ

OBJETIVOS:

Presentar los métodos de diseño que se utilizan en México para el diseño de estructuras de acero y establecer sus principales diferencias.

Mostrar el contenido general de las especificaciones *AISC-LRFD - 1999* para el diseño de estructuras de acero, que serán la base del curso.

Ilustrar los conceptos generales de las especificaciones referidas para el diseño de miembros estructurales.

Comentar las aplicaciones de los miembros en tensión en estructuras de acero, su comportamiento y diseño.

MÉTODOS DE DISEÑO PARA ESTRUCTURAS DE ACERO

1. Diseño por esfuerzos permisibles (DEP), diseño elástico (DE) ò diseño por esfuerzos de trabajo (DET). AISC-ASD-1989 (M-IMCA-2003).

Esfuerzo actuante \leq Esfuerzo permisible

$$f \left\{ \begin{array}{l} \text{Tensión} \\ \text{Compresión} \\ \text{Flexión} \\ \text{Cortante} \\ \text{Flexocompresión} \end{array} \right\} F_t = \frac{\text{Esfuerzo de fluencia, de falla}}{\text{Factor de seguridad}}$$

$$f \leq \%F_y \leq \left\{ \begin{array}{l} 0.40 \\ 0.60 \\ 0.66 \\ 0.90 \\ \text{etc.} \end{array} \right\} F_y$$

Factor de seguridad (F.S.)

Para evitar una falla estructural, las cargas que una estructura es capaz de soportar deben ser mayores que las cargas a las que estará sometida durante su vida útil. La *resistencia verdadera* de una estructura debe exceder la *resistencia requerida*.

$$F.S. = \frac{\text{Resistencia verdadera}}{\text{Resistencia requerida}} > 1.0$$

En estructuras de acero F.S. puede variar desde 1.0 hasta 10, o en otras condiciones este factor se puede reducir por un diseño pobre, una construcción deficiente, fabricación inadecuada, etc.

Por ejemplo, para un miembro en tensión, FS vale 1.67. Es decir.

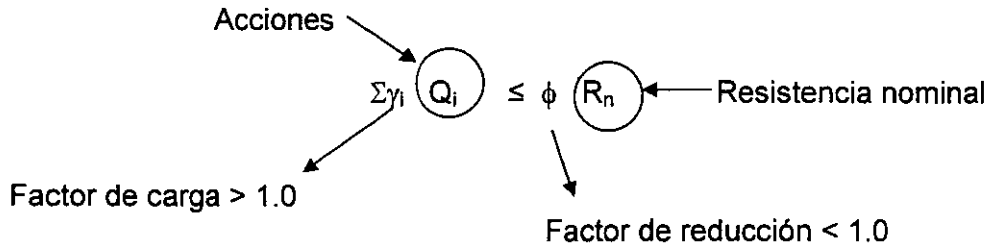
$$F.S. = \frac{\text{Esfuerzo de fluencia}}{\text{Esfuerzo permisible}} = \frac{F_y}{0.60F_y} = 1.67$$

Los esfuerzos actuantes se determinan con las solicitaciones de trabajo (nominales o de servicio): **Acciones no factorizadas.**

2. Diseño por factores de carga y resistencia (DFCR). AISC-LRFD-2001.

Acciones de diseño \leq Resistencia de diseño

(Factor de carga)(Acciones nominales) \leq (Factor de reducción)(Resistencia nominal)



$\sum \gamma_i Q_i =$ acción de diseño

$\phi R_n =$ resistencia de diseño

Los factores de carga se estipulan en la norma ASCE7-02 y en el M-AISC-LRFD-1999-2001. Los factores de reducción de la resistencia y las resistencias nominales se definen en las especificaciones AISC-LRFD, última edición.

Combinaciones de cargas (ASCE7-02):

1.4 D	(A4-1)
1.2D + 1.6L + 0.5(L _r o S o R)	(A4-2)
1.2D + 1.6(L _r o S o R) + (0.5L o 0.8W)	(A4-3)
1.2D + 1.6W + 0.5L + 0.5(L _r o S o R)	(A4-4)
1.2D + 1.0E + 0.5L + 0.2S	(A4-5)
0.9D + (1.6W o 1.0 E)	(A4-6)

donde:

D = carga muerta

L = carga viva (ocupación)

L_r = carga viva de techo

S = carga de nieve

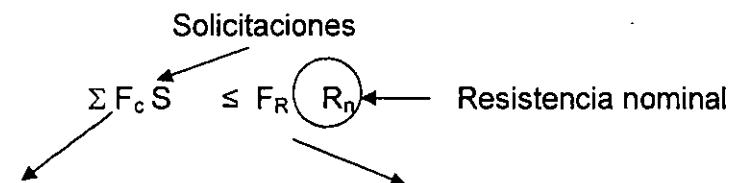
R = carga de lluvia

E = carga sísmica

W = carga de viento

3. Diseño por estados límite de falla y de servicio (DEL). NTC-RDF-2004

Acciones de diseño \leq Resistencia de diseño



Factor de carga >1.0

Factor de Reducción < 1.0

$\Sigma F_c S$ = acción de diseño

$F_R R_n$ = resistencia de diseño

Los factores de carga se estipulan en la norma "Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones" del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, 2004. Los factores de reducción de la resistencia y las resistencias nominales se definen en las normas NTC-RDF-2004. En México, las combinaciones de carga usuales en el análisis estructural son:

$$1.4 (CM + CV) \quad (1)$$

$$1.1 (CM + CV + S) \quad (2)$$

La segunda combinación incluye:

$$1.1 (CM + CV + 1.0S_x + 0.30 S_y) \quad (3)$$

$$1.1 (CM + CV + 0.30S_x + 1.0 S_y) \quad (4)$$

CM = Carga Muerta

CV = Carga Viva

S = Sismo

S_x = Sismo en la dirección X

S_y = Sismo en la dirección Y

Nótese que en México se utiliza un factor de carga común para las cargas muertas y vivas, mientras que en Estados Unidos se emplean factores diferentes para cada una de ellas.

Las estructuras se analizan en dos direcciones ortogonales y se toma en cuenta simultáneamente el efecto del sismo en la otra dirección (30% S_x ó 30% S_y). Las acciones y las combinaciones de carga son independientes del material con que está hecha la estructura.

Los factores de carga se aplican a las acciones o cargas externas. En México se ha adoptado un factor de carga común para las acciones gravitacionales (carga muerta y viva).

Las resistencias nominales y de diseño dependen de las características de cada material de construcción y de su forma de trabajo.

Los factores de reducción toman en cuenta la importancia del elemento estructural y su modo de falla para reducir la resistencia nominal.

Las resistencias nominales son formulas que aparecen en las normas para cada condición específica de un miembro estructural.

$$\phi T_n = \begin{cases} 0.90 F_y A_g & \text{Flujo plástico en la sección total} \\ 0.75 F_u A_e & \text{Fractura en la sección neta} \end{cases}$$

Al aplicar la primera ecuación de ϕT_n :

$$\phi T_n = 0.90 F_y A_g > T_u = 1.2 D + 1.6 L$$

$$0.90 F_y b t = 1.2 D + 1.6 L$$

$$t = \frac{1.2 D + 1.6 L}{0.90 b F_y}$$

3. Diseño por estados límite. NTC-RDF-2004.

La condición que debe satisfacerse es:

$$\Sigma F_C S \leq F_R R_n$$

donde:

$$S = CM + CV$$

$F_C = 1.4$ (factor común cuando se combinan CM y CV)

$$F_R R_n = \begin{cases} 0.90 F_y A_t & \text{Flujo plástico en la sección total} \\ 0.75 F_u A_e & \text{Fractura en la sección neta} \end{cases}$$

Por lo tanto.

$$1.4 (CM + CV) = 0.90 A_t F_y$$

$$1.4 (CM + CV) = 0.90 b t F_y$$

$$t = \frac{1.4 (CM + CV)}{0.90 b F_y}$$

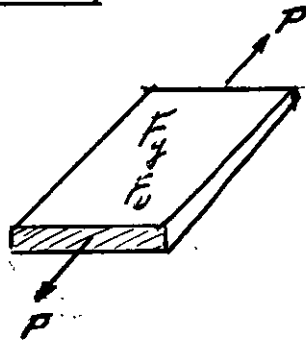
CONCLUSIONES:

1. Con *LRFD (AISC-1999)* y *DEL (NTC-RDF-2004)* se obtiene un pequeño ahorro en placas en tensión (alrededor de un 3%):
2. Las diferencias de resultados al utilizar *LRFD* y *DEL* estriba en los valores de los factores de carga: 1.2, 1.6 para *LRFD* y 1.4 para *DEL*.
3. Cuando se diseñan miembros en compresión, flexión y columnas con las normas *AISC-LRFD* y *NTC-RDF-2004*, se obtiene una mayor economía respecto al *DEP*; debido a que las ecuaciones utilizadas incluyen términos que se basan en el comportamiento plástico del acero.

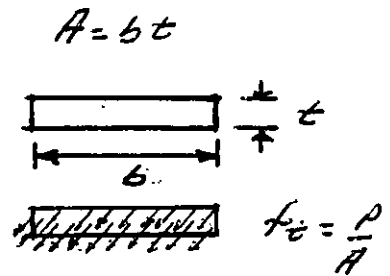
APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE DISEÑO A UNA BARRA SUJETA A TENSIÓN AXIAL

Se desea diseñar una placa de acero soldada de una conexión rígida, sometida a tensión axial, que tiene un esfuerzo de fluencia F_y y un esfuerzo de ruptura en tensión F_u . Las dimensiones de la sección transversal de la barra no se conocen y se designan como b y t . Las únicas solicitaciones actuantes en la placa son carga muerta y viva, y corresponden a acciones de servicio (nominales o de trabajo), no están factorizadas por los correspondientes factores de carga.

1. Diseño por esfuerzos permisibles, diseño por esfuerzos de trabajo o diseño elástico (DEP o ASD)



Placa en tensión



La condición que debe cumplirse para miembros en tensión, según DEP(ASD) es:

$$f_t \leq F_t$$

$$P/A < 0.60 F_y$$

$$\frac{(CM + CV)}{bt} > 0.60 F_y$$

Como el ancho de la placa se puede establecer de acuerdo con las dimensiones de la viga (ancho de patín), el grueso de la placa vale:

$$t = \frac{(CM + CV)}{0.60 b F_y}$$

2. Diseño por factores de carga y resistencia (LRFD-AISC-1999)

La condición que debe cumplirse es:

$$\phi T_n \geq T_u$$

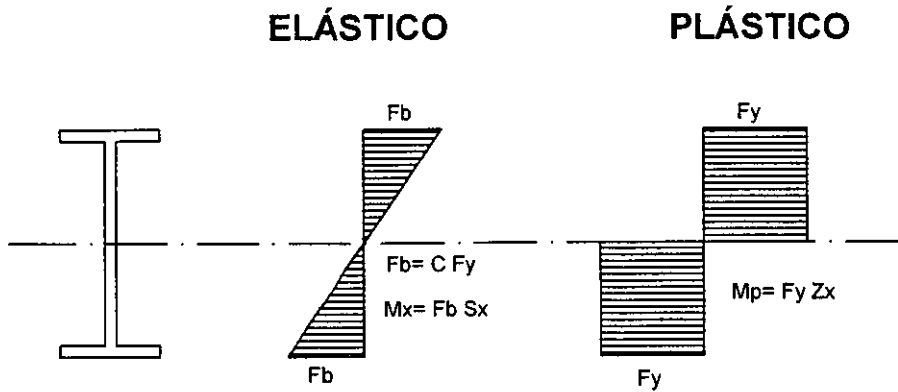
donde:

$$T_u = 1.2D + 1.6L$$

1.2 y 1.6 son los factores de carga

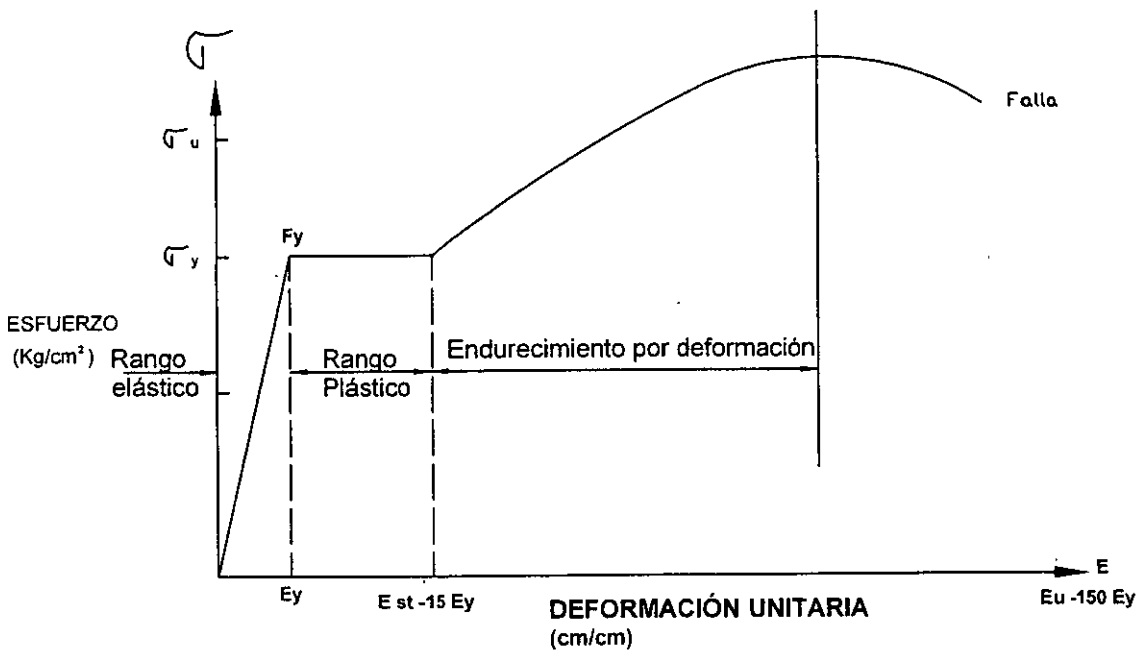
DIFERENCIAS FUNDAMENTALES ENTRE EL DISEÑO ELÁSTICO Y PLÁSTICO EN ESTRUCTURAS DE ACERO

Las dos teorías fundamentales utilizadas ampliamente en el diseño estructural en acero son: *teoría elástica* y *plástica*. Estas hipótesis suponen que el acero tiene un comportamiento *elástico* y *plástico* como se indica en las siguientes figuras.

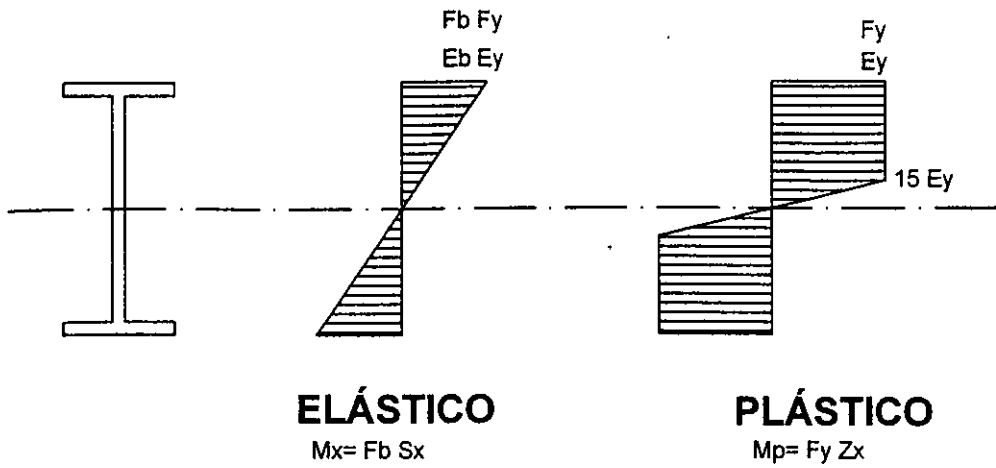


Teorías de diseño

Para entender las diferencias entre el **diseño elástico** (*diseño por esfuerzos permisibles o diseño por esfuerzos de trabajo*) y **diseño plástico**, se considera la gráfica esfuerzo deformación del acero estructural ordinario, en la que se indican los rangos de comportamiento: *elástico*, *plástico* y *endurecimiento por deformación*.



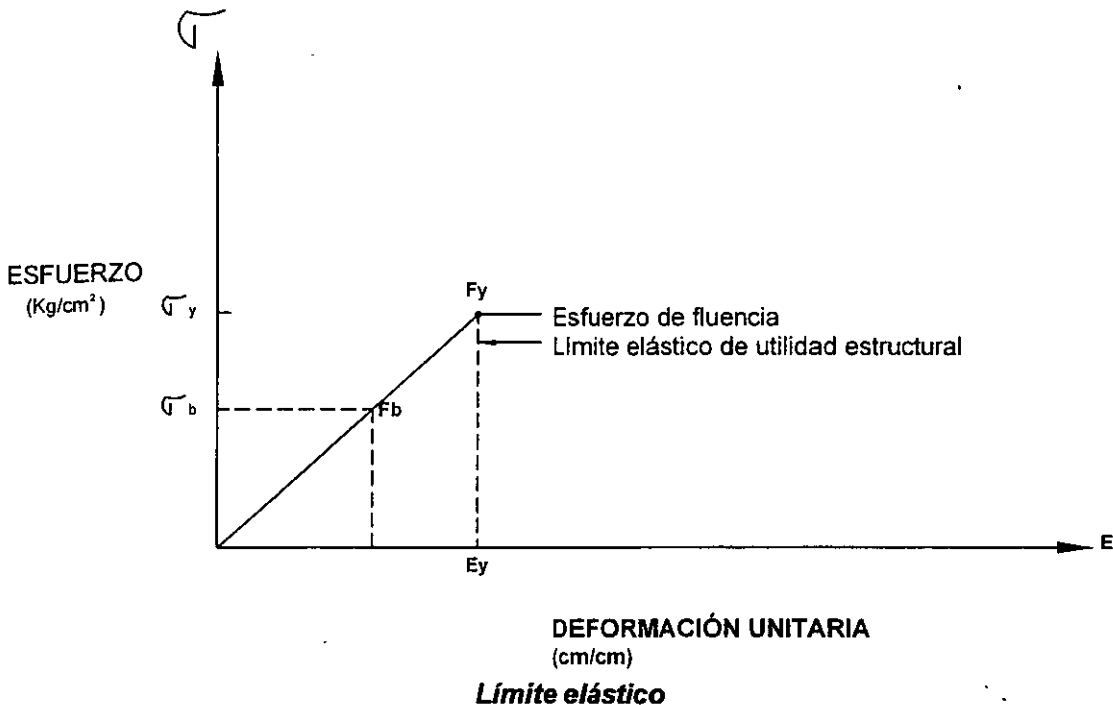
Los dos métodos de diseño descritos se basan en la suposición de una distribución lineal de deformaciones como se muestra en la siguiente figura.



Teorías de diseño
Distribuciones de deformaciones en una viga de acero,

DISEÑO ELÁSTICO

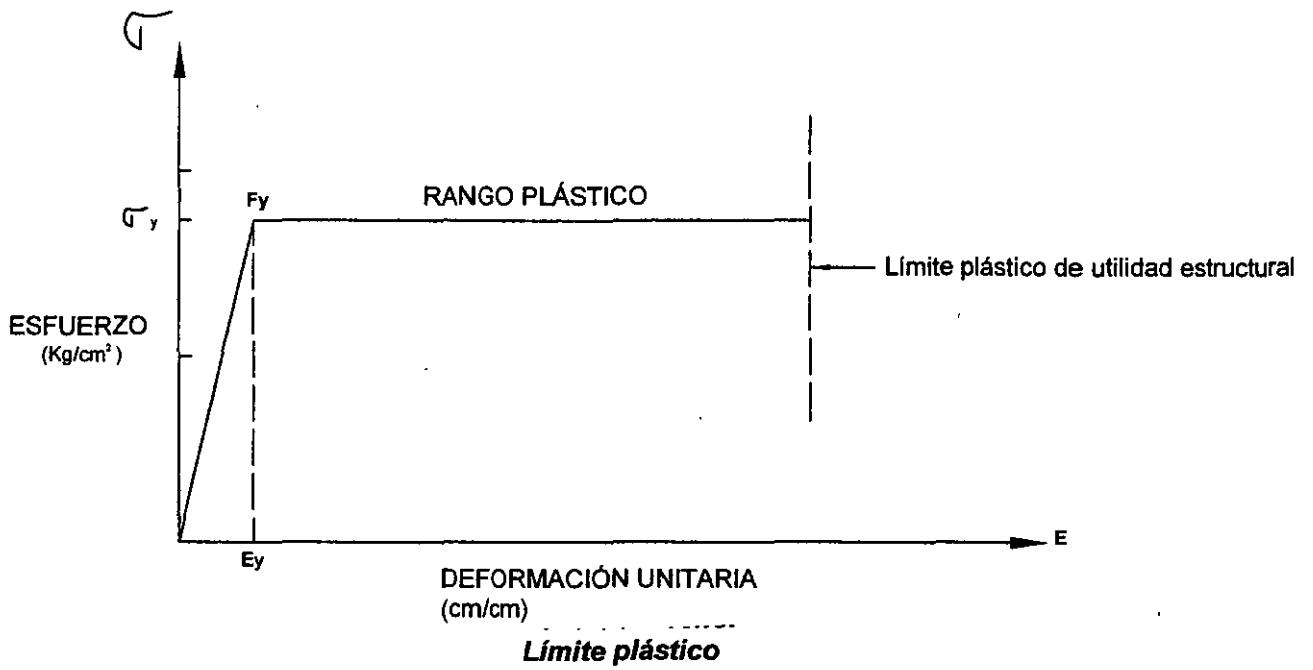
En el diseño elástico (DEP, DET), se utiliza exclusivamente el *rango de comportamiento elástico lineal* de la curva anterior. Los esfuerzos son directamente proporcionales a las deformaciones unitarias y se cumple cabalmente la *Ley de Hooke*, de acuerdo con sus suposiciones correspondientes.

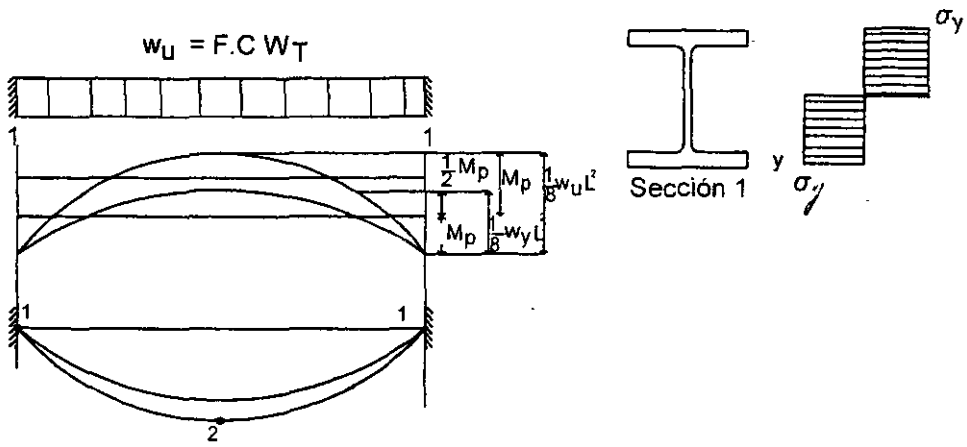


Este método es útil para predecir el **comportamiento de las estructuras en condiciones de servicio**, pero en muchos casos no permite estudiarlas en las cercanías del colapso, ya que éste se presenta frecuentemente fuera del intervalo elástico. Se dice que se alcanza el **límite de utilidad estructural** cuando la estructura completa, o una parte de ella, deja de cumplir satisfactoriamente alguna de las funciones para las que fue diseñada y construida.

DISEÑO PLÁSTICO

En **diseño plástico** (DP) se utilizan los dos intervalos de comportamiento elástico y plástico de la gráfica esfuerzo-deformación.





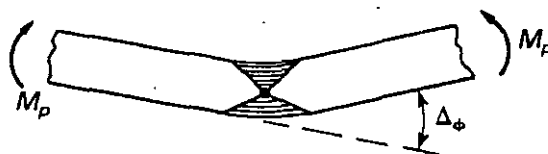
Formación de un mecanismo con articulaciones plásticas

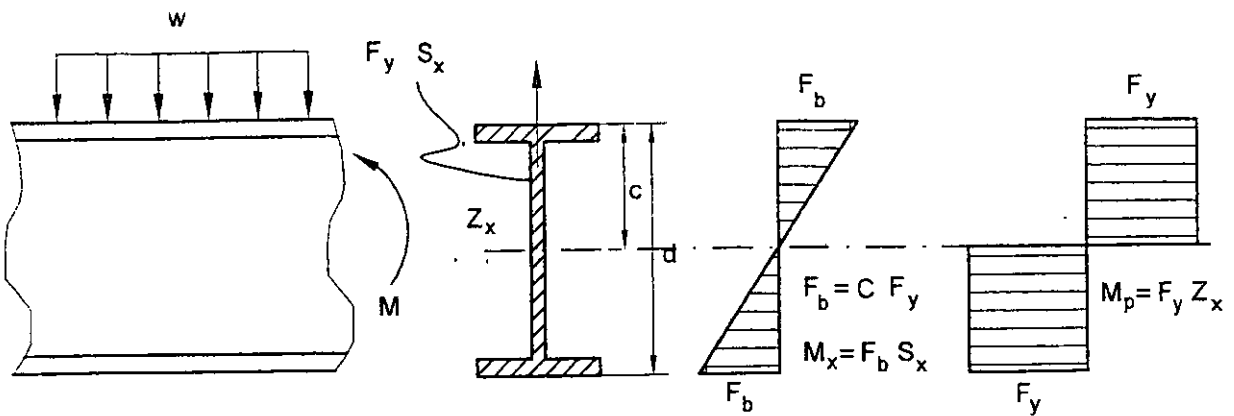
De todos los materiales de construcción el acero es el que presenta un comportamiento elástico-plástico que permite que se formen articulaciones plásticas en mayor escala; siendo por otra parte la estructura capaz de absorber mayor cantidad de energía de deformación y permitiendo una redistribución de esfuerzos derivados de la flexión.

Cuando el momento flexionante en una sección crítica, es menor o igual al momento correspondiente a la aparición del esfuerzo de fluencia M_y , el comportamiento inicial es elástico; no hay ninguna zona plastificada. La curvatura del eje deformado (deflexión) de una viga es continua y suave.



Cuando el momento flexionante derivado de las cargas de diseño es igual al momento plástico, se forma un número de articulaciones plásticas suficientes para que la estructura en conjunto, o una parte de ésta, se convierta en un mecanismo de colapso. La curvatura del eje deformado muestra un cambio brusco en la sección en la que el momento alcanza el valor M_p .





Método plástico

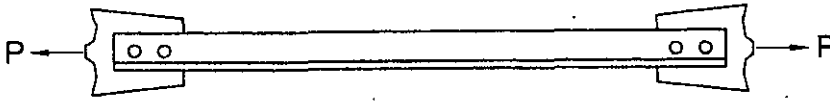
Este método consiste en determinar los elementos mecánicos que se desarrollan en las secciones críticas de una estructura bajo la acción de las cargas de diseño o factorizadas, considerando un comportamiento elástico. Las cargas factorizadas se obtienen multiplicando las acciones de servicio por un factor de carga.

Con base en el conocimiento de las características del acero, permite estudiar el comportamiento de las estructuras más allá del intervalo elástico tradicional y predecir con gran precisión su comportamiento hasta la falla, con lo que se obtienen estructuras más económicas, y con un coeficiente de seguridad más homogéneo que las diseñadas con los métodos convencionales.

Ventajas del método plástico

1. Permite determinar la resistencia máxima de la estructura; su comportamiento normal hasta la falla.
2. Se obtienen soluciones más económicas por la mejor distribución del material de la estructura.
3. El coeficiente de seguridad real es más alto y homogéneo.

MIEMBROS EN TENSION



Ángulo en tensión

Definición:

Son secciones laminadas o formadas por placas, o barras (redondas, cuadradas o planas), de eje longitudinal recto y sección transversal constante (miembros prismáticos), sujetos a cargas que actúan a lo largo de sus ejes centroidales, que producen en cualquier sección, perpendicular a su eje longitudinal fuerzas axiales de tensión.

La magnitud del esfuerzo de tensión en cualquier sección es uniforme y en miembros perfectos no hay flexión, cortante ni torsión.

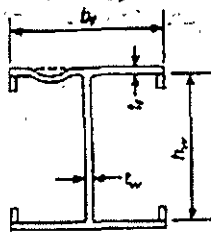
Un miembro en tensión es el elemento más simple y eficiente de un sistema estructural. Son elementos muy eficientes, por lo que sería ideal tener en una estructura muchos miembros en esas condiciones. Su eficiencia se debe fundamentalmente a que toda la sección transversal trabaja a esfuerzos constantes y el material se aprovecha óptimamente. Para ello, se requieren condiciones especiales, relativas, sobre todo, a las conexiones, para garantizar que las distintas secciones transversales están sujetas únicamente a tensión.

Referencias de las Especificaciones AISC-LRFD-1999 (M-AISC-LRFD-2 001)

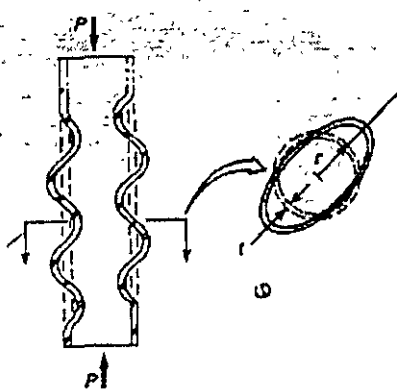
- Capítulo D. Miembros en tensión
- Capítulo B. Secciones B1 a B3 (Reglas para calcular el área total, área neta y áreas netas efectivas).
- Capítulo J. Sección J4.3 (Reglas para determinar la resistencia a la ruptura por cortante y tensión combinadas ("*Block shear rupture*").

Criterios de diseño

A primera vista, el criterio de diseño único para un miembro en tensión parece ser la resistencia ante fuerza axial, de sus secciones transversales. El comportamiento de los miembros en tensión, depende, en gran parte, de cómo se conectan a otros elementos de la estructura o a otros componentes en un sistema de contraventeo vertical de un edificio, o en una armadura.



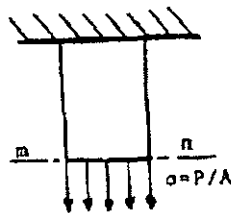
(d)



(e)

Pandeo local de miembros en compresión

Su eficiencia se debe a que la fuerza axial produce esfuerzos constantes en todo el material que lo compone y trabaja al esfuerzo máximo permisible.

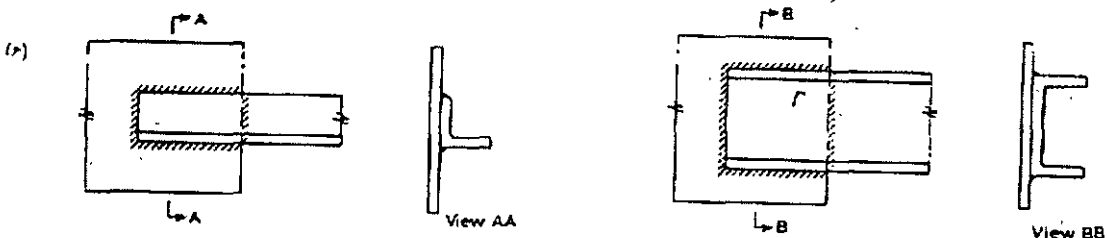


Barra en tensión

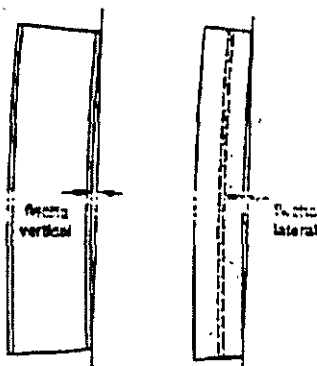
El diseño de miembros en tensión consiste en comparar el esfuerzo actuante con el permisible o la resistencia con la acción factorizada de diseño.

ALGUNAS COMPLICACIONES DE DISEÑO DE MIEMBROS EN TENSIÓN

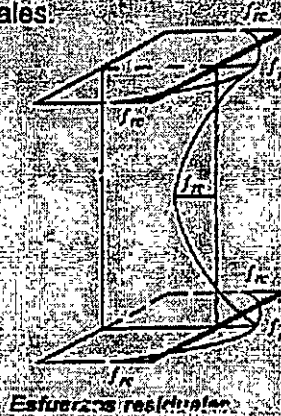
- Las conexiones con el resto de la estructura introducen excentricidades en las cargas



- Imperfecciones geométricas de los elementos estructurales



- Influencia de esfuerzos residuales:



Esfuerzos residuales

- Presencia de agujeros que hacen que las fuerzas interiores no se distribuyan uniformemente en las secciones transversales.



Los detalles de las conexiones gobiernan el diseño de miembros en tensión por lo que son un criterio importante en la elección del tipo de sección conveniente.

1.2 USO DE MIEMBROS EN TENSIÓN

- Bodegas y estructuras industriales.
- Edificios urbanos
- Armaduras de puentes
- Armaduras de techo de bodegas, fábricas
- Vigas de alma abierta en edificios urbanos
- Torres de transmisión de energía eléctrica
- Puentes colgantes y atrantados (cables)
- Cubiertas colgantes (Estructuras de grandes claros)
- Arcos

BODEGAS Y ESTRUCTURAS INDUSTRIALES

Usos:

- Contravento de vigas y columnas de la cubierta y paredes.

Funciones:

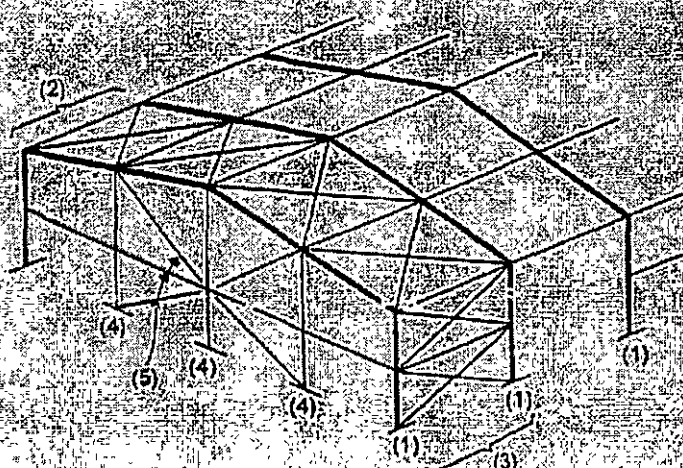
- Proporcionar soporte lateral
- Resistir las fuerzas horizontales (viento o sismo)

2. Tirantes de largueros

Funciones:

- Alinear a los largueros durante el montaje
- Resistir la componente de la carga vertical paralela a la cubierta

- Soportar la carga vertical total en las paredes
- Dar soporte lateral a los largueros



- (1) Marcos rígidos
- (2) Armadura "horizontal" de soporte lateral a los cabezales de los marcos rígidos, resiste el empuje de viento en la fachada y lo transmite a las armaduras verticales.
- (3) Armaduras verticales transmiten el viento a la cimentación y dan soporte lateral a las columnas de los marcos rígidos.
- (4) Columnas de fachada
- (5) Contraventeo lateral de las columnas de fachada.

Fig. 1.1 Contraventeo de una estructura industrial.

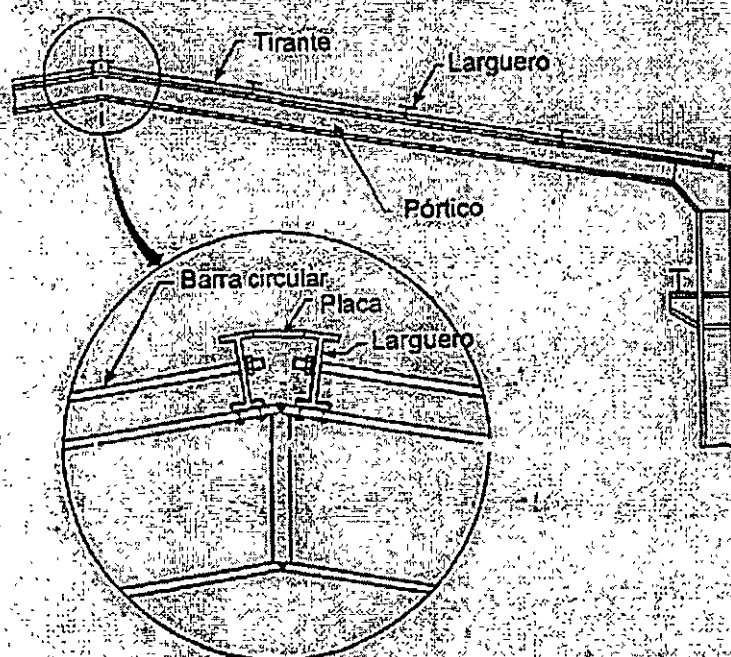


Fig. 1.2 Empleo de tirantes en los techos inclinados de edificios industriales.

EDIFICIOS URBANOS

Usos:

- 1) Contraventesos verticales
 - En X
 - En V
 - En V invertida
 - En K

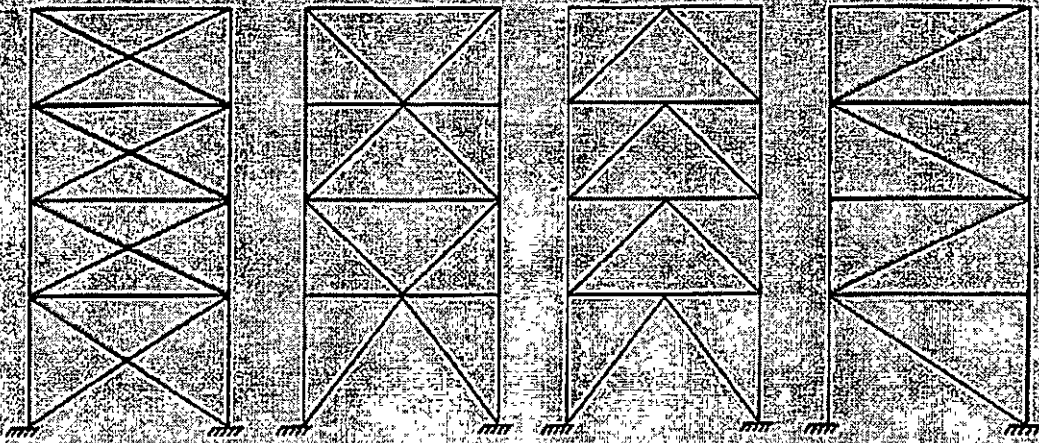
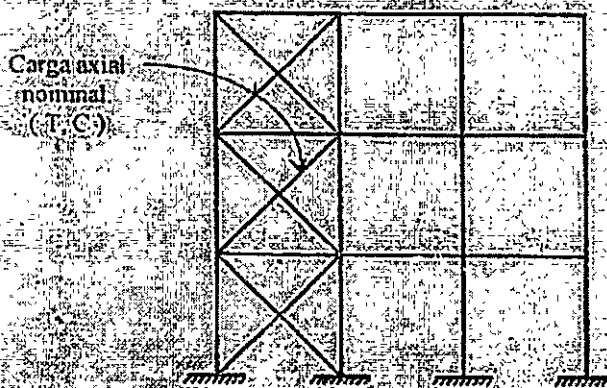


Fig. 1.4 Ejemplos de contraventeos verticales en edificios de varios pisos.

Función:

- Evitar problemas de pandeo de un entrepiso o de la estructura completa
- Resistir fuerzas horizontales (sismo o viento)

En edificios altos ubicados en zonas sísmicas, con contraventeos en X o en V, conviene que las diagonales del contraventeo trabajen en tensión y compresión alternadas.



El diseño queda regido por COMPRESIÓN y las diagonales resultan robustas.

ARMADURAS DE PUENTES

Usos:

- Cuerdas
- Diagonales
- Montantes

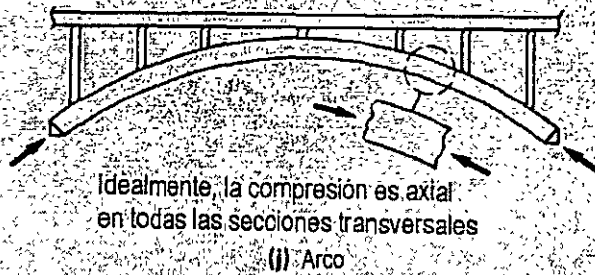
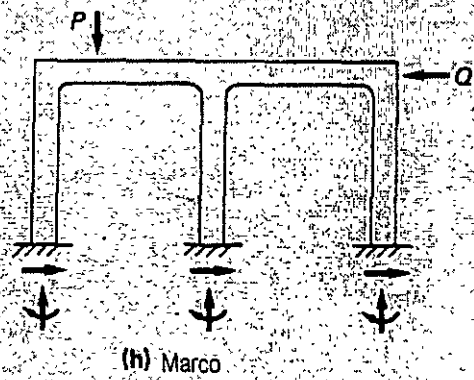
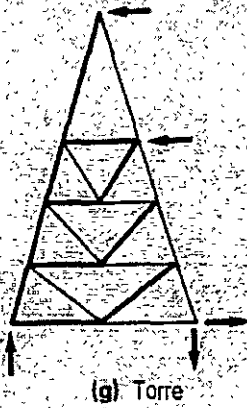
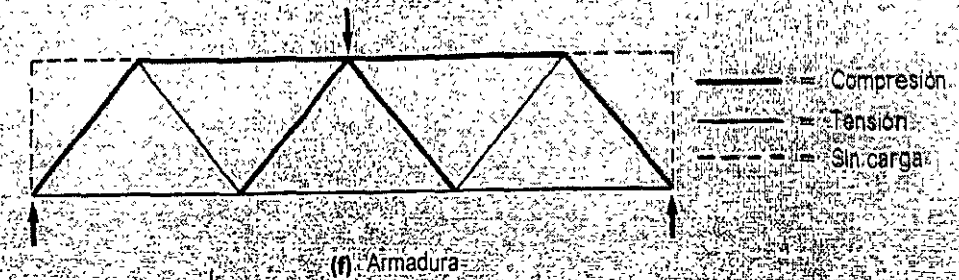
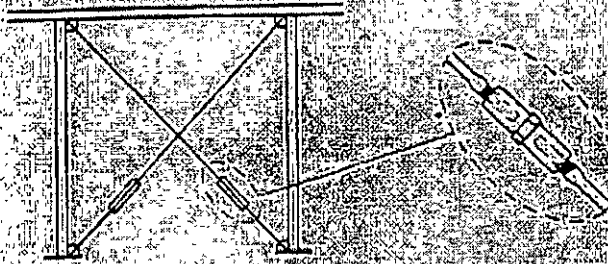
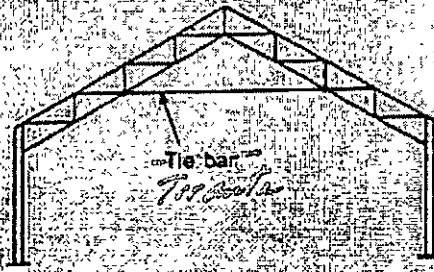
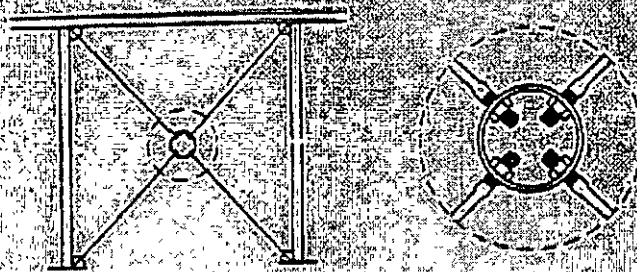


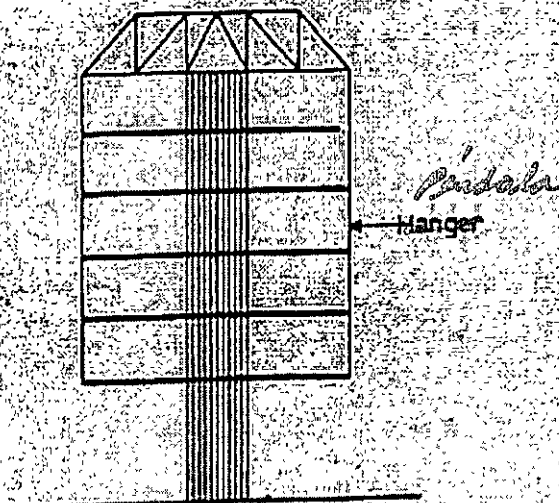
Fig. Diversos miembros en compresión

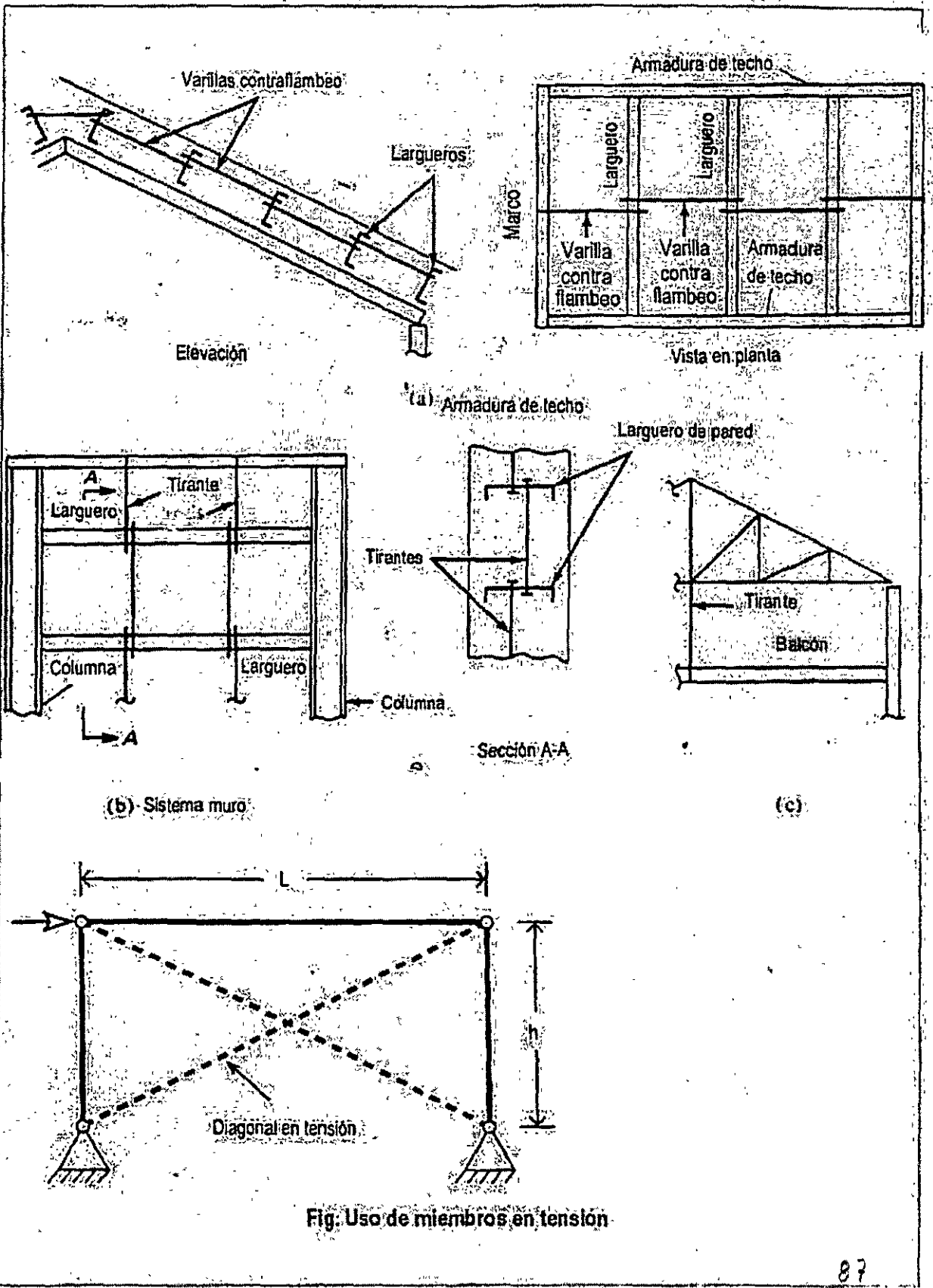


(a)



(b)





CUBIERTAS COLGANTES

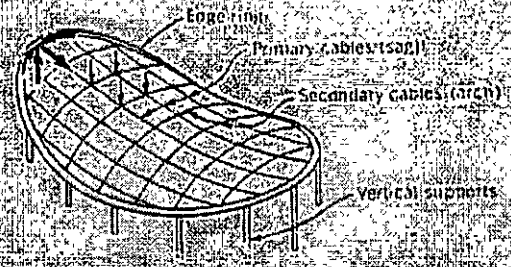
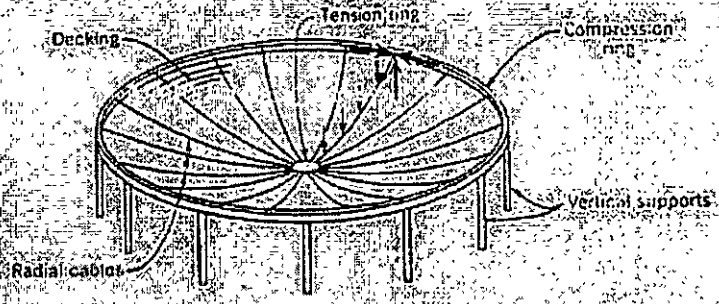
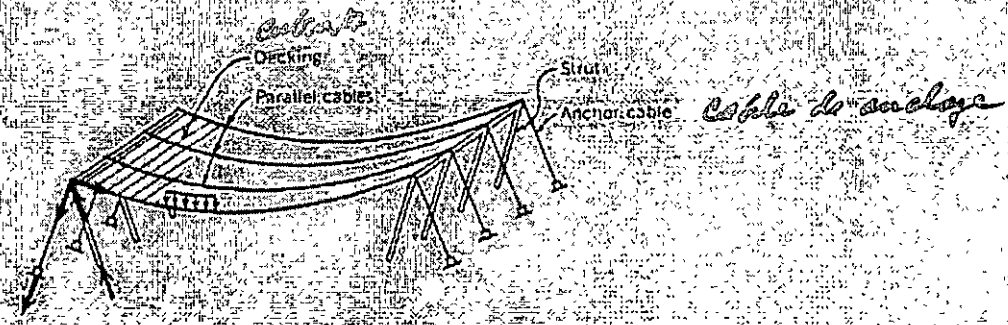
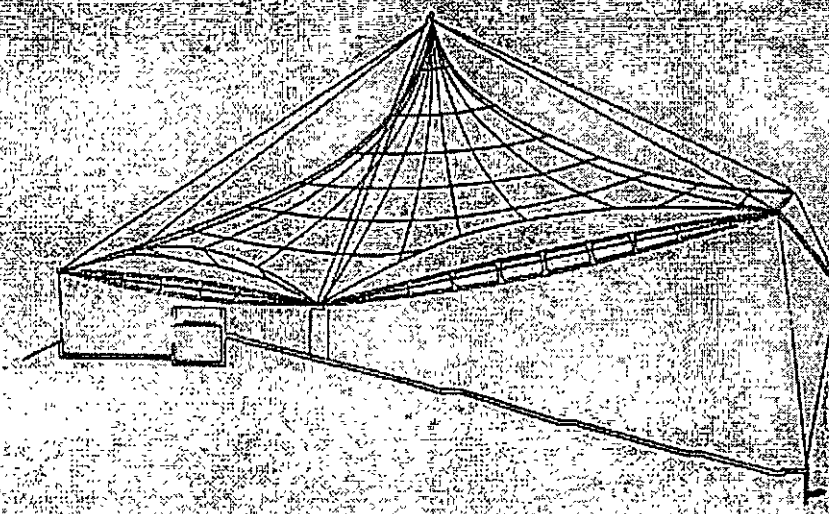
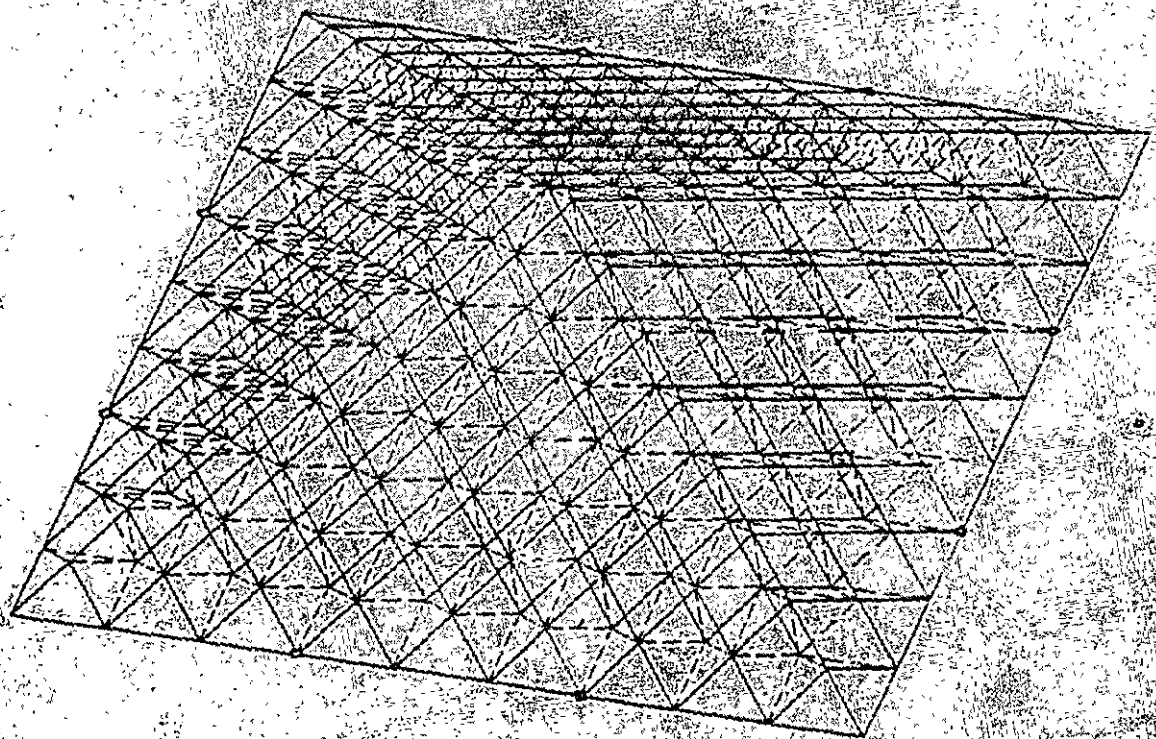
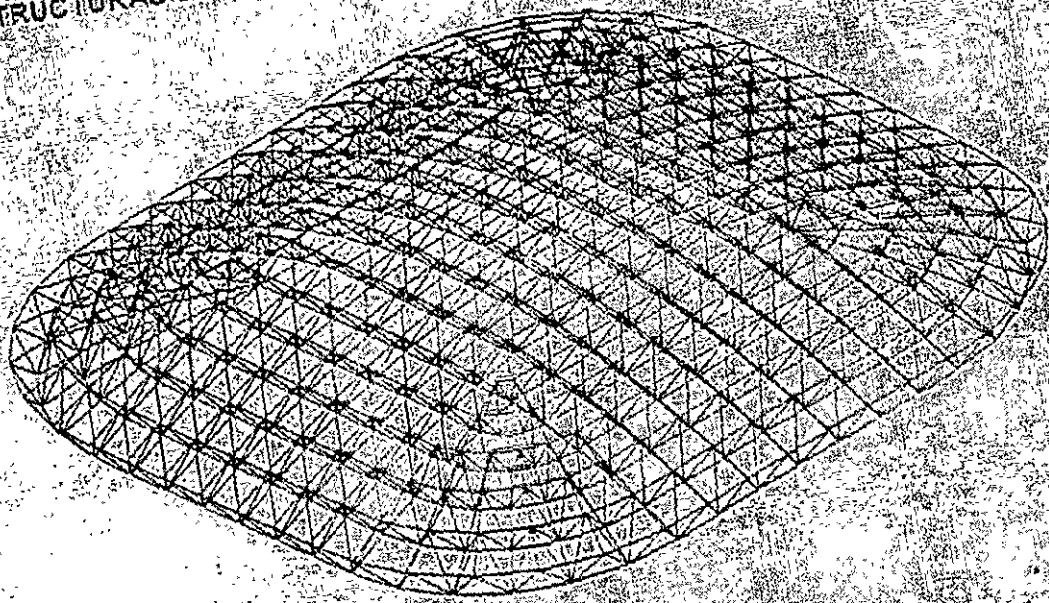


Fig. 8.12 Cable net structures.

ESTRUCTURAS ESPACIALES O TRIDIMENSIONALES



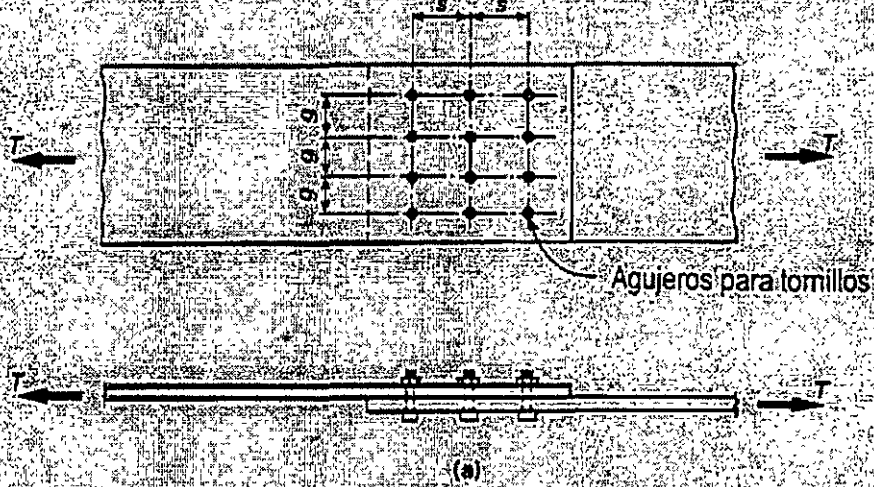
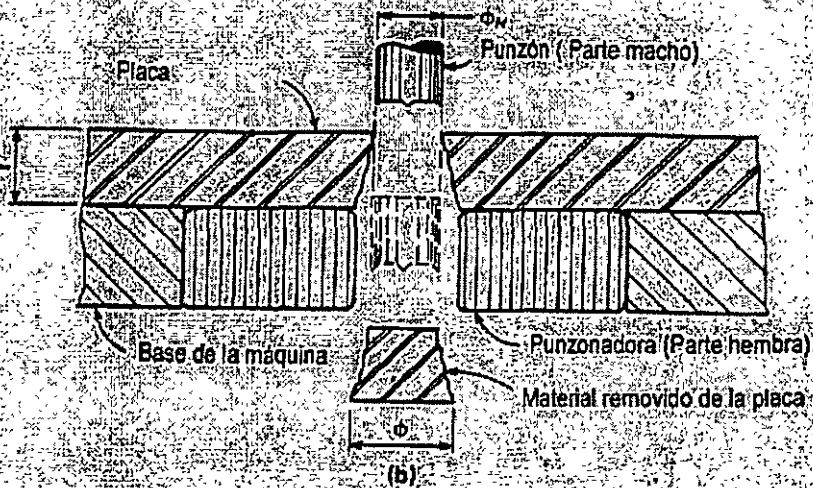


Fig. Placas en tension



- ϕ_w = Tamaño nominal de tornillos o remaches
- ϕ = Tamaño nominal del agujero = $\phi_w + 1.6 \text{ mm}$
- ϕ_e = Tamaño efectivo del agujero
- ΔA = ϕ_e por agujero

Fig. Pérdida de material por el punzado de agujeros

1. Flujo plástico en el área total

En este modo de falla, se presenta la fluencia del área total. La longitud total del miembro fluye y la falla es por deformación excesiva.

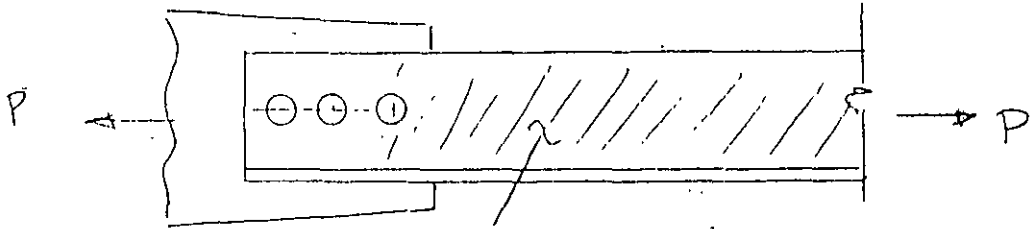


Fig. Flujo plástico en la sección total
(Yield of Gross Section)

2. Fractura en la sección neta

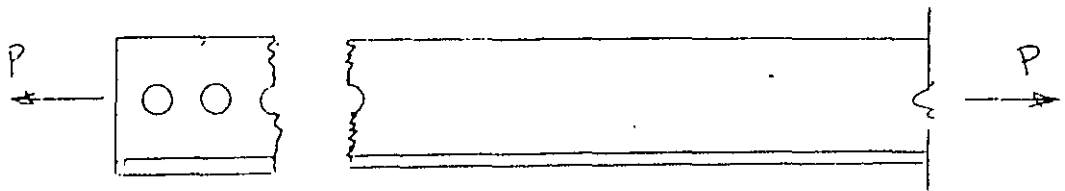


Fig. Fractura en la sección neta
(Fracture of Net Section)

3. Ruptura por cortante y tensión combinadas

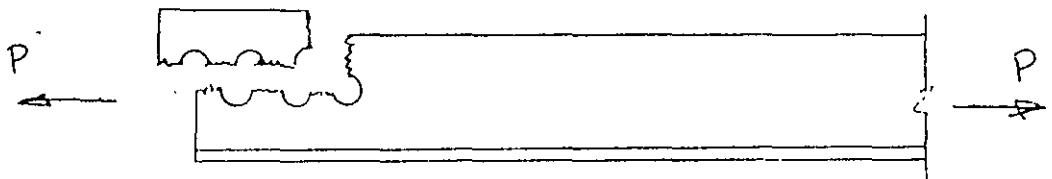


Fig. Ruptura por cortante y tensión combinadas
(Block Shear Rupture)

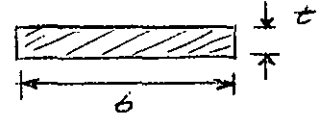
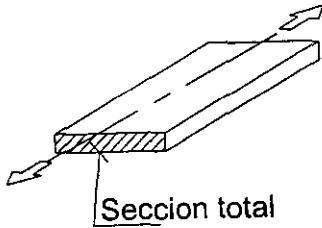
2 PROPIEDADES GEOMETRICAS

2.1 Áreas de las secciones transversales

Definiciones

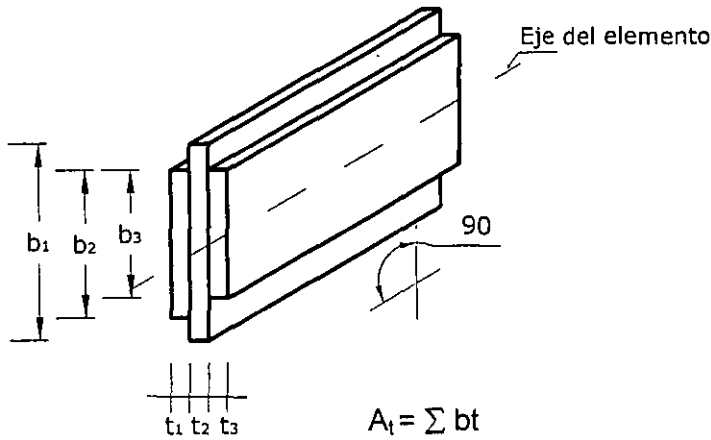
Área total, A_t :

Área completa de la sección transversal de un miembro



Área total

$A_t = \sum$ Productos del grueso x Ancho de los elementos de la sección, medidos en un plano perpendicular al eje del miembro.

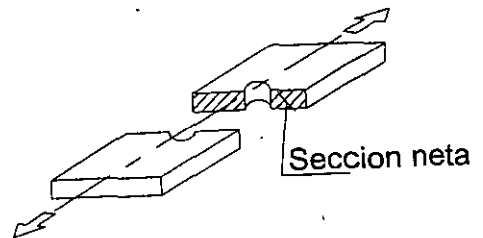
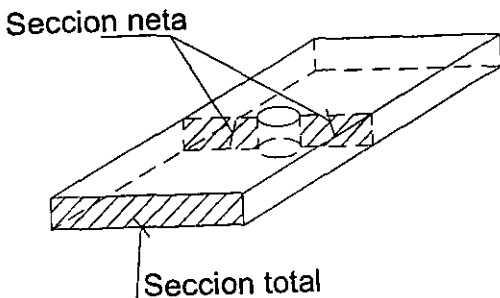


$$A_t = \sum bt$$

$$A_t = b_1 t_1 + b_2 t_2 + b_3 t_3$$

Área neta, A_n

Área deducida por la presencia de un agujero para sujetadores (tornillos o remaches). Es igual al área total de la sección menos la que se pierde por los agujeros.

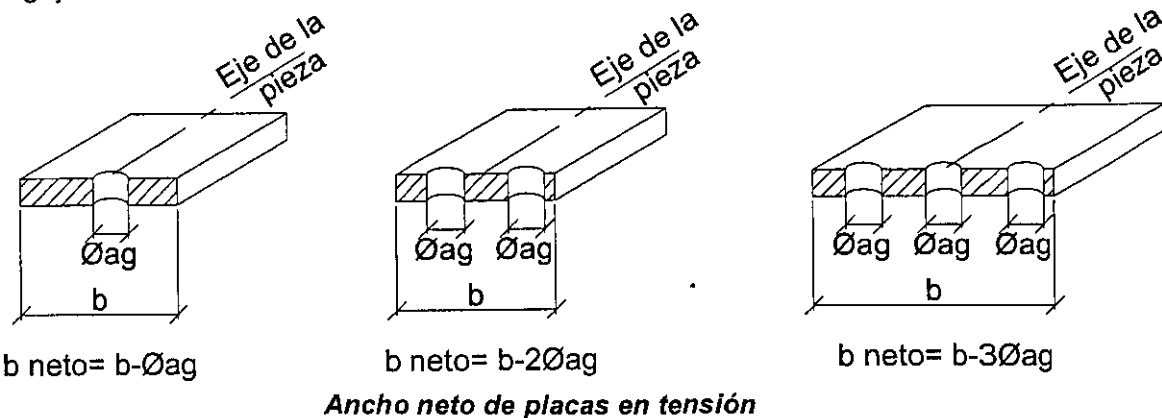


Area neta

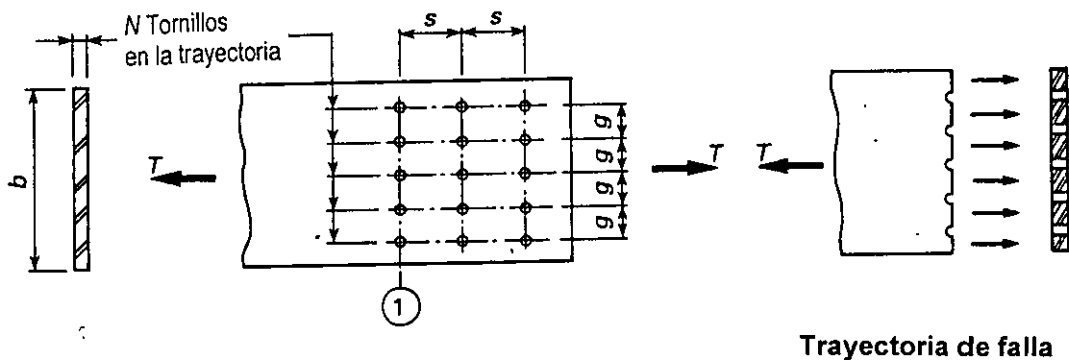
$A_n = \sum$ Productos del grueso de cada una de las partes que lo componen x Ancho neto

Ancho neto

a) En el cálculo de A_n de placas en tensión, el ancho neto de cada parte de la sección se obtienen restando al ancho total la suma de los anchos de los agujeros.



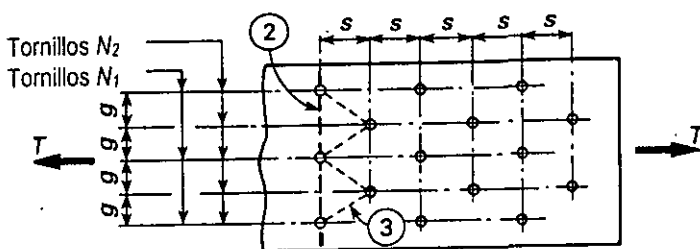
b) Si existen varios agujeros en una trayectoria normal al eje de la pieza, el ancho neto vale:

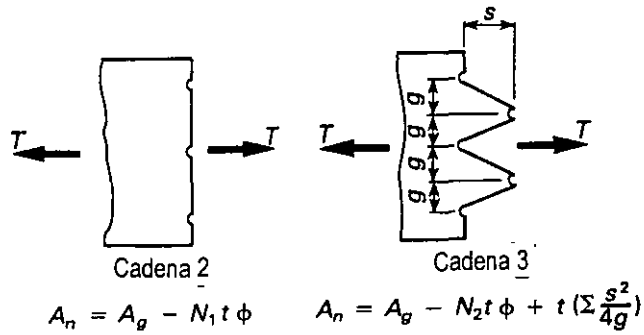


Área neta, A_n

$A_n = A_t - Nt$

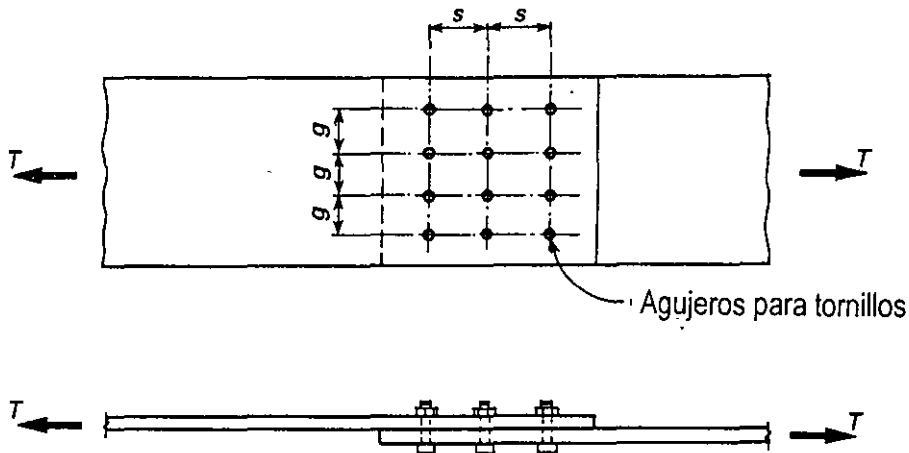
c) Si los agujeros están colocados en una línea diagonal o en zigzag, deben estudiarse todas las trayectorias de falla posibles.





Placa con agujeros dispuestos en diagonal o en zig zag

Definición de paso y gramil

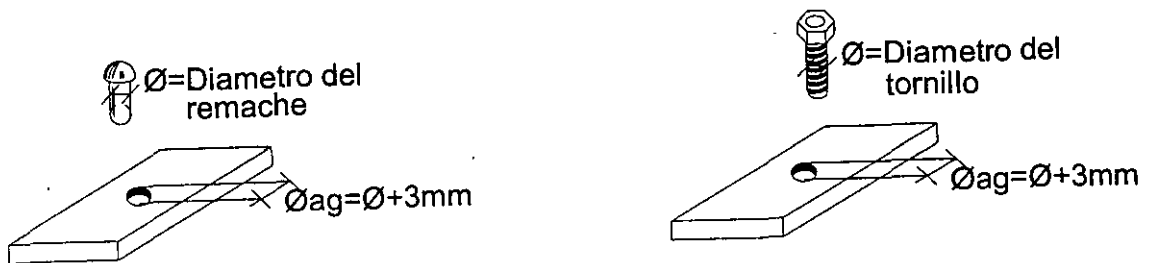


s = paso = separación longitudinal centro a centro entre dos agujeros consecutivos, en la dirección en que se transmiten las fuerzas, cm

g = gramil = separación transversal centro a centro entre agujeros, cm

Ancho de los agujeros

En la determinación del área neta se considera que los agujeros tienen un diámetro 3 mm (1/8") mayor que el de los tornillos.

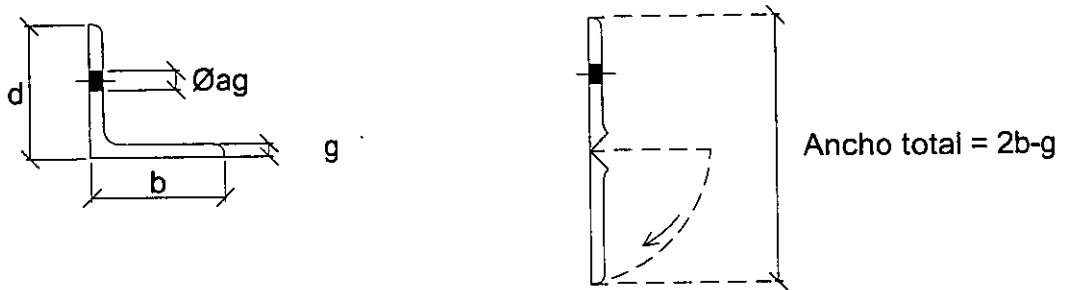


$\phi_{ag} = \text{Diámetro de agujero para remache, tornillo}$

Ancho de los agujeros

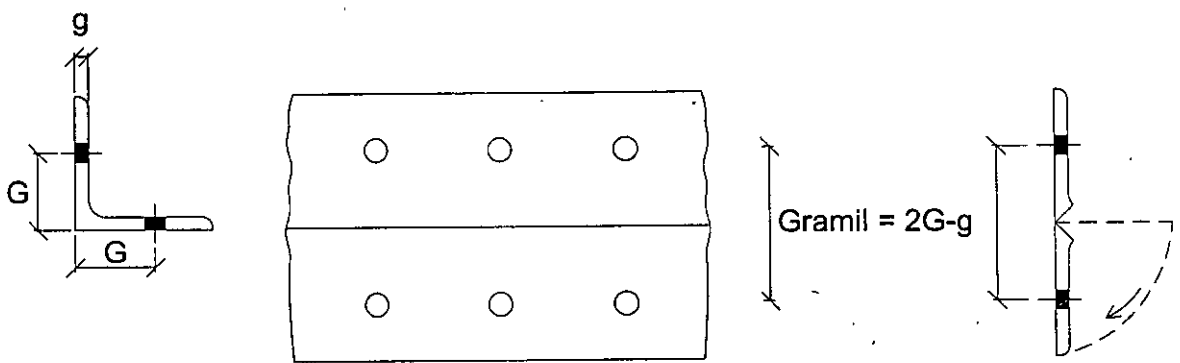
Ángulos

Su ancho se toma como la suma de los dos anchos de las dos alas menos el grueso.



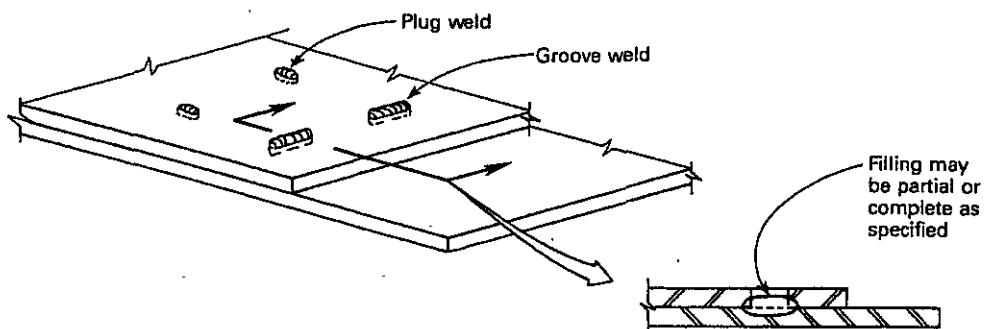
Definición de ancho en ángulos

El gramil para agujeros en alas adyacentes opuestas es la suma de los dos gramiles medidos desde los bordes de los ángulos, menos el grueso de éstos.



Gramiles

En el cálculo del área neta a través de soldaduras de tapón o de ranura de no se considera el metal de aportación.



Área neta en soldaduras de tapón o de ranura

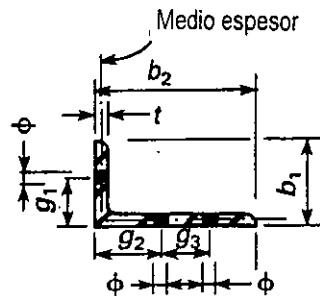


Fig. Ángulo. Gramiles y anchos

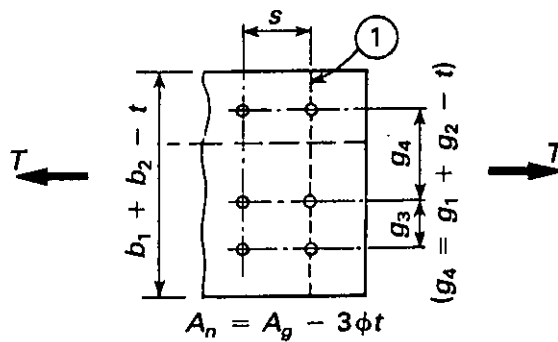
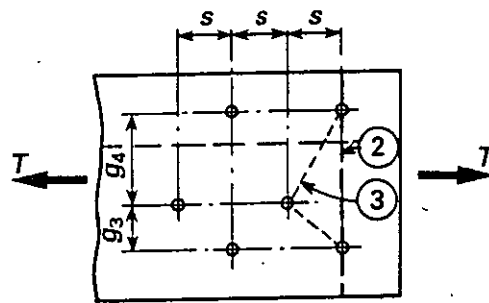


Fig. Ancho total y área neta

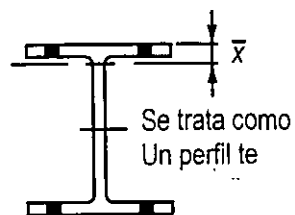
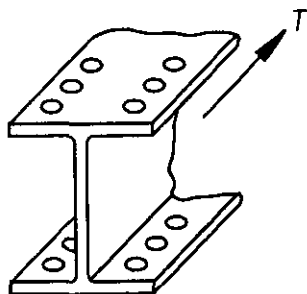


Trayectoria de falla 2: $A_n = A_g - 2\phi t$
 Trayectoria de falla 3: $A_n = A_g - t(3\phi - s^2/4g_3 - s^2/4g_4)$

Fig. Trayectorias de falla.

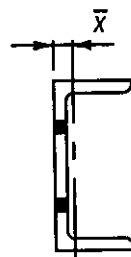
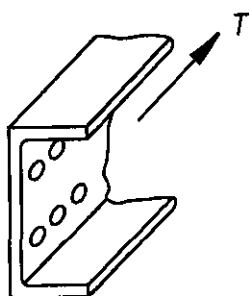
El ancho total de ángulos será la suma de los anchos de las alas, menos su grueso.

El gramil (distancia transversal) para agujeros situados en alas opuestas será la suma de los dos gramiles, medidos desde la esquina exterior de los ángulos, menos el grueso de éste.



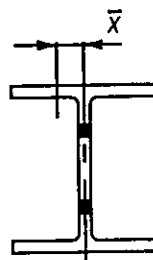
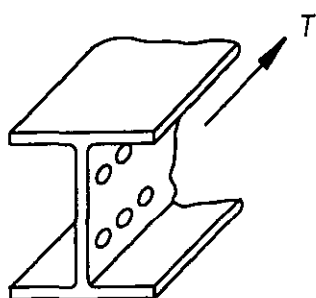
(a)

Se trata como
Un perfil te



(b)

Se trata la mitad del patín y el alma
hasta el primer agujero como un ángulo
Se utiliza la x más grande

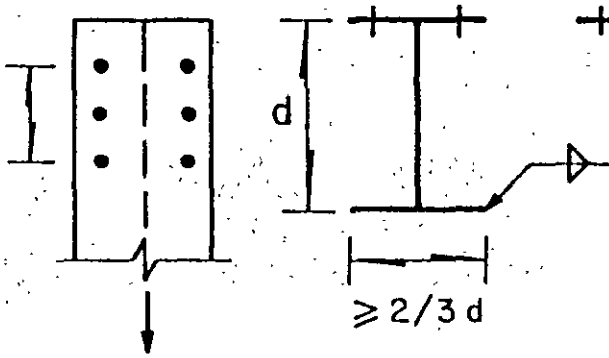


(c)

En un perfil determinado, unido al resto de la estructura de una manera dada, x es igual a la distancia entre el plano de conexión, que es una cara del miembro, y el centroide de éste. En casos particulares, el miembro puede ser una porción de la sección transversal.

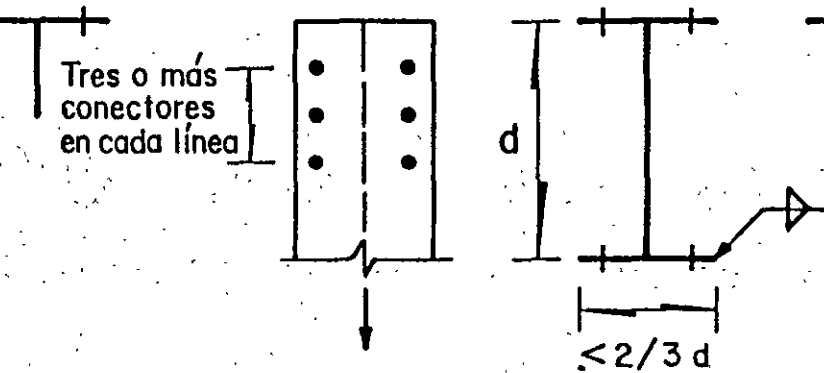
**Fig. Definición de x para calcular el coeficiente de reducción U
Miembros en tensión. Área neta efectiva**

Tres o más conectores en cada línea



a) Conexión remachada, atornillada o soldada. $U = 0.90$

Tres o más conectores en cada línea

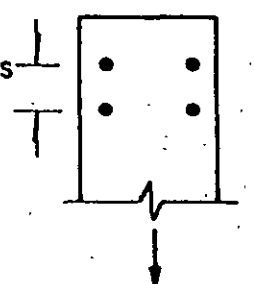


b) Conexión remachada, atornillada o soldada. $U = 0.85$

Más todas las secciones restantes

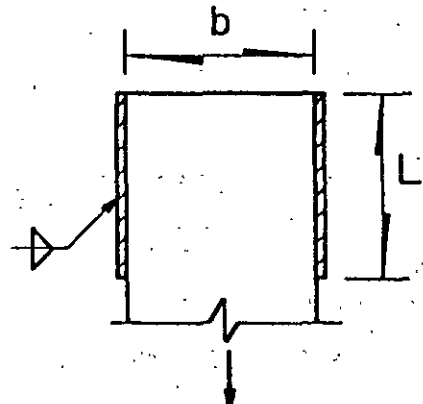
86

Dos conectores en cada línea



Todas las secciones

c) Conexiones remachadas o atornilladas únicamente. $U = 0.75$



Si $L > 2b$, $U = 1.0$
 Si $2b > L > 1.5b$, $U = 0.87$
 Si $1.5b > L \geq b$, $U = 0.75$

L tiene que ser mayor o igual que b

d) Elementos planos con soldaduras en los bordes longitudinales

FACTORES PRINCIPALES DE LOS QUE DEPENDE LA EFICIENCIA DE LA SECCIÓN NETA

- Ductilidad del metal
- Método empleado para hacer los agujeros
- Cociente g'/d
- Relación entre el área neta y el área de apoyo sobre el sujetador
- Distribución del material de la sección transversal de la barra, con respecto a las placas de unión, u otros elementos que se utilicen para conectarla.
- Posición de los planos de corte de los tornillos o remaches respecto a la sección transversal del miembro.

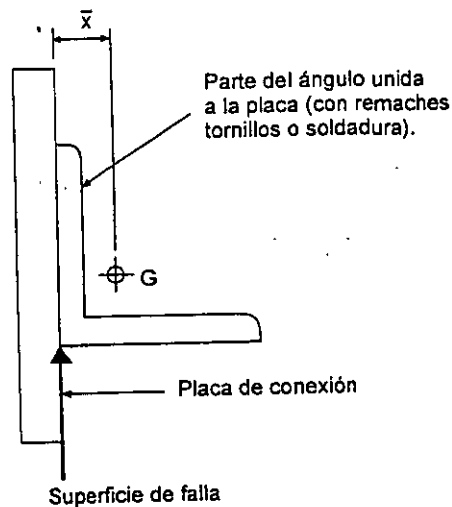


Fig. 1.12 Ángulo conectado en una sola ala.

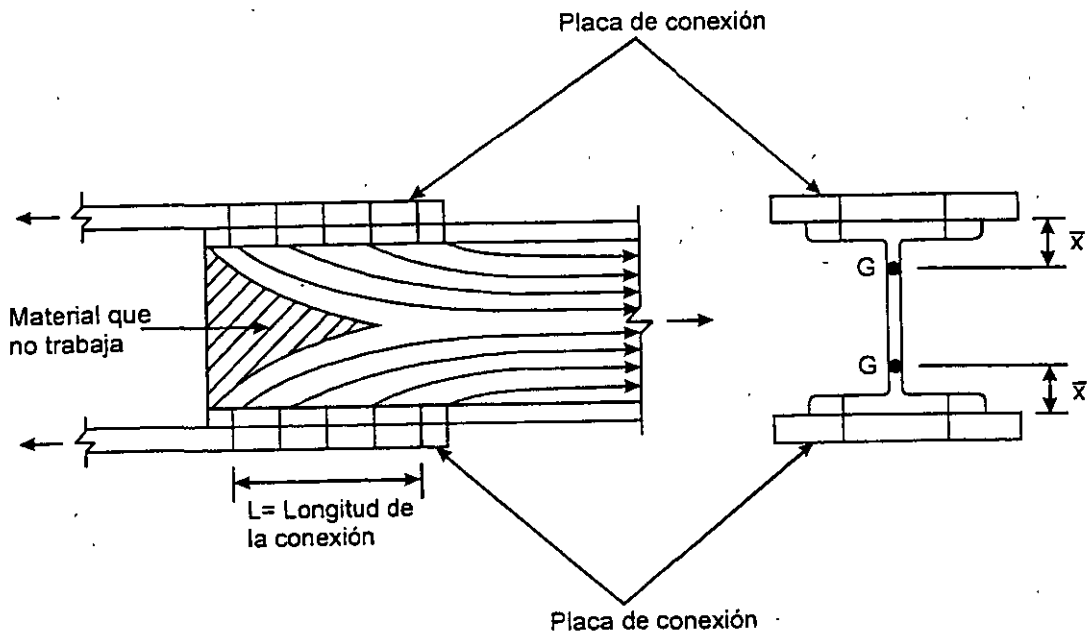
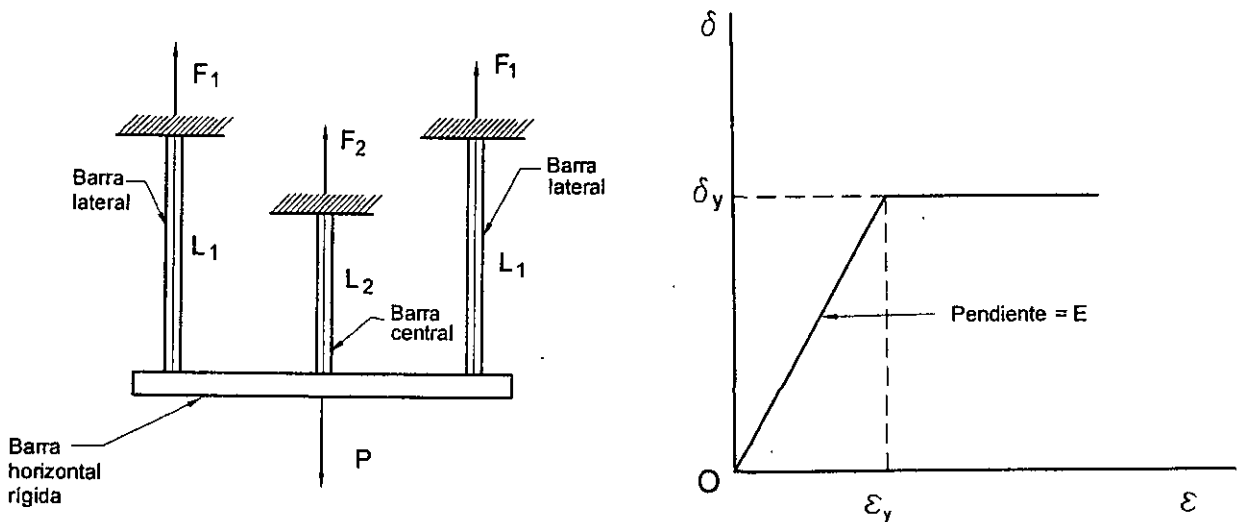


Fig. 1.11 Distribución de esfuerzos en una sección "H" conectada por los patines.

Ejemplo. La estructura que se muestra en la siguiente figura consiste de tres barras verticales de acero estructural que soportan una carga P aplicada en éstas a través de otra barra horizontal rígida. Las dos barras laterales tienen una longitud L_1 y la central una longitud L_2 . Describir el proceso de carga al ir aumentando de forma lenta y progresiva la carga P calculando los valores de los esfuerzos normales, deformaciones y alargamientos en cada una de las barras verticales, hasta el momento inmediatamente antes de que se produzca la plastificación de éstas. Las tres barras tienen la misma sección transversal, de área A y se supone que la capacidad de deformación del acero es ilimitada. El diagrama esfuerzo deformación para el acero está idealizado como se muestra en la figura y su módulo de elasticidad en el intervalo elástico lineal es $E = \sigma_y/\epsilon_y$.



F_1, F_2 son las fuerzas de tensión axial en las tres barras verticales de la estructura.

Estructura del ejemplo

SOLUCIÓN:

Ecuaciones de equilibrio

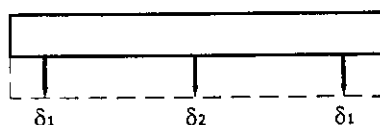
Se tiene una sola ecuación de equilibrio para la barra horizontal en la dirección vertical:

$$F_y = 0$$

$$2F_1 + F_2 = P \quad (1)$$

Ecuación de compatibilidad de deformaciones

Como la barra rígida se mueve hacia abajo como un cuerpo rígido cuando se aplica la carga, la ecuación de compatibilidad es:



Alargamientos de las barras

$$\delta_1 = \delta_2 \quad (2)$$

δ_1 y δ_2 = alargamientos, respectivos, de las barras laterales y central.

Cuando la carga exterior P es pequeña, los esfuerzos de tensión en las barras son menores que el esfuerzo de fluencia del acero σ_y y el material trabaja elásticamente (intervalo elástico lineal). Por lo tanto, de acuerdo con la *Ley de Hooke* las relaciones carga-desplazamiento entre las fuerzas aplicadas en las barras y sus alargamientos son:

$$\delta_1 = \frac{F_1 L_1}{EA}$$

$$\delta_2 = \frac{F_2 L_2}{EA}$$

De acuerdo con la ecuación (2)

$$\delta_1 = \delta_2 \quad (2)$$

$$\frac{F_1 L_1}{EA} = \frac{F_2 L_2}{EA}$$

Es decir:

$$F_1 L_1 = F_2 L_2$$

$$F_1 = \frac{F_2 L_2}{L_1} \quad (3)$$

Las ecuaciones (1) y (3) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Se sustituye F_1 en la ecuación (1) y se obtiene F_2 .

$$2F_1 + F_2 = P$$

$$2\left(\frac{F_2 L_2}{L_1}\right) + F_2 = P$$

$$F_2\left(\frac{2L_2}{L_1} + 1\right) = P$$

$$F_2(2L_2 + L_1) = PL_1$$

$$F_2 = \frac{PL_1}{(2L_2 + L_1)} \quad (4)$$

Se sustituye el valor de F_2 en la ecuación (3) y se obtiene la fuerza F_1

$$F_1 = \left[\frac{PL_1}{(2L_2 + L_1)} \right] \frac{L_2}{L_1}$$

$$F_1 = \frac{PL_2}{(2L_2 + L_1)} \quad (5)$$

Por lo tanto, los esfuerzos correspondientes en las barras son:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \frac{PL_2}{(2L_2 + L_1)A} \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A} = \frac{PL_1}{(2L_2 + L_1)A} \quad (7)$$

Las ecuaciones anteriores son válidas siempre y cuando, los esfuerzos actuantes de tensión axial sean menores que σ_y . De este resultado se confirma que la primera barra que se plastificaría es la central, en ella el esfuerzo de tensión es mayor, ya que $L_1 > L_2$.

Conforme aumenta la carga P , los esfuerzos en las barras se incrementan hasta alcanzar el esfuerzo de fluencia en la barra central. En este momento:

$$F_2 = \sigma_y A \quad (8)$$

La magnitud de la carga P que ocasiona la aparición del esfuerzo de fluencia por primera vez en la barra central, se denomina P_y . El cálculo de esta carga requiere siempre de un análisis estáticamente indeterminado, lo cual implica la solución de ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y de fuerza-desplazamiento. P_y se determina igualando las ecuaciones (4) y (8).

$$F_2 = \frac{PL_1}{(2L_2 + L_1)} \quad (4)$$

$$F_2 = \sigma_y A \quad (8)$$

$$\sigma_y A = \frac{P_y L_1}{2L_2 + L_1}$$

$$P_y L_1 = \sigma_y A (2L_2 + L_1)$$

Se despeja P_y

$$P_y = \sigma_y A \left(\frac{2L_2}{L_1} + 1 \right) \quad (9)$$

Siempre y cuando P sea menor que P_y , la estructura tiene un comportamiento elástico lineal y las fuerzas en las barras pueden determinarse con las ecuaciones (4) y (5).

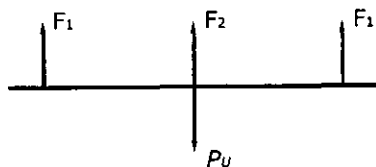
El desplazamiento de la barra rígida hacia abajo correspondiente a P_y , se llama "desplazamiento de fluencia σ_y " y es igual al alargamiento de la barra central cuando aparece por primera vez el esfuerzo de fluencia σ_y .

$$\delta_y = \frac{F_2 L_2}{EA} = \frac{\sigma_2 L_2}{E} = \frac{\sigma_y L_2}{E} \quad (8)$$

$$\left(\frac{F_2}{A} = \sigma_2 \right)$$

Con un aumento adicional de la carga exterior se incrementan las fuerzas en las barras laterales (F_1), pero la fuerza F_2 en la barra central permanece con la fuerza $F_2 = \sigma_y A$, debido a que se ha plastificado.

Cuando la carga exterior aumenta progresivamente y las fuerzas F_1 alcanzan el valor de $A\sigma_y$, se plastifican y ya no pueden soportar carga adicional. Las tres barras se alargan plásticamente para esta carga constante, que se denomina **carga última P_u** . Esta carga se puede determinar a partir del equilibrio estático sabiendo que las tres barras se han plastificado completamente.



Fuerzas en las barras en el sistema plastificado

$$F_1 = A\sigma_y$$

$$F_2 = A\sigma_y$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ 2A\sigma_y + A\sigma_y &= P_u \\ P_u &= 3A\sigma_y \end{aligned}$$

El alargamiento total δ_p en el instante en que la carga exterior P alcanza la carga última P_u es igual al alargamiento de las barras laterales en el instante en que éstas alcanzan el esfuerzo de fluencia, por lo tanto:

$$\delta_u = \frac{F_1 L_1}{EA} = \frac{\sigma_1 L_1}{E} = \frac{\sigma_y L_1}{E}$$

$$\left(\frac{F_1}{A} = \sigma_1 \right)$$

Al comparar δ_u con δ_y , se observa que la relación del desplazamiento total con el correspondiente de fluencia es:

$$\frac{\delta_u}{\delta_y} = \frac{\frac{\delta_y L_1}{E}}{\frac{\delta_y L_2}{E}} = \frac{L_1}{L_2}$$

Adicionalmente, el cociente de la carga última con la carga de fluencia es:

$$\frac{P_u}{P_y} = \frac{3A\sigma_y}{\sigma_y A \left(\frac{2L_2}{L_1} + 1 \right)} = \frac{3}{\left(\frac{2L_2 + L_1}{L_1} \right)}$$

$$\frac{P_u}{P_y} = \frac{3L_1}{(2L_2 + L_1)}$$

Todo el proceso de carga del sistema estáticamente indeterminado se representa en la gráfica carga desplazamiento indicado en la figura.

Comentarios

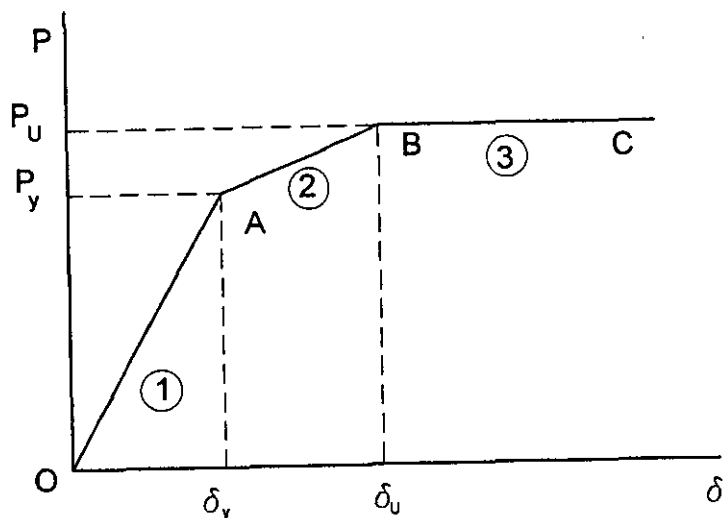
La recta OA representa el **comportamiento elástico lineal (respuesta elástica)** de la estructura hasta que se alcanza la carga de fluencia P_y .

En general, la relación de los desplazamientos δ_u/δ_y siempre es mayor que el cociente de las cargas correspondientes P_u/P_y y, por lo tanto, el **intervalo parcialmente plástico AB (flujo plástico restringido)** en el diagrama carga-desplazamiento siempre tiene una pendiente menor que la del **intervalo elástico OA**. Esto se debe a que las barras laterales en el intervalo parcialmente plástico, las barras aún se comportan elásticamente; por lo tanto, su alargamiento es función lineal de la carga. La barra central se ha plastificado y las barras laterales soportan el incremento de carga.

El punto B del diagrama representa la carga última y la línea horizontal BC representa el intervalo de deformación plástica continua sin incremento de carga.

Después de que se ha alcanzado la carga última P_u , la estructura continua deformándose como lo muestra la recta BC, y entonces, la estructura ya no es capaz de soportar cargas adicionales. La presencia de desplazamientos muy grandes significa que se ha alcanzado el límite de utilidad estructural, por lo que la carga última P_u se considera la **carga de colapso o de falla** de la estructura.

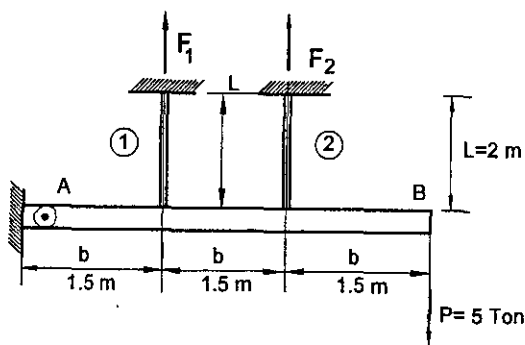
El intervalo totalmente plástico BC (flujo plástico ilimitado o no restringido) tiene una pendiente mínima (cero).



1.	Comportamiento elástico (respuesta elástica lineal de la estructura)
2.	Comportamiento parcialmente plástico (Flujo plástico restringido).
3.	Flujo plástico ilimitado (no restringido).

Carga –desplazamiento

Ejemplo. La estructura estáticamente indeterminada que se muestra en la figura está formada por una barra horizontal rígida y dos barras verticales hechas con el mismo tipo de acero. Las barras verticales tienen una longitud $L = 2.0$ m y área transversal $A = 10$ cm²; el material tiene un esfuerzo de fluencia $F_y = 2530$ Kg/cm² (250 MPa, 36 ksi) y un modulo de elasticidad $E = 2.039 \times 10^6$ Kg/cm². La barra horizontal tiene una longitud de 4.5 m y soporta una carga $P = 5$ Ton en el extremo libre B. Determinar la carga de fluencia P_y y el desplazamiento de fluencia en el punto B. Calcular la carga ultima P_u y su desplazamiento correspondiente en el mismo punto. Trace el diagrama carga – desplazamiento que relacione la carga P con el desplazamiento del punto B. Se supone que la capacidad de deformación del acero es ilimitada.



Estructura estáticamente indeterminada del ejemplo.

SOLUCIÓN:

Determinación de las fuerzas internas F_1 y F_2

En virtud de que la estructura es hiperestática de primer grado, para determinar las fuerzas actuantes F_1 y F_2 en las dos barras verticales, se requiere establecer una ecuación de equilibrio y otra de compatibilidad de deformaciones de la estructura.

Ecuación de equilibrio

Las ecuaciones de equilibrio relacionan las cargas que actúan sobre la estructura con las fuerzas desconocidas (fuerzas internas).

Se toman momentos respecto al punto A:

$$\sum M_A = 0$$

$$1.5F_1 + 3F_2 - 4.5 \times 20 = 0$$

F_1 y F_2 son las fuerzas de tensión axial en las barras verticales 1 y 2, respectivamente.

$$F_1 + 2F_2 = 15 \quad (1)$$

Ecuación de compatibilidad.

Esta ecuación se basa en la geometría de la estructura, y expresa el hecho de que el cambio de longitud de la barra horizontal debe ser compatible con las

condiciones de los apoyos. Debido a la carga de 5 Ton, la barra horizontal gira respecto el punto A y consecuentemente, el desplazamiento hacia abajo en cada punto de la barra horizontal es directamente proporcional a su distancia medida desde el punto A.

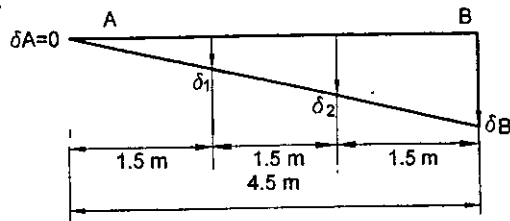


Diagrama de desplazamientos en la barra AB

De esta manera, la ecuación de compatibilidad es:

$$\frac{\delta_2}{3} = \frac{\delta_1}{1.5}$$

Por lo tanto:

$$\delta_2 = 2\delta_1 \quad (2)$$

δ_2 = alargamiento de la barra 2

δ_1 = Alargamiento de la barra 1

Carga de fluencia y desplazamiento correspondiente.

Se supone que los esfuerzos actuantes en el acero están en el intervalo elástico lineal. De acuerdo con la *Ley de Hooke*, las relaciones carga-desplazamiento para las dos barras son:

$$\delta_1 = \frac{F_1 L}{EA} \quad (3)$$

$$\delta_2 = \frac{F_2 L}{EA} \quad (4)$$

Estas expresiones utilizan las dimensiones de la estructura y las propiedades mecánicas del material con que están hechas las barras.

Se sustituye la ecuación (2) en la expresión (4), se iguala con la ecuación (3) y se despeja la fuerza F_2 .

$$\delta_2 = 2\delta_1$$

$$\delta_1 = \frac{\delta_2}{2}$$

$$\delta_1 = \frac{F_2 L}{2EA}$$

Al igualar las dos expresiones, se eliminan L, E y A, ya que las dos barras verticales tienen las mismas características geométricas y son del mismo material.

$$\frac{F_2 L}{2EA} = \frac{F_1 L}{EA}$$

$$F_2 = 2F_1 \quad (5)$$

Se sustituye el valor de la fuerza F_2 en la ecuación (1) y se determina el valor de F_1

$$F_1 + 2(F_2) = 15$$

$$5F_1 = 15$$

$$F_1 = 3 \text{ Ton} = 0.6P \quad (6)$$

Luego:

$$F_2 = 2F_1 = 2 \times 3 = 6 \text{ Ton}$$

$$F_2 = 6 \text{ Ton} = 1.2P \quad (7)$$

La barra 2, que soporta una fuerza mayor (el doble que la barra 1), será la primera en plastificarse, en ella aparece por primera vez el esfuerzo de fluencia al aumentar la carga aplicada. En este instante, la fuerza en esta barra es:

$$F_2 = A\sigma_y = 6 \times 253 \times 10^{-3} = 15.2 \text{ Ton}$$

$$F_2 = 25.3 \text{ Ton} \quad (8)$$

Al igualar las ecuaciones (7) y (8) y se obtiene la carga de fluencia P_y .

$$1.2P_y = 25.3$$

$$P_y = 21.1 \text{ Ton}$$

El alargamiento correspondiente de la barra 2 es:

$$\delta_y = \frac{F_2 L}{EA} = \frac{\sigma_2 L}{E} = \frac{\sigma_y L}{E} = \frac{2530 \times 200}{2.039 \times 10^6} = 0.248 \text{ cm} = 2.5 \text{ mm}$$

Por lo tanto, el desplazamiento de fluencia en el punto B es:

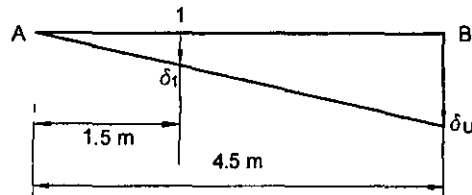
$$\delta_y = \frac{3\sigma_2}{2} = \frac{3\sigma_y L}{2E} = \frac{3 \times 2530 \times 200}{2 \times 2.039 \times 10^6} = 0.37 \text{ cm} = 3.7 \text{ mm}$$

2. Carga que ocasiona la plastificación de la barra 1 y desplazamiento total.
 Cuando se incrementa la carga exterior y alcanza el valor de $P_y = A\sigma_y = 25.3$ Ton en la barra 1, en ese momento las dos barras soportan la misma fuerza de tensión y la barra 1 se plastifica.

Por lo tanto el alargamiento de la barra 1 es el mismo que el de la barra 2:

$$\delta_y = \frac{\sigma_y L}{E} = \frac{2530 \times 200}{2.039 \times 10^6} = 0.248 \text{ cm} = 2.5 \text{ mm}$$

Y el desplazamiento total en el punto B es:



Desplazamiento total en el punto B
Las dos barras se han plastificado

$$\frac{\delta_1}{1.5} = \frac{\delta_B}{4.5} \quad \therefore \delta_B = \frac{4.5 \delta_1}{1.5} = 3\delta_1$$

Por lo tanto:

$$\delta_B = 3\delta_1 = 3 \times 0.248 = 0.744 \text{ cm} = 7.4 \text{ mm}$$

La relación de la carga última entre la carga de fluencia P_y es:

$$\frac{P_u}{P_y} = \frac{25.3}{21.1} = 1.2$$

Es decir,

$$P_u = \frac{6}{5} P_y$$

El cociente de los desplazamientos correspondientes es:

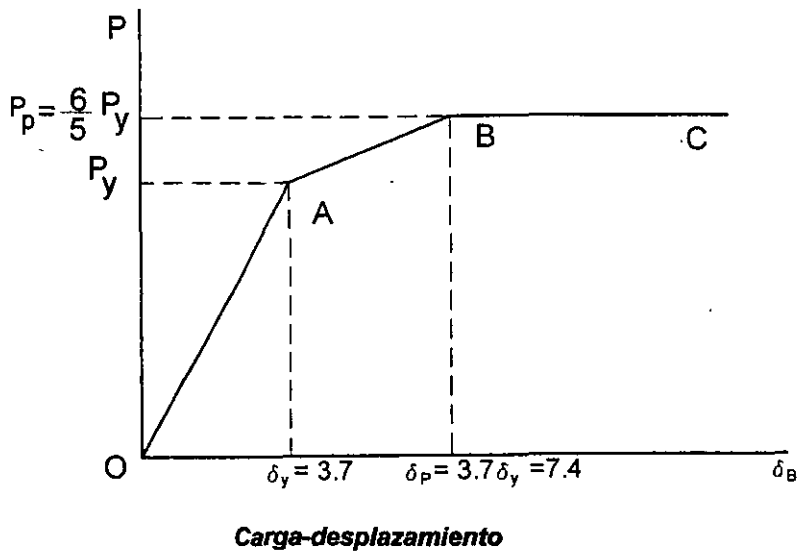
$$\frac{\delta_u}{\delta_y} = \frac{0.744}{0.37} = 2.0$$

$$\delta_u = 2.0\delta_y$$

Diagrama carga-desplazamiento.

En la siguiente figura se muestran el comportamiento completo carga-desplazamiento de la estructura estáticamente indeterminada del ejemplo. El

comportamiento es elástico lineal en la zona de OA, parcialmente plástico en el intervalo AB y totalmente plástico en la recta BC.

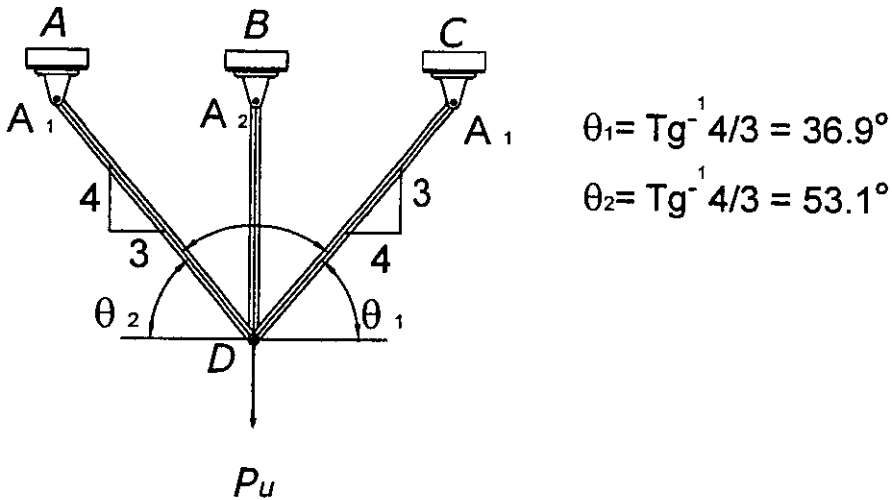


Comentarios:

El análisis de una estructura estáticamente indeterminada implica plantear y resolver ecuaciones de equilibrio, de compatibilidad de deformaciones y relaciones carga-desplazamientos.

El aumento de resistencia fuera del intervalo elástico se debe a la **redistribución de fuerzas** que se presenta en las barras, pues el alargamiento bajo fuerza constante de la que se plastifica primero permite que la otra, que trabaja elásticamente, resista incrementos de cargas adicionales.

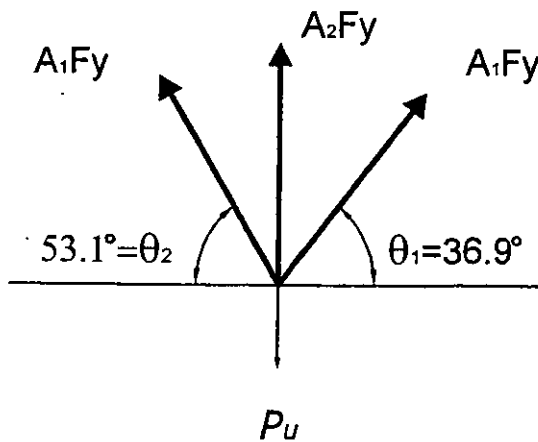
Ejemplo. Determinar la carga última que puede soportar la estructura formada por las tres barras de acero que se indican en la siguiente figura. Las barras laterales tienen un área $A = 10 \text{ cm}^2$ y la central 13 cm^2 . El acero es *NOM-B-254* (*ASTM A 36*, $F_y = 2\,530 \text{ Kg/cm}^2$, 250 MPa , 36 ksi).



Estructura en tensión del ejemplo

SOLUCIÓN:

Se traza el diagrama de cuerpo libre de la estructura, su falla ocurre cuando las tres barras se plastifican bajo el sistema de fuerzas que se indica.



*Diagrama de cuerpo libre
Las tres barras se han plastificado*

Como se conocen las fuerzas en las tres barras, P_u se determina utilizando solamente la ecuación de equilibrio de suma de fuerzas en la dirección vertical, sin que se requiera plantear la ecuación de compatibilidad de deformaciones de la estructura.

$$A_1 F_y \text{ sen } 53.1^\circ + A_2 F_y + A_1 F_y \text{ sen } 36.9^\circ - P_u = 0$$

$$P_u = A_1 F_y (\sin 53.1^\circ + \sin 36.9^\circ) + A_2 F_y = A_1 F_y (0.80 + 0.60) + A_2 F_y$$

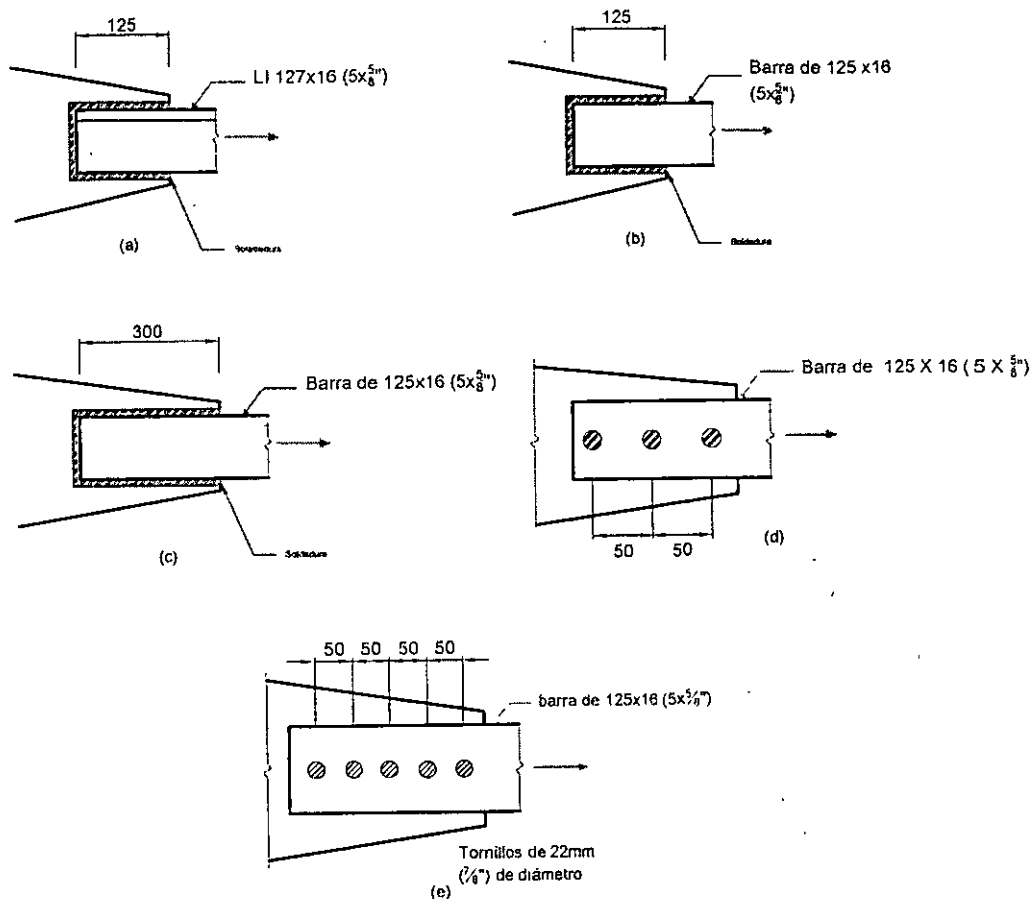
$$P_u = F_y (1.40A_1 + A_2) = 2.53(1.40 \times 10 + 13) = 68.3 \text{ Ton}$$

$$P_u = 68.3 \text{ Ton}$$

CONCLUSIÓN:

La carga de colapso de la estructura del ejemplo es 68.3 Ton.

Ejemplo. Calcular el área neta efectiva A_e para cada uno de los casos que se muestra en la siguiente figura.



Acotaciones en mm

SOLUCIÓN:

Para conexiones soldadas, el área neta efectiva es:

$$A_e = UA_g$$

donde:

U = coeficiente de reducción del área total, adimensional

A_g = área total, cm^2

Tabla. Valores del coeficiente de reducción U para barras tensión

Sí	Factor de reducción U (adimensional)
$L \geq 2w$	1.0
$2w > L \geq 1.5w$	0.87
$1.5w > L \geq w$	0.75

donde:

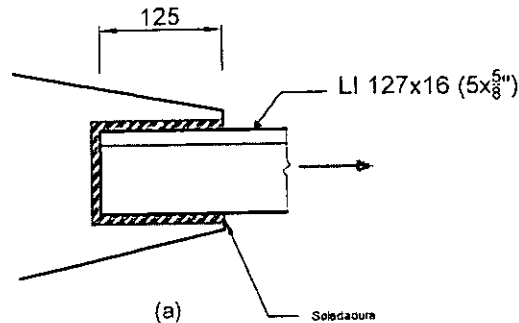
L = longitud de la soldadura, cm

w = ancho de la placa (distancia entre soldaduras de filete longitudinales), cm

En juntas soldadas L es la longitud del miembro que se esté soldando, medida paralelamente a la línea de acción de la fuerza de tensión. Su valor no cambia si se coloca una soldadura transversal además de las longitudinales.

Cuando se colocan soldaduras de filete longitudinales de distinto tamaño, L se toma como el promedio de éstas.

1. Ángulo de lados iguales 127x 16 mm (5x5/8").



$$A_g = 37.81 \text{ cm}^2$$

$$\bar{x} = 3.76 \text{ cm}$$

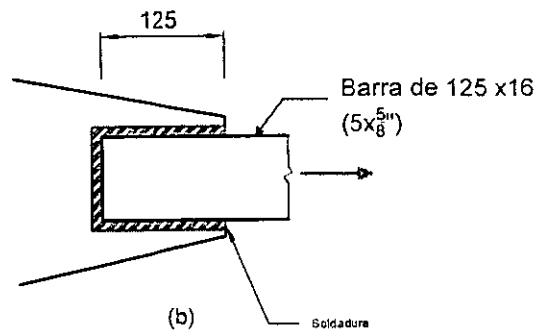
$$U = 1 - \bar{x}/L$$

$$U = 1 - 3.76/12.5 = 0.70$$

$$A_e = 0.70 \times 37.81 = 26.47 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 26.47 \text{ cm}^2 (4.10 \text{ in}^2)$$

2. Barra plana de 127x16 mm (5x5/8").



$$A_g = 20.00 \text{ cm}^2$$

$$\bar{x} = t/2 = 0.8 \text{ cm}$$

Como:

$$1.5 w = 1.5 \times 12.5 = 18.8 \text{ cm} > L = 12.5 \text{ cm} = w = 12.5 \text{ cm}:$$

L = longitud de la soldadura, cm

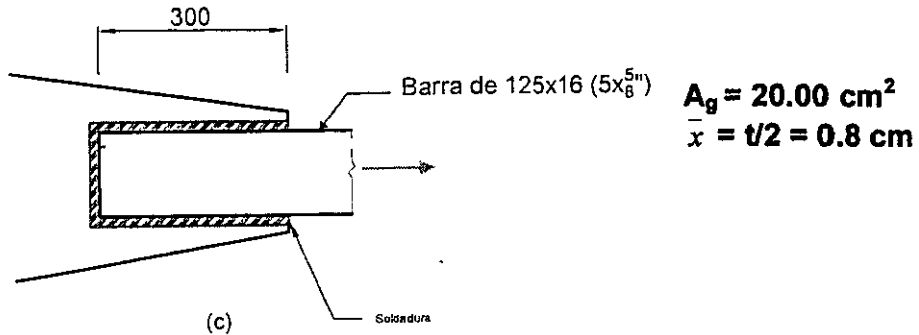
w = ancho de la placa (distancia entre cordones de soldaduras de filete), cm

$$U = 0.75$$

$$A_e = 0.75 \times 20.00 = 15.00 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 15.00 \text{ cm}^2 (2.33 \text{ in}^2)$$

3. Barra plana de 125x16 mm (5x5/8").



Como:

$$L = 30 \text{ cm} > 2w = 2 \times 12.5 = 25.00 \text{ cm}$$

$$U = 1.0$$

$$A_e = 1.0 \times 20.00 \text{ cm}^2 = 20.00 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 20.00 \text{ cm} \text{ (3.10 in}^2\text{)}$$

4. Barra 125x1.6 (5x 5/8")

El área neta efectiva en conexiones atornilladas es:

$$A_e = UA_n$$

donde:

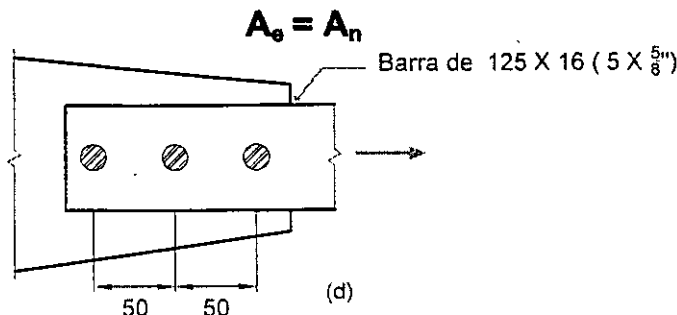
$$U = 1 - \bar{x}/L \leq 0.90$$

x = distancia entre el plano de cortante y el eje centroidal del elemento conectado ò excentricidad de la conexión, cm

L = longitud de la junta en la dirección de la carga aplicada, cm

La longitud L depende del número de sujetadores (tornillos o remaches) que se requieran para transmitir la fuerza de tensión. En conexiones o juntas atornilladas o remachadas L es la distancia, paralela a la línea de acción de la fuerza, entre el primero y el último de los sujetadores colocados en hilera que tenga el número mayor de tornillos o remaches. Cuando los sujetadores estén dispuestos en trebolillo, se toma la dimensión exterior.

Sin embargo, cuando la carga se transmite directamente a cada una de las partes que componen la sección transversal del miembro, por medio de tornillos, en proporción a sus áreas transversales, el área neta efectiva A_e es igual al área neta A_n en miembros en tensión.



En este caso:

$$L = 100 \text{ mm}$$

$$U = 1 - 0.8/10 = 0.92 > 0.90$$

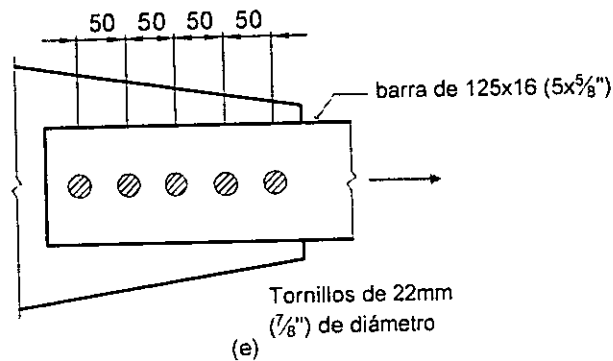
$$U = 0.90$$

Área neta efectiva:

$$A_e = A_n = [12.5 - (2.22 + 0.3)] 1.6 = 15.97 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 0.90 \times 15.97 = 14.37 \text{ cm}^2 (2.23 \text{ in}^2)$$

5. La misma placa, pero con una longitud de conexión mayor.



$$L = 200 \text{ mm}$$

$$A_n = 15.97 \text{ cm}^2$$

$$U = 1 - \bar{x}/L = 1 - 0.80/20 = 0.96 > 0.90$$

Por lo tanto:

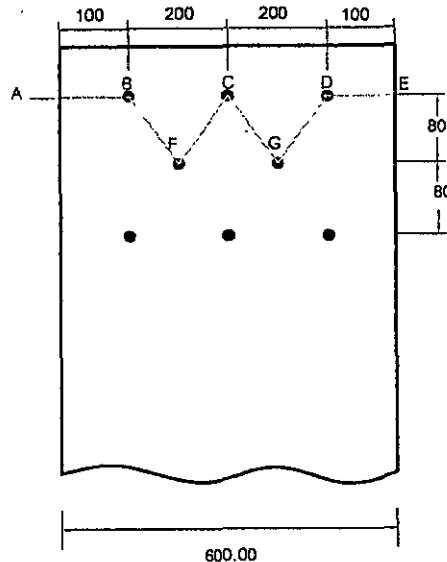
$$U = 0.90$$

$$A_e = 0.90 \times 15.97 = 14.37 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 14.37 \text{ cm}^2 (2.23 \text{ in}^2)$$

(Igual que en el inciso anterior)

Ejemplo. Revisar con las *NTC-RDF- 2004* si la placa de acero *NOM-B-254* (*ASTM A 36*), de 25.4 mm (1") de grueso que se muestra en la figura, es adecuada para resistir las siguientes fuerzas de tensión: carga muerta 80 Ton, y carga viva 120 Ton. Los tornillos son de 25.4 mm (1 in) de diámetro y los agujeros son punzonados. Los esfuerzos de fluencia y de ruptura en tensión del acero, F_y y F_u son 2 530 Kg/cm^2 (250 MPa, 36 ksi) y 4 080 Kg/cm^2 (400 MPa, 58 ksi), respectivamente.



Placa del ejemplo.
Acotaciones en mm

SOLUCIÓN:

En este ejemplo se muestra el diseño de placas en tensión de conexiones atornilladas trabe-columna, no se revisa la resistencia de los tornillos utilizados como elementos de unión.

Acciones de diseño

Las cargas de diseño se obtienen multiplicando las cargas de servicio o de trabajo por los correspondientes factores de carga.

$$P_{u1} = 1.4 D + 1.6L = 1.4 \times 80 + 1.6 \times 120 = 304 \text{ Ton}$$

$$P_{u1} = 304 \text{ Ton}$$

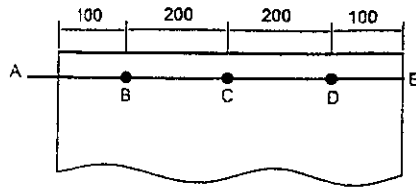
Cálculo del área neta

Hay tres posibles trayectorias de falla: *ABCD*, *ABFCGDE* y *ABFGDE*.

Los agujeros deben considerarse de un diámetro igual a 25.4 + 0.3 mm = 28.4 mm

Los anchos netos correspondientes a los dos casos son los que se indican en la siguiente figura. Todas las dimensiones se expresan en mm.

Trayectoria ABCD:



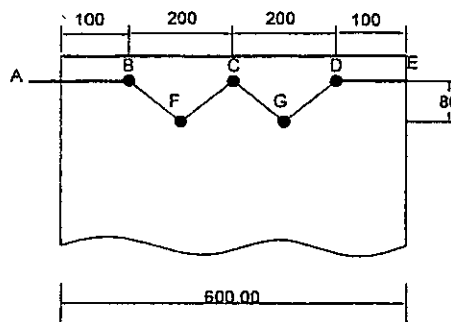
Ancho total
Se descuentan tres agujeros
Ancho neto

$$60.00$$

$$-3 \times 2.84 = -8.52$$

$$\mathbf{51.48 \text{ cm}}$$

Trayectoria ABFCGDE:



Se añade la cantidad $s^2/4g$ para los espacios BF, FC, CG y GD. Es decir:
 $4s^2/4g = s^2/g$

Ancho total
Se descuentan 5 agujeros
Se adiciona el término s^2/g
Ancho neto

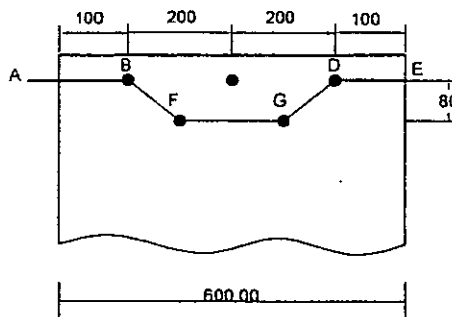
$$60.00$$

$$-5 \times 2.84 = -14.2$$

$$+ 8^2/10 = +6.4$$

$$\mathbf{52.2 \text{ cm}}$$

Trayectoria ABFGDE:



Se añade la cantidad $s^2/4g$ para los espacios BF y GD, es decir: $2s^2/4g = s^2/2g$

Ancho total
Se descuentan 4 agujeros
Se adiciona el término $s^2/2g$
Ancho neto

$$60.00$$

$$-4 \times 2.84 = -11.36$$

$$+ 8^2/2 \times 10 = +3.2$$

$$\mathbf{51.84 \text{ cm}}$$

La trayectoria crítica es la primera, luego:

$$A_n = 51.48 \times 2.54 = 130.76 \text{ cm}^2$$
$$A_n = 130.76 \text{ cm}^2$$

Resistencia de diseño

Estado límite de flujo plástico en la sección total

$$\phi P_n = \phi A_g F_y = 0.90 \times 60 \times 2.54 \times 2.530 \times 10^{-3} = 347 \text{ Ton}$$
$$\phi P_n = 347 \text{ Ton}$$

Estado límite de fractura en la sección neta

$$\phi P_n = \phi A_e F_u = 0.75 \times 130.76 \times 4.100 \times 10^{-3} = 402.0 \text{ Ton}$$
$$\phi P_n = 402 \text{ Ton}$$

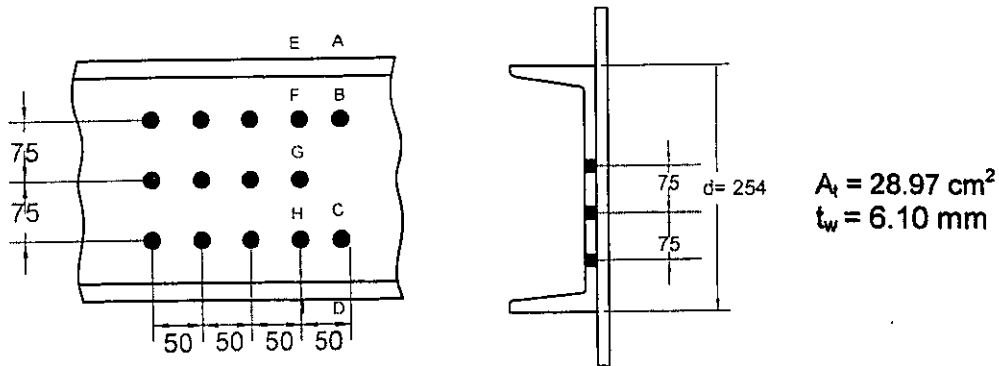
La falla de la placa es por flujo plástico en la sección total. Por lo tanto, la resistencia de diseño es de $\phi P_n = 347 \text{ Ton}$; es crítico el estado límite de flujo plástico en la sección total.

CONCLUSIÓN:

La placa es correcta, ya que:

$$\phi P_n = 347 \text{ Ton} > P_{u1} = 304 \text{ Ton}$$

Ejemplo. Calcular, de acuerdo con NTC-RDF-2004, el área neta crítica de la canal CPS, CE ó C 10x15.30 (254x22.76) que se muestra en la figura. Los agujeros son punzonados y los tornillos son de 19 mm (3/4 in) de diámetro.



$$A_t = 28.97 \text{ cm}^2$$

$$t_w = 6.10 \text{ mm}$$

Canal CPS, CE ó C 254x22.76 (10x15.30)
Acotaciones en mm

SOLUCIÓN:

Hay tres posibles trayectorias de falla: ABCD, ABGCD y EFGHI. Todas las demás trayectorias son repeticiones de las indicadas.

Trayectoria ABCDE

A_t		28.97 cm ²
Se descuentan dos agujeros	$2(1.91 + 0.3)0.61 = - 2.70$	
		26.27 cm²

Trayectoria ABGCD

A_t		28.97 cm ²
Se descuentan tres agujeros	$3(1.91 + 0.3) 0.61 = -4.04$	
Se añade $s^2/4g$ para los espacios BG y GC, $s = 5\text{mm}, g = 7.5 \text{ mm}$	$2(5^2/4 \times 7.5) 0.61 = + 1.02$	
		25.95 cm²

Trayectoria EFGHI

A_t		28.97 cm ²
Se descuentan tres agujeros	$3(1.91 + 0.3)0.61 = -4.04$	
		24.93 cm²

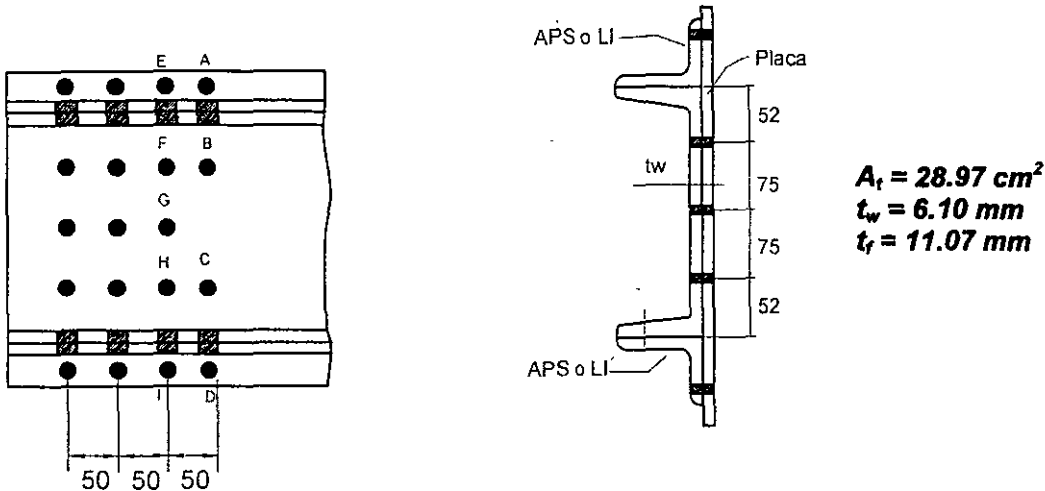
Nótese que en el cálculo de las áreas netas, debido a la presencia de los agujeros, los términos entre paréntesis incluyen el diámetro de los tornillos más 3 mm (1/8"), que es la recomendación estipulada en las normas de diseño.

La trayectoria de falla ABGCD no puede ser crítica, porque en ella se descuentan tres agujeros, y es más larga que la EFGHI, en la que también se descuentan tres agujeros.

La trayectoria crítica es la EFGHI:

$$A_n = 24.93 \text{ cm}^2$$

Ejemplo. Igual que el ejemplo anterior, sólo que la canal está conectada a una placa de conexión y a dos ángulos como se muestra en la figura. Los agujeros son punzonados y los tornillos son de 19 mm (3/4 in) de diámetro.



Canal CPS, CE ó C 254x22.76 (10x15.30)

SOLUCIÓN:

Hay tres posibles trayectorias de falla: *ABCD*, *ABGCD* y *EFGHI*. Todas las demás trayectorias de falla son repeticiones de las indicadas. En la figura siguiente se muestran las trayectorias posibles.

Trayectoria ABCD

A_t	28.97 cm ²
Se descuentan dos agujeros en los patines	$2(1.91 + 0.3)1.11 = -4.91$
Se descuentan dos agujeros en el alma	$2(1.91 + 0.3)0.61 = -2.70$
	21.36 cm²

Trayectoria ABGCD

A_t	28.97 cm ²
Se descuentan 2 agujeros en los patines	$2(1.91 + 0.3) 1.11 = -4.91$
Se descuentan 3 agujeros en el alma	$3(1.91 + 0.3)0.61 = -4.04$
Se añade 2 veces $s^2/4g$ para los espacios BG y GC, $s = 5$ mm y $g = 7.5$ mm	$2(5^2/4 \times 7.5) 0.61 = + 1.02$
	21.05 cm²

Trayectoria EFGHI

A_t	28.97 cm ²
Se descuentan 2 agujeros en los patines	$2(1.91 + 0.3)1.11 = -4.91$
Se descuentan 3 agujeros en el alma	$3(1.91 + 0.3)0.61 = -4.04$
	20.04 cm²

De acuerdo con las *NTC-RDF-2004*, se estudian todas las trayectorias posibles para determinar el área neta crítica, restando en cada caso los diámetros d e todos los agujeros que están en la trayectoria y sumando para cada espacio

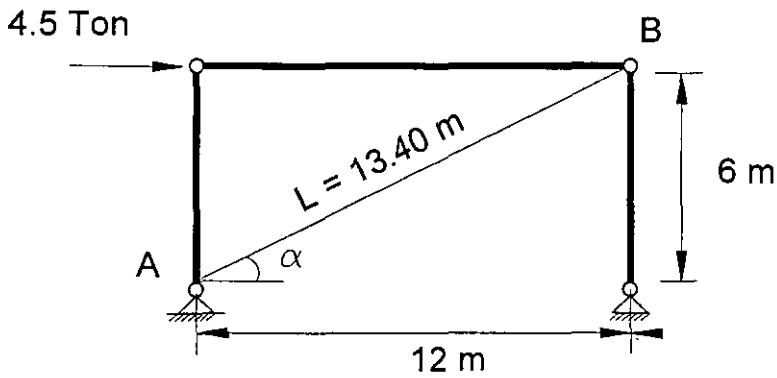
entre ellos la cantidad $s/4g$. Al hacer este cálculo se considera el diámetro de los agujeros 3 mm ($1/8''$) mayor que el de los tornillos.

La trayectoria *ABGCD* no puede ser crítica, porque en ella se descuentan tres agujeros, y es más larga que la *EFGHI*, en la que también se descuentan tres agujeros.

La trayectoria crítica es la *EFGHI*:

$$A_n = 20.04 \text{ cm}^2$$

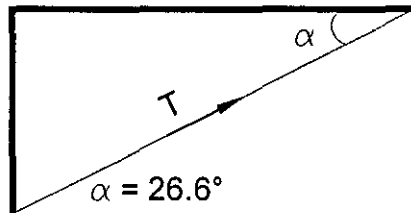
Ejemplo. Como se muestra en la figura siguiente, el miembro AB se usa como diagonal de contraventeo en la estructura articulada para resistir las cargas laterales. Selecciona una barra circular de acero NOM-B-254 (ASTM A36). La carga horizontal de 4.5 Ton es de diseño (está ya factorizada por los factores de carga correspondientes).



Contraventeo en tensión del ejemplo.

SOLUCIÓN:

Cálculo de la fuerza de tensión en el contraventeo:



$$\alpha = \text{Tg}^{-1} 6/12 = 26.6^\circ$$

$$\text{Cos } 26.6^\circ = \frac{4\,500}{T}$$

Luego

$$T = \frac{4\,500}{\text{cos } 26.60} = 5\,060 \text{ Kg}$$

Flujo plástico en la sección total

$$\begin{aligned} \phi P_n &= 0.90 A_g F_y = 5\,060 \\ 0.90 A_g \times 2\,530 &= 5\,060 \end{aligned}$$

$$A_g = \frac{5060}{0.90 \times 2530} = 2.22 \text{ cm}^2 \text{ Rige}$$

Fractura en la sección neta

$$\phi_t P_n = 0.75 A_e F_u = 5060$$

$$0.75 A_e F_u = 5060$$

$$A_g = \frac{5060}{0.75 \times 4100} = 1.65 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 2.22 \text{ cm}^2$$

Se despeja el diámetro de la varilla

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 2.22}{3.1416}} = 1.68 \text{ cm}$$

$$d = 19 \text{ mm (3/4 in)}$$

Revisión de la relación de esbeltez:

$$l/r \leq 300$$

$$r = \text{radio de giro de la varilla} = 0.25d$$

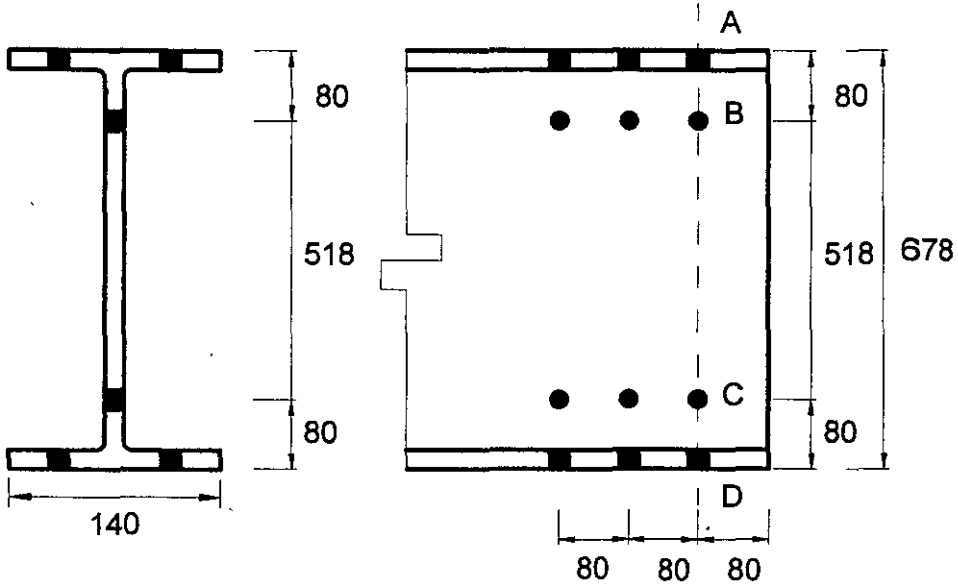
$$r = 0.25 \times 1.91 = 0.48 \text{ cm}$$

Luego:

$$l/r = \frac{1340}{0.48} = 2792 \ggggg 300$$

Las normas de diseño señalan que si el miembro en tensión es una varilla no se pone límite a su relación de esbeltez, pero se recomienda pretensionarla para evitar vibraciones o deformaciones transversales excesivas.

Ejemplo. Calcular el área neta A_n de un perfil IR 686 x 125.6 (27x84) que tiene dos agujeros en cada patín y dos en el alma para tornillos de 25.4 mm (1") de diámetro.



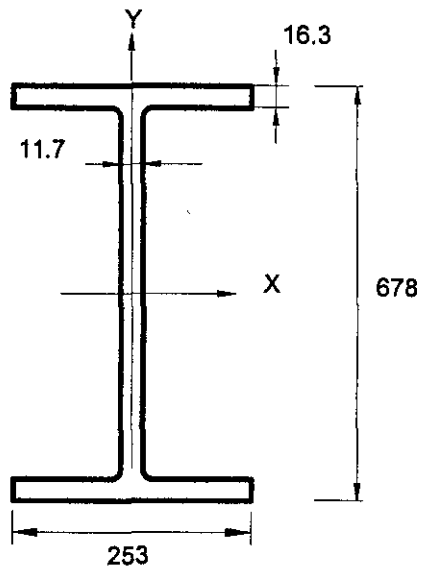
Diámetro máximo de los tornillos en el patín:

28.6 mm (1 1/8 ")

Véanse tablas de dimensiones y propiedades de perfiles, *M-IMCA-2003*, página 70.

$A = 160 \text{ cm}^2$

Diámetro de los agujeros en el alma
 $\phi = 25 \text{ mm (1")}$



Perfil IR a W 686x125.6(27x84)
 Dimensiones en mm

El diámetro de cada agujero se toma igual al diámetro del sujetador mas 3 mm (1/8")

$$\phi_{ag} = 25.4 + 3 = 28.40 \text{ mm} = 2.84 \text{ cm}$$

Separación mínima entre agujeros

La distancia entre centros de agujeros para tornillos, sean estándar, sobredimensionados o alargados, no será, en general, menor que tres veces el diámetro nominal del conector.

Hay tres posibles trayectorias de falla son 1-3, 1-2-3 ó 1-2-4. El diámetro de cada agujero para tornillo se tomará 3 mm mayor que el diámetro de los tornillos.

Trayectoria 1-3

$$b_n = 24.1 - 2(2.2 + 0.3) = 19.1 \text{ cm}$$

Trayectoria 1-2-3 ó 1-2-4

Estas trayectorias de falla no pueden ser críticas, porque en éstas se descuentan tres agujeros, y son más largas que la trayectoria 1-3, en la que se descontaron dos agujeros.

$$a_n = 24.1 - 3(2.2 + 0.3) = + 7.52/(4 \times 6.4) + 7.52/(4 \times 10.9) = 20.1 \text{ cm}$$

El ancho mínimo corresponde a la trayectoria 1-3

Área neta crítica

$$A_n = 19.1 \times 1.3 = 24.83 \text{ cm}^2$$

Cálculo de la resistencia de diseño en tensión

La resistencia de diseño R_t de un miembro en tensión es el menor de los valores correspondientes a los estados límite de flujo plástico en la sección total y de fractura en el área neta.

1. Estado límite de flujo plástico en la sección total:

$$R_t = A_t F_y F_R = 30.65 \times 2\,530 \times 0.90 \times 10^{-3} = 69.8 \text{ Ton}$$

2. Estado límite de fractura en la sección neta:

$$R_t = A_e F_u F_R = 24.83 \times 4\,080 \times 0.75 \times 10^{-3} = 76.0 \text{ Ton}$$

De acuerdo con la Sección 2.1.3 el área neta efectiva A_e es igual al área neta A_n .

La resistencia de diseño de **69.8 Ton**; es crítico el estado límite de flujo plástico en la sección total.

Como primer paso en la determinación de la resistencia de diseño podría investigarse el modo de falla, y después se utilizaría sólo la ecuación correspondiente:

$$A_e/A_t = 24.83/30.65 = 0.81; \quad 1.20 F_y/F_u = 1.2 \times 2\,530/4\,080 = 0.74$$

Como $A_e/A_t = 0.81 > 1.20 F_y/F_u = 0.74$ el estado límite es de flujo plástico en la sección total.

En problemas de diseño se deben determinar las dos resistencias, y se toma la menor de ellas como resistencia de diseño en tensión.

$$S_{\min} = 3\phi$$

$$S_{\min} = 3(2.54) = 7.62 \longrightarrow 8 \text{ cm}$$

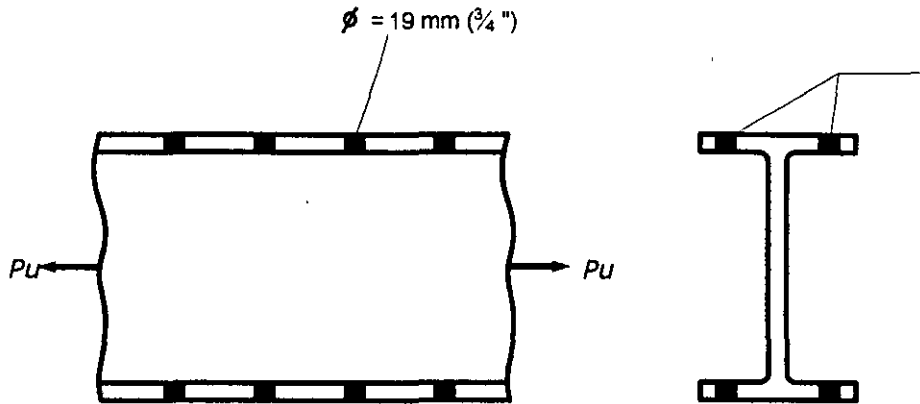
Trayectorias de falla

Se analizará la trayectoria ABCD, que es normal a la dirección de la carga. Se descuentan 4 agujeros en el patín y dos en el alma.

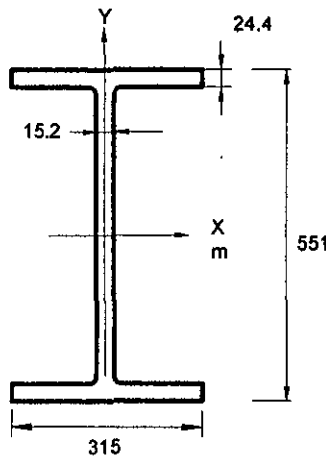
$$A_n = 160 - 4 \times 1.63 \times 2.84 - 2 \times 1.17 \times 2.84$$
$$A_n = 160 - 2 \times 2.84 (2 \times 1.63 + 1.17) = 134.84 \text{ cm}^2$$

$$A_n = 134.83 \text{ cm}^2 \quad (20.90 \text{ in}^2)$$

Ejemplo. Determinar, utilizando las *NTC-2004*, la resistencia de diseño a tensión de un perfil IR 553 x 181.80 (21x122), de acero *NOM-B-254 (ASTMA- A36, $F_y = 2\ 530\ Kg/cm^2$, $250\ MPa$, $36\ ksi$ y $F_u = 4\ 100\ Kg/cm^2$, $400\ MPa$, $58\ ksi$) si tiene dos líneas de tornillos de 19 mm (3/4") en cada patín (tres tornillos en cada línea). Ignore la resistencia del bloque de cortante.*



SOLUCIÓN:



$$A = 231.60\ cm^2$$

$$TMC = 1\ \frac{1}{8} \geq \frac{3}{u}$$

Propiedades Geométricas de la sección
Acotaciones en mm

Estado límite de flujo plástico en la sección total

$$\phi = 19 + 3 = 22\ mm$$

$$R_t = F_R F_y A_t$$

$$R_t = 0.90 \times 2\ 530 \times 231.60 \times 10^{-3}$$

$$R_t = 527.4\ Ton$$

Estado límite de fractura en el área neta efectiva

$$R_t = F_R F_u A_e$$

$$A_e = U A_n$$

$$A_n = [231.60 - 4 \times 2.2 \times 2.44] = 210.13 \text{ cm}^2$$

Determinación del coeficiente de reducción U

En vez de calcular U con la ecuación (2.4), puede utilizarse los valores alternos indicados en los incisos 1 a 4 del artículo 2.1.3 de las *NTC-RDF-2004*.

Cuando:

$$bf \geq \frac{2}{3} d, U = 0.90$$

$$b_f = 315 \text{ mm} \leq 0.67 \times 55.1 = 369 \text{ mm}$$

Como no se cumple la condición anterior, se toma $U = 0.85$

Luego:

$$A_e = 0.85 \times 210.13 = 178.61 \text{ cm}^2$$

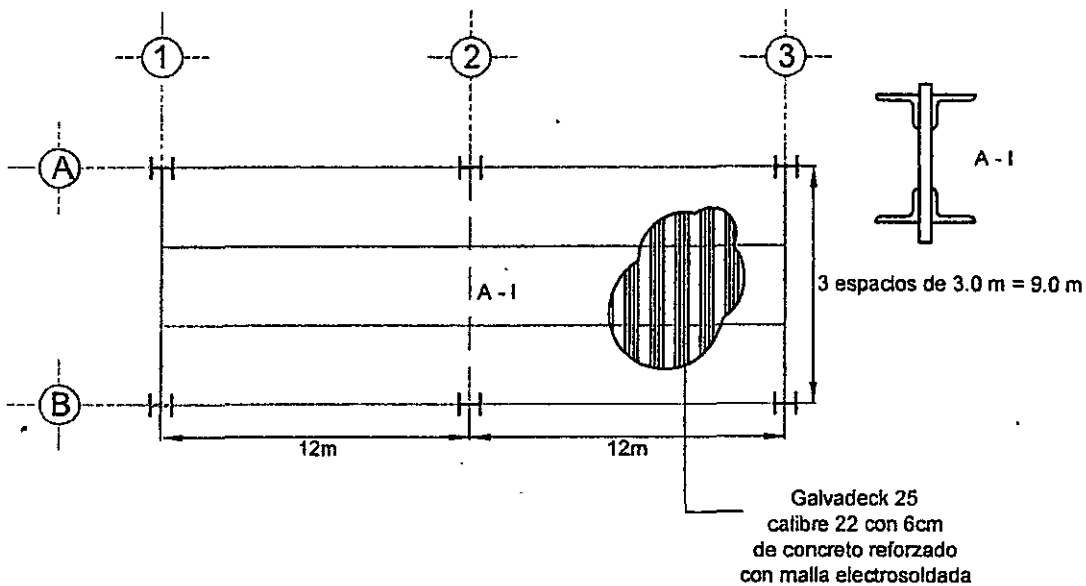
$$R_t = 0.75 \times 4 \times 100 \times 178.61 \times 10^{-3}$$

$$R_t = 549.2 \text{ Ton}$$

Rige la menor resistencia de las obtenidas anteriormente.

$$R_t = 527.4 \text{ Ton} \quad (1 \ 162 \text{ klb})$$

Ejemplo. Diseñar, con las especificaciones *AISC-LRFD-1999* y por carga vertical exclusivamente, los miembros en tensión de una armadura libremente apoyada *tipo Pratt* que salva un claro de 9.0 y que soporta dos vigas secundarias de un sistema de piso compuesto acero-concreto como se muestra en la figura. El acero es *NOM-B-254 (ASTM A 36)*, los esfuerzos de tensión y de ruptura son respectivamente, $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ (250 MPa ó 36 ksi) y $F_u = 4\,080\text{ Kg/cm}^2$ (400 MPa ó 58 ksi). Seleccionar dos ángulos de lados iguales *APS ó LI* en espalda para los miembros de la armadura. Suponga que las conexiones son soldadas. No revisar las relaciones de esbeltez.



Planta típica de un sistema de piso de un edificio de acero

SOLUCIÓN:

Análisis de cargas

Carga muerta

Las cargas muertas verticales que se considerarán para el diseño de la armadura son las siguientes

Galvadeck 25, lámina acanalada cal. 22 y concreto de 6 cm de grueso	220 Kg/m ²
Piso terminado	60
Instalaciones	40
Muros divisorios no estructurales (Tablaroca o similar)	45
Carga adicional por reglamento	40
Peso propio de la armadura	15
Carga muerta total	420 Kg/m²

Carga viva

De acuerdo con el uso de la cubierta, se considerará una carga viva de 250 Kg/m²

Carga total de servicio o de trabajo **670 Kg/m²**

Cargas sobre la armadura.

La armadura soporta dos cargas concentradas P , que son las reacciones de las vigas secundarias que se apoyan en los tercios de su claro. Son dos vigas libremente apoyadas a cada lado de la armadura A-1, como se muestra en la planta del sistema de piso. El ancho tributario de las vigas secundarias es 3.0 m, que corresponde a la separación centro a centro de éstas, y tienen un claro de 12.0 m.

Determinación de las cargas en la armadura

Carga muerta:

$$P = (\text{Carga de servicio})(\text{Área tributaria})$$

Área tributaria = Ancho tributario x Claro de las vigas secundarias

$$P_D = 0.42 \times 3.0 \times 12.0 = 15.12 \text{ Ton}$$

Carga viva:

$$P_L = 0.25 \times 3.0 \times 12.0 = 9.0 \text{ Ton}$$

Combinaciones de cargas:

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 15.12 + 1.6 \times 9 = 32.54 \text{ Ton}$$

$$P_u = 32.54 \text{ Ton}$$

Se aplicaron los factores de carga 1.2 y 1.6, que incluyen cargas muerta y viva.

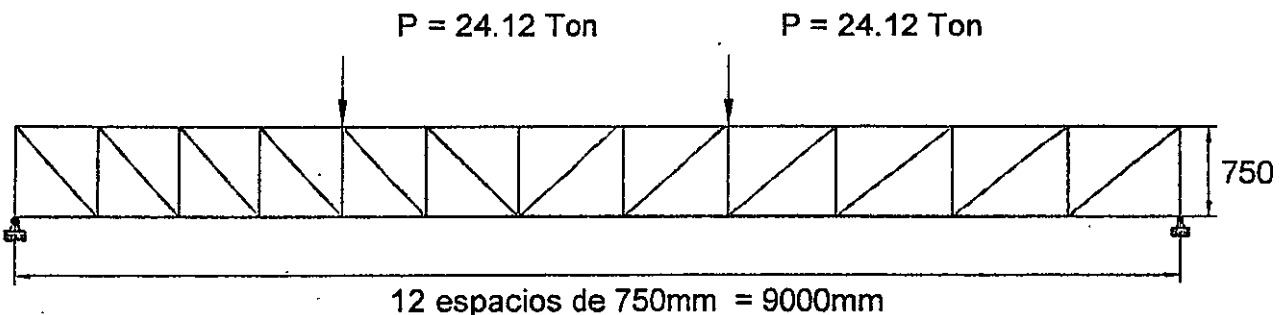
Geometría de la armadura

De acuerdo con el enunciado del problema, se propone una armadura tipo Pratt.

Peralte de la armadura:

$$H = \text{Claro}/12 = 9.0/12 = 0.75 \text{ m}$$

Se proponen 12 tableros de 75° mm cada uno = $12 \times 0.75 = 9.0$ m, por lo que las diagonales de la armadura quedan dispuestas a 45°.



Armadura tipo Pratt
Cargas y dimensiones

Determinación de las fuerzas internas en la armadura.

Por simetría de cargas y de geometría, las reacciones en los apoyos de la armadura son iguales

$$R_A = R_B = 32.54 \text{ Ton}$$

La compresión en la cuerda superior y tensión en la cuerda inferior de la armadura valen:

$$C \text{ ó } T = M_{\text{máx}}/H$$

$$M_{\text{máx}} = R_a \times 4 \text{espacios de } 0.75 \text{ m} = 32.54 \times 3.0 = 97.62 \text{ T-m}$$

$$C \text{ ó } T = 97.62/0.75 = 130.2 \text{ Ton}$$

Para determinar las tensiones en las diagonales se traza el diagrama de cuerpo libre del nudo B y se establecen las ecuaciones de equilibrio:

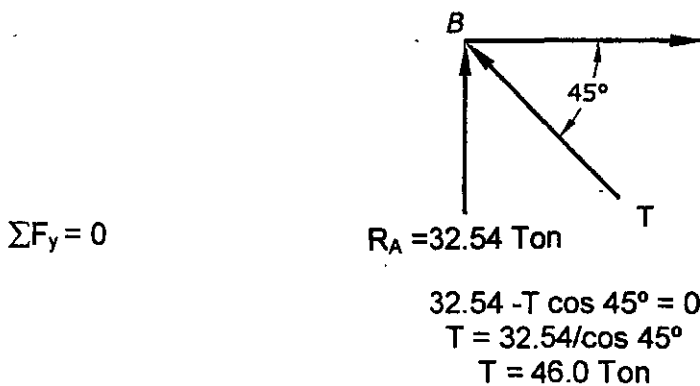
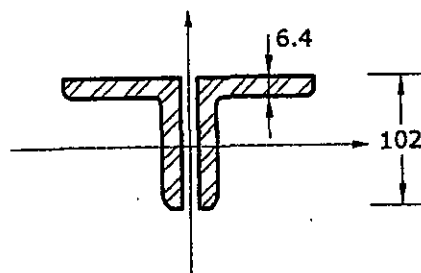


Diagrama de cuerpo libre nudo B

En este ejemplo se mostrará exclusivamente el diseño de las diagonales y de la cuerda inferior que trabaja en tensión.

Diagonales: $T_u = 46.0 \text{ Ton}$ (tensión de diseño)

Se proponen dos ángulos de lados iguales APS ó LI 102x6.4 (4x1/4), que tienen las siguientes dimensiones y propiedades geométricas: $A = 2 \times 12.52 = 25.04 \text{ cm}^2$



2 LI 102x 6.4 (4x1/4")

De acuerdo con las AISC-LRFD-1999, deberán investigarse los dos estados límite siguientes:

1. Estado límite de flujo plástico en la sección total

$$\phi P_n = \phi P A_g F_y = 0.90 \times 25.04 \times 2530 \times 10^{-3} = 57 \text{ Ton}$$

$$\phi P_n = 57 \text{ Ton} > T_u = 46 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

2. Estado límite de fractura en la sección total

Como la conexión es soldada, no hay reducción del área total del miembro formado por los dos ángulos. Es decir:

$$A_n = U A_g$$

$$A_n = 0.85 \times 25.04 = 21.28 \text{ cm}^2$$

$$\phi P_n = \phi A_n F_u = 0.75 \times 10^{-3} \times 21.28 \times 4100 = 65.45 \text{ Ton} > T_u = 46 \text{ Ton}$$

La menor de las dos resistencias calculadas anteriormente es la de diseño.

$$\phi P_n = 57 \text{ Ton} > T_u = 46 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

Cuerda inferior.

Se escogen dos ángulos APS ó LI 102x 13 mm (4x 5/8 in), que tienen $A = 2 \times 29.74 = 59.48 \text{ cm}^2$

Tensión de diseño

$$T_u = 130.2 \text{ Ton}$$

1. Estado límite de flujo plástico en la sección total

$$\phi P_n = \phi P A_g F_y = 0.90 \times 59.48 \times 2530 \times 10^{-3} = 135.4 \text{ Ton}$$

2. Estado límite de fractura en la sección neta

$$\phi P_n = \phi A_n F_u = 0.75 \times 59.48 \times 4080 \times 10^{-3} = 182 \text{ Ton}$$

Rige la menor resistencia de diseño:

$$\phi P_n = 135.4 \text{ Ton} > T_u = 130.2 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

En conexiones soldadas, siempre gobernará el estado límite de flujo plástico en la sección total, ya que

$$A_n/A_t = 0.85 A_g/A_t = 0.85; \quad 1.20 F_y/F_u = 1.2 \times 2530/4080 = 0.74$$

$$A_n/A_t = 0.85 > 1.20 F_y/F_u = 0.74$$

CONCLUSIÓN:

Diagonales: 2APS ó LI 102x13mm (4x1/4"), NOM-B-254 (ASTM A36)

Cuerda inferior: 2APS ó LI 102 x 16 mm (4x 5/8"), mismo tipo de acero.

Ejemplo ARM-2. Diseñar, con las normas *AISC-LRFD-1999* y seleccionando un ángulo de lados iguales APS o LI, de acero *NOM-B-254* o *ASTM A36* ($F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$, 250 MPa o 36 ksi y $F_u = 4\,100\text{ Kg/cm}^2$, 450 MPa o 58 ksi), la diagonal en tensión BJ de la armadura de cuerdas paralelas tipo *Pratt* que se muestra en la figura. La diagonal está sujeta a una carga axial de trabajo de 10 Ton de carga muerta y 2.5 Ton de carga viva. En la conexión de la diagonal con la cuerdas de la armadura se utilizarán tres tornillos de alta resistencia *ASTM A325* (*NOM-H-124*) de 19.1 mm (3/4 in) de diámetro, los que se consideran en el ejemplo que son adecuados para transmitir la carga de diseño.

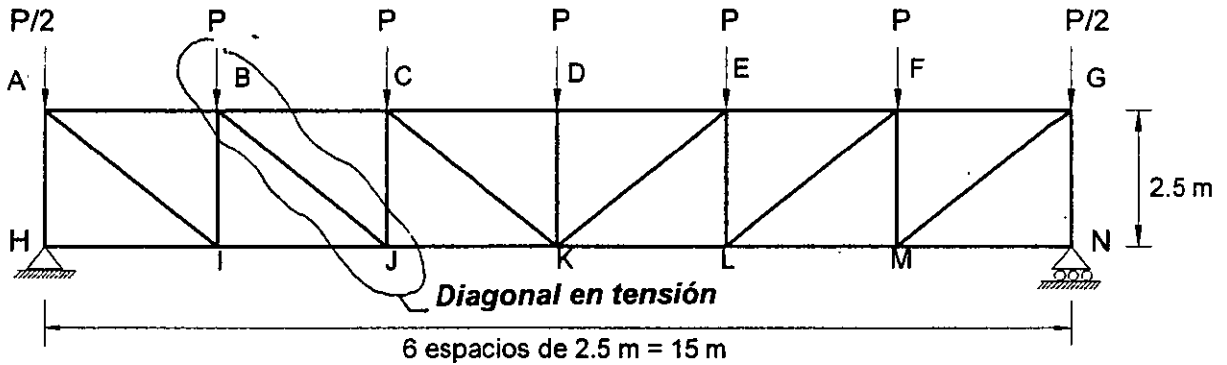


Fig. Armadura. Dimensiones generales de la armadura

SOLUCIÓN:

Cargas nominales o de servicio:

Acciones de diseño:

Se obtienen multiplicando las cargas nominales por los factores de carga correspondientes. Como solamente obran cargas muertas y vivas en la armadura, de acuerdo con la sección A4 del M-AISC-2001, las combinaciones de carga y cargas factorizadas que deben considerarse son:

$$1.4D = 1.4 \times 10 = 14\text{ Ton} \quad (A4-1)$$

$$1.2D + 1.6L = 1.2 \times 10 + 1.6 \times 2.5 = 16\text{ Ton} \quad (A4-2)$$

Rige la segunda combinación.

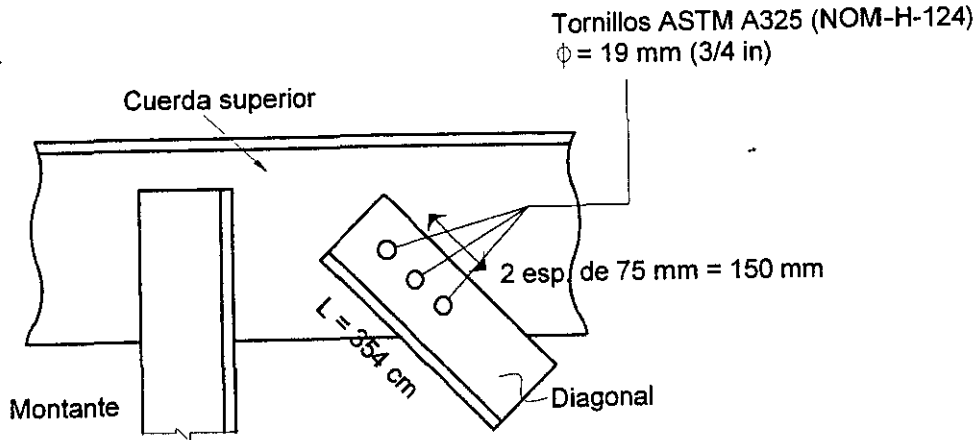
Las cargas de diseño son de 16 Ton en cada nudo intermedio y 8 Ton en los extremos. En la siguiente figura se indican las fuerzas producidas por las cargas de diseño. La diagonal BJ está sometida a una fuerza de tensión de 33.9 Ton. La unión de este miembro con las cuerdas es atornillada, de manera que deberá calcularse el área efectiva considerando los agujeros necesarios para hacer la conexión.

La diagonal se diseñará con la siguiente información:

Carga de diseño $P_u = 34 \text{ Ton}$

Longitud $L = 354 \text{ cm}$

Longitud de la conexión en dirección de la carga = 2 esp. de 75 mm = 150 mm



Detalle de la diagonal

Fig. Diagonal en tensión del ejemplo
Acotaciones en mm.

Revisión de la separación mínima entre sujetadores y distancia al borde.

La distancia entre los centros de los agujeros estándar para sujetadores, no será menor que 3 veces el diámetro nominal del sujetador. Para tornillos de 19.1 mm (3/4 in) de diámetro:

$$s_{\min} \geq 3d = 3 \times 19.1 \text{ mm} = 57.3 \text{ mm}$$
$$s = 75 \text{ mm} > 57.3 \text{ mm} \text{ Correcto}$$

La distancia desde el centro de un agujero estándar al borde de una parte conectada, no será menor que el valor dado en la *Tabla J3.4M* de las normas *AISC-LRFD-1999*.

Para tornillos de 19.1 mm (3/4 in) y bordes laminados de placas, perfiles, barras o bordes cortados con gas, en la *Tabla J3.4M* se indica una distancia mínima al borde de 25 mm (1 in). En el detalle de la conexión esta distancia es de 40 mm.

1. Revisión por estados límite de falla y de servicio

De acuerdo con el diseño por factores de carga y resistencia, en el diseño de miembros en tensión deberán revisarse los siguientes estados límite:

Estados límite de falla:

- Flujo plástico en la sección total
- Fractura en el área neta
- Ruptura por cortante y tensión combinados(block shear rupture)

Estado límite de servicio:

- Vibraciones

Estado límite de flujo plástico en la sección total

$$\phi_t P_n = \phi_t F_y A_g \quad (D1-1)$$

Estado límite de fractura en la sección neta

$$\phi_t P_n = \phi_t F_u A_e \quad (D1-2)$$

Estado límite de ruptura en bloque por cortante y tensión

En el estado límite de ruptura en bloque por cortante y tensión la resistencia es igual a la suma de las resistencias de ruptura en una o más trayectorias de cortante y la resistencia a la ruptura en tensión en un segmento perpendicular a ellas. Debe revisarse este estado límite en la conexión de la diagonal en tensión con las cuerdas de las armaduras.

La resistencia por ruptura del bloque por cortante y tensión, se determina con las expresiones (J4-3a) y (J4-3b) de las normas AISC-LRFD:

a) Cuando:

$$F_u A_{nt} > 0.6 F_u A_{nv}$$

$$\phi R_n = \phi [0.6 F_y A_{gv} + F_u A_{nt}] \leq \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad (J4-3a)$$

b) Cuando:

$$F_u A_{nt} < 0.6 F_u A_{nv}$$

$$\phi R_n = \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_y A_{gt}] \leq \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad (J4-3b)$$

En las expresiones anteriores:

A_{gt} = área total que trabaja en tensión, cm^2

A_{nv} = área neta en cortante, cm^2

A_{nt} = área neta en tensión, cm^2

A_{gv} = área total que trabaja en cortante, cm^2

ϕ = factor de reducción de resistencia = 0.75 (adimensional)

b = longitud que trabaja en cortante, cm

s = longitud que trabaja en tensión, cm

t = grueso del ángulo, cm

$$A_{gt} = st$$

$$A_{gv} = bt$$

Las ecuaciones (J4-3a) y (J4-3b) cumplen la filosofía del diseño de miembros en tensión, en el que se utiliza la sección total para verificar el *estado límite de flujo plástico* y la neta para el *estado límite de fractura*.

2. Revisión por estados límite de servicio. Vibraciones.

La relación de esbeltez L/r de miembros en tensión puede tener cualquier valor, pero conviene que no sea mayor de 240 en miembros principales, ni de 300 en contraventeos y otros miembros secundarios, especialmente cuando están sometidos a cargas que pueden ocasionar vibraciones.

Se revisará la relación de esbeltez del miembro de acuerdo con el siguiente límite,

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_{\max} \leq 300$$

La secuela de diseño de la diagonal consistirá en:

1. Seleccionar un ángulo con base los estados límite de flujo plástico en la sección total, fractura en la sección neta y el estado límite de servicio (vibraciones).
2. Revisión del ángulo con base en el estado límite de ruptura en bloque por cortante y tensión.

Cálculo de las áreas necesarias:

Por flujo plástico en la sección total:

$$A_g = \frac{P_u}{\phi F_y} = \frac{34 \times 10^3}{(0.9)(2530)} = 14.93 \text{ cm}^2$$

Por fractura en la sección neta:

$$A_e = \frac{P_u}{\phi F_u} = \frac{34 \times 10^3}{(0.75)(4080)} = 11.11 \text{ cm}^2$$

Cálculo del área neta efectiva

Cuando la carga de tensión se transmite únicamente por sujetadores:

$$A_e = A_n U \quad (\text{B3-1})$$

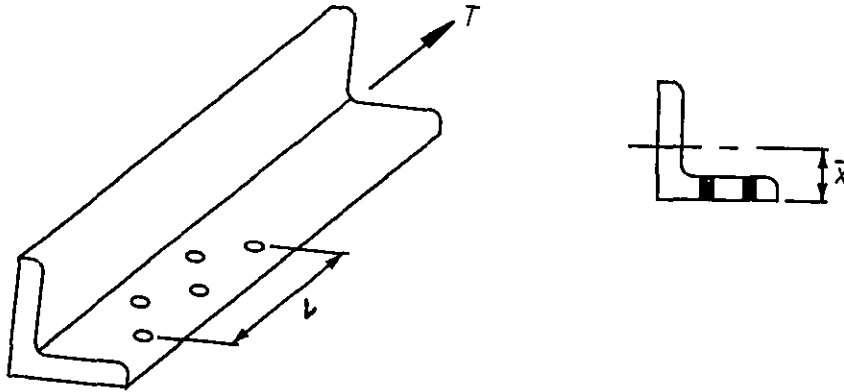
Coefficiente de reducción del área, U

$$U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \leq 0.90$$

donde:

\bar{x} = excentricidad de la conexión (distancia del centroide del miembro al plano en que se transmite la fuerza cortante. Su valor se toma de las tablas de dimensiones de perfiles estructurales laminados.

L = longitud de la conexión en la dirección de la carga = $2 \times 7.5 = 15$ cm. Véase detalle de conexión de la diagonal.



Excentricidad \bar{x} en ángulos

La longitud L depende del número de sujetadores requeridos para desarrollar la fuerza de tensión y el número de sujetadores a su vez depende de las propiedades mecánicas del miembro y de la capacidad de los sujetadores.

Suponiendo $U = 0.85$

$$A_e = 0.85A_n$$

Se igualan las expresiones anteriores y se despeja A_n

$$A_e = 11.11 \text{ cm}^2$$

$$0.85A_n = 11.11 \text{ cm}^2$$

$$A_n = \frac{11.11}{0.85} = 13.07 \text{ cm}^2$$

$$A_g = A_n + \sum dt = 13.07 + \sum dt$$

El diámetro del agujero necesario para colocar un tornillo de 1.91 cm es 1.91 más 0.15; para calcular el área neta, ese diámetro se aumenta en 0.15 cm adicionales.

$$d = (1.91 + 2 \times 0.15) = 2.21 \text{ cm}$$

$$A_g = 13.07 + 2.21t$$

Por lo tanto la sección total requerida por fractura en el área neta efectiva depende del grueso del ángulo t .

Radio de giro mínimo

La relación de esbeltez máxima de miembros en tensión se limita r_{min} a 300. (El factor de longitud efectiva para miembros en tensión es igual a la unidad).

$$\text{Por lo tanto: } \left(\frac{L}{r}\right)_{min} = 300$$

$$r_{min} = \left(\frac{L}{300}\right) = \frac{(354)}{300} = 1.18 \text{ cm}$$

$$r_{min} = 1.2 \text{ cm}$$

Selección preliminar de ángulos de lados iguales y desiguales APS o LI y APS o LD.

Se procede a seleccionar perfiles en forma preliminar, utilizando las tablas de dimensiones y propiedades de perfiles estructurales laminados, *M-AISC-ASD-1989*, *M-AHMSA*, *M-IMCA*, etc.

Tabla. Selección de ángulos APS, LI o LD

Designación Tamaño x espesor mm x mm (in x in)	Grueso del ángulo t (mm)	Área total teórica $A_g = 13.07 + 2.22t$ (cm ²)	A_g Área total real (cm ²) M-IMCA	Radio de giro r (eje Z-Z) M-IMCA (cm)	x M- IMCA (cm)	Coefficiente de reducción $U = 1 - \frac{\bar{x}}{L}$ $U = 1 - \frac{x}{15}$	Relación de esbeltez $(L/r) =$ $354/r_{min}$
LI 76x13 (3x1/2)	12.7	15.88	17.74	1.47 > 1.2	2.36	0.84	241
LI 102x8 (4x5/16)	7.9	14.82	15.48	2.00 > 1.2	2.84	0.81	177
LD 102x76x10 (4x3x3/8)	9.5	15.17	16.00	1.62 > 1.2	1.98	0.87	219

A continuación se revisa cada uno de los perfiles seleccionados según los tres estados límite de falla indicados anteriormente.

Ángulo APS o LI 76 x 13 mm (3x1/2 in)

Flujo plástico en la sección total

$$\phi P_n = \phi F_y A_g$$

$$\phi P_n = 0.9 \times 2.53 \times 17.74 = 40.4 \text{ Ton}$$

$$\phi P_n = 40.4 \text{ Ton} > P_u = 34 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

Fractura en la sección neta

$$\phi P_n = \phi F_u A_e$$

$$A_n = A_g - dt = 17.74 - 2.21 \times 1.27 = 14.93 \text{ cm}^2$$

$$A_e = U A_n = 0.84 \times 14.93 = 12.54 \text{ cm}^2$$

$$\phi P_n = 0.75 \times 4.08 \times 12.54 = 38.4 \text{ Ton}$$

$$\phi P_n = 38.4 \text{ Ton} > P_u = 34 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

Revisión por cortante y tensión combinados

A cortante. En el cálculo del área neta deben descontarse 2.5 agujeros en la longitud de cortante (b).

$$0.6 F_u A_{nv} = 0.6 \times 17.11 \times 4.08 = 41.8 \text{ Ton}$$

$$A_{nv} = [(15 + 4) - 2.5 \times 2.21] \times 1.27 = 17.11 \text{ cm}^2$$

A tensión:

Al determinar el área neta debe descontarse 0.5 agujeros en la longitud a tensión (s).

$$A_{nt} = [(7.6 - 4.5) - 0.5 \times 2.21] \times 1.27 = 2.53 \text{ cm}^2$$

$$F_u A_{nt} = 4.08 \times 2.53 = 10.3 \text{ Ton}$$

$$F_u A_{nt} = 10.3 \text{ Ton} < 0.6 F_u A_{nv} = 41.8 \text{ Ton}$$

Por lo tanto, se utiliza la ecuación (J4-3b)

$$\phi R_n = \phi (0.6 F_u A_{nv} + F_y A_{gt}) \leq \phi (0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}) \quad (\text{J4-3b})$$

$$\text{Con: } A_{gt} = (7.6 - 4.5) \times 1.27 = 3.94 \text{ cm}^2$$

$$\phi R_n = 0.75 (41.8 + 2.53 \times 3.94) = 38.8 \text{ Ton} > P_u = 34 \text{ Ton}$$

$$\phi R_n = 0.75 (41.8 + 10.3) = 39 \text{ Ton} > P_u = 34 \text{ Ton}$$

El perfil propuesto APS o LI 76 x 13 mm (3x1/2 in) es correcto.

Ángulo APS o LI 102 x 8 mm (4x5/16 in)

Se procede de manera similar, deben investigarse los estados límite de falla indicados.

Flujo plástico en la sección total

$$\phi P_n = 0.9 \times 2.53 \times 15.48 = 35.2 \text{ Ton}$$

$$\phi P_n = 35.2 \text{ Ton} > P_u = 34 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

Fractura en la sección neta

$$A_n = A_g - dt = 15.48 - (2.21)(0.79) = 13.73 \text{ cm}^2$$

$$A_e = U A_n = (0.81)(13.73) = 11.12 \text{ cm}^2$$

$$\phi P_n = \phi F_u A_e = 0.75 \times 4.08 \times 11.12 = 34.02 \text{ Ton}$$

$$\phi P_n = 34.02 \text{ Ton} = P_u = 34 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

Por lo tanto el ángulo APS o LI 102 x 8 mm (4x5/16 in) ensayado es correcto para los dos estados límite correspondientes.

Revisión por bloque de cortante

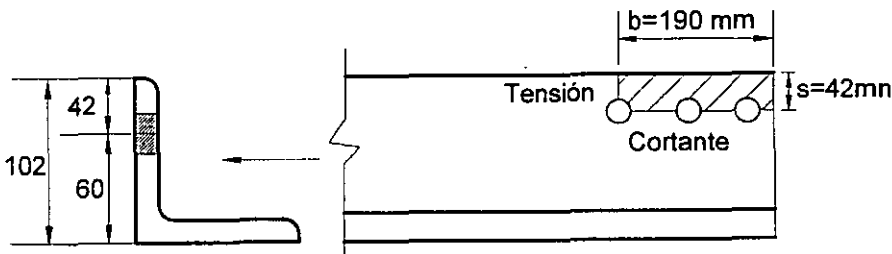


Fig. Superficies de ruptura por cortante y tensión combinadas
Véase Pág. 48, M-IMCA-VI

A cortante

Se descuentan 2.5 agujeros en la longitud de cortante (b)

$$A_{nv} = [(15 + 4) - 2.5 \times 2.21] 0.79 = 10.65 \text{ cm}^2$$

$$0.6 F_u A_{nv} = 0.6 \times 4.08 \times 10.65 = 26.07 \text{ Ton}$$

A tensión

Se descuentan 0.5 agujeros en la longitud de tensión

$$A_n = [(10.2 - 6) - 0.5 \times 2.21] 0.79 = 2.45 \text{ cm}^2$$

En la ecuación anterior, el tamaño del ángulo es 102 mm y su gramil 60

$$F_u A_n = 4.08 \times 2.45 = 10 \text{ Ton}$$

$$0.6 F_u A_{nv} = 26.07 \text{ Ton} > F_u A_n = 10 \text{ Ton}$$

Por lo tanto, la resistencia de diseño se determina con la ecuación (J4-3b)

$$\phi R_n = \phi [0.6F_u A_{nv} + F_y A_{gt}] \leq \phi [0.6F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad (J4-3b)$$

$$A_{gt} = 4.2 \times 0.79 = 3.32 \text{ cm}^2$$

$$\phi R_n = \phi [0.6F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] = 0.75 [26.07 + 10] = 27.1 \text{ Ton}$$

$$\phi R_n = 27.1 \text{ Ton} < P_u = 34 \text{ Ton} \quad \text{No cumple}$$

El perfil APS o LI 102 x 8 mm (4x5/16 in) es incorrecto.

Ángulo APS o LD x 102 x 76 x 10 (4x3x3/8 in)

Flujo plástico en la sección total

$$\phi P_n = 0.9 \times 2.53 \times 16 = 36.4 \text{ Ton} > P_u = 34 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

Fractura en la sección neta

$$A_n = 16 - 2.21 \times 0.95 = 13.90 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 0.87 \times 13.90 = 12.09 \text{ cm}^2$$

$$\phi P_n = 0.75 \times 4.08 \times 12.09 = 37 \text{ Ton} > P_u = 34 \text{ Ton}$$

Para minimizar los efectos de "rezago por cortante" (*shear lag*), se conecta el ángulo por su lado mayor (102 mm o 4 in). Como los gramiles son función de la dimensión del lado, el gramil para este ángulo es el mismo que para el APS o LI 102 x 8 mm (4x5/16 in). Por lo tanto las dimensiones necesarias para la revisión del estado límite de ruptura en bloque por cortante y tensión son las mismas, variando solamente el grueso del perfil. Consecuentemente, la resistencia por bloque de corte para este caso está dada por:

$$\phi R_n = (0.95 / 0.79)(27.1) = 1.20 \times 27.1 = 32.6 \text{ Ton}$$

El factor 1.20 es el cociente de los espesores de los dos ángulos.

Como:

$$\phi R_n = 32.6 \text{ Ton} < P_u = 34 \text{ Ton}$$

El perfil es incorrecto por bloque de cortante. Sin embargo, si se aumenta la longitud del bloque de cortante (ya que la diferencia entre ϕR_n y P_u no es muy grande, es igual a 1.4 Ton), el perfil puede ser adecuado.

El aumento en la longitud del bloque de cortante está dado por la siguiente expresión:

$$\Delta L = \frac{(34 - 32.6)10^3}{(0.75)(0.95)(\times 4080)} = 0.48 \text{ cm} \Rightarrow 10 \text{ mm}$$

La longitud del plano de cortante quedaría de 20 cm en lugar de 19 cm. Se aumentaría 10 mm la distancia al borde, es decir, pasaría de 40 a 50 mm.

En la siguiente tabla se indican los resultados obtenidos

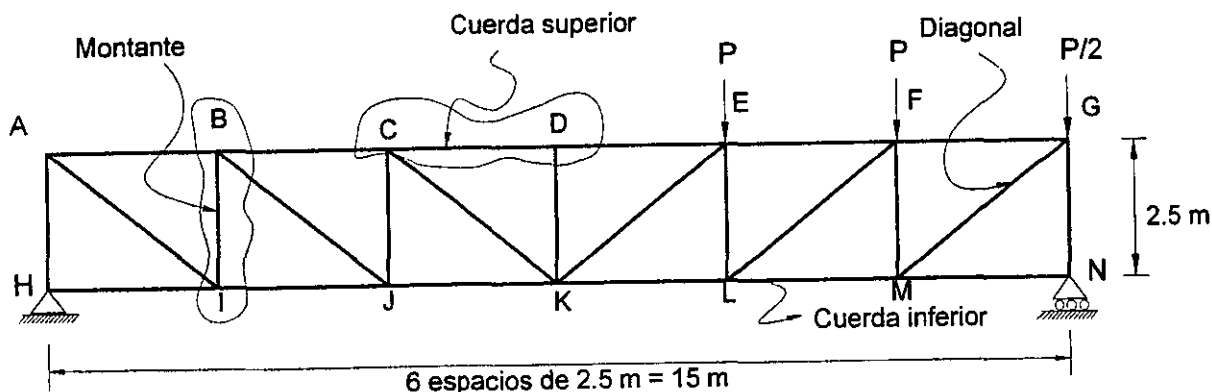
Tabla. Resistencias de diseño

Ángulo APS, LI ó LD <i>Tamaños x espesor</i> <i>mmxmmxmm</i> <i>(inxinxin)</i>	Peso <i>(Kg/m)</i>	Área <i>(cm²)</i>	Flujo plástico <i>en la sección</i> total <i>(Ton)</i>	Fractura en la <i>sección neta</i> (Ton)	Ruptura en <i>bloque de</i> cortante y <i>tensión</i> (Ton)
76 x 13 (3x1/2)	13.99	17.74	40.4 > P _u = 34	38.4 > P _u = 34	39 > P _u = 34
102x8 (4x 5/16")	12.20	15.48	35.2 > P _u = 34	34 = P _u = 34	27.1 < P_u = 34 Incorrecto
102 x 76 x 10 (4x3x3/8)	12.65	16.0	36.4 > P _u = 34	37 > P _u = 34	34 = P _u = 34

CONCLUSIÓN:

La solución más económica consiste en utilizar un ángulo de lados desiguales APS ó LD 102x76x10 mm (4x3x3/8 in) de acero NOM-B-254 (ASTM -A36), que tiene un peso de 12.65 Kg/m.

Ejemplo ARM-3. Diseñar, con las especificaciones *AISC-LRFD-1999 (M-AISC-LRFD-2001)* y seleccionando ángulos de lados iguales y desiguales de acero *NOM-B-254 (ASTM A36)*, el montante BI y la cuerda superior de la armadura tipo Pratt del ejemplo , que se reproduce en la siguiente figura. Los ángulos de las cuerdas están unidos entre sí en los nudos y en los puntos medios de todos los tableros. Las secciones extremas (apoyos) y media de la armadura están soportadas lateralmente. Las cargas nominales o de servicio que obran son la armadura son D (carga muerta)= 5 Ton y L (carga viva)= 6.4 Ton.



Armadura del ejemplo.

SOLUCIÓN:

Cargas de diseño:

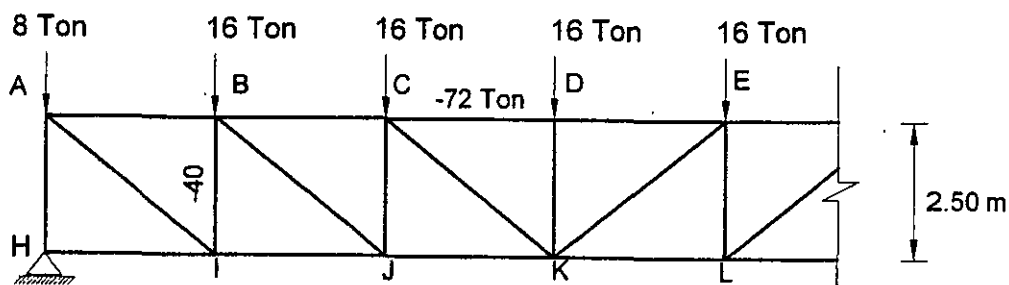
Se consideran las cargas y combinaciones de carga básicas de la norma *ASCE7-02*. Véase página 2-11, *M-AISC-LRFD* última edición.

$$1.4D = 1.4 \times 10 = 14 \text{ Ton}$$

$$1.2D + 1.6L = 1.2 \times 10 + 1.6 \times 2.5 = 16 \text{ Ton}$$

Las cargas de diseño son de 16 Ton en cada nudo intermedio y 8 Ton en los extremos.

En la siguiente figura se indican las fuerzas producidas por las cargas de diseño en los miembros de la armadura que se van a diseñar.



Fuerzas en los miembros de la armadura

144

Diseño de los montantes.

Los montantes están formados por dos ángulos de lados iguales en cajón. Conviene diseñar primero los montantes, ya que su tamaño establece la separación entre los ángulos que forman las cuerdas de la armadura.

Estos miembros se diseñarán con los siguientes datos:

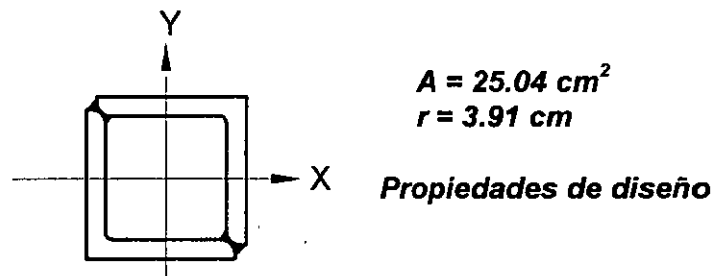
Resistencia requerida = 40 Ton (compresión)

Longitud = 250 cm

Factor de longitud efectiva K = 1.0

En el diseño de miembros en compresión de armaduras, suele tomarse el factor de longitud efectiva igual a la unidad.

Se seleccionan dos ángulos de lados iguales APS ó LI 102x6 (4x1/4 in) en cajón que tienen las siguientes características geométricas.



**2APS o LI 102x6 mm
(4x1/4 in)**

Parámetro de esbeltez, λ_c

$$\lambda_c = \frac{K L}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{1.0 \times 250}{3.91\pi} \sqrt{\frac{2530}{2.034 \times 10^6}} = 0.718$$

Como $\lambda = 0.718$ es menor que 1.5, el esfuerzo crítico se determina con la ecuación (E2-2) de las normas AISC-LRFD.

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$$

$$F_{cr} = (0.658^{0.718}) 2530 = 1873 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr} = 0.85 \times 1873 \times 25.04 \times 10^{-3} = 40 \text{ Ton}$$

Los ángulos propuestos son correctos.

Montantes: 2 APS o LI 102x6.4 mm (4x1/4 in) de acero NOM-B-254 (ASTM A36)

Diseño de la cuerda superior

Las cuerdas están formadas por dos ángulos de lados desiguales. En una armadura de 15 m claro como la del ejemplo, suele ser más económico, desde el punto de vista de fabricación, utilizar el mismo perfil en toda la cuerda que cambiarlo de un tramo a otro. También es más práctico utilizar ángulos de lados iguales, sin embargo, para fines didácticos se presenta también el diseño de la cuerda superior con ángulos de lados desiguales. La cuerda se diseñará con la siguiente información:

Resistencia requerida = 72 Ton

Factor de longitud efectiva = 1.0

Longitudes de pandeo = L_x (sección completa), L_y (sección completa) y L_z (un solo ángulo)

Longitudes de pandeo de la cuerda superior.

Deben analizarse tres posibilidades de pandeo, para determinar cual es la crítica; en las dos primeras interviene la sección completa, formada por los dos ángulos, y en la tercera uno solo de ellos.

1. Pandeo alrededor del eje X-X de la sección completa:

L_x = distancia entre nudos de la armadura = 250 cm

2. Pandeo alrededor del eje Y-Y de la sección completa:

L_y = separación entre secciones soportadas lateralmente = 750 cm

3. Pandeo alrededor del eje Z de un solo ángulo

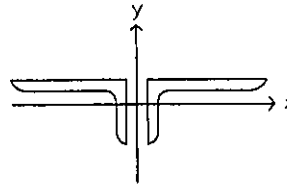
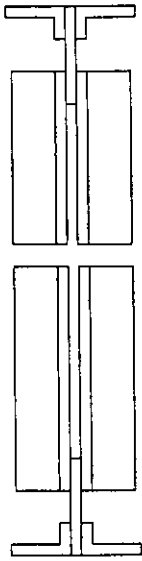
L_z = distancia entre puntos de unión de los dos ángulos = 125 cm

El *M-AHMSA* y la *Guía Práctica de diseño de estructuras de acero*, Héctor Soto Rodríguez, contienen las propiedades geométricas de secciones armadas (radios de giro de la sección completa alrededor del eje X-X y de un solo ángulo alrededor de Z). Con esta información y si se conoce la separación entre los ángulos, se determina el radio de giro alrededor de Y-Y. Se revisarán dos ángulos de lados desiguales APS ó LD 152x102x19 mm(6x4x3/4), con una separación de 9.5 mm (3/8 in).

Disposición de los ángulos para el diseño de la cuerda superior: 1) ángulos en espalda con lados mayores horizontales y 2) ángulos en espalda con lados mayores verticales.

Se debe estudiar con cuál de estas dos alternativas se obtiene una armadura más económica. Es decir, ver la conveniencia de colocar el lado mayor horizontal o vertical. Para ello se analizan las relaciones de esbeltez de los ángulos en cada uno de los casos mencionados.

1) Lados mayores de los ángulos en posición horizontal.



$$A = 61.30 \text{ cm}^2$$

$$r_x = 2.92 \text{ cm}$$

$$r_y = 7.37 \text{ cm}$$

2APS o LD 152x102x13 mm
(6x4x1/2 in)

Fig. Disposición de ángulos

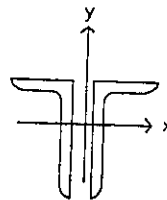
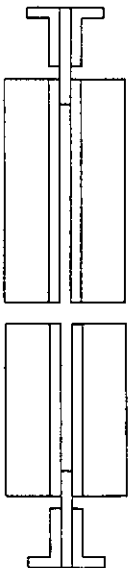
Relaciones de esbeltez:

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_x = \frac{1.0 \times 250}{2.92} = 85.6$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_y = \frac{1.0 \times 750}{7.37} = 101.8$$

Es crítica la esbeltez alrededor del eje Y-Y.

2) Lados mayores de los ángulos en posición vertical.



$$A = 61.30 \text{ cm}^2$$

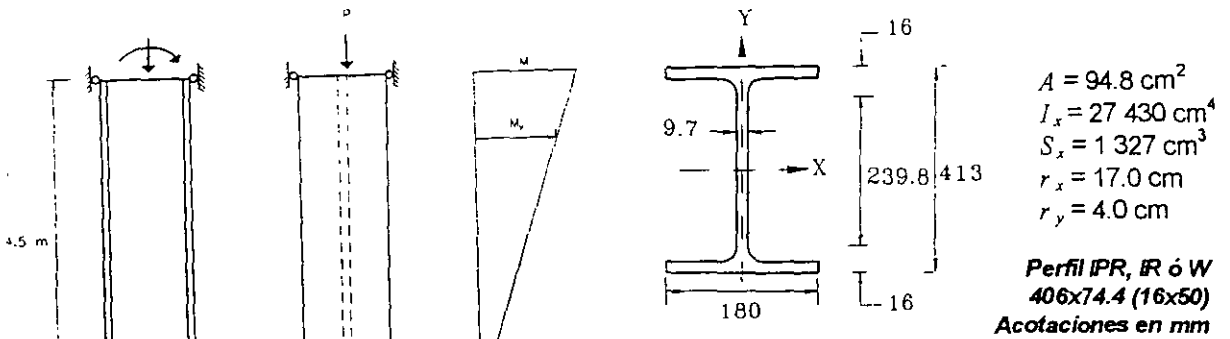
$$r_x = 4.86 \text{ cm}$$

$$r_y = 4.19 \text{ cm}$$

2APS o LD 152x102x13 mm
(6x4x1/2 in)

Disposición de ángulos

Ejemplo MFC-16. Revisar con las Especificaciones AISC-LRFD-1993, si el perfil IPR, IR ó W 406 × 74.4 (16x50) de acero NOM-B-254 (ASTM A36) de la columna de 4.5 m de altura, es adecuada para soportar las cargas que actuar sobre ella. Las cargas que se indican corresponden a solicitaciones de trabajo (cargas nominales).



**Perfil IPR, IR ó W
406x74.4 (16x50)
Acotaciones en mm**

Tabla MFC-16-1. Acciones

Cargas de servicio o de trabajo	
P_D	20 ton-m
P_L	40 ton-m
M_D	2 ton-m
M_L	3 ton-m

**Elementos mecánicos
y condiciones de apoyo**

**Diagrama de momentos
flexionantes**

SOLUCIÓN:

Columna del ejemplo MFC-16

Cargas factorizadas o de diseño

Las acciones de diseño se obtienen multiplicando las cargas nominales por los factores de carga correspondientes

$$P_u = 1.2 P_D + 1.6 P_L = 1.2 \times 20 + 1.6 \times 40 = 88 \text{ ton}$$

$$M_{ut} = 1.2 M_D + 1.6 M_L = 1.2 \times 2 + 1.6 \times 3 = 7.2 \text{ ton-m}$$

El diseño por factores de carga y resistencia (Especificaciones AISC-LRFD-H1), utiliza las ecuaciones (H1-1a) y (H1-1b) para miembros sometidos simultáneamente esfuerzos de compresión axial y momentos flexionantes.

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad \text{Para } \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.21 \quad (\text{H1-1a})$$

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad \text{Para } \frac{P_u}{\phi P_n} \leq 0.21 \quad (\text{H1-1b})$$

Relación $\frac{P_u}{\phi P_n}$

$$P_u = 88 \text{ ton}$$

Calculo de la resistencia de diseño ϕP_n

Clasificación de la sección.

De acuerdo con LRFD-B5, las secciones de acero se clasifican en compactas, no compactas y secciones esbelt. Para que una sección se califique como compacta, debe cumplir con los requisitos siguientes:

1. Los patines deben estar conectados de manera continua al alma o almas.
2. Las relaciones ancho/gueso de sus elementos en compresión no deben exceder las relaciones máximas ancho/gueso (λ_p) indicadas en la tabla B5.1 de las especificaciones señaladas.

Relaciones de esbeltez:

$$\left(\frac{KL}{r}\right) = \frac{1.0 \times 250}{4.86} = 51.4 \qquad \left(\frac{KL}{r}\right) = \frac{1.0 \times 750}{4.19} = 179$$

Es crítica la esbeltez alrededor del eje Y-Y.

Como se observa, la esbeltez que rige en el caso de utilizar el lado mayor horizontal es menor que la que rige si se utilizara el lado mayor vertical. Es decir:

$$(KL/r)_y = 105.2 < (KL/r)_y = 186.6$$

Por lo tanto, los ángulos se colocarán con sus lados mayores en posición horizontal.

Revisión de la sección propuesta.

$$\lambda_c = \frac{K_y L_y}{\pi r_y} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{1.0 \times 750}{7.37\pi} \sqrt{\frac{2530}{2.034 \times 10^6}} = 1.142$$

Esfuerzo crítico:

$$F_{cr} = (0.658^{1.158}) 2530 = 1569 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr} = 0.85 \times 1569 \times 61.30 \times 10^{-3} = 81.8 \text{ Ton} > 72 \text{ Ton}$$

Los ángulos propuestos son correctos.

Cuerda superior: 2 ángulos de lados desiguales APS ó LD 102x76x8 mm (4 x3 x 5/16 in) de acero NOM-B-254(ASTM A36).

Cuerda superior con dos ángulos de lados iguales.

Se revisarán 2 APS ó LI 127x13 mm (5x1/2 in), que tienen las siguientes características geométricas: A = 46.58 cm², r_x = 3.91 cm, r_y = 5.66 cm y r_z = 5.66 cm.

Relaciones de esbeltez.

$$\frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{1.0 \times 250}{3.91} = 64 \qquad \frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{1.0 \times 750}{5.66} = 133$$

$$\frac{KL}{r} = \frac{1.0 \times 250}{2.49} = 50.2$$

La relación de esbeltez crítica es (KL/r)_y = 133

Patines:

$$\frac{b}{t} = \frac{18}{2 \times 16} = 5.6 < \lambda_p = \frac{545}{\sqrt{F_y}} = 10.8$$

La sección es compacta

Parámetro de esbeltez de la columna (λ_c).

Utilizando la ecuación (E2-4) de las Especificaciones AISC-LRFD-1993:

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

Relaciones de esbeltez de la columna

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = \frac{1 \times 450}{17} = 26.5 \quad \left(\frac{Kl}{r}\right)_y = \frac{1 \times 450}{4} = 112.5$$

La mayor relación de esbeltez, es la que se utiliza para calcular λ_c

$$\lambda_c = \frac{112.5}{\pi} \sqrt{\frac{2530}{2039 \times 10^6}} = 1.26$$

Como $\lambda_c = 1.26$ es menor que 1.5, el esfuerzo crítico, se determina con la ecuación (E2-3)

$$F_{cr} = \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y = \left[\frac{0.877}{1.26^2} \right] 2530 = 1398 \text{ kg/cm}^2$$

De acuerdo con LRFD-E2, la resistencia de diseño $\phi_c P_n$, está dada por la ecuación (E2-1)

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g = 0.85 \times 1398 \times 94.8 \times 10^{-3} = 112.7 \text{ ton}$$

Como $\frac{P_u}{\phi_n P_n} = \frac{88}{112.7} = 0.78 > 0.2$, se usará la ecuación (H1-1a)

Cálculo de L_p y L_r ($L_b = 450$ cm)

$$L_p = \frac{2.515}{\sqrt{F_y}} r_y = \frac{2.515 \times 4}{\sqrt{2530}} = 200 \text{ cm}$$

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} = \frac{\pi}{1327} \sqrt{\frac{2.039 \times 784000 \times 63.3 \times 94.8}{2}} = 163960 \text{ kg/cm}^2$$

donde:

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_{yw} - F_r)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_y - F_r)^2}}$$

$$C_w = \frac{I_y d'^2}{4} = \frac{1548 (41.3 - 1.6)^2}{4} = 609947 \text{ cm}^6$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w (S_x/GJ)^2}{I_y} = 4 \frac{609947 \left(\frac{1327}{784000 \times 63.3} \right)^2}{1548} = 1.13 \times 10^{-6} \text{ cm}^4/\text{kg}^2$$

$$L_r = \frac{4 \times 163960}{(2530 - 703)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 1.13 \times 10^{-6} (2530 - 703)^2}} = 640 \text{ cm}$$

Como $L_p = 200$ cm $< L_b = 450$ cm $< L_r = 640$ cm, la resistencia nominal por flexión M_n , se determina con la ecuación (F1-3)

Parámetro de esbeltez

$$\lambda_c = \frac{K_y L_y}{\pi r_y} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{133}{\pi} \sqrt{\frac{2530}{2.034 \times 10^6}} = 1.49$$

Como $\lambda_c = 1.49$ es menor que 1.5, se aplica la ecuación (E2-2)

$$F_{cr} = (0.658^{1.49}) 2530 = 1536 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr} = 0.85 \times 1536 \times 61.30 \times 10^{-3} = 79.8 \text{ Ton} > P_u = 72 \text{ Ton}$$

Los ángulos propuestos son correctos.

Cuerda superior: 2APS o LI 127x13 mm (5x1/2 in) de acero NOM-B-254 (ASTM A36).

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_1) \left(\frac{L_b - L_p}{L_1 - L_p} \right) \right] \leq M_p$$

donde:

$$C_b = 1.75 + 1.05(M_1/M_2) + 0.3(M_1/M_2)^2 \leq 2.3$$

$$\text{Como } M_1 = 0 \quad C_b = 1.75$$

$$M_p = F_y Z_x = 2530 \times 1508 \times 10^{-3} = 38.2 \text{ ton-m}$$

$$M_r = (F_y - F_r) S_x = (2530 - 703) 1327 \times 10^{-3} = 24.2 \text{ ton-m}$$

$$M_n = 1.75 \left[38.2 - (38.2 - 24.2) \left(\frac{4.5 - 2}{6.4 - 2} \right) \right] = 52.9 \text{ ton-m}$$

Puesto que $M_n = 52.9 \text{ ton-m}$ no debe exceder M_p , $M_n = M_p = 38.2 \text{ ton-m}$

Cálculo de M_{ux}

$$M_{ux} = B_1 M_{nt}$$

donde:

$$B_1 = \frac{C}{1 - P_u/P_e} \geq 1.0$$

$$C = 0.6 - 0.4(M_1/M_2) = 0.6 - 0.4(0/7.2) = 0.6$$

$$P_e = \frac{\pi^2 E I_g}{\left(\frac{Kl}{r} \right)^2}$$

La relación de esbeltez Kl/r involucrada en el momento magnificador es la referida al eje de flexión, en este caso eje

X-X. Eje de flexión $\frac{Kl}{r} = \frac{Kl}{r_x} = 26.5$

$$P_e = \frac{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \times 94.8 \times 10^{-3}}{26.5^2} = 271.7 \text{ ton}$$

$$B_1 = \frac{0.6}{1 - \frac{0.6}{271.7}} = 0.89$$

Como el factor de amplificación calculado es menor que la unidad, se usará $B_1 = 1.0$

$$M_{ux} = M_{nt} = 7.2 \text{ ton-m}$$

Revisión de acuerdo con la ecuación (H1-1a)

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0$$

$M_{uy} = 0$. Puesto que solamente hay flexocompresión en el plano Y-Z, se omite en la ecuación anterior el término de flexión alrededor del eje Y-Y.

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) \leq 1.0$$

donde:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = 0.78$$

$$\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} = \frac{7.2}{0.90 \times 38.2} = 0.21$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) = 0.78 + 0.21 = 0.99 < 1.0$$

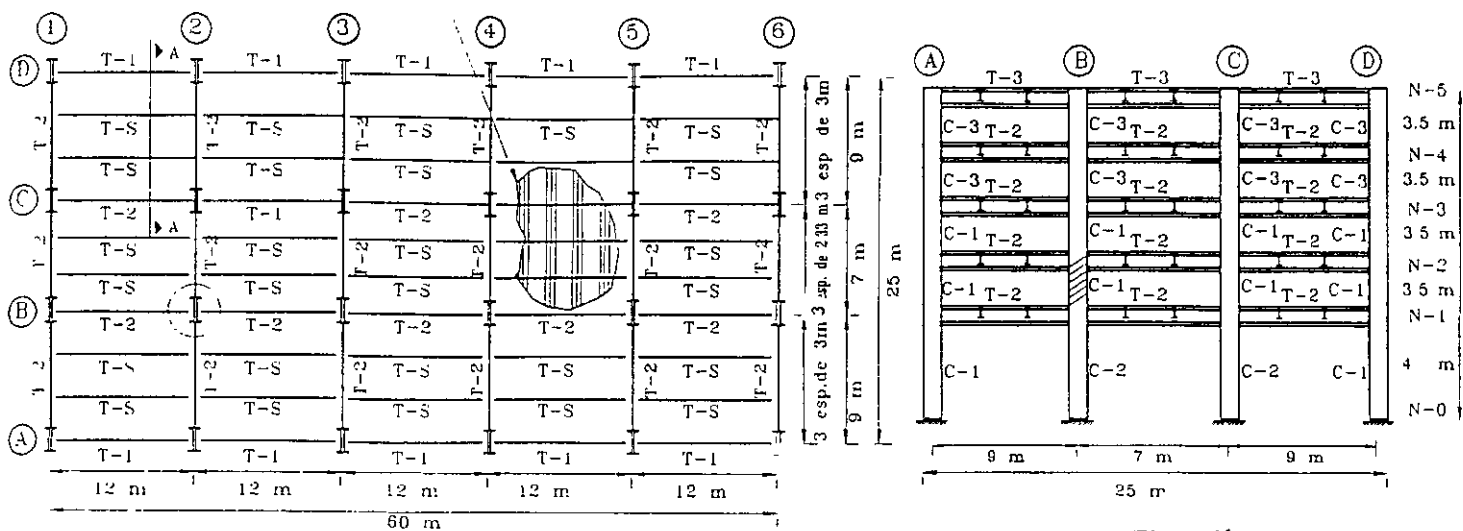
Correcto

CONCLUSIÓN:

La sección IPR, IR ó W 406 × 74.4 (16 × 50) utilizada como columna es adecuada, según las Especificaciones AISC-LRFD-1993.

Ejemplo MFC-17. Revisar el perfil propuesto para la columna B-2 comprendida entre los niveles N-1 y N-2 de la estructura del ejemplo que se muestra, utilizando las Especificaciones AISC-LRFD-1993. Las vigas de los marcos B y 2, en los niveles de interés (N-2 y N-3) son del mismo perfil. El acero es NOM-B-254 (ASTM A36).

- Sistema de piso compuesto acero-concreto

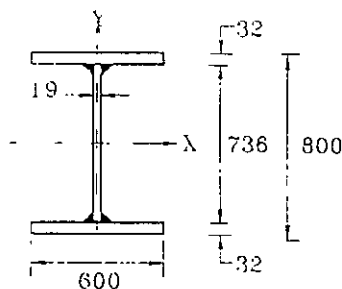


Planta tipo

Columna del ejemplo MFC-17

Elevación Marco eje 2

1.- Dimensiones y propiedades geométricas de la sección transversal de la columna. Véase el **Ejemplo PP-1**.



Columna C-2 del ejemplo MFC-17
Acotaciones en mm

$A = 526.5 \text{ cm}^2$	$Z_x = 17\,437 \text{ cm}^3$
$I_x = 643\,724 \text{ cm}^4$	$Z_y = 5\,828 \text{ cm}^4$
$S_x = 15\,816 \text{ cm}^3$	$J = 1\,510 \text{ cm}^4$
$r_x = 34.97 \text{ cm}$	$C_w = 162\,060\,284 \text{ cm}^6$
$I_y = 115\,243 \text{ cm}^4$	
$S_y = 3\,841 \text{ cm}^3$	
$r_y = 14.79 \text{ cm}$	

Propiedades geométricas
Perfil IS (600x32)/(800x19)

SOLUCIÓN:

2.- Determinación de los factores de longitud efectiva

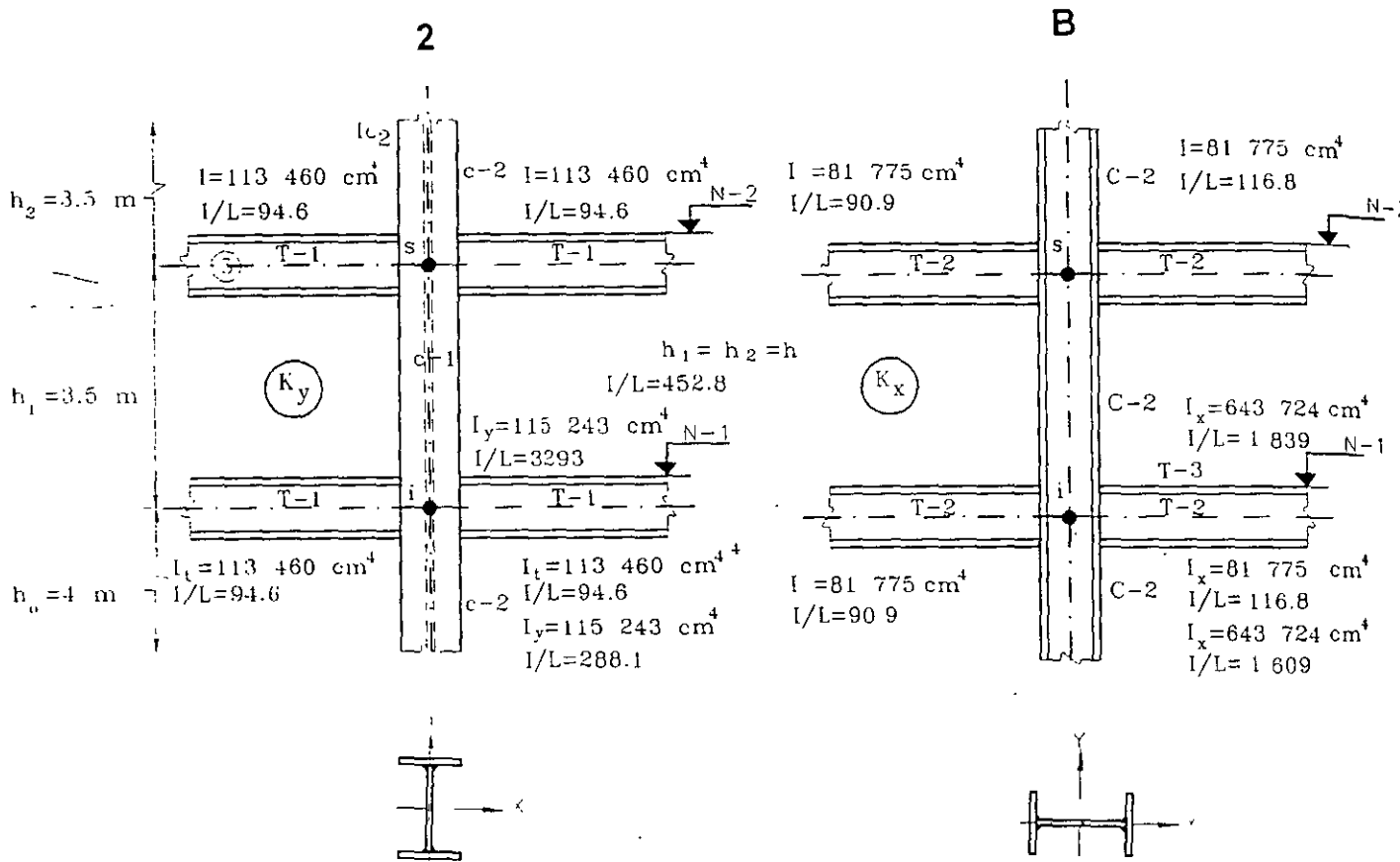
Dimensiones y propiedades de las vigas y columna para evaluar los factores K

Tabla MFC-17-1. Dimensiones y propiedades geométricas de la columna y vigas

Perfil	A	Designación IS*		I_x	I_y
	(cm ²)	(mm x mm)	(in x in)	(cm ⁴)	(cm ⁴)
C-1	526.5	(600x32)/(800x19)	(24x1.25)/(32x0.75)	643 724	115 243
T-1	133.4	(250x16)/(700x8)	(10x0.6)/(28x0.3)	113 460	No se requiere
T-2	105.9	(200x13)/(700x8)	(8x0.5)/(28x0.3)	81 775	No se necesita

*Designación de acuerdo con M-IMCA.

Se determinan los valores de los factores de longitud efectiva K mediante los nomogramas de columnas. En la siguiente figura se muestra la columna en estudio y las vigas que concurren a ella. En este ejemplo se han utilizado longitudes teóricas entre puntos de intersección de los ejes de vigas y columnas lo que es, en general, conservador



Marco eje B
(Dirección X)

Marco eje 2
(Dirección Y)

Cálculo de los coeficientes φ :

Marco del eje B:

Nudo superior (φ_s):

$$\varphi_s = \frac{\sum \left(\frac{I_c}{L_c} \right)}{\sum \left(\frac{I_t}{L_t} \right)} = \frac{2 \times 329.3}{2 \times 94.6} = 3.48$$

Nudo inferior (φ_i):

$$\varphi_i = \frac{\sum \left(\frac{I_c}{L_c} \right)}{\sum \left(\frac{I_t}{L_t} \right)} = \frac{329.3 + 288.1}{2 \times 94.6} = 3.26$$

$$K_x = \begin{cases} 1.90 - \text{Caso - b} \\ 0.90 - \text{Caso - a} \end{cases}$$

Marco del eje 2:

Nudo superior (φ_s):

Nudo inferior (φ_i):

$$\phi_r = \frac{\sum \left(\frac{I_c}{L_c} \right)}{\sum \left(\frac{I_t}{L_t} \right)} = \frac{2 \times 1\,839.2}{90.9 + 116.8} = 17.71$$

$$\phi_l = \frac{\sum \left(\frac{I_c}{L_c} \right)}{\sum \left(\frac{I_t}{L_t} \right)} = \frac{1\,839 + 1\,609}{90.9 + 116.8} = 16.6$$

$$K_x = \begin{cases} 3.75 - \text{Caso - b} \\ 0.97 - \text{Caso - a} \end{cases}$$

Caso a Desplazamiento lateral impedido
Caso b Desplazamiento lateral permitido

$$\begin{aligned} K_y &= 0.90 & K_1 &= 0.97 \\ K_x &= 1.90 & K_2 &= 3.75 \end{aligned}$$

3. Elementos mecánicos de diseño.

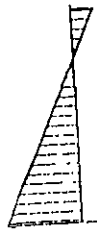
Los elementos mecánicos que se indican en la tabla siguiente corresponden a sollicitaciones de diseño, se han obtenido con un **análisis de segundo orden**, y corresponden a la suma de momentos producidos por las cargas verticales y las fuerzas horizontales. Todos los momentos, tanto de carga vertical como de sismo, flexionan a la columna en curvatura doble.

$P = 261.7 \text{ ton}$



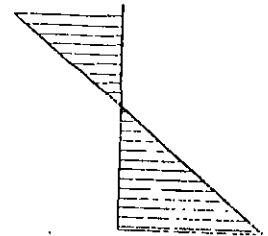
$P = 261.7 \text{ ton}$

$M_{11} = 7.7 \text{ ton-m}$



$M_{12} = 14.3 \text{ ton-m}$

$M_{21} = 4.1 \text{ ton-m}$



$M_{22} = 58.1 \text{ ton-m}$

4.- Revisión de los requisitos de sección compacta

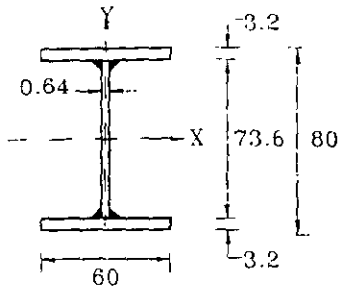
La tabla B5.1 establece los siguientes valores máximos de las relaciones ancho/groeso para miembros en flexocompresión. Véanse Páginas 6-38 y 6-39, M-AISC-LRFD-VI.

Tabla MFC-17-2. Relaciones máximas ancho-groeso

Descripción del elemento	Relación ancho /groeso	Relaciones máximas ancho/groeso	
		λ_p	λ_r
Patines de secciones I y canales en flexión	b/t	$545/\sqrt{F_y} = 10.8$	$1\,180/\sqrt{F_y - 703} = 27.6$
Almas en flexocompresión	h_c/t_w	Para: $P_u / \phi_b P_y \leq 0.125$ (c) $\frac{5\,365}{\sqrt{F_y}} \left(1 - \frac{2.75 P_u}{\phi_b P_y} \right)$	$8\,130/\sqrt{F_y} = 162$ $\frac{8\,130}{\sqrt{F_y}} \left(1 - 74 \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right)$
		Para: $P_u / \phi_b P_y \leq 0.125$ (c) $\frac{1\,600}{\sqrt{F_y}} \left(2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \geq \frac{2\,120^\circ}{\sqrt{F_y}}$	
C	Supone una capacidad de rotación inelástica de 3. Para estructuras ubicadas en zonas de alta sismicidad, puede requerirse una capacidad de rotación mayor. Véase la Tabla C-B5-1		

Los valores numéricos corresponden al acero NOM-B-254 o ASTM A36

Relaciones ancho-grueso



Patines:

$$\frac{b}{2t_f} = \frac{60}{2 \times 3.2} = 9.4 < \lambda_p = 10.8 \text{ Cumple}$$

Alma:

$$\frac{P_u}{\phi_b P_y} = \frac{261.7}{0.9 \times 526.5 \times 2.530 \times 10^{-3}} = 0.218 > 0.125$$

Sección transversal
Perfil IS 600 x 32 / 800 x 19

Como $P_u / \phi_b P_y = 0.218$ es mayor que 0.125, la relación ancho/grueso máxima del alma correspondiente a secciones compactas se determina con la ecuación siguiente:

$$\frac{h_c}{t_w} = \frac{1.600}{\sqrt{F_y}} \left(2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \geq \frac{2.120}{\sqrt{F_y}}$$

donde.

$$P_u = 261.7 \text{ ton}$$

$$P_y = A F_y = 526.5 \times 2.530 \times 10^{-3} = 1.332 \text{ ton}$$

$$\phi_b P_y = 0.9 \times 1.332.45 = 1.199 \text{ ton}$$

$$\frac{1.600}{\sqrt{2.530}} \left(2.33 - \frac{261.749}{1.199} \right) = 67.2$$

$$\frac{2.120}{\sqrt{F_y}} = \frac{2.120}{\sqrt{2.530}} = 42.1$$

$$\frac{h}{t} = \frac{73.6}{1.9} = 38.7$$

$$h/t = 38.7 < 67.2 \text{ Cumple}$$

5.- Cálculo de los parámetros de esbeltez λ_c

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (E2-4)$$

$$\lambda_{cx} = \frac{3.75 \times 350}{39.97\pi} \sqrt{\frac{2.530}{2.039 \times 10^6}} = 0.421 < 1.5$$

$$\lambda_{cy} = \frac{1.90 \times 350}{14.79\pi} \sqrt{\frac{2.530}{2.039 \times 10^6}} = 0.504 < 1.5$$

Como los valores de λ_c son menores que 1.5, los esfuerzos críticos se determinan con la ecuación (LRFD-E2-3)

$$F_{cr} = \left(0.658^{\lambda_c^2} \right) F_y$$

$$F_{cr} = \left(0.658^{0.421^2} \right) 2.530 = 2.349 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{cr} = \left(0.658^{0.504^2} \right) 2.530 = 2.275 \text{ kg/cm}^2$$

Rige el menor valor de F_c

$$\phi F_{cr} = 0.85 \times 2.275 = 1.934 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A = 1.934 \times 526.5 \times 10^{-3} = 1.018.3 \text{ ton}$$

6.- Revisión de la columna por flexocompresión

La interacción de flexión y compresión está limitada por las siguientes ecuaciones:

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2,$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{H1-1a})$$

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2,$$

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{H1-1b})$$

$$\text{Relación } \frac{P_u}{\phi P_n}$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} = \frac{261.7}{1\,018.3} = 0.257 \geq 0.2$$

Se aplica la ecuación (H1-1a)

Cálculo de los momentos M_{ux} y M_{uy}

$$M_u = B_1 M_{nr} + B_2 M_{lr} \quad (\text{H1-2})$$

donde:

B_1 y B_2 son factores de amplificación de los momentos; se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$B_1 = \frac{C_m}{\left(1 - \frac{P_u}{P_e}\right)} \geq 1 \quad (\text{H1-3})$$

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \quad (\text{H1-4})$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left(\frac{\Delta_{oh}}{\sum H L} \right)} \geq 1 \quad (\text{H1-6})$$

O, alternativamente,

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_e}}$$

Cálculo de C_{mx} y C_{my}

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{7.7}{14.3} \right) = 0.384$$

$$C_{my} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{41.1}{58.1} \right) = 0.32$$

Cálculo de B_{1x} y B_{1y}

$$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{\left(1 - P_u / P_{ex}\right)}$$

$$B_{1y} = \frac{C_{my}}{\left(1 - P_u / P_{ey}\right)}$$

donde:

$$\lambda_{cs} = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{0.97 \times 350}{34.97\pi} \sqrt{\frac{2\,530}{2.039 \times 10^6}} = 0.109$$

$$P_{ex} = \frac{A_g F_y}{\lambda_{cs}^2} = \frac{526.5 \times 2\,530 \times 10^{-3}}{0.109^2} = 112\,528 \text{ ton}$$

$$\lambda_{cx} = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{I_v}{E}} = \frac{0.9 \times 350}{14.79\pi} \sqrt{\frac{2.530}{2.039 \times 10^6}} = 0.238$$

$$P_{ey} = \frac{A_g F_y}{\lambda_{cy}^2} = \frac{526.5 \times 2.530 \times 10^{-3}}{0.238^2} = 24.120 \text{ ton}$$

Los valores de λ_{cx} y λ_{cy} corresponden al marco con desplazamiento lateral impedido.

$$B_{1x} = \frac{0.386}{(1 - 261.7/112.528)} = 0.386 < 1.0 \therefore B_{1x} = 1.0$$

$$B_{1y} = \frac{0.317}{(1 - 261.7/24.120)} = 0.325 < 1.0 \therefore B_{1y} = 1.0$$

Como el efecto $P\Delta$ se tomó en cuenta en el análisis estructural, la ecuación H1-2 se reduce a $M_u = B_1 M_n$, donde los momentos M_n son iguales a $M_{ntx} + M_{nty}$.

$$M_{ux} = B_{1x} M_{ntx} = 1.0 \times 14.3 = 14.3 \text{ tón-m}$$

$$M_{uy} = B_{1y} M_{nty} = 1.0 \times 58.1 = 58.1 \text{ tón-m}$$

Cálculo de los momentos resultantes nominales M_n

Relaciones ancho/grueso

De acuerdo con la Tabla B5.1, para que la sección se clasifique como compacta, sus relaciones ancho/grueso no deben exceder los valores de λ_p de la tabla siguiente:

Tabla MFC-17.3 Relaciones máximas ancho-grueso

Descripción del elemento	Relación ancho/grueso	Relaciones máximas ancho/grueso	
		λ_p	λ_p
Patines de secciones I en flexión	b/t	$\frac{545}{\sqrt{F_y}} = 10.8$	$1.180/\sqrt{F_y - 703} = 27.6$
Almas en flexión	h_c/t_w	$\frac{5.365}{\sqrt{F_y}} = 106.6$	

Los valores numéricos corresponden a acero NOM-B-254 o ASTM A36.

Patines:

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{60}{2 \times 3.2} = 9.4 < \lambda_p = 10.8 \quad \text{Cumple}$$

Alma:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{80 - 2 \times 3.2}{1.9} = 38.7 < \lambda_p = 106.6 \quad \text{Cumple}$$

Cálculo de L_p

La distancia entre puntos del patín comprimido de la columna soportados lateralmente es:

$$L_b = 350 \text{ cm}$$

$$L_p = \frac{2.515r_y}{\sqrt{F_{yf}}} = \frac{2.525 \times 14.79}{\sqrt{2.530}} = 739.5 \text{ cm}$$

Como L_p es mayor que L_b , será necesario calcular L_r

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_{yw} - F_r)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_{yw} - F_r)^2}}$$

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA'}{2}} = \frac{\pi}{15\,816} \sqrt{\frac{2\,039 \times 10^6 \times 7.875 \times 10^5 \times 1\,510 \times 526.5}{2}} = 158\,694 \text{ kg/cm}^2$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 = \frac{4 \times 162\,060\,284}{115\,243} \left(\frac{15\,816}{7.875 \times 10^5 \times 1\,510} \right)^2 = 9.95 \times 10^{-7} \text{ cm}^4/\text{kg}^2$$

$$L_r = \frac{14.79 \times 158\,694}{(2\,530 - 703)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 9.95 \times 10^{-7} (2\,530 - 703)^2}} = 2\,254 \text{ cm}$$

$$L_b = 350 \text{ cm} < L_p = 740 \text{ cm} < L_r = 2\,254 \text{ cm}$$

Como $L_b < L_p < L_r$, entonces la sección se encuentra en la zona de pandeo inelástico y el momento nominal se calcula con la ecuación (F1-3)

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$

Cálculo de C_{bx} y C_{by}

$$C_b = 1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3$$

$$C_{bx} = 1.75 + 1.05 \left(\frac{7.7}{14.3} \right) + 0.3 \left(\frac{7.7}{14.3} \right)^2 = 2.4 > 2.3$$

$$C_{bx} = 2.3$$

$$C_{by} = 1.75 + 1.05 \left(\frac{41.1}{58.1} \right) + 0.3 \left(\frac{41.1}{58.1} \right)^2 = 2.49 > 2.3$$

$$C_{by} = 2.3$$

En el cálculo de C_b se utilizaron las expresiones que recomiendan las Especificaciones AISC-LRFD-1986. Las Normas AISC-LRFD-1993 proponen una nueva ecuación, que toma en cuenta la variación del diagrama de momentos flexionantes. Véase el **Ejemplo V-21**.

Momentos plásticos

$$M_p = F_y Z_x$$

$$M_{px} = F_y Z_x = 2\,530 \times 17\,437 \times 10^{-5} = 441.2 \text{ ton-m}$$

$$M_{py} = F_y Z_y = 2\,530 \times 5\,828 \times 10^{-5} = 147.5 \text{ ton-m}$$

Momentos residuales

$$M_r = (F_{yw} - F_r) S$$

$$M_{rx} = (2\,530 - 703) 15\,816 \times 10^{-5} = 288.9 \text{ ton-m}$$

$$M_{ry} = (2\,530 - 703) 3\,841 \times 10^{-5} = 70.17 \text{ ton-m}$$

$$L_b = 350 \text{ cm} \quad L_p = 740 \text{ cm} \quad L_r = 2\,254 \text{ cm}$$

$$M_{nx} = C_{bx} \left[M_{px} - (M_{px} - M_{rx}) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{nx} = 2.3 \left[441.2 - (441.2 - 288.9) \left(\frac{35 - 7.4}{22.54 - 7.4} \right) \right] = 1105 \text{ ton-m} > M_{px} = 441.2 \text{ ton-m}$$

Se tomará $M_{nx} = M_{px} = 441.2 \text{ ton-m}$

Para el cálculo de M_{ny} la ecuación anterior no se aplica, pues una sección I no se pandea alrededor del eje Y-Y; si es compacta, $M_{ny} = M_{py}$

En este caso :

$$M_{ny} = M_{py} = 147.5 \text{ ton-m}$$

Se aplica la ecuación de interacción (H1-1a) de las Normas AISC-LRFD-1993.

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_y M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{H1-1a})$$

$$\frac{261.7}{1018.3} + \frac{8}{9} \left(\frac{14.3}{441.2} + \frac{58.1}{0.9 \times 147.5} \right) = 0.257 + 0.42 = 0.678 < 1.00$$

En la figura siguiente se muestra los resultados de diseño de la estructura, utilizando un programa de computadora. Para la columna en estudio, se observa que la aplicación de la ecuación de interacción arroja un valor de 0.67, valor similar al obtenido en este ejemplo.

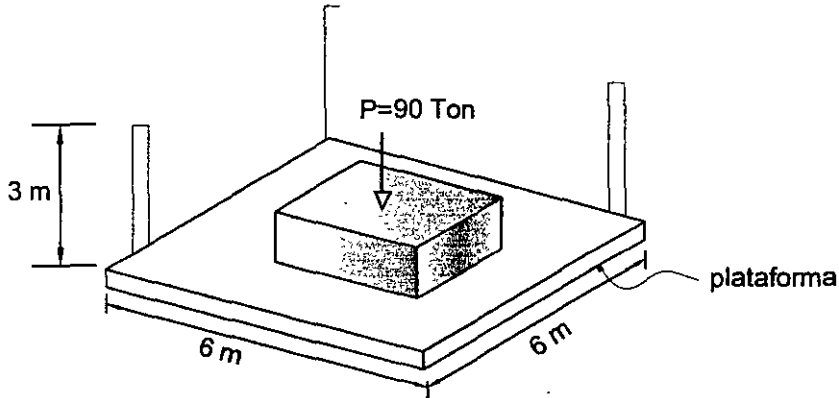
	0.49	0.48	0.48	0.48	0.49
0.19	0.59	0.57	0.57	0.57	0.59
0.25	0.78	0.73	0.73	0.73	0.78
0.24	0.90	0.84	0.84	0.84	0.90
0.31	0.86	0.80	0.80	0.80	0.86
0.63	0.86	0.85	0.85	0.86	0.86

Fig.MFC-17- Resultados de diseño

CONCLUSIÓN:

La sección propuesta cumple las condiciones de diseño de la ecuación de interacción (H1-1a); por lo tanto es adecuada; está sobrada en un 47 %, por lo que es conveniente escoger otra sección. Se propone al lector revisar un perfil IS (600x25)/(800x16), que tiene las mismas dimensiones que la sección ensayada, excepto que el grueso de las placas de patines es de 25 mm (1 in) y el alma es de 16 mm (5/8 in).

Ejemplo MT-5. Las cuatro barras en tensión que se muestran en la figura, soportan una plataforma de acero cuadrada de 6 m de lado. En la plataforma hay una pieza de equipo mecánico y, ocasionalmente, personal de mantenimiento. Obtener con las normas *AISC-ASD-1989* y *AISC-LRFD*, última edición, las áreas de las secciones transversales de las barras. Utilizar acero *NOM-B-254 (ASTM A36)*, $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ (250 MPa o 36 ksi). Revisar la relación de esbeltez.



Barras en tensión del ejemplo MT-5

SOLUCIÓN:

El primer paso en el proceso de diseño es la determinación de la carga que debe resistir cada una de las cuatro barras que soportan la plataforma.

1. Análisis de cargas

Deben tomarse en cuenta las siguientes cargas:

Carga muerta:

- Peso de la plataforma
- Peso del equipo mecánico (90 Ton)

Carga viva:

- Personal de mantenimiento

Para fines de análisis se supone que la plataforma pesa 75 Kg/m^2 y el código de construcción estipula un peso para el personal de mantenimiento de 100 Kg/m^2 . Por consiguiente, la carga nominal en cada barra es:

Plataforma	$(6 \times 6 / 4) 75 = 675\text{ Kg}$
Equipo mecánico	$90\,000 / 4 = 22\,500$
Personal de mantenimiento	$(6 \times 6 / 4) 100 = 900$

Carga total nominal (carga muerta más viva) $Q = 24\,075\text{ Kg} \cong 24.1\text{ Ton}$

NOTA:

La carga Q es nominal, de servicio o de trabajo.

2. Diseño por esfuerzos permisibles (AISC-ASD-89)

De acuerdo con el diseño por esfuerzos permisibles, la condición que debe cumplirse en el diseño de miembros en tensión es la siguiente:

$$f_t = \frac{Q}{A} \leq F_t = 0.60 F_y$$
$$\therefore A = \frac{Q}{F_t} = \frac{Q}{0.60 F_y}$$

El factor de seguridad de miembros en tensión de acuerdo con el diseño por esfuerzos permisibles, es FS = 1.67 (1/0.60).

El área requerida de cada barra es:

$$A = \frac{24.1 \times 10^3}{0.6 \times 2530} = 15.90 \text{ cm}^2$$

El diámetro de la barra es:

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = 0.785 d^2$$
$$d = \sqrt{\frac{A}{0.785}} = \sqrt{\frac{15.90}{0.785}} = 4.5 \text{ cm}$$
$$d = 45 \text{ mm (1 } \frac{3}{4} \text{ in)}$$

Solución: utilizar un perfil redondo sólido liso OS de 44.5 mm (1 ¾") que tiene un peso de 12.17 Kg/m y A = 15.52 cm².

3. Procedimiento de diseño conforme a las normas AISC-LRFD- 1999 (M-AISC-LRFD-2001).

Combinaciones de cargas

$$\gamma Q = 1.4D$$

donde :

$$D = 0.675 + 22.5 = 23.2 \text{ Ton}$$

D = carga muerta = peso de la plataforma y equipo mecánico

Luego:

$$\gamma Q = 1.4 \times 23.2 = 32.5 \text{ Ton}$$

Como hay carga viva en las barras, se revisa también la siguiente combinación de carga:

$$1.2D + 1.6L$$

donde:

L = carga viva (personal de mantenimiento) = 0.90 Ton

$$\gamma Q = 1.2 \times 23.2 + 1.6 \times 0.90 = 29.2 \text{ Ton}$$

Rige la primera combinación de carga.

El factor de reducción de resistencia ϕ para miembros en tensión es igual a 0.90.

$$\begin{aligned} \gamma_i Q &< \phi_t R_n \\ \gamma_i Q &< \phi_t A_g F_y \end{aligned}$$

Se sustituyen valores en la expresión anterior

$$32.5 \times 10^3 \leq 0.90 \times 2530 A_g$$

El área necesaria para cada barra es:

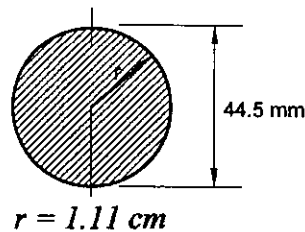
$$A_g = \frac{32.5 \times 10^3}{0.90 \times 2530} = 14.3 \text{ cm}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{A}{0.785}} = \sqrt{\frac{14.3}{0.785}} = 4.3 \text{ cm}$$

Utilizar $d = 44.5 \text{ mm}$ (13/4 in)

4. Revisión de la relación de esbeltez

Las barras tienen 3.0 m de longitud y son miembros principales.



OS 44.5mm (13/4 in)

$$L/r_{\min} = 300/1.11 = 270 < 300 \text{ Correcto}$$

De acuerdo con la Sección B7, norma AISC-LRFD-1999, la esbeltez es correcta.

CONCLUSIÓN:

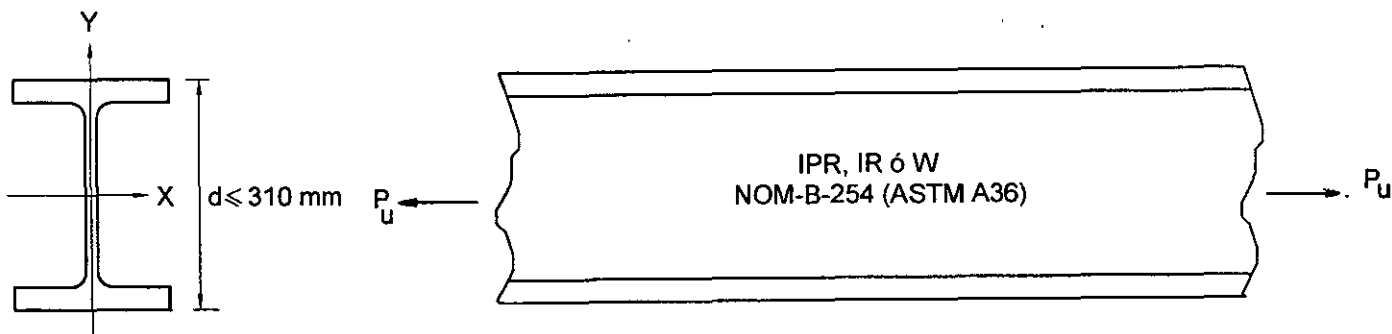
Con los dos métodos de diseño (ASD-1989 y LRFD-1999) se obtuvieron los mismos resultados en este ejemplo. Lo anterior no suele ocurrir siempre; en general, se obtiene una mayor economía con el diseño basado en factores de carga y resistencia o estados límite.

COMENTARIOS:

Los índices de confiabilidad esperados para cada especificación son comparables, y las variaciones se atribuyen a la separación de los efectos de las cargas. Cuando la carga muerta es la condición dominante, con *LRFD* se obtiene un miembro de menor sección que el requerido por las especificaciones *AISC-ASD-1989*, con las que no se separan las cargas muerta y viva.

El estudio de los diferentes criterios de diseño que se utilizan actualmente indica que el índice de confiabilidad o de seguridad, β varía de acuerdo con el material, tipo de miembro, forma de falla y combinación de carga. Los niveles de β que corresponden a los diseños actuales y no actuales son menores para combinaciones de carga que incluyen efectos de viento o sismo que para las que consideran solo cargas verticales.

Ejemplo MT-6. Seleccionar un perfil IPR, IR ó W de acero NOM-B-254 (ASTM A36), soldado únicamente por los patines, que sea adecuado para resistir las fuerzas de tensión siguientes: por carga muerta, 50 Ton; por carga viva, 75 Ton; por viento, 45 Ton. Los esfuerzos de fluencia y de ruptura en tensión del acero, F_y y F_u , son 2 530 Kg/cm² (250 MPa ó 36 ksi), y 4 080 Kg/cm² (400 MPa ó 58 ksi), respectivamente. Por razones arquitectónicas, el peralte del perfil no debe exceder de 310 mm (12 in). Revisar la relación de esbeltez del miembro, si su longitud es de 5 m.



Perfil IPR, IR en tensión

SOLUCIÓN:

Los perfiles estructurales simples se utilizan como miembros en tensión cuando se requiere un cierto grado de rigidez o cuando se presentan inversiones de carga que hacen que la pieza trabaje en compresión bajo ciertas condiciones de carga, por ejemplo, en diagonales y montantes de armaduras para puentes.

Prácticamente cualquier perfil estructural, laminado o soldado, es adecuado para usarse como miembro en tensión, aunque para facilitar las conexiones, con mucha frecuencia se recurre al ángulo. En casos en que se requiera una resistencia mayor, se pueden emplear canales CPS, CE o C o perfiles IPR, IR o W.

1. Acciones y combinaciones de cargas

$$\begin{aligned}
 1.4 D &= 1.4 \times 50 = 70 \text{ Ton} \\
 1.4D + 1.6L &= 1.4 \times 50 + 1.6 \times 75 = 190 \text{ Ton} \\
 1.2D + 1.0E + 0.5L &= 1.2 \times 50 + 1.0 \times 45 + 0.5 \times 75 = 142.5 \text{ Ton} \\
 1.2D - 1.0E + 0.5L &= 1.2 \times 50 - 1.0 \times 45 + 0.5 \times 75 = 52.5 \text{ Ton} \\
 0.9D \pm 1.0 E &= 0.9 \times 50 + 1.0 \times 45 = 90 \text{ Ton}
 \end{aligned}$$

Rige la segunda combinación de carga (190 Ton).

2. Resistencia de diseño

Estado límite de flujo plástico en la sección total

$$\phi_t P_n = \phi F_y A_g = 0.90 \times 2\,530 \times 10^{-3} A_g = 2.28 A_g \quad (D1-1)$$

Se iguala $\phi_t P_n$ con la combinación de carga crítica y se despeja A_g

$$\phi A_g F_y = P_{u2}$$

$$2.28 A_t = 190$$

$$A_g = 190 / 2.28 = 83.3 \text{ cm}^2$$

$$A_g = 83.3 \text{ cm}^2$$

Estado límite de fractura en la sección neta

$$\phi_t P_n = \phi F_u A_e = 0.75 \times 4080 \times A_e \times 10^{-3} = 3.06 A_e \quad (\text{D1-2})$$

Cálculo del área neta efectiva

Cuando la carga se transmite por medio de soldaduras colocadas en alguna de las partes que componen la sección, pero no en todas, el área neta efectiva es igual a:

$$A_e = A_g U \quad (\text{B3-2})$$

donde:

U = coeficiente de reducción del área, que se determina con la siguiente expresión

\bar{x} = excentricidad de la conexión (distancia del centroide del miembro al plano en el que se transmite la fuerza cortante; las secciones I ó H se tratan como dos tes).

$$U = 1 - (\bar{x}/L) \leq 0.9$$

Como en este ejemplo no se conoce la longitud de la conexión en la dirección de la carga, se tomará U = 0.90

Por lo tanto:

$$A_e = 0.90 A_g$$

Sustituyendo A_e en la ecuación (D1-2)

$$\phi_t P_n = \phi F_u A_e = 3.06 A_e = 3.06 (0.90 A_g) = 2.75 A_g$$

Se iguala $\phi_t P_n$ con P_{u2} y se despeja A_g

$$\phi_t P_n = P_{u2}$$

$$2.75 A_g = 190$$

$$A_g = 190 / 2.75 = 69 \text{ cm}^2$$

Rige la mayor área, $A_g = 83.3 \text{ cm}^2$, con base en el estado límite de flujo plástico en la sección total.

De las Tablas de dimensiones y propiedades, M-IMCA- VI, páginas 58 a 61, se escoge un *IPR*, *IR* ó *W* que tenga un área mayor que la requerida ($A_g = 83.3 \text{ cm}^2$) y que tenga un peralte no mayor de 305 mm (12 in).

En las tablas se observa que los perfiles *IPR*, *IR* ó *W* de 254 mm de peralte (10 in), disponibles en el mercado, tienen un *A* menor que la necesaria, por lo tanto el perfil adecuado para este problema es el *IPR*, *IR* ó *W* 305x66.9 (12x45), que tiene un $A = 85.2 \text{ cm}^2 > A_{\text{req.}} = 83.3 \text{ cm}^2$.

Resistencia de diseño

Flujo plástico en la sección total

$$\phi_t P_n = 2.28 A_g = 2.28 \times 85.2 = 194.3 \text{ Ton} > 190 \text{ Ton Correcto}$$

3. Revisión de la relación de esbeltez

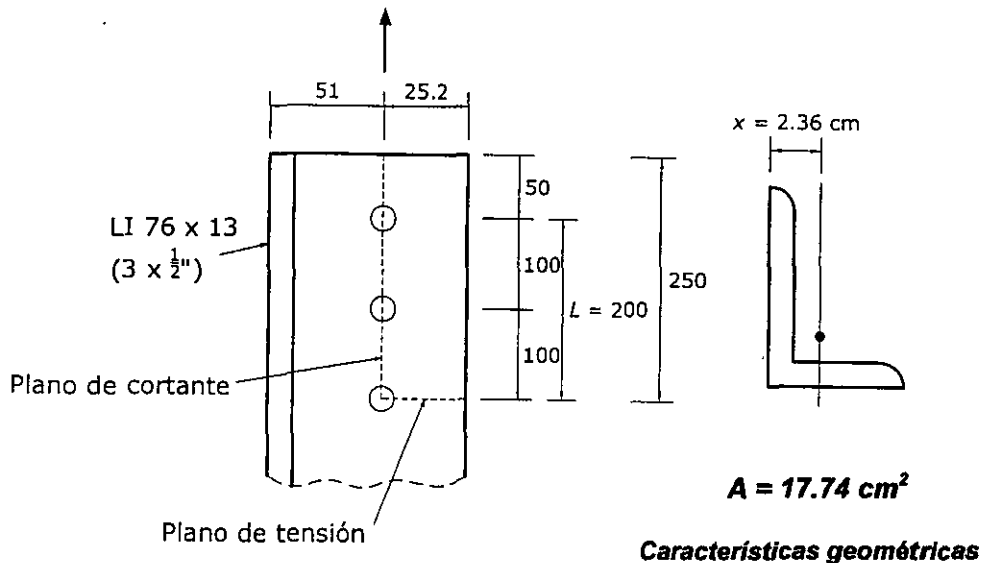
$$L/r_{\min} = 500/4.9 = 102 < 300 \quad \text{Correcto}$$

De acuerdo con la Sección B7, normas AISC-LRFD-1999, la relación de esbeltez de miembros en tensión no excederá preferentemente de 300.

CONCLUSIÓN:

Utilizar un *IPR*, *IR* ó *W* 305x66.9 (12x45) de acero *NOM-B-254*(*ASTM A36*), 305 mm de peralte y peso = 66.9 Kg/m.

Ejemplo. El miembro en tensión que se muestra en la figura es un ángulo de acero NOM-B-254 (ASTM A36, $F_y = 2\,530\text{ kg/cm}^2$, 250 MPa , 36 ksi , $F_u = 4\,100\text{ kg/cm}^2$, 450 MPa , 58 ksi), de lados iguales LI 76x 13 mm ($3 \times 1/2''$) está unido con tres tornillos de alta resistencia de 19 mm ($3/4''$) a otro elemento estructural. Determinar la resistencia a la tensión y a la ruptura por bloque de cortante y tensión combinadas.



Miembro en tensión del ejemplo.
Acotaciones en mm

SOLUCIÓN:

Flujo plástico en la sección total

$$P_n = A_g F_y \quad (D1-1)$$

$$\phi P_n = 0.90 \times 17.74 \times 2\,530 \times 10^{-3} = 40.4\text{ Ton}$$

Fractura en el área neta:

$$\phi P_n = \phi A_n F_u = \phi U A_g F_u \quad (D1-2)$$

donde:

L = longitud de la conexión = 2 espacios de 100 mm = 200 mm

A_n = área neta, cm^2

U = coeficiente de reducción del área neta (adimensional), que se determina con la siguiente ecuación:

$$U = 1 - \bar{x}/L \leq 0.90$$

$$U = 1 - 2.36/20 = 0.88 < 0.90 \quad \text{Correcto}$$

Cálculo del área neta.

De acuerdo con la sección B2, especificaciones AISC-1999, en el cálculo del área neta se utiliza el diámetro nominal más 3 mm.

$$A_n = A_g - \sum N (\phi + 0.3) t$$

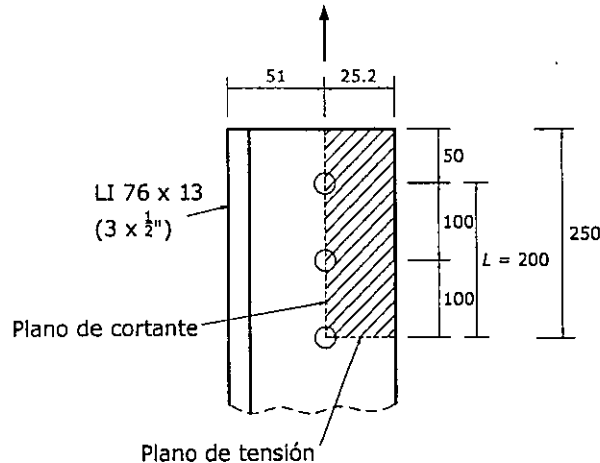
$$A_n = 17.74 - (1.91 + 0.3) 1.27 = 14.93 \text{ cm}^2$$

$\sum N$ = número de agujeros. En este caso solamente existe uno.

Luego:

$$\phi P_n = A_e F_u = \phi U A_n F_u = 0.88 \times 14.93 \times 4100 \times 10^{-3} = 53.9 \text{ Ton}$$

La resistencia de diseño es la menor de las dos. Sin embargo, debe revisarse la resistencia a la ruptura por cortante y tensión combinadas (*block shear rupture strength*).



Revisión de bloque de cortante y tensión combinadas **Acotaciones en mm**

Para calcular las áreas netas de la figura anterior deben descontarse 2.5 agujeros en la longitud de cortante y 0.5 agujeros en la de tensión.

Áreas de cortante:

$$A_{gv} = b t = 25 \times 1.27 = 31.75 \text{ cm}^2$$

$$A_{nv} = [25 - 2.5 (2.22)] 1.27 = 14.93 \text{ cm}^2$$

Áreas de tensión:

$$A_{gt} = s t = 2.52 \times 1.27 = 3.20 \text{ cm}^2$$

$$A_{nt} = 1.27 [(25.0 - 2.5 (2.22))] = 24.70 \text{ cm}^2$$

Se aplican las disposiciones de diseño del AISC-LRFD-1999:

a) Cuando $F_u A_{nt} \geq 0.6 F_u A_{nv}$:

$$\phi R_n = \phi [0.6 F_y A_{gv} + F_u A_{nt}] \leq \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad \text{(J4-3a)}$$

b) Cuando $F_u A_{nt} < 0.6 F_u A_{nv}$:

$$\phi R_n = \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_y A_{gt}] \leq \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad \text{(J4-3b)}$$

Como $F_u A_{nt} = 4\ 100 \times 24.70 \times 10^{-3} = 101.3\ \text{Ton} > 0.6F_u A_{nv} = 0.6 \times 4\ 100 \times 14.93 \times 10^{-3} = 36.7\ \text{Ton}$, se aplica la ecuación (JA-3a)

$$\phi R_n = \phi [0.6F_y A_{gv} + F_u A_{nt}] \leq \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad (\text{J4-3a})$$

$$\phi R_n = 0.75 [0.6 \times 2\ 530 \times 31.75 + 4\ 100 \times 24.70] \times 10^{-3} = 112.1\ \text{Ton}$$

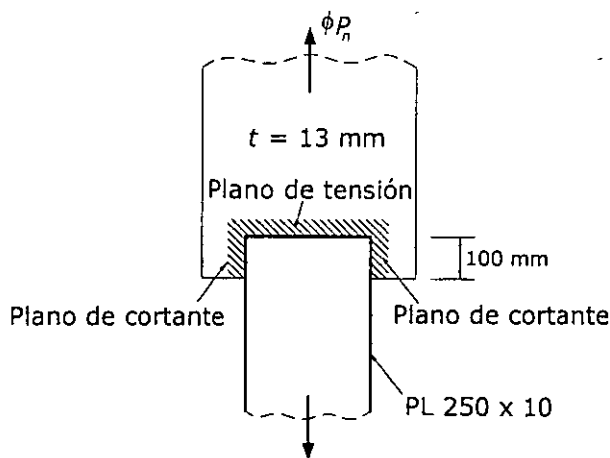
$$0.75 [0.6 \times 4\ 100 \times 14.93 + 4\ 100 \times 24.70] \times 10^{-3} = 103.5\ \text{Ton} \quad \text{Correcto}$$

La resistencia de diseño por bloque de cortante es **103.5 Ton**.

CONCLUSIÓN:

La resistencia de diseño en tensión del ángulo del ejemplo es la menor de los estados límite que se revisaron anteriormente. En este caso particular $\phi P_n = 40.4\ \text{Ton}$; queda regida por flujo plástico en la sección total.

Ejemplo. Determine la resistencia de diseño en tensión y la resistencia a la ruptura por cortante y tensión combinadas (*block shear ruptur strength*) de la placa soldada de acero NOM-B-254 (ASTM A36, $F_y = 2\,530\text{ kg/cm}^2$, 250 MPa , 36 ksi , $4\,100\text{ kg/cm}^2$, 450 MPa , 58 ksi) que se muestra en la siguiente figura.



Junta soldada del ejemplo.

SOLUCIÓN:

Flujo plástico en la sección total

Área de la placa

$$A = 25 \times 0.95 = 23.75\text{ cm}^2$$

$$\phi P_n = A_g F_y \quad \text{(D1-1)}$$

$$\phi P_n = 0.90 \times 23.75 \times 2\,530 \times 10^{-3} = 54.0\text{ Ton}$$

Fractura en el área neta

Como no existen agujeros en la placa (conexión soldada):

$$A_e = U A_g \quad \text{(U = 0.85)}$$

$$A_e = 0.85 \times 23.75 = 20.19\text{ cm}^2$$

Luego:

$$\phi P_n = \phi A_e F_u \quad \text{(D1-2)}$$

$$\phi P_n = 0.75 \times 20.19 \times 4\,100 \times 10^{-3} = 62.1\text{ Ton}$$

Resistencia a la ruptura por cortante y tensión combinadas

El estado límite de ruptura y tensión combinadas debe revisarse también en la periferia de juntas soldadas; la resistencia se determina utilizando $\phi = 0.75$ y las áreas de los planos de fractura y flujo plástico.

La resistencia de diseño a la ruptura por cortante y tensión combinadas, se determina con las ecuaciones (J4-3a) y (J4-3-b) de las especificaciones AISC-LRFD-1999.

a) Cuando $F_u A_{nt} \geq 0.6F_u A_{nv}$:

$$\phi R_n = \phi [0.6F_y A_{gv} + F_u A_{nt}] \leq \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad (\text{J4-3a})$$

b) Cuando $F_u A_{nt} < 0.6F_u A_{nv}$:

$$\phi R_n = \phi [0.6F_u A_{nv} + F_y A_{gt}] \leq \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad (\text{J4-3b})$$

$\phi = 0.75$ (factor de reducción de la resistencia)

A_{gv} = área total que trabaja en cortante, cm^2

A_{gt} = área total que trabaja en tensión, cm^2

A_{nv} = área neta en cortante, cm^2

A_{nt} = área neta en tensión, cm^2

Áreas de cortante:

$$A_{gv} = bt = 2 \times 10 \times 0.95 = 19 \text{ cm}^2$$

$$A_{nv} = 2 \times 10 \times 0.95 = 19 \text{ cm}^2$$

Áreas de tensión:

$$A_{gt} = 25 \times 0.95 = 23.75 \text{ cm}^2$$

$$A_{nt} = 25 \times 0.95 = 23.75 \text{ cm}^2$$

Se aplican las disposiciones de diseño del AISC-LRFD-1999, Sección J4.3:

Como $F_u A_{nt} = 4\ 100 \times 23.75 \times 10^{-3} = 97.4 \text{ Ton} > 0.6F_u A_{nv} = 0.6 \times 4\ 100 \times 19 \times 10^{-3} = 46.74 \text{ Ton}$, se aplica la ecuación (J4-3a)

$$\phi R_n = \phi [0.6F_y A_{gv} + F_u A_{nt}] \leq \phi [0.6 F_u A_{nv} + F_u A_{nt}] \quad (\text{J4-3a})$$

$$\phi R_n = 0.75 [0.6 \times 2\ 530 \times 19 + 4\ 100 \times 23.75] \times 10^{-3} = 94.7 \text{ Ton}$$

$$0.75[0.6 \times 4\ 100 \times 19.0 + 4\ 100 \times 23.75] \times 10^{-3} = 108 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

La resistencia de diseño por bloque de cortante es **94.7 Ton**.

CONCLUSIÓN:

La resistencia de diseño de la placa queda regida por el estado límite de flujo plástico en la sección total.

$$\phi P_n = 54.0 \text{ Ton}$$

**CURSO DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR
COMPUTADORA**

**MIEMBROS EN COMPRESIÓN (LA COLUMNA AISLADA)
TEORÍA Y EJEMPLOS DE DISEÑO**

M. I. HÉCTOR SOTO RODRÍGUEZ

OBJETIVOS:

Presentar los conceptos generales sobre el comportamiento y diseño de miembros en compresión (la columna aislada).

Mostrar las secciones de las especificaciones *AISC-LRFD -1999* aplicables al diseño de miembros comprimidos axialmente.

Exponer ejemplos de diseño de miembros en compresión.

MIEMBROS EN COMPRESIÓN (LA COLUMNA AISLADA)

REFERENCIAS PRINCIPALES

- *Especificaciones AISC-LRFD-1999 y Comentarios*
- *Capítulo E. Columnas y otros miembros en compresión*
- *Sección C2. Estabilidad de marcos*
- *Sección B5. Pandeo local*
- *Parte 3, M-AISC-LRFD-2001, Ayudas de diseño*
- *Teoría de estabilidad elástica, Timoshenko y Gere*
- *Guide to Design Criteria for Metal Compresión members*
- *Diseño de Estructuras de Acero. Miembros en Compresión (la columna aislada), Oscar de Buen López de Heredia, Fundación ICA, UAEM, SMIE*
- *Diseño de Estructuras Metálicas, Volumen I, Héctor Soto Rodríguez, 2001*

INTRODUCCIÓN

Columna:

Pieza recta en la que actúa una fuerza axial que produce compresión pura.

Otra acepción:

Miembro estructural principal utilizado en posición generalmente vertical en una estructura de un edificio, que transmite a la cimentación las cargas muertas y vivas que soportan las vigas de piso, trabes o armaduras, así como los efectos de viento o sismo. Puede ser a base de perfiles laminados, secciones soldadas o miembros armados, secciones en cajón, su sección puede ser constante o variable y de alma llena o celosía.

La columna aislada no está sometida a momentos flexionantes alrededor de sus ejes principales y centroidales, excepto los debidos a pequeñas excentricidades en la carga o imperfecciones geométricas iniciales en el perfil utilizado como columna.

Para que un miembro trabaje en compresión pura, se requiere:

- Ser perfectamente recto
- Las fuerzas que obran en la columna deben estar aplicadas en los centros de gravedad de las secciones extremas
- Las líneas de acción de las cargas de compresión axial deben coincidir con el eje del miembro.

Como se mencionó anteriormente, no hay flexión de ningún tipo.

Las columnas reales de marcos rígidos nunca están aisladas y su comportamiento estructural depende del de la estructura en conjunto. Tampoco las columnas están sometidas a compresión pura. Sin embargo, la columna aislada cargada axialmente constituye la base del diseño de estructuras modernas.

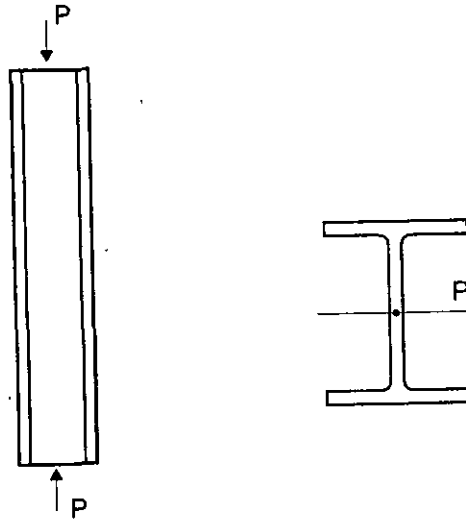


Fig. Columna aislada

Las excentricidades en la aplicación de las cargas y los inevitables defectos geométricos, no se incluyen de manera explícita en el diseño, pero sí se toman en cuenta en las ecuaciones de diseño.

Las teorías tradicionales de pandeo establecen que cuando una pieza se somete a compresión axial, el pandeo se presenta en la dirección de un plano de simetría de la sección, sin rotación de la misma (pandeo por flexión).

Diseño

El dimensionamiento de las columnas consiste en comparar que la resistencia de diseño no sea menor que las acciones factorizadas (*Diseño por factores de carga y resistencia, DFCR* ó *diseño por estados límite, DEL*), o que los esfuerzos actuantes no sobrepasen los permisibles indicados en las especificaciones (*Diseño por esfuerzos permisibles, DEP*).

Tipos de columnas:

- Columnas cortas
- Columnas Intermedias
- Columnas largas

Columnas cortas

Resisten la fuerza que ocasiona su plastificación completa. Su capacidad de carga no es afectada por ninguna forma de inestabilidad, la resistencia máxima depende

solamente del área total, de sus secciones transversales y del esfuerzo de fluencia del acero. Su falla es por **aplastamiento**.

Columnas intermedias

Son las más comunes en estructuras y su falla es por **inestabilidad inelástica**, pero su rigidez es suficiente para posponer la iniciación del fenómeno hasta que parte del material está plastificado. Su resistencia depende tanto de la rigidez del miembro, esfuerzo de fluencia, forma y dimensiones de sus secciones transversales y distribución de los esfuerzos residuales.

Columnas largas

La inestabilidad de las columnas se inicia en el intervalo elástico, los esfuerzos totales no llegan todavía al límite de proporcionalidad, en el instante en que empieza el pandeo. Su resistencia máxima depende de las rigideces en flexión y en torsión, no depende del esfuerzo de fluencia F_y .

Tipos de equilibrio

El equilibrio se define como un estado de balance entre todas las cargas que actúan en una estructura o parte de ella. En estructuras, el equilibrio puede ser: estable, inestable e indiferente.

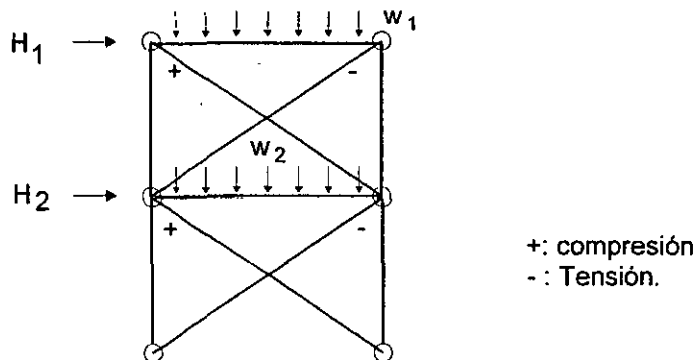


Fig. Tipos de equilibrio

EJEMPLOS DE MIEMBROS EN COMPRESIÓN

Marcos contraventeados

Las diagonales de contraventeo y las columnas biarticuladas de algunos sistemas estructurales se idealizan típicamente como miembros que soportan solamente cargas axiales (los contraventeos trabajan a tensión ó compresión y las columnas biarticuladas a compresión).



+: compresión
- : Tensión.

Fig. Marco contraventado

Armaduras

La cuerda superior de las armaduras libremente apoyadas son ejemplos típicos de miembros en compresión.

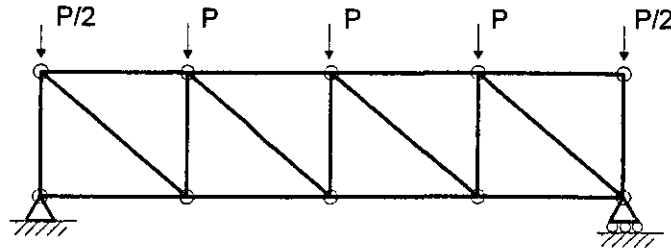
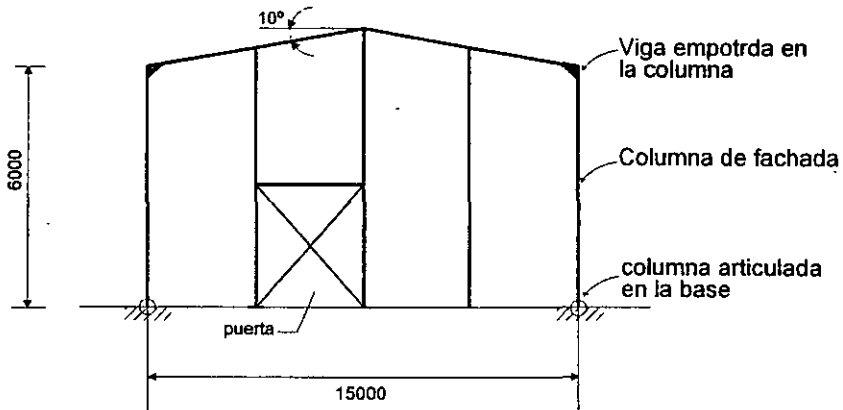


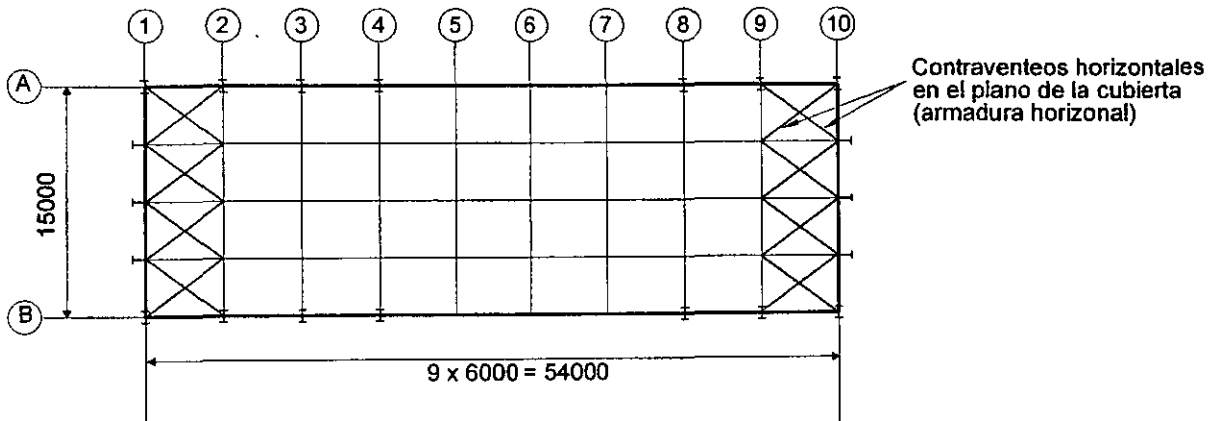
Fig. Armadura típica

Edificios industriales y bodegas

Puntales de contraventeo de techos y bodegas



Marco rígido Sección transversal / Fachada



Planta de cubierta

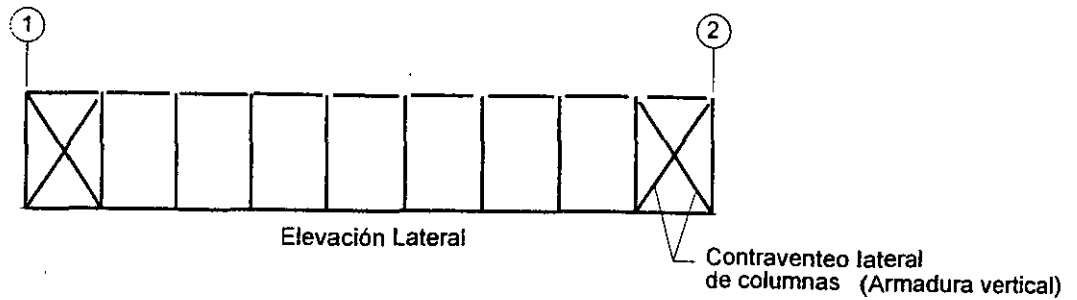


Fig. Estructura típica de una nave industrial

Marcos rígidos sin contraventeo

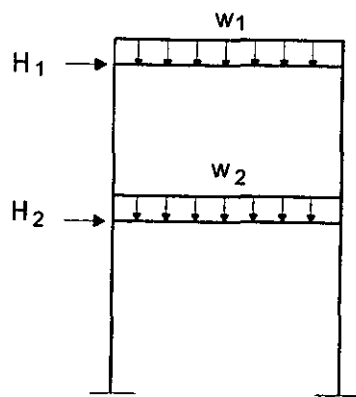


Fig. Marco rígido simple

Algunas columnas de edificios se diseñan para soportar solamente carga vertical, son menos rígidas que el resto de las otras columnas y están ligadas la estructura mediante conexiones que no transmiten momento flexionante.

Los miembros sometidos a compresión axial y flexión se tratan como miembros flexocomprimidos. Véase Capítulo H, especificaciones AISC-LRFD-1999. El termino columna se usa frecuentemente para denotar un miembros en compresión (columna aislada cargada axialmente).

Otros ejemplos de miembros en compresión, son las estructuras especiales, que se diseñan con especificaciones diferentes a las de estructuras para edificios convencionales.

- Plumas de grúas
- Torres atirantadas para transmisión de energía eléctrica
- Torres de transmisión autosoportadas

Estados límite de interés

El principal estado límite de resistencia de un miembro en compresión es el **pandeo** (que puede ocasionar problemas de **inestabilidad**).

El pandeo puede ser por flexión o por flexotorsión



Pandeo por flexotorsión

Definición de pandeo:

Pérdida repentina y total de rigidez de un miembro, de una parte de una estructura o de una estructura completa, que acompaña el paso del equilibrio estable al inestable; se caracteriza por la pérdida de capacidad de carga para soportar compresión y la aparición de grandes deformaciones, de naturaleza diferente de las que existían antes de que se iniciase el fenómeno, que resulta en un cambio en la geometría del miembro.

El problema de **pandeo** es un problema de **estabilidad** y no de **resistencia**.

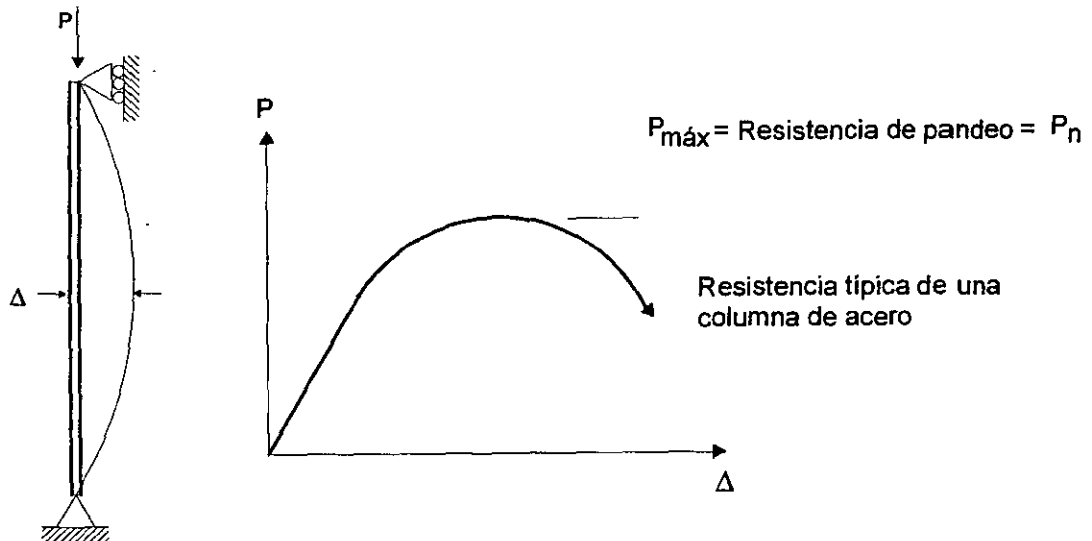
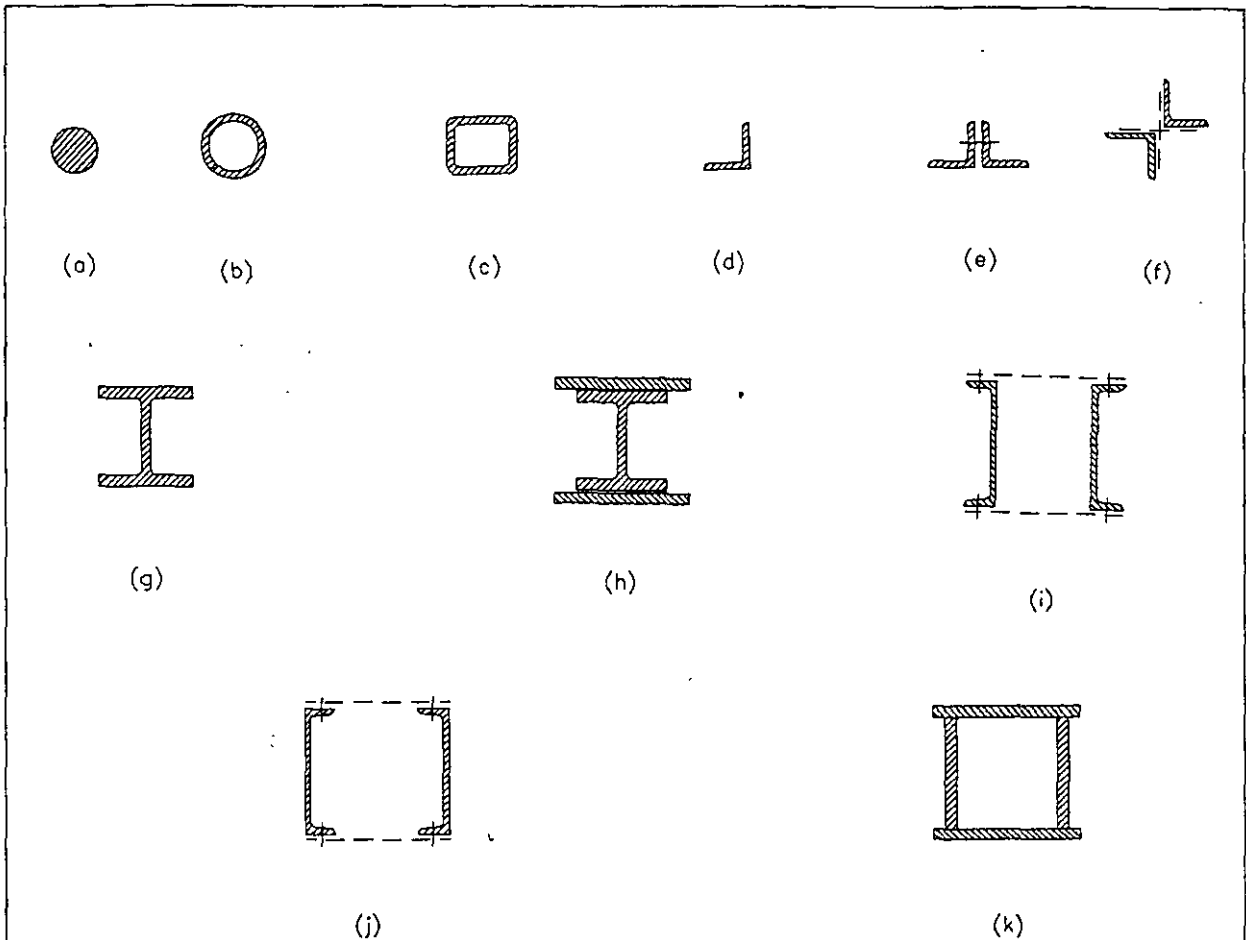


Fig. Respuesta de una columna de acero



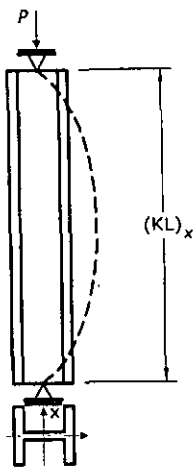
En la figura se muestra una gran variedad de secciones estructurales que se utilizan frecuentemente como columnas. No todas tienen características favorables, pero tienen alguna otra que las hace convenientes para usos específicos.

Las secciones estructurales huecas (tubos circulares, cuadrados o rectangulares) se usan con mucha frecuencia en la actualidad, por sus propiedades geométricas favorables y su aspecto arquitectónico; su inconveniente son las conexiones con el resto de la estructura.

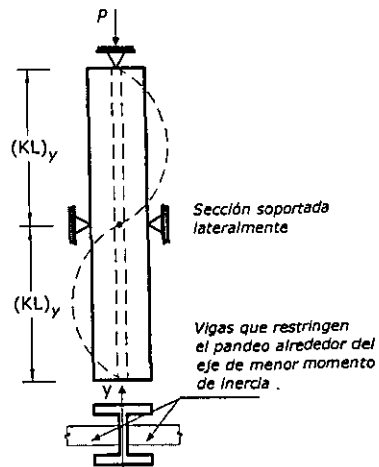
La sección que se usa con mayor frecuencia en armaduras de techo, es la formada por dos ángulos de lados iguales en espalda, esta sección es particularmente económica cuando se utilizan placas de conexión sencillas.

Ocasionalmente se usan secciones formadas por dos canales en espalda, su desventaja es que tienen un radio de giro pequeño alrededor del eje Y-Y. Una sección formada por dos canales en cajón constituye una elección conveniente, debido a que tienen características geométricas favorables alrededor de sus dos ejes principales y centroidales, igual que la sección en cajón hecha con cuatro placas soldadas.

Fig. Secciones típicas utilizadas como miembros en compresión.



Pandeo alrededor del eje de mayor momento de inercia



Pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia

Modos de pandeo de la columna

Para determinar la relación de esbeltez de un miembro comprimido axialmente o flexocomprimido:

KL = Longitud efectiva en X-X y Y-Y, cm
 r = radio de giro correspondiente, cm

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

El radio de giro es un índice de la rigidez de una sección estructural cuando se utiliza como columna o miembro en compresión. Si una sección es simétrica respecto a los dos ejes principales y centroidales, el momento de inercia, y, en consecuencia, el radio de giro, es el mismo para cada eje. No obstante la mayoría de las secciones comunes, particularmente las columnas de acero son asimétricas respecto a los dos ejes principales y en el diseño de estos miembros el menor momento de inercia y, por consiguiente, el menor radio de giro, es el que se utiliza en el cálculo.

K = factor de longitud efectiva, que depende de las condiciones de apoyo de los extremos de la columna y de la forma en que esté soportada lateralmente.
 L = longitud libre de la columna, entre secciones soportadas lateralmente.

Deberá utilizarse la relación de esbeltez máxima del miembro.

$$\left\{ \left(\frac{KL}{r} \right)_x \quad \text{ó} \quad \left(\frac{KL}{r} \right)_y \right\}$$

$$\left(\frac{KL}{r} \right)_{\max}$$

2.2.1 Relaciones de esbeltez

<p>La configuración de la columna pandeada se muestra con línea punteada</p>	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Valor teórico de K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Valor de diseño recomendado para K, cuando las condiciones reales de apoyo se aproximan a las ideales	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0
Representación esquemática de las condiciones de apoyo	 	<p>Rotación impedida</p> <p>Rotación libre</p> <p>Rotación impedida</p> <p>Rotación libre</p>	<p>Traslación impedida</p> <p>Traslación impedida</p> <p>Traslación libre</p> <p>Traslación libre</p>			

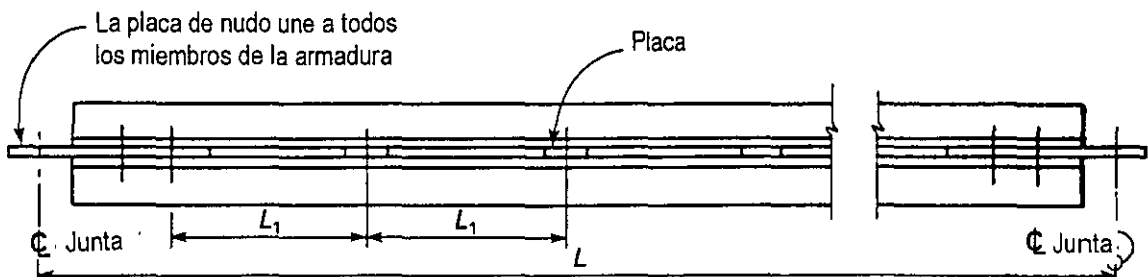
Fig. Factores de longitud efectiva para columnas aisladas.

Valores teóricos y de diseño recomendados de K para seis condiciones hipotéticas, en las que la rotación y traslación de los nudos se producen totalmente o no existen. También se indican los valores recomendados para el diseño cuando los elementos de la estructura se aproximan a estas condiciones.

En general, los valores sugeridos son ligeramente mayores que sus equivalentes teóricos, debido a que pocas veces se puede lograr por completo la fijación del nudo.

Si la base de la columna en el caso f) estuviera realmente articulada, el valor de K excedería de 2.0 para un marco como el que se muestra en la figura de abajo, debido a que la flexibilidad del miembro horizontal no permitiría la realización de la fijación total en la parte superior de la columna.

Por otro lado, se ha demostrado que los cimientos, aún en el caso de zapatas diseñadas solamente para carga vertical, limitan en forma muy importante el giro en el apoyo de columnas con extremos planos y anclaje no dispuesto para resistir momento. Para esta condición, un valor de diseño de $K = 1.5$ generalmente resultaría conservador en el caso f):

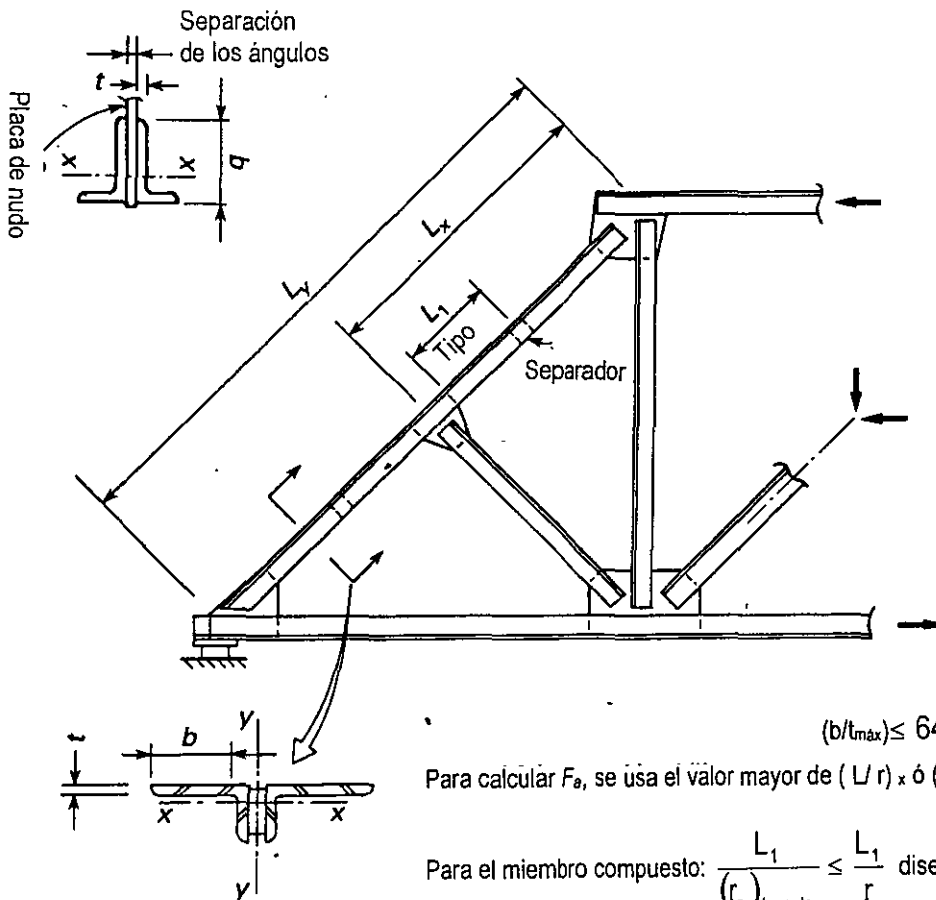


Para el radio de giro más favorable, usar ángulos de lados desiguales con las alas largas espalda con espalda (lados mayores de los ángulos verticales)

Para determinar F_a , se emplea el valor mayor de L/r_x ó L/r_y . Se revisa la relación ancho/grueso;

$$(b/t_{\max}) \leq 640 / \sqrt{F_y}$$

$A = 2A_1$; r_x y r_y están tabulados en los M-AISC-ASD y LRFD o en M-IMCA, Tomo I.



$$(b/t_{\max}) \leq 640 / \sqrt{F_y}$$

Para calcular F_a , se usa el valor mayor de $(L/r)_x$ ó $(L/r)_y$ ($K = 1.0$)

Para el miembro compuesto: $\frac{L_1}{(r_z)_{\text{ángulo}}} \leq \frac{L_1}{r}$ diseño

(b)

Fig. ángulos dobles utilizados como miembros en compresión. a) ángulos dobles sin soporte lateral intermedio, b) diagonal en compresión con soporte lateral intermedio en una dirección.

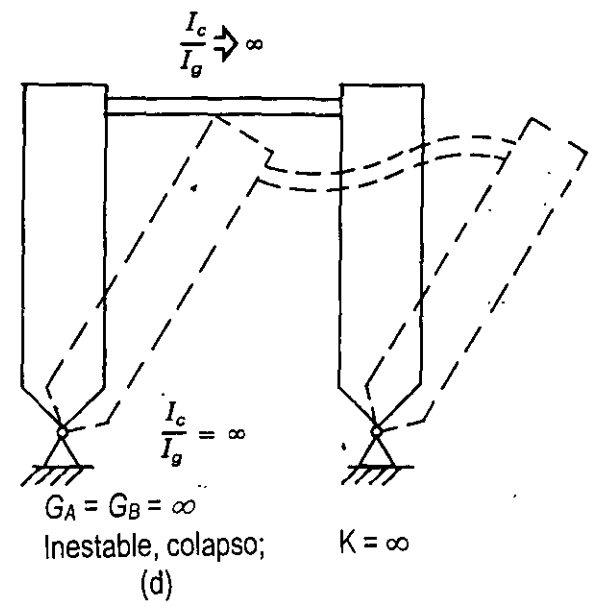
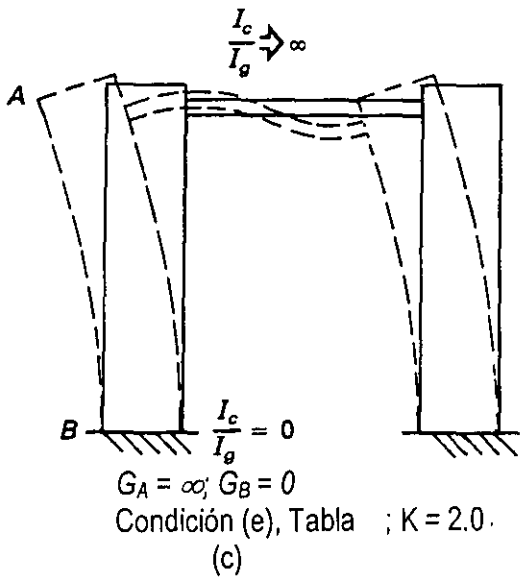
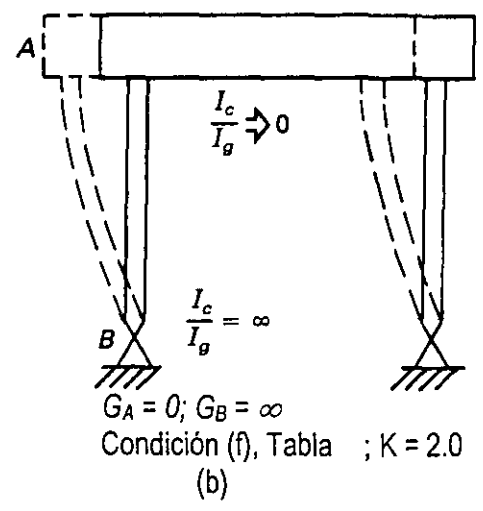
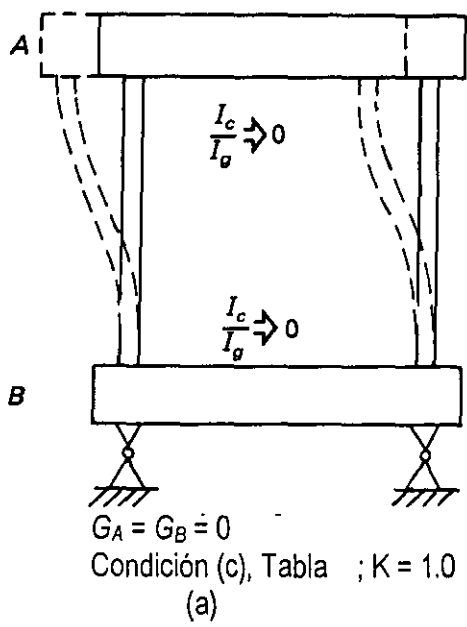


Fig. Valores de K para marcos simples de un solo nivel con desplazamiento lateral permitido.

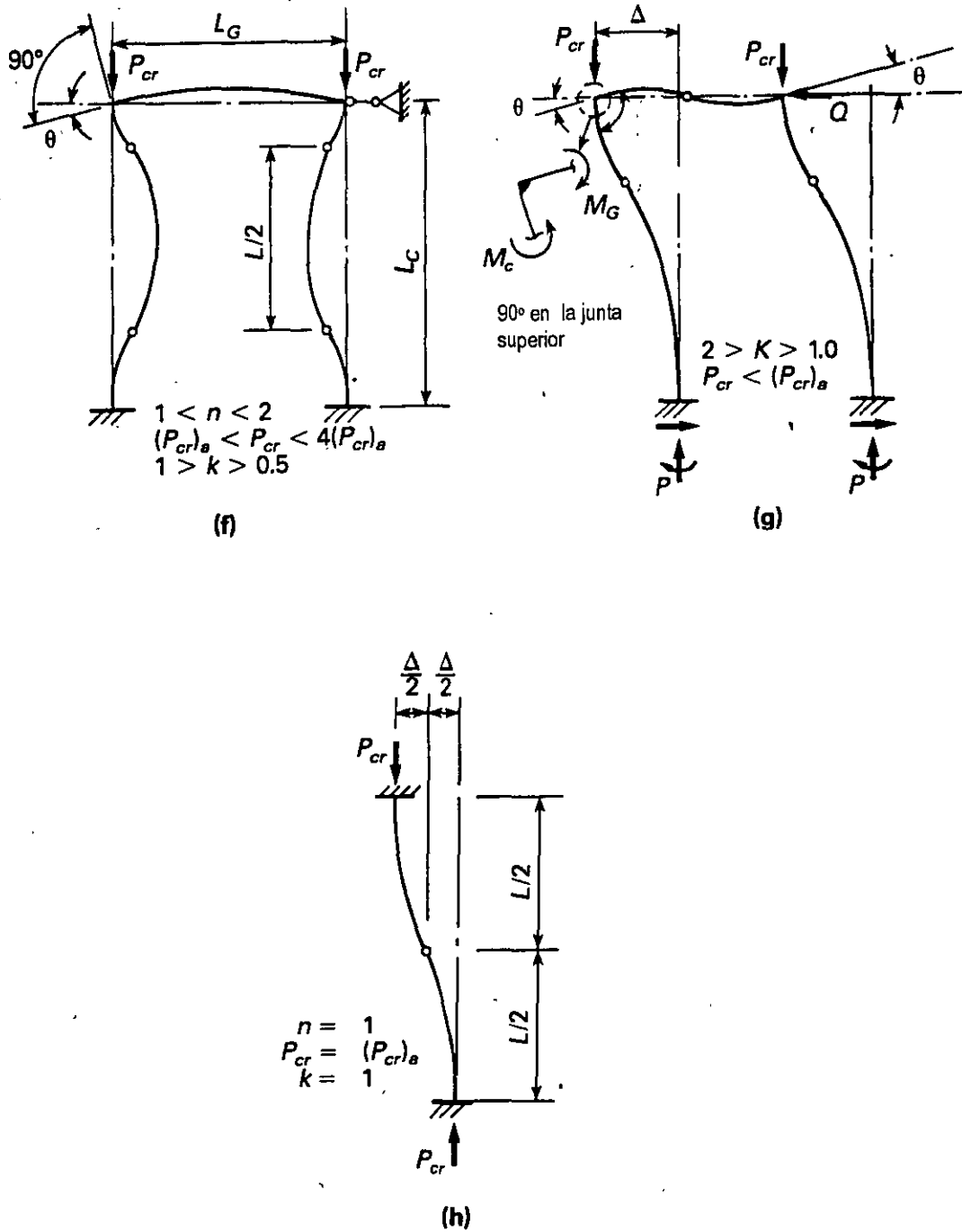


Fig. Modos de pandeo y soportes laterales. f) marco simple de un solo nivel, extremos empotrados, viga restringida contra rotación, desplazamiento lateral impedido; g) marco simple, extremos empotrados, desplazamiento lateral permitido; h) columna con extremos empotrados, apoyo superior libre de traslación, apoyo inferior fijo contra rotación.

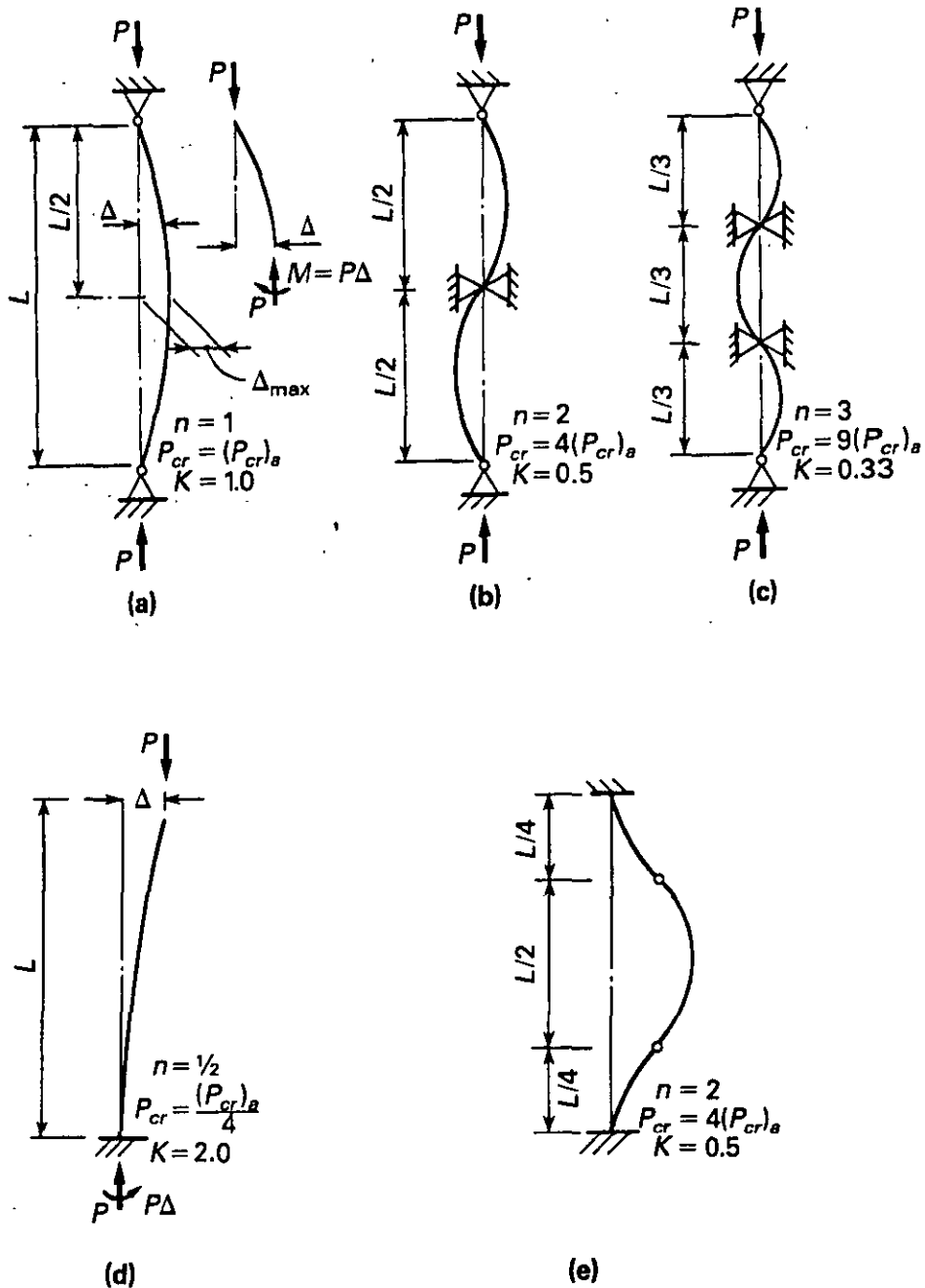
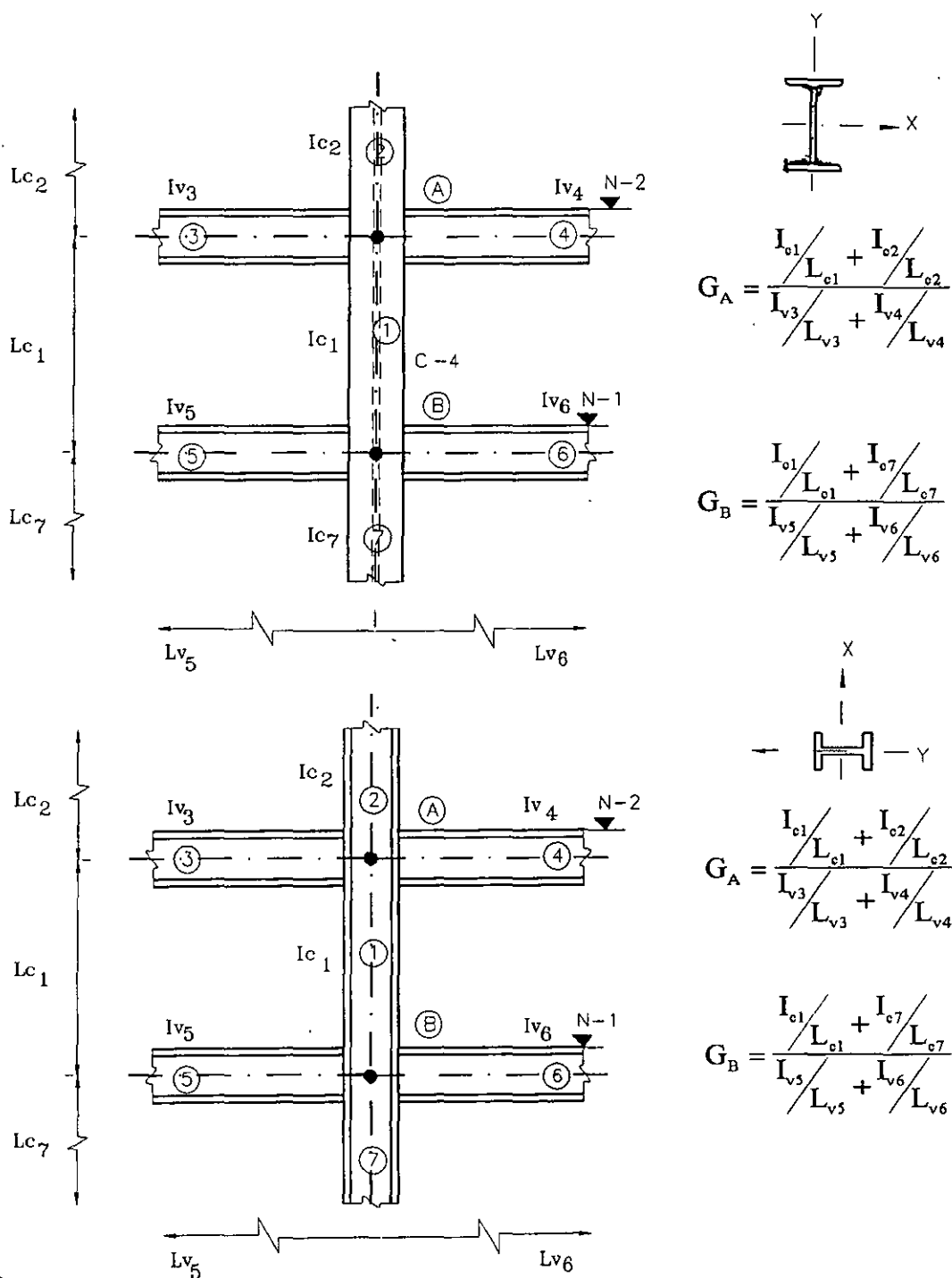


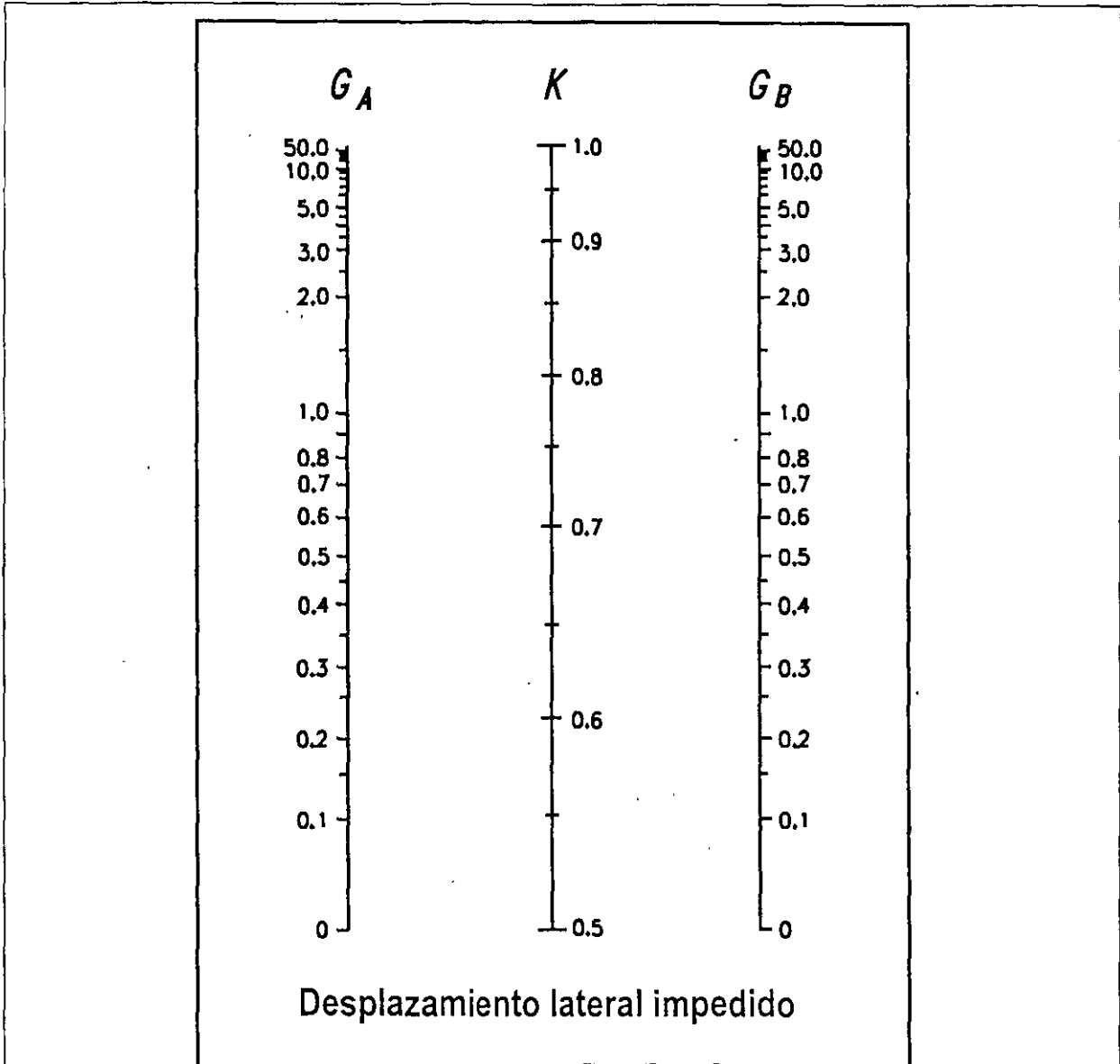
Fig. Modos de pandeo y soportes laterales: a) Primer modo (extremos articulados); b) Segundo modo (extremos articulados con soporte en la sección media); tercer modo (extremos articulados, con soportes laterales en los tercios de la longitud de la columna); d) columna en cantilever (extremo inferior empotrado y superior libre); e) apoyos empotrados.



NOTAS:

En los momentos de inercia de las vigas no se incluye el efecto de los sistemas de piso compuestos acero-concreto. Los cocientes I/L de las vigas y columnas se obtienen con distancias entre ejes.

Fig. Método tradicional para determinar los factores de longitud efectiva de columnas que forman parte de marcos rígidos continuos



Se debe tener presente que estos nomogramas se basan en la suposición de condiciones hipotéticas, que rara vez se presentan en estructuras reales. Estas condiciones hipotéticas son las siguientes:

1. El comportamiento es puramente elástico.
2. Todos los miembros tienen sección transversal constante
3. Todos los nudos son rígidos
4. Para marcos contraventeados, la rotación en los extremos opuestos de las vigas restrictivas son de igual magnitud y producen flexión con curvatura simple
5. Para marcos sin contraventeo, las rotaciones en los extremos opuestos de las vigas restrictivas son de igual magnitud y producen flexión con curvatura doble
6. Los parámetros de rigidez de todas las columnas son iguales
7. La restricción en el nudo se distribuye a las columnas, de arriba y de abajo en proporción a I/I de cada una de ellas
8. Todas las columnas se pandean simultáneamente.

Cuando las condiciones reales difieren de estas hipótesis, los diseños pueden resultar demasiado conservadores.

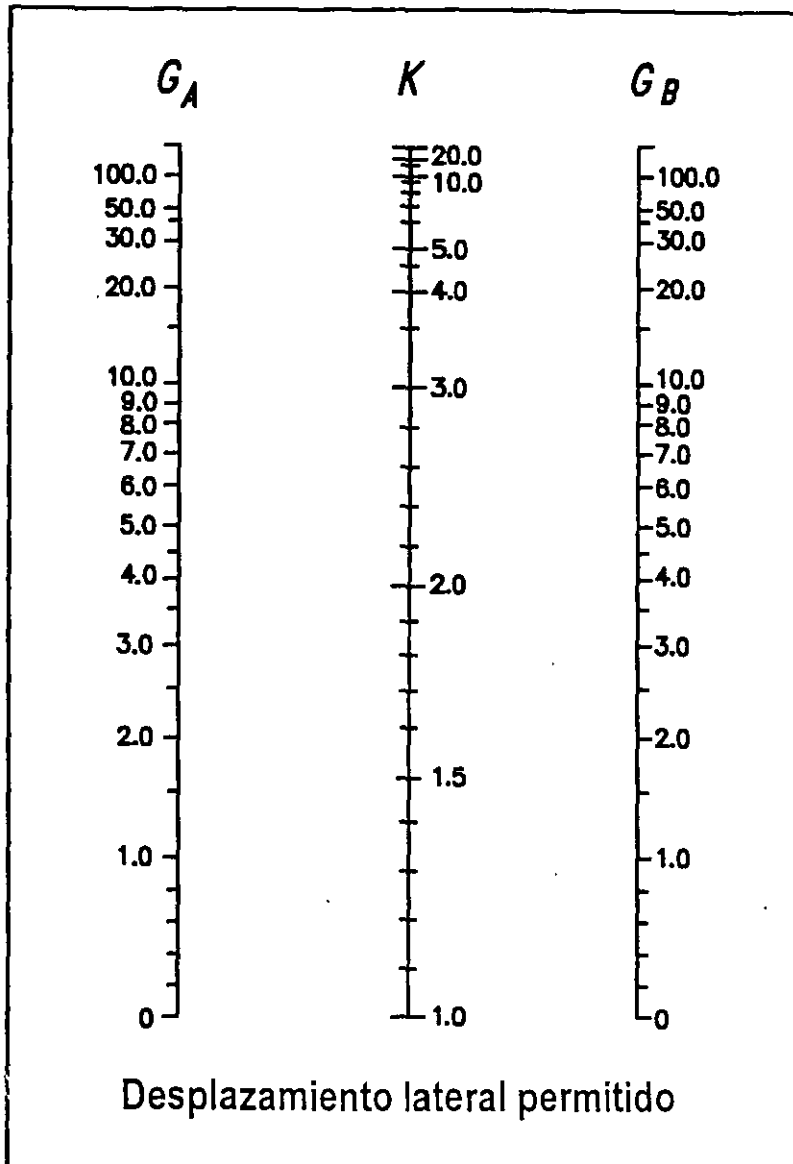


Fig. Nomogramas para determinar los factores K de longitud efectiva de columnas de marcos rígidos continuos.

Existen varios métodos racionales para determinar con suficiente exactitud la longitud efectiva de columnas en un marco rígidos contraventeados o sin contraventeo. Estos métodos varían desde una simple interpolación entre los casos hipotéticos para columnas aisladas hasta procedimientos analíticos muy complejos y engorrosos.

Una vez determinadas las secciones preliminares de los miembros del marco, el uso de nomogramas como el mostrado en las figuras facilita el cálculo de los valores del factor de longitud efectiva K.

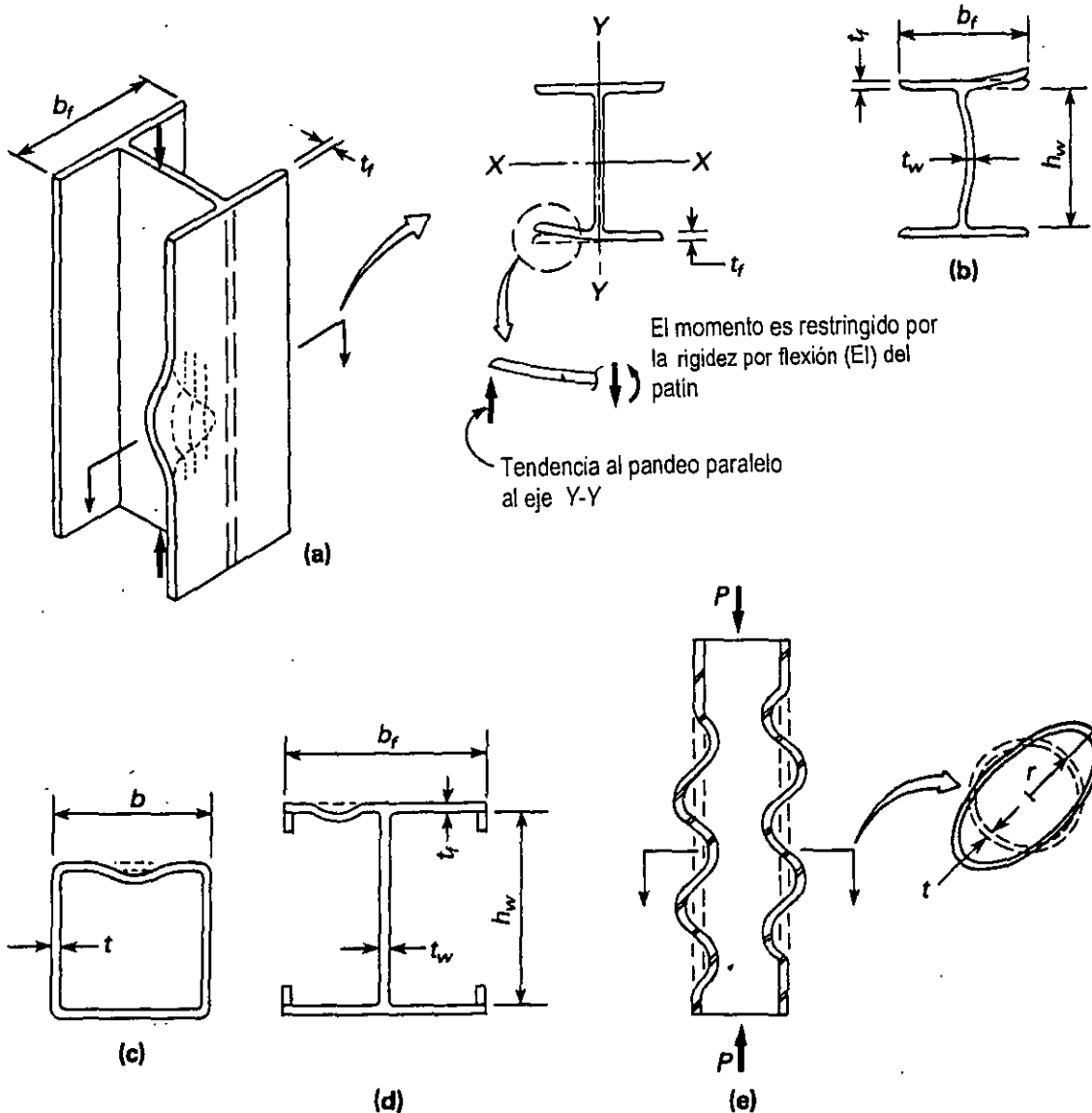
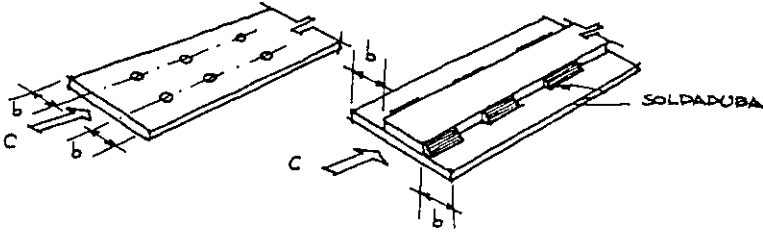


Fig. Pandeo local

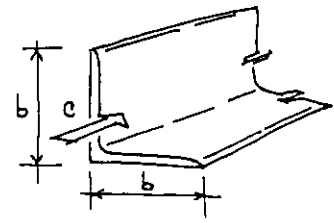
Fenómeno de inestabilidad en el estado elástico o inelástico que afecta los elementos que forman la sección transversal de un miembro estructural (placas) comprimidos en sus planos. El pandeo produce deformaciones importantes que tienen el aspecto de un torcimiento o forma de ondulaciones según el elemento solicitado.

Las secciones estructurales se clasifican en varios tipos en función de las relaciones ancho/groeso máximas de sus elementos planos que trabajan en compresión axial, en compresión debida a flexión o en flexocompresión.



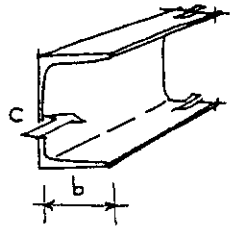
a) Placas

b = distancia libre a la primera línea de sujetadores



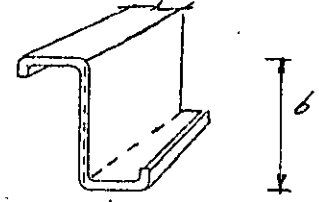
b) Alas de ángulos

b = dimensión nominal total



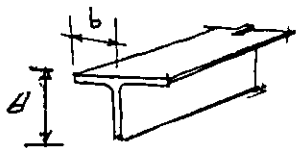
b) Patines de canales

b = dimensión nominal total



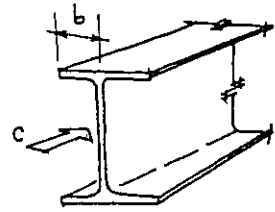
b) Zetas

b = dimensión nominal total



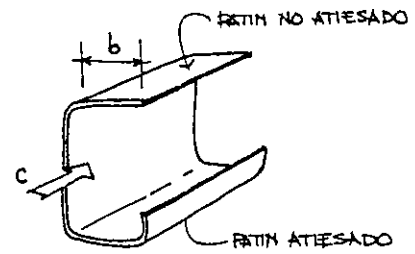
c) Alas de tés

b = dimensión nominal total



d) Patines de secciones I, H y T

b = mitad de la dimensión nominal total

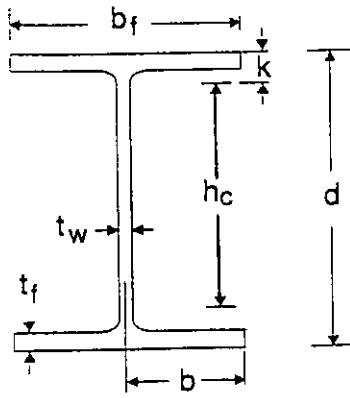


e) Perfiles formados en frío

b = distancia del borde libre a la iniciación de la curva que une el elemento considerado con el resto del perfil

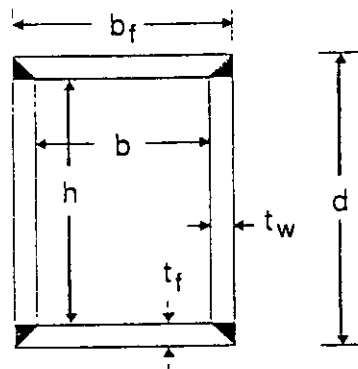
2.3.3. Ancho

2.3.3.1 Elementos planos no atiesados. NTC-RDF-2004



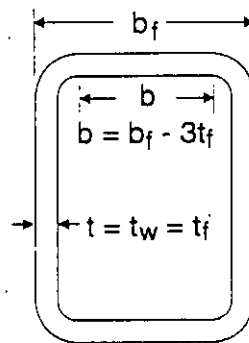
a) Almas de perfiles laminados

b = distancia libre entre patines menos los radios de las curvas de unión con los patines



b) Patines de secciones en cajón

b = distancia entre líneas adyacentes de sujetadores

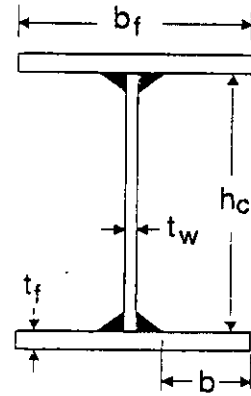
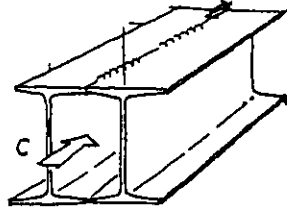
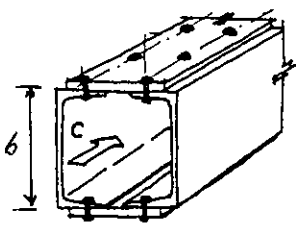


c) Patines de secciones laminadas en cajón (tubos)

b = distancia entre almas, menos los radios de las dos curvas de unión.
Si no se conocen los radios, el ancho total de la sección menos tres veces el grueso de sus paredes.

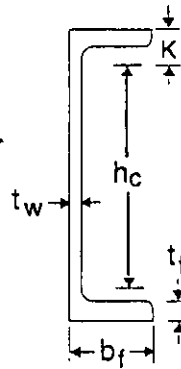
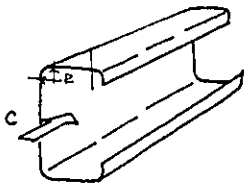
2.3.3. Ancho

2.3.3.1 Elementos planos atiesados. NTC-RDF-2004



d) Almas de secciones formadas por placas H, I o en cajón

b = distancia entre líneas adyacentes de sujetadores o, en secciones soldadas, la distancia libre entre patines.

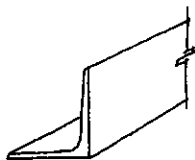


e) Almas de secciones de lámina delgada laminadas en caliente o dobladas en frío

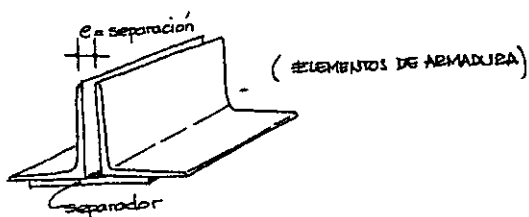
b = distancia entre las iniciaciones de las curvas de unión con los elementos de soporte. Si no se conocen los radios de las esquinas, el peralte total de la sección menos tres veces el grueso de sus paredes.

2.3.3. Ancho

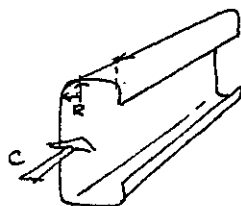
2.3.3.1 Elementos planos atiesados. NTC-RDF-2004



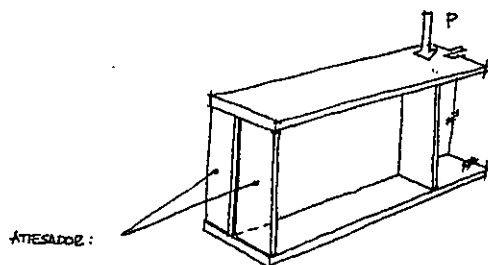
Alas de ángulos sencillos



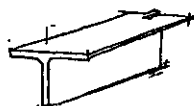
Alas de ángulos dobles con separadores en compresión



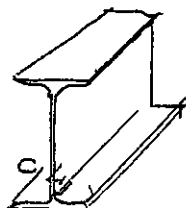
Elementos comprimidos soportados a lo largo de uno solo de los bordes longitudinales



Atiesadotes de traves armadas Soportados a lo largo de un solo borde longitudinal

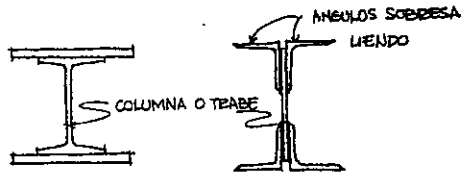


Almas de secciones T

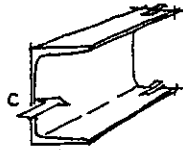


Patines de secciones I o H En compresión pura

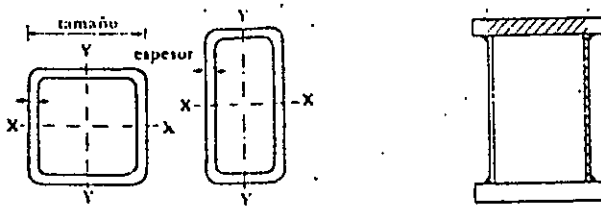
Tabla 2.1 Descripción de los elementos de la Tabla 2.1, NTC-2005



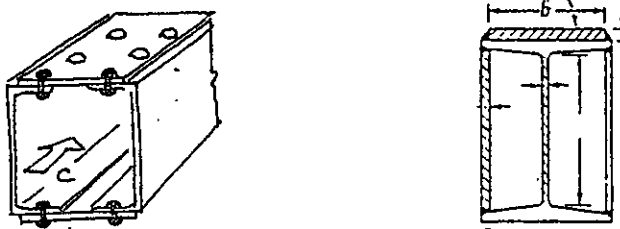
Placas que sobresalen de miembros comprimidos



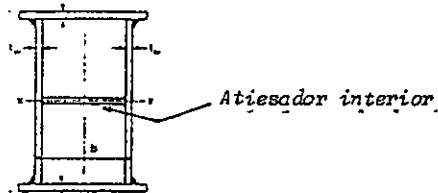
Patines de canales



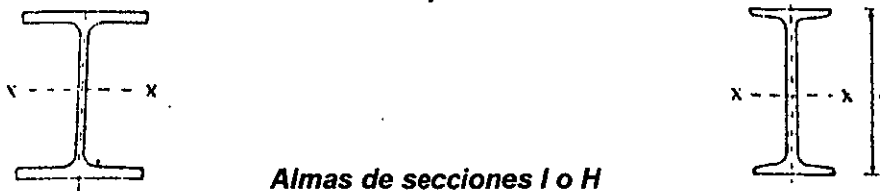
Patines de secciones en cajón laminadas o soldadas, en flexión



Cubreplacas entre líneas de sujetadores

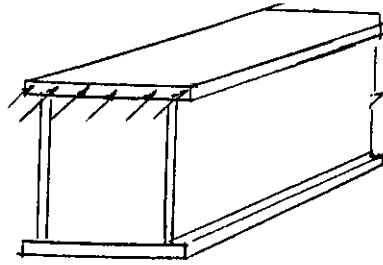


Atiesadotes soportados a lo largo de los dos bordes paralelos a la fuerza

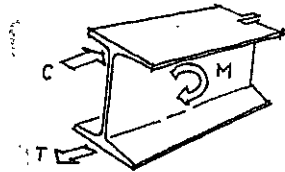


Almas de secciones I o H

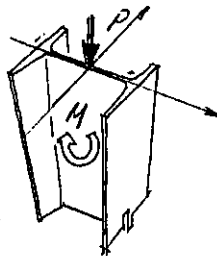
Tabla 2.1 Descripción de los elementos de la Tabla 2.1, NTC-2005



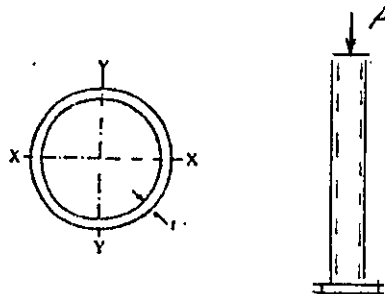
Placas de secciones en cajón en compresión pura



Almas en flexión



Almas flexocomprimidas

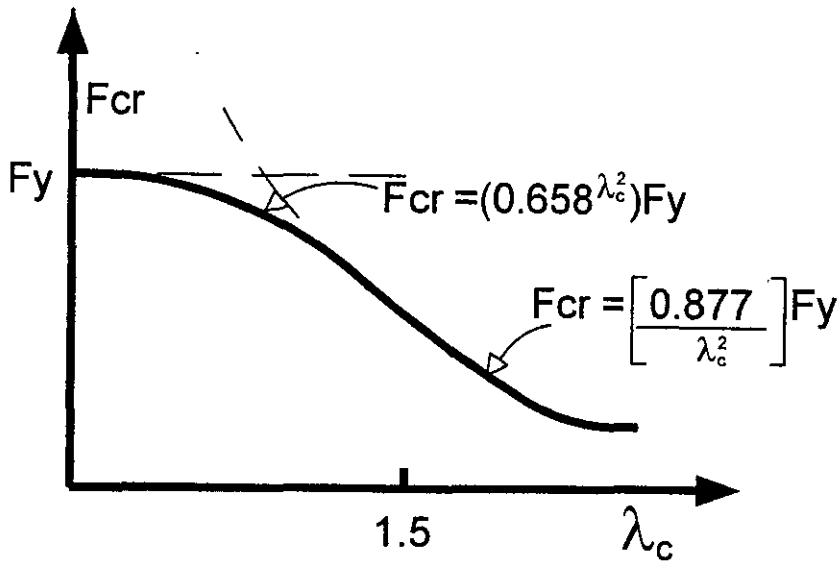


Secciones circulares huecas en compresión axial



Secciones circulares huecas en flexión

Tabla 2.1 Descripción de los elementos de la Tabla 2.1, NTC-2005



Esfuerzo crítico F_{cr} versus parámetro de esbeltez de la columna λ_c

$$\phi_c P_n = \phi A_g F_{cr} \quad (E2-1)$$

A_g = área total de la sección transversal de la columna, cm^2

ϕ_c = factor de reducción de la resistencia = 0.85 (adimensional)

F_{cr} = esfuerzo crítico, Kg/cm^2

λ = parámetro de esbeltez de la columna (adimensional), que vale

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (E2-4)$$

F_y = esfuerzo de fluencia del acero, Kg/cm^2

E = módulo de elasticidad del acero ($2.039 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$, 29 000 ksi ó 200 000

MPa)

K = factor de longitud efectiva (adimensional)

l = longitud no soportada lateralmente de la columna, cm

r = radio de giro alrededor del eje de pandeo, cm

Kl/r = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

Esfuerzo crítico, F_{cr}		
λ_c	P_n	Ecuación aplicable
≤ 1.5	$(0.658^{\lambda_c^2}) F_y$	(E2-2)
> 1.5	$\left[\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y$	(E2-3)

Resistencia de diseño en compresión axial

Pandeo por flexión

Especificaciones AISC-LRFD-1999

$$F_y = 2\,530 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (250 MPa, 36 ksi)}$$

VALOR DEL PARÁMETRO DE ESBELTEZ DE COLUMNA λ
Acero NOM-B-254 (ASTM A36)
NORMAS NTC-RDF-2004 y AISC-LRFD-1999

KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ
1	0.011	41	0.460	81	0.908	121	1.356	161	1.805
2	0.022	42	0.471	82	0.919	122	1.368	162	1.816
3	0.034	43	0.482	83	0.930	123	1.379	163	1.827
4	0.045	44	0.493	84	0.942	124	1.390	164	1.838
5	0.056	45	0.504	85	0.953	125	1.401	165	1.850
6	0.067	46	0.516	86	0.964	126	1.412	166	1.861
7	0.078	47	0.527	87	0.975	127	1.424	167	1.872
8	0.090	48	0.538	88	0.986	128	1.435	168	1.883
9	0.101	49	0.549	89	0.998	129	1.446	169	1.894
10	0.112	50	0.561	90	1.009	130	1.457	170	1.906
11	0.123	51	0.572	91	1.020	131	1.469	171	1.917
12	0.135	52	0.583	92	1.031	132	1.480	172	1.928
13	0.146	53	0.594	93	1.043	133	1.491	173	1.939
14	0.157	54	0.605	94	1.054	134	1.502	174	1.951
15	0.168	55	0.617	95	1.065	135	1.513	175	1.962
16	0.179	56	0.628	96	1.076	136	1.525	176	1.973
17	0.191	57	0.639	97	1.087	137	1.536	177	1.984
18	0.202	58	0.650	98	1.099	138	1.547	178	1.995
19	0.213	59	0.661	99	1.110	139	1.558	179	2.007
20	0.224	60	0.673	100	1.121	140	1.569	180	2.018
21	0.235	61	0.684	101	1.132	141	1.581	181	2.029
22	0.247	62	0.695	102	1.143	142	1.592	182	2.040
23	0.258	63	0.706	103	1.155	143	1.603	183	2.051
24	0.269	64	0.717	104	1.166	144	1.614	184	2.063
25	0.280	65	0.729	105	1.177	145	1.625	185	2.074
26	0.291	66	0.740	106	1.188	146	1.637	186	2.085
27	0.303	67	0.751	107	1.199	147	1.648	187	2.096
28	0.314	68	0.762	108	1.211	148	1.659	188	2.107
29	0.325	69	0.773	109	1.222	149	1.670	189	2.119
30	0.336	70	0.785	110	1.233	150	1.682	190	2.130
31	0.348	71	0.796	111	1.244	151	1.693	191	2.141
32	0.359	72	0.807	112	1.256	152	1.704	192	2.152
33	0.370	73	0.818	113	1.267	153	1.715	193	2.164
34	0.381	74	0.830	114	1.278	154	1.726	194	2.175
35	0.392	75	0.841	115	1.289	155	1.738	195	2.186
36	0.404	76	0.852	116	1.300	156	1.749	196	2.197
37	0.415	77	0.863	117	1.312	157	1.760	197	2.208
38	0.426	78	0.874	118	1.323	158	1.771	198	2.220
39	0.437	79	0.886	119	1.334	159	1.782	199	2.231
40	0.448	80	0.897	120	1.345	160	1.794	200	2.242

NOTAS:

λ = Parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 0.01121 KL/r$$

$\frac{KL}{r}$ = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = Módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (200 000 MPa o 29 000 ksi)

$$F_y = 2\,460 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (240 MPa, 35 ksi)}$$

VALOR DEL PARÁMETRO DE ESBELTEZ DE COLUMNA λ
Acero NOM-B-177 (ASTM A53)
NORMAS NTC-RDF-2004 y AISC-LRFD-1999

KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ
1	0.011	41	0.453	81	0.896	121	1.338	161	1.781
2	0.022	42	0.465	82	0.907	122	1.349	162	1.792
3	0.033	43	0.476	83	0.918	123	1.360	163	1.803
4	0.044	44	0.487	84	0.929	124	1.371	164	1.814
5	0.055	45	0.498	85	0.940	125	1.383	165	1.825
6	0.066	46	0.509	86	0.951	126	1.394	166	1.836
7	0.077	47	0.520	87	0.962	127	1.405	167	1.847
8	0.088	48	0.531	88	0.973	128	1.416	168	1.858
9	0.100	49	0.542	89	0.984	129	1.427	169	1.869
10	0.111	50	0.553	90	0.995	130	1.438	170	1.880
11	0.122	51	0.564	91	1.006	131	1.449	171	1.891
12	0.133	52	0.575	92	1.018	132	1.460	172	1.902
13	0.144	53	0.586	93	1.029	133	1.471	173	1.913
14	0.155	54	0.597	94	1.040	134	1.482	174	1.924
15	0.166	55	0.608	95	1.051	135	1.493	175	1.936
16	0.177	56	0.619	96	1.062	136	1.504	176	1.947
17	0.188	57	0.630	97	1.073	137	1.515	177	1.958
18	0.199	58	0.641	98	1.084	138	1.526	178	1.969
19	0.210	59	0.653	99	1.095	139	1.537	179	1.980
20	0.221	60	0.664	100	1.106	140	1.548	180	1.991
21	0.232	61	0.675	101	1.117	141	1.559	181	2.002
22	0.243	62	0.686	102	1.128	142	1.571	182	2.013
23	0.254	63	0.697	103	1.139	143	1.582	183	2.024
24	0.265	64	0.708	104	1.150	144	1.593	184	2.035
25	0.277	65	0.719	105	1.161	145	1.604	185	2.046
26	0.288	66	0.730	106	1.172	146	1.615	186	2.057
27	0.299	67	0.741	107	1.183	147	1.626	187	2.068
28	0.310	68	0.752	108	1.194	148	1.637	188	2.079
29	0.321	69	0.763	109	1.206	149	1.648	189	2.090
30	0.332	70	0.774	110	1.217	150	1.659	190	2.101
31	0.343	71	0.785	111	1.228	151	1.670	191	2.112
32	0.354	72	0.796	112	1.239	152	1.681	192	2.124
33	0.365	73	0.807	113	1.250	153	1.692	193	2.135
34	0.376	74	0.818	114	1.261	154	1.703	194	2.146
35	0.387	75	0.830	115	1.272	155	1.714	195	2.157
36	0.398	76	0.841	116	1.283	156	1.725	196	2.168
37	0.409	77	0.852	117	1.294	157	1.736	197	2.179
38	0.420	78	0.863	118	1.305	158	1.747	198	2.190
39	0.431	79	0.874	119	1.316	159	1.759	199	2.201
40	0.442	80	0.885	120	1.327	160	1.770	200	2.212

NOTAS:

λ = Parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 0.01106 \frac{KL}{r}$$

$\frac{KL}{r}$ = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = Módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (200 000 MPa o 29 000 ksi)

$$F_y = 2\,950 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (290 MPa, 42 ksi)}$$

VALOR DEL PARÁMETRO DE ESBELTEZ DE COLUMNA λ
Acero NOM-B-99 (ASTM A529) y NOM-B-282 (ASTM A242)
NORMAS NTC-RDF-2004 y AISC-LRFD-1999

KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ
1	0.012	41	0.497	81	0.981	121	1.465	161	1.950
2	0.024	42	0.509	82	0.993	122	1.477	162	1.962
3	0.036	43	0.521	83	1.005	123	1.490	163	1.974
4	0.048	44	0.533	84	1.017	124	1.502	164	1.986
5	0.061	45	0.545	85	1.029	125	1.514	165	1.998
6	0.073	46	0.557	86	1.041	126	1.526	166	2.010
7	0.085	47	0.569	87	1.054	127	1.538	167	2.022
8	0.097	48	0.581	88	1.066	128	1.550	168	2.034
9	0.109	49	0.593	89	1.078	129	1.562	169	2.047
10	0.121	50	0.606	90	1.090	130	1.574	170	2.059
11	0.133	51	0.618	91	1.102	131	1.586	171	2.071
12	0.145	52	0.630	92	1.114	132	1.599	172	2.083
13	0.157	53	0.642	93	1.126	133	1.611	173	2.095
14	0.170	54	0.654	94	1.138	134	1.623	174	2.107
15	0.182	55	0.666	95	1.150	135	1.635	175	2.119
16	0.194	56	0.678	96	1.163	136	1.647	176	2.131
17	0.206	57	0.690	97	1.175	137	1.659	177	2.143
18	0.218	58	0.702	98	1.187	138	1.671	178	2.156
19	0.230	59	0.714	99	1.199	139	1.683	179	2.168
20	0.242	60	0.727	100	1.211	140	1.695	180	2.180
21	0.254	61	0.739	101	1.223	141	1.708	181	2.192
22	0.266	62	0.751	102	1.235	142	1.720	182	2.204
23	0.279	63	0.763	103	1.247	143	1.732	183	2.216
24	0.291	64	0.775	104	1.259	144	1.744	184	2.228
25	0.303	65	0.787	105	1.272	145	1.756	185	2.240
26	0.315	66	0.799	106	1.284	146	1.768	186	2.252
27	0.327	67	0.811	107	1.296	147	1.780	187	2.265
28	0.339	68	0.823	108	1.308	148	1.792	188	2.277
29	0.351	69	0.836	109	1.320	149	1.804	189	2.289
30	0.363	70	0.848	110	1.332	150	1.817	190	2.301
31	0.375	71	0.860	111	1.344	151	1.829	191	2.313
32	0.388	72	0.872	112	1.356	152	1.841	192	2.325
33	0.400	73	0.884	113	1.368	153	1.853	193	2.337
34	0.412	74	0.896	114	1.381	154	1.865	194	2.349
35	0.424	75	0.908	115	1.393	155	1.877	195	2.361
36	0.436	76	0.920	116	1.405	156	1.889	196	2.374
37	0.448	77	0.932	117	1.417	157	1.901	197	2.386
38	0.460	78	0.945	118	1.429	158	1.913	198	2.398
39	0.472	79	0.957	119	1.441	159	1.925	199	2.410
40	0.484	80	0.969	120	1.453	160	1.938	200	2.422

NOTAS:

λ = Parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 0.01211 \text{ KL/r}$$

$\frac{KL}{r}$ = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = Módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (200 000 MPa o 29 000 ksi)

$$F_y = 3\,235 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (320 MPa, 46 ksi)}$$

VALOR DEL PARÁMETRO DE ESBELTEZ DE COLUMNA λ
Acero NOM-B-199 (ASTM A500) y NOM-B-282 (ASTM A242)
NORMAS NTC-RDF-2004 y AISC-LRFD-1999

KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ
1	0.013	41	0.520	81	1.027	121	1.534	161	2.041
2	0.025	42	0.533	82	1.040	122	1.547	162	2.054
3	0.038	43	0.545	83	1.052	123	1.560	163	2.067
4	0.051	44	0.558	84	1.065	124	1.572	164	2.080
5	0.063	45	0.571	85	1.078	125	1.585	165	2.092
6	0.076	46	0.583	86	1.090	126	1.598	166	2.105
7	0.089	47	0.596	87	1.103	127	1.610	167	2.118
8	0.101	48	0.609	88	1.116	128	1.623	168	2.130
9	0.114	49	0.621	89	1.129	129	1.636	169	2.143
10	0.127	50	0.634	90	1.141	130	1.648	170	2.156
11	0.139	51	0.647	91	1.154	131	1.661	171	2.168
12	0.152	52	0.659	92	1.167	132	1.674	172	2.181
13	0.165	53	0.672	93	1.179	133	1.686	173	2.194
14	0.178	54	0.685	94	1.192	134	1.699	174	2.206
15	0.190	55	0.697	95	1.205	135	1.712	175	2.219
16	0.203	56	0.710	96	1.217	136	1.724	176	2.232
17	0.216	57	0.723	97	1.230	137	1.737	177	2.244
18	0.228	58	0.735	98	1.243	138	1.750	178	2.257
19	0.241	59	0.748	99	1.255	139	1.763	179	2.270
20	0.254	60	0.761	100	1.268	140	1.775	180	2.282
21	0.266	61	0.773	101	1.281	141	1.788	181	2.295
22	0.279	62	0.786	102	1.293	142	1.801	182	2.308
23	0.292	63	0.799	103	1.306	143	1.813	183	2.320
24	0.304	64	0.812	104	1.319	144	1.826	184	2.333
25	0.317	65	0.824	105	1.331	145	1.839	185	2.346
26	0.330	66	0.837	106	1.344	146	1.851	186	2.358
27	0.342	67	0.850	107	1.357	147	1.864	187	2.371
28	0.355	68	0.862	108	1.369	148	1.877	188	2.384
29	0.368	69	0.875	109	1.382	149	1.889	189	2.397
30	0.380	70	0.888	110	1.395	150	1.902	190	2.409
31	0.393	71	0.900	111	1.407	151	1.915	191	2.422
32	0.406	72	0.913	112	1.420	152	1.927	192	2.435
33	0.418	73	0.926	113	1.433	153	1.940	193	2.447
34	0.431	74	0.938	114	1.446	154	1.953	194	2.460
35	0.444	75	0.951	115	1.458	155	1.965	195	2.473
36	0.456	76	0.964	116	1.471	156	1.978	196	2.485
37	0.469	77	0.976	117	1.484	157	1.991	197	2.498
38	0.482	78	0.989	118	1.496	158	2.003	198	2.511
39	0.495	79	1.002	119	1.509	159	2.016	199	2.523
40	0.507	80	1.014	120	1.522	160	2.029	200	2.536

NOTAS:

λ = Parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 0.01268 \frac{KL}{r}$$

$\frac{KL}{r}$ = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = Módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (200 000 MPa o 29 000 ksi)

$$F_y = 3\,515 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (345 MPa, 50 ksi)}$$

VALOR DEL PARÁMETRO DE ESBELTEZ DE COLUMNA λ
Acero NOM-B-99 (ASTM A529), NOM-B-282 (ASTM A242), NOM-B-284(A572)A588,
A913 y A992
NORMAS NTC-RDF-2004 y AISC-LRFD-1999

KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ
1	0.013	41	0.542	81	1.071	121	1.600	161	2.128
2	0.026	42	0.555	82	1.084	122	1.613	162	2.142
3	0.040	43	0.568	83	1.097	123	1.626	163	2.155
4	0.053	44	0.582	84	1.110	124	1.639	164	2.168
5	0.066	45	0.595	85	1.124	125	1.653	165	2.181
6	0.079	46	0.608	86	1.137	126	1.666	166	2.195
7	0.093	47	0.621	87	1.150	127	1.679	167	2.208
8	0.106	48	0.635	88	1.163	128	1.692	168	2.221
9	0.119	49	0.648	89	1.177	129	1.705	169	2.234
10	0.132	50	0.661	90	1.190	130	1.719	170	2.247
11	0.145	51	0.674	91	1.203	131	1.732	171	2.261
12	0.159	52	0.687	92	1.216	132	1.745	172	2.274
13	0.172	53	0.701	93	1.229	133	1.758	173	2.287
14	0.185	54	0.714	94	1.243	134	1.771	174	2.300
15	0.198	55	0.727	95	1.256	135	1.785	175	2.314
16	0.212	56	0.740	96	1.269	136	1.798	176	2.327
17	0.225	57	0.754	97	1.282	137	1.811	177	2.340
18	0.238	58	0.767	98	1.296	138	1.824	178	2.353
19	0.251	59	0.780	99	1.309	139	1.838	179	2.366
20	0.264	60	0.793	100	1.322	140	1.851	180	2.380
21	0.278	61	0.806	101	1.335	141	1.864	181	2.393
22	0.291	62	0.820	102	1.348	142	1.877	182	2.406
23	0.304	63	0.833	103	1.362	143	1.890	183	2.419
24	0.317	64	0.846	104	1.375	144	1.904	184	2.432
25	0.331	65	0.859	105	1.388	145	1.917	185	2.446
26	0.344	66	0.873	106	1.401	146	1.930	186	2.459
27	0.357	67	0.886	107	1.415	147	1.943	187	2.472
28	0.370	68	0.899	108	1.428	148	1.957	188	2.485
29	0.383	69	0.912	109	1.441	149	1.970	189	2.499
30	0.397	70	0.925	110	1.454	150	1.983	190	2.512
31	0.410	71	0.939	111	1.467	151	1.996	191	2.525
32	0.423	72	0.952	112	1.481	152	2.009	192	2.538
33	0.436	73	0.965	113	1.494	153	2.023	193	2.551
34	0.449	74	0.978	114	1.507	154	2.036	194	2.565
35	0.463	75	0.992	115	1.520	155	2.049	195	2.578
36	0.476	76	1.005	116	1.534	156	2.062	196	2.591
37	0.489	77	1.018	117	1.547	157	2.076	197	2.604
38	0.502	78	1.031	118	1.560	158	2.089	198	2.618
39	0.516	79	1.044	119	1.573	159	2.102	199	2.631
40	0.529	80	1.058	120	1.586	160	2.115	200	2.644

NOTAS:

λ = Parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 0.01322 \frac{KL}{r}$$

$\frac{KL}{r}$ = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = Módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (200 000 MPa o 29 000 ksi)

$$F_y = 4\,220 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (415 Mpa, 60 ksi)}$$

VALOR DEL PARÁMETRO DE ESBELTEZ DE COLUMNA λ
Acero NOM-B-284 (ASTM A572), ASTM A992, ASTM A588 y ASTM A992
NORMAS NTC-RDF-2004 y AISC-LRFD-1999

KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ
1	0.013	41	0.542	81	1.071	121	1.600	161	2.128
2	0.026	42	0.555	82	1.084	122	1.613	162	2.142
3	0.040	43	0.568	83	1.097	123	1.626	163	2.155
4	0.053	44	0.582	84	1.110	124	1.639	164	2.168
5	0.066	45	0.595	85	1.124	125	1.653	165	2.181
6	0.079	46	0.608	86	1.137	126	1.666	166	2.195
7	0.093	47	0.621	87	1.150	127	1.679	167	2.208
8	0.106	48	0.635	88	1.163	128	1.692	168	2.221
9	0.119	49	0.648	89	1.177	129	1.705	169	2.234
10	0.132	50	0.661	90	1.190	130	1.719	170	2.247
11	0.145	51	0.674	91	1.203	131	1.732	171	2.261
12	0.159	52	0.687	92	1.216	132	1.745	172	2.274
13	0.172	53	0.701	93	1.229	133	1.758	173	2.287
14	0.185	54	0.714	94	1.243	134	1.771	174	2.300
15	0.198	55	0.727	95	1.256	135	1.785	175	2.314
16	0.212	56	0.740	96	1.269	136	1.798	176	2.327
17	0.225	57	0.754	97	1.282	137	1.811	177	2.340
18	0.238	58	0.767	98	1.296	138	1.824	178	2.353
19	0.251	59	0.780	99	1.309	139	1.838	179	2.366
20	0.264	60	0.793	100	1.322	140	1.851	180	2.380
21	0.278	61	0.806	101	1.335	141	1.864	181	2.393
22	0.291	62	0.820	102	1.348	142	1.877	182	2.406
23	0.304	63	0.833	103	1.362	143	1.890	183	2.419
24	0.317	64	0.846	104	1.375	144	1.904	184	2.432
25	0.331	65	0.859	105	1.388	145	1.917	185	2.446
26	0.344	66	0.873	106	1.401	146	1.930	186	2.459
27	0.357	67	0.886	107	1.415	147	1.943	187	2.472
28	0.370	68	0.899	108	1.428	148	1.957	188	2.485
29	0.383	69	0.912	109	1.441	149	1.970	189	2.499
30	0.397	70	0.925	110	1.454	150	1.983	190	2.512
31	0.410	71	0.939	111	1.467	151	1.996	191	2.525
32	0.423	72	0.952	112	1.481	152	2.009	192	2.538
33	0.436	73	0.965	113	1.494	153	2.023	193	2.551
34	0.449	74	0.978	114	1.507	154	2.036	194	2.565
35	0.463	75	0.992	115	1.520	155	2.049	195	2.578
36	0.476	76	1.005	116	1.534	156	2.062	196	2.591
37	0.489	77	1.018	117	1.547	157	2.076	197	2.604
38	0.502	78	1.031	118	1.560	158	2.089	198	2.618
39	0.516	79	1.044	119	1.573	159	2.102	199	2.631
40	0.529	80	1.058	120	1.586	160	2.115	200	2.644

NOTAS:

λ = Parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 0.01448 \frac{KL}{r}$$

$\frac{KL}{r}$ = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = Módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (200 000 MPa o 29 000 ksi)

$$F_y = 4\,570 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (450 MPa, 65 ksi)}$$

VALOR DEL PARÁMETRO DE ESBELTEZ DE COLUMNA λ
Acero NOM-B-254 (ASTM A36)
NORMAS NTC-RDF-2004 y AISC-LRFD-1999

KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ
1	0.015	41	0.618	81	1.221	121	1.823	161	2.426
2	0.030	42	0.633	82	1.236	122	1.839	162	2.441
3	0.045	43	0.648	83	1.251	123	1.854	163	2.456
4	0.060	44	0.663	84	1.266	124	1.869	164	2.471
5	0.075	45	0.678	85	1.281	125	1.884	165	2.487
6	0.090	46	0.693	86	1.296	126	1.899	166	2.502
7	0.105	47	0.708	87	1.311	127	1.914	167	2.517
8	0.121	48	0.723	88	1.326	128	1.929	168	2.532
9	0.136	49	0.738	89	1.341	129	1.944	169	2.547
10	0.151	50	0.754	90	1.356	130	1.959	170	2.562
11	0.166	51	0.769	91	1.371	131	1.974	171	2.577
12	0.181	52	0.784	92	1.386	132	1.989	172	2.592
13	0.196	53	0.799	93	1.402	133	2.004	173	2.607
14	0.211	54	0.814	94	1.417	134	2.019	174	2.622
15	0.226	55	0.829	95	1.432	135	2.034	175	2.637
16	0.241	56	0.844	96	1.447	136	2.050	176	2.652
17	0.256	57	0.859	97	1.462	137	2.065	177	2.667
18	0.271	58	0.874	98	1.477	138	2.080	178	2.682
19	0.286	59	0.889	99	1.492	139	2.095	179	2.698
20	0.301	60	0.904	100	1.507	140	2.110	180	2.713
21	0.316	61	0.919	101	1.522	141	2.125	181	2.728
22	0.332	62	0.934	102	1.537	142	2.140	182	2.743
23	0.347	63	0.949	103	1.552	143	2.155	183	2.758
24	0.362	64	0.964	104	1.567	144	2.170	184	2.773
25	0.377	65	0.980	105	1.582	145	2.185	185	2.788
26	0.392	66	0.995	106	1.597	146	2.200	186	2.803
27	0.407	67	1.010	107	1.612	147	2.215	187	2.818
28	0.422	68	1.025	108	1.628	148	2.230	188	2.833
29	0.437	69	1.040	109	1.643	149	2.245	189	2.848
30	0.452	70	1.055	110	1.658	150	2.261	190	2.863
31	0.467	71	1.070	111	1.673	151	2.276	191	2.878
32	0.482	72	1.085	112	1.688	152	2.291	192	2.893
33	0.497	73	1.100	113	1.703	153	2.306	193	2.909
34	0.512	74	1.115	114	1.718	154	2.321	194	2.924
35	0.527	75	1.130	115	1.733	155	2.336	195	2.939
36	0.543	76	1.145	116	1.748	156	2.351	196	2.954
37	0.558	77	1.160	117	1.763	157	2.366	197	2.969
38	0.573	78	1.175	118	1.778	158	2.381	198	2.984
39	0.588	79	1.191	119	1.793	159	2.396	199	2.999
40	0.603	80	1.206	120	1.808	160	2.411	200	3.014

NOTAS:

λ = Parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 0.01507 \text{ KL/r}$$

$\frac{KL}{r}$ = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = Módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (200 000 MPa o 29 000 ksi)

$$F_y = 4\,920 \text{ Kg/cm}^2 (486 \text{ MPa}, 70 \text{ ksi})$$

VALOR DEL PARÁMETRO DE ESBELTEZ DE COLUMNA λ

Acero ASTM 913

NORMAS NTC-RDF-2004 y AISC-LRFD-1999

KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ	KL/r	λ
1	0.016	41	0.641	81	1.267	121	1.892	161	2.518
2	0.031	42	0.657	82	1.282	122	1.908	162	2.534
3	0.047	43	0.673	83	1.298	123	1.924	163	2.549
4	0.063	44	0.688	84	1.314	124	1.939	164	2.565
5	0.078	45	0.704	85	1.329	125	1.955	165	2.581
6	0.094	46	0.719	86	1.345	126	1.971	166	2.596
7	0.109	47	0.735	87	1.361	127	1.986	167	2.612
8	0.125	48	0.751	88	1.376	128	2.002	168	2.628
9	0.141	49	0.766	89	1.392	129	2.018	169	2.643
10	0.156	50	0.782	90	1.408	130	2.033	170	2.659
11	0.172	51	0.798	91	1.423	131	2.049	171	2.674
12	0.188	52	0.813	92	1.439	132	2.064	172	2.690
13	0.203	53	0.829	93	1.455	133	2.080	173	2.706
14	0.219	54	0.845	94	1.470	134	2.096	174	2.721
15	0.235	55	0.860	95	1.486	135	2.111	175	2.737
16	0.250	56	0.876	96	1.501	136	2.127	176	2.753
17	0.266	57	0.891	97	1.517	137	2.143	177	2.768
18	0.282	58	0.907	98	1.533	138	2.158	178	2.784
19	0.297	59	0.923	99	1.548	139	2.174	179	2.800
20	0.313	60	0.938	100	1.564	140	2.190	180	2.815
21	0.328	61	0.954	101	1.580	141	2.205	181	2.831
22	0.344	62	0.970	102	1.595	142	2.221	182	2.846
23	0.360	63	0.985	103	1.611	143	2.237	183	2.862
24	0.375	64	1.001	104	1.627	144	2.252	184	2.878
25	0.391	65	1.017	105	1.642	145	2.268	185	2.893
26	0.407	66	1.032	106	1.658	146	2.283	186	2.909
27	0.422	67	1.048	107	1.673	147	2.299	187	2.925
28	0.438	68	1.064	108	1.689	148	2.315	188	2.940
29	0.454	69	1.079	109	1.705	149	2.330	189	2.956
30	0.469	70	1.095	110	1.720	150	2.346	190	2.972
31	0.485	71	1.110	111	1.736	151	2.362	191	2.987
32	0.500	72	1.126	112	1.752	152	2.377	192	3.003
33	0.516	73	1.142	113	1.767	153	2.393	193	3.019
34	0.532	74	1.157	114	1.783	154	2.409	194	3.034
35	0.547	75	1.173	115	1.799	155	2.424	195	3.050
36	0.563	76	1.189	116	1.814	156	2.440	196	3.065
37	0.579	77	1.204	117	1.830	157	2.455	197	3.081
38	0.594	78	1.220	118	1.846	158	2.471	198	3.097
39	0.610	79	1.236	119	1.861	159	2.487	199	3.112
40	0.626	80	1.251	120	1.877	160	2.502	200	3.128

NOTAS:

λ = Parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 0.01564 \frac{KL}{r}$$

$\frac{KL}{r}$ = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = Módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (200 000 MPa o 29 000 ksi)

Tabla 3.4. Valores del parámetro de esbeltez λ de miembros en compresión para varios tipos de aceros estructurales

Tipo de acero	Esfuerzo de fluencia, F_y Kg/cm^2 (<i>ksi</i> , <i>MPa</i>)	Parámetro de esbeltez λ (adimensional)
NOM-B-177(ASTM A53)	2460 (35, 240)	0.01106 KL/r
NOM-B-254(ASTM A36)	2 530 (36, 250)	0.01121 KL/r
NOM-B-99(ASTM A529), NOM-B-282(ASTM A242)	2 950(42, 290)	0.01211 KL/r
NOM-B-282(ASTM A242)	3 235 (46, 320)	0.01268 KL/r
NOM-B-282(ASTM A242) NOM-B-284(ASTM A 572), ASTM A 992, ASTM A588 y ASTM A 913	3 515 (50, 345)	0.01322 KL/r
NOM-B-284(ASTM A 572)	4 220 (60, 414)	0.01448 KL/r
NOM-B-284(ASTM A572)	4 570(65, 450)	0.01507 KL/r
ASTM A 913	4 920(70, 485)	0.01564 KL/r

Parámetro de esbeltez de la columna λ :

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} \quad (3.4)$$

donde:

KL/r = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

E = módulo de elasticidad del acero = 2.039×10^6 Kg/cm² (200 000 MPa, 29 000 ksi)

F_y = valor mínimo garantizado del esfuerzo correspondiente al límite de fluencia del acero, Kg/cm², ksi, MPa

NOM = Norma Oficial Mexicana

ASTM = American Society of Testing Materials

Para valores de F_y , véase la Tabla 1.1. *NTC-RDF-2004*.

TABLA 2.6. ESFUERZOS DE DISEÑO R_c/A_t PARA MIEMBROS EN COMPRESIÓN AXIAL

(Sección transversal cualquiera)

 $\phi = 0.85$

Ec. 3.2.2 y 3.2.3

NORMAS AISC-LRFD-2001

KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t
1	2150	51	1875	101	1257	151	658
2	2150	52	1865	102	1244	152	649
3	2149	53	1855	103	1231	153	641
4	2149	54	1845	104	1217	154	633
5	2148	55	1834	105	1204	155	624
6	2146	56	1823	106	1191	156	616
7	2145	57	1813	107	1177	157	609
8	2143	58	1802	108	1164	158	601
9	2141	59	1791	109	1151	159	593
10	2139	60	1779	110	1138	160	586
11	2137	61	1768	111	1125	161	579
12	2134	62	1757	112	1111	162	572
13	2131	63	1745	113	1098	163	565
14	2128	64	1734	114	1085	164	558
15	2125	65	1722	115	1072	165	551
16	2122	66	1710	116	1059	166	544
17	2118	67	1698	117	1046	167	538
18	2114	68	1686	118	1034	168	532
19	2110	69	1674	119	1021	169	525
20	2106	70	1662	120	1008	170	519
21	2101	71	1649	121	995	171	513
22	2096	72	1637	122	983	172	507
23	2091	73	1625	123	970	173	501
24	2086	74	1612	124	958	174	495
25	2081	75	1600	125	945	175	490
26	2075	76	1587	126	933	176	484
27	2070	77	1574	127	920	177	479
28	2064	78	1561	128	908	178	473
29	2057	79	1549	129	896	179	468
30	2051	80	1536	130	884	180	463
31	2044	81	1523	131	872	181	458
32	2038	82	1510	132	860	182	453
33	2031	83	1497	133	848	183	448
34	2024	84	1484	134	835	184	443
35	2016	85	1470	135	823	185	438
36	2009	86	1457	136	811	186	434
37	2001	87	1444	137	799	187	429
38	1993	88	1431	138	788	188	424
39	1985	89	1418	139	776	189	420
40	1977	90	1404	140	765	190	416
41	1968	91	1391	141	755	191	411
42	1960	92	1378	142	744	192	407
43	1951	93	1364	143	734	193	403
44	1942	94	1351	144	723	194	399
45	1933	95	1338	145	714	195	395
46	1924	96	1324	146	704	196	391
47	1915	97	1311	147	694	197	387
48	1905	98	1297	148	685	198	383
49	1895	99	1284	149	676	199	379
50	1885	100	1271	150	667	200	375

$F_y=3515 \text{ kg/cm}^2, (50 \text{ ksi}, 345 \text{ MPa})$

ESFUERZOS DE DISEÑO R_c/A_t PARA MIEMBROS EN COMPRESIÓN

(Sección transversal cualquiera)

$\phi=0.85$

Ec. 3.2.2 y 3.2.3

NORMAS AISC-LRFD-2001

KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t
1	2987.87	41	2768.64	81	2131.84	121	1168.09	161	659.77
2	2987.48	42	2757.81	82	2110.57	122	1149.02	162	651.65
3	2986.83	43	2746.72	83	2089.04	123	1130.41	163	643.68
4	2985.91	44	2735.37	84	2067.25	124	1112.25	164	635.86
5	2984.74	45	2723.75	85	2045.20	125	1094.53	165	628.17
6	2983.30	46	2711.88	86	2022.88	126	1077.22	166	620.63
7	2981.61	47	2699.74	87	2000.31	127	1060.33	167	613.22
8	2979.65	48	2687.35	88	1977.47	128	1043.82	168	605.94
9	2977.43	49	2674.69	89	1954.37	129	1027.70	169	598.79
10	2974.95	50	2661.77	90	1931.02	130	1011.95	170	591.76
11	2972.21	51	2648.59	91	1907.40	131	996.56	171	584.86
12	2969.21	52	2635.15	92	1883.52	132	981.52	172	578.08
13	2965.95	53	2621.45	93	1859.38	133	966.82	173	571.42
14	2962.42	54	2607.49	94	1834.97	134	952.44	174	564.87
15	2958.64	55	2593.26	95	1810.31	135	938.38	175	558.43
16	2954.59	56	2578.78	96	1785.39	136	924.63	176	552.10
17	2950.29	57	2564.03	97	1760.20	137	911.18	177	545.88
18	2945.72	58	2549.03	98	1734.76	138	898.03	178	539.77
19	2940.89	59	2533.76	99	1709.05	139	885.15	179	533.75
20	2935.80	60	2518.23	100	1683.08	140	872.55	180	527.84
21	2930.45	61	2502.44	101	1656.85	141	860.22	181	522.02
22	2924.84	62	2486.39	102	1630.36	142	848.15	182	516.30
23	2918.97	63	2470.08	103	1603.61	143	836.32	183	510.68
24	2912.84	64	2453.51	104	1576.60	144	824.75	184	505.14
25	2906.44	65	2436.67	105	1549.33	145	813.41	185	499.69
26	2899.79	66	2419.58	106	1521.79	146	802.31	186	494.33
27	2892.87	67	2402.22	107	1494.00	147	791.43	187	489.06
28	2885.69	68	2384.61	108	1466.22	148	780.77	188	483.87
29	2878.26	69	2366.73	109	1439.44	149	770.33	189	478.77
30	2870.56	70	2348.59	110	1413.39	150	760.09	190	473.74
31	2862.60	71	2330.19	111	1388.04	151	750.05	191	468.79
32	2854.38	72	2311.53	112	1363.36	152	740.22	192	463.92
33	2845.89	73	2292.61	113	1339.34	153	730.57	193	459.13
34	2837.15	74	2273.43	114	1315.94	154	721.12	194	454.41
35	2828.15	75	2253.98	115	1293.16	155	711.84	195	449.76
36	2818.88	76	2234.28	116	1270.96	156	702.74	196	445.18
37	2809.36	77	2214.31	117	1249.32	157	693.82	197	440.67
38	2799.57	78	2194.09	118	1228.24	158	685.07	198	436.23
39	2789.52	79	2173.60	119	1207.68	159	676.48	199	431.86
40	2779.21	80	2152.85	120	1187.64	160	668.05	200	427.55

$F_y=3515 \text{ kg/cm}^2$

TABLA 2.6. ESFUERZOS DE DISEÑO R_c/A_t PARA MIEMBROS EN COMPRESIÓN AXIAL

(Sección transversal cualquiera)

 $\phi=0.85$

Ec. 3.2.2 y 3.2.3

NORMAS AISC-LRFD-2001

KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t
1	2988	51	2470	101	1417	151	658
2	2987	52	2452	102	1396	152	649
3	2986	53	2433	103	1376	153	641
4	2984	54	2414	104	1355	154	633
5	2982	55	2395	105	1334	155	624
6	2980	56	2376	106	1314	156	616
7	2977	57	2356	107	1294	157	609
8	2974	58	2336	108	1274	158	601
9	2970	59	2316	109	1254	159	593
10	2966	60	2296	110	1234	160	586
11	2961	61	2276	111	1214	161	579
12	2956	62	2256	112	1194	162	572
13	2951	63	2235	113	1175	163	565
14	2945	64	2215	114	1154	164	558
15	2939	65	2194	115	1134	165	551
16	2932	66	2173	116	1115	166	544
17	2925	67	2152	117	1096	167	538
18	2918	68	2131	118	1077	168	532
19	2910	69	2110	119	1059	169	525
20	2902	70	2088	120	1042	170	519
21	2893	71	2067	121	1025	171	513
22	2884	72	2045	122	1008	172	507
23	2874	73	2024	123	992	173	501
24	2865	74	2002	124	976	174	495
25	2854	75	1980	125	960	175	490
26	2844	76	1959	126	945	176	484
27	2833	77	1937	127	930	177	479
28	2821	78	1915	128	916	178	473
29	2810	79	1893	129	901	179	468
30	2797	80	1871	130	888	180	463
31	2785	81	1849	131	874	181	458
32	2772	82	1828	132	861	182	453
33	2759	83	1806	133	848	183	448
34	2746	84	1784	134	835	184	443
35	2732	85	1762	135	823	185	438
36	2718	86	1740	136	811	186	434
37	2703	87	1718	137	799	187	429
38	2688	88	1696	138	788	188	424
39	2673	89	1674	139	776	189	420
40	2658	90	1653	140	765	190	416
41	2642	91	1631	141	755	191	411
42	2626	92	1609	142	744	192	407
43	2610	93	1588	143	734	193	403
44	2593	94	1566	144	723	194	399
45	2577	95	1545	145	714	195	395
46	2560	96	1523	146	704	196	391
47	2542	97	1502	147	694	197	387
48	2525	98	1481	148	685	198	383
49	2507	99	1459	149	676	199	379
50	2489	100	1438	150	667	200	375

$F_y=4570 \text{ kg/cm}^2, (65 \text{ ksi}, 450 \text{ MPa})$

ESFUERZOS DE DISEÑO R_c/A_t PARA MIEMBROS EN COMPRESIÓN

(Sección transversal cualquiera)

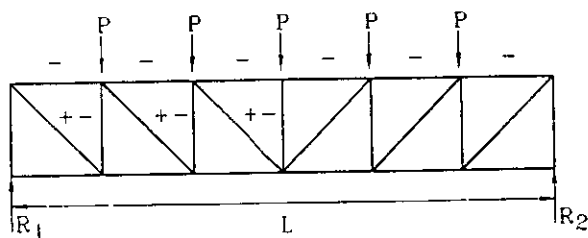
$\phi=0.85$

Ec. 3.2.2 y 3.2.3

NORMAS AISC-LRFD-2001

KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t	KL/r	R_c/A_t
1	3884.78	41	3515.45	81	2442.63	121	1168.09	161	659.77
2	3884.12	42	3497.20	82	2406.80	122	1149.02	162	651.65
3	3883.02	43	3478.52	83	2370.53	123	1130.41	163	643.68
4	3881.48	44	3459.39	84	2333.81	124	1112.25	164	635.86
5	3879.50	45	3439.83	85	2296.66	125	1094.53	165	628.17
6	3877.09	46	3419.82	86	2259.07	126	1077.22	166	620.63
7	3874.23	47	3399.38	87	2221.04	127	1060.33	167	613.22
8	3870.93	48	3378.49	88	2182.56	128	1043.82	168	605.94
9	3867.19	49	3357.17	89	2143.60	129	1027.70	169	598.79
10	3863.02	50	3335.40	90	2104.30	130	1011.95	170	591.76
11	3858.40	51	3313.20	91	2064.51	131	996.56	171	584.86
12	3853.34	52	3290.55	92	2024.28	132	981.52	172	578.08
13	3847.85	53	3267.47	93	1983.61	133	966.82	173	571.42
14	3841.91	54	3243.95	94	1942.50	134	952.44	174	564.87
15	3835.54	55	3219.99	95	1894.96	135	938.38	175	558.43
16	3828.72	56	3195.58	96	1855.69	136	924.63	176	552.10
17	3821.47	57	3170.74	97	1817.62	137	911.18	177	545.88
18	3813.77	58	3145.46	98	1780.72	138	898.03	178	539.77
19	3805.64	59	3119.74	99	1744.92	139	885.15	179	533.75
20	3797.06	60	3093.58	100	1710.20	140	872.55	180	527.84
21	3788.05	61	3066.98	101	1676.50	141	860.22	181	522.02
22	3778.60	62	3039.94	102	1643.79	142	848.15	182	516.30
23	3768.71	63	3012.46	103	1612.03	143	836.32	183	510.68
24	3758.37	64	2984.54	104	1581.18	144	824.75	184	505.14
25	3747.60	65	2956.18	105	1551.20	145	813.41	185	499.69
26	3736.39	66	2927.38	106	1522.07	146	802.31	186	494.33
27	3724.74	67	2898.14	107	1493.75	147	791.43	187	489.06
28	3712.65	68	2868.46	108	1466.22	148	780.77	188	483.87
29	3700.12	69	2838.35	109	1439.44	149	770.33	189	478.77
30	3687.14	70	2807.79	110	1413.39	150	760.09	190	473.74
31	3673.73	71	2776.79	111	1388.04	151	750.05	191	468.79
32	3659.88	72	2745.35	112	1363.36	152	740.22	192	463.92
33	3645.60	73	2713.48	113	1339.34	153	730.57	193	459.13
34	3630.87	74	2681.16	114	1315.94	154	721.12	194	454.41
35	3615.70	75	2648.40	115	1293.16	155	711.84	195	449.76
36	3600.09	76	2615.21	116	1270.96	156	702.74	196	445.18
37	3584.04	77	2581.57	117	1249.32	157	693.82	197	440.67
38	3567.55	78	2547.50	118	1228.24	158	685.07	198	436.23
39	3550.62	79	2512.98	119	1207.68	159	676.48	199	431.86
40	3533.26	80	2478.03	120	1187.64	160	668.05	200	427.55

Ejemplo MT-14. Escoja un miembro diagonal de una armadura de techo tipo Pratt, de 4 m de longitud, sujeta a tensión utilizando las Especificaciones AISC-LRFD-1999 y acero NOM 254 ASTM A36. La carga de tensión es de 30 ton (27 ton de carga muerta y 3 ton de carga viva). Emplear tornillos de 22 mm de diámetro (7/8 in), colocados en una línea de gramil simple con agujeros estándar. La relación de esbeltez no deberá ser mayor de 240. Seleccionar el miembro más liviano con base en: a) un ángulo sencillo, b) Escoger el miembro más liviano usando dos ángulos en espalda separados una distancia de 64 mm (1/4 in).



El signo + denota tensión
El signo - indica compresión

Diagonal en tensión del ejemplo MT-14

SOLUCIÓN:

De acuerdo con la filosofía de diseño por factores de carga y resistencia, para miembros en tensión, el requisito que se debe cumplir es

$$\phi_t T_n \geq T_u$$

donde, la carga de diseño, es.

$$1.2D + 1.6L = 1.2 \times 27 + 1.6 \times 3 = 37.2 \text{ ton}$$

$$T_u = 1.4D = 1.4 \times 27 = 37.8 \text{ ton (rige)}$$

La resistencia de diseño se determina mediante las ecuaciones siguientes:

$$\phi_t T_n = \phi_t F_y A_g = 0.90 \times 2530 A_g = 2277 A_g$$

$$\phi_t T_n = \phi_t F_u A_e = 0.75 \times 4080 A_e = 3060 A_e$$

La resistencia de diseño ϕT_n debe ser igual a la carga de diseño T_u . Los requisitos de las áreas son:

$$A_g = \frac{T_u}{2277} = \frac{37.8 \times 10^3}{2277} = 16.69 \text{ cm}^2$$

$$A_e = \frac{T_u}{3060} = \frac{37.8 \times 10^3}{3060} = 12.35 \text{ cm}^2$$

$$A_{n \text{ nec}} = \frac{A_e}{U} = \frac{12.35}{0.85} = 14.53 \text{ cm}^2$$

Obviamente, controla el diseño el requisito de área neta, pues se excede el requisito de área total.

El radio mínimo para satisfacer la limitación del problema de $L/r = 240$ permite establecer:

$$r_{\text{min}} = \frac{L}{240} = \frac{400}{240} = 1.67 \text{ cm}$$

Tabla MT-14-1. Selección de perfiles para la diagonal del ejemplo

Espesor estándar		Reducción para un agujero	Área total requerida	Selección de perfiles Propiedades de ángulos simples		
(mm)	(in)			Tamaño x espesor	Área (cm ²)	r _z (cm)
8	5/16	2.0	16.53	4 x 5/16	15.48	2.00
10	3/8	2.42	16.95	3 1/2 x 3/8	16.00	1.74
11	7/16	2.82	17.35	3 x 3/8	16.00	1.62
13	1/2	3.22	17.75			

Reducción para un agujero:

$$* (\phi_{ag} + 1/8)t = (2.22 + 0.32)0.794 = 2.0 \text{ cm}^2$$

Nota: $r_{min} = r_z$, para ángulos sencillos

$$A_{req} = A_n + 2.0 = 14.53 + 2 = 16.63 \text{ cm}^2 \quad \text{Rige}$$

$$A_g = 16.60 \text{ cm}^2 \text{ (con base en la fluencia)}$$

SOLUCIÓN:

Utilizar un miembro a base de un ángulo simple de lados iguales LI 102x10 (A = 18.45 cm²)

b) Solución con ángulos dobles. Para este tipo de sección se deben deducir dos agujeros. La selección se ha de hacer con las propiedades de los ángulos dobles que se indican en las tablas de dimensiones y propiedades de perfiles del M-IMCA-VI

Tabla MT-14-2 Selección de perfiles para la diagonal del ejemplo

Espesor estándar		Reducción para dos agujeros	Área total requerida	Selección de perfiles Propiedades de ángulos dobles		
(mm)	(in)			Tamaño x espesor	Área (cm ²)	r _t (cm)
6	1/4	3.23	17.76	3 x 1/4	18.58	2.36
8	5/16	4.03	18.56	2 1/2 x 5/16	18.96	1.9
10	3/8	4.84	19.37	2 x 3/8	17.54	1.63

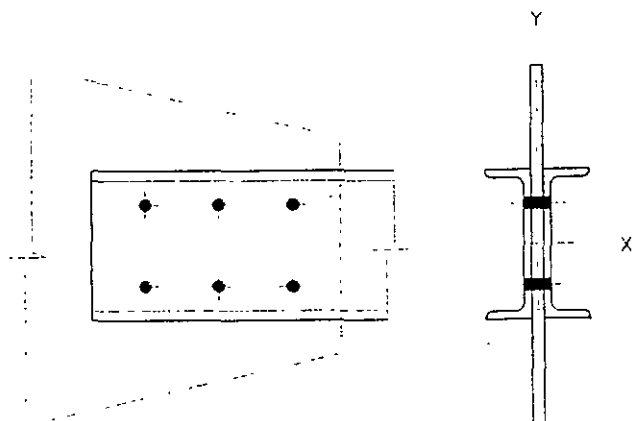
$$\text{Reducción para dos agujeros} = 2(\phi_{ag} + 1/8)t = 2(2.22 + 0.32)0.635 = 3.23 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total requerida} = A_g = 14.53 + 3.23 = 17.76 \text{ cm}^2$$

CONCLUSIÓN:

Usar dos ángulos de lados iguales LI 76 x 6 mm (3 x 1/4 in) ya que para usar tornillos $\phi = 22.2 \text{ mm}$ (7/8 in) requiere por lo menos de 76 mm (3 in).

Ejemplo MT-17. Diseñar un miembro armado en tensión, de acero NOM-B-254 (ASTM A36), formado por dos canales CPS, CE ó C de 5 m de longitud, que están unidas en sus almas, mediante una placa de nudo para transmitir una carga muerta de 13.5 ton y una carga viva de 30 ton. La conexión es tipo aplastamiento con tornillos ASTM A325 de 19 mm (3/4 in) de diámetro, con las roscas dentro de los planos de corte. Los agujeros son estándar. Utilizar las Especificaciones AISC-LRFD-1993.



Miembro en tensión del ejemplo MT-17

SOLUCIÓN:

1.- Carga de diseño.

$$P_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 13.5 + 1.6 \times 30 = 64.2 \text{ ton}$$

2.- Resistencia de diseño

La resistencia de diseño ϕP_n de miembros en tensión, para flujo plástico en la sección total y para fractura en el área neta se determina con las siguientes expresiones:

$$\phi_t P_n = \phi_t F_y A_g \quad (\phi_t = 0.90)$$

$$\phi_t P_n = \phi_t F_u A_e \quad (\phi_t = 0.75)$$

Se igualan las resistencias de diseño en tensión con la carga factorizada :

$$\phi_t F_y A_g = P_u = 0.90 \times 2.530 A_g = 64.2 \text{ (*)} \quad A_{g\text{ nec}} = \frac{64.200}{2.277} = 28.2 \text{ cm}^2$$

$$\phi_t F_u A_e = P_u = 0.75 \times 4.080 A_e = 64.200 \quad A_{e\text{ nec}} = \frac{64.200}{3.060} = 20.98 \text{ cm}^2$$

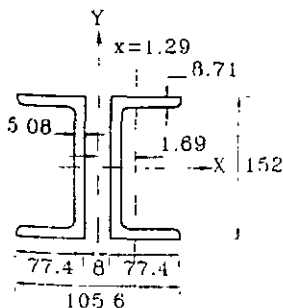
Se supone el factor de reducción $U = 0.85$

$$A_e = U A_n \quad A_n = \frac{A_e}{U} = \frac{20.98}{0.85} = 24.68 \text{ cm}^2$$

Se considera que la relación A_n/A_g es aproximadamente igual a 0.85

$$\frac{A_n}{A_g} = 0.85 \quad A_g = \frac{A_n}{0.85} = \frac{24.68}{0.85} = 29.04 \text{ cm}^2$$

Se proponen 2 canales CPS, CE ó C 152 x 12.20 (6 x 8.20)



$$A = 30.84 \text{ cm}^2 \text{ (2 canales)}$$

$$t_w = 0.508 \text{ cm}$$

$$x = 1.29 \text{ cm}$$

$$d = 1.29 + 0.4 = 1.698 \text{ cm}$$

$$I_y = 29.14 \text{ cm}^4$$

$$r_x = 5.94 \text{ cm}$$

Propiedades geométricas de la sección

2 CPS, CE ó C 152 x 12.20 (6x8.20)

215

Suponiendo que la placa de nudo es de 8 mm ($\frac{5}{16}$ in) de espesor, el momento de inercia I_y de la armada es:

$$I_y = 2 (29 \cdot 14 + 15.42 \times 1 \cdot 698^2) = 147 \text{ cm}^4$$

Radio de giro.

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{147.0}{3084}} = 2.18 \text{ cm} \quad r_x = 5.94 \text{ cm}$$

Relación de esbeltez

Se toma el menor radio de giro de la sección armada

$$\frac{L}{r_y} = \frac{500}{2.18} = 229 < 300 \text{ (Adimensional)} \quad \text{Bien}$$

Resistencia de diseño en cortante doble

La resistencia de diseño de tornillos ASTM A325 con roscas dentro de los planos de corte, es

$$\phi R_n = \phi (0.65 \times 0.60 F_u^b) m A_b \quad \phi = 0.75$$

donde

$m = 2$, número de planos de cortante que participan (cortante doble)

A_b = área de la sección transversal a través del vástago sin rosca del tornillo, en cm^2

$$A_b = \frac{\pi d^2}{4} = 0.785 \times 1.905^2 = 2.85 \text{ cm}^2$$

$$\phi R_n = 0.75 \times 0.65 \times 0.60 \times 8435 \times 2 \times 2.85 \times 10^{-3} = 14 \text{ ton / tornillo}$$

Resistencia de diseño por aplastamiento

La resistencia de diseño por aplastamiento para la placa de nudo (que es menor a los dos espesores de los canales) es

$$\phi R_n = \phi (2.4 d t F_u) \quad \phi = 0.75$$

donde:

d es el diámetro nominal del tornillo, en cm, t el espesor de la parte conectada, en cm, F_u es el esfuerzo de tensión del acero que comprende la parte conectada, en $\text{kg/cm}^2 = 4080 \text{ kg/cm}^2$ (para acero NOM-ASTM A36) Se sustituyen valores en la ecuación anterior

$$\phi R_n = 0.75 \times 2.4 \times 0.79 \times 1.905 \times 4080 \times 10^{-3} = 11.0 \text{ ton / tornillo}$$

Número de tornillos

$$N = \frac{P_u}{\phi R_n} = \frac{64.2}{11} \quad \text{Se usarán 6 tornillos}$$

El peralte de la canal $d = 15.2 \text{ mm}$ únicamente puede alojar 2 líneas de tornillos. Los 6 tornillos se colocan en dos líneas con tres sujetadores cada una, como se muestra en la figura. Por consiguiente el valor superior del factor $U = 0.85$ es correcto.

Cálculo del área neta A_n de las canales

$$A_n = 2 [15.42 - 2 \times 0.508 (1.905 + 0.32)] = 26.32 \text{ cm}^2$$

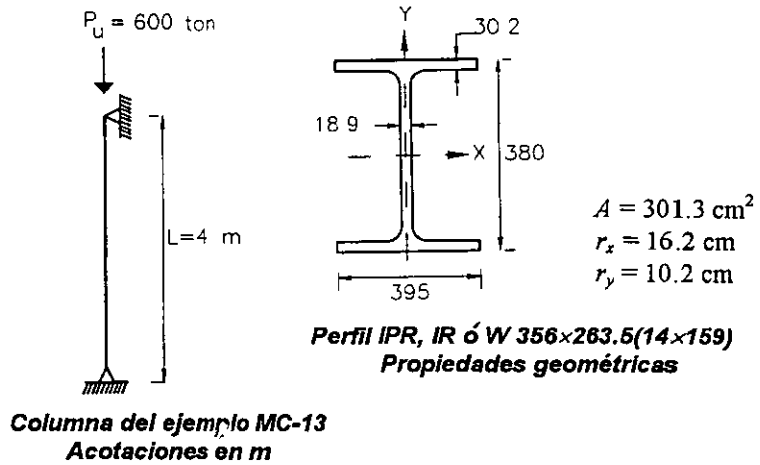
$$A_n U = 0.85 \times 26.32 = 22.37 \text{ cm}^2 > A_{nec} = 20.98 \text{ cm}^2$$

Cálculo de espesor t de la placa de nudo

$$t = \frac{P_u}{\phi (2.4 d F_u)} = \frac{64.200}{6 \times 0.75 \times 2.4 \times 1.905 \times 4080} = 0.76 \text{ cm}$$

$$\text{tamaño } t = 8 \text{ mm } (\frac{5}{16} \text{ in.})$$

Ejemplo MC-13. Revisar, con las Especificaciones AISC-LRFD-1993, si el perfil IPR, IR ó W 356×263.5 (14×159) de acero NOM-B-254 (ASTM A36), es adecuado como columna, para soportar una carga total de diseño de 600 ton. La columna tiene una longitud de 4 m y puede considerarse articulada en los dos extremos, para pandeo alrededor de los ejes X-X y Y-Y.



SOLUCIÓN:

1. Acción de diseño

La carga está ya multiplicada por el factor de carga correspondiente.

$$P_u = 600 \text{ ton}$$

2. Relación de esbeltez:

Como el factor de longitud efectiva $K=1.0$, las longitudes efectivas de la columna para pandeo alrededor de los ejes X-X y Y-Y son iguales.

$$K_x l_x = K_y l_y = 1 \times 400 = 400 \text{ cm}$$

Como $r_y < r_x$, la relación de esbeltez máxima es:

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_{\text{máx}} = \frac{K_y l_y}{r_y} = \frac{400}{10.2} = 39.2$$

Es crítico el pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia.

3. Resistencia de diseño en compresión axial

En las Ayudas de diseño, M-DEM-VII, Esfuerzos de diseño para miembros en compresión, de Acero $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ (NOM-B-254 o ASTM A36), para una relación de esbeltez de 39, se indica un esfuerzo crítico, $\phi F_{cr} = 1986 \text{ kg/cm}^2$.

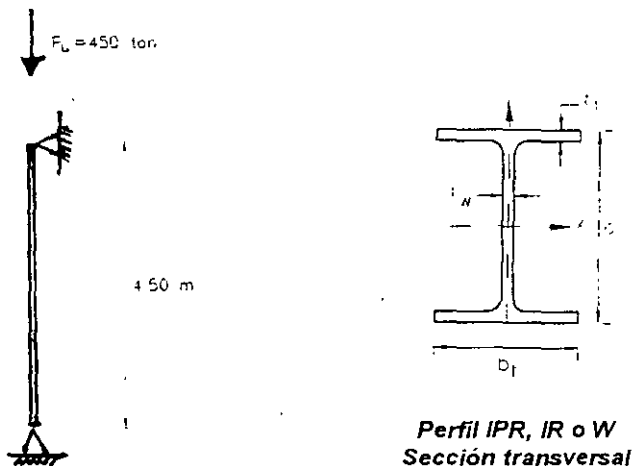
Luego:

$$\phi_c P_n = (\phi_c F_{cr}) A_g = 1986 \times 301.3 \times 10^{-3} = 598 \text{ ton} \approx P_u = 600 \text{ ton}$$

CONCLUSIÓN:

El perfil propuesto como columna está un poco escaso. La resistencia de diseño es 1 por ciento menor que la acción de diseño P_u , de manera que la sección ensayada es correcta.

Ejemplo MC-14 La columna de 3.5 m de la figura, soporta una carga de diseño $P_u = 450$ ton, encontrar usando las Especificaciones AISC-LRFD-1993, el perfil tipo IPR, IR ó W de acero NOM-B-254 (ASTM A36) más liviano. Utilizar las tablas de columnas de la Parte 3 del M-AISC-LRFD-1993-VI. La columna está articulada en sus dos extremos, para pandeo alrededor de los dos ejes X-X y Y-Y.



Columna del ejemplo MC-14

**Perfil IPR, IR o W
Sección transversal**

SOLUCIÓN:

Como las longitudes efectivas $(Kl)_x = (Kl)_y$, el pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia rige el diseño. Por consiguiente, las tablas de columnas se pueden utilizar inmediatamente para escoger la sección más conveniente. Se entra a las tablas con $(Kl)_y = 11.5$ ft, aproximadamente 350 cm. Se selecciona el perfil más liviano con capacidad ϕP_n igual o mayor que la requerida ($P_u = 450$ ton).

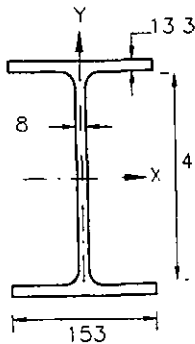
Tabla MC-14-1 Selección de perfiles

Perfil IPR, IR ó W Designación $d \times$ peso mm×mm×kg/m(in×lb/ft)	Resistencia de diseño ϕP_n	
	kips	(ton)
356×196.7 (14×132)	1 105	501 > $P_u = 450$
356×178.8 (14×120)	1 005	456 > $P_u = 450$
305×202.6 (12×136)	1 100	499 > $P_u = 450$
305×178.8 (12×120)	975	442 > $P_u = 450$

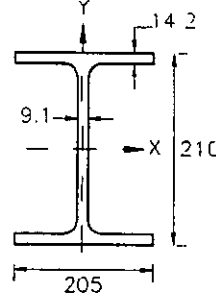
CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil IPR, IR ó W 356×178.8 (14×120). $\phi P_n = 456$ ton
 La parte 3 del M-AISC-LRFD contiene ayudas de diseño para la selección de perfiles tipo W, IPR ó IR, empleados como columnas.

Ejemplo MC-15. Determinar, de acuerdo con las Especificaciones AISC-LRFD-VI-1993 la resistencia de diseño en compresión axial de los perfiles IPR, IR ó W, y de 3.5 m de longitud, que se muestran en la figura. El objetivo de este ejemplo es considerar las características geométricas del perfil IPR, IR ó W 457×59.6 (18×40), sección eficiente como viga, contra un perfil del mismo tipo, 203×59.6 (8×40), sección efectiva como columna. Los dos perfiles pesan lo mismo (59.6 kg/m). Tómese $K=1.0$ para pandeo alrededor de los ejes X-X y Y-Y. Utilizar acero NOM-B-254 (ASTM A36). Las dimensiones y propiedades de los perfiles están tomadas del M-AISC-LRFD-VI-1993.



Perfil IPR, IR ó W
457×59.6(18×40)



Perfil IPR, IR ó W
203×59.6(8×40)

Acotaciones en mm

Tabla MC-15 Propiedades geométricas de los perfiles

Perfil IPR, IR ó W $d \times$ peso mm×kg/m(in×lb/ft)	A (cm ²)	I_x (cm ⁴)	r_x (cm)	I_y (cm ⁴)	r_y (cm)	I_x/I_y	r_x/r_y	$(KI)_x=(KI)_y$ (cm)
457×59.6 (18×40)	76.13	25 473	18.31	2 044	3.22	32	5.7	350
203×59.6 (8×40)	75.48	6 077	8.97	795	5.18	3	1.73	350

$$\begin{aligned}
 A &= 76.13 \text{ cm}^2 \\
 I_x &= 25\,473 \text{ cm}^4 \\
 I_y &= 795 \text{ cm}^4 \\
 I_x/I_y &= 32 \\
 r_x &= 18.31 \text{ cm} \\
 r_y &= 3.22 \text{ cm} \\
 r_x/r_y &= 5.7 \\
 (KI)_x &= (KI)_y = (kl)_y = 350 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= 75.48 \text{ cm}^2 \\
 I_x &= 6\,077 \text{ cm}^4 \\
 I_y &= 2\,044 \text{ cm}^4 \\
 I_x/I_y &= 3 \\
 r_x &= 8.97 \text{ cm} \\
 r_y &= 5.18 \text{ cm} \\
 r_x/r_y &= 1.73 \\
 (KI)_x &= (KI)_y = 350 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

**Propiedades geométricas, relaciones de propiedades y longitudes efectivas
Columnas del ejemplo MC-15**

SOLUCIÓN:

Nótese que cuando el perfil IPR, IR ó W 203×59.6 (8×40) se utiliza como columna, es mucho más eficiente que el perfil IPR, IR ó W 457×59.6 (18×40). En general, los perfiles W que son más eficientes para utilizarse como columnas, son los de 203 mm (8 in), 254 mm (10 in), 305 mm (12 in), y 356 mm (14 in) de peralte, que tienen patines de ancho aproximadamente igual al peralte. Por esta razón en las tablas de columnas, parte 3 del M-AISC-LRFD-1993-VI, se indica únicamente, las resistencias de diseño de estos grupos de secciones. El diseño de columnas es generalmente verificado, mediante el uso de las ayudas de diseño (tablas de columnas).

1. Resistencia de diseño axial del perfil IPR, IR ó W 457×59.8 (18×40)

De acuerdo con las Especificaciones AISC-LRFD-1993, la resistencia de diseño en compresión axial de una columna de eje recto y sección transversal constante, es igual al producto del esfuerzo crítico por el área de la sección transversal total.

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g$$

donde:

ϕ es un factor de reducción de la resistencia = 0.85 (adimensional)

A_g es el área de la sección transversal total de la columna, en cm^2

F_{cr} es el esfuerzo crítico, en kg/cm^2 . Su valor está dado por las ecuaciones (E2-2) o (E2-3), la que sea

aplicable.

$$F_{cr} = \begin{cases} (0.658^{\lambda_c^2}) F_y & 0 \leq \lambda < 1.5 & \text{(E2-2)} \\ \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y & \lambda_c > 1.5 & \text{(E2-3)} \end{cases}$$

donde:

λ_c es el parámetro de esbeltez de la columna (adimensional)

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

K es la relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional).

En el caso del perfil propuesto, como $r_y = 3.22 \text{ cm} < r_x = 18.31 \text{ cm}$

$$\left(\frac{Kl_y}{r_y} \right)_{\text{máx}} = \frac{350}{3.22} = 108.7$$

Cálculo del parámetro de esbeltez de columna

$$\lambda_c = \frac{108.7}{\pi} \sqrt{\frac{2530}{2.039 \times 10^6}} = 1.22$$

Como $\lambda_c = 1.22 < 1.5$, el esfuerzo crítico se determina con la ecuación (E2-2)

$$F_{cr} = (0.658^{1.22^2}) 2530 = 1357 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi P_n = \phi F_{cr} A_g = 0.85 \times 1357 \times 76.13 \times 10^{-3} = 87.8 \text{ ton}$$

La resistencia de diseño en compresión del perfil ensayado es 87.8 ton

Resistencia de diseño del perfil IPR, IR o W 203x59.6(8x40)

Como $r_y = 5.18 \text{ cm} < r_x = 8.97 \text{ cm}$

$$\left(\frac{Kl_y}{r_y} \right)_{\text{máx}} = \frac{350}{5.18} = 67.6$$

Cálculo del parámetro de esbeltez de la columna

$$\lambda_c = \frac{67.6}{\pi} \sqrt{\frac{2530}{2.039 \times 10^6}} = 0.76$$

Como $\lambda_c = 0.76 < 1.5$, el esfuerzo crítico se determina con la ecuación (E2-2)

$$F_{cr} = (0.658^{0.76^2}) 2530 = 1987 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi P_n = \phi F_{cr} A_g = 0.85 \times 1987 \times 75.48 \times 10^{-3} = 127.5 \text{ ton}$$

RESULTADOS

La resistencia de diseño del perfil propuesto es de 127.5 ton. Este valor puede determinarse directamente utilizando las Tablas de COLUMNAS, perfiles W, Resistencia de diseño axial, págs. 3-16 a 3-30, M-AISC LRFDVI-1993. En la pág. 3-28 se observa que un perfil W 8x40 de $F_y = 36$ ksi y $KL = 12$ ft (aproximadamente 350 cm), tiene una resistencia de diseño de 275 kips (aproximadamente 125 ton, valor similar al obtenido anteriormente).

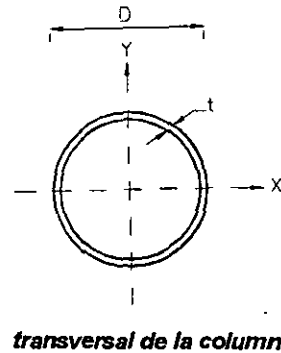
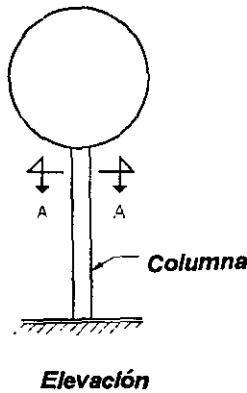
Tabla MC-15-2 Resultados de diseño

Perfil IPR, IR ó W d x peso mm x kg/m (in x lb/ft)	Resistencia de diseño ϕP_n (ton)
457 x 59.6 (18 x 40)	87.8
203 x 59.6 (8 x 40)	127.5

CONCLUSIÓN:

La resistencia de diseño en compresión axial del perfil IPR, IR ó W 203x59.6(8x40) es 45 por ciento mayor que la del perfil IPR, IR ó W 457x 59.6(18x40). La comparación destaca de manera clara la eficiencia de los perfiles IPR, IR ó W utilizados como columnas con relación a los empleados como vigas.

Ejemplo MC-16. Diseñar la columna del tanque esférico elevado de 7.5 m de longitud, que soporta una carga nominal o de trabajo, de 42 ton (30 ton de carga muerta y 12 ton de carga viva), que se muestra en la figura. Escoja perfiles de sección circular OC*, de acero NOM-B-254 (ASTM A36) y utilice las especificaciones AISC-LRFD-1993.



Columna del ejemplo MC-16

SOLUCIÓN:

1. Acción de diseño

La resistencia requerida de la columna es:

$$P_u = 1.2D + 1.6DL = 1.2 \times 30 + 1.6 \times 12 = 55.2 \text{ ton}$$

2. Factor de longitud efectiva K

De la tabla Valores del factor de Longitud efectiva K , Ayudas de diseño, M-DEM-VII, el valor recomendado de K , para la columna en estudio (columna aislada en cantiliver), corresponde al caso e (extremo superior: rotación y traslación libres; extremo inferior: rotación y traslación restringidas). El valor teórico de K es igual a 2.0.

$$K=2.1$$

$$Kl=2.1 \times 7.5=15.75 \text{ m}$$

3. Diseño preliminar

Se revisará un tubo circular OC 324x 8.4 mm (12.75x0.33 in), que tiene las propiedades geométricas siguientes:

$$A = 83.07 \text{ cm}^2 \text{ (peso } 65.21 \text{ kg/m)}$$

$$I = 10\,344 \text{ cm}^4$$

$$r = 11.16 \text{ cm}$$

3.1 Clasificación de la sección

La Tabla B5.1 de las especificaciones AISC-LRFD-1993 estipula los valores máximos de las relaciones diámetro/espesor de pared de secciones circulares huecas sujetas a compresión axial. En este tipo de secciones, la relación ancho/grueso se sustituye por el cociente del diámetro exterior entre el grueso de la pared del tubo.

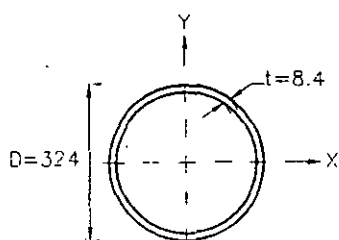
Tabla MC-16-1 Relaciones ancho/grueso de secciones circulares huecas

Descripción del elemento	Relación Diámetro/grueso	Relaciones máximas ancho/grueso	
		λ_p (compactas)	λ_r (No compactas)
Tubos circulares en compresión axial	D/t	$NA (d)$ $145\,530/F_y = 58$	$236\,700/F_y = 94$ $630\,600/F_y = 249$

(d) para diseño plástico utilizar $91\,400/F_y = 36$. Los valores numéricos corresponden al acero NOM-B-254 (ASTM A 36), $F_y = 2\,530 \text{ kg/cm}^2$.

* Designación IMCA

Relación diámetro exterior entre grueso de pared del tubo D/t



$$D/t = \frac{324}{8.4} = 38.6$$

OC 324x8.4 mm (12x0.33)
Acotaciones en mm

Como la relación diámetro exterior entre grueso de pared del tubo ($D/t = 38.6$), es menor que el valor máximo para secciones compactas ($\lambda_p = 58$), el perfil propuesto es compacto.

3.2 Relación de esbeltez

$$\frac{Kl}{r} = \frac{1575}{11.16} = 141 < 200 \quad \text{Correcto}$$

4. Resistencia de diseño en compresión axial

Obtención del esfuerzo crítico F_{cr}

De la Tabla Esfuerzos de diseño para miembros en compresión, Ayudas de diseño, M-DEM-VII, para una relación de esbeltez de 141, y acero NOM-B-254 (ASTM A36), se indica un esfuerzo $\phi_c F_{cr} = 754 \text{ kg/cm}^2$.

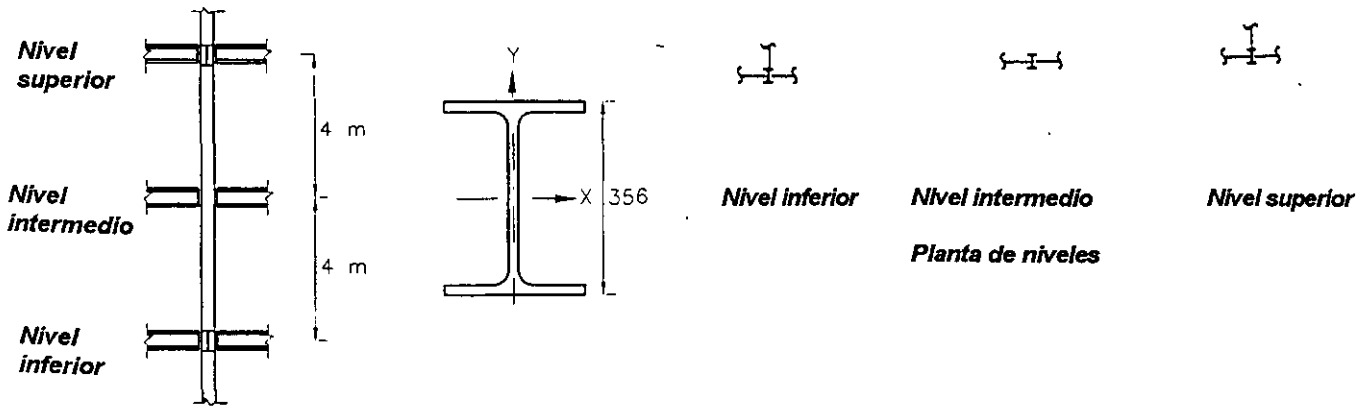
Resistencia de diseño en compresión axial

$$\phi_c P_n = (\phi_c F_{cr}) A_g = 754 \times 83.07 \times 10^{-3} = 62.6 \text{ ton} > P_u = 55.2 \text{ ton} \quad \text{Correcto}$$

CONCLUSIÓN:

La sección propuesta es adecuada. La resistencia de diseño $\phi_c P_n$ es 13 por ciento mayor que la acción de diseño P_u ($62.6 / 55.2 = 1.13$) Para completar el diseño también debe revisarse la columna tomando en cuenta la flexión debida a las cargas laterales de viento y sismo.

Ejemplo MC-17. Seleccionar, utilizando las Normas AISC-LRFD-1993, el perfil IPR, IR ó W de 356 mm (14 in) de peralte y 4 m de longitud, más liviano para la columna que se muestra en la figura. Escoja secciones de acero NOM-B-254 (ASTM A36). El factor de longitud efectiva K es igual a la unidad para pandeo alrededor de los ejes X-X y Y-Y. La resistencia requerida de la columna es 600 ton; corresponde a la combinación de cargas axiales máximas factorizadas.



Elevación

Columna del ejemplo MC-17

SOLUCIÓN:

1. Diseño preliminar

Se revisará el perfil IPR, IR o W 356x263.5 (14x159), que tiene las propiedades geométricas siguientes:

$$A = 3\,013 \text{ cm}^2, r_x = 16.2 \text{ cm}, r_y = 10.2 \text{ cm}$$

2. Determinación de las relaciones de esbeltez

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = \frac{1 \times 800}{16.2} = 49.4 \quad \left(\frac{Kl}{r}\right)_y = \frac{1 \times 400}{10.2} = 39.2$$

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{\text{máx}} = \left(\frac{Kl}{r}\right)_x = 49.4$$

Es crítico el pandeo alrededor del eje de menor resistencia (eje Y-Y).

3. Cálculo del esfuerzo crítico F_{cr} .

Parámetro de esbeltez de la columna

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{49.4}{\pi} \sqrt{\frac{2\,530}{2.039 \times 10^6}} = 0.55$$

Como $\lambda_c = 0.55 < 1.5$, el esfuerzo crítico se determina con la ecuación (E2-2)

$$F_{cr} = \left(0.658^{\lambda_c^2}\right) F_y = \left(0.658^{0.55^2}\right) 2\,530 = 2\,229 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi_c F_{cr} = 0.85 \times 2\,229 = 1\,895 \text{ kg/cm}^2$$

Este valor se obtiene de manera directa de las Ayudas de diseño, MDEM-VII. Se entra a la tabla con $(Kl/r)_{\text{máx}} = 49$ y $F_y = 2\,530 \text{ kg/cm}^2$, el valor de $\phi_c F_{cr} = 1\,898 \text{ kg/cm}^2$

Área necesaria :

De la ecuación de la resistencia de diseño, se despeja el área necesaria

$$\phi P_n = \phi F_{cr} A_g = P_u$$

$$A_n = \frac{P_u}{\phi_c F_{cr}} = \frac{600 \times 10^3}{1.895} = 316.6 \text{ cm}^2 > A = 301.3 \text{ cm}^2$$

El perfil propuesto tiene una área menor que la requerida ($A_g = 301.3 \text{ cm}^2 < A_n = 316.6 \text{ cm}^2$), por lo tanto resulta inadecuado. Se revisará el siguiente perfil más pesado del grupo de 356 mm (14 in) de peralte. Un perfil IPR, IR o W 356×262.3 (14×176) tiene las siguientes propiedades geométricas:

$$A = 334.2 \text{ cm}^2 > A_n = 316.6 \text{ cm}^2 \text{ y } r_y = 10.2 \text{ cm}$$

Su resistencia de diseño es:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_{max} = \frac{400}{10.2} = 39.2$$

$$\lambda_c = \frac{39.2}{\pi} \sqrt{\frac{2.530}{2.039 \times 10^6}} = 0.44 < 1.5$$

$$F_{cr} = \left(0.658^{0.44^2}\right) 2.530 = 2.333 \text{ kg/cm}^2$$

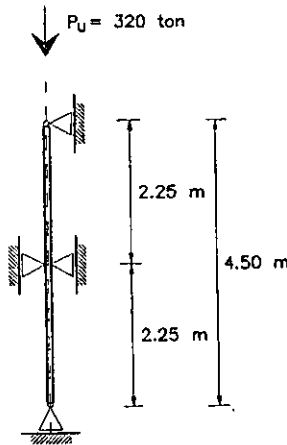
$$\phi_c P_n = 0.85 \times 2.333 \times 334.2 \times 10^{-3} = 662 \text{ ton} > P_u = 600 \text{ ton}$$

En la tabla COLUMNAS, perfiles W resistencia de diseño axial, pág. 3-19, M-AISC-LRFD-1993, con $F_y = 36 \text{ ksi}$ y $Kl = 13 \text{ ft}$, se obtiene $\phi_c P_n = 1.460 \text{ kips} = 662.8 \text{ ton}$. La resistencia de diseño $\phi_c P_n$ es 10 por ciento mayor que la acción de diseño P_u .

SOLUCIÓN:

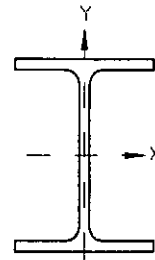
Utilizar un perfil IPR, IR ó W 356×262.3 (14×176).

Ejemplo MC-20. Determinar, con las Especificaciones AISC-LRFD-1993, el perfil más liviano tipo IPR, IR ó W, de acero NOM-B-254 (ASTM A36), para la columna de 4.5 m de longitud, que se muestra en la figura, en la que actúa una carga de diseño de 320 ton. Utilizar las tablas de columnas de la Parte 3 del M-AISC-LRFD-VI. La columna está soportada lateralmente, alrededor del eje de menor momento de inercia, en la sección media y sus extremos superior e inferior están articulados.



$$(Kl)_x = 450 \text{ cm}$$

$$(Kl)_y = 225 \text{ cm}$$



**Sección transversal
Perfil IPR, IR ó W**

Columna del ejemplo MC-20

SOLUCIÓN:

Como $(Kl/r)_x$ es diferente de $(Kl)_y$, no es obvio cual de los dos ejes, de menor o mayor momento, controla el pandeo de la columna. Por el momento, se supondrá que el eje de menor momento de inercia rige el diseño. Se propone un perfil IPR, IR o W de 356 mm (14 in) de peralte. Se utilizan las tablas de columnas de la parte 3, M-AISC-LRFD-VI-1993. La resistencia de diseño en compresión de los perfiles de 356 mm (14 in) de peralte se encuentra en la página 3-20 y 3-21.

Para $(Kl/r)_y = 7.5 \text{ ft}$ (aproximadamente 225 cm), el perfil 356x134.1 (14x90) tiene una resistencia de diseño en compresión de 786 kips, aproximadamente igual a 357 ton, la cual es mayor que la carga de diseño $P_u = 320 \text{ ton}$.

Revisión del perfil propuesto

$$(Kl)_y = 225 \text{ cm}$$

$$\frac{(Kl)_x}{r_x/r_y} = \frac{450}{1.66} = 271 \text{ cm} > (Kl)_y = 225 \text{ cm}$$

Rige el pandeo alrededor del eje de mayor momento de inercia

Para $(Kl) = 271 \text{ cm}$ (9 ft aproximadamente), $\phi P_n = 775 \text{ kips} = 352 \text{ ton}$ **Bien**

Se propone la siguiente sección más liviana IPR, IR ó W 356 mm (14 in) de peralte.

Para el perfil IPR, IR ó W 356 x 122.2 (14x82), con $(Kl)_y = 225 \text{ cm}$ (7.5 ft), $\phi P_n = 68 \text{ kips} = 312.4 \text{ ton} < P_u = 320 \text{ ton}$. La sección anterior no es adecuada, por lo tanto, se escoge el perfil IPR, IR o W 356 x 134.1 (14 x 90), con $\phi P_n = 357 \text{ ton}$

Se propone un perfil IPR, IR ó W de 305 mm (12 in) de peralte.

Para $(Kl)_y = 225 \text{ cm}$ (6.5 ft), un perfil IPR, IR ó W 305x129.6 (12x87), tiene un $\phi P_n = 784.5 \text{ kips}$, igual a 339.8 ton.

Revisión del perfil propuesto

$$(Kl)_y = 225 \text{ cm}$$

$$\frac{(KL)_x}{r_x/r_y} = \frac{450}{1.75} = 257 \text{ cm} > (KL)_y = 225 \text{ cm}$$

Rige el pandeo alrededor del eje de mayor momento de inercia.

Para $(KL) = 257 \text{ cm}$ (8.5 ft), $\phi P_n = 739 \text{ kips} > P_u = 320 \text{ ton}$ Correcto

A simple vista, la siguiente sección más liviana de 305 mm (12 in) de peralte, no es adecuada y por lo tanto, el perfil conveniente es el IPR, IR ó W 305 x 129.6 (12 x 87).

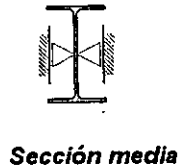
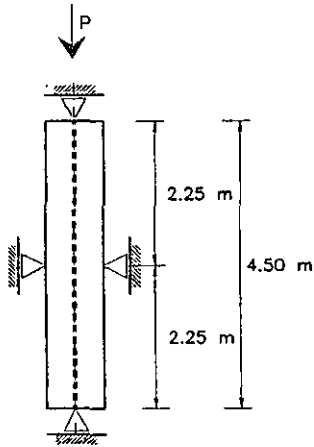
Se propone un perfil IPR, IR ó W de 254 mm (10 in) de peralte.

Para $(KL)_y = 225 \text{ cm}$ (7.5 ft), un perfil IPR, IR ó W 254x131.1(10x88), tiene un $\phi P_n = 756.5 \text{ kips}$. Se tiene el perfil liviano más adecuado como columna (IPR, IR ó W 305x129.6), por lo que ya no es necesario revisar el perfil IPR, IR ó W 254x131.1 (10x88).

CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil IPR, IR ó W 305 x 129.6 (12 x 87)

Ejemplo MC-21. Determinar, con las Especificaciones AISC-LRFD-VI-1993, la resistencia de diseño de la columna IPR, IR ó W 203x86.6 (8x58), de 4.5 m de longitud, y de acero NOM-B-254 (ASTM A36), que se muestra en la figura. La columna está soportada en los apoyos y en la sección media, en ésta en la dirección de menor momento de inercia.



$$A = 110.32 \text{ cm}^2$$

$$r_x = 9.27 \text{ cm}$$

$$r_y = 5.33 \text{ cm}$$

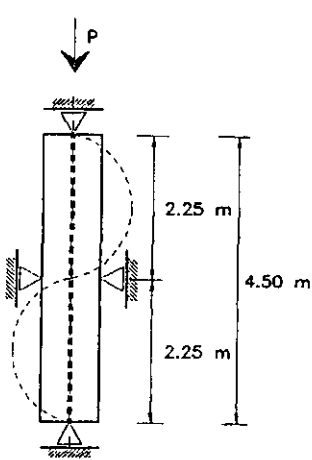
Propiedades de diseño
Perfil IPR, IR ó W 203X86.6 (8X58)

Soportes laterales que restringen únicamente el pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia

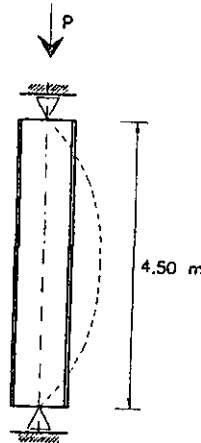
Columna del ejemplo MC-21

SOLUCIÓN:

Se deben considerar dos modos posibles de pandeo



$$(KI)_y = 225 \text{ cm}$$



$$(KI)_x = 450 \text{ cm}$$

Pandeo alrededor del eje de menor resistencia

Pandeo alrededor del eje de mayor resistencia

Como $(KI)_x$ es diferente de $(KI)_y$, no es posible indicar, a simple vista, cual de los dos ejes controla el pandeo. El problema se resuelve mediante dos métodos de diseño.

Método I.

Se utiliza la tabla 3-36, M-AISC-LRFD-VI, pág. 6-147 Relaciones de esbeltez

$$\left(\frac{KI}{r}\right)_x = \frac{450}{9.27} = 49$$

$$\left(\frac{KI}{r}\right)_y = \frac{225}{5.33} = 42$$

Rige la mayor relación de esbeltez (es crítico el pandeo alrededor del eje de mayor momento de inercia). De la tabla 3-36, M-AISC-VI,

Para $Kl/r = 49$

$$\phi F_{cr} = 1\,896 \text{ kg/cm}^2 \text{ (26.97 ksi)}$$

Luego:

$$\phi P_n = A_g (\phi F_{cr}) = 110.3 \times 1\,896 \times 10^{-3} = 209 \text{ ton}$$

Sin soporte lateral intermedio, la capacidad de la columna es:

$$(Kl/r)_y = 450/5.33 = 84.4$$

$$F_{cr} = 21 \text{ ksi} = 1\,477 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_n = A_g (F_{cr}) = 110.32 \times 1\,477 \times 10^{-3} = 163 \text{ ton}$$

La presencia del soporte lateral incrementa la capacidad de la columna, en aproximadamente 28%.

Método II.

Se utilizan las tablas de columnas, Parte 3, M-AISC-LRFD-VI-1993, pág. 3-28. Estas tablas listan las cargas de pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia, es decir, dado $(Kl)_y$, las tablas de columnas proporcionan ϕP_n para pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia. Para obtener ϕP_n para pandeo alrededor del eje de mayor momento de inercia, se entra a la tabla con $(Kl)_x/r_x/r_y$.

Nótese que:

$$\frac{\frac{(Kl)_x}{r_x / r_y}}{r_y} = \frac{(Kl)_x}{r_x}$$

En general, se comparan $(Kl)_y$ y $(Kl)_x/r_x/r_y$, y se selecciona el valor mayor para entrar a las tablas de columnas. Por conveniencia, la relación r_x/r_y se indica en la parte inferior de las tablas, como una propiedad de diseño útil. De esta manera, para el ejemplo, $(Kl)_y = 225 \text{ cm}$.

$$\frac{(Kl)_x}{r_x / r_y} = \frac{450}{9.27 / 5.33} = 259 \text{ cm} > (Kl)_y = 225 \text{ cm}$$

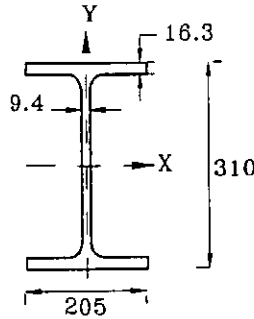
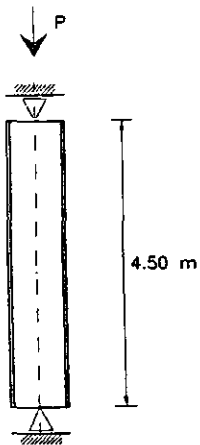
Controla el pandeo alrededor del eje de mayor momento de inercia. Se entra a la tabla de la pág. 3-28 -M-AISC-LRFD-VI-1993, con $Kl = 259 \text{ cm}$ (8.5 ft) e interpolando linealmente, se obtiene el valor de ϕP_n .

$$\phi P_n = 462 \text{ kips} = 209.7 \text{ ton}$$

CONCLUSIÓN:

Con los dos métodos presentados se obtienen los mismos resultados.

Ejemplo MC-22 Determinar, con las Especificaciones AISC-LRFD-1993, mediante tres métodos diferentes, la resistencia de diseño en compresión de una columna IPR, IR ó W 305×74.5 (12×50), de 4.5 m de longitud, y de acero NOM-B-254 (ASTM A36). La columna está articulada en los dos extremos y no tiene ningún soporte lateral a lo largo de ella.



Sección transversal
IPR, IR ó W 305×74.5(12×50)

$$A = 94.84 \text{ cm}^2$$

$$r_x = 13.16 \text{ cm}$$

$$r_y = 5.0 \text{ cm}$$

Propiedades de diseño

Columna IPR, IR o W del ejemplo MC-22

SOLUCIÓN:

Método I. Se utilizan las ecuaciones del Capítulo E, Especificaciones AISC-LRFD-1993. La relación de esbeltez de la columna, es:

$$(KI)_x = (KI)_y = 450 \text{ cm} \quad \left(\frac{KI}{r}\right)_x = \frac{450}{13.16} = 34.2 \quad \left(\frac{KL}{r}\right)_y = \frac{450}{5} = 90.0$$

Rige el pandeo alrededor del eje de menor resistencia. No era realmente necesario calcular $(KI/r)_x$, puesto que $(KI)_x = (KI)_y$, por lo tanto rige el radio r_y , que es menor que r_x .

Cálculo de λ_c (parámetro de esbeltez de la columna)

$$\lambda_c = \frac{KI}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{90}{\pi} \sqrt{\frac{2\,530}{2.039 \times 10^6}} = 1.01$$

Como $\lambda_c = 1.01$ es menor que 1.5, la columna se encuentra en el intervalo de comportamiento inelástico, y el esfuerzo crítico F_{cr} se determina con la ecuación (E2-2).

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y = (0.658^{1.01^2}) 2\,530 = 1\,651 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi P_n = \phi A_g F_{cr} = 0.85 \times 94.84 \times 1\,651 \times 10^{-3} = 133 \text{ ton}$$

Método II. Se utiliza la tabla 3-36, M-AISC-LRFD-1993-VI, pág. 6-147, Esfuerzos de diseño para miembros en compresión de acero con esfuerzo de fluencia especificado $F_y = 36 \text{ ksi} = 2\,530 \text{ kg/cm}^2$ y $\phi_c = 0.85$.

$$\text{Para } (KI/r)_y = 90 \quad \phi F_{cr} = 19.98 \text{ ksi} = 1\,405 \text{ kg/cm}^2$$

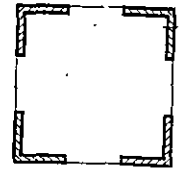
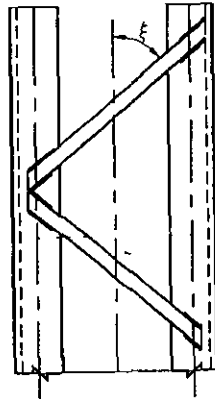
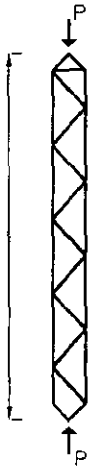
$$\phi P_n = \phi A_g (F_{cr}) = 94.84 \times 1\,405 \times 10^{-3} = 133 \text{ ton}$$

Método III. Se utilizan las tablas de columnas de la Parte 3, M-AISC-LRFD-VI. La resistencia de diseño en compresión de los perfiles de 305 mm (12 in) se encuentra en la pág. 3-24 y 3-25. Estas tablas proporcionan los valores de ϕP_n , en función de la longitud efectiva Kl y del esfuerzo de fluencia especificado F_y . De la pág. 3-25. Para el perfil W12×50 (305×74.5), con $(KI)_x = 15 \text{ ft} = 457 \text{ cm} \approx 450 \text{ cm}$, $\phi P_n = 289 \text{ kips} = 131.2 \text{ ton}$

NOTAS:

1. Para usar directamente las tablas de columnas, debe entrarse con la relación de esbeltez máxima, que no siempre corresponde al pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia (eje Y-Y).
2. Las tablas de columnas no incluyen todos los perfiles laminados. Estas ayudas de diseño solamente contienen los perfiles tipo W utilizados comúnmente como columnas.

Ejemplo MC-25. Diseñar, de acuerdo con las Especificaciones AISC-LRFD-1993, una columna armada como la que se muestra en la figura, que consiste de 4 ángulos de lados iguales APS ó LI, y que soporta una carga muerta de 30 ton más una carga viva de 160 ton de compresión axial; la longitud efectiva Kl es 9 m. Suponer que todas las conexiones serán soldadas. Utilizar acero NOM-B-254 (ASTM 36), $F_y = 2\,530\text{ kg/cm}^2$.



Sección transversal de la columna

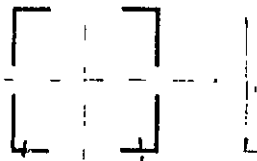
Elevación

Columna armada del ejemplo MC-25

SOLUCIÓN:

1. Cálculo del peralte h de la sección.

El radio de giro aproximado de una columna compuesta formada por 4 ángulos de lados iguales o desiguales depende únicamente del peralte h y es independiente del espesor. De esta manera, al seleccionar el valor de h , se establece la relación de esbeltez, y viceversa. Las tablas de las Ayudas de diseño del MDEM-VII proporcionan las relaciones entre el radio de giro y la geometría de la sección transversal total de diversos tipos de miembros armados. Así, para la columna en estudio,



$$r_x = r_y = 0.42 h$$

$$Kl/r_{\text{aprox}} = 900/0.42h = 2\,143/h$$

2. Acción de diseño

$$P_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 30 + 1.6 \times 160 = 292\text{ ton}$$

En la tabla siguiente se indica el procedimiento de diseño.

En la primera columna se indica el peralte total de la sección, en la segunda la relación de esbeltez aproximada, en la tercera λ_c , determinado con la ecuación (E2-4), en la cuarta el esfuerzo crítico, calculado con la ecuación (E2-2) (λ_c es siempre menor que 1.5), en la penúltima el área necesaria y en la última la sección formada por cuatro ángulos APS ó LI de lados iguales, con su área.

3. Parámetro de esbeltez de la columna λ_c .

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{Kl}{r} \right) \sqrt{\frac{2\,530}{2.039 \times 10^6}} = 0.0112 \frac{Kl}{r} \quad (\text{acero NOM-B-254 o A-36})$$

Tabla MC-25-1. Procedimiento de diseño

h (cm)	$\frac{KI}{r} = \frac{2143}{h}$	$\lambda_c = \frac{KI}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$ $\left(0.0112 \frac{KI}{r}\right)$	$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$ (kg/cm ²)	$\phi_c F_{cr}$ (kg/cm ²)	$A_{nec} = \frac{P_u}{\phi_c F_{cr}}$ (cm ²)	Ángulo ASP o LI tamaño x espesor (mm x mm) (in x in)
40	53.6	0.60	2 176	1 850	157.8	127x16(5x5/8) A=151.2 cm ²
45	47.6	0.53	2 249	1 912	152.7	127x16(5x5/8) A=151.2 cm ²
50	42.9	0.48	2 297	1 952	149.6	152x13(6x1/2) A=148.4 cm ²
55	39.0	0.44	2 333	1 983	147.3	152x13(6x1/2) A=148.4 cm ²
60	35.7	0.40	2 366	2 011	145.2	152x13(6x1/2) A=148.4 cm ²

$P_u = 292 \text{ ton}$

$F_y = 2 530 \text{ kg/cm}^2$

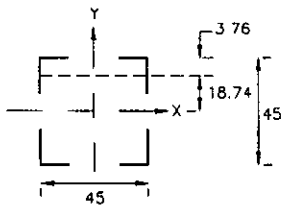
$E = 2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$\phi = 0.85$

Los valores de F_{cr} se indican en las Ayudas de diseño, M-DEM-VII. Se prefiere la solución de la columna formada por 4 ángulos APS ó LI 127x16 mm (5x5/8 in), con lados de 45 cm, debido a que el área de piso ocupada por este elemento armado es menor que el área que se obtiene con los ángulos de 152 mm de lado (6 in). El diseño se continuará con la columna hecha con 4 ángulos APS ó LI 127x16 mm (5x5/8 in), suponiendo $Q = 1$.

d. Características geométricas de la sección transversal total

Las propiedades de diseño de la sección compuesta son las siguientes:



$22.5 - 3.76 = 18.74$



$A = 37.81 \text{ cm}^2$
 $I = 566 \text{ cm}^4$
 $y = 3.76 \text{ cm}$
 $r_x = 2.48 \text{ cm}$

Propiedades de un ángulo
 APS ó LI 127x16 (5x5/8)
 Acotaciones en cm

Columna compuesta
 4 APS ó LI 127x16 (5x5/8)
 Acotaciones en cm

Cálculo del momento de inercia

$I_x = I_y = 4 [I_{xL} + A_L d^2] = 4 [566 + 37.81 (22.5 - 3.7^2)] = 55 718 \text{ cm}^4$

$r_x = r_y \sqrt{\frac{I}{A_T}} = \sqrt{\frac{55 718}{4 \times 37.81}} = 19.13 \text{ cm} (\approx 0.42h \text{ o } 0.45 \times 45 = 18.9 \text{ cm})$

Relación de esbeltez de la columna completa

$\frac{KI}{r} = \frac{1 \times 900}{19.13} = 47$

Parámetro de esbeltez de la columna λ_c

$\lambda_c = \frac{KI}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{47}{\pi} \sqrt{\frac{2 530}{2.039 \times 10^6}} = 0.53 < 1.5$

Esfuerzo crítico F_{cr}

Como $\lambda_c = 0.53$ es menor que 1.5, el esfuerzo crítico se calcula con la Ecuación (E2-2)

$F_{cr} = (0.685^{\lambda_c^2}) F_y = (0.685^{0.53^2}) 2 530 = 2 275 \text{ kg/cm}^2$
 $\phi_c F_{cr} = 0.85 \times 2 275 = 1 934 \text{ kg/cm}^2$

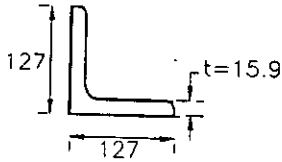
Finalmente:

$$\phi_c P_n = \phi_c F_y A_g = 1.934 \times 4 \times 37.81 \times 10^3 = 292.5 \text{ ton} > P_u = 292 \text{ ton} \quad \text{Correcto}$$

Se utilizarán 4 ángulos APS ó L1 127×16 mm (5×5/8 in) con $h = 45 \text{ cm}$, $A_r = 151.24 \text{ cm}^2$ y peso 118.71 kg/m.

Clasificación de la sección. Pandeo local.

Las relaciones ancho/groeso de los ángulos que forman la sección, no deben exceder los valores máximos la Sección B5.1, de las Especificaciones AISC-LRFD-1993.



Dimensiones, mm

$$\frac{b}{t} = \frac{12.7}{1.59} = 8.0 < \lambda_r = \frac{640}{\sqrt{F_y}} = \frac{640}{\sqrt{2530}} = 12.7$$

Diseño de la celosía.

Los lados abiertos de miembros en compresión formados por placas o perfiles se conectarán entre sí por medio de celosías o placas interrumpidas, y se colocarán placas de unión en los extremos y en puntos intermedios en los que se interrumpa la celosía. La celosía constituirá un sistema triangulado completo. Puede estar formada por soleras, varillas o perfiles. De acuerdo con la Especificación AISC-LRFD-E4: "el ángulo que forman las barras de celosía con el eje del miembro completo será, de preferencia, no menor de 60 grados en celosías sencillas, ni de 45 grados en celosías dobles". Para $\xi = 60$; $b = 45 - 2 \times 7.6 \approx 30 \text{ cm}$ se supone que los tomillos se colocan en líneas de gramil estándar. Esta será aproximadamente la distancia centro a centro de la conexión soldada de las barras de celosía. De esta manera, la separación entre nudos, a lo largo de la columna es,

$$L_1 = 2b \tan 30^\circ = 2 \times 30 \times 0.577 = 35 \text{ cm}$$

Las Especificaciones AISC-LRFD-E4 indican, que, "cuando la distancia entre las líneas de soldaduras en los elementos es mayor de 38 cm, la celosía será de preferencia doble, o se hará con ángulos.

Para un ángulo sencillo

$$\frac{l_1}{r_x} = \frac{35}{2.48} = 14 < 47.0 \quad (\text{Rige la relación de esbeltez del miembro completo}).$$

De acuerdo con la Sección AISC-LRFD-E4, las celosías deben diseñarse para resistir una fuerza cortante, normal al eje longitudinal del miembro completo igual, al 2% de la fuerza de compresión total en el miembro.

$$V = 0.02 \times 292 = 5.8 \text{ ton} \quad (2.9 \text{ ton en cada barra})$$

La fuerza en una barra de celosía es

$$P_u = \frac{V}{\cos(90-\xi)} \approx \frac{V}{\cos 30^\circ} = \frac{2.9}{0.866} = 3.3 \text{ ton}$$

La relación l/r de barras de celosías que forman sistemas sencillos no excederá de 140.

$$\frac{l}{r} \leq 140$$

donde:

r es el radio de giro de una barra de celosía, en cm

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{bt^3}{bt}} = 0.289 t$$

Se sustituye el valor de la relación de esbeltez y se despeja el espesor t :

$$\frac{l}{r} = 140 \quad \frac{l}{0.289t} = 140 \quad t = \frac{l}{140 \times 0.289}$$

$$t = \frac{35}{140 \times 0.289} = 0.87 \text{ cm} \quad \text{Usar } 10 \text{ mm (3/8 in)}$$

Para $t = 10 \text{ mm (3/8 in)}$

$$\frac{l}{r} = \frac{35}{0.289 \times 1} = 121$$

Esfuerzo crítico F_{cr}

Parámetro de esbeltez de la columna λ_c

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{121}{\pi} \sqrt{\frac{2530}{2.039 \times 10^6}} = 1.36 < 1.50$$

Como $\lambda_c = 1.36 < 1.50$ el esfuerzo crítico F_{cr} se calcula con la expresión (E2-2) de las Especificaciones AISC-LRFD-1993.

$$F_{cr} = \left(0.658^{\lambda_c^2}\right) F_y = \left(0.658^{1.36^2}\right) 2530 = 1166 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi_c F_{cr} = 0.85 \times 1166 = 991 \text{ kg/cm}^2$$

Área necesaria:

$$A_{neces} = \frac{P_u}{\phi_c F_{cr}} = \frac{3300}{991} = 3.33 \text{ cm}^2$$

Dimensiones de las barras de celosía

$$t = 10 \text{ mm (3/8 in)}$$

$$A = bt \quad b = \frac{A}{t} = \frac{3.33}{0.95} = 2.93 \text{ cm}$$

Puesto que no se requieren agujeros para conectores, en este diseño la tensión en el área neta no necesita investigarse. Usar barras de celosía de 35×10 mm.



Barras de celosía

Diseño de las placas de unión extremas.

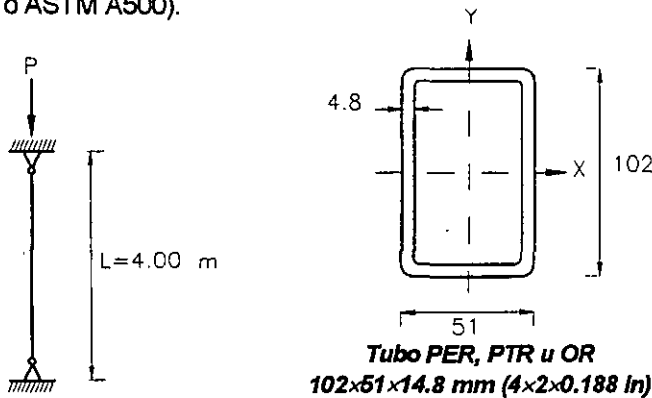
De acuerdo con la Especificación AISC-LRFD-E4, las placas de unión utilizadas como diafragmas en los extremos de las columnas tendrán una longitud no menor que la distancia entre las líneas de soldaduras, tornillos o remaches que las conectan a los elementos principales del miembro. Estas placas se colocarán tan cerca de los extremos como sea posible. Utilizando una longitud de 30 cm. El grueso de las placas de unión no será menor que 1/50 de la distancia entre las líneas de sujetadores o soldaduras que las conectan a los elementos componentes del miembro.

$$t \geq \frac{b}{50} = \frac{30}{50} = 0.60 \text{ cm}$$

Utilizar placas de unión de 300×6.4 mm

En la figura del enunciado se muestran los resultados del diseño.

Ejemplo MC-31. Determinar, de acuerdo con las Especificaciones AISC-ASD-1989 , AISC-LRFD-1993 y normas NTC-2 000, la carga de compresión axial permisible y las resistencias de diseño de una columna PER, PTR u OR 102x51x4.8 mm (4x2x0.188 in) de 4,00 m de longitud. Los extremos de la columna pueden considerarse articulados para flexión alrededor de los ejes X-X y Y-Y. El esfuerzo de fluencia del acero es $F_y = 3\ 230\text{ kg/cm}^2$ (acero NOM-B-199 Grado B o ASTM A500).



$A = 13.03\text{ cm}^2$
 $r_x = 3.52\text{ cm}$
 $r_y = 2.03\text{ cm}$

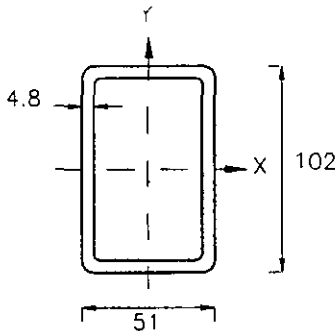
Propiedades de diseño

Elevación

Columna del ejemplo MC-31
Acotaciones en mm

SOLUCIÓN:

1. Especificaciones AISC-ASD-1989
Clasificación de la sección. Relaciones ancho grueso



Sección transversal
Acotaciones en mm

Placas horizontales (patines):

$$\frac{b}{t} = \frac{5.08 - 3 \times 0.48}{0.48} = 7.6 < \frac{2\ 000}{\sqrt{F_y}} = \frac{2\ 000}{\sqrt{3\ 230}} = 35.2$$

Placas verticales (almas):

$$\frac{b}{t} = \frac{10.16 - 3 \times 0.48}{0.48} = 18.2 < \frac{2\ 000}{\sqrt{F_y}} = \frac{2\ 000}{\sqrt{3\ 230}} = 35.2$$

La sección no es esbelta, de manera que no hay problemas de pandeo local

2. Relaciones de esbeltez

Como se trata de una columna biarticulada, el factor de longitud efectiva K , se toma igual a 1.0. $K_x = K_y = 1.0$ (valores teóricos y de diseño de los factores de longitud efectiva)

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = \frac{1 \times 400}{3.52} = 114 \qquad \left(\frac{Kl}{r}\right)_y = \frac{1 \times 400}{2.03} = 197$$

Es crítica la esbeltez alrededor del eje de menor momento de inercia (eje Y-Y).

3. Coeficiente de columna (relación de esbeltez que separa el pandeo elástico del inelástico)

Para perfiles laminados de acero $F_y = 3\ 230\text{ kg/cm}^2$ (46 ksi), el coeficiente de pandeo, C_c es:

Como la mayor relación de esbeltez es mayor que C_c , el esfuerzo de compresión axial permisible F_a , se determina con la ecuación (E2-2) de las Especificaciones AISC-ASD-1989.

* Si el radio de la esquina no se conoce, el ancho plano puede tomarse igual al ancho total de la sección menos tres veces su grueso

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23(Kl/r)^2} = \frac{12\pi^2 \times 2.039 \times 10^6}{23 \times 197^2} = 271 \text{ kg/cm}^2$$

Luego, la capacidad de carga de la columna, bajo condiciones de servicio, es

$$P = A F_a = 13.03 \times 271 \times 10^3 = 3.5 \text{ ton}$$

En la página 3-52, parte 3, Diseño de columnas del M-AISC- ASD-1989, para un tubo 4x2x3/16 in, con $F_y = 36 \text{ ksi}$, y longitud efectiva $Kl=13 \text{ ft}$ se indica una carga concéntrica permisible de 8 kips, aproximadamente igual a 3.6 ton.

2. Especificaciones AISC-LRFD-1993

1. Clasificación de la sección. Relaciones ancho-groeso

Placas horizontales (patines):

$$\frac{b}{t} = \frac{5.08}{0.48 - 2 \times 0.48} = 8.6 < \frac{1595}{\sqrt{F_y}} = \frac{1595}{\sqrt{3230}} = 28$$

Placas verticales (almas):

$$\frac{b}{t} = \frac{10.16 - 2 \times 0.48}{0.48} = 19.2 < \frac{5370}{\sqrt{F_y}} = \frac{5370}{\sqrt{3230}} = 94.5$$

De acuerdo con la Tabla B.5.1, la sección es compacta; no hay problemas de pandeo local.

2. Relaciones de esbeltez

Del inciso anterior:

$$\left(\frac{Kl}{r}\right)_x = 114 < \left(\frac{Kl}{r}\right)_y = 197$$

Es crítico el pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia (eje Y-Y)

3. Cálculo de λ_c (parámetro de esbeltez de columna)

$$\lambda_c = \frac{Kl}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \frac{197}{\pi} \sqrt{\frac{3230}{2.039 \times 10^6}} = 2.5$$

4. Esfuerzo crítico

Como las relaciones ancho grueso de los elementos que forman la sección transversal de la columna, son menores que los valores λ_r de la sección B5.1, el esfuerzo crítico se determina mediante la ecuación (E2-3), ya que λ_c es mayor que 1.5.

$$F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c}\right) F_y = \left(\frac{0.877}{2.5^2}\right) 3230 = 453 \text{ kg/cm}^2$$

5. Resistencia de diseño en compresión axial

$$\phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr}$$

donde:

ϕ_c es un factor de reducción de la resistencia = 0.85 (adimensional), A_g es el área de la sección transversal, en cm^2 y F_{cr} es el esfuerzo crítico, en kg/cm^2

$$\phi_c A_g F_{cr} = 0.85 \times 13.03 \times 453 \times 10^3 = 5 \text{ ton}$$

La resistencia de diseño $\phi_c P_n$ de la columna es 5 ton. En la pág. 2-45 de la parte 2 Diseño de columnas, del M-AISC-LRFD-1986, primera edición, para un tubo estructural 4x2x0.188 in (102x51x5 mm), de acero $F_y=46 \text{ ksi}$ (3 525 kg/cm^2), y longitud efectiva $Kl=13 \text{ ft}$ (3.95 m), se indica una resistencia de diseño axial de 11 kips, es decir 5 ton. En la nueva edición del M-AISC- LRFD-1993, no se incluye la resistencia de diseño en compresión de este tubo.

* El acero de la columna de este ejemplo es $F_y = 3230 \text{ kg/cm}^2$ ($F_y = 46 \text{ ksi}$)

3. Normas NTC-2 000

3.1 Clasificación de la sección. Relaciones ancho-groeso de los elementos que forman la sección.

Placas horizontales (patines):

Placas verticales (almas):

$$\frac{b}{t} = 7.6 < 1.47 \sqrt{E / F_y} = 1.47 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 37 \quad \frac{h}{t} = 18.2 < 1.47 \sqrt{E / F_y} = 1.47 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 37$$

Puesto que las relaciones ancho grueso de las placas horizontales y verticales son menores que el valor límite correspondiente a las secciones tipo 1, 2 o 3, la columna es tipo 1, 2 o 3 y por lo tanto no hay pandeo local.

2. Relaciones de esbeltez

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_x = 114 \quad \left(\frac{KL}{r}\right)_y = 197$$

Es crítica la esbeltez alrededor del eje Y-Y.

3. Determinación de la resistencia de diseño en compresión axial.

Como la sección transversal de la columna es tipo 1, 2 o 3, en la determinación de su resistencia se debe tomar en cuenta el estado límite crítico de inestabilidad por flexión. La resistencia de diseño R_c se calcula mediante la ecuación (3.2.1) de las Normas NTC-2 000.

$$R_c = \frac{F_y}{\left[1 + \lambda^{2n} - 0.15^{2n}\right]^{1/n}} A_t F_R \leq F_y A_t F_R \quad (3.2.1) \quad \lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}}$$

F_y = valor mínimo garantizado del esfuerzo correspondiente al límite inferior de fluencia del acero, en kg/cm^2 , n es un coeficiente adimensional ($n = 1.4$) para secciones transversales, rectangulares huecas, laminadas), A_t área total de la sección transversal de la columna, en cm^2 , F_R factor de reducción de la resistencia (adimensional) = 0.90 y KL/r es la relación de esbeltez efectiva máxima de la columna (adimensional)

$$\lambda = 197 \sqrt{\frac{3230}{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6}} = 2.5$$

Luego: $R_c = \frac{3230 \times 13.03 \times 0.90 \times 10^3}{\left[1 + 2.5^{2.8} - 0.15^{2.8}\right]^{0.714}} = 5.8 \text{ ton} < F_y A_t F_R = 3230 \times 13.03 \times 0.90 \times 10^3 = 37.9 \text{ ton}$

La resistencia de diseño en compresión axial R_c , de acuerdo con las Normas NTC-1995, es igual a 5.8 ton.

RESULTADOS

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos.

Tabla MC-31-1- Resultados de diseño

Norma o especificación	Carga permisible o resistencia de diseño (ton)
AISC-ASD-1989	3.5*
AISC-LRFD-1993	5
NTC-2 000	5.8

* La carga permisible corresponde a condiciones de trabajo

**CURSO DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR
COMPUTADORA**

**MIEMBROS EN FLEXIÓN (VIGAS)
TEORÍA Y EJEMPLOS DE DISEÑO**

M. I. HÉCTOR SOTO RODRÍGUEZ

OBJETIVOS:

Presentar los conceptos generales sobre el comportamiento y diseño de miembros en flexión (vigas).

Mostrar las secciones de las especificaciones *AISC-LRFD -1999* aplicables al diseño de vigas: flexión y cortante.

Exponer ejemplos de diseño de vigas isostáticas e hiperestáticas.

MIEMBROS EN FLEXIÓN

Material de lectura y referencias

- *Diseño de Estructuras de Acero. Flexión 1 (Vigas sin pandeo lateral)*, Oscar de Buen López de Heredia, Fundación ICA, SMIE y UAEM.
- *Diseño de Estructuras de Acero. Flexión 2 (Pandeo lateral)*, Oscar de Buen López de Heredia, Fundación ICA, SMIE y UAEM.
- *Especificaciones AISC-ASD-1989*
- *Especificaciones AISC-LRFD-1999 y M-AISC-LRFD- 2001*
Capítulo F, Vigas y otros miembros en flexión: Secciones F1 y F2
Capítulo B: Sección B5, Pandeo local
- *Apéndice F: Secciones F1 y F2*
- *Manual AISC-LRFD-1993, Parte 4, Ayudas de diseño de vigas*
- *Salmon and Johnson: Capítulos 7, 8, 9 y 10*
- *Diseño de Estructuras Metálicas, Volumen I, Héctor Soto Rodríguez, 2001*

Introducción

Definición de viga (se denomina también miembro en flexión)

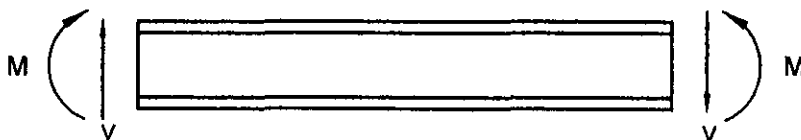
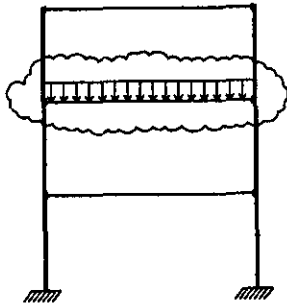


Fig. Viga o miembro en flexión

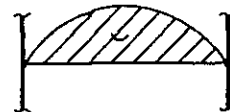
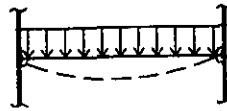
Viga = Miembro estructural sometido principalmente a flexión y cortante, no a fuerza axial.

- Las vigas son típicamente miembros horizontales en una estructura de acero para edificios.
- Las vigas soportan cargas gravitacionales (cargas muertas, vivas, accidentales, etc.) y transmiten estas cargas a las columnas.
- Las vigas también forman parte del sistema estructural de los marcos rígidos, resistentes a cargas laterales (viento y sismo principalmente).

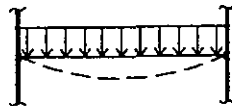
- Ejemplos de vigas que soportan cargas gravitacionales



Marco rígido

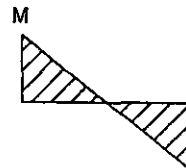
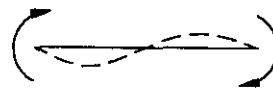
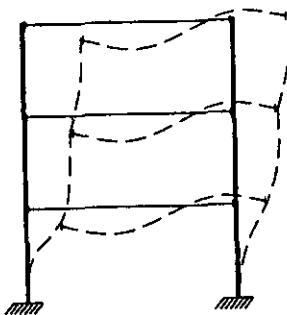


**Viga libremente apoyada
Conexiones simples**



**Viga empotrada en ambos extremos
Conexiones rígidas**

- Ejemplos de vigas que resisten cargas laterales (viento o sismo) en un marco rígido de una estructura.



Estructura sujeta a cargas laterales

PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE VIGAS CONFORME A LAS AISC-LRFD-1999.

Se considera una viga libremente apoyada con carga uniformemente repartida.

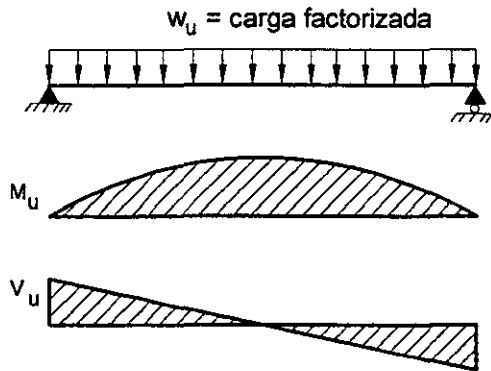


Fig. Diagrama de fuerza cortante y momento flexionante

SOLUCIÓN:

1. Se utilizan las cargas factorizadas (cargas de diseño), se determina el momento flexionante de diseño, M_u y la fuerza cortante V_u , a lo largo del claro de la viga.
2. Se calcula la resistencia nominal en flexión, M_n , para la viga

M_n = Momento máximo que puede soportar la viga sin que se presente una falla por flexión

Se determina la resistencia nominal al cortante, V_n , de la viga

V_n = Fuerza cortante máxima que puede resistir la viga sin que ocurra una falla por cortante

3. Requisitos de diseño por resistencia:

$$\begin{array}{l} M_u \leq \phi M_n \\ V_u \leq \phi V_n \end{array}$$

ϕ = Factor de reducción de la resistencia = 0.9 para flexión y cortante

Nota:

Normalmente la flexión controla el diseño de vigas, pocas veces suele regir el cortante.

4. Se verifican las condiciones de servicio
 - Deflexiones de la viga causadas por las cargas nominales, de servicio o de trabajo (no factorizadas)
 - Vibraciones de piso producidas por las cargas de servicio

COMPORTAMIENTO DE VIGAS. FALLA POR FLEXIÓN

Se considera un ensaye de una viga libremente apoyada, con carga concentrada en la sección media.

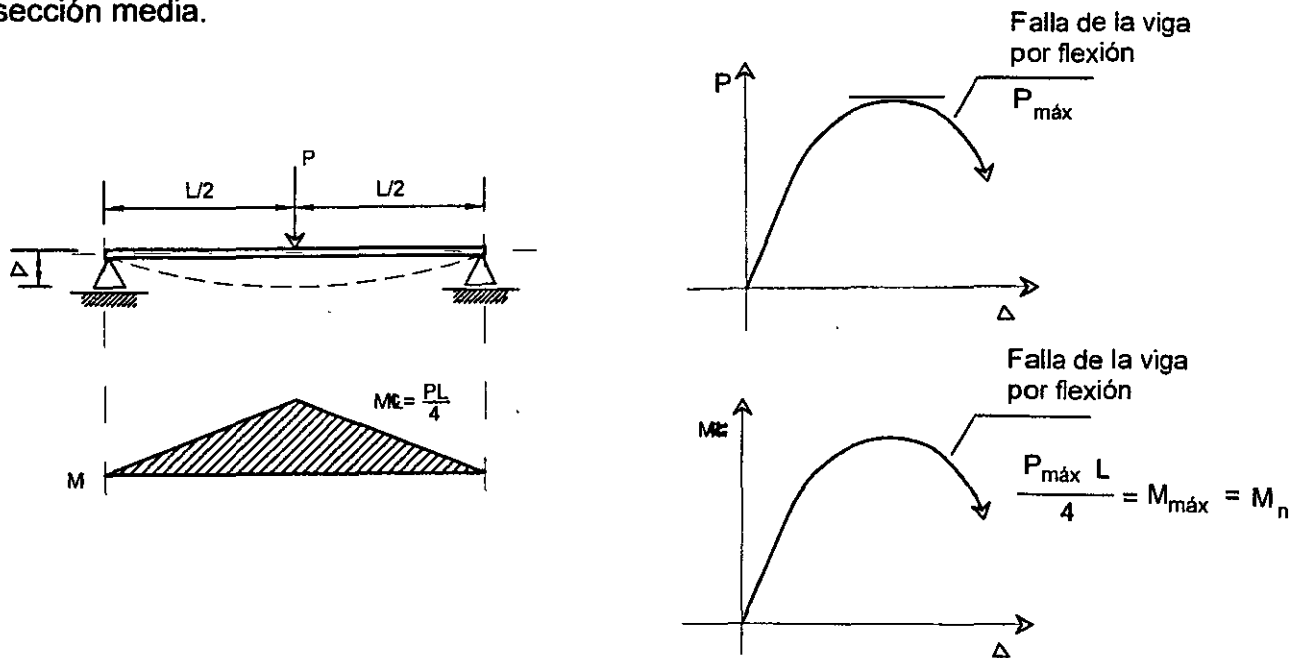


Fig. Ensayo de una viga libremente apoyada

En el "experimento" mostrado arriba, se aplica una carga P a la viga libremente apoyada que soporta una carga concentrada en la sección media, se traza la curva P contra la deflexión Δ . La carga se incrementa hasta que alcanza un valor máximo, y la viga empieza a flexionarse hasta que se colapsa. Para una carga $P_{m\acute{a}x}$, la viga ya no puede resistir más momento adicional, es decir, la viga experimenta una **falla por flexión**. El momento flexionante máximo que la viga puede resistir antes de que se produzca la falla se define como M_n "**Resistencia nominal a la flexión.**" M_n se determina considerando los siguientes posibles modos de falla por flexión:

1. Pandeo local

- Pandeo local del patín (*Flange Local Buckling, FLB*)
- Pandeo local del alma (*Web Local Buckling, WLB*)
- Pandeo lateral por flexotorsión (*Lateral Torsional Buckling, LTB*)
- Desarrollo de una falla por deformación excesiva en una sección transversal de la viga totalmente plastificada.

Cuando una viga está sometida a un momento flexionante, una parte de la sección transversal está en compresión, y otra está en tensión. La parte de la sección transversal en compresión puede fallar por **inestabilidad**, es decir por alguna de las formas de pandeo que se mencionaron anteriormente (*FLB, WLB ó LTB*).

En las figuras siguientes se muestran los modos de falla típicos que pueden presentarse por pandeo en miembros sometidos a flexión.

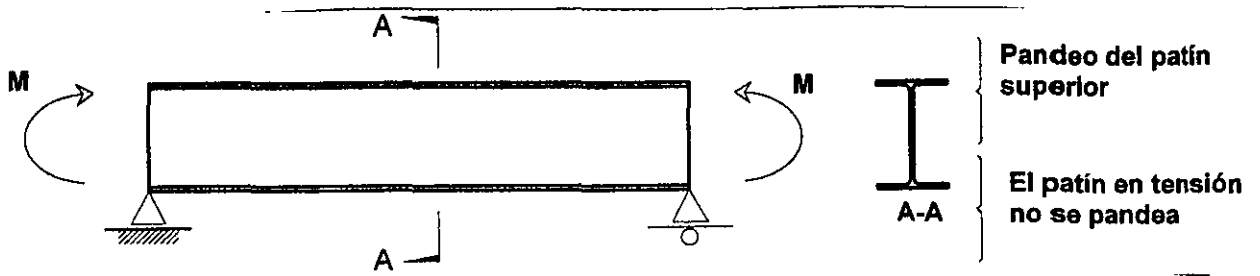
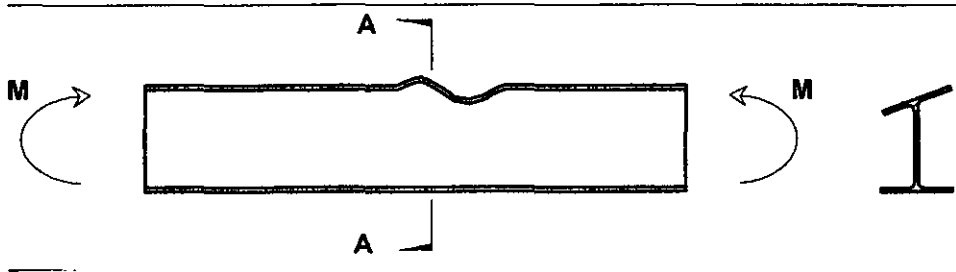
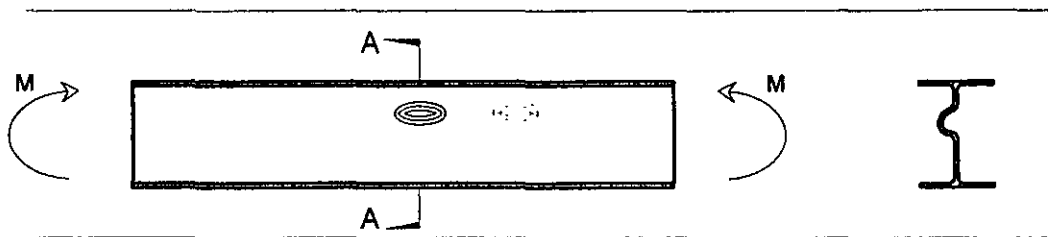


Fig. Viga en flexión

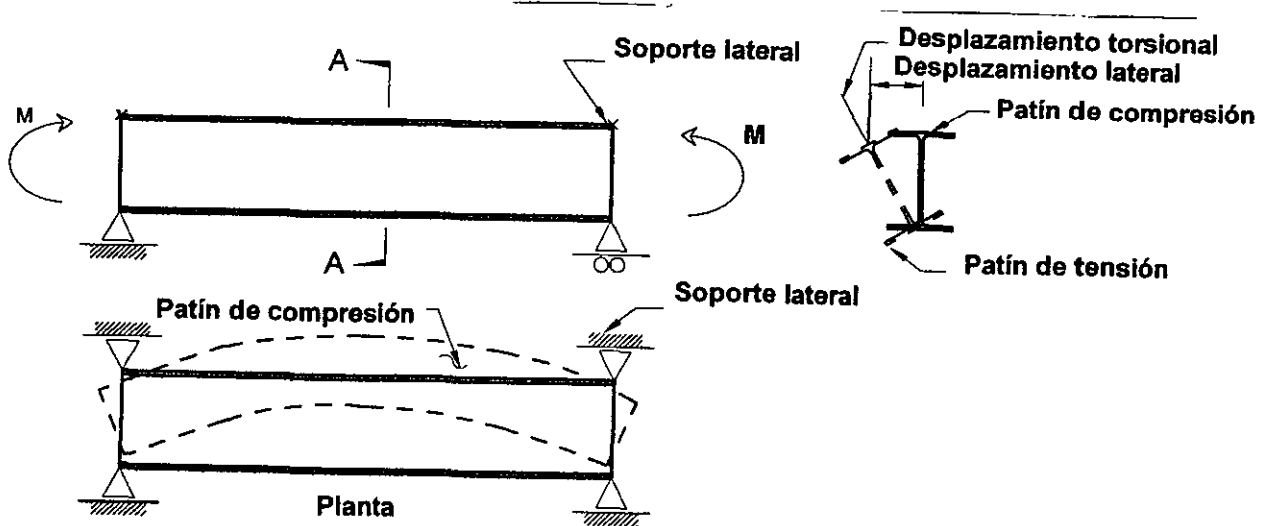
Pandeo local del patín (FLB)



Pandeo local del alma (WLB)



Pandeo lateral torsional o por flexotorsión (LTB)



En el modo de falla de *pandeo por flexotorsión (LTB)*, el patín comprimido se deforma lateralmente (como una columna) entre soportes laterales. El patín en tensión no se pandea y por consiguiente resiste el movimiento lateral del patín comprimido. El resultado final es que la viga se desplaza lateralmente y gira, de ahí el nombre de “**Pandeo lateral torsional o por flexotorsión (Lateral Torsional Buckling)**”.

Para evitar este tipo de pandeo (*LTB*), el patín en compresión de la viga debe estar provisto de **contraventeo lateral adecuado**.

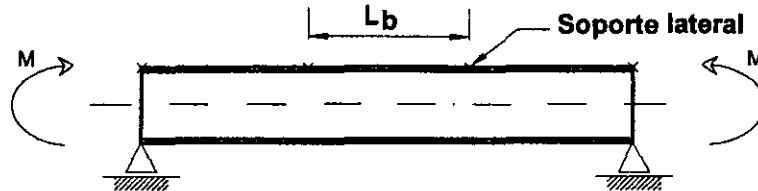


Fig. Soportes laterales en una viga libremente apoyada

El momento flexionante que una viga puede soportar antes de que ocurra el *pandeo por flexotorsión (LTB)* entre soportes laterales, depende de la longitud no soportada lateralmente, L_b . A medida que L_b disminuye, el momento flexionante que la viga puede resistir sin que se presente *LTB*, aumenta. Nótese que esto es análogo al pandeo de una columna. La compresión axial que una columna puede resistir sin que ocurra pandeo general, aumenta conforme la longitud no soportada entre secciones del miembro disminuye).

SOPORTES LATERALES EN VIGAS

En un edificio real el *contraventeo lateral* de una viga es proporcionado típicamente por miembros transversales de la estructura de acero (vigas secundarias que forman parte del sistema de piso) o mediante un sistema de piso compuesto acero-concreto ó por una losa de concreto reforzado.

Un soporte lateral debe satisfacer los siguientes requisitos:

- Evitar el desplazamiento lateral del patín comprimido de la viga,
ó
- Impedir el giro de la sección transversal

Ejemplos:

1. Viga secundaria

La viga secundaria actúa como un soporte lateral para la trabe A, debido a que evita el desplazamiento lateral de su patín comprimido.

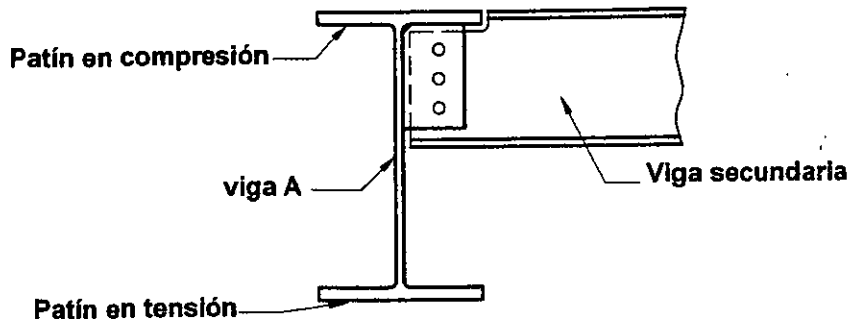
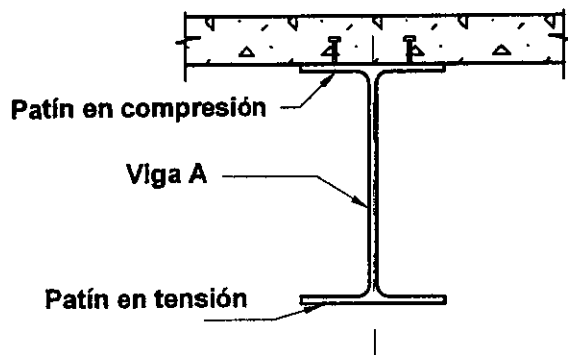


Fig. Conexión viga secundaria a principal

2. Viga que soporta una losa de concreto

En este caso, la losa de concreto reforzado está conectada al patín comprimido de la trabe A, por medio de conectores de cortante. La losa de concreto proporciona soporte lateral continuo al patín comprimido de la viga de acero. Esto es válido solamente en zonas de momento flexionante positivo.



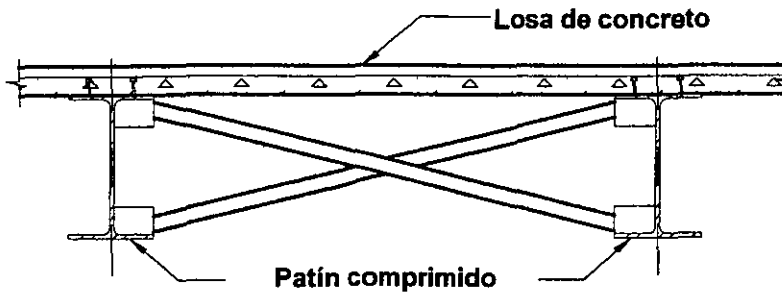
**Fig. Viga que soporta losa de concreto
(Construcción compuesta acero-concreto)**

Como L_b = longitud no soportada lateralmente = 0, no ocurre pandeo por flexotorsión.

Nótese que si el patín inferior de la viga A estuviera en compresión (por ejemplo, zonas de momentos flexionantes negativos en una viga continua), la losa de concreto **NO** funcionaría como soporte lateral adecuado, puesto que **NO** evitaría de manera eficiente el desplazamiento lateral del patín inferior de la viga.

3. Vigas de puente contraventeo en diagonal

En este ejemplo, el desplazamiento lateral del patín comprimido se impide mediante miembros en diagonal (típicamente ángulos de lados iguales, dispuestos en cruz).



**Fig. Vigas de acero que soportan una losa de concreto
(Soporte lateral de vigas mediante diagonales de contraventeo)**

4. Contraventeo lateral de vigas

En este ejemplo no existe una losa de concreto reforzado. La estructura transversal impide el giro de cada viga y por consiguiente actúa como un contraventeo lateral para cada una de las vigas. Cualquiera de los patines de las vigas puede estar sometido a compresión.

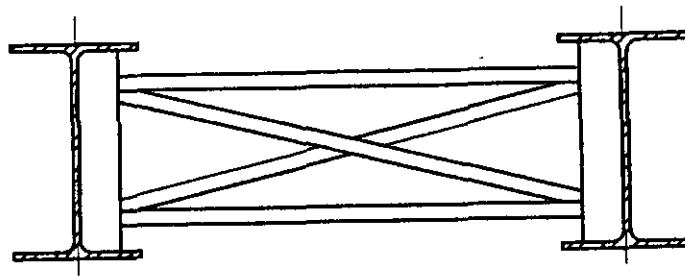


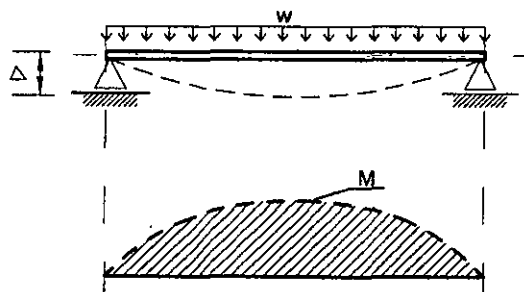
Fig. Contraventeo transversal

RANGOS DE COMPORTAMIENTO DE VIGAS EN FLEXION

Dependiendo de cuando ocurra un problema de inestabilidad asociado con algún tipo de pandeo (*FLB*, *WLB* ó *LTB*) en la etapa de carga de una viga, se dice que la falla en este tipo de miembros puede ocurrir en uno de los tres posibles rangos de comportamiento.

- *Falla en el rango plástico*
- *Falla en el intervalo inelástico*
- *Falla en el régimen elástico*

Para ilustrar estos rangos de comportamiento, se considera un ensaye en una viga libremente apoyada con carga uniformemente repartida.



Se traza la curva de momento flexionante en el centro del claro M , contra la deflexión de la viga.

Falla en el intervalo Elástico

Para la falla en el rango elástico, la inestabilidad ocurre antes de que el momento flexionante alcance M_r . La viga es elástica cuando ocurre la inestabilidad. **La viga falla sin desarrollar ninguna ductilidad.**

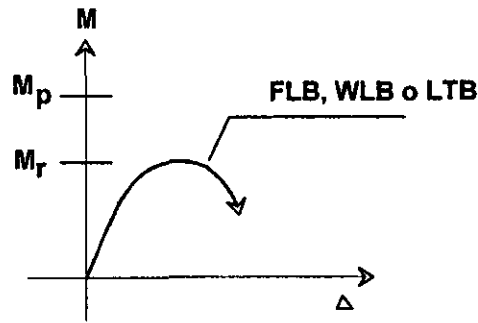
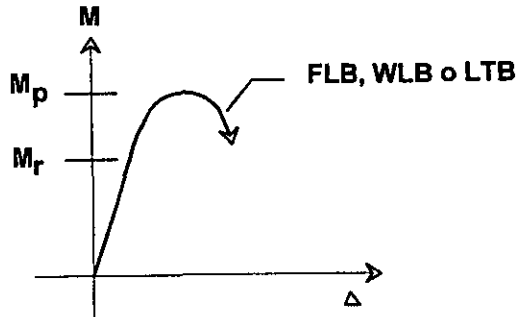


Fig. Falla de la viga en el intervalo elástico

Falla en el intervalo inelástico

Para la falla en el rango inelástico, la inestabilidad ocurre para un momento comprendido entre M_r y M_p . La viga es inelástica cuando ocurre la inestabilidad. **La viga falla con poca o ninguna ductilidad.**



Falla en el rango plástico

Para la falla en el rango plástico, la inestabilidad ocurre después de que la viga alcanza su momento plástico, M_p , y lo mantiene a través de grandes deformaciones inelásticas. **La viga que falla en el rango plástico exhibe gran ductilidad.**

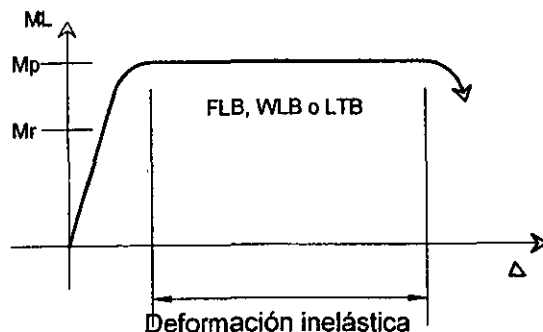


Tabla. Resumen de comportamiento de vigas

Rango de falla	M_n	Ductilidad
Falla en el rango elástico	$M_n \leq M_r$	Pequeña o ninguna
Falla en el rango inelástico	$M_r < M_n \leq M_p$	Pequeña o ninguna
Falla en el rango plástico	$M_n = M_p$	Grande

Las especificaciones AISC-LRFD-1999 contienen diferentes ecuaciones que gobiernan el diseño de miembros en flexión (vigas) para cada uno de los tres rangos de comportamiento.

DISEÑO DE VIGAS POR FLEXIÓN, AISC-LRFD-1999 (M-AISC-LRFD-2001)

En cada sección a lo largo del claro de la viga, se debe cumplir la siguiente condición de diseño:

$$M_u \leq \phi M_n$$

$$\phi = 0.90$$

donde:

M_u = momento flexionante producido por las cargas de diseño (obtenido de un análisis estructural)

M_n = resistencia nominal en flexión

M_n será el menor de:

- M_n basado en pandeo *FLB*
- M_n con base en pandeo *WLB*
- M_n basado en pandeo *LTB*
- $M_p = ZF_y > 1.5 M_y$

M_n BASADO EN EL PANDEO LOCAL DE LOS PATINES Y DEL ALMA

Especificaciones AISC-LRFD-1999

Sección B5

Apéndice F

En general, M_n basado en pandeo *FLB* y pandeo *WLB* depende de dos variables:

- 1) Relación ancho-groeso de patines o del alma: b/t ó h/t_w
2. Esfuerzo de fluencia, F_y

RELACIÓN ENTRE MOMENTO Y CURVATURA

En ausencia de endurecimiento por deformación y de esfuerzos residuales, la relación entre momento y curvatura para la sección transversal de una viga, puede ilustrarse cualitativamente como sigue:

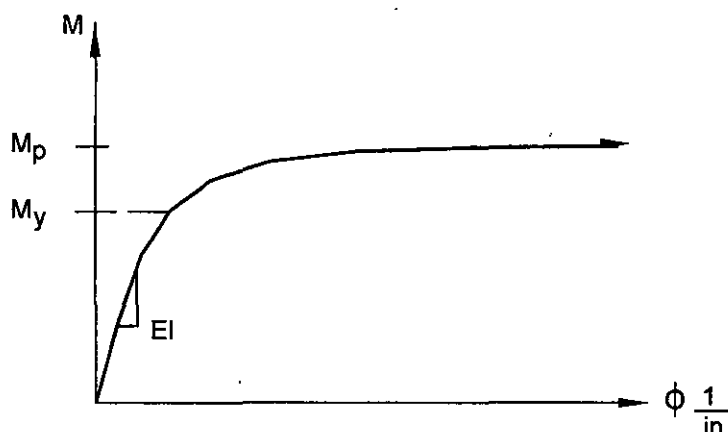


Fig. Momento versus curvatura

Definición de factor de forma, f

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_x F_y}{S_x F_y} = \frac{Z_x}{S_x}$$

El factor de forma expresa el momento adicional que puede soportar una sección transversal después de que aparece por primera vez la fluencia en una fibra extrema de la viga, hasta la condición de plastificación total.

Para una sección transversal rectangular,

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{(bh^2/4)F_y}{(bh^2/6)F_y} = 1.5$$

Para la mayoría de los perfiles laminados IPR, IR ó W, el factor de forma varía 1.09 a 1.15. Para fines prácticos puede tomarse $f = 1.12$. Véase ejemplo PG-4.

EFECTO DE LOS ESFUERZOS RESIDUALES

La presencia de esfuerzos residuales en un perfil de acero causa que la primera fluencia aparezca para un momento flexionante aplicado menor que M_y . Después de

que se alcanza la primera fluencia, los esfuerzos residuales causan una reducción en la rigidez (una disminución en la pendiente del diagrama Momento-Curvatura ($M-\phi$)), y consecuentemente, puede causar el pandeo del patín comprimido de la viga. De este modo, el efecto de los esfuerzos residuales en vigas es análogo al efecto de los esfuerzos residuales en columnas.

Primera fluencia.

Se define:

M_r = Momento correspondiente a la iniciación de la fluencia en presencia de esfuerzos residuales, T-m ó Kg-m

F_r = Esfuerzo máximo residual de compresión en los patines de la viga, T-m, Kg-m.

Para diseño, se pueden utilizar los siguientes valores de F_r :

$$703 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{para perfiles laminados en caliente}$$

$$1160 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{para secciones soldadas.}$$

Cuando ocurre la primera fluencia por primera vez, el esfuerzo aplicado ($\cong \frac{M_r}{S}$) más el esfuerzo residual ($\cong F_r$) se iguala a F_y . Es decir:

$$\therefore \frac{M_r}{S} + F_r = F_y \Rightarrow M_r = S(F_y - F_r)$$

Nótese que si no hay esfuerzos residuales ($F_r = 0$), y consecuentemente $M_r = M_y$

Gráfica Momento- Curvatura

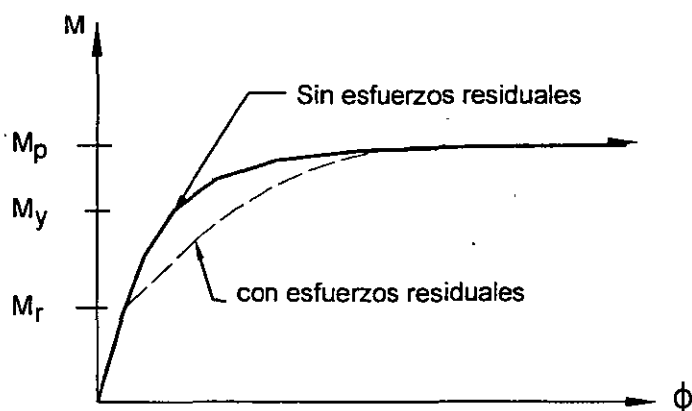


Fig. Curva momento versus curvatura

Las especificaciones AISC-LRFD1999 utilizan el símbolo “ λ ” como un símbolo genérico para expresar la relación ancho-groeso b/t . Para un perfil tipo W , IPR ó IR , el valor de λ se define como sigue:

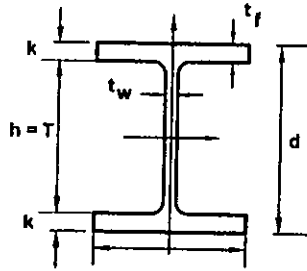


Fig. Perfil IPR, IR ó W
Dimensiones generales

Para FL (pandeo local de los patines):

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f}$$

Para WLB (pandeo local del alma):

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w}$$

En la Parte 1 del *M-AISC-LRFD-1993* y *2001*, tablas de dimensiones y propiedades de diseño se indican los valores de las relaciones ancho-groeso $b_f / 2 t_f$ y h_c / t_w para los perfiles estructurales laminados tipo W , IPR ó IR .

Para determinar M_n con base en FLB y WLB , el valor de λ se compara con λ_p y λ_r . Para un perfil estructural tipo IPR , IR ó W , los valores de λ se definen como sigue:

$$\text{Para } FLB: \lambda = \frac{b_f}{2t_f} \quad \lambda_p = 0.38 \sqrt{E / f_y} \quad \lambda_r = 0.83 \sqrt{E / F_L}$$

$$\text{Para } WLB: \lambda = \frac{h_c}{t_w} \quad \lambda_p = 3.76 \sqrt{E / F_y} \quad \lambda_r = 5.70 \sqrt{E / F_y}$$

$\lambda \leq \lambda_p$

$$\text{Para } FLB: \frac{b_f}{2t_f} > 0.38 \sqrt{E / F_y}$$

$$\text{Para } WLB: \frac{h_c}{t_w} \leq 3.76 \sqrt{E / F_y}$$

} Se denominan **secciones compactas**

Para este caso, la falla por pandeo local ocurre en el **rango plástico**. Es decir, el pandeo local no ocurre hasta que la viga alcanza M_p y mantiene M_p a través de grandes deformaciones inelásticas.

$$\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r$$

Para FLB: $0.38\sqrt{E/F_y} < \frac{b_f}{2t_f} \leq 0.83\sqrt{E/F_y}$

Para WLB: $3.76\sqrt{E/F_y} < \frac{h_c}{t_w} \leq 5.70\sqrt{E/F_y}$

Se califican como **secciones NO compactas**

Para este caso, la falla por pandeo local ocurre en el **intervalo inelástico**. El pandeo local ocurre para un momento comprendido entre M_r y M_p .

$$\lambda > \lambda_r$$

Para FLB: $\frac{b_f}{2t_f} > 0.83\sqrt{E/F_y}$

Para WLB: $\frac{h_c}{t_w} > 5.70\sqrt{E/F_y}$

Se denominan **secciones esbeltas**

Para este caso, la falla por pandeo local ocurre en el **rango elástico**. El pandeo local ocurre para un momento menor que M_r .

Variación de M_n con λ :

Se traza la curva M_n contra el parámetro de la relación ancho-grueso de perfiles.

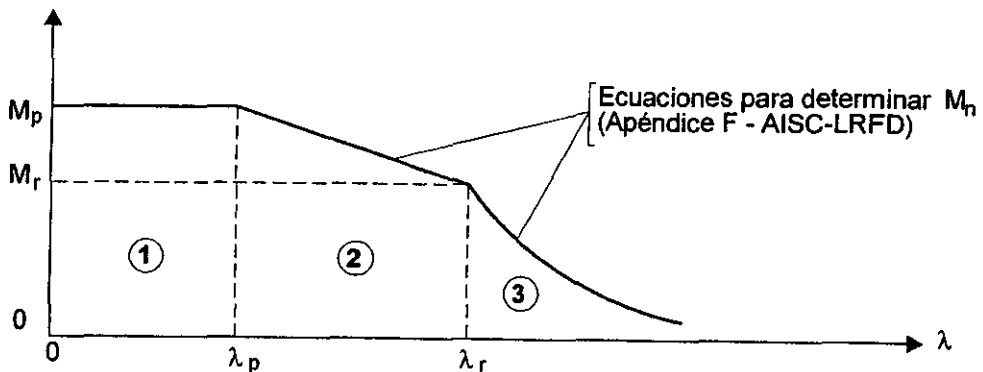


Fig. M_n versus λ

Zona 1: **Secciones compactas**, falla de la viga en el intervalo plástico.

Zona 2: **Secciones No compactas**, falla de la viga en el intervalo inelástico.

Zona 3: **Sección esbelta**, falla de la viga en el rango elástico.

Consideraciones prácticas para el diseño de vigas

La mayoría de los perfiles *IPR* ó *IR* ó *W*, de $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ (245 MPa ó 36 ksi) y $F_y = 3\,515\text{ Kg/cm}^2$ (345 MPa ó 50 ksi) son compactos para *FLB* (pandeo local de los patines) y *WLB* (pandeo local del alma). De esta manera, en la mayoría de los casos, el pandeo local no será una condición que gobierne el diseño de la viga, puesto que $M_n = M_p$ para secciones compactas.

El pandeo local puede controlar M_n para los siguientes casos:

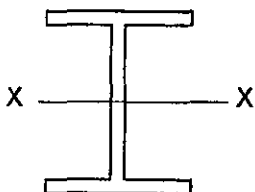
- Perfiles laminados *IPR* ó *IR* ó *W* de acero de alta resistencia ($F_y > 3\,515\text{ Kg/cm}^2$ (345 MPa ó 50 ksi), es decir aceros *ASTM A 65*, que tienen un $F_y = 4\,570\text{ Kg/cm}^2$ (445 MPa, 65 ksi)
- Miembros soldados de sección transversal "I", fabricados con placas delgadas.
- Ángulos, perfiles *Te* y cualquier otro perfil que no sea *W*, *IPR* ó *IR*.

M_n BASADO EN EL PANDEO LATERAL POR FLEXOTORSIÓN

Especificaciones AISC-LRFD-1999
Capítulo *F* y Apéndice *F*

Limitación:

En estas notas se presentan consideraciones generales de *LTB* para miembros de sección transversal *I* (perfiles *IPR*, *IR* ó *W* laminados o secciones armadas hechas con tres placas soldadas), flexionados alrededor de su eje de mayor resistencia. En el perfil que se muestra en la figura, el momento flexionante se aplica alrededor del eje de mayor momento de inercia. (eje *xx*) y que corresponde a la posición más conveniente.

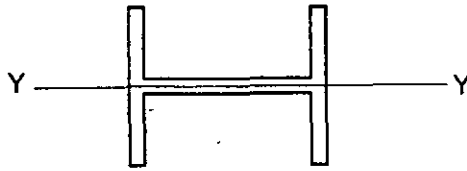


**Fig. Perfil *IPR*, *IR* ó *W*
flexionado alrededor de *X-X***

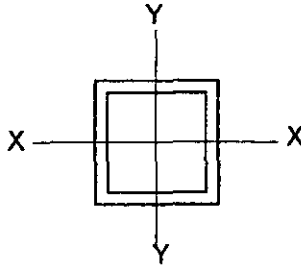
Para otros tipos de secciones transversales de perfiles laminados o soldados, las ecuaciones para determinar M_n basadas en *LTB* están dadas en las especificaciones *AISC-LRFD-1999*, Capítulo *F* y Apéndice *F*).

Algunos casos especiales de interés

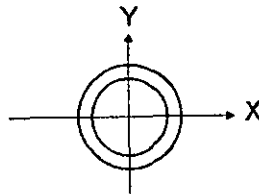
1. Perfiles *IPR*, *IR* ó *W* flexionados alrededor de su eje de menor momento de inercia



2. Secciones en cajón, flexionadas alrededor de sus ejes principales
 Momento flexionante alrededor de cualquiera de los ejes centroidales y principales (X-X ó Y-Y).



3. Secciones circulares huecas flexionadas alrededor de cualquier eje.



Para cada uno de estos tres casos especiales, *LTB* no ocurre. Por consiguiente $M_n = M_p$, con base en *LTB*.

M_n para secciones transversales I, flexionadas alrededor de su eje de mayor resistencia

En general, M_n basado en *LTB* depende de las siguientes variables:

1. L_b = distancia entre soportes laterales de vigas
2. Forma del diagrama de momento flexionante entre soportes laterales.
 Esto se representa por el coeficiente de flexión C_b .
3. Esfuerzo de fluencia F_y
4. Propiedades geométricas de las secciones transversales de la viga.

LTB depende fundamentalmente de cinco propiedades mecánicas y geométricas:

$$X_1 \quad X_2 \quad r_y \quad S_x \quad Z_x$$

Las propiedades de la sección X_1 y X_2 se definen en términos de otras propiedades de diseño convencionales que aparecen tabuladas en la Parte 1 del *M-AISC-LRFD-1999*.

$$X_1 = \frac{\pi}{s_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} \quad (\text{F1-3}) \quad X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 \quad (\text{F1-9})$$

donde:

E = módulo de elasticidad del acero = $2.039 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$ (200 000 MPa ó 29 000 ksi)

G = módulo de elasticidad al cortante del acero = $784\,500 \text{ Kg/cm}^2$ (11 150 ksi)

A = área de la sección transversal, en cm^2

S_x = módulo de sección elástico, en cm^3

I_y = momento de inercia alrededor del eje de menor momento de inercia, en cm^4

J = constante de torsión de Saint Venant, en cm^4

C_w = constante de torsión por alabeo, en cm^6

Las constantes de torsión J y C_w se indican en las páginas 1-146, *M-AISC-LRFD-1993*.

Para una sección transversal dada y tipo de acero, M_n basado en *LTB* dependerá de L_b y de la forma del diagrama de momento flexionante dentro de la longitud o tramo no soportado lateralmente.

Las ecuaciones básicas para *LTB* se escriben para el caso de momento no uniforme entre soportes laterales. Para cualquier otra forma de diagrama de momento, estas ecuaciones básicas se modifican mediante el factor C_b .

Los valores de C_b dependen de la forma del diagrama de momento flexionante entre soportes laterales. C_b es adimensional y varía de 1.0 a 2.4. Para el caso de momento uniforme se obtiene un valor de $C_b = 1.0$

Se considerará en primer lugar M_n basado en *LTB* para el caso de momento uniforme ($C_b = 1.0$) y luego se considerará M_n para otros diagramas de momentos flexionantes.

MOMENTO UNIFORME ENTRE SOPORTES LATERALES, $C_b = 1.0$

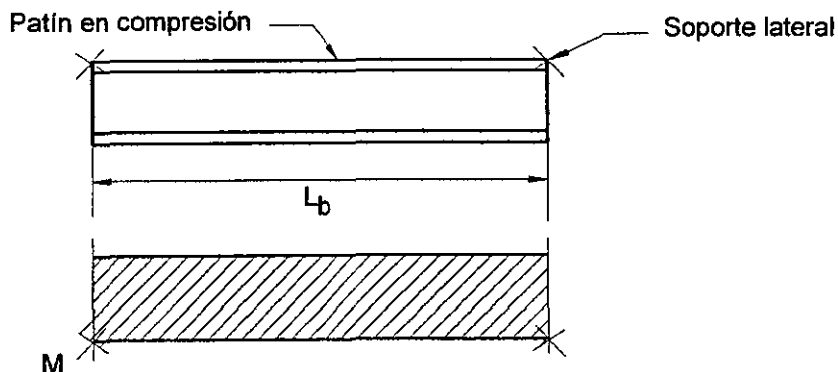


Fig. Viga y momento uniforme entre soportes laterales

En un problema determinado, si se conoce la sección de la viga, tipo de acero (F_y), la longitud no soportada lateralmente L_b y el momento uniforme dentro de la longitud L_b , se puede encontrar M_n con base en LTB para un segmento de viga sin soportes laterales.

Variación de M_n con L_b :

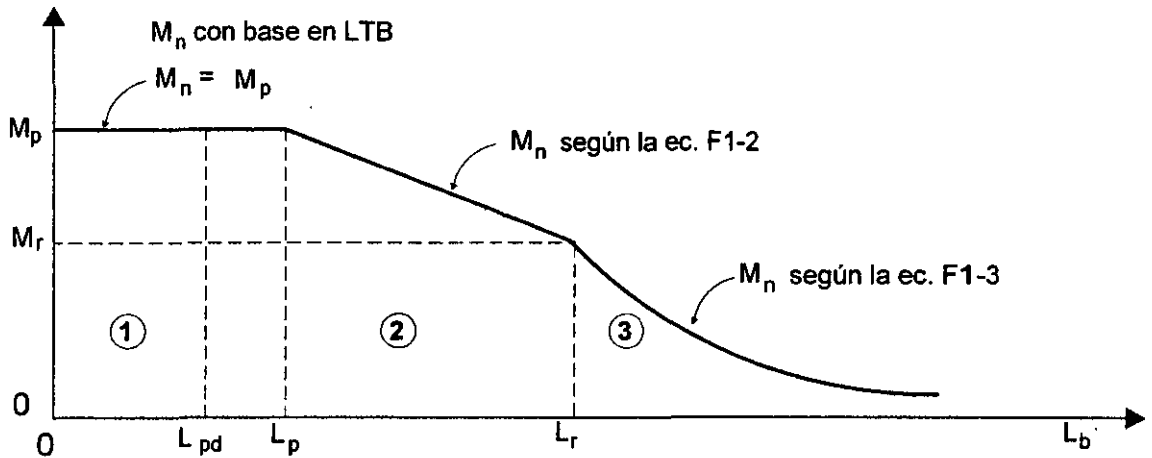


Fig. M_n versus L_b

Zona 1: LTB en el rango plástico

Zona 2: LTB en el intervalo inelástico

Zona 3: LTB en el rango elástico

Definición de términos

$$M_p = Z_x F_y$$

$$M_r = S_x (F_y - F_r) \tag{F1-7}$$

$$F_r = \begin{cases} 703 \text{ Kg/cm}^2 & \text{para perfiles laminados} \\ 1100 \text{ Kg/cm}^2 & \text{para secciones soldadas} \end{cases} \tag{F1-7}$$

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \tag{F1-4}$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_L)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_L^2)}} \tag{F1-6}$$

Los valores de ϕM_p , ϕM_r , L_p y L_r están tabulados en las páginas 4-15 a 4-21, *M-AISC-LRFD*.

Si $L_b \leq L_p$: $M_n = M_p$

Nota:

Si el diseño de la viga se basa en un análisis plástico, se requiere que $L_b \leq L_{pd}$

Si $L_p < L_b \leq L_r$:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (F1-2)$$

Nótese que esta ecuación es una línea recta.

Si $L_b > L_r$

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} \quad (F1-13)$$

Ó también:

$$M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1 X_2}{2(L_b / r_y)^2}}$$

Estas ecuaciones (que son idénticas) representan la solución clásica elástica del pandeo por flexotorsión. Son análogas a la solución de Euler para el pandeo de columnas. El símbolo M_{cr} se usa para la solución elástica de LTB (similar a P_E en el caso de pandeo de columnas).

Las gráficas de M_n contra L_b para $C_b = 1.0$ aparecen en las páginas 4-113 a 4-116 en el *M-AISC-LRFD-1993*. Estas ayudas de diseño cubren la mayoría de los perfiles tipo *IPR*, *IR* ó *W* de acero $F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2$ (245 MPa ó 36 ksi) y 3515 Kg/cm^2 (345 MPa ó 50 ksi) utilizados como miembros en flexión (vigas).

SOPORTES LATERALES EN ZONAS DE MOMENTO FLEXIONANTE NO UNIFORME

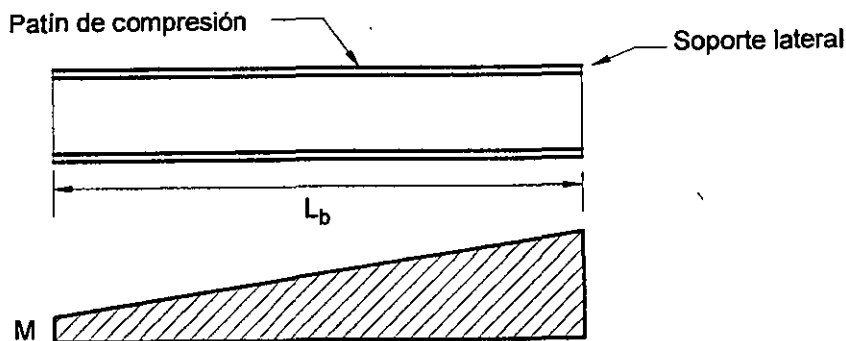


Fig. Viga y diagrama de momentos flexionante no uniforme

Valido para cualquier forma del diagrama de momento flexionante entre soportes laterales. En un problema determinado, conocidos la sección transversal de la viga, el tipo de acero, la longitud no soportada lateralmente L_b y el diagrama de momento flexionante dentro de la longitud L_b , se desea determinar M_n con base en el pandeo LTB para un tramo no soportado lateralmente.

SOLUCIÓN:

Haciendo $M_{nCb} = 1.0$ momento máximo que la viga puede soportar sin que ocurra LTB para momento uniforme dentro del tramo L_b .

Entonces:

Para cualquier diagrama de momento dentro de la longitud no soportada L_b :

$$M_n = C_b [M_{ncb}] \leq M_p$$

$$\phi M_n = C_b [\phi M_{ncb}] \leq \phi M_p$$

C_b = Factor que toma en cuenta la forma del diagrama de momento flexionante entre soportes laterales.

Cálculo de C_b

$$C_b = \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (F1-3)$$

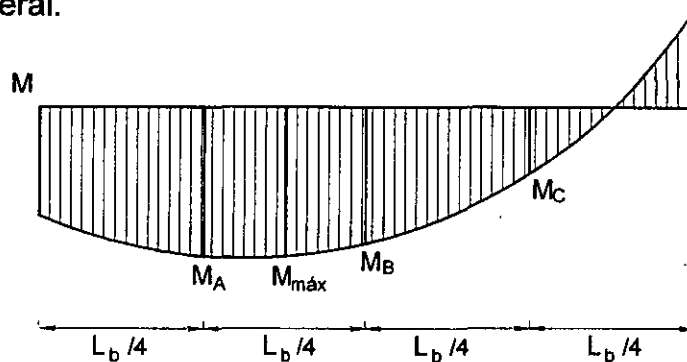
donde:

M_{\max} = valor absoluto del momento flexionante en el segmento de la viga no soportado lateralmente.

M_A = valor absoluto del momento flexionante en el primer cuarto del segmento de la viga no soportado lateralmente.

M_B = valor absoluto del momento flexionante en la sección media del segmento de viga sin soporte lateral.

M_C = valor absoluto del momento flexionante en el tercer cuarto del segmento de viga sin soporte lateral.

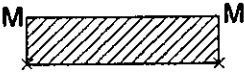
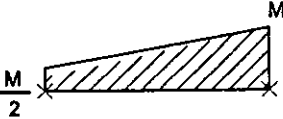
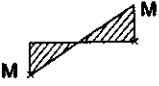


L_b = Segmento de viga sin soporte lateral

Fig. Cálculo del coeficiente de flexión C_b .

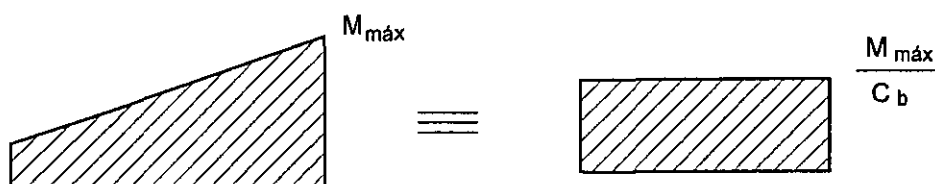
Comentarios sobre el coeficiente de flexión C_b

El valor de C_b refleja el grado de gradiente de momento flexionante dentro del segmento no soportado lateralmente. Conforme el gradiente de momento incrementa, C_b aumenta y M_n con base en *LTB* también se incrementa.

Diagrama de momento	Coefficiente de flexión C_b	Comentario
	1.0	Incremento del gradiente de momento
	1.25	Incremento de C_b
	2.3	Incremento de M_n

El caso menos favorable para *LTB* es el momento uniforme. Para este caso, la longitud completa sin soporte lateral del patín comprimido está sometida al momento flexionante y a esfuerzos de compresión máximos. Si se presenta cualquier gradiente de momento, el esfuerzo de compresión máximo en el patín ocurre en únicamente un punto dentro del segmento sin soporte lateral, y se reduce conforme se aleje de este punto. Este esfuerzo de compresión menor en el patín aumenta la resistencia a *LTB*.

Interpretación de C_b

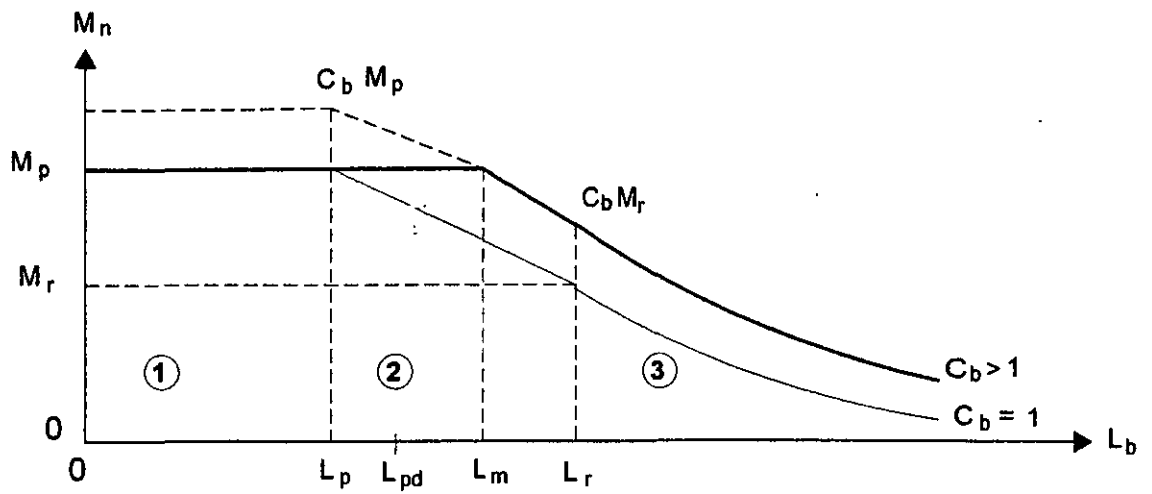


$M_{máx}/C_b =$ momento uniforme equivalente para análisis de *LTB*

Cálculo de M_n para cualquier diagrama de momento flexionante

$$M_n = c_b [M_{n_{c_b=1}}] \leq M_p$$

$$\phi M_n = C_b \left[\phi M_{n_{c_b=1}} \right] \leq \phi M_p$$



Zona 1 :

$$M_n = M_p$$

$$M_n = C_b \frac{S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2(L_b / r_y)^2}}$$

Zona 2 :

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (F1-2)$$

$$L_{pd} = \left[0.12 + 0.076 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \right] \left(\frac{E}{F_y} \right) \quad (F1-17)$$

Fig. M_n versus L_b

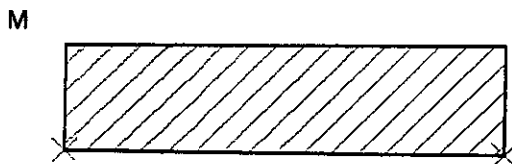
En las ecuaciones anteriores:

M_1 = momento menor en el extremo del tramo sin soporte lateral

M_2 = momento mayor en el extremo del segmento sin soporte lateral

$$M_1/M_2 = \begin{cases} \leftarrow & + \text{ Para curvatura doble} \\ \leftarrow & - \text{ Para curvatura simple} \end{cases}$$

Ejemplos de L_{pd}



$$M_1 = M_2 = M$$

$$M_1/M_2 = -1.0 \text{ (curvatura simple)}$$

$$L_{pd} = \left[0.12 + 0.076 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \right] \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y$$

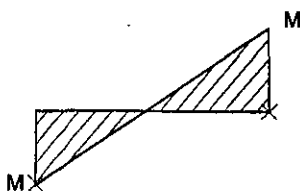
$$L_{pd} = [0.12 + 0.076(-1.0)] \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y = 0.044 \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y$$



$$M_1 = 0$$

$$M_1/M_2 = 0$$

$$L_{pd} = 0.12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y$$



$$M_1 = M$$

$$M_2 = M$$

$$M_1/M_2 = +1.0 \text{ (curvatura doble)}$$

$$L_{pd} = \left[0.12 + 0.076 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \right] \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y = 0.196 \left(\frac{E}{F_y} \right) r_y$$

L_{pd} = Longitud máxima no soportada lateralmente para la que el diseño de la viga puede basarse en análisis plástico, en cm

L_m = Longitud no soportada lateralmente para la cual el $M_n = M_p$, con base en el pandeo lateral por flexotorsión.

L_m depende de C_b

Para $C_b = 1$ $L_m = L_p$

Para $C_b > 1$ $L_m > L_p$

PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE VIGAS CONFORME AISC-LRFD-2001, SECCIONES TRANSVERSALES "I", COMPACTAS Y FLEXIONADAS ALREDEDOR DE SU EJE DE MAYOR MOMENTO DE INERCIA

Problema.

Dados:

- Diagrama de momentos flexionantes de diseño, M_u
- Posiciones de soportes laterales
- Sección de la viga

Encontrar:

Resistencia de diseño en flexión, ϕM_n , para cualquier segmento sin soporte lateral determinado

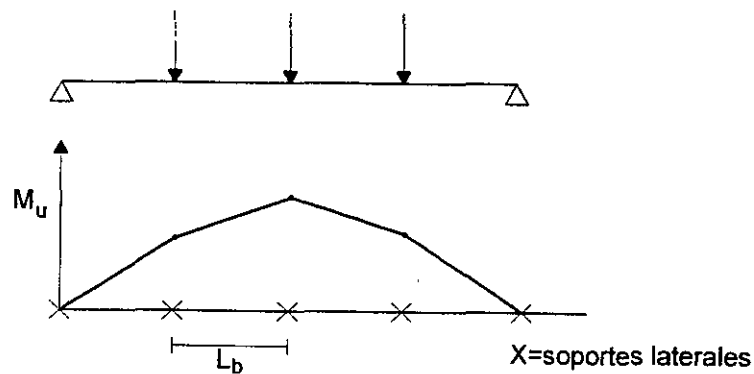


Fig. Viga del problema propuesto

ϕM_n depende de L_b y C_b . Por consiguiente, ϕM_n puede ser diferente para cualquier tramo no soportado lateralmente.

Requisito de resistencia en flexión:

$$M_u \leq \phi M_n \text{ para cada segmento sin soporte lateral}$$

donde:

M_u = Momento flexionante máximo de diseño (bajo cargas factorizadas) dentro del segmento en consideración.

Secuela de diseño.

Para calcular ϕM_n con base en LTB:

Se propone L_b = distancia entre soportes laterales

Se calcula C_b

Se determinan :

$$L_p \text{ con la ecuación (F1-4)}$$
$$L_r \text{ con la ecuación F1-6)}$$

Nota:
 L_p y L_r están tabulados para todos los perfiles estructurales laminados W , IPR ó IR , de acero F_y = 36 y 50 ksi, en páginas 4-15 a 4-21, *M-AISC-LRFD-1993*.

Para:

$$\begin{array}{l} L_b < L_p \longrightarrow M_n = M_p \\ L_p < L_b < L_r \longrightarrow \text{Usar la ecuación (F1-2)} \\ L_b > L_r \longrightarrow \text{Utilizar la ecuación (F1-12)} \end{array}$$

Procedimiento de solución alterno

Se utilizan las ayudas de diseño del *M-AISC-LRFD-1993* ó *2001*:

Páginas 4-113 a 4-138 $F_y = 36 \text{ ksi (2 530 Kg/cm}^2 \text{ ó 250MPa)}$
 Páginas. 4-139 a 4-166 $F_y = 50 \text{ ksi (3 515 Kg/cm}^2 \text{ ó 345 MPa)}$

Estas graficas muestran ϕM_n contra L_b para $C_b = 1.0$, es decir:

$$[M_{n_{C_b=1.0}}]$$

Se entra a la ayuda de diseño con L_b

Se lee $M_{ncb} = 1.0$ para la sección de viga dada

$$\phi M_n = C_b [\phi M_{n_{C_b=1.0}}] \leq \phi M_p$$

MIEMBROS EN FLEXIÓN RESUMEN

CÁLCULO DE M_n CON BASE EN EL PANDEO LATERAL POR FLEXOTORSIÓN (*Lateral Torsional Buckling, LTB*)

Especificaciones AISC-LRFD-1999 (M-AISC-LRFD-2001)

El momento resistente nominal, M_n , de un miembro en flexión depende de su longitud no soportada lateralmente L_b . Nótese que esta longitud no es la del claro, sino del segmento soportado lateralmente. Para una longitud no soportada lateralmente igual o menor que L_p , el momento resistente nominal es M_p . Para una longitud no soportada lateralmente, L_b , entre L_p y L_r , el momento resistente nominal varía proporcionalmente de M_p a M_r . Por consiguiente, los valores de M_p , L_p , M_r y L_r son muy importantes en un problema determinado.

El valor de L_b determina las ecuaciones de las especificaciones *AISC-LRFD-1999 (M-AISC-LRFD-2001)* que deben utilizarse en el diseño de miembros en flexión. Las zonas que se presentan en la siguiente gráfica están definidas por los valores de las longitudes no soportadas lateralmente.

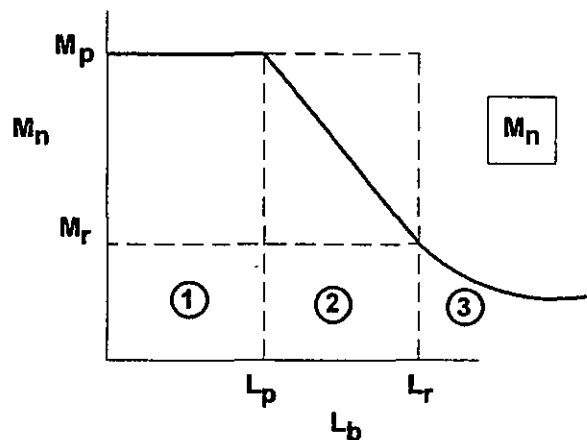
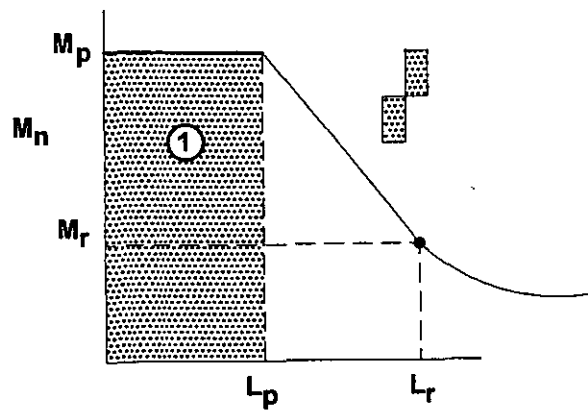


Fig. M_n versus L_b

Si $L_b \leq L_p$ (intervalo plástico)

En la zona 1, el momento resistente nominal es igual a M_p . Los valores de M_p y L_p para los perfiles tipo *IPR*, *IR* ó *W* se encuentran en la *Guía Práctica Nacional para Diseño de Estructuras de Acero, Héctor Soto Rodríguez, 2004*. Es obvio que en una viga soportada lateralmente en toda su longitud ($L_b = 0$, por ejemplo una viga secundaria de un sistema de piso compuesto acero-concreto), la longitud L_b estará en esta zona de la gráfica, y si el miembro cumple el resto de los requisitos de sección compacta, se podrán seleccionar varios perfiles que proporcionen el momento resistente M_p .



$$M_n = M_p = Z_x F_y \quad (F1-1)$$

$$(\phi = 0.90)$$

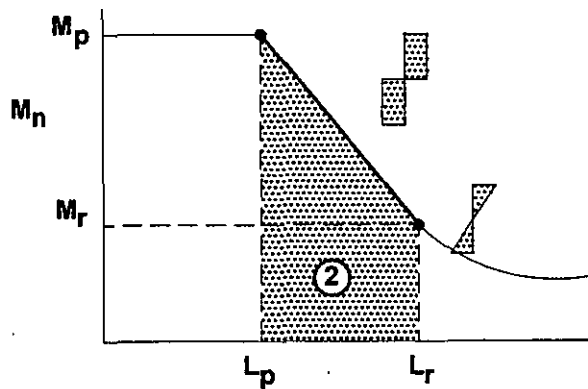
$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (F1-4)$$

Véanse las tablas 4-15 a 4-21, M-AISC-LRFD-1993

Fig. M_n versus L_b

Sí $L_p < L_r$ ((régimen inelástico))

En la **zona 2**, el momento resistente nominal varía linealmente y se determina con la ecuación (F1-2) de las normas AISC-LRFD-1999. En la figura siguiente se muestran los valores de M_r y L_r para perfiles tipo IPR, IR ó W que tienen dos ejes de simetría. Esta ecuación también se aplica a canales CPS, CE ó C, que tienen un solo eje de simetría.



$$M_r = F_L S_x \quad (F1-7)$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} \quad (F1-6)$$

$$F_L = F_y - 703 \quad \text{para perfiles laminados}$$

Véanse las tablas 4-15 a 4-21, M-AISC-LRFD-1993.

Fig. M_n versus L_b

Los valores de X_1 , X_2 , M_r , L_r , M_p y L_p se encuentran en la **Guía de Diseño de estructuras de acero, Héctor Soto Rodríguez, 2004, actualmente en preparación.**

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (F1-2)$$

Sí $L_b > L_r$ (pandeo lateral en el intervalo elástico)

En la **zona 3**, el momento resistente nominal es igual al crítico. Es decir cuando L_b es mayor que L_r , M_n no varía linealmente como se indica en la figura siguiente.

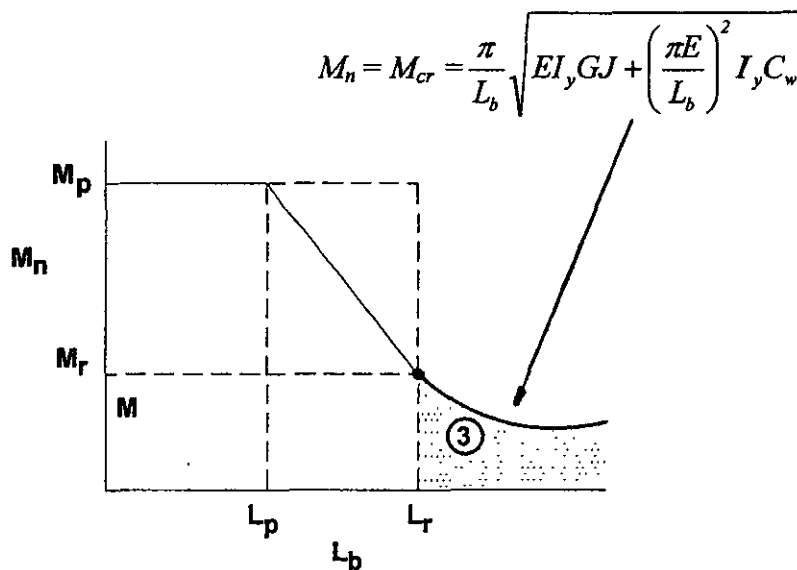


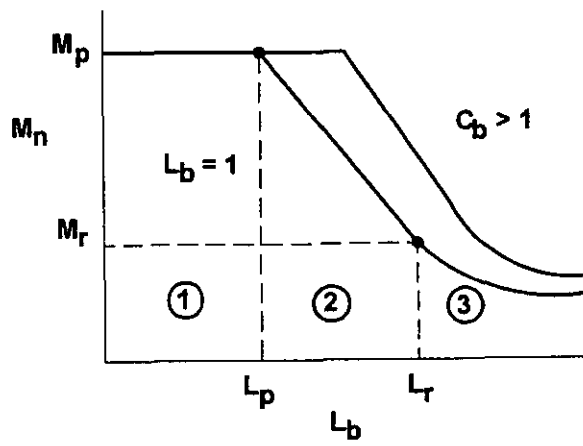
Fig. M_n versus L_b

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1 X_2}{2(L_b / r_y)^2}} \quad (F1-13)$$

Esta ecuación se aplica a miembros con dos ejes de simetría, como perfiles *IPR*, *IR* ó *W* y a canales, que solamente tienen un eje de simetría.

El valor del momento resistente nominal M_n , de las **zonas 2 y 3**, puede aumentarse tomando en cuenta las ventajas de la variación del diagrama de momentos flexionantes como se muestra en la figura. Esto se hace multiplicando los valores de M_n por el coeficiente C_b que se define más adelante.

Nótese que M_n no debe exceder de M_p .



M_n versus L_b

En las ecuaciones anteriores:

M_n = resistencia nominal en flexión, T-m

M_p = momento plástico resistente nominal de un miembro en flexión, T-m

$$M_p = Z_x F_y \leq 1.12 S F_y$$

M_r = momento nominal correspondiente a la iniciación de la fluencia (tomando en cuenta esfuerzos residuales), T-m

$$M_r = F_{yf} S_x \quad (F1-11)$$

Z_x = módulo de sección plástico, cm^3

S_x = módulo de sección elástico, cm^3

F_r = esfuerzos residuales de compresión en patines

r_y = radio de giro alrededor del eje de menor momento de inercia, cm

$$F_r = \begin{matrix} 703 \text{ Kg/cm}^2 & \text{para perfiles laminados} \\ 1150 \text{ Kg/cm}^2 & \text{para secciones soldadas} \end{matrix}$$

L_b = longitud entre secciones soportadas lateralmente de una viga, cm ó m

L_p = longitud máxima no soportada lateralmente para la que un miembro en flexión puede desarrollar el momento plástico M_p , y conservarlo durante las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo de colapso, T-m.

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (F1-4)$$

E = módulo de elasticidad del acero ($2.039 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$, $200\,000 \text{ MPa}$ ó $29\,000 \text{ ksi}$)

F_y = esfuerzo de fluencia del acero, Kg/cm^2

L_r = longitud no soportada lateralmente de una viga que se determina con la ecuación (F1-6).

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} \quad (F1-6)$$

X_1 y X_2 = coeficientes que se usan para determinar la longitud L_r

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} \quad (F1-8)$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 \quad (F1-9)$$

donde:

F_L = esfuerzos residuales de compresión en los patines. Se toma igual al menor valor dado por:

$$F_L = (F_{yf} - F_r) \text{ ó } (F_{yw} - F_r)$$

G = módulo de elasticidad al esfuerzo cortante del acero

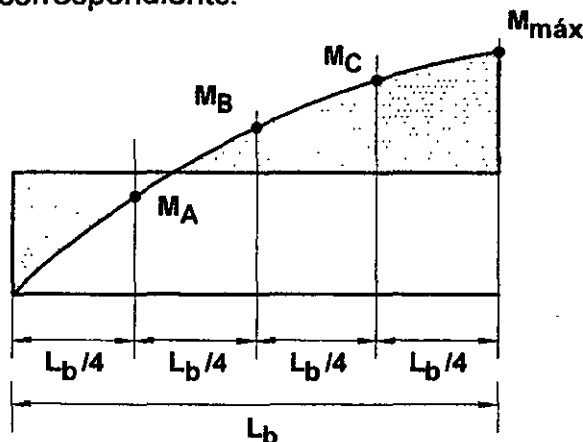
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{2.039 \times 10^6}{2(1+0.30)} = 784\,000 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (77\,200 MPa ó 1\,1150 ksi)}$$

I_y = momento de inercia de la sección alrededor del eje de mayor resistencia, cm^4

C_w = constante de torsión por alabeo, cm^6

C_b = coeficiente que depende de la ley de variación del momento flexionante a lo largo del eje de una viga (adimensional)

En la siguiente figura se muestra un tramo de viga con una parte del diagrama de momentos flexionantes correspondiente:



$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (F1-3)$$

En la ecuaci3n anterior se usan momentos flexionantes con valores absolutos y el momento máximo puede presentarse en un extremo del tramo no soportado lateralmente o dentro de la longitud L_b .

CRITERIOS DE DISEÑO POR CORTANTE EN VIGAS SEGÚN LRFD
Sección F2. Diseño por cortante, especificaciones AISC-LRFD-1999.

La condición que debe cumplirse en el diseño por cortante, de acuerdo con el método de diseño por factores de carga y resistencia (*especificaciones AISC-LRFD-1999*), para vigas sin atiesadores transversales, con relación $h/t \leq 260$, es la siguiente:

$$V_u \leq \phi V_n$$

Esta expresión es aplicable a vigas o traves de eje recto y sección transversal constante, de sección I o en cajón.

En la ecuación anterior:

V_u = fuerza cortante máxima bajo cargas de diseño, *Ton*

ϕ = factor de reducción de la resistencia = 0.9 (adimensional)

V_n = resistencia nominal al cortante, *Ton*

Determinación de V_n

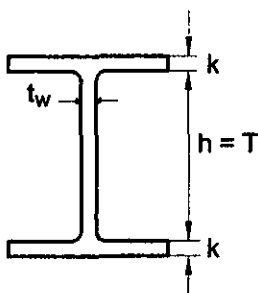
Al calcular V_n se tomará en cuenta si la sección tiene una o más almas. Cuando la sección tiene dos o más almas, A_w es la suma de las áreas de todas ellas.

V_n se determina con base en la relación peralte/grueso del alma (h/t_w):

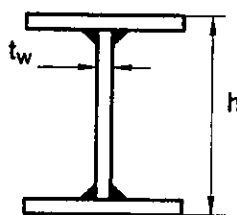
Definición de h :

h = distancia entre puntos donde comienzan las curvas de unión de alma y patines en perfiles laminados, *mm* ó *cm*

h = distancia libre entre patines en secciones soldadas, *mm* ó *cm*.



Perfil laminado IPR, IR ó W



**Miembro armado
hecho con tres placas soldadas**

a) Sí $h/t_w \leq 2.45 \sqrt{E/F_y}$

$$h/t_w = \begin{cases} 69.5 \text{ (acero NOM-B-ASTM A36, } F_y = 2\,530 \text{ Kg/cm}^2\text{)} \\ 59.0 \text{ (acero ASTM A572, Grado 50 y otros aceros de alta resistencia)} \end{cases}$$

$$V_n = 0.6 F_{yw} A_w = 0.60 F_{yw} d t_w \quad (F2-1)$$

donde:

F_y = esfuerzo de fluencia del acero, Kg/cm^2

A_w = área del alma = $d t_w$ (cm^2)

d = peralte total, cm

t_w = grueso del alma, cm

Se supone que la plastificación del alma por cortante ocurre cuando el esfuerzo cortante promedio en el alma alcanza $0.6 F_y$.

b) Sí $2.45 \sqrt{E/F_{yw}} < h/t_w \leq 3.07 \sqrt{E/F_{yw}}$

$69.5 < h/t_w \leq 87.1$ (acero NOM-B-154 ó ASTM A36, $F_y = 2\,530 \text{ Kg/cm}^2$)

$59.0 < h/t_w \leq 74.0$ (acero ASTM A572, Grado 50 y otros aceros de alta resistencia)

$$V_n = 0.6 F_{yw} A_w \left(\frac{2.45 \sqrt{E/F_{yw}}}{h/t_w} \right) \quad (F2-2)$$

c) Sí $3.07 \sqrt{E/F_{yw}} < h/t_w \leq 260$

$87.1 < h/t_w \leq 260$ (acero NOM-B-254 ó ASTM A36)

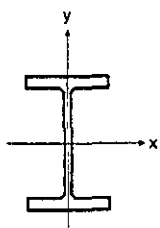
$74.0 < h/t_w \leq 260$ (acero ASTM A572, Grado 50 y otros aceros de alta resistencia)

$$V_n = A_w \left[\frac{4.52 E}{(h/t_w)^2} \right] \quad (F2-3)$$

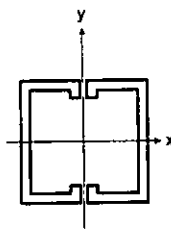
Los términos que aparecen en esta ecuación se han definido anteriormente

3.3 Miembros en flexión (vigas y traveses armados)

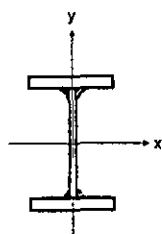
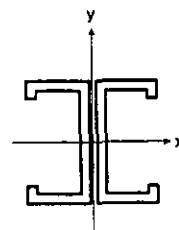
Esta sección es aplicable a vigas laminadas, vigas formadas con lámina delgada y traveses hechas con placas soldadas, de sección I o en cajón, con dos ejes de simetría, cargadas en uno de los planos planos de simetría, y a canales con las cargas situadas en un plano paralelo al alma que pasa por el centro de torsión o restringidas contra la rotación alrededor del eje longitudinal en las secciones en las que están aplicadas las cargas y en los apoyos.



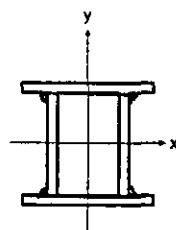
Viga laminada



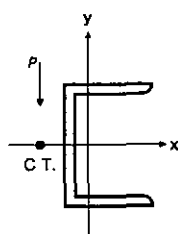
Vigas fabricadas con lámina delgada



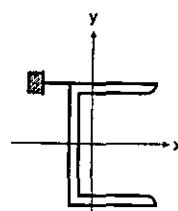
**Sección I
Traveses hechas con placas soldadas**



**Sección en cajón
Traveses hechas con placas soldadas**



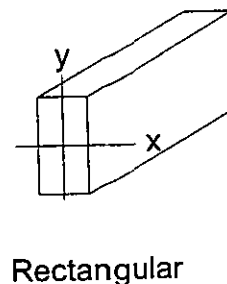
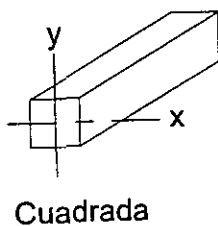
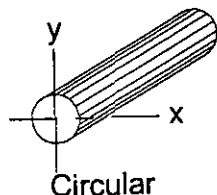
**Canales cargadas en un plano
paralelo al alma**



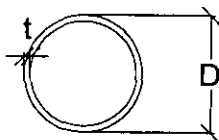
**Canales restringidas contra
rotación**

Fig. Miembros en flexión

También es aplicable a barras de sección transversal maciza, circular, cuadrada o rectangular, estas últimas flexionadas alrededor de su eje de menor momento de inercia, y a barras de sección circular hueca.

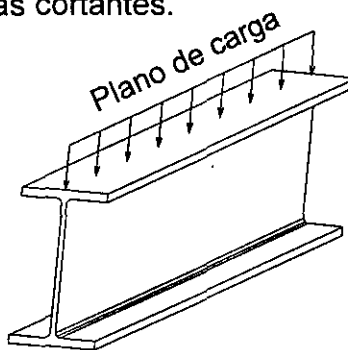


Barras laminadas

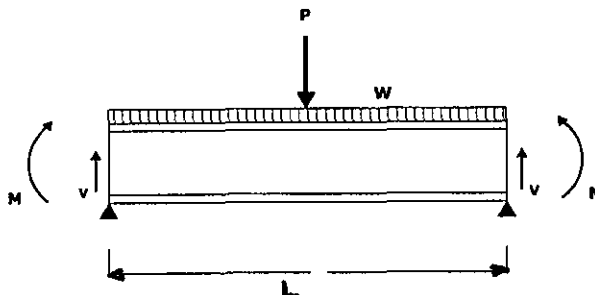


Secciones circulares huecas

Todos los elementos mencionados trabajan principalmente en flexión, producida por cargas transversales o por momentos aplicados en sus extremos; la flexión se presenta, casi siempre, acompañada por fuerzas cortantes.



Flexión alrededor del eje de mayor momento de inercia



Elementos mecánicos en un miembro en flexión

Resistencia de diseño al cortante

$$V_u = V_n$$

Relación h/t_w (adimensional)	Resistencia nominal V_n	Ecuación
$\leq 2.45\sqrt{E/F_{yw}}$	$0.6F_{yw}A_w$	(F2-1)
$2.45\sqrt{E/F_{yw}} < h/t_w \leq 3.07\sqrt{E/F_{yw}}$	$0.6F_{yw}A_w \left(\frac{2.45\sqrt{E/F_{yw}}}{h/t_w} \right)$	(F2-2)
$3.07\sqrt{E/F_{yw}} < h/t_w \leq 260$	$A_w \left[\frac{9215000}{(h/t_w)^2} \right]$	(F2-3)

NOTAS:

ϕ_v = factor de reducción de la resistencia = 0.90(adimensional)

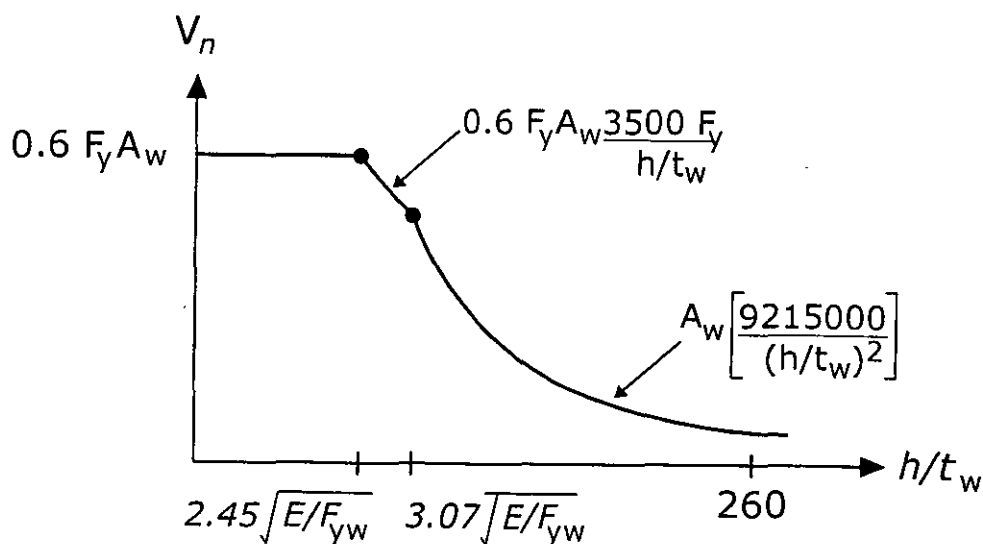
V_n = resistencia nominal en cortante, Kg, Ton

h = peralte del alma de una viga o trabe armada (distancia libre entre patines, en secciones hechas con tres placas soldadas, y a distancia entre los puntos donde comienzan las curvas de unión de alma y patines en perfiles laminados, cm.

t_w = grueso del alma de una viga o trabe armada, cm.

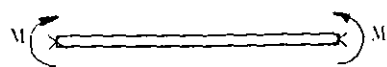
A_w = área del alma, igual al producto de su grueso t_w , por el peralte total de la sección d , cm.

$$A_w = dt_w$$

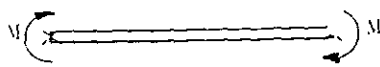


**Resistencia nominal al cortante V_n
versus relación peralte/grueso del alma h/t
Especificaciones AISC-LRFD-1999**

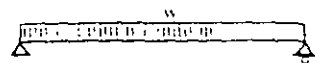
Ejemplo V-21 Determinar el coeficiente de flexión C_b de las Especificaciones AISC-LRFD-1993, de las vigas de acero que se muestran en la figura siguiente



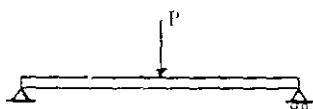
V-1
Momento constante
a lo largo de la viga



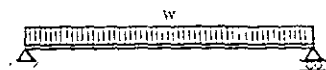
V-2
Momento de magnitudes iguales y
sentidos opuestos



V-3
Carga uniformemente repartida

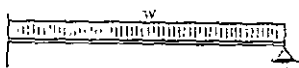


V-4
Carga concentrada
en el centro del claro



V-5
Carga uniformemente repartida soportes laterales en
los apoyos y en la sección central

Vigas libremente apoyadas



V-6
Viga empotrada en un extremo y
apoyo simple en el otro
Carga uniformemente repartida



V-7
Viga empotrada en ambos extremos
Carga uniformemente repartida

Vigas continuas

Vigas del ejemplo V-21

SOLUCIÓN

El objeto del coeficiente C_b es incluir en las ecuaciones de las Normas AISC-LRFD, Capítulo F Vigas miembros en flexión, de manera aproximada, la influencia de la ley de variación del momento flexionante sobre la resistencia de la viga al pandeo lateral por flexotorsión. Este coeficiente se determina mediante la siguiente expresión. Véase Capítulo F, Especificaciones AISC-LRFD-1993-VI. En las Especificaciones AISC-ASD-13.2 AISC-LRFD-1986, este coeficiente se determina con una expresión similar

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_{1/4} + 4M_B + 3M_{1/4}} \quad (F-1)$$

donde:

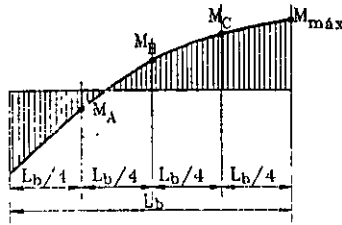
M_{max} es el momento flexionante en el segmento de la viga L_b

$M_{1/4}$ es el momento flexionante en la cuarta parte del segmento L_b

M_B es el momento flexionante en el centro del segmento L_b

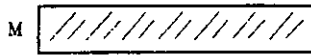
L_b es la distancia entre puntos en los que el patín comprimido está soportado lateralmente, o entre secciones provistas de un contraventeo que evite su rotación. Todos los momentos flexionantes se expresan en ton-m y sus unidades son ton-m

En la figura siguiente se muestra un segmento no soportado lateralmente de una viga, con su diagrama de momentos flexionantes correspondiente. Se indican los términos que aparecen en la ecuación (F-1). El momento flexionante máximo puede ser en el extremo o dentro de cualquier sección del tramo no soportado de la viga.



Viga V-1.

La viga está sujeta a un momento flexionante constante a todo lo largo de ésta.



$$M_{m\acute{a}x} = M_A = M_B = M_C = M$$

Luego:

$$C_b = \frac{12.5M}{2.5M + 3M + 4M + 3M} = \frac{12.5M}{12.5M} = 1.0$$

Viga 2.

La viga soporta momentos flexionantes de magnitudes iguales y sentidos opuestos, aplicados en sus extremos.



$$M_{m\acute{a}x} = M$$

$$M_B = 0$$

$$M_A = M_C = M/2$$

$$C_b = \frac{12.5M}{2.5M + 3(M/2) + 0 + 3(M/2)} = \frac{12.5M}{5.5M} = 2.27$$

Viga V-3

Se trata de una viga libremente apoyada, con carga uniformemente repartida a todo lo largo de ésta.



$$M_{m\acute{a}x} = wL^2/8$$

$$M_A = M_C = 3/32 wL^2 = 3/4 M_{m\acute{a}x}$$

$$M_B = M_{m\acute{a}x}$$

$$C_b = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{2.5M_{m\acute{a}x} + 3 \times 2(0.75M_{m\acute{a}x}) + 4(M_{m\acute{a}x})} = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{11M_{m\acute{a}x}} = 1.14$$

Viga V-4

La viga libremente apoyada, soporta una carga concentrada en el centro y tiene soportes laterales en los extremos y en la sección media. En este caso, se tienen dos segmentos sin soporte lateral y para cada uno de éstos:



$$M_{m\acute{a}x} = PL/4$$

$$M_A = 1/4 M_{m\acute{a}x}$$

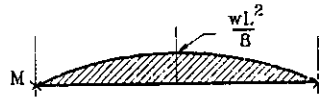
$$M_B = 1/2 M_{m\acute{a}x}$$

$$M_C = 3/4 M_{m\acute{a}x}$$

$$C_b = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{2.5M_{m\acute{a}x} + 3(1/4 M_{m\acute{a}x}) + 4(1/2 M_{m\acute{a}x}) + 3(3/4 M_{m\acute{a}x})} = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{7.5M_{m\acute{a}x}} = 1.67$$

Viga V-5

La viga libremente apoyada soporta una carga uniformemente repartida, tiene soportes laterales en los apoyos y en la sección central.



$$M_{m\acute{a}x} = wL^2/8$$

$$M_A = 7wL^2/128 = 0.4375 M_{m\acute{a}x}$$

$$M_B = 3wL^2/32 = 0.75$$

$$M_C = 15wL^2/128 = 0.9375 M_{m\acute{a}x}$$

$$C_b = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{2.5M_{m\acute{a}x} + 3(0.4375 M_{m\acute{a}x}) + 4(0.75M_{m\acute{a}x}) + 3(0.9375M_{m\acute{a}x})} = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{9.63M_{m\acute{a}x}} = 1.30$$

Viga V-6

La viga empotrada en un extremo y con apoyo simple en el otro, no cuenta con ningún soporte lateral.



$$M_{m\acute{a}x} = wL^2/8$$

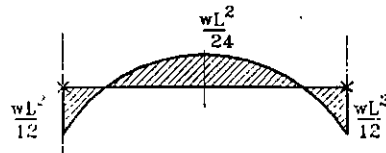
$$M_A = 0$$

$$M_B = M_C = wL^2/16 = 1/2 M_{m\acute{a}x}$$

$$C_b = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{2.5M_{m\acute{a}x} + 3(0) + 4(1/2 M_{m\acute{a}x}) + 3(1/2 M_{m\acute{a}x})} = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{6M_{m\acute{a}x}} = 2.08$$

Viga V-7

La viga empotrada en ambos extremos, soporta una carga uniformemente repartida y carece de soportes laterales.



$$M_{m\acute{a}x} = wL^2/12$$

$$M_A = M_C = wL^2/96 = 1/8 M_{m\acute{a}x}$$

$$M_B = wL^2/24 = 1/2 M_{m\acute{a}x}$$

$$C_b = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{2.5M_{m\acute{a}x} + 3 \times 2(1/8 M_{m\acute{a}x}) + 4(1/2 M_{m\acute{a}x})} = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{5.25M_{m\acute{a}x}} = 2.38$$

Los valores de C_b se indican en las Ayudas de diseño del M-AISC-LRFD-1993.

RESUMEN

Tabla V-21-1. Valores de C_b

Viga	C_b
V-1	1.0
V-2	2.27
V-3	1.14
V-4	1.67
V-5	1.30
V-6	2.08
V-7	2.38

Ejemplo V-22. Una viga empotrada en un extremo y libre en el otro, de 5 m de claro, debe soportar una carga concentrada de diseño en el extremo libre de 1.2 ton. Diseñe la viga utilizando las Especificaciones AISC-LRFD-1993 y seleccionando un perfil IPR, IR ó W. El esfuerzo de fluencia del acero es $F_y = 2\,530 \text{ kg/cm}^2$ (acero NOM B 254 ó ASTM-A36). El extremo libre está soportado lateralmente.

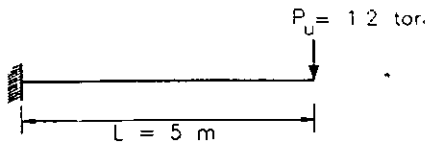


Diagrama de fuerza cortante (ton)

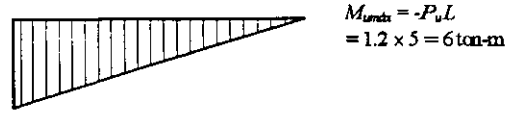


Diagrama de momento flexionante (ton-m)

Viga del ejemplo V-22

SOLUCIÓN:

1. Diseño por flexión.

La condición que debe satisfacerse es $M_R \geq M_u$. Si la sección de la viga es tipo 1 ó 2, el momento resistente se calcula con la ecuación (3.3.1).

$$M_R = \phi_2 Z_x F_y \geq M_u$$

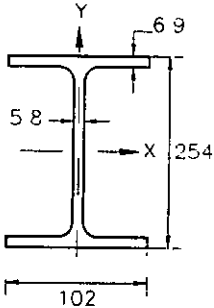
$$M_R \geq M_u$$

$$Z_x \geq \frac{M_u}{\phi_b F_y} = \frac{6 \times 10^5}{0.9 \times 2\,530} = 264 \text{ cm}^3$$

Se revisará un perfil IPR, IR o W 254x22.3 (10x15), que tiene un módulo de sección plástico, $Z_x = 262 \text{ cm}^3$, casi igual al necesario.

Clasificación de la sección.

En la figura siguiente se indican las dimensiones del perfil propuesto, acotadas en mm. Para revisar si la viga es compacta, se determinan las relaciones ancho-groeso del perfil seleccionado y se comparan con los valores máximos correspondientes de la Tabla B5-1 de las Especificaciones AISC-LRFD-1993.



Patines:

$$\frac{b}{2t_f} = \frac{10.2}{2 \times 0.69} = 7.4 < \frac{540}{\sqrt{F_y}} = \frac{540}{\sqrt{2\,530}} = 10.7$$

Alma:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{25.4 - 2 \times 1.7}{0.58} = 38 < \frac{5\,300}{\sqrt{F_y}} = \frac{5\,300}{\sqrt{2\,530}} = 105.4$$

Perfil IPR, IR ó W 254x22.3 (10x15)

Acotaciones en mm

La sección es compacta, no hay problemas de pandeo local prematuro

Revisión de la longitud no soportada lateralmente. En este caso $L_b = 5.00 \text{ m}$

Cálculo de las longitudes L_p y L_r

$$L_p = \frac{2\,515 r_y}{\sqrt{F_y}} = \frac{2\,515 \times 2.1}{\sqrt{2\,530}} = 105 \text{ cm}$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_y - F_r)} \sqrt{1 + X_2 (F_y - F_r)^2}$$

donde:

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} = \sqrt{\frac{E G J A}{2}}, \text{ kg/cm}^2$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{G J} \right)^2, \text{ cm}^4/\text{kg}^2 \quad \text{con} \quad C_w = \frac{I_y d'^2}{4}, \text{ cm}^6 \quad \text{y} \quad d' = d - t_f J = \frac{1}{3} \sum b t^3, \text{ cm}^4$$

$$C_w = \frac{I_y d'^2}{4} = \frac{120(25.4 - 0.69)^2}{4} = 18\,318 \text{ cm}^6$$

$$\lambda_1 = \frac{\pi}{226} \sqrt{\frac{2 \cdot 039 \times 10^9 \times 784 \cdot 000 \times 4 \cdot 2^2 \times 28 \cdot 5}{2}} = 135 \cdot 970 \text{ kg/cm}^2 \quad \lambda_2 = 4 \cdot \frac{18}{121} \cdot 18 \left(\frac{226}{784 \cdot 000 \cdot 4 \cdot 2} \right)^2 = 2 \cdot 88 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^4/\text{kg}^2$$

Las constantes λ_1 y λ_2 se encuentran tabuladas en el M-DEM-V-II

$$L_r = \frac{2 \cdot 1 \times 135 \cdot 970}{(2 \cdot 530 - 703)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 88 \times 10^{-6} (2 \cdot 530 - 703)^2}} = 322 \text{ cm}$$

Como $L_n = 500$ cm es mayor que $L_r = 322$ cm, el momento resistente nominal, que es el elástico crítico, se determina con la ecuación (F1-13) de las Especificaciones AISC-LRFD-1993

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} = \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} = \frac{C_b S_x \lambda_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{\lambda_1^2 \lambda_2}{2(L_b / r_y)^2}}$$

donde:

El coeficiente C_b se determina con la ecuación (C-F1-1) de los Comentarios AISC-LRFD-1993, que es aplicable a diagramas de momentos flexionantes que tienen una variación lineal entre puntos soportados lateralmente.

$$C_b = 1.75 + 1.05(M_1 / M_2) + 0.3(M_1 / M_2)^2 \leq 2.3$$

M_1 es el menor y M_2 el mayor de los momentos en los extremos de un segmento no arriostrado de una viga, M_1, M_2 es positiva cuando los momentos causan curvatura doble y negativa cuando se flexionan en curvatura simple. En nuestro caso Con $M_1 = 0, C_b = 1.75, S_x = 226 \text{ cm}^3, \lambda_1 = 135 \cdot 970 \text{ kg/cm}^2, \lambda_2 = 2 \cdot 88 \times 10^{-6} \text{ cm}^4/\text{kg}^2, L_b = 500 \text{ cm}, r_y = 2 \cdot 1 \text{ cm}$

$$M_{cr} = \frac{C_b S_x \lambda_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{\lambda_1^2 \lambda_2}{2(L_b / r_y)^2}} = \frac{1.75 \times 226 \times 135 \cdot 970 \sqrt{2}}{500 / 2.1} \sqrt{1 + \frac{135 \cdot 970^2 \times 2 \cdot 88 \times 10^{-6}}{2 \left(\frac{500}{2.1} \right)^2}} \times 10^{-5} = 3 \cdot 86 \text{ ton-m}$$

Finalmente, el momento resistente de diseño es:

$$M_R = \phi_b M_{cr} = 0.90 \times 3.9 = 3.5 \text{ ton-m} < M_{tenax} = 6 \text{ ton-m}$$

La sección propuesta IPR, IR o W 254x22.3 (10x15) es inadecuada por flexión.

La resistencia de diseño al cortante es $\phi_v I_n$; el factor de resistencia ϕ_v vale 0.90, y la resistencia nominal, I_n , se determina con las ecuaciones (F2-1), (F2-2) o (F2-3) de las Normas AISC-LRFD-1993, la que sea aplicable

$$\text{si } h/t_w \leq 3 \cdot 500 / \sqrt{F_{vw}}, \quad V_n = 0.6 F_{vw} A_w \quad (\text{F2-1})$$

$$\text{si } 3 \cdot 500 / \sqrt{F_{vw}} < h/t_w < 4 \cdot 380 / \sqrt{F_{vw}}, \quad V_n = 0.6 F_{vw} A_w (3 \cdot 500 / \sqrt{F_{vw}}) / (h/t_w) \quad (\text{F2-2})$$

$$\text{si } 4 \cdot 380 / \sqrt{F_{vw}} < h/t_w < 260, \quad V_n = (9 \cdot 280 \cdot 000 \cdot A_w) / (h/t_w)^2 \quad (\text{F2-3})$$

F_{vw} es el esfuerzo de fluencia del acero del alma, en kg/cm^2

A_w es el área del alma de la viga, en cm^2

h distancia libre entre patines, en cm

t espesor del alma en cm

I_n resistencia nominal al cortante, en kg

Revisión por cortante.

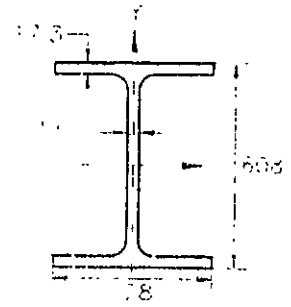
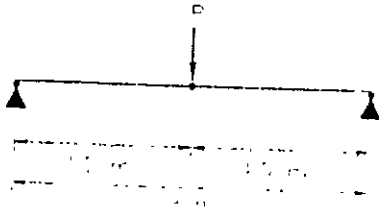
$$\text{Como } h/t_w = 38 < 3 \cdot 905 / \sqrt{F_y} = 70, \quad V_n = 0.6 F_y A_w \quad (A_w = d \cdot t_w)$$

$$I_n = 0.6 \times 2 \cdot 530 \times 25 \cdot 4 \times 0.58 \times 10^3 = 22 \cdot 4 \text{ ton} \quad V_n = 22.4 \text{ ton} >> I_{n, \text{max}} = 1.2 \text{ ton}$$

CONCLUSIÓN:

El perfil seleccionado está muy sobrado por cortante, pero es inadecuado por flexión. Se propone revisar al perfil IPR, IR o W 254x28.5 (10x19).

Ejemplo V-23. Determinar, conforme las Normas AISC-LRFD-1993, la resistencia de diseño en flexión de una viga IPR, IR ó W 610x113.4 (24x76), de acero ASTM A572 Grado 50, libremente apoyada, de 9 m de claro, que soporta una carga concentrada y que tiene soportes laterales en los apoyo y en el centro del claro, suponga que la sección es compacta.



Sección transversal
Perfil IPR, IR o W 610x113.4 (24x76)
Acotaciones en mm

Viga del ejemplo V-23

SOLUCIÓN:

En la siguiente tabla de valores de C_b para vigas libremente apoyadas, con soportes laterales en los puntos de apoyo (extremos del claro) y en el centro de éste, se indica un coeficiente de flexión $C_b = 1.67$

Tabla F-1*

Valores de C_b para vigas libremente apoyadas, soportadas lateralmente en los extremos del claro		
Carga	Soporte lateral a lo largo del claro	C_b
Concentrada en el centro del claro	Ninguno	1.32
	En el centro del claro solamente	1.67

La resistencia de diseño en flexión, multiplicada por $\phi_b = 0.90$ esta dada por la ecuación (F1-2) de las especificaciones AISC-LRFD-1993.

$$\phi_b M_n = C_b \left[\phi_b M_p - (\phi_b M_b - \phi_b M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq \phi_b M_p \quad (F1-2)$$

En la tabla F-2, pág. 2-32, M-AISC-LRFD-1993, para un perfil IPR ó W610x113.4 (24x76), se indican los valores siguientes:

$$\begin{aligned} \phi_b M_p &= 103.8 \text{ ton-m (750 kip-ft)} & \phi_b M_r &= 73.1 \text{ ton-m (528 kip-ft)} \\ L_p &= 2.1 \text{ m (6.8 ft)} & L_r &= 5.5 \text{ m (18 ft)} & L_b &= 4.5 \text{ m} \end{aligned}$$

Se sustituyen los valores anteriores en la ecuación (F1-2)

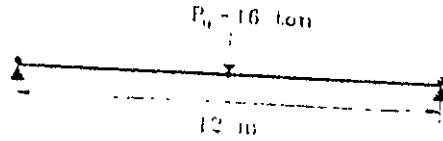
$$\begin{aligned} \phi_b M_n &= \left[103.8 - (103.8 - 73.1) \left(\frac{4.5 - 2.1}{5.5 - 2.1} \right) \right] = 137.2 \text{ ton-m} \\ \phi_b M_n &= 137.2 \text{ ton-m} > M_p = Z_x F_y = 3\,277 \times 3515 \times 10^{-5} = 115.2 \text{ ton-m} \end{aligned}$$

La resistencia de diseño es $\phi_b M_p = 115.2 \text{ ton-m}$

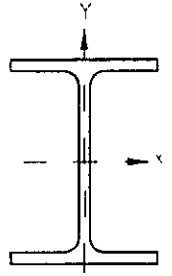
En este caso, aún cuando la longitud no arriostrada, $L_b = 450 \text{ cm}$ es mayor que $L_p = 210 \text{ cm}$, la resistencia de diseño en flexión es $\phi_b M_p$ debido a que $C_b > 1.0$.

* Véase M-AISC-LRFD-1993-VI, pág 2-30
1 kip-ft = 0.1384 ton-m

Ejemplo V-24. La viga libremente apoyada de la figura de 12 m de claro, debe soportar una carga de diseño $P_u = 16$ ton. La viga está soportada lateralmente en los apoyos y en el centro del claro (punto de aplicación de la carga). Suponga que la viga es adecuada por cortante; desprecie el peso propio de la viga. Determine con las Normas AISC-LRFD-1993, el perfil IPR, IR ó W de acero NOM-B-254 (ASTM A36) más liviano. No revise la flecha.



Viga del ejemplo V-24



**Sección transversal
Perfil IPR, IR ó W**

SOLUCIÓN:

1. Procedimiento general

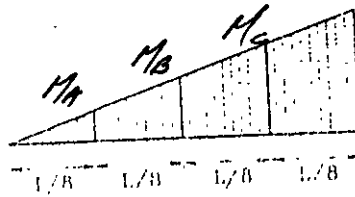


$$M_u = 8 \times 6 = 48 \text{ ton-m}$$

Diagrama de momentos flexionantes

Coefficiente C_b

Se trata de una viga libremente apoyada, con carga concentrada en el centro del claro, soportada lateralmente en los extremos y en el centro del claro. Se tienen dos segmentos no arriostrados ($L_b = 6$ m), para los cuales el momento máximo vale $PL/4$



**Segmento de la viga
(primer tramo)**

La ecuación del momento flexionante para la viga en estudio es:

$$M(x) = \frac{P}{2} x$$

Para $x=L/8$

$$M_A = \frac{P}{2} \left(\frac{L}{8} \right) = \frac{PL}{16} = \frac{1}{4} M_{m\acute{a}x}$$

Para $x=L/4$

$$M_B = \frac{P}{2} \left(\frac{L}{4} \right) = \frac{PL}{8} = \frac{1}{2} M_{m\acute{a}x}$$

Para $x=3L/8$

$$M_C = \frac{P}{2} \left(\frac{3L}{8} \right) = \frac{3PL}{16} = \frac{3}{4} M_{máx}$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{máx}}{2.5 M_{máx} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{máx}}{2.5 M_{máx} + 3 \times 0.25 M_{máx} + 4 \times 0.5 M_{máx} + 3 \times 0.75 M_{máx}} = 1.67$$

$$\phi M_n = \phi M_p$$

$$\phi M_{p \text{ req}} = 48 \text{ ton-m}$$

De la tabla de Selección de diseño por factores de carga, para perfiles utilizados como vigas, pag. 4-19 M-AISC-LRFD-VI-1993, se escoge un perfil W 24x55 de acero $F_y=36$ ksi, que tiene un momento nominal de 362 kip-ft (aproximadamente 50 ton-m, mayor que $M_u=48$ ton-m). Se selecciona un perfil W 24x55. De la gráfica 4-133, Momentos de diseño de vigas, con $L_b=6$ m, aproximadamente 20 ft y leyendo en la curva de este perfil, se obtiene un momento de diseño $\phi M_n=163$ kip-ft, igual a 22.6 ton-m. En estas ayudas de diseño $C_b=1.0$

$$C_b \phi M_n = 1.67 \times 22.6 = 37.7 \text{ ton-m} < \phi M_p = 48 \text{ ton-m}$$

$$\phi M_n = 37.7 \text{ ton-m} < M_u = 48 \text{ ton-m}$$

El perfil seleccionado W24x55 es inadecuado. Para obtener una nueva sección, se supondrá $\phi M_n < \phi M_p$. Utilizando la ayuda de diseño de la pág. 4-130, con un momento nominal requerido igual a:

$$\phi M_n = \frac{M_u}{L_b} = \frac{48}{1.67} = 28.7 \text{ ton-m} \quad (\approx 208 \text{ kip-ft})$$

En la página 4-130 arriba y a la derecha del punto ($L_b=6$ m, $\phi M_n=208$ kip-ft)

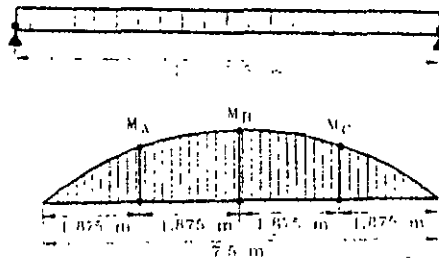
Tabla 24-1. Selección de perfiles

Sección propuesta	ϕM_n (kip-ft)
W 18x60 (IPR ó IR 457x89.1)	332 (46.0 ton-m) <i>No cumple</i>
W 14x61 (IPR ó IR 356x90.7)	275 (38 ton-m) <i>No cumple</i>
W 21x62 (IPR ó IR 533x92.7)	389 (53.8 ton-m) <i>Correcto</i>

CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil IPR, IR ó W 533x92.7(21x62).

Ejemplo V-28. Determinar la carga máxima de diseño w_u , uniformemente repartida de la viga libremente apoyada de la figura, de 7.5 m. de claro. La viga es un perfil IPR, IR ó W 457x74.5 (18x50) de acero NOM-B-254 ó ASTM A36 y está soportada lateralmente exclusivamente en los apoyos. Suponer que la viga es adecuada por cortante. Utilice las Normas AISC-LRFD-1993.



$$M_B = M_{m\acute{a}x} = \frac{w_u L^2}{8}$$

$$M_A = M_C$$

Viga del ejemplo V-28

SOLUCIÓN:

Método general

1.- Coeficiente C_b

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$

donde:

$$M_B = M_{m\acute{a}x} = \frac{w_u L^2}{8}$$

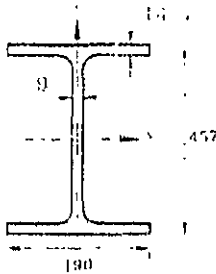
$$M_A = M_C = \frac{w_u L}{2} \left(\frac{L}{4} \right) - \frac{w_u L}{4} \left(\frac{L}{2 \times 4} \right) = \frac{w_u L^2}{8} - \frac{w_u L^2}{32} = \frac{3w_u L^2}{32} = \frac{3M_{m\acute{a}x}}{4}$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3(0.75 M_{m\acute{a}x}) + 4 M_{m\acute{a}x} + 3(0.75 M_{m\acute{a}x})} = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{11 M_{m\acute{a}x}} = 1.14$$

2.- Coeficientes X_1 y X_2

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{E G J A}{2}} \quad X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{G J} \right)^2$$

Para el perfil IPR, IR ó W 457x74.5 (18x50), los valores de X_1 y X_2 son:



$$A = 94.8 \text{ cm}^2$$

$$S_x = 1457 \text{ cm}^3$$

$$J = 51.6 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 1669 \text{ cm}^4$$

$$Z_x = 1655 \text{ cm}^3$$

$$C_w = 816349 \text{ cm}^6$$

$$E = 2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$G = 7.84 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$r_y = 4.2 \text{ cm}$$

Perfil IPR, IR ó W 457x74.5(18x50)
Anotaciones en mm

$$X_1 = \frac{\pi}{1457} \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \times 7.84 \times 10^5 \times 51.6 \times 94.8}{2}} = 134852 \text{ kg/cm}^2$$

$$X_2 = \frac{4 \times 816349}{1669} \left(\frac{1457}{7.84 \times 10^5 \times 51.6} \right)^2 = 2.54 \times 10^6 \text{ kg/cm}^4$$

$$M_p = Z_x F_y = 1655 \times 2530 \times 10^{-5} = 41.9 \text{ ton-m}$$

$$M_r = S_x (F_y - F_r) = 1457 (2530 - 700) \times 10^{-5} = 26.6 \text{ ton-m}$$

$$L_p = \frac{2.515 r_y}{\sqrt{F_y}} = \frac{2.515 \times 4.2}{\sqrt{2530}} = 210 \text{ cm}$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} \quad L_r = \frac{4.2 \times 134\,852}{(2\,530 - 700)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 2.54 \times 10^{-6} (2\,530 - 700)^2}} = 626 \text{ cm (con } F_L = F_y - F_r \text{)}$$

Los valores de L_p y L_r se encuentran en las tablas de Selección para diseño por factores de carga, para perfiles utilizados como vigas, pág. 4-19, M-AISC-LRFD-VI-1993. Como $L_b = 7.5 \text{ m} > L_r = 6.26 \text{ m}$, el momento nominal está dado por la ecuación (F1-12)

$$M_n = M_{cr} \leq M_p$$

donde el momento crítico elástico se determina con la ecuación (F1-13)

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b}\right)^2 I_y C_w}$$

La ecuación anterior puede escribirse en la forma

$$M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2(L_b / r_y)^2}}$$

$$M_{cr} = \frac{1.14 \times 1\,457 \times 134\,852 \sqrt{2}}{750/4.2} \sqrt{1 + \frac{134\,852^2 \times 2.54 \times 10^{-6}}{2(750/4.2)^2}} \times 10^{-5} = 23.3 \text{ ton-m}$$

$$M_{cr} = 23.3 \text{ ton-m (} \leq M_p = 41.9 \text{ ton-m)} \quad \phi M_n = 0.90 \times 23.3 = 21.0 \text{ ton-m}$$

$$M_u \leq \phi M_n$$

$$\frac{w_u L^2}{8} \leq \phi M_n = 21.0 \text{ ton-m}$$

$$w_u = \frac{8\phi M_n}{L^2} = \frac{8 \times 21.0}{7.5^2} = 3.0 \text{ ton/m}$$

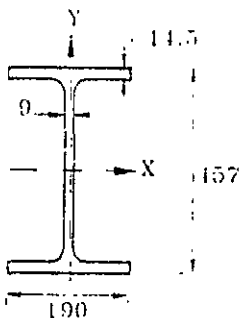
Solución 2 (mediante Ayudas de diseño)

Se utiliza la gráfica de la pág. 4-134, Momentos de diseño en vigas ($\phi = 0.9$, $C_b = 1.0$ y $F_y = 36 \text{ ksi}$), con $L_b = 25 \text{ ft}$ (7.5 m). Con la longitud no arriostrada $L_b = 25 \text{ ft}$ y leyendo en el eje vertical de la gráfica (momento de diseño ϕM_n), con la curva del perfil IPR, IR ó W 18x50, se obtiene $\phi M_n = 130 \text{ kip-ft}$, el cual es igual a 18 ton-m

$$\phi M_n = C_b \phi M_n = 1.14 \times 18 = 20.5 \text{ ton-m} \leq \phi M_p = 37.7 \text{ ton-m}$$

$$w_u \leq \frac{8C_b \phi M_n}{L^2} = \frac{8 \times 20.5}{7.5^2} = 2.9 \text{ ton/m}$$

3.- Revisión de la sección



Perfil IPR, IR ó W 457x74.5 (18x50)
Acofaciones en mm

Patines:

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{19}{2 \times 1.45} = 6.6 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = \frac{545}{\sqrt{2\,530}} = 10.8$$

Alma:

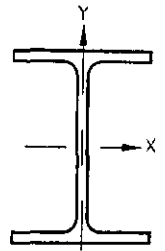
$$\frac{h_c}{t_w} = \frac{45.7 - 2 \times 3.2}{0.9} = 43.7 < \frac{5\,635}{\sqrt{F_y}} = \frac{5\,635}{\sqrt{2\,530}} = 107$$

La sección es compacta

CONCLUSIÓN:

La carga máxima de diseño que soporta la viga del ejemplo es $w_u = 3.0 \text{ ton/m}$.

Ejemplo V-29. Igual que el ejemplo anterior, excepto que la viga, además de en los apoyos, está soportada lateralmente en el centro del claro.



**Sección transversal
Perfil IPR, IR ó W**

**•Soportes laterales
Viga del ejemplo V-29**

SOLUCIÓN:

1.- Procedimiento general

Determinación del coeficiente C_b

Como la viga está soportada lateralmente en los apoyos y en el centro del claro, se tienen dos segmentos no arriostrados; para cada uno de ellos, el momento máximo es:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{wL^2}{8}$$

Segmento 1-2

Diagrama de momentos flexionantes

La ecuación de momento flexionante para una viga libremente apoyada, con carga uniformemente repartida es:

$$M(x) = \frac{wx}{2}(L - x)$$

Para $x=L/8$

$$M_A = \frac{wL}{16} \left(L - \frac{L}{8} \right) = \frac{7wL^2}{128} = 0.054 wL^2 = 0.438 M_{m\acute{a}x}$$

Para $x=L/4$

$$M_B = \frac{wL}{8} \left(L - \frac{L}{4} \right) = \frac{3wL^2}{32} = 0.09375 wL^2 = 0.75 M_{m\acute{a}x}$$

Para $x=3L/8$

$$M_C = \frac{3wL}{16} \left(L - \frac{3L}{8} \right) = \frac{15wL^2}{128} = 0.1172 wL^2 = 0.938 M_{m\acute{a}x}$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3 \times 0.438 M_{m\acute{a}x} + 4 \times 0.75 M_{m\acute{a}x} + 3 \times 0.938 M_{m\acute{a}x}} = 1.30$$

Del ejemplo anterior, L_p y L_r valen:

$$L_p = 210 \text{ cm} \quad L_r = 626 \text{ cm}$$

Como $L_p = 2.1 \text{ m} < L_b = 3.75 \text{ m} < L_r = 6.26 \text{ m}$, el momento nominal se determina con la ecuación (F1-2) de las Especificaciones AISC-LRFD-1993

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{F1-2})$$

donde:

$$M_p = 41.9 \text{ ton-m} \quad M_r = 26.6 \text{ ton-m}$$

$$M_n = 1.3 \left[41.9 - (41.9 - 26.6) \left(\frac{3.75 - 2.1}{6.26 - 2.1} \right) \right] = 46.6 \text{ ton-m}$$

Como $M_n = 46.6 \text{ ton-m}$ es mayor que $M_p = 41.9 \text{ ton-m}$:

$$M_n = M_p = 41.9 \text{ ton-m}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 41.9 = 37.71 \text{ ton-m}$$

Finalmente:

$$w_u = \frac{8\phi M_n}{L^2} = \frac{8 \times 37.71}{7.5^2} = 5.4 \text{ ton/m}$$

$$w_u = 5.4 \text{ ton/m}$$

2.- Ayudas de diseño

Utilizando la gráfica de la pág. 4-130 (momentos de diseño en vigas, con $\phi=0.90$, $C_b=1.0$ y $F_y=36 \text{ ksi}$) del M-AISC-LRFD-V-I-1993, con $L_b=12.3 \text{ ft}$ (3.75 m) y con la curva del perfil W 18x50, se obtiene un momento de diseño de ϕM_n de 232 kip-ft (32.1 ton-m)

$$\phi M_n C_b = 32.1 \times 1.3 = 41.7 \text{ ton-m} > \phi M_p = 37.8 \text{ ton-m}$$

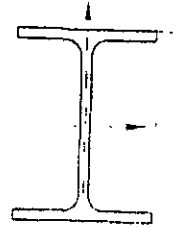
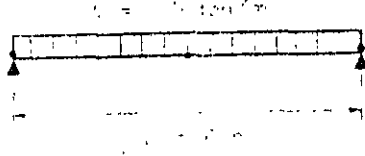
$$\phi M_n = \phi M_p = 37.8 \text{ ton-m}$$

$$w_u = \frac{8\phi M_n}{L^2} = \frac{8 \times 37.8}{7.5^2} = 5.4 \text{ ton/m}$$

COMENTARIO:

Nótese que la capacidad de carga del perfil IPR, IR ó W 457x74.5 (18x50), utilizado como viga libremente apoyada de 7.5 m de claro, con soporte lateral en el centro del claro, es casi el doble de la viga con soportes laterales exclusivamente en los apoyos.

Ejemplo V-30. La viga libremente apoyada de la figura debe soportar una carga de trabajo total, uniformemente repartida, de 1.5 ton/m (carga muerta, 300 kg/m y carga viva 1 200 kg/m). El claro de la viga es de 6 m, y el sistema de piso proporciona soporte lateral continuo a su patín superior. Seleccione, utilizando las Especificaciones AISC-LRFD-1993, el perfil IPR, IR ó W más económico, empleando acero con $F_y = 2\ 530\text{ kg/cm}^2$, (acero NOM-B-254, ASTM A36). No revise la flecha.



**Sección transversal
Perfil IPR, IR ó W**

Viga del ejemplo V-30

SOLUCIÓN:

1. Acciones de diseño (afectadas por el correspondiente factor de carga)

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 0.3 + 1.6 \times 1.2 = 2.28\text{ ton/m}$$

$$V_u = w_u L / 2 = 2.28 \times 6 / 2 = 6.8\text{ ton}$$

$$M_u = w_u L^2 / 8 = 2.28 \times 6^2 / 8 = 10.26\text{ ton-m}$$

Diseño por flexión.

Como el patín superior de la viga está soportado lateralmente en forma continua, el pandeo lateral no es crítico. Se supone inicialmente que la sección de la viga es compacta, pues la mayoría de los perfiles laminados tienen relaciones ancho/grueso $\lambda < \lambda_p$, tanto en los patines como en el alma. Por lo tanto, la resistencia de diseño $\phi_b M_n$ es:

$$\phi_b M_n = \phi_b M_p = \phi_b Z_x F_y$$

El requisito de diseño es:

$$\phi_b M_n \geq M_u$$

$$M_u \leq \phi_b Z_x F_y$$

Acciones de diseño:

Se requiere un módulo de sección plástico Z no menor que el siguiente:

$$Z_x = \frac{M_u}{\phi_b F_y} = \frac{10.26 \times 10^5}{0.90 \times 2\ 530} = 451\text{ cm}^3$$

Se escoge un perfil IPR, IR ó W 254x38.5 (10x26), que tiene $Z_x = 513\text{ cm}^3 > Z_{nec} = 451\text{ cm}^3$

Clasificación de la sección.

Relaciones ancho-grueso de los elementos que forman la sección.

Se revisan las relaciones ancho-grueso del perfil propuesto y se comparan con los valores correspondientes de la tabla B.5.1. Relaciones máximas admisibles de las ancho-grueso, Especificaciones AISC-LRFD-1993.

Véase M-AISC-LRFD-V-I, páginas 6-38 y 6-39.

De acuerdo con las tablas de principales productores nacionales de acero estructural, M-IMCA, el perfil propuesto es comercial.

$$\text{Patines: } \lambda = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{14.6}{2 \times 1.12} = 6.6 < \lambda_p = \frac{545}{\sqrt{F_y}} = \frac{545}{\sqrt{2\,530}} = 10.8$$

$$\text{alma: } \lambda = \frac{T_c}{t_w} = \frac{21.8}{0.66} = 33 < \lambda_p = \frac{5\,370}{\sqrt{F_y}} = \frac{5\,370}{\sqrt{2\,530}} = 107$$

Perfil IPR, IR ó W 254×38.5(10×26)
Acotaciones en mm

La sección es compacta, de manera que el perfil seleccionado es correcto.

Revisión por cortante.

La resistencia de diseño al cortante del alma de una viga, es $\phi_v V_n$, donde $\phi=0.90$ y la resistencia nominal V_n se calcula como sigue

$$\frac{h}{t_w} = \frac{21.8}{0.66} = 33 < 1\,570 \sqrt{\frac{k}{F_y}} = 1\,570 \sqrt{\frac{5}{2\,530}} = 70$$

$k=5.0$ (para vigas sin atiesadores transversales)

Puesto que se cumple la condición anterior, la resistencia nominal al cortante está dada por

$$V_n = 0.60 F_y A_w$$

donde:

A_w es el área del alma, en cm^2

F_y es el esfuerzo de fluencia del acero, en kg/cm^2

$$A_w = dt_w$$

Se sustituyen valores en la expresión anterior:

$$V_n = 0.6 \times 2\,530 \times 26.2 \times 0.66 \times 10^{-3} = 26.2 \text{ ton}$$

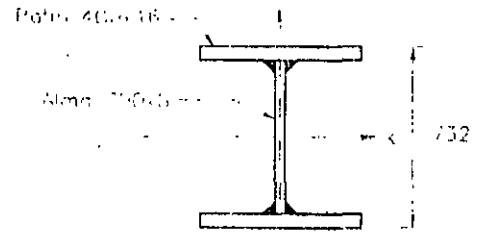
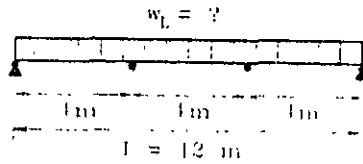
$$V_n = 26.2 \text{ ton} > (V_u)_{\max} = 6.8 \text{ ton}$$

La viga está muy sobrada por cortante, lo que suele ocurrir en este tipo de problemas.

CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil IPR, IR ó W 254×38.5 (10×26)

Ejemplo V-31. Determinar, de acuerdo con las Especificaciones AISC-LRFD-1993, la carga viva de servicio que se le puede aplicar a una viga armada de sección transversal I hecha con tres placas soldadas, libremente apoyada, de 12 m de claro, si la carga muerta es 500 kg/m (incluye el peso propio de la viga). La viga está soportada lateralmente en los tercios del claro, además de los apoyos. Utilizar acero ASTM-A65 ($F_y = 4\,570 \text{ kg/cm}^2$)



Dimensiones

Soportes laterales en los tercios del claro

$$M_{\text{máx}} = \frac{wL^2}{8}$$



**n transversal
iga soldada
taciones en mm**

Diagrama de momentos flexionantes (ton-m)

Viga del ejemplo V-31

SOLUCIÓN:

1. Características geométricas de la sección transversal total

$$A_t = 2 \times 40 \times 1.6 + 70 \times 0.8 = 184 \text{ cm}^2 \quad (\text{peso} = 0.785 \times 184 = 144.44 \text{ kg/m})$$

$$I_x = 2 \left[\frac{40 \times 1.6^3}{12} + 40 \times 1.6 \times 35.8^2 \right] + \frac{0.8 \times 70^3}{12} = 186\,944 \text{ cm}^4$$

El momento de inercia I_x se puede también calcular mediante la diferencia de los momentos de inercia de los rectángulos contenidos en la sección, como se muestra en la figura..

$$I_x = \frac{1}{12} [(70 + 2 \times 1.6)^3 40 - 70^3 (40 - 0.8)] = 186\,944 \text{ cm}^4 \quad S_x = \frac{I_x}{d/2} = \frac{186\,944}{73.2/2} = 5\,108 \text{ cm}^3$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{186\,944}{184}} = 31.9 \text{ cm} \quad I_y \approx 2 \left(\frac{40^3 \times 1.6}{12} \right) = 17\,067 \text{ cm}^4 \quad S_y = \frac{I_y}{b/2} = \frac{17\,067}{40/2} = 853 \text{ cm}^3$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{17\,067}{184}} = 9.6 \text{ cm} \quad J = \frac{1}{3} \sum b t^3 = \frac{1}{3} (2 \times 40 \times 1.6^3 + 70 \times 0.8^3) = 121 \text{ cm}^4$$

$$Z_x = 2 \times 40 \times 1.6 (35 + 0.8) + \frac{70^2 \times 0.8}{4} = 5\,562 \text{ cm}^3 \quad C_w = \frac{I_y d^2}{4} = \frac{17\,067 \times (73.2 - 1.6)^2}{4} = 21\,873\,750 \text{ cm}^6$$

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{E G J A}{2}} = \frac{\pi}{5\,108} \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \times 784\,000 \times 121 \times 184}{2}} = 82\,045 \text{ kg/cm}^2$$

Se tomó un valor de $G \approx \frac{E}{2.6} \approx 784\,000 \text{ kg/cm}^2$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{G J} \right)^2 = 4 \frac{21\,873\,750}{17\,067} \left(\frac{5\,108}{784\,000 \times 121} \right)^2 = 1.49 \times 10^{-5} \text{ cm}^4/\text{kg}^2$$

Clasificación de la sección.

Se investigarán los estados límite de pandeo local del patín comprimido (limit state of local flange buckling), pandeo local del alma (limit state of local buckling of the web) y el pandeo lateral por flexotorsión (lateral-torsional limit state). Revisión de las relaciones de esbeltez de las placas, de acuerdo con las relaciones ancho-grueso máximas indicadas en la Tabla B5.1, Especificaciones AISC-LRFD-1993.

Tabla B5.1, M-AISC-LRFD-VI, págs. 6-38 y 6-39
Relaciones ancho-grueso máximas

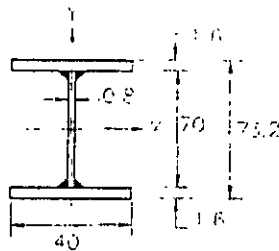
Descripción del elemento	Relación ancho/grueso	Relaciones ancho/grueso máximas	
		λ_r (compactas)	λ_r (No compactas)
Patines de perfiles laminados I o vigas soldadas en flexión	b/t	$545 / \sqrt{F_y}$	$1\,360 / \sqrt{F_y - 1\,160 / K_c}$
Almas flexo comprimidas	h/t_w	$5\,365 / \sqrt{F_y}$	$8\,130 / \sqrt{F_y}$

donde:

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \quad (0.35 \leq k_c < 0.763)$$

h es el peralte del alma, en cm y t_w el grueso del alma, en cm.

En la figura se indican las dimensiones de la viga soldada, acotadas en mm



Sección transversal
Acotaciones en cm

Para pandeo local de los patines:

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{40}{2 \times 1.6} = 12.5 > \lambda_p = 545 / \sqrt{F_y} = 545 / \sqrt{4\,570} = 8.1$$

Para pandeo local del alma:

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w} = \frac{70}{0.8} = 87.5 > \lambda_p = 5\,370 / \sqrt{F_y} = 5\,370 / \sqrt{4\,570} = 79.4$$

Puesto que las relaciones ancho/grueso de los patines exceden el límite correspondiente a sección compacta, la sección no es compacta. A continuación se revisará la sección de acuerdo con las relaciones ancho/grueso máximas para clasificarla como sección esbelta. Si las relaciones ancho/grueso son mayores que la sección es esbelta.

$$\text{Patines: } \lambda = \frac{b_f}{2t_f} = 12.5$$

$$\lambda_r = \frac{1\,360}{\sqrt{(F_y - 1\,160) / k_c}}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = \frac{4}{\sqrt{70/0.80}} = 0.428$$

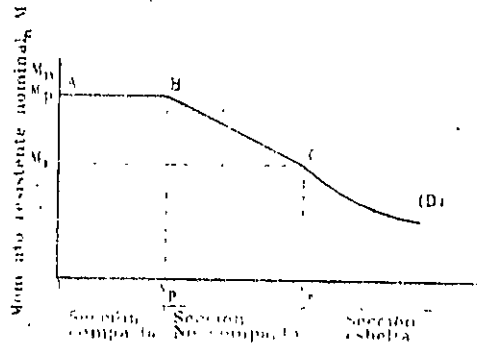
$$0.35 < k_c = 0.428 < 0.763 \quad \text{Correcto}$$

Luego:

$$\lambda_r = \frac{1\,360}{\sqrt{(4\,570 - 1\,160)k_c}} = \frac{1\,360}{\sqrt{(4\,570 - 1\,160)/0.428}} = 15.2 > \lambda = 12.5$$

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w} = \frac{70}{0.8} = 87.5 < \lambda_r = \frac{8\,135}{\sqrt{4\,570}} = 120.3 \quad \text{Bien}$$

Las relaciones de esbeltez λ de patines y alma están comprendidas entre λ_p y λ_r ; la sección es no compacta, de manera que los estados límite que deben revisarse para determinar la resistencia nominal son el de pandeo local del patín comprimido y del alma, como se muestra en la siguiente figura.



Relación de esbeltez

Resistencia nominal en flexión versus relación de esbeltez para los estados límite de pandeo local del patín, pandeo local del alma y pandeo lateral por flexotorsión

Cálculo del momento nominal M_n con base en el estado límite de pandeo local del patín comprimido

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right)$$

Cálculo del momento plástico M_p y del momento resistente nominal M_r .

Momento plástico:

$$M_p = Z_x F_y = 5\,562 \times 4\,570 \times 10^{-5} = 254 \text{ ton.m}$$

Momento resistente nominal M_r

$$M_r = (F_y - F_c) S_x = (4\,570 - 1\,160) 5\,108 \times 10^{-5} = 174.2 \text{ ton-m}$$

Luego:

$$M_n = 254 - (254 - 174.2) \left(\frac{12.5 - 8.1}{15.2 - 8.1} \right) = 204.5 \text{ ton-m}$$

Cálculo del momento nominal M_n con base en el estado límite de pandeo local del alma

$$M_n = 254 - (254 - 174.2) \left(\frac{87.5 - 79.4}{15.2 - 8.1} \right) = 238.2 \text{ ton-m}$$

Revisión del estado límite de pandeo lateral por flexotorsión

Determinación de la longitud no soportada lateralmente de un miembro en flexión que separa los intervalos de pandeo lateral inelástico y elástico.

$$L_r = \frac{9.8 \times 82\,045}{(4\,570 - 1\,160)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 1.5 \times 10^{-5} (4\,570 - 1\,160)^2}} = 890 \text{ cm}$$

Cálculo de la longitud máxima no soportada lateralmente para la que un miembro en flexión puede desarrollar todavía el momento plástico M_p , y conservarlo durante las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo de colapso.

$$L_p = \frac{2\,515 r_y}{\sqrt{F_y}} = \frac{2\,515 \times 9.6}{\sqrt{4\,570}} = 357 \text{ cm}$$

El tramo crítico es el central, pues en él se presenta el momento máximo y tiene una distribución de momentos más desventajosa que la de los laterales.

Como $L_p = 357 \text{ cm} < L_b = 400 \text{ cm} < L_r = 890 \text{ cm}$, la resistencia nominal M_n , está basada en el estado límite de pandeo por flexotorsión. De acuerdo con la ecuación (F1-3) y utilizando $C_b = 1.0$ para el segmento central,

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{F1-3})$$

$$M_n = 1.0 \left[254 - (254 - 174.2) \left(\frac{4 - 3.57}{8.9 - 3.57} \right) \right] = 247.6 \text{ ton-m}$$

Evaluación final.

El pandeo lateral no es crítico, por tanto, el momento nominal M_n , es el valor menor de los estados límite determinados anteriormente: pandeo local del alma (238.2 ton-m) y pandeo local del patín comprimido (204.5 ton-m). De esta manera, el momento resistente máximo de diseño queda regido por la resistencia local del patín comprimido.

$$M_n = 204.5 \text{ ton-m}$$

$$M_{umax} = \phi_b M_n = 0.9 \times 204.5 = 184 \text{ ton-m}$$

$$M_u = 1.2M_D + 1.6M_L$$

$$M_D = \frac{w_D L^2}{8} = \frac{0.5 \times 12^2}{8} = 9 \text{ ton-m}$$

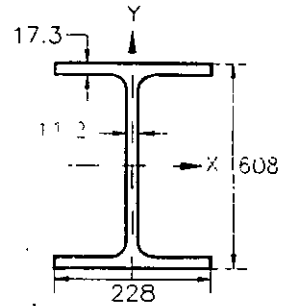
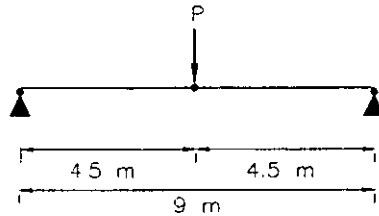
$$M_L = \frac{M_U - 1.2M_D}{1.6} = \frac{184 - 1.2 \times 9}{1.6} = 108.3 \text{ ton-m}$$

$$w_L = \frac{8M_L}{L^2} = \frac{8 \times 108.3}{12^2} = 6 \text{ ton/m}$$

CONCLUSIÓN:

La carga viva de servicio que puede soportar la viga es 6 ton/m.

Ejemplo MF-36. Determinar, conforme las Normas AISC-LRFD-1993, la resistencia de diseño en flexión de una viga IPR, IR o W 610x113.4 (24x76), de acero ASTM A572 Grado 50, libremente apoyada, de 9 m de claro, que soporta una carga concentrada y que tiene soportes laterales en los apoyos y en el centro del claro, suponga que la sección es compacta.



**Sección transversal
Perfil IPR, IR o W 610x113.4
(24x76)
Acotaciones en mm**

Viga del ejemplo MF-36

SOLUCIÓN:

En la siguiente tabla de valores de C_b para vigas libremente apoyadas, con soportes laterales en los puntos de apoyo (extremos del claro) y en el centro de éste, se indica un coeficiente de flexión $C_b = 1.67$

Tabla F-1 Valores de C_b para vigas libremente apoyadas, soportadas lateralmente en los extremos del claro		
Carga	Soporte lateral a lo largo del claro	C_b
Concentrada en el centro del claro	Ninguno	1.32
	En el centro del claro solamente	1.67

La resistencia de diseño en flexión, multiplicada por $\phi_b = 0.90$ esta dada por la ecuación (F1-2) de las especificaciones AISC-LRFD-1993.

$$\phi_b M_n = C_b \left[\phi_b M_p - (\phi_b M_p) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq \phi_b M_p \quad (F1-2)$$

* Véase M-AISC-LRFD-1993-VI, pág 2-30
1 kip-ft = 0.1384 ton-m

En la tabla F-2, pág. 2-32, *M-AISC-LRFD-1993*, para un perfil *IPR* o *W610×113.4* (24×76), se indican los valores siguientes:

$$\phi_b M_p = 103.8 \text{ ton-m (750 kip-ft)} \quad \phi_b M_r = 73.1 \text{ ton-m (528 kip-ft)}$$

$$L_p = 2.1 \text{ m (6.8 ft)} \quad L_r = 5.5 \text{ m (18 ft)} \quad L_b = 4.5 \text{ m}$$

Se sustituyen los valores anteriores en la ecuación (F1-2)

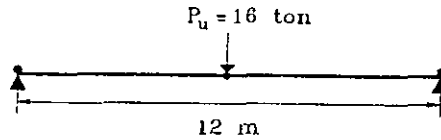
$$\rightarrow \phi_b M_n = \left[103.8 - (103.8 - 73.1) \left(\frac{4.5 - 2.1}{5.5 - 2.1} \right) \right] = 137.2 \text{ ton-m}$$

$$\phi_b M_n = 137.2 \text{ ton-m} > M_p = Z_x F_y = 3\,277 \times 3515 \times 10^{-5} = 115.2 \text{ ton-m}$$

La resistencia de diseño es $\phi_b M_p = 115.2 \text{ ton-m}$

En este caso, aún cuando la longitud no arriostrada, $L_b = 450 \text{ cm}$ es mayor que $L_p = 210 \text{ cm}$, la resistencia de diseño en flexión es $\phi_b M_p$ debido a que $C_b > 1.0$.

Ejemplo MF-37. La viga libremente apoyada de la figura de 12 m de claro, debe soportar una carga de diseño $P_u = 16$ ton. La viga está soportada lateralmente en los apoyos y en el centro del claro (punto de aplicación de la carga). Suponga que la viga es adecuada por cortante; desprecie el peso propio de la viga. Determine con las Normas AISC-LRFD-1999, el perfil IPR, IR o W de acero NOM-B-254 (ASTM A36) más liviano. No revise la flecha.



Viga del ejemplo V-24

SOLUCIÓN:

1. Procedimiento general

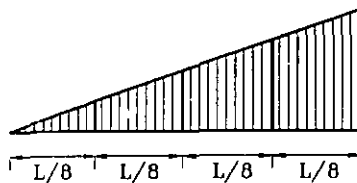


$$M_u = 8 \times 6 = 48 \text{ ton-m}$$

Diagrama de momentos flexionantes

Determinación del coeficiente de flexión C_b

Se trata de una viga libremente apoyada, con carga concentrada en el centro del claro, soportada lateralmente en los extremos y en el centro del claro. Se tienen dos segmentos no arriostrados ($L_b = 6$ m), para los cuales el momento máximo vale $PL/4$



Tramo izquierdo de la viga

La ecuación del momento flexionante para la viga en estudio es:

$$M(x) = \frac{P}{2}x$$

Para $x = L/8$

$$M_A = \frac{P}{2} \left(\frac{L}{8} \right) = \frac{PL}{16} = \frac{1}{4} M_{\text{máx}}$$

Para $x = L/4$
$$M_B = \frac{P}{2} \left(\frac{L}{4} \right) = \frac{PL}{8} = \frac{1}{2} M_{m\acute{a}x}$$

Para $x = 3L/8$
$$M_C = \frac{P}{2} \left(\frac{3L}{8} \right) = \frac{3PL}{16} = \frac{3}{4} M_{m\acute{a}x}$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (F1-3)$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3 \times 0.25 M_{m\acute{a}x} + 4 \times 0.5 M_{m\acute{a}x} + 3 \times 0.75 M_{m\acute{a}x}} = 1.67$$

$$\phi M_n = \phi M_p$$

$$\phi M_{p\ req} = 48 \text{ ton-m}$$

De la tabla de Selección de diseño por factores de carga, para perfiles utilizados como vigas, página 4-19 *M-AISC-LRFD-VI-1993*, se escoge un perfil W 24x55 (IR ó IPR 610x82) de acero $F_y = 36$ ksi (NOM-B-254), que tiene un momento nominal de 362 kip-ft (aproximadamente 50 ton-m, mayor que $M_u = 48$ ton-m).

Se selecciona un perfil W 24x55 (IR ó IPR 610x82). De la gráfica 4-133, Momentos de diseño de vigas, con $L_b = 6$ m, aproximadamente 20 ft y leyendo en la curva de este perfil, se obtiene un momento de diseño $\phi M_n = 163$ kip-ft, igual a 22.6 ton-m. En estas ayudas de diseño $C_b = 1.0$

$$C_b \phi M_n = 1.67 \times 22.6 = 37.7 \text{ ton-m} < \phi M_p = 48 \text{ ton-m}$$

$$\phi M_n = 37.7 \text{ ton-m} < M_u = 48 \text{ ton-m}$$

El perfil seleccionado W24x55 es inadecuado. Para obtener una nueva sección, se supondrá $\phi M_n < \phi M_p$ Utilizando la ayuda de diseño de la página 4-130, *M-AISC-LRFD-1993-VI*, con un momento nominal requerido igual a:

$$\phi M_n = \frac{M_u}{L_b} = \frac{48}{1.67} = 28.7 \text{ ton-m} \quad (\approx 208 \text{ kip-ft})$$

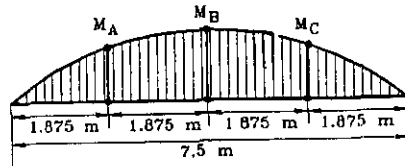
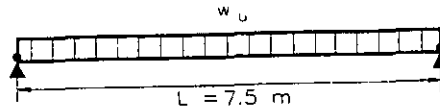
En la página 4-130 arriba y a la derecha del punto ($L_b = 6$ m, $\phi M_n = 208$ kip-ft)

Sección propuesta	ϕM_n (kip-ft)
W18x60 (IPR o IR 457x89.1)	332 (46.0 ton-m) <i>No cumple</i>
W14x61 (IPR o IR 356x90.7)	275 (38 ton-m) <i>No cumple</i>
W21x62 (IPR o IR 553x92.7)	389 (53.8 ton-m) <i>Correcto</i>

CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil IPR, IR o W 533x 92.7 (21x62) de acero NOM-B-254 (ASTM A36).

Ejemplo MF-38. Determinar la carga máxima de diseño w_u , uniformemente repartida de la viga libremente apoyada de la figura, de 7.5 m. de claro. La viga es un perfil *IPR*, *IR* o *W 457x74.5 (18x50)* de acero *NOM-B-254* ó *ASTM A36* y está soportada lateralmente exclusivamente en los apoyos. Suponer que la viga es adecuada por cortante. Utilice las Normas *AISC-LRFD-1999*.



$$M_B = M_{\text{máx}} = \frac{w_u L^2}{8}$$

$$M_A = M_C$$

Diagrama de momentos flexionantes

Viga del ejemplo V-28

SOLUCIÓN:

Método general

1.- Coeficiente de flexión C_b

$$C_b = \frac{12.5M_{\text{máx}}}{2.5M_{\text{máx}} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (F1-3)$$

donde:

$$M_B = M_{\text{máx}} = \frac{w_u L^2}{8}$$

$$M_A = M_C = \frac{w_u L}{2} \left(\frac{L}{4} \right) - \frac{w_u L}{4} \left(\frac{L}{2 \times 4} \right) = \frac{w_u L^2}{8} - \frac{w_u L^2}{32} = \frac{3wL^2}{32} = \frac{3M_{\text{máx}}}{4}$$

Se sustituyen valores en la ecuación (F1-3)

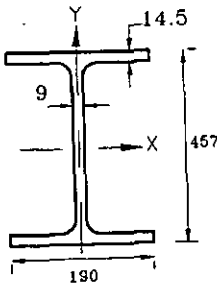
$$C_b = \frac{12.5M_{\text{máx}}}{2.5M_{\text{máx}} + 3(0.75M_{\text{máx}}) + 4M_{\text{máx}} + 3(0.75M_{\text{máx}})} = \frac{12.5M_{\text{máx}}}{11M_{\text{máx}}} = 1.14$$

2.- Cálculo de los coeficientes X_1 y X_2

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJ_A}{2}}$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2$$

Para el perfil *IPR*, *IR* o *W 457x74.5 (18x50)*, los valores de X_1 y X_2 son:



$$\begin{aligned}
 A &= 94.8 \text{ cm}^2 \\
 S_x &= 1\,457 \text{ cm}^3 \\
 J &= 51.6 \text{ cm}^4 \\
 I_y &= 1\,669 \text{ cm}^4 \\
 Z_x &= 1\,655 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_w &= 816\,349 \text{ cm}^2 \\
 E &= 2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\
 G &= 7.84 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \\
 r_y &= 4.2 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Perfil IPR, IR o W
457x74.5(18x50)
Acotaciones en mm

$$X_1 = \frac{\pi}{1457} \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \times 7.84 \times 10^5 \times 51.6 \times 94.8}{2}} = 134\,852 \text{ kg/cm}^2$$

$$X_2 = \frac{4 \times 816\,349}{1669} \left(\frac{1457}{7.84 \times 10^5 \times 51.6} \right)^2 = 2.54 \times 10^{-6} \text{ kg/cm}^4$$

$$M_p = Z_x F_y = 1\,655 \times 2\,530 \times 10^5 = 41.9 \text{ ton-m}$$

$$M_r = S_x (F_y - F_r) = 1\,457 (2\,530 - 700) \times 10^5 = 26.6 \text{ ton-m}$$

$$L_p = \frac{2515 r_y}{\sqrt{F_y}} = \frac{2515 \times 4.2}{\sqrt{2530}} = 210 \text{ cm}$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} \quad L_r = \frac{4.2 \times 134\,852}{(2530 - 700)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 2.54 \times 10^{-6} (2530 - 700)^2}} = 626 \text{ cm}$$

(con $F_L = F_y - F_r$)

Los valores de L_p y L_r se encuentran en las tablas de Selección para diseño por factores de carga, para perfiles utilizados como vigas, página 4-19, *M-AISC-LRFD-VI-1993*. Como $L_b = 7.5 \text{ m} > L_r = 6.26 \text{ m}$, el momento nominal está dado por la ecuación (F1-12)

$$M_n = M_{cr} \leq M_p$$

donde el momento crítico elástico se determina con la ecuación (F1-13)

$$M_{cr} = C_b \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} \quad (F1-13)$$

La ecuación anterior puede escribirse en la forma

$$M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2(L_b / r_y)^2}}$$

$$M_{cr} = \frac{1.14 \times 1457 \times 134852 \sqrt{2}}{750 / 4.2} \sqrt{1 + \frac{134852^2 \times 2.54 \times 10^{-6}}{2(750 / 4.2)^2}} \times 10^{-5} = 23.3 \text{ ton-m}$$

$$M_{cr} = 23.3 \text{ ton-m} (\leq M_p = 41.9 \text{ ton-m}) \quad \phi M_n = 0.90 \times 23.3 = 21.0 \text{ ton-m}$$

$$M_u \leq \phi M_n$$

$$\frac{w_u L^2}{8} \leq \phi M_n = 21.0 \text{ T-m}$$

$$w_u = \frac{8\phi M_n}{L^2} = \frac{8 \times 21.0}{7.5^2} = 3.0 \text{ Ton/m}$$

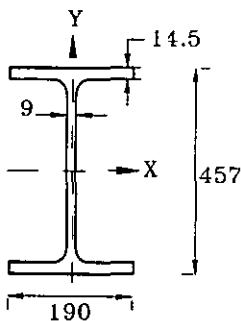
Solución 2 (mediante Ayudas de diseño)

Se utiliza la gráfica de la pág. 4-134, Momentos de diseño en vigas ($\phi=0.9$, $C_b=1.0$ y $F_y=36$ ksi), con $L_b=25$ ft (7.5 m). Con la longitud no arriostrada $L_b=25$ ft y leyendo en el eje vertical de la gráfica (momento de diseño ϕM_n), con la curva del perfil IPR, IR o W 18x50 (457x74.5), se obtiene $\phi M_n=130$ kip-ft, el cual es igual a 18 ton-m

$$\phi M_n = C_b \phi M_n = 1.14 \times 18 = 20.5 \text{ ton-m} \leq \phi M_p = 37.7 \text{ T-m}$$

$$w_u \leq \frac{8C_b \phi M_n}{L^2} = \frac{8 \times 20.5}{7.5^2} = 2.9 \text{ Ton/m}$$

3.- Revisión de la sección



Patines:

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{19}{2 \times 14.5} = 6.6 < 0.38 \sqrt{E / F_y} = 0.38 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 10.8$$

Alma:

$$\frac{h_c}{t_w} = \frac{45.7 - 2 \times 3.2}{0.9} = 43.7 < 3.76 \sqrt{E / F_y} = 3.76 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 107$$

La sección es compacta

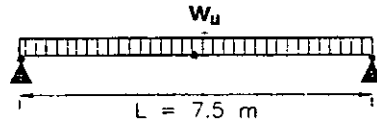
Perfil IPR, IR o W 457x74.5 (18x50)

Acotaciones en mm

CONCLUSIÓN:

La carga máxima de diseño que soporta la viga del ejemplo es $w_u = 3.0$ ton/m.

Ejemplo MF-39. Igual que el ejemplo anterior, excepto que la viga, además de en los apoyos, está soportada lateralmente en el centro del claro.



•Soportes laterales
Viga del ejemplo

SOLUCIÓN:

1.- Procedimiento general

Determinación del coeficiente C_b

Como la viga está soportada lateralmente en los apoyos y en el centro del claro, se tienen dos segmentos no arriostrados; para cada uno de ellos, el momento máximo es:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{wL^2}{8} M_C$$

Segmento 1-2

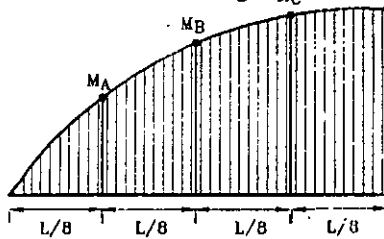


Diagrama de momentos flexionantes

La ecuación de momento flexionante para una viga libremente apoyada, con carga uniformemente repartida es:

$$M(x) = \frac{wx}{2} (L - x)$$

Para $x = L/8$
$$M_A = \frac{wL}{16} \left(L - \frac{L}{8} \right) = \frac{7wL^2}{128} = 0.054wL^2 = 0.438 M_{m\acute{a}x}$$

Para $x = L/4$
$$M_B = \frac{wL}{8} \left(L - \frac{L}{4} \right) = \frac{3wL^2}{32} = 0.09375wL^2 = 0.75 M_{m\acute{a}x}$$

Para $x = 3L/8$
$$M_C = \frac{3wL}{16} \left(L - \frac{3L}{8} \right) = \frac{15wL^2}{128} = 0.1172wL^2 = 0.938 M_{m\acute{a}x}$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (F1-3)$$

Se sustituyen valores en la ecuación (F1-3)

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3 \times 0.438 M_{m\acute{a}x} + 4 \times 0.75 M_{m\acute{a}x} + 3 \times 0.938 M_{m\acute{a}x}} = 1.30$$

Del ejemplo anterior, L_p y L_r valen:

$$L_p = 210 \text{ cm} \quad L_r = 626 \text{ cm}$$

Como $L_p = 2.1 \text{ m} < L_b = 3.75 \text{ m} < L_r = 6.26 \text{ m}$, el momento nominal se determina con la ecuación (F1-2) de las especificaciones AISC-LRFD-1999.

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{F1-2})$$

donde:

$$M_p = 41.9 \text{ T-m} \quad M_r = 26.6 \text{ T-m}$$

$$M_n = 1.3 \left[41.9 - (41.9 - 26.6) \left(\frac{3.75 - 2.1}{6.26 - 2.1} \right) \right] = 46.6 \text{ T-m}$$

Como $M_n = 46.6 \text{ ton-m}$ es mayor que $M_p = 41.9 \text{ ton-m}$:

$$M_n = M_p = 41.9 \text{ ton-m}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 41.9 = 37.71 \text{ ton-m}$$

Finalmente:

$$w_u = \frac{8\phi M_n}{L^2} = \frac{8 \times 37.71}{7.5^2} = 5.4 \text{ ton/m}$$

2.- Solución mediante ayudas de diseño

Utilizando la gráfica de la pág. 4-130 (momentos de diseño en vigas, con $\phi=0.90$, $C_b=1.0$ y $F_y=36 \text{ ksi}$) del M-AISC-LRFD-V-I-1993, con $L_b=12.3 \text{ ft}$ (3.75 m) y con la curva del perfil W 18x50 (457x74.5), se obtiene un momento de diseño de ϕM_n de 232 kip-ft (32.1 ton-m)

$$\phi M_n C_b = 32.1 \times 1.3 = 41.7 \text{ ton-m} > \phi M_p = 37.8 \text{ ton-m}$$

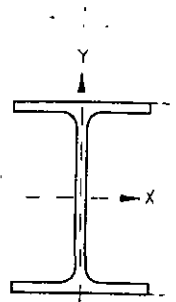
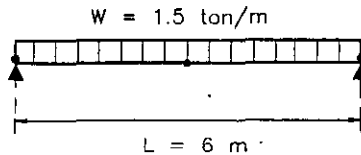
$$\phi M_n = \phi M_p = 37.8 \text{ ton-m}$$

$$w_u = \frac{8\phi M_n}{L^2} = \frac{8 \times 37.8}{L^2} = 5.4 \text{ ton/m}$$

COMENTARIO:

Nótese que la capacidad de carga del perfil IPR, IR ó W 457x74.5 (18x50), utilizado como viga libremente apoyada de 7.5 m de claro, con soporte lateral en el centro del claro, es casi el doble de la viga con soportes laterales exclusivamente en los apoyos.

Ejemplo MF-40. La viga libremente apoyada de la figura debe soportar una carga de trabajo total, uniformemente repartida, de 1.5 ton/m (carga muerta, 300 kg/m y carga viva 1 200 kg/m). El claro de la viga es de 6 m, y el sistema de piso proporciona soporte lateral continuo a su patín superior. Seleccione, utilizando las especificaciones AISC-LRFD-1999, el perfil IPR, IR o W más económico, empleando acero con $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$, (acero NOM-B-254, ASTM A36). No revise la flecha.



**Sección transversal
Perfil IPR, IR o W**

Viga del ejemplo V-30

SOLUCIÓN:

1. Acciones de diseño (afectadas por el correspondiente factor de carga)

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 0.3 + 1.6 \times 1.2 = 2.28 \text{ ton/m}$$

$$V_u = w_u L / 2 = 2.28 \times 6 / 2 = 6.8 \text{ ton}$$

$$M_u = w_u L^2 / 8 = 2.28 \times 6^2 / 8 = 10.26 \text{ ton-m}$$

Diseño por flexión.

Como el patín superior de la viga está soportado lateralmente en forma continua, el pandeo lateral no es crítico. Se supone inicialmente que la sección de la viga es compacta, pues la mayoría de los perfiles laminados tienen relaciones ancho/grueso $\lambda < \lambda_p$, tanto en los patines como en el alma. Por lo tanto, la resistencia de diseño $\phi_b M_n$ es:

$$\phi_b M_n = \phi_b M_p = \phi_b Z_x F_y$$

El requisito de diseño es:

$$\phi_b M_n \geq M_u$$

$$M_u \leq \phi_b Z_x F_y$$

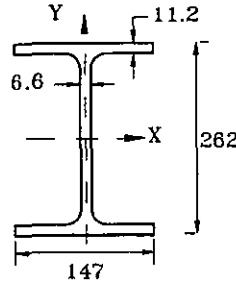
Acciones de diseño:

Se requiere un módulo de sección plástico Z no menor que el siguiente

$$Z_x = \frac{M_u}{\phi_b F_y} = \frac{10.26 \times 10^5}{0.90 \times 2530} = 451 \text{ cm}^3$$

Se escoge un perfil *IPR*, *IR* o *W 254x38.5 (10x26)*, que tiene $Z_x = 513 \text{ cm}^3 > Z_{nec} = 451 \text{ cm}^3$.

Clasificación de la sección. Relaciones ancho-groeso de los elementos que forman la sección.



Perfil IPR, IR ó W 254x38.5(10X26)
Acotaciones en mm

$$\text{Patines: } \lambda = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{14.6}{2 \times 1.12} = 6.6 < \lambda_p = 0.38 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 10.8$$

$$\text{Alma: } \lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{21.8}{0.66} = 33 < \lambda_p = 3.76 \sqrt{E / F_y} = 3.76 \sqrt{2.09 \times 10^6 / 2530} = 107$$

La sección es compacta, de manera que el perfil seleccionado es correcto.

Revisión por cortante.

La resistencia de diseño al cortante del alma de una viga, es $\phi_v V_n$, donde $\phi=0.90$ y la resistencia nominal V_R se calcula como sigue.

$$\frac{h}{t_w} = \frac{21.8}{0.66} = 33 < 2.45 \sqrt{E / F_{yw}} = 2.45 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 69.5$$

$k = 5.0$ (para vigas sin atiesadores transversales)

Puesto que se cumple la condición anterior, la resistencia nominal al cortante está dada por

$$V_n = 0.60 F_y A_w$$

donde:

A_w es el área del alma, en $\text{cm}^2 = dt_w$

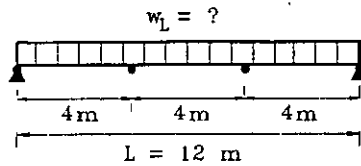
$$V_R = 0.6 \times 2530 \times 26.2 \times 0.66 \times 10^{-3} = 26.2 \text{ ton} > (V_w)_{\text{máx}} = 6.8 \text{ ton}$$

La viga está muy sobrada por cortante, lo que suele ocurrir en este tipo de problemas.

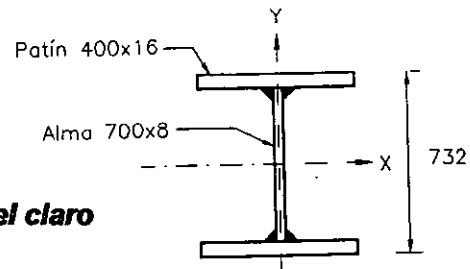
CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil *IPR*, *IR* ó *W 254x38.5 (10x26)* de acero *NOM-B-254 (ASTM –A36)*.

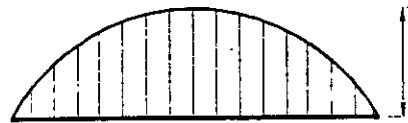
Ejemplo MF-41. Determinar, de acuerdo con las Especificaciones AISC-LRFD-1999 (M-AISC-LRFD-2001), la carga viva de servicio que se le puede aplicar a una viga armada de sección transversal I hecha con tres placas soldadas, libremente apoyada, de 12 m de claro, si la carga muerta es 500 kg/m (incluye el peso propio de la viga). La viga está soportada lateralmente en los tercios del claro, además de los apoyos. Utilizar acero ASTM-A65 ($F_y = 4\,570 \text{ kg/cm}^2$)



Dimensiones
Soportes laterales en los tercios del claro



Sección transversal
Viga soldada
Acotaciones en mm



$$M_{m\acute{a}x} = \frac{wL^2}{8}$$

Diagrama de momentos flexionantes (ton-m)

Viga del ejemplo.

SOLUCIÓN:

1. Características geométricas de la sección transversal total

$$A_t = 2 \times 40 \times 1.6 + 70 \times 0.8 = 184 \text{ cm}^2 \text{ (peso} = 0.785 \times 184 = 144.44 \text{ kg/m)}$$

$$I_x = 2 \left[\frac{40 \times 1.6^3}{12} + 40 \times 1.6 \times 35.8^2 \right] + \frac{0.8 \times 70^3}{12} = 186\,944 \text{ cm}^4$$

El momento de inercia I_x se puede también calcular mediante la diferencia de los momentos de inercia de los rectángulos contenidos en la sección, como se muestra en la figura.

$$I_x = \frac{I}{12} \left[(70 + 2 \times 1.6)^3 40 - 70^3 (40 - 0.8) \right] = 186\,944 \text{ cm}^4$$

$$S_x = \frac{I_x}{d/2} = \frac{186\,944}{73.2/2} = 5\,108 \text{ cm}^3$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{186\,944}{184}} = 31.9 \text{ cm}$$

$$I_y \approx 2 \left(\frac{40^3 \times 1.6}{12} \right) = 17\,067 \text{ cm}^4$$

$$S_y = \frac{I_y}{b/2} = \frac{17\,067}{40/2} = 853 \text{ cm}^3$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{17\,067}{184}} = 9.6 \text{ cm}$$

$$J = \frac{1}{3} \sum b t^3 = \frac{1}{3} (2 \times 40 \times 1.6^3 + 70 \times 0.8^3) = 121 \text{ cm}^4$$

$$Z_x = 2 \times 40 \times 1.6 (35 + 0.8) + \frac{70^2 \times 0.8}{4} = 5\,562 \text{ cm}^3$$

$$C_w = \frac{I_y d^2}{4} = \frac{17\,067 \times (73.2 - 1.6)^2}{4} = 21\,873\,750 \text{ cm}^6$$

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{E G J A}{2}} = \frac{\pi}{5\,108} \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \times 784\,000 \times 121 \times 184}{2}} = 82\,045 \text{ kg/cm}^2$$

Se tomó un valor de $G \approx \frac{E}{2.6} \approx 784\,000 \text{ kg/cm}^2$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{G J} \right)^2 = 4 \frac{21\,873\,750}{17\,067} \left(\frac{5\,108}{784\,000 \times 121} \right)^2 = 1.49 \times 10^{-5} \text{ cm}^4 / \text{kg}^2$$

2. Clasificación de la sección.

Se investigarán los estados límite de pandeo local del patín comprimido (limit state of local flange buckling), pandeo local del alma (limit state of local buckling of the web) y el pandeo lateral por flexotorsión (lateral-torsional limit state). Revisión de las relaciones de esbeltez de las placas, de acuerdo con las relaciones ancho-groeso máximas indicadas en la Tabla B5.1, Especificaciones AISC-LRFD-1993.

Relaciones ancho - grueso máximas

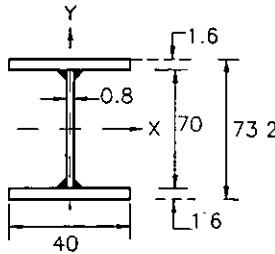
Descripción del elemento	Relación ancho/grueso	Relaciones ancho/grueso máximas	
		λ_p (Compactas)	λ_r (No compactas)
Patines de perfiles laminados I o vigas soldadas en flexión	b/t	$0.38 \sqrt{E/F_y}$	$0.83 \sqrt{E/F_y}$
Almas flexo comprimidas	h/t_w	$3.76 \sqrt{E/F_y}$	$5.70 \sqrt{E/F_y}$

donde:

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \quad (0.35 \leq k_c < 0.763)$$

h es el peralte del alma, en cm y t_w , el grueso del alma, en cm.

En la figura se indican las dimensiones de la viga soldada, acotadas en mm



Sección transversal
Acotaciones en cm

Para pandeo local de los patines:

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{40}{2 \times 1.6} = 12.5 > \lambda_p = 0.38 \sqrt{E/F_y} = 0.38 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 8.0$$

Para pandeo local del alma:

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w} = \frac{70}{0.8} = 87.5 > \lambda_p = 0.36 \sqrt{E/F_y} = 3.76 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 79.4$$

Puesto que las relaciones ancho/grueso de los patines exceden el límite correspondiente a sección compacta, la sección no es compacta. A continuación se revisará la sección de acuerdo con las relaciones ancho/grueso máximas para

clasificarla como sección esbelta. Si las relaciones ancho/grueso son mayores que la sección es esbelta.

$$\text{Patines: } \lambda = \frac{b_f}{2t_f} = 12.5$$

$$\lambda_r = 0.95 \sqrt{E / \left(F_L / K_c \right)}$$

donde:

$$F_L = (F_{yf} - F_r) \text{ o } (F_{yw} - F_r)$$

$F_r = 1\,160 \text{ kg/cm}^2$ para secciones soldadas

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = \frac{4}{\sqrt{70/0.80}} = 0.428$$

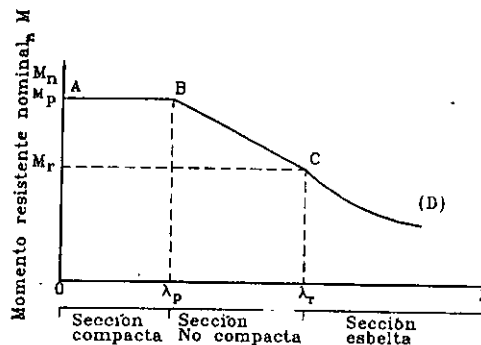
$$0.35 < k_c = 0.428 < 0.763 \quad \text{Correcto}$$

Luego:

$$\lambda_r = 0.95 \sqrt{2.039 \times 10^6 / (4570 - 1160) / 0.428} = 16.0 > \lambda = 12.5$$

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w} = \frac{70}{0.8} = 87.5 < \lambda_r = 5.70 \sqrt{E / F_y} = 5.70 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 120.4 \quad \text{Bien}$$

Las relaciones de esbeltez λ de patines y alma están comprendidas entre λ_p y λ_r ; la sección es no compacta, de manera que los estados límite que deben revisarse para determinar la resistencia nominal son el de pandeo local del patín comprimido y del alma, como se muestra en la siguiente figura.



Relación de esbeltez

Resistencia nominal en flexión versus relación de esbeltez para los estados límite de pandeo local del patín, pandeo local del alma y pandeo lateral por flexotorsión

DISEÑO DE MIEMBROS ESTRUCTURALES DE ACERO CONFORME AISC-LRFD-2001

Héctor Soto Rodríguez, FIC- UMSNH

Michael Engelhardt, University of Texas at Austin

3. Determinación de la resistencia de diseño

Cálculo del momento nominal M_n con base en el estado límite de pandeo local del patín comprimido

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right)$$

Cálculo del momento plástico M_p y del momento resistente nominal M_r .
Momento plástico:

$$M_p = Z_x F_y = 5\,562 \times 4\,570 \times 10^{-5} = 254 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

Momento resistente nominal M_r

$$M_r = (F_y - F_r) S_x = (4\,570 - 1\,160) 5\,108 \times 10^{-5} = 174.2 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

Luego:

$$M_n = 254 - (254 - 174.2) \left(\frac{12.5 - 8.1}{15.2 - 8.1} \right) = 204.5 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

Cálculo del momento nominal M_n con base en el estado límite de pandeo local del alma

$$M_n = 254 - (254 - 174.2) \left(\frac{87.5 - 79.4}{15.2 - 8.1} \right) = 238.2 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

Revisión del estado límite de pandeo lateral por flexotorsión

Determinación de la longitud no soportada lateralmente de un miembro en flexión que separa los intervalos de pandeo lateral inelástico y elástico.

$$L_r = \frac{9.8 \times 82\,045}{(4\,570 - 1\,160)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 1.5 \times 10^{-5} (4\,570 - 1\,160)^2}} = 890 \text{ cm}$$

Cálculo de la longitud máxima no soportada lateralmente para la que un miembro en flexión puede desarrollar todavía el momento plástico M_p , y conservarlo durante las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo de colapso.

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 9.6 \sqrt{\frac{2.39 \times 10^6}{4\,570}} = 357 \text{ cm}$$

El tramo crítico es el central, pues en él se presenta el momento máximo y tiene una distribución de momentos más desventajosa que la de los laterales. Como $L_p = 357 \text{ cm} < L_b = 400 \text{ cm} < L_r = 890 \text{ cm}$, la resistencia nominal M_n , está basada en el estado límite de pandeo por flexotorsión. De acuerdo con la ecuación (FI-3) y utilizando $C_b = 1.0$ para el segmento central,

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (F1-3)$$

$$M_n = 1.0 \left[254 - (254 - 174.2) \left(\frac{4 - 3.57}{8.9 - 3.57} \right) \right] = 247.6 \text{ ton-m}$$

Evaluación final.

El pandeo lateral no es crítico, por tanto, el momento nominal M_n , es el valor menor de los estados límite determinados anteriormente: pandeo local del alma (238.2 ton-m) y pandeo local del patín comprimido (204.5 ton-m). De esta manera, el momento resistente máximo de diseño queda regido por la resistencia local del patín comprimido.

$$M_n = 204.5 \text{ ton-m}$$

$$M_{um\acute{a}x} = \phi_b M_n = 0.9 \times 204.5 = 184 \text{ ton-m}$$

$$M_u = 1.2M_D + 1.6M_L$$

$$M_D = \frac{w_D L^2}{8} = \frac{0.5 \times 12^2}{8} = 9 \text{ ton-m}$$

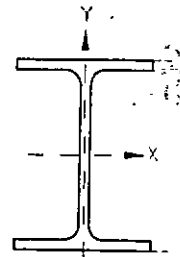
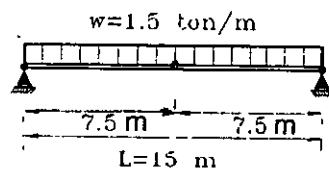
$$M_L = \frac{M_u - 1.2M_D}{1.6} = \frac{184 - 1.2 \times 9}{1.6} = 108.3 \text{ ton-m}$$

$$w_L = \frac{8M_L}{L^2} = \frac{8 \times 108.3}{12^2} = 6 \text{ ton/m}$$

CONCLUSIÓN:

La carga viva de servicio que puede soportar la viga es 6 ton/m.

Ejemplo MF-42. Seleccionar el perfil IPR, IR ó W de acero NOM-B-254 (ASTM A36) más liviano para la viga libremente apoyada de la figura. La carga total de trabajo o servicio es 1.5 ton/m (carga muerta, 0.3, ton/m y carga viva 1.2 ton/m). La viga está soportada lateralmente en los extremos y en el centro del claro. Emplear las Especificaciones AISC-LRFD-1999.



**Sección transversal
Perfil IPR, IR o W**

Viga del ejemplo V-32

SOLUCIÓN:

1. Cálculo del momento de diseño M_u en el centro del claro y de la resistencia de diseño $\phi_b M_n$.

El peso de la viga se estima en 130 kg/m.

$$w_u = 1.2 D + 1.6 L = 1.2 (0.3 + 0.13) + 1.6 \times 1.2 = 2.44 \text{ ton/m}$$

$$M_u = \frac{w_u L^2}{8} = \frac{2.44 \times 15^2}{8} = 68.6 \text{ ton-m}$$

$$\phi_b M_n = M_u = 68.6 \text{ ton-m}$$

2. Aplicación de las ayudas de diseño

Se utilizan las curvas para vigas del M-AISC-LRFD-1993, Momentos de diseño en vigas. Estas curvas proporcionan los momentos de diseño en función de la longitud no arriostrada, L_b , para perfiles de acero laminados IPR, IR o W, con esfuerzos de fluencia $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ y $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$. Las curvas representan las resistencias nominales M_n multiplicadas por los factores de reducción de la resistencia ($\phi_b = 0.90$ para flexión). El factor de gradiente de momento (coeficiente de momento), $C_b = 1$, corresponde al caso de carga más desfavorable; es el que se ha utilizado para el trazo de las curvas.

Para este ejemplo; $C_b = 1.75$, de acuerdo con la ecuación (F1.3). Como todas las ecuaciones de resistencia varían linealmente en función de C_b , se puede usar la relación L_b/C_b para utilizar las tablas del Manual. En este ejemplo:

$$\frac{L_b}{C_b} = \frac{750}{1.75} = 428.6 \text{ cm}$$

Se entra a las curvas con $\phi_b M_n = 68.6 \text{ ton-m}$ (496.1 kips-ft) y $L_b/C_b = 429 \text{ cm}$ (14.1 ft) se encuentra que el perfil *IPR*, *IR* o *W 610x125* ($24x84$) tiene un momento resistente $\phi_b M_n \approx 526 \text{ k-ft} = 72 \text{ ton-m}$.

La solución mediante este perfil puede ser demasiado conservadora; M_n aumenta linealmente con C_b .

A continuación se determina el valor de L_r para el perfil seleccionado. Se utiliza la ecuación (F1-6) de las Especificaciones AISC-LRFD-1993.

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_y - F_r)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_y - F_r)^2}} \quad (\text{F1-6})$$

donde :

$$X_1 = 137\,085 \text{ kg/cm}^2 \quad X_2 = 2.46 \times 10^{-6} \text{ cm}^4/\text{kg}^2$$

Los valores de X_1 y X_2 se encuentran en las tablas de las Ayudas de diseño, M-DEM-VII, o bien se calculan mediante las ecuaciones (F1-8) y (F1-9) de las normas referidas.

$$L_r = \frac{4.95 \times 137\,085}{(2\,530 - 703)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 2.46 \times 10^{-6} (2\,530 - 703)^2}} = 747 \text{ cm}$$

El valor de L_r para perfiles laminados *IPR*, *IR* o *W* también está disponible en las Ayudas de diseño del M-DEM-VII. Como en este ejemplo $L_b = 750 \text{ cm}$ es muy similar a L_r , el valor efectivo máximo de C_b se calcula haciendo:

$$M_r C_b = M_p$$

$$M_r = (F_y - F_r) S_x$$

$$(F_y - F_r) S_x C_b = Z_x F_y$$

Se despeja a C_b :

$$C_b = \frac{Z_x F_y}{(F_y - F_r) S_x}$$

Para perfiles de acero *NOM-B-254* (*ASTM A 36*) la ecuación anterior se convierte en:

$$C_b = \frac{Z_x \times 2\,530}{(2\,530 - 703) S_x} = 1.38 \frac{Z_x}{S_x}$$

Como la relación de módulos Z_x / S_x es aproximadamente igual a 1.12 (factor de forma), el valor máximo de C_b es

$$C_b = 1.38 \times 1.12 = 1.55$$

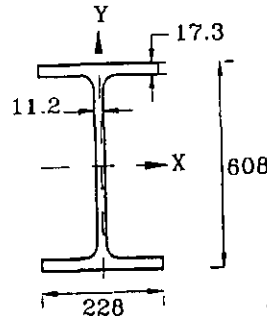
Así, en este ejemplo en el que $C_b = 1.75$, la resistencia nominal M_n es aproximadamente igual a M_p , en cuyo caso se habrían podido usar las tablas de Selección de perfiles, M-AISC-LRFD-1993-VI.

$$Z_{x\text{req}} = \frac{M_{u\text{req}}}{F_y} = \frac{(68.6 / 0.9) \times 10^5}{2530} = 3013 \text{ cm}^3$$

La sección más liviana con $Z_x \geq 3013 \text{ cm}^3$ corresponde al perfil IPR, IR o W 610x113 (24x76), que tiene un $Z_x = 3277 \text{ cm}^3$

3 Revisión de la sección IPR, IR o W 610x113 (24x76).

Las dimensiones y propiedades geométricas del perfil se indican en la figura siguiente:



Perfil IPR, IR o W 610x113(24x76)
Acotaciones en mm

Se procede de manera similar que en la primera parte del ejemplo,

$$w_u = 1.2(0.3 + 0.113) + 1.6 \times 1.2 = 2.42 \text{ ton/m}$$

$$M_u = \frac{2.42 \times 15^2}{8} = 68.1 \text{ ton-m}$$

$$L_r = 713 \text{ cm} < L_b = 750 \text{ cm}$$

$$M_p = Z_x F_y = 3277 \times 2530 \times 10^{-5} = 82.9 \text{ ton-m}$$

Como $L_b = 750 \text{ cm} > L_r = 713 \text{ cm}$, $M_n = M_{cr}$, que se incrementa con C_b pero no debe exceder de $C_b M_r$ ni de M_p .

Cálculo de M_{cr} el cual incluye C_b :

$$M_n = M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{L_b / r_y} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2(L_b / r_y)^2}} \quad (F1-13)$$

donde:

$$\frac{L_b}{r_y} = \frac{750}{4.88} = 154 \text{ (Adimensional)}$$

$$X_1 = 1\,760 \text{ ksi} = 123\,728 \text{ kg/cm}^2$$

$$X_2 = 1\,8600 (1/\text{ksi})^2 = 3.76 \times 10^{-6} \text{ cm}^4/\text{kg}^2$$

$$M_n = M_{cr} = \frac{1.75 \times 2\,884 \times 123\,728 \times \sqrt{2}}{154} \sqrt{1 + \frac{123\,728^2 \times 3.76 \times 10^{-6}}{2(154)^2}} \times 10^{-5} = 85.3 \text{ ton-m} > M_p = 82.9 \text{ ton-m}$$

Como M_{cr} excede el límite superior de M_p (82.9 ton-m), la resistencia nominal es :

$$M_n = M_p = 82.9 \text{ ton-m}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 82.9 = 74.6 \text{ ton-m} > M_{umáx} = 68.6 \text{ ton-m} \quad \text{Bien}$$

Nótese que $C_b M_r$ es 92.3 ton-m; así M_p es el límite superior. El perfil *IPR*, *IR* o *W 610x113 (24x76)* es la sección más liviana que cumple los requisitos de diseño. Adicionalmente, para completar la revisión, la sección debe ser compacta, para asegurarse que la resistencia calculada es correcta; prácticamente todos los perfiles tipo I, de acero $F_y = 2\,530 \text{ kg/cm}^2$ son compactos, es decir, cumplen los valores límite de las relaciones ancho/groeso de la tabla B5.1, *M-AISC-LRFD-VI-1993*, correspondientes a secciones compactas.

4. Revisión de la deflexión.

Para completar el diseño de la viga es conveniente revisar la deflexión. Para la viga del ejemplo, las deflexiones máxima y permisible son:

$$\Delta_{máx} = \frac{5wL^4}{384EI}$$

donde:

$$w = 1.2 \text{ ton/m} = 12 \text{ kg/cm} \text{ (Carga viva de trabajo o servicio)}^*$$

$$\Delta_{máx} = \frac{5 \times 12 \times 1500^4}{384 \times 2.039 \times 10^6 \times 87\,408} = 4.4 \text{ cm}$$

$$\Delta_p = \frac{L}{240} = \frac{1\,500}{240} = 6.4 \text{ cm}$$

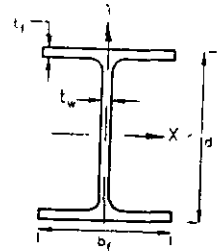
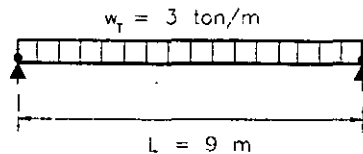
Como $\Delta_{máx} = 4.4 \text{ cm}$ es menor que $\Delta_p = 6.3 \text{ cm}$, el perfil propuesto es adecuado por deflexión. Todas las vigas se deben revisar por flechas.

CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil *IPR*, *IR* o *W 610x113 (24x76)*.

* Carga viva sin factor de carga.

Ejemplo MF-43. La viga libremente apoyada de la figura, de 9 m de claro, debe soportar una carga de trabajo total de 3 ton/m (carga muerta, 0.5 ton/m, y carga viva, 2.5 ton/m). La carga muerta no incluye el peso propio del perfil. La viga está soportada lateralmente en los apoyos. Escoja el perfil *IPR*, *IR* ó *W* necesario para dos aceros diferentes, con esfuerzos de fluencia $F_y = 2\ 530\ \text{kg/cm}^2$ y $4\ 570\ \text{kg/cm}^2$, utilizando las especificaciones *AISC-LRFD-1999*. Revise si la viga requiere soporte lateral adicional, además de en los apoyos.



**Sección transversal
Perfil IPR, IR ó W**

Viga del ejemplo V-33

SOLUCIÓN:

1. Acero NOM-B-254 (ASTM A36), $F_y = 2\ 530\ \text{kg/cm}^2$

1.1. Acciones de diseño.

Suponiendo el peso propio de la viga igual a 90 kg/m

$$\text{Carga muerta} = (0.5 + 0.09)\ \text{ton/m} = 0.59\ \text{ton/m}$$

Como sobre la viga actúan sólo cargas muertas y vivas, la combinación de carga de diseño es $1.2D + 1.6L$, donde D y L representan respectivamente, la carga muerta y viva, o cualquier acción producida por ellas.

$$M_D = \frac{w_D L^2}{8} = \frac{0.59 \times 9^2}{8} = 6.0\ \text{ton-m}$$

Carga viva = 2.5 ton/m

$$M_L = \frac{w_L L^2}{8} = \frac{2.5 \times 9^2}{8} = 25.3\ \text{ton-m}$$

$$M_u = 1.2M_D + 1.6M_L = 1.2 \times 6 + 1.6 \times 25.3 = 47.7\ \text{ton-m}$$

$$M_u = \phi_b M_p = 0.9 M_p$$

$$(M_p)_{nec} = \frac{M_u}{\phi_b} = \frac{47.7}{0.9} = 53\ \text{ton-m}$$

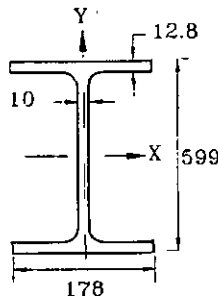
Se requiere un perfil que tenga un M_p no menor de 53 ton-m

$$M_p = Z_x F_y$$

$$(Z_x)_{nec} = \frac{M_p}{F_y} = \frac{53 \times 10^5}{2530} = 2095 \text{ cm}^3$$

2. Selección de un perfil conveniente

De las tablas de Selección de vigas, *M-AISC-LRFD-VI-1993*, el perfil *IPR*, *IR* o *W* más liviano para este módulo de sección plástico, es el *W 610x82 (24x55)*, que tiene $Z_x = 2196 \text{ cm}^3$. Las dimensiones y propiedades de diseño del perfil seleccionado se muestran en la siguiente figura.



$$\begin{aligned} A &= 104.5 \text{ cm}^2 \\ Z_x &= 2196 \text{ cm}^3 \\ r_y &= 3.4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Propiedades geométricas

Perfil IPR, IR o W 610x82(24x55)
Acotaciones en mm

3. Soportes laterales

La separación máxima entre soportes laterales para la que la viga puede desarrollar el momento M_p se determina con la ecuación (F1-4) de las Especificaciones *AISC-LRFD-1999*.

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 3.4 \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6}{2530}} = 170 \text{ cm}$$

Para que el momento resistente alcance el valor de M_p se requieren soportes laterales a intervalos de 170 cm; sin embargo, el módulo de sección plástico del perfil *IPR*, *IR* o *W 610x82 (24x55)* excede el requerido, $Z_x = 2095 \text{ cm}^3$, de manera que el momento resistente $\phi_b M_n$, donde M_n se calcula con la ecuación (F1-2) de las Especificaciones, puede ser suficiente con separaciones mayores del contraenteo lateral. Los valores de ϕM_r , L_r , ϕM_p y L_p se indican en las tablas de Selección de diseño por factores de carga del *M - AISC-LRFD-VI-1993*. Para el perfil en estudio se tiene:

$$M_p = Z F_y = 2196 F_y \times 10^{-5} = 55.6 \text{ ton-m}$$

$$\phi M_r = 30.7 \text{ ton-m (222 kip.ft)}$$

$$M_r = \frac{30.7}{0.9} = 43.1 \text{ ton-m}$$

$$L_r = 506 \text{ cm (16.6ft)}$$

$$L_p = 171 \text{ cm (5.6 ft)}$$

Se proponen soportes laterales a cada 225 cm (cuarta parte del claro), con lo que el coeficiente C_b es igual a 1.06*. Este coeficiente se determina con la ecuación (F1-3) de las Especificaciones AISC-LRFD-1999.

$$C_b = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{2.5M_{m\acute{a}x} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (F1-3)$$

El momento flexionante en cualquier punto de la viga se determina con la ecuación

$$M(x) = \frac{wx}{2}(L - x)$$

Cálculo de M_A , M_B y M_C

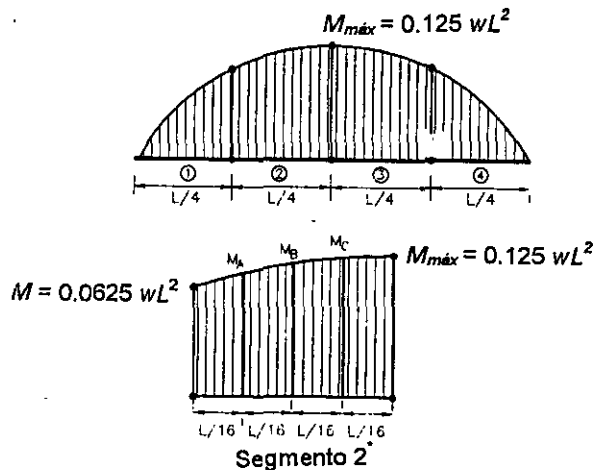


Diagrama de momentos flexionantes

$$M_A = M \left(\frac{5}{16} L \right) = \frac{5wL}{32} \left(L - \frac{5}{16} L \right) = \frac{55wL^2}{512} = 0.107wL^2 = 0.856 M_{m\acute{a}x}$$

$$M_B = M \left(\frac{3}{8} L \right) = \frac{3wL}{16} \left(L - \frac{3}{8} L \right) = \frac{15wL^2}{128} = 0.1172wL^2 = 0.938 M_{m\acute{a}x}$$

$$M_C = M \left(\frac{7}{16} L \right) = \frac{7wL}{32} \left(L - \frac{7}{16} L \right) = \frac{632wL^2}{512} = 0.123wL^2 = 0.984 M_{m\acute{a}x}$$

* Valor para segmentos intermedios de vigas libremente apoyadas, soportadas lateralmente y con soportes laterales en los cuartos del claro.

Se sustituyen los valores de M_A , M_B y M_C en la ecuación anterior.

$$C_b = \frac{12.5 M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3 \times 0.856 M_{m\acute{a}x} + 4 \times 0.938 M_{m\acute{a}x} + 3 \times 0.984 M_{m\acute{a}x}} = \frac{12.5}{11.772} = 1.06$$

Cálculo del momento resistente ϕM_n

Con:

$$C_b = 1.06, M_p = 55.6 \text{ ton-m}, M_r = 34.1 \text{ ton-m}, L_p = 1.71 \text{ m y } L_r = 5.06 \text{ m},$$

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] \leq M_p$$

$$M_n = 1.06 \left[55.6 - (55.6 - 34.1) \frac{2.25 - 1.71}{5.06 - 1.71} \right] = 55.3 \text{ ton-m}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 55.3 = 49.8 \text{ ton-m}$$

Por consiguiente, $\phi M_n = 49.8 \text{ ton-m}$, que es mayor que el momento requerido $M_u = 47.7 \text{ ton-m}$

5. Revisión por deflexión

Las especificaciones *AISC-LRFD-1999* no prescriben un valor límite de la deflexión, por lo que se propone una deflexión máxima permisible, producida por la carga viva, igual a $L/240 + 0.5 \text{ cm}$ (RCDF-1995). En este ejemplo:

$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} = \frac{5 \times 25 \times 900^4}{384 \times 2.039 \times 10^6 \times 56191} = 1.86 \text{ cm}$$

$$\Delta_p = \frac{L}{240} + 0.5 = \frac{900}{240} + 0.5 = 4.25 \text{ cm}$$

$$\Delta = 1.86 < \Delta_p = 4.25 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{1}{240} + \frac{0.5}{L} < \frac{1}{240} + \frac{0.5}{900} = 0.0042 + 0.0006$$

$$\frac{\Delta}{L} = 0.0048$$

CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil *IPR*, *IR* o *W 610x82 (24x55)* con soportes laterales a cada 225 cm.

2. Acero ASTM A 572, Grado 65, $F_y = 4\,570 \text{ kg/cm}^2$

2.1 Acciones de diseño

Se supone el peso de la viga igual a 60 kg/m ,

$$\text{Carga muerta} = (0.5+0.06) \text{ ton/m} = 0.56 \text{ ton/m}$$

$$M_D = \frac{w_D L^2}{8} = \frac{0.56 \times 9^2}{8} = 5.6 \text{ ton-m}$$

$$M_L = 25.3 \text{ ton-m} \quad (\text{Véase inciso anterior})$$

$$M_u = 12 M_D + 1.6 M_L = 12 \times 5.6 + 1.6 \times 25.3 = 47.2 \text{ ton-m}$$

$$M_u = \phi_b M_p = 0.9 M_p \quad \therefore (M_p)_{nec} = \frac{M_u}{\phi_b} = \frac{47.2}{0.9} = 52.4 \text{ ton-m}$$

$$(Z_x)_{nec} = \frac{M_p}{F_y} = \frac{52.4 \times 10^5}{4\,570} = 1\,147 \text{ cm}^3$$

2.2 Selección de un perfil conveniente

De las tablas Selección de vigas, *M-AISC-VI* el perfil más liviano para este módulo de sección plástico es el *IPR, IR o W 406×59.8 (16×40)*, que tiene $Z_x = 1\,195 \text{ cm}^3 > (Z_{x,nec}) = 1\,147 \text{ cm}^3$

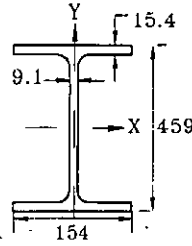
2.3 Revisión de la deflexión

$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} = \frac{5 \times 25 \times 900^4}{384 \times 2.039 \times 10^6 \times 21\,561} = 4.86 \text{ cm}$$

$$\Delta = 4.86 > \Delta_p = 4.25 \text{ cm}$$

El perfil ensayado es inadecuado por deflexión.

El momento de inercia requerido para $\Delta/L = 0.0048$ es $21\,561 \times 4.86 / 4.25 = 24\,656 \text{ cm}^4$. La sección más liviana para este momento de inercia es la *IPR, IR o W 457×68.4 (18×46)*, que tiene un $I_x = 29\,636 \text{ cm}^4$. En la figura siguiente se indican las propiedades geométricas del perfil seleccionado.



$$\begin{aligned}
 A &= 87.1 \text{ cm}^2 \\
 Z_x &= 1486 \text{ cm} \\
 r_y &= 3.3 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Perfil IPR, IR o W 457×68.4(18×46)
Acotaciones en mm

4. Soportes laterales.

Como la sección de la viga se determinó con base en la deflexión en vez de la resistencia, la longitud no arriostrada permisible se determina con la ecuación siguiente, que se obtiene despejando L_b de la ecuación (F1-2).

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (F1-2)$$

$$M_n = C_b M_p - C_b (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right)$$

$$M_n (L_r - L_p) = C_b M_p (L_r - L_p) - C_b (M_p - M_r) (L_b - L_p)$$

$$-L_b C_b (M_p - M_r) = M_n (L_r - L_p) - C_b M_p (L_r - L_p) - C_b (M_p - M_r) L_p$$

Se despeja L_b :

$$L_b = L_p + \frac{(L_r - L_p)(C_b M_p - M_n)}{C_b (M_p - M_r)}$$

donde :

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_{yf}}} = 1.76 \times 3.3 \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6}{4570}} = 123 \text{ cm} \quad (F1-4)$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_y - F_r} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_y - F_r)^2}} \quad (F1-6)$$

Las constantes C_w y J están tabuladas en la Parte 1, del M- AISC-LRFD, V-I
 Luego:

$$X_2 = \frac{4 \times 460959}{937} \left(\frac{1291}{784000 \times 50.8} \right)^2 = 2.07 \times 10^{-6} \text{ cm}^4 / \text{Kg}^2$$

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} = \frac{\pi}{1291} \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \times 7.84 \times 10^5 \times 50.8 \times 87.1}{2}} = 145\,125 \text{ kg/cm}^2$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 \text{ con } C_w \approx \frac{I_y d'^2}{4} = \frac{937(45.9 - 1.54)^2}{4} = 460\,959 \text{ cm}^4/\text{Kg}^2$$

$$L_r = \frac{3.3 \times 145\,125}{4\,570 - 703} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 2.07 \times 10^{-6} (4\,570 - 703)^2}} = 319 \text{ cm}$$

$$M_p = Z_x F_y = 1\,486 \times 4\,570 \times 10^{-5} = 67.9 \text{ ton-m}$$

$$M_r = S_x (F_y - F_r) = 1\,291 (4\,750 - 703) \times 10^{-5} = 49.9 \text{ ton-m}$$

El momento nominal resistente requerido está dado por la relación

$$M_n = \frac{1.2M_D + 1.6M_L}{\phi_b} = \frac{6.8 + 40.5}{0.9} = 52.6 \text{ ton-m}$$

$$L_b = 1.23 + \frac{(3.19 - 1.23)(67.9 - 52.6)}{(67.9 - 49.9)} = 2.90 \text{ m}$$

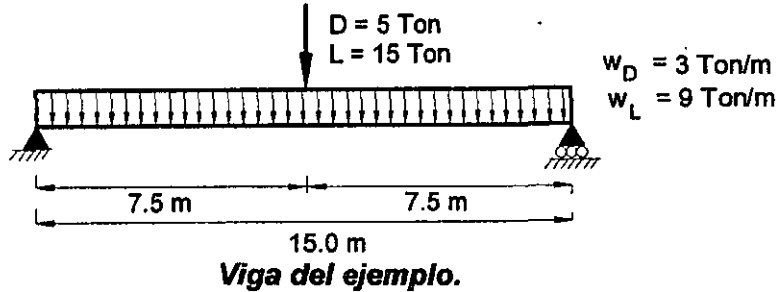
Con $C_b = 1.0$,

Se colocarán soportes laterales a 3.20 m de cada apoyo de la viga, con lo cual se tendrá una longitud central no soportada lateralmente de 2.60 m. Esta solución proporciona tres segmentos de 3.2, 2.6 y 3.2 m, de manera que $C_b = 1$ para el segmento central, de acuerdo con la suposición inicial. Los segmentos extremos de 3.2 m son adecuados, puesto que con la ecuación (F1-3) de las especificaciones AISC-LRFD-1999, se obtiene $C_b = 1.60$ y los momentos máximos en ellos son menores que en el central.

Verificación del valor del coeficiente $C_b = 1.60$ (tramo central de la viga).

$$C_b = \frac{12.5 M_{\text{máx}}}{2.5 M_{\text{máx}} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} = \frac{12.5 \times 47.3}{2.5 \times 47.3 + 3 \times 10.5 + 4 \times 47.3 + 3 \times 10.5} = 1.60$$

Ejemplo MF-44. La viga libremente apoyada de 15 m de claro que se muestra en la figura, está soportada lateralmente en forma continua por un sistema de piso compuesto acero-concreto. Las cargas que se indican son de trabajo o de servicio (no están factorizadas). Seleccionar, utilizando las especificaciones AISC-LRFD-1999 (M-AISC-LRFD-2001), un perfil IPR, IR ó W, de acero ASTM A52, Grado 65 ($F_y = 4\ 570\ \text{Kg/cm}^2$, $450\ \text{MPa}$ ó $65\ \text{ksi}$) que sea conveniente para la viga. La deflexión producida por la carga viva de servicio no debe exceder $L/360$.



SOLUCIÓN:

Elementos mecánicos de diseño

Obtención de las cargas de diseño.

La combinación de carga que rige el diseño de la viga es la siguiente.

$$1.2 D + 1.6 L$$

donde:

D = Carga muerta, Ton

L = Carga viva, Ton

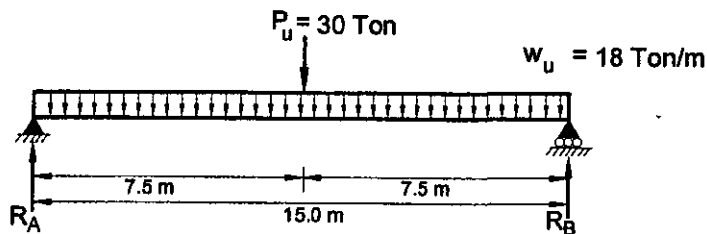
Carga concentrada de diseño:

$$P_u = 1.2 \times 5 + 1.6 \times 15 = 30\ \text{Ton}$$

Carga uniformemente repartida de diseño

$$w_u = 1.2 \times 3.0 + 1.6 \times 9 = 18\ \text{Ton/m}$$

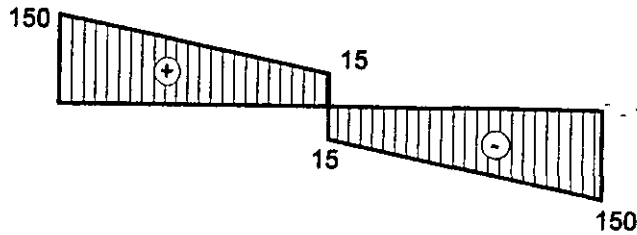
En la figura siguiente se muestran los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante de la viga en estudio.



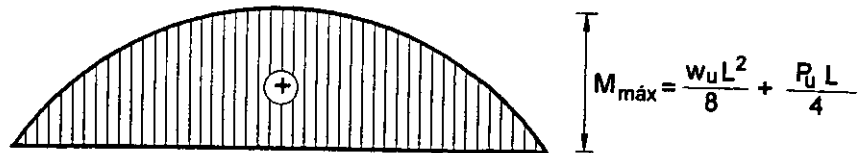
**Viga
(Cargas de diseño)**

Reacciones

$$R_A = R_B = \frac{P_U + wL}{2} = \frac{30 + 18 \times 15}{2} = 150 \text{ Ton}$$



Fuerza cortante (Ton)



Momento flexionante (T-m)

Fig. Diagrama de elementos mecánicos de diseño

La viga se diseñará para un momento flexionante máximo de diseño igual a.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{18 \times 15^2}{8} + \frac{30 \times 15}{4} = 619 \text{ T-m} = M_u$$

Selección preliminar de un perfil *W*, *IPR* ó *IR* tipo jumbo.

Se supone que la sección es compacta. Prácticamente todos los perfiles listados en los Manuales del AISC cumplen el criterio de sección compacta. Por lo tanto, no hay problema de pandeo lateral por flexotorsión (*Lateral Buckling Torsional, LTB*).

$$M_n = M_p$$

$$\phi M_n = \phi M_p \geq M_{m\acute{a}x} = 619 \text{ T-m}$$

$$M_p \geq \frac{M_{m\acute{a}x}}{\phi} \geq \frac{619}{0.90} = 688 \text{ T-m}$$

$$Z F_y \geq 688 \text{ T-m}$$

$$Z \geq \frac{688 \times 10^5}{4570} = 15\,055 \text{ cm}^3$$

Se utilizan las Tablas de Selección de Perfiles, *M-AISC-LRFD-1993* o *2001*. Se entra a la tabla con $Z_{req.} = 15\ 055\ \text{cm}^3$ ($920\ \text{in}^3$) y se mueve hasta encontrar la primera sección en negritas, que corresponde al perfil más liviano. Se selecciona un perfil jumbo *W*, *IPR* ó *IR 1016 x320 (40x215)*, que tiene un $Z_x = 15\ 781\ \text{cm}^3$.

NOTA:

Se advierte al lector que estos perfiles estructurales laminados de grandes dimensiones (secciones jumbo) no se consiguen en el mercado nacional, por lo que su utilización en vigas sujetas a cargas elevadas, como la de este ejemplo, requiere su importación o la fabricación de un miembro equivalente, hecho con tres placas soldadas.

A continuación se revisará el perfil propuesto.

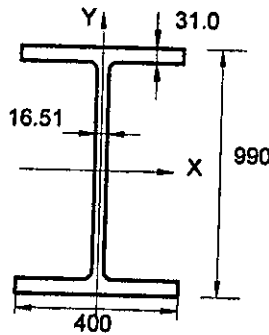
Revisión por flexión.

La condición que debe cumplirse es la siguiente:

$$\phi M_n \geq M_u$$

$$M_u = 619\ \text{T-m}$$

Revisión del pandeo local
Relaciones ancho-groeso



Perfil W 40 X215(1016x320)
Acotación en mm.

Patines:

$$\frac{b}{2t_f} = \frac{40}{2 \times 31} = 6.5 < 0.38 \sqrt{E/F_y} = 0.38 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 8.0 \quad \text{Correcto.}$$

Alma:

$$\frac{h}{t_w} = 52.6 < 3.76 \sqrt{E/F_y} = 3.76 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 79.4 \quad \text{Correcto.}$$

Por lo tanto,

$$M_n = M_p \text{ con base en el pandeo local}$$

Pandeo lateral por flexotorsión

$$M_n = M_p \text{ con base en el pandeo lateral por flexotorsión}$$

Por lo tanto,

$$\phi M_n = \phi M_p = \phi Z F_y$$

$$\phi Z F_y = 0.90 \times 15\,781 \times 4\,570 \times 10^{-5} = 649 \text{ T-m}$$

$$\phi M_n = 649 \text{ T-m} > M_u = 619 \text{ T-m} \quad \text{Correcto}$$

Revisión por cortante

$$\phi V_n \geq V_u$$

$$V_u = 150 \text{ Ton}$$

Véase la Sección F2.2, página 6-56.

$$\frac{h}{t_w} = 52.6 \leq 2.45 \sqrt{E / F_y} = 2.45 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 51.8 \quad \text{incumple.}$$

Por lo tanto, V_n se determina con la ecuación (F2-2) de las especificaciones AISC-LRFD-2001.

$$V_n = 0.6 F_y d_{tw} \left(\frac{2.45 \sqrt{E / F_y}}{h / t_w} \right) \quad (\text{F2-2}).$$

$$V_n = 0.6 \times 4\,570 \times 99 \times 1.65 \times \frac{51.8}{52.6} \times 10^{-3} = 441 \text{ Ton}$$

$$\phi V_n = 0.90 \times 441 = 397 \text{ Ton} \gg V_u = 150 \text{ Ton} \quad \text{Correcto}$$

Revisión de la deflexión bajo condiciones de servicio.

La flecha ocasionada por las cargas de servicio no excederá de:

$$\Delta_{LL} \leq \frac{L}{360}$$

$$\Delta_{LL} = \frac{P_L L^3}{48 EI} + \frac{5 w_L L^4}{384 EI}$$

$$\Delta_{LL} = \frac{L^3}{8 EI} \left[\frac{P_L}{6} + \frac{5 w_L L}{48} \right]$$

Se sustituyen valores:

$$\Delta_{LL} = \frac{1500^3}{8 \times 2.039 \times 10^6 \times 695106} \left[\frac{15 \times 10^3}{6} + \frac{5 \times 90 \times 1500}{48} \right] = 5.0 \text{ cm Incorrecto}$$

$$\Delta_p = \frac{L}{360} = \frac{1500}{360} = 4.2 \text{ cm.} < \Delta_{LL} = 5.0 \text{ cm}$$

Por consiguiente, el perfil $W 40 \times 215 (1016 \times 320)$ no cumple los requisitos de servicio. La flecha producida por las cargas de trabajo es mayor que la permisible recomendada en las especificaciones AISC.

Por lo tanto, se requiere seleccionar otro perfil W que tenga un I_x mayor que:

$$I_{req} = \frac{5.0}{4.2} 695106 = 827\,508 \text{ cm}^4$$

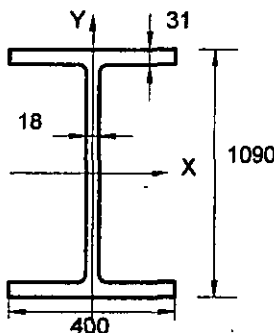
Se escoge una sección W que tenga un $I_x \geq 827\,508 \text{ cm}^4$. Se utilizan las tablas de Selección de Momentos de Inercia de perfiles W, M-AISC-LRFD y con el I_x indicado se mueve hasta encontrar el perfil indicado con negritas, que corresponde al más ligero. Se ensayará un $W 44 \times 230 (1118 \times 342.4)$, que tiene un $I_x = 865\,761 \text{ cm}^4$ mayor que el requerido. Se repite la secuela de cálculo presentada anteriormente: revisión por flexión (pandeo local y pandeo por flexotorsión), cortante y flecha.

Revisión por flexión

$$\phi M_n \geq M_u$$

$$M_u = 619 \text{ T-m}$$

Pandeo local



Perfil W 44x230(1118x342.4)
Acotación en mm.

Patines:

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{40}{2 \times 3.1} = 6.5 \sqrt{E/F_y} = 0.38 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 8.0 \text{ Correcto.}$$

Alma:

$$\frac{h}{t_w} = 54.8 < 3.76 \sqrt{E/F_y} = 3.76 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 79.4 \text{ Correcto.}$$

Por lo tanto,

$$M_n = M_p \text{ con base en el pandeo local}$$

Pandeo por flexotorsión

$M_n = M_p$ con base en el pandeo lateral por flexotorsión (LTB)

Por consiguiente,

$$\phi M_n = \phi M_p = \phi Z F_y = 0.9 \times 18026 \times 4570 \times 10^{-5} = 741.4 \text{ T-m}$$

$$\phi M_n = 741.4 \text{ T-m} > M_u = 619 \text{ T-m}$$

Revisión por cortante:

$$\phi V_n \geq V_u$$

$$V_u = 150 \text{ Ton}$$

$$\frac{h}{t_w} = 54.8 \leq 2.45 \sqrt{E/F_y} = 2.45 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 4570} = 51.8 \quad \text{No cumple.}$$

Por lo tanto,

$$V_n = (0.6 F_y) (d t_w) \frac{3500 / \sqrt{F_y}}{h/t_w}$$

$$V_n = 0.6 \times 4570 \times 109 \times 1.8 \left(\frac{51.8}{54.8} \right) \times 10^{-3} = 508.5 \text{ Ton}$$

$$\phi V_n = 0.90 \times 508.5 = 457.7 \text{ Ton} >> V_u = 150 \text{ Ton}$$

Revisión de la flecha

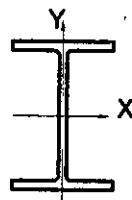
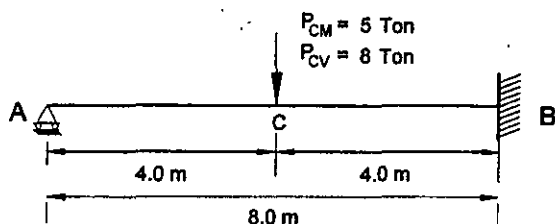
Como la sección propuesta tiene un $I_x > I_{req}$. la deflexión ocasionada por las cargas de servicio es menor que la estipulada en las especificaciones AISC-LRFD . No hace falta hacer esta revisión.

No hay problemas de deflexión Correcto

CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil tipo jumbo $W 44 \times 230 (1118 \times 342.4)$ de acero ASTM A572, Grado 65 ($F_y = 4570 \text{ Kg/cm}^2, 450 \text{ MPa}$ ó 65 ksi), o fabricar un miembro armado que tenga características geométricas y tipo de acero equivalentes a la sección laminada propuesta.

Ejemplo MF-45 .La viga de la figura es un perfil estructural laminado IPR, IR o W, de acero NOM-B-254(ASTM A 36), $F_y = 2\ 530\text{ Kg/cm}^2$ (250 MPa ó 36 ksi). Seleccione una sección conveniente, considerando únicamente flexión y utilizando: diseño por esfuerzos permisibles (DEP), con $F_b = 0.60F_y$ y diseño plástico con un factor de carga, $F_c = 1.7$ y utilizando el método estático y el de los mecanismos. Las cargas indicadas corresponden a condiciones de trabajo o de servicio (no están factorizadas). El pandeo lateral de la viga está impedido por el sistema de piso.



Perfil IPR, IR ó W

Viga del ejemplo.

SOLUCIÓN:

Se trata de una viga empotrada en un extremo y libremente apoyada en el otro, con una carga concentrada aplicada en el centro de su claro.

1. Diseño por esfuerzos permisibles (Especificaciones AISC-ASD-1989).

Carga total de trabajo o de servicio. La carga total es la suma de las cargas muerta y viva sin factorizar (cargas nominales).

$$P_T = P_{CM} + P_{CV} = 5 + 8 = 13\text{ Ton}$$

De acuerdo con el diseño por esfuerzos permisibles, la condición que debe cumplirse en el diseño de miembros en flexión es la siguiente:

$$M_{m\acute{a}x} \leq M_R = F_b S_x = 0.60F_y S_x$$

Se tomó $F_b = 0.60F_y$ porque el pandeo lateral está impedido por el sistema de piso.

Diagrama de momentos flexionantes de la viga en estudio.

La solución de esta viga se encuentra en el capítulo de fórmulas y diagramas de flexión para vigas bajo diferentes condiciones de carga. Véase *M-AISC-ASD-1989* o *M-CSG*

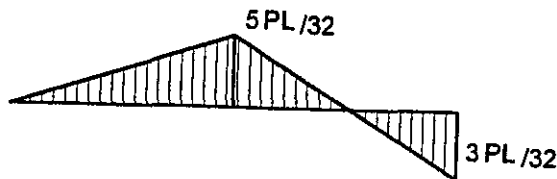


Diagrama de momentos flexionantes, T-m

El momento flexionante máximo se presenta en el apoyo empotrado de la derecha, B, y vale:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{3PL}{16} = \frac{3 \times 13 \times 8}{16} = 19.5 \text{ T.m}$$

Se iguala este valor con el momento resistente de la sección y se despeja el módulo de sección elástico, S_x :

$$M_{m\acute{a}x} = 0.60F_y S_x$$

$$19.5 \times 10^5 = 0.60 \times 2530 S_x$$

$$S_x = \frac{19.5 \times 10^5}{1520} = 1283 \text{ cm}^3$$

En las tablas de dimensiones y propiedades de perfiles estructurales *IPR*, *IR* ó *W* (*M-AISC-ASD-89*, *M-AISC-LRFD-2001* ó *M-IMCA*) se escoge un perfil que tenga un módulo de sección elástico (S_x) aproximadamente igual al calculado anteriormente. Un perfil *IPR*, *IR* ó *W* 533 x 65.8 (21 x 44), tiene las siguientes características geométricas: $A = 83.9 \text{ cm}^2$, $I_x = 35\,088 \text{ cm}^4$, $S_x = 1\,337 \text{ cm}^3 > S_{x \text{ nec.}} = 1\,283 \text{ cm}^3$ y $r_x = 20.5 \text{ cm}$. Véase *M-IMCA-VI*, páginas 70 y 71. Por lo tanto, el perfil propuesto es adecuado para la viga, según el diseño por esfuerzos permisibles.

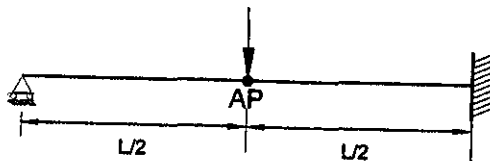
SOLUCIÓN: Utilizar un perfil *IPR*, *IR* ó *W* 533x65.8 (21x44) de acero *NOM-B-254*(*ASTM-A36*).

2. Diseño plástico. (Capítulo N, *M-AISC-ASD-1989*).

2.1 Cálculo de la carga de colapso utilizando el método estático.

En el diseño plástico, es necesario determinar el número y posición de las articulaciones plásticas que se forman en aquellas secciones donde se desarrolla el momento plástico M_p . Para que se desarrolle un mecanismo de colapso, es necesario que se forme un número suficiente de articulaciones plásticas.

Como la viga tiene una articulación real en el apoyo derecho, se requieren dos articulaciones plásticas para producir el mecanismo de colapso. Estas articulaciones se forman en el punto de aplicación de la carga concentrada y en el apoyo empotrado de la derecha B, donde los momentos flexionantes son máximos.



Articulaciones plásticas en la viga

En la figura siguiente se muestra el diagrama de momentos de la estructura isostática, que es una viga libremente apoyada en ambos extremos, con una carga concentrada aplicada en la sección media. Se traza el diagrama correctivo, que varía linealmente desde un valor M en el extremo derecho hasta cero en el apoyo libre de la izquierda. Se superponen los dos diagramas anteriores y se ajusta el correctivo hasta que se igualen los momentos en las secciones media de la viga y en el apoyo empotrado de la derecha.

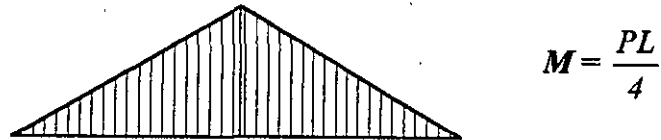


Diagrama de momentos de la viga isostática.

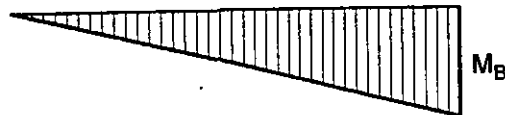
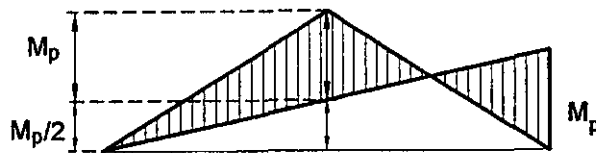


Diagrama correctivo.



Superposición de diagramas isostático y correctivo.

En la sección central:

$$\frac{M_p}{2} + M_p = \frac{PL}{4}$$

$$\frac{3M_p}{2} = \frac{PL}{4}$$

$$\therefore P = \frac{6M_p}{L}$$

Carga de diseño.

La resistencia de la viga no será menor que la requerida para soportar una carga factorizada igual a 1.7 veces las cargas vivas y muertas de trabajo, o 1.3 veces esas cargas actuando en conjunto con 1.3 veces la fuerza especificada de viento o de sismo.

En este caso se aplica un factor de carga F_C igual a 1.7, puesto que solo hay cargas verticales.

$$P_u = F_C P_T = 1.7(5 + 8) = 22.1 \text{ Ton}$$

Se igualan las cargas de diseño con la de colapso y se despeja el módulo de sección plástico Z_x

$$P_u = P_C$$

Por definición:

$$M_p = Z_x F_y$$

$$P_u = \frac{6M_p}{L} = \frac{6Z_x F_y}{L}$$

$$Z_x = \frac{P_u L}{6F_y} = \frac{22.1 \times 10^3 \times 800}{6 \times 2530} = 1165 \text{ cm}^3$$

De las Tablas de Dimensiones y propiedades de perfiles estructurales (*M-IMCA, M-AISC-ASD-1989, M-AISC-LRFD-2001*) se selecciona un perfil que tenga un Z_x aproximadamente igual al determinado arriba. Un perfil *IPR, IR ó W 406x59.8 (16x40)*, tiene un $Z_x = 1195 \text{ cm}^3$ mayor que el requerido ($Z_{x \text{ nec}} = 1165 \text{ cm}^3$).

SOLUCIÓN: utilizar un perfil *IPR, IR ó W 406x59.8 (16x40)* de acero *NOM-B-254 (ASTM-A36)*

NOTAS:

En general, con el *diseño plástico* se obtiene una mayor economía, con relación al *diseño por esfuerzos permisibles* (si no son críticas las deformaciones).

Al diseñar la viga plásticamente se seleccionó un perfil que pesa 59.8 Kg/m (40 lb/ft.) contra 65.8 Kg/m (44 lb/ft) que se obtuvo de acuerdo con el diseño por esfuerzos permisibles. Es decir:

$$65.8/59.8 = 1.10, \text{ lo que representa una economía de } 6 \text{ Kg/m (10\%)}$$

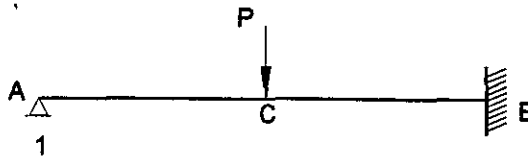
Además, el perfil obtenido con el método plástico tiene un peralte mucho menor (533-407 mm = 126 mm).

2.2 Método de los mecanismos.

Cálculo de la carga de colapso

Pueden formarse articulaciones plásticas en las dos secciones transversales indicadas 1 y 2 en la figura siguiente. El número de posibles articulaciones plásticas es dos ($p = 2$), la viga es hiperestática de primer grado ($G = 1$) y el número de mecanismos independientes es:

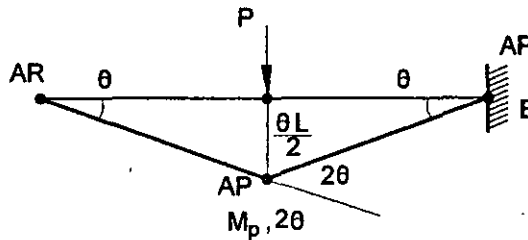
$$m = p - G = 2 - 1 = 1$$



Mecanismo independiente

El único mecanismo es de tipo viga, correspondiente a la formación de una articulación plástica en el apoyo empotrado B y otra en el punto de aplicación de la carga, sección media de la viga.

Se traza el mecanismo, al que se le da un pequeño desplazamiento, caracterizado por el ángulo θ . Se igualan los trabajos exterior e interior correspondientes a ese desplazamiento.



$$\tan \theta \approx \theta \quad \theta = \frac{y}{L/2} \quad y = \frac{\theta L}{2}$$

Mecanismo de colapso

Determinación de la carga de colapso utilizando el método de los mecanismos.

El trabajo interior, realizado solamente en las articulaciones plásticas, es siempre positivo, e igual a la suma de los productos de los momentos plásticos resistentes de la estructura en las secciones en que aparecen articulaciones plásticas multiplicados por las rotaciones de éstas. Para el mecanismo único:

$$\frac{P \theta L}{2} = M_p (\theta + 2\theta) \quad \frac{P \theta L}{2} = 3\theta M_p$$

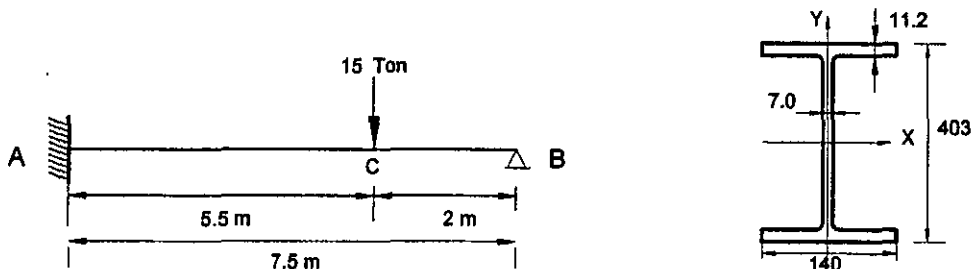
$$\therefore P = \frac{6M_p}{L}$$

Este valor coincide con el obtenido mediante el método estático.

CONCLUSIÓN:

Con los métodos de diseño plástico se obtiene un ahorro de material respecto al diseño por esfuerzos permisibles.

Ejemplo MF-46. La viga IPR, IR ó W 406x46.2 (16x31), de acero NOM-B-254 (ASTM A36) tienen soportes laterales en los extremos y en el punto de aplicación de la carga concentrada. Verificar, con las especificaciones AISC-LRFD-1999, si la viga satisface los criterios de resistencia aplicables a miembros en flexión. Despreciar el peso propio de la viga. Suponga que la viga es adecuada por cortante y deformación.



Viga del ejemplo

SOLUCIÓN:

Elementos mecánicos. Diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.

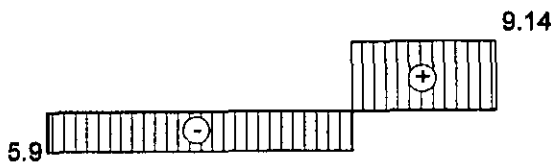
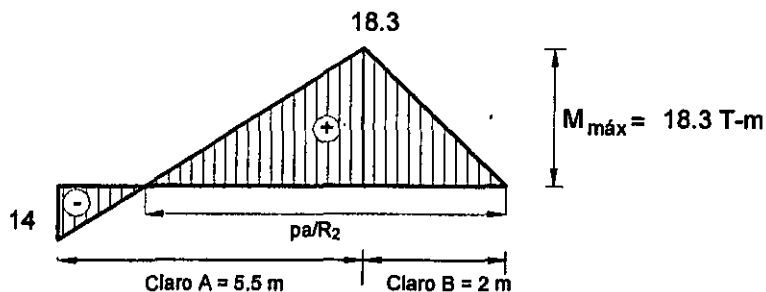


Diagrama de V(Ton)



Momento flexionante (T-m)

Se ensayará un perfil IPR, IR ó W 406x46.2(16x31), que tiene un $Z_x = 885 \text{ cm}^3$.

$$M_p = Z_x F_y = 885 \times 2530 \times 10^{-5} = 22.4 \text{ T-m}$$

$$\phi M_p = 0.90 \times 22.4 = 20.2 \text{ T-m}$$

Revisión del criterio de sección compacta

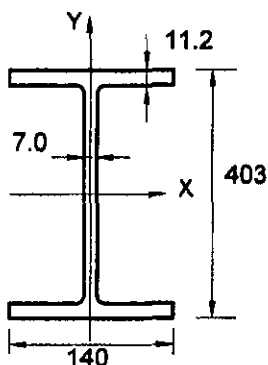
Cálculo de reacciones, cortante y momentos flexionantes

$$R_A = V_A = \frac{Pa}{2L^3}(3L^3 - a^2) = \frac{15 \times 2}{2 \times 7.5^3}(3 \times 7.5^2 - 2^2) = 5.9 \text{ Ton (en el apoyo empotrado)}$$

$$R_B = V_B = \frac{Pb^2}{2L^3}(a + 2L) = \frac{15 \times 5.5^2}{2 \times 7.5^3}(2 + 2 \times 7.5) = 9.14 \text{ Ton (en el apoyo simple)}$$

$$M_A = \frac{Pab}{2L^2}(a + L) = \frac{15 \times 2 \times 5.5}{2 \times 7.5^2}(2 + 7.5) = 13.9 \approx 14 \text{ T-m (en el apoyo empotrado)}$$

$$M_B = R_B a = 9.14 \times 2 = 18.3 \text{ T-m (en el punto de aplicación de la carga)}$$

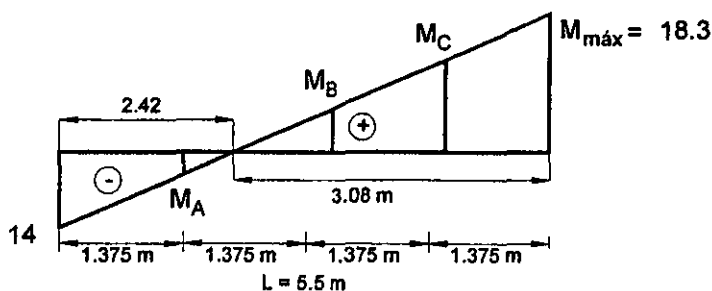


Perfil IPR, IR 6 W 406x46.2(16x31)
Acotaciones en mm

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{14}{2 \times 1.12} = 6.3 < 0.38 \sqrt{E/F_y} = 0.386 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 10.8 \quad \text{Correcto}$$

$$\frac{h_c}{t_w} = 51.6 < 3.76 \sqrt{E/F_y} = 3.76 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 107.0$$

Revisión del pandeo lateral por flexotorsión del claro AB



Segmento de viga sin soporte laterales

$$C_b = \frac{12.5M_{m\acute{a}x}}{2.5M_{m\acute{a}x} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (F1-3)$$

donde:

$$M_{m\acute{a}x} = 18.3 \text{ T-m}$$

$$M_A = 6.05 \text{ T-m}$$

$$M_B = 1.96 \text{ T-m}$$

$$M_C = 10.13 \text{ T-m}$$

Coficiente de flexi3n C_b

$$C_b = \frac{12.5 \times 18.3}{2.5 \times 18.3 + 3 \times 6.05 + 4 \times 1.96 + 3 \times 10.13} = 2.24$$

$$L_b = 550 \text{ cm (18 ft)}$$

Se entra a la tabla Momentos de dise1o de vigas, p1gina 4-135, *M-AISC-LRFD-1993*.
Con $\phi = 0.90$, $C_b = 1.0$, $F_y = 36 \text{ ksi}$ y longitud no soportada lateralmente = 18 ft.

$$\phi M_{n\text{cb} = 1.0} = 8.86 \text{ T-m (64 ft-k)}$$

$$\phi M_n = C_b \phi M_{n\text{cb}} = 2.24 \times 8.86 = 19.8 \text{ T-m}$$

$$\phi M_n = 19.8 \text{ T-m} > M_u = 18.3 \text{ T-m} \text{ Correcto}$$

Verificaci3n del pandeo lateral por flexotorsi3n *LTB*, tramo B

$$C_b = 1.67 \quad L_b = 200 \text{ cm (6.6 ft)}$$

Se entra a la gr1fica momentos de dise1o, P1g. 4-134, con $L_b = 200 \text{ cm (6.6 ft)}$

$$\phi M_{n\text{cb} = 1.0} = 133.5 \text{ ft-k} = 18.5 \text{ T-m}$$

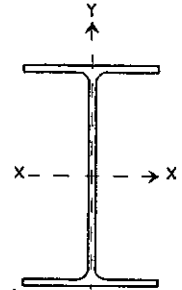
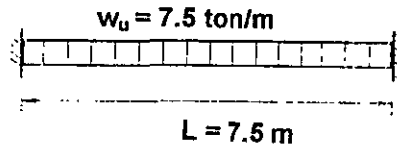
$$\phi M_{n\text{cb}} = 1.67 \times 18.5 = 30.9 \text{ T-m} > \phi M_p = 0.9 \times 885 \times 2 \times 530 \times 10^{-5} = 20.2 \text{ T-m}$$

Por lo tanto, $\phi M_n = \phi M_p = 20.2 \text{ T-m} > M_u = 18.3 \text{ T-m}$ Correcto

CONCLUSI3N:

El perfil propuesto *IPR, IR 6 W 406x46.2 (16x31)* para la viga del ejemplo es adecuado, cumple los requisitos de flexi3n (pandeo lateral por flexotorsi3n), cortante y flecha.

Ejemplo MF-47. La viga empotrada en ambos extremos de la figura, de 7.5 m de claro, debe soportar una carga uniformemente repartida de diseño de 7.5 ton/m; suponga que la carga incluye el peso de la viga. La viga está soportada con apoyos laterales adecuados para que $M_n = M_p$, con base en el pandeo lateral por flexotorsión. La deflexión producida por la carga viva de servicio no debe exceder $L/360$ (la carga viva de servicio es 3 ton/m). Escoja el perfil IPR, W o IR de acero NOM-B-254 más liviano, utilizando las Normas AISC-LRFD-1999.



**Sección transversal
Perfil IPR, IR o W**

Viga del ejemplo V-36

SOLUCIÓN:

1.- Acciones de diseño

$$V_u = \frac{w_u L}{2} = \frac{7.5 \times 7.5}{2} = 28.1 \text{ ton}$$

$$M_{u\text{m}\acute{a}\text{x}} = \frac{w_u L^2}{12} = \frac{7.5 \times 7.5^2}{12} = 35.2 \text{ ton-m}$$

$$M_{u+} = \frac{w_u L^2}{24} = 17.6 \text{ ton-m}$$

Trazo de los diagramas de elementos mecánicos

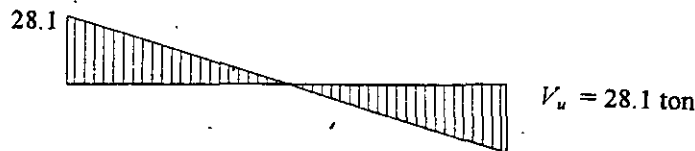


Diagrama de fuerza cortante (ton)

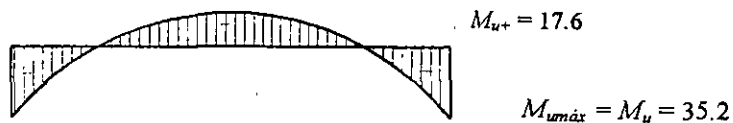


Diagrama de momentos flexionantes (ton-m)

2.- Diseño por flexión

Suponiendo que la sección es compacta

$$\phi M_n \leq M_p \geq M_{m\acute{a}x} = \frac{w_u L^2}{12} = \frac{7.5 \times 7.5}{12} = 35.2 \text{ ton-m}$$

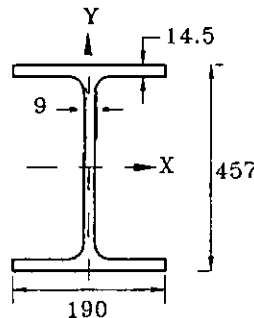
$$M_{p\text{req.}} \geq \frac{M_{m\acute{a}x}}{\phi} = \frac{35.2}{0.90} = 39.1 \text{ ton-m}$$

$$M_p = Z F_y$$

$$Z_{\text{req.}} = \frac{M_p}{F_y} = \frac{39.1 \times 10^5}{2530} = 1545 \text{ cm}^3$$

Se requiere un perfil que tenga un Z_x no menor de 1545 cm^3 . De las tablas de Selección de vigas, *M- AISC-LRFD-VI*, página 4-19, se entra con $Z_x = 94.3 \text{ in}^3$ (1545 cm^3) y se recorre la tabla hasta encontrar el perfil indicado con letras negritas correspondiente al módulo de sección plástico requerido; esta es la sección más liviana, que en este caso es el perfil **IPR, IR o W 457x74.5 (18x50)**. Alternativamente, se entra en la tabla con el valor $\phi M_p = 254 \text{ kip-ft}$ (35.2 ton-m) y $F_y = 36 \text{ ksi}$ (2530 kg/cm^2), y se recorre hasta encontrar el perfil, anotado con negritas, que tenga un momento plástico igual o mayor que el de diseño; el **perfil IPR, IR ó W 18x50 (457x74.5)** tiene un $\phi_b M_p = 273 \text{ kip-ft} = 37.8 \text{ ton-m} > M_{um\acute{a}x} = 35.2 \text{ ton-m}$.

Revisión de la sección



Perfil IPR, IR o W 457x74.5 (18x50)
Acotaciones en mm

Patines:

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{19}{2 \times 14.5} = 6.6 < 0.38 \sqrt{E/F_y} = 0.38 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 10.8$$

Alma:

$$\frac{h_c}{t_w} = \frac{45.7 - 2 \times 3.2}{0.90} = 43.7 < 3.76 \sqrt{E/F_y} = 3.76 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 106.7$$

La sección es compacta.

Revisión de que el soporte lateral es adecuado para que pueda tomarse $M_n=M_p$, con base en el pandeo lateral por flexotorsión. Se cumple, de acuerdo con el enunciado del problema. Por consiguiente:

$$\phi M_n = \phi M_p = 37.8 \text{ ton-m (273 kip-ft)} > M_u = 35.2 \text{ ton-m}$$

La sección propuesta es adecuada

3.- Diseño por cortante

$$V_u = 28.1 \text{ ton}$$

$$\phi V_n = \phi d t_w (0.6 F_y) = 0.9 \times 45.7 \times 0.9 \times 0.6 \times 2530 \times 10^{-3} = 56.2 \text{ ton}$$

$$\phi V_n = 56.2 \text{ ton} > V_u = 28.1 \text{ ton} \quad \text{Correcto}$$

Como era de esperarse (excepto en claros cortos con cargas elevadas), el cortante no rige el diseño de la viga.

4.- Revisión por deflexión

Deflexión producida por la carga de servicio

$$\Delta = \frac{wL^4}{384EI} = \frac{30 \times 750^4}{384 \times 2.039 \times 10^6 \times 33\,299} = 0.36 \text{ cm}$$

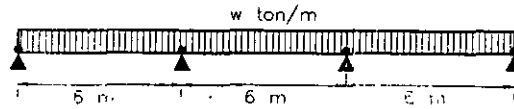
$$\Delta_p = \frac{L}{360} = \frac{750}{360} = 2.08 \text{ cm}$$

$$\Delta = 0.36 \text{ cm} < \Delta_p = 2.08 \text{ cm} \quad \text{Cumple}$$

CONCLUSIÓN:

Utilizar un perfil IPR, IR o W 457×74.5 (18×50)

Ejemplo MF-48. Diseñar la viga continua de tres claros iguales de 6 m que se muestra en la figura, utilizando perfiles *IPR*, *IR* o *W* de acero *NOM-B-254 (ASTM A36)* y conforme a las especificaciones *AISC-LRFD-1999*. La viga está soportada lateralmente sólo en los apoyos. La carga muerta es 1 ton/m y la viva es 1.2 ton/m; estas cargas son nominales (cargas de trabajo o de servicio).



Viga continua del ejemplo.

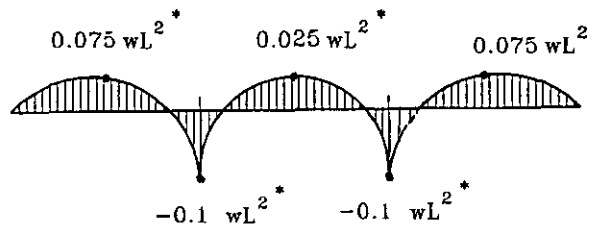
SOLUCIÓN:

1. Acción de diseño.

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 1 + 1.6 \times 1.2 = 3.12 \text{ ton/m}$$

2. Diagrama de momentos flexionantes.

La solución de la viga continua de tres claros iguales y que soporta una carga uniformemente repartida es la siguiente:



$$V_{m\acute{a}x} = 0.6wL = 0.6 \times 3.12 \times 6 = 11.2 \text{ ton}$$

$$M_{m\acute{a}x} = -0.1 \times 3.12 \times 6^2 = 11.23 \text{ ton-m}$$

*Momento flexionante en el centro del claro
Diagrama de momento flexionante (ton-m)

3. Diseño por flexión

3.1 Selección de un perfil laminado tipo *IPR*, *IR* o *W*

Se escoge un perfil laminado de sección I, de manera preliminar.

$$\phi_b M_n = \phi_b M_p = \phi_b Z_x F_y$$

$$\phi_b M_n = M_u$$

$$M_u = \phi_b Z_x F_y$$

$$Z_x = \frac{M_u}{\phi_b F_y}$$

Se requiere un módulo de sección plástico no menor que:

$$Z_{nec} = \frac{11.23 \times 10^5}{0.9 \times 2530} = 493 \text{ cm}^3$$

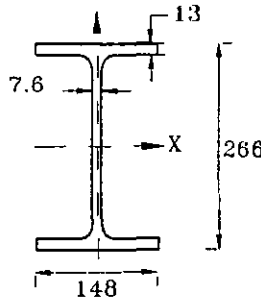
De las tablas de Dimensiones y propiedades de perfiles se propone un perfil IPR, IR o W 254x44.8 (10x30), que tiene un $Z_x = 531 \text{ cm}^3 > Z_{x nec} = 493 \text{ cm}^3$

3.2 Clasificación de la sección

Revisión del perfil según el criterio de compacticidad

Relaciones ancho/grueso

En la figura se indican las dimensiones del perfil propuesto, acotadas en mm



Perfil IPR, IR o W 254x44.8 (10x30)
Acotaciones en mm

Patines:

$$\frac{b}{2t_f} = \frac{14.8}{2 \times 1.3} = 5.7 < 0.38 \sqrt{E/F_y} = 0.38 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 10.8$$

Alma:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{26.6 - 2 \times 2.4}{0.76} = 28.7 < 3.76 \sqrt{E/F_y} = 3.76 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 106.7$$

La sección es compacta

4. Cálculo de la resistencia nominal

La longitud no soportada lateralmente es $L_b = 6 \text{ m}$ y para el perfil seleccionado, la longitud máxima lateralmente para la cual $M_n = M_p$, se calcula con la ecuación siguiente:

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 3.5 \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6}{2530}} = 175 \text{ cm} \quad (\text{F1-4})$$

Cálculo de la longitud máxima no soportada lateralmente para la cual $M_n \geq M_r$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_y - F_r)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + x_2 (F_y - F_r)^2}} \quad (\text{F1-6})$$

donde:

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} = \frac{\pi}{531} \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \times 78.4 \times 10^4 \times 25.8 \times 57.03}{2}} = 202\,894 \text{ kg/cm}^2$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 = \frac{4 \times 111174}{695} \left(\frac{531}{78.4 \times 10^4 \times 25.8} \right)^2 = 4.4 \times 10^{-7} \text{ cm}^4/\text{kg}^2$$

$$L_r = \frac{3.5 \times 202\,894}{(2\,530 - 703)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 4.4 \times 10^{-7} (2\,530 - 703)^2}} = 623 \text{ cm}$$

Los valores L_p y L_r se encuentran tabulados en las Ayudas de diseño. En la tabla Load Factor Design Selection (Selección de Diseño por Factores de Carga), para perfiles utilizados como vigas, pág.4-20, *M-AISC-LRFD-VI*, para el perfil propuesto de acero $F_y = 36$ ksi se indican las longitudes $L_p = 5.7 \text{ ft} = 173.8 \text{ cm}$ y $L_r = 20.3 \text{ ft} = 618.7 \text{ cm}$. Como:

$$L_p = 175 \text{ cm} < L_b = 600 \text{ cm} < L_r = 623 \text{ cm} \text{ (Pandeo inelástico)}$$

La resistencia nominal se determina con la ecuación (F1-2) de las especificaciones *AISC-LRFD-1999*.

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_R) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{F1-2})$$

donde :

$$M_p = F_y Z_x = 2\,530 \times 531 \times 10^{-5} = 13.43 \text{ ton-m}$$

$$M_r = (F_y - F_r) S_x = (2\,530 - 703) 531 \times 10^{-5} = 9.7 \text{ ton-m}$$

Coficiente de flexión C_b

$$\text{Para el primer tramo: } \frac{M_1}{M_2} = 0 \quad C_b = 1.75$$

$$\text{Para el segundo tramo: } \frac{M_1}{M_2} = 1 \quad C_b = 2.3$$

La condición más desfavorable se tiene para el primer tramo

$$M_n = 1.75 \left[13.43 - (13.43 - 9.7) \left(\frac{6 - 1.75}{6.23 - 1.75} \right) \right] = 17.3 \text{ ton-m} > M_p = 13.43 \text{ ton-m}$$

Como M_n es mayor que M_p , por lo tanto:

$$M_n = M_p = 13.43 \text{ ton-m}$$

Finalmente, el momento resistente es:

$$\phi M_n = 0.9 \times 13.43 = 12.1 \text{ ton-m} > M_{um\acute{a}x} = 11.23 \text{ ton-m} \quad \text{Correcto}$$

5. Revisi3n por cortante

$$V_n = 0.6 F_y A_w = 0.6 \times 2 \, 530 \times 26.6 \times 0.76 \times 10^{-3} = 30.7 \text{ ton}$$

$$\phi V_n = 0.9 \times 30.7 = 27.6 \text{ ton} > V_u = 11.2 \text{ ton}$$

6. Revisi3n por deflexi3n

La carga viva de servicio (no factorizada) es:

$$w_{servicio} = 1 \, 200 \text{ kg/m} = 12 \text{ kg/cm}$$

$$\Delta = \frac{wL^4}{185EI} = \frac{12 \times 600^4}{185 \times 2.039 \times 10^6 \times 7 \, 076} = 0.58 \text{ cm}$$

Deflexi3n permisible:

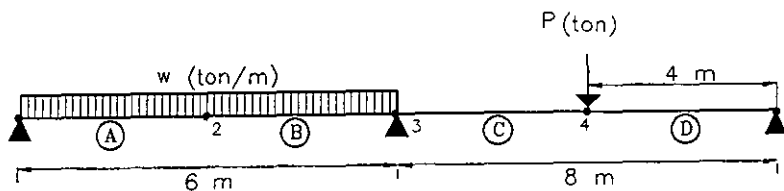
$$\Delta_p = \frac{L}{360} = \frac{600}{360} = 1.67 \text{ cm}$$

Como $\Delta = 0.58 \text{ cm}$ es menor que $\Delta_p = 1.67 \text{ cm}$, el perfil propuesto es adecuado.

CONCLUSI3N:

Utilizar un perfil IPR, IR o W 254x44.8 (10x30) de acero NOM-B-254(ASTM A36).

Ejemplo MF-49. Determinar el perfil *IPR*, *IR* o *W* más económico que puede utilizarse en la viga continua de dos claros desiguales de la figura, con las cargas que se indican en ella. La viga tiene soporte lateral en los apoyos y en las secciones centrales de cada tramo. Utilizar el diseño por factores de carga y resistencia (Especificaciones *AISC-LRFD-1999*). No se considera el peso propio de la viga. El acero es *NOM-254 (ASTM A36)*.



Cargas de servicio o de trabajo

Carga uniformemente repartida (*w*)

Carga muerta *D* = 0.3 ton/m

Carga viva *L* = 2.5 ton/m

Carga concentrada (*P*)

Carga muerta *D* = 2 ton

Carga viva *L* = 3 ton

Viga continua del ejemplo.

SOLUCIÓN:

1. Acciones de diseño

Las acciones de diseño o cargas factorizadas w_u y P_u se determinan multiplicando las cargas de trabajo por los factores de carga correspondientes.

Carga uniformemente repartida:

$$w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 0.3 + 1.6 \times 2.5 = 4.4 \text{ ton/m}$$

Carga concentrada:

$$P_u = 1.2D + 1.6L = 1.2 \times 2 + 1.6 \times 3 = 7.2 \text{ ton}$$

El diagrama de momentos flexionantes bajo las acciones de diseño se traza utilizando los resultados de un método manual de análisis de estructuras indeterminadas, con los resultados de vigas continuas que aparecen en los manuales de estructuras o utilizando un programa de computadora de análisis estructural. El teorema o ecuaciones de los tres momentos, es un método de análisis sencillo de aplicar. La ecuación general para la viga continua de dos claros diferentes y con una carga uniformemente repartida en el primer tramo y carga concentrada en el segundo, es la siguiente

$$M_1 L_1 + 2 M_2 (L_1 + L_2) + M_3 L_2 = -\frac{w L_1^3}{4} - P L_2^2 [n_2 (1 - n_2) (2 - n_2)]$$

$$M_1 = M_3 = 0 \quad n_2 = 0.5$$

Se sustituyen valores

$$2 M_2(6 + 8) = -\frac{4.4 \times 6^3}{4} - 7.2 [0.5(1 - 0.5)(2 - 0.5)] \quad M_2 = \frac{-237.6 - 172.8}{28} = -14.7 \text{ ton-m}$$

Cálculo de las reacciones

Se escribe la ecuación de momentos flexionantes para el apoyo 2, y se iguala al resultado obtenido anteriormente.

$$M_{(x=6)} = 6 R_1 - 4.4 \times 6 \times 3 = -14.7 \text{ ton-m} \quad R_1 = \frac{-14.7 + 79.2}{6} = 10.75 \text{ ton-m}$$

En la tabla siguiente se indica el análisis complementario para obtener las reacciones R_2 y R_3 .

Análisis Estructural

M (ton-m)	0	-14.7	0
V_i (ton)	13.2	13.2	3.6
			3.6
V_h (ton)	-2.45	2.45	1.84
			1.84
V_T (ton)	10.75	15.65	5.44
			1.76
R (ton)	10.75	21.09	1.76

V_i es el cortante isostático y V_h es cortante hiperestático, ambos en ton

Verificación de equilibrio

$$\Sigma R = 10.75 + 21.09 + 1.76 = 33.6 \text{ ton} \quad \Sigma C = 4.4 \times 6 + 7.2 = 33.6 \text{ ton} \quad \text{Correcto}$$

Con los resultados obtenidos anteriormente, se trazan los diagramas de fuerza cortante y momentos flexionantes. Los cuatro segmentos no arriostrados lateralmente, así como sus correspondientes valores de C_b y los momentos máximos factorizados M_u , se muestran en la figura siguiente.

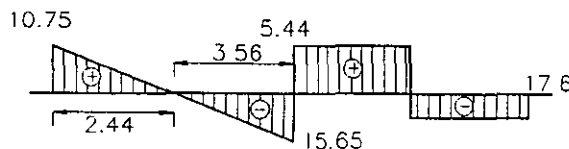


Diagrama de fuerza cortante (ton)

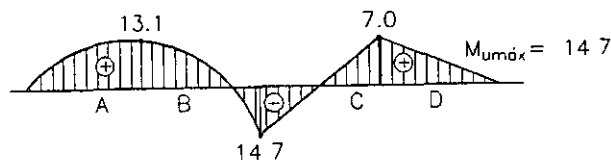


Diagrama de momentos flexionantes (ton-m)

2. Diseño preliminar

Se escoge una sección tomando como base el momento flexionante máximo negativo. Suponiendo que la sección es compacta para pandeo local, el módulo de sección plástico necesario es:

$$M_u = \phi_b M_p = \phi_b Z_x F_y$$

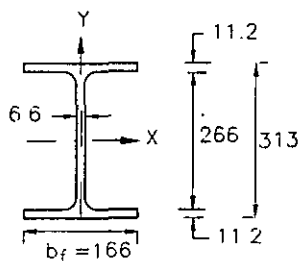
$$Z_{xnec} = \frac{M_u}{\phi_b F_y} = \frac{14.7 \times 10^5}{0.90 \times 2530} = 646 \text{ cm}^3$$

Un perfil IPR, IR o W 305x44.5 (12x30) tiene un $Z_x = 706 \text{ cm}^3 > Z_{xnec} = 646 \text{ cm}^3$. A primera vista el perfil parece sobrado, pero no existe otra sección disponible que tenga un módulo de sección Z_x adecuado.

3. Clasificación de la sección

En la figura siguiente se indican las dimensiones y propiedades del perfil seleccionado, acotadas en mm.

Relaciones ancho/groeso



**Perfil IPR, IR o W 305x44.5(12x30)
Acotaciones en mm**

Patines:

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{16.6}{2 \times 1.12} = 7.4 < \lambda_p = 0.38 \sqrt{E/F_y} = 0.38 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 10.8$$

Alma:

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{26.5}{0.66} = 40.2 < \lambda_p = 3.76 \sqrt{E/F_y} = 3.76 \sqrt{2.039 \times 10^6 / 2530} = 106.7$$

4. Revisión del soporte lateral.

Para que pueda desarrollarse el momento plástico resistente M_p , la longitud no soportada lateralmente L_b no debe exceder de L_p , para $C_b = 1.0$,

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 3.9 \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6}{2530}} = 195 \text{ cm}$$

A primera vista puede parecer que L_p es menor que 300 cm, y por consiguiente M_n es menor que M_p . Tradicionalmente y debido a que el gradiente de momento no aparece en la ecuación que permite obtener el valor de L_p , el diseñador debía calcular la restricción rotacional en el punto de inflexión (que en este caso se encuentra a una distancia de 356 cm medida del apoyo interior). Si el diseñador decide que la rotación de la sección transversal estuviera evitada adecuadamente, el punto de inflexión pudiera tratarse como un punto de soporte lateral. De acuerdo con la especificación *LRFD-F1-3*, el gradiente de momento en el punto de inflexión para la longitud con soporte lateral real se determina mediante C_b .

Cálculo de la resistencia disponible del perfil *IPR, IR o W 305x44.5 (12x30)*, cerca del apoyo interior.

Tramo a la derecha del apoyo

Cálculo de C_b , M_p , M_r y L_r

$$C_b = 1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3$$

Esta ecuación aparece en los comentarios de las Especificaciones *AISC-LRFD-1999*. M_1 es el menor y M_2 el mayor de los momentos en los extremos (pueden ser iguales); el cociente M_1/M_2 es positivo cuando la viga se flexiona en curvatura doble y negativo cuando lo hace en curvatura simple.

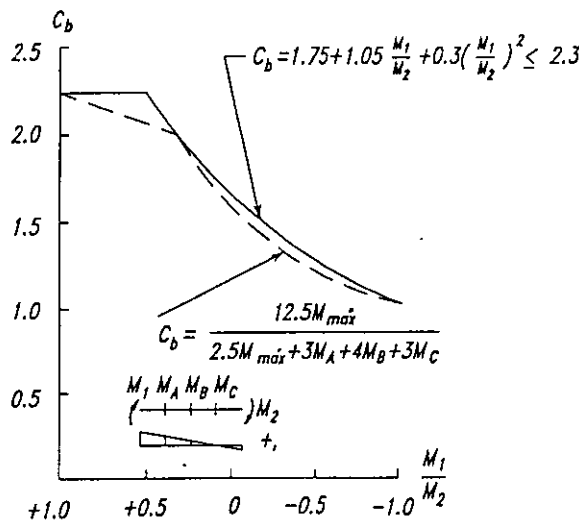


Fig. C-F1.3. Coeficiente C_b para diagrama de momentos que varían linealmente Vigas de sección transversal constante

$$M_1 = 7.04 \text{ ton-m} \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{7.0}{14.7} = +0.48$$

$$M_2 = 14.7 \text{ ton-m}$$

El tramo en estudio se flexiona en curvatura doble.

$$C_b = 1.75 + 1.05 (0.48) + 0.3 (0.48)^2 = 2.32 > 2.3$$

Se toma

$$C_b = 2.30$$

$$M_p = Z_x F_y = 706 \times 2530 \times 10^{-5} = 17.9 \text{ ton-m}$$

$$M_r = F_L S_x = (F_y - F_r) S_x = (2530 - 703) 633 \times 10^{-5} = 11.56 \text{ ton-m} \quad (F1-7)$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_y - F_r} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_y - F_r)^2}} \quad (F1-6)$$

donde:

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} = \frac{\pi}{633} \sqrt{\frac{2.039 \times 10^6 \times 784\,000 \times 19.1 \times 56.7}{2}} = 146\,018 \text{ kg/cm}^2$$

$$X_2 = \frac{4C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 = \frac{4 \times 192\,413}{845} \left(\frac{633}{784\,000 \times 19.1} \right)^2 = 1.6 \times 10^{-6} \text{ cm}^4 / \text{kg}^2$$

Los coeficientes X_1 y X_2 están tabuladas en el *M-AISC-LRFD-1993-VI*

Luego:

$$L_r = \frac{3.9 \times 146\,018}{(2530 - 703)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 1.6 \times 10^{-6} (2530 - 703)^2}} = 585 \text{ cm}$$

Como L_b se encuentra entre L_p y L_r , el diseño puede quedar regido por pandeo lateral por flexotorsión.

$$L_p = 195 \text{ cm} < L_b = 400 \text{ cm} > L_r = 585 \text{ cm}$$

La resistencia nominal se calcula con la ecuación (F1-2) de las especificaciones *AISC-LRFD-1999*.

$$C_b = 2.3 \quad L_b = 4 \text{ m} \quad L_p = 1.95 \text{ m} \quad \text{y} \quad L_r = 5.85 \text{ m}$$

$$M_n = C_b [M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right)] \leq M_p$$

$$M_n = 2.3 \left[17.9 - (17.9 - 11.56) \left(\frac{4 - 1.95}{5.85 - 1.95} \right) \right] = 33.46 \text{ ton-m} > M_p = 17.9 \text{ ton-m}$$

Puesto que M_n calculado con la ecuación (F1-2) resulta mayor que M_p , $M_n = M_p$. Los tramos B y C tienen el soporte lateral necesario para desarrollar M_p .

$$\text{Momento resistente} = \phi_b M_p = 0.90 \times 17.86 = 16.1 \text{ ton-m} > M_u = 14.7 \text{ ton-m} \quad \text{Correcto}$$

Revisión del tramo D.

Igual que en los segmentos B y C, L_b se encuentra entre L_p y L_r . Con $C_b = 1.75$ y aplicando la ecuación (F1-2)

$$M_n = 1.75 \times 14.7 = 25.46 \text{ ton-m} > M_p = 17.86 \text{ ton-m}$$

Como el valor calculado de M_n excede M_p , $M_n = M_p = 17.86 \text{ ton-m}$. De este modo, el tramo D también es satisfactorio con el soporte lateral previsto.

Revisión del tramo A.

En este segmento, el momento máximo se presenta entre los puntos de soporte lateral; por eso C_b se toma igual a la unidad y $M_n = 14.7 \text{ ton-m}$, de acuerdo con la Ecuación (F1-2).

$$M_n = 14.7 \text{ ton-m} < M_p = 17.9 \text{ ton-m}$$

$$\phi_b M_n = 0.90 \times 14.55 = 13.10 \text{ ton-m} \approx M_{m\acute{a}x} = M_u = 13.12 \text{ ton-m}$$

CONCLUSIÓN:

El perfil *IPR*, *IR* o *W 305x44.5 (12x30)* es adecuado como viga continua, con las condiciones indicadas en el enunciado del problema.

**CURSO DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO ASISTIDO POR
COMPUTADORA**

**MIEMBROS EN FLEXÓCOMPRESIÓN (COLUMNAS)
TEORÍA Y EJEMPLOS DE DISEÑO**

M. I. HÉCTOR SOTO RODRÍGUEZ

OBJETIVOS:

Presentar los conceptos generales sobre el comportamiento y diseño de miembros flexocomprimidos (columnas).

Mostrar las secciones de las especificaciones *AISC-LRFD -1999* aplicables al diseño de columnas.

Exponer ejemplos de diseño de columnas.

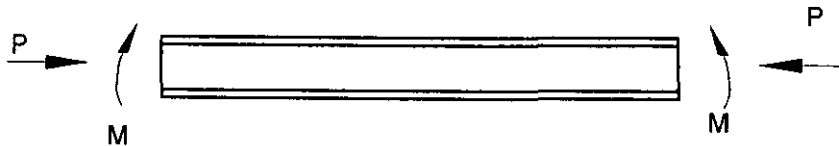
MIEMBROS FLEXOCOMPRESIMIDOS O COLUMNAS

REFERENCIAS:

- *Especificaciones AISC-LRFD- 1999, M-AISC-LRFD-2001 y comentarios. (Capítulos C y H)*
- *Salmon y Johnson (Capítulo 12)*
- *Teoría de estabilidad elástica.- Timoshenko y Gere. (Capítulo 1)*
- *SSRC Guide to Stability Design Criteria for Metals Structures (Capítulo 8 columnas)*
- *Estabilidad estructural: Teoría e implementación.- Chen y Lui. (Capítulo 3 Columnas)*
- *Diseño de estructuras metálicas, Héctor Soto Rodríguez, volumen I, 2001*

INTRODUCCIÓN

Miembros de eje recto y sección transversal constante, con dos ejes de simetría, sujetos simultáneamente a carga axial (compresión) y a flexión (momentos flexionantes que actúan alrededor de uno o de los dos ejes de simetría) y fuerza cortante (P , M y V).



Flexocompresión = Compresión axial + flexión = Columna (miembro flexocomprimido)

El diseño es más difícil debido a que se requiere efectuar un análisis de segundo orden.

Fig. Miembro flexocomprimido o columna



Flexotensión = Tensión axial + flexión = Miembro en flexotensión

El diseño es sencillo, no se necesita hacer un análisis de segundo orden.

Fig. Miembro en flexotensión

Ejemplos de columnas o miembros flexocomprimidos

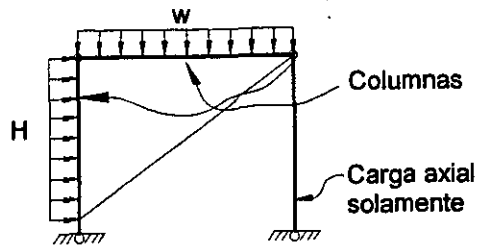
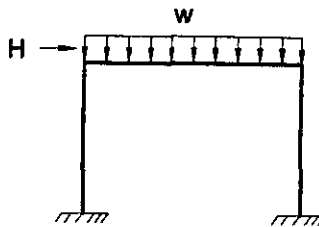
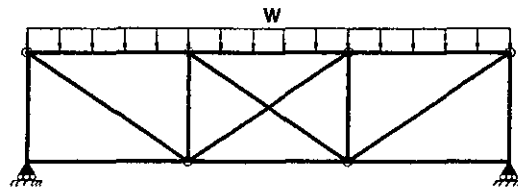


Fig. Marco contraventeado



Todos los miembros del marco son columnas

Fig. Marco sin contraventeo



La cuerda superior de la armadura es un miembro flexocomprimido.

Fig. Armadura con carga aplicada entre los tableros

Consideraciones de análisis para columnas

- I. Análisis. Determinar P y M en el miembro
- II. Resistencia. Que son P y M correspondientes a la falla

Consideraciones de análisis

Los efectos de segundo orden deben considerarse en el análisis de la estructura.

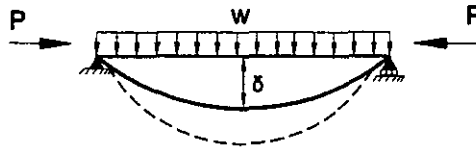


Fig. Miembro flexocomprimido

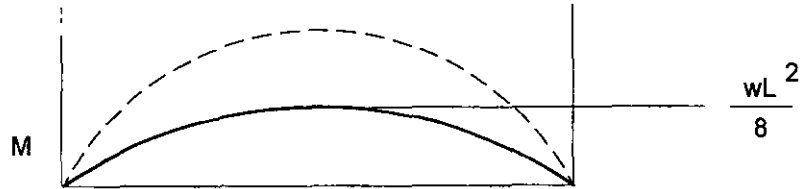


Fig. Diagrama de momentos flexionantes

- = Respuesta de primer orden
- = Respuesta de segundo orden

La carga P actúa través de la deflexión (δ), produce una deflexión y un momento adicional. Es decir, los efectos $P-\delta$ amplifican la respuesta de primer orden.

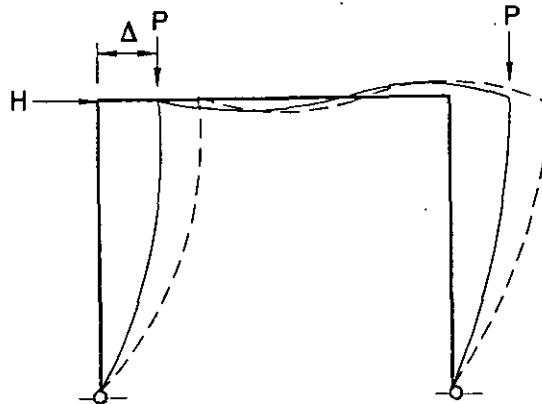


Fig. Efectos de primer orden

→ La carga P actúa a través de la deflexión. (es decir, efecto $P-\Delta$) amplifica los momentos y deflexiones de primer orden.

Resistencia de columnas

Estados límites para columnas:

- Sección transversal totalmente plastificada
- Inestabilidad

a) Pandeo local (verificar las relaciones ancho/groeso b/t de los elementos que componen la sección)

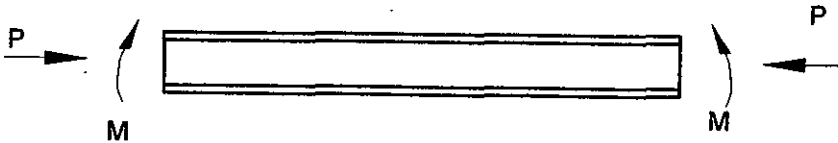
b) Pandeo general del miembro

Pandeo en el plano. (la inestabilidad incluye solamente flexión del miembro, no torcimiento)

Pandeo lateral por flexotorsión (la inestabilidad involucra flexión más torcimiento).

REQUISITOS DE RESISTENCIA CONFORME A LRFD (Capítulo H, AISC-LRFD-2001)

Un miembro sujeto simultáneamente a momento flexionante M (alrededor de un solo eje) y a una carga de compresión axial P , deberá cumplir los siguientes requisitos:



$\frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0.2$	$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1$	(H1-1a)
$\frac{P_u}{\phi_c P_n} \leq .2$	$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1$	(H1-1b)

Las ecuaciones anteriores son las de interacción.

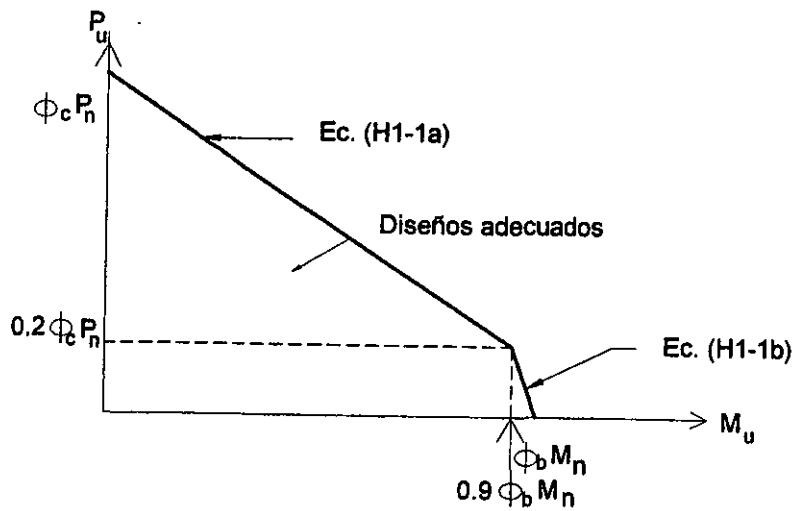


Fig. Curva $\phi_c P_u$ versus M_u

Si $P_u = 0$ $\frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1$ (Viga)

Si $M_u = 0$ $\frac{P_u}{\phi_c P_n} \leq 1$ (Columna)

Definición de términos:

P_u = "resistencia axial requerida" = carga de compresión axial máxima bajo cargas factorizadas

M_u = "resistencia a la flexión requerida" = momento flexionante máximo en el miembro bajo cargas factorizadas o de diseño, basada en un análisis elástico de segundo orden.

$\phi_c P_n$ = "resistencia de diseño en compresión de un miembro como si se tratase de una columna aislada"
 $= \phi_c A_g F_{cr}$ $\phi = 0.85$ (Capítulo E- MAISC-LRFD-2001)

$\phi_b M_n$ = "resistencia de diseño a flexión de un miembro como si se tratase de una viga"
 $\phi_b = 0.9$ (Capítulo F- MAISC-LRFD-2001)

Generalmente, la mayor dificultad en el diseño de columnas estriba en la obtención de los momentos de diseño M_u .

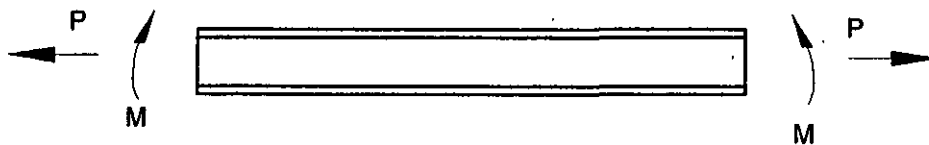


Fig. Miembro en flexotensión

Los términos que intervienen en las ecuaciones de miembros en flexotensión se han definido anteriormente.

Para P en tensión:

- Se utiliza la misma ecuación de interacción, excepto que se sustituye $\phi_c P_n$ por $\phi_t P_n$ (resistencia de diseño en tensión).
- M_u puede basarse en un análisis de primer orden.

ANÁLISIS ELÁSTICO DE SEGUNDO ORDEN DE COLUMNAS O MIEMBROS FLEXOCOMPRESIONADOS

Objetivo:

Determinar el momento máximo M_u y la deflexión máxima de una columna, con base en un análisis elástico de segundo orden.

Definiciones:

- **Análisis de primer orden.** Las ecuaciones de equilibrio se basan en la geometría de la estructura no deformada.
- **Análisis de segundo orden:** las ecuaciones de equilibrio se basan en la geometría de la estructura deformada.

Métodos de análisis elástico de segundo orden

I. METODOS EXACTOS.

A. Mediante soluciones matemáticas

- Basados en la solución de las ecuaciones diferenciales de equilibrio, con el equilibrio referido a la estructura deformada.
- Aplicable únicamente a casos simples.
- Generalmente no son útiles para diseño; sin embargo son de utilidad para el estudio de estas soluciones, desarrollo y comprensión de otros métodos de análisis.

B. Programas de computadora de análisis estructural con capacidad adecuada para efectuar "análisis exactos" de segundo orden.

Nota:

La mayoría de los programas comerciales, normalmente disponibles en el medio, efectúan análisis aproximados de segundo orden.

II. MÉTODOS APROXIMADOS

A. Factores de amplificación

Procedimiento:

- Se realiza un análisis de primer orden.
- Momento de segundo orden = (Momento de primer orden)(factor de amplificación de momento, en inglés: *Moment Amplification Factor, MAF*)
- La deflexión de segundo orden = (Deflexión de primer orden) (factor de amplificación de la deflexión). (En inglés: *Deflection Amplification Factor, DAF*).

B. Métodos de cálculo aproximados.

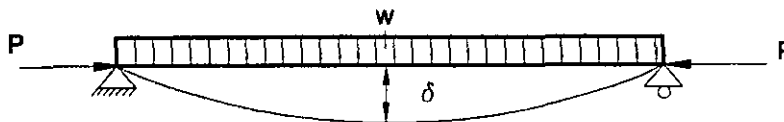
- a) Uso de programas de cómputo con efectos de segundo orden aproximados, realizados con el programa.
- b) Uso de programas de computadora de análisis convencionales de primer orden, combinado con varios "artificios" para obtener los efectos aproximados de segundo orden.

LRFD: Permite la aplicación de cualquiera de los métodos mencionados anteriormente. El método *LRFD*, Capítulo C, proporciona factores de amplificación aproximados.

ESTUDIO DEL ANÁLISIS DE SEGUNDO ORDEN

El estudio de los efectos geométricos de segundo orden puede dividirse en dos categorías:

- 1) Efectos de segundo orden debidos al desplazamiento entre los extremos de miembros:



δ = desplazamiento entre extremos de miembros

Efectos de segundo orden = efectos " P -" δ

El coeficiente B_1 de las especificaciones AISC-LRFD es el factor de amplificación de momento para tomar en cuenta los efectos P - Δ .

2) Efectos de segundo orden debidos al desplazamiento lateral de los extremos del miembro:

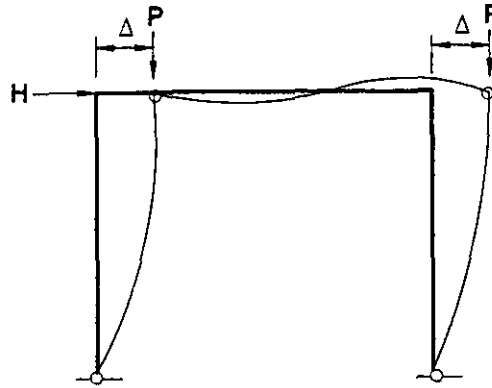


Fig. Efectos de segundo orden

$$B_1 = \frac{C_m}{(1 - P_u / P_{er})} \geq 1.0$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left(\frac{\Delta_{oh}}{\sum HL} \right)}$$

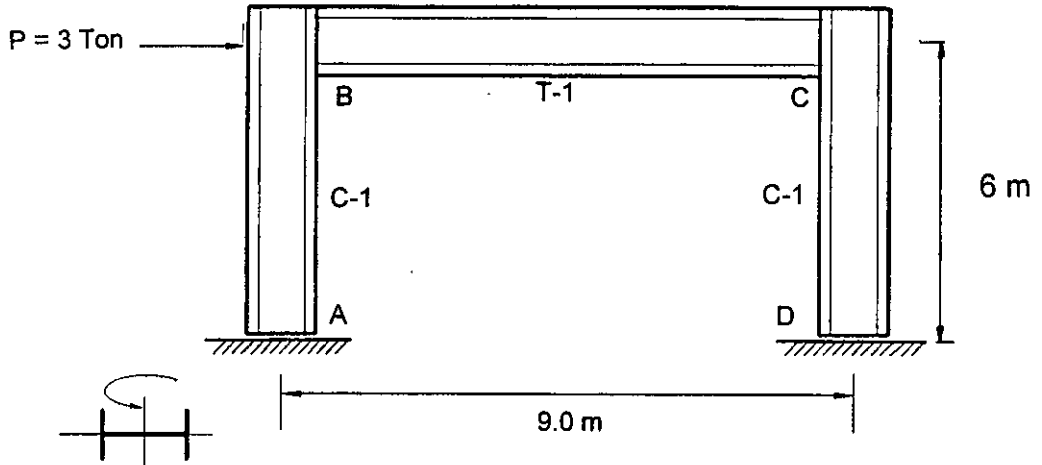
$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_{e2}}}$$

Δ = Desplazamiento relativo entre los extremos del miembro. Es decir, el desplazamiento lateral de uno de los extremos del miembro respecto al otro.

Efectos de segundo orden = Efectos $P-\Delta$

Las especificaciones *AISC-LRFD-1999*, establecen el factor de amplificación de momentos para tomar en cuenta los efectos $P-\Delta$.

Ejemplo COL-10. Revisar, con las normas AISC-LRFD-1999, si los perfiles IPR, IR ó W 356x71.4(14x48) de acero NOM-B-254 (ASTM-A36) son adecuados para las columnas del marco rígido simple que se muestra en la siguiente figura. Las columnas están soportadas lateralmente en las secciones extremas. La separación de los marcos es de 6m. La viga es un perfil IPR, IR ó W 406x74.4 (16x50) del mismo tipo de acero que las columnas. La carga horizontal de 3 Ton proviene de sismo.



Marco rígido simple del ejemplo

Tabla 1. Propiedades de diseño de los perfiles

Miembro	A (cm ²)	I _x (cm ⁴)	S _x (cm ³)	r _x (cm)	r _y (cm)	Z _x (cm ³)
C-1: IPR, IR ó W 356x71.4(14x48)	91.0	20 187	1 152	14.9	4.9	1 285
T-1: IPR, IR ó W 406x74.4 (16x50)	94.8	27 430	No se requiere	No se necesita		No se requiere

Solamente se han incluido las propiedades necesarias para la revisión de las columnas.

SOLUCIÓN:

1. Análisis de cargas

Carga muerta

Galvadeck 25, calibre 22, con capa de concreto de 6 cm 220 Kg/m²

Impermeabilización y relleno 15

Instalaciones y plafones 40

Carga adicional por reglamento 40

315 Kg/m²

Peso propio de la trabe (supuesto) 70 kg/m

Carga viva para diseño estructural 100 Kg/m²

Acciones de diseño

Carga muerta uniformemente repartida sobre la trabe:

$$D = 315 \times 6 + 70 = 1960 \text{ Kg/m} = 2 \text{ Ton/m}$$

$$D = 2 \text{ Ton/m}$$

Carga viva uniformemente repartida sobre la trabe:

$$L = 100 \times 6 = 600 \text{ Kg/m} = 0.6 \text{ Ton/m}$$

$$L = 0.6 \text{ Ton/m}$$

Carga debida al sismo

$$E = 3 \text{ Ton}$$

2. Combinaciones de carga

La estructura se analizará bajo las siguientes cargas y combinaciones de cargas, estipuladas en la norma ASC7-02 (véase página. 2-11, *M-AISC-LRFD-3ª edición*).

Cargas y combinaciones de cargas

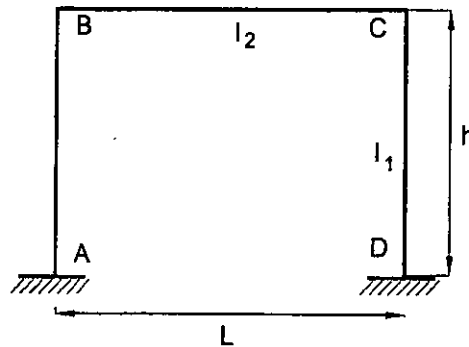
Caso	Definición de cargas y combinaciones de cargas	Carga o combinación de carga
Condiciones de carga básicas		
1	Carga muerta sola	D = 2 Ton
2	Carga viva sola	L = 0.6 Ton
3	Sismo solo	E = 3 Ton
Combinaciones de cargas		
4	Carga muerta más viva factorizadas	1.2D + 1.6L 1.2x2 + 1.6x0.6 = 3.4 Ton
5	Carga muerta más viva más sismo factorizadas	1.2D + 1.0E + 0.5L 1.2x2 + 3 + 0.5x0.6 = 2.7Ton/m + 3 Ton

Con las combinaciones de carga de diseño definidas arriba se puede efectuar el analizar estructural del marco rígido simple con diversos programas de computadora disponibles en el medio. Sin embargo, para fines didácticos se presenta la "solución a mano" con base en formularios contenidos en la literatura especializada de análisis estructural. Nótese que el marco es una estructura estáticamente indeterminada o hiperestática y que la inercia relativa de los miembros que lo componen, influye en la distribución de los momentos flexionantes.

En las siguientes figuras se muestra la solución del marco rígido del ejemplo en función de su geometría y de los dos tipos de carga que obran sobre él: carga uniformemente repartida sobre la trabe y carga horizontal aplicada en la sección superior de la columna izquierda.

Se determinan las magnitudes de las reacciones en los apoyos de las columnas del marco y los momentos flexionantes en sus secciones extremas. En las siguientes figuras se han trazado los diagramas de momentos flexionantes correspondientes a

cada una de las condiciones de carga. Las solicitaciones que se indican corresponden a un análisis elástico de primer orden de la estructura.



Características geométricas del marco

Cálculo del parámetro α

$$\alpha = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{h}{\ell}$$

donde:

I_v = momento de inercia de la trabe alrededor del eje de mayor resistencia, cm^4

I_c = momento de inercia de la columna respecto al eje de mayor momento de inercia, cm^4

h = longitud de las columnas del marco, cm .

L = claro transversal del marco, cm .

$$\alpha = \frac{27\,430\,6}{20\,187\,9} = 0.91$$

Condición de carga 1.

Con $w = 2 \text{ Ton/m}$ y $\alpha = 0.91$ (en todos los casos, ya que su valor depende de la relación de momentos de inercia y dimensiones del marco).

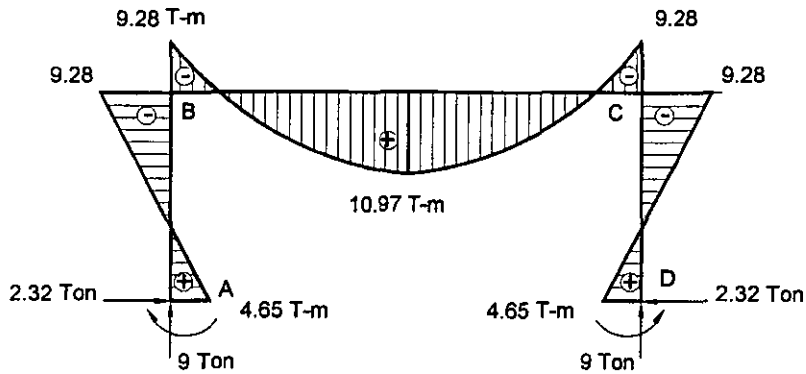
$$V_A = V_D = \frac{wL}{2} = \frac{2 \times 9}{2} = 9 \text{ Ton}$$

$$H_A = H_D = \frac{wL^2}{4h(\alpha + 2)} = \frac{2 \times 9^2}{4 \times 6(0.91 + 2)} = 2 \times 1.16 = 2.32 \text{ Ton}$$

$$M_A = M_D = + \frac{wL^2}{12(\alpha + 2)} = + \frac{2 \times 9^2}{12(0.91 + 2)} = +2 \times 2.32 = +4.64 \text{ T - m}$$

$$M_B = - M_C = - \frac{wL^2}{6(\alpha + 2)} = - \frac{2 \times 9^2}{6(0.91 + 2)} = -2 \times 4.64 = -9.28 \text{ T - m}$$

$$M_{\text{máx}} = + \frac{wL^2}{24} \times \frac{3\alpha + 2}{\alpha + 2} = + \frac{2 \times 9^2}{24} \frac{3 \times 0.91 + 2}{0.91 + 2} = +2 \times 5.49 = +10.97 \text{ T - m}$$



Condición de carga 1:
Carga muerta $D = 2 \text{ Ton/m}$
Diagrama de momentos flexionantes y reacciones

Condición de carga 2. $w = 0.6 \text{ Ton/m}$

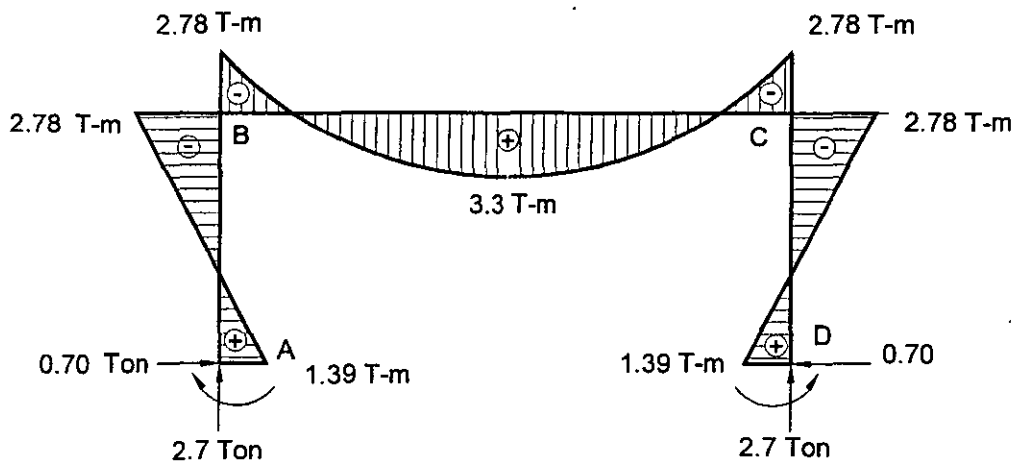
$$V_A = V_D = \frac{wL}{2} = \frac{0.6 \times 9}{2} = 2.7 \text{ Ton}$$

$$H_A = H_D = \frac{wL^2}{4h(\alpha + 2)} = 0.6 \times 1.16 = 0.70 \text{ Ton}$$

$$M_A = + M_D = + \frac{wL^2}{12(\alpha + 2)} = + 0.6 \times 2.32 = + 1.39 \text{ T-m}$$

$$M_B = - M_C = - \frac{wL^2}{6(\alpha + 2)} = - 0.60 \times 4.64 = - 2.78 \text{ T-m}$$

$$M_{\text{máx}} = + \frac{wL^2}{24} \times \frac{3\alpha + 2}{\alpha + 2} = + 0.6 \times 5.49 = + 3.3 \text{ T-m}$$



Condición de carga 2:
Carga viva $L = 0.6 \text{ Ton/m}$
Diagrama de momentos flexionantes y reacciones

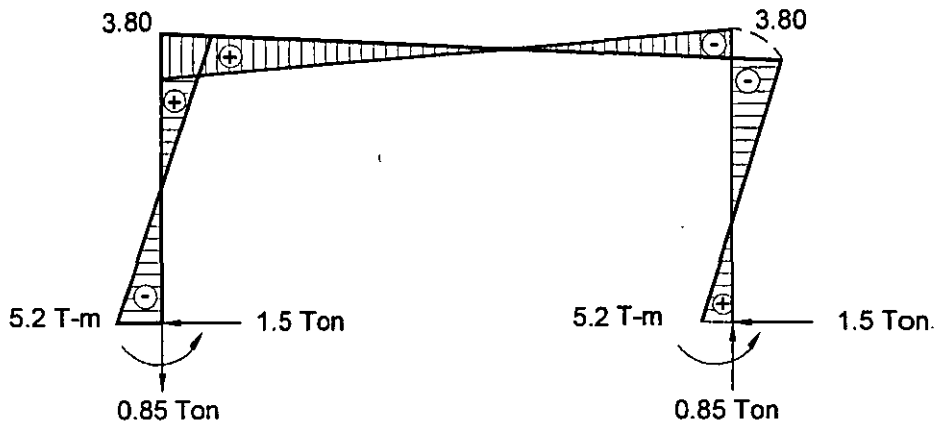
Condición de carga 3. Con $P = 3\text{Ton}$

$$V_A = -\frac{Ph}{L} \times \frac{3\alpha}{6\alpha+1} = \frac{-3 \times 6}{9} \times \frac{3 \times 0.91}{(6 \times 0.91 + 1)} = -0.85 \text{ Ton} \quad V_D = +0.85 \text{ Ton}$$

$$H_A = -H_D = -\frac{P}{2} = -\frac{3}{2} = -1.5 \text{ Ton}$$

$$M_A = -\frac{Ph}{2} \times \frac{3\alpha+1}{6\alpha+1} = -\frac{3 \times 6}{2} \times \frac{3 \times 0.91 + 1}{6 \times 0.91 + 1} = -5.2 \text{ T-m} \quad M_D = +\frac{Ph}{2} \times \frac{3\alpha+1}{6\alpha+1} = +5.2 \text{ T-m}$$

$$M_B = +\frac{Ph}{2} \times \frac{3\alpha}{6\alpha+1} = +9 \times 0.423 = +3.80 \text{ T-m} \quad M_C = -\frac{Ph}{2} \times \frac{3\alpha}{6\alpha+1} = -3.80 \text{ T-m}$$



Condición de carga 3:
Sismo $E = 3 \text{ Ton}$
Diagrama de momentos flexionantes y reacciones

Condición de carga 4. Con $w = 3.4 \text{ Ton/m}$

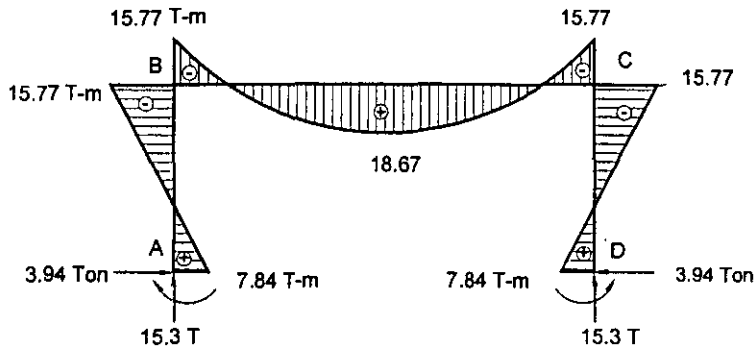
$$V_A = V_D = \frac{wL}{2} = \frac{3.4 \times 9.0}{2} = 15.3 \text{ Ton}$$

$$H_A = H_D = \frac{wL^2}{4h(\alpha+2)} = \frac{3.4 \times 9.0^2}{4 \times 6(0.91+2)} = 3.94 \text{ Ton}$$

$$M_A = M_D = +\frac{wL^2}{12(\alpha+2)} = +3.4 \times 2.32 = +7.89 \text{ T-m}$$

$$M_B = M_C = \frac{-wL^2}{6(\alpha+2)} = -3.4 \times 4.14 = -15.78 \text{ T-m}$$

$$M_{\text{máx}} = +\frac{wL^2}{24} \times \frac{3\alpha+2}{\alpha+2} = +3.4 \times 5.49 = +18.67 \text{ T-m}$$



Condición de carga 4:
Carga muerta más viva combinadas = 1.2D + 1.6L = 3.4 Ton/m
Diagrama de momentos flexionantes y reacciones

Condición de carga 5. Con $w = 2.7 \text{ Ton/m}$ y $P = 3 \text{ Ton}$

$$V_A = V_D = \frac{wL}{2} - \frac{Ph}{\ell} \times \frac{3\alpha}{6\alpha + 1} = \frac{2.7 \times 9}{2} - 0.85 = 11.3 \text{ Ton}$$

$$H_A = \frac{wL^2}{4h(\alpha + 2)} - \frac{P}{2} = 2.7 \times 1.16 - 1.15 = 1.63 \text{ Ton}$$

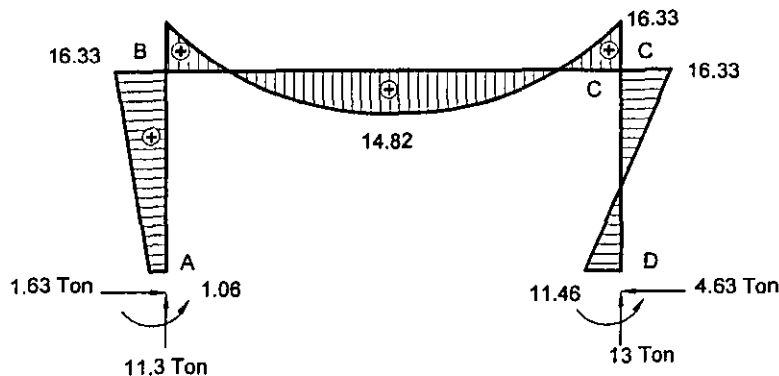
$$H_D = P + H_A = 3 + 1.63 = 4.63 \text{ Ton}$$

$$M_A = + \frac{wL^2}{12(\alpha + 2)} - \frac{Ph}{2} \times \frac{3\alpha + 1}{6\alpha + 1} = + 2.7 \times 2.32 - 5.2 = + 1.06 \text{ T-m}$$

$$M_D = + \frac{wL^2}{12(\alpha + 2)} + \frac{Ph}{2} \times \frac{3\alpha + 1}{6\alpha + 1} = + 2.7 \times 2.32 + 5.2 = 11.46 \text{ T-m}$$

$$M_B = + M_C = + \frac{wL^2}{6(\alpha + 2)} + \frac{Ph}{2} \times \frac{3\alpha}{6\alpha + 1} = + 2.7 \times 4.64 + 3.80 = + 16.33 \text{ T-m}$$

$$M_{\text{máx}} = + \frac{wL^2}{24} \times \frac{3\alpha + 2}{\alpha + 2} = + 2.7 \times 5.49 - 0 = + 14.82 \text{ T-m}$$



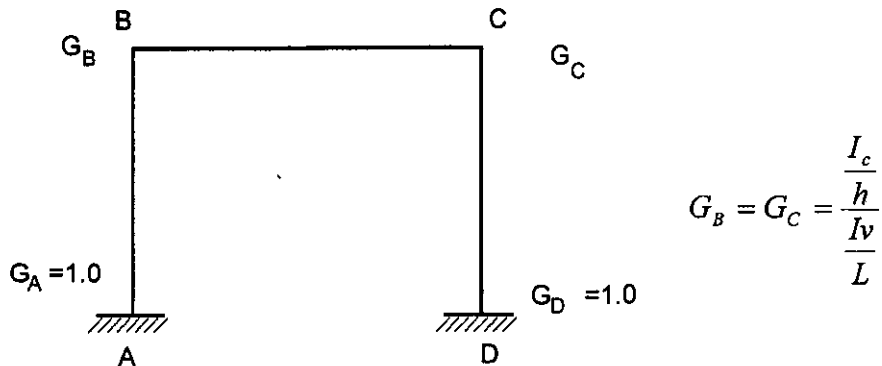
Condición de carga 5:
Carga muerta más viva más sismo combinadas = 1.2 L + 0.5L + E
= 2.7 Ton/m + 3Ton

Diagrama de momentos flexionantes y reacciones

3. Revisión de las columnas

Las columnas se revisarán con los elementos mecánicos de la condición de carga crítica.

Determinación del factor de longitud efectiva K



Restricciones rotacionales

Restricciones rotacionales. Nudos inferiores, G_A y G_D

El coeficiente de restricción rotacional de la columna en los nudos A y D para la condición de apoyo empotrado o fijo en el extremo, vale teóricamente cero, pero se recomienda que se tome igual a uno.

$$G_A = G_D = 1.0 \text{ (apoyos empotrados)}$$

Restricciones rotacionales. Nudos superiores G_B y G_C

$$G_B = G_C = \frac{\frac{20187}{600}}{\frac{27430}{900}} = 1.10$$

En la determinación de la resistencia de diseño en compresión, el factor de longitud efectiva K_x se obtiene del nomograma de Jackson y Morland, para el caso de desplazamiento lateral permitido

$$K_x = 1.32$$

Para calcular la carga crítica de Euler, el factor de longitud efectiva se obtiene del nomograma para el caso de desplazamiento lateral impedido.

$$K_x = 0.78$$

Como las secciones extremas de las columnas están soportadas lateralmente,

$$K_y = 1.0 \text{ (apoyos extremos fijos)}$$

4. Resistencia de diseño en compresión

Relaciones de esbeltez

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_x = \frac{1.32 \times 600}{14.9} = 53.2 \quad \left(\frac{KL}{r}\right)_y = \frac{1.0 \times 600}{4.9} = 122.4$$

La relación de esbeltez crítica de la columna es $(KL/r)_y = 122.4$.

Parámetro de esbeltez de la columna

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (\text{E2-4})$$

donde:

KL/r = relación de esbeltez efectiva máxima de la columna

$$\lambda_c = \frac{122.4}{\pi} \sqrt{\frac{2530}{2.039 \times 10^6}} = 1.37$$

Calculo del esfuerzo crítico de pandeo en compresión

$$\text{Para } \lambda_c < 1.5, \quad F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y \quad (\text{E2-2})$$

$$\text{Para } \lambda_c > 1.5, \quad F_{cr} = \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y \quad (\text{E2-3})$$

Como $\lambda = 1.37$, el esfuerzo crítico se determina con la ecuación (E2-2).

$$\phi F_{cr} = (0.658^{1.37^2}) 2530 = 1152 \text{ Kg/cm}^2$$

Luego:

$$\phi_c P_n = \phi F_{cr} A = 0.85 \times 1152 \times 91.0 \times 10^3 = 89.1 \text{ Ton}$$

5. Resistencia en flexión

Momento de diseño

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (\text{C1-1})$$

donde:

M_u = momento de diseño en los extremos de la columna- T-m

B_1 = factor de amplificación de momentos para diseño de miembros flexocomprimidos (adimensional)

M_{nt} = resistencia en flexión requerida del miembro suponiendo que no hay desplazamiento lateral del marco (adimensional)

M_{lt} = resistencia en flexión requerida en un miembro como resultado de desplazamiento lateral de la estructura

$$B_1 = \frac{C_m}{(1 - P_u / P_{e1})} \quad (C1-2)$$

C_m = coeficiente que depende de la ley de variación del momento flexionante a lo largo del eje del miembro flexocomprimido.

$$C_m = 0.6 - 0.4 (M_1/M_2)$$

$$C_m = 1 - 0.4 (7.89/15.77) = 0.50$$

Es crítico el tramo superior de la columna

P_u = fuerza axial de diseño que obra en la columna, Ton

ΣP_u = carga vertical total, factorizada, que obra sobre el entrepiso, Ton

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

P_{e1} = carga crítica nominal de pandeo elástico

Con $K_x = 0.78$

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 E x 20187 x 10^{-3}}{(0.78 x 600)^2} = 1855 \text{ Ton}$$

Por lo tanto,

$$B_1 = \frac{0.50}{(1 - 13/1855)} = 0.504$$

B_2 = factor de amplificación de momentos para diseño de miembros flexocomprimidos

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{\Sigma P_u}{\Sigma P_{e2}} \right)} \quad (C1-5)$$

Con $K_x = 1.32$ (desplazamiento lateral impedido)

$$P_{e2} = \frac{\pi^2 E x 20187 x 10^{-3}}{(1.32 x 600)^2} = 647.6 \text{ Ton}$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{11.3 + 13}{647.6} \right)} = 1.04$$

$$M_u = 1.0 \times 15.77^* + 1.04 \times 3.80^* = 19.72 \text{ T-m}$$

*Véanse diagramas de momentos flexionantes correspondientes a las combinaciones de carga 3 y 4.

Longitudes no soportadas lateralmente

L_p = longitud máxima no soportada lateralmente para la que un miembro en flexión puede desarrollar el momento plástico M_p y conservarlo durante las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo de colapso.

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{F1-4})$$

L_b = longitud libre de una columna entre secciones soportadas lateralmente. En este ejemplo, $L_b = 6.0 \text{ m}$

L_r = longitud no soportada lateralmente de un miembro en flexión que se determina con la ecuación (F1-6).

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} \quad (\text{F1-6})$$

donde:

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJ}{2}} \quad (\text{F1-8})$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 \quad (\text{F1-9})$$

$$F_L = (F_y - F_r)$$

$F_r = 705 \text{ kg/cm}^2$ para perfiles laminados de acero *NOM-B-254(ASTM A36)*

Los valores de L_p y L_r valor también se pueden obtener directamente de las ayudas de diseño del *M-AISC-LRFD-VI-1993*. Para el perfil IPR, IR ó W 356x71.4(14x48) de acero *NOM-B-254(ASTM A36)*:

$$L_p = 8 \text{ ft} = 244 \text{ cm}$$

$$L_r = 26.3 \text{ ft} = 802 \text{ cm}$$

Véase **TABLA DE SELECCIÓN PARA DISEÑO POR FACTORES DE CARGA** para perfiles utilizados como vigas, página 4-19, *M-ASIC-LRFD-VI-1993*

Como $L_p = 244 \text{ cm} < L_b = 600 \text{ cm} < L_r = 802 \text{ cm}$, el momento resistente nominal M_n se determina con la ecuación (F1-2) de las normas *AISC-LRFD-1999*

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (F1-2)$$

Cálculo del coeficiente de flexión C_b

$$C_b = \frac{12.5 M_{\text{máx}}}{2.5 M_{\text{máx}} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} \quad (F1-3)$$

donde:

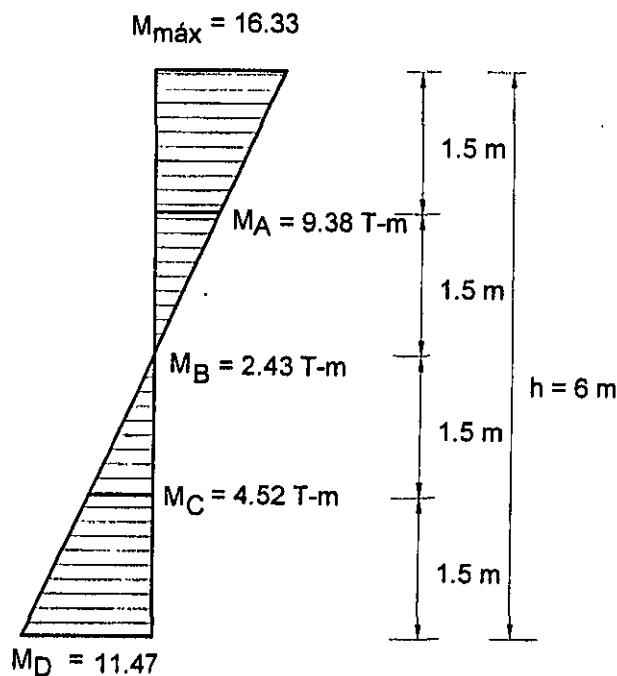
$M_{\text{máx}}$ = momento máximo en la viga, T-m.

M_A = momento en el primer cuarto del claro de la viga, T-m

M_B = momento en el centro del claro de la viga, T-m.

M_C = momento en el tercer cuarto del claro de la viga, T-m

Todos los momentos que intervienen en la ecuación (F1-3) se sustituyen con sus valores absolutos. Véase diagrama de momentos, condición de carga (1.2D + 0.5L + E), columna derecha.



$$C_b = \frac{12.5 \times 16.33}{2.5 \times 16.33 + 3 \times 9.38 + 4 \times 2.43 + 3 \times 4.52} = 2.21$$

$$M_p = Z_x F_y = 1\,285 \times 2\,530 \times 10^{-5} = 32.5 \text{ T-m}$$

$$M_r = (F_y - F_r) S_x = (2\,530 - 705) \times 1\,152 \times 10^{-5} = 21.0 \text{ T-m}$$

Luego:

$$M_n = 2.21 [32.5 - (32.5 - 21) \left(\frac{6 - 2.44}{8.02 - 2.44} \right)] = 55.6 \text{ T-m} > M_p = 32.5 \text{ T-m}$$

Por lo tanto,

$$M_n = M_p = 32.5 \text{ T-m}$$

6. Aplicación de las ecuaciones de interacción

a) Para $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.20$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left[\frac{M_{ux}}{\phi b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi b M_{ny}} \right] \leq 1.0 \quad (\text{HI-1a})$$

b) Para $\frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2$

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left[\frac{M_{ux}}{\phi b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi b M_{ny}} \right] \leq 1.0 \quad (\text{HI-1b})$$

Como $P_u / \phi P_n = 11.3 / 89.1 = 0.13 < 0.20$, se utiliza la ecuación (HI-1b). Como solamente hay pandeo alrededor del eje de mayor momento de inercia (eje X-X), se desprecia el tercer término de la ecuación de interacción que se refiere a flexión alrededor del eje de menor resistencia (eje Y-Y).

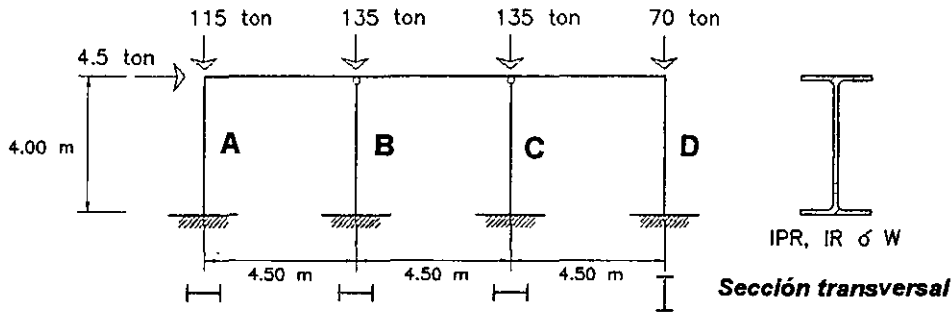
$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left[\frac{M_{ux}}{\phi b M_{nx}} \right] = \frac{11.3}{2 \times 89.1} + \left(\frac{19.72}{0.90 \times 32.5} \right) + 0 = 0.063 + 0.674 + 0 = 0.737 < 1.0$$

La sección propuesta es correcta.

CONCLUSIÓN:

Los perfiles 356x71.4 (14x48) de acero NOM-B-254 (ASTM-A36) son adecuados para las columnas AB y CD del marco rígido del ejemplo, sin embargo convendría revisar otra sección más liviana. Se propone al lector revisar el perfil IPR, IR ó W 356x44.8 (356x30).

Ejemplo MFC-12. Calcular, mediante las Especificaciones AISC-LRFD-1993, los momentos de diseño M_u del marco rígido de varios claros y de un sólo nivel, de una estructura regular, que se muestra en la figura. Las vigas y columnas son perfiles tipo IPR, IR ó W, de acero NOM-B-254 (ASTM A36). El desplazamiento horizontal relativo de los niveles que limitan el entrepiso, $\Delta_{oh} = 0.25$ cm.



Perfiles IPR, IR ó W
 A y D: 356 x 134.2 (14x90)
 B y C: 305 x 96.7 (12x65)
 T-1 406 x 85.1 (16x57)

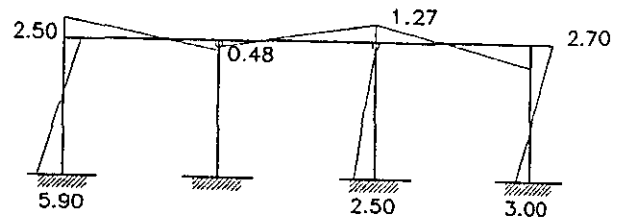
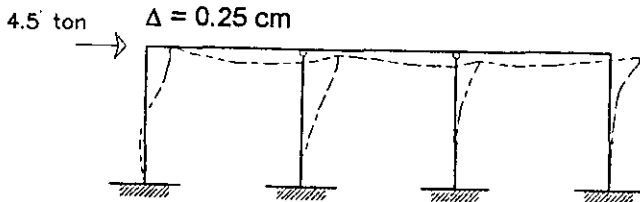
Marco rígido y orientación de columnas

Columna del ejemplo MFC-12

SOLUCIÓN:

Si se impide el desplazamiento lateral del cabezal, las cargas aplicadas no producen momentos flexionantes de primer orden.

$$M_{nt} = 0$$



Análisis para M_u

Diagrama de momentos flexionantes de primer orden, en ton-m

Cálculo de B_2

Método de diseño utilizando la longitud efectiva de las columnas. El coeficiente B_2 se calcula con la ecuación (C1-5) de las especificaciones AISC-LRFD-1993.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_E}} \quad (C1-3)$$

donde:

$\sum P_u$ es la carga vertical de diseño en el entrepiso (incluye cargas muertas y vivas), en ton, Δ es el desplazamiento horizontal relativo de los niveles que lo limitan, en cm, la dirección del análisis, producido por las fuerzas de diseño y determinado mediante un análisis de primer orden, en cm $\sum H$, es la fuerza cortante de diseño en el entrepiso, en ton y L la altura del entrepiso, en m.

$$\sum P_u = 115 + 2 \times 135 + 70 = 455 \text{ ton}$$

Columna A

Evaluación del factor de longitud efectiva de las columnas

$$G_{inf} = 0 \quad G_{sup} = \frac{\frac{41\,582}{400}}{\frac{31\,550}{450}} = 1.48 \quad \therefore \quad K_x = 1.2$$

$$P_B = \frac{\pi^2 EI}{(Kl)^2} = \frac{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \times 41\,582 \times 10^{-3}}{(1.2 \times 400)^2} = 2\,668.4 \text{ ton}$$

Columna B

$$K = \infty \quad P_B = 0$$

Columna C

$$K = 2 \quad P_B = \frac{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \times 22\,185 \times 10^{-3}}{(2 \times 400)^2} = 697.6 \text{ ton}$$

Columna D

$$G_{inf} = 0 \quad G_{sup} = \frac{\left(\frac{15\,068}{400}\right)}{0.5 \left(\frac{31\,550}{450}\right)} = 1.07 \quad \therefore \quad K = 1.18$$

$$P_B = \frac{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \times 15\,068 \times 10^{-3}}{(1.18 \times 400)^2} = 1\,361 \text{ ton}$$

$$\Sigma P_B = 2\,668.4 + 0 + 697.6 + 1\,361 = 4\,727 \text{ ton}$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_u}{\Sigma P_B}} = \frac{1}{1 - \frac{455}{4\,727}} = 1.10$$

Método P-Δ

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{(\Sigma P_u) \Delta_{OH}}{(\Sigma H)l}} = \frac{1}{1 - \frac{455 \times 0.25}{4.5 \times 400}} = 1.07$$

Se usará $B_2 = 1.0$

Cálculo de M_u

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$

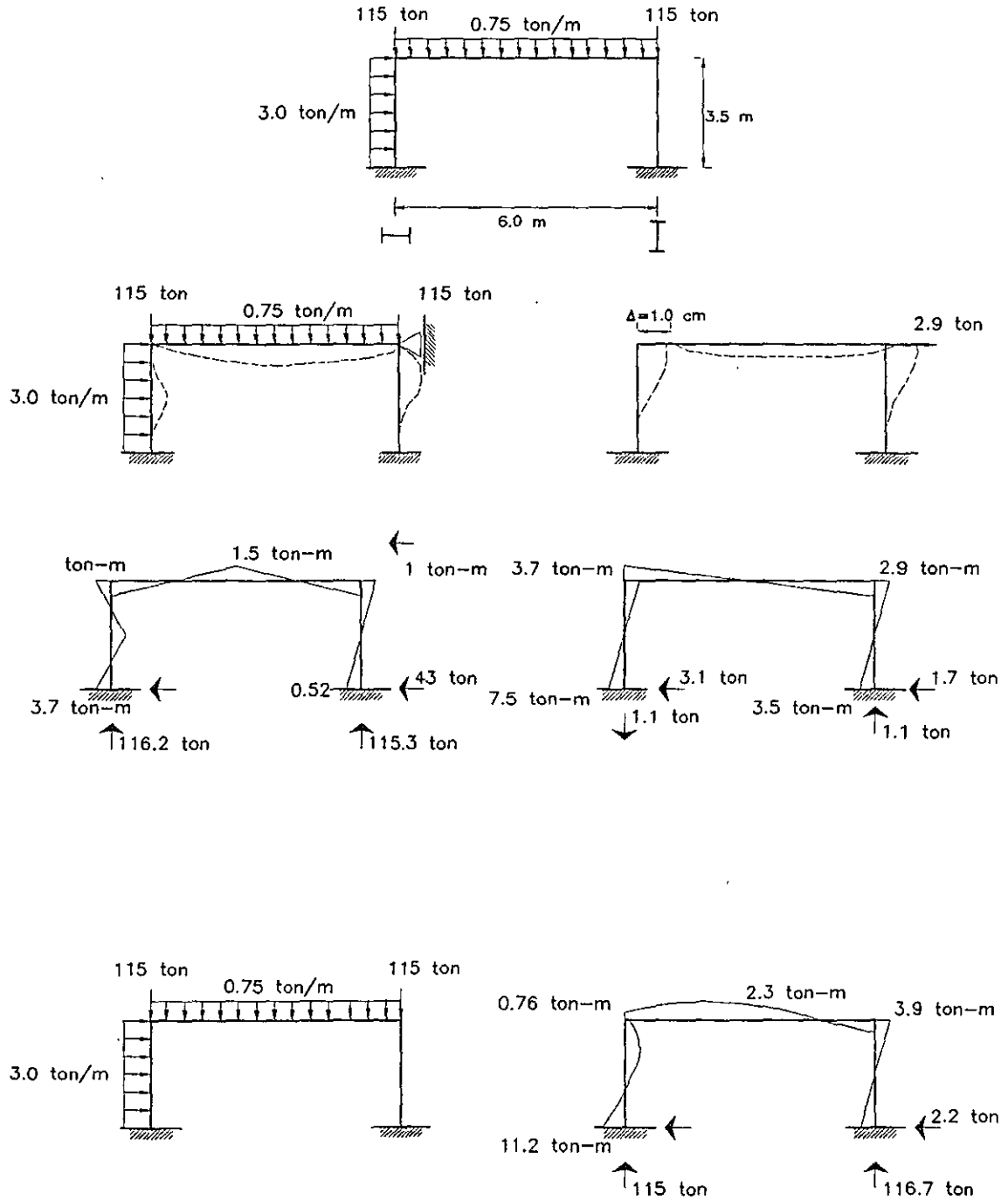
$$M_u = B_2 M_{lt}$$

En la tabla siguiente se muestran los resultados obtenidos.

Tabla MFC-12-1. Resultados de diseño

Columna	Momento (ton-m)	$M_u = 1.1 M_{lt}$ (ton-m)
A	5.9	6.5
B	0	0
C	2.5	2.75
D	3	3.3

Ejemplo MFC-13. Determinar, conforme las Especificaciones AISC-LRFD-1993, los momentos de diseño M_u de las columnas tipo IPR, IR ó W del marco rígido simple de la estructura regular que se muestra en la figura. Las columnas son IPR, IR ó W 254×80 (10×54) y la viga es un IPR, IR ó W305×38.7 (12×26).



Momentos de primer orden totales ($M_{nt} + M_{it}$)

SOLUCIÓN:

Como el marco es asimétrico en cargas, su cabezal se desplaza horizontalmente. Se hacen dos análisis, uno impidiendo, con un apoyo ficticio, ese desplazamiento, y otro con la reacción que aparece en el apoyo ficticio, con signo contrario. El primer análisis proporciona los momentos M_{nt} , y el segundo los M_{lt} .

Cálculo de B_1

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_E}} > 1 \quad (C1-2)$$

Columna izquierda $P_u = 115$ ton

$$P_E = \frac{\pi^2 EI_x}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \times 12 \cdot 612 \times 10^{-3}}{(1 \times 350)^2} = 2\,072 \text{ ton} \quad (K=1.0)$$

Coficiente C_m

Para miembros con extremos restringidos y sujetos a carga transversal, las Especificaciones AISC-LRFD-1993, permiten un valor de $C_m = 0.85$. Nótese que el diagrama de momentos flexionantes (M_{nt}) es similar al caso restringido-restringido del comentario a las especificaciones, de esta manera,

$$C_m = 1 - 0.4 \frac{P_u}{P_E} = 1 - 0.4 \left(\frac{115}{2\,072} \right) = 0.98 \approx 1.0$$

Se usará $C_m = 1.0$

Luego:

$$B_1 = \frac{1}{1 - \frac{115}{2\,072}} = 1.06$$

Columna derecha

$$P_u = 117 \text{ ton}$$

$$P_E = \frac{\pi^2 EI_y}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \times 4 \cdot 287 \times 10^{-3}}{(1 \times 350)^2} = 704 \text{ ton}$$

Coficiente C_m

Para miembros sometidos únicamente a momentos en los extremos, C_m se calcula con la ecuación siguiente:

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \quad (C1-3)$$

donde:

M_1/M_2 es la relación del momento menor al mayor en los extremos del miembro no soportado lateralmente, en el plano de flexión. M_1/M_2 es positiva cuando el miembro se flexiona en curvatura doble y negativa cuando se flexiona en curvatura simple.

Del diagrama de momentos M_{nt}

$$M_1 = 0.52 \text{ ton-m y } M_2 = 1.06 \text{ ton-m, } M_1/M_2 = 0.491; C_m = 0.6 - 0.4 \times 0.491 = 0.404$$

$$B_1 = \frac{0.404}{1 - \frac{117}{704}} = 0.485 < 1.0 \quad (C1-2)$$

B_1 debe ser mayor o igual que 1.0, de manera que se usará $B_1 = 1.0$

Cálculo de B_2

Método de la longitud efectiva

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_u}{\Sigma P_R}}$$

Con $\Sigma P_u = 2 \times 115 + 0.75 \times 6 = 234.5 \text{ ton}$

Columna izquierda

$$G_{inf} = 0 \quad G_{sup} = \frac{\frac{12\ 612}{350}}{\frac{8\ 491}{600}} = 2.5$$

Del nomograma del comentario a las especificaciones AISC-LRFD-1993, se obtiene $K = 1.33$

$$P_R = \frac{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \times 12\ 612 \times 10^{-3}}{(1.33 \times 350)^2} = 1\ 171 \text{ ton}$$

Columna derecha

$$G_{inf} = 0 \quad G_{sup} = \frac{\frac{4\ 287}{350}}{\frac{8\ 491}{600}} = 0.87 \quad K = 1.13$$

$$P_R = \frac{\pi^2 \times 2.039 \times 10^6 \times 4\ 287 \times 10^{-3}}{(1.13 \times 350)^2} = 551.5 \text{ ton}$$

$$\Sigma P_R = 1\ 171 + 551.5 = 1\ 686 \text{ ton}$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{234.5}{1\ 686}} = 1.16$$

Método P-Δ

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{(\Sigma P_u) \Delta_{oh}}{(\Sigma H) l}}$$

Con $\Sigma P_u = 238.5 \text{ ton}$

$\Delta_{oh} = 1.02 \text{ cm}$

$\Sigma H = 4.8 \text{ ton}$

Δ_{oh} es el desplazamiento horizontal relativo de los niveles que limitan el entrepiso en consideración, en la dirección que se está analizando, producido por las fuerzas de diseño, en cm y ΣH es la suma de todas las fuerzas horizontales de diseño que obran encima del entrepiso en consideración, en ton (Fuerza cortante de diseño en el entrepiso, en la dirección que se está analizando) Estos valores provienen del análisis dinámico de la estructura. Sustituyendo valores en la ecuación anterior:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{238.5 \times 1.02}{4.8 \times 350}} = 1.17$$

Cualquiera de los valores de B_2 , obtenidos con los procedimientos anteriores, es aceptable. Se usará $B_2 = 1.17$

Cálculo de los momentos de diseño

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_t \quad B_1 = 1.06 \text{ y } B_2 = 1.17$$

Columna izquierda:

El momento flexionante máximo se presenta en la base

$$M_u = 1.06 \times 3.7 + 1.17 \times 7.5 = 12.7 \text{ ton-m}$$

Columna derecha:

De la misma manera que en el caso anterior, el momento máximo se presenta en la base

$$M_u = 1.0 \times 0.52 + 1.17 \times 3.5 = 4.6 \text{ ton-m}$$