



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MODELO EXPERIMENTAL DE  
VEHÍCULO CON DOS MODOS  
DE DIRECCIONABILIDAD**

**T E S I S**

Que para obtener el título de  
**INGENIERO MECATRÓNICO**

**P R E S E N T A**

**RODRÍGUEZ HUITRÓN SAMUEL**

**DIRECTOR DE TESIS**

**DR. OCTAVIO DÍAZ HERNÁNDEZ**



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017**

## **Jurado Asignado**

Presidente: M.I. Hugo German Serrano Miranda

Vocal: Dr. Octavio Díaz Hernández

Secretario: Dr. Jesús Manuel Dorador González

Primer Suplente: M.I. Humberto Mancilla Alonso

Segundo Suplente: Dr. Patricio Martínez Zamudio

Lugar donde se realizó la tesis: Facultad de Ingeniería

**TUTOR DE TESIS:**

**DR. OCTAVIO DÍAZ HERNÁNDEZ**

---

**FIRMA**

## **AGRADECIMIENTOS**

*A la Universidad Nacional Autónoma de México  
por la valiosa formación y conocimientos brindados.*

*A mis padres, Carmen y José Luis por su apoyo  
incondicional en toda mi trayectoria académica.*

*A Yuler y Andrés por su amistad, apoyo  
y compañerismo a lo largo de la carrera.*

*Al Dr. Octavio Díaz Hernández por su confianza, apoyo  
y paciencia en la realización de este proyecto.*

## **DEDICATORIA**

*A Modesto, Eduardo, Abelardo y Elías Rodríguez  
donde quiera que se encuentren.*

---

# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>10</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>11</b>
1.1 Aspectos generales.....	11
1.2 Estado de la técnica.....	12
1.3 Objetivos.....	14
1.4 Justificación.....	14
1.5 Hipótesis.....	15
1.6 Principio de la dirección Ackerman .....	15
1.7 Principio de la direccionabilidad independiente .....	19
1.8 Metodología de diseño del producto .....	21
<b>2 DESARROLLO DEL CONCEPTO</b>	<b>23</b>
2.1 Identificación de las necesidades.....	23
2.2 Especificaciones objetivo.....	24
2.3 Generación de conceptos.....	24
2.4 Selección de conceptos.....	32
<b>3 ARQUITECTURA DEL MODELO</b>	<b>34</b>
3.1 Arquitectura general del vehículo.....	34
3.1.1 Chasis.....	36
3.1.2 Control de usuario.....	38
3.1.3 Comunicación usuario- vehículo.....	39
3.1.4 Procesador.....	40
3.1.5 Actuación y sensado.....	40
3.2 Control de posición y velocidad.....	41
3.2.1 Control de posición.....	41
3.2.2 Control de velocidad.....	48
3.2.3 Etapa de potencia.....	49
3.3 Cálculo de los parámetros de la dirección independiente.....	50
3.4 Cálculo de los parámetros de la dirección Ackerman.....	51
3.5 Adquisición de datos.....	53

<b>4</b>	<b>EXPERIMENTACIÓN CON EL MODELO</b>	<b>54</b>
4.1	Tipos de experimento .....	54
4.1.1	Radio de giro mínimo .....	54
4.1.2	Distancia mínima de evasión.....	60
4.1.3	Vuelta en U o de retorno.....	64
4.1.4	Estacionamiento en paralelo.....	69
4.1.5	Estacionamiento a 90° .....	73
4.1.6	Evasión de obstáculos.....	76
4.1.7	Estacionamiento con obstáculos.....	79
<b>5</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>82</b>
	<b>APÉNDICES</b>	<b>84</b>
	<b>A. Planos de construcción</b>	
A.1	Planos descriptivos de los elementos mecánicos del modelo desarrollado.....	85
A.2	Diagrama esquemático del circuito electrónico empleado.....	94
	<b>B. Código de programación</b>	
B.1	Código de programación para la dirección Independiente.....	96
B.2	Código de programación para la dirección Ackerman.....	101
	<b>REFERENCIAS</b>	<b>106</b>

#### Lista de Figuras

Figura 1.1	Caldwell Vale, tractor australiano (1910). Direccionamiento y tracción en las cuatro ruedas...	12
Figura 1.2.	Honda Prelude (1987). Sistema mecánico 4W.....	12
Figura 1.3.	Vehículo con sistema de direccionabilidad independiente y sistema de dirección mecánica tradicional. Tomada de [7].....	14
Figura 1.4.	a) Sistema de dirección paralelo; b) Sistema de dirección Ackerman. Tomada de [5].....	16
Figura 1.5	Esquema de un vehículo con dirección Ackerman.....	17
Figura 1.6	Representación esquemática de un vehículo con llanta virtual. Modificado de [1].....	20
Figura 1.7.	Proceso genérico de desarrollo del producto. Tomado [9].....	21
Figura 2.1	Matriz de necesidades-métricas.....	25
Figura 2.2	Función general del problema.....	25
Figura 2.3	Descomposición funcional del problema.....	26
Figura 2.4	Subfunciones críticas del vehículo.....	26
Figura 2.5.	Tabla de combinación de conceptos.....	27

Figura 2.6 Soluciones a los subproblemas de almacenar energía externa y transmisión de movimiento en la tracción.....	28
Figura 2.7 Soluciones a los subproblemas de transmisión de movimiento en la dirección y sujeción de ruedas frontales.....	29
Figura 2.8. Soluciones al subproblema del tipo de chasis.....	30
Figura 2.9 Concepto solución A, donde la orientación de las ruedas se transmite del motor a las ruedas por medio de un engranaje cónico.....	31
Figura 2.10 Concepto solución B, donde la orientación de las ruedas se transmite del motor a las ruedas por medio de un sinfín-corona.....	31
Figura 2.11 Concepto solución C, un tren de engranes con ejes paralelos y perpendiculares transmite el giro a las ruedas frontales, dos pares de engranes cónicos se encargan de impulsar las ruedas traseras.....	32
Figura 2.12 Matriz de selección de conceptos donde: mejor que (+); igual que (0) y peor que (-).....	33
Figura 2.13 Concepto seleccionado refinado.....	33
Figura 3.1 Arquitectura general del modelo.....	34
Figura 3.2 Soporte utilizado para sujetar cada motor al chasis.....	35
Figura 3.3 Arreglo de engranes para la dirección de cada rueda. A) Engrane impulsor, B) Engrane libre y C) Engrane conducido.....	36
Figura 3.4 Arreglo de engranes para la tracción. A) Engrane impulsor y B) Engrane conducido.....	36
Figura 3.5 Medidas finales del modelo de vehículo ensamblado.....	37
Figura 3.6 Vehículo ensamblado.....	37
Figura 3.7 Joystick tipo palanca utilizado para controlar el modelo.....	38
Figura 3.8 Esquema de conexiones para el joystick utilizado y su instalación en el modelo.....	39
Figura 3.9 Figura 3.4 Valores establecidos para girar y desplazar el vehículo.....	39
Figura 3.10 Microcontrolador empleado para controlar el vehículo.....	40
Figura 3.11 Motor 37Dx57L empleado.....	41
Figura 3.12 Sistema de control en lazo cerrado para un motor DC.....	42
Figura 3.13 Esquema eléctrico de un motor DC.....	42
Figura 3.14 Sistema de control en lazo cerrado.....	44
Figura 3.15 Respuesta del sistema con el controlador PID con entrada escalón unitario.....	45
Figura 3.16 Respuesta en frecuencia de la planta en lazo abierto.....	46
Figura 3.17 a) Encoder de efecto Hall del motor utilizado, b) Resistencia en pull-up conectada entre el microcontrolador y el encoder.....	47
Figura 3.18 Codificación X4 en un encoder incremental. Tomada de [22].....	47
Figura 3.19 Relación entre la velocidad y valor de PWM aplicado al motor Pololu 37Dx57L y su línea de tendencia.....	48
Figura 3.20 Módulo puente H L298N.....	49
Figura 3.21 Circuito esquemático del circuito integrado L298N, el cual incluye dos puentes H.....	49
Figura 3.22 Programación del algoritmo matemático para la dirección independiente.....	50
Figura 3.23 Programación del algoritmo matemático para la dirección Ackerman.....	51
Figura 3.24 a) Cámara utilizada de la marca Microsoft®, b) Vehículo con el símbolo fiducial, c) Logo de la plataforma empleada Processing.....	53
Figura 4.1 Trayectoria propuesta para la prueba de radio de giro mínimo. a) Giro de vehículo hacia la izquierda, b) Giro de vehículo hacia la derecha.....	54
Figura 4.2 Sistema de referencia para la adquisición de las coordenadas del vehículo.....	54
Figura 4.3 Modelo con dirección Ackerman en prueba de radio de giro hacia la derecha.....	55
Figura 4.4 Modelo con dirección Independiente en prueba de radio de giro hacia la izquierda.....	56

---

Figura 4.5 Prueba de distancia de evasión. a) Vehículo avanza hacia adelante, b) Vehículo avanza de reversa.....	60
Figura 4.6 Distancia de evasión al avanzar hacia adelante. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	61
Figura 4.7 Distancia de evasión al avanzar de reversa. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	63
Figura 4.8 Esquema de la vuelta de retorno: a) Hacia la derecha, b) Hacia la izquierda.....	64
Figura 4.9 Modelo con dirección Independiente en vuelta de retorno hacia la derecha.....	65
Figura 4.10 Modelo con dirección Ackerman en vuelta de retorno hacia la izquierda.....	66
Figura 4.11 Esquema de la vuelta de retorno realizada en reversa. a) Dirección hacia la derecha, b) Dirección hacia la izquierda.....	67
Figura 4.12 Esquema del estacionamiento en paralelo. a) Maniobra para entrar, b) Maniobra para salir.....	69
Figura 4.13 Estacionamiento en paralelo del modelo con dirección Ackerman.....	70
Figura 4.14 Estacionamiento en paralelo del modelo con dirección Independiente.....	71
Figura 4.15 Distancia necesaria para poder estacionar el vehículo en paralelo. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	71
Figura 4.16 Esquema del estacionamiento perpendicular. a) Hacia la izquierda, b) Hacia la derecha.....	73
Figura 4.17 Experimentación con el modelo, estacionamiento a 90° hacia la derecha con dirección Ackerman.....	74
Figura 4.18 Experimentación con el modelo, estacionamiento a 90° hacia la izquierda con dirección Independiente.....	75
Figura 4.19 Esquema de la prueba con varios obstáculos.....	76
Figura 4.20 Experimentación del modelo con dirección Ackerman en evasión de obstáculos.....	77
Figura 4.21 Campo visual captado por la cámara utilizada para dicho fin.....	78
Figura 4.22 Esquema de la prueba de estacionamiento con obstáculos.....	79
Figura 4.23 Experimentación del modelo con dirección Independiente en prueba de estacionamiento con obstáculos.....	80

#### Lista de tablas

Tabla 2.1. Identificación de las necesidades del modelo a diseñar. Escala de importancia: 1 poco importante hasta 5 muy importante.....	23
Tabla 2.2. Lista de métricas.....	24
Tabla 3.1 Medidas finales del modelo ensamblado.....	37
Tabla 3.2. Parametros del modelo para ecuaciones cinemáticas.....	38
Tabla 3.3 Parámetros constantes del motor.....	41
Tabla 3.4 Valores de los ángulos de cada rueda utilizando el algoritmo de la llanta virtual.....	51
Tabla 3.5 Ángulos de las ruedas frontales con la dirección Ackerman.....	52
Tabla 4.1 Promedio, varianza y desviación estándar para los radios de giro de la dirección Ackerman.....	58
Tabla 4.2 Promedio, varianza y desviación estándar para los radios de giro de la dirección Independiente.....	59
Tabla 4.3 Valores de $d_f$ para cada modo de dirección al avanzar hacia adelante.....	61



---

Tabla 4.4 Valores de $d_R$ para cada modo de dirección cuando el vehículo avanzó de reversa.....	63
Tabla 4.5 Número de maniobras necesarias para cada modo de dirección en la prueba de la vuelta de retorno.....	68
Tabla 4.6 Valores obtenidos para $z$ , en cada modo de dirección.....	75
Tabla 4.7 Cantidad de maniobras para la prueba de estacionamiento con obstáculos.....	80

#### Lista de gráficos

Gráfica 1. Trayectorias obtenidas al girar el vehículo 180° hacia la derecha. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	55
Gráfica 2. Trayectorias obtenidas al girar el vehículo hacia su izquierda. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	56
Gráfica 3. Trayectorias del vehículo al virar hacia su izquierda.....	57
Gráfica 4. Trayectorias del vehículo al virar hacia su derecha.....	57
Gráfica 5. Trayectorias al avanzar hacia adelante girando a la derecha. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	60
Gráfica 6. Trayectorias del vehículo al avanzar girando hacia la izquierda. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	61
Gráfica 7. Trayectorias del vehículo al avanzar de reversa girando a la derecha. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	62
Gráfica 8. Trayectorias del vehículo al avanzar de reversa girando hacia la izquierda. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.....	62
Gráfica 9. Trayectorias del vehículo al girar hacia la derecha.....	65
Gráfica 10. Trayectorias al girar hacia la izquierda en la vuelta de retorno.....	66
Gráfica 11. Vuelta de retorno en reversa girando la dirección hacia la derecha.....	67
Gráfica 12. Vuelta de retorno en reversa girando la dirección hacia la izquierda.....	68
Gráfica 13. Trayectorias definidas por el vehículo para estacionarse en paralelo.....	70
Gráfica 14. Trayectorias del vehículo para salir de su lugar una vez que fue estacionado.....	72
Gráfica 15. Trayectorias del vehículo al estacionarse a 90° girando hacia la derecha.....	74
Gráfica 16. Estacionamiento a 90° girando hacia la izquierda.....	75
Gráfica 17. Trayectorias del vehículo en la prueba de evasión de obstáculos.....	77
Gráfica 18. Trayectorias del modelo utilizando un campo de visión artificial.....	78
Gráfica 19. Trayectorias del vehículo para estacionarse con obstáculos.....	80

---

## RESUMEN

Hoy en día, en el sistema de dirección de los vehículos motorizados de cuatro ruedas que circulan por las calles, prevalece la dirección montada en el eje delantero del automóvil. Es decir, autos con dirección en dos ruedas (2WS two-wheel-steering). La maniobrabilidad es baja y los ángulos de giro se encuentran limitados. Dicho sistema ha prevalecido por muchos años obligando a los conductores a lidiar con las restricciones de maniobrabilidad que implica.

Se diseñó un modelo de vehículo motorizado de cuatro ruedas, a escala del tamaño promedio de un automóvil comercial, para realizar ciertas pruebas. Posee la tracción en el eje trasero y la dirección en el eje delantero. El diseño contempló que las ruedas frontales pudieran girar ángulos de 180 grados sin restricción alguna.

El vehículo carga consigo una unidad de procesamiento en tiempo real que calcula los parámetros necesarios para controlar la tracción y dirección, lo cual hace que la dependencia de una computadora sea mínima. El vehículo fue operado por el usuario a través de un joystick siendo la comunicación alámbrica.

Se programaron en el vehículo dos algoritmos distintos que corresponden a dos tipos de dirección, *Ackerman* y *direccionabilidad independiente*, respectivamente. Fue posible realizar las mismas pruebas en un espacio de trabajo para cada modo de dirección y posteriormente se efectuó una comparación entre ellas.

El resultado del presente estudio permite abordar con mayor determinación la implementación de un nuevo sistema de dirección en los automóviles y/o medios de transporte para así mejorar el sistema de conducción actual.

## 1 INTRODUCCIÓN

### 1.1 Aspectos generales

En los autos convencionales con sistemas de dirección en dos y cuatro ruedas (2WS y 4WS) la orientación de las llantas se encuentra regida por articulaciones mecánicas. Recientemente, se ha extendido el uso y desarrollo de los motores eléctricos así como de las baterías, esto hace posible reemplazar el mecanismo de dirección tradicional por módulos independientes de dirección en cada rueda impulsados por un motor eléctrico. A esta estructura se denomina dirección independiente en las cuatro ruedas (4WIS).

Dado que las ruedas tienen la capacidad de girar ángulos de hasta 180 grados de manera independiente, la maniobrabilidad del vehículo aumenta siendo posible girar alrededor de cualquier centro instantáneo de rotación (CIR). Esto ayuda bastante al manejar un vehículo en espacios reducidos o saturados de automóviles.

Los aspectos mecánicos de un vehículo experimental incluyen el diseño adecuado de la base (chasis), los mecanismos de impulsión, maniobrabilidad, tracción, estabilidad y la navegación, además del tamaño, la forma y la controlabilidad del vehículo (Gopalakrishnan,2004).

La unidad de control de un vehículo experimental es en general un microcontrolador o una computadora personal, en tanto que el lenguaje de control puede ser de alto o bajo nivel (Gopalakrishnan, 2004).

Un automóvil se encuentra constituido por dos grandes conjuntos: el chasis o conjunto mecánico del vehículo y la carrocería. El chasis se compone principalmente de los siguientes elementos: 1) Estructura resistente, 2) Motor y elementos de la transmisión,3) Ejes delantero, eje trasero y ruedas, 4) Suspensión, 5) Sistema de dirección y 6) Frenos.

### 1.2 Estado de la técnica

En 1907, Norman y Felix Caldwell registraron una patente sobre el diseño de una transmisión para direccionamiento y tracción en las cuatro ruedas de un vehículo. Fue en 1910 cuando se construyó el primer tractor con dirección y tracción en las cuatro ruedas, que llegó a ser producido en serie mostrando un buen desempeño (figura 1.1).



Figura 1.1 Caldwell Vale, tractor australiano (1910). Direccionamiento y tracción en las cuatro ruedas.

Posteriormente, fue hasta 1987 cuando Honda lanzó al mercado de los Estados Unidos el primer automóvil con direccionamiento en las cuatro ruedas. El modelo *Prelude* poseía un sistema meramente mecánico que enlazaba la dirección frontal y trasera mediante un eje, siendo un engrane planetario quien determinaba el ángulo de giro de las ruedas posteriores (figura 1.2).



Figura 1.2. Honda Prelude (1987). Sistema mecánico 4WS

En 2006, González-Villela formula un concepto matemático que coordina una o más llantas direccionables, haciendo coincidir los ejes de rotación hacia el centro instantáneo de rotación, utilizando para ello la cinemática de robots móviles y teoría de control.

La tendencia de los vehículos es que los enlaces mecánicos convencionales sean reemplazados por módulos electrónicos comunicados por señales eléctricas. Los mecanismos del sistema de dirección serán reemplazados por servo motores y señales electrónicas (Wan Choi, 2008).

En 2009, E. Chicurel diseñó un vehículo eléctrico de tracción delantera que incorporó un mecanismo de dirección capaz de hacer virar las ruedas delanteras en un intervalo de 90 grados. Las proporciones del mecanismo de dirección fueron determinadas mediante un programa de optimización para minimizar el error de la geometría Ackerman. El propósito fue utilizarlo como repartidor urbano.

En 2010, O. Díaz experimentó con un robot móvil de llantas frontales motorizadas que podían ser orientadas independientemente. El concepto matemático que calculó los parámetros para controlar las ruedas del robot fue la *llanta virtual*, establecido a partir de la cinemática de robots móviles. Se comprobó la teoría hasta entonces simulada, en un prototipo real de manera exitosa.

En 2011, U. González realizó experimentos con un prototipo de vehículo el cual evadía colisiones mediante los sistemas *Steer by wire* y *Differential drive* utilizando la formulación Ackerman.

En 2013, S. Blackaller diseñó una plataforma de visión por computadora que sirvió como lazo de retroalimentación de la posición, velocidad y orientación de un robot móvil el cual fue controlado mediante la teoría de la llanta virtual.

Z. Zhang presenta en 2016 un sistema de dirección y tracción en las cuatro ruedas (4WS4WD) de un vehículo eléctrico con alta maniobrabilidad y flexibilidad para espacios reducidos. Un sistema de dirección mecánica en las llantas frontales (2FWS) controla el vehículo a altas velocidades y en conjunto con un sistema de dirección omnidireccional independiente con *Steer-by-wire* permiten al vehículo maniobrar en espacios reducidos, ver figura 1.3.

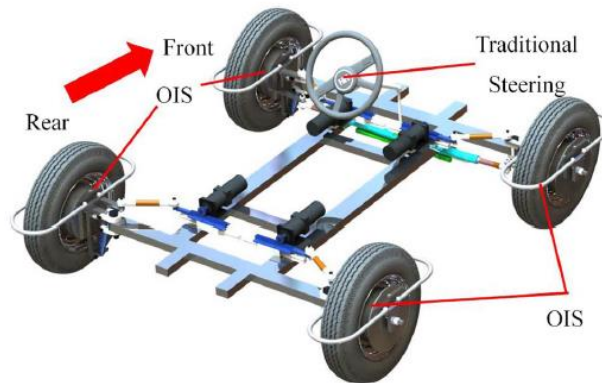


Figura 1.3. Vehículo con sistema de direccionabilidad independiente y sistema de dirección mecánica tradicional. Tomada de [7].

### 1.3 Objetivos

- Desarrollar un modelo de vehículo de cuatro ruedas con llantas delanteras direccionables y dos llantas traseras motorizadas, con la geometría de un automóvil.
- Implementar y controlar dos modos de direccionabilidad: Ackerman y direccionabilidad independiente.
- Comparar la maniobrabilidad del vehículo entre cada modo de direccionabilidad.

### 1.4 Justificación

El sistema de dirección de los automóviles ha sido objeto de estudio desde hace varias décadas. Es por ello que se han desarrollado sistemas de dirección que puedan aumentar la maniobrabilidad de los automóviles y lograr un mejor desempeño en calles estrechas y espacios reducidos. El sistema de dirección de la mayoría de autos convencionales limita su maniobrabilidad por cuestiones mecánicas.

Diversos estudios manifiestan que la maniobrabilidad de un automóvil aumenta considerablemente al poseer sistemas de direccionamiento en ambos ejes, no obstante, no se ha realizado un estudio que indique cuanto mejora la maniobrabilidad en comparación con la tradicional dirección Ackerman.

El resultado obtenido será de importancia en el campo de la industria automotriz así como de la robótica móvil, ya que da la pauta a una posible revolución en el diseño de la dirección de los vehículos así como la forma de conducción de los mismos.

### **1.5 Hipótesis**

Se experimentará con un modelo de vehículo con dirección en el eje delantero y tracción trasera para dos modos de dirección: Ackerman y direccionalidad independiente. Se espera que el vehículo con direccionalidad independiente logre un mejor desempeño que con la dirección Ackerman, en cuanto a maniobrabilidad se refiere.

### **1.6 Principio de la dirección Ackerman**

Cuando un vehículo gira, las trayectorias que recorren las ruedas frontales son distintas, la rueda exterior recorre una mayor distancia que la rueda interior dado que su radio de giro es superior. Para que ambas ruedas sigan la misma trayectoria deseada, se debe cumplir que sus radios de giro converjan en un mismo punto (CIR) en cualquier momento de su orientación.

Rudolf Ackerman descubrió y definió este principio a principios del siglo diecinueve. El principio de la dirección Ackerman es la relación entre la rueda frontal interior y la rueda frontal exterior de un vehículo al tomar una curva. Para formar la geometría correcta, los brazos de direccionamiento se desplazan para que la rueda interior gire un mayor ángulo que la rueda exterior. El concepto es que los ejes perpendiculares de las cuatro ruedas coincidan alrededor de un punto en común denominado Centro Instantáneo de Rotación (CIR) durante una vuelta. Si los ejes no coinciden en el mismo punto, las ruedas frontales experimentarán deslizamiento.

En la figura 1.4a se ilustra un esquema de dirección *Paralelo*, en él, las ruedas delanteras giran el mismo ángulo, lo que trae como consecuencia que los ejes de las ruedas frontales no coincidan con la prolongación del eje trasero, es decir, no convergen en un sólo centro instantáneo de rotación y las trayectorias de ambas ruedas no son concéntricas.

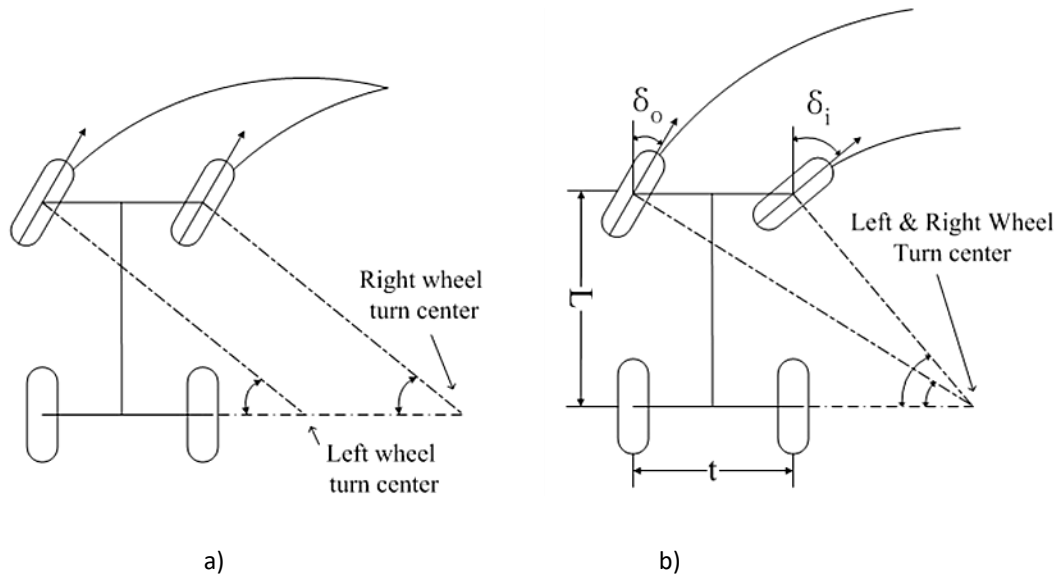


Figura 1.4. a) Sistema de dirección paralelo; b) Sistema de dirección Ackerman. Tomada de [5].

La figura 1.4b presenta la configuración Ackerman, como se puede notar los ejes perpendiculares a las ruedas frontales coinciden con la prolongación del eje trasero en un solo CIR, por tanto, los radios de giro de cada rueda serán concéntricos en todo momento.

El modelo estándar para calcular los ángulos interior y exterior está dado por:

$$\cot \delta_o - \cot \delta_i = \frac{t}{L} \quad (1.1)$$

Donde  $\delta_o$  corresponde al ángulo de la rueda exterior,  $\delta_i$  al ángulo de la rueda interior,  $t$  es el ancho entre ruedas y  $L$  la distancia entre ejes trasero y delantero. Sin embargo, para los fines que nos ocupan la ecuación 1.1 no establece una relación entre el ángulo del automóvil y el ángulo de cada rueda, sino únicamente el ángulo de viraje para cada rueda respecto al centro instantáneo de rotación.

En [8] se presenta la formulación cinemática de la dirección Ackerman en la cual los ángulos de dirección  $\theta_i$  y  $\theta_o$  son determinados en función del ángulo de giro del automóvil  $\theta_{sa}$  (rueda virtual direccionable) así como del ancho entre ruedas  $d$  y la distancia entre ejes  $L$ , lo anterior está dado por las siguientes ecuaciones:



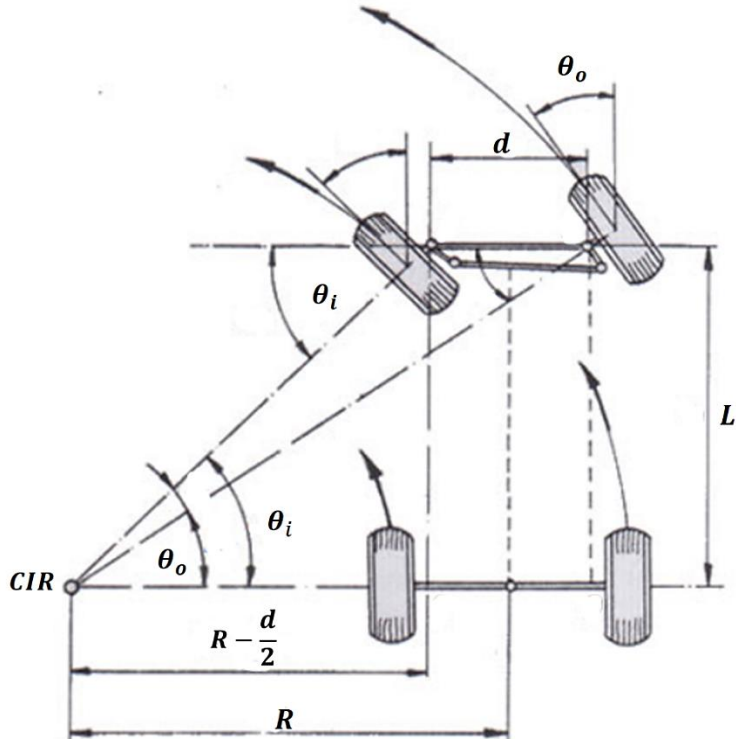


Figura 1.5 Esquema de un vehículo con dirección Ackerman

$$\cot \theta_i = \cot \theta_{sa} - \frac{d}{2L} \quad (1.2)$$

$$\cot \theta_o = \cot \theta_{sa} + \frac{d}{2L} \quad (1.3)$$

Despejando  $\theta_i$  y  $\theta_o$  de las ecuaciones (1.2) y (1.3), se tiene:

$$\theta_i = \arctan \left( \frac{2L \tan \theta_{sa}}{2L - d \tan \theta_{sa}} \right) \quad (1.4)$$

$$\theta_o = \arctan \left( \frac{2L \tan \theta_{sa}}{2L + d \tan \theta_{sa}} \right) \quad (1.5)$$

De esta forma las ecuaciones 1.4 y 1.5 establecen el ángulo que deben girar las ruedas interior y exterior de acuerdo al ángulo de giro del automóvil y de su geometría.

La velocidad de las ruedas traseras que proporcionan la tracción, viene dado por el radio de giro el cual varía según la orientación del vehículo así como de la velocidad angular deseada para el vehículo.

$$R = \frac{L}{\tan\theta_{sa}} \quad (1.6)$$

$$\omega_v = \frac{V_d}{R} \quad (1.7)$$

Donde  $\omega_v$  es la velocidad angular del vehículo que está en función de la velocidad lineal deseada  $V_d$  así como del radio de giro  $R$ , sustituyendo (1.6) y (1.7) en las siguientes ecuaciones:

$$V_i = \omega_v \left( R - \frac{d}{2} \right) \quad (1.8)$$

$$V_o = \omega_v \left( R + \frac{d}{2} \right) \quad (1.9)$$

Se obtienen las ecuaciones que modelan la velocidad de cada una de las ruedas, la ecuación (1.8) corresponde a la velocidad de la rueda izquierda y la ecuación (1.9) a la rueda derecha, considerando una vista superior del modelo.

Usualmente este sistema de dirección es implementado de manera mecánica, lo cual implica limitaciones en cuanto a los ángulos de viraje de cada rueda. Por lo tanto, partiendo de la Fig. 1.5 los ángulos de viraje interior y exterior vienen dados por las siguientes ecuaciones:

$$\tan\theta_i = \frac{L}{R - \frac{d}{2}} \quad (1.10)$$

$$\tan\theta_o = \frac{L}{R + \frac{d}{2}} \quad (1.11)$$

Donde  $R$  representa el radio de giro del vehículo, teniendo en cuenta que el radio de giro mínimo suele ser aproximadamente el doble de la distancia entre ejes, es decir  $R = 2L$ , se tiene de las ecuaciones (1.10) y (1.11):

$$\tan\theta_i = \frac{2L}{2\left(2L - \frac{d}{2}\right)} = \frac{2L}{4L - d} \quad (1.12)$$

$$\tan\theta_o = \frac{2L}{2\left(2L + \frac{d}{2}\right)} = \frac{2L}{4L + d} \quad (1.13)$$

Las ecuaciones (1.12) y (1.13) permiten conocer el ángulo de viraje máximo en un vehículo con dirección Ackerman, lo anterior es de gran utilidad ya que permite implementar dicha dirección sin depender de un mecanismo pudiéndose sustituir por motores eléctricos.

### **1.7 Principio de la direccionalidad independiente**

En [1], O. Díaz llevó a la práctica la teoría de la llanta virtual sobre un prototipo en el cual se coordinó la orientación de las llantas frontales así como las velocidades angulares de los motores de cada una. En el presente trabajo, se ha utilizado como herramienta el concepto de la llanta virtual, no obstante, el objetivo es comparar su desempeño con otro tipo de dirección. De esta forma, se adaptó la teoría de la llanta virtual a un modelo que no entra dentro de la categoría de robot móvil terrestre, ya que el movimiento es controlado por un conductor externo.

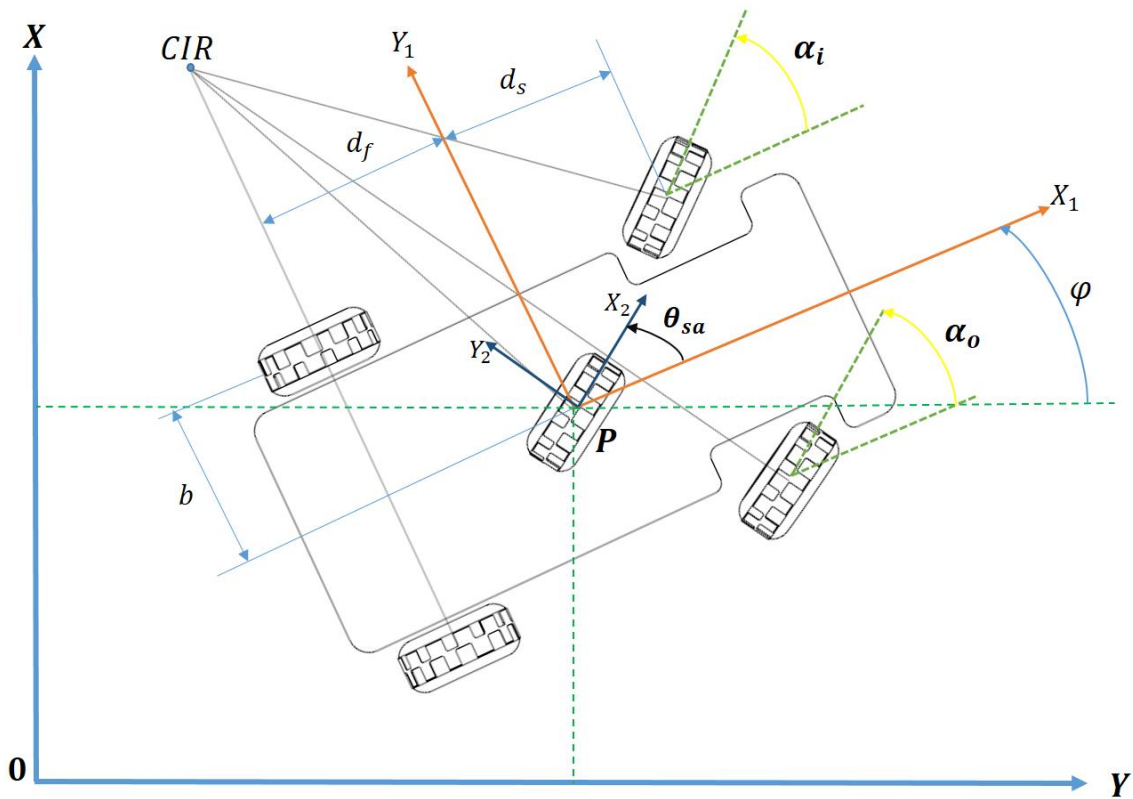


Figura 1.6 Representación esquemática de un vehículo con llanta virtual. Modificado de [1].

Dado que nuestro modelo se desplazará en un espacio de trabajo plano se tiene un sistema de referencia inercial  $(X, Y, 0)$  de dos dimensiones. A su vez, un sistema de referencia móvil  $(X_1, Y_1, 0)$  con origen en el punto P y que se encuentra alineado con el eje longitudinal del vehículo, describe la posición del modelo con respecto al sistema de referencia inercial por medio del ángulo  $\varphi$ . Un sistema de referencia móvil  $(X_2, Y_2, 0)$  representa la posición de la llanta virtual (localizada en el punto P) respecto al sistema de referencia móvil  $(X_1, Y_1, 0)$  mediante el ángulo  $\theta_{sa}$ , obsérvese Fig. 1.6. Cabe mencionar que la llanta virtual no posee masa ni motor [1], por lo que funge como elemento de control sobre el vehículo. Los ángulos  $\alpha_i$  y  $\alpha_o$  representan el ángulo de las ruedas independientes en su dirección, dichos ángulos se calculan por medio de las ecuaciones 1.10 y 1.11:

$$\alpha_i = a \tan 2 \left[ -(df - ds) \cdot \text{sen}(\theta_{sa}), [-b \cdot \text{sen}(\theta_{sa}) - (df - dv) \cdot \text{cos}(\theta_{sa})] \right] [\text{rad}] \quad (1.10)$$

$$\alpha_o = a \tan 2 \left[ -(df - ds) \cdot \text{sen}(\theta_{sa}), [b \cdot \text{sen}(\theta_{sa}) - (df - dv) \cdot \text{cos}(\theta_{sa})] \right] [\text{rad}] \quad (1.11)$$

Donde  $dv$  representa la distancia del punto P al eje de la llanta virtual, es decir,  $dv=0$ . La distancia del punto P al eje de las llantas direccionables se representa con  $ds$ . A su vez, la variable  $df$  muestra la distancia del punto P al eje de las llantas traseras, la cual tomará un valor negativo dada la ubicación del sistema de referencia  $(X_1, Y_1, 0)$ . La variable  $b$  representa la distancia del punto P a las llantas traseras a lo largo del eje  $Y_1$ . Las variables mencionadas anteriormente adquieren un valor constante el cual se toma de las dimensiones del vehículo.

Las ecuaciones 1.12 y 1.13 definen la velocidad angular de las llantas traseras encargadas de proporcionar la tracción del vehículo y cabe resaltar que se encuentran en función del ángulo de la llanta virtual  $\theta_{sa}$ , así como del valor deseado de velocidad del vehículo  $\omega_{sa}$  y del radio de las ruedas  $r$  utilizadas en el modelo.

$$V_i = \frac{[(dv - df) \cdot \cos(\theta_{sa}) + b \cdot \sin(\theta_{sa})](r \cdot \omega_{sa})}{r \cdot (dv - df)} \quad [\text{rad/s}] \quad (1.12)$$

$$V_o = \frac{[(dv - df) \cdot \cos(\theta_{sa}) - b \cdot \sin(\theta_{sa})](r \cdot \omega_{sa})}{r \cdot (dv - df)} \quad [\text{rad/s}] \quad (1.13)$$

### 1.8 Metodología de diseño del producto

Un proceso de desarrollo del producto es una secuencia de pasos o actividades que pueden ser iterativos, utilizados para concebir, diseñar y comercializar un producto. De acuerdo con [9] el proceso genérico de desarrollo del producto consta de seis fases plasmadas en la fig. 1.7:

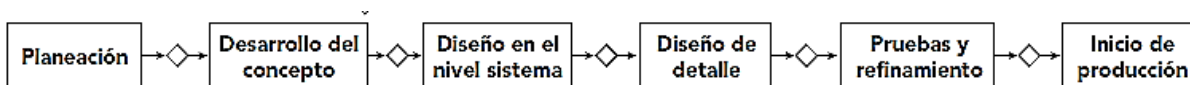


Figura 1.7. Proceso genérico de desarrollo del producto. Tomado de [9].

En la fase de *planeación* se identifican las oportunidades de acuerdo a las necesidades del mercado así como de las soluciones existentes o por descubrirse. En el *desarrollo del concepto* se reconocen las necesidades, establecen las especificaciones, se generan conceptos y se seleccionan los mejores para su desarrollo y pruebas posteriores. Esta fase se puede volver un proceso iterativo hasta dar con la solución que satisfaga las necesidades del producto.

El *diseño a nivel sistema* define la arquitectura del producto así como la descomposición del mismo en subsistemas y componentes, el resultado abarca un diseño geométrico del producto y la asignación de las funciones de cada componente. El *diseño de detalle* comprende la especificación completa de la geometría, materiales y tolerancias de cada pieza que conforma el producto, es decir, los planos y procesos de manufactura y ensamble de cada pieza, así como del producto final.

En la fase de *pruebas y refinamiento* se fabrican y valoran los primeros prototipos (alfa) que presentan una versión preliminar del producto y poder de esta forma determinar si el producto en verdad cumple con su objetivo para con los clientes. Por último, el producto se elabora con los procesos destinados para ello dando *inicio a la producción* (Ulrich y Eppinger, 2013).

Dado que uno de los objetivos es desarrollar un modelo de vehículo con dos modos de direccionalidad, se enfatizará en la fase de desarrollo del concepto en el siguiente capítulo, el cual delimitará el proceso de desarrollo de nuestro vehículo, dejando para futuros proyectos la construcción de un prototipo con todas las formalidades que este implica.

El desarrollo del concepto consta a su vez de las siguientes etapas:

- a) Identificación de las necesidades del cliente
- b) Establecer especificaciones objetivo
- c) Generación de conceptos
- d) Selección del concepto
- e) Prueba del concepto
- f) Establecer especificaciones finales
- g) Construcción de modelos

## 2 DESARROLLO DEL CONCEPTO

El diseño de un modelo de vehículo con dos modos de direccionabilidad se encuentra dentro de las oportunidades que contemplan una mejora, extensión o variante de un producto existente en el mercado, como lo son los automóviles y robots móviles. Por esta razón se construirá un modelo de vehículo que desempeñe dos modos de direccionabilidad.

### 2.1 Identificación de las necesidades

La identificación de necesidades es primordial en la fase de desarrollo de un producto ya que sirve como apoyo para que el equipo de diseño establezca las especificaciones objetivo, para nuestro caso, en la tabla 2.1 se definieron las necesidades que nuestro vehículo debe contemplar:

No.		Necesidad	Importancia
1	El vehículo	es un modelo de cuatro llantas(dos llantas de dirección y dos llantas de tracción)	5
2	El vehículo	posee dos modos de dirección	5
3	El vehículo	tiene las proporciones de un automóvil (similitud en geometría)	4
4	El vehículo	puede maniobrase mejor en relación a un automóvil convencional	4
5	El vehículo	es ligero	3
6	El vehículo	es portátil	2
7	El vehículo	se maneja con un control remoto (a corta distancia)	3
8	El vehículo	posee controles de dirección y de velocidad ajustables instantáneamente	4

Tabla 2.1. Identificación de las necesidades del modelo a diseñar. Escala de importancia: 1 poco importante hasta 5 muy importante.

## 2.2 Especificaciones objetivo

Las especificaciones explican con detalles precisos y medibles lo que el producto tiene que hacer, es decir, son la traducción de las necesidades del cliente en términos técnicos. Una especificación se conforma de una métrica y un valor, por ejemplo, *diámetro de neumático* es una métrica, mientras que *menor a 50 mm*, es el valor de dicha métrica. En la tabla 2.2 se muestra la lista de métricas del vehículo a diseñar:

#Métrica	#Necesidad	Métrica	Unidades	Importancia
1	1	Cantidad de neumáticos	unitario	5
2	2	Ángulo de giro de cada llanta	Grados °	5
3	3	Medidas del chasis y carrocería	mm	4
4	4	Cantidad de maniobras	Unitario	3
5	5	Peso total	N	2
6	6	Dimensiones finales	mm	2
7	7	Tiempo de respuesta	s	4
8	8	Ángulo de dirección; velocidad	rad ; rad/s	3

Tabla 2.2. Lista de métricas

En la figura 2.1 se representa la relación entre necesidades y métricas de una forma más clara, siendo esta matriz un elemento importante de la *House of Quality*, técnica gráfica empleada en el despliegue de la función de calidad o QFD por sus siglas en inglés (Ulrich, 2013).

## 2.3 Generación de conceptos

Como primer paso para entender el problema se ha representado su función general en la fig. 2.2, en la cual se tienen como entradas el suministro de energía así como la controlabilidad del mismo lo cual tendrá como resultado el movimiento del modelo de vehículo con dos modos de dirección. Como siguiente paso en la descomposición funcional se dividió la función general en subfunciones para lograr con ello un mejor entendimiento de lo que cada elemento deberá realizar para cumplir con la función general del producto.



DESARROLLO DEL CONCEPTO

	1	2	3	4	5	6	7	8	
	Cantidad de neumáticos	Ángulo de giro de cada llanta	Medidas del chasis y carrocería	Tiempo de maniobras	Peso total	Dimensiones finales	Tiempo de respuesta	Ángulo de dirección; velocidad	
1	Modelo de cuatro llantas(dos llantas de dirección y dos llantas de tracción)	•							
2	Posee dos modos de dirección		•						
3	Tiene las proporciones de un automóvil (similitud en geometría)			•					
4	Puede maniobrarse mejor en relación a un automóvil convencional				•				
5	Es ligero					•			
6	Es portátil						•		
7	Se maneja con un control remoto							•	
8	Posee controles de dirección y velocidad ajustables instantáneamente								•

Figura 2.1 Matriz de necesidades-métricas

Como se aprecia en la fig. 2.3 la controlabilidad del vehículo contiene la mayoría de subfunciones aquí propuestas, donde podemos notar que para cualesquiera de los dos tipos de direccionamiento, se debe obtener una velocidad así como un ángulo de orientación del vehículo, que después de una etapa de potencia activaran los actuadores de la tracción y dirección según corresponda y lograr con ello el movimiento deseado del vehículo.

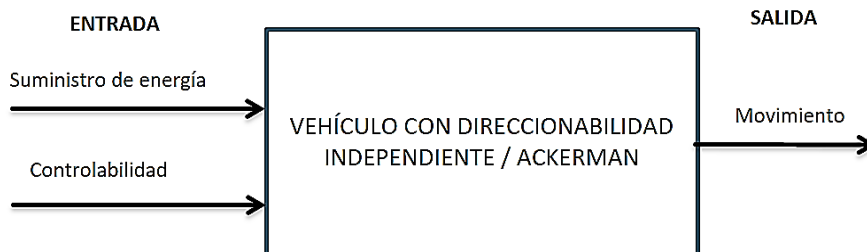


Figura 2.2 Función general del problema

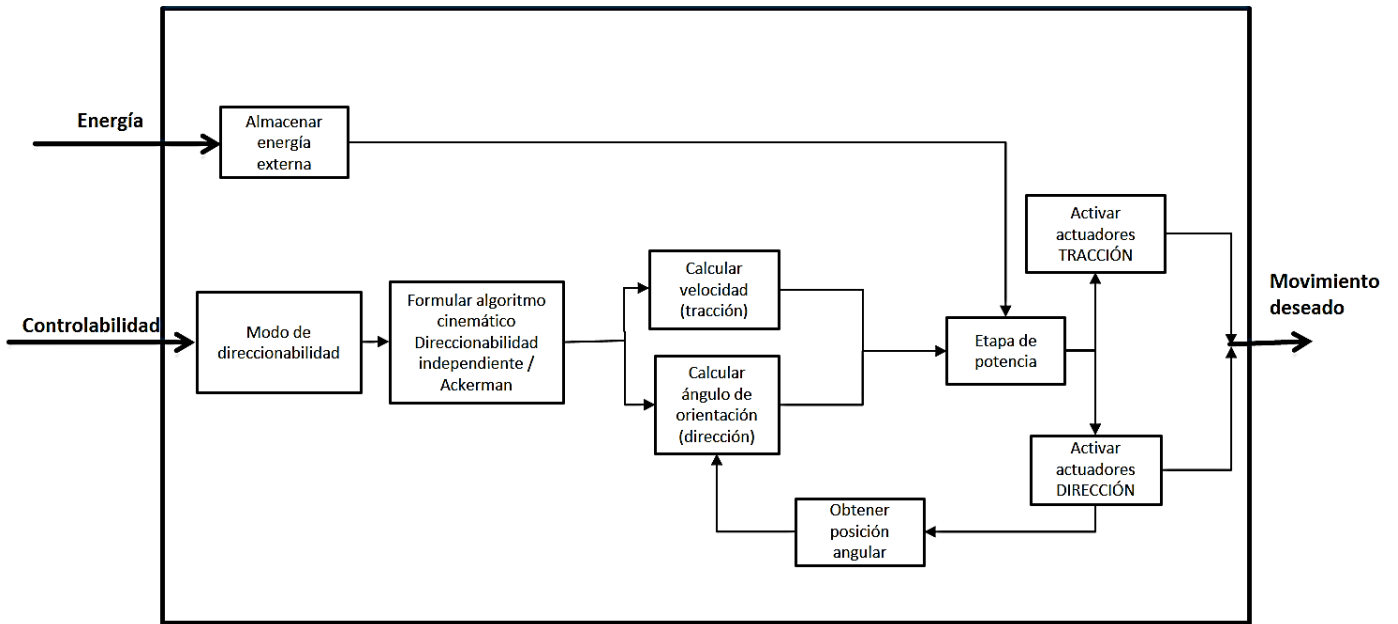


Figura 2.3 Descomposición funcional del problema.

De las subfunciones planteadas en la fig. 2.3 se enfocó el presente estudio a las relacionadas con los actuadores de la tracción y dirección, dándoseles una importancia crítica. Las formulaciones cinemáticas se resolvieron con el uso de un microprocesador en tiempo real. De este modo los subproblemas críticos consisten en la transmisión del movimiento así como el tipo de sujeción de las ruedas de la dirección, a esto se añade la geometría del modelo, particularmente del chasis (fig 2.4).

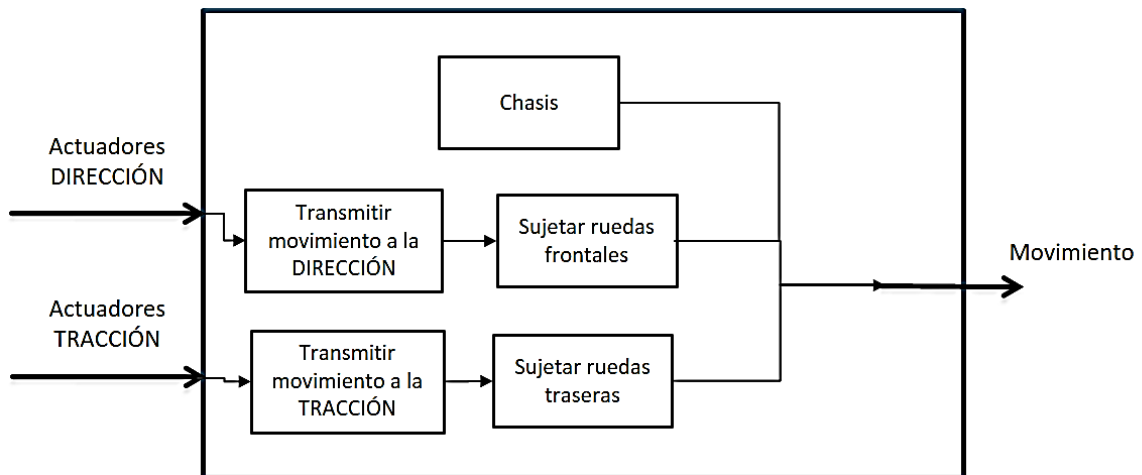


Figura 2.4 Subfunciones críticas del vehículo

Después de haber llevado a cabo una búsqueda de soluciones existentes a las subfunciones identificadas, las posibles soluciones recolectadas se presentan en la siguiente Tabla de combinación de conceptos:

Almacenar energía externa	Transmisión de movimiento en la Tracción	Transmisión de movimiento en la Dirección	Sujeción de ruedas frontales	Chasis
Batería (Li-Po, Ni-Cd, Pb-acido)	Acoplar motor directo a la rueda	Engranés cónicos	Tijera	Opción 1
Celdas solares	Engranés cónicos	Engranés helicoidales cruzados	Brazo en forma de "C"	Opción 2
Fuente de alimentación	Engranés helicoidales cruzados	Engranés rectos	Brazo en escuadra	Opción 3
	Sinfín-corona	Polea dentada		
	Engranés rectos	Sinfín-corona		

Figura 2.5. Tabla de combinación de conceptos

En las figuras 2.6-2.8 se muestran a manera de bocetos la gama de posibles soluciones a los subproblemas denominados como críticos. Nótese que las soluciones relacionadas con la transmisión de movimiento incluyen la utilización de un motor específico, lo cual representa una restricción en el diseño.

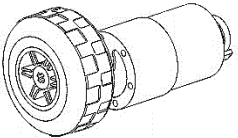
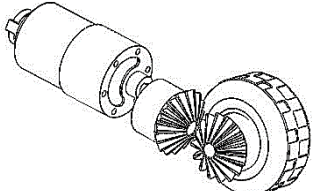
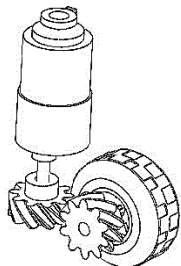
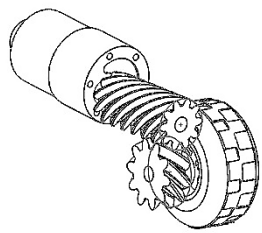
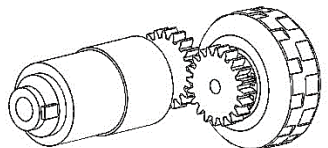
Soluciones al problema de la fuente de energía	Soluciones al problema de transmisión de movimiento en la Tracción
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bateria (Litio-Polímero, Niquel-metal hidruro, ácido-plomo, Niquel-cadmio)</li> <li>• Celdas solares</li> <li>• Fuente fija de alimentación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Acoplar motor directo a la rueda </li> <li>• Engranés cónicos </li> <li>• Engranés helicoidales cruzados </li> <li>• Tornillo sinfin-corona </li> <li>• Engranés rectos </li> </ul>

Figura 2.6 Soluciones a los subproblemas de almacenar energía externa y transmisión de movimiento en la tracción

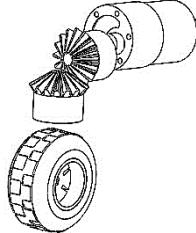
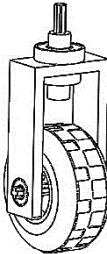
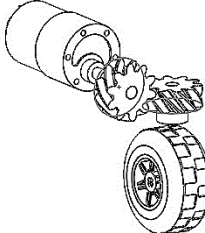
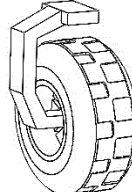
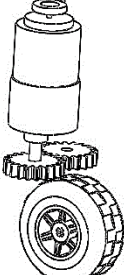
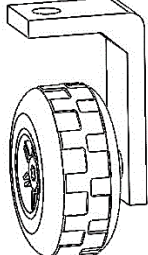
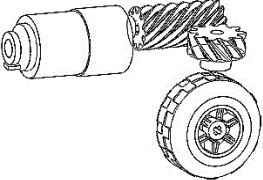
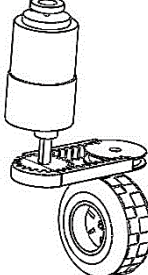
Soluciones al problema de transmisión de movimiento en la Dirección	Soluciones al problema de sujeción de ruedas frontales
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Engranés cónicos</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tijera (bicicletas)</li> </ul> 
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Engranés helicoidales cruzados</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Brazo en forma de "C"</li> </ul> 
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Engranés rectos</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Brazo en escuadra</li> </ul> 
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sinfín-corona</li> </ul> 	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Polea dentada</li> </ul> 	

Figura 2.7 Soluciones a los subproblemas de transmisión de movimiento en la dirección y sujeción de ruedas frontales

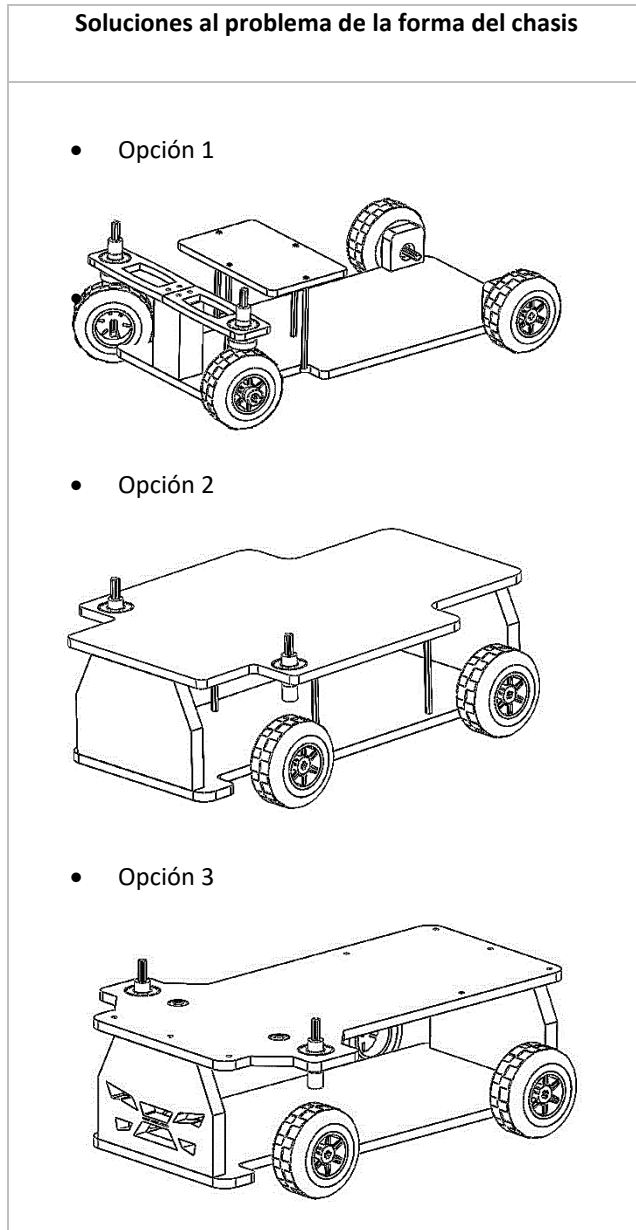


Figura 2.8. Soluciones al subproblema del tipo de chasis

Una vez definidos los posibles conceptos solución se procede a realizar combinaciones que den como resultado una solución potencial al problema general. De esta forma, la figura 2.9 muestra un bosquejo del concepto solución A, el cual surge de la combinación de engranes rectos en la tracción, engranes cónicos en la dirección, brazo en forma de “c” para la sujeción de las ruedas frontales y la opción uno de la forma del chasis.

El concepto B, se integra por la solución de engranes cónicos en la tracción, un tornillo sinfín-corona que se encarga de brindar la direccionalidad en cada rueda, siendo estas mismas sujetas por un brazo en forma de escuadra, todos ellos montados en la opción dos del chasis, ver figura 2.10.

El tercer concepto solución propuesto (C) conjunta el uso de engranes cónicos en la dirección y tracción, esto aunado con un brazo en forma de tijera que sujeta las ruedas

frontales y el uso de la opción tres del chasis, ver figura 2.11. La solución adoptada respecto a la fuente de energía fue el uso de una fuente de voltaje fija, para facilitar la realización de los experimentos y llevar a cabo las réplicas necesarias.

## DESARROLLO DEL CONCEPTO

Transmisión de movimiento en la Tracción	Transmisión de movimiento en la Dirección	Sujeción de ruedas frontales	Chasis
Acoplar motor directo a la rueda	Engranés cónicos	Tijera	Opción 1
Engranés cónicos	Engranés helicoidales cruzados	Brazo en forma de "C"	Opción 2
Engranés helicoidales cruzados	Engranés rectos	Brazo en escuadra	Opción 3
Sinfín-corona	Polea dentada		
Engranés rectos	Sinfín-corona		

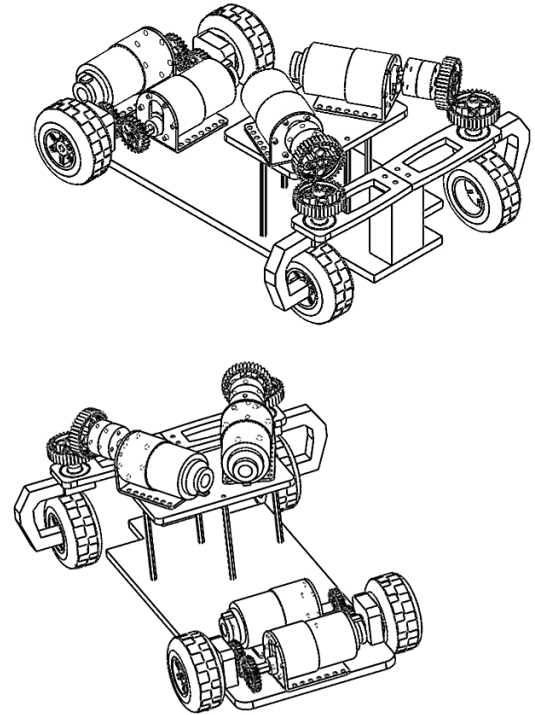


Figura 2.9 Concepto solución A, donde la orientación de las ruedas se transmite del motor a las ruedas por medio de un engranaje cónico.

Transmisión de movimiento en la Tracción	Transmisión de movimiento en la Dirección	Sujeción de ruedas frontales	Chasis
Acoplar motor directo a la rueda	Engranés cónicos	Tijera	Opción 1
Engranés cónicos	Engranés helicoidales cruzados	Brazo en forma de "C"	Opción 2
Engranés helicoidales cruzados	Engranés rectos	Brazo en escuadra	Opción 3
Sinfín-corona	Polea dentada		
Engranés rectos	Sinfín-corona		

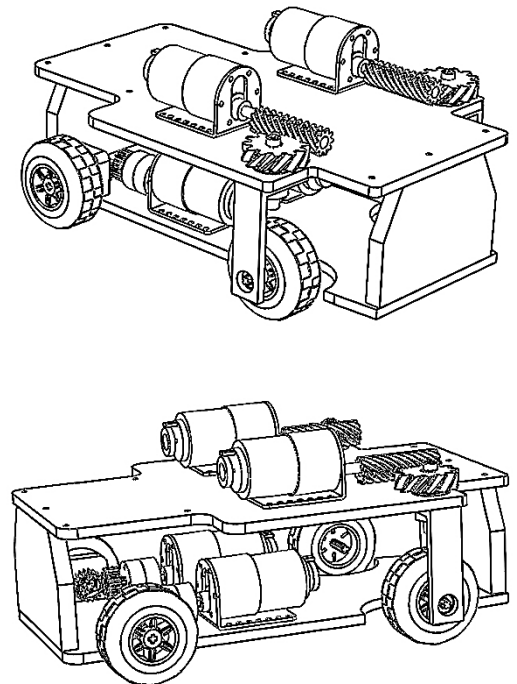


Figura 2.10 Concepto solución B, donde la orientación de las ruedas se transmite del motor a las ruedas por medio de un sinfín-corona.

Transmisión de movimiento en la Tracción	Transmisión de movimiento en la Dirección	Sujeción de ruedas frontales	Chasis
Acoplar motor directo a la rueda	Engranés cónicos	Tijera	Opción 1
Engranés cónicos	Engranés helicoidales cruzados	Brazo en forma de "C"	Opción 2
Engranés helicoidales cruzados	Engranés rectos	Brazo en escuadra	Opción 3
Sinfin-corona	Polea dentada		
Engranés rectos	Sinfin-corona		

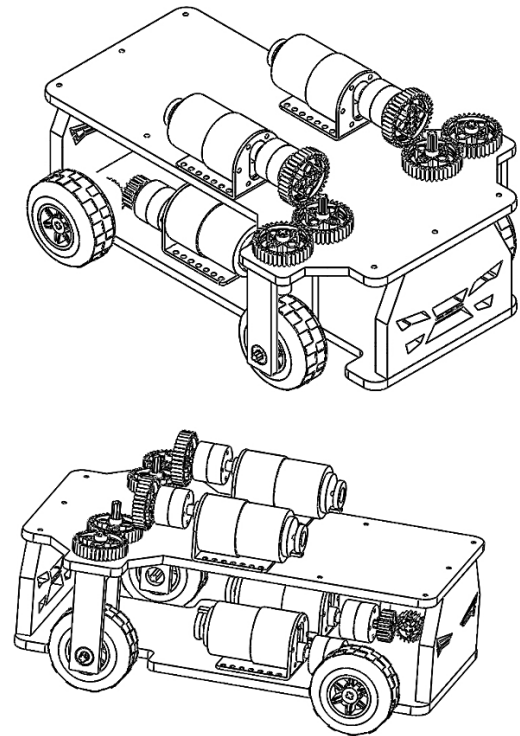


Figura 2.11 Concepto solución C, un tren de engranes con ejes paralelos y perpendiculares transmite el giro a las ruedas frontales, dos pares de engranes cónicos se encargan de impulsar las ruedas traseras.

## 2.4 Selección de conceptos

En esta etapa se evalúan los conceptos solución que resultaron de la generación de conceptos, tomando como criterios de evaluación las necesidades del cliente y otros aspectos. El objetivo es seleccionar el concepto más prometedor para su posterior prueba y diseño a detalle. El método empleado fue el de matrices de decisión, que consiste en calificar cada concepto contra criterios de selección previamente especificados (Ulrich, 2013).

En este sentido, se procedió a realizar una matriz de filtrado en la cual se compararon los conceptos solución contra un concepto de referencia común, ver figura 2.12. Donde dicha referencia fue el modelo elaborado por O. Díaz en su trabajo de investigación [1].



Criterios de selección	Conceptos			
	Concepto	Concepto	Concepto	Concepto
	A	B	Referencia	C
Facilidad de manufactura	0	--	0	0
Ligero	+	--	0	+
Estabilidad	--	+	0	+
Durabilidad	--	+	0	+
Velocidad de respuesta	+	--	0	+
Portabilidad	0	--	0	0
Transmisión de torque	0	0	0	+
Suma +	2	2	0	5
Suma 0	3	1	7	2
Suma -	2	4	0	0
Evaluación neta	0	-2	0	5
Lugar	2	4	3	1
¿Continuar?	Revisar	No	No	Sí

Figura 2.12 Matriz de selección de conceptos donde: mejor que (+); igual que (0) y peor que (-)

Como resultado del filtrado de conceptos se seleccionó el concepto C quien obtuvo una mejor evaluación neta, obtenida como la diferencia entre los criterios positivos y negativos, en comparación con sus similares.

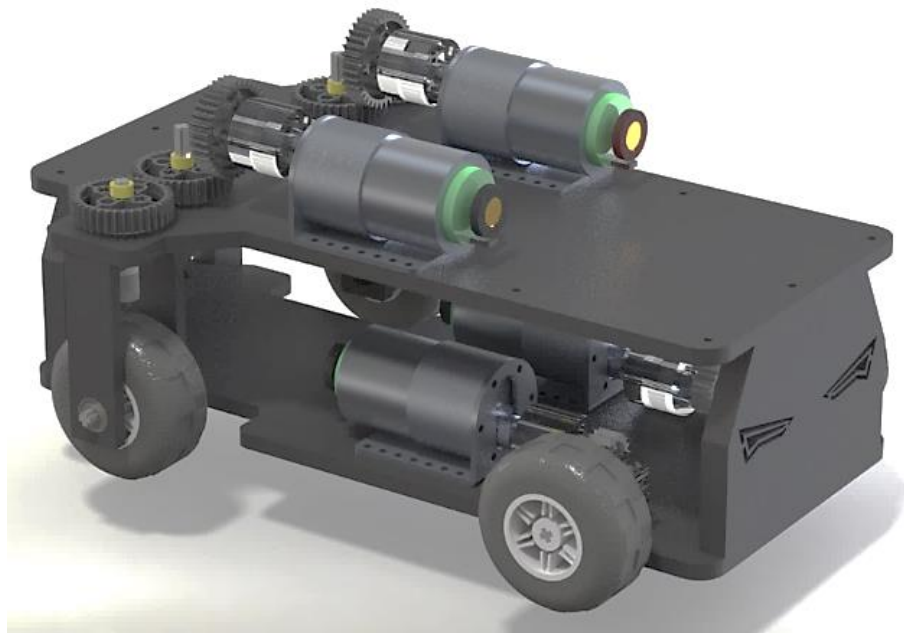


Figura 2.13 Concepto seleccionado refinado.

### 3 ARQUITECTURA DEL MODELO

La arquitectura del producto es la asignación de las partes, componentes y subconjuntos que el última instancia ponen en práctica las funciones del producto (Ulrich, 2013). A continuación se presenta la arquitectura del vehículo, cabe mencionar que la comparación entre cada modo de dirección se llevó a cabo con el mismo vehículo, lo único que los diferencio fueron los algoritmos de control de posición y velocidad, por ende, la arquitectura es la misma.

#### 3.1 Arquitectura general del vehículo

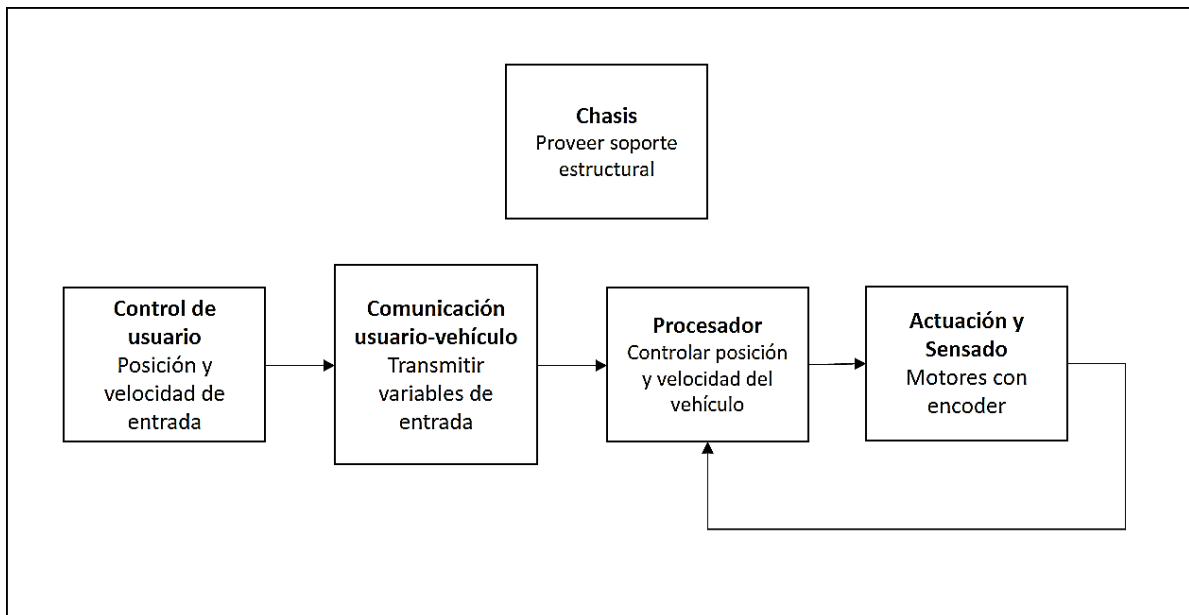


Figura 3.1 Arquitectura general del modelo

##### 3.1.1 Chasis

La construcción de los pisos y paredes del modelo fue realizada con polimetilmetacrilato (PMMA) de 3/16" de espesor de acuerdo al concepto solución seleccionado en el capítulo 2. Los coples empleados para sujetar la flecha del motor al engrane se fabricaron de acrílico transparente de 10mm de espesor. Para la sujeción de los elementos del chasis se utilizaron tornillos tipo Allen M3 cabeza cilíndrica de 10 y 8 mm de longitud.

Los ejes empleados para sujetar las ruedas fueron ejes estriados de 5mm fabricados por LEGO® los cuales se acoplaron a rodamientos R3 2RS en las cuatro ruedas. Se colocaron además, rodamientos R6 2RS para sujetar el engrane superior a las ruedas frontales.

Se utilizaron soportes en forma de escuadra fabricados por la marca Pololu® para sujetar los cuatro motores empleados al chasis, ver figura 3.2.

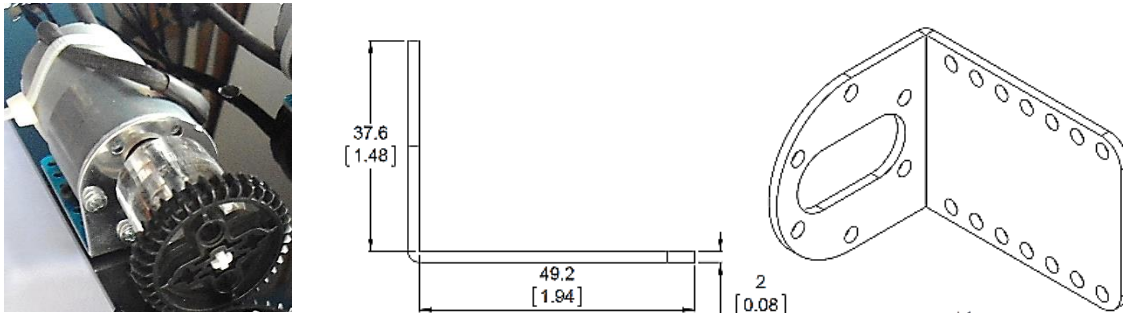


Figura 3.2 Soporte utilizado para sujetar cada motor al chasis.

Para transmitir el movimiento y potencia del eje de salida de los motores a las ruedas, se optó por recurrir a los engranes cónicos dobles de 36 y 20 dientes fabricados por LEGO Mindstorms® con modulo igual a 1 cuya forma de su cubo (parte central del engrane) permite montarlo sobre un eje estriado.

El arreglo de engranes para cada lado de la dirección se conformó por tres engranes de 36 dientes: a) Engrane impulsor, b) Engrane libre y c) Engrane conducido. Los ejes del engrane A y el engrane B se encuentran perpendiculares, sin embargo, al poseer ambos el mismo número de dientes y paso se tiene una relación de engranaje igual a uno así como un ángulo de paso del cono de 45°. Por este acomodo se les denomina engranes de inglete y se utilizan para cambiar la dirección de los ejes sin afectar la velocidad angular, ver figura 3.3. Los ejes de los engranes B y C se encuentran dispuestos de forma paralela y su propósito es transmitir el movimiento hacia la rueda.

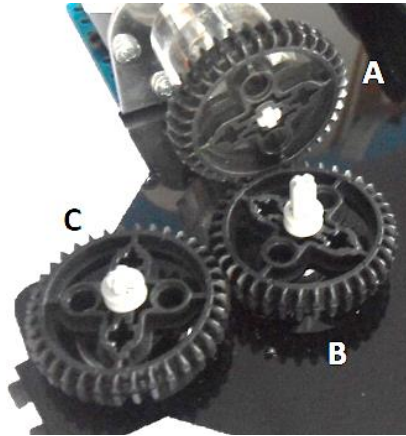


Figura 3.3 Arreglo de engranes para la dirección de cada rueda. A) Engrane impulsor, B) Engrane libre y C) Engrane conducido.

La transmisión de movimiento en la tracción se efectuó con un par de engranes cónicos dobles de 20 dientes, el engrane A (impulsor) conduce al engrane B existiendo entre ellos un cambio en la dirección del movimiento de  $90^\circ$  ya que sus ejes son perpendiculares. Al igual que en la dirección al tener ambos engranes el mismo número de dientes la relación de engranaje es igual a uno, por tanto, no existe variación en la velocidad angular. Ver figura 3.4.

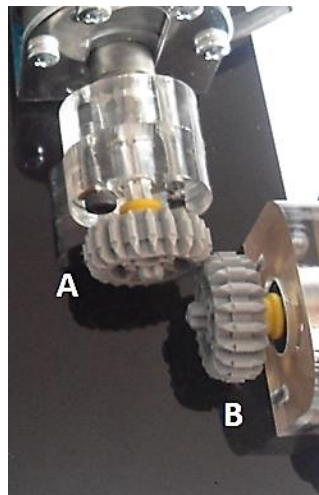


Figura 3.4 Arreglo de engranes para la tracción. A) Engrane impulsor y B) Engrane conducido.

En la figura 3.5 se presentan las medidas finales del modelo ensamblado, las cuales se resumen en la Tabla 3.1:

Medida	Longitud [mm]
Largo	285
Ancho	199
Distancia entre ejes	179
Distancia entre ruedas	159

Tabla 3.1 Medidas finales del modelo ensamblado.

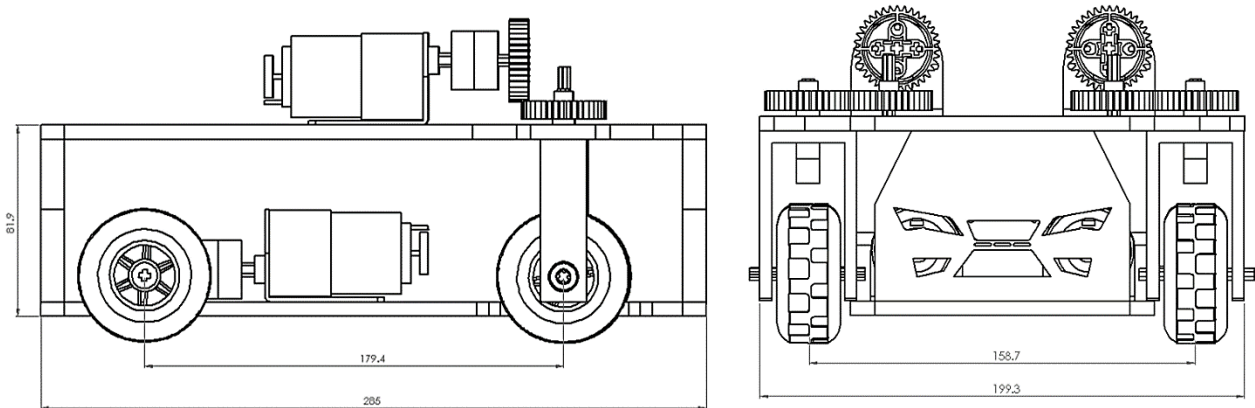


Figura 3.5 Medidas finales del modelo de vehículo ensamblado.

Al integrar los dos niveles del chasis y montar sobre ellos los motores con sus respectivos engranes se tiene como resultado el modelo de vehículo armado en su totalidad, ver Figura 3.6

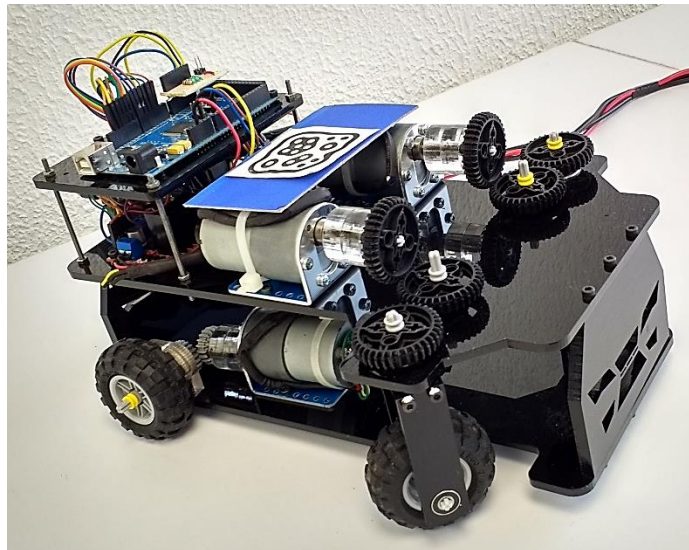


Figura 3.6 Vehículo ensamblado.

De esta manera es posible determinar los valores de los parámetros requeridos para poder resolver las ecuaciones (1.4), (1.5) y (1.10) a (1.13) formuladas en el capítulo uno.

Parámetro	Descripción	Valor [m]
dv	Distancia del punto central del vehículo al eje de la llanta virtual	0
ds	Distancia del punto central del vehículo al eje de las ruedas direccionables	0.0815
df	Distancia del punto central del vehículo al eje de las ruedas traseras	-0.098
b	Distancia del punto central del vehículo a las llantas traseras (simétrico)	0.080
r	Radio de las llantas	0.028
L	Distancia entre ejes de la dirección y tracción (longitud)	0.179
d	Distancia entre ruedas (ancho)	0.159

Tabla 3.2. Parametros del modelo para ecuaciones cinemáticas.

### 3.1.2 Control de usuario

El control del vehículo por parte del usuario se implementó a través de un joystick alámbrico con dos grados de libertad, los cuales permiten ingresar la dirección deseada del modelo moviendo hacia la izquierda o derecha y la velocidad del vehículo deslizando hacia atrás o adelante, permitiendo ambos movimientos de manera simultánea.



Figura 3.7 Joystick tipo palanca utilizado para controlar el modelo.

### 3.1.3 Comunicación usuario- vehículo

Las variables de entrada a nuestro sistema (velocidad y dirección) se adquieren a través del joystick y se transmiten al microcontrolador por medio de dos señales analógicas provenientes de las resistencias variables de 100 [kΩ] que posee el mismo joystick. Dichas señales se transmiten de forma alámbrica a través de un conector VGA de 15 pines y dos filas como el observado en la Figura 3.8.

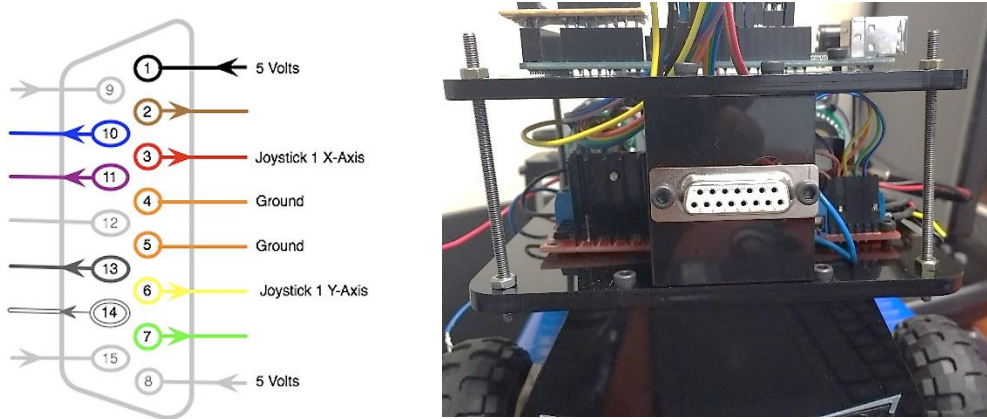


Figura 3.8 Esquema de conexiones para el joystick utilizado y su instalación en el modelo.

Las señales analógicas leídas en el microprocesador fueron mapeadas de [0 a 1080] a [-90 a 90] para el caso de la dirección y de [-10 a 10] para el caso de la velocidad. Se debe resaltar que las ecuaciones cinemáticas de la llanta virtual contemplan valores positivos para virar a la derecha y avanzar y valores negativos para retroceder y virar a la izquierda, siendo cero el estado de reposo, ver Figura 3.9.

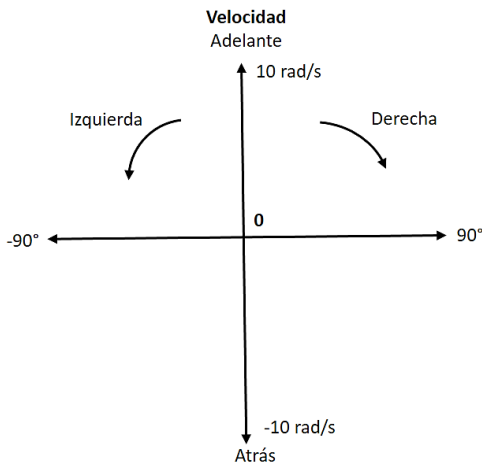


Figura 3.9 Valores establecidos para girar y desplazar el vehículo.

### 3.1.4 Procesador

El microcontrolador empleado para llevar a cabo las tareas de control de posición y velocidad del vehículo fue el Arduino Mega® que basa su funcionamiento en un microprocesador ATmega1280 el cual posee 54 entradas/salidas digitales, 16 entradas analógicas, cuatro puertos serial, una corriente por pin de 40 [mA] y cinco pines con capacidad para interrupciones externas. La razón principal de su elección fue la cantidad de interrupciones externas que se requirieron para realizar la lectura de los encoders de cuadratura de los motores de la dirección. Además se emplearon salidas digitales (PWM) para controlar la posición y velocidad de cada motor, así como dos entradas analógicas correspondientes a las variables de entrada (posición y velocidad) del modelo.

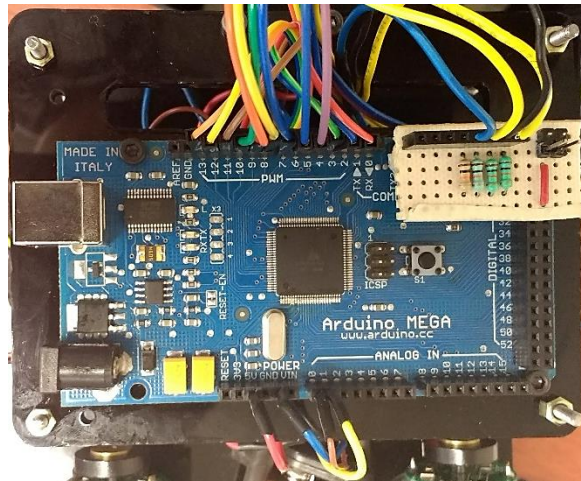


Figura 3.10 Microcontrolador empleado para controlar el vehículo

### 3.1.5 Actuación y sensado

Los motores utilizados de acuerdo a las necesidades del modelo fueron del tipo de voltaje de directa (DC) con escobillas fabricados por Pololu®, relación de engranaje de 131.25:1 y un encoder de cuadratura integrado con una resolución de 8400 pulsos por revolución a la salida de la caja de engranes.





Parámetro	Valor [unidades]
Voltaje nominal	12 [V]
Velocidad máx. a rotor libre	80 RPM
Corriente a rotor bloqueado	5 [A]
Par de torsión a rotor bloqueado	18 [kg-cm]

Figura 3.11 Motor 37Dx57L empleado.

Una vez efectuada la parametrización del motor DC de forma experimental, se obtuvieron los siguientes resultados:

Parámetro	R [ $\Omega$ ]	Kb [ $\frac{N \cdot m}{A}$ ]	Ka [ $\frac{V \cdot s}{rad}$ ]	J [ $kg \cdot m^2$ ]
Valor	2	0.5	1.22	0.06

Tabla 3.3 Parámetros constantes del motor.

Donde R es la resistencia de armadura del motor; Kb es una constante que relaciona el par y la corriente; J es el momento de inercia y Ka es una constante que relaciona la fuerza contra electro-motriz y la velocidad angular.

### 3.2 Control de posición y velocidad

#### 3.2.1 Control de posición

Para poder controlar un sistema que convierte una señal eléctrica de entrada en un movimiento rotacional a la salida, es preciso utilizar un sistema de control en lazo cerrado. La posición del eje del motor es la variable controlada, dicha variable es medida por un sensor (encoder) y comparada con una señal de referencia (posición deseada), como resultado de esa comparación se produce una señal de error que es recibida por la unidad de control quien decide que acción llevar a cabo para que la planta (motor DC) alcance la posición deseada y el error sea cero, ver figura 3.12.

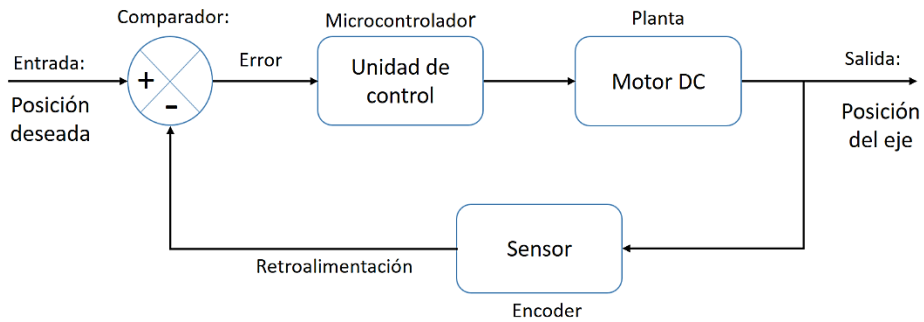


Figura 3.12 Sistema de control en lazo cerrado para un motor DC.

Para llevar a cabo dicha acción, es preciso conocer la función de transferencia de la planta (motor DC), que se define como la relación entre la transformada de Laplace de la salida con respecto a la transformada de Laplace de la entrada, bajo condiciones iniciales nulas, es decir:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} \quad (3.1)$$

Donde  $G(s)$  es la función de transferencia,  $\theta(s)$  es la posición angular del eje del motor y  $V(s)$  es el voltaje de entrada del motor, en el dominio de Laplace. Para obtener la ecuación (3.1) es necesario realizar un modelo matemático idealizado que describa el comportamiento de un motor de DC con escobillas, el cual se presenta a continuación:

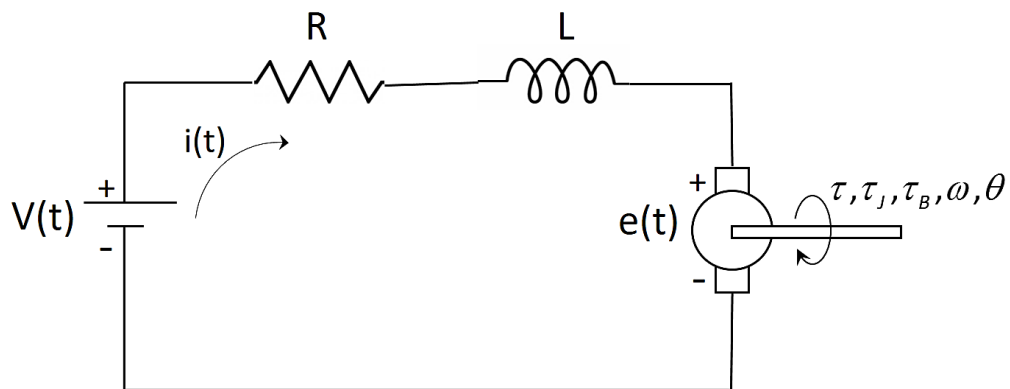


Figura 3.13 Esquema eléctrico de un motor DC.

Donde  $V(t)$  es el voltaje de alimentación del motor,  $i(t)$  es la intensidad de corriente,  $R$  es la resistencia de la armadura,  $e(t)$  es la fuerza contra-electromotriz,  $L$  es la inductancia del motor,  $\theta(t)$  es la posición angular del eje del motor,  $\tau(t)$  es el par del motor,  $\omega(t)$  es la velocidad angular del motor,  $\tau_j$  y  $\tau_b$  son los pares del momento de inercia y fricción viscosa, respectivamente.

$$V(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di}{dt} + k_a \cdot \omega(t) \quad (3.2)$$

$$k_b \cdot i(t) = J \cdot \frac{d\omega}{dt} + B\omega(t) \quad (3.3)$$

Las ecuaciones (3.2) y (3.3) representan las ecuaciones de equilibrio de la parte mecánica y eléctrica, respectivamente. Donde  $k_a$  es la constante de velocidad y  $k_b$  es la constante de par motor. Transformando las ecuaciones de equilibrio al dominio de Laplace se tiene:

$$V(s) = (R + L \cdot s) i(s) + k_a \cdot \omega(s) \quad (3.3)$$

$$i(s) = \frac{J}{k_b} \cdot s \cdot \omega(s) + \frac{B}{k_b} \omega(s) \quad (3.4)$$

Sustituyendo (3.4) en la ecuación (3.3):

$$V(s) = \left[ \frac{(R + L \cdot s)(J \cdot s + B) + k_a \cdot k_b}{k_b} \right] \cdot \omega(s) \quad (3.5)$$

Pero debido a que los valores de  $L$  y  $B$  son mínimos se desprecian, por lo que la ecuación (3.5) se reduce a la ecuación (3.6), además considerando que la velocidad angular es la derivada de la posición angular, es decir,  $\omega(s) = s \cdot \theta(s)$  en Laplace:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_b}{R \cdot J}}{s \left( s + \frac{k_a \cdot k_b}{R \cdot J} \right)} \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) representa la función de transferencia propuesta en la ecuación (3.1), donde los valores de los parámetros  $(k_a, k_b, R, J)$  se determinaron experimentalmente y se muestran en la tabla 3.3. Por lo que sustituyendo los valores de los parámetros en la función de transferencia se tiene la siguiente ecuación:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{4.16}{s(s+5.09)} \quad (3.7)$$

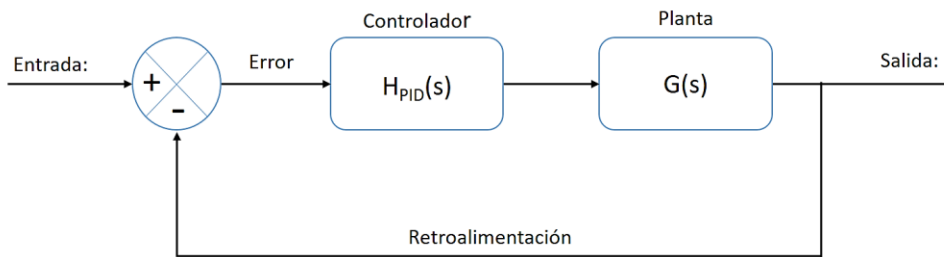


Figura 3.14 Sistema de control en lazo cerrado.

De acuerdo a la figura 3.14, la función de transferencia del sistema de realimentación  $T(s)$ , está dado por:

$$T(s) = \frac{H_{PID}(s) \cdot G(s)}{1 + H_{PID}(s) \cdot G(s)} \quad (3.8)$$

Donde la función de transferencia del controlador PID, se denota por:

$$H_{PID}(s) = \frac{K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I}{s} \quad (3.9)$$

Al sustituir y desarrollar la función de transferencia del sistema de realimentación se tiene:

$$T(s) = \frac{K_D \cdot s^2 + K_P \cdot s + K_I}{s^3 + (4.16 \cdot K_D + 5.09)s^2 + (4.16K_P)s + (4.16)K_I} \quad (3.10)$$

El polinomio deseado con un porcentaje de sobrepaso (%S<sub>p</sub>) de 10, tiempo de asentamiento (t<sub>s</sub>) de 1 [s] y un polo adicional (s+50.9), se expresa por la siguiente ecuación:

$$P_{des}(s) = s^3 + 60.89s^2 + 580.55s + 3642.99 \quad (3.11)$$

Igualando términos semejantes entre la ecuación característica de la función de transferencia T(s) y el polinomio deseado, se obtienen los valores de las ganancias para el controlador PID:

$$K_p = 139.5 \quad K_i = 875.7 \quad K_d = 13.4$$

En la figura 3.15 se muestra una simulación de la respuesta del sistema al aplicarse el controlador PID teniendo como señal de excitación un escalón unitario.

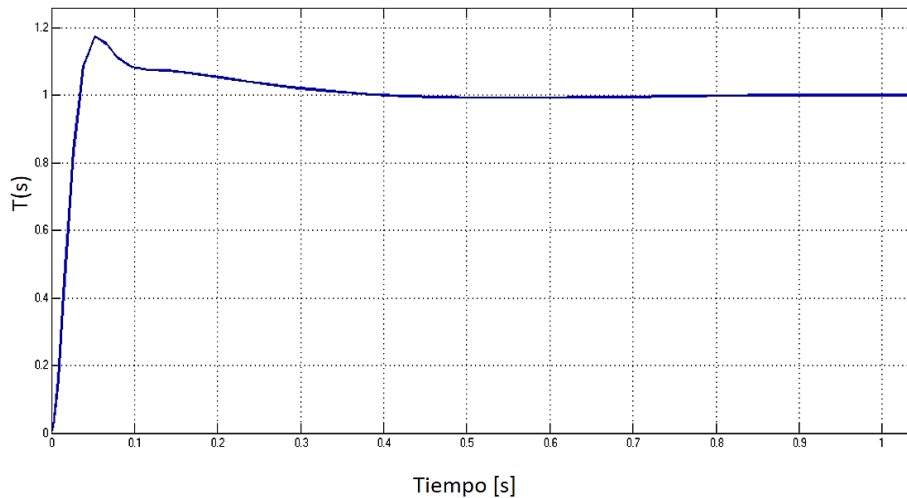


Figura 3.15 Respuesta del sistema con el controlador PID con entrada escalón unitario.

La selección del periodo de muestreo de acuerdo al Teorema de Shannon o criterio de Nyquist debe ser por lo menos el doble de la frecuencia más alta en la señal muestreada, esto con la finalidad de no obtener una imagen o reconstrucción falsa de la señal medida. Sin embargo, dicho periodo no puede ser reducido a su valor mínimo debido a otros factores como la velocidad de procesamiento y el tipo de actuador empleado.

Por ese motivo se utiliza una aproximación y se mide el ancho de banda como la frecuencia cuando la respuesta de la planta en lazo abierto se encuentra en -7.5 [dB] y se incrementa cien veces. De acuerdo al diagrama de Bode de la figura 3.16, la magnitud de la frecuencia cuando la respuesta se encuentra en -7.5 [dB] es igual a 1.82 [rad/s].

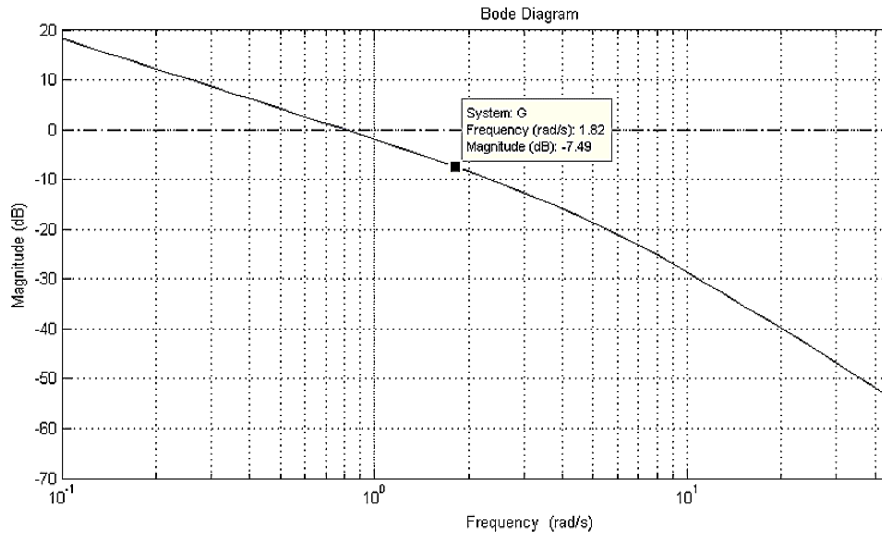


Figura 3.16 Respuesta en frecuencia de la planta en lazo abierto.

De esta manera la frecuencia y periodo de muestreo se obtienen de la siguiente manera:

$$F_m = \frac{100 \cdot (F_{anchodebanda})}{2\pi} = \frac{100 \cdot 1.82 [rad / s]}{2\pi} = 28.96 [Hz] \quad (3.12)$$

$$T_m = \frac{1}{F_m} = \frac{1}{28.96} = 0.034 [s] \quad (3.13)$$

El controlador PID para la posición del motor se implementó de forma digital utilizando el microcontrolador Arduino Mega®, para mayor información sobre su programación consultar el Apéndice B.

Como se mencionó anteriormente, el motor utilizado tiene integrado un encoder de cuadratura de efecto Hall de dos canales. Un transductor de efecto Hall produce un voltaje de la orden de [mV] al detectar densidad de flujo magnético; el motor tiene acoplado al eje un disco que contiene imanes en su interior, el sensor se encuentra posicionado de manera perpendicular al disco, ver figura 3.17a. A diferencia de un encoder óptico, el encoder de efecto Hall es inmune a contaminantes ambientales así como a golpes y vibraciones.

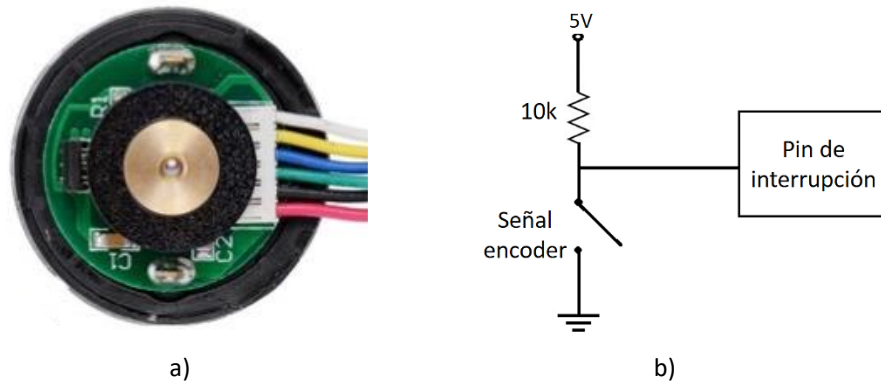


Figura 3.17 a) Encoder de efecto Hall del motor utilizado, b) Resistencia en pull-up conectada entre el microcontrolador y el encoder.

Para proveer una mejor señal, se conectó una resistencia en pull-up a cada canal del encoder, figura 3.17b. El conteo de los pulsos del encoder se llevó a cabo con una librería desarrollada por PJRC [14], que se utiliza a través de la plataforma de Arduino, la cual realiza una codificación X4, es decir, el contador se incrementa o decrementa con cada flanco de los canales A y B, ver figura 3.18.

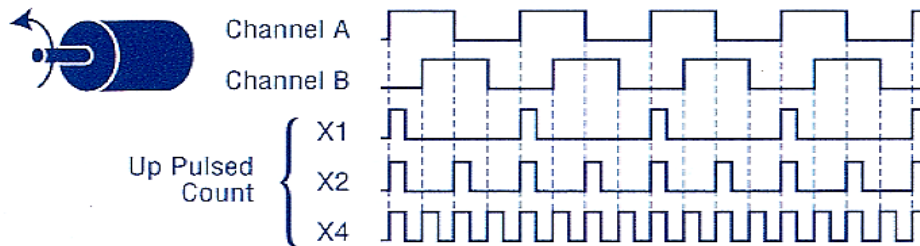


Figura 3.18 Codificación X4 en un encoder incremental. Tomada de [22].

### 3.2.2 Control de velocidad

Para controlar la velocidad de los motores de la tracción se implementó un algoritmo en lazo abierto, para el cual se caracterizó la velocidad del eje del motor, considerando como variable de entrada la señal PWM (modulación de ancho de pulso) que envía el microcontrolador. Una vez adquiridos los resultados se obtuvo un polinomio de segundo grado como línea de tendencia, ver figura 3.19.

$$\text{PWM [duty cycle]} = 3.16 \cdot \text{vel}^2 - 12.98 \cdot \text{vel} + 43.91 \quad (3.14)$$

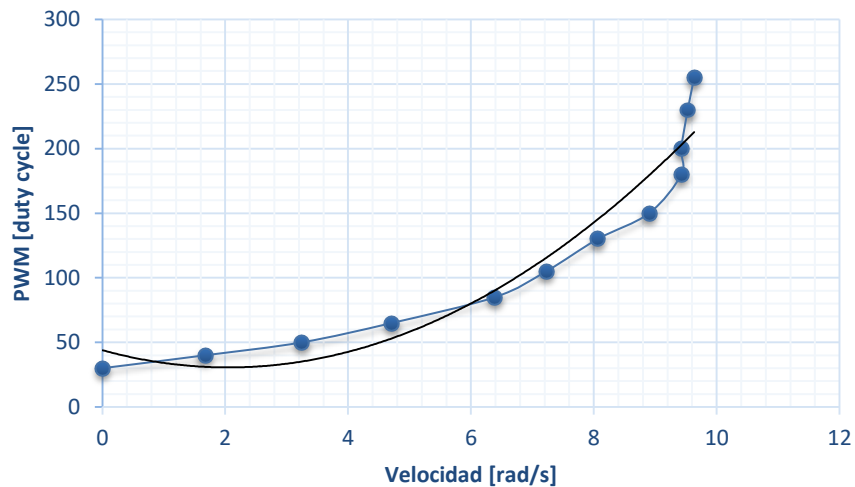


Figura 3.19 Relación entre la velocidad y valor de PWM aplicado al motor Pololu 37Dx57L y su línea de tendencia.

De esta manera, una vez calculados los valores de la velocidad para cada rueda de la tracción mediante las ecuaciones (1.12) y (1.13), por medio de la ecuación (3.14) el microcontrolador sabrá qué valor de PWM corresponde a la velocidad requerida.



### 3.2.3 Etapa de potencia

La manera de activar cada motor, fue mediante la variación de la diferencia de potencial en las terminales del motor, para ello se utilizó como circuito excitador del motor, un amplificador tipo H, que requiere de una única fuente alimentación, permite cambiar el sentido de giro del motor y variar la velocidad de giro mediante la técnica de modulación por ancho de pulso (PWM). Por esta razón se utilizó un módulo que incluye el circuito entregado L298N, el cual tiene la capacidad de controlar dos motores, soportar una corriente pico de 2[A] y tiene una protección para sobrecalentamiento. Para el vehículo diseñado, se utilizaron dos módulos para controlar los cuatro motores.

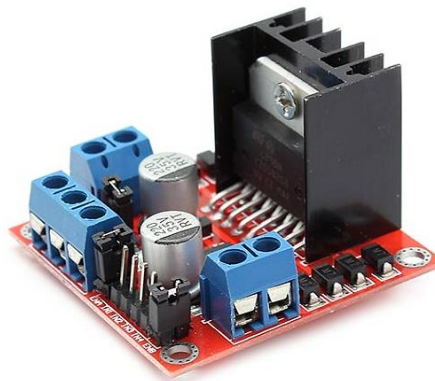


Figura 3.20 Modulo puente H L298N.

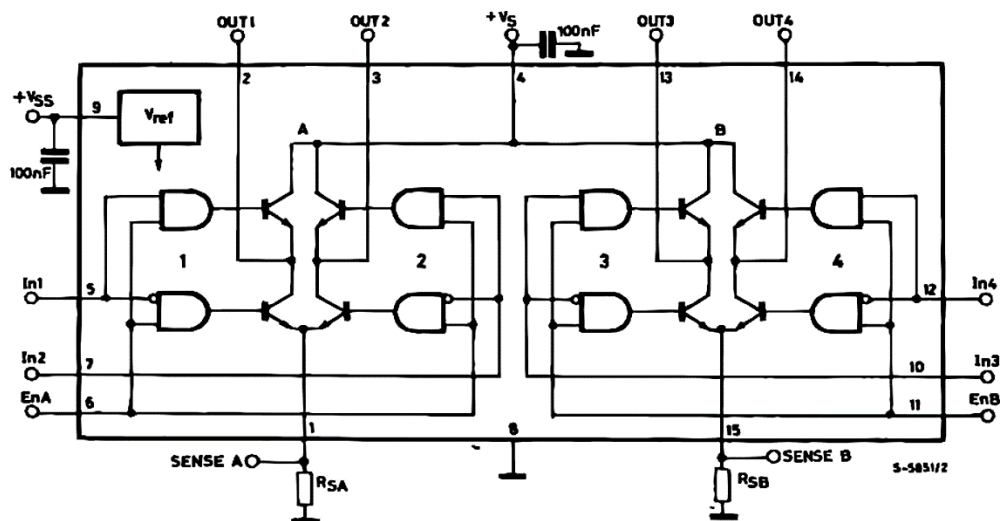


Figura 3.21 Circuito esquemático del circuito integrado L298N, el cual integra dos puentes H.

### 3.3 Cálculo de los parámetros de la dirección independiente

Se requirió programar las ecuaciones que calculan el ángulo de las llantas frontales a partir del ángulo deseado para la llanta virtual, así como las velocidades de las llantas traseras a través de la velocidad deseada para la llanta virtual. De esta forma, retomando los parámetros de la Tabla 3.2, se programaron las ecuaciones (1.10-1-13) en el IDE (entorno de desarrollo integrado) de Arduino, como se puede apreciar en la figura 3.22.

```

/*****DIRECCIÓN*****/

//Ángulo de la llanta DERECHA
float ary = 0.179 * sin((double)av);
float arx = 0.080 * sin((double)av) + 0.098 * cos((double)av);
float ar = atan2 ((double)ary, (double)arx); // [rad]

//Ángulo de la llanta IZQUIERDA
float aly = 0.179 * sin((double)av);
float alx = -0.080 * sin((double)av) + 0.098 * cos((double)av);
float al = atan2 ((double)aly, (double)alx); // [rad]

/*****TRACCIÓN*****/

//Velocidades de las llanta DERECHA
float fr=({0.098*cos((double)av)-0.080*sin((double)av)}*PotRef2)/(0.098); // [rad/s]

//Velocidades de las llanta DERECHA
float fl=({0.098*cos((double)av)+0.080*sin((double)av)}*PotRef2)/(0.098); // [rad/s]

```

Figura 3.22 Programación del algoritmo matemático para la dirección independiente.

Donde  $av$  es el ángulo deseado para la llanta virtual en [rad] y  $PotRef2$  es el valor de la velocidad deseada para la llanta virtual en [rad/s], cuyo valor proviene de los potenciómetros instalados en el joystick del conductor. Posteriormente, los valores calculados de los ángulos se toman como referencia para poder llevar a cabo el sistema de control PID.

En la tabla 3.4 se presentan los valores de los ángulos de cada rueda cuando el valor de entrada o ángulo de la llanta virtual va de  $90^\circ$  a  $-90^\circ$  que es el ángulo límite, note como el ángulo de la rueda interior siempre es mayor que el ángulo de la rueda exterior, de acuerdo al lado de giro.

	Ángulo de la llanta virtual [°]	Ángulo de la llanta izquierda [°]	Ángulo de la llanta derecha [°]
Giro hacia la derecha	90	66.5	113.5
	45	45.6	83.6
Giro hacia la izquierda	-45	-83.6	-45.6
	-90	-113.5	-66.5

Tabla 3.4 Valores de los ángulos de cada rueda utilizando el algoritmo de la llanta virtual.

### 3.4 Cálculo de los parámetros de la dirección Ackerman

Las ecuaciones que calculan el valor de los ángulos de las ruedas frontales así como de las velocidades de las llantas traseras para la dirección Ackerman, de acuerdo a las ecuaciones (1.4-1.9), se muestran en la figura 3.23.

```

/*****DIRECCIÓN ACKERMAN*****/

//Ángulo de la llanta DERECHA
float ar =atan({double}(0.35*tan({double}av)))/(0.35+0.156*tan({double}av)); // [rad]

//Ángulo de la llanta IZQUIERDA
float al =atan({double}(0.35*tan({double}av)))/(0.35-0.156*tan({double}av)); // [rad]

/*****TRACCIÓN*****/

float R=0.175/(tan({double}av));
float w=PotRef2/R;

//Velocidad de la llanta IZQUIERDA
float fl=w*(R-0.078); // [rad/s]

//Velocidad de la llanta DERECHA
float fr=w*(R+0.078); // [rad/s]

```

Figura 3.23 Programación del algoritmo matemático para la dirección Ackerman.

No obstante, fue preciso calcular los valores de los ángulos máximos de acuerdo a las ecuaciones (1.12) y (1.13), de esta forma:

$$\theta_i = a \tan\left(\frac{2L}{4L-d}\right) = a \tan\left(\frac{2(0.179)}{4(0.179)-0.59}\right) = 32.73^\circ \quad (3.15)$$

$$\theta_o = a \tan\left(\frac{2L}{4L+d}\right) = a \tan\left(\frac{2(0.179)}{4(0.179)+0.59}\right) = 22.25^\circ \quad (3.16)$$

Con los valores calculados en las expresiones (3.15) y (3.16) se condicionaron los ángulos de las ruedas frontales y así quedó implementada la restricción mecánica de la dirección Ackerman de acuerdo a las dimensiones del vehículo. En la tabla 3.5 se pueden observar los ángulos máximos e intermedios de cada rueda utilizando el algoritmo de la dirección Ackerman. Nótese como al girar el vehículo hacia la derecha, el ángulo de la rueda derecha es mayor al ángulo de la rueda izquierda, de esta manera se garantiza un solo CIR.

	Ángulo del vehículo[°]	Ángulo de la llanta izquierda [°]	Ángulo de la llanta derecha [°]
Giro hacia la derecha	26	22.2	32.7
	13	11.8	14.4
Giro hacia la izquierda	-13	-14.4	-11.8
	-26	-32.7	-22.2

Tabla 3.5 Ángulos de las ruedas frontales con la dirección Ackerman.

### 3.5 Adquisición de datos

Se utilizó como herramienta de apoyo un sistema de visión con la finalidad de captar las trayectorias realizadas por el vehículo en cada prueba a la que fue sometido, es decir, almacenar las coordenadas  $(x, y)$  para su posterior análisis. Una cámara de video de 1920x1080 pixeles, figura 3.24a, fue instalada a una altura de 1.3 [m] del piso, que fue donde se efectuaron las pruebas. Dicha cámara enfocó un área de trabajo de 940x710 [mm] en la cual el vehículo se desplazó. Un símbolo fiducial se colocó en la parte superior del vehículo el cual fue localizado y reconocido por la cámara a través de una plataforma de visión por computadora llamada reacTIVision®, figura 3.24b.

El cliente TUIO que en nuestro caso fue la plataforma de Processing®, se encargó de decodificar la información del objeto asociado al símbolo fiducial, como lo es su posición en el plano XY, velocidad, orientación, etc. Como paso final, los datos de las coordenadas grabadas por la cámara se exportaron en un archivo de bloc de notas para su posterior representación gráfica.

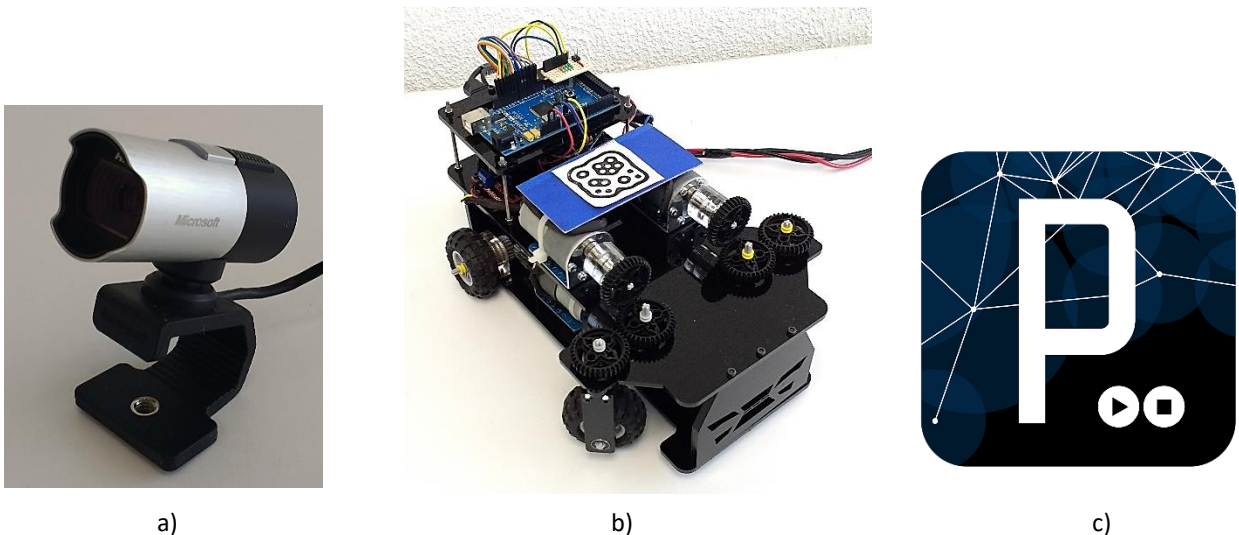


Figura 3.24 a) Cámara utilizada de la marca Microsoft®, b) Vehículo con el símbolo fiducial, c) Logo de la plataforma empleada Processing.

## 4 EXPERIMENTACIÓN CON EL MODELO

### 4.1 Tipos de experimentos

#### 4.1.1 Radio de giro mínimo

En esta prueba se desplazó el vehículo con la dirección a su máximo grado de giro hacia la izquierda y hacia la derecha trazando una circunferencia de  $180^\circ$  tal como lo muestra la figura 4.1, se realizó la misma prueba para el modo de dirección con llanta virtual y la dirección Ackerman para poder determinar la capacidad de giro del vehículo.

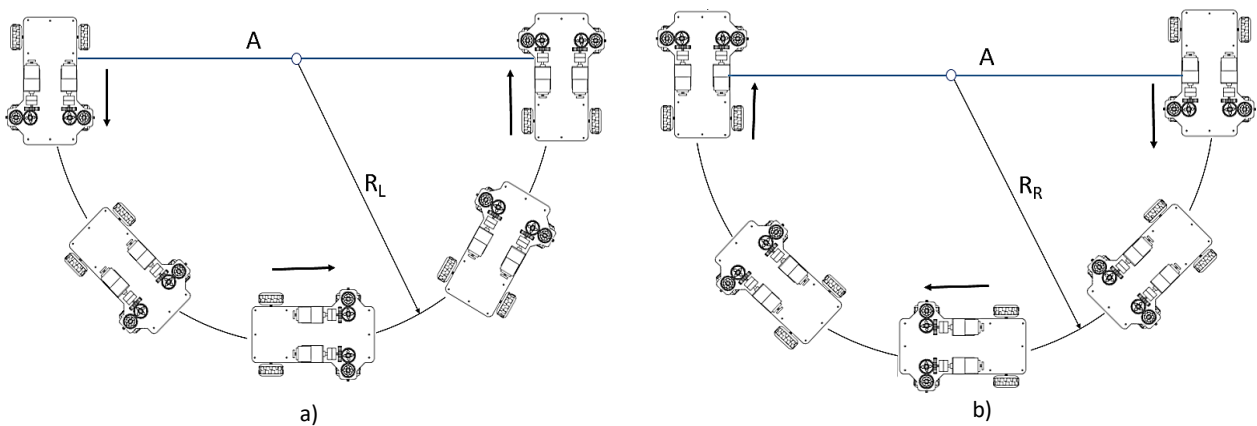


Figura 4.1 Trayectoria propuesta para la prueba de radio de giro mínimo. a) Giro de vehículo hacia la izquierda, b) Giro de vehículo hacia la derecha

El sistema de referencia de la imagen de video captada, se localizó en la esquina superior izquierda como se aprecia en la Figura 4.2 para todas las pruebas efectuadas.

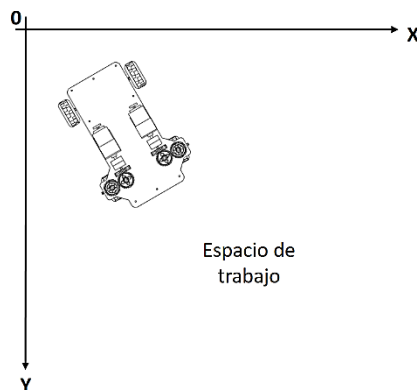


Figura 4.2 Sistema de referencia para la adquisición de las coordenadas del vehículo.

Se realizaron cinco réplicas para cada modo de dirección y se muestran solo algunos de los resultados. En las gráficas realizadas para todos los experimentos se denotan los puntos inicial (Pi) y final (Pf) de las trayectorias efectuadas por el vehículo. En la gráfica 1 se ilustran algunas de las trayectorias del vehículo al girar hacia la derecha para cada modo de dirección, obsérvese la amplitud (A) de cada curva y note que para la dirección Ackerman la magnitud es siete veces más grande que para la dirección independiente:

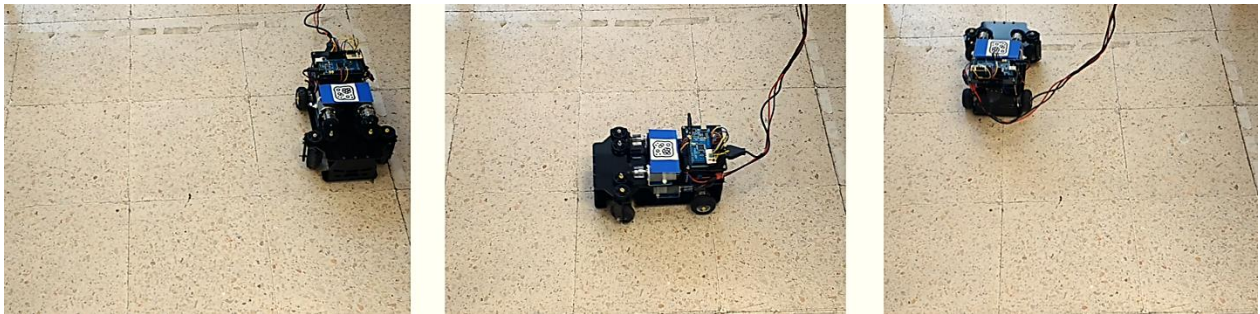
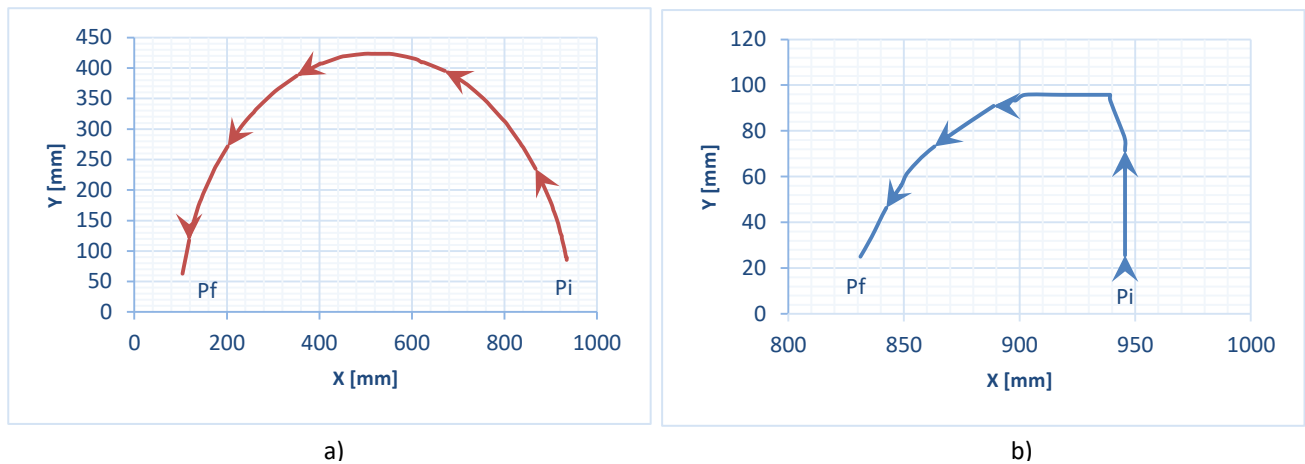
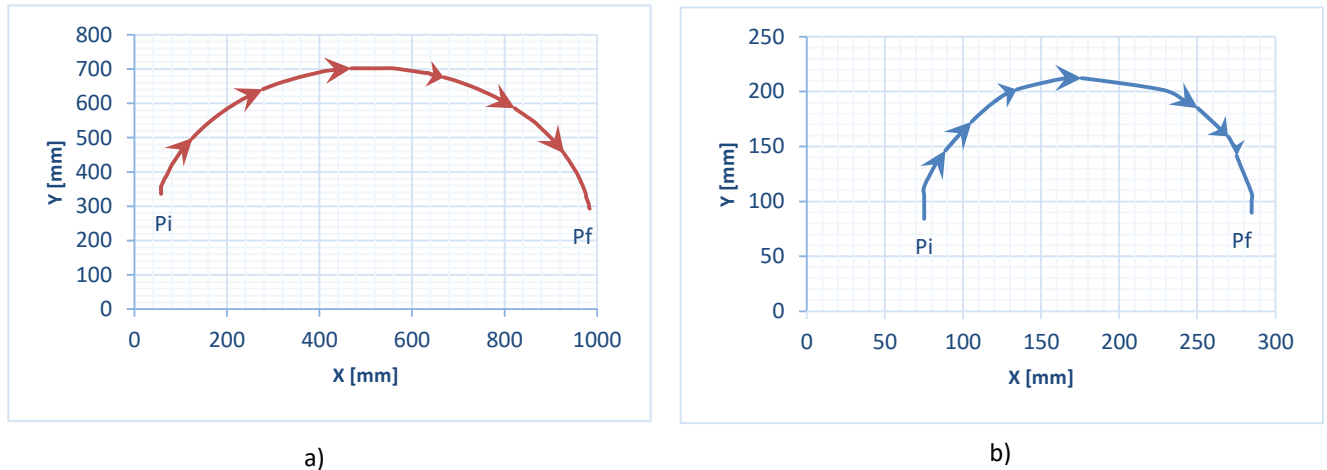


Figura 4.3 Modelo con dirección Ackerman en prueba de radio de giro hacia la derecha.



Gráfica 1. Trayectorias obtenidas al girar el vehículo 180° hacia la derecha. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.

En la Gráfica 2 se puede observar unas de las trayectorias del vehículo al girar hacia su izquierda en una semicircunferencia de 180°, a diferencia de la gráfica anterior la amplitud de la curva de la dirección Ackerman es cinco veces más grande que la amplitud de la curva de la dirección independiente:



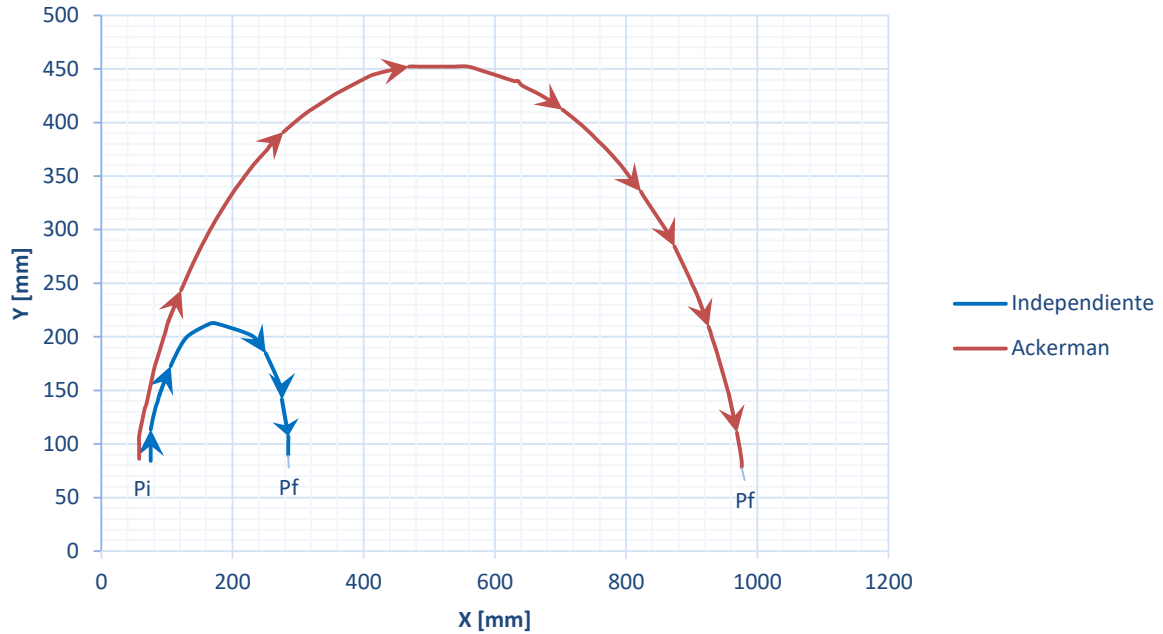
Gráfica 2. Trayectorias obtenidas al girar el vehículo hacia su izquierda. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.



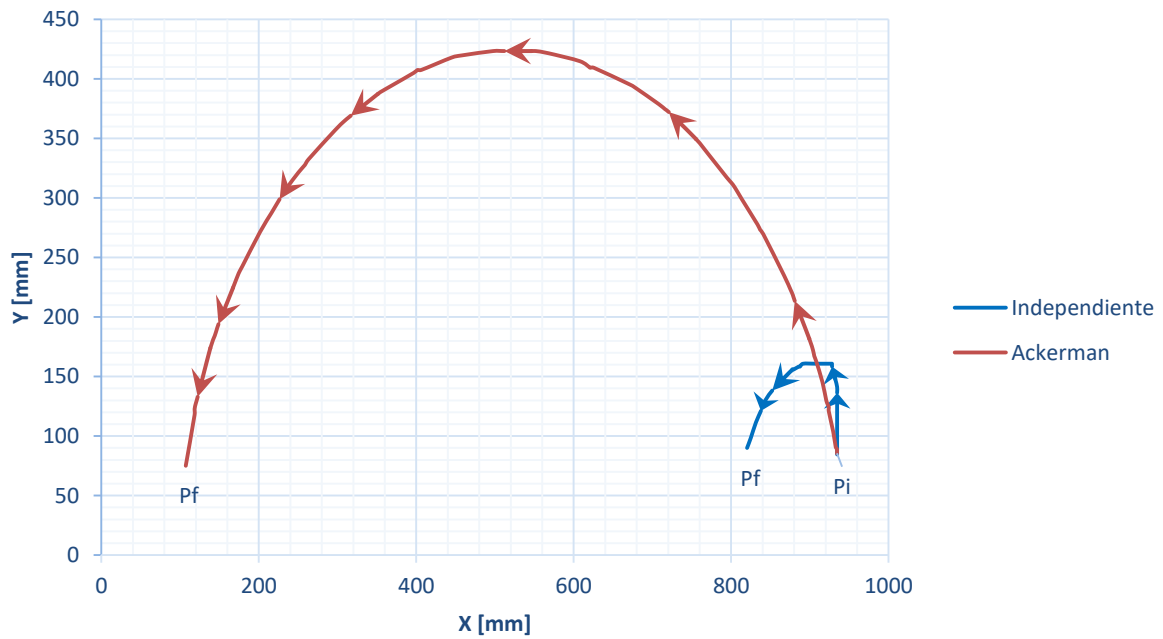
Figura 4.4 Modelo con dirección Independiente en prueba de radio de giro hacia la izquierda.

Las gráficas 3 y 4 presentan de manera clara la diferencia entre las amplitudes de las curvas trazadas por el vehículo para cada modo de dirección. Los valores exactos de los radios de giro se obtuvieron como el promedio del total de iteraciones realizadas para cada lado de giro.





Gráfica 3. Trayectorias del vehículo al virar hacia su izquierda.



Gráfica 4. Trayectorias del vehículo al virar hacia su derecha.

Para el cálculo de la media aritmética así como de la varianza y desviación estándar se utilizaron las siguientes ecuaciones utilizadas en estadística:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.1)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.3)$$

En las Tablas 4.1 y 4.2 se presentan los valores de los radio de giro obtenidos así como el valor promedio de estos. Donde la amplitud (distancia del punto inicial al punto final de la curva) equivale a dos veces el radio de giro, es decir Amplitud=2R, esto debido a la facilidad que representa medir el diámetro en lugar del radio de una curva.

# Iteración	Amplitud D <sub>L</sub> [mm]	Amplitud D <sub>R</sub> [mm]	Radio de giro izquierdo R <sub>L</sub> [mm]	Radio de giro derecho R <sub>R</sub> [mm]
1	888	830	444	415
2	916	802	458	401
3	926	616	463	308
4	843	559	421.5	279.5
5	914	568	457	284
<b>Promedio <math>\bar{x}</math></b>			448.7	337.5
<b>Varianza <math>\sigma^2</math></b>			224.36	3427
<b>Desviación estándar <math>\sigma</math></b>			14.97	58.54

Tabla 4.1 Promedio, varianza y desviación estándar para los radios de giro de la dirección Ackerman.

# Iteración	Dirección izquierda	Dirección derecha	Radio de giro izquierdo	Radio de giro derecho
Dirección Independiente	D <sub>L</sub> [mm]	D <sub>R</sub> [mm]	R <sub>L</sub> [mm]	R <sub>R</sub> [mm]
1	216	114	108	57
2	204	102	102	51
3	209	102	104.5	51
4	130	98	65	49
5	158	105	79	52.5
<b>Promedio <math>\bar{x}</math></b>			91.7	52.1
<b>Varianza <math>\sigma^2</math></b>			281.95	7.24
<b>Desviación estándar <math>\sigma</math></b>			16.79	2.69

Tabla 4.2 Promedio, varianza y desviación estándar para los radios de giro de la dirección Independiente.

En resumen el radio de giro de la dirección independiente fue 4.8 veces menor al de la dirección Ackerman al girar a la izquierda y 6.4 veces menor al girar hacia la derecha.

Como se puede notar, el radio de giro presenta una discrepancia que depende de hacia dónde giró el vehículo. Considerando el radio de giro derecho como el valor ideal por ser el mínimo y ofrecer mayor maniobrabilidad, existe una diferencia del 32% para el caso de la dirección Ackerman y del 75% para la dirección Independiente. Estas diferencias pudieron ser provocadas por un funcionamiento irregular en los motores tanto de la tracción como de la dirección, particularmente cuando el vehículo se desplazó a la izquierda.

### 4.1.2 Distancia mínima de evasión

El objetivo de esta prueba fue conocer la distancia mínima que debe existir entre el vehículo y un obstáculo colocado adelante y/o detrás del vehículo para que al girar la dirección y avanzar o retroceder según sea el caso no exista una colisión entre éstos.

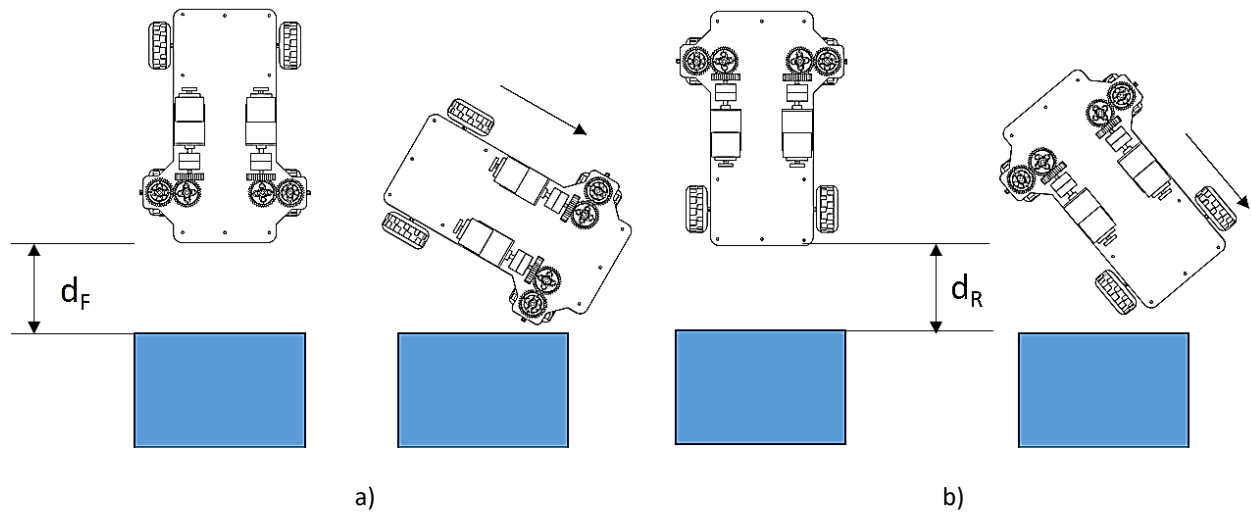
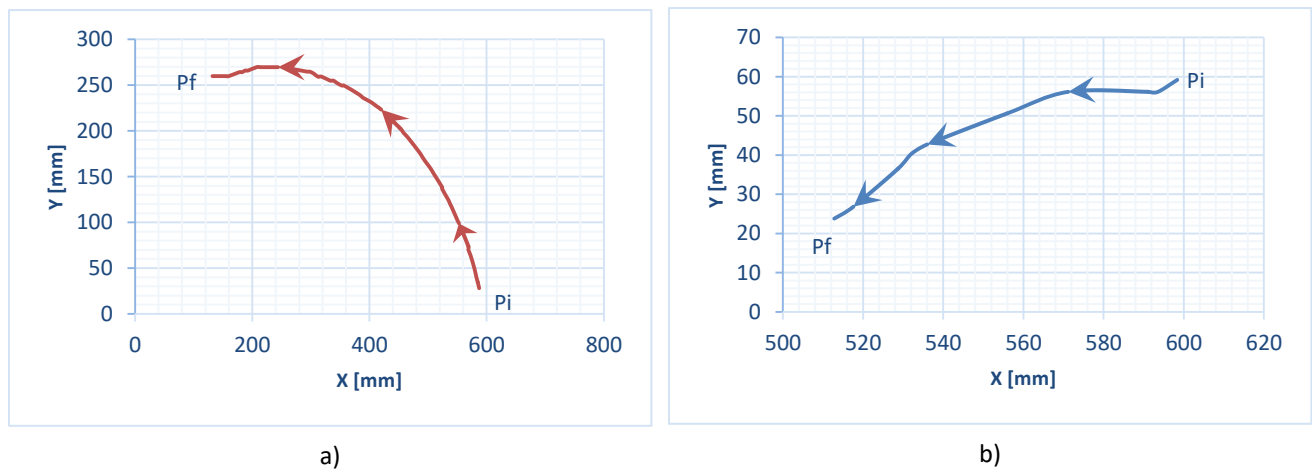
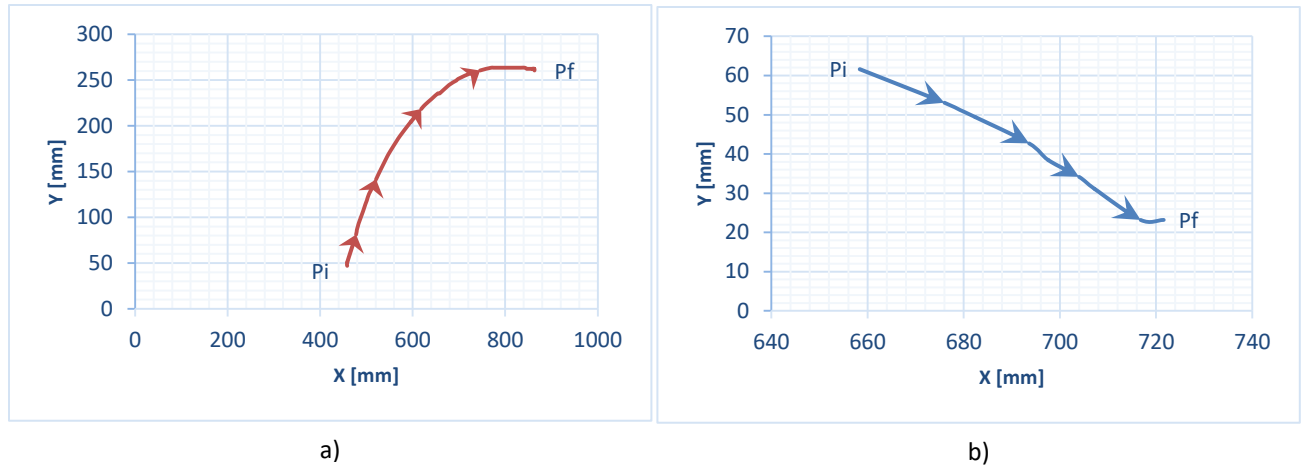


Figura 4.5 Prueba de distancia de evasión. a) Vehículo avanza hacia adelante, b) Vehículo avanza de reversa.

Las gráficas 5 y 6 presentan las trayectorias definidas por el vehículo al avanzar hacia adelante girando hacia la derecha e izquierda respectivamente. Obsérvese en ambas graficas la distancia recorrida a lo largo del eje Y para cada modo de dirección. La diferencia es de cinco veces una respecto a otra.



Gráfica 5. Trayectorias al avanzar hacia adelante girando a la derecha. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.



Gráfica 6. Trayectorias del vehículo al avanzar girando hacia la izquierda. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.

La distancia mínima ( $d_F$ ) se obtuvo de forma empírica y su valor se midió de forma directa con una regla graduada de la parte frontal del chasis al obstáculo colocado, dando como resultado los valores mostrados en la Tabla 4.3.

Tipo de dirección	$d_F$ [mm] izquierda	$d_F$ [mm] derecha
Ackerman	155	155
Independiente	10	10

Tabla 4.3 Valores de  $d_F$  para cada modo de dirección al avanzar hacia adelante.

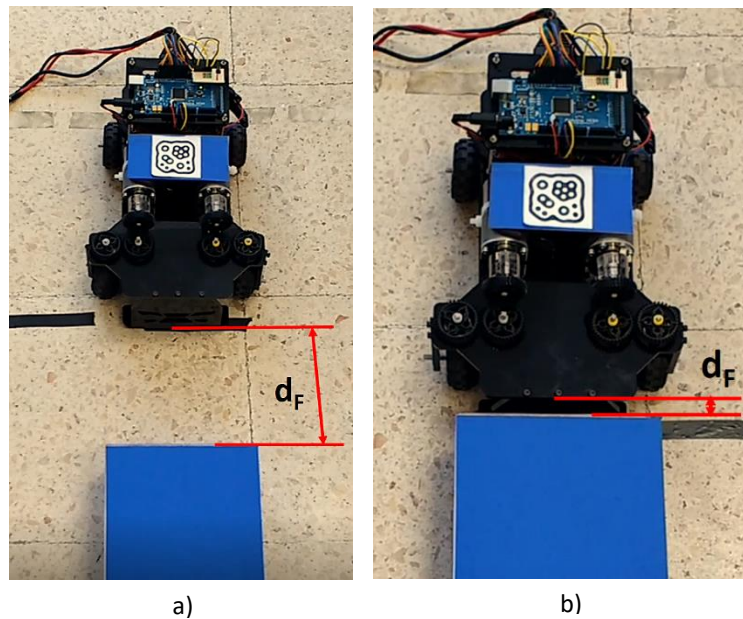
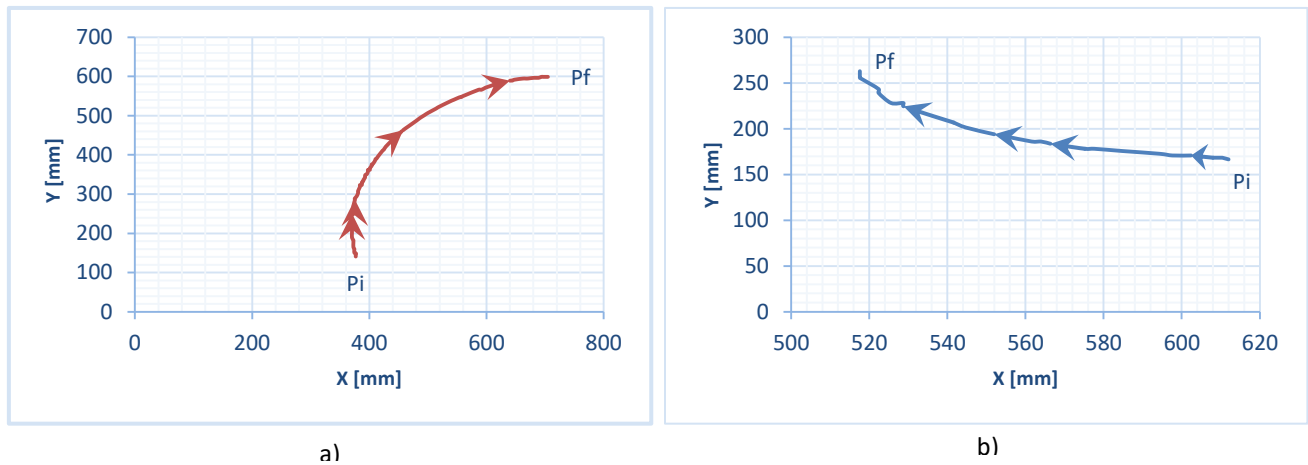
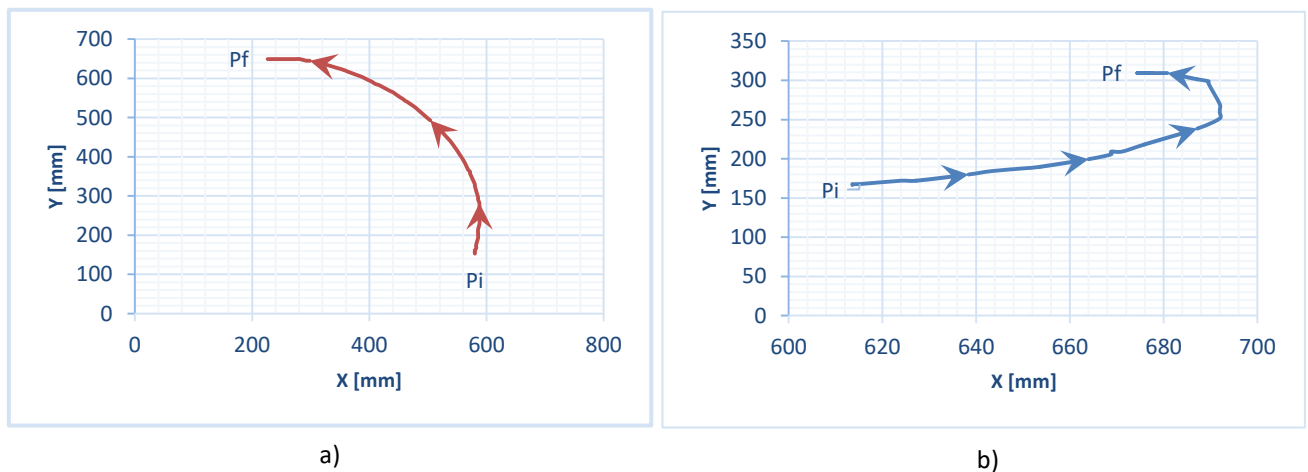


Figura 4.6 Distancia de evasión al avanzar hacia adelante. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.

Nótese que para esta prueba en particular no existió variación en torno a los valores de  $d_f$  al desplazarse el vehículo hacia la izquierda o derecha; siendo notable la diferencia entre la dirección Ackerman y la dirección independiente la cual fue de 15 veces una respecto de otra, ver figura 4.6. Al efectuar la misma prueba pero con el vehículo de reversa desplazándose hacia la izquierda y luego hacia la derecha, se recabaron las siguientes trayectorias y resultados para  $d_r$ . Observe que la distancia recorrida a lo largo del eje Y por el vehículo fue mayor en comparación cuando avanzó hacia adelante, esto debido a la geometría del modelo y que la dirección se encuentra en la parte frontal del vehículo.



Gráfica 7. Trayectorias del vehículo al avanzar de reversa girando a la derecha. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.



Gráfica 8. Trayectorias del vehículo al avanzar de reversa girando hacia la izquierda. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.

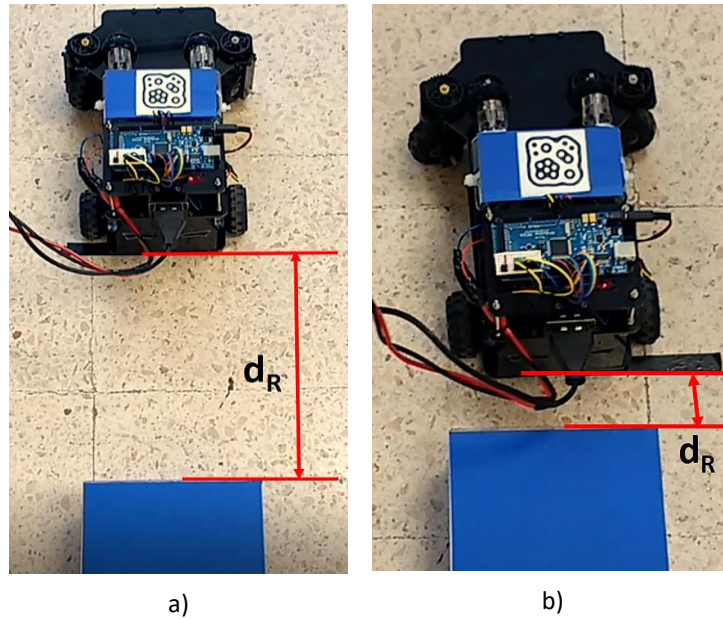


Figura 4.7 Distancia de evasión al avanzar de reversa. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.

Tipo de dirección	$d_R$ [mm] izquierda	$d_R$ [mm] derecha
Ackerman	350	300
Independiente	80	80

Tabla 4.4 Valores de  $d_R$  para cada modo de dirección cuando el vehículo avanzó de reversa.

De acuerdo a la Tabla 4.4 la dirección Ackerman presentó una diferencia en la longitud medida la cual fue mayor al girar hacia la izquierda, lo anterior concuerda con los resultados logrados en la prueba del radio de giro de la sección anterior. Para la dirección independiente no hubo tal variación debido a que requirió de menor espacio para realizar la maniobra.

En resumen, los resultados de la prueba favorecieron a la dirección independiente que necesitó de un menor espacio para evadir el obstáculo colocado. Para las maniobras realizadas la dirección independiente requirió del 6.4% al avanzar hacia adelante y de un 22.8% al avanzar de reversa de la distancia que necesitó la dirección Ackerman para la presente prueba.

#### 4.1.3 Vuelta en U o de retorno

El propósito de esta prueba fue que el vehículo diera una vuelta de retorno o de 180° en un espacio de dos carriles, lo cual simula una situación común al querer maniobrar el vehículo en una calle de la ciudad y llevar a cabo la vuelta de tres puntos. La vuelta se realizó hacia el lado derecho y hacia el lado izquierdo del vehículo para cada modo de dirección, además de realizar la maniobra en reversa.

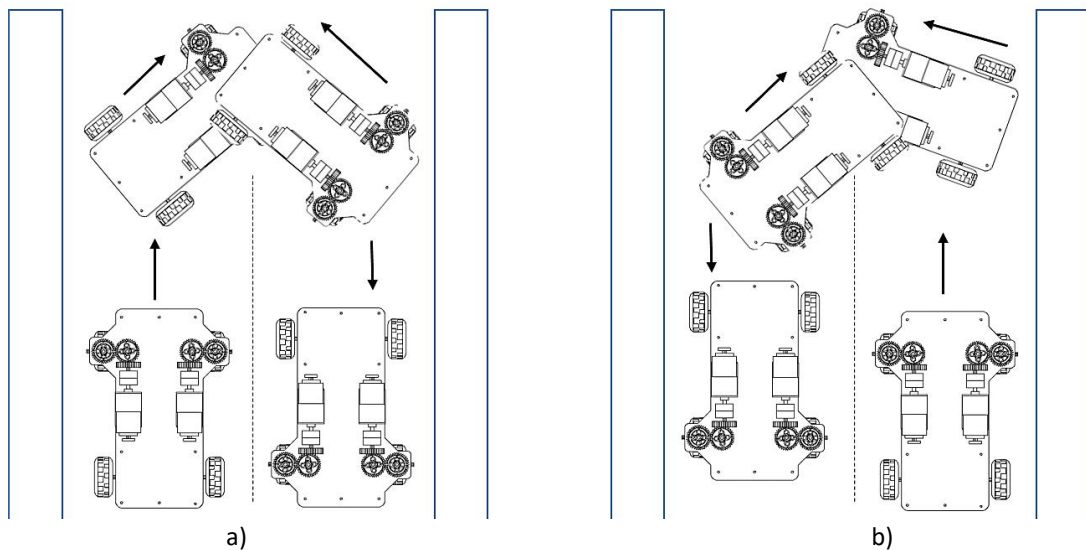


Figura 4.8 Esquema de la vuelta de retorno: a) Hacia la derecha, b) Hacia la izquierda.

El criterio de comparación en esta prueba fue la cantidad de maniobras que se realizaron para cada modo de dirección. Se entiende por maniobra cada cambio en la dirección del vehículo, sea hacia la izquierda o hacia la derecha. La gráficas 9 y 10 muestran la trayectoria que siguió el vehículo al dar la vuelta de retorno, sin embargo, es sabido que con la dirección Ackerman es difícil lograrla en un espacio reducido por la restricción en los ángulos de giro que presenta la dirección. En la figura 4.9 se observan imágenes de la prueba llevada a cabo con el modelo de vehículo con dirección Independiente.



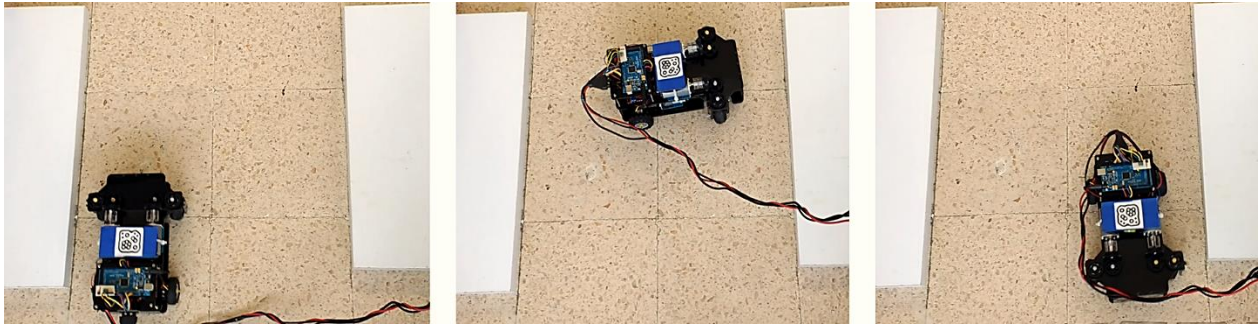
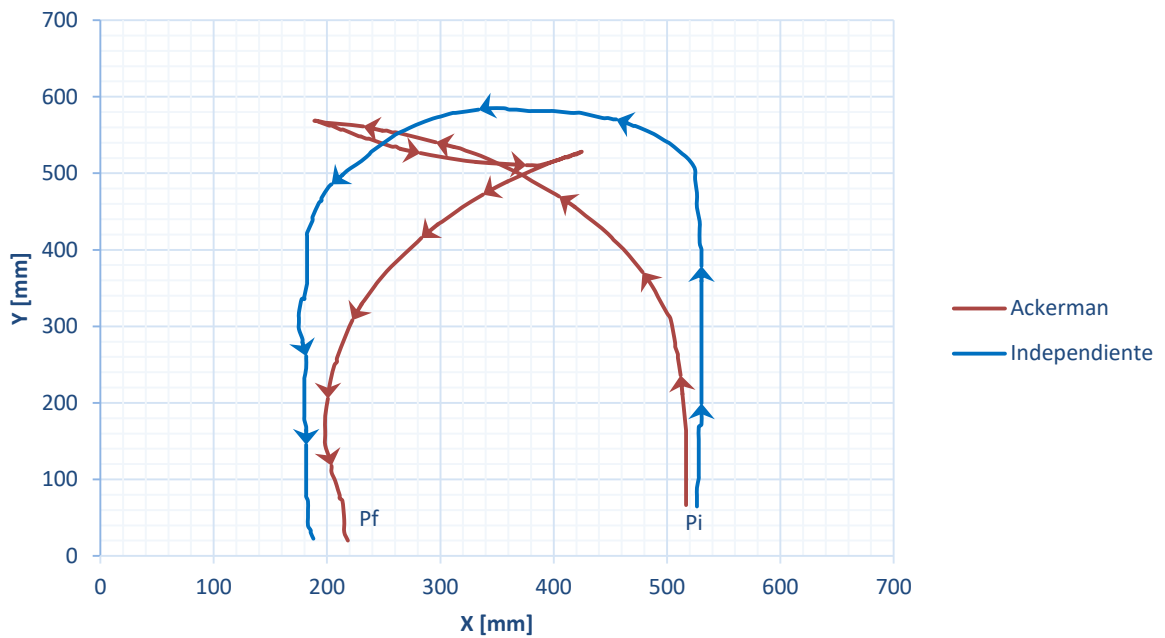


Figura 4.9 Modelo con dirección Independiente en vuelta de retorno hacia la derecha.



Gráfica 9. Trayectorias del vehículo al girar hacia la derecha.

De acuerdo a las gráficas 9 y 10, el número de maniobras realizadas con la dirección Ackerman para realizar la vuelta de retorno fue de tres, mientras que para la dirección Independiente solo fue necesaria una maniobra, dicho resultado no dependió del lado de giro. En la figura 4.10 se aprecian algunas tomas del modelo realizando la vuelta de retorno hacia la izquierda.

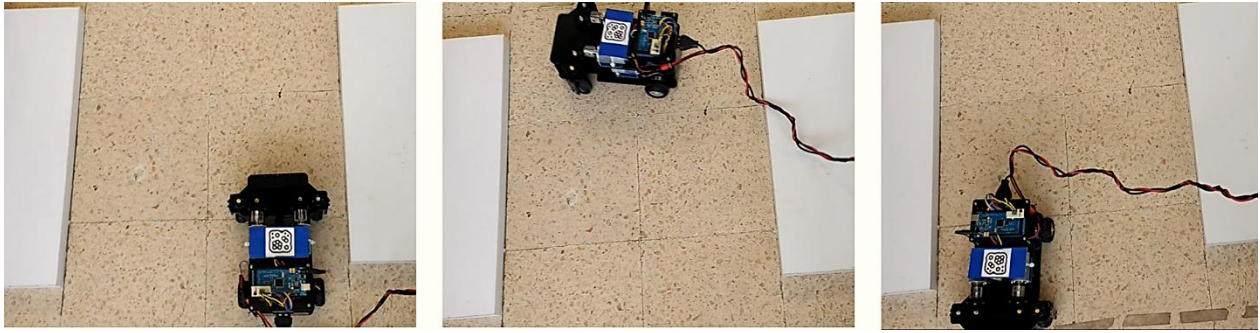
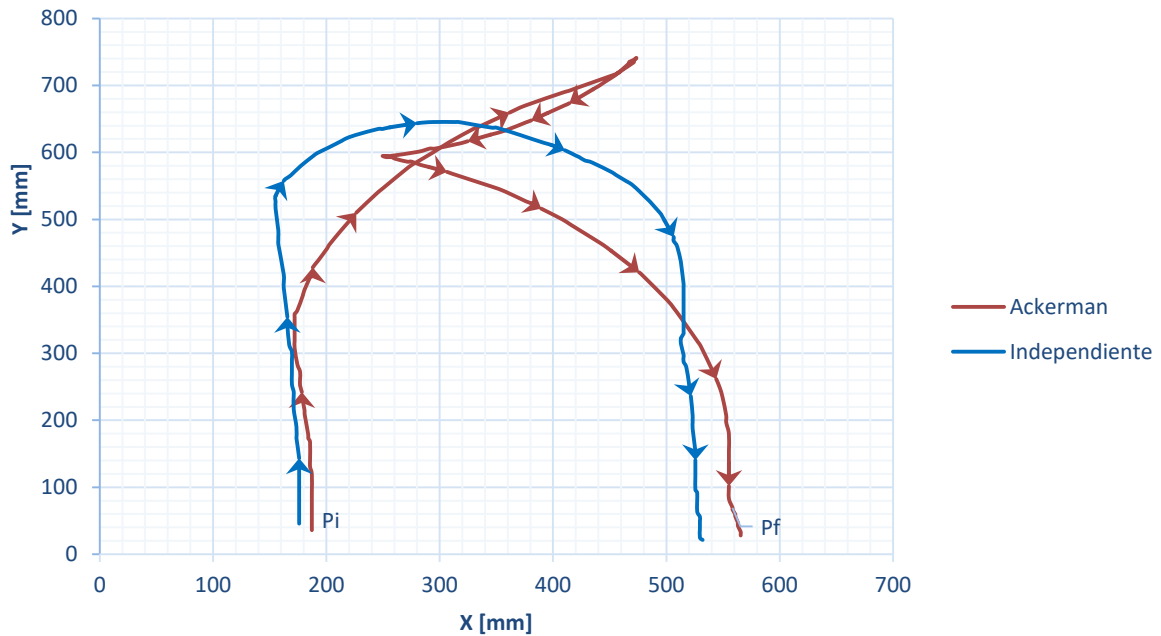


Figura 4.10 Modelo con dirección Ackerman en vuelta de retorno hacia la izquierda.



Gráfica 10. Trayectorias al girar hacia la izquierda en la vuelta de retorno.

Se experimentó también la situación en la cual el vehículo debe realizar un giro de  $180^\circ$  en reversa, tal como lo ilustra la figura 4.11. Esta maniobra puede ser poco común, no obstante, es de utilidad para vehículos destinados al servicio de la seguridad pública que deban atender una emergencia o situación espontánea.

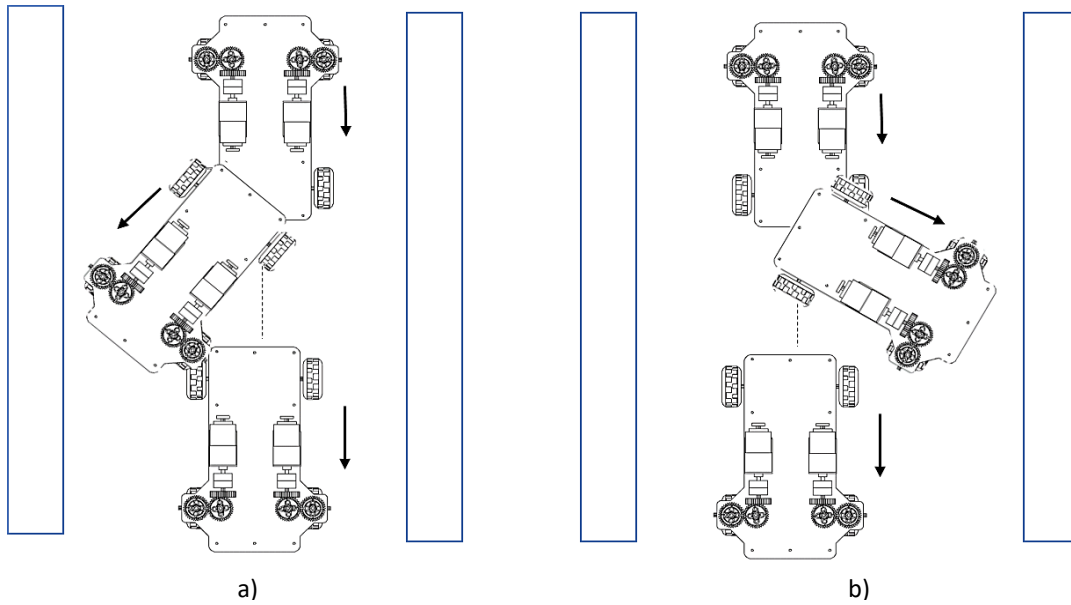
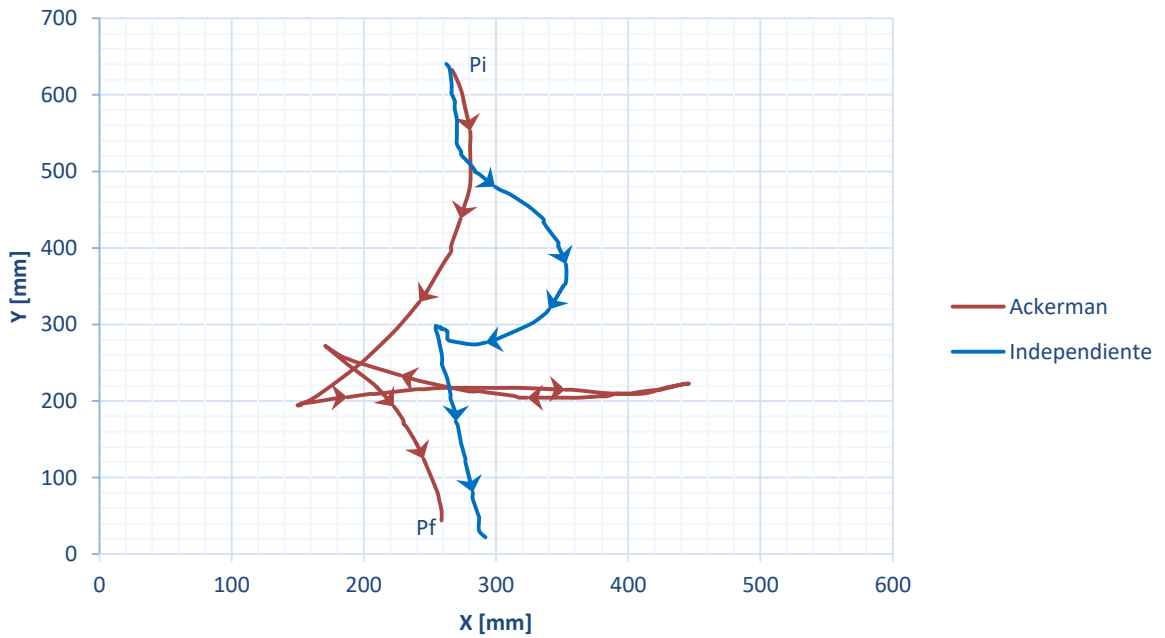
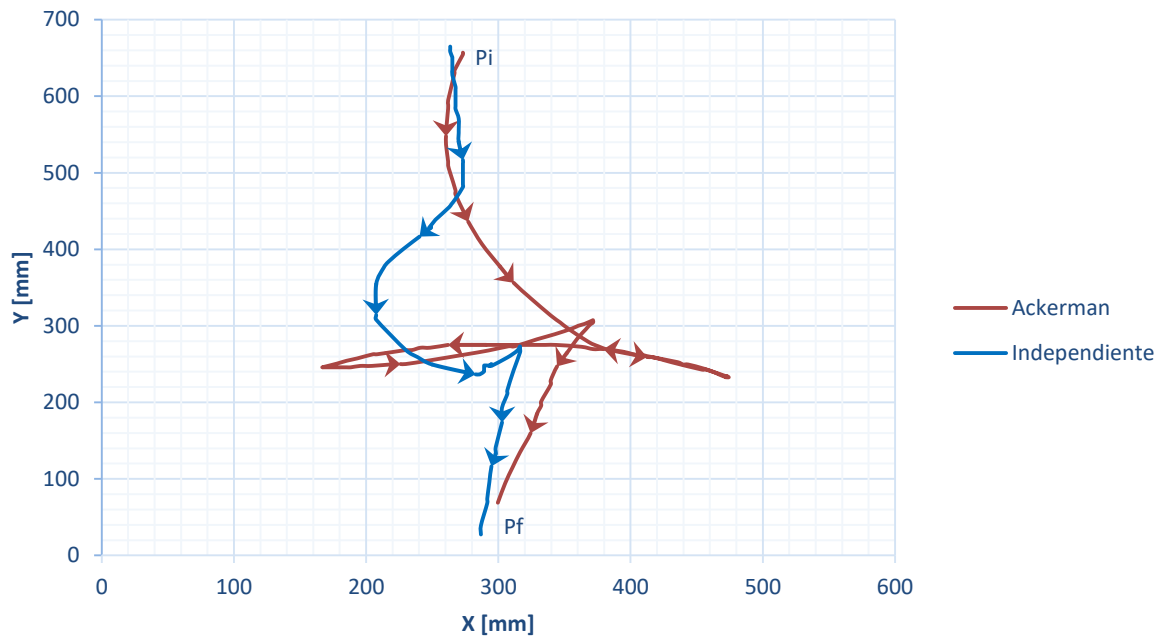


Figura 4.11 Esquema de la vuelta de retorno realizada en reversa. a) Dirección hacia la derecha, b) Dirección hacia la izquierda.



Gráfica 11. Vuelta de retorno en reversa girando la dirección hacia la derecha.



Gráfica 12. Vuelta de retorno en reversa girando la dirección hacia la izquierda.

Al observar las gráficas 11 y 12 se pudo notar que para llevar a cabo la maniobra la dirección Ackerman necesito de cuatro maniobras mientras que la dirección independiente requirió solo de dos maniobras, el lado de giro no influyó en el número de maniobras.

Tipo de dirección	Vuelta de retorno [Cant. maniobras]	Vuelta de retorno en reversa [Cant. maniobras]
Ackerman	3	4
Independiente	1	2

Tabla 4.5 Cantidad de maniobras necesarias para cada modo de dirección en la prueba de la vuelta de retorno.

En resumen, la dirección Independiente logró un mejor desempeño al necesitar del 33% y del 50% de las maniobras que requirió el vehículo con la dirección Ackerman, para las pruebas de vuelta de retorno y vuelta de retorno en reversa respectivamente, ver Tabla 4.5.

#### 4.1.4 Estacionamiento en paralelo

El objetivo de este experimento fue determinar el desempeño del vehículo con cada uno de sus modos de direccionamiento al enfrentarse a una tarea habitual para cualquier automovilista, estacionarse en paralelo. Esta maniobra presenta un grado de complejidad moderado ya que se requiere seguir una serie de pasos para lograr una maniobra perfecta.

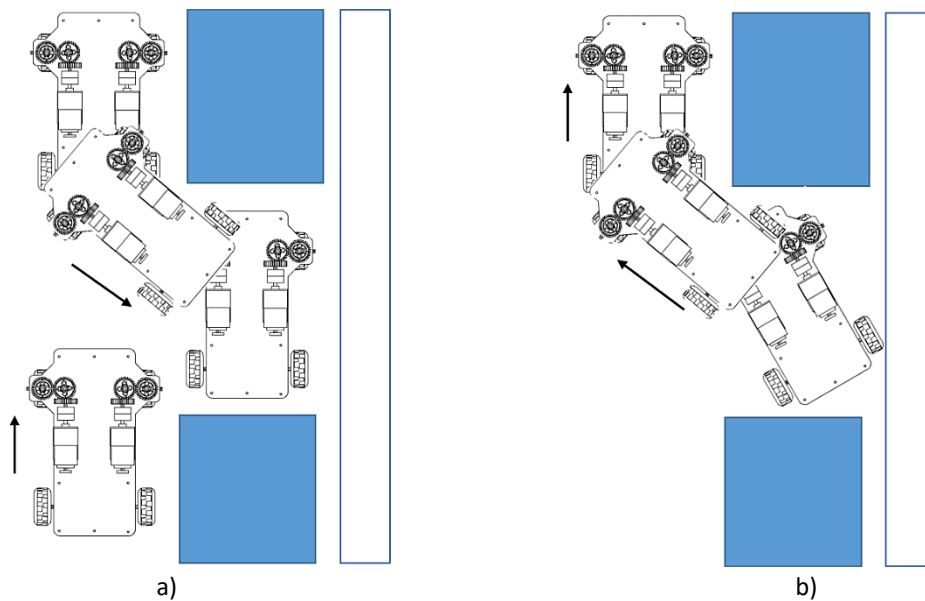
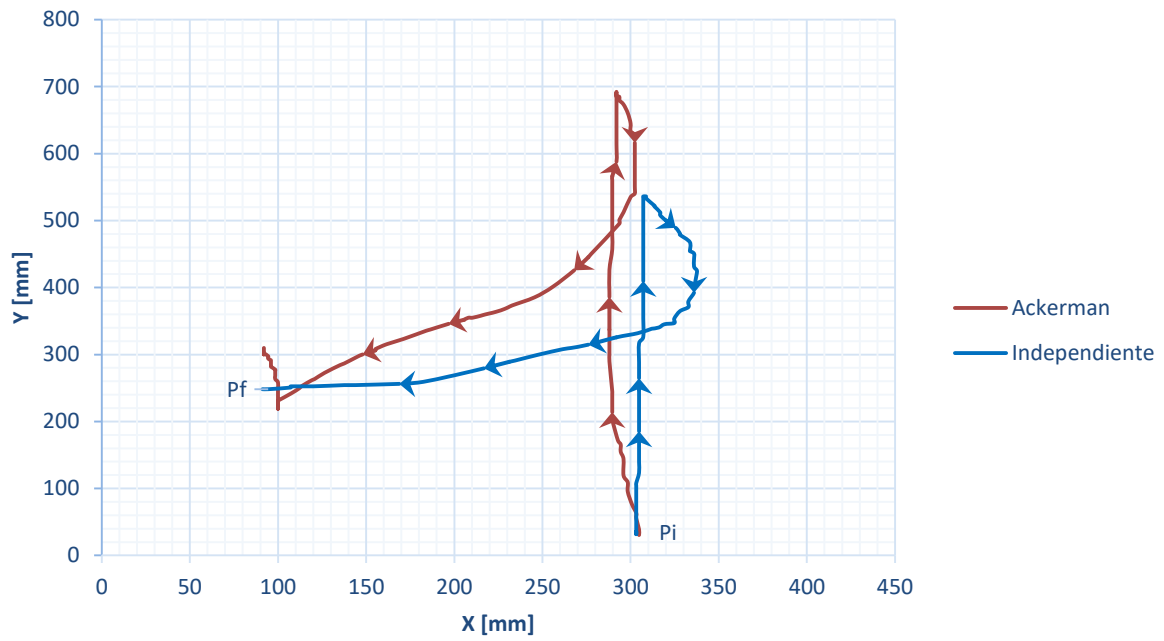


Figura 4.12 Esquema del estacionamiento en paralelo. a) Maniobra para entrar, b) Maniobra para salir.

Se debe aclarar que para ambos modos de dirección se trató de seguir la misma maniobra con la finalidad de que la comparativa no fuera sesgada. La gráfica 13 muestra las trayectorias seguidas por el vehículo al estacionarse en paralelo, una de las diferencias notables a primera vista es la distancia recorrida a lo largo del eje Y, ya que la trayectoria realizada por la dirección Ackerman es 150 [mm] más grande que la distancia trazada por la dirección independiente.



Gráfica 13. Trayectorias definidas por el vehículo para estacionarse en paralelo.

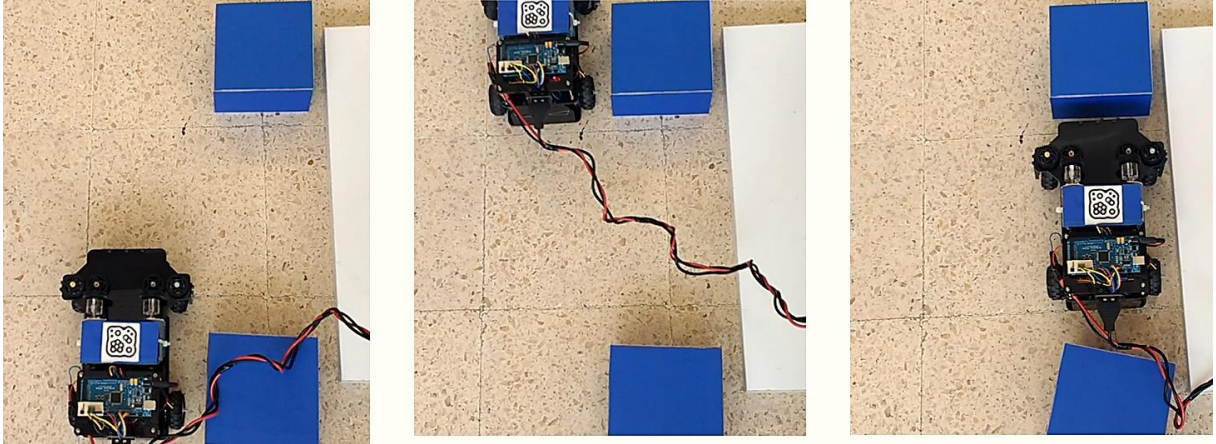


Figura 4.13 Estacionamiento en paralelo del modelo con dirección Ackerman.

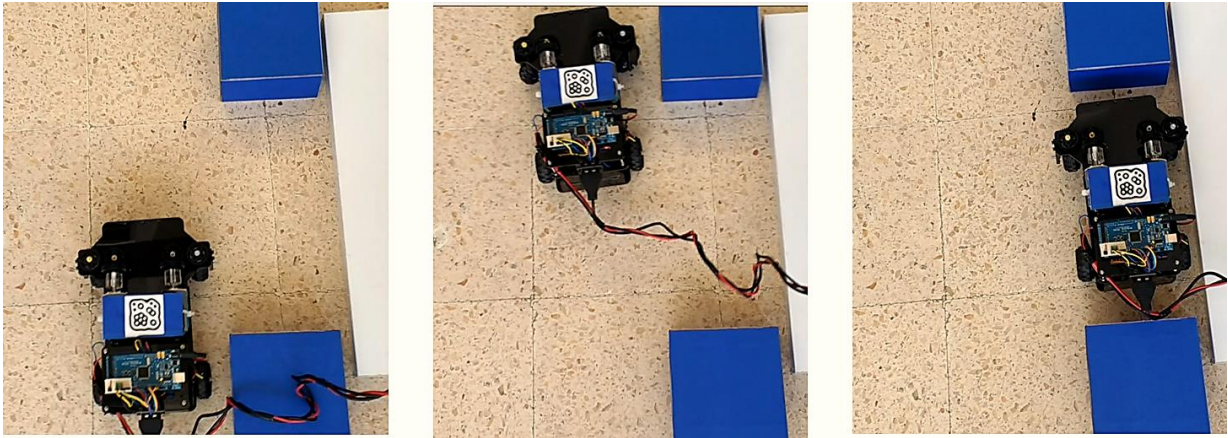


Figura 4.14 Estacionamiento en paralelo del modelo con dirección Independiente.

Para poder estacionar el vehículo se debe alinear la parte trasera del mismo con la parte trasera del obstáculo, de acuerdo a la Figura 4.15a, debe existir una distancia  $s$  que equivale al largo del vehículo, tomando como referencia el sistema XY. Después de efectuar varias iteraciones, fue posible estacionar el vehículo con dirección independiente abarcando únicamente la mitad del largo del vehículo ver Figura 4.15b, lo cual supone una reducción del 50% del espacio necesario para poder estacionarse en comparación con el abarcado por la dirección Ackerman. No obstante esta mejora tuvo como consecuencia un aumento de 40 [mm] que el espacio ocupado a lo largo del eje X por la dirección Ackerman, ver gráfica 13.

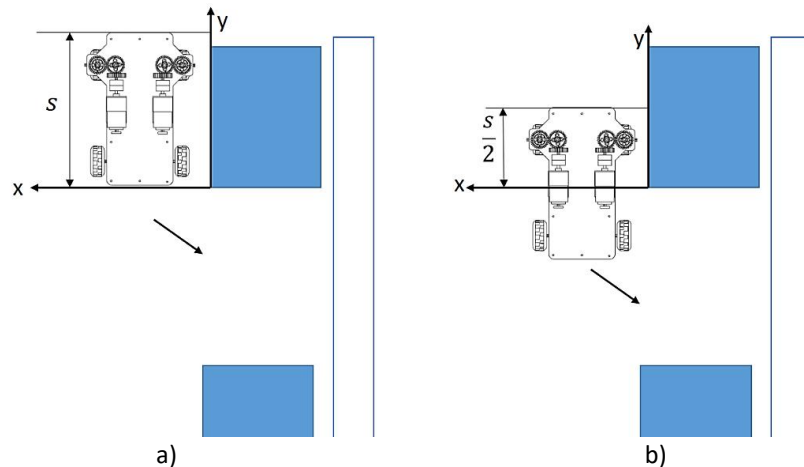
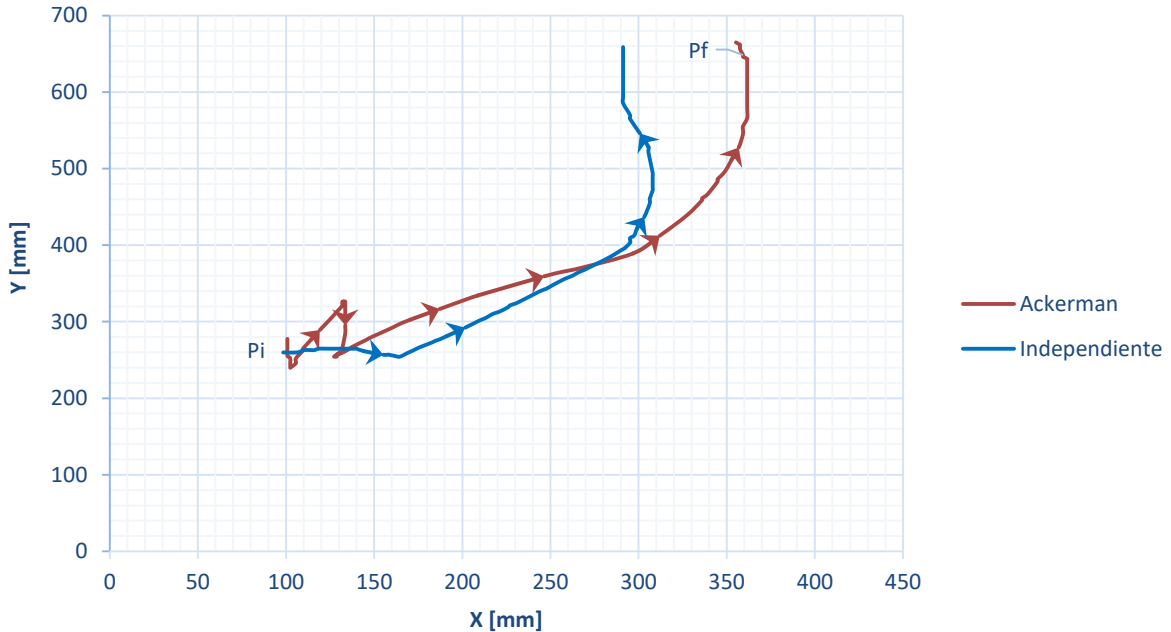


Figura 4.15 Distancia necesaria para poder estacionar el vehículo en paralelo. a) Dirección Ackerman, b) Dirección Independiente.

En la gráfica 14 se observa como el vehículo con dirección Ackerman requiere de tres maniobras para poder salir cuando el vehículo con dirección independiente requirió de solo una.



Gráfica 14. Trayectorias del vehículo para salir de su lugar una vez que fue estacionado.

En síntesis, fue posible establecer una mejora al utilizar el modelo con la dirección independiente, sin embargo, requirió de más tiempo e iteraciones que el invertido en el vehículo con dirección Ackerman. Esto se debió a una simple razón, el hecho de interactuar con un nuevo sistema de dirección implica una curva de aprendizaje por parte del conductor, quien está familiarizado con el uso de la dirección Ackerman.

El tiempo necesario para sacar el vehículo de su lugar de estacionamiento fue menor al utilizar la dirección independiente que con la dirección Ackerman.



#### 4.1.5 Estacionamiento a 90°

Se decidió realizar esta prueba por ser de las más practicadas en cualquier estacionamiento de los complejos comerciales, deportivos y culturales. El propósito fue obtener la distancia mínima  $z$  que debe existir entre el obstáculo y la parte lateral del vehículo para que al maniobrar entrara sin complicaciones en el cajón de estacionamiento, efectuando dicha maniobra hacia la izquierda y hacia la derecha.

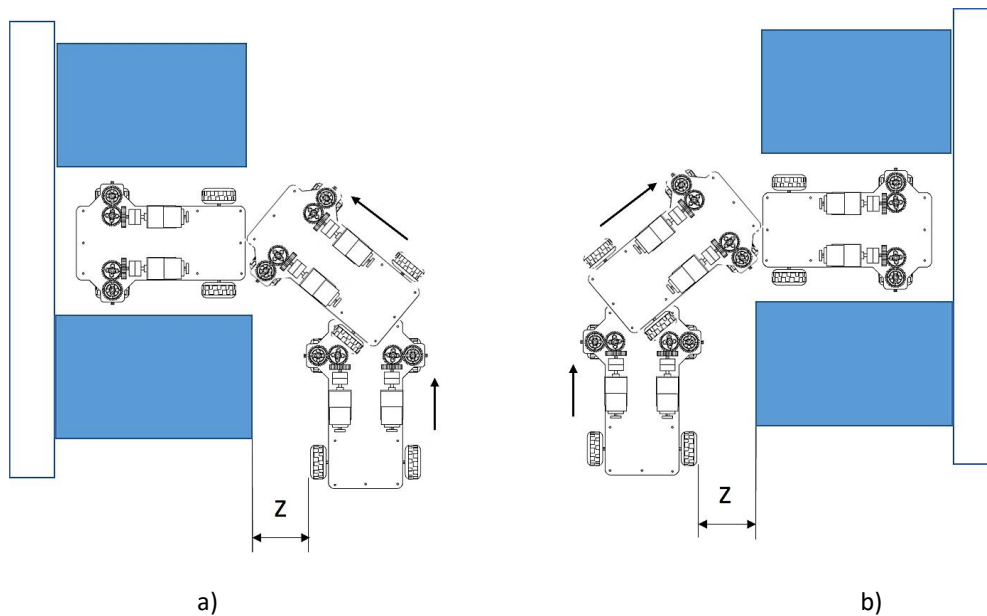
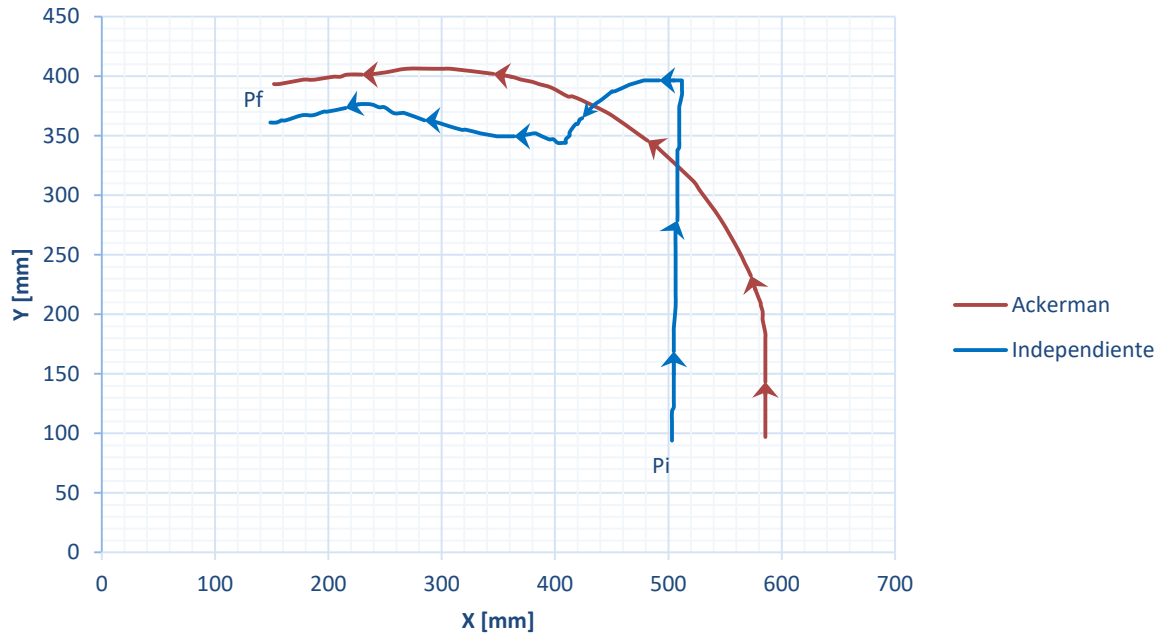


Figura 4.16 Esquema del estacionamiento perpendicular. a) Hacia la izquierda, b) Hacia la derecha.

Los resultados obtenidos se pueden apreciar en las gráficas 15 y 16, note la distancia que existe entre cada trayectoria a lo largo del eje Y, la cual es de 70[mm] en promedio.



Gráfica 15. Trayectorias del vehículo al estacionarse a 90° girando hacia la derecha.

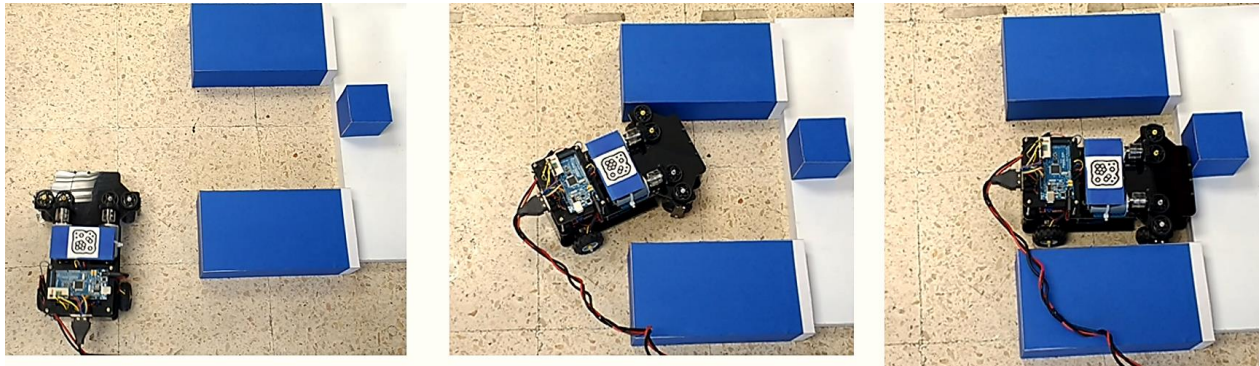
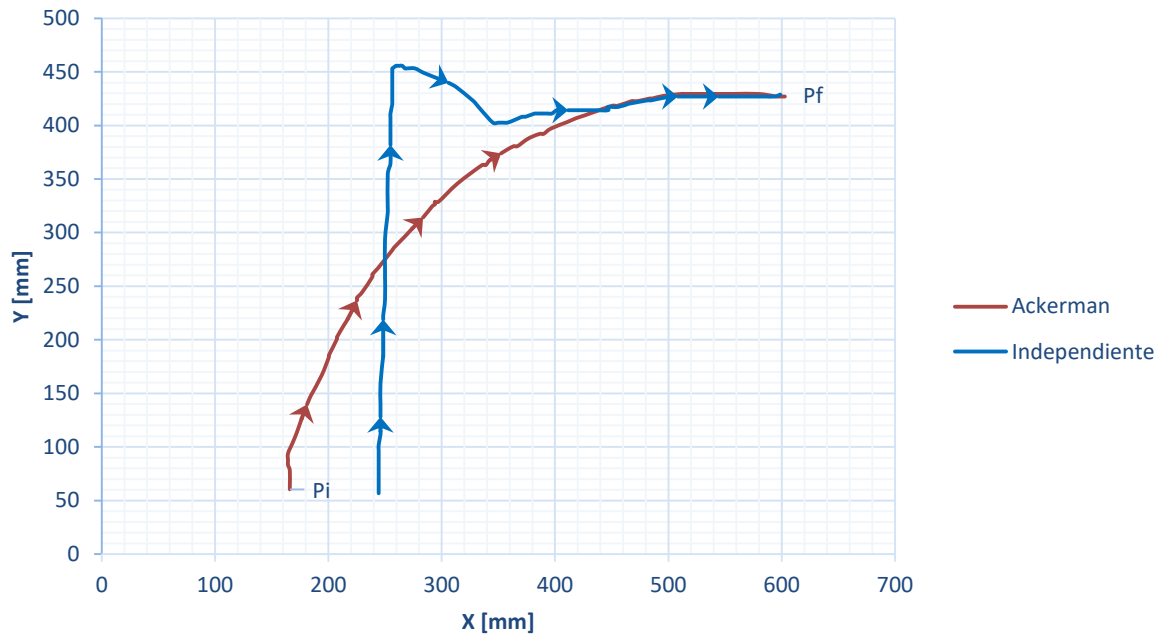


Figura 4.17 Experimentación con el modelo, estacionamiento a 90° hacia la derecha con dirección Ackerman.

El valor de la variable  $z$  se obtuvo de manera experimental y se midió con una regla graduada dando como resultado un valor de 125 [mm] para la dirección Ackerman y de 60 [mm] para la dirección independiente, ver Tabla 4.6.

Tipo de dirección	z[mm] izquierda	z[mm] derecha
Ackerman	125	125
Independiente	60	60

Tabla 4.6 Valores obtenido para z, en cada modo de dirección.



Gráfica 16. Estacionamiento a 90° girando hacia la izquierda.

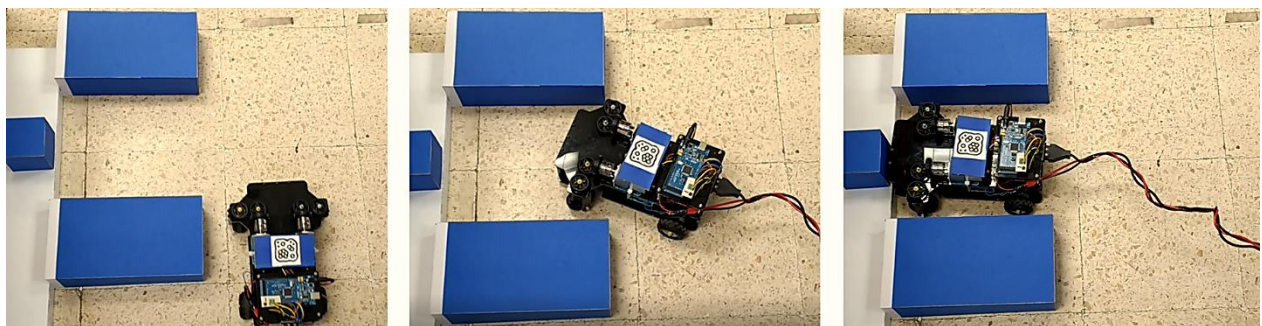


Figura 4.18 Experimentación con el modelo, estacionamiento a 90° hacia la izquierda con dirección Independiente.

Como se pudo notar el vehículo con la dirección Independiente requirió el 48% de la distancia  $z$  que fue necesaria para estacionarlo con la dirección Ackerman; esto representa una mejora sobre todo si el espacio para estacionarse es reducido o estrecho.

#### 4.1.6 Evasión de obstáculos

La finalidad de esta prueba fue comparar el desempeño del modelo con cada una de sus direcciones al desplazarse a través de una serie de obstáculos sin colisionar con ninguno de ellos. Para ello se propuso un área de prueba como la que se muestra en la figura 4.19, en la cual se forzó al vehículo a dar vueltas cerradas en espacios reducidos, simulando con ello una situación particular en las calles o patio de un hogar. Un factor importante en esta prueba fue la habilidad y destreza de la persona que manejó el vehículo, quien a medida que repetía la prueba logró realizarla cada vez con una menor cantidad de maniobras.

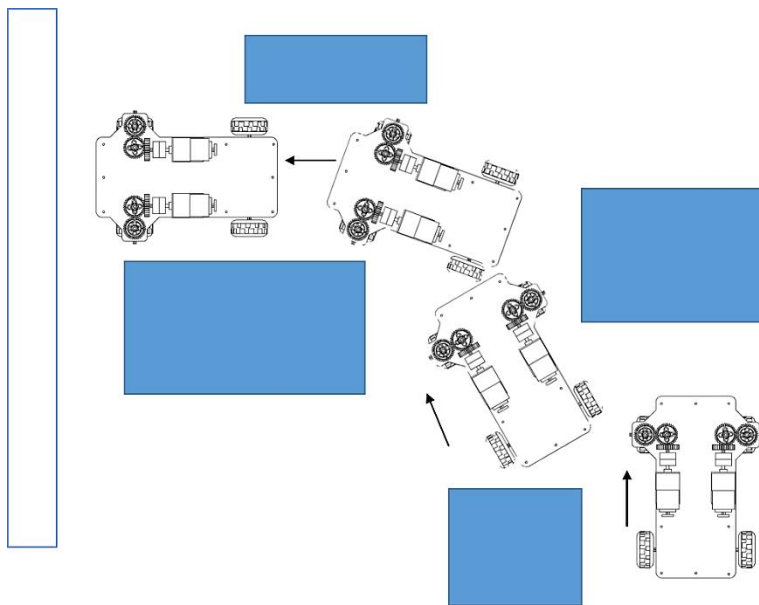
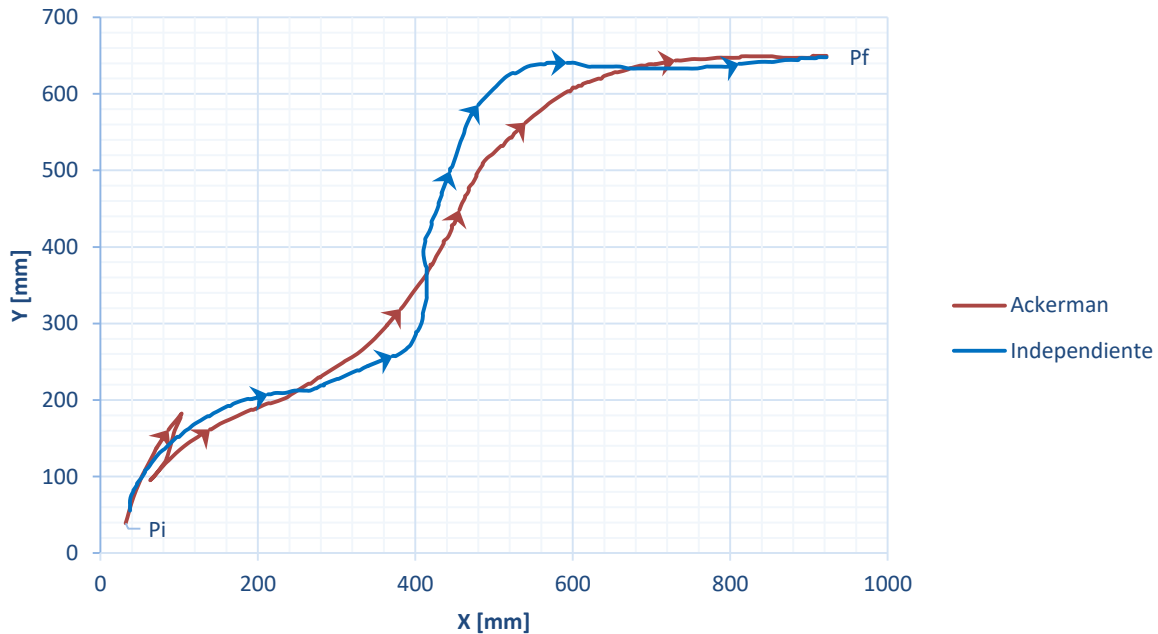


Figura 4.19 Esquema de la prueba con varios obstáculos.

De esta forma, las mejores trayectorias realizadas por el modelo se presentan en la gráfica 17, donde se puede observar que en la parte inicial del recorrido el modelo con la dirección Ackerman requirió de una maniobra extra para poder librar el obstáculo. Un aspecto notable fueron los radios de curvatura en cada vuelta los cuales fueron mayores para la dirección Ackerman.



Gráfica 17. Trayectorias del vehículo en la prueba de evasión de obstáculos.

Otro punto a considerar fue el tiempo que tomó efectuar la trayectoria para cada modo de dirección, al vehículo con dirección independiente le tomó la mitad del tiempo que necesitó la dirección Ackerman.

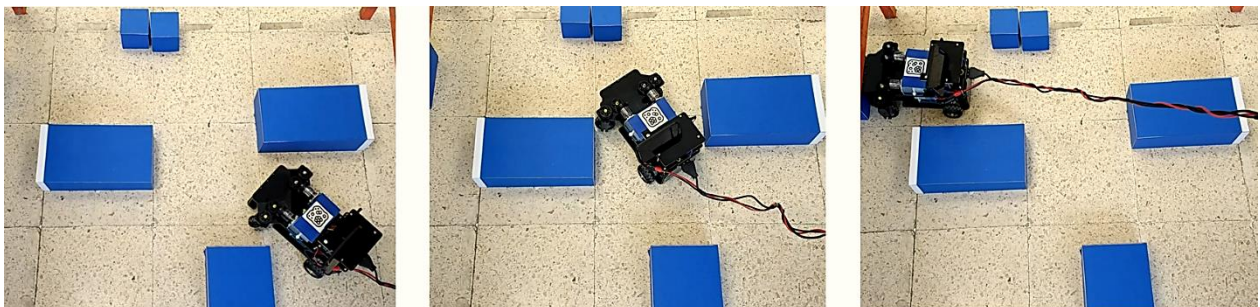


Figura 4.20 Experimentación del modelo con dirección Ackerman en evasión de obstáculos.

En adición a esta prueba en particular, se implementó un sistema de visión mediante una aplicación en Android® que intentó simular la perspectiva que se logra al manejar un automóvil real por parte del conductor. El campo de visión que se logró captar se muestra en la figura 4.21. El propósito fue intentar manejar el vehículo observando únicamente la imagen grabada por la cámara. Las trayectorias realizadas utilizando este sistema se muestran en la gráfica 18.

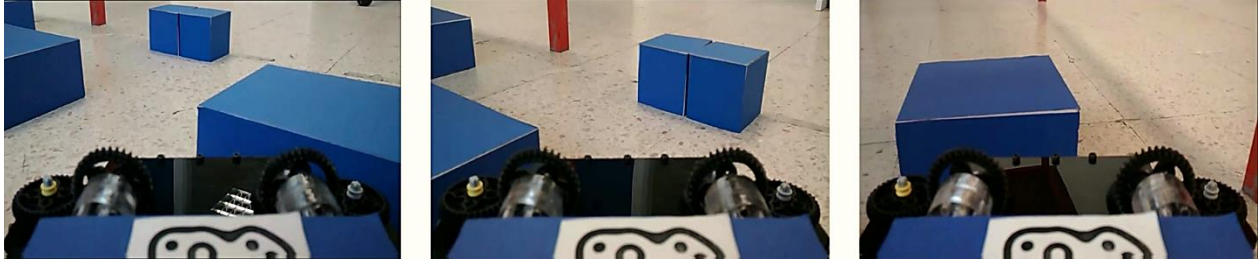
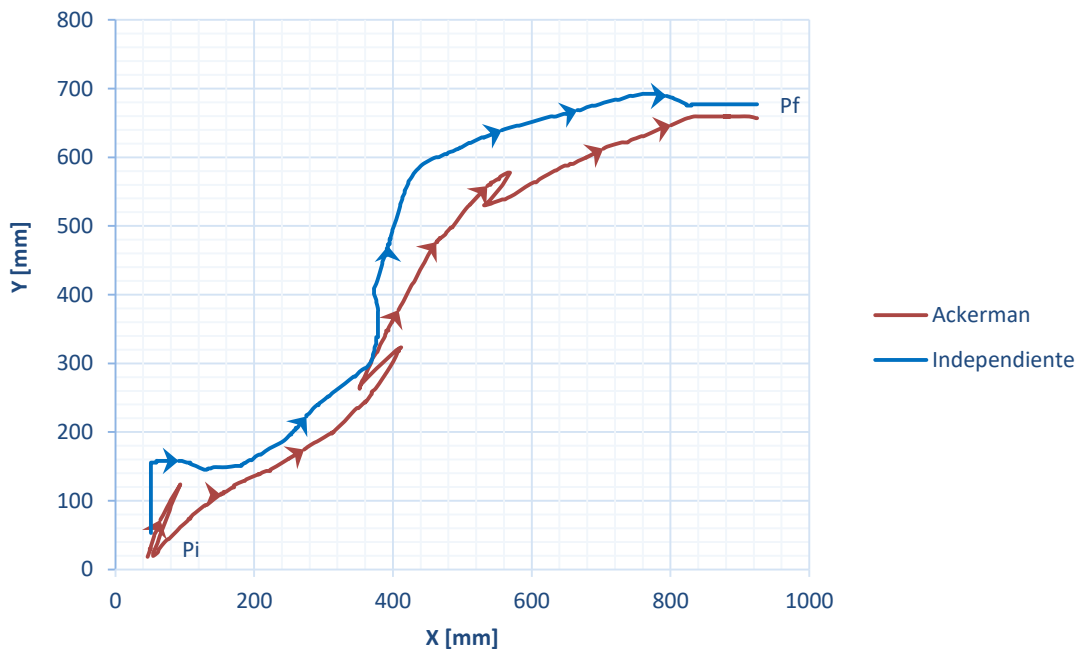


Figura 4.21 Campo visual captado por la cámara utilizada para dicho fin.



Gráfica 18. Trayectorias del modelo utilizando un campo de visión artificial.

Las trayectorias de la gráfica 18 presentan más irregularidades que las trayectorias de la gráfica 17, debido a que el campo visual horizontal captado por la cámara fue limitado lo que se tradujo en colisiones con los obstáculos, lo anterior no permitió experimentar una sensación de manejo real.

En resumen, las maniobras necesarias para completar la trayectoria fueron más sencillas cuando se utilizó la dirección independiente y requirieron menor esfuerzo, tiempo y cautela. Caso contrario al utilizar la dirección Ackerman, cuyas maniobras necesitaron mayor concentración y tiempo debido al ángulo de giro limitado.

La sensación de manejo en el modelo no brindó los resultados esperados por las limitaciones en cuanto a hardware, un campo de visión reducido no permite manejar un vehículo sin que represente un riesgo. Por lo que la implementación de un campo visual horizontal y vertical similar al de los humanos en el vehículo, se plantea como trabajo a futuro para así poder experimentar una sensación lo más cercana a la realidad.

#### 4.1.7 Estacionamiento con obstáculos

El objetivo de este experimento fue poner a prueba cada modo de direccionamiento en una situación crítica como lo es estacionar un vehículo en un área de difícil acceso con espacios estrechos que no permiten maniobrar en demasía. El área de trabajo se propuso tal como lo muestra la figura 4.22. Las trayectorias efectuadas por el vehículo con cada modo de dirección se presentan en la gráfica 19.

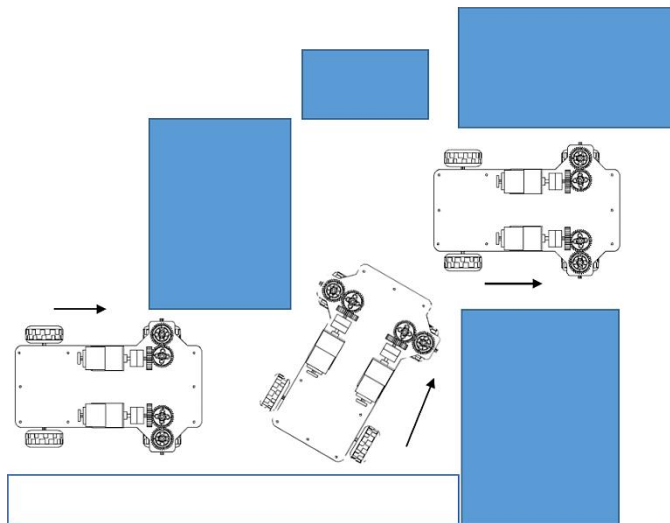
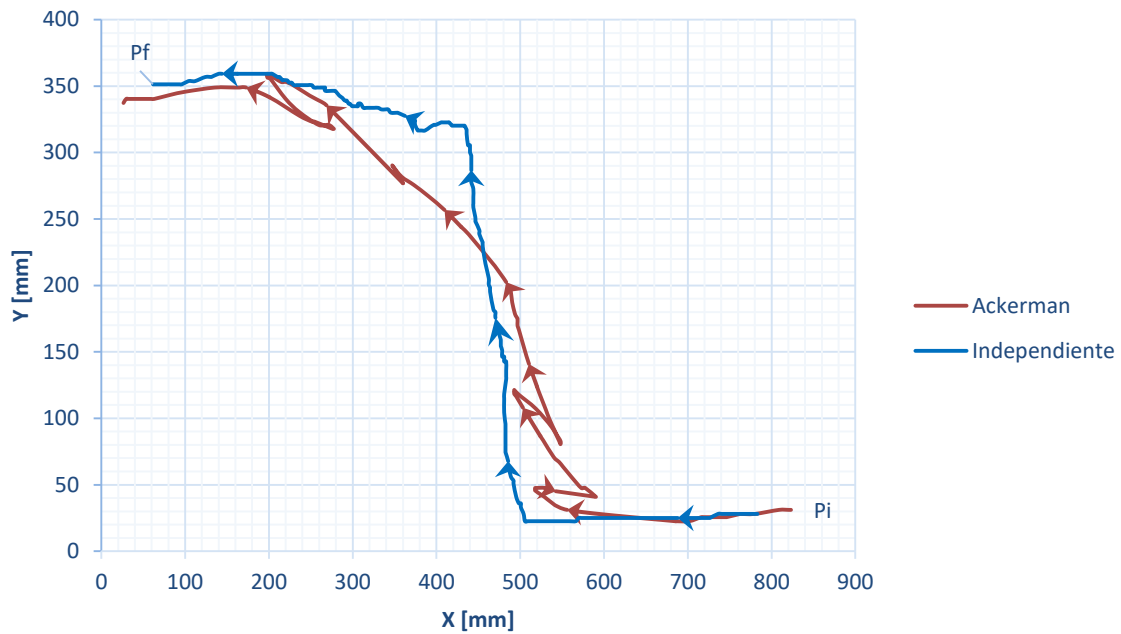


Figura 4.22 Esquema de la prueba de estacionamiento con obstáculos.



Gráfica 19. Trayectorias del vehículo para estacionarse con obstáculos.

En esta prueba fue evidente como la dirección Ackerman necesitó de una mayor cantidad de maniobras a diferencia de la dirección Independiente que sin dificultad logró dar vueltas cerradas con una sola maniobra. En la tabla 4.7 se muestran el número de maniobras para cada modo de direccionamiento:

Tipo de dirección	Cant. de maniobras
Ackerman	7
Independiente	3

Tabla 4.7 Cantidad de maniobras para la prueba de estacionamiento con obstáculos.

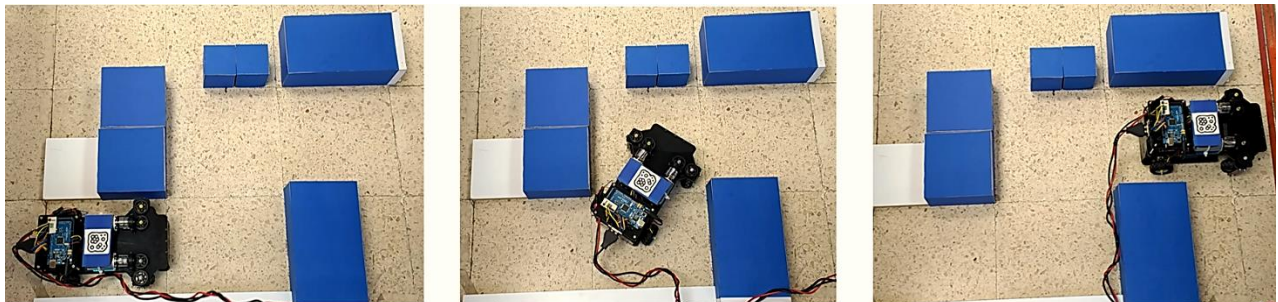


Figura 4.23 Experimentación del modelo con dirección Independiente en prueba de estacionamiento con obstáculos.



En síntesis, el modelo con su configuración de dirección Independiente logró un mejor desempeño ya que requirió de al menos el 50% de las maniobras que la dirección Ackerman necesitó. Con esto queda demostrada la capacidad de maniobrabilidad de la dirección Independiente en espacios reducidos y/o estrechos.

## 5 CONCLUSIONES

El diseño y construcción del modelo de vehículo con dos llantas traseras que proporcionaron la tracción y dos llantas frontales direccionables demostró un correcto funcionamiento en cada una de las 160 réplicas que se realizaron en la experimentación. Además, fue posible establecer dos configuraciones de dirección (Ackerman e Independiente) en el mismo modelo lo que permitió una comparación más confiable. Lo anterior demuestra el cumplimiento del primer objetivo planteado en el presente trabajo.

La implementación de los algoritmos cinemáticos tanto de la llanta virtual como de la dirección Ackerman en el modelo, mediante un microprocesador que calculó los parámetros para controlar las posiciones de las llantas frontales así como las velocidades angulares de las llantas traseras en tiempo real, permitieron observar el comportamiento de dos configuraciones de direccionamiento en un vehículo y comprobar de esta forma la teoría en un modelo físico. De esta manera, se cumplió el segundo objetivo planteado.

En la primer prueba de la experimentación, el vehículo con la dirección Independiente obtuvo un radio de giro 4.8 veces menor al girar a la izquierda y 6.4 veces menor al girar hacia la derecha que los obtenidos con la dirección Ackerman. Esto comprueba que la dirección independiente posee una mayor maniobrabilidad que la dirección Ackerman. La discrepancia que existió entre cada lado se atribuye a un funcionamiento irregular de los motores de la tracción y se descartó un error en las ecuaciones cinemáticas, ya que esta tendencia se presentó en ambos modos de dirección.

Para la segunda prueba, la distancia que requirió el modelo con dirección independiente fue 15 veces menor para poder evadir un obstáculo al avanzar hacia adelante. Para la misma prueba pero realizada con el vehículo en reversa, la distancia mínima para la dirección Independiente fue 4 veces menor que para la dirección Ackerman. La dirección independiente requirió menor distancia que la dirección Ackerman para evadir un obstáculo de frente y de reversa. Las variaciones en cuanto a los lados de giro no se presentaron en distancias menores a 160 [mm] para ambos modos de dirección.

Al tener una mayor capacidad de giro el modelo con dirección Independiente llevó a cabo las pruebas de vuelta de retorno de frente y en reversa con el 33% y el 50% de maniobras respectivamente, de las que fueron necesarias con la dirección Ackerman.

Durante el experimento de estacionamiento en paralelo fue posible establecer una mejora, la cual consistió en la reducción del 50% de la distancia de alineación entre el vehículo con dirección independiente y uno de los obstáculos, sin embargo, requirió de una mayor cantidad de réplicas y por ende tiempo invertido, debido a que al interactuar con un sistema de dirección diferente implica una curva de aprendizaje por parte del conductor.

El modelo con dirección independiente necesitó del 48% de la distancia que debe existir entre su parte lateral y el obstáculo de la que requirió la dirección Ackerman para estacionar el vehículo a 90°, esto favorece mucho sobre todo si el estacionamiento es estrecho o reducido.

En las pruebas de evasión y estacionamiento con obstáculos el modelo con la dirección independiente logró realizar curvas más cerradas, requirió de un menor tiempo y cantidad de maniobras para terminar las trayectorias y necesito de una menor destreza por parte del conductor.

En general, el desempeño del vehículo con dirección independiente fue superior al del vehículo con dirección Ackerman en pruebas a baja velocidad, en cuanto a maniobrabilidad se refiere. Desafortunadamente, no fue posible efectuar una prueba a mayor velocidad por las limitaciones electromecánicas de los motores empleados.

El trabajo a futuro consiste en implementar un sistema de adquisición de video en el vehículo, que iguale el campo visual horizontal y vertical que posee el ser humano, para poder así simular una sensación de manejo más apegada a la realidad por parte del conductor. De esta manera se podría realizar una experimentación donde se mediría la sensación de confort de la dirección independiente. Además, realizar una experimentación con un modelo a alta velocidad y así evaluar la seguridad de la dirección independiente.

## **APÉNDICE A**

A.1 Planos descriptivos de los elementos mecánicos del modelo desarrollado.

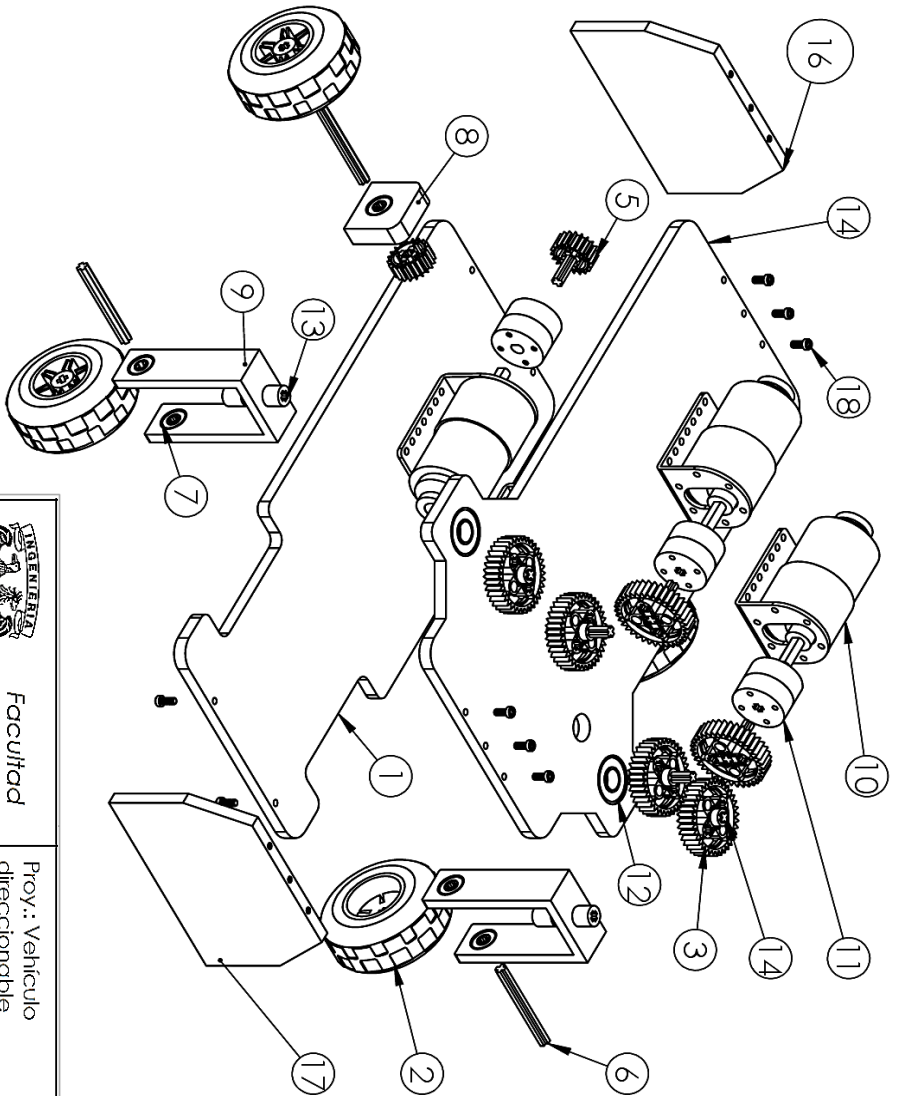
A.2 Diagrama esquemático del circuito electrónico empleado.



## **APÉNDICE B**

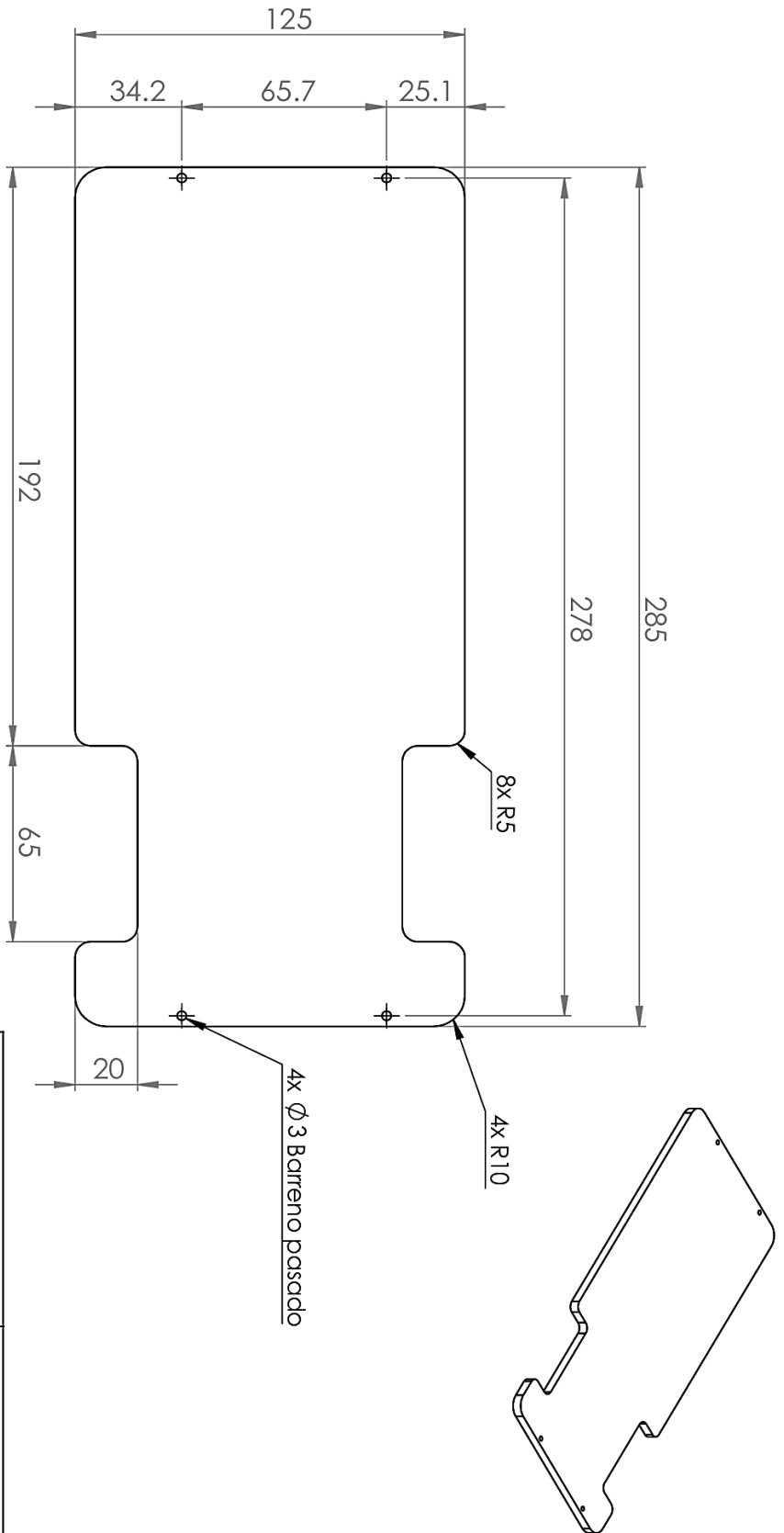
B.1 Código de programación para la dirección Independiente.


B.2 Código de programación para la dirección Ackerman.

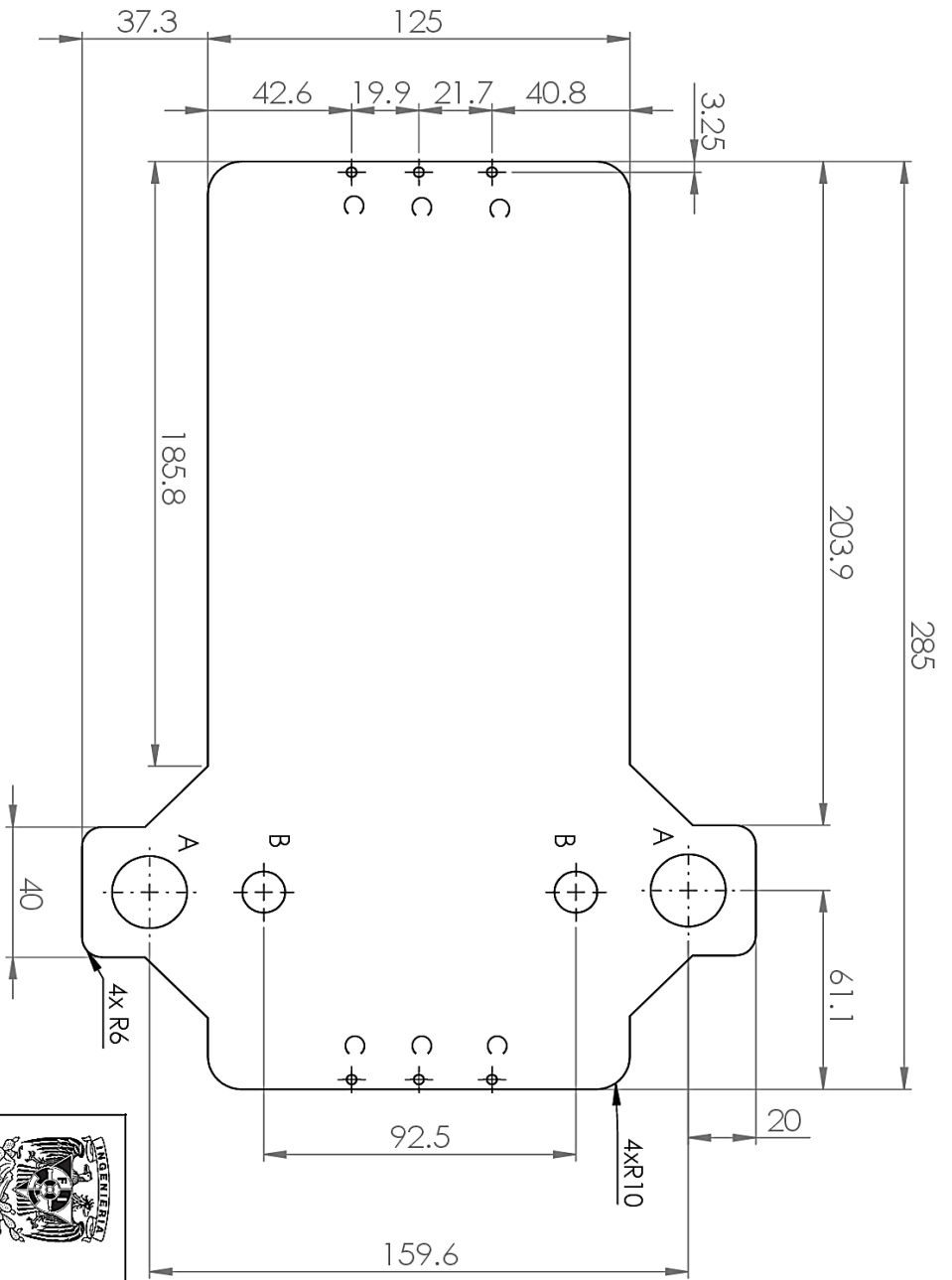
18	Tomillo Allen M3x0.5x10	10
17	Defensa delantera	1
16	Defensa trasera	1
15	Flecha LEGO 30mm	2
14	Techo del chasis	1
13	SopORTE flecha dirección	2
12	Rodamiento R62RS	2
11	Brida motor-engrane	4
10	Motor Pololu 37DX57L	4
9	SopORTE de rueda direccional	2
8	SopORTE flecha de tracción	2
7	Rodamiento R32RS	8
6	Flecha LEGO 47mm	4
5	Engrane cónico doble de 20 dientes	4
4	Flecha 23mm LEGO	6
3	Engrane cónico doble de 36 dientes	6
2	Rueda LEGO 56x26	4
1	Base del chasis	1
<b>No. de pieza</b>	<b>Descripción</b>	<b>Cantidad</b>



 <p>Facultad de Ingeniería UNAM</p>		<p>Proy.: Vehículo direccional</p> <p>Título: Ensamble de vehículo</p>	
		<p>Tol.: _____</p>	
<p>Material: Varios</p>		<p>Esc.: 1:4</p>	
<p>Fecha de dib.: 23/MAY/17</p>		<p>Acot.: mm</p>	
<p>Dibujó: SRH</p>		<p>Plano no. 1/9</p>	
<p>Revisó: HMA</p>			



 <p>Facultad de Ingeniería UNAM</p>		Proy.: Vehículo direccional Título: Base del chasis	
		Tol.: ±0.01	
Material: Acrílico 3/16"		Esc.: 1:2	
Fecha de dlo.: 23/MAY/17		Acot.: mm	
Dibujo: SRH	Revisó: HMA	Plano no. 2/9	

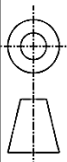


Rótulo	Tamaño
C	Ø 3 Barreno pasado
B	Ø 12.7 <sup>0</sup> -0.028 Barreno pasado
A	Ø 22.22 <sup>0</sup> -0.035 Barreno pasado



Facultad  
de  
Ingeniería  
UNAM

Proy.: Vehículo  
direccionable  
Titulo:  
Techo del chasis



Tol.: ±0.01

Material: Acrílico 3/16"

Esc.: 1:2

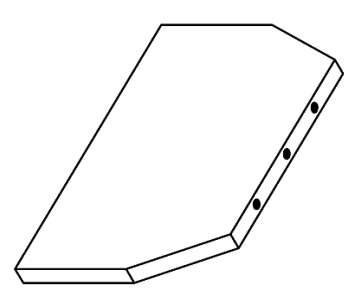
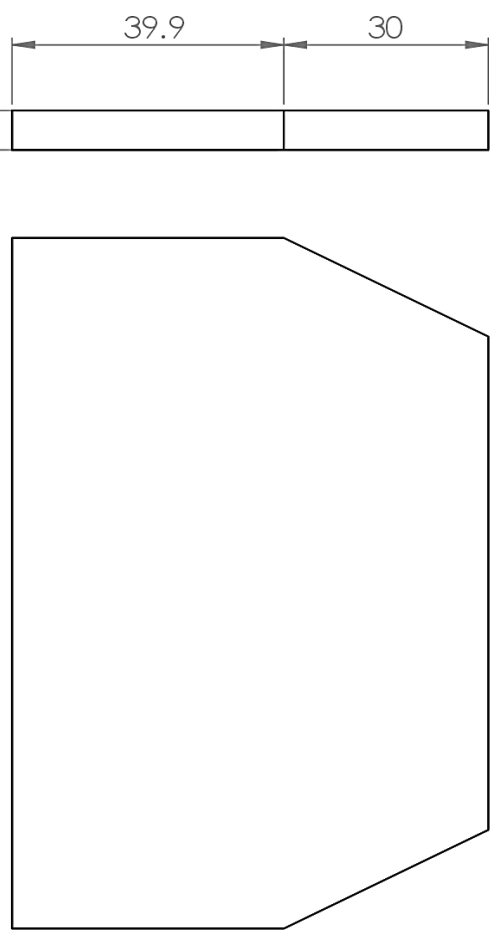
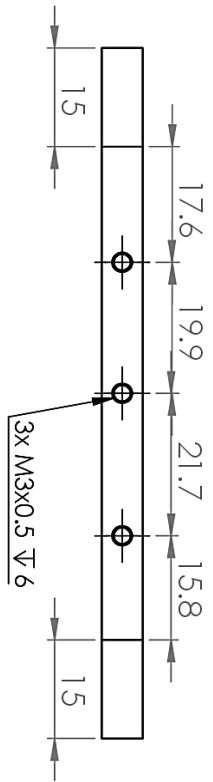
Fecha de dib.: 23/MAY/17

Acof.: mm

Dibujó: SRH

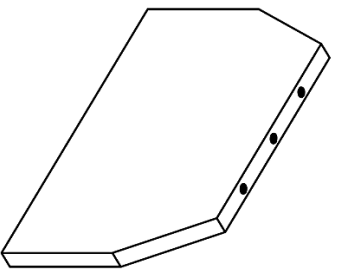
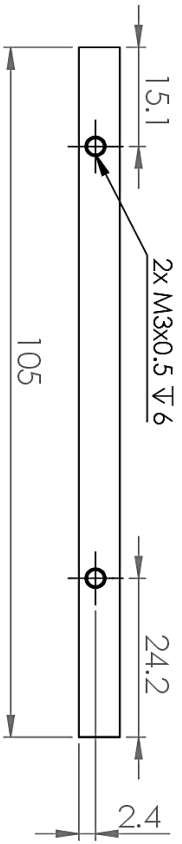
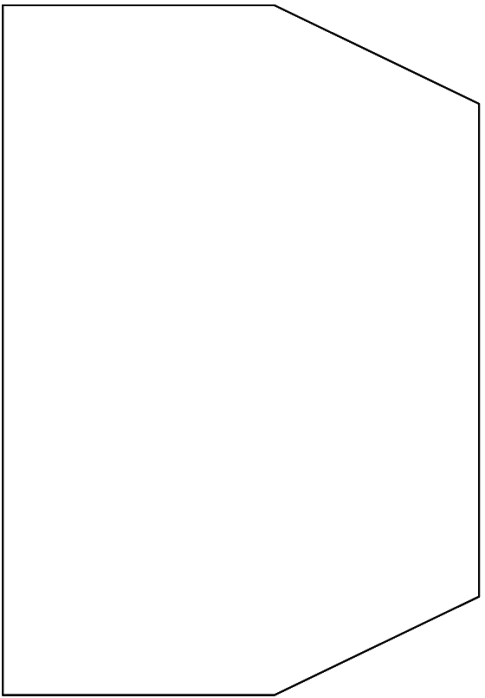
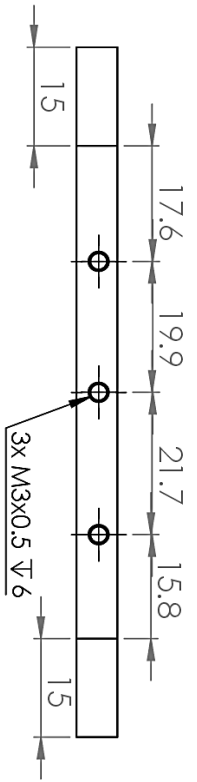
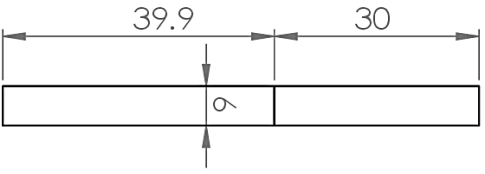
Revisó: HMA



Plano no. 3/9

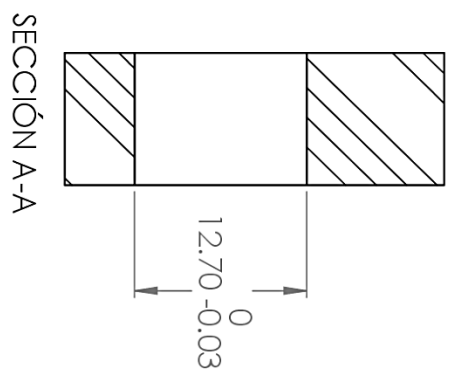
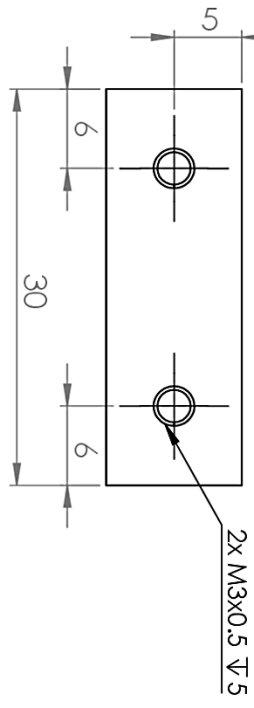
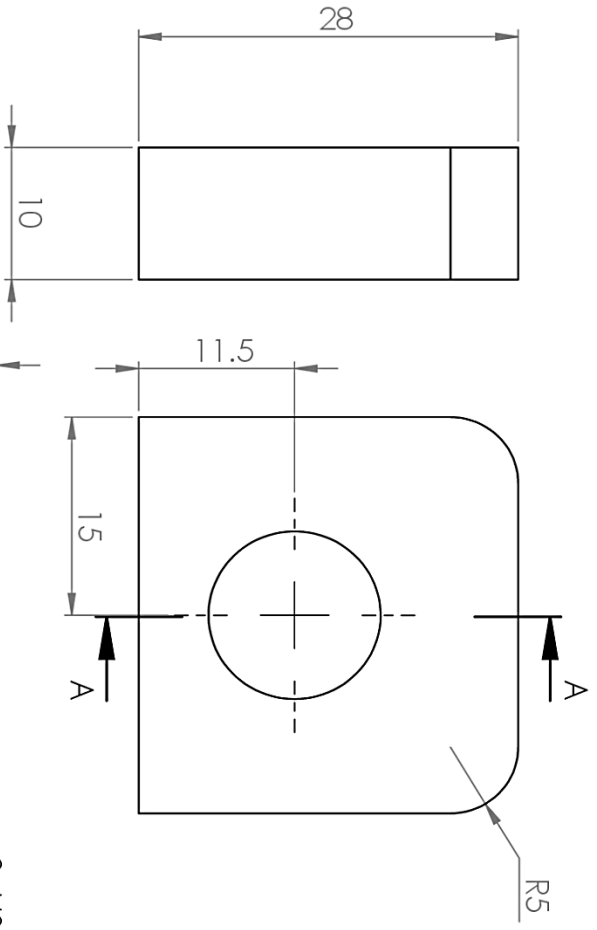



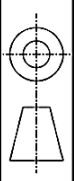
		<b>Facultad de Ingeniería UNAM</b>	<b>Proy.: Vehículo direccional</b> <b>Título: Defensa delantero</b>
		Material: Acrílico 6mm	Esc.: 1:1
Fecha de dlb.: 23/MAY/17		Acol.: mm	
Dibujó: SRH	Revisó: HMA	Plano no. 4/9	

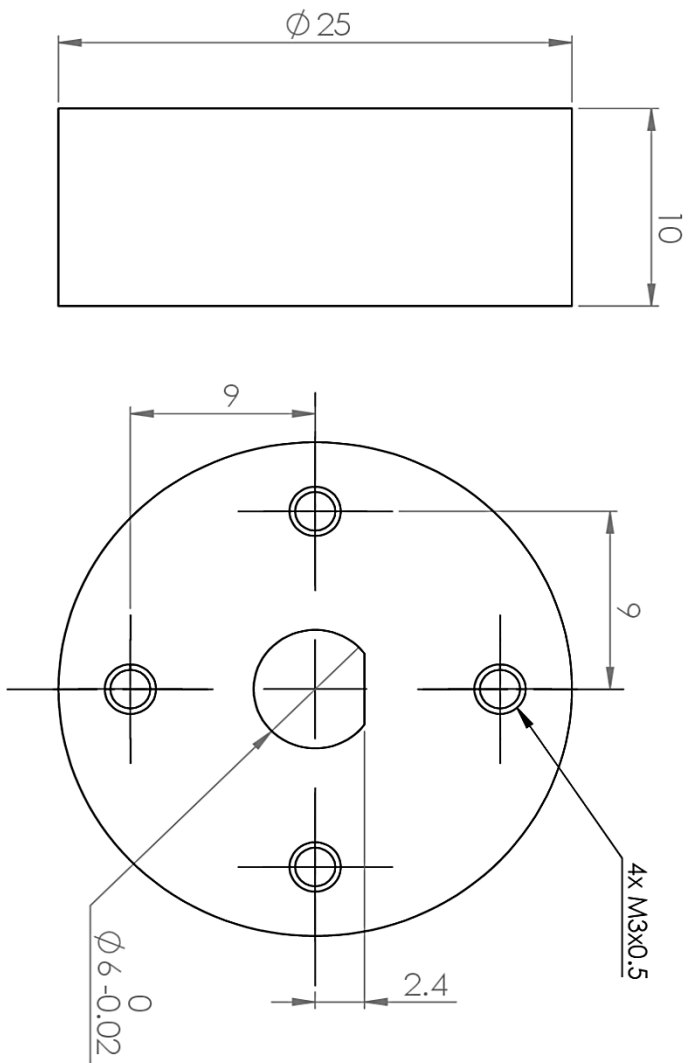






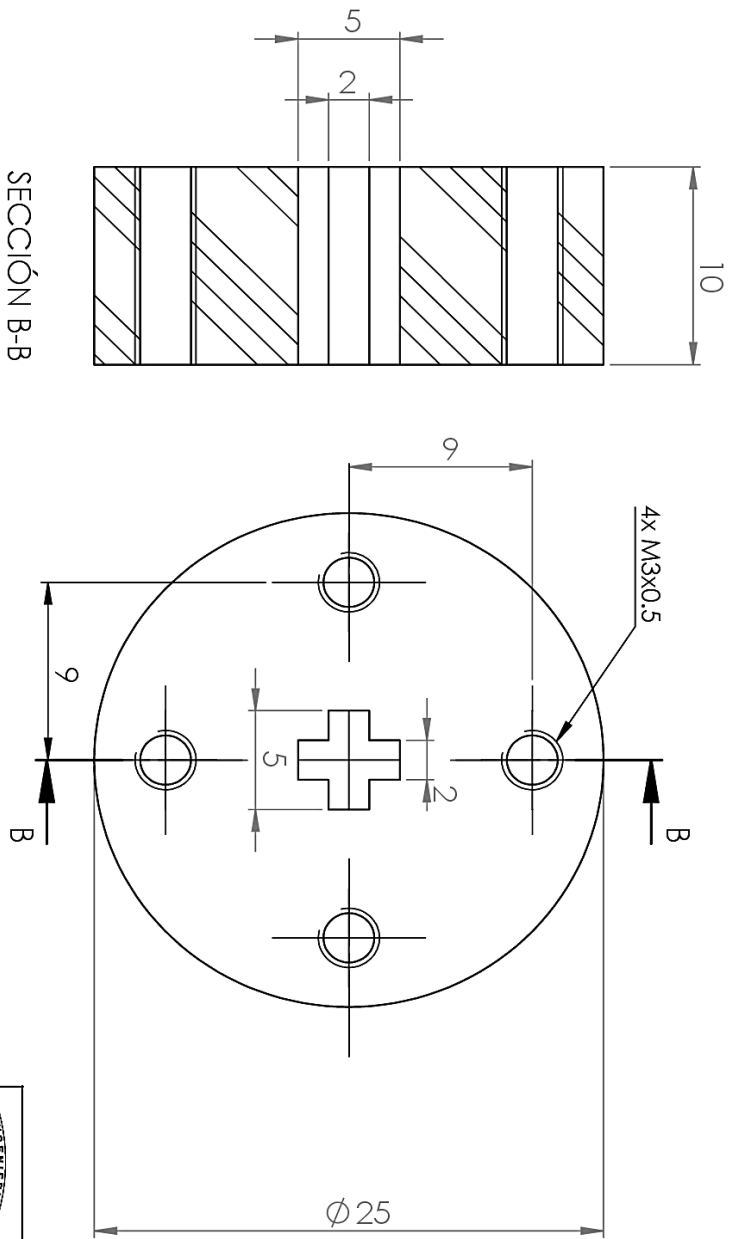
		<b>Facultad de Ingeniería UNNAM</b>		<b>Proy.: Vehículo direccional</b>	
		<b>Título: Defensa trasera</b>		<b>Tol.: ±0.01</b>	
<b>Material: Acrílico 6mm</b>		<b>Esc.: 1:1</b>		<b>Esc.: 1:1</b>	
<b>Fecha de dlb.: 23/MAY/17</b>		<b>Acol.: mm</b>		<b>Acol.: mm</b>	
<b>Dibujó: SRH</b>	<b>Revisó: HMA</b>	<b>Plano no. 5/9</b>			


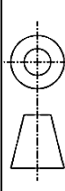


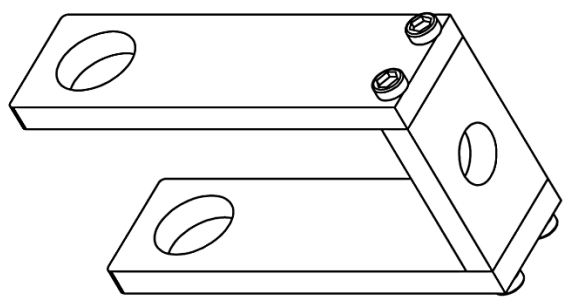
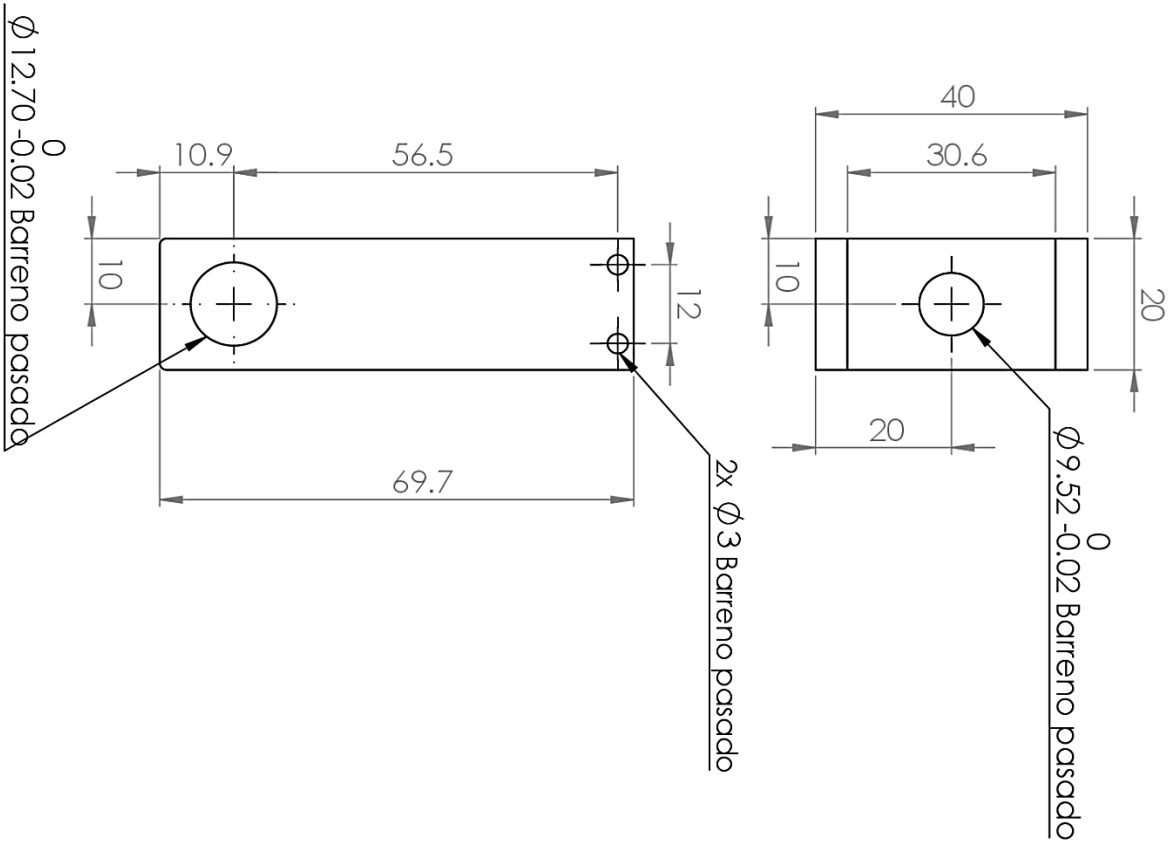
	<b>Facultad de Ingeniería UNAM</b>	<b>Proy.: Vehículo direccionable</b>
		<b>Título: Soporte eje de tracción</b>
	<b>Tol.: ±0.01</b>	
<b>Material: Acrílico 10mm</b>	<b>Esc.: 2:1</b>	
<b>Fecha de dib.: 23/MAY/17</b>	<b>Acot.: mm</b>	
<b>Dibujo: SRH</b>	<b>Revisó: HMA</b>	<b>Plano no. 6/9</b>


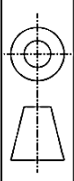


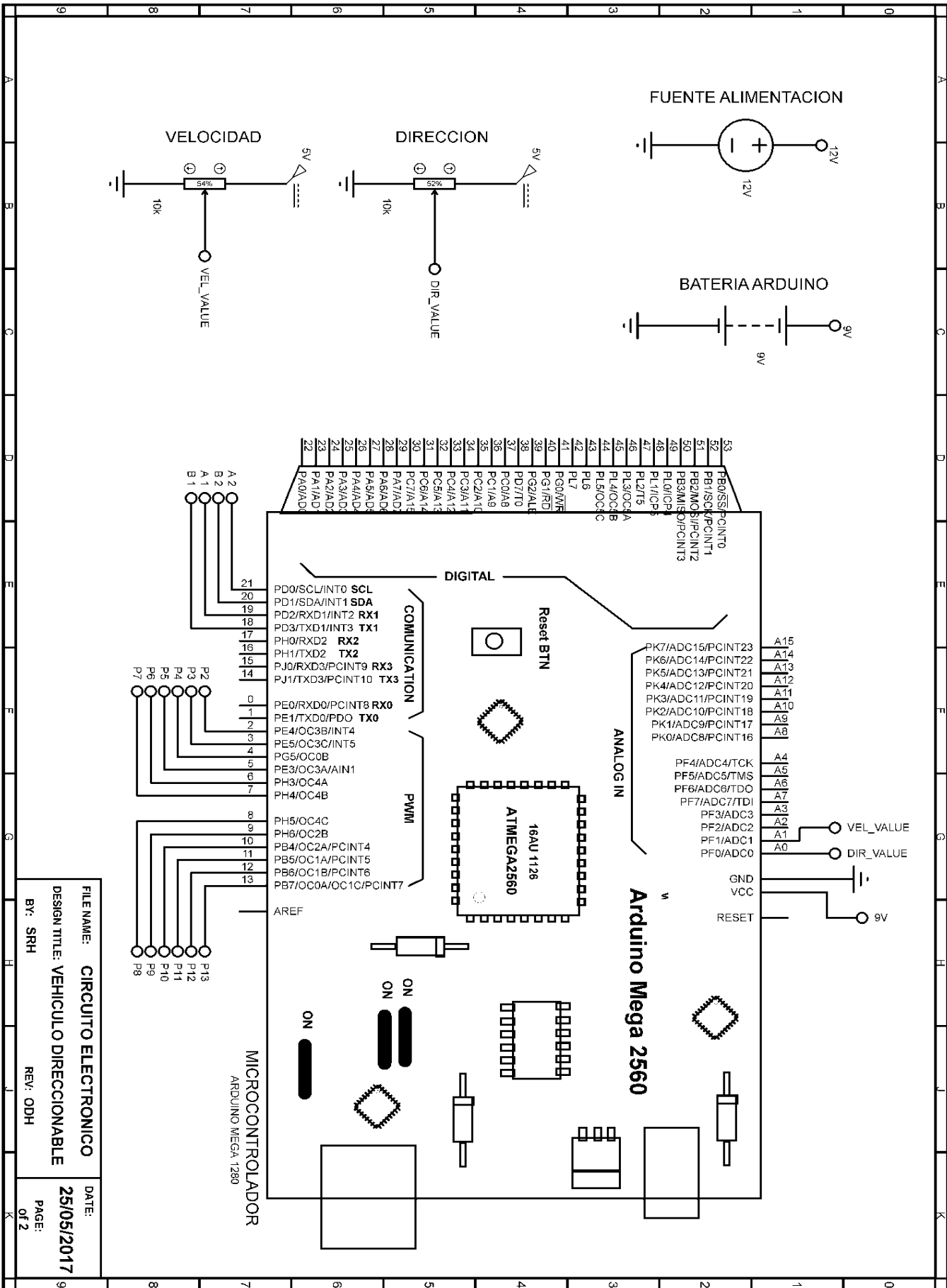
 <b>Facultad de Ingeniería UNAM</b>		Proy.: Vehículo direccional	
		Título: Brida motorengrane Pieza A	
		Tol.: ±0.01	
Materia: Acrílico 10mm		Esc.: 3:1	
Fecha de dib.: 23/MAY/17		Acot.: mm	
Dibujó: SRH	Revisó: HMA	Plano no. 7/9	

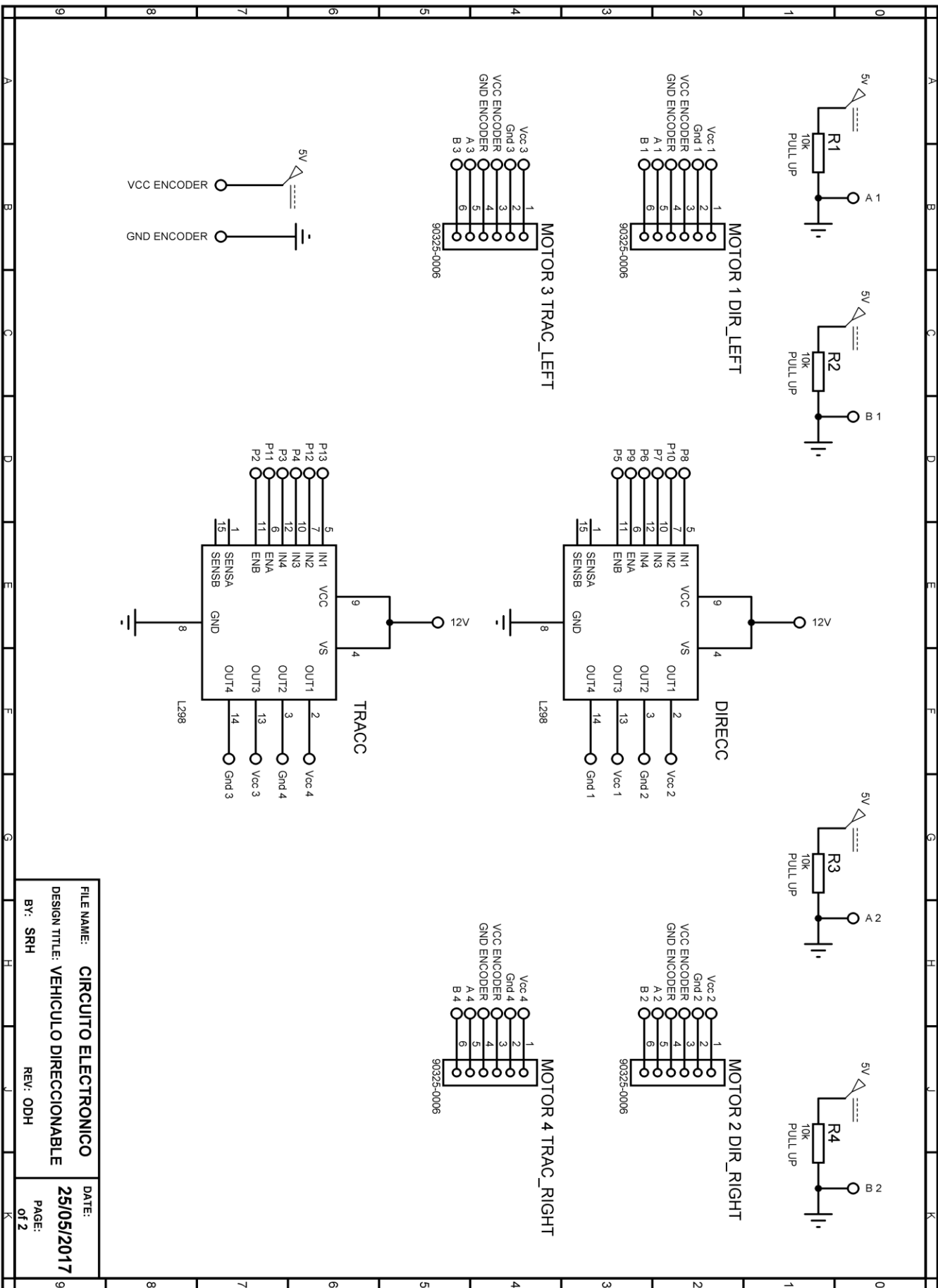


 <p>Facultad de Ingeniería UNAM</p>		Proy.: Vehículo direccionable	
		Título: Brida motor-rengrane Pieza B	
		Tol.: $\pm 0.01$	
Material: Acrílico 10mm		Esc.: 3:1	
Fecha de dib.: 23/MAY/17		Acot.: mm	
Dibujo: SRH	Reviso: HMA	Plano no. 8/9	



 <p>Facultad de Ingeniería UNAM</p>	<p>Proy.: Vehículo direccionable</p>	
	<p>Título: Soporte rueda direccionable</p>	
	<p>Tol.: <math>\pm 0.01</math></p>	<p>Esc.: 1:1</p>
<p>Materia: Acrílico 3/16"</p>	<p>Esc.: 1:1</p>	
<p>Fecha de dib.: 23/MAY/17</p>	<p>Acot.: mm</p>	
<p>Dibujó: SRH</p>	<p>Revisó: HMA</p>	<p>Plano no. 9/9</p>





FILE NAME: **CIRCUITO ELECTRONICO**  
 DESIGN TITLE: **VEHICULO DIRECCIONABLE**  
 BY: **SRH**  
 REV: **ODH**  
 DATE: **25/05/2017**  
 PAGE: **of 2**

## APÉNDICE B

### B.1 Código de programación en Arduino para la dirección Independiente

```
#include <Encoder.h> // Librería utilizada para la lectura de la posición del eje del motor con el encoder
#include <math.h>

Encoder MotLeft(18,19); //Pines de interrupción externa
Encoder MotRight(20,21);
float dt=0.034; //Período de muestreo del controlador PID

//Motor DIRECCIÓN derecho
float Kp,Kd,Ki,errorp=0,integral=0, deriv=0, error=0,errorprev=0, errorabs=0;
float PotRef1, output1= 0;
float vel1, VelRef1, Error1, pwm1;
int EnableM1 = 9, DirM1 = 8, DirM1n = 10, Kp1 = 9;

//Motor DIRECCIÓN izquierdo
float Kp2,Kd2,Ki2,errorp2=0,integral2=0, deriv2=0, error2=0,errorprev2=0, errorabs2=0;
float PotRef2, output2= 0;
float vel2, VelRef2, Error2, pwm2;
int EnableM2 = 5, DirM2 = 7, DirM2n = 6, Kp2 = 5;

//Motor TRACCCION derecho
int motorTDE = 11 ;
int motorTD1 = 12;
int motorTD2 = 13;
int pwmTD = 0;

//Motor TRACCIÓN izquierdo
int motorTIE = 2 ;
int motorTI1 = 3;
int motorTI2 = 4;
int pwmTI = 0;

/*****ENTRADA CONTROL DE USUARIO*****/
int sensorPin1 = A0;
int sensorPin2 = A1;
float av;
```



```

void setup()
{
  /***DIRECCIÓN***/
  pinMode(EnableM1, OUTPUT);
  pinMode(DirM1, OUTPUT);
  pinMode(DirM1n, OUTPUT);

  pinMode(EnableM2, OUTPUT);
  pinMode(DirM2, OUTPUT);
  pinMode(DirM2n, OUTPUT);

  /***TRACCIÓN***/
  pinMode (motorTDE, OUTPUT);
  pinMode (motorTD1, OUTPUT);
  pinMode (motorTD2, OUTPUT);

  pinMode (motorTIE, OUTPUT);
  pinMode (motorTI1, OUTPUT);
  pinMode (motorTI2, OUTPUT);

  Kp=139.5;           //Constantes del controlador PID
  Kd=13.4;
  Ki=875.7;
  Kp2=139.5;
  Kd2=13.4;
  Ki2=875.7;

  MotLeft.write(0);   //Inicialización del valor del encoder
  MotRight.write(0);
  Serial.flush();
}

void loop()
{
  PotRef1 = map(analogRead(sensorPin1), 140, 950, 100, -100); //Lectura del valor de la posición
deseada
  delay(2);
  PotRef2 = map (analogRead(sensorPin2), 0, 1023, -11, 11); //Lectura del valor de la velocidad deseada
  delay(2);

  av = PotRef1 * (0.01745); //Conversión de Grados a Rad del ángulo de la llanta virtual

```

```

/*****ÁNGULOS DE LAS RUEDAS DE LA DIRECCIÓN*****/

//Ángulo de la llanta DERECHA
float ary = 0.179 * sin((double)av);
float arx = 0.080 * sin((double)av) + 0.098 * cos((double)av);
float ar = atan2 ((double)ary, (double)arx);           // [rad]

//Ángulo de la llanta IZQUIERDA
float aly = 0.179 * sin((double)av);
float alx = -0.080 * sin((double)av) + 0.098 * cos((double)av);
float al = atan2 ((double)aly, (double)alx);         //[rad]

float arg=ar*57.295;           // Conversión de [rad] a [°] de los ángulos calculados para cada rueda
float alg=al*57.295;

//Lectura de los encoders
//Motor izquierdo
long newPosition2 = MotLeft.read();
if (newPosition2 != oldPosition2) {
oldPosition2 = newPosition2;
pos2=(newPosition*360)/8323; }           //1 rev=8323 pulsos

//Motor derecho
long newPosition = MotRight.read();
if (newPosition != oldPosition) {
oldPosition = newPosition;
pos1=(newPosition2*360)/8323; }           //Lectura en [°]

/****CONTROL MOTOR DERECHA****/
error=arg-pos1;

if(error!=0)
{
integral=integral+(error*dt);
deriv=(error-errorprev)/dt;
errorabs=abs(error);

if(error>0)
{ digitalWrite(DirM1,HIGH);
digitalWrite(DirM1n,LOW);}
if(error<0)
{ digitalWrite(DirM1, LOW);
digitalWrite(DirM1n, HIGH);}

if(errorabs<10) //Evitar efecto Windup
{
output1=Kp*error+Ki*integral+Kd*deriv;}
else
{

```

```

    output1=Kp*error+Kd*deriv;
    integral=0;}
pwm1=abs(output1);
if(pwm1>255) {pwm1=255;}
analogWrite(EnableM1, pwm1); }

/****CONTROL MOTOR IZQUIERDA****/
error2=alg-pos2;

if(error2!=0)
{
    integral2=integral2+(error2*dt);
    deriv2=(erro2r-errorprev2)/dt;
    errorabs2=abs(error2);

    if(error2>0)
    {    digitalWrite(DirM2,HIGH);
        digitalWrite(DirM2n,LOW);}
    if(error2<0)
    {    digitalWrite(DirM2, LOW);
        digitalWrite(DirM2n, HIGH);}

    if(errorabs2<10) //Evitar efecto Windup
    {
        output2=Kp2*error2+Ki2*integral2+Kd2*deriv2;}
    else
    {
        output2=Kp2*error2+Kd2*deriv2;
        integral2=0;}
    pwm2=abs(output2);
    if(pwm2>255) {pwm2=255;}
    analogWrite(EnableM2, pwm2);}

/*****VELOCIDADES DE LAS RUEDAS DE TRACCIÓN*****/

//Velocidad de la llanta DERECHA
float fr=((0.098*cos((double)av)-0.080*sin((double)av))*PotRef2)/(0.098);    //[rad/s]

//Velocidad de la llanta IZQUIERDA
float fl=((0.098*cos((double)av)+0.080*sin((double)av))*PotRef2)/(0.098);    //[rad/s]

```

```

/****CONTROL MOTOR DERECHO****/

float MotorR = 3.16*fr*fr-12.98*fr+43.91;    //Cálculo del PWM necesario para alcanzar la velocidad
requerida
pwmTD = abs(MotorR);

if (pwmTD <= 10) pwmTD = 0;
if (pwmTD >= 255) pwmTD = 255;
if (fr == 0) {                               //Motor detenido
    digitalWrite(motorTDE, LOW);
    digitalWrite(motorTD1, LOW);
    digitalWrite(motorTD2, LOW); }

if (fr < 0) {                                 //Motor en reversa
    analogWrite(motorTDE, pwmTD);
    digitalWrite(motorTD1, HIGH);
    digitalWrite(motorTD2, LOW); }

if (fr > 0){                                  //Motor avanza
    analogWrite(motorTDE, pwmTD);
    digitalWrite(motorTD1, LOW);
    digitalWrite(motorTD2, HIGH);}

/****CONTROL MOTOR IZQUIERDO****/

float MotorL = 3.16*fl*fl-12.98*fl+43.91;    //Cálculo del PWM necesario para alcanzar la velocidad requerida
pwmTI = abs(MotorL);

if (pwmTI <= 10) pwmTI = 0;
if (pwmTI >= 255) pwmTI = 255;
if (fl == 0){                                 //Motor detenido
    digitalWrite(motorTIE, LOW);
    digitalWrite(motorTI1, LOW);
    digitalWrite(motorTI2, LOW); }

if (fl > 0){                                  //Motor avanza
    analogWrite(motorTIE, pwmTI);
    digitalWrite(motorTI1, HIGH);
    digitalWrite(motorTI2, LOW); }

if (fl < 0){                                  //Motor en reversa
    analogWrite(motorTIE, pwmTI);
    digitalWrite(motorTI1, LOW);
    digitalWrite(motorTI2, HIGH);}

}                                               //Fin loop

```

## B.2 Código de programación en Arduino para la dirección Ackerman

```

#include <Encoder.h>      // Librería utilizada para la lectura de la posición del eje del motor con el encoder
#include <math.h>

Encoder MotLeft(18,19);  //Pines de interrupción externa
Encoder MotRight(20,21);
float dt=0.034;         //Período de muestreo del controlador PID

//Motor DIRECCIÓN derecho
float Kp,Kd,Ki,errorp=0,integral=0, deriv=0, error=0,errorprev=0, errorabs=0;
float PotRef1, output1= 0;
float vel1, VelRef1, Error1, pwm1;
int EnableM1 = 9, DirM1 = 8, DirM1n = 10, Kp1 = 9;

//Motor DIRECCIÓN izquierdo
float Kp2,Kd2,Ki2,errorp2=0,integral2=0, deriv2=0, error2=0,errorprev2=0, errorabs2=0;
float PotRef2, output2= 0;
float vel2, VelRef2, Error2, pwm2;
int EnableM2 = 5, DirM2 = 7, DirM2n = 6, Kp2 = 5;

//Motor TRACCCION derecho
int motorTDE = 11 ;
int motorTD1 = 12;
int motorTD2 = 13;
int pwmTD = 0;

//Motor TRACCIÓN izquierdo
int motorTIE = 2 ;
int motorTI1 = 3;
int motorTI2 = 4;
int pwmTI = 0;

/*****ENTRADA CONTROL DE USUARIO*****/
int sensorPin1 = A0;
int sensorPin2 = A1;
float av;

void setup()
{

  /***DIRECCIÓN***/
  pinMode(EnableM1, OUTPUT);
  pinMode(DirM1, OUTPUT);
  pinMode(DirM1n, OUTPUT);

  pinMode(EnableM2, OUTPUT);
  pinMode(DirM2, OUTPUT);
  pinMode(DirM2n, OUTPUT);

```

```

/**TRACCIÓN**/
pinMode (motorTDE, OUTPUT);
pinMode (motorTD1, OUTPUT);
pinMode (motorTD2, OUTPUT);

pinMode (motorTIE, OUTPUT);
pinMode (motorTI1, OUTPUT);
pinMode (motorTI2, OUTPUT);

Kp=139.5;           //Constantes del controlador PID
Kd=13.4;
Ki=875.7;
Kp2=139.5;
Kd2=13.4;
Ki2=875.7;

MotLeft.write(0);   //Inicialización del valor del encoder
MotRight.write(0);
Serial.flush();
}

void loop()
{
  PotRef1 = map(analogRead(sensorPin1), 140, 950, -50, 50);   //Lectura del valor de la posición deseada
  delay(2);
  PotRef2 = map (analogRead(sensorPin2), 0, 1023, -11, 11);   //Lectura del valor de la velocidad deseada
  delay(2);

  av = PotRef1 * (0.01745);           //Conversión de Grados a Rad del ángulo de la llanta virtual

  /*******ÁNGULOS DE LAS RUEDAS DE LA DIRECCIÓN*****/

  //Ángulo de la llanta DERECHA
  float ar =atan((double)(0.35*tan((double)av))/(0.35+0.156*tan((double)av)));   //[rad]

  //Ángulo de la llanta IZQUIERDA
  float al =atan((double)(0.35*tan((double)av))/(0.35-0.156*tan((double)av)));   //[rad]

  //Condición para el ángulo máximo Ackerman
  if(ar>0.57 && al>0.38){ar=0.57; al=0.38;}           //32.7°-> 0.57[rad] ; 22.2°-> 0.38[rad]
  if(al<-0.57 && ar<-0.38){ar=-0.38; al=-0.57;}

  float arg=ar*57.295;           // Conversión de [rad] a [°] de los ángulos calculados para cada rueda
  float alg=al*57.295;

```

```
//Lectura de los encoders
//Motor izquierdo
long newPosition2 = MotLeft.read();
if (newPosition2 != oldPosition2) {
  oldPosition2 = newPosition2;
  pos2=(newPosition*360)/8323; } //1 rev=8323 pulsos
```

```
//Motor derecho
long newPosition = MotRight.read();
if (newPosition != oldPosition) {
  oldPosition = newPosition;
  pos1=(newPosition2*360)/8323; } //Lectura en [°]
```

```
/*CONTROL MOTOR DERECHA*/
error=arg-pos1;
```

```
if(error!=0)
{
  integral=integral+(error*dt);
  deriv=(error-errorprev)/dt;
  errorabs=abs(error);

  if(error>0)
  { digitalWrite(DirM1,HIGH);
    digitalWrite(DirM1n,LOW);}
  if(error<0)
  { digitalWrite(DirM1, LOW);
    digitalWrite(DirM1n, HIGH);}

  if(errorabs<10) //Evitar efecto Windup
  {
    output1=Kp*error+Ki*integral+Kd*deriv;}
  else
  {
    output1=Kp*error+Kd*deriv;
    integral=0;}
  pwm1=abs(output1);
  if(pwm1>255) {pwm1=255;}
  analogWrite(EnableM1, pwm1); }
```

```
/*CONTROL MOTOR IZQUIERDA*/
error2=alg-pos2;
```

```
if(error2!=0)
{
  integral2=integral2+(error2*dt);
  deriv2=(erro2r-errorprev2)/dt;
  errorabs2=abs(error2);
```

```

if(error2>0)
{  digitalWrite(DirM2,HIGH);
  digitalWrite(DirM2n,LOW);}
if(error2<0)
{  digitalWrite(DirM2, LOW);
  digitalWrite(DirM2n, HIGH);}

if(errorabs2<10) //Evitar efecto Windup
{
  output2=Kp2*error2+Ki2*integral2+Kd2*deriv2;}
else
{
  output2=Kp2*error2+Kd2*deriv2;
  integral2=0;}
pwm2=abs(output2);
if(pwm2>255) {pwm2=255;}
analogWrite(EnableM2, pwm2);}

/*****VELOCIDADES DE LAS RUEDAS DE TRACCIÓN*****/
float R=0.175/(tan((double)av));
float w=PotRef2/R;

//Velocidad de la llanta IZQUIERDA
float fl=w*(R-0.078); //[rad/s]

//Velocidad de la llanta DERECHA
float fr=w*(R+0.078); //[rad/s]

/****CONTROL MOTOR DERECHO****/

float MotorR = 3.16*fr*fr-12.98*fr+43.91; //Cálculo del PWM necesario para alcanzar la velocidad
requerida
pwmTD = abs(MotorR);

if (pwmTD <= 10) pwmTD = 0;
if (pwmTD >= 255) pwmTD = 255;
if (fr == 0) { //Motor detenido
  digitalWrite(motorTDE, LOW);
  digitalWrite(motorTD1, LOW);
  digitalWrite(motorTD2, LOW); }

if (fr < 0) { //Motor en reversa
  analogWrite(motorTDE, pwmTD);
  digitalWrite(motorTD1, HIGH);
  digitalWrite(motorTD2, LOW); }

```



```

if (fr > 0){                                     //Motor avanza
  analogWrite(motorTDE, pwmTD);
  digitalWrite(motorTD1, LOW);
  digitalWrite(motorTD2, HIGH);}

/****CONTROL MOTOR IZQUIERDO****/

float MotorL = 3.16*fl*fl-12.98*fl+43.91; //Cálculo del PWM necesario para alcanzar la velocidad requerida
pwmTI = abs(MotorL);

if (pwmTI <= 10) pwmTI = 0;
if (pwmTI >= 255) pwmTI = 255;
if (fl == 0){                                     //Motor detenido
  digitalWrite(motorTIE, LOW);
  digitalWrite(motorTI1, LOW);
  digitalWrite(motorTI2, LOW); }

if (fl > 0){                                     //Motor avanza
  analogWrite(motorTIE, pwmTI);
  digitalWrite(motorTI1, HIGH);
  digitalWrite(motorTI2, LOW); }

if (fl < 0){                                     //Motor en reversa
  analogWrite(motorTIE, pwmTI);
  digitalWrite(motorTI1, LOW);
  digitalWrite(motorTI2, HIGH);}

} //Fin loop

```

---

## REFERENCIAS

- [1] O. Díaz, “Experimentación con una configuración de robot móvil de llantas frontales independientes en su direccionabilidad”, M. en Ing. Tesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, México, Enero 2010.
- [2] U. González, “Prototipo experimental de un vehículo que evade colisiones a través de los sistemas Steer by wire y Differential drive”, M. en Ing. Tesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, México, Marzo 2011.
- [3] S. Blackaller, “Aplicación de software de visión y simulación en el seguimiento de trayectorias en robótica móvil”, Ing. Tesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, México, Marzo 2013.
- [4] Tin Lun Lam and Yangsheng Xu, “Omnidirectional steering interface and control for a four-wheel independent steering vehicle”, en IEEE ASME Transactions on Mechatronics, Junio 2010.
- [5] Min Wan Choi and Jun Seok Park, “The performance of independent wheels steering vehicle (4WS) applied Ackerman geometry”, en Internacional Conference on Control, automation and Systems, Octubre 2008.
- [6] Marco Ceccarelli, *Technology Developments: the role of mechanism and machine science and IFToMM*, 1<sup>st</sup> ed., Ed. Springer, 2011.
- [7] Z. Zhang, X. Zhang and H. Pan, “A novel steering system for a Space-Saving 4WS4WD electric Vehicle: Design, Modeling and road tests”, en IEEE ASME Transactions on Intelligent Transportations Systems, Abril 2016.
- [8] G. Edzko Smid & K. Cheok and Robert Karlson & G. Hudas, “Unified intelligent motion planning for omni-directional vehicles”, en IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Junio 2004.
- [9] K. T. Ulrich y S. D. Eppinger, “Diseño y desarrollo de productos”, 5a ed., Ed. Mc Graw Hill, México, 2013.
- [10] D.C. Montgomery, “Diseño y análisis de experimentos”, 2a ed., Ed. Limusa Wiley, México, 2004.
- [11] R. A. Serway, J.W. Jewett, “Física e Ingeniería Mecánica”, 7a ed., Ed. Cengage Learning, México, 2010.
- [12] W. Bolton, “Mecatrónica. Sistemas de control electrónico en la ingeniería mecánica y eléctrica”, 4a ed., Ed. Alfaomega, México, 2010.

---

[13] R. L. Mott, "Diseño de elementos de máquinas", 4a ed., Ed. Pearson Educación, México, 2006.

[14] PJRC Electronics projects. Encoder Library. Fecha de consulta: Agosto de 2016. Disponible en: < [https://www.pjrc.com/teensy/td\\_libs\\_Encoder.html#optimize](https://www.pjrc.com/teensy/td_libs_Encoder.html#optimize)>

[15] Pololu. Robotics & Electronics. 131:1 Metal Gearmotor 37Dx73Lmm with 64 CPR Encoder. Fecha de consulta: Abril de 2016. Disponible en: < <https://www.pololu.com/product/2827>>

[16] Pololu. Robotics & Electronics. Pololu Stamped Aluminum L-Bracket Pair for 37D mm Metal Gearmotors. Fecha de consulta: Abril de 2016. Disponible en: < <https://www.pololu.com/product/1084>>

[17] Arduino. Arduino Mega 1280. Fecha de consulta: Enero de 2017. Disponible en: <<https://www.arduino.cc/en/Main/arduinoBoardMega>>

[18] ReactIVision. ReactIVision files. Fecha de consulta: Abril de 2017. Disponible en: < <http://reactivision.sourceforge.net/>>

[19] Google Play. IP Webcam. Fecha de consulta: Abril de 2017. Disponible en: < [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.pas.webcam&hl=es\\_419](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.pas.webcam&hl=es_419)>

[20] R. Duarte. Joysticks & microcontrollers. Fecha de consulta: Abril de 2017. Disponible en: < <http://www.rahji.com/wordpress/2007/09/19/joysticks/>>

[21] SEAT. Seat Leon 5p, dimensiones. Fecha de consulta: Abril de 2016. Disponible en: <http://www.seat.mx/autos/leon-5puertas/versiones/fr.html>

[22] West instruments de México. Manual de aplicación de encoders. Fecha de consulta: Abril de 2017. Disponible en: < <https://www.amee.com.mx/ENCODERS.pdf>>