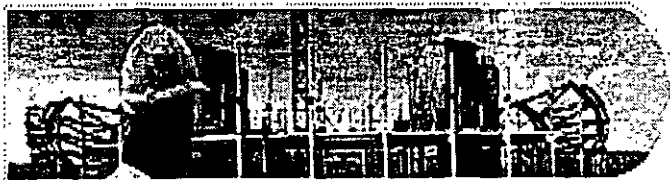




FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



000

...: Ingeniería de Civil —

# CURSOS ABIERTOS

## DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS

APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO  
PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE  
ACERO  
CA 110

TEMA

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
MIEMBROS EN TENSION

**EXPOSITOR: M. en I. ISMAEL VÁZQUEZ MARTÍNEZ  
DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005  
PALACIO DE MINERÍA**

# **CURSO DE APLICACIÓN DE NORMAS Y ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO**

## **TEMAS:**

- 1. DISEÑO DE MIEMBROS EN TENSION**
- 2. DISEÑO DE MIEMBROS EN COMPRESIÓN**
- 3. DISEÑO DE MIEMBROS EN FLEXIÓN**

**M.I. ISMAEL VÁZQUEZ MARTÍNEZ**  
Julio de 2005

**DISEÑO  
DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
MIEMBROS EN TENSIÓN**

**Oscar de Buen López de Heredia**

## PRESENTACIÓN.

En 1980 publiqué el libro "Estructuras de acero. Comportamiento y diseño", que ha sido utilizado como texto en escuelas y facultades de ingeniería de México y de otros países de habla hispana, y como obra de consulta por ingenieros dedicados al diseño de estructuras de acero.

Algunos de los temas tratados en el libro, especialmente los relativos a la teoría básica, han cambiado poco en los casi veinte años que han transcurrido desde entonces, pero otros, que se refieren a la aplicación de esa teoría a la solución de problemas reales de diseño, se han transformado por completo. Los cambios se han debido a las numerosísimas investigaciones, teóricas y experimentales, realizadas en ese tiempo, y al estudio del comportamiento, no siempre satisfactorio, de edificaciones sujetas a condiciones de carga extremas, ocasionadas, casi siempre, por temblores de tierra intensos.

También se han transformado, de manera muy importante, las normas y reglamentos de diseño, pues se han incorporado en ellos los estudios mencionados y, además, ha cambiado la filosofía en la que se basan, al pasar del tradicional diseño por esfuerzos permisibles al diseño por estados límite o, como suele llamar en estructuras de acero, por factores de carga y resistencia.

Por todas estas razones, parte del contenido del libro no es ya aplicable, por lo que conviene actualizarlo. A esa tarea, que no está terminada todavía, he dedicado buen número de horas de trabajo en los últimos dos o tres años.

No pretendo, sin embargo, hacer una segunda edición, sino una obra nueva, que tendrá, inevitablemente, muchos aspectos comunes con la primera, pero en la que se le quitará importancia a la teoría pues, como mencione arriba, en muchos aspectos no ha cambiado, y se dará mayor énfasis a las aplicaciones, basadas, principalmente, en el diseño por factores de carga y resistencia.

En conversaciones con el Ing. Oscar de la Torre, actual Presidente de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural (SMIE), surgió la posibilidad de publicar el libro por capítulos, sin esperar a que esté totalmente terminado, con lo que se obtienen las ventajas de una publicación más rápida y de una forma de adquisición más fácil, para las personas interesadas en la obra. Se vuelve, además, a una tradición, la de las novelas por entregas que aparecían en los periódicos del siglo pasado; que bueno sería que mis capítulos fuesen esperados, por los ingenieros estructurales, con un pequeñísimo porcentaje del interés que despertaban los Pérez Galdós, Balzac o Dickens en el público en general!

La publicación está siendo posible gracias al interés de la Fundación ICA en producir y distribuir material útil para la enseñanza de la ingeniería, la investigación y la práctica profesional, interés que quiero reconocer y agradecer; también agradezco el cuidadoso trabajo del Dr. Rodolfo Valles Mattox, vocal de la SMIE, quien ha coordinado la elaboración de las figuras y la escritura de mis manuscritos en su forma final.



Espero que la confianza que han depositado en mí la SMIE y la Fundación ICA se vea recompensada con una abundante venta de mi trabajo, lo que redundará en un incremento del patrimonio de la sociedad, a la que he cedido mis derechos de autor en lo que se refiere a la publicación y venta de los capítulos que irán apareciendo periódicamente.

Ing. Oscar de Buen López de Heredia

## CAPÍTULO 1. MIEMBROS EN TENSIÓN.

### ÍNDICE:

- 1.1 Introducción.
- 1.2 Uso de miembros en tensión.
- 1.3 Secciones.
- 1.4 Comportamiento de elementos en tensión.
- 1.5 Estados límite.
- 1.6 Resistencia de diseño.
- 1.7 Relaciones de esbeltez.
- 1.8 Áreas de las secciones transversales.
  - 1.8.1 Área neta.
  - 1.8.2 Área neta efectiva.
- 1.9 Resistencia a la ruptura por cortante y tensión combinadas ("*block shear rupture strength*").
- 1.10 Placas de nudo.
- 1.11 Resistencia de diseño de elementos de conexión.
- 1.12 Ángulos aislados en tensión.
- 1.13 Elementos de lámina delgada.
- 1.14 Referencias.

## CAPÍTULO 1. MIEMBROS EN TENSIÓN.

### 1.1 INTRODUCCIÓN.

Un miembro que transmite una fuerza de tensión entre dos puntos de una estructura es el elemento estructural más eficiente y de diseño más sencillo. Su eficiencia se debe a que la fuerza axial produce esfuerzos constantes en todo el material que lo compone, de manera que todo puede trabajar al esfuerzo máximo permisible y, además, que las barras en tensión no se pandean, por lo que no hay fenómenos de inestabilidad que son críticos, con frecuencia, en elementos estructurales de acero con otras condiciones de carga. El diseño consiste en comparar el esfuerzo, igual al cociente de la fuerza de trabajo entre el área, constante, de las secciones transversales, con el permisible, o la resistencia, producto del área por el esfuerzo de fluencia o de ruptura, con la acción factorizada de diseño.

A las barras que trabajan en tensión se les da el nombre de tirantes.

El diseño se complica, sin embargo, en buena parte de los casos de interés práctico, porque las conexiones con el resto de la estructura suelen introducir excentricidades en las cargas, de manera que los tirantes trabajan, realmente, en flexotensión, y porque los elementos estructurales reales tienen imperfecciones geométricas, esfuerzos residuales, agujeros, que hacen que las fuerzas interiores no se distribuyan de manera uniforme en las secciones transversales.

La elección de las conexiones constituye uno de los aspectos más importantes en el diseño de estructuras de acero, puesto que definen cómo se transmitirán las acciones de unos miembros a otros, lo que influye de manera decisiva en su forma de trabajo y en las dimensiones que se requieren para acomodar los elementos de unión, soldaduras o tornillos. Los detalles de las conexiones gobiernan, con frecuencia, el diseño de los miembros en tensión, por lo que son uno de los criterios más importantes en la elección del tipo de sección adecuada.

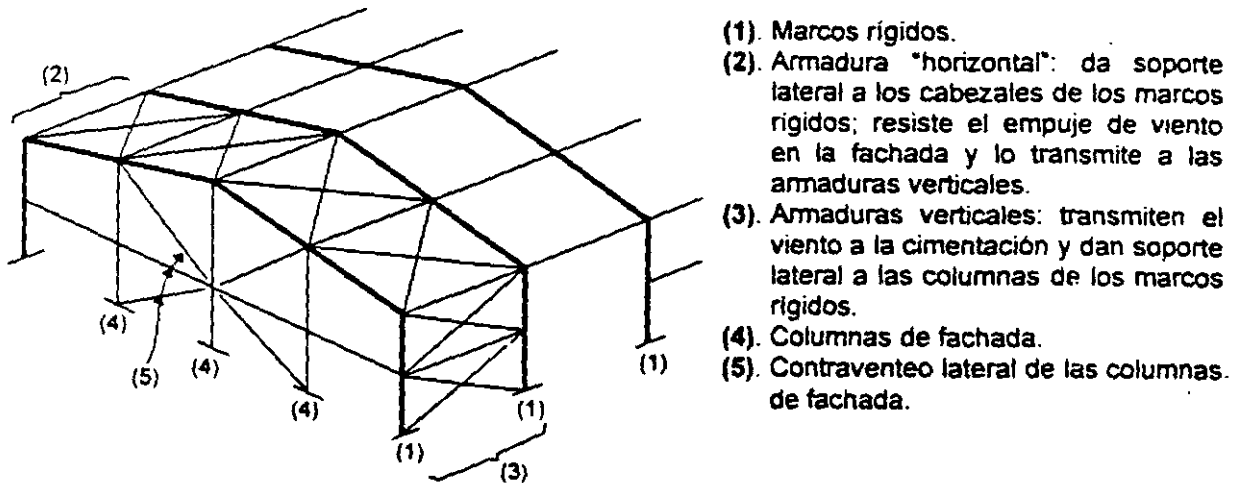
Las conexiones entre miembros, y entre los elementos que componen a algunos de ellos, se escogen en las primeras etapas del diseño, para evitar uniones difíciles de realizar, caras y poco eficientes, o modificaciones en el diseño, que pueden ser de mucha importancia.

El párrafo anterior no se refiere sólo a los miembros en tensión sino, en general a estructuras de acero de todos los tipos.

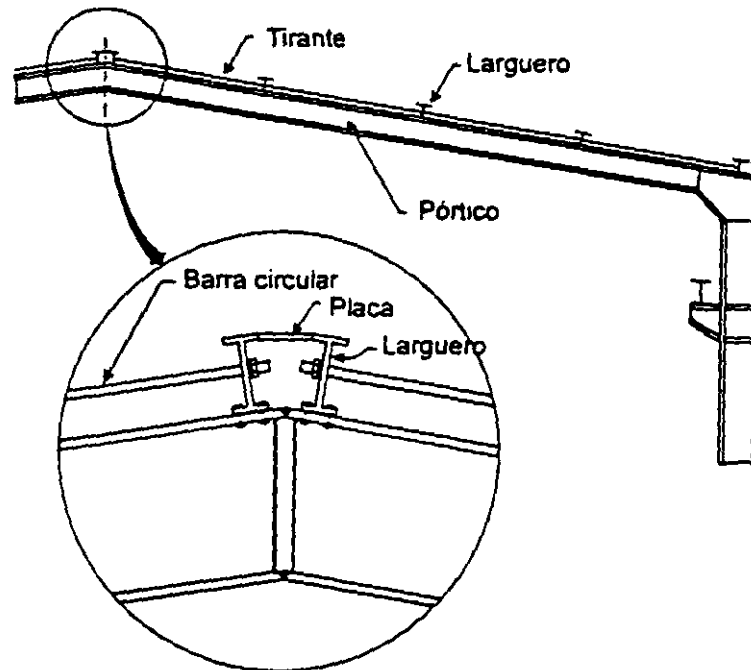
### 1.2 USÓ DE MIEMBROS EN TENSIÓN.

Los elementos en tensión se utilizan en bodegas y estructuras industriales como parte del contraventeo de las vigas y columnas de la cubierta y las paredes, con el doble

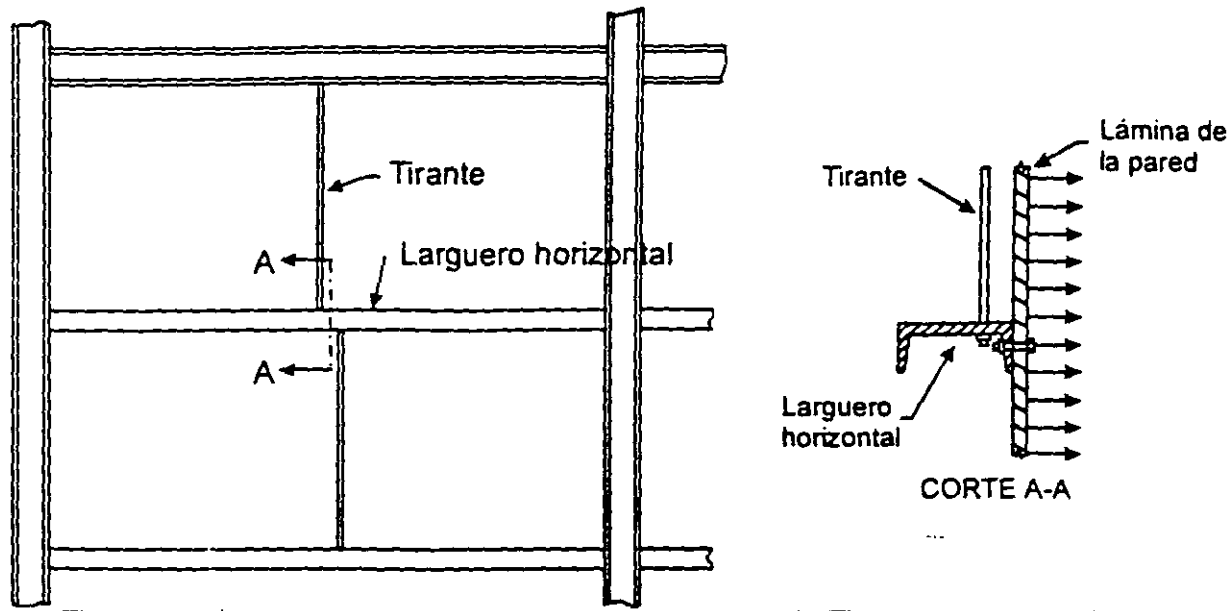
objeto de dar soporte lateral a secciones transversales escogidas y de resistir las fuerzas horizontales producidas por viento o sismo (Fig. 1.1), y como tirantes de largueros, que ayudan a alinearlos durante el montaje, y resisten la componente de la carga vertical paralela a la cubierta o la carga vertical total en las paredes, transmitiéndola a miembros horizontales de resistencia adecuada, al mismo tiempo que proporcionan soporte lateral a los largueros (Figs. 1.2 y 1.3). En estructuras ligeras se emplean barras de sección transversal circular maciza que, por su gran esbeltez, no tienen resistencia en compresión, por lo que cuando las fuerzas en los contraventeos pueden cambiar de sentido se colocan dos tirantes cruzados, de manera que siempre haya uno que trabaje en tensión.



**Fig. 1.1 Contraventeo de una estructura industrial.**



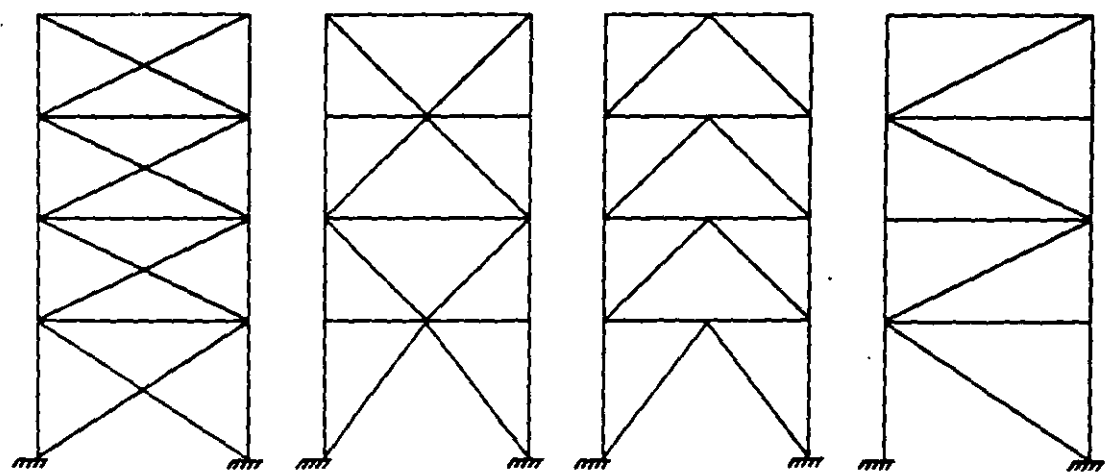
**Fig. 1.2 Empleo de tirantes en los techos inclinados de edificios industriales.**



a) Tirantes que reducen el claro de los largueros horizontales y transmiten el peso de la pared.  
b) Tirante que proporciona apoyo lateral ante cargas de viento.

**Fig. 1.3 Empleo de tirantes en las fachadas de edificios industriales.**

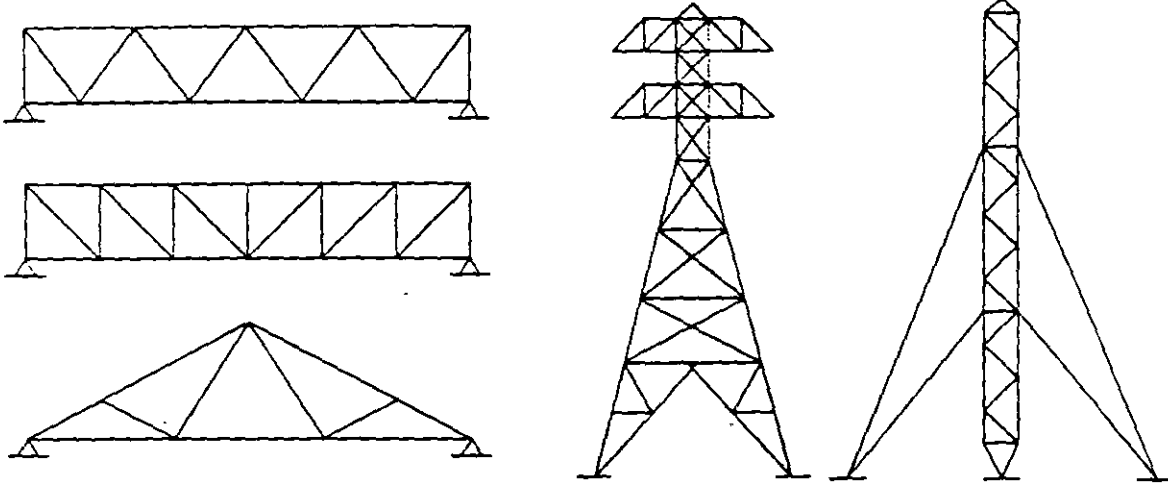
En edificios urbanos se emplean también, con frecuencia, contraventeos verticales, para evitar posibles problemas de pandeo de entrepiso o de la estructura completa, y para resistir fuerzas horizontales. Si la construcción tiene cierta altura y, sobre todo, si está situada en una zona sísmica, no conviene que sólo trabajen las diagonales que están en tensión, por lo que, si el contraventeo es en "X" o en "V", los dos elementos que lo componen se diseñan para que resistan, entre los dos, la fuerza horizontal. Es decir, trabajan en tensión y compresión alternadas. En esas condiciones las diagonales resultan bastante robustas, y su diseño queda regido por la fuerza de compresión (Fig. 1.4). Lo mismo sucede cuando se usan diagonales sencillas.



**Fig. 1.4 Ejemplos de contraventeos verticales en edificios de varios pisos.**

Las barras en tensión se emplean también en cuerdas, diagonales y montantes de armaduras para puentes, techos de bodegas y fábricas, y vigas de alma abierta en

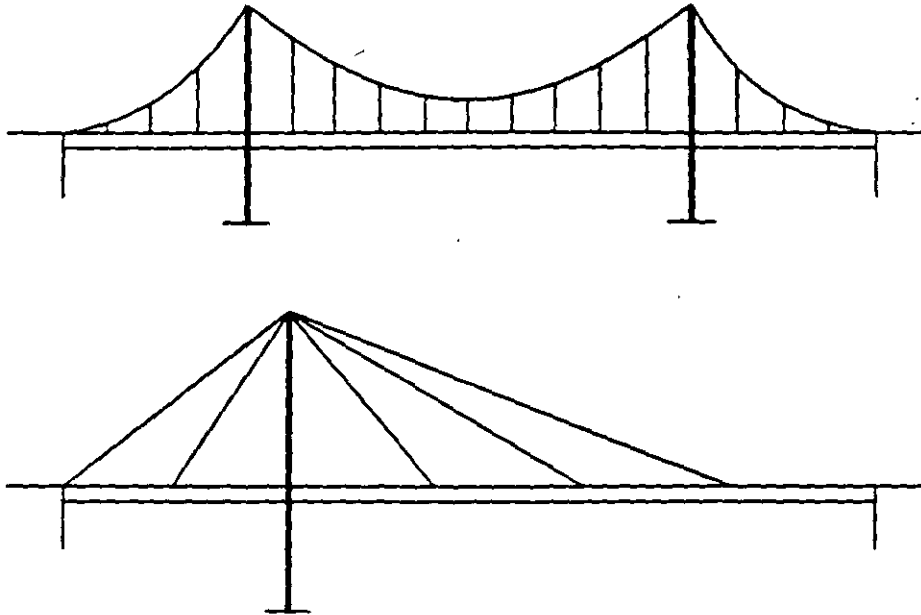
edificios urbanos (Fig. 1.5), así como en torres de transmisión de energía eléctrica (Fig. 1.6). En armaduras ligeras es común el uso de ángulos, generalmente en pares, pero en estructuras robustas se emplean barras de cualquier sección transversal.



**Fig. 1.5 Armaduras para puentes y edificios urbanos o industriales.**

**Fig. 1.6 Torres de transmisión de energía eléctrica y de comunicaciones.**

También se usan elementos en tensión, con frecuencia cables, en puentes colgantes y atirantados, en cubiertas colgantes, y para resistir los codos de arcos y marcos rígidos (Fig. 1.7).



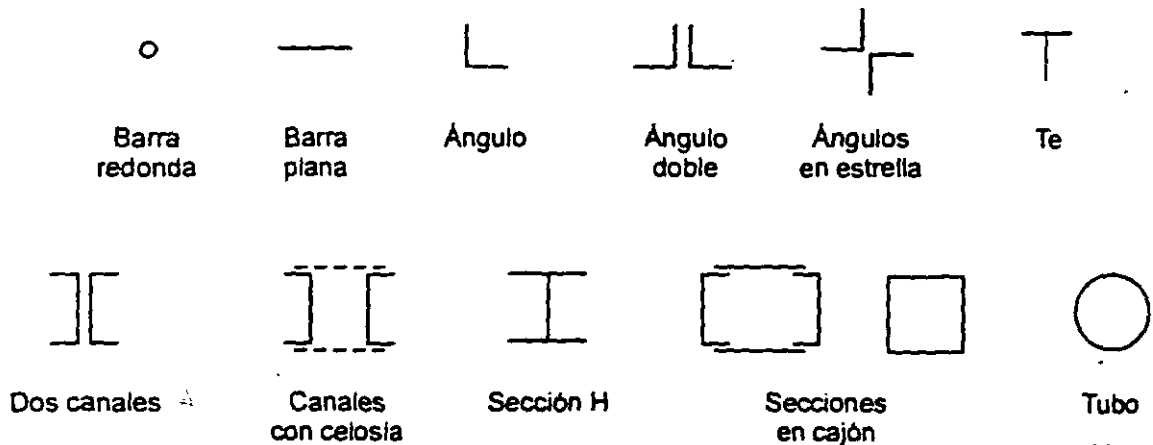
**Fig. 1.7 Puentes colgantes y atirantados.**

### 1.3 SECCIONES.

Para un acero dado, la resistencia de una barra en tensión axial depende sólo del área de sus secciones transversales; las propiedades geométricas restantes carecen de

importancia. Los criterios que determinan la elección del perfil son la magnitud de las fuerzas que ha de resistir y la mayor o menor facilidad con que pueda unirse al resto de la estructura.

Casi todos los perfiles existentes se usan como tirantes (Fig. 1.8): varillas en contraventeos de estructuras ligeras y largueros de techo o pared, ángulos sencillos o dobles, térs, canales aisladas o en pares, secciones H, laminadas o formadas por placas, en armaduras de distintos tipos, cables en puentes colgantes y atirantados y en cubiertas colgantes, perfiles de lámina delgada de diversas características geométricas.



**Fig. 1.8 Secciones transversales de miembros en tensión.**

También se emplean secciones circulares, cuadradas o rectangulares huecas, laminadas o hechas con placas, y miembros formados por dos o más perfiles unidos entre sí; los elementos en cajón y los compuestos suelen ser difíciles de conectar (Fig. 1.8).

#### 1.4 COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS EN TENSIÓN.

El comportamiento de una barra en tensión se describe con una gráfica acción-deformación, que relaciona la acción más significativa con un parámetro representativo de las deformaciones; la gráfica se traza para cargas crecientes, hasta la falla. La curva de interés relaciona los esfuerzos (o las fuerzas) con los alargamientos.

La gráfica esfuerzo (o fuerza)-alargamiento de un miembro en tensión es parecida a la de una probeta; sin embargo, hay diferencias importantes entre las dos. En la Fig. 1.9 se muestra la gráfica de una probeta y la parte inicial, agrandada, de la curva correspondiente a un miembro. La parte inicial muestra que, para sollicitaciones pequeñas, la respuesta es elástica: si el miembro se descarga recupera la forma y dimensiones iniciales. El flujo plástico en zonas localizadas se inicia antes de que se alcance el límite de fluencia determinado con la probeta, debido a excentricidades inevitables en las cargas, variaciones en las dimensiones de las secciones transversales, agujeros o defectos que ocasionan concentraciones de esfuerzos, y esfuerzos residuales de laminación o creados durante la fabricación de la estructura;

comienza una zona de "flujo plástico restringido", que termina cuando todo el material fluye plásticamente. A partir de aquí, los alargamientos crecen bajo carga constante, hasta que las fibras empiezan a endurecerse por deformación, y la resistencia vuelve a aumentar. La región de "flujo plástico no restringido" define un límite de utilidad estructural del miembro, pero éste tiene una capacidad adicional de carga considerable. El otro estado límite de carga corresponde a la resistencia máxima.

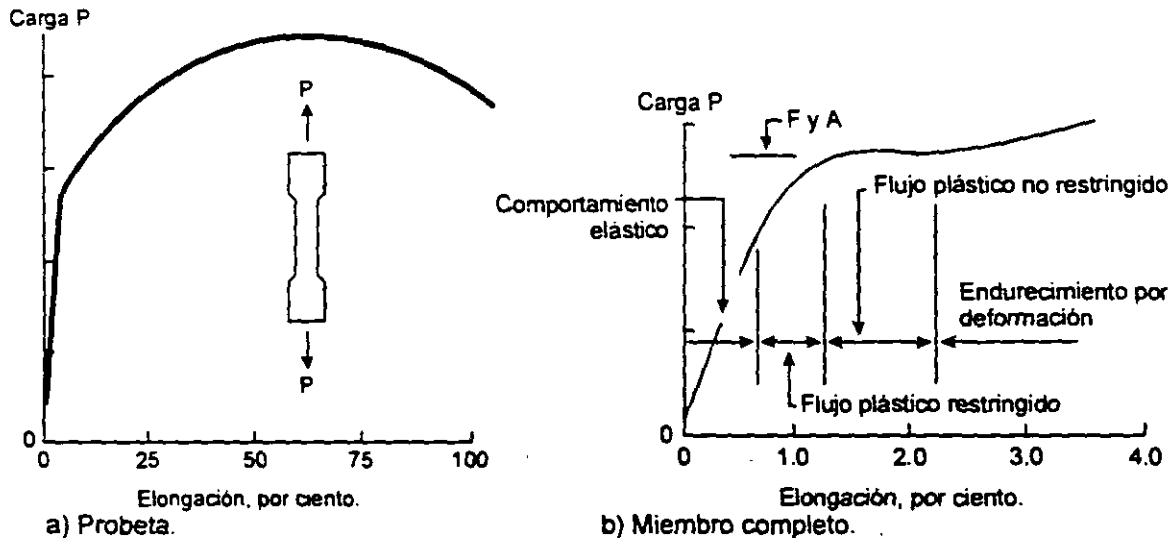


Fig. 1.9 Gráfica fuerza-deformación de una probeta y un miembro en tensión.

Un miembro en tensión sin agujeros alcanza el límite de utilidad estructural cuando entra en la región de flujo plástico no restringido, pues experimenta alargamientos inadmisibles, al deformarse plásticamente todo el material que lo compone. Este modo de falla es dúctil.

Si la barra está atomillada al resto de la estructura, los agujeros para los tornillos producen concentraciones de esfuerzos, pero la ductilidad de los aceros estructurales comunes es tal que, bajo carga estática y a temperaturas ordinarias, las concentraciones desaparecen, por redistribución plástica de esfuerzos, antes de que se alcance la resistencia última; el efecto de los agujeros se reduce a la pérdida de área que ocasionan en algunas secciones transversales.

Cuando la carga excede la que produce el flujo plástico en la sección neta (descontados los agujeros), el material fluye plásticamente, pero en una longitud muy pequeña, por lo que se llega al endurecimiento por deformación sin que el alargamiento de la barra sea excesivo. A menos que el miembro falle antes por flujo plástico en la sección total, la resistencia se agota cuando se rompe la sección neta crítica, bajo esfuerzos cercanos a la resistencia última en tensión del material. La falla es frágil.



## 1.5 ESTADOS LÍMITE.

De acuerdo con la filosofía del diseño elástico, la aparición del esfuerzo de fluencia en un punto cualquiera de una sección transversal constituye el límite de utilidad estructural de una barra en tensión. Sin embargo, si el comportamiento es dúctil, la iniciación del flujo plástico en una zona de concentración de esfuerzos ocasionada, por ejemplo, por un agujero, tiene poco significado en la resistencia real del miembro, mientras que la fuerza que produce su plastificación total sí constituye un límite de utilidad estructural, pues ocasiona elongaciones grandes e incontrolables que, además, pueden precipitar la falla del sistema del que forma parte la barra. Así, aunque la resistencia a la ruptura suele ser mayor que el producto del área de la sección transversal por el esfuerzo de fluencia del material, a causa principalmente del endurecimiento por deformación que precede a la ruptura, el flujo plástico general del miembro constituye un estado límite de falla.

Por otro lado, si la barra en tensión se une al resto de la estructura con remaches o tornillos, sus extremos se debilitan por los agujeros que se requieren para colocarlos y, dependiendo de la reducción de área ocasionada y de las características mecánicas del acero, el miembro puede fallar por fractura en el área neta bajo una fuerza menor que la que ocasionaría el flujo plástico de la sección total. La fractura en la sección neta constituye un segundo estado límite de falla. Se presenta una situación semejante cuando el miembro en tensión está conectado al resto de la estructura a través de algunas de las partes que lo componen, pero no de todas, aunque la conexión sea soldada.

Los agujeros no se tienen en cuenta cuando se revisa el flujo plástico generalizado porque, por las pequeñas dimensiones de la parte del miembro en la que están situados, influyen poco en él. Además, en esa zona se llega pronto al endurecimiento por deformación, por lo que el flujo plástico del área neta no constituye tampoco un estado límite de interés.

## 1.6 RESISTENCIA DE DISEÑO (refs. 1.1, 1.3).

La resistencia de diseño  $R_t$  de un elemento estructural en tensión es el menor de los valores que corresponden a los estados límite de flujo plástico en la sección total y de fractura en el área neta.

a) Estado límite de flujo plástico en la sección total:

$$\begin{aligned} F_R &= 0.90 \\ R_t &= A_t F_y F_R \end{aligned} \quad (1.1)$$

b) Estado límite de fractura en la sección neta:

$$\begin{aligned} F_R &= 0.75 \\ R_t &= A_e F_u F_R \end{aligned} \quad (1.2)$$

$A_t$  es el área total de la sección transversal del miembro,  $A_e$  el área neta efectiva,  $F_y$  el esfuerzo de fluencia mínimo garantizado del material y  $F_u$  su esfuerzo mínimo de ruptura en tensión. Tomando  $A_t$  y  $A_e$  en  $\text{cm}^2$ , y  $F_y$  y  $F_u$  en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ ,  $R_t$  se obtiene en kg.

La diferencia entre los factores de resistencia  $F_R$  especificados para las dos formas de falla refleja la tendencia general, en el diseño de estructuras, de contar con factores de seguridad mayores contra las fallas de tipo frágil que contra las dúctiles.

El modo de falla depende de la relación entre el área neta efectiva y el área total y de las propiedades mecánicas del acero. La frontera entre los modos queda definida por la condición  $0.90A_eF_y = 0.75A_tF_u$  (los miembros de la igualdad son las resistencias correspondientes a los dos estados límite, ecs. 1.1 y 1.2). Cuando  $A_e/A_t \geq 1.2F_y/F_u$ , la falla es por flujo plástico general, mientras que si  $A_e/A_t < 1.2F_y/F_u$  el estado límite es el de fractura en la sección neta.

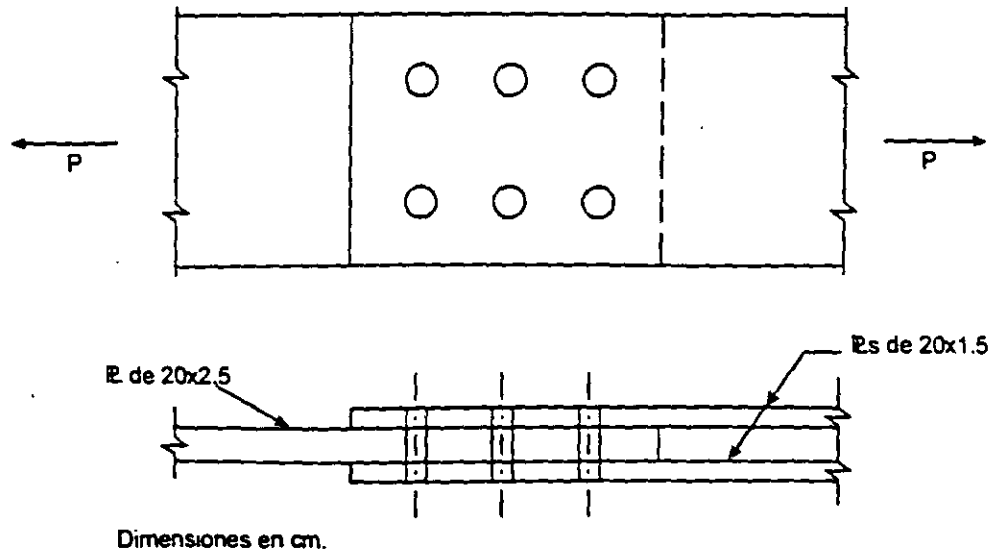
Los dos estados límite mencionados corresponden a barras que tienen un comportamiento dúctil hasta la falla; la situación cambia por completo cuando se pierde la ductilidad, lo que puede suceder si el miembro trabaja a temperaturas muy bajas, bajo cargas que producen impacto, o queda sometido a un número muy elevado de ciclos de carga y descarga que ocasionan una falla por fatiga.

En diseño por esfuerzos permisibles, el esfuerzo permisible no debe exceder de  $0.60F_y$  en el área total ni de  $0.50F_u$  en el área neta efectiva (ref. 1.2).

**EJEMPLO 1.1** Determine la resistencia de diseño de la placa de 20 cm x 2.5 cm de la Fig. E1.1-1. Los esfuerzos de fluencia y de ruptura en tensión del acero son 2530 y 4100  $\text{Kg}/\text{cm}^2$ , respectivamente. Los tornillos tienen un diámetro de 2.22 cm (7/8"), y los agujeros son punzonados.

$$\text{Área total: } A_t = 20 \times 2.5 = 50.0 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área neta: } A_e = 50.0 - 2(2.22 + 0.3)2.5 = 37.4 \text{ cm}^2$$



**Fig. E1.1-1 Placa en tensión.**

En el cálculo del área neta se considera que los agujeros tienen un diámetro 3 mm mayor que el de los tornillos (sec. 1.8.1).

El área neta efectiva  $A_e$  es igual a  $A_n$  en este caso (sec. 1.8.2).

a) Estado límite de flujo plástico en la sección total (ec. 1.1):

$$R_t = A_t F_y F_R = 50.0 \times 2530 \times 0.9 \times 10^{-3} = 113.9 \text{ Ton}$$

b) Estado límite de fractura en la sección neta (ec. 1.2):

$$R_f = A_n F_u F_R = 37.4 \times 4100 \times 0.75 \times 10^{-3} = 115.0 \text{ Ton}$$

La resistencia de diseño es de 113.9 Ton; es crítico el estado límite de flujo plástico en la sección total.

Como primer paso en la solución del problema podría determinarse el modo de falla, y después se utilizaría sólo la ecuación correspondiente:

$$A_e/A_t = 37.4/50.0 = 0.75; \quad 1.20 F_y/F_u = 1.2 \times 2530/4100 = 0.74$$

Como  $A_e/A_t > 1.20 F_y/F_u$ , el estado límite es el de flujo plástico en la sección total.

En problemas de diseño se suelen calcular las dos resistencias, y se toma la menor como resistencia de diseño.

## 1.7 RELACIONES DE ESBELTEZ.

La esbeltez no influye en la resistencia de los miembros en tensión por lo que, desde ese punto de vista, no es necesario imponer ningún límite; si el elemento es una varilla o un cable, puede tener una esbeltez cualquiera. En miembros de otros tipos conviene no exceder un límite superior, para obtener cierta rigidez, que facilite su manejo y

ayude a evitar movimientos laterales o vibraciones indeseables bajo sollicitaciones variables, como las inducidas por viento, sismo o, en estructuras industriales, por el movimiento de grúas u otros equipos.

En la ref. 1.1 se indica que la relación de esbeltez  $L/r$  de miembros en tensión puede tener cualquier valor, pero conviene que no pase de 240 en miembros principales ni de 300 en contraventeos y otros miembros secundarios, especialmente cuando estén sometidos a cargas que puedan ocasionar vibraciones. Las tres referencias 1.2, 1.3 y 1.4 fijan el mismo límite, 300, pero en las dos primeras se proporciona únicamente como una recomendación, mientras que de acuerdo con la última es obligatorio, a menos que se utilicen otros medios para controlar la flexibilidad, las vibraciones y las deformaciones transversales de una manera compatible con las condiciones de servicio, o se demuestre que esos factores no influyen en el comportamiento de la estructura o del conjunto del que forma parte el miembro en consideración.

A los cables y a las varillas se les suele dar una pretensión, para evitar vibraciones y deflexiones excesivas.

En miembros cuyo diseño está regido por sollicitaciones sísmicas pueden ser necesarias restricciones más severas en las relaciones de esbeltez, que dependerán de los requisitos de ductilidad que deba cumplir el sistema estructural que resista las fuerzas horizontales.

## 1.8 ÁREAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES.

El área total de un miembro,  $A_t$ , es el área completa de su sección transversal, igual a la suma de los productos del grueso por el ancho de todos los elementos (patines, almas, alas, placas) que componen la sección, medidos en un plano perpendicular al eje del miembro. En ángulos, el ancho se toma igual a la suma de los anchos de las dos alas, menos el grueso.

Aunque la definición anterior es la que se usa en las refs. 1.1 a 1.4, no es del todo correcta cuando se aplica a perfiles laminados (a diferencia de los formados por placas soldadas), pues ignora el grueso variable de algunos elementos planos, las zonas curvas entre ellos, y sus bordes redondeados.

### 1.8.1 Área neta.

La presencia de un agujero, aunque esté ocupado por un remache o tornillo, incrementa los esfuerzos en un elemento en tensión, pues disminuye el área en la que se distribuye la carga, y ocasiona concentraciones de esfuerzos en sus bordes (Las uniones con tornillos de alta resistencia diseñadas por fricción son una excepción). Este efecto no se manifiesta en elementos comprimidos, en los que la fuerza se transmite por contacto directo con los remaches o tornillos.

El incremento de esfuerzos en los bordes del agujero, en el intervalo elástico, puede ser varias veces mayor que el esfuerzo medio; sin embargo, se supone que en la cercanía de la falla la fuerza se distribuye uniformemente en el área neta (es decir, en la que queda cuando se descuenta la que se pierde por el agujero), lo que es correcto en materiales dúctiles, como los aceros estructurales, por la redistribución de esfuerzos que precede a la ruptura.

La discusión anterior sólo es válida para miembros sujetos a cargas casi estáticas. Bajo condiciones que propicien fallas por fatiga, o cuando las cargas se aplican casi instantáneamente, como sucede durante un evento sísmico, el elemento puede romperse sin redistribución de esfuerzos; en esos casos han de tomarse todas las medidas posibles para minimizar las concentraciones de esfuerzos, además de disminuir los esfuerzos de diseño o la amplitud de sus variaciones; sin embargo, tampoco se calculan los incrementos de los esfuerzos en la cercanía del agujero.

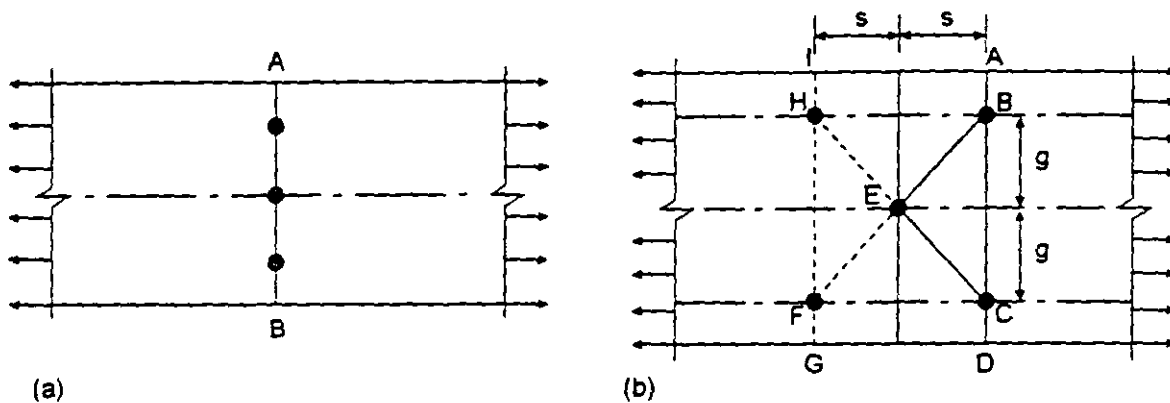
El área neta de la sección transversal de un elemento en tensión, o, simplemente, el "área neta", es igual al área total de la sección menos la que se pierde por los agujeros. Se obtiene sumando los productos del grueso de cada una de las partes por su ancho neto, que se determina como sigue:

- a) El ancho de los agujeros para remaches o tornillos se toma 1.5 mm mayor que el tamaño nominal del agujero, medido normalmente a la dirección de los esfuerzos.
- b) Cuando hay varios agujeros en una normal al eje de la pieza, el ancho neto de cada parte de la sección se obtiene restando al ancho total la suma de los anchos de los agujeros.
- c) Cuando los agujeros están dispuestos en una línea diagonal respecto al eje de la pieza, o en zigzag, deben estudiarse todas las trayectorias de falla posibles, para determinar a cuál le corresponde el ancho neto menor, que es el que se utiliza para calcular el área neta. El ancho neto de cada parte, correspondiente a cada trayectoria, se obtiene restando del ancho total la suma de los anchos de todos los agujeros que se encuentran en la trayectoria escogida, y sumando, para cada espacio entre agujeros consecutivos, la cantidad  $s^2/4g$ , donde  $s$  es la separación longitudinal, centro a centro, entre los dos agujeros considerados (paso) y  $g$  es la separación transversal, centro a centro, entre ellos (gramil).

El ancho total de ángulos se toma igual a la suma de los anchos de las dos alas menos el grueso. La distancia transversal entre agujeros situados en alas opuestas es igual a la suma de los dos gramiles, medidos desde los bordes exteriores del ángulo, menos el grueso.

Al determinar el área neta a través de soldaduras de tapón o de ranura no se tiene en cuenta el metal de aportación.

Cuando los agujeros están colocados sobre rectas normales al eje de la pieza la sección neta crítica es la que pasa a través de ellos; por ejemplo, en la placa de la Fig. 1.10a es la sección AB.



**Fig. 1.10 Posibles trayectorias de falla en una placa agujerada en tensión.**

En cambio, cuando están dispuestos en diagonal o en zigzag hay varias líneas de falla posibles y, en general, a simple vista no se sabe cual es la crítica, por lo que se determina el ancho neto correspondiente a cada una de ellas y se utiliza el menor para calcular el área neta.

En la Fig. 1.10b se muestran todas las trayectorias de falla posibles de una placa con cinco agujeros; basta estudiar dos, la ABCD, normal a la línea de acción de las fuerzas de tensión, y la ABECD, en zigzag, pues todas las demás se reducen a alguna de ellas.

Los métodos prácticos que se utilizan para incluir el efecto de agujeros en zigzag en el diseño de piezas en tensión son empíricos; el que se recomienda en el párrafo 1.8.1c, propuesto en 1922 y revisado en varias ocasiones posteriores (ref. 1.5), es un procedimiento sencillo cuyos resultados concuerdan aceptablemente con los obtenidos en pruebas de laboratorio. Se recomienda en las refs. 1.1 a 1.4.

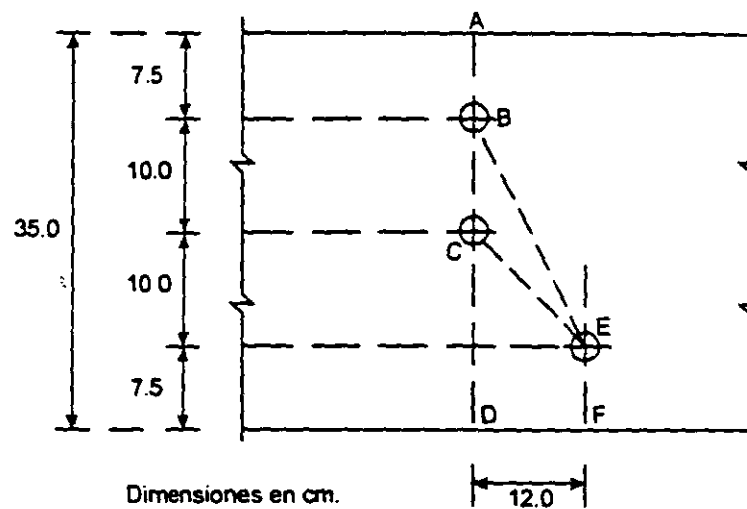
Por las razones mencionadas arriba, suelen despreciarse las concentraciones de esfuerzos que se originan en la vecindad de los agujeros.

El procedimiento empleado para hacer las perforaciones constituye uno de los aspectos críticos de las estructuras remachadas o atomilladas; el material que rodea a los agujeros punzonados pierde ductilidad y puede contener grietas diminutas, que constituyen puntos potenciales de iniciación de fallas; ese material endurecido debe eliminarse cuando puedan presentarse fracturas de tipo frágil o por fatiga bajo cargas de servicio.

Cuando las cargas son predominantemente estáticas, el efecto mencionado en el párrafo anterior se toma en cuenta calculando el área neta de las piezas en tensión con la suposición de que el ancho de los agujeros es 1.5 mm mayor que el nominal, medido normalmente a la dirección de los esfuerzos. Por consiguiente, en el cálculo de áreas netas se supone que los agujeros estándar tienen un diámetro 3 mm mayor que el de los remaches o tornillos, puesto que el diámetro real de los agujeros es 1.5 mm más grande que el del sujetador.

Si el grueso del material es mucho mayor que el diámetro del tornillo, es difícil punzonar agujeros del tamaño necesario sin deformar excesivamente el acero que los rodea, por lo que suelen subpunzonarse, con un diámetro 5 mm menor que el requerido, y taladrarse después al tamaño final, con las piezas que van a unirse ensambladas. En estos casos, así como cuando los agujeros se taladran desde un principio, es muy poco el material que se daña, por lo que no es necesario sustraer los 1.5 mm correspondientes a deterioro de los bordes.

**EJEMPLO 1.2** Determine el área neta crítica de la placa de la Fig. E1.2-1. La placa es de 2.0 cm de grueso, y los tornillos de 1.9 cm (3/4") de diámetro. Los agujeros son punzonados.



**Fig. E.1.2-1** Placa del ejemplo 1.2.

Hay tres posibles trayectorias de falla: ABCD, ABCE y ABEF.

Los agujeros deben considerarse de un diámetro igual a  $1.9 + 0.3 = 2.2$  cm.

Los anchos netos correspondientes a los tres casos son:

ABCD:	$35 - 2 \times 2.2 =$	30.60 cm
ABCE:	$35 - 3 \times 2.2 + 12^2 / (4 \times 10) =$	32.00 cm
ABEF:	$35 - 2 \times 2.2 + 12^2 / (4 \times 20) =$	32.40 cm

La trayectoria crítica es la ABCD, luego:

$$A_n = 30.60 \times 2.0 = 61.2 \text{ cm}^2$$

Por simple inspección se advierte que la trayectoria ABEF no es crítica en este caso, pues es más larga que la ABCD, y en las dos se restan dos agujeros.

**EJEMPLO 1.3** El ángulo de la Fig. E1.3-1 es de 15.2 x 2.2 cm (6" x 7/8"), y los tornillos son de 2.2 cm (7/8") de diámetro, colocados en agujeros punzonados. Determine el área neta crítica.

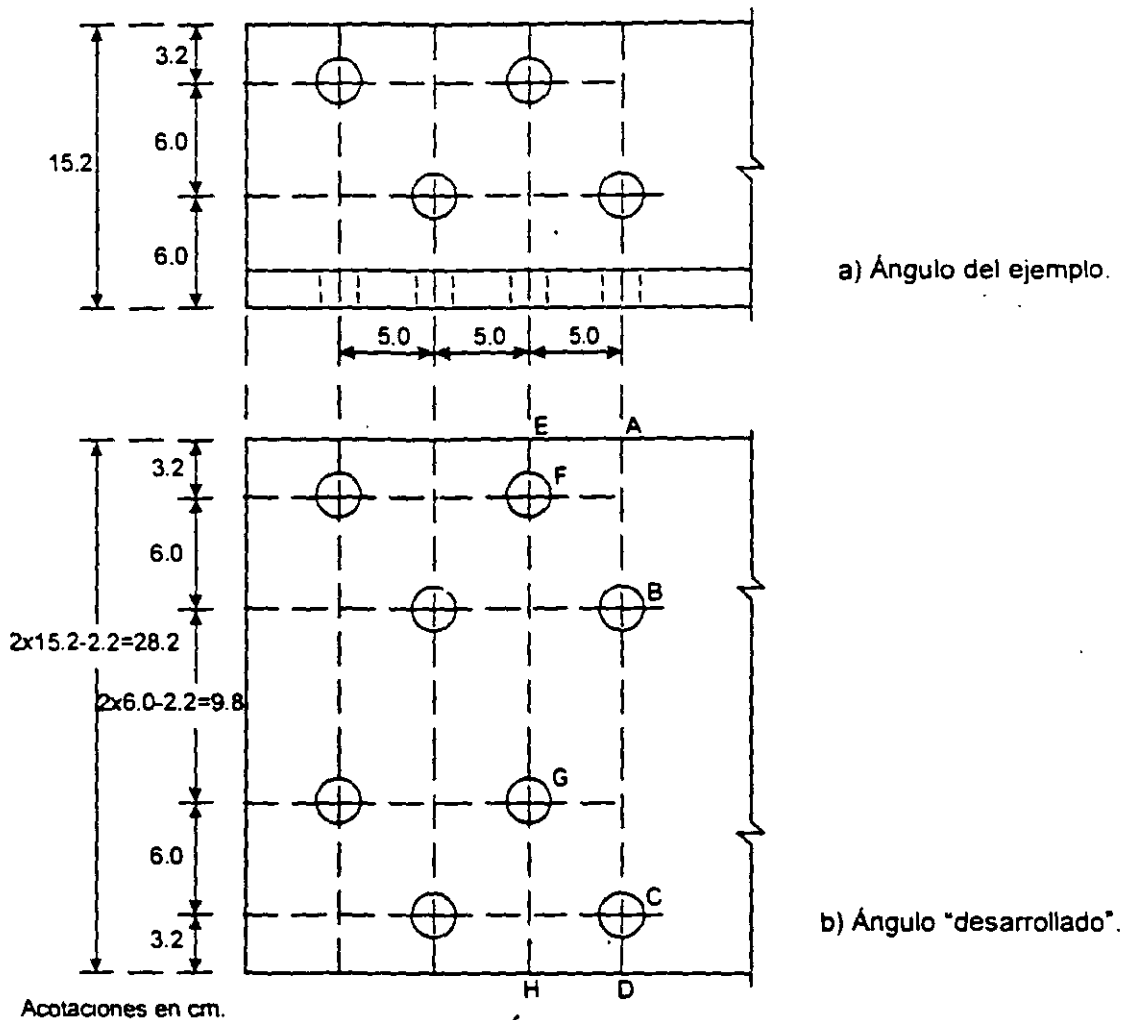


Fig. E.1.3-1 Ángulo del ejemplo 1.3.

Las posibles trayectorias de falla son ABCD, EFBCD y EFBGCD. EFBGH no puede ser crítica, porque en ella se descuentan tres agujeros, y es más larga que la EFBCD, en la que también se descuentan tres agujeros.

El ancho del ángulo desarrollado es:  $15.2 \times 2 - 2.2 = 28.2$  cm.

El diámetro de cada agujero se toma igual a  $2.2 + 0.3 = 2.5$  cm.

Anchos netos:

$$ABCD: \quad 28.2 - 2 \times 2.5 = \quad \quad \quad 23.20 \text{ cm}$$

$$EFBCD: \quad 28.2 - 3 \times 2.5 + \frac{5^2}{4 \times 6.0} = \quad \quad \quad 21.74 \text{ cm}$$

$$EFBGCD: \quad 28.2 - 4 \times 2.5 + \frac{2 \times 5^2}{4 \times 6.0} + \frac{5^2}{4 \times 9.8} = 20.92 \text{ cm}$$



*La trayectoria crítica es la EFBGCD:*

$$A_n = 20.92 \times 2.2 = 46.03 \text{ cm}^2$$

### 1.8.2 Área neta efectiva.

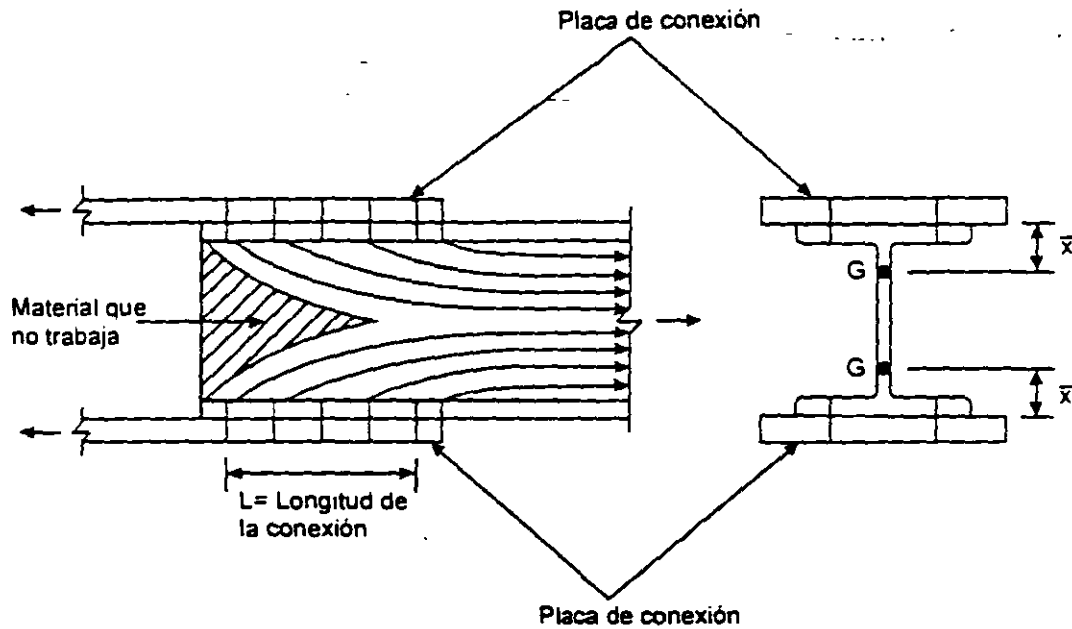
No todos los miembros que trabajan en tensión pueden desarrollar un esfuerzo medio en la sección neta igual a la resistencia a la ruptura del acero. Las reducciones en resistencia pueden expresarse en términos de la eficiencia de la sección neta, definida como la relación entre el esfuerzo medio en el instante de la fractura y el esfuerzo de ruptura obtenido ensayando una probeta del material.

Los factores principales de los que depende la eficiencia de la sección neta son la ductilidad del metal, el método que se emplee para hacer los agujeros, el cociente del gramil,  $g$ , entre el diámetro,  $d$ , del tornillo o remache, la relación entre el área neta y el área de apoyo sobre el sujetador y, sobre todo, la distribución del material de la sección transversal de la barra, con respecto a las placas de unión, u otros elementos que se utilicen para conectarla (ref. 1.5).

La mayor parte de los aspectos anteriores se tienen en cuenta de una manera implícita; por ejemplo, los aceros que se emplean en construcción son suficientemente dúctiles para que su eficiencia, respecto a esta propiedad, sea del 100 por ciento, y los esfuerzos permisibles de contacto entre el material y los sujetadores se escogen de manera que ese fenómeno tampoco influya en la eficiencia de la sección neta.

El último factor, que es el más importante, si se considera explícitamente en las especificaciones para diseño (refs. 1.1 a 1.4); la posición de los planos de corte de los tornillos o remaches respecto a la sección transversal del miembro influye significativamente en la eficiencia.

La importancia de este factor se ha demostrado experimentalmente ensayando miembros de acero en tensión, del tipo de los que se usan en diagonales y montantes de armaduras, como el que se muestra en la Fig. 1.11 (refs. 1.6 y 1.7; la ref. 1.5 contiene un resumen de las investigaciones reportadas en ellas). La sección "H" está unida al resto de la estructura a través de los patines.



**Fig. 1.11 Distribución de esfuerzos en una sección "H" conectada por los patines.**

A una cierta distancia de la conexión los esfuerzos son uniformes, pero como no todas las partes del miembro están unidas a las placas, a las que llega, eventualmente, la fuerza total, se originan concentraciones de esfuerzos en las partes conectadas (los patines, en la Fig. 1.11) y disminuciones de los mismos en las que no están unidas directamente (los esfuerzos en el alma disminuyen, hasta anularse en el extremo).

La distribución no uniforme de esfuerzos puede ocasionar una disminución en la eficiencia de la sección neta, ya que algunas de las partes que componen el miembro (las conectadas directamente) tienden a alcanzar su resistencia última antes de que se desarrolle la de la sección completa; la importancia de este fenómeno depende de la geometría de la junta y de las características del material.

Un fenómeno semejante se presenta en ángulos atornillados a una placa (Fig. 1.12).

Hasta ahora sólo se han mencionado conexiones remachadas o atornilladas; sin embargo, también en uniones soldadas los esfuerzos están distribuidos de manera no uniforme cuando la transmisión de fuerzas se efectúa a través de algunas de las partes que componen la barra; la diferencia entre los dos tipos de conexiones está en los agujeros, que no existen en las soldadas.

La pérdida de eficiencia en la sección neta está relacionada con el cociente de la longitud  $L$  de la conexión entre la distancia  $\bar{x}$  del centro de gravedad de la sección transversal de la barra conectada a la cara en contacto con la placa de unión (Fig. 1.12) (refs. 1.6 y 1.7). En secciones simétricas unidas a dos placas  $\bar{x}$  se determina como si estuviesen formadas por dos partes iguales, conectadas a cada placa (Fig. 1.11).

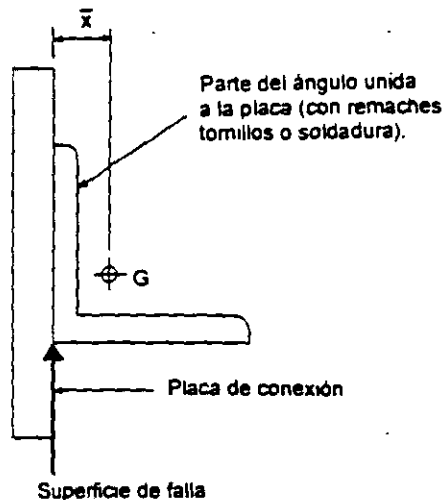


Fig. 1.12 Ángulo conectado en una sola ala.

En las refs. 1.6 y 1.7 se recomienda que la pérdida de eficiencia de la sección neta se tenga en cuenta reduciéndola a una sección neta efectiva, cuya área se determina con la expresión empírica:

$$\text{Área neta efectiva} = A_e = A_n \left( 1 - \frac{\bar{x}}{L} \right)$$

$A_n$  es el área neta del miembro,  $L$  la longitud de la junta y  $\bar{x}$  la distancia entre el plano de cortante y el eje centroidal del elemento conectado.

El factor de reducción del área neta es:

$$U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \leq 0.9 \quad (1.3)$$

La eficiencia aumenta cuando disminuye la excentricidad  $\bar{x}$  o crece la longitud de la conexión  $L$ .

En las especificaciones AISC de 1986 (ref. 1.8) esta fórmula aparecía en el Comentario, y no incluía el límite superior de 0.9; en 1993 (ref. 1.3) la ec. 1.3 está en el cuerpo de la norma. El límite superior se propone en la ref. 1.9, en vista de que en los estudios experimentales que se han realizado (refs. 1.6 y 1.7) pocas veces se han observado eficiencias mayores de 0.9.

De acuerdo con lo anterior, el área neta efectiva,  $A_e$ , de los miembros en tensión se calcula como sigue:

1. Cuando los remaches, tornillos o soldaduras transmiten la fuerza de tensión a cada uno de los elementos que constituyen la sección transversal del miembro, proporcionalmente a sus áreas respectivas, el área neta efectiva  $A_e$  es igual al área neta  $A_n$ .

2. Cuando los remaches, tornillos o soldaduras transmiten la fuerza de tensión a través de algunos de los elementos que constituyen la sección transversal del miembro, pero no de todos, el área neta efectiva  $A_e$  es:

$$A_e = AU \quad (1.4)$$

En esta expresión,

$A$  = Área que se define más adelante.

$U$  = Coeficiente de reducción =  $1 - (\bar{x}/L) \leq 0.9$ , o como se indica en c ó d.

$\bar{x}$  = Excentricidad de la conexión.

$L$  = Longitud de la conexión en la dirección de la carga.

Se pueden utilizar valores mayores de  $U$  si se justifican experimentalmente o con otro criterio racional.

- a) Cuando la fuerza de tensión se transmite con remaches o tornillos:

$A = A_n$  = área neta del miembro.

- b) Cuando la fuerza de tensión se transmite con soldaduras longitudinales a un elemento estructural que no sea una placa, o con soldaduras longitudinales y transversales combinadas:

$A = A_t$  = área total del miembro.

- c) Cuando la transmisión se hace sólo con soldaduras transversales:

$A$  = área de los elementos conectados directamente.

$U = 1.0$

Esta condición sólo es aplicable cuando se usan soldaduras de penetración completa o parcial, pues si son de filete rige su resistencia al corte, aunque se empleen filetes del mayor tamaño posible (el grueso de la placa), cualquiera que sea el tipo de acero o la resistencia del electrodo (ref. 1.9).

- d) Cuando la fuerza de tensión se transmite a una placa por medio de soldaduras longitudinales colocadas a lo largo de los dos bordes y del extremo de la placa, si  $L \geq w$ :

$A$  = área de la placa.

Si  $L \geq 2w$                        $U = 1.00$

Si  $2w > L \geq 1.5w$          $U = 0.87$

Si  $1.5w > L \geq w$           $U = 0.75$

$L$  es la longitud de la soldadura y  $w$  el ancho de la placa (distancia entre cordones de soldadura).

En un perfil dado, conectado de una manera determinada,  $\bar{x}$  es una propiedad geométrica; es igual a la distancia entre el plano de conexión, que es una cara del miembro, y el centroide de éste (Fig. 1.13); en casos particulares, el "miembro" puede ser una porción de la sección transversal. La longitud de la conexión,  $L$ , depende del número de sujetadores mecánicos, o de la longitud de la soldadura, que se requieran para transmitir la fuerza de tensión. En uniones remachadas o atomilladas  $L$  es la distancia, paralela a la línea de acción de la fuerza, entre el primero y el último de los sujetadores colocados en la hilera que tenga el número mayor de remaches o tornillos; cuando estén en tresbolillo, se toma la dimensión exterior (Fig. 1.14). En conexiones

soldadas  $L$  es la longitud del miembro que esté soldado, medida paralelamente a la línea de acción de la fuerza; su valor no cambia si se coloca una soldadura transversal además de las longitudinales, pues la resistencia a la ruptura no se modifica substancialmente (Fig. 1.15).

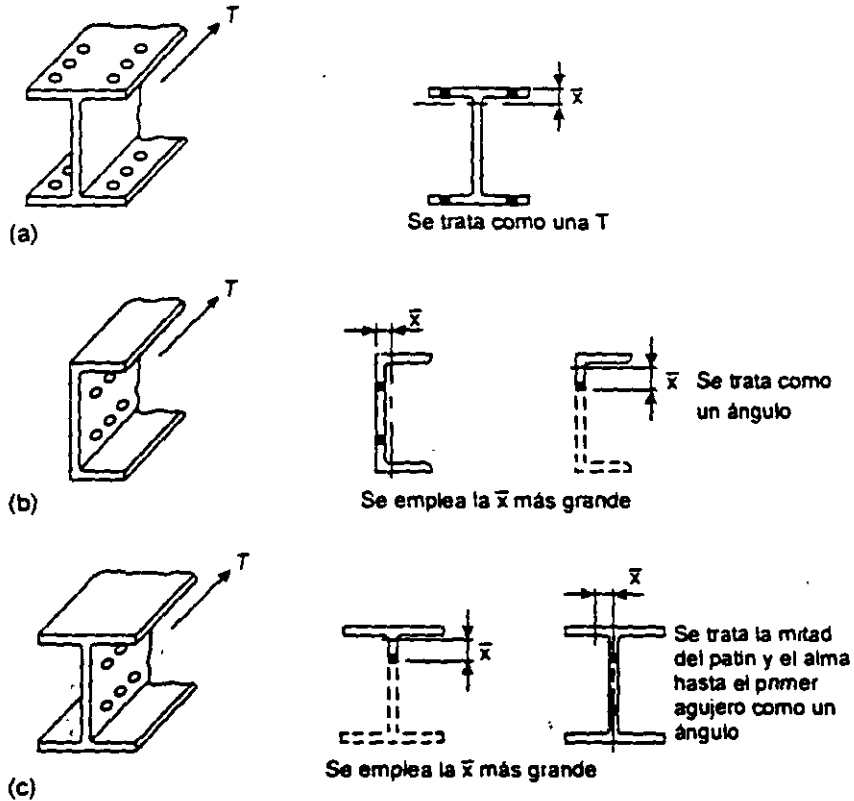


Fig. 1.13 Determinación de  $\bar{x}$ .

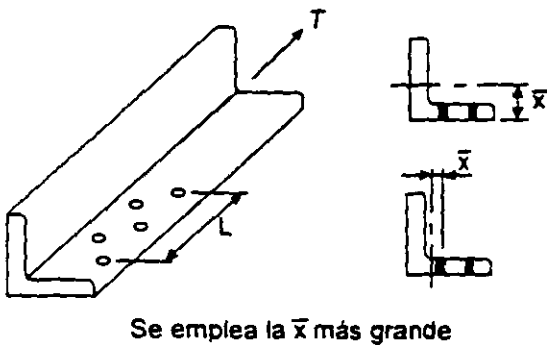


Fig. 1.14 Ángulo con agujeros en tresbolillo.

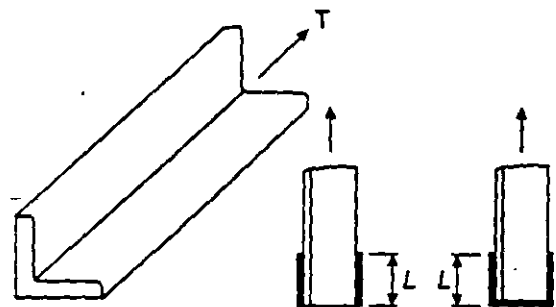


Fig. 1.15 Determinación de  $L$  en uniones soldadas.

En conexiones remachadas o atornilladas de secciones "H" o "I", y de tés obtenidas de ellas, se han propuesto valores aproximados del coeficiente  $U$ , que pueden utilizarse en lugar de los calculados con la ec. 1.3 (refs. 1.1, 1.3 y 1.8):

- a) Secciones laminadas o soldadas "H" o "I", con patines de ancho no menor que 2/3 del peralte, y tés estructurales obtenidas de ellas o formadas por dos placas

soldadas, conectadas por los patines, con tres o más conectores en cada línea en la dirección de la fuerza:  $U = 0.90$ .

- b) Secciones laminadas o soldadas "H" o "I" que no cumplan las condiciones del párrafo anterior, tés estructurales obtenidas de ellas o formadas por dos placas soldadas, y todas las secciones restantes, incluidas las hechas con varias placas, con tres o más conectores en cada línea en la dirección de la fuerza:  $U = 0.85$ .
- c) Todos los miembros que tengan sólo dos sujetadores en la dirección de la fuerza:  $U = 0.75$ .

No se tiene información suficiente para proponer un valor de  $U$  cuando todas las líneas tienen un solo tornillo o remache, pero es probablemente conservador tomar  $A_e$  igual al área neta del elemento conectado (ref. 1.3).

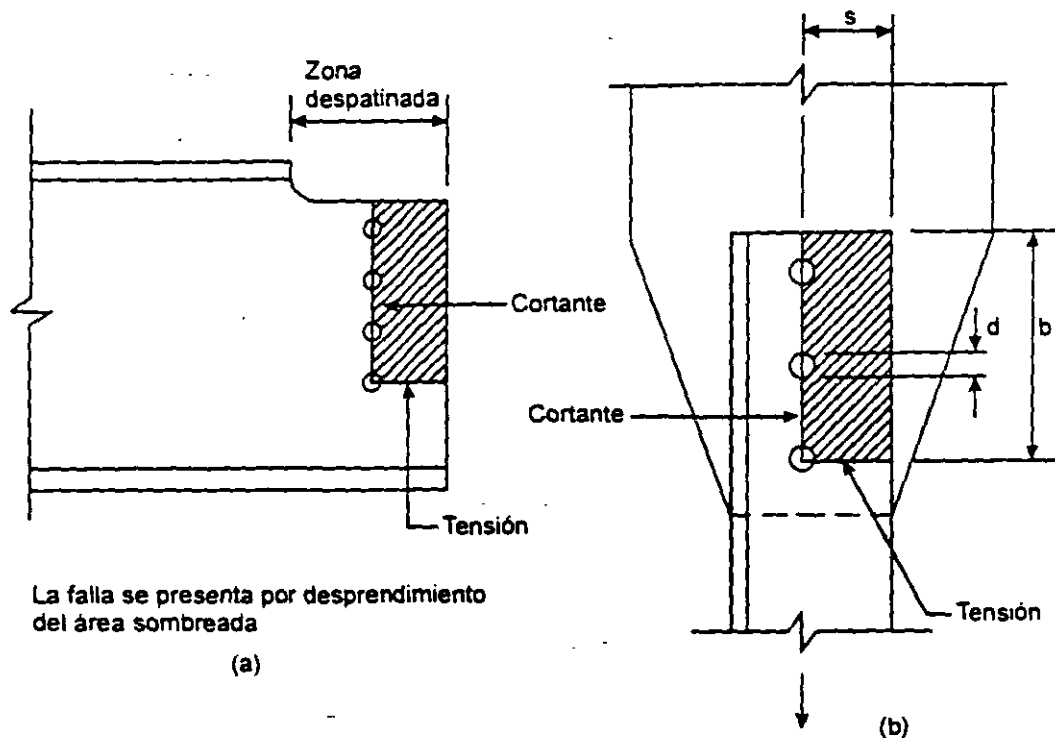
### 1.9 RESISTENCIA A LA RUPTURA POR CORTANTE Y TENSIÓN COMBINADAS ("*Block shear rupture strength*").

Esta posible forma de falla debe revisarse cuando se diseñan conexiones de miembros en tensión, placas de nudo de armaduras que reciben diagonales o montantes en tensión, y otros elementos estructurales en los que puede presentarse este estado límite.

El fenómeno se identificó por primera vez a mediados de la década de los 70, al estudiar experimentalmente el comportamiento de vigas despatinadas, conectadas, para transmitir fuerza cortante, por medio de tornillos y ángulos adosados al alma (ref. 1.10); en la Fig. 1.16a se muestra el extremo de una viga de ese tipo. La resistencia de la conexión proviene de una combinación de la capacidad para resistir tensión en un plano y cortante en otro, perpendicular al primero.

El modo de falla mencionado se ha vuelto más crítico desde 1978, pues en sus especificaciones de ese año el AISC incrementó considerablemente los valores permisibles de los esfuerzos de aplastamiento entre tornillos y placas, con lo que disminuye el número de tornillos y la longitud del alma a través de la que se transmite la fuerza cortante, a menos que se aumente la distancia entre centros de tornillos.

El problema no se limita a las vigas mencionadas arriba; el ángulo en tensión de la Fig. 1.16b, por ejemplo, o la placa a la que está conectado, también pueden fallar por cortante y tensión combinadas, lo mismo que cualquier miembro en tensión de una armadura y el elemento al que esté unido, sea una de las cuerdas o una placa de nudo.



**Fig. 1.16 Superficies de ruptura por cortante y tensión combinadas.**

Al determinar la resistencia no debe suponerse que los dos planos se fracturan al mismo tiempo, uno en cortante y el otro en tensión, pues esto sucede sólo en casos excepcionales. Se obtiene un modelo analítico más conservador, y que concuerda de manera muy aceptable con resultados experimentales, sumando la resistencia al flujo en un plano con la de ruptura en el otro (refs. 1.3, 1.11 y 1.12); se calculan dos resistencias, una igual a la suma de las resistencias a la ruptura en el área neta en tensión y al flujo plástico por cortante en el área total del plano o planos en cortante, y la otra sumando las resistencias a la ruptura en el área o áreas netas en cortante y al flujo plástico en el área total en tensión.

La resistencia de diseño a la ruptura por cortante y tensión combinadas, se determina con las expresiones (ref. 1.3):

- a) Cuando  $F_u A_{nt} \geq 0.6 F_u A_{nc}$ :

$$F_R (0.6 F_y A_{Tc} + F_u A_{nt}) \quad (1.5)$$

- b) Cuando  $0.6 F_u A_{nc} > F_u A_{nt}$ :

$$F_R (0.6 F_u A_{nc} + F_y A_{Tt}) \quad (1.6)$$

$$F_R = 0.75$$

$A_{Tc}$  = Área total que trabaja en cortante =  $bt$  (Fig. 1.16b).

$A_{Tt}$  = Área total que trabaja en tensión =  $st$  (Fig. 1.16b).

$A_{nc}$  = Área neta en cortante.

$A_{nt}$  = Área neta en tensión.

$0.6F_y$  es el esfuerzo de flujo en cortante; proviene de la teoría de Henky-Von Mises:  $\tau_y = F_y / \sqrt{3} = 0.58F_y \approx 0.6F_y$ . Se supone, además, que el esfuerzo de ruptura en cortante es aproximadamente igual a  $0.60F_u$ .

El estado límite de ruptura por cortante y tensión combinadas debe revisarse también en la periferia de las uniones soldadas; la resistencia se determina utilizando  $F_R = 0.75$  y las áreas de los planos de fractura y flujo plástico.

Las expresiones 1.5 y 1.6 satisfacen la filosofía del diseño de miembros en tensión, en el que se emplea la sección total para revisar el estado límite de flujo plástico y la neta para el estado límite de fractura.

$b$  y  $s$  son las longitudes que trabajan en cortante y tensión, respectivamente (Fig. 1.16b) y  $t$  es el grueso de la placa. Para calcular las áreas netas de la Fig. 1.16b deben descontarse 2.5 agujeros en la longitud de cortante y 0.5 en la de tensión. De acuerdo con la sección 1.8.1, se utiliza el diámetro nominal más 1.5 mm.

La expresión que controla el diseño es la que proporciona la resistencia más elevada como se ve estudiando los dos casos extremos de la Fig. 1.17. En el caso (a) la fuerza  $P$  es resistida principalmente por cortante; debe considerarse la resistencia a la fractura en los planos de corte, por lo que se utiliza la expresión 1.6. En el caso (b), en cambio, la falla se presenta cuando se fractura el área en tensión, condición descrita por 1.5; si se emplease 1.6, que correspondería a fractura por cortante en el área pequeña y flujo plástico por tensión en la grande, se obtendría un valor menor de la resistencia, y algo semejante sucedería si se aplicase la expresión 1.5 al primer caso.

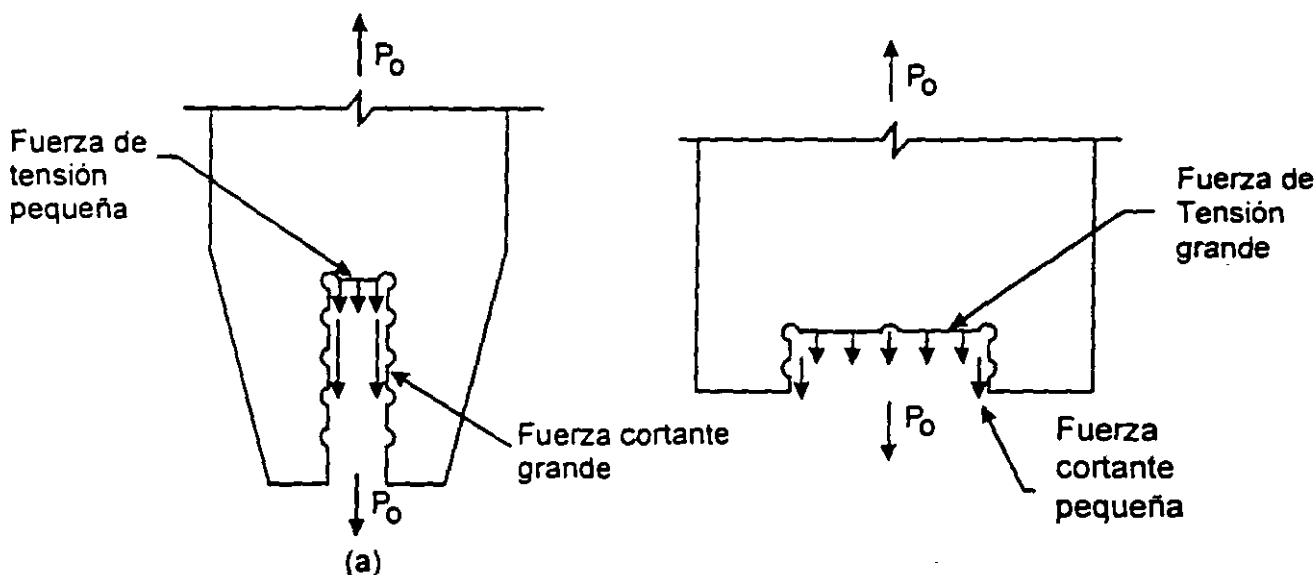


Fig. 1.17 Resistencia a la ruptura.



De hecho, cuando el área de cortante de la Fig. 1.17b tiende a cero, la ec. 1.6 proporciona una resistencia basada únicamente en el flujo plástico del área total en tensión. Sin embargo, la falla por cortante y tensión combinadas es un fenómeno de fractura, no un estado límite de flujo plástico, por lo que en cada caso debe emplearse la fórmula que tiene el término más grande correspondiente a la fractura.

**EJEMPLO 1.4** Determine la resistencia de diseño en tensión del ángulo de la Fig. E1.4-1. Los esfuerzos de fluencia y de ruptura en tensión del acero son  $2530$  y  $4100 \text{ Kg/cm}^2$ , respectivamente. El ángulo es de  $15.2 \text{ cm} \times 10.2 \text{ cm} \times 0.95 \text{ cm}$  ( $6'' \times 4'' \times 3/8''$ ), y los tornillos tienen un diámetro de  $2.22 \text{ cm}$  ( $7/8''$ ). Los agujeros son punzonados.

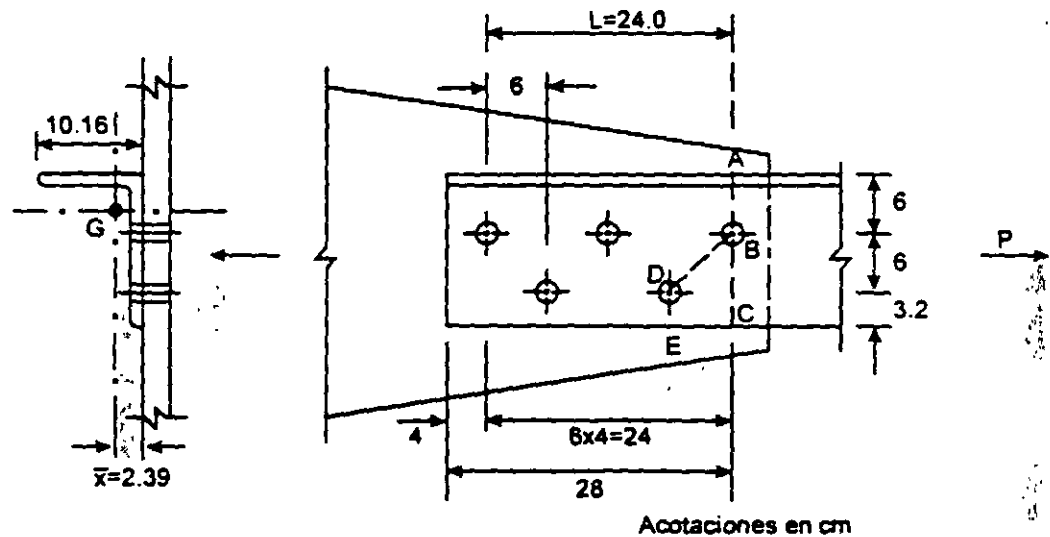


Fig. E.1.4-1 Ángulo en tensión del ejemplo 1.4.

$$\text{Área total: } A_t = 23.29 \text{ cm}^2$$

$$\text{Cálculo del área neta efectiva: } A_e = UA_n$$

Ec. 1.4

$$\text{De la ec. 1.3: } U = 1 - \bar{x}/L = 1 - 2.39/24.0 = 0.90$$

En la ref. 1.1 se indica que  $U$  es igual a  $0.85$ , y en la ref. 1.18 se proporciona la ec. 1.4 para mejorar su valor. De acuerdo con el Comentario de la ref. 1.3, puede tomarse  $U = 0.85$  en vez de calcularlo con la ec. 1.4.

$$\text{Ancho de los agujeros} = 2.22 + 0.15 \times 2 = 2.52 \text{ cm}$$

El diámetro del agujero necesario para colocar un tornillo de  $2.22 \text{ cm}$  es  $2.22 + 0.15$ ; para calcular el área neta, ese diámetro se aumenta en  $0.15 \text{ cm}$  adicionales.

$$\begin{aligned} \text{Trayectoria ABC: Ancho neto} &= (15.24 + 10.16 - 0.95) - 2.52 = 24.45 - 2.52 \\ &= 21.93 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{Trayectoria ABDE: Ancho neto} = 24.45 - 2.52 \times 2 + 6.0^2 / (4 \times 6.0) = 20.91 \text{ cm}$$

$$\text{La trayectoria crítica es la ABDE. Área neta: } A_n = 20.91 \times 0.95 = 19.86 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área neta efectiva: } A_e = 0.90 \times 19.86 = 17.87 \text{ cm}^2 \quad \text{Ec. 1.4}$$

### Resistencia de diseño

Estado límite de flujo plástico en la sección total:

$$R_t = 0.9 \times 23.29 \times 2.53 = 53.03 \text{ ton} \quad \text{Ec. 1.1}$$

Estado límite de fractura en la sección neta:

$$R_f = 0.75 \times 17.87 \times 4.10 = 54.95 \text{ ton} \quad \text{Ec. 1.2}$$

### Cortante y tensión combinados

Haciendo la suposición usual de que la tensión se reparte de manera uniforme entre todos los tornillos, cada uno transmite 1/5 de la fuerza total.

Deben revisarse los tres casos que se muestran en la Fig. E1.4-2.

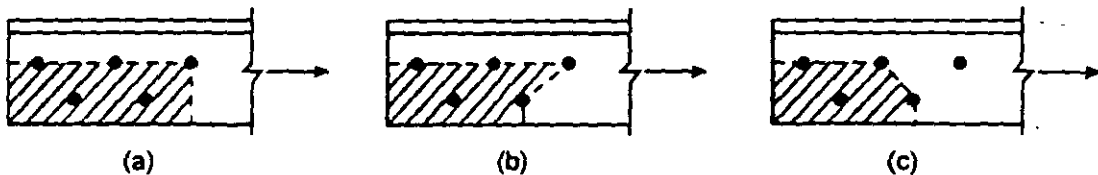


Fig. E.1.4-2 Revisión por cortante y tensión combinados.

En el caso c) la fuerza que puede ocasionar la falla es 4/5 de la total.

Caso a.  $A_n = (6.0 + 3.2 - 0.5 \times 2.52) 0.95 = 7.54 \text{ cm}^2$ . Este caso no es crítico, pues el área neta en tensión es mayor que en el caso b, y las áreas restantes son iguales.

$$\text{Caso b. } A_n = (6.0 + 3.2 - 1.5 \times 2.52 + 6.0^2 / (4 \times 6.0)) 0.95 = 6.57 \text{ cm}^2$$

$$A_{nc} = (28.0 - 2.5 \times 2.52) 0.95 = 20.62 \text{ cm}^2$$

$$A_{Tt} = (6.0 + 3.2 + 6.0^2 / (4 \times 6.0)) 0.95 = 10.17 \text{ cm}^2$$

$$A_{Tc} = 28.0 \times 0.95 = 26.60 \text{ cm}^2$$

$$F_u A_n = 4.1 \times 6.57 = 26.94 \text{ Ton} < 0.6 F_u A_{nc} = 0.6 \times 4.1 \times 20.62 = 50.73 \text{ Ton}$$

Se aplica la ec. 1.6.

$$F_R (0.6 F_u A_{nc} + F_y A_{Tt}) = 0.75 (0.6 \times 4.1 \times 20.62 + 2.53 \times 10.17) = 57.34 \text{ Ton}$$

Caso c.  $A_m = 6.57 \text{ cm}^2$

$$A_{nc} = (16.0 - 1.5 \times 2.52) 0.95 = 11.61 \text{ cm}^2$$

$$A_{T1} = 10.17 \text{ cm}^2$$

$$A_{Tc} = 16.0 \times 0.95 = 15.20 \text{ cm}^2$$

$$F_u A_m = 4.1 \times 6.57 = 26.94 \text{ cm}^2 < 0.6 F_u A_{nc} = 0.6 \times 4.1 \times 11.61 = 28.56 \text{ cm}^2$$

Rige la ec. 1.6.

$$F_R (0.6 F_u A_{nc} + F_y A_{T1}) = 0.75 (0.6 \times 4.1 \times 11.61 + 2.53 \times 10.17) = 40.72 \text{ Ton}$$

Para comparar esta resistencia con las de los casos a) y b) debe multiplicarse por 5/4:  $40.72 \times 5/4 = 50.90 \text{ Ton}$ .

La resistencia es  $R_s = 50.90 \text{ Ton}$ ; queda regida por el caso c) de falla por cortante y tensión combinadas. Cuando esto sucede en un problema real, puede incrementarse la resistencia aumentando la separación entre agujeros o la distancia al borde del primero.

**EJEMPLO 1.5** Escoja una sección "H", soldada únicamente en los patines, con cordones de soldadura longitudinales de 20 cm, que resista las fuerzas de tensión siguientes:

Por cargas muertas y vivas: 100 ton. Por sismo: 30 ton. Los esfuerzos de fluencia y de ruptura en tensión del acero,  $F_y$  y  $F_u$ , son  $2530 \text{ Kg/cm}^2$  y  $4100 \text{ Kg/cm}^2$ , respectivamente. El miembro en estudio forma parte de la estructura de un edificio de departamentos. Utilice los factores de carga de la ref. 1.19.

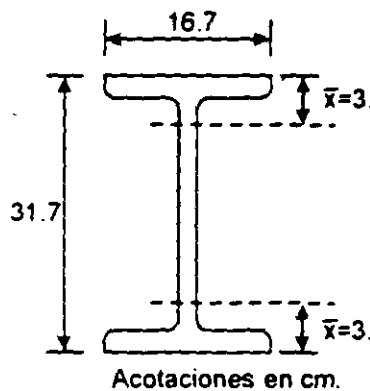


Fig. E.1.5-1 Elemento en tensión del ejemplo 1.5.

Acciones de diseño.  $P_{u1} = 1.4 \times 100 = 140.0 \text{ Ton}$

$$P_{u2} = 1.1(100 + 30) = 143.0 \text{ Ton}$$

Rige la combinación de cargas que incluye los efectos del sismo.

Se ensayará un perfil W12" x 35 lb/ft (30.5 cm x 52.1 Kg/m), tomado de la ref. 1.16, Vol. I, cuya sección transversal tiene un área total:

$$A_t = 66.5 \text{ cm}^2$$

Área neta efectiva. Como la sección es soldada,

$$A_e = UA_t$$

Para determinar  $\bar{x}$ , la sección se trata como dos tés (Fig. E1.5-1):

$$\bar{x} = 3.3 \text{ cm.}$$

De la ec. 1.3:  $U = 1 - \bar{x}/L = 1 - 3.3/20 = 0.84 < 0.9$

$$A_e = 0.84 \times 66.5 = 55.53 \text{ cm}^2$$

Resistencia de diseño. (Sec. 1.6)

Estado límite de flujo plástico en la sección total (Ec. 1.1):

$$R_t = 0.9 \times 66.5 \times 2.53 = 151.4 \text{ ton}$$

Estado límite de fractura en la sección neta (Ec. 1.2):

$$R_t = 0.75 \times 55.53 \times 4.10 = 170.8 \text{ ton}$$

La resistencia de diseño es la menor de las dos:

$$R_t = 151.4 \text{ ton}$$

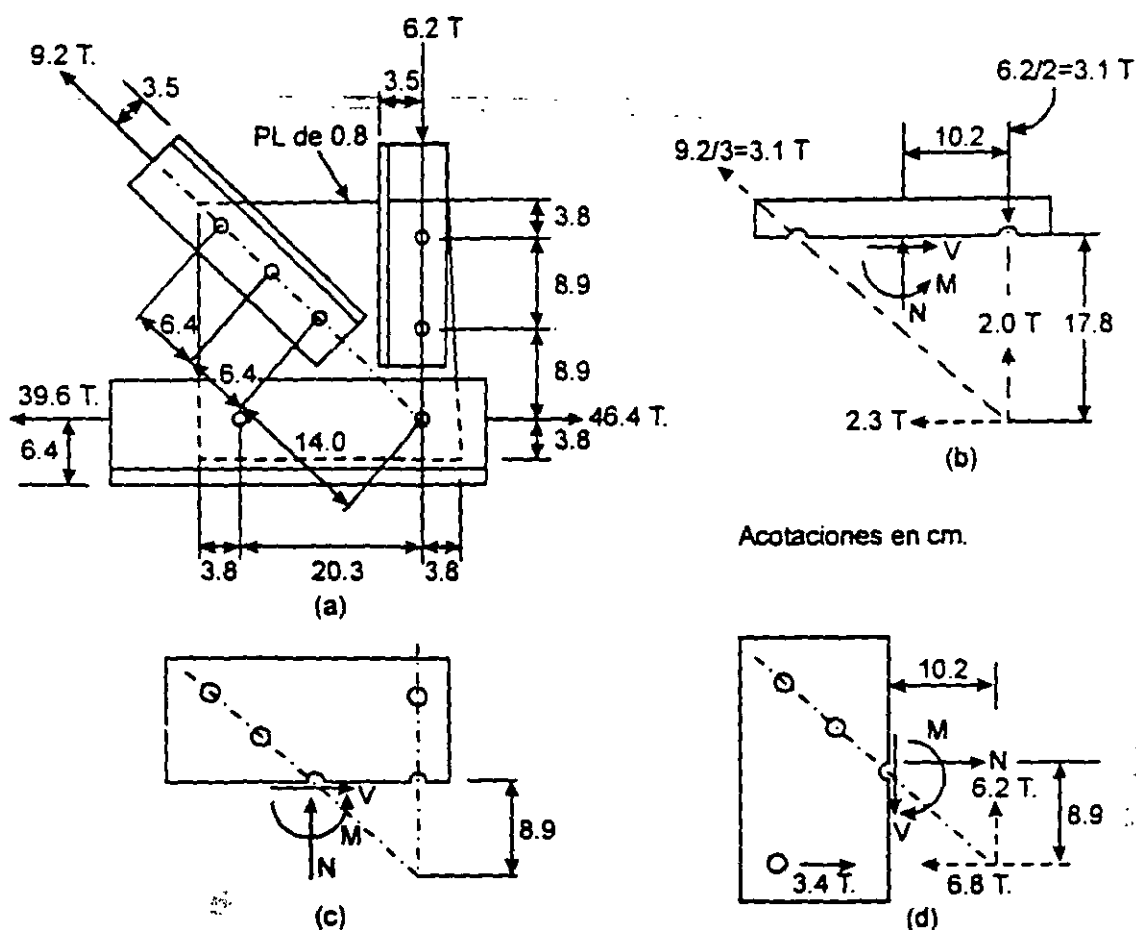
$R_t = 151.4 \text{ ton} > P_u = 143.0 \text{ ton}$  ∴ El perfil ensayado es correcto (Está sobrado en 5.9%).

Revisión de la esbeltez. Supóngase que el elemento en estudio tiene 6 m de longitud y que es un miembro principal.

$L/r_{\min} = 600/3.93 = 152.7 < 240$ . De acuerdo con la ref. 1.1, la esbeltez es correcta.

## 1.10 PLACAS DE NUDO.

Las placas de nudo se emplean para conectar entre sí elementos estructurales que trabajan principalmente en tensión o compresión axial, como en los nudos de armaduras, remachadas, atomilladas o soldadas, cuando las dimensiones de los miembros impiden las uniones directas entre ellos, o en conexiones entre vigas, columnas y diagonales en edificios provistos de contraventeo vertical (Figs. 1.18 y 1.19).



**Fig. 1.18 Placa de nudo: secciones críticas.**

Las dimensiones laterales de las placas son las necesarias para que puedan colocarse los tornillos o soldaduras que les transmiten las fuerzas de las barras, cumpliendo requisitos de separaciones entre agujeros, distancia al borde, holguras para colocar tornillos o soldaduras; en general, sólo el grueso se basa en consideraciones de resistencia. En armaduras ordinarias suele fijarse por experiencia; conviene que no sea menor que el de la placa conectada de mayor espesor.

Se cuenta con relativamente pocos estudios, analíticos o experimentales, sobre el comportamiento de las placas de nudo. El método de diseño empírico tradicional, que sigue empleándose en la actualidad, se basa en calcular los esfuerzos en todas las secciones de la placa que puedan ser críticas, sometidas a fuerzas normales y cortantes y a momentos flexionantes, utilizando la teoría ordinaria de la flexión de vigas, y en compararlos con esfuerzos permisibles (ref. 1.5 y Fig. 1.18); los resultados son de valor cuestionable, pues las placas de nudo no cumplen las condiciones necesarias para que esa teoría sea aplicable. Se obtienen soluciones que parecen ser conservadoras, pues no se ha reportado ninguna falla de placas diseñadas con este método; sin embargo, el factor de seguridad respecto a la ruptura es variable y desconocido.

Algunos estudios experimentales y numéricos recientes han permitido desarrollar un método semiempírico que se adapta mejor a la filosofía de diseño por estados límite (refs. 1.12, 1.13, 1.14); es aplicable, sobre todo, a placas de nudo que reciben piezas en tensión, atornilladas o soldadas; se tiene poca información cuando la fuerza es compresión.

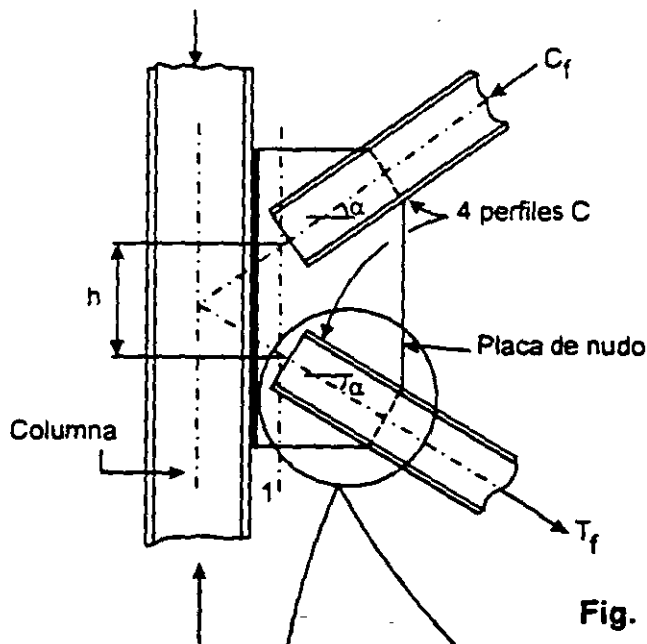


Fig. 1.19 Placa de nudo.

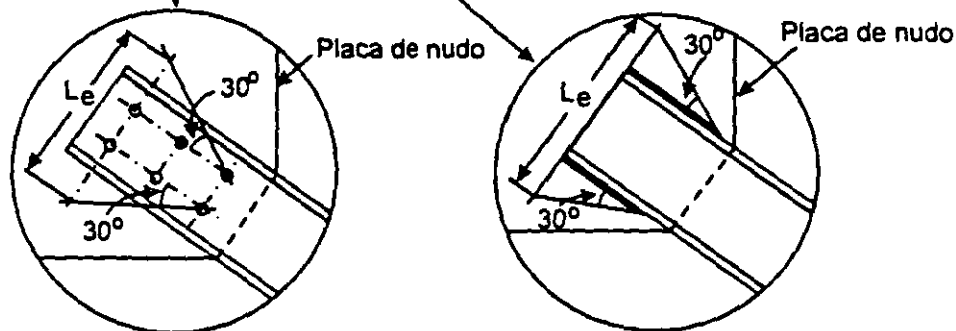


Fig. 1.20 Ancho efectivo,  $L_e$ ; hipótesis de Whitmore.

El grueso de la placa de nudo se determina efectuando tres verificaciones:

- Aplastamiento de la placa contra los tornillos.
- Esfuerzos máximos en la sección de Whitmore.
- Falla por cortante y tensión combinadas.

Si la fuerza que se aplica a la placa es compresión, debe revisarse además la posible falla por pandeo.

En los cálculos se admite que las fuerzas se distribuyen de manera uniforme entre todos los tornillos o remaches que conectan a cada barra con la placa.

Para verificar los esfuerzos en la placa, en el extremo de una barra en tensión, se utiliza la hipótesis de Whitmore (ref. 1.15), según la cual los esfuerzos normales máximos en la placa de nudo se obtienen suponiendo que la fuerza en la pieza unida con ella se distribuye uniformemente en una superficie igual al producto del grueso de la placa,  $t$ , por un ancho efectivo,  $L_e$ , perpendicular al eje de la pieza, que se obtiene trazando dos rectas inclinadas  $30^\circ$  respecto a ese eje, que se inician en los agujeros extremos de la primera hilera de tornillos, o en los extremos de los cordones de soldadura, y terminan al cortar una normal al eje, que pase por el centro de los tornillos de la última hilera o por el extremo de la barra, si es soldada, suponiendo, como es usual, que los cordones llegan hasta él (Fig. 1.20).

La falla por cortante y tensión combinadas se estudia en la sección 1.9.

**EJEMPLO 1.6.** En la Fig. E1.6-1 se muestra una barra en tensión formada por dos ángulos de  $10.2 \times 10.2 \times 1.27$  cm ( $4'' \times 4'' \times \frac{1}{2}''$ ) conectada, mediante soldadura, a una placa. Obtenga la resistencia de diseño en tensión de la barra y determine el espesor mínimo de la placa necesario para transmitir esa fuerza; revise la posible falla por cortante y tensión combinadas y la tensión en la sección de Whitmore.  $F_y = 3515$  kg/cm<sup>2</sup>,  $F_u = 4900$  kg/cm<sup>2</sup>, para los ángulos, y 2530 y 4100 kg/cm<sup>2</sup>, para la placa.

$$\text{Area total: } A_t = 2 \times 24.19 = 48.38 \text{ cm}^2$$

Area neta efectiva:

$$\text{Ec. 1.3: } U = 1 - s, L = 1 - 2.99/11.2 = 0.73$$

Se ha tomado como  $L$  el promedio de las longitudes de los dos cordones longitudinales de soldadura.

$$A_e = UA_t = 0.73 \times 48.38 = 35.3 \text{ cm}^2$$

Resistencia de diseño de los ángulos.

Flujo plástico en la sección total:

$$R_t = 0.9 \times 48.38 \times 3.515 = 153.05 \text{ ton} \quad \text{Ec. 1.1}$$

Fractura en la sección neta:

$$R_t = 0.75 \times 35.3 \times 4.9 = 129.73 \text{ ton} \quad \text{Ec. 1.2}$$

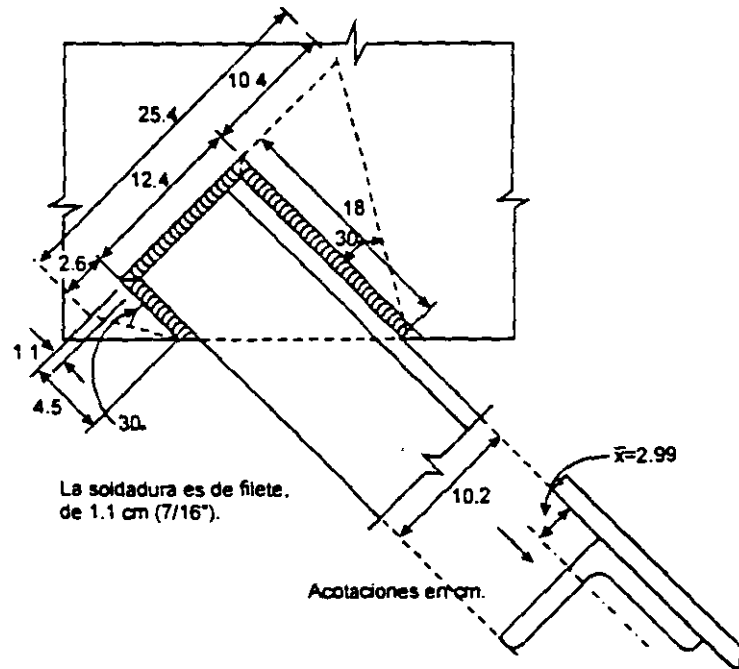


Fig. E.1.6-1 Barra en tensión del ejemplo 1.6.

La resistencia de diseño de los ángulos es  $R_d = 129.73$  ton; queda regida por fractura en la sección neta.

Cortante y tensión combinadas. Puede considerarse que el bloque de falla está limitado por el borde exterior de los cordones de soldadura. Se escogerá el grueso  $t$  de la placa de manera que la resistencia por cortante y tensión combinadas no sea menor de 129.73 ton.

$$F_u A_w = 4.1 \times 12.4t = 50.8t < 0.6F_u A_{nc} = 0.6 \times 4.1(18.0 + 4.5)t = 55.4t$$

$$\text{Ec. 1.6: } F_R (0.6F_u A_{nc} + F_y A_{T1}) = 0.75(0.6 \times 4.1(18.0 + 4.5)t + 2.53 \times 12.4t) = 65.04t$$

El valor mínimo de  $t$  necesario para que la placa no falle por cortante y tensión combinadas se obtiene de la igualdad  $129.73 = 65.04t \therefore t = 1.99$  cm. Se utilizaría una placa de 2.22 cm (7/8").

Tensión en la sección de Whitmore. La resistencia en la sección de Whitmore, igual al producto de su área por el esfuerzo de fluencia de la placa, no debe ser menor que la resistencia de diseño de los ángulos.

$$0.9 \times 2.53 \times 25.4t = 129.73 \therefore t = 2.24 \text{ cm}$$

Este grueso es mayor que el requerido por cortante y tensión combinadas, de manera que el diseño de la placa queda regido por flujo plástico en la sección de



*Whitmore. Sin embargo, sigue siendo aceptable la placa de 2.22 cm de grueso escogida arriba.*

### 1.11 RESISTENCIA DE DISEÑO DE ELEMENTOS DE CONEXIÓN.

En la ref. 1.3 se dan recomendaciones para el diseño de elementos de conexión del tipo de placas, placas de nudo, ángulos, ménsulas, y zonas comunes a viga y columna en uniones de marcos rígidos.

- a) Conexiones excéntricas. Los ejes de gravedad de los miembros cargados axialmente deben intersectarse en un punto; de no ser así, en el diseño han de incluirse los efectos de los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes debidas a la excentricidad.
- b) Resistencia de diseño de elementos de conexión en tensión. La resistencia de diseño,  $R_t = F_R R_n$ , de elementos de conexión soldados, remachados o atornillados, sometidos a cargas estáticas de tensión (placas de conexión y de nudo, por ejemplo), es igual al más pequeño de los valores correspondientes a los estados límite de flujo plástico, ruptura y ruptura por cortante y tensión combinados.

1. Flujo plástico en tensión del elemento de conexión:

$$\begin{aligned} F_R &= 0.9 \\ R_n &= A_t F_y \end{aligned} \quad (1.7)$$

En el diseño de placas de nudo,  $A_t$  se toma igual al área de la sección de Whitmore. Este aspecto se ilustra en el ejemplo 1.6.

2. Ruptura en tensión del elemento de conexión.

$$\begin{aligned} F_R &= 0.75 \\ R_n &= A_n F_u \end{aligned} \quad (1.8)$$

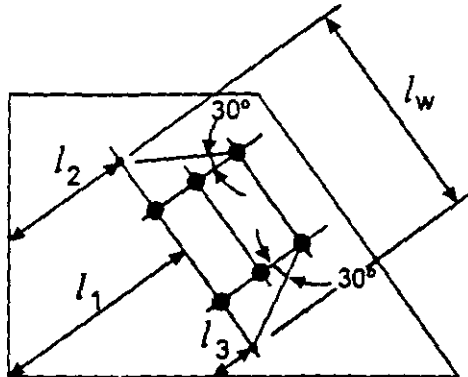
El valor máximo del área neta  $A_n$  que se utiliza en diseño es  $0.85A_t$ . Se reconoce así la capacidad limitada de deformación inelástica del elemento, y se proporciona una reserva de resistencia.

3. Ruptura del elemento de conexión en cortante y tensión combinadas: véase la sec. 1.9.

- c) Otros elementos de conexión. En todos los elementos de conexión restantes se evaluará la resistencia de diseño,  $F_R R_n$ , correspondiente al estado límite aplicable, para asegurarse de que es igual o mayor que la resistencia requerida;  $R_n$  es la resistencia nominal que corresponde a la geometría y tipo de carga del elemento de conexión. Para flujo plástico por cortante,

$$\begin{aligned} F_R &= 0.9 \\ R_n &= 0.60A_v F_y \end{aligned} \quad (1.9)$$

Si el elemento está en compresión debe estudiarse el estado límite correspondiente, lo que puede hacerse, de manera aproximada, como se indica en las refs. 1.14 y 1.17. El esfuerzo crítico de pandeo de la placa de nudo es el de una faja de placa de ancho unitario y longitud igual al promedio de  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$  (Fig. 1.21), que se pandea en el plano perpendicular a la placa, y la resistencia se encuentra multiplicando ese esfuerzo por el área de la sección de Whitmore. Se recomienda que en el cálculo del esfuerzo crítico se tome un factor de longitud efectiva  $k$  comprendido entre 0.5 y 0.65.



**Fig. 1.21 Dimensiones para determinar la resistencia al pandeo de una placa de nudo.**

### 1.12 ÁNGULOS AISLADOS EN TENSIÓN.

El AISC (ref. 1.20 y 1.21) ha publicado recomendaciones para miembros formados por un solo ángulo laminado, de alas iguales o desiguales, sometidos a solicitaciones de diversos tipos; su objeto es refinar el diseño de los ángulos sencillos, suprimiendo algunas simplificaciones y aproximaciones conservadoras incluidas en las especificaciones generales (refs. 1.2 y 1.3). Cuando hay diferencias entre ellos, los requisitos de las refs. 1.20 y 1.21 sustituyen a los de las refs. 1.2 y 1.3; éstos se conservan en todos los casos restantes.

En el diseño de ángulos en tensión se conservan, en general, las recomendaciones de las refs. 1.2 y 1.3, y se aclaran algunos aspectos relativos al cálculo de las áreas netas, como sigue:

Cuando la carga se transmite por medio de soldaduras longitudinales, o longitudinales y transversales, colocadas en una sola ala del ángulo, el área neta es:

$$\text{Ref. 1.20: } A_n = 0.85A_g$$

$$\text{Ref. 1.21: } A_n = UA_g$$

Donde:

$$A_g = \text{área total del ángulo.}$$

$$U = 1 - x/L \leq 0.9$$

Esta es la ec. 1.3.

$x$  = excentricidad de la conexión (ver sec. 1.8.2).

$L$  = longitud de la conexión en la dirección de la carga.

Cuando la transmisión se hace con soldaduras transversales colocadas en una sola ala:

Ref. 1.20:  $A_c$  es el área del ala conectada.

Ref. 1.21:  $A_c$  es el área del ala conectada y  $U = 1.0$ .

### 1.13 ELEMENTOS DE LÁMINA DELGADA.

Las diferencias entre el diseño de miembros de paredes relativamente gruesas y los de lámina delgada doblados en frío se deben, principalmente, a que éstos se pandean localmente bajo solicitaciones reducidas, y tienen una resistencia posterior al pandeo importante, que se utiliza en el diseño.

Como en elementos en tensión pura no se presenta ninguna forma de pandeo, los métodos de diseño son semejantes. Sin embargo, conviene consultar las refs. 1.22 y 1.23 cuando la barra en tensión es de lámina delgada.

### 1.14 REFERENCIAS.

- 1.1 "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, México, D.F., diciembre de 1987.
- 1.2 "Specification for Structural Steel Buildings-Allowable Stress Design and Plastic Design" (incluye comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, IL., junio de 1989.
- 1.3 "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings" (incluye comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago IL., diciembre de 1993.
- 1.4 "Limit States Design of Steel Structures" (incluye comentario), CAN/CSA-S16.1-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario, Canadá, diciembre de 1994.
- 1.5 Gaylord, E.H., Jr., C.N. Gaylord y J.E. Stallmeyer, "Design of Steel Structures", 3a. Ed., McGraw-Hill, Inc., Nueva York, 1992.
- 1.6 Munse, W.H., y E. Chesson, Jr., "Riveted and Bolted Joints: Net Section Design", J. Struct. Div., ASCE, febrero de 1963.
- 1.7 Chesson, E., y W.H. Munse, "Riveted and Bolted Joints: Truss-type Tensile Connections", J. Struct. Div., ASCE, febrero de 1963.

- 1.8 "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings" (incluye comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, IL., septiembre de 1986.
- 1.9 Easterling, W.S., y L. González G., "Shear Lag Effects in Steel Tension Members", Eng. J., Vol. 30, No. 3, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL., 3<sup>er</sup> cuarto de 1993.
- 1.10 Birkemoe, P.C., y M.I. Gilmore, "Behavior of Bearing Critical Double-angle Beam Connections", Eng. J., Vol. 15, No. 4, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL., 4<sup>to</sup> cuarto de 1978.
- 1.11 Ricles, J.H., y J.A. Yura, "Strength of Double-row Bolted Web Connections", J. Struct. Div., Vol. 109, No. ST1, ASCE, Nueva York, enero de 1983.
- 1.12 Hardash, S.G., y R. Bjorhovde, "New Design Criteria for Gusset Plates in Tension", Eng. J., Vol. 22, No. 2, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL., 2<sup>o</sup> cuarto de 1985.
- 1.13 Kulak, G.L., J.W. Fisher, y J.H.A. Struik, "Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints", 2<sup>a</sup> ed., John Wiley & Sons, Nueva York, 1987.
- 1.14 Gross, J.L., "Experimental Study of Gusseted Connections", Eng. J., Vol. 27, No. 3, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL., 3<sup>er</sup> cuarto de 1990.
- 1.15 Whitmore, R.E., "Experimental Investigation of Stresses in Gusset Plates", University of Tennessee, Eng. Exp. Station, Boletín 16, 1952.
- 1.16 "Manual of Steel Construction", American Institute of Steel Construction, Chicago, IL., 1984.
- 1.17 "Engineering for Steel Construction", American Institute of Steel Construction, Chicago, IL., 1984.
- 1.18 De Buen, O., "Comentarios, ayudas de diseño y ejemplos de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, No. ES-3, Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., México, D.F., julio de 1993.
- 1.19 "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, México, D.F., agosto de 1993.
- 1.20 "Specifications for Allowable Stress Design of Simple-angle Members" (incluye comentario), Manual of Steel Construction "Allowable Stress Design", 9<sup>a</sup> ed., AISC, Chicago, IL., 1989.

- 1.21 "Specifications for Load and Resistance Factor Design of Single-angle Members" (incluye comentario), AISC, Chicago, IL., diciembre de 1993 (está incluida en la ref. 1.16).
- 1.22 "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Elements", edición de 1986 (con suplemento de 1989), American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., enero de 1991.
- 1.23 "Load and Resistance Factor Design Specifications for Cold-Formed Steel Structural Members", edición de 1991, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., marzo de 1991.

Fundación ICA es una Asociación Civil constituida conforme a las leyes mexicanas el 26 de octubre de 1986, como se hace constar en la escritura pública número 21,127 pasada ante la fe del Lic. Eduardo Flores Castro Altamirano, Notario Público número 33 del Distrito Federal, inscrita en el Registro Público de la Propiedad en la sección de Personas Morales Civiles bajo folio 12,847. A fin de adecuar a las disposiciones legales vigentes los estatutos sociales, estos fueron modificados el 17 de octubre de 1994, como se hace constar en la escritura pública número 52,025 pasada ante la fe del Lic. Jorge A. Dominguez Martinez, Notario Público número 140 del Distrito Federal.

Fundación ICA es una institución científica y tecnológica inscrita en el Registro Nacional de Instituciones Científicas y Tecnológicas del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, con el número 97/213 del 20 de junio de 1997.

**Consejo Directivo de Fundación ICA.**

**Presidente.**

**Ing. Bernardo Quintana.**

**Vicepresidentes.**

**Dr. José Sarukhán Kérmez**

**Dr. Guillermo Soberón Acevedo**

**Ing. Guillermo Guerrero Villalobos**

**Ing. Raúl López Roldán**

**Director Ejecutivo.**

**Ing. Fernando O. Luna Rojas**

**Cuerpos Colegiados de los Programas Operativos.**

**Comité de Becas.**

**Ing. José Manuel Covarrubias Solís**

**Dr. Francisco Yeomans Reyna**

**Ing. Miguel Angel Parra Mena**

**Comité de Premios.**

**Dr. Luis Esteva Maraboto**

**M.I. Mario Ignacio Gómez Mejía**

**Ing. Gregorio Farias Longoria**

**Comité de Publicaciones.**

**Ing. José Iber Rojas Martínez**

**Dr. Oscar González Cuevas**

**Dr. Horacio Ramírez de Alba**

**M.I. Gabriel Moreno Pecero**

**Ing. Santiago Martínez Hernández**

**Comité de Investigación.**

**Dr. José Luis Fernández Zayas**

**Dr. Bonifacio Peña Pardo**

**Dr. Ramón Padilla Mora**

**Dr. Roberto Meli Piralla**

**Décima Mesa Directiva de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural**

**Presidente**

**Ing. Oscar de la Torre Rangel**

**Vicepresidente**

**Ing. Alfredo López Gutiérrez**

**Vicepresidente Técnico**

**Dr. Eduardo Miranda Mijares**

**Secretario**

**Dr. Emilio Sordo Zabay**

**Tesorero**

**Ing. Pablo Cortina Ortega**

**Vocales**

**C.E. Jaime Antoniano y Mateos**

**M. en I. Francisco J. Ribé Martínez de Velasco**

**Dr. Rodolfo E. Valles Mattox**

**Ing. Dario Vasconcelos Martínez**

**Secretario Ejecutivo**

**Ing. Héctor Soto Rodríguez**





FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



000

...: Ingeniería de Civil —

# CURSOS ABIERTOS

## DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS

APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA  
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
CA 110

TEMA

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
MIEMBROS EN COMPRESIÓN ( LA COLUMNA  
AISLADA )

**EXPOSITOR: M. en I. ISMAEL VÁZQUEZ MARTÍNEZ**  
**DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005**  
**PALACIO DE MINERÍA**

**CAPITULO 2. MIEMBROS EN COMPRESION (LA COLUMNA AISLADA)**

2.1	Introducción . . . . .	5
2.2	Uso de miembros en compresión . . . . .	7
2.3	Elementos que se emplean para trabajar en compresión . . . . .	8
2.4	Comportamiento de barras comprimidas . . . . .	10
2.4.1	Comportamiento de columnas de diferentes longitudes que fallan por pandeo por flexión . . . . .	10
2.5	Pandeo elástico . . . . .	14
2.5.1	Caso general . . . . .	14
2.5.2	Secciones con un eje de simetría . . . . .	16
2.5.3	Secciones con dos ejes de simetría . . . . .	20
2.6	Pandeo por flexión . . . . .	23
2.6.1	Pandeo elástico . . . . .	23
2.6.1.1	Determinación de la carga crítica . . . . .	26
2.6.1.2	Esfuerzo crítico . . . . .	28
2.6.1.3	Longitud efectiva . . . . .	28
2.6.2	Pandeo inelástico . . . . .	31
2.6.2.1	Teoría del módulo tangente . . . . .	33
2.6.2.2	Teoría del módulo reducido . . . . .	34
2.6.2.3	La contribución de Shanley . . . . .	36
2.6.3	Esfuerzos residuales . . . . .	36
2.6.3.1	Influencia de los esfuerzos residuales en la resistencia de las columnas de acero estructural . . . . .	40
2.6.3.2	Esfuerzo crítico de columnas con esfuerzos residuales . . . . .	41
2.6.4	Curvas múltiples. . . . .	47
2.6.5	Resistencia de diseño . . . . .	49
2.6.6	Pandeo en el intervalo de endurecimiento por deformación . . . . .	54
2.6.7	Fórmulas para diseño . . . . .	57

2.6.7.1	Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas . . . . .	57
2.6.7.2	Especificaciones AISC para diseño por factores de carga y resistencia . . . . .	58
2.6.7.3	Especificaciones AISC para diseño por esfuerzos permisibles . . . . .	59
2.6.7.4	Normas Canadienses . . . . .	60
2.6.7.5	Tablas de esfuerzos de diseño . . . . .	61
2.7	Pandeo por flexotorsión. . . . .	78
2.7.1	Resistencia de diseño . . . . .	78
2.7.1.1	Especificaciones AISC para diseño por factores de carga y resistencia. . . . .	78
2.8	Diseño de columnas de paredes delgadas . . . . .	80
2.8.1	Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas . . . . .	81
2.8.1.1	Cálculo del coeficiente Q . . . . .	81
2.8.2	Especificaciones AISC . . . . .	84
2.8.3	Especificaciones AISI . . . . .	85
2.8.3.1	Diseño por factores de carga y resistencia . . . . .	85
2.9	Angulos aislados comprimidos . . . . .	88
2.10	Referencias . . . . .	98

## CAPÍTULO 2. MIEMBROS EN COMPRESIÓN (LA COLUMNA AISLADA)

### 2.1 INTRODUCCIÓN

Para los fines de este capítulo, una columna puede definirse como una pieza recta en la que actúa una fuerza axial que produce compresión pura.

Para que una barra de sección transversal constante trabaje en compresión pura, debe ser perfectamente recta, las fuerzas que obran sobre ella tienen que estar aplicadas en los centros de gravedad de las secciones extremas, y sus líneas de acción han de coincidir con el eje de la barra. En esas condiciones, mientras la carga es menor que la crítica, no hay flexión de ningún tipo.

Las secciones transversales de las columnas que se usan en estructuras suelen tener dos ejes de simetría; cuando es así, para que no haya flexión el material ha de ser homogéneo e isótropo y, si no lo es, por la existencia de esfuerzos residuales, éstos tienen que ser, también, simétricos respecto a los dos ejes.

Las columnas reales no están casi nunca aisladas, sino ligadas a otros elementos estructurales, de manera que su comportamiento depende, en gran parte, del de la estructura en conjunto; tampoco están sometidas a compresión pura, pues las condiciones anteriores no se cumplen, nunca, por completo. Sin embargo, un estudio de la columna aislada cargada axialmente constituye un antecedente necesario para resolver el problema, mucho más complejo, de la columna como parte de una estructura, por lo que en todos los códigos modernos la columna aislada es la base del diseño de las piezas comprimidas y flexocomprimidas. Además, si los momentos flexionantes son pequeños, se ignoran, y la pieza se dimensiona en compresión pura, como suele hacerse al diseñar los elementos comprimidos de las armaduras.

Para el ingeniero estructural, una columna es un miembro que transmite una fuerza de compresión de un punto a otro; las excentricidades en la aplicación de las cargas y los inevitables defectos geométricos, que deben estar dentro de límites admisibles, no se incluyen explícitamente en el dimensionamiento, sino se toman en cuenta con las fórmulas de diseño o con los factores de seguridad asociados a ellas.

En muchos problemas de diseño estructural, el equilibrio entre las fuerzas interiores y exteriores es estable para cualquier valor de las cargas, mientras no haya fracturas; pequeños incrementos en las solicitaciones no ocasionan aumentos desproporcionados de las deformaciones, los cálculos se basan en la forma y dimensiones iniciales, y es aplicable el principio de superposición de causas y efectos. El diseño consiste en dimensionar los miembros que componen la estructura de manera que la resistencia de sus secciones transversales no sea menor que las acciones factorizadas; si se utilizan métodos elásticos, los esfuerzos

máximos no sobrepasarán un cierto valor, generalmente un porcentaje del esfuerzo de fluencia.

No es este el caso cuando el elemento estructural es una columna esbelta; el diseño ya no se basa en el cálculo de esfuerzos, sino en la investigación de su estado de equilibrio, que puede llegar a ser inestable, para valores quizá reducidos de las cargas. La resistencia de una barra comprimida no depende de la magnitud de los esfuerzos, sino de las condiciones que originan el equilibrio inestable, caracterizado porque pequeños incrementos de las cargas producen aumentos muy grandes de las deformaciones. (El pandeo puede definirse como la pérdida repentina y total de rigidez de un elemento estructural, o de una estructura completa, que acompaña el paso del equilibrio estable al inestable; se caracteriza por la pérdida de resistencia y la aparición de fuertes deformaciones, de naturaleza diferente de las que existían antes de que se iniciase el fenómeno).

El estudio de las columnas se inició hace varios siglos. Los aspectos principales del cálculo de la resistencia de piezas comprimidas aisladas, que se pandean en el intervalo elástico, fueron resueltos por Euler, en 1744; sin embargo, a pesar de que su solución es correcta cuando las columnas fallan por pandeo, por flexión en un plano principal de inercia, bajo esfuerzos de compresión menores que el límite de proporcionalidad del material, sus resultados no fueron aceptados de inmediato, pues las columnas de aquella época, de madera o piedra, eran muy robustas, por lo que fallaban por aplastamiento, bajo cargas mucho menores que las predichas por la teoría.

La aparente discrepancia entre los resultados teóricos y los experimentales fue aclarada por Lamarle, en 1845, al establecer el límite de proporcionalidad como límite de aplicación de la fórmula de Euler.

Engesser, Considère y von Karman extendieron la teoría al intervalo inelástico, en trabajos realizados a fines del siglo XIX y principios del XX, y los últimos puntos dudosos fueron aclarados por Shanley, en 1947. En la actualidad, después de 250 años de estudio, el problema teórico de la columna aislada perfecta está resuelto en forma definitiva, pero quedan todavía muchos aspectos por resolver, relativos a columnas reales que forman parte de estructuras.

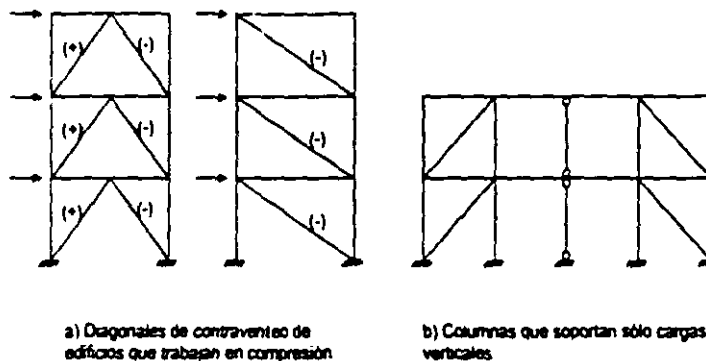
El empleo de aceros de altas resistencias y de otros materiales, como el aluminio, y la utilización de nuevas formas y sistemas constructivos, han hecho que las estructuras modernas sean, en general, esbeltas, por lo que los fenómenos de inestabilidad adquieren una enorme importancia que hace aumentar la trascendencia del problema del pandeo de columnas, que puede considerarse la base del estudio de todos los casos de inestabilidad.

## 2.2 USO DE MIEMBROS EN COMPRESIÓN

Las barras comprimidas axialmente no existen en las estructuras reales; sin embargo, se tratan como tales algunas piezas flexocomprimidas en las que la flexión es poco significativa.

Entre los elementos que suelen diseñarse como si trabajasen en compresión pura están las cuerdas, diagonales y montantes de armaduras, cuando no hay cargas exteriores aplicadas fuera de los nudos (Fig. 1.5); excepto en armaduras muy robustas, en las que puede ser significativa, se ignora la flexión producida por la continuidad en los nudos y por el peso propio de los elementos.

También se diseñan en compresión axial los puntales de contraventeo de techos y paredes de bodegas y estructuras industriales (Fig. 1.1) y, a veces, las diagonales de los contraventeos verticales de edificios (Fig. 2.1a), cuando se unen con el resto de la estructura de manera que la transmisión de momentos sea mínima.



**Fig. 2.1** Miembros en compresión.

Otros casos frecuentes son las plumas de gruas y las torres atirantadas para transmisión de energía eléctrica, que suelen hacerse con ángulos o tubos (Fig. 1.6); además de que, en conjunto, trabajan como columnas, muchos de los elementos que las forman son piezas comprimidas. También hay barras comprimidas en las torres de transmisión autosoportadas (Fig. 1.6).

Algunas columnas de edificios se diseñan para resistir sólo cargas verticales; tienen una rigidez mucho menor que la del resto, o están ligadas a la estructura con uniones que no transmiten momento; pueden considerarse en compresión axial (Fig. 2.1b).

Son comunes las columnas que, bajo carga vertical, trabajan en compresión pura, porque los momentos que les transmiten las vigas se equilibran entre sí; sin embargo, la flexión aparece tan pronto como actúan sobre el edificio fuerzas horizontales, de viento o sismo, por lo que esas columnas han de diseñarse, en general, como elementos flexocomprimidos.

### 2.3 ELEMENTOS QUE SE EMPLEAN PARA TRABAJAR EN COMPRESIÓN

La resistencia de una columna de material y condiciones de apoyo definidos depende del área de las secciones transversales y de la esbeltez, cociente de la longitud libre de pandeo entre el radio de giro correspondiente de la sección transversal. Son una excepción las columnas muy cortas, en las que la capacidad de carga es función, sólo, del área y de las propiedades del acero.

En las columnas largas debe alejarse el material de los ejes de flexión para obtener, con un área dada, un radio de giro grande; además, en general conviene que los momentos de inercia que corresponden a los dos posibles ejes de flexión sean iguales, o tengan valores cercanos, puesto que el pandeo se presenta en el plano de menor rigidez. Teniendo en cuenta estos aspectos, la sección transversal ideal sería la circular hueca (tubular), de paredes delgadas, recordando que si el grueso se reduce demasiado, puede volverse crítico el pandeo local de las paredes.

Las secciones tubulares tienen el inconveniente de que las conexiones son difíciles de realizar, por lo que su uso no era frecuente hasta hace pocos años; hasta la fecha, no suelen emplearse para columnas de edificios. Sin embargo, gracias a desarrollos recientes en los procedimientos de fabricación, cortes y soldaduras, y en los métodos de diseño, en la actualidad se utilizan cada vez más, tanto en estructuras especiales, como las plataformas marítimas para explotación petrolera, como en otras más comunes, torres de transmisión y armaduras para cubiertas, muchas veces tridimensionales, en las que se obtienen ventajas adicionales, estéticas, de poca resistencia al flujo del agua o el aire, y facilidad para pintarlas y mantenerlas limpias.

En la Fig. 2.2 se muestra la gran variedad de secciones que se utilizan como columnas; no todas tienen las características mencionadas arriba, pero tienen alguna otra que las hace adecuadas para usos específicos.

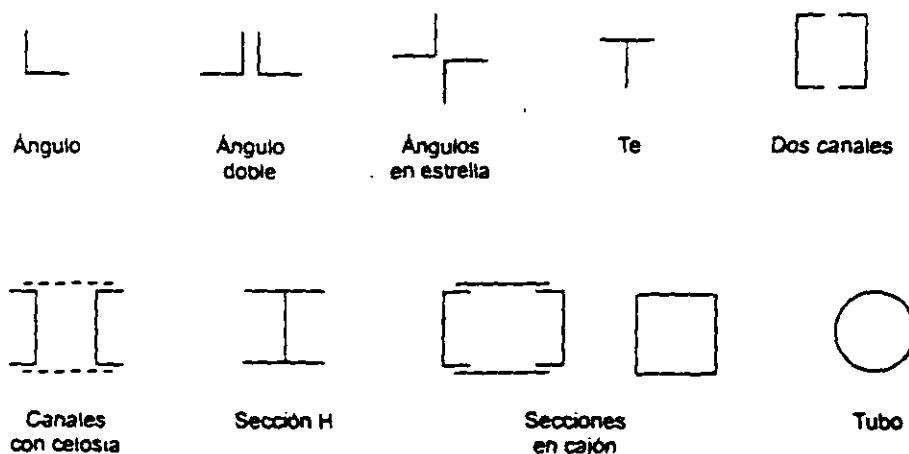


Fig. 2.2 Secciones transversales de miembros comprimidos.

Las secciones huecas, circulares, cuadradas o rectangulares, laminadas o hechas con placas soldadas, son muy eficientes, pero difíciles de conectar (Fig. 2.2a); las H, de patines de ancho semejante al peralte de la sección, para que el radio de giro mínimo no sea demasiado pequeño, son las que más se usan en columnas de edificios (Fig. 2.2b).

Los ángulos se emplean principalmente en armaduras y puntales: sencillos en diagonales o montantes con fuerzas pequeñas, espalda con espalda, o en cajón, para compresiones mayores y para cuerdas, en estrella para puntales de contraventeo en techos y paredes (Fig. 2.2c).

También se utilizan secciones T en cuerdas de armaduras (Fig. 2.2e), pues se facilita la unión de diagonales y montantes, soldándolos al alma, y una gran variedad de secciones compuestas, formadas por dos o más perfiles unidos entre sí con soldadura o tornillos; algunas de estas secciones se muestran en la Fig. 2.2f.



## 2.4 COMPORTAMIENTO DE BARRAS COMPRIMIDAS

El comportamiento de las columnas depende, en buena medida, de su esbeltez, es decir, de la relación entre su longitud y las dimensiones de las secciones transversales. Desde este punto de vista pueden clasificarse en cortas, intermedias y largas. (Se está suponiendo, por ahora, que el pandeo local no es crítico).

Las columnas cortas resisten la fuerza que ocasiona su plastificación completa,  $P_y = A_y F_y$ ; su capacidad de carga no es afectada por ninguna forma de inestabilidad; la resistencia máxima depende sólo del área total,  $A_y$ , de sus secciones transversales, y del esfuerzo de fluencia  $F_y$  del acero; la falla es por aplastamiento.

El colapso de columnas más largas se presenta acompañado por un rápido aumento de las deflexiones laterales o torsionales, o por una combinación de ambas; es una falla por inestabilidad.

La inestabilidad de las columnas largas se inicia en el intervalo elástico; los esfuerzos totales, incluyendo los residuales de compresión, no llegan todavía al límite de proporcionalidad, en ningún punto, en el instante en que empieza el pandeo. La resistencia máxima es función de las rigideces en flexión,  $EI_x$  y  $EI_y$ , y en torsión,  $EC_x$  y  $GJ$ ; no depende del esfuerzo de fluencia del material.

Las columnas intermedias, las más comunes en las estructuras, tienen un comportamiento más complejo que las anteriores. Fallan también por inestabilidad, pero su rigidez es suficiente para posponer la iniciación del fenómeno hasta que parte del material que las compone está plastificado; la falla es por inestabilidad inelástica. La resistencia depende tanto de la rigidez del miembro como del esfuerzo de fluencia del material, así como de la forma y dimensiones de sus secciones transversales y de la magnitud y distribución de los esfuerzos residuales.

### 2.4.1 Comportamiento de columnas de diferentes longitudes que fallan por pandeo por flexión

El comportamiento de las columnas se describe con las curvas fuerza axial-deformación longitudinal y fuerza axial-deflexión lateral (Ref. 2.1). El comportamiento y las curvas correspondientes, que se muestran esquemáticamente en la Fig. 2.3, varían cuando cambia la longitud de la columna. (Las curvas son para pandeo por flexión en uno de los planos principales; la discusión que sigue está limitada a ese caso).

La Fig. 2.3a es de una columna muy corta, en la que no hay pandeo, que falla por aplastamiento cuando la carga alcanza el valor de fluencia  $P_y = A_y F_y$ . (Bajo ciertas

condiciones el material puede endurecerse por deformación; la carga de aplastamiento sobrepasa en esos casos a  $A, F_y$ ). Los desplazamientos laterales de los puntos del eje son nulos durante todo el proceso, y la curva  $P-w$  es la gráfica carga axial-deformación longitudinal de un perfil completo, en la que se refleja la influencia de los esfuerzos residuales y de la variación del límite de fluencia en los distintos puntos del perfil.

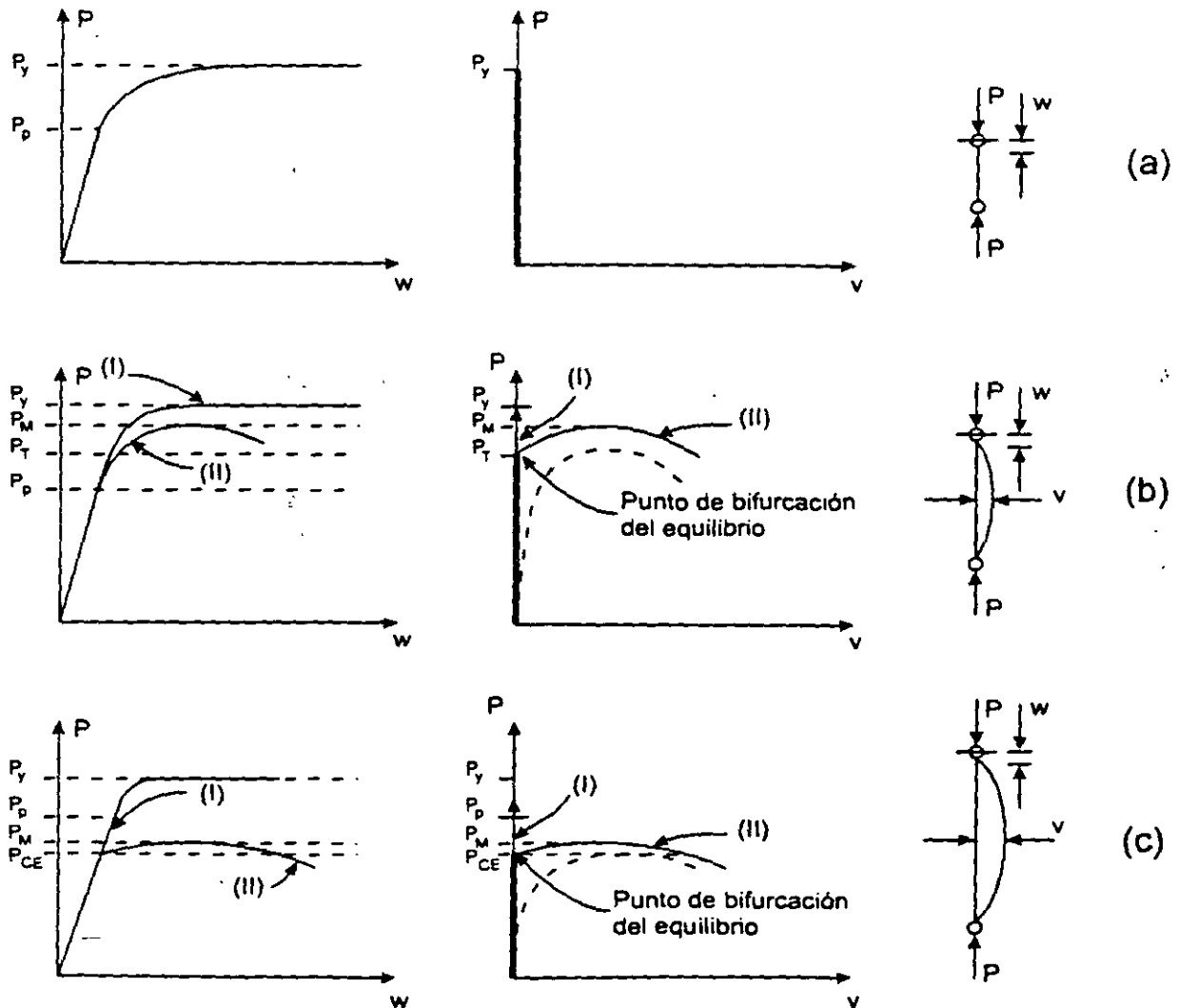


Fig. 2.3 Comportamiento de columnas de diferentes longitudes.

Las curvas de la Fig. 2.3b corresponden a una columna de longitud intermedia: el pandeo se inicia cuando los esfuerzos normales máximos han sobrepasado el límite de proporcionalidad, pero antes de que lleguen al punto de fluencia, es decir, en el intervalo inelástico. Como se verá más adelante, el pandeo comienza cuando la carga alcanza el valor predicho por la teoría del módulo tangente,  $P_T$ , y la columna

puede soportar un incremento adicional de carga, generalmente pequeño, sin llegar a  $P_y$ .

Por último, las columnas largas se pandean en el intervalo elástico; el fenómeno empieza bajo esfuerzos menores que el límite de proporcionalidad, y la carga crítica  $P_{CE}$  es menor que  $P_y$  (Fig. 2.3c). Si la columna es muy larga, la carga crítica de pandeo puede ser una fracción reducida de la fuerza que ocasionaría la plastificación total.

Tanto las columnas intermedias como las largas pueden, en teoría, permanecer rectas o deformarse lateralmente cuando la carga llega al valor crítico; en el primer caso los desplazamientos longitudinales  $w$  se deben al acortamiento de la barra, y no hay deflexiones laterales (curvas I, Figs. 2.3b y 2.3c); en el segundo (curvas II), la columna se deforma lateralmente, lo que ocasiona un rápido aumento de los desplazamientos  $w$ . La carga de colapso,  $P_M$ , es muy poco mayor que la de pandeo.

En las Figs. 2.3b y 2.3c, para columnas intermedias y largas, se han dibujado con línea punteada las curvas carga axial-deflexión que se obtendrían si hubiese imperfecciones iniciales (las curvas trazadas con línea llena describen el comportamiento de columnas perfectas); en ese caso no hay pandeo propiamente dicho, sino las deformaciones laterales que existen desde que se inicia el proceso de carga, crecen primero lentamente y después en forma rápida, hasta que se produce la falla de la pieza.

En la Fig. 2.4 se muestran, cualitativamente, las cargas de falla de columnas rectas perfectas, que fallan por aplastamiento o por pandeo por flexión, en función de sus relaciones de esbeltez.

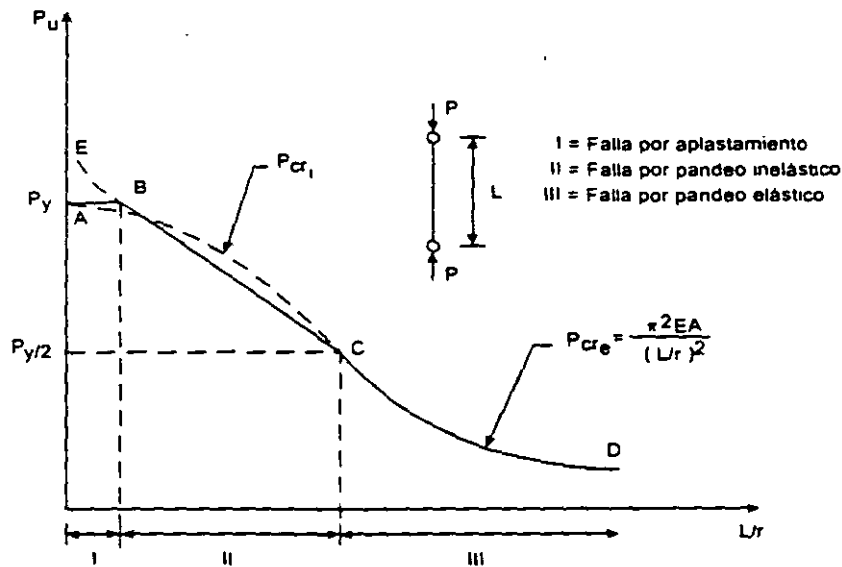
El tramo AB representa la falla por aplastamiento; su amplitud se determina con métodos experimentales (para el acero A36, el punto B corresponde a una relación  $L/r$  de alrededor de 20).

Las columnas muy cortas pueden resistir cargas mayores que  $P_y$ , pues es posible que se endurezcan por deformación antes de fallar (curva BE, Fig. 2.4), pero esa sobrerresistencia no se considera nunca en el diseño.

El tramo CD describe el comportamiento de columnas esbeltas, que se pandean en el intervalo elástico; su resistencia se determina con la fórmula de Euler.

La ordenada del punto C depende, principalmente, de la amplitud de los esfuerzos residuales existentes en la columna.

Por último, el tramo BC representa el comportamiento de columnas intermedias, que fallan por pandeo inelástico.



**Fig. 2.4 Relación entre la carga de falla y la esbeltez de las columnas. Pandeo por flexión.**

La determinación de la carga crítica de pandeo elástico es un problema resuelto, si se conocen las condiciones de apoyo de la columna; se cuenta con fórmulas "exactas" para determinarla; la posición del punto B se conoce también con buena precisión.

Los métodos para determinar la carga crítica de pandeo inelástico son, en cambio, laboriosos y poco precisos; sin embargo, la curva que relaciona esas cargas con la esbeltez de la columna tiene que pasar por los puntos B y C: el diseño de las columnas que fallan por pandeo inelástico se basa en una curva semiempírica que une esos dos puntos; en algunos casos se utiliza la curva más sencilla, que es la recta BC.

Una de las ecuaciones de la ref. 2.2 es la de una parábola tangente a la hipérbola de Euler en el punto C, de ordenada  $P_y/2$ , que proporciona una carga de falla igual a  $P_y$  cuando la esbeltez de la columna es nula; no aparece el tramo horizontal AB, pero la curva coincide prácticamente con él.

En la ref. 2.3 se emplean ecuaciones análogas, escritas en términos de esfuerzos permisibles en vez de resistencias últimas.

## 2.5 PANDEO ELÁSTICO

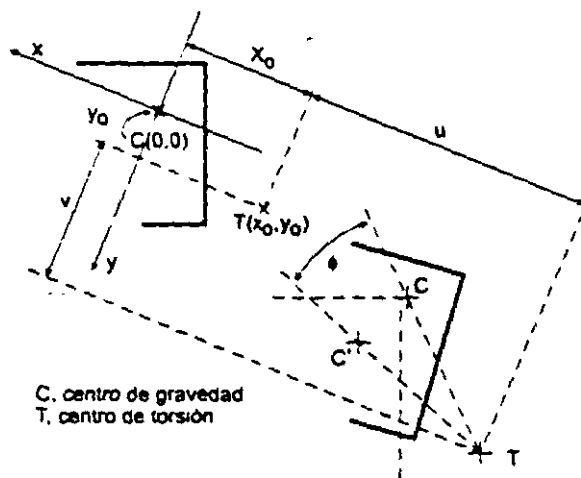
### 2.5.1 Caso general

Las ecuaciones diferenciales de equilibrio de segundo orden de una columna prismática con secciones transversales asimétricas (Fig. 2.5), que se encuentra en una configuración ligeramente deformada lateralmente y retorcida, correspondiente a un estado de equilibrio indiferente, y en la cual los esfuerzos no sobrepasan, en ningún punto, el límite de proporcionalidad del material, son (refs. 2.1, 2.4 y 2.5):

$$EI_x v'' + Pv'' - Px_0 \phi'' = 0 \quad (2.1)$$

$$EI_y u'' + Pu'' + Py_0 \phi'' = 0 \quad (2.2)$$

$$EC_s \phi'' - (GJ - Pr_0^2) \phi'' + Py_0 u'' - Px_0 v'' = 0 \quad (2.3)$$



**Fig. 2.5 Desplazamiento de secciones transversales de columnas que no tienen ningún eje de simetría.**

$P$  es la fuerza de compresión en la columna, y los demás símbolos tienen los significados siguientes:

$EI_x, EI_y$ : rigideces por flexión alrededor de los ejes centroidales y principales de las secciones transversales, constantes, de la columna.

$GJ$ : rigidez por torsión de Saint Venant.

$EC_s$ : rigidez a la torsión por alabeo.

$u, v$ : desplazamientos del centro de torsión de las secciones transversales, paralelos a los ejes centroidales y principales  $x, y$  (Fig. 2.5).

$\phi$ : rotación alrededor del eje longitudinal  $z$  (Fig. 2.5).

$x_0, y_0$ : distancia entre los centros de gravedad y de torsión de la sección medidas paralelamente a los ejes correspondientes (Fig. 2.5).

$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + (I_x + I_y) / A = x_0^2 + y_0^2 + r_x^2 + r_y^2$$

$I_x, I_y, A$ : momentos centroidales y principales y área de la sección.

$r_x, r_y$ : radios de giro respecto a los ejes centroidales y principales.

$r_0$ : radio polar de giro, respecto al centro de torsión.

$E$ : módulo de elasticidad.

$G$ : módulo de elasticidad al esfuerzo cortante.

Todas las derivadas son respecto a  $z$ , que se mide a lo largo del eje longitudinal.

Teniendo en cuenta las condiciones de frontera, las ecuaciones 2.1 a 2.3 llevan a la ecuación característica siguiente, cuyas raíces son las cargas críticas de pandeo elástico (ref. 2.1):

$$r_0^2 (P_E - P_{cx}) (P_E - P_{cy}) (P_E - P_{ct}) - y_0^2 P_E^2 (P_E - P_{cy}) - x_0^2 P_E^2 (P_E - P_{cx}) = 0 \quad (2.4)$$

donde:

$$P_{cx} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} : \text{ carga crítica de Euler para pandeo por flexión alrededor de } x. \quad (2.5)$$

$$P_{cy} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2} : \text{ carga crítica de Euler para pandeo por flexión alrededor de } y. \quad (2.6)$$

$$P_{ct} = \left[ \frac{\pi^2 EC_s}{(K_t L_t)^2} + GJ \right] \frac{1}{r_0^2} : \text{ carga crítica de pandeo elástico por torsión (alrededor del eje } z \text{).} \quad (2.7)$$

$KL$ : Longitud efectiva de la columna.

Cada uno de los tres valores de  $P_E$  que se obtienen al resolver la ec. 2.4 es una función de  $P_{cx}$ ,  $P_{cy}$  y  $P_{ct}$ , lo que indica que las columnas con secciones transversales asimétricas, no se pandean por flexión o torsión puras; cualquiera de los tres modos posibles es por flexión y torsión combinadas. El pandeo por flexotorsión es una combinación de tres modos de pandeo, que sólo podrían presentarse por separado si las condiciones fuesen adecuadas, es decir, si en cada caso se impidiesen los otros dos modos.

Puede demostrarse que la menor de las tres cargas críticas obtenidas al resolver la ec. 2.4, que corresponde a una interacción de los tres modos de pandeo, y es la que realmente ocasiona la falla de la columna, es siempre menor que la más pequeña de las cargas críticas individuales  $P_{cx}$ ,  $P_{cy}$  y  $P_{ct}$ .

Las columnas con secciones transversales asimétricas son poco comunes en las estructuras; sin embargo, de la solución general obtenida para ellas pueden deducirse resultados aplicables a las secciones usuales, que tienen uno o dos ejes de simetría.

### 2.5.2 Secciones con un eje de simetría

Son frecuentes en las estructuras fabricadas con perfiles laminados, con placas soldadas y en las hechas con perfiles de lámina delgada; entre ellas se cuentan las canales, las técs, los ángulos espalda con espalda, y una gran variedad de secciones de lámina delgada (Fig. 2.6).

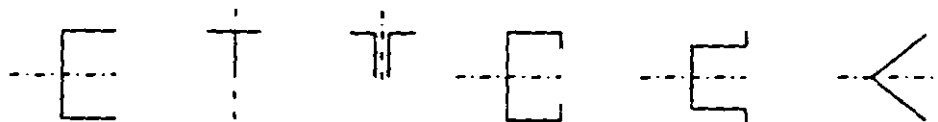


Fig. 2.6 Secciones con un eje de simetría.

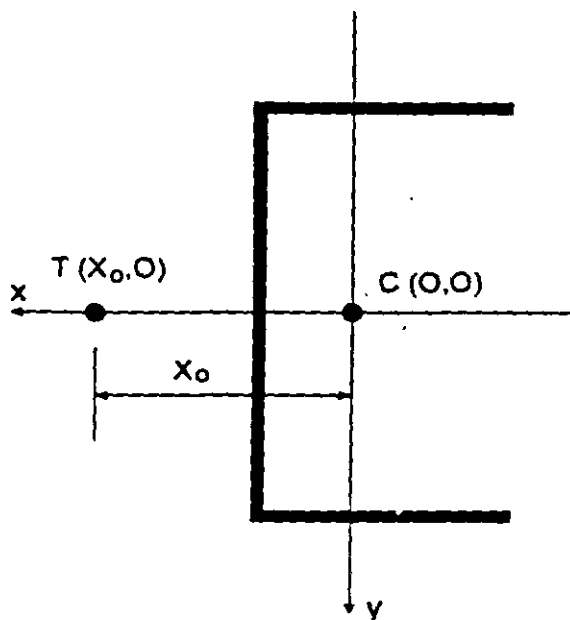


Fig. 2.7 Sección con un eje de simetría.

Si el eje de simetría es el  $x$  (Fig. 2.7),  $y_0 = 0$ , y la ecuación característica se reduce a:

$$r_0^2 (P_E - P_{crx}) (P_E - P_{cyy}) (P_E - P_{crz}) - x_0^2 P_E^2 (P_E - P_{cyy}) = 0$$

que puede escribirse en la forma:

$$(P_E - P_{cr0}) \left[ r_0^2 (P_E - P_{crx}) (P_E - P_{cry}) - P_E^2 x_0^2 \right] = 0 \quad (2.8)$$

Esta ecuación tiene tres soluciones; la primera,  $P_E = P_{cr0}$ , corresponde a flexión alrededor del eje normal al de simetría, que en este caso es el  $y$ , lo que indica que una de las formas de pandeo es por flexión, sin que la columna se salga del plano de simetría, ni se retuerza (este es el problema resuelto por Euler). Si los extremos están articulados, la carga crítica se calcula con la fórmula de Euler para pandeo por flexión alrededor del eje  $y$  (Ec. 2.6):

$$P_{cr0} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2}$$

Las otras dos soluciones son las raíces de la ecuación de segundo grado que se obtiene al igualar a cero la expresión contenida en el paréntesis rectangular; son dos cargas críticas de pandeo por flexotorsión; la menor de ellas, que es siempre más pequeña que  $P_{crx}$  y  $P_{cry}$ , pero puede ser mayor o menor que  $P_{cr0}$ , se calcula con la ec. (2.9):

$$P_{FT} = \frac{1}{2H} \left[ (P_{crx} + P_{cry}) - \sqrt{(P_{crx} + P_{cry})^2 - 4HP_{crx}P_{cry}} \right] \quad (2.9)$$

donde  $H = 1 - (x_0/r_0)^2$  y  $P_{FT}$  es la menor de las cargas críticas de pandeo por flexotorsión.

Una columna con secciones transversales con un solo eje de simetría puede pandearse por flexión alrededor del eje normal al de simetría, o por flexotorsión, flexionándose alrededor del otro eje centroidal y principal, y retorciéndose; que sea crítica una u otra forma de pandeo depende de las dimensiones y forma de las secciones transversales y de la longitud y condiciones de apoyo de la columna.

**EJEMPLO 2.1** Calcule las cargas críticas de pandeo elástico de tres columnas, de 3.00 m, 6.00 m y 1.50 m de longitud, articuladas en los extremos; las tres tienen la sección transversal que se muestra en la Fig. E2.1-1<sup>1</sup>. Suponga, sin demostrarlo, que el pandeo local no es crítico.

#### Propiedades geométricas

$$A = (a + 2B')t = (28.0 + 2 \times 10)1.0 = 48 \text{ cm}^2$$

<sup>1</sup> Las esquinas de los perfiles hechos con lámina doblada en frío, que constituyen una buena parte de las columnas en las que debe revisarse la posible falla por pandeo por flexotorsión, son siempre redondeadas, lo que ha de tenerse en cuenta en el cálculo de las propiedades geométricas. En este ejemplo se han considerado en ángulo recto para simplificar los cálculos numéricos.



Distancia entre el centro de gravedad y el eje del alma:

$$2 \times 10 \times 4.5 = 48.0\bar{x} \quad \therefore \bar{X} = 1.88 \text{ cm}$$

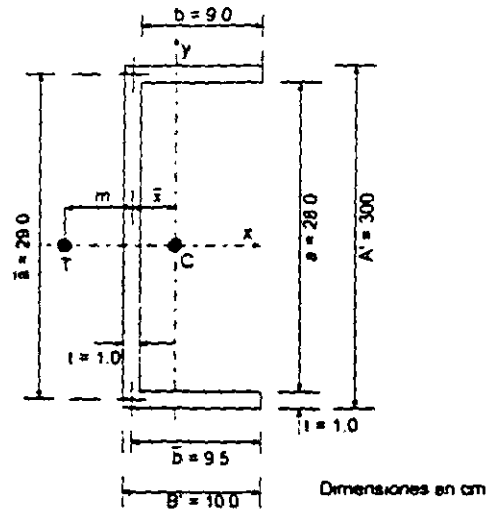


Fig. E2.1-1 Sección transversal de la columna.

Distancia entre el eje del alma y el centro de torsión:

$$m = \frac{3B'^2}{6B' + a} = \frac{3 \times 10^2}{6 \times 10 + 29.0} = 3.37 \text{ cm}$$

Distancia entre los centros de gravedad y torsión:

$$X_0 = \bar{X} + m = 5.25 \text{ cm}$$

Momentos de inercia:

$$I_x = \frac{1 \times 28^3}{12} + 2 \times 10.0 \times 14.5^2 = 6034 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 28.0 \times 1.0 \times 1.88^2 + 2 \left[ 1.0 \times \frac{10.0^3}{12} + 1 \times 10.0 (4.5 - 1.88)^2 \right] = 402.9 \text{ cm}^4$$

No se han incluido los términos  $B't^3/12$  y  $at^3/12$  porque su contribución es siempre muy pequeña en secciones de paredes delgadas.

Constante de torsión de Saint Venant:

$$J = \frac{t^3}{3} (2B' + a) = \frac{1.0^3}{3} (2 \times 10.0 + 28.0) = 16.0 \text{ cm}^4$$

Constante de torsión por alabeo:

$$C_a = \frac{1B'^3\bar{a}^2}{12} \frac{3B' + 2\bar{a}}{6B' + \bar{a}} = \frac{1.0 \times 10.0^3 \times 29.0^2}{12} \frac{3 \times 10.0 + 2 \times 29.0}{6 \times 10.0 + 29.0} = 69,296 \text{ cm}^4$$

Las expresiones para  $m$ ,  $J$  y  $C_a$  se han tomado de la ref. 2.2.

Radios de giro:

$$r_x = \sqrt{I_x/A} = \sqrt{6034/48.0} = 11.21 \text{ cm}$$

$$r_y = \sqrt{I_y/A} = \sqrt{402.9/48.0} = 2.90 \text{ cm}$$

$$r_o^2 = x_o^2 + y_o^2 + \frac{I_x + I_y}{A} = 5.25^2 + 0^2 + \frac{6034 + 402.9}{48.0} = 161.7 \text{ cm}^2$$

$$H = 1 - (x_o/r_o)^2 = 1 - 5.25^2/161.7 = 0.83$$

**Cargas críticas.** Como sus secciones transversales tienen un eje de simetría, la columna puede pandearse por flexión, alrededor del otro eje, o por flexotorsión.

L=3.0 m

Carga crítica de pandeo por flexión (alrededor del eje y).

$$P_{cr} = \pi^2 EI_y / (K_y L_y)^2 = (402.9 \pi^2 E / (1 \times 300)^2) 10^{-3} = 90.1 \text{ ton}$$

Ec. 2.6

Carga crítica de pandeo por flexotorsión.

$$P_{cr} = \pi^2 EI_x / (K_x L_x)^2 = (6034 \pi^2 E / (1.0 \times 300)^2) 10^{-3} = 1349.2 \text{ ton}$$

Ec. 2.5

$$P_{cr} = \left[ \frac{\pi^2 EC_a}{(K_x L_x)^2} + GJ \right] \frac{1}{r_o^2} = \left[ \frac{69296 \pi^2 E}{(1 \times 300)^2} + 787500 \times 16.0 \right] \frac{10^{-3}}{161.7} = 173.8 \text{ ton}$$

Ec. 2.7

$$P_{Fl} = \frac{1}{2H} \left[ (P_{crx} + P_{cry}) - \sqrt{(P_{crx} + P_{cry})^2 - 4HP_{crx}P_{cry}} \right]$$

$$= \frac{1}{2 \times 0.83} \left[ (1349.2 + 173.8) - \sqrt{(1349.2 + 173.8)^2 - 4 \times 0.83 \times 1349.2 \times 173.8} \right]$$

$$= 169.7 \text{ ton}$$

Ec. 2.9

Esta fuerza es mayor que  $P_{cr}$ , lo que indica que el pandeo por flexotorsión no es crítico; la columna falla por pandeo de Euler alrededor del eje y.

$L=6.0\text{ m}$

$$P_{cy} = 22.5\text{ ton}$$

$$P_{cx} = 337.3\text{ ton}; P_{cy} = 101.9\text{ ton}; P_{FT} = 97.3\text{ ton}$$

También en este caso es crítico el pandeo por flexión alrededor de  $y$ .

$L=1.5\text{ m}$

$$P_{cy} = 360.4\text{ ton}$$

$$P_{cx} = 5396.8\text{ ton}; P_{cy} = 461.2\text{ Ton}; P_{FT} = 454.1\text{ ton}$$

Sigue siendo crítico el pandeo por flexión alrededor de  $y$ . Cuando la longitud disminuye,  $P_{FT}$  se acerca a  $P_{cy}$ ; las barras muy cortas fallan por pandeo por flexotorsión. Sin embargo, esa condición no tiene importancia práctica en columnas como la de este ejemplo, pues es poco probable que una sección como la de la Fig. E2.1-1 se utilice en miembros de longitud bastante menor que 1.50 m.

La carga crítica calculada para la columna de 6.00 m es, seguramente, la real, pues dada su esbeltez, fallaría en el intervalo elástico. Sin embargo, los resultados obtenidos para las columnas más cortas deben corregirse por inelasticidad, para obtener su resistencia real. (La esbeltez que separa el comportamiento elástico del inelástico depende del tipo de acero, que no se conoce en este ejemplo).

### 2.5.3 Secciones con dos ejes de simetría

Son las más utilizadas en estructuras: secciones I, H, en cajón, tubulares (Fig. 2.2), y muchas de lámina delgada (Fig. 2.8).

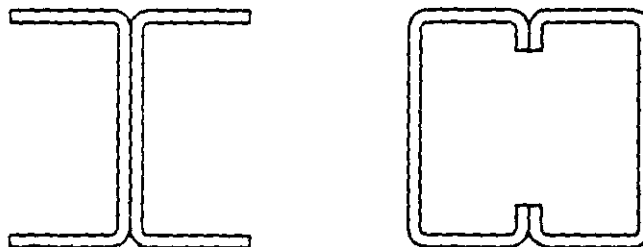


Fig. 2.8 Secciones de lámina delgada con dos ejes de simetría.

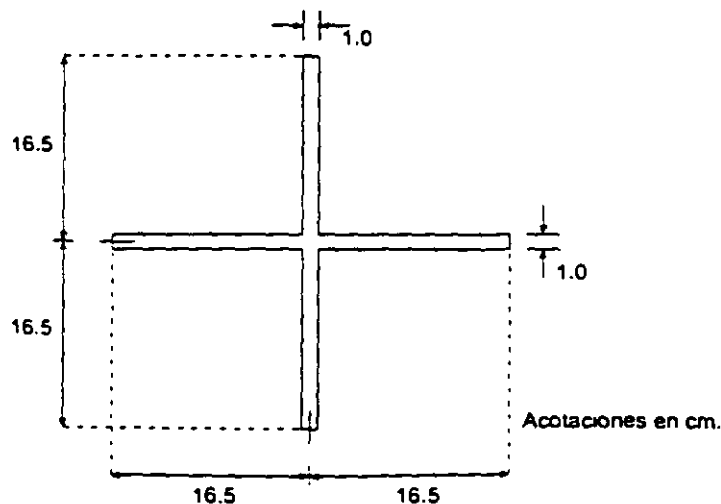
Los centros de gravedad y de torsión coinciden,  $x_0 = y_0 = 0$ , y como  $r_0$  es diferente de cero, la ec. 2.4 se reduce a:

$$(P_E - P_{crx})(P_E - P_{cry})(P_E - P_{ctz}) = 0 \quad (2.10)$$

Las tres cargas críticas son  $P_{cr1} = P_{crx}$ ,  $P_{cr2} = P_{cry}$  y  $P_{cr3} = P_{ctz}$ ; el modo de pandeo queda determinado por la menor de ellas. No hay interacción; la columna falla por pandeo por flexión o torsión puras.

El uso casi exclusivo de la fórmula de Euler (con la que se determinan  $P_{crx}$  y  $P_{cry}$ , pero no  $P_{ctz}$ ) para columnas de acero laminado en caliente, de sección I o H, o en cajón, laminadas o formados por placas soldadas, proviene de que en ellas  $P_{crx}$  y  $P_{cry}$  son casi siempre menores que  $P_{ctz}$  y, en el peor de los casos, la menor de las dos está muy cerca de ella (ref. 2.6). Sin embargo, el pandeo por torsión puede controlar la resistencia de columnas de baja resistencia a la torsión, como las secciones en cruz, o de paredes muy delgadas; por este motivo, las especificaciones del Instituto Americano del Hierro y el Acero (AISI, por sus iniciales en inglés), que se refieren al diseño de estructuras hechas con lámina delgada han incluido, desde 1968, la revisión de esos dos modos (ref. 2.7), mientras que las del Instituto Americano de la Construcción en Acero (AISC), que cubren, principalmente, el diseño de estructuras de acero laminado en caliente, no han tenido en cuenta el problema hasta 1986 (ref. 2.8).

**EJEMPLO 2.2** Calcule las cargas críticas de pandeo elástico de dos columnas, de 4.00 y 7.00 m de longitud, articuladas en los extremos, que tienen la sección transversal que se muestra en la Fig. E2.2-1. Suponga que el pandeo local no es crítico.



**Fig. E2.2-1** Sección transversal de las columnas.

Propiedades geométricas.

$$A = 65.0 \text{ cm}^2; \quad I_x = I_y = 2997.4 \text{ cm}^4; \quad r_x = r_y = 6.79 \text{ cm}.$$

$x_0 = y_0 = 0$  (Coinciden los centros de gravedad y de torsión).

$$r_0^2 = (I_x + I_y) / A = 2 \times 2997.4 / 65 = 92.2 \text{ cm}^2$$

$$J = \frac{1}{3} (33.0 \times 1^3 + 2 \times 16.0 \times 1^3) = 21.7 \text{ cm}^4$$

$C_s = 0$  (La rigidez al alabeo de las secciones cruciformes es despreciable).

Cargas críticas. Como las secciones transversales tienen dos ejes de simetría, la columna falla por pandeo por flexión o torsión puras. Puesto que  $(KL)_x = (KL)_y$ , e  $I_x = I_y$ , las dos cargas críticas de pandeo por flexión son iguales.

$$\underline{L = 4.00 \text{ m}} \quad (L/r = 58.9).$$

$$\text{Pandeo por flexión:} \quad P_{cr} = P_{crf} = \frac{2997.4 \pi^2 E}{400^2} \times 10^{-3} = 377.0 \text{ ton.}$$

$$\text{Pandeo por torsión:} \quad P_{cr} = \frac{GJ}{r_0^2} = \frac{787500 \times 21.7}{92.2} \times 10^{-3} = 185.3 \text{ ton.}$$

En la ecuación para calcular  $P_{cr}$  desaparece el término correspondiente al efecto de alabeo. La falla es por pandeo por torsión; la carga crítica de pandeo elástico es  $P_{cr} = 185.3 \text{ ton.}$

$$\underline{L = 7.00 \text{ m}} \quad (L/r = 103.1).$$

$$\text{Pandeo por flexión:} \quad P_{cr} = P_{crf} = 123.1 \text{ ton.}$$

$$\text{Pandeo por torsión:} \quad P_{cr} = 185.3 \text{ ton.}$$

Como  $C_s = 0$ ,  $P_{cr}$  es independiente de la longitud de la columna.

Ahora la falla es por pandeo por flexión:  $P_{cr} = P_{crf} = P_{crt} = 123.1 \text{ ton.}$

Los resultados de este ejemplo muestran que debe considerarse la posibilidad de falla por pandeo por torsión en columnas de secciones transversales especiales, sobre todo cuando su resistencia a la torsión por alabeo es baja y están formadas por placas de paredes delgadas; en este ejemplo, una columna con esbeltez  $L/r = 59$  falla por torsión (en la ref. 2.6 se muestra que para la sección estudiada el pandeo por torsión es crítico para  $0 \leq L/r \leq 82$ , aproximadamente).

## 2.6 PANDEO POR FLEXIÓN

El pandeo por flexión, alrededor de uno de los ejes centroidales y principales, de columnas de sección transversal con dos ejes de simetría, es el que reviste mayor interés en el diseño de estructuras.

### 2.6.1 Pandeo elástico

Se tiene una columna esbelta de sección transversal constante doblemente simétrica, articulada en un extremo y con un apoyo guiado que permite rotaciones y desplazamientos lineales a lo largo de su eje en el otro, sujeta a la acción de fuerzas axiales de compresión  $P$ . Se supone que la columna es perfectamente recta, que el material de que está compuesta es homogéneo y elástico, y que en las articulaciones no hay ninguna fricción (Fig. 2.9a).

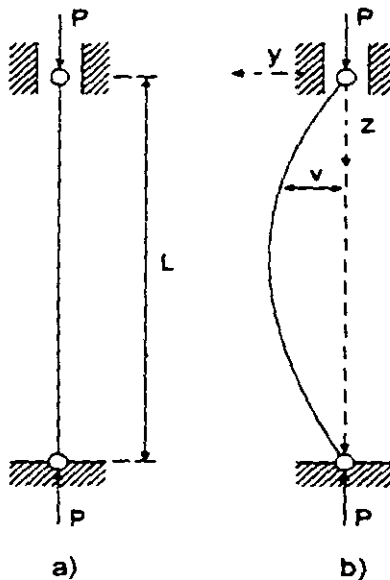


Fig. 2.9 Columna esbelta doblemente articulada.

En esas condiciones la forma recta corresponde a un estado de equilibrio entre las fuerzas exteriores e interiores, puesto que en cualquier sección transversal hay un conjunto de fuerzas interiores, uniformemente distribuidas, cuya resultante tiene la misma intensidad y línea de acción que  $P$ .

Para averiguar si el equilibrio es estable, inestable o indiferente, se aplica en la sección central de la columna una fuerza lateral pequeña que la coloca en una posición ligeramente deformada, y se observa si al quitarla recupera la forma recta, aumenta la deflexión lateral del eje, o se conserva la configuración deformada, sin modificarse.

En la discusión que sigue, la columna se flexiona en el plano "yoz".

La Fig. 2.9b muestra la columna con una configuración ligeramente flexionada; la fuerza exterior  $P$ , cuya línea de acción no pasa ya por los centros de gravedad de las secciones transversales, ocasiona momentos flexionantes, de magnitud  $Pv$ , que tienden a aumentar la curvatura del eje.

En cada sección transversal aparecen fuerzas interiores equivalentes a un par, que se superponen con las uniformes iniciales, y tratan de hacer que la columna vuelva a la forma recta original. El par interior  $EI/R$  es función de la curvatura  $1/R$  del eje de la pieza en la sección, o sea de la magnitud de la deformación de la columna, pero no depende de la intensidad de la fuerza  $P$ .

En cada sección transversal hay dos momentos, uno exterior,  $Pv$ , función de la geometría del eje deformado y de la fuerza  $P$ , y otro interior,  $EI/R$ , que depende sólo de la configuración del eje de la pieza, de manera que al llevarla a una posición flexionada infinitamente cercana a la recta original puede presentarse cualquiera de los tres casos siguientes, según la magnitud de la fuerza exterior:

Si $P$ es pequeña,	$Pv < EI/R$
Si $P$ es grande,	$Pv > EI/R$
Para un cierto valor intermedio de $P$ ,	$Pv = EI/R$

En el primer caso, el momento que trata que la columna regrese a la forma recta es mayor que el que tiende a deformarla, y al suprimir la fuerza lateral la pieza se endereza: el equilibrio es estable; en el segundo se invierte la relación entre los momentos, lo que indica que la curvatura crece aún después de quitar la fuerza lateral, condición característica de un estado de equilibrio inestable; en el tercero los dos momentos son iguales: el equilibrio es indiferente, y son posibles configuraciones equilibradas curvas de flecha indeterminada, pero siempre muy pequeña, además de la forma recta; la fuerza axial que ocasiona la condición de equilibrio indiferente es la carga crítica  $P_{\sigma}$ .

Interesa, precisamente, el equilibrio indiferente, porque marca la terminación de un estado deseable y la iniciación de un fenómeno que debe evitarse siempre: la flexión espontánea, o pandeo de la pieza.

El pandeo de las piezas rectas comprimidas no se debe a imperfecciones en la columna y en la aplicación de la carga (las que, si existen, hacen que la flexión empiece a manifestarse para valores pequeños de  $P$  y aumente con ella); se presenta cuando no hay ninguna imperfección, ya que al alcanzar la carga el valor crítico la forma recta de equilibrio se vuelve inestable. (Para que haya pandeo la columna ha de ser inicialmente recta y la fuerza de compresión perfectamente axial, de manera que se mantenga recta en las primeras etapas, hasta que  $P$  alcance

valor crítico; si hay deformaciones iniciales o excentricidades en la aplicación de la carga la columna no se pandea, sino empieza a flexionarse desde un principio y llega eventualmente a un estado de equilibrio inestable, en forma gradual, a diferencia del pandeo, que es un fenómeno instantáneo). Esto no quiere decir que la columna se flexione necesariamente, pero a semejanza de lo que sucede en todos los casos de equilibrio inestable es improbable que permanezca recta; en la práctica, además, las imperfecciones inevitables, aún siendo muy pequeñas, hacen que la flexión se inicie bajo cargas de poca intensidad.

Cuando empieza la flexión bastan incrementos muy pequeños de la fuerza axial para que las deformaciones crezcan rápidamente, con el consiguiente rápido aumento de los esfuerzos, que alcanzan pronto los valores de falla, por la que la iniciación del fenómeno de inestabilidad equivale a la desaparición completa de la resistencia, o sea al colapso de la columna.

Mientras el equilibrio es estable los incrementos de la carga  $P$  ocasionan sólo deformaciones longitudinales de la columna, que está sujeta a esfuerzos uniformes de compresión; el pandeo se manifiesta al aparecer una nueva deformación, la flexión, que provoca otra sollicitación, el momento flexionante.

En la Fig. 2.3c se muestran las curvas  $P-v$  (fuerza axial-deflexión) de dos columnas, una recta y cargada axialmente (representada con línea llena), la otra con imperfecciones iniciales (línea interrumpida). La primera es una recta vertical, que coincide con el eje de las ordenadas; cuando la fuerza  $P$  llega al valor crítico se presentan dos posibilidades: que  $P$  siga creciendo sin que la columna se flexione (la gráfica sigue coincidiendo con el eje de las ordenadas), o que se inicien las deformaciones laterales, que aumentan rápidamente con incrementos pequeños de  $P$  hasta llegar, poco después, a la carga máxima que puede soportar la columna,  $P_M$ . En la segunda curva las deformaciones laterales crecen desde un principio, en forma gradual, hasta que la carga alcanza el valor de colapso. La curva trazada con línea llena representa una falla por pandeo, mientras que la interrumpida corresponde a colapso por inestabilidad ocasionada por exceso de deformación, sin que haya pandeo propiamente dicho: la compresión alcanza su intensidad máxima sin pasar por un valor crítico, que se caracteriza (curva con línea llena) por una "bifurcación del equilibrio". (Cuando la carga alcanza el valor crítico se llega a un punto de bifurcación del equilibrio; a partir de él, la barra perfecta puede mantenerse recta, deformándose sólo por compresión, o adoptar otras configuraciones en equilibrio, cercanas a la recta, que se caracterizan por la aparición de una nueva deformación, la flexión. Un hecho análogo caracteriza todos los fenómenos de pandeo).



### 2.6.1.1 Determinación de la carga crítica

La carga crítica se calcula igualando el momento exterior en una sección transversal cualquiera de la columna deformada, ocasionado por la fuerza  $P$ , con el momento resistente interior en esa misma sección, y resolviendo la ecuación diferencial correspondiente; por ejemplo, si la columna se flexiona en el plano  $yz$  (alrededor de los ejes  $x$ ) se tiene  $Pv = EI_x/R$ , y si se supone que los desplazamientos del eje son suficientemente pequeños para que la curvatura  $1/R$  pueda considerarse igual a  $d^2v/dz^2 = v''$ , se llega a:

$$EI_x v'' + Pv = 0$$

que es la ecuación de equilibrio de la columna ligeramente deformada; su solución proporciona los valores de las cargas que pueden mantenerla en equilibrio en esas condiciones, es decir, las cargas críticas de pandeo elástico:

$$P_{crx} = \frac{n^2 \pi^2 EI_x}{L^2}$$

$n$  es un número positivo cualquiera.

El eje de la columna deformada es una senoide; el número de ondas queda definido por  $n$ . Si  $n = 1$ , la columna se pandea en una semionda, en dos si  $n = 2$ , etc.; a cada modo superior de pandeo le corresponde una carga crítica más elevada.

La carga crítica más pequeña es la única que tiene interés práctico (a menos que se obligue a la columna a pandearse en alguno de los modos superiores, evitando el desplazamiento lateral de una o más de sus secciones transversales, por medio de restricciones exteriores), de manera que puede escribirse:

$$P_{crx} = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2}$$

$P_{crx}$  es la carga crítica de Euler para pandeo alrededor del eje  $x$ .

Como la columna se pandea siempre en el plano de menor resistencia a la flexión, si no hay restricciones exteriores que lo impidan, la ecuación anterior puede escribirse en una forma más general:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \tag{2.11}$$

donde  $I$  es el momento de inercia mínimo de la sección transversal constante de la columna.

La carga crítica de Euler marca el punto en que la columna elástica perfecta se vuelve inestable; no se alcanza nunca en columnas reales, que no son absolutamente rectas, ni con cargas aplicadas exactamente a lo largo de su eje centroidal, como se supone en la teoría. Sin embargo, en ensayos cuidadosos con especímenes pequeños, en los que se eliminan al máximo las excentricidades y las

curvaturas, se han observado cargas tan cercanas a las teóricas que el error experimental resulta insignificante.

La ecuación del eje de la columna deformada, en el instante en que se inicia el pandeo, es (ref. 2.6):

$$v = C_1 \operatorname{sen} \lambda_r z = C_1 \operatorname{sen} \frac{n\pi}{L} z$$

donde

$$\lambda_r = \sqrt{P_{cr}/EI} = \sqrt{(n^2 \pi^2 EI/L^2)/EI} = n\pi/L$$

Haciendo  $n = 1$  y tomando  $z = L/2$  se obtiene la flecha máxima, en el centro de la columna:

$$v_{\max} = C_1 \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} = C_1$$

La deflexión lateral es indeterminada, pues  $C_1$  es una constante arbitraria, lo que indica que la teoría desarrollada hasta ahora permite obtener la carga para la que se inicia el pandeo, pero no predice el comportamiento posterior, ya que con ella no se pueden calcular los desplazamientos laterales del eje, que permanecen indeterminados.

La limitación anterior se origina en el empleo de la fórmula  $1/R = d^2 y/dz^2$ , que es suficientemente precisa para desplazamientos pequeños, pero deja de serlo cuando aumentan; si se desea ampliar la teoría del pandeo elástico de columnas, para que tenga en cuenta desplazamientos laterales grandes, es preciso emplear la expresión matemática exacta de la curvatura.

Los dos caminos conducen a resultados análogos pues el segundo, basado en la expresión correcta de la curvatura, indica que el equilibrio sigue siendo estable para cargas mayores que la crítica, pero sólo para incrementos muy pequeños, después de los cuales se produce la falla por pandeo inelástico.

La falla se presenta, en todos los casos, cuando se forman en la columna articulaciones plásticas suficientes para que se convierta en un mecanismo; en la barra articulada en los dos extremos basta con una sola, que aparece en la sección de momento máximo (la sección central) cuando se agota su resistencia bajo la acción combinada de la fuerza axial y del momento ocasionado por el desplazamiento lateral que caracteriza al pandeo, o sea cuando  $M_{\max} = Pv_{\max} = M_{pc}$ , donde  $M_{pc}$  es el momento plástico resistente de la sección transversal, reducido por efecto de la fuerza axial. La carga de colapso es muy poco mayor que la crítica, pues el rápido crecimiento de los esfuerzos hace que la sección central se plastifique inmediatamente después de iniciarse el pandeo. (El colapso tiene lugar siempre en el intervalo plástico, independientemente de que el pandeo se inicie abajo o arriba del límite de proporcionalidad).

Una vez formada la articulación plástica el momento interno en la sección central es constante, y para que se conserve el equilibrio mientras aumentan los desplazamientos laterales ha de disminuir la carga que obra sobre la columna.

### 2.6.1.2 Esfuerzo crítico

Dividiendo los dos miembros de la ec. 2.11 entre el área  $A$  de la sección transversal, teniendo en cuenta que  $P_{cr}/A$  es el esfuerzo correspondiente a la iniciación del pandeo, sustituyendo el momento de inercia  $I$  por  $Ar^2$  y efectuando simplificaciones, se obtiene la expresión:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (2.12)$$

en la que  $\sigma_{cr}$  es el esfuerzo crítico de Euler para pandeo elástico; el cociente  $L/r$  recibe el nombre de *relación de esbeltez* de la columna.  $r$  es el radio de giro de las secciones transversales respecto al eje de flexión.

### 2.6.1.3 Longitud efectiva

Como la fórmula de Euler se deduce suponiendo que los dos extremos de la columna están articulados, sólo proporciona la carga o el esfuerzo crítico de columnas con esas condiciones de apoyo; si cambian las restricciones en los extremos, se modifica su capacidad para resistir fuerza axial.

La columna doblemente articulada no existe en las estructuras reales y sólo se obtiene en experimentos de laboratorio muy cuidadosos; su importancia estriba en que a partir de los resultados obtenidos para ella pueden deducirse las cargas o esfuerzos críticos correspondientes a cualquier otra condición de apoyo, por lo que se le da el nombre de *caso fundamental*.

Si la columna está aislada y tiene condiciones de apoyo bien definidas, su carga crítica, y la configuración del eje deformado, pueden determinarse utilizando la ecuación de equilibrio de segundo orden, en la que se introducen las condiciones de frontera propias del tipo de apoyo.

Por ejemplo, si los dos extremos están empotrados (las rotaciones y los desplazamientos laterales están impedidos, pero un extremo puede acercarse al otro), aparecen momentos en ellos, cuando se inicia el pandeo. La solución matemática del problema (ver, por ejemplo, la ref. 2.9) demuestra que hay dos cargas críticas, que corresponden a los dos modos de pandeo de la Fig. 2.10:  $P_{cr} = 4\pi^2 EI/L^2$ , para el modo simétrico, y  $P_{cr} = 80.766 EI/L^2$ , para el antisimétrico. Puesto que la carga crítica del primer modo es menor que la del segundo, la

columna se pandea en la forma simétrica, a menos que se impida el desplazamiento lateral de su punto medio, y puede escribirse:

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$

Los momentos en los extremos y las fuerzas axiales equivalen a las cargas  $P$  aplicadas excéntricamente (Fig. 2.10a). Los puntos de inflexión, de momento nulo, localizados en las intersecciones de la línea de acción de  $P$  con el eje deformado, dividen la barra en tres secciones; la central, comprendida entre ellos, de longitud  $L/2$  (ref. 2.9), se encuentra en las mismas condiciones que el caso fundamental.

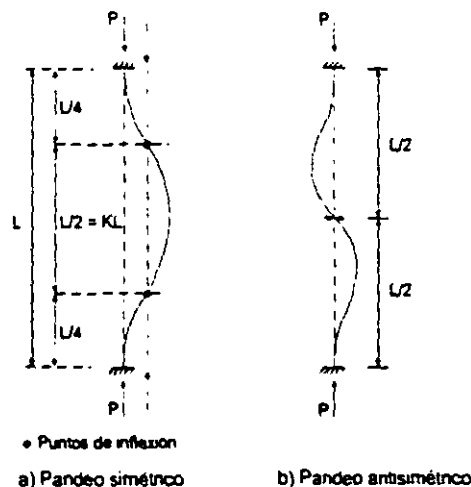


Fig. 2.10 Pandeo de una columna empotrada en los dos extremos.

La carga crítica de pandeo de la columna doblemente empotrada se puede determinar utilizando la fórmula deducida para la articulada en ambos extremos, pero empleando al aplicarla la longitud del tramo que se encuentra en las mismas condiciones que el caso fundamental, en vez de la longitud real:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L/2)^2} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$

Utilizando directamente la ecuación de equilibrio de la columna deformada se llega a este mismo resultado.

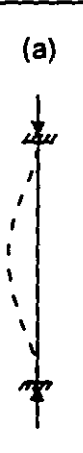
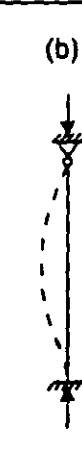

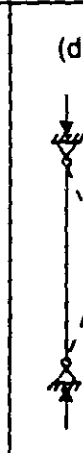
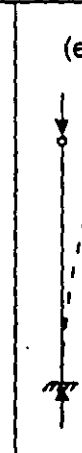
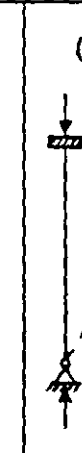





De manera análoga, la fórmula de Euler puede emplearse para calcular la carga o el esfuerzo crítico de pandeo de columnas con otras condiciones de apoyo, por lo que conviene escribirla en la forma general siguiente:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \tag{2.13}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \tag{2.14}$$

$KL$  es la *longitud efectiva* de la columna, que se define como la longitud de una columna equivalente, articulada en los dos extremos, que tiene la misma carga crítica que la columna restringida real; es igual a la distancia entre los dos puntos de inflexión, reales o imaginarios, del eje deformado. Vale 1.0 para extremos articulados y  $\frac{1}{2}$  para extremos empotrados, y tiene valores intermedios para restricciones elásticas comprendidas entre esos límites; si un extremo de la columna puede desplazarse linealmente respecto al otro, en dirección perpendicular al eje original,  $K$  puede crecer indefinidamente.

En la Fig. 2.11 se dan los valores de  $K$  para varias condiciones de apoyo idealizadas, en las que las restricciones que impiden las rotaciones y traslaciones de los extremos son nulas o cien por ciento efectivas.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
La línea punteada indica la forma de la columna pandeada						
Valor teórico de $K$	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Valores de diseño recomendados cuando se tienen condiciones cercanas a las ideales	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0
Condiciones en los extremos	 <ul style="list-style-type: none"> <li> Rotación impedida y traslación impedida</li> <li> Rotación libre y traslación impedida</li> <li> Rotación impedida y traslación libre</li> <li> Rotación libre y traslación libre</li> </ul>					

**Fig. 2.11 Valores del coeficiente  $K$  para columnas aisladas con diversas condiciones de apoyo.**

Puede suponerse que se presenta una condición de empotramiento perfecto en la base (casos a, b, c y e, Fig. 2.11) cuando la columna está ligada a una cimentación rígida, cuyas rotaciones son despreciables, por medio de una conexión diseñada

para resistir el momento de empotramiento, obtenida con una placa de base y anclas, o ahogando la columna en el cemento una longitud adecuada; si el comportamiento del extremo inferior es incierto, respecto a la existencia de rotaciones, debe suponerse articulado (casos d y f).

Las rotaciones del extremo superior se consideran impedidas cuando la columna se une rigidamente a una trabe de gran peralte, de rigidez muchas veces mayor que la suya propia; si se impiden los desplazamientos lineales de la trabe, por medio de contraventeos o muros de rigidez, la columna se encuentra en el caso a, y cuando pueden presentarse esos desplazamientos está en el c o f.

La suposición de que hay articulaciones en los extremos superiores (casos b y d), puede deberse a que las trabes tengan una rigidez muy reducida o a la forma en que estén conectadas con las columnas.

Los valores de  $K$  recomendados para diseño son una modificación de los teóricos, que tiene en cuenta que tanto las articulaciones perfectas como los empotramientos absolutos son irrealizables.

Se requiere un cierto grado de juicio, por parte del ingeniero proyectista, para determinar cuál de los casos de la Fig. 2.11 se acerca más al problema que está resolviendo; si se tienen dudas, usará una aproximación que sobrestime la esbeltez de la columna y, por consiguiente, subestime su resistencia.

Cuando la columna es parte de una estructura más compleja, y el grado de restricción en los apoyos no está claramente definido, su longitud efectiva se determina con métodos más elaborados.

La ec. 2.13 puede escribirse en la forma:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{P_E}{K^2},$$

donde  $P_E$  es la carga crítica de Euler de una columna, articulada en los dos extremos, de longitud igual a la de la columna restringida real.

El factor de longitud efectiva  $K$  de una columna con condiciones de apoyo diferentes de las del caso fundamental se evalúa directamente con la expresión:

$$K = \sqrt{\frac{P_E}{P_{cr}}}$$

### 2.6.2 Pandeo inelástico

La fórmula de Euler, con la que se calcula la carga crítica de piezas rectas comprimidas axialmente, se basa en la suposición de que la pieza se comporta

elásticamente hasta la iniciación del pandeo, por lo que en la ecuación de equilibrio aparece el módulo de elasticidad  $E$ , que se conserva en las fórmulas finales; como una consecuencia, la teoría de Euler, y las ecuaciones obtenidas con ella (ecs. 2.13 y 2.14), no son aplicables a columnas cortas o de longitud intermedia, en las que se alcanza el límite de proporcionalidad antes que el esfuerzo crítico de pandeo elástico.

La fórmula  $\sigma_{cr} = \pi^2 E / (L/r)^2$  es válida para los valores de la relación de esbeltez a los que corresponden esfuerzos críticos no mayores que el límite de proporcionalidad ( $\sigma_{cr} \leq \sigma_{LP}$ ) o sea hasta que:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} = \sigma_{LP}$$

Despejando  $L/r$  se obtiene:

$$\frac{L}{r} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{LP}}} \quad (2.15)$$

$\sigma_{LP}$  es el esfuerzo en el límite de proporcionalidad.

Con la ecuación 2.15 se calcula la relación de esbeltez mínima para la que es aplicable la fórmula de Euler; no lo es para esbelteces menores, puesto que para ellas  $\sigma_{cr} > \sigma_{LP}$ , el límite de proporcionalidad se sobrepasa antes de iniciarse el pandeo, y éste se inicia en el intervalo inelástico.

Durante varias décadas se consideró que la teoría de Euler era incorrecta, pues arrojaba resultados que no concordaban con los que se obtenían experimentalmente; esto se debía a que las columnas que se utilizaban entonces eran de esbeltez muy reducida y fallaban en el intervalo inelástico, bajo cargas mucho menores que las predichas por la fórmula de Euler. Por este motivo las columnas se diseñaron, durante largo tiempo, utilizando fórmulas empíricas, deducidas de información proporcionada por pruebas de laboratorio. Transcurrieron cien años hasta que Lamarle, en 1845, advirtió que el error no estaba en la fórmula, sino en su aplicación a casos para los que no es válida.

La teoría del pandeo elástico de columnas estaba bien establecida desde entonces, pero no se contaba con ningún procedimiento para predecir la carga crítica fuera de ese intervalo, por lo que se siguieron empleando fórmulas empíricas.

Engesser y Considère fueron los primeros en advertir la posibilidad de modificar la fórmula de Euler para calcular la carga crítica de pandeo inelástico, introduciendo en ella un módulo variable, función del esfuerzo crítico.

Engesser presentó su teoría del módulo tangente en 1889; de acuerdo con ella, la resistencia máxima de una columna que empieza a pandearse en el intervalo inelástico se obtiene sustituyendo en la fórmula de Euler el módulo de elasticidad  $E$

por el módulo tangente  $E_t$ . En el mismo año, Considère hizo notar que al comenzar la flexión de una columna cargada más allá del límite de proporcionalidad los esfuerzos en el lado cóncavo se incrementan, de acuerdo con el diagrama esfuerzo-deformación, pero los del lado convexo disminuyen, siguiendo la ley de Hooke, de manera que su resistencia máxima no es función ni del módulo de elasticidad  $E$  ni del tangente  $E_t$ , sino de un módulo  $\bar{E}$  comprendido entre los dos. Considère observó que  $\bar{E}$  es función del esfuerzo medio  $P/A$ , pero no propuso ningún procedimiento para calcularlo.

En 1895 Engesser reconoció el error que existía en su teoría original y presentó una nueva solución del problema, conocida con el nombre de teoría del módulo reducido o del módulo doble.

A partir de entonces se aceptó la teoría del módulo reducido como la solución correcta del problema del pandeo inelástico de columnas; desde el punto de vista del concepto clásico de inestabilidad es efectivamente correcta, puesto que proporciona la carga para la que una columna perfecta, recta y cargada axialmente, puede tener, además, otras configuraciones en equilibrio cercanas a la recta. Sin embargo, más adelante aparecieron dudas sobre ella, pues resultados experimentales cuidadosos, obtenidos con especímenes de secciones transversales de diversas formas, indicaron que las cargas de pandeo reales se encuentran entre las predichas por las dos teorías, del módulo tangente y del módulo reducido, más cerca casi siempre de las primeras que de las segundas.

El verdadero significado de las dos teorías fue aclarado finalmente por Shanley, en 1947.

En la discusión que se presenta en seguida se admiten las hipótesis siguientes:

1. Los desplazamientos laterales del eje de la columna son pequeños en comparación con las dimensiones de sus secciones transversales.
2. Las secciones transversales planas permanecen planas y normales al eje deformado, después de la flexión.
3. El diagrama esfuerzo-deformación del material de la columna proporciona la relación entre esfuerzo y deformación en cualquiera de sus fibras longitudinales.
4. El plano de flexión es un plano de simetría de todas las secciones transversales.

### 2.6.2.1 Teoría del módulo tangente

Se basa en la suposición de que cuando la columna tiene una relación de esbeltez tal que el esfuerzo crítico de pandeo  $\sigma_c = P_c/A$  es mayor que el límite de



proporcionalidad, son posibles configuraciones deformadas en equilibrio indiferente para las que la deformación es controlada por el módulo de elasticidad tangente  $E_t$ , que es igual a la pendiente de la curva esfuerzo de compresión-deformación del material de la columna en el punto que corresponde al esfuerzo crítico (Refs. 2.4, 2.5, 2.6 y 2.10) (Fig. 2.12).

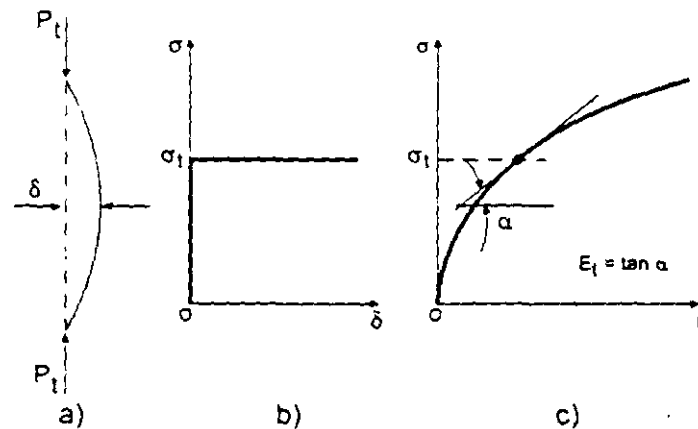


Fig. 2.12 Teoría del módulo tangente.

La ecuación diferencial del eje deformado es:

$$v'' + \frac{P_t}{E_t I} v = 0,$$

y, para una columna con extremos articulados, la carga y el esfuerzo crítico valen:

$$P_t = \frac{\pi^2 E_t I}{L^2} \quad (2.16)$$

$$\sigma_t = \frac{\pi^2 E_t}{(L/r)^2} \quad (2.17)$$

### 2.6.2.2 Teoría del módulo reducido

De acuerdo con esta teoría, la carga crítica de una columna de longitud intermedia, sobre la que obra una fuerza de compresión  $P_r$ , tal que  $\sigma_r = P_r/A$  excede el límite de proporcionalidad, es:

$$P_r = \frac{\pi^2 E_r I}{L^2} \quad (2.18)$$

El esfuerzo crítico correspondiente es:

$$\sigma_r = \frac{\pi^2 E_r}{(L/r)^2} \quad (2.19)$$

Cuando la columna se flexiona, al iniciarse el pandeo, aparecen en sus secciones transversales momentos que incrementan los esfuerzos en el lado cóncavo, donde la compresión por flexión se suma con la directa, y los disminuyen en el convexo, en el que la flexión produce tensiones.

Si la curva OBC de la Fig. 2.13 representa el diagrama esfuerzo de compresión-deformación del material de la columna, y el punto C corresponde al esfuerzo crítico, los esfuerzos y deformaciones en el lado cóncavo están relacionados entre sí, durante pequeñas deformaciones, por el módulo tangente  $E_t$  (pendiente de la tangente  $CC'$ ), y en el lado convexo, por el módulo de elasticidad ordinario,  $E$ , que es la pendiente de la recta  $CC''$ , paralela al tramo inicial, elástico, de la curva. El momento resistente es proporcional al módulo reducido  $E_r$ , que es función de  $E$ ,  $E_t$ , y de la geometría de la sección transversal (refs. 2.4 y 2.6):

$$M_{int} = E_r I / R$$

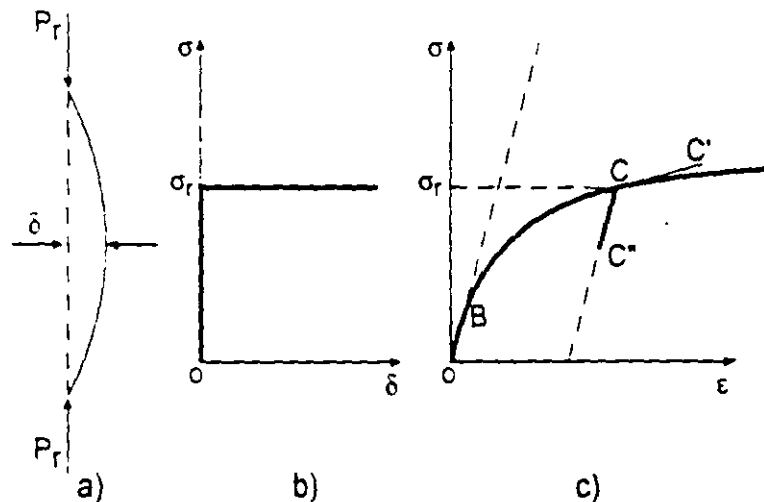


Fig. 2.13 Teoría del módulo reducido.

Las ecs. 2.18 y 2.19 se obtienen planteando la ecuación de equilibrio de la columna ligeramente deformada, y siguiendo el mismo camino que para deducir la fórmula de Euler.

Como  $E_t$  es siempre mayor que  $E$ , la teoría del módulo reducido proporciona cargas críticas algo más altas que la del módulo tangente.

Durante bastantes años se consideró que la teoría del módulo reducido era la más precisa, pues tiene en cuenta la reducción de esfuerzos en el lado convexo, producida por la flexión; sin embargo, las cargas críticas obtenidas experimentalmente se encuentran entre las predichas por las dos teorías, más

cerca, en general, de las que corresponden al módulo tangente que al reducido; por este motivo, se utilizó cada vez más la teoría del módulo tangente, a pesar de ser aparentemente incorrecta; tiene, además, las ventajas de proporcionar resultados del lado de la seguridad y ser más fácil de aplicar, pues  $E_t$  no depende de la forma de las secciones transversales.

Esta situación, aparentemente ilógica, existió hasta que Shanley aclaró el comportamiento de las columnas cargadas axialmente que se pandean en el intervalo inelástico.

### 2.6.2.3 La contribución de Shanley

Según la teoría del módulo tangente, la columna empieza a flexionarse cuando la carga vale  $P_t = \pi^2 E_t I / L^2$ , y son posibles configuraciones deformadas, en equilibrio indiferente, en las que esfuerzos y deformaciones están relacionados por el módulo  $E_t$ , en todos los puntos.

Para que esto sea cierto, el paso de la configuración recta a una deformada adyacente ha de presentarse sin que disminuyan los esfuerzos en ningún punto de la sección, lo que sólo es posible si los desplazamientos laterales se inician cuando la carga axial aumenta todavía, de manera que la tendencia a que disminuyan los esfuerzos en el lado convexo se compensa por el incremento ocasionado por la fuerza axial adicional.

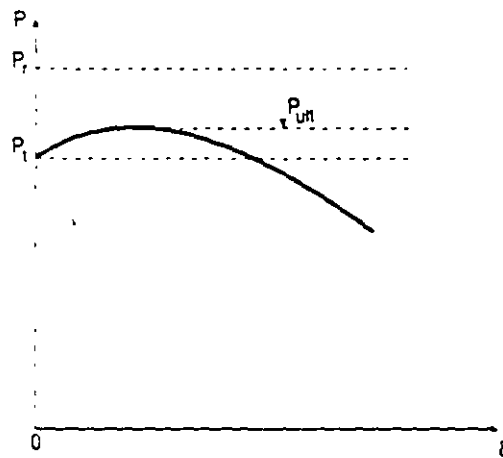
La carga  $P_t$  predicha por la teoría del módulo tangente no es la fuerza axial máxima que resiste la columna, puesto que las mismas suposiciones que llevan a su obtención implican un aumento en la capacidad de carga.

En resumen, la carga que corresponde al módulo tangente es un límite inferior de la resistencia de una columna; al alcanzarla, la barra recta se flexiona, mientras crece la fuerza que obra sobre ella. La predicha por la teoría del módulo reducido es el límite superior, pues es la compresión máxima que resistiría la columna si permaneciese recta hasta entonces. La resistencia máxima se encuentra entre los límites correspondientes a las dos teorías (Fig. 2.14).

### 2.6.3 Esfuerzos residuales

En los miembros de acero estructural laminados en caliente aparecen esfuerzos residuales, debidos a las deformaciones permanentes que se originan por el enfriamiento irregular desde la temperatura de laminación hasta la ambiente.

Los extremos de los patines y la parte central del alma de un perfil H se enfrían con mayor rapidez que las zonas de unión de alma y patines, por estar más expuestas que éstas a la temperatura ambiente (refs. 2.6, 2.11; en cualquiera de ellas hay una extensa lista de referencias adicionales). Cuando se enfrían las fibras longitudinales de las regiones mencionadas primero se contraen y pasan al estado elástico, mientras el material de las porciones centrales de los patines y de las zonas contiguas del alma está aún a una temperatura que le permite seguir esas contracciones sin ninguna restricción; cuando, posteriormente, se enfrían las porciones centrales, tratan de contraerse más, pero están restringidas por el metal que se encuentra ya en estado elástico, que no puede acortarse sustancialmente, e impide que las fibras que se enfrían al final se contraigan todo lo que requiere el descenso de temperatura. (El proceso de enfriamiento es continuo, aunque aquí se ha descrito, por simplicidad, como si se presentase por etapas).



**Fig. 2.14 Comparación de los resultados de las teorías del módulo tangente y del módulo reducido con la resistencia máxima de una columna.**

Como una consecuencia de los fenómenos mencionados, cuando el perfil laminado llega a la temperatura ambiente, el material que ocupa la zona central de los patines y el alma adyacente queda sometido a fuerzas interiores de tensión, que ejercen sobre él los extremos de los patines y la zona central del alma que, a su vez, soportan compresiones a lo largo de los bordes; hay en el perfil esfuerzos iniciales, antes de que actúen las cargas exteriores, que generan un sistema de fuerzas interiores en equilibrio.

También producen esfuerzos residuales las deformaciones plásticas ocasionadas por operaciones efectuadas durante la fabricación de la estructura, como el enderezado de los perfiles, en frío o en caliente, y la soldadura, que genera esfuerzos residuales muy importantes, por el calentamiento y enfriamiento irregulares de los metales base y de aportación, desde la temperatura ambiente

hasta la de fusión; los cortes con soplete oxiacetilénico producen efectos semejantes a los de la soldadura.

Tanto en perfiles laminados en caliente como en miembros soldados, las partes que tardan más en enfriarse quedan, en general, en tensión, pues su longitud final es mayor que la que tendrían si se enfriasen libremente, y las que se enfrían primero, en compresión (Fig. 2.15a).

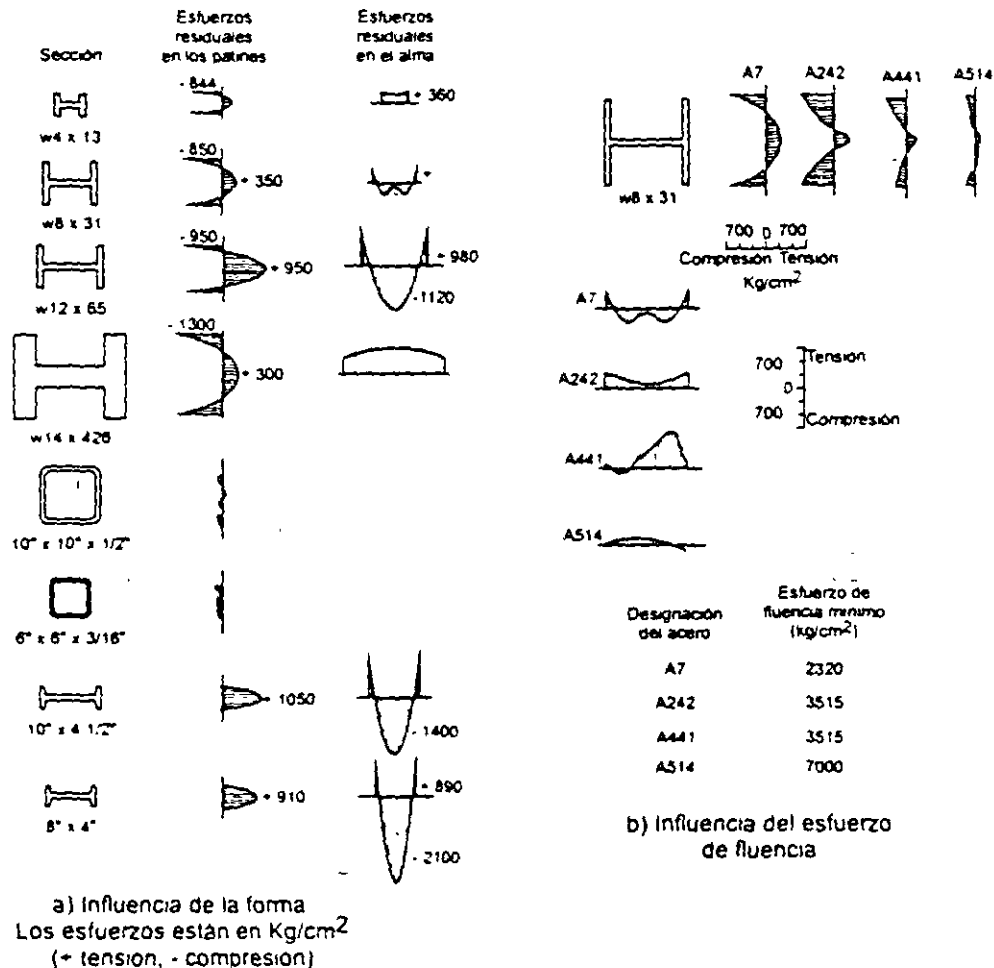
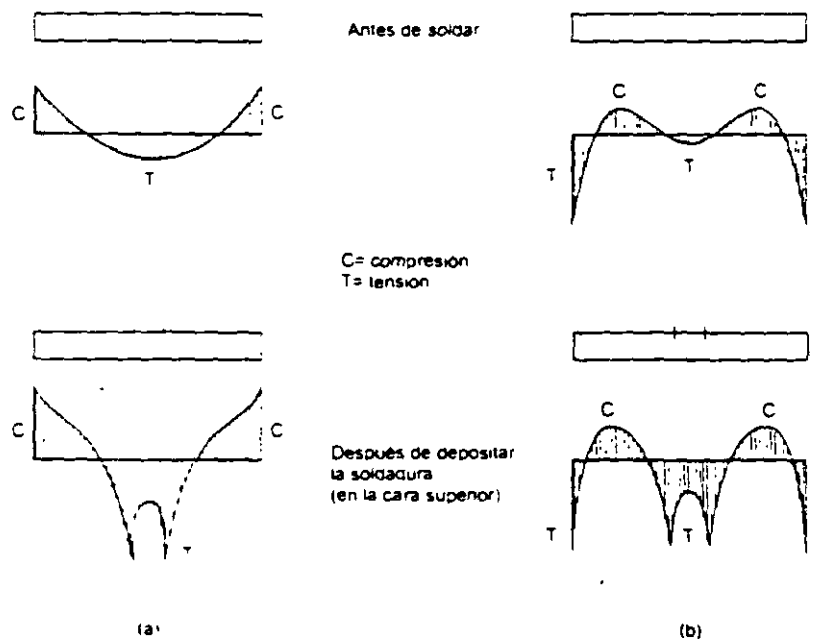


Fig. 2.15 Esfuerzos residuales en perfiles laminados.

En las secciones I y H los esfuerzos residuales máximos aparecen en los extremos de los patines; en perfiles laminados, su valor medio en esos puntos es de unos 900 Kg/cm<sup>2</sup>, prácticamente independiente del esfuerzo de fluencia del acero, por lo que influyen menos en la capacidad de carga de columnas de acero de alta resistencia, pues constituyen un porcentaje menor de su esfuerzo de fluencia (Fig. 2.15b). En secciones I y H hechas con placas soldadas son, en general, más elevados; su magnitud y distribución dependen del tipo de placas que forman el alma y los

patines. Pueden eliminarse, casi por completo, por medio de tratamientos térmicos (Fig. 2.15b).

Los esfuerzos residuales de tensión en las soldaduras y en zonas angostas adyacentes a los bordes de placas cortadas con soplete exceden, con frecuencia, el límite de fluencia de las placas, pues aunque el metal base no resiste, inicialmente, esfuerzos mayores que  $F_y$ , los ciclos térmicos producidos por la soldadura y los cortes modifican sus propiedades, y elevan su resistencia (Fig. 2.16).



**Fig. 2.16** Esfuerzos residuales en placas, antes y después de depositar un cordón de soldadura en su eje longitudinal. (a) Placas laminadas. (b) Placas cortadas con soplete.

La soldadura modifica los esfuerzos previos producidos por el enfriamiento o por los cortes con soplete. Las placas laminadas tienen esfuerzos residuales de compresión en los bordes, mientras que en placas cortadas con soplete esos esfuerzos son tensiones (Fig. 2.16). En secciones H soldadas, hechas con placas laminadas, la soldadura incrementa la compresión en los bordes de los patines y agranda la región comprimida, lo que afecta desfavorablemente la resistencia de la columna; en cambio, si las placas han sido cortadas con soplete, se forman esfuerzos residuales de tensión en los extremos de los patines, y aumenta la resistencia (Fig. 2.17).

Los esfuerzos residuales tienen distribuciones muy parecidas en todas las secciones en cajón, fabricadas con placas laminadas o cortadas con soplete, porque los que producen las soldaduras son mucho mayores que los que había antes (Fig. 2.18).

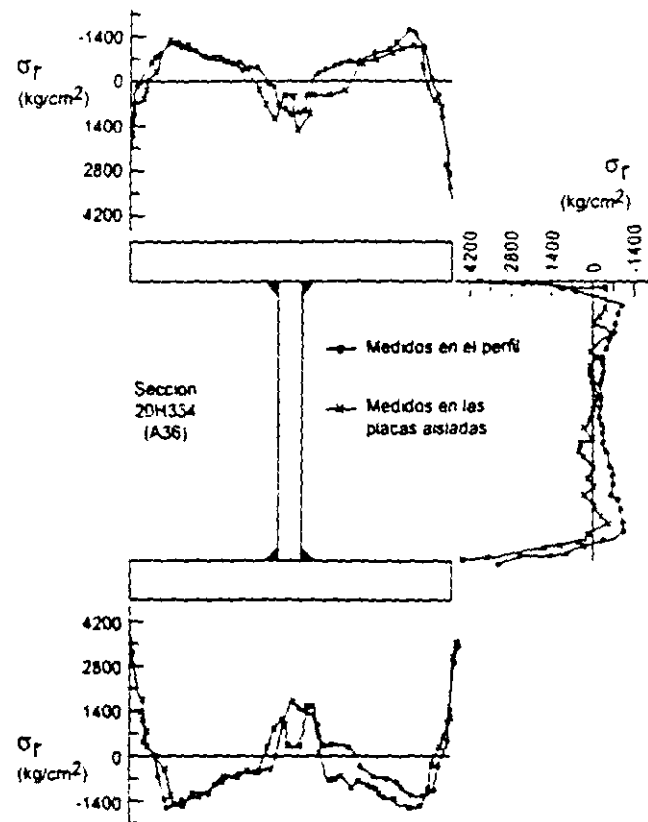


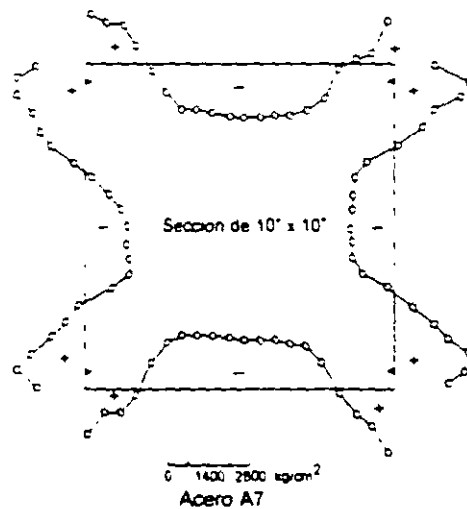
Fig. 2.17 Esfuerzos residuales en una sección H soldada, hecha con placas cortadas con soplete.

### 2.6.3.1 Influencia de los esfuerzos residuales en la resistencia de las columnas de acero estructural

Su efecto principal es hacer que descienda el límite de proporcionalidad del acero, a partir del cual su diagrama esfuerzo-deformación deja de ser recto; se llega a ese límite tan pronto como la suma de los esfuerzos residuales más los producidos por las cargas iguala a  $\sigma_y$  en algún punto de la sección. Si la barra está en tensión, el esfuerzo de fluencia aparece primero en el punto donde las tensiones residuales eran máximas; si está en compresión, se alcanza, por primera vez, en la zona de esfuerzos residuales de compresión de mayor intensidad.

Como las fuerzas residuales interiores están en equilibrio, los volúmenes de esfuerzos de tensión y compresión en cada sección transversal son iguales entre

y están distribuidos de manera que las fuerzas interiores se equilibran mutuamente, por lo que no influyen en la resistencia última de las barras en tensión (en las zonas en que hay tensiones residuales se llega a  $\sigma_y$  antes que si no las hubiera, pero la plastificación se retrasa donde los esfuerzos residuales son compresiones) ni, por razones análogas, en la de barras comprimidas muy cortas, que fallan por aplastamiento.



**Fig. 2.18 Esfuerzos residuales en secciones cajón soldadas.**

En la ref. 2.6 se ilustra el efecto de los esfuerzos residuales en el diagrama esfuerzo de compresión-deformación, estudiando el comportamiento de una columna corta, de sección transversal rectangular con esfuerzos residuales idealizados (Fig. 2.19); se obtiene la gráfica de la Fig. 2.20. Para llegar a ella se utiliza la ley de Hooke, durante todo el proceso de carga, pero se tiene en cuenta que el área efectiva, en cualquier etapa, es sólo la de la porción de la sección que permanece en el intervalo elástico, pues el resto se deforma plásticamente bajo esfuerzo constante. Así, toda la sección es efectiva hasta que el esfuerzo producido por la carga exterior,  $P/A$ , alcanza el valor  $\sigma_y - \sigma_{rc}$ ; a partir de ese instante, las dos porciones laterales de la columna se plastifican, y la resistencia adicional proviene, sólo, de la parte central, que sigue en el intervalo elástico.

### 2.6.3.2 Esfuerzo crítico de columnas con esfuerzos residuales

Cada fibra deja de contribuir a la rigidez de la columna cuando aparece en ella el esfuerzo  $\sigma_y$ , pues en esas condiciones se deforma libremente, bajo carga constante; por consiguiente, una vez que se han plastificado algunas porciones de la columna, al superponerse los esfuerzos producidos por las cargas exteriores con los residuales, se puede seguir utilizando la fórmula de Euler, pero debe considerarse sólo la porción de las secciones transversales que está aún en el intervalo elástico (refs. 2.12 y 2.13):



$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_e}{L^2} = \frac{I_e}{I} P_E \quad (2.20)$$

$I_e$  es el momento de inercia de la parte de la sección transversal que está en el intervalo elástico cuando se inicia el pandeo, y  $P_E$  es la carga crítica de Euler. Se supone que los esfuerzos residuales son iguales en todas las secciones transversales de la columna, de manera que  $I_e$  es constante.

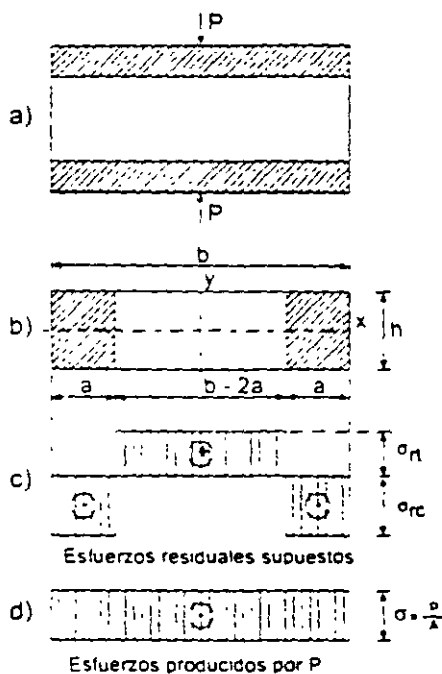


Fig. 2.19 Columna corta con esfuerzos residuales.

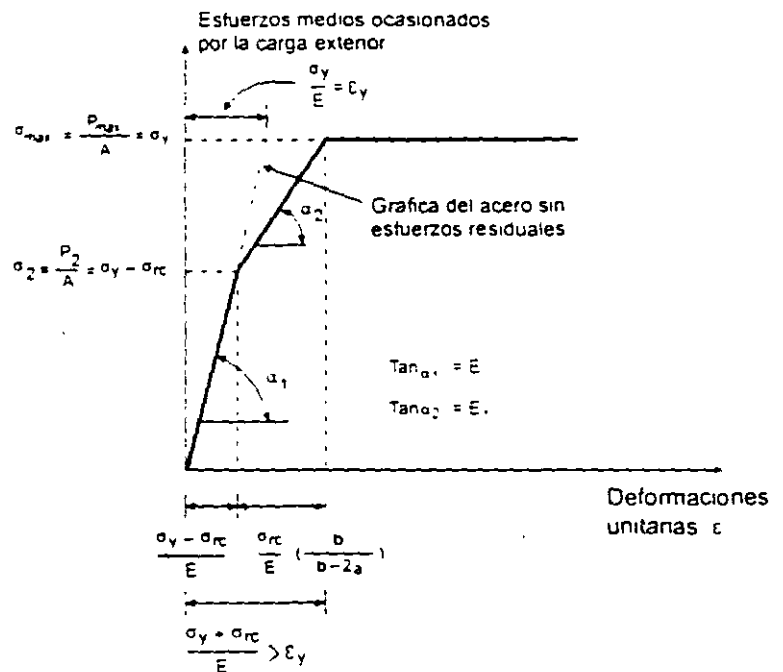


Fig. 2.20 Gráfica esfuerzo-deformación de la columna de la Fig. 2.19.

El esfuerzo crítico se obtiene dividiendo entre el área total  $A$  los dos miembros de la ecuación anterior:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI_e}{AL^2} = \frac{\pi^2 EI_e}{(I r^2) L^2} = \frac{\pi^2 E (I_e / I)}{(L r)^2} \quad (2.21)$$

$\sigma_{cr}$  se calcula con la fórmula de Euler, sustituyendo  $E$  por el producto  $E(I_e/I)$ .

Sin la contribución de Shanley a la teoría del pandeo inelástico no se habría podido llegar a este resultado, pues se está tomando como carga crítica la que ocasiona la iniciación de la flexión lateral de la columna, y admitiendo que ésta empieza sin que se descargue ninguna fibra; de no ser así, volverían a intervenir en el momento de inercia efectivo las zonas plastificadas del lado convexo, que regresarían al campo elástico. Se acepta que la flexión se inicia acompañada por un incremento de la carga, que produce aumentos de las deformaciones sin que disminuyan los esfuerzos en ningún punto; se utiliza, pues, la teoría del módulo tangente corregido

por Shanley, modificada porque las secciones transversales de las columnas con esfuerzos residuales dejan de ser homogéneas cuando se plastifican parcialmente.

De acuerdo con las ecs. 2.20 y 2.21, la distribución de los esfuerzos residuales con respecto al eje de flexión influye muy significativamente en la magnitud de  $\sigma_{cr}$ , ya que  $I_c$  depende de ella, por lo que se obtienen resultados diferentes, para una misma sección, e igual esbeltez, cuando se pandea alrededor de uno u otro de los ejes centroidales y principales.

Si las dos porciones laterales de amplitud  $a$  de la Fig. 2.19b, en las que había una compresión residual, están plastificadas cuando se inicia el pandeo de una columna que tiene esa sección transversal, utilizando la gráfica de la Fig. 2.20 para evaluar el módulo tangente de la sección completa se llega a los resultados siguientes (ref. 2.6):

Flexión alrededor del eje x:

$$\frac{I_{cr}}{I_x} = \frac{E_r}{E} \quad \therefore \sigma_{crx} = \frac{\pi^2 E}{(L/r_x)^2} \frac{E_r}{E} \quad (2.22)$$

Flexión alrededor del eje y:

$$\frac{I_{cy}}{I_y} = \left( \frac{E_r}{E} \right)^2 \quad \therefore \sigma_{cry} = \frac{\pi^2 E}{(L/r_y)^2} \left( \frac{E_r}{E} \right)^2 \quad (2.23)$$

Si se conoce  $E_r$  para fuerzas de compresión crecientes, con las ecuaciones 2.22 y 2.23 pueden obtenerse gráficas para diseño de columnas de sección transversal rectangular, que se pandean alrededor de cualquiera de los ejes centroidales y principales, con las que se determina  $\sigma_{cr}$ , en función de la relación de esbeltez y teniendo en cuenta los esfuerzos residuales.

$\sigma_{crx}$  se calcula aplicando directamente la teoría del módulo tangente (ec. 2.22), pero no sucede lo mismo con  $\sigma_{cry}$ , que no depende directamente de  $E_r$ , sino de una función del cociente  $E_r/E$  (ec. 2.23).

El módulo tangente de la sección transversal completa,  $E_r$ , puede determinarse analíticamente, partiendo de una distribución conocida de esfuerzos residuales, o experimentalmente, por medio de ensayos de compresión de perfiles completos, de poca longitud (ref. 2.11).

Las ecs. 2.22 y 2.23 son válidas también para columnas de sección H o I idealizadas como dos placas paralelas entre sí, despreciando el efecto del alma sobre la rigidez

(refs. 2.6, 2.14); corresponden, respectivamente, a pandeo por flexión alrededor de los ejes x y y.

En la Fig. 2.21 se han trazado las curvas esfuerzo medio-relación de esbeltez que se obtienen aplicando las dos ecuaciones a una columna de sección H pandeada por flexión alrededor de los ejes de mayor y menor momento de inercia, suponiendo que tiene los esfuerzos residuales idealizados que se muestran, con valores máximos de  $0.30\sigma_y$ , en los extremos de los patines, y despreciando el efecto del alma ( $0.30\sigma_y$  es un valor experimental promedio, determinado para secciones H laminadas, de tamaño pequeño o mediano).

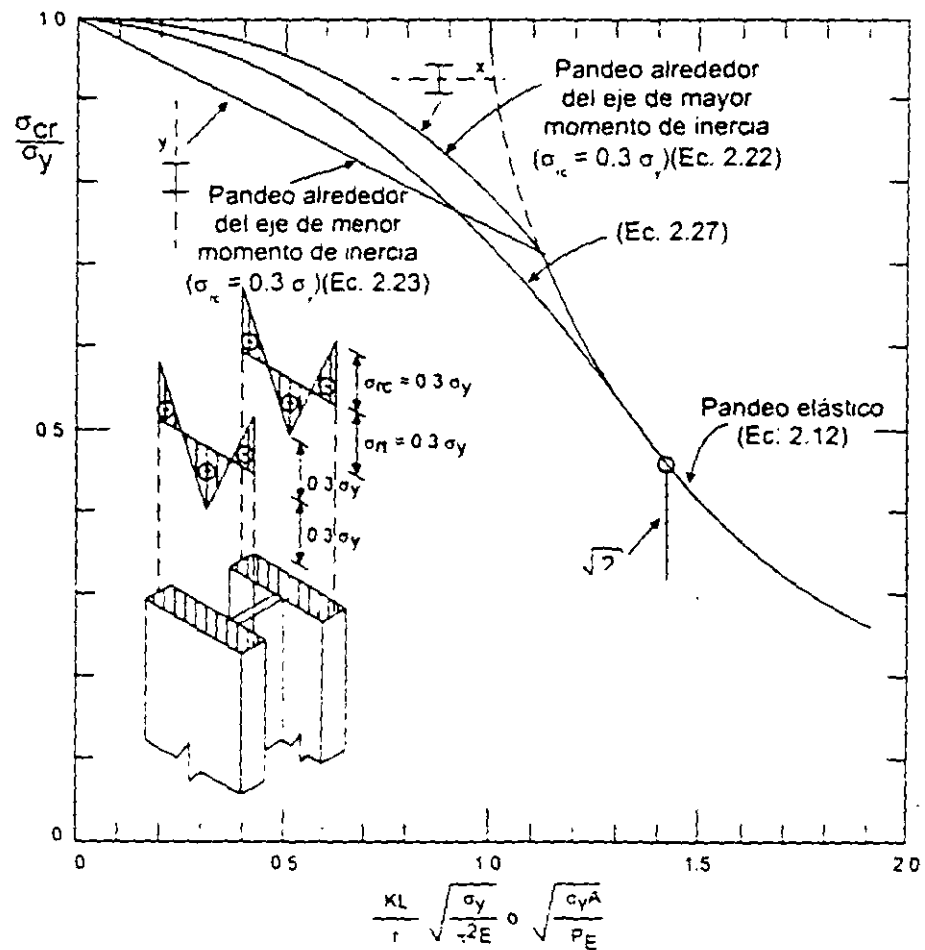


Fig. 2.21 Curvas esfuerzo crítico-relación de esbeltez para una columna I con esfuerzos residuales.

Cuando se obtuvieron las curvas anteriores, se pensó que para simplificar el diseño convenía sustituirlas por una sola, válida para pandeo en x o en y.

La resistencia de columnas que se pandean en el intervalo inelástico, por flexión alrededor del eje de mayor momento de inercia, puede aproximarse con una curva de ecuación (ref. 2.5):

$$\sigma_{cr} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{LP}}{\pi^2 E} \left( \sigma_1 - \sigma_{LP} \right) \left( \frac{L}{r} \right)^2 \quad (2.24)$$

Como la gráfica esfuerzo-deformación deja de ser una línea recta cuando el esfuerzo total (residual de compresión más el debido a la carga exterior) llega a  $\sigma_1$ , en algún punto, el límite de proporcionalidad  $\sigma_{LP}$  se substituye por:

$$\sigma_{LP} = \sigma_1 - \sigma_{rc} \quad (2.25)$$

La ec. 2.24 se transforma en:

$$\sigma_{cr} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{rc}}{\pi^2 E} \left( \sigma_1 - \sigma_{rc} \right) \left( \frac{L}{r} \right)^2 \quad (2.26)$$

Si los esfuerzos residuales máximos de compresión se toman, arbitrariamente, iguales a  $\sigma_1/2$ , la ec. 2.26 se reduce a la 2.27, que proporciona resultados intermedios entre los de las ecs. 2.22 y 2.23, aceptables para flexión en cualquiera de los planos principales; su representación gráfica es una curva tangente a la de Euler en el punto en que  $\sigma_{cr} = \sigma_1/2$ .

$$\sigma_{cr} = \sigma_1 - \frac{\sigma_1^2}{4\pi^2 E} \left( \frac{L}{r} \right)^2 \quad (2.27)$$

$\sigma_1/2$  es un valor cercano al máximo que se ha medido en perfiles H laminados.

La ecuación 2.27 puede escribirse en la forma

$$\sigma_{cr} = \sigma_1 \left( 1 - \frac{\sigma_1}{4\pi^2 E / (L/r)^2} \right) = \sigma_1 \left( 1 - \frac{\sigma_1}{4\sigma_{cr}} \right) \quad (2.28)$$

$\sigma_{cr}$  es la carga crítica de pandeo elástico de la columna; con la ec. 2.28 se corrige ese valor, cuando el pandeo se inicia fuera del intervalo elástico.

Al suponer que  $\sigma_{rc} = \sigma_1/2$ , de la ec. 2.25 se obtiene,  $\sigma_{LP} = \sigma_1/2$ , de manera que la ec. 2.27 (o la 2.28) es aplicable a columnas de relación de esbeltez para la que el esfuerzo crítico de pandeo es mayor que la mitad del de fluencia; en caso contrario, el pandeo se inicia en el intervalo elástico, y se utiliza la fórmula de Euler.

La ec. 2.27 (Fig. 2.21) fue recomendada en 1960 (ref. 2.14) como adecuada para obtener la resistencia al pandeo inelástico de columnas de acero estructural, y sirvió de base para las fórmulas contenidas en las especificaciones del AISC de 1961, que siguen en vigor, después de varias revisiones, en las normas para diseño por

esfuerzos permisibles (ref. 2.3); se utiliza también en el Reglamento de Construcciones para el D.F. (ref. 2.2), para algunos tipos de columnas. Es particularmente aplicable a perfiles H o I de acero estructural, laminados en caliente, pero pierde exactitud cuando se emplea para diseñar columnas hechas con placas soldadas, en las que el efecto de los esfuerzos residuales suele ser mayor que en las laminadas, o para columnas de acero de alta resistencia en las que, en cambio, los esfuerzos residuales son de menor importancia. Tampoco es muy precisa cuando se aplica a columnas de otros perfiles, como ángulos, canales, tubos o secciones en cajón.

En la Fig. 2.22 se muestran resultados experimentales obtenidos ensayando columnas de distintas formas, con esfuerzos de fluencia diferentes y fabricadas por procedimientos diversos, sometidas a compresión axial. Las abscisas son las relaciones de esbeltez escritas en forma adimensional,  $\lambda = KL/(KL)_{\sigma_c = \sigma_y} = (KL/r)\sqrt{\sigma_y/\pi^2 E}$ , y las ordenadas los esfuerzos críticos, divididos entre  $\sigma_y$ , para reducirlos también a una forma adimensional, que permita comparar los resultados.  $(KL)_{\sigma_c = \sigma_y}$  es la relación de esbeltez para la que el esfuerzo crítico elástico es igual a  $\sigma_y$ .

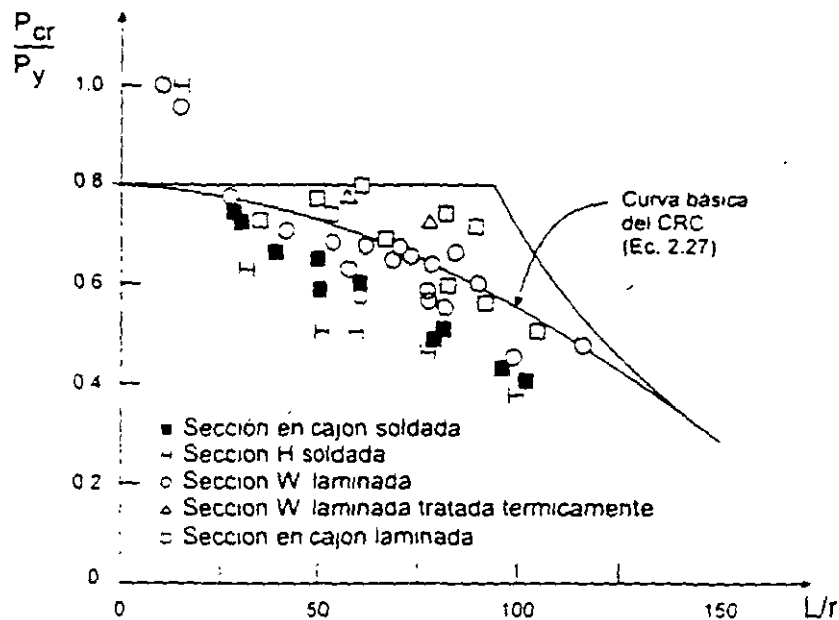


Fig. 2.22 Comparación de resultados experimentales con la ecuación 2.27.

Todos los especímenes se ensayaron en la condición en que se encontraban al terminar la fabricación, sin someterlos a ninguna operación de enderezado.

Con fines comparativos, aparece también en la figura la curva básica para diseño de columnas cargadas axialmente propuesta por el "Column Research Council" (CRC) en 1960 (ref. 2.14), ec. 2.27.

La mayoría de los puntos que representan perfiles H laminados, ensayados en su estado normal, se encuentra cerca de la curva, mientras que los de esos mismos perfiles tratados térmicamente, y de secciones en cajón laminadas, están en la curva o por encima de ella. En cambio, todas las columnas compuestas por placas soldadas están debajo, lo que indica que tienen resistencias menores que las predichas.

Estos resultados comprueban la importancia de los esfuerzos residuales en la resistencia de las columnas, tanto desde el punto de vista de su magnitud como de la manera en que están distribuidos en la sección. La resistencia aumenta cuando crece el esfuerzo de fluencia del acero y cuando se eliminan los esfuerzos residuales por medio de tratamientos térmicos, y las secciones en cajón laminadas, en las que los esfuerzos son reducidos, tienen también una capacidad de carga elevada. En cambio, las columnas formadas por placas soldadas resisten menos que los perfiles laminados de igual geometría, y la resistencia de las secciones en cajón es mayor que la de las H, porque tienen una distribución de esfuerzos residuales más favorable.

La considerable dispersión de los resultados experimentales refleja la influencia de la forma de las secciones transversales, de las distribuciones de esfuerzos residuales, y de la variación de los esfuerzos de fluencia; también influyen las imperfecciones geométricas iniciales de las columnas.

Es discutible si deben especificarse curvas de diseño diferentes para situaciones diferentes (columnas laminadas, soldadas, de alta resistencia, etc.), o utilizar una curva única; en este caso, el grado de seguridad varía de unas columnas a otras, pues la curva es conservadora en algunas ocasiones y arroja resultados inseguros en otras.

#### 2.6.4 Curvas múltiples

La gran dispersión de las resistencias máximas de las columnas, para valores dados de la esbeltez, se muestra en la Fig. 2.23, en la que se han trazado las curvas que limitan el espacio que contiene las gráficas resistencia-esbeltez determinadas analíticamente para 112 columnas, de perfiles y tipos muy variados (ref. 2.15, 2.20).

Cada curva se basa en una distribución real de esfuerzos residuales, medida experimentalmente, y en una deformación inicial supuesta del eje de la columna,  $\delta_0 = 0.001L$ , en la sección media. Las resistencias no se han determinado resolviendo un problema de valores característicos, método que sólo es aplicable a

columnas perfectamente rectas, sino trazando la gráfica acción-deflexión de todo el proceso de carga, hasta el colapso. La resistencia máxima es la ordenada del punto más alto de la gráfica.

En la fig. 2.23 se muestran las envolventes superior e inferior y la curva media aritmética; el ancho de la banda, es decir, la dispersión de resistencias, es máximo para relaciones de esbeltez intermedias, y disminuye hacia los extremos.

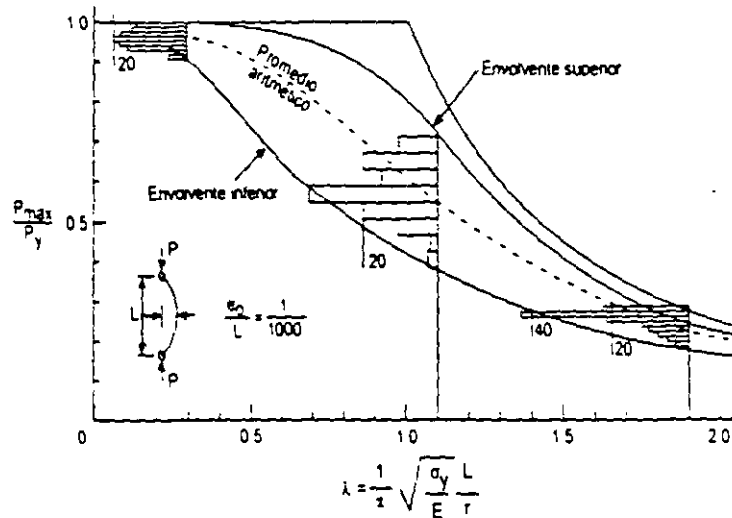


Fig. 2.23 Límites de las curvas de resistencia máxima de columnas (112 curvas).

Es evidente que una sola curva no representa adecuadamente la resistencia de todos los tipos de columnas.

Las incertidumbres pueden reducirse definiendo subgrupos, y representando cada uno con una curva media única, con lo que se obtiene un grupo de curvas múltiples para diseño.

**Curvas europeas.** Debido a la dispersión en las propiedades del material y en las imperfecciones de las columnas reales, las cargas de colapso obtenidas experimentalmente para una relación de esbeltez dada están repartidas en una faja de un cierto ancho. Conociendo un número suficiente de resultados experimentales, puede determinarse el valor probable de la carga de falla cuyo límite estadístico de tolerancia sea igual a una cifra dada. Adoptando este criterio, y utilizando los resultados de alrededor de 1100 ensayos llevados a cabo en siete países de Europa occidental, la Convención Europea de la Construcción Metálica (ref. 2.16) obtuvo una curva experimental, sin ecuación determinada, definida por parejas de valores  $\sigma_{cr} - L/r$ . Las piezas ensayadas, de diferentes relaciones de esbeltez, estaban hechas con perfiles de varios tipos, laminados en distintos países, y se probaron en seis laboratorios diferentes.

Pronto se hizo evidente que el empleo de una sola curva de pandeo es en detrimento de algunos perfiles usuales, por lo que se decidió establecer varias curvas de diseño, y referir a cada una de ellas las secciones correspondientes. Para obtenerlas se hicieron estudios de simulación, basados en valores supuestos de las imperfecciones de las columnas, y en los estudios experimentales previos. Se obtuvieron así las curvas a, b y c de la Fig. 2.27, en la que se indican los tipos de columnas a los que son aplicables. Se muestran también dos curvas tentativas, a° y d.

Para facilitar el dimensionamiento de las columnas, la Convención Europea elaboró tablas  $L/r - \sigma_u$  para los perfiles más utilizados y los aceros comunes en Europa (ref. 2.17), teniendo en cuenta los valores característicos del límite de elasticidad, en función del grueso del material. (Desde el punto de vista del pandeo de piezas comprimidas, la característica más importante es el límite de elasticidad de la parte más gruesa del perfil, que disminuye al aumentar el espesor). Posteriormente se han utilizado expresiones analíticas que aproximan los resultados proporcionados por las curvas (ref. 2.18).

### 2.6.5 Resistencia de diseño

Como las columnas reales tienen imperfecciones iniciales, aparecen, desde un principio, deflexiones laterales y momentos flexionantes, que crecen con más rapidez que la carga y ocasionan, eventualmente, la falla del miembro por la acción combinada de compresión y flexión. Sin embargo, durante muchos años el problema se trató como si las columnas fuesen perfectas y fallasen por pandeo, conservándose rectas hasta que se agota su rigidez lateral (ref. 2.12). Las especificaciones del AISC para el diseño por esfuerzos permisibles de columnas en compresión axial siguen basadas, hasta la fecha, en este criterio (ref. 2.3).

En la actualidad se cuenta con dos métodos para determinar la resistencia máxima de las columnas que fallan por pandeo por flexión (ref. 2.15 y 2.19); de acuerdo con uno, es la menor de las cargas críticas de pandeo, elástico o inelástico, de la columna perfecta; según el otro, es igual a la resistencia última de columnas con imperfecciones iniciales, que se introducen en el problema suponiendo que su eje no es recto inicialmente. Cuando se utiliza el primer criterio se calcula la carga crítica, que corresponde a un estado de bifurcación del equilibrio; debe resolverse un problema de valores característicos; si se emplea el segundo, se tiene un problema de inestabilidad, que se resuelve trazando una curva acción-desplazamiento y determinando la carga correspondiente a su punto más alto.

Los dos métodos son aplicables, en teoría, a cualquier forma de falla, pero sólo se cuenta con la información necesaria para utilizar el segundo, más preciso, en el caso más común, la falla por flexión alrededor de alguno de los ejes centroidales y principales de columnas con secciones transversales de simetría doble.



Ante la imposibilidad de considerar, de manera explícita, todos los factores que influyen en la resistencia de las columnas, sólo se incluyen en cada método los más importantes, y los restantes se tienen en cuenta introduciendo en el diseño un factor de seguridad adecuado, en forma de factores de carga y resistencia apropiados, cuando el diseño se hace por estados límite.

En los dos métodos se incluyen los efectos de los esfuerzos residuales que se originan durante la laminación y la fabricación de la estructura.

La resistencia de las columnas y la forma de la curva que la relaciona con la esbeltez son función de factores geométricos (forma y tamaño de las secciones transversales, desviaciones del eje respecto a la línea recta que une los centroides de las secciones extremas, excentricidades en la aplicación de la carga, eje de las secciones transversales alrededor del que se presenta la flexión durante el pandeo), de factores que dependen del material (tipo de acero, caracterizado por el esfuerzo de fluencia y la gráfica esfuerzo-deformación, magnitud y distribución de los esfuerzos residuales) y del proceso de fabricación (columnas laminadas en caliente, fabricadas con placas soldadas, o formadas en frío, métodos empleados para enderezarlas). Todos estos factores se tienen en cuenta cuando la curva de diseño se determina experimentalmente, puesto que se ensayan columnas reales, pero es difícil incluirlos en modelos analíticos por lo que, como se mencionó arriba, sólo los más importantes se consideran de manera explícita.

El número y la variedad de los factores que intervienen en el problema hacen que no sea conveniente utilizar una sola curva resistencia-esbeltez para todas las columnas, pues al hacerlo se penalizan las secciones más eficientes, o se diseñan las menos eficientes con una seguridad inadecuada. Para obtener un nivel de seguridad uniforme han de utilizarse varias curvas de diseño, que correspondan a grupos de columnas de características similares; se llegó así al concepto de las *curvas múltiples* (refs. 2.11, 2.15, 2.19, 2.20).

Se han determinado analíticamente las curvas para columnas de diversos tipos; en su obtención se han tenido en cuenta la forma de la sección transversal, las propiedades mecánicas del acero, el procedimiento de fabricación, el tamaño de los perfiles, y el eje de flexión; además, se han considerado esfuerzos residuales con valores y distribuciones medidos experimentalmente, y curvaturas iniciales definidas por la forma del eje de la columna y la deflexión máxima, en el centro.

El eje de las columnas reales se representa convenientemente con una senoide, pero hay diferentes opiniones acerca del valor más adecuado de la deflexión  $e$  en el centro de la barra.

La magnitud de  $e$  está limitada por los requisitos que deben satisfacer, por especificación, los elementos de acero que se utilizan en las estructuras; de acuerdo con la práctica estadounidense, el eje de los miembros de sección H no puede separarse de la recta teórica que une sus extremos más de  $1/8"$  por cada 10 pies  $r$

longitud, o sea un novecientos sesentavo de la longitud  $L$  del miembro, lo que se considera, en general, como  $L/1000$ .

Sin embargo, como las bases de la teoría de confiabilidad utilizada para el desarrollo de los métodos de diseño basados en factores de carga y resistencia son los valores medios y las desviaciones estándar de los parámetros que intervienen en el problema, parece razonable usar el valor medio de  $e$ , y su variabilidad, para evaluar la resistencia de las columnas, lo que lleva a tomar  $e$  igual a  $L/1470$ , que es el valor medio, obtenido estadísticamente, para perfiles H (refs. 2.11, 2.20).

Para reducir a límites aceptables las incertidumbres propias del uso de una sola curva de diseño, pero sin complicar demasiado la solución del problema, como sucedería si se utilizase un número excesivo de curvas, el Consejo de Investigación sobre Estabilidad Estructural ("Structural Stability Research Council", SSRC) ha propuesto el uso de tres curvas (refs. 2.11, 2.15), que corresponden a grupos que incluyen columnas de sección H laminadas en caliente y enderezadas en frío, barras de sección transversal circular, maciza o hueca, y miembros hechos con placas soldadas, de sección H y en cajón. Para las curvas originales (Fig. 2.24 a 2.26) se consideró  $e = L/1000$ , mientras que en la deducción de las designadas con la letra P (de "probabilístico") se tomó el valor medio,  $L/1470$ ; cada una de las curvas P está, siempre, ligeramente arriba de la curva "determinística" correspondiente (Fig. 2.28).

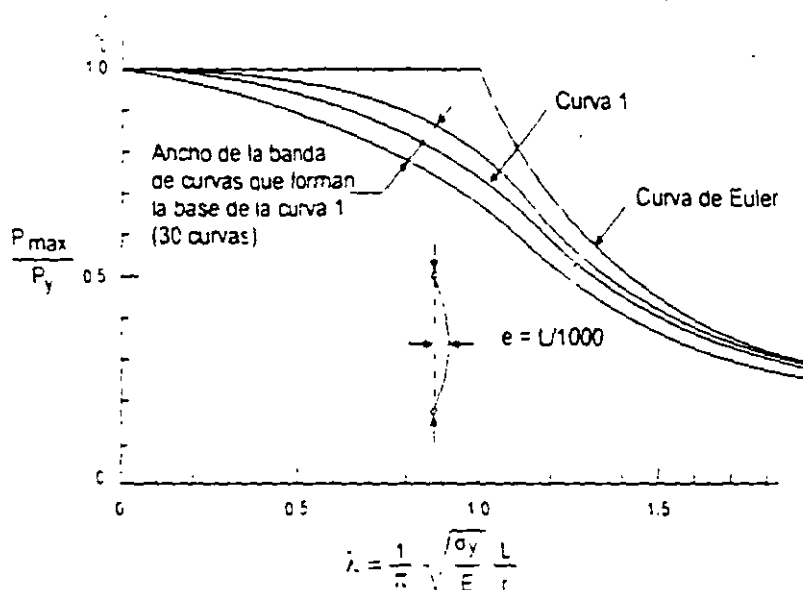


Fig. 2.24 Curva No. 1 para columnas de acero estructural.

Las ecuaciones que reproducen analíticamente los resultados de las curvas múltiples son bastante complejas (refs. 2.11, 2.15, 2.19); por ello, se ha propuesto el uso de expresiones simplificadas, con las que se obtienen, de manera mucho más sencilla, resultados suficientemente cercanos a los proporcionados por las curvas (refs. 2.9, 2.21, 2.22); de este tipo son las ecuaciones de las Normas Técnicas

Complementarias del Reglamento de Construcciones para el D.F. (ref. 2.2), y de las especificaciones Canadienses (ref. 2.23), para el diseño de columnas de sección transversal H o en cajón. Aunque de poca utilidad para tabular la resistencia de las columnas en función de su esbeltez, las ecuaciones simplificadas son convenientes cuando se emplean directamente en los cálculos y cuando se incluyen en programas de computadora.

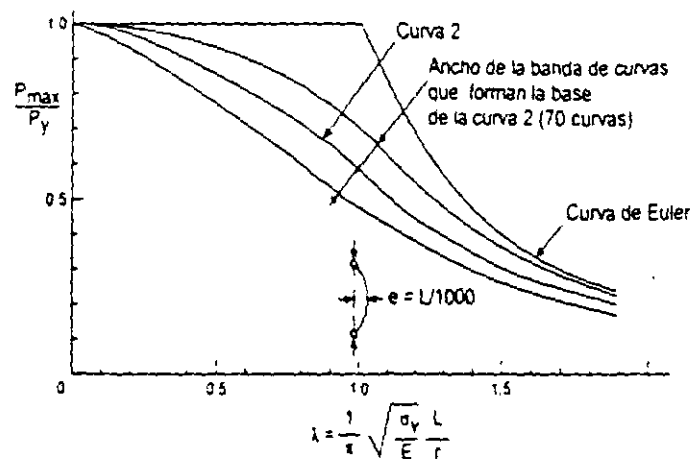


Fig. 2.25 Curva No. 2 para columnas de acero estructural.

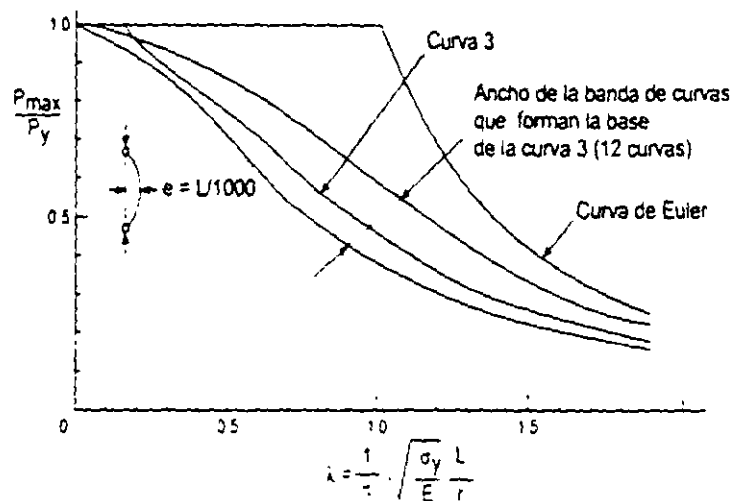
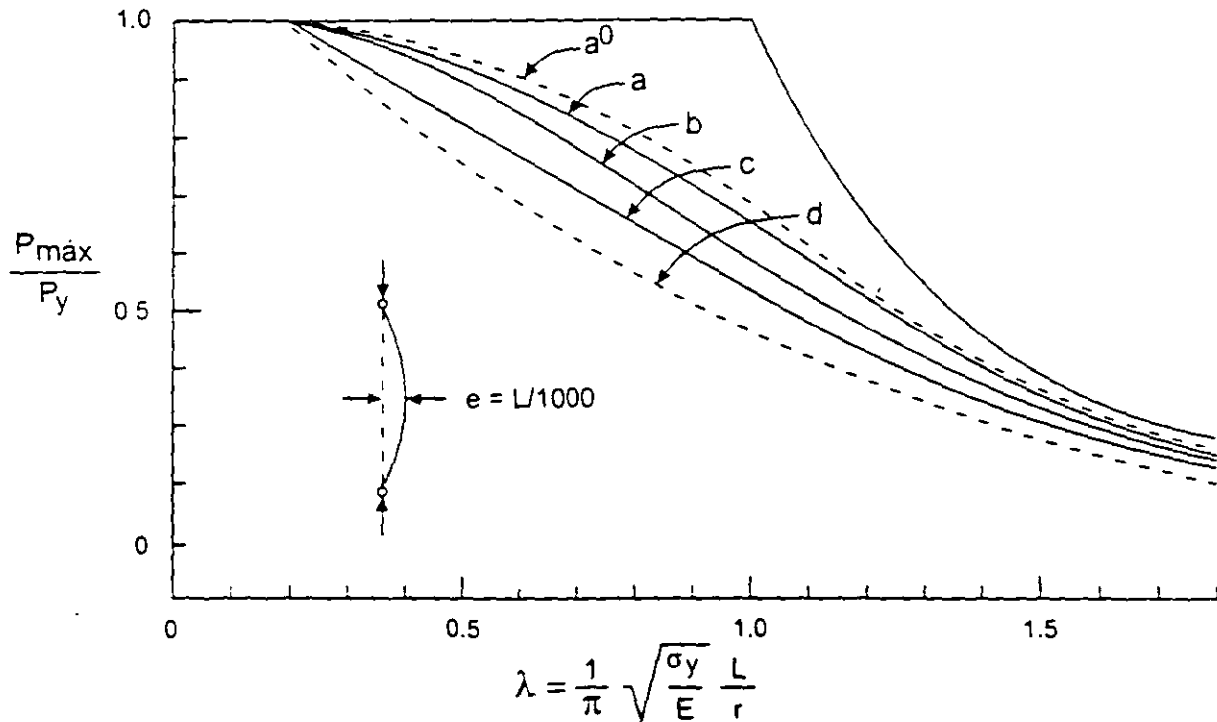


Fig. 2.26 Curva No. 3 para columnas de acero estructural.

Las ecuaciones recomendadas en la ref. 2.24 corresponden a la curva 2P (refs. 2.11, 2.20). A pesar de que esta curva es, en teoría, aplicable solamente a las secciones para las que fue deducida, de acuerdo con la ref. 2.24 se utiliza para columnas con secciones transversales de cualquier forma, incluyendo ángulos sencillos o dobles.



Curva a

- □ Tubos formados en caliente
- ⊞ Laminada,  $h/b > 1.2$
- ⊞ Laminada, con cubreplacas soldadas
- ⊞ Soldada, relevada de esfuerzos
- ⊞ Relevada de esfuerzos

Curva c

- ⊞ Laminada,  $h/b \leq 1.2$
- ⊞ Soldada, placas laminadas
- ⊞ Te
- ⊞ Canal
- □ Tubos acabados en caliente, con paredes de grueso no mayor de 6 mm

Curva a<sup>0</sup> (tentativa)

Aceros de alta resistencia

Curva b

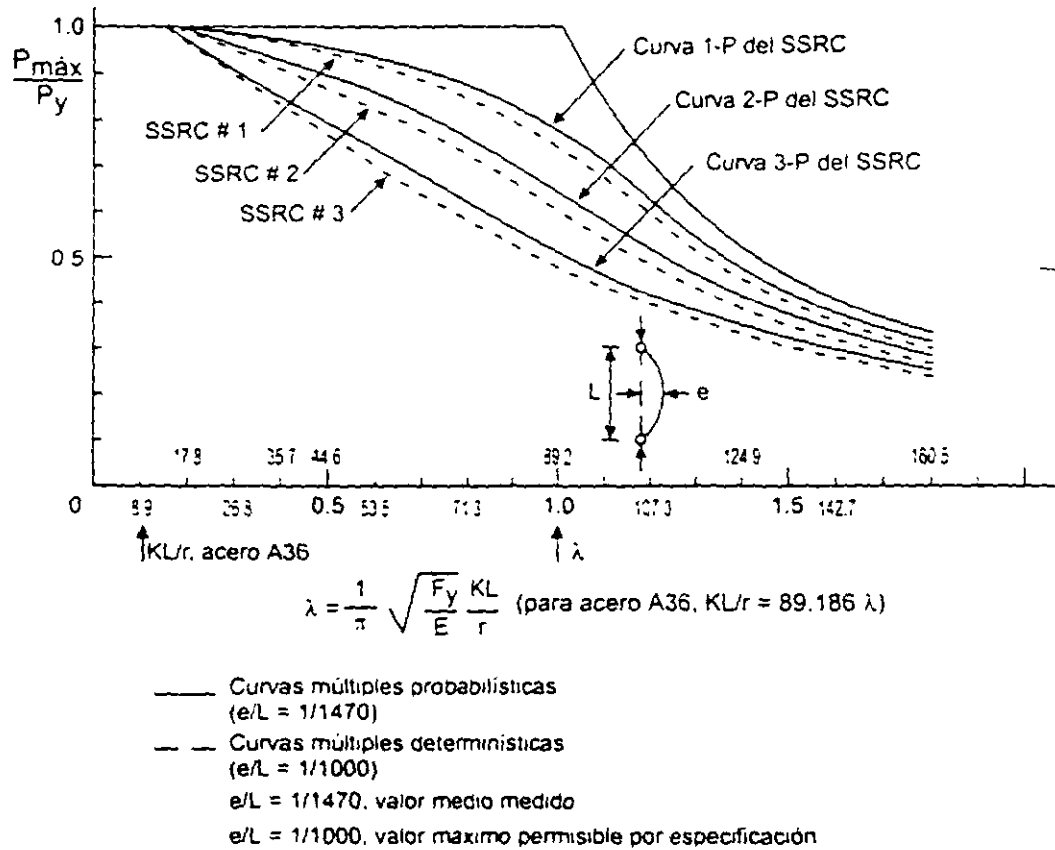
- ⊞ Cajón soldado
- ⊞ Laminada,  $h/b > 1.2$
- ⊞ Laminada,  $h/b \leq 1.2$
- ⊞ Soldada, placas cortadas con soplete
- ⊞ Soldada, placas laminadas
- ⊞ Laminada, con cubreplacas soldadas
- ⊞ Laminada, relevada de esfuerzos

Curva d (tentativa)

Perfiles pesados

**Fig. 2.27 Curvas múltiples europeas.**

Cuando se emplean varias curvas de diseño, con la tabla 2.1 se determina la que debe usarse en cada caso (refs. 2.4 y 2.20).



**Fig. 2.28 Conjuntos de curvas múltiples para el diseño de columnas (SSRC y SSRC-P).**

### 2.6.6 Pandeo en el intervalo de endurecimiento por deformación

En la mayor parte de la literatura sobre pandeo inelástico de columnas en compresión axial, se acepta que se pandean cuando el esfuerzo llega al límite de fluencia, y el módulo de elasticidad tangente se reduce a cero. Esto se refleja en las curvas y fórmulas para diseño, con las que se obtiene un esfuerzo crítico máximo (o un esfuerzo último, si se tienen en cuenta las imperfecciones iniciales), correspondiente a longitudes nulas, igual a  $\sigma_c$  (Figs. 2.21 y 2.24 a 2.26, ec. 2.27).

Aparentemente sería imposible llevar los elementos comprimidos de acero estructural al intervalo de comportamiento plástico, en el que las deformaciones unitarias son mayores que  $\epsilon_p$ , sin que se pandeasen, lo que invalidaría la hipótesis principal del análisis y diseño plástico, pues los patines de las barras en flexión se pandearían localmente cuando la compresión fuese en ellos  $A_p \sigma_p$ , y no podría plastificarse la sección completa, ni formarse articulaciones plásticas.

Tabla 2.1 Selección de curvas para el diseño de columnas\*

Proceso de fabricación		Eje de flexión	Esfuerzo de fluencia mínimo (Kq/cm <sup>2</sup> )				
			<2530	2600 a 3450	3500 a 4150	4200 a 6250	P6300 **
Perfiles H laminados en caliente	Perfiles H ligeros y medios	Mayor momento de inercia	2	2	1	1	1
		Menor momento de inercia	2	2	2	1	1
	Perfiles H pesados (Patines de más de 5 cm de grueso)	Mayor	3	2	2	2	2
		Menor	3	3	2	2	2
Secciones H hechas con placas soldadas	Placas cortadas con soplete	Mayor	2	2	2	1	1
		Menor	2	2	2	2	1
	Placas laminadas	Mayor	3	3	2	2	2
		Menor	3	3	3	2	2
Secciones en cajón soldadas	Placas cortadas con soplete o laminadas	Mayor	2	2	2	1	1
		Menor	2	2	2	1	1
	Formadas en frío	Mayor	N/A	2	2	2	2
		Menor	N/A	2	2	2	2
Tubos cuadrados o rectangulares	Formados en caliente o formados en frío y tratados térmicamente	Mayor	1	1	1	1	1
		Menor	1	1	1	1	1
Tubos circulares	Formados en frío		2	2	2	2	2
	Formados en caliente		1	1	1	1	1
Todos los perfiles que hayan sido relevados de esfuerzos		Mayor o Menor	1	1	1	1	1

Notas:

- \* Para uso con las curvas 1, 2 y 3 del SSRC (Cap. 3, ref. 2.11).
- \*\* Aceros tratados térmicamente.

La conclusión anterior no concuerda ni con los resultados de gran número de pruebas de laboratorio ni con el comportamiento de las estructuras reales, pues piezas pequeñas y robustas de acero, comprimidas axialmente, admiten deformaciones mayores que  $\epsilon_1$ , sin pandearse e incluso, si su relación de esbeltez es menor que un cierto límite, el pandeo se pospone hasta que todo el material está endurecido por deformación, y se inicia bajo esfuerzos mayores que el de fluencia (refs. 2.26 a 2.28). Las teorías clásicas describen correctamente el fenómeno en el intervalo elástico y en el inelástico entre el límite de proporcionalidad y el esfuerzo de fluencia, hasta que la deformación unitaria vale  $\epsilon_1$ , pero son inaplicables más allá de este punto.

En la Fig. 2.29 se muestra, en forma ligeramente simplificada, la primera parte de la curva esfuerzo-deformación unitaria de una probeta de acero A36, en tensión o compresión.

Al llegar el esfuerzo a  $\sigma_y$ , se inicia el flujo plástico, de manera brusca, sin la curva de transición de los perfiles completos, pues ésta se debe a los esfuerzos residuales que desaparecen en las probetas; las deformaciones crecen bajo esfuerzo constante, y el módulo tangente  $E_r$  parece reducirse a cero. Sin embargo,  $\epsilon$  es una deformación media, obtenida midiendo el alargamiento o el acortamiento total de la probeta y, en realidad, no hay ningún material cuya deformación unitaria esté comprendida entre la iniciación del flujo plástico  $\epsilon_y$  y el comienzo del endurecimiento por deformación  $\epsilon_{ed}$ , pues el acero fluye de manera discontinua en pequeñas fajas inclinadas, orientadas según los planos de esfuerzo cortante máximo, en las que la deformación local pasa instantáneamente de  $\epsilon_y$  a  $\epsilon_{ed}$  (refs. 2.26, 2.27, 2.29).  $E_r$  no se anula nunca porque cuando parte del material está aún en el intervalo elástico, el resto ha entrado ya en el endurecimiento por deformación.

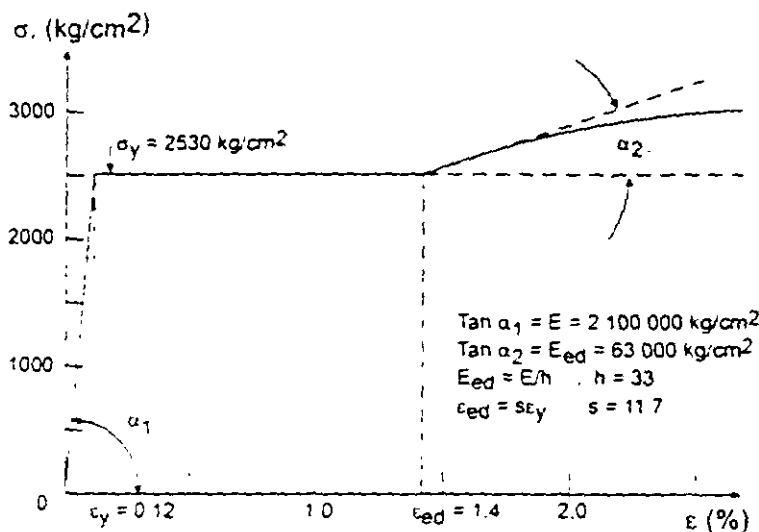


Fig. 2.29 Curva esfuerzo-deformación unitaria de una probeta de acero A 36.

$\epsilon_{ed}$  es unas 12 veces mayor que  $\epsilon_y$  (Fig. 2.29).

Se ha demostrado experimentalmente que los esfuerzos de pandeo de piezas comprimidas de acero A7 o A36, en relación con esbeltez menor de 20, exceden el límite de fluencia y entran en el endurecimiento por deformación; los valores experimentales están entre los predichos por las teorías del módulo tangente y de módulo reducido (refs. 2.6, 2.30).

### 2.6.7 Fórmulas para diseño

A continuación se presentan las ecuaciones para diseño de columnas en compresión axial recomendadas en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, en las dos especificaciones del Instituto Americano de la Construcción en Acero, y en las normas canadienses.

#### 2.6.7.1 Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas (ref. 2.2)

La resistencia de diseño  $R_c$  de un elemento estructural de eje recto y de sección transversal constante sometido a compresión axial, que falla por pandeo por flexión, y en el que el pandeo local no es crítico, se determina con alguna de las ecs. 2.29 a 2.31. Tomando  $A_c$  en  $\text{cm}^2$  y  $F_c$  en  $\text{kg/cm}^2$ ,  $R_c$  se obtiene en kg.

a) Miembros de sección transversal H, I, o rectangular hueca.

$$F_R = 0.9$$

$$R_c = \frac{F_c}{(1 - \lambda^2 n - 0.15^2 n)^{1/n}} A_c F_R \leq F_c A_c F_R \quad (2.29)$$

$A_c$  es el área total de la sección transversal de la columna.

$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_c}{\pi^2 E}}$ , donde  $KL/r$  es la relación de esbeltez efectiva máxima de la columna.

$n$  es un coeficiente adimensional, que tiene alguno de los valores siguientes:

- Columnas de sección transversal H o I, laminadas o hechas con tres placas soldadas, obtenidas cortándolas con oxígeno de placas más anchas, y columnas de sección transversal rectangular hueca, laminadas o hechas con cuatro placas soldadas:  $n = 1.4$ .
- Columnas de sección transversal H o I, hechas con tres placas laminadas soldadas entre sí:  $n = 1.0$ .

La ec. 2.29 es una representación analítica simplificada de las curvas múltiples del SSRC; los valores de  $n$ , 2.0, 1.4 y 1.0, corresponden, respectivamente, a las curvas 1, 2 y 3 (ref. 2.22).

En las Normas Técnicas se utilizan sólo las curvas 2 y 3, es decir,  $n$  igual a 1.4 y 1.0, para aceros con límite de fluencia no mayor de  $2530 \text{ Kg/cm}^2$ , pero se permiten otros valores de  $n$  si se demuestra que su empleo está justificado.



La tendencia actual es hacia el uso de aceros de resistencias más elevadas que los tradicionales; así, en Estados Unidos se emplean cada vez más, aceros con esfuerzo de fluencia de 50 Kips/pulg<sup>2</sup> (3515 kg/cm<sup>2</sup>), sustituyendo al acero A36 ( $F_y = 2530$  kg/cm<sup>2</sup>); en Canadá y en Europa la situación es semejante.

En México es ya muy común el uso de materiales con  $F_y = 3515$  kg/cm<sup>2</sup>; cuando es así, puede emplearse la ec. 2.29, con  $n = 2.0$ , en los casos en que la Tabla 2.1 señala que debe utilizarse la curva 1.

b) Miembros cuya sección transversal tiene una forma cualquiera, no incluida en a)

$$F_R = 0.85$$

$$\text{Si } KL/r \geq (KL/r)_c, \quad R_c = \frac{20.120.000}{(KL/r)^2} A_s F_R \quad (2.30)$$

$$\text{Si } KL/r \leq (KL/r)_c, \quad R_c = A_s F_y \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2}{2(KL/r)_c^2} \right] F_R \quad (2.31)$$

$$(KL/r)_c = 6340 / \sqrt{F_y}$$

$KL/r$  es la relación de esbeltez efectiva máxima de la columna, y  $(KL/r)_c = \sqrt{2\pi^2 E/F_y} \approx 6340 / \sqrt{F_y}$  es la esbeltez que separa el pandeo elástico del inelástico. Se obtiene igualando a  $F_y/2$  el esfuerzo crítico elástico, dado por la fórmula de Euler y despejando  $KL/r$ .

Las ecs. 2.30 y 2.31 proporcionan la carga crítica de la columna, de pandeo elástico (la fórmula de Euler, ec. 2.30) o inelástico (la ec. 2.31 es la 2.28, en la que se ha introducido  $(KL/r)_c$ , multiplicada por  $A_s F_R$ ). Estas ecuaciones, que se conservan de normas anteriores, se aplican a ángulos, canales y tes en compresión y, en general, a todos los tipos de columnas que no han sido objeto de investigaciones especiales, como las que llevaron a la obtención de las curvas múltiples. Por este motivo, para su diseño se recomienda un factor de resistencia menor.

#### 2.6.7.2 Especificaciones AISC para diseño por factores de carga y resistencia (ref. 2.24)

De acuerdo con las especificaciones del AISC para edificios de acero estructural basadas en diseño por factores de carga y resistencia (ref. 2.24), la resistencia de diseño en compresión de columnas cargadas axialmente que no fallan por pandeo local ni por pandeo por torsión a flexotorsión, es igual a  $F_R P_n$ , donde:

$$F_R = 0.85$$

$$P_n = \text{resistencia nominal en compresión axial} = A_g F_{cr} \quad (2.32)$$

$$\text{Para } \lambda_c \leq 1.5, F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y \quad (2.33)$$

$$\text{Para } \lambda_c > 1.5, F_{cr} = \left( \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_y \quad (2.34)$$

$F_{cr}$  es el esfuerzo crítico de pandeo en compresión;  $\lambda_c$  es el parámetro  $\lambda$  definido en el artículo 2.6.7.1, donde también se ha definido  $A_g$ .

Las fórmulas 2.33 y 2.34 pueden expresarse en términos de la relación de esbeltez  $KL/r$  (Comentario de la ref. 2.8); para ello, se escribe la fórmula 2.33 en forma exponencial:

$$F_{cr} = (\exp(-0.419\lambda_c^2)) F_y$$

y se sustituye  $\lambda_c$  por su valor, con lo que se obtiene:

$$\text{Para } \frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}, F_{cr} = \left[ \exp \left[ -0.424 \frac{F_y}{E} \left( \frac{KL}{r} \right)^2 \right] \right] F_y \quad (2.35)$$

$$\text{Para } \frac{KL}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}, F_{cr} = \frac{0.877\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (2.36)$$

$\exp(x)$  tiene el mismo significado que  $e^x$ , donde  $e$  es la base de los logaritmos naturales.

Las ecs. 2.33 y 2.34 (o 2.35 y 2.36) son una representación analítica de la curva 2P. Es decir, el AISC utiliza una sola curva, la intermedia, para el diseño de todos los miembros en compresión axial, cualquiera que sea la forma de su sección transversal o el procedimiento de fabricación.

La ec. 2.34 (o la 2.36) es la fórmula de Euler multiplicada por 0.877, lo que indica que para esbelteces grandes (mayores que 133.7, si el acero es A36) la resistencia de las columnas con imperfecciones iniciales ( $e = L/1470$ ) es aproximadamente igual al 88 por ciento de la predicha por la fórmula de Euler ( $F_{cr}$ , calculado con cualquiera de las ecuaciones anteriores, no es realmente un esfuerzo crítico de pandeo, puesto que las curvas múltiples, de una de las cuales provienen esas ecuaciones, no proporcionan esfuerzos críticos, sino resistencias máximas de columnas con imperfecciones iniciales).

### 2.6.7.3 Especificaciones AISC para diseño por esfuerzos permisibles (ref. 2.3)

En las normas de 1989 para diseño basado en esfuerzos permisibles (ref. 2.3), el AISC conserva las fórmulas para miembros comprimidos axialmente que han

formado parte de sus especificaciones desde 1961. Las recomendaciones de diseño son las siguientes:

El esfuerzo permisible en la sección transversal total de miembros comprimidos axialmente que no fallan prematuramente por pandeo local, en los que la relación de esbeltez máxima del tramo en estudio,  $KL/r$ , no excede de  $C_c$ , es:

$$F_n = \frac{\left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) F_c}{\frac{5}{3} + \frac{3KL/r}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}} \quad (2.37)$$

donde:

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_c}}$$

Cuando  $KL/r$  excede de  $C_c$ , el esfuerzo permisible es:

$$F_n = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} \quad (2.38)$$

$C_c$  es la relación de esbeltez que separa las dos formas de pandeo, elástico e inelástico, corresponde a la relación de esbeltez  $KL/r$  de la ref. 2.2 (art. 2.6.7.1).

La ec. 2.38 es la fórmula de Euler con un coeficiente de seguridad de  $23/12 = 1.92$ ; proporciona el esfuerzo crítico de las columnas esbeltas, que fallan por pandeo elástico. El numerador de la ec. 2.37 es el esfuerzo crítico de pandeo inelástico de columnas cortas e intermedias (es la ec. 2.27, en la que se ha introducido el coeficiente  $C_c$ ), y el denominador el factor de seguridad, que varía de 1.67 para columnas de esbeltez nula a 1.92 cuando  $KL/r = (KL/r)_c$ .

#### 2.6.7.4 Normas Canadienses (ref. 2.23)

La resistencia factorizada (o resistencia de diseño),  $C_r$ , de un miembro de sección transversal clase 1, 2 o 3 (que no falla por pandeo local), en compresión axial, se calcula con la expresión:

$$C_r = \phi_1 F_c (1 + \lambda^{2n})^{-n} \quad (2.39)$$

que puede escribirse en la forma:

$$C_r = \frac{F_c}{(1 + \lambda^{2n})^n} \phi_1$$

$n$  vale 2.24, 1.34 o 0.98, dependiendo de las características de la columna; cada valor corresponde a una de las tres curvas propuestas.

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_c}{\pi^2 E}}$$

$\phi$  = factor de resistencia = 0.9.

Las secciones que tengan sólo un eje de simetría, o ninguno, y las cruciformes, deben satisfacer requisitos adicionales.

En el cuerpo de la norma aparecen únicamente los dos primeros valores de  $n$ ; el tercero (0.98) se recomienda, en el Comentario, para secciones laminadas pesadas y secciones soldadas fabricadas con placas laminadas.

La ec. 2.39 es muy parecida a la 2.29; también son muy semejantes los valores del exponente  $n$ . Esto no es de extrañar puesto que ambas provienen de las mismas curvas.

### 2.6.7.5 Tablas de esfuerzos de diseño

En las hojas siguientes se presentan varias tablas que proporcionan los esfuerzos de diseño en función de las relaciones de esbeltez de las columnas; corresponden a las refs. 2.2 y 2.24. En la Fig. 2.30 se comparan algunas curvas esfuerzo de diseño-relación de esbeltez para aceros Grado 50 ( $F_c = 3515 \text{ Kg/cm}^2$ ); la del Reglamento del D.F., con  $n=1.4$ , coincide casi con la del AISC, pues ambas provienen de la segunda curva del SSRC; la diferencia para relaciones  $L/r$  pequeñas, se debe a que los factores de resistencia no son iguales.

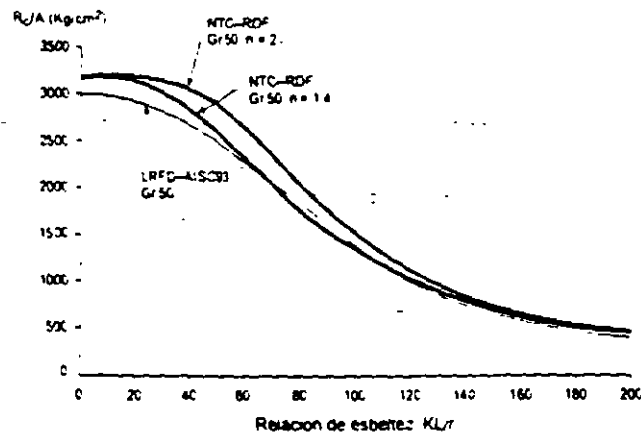


Fig. 2.30 Curvas esfuerzo de diseño – relación de esbeltez ( $R_d/A - KL/r$ ).

TABLA 2.2 Miembros en Compresion Axial. NTC del RDF

Esfuerzo de Diseño  $R_d/A_s$  $F_c=0.9$   $n=1.0$ ,  $F_y=2530$  kg/cm<sup>2</sup>

KL/R	$R_d/A_s$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_d/A_s$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_d/A_s$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_d/A_s$ kg/cm <sup>2</sup>
1	2277	51	1746	101	1008	151	592
2	2277	52	1728	102	996	152	587
3	2277	53	1711	103	985	153	581
4	2277	54	1694	104	974	154	575
5	2277	55	1677	105	963	155	570
6	2277	56	1660	106	953	156	564
7	2277	57	1643	107	942	157	559
8	2277	58	1626	108	932	158	553
9	2277	59	1609	109	921	159	548
10	2277	60	1592	110	911	160	543
11	2277	61	1575	111	901	161	537
12	2277	62	1559	112	891	162	532
13	2277	63	1542	113	882	163	527
14	2272	64	1526	114	872	164	522
15	2264	65	1509	115	862	165	517
16	2255	66	1493	116	853	166	513
17	2246	67	1477	117	844	167	508
18	2236	68	1461	118	835	168	503
19	2226	69	1445	119	826	169	498
20	2215	70	1429	120	817	170	494
21	2204	71	1413	121	808	171	489
22	2193	72	1398	122	799	172	485
23	2181	73	1382	123	791	173	480
24	2169	74	1367	124	782	174	476
25	2156	75	1352	125	774	175	472
26	2143	76	1337	126	766	176	467
27	2130	77	1322	127	758	177	463
28	2116	78	1307	128	750	178	459
29	2102	79	1292	129	742	179	455
30	2088	80	1278	130	734	180	451
31	2073	81	1263	131	726	181	447
32	2058	82	1249	132	719	182	443
33	2043	83	1235	133	711	183	439
34	2028	84	1221	134	704	184	435
35	2012	85	1207	135	697	185	431
36	1997	86	1194	136	689	186	427
37	1981	87	1180	137	682	187	424
38	1965	88	1167	138	675	188	420
39	1948	89	1154	139	668	189	416
40	1932	90	1141	140	662	190	413
41	1915	91	1128	141	655	191	409
42	1899	92	1115	142	648	192	406
43	1882	93	1103	143	642	193	402
44	1865	94	1090	144	635	194	399
45	1848	95	1078	145	629	195	395
46	1831	96	1066	146	623	196	392
47	1814	97	1054	147	616	197	389
48	1797	98	1042	148	610	198	386
49	1780	99	1030	149	604	199	382
50	1763	100	1019	150	598	200	379

**TABLA 2.3** Miembros en Compresion Axial, NTC del RDF

Esfuerzo de Diseño  $R_c/A_c$

$F_R=0.9$ ,  $n=1.4$ ,  $F_y=2530 \text{ kg/cm}^2$

KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>
1	2277	51	1994	101	1214	151	686
2	2277	52	1980	102	1200	152	679
3	2277	53	1966	103	1186	153	671
4	2277	54	1952	104	1172	154	664
5	2277	55	1938	105	1159	155	657
6	2277	56	1923	106	1145	156	650
7	2277	57	1908	107	1132	157	643
8	2277	58	1893	108	1119	158	637
9	2277	59	1878	109	1106	159	630
10	2277	60	1863	110	1093	160	623
11	2277	61	1847	111	1080	161	617
12	2277	62	1832	112	1068	162	611
13	2277	63	1816	113	1055	163	604
14	2276	64	1800	114	1043	164	598
15	2274	65	1784	115	1031	165	592
16	2272	66	1768	116	1019	166	586
17	2269	67	1751	117	1007	167	580
18	2267	68	1735	118	995	168	574
19	2264	69	1719	119	984	169	568
20	2260	70	1702	120	972	170	562
21	2257	71	1686	121	961	171	557
22	2253	72	1669	122	950	172	551
23	2249	73	1653	123	939	173	546
24	2244	74	1636	124	928	174	540
25	2240	75	1620	125	918	175	535
26	2234	76	1603	126	907	176	530
27	2229	77	1587	127	897	177	524
28	2223	78	1570	128	887	178	519
29	2217	79	1554	129	877	179	514
30	2210	80	1538	130	867	180	509
31	2204	81	1521	131	857	181	504
32	2196	82	1505	132	847	182	499
33	2189	83	1489	133	837	183	495
34	2181	84	1473	134	828	184	490
35	2173	85	1457	135	819	185	485
36	2164	86	1441	136	810	186	481
37	2155	87	1425	137	800	187	476
38	2146	88	1409	138	792	188	472
39	2136	89	1393	139	783	189	467
40	2126	90	1378	140	774	190	463
41	2115	91	1362	141	765	191	458
42	2105	92	1347	142	757	192	454
43	2094	93	1332	143	749	193	450
44	2082	94	1316	144	740	194	446
45	2071	95	1301	145	732	195	442
46	2058	96	1287	146	724	196	438
47	2046	97	1272	147	716	197	434
48	2034	98	1257	148	709	198	430
49	2021	99	1243	149	701	199	426
50	2007	100	1228	150	693	200	422

TABLA 2.4 Miembros en Compresión Axial, NTC del RDF

Esfuerzo de Diseño  $R_c/A_c$  $F_R=0.9$ ,  $n=1.4$ ,  $F_y=3515 \text{ kg/cm}^2$ 

K/L/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	K/L/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	K/L/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	K/L/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>
1	3164	51	2585	101	1366	151	722
2	3164	52	2560	102	1348	152	713
3	3164	53	2534	103	1329	153	705
4	3164	54	2508	104	1311	154	697
5	3164	55	2482	105	1293	155	689
6	3164	56	2456	106	1276	156	681
7	3164	57	2429	107	1259	157	674
8	3164	58	2402	108	1242	158	666
9	3164	59	2376	109	1225	159	659
10	3164	60	2349	110	1209	160	652
11	3164	61	2322	111	1192	161	644
12	3162	62	2295	112	1177	162	637
13	3158	63	2268	113	1161	163	630
14	3155	64	2241	114	1146	164	623
15	3150	65	2214	115	1130	165	617
16	3146	66	2187	116	1115	166	610
17	3140	67	2160	117	1101	167	603
18	3134	68	2133	118	1086	168	597
19	3128	69	2106	119	1072	169	591
20	3121	70	2079	120	1058	170	584
21	3113	71	2053	121	1045	171	578
22	3105	72	2027	122	1031	172	572
23	3096	73	2000	123	1018	173	566
24	3086	74	1974	124	1005	174	560
25	3076	75	1949	125	992	175	554
26	3065	76	1923	126	979	176	548
27	3053	77	1896	127	967	177	543
28	3041	78	1872	128	954	178	537
29	3028	79	1847	129	942	179	532
30	3014	80	1823	130	931	180	526
31	3000	81	1798	131	919	181	521
32	2985	82	1774	132	907	182	516
33	2969	83	1750	133	896	183	511
34	2952	84	1726	134	885	184	505
35	2935	85	1703	135	874	185	500
36	2917	86	1680	136	863	186	495
37	2899	87	1657	137	853	187	491
38	2880	88	1634	138	842	188	486
39	2860	89	1612	139	832	189	481
40	2840	90	1590	140	822	190	476
41	2819	91	1568	141	812	191	472
42	2798	92	1546	142	803	192	467
43	2776	93	1525	143	793	193	463
44	2754	94	1504	144	784	194	458
45	2731	95	1484	145	774	195	454
46	2708	96	1463	146	765	196	449
47	2684	97	1443	147	756	197	445
48	2660	98	1424	148	747	198	441
49	2635	99	1404	149	739	199	437
50	2611	100	1385	150	730	200	433

TABLA 2.5 Miembros en Compresion Axial. NTC del RDF.

Esfuerzo de Diseño  $R_c/A_c$

$F_R=0.9$ ,  $n=2.0$ ,  $F_y=3515 \text{ kg/cm}^2$

KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>
1	3164	51	2881	101	1548	151	770
2	3164	52	2861	102	1525	152	761
3	3164	53	2841	103	1502	153	752
4	3164	54	2819	104	1480	154	742
5	3164	55	2798	105	1458	155	733
6	3164	56	2775	106	1436	156	724
7	3164	57	2752	107	1415	157	716
8	3164	58	2728	108	1394	158	707
9	3164	59	2704	109	1373	159	699
10	3164	60	2679	110	1353	160	690
11	3164	61	2653	111	1333	161	682
12	3163	62	2627	112	1314	162	674
13	3163	63	2600	113	1294	163	666
14	3162	64	2573	114	1275	164	659
15	3162	65	2546	115	1257	165	651
16	3161	66	2518	116	1239	166	644
17	3160	67	2490	117	1221	167	636
18	3159	68	2461	118	1203	168	629
19	3158	69	2433	119	1186	169	622
20	3157	70	2404	120	1169	170	615
21	3155	71	2375	121	1152	171	608
22	3153	72	2345	122	1136	172	601
23	3151	73	2316	123	1120	173	594
24	3148	74	2286	124	1104	174	588
25	3146	75	2257	125	1088	175	581
26	3142	76	2227	126	1073	176	575
27	3139	77	2198	127	1058	177	569
28	3135	78	2168	128	1044	178	563
29	3131	79	2139	129	1029	179	556
30	3126	80	2109	130	1015	180	550
31	3121	81	2080	131	1001	181	545
32	3115	82	2051	132	988	182	539
33	3109	83	2022	133	974	183	533
34	3102	84	1993	134	961	184	527
35	3094	85	1965	135	948	185	522
36	3086	86	1937	136	935	186	516
37	3077	87	1909	137	923	187	511
38	3068	88	1881	138	911	188	506
39	3058	89	1853	139	899	189	501
40	3047	90	1826	140	887	190	496
41	3036	91	1799	141	875	191	490
42	3024	92	1773	142	864	192	485
43	3011	93	1746	143	853	193	481
44	2997	94	1720	144	842	194	476
45	2983	95	1695	145	831	195	471
46	2968	96	1669	146	821	196	466
47	2952	97	1645	147	810	197	462
48	2935	98	1620	148	800	198	457
49	2918	99	1596	149	790	199	453
50	2900	100	1572	150	780	200	448



TABLA 2.6 Miembros en Compresión Axial, LRFD-AISC93

Esfuerzo de Diseño  $R_c/A_c$  $F_R=0.85$ ,  $F_y=2530 \text{ kg/cm}^2$ 

KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>
1	2150	51	1875	101	1257	151	658
2	2150	52	1865	102	1244	152	649
3	2149	53	1855	103	1231	153	641
4	2149	54	1845	104	1217	154	633
5	2148	55	1834	105	1204	155	624
6	2146	56	1823	106	1191	156	616
7	2145	57	1813	107	1177	157	609
8	2143	58	1802	108	1164	158	601
9	2141	59	1791	109	1151	159	593
10	2139	60	1779	110	1138	160	586
11	2137	61	1768	111	1125	161	579
12	2134	62	1757	112	1111	162	572
13	2131	63	1745	113	1098	163	565
14	2128	64	1734	114	1085	164	558
15	2125	65	1722	115	1072	165	551
16	2122	66	1710	116	1059	166	544
17	2118	67	1698	117	1046	167	538
18	2114	68	1686	118	1034	168	532
19	2110	69	1674	119	1021	169	525
20	2106	70	1662	120	1008	170	519
21	2101	71	1649	121	995	171	513
22	2096	72	1637	122	983	172	507
23	2091	73	1625	123	970	173	501
24	2086	74	1612	124	958	174	495
25	2081	75	1600	125	945	175	490
26	2075	76	1587	126	933	176	484
27	2070	77	1574	127	920	177	479
28	2064	78	1561	128	908	178	473
29	2057	79	1549	129	896	179	468
30	2051	80	1536	130	884	180	463
31	2044	81	1523	131	872	181	458
32	2038	82	1510	132	860	182	453
33	2031	83	1497	133	848	183	448
34	2024	84	1484	134	835	184	443
35	2016	85	1470	135	823	185	438
36	2009	86	1457	136	811	186	434
37	2001	87	1444	137	799	187	429
38	1993	88	1431	138	788	188	424
39	1985	89	1418	139	776	189	420
40	1977	90	1404	140	765	190	416
41	1968	91	1391	141	755	191	411
42	1960	92	1378	142	744	192	407
43	1951	93	1364	143	734	193	403
44	1942	94	1351	144	723	194	399
45	1933	95	1338	145	714	195	395
46	1924	96	1324	146	704	196	391
47	1915	97	1311	147	694	197	387
48	1905	98	1297	148	685	198	383
49	1895	99	1284	149	676	199	379
50	1885	100	1271	150	667	200	375

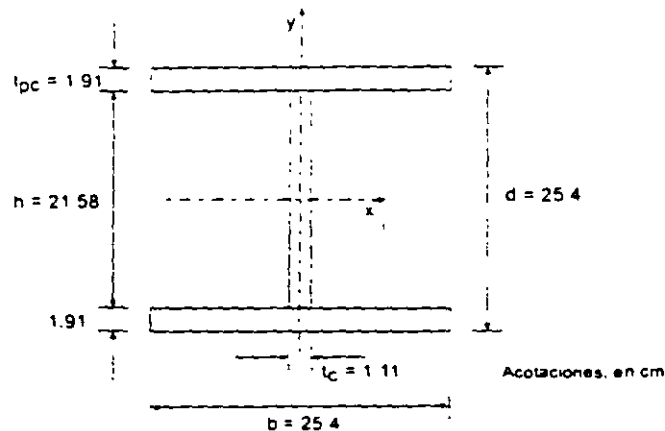
TABLA 2.7 Miembros en Compresion Axial. LRFD-AISC93

Esfuerzo de Diseño  $R_c/A_c$

$F_R=0.85$ ,  $F_y=3515 \text{ kg/cm}^2$

KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>	KL/R	$R_c/A_c$ kg/cm <sup>2</sup>
1	2988	51	2470	101	1417	151	658
2	2987	52	2452	102	1396	152	649
3	2986	53	2433	103	1376	153	641
4	2984	54	2414	104	1355	154	633
5	2982	55	2395	105	1334	155	624
6	2980	56	2376	106	1314	156	616
7	2977	57	2356	107	1294	157	609
8	2974	58	2336	108	1274	158	601
9	2970	59	2316	109	1254	159	593
10	2966	60	2296	110	1234	160	586
11	2961	61	2276	111	1214	161	579
12	2956	62	2256	112	1194	162	572
13	2951	63	2235	113	1175	163	565
14	2945	64	2215	114	1154	164	558
15	2939	65	2194	115	1134	165	551
16	2932	66	2173	116	1115	166	544
17	2925	67	2152	117	1096	167	538
18	2918	68	2131	118	1077	168	532
19	2910	69	2110	119	1059	169	525
20	2902	70	2088	120	1042	170	519
21	2893	71	2067	121	1025	171	513
22	2884	72	2045	122	1008	172	507
23	2874	73	2024	123	992	173	501
24	2865	74	2002	124	976	174	495
25	2854	75	1980	125	960	175	490
26	2844	76	1959	126	945	176	484
27	2833	77	1937	127	930	177	479
28	2821	78	1915	128	916	178	473
29	2810	79	1893	129	901	179	468
30	2797	80	1871	130	888	180	463
31	2785	81	1849	131	874	181	458
32	2772	82	1828	132	861	182	453
33	2759	83	1806	133	848	183	448
34	2746	84	1784	134	835	184	443
35	2732	85	1762	135	823	185	438
36	2718	86	1740	136	811	186	434
37	2703	87	1718	137	799	187	429
38	2688	88	1696	138	788	188	424
39	2673	89	1674	139	776	189	420
40	2658	90	1653	140	765	190	416
41	2642	91	1631	141	755	191	411
42	2626	92	1609	142	744	192	407
43	2610	93	1588	143	734	193	403
44	2593	94	1566	144	723	194	399
45	2577	95	1545	145	714	195	395
46	2560	96	1523	146	704	196	391
47	2542	97	1502	147	694	197	387
48	2525	98	1481	148	685	198	383
49	2507	99	1459	149	676	199	379
50	2489	100	1438	150	667	200	375

**EJEMPLO 2.3<sup>2</sup>** Una columna de 5 m de longitud, con extremos articulados ( $K = 1.0$ ), debe resistir una compresión, producida por cargas muertas y vivas de trabajo, de 130 ton. La columna forma parte de una construcción del grupo B (ref. 2.37). escoja una sección H formada por tres placas soldadas. El acero tiene un límite de fluencia  $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ .



**Fig. E2.3-1** Columna del ejemplo 2.3.

Se ensayará una sección H de 25.4 cm x 25.4 cm x 95 Kg/m, que tiene las dimensiones que se muestran en la fig. E.2.3-1, y las propiedades geométricas siguientes:  $A_s = 120.77 \text{ cm}^2$ ,  $r_{mn} = r_y = 6.57 \text{ cm}$ .

Acción de diseño:  $P_u = 130 \times 1.4 = 182.0 \text{ ton}$ .

1.4 es el factor de carga que se especifica en la ref. 2.37 para construcciones del grupo B, bajo cargas muertas y vivas combinadas.

Normas técnicas complementarias del Reglamento de Construcciones para el D.F. (ref. 2.2).

Clasificación de la sección (tabla 2.3.1, ref. 2.2).

$$\text{Patines: } h/2t_w = 25.4 / (2 \times 1.91) = 6.65 < 830 / \sqrt{2530} = 16.5$$

$$\text{Alma: } h/t_c = 21.58 / 1.11 = 19.44 < 2100 / \sqrt{2530} = 41.8$$

La sección es tipo 1, 2 o 3. El pandeo local no es crítico.

<sup>2</sup> En este ejemplo, y en los que siguen, al estudiar columnas de paredes delgadas se hace referencia a tablas y ecuaciones de la ref. 2.2. Su origen se estudia en el capítulo 3.

Resistencia de diseño

El estado limite es de inestabilidad por flexión, y como la sección transversal de la columna es H, la resistencia de diseño se evalúa con la ec. 2.29:

$$\lambda = \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_c}{\pi^2 E}} = \frac{1.0 \times 500}{6.57} \sqrt{\frac{2530}{2039000\pi^2}} = 0.853$$

a) Las placas que componen la columna se obtienen cortándolas con oxígeno de placas más anchas: el coeficiente  $n$  de la ec. 2.29 vale 1.4.

$$R_c = \frac{F_c A_c F_R}{(1 + \lambda^{2n} - 0.15^{2n})^{1/n}} = \frac{2530 \times 120.77 \times 0.90 \times 10^{-3}}{(1 + 0.853^{2.8} - 0.15^{2.8})^{1/1.4}} = 193.5 \text{ ton}$$

$$F_c A_c F_R = 2530 \times 120.77 \times 0.9 \times 10^{-3} = 275.0 \text{ ton} > 193.5$$

Por consiguiente:

$$R_c = 193.5 \text{ ton} > P_u = 182.0 \text{ ton}$$

La resistencia de diseño,  $R_c$ , es 6.3 por ciento mayor que la acción de diseño  $P_u$ ; la sección ensayada es correcta ( $R_c/P_u = 193.5/182.0 = 1.063$ ).

$R_c$  puede obtenerse también con la tabla 2.3, que proporciona las resistencias de diseño por unidad de área,  $R_c/A_c$ , para relaciones de esbeltez comprendidas entre 1 y 200, con  $F_R = 0.9$ , para acero con  $F_c = 2530 \text{ kg/cm}^2$  y  $n = 1.4$ .

$$KL/r = 1.0 \times 500/6.57 = 76$$

$$\frac{R_c}{A_c} = 1.603 \text{ ton/cm}^2, \quad R_c = 1.603 \times 120.77 = 193.6 \text{ ton}$$

La pequeña diferencia en los dos valores de la resistencia de diseño se debe a que se entró en la tabla con  $KL/r = 76$ , y la esbeltez real es 76.1.

b) La columna está formada por tres placas laminadas:  $n = 1.0$ .

$$R_c = \frac{2530}{1 + 0.853 - 0.15} \times 120.77 \times 0.90 \times 10^{-3} = 161.5 \text{ ton}$$

(De la tabla 2.2, para  $KL/r = 76$ ,  $R_c/A_c = 1337 \text{ kg/cm}^2$ ,  $R_c = 1337 \times 120.77 \times 10^{-3} = 161.5 \text{ ton}$ ).

En este caso,  $R_c = 161.5 \text{ ton} < P_u = 182.0 \text{ ton}$ .

La sección no es adecuada ( $161.5/182.0 = 0.887$ ).

La resistencia de la columna hecha con placas laminadas es 16.5 por ciento menor que la de la compuesta por placas cortadas con soplete ( $161.5/193.5 = 0.835$ ).

Normas AISC-LRFD 93 (ref. 2.24).

Clasificación de la sección.

$$\text{Patines: } b/2t_f = 6.65 < \lambda_r = 797/\sqrt{2530} = 15.8$$

$$\text{Alma: } h/t_w = 19.44 < \lambda_r = 2121/\sqrt{2530} = 42.2$$

La sección es "no compacta"; no hay pandeo local prematuro.

Resistencia de diseño.

$$\lambda_c = 0.853 < 1.5 \quad \therefore R_c = \phi_c A_g (0.658^{\lambda_c^2}) F_y = 0.85 \times 120.77 \times 0.658^{0.853^2} \times 2.53 \\ = 191.5 \text{ ton} > P_u = 182.0 \text{ ton}$$

La sección ensayada es correcta.

$\phi_c = 0.85$  es el factor de resistencia.

La resistencia de diseño es casi igual a la que se obtiene con las normas de la ref. 2.2 en el caso a, que corresponde a placas cortadas con oxígeno. Esto es así porque la ecuación de la ref. 2.2 con  $n = 1.4$  proviene de la curva 2 del SSRC, y las ecuaciones de la ref. 2.24 de la 2P, que es muy parecida.

El problema puede resolverse también utilizando la tabla 2.6.

En la ref. 2.24 se tratan igual las columnas hechas con placas cortadas con oxígeno que las formadas por placas laminadas.

Normas AISC-ASD 89 (ref. 2.3).

Con estas normas se obtiene la capacidad de carga de la columna en condiciones de trabajo, no su resistencia de diseño. También se tratan igual los dos tipos de columnas de este ejemplo.

$$(KL/r)_{\max} = 76 \text{ (se obtuvo arriba).}$$

Relación de esbeltez que separa el pandeo elástico del inelástico:

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_c}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{2530}} = 126.1$$

Como  $KL/r = 76 < 126.1$ , el pandeo se inicia en el intervalo inelástico, y el esfuerzo permisible se determina con la ec. 2.37:

$$F_{cr} = \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] F_c = \left[ 1 - \frac{76^2}{2 \times 126.1^2} \right] 2530 = 2070 \text{ kg/cm}^2$$

$$CS = \frac{5}{3} - \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3} = \frac{5}{3} - \frac{3 \times 76}{8 \times 126.1} - \frac{76^3}{8 \times 126.1^3} = 1.87$$

$F_o = 2070/1.87 = 1107 \text{ kg/cm}^2$ . Este valor puede obtenerse directamente de una tabla  $F_o - L/r$  (ref. 2.3).

Resistencia de la columna, en condiciones de trabajo =  $AF_o = 120.77 \times 1.11 = 134.1 \text{ ton}$ .

Para comparar las normas AISC-ASD (ref. 2.3) con las dos que se emplearon antes, se determina la carga crítica, con el esfuerzo crítico calculado arriba (sin coeficiente de seguridad):

$$P_{cr} = AF_{cr} = 120.77 \times 2.07 = 250.0 \text{ ton}$$

Esta carga crítica es bastante mayor que las resistencias de diseño determinadas con los otros dos métodos, porque la curva correspondiente a la ec. 2.37, sin coeficiente de seguridad, se acerca a la curva 1 del SSRC.

Aplicando la ec. 2.29 (ref. 2.2) con  $n = 2$ , con lo que se obtiene la curva 1 del SSRC, se llega a  $R_c = 222.4 \text{ ton}$ , que se aproxima a las 250 ton determinadas arriba, pero sigue siendo menor ( $222.4/250.0 = 0.890$ ).

Este es un ejemplo de cómo la curva única de las normas AISC para diseño por esfuerzos permisibles puede llevar a resultados que están claramente del lado de la inseguridad.

**EJEMPLO 2.4** Determine la resistencia en compresión de las columnas de la Fig. E2.4-1, utilizando las especificaciones de las refs. 2.2 y 2.24. Todas las columnas tienen la misma sección transversal y carecen de soportes laterales intermedios. Considere dos aceros, A 36 ( $F_c = 2530 \text{ kg/cm}^2$ ) y grado 50 ( $F_c$ ,

= 3515 kg/cm<sup>2</sup>), y dos tipos de perfiles, laminados y soldados, hechos con placas laminadas. Suponga, sin demostrarlo, que el pandeo local no es crítico en ningún caso.

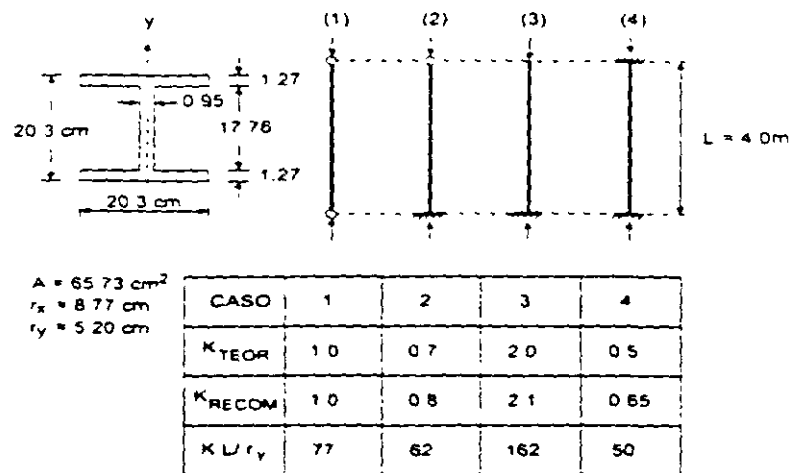


Fig. E2.4-1 Sección transversal y condiciones de apoyo de las columnas del ejemplo 2.4.

Como  $r_x < r_y$  y la longitud libre es la misma en las dos direcciones, el pandeo se presenta, siempre, por flexión alrededor del eje  $y$ .

En la Fig. E2.4-1 se han anotado los coeficientes de longitud efectiva  $K$  teóricos y recomendados para diseño (Fig. 2.11), y las relaciones de esbeltez críticas, calculadas con los valores recomendados.

La tabla siguiente contiene las resistencias de diseño calculadas, en ton.

Caso	Ref 2.2				Ref 2.24	
	A36		Gr 50		A36	Gr. 50
	Lam	Sold. <sup>2</sup>	Lam	Sold. <sup>2</sup>		
1	104.3	86.9	124.7	111.3	103.5	127.3
2	120.4	102.5	150.9	124.6	115.5	148.3
3	40.2	35.0	41.9	69.5	37.6	37.6
4	132.0	115.9	171.6	137.6	124.0	163.6

Notas:

- 1 Perfil laminado.
- 2 Perfil hecho con tres placas soldadas.

En las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento del D. F. (ref. 2.2) se proporcionan ecuaciones diferentes para los dos tipos de columnas; en la ref. 2.24 se emplea una sola fórmula para todas las columnas, cualquiera que

sea la forma de sus secciones transversales y el método que se haya seguido para fabricarlas.

Las dos referencias arrojan resultados muy parecidos cuando se aplican a perfiles laminados, para los dos aceros; esto es natural porque las ecuaciones de ambas provienen de la curva 2 del SSRC. En cambio, la ref. 2.32 sobrestima de manera importante la resistencia de las columnas hechas con placas soldadas.

**EJEMPLO 2.5** Determinar la resistencia de diseño en compresión axial de una columna de 6.00 m de longitud, cuya sección transversal se muestra en la fig. E2.5-1. Los extremos de la columna pueden considerarse articulados para flexión alrededor del eje "y" y empotrados respecto al eje "x". El esfuerzo de fluencia del acero es  $F_y = 3500 \text{ kg/cm}^2$ .

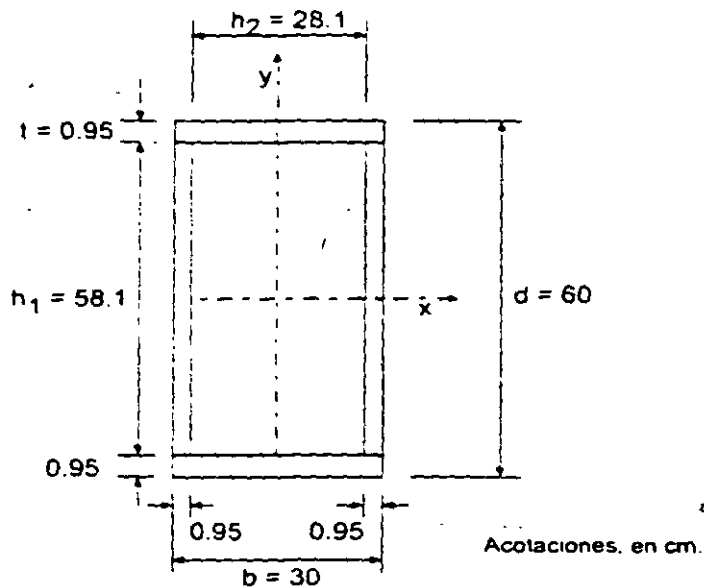


Fig. E2.5-1 Sección transversal de la columna del ejemplo 2.5.

a) *Diseño con las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento del D.F. (ref. 2.2)*

Clasificación de la sección (Tabla 2.3.1, ref. 2.2)

Placas horizontales:  $h_2/t = 28.1/0.95 = 29.6 < 2100/\sqrt{F_y} = 35.5$

Placas verticales:  $h_1/t = 58.1/0.95 = 61.2 > 35.5$



Como no se sabe cómo es la soldadura utilizada para formar la sección, los anchos de las placas se han tomado, de manera conservadora, iguales a las dimensiones libres teóricas.

Puesto que las relaciones ancho/grueso de las placas verticales exceden el límite correspondiente a las secciones tipo 3, la columna es tipo 4. Como todos los elementos planos están apoyados en sus dos bordes (son atiesados) el diseño debe hacerse teniendo en cuenta las recomendaciones del art. 2.3.6.2 de la ref. 2.2.

Las características geométricas de la sección transversal total son:

$$A = 167.39 \text{ cm}^2, \quad I_x = 80.745 \text{ cm}^4, \quad I_y = 27.573 \text{ cm}^4, \quad r_x = 22.0 \text{ cm}, \quad r_y = 12.8 \text{ cm}$$

Modo de pandeo. El pandeo es por flexión o torsión puras; no hay interacción (art. 2.5.3).

Como la sección transversal de la columna es en cajón, de paredes no muy delgadas, es casi seguro que su forma crítica de pandeo es por flexión, alrededor del eje centroidal y principal al que corresponde la mayor relación de esbeltez; sin embargo, con fines ilustrativos se estudia la posibilidad de que el pandeo sea por torsión (este caso no está incluido en la ref. 2.2).

$$J = \frac{4A^2t}{S} = \frac{4(29.05 \times 59.05)^2(0.95)}{2(29.05 + 59.05)} = 63.460 \text{ cm}^4$$

La contribución de la resistencia al alabeo es despreciable en secciones en cajón.

$$\text{Ec. 2.5:} \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_1 L_1)^2} = \frac{80.745 \pi^2 E}{(0.5 \times 600)^2} \times 10^{-3} = 18,055 \text{ ton}$$

$$\text{Ec. 2.6:} \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_2 L_2)^2} = \frac{27.573 \pi^2 E}{(1 \times 600)^2} \times 10^{-3} = 1541 \text{ ton} > \frac{P_1}{2} = \frac{167.39 \times 3500}{2} \\ \times 10^{-3} = 292.9 \text{ ton}$$

$$\text{Ec. 2.7:} \quad P_{cr} = \left[ \frac{\pi^2 EC_s}{(K_3 L_3)^2} - GJ \right] \frac{1}{r_0^2} = \frac{GJ}{(I_x + I_y) A} = \frac{63.460 \times G \times 167.39 \times 10^{-3}}{80.745 + 27.573} \\ = 76908 \text{ ton}$$

Es crítico el pandeo por flexión alrededor del eje y. Como se esperaba,  $P_{cr}$  es mucho mayor que  $P_{cr}$  y  $P_{cr}$ .

Las cargas críticas calculadas son de pandeo elástico.

#### Relación de esbeltez crítica

$K_y = 0.5$  (extremos empotrados),  $K_x = 1.0$  (extremos articulados). Se han tomado los valores teóricos de los factores de longitud efectiva.

$$(KL/r)_y = 0.5 \times 600 / 22.0 = 14$$

$$(KL/r)_x = 1.0 \times 600 / 12.8 = 47$$

Es crítica la esbeltez alrededor del eje y. Esto se sabía desde que se determinó que la columna se pandea por flexión alrededor de ese eje.

#### DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA DE DISEÑO

La sección transversal de la columna es tipo 4; en la determinación de su resistencia deben tenerse en cuenta los estados límite de inestabilidad por flexión y por flexión y pandeo local.

Obtención del factor de pandeo local  $Q$ . La sección está compuesta exclusivamente por elementos planos atiesados; por consiguiente,  $Q_y = 1.0$  y  $Q = Q_y$ , que se calcula de acuerdo con el art. 2.8.1.1.

#### Anchos efectivos

Placas horizontales. Su relación ancho/grueso no excede de la correspondiente a las secciones tipo 3, de manera que  $b_e = b = 28.1$  cm.

$$\text{Placas verticales. } b_e = \frac{2734t}{\sqrt{f}} \left( 1 - \frac{544}{(b/t)\sqrt{f}} \right) \leq b$$

En la ref. 2.2 aparece esta misma ecuación, con los coeficientes ligeramente redondeados; en ella se indica que es aplicable a patines de secciones cuadradas o rectangulares huecas, pero; en realidad, lo es a cualquier placa atiesada uniformemente comprimida.

Al calcular el ancho efectivo de placas que forman parte de columnas en compresión axial, para revisar el estado límite de pandeo local y pandeo por flexión combinados, el esfuerzo  $f$  de la ecuación anterior se sustituye por el esfuerzo de fluencia  $F_y$  del material.

$$b_c = \frac{2734 \times 0.95}{\sqrt{3500}} \left( 1 - \frac{544}{61.2 \sqrt{3500}} \right) = 37.3 \text{ cm} < 58.1$$

$$A_{c1} = A_c - \sum (b - b_c)t = 167.3 - 2(58.1 - 37.3) \times 0.95 = 127.87 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{c1} / A_c = 127.87 / 167.39 = 0.764, \quad Q = Q_a = 0.764$$

$$(KL/r)_c = 6340 / \sqrt{QF_c} = 6340 / \sqrt{0.764 \times 3500} = 122.6$$

$(KL/r)_{\max} = 47 < (KL/r)_c = 122.6 \therefore$  La resistencia de diseño se determina con la ec 2.47, art. 2.8.1:

$$\begin{aligned} R_c &= Q A_c F_c \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2}{2(KL/r)_c^2} \right] F_R \\ &= 0.764 \times 167.39 \times 3500 \left[ 1 - \frac{47^2}{2 \times 122.6^2} \right] \times 0.75 \times 10^{-3} \\ &= 311.0 \text{ ton} \end{aligned}$$

La resistencia de diseño en compresión axial de la columna es  $R_c = 311.0 \text{ ton}$ .

**b) Diseño con las especificaciones AISI 91 (ref. 2.31 y art. 2.8.3).**

La sección no está sujeta a pandeo por torsión o flexotorsión:

$$F_c = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 E}{47^2} = 9110 \text{ Kg cm}^2 > \frac{F}{2}$$

Este valor es igual al que se obtiene dividiendo  $P_{cr}$ , calculada arriba, entre el área de la sección transversal de la columna.

$$F_c = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{1541 \times 10^3}{167.39} = 9206 \text{ kg cm}^2$$

La diferencia proviene del redondeo de los resultados<sup>3</sup>.

$$F_c = F_c (1 - F_c / 4F_c) = 3500(1 - 3500/4 \times 9110) = 3164 \text{ Kg cm}^2$$

El área efectiva es la correspondiente a una compresión  $f = 3164 \text{ kg/cm}^2$ .

<sup>3</sup> En las normas AISI de 1996 (ref. 2.39) la ecuación siguiente ha sido sustituida por la ec. 2.33, art. 2.6.2

$$\text{Placas horizontales: } \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left( \frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}} = \frac{1.052}{\sqrt{4.0}} \times 29.6 \sqrt{\frac{3164}{E}} = 0.613 < 0.673.$$

Las placas horizontales son completamente efectivas.

$$\text{Placas verticales: } \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{4.0}} \times 61.2 \sqrt{\frac{3164}{E}} = 1.268 > 0.673.$$

$$\rho = \frac{1 - 0.22 \lambda}{\lambda} = \frac{1 - 0.22 \cdot 1.268}{1.268} = 0.652$$

$$h_e = \rho h = 0.652 \times 58.1 = 37.87 \text{ cm}$$

$$A_e = 167.39 - 2(58.1 - 37.87)0.95 = 128.95 \text{ cm}^2$$

Este valor es muy parecido al que se obtuvo arriba.

Las expresiones para calcular el ancho efectivo  $h_e$  se estudian en el Capítulo 3.

$$P_r = A_e F_r = 128.95 \times 3164 \times 10^{-3} = 408.0 \text{ Ton}$$

$$R_r = F_r P_r = 0.75 \times 408.0 = 306.0 \text{ ton}$$

Se ha tomado  $F_r = 0.75$  para comparar los resultados con el obtenido con la ref. 2.2 (en la ref. 2.27 se especifica un factor de resistencia  $\phi = 0.85$ ).

Los dos procedimientos llevan a valores de la resistencia de diseño muy parecidos ( $306/311 = 0.984$ ).

## 2.7 PANDEO POR FLEXOTORSIÓN

### 2.7.1 Resistencia de Diseño

Las columnas de sección transversal asimétrica o con un eje de simetría, como los ángulos y las secciones T, y las columnas con dos ejes de simetría, pero baja resistencia a torsión, como las secciones en cruz, pueden fallar por pandeo por torsión o flexotorsión (art. 2.5).

Estos estados límite no se tratan en la ref. 2.2; en las refs. 2.23 y 2.24 se cubren en sendos apéndices.

#### 2.7.1.1 Especificaciones AISC para diseño por factores de carga y resistencia (ref. 2.24)

La resistencia de miembros comprimidos determinada por los estados límite de pandeo por torsión o flexotorsión es  $\phi_c P_n$ , donde:

$\phi_c$  = factor de reducción de la resistencia = 0.85.

$P_n$  = resistencia nominal en compresión =  $A F_c$  (2.40)

$A$  = área total de la sección transversal.

El esfuerzo crítico nominal  $F_c$  se determina como sigue:

a) Para  $\lambda_c \sqrt{Q} \leq 1.5$ ,  $F_c = Q(0.658^{\lambda_c^2}) F_y$  (2.41)

b) Para  $\lambda_c \sqrt{Q} > 1.5$ ,  $F_c = \left( \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_y$  (2.42)

En las expresiones anteriores,

$$\lambda_c = \sqrt{F_y / F} \quad (2.43)$$

$Q$  es igual a 1.0 en secciones cuyos elementos planos son tipo 1 a 3 (ref. 2.24), y se calcula como se indica en el inciso 2.8.1.1 cuando alguno, o algunos, de ellos, son tipo 4.

El esfuerzo crítico de pandeo elástico por torsión o flexotorsión,  $F_e$ , se determina con las ecuaciones:

- Secciones con dos ejes de simetría: Ec. 2.63.
- Secciones con un eje de simetría (se ha supuesto que es el x): Ec. 2.60.
- Secciones asimétricas: el esfuerzo crítico de pandeo elástico por flexotorsión,  $F_e$ , es igual a la menor de las raíces de la ecuación cúbica:

$$(F_c - F_{ca})(F_c - F_{ca})(F_c - F_{ca}) - F_c^2(F_c - F_{ca})\left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2 - F_c^2(F_c - F_{ca})\left(\frac{y_0}{r_0}\right)^2 = 0 \quad (2.44)$$

Esta es la ec. 2.4 escrita en términos de esfuerzos.

En el art. 2.8.3.1 se dan los significados de todas las literales que aparecen en estas ecuaciones.  $F$  y  $\sigma$  se han utilizado indistintamente para representar los esfuerzos.

## 2.8 DISEÑO DE COLUMNAS DE PAREDES DELGADAS<sup>4</sup>

Cuando uno o varios de los elementos planos que forman una columna tienen una relación ancho/grueso elevada (es del tipo 4, Cap. 3), no es razonable basar el diseño en la iniciación del pandeo local que se presenta, en general, bajo cargas menores que la crítica de la columna y la de colapso de las placas, por lo que para obtener diseños económicos ha de tenerse en cuenta la resistencia posterior al pandeo de los elementos planos esbeltos. La interacción del pandeo local de las placas y el de conjunto de la columna ocasiona una reducción de la resistencia de la barra comprimida.

Uno de los procedimientos para resolver el problema se basa en las ecs. 2.12 y 2.27, para pandeo elástico e inelástico, respectivamente.

De acuerdo con la ec. 2.27, el esfuerzo crítico de conjunto tiende hacia  $\sigma_c$  cuando disminuye la relación de esbeltez, y para  $L/r = 0$ ,  $\sigma_{cr}$  es igual a  $\sigma_c$ . Sin embargo, el pandeo local hace que las columnas muy cortas, compuestas por placas delgadas, fallen bajo esfuerzos medios menores que  $\sigma_c$ ; su esfuerzo medio crítico, para una relación de esbeltez muy pequeña, puede expresarse como  $Q\sigma_c$ , donde  $Q$  es un coeficiente menor que 1.0, que representa la influencia desfavorable del pandeo local; depende del esfuerzo de fluencia del material, de las relaciones  $h/r$  de las placas que componen el perfil, y de sus condiciones de apoyo.

Siguiendo el mismo camino que con los perfiles laminados, el pandeo inelástico se representa con una curva de transición parabólica que se inicia en  $\sigma_{cr} = Q\sigma_c$ , para  $L/r = 0$ , y es tangente a la hipérbola de Euler en el punto cuya ordenada es la mitad de ese esfuerzo; la ec. 2.27 se transforma en:

$$\sigma_{cr} = Q\sigma_c - \frac{(Q\sigma_c)^2 (L/r)^2}{4\pi^2 E} \quad (2.45)$$

El esfuerzo de fluencia  $\sigma_c$  se ha sustituido por  $Q\sigma_c$ .

Haciendo  $\sigma_{cr}$  igual a  $Q\sigma_c/2$  y despejando la relación de esbeltez, se obtiene la abscisa del punto de tangencia con la curva de pandeo elástico:

$$\frac{L}{r} = \frac{L}{r} = \frac{2\pi^2 E}{\sqrt{Q\sigma_c}} = \frac{6340}{\sqrt{Q\sigma_c}} \quad (2.46)$$

<sup>4</sup> Algunos aspectos de este artículo requieren información contenida en el Capítulo 3, en el que se trata el diseño de placas esbeltas comprimidas basado en la resistencia posterior a la iniciación de pandeo.

La ec. 2.12 no se modifica, pues es aplicable a columnas de esbeltez elevada, que se pandean en el intervalo elástico bajo esfuerzos suficientemente pequeños para que no haya inestabilidad local prematura, aunque estén hechas con lámina delgada.

### 2.8.1 Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas (ref. 2.2)

Cuando el pandeo de conjunto se inicia en el intervalo elástico, el esfuerzo crítico se calcula con la ec. 2.30; en el intervalo inelástico, la ec. 2.47 sustituye a la 2.31. Por consiguiente, la resistencia de diseño que corresponde al estado límite de flexión y pandeo local combinados (ref. 2.2) se determina con las ecuaciones:

$$\text{Si } KL/r \geq (KL/r)_c, R_c = \frac{20,120,000}{(KL/r)^2} A_s F_R \quad (2.30)$$

$$\text{Si } KL/r < (KL/r)_c, R_c = Q A_s F_s \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2}{2(KL/r)_c^2} \right] F_R \quad (2.47)$$

$$(KL/r)_c = 6340 / \sqrt{Q F_s}; F_R = 0.75.$$

El área  $A_s$ , y el radio de giro,  $r$ , de las ecuaciones anteriores, son los de la sección transversal completa de la columna;  $(KL/r)_c$  es la relación de esbeltez que separa el pandeo elástico del inelástico (ec. 2.46).

#### 2.8.1.1 Cálculo del coeficiente $Q$

La determinación de  $Q$  depende de la manera en que las placas que constituyen la columna estén apoyadas en sus bordes longitudinales; se utilizan tres procedimientos diferentes, según que todas estén atiesadas, es decir, soportadas en los dos bordes, que no lo esté ninguna, o que la sección esté formada por placas de los dos tipos, unas atiesadas y otras no.

##### (a) Todas las placas son atiesadas

En la Fig. 2.31a se muestra la sección transversal de una columna en cajón, formada exclusivamente por elementos planos apoyados en los dos bordes.

Una pieza muy corta formada por placas compactas, comprimida axialmente, falla cuando el esfuerzo uniforme en sus secciones transversales llega al punto de fluencia,  $\sigma_y$ ; su capacidad máxima de carga es:

$$P_{max} = A \sigma_y$$



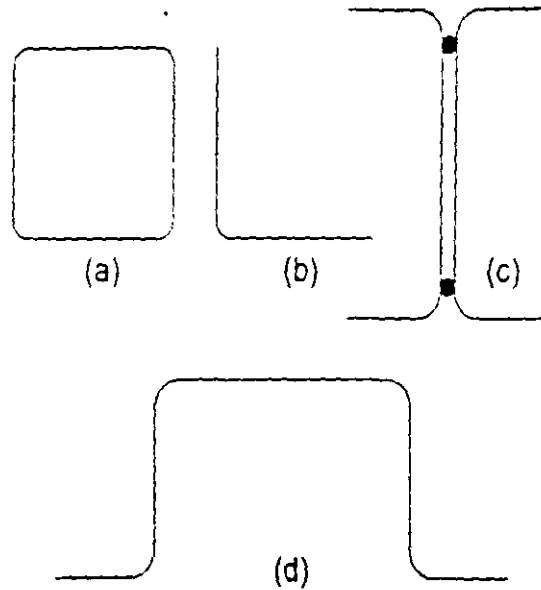


Fig. 2.31 Ejemplos de secciones transversales de paredes delgadas

En cambio, una columna corta de paredes delgadas puede fallar por pandeo local bajo esfuerzos menores que el de fluencia; introduciendo el factor  $Q$ , su resistencia máxima se expresa como<sup>5</sup>:

$$P_{máx} = Q A \sigma_c \quad (2.48)$$

Por otro lado, la carga de colapso de una placa atiesada corta es igual al producto del esfuerzo de fluencia por el área efectiva correspondiente a ese esfuerzo, de manera que la carga total que puede soportar una columna corta formada exclusivamente por elementos planos atiesados es:

$$P_{máx} = A_e \sigma_c \quad (2.49)$$

donde  $A_e$  es la suma de las áreas efectivas de todas las placas que componen la sección.

Igualando los segundos miembros de las ecuaciones 2.48 y 2.49 se obtiene:

$$Q A \sigma_c = A_e \sigma_c \quad \dots Q = Q_e = \frac{A_e}{A} \quad (2.50)$$

$Q_e$  depende de las características geométricas de la sección de paredes delgadas, por lo que recibe el nombre de *factor de forma*.

<sup>5</sup> La ecuación 2.48 es válida para cualquier columna corta de paredes delgadas, independientemente de que los elementos planos que la forman estén atiesados o no; lo que varía de un caso a otro es la manera como se calcula el factor  $Q$ .

**(b) Ninguna placa es atiesada**

La falla por pandeo local de columnas cortas formadas únicamente por elementos planos no atiesados (secciones transversales en ángulo o en T, Fig. 2.31b) se presenta bajo una carga axial de intensidad:

$$P_{max} = \sigma_{cr} A$$

donde  $\sigma_{cr}$  es el esfuerzo de pandeo del elemento de relación ancho/grueso más elevada.

Igualando el segundo miembro de la ecuación anterior con el de la 2.48 se llega a:

$$A \sigma_{cr} = Q_1 A \sigma_1 \quad \therefore Q = Q_1 = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_1} \quad (2.51)$$

$\sigma_{cr}$  se calcula con las ecuaciones correspondientes del Capítulo 3.

**(c) Unas placas están atiesadas y otras no**

La capacidad máxima de carga de un miembro de este tipo, comprimido axialmente (ver ejemplos en la Fig. 2.31c y d) se alcanza cuando se pandea la placa no atiesada más débil, bajo un esfuerzo  $\sigma_{cr}$ . En ese instante, el área efectiva  $A_{ef}$  es la suma de las áreas totales de todos los elementos no atiesados, más las áreas efectivas (reducidas) de los atiesados, calculadas con el esfuerzo de pandeo de la placa no atiesada más débil, es decir, con  $\sigma_{cr}$ .

La carga máxima que pueden soportar las columnas de este tipo es:

$$P_{max} = \sigma_{cr} A_{ef}$$

Dividiendo sus dos miembros entre el área total  $A$ , y multiplicando y dividiendo el segundo por  $\sigma_1$ , la ecuación anterior toma la forma:

$$\frac{P_{max}}{A} = \frac{A_{ef}}{A} \sigma_{cr} \frac{\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{A_{ef}}{A} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_1} \sigma_1$$

Introduciendo  $Q_0$  y  $Q_1$  (ecs. 2.50 y 2.51) se obtiene, finalmente,

$$P_{max} = Q_0 Q_1 A \sigma_1 = Q A \sigma_1$$

donde

$$Q = Q_0 Q_1 \quad (2.52)$$

En resumen, el coeficiente  $Q$  se determina de alguna de las maneras siguientes:

1. En miembros compuestos exclusivamente por elementos planos atiesados,  $Q$  se obtiene dividiendo el área efectiva de diseño, determinada con los anchos

- efectivos de diseño de esos elementos, entre el área de la sección transversal. El área efectiva es la que corresponde al esfuerzo de fluencia  $\sigma_y$ . Los anchos efectivos se calculan como se indica en el Capítulo 3.  $Q$  se designa, en este caso,  $Q_e$ .
2. En miembros compuestos exclusivamente por elementos planos no atiesados,  $Q$  se calcula dividiendo el esfuerzo crítico en compresión,  $\sigma_{cr}$ , del elemento más débil de la sección transversal (el que tiene la relación ancho/grueso mayor), entre el esfuerzo de fluencia  $\sigma_y$ . Los cálculos se hacen de acuerdo con el Capítulo 3. Al coeficiente  $Q$  se le llama  $Q_1$ . (En el art. 2.9 se presentan expresiones de  $Q_1$  para el diseño de ángulos aislados comprimidos).
  3. En miembros que contienen algunos elementos planos atiesados y otros no atiesados, el coeficiente  $Q$  es el producto de un factor de esfuerzo,  $Q_1$ , calculado como se indica en 2, multiplicado por un factor de área,  $Q_e$ , obtenido como en 1, pero utilizando, en lugar de  $\sigma_y$ , el esfuerzo con el que se determinó  $Q_1$  e incluyendo en el área efectiva el área total de todos los elementos no atiesados.

### 2.8.2 Especificaciones AISC (refs. 2.3 y 2.24)

Tanto si se emplean esfuerzos permisibles (ref. 2.3) como factores de carga y resistencia (ref. 2.24), las columnas de paredes delgadas se dimensionan con los criterios del artículo anterior. En la ref. 2.24 cambian las expresiones para pandeo de las columnas.

Las ecuaciones que se recomiendan en la ref. 2.24 para calcular los esfuerzos críticos son:

$$(a) \text{ Para } \lambda \sqrt{Q} \leq 1.5: F_{cr} = Q(0.658^{e_1}) F_y \quad (2.53)$$

$$(b) \text{ Para } \lambda \sqrt{Q} > 1.5: F_{cr} = \left( \frac{0.877}{\lambda^2} \right) F_y \quad (2.54)$$

La ec. 2.53, para pandeo inelástico, proviene de la ec. 2.33, en la que se ha introducido el factor  $Q$ ; la segunda, que proporciona el esfuerzo crítico de pandeo elástico, es la ec. 2.34 sin cambio. Se modifica, también, el valor del parámetro  $\lambda$ , que separa las dos formas de pandeo.

Para determinar la resistencia de diseño se utilizan el área total de la sección transversal de la columna y las propiedades geométricas correspondientes a ella.

Las recomendaciones de las refs. 2.2, 2.3 y 2.24 son adecuadas para diseñar columnas de paredes delgadas que fallan por pandeo por flexión; sin embargo, cuando el estado límite es el de pandeo por torsión o por flexotorsión (columnas con dos ejes de simetría de paredes muy delgadas, o columnas con un solo o ningún eje de simetría) es preferible emplear las especificaciones del AISI que se reproducen, en sus aspectos principales, en el artículo siguiente. También es aplicable el método del art. 2.7.

### 2.8.3 Especificaciones AISI (ref. 2.39)

Aunque el método basado en el factor  $Q$  se ha utilizado con éxito para diseñar miembros comprimidos de paredes delgadas, investigaciones recientes han mostrado que puede sustituirse por un procedimiento más preciso (ref. 2.34). Partiendo de resultados analíticos y experimentales, se ha demostrado que el empleo de  $Q$  puede proporcionar resultados inseguros para miembros formados por elementos planos atiesados, sobre todo cuando la relación de esbeltez de la columna está cerca de 100, mientras que es muy conservador para secciones I con patines no atiesados, en columnas de relación de esbeltez pequeña. Esto ha hecho que, a partir de 1986, el método haya desaparecido de las normas del AISI.

Para tener en cuenta la interacción pandeo de conjunto-pandeo local en el diseño de miembros en compresión axial, en la ref. 2.39 se procede como sigue:

1. Se determina el esfuerzo crítico de conjunto de la columna, con las dimensiones de su sección transversal completa.
2. Se calcula el área neta efectiva de la sección, utilizando el esfuerzo obtenido en 1.
3. Se determina la resistencia de diseño multiplicando el esfuerzo del paso 1 por el área neta calculada en 2.

Cuando el diseño se hace por esfuerzos permisibles se sigue un camino análogo.

#### 2.8.3.1 Diseño por factores de carga y resistencia (ref. 2.39)

A continuación se reproducen, con algunos comentarios, los aspectos principales del diseño de columnas de lámina delgada comprimidas axialmente, hecho de acuerdo con la ref. 2.39; son aplicables a miembros en los que la resultante de todas las acciones es una fuerza de compresión axial que pasa por el centroide de la sección efectiva, determinada con el esfuerzo  $F_c$  que se define más adelante.

La resistencia de diseño en compresión axial,  $\phi_c P_n$ , se calcula como sigue:

$$\begin{aligned}\phi_c &= 0.85 \\ P_n &= A_g F_c\end{aligned}\tag{2.55}$$

donde:

$\phi_c$  = factor de disminución de la resistencia.

$A_e$  = área efectiva correspondiente al esfuerzo  $F_n$ .

$F_n$  es igual a<sup>6</sup>:

$$\text{Si } \lambda_c \leq 1.5, \quad F_n = (0.658^{F_y/E}) F_y \quad (2.56)$$

$$\text{Si } \lambda_c > 1.5, \quad F_n = \left[ \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y \quad (2.57)$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_c}} \quad (2.58)$$

$F_c$  es el menor de los esfuerzos críticos de pandeo elástico por flexión, torsión o flexotorsión, determinados como se indica más adelante.

### Columnas que no pueden fallar por pandeo por torsión o flexotorsión

En columnas de sección transversal cerrada, o con dos ejes de simetría, o con otra forma cualquiera para la que pueda demostrarse que no están sujetas a pandeo por torsión o flexotorsión, el esfuerzo crítico de pandeo elástico,  $F_c$ , se calcula con la expresión:

$$F_c = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (2.59)$$

Esta es la fórmula de Euler escrita en términos de esfuerzos (ec. 2.12).

### Columnas de sección transversal con dos o un eje de simetría, sujetas a pandeo por torsión o flexotorsión

En este caso,  $F_c$  es igual al menor de los valores dados por las ecs. 2.59 y 2.60.

$$F_c = \frac{1}{2H} \left[ (\sigma_{c1} + \sigma_c) - \sqrt{(\sigma_{c1} - \sigma_c)^2 - 4H\sigma_{c1}\sigma_c} \right] \quad (2.60)$$

Alternativamente, puede obtenerse una estimación conservadora de  $F_c$  con la ecuación:

$$F_c = \frac{\sigma_{c1}\sigma_c}{\sigma_{c1} + \sigma_c} \quad (2.61)$$

<sup>6</sup> En sus especificaciones de 1996 (ref. 2.39) el AISI adoptó las fórmulas del AISC (ref. 2.24) para calcular los esfuerzos críticos de pandeo de columnas.

En las ecuaciones anteriores:

$r_0^2$  = radio polar de giro de la sección transversal alrededor del centro de

torsión, elevado al cuadrado =  $r_1^2 + r_2^2 + x_0^2 = \frac{I_1 + I_2}{A} + x_0^2$

$x_0$  = distancia entre los centros de gravedad y de torsión, medida a lo largo del eje principal x.

$$H = 1 - (x_0/r_0)^2$$

$$\sigma_{ca} = \frac{\pi^2 E}{(K_1 L_1 / r_1)^2} \quad (2.62)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{Ar_0^2} \left( GJ + \frac{\pi^2 EC_c}{(K_1 L_1)^2} \right) \quad (2.63)$$

En secciones con un solo eje de simetría, en las ecuaciones anteriores se ha supuesto que es el x.

Todas las propiedades anteriores corresponden a la sección transversal completa de la columna.

Si la sección tiene dos ejes de simetría el pandeo es por flexión alrededor de alguno de los ejes centroidales y principales, o por torsión. En ese caso,  $x_0=0$ ,  $H=1$ , y la ec. 2.60 se reduce a la 2.63, que proporciona el esfuerzo crítico de pandeo por torsión.

Las ecuaciones anteriores (excepto la 2.61) son las del artículo 2.5, escritas en términos de esfuerzos críticos, en lugar de cargas críticas.

En el inciso 3.10.1.2.3 del Capítulo 3, se indica cómo calcular las áreas netas efectivas.

## 2.9 ÁNGULOS AISLADOS COMPRIMIDOS

En las refs. 2.35 y 2.36<sup>7</sup> se dan recomendaciones para el diseño de ángulos aislados en compresión. Aquí se reproducen las de la segunda referencia.

La resistencia de diseño es  $\phi_c P_n$ , donde:

$$\phi_c = 0.90$$

$$P_n = A_g F_{cr}$$

a) Para  $\lambda_c \sqrt{Q} \leq 1.5$ :

$$F_{cr} = Q(0.658^{Q\lambda_c^2}) F_y \quad (2.64)$$

b) Para  $\lambda_c \sqrt{Q} > 1.5$ :

$$F_{cr} = \left[ \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y \quad (2.65)$$

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

$F_y$  es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado del acero, y  $Q$  el factor de reducción por pandeo local, que tiene alguno de los valores siguientes:

$$\text{Si } \frac{h}{t} \leq 0.446 \sqrt{\frac{E}{F_y}} : \quad Q = 1.0 \quad (2.66)$$

$$\text{Si } 0.446 \sqrt{\frac{E}{F_y}} < \frac{h}{t} \leq 0.910 \sqrt{\frac{E}{F_y}} : \quad Q = 1.340 - 0.761 \frac{h}{t} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (2.67)$$

$$\text{Si } \frac{h}{t} > 0.910 \sqrt{\frac{E}{F_y}} : \quad Q = \frac{0.534E}{F_y (b/t)^2} \quad (2.68)$$

$h$  es el ancho total del ala más grande del ángulo y  $t$  su grueso.

Con las expresiones anteriores para el cálculo del esfuerzo crítico de compresión se revisan los tres estados límite que pueden regir el diseño de ángulos comprimidos: pandeo por flexión general de la columna, pandeo local de alas delgadas o pandeo general por flexotorsión.

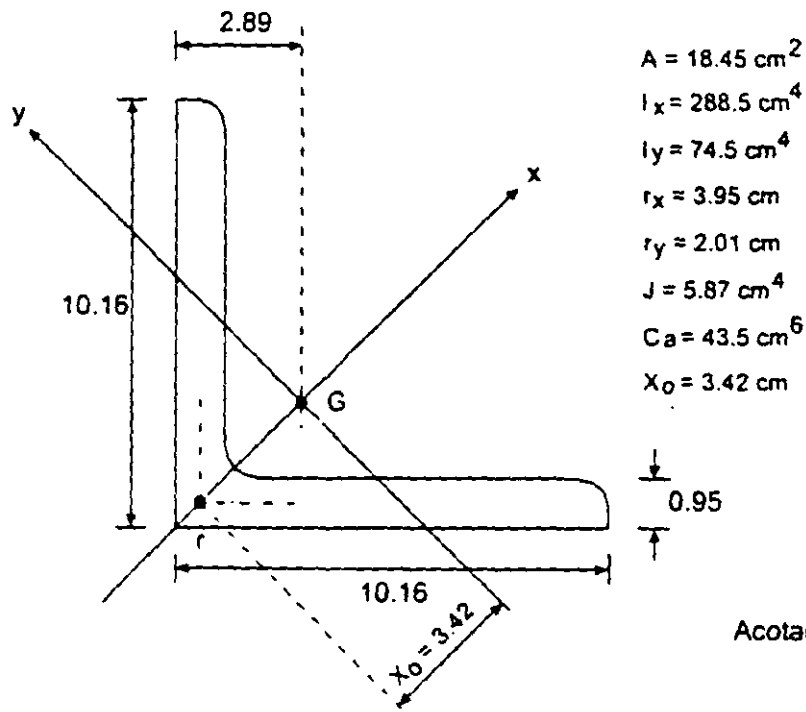
El factor  $Q$  tiene en cuenta el posible pandeo local; el origen de las expresiones para calcularlo (ecs. 2.66 a 2.68) se explica en el Capítulo 3. Aquí se han escrito en forma adimensional.

<sup>7</sup> En el art. 1.12, Capítulo 1, se hace referencia a las normas para diseño de ángulos aislados.

En ángulos de alas esbeltas, el estado límite de pandeo por flexotorsión se aproxima con el factor de reducción  $Q$ , y aunque en columnas relativamente cortas de sección no esbelta, en las que  $Q=1.0$ , ese estado límite puede ser crítico, se ha demostrado que el error que se comete al ignorarlo no es significativo, por lo que ese efecto no se incluye en las recomendaciones para diseño de ángulos sencillos.

El criterio para diseñar ángulos aislados comprimidos de paredes delgadas es el mismo que recomienda el AISC en sus especificaciones generales (ref. 2.24) para columnas de paredes delgadas; de hecho las ecs. 2.64 y 2.65 son la 2.41 y 2.42, y también son iguales las expresiones para calcular el factor  $Q$ .

**EJEMPLO 2.6** Calcule la resistencia de diseño en compresión del ángulo de 10.2 x 0.95 cm (4" x 3/8"), que se muestra en la Fig. E2.6.1, para dos longitudes, 4 m y 2 m. Suponga que las fuerzas están aplicadas en los centros de gravedad de las secciones extremas. El acero es A36 ( $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ ). La barra está articulada en los dos extremos.



**Fig. E2.6-1** Sección transversal y propiedades geométricas de la columna del ejemplo 2.6.

Clasificación de la sección

$$b/t = 10.16/0.95 = 10.7 < 640/\sqrt{F_y} = 12.7$$

La sección es tipo 3; no hay problemas de pandeo local.



a)  $L_x = L_y = L_z = 4.00 \text{ m}$

Como la sección tiene un solo eje de simetría (el x), el esfuerzo crítico de pandeo elástico,  $F_c$ , es el menor de los esfuerzos críticos de pandeo por flexión alrededor del eje y, y de pandeo por flexotorsión.

$$r_o = \sqrt{x_o^2 + r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{3.42^2 + 3.95^2 + 2.01^2} = 5.60 \text{ cm}$$

$$H = 1 - \left(\frac{x_o}{r_o}\right)^2 = 1 - \left(\frac{3.42}{5.60}\right)^2 = 0.627$$

$$KL/r_x = 400/3.95 = 101; \quad KL/r_y = 400/2.01 = 199$$

Ec. 2.62: 
$$\sigma_x = \frac{\pi^2 E}{(KL/r_x)^2} = \frac{\pi^2 E}{101^2} = 1973 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_y = \frac{\pi^2 E}{(KL/r_y)^2} = 508 \text{ kg/cm}^2$$

Ec. 2.63: 
$$\sigma_t = \frac{1}{Ar_o^2} \left[ GJ + \frac{\pi^2 EC_o}{(K_t L_t)^2} \right] = \frac{1}{18.45 \times 5.60^2} \left[ 784200 \times 5.87 + \frac{43.5\pi^2 E}{(1 \times 400)^2} \right]$$

$$= 7965 \text{ kg/cm}^2$$

La contribución de la resistencia a la torsión por alabeo es muy pequeña; si no se tuviese en cuenta, se obtendría  $\sigma_t = 7956 \text{ kg/cm}^2$ .

Ec. 2.60:

$$\sigma_c = \frac{1}{2H} \left[ (\sigma_x + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_x + \sigma_t)^2 - 4H\sigma_x\sigma_t} \right]$$

$$= \frac{1}{2 \times 0.627} \left[ (1973 + 7965) - \sqrt{(1973 + 7965)^2 - 4 \times 0.627 \times 1973 \times 7965} \right]$$

$$= 1782 \text{ kg/cm}^2$$

Es crítico el pandeo por flexión alrededor del eje y.

Ref. 2.24:

$$\lambda_c = \frac{KL}{\pi} \sqrt{\frac{F_c}{E}} = \frac{1.0 \times 400}{2.01\pi} \sqrt{\frac{2530}{E}} = 2.231 > 1.5$$

$$F_{cr} = \left( \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_c = \left( \frac{0.877}{2.231^2} \right) 2530 = 446 \text{ kg/cm}^2$$

Ec. 2.34

$$\text{Resistencia de diseño} = \phi_c A F_{cr} = 0.85 \times 18.45 \times 446 \times 10^{-3} = 6.99 \text{ ton}$$

Ref. 2.2:

$$(KL/r)_c = 6340/\sqrt{F_c} = 126 < KL/r_c = 199$$

Resistencia de diseño (ec. 2.30):

$$R_c = \frac{20.120.000}{(KL/r)_c^2} AF_c = \frac{20.120.000}{199^2} \times 18.45 \times 0.85 \times 10^{-3} = 7.97 \text{ Ton}$$

b)  $L_x = L_y = L_z = 2.00 \text{ m}$

$$KL/r_x = 200/3.95 = 51; \quad KL/r_z = 200/2.01 = 100$$

$$\sigma_{ex} = \frac{\pi^2 E}{51^2} = 7737 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{ez} = \frac{\pi^2 E}{100^2} = 2012 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_t = \frac{1}{18.45 \times 5.60^2} \left( 784200 \times 5.87 + \frac{\pi^2 E \times 43.5}{200^2} \right) = 7994 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_c = \frac{1}{2 \times 0.627} \left[ (7737 + 7994) - \sqrt{(7737 + 7994)^2 - 4 \times 0.627 \times 7737 \times 7994} \right]$$

$$= 4881 \text{ kg/cm}^2$$

Sigue siendo crítico el pandeo por flexión alrededor de y.

Al disminuir la longitud de la columna de 4 m a 2 m, el esfuerzo  $\sigma_{ex}$  se multiplica por cuatro, y  $\sigma_t$  por 2.7; el incremento en resistencia al pandeo por flexotorsión es menor que al pandeo por flexión.

Ref. 2.24:

$$\lambda_c = \frac{100}{\pi} \sqrt{\frac{F_c}{E}} = 1.121 < 1.5$$

$$F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_c = (0.658^{1.121^2}) 2530 = 1495 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 2.33}$$

$$\phi_c AF_{cr} = 0.85 \times 18.45 \times 1495 \times 10^{-3} = 23.45 \text{ ton}$$

Ref. 2.2:

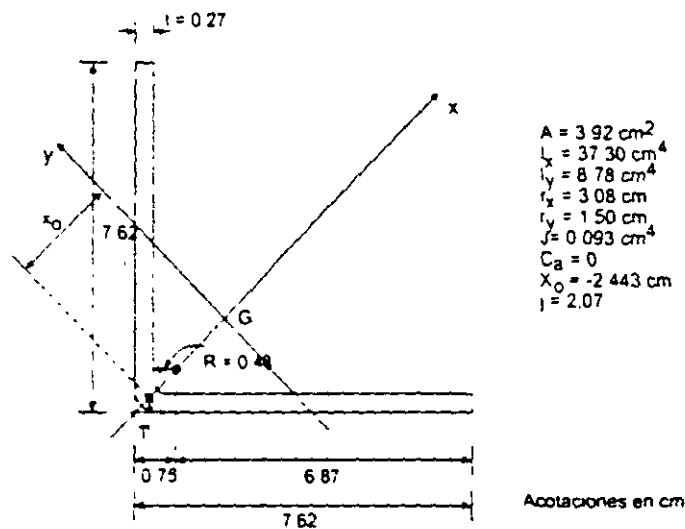
$$KL/r_x = 100 < (KL/r)_c = 126$$

$$\therefore R_c = AF_c \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2}{2(KL/r)_c^2} \right] F_c$$

$$= 18.45 \times 2530 \left[ 1 - \frac{100^2}{2 \times 126^2} \right] 0.85 \times 10^{-3} = 27.18 \text{ ton} \quad \text{Ec. 2.31}$$

El pandeo por flexotorsión puede ser crítico en columnas de ángulo muy cortas, pero aún en esos casos no es significativo el error que se comete al ignorarlo. Por esta razón, en las especificaciones de diseño de ángulos en compresión, que no sean de paredes delgadas, no se considera explícitamente ese efecto (ref. 2.36).

**EJEMPLO 2.7** Calcule la resistencia de diseño de una columna biarticulada ( $K_x = K_y = 1.0$ ) de 2 m de longitud, cuya sección transversal se muestra en la Fig. E2.7.1. El límite de fluencia del acero es de  $3515 \text{ kg/cm}^2$ . Utilice las especificaciones AISI para diseño por factores de carga y resistencia (ref. 2.39) y las del AISC para diseño de ángulos aislados (ref 2.36).



**Fig. E2.7-1** Sección transversal y propiedades geométricas de la columna del ejemplo 2.7.

Ref. 2.39:

Determinación de  $F_c$

Como la sección tiene un solo eje de simetría (el  $x$ ),  $F_c$  es el menor de los esfuerzos críticos de pandeo por flexión alrededor de  $y$  o de pandeo por flexotorsión, que se calculan, respectivamente, con la fórmula de Euler y con la ec. 2.60.

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{2.443^2 + 3.08^2 + 1.50^2} = 4.21 \text{ cm}$$

$$H = 1 - (x_0/r_0)^2 = 1 - (2.443/4.21)^2 = 0.663$$

$$KL/r_x = 200/3.08 = 65; \quad KL/r_y = 100/1.5 = 133$$

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r_{\alpha})^2} = \frac{\pi^2 E}{65^2} = 4763 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 2.62}$$

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r_{\alpha})^2} = \frac{\pi^2 E}{133^2} = 1138 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_r = \frac{GJ}{Ar_0^2} = \frac{0.093E}{2.6 \times 3.92 \times 4.21^2} = 1050 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 2.63}$$

La ec. 2.63 se simplifica porque  $C_s = 0$ .

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2H} \left[ (\sigma_{\alpha} + \sigma_r) - \sqrt{(\sigma_{\alpha} + \sigma_r)^2 - 4H\sigma_{\alpha}\sigma_r} \right] \\ &= \frac{1}{2 \times 0.663} \left[ (4763 + 1050) - \sqrt{(4763 + 1050)^2 - 4 \times 0.663 \times 4763 \times 1050} \right] \\ &= 967 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 2.60} \end{aligned}$$

Puesto que  $\sigma_r$  (ec. 2.60) es menor que  $\sigma_{\alpha}$ , la forma crítica de pandeo es por flexotorsión, y  $F_c = 967 \text{ kg/cm}^2$ .

$$\begin{aligned} \lambda_c &= \sqrt{\frac{F_1}{F_c}} = \sqrt{\frac{3515}{967}} = 1.907 > 1.5 \\ \therefore F_n &= \left( \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_1 = \left( \frac{0.877}{1.907^2} \right) 3515 = 848 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 2.57} \end{aligned}$$

Área efectiva. Es la que corresponde a  $F_n = 848 \text{ kg/cm}^2$ .

$$\lambda = \frac{1.052 \left( \frac{b}{t} \right) \sqrt{f}}{\sqrt{k}} \sqrt{\frac{f}{E}} = \frac{1.052 \left( \frac{6.87}{0.27} \right) \sqrt{\frac{848}{E}}}{\sqrt{0.43}} = 0.832 > 0.673; \therefore b_e = \rho b$$

$$\rho = (1 - 0.22/\lambda) / \lambda = (1 - 0.22/0.832) / 0.832 = 0.884$$

Ancho efectivo de cada ala:  $b_e = 0.884 \times 6.87 = 6.07 \text{ cm}$ .

Área efectiva:

$$A_e = A - \sum (b - b_e) t = 3.92 - 2(6.87 - 6.07)0.27 = 3.49 \text{ cm}^2$$

Resistencia nominal.

$$P_n = A_e F_n = 3.49 \times 848 \times 10^{-3} = 2.96 \text{ ton} \quad \text{Ec. 2.56}$$

Resistencia de diseño:  $\phi P_n = 0.85 \times 2.96 = 2.52 \text{ ton}$ .

Ref. 2.36:

$$\frac{b}{t} = \frac{6.87}{0.27} = 25.4 > 0.910 \sqrt{\frac{E}{F_c}} = 21.9$$

$Q$  se determina con la ec. 2.68:

$$Q = \frac{0.534E}{F_c (b/t)^2} = \frac{0.534E}{3515 \times 25.4^2} = 0.480$$

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_c}{E}} = \frac{200}{1.50\pi} \sqrt{\frac{3515}{E}} = 1.762$$

$r$  es el radio de giro mínimo del ángulo (Fig. E2.6.1).

$$\lambda_c \sqrt{Q} = 1.221 < 1.5$$

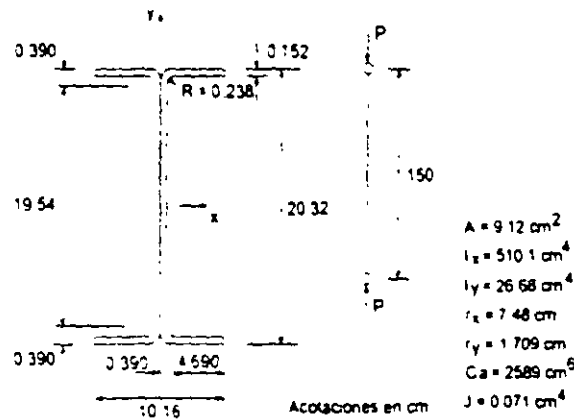
$$\begin{aligned} \therefore F_{cr} &= Q(0.658^{0.42}) F_c = 0.480(0.658^{(0.480 \times 1.762^2)}) 3515 \\ &= 904 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Ec. 2.64

Resistencia de diseño:  $\phi_c A_c F_{cr} = 0.90 \times 3.92 \times 904 \times 10^{-3} = 3.19 \text{ ton.}$

La resistencia es 27% mayor que la obtenida con la ref. 2.39 ( $3.19/2.52=1.27$ ).

**EJEMPLO 2.8** Calcular la resistencia de diseño de la columna de la Fig. E2.8.<sup>8</sup> El acero tiene un límite de fluencia  $F_c = 3515 \text{ kg/cm}^2$ . La columna puede considerarse articulada en los dos extremos, para flexión alrededor de los ejes  $x$ ,  $y$ , y para torsión.



**Fig. E2.8-1** Sección transversal y propiedades geométricas de la columna del ejemplo 2.8.

<sup>8</sup> En estructuras reales no se utilizan secciones como la de la figura para trabajar en compresión; se emplea aquí para ilustrar algunos aspectos del diseño de columnas de paredes delgadas.

Clasificación de la sección (tabla 2.3.1, ref. 2.2)

Patines:  $b/t = 4.69/0.152 = 30.86 > 830/\sqrt{F_c} = 14.0$

Alma:  $h_e/t = 19.54/0.152 = 128.55 > 2100/\sqrt{F_c} = 35.42$

La sección es tipo 4; tanto en los patines como en el alma se excede la relación ancho/grueso correspondiente a las tipo 3.

a) Especificaciones AISI para diseño por factores de carga y resistencia (ref. 2.39)

Determinación de  $F_c$ . La relación de esbeltez crítica para pandeo por flexión es:

$$\frac{K_1 L_1}{r_1} = \frac{1 \times 150}{1.709} = 87.8$$

Como las secciones transversales de la columna tienen dos ejes de simetría, el esfuerzo crítico de pandeo elástico es el menor de los valores dados por las ecs. 2.59, con  $KL/r = K_1 L_1 / r_1$ , y 2.63.

Pandeo por flexión:

$$F_{c_f} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r_1)^2} = \frac{\pi^2 E}{87.8^2} = 2611 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 2.59}$$

Pandeo por torsión:

$$F_{c_t} = \left[ GJ + \frac{\pi^2 EC_s}{(K_1 L_1)^2} \right] \frac{1}{I_x + I_y}$$

$$= \left[ 748000 \times 0.071 + \frac{2589 \pi^2 E}{(1 \times 150)^2} \right] \frac{1}{510.1 + 26.68}$$

$$= 4418 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 2.63}$$

El pandeo por torsión no es crítico.

$$F_c = F_{c_f} = 2611 \text{ kg/cm}^2$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_1}{F_c}} = \sqrt{\frac{3515}{2611}} = 1.160 < 1.5$$

$$\therefore F_n = (0.658^{\lambda_c^2}) F_1 = (0.658^{1.160^2}) 3515 = 2001 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ec. 2.56}$$

Anchos efectivos

Los anchos efectivos de almas y patines se determinan como se indica en el Capítulo 3.

Almas

Se tratan como dos placas independientes, pues sólo están unidas entre sí en los bordes superior e inferior.

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left( \frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}} = \frac{1.052}{\sqrt{4.0}} \left( \frac{19.54}{0.152} \right) \sqrt{\frac{2001}{E}} = 2.118$$

Se toma  $k = 4.0$ , para placas apoyadas en los dos bordes, y se sustituye  $f$  por  $F_n = 2001 \text{ kg/cm}^2$ .

Como  $\lambda = 2.118 > 0.673$ ,  $b_e = \rho b$ .

$$\rho = (1 - 0.22/\lambda)/\lambda = (1 - 0.22/2.118)/2.118 = 0.423$$

$$b_e = 0.423 \times 19.54 = 8.27 \text{ cm}$$

Patines

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{0.43}} \left( \frac{4.69}{0.152} \right) \sqrt{\frac{2001}{E}} = 1.551 > 0.673$$

Ahora  $k$  es igual a 0.43, para placas apoyadas en un borde.

$$\rho = (1 - 0.22/1.551)/1.551 = 0.553$$

$$b_e = 0.553 \times 4.69 = 2.60 \text{ cm}$$

Área efectiva

$$\begin{aligned} A_e &= A_t - \sum (b - b_e) t \\ &= 9.12 - [2(19.54 - 8.27) + 4(4.69 - 2.60)] 0.152 \\ &= 9.12 - 4.42 = 4.70 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Resistencia nominal:

$$P_{n1} = A_e F_n = 4.70 \times 2001 \times 10^{-3} = 9.40 \text{ ton} \quad \text{Ec. 2.55}$$

Esta resistencia corresponde a pandeo por flexión de la columna.

Resistencia de diseño:

$$\phi_c P_n = 0.85 \times 9.40 = 7.99 \text{ ton}$$

**b) Normas Técnicas Complementarias del Reglamento del D.F. (ref. 2.2)**

Como la falla es por pandeo por flexión y pandeo local combinados (no hay pandeo por torsión) la resistencia de diseño puede determinarse también siguiendo las indicaciones de la ref. 2.2 (art. 2.8.1), como se hace a continuación.

Factor de pandeo local  $Q$ 

Se utilizan las ecuaciones del art. 2.3.6 de la ref. 2.2.

$Q_1$ . Se determina para los patines, que son elementos planos no atiesados.

$$b/t = 4.69/0.152 = 30.86 > 1470/\sqrt{F_c} = 24.79$$

$$\therefore Q_1 = \frac{1,400,000}{F_c (b/t)^2} = \frac{1,400,000}{3515 \times 30.86^2} = 0.418$$

$Q_2$ . El esfuerzo  $f$  que se utiliza para calcular el ancho efectivo del alma es el esfuerzo crítico de pandeo local de los patines,  $F_{cr} = Q_1 F_c = 0.418 \times 3515 = 1470 \text{ kg/cm}^2$ .

$$b_e = \frac{2730 \times 0.152}{\sqrt{1470}} \left( 1 - \frac{480}{128.55 \sqrt{1470}} \right) = 9.77 \text{ cm}$$

$$A_e = 9.12 - 2(19.54 - 9.77)0.152 = 6.15 \text{ cm}^2$$

$$Q_2 = 6.15/9.12 = 0.674$$

$$Q = Q_1 Q_2 = 0.418 \times 0.674 = 0.282$$

$$(KL/r)_c = 6340/\sqrt{Q F_c} = 6340/\sqrt{0.282 \times 3515} = 201.4$$

$$(KL/r)_x = 87.8 < 201.4$$

$$\begin{aligned} \therefore R_c &= Q A_e F_c \left( 1 - \frac{(KL/r)_x^2}{2(KL/r)_c^2} \right) F_r \\ &= 0.282 \times 9.12 \times 3515 \left( 1 - \frac{87.8^2}{2 \times 201.4^2} \right) 0.75 \\ &= 6136 \text{ kg} = 6.14 \text{ ton} \end{aligned}$$

Ec. 2.47

Este resultado es menor que el obtenido con las especificaciones AISC (6.14/7.99=0.769); si se utilizase el mismo factor de resistencia, 0.85, el método de la ref. 2.2 arrojaría un valor sólo 13 por ciento menor que el de la ref. 2.39 (6.14x0.85/(0.75x7.99)=5.22/5.99=0.87).



## 2.10 REFERENCIAS

- 2.1 Galambos, T.V., "Structural Members and Frames", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1968.
- 2.2 "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gaceta Oficial del Departamento del D.F., México D.F., diciembre de 1987.
- 2.3 "Specification for Structural Steel Buildings. Allowable Stress Design and Plastic Design" (incluye comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, Ill., junio de 1989.
- 2.4 Timoshenko, S.P., y J.M. Gere, "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1961.
- 2.5 Bleich, F., "Buckling Strength of Metal Structures", McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1952.
- 2.6 De Buen, O., "Estructuras de Acero, Comportamiento y Diseño", Limusa, México, D.F., enero de 1980.
- 2.7 "Specification for the Design of Light Gage Cold-Formed Structural Members", Light Gage Cold-Formed Steel Design Manual, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., 1968.
- 2.8 "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings" (incluye comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, Ill., septiembre de 1986.
- 2.9 Chen, W.F., y E.M. Lui, "Structural Stability. Theory and Implementation", Elsevier Science Publishing Co., Inc., Nueva York, 1987.
- 2.10 Shanley, F.R., "Strength of Materials", McGraw-Hill Book Co. Inc., Nueva York, 1957.
- 2.11 Galambos, T.V., Editor, "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures", 4a. ed., John Wiley & Sons, Nueva York, 1988.
- 2.12 Johnston, B.G., Editor, "Guide to Design Criteria for Metal Compression Members", 2a. ed., John Wiley & Sons, Nueva York, 1966.
- 2.13 Beedle, L.S., y L. Tall, "Basic Column Strength", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 86, ST7, julio de 1960.

- 2.14 "Guide to Design Criteria for Metal Compression Members", 1a. ed., Column Research Council, Engineering Foundation, 1960.
- 2.15 Johnston, B.G., Editor. "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures", 3a. ed., John Wiley & Sons, Nueva York, 1976.
- 2.16 "European Recommendations for Steel Construction", European Convention for Constructional Steelwork (ECCS), 1978.
- 2.17 Beedle, L.S., Editor. "Stability of Metal Structures. A World View", 2a. Ed., Structural Stability Research Council, 1991.
- 2.18 "Recommandations pour l'étude et l'exécution des constructions métalliques", Convention Européenne de la Construction Métallique, enero de 1977.
- 2.19 Chen, W.F., y T. Atsuta, "Theory of Beam-Columns, Vol. 1: In-plane Behavior and Design", McGraw-Hill Book Co., Nueva York, 1976.
- 2.20 Bjorhovde, R., "Columns: From Theory to Practice", Engineering Journal, Vol. 25, No. 1, AISC, Chicago, Ill., 1988.
- 2.21 Rondal, J., y R. Maquoi, "Single Equation for SSRC Column-Strength Curves", J. Str. Div., ASCE, Vol. 105, No. ST1, enero de 1979.
- 2.22 Allen, D., "Merchant-Rankine Approach to Member Stability", J. Str. Div., ASCE, Vol. 104, No. ST12, diciembre de 1978 (ver también la discusión de este artículo por R. Maquoi y J. Rondal, J. Str. Div., ASCE, noviembre de 1979).
- 2.23 "Limit States Design of Steel Structures" (incluye comentario), Canadian Standards Association, CAN/CSA-S16.1-M94, Rexdale, Ontario, Canadá, diciembre de 1994.
- 2.24 "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings" (incluye comentario), AISC, Chicago, Ill., diciembre de 1993.
- 2.25 Chen, W.F., "End Restraint and Column Stability", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 106, ST11, noviembre de 1980.
- 2.26 Thürlimann, B., "New Aspects Concerning Inelastic Instability of Steel Structures", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 86, ST1, enero de 1960.
- 2.27 Haaijer, G., "Plate Buckling in Strain-Hardening Range", Trans. ASCE, Vol. 124, 1959.
- 2.28 De Buen, O., "Pandeo de Placas Comprimidas", Ingeniería, Vol. XXXIV, No. 8, México D.F., 1964.

- 2.29 Lay, M.G., "Yielding of Uniformly Loaded Steel Members", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, ST6, diciembre de 1965.
- 2.30 Haaijer, G., y B. Thürlimann, "Inelastic Buckling in Steel", Trans. ASCE, Vol. 125, Parte I, 1960.
- 2.31 "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", Edición de agosto de 1986, con suplemento de diciembre de 1989, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., enero de 1991.
- 2.32 "Load and Resistance Factor Design Specification for Cold-Formed Steel Structural Members", American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., marzo de 1991.
- 2.33 "ASD/LRFD Design Specification for Cold-Formed Steel Structural Members", versión preliminar, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., julio de 1995.
- 2.34 Yu, W.W., "Cold-Formed Steel Design", 2a. ed., John Wiley, Nueva York, 1991.
- 2.35 "Specification for Allowable Stress Design of Single-Angle Members" (incluye comentario), Manual of Steel Construction "Allowable Stress Design", 9a. ed., Chicago, Ill., 1989.
- 2.36 "Specification for Load and Resistance Factor Design of Single-Angle Members" (incluye comentario), AISC, Chicago, Ill., diciembre de 1993.
- 2.37 "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, D.F., agosto de 1993.
- 2.38 "Manual para Constructores", Compañía Fundidora de Fierro y Acero de Monterrey, S.A., México, D.F., 1965.
- 2.39 "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", Edición de 1996, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., junio de 1997.



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



... Ingeniería de Civil

# CURSOS ABIERTOS

## DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS

APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA  
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
CA 110

TEMA

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
FLEXIÓN 1 ( VIGAS SIN PANDEO LATERAL )

**EXPOSITOR: M. en I. ISMAEL VÁZQUEZ MARTÍNEZ**  
**DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005**  
**PALACIO DE MINERÍA**

***DISEÑO  
DE ESTRUCTURAS DE ACERO***

***FLEXIÓN 1  
(VIGAS SIN PANDEO LATERAL)***

Oscar de Buen López de Heredia

## CAPÍTULO 4. FLEXIÓN 1 (VIGAS SIN PANDEO LATERAL)

### ÍNDICE.

4.1	Introducción .....	7
4.2	Elementos que se utilizan como vigas .....	9
4.2.1	Secciones transversales más comunes .....	9
4.3	Estados límite .....	11
4.3.1	Estados límite de servicio .....	11
4.3.2	Estados límite de falla .....	11
4.4	Comportamiento de barras flexionadas .....	14
4.5	Comportamiento de vigas que fallan por exceso de flexión en el plano de las cargas .....	18
4.5.1	Gráfica momento-curvatura de una sección rectangular sin esfuerzos residuales, flexionada alrededor de su eje centroidal y principal $x$ .....	18
4.5.2	Gráficas acción-desplazamiento .....	20
4.6	Teoría plástica simple .....	26
4.6.1	Hipótesis .....	26
4.6.2	Comportamiento de vigas bajo carga creciente .....	28
	Momento plástico resistente y factor de forma .....	32
	Articulación plástica .....	34
4.6.3	Redistribución de momentos .....	37
	Capacidad de rotación .....	39
4.6.3.1	Casos en que no hay redistribución de momentos .....	39
	Amplitud de las articulaciones plásticas .....	40
4.7	Determinación de la carga de colapso .....	42

4.7.1	Determinación de la carga de colapso por superposición de varios análisis elásticos .....	42
4.7.2	Determinación directa de la carga de colapso .....	45
	Método estático .....	45
	Método cinemático .....	45
4.8	Diseño por flexión de una viga .....	47
4.9	Importancia del endurecimiento por deformación .....	50
4.10	Teoría plástica simple aplicada a estructuras reticulares .....	51
4.10.1	Características del diagrama de momentos flexionantes correspondiente al colapso de una estructura .....	51
4.10.2	Teoremas fundamentales del análisis plástico .....	52
	Teorema del límite inferior .....	52
	Teorema del límite superior .....	52
	Teorema de unicidad .....	53
4.11	Métodos generales de análisis plástico .....	54
4.12	Cargas distribuidas .....	64
4.13	Uso de la teoría plástica .....	65
4.14	Cortante .....	66
4.14.1	Introducción .....	66
4.14.2	Comportamiento elástico .....	66
	4.14.2.1 Especificaciones para diseño .....	71
4.14.3	Comportamiento inelástico .....	71
	4.14.3.1 Especificaciones para diseño .....	74
	Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal .....	74
4.15	Vigas de paredes delgadas .....	78
4.15.1	Patin comprimido .....	78

---

4.15.2 Alma .....	79
4.15.3 Resistencia de diseño en flexión .....	79
4 16 Referencias .....	86



## CAPÍTULO 4. FLEXIÓN 1 (VIGAS SIN PANDEO LATERAL)

### 4.1 INTRODUCCIÓN

Para crear las superficies horizontales y los espacios que se requieren en muchas construcciones se utilizan elementos estructurales de eje recto, horizontal, que resisten las cargas producidas por personas, muebles, maquinaria, así como su peso propio y el de los sistemas de piso y techo, y los transmiten, sin experimentar deformaciones excesivas, a las columnas o muros en que se apoyan, por los que llegan, eventualmente, a la cimentación y al terreno

Los elementos de eje recto horizontal y longitud varias veces mayor que las dimensiones de sus secciones transversales reciben el nombre de vigas o trabes; pueden ser laminados, hechos con lámina delgada, doblada en frío o en caliente, o estar formados por placas unidas entre sí con remaches, tornillos o soldadura; en este caso se les suele llamar trabes armadas

Vigas y trabes armadas son los miembros horizontales principales de las construcciones urbanas. en su patín superior se apoya el sistema de piso y del inferior cuelgan ductos y plafones. de manera que soportan, al mismo tiempo, el techo de un nivel y el piso del siguiente

Sobre las vigas obran siempre cargas gravitacionales, normales a su eje; además, por la continuidad que suele haber entre vigas y columnas aparecen momentos en sus extremos. que aumentan de importancia cuando actúan sobre la estructura acciones horizontales. producidas por viento o sismo. Este segundo tipo de cargas no existe en las vigas secundarias. que forman parte de los sistemas de piso, pero no del esqueleto principal de la construcción.

Las acciones que obran sobre las vigas y la estructura de la que forman parte ocasionan en ellas momentos flexionantes y fuerzas cortantes, de manera que el problema de diseño consiste en proporcionar resistencia suficiente ante esas dos sollicitaciones, o su combinación, en todas las secciones transversales, y rigidez adecuada para evitar deformaciones excesivas. El diseño suele ser un problema de revisión: se escoge una viga de características geométricas y mecánicas determinadas, se evalúa su resistencia, que se compara con las sollicitaciones que deberá resistir en la estructura de la que formará parte, y se comprueba si se satisfacen requisitos de servicio, por ejemplo, que las deformaciones producidas por cargas de trabajo no excedan de ciertos valores límite. Si la viga que se ha escogido resulta satisfactoria el problema termina; en caso contrario, se modifican sus características y se hace una nueva revisión

Las vigas son poco eficientes estructuralmente, pues sólo una parte muy pequeña del material que las compone trabaja a esfuerzos elevados, iguales a los máximos permisibles o cercanos a ellos, y únicamente se alcanza la resistencia máxima en una o algunas secciones transversales; por ejemplo, en una viga libremente apoyada, con una carga concentrada en la sección media, el esfuerzo normal máximo se presenta sólo en los dos bordes horizontales de esa sección, y el resto del material trabaja a esfuerzos más bajos, que tienden a cero en las cercanías de los apoyos y del eje neutro de todas las secciones transversales (con los esfuerzos cortantes, que no suelen regir el diseño, sucede algo semejante). De manera análoga, el momento resistente máximo se desarrolla en dos o tres secciones transversales; todas las demás están sobradas.

Si se compara esta forma de trabajo con la de un cable, en el que todo el acero desarrolla su resistencia máxima, se entiende por qué se usan puentes colgantes, o atrantados, en vez de vigas, para salvar grandes claros, y por qué muchas cubiertas de gimnasios, arenas y, en general, de espacios grandes, sin columnas intermedias, se resuelven por medio de redes de cables, que trabajan en tensión.

Los elementos estructurales en compresión axial son, igualmente, mucho más eficientes que las vigas (si se evita la falla por pandeo), porque también en ellos se aprovecha la resistencia máxima de todo el material; de aquí provienen los arcos, con los que se salvan grandes claros.

La utilidad de las vigas, que las convierte en los elementos más utilizados, base de la mayoría de las estructuras, proviene de que proporcionan directamente las superficies horizontales necesarias para la mayor parte de las actividades humanas.

En casi todas las estructuras ordinarias el eje de las vigas es originalmente una línea recta horizontal. Sin embargo, hay ocasiones en que piezas cuyo eje es una recta inclinada, o aún vertical, trabajan predominantemente en flexión; tal es el caso de los aleros de los marcos de dos aguas o de los elementos verticales que estructuran un muro y reciben los empujes de viento: aunque sometidos a la acción simultánea de una fuerza normal, ésta es en muchas ocasiones tan reducida que se comportan prácticamente igual que si no existiera, y siguen siendo considerados como vigas.

En este capítulo se estudian sólo vigas de sección transversal constante, con un plano de simetría en el que actúan las cargas exteriores; todas sus secciones transversales tienen cuando menos un eje de simetría, situado en el plano de simetría general, y están sometidas a flexión simple, alrededor del otro eje principal. No se tratan las vigas de sección variable o en flexión biaxial.

## 4.2 ELEMENTOS QUE SE UTILIZAN COMO VIGAS

La función principal de las vigas es transmitir fuerzas transversales a los apoyos, sin que se exceda su resistencia a la flexión y sin que las deformaciones en el plano de carga sean excesivas; la resistencia al corte suele ser un requisito de menor importancia. La resistencia a la flexión proviene principalmente del par de fuerzas interiores, de tensión y compresión, que se generan en los patines; es proporcional a la resistencia del material, al área de los patines y a la distancia entre sus centros de gravedad; las deformaciones son inversamente proporcionales al momento de inercia de las secciones transversales.

Para obtener soluciones económicas, la mayor cantidad posible de material ha de estar alejada del eje de flexión, con las limitaciones adecuadas para que no sea crítico el pandeo local del alma, y recordando que las secciones que tienen un momento de inercia alrededor del eje de flexión mayor que respecto al normal a él son susceptibles de pandearse lateralmente por flexotorsión, a menos que se utilicen restricciones exteriores

Los perfiles H laminados suelen ser la mejor solución en estructuras para edificios urbanos o industriales ordinarios; dejan de serlo cuando claros y cargas son muy pequeños o muy grandes (o, como sucede en edificios altos, cuando los momentos debidos a viento o sismo son excesivos). En el primer caso se emplean perfiles de lámina delgada, formados en frío o en caliente, o largueros de alma abierta; en el segundo, secciones compuestas por varios perfiles laminados, trabes armadas, formadas por tres placas, o armaduras

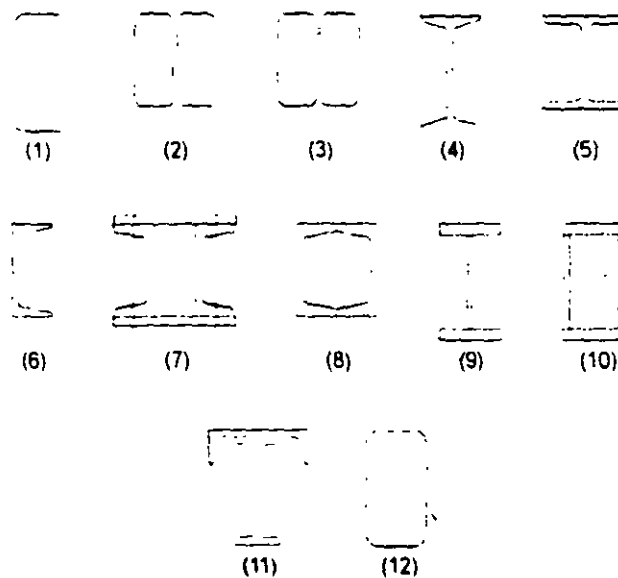
### 4.2.1 Secciones transversales más comunes

En la Fig 4 1 se muestran las secciones transversales más frecuentes en las vigas. No se han dibujado las armaduras, ligeras y de poco peralte (largueros de alma abierta), o de claros grandes y con cargas considerables.

Las secciones 1 a 3, de lámina delgada, tienen una resistencia a la flexión reducida; su uso más frecuente es como largueros para soportar la lámina de techos y paredes de bodegas y estructuras fabriles, aunque también se utilizan como vigas principales en estructuras ligeras, de uno o dos pisos. 4 y 5 son secciones laminadas I y H; las I fueron muy comunes, pero han sido sustituidas, casi por completo, por las H; el grueso de los patines de las primeras es variable y el de las segundas constante, lo que facilita las conexiones, a tope con soldaduras de penetración completa, o con tornillos de alta resistencia

Las canales laminadas (sección 6) eran frecuentes en estructuras remachadas; se utilizaban como largueros de techos y paredes, y para formar secciones compuestas,

como la 7, pues sus patines facilitan la colocación de los remaches; también se utiliza la sección 8, con dos canales soldados (las secciones 7 y 8 se usan más como columnas que como vigas). Su empleo se ha restringido mucho; las han sustituido los perfiles de lámina delgada y las secciones H. En la actualidad se usan principalmente en secciones compuestas, como la 11.



**Fig. 4.1 Secciones transversales de uso frecuente en vigas.**

9 y 10 son secciones de traveses armadas, con placas soldadas; las más frecuentes son las de una sola alma, pero las secciones en cajón son ventajosas cuando se han de salvar claros grandes sin contraventeo, pues su elevada rigidez a la torsión las hace mucho más resistentes al pandeo lateral por flexotorsión.

También se utilizan vigas formadas por varios perfiles laminados; un ejemplo es la sección 11, de uso común en traveses carril para grúas viajeras de poca capacidad de carga, la canal horizontal incrementa la resistencia ante cargas verticales, y capacita a la viga para resistir las fuerzas horizontales transversales que aparecen durante la operación de la grúa.

La sección 12 es un perfil tubular laminado, rectangular o cuadrado.

## 4.3 ESTADOS LÍMITE

### 4.3.1 Estados límite de servicio

En el diseño de elementos en flexión se consideran los estados límite de servicio de deformaciones excesivas y de vibraciones, así como los propios de todas las estructuras de acero como, por ejemplo, el de corrosión.

Al limitar las deformaciones producidas por cargas verticales se busca eliminar rellenos excesivos en pisos y evitar daños en elementos no estructurales, como los muros de tabique que, como son mucho más rígidos que las vigas que los soportan, no pueden seguir sus deformaciones sin agrietarse.

Las vigas desempeñan también un papel de primera importancia en el control de los desplazamientos laterales de marcos rígidos, al grado de que para lograr que no sobrepasen límites admisibles suele ser más económico aumentar las dimensiones de las vigas que las de las columnas.

Al controlar las vibraciones se busca, en la mayoría de los casos, la comodidad de los ocupantes de los edificios. Cuando las vigas soportan maquinaria o equipo de determinadas características se trata también de evitar vibraciones que interfieran en su funcionamiento o que ocasionen solicitaciones excesivas, como puede suceder si el conjunto maquinaria-estructura de soporte entra en resonancia. También algunas actividades humanas pueden producir resonancia, por lo que este fenómeno ha de cuidarse en salones de baile y en otros locales en que las acciones tengan carácter periódico y repetitivo.

Las vibraciones están relacionadas con las deformaciones producidas por carga vertical estática, pero dependen también, en buena parte, de las características dinámicas del sistema de piso.

En referencias como la 4.1 a la 4.4 se incluyen requisitos generales correspondientes a estados límite de servicio, y se proporcionan guías para tenerlos en cuenta en el diseño. Las refs. 4.5 y 4.21 son resúmenes del estado del arte del problema.

### 4.3.2 Estados límite de falla

Si los elementos planos que componen las secciones tienen relaciones ancho/grueso reducidas, para las que el pandeo local no es crítico, y el patín comprimido está soportado lateralmente en forma continua, o en puntos suficientemente cercanos para que el pandeo lateral tampoco lo sea, los estados límite de falla corresponden al agotamiento de la resistencia por flexión, cortante o una combinación de ambos, y se

presentan sin que la viga se salga del plano que ocupa inicialmente, en el que están aplicadas las cargas, y sin que se deformen sus secciones transversales. La falla se produce por exceso de flexión en el plano de carga, que origina la formación de un mecanismo con articulaciones plásticas, el agotamiento de la resistencia a la flexión en la sección crítica, en miembros que no admiten redistribución de momentos, la iniciación del flujo plástico en la sección crítica, o la plastificación del alma por cortante, o por flexión y cortante combinados.

Las vigas que se flexionan alrededor de los ejes centroidales y principales de mayor inercia, y no cuentan con elementos exteriores que lo impidan, tienden a flexionarse lateralmente y retorcerse, el pandeo lateral por flexotorsión constituye el estado límite de falla. Es especialmente crítico cuando las secciones transversales tienen un momento de inercia alrededor del eje de flexión varias veces mayor que con respecto al otro eje centroidal y principal si, además, su resistencia a la torsión es baja. Por ello, el pandeo lateral por flexotorsión, que puede iniciarse en el intervalo elástico o fuera de él, suele ser más importante en las vigas de sección I, sobre todo si son de gran peralte, que en las de sección rectangular hueca. El pandeo lateral por flexotorsión se estudia en el capítulo 5

Debe revisarse también la posibilidad de que almas o patines se pandeen localmente pues este fenómeno, característico de secciones de paredes delgadas, puede ocasionar, por si solo o en combinación con pandeo lateral, el agotamiento de resistencia

El patin comprimido de las vigas se encuentra en condiciones parecidas a las columnas y como éstas, tiende a pandearse, por torsión o por flexión alrededor de alguno de sus ejes centroidales y principales

El pandeo por torsión se evita conservando la relación ancho/groeso del patín debajo de los límites que se indican en el artículo 3.10.1.1.

En los perfiles laminados el alma evita que el patín se pandee por flexión alrededor de su eje de menor inercia, pero si es demasiado esbelta, puede arrugarse y permitir esa forma de pandeo, las limitaciones del artículo 3.10.2.2.2 sobre la relación peralte/groeso de las almas de trabes armadas tienen por objeto obtener una rigidez suficiente para evitarla

El pandeo por flexión lateral del patín, respecto a un eje alojado en el plano de las cargas, corresponde al pandeo lateral por flexotorsión que se mencionó arriba.

También el alma puede pandearse localmente, por flexión, por cortante, o por una combinación de ambas solicitaciones, pues tanto los momentos flexionantes como las fuerzas cortantes producen compresiones, paralelas al eje longitudinal de la viga o inclinadas con respecto a él.

El diseño de las vigas consiste en dimensionar sus secciones transversales para que resistan los momentos flexionantes que hay en ellas, teniendo en cuenta la posibilidad de fenómenos de pandeo local o lateral, la influencia de la fuerza cortante, y las condiciones de trabajo que pueden originar, en ocasiones, fallas de tipo frágil o por fatiga

El comportamiento que lleva a la falla por formación de un mecanismo con articulaciones plásticas es el más deseable; así, una viga de material dúctil alcanza su resistencia máxima; sin embargo, para que sea posible deben evitarse fallas prematuras de los tipos restantes

Al diseñar una viga se debe comprobar que se cumplen las condiciones necesarias para que su comportamiento sea dúctil, y se pospongan los problemas de inestabilidad hasta que se alcance la carga de colapso plástico, que sirve como base para el diseño; si no se cumplen esas condiciones se calcula la carga mínima de falla, correspondiente a la forma que sea crítica en cada caso particular.

En algunas ocasiones el diseñador puede modificar el comportamiento de una viga seleccionando otro tipo de acero, cambiando las proporciones de las secciones transversales o modificando el contraventeo lateral; cuando es así, la elección de la solución más adecuada está dictada por consideraciones económicas, estéticas y funcionales, y por las preferencias personales del proyectista, obtenidas a través de su experiencia en el diseño de otras estructuras semejantes. En la mayoría de los casos, sin embargo, no se puede lograr el comportamiento óptimo desde el punto de vista exclusivamente estructural, ya que hay requisitos de otros tipos que lo impiden.

#### 4.4 COMPORTAMIENTO DE BARRAS FLEXIONADAS

Los aspectos principales del comportamiento de las barras flexionadas por momentos de intensidad creciente se determinan estudiando experimentalmente vigas con cargas transversales alojadas en su plano de simetría, cuya magnitud crece lentamente desde cero hasta la máxima que la barra puede soportar. Ese estudio se basa en las curvas que relacionan las deflexiones en el plano de carga, y en planos normales a él, con las acciones exteriores.

En la Fig 4.2 se han dibujado, en forma esquemática, las curvas obtenidas experimentalmente al cargar hasta el colapso la viga mostrada, cuyo tercio central está en flexión pura (refs. 4.6 y 4.7); los puntos de aplicación de las cargas y los apoyos tienen soportes que impiden los desplazamientos laterales de ambos patines en la dirección del eje  $x$ , y las rotaciones alrededor del eje longitudinal  $z$  (Fig. 4.2b).

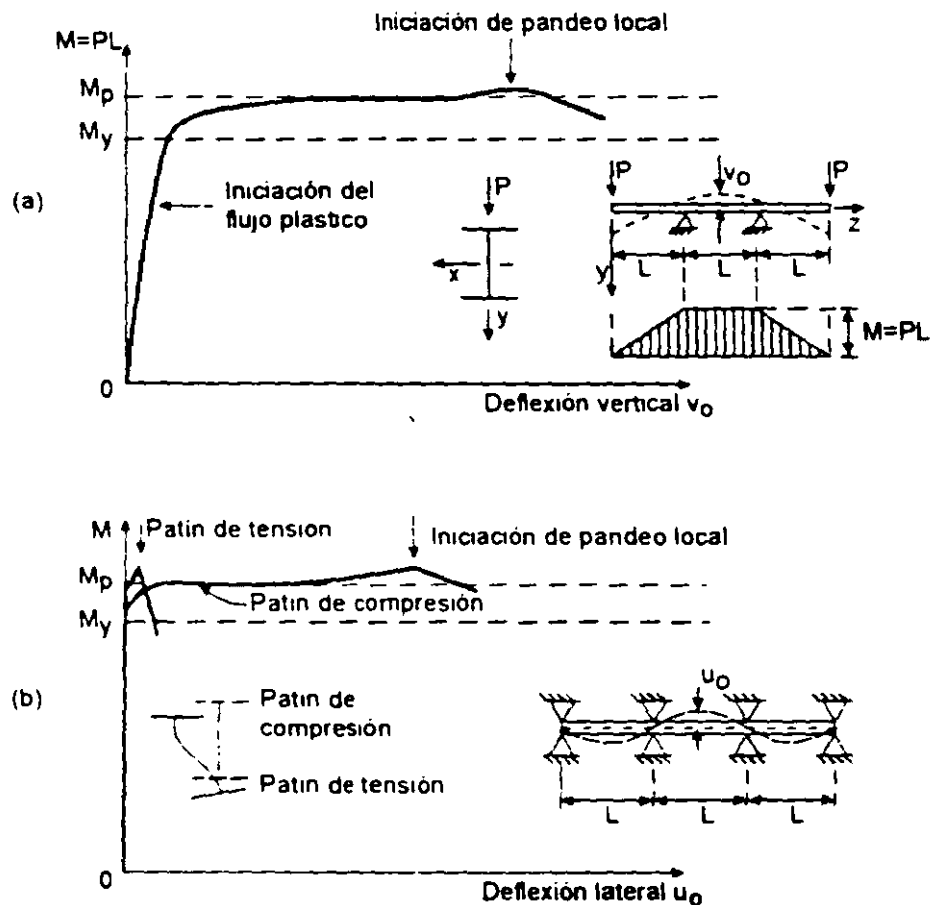


Fig. 4.2 Curvas momento-deflexión de una viga en flexión pura.

La curva momento máximo-deflexión vertical en el punto medio del claro central (Fig. 4.2a) muestra el comportamiento de la viga en el plano de la flexión; el comportamiento



fuera de ese plano se ilustra con las curvas momento-deflexión lateral en el centro del claro de los dos patines (Fig 4.2b)

La respuesta inicial es elástica lineal, como lo indica el primer tramo, recto, de la curva  $M-v_o$ . Esta etapa termina al iniciarse el flujo plástico, cuando la suma de los esfuerzos normales máximos producidos por las cargas, y los residuales existentes en la viga, llega, por primera vez, al esfuerzo de fluencia  $\sigma_o$ . (Si no hubiese esfuerzos residuales el comportamiento elástico se conservaría hasta que los momentos máximos alcanzasen el valor  $M_o = S\sigma_o$ , que originaría la aparición del esfuerzo de fluencia en los bordes de la sección)

Al fluir plásticamente una porción cada vez mayor de la parte central de la viga, en flexión uniforme, su capacidad para soportar incrementos adicionales de carga disminuye hasta desaparecer, finalmente, cuando el momento flexionante iguala al plástico resistente de la sección,  $M_p$ ; desde ese instante la curva  $M-v_o$  se hace aproximadamente horizontal, pues las deformaciones crecen sin cambio apreciable en la carga, hasta llegar a ser varias veces mayores que las existentes cuando se inicia el flujo plástico

Cuando el momento máximo alcanza el valor  $M_p$ , el patín comprimido del tramo central se empieza a desplazar lateralmente, sus deflexiones aumentan en forma gradual, al mismo tiempo que crecen los desplazamientos verticales  $v_o$ ; en cambio, la deflexión lateral del patín en tensión se conserva con valores muy reducidos (Fig. 4.2b). Durante esta etapa, en la que la viga completa se mueve en la dirección  $y$  y el patín comprimido se desplaza, al mismo tiempo, en la  $x$ , las secciones transversales pierden su forma inicial y se distorsionan.

La resistencia de la viga se agota cuando se pandea localmente el lado crítico del patín comprimido, en la región central

Las curvas de la Fig. 4.2b representan un fenómeno de pandeo, en el que las deflexiones laterales son nulas hasta que las cargas alcanzan el valor crítico. Como en las columnas (Cap 2), las imperfecciones geométricas y en la aplicación de las cargas, que son inevitables en vigas reales, hacen que los desplazamientos laterales se inicien desde que empieza el proceso, sin embargo, también como en las columnas, la carga crítica teórica puede considerarse como la terminación del estado de equilibrio estable, y el cálculo de la resistencia de las barras flexionadas puede basarse en ella.

Como en todos los casos de pandeo, la carga crítica corresponde a un punto de bifurcación del equilibrio. la viga puede mantener su configuración deformada inicial, conservándose en el plano de la flexión, o puede adoptar otras configuraciones, también en equilibrio, que se caracterizan por que aparecen deformaciones de un nuevo tipo, fuera del plano de carga.

Se ha descrito el comportamiento de vigas provistas de un contraventeo lateral, y con relaciones ancho/grueso, adecuados para posponer la falla por pandeo lateral o local hasta que se presenten deformaciones plásticas importantes, bajo un momento igual al que ocasiona la plastificación de las secciones transversales. Hay, sin embargo, varios comportamientos posibles, que se ilustran en la Fig. 4.3.

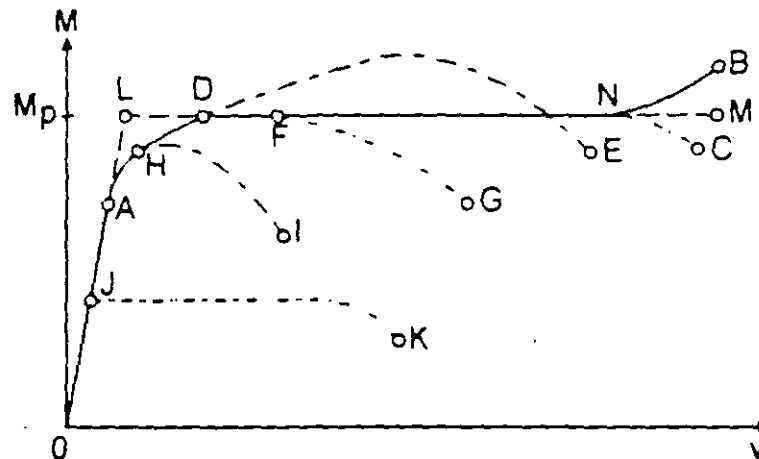


Fig. 4.3 Curvas momento-deflexión de vigas.

La curva llena  $OAB$  describe el caso ideal, que rara vez se presenta en vigas de estructuras reales, en que no hay pandeo local ni lateral, después de una deformación considerable, el material de la viga entra en el intervalo de endurecimiento por deformación.

La situación más común, en que el acero no llega a endurecerse, está representada por la curva  $OAC$ .

$OADFE$  corresponde a una viga con momento flexionante variable (libremente apoyada y con una carga concentrada en el centro del claro, por ejemplo), en la que el endurecimiento por deformación en la zona de momento máximo hace que la resistencia suba por arriba de  $M_p$ , la curva descende después, cuando se inician fenómenos de pandeo local y lateral.

Las curvas  $OAFG$ ,  $OAH$  y  $OJK$  describen fallas por pandeo lateral o local, o por una combinación de ambos, las dos primeras en el intervalo inelástico y la tercera en el elástico.

$OAB$  representa el mejor comportamiento posible;  $OAC$  describe también un comportamiento muy satisfactorio si la zona  $DN$ , en la que las deformaciones crecen bajo momento  $M_p$  constante, es suficientemente amplia para que la barra tenga la ductilidad necesaria. Estos dos casos suelen representarse, en forma idealizada, por dos líneas rectas, una inclinada,  $OL$ , que corresponde al intervalo elástico, y

horizontal,  $LM$ , de amplitud indeterminada, que indica el comportamiento plástico, durante el cual las deformaciones crecen bajo momento constante.

A continuación se estudian vigas cuyas características geométricas, el contraventeo lateral de que están provistas, o una combinación de ambos factores, hacen que fallen por flexión en el plano de las cargas, al formarse un mecanismo de colapso plástico; como ya se ha mencionado, éste es el comportamiento más deseable, pues las vigas pueden desarrollar su resistencia máxima. Más adelante se estudian otras formas de falla, pero en este capítulo se conserva siempre la hipótesis de que no hay pandeo lateral, ya sea por las características geométricas de las vigas, o porque se evite con elementos exteriores.

#### 4.5 COMPORTAMIENTO DE VIGAS QUE FALLAN POR EXCESO DE FLEXIÓN EN EL PLANO DE LAS CARGAS

La herramienta básica para el estudio teórico de las barras flexionadas en uno de sus planos de simetría es la gráfica momento-curvatura de sus secciones transversales, que depende de la forma de éstas, de las características del material, y de la intensidad y ley de distribución de los esfuerzos residuales. Conocidas estas propiedades la gráfica se obtiene utilizando la condición de equilibrio de momentos en la sección, que expresa que el par interior es numéricamente igual al aplicado exteriormente.

##### 4.5.1 Gráfica momento-curvatura de una sección rectangular sin esfuerzos residuales, flexionada alrededor de su eje centroidal y principal $x$ (Fig. 4.4)

Se escoge la sección rectangular, a pesar de ser poco común en estructuras de acero, porque permite presentar los aspectos principales del problema sin complicaciones algebraicas innecesarias; por la misma razón, se supone que los esfuerzos residuales son nulos, el método empleado puede aplicarse a secciones transversales de otras formas, con o sin esfuerzos residuales (ref 4.8).

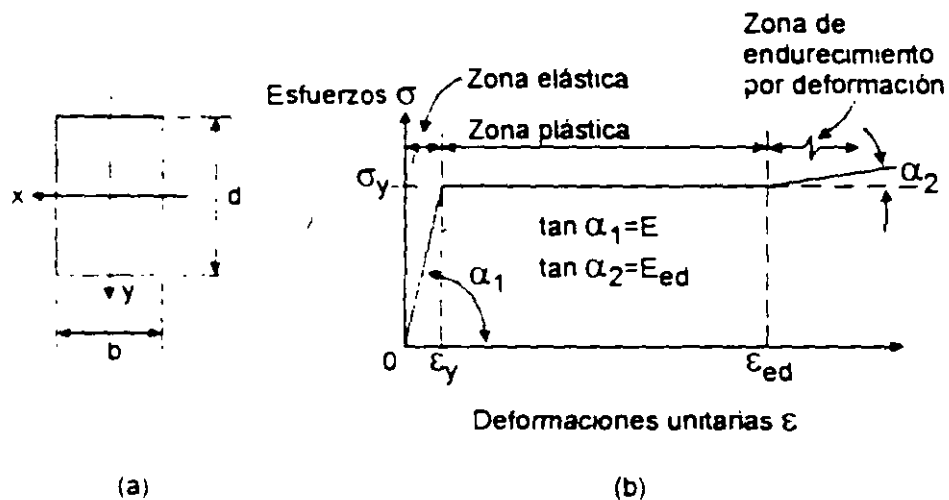


Fig. 4.4 Gráfica idealizada esfuerzo-deformación.

Se supone que el material tiene la gráfica idealizada esfuerzo-deformación unitaria de la Fig. 4.4b, compuesta por tres zonas, elástica, plástica y de endurecimiento por deformación, y se admiten en los tres intervalos las hipótesis de la sección plana y de las deformaciones pequeñas.

La importancia de la gráfica momento-curvatura estriba en que partiendo de ella se obtiene el diagrama de curvaturas a lo largo del eje de la viga para una ley de variación de los momentos dada, y con él se calculan las deformaciones en el plano de la flecha.

la relación momento-curvatura de las secciones transversales es el punto de partida para obtener los diagramas carga-deformación, que caracterizan el comportamiento de la viga en el plano de la flexión durante todo el proceso de carga<sup>1</sup>.

En la Fig. 4.5 se han representado las distribuciones de esfuerzos normales, en una sección transversal de una viga, que corresponden a las tres zonas de la gráfica de la Fig. 4.4 en a) todo el material está en el intervalo elástico, en b) parte de la sección se ha plastificado, y en c) los extremos superior e inferior se han endurecido por deformación. (En la parte superior de la Fig. 4.5 se muestran deformaciones unitarias, y en la inferior los esfuerzos correspondientes)

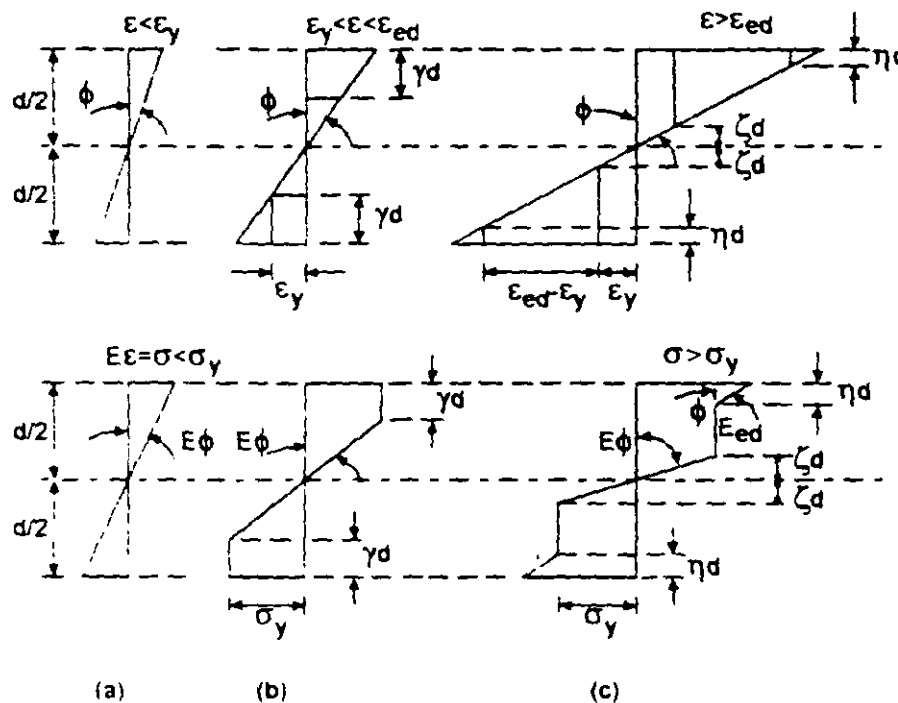


Fig. 4.5 Deformaciones unitarias y esfuerzos en una viga flexionada.

El momento flexionante exterior es igual al momento resistente interno, de manera que debe satisfacerse la igualdad  $M = \int \sigma_y dA$ .

En el intervalo elástico (Fig. 4.5a),

$$M = s\sigma = \sigma \frac{bd^2}{6} \quad (4.1)$$

<sup>1</sup> La ecuación  $\phi = M/EI$ , que relaciona momentos y curvaturas en el intervalo elástico, y es la base para el cálculo de deformaciones en él, deja de ser válida cuando aparece el esfuerzo de fluencia en algún punto de la sección, por lo que debe ser sustituida por una relación entre los dos parámetros que tenga en cuenta la plastificación progresiva.

y

$$\tan \Phi E \approx \Phi E = \frac{\sigma}{d/2} = \frac{2\sigma}{d} \quad (4.2)$$

$\Phi$  es la curvatura de la viga en la sección en estudio.

Sustituyendo  $\sigma$  por su valor en función de  $\Phi$  (ec. 4.2) en la ecuación 4.1, se obtiene

$$M = \frac{bd^3}{12} \Phi E = \Phi EI \quad (4.3)$$

El comportamiento elástico de la sección termina cuando el momento alcanza el valor  $M_e$ , y se inicia el flujo plástico en sus bordes superior e inferior; en ese instante,

$$M_e = S\sigma_e = \frac{bd^2}{6} \sigma_e \quad (4.4)$$

$$\Phi_e = \frac{2\sigma_e}{dE} \quad (4.5)$$

Dividiendo los dos miembros de la ecuación 4.3 entre  $M_e$ , y teniendo en cuenta la 4.4 se obtiene la ecuación 4.6, que relaciona momentos y curvaturas en forma adimensional, en el intervalo elástico

$$\frac{M}{M_e} = \frac{bd^3}{12} \Phi E - \frac{bd^3}{6} \sigma_e = \frac{dE}{2\sigma_e} \Phi = \frac{\Phi}{\Phi_e} \quad (4.6)$$

Siguiendo un proceso similar, con las figuras 4.5b y c se obtienen las relaciones  $M-\Phi$  para los intervalos plástico y de endurecimiento por deformación (ref. 4.6); las curvas correspondientes se han trazado en la Fig. 4.6, para  $\epsilon_{ed} \epsilon_y = 12$  y  $E/E_{ed} = 40$ , valores típicos para acero estructural (refs 4.6 y 4.9)

#### 4.5.2 Gráficas acción-desplazamiento

Las relaciones momento-curvatura de las secciones transversales son el punto de partida para obtener las gráficas acción-desplazamiento de las vigas, que describen su comportamiento bajo cargas crecientes, hasta llegar a la falla.

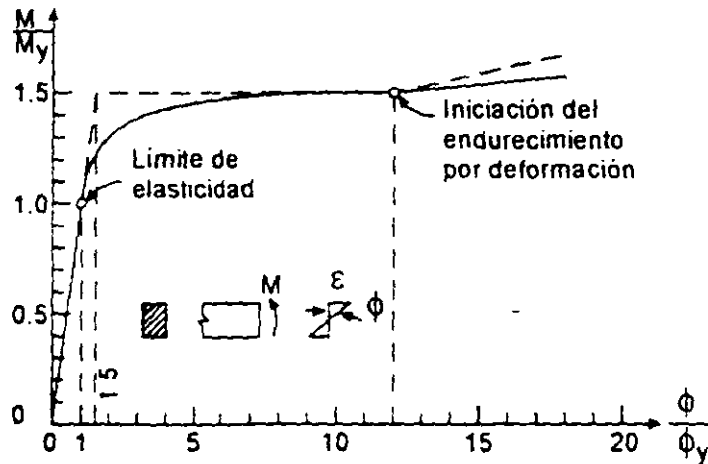


Fig. 4.6 Gráfica momento-curvatura de una sección rectangular sin esfuerzos residuales.

Las ecuaciones de los tres intervalos pueden resolverse analíticamente, pero el proceso es laborioso, sobre todo cuando las secciones transversales son de forma más complicada que la rectangular, por lo que la historia carga-deformación suele determinarse utilizando los teoremas de la viga conjugada que, por estar basados en condiciones de equilibrio, son válidos en los intervalos elástico e inelástico.

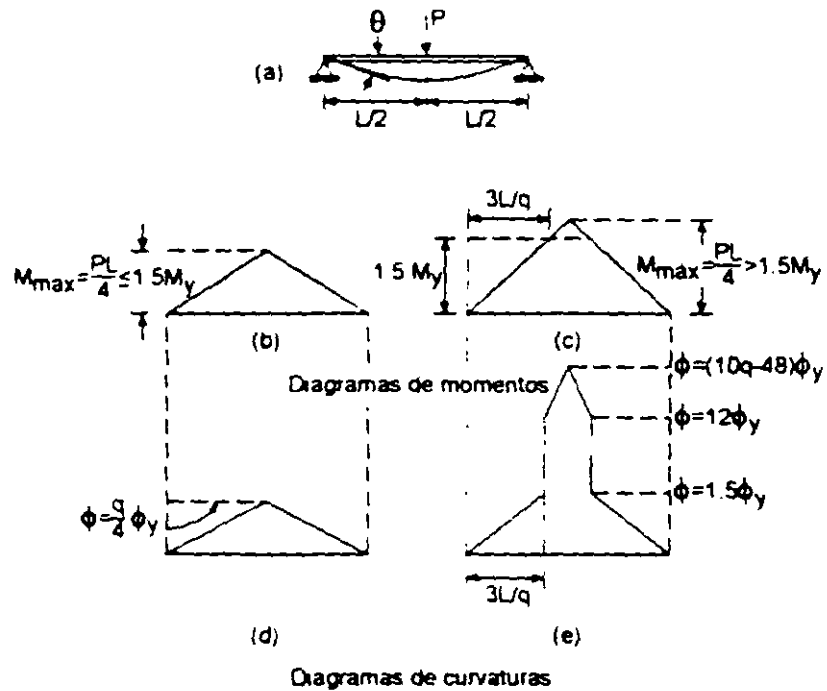


Fig. 4.7 Diagramas de momentos flexionantes y curvaturas de una viga libremente apoyada con una carga en el centro del claro.

Aplicando esos teoremas al estudio de dos vigas, una libremente apoyada y con una carga concentrada en el centro del claro, la otra continua, de tres claros iguales, con una carga en el centro del intermedio, se obtienen los resultados de la Fig. 4.8.

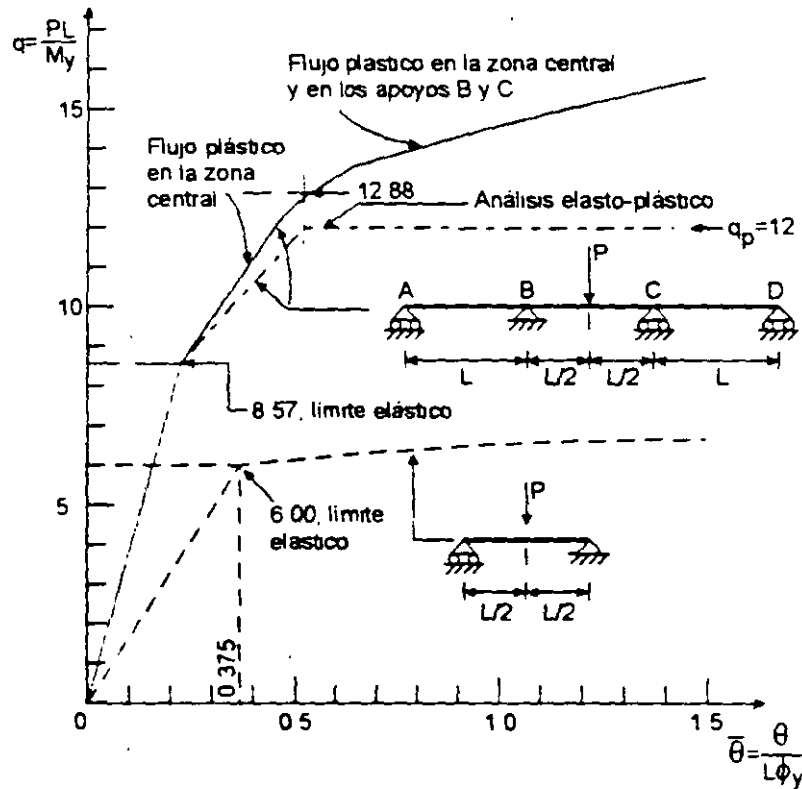


Fig. 4.8 Relaciones carga-rotación.

Para simplificar el problema, la relación  $M-\Phi$  se idealiza con las tres líneas rectas interrumpidas de la Fig. 4.6, cuyas ecuaciones e intervalos de aplicación son

$$\frac{M}{M_1} = \frac{\Phi}{\Phi_1} \quad \text{para} \quad 0 \leq \frac{\Phi}{\Phi_1} \leq 1.50 \quad (\text{intervalo elástico}) \quad (4.6)$$

$$\frac{M}{M_1} = 1.50 \quad \text{para} \quad 1.50 \leq \frac{\Phi}{\Phi_1} \leq 12 \quad (\text{intervalo plástico}) \quad (4.7)$$

$$\frac{M}{M_1} = 1.5 + \frac{(\Phi - \Phi_1) - 12}{40} \quad \text{para} \quad 12 \leq \frac{\Phi}{\Phi_1} \quad (\text{endurecimiento por deformación}) \quad (4.8)$$

En la Fig. 4.7 se ha dibujado la viga libremente apoyada con una carga  $P$  en el centro del claro y los diagramas de momentos y curvaturas para dos intensidades de  $P$  obtenidos tomando como base la curva  $M-\Phi$  idealizada de la Fig. 4.6.



Las Figs. 4.7b y c son los diagramas de momentos flexionantes; como la viga es isostática, su forma no depende de que los esfuerzos estén abajo o arriba del límite de elasticidad; el momento máximo es  $PL/4$ .

En el primer caso (Fig. 4.7b) el momento flexionante es menor que  $1.5 M_y$ , en todas las secciones; de acuerdo con la gráfica  $M-\Phi$  idealizada de la Fig. 4.6 todo el material se encuentra en estado elástico, y las relaciones entre momento y curvatura están regidas, en toda la viga, por la ecuación 4.6. La curvatura máxima, en el centro del claro, es

$$\Phi_{\max} = \frac{M_{\max}}{M_y} \Phi_y = \frac{PL}{4M_y} \Phi_y = \frac{q}{4} \Phi_y \quad (4.9)$$

donde

$$q = \frac{PL}{M_y} \quad (4.10)$$

El ángulo  $\theta$  (Fig. 4.7a) que giran los extremos de la viga es numéricamente igual a la mitad del área bajo el diagrama de curvaturas:

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{L}{4} \frac{q}{\Phi_y} = \frac{qL}{16}$$

Dividiendo los dos miembros de esta ecuación entre  $\Phi_y L$  se obtiene

$$\frac{\theta}{\Phi_y L} = \frac{q}{16}$$

e introduciendo una nueva variable

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\Phi_y L} \quad (4.11)$$

puede escribirse

$$\bar{\theta} = \frac{q}{16} \quad (4.12)$$

Esta ecuación es válida en el intervalo  $0 \leq M \leq 1.5 M_y$ , o sea para  $0 \leq q \leq 6$ , ya que la  $q$  máxima para la que todavía es aplicable es (ec. 4.10)

$$q_{\max} = \frac{P \cdot L}{M_y} = \frac{4M_y \cdot L}{L \cdot M_y} = \frac{4(1.5M_y)}{M_y} = 6$$

Cuando el momento máximo sobrepasa  $1.5 M_y$  (Fig. 4.7c) la ecuación 4.8 es aplicable en la región central de la viga, y la 4.6 sigue rigiendo el comportamiento de las dos zonas laterales, en las que  $M \leq M_y$ , y el material se conserva en estado elástico. En las

secciones en que  $M = 1.5M_0$ , la curvatura pasa instantáneamente de  $1.5\Phi_0$ , correspondiente a la iniciación del flujo plástico, a  $12\Phi_0$ , donde se inicia el endurecimiento por deformación.

Las figuras 4.7c y e son los diagramas de momentos flexionantes y de curvaturas de esta nueva etapa. La curvatura máxima, en el centro del claro, se calcula con la ecuación 4.8; sustituyendo  $M$  por  $PL/4$  se obtiene

$$\frac{PL}{4M_0} = \frac{q}{4} = 1.5 + \frac{(\Phi - \Phi_0) - 12}{40}$$

$$\Phi_{\text{max}} = (10q - 48)\Phi_0 \quad (4.13)$$

El ángulo  $\theta$  es igual a la mitad del área del diagrama de curvaturas de la Fig. 4.7e:

$$\theta = \frac{225 \Phi_0 L}{4 q} - 24 \Phi_0 L + \frac{5}{2} \Phi_0 L q$$

Dividiendo los dos miembros entre  $\Phi_0 L$ , y ordenando términos,

$$\frac{\theta}{\Phi_0 L} = \bar{\theta} = \frac{5}{2} q - 24 + \frac{225}{4q} \quad (4.14)$$

Esta ecuación es válida para  $q > 6$

En la Fig. 4.8 se ha trazado, con línea interrumpida, la relación carga-rotación en un extremo, en la forma adimensional  $q - \bar{\theta}$ . La viga es elástica hasta que  $q = 6$ ; su capacidad de carga sigue aumentando en el intervalo inelástico ( $q > 6$ ), gracias al endurecimiento por deformación, pero aumentos muy pequeños de  $q$  (es decir, de la carga  $P$ ) producen grandes rotaciones en los extremos (ec. 4.14).

La relación  $q - \bar{\theta}$  de la viga continua de tres claros iguales se determina siguiendo un camino análogo al que se acaba de describir; la viga y la gráfica correspondiente se muestran también en la Fig. 4.8.

La solución de problemas hiperestáticos es mucho más complicada que la de estructuras estáticamente determinadas, ya que para obtener el diagrama de curvaturas debe conocerse el de momentos, que no es sólo función de las condiciones de equilibrio, sino también de las de compatibilidad.

La obtención de la gráfica  $q - \bar{\theta}$  de la viga continua de la Fig. 4.8 aparece con detalle en la ref. 4.6. También ahora la curva continúa subiendo después de que se ha plastificado la zona central y las de los dos apoyos intermedios.

La determinación de curvas carga-desplazamiento como las mostradas en la Fig. 4.8 constituye un proceso laborioso que rara vez se justifica en el diseño de estructuras, ya que pueden obtenerse resultados suficientemente precisos, de una manera mucho más sencilla, ignorando la región de endurecimiento por deformación de la curva  $M-\phi$  como se hace en el análisis plástico simple (refs. 4.9 a 4.11). Con esta suposición el momento máximo posible en cualquiera de las vigas estudiadas es  $M_p = 1.5 M_y$ , y la carga que obra sobre la de tres tramos alcanza su valor máximo cuando aparecen momentos de esa intensidad en los apoyos  $B$  y  $C$  y en su punto de aplicación, con lo que el tramo  $BC$  se convierte en un mecanismo; se cumple la condición

$$\frac{P_{\max} L}{4} = 2M_p = 3M_y, \quad \therefore P_{\max} = \frac{12M_y}{L}, \quad q_p = 12$$

La curva  $q - \bar{\theta}$  que representa esta solución está también en la Fig. 4.8; coincide con la solución más exacta en la región elástica, y se conserva muy cerca de ella hasta que se alcanza la carga máxima predicha por la teoría plástica simple.

Los análisis que utilizan sólo los tramos elástico y plástico de la gráfica momento-curvatura, ignorando el endurecimiento por deformación, reciben el nombre de elastoplásticos; constituyen el método más sencillo para estudiar las vigas de acero en el intervalo inelástico. Permiten predecir, en forma conservadora, las relaciones carga-deformación y la resistencia de estructuras que se deforman sin salirse de su plano; ésto ha sido demostrado por extensos experimentos realizados en una gran variedad de estructuras (ref. 4.12), y se ha comprobado por el comportamiento satisfactorio de muchas construcciones reales.

El estudio del comportamiento de las vigas basado en la curva esfuerzo-deformación de la Fig. 4.4b (con un tramo elástico, otro plástico y un tercero de endurecimiento por deformación) y en la suposición de que la viga deformada se conserva en el plano original, que es el de aplicación de las cargas, lleva a gráficas momento-rotación como las de la Fig. 4.8, que son siempre ascendentes, lo que indica que con esas hipótesis no se puede predecir una disminución de la resistencia (ref. 4.6); deben buscarse por otro lado las causas de la descarga y falla eventuales de las vigas. (La falla por exceso de flexión en el plano de carga se produciría cuando las deformaciones fuesen tan grandes que se sobrepasase la capacidad de deformación en tensión del acero, lo que ocasionaría la ruptura de las fibras sometidas a esa sollicitación, pero hay otros factores que ocasionan el colapso de las estructuras reales antes de que se llegue a deformaciones de esa magnitud). En cambio la teoría plástica simple, basada en un comportamiento elastoplástico idealizado del material, permite predecir satisfactoriamente la resistencia máxima de las barras en flexión.

## 4.6 TEORÍA PLÁSTICA SIMPLE

### 4.6.1 Hipótesis

Para el estudio de las vigas de acero flexionadas en el plano de carga con solicitaciones de intensidad creciente se aceptan las hipótesis siguientes, propias de la teoría plástica simple:

- 1 El acero sigue la ley de Hooke hasta el límite de fluencia; después, las deformaciones pueden crecer indefinidamente mientras el esfuerzo se mantiene constante

Esta primera hipótesis equivale a aceptar la gráfica esfuerzo-deformación idealizada dibujada con línea llena en la Fig. 4.9, ignorando el aumento del esfuerzo que suele presentarse inmediatamente antes de que se inicie el flujo plástico, y el endurecimiento por deformación, indicados con línea interrumpida. Las relaciones simplificadas entre esfuerzos y deformaciones son:

$$\sigma = E\varepsilon, \text{ para } 0 < \sigma \leq \sigma_y, \quad 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_y \quad (4.15)$$

$$\sigma = \sigma_y, \text{ para } \varepsilon > \varepsilon_y \quad (4.16)$$

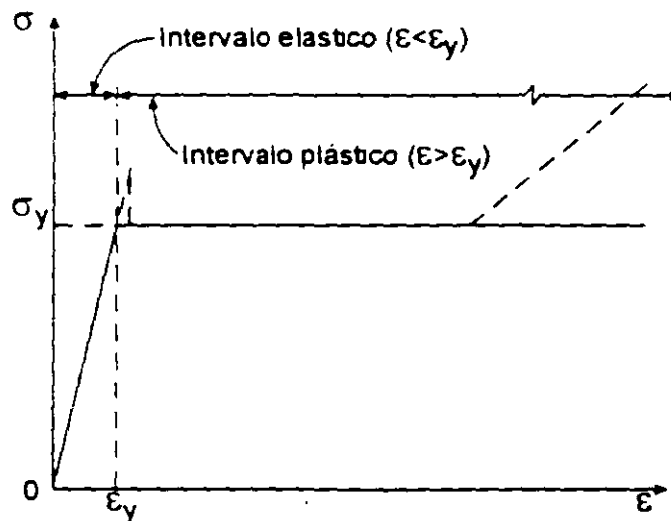


Fig. 4.9 Gráfica esfuerzo deformación idealizada.

La suposición de que puede haber deformaciones ilimitadas bajo esfuerzo  $\sigma_y$  constante, es aceptable porque en aplicaciones prácticas no suele llegarse al endurecimiento por deformación, que se inicia cuando las deformaciones unitarias son 10 a 12 veces mayores que  $\varepsilon_y$ , sino generalmente las estructuras se conservan en los intervalos elástico y plástico, además, es una hipótesis conservadora, pues se ignora un

incremento en los esfuerzos que precede a la ruptura<sup>2</sup>. Al no considerar el aumento de esfuerzos inmediatamente antes del intervalo plástico se introducen simplificaciones importantes en la teoría, sin modificar prácticamente los resultados.

2. El acero tiene las mismas propiedades en compresión que en tensión, con valores iguales de  $E$  y  $\alpha$  en las dos sollicitaciones.
3. El acero es homogéneo e isótropo en las dos zonas de interés, elástica y plástica.
4. Cada fibra longitudinal de una pieza en flexión trabaja como si estuviese aislada, en tensión o compresión simple; está en libertad de alargarse longitudinalmente y contraerse transversalmente, o viceversa, y es aplicable la gráfica  $\sigma-\epsilon$  de la Fig. 4.9
5. Todas las secciones transversales tienen un eje de simetría, alojado en el plano de la flexión.
6. Las secciones transversales planas antes de la deformación permanecen planas después de ésta, y se conservan normales al eje longitudinal deformado. (Esta hipótesis se cumple rigurosamente en vigas en flexión pura; en los demás casos su aceptación equivale a desprestigiar el efecto de las fuerzas cortantes sobre las deformaciones. Los errores que provienen de ella son muy pequeños, tanto en el intervalo elástico como en el plástico, excepto en algunos casos especiales, de los que el más común es el constituido por vigas de claro muy reducido y peralte considerable)
7. Las fuerzas normales interiores en las secciones transversales de las vigas son mecánicamente equivalentes a un par. (Se excluye por ahora la posibilidad de que obren sobre la pieza fuerzas normales exteriores de tensión o compresión, y no se toma en cuenta la influencia de la fuerza cortante).
8. Las deformaciones son suficientemente pequeñas, en los dos intervalos, para que pueda considerarse  $\Phi = \tan\Phi$ , siendo  $\Phi$  la curvatura en un punto cualquiera del eje de la barra, y para que el análisis pueda basarse en la forma y dimensiones originales de la estructura.
9. No hay fallas prematuras por pandeo de ningún tipo, local o lateral. (La posibilidad de una falla por pandeo está excluida por hipótesis, al limitar por el

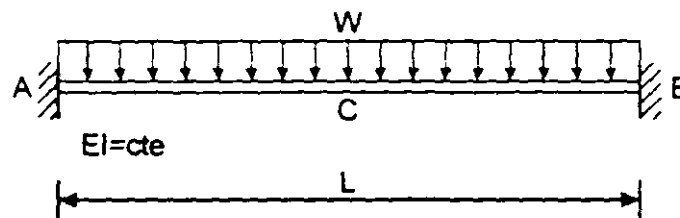
---

<sup>2</sup> Sin embargo, para explicar el comportamiento de barras flexionadas susceptibles de pandearse local o lateralmente debe tenerse en cuenta el endurecimiento por deformación. Se ha demostrado que en estructuras formadas por un material que siga la gráfica  $\sigma-\epsilon$  idealizada de la Fig. 4.9 no puede formarse el mecanismo de colapso predicho por la teoría plástica simple; para que se alcance la carga teórica de colapso es necesario que el material se endurezca por deformación localmente (refs. 4.12 a 4.14).

momento el estudio de las vigas al caso en que fallan por exceso de flexión en su plano). Para que se satisfaga esta condición las vigas deben tener ciertas características geométricas, que no siempre poseen, y deben estar soportadas exteriormente de manera efectiva, lo que tampoco sucede en todas las estructuras; la falla de las vigas reales se produce, en muchas ocasiones, por problemas de inestabilidad, que se estudiarán más adelante, fuera de la teoría plástica simple.

#### 4.6.2 Comportamiento de vigas bajo carga creciente

Partiendo de las hipótesis anteriores se puede estudiar el comportamiento de las vigas desde las primeras fases del proceso de carga hasta el colapso; una viga doblemente empotrada de sección transversal rectangular constante, con carga uniformemente repartida, servirá como ejemplo para ese estudio (Fig. 4.10).<sup>3</sup>



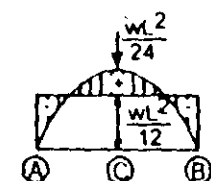
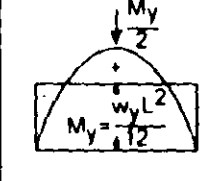
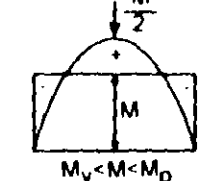
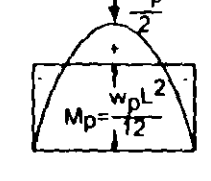
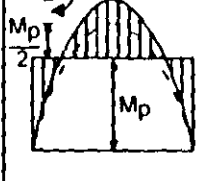

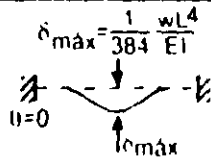
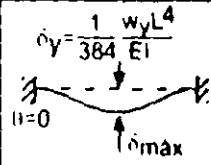
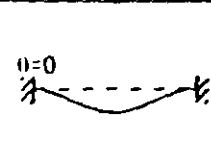
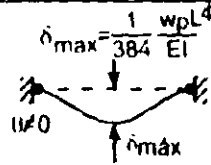
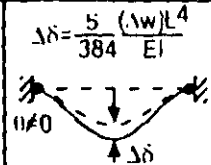
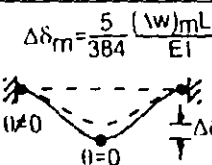
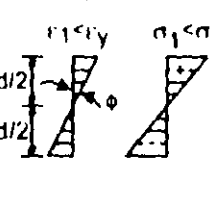
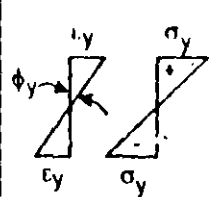
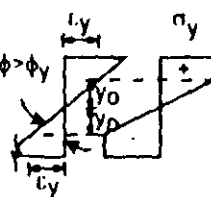
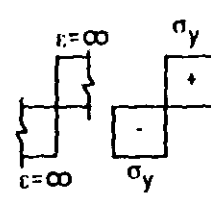
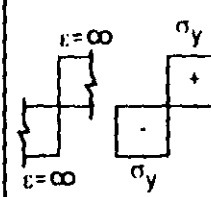
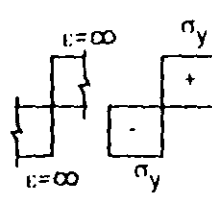
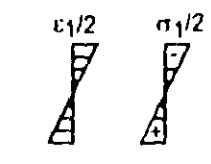
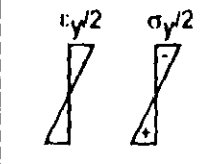
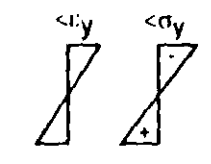
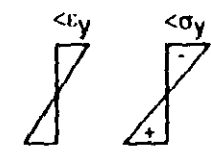
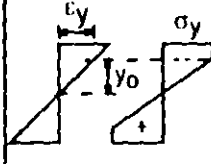
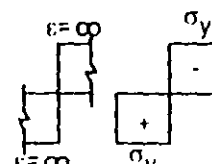
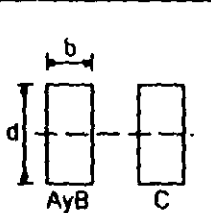
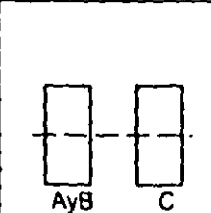
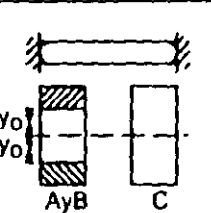
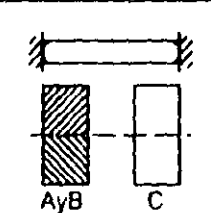
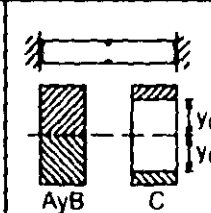
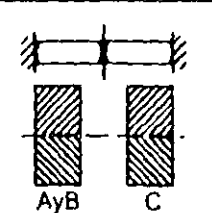
**Fig. 4.10** Viga doblemente empotrada con carga uniformemente repartida.

En la Fig. 4.11 se muestran los diagramas de momentos flexionantes, las configuraciones del eje deformado, y las deformaciones unitarias, esfuerzos y zonas plastificadas, en las secciones extremas  $A$  y  $B$  y en la central  $C$ , para cargas  $w$  crecientes, hasta llegar al colapso.

El comportamiento inicial es elástico (columna 2); los momentos flexionantes máximos, en los empotramientos  $A$  y  $B$ , valen  $wL^2/12$ ; la flecha en el centro del claro es  $wL^4/384EI$ ; las deformaciones unitarias  $\epsilon$  crecen linealmente desde el eje neutro hasta los bordes superior e inferior de las secciones, y de la misma manera varían los esfuerzos normales  $\sigma$ , puesto que hay una relación lineal entre ambas cantidades; no hay ninguna zona plastificada.

<sup>3</sup> Admitidas las hipótesis de 4.6.1 la única forma posible de falla de la viga, o de otra estructura cualquiera, es la correspondiente a la formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para que la estructura en conjunto, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo, ya que se ha eliminado la posibilidad de una falla por cortante o por inestabilidad de cualquier tipo y, aceptadas las deformaciones ilimitadas de la Fig. 4.9, tanto en tensión como en compresión, tampoco puede producirse una fractura.

Fig. 11 Diagramas de momentos flexionantes, configuraciones de eje deformado, deformaciones unitarias y esfuerzos, zonas plastificadas

		Numero de columna						
		1	2	3	4	5	6	7
Número de renglón	1	Carga $w$	$w < w_y$	$w_y$	$w_y < w < w_p$	$w = w_p$	$w = w_p + \Delta w$	$w_{m\acute{a}x} = w_p + \Delta w_{m\acute{a}x} = w_u$
	2	Diagramas de momentos flexionantes						
	3	Configuraciones del eje deformado						
	4	Deformaciones unitarias y esfuerzos, secciones A y B						
	5	Deformaciones unitarias y esfuerzos, sección C						
	6	Zonas plastificadas, secciones A, B y C						

El esfuerzo normal en un punto cualquiera se calcula con la fórmula ordinaria para flexión,

$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad (4.17)$$

en la que  $M$  es el momento flexionante en la sección transversal que contiene al punto,  $I$  el momento de inercia de esa sección respecto al eje principal normal al plano de simetría (eje de flexión), y  $y$  la distancia del eje al punto considerado.

Los esfuerzos máximos en cada sección se presentan en los bordes superior e inferior; se obtienen sustituyendo  $y$  por  $y_{\max}$  en la ecuación 4.17:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} y_{\max} = \frac{M}{S} \quad (4.18)$$

$S = I/y_{\max}$  es el *módulo de sección elástico* de la sección transversal constante de la viga.

Como los momentos flexionantes máximos son los de las secciones extremas, aparecen en ellas los esfuerzos normales más grandes:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{S} = \frac{wL^2}{12S}$$

La curvatura del eje deformado en una sección transversal cualquiera es

$$\Phi = \frac{M}{EI} \quad (4.19)$$

El comportamiento elástico termina cuando aparece el esfuerzo de fluencia en algún punto, lo que sucede en los bordes de las secciones extremas cuando

$$M_s = M_R = M_{\max} = M_f = \frac{w_s L^2}{12}$$

y

$$\sigma_{\max} = \frac{M_s}{S} = \frac{w_s L^2}{12S} = \sigma_f \quad (4.20)$$

De aquí se obtiene la carga que ocasiona la terminación del comportamiento elástico,  $w_s$ :

$$w_s = \frac{12M_s}{L^2} = \frac{12S\sigma_f}{L^2} \quad (4.21)$$

$M_s$  es el momento flexionante que ocasiona la aparición, por primera vez, del esfuerzo de fluencia en una sección; vale



$$M_1 = S\sigma_1 \quad (4.22)$$

La ecuación 4.20 presupone que en la viga no hay esfuerzos de ninguna naturaleza antes de que empiecen a actuar las cargas exteriores, de manera que los esfuerzos finales se deben exclusivamente a ellas; esta condición no se cumple en los perfiles reales de acero estructural, en los que hay esfuerzos residuales de magnitud considerable que se superponen con los producidos por las cargas, y hacen que el comportamiento elástico termine antes de lo que indica la ecuación; los esfuerzos residuales desempeñan un papel muy importante en problemas de inestabilidad, pero no modifican la resistencia de las barras en flexión plana, por lo que pueden ignorarse por ahora; debe señalarse, sin embargo, que originan deformaciones mayores que las que se calculan sin tenerlos en cuenta.

La columna 3 de la Fig. 4.11 contiene la información correspondiente al instante en que termina el comportamiento elástico; hasta aquí se conserva la relación lineal entre esfuerzos y deformaciones, y son válidas las fórmulas usuales para su cálculo. La flecha en el centro del claro y la curvatura en una sección transversal cualquiera valen, en ese instante,

$$\delta = \frac{1}{384} \frac{w_1 L^4}{EI} = \frac{1}{384} \frac{12S\sigma_1 L^4}{EI} = \frac{1}{32} \frac{S\sigma_1 L^2}{EI} = \frac{M_1 L^2}{32EI} \quad (4.23)$$

$$\Phi = \frac{M}{EI} = \frac{2\epsilon}{d} \quad (4.24)$$

La aparición del esfuerzo de fluencia en algunos puntos no indica que se haya agotado la resistencia de la viga, que puede soportar cargas adicionales importantes; el comportamiento en esta nueva etapa no puede ser predicho por los métodos basados en la teoría de la elasticidad, ya que en algunas zonas desaparece la relación lineal entre esfuerzos y deformaciones.

La columna 4 (Fig. 4.11) muestra la viga cuando la carga  $w$  es mayor que  $w_1$ ; en la sección central (1) y en la mayor parte del claro el material sigue siendo elástico, lo que no sucede en las secciones extremas; en ellas, de acuerdo con la hipótesis de la sección plana, las deformaciones unitarias,  $\epsilon$ , crecen linealmente desde el eje de flexión hacia los bordes (renglón 4), pero en las fajas cercanas a éstos (para  $y > y_0$ ) sobrepasan el valor  $\epsilon_0$  correspondiente a la iniciación del flujo plástico; la zona central, de amplitud  $2y_0$ , se mantiene en estado elástico, y se conserva la relación lineal entre esfuerzos y deformaciones, pero el material situado fuera de ella entra en el intervalo plástico y, de acuerdo con la gráfica esfuerzo-deformación idealizada de la Fig. 4.9, está sometido a un esfuerzo  $\sigma_0$  constante, que corresponde a cualquier deformación unitaria mayor que  $\epsilon_0$ . La ecuación 4.19 no es ya aplicable para calcular las curvaturas en las secciones extremas, pero sí lo es la ecuación

$$\Phi_1 = \frac{\varepsilon_1}{y_0} = \frac{M}{EI_L} \quad (4.25)$$

en la que  $I_L$  es el momento de inercia de la porción central elástica, de la que proviene la rigidez de la sección, pues el resto fluye plásticamente bajo esfuerzo constante, sin oponer resistencia a la deformación.

Cuando la carga crece, aumentan las deformaciones en las secciones extremas, y se reduce la amplitud de la zona central elástica, al extenderse hacia el eje de flexión las dos regiones, superior e inferior, en las que el material está plastificado; se tiende como límite a los esfuerzos de la columna 5, renglón 4, donde todo el acero está sometido al esfuerzo de fluencia, en tensión de un lado del eje de flexión y en compresión del otro. (No es posible que se presenten estos esfuerzos en una sección, pues implicarían deformaciones unitarias infinitas y esfuerzos de magnitud  $\sigma_y$ , pero de signos contrarios, en puntos en contacto, situados a uno y otro lado del eje neutro; en realidad, siempre hay una zona central, de amplitud muy reducida, que permanece en estado elástico, y en los bordes de la sección los esfuerzos sobrepasan el límite de fluencia, al endurecerse el material por deformación; sin embargo, la distribución de esfuerzos propuesta se acerca mucho a la real e introduce simplificaciones importantes en los métodos de análisis, por lo que se aceptará en adelante; investigaciones experimentales muy extensas han demostrado que el comportamiento de las estructuras predicho tomando como base esa distribución de esfuerzos en las zonas de momento máximo se aproxima muy razonablemente al comportamiento real).

### Momento plástico resistente y factor de forma

Admitiendo que el material puede deformarse indefinidamente bajo esfuerzo constante  $\sigma_y$ , la plastificación total de una sección transversal de una viga implica dos fenómenos de gran importancia:

1. El momento flexionante en la sección es el máximo que ésta puede resistir, pues los esfuerzos normales no pueden ser mayores que  $\sigma_y$ .
2. La sección admite rotaciones ilimitadas, al desaparecer la zona elástica central de la que provenía su rigidez en etapas anteriores.

El momento resistente máximo de la sección se determina utilizando las condiciones de equivalencia entre las acciones exteriores e interiores; las fuerzas interiores son equivalentes a un par  $M_i$ , de magnitud (Fig. 4.12)

$$M_i = F \frac{d}{2} = \frac{bd}{2} \sigma_y \frac{d}{2} = \sigma_y \frac{bd^2}{4}$$

y el momento exterior máximo que puede soportar la sección es

$$(M_e)_{\max} = M_i = \sigma_y \frac{bd^2}{4}$$

A este momento se le da el nombre de *momento plástico resistente* y, por brevedad, *momento plástico*; se representa con las letras  $M_p$ .

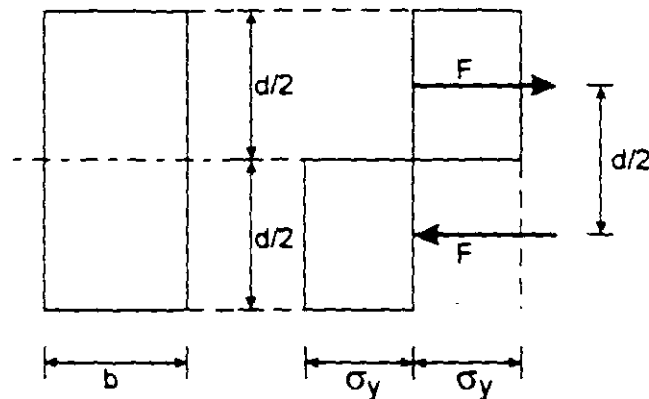


Fig. 4.12 Fuerzas interiores en una sección rectangular plastificada.

El momento máximo que resiste una sección es su momento plástico, que ocasiona la plastificación total; en secciones transversales rectangulares su intensidad es

$$M_p = \sigma_y \frac{bd^2}{4} = \sigma_y Z$$

$Z$  depende de la geometría de la sección considerada; se conoce como *módulo de sección plástico*, por su semejanza con el módulo de sección elástico.

La ecuación

$$M_p = \sigma_y Z \tag{4.26}$$

es aplicable a secciones transversales de cualquier forma;  $Z$  es el momento estático de la sección con respecto a un eje perpendicular al de simetría, que la divide en dos porciones de áreas iguales, puesto que las resultantes de las fuerzas interiores de tensión y compresión son numéricamente iguales; si la sección es doblemente simétrica, es el segundo eje de simetría.

El cociente del momento plástico  $M_p$  de una sección entre el momento  $M_e$  de la misma es el *factor de forma*,  $f$ .

$$f = \frac{M_p}{M_e} = \frac{\sigma_y Z}{\sigma_y S} = \frac{Z}{S} \tag{4.27}$$

Es, también, el cociente de los dos módulos de sección.  $f$  es una característica geométrica de la sección; representa una reserva de capacidad para resistir flexión fuera del intervalo elástico, pues éste termina cuando el momento alcanza el valor  $M_y$ , y la sección admite incrementos adicionales, hasta llegar a  $M_p$ .

Para la sección rectangular  $f = (ba^2/4)/(ba^2/6) = 1.5$ ; para otras secciones tiene valores diferentes, grandes cuando la mayor parte del material está cerca del eje de flexión y pequeños cuando está lejos (por ejemplo, vale 1.7 para el círculo y entre 1.10 y 1.18, con un promedio de 1.14, para perfiles laminados I y H flexionados alrededor del eje de mayor inercia).

### Articulación plástica

Cuando el momento se acerca a  $M_p$  disminuye la amplitud de la zona elástica central, y  $y_0$  e  $I_e$  tienden hacia cero; de acuerdo con la ecuación 4.25, cuando el momento flexionante  $M$  en una sección transversal se acerca a  $M_p$  la curvatura  $\Phi$  del eje de la viga en esa sección tiende hacia infinito, o sea

$$M \rightarrow M_p \quad \therefore y_0 \text{ e } I_e \rightarrow 0 \quad \text{y } \Phi \rightarrow \infty$$

Una sección en la que actúa el momento  $M_p$  está totalmente plastificada, y puede admitir rotaciones ilimitadas bajo momento constante, pues el material que la constituye se alarga o acorta libremente. (Esto no implica que la curvatura sea de manera necesaria infinitamente grande, pues lo mismo que en articulaciones reales las rotaciones pueden estar restringidas por el resto de la estructura, que permanece en estado elástico).

El comportamiento de una sección completamente plastificada es análogo al de una articulación real, con la diferencia de que en ésta el momento es nulo, mientras que en aquella se mantiene igual a  $M_p$ ; por consiguiente, cuando el momento flexionante en una sección alcanza un valor igual a su momento plástico resistente se forma en ella una *articulación plástica*, caracterizada porque admite rotaciones ilimitadas bajo momento constante. (Esta es también una simplificación de un problema mucho más complejo, que permite describir analíticamente, en forma sencilla y muy exacta, el comportamiento real de las estructuras).

La Fig. 4.13 muestra, en forma esquemática, las gráficas momento-curvatura de una articulación plástica y de una real.

Las dos rectas llenas describirían correctamente el comportamiento de una articulación plástica en una sección con factor de forma unitario, pero como  $f$  es siempre mayor que 1 y las curvaturas crecen más rápidamente a partir de  $M_y$ , al plastificarse gradualmente la sección, la curva punteada es más precisa; sin embargo, en la teoría plástica simple se acepta la representación idealizada formada por dos líneas rectas, lo que equivale a

suponer que la sección se comporta elásticamente hasta que el momento flexionante llega a  $M_p$ . Esta suposición no introduce errores en cálculos de resistencia pero sí al determinar deformaciones, que se obtienen con valores menores que los reales; es aceptable, sin embargo, sobre todo si la sección es un perfil I o H con factor de forma poco mayor que la unidad.

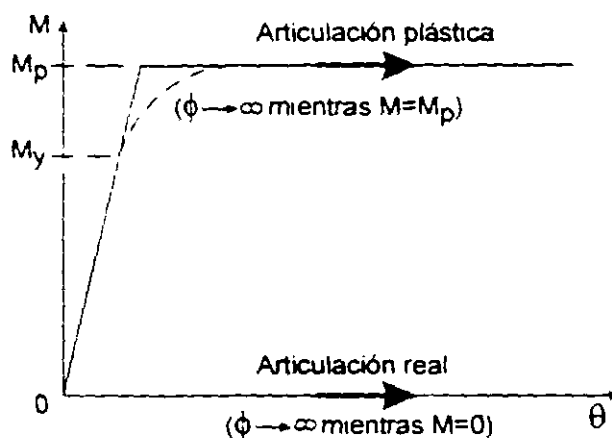


Fig. 4.13 Gráficas momento-curvatura de una articulación plástica y una real.

De acuerdo con la discusión anterior, cuando la carga alcanza el valor  $w_p = 12M_p/L^2$ , que se obtiene igualando el momento máximo  $w_p L^2/12$  con  $M_p$  y despejando  $w_p$ , se forman articulaciones plásticas en los dos extremos de la viga; este instante del proceso aparece en la columna 5 de la Fig 4.11; para trazar el diagrama de momentos flexionantes y calcular la flecha máxima se supone que la viga se comporta elásticamente hasta entonces, despreciando los efectos de la plastificación parcial de las secciones extremas iniciada cuando la carga era  $w_1$ . En la teoría plástica simple se supone que la estructura es elástica hasta que se forma la primera articulación plástica, y que lo mismo sucede entre articulaciones plásticas sucesivas.

La viga admite cargas adicionales, que no modifican los momentos en las secciones extremas, en las que hay articulaciones plásticas, pero sí hacen que esas secciones giren, lo que no sucedía en el intervalo elástico, en el que estaban fijas angularmente; la viga soporta los incrementos de carga trabajando como si estuviese libremente apoyada, los momentos negativos en los extremos se mantienen constantes, iguales a  $M_p$ , mientras aumentan los positivos en el resto del claro hasta que, eventualmente, el momento en la sección media llega también a valer  $M_p$ ; en ese instante se agota la resistencia de la viga, pues al formarse tres articulaciones plásticas queda convertida en un mecanismo, que admite deformaciones crecientes bajo carga constante.

La columna 6 (Fig. 4.11) corresponde a un instante intermedio entre la formación de las dos primeras articulaciones plásticas, en los extremos de la viga, y la tercera, en la sección central, y la 7 representa el instante en que se forma la articulación central y la viga se convierte en un mecanismo; se muestran en ella, de arriba hacia abajo, el diagrama de momentos flexionantes (los momentos en los dos extremos y en el centro

son iguales al momento plástico resistente de la sección,  $M_p$ ), la configuración del eje, que era recto originalmente, y las deformaciones unitarias y los esfuerzos en las secciones en las que han aparecido las tres articulaciones plásticas.

El incremento de carga necesario para que se forme la tercera articulación se determina comparando los diagramas de momentos de las columnas 5 y 7; para pasar del primero al segundo la carga uniforme adicional debe hacer que el momento en el centro del claro aumente en  $M_p/2$ , y como durante esta etapa la viga se comporta como biarticulada, el incremento es

$$\frac{(\Delta w)L^2}{8} = \frac{M_p}{2} \quad \therefore \Delta w = \frac{4M_p}{L^2}$$

La carga máxima que soporta la barra es:

$$w_{max} = w_c = w_p + \Delta w = \frac{12M_p}{L^2} + \frac{4M_p}{L^2} = \frac{16M_p}{L^2} \quad (4.28)$$

Los momentos en A, B y C son iguales; bajo su acción se forman las tres articulaciones plásticas necesarias para que la viga se convierta en un mecanismo.

Si una estructura en la que actúan cargas crecientes responde dúctilmente hasta colapso, su resistencia se agota cuando se forma un número de articulaciones plásticas suficiente para que la estructura en conjunto, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo. la carga correspondiente es la *carga de colapso* o *carga última*, que se designa  $w_c$  o  $P_c$ , según que esté distribuida o concentrada en un punto. (Algunas estructuras, como la viga doblemente empotrada en estudio, pueden soportar cargas mayores que las de colapso definidas arriba, trabajando a tensión entre articulaciones plásticas, pero para que el incremento en resistencia tenga importancia se requieren deformaciones muy grandes, inaceptables en estructuras reales).

La flecha aproximada en el centro del claro, cuando se forma el mecanismo de colapso, se obtiene sumando la que hay cuando aparecen las dos primeras articulaciones con la ocasionada por  $\Delta w$ ; para calcularla se supone que la viga se conserva en estado elástico entre articulaciones plásticas, y se tiene en cuenta que en la primera etapa está empotrada en los extremos, y en la segunda trabaja como si estuviese articulada en ellos

$$\begin{aligned} \delta_c &= \delta_r + \Delta\delta = \frac{1}{384} \frac{w_p L^4}{EI} + \frac{5}{384} \frac{(\Delta w)L^4}{EI} = \frac{1}{384} \frac{12M_p L^4}{L^2 EI} + \frac{5}{384} \frac{4M_p L^4}{L^2 EI} \\ &= \frac{M_p L^2}{12EI} \end{aligned} \quad (4.29)$$

En la Fig 4.14 se muestra la gráfica carga-flecha en el centro del claro. El tramo corresponde a la primera etapa, de comportamiento elástico, que termina cuando se

forman articulaciones plásticas en los dos extremos (punto A). Los incrementos adicionales de carga son soportados por la viga que trabaja como si estuviese articulada en los extremos, pero aunque éstos pueden admitir rotaciones ilimitadas, en la estructura real los giros se conservan dentro de los límites impuestos por el resto de la viga, que se mantiene en estado elástico; en el punto A se inicia una etapa de *flujo plástico restringido* durante la cual la viga, aunque con menos rigidez que al principio, sigue resistiendo incrementos adicionales de carga. Esta etapa termina al formarse la tercera articulación plástica (punto B), pues desde entonces la estructura, convertida en un mecanismo, experimenta deformaciones crecientes mientras la carga se mantiene fija (zona de *flujo plástico no restringido*).

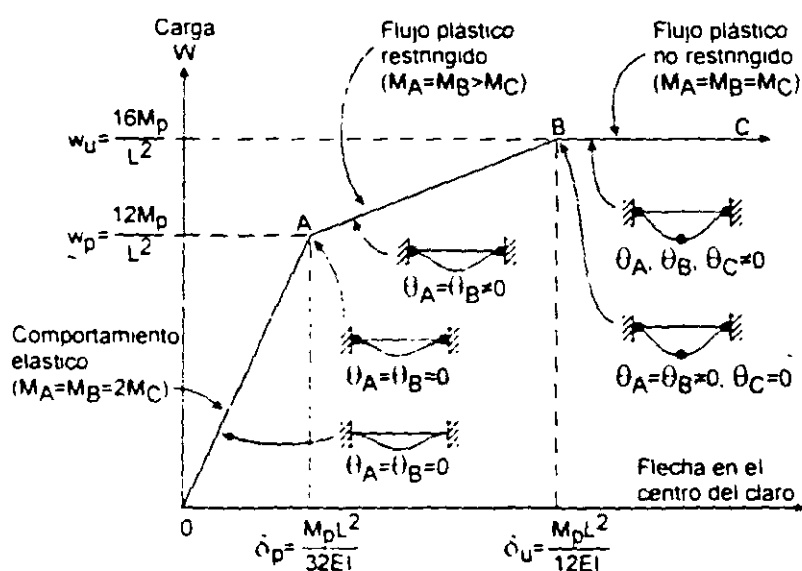


Fig. 4.14 Gráfica carga-flecha en el centro del claro de la viga de la Fig. 4.10.

La gráfica de la Fig. 4.14 es una idealización del comportamiento real; no se han tenido en cuenta las curvas de transición que aparecen entre las rectas que la componen, ocasionadas por la plastificación gradual de las secciones transversales.

#### 4.6.3 Redistribución de momentos

En el intervalo elástico los momentos en los extremos de la viga son de magnitud doble que en el centro del claro, pero cuando se presenta el colapso los tres son iguales; esta *redistribución de momentos*, debida a las rotaciones bajo momento constante en las articulaciones plásticas, es característica del comportamiento previo al colapso de las estructuras dúctiles hiperestáticas, y hace que su resistencia sea en general mayor, y a veces mucho mayor, que la predicha por la teoría elástica, pues gracias a ella las secciones menos solicitadas de las estructuras acuden, antes del colapso, en ayuda de aquellas en las que las acciones son máximas.

La redistribución se aclara en la fig. 4.15, utilizando la viga de la Fig. 4.10. El diagrama de momentos flexionantes de b) corresponde al intervalo elástico, en el que los momentos en los extremos son de magnitud doble que en el centro del claro, y en c) se muestra la configuración del eje deformado, en el instante en que se forman las dos primeras articulaciones plásticas (que no han girado todavía) y termina el comportamiento elástico.

Esta primera parte del proceso de carga está representada por las rectas  $OA$  y  $OB$  de la Fig. 4.15f; los momentos en los extremos y en el centro crecen linealmente con la carga; se conserva entre ellos la relación 2:1.

Las curvas 1 de las figuras d) y e) son el diagrama de momentos y la configuración deformada del eje en el instante en que se forman las articulaciones plásticas en los extremos. Las curvas 2 corresponden a una etapa posterior: la carga aumenta y crecen el momento en el centro del claro y los desplazamientos del eje, mientras los momentos en  $A$  y  $C$  se conservan sin cambio, iguales a  $M_p$ , y giran las articulaciones plásticas; el momento en  $C$  se acerca a  $M_A$  y  $M_B$ . (Fig. 4.15f, tramo comprendido entre los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ )

Eventualmente  $M_C$  alcanza también el valor  $M_p$ , y aparece otra articulación plástica, en el centro del claro (Figs. 4.15 d) y e), curvas 3); la viga se convierte en un mecanismo, se alcanza su resistencia máxima (punto C, Fig. 4.15f); los tres momentos  $M_A$ ,  $M_B$  y  $M_C$  son ahora iguales

La respuesta de la viga es elástica en la primera etapa, que termina cuando se forman las articulaciones plásticas en los extremos; la carga es  $w_p = 12M_p/L^2$ . Después hay un periodo de flujo plástico restringido, en el que las rotaciones en las articulaciones están restringidas por el resto de la viga, aún en estado elástico, hasta que se forma la articulación en  $C$ , cuando  $w_u = 16M_p/L^2$ . Se inicia ahora una etapa de flujo plástico no restringido, crecen los desplazamientos de la viga, que se ha convertido en un mecanismo, mientras los momentos y la carga exterior se mantienen constantes.  $w_u = 16M_p/L^2$  es la carga máxima que resiste la viga.

Desde que termina el intervalo elástico hasta que se forma el mecanismo  $w$  crece de  $12M_p/L^2$  a  $16M_p/L^2$ , el incremento es de 33 por ciento.

En la discusión anterior se ha supuesto que las articulaciones plásticas se forman instantáneamente; en realidad, el comportamiento elástico termina cuando aparece el esfuerzo de fluencia en los bordes de la sección; para que se forme la articulación el momento correspondiente,  $M_u$ , debe multiplicarse por el factor de forma,  $f$ . Por consiguiente, el incremento real de carga, debido al comportamiento inelástico de las secciones y la redistribución de momentos, es 1.33f.



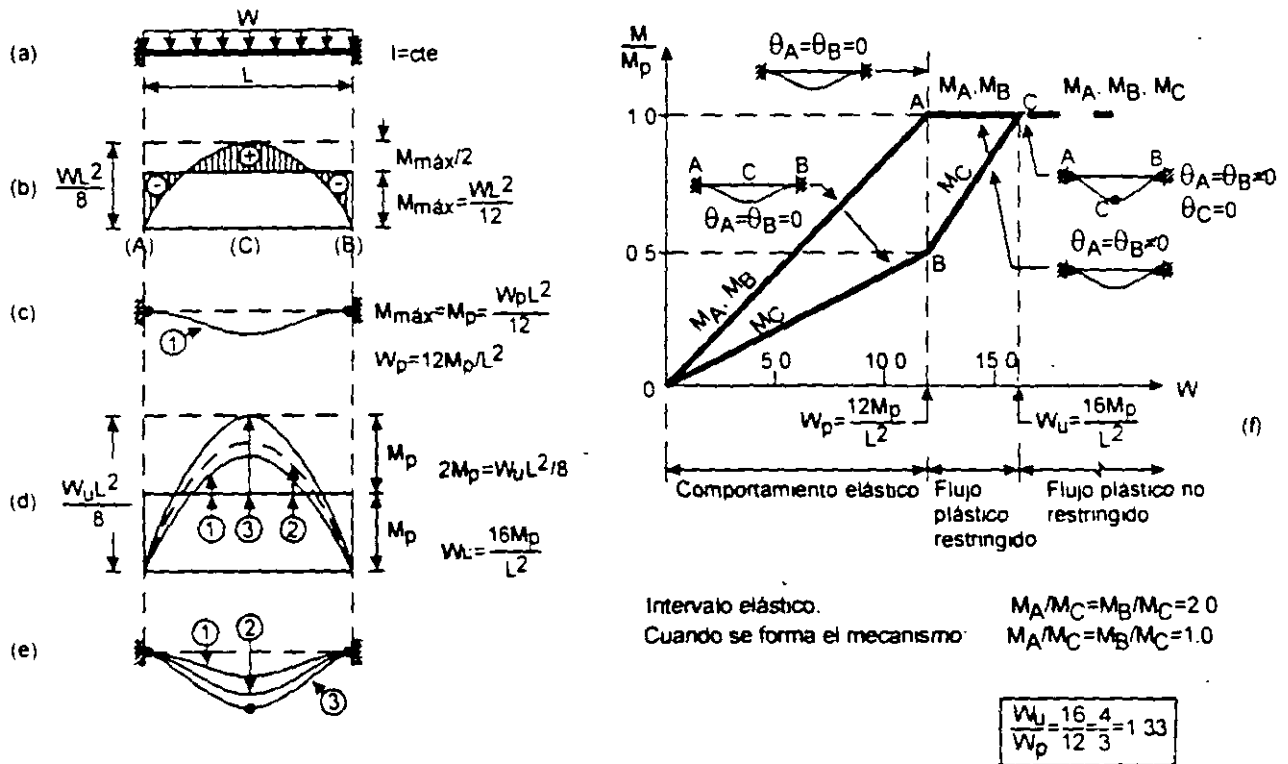


Fig. 4.15 Redistribución de momentos.

**Capacidad de rotación**

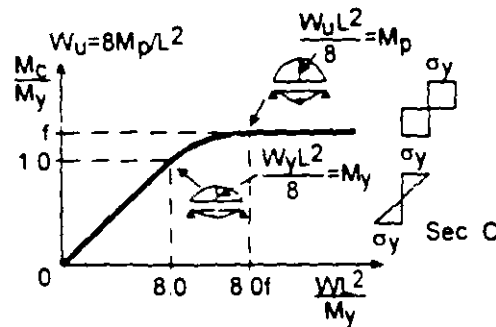
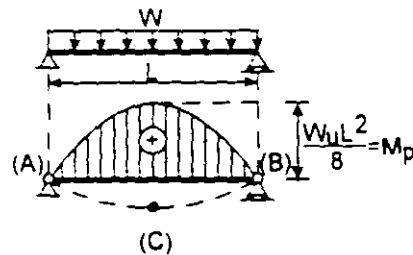
La redistribución de momentos que precede a la falla exige que las articulaciones plásticas que intervienen en el mecanismo de colapso (con excepción de la última) tengan una *capacidad de rotación* adecuada, es decir, que las secciones en las que aparecen puedan admitir rotaciones plásticas importantes, bajo momento constante, igual a  $M_p$ ; de no ser así, la estructura fallaría bajo una carga menor que la teórica de colapso

Si se satisfacen las hipótesis del art. 4.6.1, la capacidad de rotación es ilimitada; sin embargo, esto no sucede en estructuras reales, en las que ha de prestarse especial cuidado para evitar que fenómenos prematuros de pandeo local o lateral, o fracturas, la hagan disminuir a valores para los que la teoría plástica simple deje de ser aplicable.

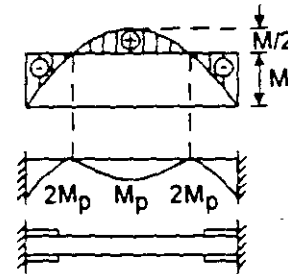
**4.6.3.1 Casos en que no hay redistribución de momentos**

No hay redistribución de momentos en ninguna estructura isostática, pues la primera articulación plástica la convierte en un mecanismo; el incremento de resistencia por encima de la terminación del comportamiento elástico es sólo el debido al factor de forma (Fig. 4.16a):

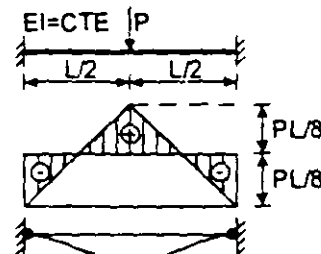
$$w_u = \frac{8M_p}{L^2}; \quad w_s = \frac{8M_s}{L^2}; \quad \frac{w_u}{w_s} = \frac{M_p}{M_s} = f$$



(a) Estructuras isostáticas



(b) Estructuras hiperestáticas de resistencia variable



(c) Casos especiales

Fig. 4.16 Casos en que no hay redistribución de momentos.

Tampoco hay redistribución cuando se hace un diseño óptimo, con momentos resistentes proporcionales a los del análisis elástico (Fig. 4.16b), y en algunos casos especiales, como el de la Fig. 4.16c, en los que todas las articulaciones plásticas que intervienen en el mecanismo de colapso se forman simultáneamente.

### Amplitud de las articulaciones plásticas

En la zona en que se forma cada articulación plástica hay, en general, una sola sección transversal en la que el momento flexionante vale  $M_p$ , y todas las secciones en que  $M \geq M_p$ , a ambos lados de ella, están parcialmente plastificadas; la amplitud de esta región depende de la ley de variación de los momentos y del factor de forma de la sección, y puede ser considerable cuando éste es grande y aquellos varían lentamente; sin embargo, para fines de análisis suele suponerse que las articulaciones plásticas están concentradas en la sección en que el momento vale  $M_p$  y que en ella se presenta toda la rotación inelástica, aunque para el cálculo exacto de deflexiones y para resolver algunos problemas de diseño deben tenerse en cuenta sus dimensiones. En la actualidad se cuenta con programas de computadora en los que pueden incluirse

zonas parcialmente plastificadas, pero en su estado actual no se prestan todavía a ser usados como herramientas de diseño (ref. 4.15).

El endurecimiento por deformación hace que en las estructuras reales los momentos sean, localmente, mayores que  $M_p$ , y que aumente la amplitud de las zonas parcialmente plastificadas.

## 4.7 DETERMINACION DE LA CARGA DE COLAPSO

La carga de colapso puede determinarse con una sucesión de análisis elásticos suponiendo, en cada uno, que hay articulaciones reales en las secciones donde se han formado articulaciones plásticas; el proceso termina cuando la estructura completa, o una parte de ella, se convierte en un mecanismo.

Este procedimiento, que es aplicable siempre, constituye la base de algunos programas de computadora, pero resulta muy engorroso si se quiere utilizar para estudiar, a mano, estructuras que no sean muy sencillas.

Se cuenta también con métodos para determinar la carga de colapso de manera directa.

### 4.7.1 Determinación de la carga de colapso por superposición de varios análisis elásticos

El método se ilustra aplicándolo a la viga de la Fig. 4.17a.

**1ª etapa.** La primera etapa, de comportamiento elástico, termina al formarse la primera articulación plástica, cuando el mayor de los momentos obtenidos con un análisis elástico (Fig. 4.17b) iguala al momento plástico resistente, constante, de la viga, o sea cuando

$$M_{\max} = 1.33P = M_p = 10 \text{ Ton m} \quad \therefore P_1 = 7.52 \text{ Ton} \quad \rho = \frac{10}{1.33}$$

La flecha correspondiente, en el punto de aplicación de la carga, se obtiene aplicando la teoría elástica a la viga a)

$$\delta_{11} = \frac{P_1 a^3 b^3}{3EI L^3} = 2.67 \frac{P_1}{EI} = \frac{20.08}{EI}$$

El diagrama de momentos al terminar esta etapa es el de la Fig. 4.17c; hay una articulación plástica en el extremo izquierdo A.

**2ª etapa.** Se hace un nuevo análisis elástico de la viga, suponiendo que tiene una articulación en A, se obtiene el diagrama de momentos de la Fig. 4.17d.

La etapa termina cuando aparece la segunda articulación plástica, en B o en C, cuando la suma de los momentos de las dos etapas iguala al momento plástico en alguno de esos dos puntos.

Para que la segunda articulación se forme en C, debe cumplirse la condición,

$$6.69 + 1.56P = 10.0 \quad \therefore P_c = 2.12 \text{ Ton} \quad P_c = \frac{10 - 6.69}{1.56} = 2.12 \text{ Ton}$$

Para que se forme en B,  $5.04 + 1.33P_B = 10.0$ ,  $P_B = 3.73 \text{ Ton} > P_c = 2.12 \text{ Ton}$

La segunda articulación plástica aparece en C, cuando  $P_2 = P_c = 2.12 \text{ Ton}$ . La carga total que obra sobre la viga en ese instante es  $P_{tot} = P_1 + P_2 = 7.52 + 2.12 = 9.64 \text{ Ton}$

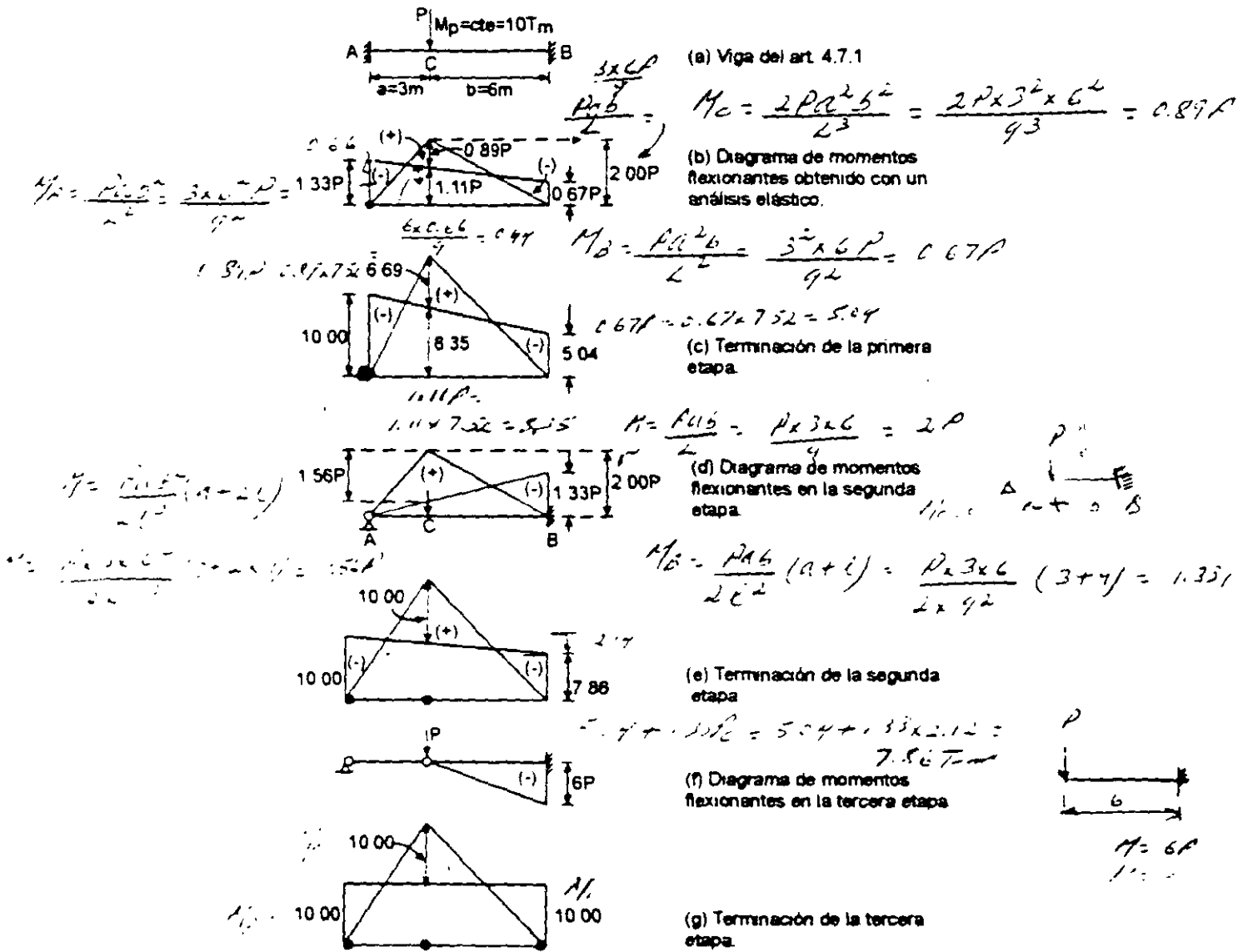


Fig 4.17 Obtención de la carga de colapso por superposición de varios análisis elásticos.

La flecha adicional es la que ocasiona la fuerza de 2.12 Ton en el punto  $C$  de la viga de la Fig. 4.17d:

$$\delta_{c2} = \frac{P_2 a^2 b^3}{12EI L^3} (3L + a) = \frac{14.13}{EI}; \quad \delta_{\text{tot}} = \delta_{c1} + \delta_{c2} = \frac{34.21}{EI}$$

En la Fig. 4.17e se muestra el diagrama de momentos cuando termina la segunda etapa; hay ahora articulaciones plásticas en  $A$  y en  $C$ .

**3° etapa.** Termina al formarse la tercera articulación plástica, en  $B$ , cuando  $7.86 + 6P_3 = 10.0$ ,  $P_3 = 0.36$  Ton. El incremento de la flecha es  $\delta_{c3} = Pb^3/3EI = 25.92/EI$ .

$$7.86 + 6P_3 = 10 \quad P_3 = \frac{10 - 7.86}{6} = 0.36$$

La carga última y la flecha total, correspondientes al instante en que se forma la tercera articulación plástica, y la viga se convierte en un mecanismo, son:

$$P_{\text{tot}} = P_1 + P_2 + P_3 = 9.64 + 0.36 = 10.0 \text{ Ton} = P_u; \quad \delta_{\text{tot}} = \delta_{c1} + \delta_{c2} + \delta_{c3} = \frac{60.13}{EI}$$

Los momentos en las tres secciones  $A$ ,  $B$  y  $C$ , son iguales al momento plástico de la viga

En la Fig. 4.18 se ha trazado la gráfica carga-desplazamiento de la viga; como en todos los problemas de este tipo se distinguen tres zonas; de comportamiento elástico y de flujo plástico restringido y no restringido. La segunda zona está dividida en dos partes, que corresponden a las dos articulaciones que han de formarse, después de la primera, para que la estructura se convierta en un mecanismo.

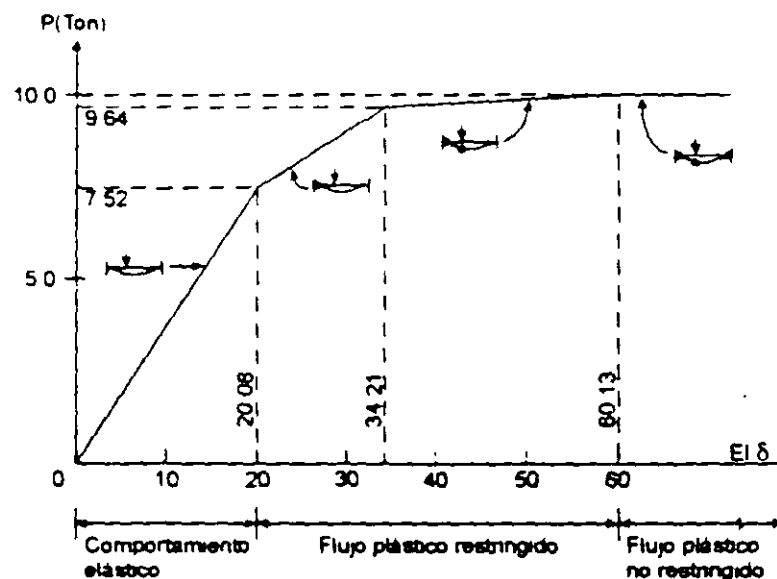


Fig. 4.18 Gráfica carga-deflexión de la viga de la Fig. 4.17.

### 4.7.2 Determinación directa de la carga de colapso

La carga de colapso, que se ha obtenido en páginas anteriores sumando las que corresponden a las varias etapas en que se divide el comportamiento de la estructura, puede calcularse también en forma directa, utilizando un método estático o uno cinemático.

#### Método estático

En la columna 7 de la Fig. 4.11 se muestra el diagrama de momentos flexionantes correspondiente al instante en que se presenta el colapso de la viga de la Fig. 4.10; por equilibrio, su ordenada máxima,  $2M_p$ , debe ser igual a  $w_v L^2 / 8$ , lo que proporciona una ecuación para el cálculo de la carga última:

$$2M_p = \frac{w_v L^2}{8} \quad \therefore w_v = \frac{16M_p}{L^2}$$

#### Método cinemático

La curva *I* de la fig. 4.19b representa la configuración del eje de la viga cuando se forma la tercera articulación plástica (Fig. 4.11, renglón 3, columna 7); un instante después el eje pasa a la posición *II*, pero los momentos flexionantes se conservan sin cambio en toda la pieza, ya que la carga exterior no se modifica, de manera que la viga no experimenta deformaciones adicionales; el paso de *I* a *II* tiene lugar por rotación de los tramos *AC* y *CB* en las articulaciones plásticas, y las únicas acciones internas que realizan un trabajo son los momentos  $M_p$  que hay en ellas.

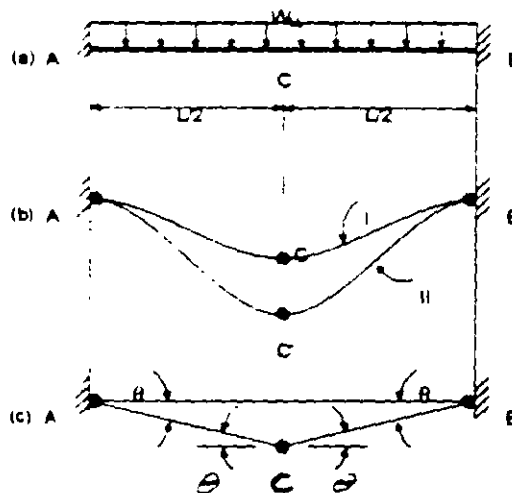


Fig. 4.19 Mecanismo de colapso de la viga de la Fig. 4.10.

Igualando el trabajo efectuado por las fuerzas exteriores al pasar de I a II con el absorbido en las articulaciones plásticas durante ese movimiento, se obtiene una ecuación de la que se puede despejar la carga última  $w_u$ ; se escribe fácilmente utilizando la Fig. 4.19c, en la que se han dibujado los desplazamientos verticales de los puntos del eje de la viga al pasar de I a II, es decir, los correspondientes a un pequeño movimiento del mecanismo de colapso. (Figuras como ésta son las que se trazan al analizar estructuras utilizando métodos plásticos, ya que no interesan las deformaciones reales, sino los desplazamientos producidos por pequeños movimientos de los mecanismos de colapso).

$$\text{Trabajo exterior: } I_e = \frac{1}{2} w_u L \theta \frac{L}{2} = \frac{w_u L^2 \theta}{4}$$

$$\text{Trabajo interior: } I_i = \sum M_p \theta$$

$$\therefore \frac{w_u L^2 \theta}{4} = 4M_p \theta, \quad w_u = \frac{16M_p}{L^2}$$

$\theta$  es un ángulo pequeño, de magnitud indeterminada, que define el movimiento del mecanismo de colapso.

Los dos métodos, estático y cinemático, son de aplicación muy sencilla cuando se conoce el mecanismo de colapso de la estructura, que puede determinarse, a veces, por simple inspección; sin embargo, en estructuras complejas no se conoce ese mecanismo de antemano, por lo que es necesario determinarlo con un proceso más o menos laborioso

La aplicación de los dos métodos directos a la viga de la Fig. 4.17 se ilustra en la Fig. 4.20

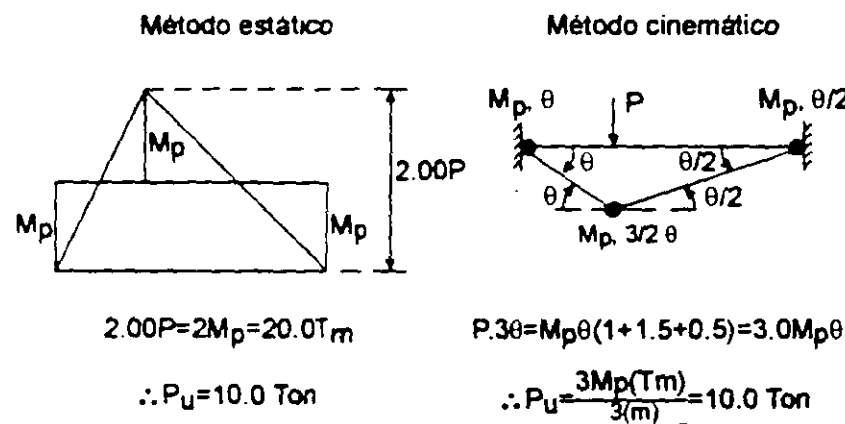


Fig. 4.20 Aplicación de los métodos directos para determinar la resistencia de la viga de la Fig. 4.17.



## 4.8 DISEÑO POR FLEXIÓN DE UNA VIGA

Se ha considerado por ahora que la capacidad de carga de la viga de la Fig. 4.10 depende sólo de su resistencia a la flexión; no se ha tomado aún en cuenta la fuerza cortante, y se ha supuesto que no puede haber fallas por inestabilidad de ningún tipo; tampoco son críticas las deformaciones.

En esas condiciones el diseño puede efectuarse de varias maneras diferentes, basadas en el comportamiento elástico de la viga y en su resistencia última.

### a. Diseño por esfuerzos permisibles

El esfuerzo normal máximo en la sección donde el momento flexionante producido por cargas de trabajo (o de servicio), calculado con la teoría elástica, tiene el valor más grande, no debe ser mayor que un esfuerzo permisible  $\sigma_p$ , igual a un porcentaje del esfuerzo de fluencia (Si el pandeo lateral fuese crítico, como en muchos problemas reales, la base para el cálculo de  $\sigma_p$  sería el esfuerzo crítico de pandeo lateral).

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{S} = \frac{\omega L^2}{12S} = \sigma_p \quad \therefore (S_{nec})_1 = \frac{\omega L^2}{12\sigma_p} = \frac{\omega L^2}{12(0.6\sigma_c)} = \frac{\omega L^2}{7.2\sigma_c}$$

$\omega$  es la carga de servicio por unidad de longitud y  $\sigma_p = 0.6\sigma_c$  es el esfuerzo permisible (ref 4.3)

### b. Diseño plástico

Se escoge un perfil que se convierta en un mecanismo cuando actúa sobre él la carga de diseño  $\omega_d$

$$\omega_d = \frac{16M_p}{L^2} = \frac{16Z\sigma_c}{L^2} \quad \therefore Z_{nec} = \frac{\omega_d L^2}{16\sigma_c}$$

Conocido  $S_{nec}$  o  $Z_{nec}$  se elige un perfil que tenga un módulo de sección, elástico o plástico, igual o mayor que el necesario.

Si se emplea un factor de carga de 1.7, recomendado en la ref. 4.3, y se supone que la viga es una I laminada, con factor de forma  $f = 1.12$ , la última ecuación puede escribirse:

$$1.12S_{mc} = \frac{1.7\omega_1 L^2}{16\sigma_y} \quad \therefore (S_{mc})_2 = \frac{\omega_1 L^2}{10.54\sigma_y} = \frac{\omega_1 L^2}{7.2\sigma_y} \cdot \frac{1}{1.46} = 0.68(S_{mc})_1$$

Con el factor de carga y el esfuerzo permisible de la ref. 4.3, el módulo de sección necesario de acuerdo con el diseño plástico es 32 por ciento menor que el requerido si el diseño se hace por esfuerzos permisibles.

### c. Diseño por estados límite (o por factores de carga y resistencia)

Es el procedimiento recomendado en las refs. 4.1 y 4.2.

Cuando se emplea esta forma de diseño, el análisis puede hacerse con métodos elásticos o plásticos; en el primer caso se utilizan los momentos obtenidos en el análisis o los momentos "redistribuidos".

Resistencia de la sección  $M_p = F_R M_p = 0.9\sigma_y Z$

$F_R$  es el factor de resistencia

**c.1 Análisis elástico.** Se hace con las acciones de diseño, que son las de servicio multiplicadas por un factor de carga,  $F_c$

Si no se redistribuyen los momentos, y se toma  $F_c = 1.4$  (ref. 4.1) se obtiene:

$$\frac{1.4\omega_1 L^2}{12} = 0.9\sigma_y Z \quad \therefore Z_{mc} = \frac{\omega_1 L^2}{7.71\sigma_y} = 1.12S_{mc} \quad \therefore S_{mc} = \frac{\omega_1 L^2}{8.64\sigma_y} = 0.83(S_{mc})_1$$

Redistribuyendo momentos, de acuerdo con la ref. 4.2, que permite disminuir en 10 por ciento los momentos en los extremos de la viga, se llega a:

$$\frac{1.4\omega_1 L^2}{12 \times 1.1} = 0.9\sigma_y Z \quad \therefore Z_{mc} = \frac{\omega_1 L^2}{8.49\sigma_y} = 1.12S_{mc} \quad \therefore S_{mc} = \frac{\omega_1 L^2}{9.50\sigma_y} = 0.76(S_{mc})_1$$

**c.2 Análisis plástico** La carga correspondiente a la formación del mecanismo es  $\omega_u = F_c \omega_1$ , donde  $F_c$  es el factor de carga. De acuerdo con la ref. 4.1, si la viga forma parte de una estructura para vivienda u oficinas, y las cargas son muertas y vivas,  $F_c = 1.4$ .

$$\frac{\omega_u L^2}{16} = 0.9\sigma_y Z \quad \therefore Z_{mc} = \frac{1.4\omega_1 L^2}{14.4\sigma_y} = \frac{\omega_1 L^2}{12.29\sigma_y} = 1.12S_{mc} \quad \therefore S_{mc} = \frac{\omega_1 L^2}{11.52} = 0.63(S_{mc})_1$$

El análisis plástico lleva a perfiles apreciablemente menores que los que se requieren cuando el diseño se basa en un análisis elástico, lo que se debe a que el primero tiene en cuenta la redistribución de momentos que precede la formación del mecanismo de colapso. Como este fenómeno se presenta en la mayoría de las estructuras hiperestáticas, los métodos de análisis plástico, cuando son aplicables, suelen producir diseños más económicos que los que se obtienen utilizando métodos elásticos.

Las diferencias entre los casos a y  $c_1$ , basados en un análisis elástico, y entre b y  $c_2$ , ambos analizados plásticamente, se deben a que en el diseño por estados límite se emplean factores de carga y resistencia, cuya combinación no corresponde exactamente con el factor de seguridad de a o el de carga de b.

#### 4.9 IMPORTANCIA DEL ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION

Una condición básica del diseño plástico es que cuando se forma el mecanismo de colapso se igualen los momentos flexionantes en las secciones en que se localizan las articulaciones plásticas. (Se ha supuesto, hasta ahora, que la estructura está formada por barras de momento plástico resistente constante, pero las conclusiones a las que se llega son también válidas cuando no se satisface esa condición). Para ello, el material de la estructura debe fluir plásticamente, admitiendo deformaciones considerables bajo esfuerzo constante, sin embargo, esta propiedad, aunque necesaria, no es suficiente: el material debe, además, endurecerse por deformación, es decir, admitir incrementos de esfuerzos después del intervalo plástico y antes de la falla.

En el diseño plástico se supone que el momento máximo en una sección es  $M_p$ , y que cuando aparece se forma una articulación plástica, que admite rotaciones ilimitadas bajo momento constante. En la mayor parte de los casos  $M_p$  se presenta en puntos discretos del eje de las barras que componen la estructura; como la formación del mecanismo de colapso exige discontinuidades angulares en las articulaciones plásticas, si éstas fuesen de longitud nula se requerirían curvaturas infinitas, que no son posibles en vigas reales.

Estudios teóricos, basados en la obtención, por integración numérica, de la configuración deformada de las vigas, han demostrado que si se supone que la gráfica momento-curvatura del material es elasto-plástica, sin endurecimiento por deformación, como la mostrada con línea llena en la Fig. 4.9, no puede alcanzarse la carga última predicha por la teoría plástica simple, debido a que al limitar los momentos máximos a  $M_p$  se reduce seriamente la longitud de las porciones de la viga que fluyen plásticamente (excepto en las zonas, poco frecuentes, de momento constante o casi constante), haciéndolas incapaces de admitir las grandes deformaciones correspondientes a las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo de colapso sin fallar prematuramente por fractura del patín de tensión (Ref. 4.13).

Gracias al endurecimiento por deformación, los momentos máximos sobrepasan a  $M_p$ , se amplían las zonas que fluyen plásticamente, y se obtiene la longitud suficiente para que se presenten las discontinuidades angulares necesarias, sin que las deformaciones unitarias excedan límites aceptables.

El endurecimiento por deformación no constituye solamente un margen de seguridad adicional en estructuras diseñadas de acuerdo con la teoría plástica simple, al hacer que su resistencia sea mayor que la predicha, sino es un requisito indispensable para que un material pueda utilizarse en estructuras diseñadas por ese procedimiento. Si el material es elastoplástico, sin endurecimiento por deformación, el mecanismo no puede formarse; en cambio, si la zona horizontal de la curva esfuerzo-deformación es seguida por una de endurecimiento que tenga características adecuadas, como sucede en los aceros estructurales, las predicciones de la teoría plástica simple constituyen estimaciones correctas del comportamiento real de muchas estructuras (refs. 4.13, 4.14).

## 4.10 TEORIA PLASTICA SIMPLE APLICADA A ESTRUCTURAS RETICULARES

El objeto de la teoría plástica simple es determinar la resistencia máxima de las estructuras de acero que fallan dúctilmente, por formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para convertir a la estructura completa, o a una parte de ella, en un mecanismo sin capacidad para resistir cargas, ya que se desplaza sin deformaciones adicionales y sin absorción de energía. La teoría se basa en las hipótesis enunciadas en 4.7.1, de manera que al aplicarla se excluyen fallas prematuras por inestabilidad de cualquier tipo, y se desprecian los efectos de las fuerzas cortantes y normales; la teoría plástica simple trata con barras en flexión pura; después, para aplicar sus resultados al diseño de estructuras reales, se revisan y, en su caso, se corrigen, para tener en cuenta los efectos que se ignoran originalmente. (El procedimiento es análogo al que se sigue en el análisis y diseño elástico de estructuras reticulares ordinarias, que se analizan utilizando las propiedades que tendrían las vigas y columnas que las componen si no hubiese fuerzas normales ni cortantes, y sus efectos se toman en cuenta posteriormente en el diseño).

### 4.10.1 Características del diagrama de momentos flexionantes correspondiente al colapso de una estructu. a

Los momentos flexionantes que corresponden a la falla por formación de un mecanismo de una estructura cualquiera, deben satisfacer, simultáneamente, las tres condiciones siguientes

- 1 **Condición de equilibrio.** El conjunto de momentos flexionantes debe corresponder a un estado de equilibrio entre la estructura y las cargas que actúan sobre ella
- 2 **Condición de mecanismo.** El momento flexionante debe ser igual al momento plástico resistente en un número de secciones transversales suficiente para que la estructura completa, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo con articulaciones plásticas
- 3 **Condición de plasticidad.** El momento flexionante en una sección no puede ser nunca mayor que el momento plástico resistente de la estructura en esa sección.

La primera condición no requiere ninguna explicación. La segunda proviene de que una vez aceptadas las hipótesis básicas de la teoría plástica simple, la única forma posible de colapso de una estructura es por formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para que se convierta en un mecanismo, total o parcial; las deflexiones pueden aumentar después, bajo carga constante, por las rotaciones en las articulaciones y mientras los momentos en ellas se mantienen sin cambio, iguales a los

momentos plásticos resistentes de las secciones correspondientes. Por último, la tercera condición es una consecuencia de la aceptación de la gráfica  $\sigma - \varepsilon$  idealizada de la Fig 4.9: como los esfuerzos normales no pueden sobrepasar el valor de fluencia, el momento interno no puede ser mayor que  $M_p$ , que corresponde a la plastificación íntegra de la sección.

De una consideración de los requisitos de equilibrio se deduce que los momentos que hay en la estructura en el instante en que se forma la última articulación necesaria para el mecanismo no se modifican durante el colapso, de manera que no hay cambios de curvatura más que en las secciones en que aparecen las articulaciones; por consiguiente, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores durante un pequeño movimiento del mecanismo de colapso es igual al absorbido en las articulaciones plásticas.

#### 4.10.2 Teoremas fundamentales del análisis plástico

Todos los métodos directos de análisis plástico se basan en los teoremas que se enuncian a continuación, su demostración formal puede verse, por ejemplo, en las refs. 4.10, 4.11 o 4.16.

##### Teorema del límite inferior

*La carga correspondiente a un diagrama de momentos que satisface la condición de equilibrio, trazado dándole valores arbitrarios a las incógnitas hiperestáticas, es menor que la de colapso de la estructura o, a lo sumo, igual a ella, siempre que el momento flexionante no sea, en ninguna sección, mayor que el momento plástico correspondiente.*

Dada una estructura hiperestática cualquiera, con un conjunto especificado de cargas exteriores, puede trazarse un número infinito de diagramas de momentos que satisfacen las condiciones de equilibrio estático, inventando los valores de las incógnitas hiperestáticas y deduciendo las cantidades desconocidas restantes, en función de las cargas exteriores, por medio de las ecuaciones de equilibrio; si, además, se escogen las dimensiones de los miembros de manera que se cumpla, también, la condición de plasticidad, se obtiene un diagrama de momentos que satisface dos de las condiciones necesarias para ser el de colapso pero que, en general, no llena la tercera; la estructura no se convierte en un mecanismo, lo que indica que todavía no se ha agotado su capacidad de carga.

##### **Teorema del límite superior**

*La carga correspondiente a un mecanismo supuesto es mayor que la de colapso de la estructura o, a lo sumo, igual a ella.*

Si se conoce el mecanismo real de colapso de una estructura con fuerzas exteriores dadas, la carga de colapso se obtiene igualando el trabajo realizado por las fuerzas exteriores con el absorbido en las articulaciones plásticas, durante un pequeño movimiento del mecanismo. Si no se conoce el mecanismo real de falla, puede escribirse una ecuación del tipo indicado para cualquier mecanismo posible, con lo que se obtiene la carga que corresponde a ese mecanismo. Se llega así a una solución que satisface las condiciones de equilibrio y de mecanismo pero que, en general, viola la de plasticidad: la carga correspondiente es mayor que la real de colapso puesto que produce, en una o más secciones, momentos mayores que los que realmente puede soportar la estructura.

### **Teorema de unicidad**

*Si para una estructura dada, sometida a un sistema de cargas de características y magnitudes conocidas, puede encontrarse cuando menos un diagrama de momentos que satisfaga simultáneamente las condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad, las cargas consideradas son, necesariamente, las de colapso.*

El teorema de unicidad se obtiene de los dos anteriores: cuando las cargas satisfacen las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad son, de acuerdo con el teorema del límite superior, mayores o iguales que las de colapso y, según el del límite inferior, menores o iguales; para que las dos condiciones se cumplan al mismo tiempo, las cargas tienen que ser, necesariamente, las de colapso.

Este teorema permite determinar si un mecanismo es o no el de colapso de la estructura; para ello se construye el diagrama de momentos correspondiente; si  $M \leq M_p$  en todas las secciones el mecanismo considerado es, necesariamente, el de colapso. De manera análoga, si por cualquier procedimiento se ha encontrado un diagrama de momentos estáticamente admisible con un sistema de cargas dado, que satisface la condición  $M \leq M_p$  en un número de secciones suficiente para que se forme un mecanismo de ruina total o parcial y en el que, además,  $M < M_p$  en todas las secciones restantes, ese diagrama de momentos es el del mecanismo de colapso.

#### 4.11 MÉTODOS GENERALES DE ANÁLISIS PLÁSTICO

El objetivo del análisis plástico, que es determinar la carga de colapso de las estructuras para conocer su coeficiente de seguridad real en condiciones normales de trabajo se alcanza, de acuerdo con el teorema de unicidad, cuando se encuentra un diagrama de momentos que satisface las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad, y se determina el valor correspondiente de las cargas.

El problema puede resolverse de dos maneras diferentes, cada una de ellas basada en uno de los dos primeros teoremas fundamentales; constituyen los dos métodos generales de análisis plástico.

En el primer método, el *método estático*, se parte de un conjunto de momentos estáticamente admisible, obtenido inventando los valores de las incógnitas hiperestáticas y determinando todas las cantidades desconocidas de manera que se satisfagan las condiciones de equilibrio y plasticidad; ese conjunto de momentos, que de acuerdo con el teorema del límite inferior corresponde a una carga menor o igual que la de colapso, se modifica posteriormente hasta lograr que se cumpla también la condición de mecanismo, sin violar las dos condiciones satisfechas desde un principio se obtiene así el diagrama de momentos correspondiente a las cargas de colapso, que se utiliza para calcular su intensidad.

El segundo procedimiento, el *método cinemático* o *método de los mecanismos*, consiste, en teoría, en el estudio de todos los posibles mecanismos de colapso de la estructura y en la determinación de la carga correspondiente a cada uno de ellos: la menor de todas es, de acuerdo con el teorema del límite superior, la real de colapso. (Hay procedimientos que permiten reducir el trabajo numérico necesario para aplicar este método, y utilizándolos puede resolverse, manualmente, un problema dado, considerando sólo un número relativamente pequeño de mecanismos).

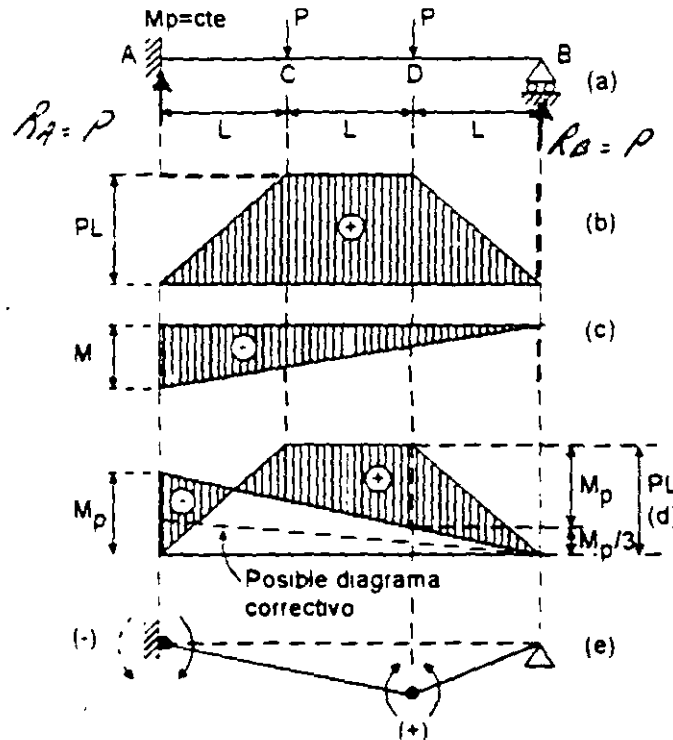
Los dos métodos llevan a la obtención del único valor de la carga para el que se cumplen simultáneamente las tres condiciones que caracterizan el estado de colapso de la estructura, utilizando el método estático se llega a él desde abajo, es decir, encontrando el valor máximo de todas las soluciones de límite inferior, y empleando el cinemático se llega desde arriba, como la menor de las soluciones de límite superior.

Los dos métodos pueden verse, en detalle, en la ref. 4.18 en la que, además, aparecen varias referencias adicionales.

A continuación se presentan algunos ejemplos ilustrativos sencillos.



**EJEMPLO 4.1** Viga empotrada en un extremo y libremente apoyada en el otro, de sección transversal constante, con cargas aplicadas en los tercios del claro (Fig E4.1.1).



**Fig. E4.1.1** Cálculo de la carga de colapso utilizando el método estático.

#### Método estático

1. Se escoge como incógnita hiperestática el momento en el extremo empotrado A.
2. Se traza el diagrama de momentos de la estructura isostática, que es una viga libremente apoyada en ambos extremos (Fig. E4.1.1b).
3. Se traza el diagrama correctivo, que varía linealmente desde un valor desconocido  $M$  en el extremo izquierdo hasta cero en el apoyo libre de la derecha (Fig. E4.1.1c).
4. Se superponen los dos diagramas obtenidos en los pasos 2 y 3 y se ajusta el segundo hasta que se igualan los momentos en un número suficiente de secciones para que, al formarse articulaciones plásticas en ellas, la viga se convierta en un mecanismo; ésto se logra con el diagrama correctivo

trazado con línea llena en la Fig. E4.1.1d, en el que son iguales los momentos flexionantes en las secciones A y D.

- Se hace un croquis del mecanismo de colapso (Fig. E4.1.1e) y se comprueba que los sentidos de las rotaciones en las articulaciones plásticas concuerdan con los de los momentos.
- Se obtiene la carga de colapso de la condición de que el momento isostático en la sección D,  $PL$ , es igual a  $4M_p/3$  (Fig. E4.1.1d).

$$PL = \frac{4}{3}M_p \quad \therefore P = \frac{4M_p}{3L}$$

- Cuando las cargas que obran sobre la viga son las que se acaban de calcular,  $M \leq M_p$  en todas las secciones, luego  $P = 4M_p/3L$  es la carga de colapso.

### Método de los mecanismos

- Pueden formarse articulaciones plásticas en las tres secciones transversales marcadas 1 a 3 en la Fig. E4.1.2a.
- En las Figs. E4.1.2b y c se trazan los dos mecanismos posibles, a los que se da un pequeño desplazamiento, caracterizado en cada caso por el ángulo  $\theta$ . Igualando los trabajos exterior e interior correspondientes a cada uno de esos desplazamientos se obtiene:

#### Mecanismo I

*Trabajo exterior = Trabajo interior*

$$P\theta L + P\theta \frac{L}{2} = M_p \left( \theta + \frac{3}{2}\theta \right) \quad \therefore P_1 = \frac{5M_p}{3L} \geq P_c \quad P_1 = \frac{1.67 M_p}{L}$$

#### Mecanismo II

*Trabajo exterior = Trabajo interior*

$$P\theta \left( \frac{3}{2}L \right) = M_p \left( \frac{5}{2}\theta \right) \quad P = \frac{5}{3} \frac{M_p}{L}$$

$$P\theta L + P2\theta L = 4M_p \theta \quad \therefore P_1 = \frac{4M_p}{3L} \geq P_c \quad P_1 = \frac{1.33 M_p}{L}$$

El trabajo interior, realizado sólo en las articulaciones plásticas, es siempre positivo, e igual a la suma de los productos de los momentos plásticos resistentes de la estructura en las secciones en que aparecen rótulas multiplicados por las rotaciones de éstas.

- La carga crítica es la menor de las obtenidas arriba, o sea la correspondiente al mecanismo II (Fig. E4.1.2c).

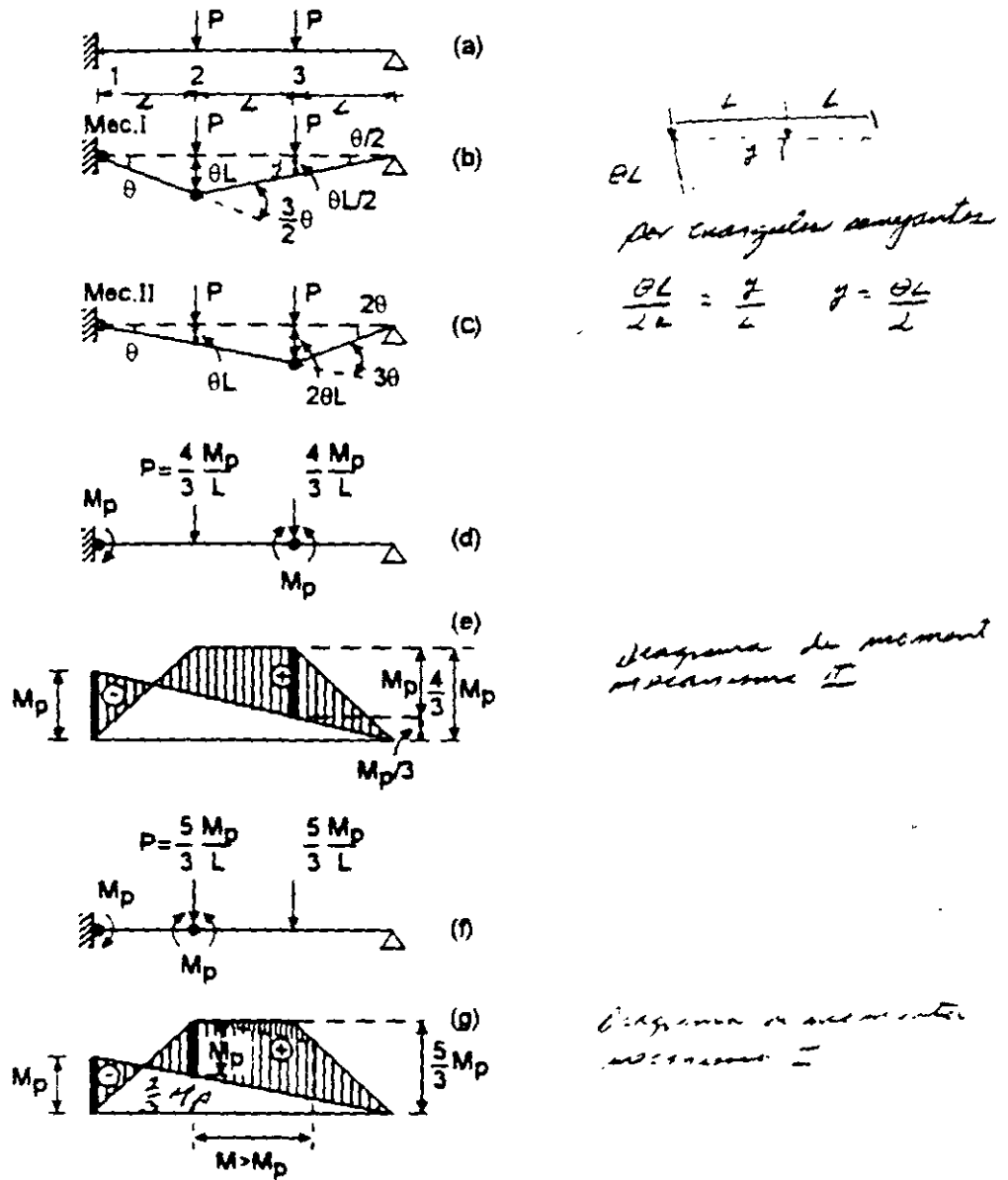


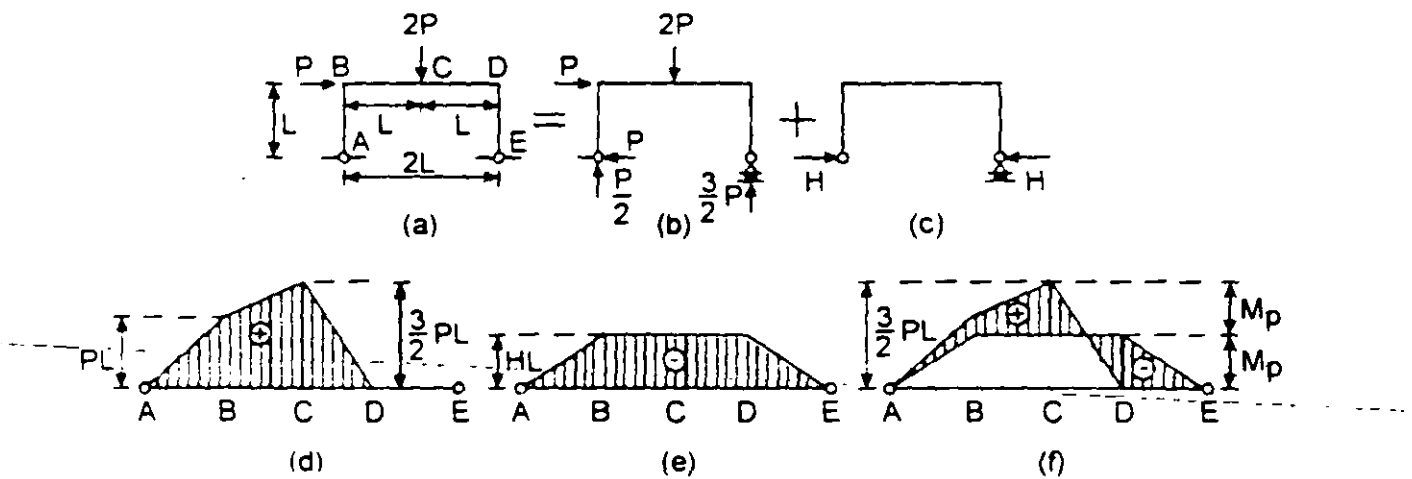
Fig E4.1.2 Cálculo de la carga de colapso utilizando el método de los mecanismos.

- Para comprobar si se cumple la condición de plasticidad se traza el diagrama de momentos del mecanismo que se supone es el de colapso; para ello, se sabe que las cargas valen  $\frac{4M_p}{3L}$ , de manera que el momento isostático máximo es  $(\frac{4M_p}{3L})L = \frac{4M_p}{3}$ , y se conocen los momentos en las articulaciones plásticas, tanto en magnitud como en signo (Fig. E4.1.2d); con esa información se dibuja el diagrama y se comprueba que  $M \leq M_p$  en todas las secciones. Por consiguiente, el mecanismo II es el de colapso, y

las cargas máximas que puede soportar la estructura valen  $4M_p/3L$ , resultado que concuerda con el obtenido usando el método estático.

En la Fig. E4.1 2g se ha trazado el diagrama de momentos del mecanismo I: se viola la condición de plasticidad, pues  $M$  es mayor que  $M_p$  en una amplia zona de la viga, lo mismo sucede en todos los mecanismos posibles que no son el real de colapso, que es el único para el que se satisfacen las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad.

**EJEMPLO 4.2** Marco biarticulado, de sección transversal constante, de las dimensiones y con las cargas mostradas en la Fig. E4.2.1a.



**Fig. E4.2.1** Cálculo de la carga de colapso utilizando el método estático

### Método estático

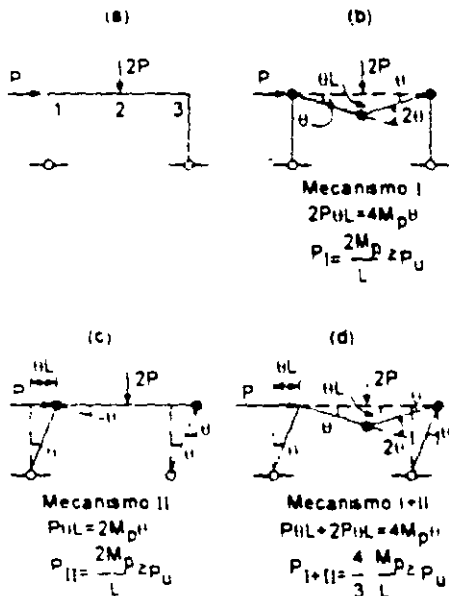
En la Fig. E4.2.1 se muestran los pasos necesarios para resolver el problema por el método estático, escogiendo como incógnita hiperestática la reacción horizontal en el apoyo E. Los diagramas de momentos dibujados en (d) y en (e) son el isostático y el correctivo, y en (f) se han superpuesto los dos, ajustando el correctivo hasta igualar los momentos en las secciones C y D; la carga de colapso, que corresponde a la formación de articulaciones plásticas en esas dos secciones, se obtiene con la ecuación

$$2M_p = \frac{3}{2} P_c L \quad \therefore P_c = \frac{4 M_p}{3 L}$$

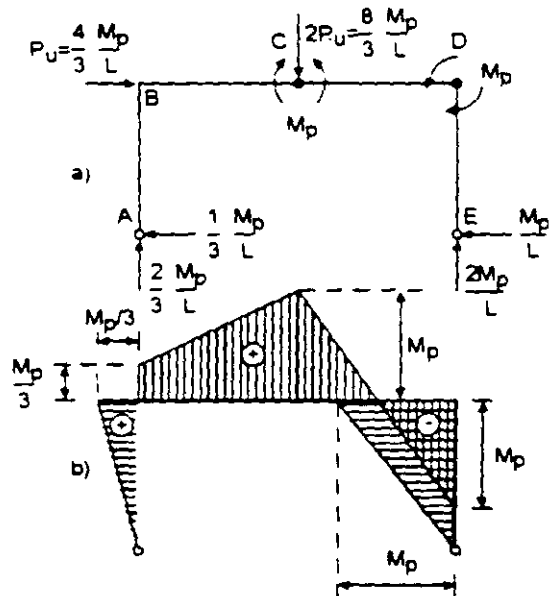
El diagrama de momentos de la Fig. E4.2.1f comprueba que  $M$  no es mayor que  $M_p$ , en ninguna sección, y es fácil demostrar que las rotaciones en las articulaciones plásticas concuerdan con los signos de los momentos.

**Método de los mecanismos**

En la Fig E4.2.2 se resuelve el problema por este método. La estructura tiene dos mecanismos independientes, y su combinación produce el de la Fig. E4.2.2d, al que se ha llamado mecanismo I + II. La carga más pequeña es la del mecanismo combinado, y en este caso se sabe que es la de colapso, pues se han estudiado todos los mecanismos posibles; sin embargo, en la Fig. E4.2.3b se ha trazado el diagrama de momentos correspondiente a la condición de colapso, que es igual al obtenido por el método estático (Fig. E4.2.1f). Los momentos flexionantes son menores o iguales que  $M_p$ , en todas las secciones del marco, se satisface la condición de plasticidad, y puede asegurarse que  $P_u = (4/3)M_p/L$ . (En este ejemplo están determinadas las reacciones en el instante del colapso, ya que se cuenta para calcularlas con tres ecuaciones de equilibrio y dos adicionales que se obtienen del conocimiento de los momentos en C y D (Fig. E4.2.3a); posteriormente se calcula el momento en B, con lo que el diagrama queda definido por completo).

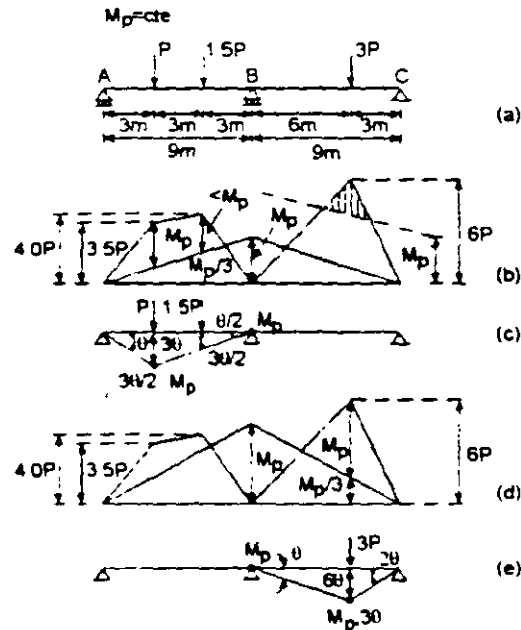


**Fig. E4.2.2** Cálculo de la carga de colapso utilizando el método de los mecanismos.



**Fig. E4.2.3** Diagrama de momentos correspondiente a la condición de colapso.

**EJEMPLO 4.3.** Determiné con el método estático, el valor de la carga  $P$  que ocasionaría el colapso de la viga continua de la Fig E.4.3.1, por formación de un mecanismo con articulaciones plásticas.



**Fig. E4.3.1** Viga continua analizada con el método estático.

El mecanismo de colapso se formará en uno de los tramos, AB o BC, de la viga.

Cuando se aplica el método estático a vigas continuas, conviene escoger como incógnitas hiperestáticas los momentos en los apoyos; la estructura isostática queda compuesta por una sucesión de vigas biarticuladas.

El trazo del diagrama de momentos de la estructura isostática constituye el primer paso en la solución del problema

En la Fig E4.3.1b se ha trazado el diagrama isostático, sobre el que se superpone el correctivo, que se ajusta hasta que se igualan los momentos en B y en el punto de aplicación de alguna de las cargas concentradas; en ella se muestra el diagrama correspondiente a la formación de un mecanismo en el tramo AB. El valor de  $P$  se obtiene de la igualdad

$$3.5P_1 = \frac{4}{3}M_p \quad \therefore P_1 = \frac{4}{10.5}M_p$$

Cuando el mecanismo se forma en el tramo BC, el diagrama de momentos es el de la Fig E4.3.1d; de él,

$$6P_2 = \frac{4}{3}M_p \quad \therefore P_2 = \frac{4}{18}M_p = \frac{2}{9}M_p$$

El diagrama de la Fig. E4.3.1b no es admisible; en él se viola la condición de plasticidad ( $M$  es mayor que  $M_p$ ) en toda la zona rayada del tramo BC. En cambio, el diagrama de momentos de (d) cumple las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad, de manera que la carga de colapso es...

$$P_u = P_2 = \frac{2}{9}M_p$$

En el tramo AB no se forma mecanismo, lo que indica que no se ha agotado su resistencia (Fig E4.3.1d).

Para comprobar los resultados, se estudian los mecanismos de las Figs. c y e.

Mecanismo c Trabajo exterior  $P(3\theta) + 1.5P(3\theta/2) = 10.5P\theta$  Trabajo interior =  $M_p(3\theta/2 + \theta) = 2M_p\theta$

$$\frac{10.5}{2}P_1 = 2M_p \quad \therefore P_1 = \frac{4}{10.5}M_p$$

Mecanismo e  $3P_2(6\theta) = 4M_p\theta \quad \therefore P_2 = \frac{2}{9}M_p$

De acuerdo con el teorema del límite superior, la carga de colapso es la menor de las dos  $P_u = P_2 = \frac{2}{9}M_p$

**EJEMPLO 4.4** Determine el perfil necesario para la viga continua de la Fig E4.4.1, suponiendo que a) debe utilizarse el mismo perfil en toda la viga, b) se emplea un solo perfil, reforzado con cubreplacas donde sea necesario; el acero tiene  $F_y = 3515 \text{ Kg/cm}^2$ . Emplee perfiles de la ref. 4.17. Las cargas son de diseño (están multiplicadas por el factor de carga)

La elección del perfil se hará sólo por flexión, sin revisar cortante ni deformaciones

De acuerdo con las hipótesis de este capítulo, se supone que la viga tiene soporte lateral continuo en toda la longitud.

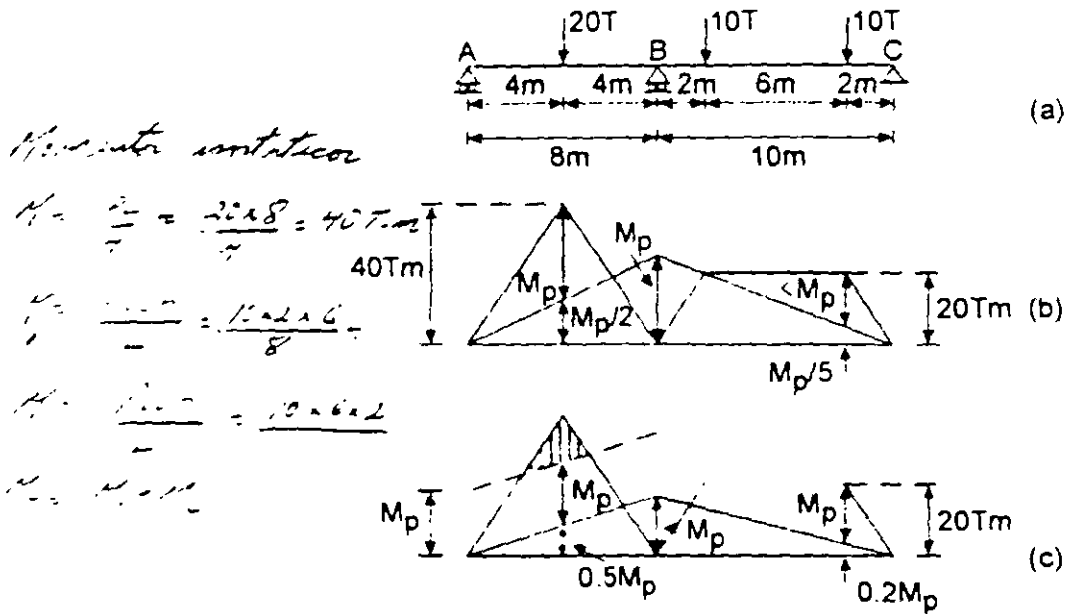


Fig. E4.4.1 Viga continua del ejemplo 4.4.

Solución a (Fig E4 4 1b)

$$1.5M_p = 40 \text{ Tm}, M_p = 26.67 \text{ Tm}$$

Con este valor de  $M_p$ , el diagrama de momentos de la Fig. E4 4.1b satisface las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad. Es el momento de diseño

$$26.67 = 0.9Z_y f_y, \quad Z_y = \frac{26.67}{0.9f_y} = \frac{26.67 \cdot 10^3}{0.9 \cdot 3515} = 843 \text{ cm}^3$$

0.9 es el factor de resistencia

Una IPR de  $35.6 \times 10^3 \times 50 \text{ kg m}$ , con  $Z_y = 893 \text{ cm}^3$ , resuelve el problema. El tramo BC queda sobrado

Solución b (Fig E4 4 1c)

$$1.2M_p = 20 \text{ Tm}, M_p = 16.67 \text{ Tm}, Z_y = 527 \text{ cm}^3$$

Si se toma  $M_p = 16.67 \text{ Ton m}$  en toda la viga, se viola la condición de plasticidad en la zona rayada del tramo AB, por consiguiente, esa zona debe reforzarse con cubreplacas, el momento resistente del perfil reforzado debe ser igual a  $40.0 - (16.67 \times 1.5) = 15.00 \text{ Tm}$



Puede utilizarse una IPR de  $30.5 \times 16.5 \times 40.3 \text{ Kg}\cdot\text{m}$  ( $Z = 623 \text{ cm}^3$ ) reforzada con cubreplacas en el tramo AB. Está sobrada, pero es el perfil más ligero de los tabulados en la ref 4 17 que resuelve el problema.

Se forman mecanismos en los dos tramos, con cargas un poco mayores que las mostradas en la figura, porque los perfiles escogidos tienen una resistencia mayor que la necesaria.

El momento resistente de las cubreplacas es  $0.9AF_d$ , donde  $A$  es el área de cada placa (se colocan en los dos patines) y  $d$  la distancia entre sus centros de gravedad

## **4.12 CARGAS DISTRIBUIDAS**

En los ejemplos anteriores todas las cargas han sido concentradas, de manera que se conocen las secciones exactas en las que pueden formarse articulaciones plásticas: los extremos de las barras y los puntos de aplicación de las cargas.

El problema se complica cuando en alguno o algunos de los miembros de la estructura actúan cargas repartidas, pues con frecuencia no se conoce la posición exacta de la articulación de la zona central del elemento.

Los métodos para resolver este problema se describen en la ref. 4.18

#### 4.13 USO DE LA TEORIA PLASTICA

Cuando las estructuras cumplen los requisitos necesarios para que puedan utilizarse los métodos de análisis y diseño plástico, éstos permiten determinar, con buena precisión, el factor de carga real, contra el colapso, lo que no puede hacerse con métodos elásticos, que son válidos sólo mientras la respuesta del material es elástica lineal, y dejan de ser aplicables mucho antes de que se llegue a la falla. Con todo rigor, la teoría elástica sólo describe el comportamiento en condiciones de servicio de buena parte de las estructuras modernas, y no proporciona ninguna información relativa a su seguridad real, respecto a la falla; sin embargo, la casi totalidad de los diseños se hace con ella, y la seguridad se determina por comparación con estructuras anteriores que han tenido un comportamiento adecuado

A pesar de sus ventajas, la teoría plástica sólo se usa para diseñar estructuras sencillas. Vigas continuas o marcos de un piso, se obtienen soluciones más racionales, generalmente más económicas, y con menor trabajo numérico, que con la teoría elástica

Una de las razones del uso casi exclusivo de los métodos elásticos de análisis estructural es la facilidad con que se programan en computadoras electrónicas; se cuenta con muchos programas comerciales, muy completos. Otro motivo han sido las dificultades que se han encontrado para resolver problemas de inestabilidad de edificios altos, en el intervalo inelástico. Sin embargo, se ha avanzado mucho en la solución de los dos problemas, y ya hay programas para diseño plástico de marcos planos de cualquier altura, hasta ahora se han utilizado para investigaciones, pero seguramente se contará con programas comerciales en un futuro cercano (ref. 4.15).

El comportamiento inelástico de las estructuras es la razón de muchas recomendaciones contenidas en los reglamentos modernos, y constituye la base del diseño sísmico cuando éste se hace, de acuerdo con la filosofía actual, con solicitaciones menores que las que corresponderían a una respuesta elástica ilimitada.

## 4.14 CORTANTE

### 4.14.1 Introducción

La flexión se presenta, casi siempre, acompañada por fuerzas cortantes, por lo que debe estudiarse su influencia en el comportamiento de las vigas.

Se supone, por ahora, lo mismo que al estudiar la flexión pura, que las dimensiones de las vigas y las proporciones de sus secciones transversales son tales que no se presentan fallas por inestabilidad de ningún tipo, se conserva, también, la suposición de que hay un plano de simetría en el que actúan todas las cargas exteriores

### 4.14.2 Comportamiento elástico

En la Fig 4 21 se estudia el equilibrio de un segmento de viga, de longitud  $dz$ , se considera para facilitar la exposición, que las secciones transversales son rectangulares

En la cara izquierda del segmento (sección I) actúan un momento flexionante  $M$  y una fuerza cortante  $V$ , y en la derecha (sección II) un momento  $M + dM$  y la misma fuerza. el momento flexionante crece a lo largo de la viga, en forma continua, y la fuerza cortante se mantiene constante lo que equivale a suponer que no hay ninguna fuerza exterior aplicada entre las dos secciones que limitan el segmento

Estudiando el equilibrio de la porción de la viga achurada en la fig 4 21c y dibujada, aislada del resto, en 4 21d, se advierte que en su cara inferior debe haber una fuerza  $V'$ , paralela al eje  $z$  y con el sentido indicado, ya que la fuerza normal total  $F_2$  que obra en II es mayor que la que actúa en I,  $F_1$ . La fuerza cortante  $V'$  proviene de la acción del resto de la viga sobre la porción en estudio

$V'$  y  $F_2$  se obtienen sumando las fuerzas normales diferenciales  $\sigma_1 dA$  y  $\sigma_2 dA$  que actúan en las dos caras verticales del segmento de la Fig 4 2.1d, la ecuación de equilibrio de proyecciones sobre el eje  $z$  es

$$V' - \int_1 \sigma_1 dA - \int_2 \sigma_2 dA = 0$$

Sustituyendo  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  por sus valores dados por la fórmula ordinaria de la flexión, y recordando que  $dM/dz = V$  se obtiene

$$V' = \frac{V dz Q^2}{I_x}$$

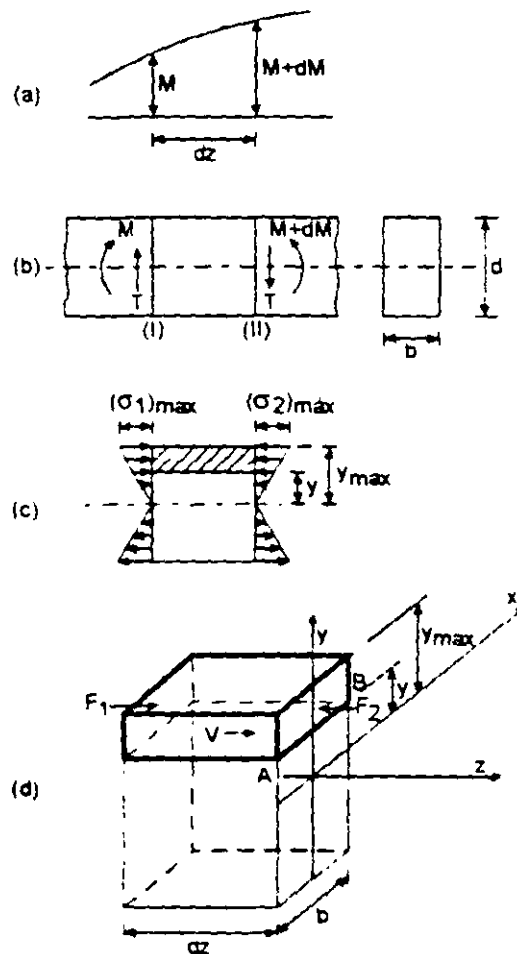


Fig. 4.21 Elementos mecánicos y esfuerzos en un tramo de viga de longitud  $dz$

Suponiendo que los esfuerzos tangenciales  $\tau_{xz}$  están distribuidos uniformemente en la cara inferior del segmento,

$$V = \tau_{xz} b dz = \frac{T dz Q'_z}{I_x} \quad \dots \quad \tau_{xz} = \frac{T Q'_z}{I_x b} \quad (4.30)$$

Como en planos perpendiculares actúan siempre esfuerzos tangenciales de intensidades iguales, dirigidos hacia la arista común, se concluye que a lo largo de la recta  $AB$  (Fig 4 21d) hay esfuerzos  $\tau_{xz}$ , dados por la ecuación 4.30.

$T$  es la fuerza cortante en la sección que contiene el punto en que se desea calcular el esfuerzo  $\tau_{xz}$ ,

$$Q'_z = \int_0^y y dA$$

el momento estático de la parte de la sección que queda a un lado del punto en el que se calcula el esfuerzo, respecto al eje centroidal y principal  $x$  (el área achurada en la Fig. 4.22, o toda el área restante),  $I_x$  el momento de inercia de la sección completa respecto al eje centroidal y principal  $x$ , y  $b$  el ancho de la sección (Fig. 4.22).

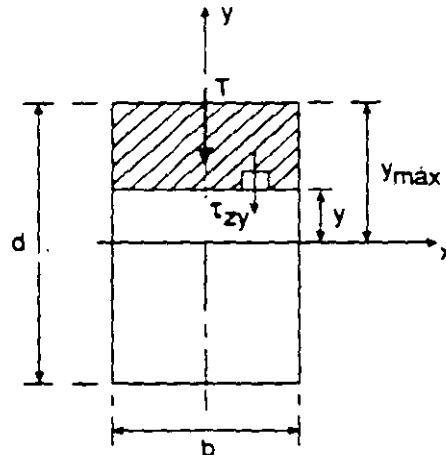


Fig. 4.22 Significado de los símbolos que aparecen en la ecuación 4.30.

Con la ecuación 4.30 se puede demostrar que en vigas de sección transversal rectangular los esfuerzos tangenciales  $\tau_x$  varían siguiendo una ley parabólica, con valores nulos en los bordes superior e inferior y máximos iguales a 1.5 veces el esfuerzo medio, en el eje de simetría horizontal; además, los esfuerzos se mantienen constantes en puntos situados sobre rectas paralelas a ese eje.

La magnitud y distribución de los esfuerzos tangenciales en las vigas de sección I o H pueden determinarse con el método empleado para secciones rectangulares, que está basado sólo en condiciones de equilibrio y en la suposición de que los esfuerzos están uniformemente distribuidos en las áreas definidas por planos de corte normales a los bordes de la sección. La ecuación 4.30 es aplicable, por consiguiente, al cálculo de esfuerzos tangenciales en el alma y en los patines de los perfiles mencionados.

La fuerza cortante  $T$  es resistida casi por completo por el alma, ya que los esfuerzos en los patines son de poca intensidad, pues en ellos el momento estático  $Q$  es pequeño y el ancho de la sección,  $b$ , grande, mientras que en el alma aumenta el momento estático y el ancho disminuye bruscamente a  $c$  (Fig. 4.23); además, los esfuerzos máximos, a lo largo del eje de simetría horizontal, son poco mayores que los mínimos, en las intersecciones del alma con los patines, por lo que puede aceptarse, para fines prácticos, que el alma resiste toda la fuerza cortante, y que ésta origina en ella esfuerzos uniformes.

$$(\tau_x)_o = \frac{T}{A_o} = \frac{T}{c(d - 2t)} \quad (4.3)$$

En el diseño no se toman en cuenta los esfuerzos  $\tau_y$  en los patines.

La validez de la ecuación 4.31 se ha comprobado experimentalmente.

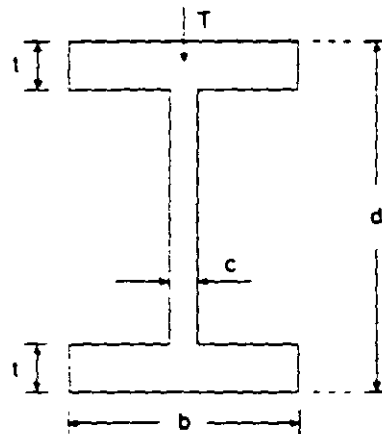


Fig. 4.23 Dimensiones de la sección transversal de una viga I.

Si se aísla una porción de uno de los patines comprendida entre su extremo libre, un plano paralelo al de simetría vertical de la viga, y dos normales a él, separados una distancia  $\Delta z$  (Fig. 4.24), y se estudia su equilibrio, se encuentra que hay esfuerzos tangenciales  $\tau_z$  paralelos al eje longitudinal de la viga a lo largo del plano de corte y, por consiguiente, esfuerzos tangenciales horizontales,  $\tau_x$ , en los patines, que pueden calcularse también con la ecuación 4.30, y que crecen linealmente desde cero en los extremos hasta un máximo en la intersección con el alma, ya que esa es la ley de variación del momento estático  $Q$ , único término de la ecuación que no es constante. (Al aplicar la ecuación 4.30 al cálculo de esfuerzos tangenciales  $\tau_z$  en los patines se conservan los significados de las literales, pero  $Q$  es ahora el momento estático, respecto al eje de flexión  $x$ , de la porción del patin comprendida entre el borde y el plano longitudinal de corte,  $ABCD$  en la Fig. 4.24, y  $h$  es el grueso del patin, al que se ha designado  $t$  en la Fig. 4.23).

En la Fig. 4.25 se muestran los esfuerzos tangenciales en la sección completa; como las fuerzas horizontales correspondientes a los esfuerzos  $\tau_x$  se equilibran entre sí, no contribuyen a resistir la fuerza cortante exterior, que es equilibrada por las fuerzas en el alma.

Si el eje vertical principal no es de simetría, como en los perfiles  $C$ , el problema se complica porque las fuerzas tangenciales horizontales en los patines, producidas por una cortante aplicada a lo largo de ese eje, no se equilibran entre sí como en la sección I, sino originan un par de torsión (Fig. 4.26).

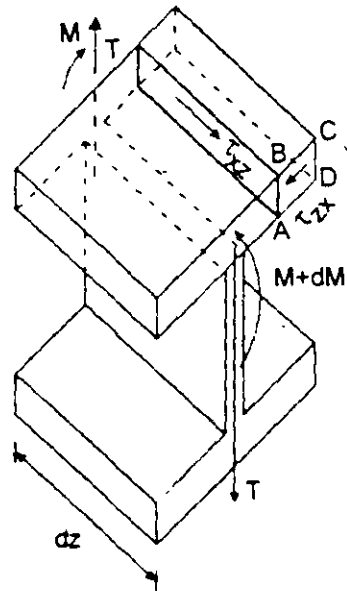


Fig. 4.24 Estudio del equilibrio de una parte de un patín.

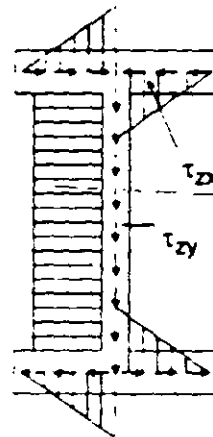


Fig. 4.25 Esfuerzos tangenciales en alma y patines.

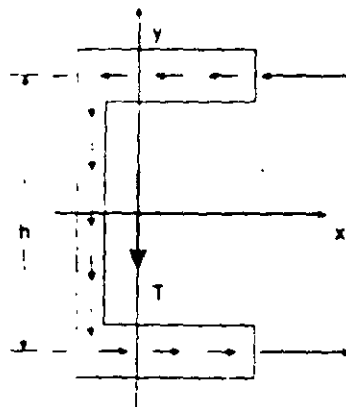


Fig 4.26 Esfuerzos cortantes en una sección C.



#### 4.14.2.1 Especificaciones para diseño

En diseño por esfuerzos permisibles de secciones I o C cargadas en el plano del alma, basta comprobar que el esfuerzo cortante medio en el alma, considerado uniformemente repartido, no sobrepasa un valor permisible, que en la ref. 4.3 se fija en  $0.40\sigma_y$ . (En almas esbeltas puede ser necesario disminuir el esfuerzo permisible para evitar fallas por inestabilidad; este problema se trata en el capítulo 3).

Aplicando el criterio de von Mises (artículo 4.14.3) y el coeficiente de seguridad de 1.67 utilizado en flexión, se llega a  $\tau_p = \sigma_y / 1.67\sqrt{3} \approx 0.35\sigma_y$ ; la aparente reducción en el factor de seguridad que corresponde a un esfuerzo permisible de  $0.40\sigma_y$  se justifica por las pequeñas consecuencias del flujo plástico por cortante comparado con el debido a tensión o compresión, y por el efecto benéfico del endurecimiento por deformación. El esfuerzo permisible de  $0.40\sigma_y$  se ha utilizado desde que se publicaron las primeras especificaciones del AISC, en 1923.

En resumen, en la ref. 4.3 se indica que el esfuerzo cortante en la sección neta, producido por cargas nominales (de trabajo), no debe ser mayor de  $0.40\sigma_y$ , y la sección neta se define como el producto del grueso del alma por el peralte total del perfil, laminado o hecho con placas soldadas.

Cuando la longitud de una conexión por alma es apreciablemente menor que el peralte de la viga, esto debe tenerse en cuenta al calcular el esfuerzo cortante.

#### 4.14.3 Comportamiento inelástico

Los momentos flexionantes que actúan en el tramo de viga de la Fig. 4.27a están comprendidos entre  $M_1$  y  $M_2$ , de manera que una parte del material contenido en ese tramo está plastificada.

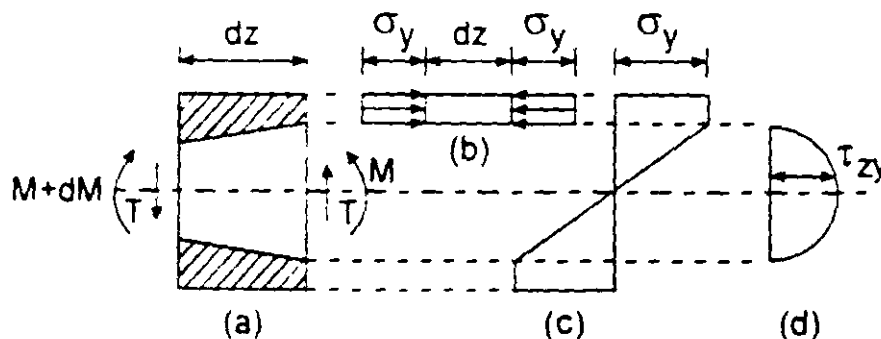


Fig 4.27 Esfuerzos normales y tangenciales en un tramo de viga plastificada parcialmente.

El efecto de la fuerza cortante en una viga de sección transversal de cualquier forma es muy complejo, porque al combinarse con la flexión ocasiona un estado de esfuerzos de dos dimensiones; una discusión del comportamiento plástico en esas condiciones está fuera del alcance de este libro. Sin embargo, el caso especial de la sección I puede estudiarse con un método aproximado basado en las suposiciones, comunes en diseño elástico, de que los esfuerzos tangenciales están uniformemente distribuidos en el alma y que los patines no contribuyen a resistir la fuerza cortante.

El estudio del equilibrio de una porción de la viga en la que el material está plastificado por flexión lleva a la conclusión de que no hay en ella esfuerzos tangenciales en planos horizontales, ya que las fuerzas normales se equilibran entre sí (Fig. 4.27b); la fuerza cortante total debe ser resistida por la parte de la sección que se conserva en estado elástico. Los esfuerzos tangenciales en esa zona se calculan con la ec. 4.30, y si las secciones transversales de la viga son rectangulares están distribuidos como se muestra en la Fig. 4.27d.

Se llega a la misma conclusión utilizando el criterio de von Mises para describir la iniciación del flujo plástico; si el estado de esfuerzo es el representado en la Fig. 4.28, que corresponde a un punto de una viga bajo flexión y cortante simultáneos, el flujo plástico se inicia cuando los esfuerzos normales y tangenciales satisfacen la igualdad (Ref. 4.19)

$$\sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sigma_y \quad (4.32)$$

en la que  $\sigma_y$  es el esfuerzo de fluencia obtenido en una prueba de tensión axial.

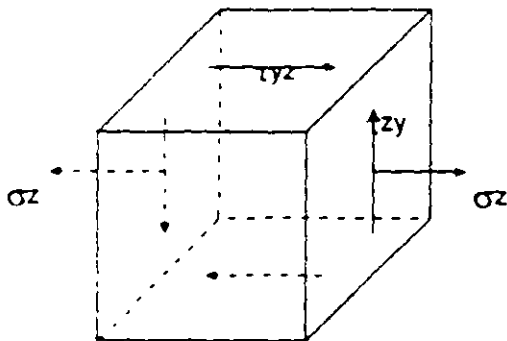


Fig. 4.28 Esfuerzos en un punto de una viga sometida a flexión y cortante simultáneos.

Si el esfuerzo en el elemento considerado es cortante puro, como sucede, por ejemplo, en puntos situados en el eje neutro,  $\sigma_x = 0$ , y

$$\sigma_y = \sqrt{3}\tau_{xy} \quad \therefore \tau_{xy} = \tau = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \quad (4.3)$$

El esfuerzo cortante que ocasiona el flujo plástico del acero,  $\tau_v$ , es igual a  $1/\sqrt{3}$  veces el esfuerzo de fluencia en tensión.

De acuerdo con la ecuación 4.32, si uno de los dos esfuerzos, normal o tangencial, llega al valor de fluencia ( $\sigma_y$ , o  $\sigma_y/\sqrt{3}$ ) el otro tiene que ser nulo.

Cuando la fuerza cortante ocasiona la plastificación total del alma, el momento flexionante resistente teórico queda reducido al que corresponde a los patines, que vale (Fig. 4.29),

$$M_p = \frac{cd_a^2}{4} \sigma_y$$

Sin embargo, se ha demostrado experimentalmente que, gracias al endurecimiento por deformación, puede alcanzarse el momento plástico de la sección completa.

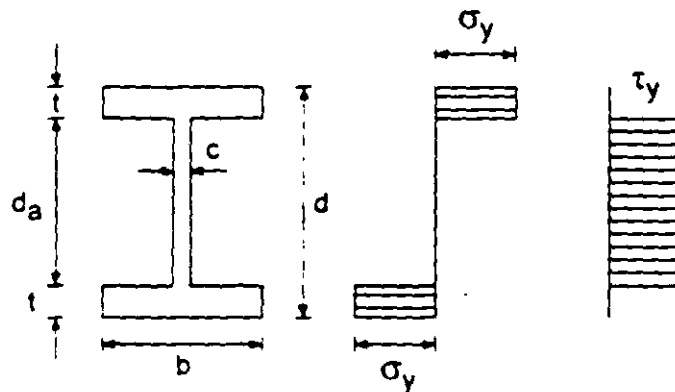


Fig. 4.29 Esfuerzos normales y tangenciales cuando el alma está plastificada por cortante.

La fuerza cortante que ocasiona la fluencia del alma es

$$V_v = \tau_v A_s = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} A_s$$

Tomando el peralte del alma igual al 95 por ciento del total, valor promedio en perfiles laminados, la ecuación anterior se convierte en

$$V_v = 0.55 \sigma_y d c \quad (4.34)$$

Se ha encontrado experimentalmente que las secciones I y H pueden resistir fuerzas cortantes mayores, gracias al efecto benéfico del endurecimiento por deformación, pero no conviene exceder el valor dado por la ecuación 4.34, para evitar deformaciones excesivas.

Una vez que se ha determinado el perfil necesario por flexión, se revisa que la fuerza cortante de diseño no sobrepase la obtenida con la ecuación 4.34; si es así, no ocasiona disminución significativa en la capacidad del perfil para resistir flexión, y el diseño es adecuado; en caso contrario, se escoge otra sección con mayor área en el alma, o se refuerza la original con placas adosadas al alma, soldadas a ella, o con atiesadores diagonales que resistan el exceso de fuerza cortante en la zona en que ésta sea mayor que la calculada con la ecuación 4.34.

#### 4.14.3.1 Especificaciones para diseño

El criterio que se ha presentado es el que se utiliza en las refs. 4.3 y 4.4 para diseño plástico de estructuras; la ref 4.3 contiene la cláusula siguiente:

"Exceptuando los casos en que estén reforzadas por medio de atiesadores inclinados o de placas adosadas a ellas, las almas de columnas, vigas y travesaños armadas deben dimensionarse de manera que

$$V_u \leq 0.55\sigma_c d_c$$

$V_u$  es la fuerza cortante producida por las cargas exteriores factorizadas,  $d_c$  es el peralte total del miembro y  $c$  el grueso del alma".

En la ref 4.4 se indica que para diseño por estados límite, el segundo miembro debe multiplicarse por un factor de resistencia  $F_c = 0.9$ .

Se limita el valor máximo de la fuerza cortante admisible al que produciría la plastificación integral del alma, pero no se reduce el momento plástico resistente del perfil cuando las fuerzas cortantes no exceden de ese valor.

#### Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el D. F. (Ref. 4.1)

La resistencia de diseño al cortante,  $V_n$ , de una viga o trabe de eje recto y sección transversal constante, de sección I, H, canal o en cajón, en la que no haya problemas de inestabilidad del alma, es

$$V_n = F_v F_c \quad (4.35)$$

$F_v = 0.90$ ;  $F_c$  es la resistencia nominal, que se determina como se indica a continuación.

Al evaluar  $F_c$  se tiene en cuenta si la sección tiene una o más almas.

$$a) \quad \text{Si } \frac{h}{t} \leq 1400 \sqrt{\frac{k}{F_v}} \quad \left[ \frac{h}{t} \leq 0.98 \sqrt{\frac{Ek}{F_v}} \right], \quad V_v = 0.66 F_v A_w \quad (4.36)$$

El alma falla por cortante en el intervalo de endurecimiento por deformación.

$$b) \quad \text{Si } 1400 \sqrt{\frac{k}{F_v}} \leq \frac{h}{t} \leq 1600 \sqrt{\frac{k}{F_v}} \quad \left[ 0.98 \sqrt{\frac{Ek}{F_v}} \leq \frac{h}{t} \leq 1.12 \sqrt{\frac{Ek}{F_v}} \right],$$

$$V_v = \frac{922 \sqrt{F_v k}}{h t} A_w \quad \left[ V_v = \frac{0.65 \sqrt{EF_v k}}{h t} A_w \right] \quad (4.37)$$

La falla es por plastificación del alma por cortante.

En el caso a) ( $h/t \leq 3130/\sqrt{F_v}$ , puesto que  $k$  es igual a 5.0 en almas no atiesadas (art. 3.10 4.2.1), o sea no mayor que 62 para  $F_v = 2530 \text{ Kg/cm}^2$ , ni que 53 para  $F_v = 3515 \text{ kg/cm}^2$ ), el alma falla por plastificación total por cortante, cuando  $V_v = \tau_v h t = (F_v / \sqrt{3}) h t = 0.577 F_v h t$ . El esfuerzo correspondiente es  $F_v = V_v / h t = 0.577 F_v$ ; sin embargo, por las mismas razones que llevan a aumentar el esfuerzo permisible de  $0.35 \alpha_s$  a  $0.40 \alpha_s$ , se recomienda un incremento semejante, y  $F_v = 0.66 F_v$ .

En el caso b) el esfuerzo  $F_v$  se calcula con la expresión  $F_v = 2062 \sqrt{F_v} / (h t)$ ; está comprendido entre  $0.66 F_v$  y  $0.577 F_v$ .

El esfuerzo cortante de falla,  $F_v$ , se considera constante en toda el área del alma,  $A_w$ , que se toma igual al producto de su grueso,  $t$ , por el peralte total de la sección,  $d$ .

$h$  es el peralte del alma (distancia libre entre patines).

**EJEMPLO 4.5.** Diseñe la viga de la Fig E4.5.1 teniendo en cuenta los efectos producidos por flexión y cortante. Utilice perfiles IPR de la Ref. 4.17, de acero A36. Las cargas indicadas en la figura son de trabajo.

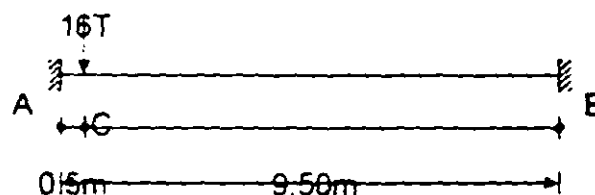


Fig. E4.5.1 Dimensiones y cargas de la viga del ejemplo 4.5.

A) Diseño basado en esfuerzos permisibles (ref. 4.3)

Los diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes obtenidos con un análisis elástico se muestran en la Fig. E4.5.2.

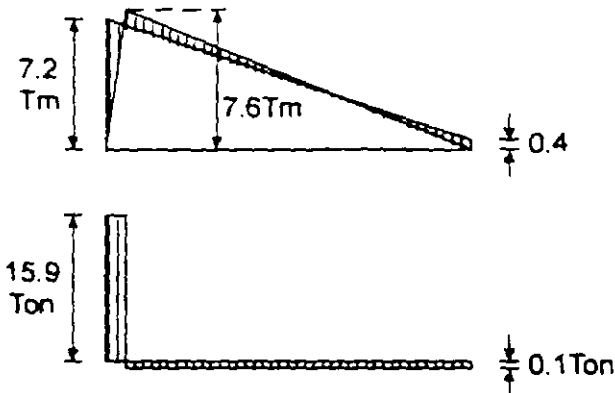


Fig E4.5.2 Diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes.

El momento de diseño de  $7.2 \times 0.9 = 6.48$  Ton m se obtiene reduciendo el máximo negativo en 10 por ciento. De acuerdo con la ref. 4.3, puede hacerse esta redistribución parcial de momentos en vigas de sección transversal compacta, contraventeadas lateralmente de manera adecuada.

$$S_{req.} = 648\,000 / 0.66\sigma_s = 388\text{ cm}^3$$

Se escoge una IPR  $305 \times 102 \times 32.8$  kg/m, ( $S = 414\text{ cm}^3$ )

$$\text{Área del alma} = 31.3 \times 0.66 = 20.7\text{ cm}^2$$

$$\text{Esfuerzo cortante medio} = 15900 / 20.7 = 768\text{ Kg/cm}^2$$

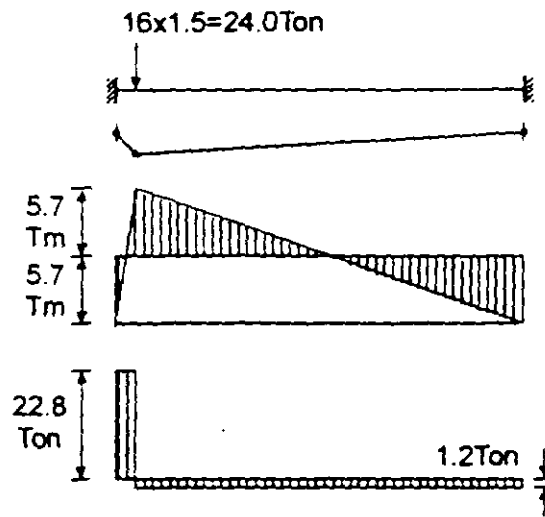
$$\text{Esfuerzo permisible} = 0.40\sigma_s = 1012\text{ Kg/cm}^2 > 768$$

El esfuerzo cortante no es crítico; se acepta la IPR propuesta.

B) Diseño por estados límite (ref. 4.1).

En la Fig. E4.5.3 se han dibujado la viga con las cargas factorizadas, el mecanismo de colapso y los diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes que corresponden a ese mecanismo. El factor de carga utilizado es 1.5.

$$Z_{req.} = \frac{M_r}{0.9\sigma_s} = \frac{5.7 \times 10^5}{0.9 \times 2530} = 250\text{ cm}^3$$



**Fig E4.5.3 Cargas factorizadas, mecanismo de colapso y diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes.**

Se escoge una IPR  $305 \times 102 \times 20.9 \text{ kg/m}$ , ( $Z = 326 \text{ cm}^3$ ). Está sobrada, pero es el perfil más ligero de los tabulados en la ref. 4.17 que tiene un módulo  $Z$  adecuado.

$$(h/t)_{\text{norm}} = \frac{10.1}{2 \times 0.57} = 8.9 < \frac{460}{\sqrt{F_c}} = 9.1$$

$$(h/t)_{\text{lim}} = \frac{27.4}{0.51} = 54 < \frac{3500}{\sqrt{F_c}} = 69.6$$

El perfil es tipo 1, adecuado para diseño plástico, y  $h/t < 3130/\sqrt{F_c} = 62.2$ , de manera que su resistencia al corte se calcula con las ecuaciones, 4.35 y 4.36:

$$V_R = F_R V_s = 0.9 \times 0.66 F_c A_g = 0.9 \times 0.66 \times 2530 \times 30.2 \times 0.51 \times 10^3 = 23.1 \text{ Ton} > 22.8 \text{ Ton}$$

La sección escogida es adecuada, tanto por resistencia a flexión como a fuerza cortante.

El diseño por estados límite puede hacerse, también, con los momentos y fuerzas cortantes obtenidos con un análisis elástico.

#### 4.15 VIGAS DE PAREDES DELGADAS

Si el diseño de las vigas de paredes delgadas contraventeadas adecuadamente se basase en la iniciación del pandeo local de alguno de los elementos planos que las componen resultaría antieconómico, porque, como todos los miembros hechos con placas de relación ancho/grueso elevada, su resistencia al pandeo local es reducida; en cambio, tienen una capacidad de carga adicional importante, después de que se inicia el fenómeno. La resistencia de diseño corresponde a la falla del miembro, que se presenta, con frecuencia, mucho después de que se inicia el pandeo local.

Deben considerarse las formas de pandeo local siguientes:

- Del patin comprimido, en compresión uniforme.
- De los dobleces atiesadores del patin en compresión, cuando los hay; los esfuerzos en ellos varían linealmente con la distancia al eje de flexión.
- Del alma, en flexión, en cortante, o bajo una combinación de las dos sollicitaciones.

En la Fig. 4.1 se muestran varias de las secciones de lámina delgada que se emplean como vigas.

##### 4.15.1 Patin comprimido

El patin comprimido puede estar completamente atiesado, como en la sección 12 de la Fig. 4.1 en la que se apoya en un alma en cada borde, parcialmente atiesado (Fig. 4.1(2)), pues el doblez atiesador no proporciona, en general, restricción completa, o no atiesado (sección 1). En cualquier caso, para obtener su ancho efectivo debe determinarse primero la magnitud de los esfuerzos de compresión, uniformes, que actúan en él.

Cuando el patin comprimido está a la misma distancia del eje de flexión que el otro patin, o más lejos que él, los esfuerzos normales son iguales, o mayores, en valor absoluto, que en el patin en tensión; el ancho efectivo se calcula con un esfuerzo de compresión igual a  $F_c$ . Esta situación se presenta en todas las secciones que tienen un eje de simetría horizontal, pues si el patin en compresión no es totalmente efectivo, el eje neutro se aleja de él (Figs. 4.1, 1 a 3 y 12).

En cambio, si el patin en tensión es el más alejado del eje neutro, es en él en el que aparece  $F_c$ , y la compresión con la que se calcula el ancho efectivo se evalúa con la teoría de las vigas; en este caso suele ser necesario proceder por tanteos, por



ancho efectivo es función del esfuerzo que, a su vez, depende del ancho efectivo, que determina la posición del eje neutro de la sección efectiva.

Si el patin comprimido está completamente atiesado, o no atiesado, su ancho efectivo se obtiene como se indica en la sección 3.10.1.2 del capítulo 3.

En la ref. 4.20 se da un método, basado en buena parte en resultados experimentales, con el que se determina el factor de placa  $k$  de los patines parcialmente atiesados; ese método no se ve aquí, pero en el ejemplo 4.6 se ilustra cómo se aplica.

#### 4.15.2 Alma

Las almas de los perfiles laminados tienen relaciones peralte/grueso reducidas, que hacen innecesario el uso de atiesadores excepto, a veces, en los apoyos o bajo cargas concentradas importantes, las de las trabes armadas, en cambio, suelen ser esbeltas, y requieren un atiesamiento adecuado. En uno u otro caso, la colocación de los atiesadores no ocasiona dificultades constructivas excesivas, por lo que con ellos suelen obtenerse diseños económicos

En los perfiles de lamina delgada doblados en frio, en cambio, el empleo de atiesadores en el alma es casi siempre, impractico económicamente, por lo que las vigas de este tipo se diseñan, en la mayoría de los casos, de manera que las almas no atiesadas tengan una resistencia adecuada al corte, considerando su comportamiento posterior a la iniciación del pandeo local

Los esfuerzos criticos en el alma y las resistencias al cortante correspondientes, en función de su esbeltez, se determinan como en el art 3 10 4 del capítulo 3.

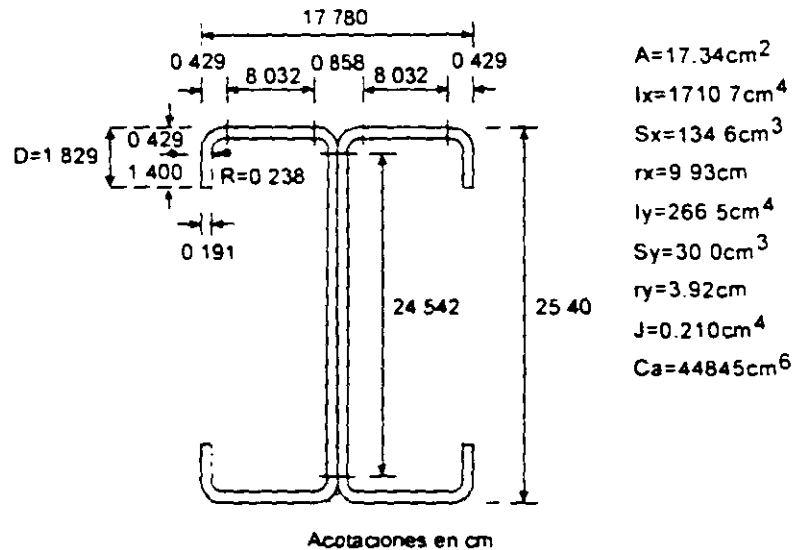
#### 4.15.3 Resistencia de diseño por flexión

En la ref. 4 20 se proporcionan dos procedimientos para calcular el momento resistente de diseño  $M_n$ , el primero se basa en la iniciación del flujo plástico en la sección efectiva y en el segundo se toma en cuenta la resistencia adicional inelástica. De acuerdo con el primer método (que es el único que se ve aquí),

$$M_n = \phi M_p = \phi S_x F_x$$

$\phi = 0.95$  para secciones con patines comprimidos parcial o completamente atiesados y 0.9 cuando no están atiesados,  $F_x$  = esfuerzo de fluencia de diseño,  $S_x$  = módulo de sección elástico de la sección efectiva, calculado con el esfuerzo  $F_x$  en el borde más alejado del eje neutro, en tensión o compresión.

**EJEMPLO 4.6** Determine la resistencia de diseño en flexión de la sección de la Fig. E4.6.1. Suponga que corresponde a una viga que está soportada lateralmente en forma continua. El acero tiene un límite de fluencia  $F_y = 3515 \text{ Kg/cm}^2$ . Utilice las especificaciones de la ref. 4.21. (De acuerdo con ellas,  $E = 2074000 \text{ Kg/cm}^2$ ).



**Fig. E4.6.1** Sección y propiedades geométricas.

#### Relaciones ancho/groeso

Patines.  $b/t = 8.032/0.191 = 42.05$

Almas.  $h/t = 24.542/0.191 = 128.49$

#### Anchos efectivos

Patines Como la sección tiene dos ejes de simetría, los esfuerzos en el patín superior son iguales o mayores que en el inferior. Serían iguales si todo el patín comprimido fuese efectivo, pues el eje de flexión sería el de simetría horizontal, y son mayores si no todo es efectivo, pues en ese caso baja el eje de flexión. Por consiguiente, los anchos efectivos de los patines se determinan con  $f = F_y$ .

$$b/t = 8.032/0.191 = 42.05 < 60$$

$$S = 1.28\sqrt{E/F_y} = 31.09; \quad b/t = 42.05 > S \quad \therefore n = \frac{1}{3}$$

$$I_o = \left\{ \left[ 1.15(b/t)/S \right] + 5 \right\} b^4 = \left\{ \left[ (1.15 \times 42.05/31.09) + 5 \right] \right\} 0.191^4 = 0.214 \text{ cm}^4$$

La relación ancho/groeso de un doblador es  $1.40/0.191 = 7.33 < (d/t)_{\text{máx}} = 1$

$I_{ox} = 0.191 \times 1.400^3 / 12 = 0.044 \text{ cm}^4$ . Este es el momento de inercia del doblez atiesador respecto a un eje centroidal paralelo al patín.

$$C_2 = I_{ox} / I_o = 0.044 / 0.214 = 0.206$$

$$D/b = 1.829 / 8.032 = 0.228 < 0.80$$

$$k_u = 5.25 - 5(D/b) = 5.25 - 5 \times 0.228 = 4.11 > 4.0 \quad \therefore k_u = 4.0$$

$$k = C_2^2 (k_u - k_u) + k_u = 0.206^2 (4.0 - 0.43) + 0.43 = 2.54 < 4.0$$

Con este valor de  $k$  se determina el ancho efectivo del patín comprimido; la restricción que proporciona el atiesador hace que trabaje como un elemento parcialmente atiesado.

Las ecuaciones utilizadas hasta aquí se han tomado directamente de la ref. 4.20; no aparecen en este libro.

$$\text{Ec. 3.38.} \quad \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left( \frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}} = \frac{1.052}{\sqrt{2.54}} \times 42.05 \times \sqrt{\frac{3515}{E}} = 1.143 > 0.673$$

El ancho efectivo de cada ala del patín comprimido es

$$\text{Ecs. 3.36 y 3.37.} \quad b_c = \rho_c = [(1 - 0.22 \lambda) / \lambda] b = [(1 - 0.22 \cdot 1.143) / 1.143] \cdot 8.032 = 5.675 \text{ cm}$$

Atiesadores de borde Son elementos no atiesados. Su ancho efectivo se calcula con  $k = 0.43$  y  $f$  igual al esfuerzo máximo en ellos. Tomando, conservadoramente,  $f = F_u$ , se obtiene

$$\text{Ec. 3.38} \quad \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{0.43}} \times \frac{1.40}{0.191} \times \sqrt{\frac{3515}{E}} = 0.484 < 0.673$$

Por consiguiente, el ancho efectivo del atiesador de borde es  $d'_c = d = 1.400 \text{ cm}$  (ec. 3.35), y su ancho efectivo reducido vale

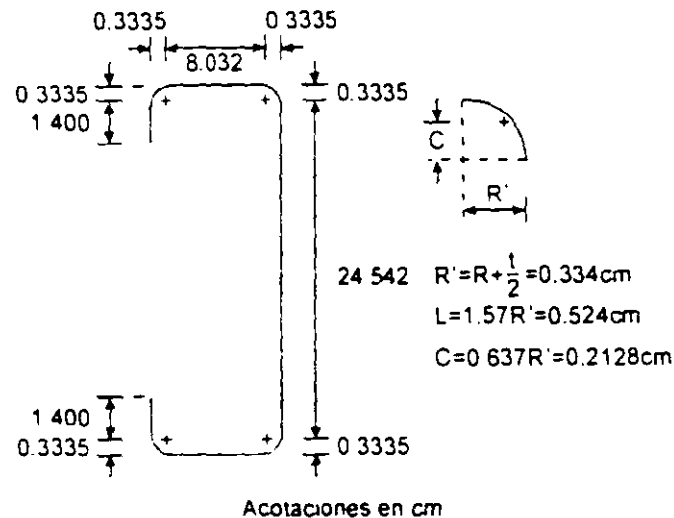
$$d_c = d'_c (I_{ox} / I_o) = 1.400 (0.044 / 0.214) = 0.288 \text{ cm}$$

Ref. 4.20

El ancho efectivo reducido se utiliza para calcular las propiedades de la sección efectiva completa.

Localización del eje neutro y cálculo de  $I_x$  y  $S_x$ . La posición del eje neutro se determina por tanteos, pues no se conoce de antemano el área efectiva del alma.

- a. Localización del eje neutro, suponiendo que toda el alma es efectiva. Para facilitar los cálculos, se utilizan los elementos lineales indicados en la Fig. E4.6.2; se ha dibujado una sola de las dos canales que componen el perfil. En la figura se indican también las propiedades de los elementos en arco de las esquinas.



**Fig. E4.6.2 Elementos lineales.**

El eje neutro se localiza en la tabla siguiente; la numeración de los elementos y sus anchos efectivos se indican en la Fig. E4.6.3.

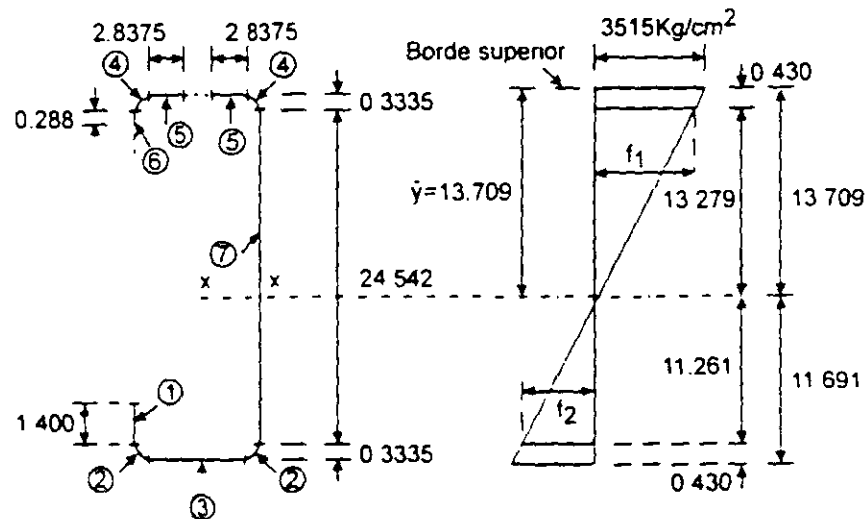
Elemento	Longitud efectiva, L (cm)	Distancia al borde superior, y (cm)	$L y$ ( $cm^2$ )
1	1 400	24.271	33.979
2	$2 \times 0.524 = 1.048$	25.183	26.392
3	8.032	25.305	203.250
4	$2 \times 0.524 = 1.048$	0.217	0.227
5	$2 \times 2.8375 = 5.675$	0.096	0.545
6	0.288	0.573	0.165
-	24.543	12.700	311.683
<b>TOTAL</b>	<b>42.033</b>		<b>576.242</b>

$$\bar{y} = \Sigma L y / \Sigma L = 576.242 / 42.033 = 13.709 \text{ cm}$$

Esfuerzos en los bordes del alma.

$$f_1 = 3515 / (13.279 / 13.709) = 3405 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

$$f_2 = 3515 / (11.261 / 13.709) = 2887 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$



**Fig. E4.6.3 Longitudes efectivas y esfuerzos calculados suponiendo que toda el alma es efectiva.**

Ref. 4.21

$$\psi = f_2/f_1 = -2887/3405 = -0.848$$

$$k = 4 + 2(1 - \psi)^2 + 2(1 + \psi) = 4 + 2(1 + 0.848)^2 + 2(1 - 0.848) = 20.32$$

$$h_1 = 24.542(0.191) = 4.687 < 200$$

$$\text{Ec. 3.38} \quad \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{20.32}} \times 128.49 \times \sqrt{\frac{3405}{E}} = 1.215 > 0.673$$

$$\text{Ecs. 3.36 y 3.37} \quad h_e = [(1 - 0.22 \cdot 1.215) / 1.215] \cdot 24.542 = 16.542 \text{ cm}$$

$$\text{Ref. 4.21} \quad h = h_e(3 - \psi) = 16.542(3 - 0.848) = 4.299 \text{ cm}$$

$$\text{Puesto que } \psi < -0.236, h = h_e/2 = 8.271 \text{ cm}$$

$$h_1 = h_e = 12.570 \text{ cm}$$

El valor de  $h_1 = h_e$  es menor que 13.279 cm (Fig. E4.6.3), lo que indica que el alma no es completamente efectiva, como se supuso en a.

- b. Localización del eje neutro, teniendo en cuenta que el alma no es completamente efectiva. En un primer tanteo se supone que la porción no efectiva del alma es

$$13.279 - (h_1 + h_2) = 13.279 - 12.570 = 0.709 \text{ cm}$$

En la Fig. E4.6.4 se muestran todos los elementos efectivos y los esfuerzos normales en la sección; en la tabla siguiente se determina la nueva posición del eje neutro.

Elemento	Longitud efectiva $L(\text{cm})$	Distancia al borde superior, $y$ (cm)	$Ly$ ( $\text{cm}^2$ )	$-Ly^2$ ( $\text{cm}^3$ )
1	1.400	24.271	33.979	824.714
2	1.048	25.183	26.392	664.624
3	8.032	25.305	203.250	5143.235
4	1.048	0.217	0.227	0.049
5	5.675	0.096	0.545	0.052
6	0.288	0.573	0.165	0.095
7	19.534	15.109	295.139	4459.258
8	4.299	2.483	10.674	26.505
<b>TOTAL</b>	<b>41.324</b>		<b>570.371</b>	<b>11118.532</b>

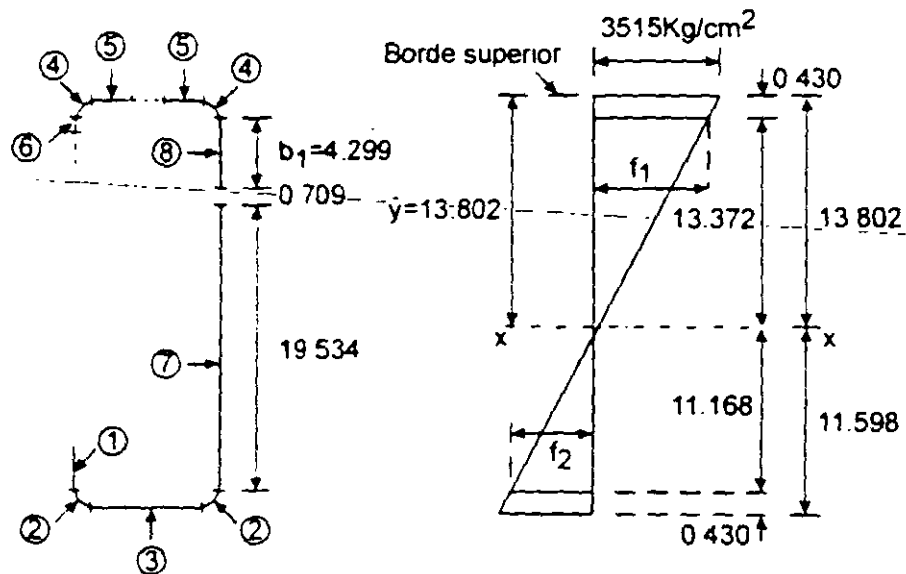


Fig. 4.6.4 Longitudes efectivas y esfuerzos calculados suponiendo que no toda el alma es efectiva (1<sup>er</sup> tanteo).

$$\bar{y} = 570.371 / 41.324 = 13.802 \text{ cm}$$

Esfuerzos en los bordes del alma:

$$f_1 = 3515(13.372/13.802) = 3405 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (compresión).}$$

$$f_2 = 3515(11.168/13.802) = 2844 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$

$$\Psi = -0.835; k = 20.03; h/t = 128.49; \lambda = \frac{1.052}{\sqrt{20.03}} \times 128.49 \times \sqrt{\frac{3405}{E}} = 1.224 > 0.673$$

$$\rho = (1 - 0.22/1.224)/1.224 = 0.670; b_e = 0.670 \times 24.542 = 16.443 \text{ cm}; b_1 = 16.443/(3 + 0.835) = 4.288 \text{ cm}$$

$$b_2 = b_e/2 = 8.222 \text{ cm}; b_1 + b_2 = 12.510 \text{ cm}$$

Este valor es 0.5% menor que el calculado arriba; se aceptan los resultados. Estos podrían mejorarse haciendo más iteraciones, pero no se juzgan necesarias.

- c. **Momento de inercia y módulo de sección.** El momento de inercia de la sección, basado en elementos lineales, respecto al borde superior, es igual a  $\Sigma Ly^2$  de la tabla más los momentos de inercia centroidales de los elementos perpendiculares al eje x.

$$I_1 = 1400^2/12 = 0.229 \text{ cm}^4; I_2 = 0.288^2/12 = 0.002 \text{ cm}^4; I_3 = 19.534^3/12 = 621.144 \text{ cm}^4; I_4 = 4299^2/12 = 6.621 \text{ cm}^4$$

$$I_x = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + \Sigma(Ly^2) = 11746.528 \text{ cm}^4$$

El momento respecto al eje neutro se obtiene con el teorema de los ejes paralelos

$$I_y = I_x - (\Sigma L)\bar{y}^2 = I_x - (\Sigma L)\bar{y}^2 = 11746.528 - 41.324 \times 13.802^2 = 3874.504 \text{ cm}^4$$

$$\text{Momento de inercia de la sección } I_{xx} = 3874.504 \times 0.191 = 740.030 \text{ cm}^4$$

$$\text{Módulo de sección respecto al borde comprimido } = S_x = 740.030/13.802 = 53.618 \text{ cm}^3$$

Estas propiedades son de una sola canal; para obtener las de la sección completa se multiplican por dos

- d. **Momento resistente nominal**

$$\phi M_n = \phi S_x F_y = 0.95 (2 \times 53.618) 3515 \times 10^3 = 3.58 \text{ Ton m}$$

#### 4.16 REFERENCIAS

- 4.1 "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas", Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gaceta Oficial del Departamento del D. F., México, D. F., diciembre de 1987.
- 4.2 "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings" (incluye Comentario), American Institute of Steel Construction, Chicago, Ill., diciembre de 1993.
- 4.3 "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", edición de 1980, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., septiembre de 1980
- 4.4 "Limit States Design of Steel Structures" (incluye Comentario), CAN/CSA-S16.1-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario, Canadá, 1994.
- 4.5 de Buen, O., "Estados límite de servicio", Revista de Ingeniería, Vol. LXV, No. 2, abril-junio de 1995.
- 4.6 Galambos, T. V., "Structural Members and Frames", Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, N.J., 1968
- 4.7 Lee, G. C., y T. V. Galambos, "Post-Buckling Strength of Wide-Flange Beams", J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE, Vol. 88, No. 1, febrero de 1962.
- 4.8 Ketter, R. L., E. L. Kaminsky y L. S. Beedle, "Plastic Deformation of Wide-Flange Beam-Columns", Trans ASCE, Vol. 120, 1955.
- 4.9 Beedle, L. S., "Plastic Design of Steel Frames", John Wiley and Sons, Inc., Nueva York, 1958
- 4.10 Neal, B. G., "The Plastic Methods of Structural Analysis", 2a. Ed., John Wiley and Sons Inc., Nueva York, 1963.
- 4.11 Massonet, Ch., y M. Save, "Calcul Plastique des Constructions", 2a Ed., Centre Belgo-Luxembourgeois d'Information de l'Acier, Bruselas, 1967.
- 4.12 "Plastic Design in Steel - A Guide and Commentary", 2a. Ed., Manuals and Reports on Engineering Practice N° 41, ASCE, Nueva York, 1971.
- 4.13 Lay, M. G., y P. D. Smith, "Role of Strain Hardening in Plastic Design", J. Str. D' Proc. ASCE, Vol. 91, ST3, junio de 1965.



- 4.14 Hrennikoff, "Importance of Strain Hardening in Plastic Design", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, ST4, agosto de 1965.
- 4.15 Chen, W. F., y S. Toma, Eds., "Advanced Analysis of Steel Frames", CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 1994.
- 4.16 de Buen, O., "Análisis plástico de estructuras reticulares de acero", Primera versión, Fac. de Ingeniería, UNAM, México, D. F., 1964.
- 4.17 "Manual AHMSA Construcción de Acero", Altos Hornos de México, S. A., México, D. F., 1975.
- 4.18 de Buen, O., "Estructuras de acero. Comportamiento y diseño", Limusa, México, D. F., 1980
- 4.19 Smith, J. O., y O. M. Sidebottom, "Inelastic Behavior of Load-Carrying Members", John Wiley and Sons Inc., Nueva York, 1965.
- 4.20 "Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members", edición de 1996, Cold-Formed Steel Design Manual - Part V, American Iron and Steel Institute, Washington, D C., junio de 1997.
- 4.21 Murray, T M., D E Allen y E E Ungar "Floor Vibrations due to Human Activity", Steel Design Guide Series No. 11, American Institute of Steel Construction y Canadian Institute of Steel Construction, Chicago, Ill., 1997.

## Consejo Directivo de Fundación ICA

### Presidente

Ing. Bernardo Quintana

### Vicepresidentes

Dr. Francisco Barnés de Castro

Dr. Daniel Resendiz Nuñez

Dr. Julio Rubio Oca

Ing. Luis Zárate Rocha

### Director Ejecutivo

M. en C. Fernando O. Luna Rojas

## Cuerpos Colegiados de los Programas Operativos

### Comité de Becas

Dr. Juan Casillas García de León

Dr. Sergio Gallegos Cazares

Ing. Miguel Angel Parra Mena

### Comité de Premios

Dr. Luis Esteva Maraboto

M I. Mario Ignacio Gómez Mejía

Ing. Gregorio Farias Longoria

### Comite de Publicaciones

Dr. Oscar Gonzalez Cuevas

Dr. Horacio Ramirez de Alba

M I. Gabriel Moreno Pecero

Ing. Santiago Martinez Hernandez

Ing. Gilberto Garcia Santamaria González

### Comite de Investigación

Dr. José Luis Fernandez Zayas

Dr. Bonifacio Peña Pardo

Dr. Ramón Padilla Mora

Dr. Roberto Meli Piralla

Onceava Mesa Directiva de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural

Presidente

Ing. Francisco García Jarque

Vicepresidente

Ing. Raúl López Chávez

Vicepresidente Técnico

Dr. Mario Ordaz Schroeder

Secretario

M.I. Javier Alonso García

Tesorero

Ing. Sergio Escamilla Aguilar

Vocales

M. en C. Enrique del Valle Calderón

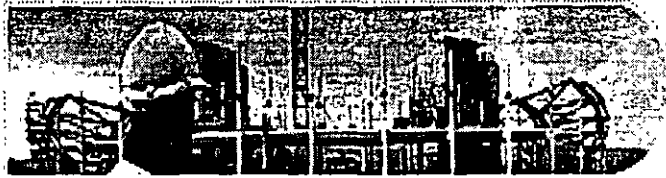
Dr. Mario Rodríguez Rodríguez

Ing. Saturnino Hernández Reyna

Ing. Hector Soto Rodríguez



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



...: Ingeniería de Civil

# CURSOS ABIERTOS

## DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS

APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA  
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
CA 110

TEMA

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
MIEMBROS EN TENSION

**EXPOSITOR: M. en I. ISMAEL VÁZQUEZ MARTÍNEZ**  
**DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005**  
**PALACIO DE MINERÍA**

2.3.1; el pandeo lateral no es crítico en ningún caso.

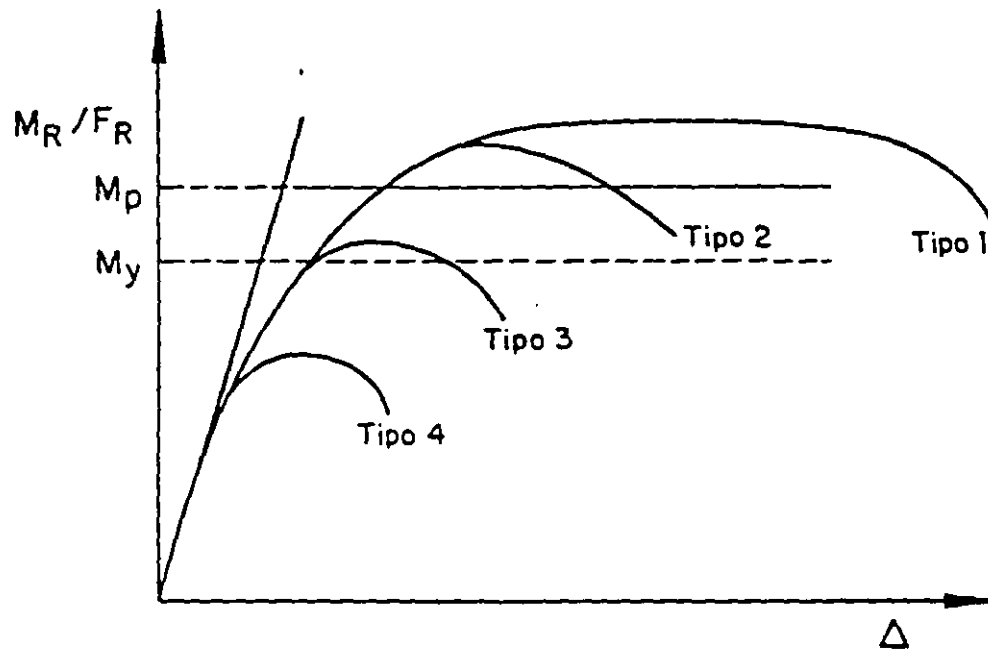
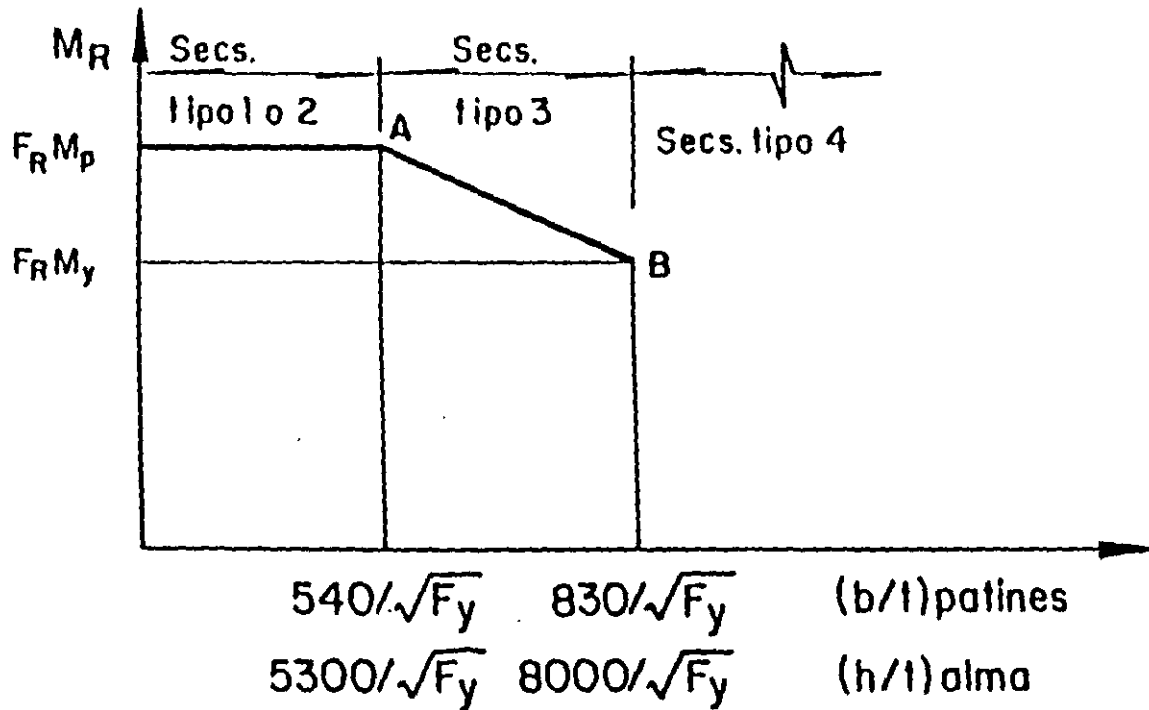


Fig 3.3.1 Relaciones momento-deflexión para vigas de diversos tipos. El pandeo lateral no es crítico.



**Fig 3.3.2** Momentos resistentes de diseño de vigas con secciones tipo 3. El pandeo lateral no es crítico.

$KL/r$  es la relación de esbeltez efectiva máxima de la columna y  $(KL/r)$ , el valor de la relación de esbeltez que separa los intervalos de pandeo elástico e inelástico.

3.2.2.2 Estado limite de pandeo local *Seccs. Tipo 4*

Quando la sección transversal de la columna es tipo 4, la resistencia de diseño  $R_c$  se determina, cualquiera que sea la forma de la sección, como sigue:

$$\text{Si } KL/r \geq (KL/r)_c \quad R_c = \frac{20\,320\,000}{(KL/r)^2} A_c F_R \quad (3.2.4)$$

$$\text{Si } KL/r < (KL/r)_c \quad R_c = 0.85 F_y \left[ 1 - \frac{(KL/r)^2}{2(KL/r)_c^2} \right] F_R \quad (3.2.5)$$

$$(KL/r)_c = 6340 / \sqrt{QF_y} \quad ; \quad F_R = 0.75$$

En miembros de sección transversal H o rectangular hueca, los valores de  $R_c$  obtenidos con las ecs. 3.2.4 y 3.2.5 no deben ser mayores que los obtenidos con la ec. 3.2.1 multiplicados por el factor  $Q$ .

El área  $A_c$  y el radio de giro  $r$  de las ecs. 3.2.4 y 3.2.5 son los de la sección transversal total.

$Q$  es un factor de pandeo local dado por:

$$Q = Q_1 Q_2$$

$Q_1$  y  $Q_2$  se calculan como se indica en 2.3.6;  $Q_1$  corresponde al elemento plano no atiesado que tiene la mayor relación  $b/t$ . En secciones formadas exclusivamente por elementos planos atiesados  $Q_1$  se toma igual a la unidad, y en secciones formadas exclusivamente por elementos planos no atiesados  $Q_2$  se toma igual a la unidad.

*Columnas tubulares de sección transversal circular.*

La resistencia de diseño de columnas de sección transversal circular hueca, de paredes delgadas, sometidas a compresión axial, que no satisfacen los requisitos del inciso 2.3.2, pero cuya relación diámetro/grueso de paredes no excede de  $914\,000/F_y$ , es igual al menor de los valores proporcionados por las ecs. 3.2.4 y 3.2.5, con  $Q = 1.0$ , y por la expresión:

$$R_c = \left( \frac{77\,300}{f_1} - \frac{2F_y}{3} \right) A_c F_R \quad (3.2.6)$$

$D$  es el diámetro exterior del tubo y  $T$  el grueso de la pared, los dos en la misma unidad de longitud;  $F_R = 0.70$ .

3.2.2.3 Estados limite de pandeo por flexotorsión o por torsión.

En miembros comprimidos de sección transversal con uno o ningún eje de simetría, tales como ángulos y  $T$ , o con dos ejes de simetría pero muy baja rigidez torsional, como las secciones en forma de cruz y las formadas por placas muy delgadas, puede ser necesario revisar los estados limite de pandeo por flexotorsión o por torsión. Los procedimientos para hacer la revisión no se incluyen en estas normas.

3.3 Miembros en flexión (vigas y traves armadas)

Esta sección es aplicable a vigas laminadas y a traves formadas por placas soldadas, de sección I o en cajón, con dos ejes de simetría, cargadas en uno de los planos de simetría, y a canales con las cargas situadas en un plano paralelo al alma que pasa por el centro de torsión, o restringidas contra la rotación alrededor del eje longitudinal en las secciones en las que están aplicadas las cargas y en los apoyos. También es aplicable a barras de sección transversal maciza, circular, cuadrada o rectangular, estas últimas flexionadas alrededor de su eje de menor momento de inercia, y a barras de sección transversal circular hueca. Todos los elementos mencionados trabajan principalmente en flexión, producida por cargas transversales o por momentos aplicados en sus extremos; la flexión se presenta, casi siempre, acompañada por fuerzas cortantes.

3.3.1 Estados limite

En el diseño de miembros en flexión deben considerarse los estados limite de falla siguientes:

Formación de un mecanismo con articulaciones plásticas.

Agotamiento de la resistencia a la flexión en la sección crítica, en miembros que no admiten redistribución de momentos.

Iniciación del flujo plástico en la sección crítica.

Pandeo local del patín comprimido.

Pandeo local del alma, producido por flexión.

Plastificación del alma por cortante.

Pandeo local del alma por cortante.

Tensión diagonal en el alma.

Pandeo lateral por flexotorsión.

Flexión y fuerza cortante combinados.

Otras formas de pandeo del alma, producidas por fuerzas transversales.

Fatiga.

Además, deben considerarse también estados límite de servicio, de deformaciones y de vibraciones excesivas.

### 3.3.2 Resistencia de diseño en flexión.

La resistencia de diseño en flexión,  $M_R$ , de una viga o trabe de eje recto y sección transversal constante se determina como se indica en los incisos siguientes.

#### 3.3.2.1 Miembros soportados lateralmente ( $L \leq L_p$ )

Cuando el sistema de piso proporciona soporte lateral al patin superior de las vigas, debe tenerse en cuenta que en algunos tramos el patin comprimido es el inferior. Este punto puede ser de especial importancia en diseño sísmico.

La resistencia de diseño de miembros en flexión cuyo patin comprimido está soportado lateralmente en forma continua, o está provisto de soportes laterales con separaciones  $L$  no mayores que  $L_p$ , es igual a:

a) Para secciones tipo 1 o 2:

$$M_R = F_R ZF, = F_R M_p \quad (3.3.1)$$

$L$  es la distancia entre puntos del patin comprimido de una viga soportados lateralmente.

$L_p$  es la longitud máxima no soportada lateralmente para la que el miembro puede desarrollar todavía el momento plástico  $M_p$ ; no se exige capacidad de rotación. Se calcula con alguna de las ecuaciones 3.3.13, 3.3.15 o 3.3.17.

Puede utilizarse la teoría plástica cuando las secciones son tipo 1 y la distancia entre puntos del patin comprimido soportados lateralmente no excede de  $L_p$ , en zonas de formación de articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso.

$L_p$  es la longitud máxima no soportada lateralmente para la que el miembro puede desarrollar todavía el momento plástico  $M_p$ , y conservarlo durante las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo de colapso.

Se calcula como sigue:

Secciones I.

$$L_p = \frac{253\,000 + 155\,000 (M_1/M_p)}{F_y} r_y \quad (3.3.2)$$

Secciones rectangulares, macizas o en cajón.

$$L_p = \frac{352\,000 + 211\,000 (M_1/M_p)}{F_y} r_y \leq \frac{211\,000}{F_y} r_y \quad (3.3.3)$$

En la región adyacente a la última articulación plástica, y en zonas que se conserven en el intervalo elástico al formarse el mecanismo de colapso, la separación entre puntos no soportados lateralmente debe ser tal que se cumplan los requisitos de la cláusula 3.3.2.2 en vigas y de la sección 3.4 en columnas.

En las expresiones anteriores,

$M_p$  = momento plástico resistente del miembro en estudio.

$M_1$  = el menor de los momentos en los extremos del tramo no soportado lateralmente.

$r_y$  = radio de giro alrededor del eje de menor momento de inercia.

El cociente  $M_1/M_p$ , es positivo cuando el segmento de viga entre puntos soportados lateralmente se flexiona en curvatura doble, y negativo cuando lo hace en curvatura simple.

El patin comprimido debe soportarse lateralmente en todas las secciones en que aparezcan articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso.

b) Para secciones tipo 3:

$$M_R = F_R SF, = F_R M_y \quad (3.3.4)$$

$S$  es el módulo de sección elástico del miembro en flexión y  $M_y = SF_y$  es el momento correspondiente a la iniciación de la fluencia en la sección en consideración.



En secciones I o H flexionadas alrededor de cualquiera de sus ejes centroidales y principales puede tomarse un valor de  $M_R$  comprendido entre  $F_R M_y$  y  $F_R M_x$ , calculado por interpolación lineal, teniendo en cuenta que esos valores corresponden, respectivamente, a relaciones ancho/grueso de los patines de

$$830/\sqrt{E_y} \text{ y } 540/\sqrt{F_y}.$$

Si la flexión es alrededor del eje de mayor momento de inercia se comprobará que la relación ancho/grueso del alma no excede de la que corresponde al valor calculado de  $M_R$ , para lo que se interpolará linealmente entre las relaciones

$$8000/\sqrt{F_y} \text{ y } 5000/\sqrt{F_y},$$

correspondientes a  $F_R M_y$  y  $F_R M_x$ , respectivamente.

No hay límites en la longitud sin soporte lateral, en secciones tipo 1, 2 o 3, cuando la sección transversal es circular o cuadrada, bucca o maciza, o cuando la viga, cualquiera que sea la forma de su sección transversal, se flexiona alrededor del eje de menor momento de inercia. Por consiguiente, en estos casos la resistencia de diseño se determina con las ecuaciones 3.3.1 o 3.3.4.

a) Para secciones tipo 1:

Cuando tanto el alma como el patín comprimido corresponden al tipo 4, de acuerdo con 2.3.1, el valor de  $M_R$  se determina con los criterios para diseño de perfiles de lámina delgada doblados en frío.

Cuando los patines cumplan los requisitos de las secciones tipo 1, 2 o 3, y las almas sean tipo 4, el valor de  $M_R$  se obtendrá de acuerdo con el inciso 4.5.8 de estas normas.

Cuando las almas cumplen los requisitos de las secciones tipo 1, 2 o 3, y los patines son tipo 4, se distinguen dos casos:

1. Si el patín comprimido está formado por elementos planos no atiesados,

$$M_R = F_R Q_s SF_y = F_R Q_s M_y \quad (3.3.5)$$

$Q_s$  se define en 2.3.6.

2. Si el patín comprimido está formado por elementos planos atiesados,

$$M_R = F_R S_e F_y \quad (3.3.6)$$

$S_e$ , módulo de sección efectivo del elemento, se calcula con el ancho efectivo del patín comprimido, determinado de acuerdo con 2.3.6, en vez del ancho total. El módulo de sección de perfiles simétricos respecto al eje de flexión puede calcularse, conservadoramente, utilizando el mismo ancho efectivo en el patín en tensión.

Si el valor de  $M_R$  calculado con alguna de las ecuaciones 3.3.5 o 3.3.6 es mayor que el dado por la ec. 3.3.4, éste será el momento resistente del elemento.

En las expresiones anteriores,

$$F_R = 0.90$$

$Z$  = módulo de sección plástica.

$S$  = módulo de sección elástico.

$S_e$  = módulo de sección elástico efectivo.

$M_p = ZF_y$  = momento plástico resistente de la sección.

$M_y = SF_y$  = momento correspondiente a la aparición del esfuerzo de fluencia en la sección (sin considerar esfuerzos residuales).

$F_y$  = Esfuerzo de fluencia.

### 3.3.2.2 Miembros no soportados lateralmente

$$(L > L_0).$$

La resistencia de diseño de miembros en flexión cuyo patín comprimido está provisto de soportes laterales con separaciones mayores que  $L_0$ , es igual a:

a) Para secciones tipo 1 o 2 con dos ejes de simetría, flexionadas alrededor del eje de mayor momento de inercia:

$$S_1 M_u > \frac{2}{3} M_p.$$

$$M_R = 1.15 F_R M_p \left( 1 - \frac{0.28 M_u}{M_u} \right),$$

pero no mayor que  $F_R M_p$  (3.3.7)

$$S_1 M_u \leq (2/3) M_p, \quad M_R = F_R M_u \quad (3.3.8)$$

En vigas de sección transversal I o H, laminadas o hechas con tres placas soldadas,  $M_p$ , momento resistente nominal de la sección, cuando el pandeo lateral se inicia en el intervalo elástico, es igual a:

$$M_u = \frac{\phi}{CL} \sqrt{E I_y GJ + \left(\frac{\phi E}{L}\right)^2 I_y C_a}$$

$$= \frac{\phi E}{CL} \sqrt{I_y \left[ \frac{J}{2.6} + \left(\frac{\phi}{L}\right)^2 C_a \right]} \quad (3.3.9)$$

En secciones I o H laminadas o hechas con placas, de dimensiones semejantes a las laminadas, puede tomarse:

$$M_u = (1/C) \sqrt{M_{c1}^2 + M_{c2}^2} \quad (3.3.10)$$

donde:

$$M_{c1} = \frac{EAc}{(L/r_y)} \quad (3.3.11)$$

$$M_{c2} = \frac{4.7 EAd}{(L/r_y)^2} \quad (3.3.12)$$

En las ecuaciones anteriores  $F_R$  es el factor de resistencia, que vale 0.90.  $A$  y  $d$  son el área total y el peralte de la sección considerada,  $I_y$  y  $r_y$ , su momento de inercia y radio de giro respecto al eje de simetría situado en el plano del alma,  $t$  el grueso de patín comprimido,  $L$  la separación entre puntos de ese patín fijos lateralmente,  $J$  y  $C_a$  las constantes de torsión de Saint Venant y por alabeo de la sección y  $C_u$  que puede tomarse conservadoramente igual a la unidad, está dado por:

$C = 0.60 + 0.40 M_1/M_2$  para tramos que se flexionan en curvatura simple

$C = 0.60 - 0.40 M_1/M_2$  pero no menor que 0.4, para tramos que se flexionan en curvatura doble

$C = 1.0$  cuando el momento flexionante en cualquier sección dentro del tramo no soportado lateralmente es mayor que  $M_p$ , o cuando el patín no está soportado lateralmente de manera efectiva en uno de los extremos del tramo

$M_1$  y  $M_2$  son, respectivamente, el menor y el mayor de los momentos en los extremos del tramo en estudio, tomados en valor absoluto.

En miembros de sección transversal en cajón (rectangular hueca) se toma  $C_a = 0$ .

$L_u$  es la longitud máxima no soportada lateralmente para la que el miembro puede desarrollar todavía el momento plástico  $M_p$  (no se exige capacidad de rotación), y  $L_r$  la longitud que separa los intervalos de aplicación de las ecs. 3.3.7 y 3.3.8 (la ec. 3.3.7 es válida para  $L \leq L_r$  y la 3.3.8 para  $L > L_r$ ).

$L_u$  y  $L_r$  se calculan con las expresiones siguientes:

Miembros de sección transversal I:

$$L_u = \frac{\sqrt{2}\phi}{X_u} \sqrt{\frac{ECa}{GJ}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_u^2}} \quad (3.3.13)$$

$$L_r = \frac{\sqrt{2}\phi}{X_r} \sqrt{\frac{ECa}{GJ}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_r^2}} \quad (3.3.14)$$

$E$  es el módulo de elasticidad del acero y  $G$  su módulo de elasticidad al esfuerzo cortante; se tomarán iguales a 2 040 000 kg/cm<sup>2</sup> y 784 000 kg/cm<sup>2</sup>, respectivamente.

En las ecuaciones anteriores,

$$X_u = 4.293 c \frac{2r_y}{GJ} \sqrt{\frac{C_a}{I_y}} = 3.220 X_r \cdot X_r = \frac{4}{3} c \frac{2r_y}{GJ} \sqrt{\frac{C_a}{I_y}}$$

En secciones I laminadas o hechas con placas soldadas, de proporciones semejantes a las laminadas, pueden utilizarse las expresiones simplificadas

$$L_u = \frac{6.55}{X_u} \frac{dr_y}{t} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_u^2}} \quad (3.3.15)$$

$$L_r = \frac{6.55}{X_r} \frac{dr_y}{t} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_r^2}} \quad (3.3.16)$$

donde

$$X_u = 7.7 c \left(\frac{d}{t}\right)^2 \frac{r_y}{L} = 3.22 X_r, X_r = 2.4 c \left(\frac{d}{t}\right) \frac{r_y}{L}$$

d es el peralte de la sección y t el grueso de patín comprimido.

Miembros de sección transversal rectangular, maciza o hueca:

$$L_n = 0.91 \frac{E}{CZF_y} \sqrt{I_y J} \quad (3.3.17)$$

$$L_r = 2.92 \frac{E}{CZF_y} \sqrt{I_y J} = 3.22 L_n \quad (3.3.18)$$

b) Para secciones tipo 3 o 4 con dos ejes de simetría y para canales en las que está impedida la rotación alrededor del eje longitudinal, flexionadas alrededor del eje de mayor momento de inercia:

$$\text{Si } M_u \leq \frac{2}{3} M_n$$

$$M_R = 1.15 F_R M_y \left( 1 - \frac{0.28 M_y}{M_u} \right) \quad (3.3.19)$$

pero no mayor que  $F_R M_y$ , para secciones tipo 3 ni que el valor dado por la ec. 3.3.5 o 3.3.6 cuando las almas cumplen los requisitos de las secciones 1, 2 o 3 y los patines son tipo 4.

$$\text{Si } M_u > \frac{2}{3} M_n$$

$$M_R = F_R M_u \quad (3.3.20)$$

$M_n$  se calcula con la ec. 3.3.9 o, cuando sean aplicables, pueden utilizarse las ecs. 3.3.10 a 3.3.12. Estas tres ecuaciones pueden emplearse también para las canales, haciendo en ellas  $M_{c2} = 0$ .

Los límites de aplicación de las diversas ecuaciones se determinan también con las ecs. 3.3.13 a 3.3.18, pero al calcular  $X_u$  y  $X_y$  y al aplicar las ecs. 3.3.17 y 3.3.18 a miembros de sección transversal rectangular hueca debe sustituirse Z por S.

Cuando los patines cumplen los requisitos de las secciones tipo 1, 2 o 3 y las almas son tipo 4, el momento resistente de diseño no debe exceder el valor obtenido de acuerdo con el inciso 4.5.8 de estas normas.

En miembros de sección transversal en cajón (rectangular hueca) se toma  $C_u = 0$ .

### 3.3.3 Resistencia de diseño al cortante.

Este artículo se aplica al alma (o almas, en el caso de

miembros de alma múltiple, como las secciones en cajón) de vigas y trabes de sección transversal con dos ejes de simetría, sometidas a fuerzas cortantes alojadas en uno de los planos de simetría, que coincide con el alma cuando ésta es única o es paralelo a ellas en miembros con más de un alma, cuando el diseño queda regido por alguno de los estados límite de resistencia al cortante.

La resistencia de diseño al cortante,  $V_R$ , de una viga o trabe de eje recto y sección transversal constante, de sección I, C o en cajón es,

$$V_R = V_N F_R \quad (3.3.21)$$

$F_R = 0.90$  y  $V_N$  es la resistencia nominal, que se determina como se indica a continuación.

Al evaluar  $V_N$  se tendrá en cuenta si la sección tiene una o más almas.

$$\text{a) Si } \frac{h}{t} < 1400 \sqrt{\frac{k}{F_y}}, \quad V_N = 0.66 F_y A_w \quad (3.3.22)$$

El alma falla por cortante en el intervalo de endurecimiento por deformación.

$$\text{b) Si } 1400 \sqrt{\frac{k}{F_y}} < \frac{h}{t} < 1600 \sqrt{\frac{k}{F_y}}, \quad V_N = \frac{922 \sqrt{F_y k}}{h/t} A_w \quad (3.3.23)$$

La falla es por plastificación del alma por cortante.

c) Si

$$1600 \sqrt{\frac{k}{F_y}} < \frac{h}{t} < 2000 \sqrt{\frac{k}{F_y}}$$

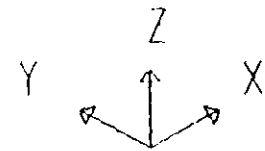
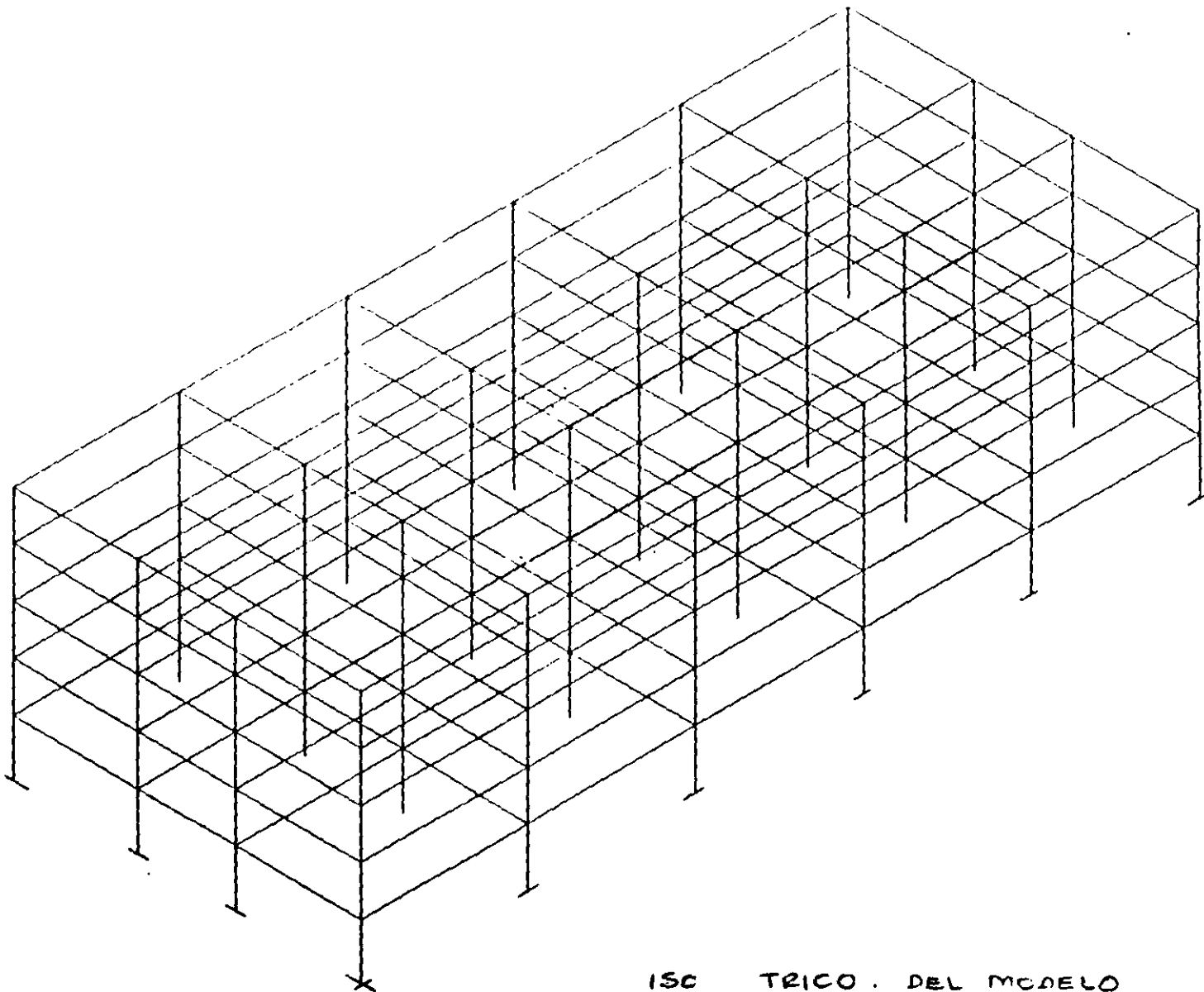
se considerará dos casos:

e1) Estado límite de iniciación del pandeo del alma

$$V_N = \frac{922 \sqrt{F_y k}}{h/t} A_w \quad (3.3.24)$$

e2) Estado límite de falla por tensión diagonal

$$V_R = \left[ \frac{922 \sqrt{F_y k}}{h/t} \left( 1 - \frac{0.870}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right) + \frac{0.50 F_y}{\sqrt{1+(a/h)^2}} \right] A_w \quad (3.3.25)$$



OFICINAS.PST  
UNDEFORMED  
SHAPE

TOP AZO  
BOT NI

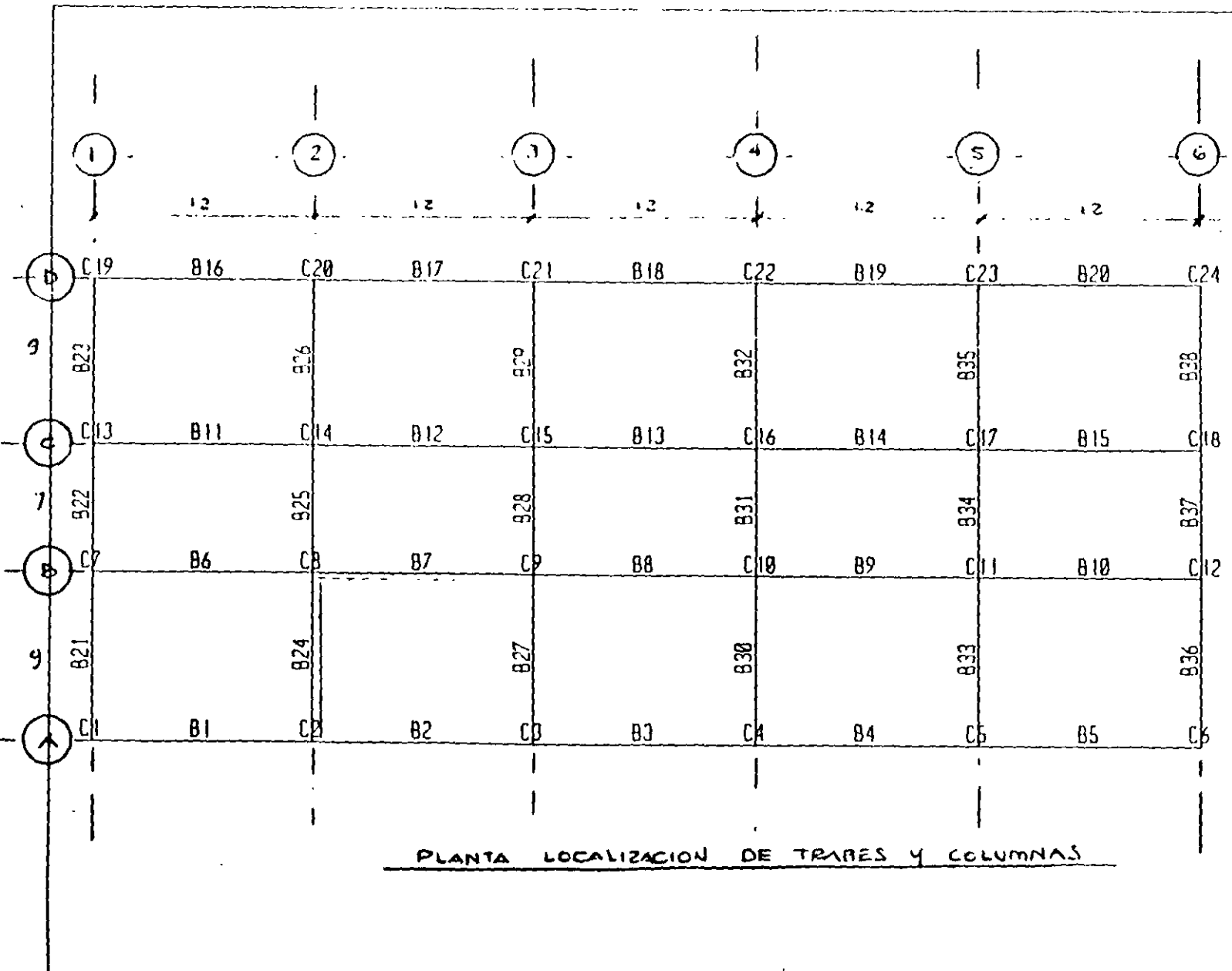
OPTIONS  
HIDDEN LINES

ISC

TRICO . DEL MODELO

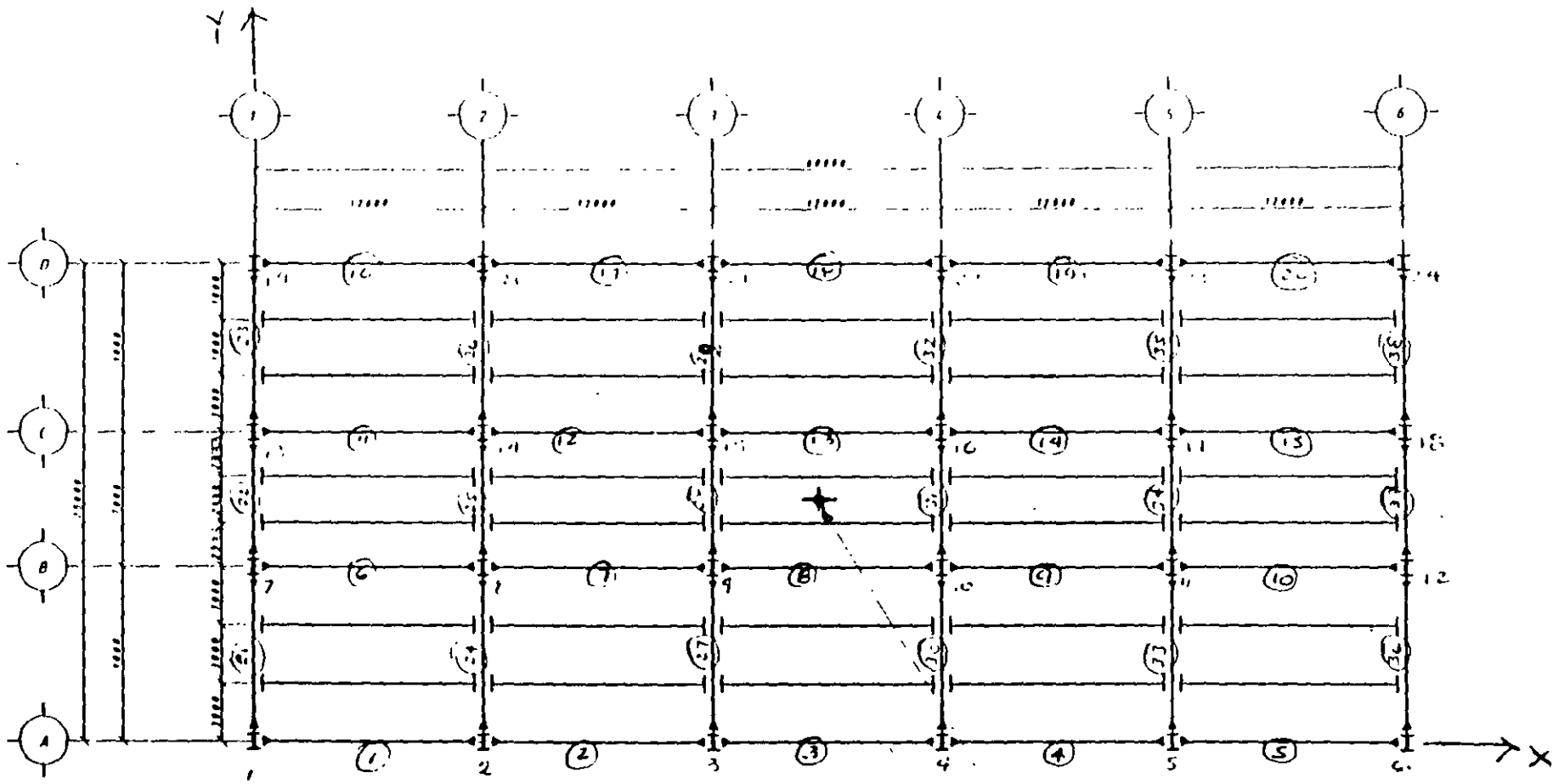
ETA'S





PLANTA LOCALIZACION DE TRABES Y COLUMNAS

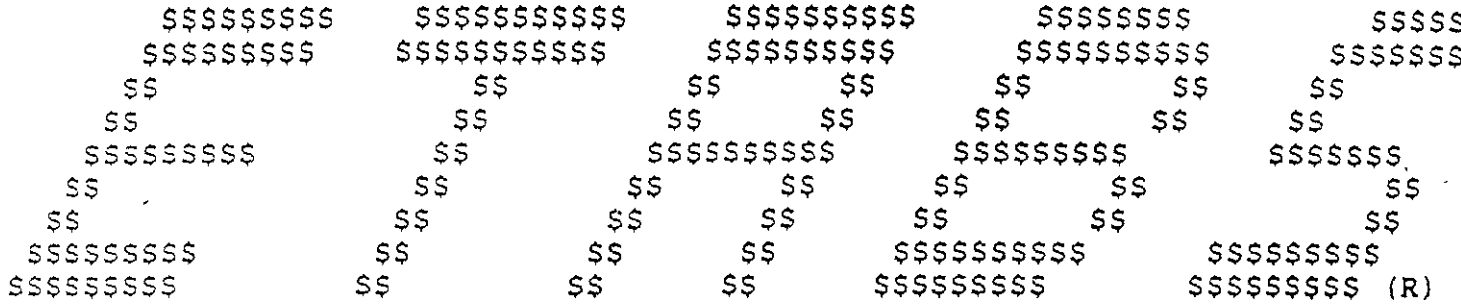
OFICINAS.PST UNDEFORMED SHAPE
TOP AZO BOT NI
OPTIONS WIRE FRAME
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px;">           ETAPS         </div>



PLANTA CENTRO DE MASA.

- Numeración de líneas de columnas
- ① Numeración de trabes

\* DATOS DE ENTRADA PARA MODELO MATEMATICO.



EXTENDED THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF BUILDING SYSTEMS  
 VERSION 5.30  
 BY  
 ASHRAF HABIBULLAH

Copyright (c) 1983-1991  
 COMPUTERS AND STRUCTURES, INC.  
 All rights reserved

EDIFICIO PARA OFICINAS EN LA CD. DE MEXICO.  
 UNIDADES MKS                      NOVIEMBRE-1999

COMBINACIONES DE CARGA:

- COMB1 1.4CM + 1.4 CVmax
- COMB2 1.1CM + 1.1 CVred + 1.1 Sx + 0.33 Sy
- COMB3 1.1CM + 1.1 CVred + 0.33 Sx + 1.10 Sy
- COMB4 1.1CM + 1.1 CVred - 1.1 Sx - 0.33 Sy
- COMB5 1.1CM + 1.1 CVred - 0.33 Sx - 1.10 Sy
- COMB6 1.1CM + 1.1 CVred
- COMB7 1.00 Sx
- COMB8 1.00 Sy
- COMB9 1.0 CM
- COMB10 1.0 CVmax
- COMB11 1.0 CVred





7	CASE 7	END-I	52352.70	9190.53	.00	.00	.00	-.04
		END-J	-52419.38		.00			
7	CASE 8	END-I	14602.62	2563.53	.00	.00	.00	.33
		END-J	-14621.61		.00			
	CASE 9	END-I	-15535.17	-8186.18	.00	.00	.00	0
		1/4-PT	1960.59	-4091.55	.00			
		1/2-PT	7786.68	3.07	.00			
		3/4-PT	1943.08	4097.70	.00			
		END-J	-15570.20	8192.32	.00			
7	CASE10	END-I	-7187.11	-3788.64	.00	.00	.00	.00
		1/4-PT	909.78	-1893.39	.00			
		1/2-PT	3605.22	1.86	.00			
		3/4-PT	899.19	1897.11	.00			
		END-J	-7208.30	3792.36	.00			
7	CASE11	END-I	-5174.82	-2727.83	.00	.00	.00	.00
		1/4-PT	654.98	-1363.25	.00			
		1/2-PT	2595.73	1.33	.00			
		3/4-PT	647.42	1365.91	.00			
		END-J	-5189.94	2730.49	.00			

## DISEÑO DE TRABE B7 DEL NIVEL N-2:

Longitud (l): 12.00 m  
Sección propuesta: T-1

H = 700 mm  
B = 300 mm  
t<sub>p</sub> = 22 mm  
t<sub>a</sub> = 8 mm

Utilizar acero A-36 f<sub>y</sub> = 2530 kg/cm<sup>2</sup>

Propiedades geométricas:

$$A = 2(30 \cdot 2.2) - (70 - 4.4)0.8 = 184.48 \text{ cm}^2$$

$$I_{xx} = (0.8(70 - 4.4)^3)/12 + 2[(30 \cdot 2.2)(33.9)^2] + (30 \cdot 2.2^3)/12$$

$$I_{xx} = 18\,820 - 2\,175\,847.86 + 26.62$$

$$I_{xx} = 170\,569 \text{ cm}^4$$

$$I_{yy} = 2[(2.2 \cdot 30^3)/12] - ((70 - 4.4) \cdot 0.8^3)/12$$

$$I_{yy} = 9\,900 - 2.8$$

$$I_{yy} = 9\,903 \text{ cm}^4$$

$$r_x = (I_{xx}/A)^{1/2}$$

$$r_x = (170\,569/184.48)^{1/2}$$

$$r_x = 30.41 \text{ cm}$$

$$r_y = (I_{yy}/A)^{1/2}$$

$$r_y = (9\,903/184.48)^{1/2}$$

$$r_y = 7.33 \text{ cm}$$

$$S_{xx} = I_{xx}/c_1$$

$$S_{xx} = 170\,569/35 = 4\,873 \text{ cm}^3$$

$$Z_x = 1.14 \cdot 4\,873 \text{ cm}^3$$

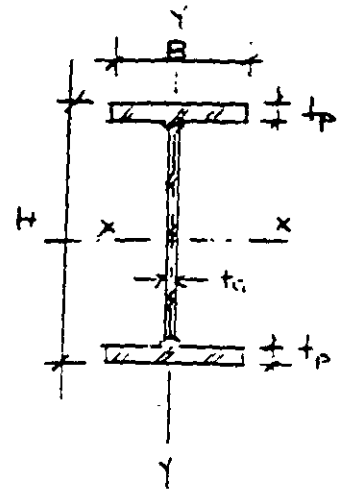
$$Z_x = 5\,555 \text{ cm}^3$$

$$S_{yy} = I_{yy}/c_2$$

$$S_{yy} = 9\,903/15 = 660 \text{ cm}^3$$

$$Z_y = 1.14 \cdot 660 \text{ cm}^3$$

$$Z_y = 752 \text{ cm}^3$$



$$J = (1/3) (2b * tp^3 - h * ta^3)$$

$$J = (1/3) (2 * 30 * 2.2^3 - 70 * 0.8^3)$$

$$J = 225 \text{ cm}^4$$

Obtención de las relaciones ancho/groeso:

a) en patines:

$$b / 2tp = 30 / (2 * 2.2) = 6.82$$

b) en almas:

$$d/ta = 65.6 / 0.8 = 82$$

Clasificación de la sección:

	TIPO 1	TIPO 2	TIPO 3
Patines:	$460 / (fy)^{1/2} = 9.15$	$540 / (fy)^{1/2} = 10.74$	$830 / (fy)^{1/2} = 16.50$
Alma	$3500 / (fy)^{1/2} = 69.58$	$5300 / (fy)^{1/2} = 105.37$	$8000 / (fy)^{1/2} = 159.05$

Como para patines:

$$b / (2 * tp) = 6.82 < 9.15 = 460 / (fy)^{1/2} \rightarrow \text{TIPO 1}$$

y como para almas:

$$d/ta = 82 < 105.37 = 5300 / (fy)^{1/2} \rightarrow \text{TIPO 2}$$

Entonces la trabe es sección TIPO 2

La trabe B7 es un miembro soportado lateralmente, entonces aplicando la fórmula 3.3.1 de las NTC se obtiene:

La resistencia a la flexión:

$$M_r = F_r \cdot Z \cdot f_y = F_r \cdot M_p \quad \dots\dots\dots (3.3.1)$$

$$M_p = Z \cdot f_y$$

$$M_p = 5\,555 \text{ cm}^3 \cdot 2\,530 \text{ kg/cm}^2 = 14\,054\,150 \text{ kg-cm.}$$

$$M_p = 14\,054\,150 \text{ kg-cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 140\,541 \text{ kg-m.}$$

$$M_r = 0.9 \cdot 140\,541 = 126\,487 \text{ kg-m.}$$

Resistencia al cortante:

$$V_r = V_n \cdot F_r \quad \dots\dots\dots (3.3.21)$$

Casos:

a) Si  $h/t < 1400(k \cdot f_y)^{1/2}$  →  $V_n = 0.66 f_y \cdot A_a$

donde:

$$k = 5.0 - 5.0 \cdot (a/h)^2$$

a = Separación entre atiesadores transversales

Considerando que la sección no tiene atiesadores, entonces se considera  $k = 5$

En almas no atiesadas  $h/t$  no debe exceder de 260

$$h/t = (70 - 4.4) / 0.8 = 82 < 260 \quad \text{ok}$$

$$h/t = 82 < 1400(5 \cdot 2\,530)^{1/2} = 62.2 \quad \text{No cumple}$$

b) Si  $1400(k \cdot f_y)^{1/2} < h/t < 1600(k \cdot f_y)^{1/2}$  →  $V_n = \{ [922(f_y \cdot k)^{1/2}] / (h/t) \} \cdot A_a$

$$62.2 < 82 < 1600(5 \cdot 2\,530)^{1/2} = 71.12 \quad \text{No cumple}$$

c) Si  $1600(k \cdot f_y)^{1/2} < h/t < 2000(k \cdot f_y)^{1/2}$  → Se consideran dos subcasos

$$71.12 < 82 < 2000(5 \cdot 2\,530)^{1/2} = 88.9 \quad \text{Si cumple}$$

Subcasos:

c1 ) Estado limite de iniciación del pandeo del alma:

$$V_{n1} = \{(922(f_y \cdot k)^{1/2}) / (h/t)\} \cdot A_a$$

A<sub>a</sub> = Area del alma

$$A_a = 70 \cdot 0.8 = 56 \text{ cm}^2$$

$$V_{n1} = \{(922(2530 \cdot 5)^{1/2}) / (82)\} \cdot 56 = 70\,819 \text{ kg.}$$

c2 ) Estado limite de falla por tensión diagonal:

$$V_{n2} = \{(922(f_y \cdot k)^{1/2}) / (h/t) \cdot [1 - (0.87) / (1 - (a/h)^2)^{1/2}] - (0.5 f_y) / (1 - (a/h)^2)^{1/2}\} \cdot A_a$$

$$V_{n2} = \{(922(2\,530 \cdot 5)^{1/2}) / (82) \cdot [1 - (0.87) / (1 - (1\,200/65.6)^2)^{1/2}] - (0.5 \cdot 2530) / (1 - (1\,200/65.6)^2)^{1/2}\} \cdot 56$$

$$V_{n2} = \{1\,204.57 - 69.05\} \cdot 56$$

$$V_{n2} = 71\,323 \text{ kg}$$

Resumiendo

$$V_{n1} = 70\,819 \text{ kg} \quad \leftarrow \text{rige}$$

$$V_{n2} = 71\,323 \text{ kg}$$

Entonces .  $V_r = V_n \cdot Fr = 70\,819 \text{ kg} \cdot 0.9 = 63\,737 \text{ kg}$

$$\underline{V_r = 63\,737 \text{ kg}}$$

Comparación con elementos mecánicos actuantes ya factorizados:

Combinación de carga que rige

$$\text{Caso 5: } 1.1 ( CM - CVr + Sx + 0.3Sy )$$

Momento de diseño (Md):

$$Md = 75\,255 \text{ kg-m}$$

Momento resistente de la sección (Mr):

$$Mr = 126\,487 \text{ kg-m}$$

$$\underline{Md < Mr \quad \text{ok}}$$

Cortante de diseño (Vd):

$$Vd = 21\,205 \text{ kg}$$

Cortante resistente de la sección (Vr):

$$Vr = 63\,737 \text{ kg}$$

$$\underline{Vd < Vr \quad \text{ok}}$$

```

$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$
$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$
$$          $$          $$          $$          $$          $$
$$          $$          $$          $$          $$          $$
$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$
$$          $$          $$          $$          $$          $$
$$          $$          $$          $$          $$          $$
$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$
$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ $$$$$$$$$$ (R)

```

EXTENDED THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF BUILDING SYSTEMS  
VERSION 5.30  
BY  
ASHRAF HABIBULLAH

Copyright (c) 1983-1991  
COMPUTERS AND STRUCTURES, INC.  
All rights reserved

PROGRAM:ETABS/FILE:OFI-Q3.FRM  
EDIFICIO PARA OFICINAS EN LA CD. DE MEXICO.  
UNIDADES MKS NOVEMBRE-1999

BEAM FORCES AT LEVEL N2 IN FRAME 3D FRAME MOMENT

DAY	OUTPUT ID	OUTPUT POINT	MAJOR MOMENT	MAJOR SHEAR	MINOR MOMENT	MINOR SHEAR	AXIAL FORCE	TORSIONAL MOMENT
1	CASE 1	END-I	-62191.55	-36022.45	.00	.00	.00	.01
		1/4-PT	10765.24	-35154.91	.00			
		1/2-PT	30278.55	-519.38	.00			
		3/4-PT	9855.57	34116.16	.00			
		END-J	-60971.78	34983.69	.00			
24	CASE 2	END-I	-33347.30	-22938.28	.00	.00	.00	-.19
		1/4-PT	12977.50	-22256.64	.00			
		1/2-PT	21552.14	2184.99	.00			
		3/4-PT	1880.63	26626.63	.00			
		END-J	-53402.63	27308.26	.00			
24	CASE 3	END-I	1331.04	-14597.74	.00	.00	.00	.2
		1/4-PT	30557.73	-13916.10	.00			
		1/2-PT	22034.26	10525.53	.00			
		3/4-PT	-14735.36	34967.17	.00			
		END-J	-87116.73	35648.80	.00			
24	CASE 4	END-I	-54494.56	-28024.39	.00	.00	.00	.2
		1/4-PT	2256.78	-27342.76	.00			
		1/2-PT	21257.95	-2901.12	.00			
		3/4-PT	12012.98	21540.51	.00			
		END-J	-32843.74	22222.15	.00			
24	CASE 5	END-I	-89172.90	-36364.94	.00	.00	.00	-
		1/4-PT	-15323.46	-35683.30	.00			
		1/2-PT	20775.83	-11241.67	.00			
		3/4-PT	28628.97	13199.97	.00			
		END-J	870.36	13881.60	.00			
CASE 6	CASE 6	END-I	-43920.93	-25481.34	.00	.00	.00	
		1/4-PT	7617.14	-24799.70	.00			
		1/2-PT	21405.05	-358.07	.00			
		3/4-PT	6946.81	24083.57	.00			
		END-J	-43123.19	24765.20	.00			



24	CASE 7	END-I	10573.63	2543.06	.00	.00	.00	-.19
		END-J	-10279.44		.00			
4	CASE 8	END-I	45251.97	10883.60	.00	.00	.00	.22
		END-J	-43993.55		.00			
	CASE 9	END-I	-28374.34	-16568.73	.00	.00	.00	.00
		1/4-PT	4956.40	-15949.06	.00			
		1/2-PT	13883.22	-209.40	.00			
		3/4-PT	4454.12	15530.27	.00			
		END-J	-28018.10	16149.94	.00			
24	CASE10	END-I	-16048.20	-9161.59	.00	.00	.00	.00
		1/4-PT	2733.06	-9161.59	.00			
		1/2-PT	7744.31	-161.59	.00			
		3/4-PT	2585.57	8838.41	.00			
		END-J	-15533.18	8838.41	.00			
24	CASE11	END-I	-11553.77	-6596.12	.00	.00	.00	.00
		1/4-PT	1968.27	-6596.12	.00			
		1/2-PT	5575.91	-116.12	.00			
		3/4-PT	1861.16	6363.88	.00			
		END-J	-11184.80	6363.88	.00			

## DISEÑO DE TRABE B24 DEL NIVEL N-2:

Longitud (l): 9.00 m  
Sección propuesta: T-3

H = 700 mm  
B = 250 mm  
t<sub>p</sub> = 22 mm  
t<sub>a</sub> = 8 mm

Utilizar acero A-36 f<sub>y</sub> = 2530 kg/cm<sup>2</sup>

Propiedades geométricas:

$$A = 2(25 \cdot 2.2) + (70 - 4.4)0.8 = 162.48 \text{ cm}^2$$

$$I_{xx} = (0.8(70 - 4.4)^3)/12 + 2\{(25 \cdot 2.2)(33.9)^2 + (25 \cdot 2.2^3)/12\}$$

$$I_{xx} = 18820 + 126457$$

$$I_{xx} = 145277 \text{ cm}^4$$

$$I_{yy} = 2\{(2.2 \cdot 25^3)/12\} + ((70 - 4.4) \cdot 0.8^3)/12$$

$$I_{yy} = 5729.16 + 2.8$$

$$I_{yy} = 5732 \text{ cm}^4$$

$$r_x = (I_{xx}/A)^{1/2}$$

$$r_x = (145277/162.48)^{1/2}$$

$$r_x = 29.90 \text{ cm}$$

$$r_y = (I_{yy}/A)^{1/2}$$

$$r_y = (5732/162.48)^{1/2}$$

$$r_y = 5.94 \text{ cm}$$

$$S_{xx} = I_{xx}/c$$

$$S_{xx} = 145277/35 = 4151 \text{ cm}^3$$

$$Z_x = 1.14 \cdot 4151 \text{ cm}^3$$

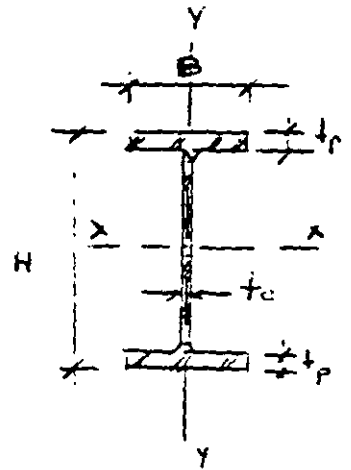
$$Z_x = 4732 \text{ cm}^3$$

$$S_{yy} = I_{yy}/c$$

$$S_{yy} = 5732/12.5 = 459 \text{ cm}^3$$

$$Z_y = 1.14 \cdot 459 \text{ cm}^3$$

$$Z_y = 523 \text{ cm}^3$$



$$J = (1/3) (2b * tp^3 + h * ta^3)$$

$$J = (1/3) (2 * 25 * 2.2^3 + 70 * 0.8^3)$$

$$J = 189.41 \text{ cm}^4$$

Obtención de las relaciones ancho/grueso:

a) en patines:

$$bp / 2tp = 25 / (2 * 2.2) = 5.68$$

b) en almas:

$$d/ta = 65.6 / 0.8 = 82$$

Clasificación de la sección:

	TIPO 1	TIPO 2	TIPO 3
Patines:	$460 / (fy)^{1/2} = 9.15$	$540 / (fy)^{1/2} = 10.74$	$830 / (fy)^{1/2} = 16.50$
Almas:	$3500 / (fy)^{1/2} = 69.58$	$5300 / (fy)^{1/2} = 105.37$	$8000 / (fy)^{1/2} = 159.05$

Como para patines:

$$b / (2 * tp) = 5.68 < 9.15 = 460 / (fy)^{1/2} \rightarrow \text{TIPO 1}$$

y como para almas:

$$d/ta = 82 < 105.37 = 5300 / (fy)^{1/2} \rightarrow \text{TIPO 2}$$

**Entonces la trabe es sección TIPO 2**

La trabe B24 es un miembro soportado lateralmente, entonces aplicando la fórmula 3.3.1 de las NTC tenemos:

Resistencia a la flexión:

$$M_r = F_r \cdot Z \cdot f_y = F_r \cdot M_p \dots\dots\dots (3.3.1)$$

$$M_p = Z \cdot f_y$$

$$M_p = 4732 \cdot 2530 = 11\,971\,960 \text{ kg-cm.}$$

$$M_p = 11\,971\,960 \text{ kg-cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 119\,720 \text{ kg-m.}$$

$$M_r = 0.9 \cdot 119\,720 = 107\,748 \text{ kg-m.}$$

Resistencia al cortante:

$$V_r = V_n \cdot F_r \dots\dots\dots (3.3.21)$$

Casos:

- a) Si  $h/t < 1400(k/f_y)^{1/2}$
- b) Si  $1400(k/f_y)^{1/2} < h/t < 1600(k/f_y)^{1/2}$
- c) Si  $1600(k/f_y)^{1/2} < h/t < 2000(k/f_y)^{1/2}$
- d) Si  $2000(k/f_y)^{1/2} < h/t$

$$h/t = (70-4.4)/0.8 = 82$$

Nuestra trabe queda dentro del tercer caso:

$$1600(k/f_y)^{1/2} < h/t < 2000(k/f_y)^{1/2}$$

$$71.12 < 82 < 88.9 \quad \text{si cumple}$$

Subcasos:

c1 ) Estado limite de iniciación del pandeo del alma:

$$V_{n1} = \{(922(f_y \cdot k)^{1/2}) / (h/t)\} A_a$$

$$A_a = 70 \cdot 0.8 = 56 \text{ cm}^2$$

$$V_{n1} = \{(922(2530 \cdot 5)^{1/2}) / (82)\} 56 = 70\,819 \text{ kg.}$$

c2 ) Estado limite de falla por tensión diagonal:

$$V_{n2} = \{(922(f_y \cdot k)^{1/2}) / (h/t)\} \cdot \{1 - (0.87) / (1 + (a/h)^2)^{1/2}\} + (0.5 f_y) / (1 + (a/h)^2)^{1/2} \} A_a$$

$$V_{n2} = \{(922(2530 \cdot 5)^{1/2}) / (82)\} \cdot \{1 - (0.87) / (1 + (1200/65.6)^2)^{1/2}\} + (0.5 \cdot 2530) / (1 + (65.6)^2)^{1/2} \} 56$$

$$V_{n2} = 71\,323 \text{ kg}$$

Resumiendo:

$$V_{n1} = 70\,819 \text{ kg} \quad \leftarrow \text{rige}$$

$$V_{n2} = 71\,323 \text{ kg}$$

$$\text{Entonces : } V_r = V_n \cdot F_r = 70\,819 \text{ kg} \cdot 0.9 = 63\,737 \text{ kg}$$

$$\underline{V_r = 63\,737 \text{ kg}}$$

Comparación con elementos mecánicos actuantes ya factorizados:

Combinación de carga que rige

$$\text{Caso 5: } 1.1 ( C_M + C_{Vr} - S_x - 0.3 S_y )$$

Momento de diseño (Md):

$$M_d = 89\,173 \text{ kg-m}$$

$$\underline{M_d < M_r \quad \text{ok}}$$

Momento resistente de la sección (Mr):

$$M_r = 107\,748 \text{ kg-m}$$

Cortante de diseño (Vd):

$$Vd = 36\,364 \text{ kg}$$

Cortante resistente de la sección (Vr):

$$Vr = 63\,737 \text{ kg}$$

$$\underline{Vd < Vr \quad ok}$$



# GALVADECK 25

PROPIEDADES DE LA SECCION COMPUESTA						
CARGA	ESPESES	I	S <sub>sup</sub>	S <sub>inf</sub>	W <sub>dl</sub>	Vr
24	5	195	1445	315	92	40
	6	218	1734	410	106	48
	8	264	2312	678	142	71
	10	310	2891	1074	187	101
	12	356	3469	1626	243	139
22	5	197	1445	391	105	51
	6	220	1734	502	121	61
	8	266	2312	804	159	86
	10	312	2891	1238	207	119
	12	358	3469	1834	265	161
20	5	199	1445	445	114	60
	6	222	1734	567	131	71
	8	268	2312	893	171	98
	10	314	2891	1356	220	133
	12	360	3469	1985	279	177
18	5	202	1445	538	127	75
	6	225	1734	678	146	88
	8	271	2312	1049	189	119
	10	317	2891	1564	242	158
	12	363	3469	2253	304	206

## SIMBOLOGIA

- I = Momento de Inercia de la sección de acero (cm<sup>4</sup>/m).
- S<sub>sup</sub> = Módulo de Sección de la sección de acero para la fibra superior (cm<sup>3</sup>/m).
- S<sub>inf</sub> = Módulo de Sección de la sección de acero para la fibra inferior (cm<sup>3</sup>/m).
- W<sub>dl</sub> = Peso propio de la lámina y el concreto (kg/m<sup>2</sup>).
- Vr = Cortante (kg).
- I<sub>c</sub> = Momento de Inercia de la Sección Compuesta (cm<sup>4</sup>).
- S<sub>sc</sub> = Módulo de Sección de la sección compuesta para la fibra superior de la losa (cm<sup>3</sup>).
- S<sub>ic</sub> = Módulo de Sección de la sección compuesta para la fibra inferior de la losa (cm<sup>3</sup>).
- t = Espesor de la losa de concreto sobre las crestas (cm).
- L = Separación entre apoyos (m).

## NOTAS:

- 1.- Para el cálculo de las propiedades de la sección compuesta se consideró concreto normal: Peso Volumétrico = 2300 kg/m<sup>3</sup> y f<sub>c</sub> = 200 kg/cm<sup>2</sup>.
- 2.- La sobrecarga mostrada en las tablas está basada en las condiciones de un claro simplemente apoyado, actuando la lámina como refuerzo positivo.
- 3.- Máximo claro sin apuntalamiento temporal de acuerdo a las recomendaciones del Steel Deck Institute (SDI), y estará limitada por la deflexión de L/180, pero sin exceder de 1.9 cm.
- 4.- Criterios y métodos de diseño de acuerdo a la última edición del "Manual de Miembros Estructurales de Acero Rolado en Frio", editado por el American Iron and Steel Institute, 1985.
- 5.- Lámina galvanizada de acuerdo a la norma ASTM A-446 grado "B" (F<sub>y</sub>=37 KSI).
- 6.- Esfuerzo máximo de trabajo del acero: 1,560 kg/cm<sup>2</sup>.



# GALVADECK-25

## SOBRECARGA PERMISIBLE (KG/M<sup>2</sup>)

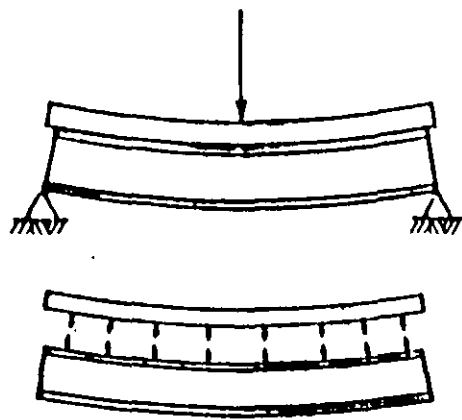
24	1.80	1346	1631	2305	2902	3498
	2.00	1053	1280	1951	2581	3113
	2.20	836	1020	1567	2294	2798
	2.40	672	822	1274	1878	2535
	2.60	543	668	1047	1555	2210
	2.80	442	548	866	1298	1857
	3.00	360	448	721	1091	1571
	3.20	292	367	601	921	1338
	3.40	237	300	503	780	1145
	3.60	190	244	420	663	983
	3.80	151	197	350	563	845
	4.00		156	290	478	728
	4.20			238	405	627
4.40			194	341	540	
4.60			155	285	464	
4.80				237	397	
5.00				194	338	
22	1.80	1408	1706	2302	2900	3496
	2.00	1248	1514	2046	2579	3111
	2.20	1116	1352	1835	2316	2795
	2.40	907	1101	1597	2097	2532
	2.60	744	906	1321	1884	2310
	2.80	614	751	1102	1582	2119
	3.00	510	625	926	1338	1874
	3.20	424	523	782	1138	1604
	3.40	353	438	662	972	1380
	3.60	294	367	562	833	1192
	3.80	243	307	477	716	1033
	4.00	200	255	404	616	897
	4.20	163	211	342	529	781
4.40	131	173	288	455	679	
4.60	103	139	241	389	591	
4.80		110	199	332	514	
5.00			163	282	445	
20	1.80	1407	1705	2300	2898	3494
	2.00	1246	1512	2044	2577	3109
	2.20	1115	1354	1834	2314	2794
	2.40	1005	1223	1659	2095	2531
	2.60	909	1089	1510	1910	2308
	2.80	756	908	1292	1751	2118
	3.00	633	763	1091	1530	1953
	3.20	532	643	926	1307	1797
	3.40	449	545	790	1122	1551
	3.60	379	462	676	967	1344
	3.80	320	392	579	835	1170
	4.00	269	332	496	723	1021
	4.20	225	280	425	627	892
4.40	188	236	364	543	781	
4.60	155	197	310	470	684	
4.80		163	263	406	599	
5.00		132	221	350	524	
18	1.80	1404	1702	2298	2895	3491
	2.00	1243	1509	2041	2574	3106
	2.20	1112	1351	1831	2311	2791
	2.40	1002	1220	1656	2092	2528
	2.60	910	1109	1507	1907	2305
	2.80	830	1014	1380	1748	2115
	3.00	761	931	1270	1610	1950
	3.20	701	847	1174	1490	1805
	3.40	584	725	1014	1384	1678
	3.60	492	620	875	1204	1564
	3.80	418	527	757	1049	1417
	4.00	359	452	657	915	1244
	4.20	310	390	571	801	1094
4.40	269	340	496	702	965	
4.60	236	294	431	615	852	
4.80	204	252	374	539	753	
5.00	172	214	323	472	665	

NOTA:

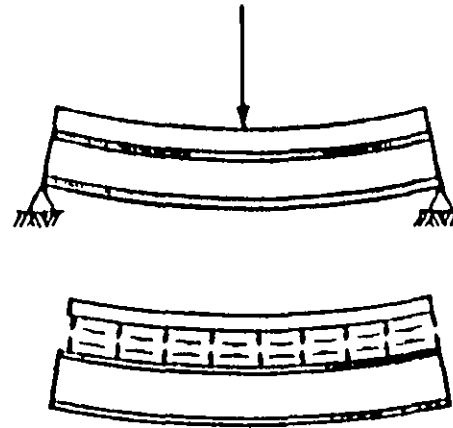
Los valores sombreados requieren apuntalamiento temporal al centro del claro.

Perfil Laminado	Sección Compuesta							Sección no Compuesta					
	b, (mm)	Resistencias Factorizadas			Q <sub>r</sub> (kN)	I <sub>y</sub> 10 <sup>8</sup> mm <sup>4</sup>	S <sub>y</sub> 10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup>	Datos del Perfil Laminado		Condición no Arrostrada			
		M <sub>rc</sub> (kN m)						L' mm	M <sub>r</sub> ' kN m	L' mm	M <sub>r</sub> ' kN m		
		100%	75%	50%									
<b>W410X39</b>	2 000	380	359	332	1 330	425	1 040	M <sub>r</sub> 197	2 000	193	6 000	55.2	
<b>W16X26</b>	1 660	380	342	317	1 090	409	1 030	V <sub>r</sub> 448	3 000	155	7 000	44.1	
b = 140	1 300	339	325	298	882	387	1 010	L <sub>w</sub> 1 860	4 000	105	8 000	36.6	
t = 8.8	950	318	301	275	630	356	989	I <sub>x</sub> 127	4 500	86.7	9 000	31.3	
d = 399	600	285	269	248	398	310	946	S <sub>x</sub> 634	5 000	73.1	10 000	27.4	
<b>W360X33</b>	1 980	298	278	252	1 130	300	807	M <sub>r</sub> 146	2 000	139	5 500	43.2	
<b>W14X22</b>	1 620	286	270	248	1 070	289	797	V <sub>r</sub> 361	3 000	108	6 000	38.1	
b = 127	1 270	286	253	233	842	274	784	L <sub>w</sub> 1 720	4 000	70.3	7 000	30.8	
t = 8.5	910	245	233	213	603	252	764	I <sub>x</sub> 82.7	4 500	58.4	8 000	26.9	
d = 349	550	218	205	188	365	216	727	S <sub>x</sub> 474	5 000	49.7			
<b>W310X39</b>	2 020	318	298	271	1 330	297	898	M <sub>r</sub> 165	3 000	153	6 500	69.1	
<b>W12X26</b>	1 840	297	280	257	1 090	285	887	V <sub>r</sub> 320	4 000	130	7 000	62.2	
b = 185	1 260	275	261	243	836	267	871	L <sub>w</sub> 2 440	5 000	103	7 500	56.6	
t = 9.7	880	252	242	225	583	242	845	I <sub>x</sub> 85.1	5 500	88.5	8 000	61.8	
d = 310	500	226	215	201	331	202	798	S <sub>x</sub> 549	6 000	77.7	8 500	47.8	

Tabla obtenida del libro "Composite floor Systems" de E Y L Chien y J K Ritchie  
Ed. Canadian Institute of Steel Construction

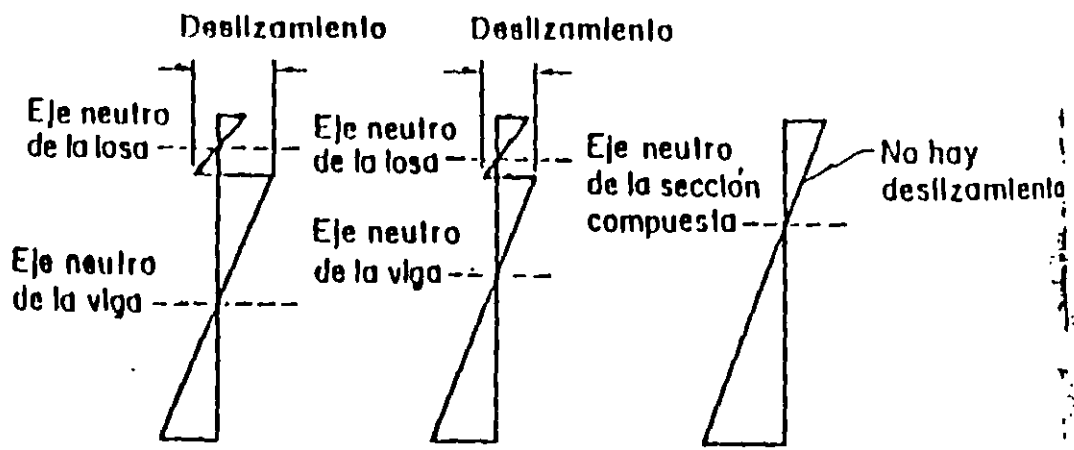
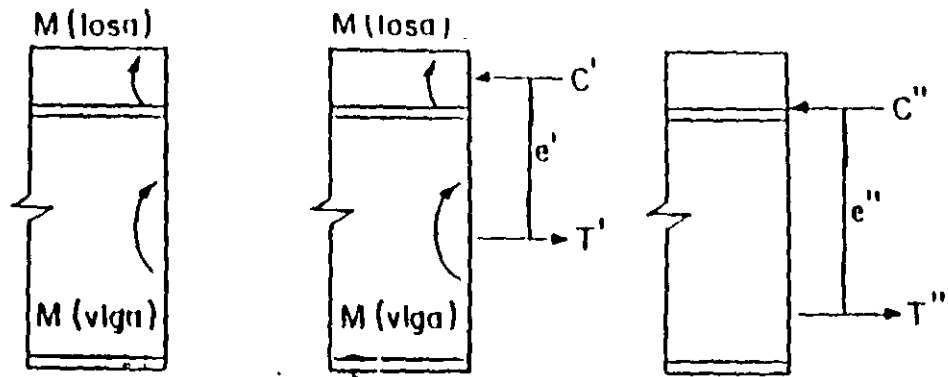


a) Viga no compuesta



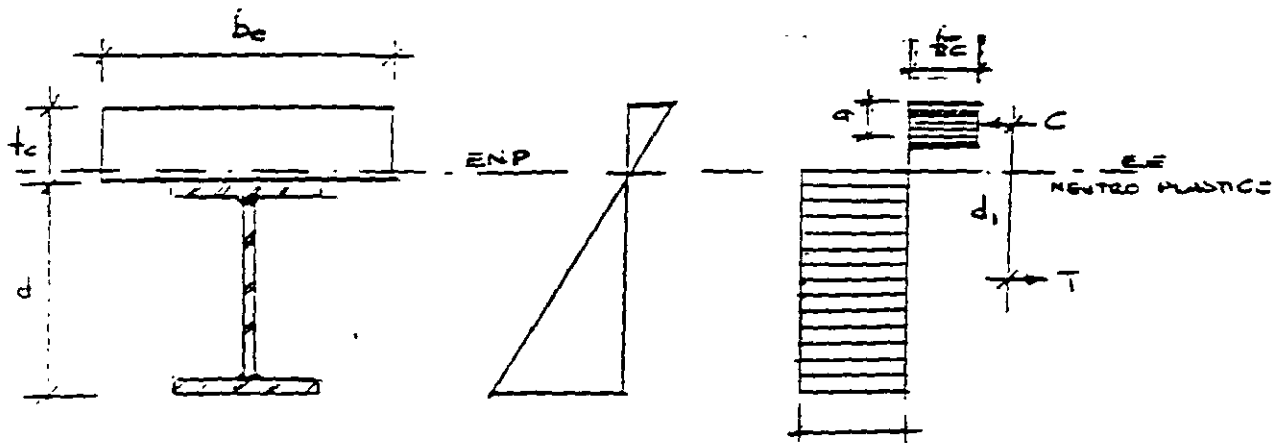
b) Viga compuesta

Fig 3.6.4 Comparación de vigas deformadas, con y sin acción compuesta.



- a) No hay Interacción
- b) Interacción Parcial
- c) Interacción completa

Fig 3.6.5 Distribuciones de deformaciones en vigas compuestas



a) Sección transversal

b) Deformaciones unitarias

c) Esfuerzos y fuerzas equivalentes

Fig 3 6.6 Deformaciones unitarias y esfuerzos cuando la sección desarrolla su resistencia máxima. (el eje neutro plástico está dentro de la losa de concreto)

Bloque de compresión en el concreto:  $C = f'_c \cdot a \cdot b_e$

La fuerza de tensión en la viga:  $T = A_t \cdot f_y$

Además:  $C = T$

$\rightarrow f'_c \cdot a \cdot b_e = A_t \cdot f_y$

Despejando "a":

$$a = (A_t \cdot f_y) / (b_e \cdot f'_c)$$

Momento resistente nominal:

$$M_n = C d_1 = T d_1$$

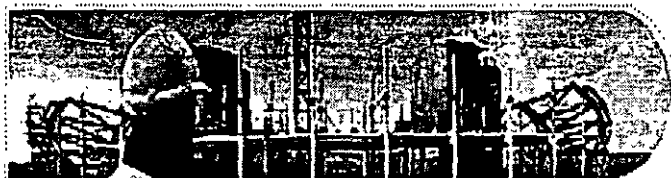
De la figura:

$$d_1 = d/2 - (t_c - a/2)$$

$\rightarrow \underline{M_n = T d_1 = A_t \cdot f_y (d/2 + t_c - a/2)}$



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



000

...: Ingeniería de Civil

# CURSOS ABIERTOS

## DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS

APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA  
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
CA 110

TEMA  
INTRODUCCIÓN

**EXPOSITOR: M. en I. ISMAEL VÁZQUEZ MARTÍNEZ**  
**DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005**  
**PALACIO DE MINERÍA**

# "APLICACIÓN DE NORMAS Y ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO"

por M. en I. Ismael Vázquez Martínez

## I. Introducción:

En el pasado la práctica del diseño de estructuras metálicas en México se limitaba básicamente a crear edificios que satisficieran los Reglamentos de Construcción vigentes sin tener en cuenta sustantivamente muchas consideraciones que simplifican la fabricación y montaje de las propias estructuras. Así, el estado actual del arte, en cuanto al diseño de estructuras metálicas se refiere debe ser regido por criterios que asocien la seguridad de las mismas con la facilidad de fabricación y montaje, y en consecuencia con la economía del proyecto.

En la actualidad, el tiempo para la fabricación y montaje de estructuras metálicas se ha reducido de manera muy importante gracias a los siguientes factores:

- a) El uso de programas de cómputo que permiten la elaboración de un análisis y diseño en forma tridimensional de manera racional y eficiente.
- b) La utilización de programas que permiten el modelado de la estructura en forma tridimensional para la elaboración de los planos de fabricación y montaje de manera automatizada.
- c) La fabricación de estructuras metálicas con técnicas C.N.C. (Computerized Numeric Control) con procesos automatizados de fabricación como corte en frío con sierra, taladrado, marcado, y corte térmico. Cabe señalar que para el total aprovechamiento de las máquinas C.N.C. se requiere de un congruente diseño de conexiones de los diversos elementos que componen la estructura. Para tal efecto, es práctica común el diseño de conexiones totalmente atornilladas en campo logrando además una eficiente solución de montaje.

Aunado a lo anterior, el costo del acero estructural se ha visto reducido en los últimos años, factor que lo hace aún más competitivo frente a las estructuras de concreto. A pesar de todo lo anterior en nuestro país la estructura metálica no es tan frecuentemente utilizada como en otras naciones. Tal vez esto se deba a una falta de información tanto de los dueños de los inmuebles como de los constructores de los mismos. Es labor del Ingeniero Estructuralista convencer tanto a los inversionistas como a los arquitectos de las ventajas que ofrece la estructura metálica y entre otras poderemos mencionar las siguientes:

1. Claros más grandes: Las estructuras de acero estructural permiten construir fácilmente espacios de hasta 12 m x 12 m y aún más grandes, lo cual le proporciona flexibilidad al propietario para la disposición de oficinas.
2. Columnas más pequeñas: Las columnas de acero son más pequeñas que las de concreto. Esto posibilita el uso más eficiente del espacio disponible y obstruye menos la visibilidad.

3. Requerimientos mínimos para muros de carga o arriostamientos diagonales: Las estructuras de marcos resistentes a momento eliminan la necesidad de arriostamiento por un costo mínimo en edificios de baja a mediana altura. Esto trae como consecuencia mayor flexibilidad para el uso del espacio y menos limitaciones para la colocación de ventanas y puertas.
4. Flexibilidad de diseño económico: ciaros grandes, vigas voladizas, paredes oblicuas, aberturas en el piso, características estéticas especiales y cargas inusuales pueden acomodarse sin inconveniente utilizando acero.
5. Facilidad para la modificación y renovación: Si en el futuro se añaden cargas adicionales a la estructura, el acero puede reforzarse fácilmente para que soporte el peso adicional. De la misma manera se puede construir nuevas aberturas en el piso para elevadores, escaleras y otros requerimientos mecánicos y arquitectónicos.
6. Tiempo reducido de construcción: Las estructuras de acero pueden adquirirse, fabricarse y levantarse rápidamente. La facilidad con la que se puede diseñar y construir con perfiles de acero se presta para la construcción acelerada.
7. Reducción de los costos de los cimientos: El menor peso de acero requiere de cimientos más pequeños y menos costosos.
8. Reducción de los costos de financiamiento: En vista de que las estructuras de acero pueden erigirse más rápidamente, el edificio podrá ser ocupado más pronto lo cual reduce los costos generados por el pago de intereses. Además si existen oficinas de alquiler en el proyecto, el flujo de ingresos por tal concepto empezará más pronto.
9. Desempeño superior durante movimientos sísmicos: La ductilidad que caracteriza el acero lo convierte en el material más adecuado y económico para resistir terremotos. El propietario debe tomar en cuenta cuán segura es la estructura y que porcentaje de ella es recuperable después de un terremoto. Las estructuras de acero maximizan estos dos factores.
10. Completo reciclaje: La mayor parte del acero que se vende hoy en día ha sido reciclado, y prácticamente todo el acero obtenido de demoliciones es reciclable en un 100%.

## II. Criterio de Diseño:

El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal de agosto de 1993 (RCDF '93) y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas (NTC-EM) consideran como criterio de diseño el de "Estados Límite" tal y como se señala en el Art. 182 que especifica que: "Toda estructura y cada una de sus partes deberán diseñarse para cumplir con los requisitos básicos siguientes:

- i) Tener seguridad adecuada contra la aparición de todo estado límite de falla posible ante las combinaciones de acciones más desfavorables que que puedan presentarse durante su vida esperada, y
- ii) No rebasar ningún estado límite de servicio ante combinaciones de acciones que corresponden a condiciones normales de operación.



Se define como estado límite de falla al agotamiento de la capacidad de carga de la estructura. Para verificar que no se llegue al estado límite de falla en algún elemento estructural se debe cumplir con la siguiente expresión:

$$\frac{F_R \times R_{es}}{F_c \times F_{act}} > 1.0$$

Donde :

$F_R$  = Factor de Reducción de la Resistencia < 1.0

$R_{es}$  = Resistencia de Diseño

$F_c$  = Factor de Carga > 1.0

$F_{act}$  = Fuerza o Momento actuante.

Se define como estado límite de servicio a la ocurrencia de desplazamientos, agrietamientos, vibraciones o daños que afecten el correcto funcionamiento de la edificación, pero que no perjudiquen su capacidad para soportar cargas.

El Art. 184 del RCDF'93 señala que para efectos de deformaciones no se deberán exceder los valores siguientes:

- a) Para flecha vertical (fracción I del Art. 184): "Una flecha vertical, incluyendo los efectos a largo plazo, igual al claro entre 240, más 0.5 cm."
- b) Para deflexión horizontal (fracción II del Art. 184): "para diseño sísmico se observará lo dispuesto en los artículos 209 a 211 de este Reglamento."

A su vez el Art. 209 del RCDF'93 especifica que los desplazamientos laterales "no excederán de 0.006 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, salvo que los elementos incapaces de soportar deformaciones apreciables, como los muros de mampostería, estén separados de la estructura principal de manera que no sufran daños por las deformaciones de ésta. En tal caso el límite en cuestión será de 0.012."

Además las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo en su sección 4.1 señala que: "Las deformaciones se calcularán multiplicando por Q las cuasadas por las fuerzas sísmicas reducidas cuando se emplee el método estático de análisis..."

El RCDF'93 permite el uso de otros criterios de diseño como se señala en su Art. 195 en donde se especifica lo siguiente: "Se podrán emplear criterios de diseño diferentes de los especificados en este capítulo y en las Normas Técnicas Complementarias si se justifica, a satisfacción del Departamento, que los procedimientos de diseño empleados dan lugar a niveles de seguridad no menores que los que se obtengan empleando los previstos en este Ordenamiento. tal justificación deberá realizarse previamente a la solicitud de la licencia.

En Estados Unidos de Norteamérica existen dos Reglamentos que son los más usados para el diseño de estructuras metálicas; estos son los siguientes:

- a) "Load and Resistance Factor Design" (L.R.F.D.): que podría traducirse como diseño con carga y resistencia factorizada que sigue el mismo criterio de diseño del RCDF'93 aunque con diferentes factores. Para este Reglamento también es aplicable la siguiente expresión para la revisión de los estados límite de falla:

$$\underline{F_R \times R_{es} > F_c \times F_{act}}$$

- b) "Allowable Stress Design" (A.S.D.): que podría traducirse como diseño por esfuerzos admisibles que se podría explicar con la siguiente expresión:

$$f_{adm} > f_{act}$$

Donde:

$f_{adm}$  = Esfuerzo admisible

$f_{act}$  = Esfuerzo actuante

Cabe mencionar que este Reglamento A.S.D. da un diseño más conservador que con el L.R.F.D. En la actualidad, de los dos Reglamentos antes mencionados el que se utiliza con más frecuencia en Estados Unidos es el L.R.F.D.

### III. Clasificación de las Construcciones:

El Art. 174 del RCDF'93 hace distinción entre los diferentes grupos de construcciones de acuerdo a su importancia:

- i) Grupo A: "Edificaciones cuya falla estructural podría causar la pérdida de un número elevado de vidas o pérdidas económicas o culturales excepcionalmente altas o que constituyan un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas, así como edificaciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana..."
- ii) Grupo B: "Edificaciones comunes destinadas a vivienda, oficinas y locales comerciales, hoteles y construcciones comerciales e industriales no incluidas en el Grupo A, las que se subdividen en:"
- a) Subgrupo B1: Edificaciones con altura  $h \geq 30$  m, y área  $A \geq 6000$  m<sup>2</sup>, para zona I y II o con altura  $h \geq 15$  m, y área  $A \geq 3000$  m<sup>2</sup>, para zona III.
- b) Subgrupo B2: Las demás de este grupo.

A su vez las NTC-EM hace una categorización de las edificaciones en el capítulo 1.3 de acuerdo a su tipo de estructuración:

- i) Estructuras tipo 1: Marcos rígidos o estructuras continuas con conexiones rígidas.

ii) Estructuras tipo 2: Estructuras con conexiones que permiten rotaciones relativas.

IV. Acciones:

- a) Permanentes
- b) Variables
- a) Accidentales

Tipos de Carga:

C.M. = Carga Muerta  
C.V. = Carga Viva Máxima  
C.V.R. = Carga Viva Reducida  
SIS = Sismo  
VIE = Viento  
GRA = Granizo  
NIE = Nieve

Factores de Carga:

1.4 Carga Gravitacional 1.4 (C.M. + C.V.)  
1.5 Grupo A  
1.1 Cargas Sísmicas 1.1 (C.M. + C.V.R. + SIS)  
0.9 Viento

V. Cargas por sismo:

Artículo 203: Análisis bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales no simultáneas.

Artículo 205: Zonas Sísmicas.

Tipo I: Terreno Firme  
Tipo II: Suelo de baja rigidez  
Tipo III: Arcillas blandas

VI. Análisis del Edificio Prototipo:

Análisis estructural con el programa ETABS (Extended Three Dimensional Analysis of Building Systems).



**FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA**



000

...: Ingeniería de Civil

# **CURSOS ABIERTOS**

## **DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS**

**APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA  
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
CA 110**

**TEMA**

**ESTRUCTURACIÓN DE EDIFICIOS DE ACERO  
DISEÑO DE CONEXIONES SOLDADAS  
DISEÑO DE CONEXIONES ATORNILLAS**

**EXPOSITOR: ING. CÉSAR URRUTIA SÁNCHEZ  
DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005  
PALACIO DE MINERÍA**

## ESTRUCTURACIÓN

### Definición:

Etapa inicial del diseño estructural, mediante la cual se definen, con base en el proyecto arquitectónico, las dimensiones generales de una edificación, tanto en planta como en elevación, los miembros constitutivos para formar la estructura básica de la construcción, las conexiones para unir los elementos entre sí, el sistema estructural resistente a las cargas verticales y accidentales (sismo principalmente) y el tipo de cimentación más conveniente.

En este proceso el diseñador pone en juego sus conocimientos acerca del comportamiento de estructuras y materiales, su ingenio y experiencia.

La estructuración consiste en los siguientes pasos:

1.	Información general del inmueble
2.	Definición de las características generales de la estructura
3.	Clasificación del subsuelo del predio en el que se ubicará el edificio
4.	Definición del grupo al que pertenece el edificio
5.	Definición de los materiales estructurales
6.	Definición de los elementos estructurales portantes
7.	Definición de los sistemas de piso
8.	Definición de los claros y alturas de entrepiso
9.	Definición del sistema estructural
10.	Definición de las secciones transversales y dimensiones de los elementos estructurales
11.	Definición de las uniones entre elementos estructurales
12.	Definición de elementos no estructurales
13.	Fijación de los elementos no estructurales
14.	Revisión cualitativa de la estructura
15.	Definición de la cimentación

## **DESARROLLO DE UN PROYECTO EJECUTIVO EN ACERO**

**1. ESTUDIO DE MECÁNICA DE SUELOS.  
NTC-CIMENTACIONES**

**2. ANTEPROYECTO.  
CARACTERÍSTICAS DEL EDIFICIO: USO, UBICACIÓN  
DIMENSIONES Y GEOMETRÍA PARA ANÁLISIS**

**3. ESTRUCTURACIÓN Y MODELAJE  
DEFINICIÓN DE MATERIALES  
SECCIONES PARA VIGAS, COLUMNAS, SISTEMAS DE PISO,  
ARMADURAS, CONTRAVENTEOS, PLACAS BASE  
CLAROS OPTIMOS  
ALTURAS DE ENTREPISO**

**4. ANÁLISIS ESTRUCTURAL  
PROGRAMA DE COMPUTADORA CONFIABLE**

**5. DISEÑO ESTRUCTURAL  
NTC-RDF-2003  
ESPECIFICACIONES AISC-ASD-1989  
ESPECIFICACIONES AISC-LRFD-1993**

**DISEÑO DE MIEMBROS ESTRUCTURALES  
VIGAS  
COLUMNAS  
ARMADURAS  
CONEXIONES TRABE-COLUMNAS  
ATORNILLADAS  
SOLDADAS  
PLACAS BASE DE COLUMNAS  
CONTRAVENTEOS  
EMPALMES DE COLUMNAS  
ANCLAS O PERNOS DE ANCLAJE  
SISTEMAS DE PISO COMPUESTOS ACERO-CONCRETO**

**MEMORIA DE CÁLCULO**

**6. ELABORACIÓN DE PLANOS ESTRUCTURALES**

**7. FABRICACIÓN**

**ELABORACIÓN DE PLANOS DE TALLER**

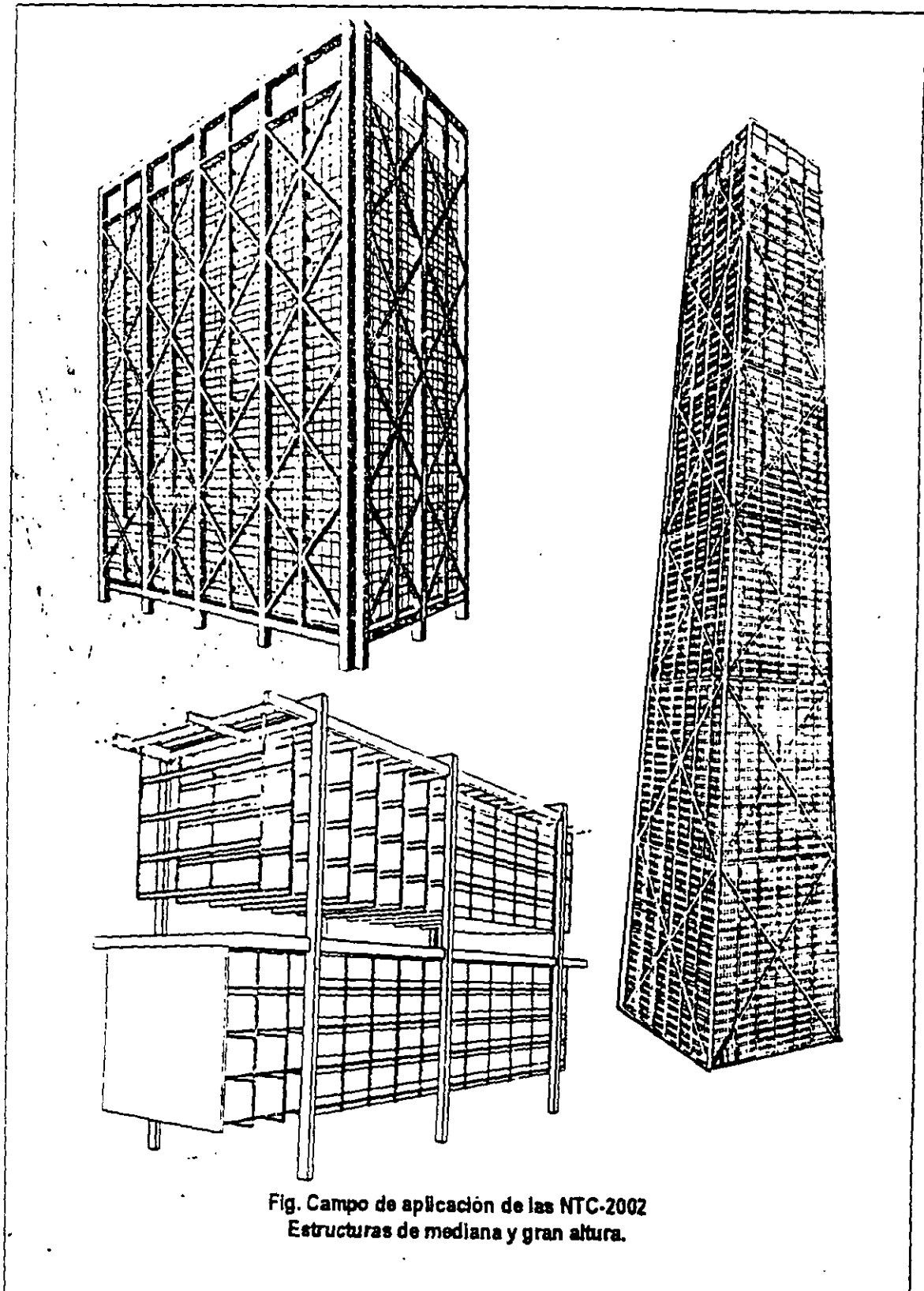
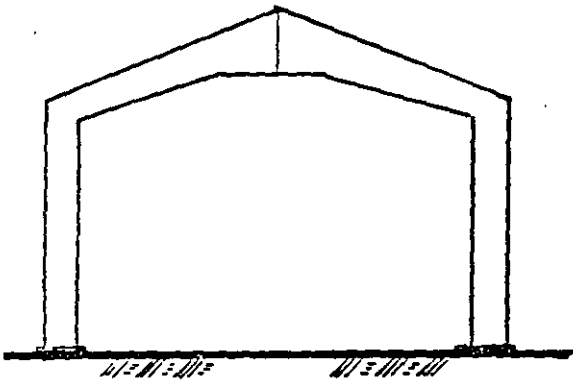
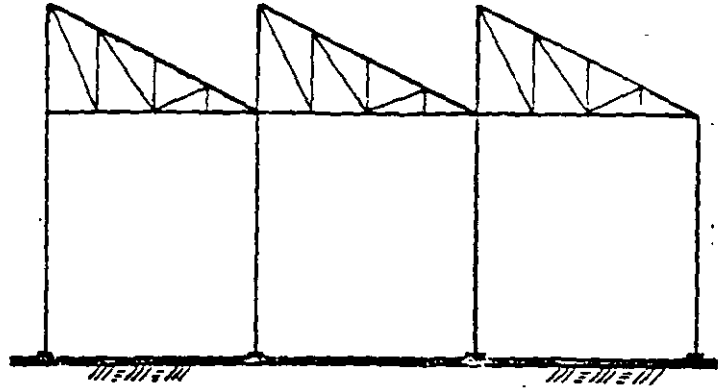


Fig. Campo de aplicación de las NTC-2002  
Estructuras de mediana y gran altura.

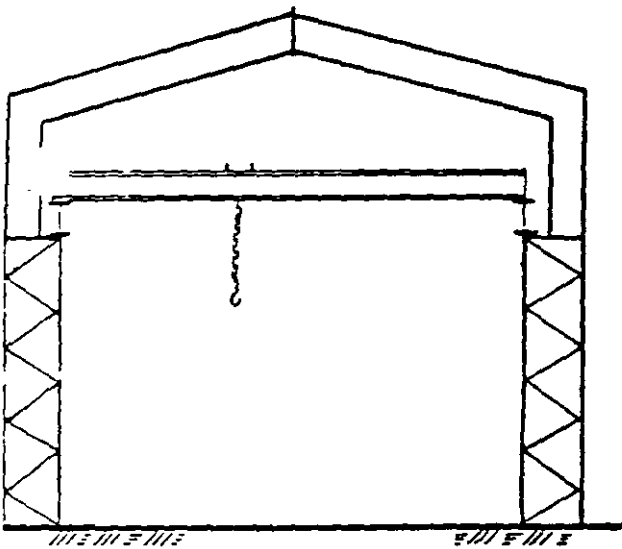
I. NAVES INDUSTRIALES CON Y SIN GRUA



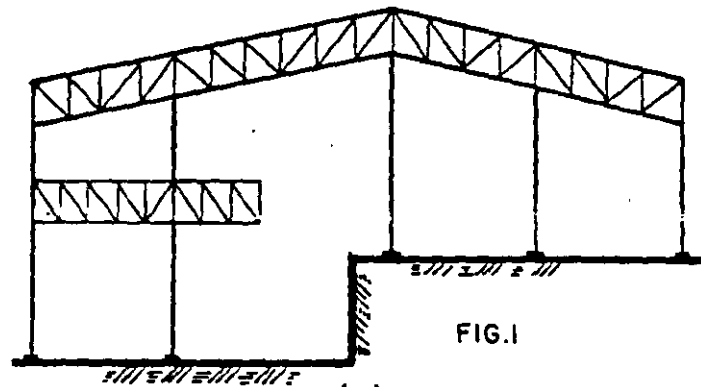
(a)



(b)



(c)



(d)

II ESTRUCTURAS DE PROCESO

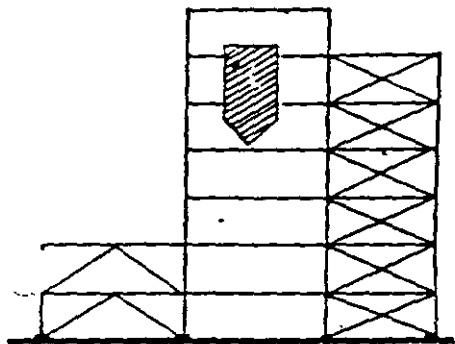
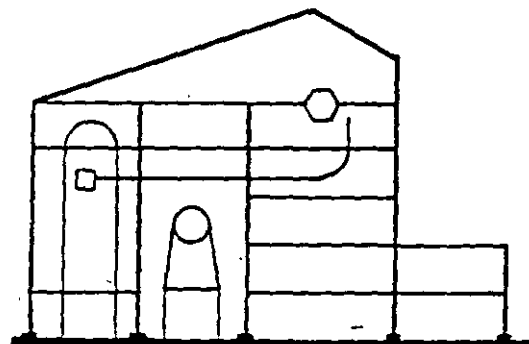
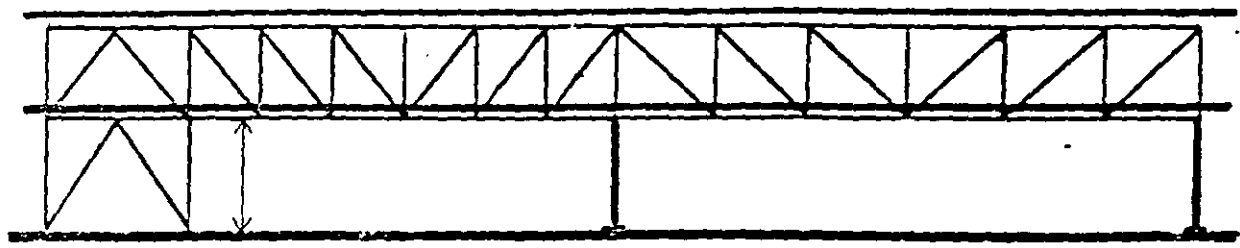


FIG. I

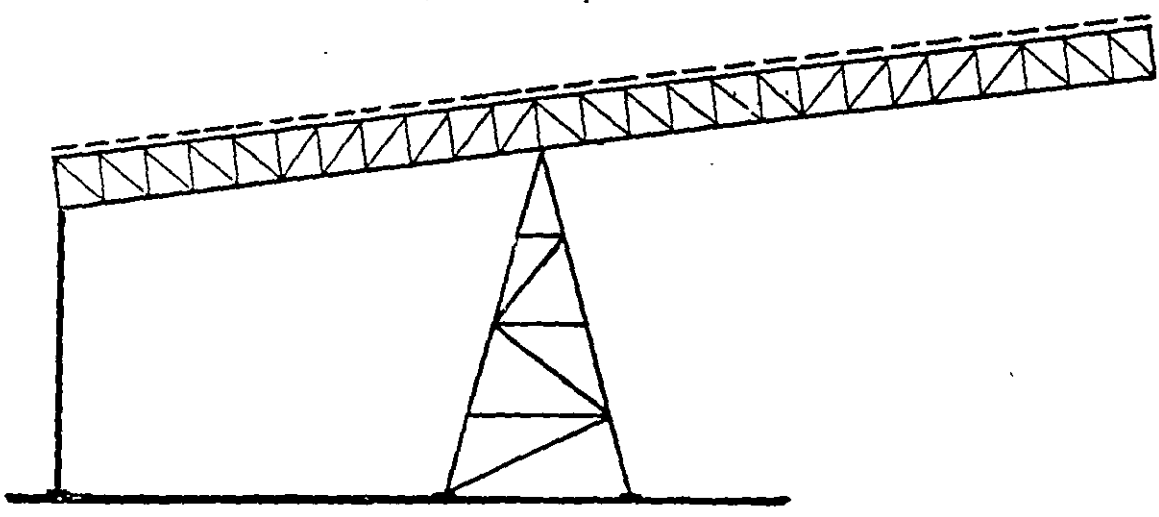


(b)



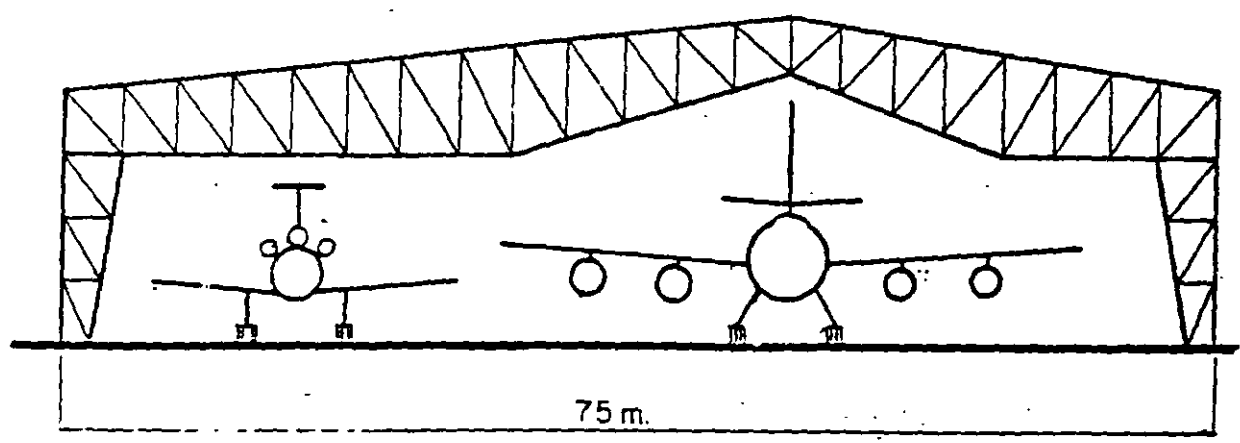


(a)

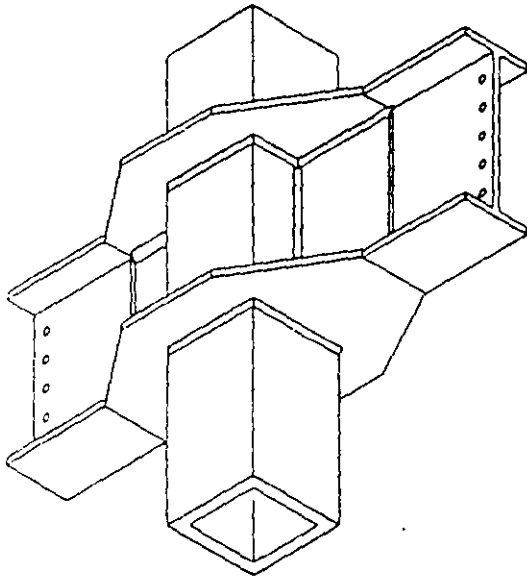


(b)

IV. ESTRUCTURAS DE GRANDES CLAROS

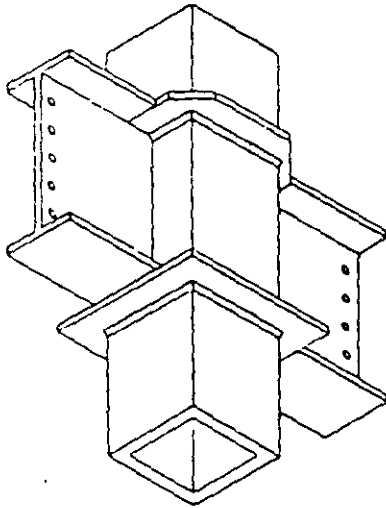


# CONEXIONES CONTINUAS VIGA - COLUMNA



## DETALLE 29

EN ESTA CONEXION LAS PLACAS ATRAVIESAN LA COLUMNA PARA UNA CONTINUIDAD TOTAL SIN AFECTAR LAS PAREDES DE LA COLUMNA. LAS VIGAS LLEGAN A LAS PLACAS. LOS EXTREMOS DE LAS MENSULAS ESTAN PERFORADOS PARA LA CONEXION ATORNILLADA DE LA VIGA.

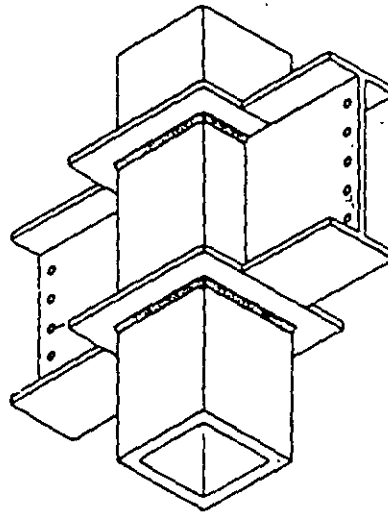


## DETALLE 31

IGUAL AL DETALLE 28, EXCEPTO QUE EL ACARTELAMIENTO DEL MUON INCREMENTA LA RIGIDEZ DE LA UNION.

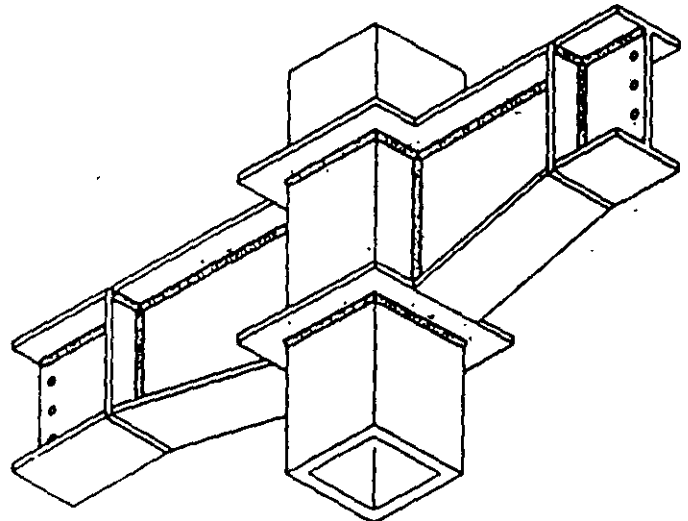
## DETALLE 28

PROPORCIONA UNA MAYOR RIGIDEZ A LA CONEXION CONTINUA DE TRABE A COLUMNA. LOS ATIESADORES SON EXTERNOS AL TUBO.



## DETALLE 30

IGUAL AL DETALLE 29 EXCEPTO QUE LA VIGA LLEGA A LA COLUMNA EN EL ALMA, EL PATIN SUPERIOR LLEGA A TOPE CON LA PLACA SUPERIOR, EN TANTO QUE EL PATIN INFERIOR MONTA SOBRE LA PALCA INFERIOR.



## **CRITERIOS GENERALES PARA LA ESTRUCTURACIÓN DE EDIFICIOS DE ACERO**

### **ESTRUCTURACIÓN**

Etapa inicial de diseño estructural, mediante la cual se definen, con base en el proyecto arquitectónico, las dimensiones generales de una estructura, tanto en planta como en elevación (claros, alturas de entrepiso, etc.), los tipos de perfiles utilizados en traveses y columnas para formar la estructura básica de la construcción (marcos rígidos, con contraventeos concéntricos, contraventeos excéntricos, marcos rígidos con muros de cortante, o una combinación de los sistemas anteriores). los sistemas de piso y las conexiones entre miembros estructurales.

La estructura debe ser económica, confiable y responder a las condiciones que sirvieron de base para su análisis y diseño.

Los criterios de estructuración para edificios de acero son similares que para estructuras construidas con otros materiales.

El sistema estructural elegido debe ser congruente con el tipo de suelo y zona sísmica.

Pocas veces el proyecto arquitectónico se respeta, por lo que se recomienda orientar al arquitecto para evitar cambios en la estructura, una vez definido el proyecto definitivo.

Los criterios de estructuración no aparecen en los códigos y reglamentos de construcción, en éstos documentos únicamente se establecen recomendaciones generales para garantizar que una estructura tenga una seguridad estructural razonable dentro de ciertos límites.

Dependen del criterio del proyectista y el diseño definitivo puede variar.

Se deben tomar precauciones especiales en estructuras ubicadas en zonas de alta sismicidad, suelos de baja capacidad de carga, zonas de vientos fuertes (costas), zonas propensas a la corrosión y sitios donde se tengan incertidumbres con relación a las acciones.

La estructura de acero puede ser demasiado flexible, aún cuando éste bien diseñada. Las vibraciones y deflexiones un poco mayores que las permisibles, no afectan su capacidad de carga.

En edificios de mediana altura y altos, se recomienda el uso de contraventeos verticales para obtener estructuras más económicas (menos pesadas) y limitar los desplazamientos laterales.

Se debe tener mucho cuidado en la alimentación de la información de las características de la estructura y en la interpretación de los resultados de un programa de computadora, estas herramientas de análisis y diseño no corrigen los errores inducidos en la estructuración y modelaje de la estructura.

Es deseable que la estructura cumpla los requisitos de regularidad estipulados en el Título VI Seguridad estructural de las edificaciones: planta y elevaciones regulares, evitar pisos suaves, cambios bruscos de rigidez, simetría en elementos rígidos tanto en planta y elevación, grandes entrantes y salientes, etc.. Con estas recomendaciones la estructura "tendrá un comportamiento adecuado durante sismos fuertes".

Los sistemas de piso deben actuar como diafragmas, distribuyéndolas fuerzas de inercia a los elementos verticales (columnas). Se deben evitar grandes aberturas o múltiples alturas en niveles intermedios. (Esto es difícil en edificios modernos).

Tratar de proyectar, siempre que sea posible, estructuras continuas a base de marcos rígidos en dos direcciones ortogonales para lograr continuidad y redundancia.

## **COLUMNAS**

Las separaciones convenientes de columnas de edificios ordinarios varía de 9 a 12 m. La estructura de acero suele ser competitiva cuando se usa para salvar grandes claros.

Las secciones de las columnas en un edificio de acero cambian cada tres o cuatro niveles (tramos de 12 m, correspondientes a la longitud de transporte admisible en México), usar dos o tres tipos de elementos iguales para reducir el costo de fabricación de la estructura de acero y errores en el montaje.

Utilizar perfiles laminados tipo W, IPR ó IR, preferentemente de 14 Pulg (secciones H) o perfiles armados hechos con tres placas soldadas equivalentes a las laminadas. Estas secciones tienen características geométricas favorables alrededor de sus ejes principales y centroidales.

Secciones en cajón (fabricadas con cuatro placas soldadas). Tiene características geométricas favorables alrededor de sus ejes centroidales y principales, pero no es la sección más conveniente como columna. Las conexiones suelen ser más difíciles en las secciones en cajón (secciones cerradas), que en perfiles tipo I (secciones abiertas).

Diseñar los empalmes de columnas por encima del Nivel de Piso Terminado y en tramos de columnas de tres o cuatro pisos. La longitud de transporte en elementos de acero es de 12 m.

Proporcionar mayor rigidez que las vigas que conectan ( Filosofía de columna fuerte-viga débil)

Usar perfiles que sean comerciales en el mercado mexicano. De lo contrario se tendrían que importar o fabricarlos con placas soldadas y se requiere mayor supervisión.

## **VIGAS O TRABES**

Usar perfiles laminados tipo W, IPR o IR, o secciones armadas, que son las secciones más convenientes para miembros en flexión.

En sistemas de piso de edificios convencionales, se recomienda repetir perfiles iguales para reducir errores y costo de fabricación. En este tipo de edificios, la carga de diseño en niveles intermedios es la misma.

Utilizar perfiles comerciales que sean disponibles en el medio. A veces ha sido necesario rediseñar estos elementos por falta de disponibilidad de material.

Donde sea posible, usar diseño compuesto. Conviene colocar conectores de cortante, aunque las vigas no se diseñen compuestas.

Colocar atiesadores cerca de las uniones o en puntos de aplicación de cargas concentradas

Colocar atiesadores en ambos lados del alma de la viga

Proporcionar menor rigidez que la columna a la que se une (columna fuerte-viga débil).

Deben formar con las columnas marcos rígidos continuos con conexiones a momento.

Usar el mismo tipo de acero que en las columnas. No es válido fabricar columnas con  $F_y = 3515 \text{ Kg/cm}^2$  y vigas con  $F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2$ . (Estructuras híbridas).

Evitar siempre que sea posible empalmes entre vigas principales.

## **VIGAS SECUNDARIAS**

Perfiles laminados tipo W, IPR ó IR, secciones armadas en canal, armaduras a base de ángulos de lados iguales.

Secciones armadas hechas con tres placas soldadas. Cuando no hay disponibilidad de perfiles en el mercado nacional.

Vigas de alma abierta tipo joist (armaduras prefabricadas comercialmente). Estos elementos permiten el paso de los ductos a través del alma (celosía). Su inconveniente es su baja capacidad de carga, lo que obliga a colocar un gran número de joist con separaciones reducidas.

Cuando se emplean perfiles tipo W, IPR ó IR, las separaciones convenientes varían de 2.2 a 4 m y sus claros son similares a los de las vigas principales.

En sistemas de piso compuestos, proporcionan soporte lateral a las trabes o vigas principales, evitando con ello el pandeo lateral.

Revisar deflexiones y vibraciones

Utilizar diseño compuesto. El patín superior siempre está sometido a compresión.

Cuidar los empalmes entre vigas

Repetir piezas idénticas para facilitar la fabricación

## **SISTEMAS DE PISO**

Emplear sistemas de piso compuestos acero-concreto compatibles con la estructura de acero. Los sistemas de piso convenientes es el Galvadeck 25 (lámina de acero acanalada calibre 22 o 24, malla electrosoldada, pernos conectores de cortante y capa de concreto de 6 cm de grueso).

En obra se deberá tener cuidado de no pisar los conectores

No usar calibres de lámina acanalada más grandes (lámina más delgada), debido a que la lámina puede deformarse demasiado durante su transporte e instalación en obra y puede oxidarse más rápidamente en sitios propensos a la corrosión.

Se recomienda armar adecuadamente las zonas de momento negativo. La malla siempre se instala en posición horizontal y en ocasiones, si no se tiene cuidado el concreto puede fisurarse.

Revisar vibraciones

## **CONEXIONES**

La forma abierta de las secciones tipo W, IPR ó IR utilizadas como columnas, facilita las conexiones con las vigas. (Se tiene acceso para depositar la soldadura y los elementos de unión por varios lados).

Las secciones tipo cajón empleadas como columnas, dificulta las conexiones con las vigas que unen, por su sección cerrada. Se deben colocar placas de continuidad (atiesadores horizontales en la columna en conexiones a momento).

Conexiones que resistan más que los elementos que unen

Eficiente el uso de conexiones soldadas y atornilladas. Se recomienda eficientar el empleo de soldadura en taller y reducirla en obra. Las conexiones atornilladas presentan mejores ventajas cuando se emplean en obra.

## CONEXIONES SOLDADAS VERSUS ATORNILLADAS

Las conexiones remachadas están en desuso actualmente.

El uso de la soldadura estructural como principal medio de unión entre miembros estructurales en México data más de 50 años. Los tornillos de alta resistencia se han utilizado a partir de hace 25 años en conexiones estructurales trabe-columna

Con mucha frecuencia, el diseñador debe tomar la decisión de emplear conexiones soldadas y atornilladas y en ocasiones esta decisión se basa en la experiencia práctica, costo de las juntas y rapidez constructiva

### CONEXIONES SOLDADAS

#### VENTAJAS

Rigidez. Se obtienen estructuras más rígidas  
Sencillez. Se eliminan elementos de unión  
Economía Menor trabajo en taller

#### DESVENTAJAS

Se induce calor al acero durante la aplicación de la soldadura  
Mayor supervisión en obra  
Requiere mano de obra calificada  
Condiciones climáticas y sitio de la obra

### CONEXIONES ATORNILLADAS

#### VENTAJAS

Rapidez en el atornillado y menor tiempo de ejecución de una obra  
No se requiere mano de obra especializada  
Inspección visual sencilla y económica  
Facilidad para sustituir piezas dañadas  
Mayor calidad en la obra

#### DESVENTAJAS

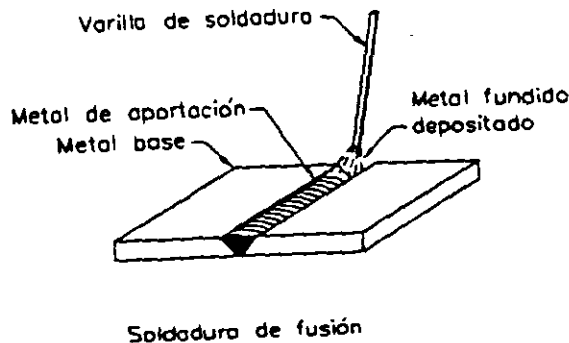
Mayor trabajo en taller  
Mayor cuidado en la elaboración de los planos de taller  
Mayor precisión en geometría  
Mayor peso de la estructura

## CONCEPTOS GENERALES DE SOLDADURA

### SOLDADURA

#### Definición:

Unión localizada de dos piezas de metal conseguida mediante la aplicación de calor, con o sin fusión, con o sin adición de material de relleno y con o sin aplicación de presión.



Las soldaduras más comunes y las únicas que reconocen las NTC-RCDF-2001 son las que se efectúan con **FUSIÓN** y sin aplicar presión.

#### Procesos de soldadura

El tipo de soldadura aplicable en la construcción metálica es el de **ARCO ELÉCTRICO CON ELECTRODO METÁLICO**, aplicado manual, semiautomática o automáticamente.

- Soldadura Manual de Arco Eléctrico con Eléctrico Recubierto (*Shielded Metal Arc Welding, SMAW*)
- Soldadura Automática de Arco Sumergido, (*Submerged Arc Welding, SAW*)
- Soldadura de Arco Eléctrico Protegida con Gases, (*Gas Metal Arc Welding, GMAW*)
- Soldadura de Arco Eléctrico con Electrodo con Corazón de Fundente (*Flux Cored Arc Welding, FCAW*)

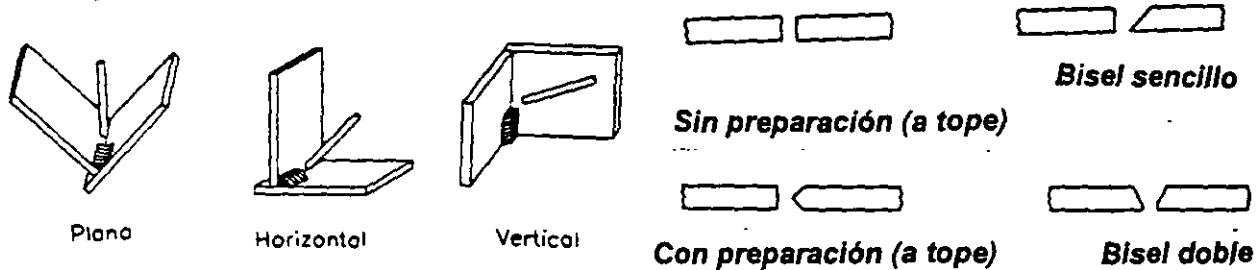
Existen otros procesos que se pueden calificar para los casos en que se vayan a utilizar

Soldadura oxiacetilénica  
Soldadura térmica  
Soldadura láser  
Etc.



## CLASIFICACIÓN DE LAS SOLDADURAS

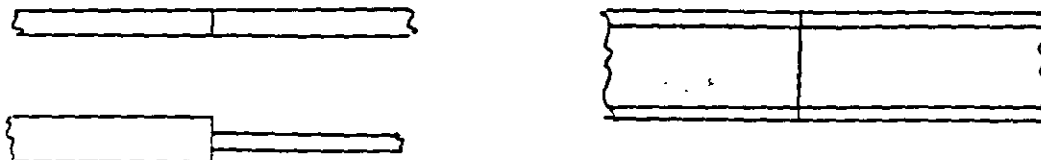
Las soldaduras se clasifican de acuerdo con la posición, forma y preparación de las juntas.



## TIPOS DE JUNTAS

Existen 5 tipos básicos de juntas soldadas que se emplean en estructuras de acero. Esta nomenclatura se refiere a la posición relativa que guardan entre sí las piezas que se van a soldar.

### 1. Junta a tope



- Unión entre dos elementos de ejes colineales
- Se utiliza principalmente para unir los extremos de placas que tienen igual o aproximadamente el mismo grueso.
- Se usa para desarrollar la capacidad total del miembro que se soldará
- No requiere la determinación de esfuerzos debido a que el metal de soldadura que se deposita ocupa la sección completa.

#### Ventajas:

Trabajan a esfuerzos simples tensión o compresión

Junta limpia y económica

Se eliminan las excentricidades que se presentan en juntas traslapadas

Cuando se usa con soldaduras de penetración completa, reduce el tamaño de la conexión

#### Desventajas:

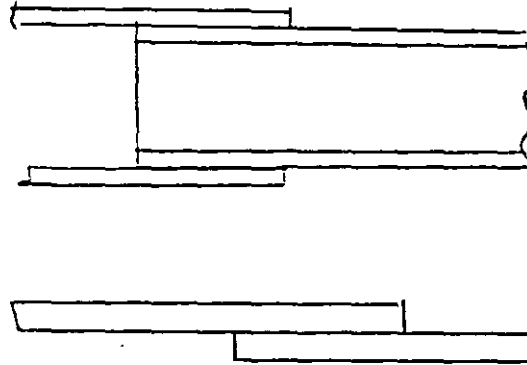
Los bordes se deben alinear cuidadosamente y preparar antes de aplicar la soldadura

Se deben efectuar en taller para garantizar su eficiencia y control de calidad

Los defectos no se aprecian visualmente

Las juntas a tope se pueden hacer con soldaduras de penetración completa o parcial.

## 2. Junta traslapada



- Unión entre dos elementos superpuestos
- Trabajan a esfuerzo cortante, por lo que su capacidad es menor que las juntas a tope.

### **Ventajas:**

Los extremos de las piezas no necesitan de preparaciones especiales

Permite conectar fácilmente placas de diferente grueso (placas de nudo de armaduras)

Las soldaduras son aparentes, pudiendo se ver los defectos a simple vista

### **Desventaja:**

La unión queda sometida a esfuerzos combinados, debido a que las cargas aplicadas no son colineales (existe una excentricidad en la junta).

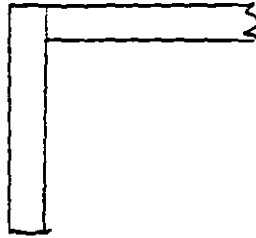
## 3. Junta en Te



- Unión entre dos elementos que se encuentran en planos perpendiculares entre sí
- Puede hacerse con soldadura de filete o de ranura.

Se emplea en la fabricación de vigas, traveses y columnas armadas, hechas con tres placas soldadas, conexión de atiesadores, ménsulas, etc.

#### 4. Junta en esquina



- Unión entre los bordes de dos elementos que formen un ángulo recto.
- Se usa en la fabricación de secciones en cajón utilizadas como columnas y en vigas que estarán sometidas a esfuerzos elevados de torsión.

#### 5. Junta de borde



de borde

- Unión que se forma entre los elementos de dos placas colocados uno junto al otro.
- No se considera una junta estructural, ya que se utiliza para obtener un acabado adecuado, impedir el paso de líquidos entre dos placas o para mantenerlas alineadas.

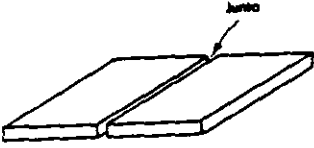
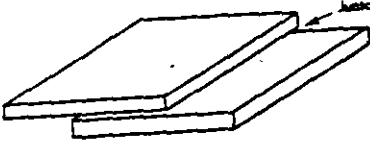
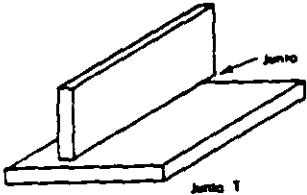
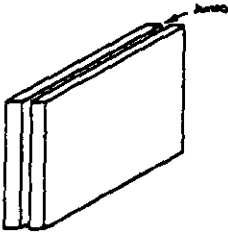
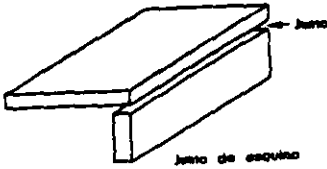
### TIPOS DE JUNTAS SOLDADAS

#### USO DE JUNTAS SOLDADAS

El uso de una u otra junta depende de varias consideraciones prácticas y de diseño:

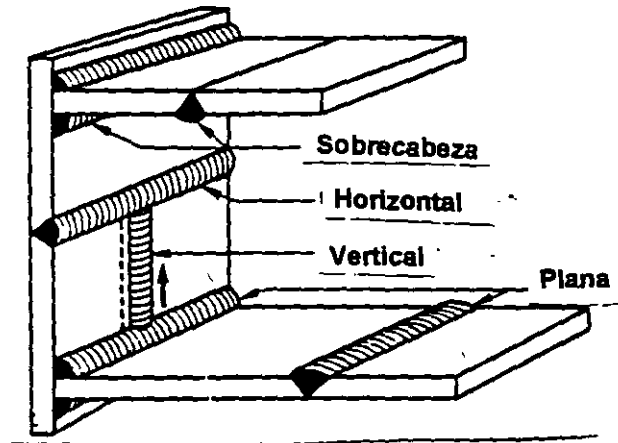
- Posición de soldadura.
- Tamaño y forma de los miembros estructurales que concurren en la junta
- Solicitaciones a que están sometidos los miembros estructurales
- Costos relativos
- Proceso utilizado para depositar el metal de aportación
- Habilidad de los soldadores

**Tabla. Empleo de juntas soldadas**

Tipo de junta	Soldadura aplicable
 <p>(a) Junta a tope</p>	<p>Sin preparación de bordes De penetración completa o parcial: En V sencilla En V doble En Bisel sencillo En Bisel doble U sencilla U doble J sencilla J doble</p>
	<p>De filete De tapón De ranura</p>
 <p>Junta T</p>	<p>De filete De penetración Sin preparación de bordes En J sencilla En J doble En bisel sencillo En bisel doble</p>
	<p>De filete Sin preparación de bordes</p>
 <p>Junta de esquina</p>	<p>De filete De penetración Sin preparación de bordes En J sencilla</p>

## POSICIONES DE LA SOLDADURA

Desde el punto de vista que ocupa el soldador respecto a la junta, durante la colocación de las soldaduras, la soldadura puede ser:



**Plana.** El metal de aportación se deposita desde el lado superior de la junta, y la cara visible de la soldadura es aproximadamente horizontal.

**Horizontal.** El metal de aportación se coloca sobre una superficie horizontal y contra otra vertical. En una soldadura de filete de lados iguales la inclinación de la cara exterior es de  $45^\circ$  y en una soldadura de penetración, su eje es una recta horizontal, y la cara exterior ocupa un plano vertical.

**Vertical.** El eje de la soldadura es una recta vertical.

**Sobrecabeza.** El metal de aportación se coloca desde la parte inferior de la junta.

La importancia de la posición en que se efectúa la soldadura estriba en su grado de dificultad.

### **Recomendación:**

La mayor parte de las soldaduras, tanto de taller y de campo, deben efectuarse en posición plana y se reduzcan a un mínimo o aún se eliminen las soldaduras sobrecabeza.

### **Rendimientos de soldaduras de acuerdo con su posición**

Posición de Soldadura	Rendimiento de taller Kg/Turno
plana	12 - 14
horizontal	8 - 10
vertical	6 - 8
sobrecabeza	4 - 6
<p>Las posiciones de soldadura se indican de acuerdo con el orden de dificultad. Se recomienda dentro de lo posible, eliminar las soldaduras sobrecabeza, por su alto grado de dificultad.</p>	

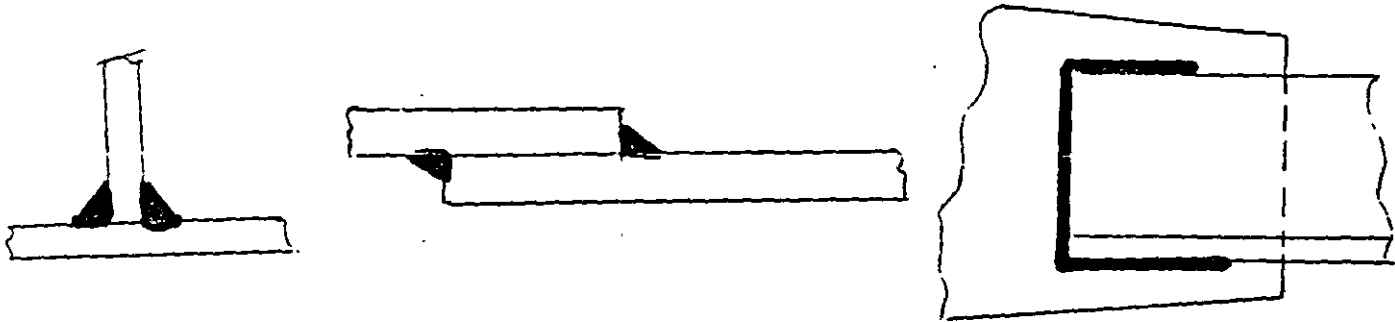
## TIPOS DE SOLDADURA UTILIZADOS PARA CADA JUNTA

Los cuatro tipos principales de soldaduras estructurales son

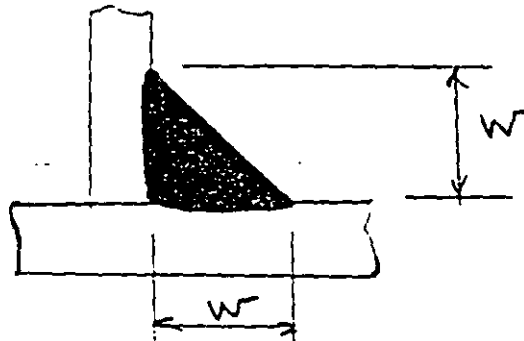
- Filete
- Penetración
- Tapón
- Ranura.

### Soldadura de filete

Soldadura de sección transversal triangular, que se forma entre dos superficies intersectantes de dos miembros que se soldarán, en juntas en T, o en juntas traslapadas, depositando un cordón de soldadura en ángulo diedro formado por los bordes de los miembros.



- Las soldaduras de filete son los tipos más comunes de soldaduras estructurales. Se utilizan profusamente en juntas y conexiones estructurales trabe-columna.
- Generalmente no se requiere hacer una preparación especial en los extremos de las piezas que se van a unir.
- En general, las piernas de la soldadura de filete son del mismo tamaño.



donde:

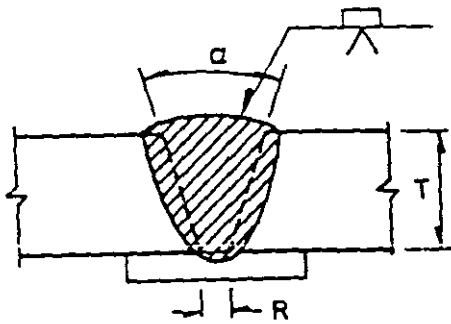
$w$  = tamaño de las piernas de la soldadura de filete.

Los valores típicos de  $w$  son: 3 mm (1/8 in), 5 mm (3/16 in), 6.4 mm (1/4 in), 8 mm (5/16 in), 10 mm (3/8 in), 11 mm (7/16 in), 12.7 mm (1/2 in), etc.

## JUNTAS SOLDADAS PRECALIFICADAS

### Definición

Junta que ha demostrado su eficiencia en repetidas pruebas de laboratorio y en su empleo durante muchos años con éxito en estructuras reales, por lo que se sabe que al utilizarlas se pueden obtener soldaduras de buena calidad, siempre y cuando sean efectuadas por soldadores calificados y se utilicen los electrodos, técnica y procedimientos de soldadura adecuados.



Proceso de soldadura	Grosor del metal base, T (U=sin límite)	Preparación de la junta		Posiciones permitidas *
		Abertura de la raíz, R	Angulo del doble bisel, $\alpha$	
SMAW	U	1/4" (6 mm)	45°	Todas
		3/8" (10 mm)	30°	P, V, SC
		1/2" (13 mm)	20°	P, V, SC
GMAW FCAW	U	3/16" (5 mm)	30°	P, V, SC
		3/8" (10 mm)	30°	P, V, SC
		1/4" (6 mm)	45°	P, V, SC
SAW	U	5/8" (16 mm)	20°	P

\* P.-Plana.V.-Vertical.SC.-Sobre cabeza

### SÍMBOLOS DE SOLDADURA

Conjunto de símbolos establecidos por la AWS para definir en los dibujos de fabricación o montaje las características que deben tener las soldaduras.

Los planos de taller y de montaje deben mostrar claramente:

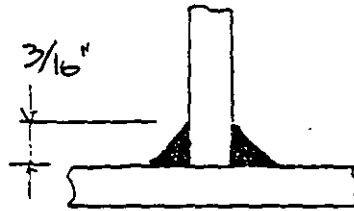
- Tipos de soldaduras (filete, de penetración, tapón, etc.)
- Tamaños de soldaduras
- Longitud de soldaduras
- Localización de soldaduras

#### Uso de los símbolos de soldadura estándar

El símbolo básico que representa soldar es una línea de referencia con una flecha en uno de sus extremos. Alrededor de esta línea se proporciona, por medio de letras, cifras y símbolos, la información sobre la localización, el tamaño, el tipo de soldaduras, etc.

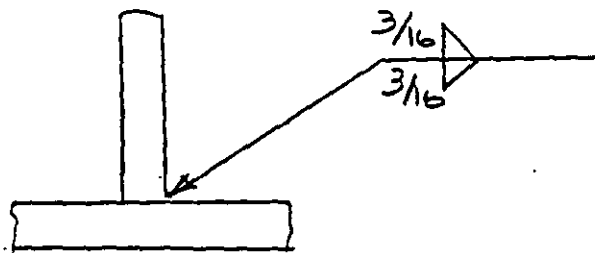


### Junta en Te con soldaduras de filete de 5 mm (3/16 in)



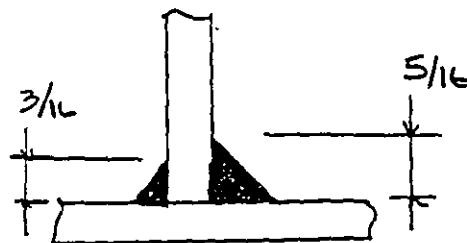
Longitud completa de soldadura de filete para unir las dos placas

### Símbolo de soldadura



- (1) Soldadura en el lado opuesto de la junta
- (2) Soldadura en el lado cercano de la junta

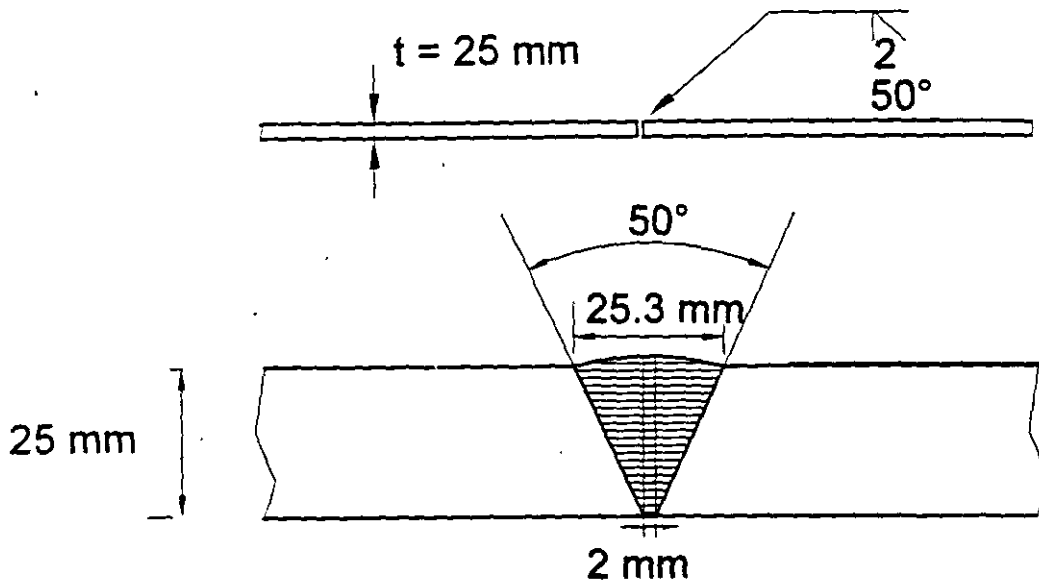
### Junta en Te con soldaduras de filete de diferente tamaño



Se tienen dos posibilidades

## VOLUMENES DE SOLDADURA

Ejemplo. Dos placas de acero de 25 mm (2") de grueso se van a unir en una junta a tope con soldadura de penetración completa y con el proceso de soldadura de arco eléctrico con electrodo recubierto (SMAW). De acuerdo con las recomendaciones de juntas soldadas precalificadas para depositar soldadura en posición plana y horizontal, la abertura de raíz debe ser de 2mm y el ángulo del doble bisel 45°. Calcular el volumen de soldadura, su peso y el tiempo requerido para depositarla.



**Detalle de la junta soldada a tope**

Volumen teórico de la soldadura por metro lineal

$$V = (0.20 + 2.53) 2.5/2 \times 100 = 341.3 \text{ cm}^3/\text{m}$$

Nota:

En el volumen de la junta no se incluye el material del refuerzo. En la tabla anexa para esta junta se indica un volumen teórico de la unión de 341 cm<sup>3</sup>/m y un volumen real de 313 cm<sup>3</sup>/m.

Peso de la soldadura

Se considera que el peso volumétrico del metal de aportación es de 7 850 Kg/m<sup>3</sup> = 0.00785 Kg/cm<sup>3</sup>.

$$\text{Peso} = 341.3 \times 7.85 \times 10^{-3} = 2.68 \text{ Kg}$$

Si se toma el volumen real de la tabla, el peso del metal depositado para la junta es:

$$\text{Peso} = 313 \times 7.85 \times 10^{-3} = 2.46 \text{ Kg} = 2.5 \text{ Kg}$$

La experiencia indica que un kilogramo de electrodos rinde 0.60 de material depositado, es decir:

$$1 \text{ Kg de electrodo} = 0.60 \text{ Kg de metal depositado}$$

Por lo tanto, los electrodos requeridos para depositar 2.5 Kg es:

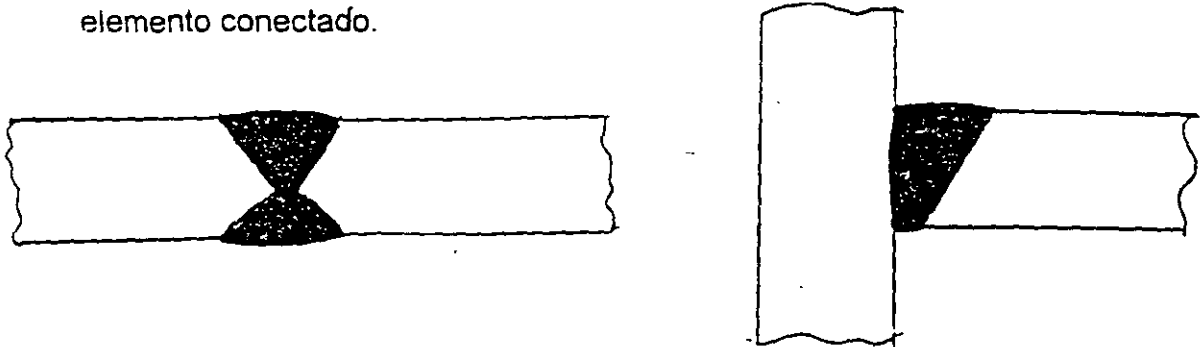
$$\text{Peso} = 2.5 / 0.60 = 4.2 \text{ Kg de electrodos}$$

Supónganos que un soldador deposita 3 Kg de soldadura por hora y que la mitad del tiempo lo utilice en limpiar la soldadura, cambiar de electrodos, etc., por lo tanto se requieren 1.4 hrs ( $4.2/3 = 1.4$  hrs) para depositar esta soldadura, es decir, aproximadamente 85 minutos.

En las siguientes tablas se muestran los volúmenes teóricos de soldadura y kilogramos del metal depositado en diferentes juntas soldadas, de acuerdo con las posiciones para soldar y tipos ( a tope, en Te y de esquina).

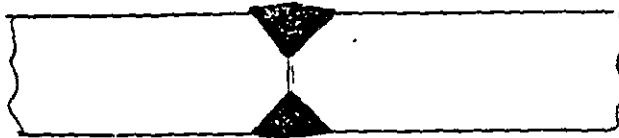
## 2. Soldaduras (de Ranura) de Penetración Completa (SRPC)

El metal de aportación debe tener acceso a todo el espesor de las piezas que van a unirse, puesto que tienen que quedar ligadas entre sí en toda el área de la sección transversal. Estas soldaduras desarrollan la resistencia total del elemento conectado.



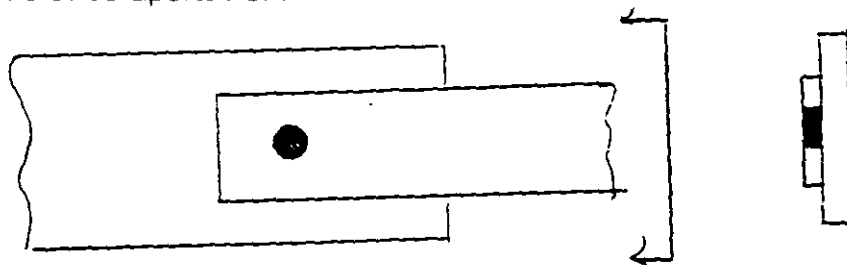
## Soldaduras (de ranura) de penetración parcial (SRPP)

El metal de aportación no se extiende completamente a través del grueso de las piezas que se unirán, y únicamente se obtiene un grado de penetración especificado.



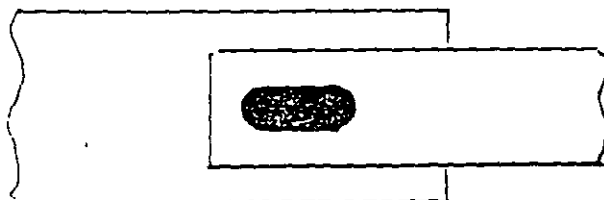
## Soldaduras de tapón

Conexión entre dos placas traslapadas, depositando soldadura en un agujero (circular o alargado) hecho en una de las placas. Toda el área del agujero se rellena con metal de aportación.

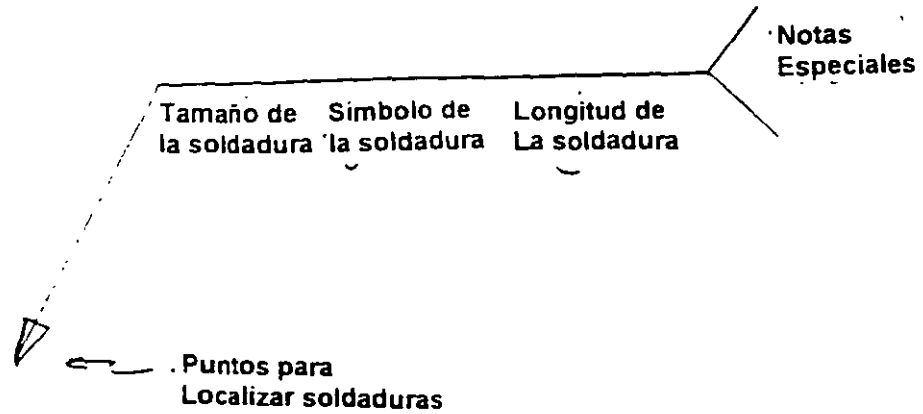


## Soldaduras de ranura

Soldadura hecha en una ranura entre los dos extremos de los dos miembros o piezas que se está uniendo.

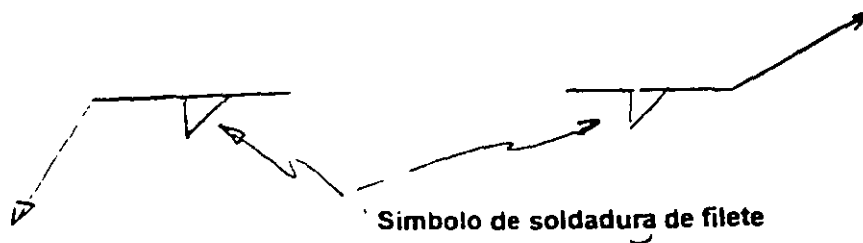


dibujarse horizontal en los planos. La dirección de la flecha no es esencial, puede dibujarse de izquierda a derecha, de derecha a izquierda, de arriba hacia abajo o viceversa.

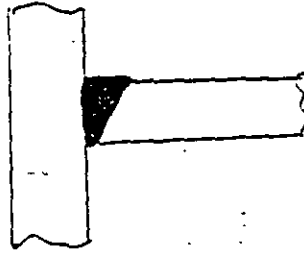


### **Símbolo de soldadura de filete**

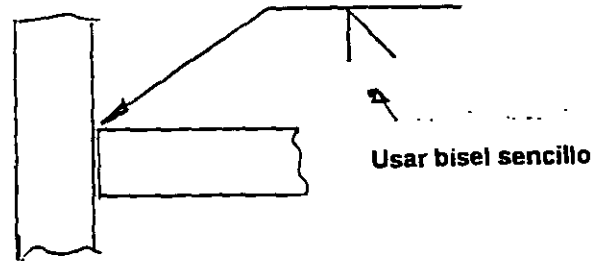
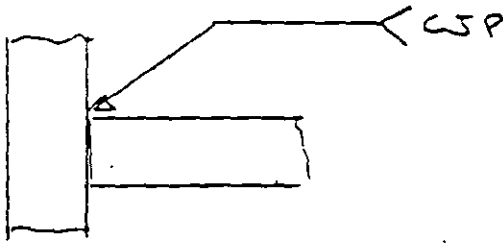
El tamaño de una soldadura de filete debe indicarse en el lado izquierdo del símbolo de soldadura. El cateto vertical del símbolo debe estar siempre a la izquierda de la hipotenusa. La longitud de la soldadura se indica a la derecha del símbolo en mm ó in y representa la longitud requerida del cordón continuo. Es mas sencillo aprender los símbolos de soldadura mediante ejemplos.



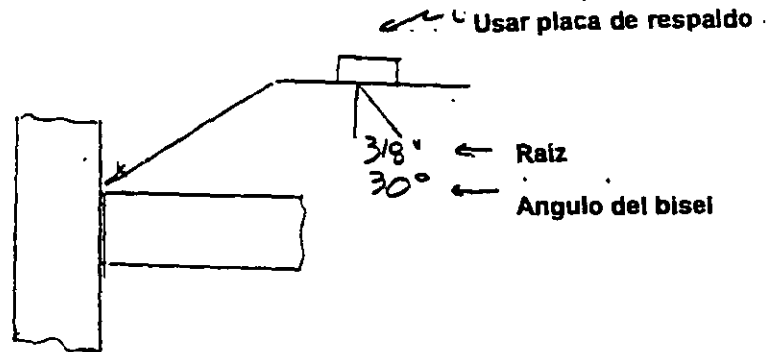
### Soldadura de penetración completa



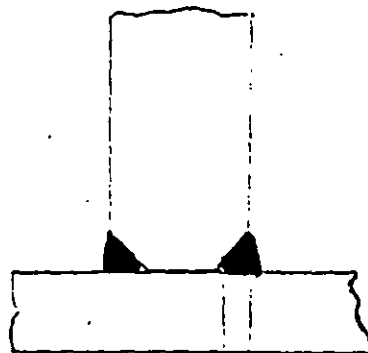
Se tienen varias alternativas para mostrar esta soldadura



Usa un bisel sencillo  
Usar placa de respaldo  
Abertura de raíz de 10 mm (3/8 in)  
Angulo de 30° para el bisel



### Soldadura de ranura de penetración parcial



3/8" ← → 3/8" - Garganta efectiva de la soldadura

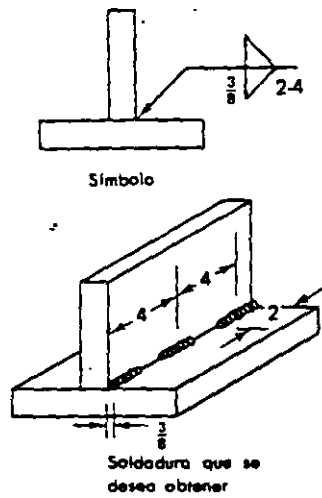
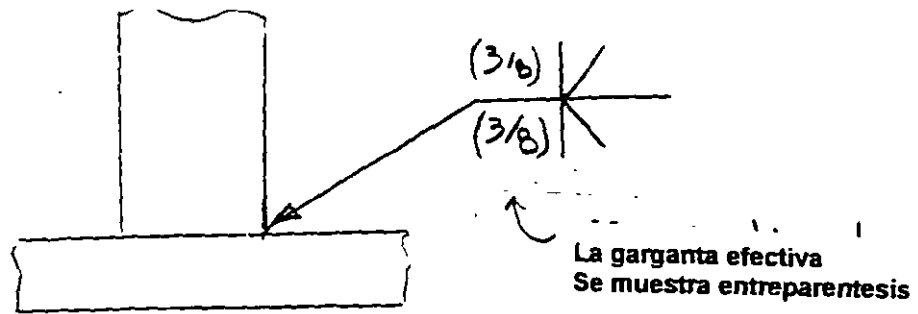


FIGURA 10-6. Las soldaduras están situadas en cada extremo, con el primer número indicando la longitud de la soldadura y el segundo mostrando el espaciado de las soldaduras de un centro a otro. La fracción ( $3/8$ ) indica el tamaño del costado del filete, expresado en pulgadas.

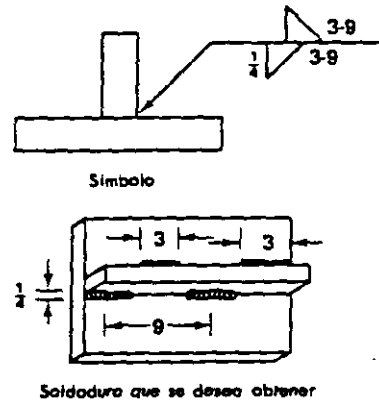
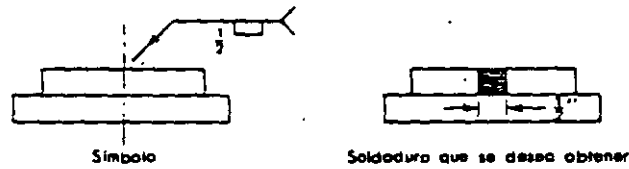
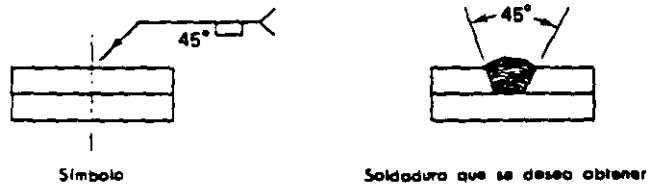


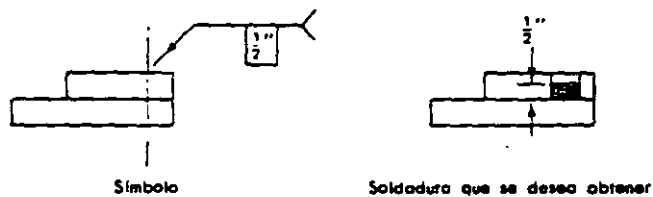
FIGURA 10-7. El "3" indica la longitud de la soldadura y el "9" denota el espaciado de centro a centro, expresado en pulgadas. La fracción ( $3/4$ ) señala el tamaño del costado de la soldadura.



a) Diámetro de la soldadura de tapón



b) Ángulo de avellanado

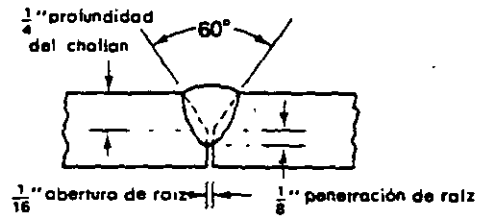


c) Profundidad de llenado

FIGURA 10-9. Esquema de símbolos de soldaduras de tapón y de las soldaduras correspondientes que se desea obtener.

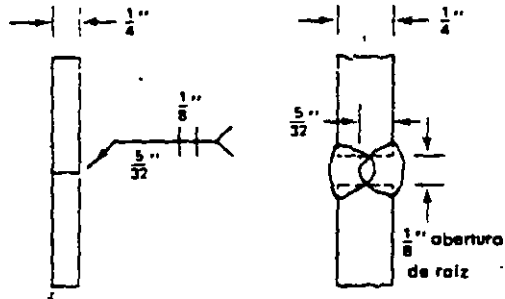


Símbolo



Soldadura que se desea obtener

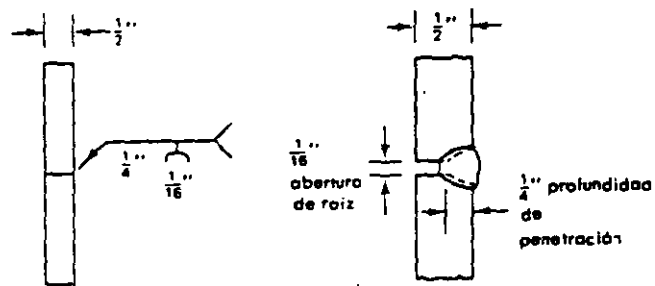
FIGURA 10-12. Símbolo de soldadura de acanaladura V y la información correspondiente.



Símbolo

Soldadura que se desea obtener

10. Símbolo de soldadura de acanaladura cuadrada y la soldadura correspondiente que se desea obtener.

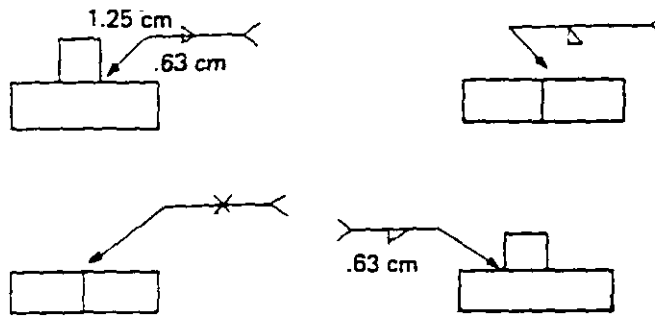


Símbolo

Soldadura que se desea obtener

FIGURA 10-11. Símbolo de soldadura de acanaladura U y la soldadura correspondiente que se desea obtener.

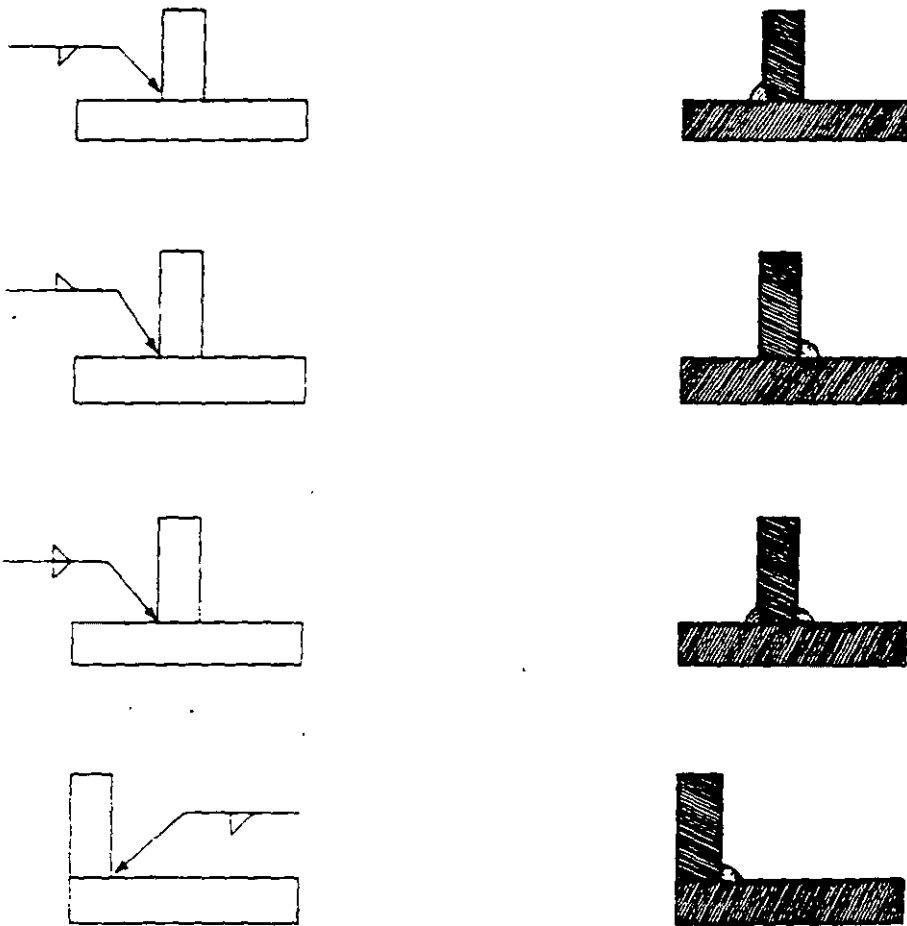




Uniones "T"

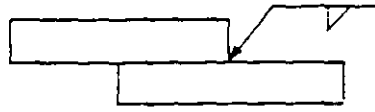
*Símbolo*

*Resultado*

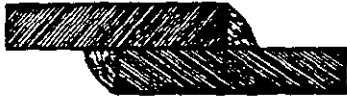
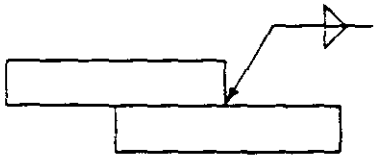
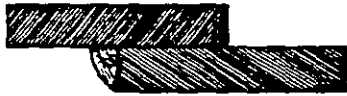
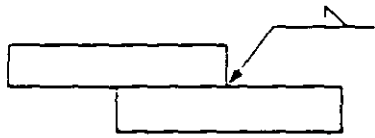


**Uniones traslapadas**

*Símbolo*



*Resultado*



**Uniones a tope**

*Símbolo*

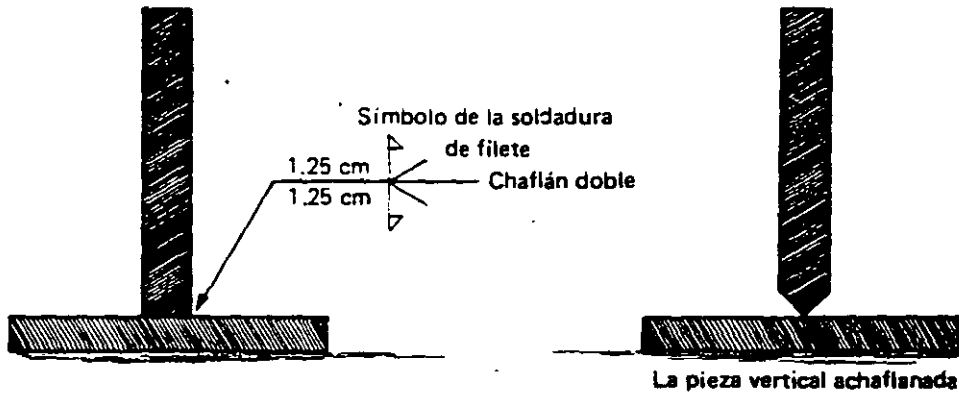
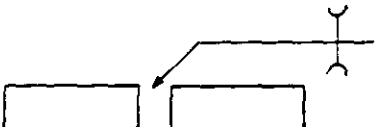
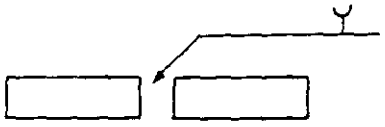


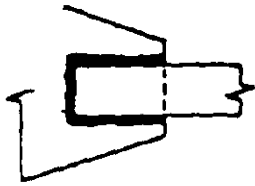
*Resultado*



Resultado

Símbolo

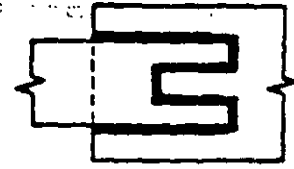




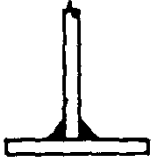
(a) Placas traslapadas



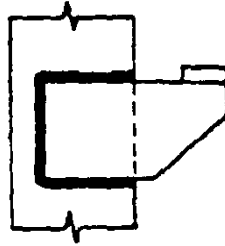
(b) Placas en línea



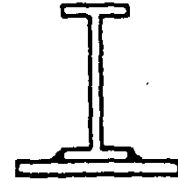
(c) Conexión en ranura



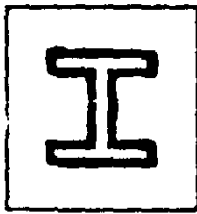
(d) Junta en Te



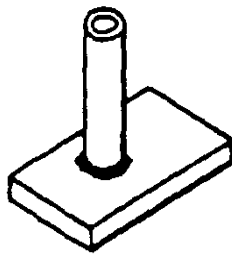
(e) Ménsula



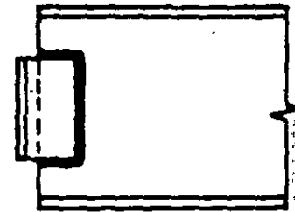
(f) Placa de apoyo de viga



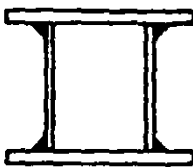
(g) Placa de base de columna



(h) Conexión de tubo

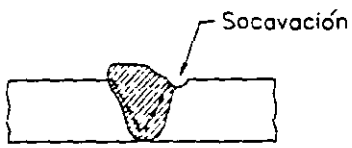


(i) Ménsula de viga

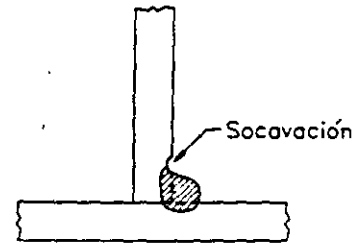


(j) Miembros armados

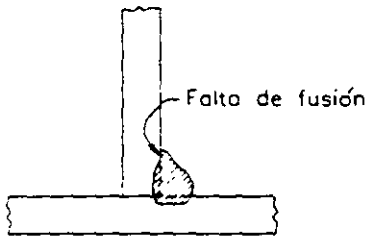
Usos típicos de soldaduras de filete



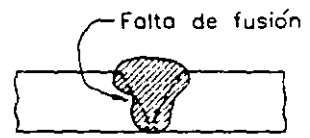
(a)



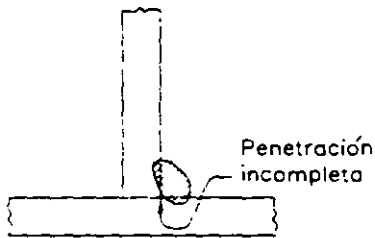
(b)



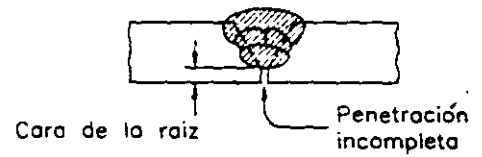
(c)



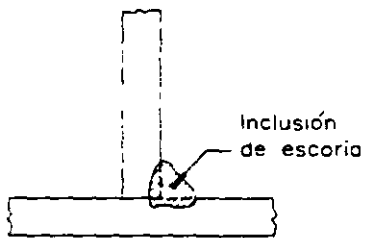
(d)



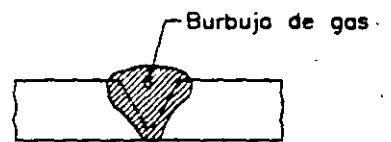
(e)



(f)



(g)



(h)

FIG. 21 DEFECTOS DE SOLDADURAS.

## CONSIDERACIONES DEL MATERIAL- SOLDADURA

### METAL BASE

Piezas de acero que se van a soldar.

El acero debe ser "SOLDABLE", es decir, capaz de producir una soldadura sana, sin defectos e imperfecciones, que sea conveniente para el trabajo requerido. Se debe tener especial cuidado en aceros con **ALTOS CONTENIDOS DE CARBONO** u otros elementos aleados indeseables.

Principales factores que afectan la **soldabilidad**

- Composición química
- Grueso

### Composición química

El contenido de carbono en el metal base es muy importante

Si C es alto, la soldabilidad disminuye

Otros elementos químicos aleados del acero (azufre, fósforo, etc.) también pueden afectar de manera adversa la soldabilidad. Esto es muy importante para aceros de alta resistencia. El efecto de la composición química en la soldabilidad puede evaluarse mediante las fórmulas de "carbono equivalente". Véase el Código de Soldadura Estructural, AWS D1.1:

### Grueso

A medida que aumenta el grueso del material, la velocidad de enfriamiento de la soldadura aumenta. Un enfriamiento rápido del metal de soldadura puede dar como resultado una soldadura muy frágil. Generalmente, se evita un enfriamiento rápido de la soldadura, mediante el precalentamiento de placas gruesas. Véase AWS D1.1.

### Ejemplo. Acero NOM-B-254 (ASTM A36)

Grueso	Precalentamiento
< 19 mm (3/4 in)	Ninguno
De 19 mm a 38 mm ( ¾ a 1 ½ in)	50 °F
De 38 mm a 64 mm (1 ½ in a 2 ½ in)	150 °F
>64 mm (2 ½ in)	225°F

Precauciones generales:

Deben tomarse precauciones especiales cuando se sueldan:

- Aceros de alta resistencia ( $F_y > 3\,515 \text{ kg/cm}^2$  ó 50 ksi)
- Placas muy gruesas ( $t > 38 \text{ mm}$  ó  $1\,5 \text{ in}$ )

## DESIGNACIÓN DE ELECTRODOS

Los electrodos para soldadura se identifican mediante las normas de la *American Welding Society, AWS* (Sociedad Americana de Soldadura).

Para fines de diseño, la propiedad del material más importante es la resistencia última a la tensión del metal de soldadura ( $F_{EXX}$ ). En las Normas AISC-ASD-1989, AISC-LRFD-1993 y NTC-RCDF-2001, se establece:

$$F_{EXX} = \begin{array}{l} 4\ 220\ \text{kg/cm}^2\ (60\ \text{ksi}) \\ 4\ 920\ \text{kg-cm}^2\ (70\ \text{ksi}) \\ 5\ 600\ \text{kg-cm}^2\ (80\ \text{ksi}) \end{array}$$

$F_{EXX}$  = esfuerzo mínimo de ruptura en tensión del metal depositado,  $\text{Kg/cm}^2$ .  
La designación del electrodo depende del proceso de soldadura empleado:

SMAW (Shielded Metal Arc Welding)s  
FCAW (Flux Cored Arc Welding)  
SAW (Submerged Arc Welding)  
GMAW (Gas Metal Arc Welding)

Significado de la designación de electrodos de acuerdo con el proceso SMAW:

EXXX

XX Resistencia última a la tensión del metal de soldadura, en ksi

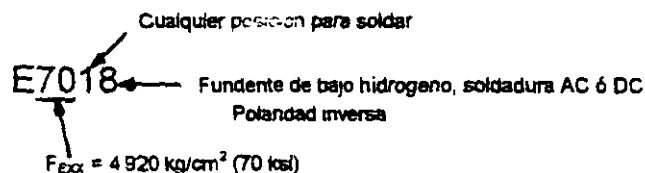
X Código de posición

1 = cualquier posición: plana, horizontal, vertical y sobrecabeza

2 = únicamente posición plana y horizontal

X Características del fundente: corriente alterna, corriente directa e información adicional.

Ejemplo:



Otros procesos (FCAW, SAW, etc.)

- Difiere la designación de los electrodos  
Véase Código de Soldadura Estructural, AWS

Para fines de diseño, el proceso de soldadura que se usará, en general no se conoce.

Convención para diseño:

Para  $F_{EXX} = 4920 \text{ kg/cm}^2$  (60 ksi), especificar Electrodo de la serie E60

Para  $F_{EXX} = 4920 \text{ kg/cm}^2$  (70 ksi), especificar electrodo de la serie E70

### Selección de la resistencia del metal de soldadura

Las Normas AWS recomiendan **metal de soldadura compatible**

Acero	Metal de soldadura compatible
NOM-B-252 (A36)	E60 ó E70
A572, Grados 42 y 50	E70
A572, Grados 60 y 65	E80

En general, para el metal de soldadura compatible:

**$F_{EXX}$  tiene aproximadamente el mismo valor o es un poco más grande que el  $F_u$  del metal base.**

La selección más común de la resistencia del metal de soldadura para los aceros NOM-B-254 (ASTM A36) y A572 Grado 50, es:

E70



## COMPORTAMIENTO Y DISEÑO DE SOLDADURAS DE FILETE

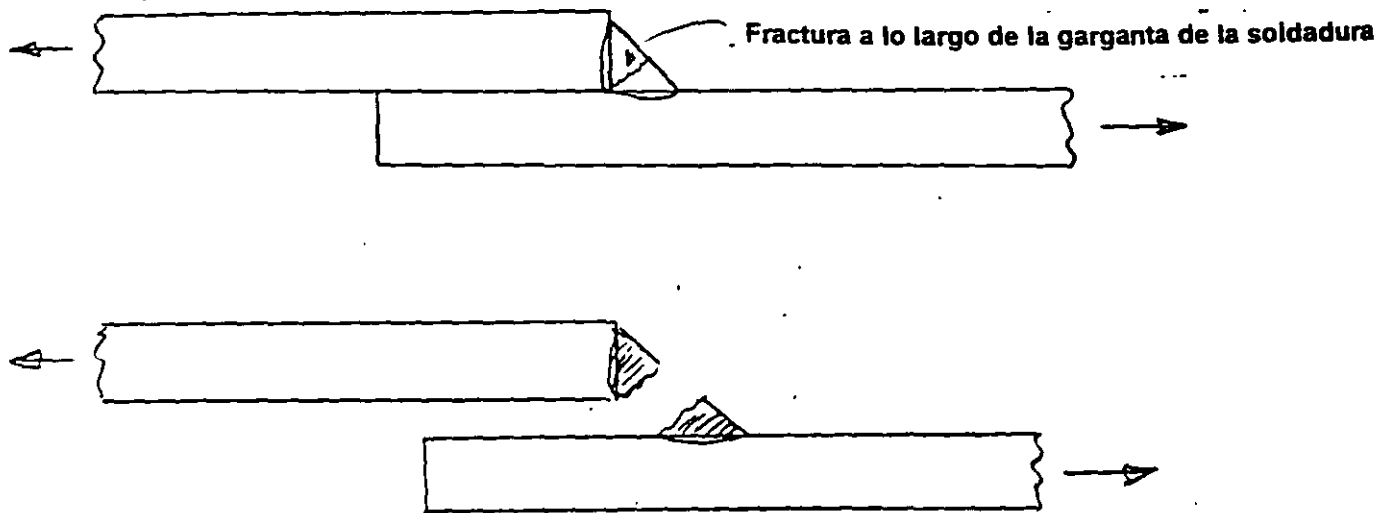
La mayoría de las especificaciones y normas modernas de diseño basan la determinación de la resistencia de las soldaduras de filete en dos suposiciones principales:

1. La falla se presenta siempre por cortante en la garganta cualquiera que sea el tipo de sollicitación
2. Las fuerzas cortantes se distribuyen uniformemente en la superficie de falla, en toda la longitud del cordón.

**Falla de una soldadura = Fractura del metal de soldadura**

(La fluencia del metal de soldadura no se considera un estado límite)

Ejemplos de falla:



**Fractura a lo largo de la garganta de la soldadura**

El **área efectiva** de una soldadura de filete es igual al producto de su longitud por el tamaño efectivo de la garganta.

El tamaño efectivo de la garganta de una soldadura de filete es igual a la distancia más corta entre la raíz y la cara de la soldadura diagramática.

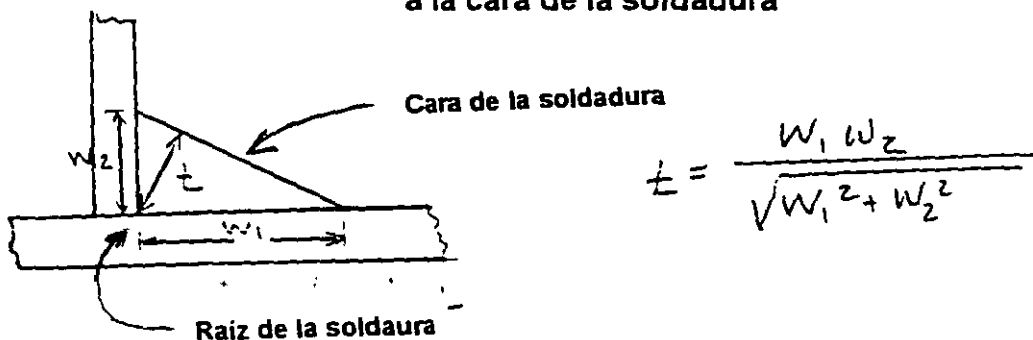
La resistencia de una soldadura, es decir, la carga que causa la fractura, se calcula multiplicando su área efectiva por un esfuerzo constante :

**Resistencia de una soldadura ( es decir, carga que causa la fractura)=  
Área efectiva de soldadura x Esfuerzo de fractura**

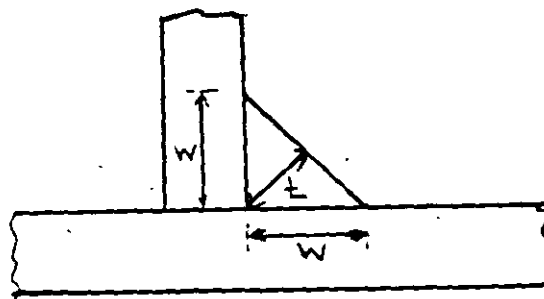
**Área efectiva = Tamaño efectivo de garganta (t)x Longitud de soldadura(L<sub>w</sub>)**

$$\text{Área efectiva} = tL_w$$

**Tamaño efectivo de la garganta (t)= Distancia mínima de la raíz de la junta a la cara de la soldadura**



Para el caso general de una soldadura de filete de piernas iguales:



$$t = 0.707w$$

donde:

w= Tamaño de la soldadura de filete, en cm

t = Tamaño efectivo de la garganta, en cm

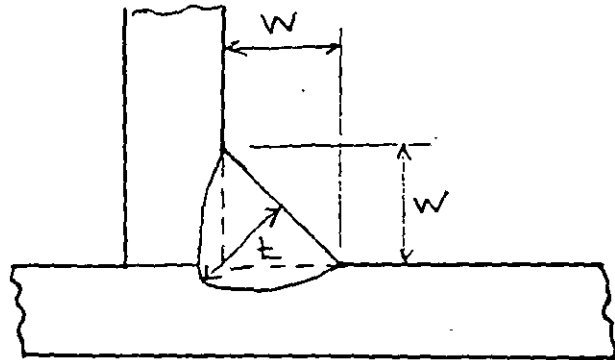
Ejemplo. Para una soldadura de piernas iguales de 10 mm (3/8 in), el tamaño efectivo de la garganta es:

$$t = 0.707 \times 0.95 = \text{cm}$$

**Excepción:**

Cuando se utiliza el proceso de Soldadura por Arco Sumergido (SAW); se obtiene una mayor penetración del metal de soldadura en el metal base, en

comparación con otros procesos. Consecuentemente, se puede utilizar un tamaño efectivo de garganta mayor.



Para SAW

$t = w$  para  $w < 10 \text{ mm}$  ( $3/8 \text{ in}$ )

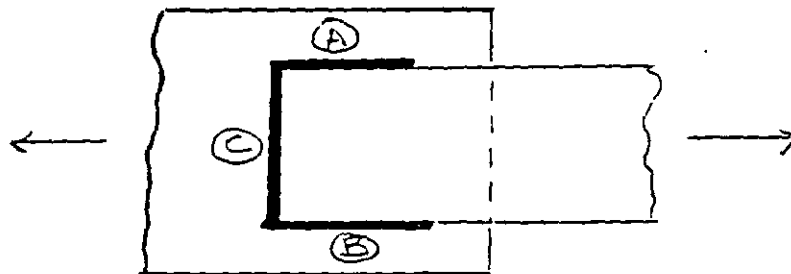
$t = 0.707w + 2 \text{ mm}$  para  $w > 10 \text{ mm}$  ( $3/8 \text{ in}$ ).

Véase la Sección J2.2a, AISC-LRFD-1993, página. 6-75.

En soldaduras de filete depositadas por el proceso de arco sumergido, el tamaño efectivo de la garganta puede tomarse igual a la pierna del cordón cuando esta no excede de 10 mm ( $3/8 \text{ in}$ ), e igual a la garganta teórica más 2.5 mm para filetes mayores de 10 mm ( $3/8 \text{ in}$ ).

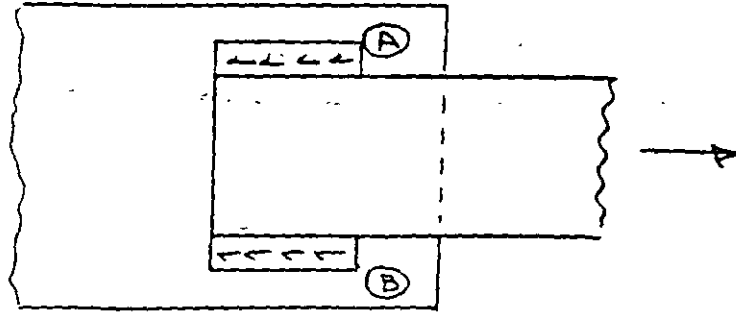
### Esfuerzos de fractura de soldaduras de filete

La distribución real de esfuerzos en una soldadura de filete es muy compleja aún para la junta más simple.



Uno de los factores más importantes que afectan la resistencia real de una soldadura de filete es la **DIRECCIÓN** de la carga aplicada en la soldadura. Las dos placas que forman la junta traslapada están conectadas con tres soldaduras de filete: A, B y C.

La carga aplicada produce **esfuerzos cortantes** en el área efectiva de las soldaduras A y B. De esta manera, la resistencia de la soldadura A y B está controlada por la resistencia al cortante del metal de soldadura.

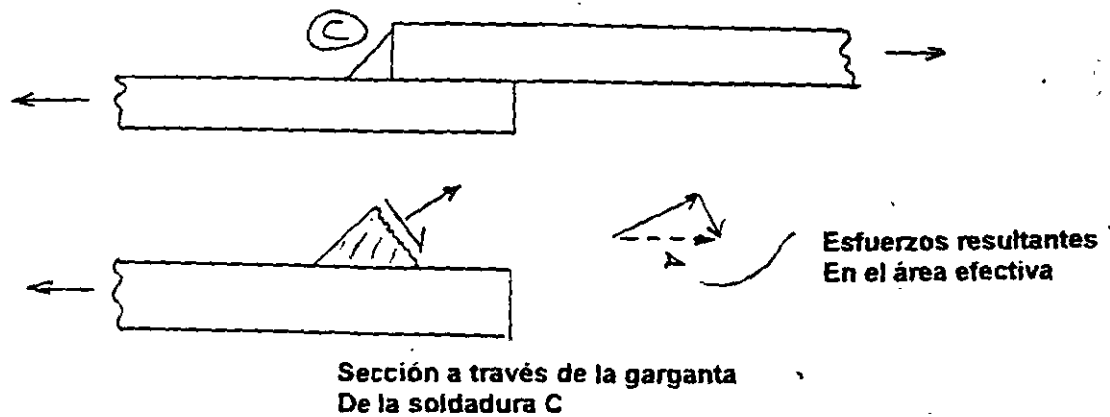


Los esfuerzos de fractura de soldaduras A y B = Resistencia al cortante del metal de soldadura =  $0.60F_{EXX}$ .

donde:

$0.60F_{EXX}$  = Esfuerzo mínimo de ruptura en tensión del metal depositado, en  $\text{kg/cm}^2$

La carga aplicada produce esfuerzos cortantes y de tensión en el área afectiva de la soldadura C.



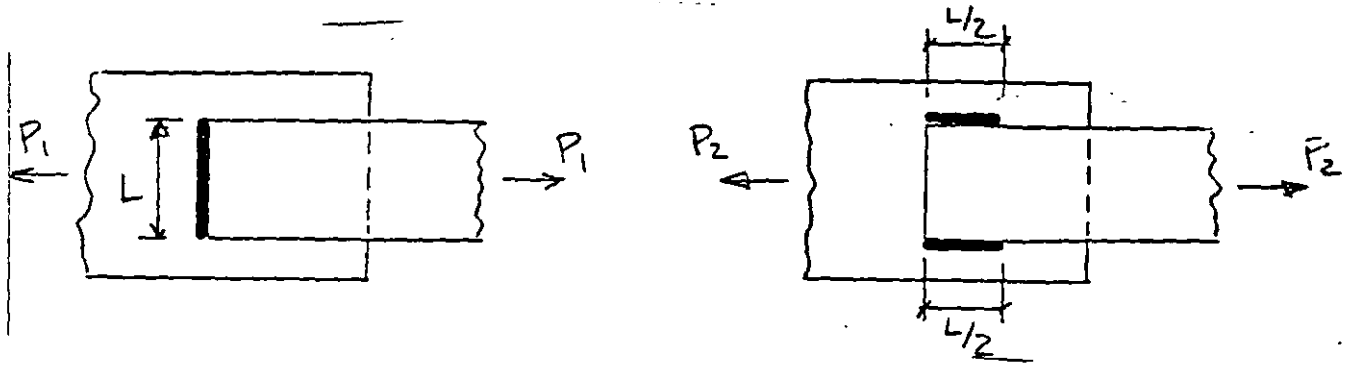
Sección a través de la garganta de la soldadura C

El esfuerzo que causa la fractura de la soldadura C será un valor intermedio entre la resistencia al cortante y la resistencia a la tensión del metal de soldadura, es decir:

$$0.60F_{EXX} < \text{Esfuerzo de fractura de la soldadura C} < F_{EXX}$$

Consecuentemente, la soldadura C será más resistente que las soldaduras A y B.

En general, las soldaduras de filete cargadas transversalmente son significativamente más resistentes que las soldaduras de filete cargadas longitudinalmente.



Para la falla de la soldadura:

$$P_1 = (1.4 \text{ a } 1.6) P_2$$

La resistencia de una soldadura de filete depende del ángulo medido entre la carga aplicada y el eje de la soldadura.

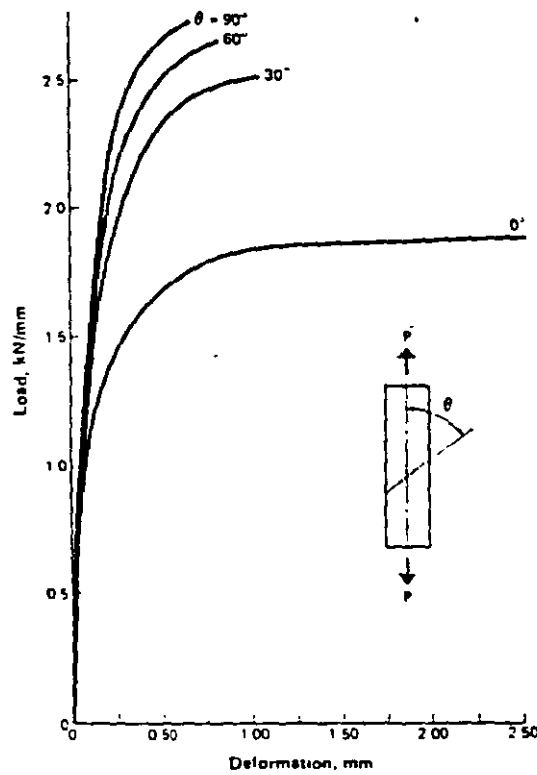


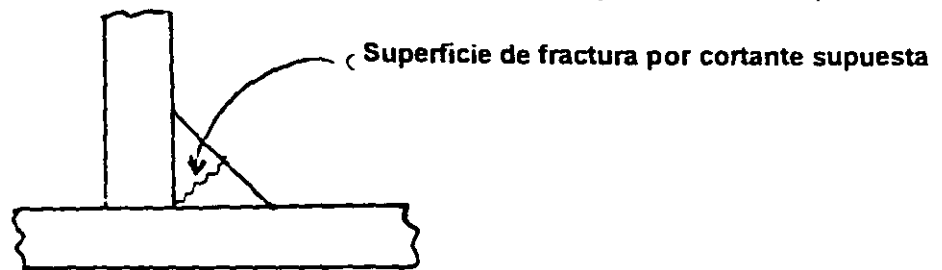
Figure 10.4  
Load vs. Deformation Response of Fillet Welds

## RESISTENCIA DE DISEÑO DE SOLDADURAS DE FILETE

Para determinar la resistencia de soldaduras de filete, se hacen las siguientes simplificaciones.

Se supone que todas las cargas en las soldaduras de filete van a ser soportadas como **esfuerzos cortantes puros** en el área efectiva de la soldadura.

De acuerdo con lo anterior, se define "**falla**" de una soldadura de filete como la **fractura por cortante** a través de la **garganta efectiva** de la soldadura.



### Superficie de fractura por cortante supuesta

Se supone que la fractura por cortante del metal de soldadura ocurre para un esfuerzo cortante de  $0.60F_{EXX}$ .

Donde  $F_{EXX}$  es la resistencia última especificada del metal de soldadura.

De acuerdo con la Sección J2.4, Especificaciones AISC-LRFD-1993, la resistencia de diseño de una soldadura de filete,  $\phi R_n$  se calcula como sigue:

$$R_n = 0.75tL_w (0.60F_{EXX})$$

**Donde:**

$\phi$  = Factor de reducción de resistencia

$t$  = Garganta efectiva, en cm

$L_w$  = Longitud de la soldadura, en cm

$0.60F_{EXX}$  = Resistencia última a la tensión del metal depositado, en  $\text{kg}/\text{cm}^2$

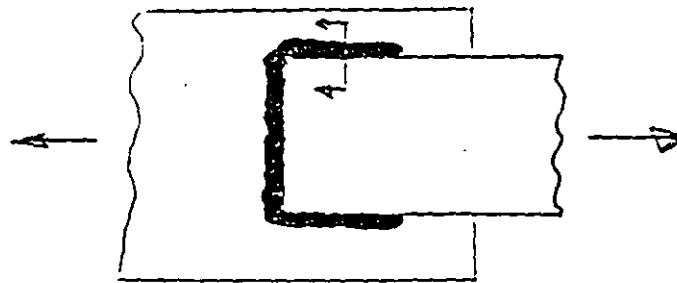
Esta misma resistencia se usa sin tomar en cuenta la dirección de la carga.

**TABLE J2.4**  
**Minimum Size of Fillet Welds<sup>[b]</sup>**

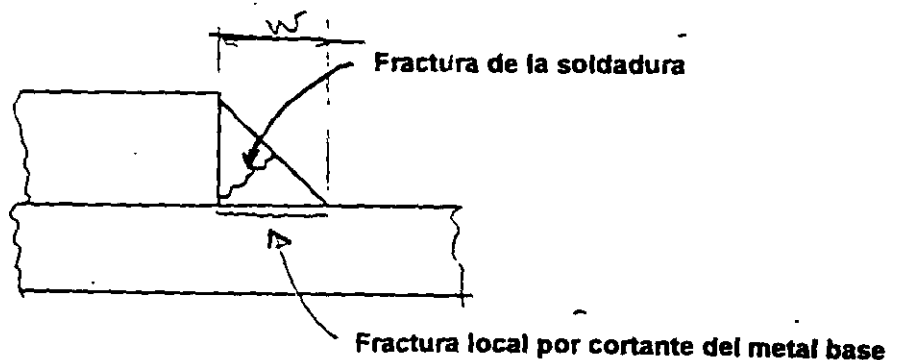
Material Thickness of Thicker Part Joined (in.)	Minimum Size of Fillet Weld <sup>[a]</sup> (in.)
To 1/4 inclusive	1/8
Over 1/4 to 1/2	3/16
Over 1/2 to 3/4	1/4
Over 3/4	5/16

[a] Leg dimension of fillet welds. Single pass welds must be used.  
[b] See Section J2.2b for maximum size of fillet welds.

**FRACTURA LOCAL POR CORTANTE DEL METAL BASE**



Sección a través de la soldadura de filete



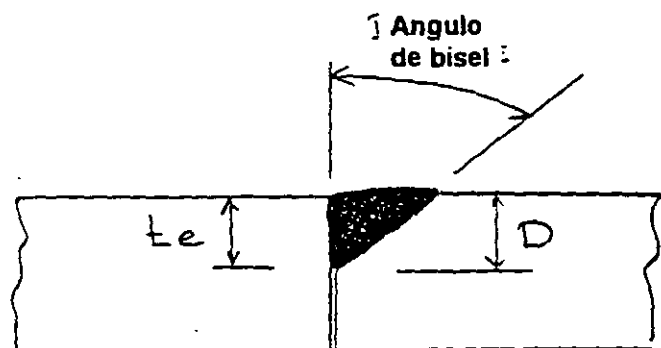
Fractura local por cortante en el metal base

La resistencia de diseño de la soldadura, basada en la fractura local por cortante del metal base, se determina con la expresión siguiente:

$$\phi R_n = (.75)(w)(L_w)(0.60F_u)$$

Los símbolos se han definido anteriormente.

## RESISTENCIA DE SOLDADURAS DE RANURA DE PENETRACIÓN PARCIAL

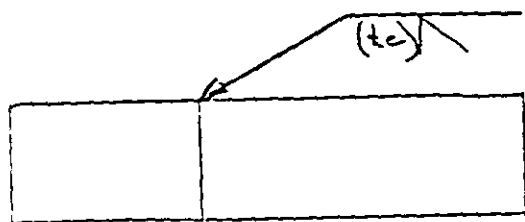


$t_e$  = garganta efectiva de soldadura, en cm  
 = Profundidad efectiva de la penetración de soldadura  
 $D$  = Profundidad del bisel

Para ángulo de bisel  $> 60^\circ$ :  $t_e = D$

$60^\circ >$  Profundidad del bisel  $> 45^\circ$   $t_e = D - 3 \text{ mm}$

Simbolo de soldadura:

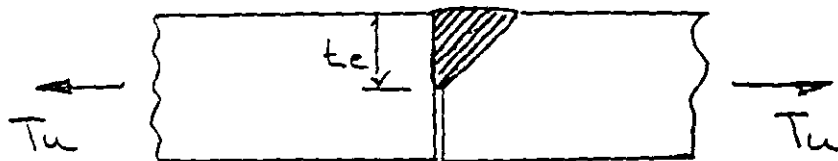


Nota:

La garganta efectiva se muestra entre paréntesis.

El fabricante debe elegir la profundidad y ángulo del bisel para lograr la garganta efectiva de la soldadura  $t_e$ .

### Resistencia en tensión



$$T_u < \phi T_n$$

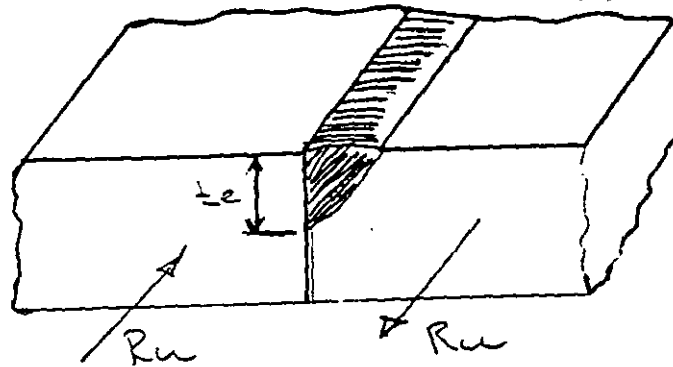
Falla = Fractura de la soldadura o del metal base

$T_n$  = la menor de:

$$\begin{aligned} \phi (t_e)(LW)(.6F_{EXX}) & \quad \phi=0.80 \\ \phi (t_e)(LW)(F_{UBM}) & \quad \phi=0.75 \end{aligned}$$



## Resistencia en cortante



$$R_u < \phi R_n$$

**Falla = fractura de la soldadura o del metal base**

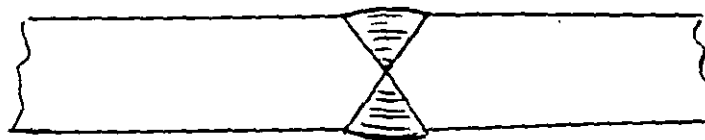
$\phi R_n$  = la menor de:

$$\begin{array}{ll} \phi(t_e)(L_w)(.6F_{EXX}) & \phi=0.75 \\ \phi(t_e)(t_w)(.6F_{EXX}) & \phi=0.75 \end{array}$$

Nota:

Las soldaduras de penetración parcial no son convenientes cuando están cargadas en tensión bajo cargas cíclicas o dinámicas.

## Resistencia de soldaduras de ranura de penetración completa



Cuando se usa metal de soldadura compatible, una soldadura de penetración completa desarrolla la resistencia total del metal base, para cualquier tipo de carga.

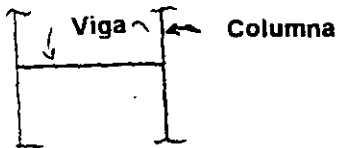
De esta manera, no se requiere calcular la resistencia de la soldadura.

## CONEXIONES EXTREMAS DE VIGAS.

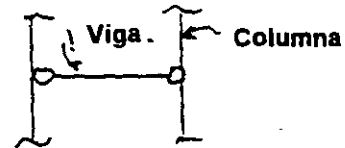
Conexiones extremas de vigas:

- Trabe -columna
- Viga a trabe

Para propósitos de análisis y diseño, las conexiones extremas de vigas se idealizan típicamente como:



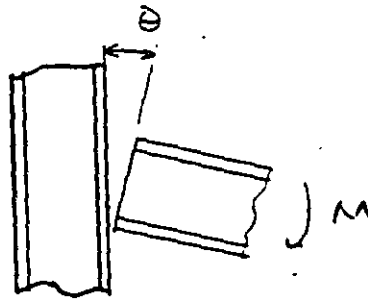
**Totalmente rígidas**



**Totalmente articuladas**

Comportamiento real

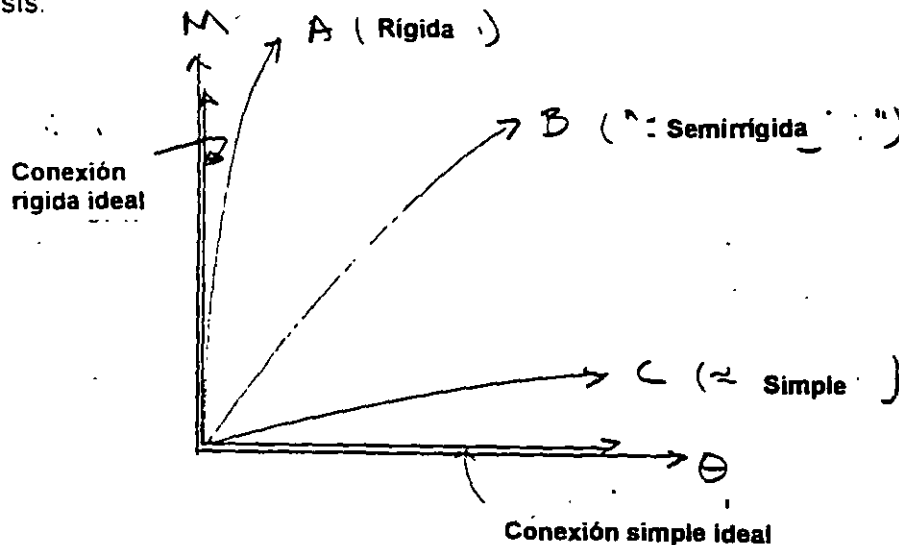
Generalmente entre conexiones totalmente rígidas y completamente articuladas.



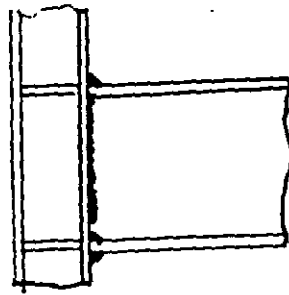
$M$  = Momento en el extremo de la viga

$\theta$  = Rotación relativa entre la viga y la columna

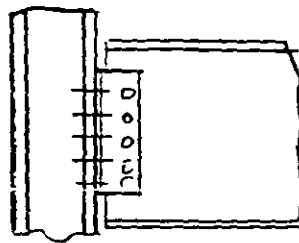
El diseño de una conexión debe procurar ser consistente con las suposiciones de análisis.



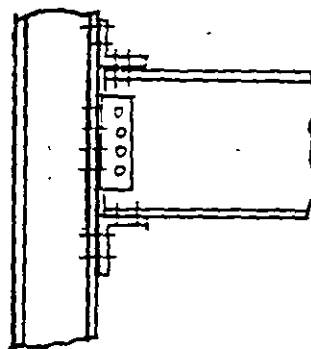
## Ejemplos de conexiones trabe-columna



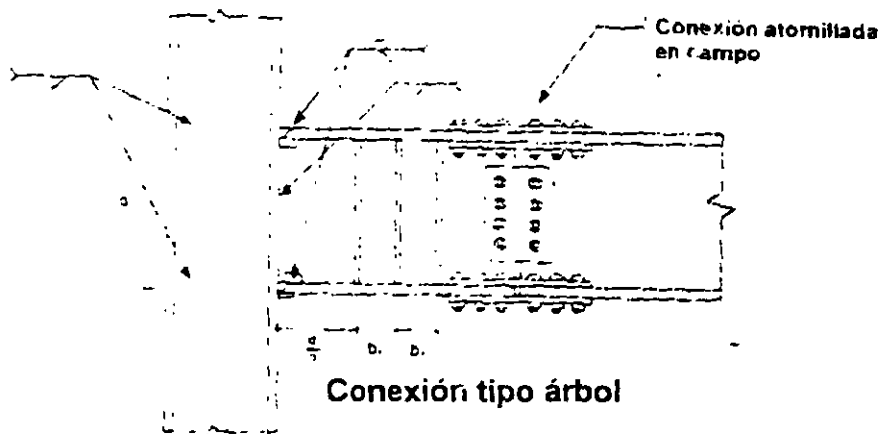
**Conexión soldada totalmente**  
(aproximadamente rígida)



**Conexión trabe-columna con ángulo**  
(aproximadamente articulada)



**Conexión con ángulos de asiento y placa de cortante**  
(conexión semirrígida)



**Conexión tipo árbol**

## CONEXIONES SIMPLES ("CONEXIONES ARTICULADAS")

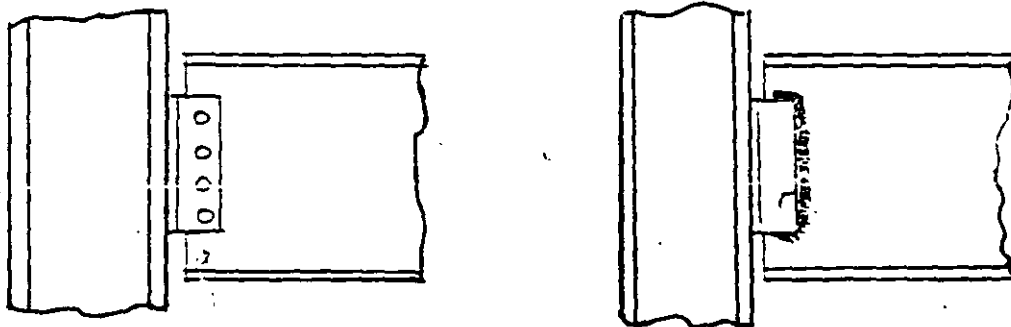
Suposición:

Las conexiones extremas de las vigas transmiten únicamente cortante (no momento flexionante)

Requisito de comportamiento:

La conexión debe proporcionar cierta **FLEXIBILIDAD**

Ejemplos de conexiones simples:



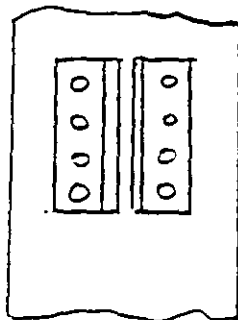
**Conexiones trabe-columna**

Angulos en espalda

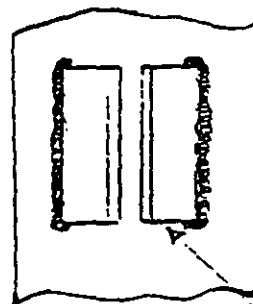
Atornillado o soldado a la viga

Atornillado o soldado a la columna

Conexión de ángulos a la columna



Atornillados a la columna



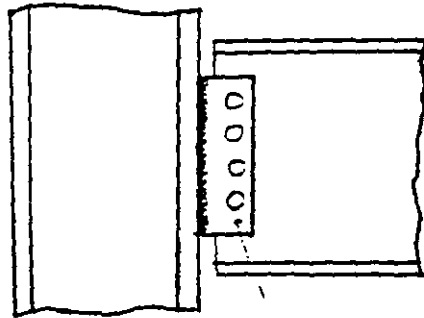
Soldados a la columna

No soldar los lados superiores e inferiores de los ángulos. Se coloca solamente soldadura en las esquinas (remates).

En conexiones trabe- columna, la flexibilidad es proporcionada por la flexión de los ángulos.

En algunos casos el ángulo de asiento de la viga está atiesado. Se recomienda emplear un ángulo superior para dar estabilidad a la viga. El ángulo se atornilla o suelda a la columna

### Conexión viga-columna con placa de cortante simple.



Placa sencilla  
Soldada en taller a la columna y atornillada en campo al alma de la viga

La placa de cortante simple ha sustituido rápidamente a los ángulos como el elemento más común de conexiones extremas de vigas simples.

Nota:

El M-AISC-LRFD-1993-VII, ASD-1989 y LRFD-1993 contiene procedimientos de diseño de los diferentes tipos de conexión que se han presentado.

### CONEXIONES A MOMENTO (CONEXIONES RIGIDAS)

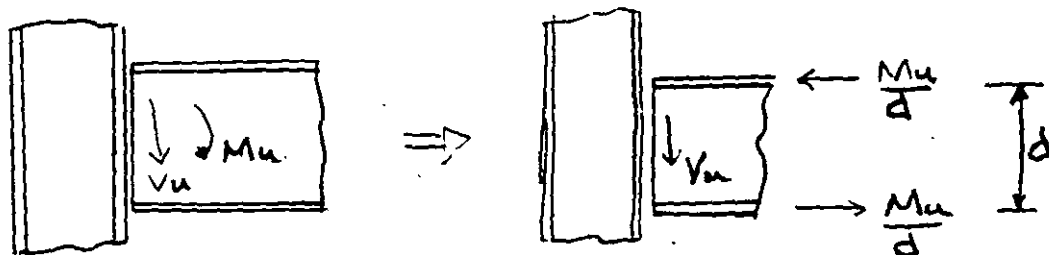
#### Requisitos de comportamiento

- Transmiten momento flexionante y cortante
- Permiten poca o ninguna rotación relativa entre la viga y la columna.

#### Suposiciones usuales de diseño

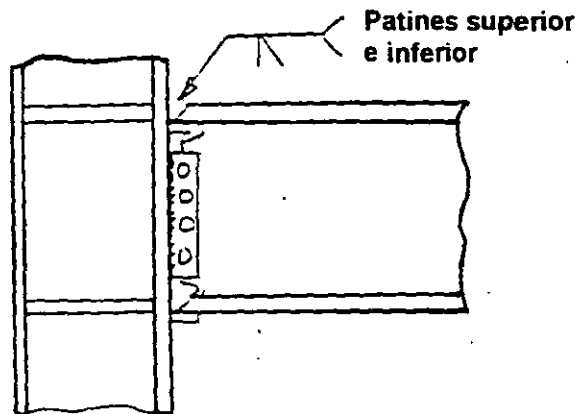
Los patines de la viga transmiten el momento flexionante

El alma de la trabe transmite el cortante



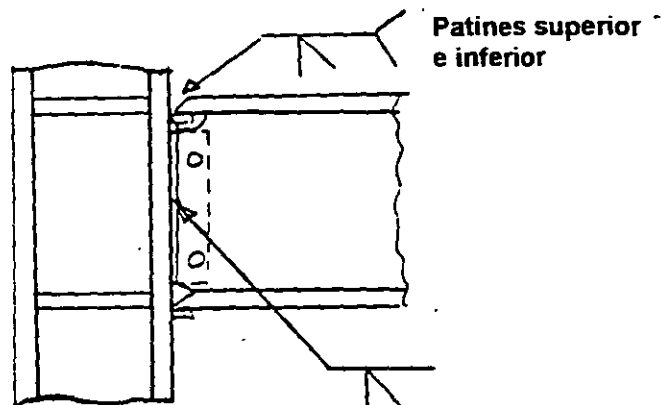
## Detalles típicos

### 1. Conexión soldada en patines

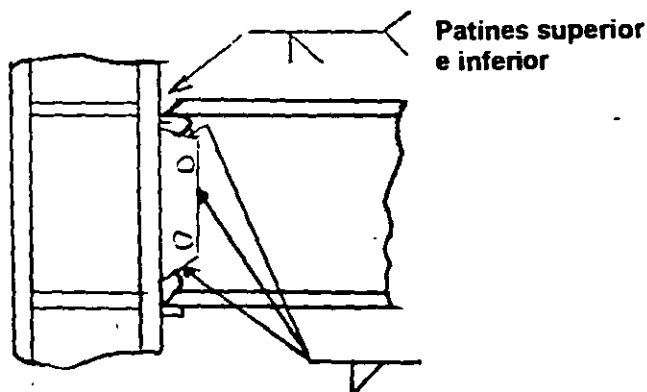


### Patines soldados y alma de la trabe atomillada

- Muy común en la práctica de diseño en los Estados Unidos de América
- Debe usarse con precauciones especiales, aún para estructuras ubicadas en zonas de poca frecuencia sísmica.
- Mostró un comportamiento inadecuado durante el sismo de Northridge, 1994.



Conexión totalmente soldada con el alma de la viga unida a la columna con soldadura de ranura de penetración completa.



Toda la conexión es soldada con el alma de la viga unida a la placa de cortante con soldadura de filete.

En conexiones trabe-columna, la flexibilidad es proporcionada por la flexión de los ángulos.

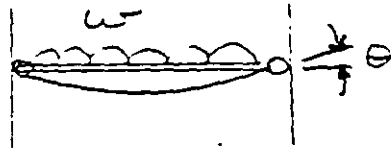


La flexión de los ángulos permite  $\theta$

Utilizar ángulos delgados para reducir el momento flexionante. En general se utilizan ángulos menores de 16 mm (5/8) in de grueso.

Nótese que generalmente la conexión no proporciona grandes rotaciones.

Ejemplo. Conexión simple de una viga IPR, IR ó W 18x40 (457x 59.8), con un claro de 7.5m y que soporta una carga permisible uniformemente repartida de  $w = 4 \text{ ton/m}$  (2.7 k/ft).

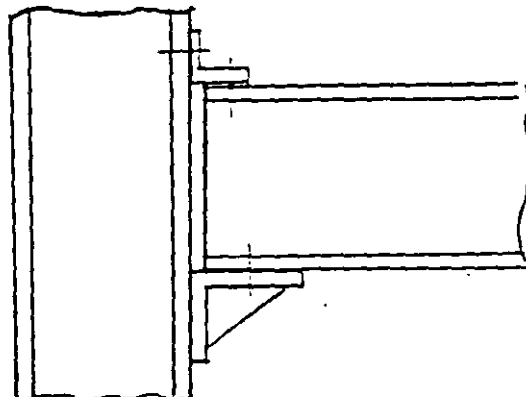


$$\theta = \frac{wL^3}{24EI} = \frac{400 \times 750^3}{24 \times E \times 25473}$$

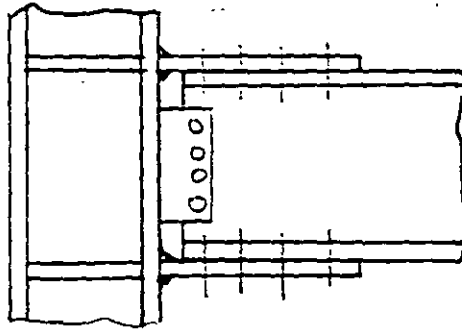
$$\theta = 0.014 \text{ rad} = 8^\circ$$

De esta manera, para una conexión extrema de una viga que se considera "simple", debe proporcionar generalmente flexibilidad para rotaciones pequeñas.

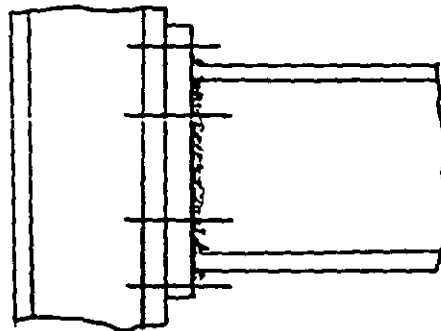
### Conexiones de vigas con asiento



2. Conexiones con placas en patines (*Flange Plates Connections*)



3. Conexión trabe-columna con placa de extremo (*End Plate Connections*)





**Ejemplo.** Un tubo circular OC 114x 8.56 mm (4.5x 0.337in) de acero NOM-B-254 (ASTM A254,  $F_y = 2\ 530\ \text{Kg/cm}^2$ , 250 MPa ó 36 ksi) de una estructura espacial está sometido a un esfuerzo de tensión axial de  $1500\ \text{Kg/cm}^2$  como se indica en la figura. El tubo está unido a una placa plana con soldadura de filete todo alrededor. Determinar el tamaño de la soldadura de filete necesario para que resista la carga aplicada en el tubo. Utilizar electrodos de la serie E70XX ( $F_{EXX} = 4\ 920$ ,  $\text{Kg/cm}^2$ , 483 MPa o 70 ksi).

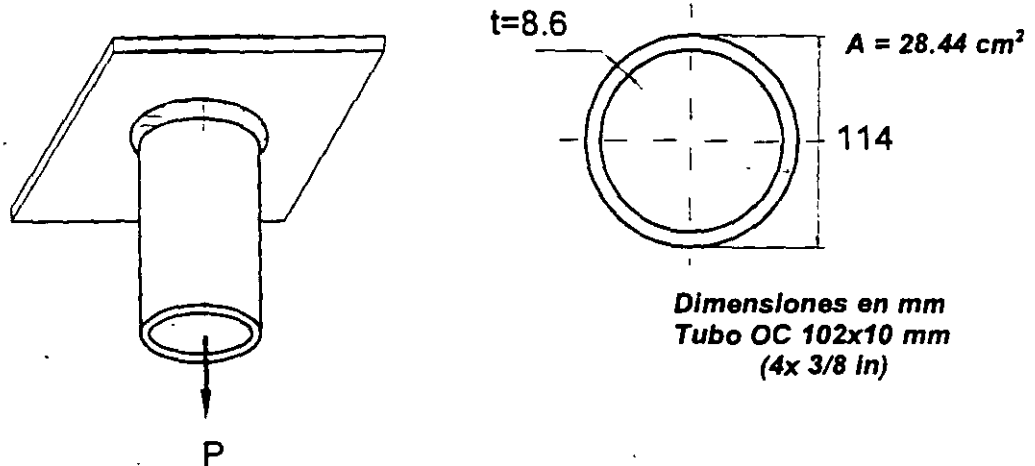


Fig. Tubo circular

**SOLUCIÓN:**

**Carga permisible del tubo**

De acuerdo con el *diseño por esfuerzos permisibles* (especificaciones IMCA o ASD-89), la carga máxima permisible que puede soportar el tubo es

$P = \text{área de la sección transversal} \times \text{esfuerzo permisible en tensión}$

$$P = A F_t = A (0.6F_y)$$

$$P = 28.44 \times 0.6 \times 2\ 530 \times 10^3 = 43.2\text{Ton}$$

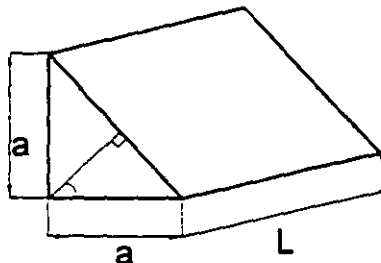
**Longitud de soldadura de filete**

La longitud de la soldadura de filete corresponde en este caso al perímetro del tubo,

$$L = \pi D = \pi \times 114 = 36.0\ \text{cm}$$

**Capacidad de la soldadura de filete**

La capacidad de la soldadura de filete por centímetro lineal es;



$q = \text{garganta} \times \text{Longitud de la soldadura} \times 30 \text{ de la resistencia nominal a la tensión del metal de soldadura}$

$$q = \cos 45^\circ a L (0.3F_{EXX}) = 0.707 \times 1.0 \text{ cm} (0.3F_{EXX}) *$$

$$q = 0.707 \times 1.0 (0.30 \times 4920) a$$

$$q = 1.044a \text{ Kg/cm} \quad (1)$$

Véase Tabla Esfuerzos permisibles en soldadura, página 144, M-IMCA.

En la expresión anterior:

a = pierna de la soldadura de filete de 1 cm de longitud.

La carga que debe soportar cada centímetro lineal de soldadura de filete es:

$$q = \frac{P}{L} = \frac{\text{Carga aplicada}}{\text{Longitud de la soldadura}}$$

$$q = \frac{43.2 \times 10^3}{36} = 1200 \text{ Kg/cm} \quad (2)$$

Se igualan las expresiones (1) y (2) y se despeja el tamaño de la soldadura

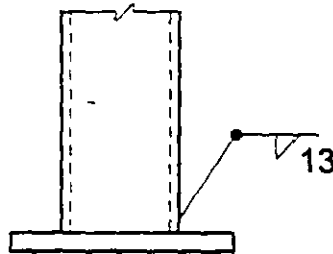
$$1.044a = 1200$$

$$a = \frac{1200}{1.044} = 1.15 \text{ cm} = 11.5 \text{ mm}$$

Utilizar  $a = 12.7 \text{ mm} (1/2 \text{ in})$

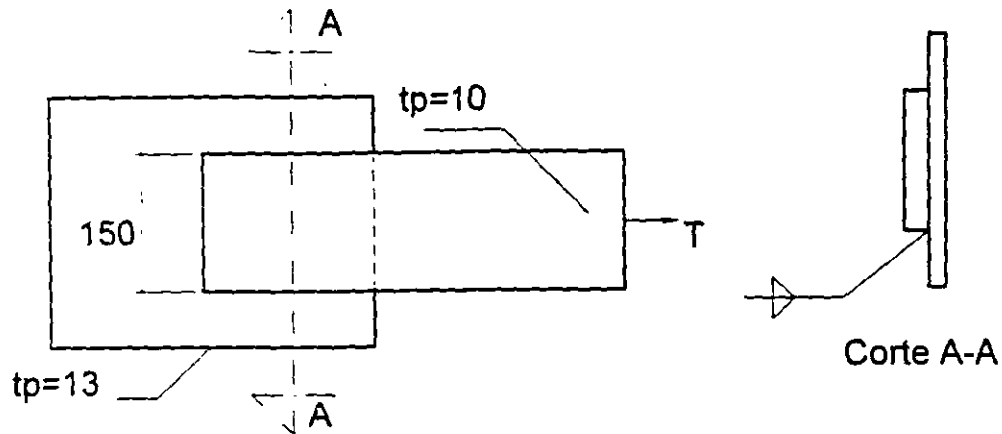
**CONCLUSIÓN:**

Utilizar una soldadura de filete de 12.7 mm (1/2 in) todo alrededor como se muestra en la siguiente figura.



**Fig. Detallado de la soldadura**

**Ejemplo.** Diseñar la soldadura de filete de la junta traslapada que se muestra en la figura, para que resista una carga de tensión correspondiente a su capacidad permisible. Utilizar electrodos de la serie E 70XX (4 920 Kg/cm<sup>2</sup>, 483 MPa ó 70 ksi) y acero NOM-B-254 (ASTI A36,  $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ ).



**Fig. Junta traslapada del ejemplo**  
**Acotaciones en mm**

**SOLUCIÓN:**

**Capacidad permisible de la placa en tensión**

Como no hay agujeros en la placa de 150x10 mm (6x3/8 in), la capacidad permisible se determina como sigue:

$$T = A F_t = bt (0.6F_y) = 15 \times 0.95 \times 0.6 \times 2.53 = 22 \text{ Ton}$$

**Tamaño de la soldadura**

$$t_{\max} = t_{\text{placa}} - 1.6 \text{ mm} = 10 - 1.6 = 8.4 \text{ mm ( 5/16 in)}$$

$$t_{\min} = 5 \text{ mm (3/16 in)}$$

Véase tabla 1.17.2a, Tamaño mínimo de soldaduras de filete e Inciso 1.17.4 Tamaño máximo de soldaduras de filete, especificaciones IMCA o AISC-ASD-1989. Se propone soldadura de 6.4 mm (1/4 in).

**Longitud de la soldadura**

$$f_v = \frac{T}{0.707 a L}$$

Se despeja la longitud L de la expresión anterior

$$L = \frac{T}{0.707 a F_v}$$

donde:

$T$  = fuerza de tensión, Kg

$F_v$  = esfuerzo cortante permisible =  $0.3F_{EXX} = 0.3 \times 4\,920\text{ Kg/cm}^2 = 1\,475\text{ Kg/cm}^2$

$a$  = Tamaño de la soldadura = 6.4 mm (1/4 in)

$$L = \frac{22 \times 10^3}{0.707 \times 0.64 \times 1475} = 33 \text{ cm}$$

**Detallado de la junta**

Véase la Sección 1.17.7 Remates en extremos de soldadura de filete. Se usarán remates de soldadura de filete de longitud:

$$L = 2 \text{ tamaño nominal de la soldadura}$$

$$L = 2 \times 6.4 \text{ mm} = 13 \text{ mm}$$

La distancia perpendicular entre soldaduras de filete no será mayor que 200 mm. En este caso, la distancia es 150 mm

**Longitud de las soldaduras de filete**

Véase la Sección 1.17.4 Longitud de soldaduras de filete. Se depositarán dos soldaduras de filete longitudinales de 17 cm cada uno, incluyendo los remates:

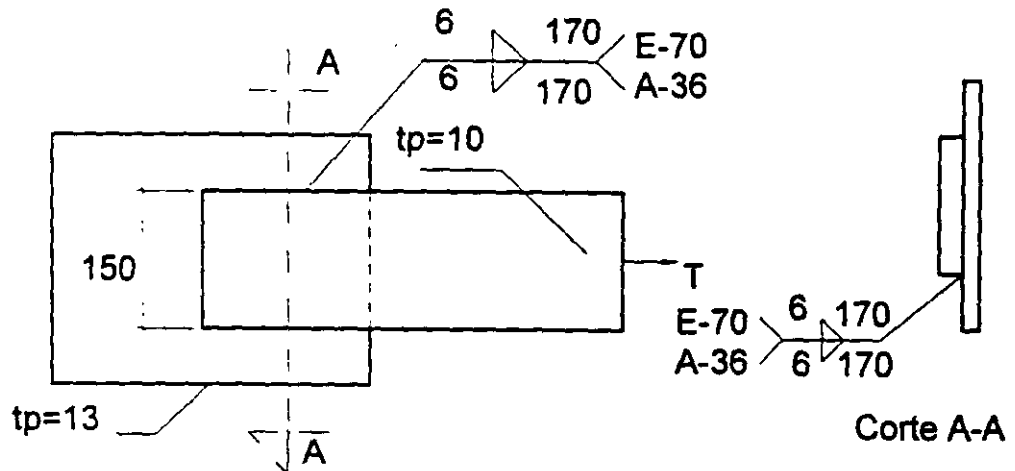
$$L = \frac{33}{2} = 16.5 \text{ cm} \quad \text{Usar 17 cm}$$

La longitud de la soldadura de filete debe ser mayor que la distancia entre ellas, es decir:

$$L = 17 \text{ cm} > 15 \text{ cm} \quad \text{Correcto}$$

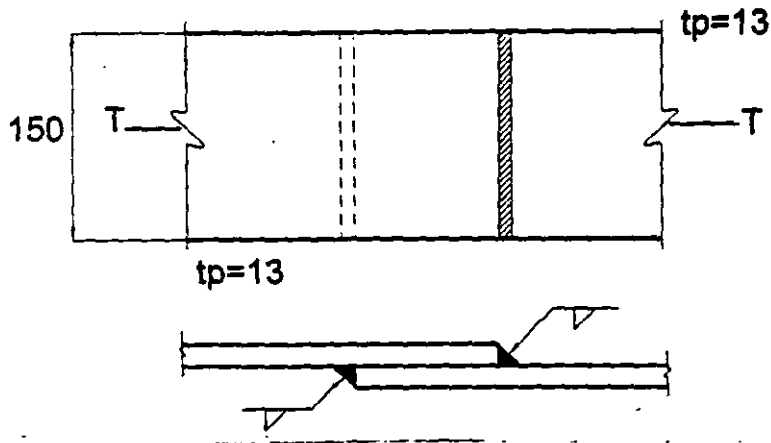
**Detallado de la junta**

En la siguiente figura se muestran los resultados de diseño de la junta traslapada del ejemplo.



**Fig. Detallado de la junta**  
**Acotaciones en mm**

**Ejemplo 2.** Diseñar la soldadura de filete necesaria para la junta traslapada que se muestra en la figura. La junta debe desarrollar la capacidad total de las placas, los electrodos son de la serie E 7018 (4 920 Kg/cm<sup>2</sup>, 483 MPa ó 70 ksi) y el acero NOM-254 (ASTM A36, F<sub>y</sub> = 2 530 Kg/cm<sup>2</sup>).



**Fig. Junta traslapada del ejemplo**  
**Acotaciones en mm**

**SOLUCIÓN:**

**Capacidad permisible de la placa en tensión**

La capacidad permisible en tensión se determina con la fluencia en el área total

$$T = A_t F_t = bt(0.6F_y) = 15 \times 1.27 \times 0.6 \times 2.53 = 29.4 \text{ Ton}$$

$$t_{\max} = t_{\text{placa}} - 1.3 \text{ mm o } 2.7 - 1.3 = 11.1 \text{ mm ( 7/16 in)}$$

$$t_{\min} = 5 \text{ mm ( 3/16 in)}$$

Se propone soldadura de filete de 10 mm (3/8 in)

**Longitud de la soldadura**

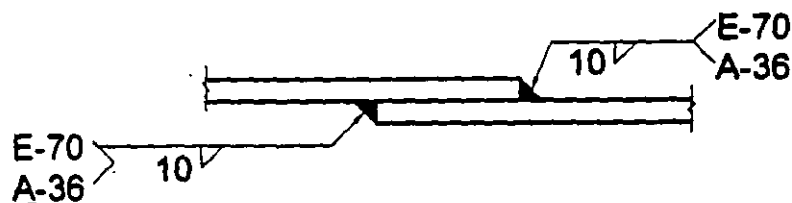
En este caso como la longitud está definida por el ancho de las placas, se determinará el tamaño de la soldadura.

$$t_{\text{nec}} = \frac{T}{0.707 LF_u} = \frac{29.4 \times 10^3}{0.707 \times 2 \times 15 \times 0.3 \times 4920} = 0.94 \text{ cm}$$

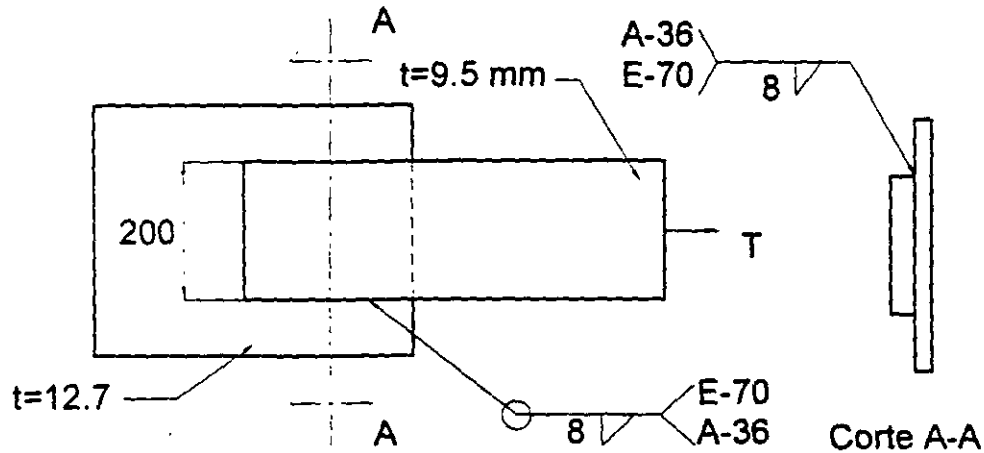
Se utilizará soldadura de filete de 10 mm (3/8 in).

**Detallado de la junta**

En la siguiente figura se indican los resultados de diseño.



**Ejemplo.** Calcular, con las normas AISC-ASD-1989 o especificaciones IMCA, la carga que puede soportar la junta traslapada soldada que se muestra en la figura. El acero es NOM-B-254 (ASTM A36,  $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ ) y los electrodos son de la serie E 7018 ( $F_{EXX} = 4\,920\text{ Kg/cm}^2$ , 483 MPa ó 70 ksi).



**Fig. Junta en tensión**  
Acotaciones en mm

**SOLUCIÓN:**

**Capacidad de la soldadura de filete de 8 mm (5/16 in)**

Se determina la capacidad de la soldadura por centímetro lineal y considerando que las piernas son iguales.

$$C = \text{sen } 45^\circ t F_v = 0.707t (0.3F_{EXX})$$

$$C = 0.707 \times 0.8 \times 0.30 \times 4\,920 = 824\text{ Kg/cm}$$

**Capacidad total de la soldadura de filete:**

$$C_T = 3 \times L \times \text{Capacidad de la soldadura}$$

$$C_T = 3 \times 20 \times 824 = 49\,440\text{ Kg} = 49.4\text{ Ton}$$

L = distancia perpendicular entre las soldaduras longitudinales de filete

**Capacidad de la placa en tensión**

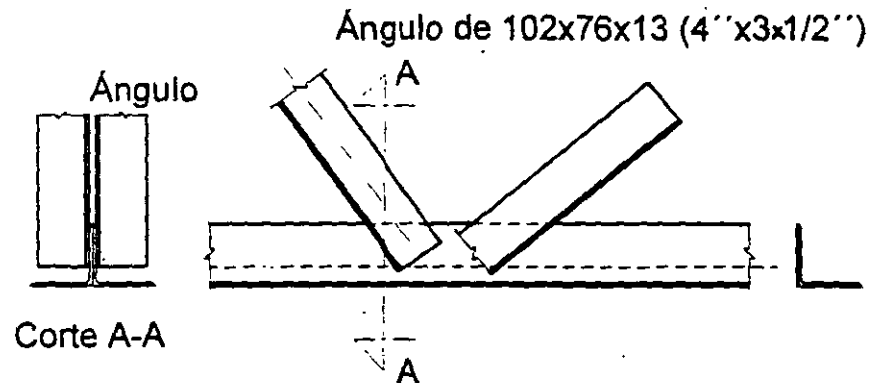
$$C = AF_t = bt(0.6F_y) = 20 \times 0.95 \times 0.6 \times 2.53 = 28.8\text{ Ton} < C_T = 49.4\text{ Ton}$$

**CONCLUSIÓN:**

La carga máxima que puede aplicarse a la junta traslapada del ejemplo es  $T_{m\acute{a}x} = 28.8\text{ Ton}$ , que es menor que la capacidad total de la soldadura de filete completa (60 cm).

## Diseño de miembros estructurales según AISC-ASD-1989

**Ejemplo ASD-4.** Diseñar, con las especificaciones AISC-ASD-89 o IMCA, la soldadura de filete para que desarrolle la capacidad total del ángulo de lados desiguales APS ó LD 102x76x 13(4x3x1/2in) de acero NOM-B-254 (ASTM A36,  $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ ) que se muestra en la figura. El lado mayor del ángulo es horizontal. La junta está sometida a variación repetida de esfuerzos por lo que es necesario evitar excentricidades entre la posición de la línea de acción de la tensión y la fuerza resistente de los filetes. Los electrodos son de la serie E 7018 ( $4\,920\text{ Kg/cm}^2$ ).



**Fig. Ángulo en tensión**

### **SOLUCIÓN:**

#### **Capacidad del ángulo APS ó LD 102x76x13 mm (4x3x1/2in)**

$$T = A F_t = A (0.6F_y) = 20.96 \times 0.6 \times 2.53 = 31.9 \text{ Ton}$$

Reacciones en cada filete para evitar excentricidad

$$R_1 = 31.9 \times 6.28 / 10.16 = 19.7 \text{ Ton}$$

$$R_2 = 31.9 - 19.7 = 12.2 \text{ Ton}$$

#### **Tamaño de la soldadura**

$$t_{\max} = 12.7 - 1.6 = 11.1 \text{ mm (7/16 in)}$$

$$t_{\min} = 6.4 \text{ mm (1/4 in)}$$

Se utilizará soldadura de filete de 8 mm (5/16 in), que tiene una capacidad de:

$$q = 0.707 \times 0.79 \times 0.3 \times 4\,920 = 824 \text{ Kg/cm}$$

#### **Longitud de la soldadura**

$$L_1 = R_1 / \text{Capacidad soldadura} = \frac{19.7 \times 10^3}{824} = 24 \text{ cm}$$

$$L_2 = \frac{12.2 \times 10^3}{824} = 14.8 \text{ cm}$$

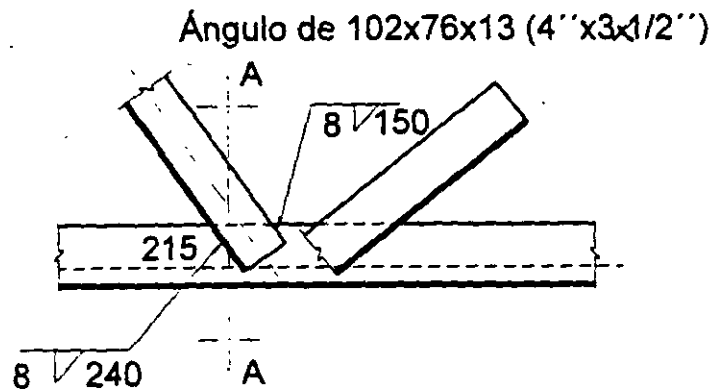
**Requisitos complementarios de diseño**

Longitud mínima de remates extremos =  $2 \times 3 = 6$  mm, usar 25 mm  
Distancia perpendicular entre soldaduras de filete = 200 mm < 400 mm  
Longitud de la soldadura de filete de menor tamaño = 150 mm > 100 mm

Bien  
Correcto  
Correcto

**Detallado de la soldadura**

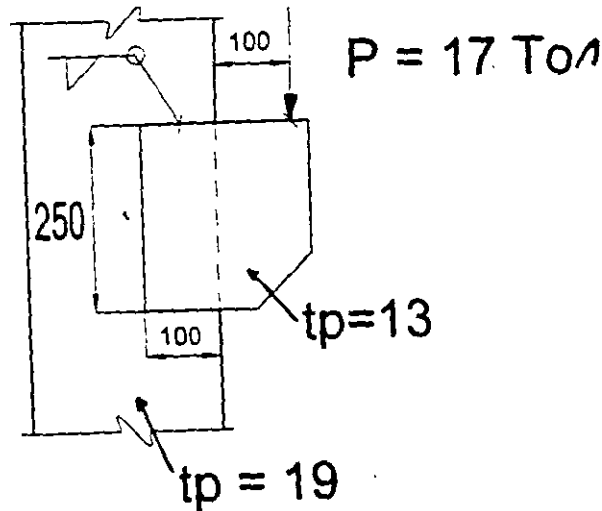
En la siguiente figura se muestran los resultados del diseño de la junta.



**Fig. Detallado de la soldadura  
Acotaciones en mm**



**Ejemplo.** Diseñar, con las normas AISC-ASD-89 o IMCA, la soldadura de filete necesaria para la junta que se muestra en la figura. Utilizar electrodos de la serie E7018 (4 920 Kg/cm<sup>2</sup> 483 MPa ó 70 ksi) y acero NOM-B-254 (ASTM A36).



**Fig. Junta del ejemplo**  
Acotaciones en mm

**SOLUCIÓN:**

Para diseñar la soldadura se considerará por el momento, que el tamaño de los cordones es de 10 mm (3/8 in). A continuación se determinarán las propiedades de la soldadura tratada como una línea, los esfuerzos actuantes correspondientes y posteriormente se ajustará tamaño de la soldadura propuesto.

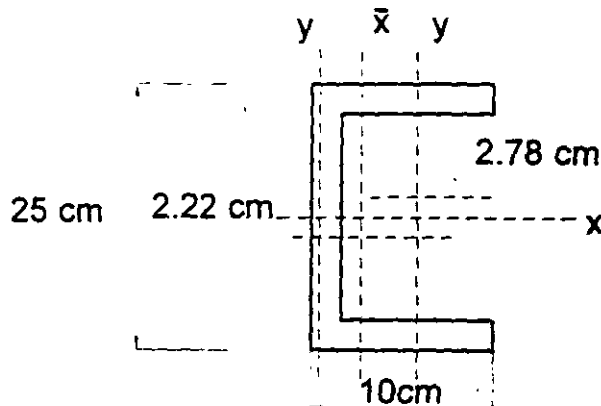
**Propiedades de la soldadura de filete tratada como una línea**

Área de la sección transversal

$$A = 2 \times 10 + 25 = 45 \text{ cm}^2$$

La junta funcionará para la combinación de torsión y cortante, por lo que se requiere determinar las propiedades  $I_x$ ,  $T_y$  y  $J$ .

Posición del centroide



**Diseño de miembros estructurales según AISC-ASD-1989**

$$x = \frac{(2 \times 10 \times 5)}{45} = 2.22 \text{ cm}$$

Momentos de inercia alrededor de los ejes X-X y Y-Y

$$I_x = 2 \left( \frac{10 \times 1^3}{12} + 10 \times 12.5^2 \right) + \frac{1 \times 25^3}{12} = 4429 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{25 \times 1^3}{12} + 25 \times 2.22^2 + 2 \left( \frac{1 \times 10^3}{12} + 10 \times 2.78^2 \right) = 447 \text{ cm}^4$$

Constante de torsión  $J$

$$J = I_x + I_y = 4429 + 447 = 4876 \text{ cm}^4$$

**Esfuerzos en la soldadura de filete**

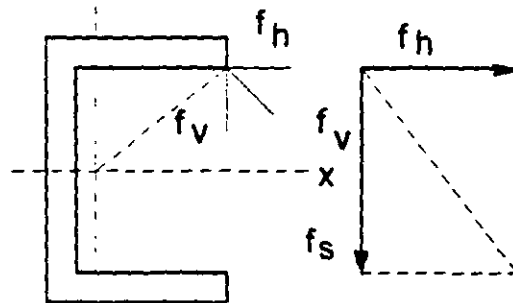
Por cortante directo

$$f_s = \frac{P}{A} = \frac{17 \times 10^3}{45} = 378 \text{ Kg/cm}^2$$

Por torsión

$$T = P e = 17000 (10 + 7.78) = 302260 \text{ Kg/cm}^2$$

El esfuerzo resultante es la suma vectorial de los esfuerzos de cortante directo y cortante por torsión.



$$f_v = \frac{T h}{J}$$

$$f_v = \frac{302260 \times 7.78}{4876} = 482 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_h = \frac{T V}{J} = \frac{302260 \times 7.78}{4876} = 775 \text{ Kg/cm}^2$$

**Diseño de miembros estructurales según AISC-ASD-1989**

$$f_r = \sqrt{(f_v + f_s)^2 + f_n^2}$$

$$f_r = \sqrt{(482 + 378)^2 + 775^2} = 1158 \text{ Kg/cm}^2$$

**Tamaño de la soldadura**

El tamaño necesario de la soldadura es:

$$\frac{f_r}{F} = \frac{1158}{1040} = 1.11 \text{ cm (7/16 in)}$$

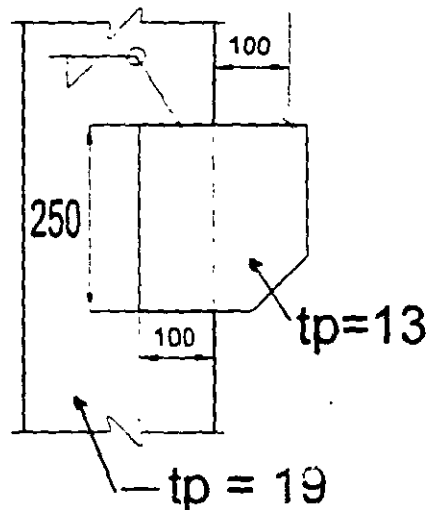
Se verifica si puede colocarse la soldadura

$$t_{\text{máx}} = 12.7 - 1.3 \text{ mm} = (7/16 \text{ in}) \quad \text{Correcto}$$

**Detallado de la junta**

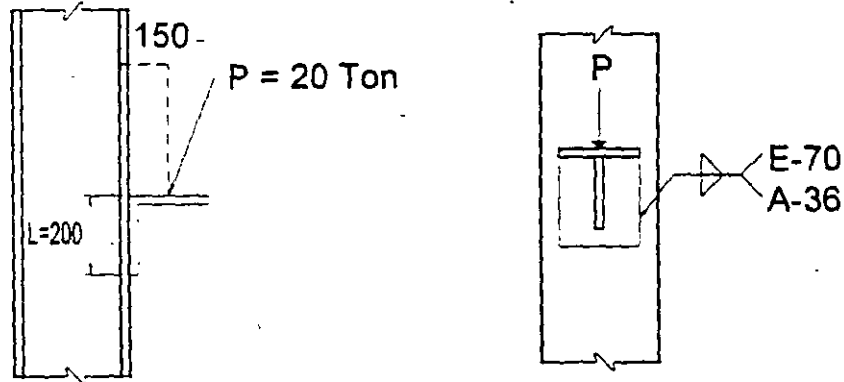
En la siguiente figura se muestran los resultados de diseño de la junta del ejemplo.

$$P = 17 \text{ Ton}$$



**Fig. Detallado de la junta  
Acotaciones en mm**

**Ejemplo.** Diseñar, con las normas AISC-ASD89o IMCA, la soldadura de filete de la mensula que se muestra en la figura. La mensula es un tramo de ángulo con un atiesador en el punto de aplicación de la carga concentrada. Se colocará soldadura únicamente en los lados del ángulo como se muestra en el detalle. Utilizar electrodos de la serie E7018 (4 920 Kg/cm<sup>2</sup>, 483 MPa o 70 ksi).



**Fig. Junta a flexión y cortante**  
Acotaciones en mm

**SOLUCIÓN:**

Para diseñar la soldadura se proponen soldaduras de filete de 10 mm (3/8 in) de tamaño, lo que permitirá calcular las propiedades de la soldadura tratada como una línea, los esfuerzos correspondientes y su tamaño definitivo.

**Propiedades de un filete de soldadura**

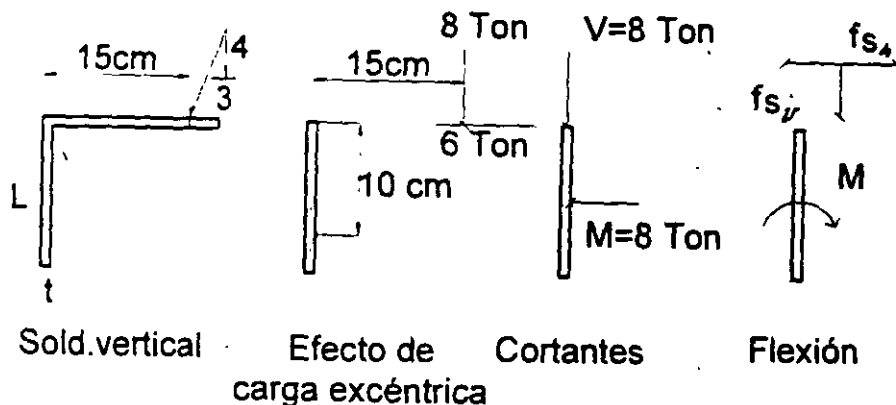
$$A = (1 \times 20) = 20 \text{ cm}^2$$

La soldadura de filete revisará para una combinación de esfuerzos de flexión y cortante, la carga que toma un filete individual es

$$P/2 = 20 / 2 = 10 \text{ Ton}$$

Momento flexionante

$$M = 8\,000 (15) - 6000(10) = 60\,000 \text{ Kg-cm}$$



**Esfuerzo por cortante directo**

Producido por la componente vertical

$$f_s = \frac{P}{A} = \frac{8000}{20} = 400 \text{ Kg/cm}^2$$

Ocasionado por la componente horizontal

$$f_s = \frac{6000}{20} = 300 \text{ Kg/cm}^2$$

Esfuerzo máximo por flexión

$$\sigma = \frac{M_c}{I} = \frac{12 \times 60000 \times 10}{1 \times 20^3} = 900 \text{ Kg/cm}^2$$

**Esfuerzos combinados**

$$f_r = \sqrt{(\sigma - f_{sh})^2 + t_{sv}^2} = \sqrt{(900 - 300)^2 + 400^2} = 721 \text{ Kg/cm}^2$$

**Tamaño de la soldadura**

El tamaño necesario de la soldadura es

$$\frac{f_r}{F} = \frac{721}{1040} = 0.69$$

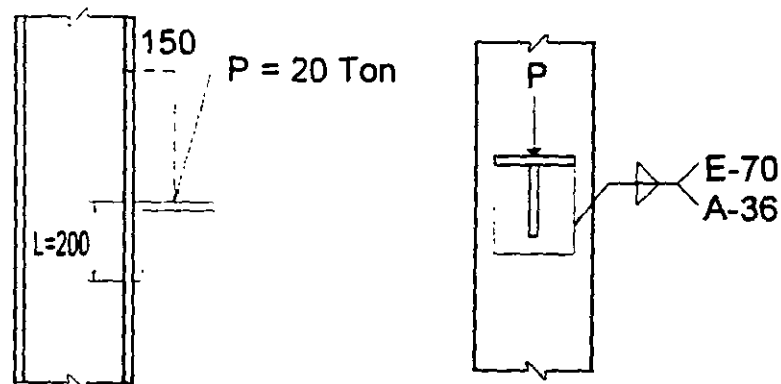
$$0.693(1/4) < 0.79 (5/16 \text{ in})$$

Se verifica si puede colocarse soldadura de 8 mm (5/16 in)

$$t_{\max} = 12.7 - 1.3 = 7/16 \text{ in} \quad \text{es adecuada}$$

**Detallado de la soldadura**

En la siguiente figura se muestra el detallado de la soldadura de acuerdo con el diseño.



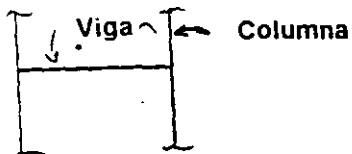
**Fig. Detallado de la junta**  
Acotaciones en mm.

## CONEXIONES EXTREMAS DE VIGAS.

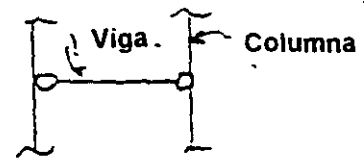
Conexiones extremas de vigas:

- Trabe -columna
- Viga a trabe

Para propósitos de análisis y diseño, las conexiones extremas de vigas se idealizan típicamente como:



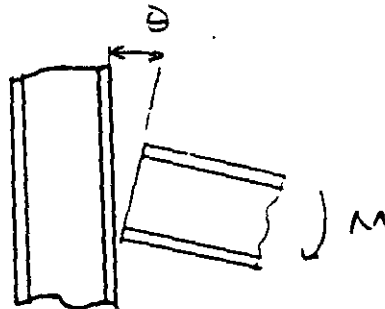
**Totalmente rígidas**



**Totalmente articuladas**

Comportamiento real

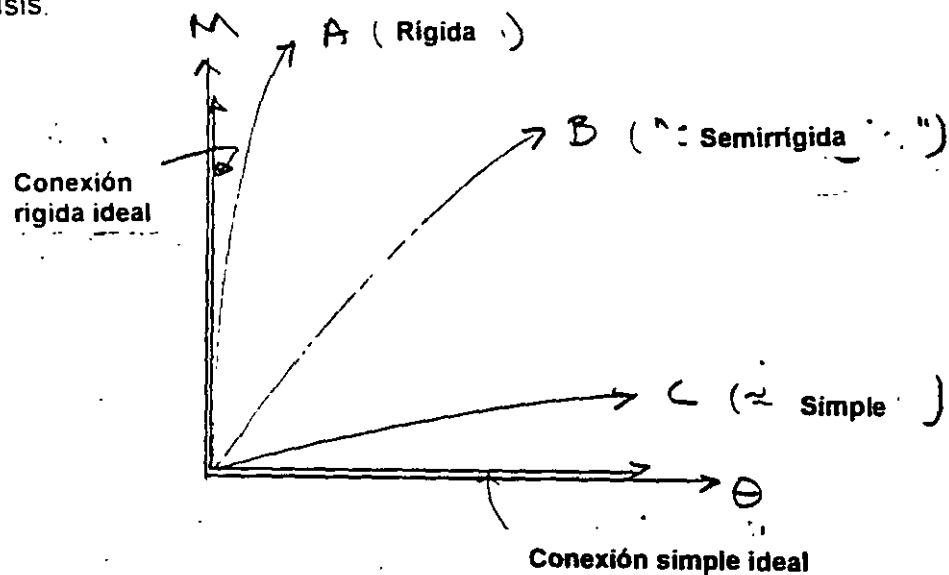
Generalmente entre conexiones totalmente rígidas y completamente articuladas.



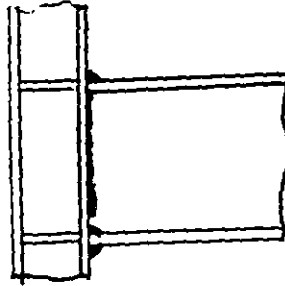
$M$  = Momento en el extremo de la viga

$\theta$  = Rotación relativa entre la viga y la columna

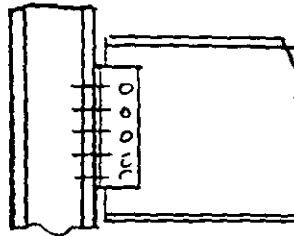
El diseño de una conexión debe procurar ser consistente con las suposiciones de análisis.



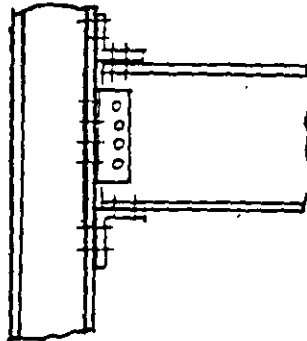
Ejemplos de conexiones trabe-columna



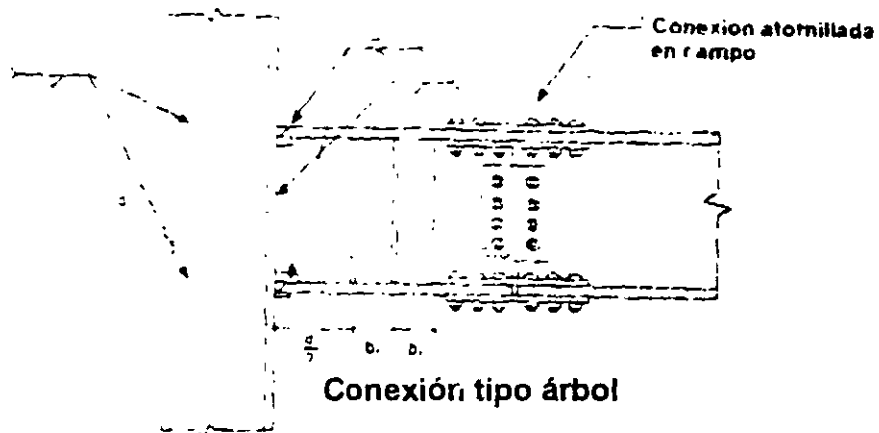
**Conexión soldada totalmente**  
(aproximadamente rígida)



**Conexión trabe-columna con ángulo**  
(aproximadamente articulada)



**Conexión con ángulos de asiento y placa de cortante**  
(conexión semirrígida)



**Conexión tipo árbol**

## CONEXIONES SIMPLES ("CONEXIONES ARTICULADAS")

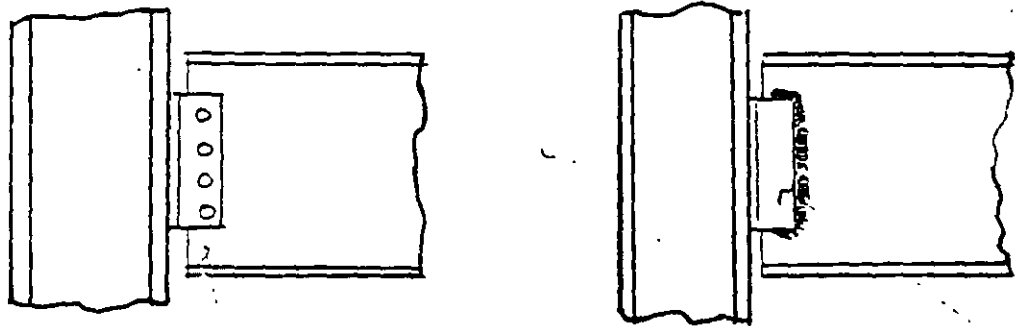
Suposición:

Las conexiones extremas de las vigas transmiten únicamente cortante (no momento flexionante)

Requisito de comportamiento:

La conexión debe proporcionar cierta **FLEXIBILIDAD**

Ejemplos de conexiones simples:



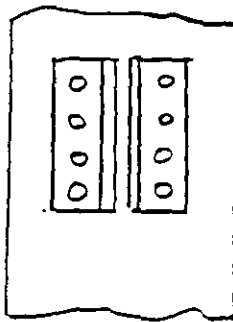
Conexiones trabe-columna

Ángulos en espalda

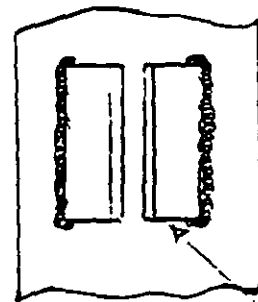
Atornillado o soldado a la viga

Atornillado o soldado a la columna

Conexión de ángulos a la columna



Atornillados a la columna



Soldados a la columna

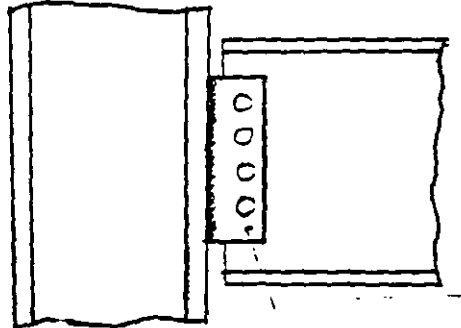
No soldar los lados superiores e inferiores de los ángulos. Se coloca solamente soldadura en las esquinas (remates).

En conexiones trabe- columna, la flexibilidad es proporcionada por la flexión de los ángulos.



En algunos casos el ángulo de asiento de la viga está atiesado. Se recomienda emplear un ángulo superior para dar estabilidad a la viga. El ángulo se atornilla o suelda a la columna

### Conexión viga-columna con placa de cortante simple.



Placa sencilla

Soldada en taller a la columna y atornillada en campo al alma de la viga

La placa de cortante simple ha sustituido rápidamente a los ángulos como el elemento más común de conexiones extremas de vigas simples.

Nota:

El M-AISC-LRFD-1993-VII, ASD-1989 y LRFD-1993 contiene procedimientos de diseño de los diferentes tipos de conexión que se han presentado.

### CONEXIONES A MOMENTO (CONEXIONES RIGIDAS)

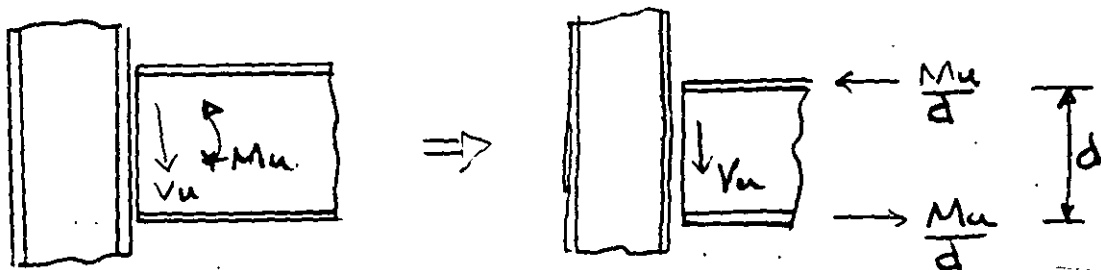
#### Requisitos de comportamiento

- Transmiten momento flexionante y cortante
- Permiten poca o ninguna rotación relativa entre la viga y la columna.

#### Suposiciones usuales de diseño

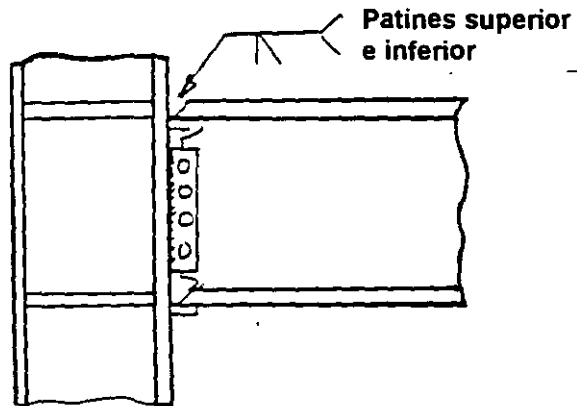
Los patines de la viga transmiten el momento flexionante

El alma de la trabe transmite el cortante



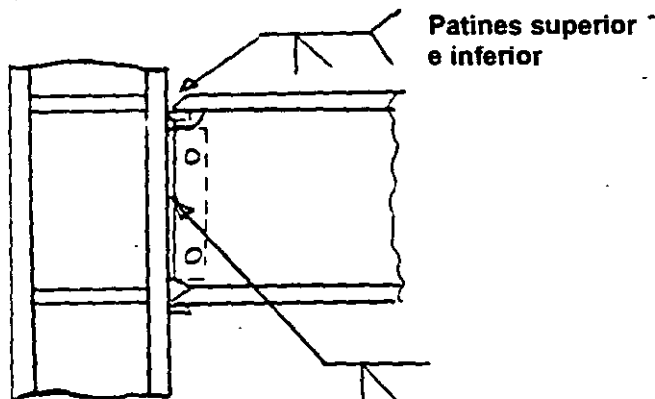
## Detalles típicos

### 1. Conexión soldada en patines

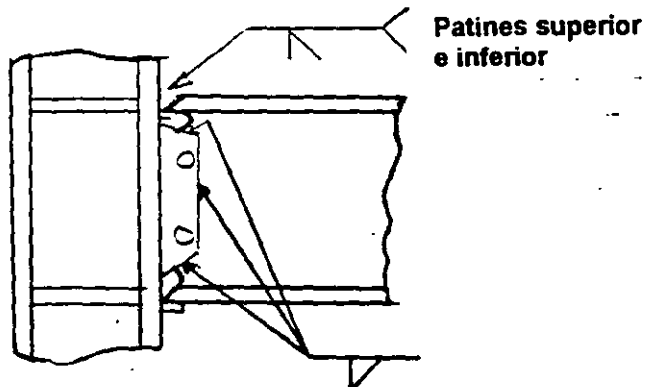


### Patines soldados y alma de la trabe atornillada

- Muy común en la práctica de diseño en los Estados Unidos de América
- Debe usarse con precauciones especiales, aún para estructuras ubicadas en zonas de poca frecuencia sísmica.
- Mostró un comportamiento inadecuado durante el sismo de Northridge, 1994.

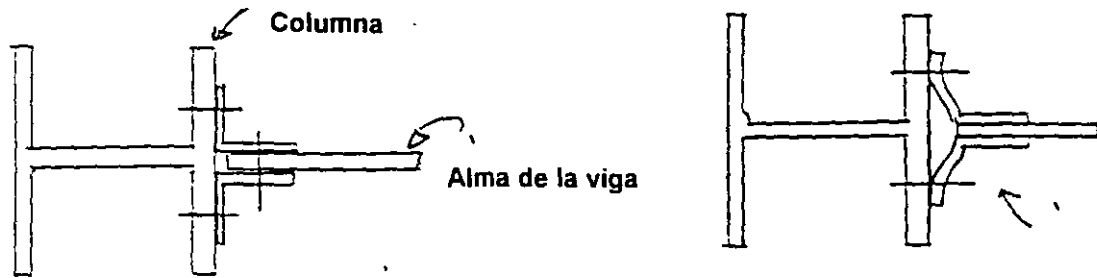


Conexión totalmente soldada con el alma de la viga unida a la columna con soldadura de ranura de penetración completa.



Toda la conexión es soldada con el alma de la viga unida a la placa de cortante con soldadura de filete.

En conexiones trabe-columna, la flexibilidad es proporcionada por la flexión de los ángulos.

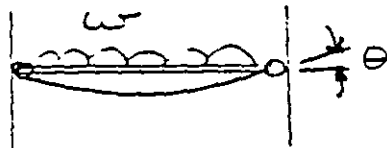


La flexión de los ángulos permite  $\theta$

Utilizar ángulos delgados para reducir el momento flexionante. En general se utilizan ángulos menores de 16 mm (5/8) in de grueso.

Nótese que generalmente la conexión no proporciona grandes rotaciones.

Ejemplo. Conexión simple de una viga IPR, IR ó W 18x40 (457x 59.8), con un claro de 7.5m y que soporta una carga permisible uniformemente repartida de  $w = 4 \text{ ton/m}$  (2.7 k/ft).

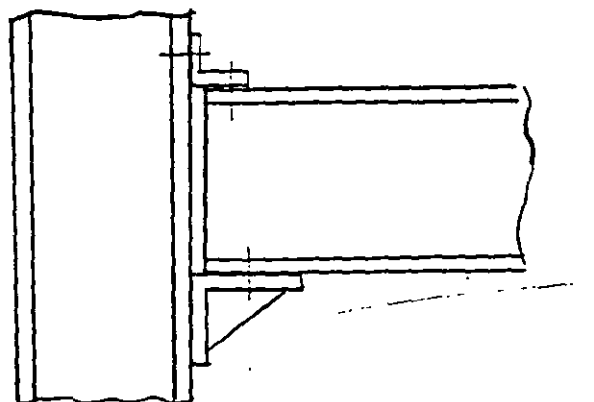


$$\theta = wL^3/24EI = 400 \times 750^3 / 24E \times 25473$$

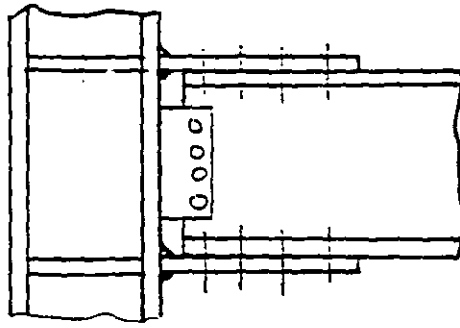
$$\theta = 0.014 \text{ rad} = 8^\circ$$

De esta manera, para una conexión extrema de una viga que se considera "simple", debe proporcionar generalmente flexibilidad para rotaciones pequeñas.

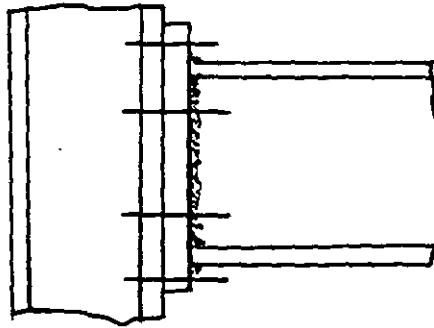
### Conexiones de vigas con asiento



2. Conexiones con placas en patines (*Flange Plates Connections*)



3. Conexión trabe-columna con placa de extremo (*End Plate Connections*)



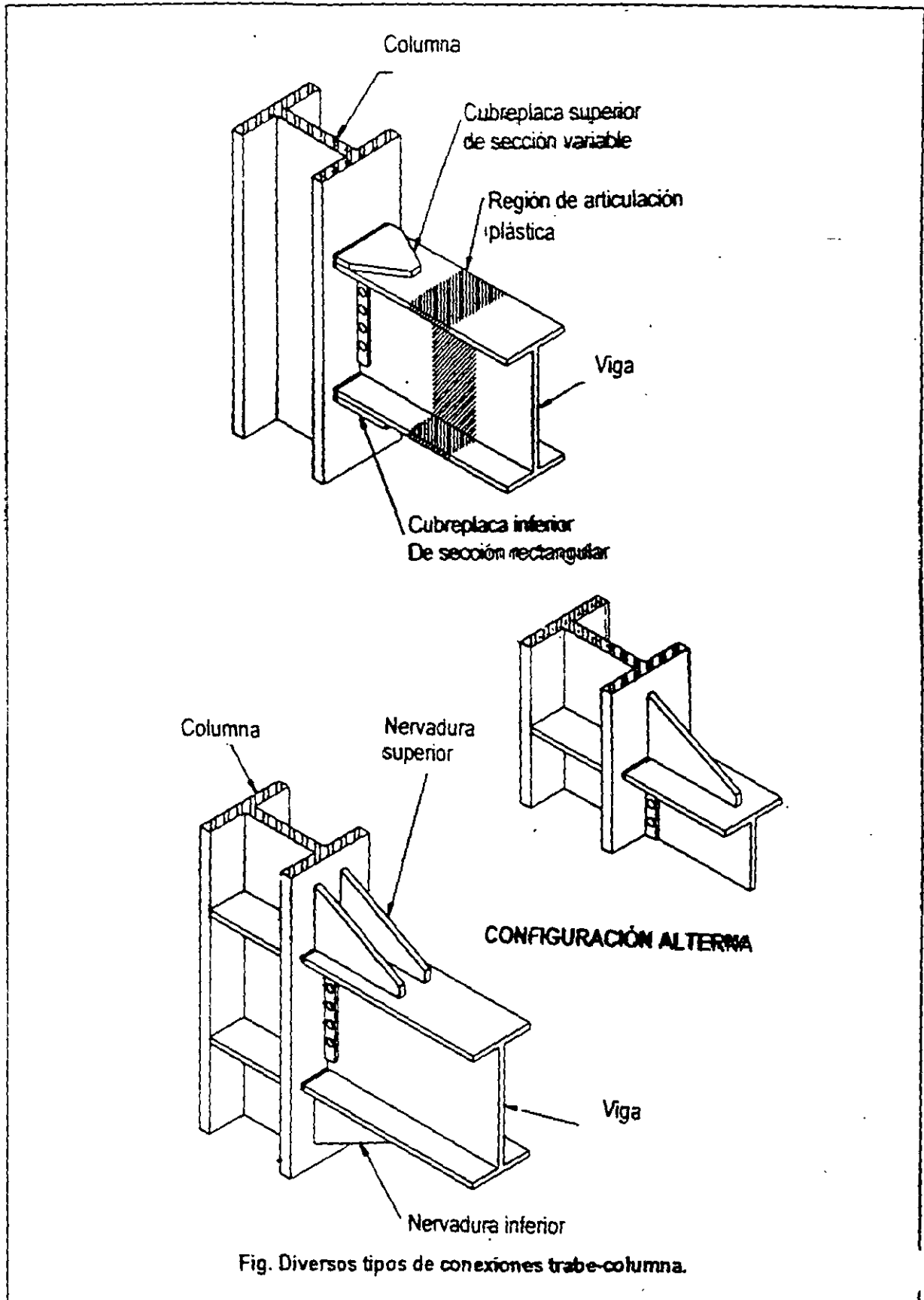


Fig. Diversos tipos de conexiones trabe-columna.

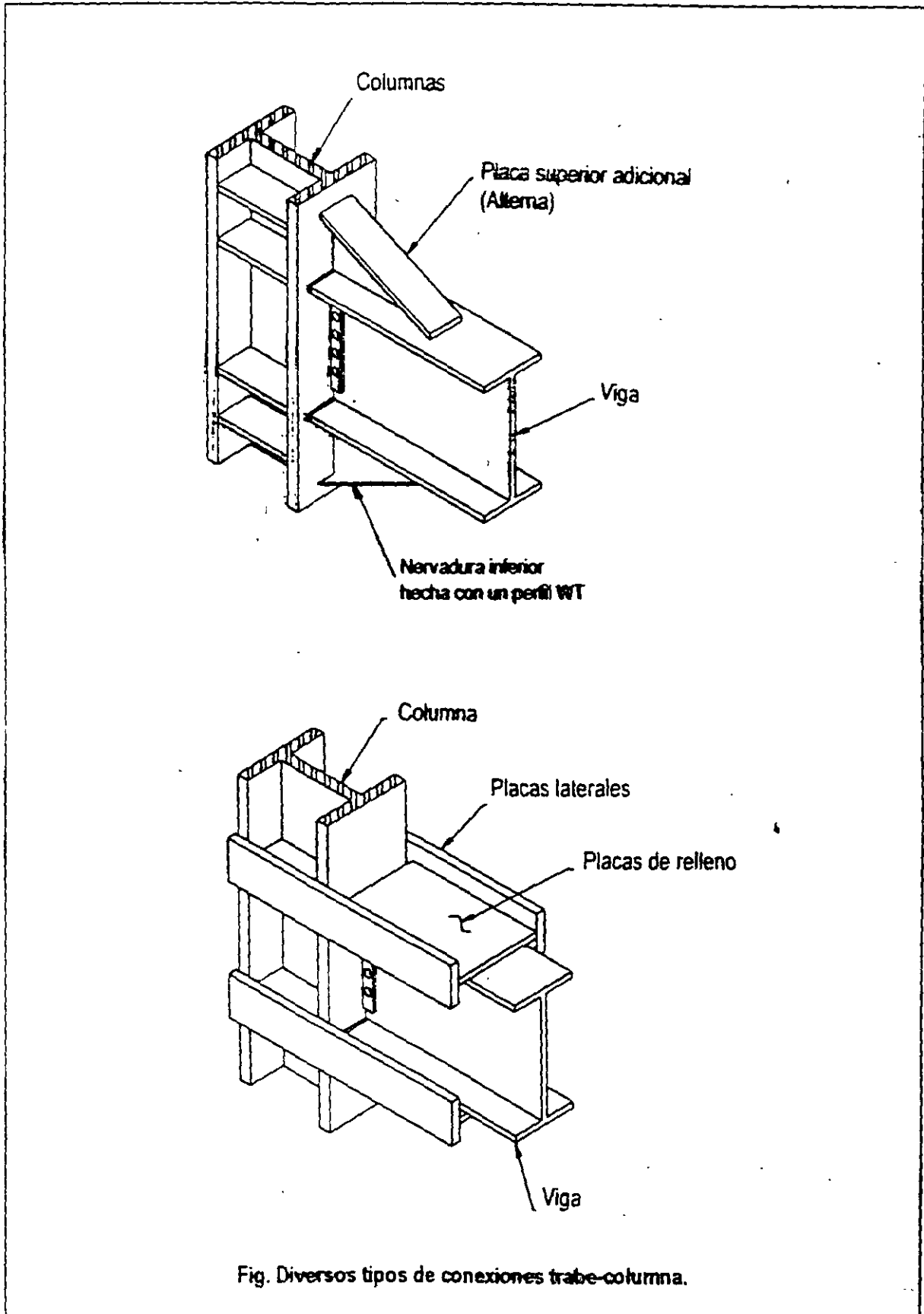
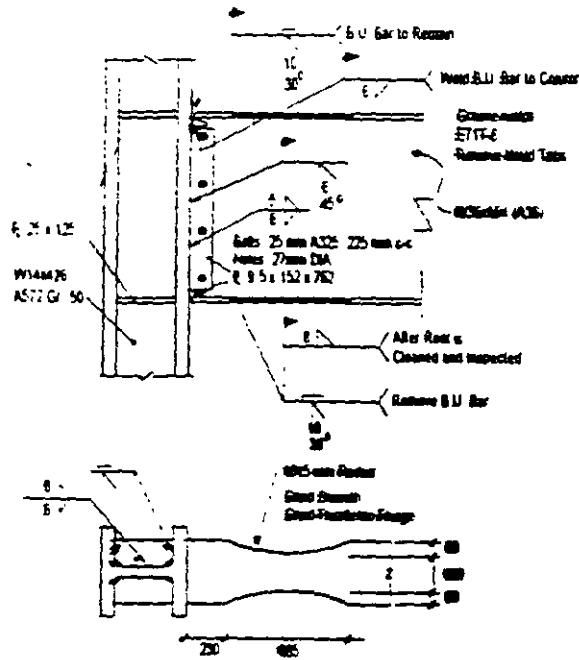
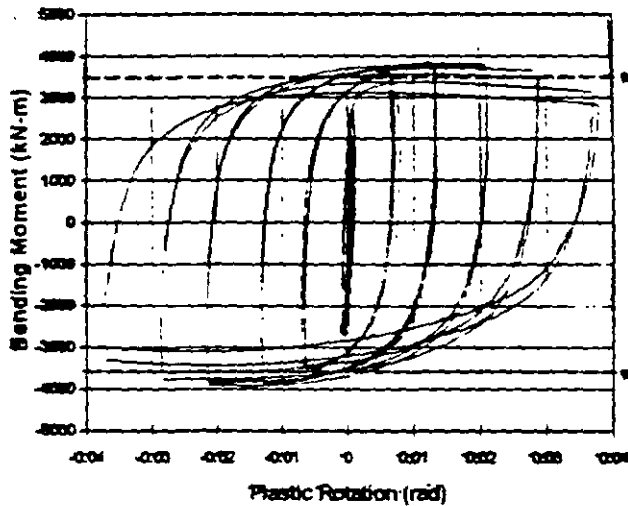


Fig. Diversos tipos de conexiones trabe-columna.



a) Detalle de conexión "hueso de perro" para ensayo en laboratorio.



b) Respuesta del espécimen

Fig. Conexión trabe-columna tipo hueso de perro usual en California, EUA.

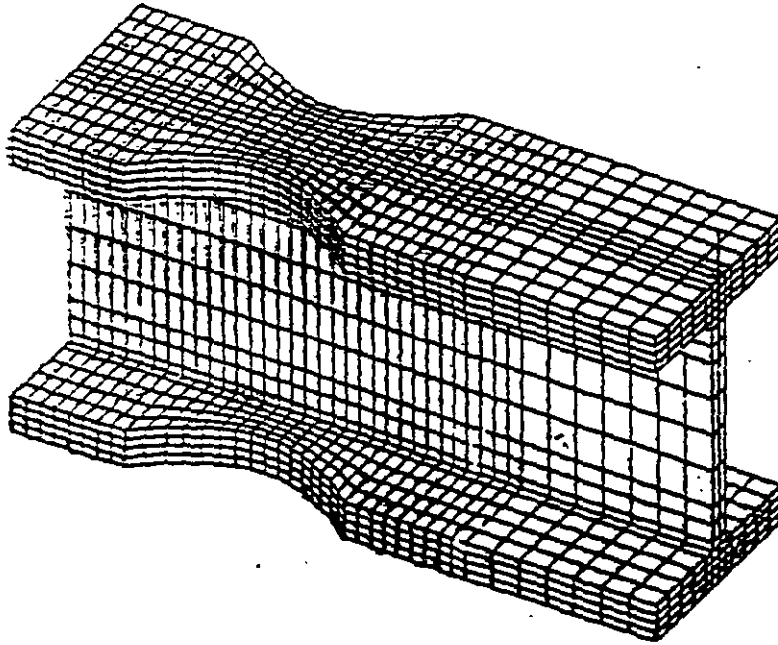


Figure 21. Dog Bone finite element mesh.

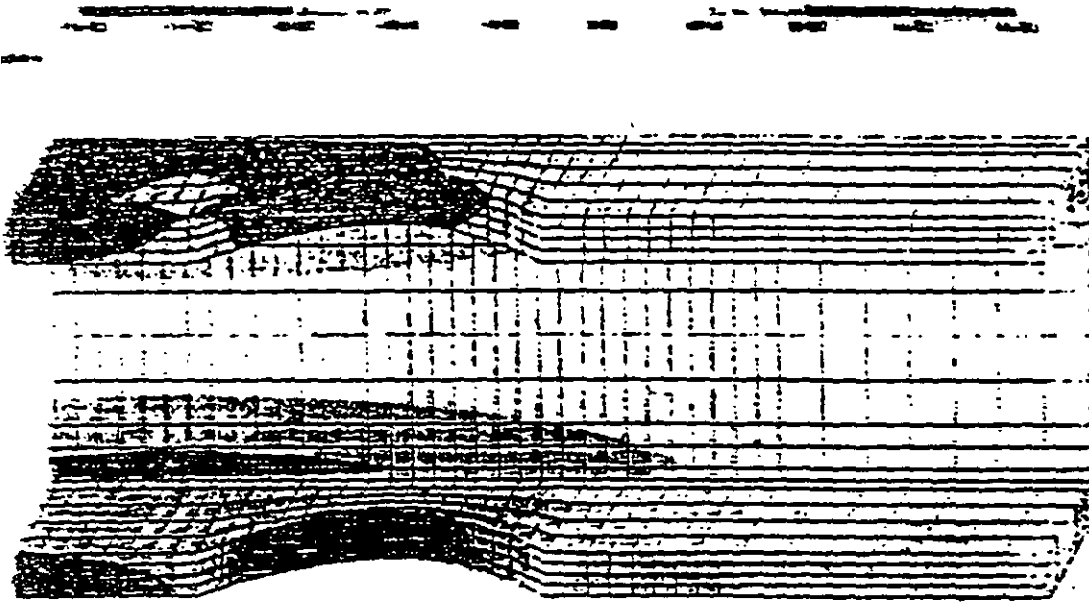


Figure 22. Axial stress contours (3D).



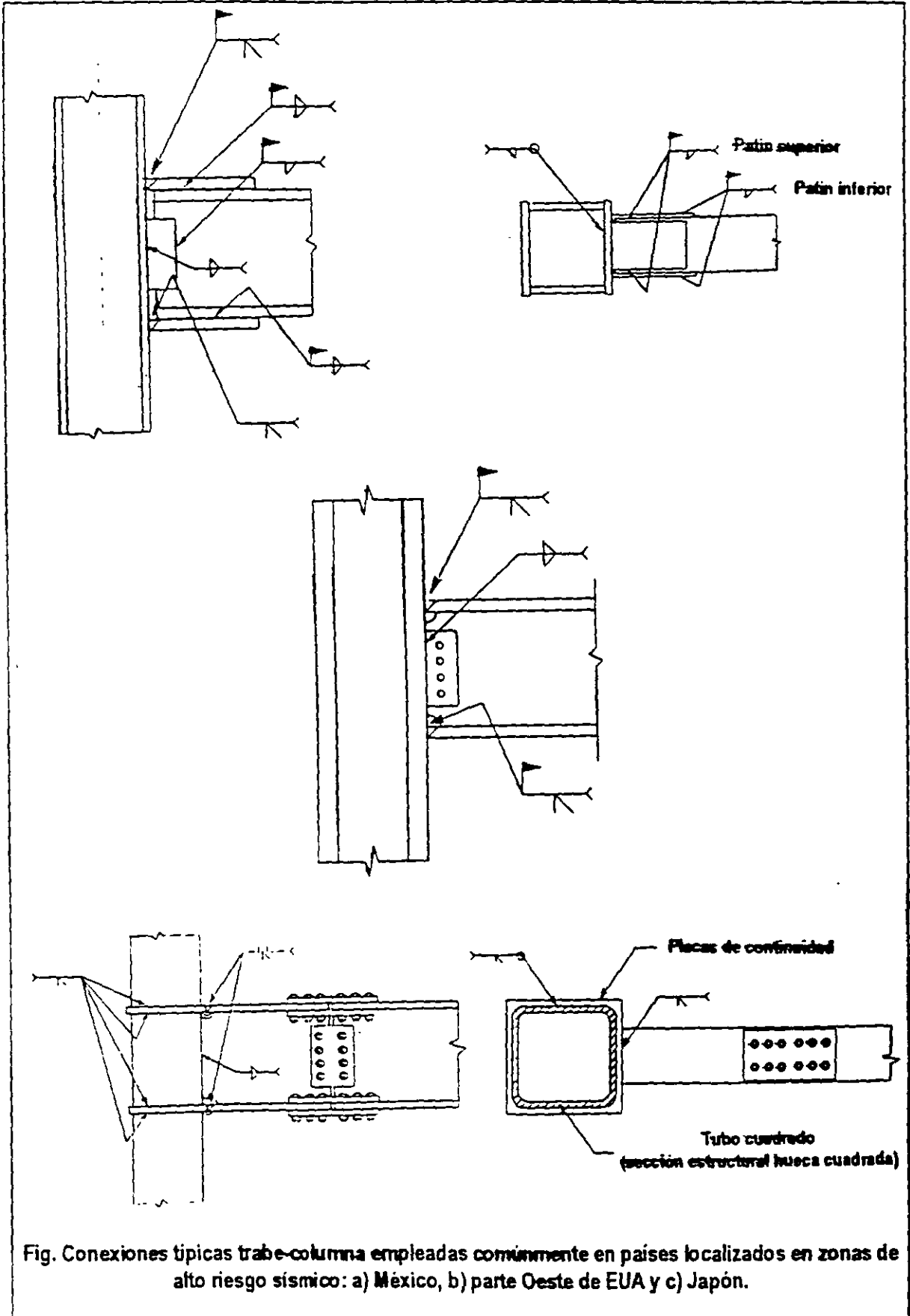
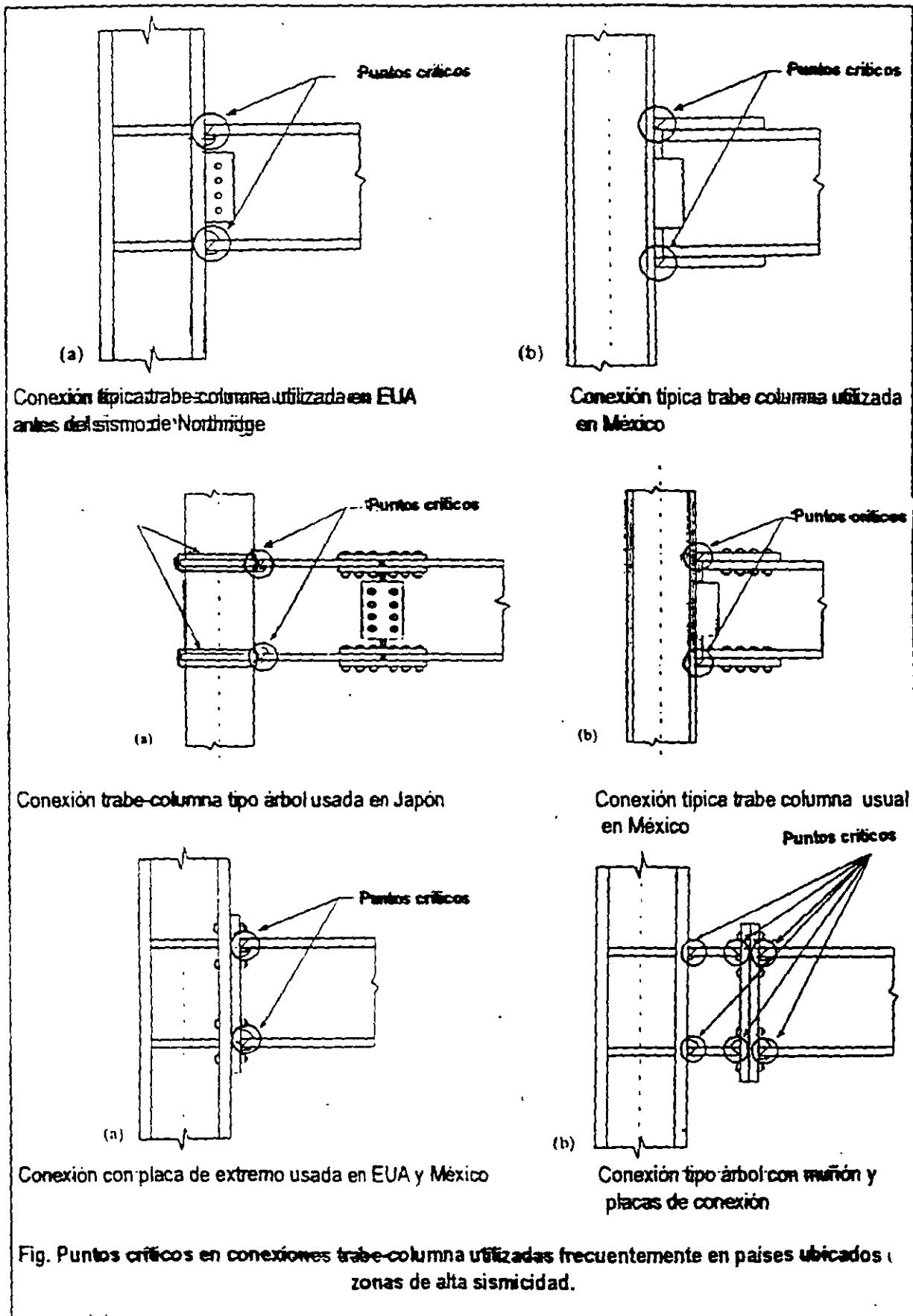
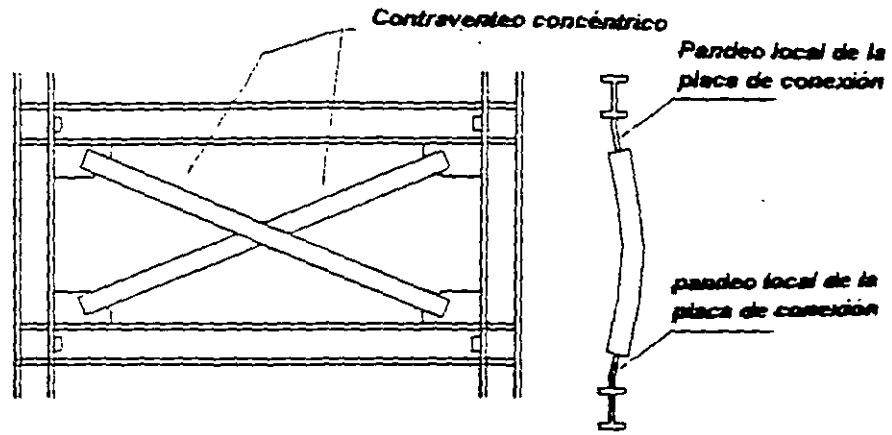
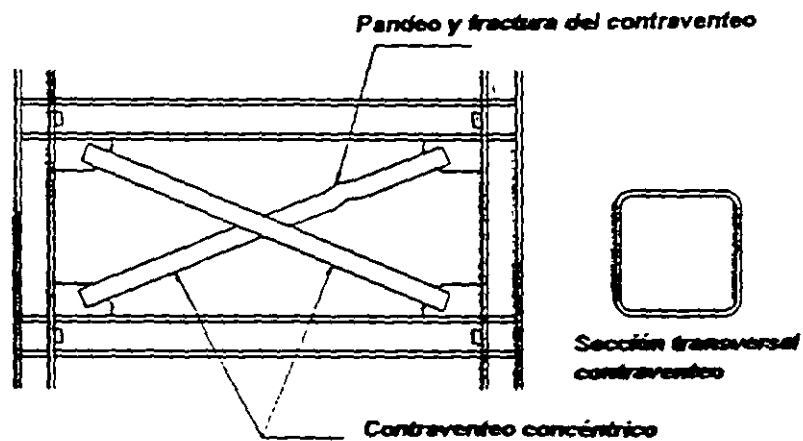


Fig. Conexiones típicas trabe-columna empleadas comúnmente en países localizados en zonas de alto riesgo sísmico: a) México, b) parte Oeste de EUA y c) Japón.

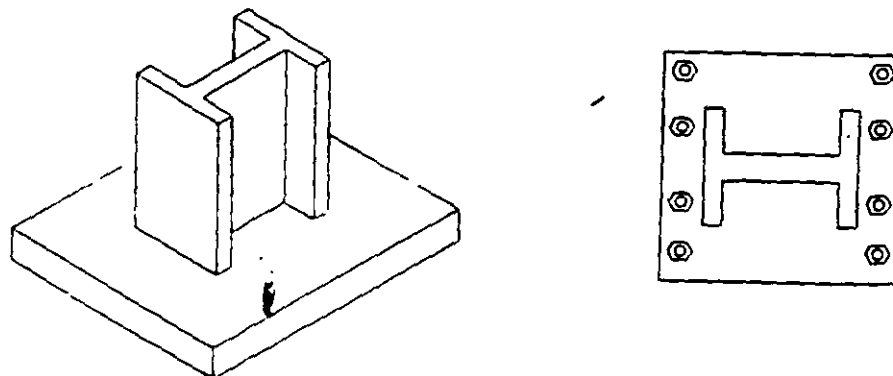




Pandeo fuera del plano de contraventeos concéntricos



Pandeo y fractura de contraventeos fabricados con perfiles tubulares de sección cuadrada



## DAÑOS TÍPICOS EN ESTRUCTURAS DE ACERO

Cortesía del Dr. Eduardo Miranda Mijares. Figuras tomadas del artículo "Daños en estructuras de acero como resultado del sismo del 17 de enero de 1994 en Northridge, California", *Memorias del IX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Zacatecas, Zac, 1994.

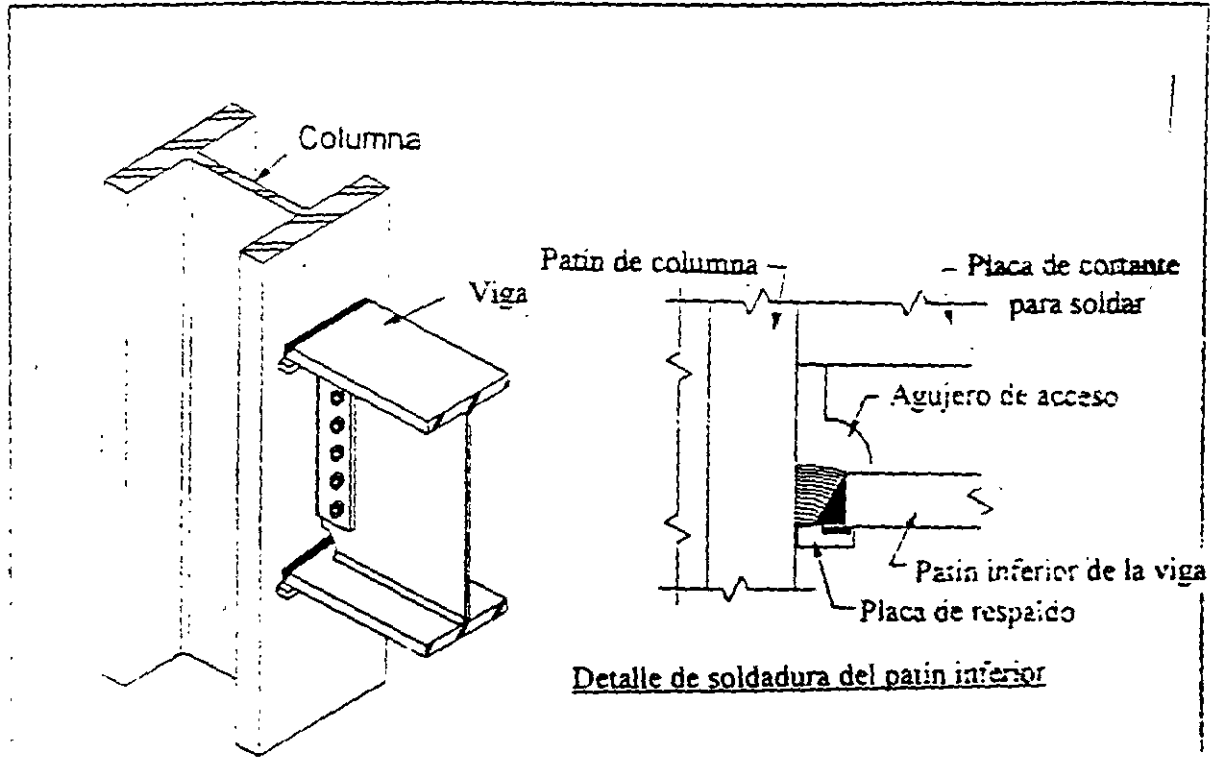


Fig. Conexión típica trabe-columna usada en California, antes del sismo de Northridge  
 Patines de la trabe soldados a la columna y alma atornillada

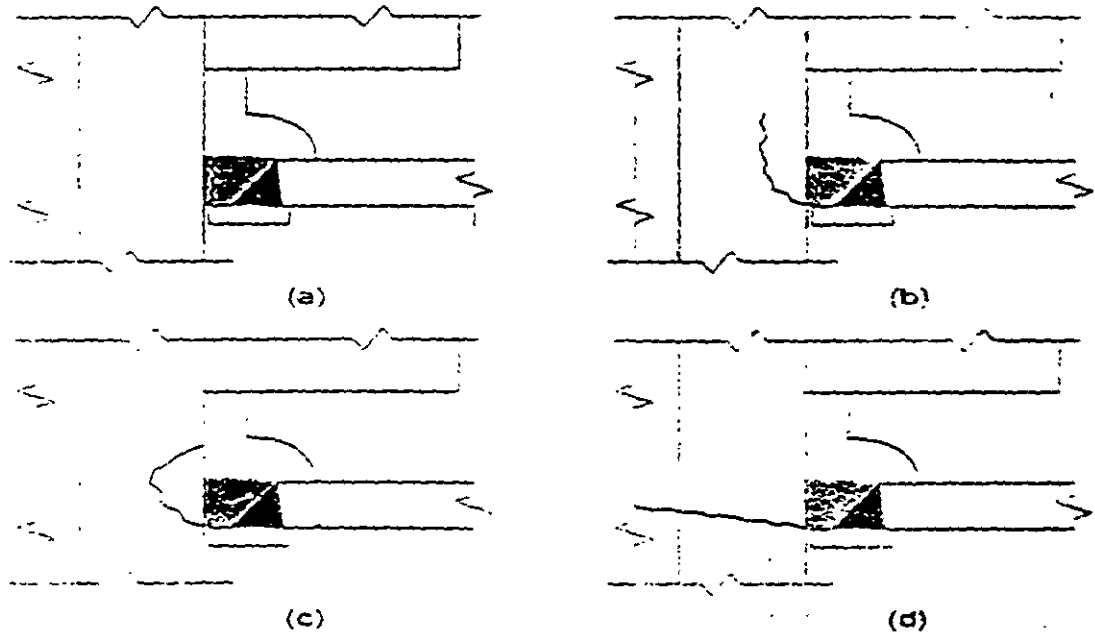
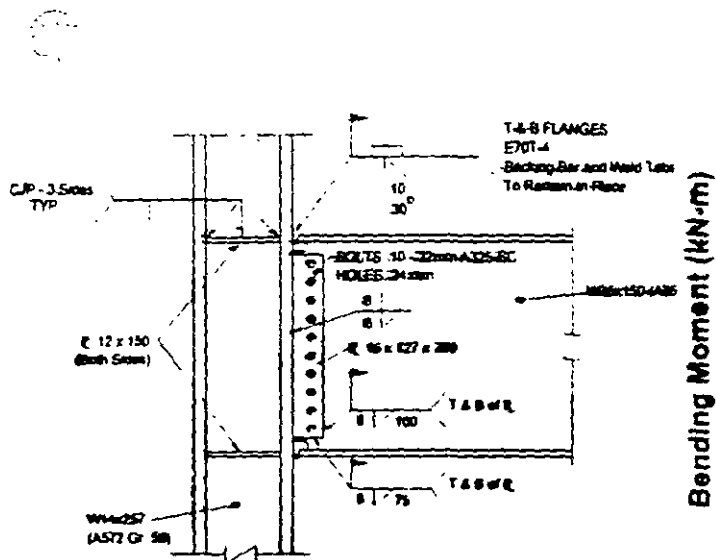
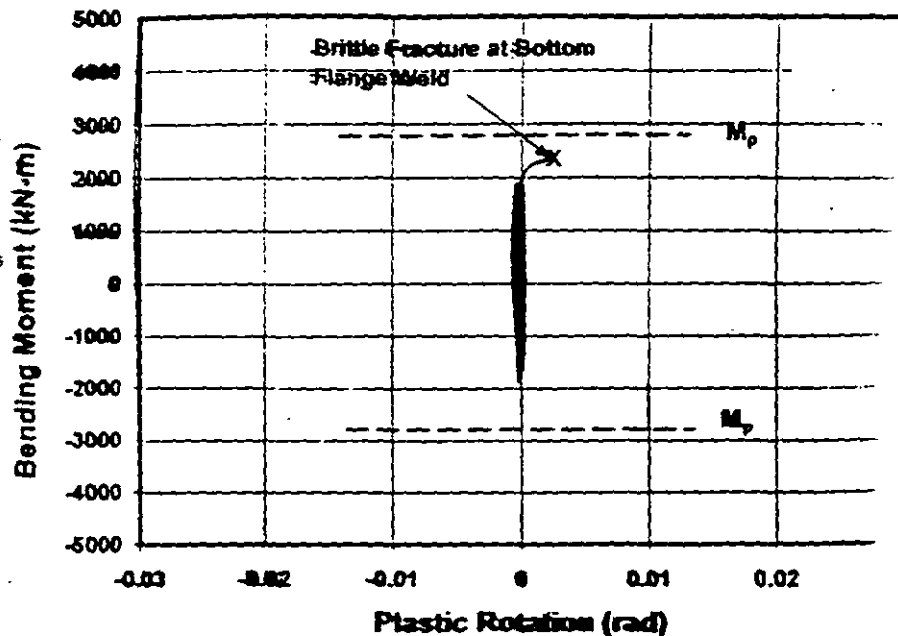


Fig. Fracturas típicas en la conexión trabe-columna



(a) Connection Detail for Test Specimen

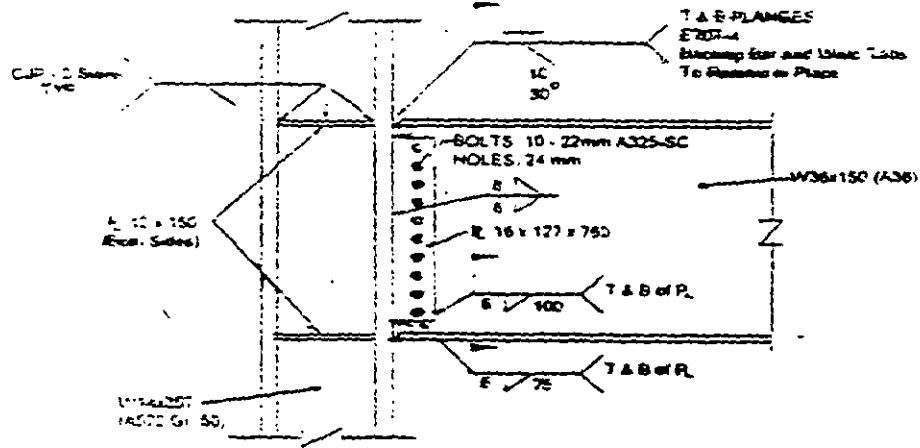


Las fallas de las conexiones trabe-columna soldadas durante los temblores de Northridge, CaL, 1994 y Kobe, Japón, 1995, ocurrieron por un mecanismo de fractura frágil que se inició en la raíz de la soldadura del patín inferior de la trabe.

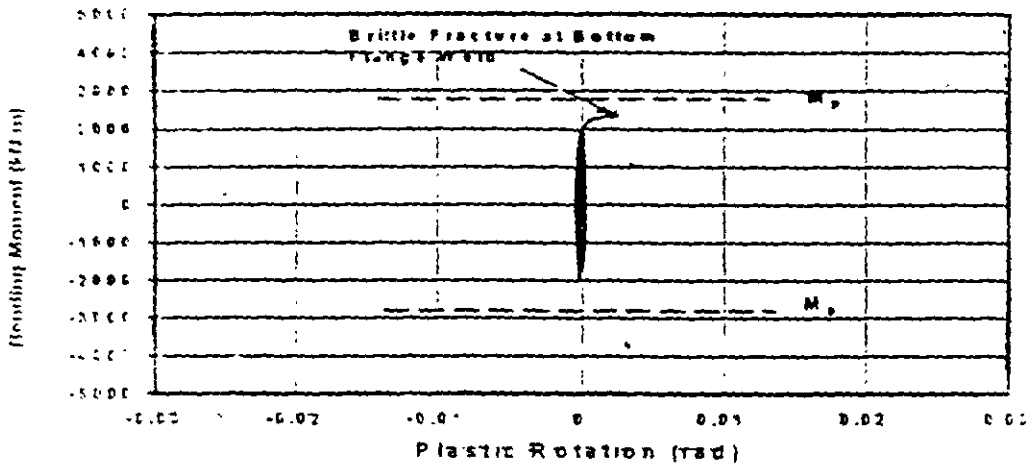
Las conexiones se fracturaron, mientras que las vigas permanecían todavía en el intervalo elástico, confirmando el comportamiento no dúctil de las juntas soldadas.

La respuesta de las conexiones trabe-columna soldadas bajo cargas cíclicas no desarrollaron la rotación inelástica requerida.

En México no han ocurrido problemas del mismo tipo, pero en las NTC-Acero se recomienda aumentar los requisitos que deben cumplir las conexiones trabe-columna soldadas, sobre todo cuando disminuye la hiperestaticidad de la estructura.

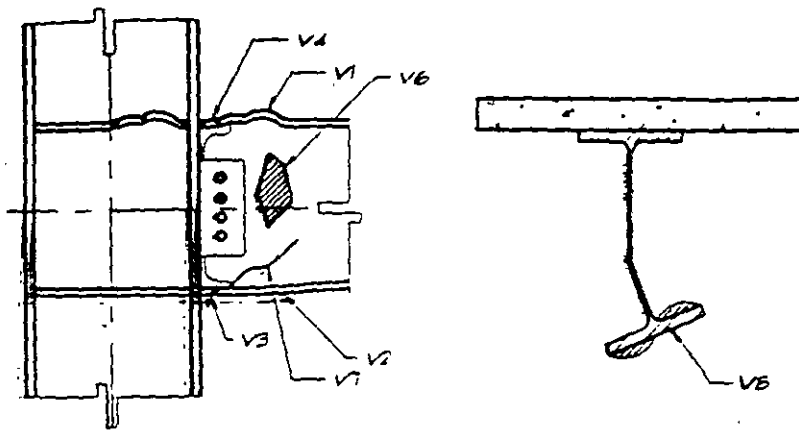


a) Detalle de conexión trabe-columna para espécimen de ensayo

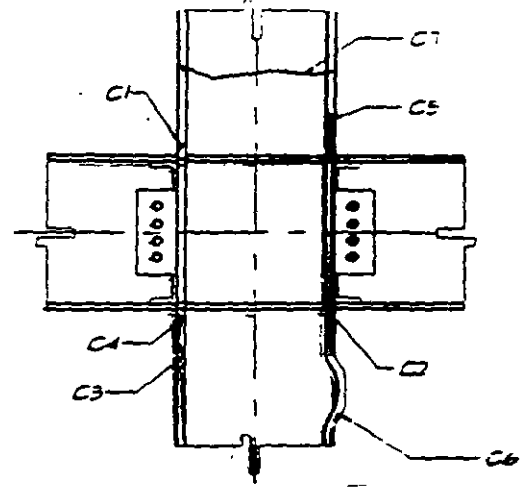


b) Respuesta del espécimen

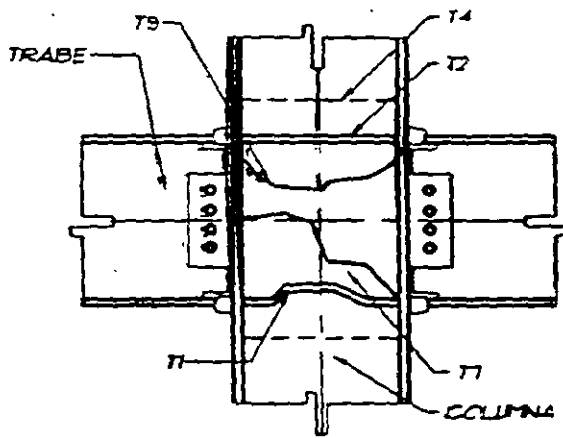
Fig. Ejemplo de respuesta experimental de la conexión típica utilizada antes del sismo de Northridge.



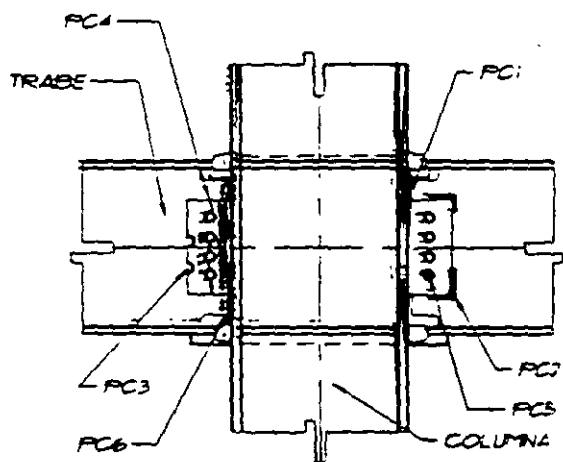
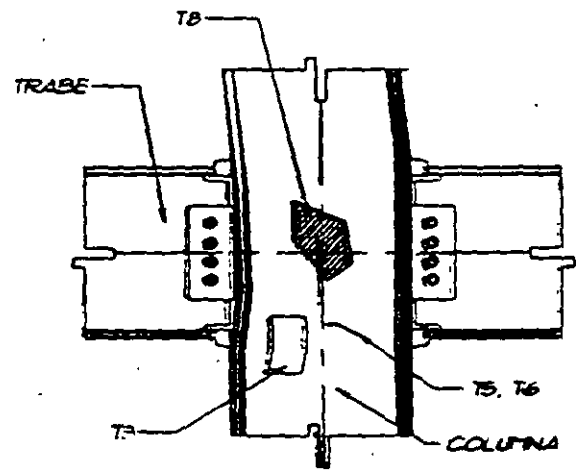
DAÑOS TÍPICOS EN VIGAS



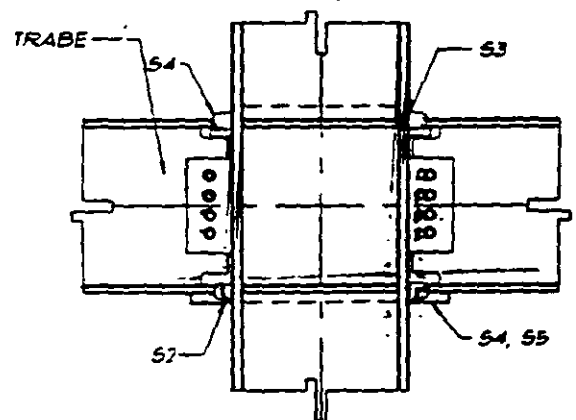
DAÑOS TÍPICOS EN COLUMNAS



DAÑOS TÍPICOS EN CONEXIONES SOLDADAS VIGA-COLUMNA

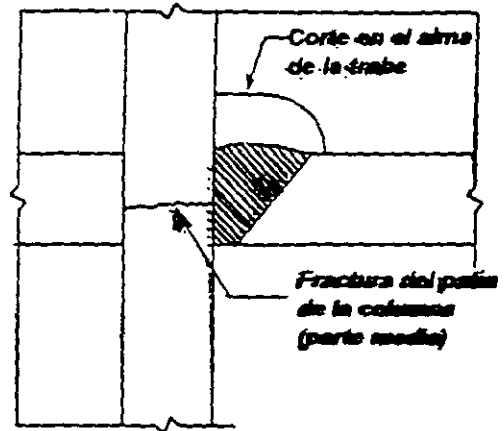
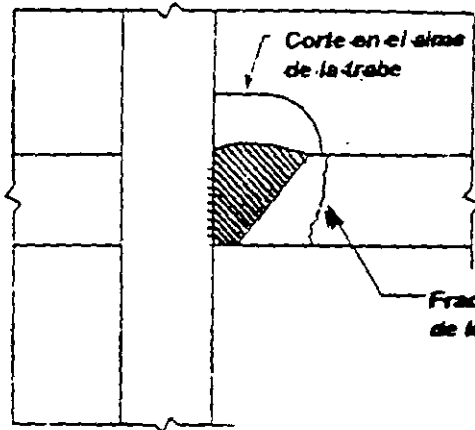


DAÑOS TÍPICOS EN PLACAS DE CORTANTE

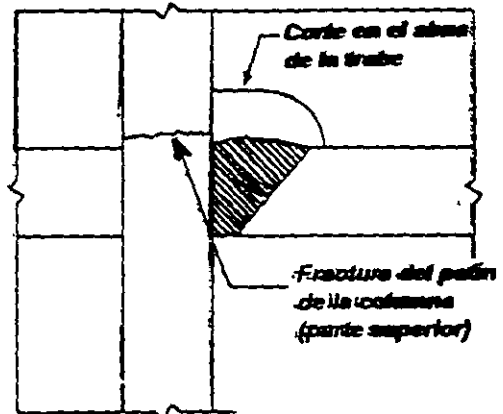
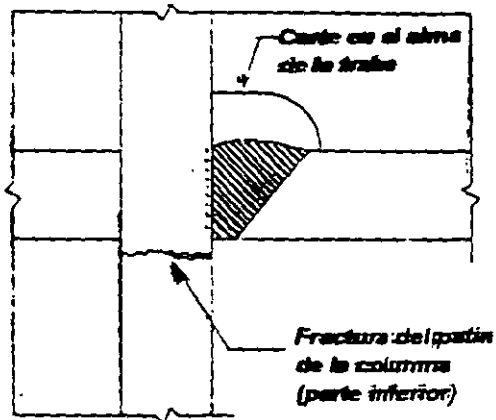


DAÑOS TÍPICOS EN SOLDADURAS

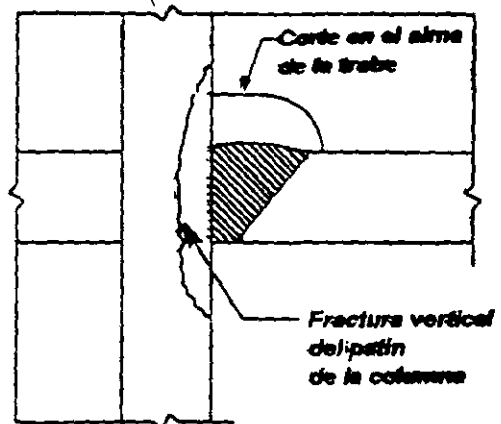
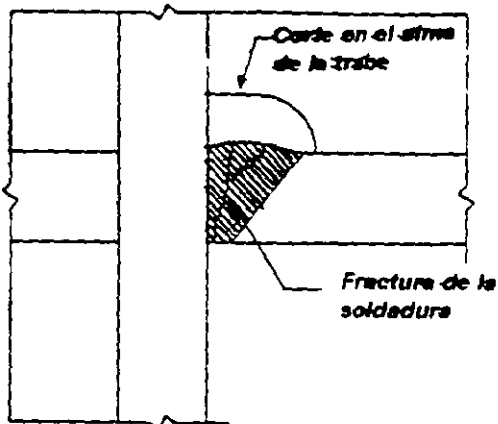
DAÑOS EN ESTRUCTURAS DE ACERO COMO CONSECUENCIA DE SISMOS INTENSOS



Fractura en el patín de la viga en la zona próxima a la soldadura y fractura en la parte media del patín de la columna



Fractura del patín de la columna en la parte inferior y superior de la soldadura



Fractura en la soldadura y fractura vertical en el patín de la columna

### DAÑOS TÍPICOS EN ESTRUCTURAS DE ACERO



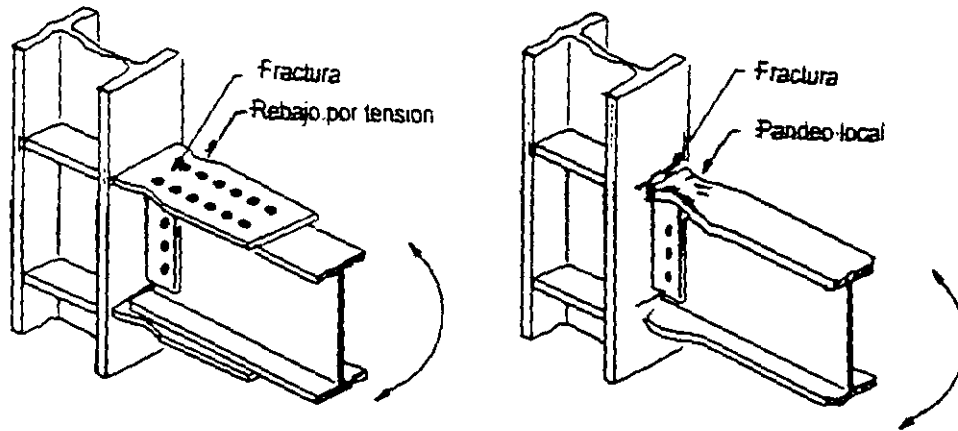
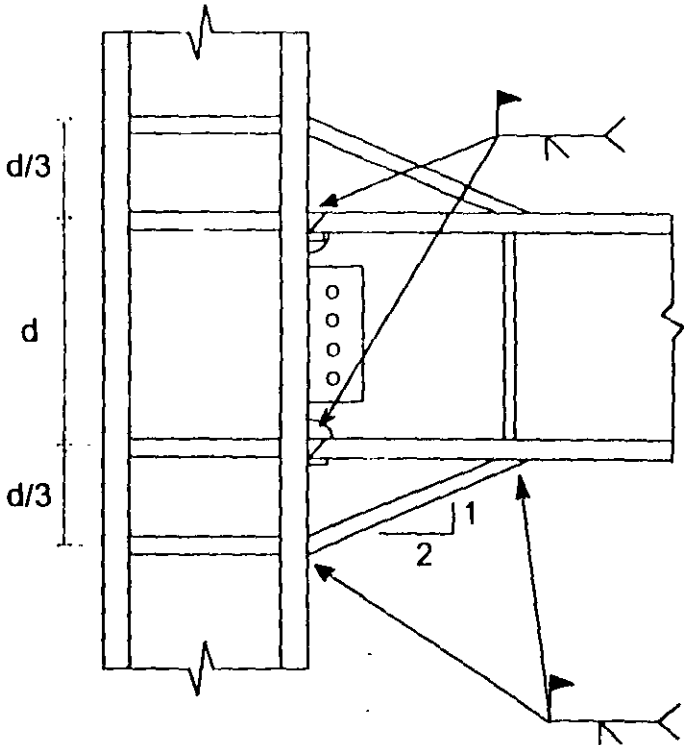
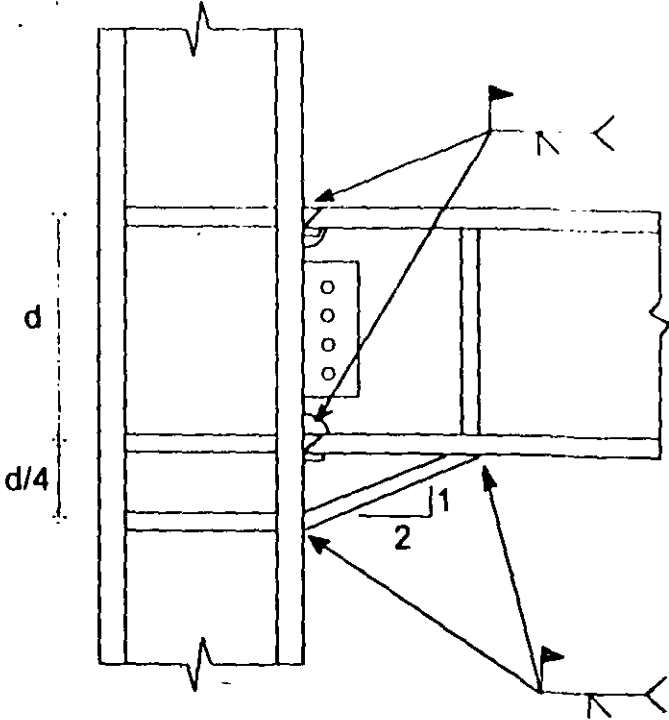
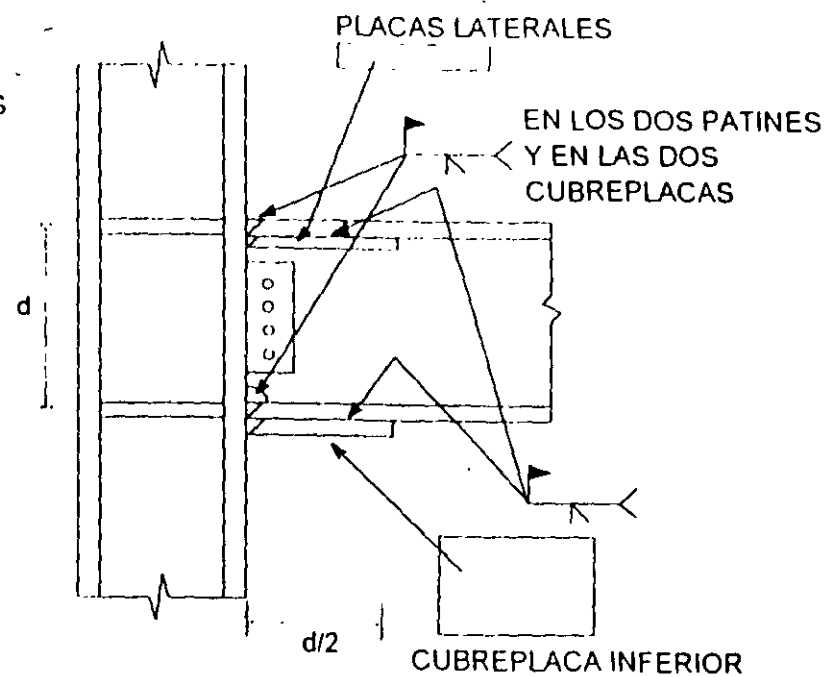
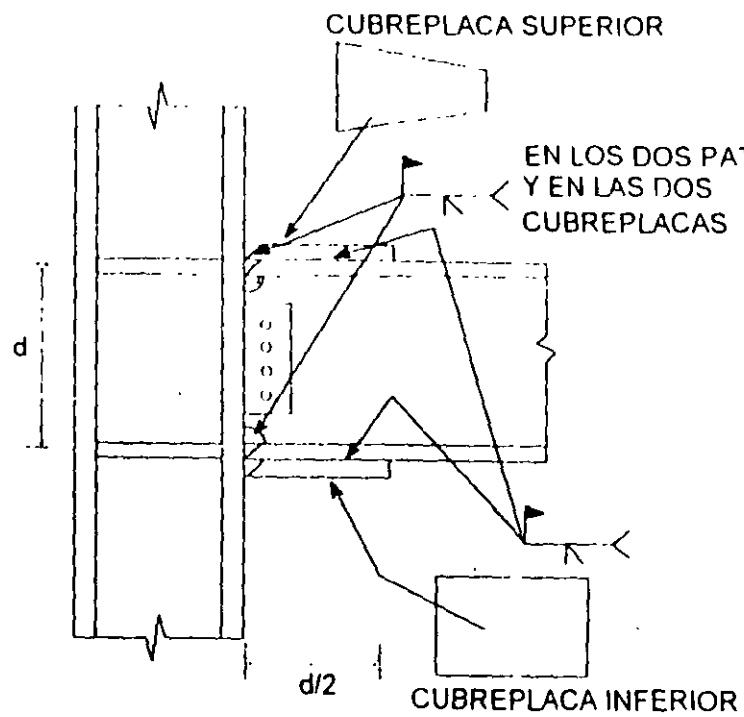


Fig. Daños típicos en conexiones a momento trabe-columna  
Atornilladas y soldadas

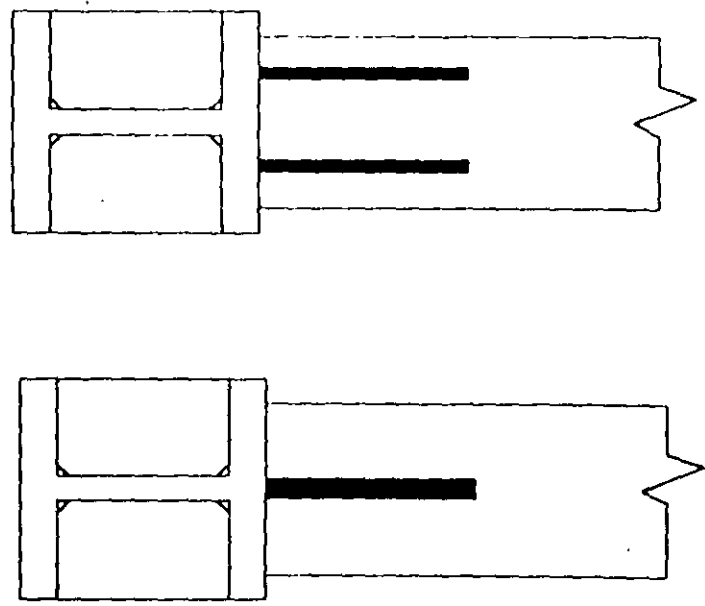
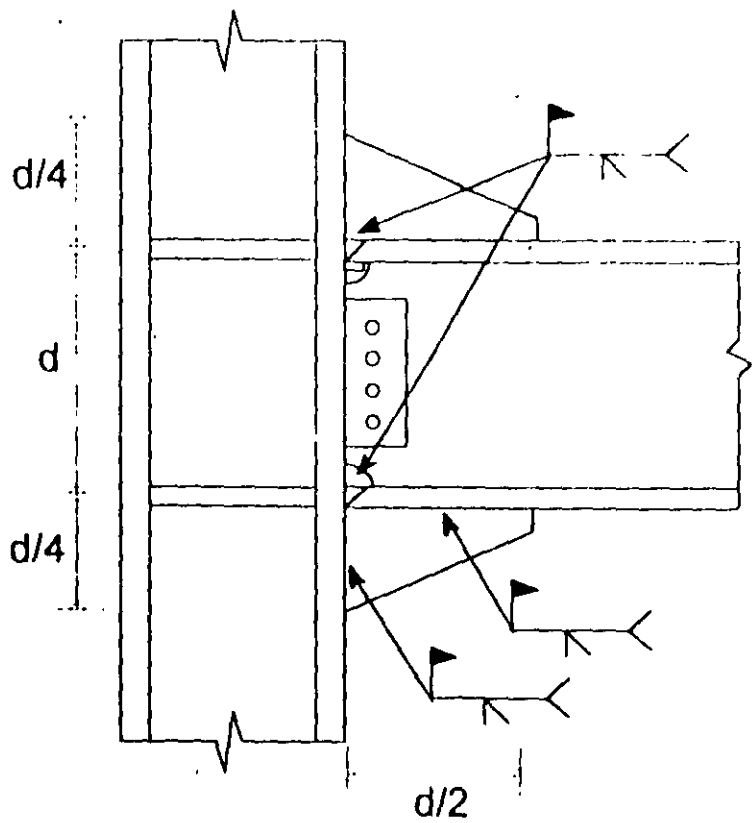
POR MEDIO DE ACARTELAMIENTOS:



# POR MEDIO DE CUBRE PLACAS:

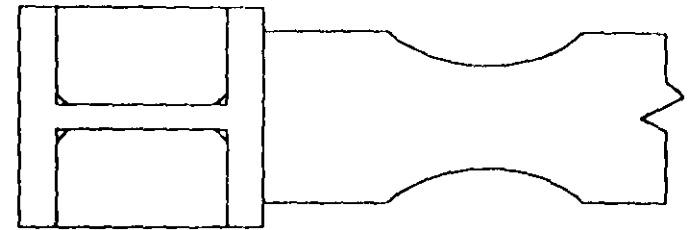
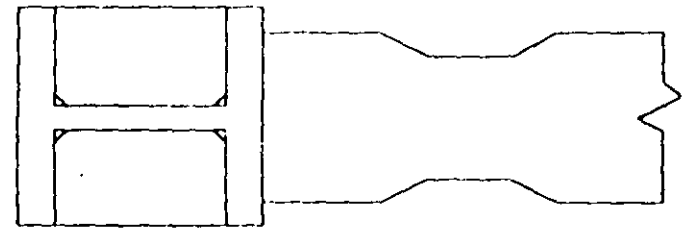
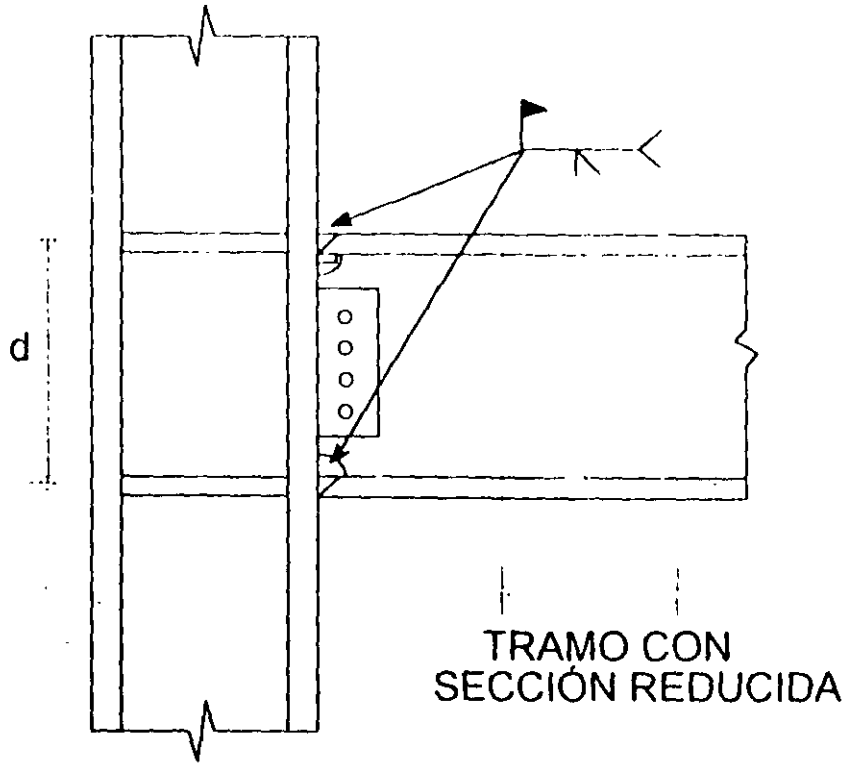


# POR MEDIO DE PLACAS VERTICALES:



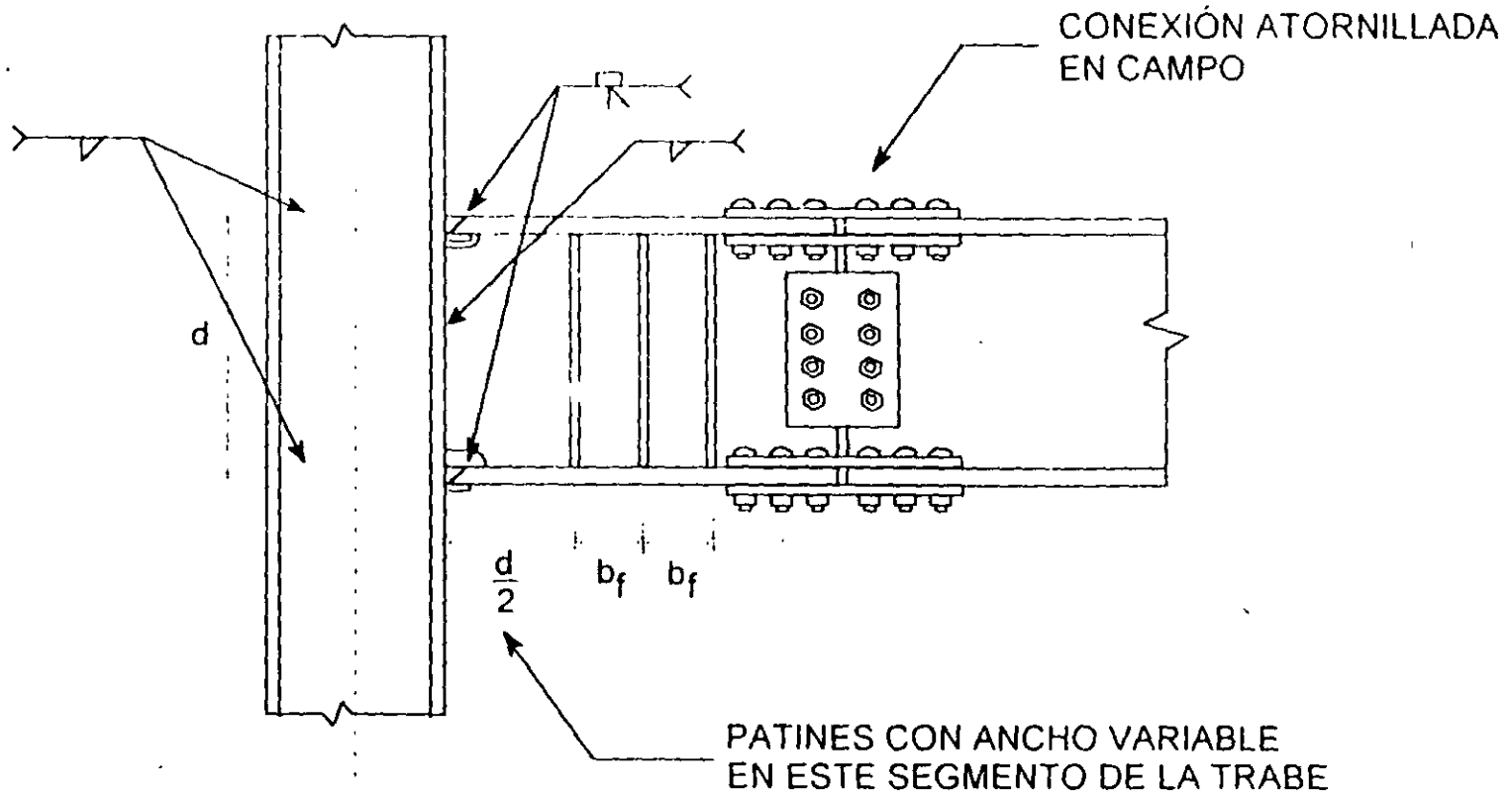
POSIBLES COLOCACIONES

DISMINUCIÓN INTENCIONAL DE LA RESISTENCIA  
EN UN SEGMENTO DE LA VIGA:  
(GEOMETRÍA TIPO "HUESO DE PERRO")



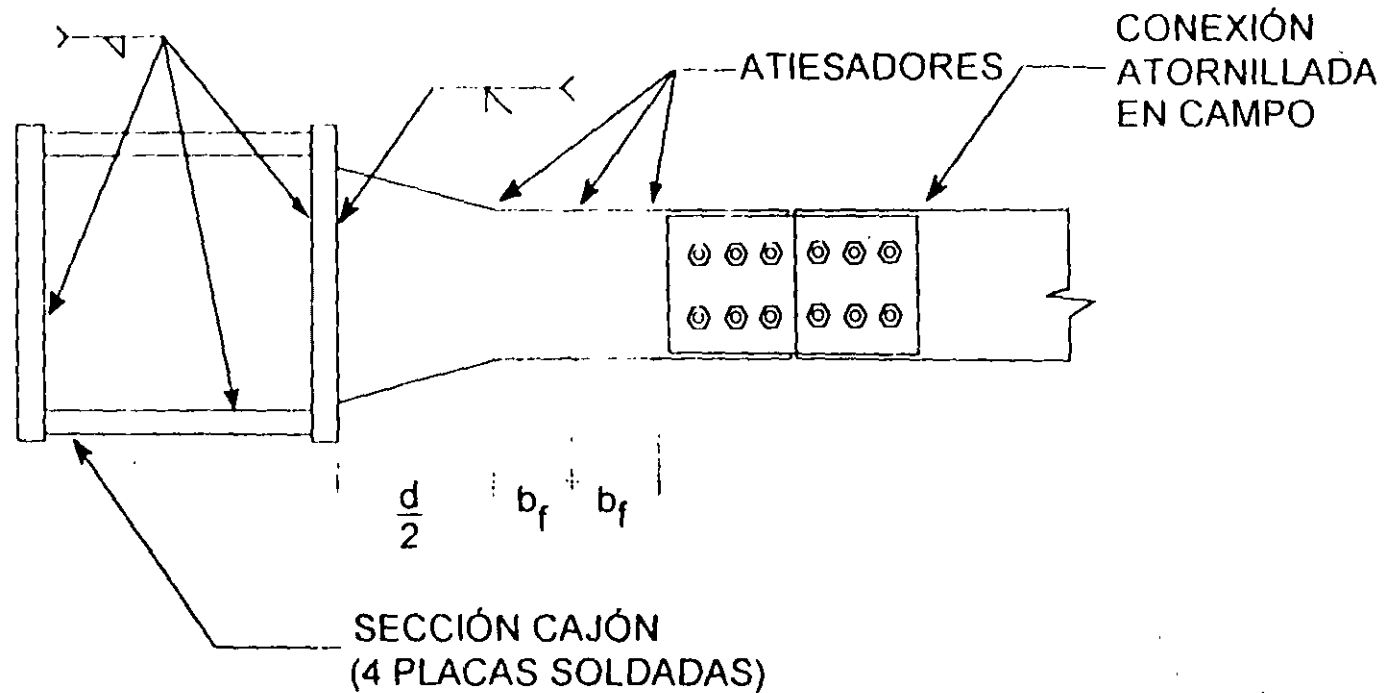
POSIBLES GEOMETRIAS

CONEXIÓN PROPUESTA:



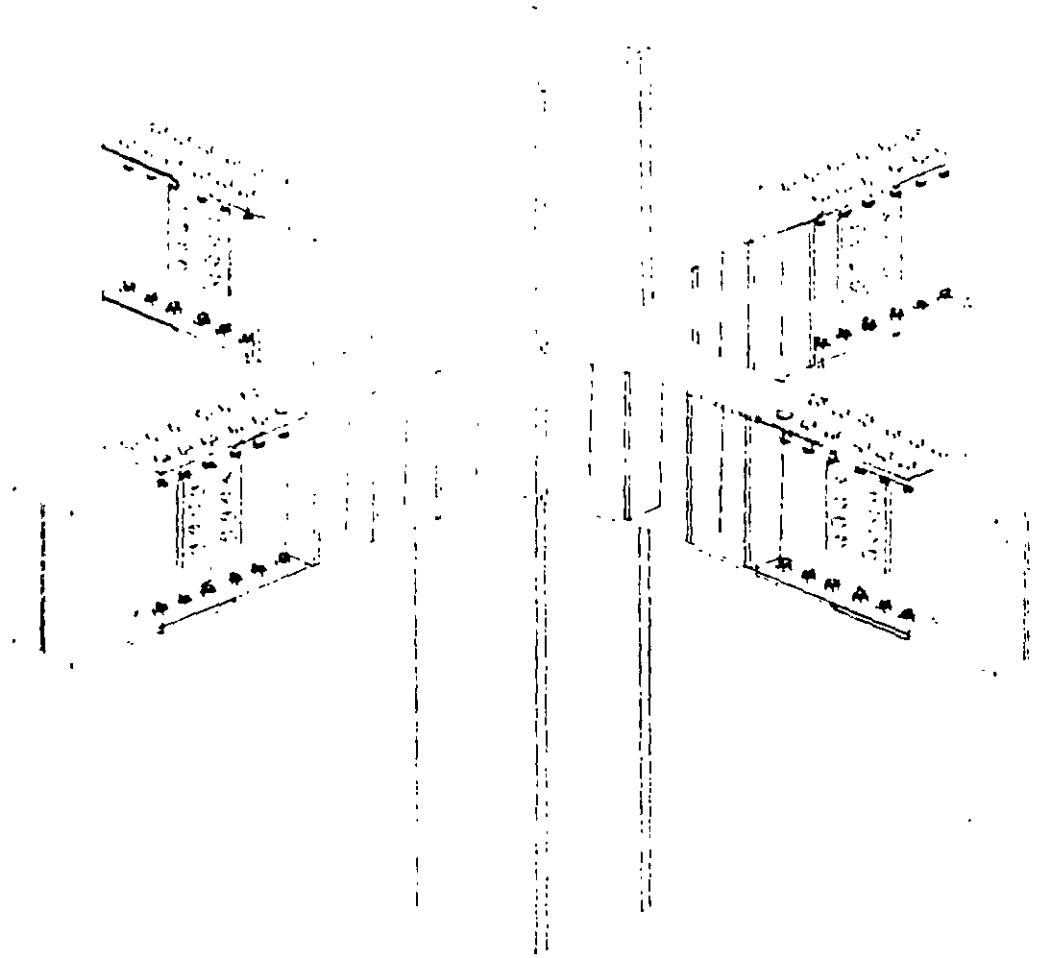
***La conexión con la trabe es completamente atornillada por lo que no es necesario soldar en campo.***

## CONEXIÓN PROPUESTA:



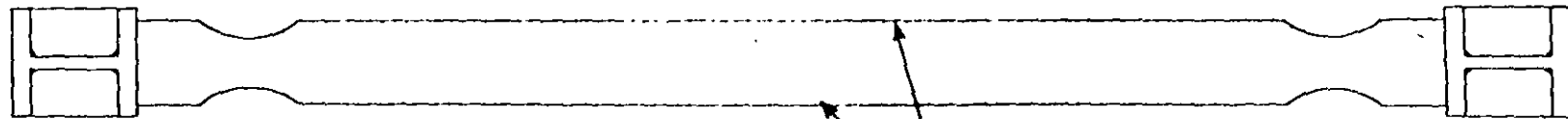
***El muñón se fabrica en taller usando patines de ancho variable para alejar la articulación plástica lejos de la cara de la columna.***

## Conexión viga columna tipo árbol.

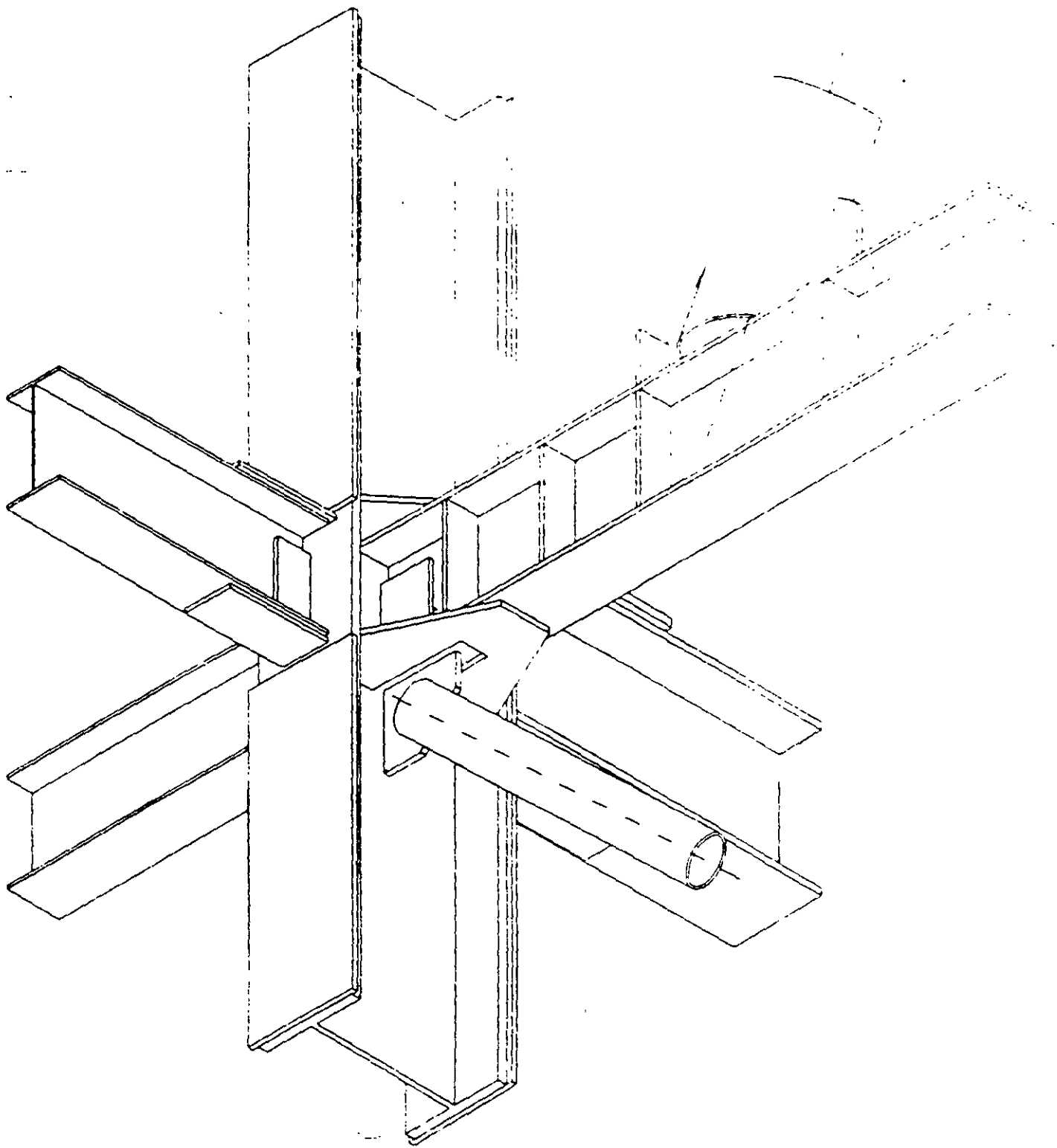




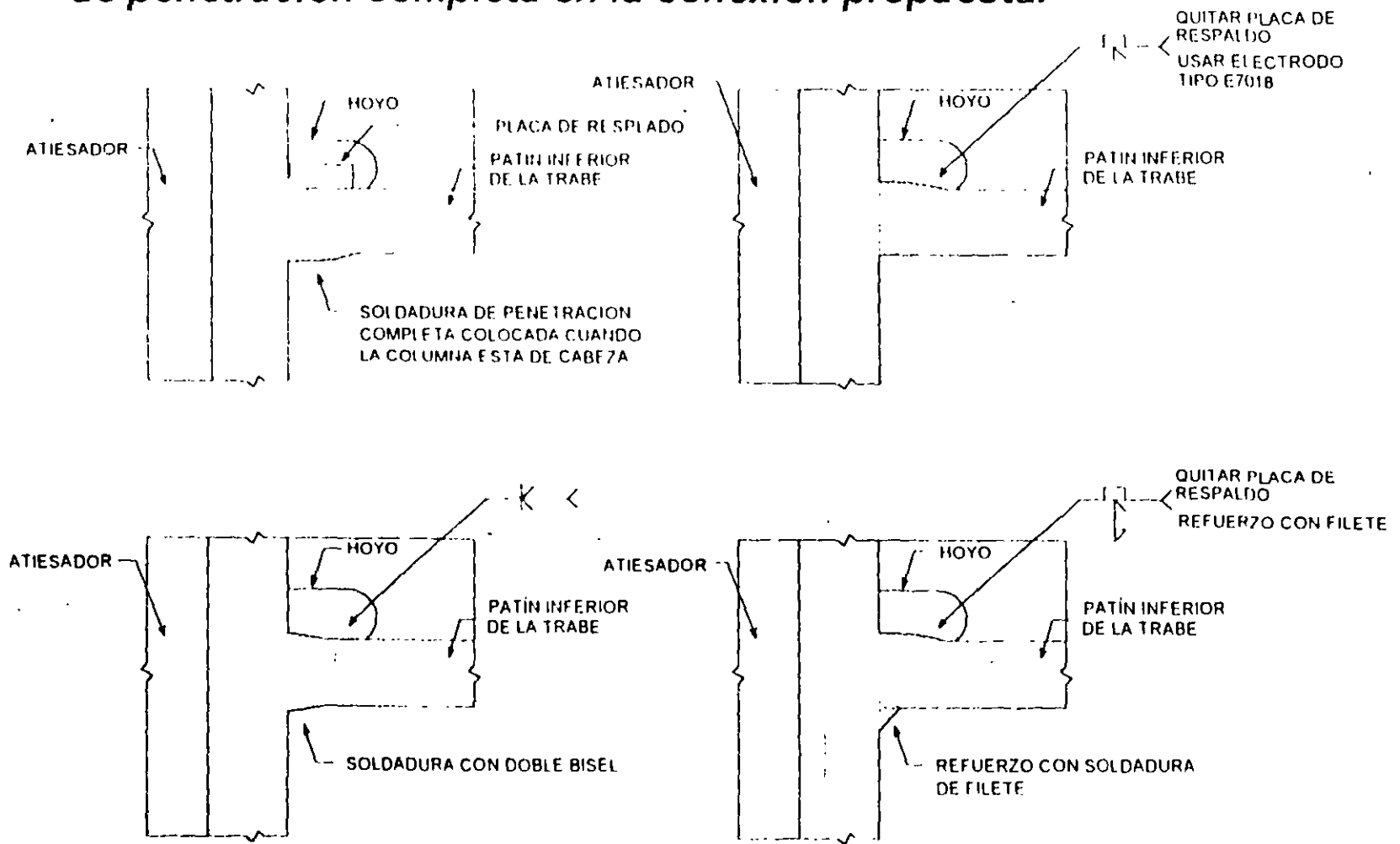
DISMINUCIÓN INTENCIONAL DE LA RESISTENCIA  
UN SEGMENTO DE LA VIGA:  
(GEOMETRÍA TIPO "HUESO DE PERRO")

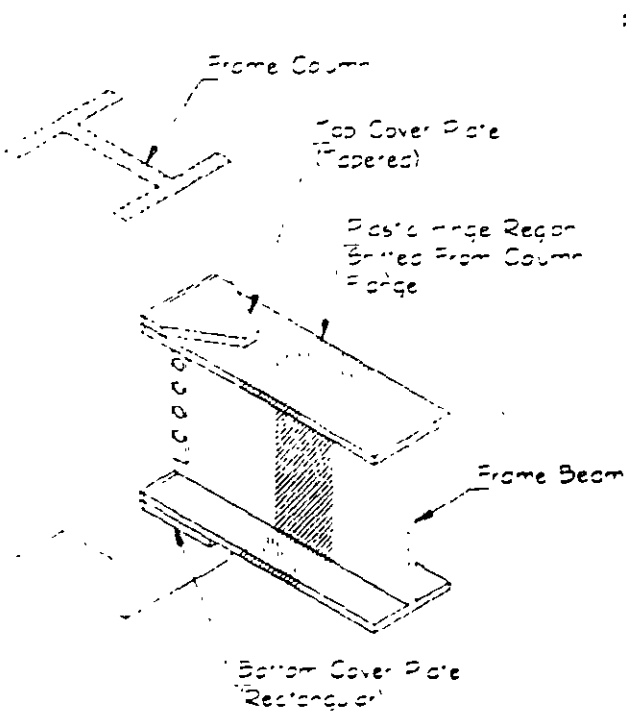


EL ACERO ASCIURADO SE SUMINISTRA  
POR ARRIBA DEL MÍNIMO NECESARIO

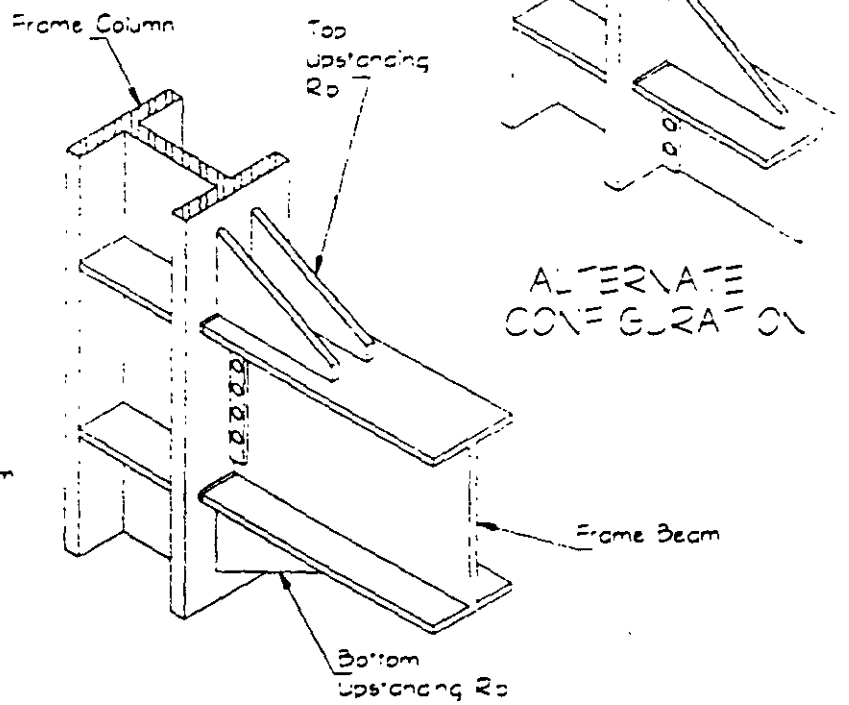


## Alternativas para mejorar la confiabilidad de la soldadura de penetración completa en la conexión propuesta.

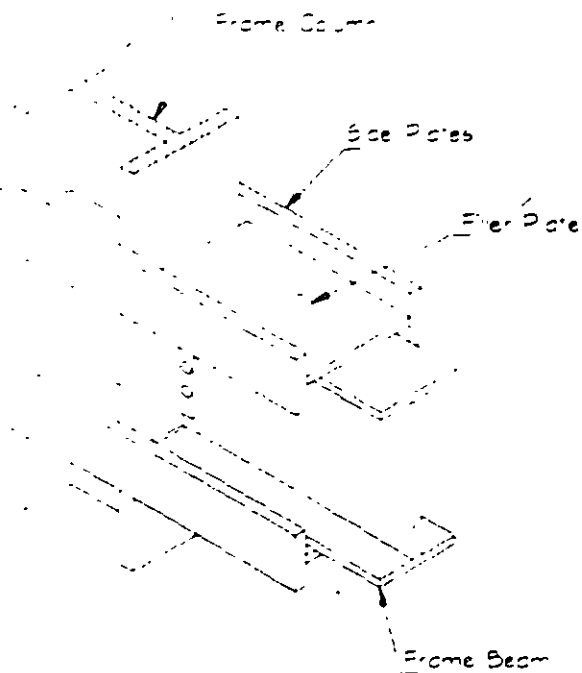




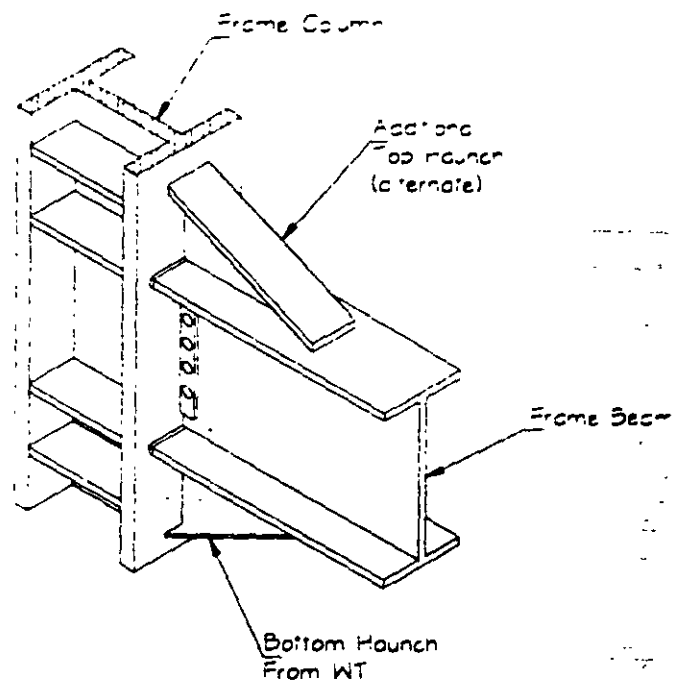
A) COVER PLATE



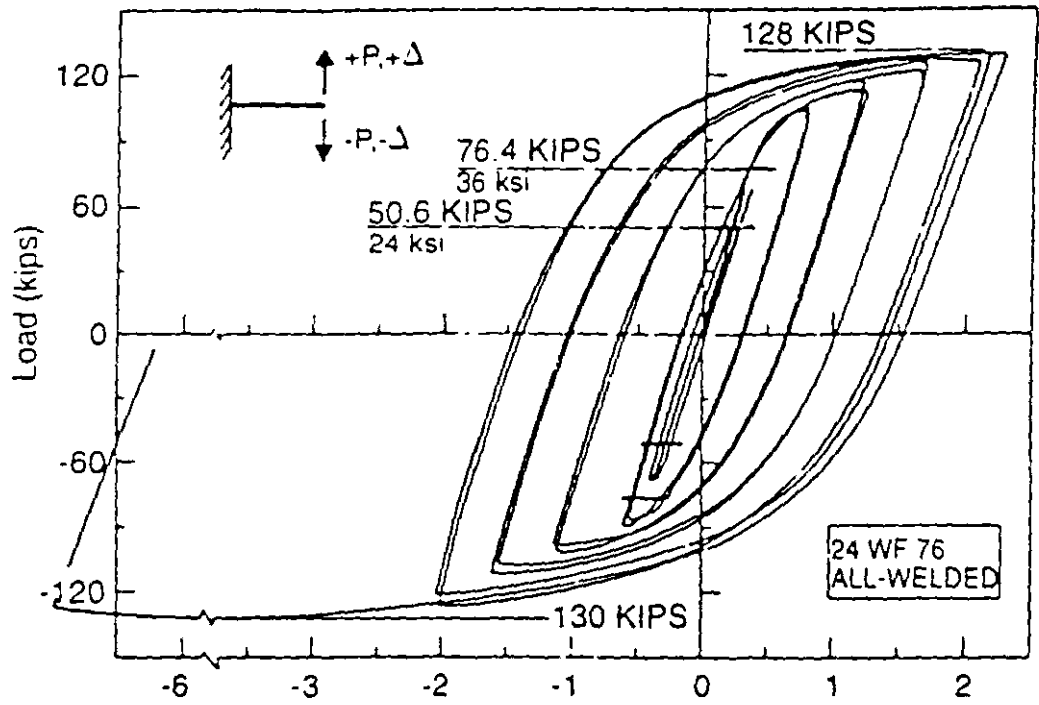
B) UPS TANDING RB



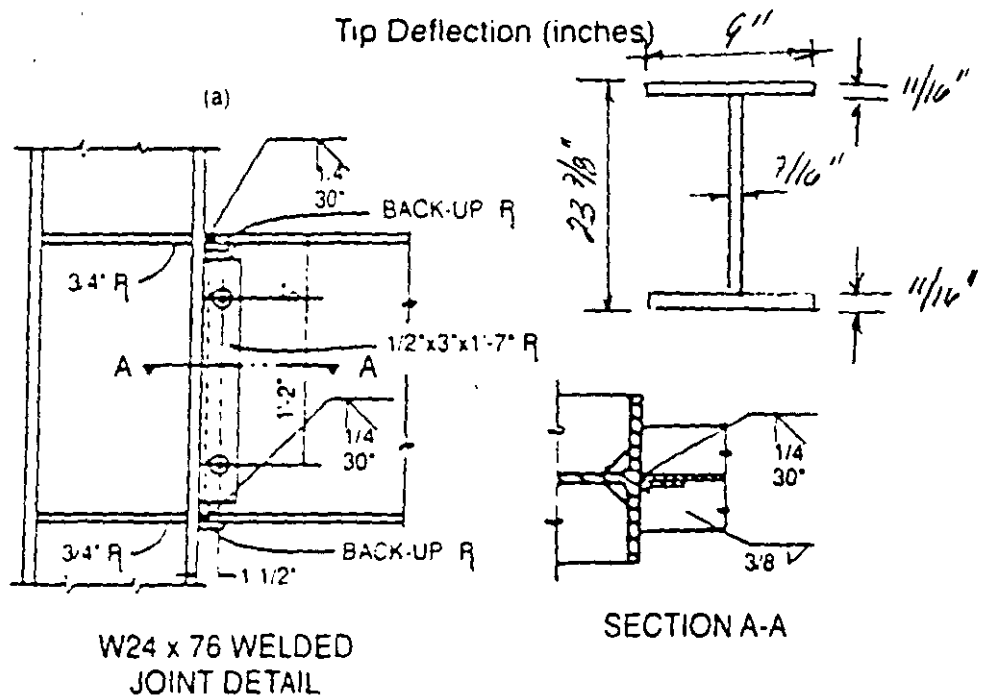
C) SIDE PLATE



D) HAUNCH

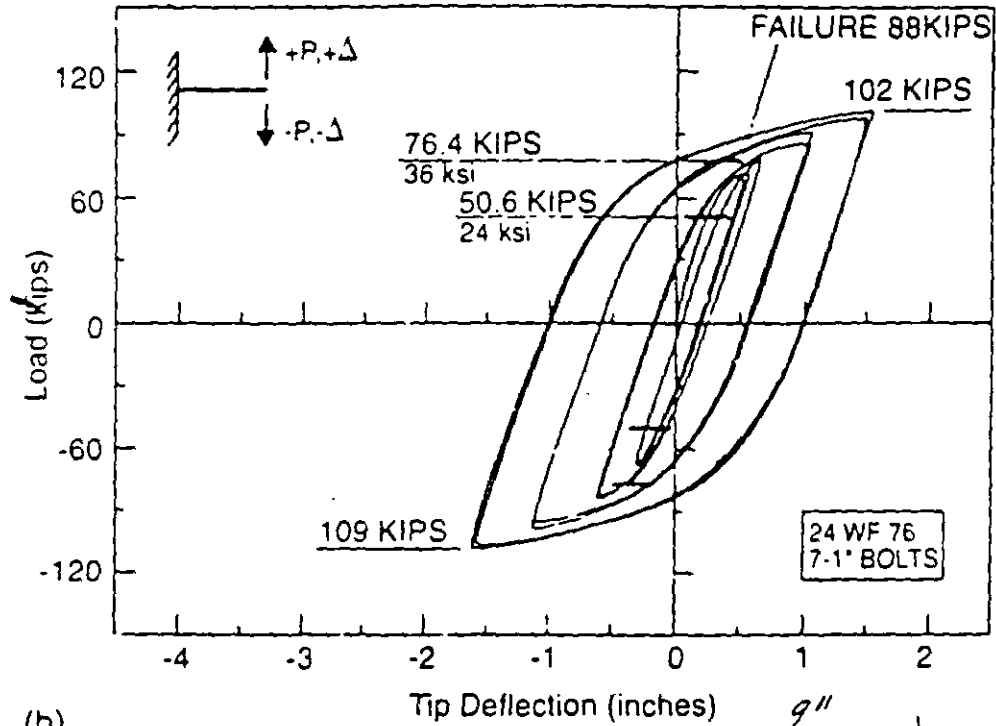


(a)

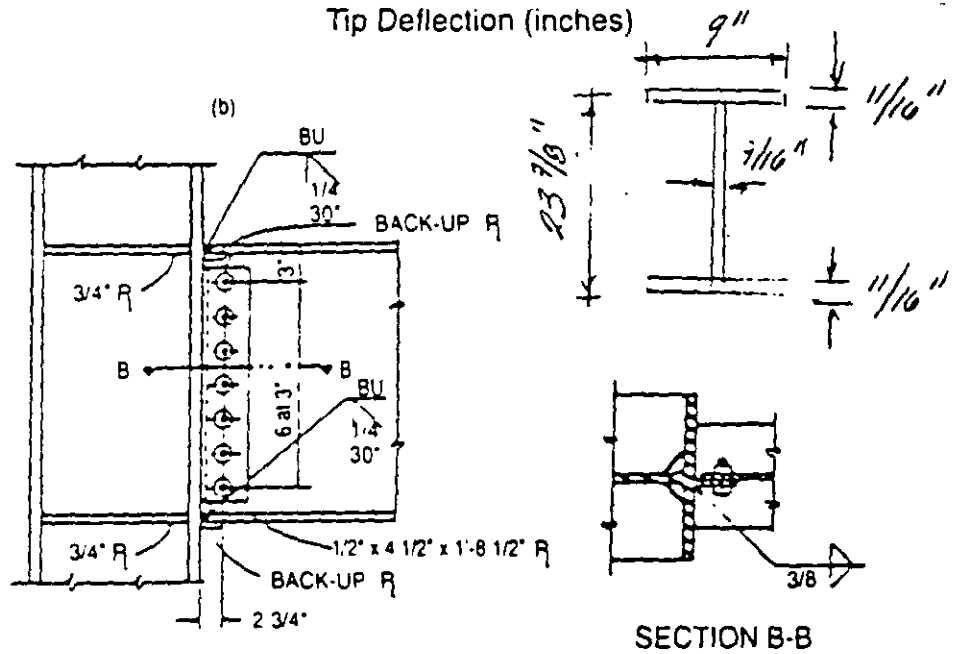


Comportamiento histerético para una conexión típica con soldadura en patines y tornillos en el alma.

Esayos realizados en 1970.

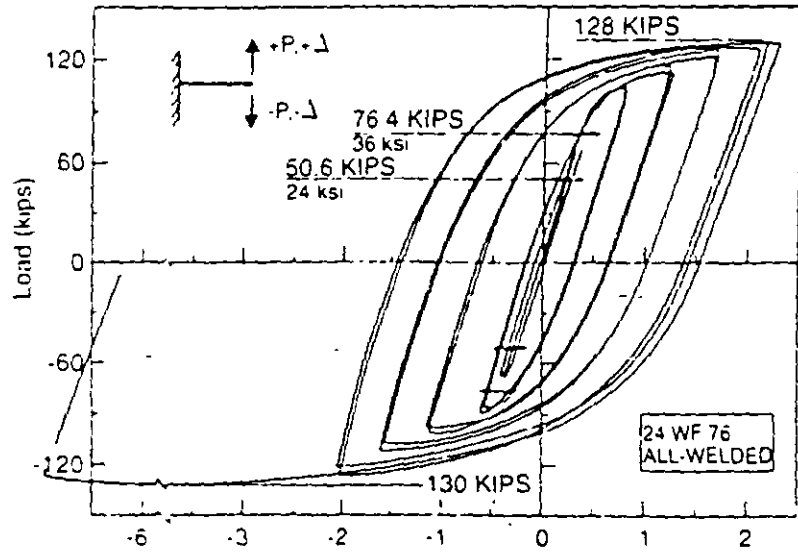


(b)

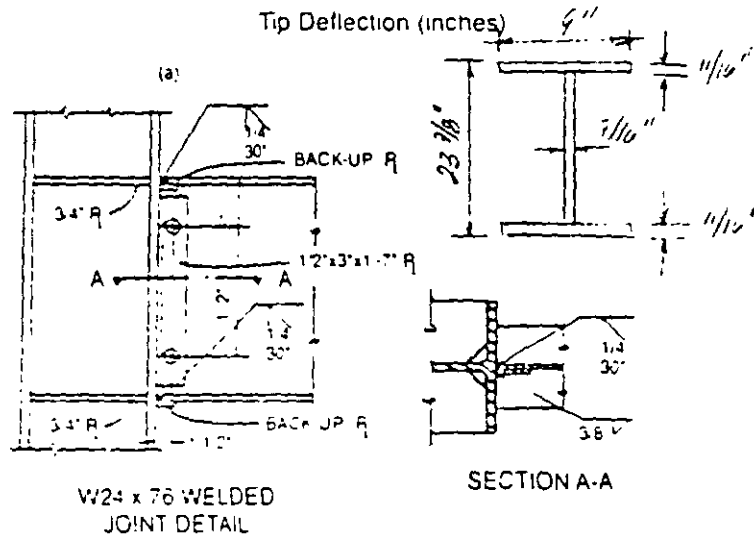


W24 x 76 BOLTED JOINT DETAIL

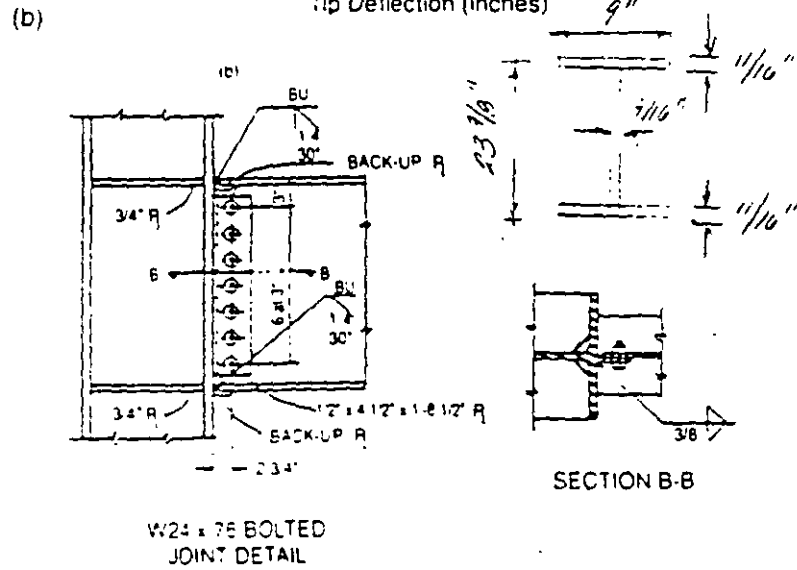
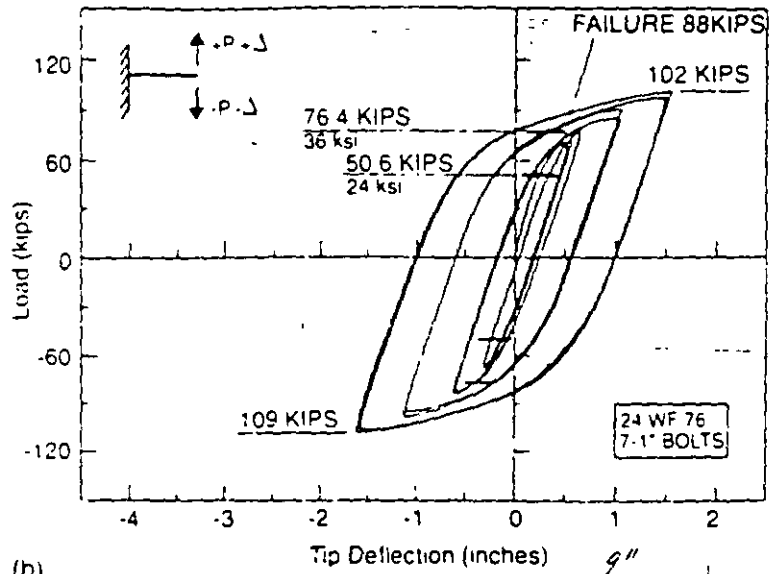
Comportamiento histerético para una conexión típica con soldadura en patines y tornillos en el alma.  
Esayos realizados en 1970.



(a)

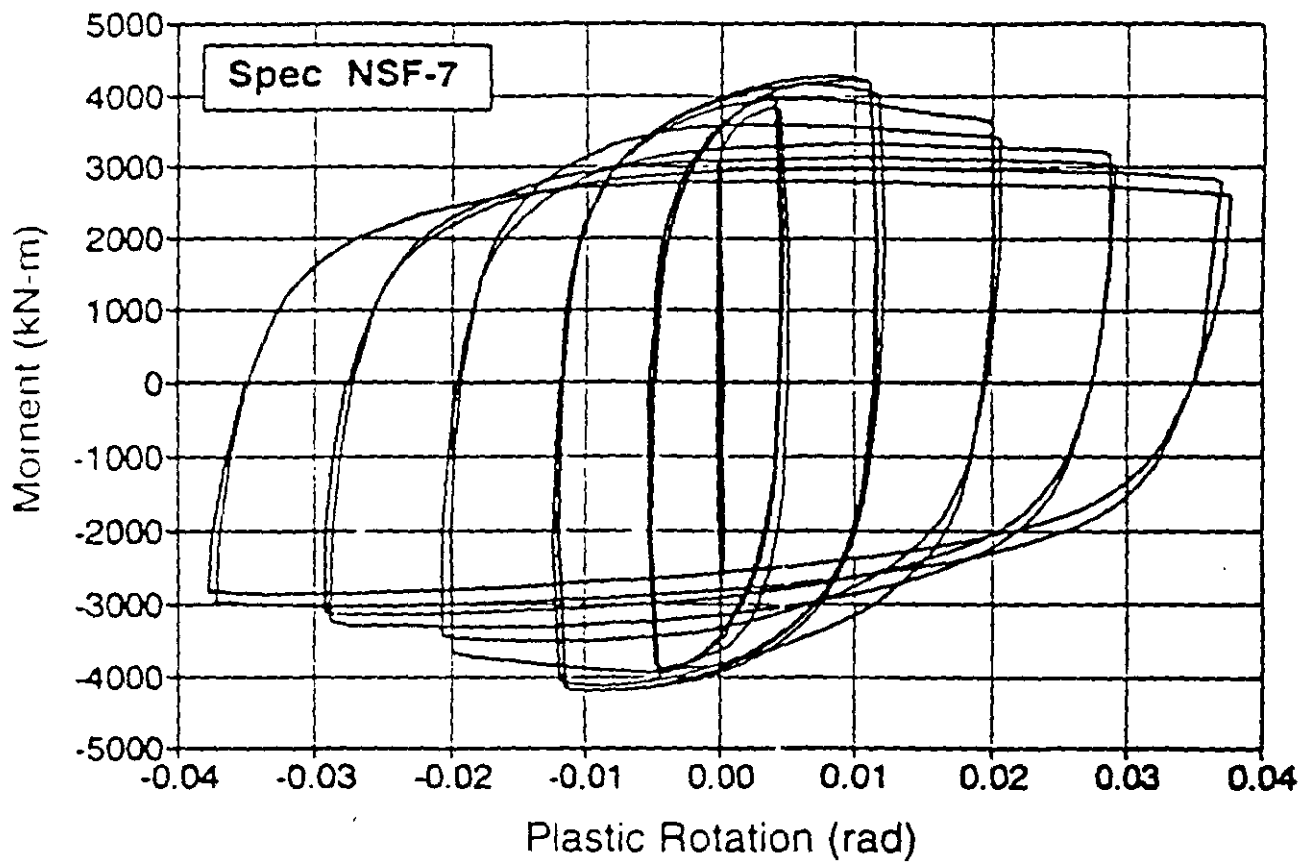
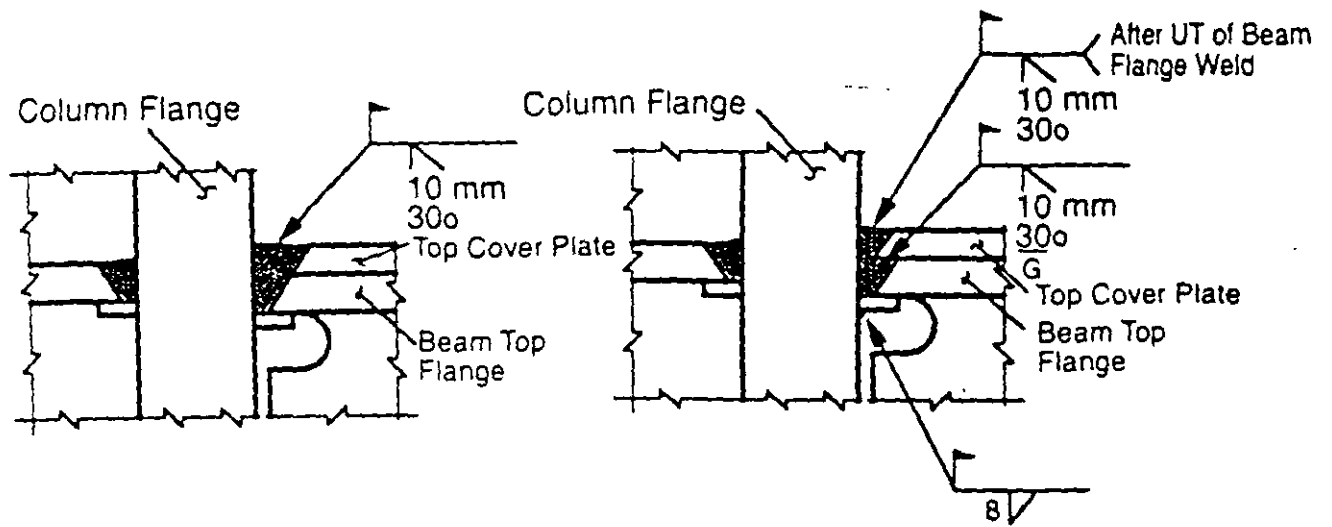


Comportamiento histérico para una conexión típica con soldadura en patines y tornillos en el alma.  
Esayos realizados en 1970.

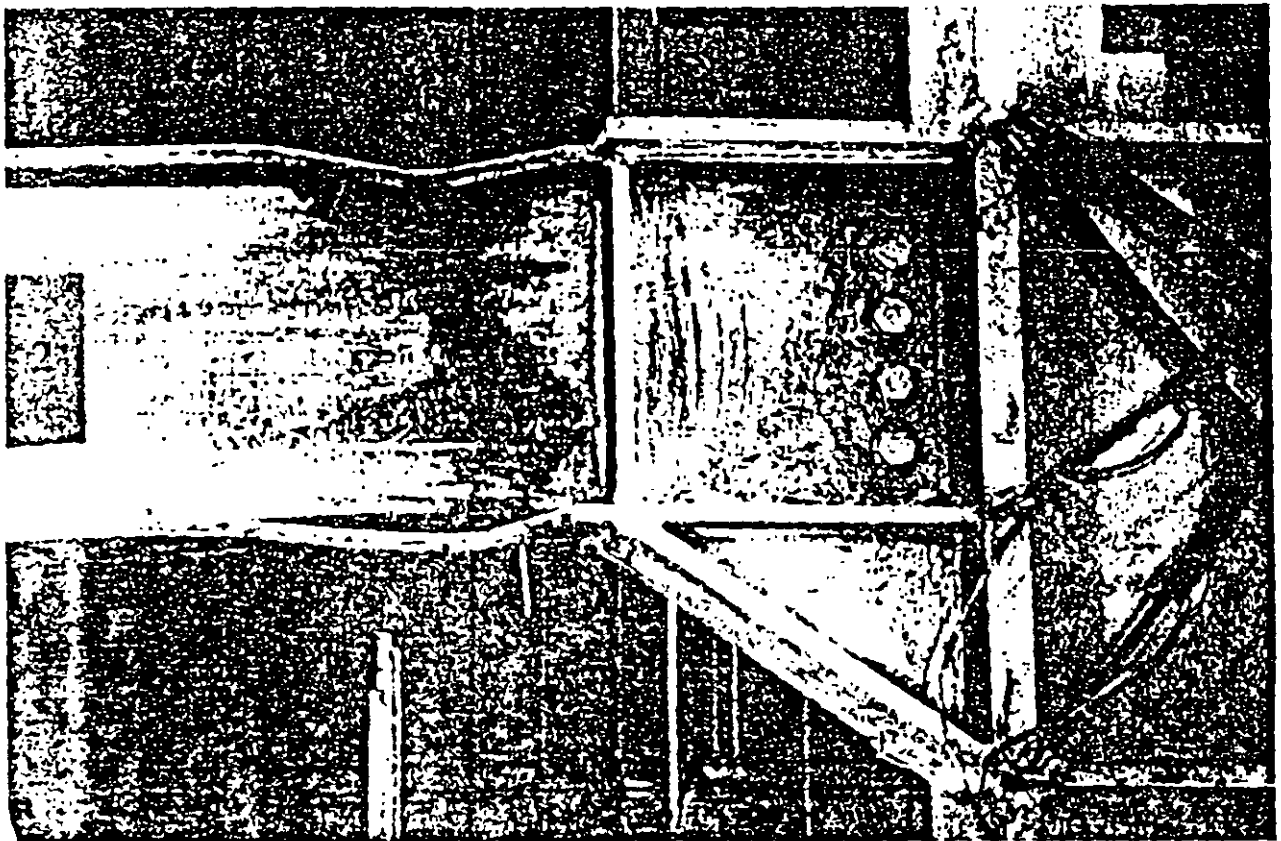
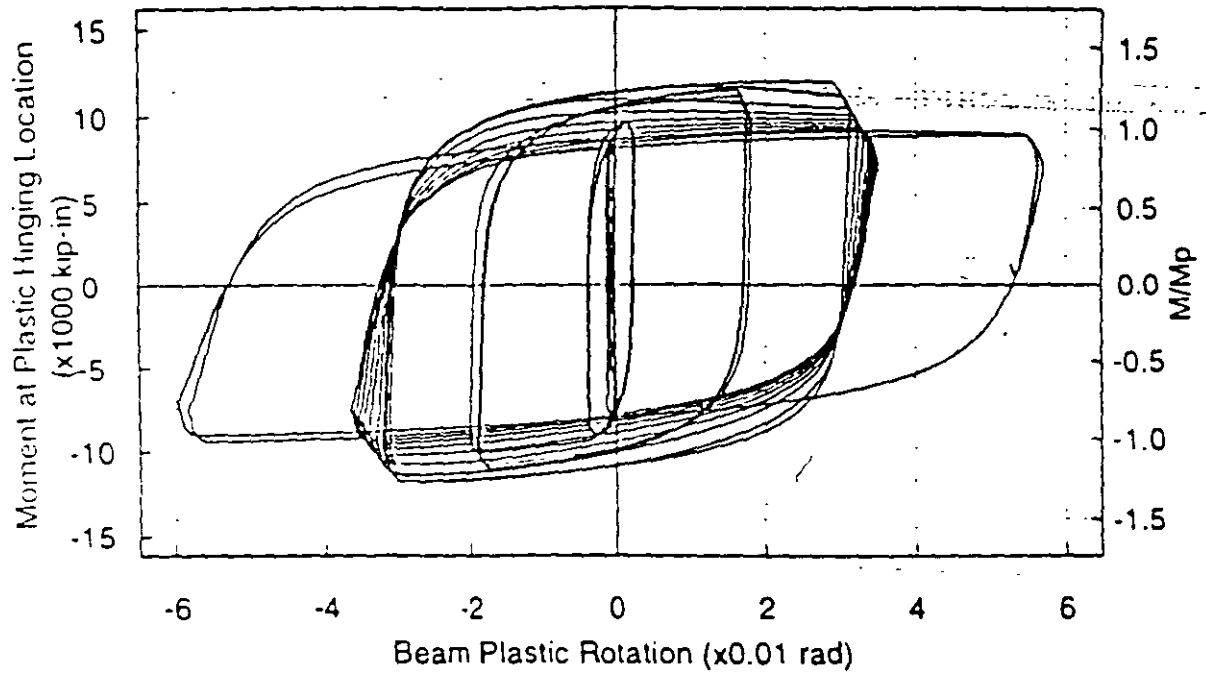


Comportamiento histérico para una conexión típica con soldadura en patines y tornillos en el alma.  
 Esayos realizados en 1970.





Detalles de soldadura de penetración completa en conexiones soldadas con placas de refuerzo y relaciones momento-rotación obtenidas de ensayos experimentales.

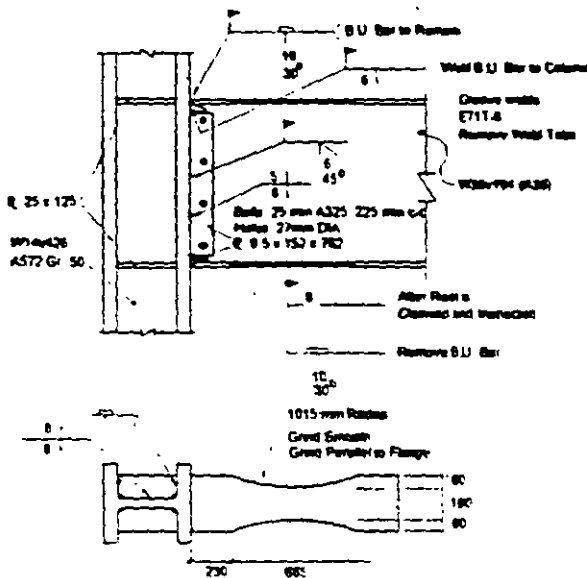


Comportamiento histerético de conexiones con placa de refuerzo en el patín superior y acartelamiento en el inferior.

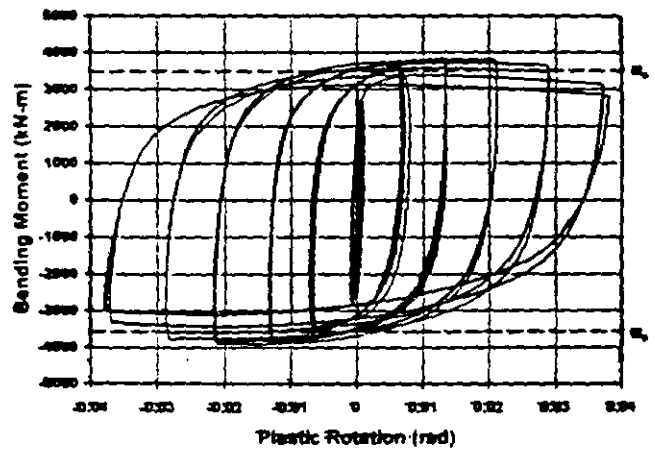
## JUNTAS SOLDADAS

Si las conexiones rígidas en algún entrepiso son menos del 25% de las conexiones entre vigas y columnas que hay en él, o si cada una de las conexiones rígidas existentes contribuye en más del 30% a la resistencia total del entrepiso, su diseño se basará en los resultados de ensayos bajo cargas cíclicas que demuestren que la conexión puede desarrollar una rotación inelástica no menor de 0.03 radianes.

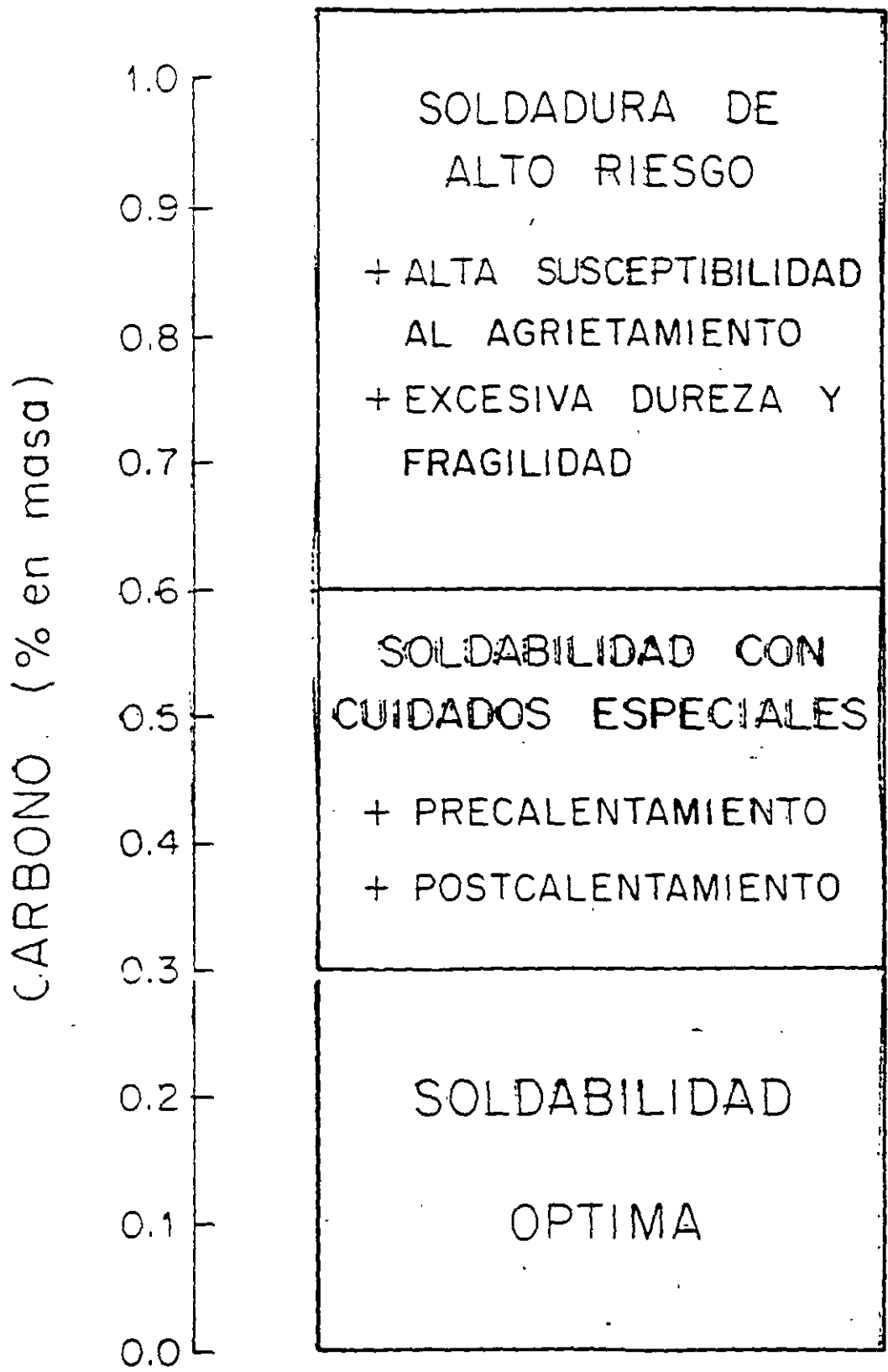
Las conexiones reales se construirán utilizando materiales, configuraciones, procesos y métodos de control de calidad que se acerquen, tanto como sea posible, a los empleados en las juntas ensayadas.



(a) RBS Connection Test Specimen Detail

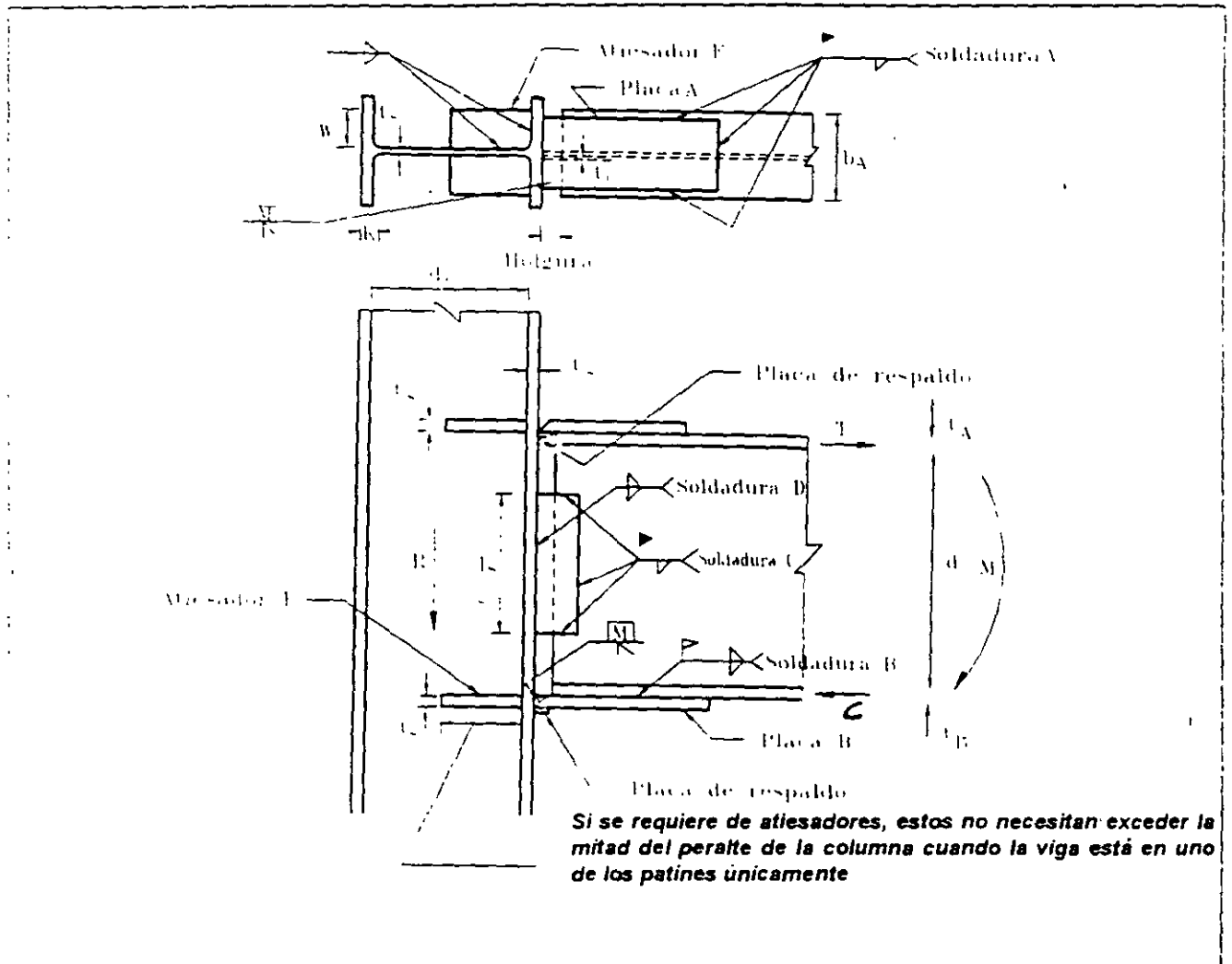


(b) Response of Test Specimen



EFECTO DEL CARBONO EN LA SOLDABILIDAD DEL ACERO

**Ejemplo C-36.** Diseñar, de acuerdo con las Especificaciones AISC-ASD-1989, la conexión rígida de una viga IPR, IR ó W 406×59.8 (16×40), unida a una columna IPR, IR ó W 305×59.8 (12×40). El momento en la unión viga-columna es 15 ton-m y la reacción vertical es 13 ton. Los elementos mecánicos son ocasionados por cargas vivas y muertas únicamente. Los perfiles son de acero NOM-B-254 (ASTM A36) y los electrodos de la serie E70XX ( $F_{EXX} = 4\,920 \text{ kg/cm}^2$ ). Las dimensiones de los perfiles se han tomado del M-AISC-ASD-1989.



**Conexión viga-columna del ejemplo C-36**

Dimensiones de los perfiles

Dimension (mm)	Viga: IPR, IR ó W 406 × 59.8 (16 × 40)	Columna: IPR, IR ó W 305×59.8 (12×40)
$d$	407	303
$b_c$	178	203
$t_c$	7.8	7.5
$t_b$	12.8	13.1
$t$		32

**SOLUCIÓN:**

La conexión esta formada por tres placas, dos horizontales A y B que toman el momento flexionante mediante dos fuerzas axiales de tensión y compresión y una vertical C, que toma el cortante o la reacción vertical. La placa superior A se suelda en un extremo al patín de la columna con soldadura de penetración completa y sobre el patín de superior de la viga con soldadura de filete en los tres bordes restantes de la placa. Ambas soldaduras son de campo.

La placa inferior B se suelda en un extremo al patín de la columna con soldadura de ranura de penetración completa en taller y al patín inferior de la viga con soldadura de filete, en los bordes de este, en campo. La placa vertical C se suelda en taller al patín de la columna y en campo al alma de la viga. Ambas soldaduras son de filete. Además de las tres placas se pueden emplear tomillos de montaje en la placa C, que posteriormente se pueden remover (opcional).

1 - Fuerza horizontal en los patines de la viga:

$$T = \frac{M}{d} = \frac{15}{0.407} = 36.8 \text{ ton}$$

2.- Diseño de las placas horizontales A y B (longitud y soldadura requerida)

Placa superior A. Se entra a la tabla correspondiente de las Ayudas de Diseño (Tabla de placas de conexión), y se selecciona la placa A de 15.9 mm x 150 mm, con capacidad de 36.3 ton lo que resulta adecuado.

Placa inferior A. De las Ayudas de Diseño se escoge una placa B de 12.7 mm x 200 mm, con capacidad de 38.6 ton, lo que es adecuado.

Diseño de las soldaduras A y B.

Se selecciona la dimensión de soldadura de 6 mm (mayor que  $D_{min}$  y menor que  $D_{max}$  para ambas placas). Se entra en la tabla y se encuentra una longitud de soldadura de 570 mm con capacidad de 35.7 ton. De acuerdo con lo anterior, se tienen los resultados siguientes:

Soldadura A: Usar 150 mm en el extremo y 210 mm en cada lado. E70XX

Soldadura B: Usar 285 mm a lo largo de cada lado. Electrodo E70XX

Si se considera una holgura de 20 mm, para dar espacio a la placa de respaldo.

Placa A: PL 16 mm x 150 mm x 230 mm de acero NOM-B-254 (ASTM A36)

Placa B: PL 13 mm x 200 mm x 305 mm de acero NOM-B-254 (ASTM A36)

3 - Diseño de la conexión al alma

3.1 - Dimensión de la soldadura

$$C \leq \frac{t_w}{1.03} = \frac{7.81}{1.03} = 7.6 \text{ mm}$$

Usar  $D_c = 6 \text{ mm}$

Longitud de soldadura

$$l_{min} = R/0.01044 D_c$$

O bien, se pueden utilizar las Ayudas de Diseño capacidades de soldaduras de filete, con  $D_c = 6 \text{ mm}$  y capacidad necesaria de 13 ton, se selecciona la longitud de 210 mm (capacidad = 13.2 ton)

Para evitar esfuerzos elevados por cortante en el alma de la viga.

3.2 - Diseño de la placa C

Para evitar sobreesfuerzos en esta placa

$$l_c \geq 1.03 \times 6 = 6.18 \text{ mm}$$

Con  $l_c = 12.7 \text{ mm}$

3 - Dimensión de la soldadura

$$D \leq \frac{t_w}{2.06} = \frac{12.7}{2.06} = 6.17 \text{ mm}$$

Además, la dimensión mínima de soldadura para el patin de la columna (13.1 mm) es de 6 mm (Secc J2 1b, Especificaciones AISC-ASD-1989). Se entra en la tabla con  $D_D = 6$  mm (capacidad necesaria =  $\frac{13}{2} = 6.5$  ton) se encuentra una longitud de 110 mm, con capacidad de 6.9 ton, que es suficiente.

Usar  $L_s = 110$  mm

4 - En la tabla para la viga IPR, IR ó W 406 x 59.8 (16x40) la longitud máxima de la placa de conexión es 283 mm  $> L_s = 110$  mm

Placa C PL 6 mm x 80 mm x 110 mm de acero NOM-B-254 (ASTM A36)

Soldadura C: Soldadura de filete de 6 mm (1/4 in) a lo largo del borde de la placa C, con remates de 50 mm mínimo. La soldadura se deposita con electrodos E70XX.

Soldadura D Soldadura de filete de 6 mm (1/4 in) en ambos lados de la placa. Electrodos E70XX.

5 - Evaluación del cortante en el alma de la columna

Es necesario reforzar el alma de la columna, si:

$$I_{w\ req} = 2.63 \frac{M}{(F_c \cdot A_{bc})} = I_{w\ req} \cdot I_w$$

donde

$I_w$  = area del alma, dentro de los confines de la conexión,  $mm^2$

$$A_{bc} = (407 + 12.7 + 15.9) 303 = 131\ 987\ mm^2$$

$$I_{w\ req} = \frac{2.63 M}{A_{bc} F_c} = \frac{2.63 \times 15\ 000}{131\ 987 \times 0.0253} = 11.8\ mm > 7.5\ mm$$

Por lo tanto, de acuerdo con lo anterior es necesario reforzar el alma de la columna. Se emplean dos atiesadores diagonales y se utilizará la siguiente ecuación:

$$F = 0.67 F_c \sqrt{d_c^2 + d_b^2} (I_{w\ req} - I)$$

$$I = 1067 \cdot 0.0253 \sqrt{303^2 - 407^2} (11.3 - 7.5) = 32\ ton$$

En las Ayudas de Diseño pares de atiesadores, dos atiesadores de 9.5 x 70 mm tienen una capacidad de 33.65 ton  $> 32$  ton

Se requiere la dimensión mínima de soldadura para el alma de la columna y es de 5 mm (Especificación J2.16, AISC-ASD-1989)

En el nudo de la diagonal se desarrolla una carga de  $\frac{32.7 \times 0.6}{2} = 9.8$  ton. Como se sueldan los dos lados del atiesador la capacidad necesaria de cada cordón deberá ser  $\frac{9.8}{2} = 4.9$  ton

Con dimensión de soldadura de 8 mm y entrando en la tabla de capacidades de soldadura de filete, con longitud de 70 mm se tiene capacidad de 5.84 ton  $> 4.9$  ton

$$\text{Longitud del atiesador diagonal} = \sqrt{(303 - 2 \times 13.1)^2 + 407^2} = 492\ mm$$

Usar 2 PL 10 70 x 480 mm

6 Atiesadores horizontales del alma de la columna

Se requieren atiesadores en el alma de la columna, si

En ambos patines si  $P_{bt} > I_b P_{wt} + P_{wt}$ , ó Ecuación (K1-9), AISC-ASD-1989

En el patin de compresión si  $P_{bt} > P_{wt}$ , ó Ecuación (K1-8), AISC-ASD-1989

En el patin en tensión si  $P_{st} < P_{th}$  ó Ecuación (K1-1), AISC-ASD-1989

Los atesadores requeridos deben cumplir con las disposiciones de las secciones 1-1, K1-8, Especificaciones AISC-ASD-1989

Cálculo de la fuerza horizontal a la altura de los atesadores:

$$F_H = \frac{M}{d + \frac{t_A + t_B}{2}} = \frac{15\,000}{407 - \frac{15.9 + 12.7}{2}} = 35.6 \text{ ton}$$

donde,

$t_A$  es el espesor de la placa horizontal superior, en mm y  $t_B$  es el espesor de la placa horizontal inferior, en mm

$$F_{bf} = 35.6 \frac{5}{3} = 59.33 \text{ ton}$$

De la tabla de las Ayudas de Diseño para un perfil IPR, IR ó W 305 x 59.8 (12x40)

$$P_{wt} = 30.36 \text{ ton} \quad P_{wt} = 0.1897 \text{ ton/mm} \quad P_{wt} = 30.6 \text{ ton} \quad P_{th} = 27.14 \text{ ton}$$

$$t_b P_{wt} + P_{wt} = 12.7 \times 0.1897 + 30.36 = 32.77 \text{ ton} < P_{bf}$$

De acuerdo con los tres criterios anteriores son necesarios los atesadores.

Capacidad necesaria de los atesadores =  $59.33 - 27.14 = 32.19 \text{ ton}$

Diseño de los atesadores.

De acuerdo con la Sección K1.8, Especificaciones AISC-ASD-1989:

- 1 El ancho de cada atesador más la mitad del grueso de alma de la columna no será menor que un tercio del ancho del patin o de la placa de conexión que transmite la fuerza concentrada
- 2 El grueso de los atesadores no será menor que la mitad del espesor del patin o de la placa que transmite la fuerza concentrada
- 3 La soldadura que une los atesadores al alma de la columna deberá dimensionarse para transmitir la fuerza en el atesador ocasionada por los momentos diferentes que actúan en los lados opuestos de la columna

$$w = \frac{b}{3} - \frac{t}{2}$$

donde

$w$  es el ancho del atesador, mínimo,  $b$  es el ancho de la placa de conexión,  $t$  es el espesor del alma de la columna. Todas las dimensiones se expresan en mm

$$w = \frac{150}{3} - \frac{15.9}{2} = 42 \text{ mm en la placa superior}$$

$$w = \frac{200}{3} - \frac{12.7}{2} = 63 \text{ mm en la placa inferior}$$

Espesor mínimo de atesadores Sección K1.8 Especificaciones AISC-ASD-1989.

$$t_a = \frac{t_b}{2}$$

donde

$t_a$  es el espesor mínimo del atesador y  $t_b$  el espesor de la placa de conexión, ambos en mm.



$$t_3 = \frac{15.9}{2} = 7.9 \text{ mm en la placa superior}$$

$$t_4 = \frac{12.7}{2} = 6.4 \text{ mm en la placa inferior}$$

De las Ayudas de Diseño, los atiesadores de 7.9 mm x 75 mm con capacidad de 29.9 ≈ 30 ton, cumplen con los requisitos y son adecuados. Por consideraciones prácticas de detalle usar dos atiesadores de 7.9 mm x 75 mm en ambos lados y en ambos patines Corte de esquina 19 mm x 19 mm.

La longitud del atiesador no debe ser menor que la mitad del peralte de la columna. Sección K1.8 Especificaciones AISC-ASD-1989.

$$\text{Longitud} = \frac{303}{2} - 13.1 = 138.4 \text{ mm}$$

Sin embargo, como se usarán atiesadores diagonales para reforzar el alma de la columna, se utilizarán atiesadores horizontales de longitud total para distribuir adecuadamente los esfuerzos:

$$\text{Longitud} = 303 - 2 \times 13.1 = 276.8 \text{ mm (usar 275 mm)}$$

#### 6 - Requisitos de soldadura de los atiesadores

De la tabla (J2.3) Tamaño mínimo de las soldaduras de filete.  
Especificaciones AISC-ASD-1989)

Dimensión de soldadura mínima al alma = 5 mm (3/16 in)

Dimensión de soldadura mínima al patín = 6 mm (1/4 in)

La longitud de la soldadura debe tener la capacidad siguiente (Véase punto 5)

$$\frac{29.43}{2.5} = 8.83 \text{ ton}$$

En la tabla de capacidades de soldaduras de filete, la soldadura de 6 mm (1/4 in) con longitud de 150 mm tiene una capacidad de 9.4 ton que es adecuada

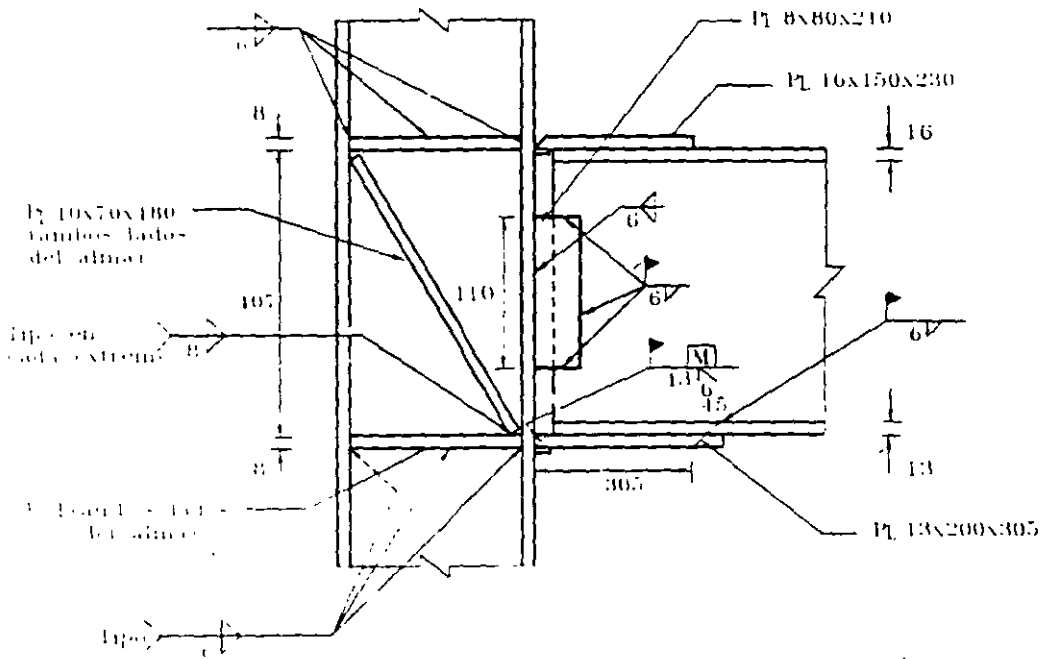
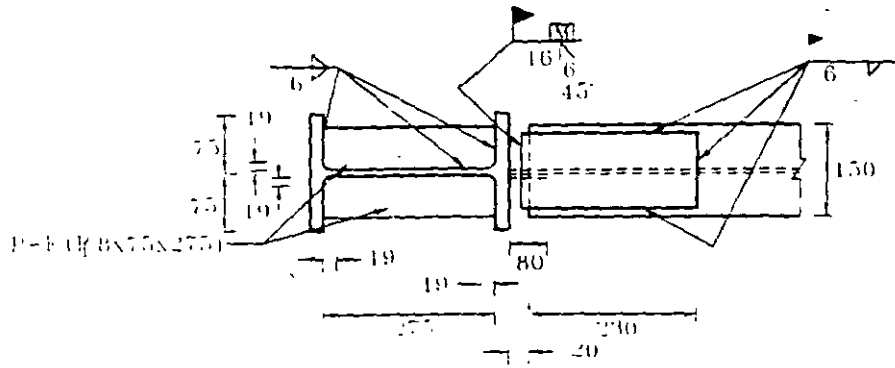
Dado que el problema, como está planteado no tiene momentos reversibles, puede permitirse alisar los dos atiesadores de la placa de compresión para apoyo por aplastamiento en vez de soldarlos al patín de la columna, usando un esfuerzo de aplastamiento permisible,  $f_p = 0.60f_u$ .

$$f_p = 0.9 \cdot 0.0228 = 0.02275 \text{ ton/mm}^2 \text{ (Sección J8 Especificaciones AISC-ASD-1989)}$$

$$J_p = \frac{29.43}{2(75 - 19)17.9} = 0.03326 > 0.0228 \text{ ton/mm}^2 \quad \text{Inadecuado}$$

Por lo tanto deben soldarse los atiesadores a los patines de la columna.

En la siguiente figura se muestran los resultados de diseño de la conexión rígida.



**Acolaciones en mm**  
**Acero NOM-B-254 (ASTM A36)**  
**Electrodos E 70XX**

**Detallado de la conexión**

**PLACAS DE CONEXION HORIZONTALES**  
**FUERZA AXIAL PERMISIBLE, T**  
 (Acero NOM-B-254: ASTM A36)

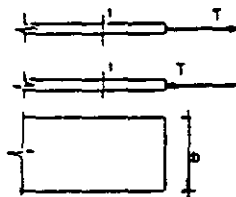
Ancho de placa b mm	Espesor de placa t mm											
	6.4	7.9	9.5	11.1	12.7	14.3	15.9	19.1	22.2	25.4	31.8	38.1
40	3.9	4.8	5.8	6.7	7.7	8.7	9.7	11.6	13.5	15.4	19.3	23.2
50	4.9	6.0	7.2	8.4	9.7	10.9	12.1	14.5	16.9	19.3	24.2	29.0
60	5.8	7.2	8.7	10.1	11.6	13.0	14.5	17.4	20.2	23.2	29.0	34.7
70	6.8	8.4	10.1	11.8	13.5	15.2	16.9	20.3	23.6	27.0	33.8	40.5
80	7.8	9.6	11.6	13.5	15.4	17.4	19.3	23.2	27.0	30.9	38.7	46.3
90	8.8	10.8	13.0	15.2	17.4	19.6	21.8	26.1	30.4	34.7	43.5	52.1
100	9.7	12.0	14.4	16.9	19.3	21.7	24.2	29.0	33.7	38.6	48.3	57.9
110	10.7	13.2	15.9	18.6	21.2	23.9	26.6	31.7	37.1	42.5	53.2	63.7
120	11.7	14.4	17.3	20.2	23.2	26.1	29.0	34.8	40.5	46.3	58.0	69.5
130	12.6	15.6	18.8	21.9	25.1	28.3	31.4	37.7	43.9	50.2	62.8	75.3
140	13.6	16.8	20.2	23.6	27.0	30.4	33.8	40.6	47.2	54.1	67.7	81.1
150	14.6	18.0	21.7	25.3	29.0	32.6	36.3	43.5	50.6	57.9	72.5	86.9
160	15.6	19.2	23.1	27.0	30.9	34.8	38.7	46.5	54.0	61.8	77.3	92.7
170	16.5	20.4	24.5	28.7	32.8	37.0	41.1	49.4	57.4	65.6	82.2	98.5
180	17.5	21.6	26.0	30.4	34.7	39.1	43.5	52.3	60.7	69.5	87.0	104.2
190	18.5	22.8	27.4	32.1	36.7	41.3	45.9	55.2	64.1	73.4	91.8	110.0
200	19.5	24.0	28.9	33.7	38.6	43.5	48.3	58.1	67.5	77.2	96.7	115.8
210	20.4	25.2	30.3	35.4	40.5	45.6	50.8	61.0	70.9	81.1	101.5	121.6
220	21.4	26.4	31.8	37.1	42.5	47.8	53.2	63.9	74.2	84.9	106.3	127.4
230	22.4	27.6	33.2	38.8	44.4	50.0	55.6	66.8	77.6	88.8	111.2	133.2
240	23.3	28.8	34.7	40.5	46.3	52.2	58.0	69.7	81.0	92.7	116.0	139.0
250	24.3	30.0	36.1	42.2	48.3	54.3	60.4	72.6	84.4	96.5	120.8	144.8
260	25.3	31.2	37.5	43.9	50.2	56.5	62.8	75.5	87.7	100.4	125.7	150.6
270	26.3	32.4	39.0	45.6	52.1	58.7	65.3	78.4	91.1	104.2	130.5	156.4
280	27.2	33.6	40.4	47.2	54.1	60.9	67.7	81.3	94.5	108.1	135.3	162.2
290	28.2	34.8	41.9	48.9	56.0	63.0	70.1	84.2	97.9	112.0	140.2	167.9
300	29.2	36.0	43.3	50.6	57.9	65.2	72.5	87.1	101.2	115.8	145.0	173.7
310	30.2	37.2	44.8	52.3	59.8	67.4	74.9	90.0	104.6	119.7	149.8	179.5
320	31.1	38.4	46.2	54.0	61.8	69.6	77.3	92.9	108.0	123.5	154.7	185.3
330	32.1	39.6	47.7	55.7	63.7	71.7	79.8	95.8	111.4	127.4	159.5	191.1
340	33.1	40.8	49.1	57.4	65.6	73.9	82.2	98.7	114.7	131.3	164.3	196.9
350	34.0	42.0	50.5	59.1	67.6	76.1	84.6	101.6	118.1	135.1	169.2	202.7
D <sub>min</sub>	3	5	5	5	5	6	6	6	8	8	8	8
D <sub>max</sub>	5	6	8	10	11	13	14	17	21	24	30	37

T = fuerza de tensión axial permisible, l

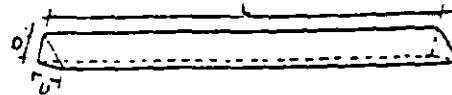
$T = 0.60 F_u A = 0.60 F_u b t$

b = ancho de la placa, mm

t = espesor de la placa, mm



**SOLDADURAS DE FILETE  
CAPACIDAD, T.  
(ELECTRODOS E70XX)**



Long de sold L mm	Dimensión de soldadura D mm							long de sold L mm	Dimensión de Soldadura D mm						
	3	5	6	8	10	11	13		3	5	6	8	10	11	13
10	0.313	0.522	0.626	0.835	1.044	1.148	1.357	260	8.141	13.57	16.28	21.71	27.14	29.85	35.28
20	0.626	1.044	1.252	1.670	2.087	2.296	2.714	270	8.454	14.09	16.91	22.54	28.18	31.00	36.63
30	0.939	1.566	1.879	2.505	3.131	3.444	4.070	280	8.767	14.61	17.53	23.38	29.22	32.15	37.99
40	1.250	2.087	2.505	3.340	4.175	4.592	5.427	290	9.080	15.13	18.16	24.21	30.27	33.29	39.35
50	1.566	2.609	3.131	4.175	5.213	5.740	6.784	300	9.393	15.66	18.79	25.05	31.31	34.44	40.70
60	1.879	3.131	3.757	5.040	6.262	6.888	8.141	310	9.706	15.18	19.41	25.88	32.35	35.59	42.06
70	2.192	3.653	4.383	5.875	7.305	8.036	9.498	320	10.020	16.70	20.04	26.72	33.40	36.74	43.42
80	2.505	4.175	5.000	6.680	8.350	9.184	10.850	330	10.330	17.22	20.67	27.55	34.44	37.89	44.77
90	2.818	4.697	5.636	7.515	9.395	10.330	12.210	340	10.650	17.74	21.29	28.39	35.49	39.02	46.13
100	3.131	5.218	6.260	8.350	10.440	11.480	13.570	350	10.960	18.26	21.92	29.22	36.53	40.18	47.49
110	3.444	5.740	6.888	9.184	11.480	12.630	14.920	360	11.270	18.79	22.54	30.06	37.57	41.33	48.84
120	3.757	6.262	7.515	10.020	12.520	13.780	16.280	370	11.580	19.31	23.17	30.89	38.62	42.48	50.20
130	4.070	6.784	8.141	10.850	13.570	14.920	17.640	380	11.900	19.83	23.80	31.73	39.66	43.63	51.56
140	4.383	7.306	8.767	11.690	14.610	16.070	19.000	390	12.210	20.35	24.42	32.56	40.70	44.78	52.92
150	4.697	7.828	9.393	12.520	15.660	17.220	20.350	400	12.520	20.87	25.05	33.40	41.75	45.92	54.27
160	5.010	8.350	10.020	13.360	16.700	18.370	21.710	410	12.840	21.40	25.67	34.23	42.79	47.07	55.63
170	5.323	8.871	10.650	14.190	17.740	19.520	23.070	420	13.150	21.92	26.30	35.07	43.83	48.22	56.99
180	5.636	9.393	11.270	15.080	18.790	20.670	24.420	430	13.460	22.44	26.93	35.90	44.88	49.37	58.34
190	5.949	9.915	11.900	15.860	19.830	21.810	25.780	440	13.780	22.96	27.55	36.74	45.92	50.51	59.70
200	6.262	10.440	12.520	16.700	20.870	22.960	27.140	450	14.090	23.48	28.18	37.47	46.97	51.66	61.06
210	6.575	10.960	13.150	17.530	21.920	24.100	28.490	460	14.400	24.00	28.81	38.41	48.01	52.81	62.42
220	6.888	11.480	13.780	18.370	22.960	25.260	29.850	470	14.720	24.53	29.45	39.24	49.05	53.96	63.77
230	7.201	12.000	14.400	19.200	24.000	26.410	31.210	480	15.040	25.07	30.08	40.01	51.14	56.28	66.48
240	7.515	12.520	15.020	20.040	25.050	27.550	32.560	490	15.360	25.57	30.68	40.91	54.14	56.25	66.48
250	7.828	13.040	15.660	20.870	26.090	28.700	33.920	500	15.660	26.09	31.31	41.75	52.18	57.40	67.84
310	15.97	26.610	31.940	42.580	53.230	58.550	69.200	760	23.800	39.66	47.59	63.46	79.32	87.25	103.10
320	16.28	27.141	32.560	43.420	54.270	59.700	70.550	770	24.110	40.18	48.22	64.29	80.36	88.40	104.50
330	16.59	27.660	33.190	44.250	55.320	60.850	71.910	780	24.420	40.70	48.84	65.13	81.41	89.55	105.80
340	16.91	28.180	33.820	45.090	56.360	62.000	73.270	790	24.710	41.23	49.47	65.96	82.45	90.70	107.20
350	17.22	28.700	34.440	45.920	57.400	63.140	74.620	800	25.050	41.75	50.10	66.80	83.50	91.84	108.50
360	17.53	29.220	35.070	46.760	58.450	64.280	75.980	810	25.360	42.27	50.72	67.62	84.54	92.99	109.90
370	17.84	29.740	35.690	47.590	59.500	65.430	77.340	820	25.670	42.79	51.35	68.47	85.58	94.14	111.30
380	18.16	30.270	36.320	48.430	60.530	66.580	78.700	830	25.990	43.31	51.98	69.30	86.66	95.29	112.60
390	18.47	30.790	36.950	49.260	61.580	67.740	80.050	840	26.300	43.83	52.60	70.14	87.67	96.44	114.00
400	18.79	31.310	37.570	50.100	62.620	68.880	81.410	850	26.610	44.36	53.23	70.97	88.71	97.59	115.30
610	19.10	31.830	38.200	50.930	63.670	70.030	82.760	860	26.930	44.88	53.85	71.81	89.76	98.73	116.70
620	19.41	32.350	38.830	51.770	64.710	71.180	84.120	870	27.240	45.40	54.48	72.64	90.80	99.88	118.00
630	19.73	32.880	39.450	52.600	65.750	72.330	85.480	880	27.550	45.92	55.11	73.48	91.84	101.00	119.40
640	20.04	33.400	40.080	53.440	66.800	73.480	86.840	890	27.870	46.44	55.73	74.31	92.89	102.20	120.80
650	20.35	33.920	40.700	54.270	67.840	74.620	88.190	900	28.180	46.97	56.36	75.15	93.93	103.30	122.10
660	20.67	34.440	41.330	55.110	68.880	75.770	89.550	910	28.490	47.49	56.99	75.98	94.98	104.50	123.50
670	20.99	34.960	41.960	55.940	69.930	76.920	90.910	920	28.810	48.01	57.61	76.82	96.02	105.60	124.80
680	21.30	35.480	42.58	56.780	70.970	78.070	92.260	930	29.120	48.53	58.24	77.65	97.06	106.80	126.20
690	21.61	36.010	43.210	57.610	72.010	79.220	93.620	940	29.430	49.05	58.86	78.49	98.11	107.90	127.50
700	21.92	36.530	43.830	58.450	73.060	80.360	94.980	950	29.750	49.58	59.49	79.32	99.15	109.10	128.90
710	22.24	37.050	44.460	59.280	74.100	81.510	96.330	960	30.030	50.10	60.12	80.16	100.20	110.20	130.30
720	22.54	37.570	45.090	60.120	75.140	82.660	97.690	970	30.370	50.62	60.74	80.99	101.20	111.40	131.60
730	22.86	38.090	45.710	60.950	76.190	83.810	99.050	980	30.680	51.14	61.37	81.83	102.30	112.50	133.00
740	23.17	38.620	46.340	61.790	77.230	84.960	100.400	990	31.000	51.66	62.00	82.66	103.30	113.70	134.30
750	23.48	39.140	46.970	62.620	78.280	86.100	101.800	1000	31.310	52.18	62.62	83.50	104.40	114.80	135.70

$C = \text{sen } 45^\circ DL \text{ (} = 0.707 \text{ (DL) } 0.30 \times 4.920 = 1.044 \text{ DL} = 0.0104 \text{ DL}$

# INSTALLATION, INSPECTION, AND BEHAVIOR OF HIGH-STRENGTH BOLTS

## INTRODUCTION

It is self-evident that the integrity of a steel structure is dependent, among other factors, upon the design of connections that are safe. It is also well known that the attractiveness of steel structures is dependent to a large degree upon the design of connections that are economical in their use of material and which will be economical to fabricate and erect.

The fastening elements most often used to make the connections in structural steelwork are bolts and welds: frequently, one type of fastener is used for shop fabrication (welding) and the other is used for field operations (bolting). Although the designer must be knowledgeable about both types, it is usually the case that the engineer is expected to be completely conversant with the installation, inspection, and structural behavior of bolts. Because of the complexity of welding procedures and inspection, the services of experts in those fields is usually required.

This paper is directed toward a description of the strength and behavior of high-strength bolts. In the interest of simplicity, the presentation will be linked to only one specification—the Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings of the AISC (1). Further detailed information can be obtained from a wide variety of published sources, but a good reference for many of the issues discussed herein is the "Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints", Second Edition, John Wiley and Sons, Inc. (2).

## TYPES OF BOLTS

### Ordinary or Common Bolts

So-called ordinary bolts (ASTM 307) can be used for temporary structures, lightly loaded structures, or for any location where it is known that vibration will not be a problem. They are installed with an ordinary ironworker's wrench (spanner wrench) and the level of preload that is thereby produced in the bolts is relatively low. The use of these bolts will be an economical solution for many applications. The ultimate strength of these low carbon steel bolts is 415 MPa (60 ksi). This distinguishes them from the high-strength bolts, which have an ultimate tensile strength at least twice as great.

### High-Strength Bolts

There are two strength levels of high-strength bolts in common use. These bolts are ASTM A325 and ASTM A490, and they have ultimate tensile strength levels of 830 MPa (120 ksi) and 1040 MPa (150 ksi), respectively. The A490 bolt is less ductile, more expensive to buy, and presents some other disadvantages as compared with the A325 bolt. For example, A325 bolts can be galvanized if necessary, but A490 bolts should not be galvanized because of the possibility of hydrogen embrittlement. Of course, the attraction of the A490 bolt is its greater capacity as compared with A325 bolts. Grade A325 bolts are made by heat-treating, quenching, and tempering medium carbon steel. A quenched and tempered alloy steel is used to manufacture A490 bolts. The governing specifications require that the heads of the bolts and the nuts be marked so as to uniquely identify the product. Details of these markings can be found in the

Figure 7 shows this behavior. The initial load in the bolt is the pretension of the installed bolt. As external load is applied, the force in the bolt increases by only a small amount until the connected parts separate. After the parts have separated, the force in the bolt is equal to the applied external force, and this will continue until the bolt fractures.

The ultimate capacity of a high-strength bolt that is in a connection loaded in tension will be given simply by the product of the ultimate tensile strength of the bolt material and a cross-sectional area in the threaded region, the so-called "stress area". For most bolt diameters, the stress area is about 0.75 times the area of the bolt corresponding to its nominal diameter. The Specification therefore provides permissible tensile stresses that are 0.75 times the ultimate tensile strength of the bolt material. Thus, the designer can base calculations on the bolt cross-sectional area corresponding to the nominal bolt diameter. The Specification permissible values are 620 MPa (90 ksi) and 775 MPa (112.5 ksi) for A325 and A490 bolts, respectively.

A designer will simply use these permissible stresses (and a resistance factor  $\phi = 0.75$ ) to proportion the bolts in a tension connection, checking against the effect of the factored loads. It is required that bolts in a tension connection be pretensioned. This is not a strength requirement, but is a safeguard against excessive deformation of the joint at nominal load levels.

It was stated earlier that the possibility of prying action has to be examined. This is mentioned in the Specification, but no guidance is provided as to how the effect should be calculated. A description of the problem is given in Reference 2, where rules are provided that will enable the designer to make the necessary calculations.

The calculation of the prying action that might be present in connections where the bolts are acting in tension is important to the proper design of such connections. It is likewise of concern when the bolts in tension are also subject to fatigue loading. The case of fatigue is covered as follows.

### Bolted Joints in Fatigue

When an axially loaded bolted joint is loaded cyclically, the possibility of failure by fatigue must be considered. In a bearing-type connection, the fatigue failure will occur through the net section of the connected material. If a slip-critical connection has been used, the fatigue failure will usually occur on the gross cross-section, where it often occurs in the region where one part starts to overlap another. It is the result of fretting of these pieces. In neither of these cases do the bolts themselves fracture as a result of fatigue. The rules for fatigue life design are contained in Appendix K4 of the Specification.

In tension-type connections that are cyclically loaded, the bolts themselves are subject to fracture by fatigue. Their fatigue strength is very sensitive to the level of initial pretension in the bolts.

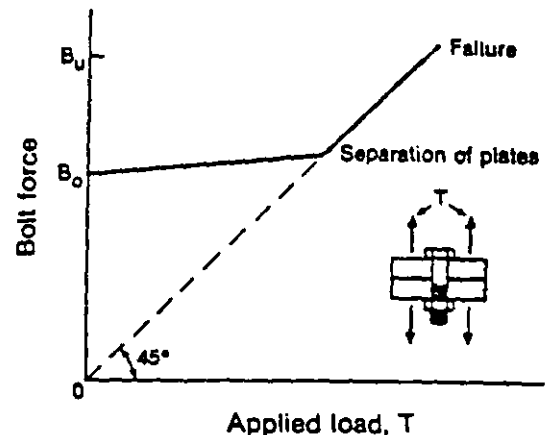


Figure 7 Force in Bolt vs. Applied Load

*Commentary to the Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Joints Using ASTM A325 or A490 Bolts (3).*

Figure 1 shows a comparison of the bolt types for tests conducted by loading full-size bolts in tension. The reduction in ductility as bolt strength increases is readily apparent.

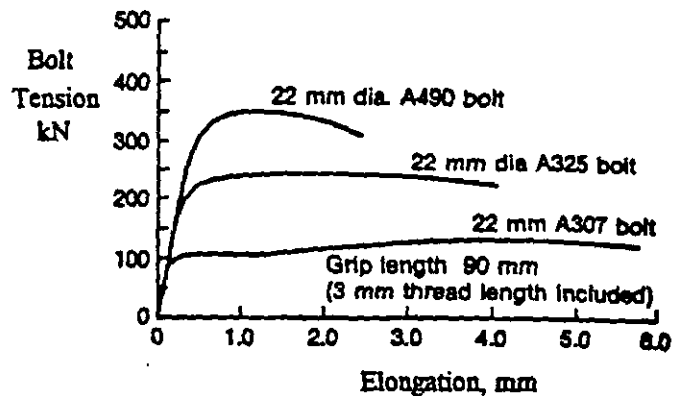


Figure 1 Comparison of Bolt Types (Direct Tension)

### TYPES OF JOINTS

The behavior of the fasteners can be described best in terms of how the joint works. Joints may be axially loaded, eccentrically loaded in-plane, or loaded in tension. In addition, certain situations combine axial force and shear, and in any of the loading cases the forces may be applied so as to produce fatigue in the fasteners.

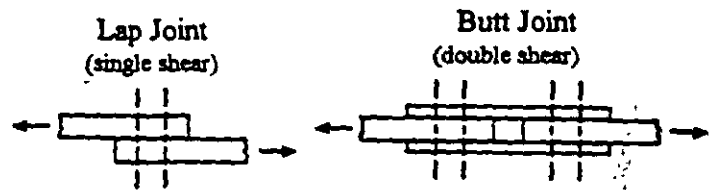


Figure 2 Joint Types - Axial Load

Although axially loaded joints may be complicated in appearance, they can always be resolved into one of two fundamental cases. These are the lap joint and the butt joint (see Figure 2). In one case there is a single shear plane or faying surface present, and in the other case there are two.

Bolts are installed in holes that are slightly greater than the nominal diameter of the bolt, usually 2 mm (1/16 in.) greater. (Oversize holes or slotted holes can also be used; their use is not being discussed here.) If the connected parts are free to slip as the axial load is applied, the joint can slip by an amount that is, theoretically, equal to two hole clearances. If the bolt has been installed by turning the nut on against the gripped material, then a pretension (preload) is introduced. This has the effect of providing a clamping force to the joint.

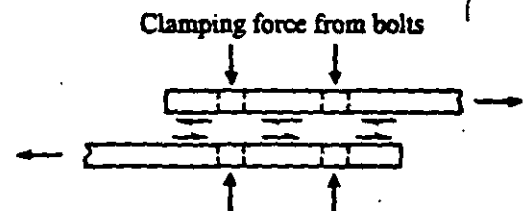


Figure 3 Slip-Critical Connection

Consequently, as the axial force is applied the load is carried initially by frictional resistance on the faying surfaces. Figure 3 illustrates this. If a connection is specifically designed so that slip does not occur, it is called a slip-critical connection.

Both laboratory tests and field measurements on multi-bolt joints indicate that the amount of slip that actually occurs in joints where the load exceeds the slip value is far less than the theoretical maximum slip. Inevitably, some bolts will be already in bearing from the time of first load, and typical joint slips are about one-half a hole clearance, that is, about 1 mm (1/32 in.).

If it is not necessary that the joint be designed so that these small slips that might occur are prevented, then continued loading will bring more and more fasteners into bearing against the connected material as both the fasteners and the connected material deform. The load is now being carried by the mechanism of shear in the fasteners (along the shear surface shown in Figure 2) and by the equal and opposite forces in the plates (bearing).

Figure 4 shows the entire load range for a particular axially loaded joint. As the load was increased from zero, slip into bearing took place at a load level corresponding to an average bolt shear stress of about 180 MPa. After slip had occurred, elastic response continued for a while, but eventually yielding of the connected parts started to take place and the system softened until the ultimate load was reached.

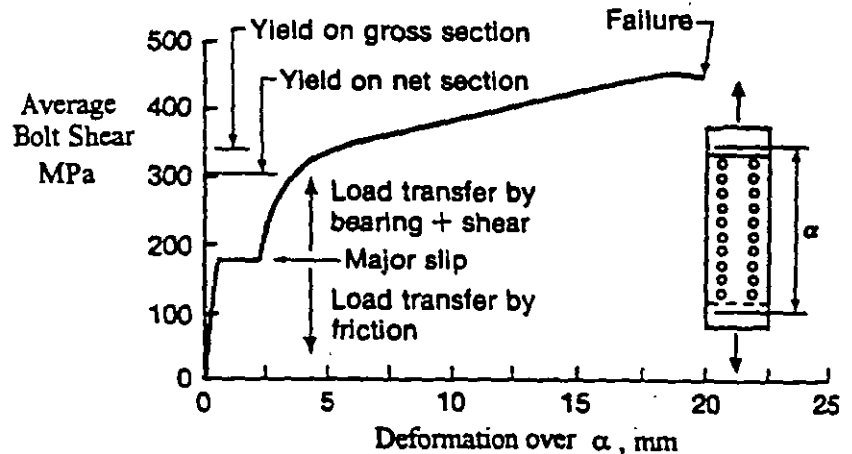


Figure 4 Overall Joint Behavior

## CONNECTOR OR JOINT STRENGTH

### Slip-Critical Connections

Slip-critical connections should be specified under the following conditions:

- Loading is repetitive and the force in the member changes from tension to compression (reverse cyclic loading). In this situation, a joint that is not slip-critical will work back and forth and fatigue by fretting can occur.
- When, if slip should occur, the resulting changes in geometry would have an effect on the performance of the structure. A steel-framed antenna dish would be an example of such a structure. In most building structures, the dead load of the members will usually bring the connected parts up against the bolts during the erection process: slip-critical connections are not necessary in cases like this.
- Where high-strength bolts and welds must share the load in a connection (new work only).

Note that if it is considered that slip must be prevented, the condition refers to the nominal load level, not to the factored load level. As was illustrated in Figure 4, it is expected that slip will have taken place by the time the ultimate resistance of the connection is reached.

The AISC Specification sets out permissible shear stresses for high-strength bolts in slip-critical connections. These are 117 MPa (17 ksi) and 145 MPa (21 ksi) for A325 and A490 bolts, respectively. It is important to recognize that, in a slip-critical connection, the bolts are never actually acting in shear—the use of shear stresses in this case is simply a matter of convenience



for the designer. (Since shear stresses will be stipulated for bolts in bearing-type connections, where the bolts are acting in shear, use of permissible shear stresses for bolts in slip-critical connections provides a consistent terminology.)

The slip resistance of an axially loaded bolted joint is the product of the clamping force provided by the bolts, the slip coefficient of the steel, and the number of faying surfaces. This apparently straightforward situation is affected by the fact that two of these quantities, the clamping force provided by the bolts and the slip coefficient of the steel, are not deterministic. Moreover, they tend to have an appreciable dispersion about their mean values. The shear stress values given in the Specification are the end product of an examination (see Ref. 2) that includes both typical mean values and coefficients of variation of the quantities involved and selects a slip probability level. Things are further complicated by the fact that bolts installed by different methods (e.g., turn-of-nut installation vs calibrated wrench installation) will deliver different levels of clamping force. The values of 17 ksi and 21 ksi for A325 and A490 bolts, respectively, provide a slip probability level of about 5% when clean mill scale steel is present (slip coefficient of about 0.33) and a turn-of-nut installation is used. When a calibrated wrench installation is employed, the slip probability level for these same two permissible stress values is about 10%.

Joints designed to be slip-critical (a condition established under nominal loads) must also be checked to ensure that their factored resistance as a bearing-type joint is equal to or greater than the effect of the factored loads.

### Bearing-Type Connections

The designer should recognize that a slip-critical connection is not usually necessary. Thus, bearing-type connection should be the usual design situation, that is, the bolt will be acting in shear and the plate or other connected material next to the bolt will be in bearing. Both capacities have to be examined and, in Load and Resistance Factor Design, they will be compared with the effect of the factored loads on the joint.

Figure 5 shows the response of a single fastener loaded in shear. Note that very little, if any, of the response can be described as linear. Tests have shown that the shear strength of the fastener is about 0.62 times the ultimate tensile strength of the bolt material. The rules for bolt shear capacity in the AISC Specification follow almost directly from this. The permissible shear stresses are 496 MPa (72 ksi) and 620 MPa (90 ksi) for A325 and A490 bolts, respectively. These values are 0.60 times the ultimate tensile strength of the bolt material. If the shear planes pass through the threads, then the permissible shear stress is adjusted downward to reflect the reduced cross-sectional area available.

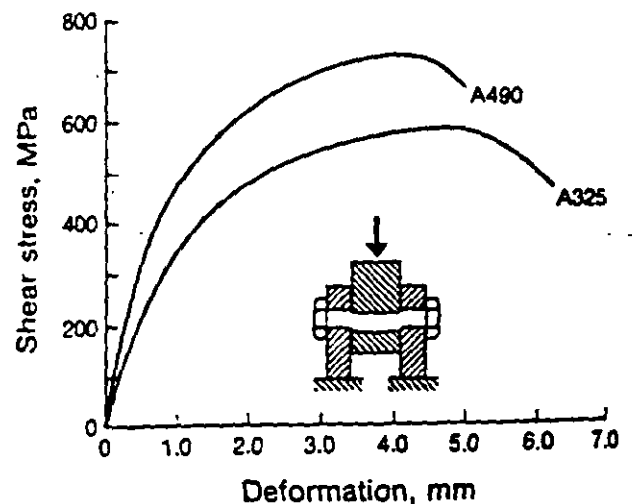


Figure 5 Shear Response of Bolts

Use of a resistance factor  $\phi = 0.65$  is specified for this case. This will be sufficient to provide an adequate margin of safety for the bolts in all joints whose length parallel to the direction of load is less than about 1300 mm (50 in.). At joint lengths exceeding this value, the permissible shear stresses must be reduced by 20%.

It is important to note that the shear strength of a high-strength bolt, that is, the shear area times 60% of the ultimate tensile strength of the bolt material, is independent of the pretension in the bolt. Many tests have shown that the pretension, obtained by the relatively small elongations introduced as the nut is turned on against gripped material, is nearly completely dissipated by the large shearing deformations that take place in the bolt by the time the ultimate shear load is reached. Thus, the need for introduction of a pretension in the bolt and inspection of that installation process should be critically examined when high-strength bolts are being used in a bearing-type connection. This will be discussed again later in the sections covering installation and inspection.

As mentioned earlier, the capacity of a bearing-type connection must also be established on the basis of the bearing capacity of the connected material. The rules provided in the AISC Specification reflect the results of tests. Since these issues reflect the capacity of the connected material, not the bolt, they will not be reviewed here. Likewise, although the designer is responsible for checking whether the tear-out of a block of material ("block shear") might control the design, that subject will not be reviewed herein.

### Bolts in Tension

A connection like that shown in Figure 6 places the bolts in tension. If the connected parts are relatively rigid, the force in each bolt can be calculated by simply dividing the factored load by the number of bolts present. However, if the parts are flexible, they deform as the load is applied and the force per bolt can be higher than this nominal value. This is the result of the prying action of the connected parts upon the bolt, and its effect can be significant. In either of these cases, the designer might also wonder if

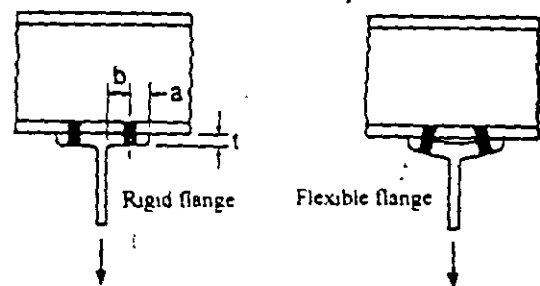


Figure 6 Bolts in Tension

the effect of the applied load is additive to the pretension in the fastener.

The last point will be examined first. do the applied force and the pretension force add? In a properly prepared joint, the connected parts are compacted and compressed by the preload supplied by the bolts. Thus, there is an initial tension in the bolt and an equal and opposite compressive force in the connected material. As external tensile load is applied, the bolt will undergo further elongation and the contact pressure between the plates will decrease. Using reasonable assumptions for the relative stiffnesses of the two components, it can be shown that the increase in bolt pretension will be less than about 10% and usually it is about 5%. This small difference between calculated load and actual load can easily be accommodated in the design rules. Once the compression in the connected parts reduces to zero, the situation changes dramatically, however. Now the only way for the external load to be carried is entirely by the fasteners, and this situation must exist until the bolt reaches its ultimate load.

to the effect of prying action. The Specification recommends that prying action be kept small (by use of appropriate detailing) in this case. As a general rule, and where practicable, the designer should avoid the use of bolts in tension when fatigue is a consideration. The first choice should be to redesign the detail so as to put the bolts in shear, rather than in tension. If that is not possible, A325 bolts should be used in preference to A490 bolts (because of their greater ductility), the possibility of prying forces should be minimized, and considerable care should be taken to see that the bolts are properly installed and inspected.

### INSTALLATION OF HIGH-STRENGTH BOLTS

As has already been indicated, whether or not the high-strength bolts must be installed to a specific minimum tension depends upon the type of connection. Connections that have been designed as slip-critical depend upon the bolt preload to attain the expected capacity and the need to pretension the bolts in these joints is obvious. In order to limit the separation of parts in connections that place the bolts into tension, it is considered good practice to pretension these bolts as well. (However, in this case the pretension does not play a role in the strength of the connection.) Finally, the Specification (1) requires that the bolts in the column splices and certain girder splices of high-rise buildings be pretensioned. Of course, whether bolts are to be pretensioned or need only be installed to the snug-tight condition must be clearly identified on the design and erection drawings. If it is not required that the bolts be pretensioned, then installation simply means proper alignment of the parts followed by installation of the bolts to a snug-tight condition. This can usually be accomplished by an ironworker using a spud wrench, and it must result in firm contact of all the plies in the joint.

If it is necessary that the bolts be pretensioned, a preload that is a minimum of 0.70 times the ultimate tensile strength of the bolt must be attained. The methods of installation permitted by the Specification are turn-of-nut tightening, use of calibrated wrenches, or by means of a direct tension indicator. Each of these will be described briefly, in turn. The AISC Specification requires that the Specifications of the Research Council on Structural Connection (3, 4) be followed for the specifics of bolt installation.

In the turn-of-nut method, the parts must first be drawn together so that the material to be connected is in close contact. This can be done by installing a few fasteners and using them to bring the parts together. All of the remaining bolts should then be installed to the snug-tight condition. The full effort of a worker using a spud wrench or the first few impacts of an impact wrench are generally sufficient to draw the parts together. Fortunately, the exact location of "snug" is not critical to the final level of pretension. Following this, and starting from the most rigid part of the joint and working outward to the more flexible parts, each nut is given a prescribed part turn. In the usual case, this is one-half turn. Short bolts, long bolts, and other unusual cases require greater or lesser part turns. The RCSC Specifications can be consulted for these details (3, 4).

Figure 8 shows the preload that is produced by turn-of-nut installation. The bolt tension versus bolt elongation response is plotted in the top portion of the figure and the histogram at the bottom shows the bolt elongation at one-half turn for the twenty-four bolts in this large joint. The bolt pretension in the individual fasteners can be read by projecting upward from the histogram.

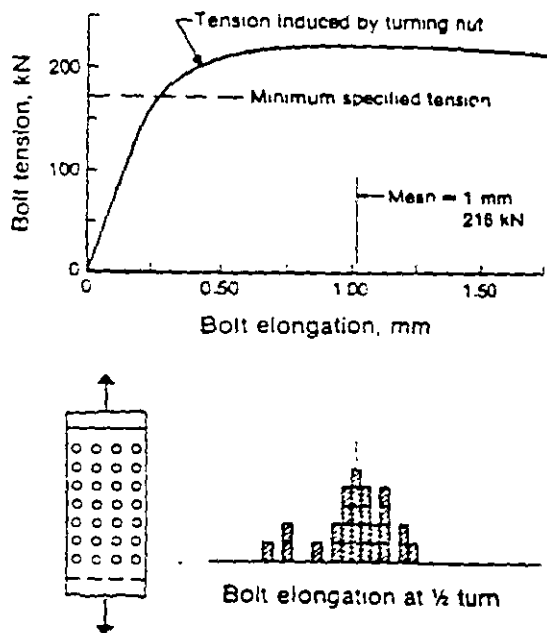


Figure 8 Bolt Pretension vs Bolt Elongation

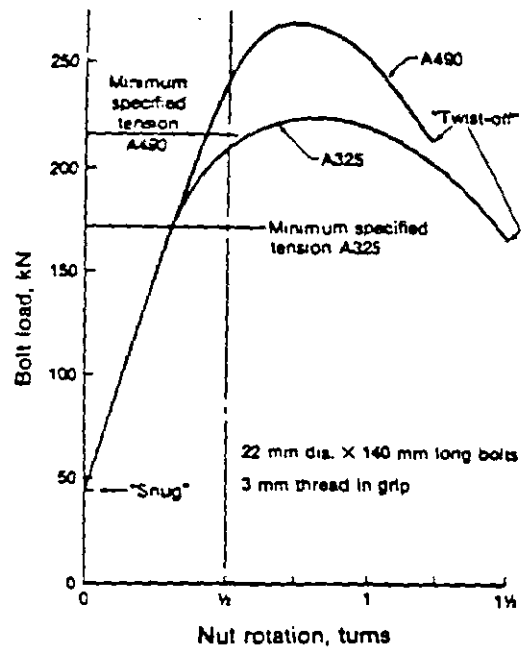


Figure 9 Bolt Pretension vs. Nut Rotation

Because the bolt tension vs bolt elongation response is so flat over most of the range, the bolt loads in the twenty-four bolts are nearly the same in all cases. Thus, the method of installation gives relatively consistent values of pretension and all values are well in excess of the minimum prescribed pretension

The only question that might arise as a result of this method of installation is whether an unintentional over-turning will give problems. For example, if one turn is put on instead of one-half turn, what are the consequences? Figure 9 displays the same information given in Figure 8 but it is put in terms of bolt load vs nut rotation. It can be seen that twist-off of an A325 bolt will not occur until about 1-1/2 turns, that is, three times the installation value of one-half turn. Even at the point of twist-off, the pretension is about at the prescribed minimum value. The A490 bolts shown twisted off at about 1-1/4 turns, or 2-1/2 times the prescribed value. Over and above these observations, it can be observed that it is highly unlikely that nuts will be additionally turned after installation. Thus, if a bolt is installed to at least the desired turn-of-nut, it is likely to be a satisfactory installation as long as it has not twisted off

Installation of bolts using the calibrated wrench method requires that the wrench to be used be adjusted to provide a pretension that is 5% in excess of the target value of 0.70 times the ultimate tensile strength of the bolt. This is accomplished by installing at least three bolts of a given grade, diameter, and length in a device capable of indicating bolt tension (e.g., a Skidmore-Wilhelm bolt load indicator). If a pneumatic wrench is used, for example, it will be adjusted to stall or "cut-out" at the prescribed bolt pretension as indicated on the calibrator. Washers must be used under the turned element (usually, the nut) in both the calibration test and with the bolts to be subsequently installed by this method in the structure. It is important to recognize that this method of attaining the bolt preload is a torque control method. If any of the relevant conditions that might affect torque change during the course of installation of the bolts, then the calibration process must be

repeated. As a minimum, the calibration procedure must be carried out at least once each working day

Because the turn-of-nut method of installation is an elongation method of control and the calibrated wrench method is based on controlling the applied torque, the two methods do not necessarily produce the same bolt pretension. This is illustrated diagrammatically in Figure 10, where two lots of bolts having different mechanical properties are shown. If these bolts are installed by the calibrated wrench method, then the pretension can be expected to be about the same for both lots since the calibration is based on establishing a certain preload. On the other hand, if the turn-of-nut method is used, the average elongation of each lot of bolts will be about the same. Since Lot B is stronger than Lot A, this means that the bolt pretensions will be higher for Lot B than for Lot A. This difference in the two methods was mentioned earlier, in connection with slip-critical connections. It was observed that the slip probability for joints in which the bolts are installed by the calibrated wrench method is greater than that for joints in which the turn-of-nut method is used because the bolt pretensions in the latter case will be higher on average

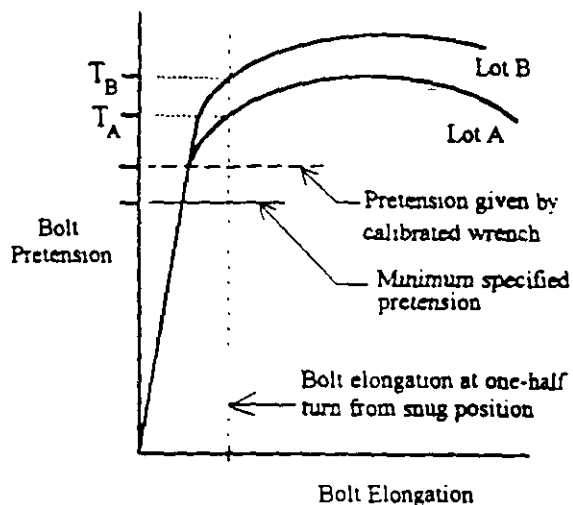


Figure 10 Influence of Tightening Method on Bolt Pretension

The calibrated wrench method of installation is perfectly acceptable, but it does require that the calibration and inspection process be carefully followed and that changes in conditions that affect the pretension (condition of the threads, condition of the washers, and changes in bolt diameter, length or lot) be recognized and accounted for. Because of the difference in apparent technology between the two methods, there is perhaps an implication that the calibrated wrench method is somehow superior to turn-of-nut installation. This is not the case.

Several types of proprietary fastening systems that establish bolt preload in ways other than those just described are available. These include Huck bolts, tension-control bolts, and the use of load-indicating washers. The Huck bolt uses an extension to the final bolt that is pulled with a special tool so as to break off at a predetermined force. A collar is swaged into place by the same tool in order to fulfill the role of a nut. The Huck installation is an elongation method of control. The use of load-indicating washers is likewise an elongation method of attaining bolt pretension. Standard A325 or A490 bolts are used in conjunction with special washers that have preformed protrusions on one of the flat faces. As the nut is turned on, the gap between these protrusions and the connected material decreases. The size of this gap, which is to be measured using feeler gages, can be calibrated to indicate the bolt pretension. The so-called tension-control bolt has a splined end that extends beyond the final bolt. An annular groove is present between this extension and the main body of the bolt. A special wrench, which has two coaxial chucks, holds the splined end while turning on a nut at the same time. At a predetermined torque, the annular groove will shear

off and the installation is complete. Obviously, installation of a tension-control bolt is by torque control. An advantage of this type of fastener is that installation can be done by one worker and the electrically-powered wrench used is light.

There is not much information about actual pretension levels when any of these proprietary systems are used. However, if the requirements of the Research Council on Structural Connections (3, 4) are followed, it can be expected that they will be satisfactory. A calibration procedure similar to that prescribed for calibrated wrenches should be employed.

### FIELD STUDIES OF FASTENER PRETENSION

Until relatively recently, measured values of bolt pretension came only from laboratory specimens. Advances in technology have made it possible to measure the pretension in bolts in field, however, and a recent study (5) provides some insight as to what pretensions actually exist in bolts installed under normal conditions.

The work was conducted by two groups of researchers, who worked independently but along similar lines. Team 1, located at the University of Toronto, measured bolt pretensions at six different sites in eastern Canada or eastern U.S.A. A variety of structures were examined, including a multi-storey building, short and medium-span bridges, stadiums, and an industrial plant. The specified methods of bolt installation included turn-of-nut and use of load-indicating washers. Both ASTM A325 and A490 bolts were included. At one site, galvanized A325 bolts were used. Team 2, located at the University of Alberta, measured bolt pretension at three different bridge sites in western Canada and only A325 bolts installed using the turn-of-nut method were involved. Unfortunately, at none of the sites were installations done using the calibrated wrench method. Full details of the studies must be obtained from the original source material (5), but a brief summary follows.

Table 1 gives the overall results obtained by Team 1, tabulated as the ratio of the measured bolt tension to the specified minimum tension. (The value in parentheses is the standard deviation of the mean value in each case.) The results show that the mean value of the ratio for all 232 bolts exceeded the specified minimum by about 15%. For A325 bolts only, 213 in number, the ratio was 1.16. The sample of A490 bolts was relatively small; here the ratio was 1.08. These values are consistent with those reported in the *Guide* (2), that is, they confirm the data that was based entirely on measurement of pretensions in joints made up in the laboratory.

TABLE 1  
Measured Tension / Specified Minimum Tension: Team 1—Overall Results

Grouping	Number of Bolts	$\frac{\text{Measured Tension}}{\text{Spec. Minimum Tension}}$
All Bolts	232	1.15 (0.16)
All A325 Bolts	213	1.16 (0.16)
All A490 Bolts	19	1.08 (0.08)

The effect of the method of installation is summarized in Table 2 for the Team 1 results. There is about an equal number of bolts in each of the three categories of turn-of-nut installation, direct tension indicator (load-indicating washer), and a category designated "sound." In this latter case, bolting crews installed the bolts to a level associated with the feel or the sound of the impact wrench; this level may have been established by first performing the snug plus turn procedure in a hydraulic bolt calibrator. This is not a method acknowledged by any specification, of course, but it does seem to be used frequently; turn-of-nut had been specified in the cases cited. It was also observed by Team 2 at some of their sites. It gave the largest value of the pretension ratio of the three methods.

TABLE 2

Measured Tension / Specified Minimum Tension: Team 1—Effect of Method of Installation

Installation Category	Number of Bolts	$\frac{\text{Measured Tension}}{\text{Spec. Minimum Tension}}$
A325 Bolts, Galvanized, Turn-of-Nut Installation	75	1.12 (0.18)
A325 Bolts, Direct Tension Indicator	60	1.12 (0.13)
A325 Bolts, "Sound"	78	1.23 (0.15)

The results obtained by Team 1 were also broken down as a function of the type of structure. The examination indicated that the ratio of measured tension to specified minimum tension was significantly higher at bridge sites than at all non-bridge locations. The value of the ratio at bridge sites (56 bolts, all A325) was 1.24, while at non-bridges (176 bolts) it was 1.11. There is no objective way to establish why this is so, but it is likely that more care in both installation and in inspection of high-strength bolts is usually taken at bridge sites than at other locations. Perhaps this is because the need for slip-critical connections is clearly established for bridge structures. As well, access to joints is often better in bridges than it is in buildings.

The Team 2 study, which included only A325 bolts (104 in number) installed by the turn-of-nut method in bridges, gave a value of the ratio of measured tension to specified minimum tension of 1.30. If all the test results are taken together (that is, both teams) for this particular case of A325 bolts in bridges, then the mean value of the ratio is 1.27, with a standard deviation of 0.20.

The rules for the design of slip-critical connections that are now in force, AISC (1) and RCSC (3, 4), are based entirely on bolt pretensions measured in the laboratory. If we now compare those bolt pretensions with, for example, the pretensions measured in A325 bolts installed in bridges (the most common application for slip-critical connections), then the existing rules represent a slightly unconservative position (about 6%). This is not of any concern, considering the uncertainties in the other components of the issue. Of course, if the examination is widened to include non-bridge cases, then the degree of unconservatism will increase somewhat. Equally

important, there is no history of unsatisfactory performance in field joints designed to be slip-critical and assembled according to the Specification requirements.

## INSPECTION

The best method of inspection is for the inspector to ensure that the installation requirements of the Specification are being met as the bolts are being installed. Trying to determine bolt pretension after the installation has been completed is not only difficult and uncertain, it is time-consuming, costly, and tends to lead to disputes. It is preferable for all parties concerned that the installation procedures to be used be clearly outlined and then monitored for compliance.

In the case of connections in which the bolts are required to be snug-tight only, the installation requirement is simply that all plies in the joint be in firm contact. This can usually be attained by the full effort of a worker using a spud wrench or, if impact wrenches are being used, the first few impacts as the nut is spun onto the bolt. The level of pretension in the bolt, which will be relatively low, is not being monitored. Thus, the inspector need only ensure that the bolts are being tightened sufficiently to bring the connected plies into full contact. The Commentary to the RCSC Specification (4) points out that, although the plies will pull together in the majority of joints, in some cases there may not be complete contact throughout the joint. As long as the joint has been reasonably compacted, this is not cause for concern because the strength of the joint is independent of both the bolt pretension and the amount of contact area.

When the bolts are to be installed in bearing-type connections requiring pretensioned bolts (for example column splices in high-rise frames), in slip-critical connections, or in connections subject to direct tension, then installation must produce the requisite bolt pretension. The Specifications of the RCSC (4, 5) require that for any of the methods of installation (turn-of-nut, calibrated wrench, or use of alternative design bolts), a representative sample of the bolts (but not less than three) be first installed in a device capable of indicating bolt tension (e.g., a Skidmore-Wilhelm bolt load indicator). In all cases, a load 5% greater than the target pretension must be attained in the calibrator.

The calibration process for turn-of-nut installation is intended to ensure that the snug-tight plus controlled turn (e.g., one-half turn for bolts whose length is up to four diameters) will produce the desired pretension in the bolt. Thus, the inspection process should center on this qualification procedure. The inspector should also observe that the installation of bolts in a given joint proceeds in a systematic way, by first snug-tightening the bolts from the most rigid part of the joint to the free edges and then tightening each bolt further by the prescribed amount of rotation. Sometimes an erector will match-mark the nut relative to the protruding end of the bolt after snug-tight, using a chalk or crayon. If this is done conscientiously, the subsequent part-turn can be easily identified by the inspector.

Use of a torque wrench to check pretension in a bolt installed by turn-of-nut is highly unreliable. To repeat, the best method of inspection is to observe the job site calibration process and to monitor the work in progress.

It has already been pointed out that installation of high-strength bolts by use of calibrated wrenches is a torque method. It is therefore sensitive to changes in conditions that affect torque, such as thread fit, quality of lubrication, dirt and grit on the job site, air pressure at the wrench,



and so on. It is essential, therefore, that the inspection process monitor the calibration procedure and be alert to changes in conditions that would require a new calibration.

In any installation requiring pretension, pretension values greater than those specified are not cause for rejection. It would be highly impractical to attempt to just reach the specified minimum values (plus 5%, according to the calibration procedure). Indeed, the rules that govern the design of slip-critical connections anticipate that bolt pretensions will be significantly greater than the specified minimum values (2). Most importantly, high levels of installed pretension in the bolts do not affect the strength of the bolts as external load is applied.

The Specification provides an arbitration procedure when there is a disagreement concerning the result of inspection of bolt tension following any of the prescribed methods of installation. Invoking this arbitration procedure is not desirable, however. It is greatly to be preferred that the inspection procedures outlined above, and as given in more detail in the Specifications (4, 5), be followed so that disputes do not arise. In the event that it must be used, it requires use of a torque wrench calibrated using bolts and installation conditions representative of those actually used in the joints to be inspected. Published or calculated values of pretension as a function of applied torque are highly unreliable and must not be used. Pretension variations of 30% for a given torque are not uncommon, even in bolts taken from the same lot, because the torque used to attain the pretension in a fastener is so sensitive to thread and other conditions. The test procedure is likely to be less reliable than the procedure originally used to carry out the installation, if that procedure was properly carried out.

## REFERENCES

- 1 Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings, American Institute of Steel Construction, Chicago, September, 1986.
- 2 Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints", by G.L. Kulak, J.W. Fisher, and J.H.A. Struik, Second Edition, John Wiley and Sons, New York, 1987.
- 3 Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Joints Using ASTM A325 or A490 Bolts, Research Council on Structural Connections of the Engineering Foundation, June 8, 1988 (Available through the American Institute of Steel Construction, Chicago.)
- 4 Allowable Stress Design Specification for Structural Joints Using ASTM A325 or A490 Bolts, Research Council on Structural Connections of the Engineering Foundation, November 13, 1985 (Available through the American Institute of Steel Construction, Chicago.)
- 5 Field Studies of Bolt Pretension, by G.L. Kulak and P.C. Birkemoe, Journal of Constructional Steel Research, Vol 25, Nos 1 & 2, 1993

## CONEXIONES ATORNILLADAS

Contenido

Introducción

Tipos y características de los tornillos estructurales

Resistencia de tornillos en tensión, cortante y cortante y tensión combinadas

Mecanismos de transmisión de cargas en conexiones atornilladas

Fricción

Cortante y Aplastamiento

Modos de falla en conexiones atornilladas

Diseño de conexiones atornilladas simples

Conexiones por aplastamiento

Conexiones críticas al deslizamiento

### INTRODUCCIÓN

En general, el comportamiento de conexiones es más **COMPLEJO** y **DIFÍCIL** de predecir que el comportamiento de miembros estructurales. Usualmente, en el diseño de las conexiones se emplean factores de seguridad más grandes (factores de reducción de resistencia menores)

Las Especificaciones y normas de diseño de estructuras metálicas modernas, reconocen como medios de unión entre sus elementos, los remaches, tornillos y la soldadura. Los remaches han caído en desuso y actualmente han desaparecido de la práctica.

El Capítulo J de las Especificaciones AISC-LRFD-1999 únicamente proporciona reglas para predecir la resistencia de conectores individuales (tornillos y soldaduras). Las Especificaciones no proporcionan ninguna guía para determinar las fuerzas en los conectores y en las conexiones.

Estas notas tratan el diseño de conexiones simples y la resistencia de los conectores.

## Tipos y características de tornillos de acero estructural

Los tornillos se identifican mediante las normas ASTM ó NOM

### Tornillos de baja resistencia o tornillos ordinarios:

ASTM A307 ó NOM-H- 118       $F_u = 4\,220 \text{ kg/cm}^2$  ó 415 Mpa (60 ksi)

*(Sujetadores de acero al carbono con rosca estándar exterior)*

### Tornillos de alta resistencia

ASTM A325 o NOM-H-124       $F_u = 8\,440 \text{ kg/cm}^2$  (120 ksi), para  $d > 25.4 \text{ mm}$  (1 in)  
7 030  $\text{kg/cm}^2$  (105 ksi), para  $d \leq 25.4 \text{ mm}$  (1 in)

*(Tornillos de alta resistencia para conexiones entre elementos de acero estructural)*

ASTM A 490 ó NOM-H- 123       $F_u = 10\,550 \text{ kg/cm}^2$  (150 ksi ó 1035 MPa)

*(Tornillos de acero aleado tratado térmicamente para conexiones entre elementos de acero estructural)*

### Otros tornillos y sujetadores roscados

A 449 Misma especificación de material que el A325, pero disponible en diámetros mayores y sin cabezas

A354 Grado BD Misma especificación de material que el ASTM A90 pero disponible en diámetros mayores y sin cabezas

A36 y A572 Grado 50 (Disponibles en barras redondas que pueden ser roscadas)

Los tornillos mas comunmente utilizados son los A325 ó H-124 y A490 ó H-123  
**Los tornillos A325 son más usados que los A490 ó H-123.**

Las Partes 5 y 6 Especificaciones y Códigos de los M-AISC-ASD-1989 y M-AISC-LRFD-1999 contienen las Especificaciones para Uniones Estructurales con Tornillos ASTM 325 y A490 En este documento se cubre el diseño de conexiones estructurales mediante el método de Diseño por Esfuerzos Permisibles y Factores de Carga y Resistencia respectivamente

Las NTC-2001 Sección 5.3 cubre el diseño de conexiones atornilladas con tornillos de alta resistencia

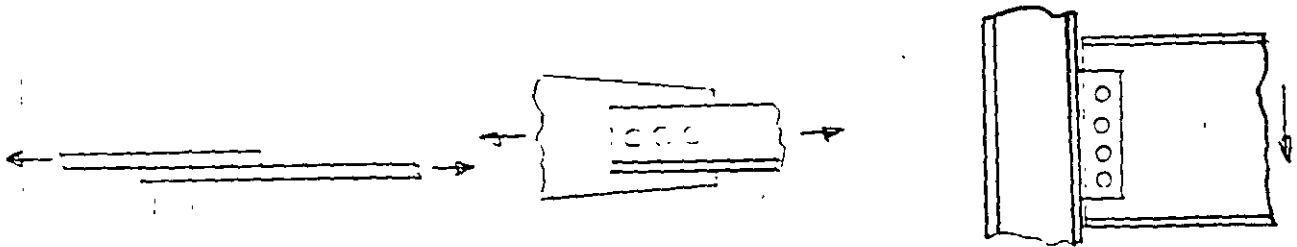
## FUERZAS EN LOS TORNILLOS

En general, la fuerza que actúa en cualquier tornillo en una conexión se puede idealizar como.

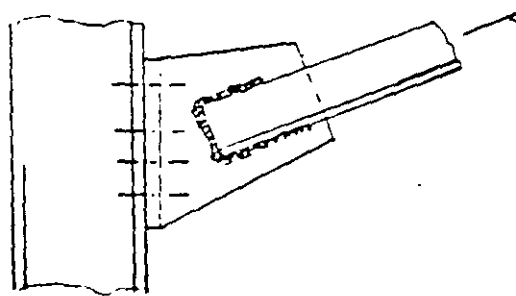
- Tensión
- Cortante
- Tensión y cortante combinados



**Tornillos en tensión**



**Tornillos en cortante**



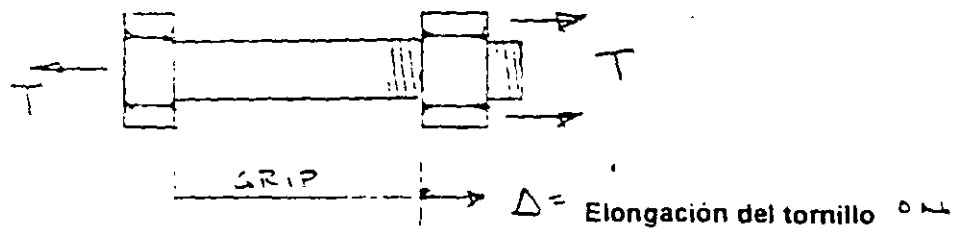
**Tornillos en tensión y cortante combinados**

## RESISTENCIA DE TORNILLOS DE ALTA RESISTENCIA ASTM A325 y A490

Se consideran 3 casos

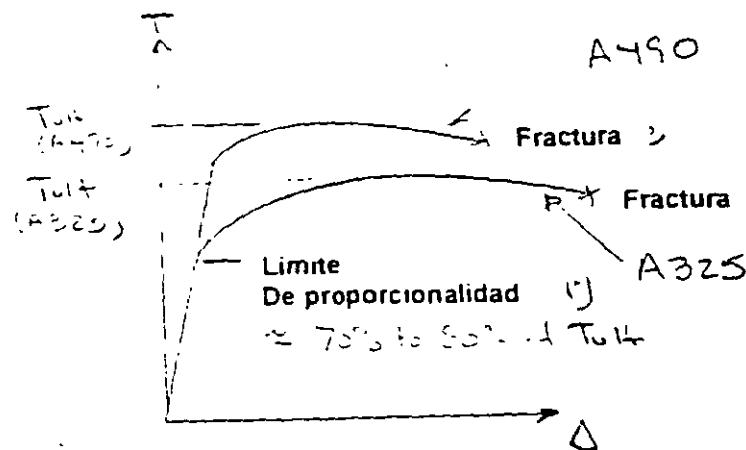
- Tensión
- Cortante
- Cortante más tensión

### Resistencia de tornillos en tensión



$\Delta$  = Elongación del tornillo

Curvas típicas tensión-elongación

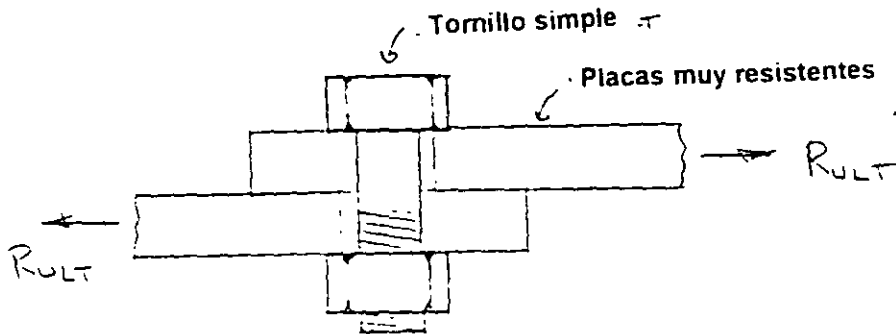


### Observaciones

- No está definido de manera clara un punto de fluencia
- La fluencia ocurre principalmente en la parte roscada
- La carga de tensión máxima =  $T_{ult}$  ocurre normalmente para  $\Delta = 0.05$  a  $0.3$  in
- Los tornillos ASTM A490 son generalmente menos dúctiles que los ASTM A325
- La fluencia del tornillo no se considera un estado límite de resistencia
- La falla en tensión = Fractura

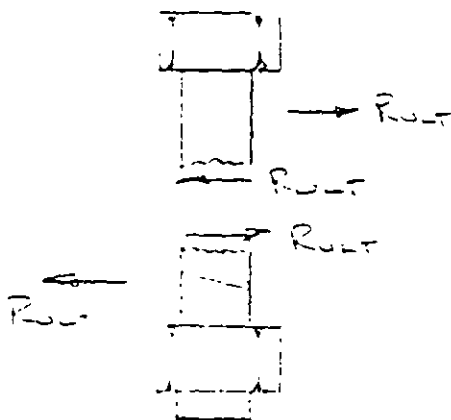
# TORNILLOS EN CORTANTE

Considerando un tornillo simple y un solo plano de corte



$R_{ULT}$  = Fuerza maxima en el tornillo (Falla del tornillo)

Falla del tornillo = Fractura por cortante del tornillo



$$\tau_{ULT} = \frac{R_{ULT}}{A} \approx 0.6 F_{u, \text{bolt}}$$

Correspondiente a la fractura

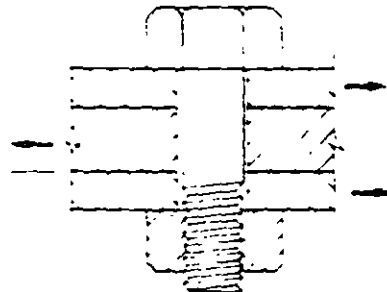
$$R_{ULT} = (0.6 F_{u, \text{bolt}}) (A)$$

Esfuerzo cortante  
Correspondiente a la fractura  
Por cortante

Que es A? \_

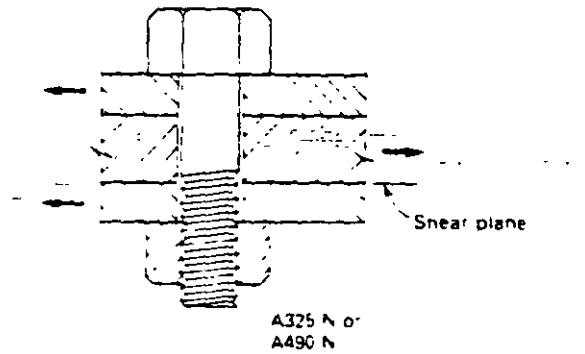
1) Roscas excluidas de los planos de corte

El plano de corte no atraviesa la zona roscada del vástago del tornillo, debido a su longitud



2) Roscas dentro de los planos de corte

El plano de corte atraviesa la zona roscada del vástago del tornillo, debido a su longitud

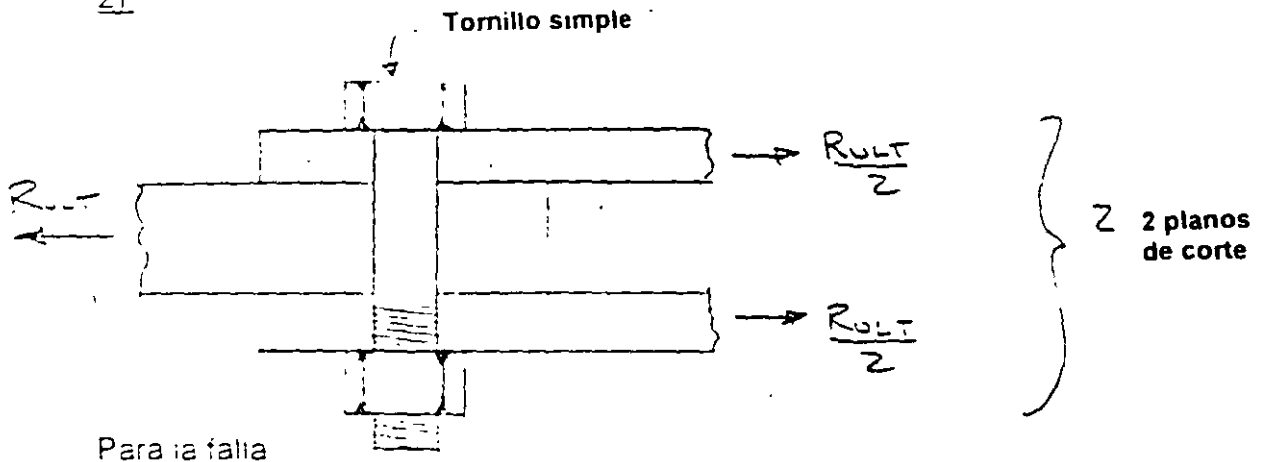


Como se sabe si las roscas están dentro de los planos de corte?

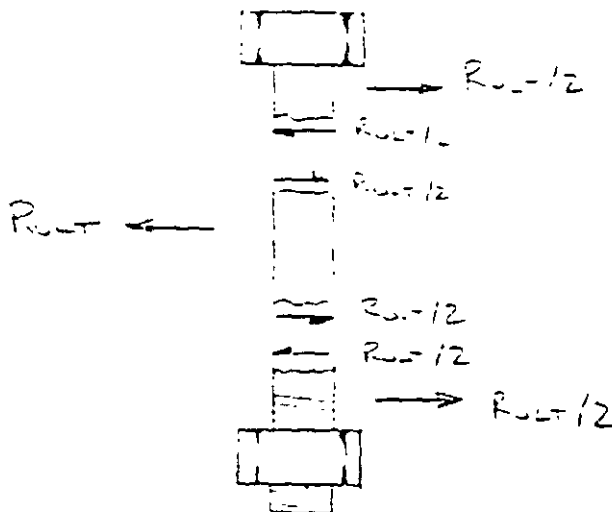
Se determina la posición de las roscas con base en las dimensiones conocidas de los tornillos

Si hay duda se supone que las roscas están dentro de los planos de corte

Considerando un tornillo simple con varios planos de corte En este caso hay 2



Falla = Fractura por cortante



Fuerza en cualquier plano de corte correspondiente a la fractura

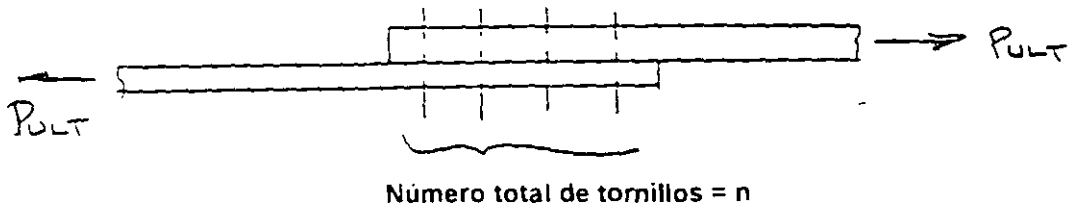
$$= \frac{R_{ULT}}{2} \approx (0.6 F_{u, \text{bolt}}) (A)$$

$$R_{ULT} = Z (0.6 F_{u, \text{bolt}}) (A)$$

Depende de la posición Roscada

## Tornillos múltiples en cortante

$n$  = número total de tornillos



$P_{ult}$  = Carga máxima soportada por la conexión, basada en la falla por cortante de los tornillos

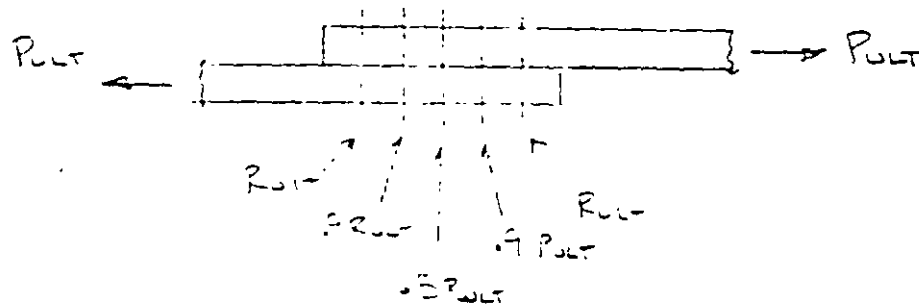
Para diseño se supone que la fuerza cortante por tornillo es,

$$P_{ult}/n$$

Es decir se supone que  $P$  se distribuye uniformemente entre todos los tornillos

La distribución real de  $P$  entre los tornillos no es igual. Los tornillos exteriores toman un porcentaje de carga mayor de  $P$  y se fracturan primero

Ejemplo de fuerzas reales en los tornillos de una junta cuando  $P = P_{ult}$



Para  $P = P_{ult}$  la conexión inicia la falla es decir, los tornillos se fracturan progresivamente a partir de los tornillos extremos, moviéndose hacia los tornillos interiores

Para diseño

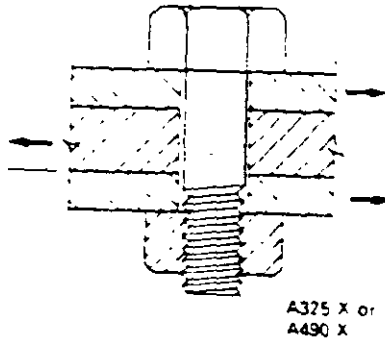
- Se supone que cada tornillo toma una cantidad igual de la fuerza aplicada  $P$
- Se toma  $R_c = 0.8R_{ult}$  para tomar en cuenta la distribución desigual real de las fuerzas en los tornillos



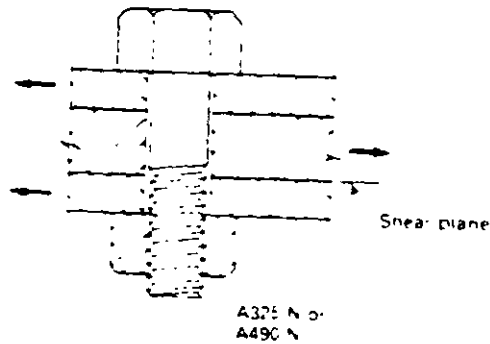
## Resistencia de diseño nominal de tornillos en cortante

Para un plano de corte simple

- 1 Roscas excluidas de los planos de corte



- 2 Roscas incluidas en los planos de corte



Ecuación general para determinar la Resistencia de diseño en cortante de tornillos

Donde

$$c = 0.75$$

$m$  = número de planos de corte

$A_s$  = área total de tornillos

$$F_v = 0.5F_{utorn}$$

Para roscas excluidas

$$F_v = 0.4F_{utorn}$$

Para roscas incluidas

## CONEXIONES DE ACERO ESTRUCTURAL

### INTRODUCCIÓN

Las conexiones atornilladas se clasifican en dos tipos:

- I. Conexiones por aplastamiento (*Bearing Type Connections*)
- II. Conexiones Críticas al Deslizamiento (*Slip Critical Connections*)

Los criterios de diseño y requisitos de instalación son diferentes para cada tipo de conexión.

### CONEXIONES POR APLASTAMIENTO

Una conexión atornillada se clasifica como **“junta por aplastamiento”**, si la ocurrencia de deslizamiento no se considera un estado límite (Estado límite de resistencia o de servicio).

Aplicaciones.

- Las conexiones en las que las deformaciones debidas al deslizamiento no afectan a la resistencia o funcionamiento de la estructura
- La mayoría de las conexiones de estructuras para edificios sometidas a cargas estáticas y que utilizan agujeros de tamaños estándar se pueden diseñar como conexiones por aplastamiento. El deslizamiento máximo es 1.6 mm (1/16 in)

#### Criterios de comportamiento estructural

- Evitar la falla por cortante del tornillo bajo cargas factorizadas
- Evitar la falla por aplastamiento bajo cargas de diseño

#### Requisitos de instalación

- No se requiere preparación especial de superficie
- Los tornillos no necesitan estar totalmente apretados (únicamente al llegue “snug tight”)
- Requieren inspección mínima

## CONEXIONES CRÍTICAS AL DESLIZAMIENTO

Junta atornillada en la que los esfuerzos se transmiten por fricción, sin que haya desplazamientos relativos entre las partes conectadas

Si la ocurrencia del deslizamiento se considera que va a afectar la resistencia o funcionamiento de la estructura la conexión se clasifica como "deslizamiento crítico".

En ediciones anteriores de las Especificaciones AISC-LRFD, las conexiones al deslizamiento crítico se denominaban **CONEXIONES POR FRICCIÓN**.

### Aplicaciones (Resistencia)

- Se usan agujeros alargados largos y sobredimensionados. El deslizamiento resulta en deformaciones grandes que pueda resultar en una falla estructural
- Cargas cíclicas. El deslizamiento puede causar una falla por fatiga
- Se emplean tornillos y soldaduras juntos en una misma conexión. Para que los tornillos y soldaduras compartan las cargas, los tornillos no deben deslizar

### Aplicaciones (Servicio)

- Las deformaciones debido al deslizamiento causan deflexiones o vibraciones que son molestias para los ocupantes o causan daño a los elementos no estructurales pero no ocasionan fallas estructurales.

### Criterios de comportamiento estructural

- a) El deslizamiento es un estado límite de resistencia
  - Evitar el deslizamiento bajo cargas factorizadas
  - Evitar la falla por aplastamiento de la placa bajo cargas de diseño
- b) El deslizamiento es un estado límite de servicio
  - Impedir el deslizamiento por las cargas de servicio
  - Prevenir la falla por cortante del tornillo bajo cargas de diseño
  - Evitar la falla por aplastamiento de la placa bajo cargas factorizadas.

## Requisitos de instalación

- Se requiere preparación especial de la superficie de acero (para alcanzar el valor de  $\mu$  supuesto en el diseño)
- Los tornillos deben apretarse totalmente (para alcanzar T supuesto en el diseño)
- Clase de inspección requerida de la condición de superficie e instalación de tornillos

En general Las conexiones por deslizamiento crítico son considerablemente más caras que las conexiones por aplastamiento, debido principalmente a las siguientes razones

- Mayor número de tornillos (Conexiones más grandes)
- Costos de mano de obra más altos, asociados con la preparación de la superficie e instalación de tornillos.
- Costos de inspección son más altos.

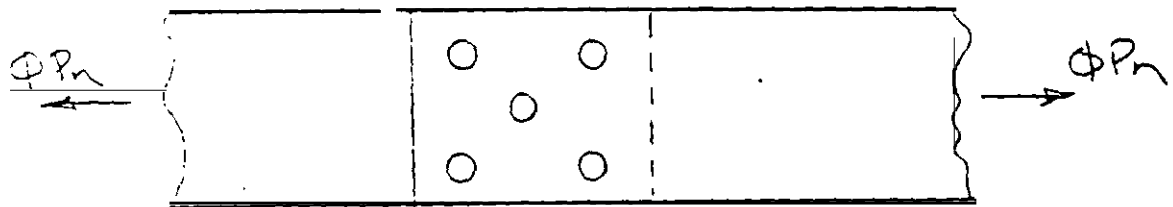
## DISEÑO DE CONEXIONES POR APLASTAMIENTO

### ESTADOS LÍMITE

- Falla por cortante del tornillo
- Falla por aplastamiento de la placa

También deberá verificarse:

- Criterio de separación mínima de agujeros
- Criterio de distancia mínima al borde



Haciendo  $\phi R_n$  = Resistencia de diseño de un tornillo = El valor mínimo de

$\phi R_n$  basada en la falla por cortante del tornillo

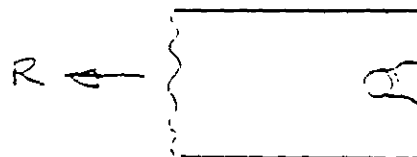
$\phi R_n$  basada en la falla por aplastamiento de la placa



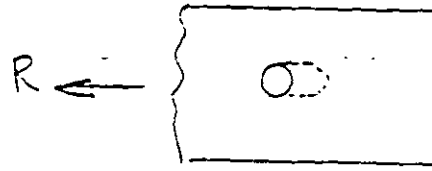
### RESISTENCIA AL APLASTAMIENTO CONEXIONES ATORNILLADAS

Falla por aplastamiento de la placa = Falla de la placa en un tornillo

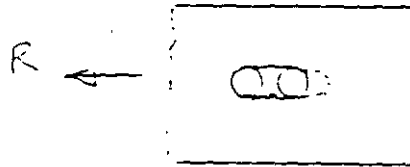
Tipos de falla por aplastamiento de la placa



**Desgarramiento del agujero  
(Agujero muy cercano a un borde)**



**Elongación excesiva del agujero**



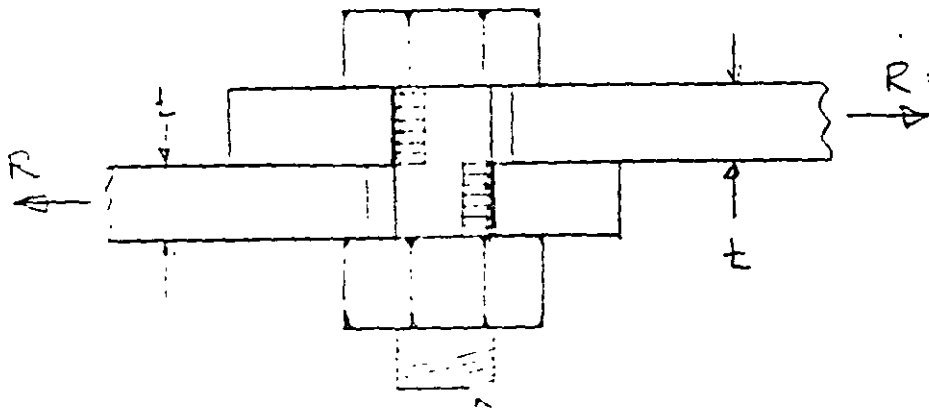
**Desgarramiento del agujero  
(Agujeros muy cercanos)**

Las fallas por aplastamiento se evita mediante.

- Limitando los esfuerzos de aplastamiento en las placas
- Cumpliendo con los requisitos de separación mínima de agujeros y distancia al borde

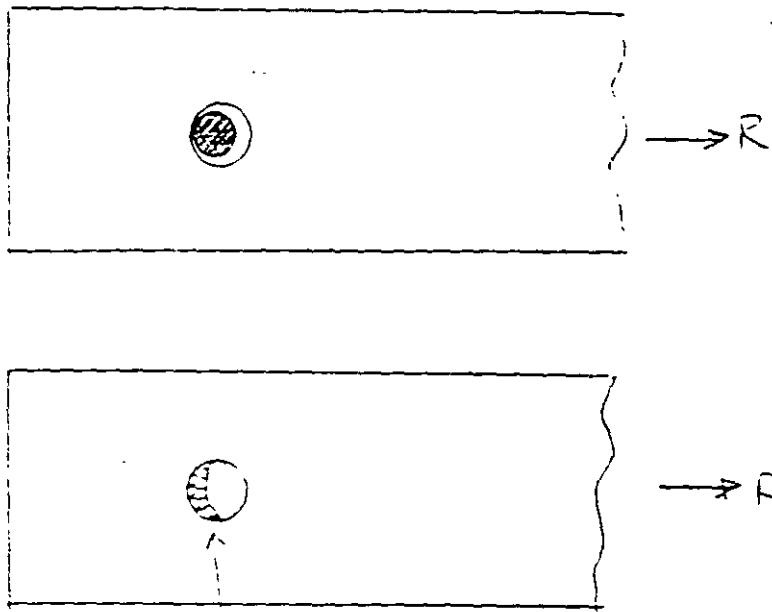
Notese que la falla por aplastamiento ocurre en las placas **NO** en los tornillos

**Definición de esfuerzos nominales de aplastamiento**



$R$  = Fuerza transmitida por un tornillo en aplastamiento

Vista en planta de la parte superior de las placas



La distribución real de los esfuerzos de aplastamiento en el borde de los agujeros es compleja y desconocida. Para diseño, se define el "esfuerzo nominal de aplastamiento".

$$\text{Esfuerzo nominal de aplastamiento} = R/dt$$

donde

R = Fuerza transmitida por un tornillo, en kg

d = Diámetro nominal del tornillo, en cm

t = Espesor de la placa que resiste R, en cm

a = Área de aplastamiento nominal = área proyectada del tornillo en el agujero, en  $\text{cm}^2$

Para una placa gruesa (t grande)

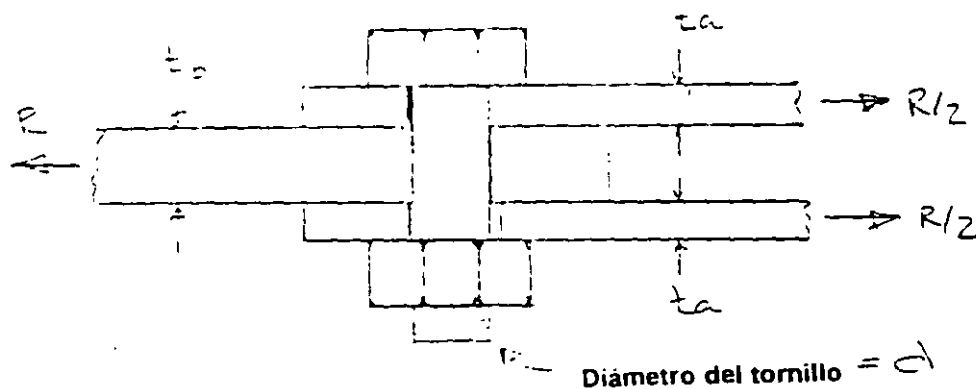
Esfuerzo de aplastamiento nominal bajo falla por cortante del tornillo similar

Para una placa delgada (t pequeño)

Esfuerzo de aplastamiento nominales alto

Falla por aplastamiento de la placa similar

**Placas múltiples en aplastamiento**



Placas de lado derecho.

Esfuerzo de aplastamiento nominales =  $R/2/dt_a = R/d(2t_a)$

Placa del lado izquierdo:

Esfuerzo nominales de aplastamiento =  $R/dt_b$

## RESISTENCIA DE DISEÑO POR APLASTAMIENTO DE CONEXIONES ATORNILLADAS

Definición de  $\phi R_n$

Resistencia de diseño de un tornillo con base en la falla por aplastamiento de la placa (Carga máxima factorizada que puede transmitirse por un tornillo para evitar la falla por aplastamiento de la placa)

En general

$$\phi R_n = \phi dt F_p$$

donde

$$\phi = 0.75$$

$d$  = Diámetro del tornillo en cm

$t$  = Espesor de la placa que transmite  $\phi R_n$  en cm

$F_p$  = Resistencia nominal al aplastamiento, en  $\text{kg/cm}^2$ . Esfuerzo de aplastamiento nominal correspondiente a la falla por aplastamiento de la placa.

Los valores de  $F_p$  se derivan de ensayos experimentales. Si  $R_{un}$  es la carga máxima soportada por un tornillo antes de la falla por aplastamiento de la placa entonces

$$F_p = \frac{R_{un}}{dt}$$

$F_p$  depende de

- Distribución y separación de los agujeros
- Distancia al borde
- $F_u$  de la placa

Las Especificaciones AISC-LRFD-1993 Sección J3.10, definen varios casos para calcular  $F_p$

$s$  = Distancia entre centros de agujeros en la dirección de la fuerza

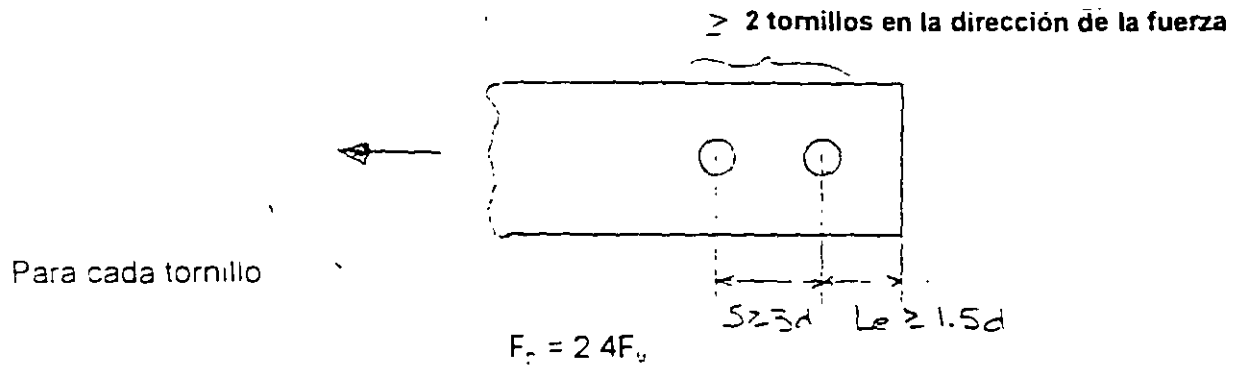


$L_e$  = Distancia del centro de un agujero al extremo de la placa. en dirección de la fuerza. en cm

Las reglas siguientes se aplican a agujeros de tamaños estándar. Para otros tipos de agujeros. Véase el Capítulo J de las Especificaciones AISC-LRFD-1993

**Caso I.**

Dos o más tornillos en la dirección de la fuerza. con  $s > 3d$  y  $L_e > 1.5d$ .



Este limite se basa en evitar la elongación excesiva del agujero.  $F_u$  es de la placa

Por lo tanto para cada tornillo

$$\phi R_t = dt(2.4F_u) \quad (J3-1a)$$

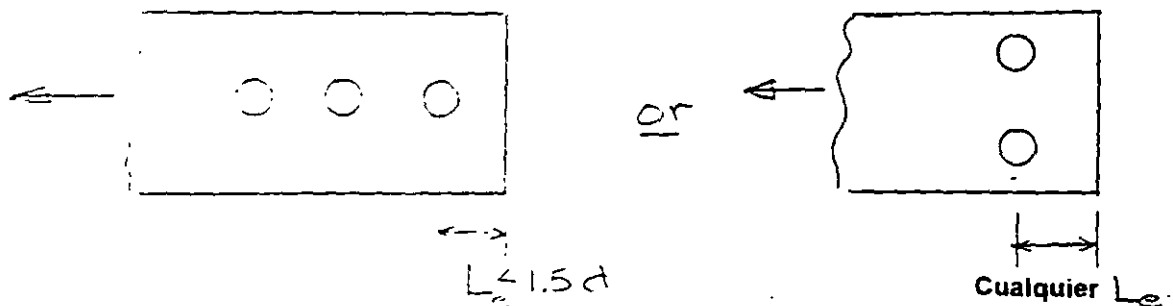
**Nota**

Las Especificaciones AISC-LRFD-1993 establecen que puede utilizarse un valor de  $F_t$  hasta  $3.0F_u$  cuando la deformación alrededor de los agujeros de los tornillos no es una consideración de diseño. Véase la ecuación J3-1b.

A: permitir  $F_t = 3.0F_u$  resulta una elongación del agujero muy grande. No se recomienda su uso

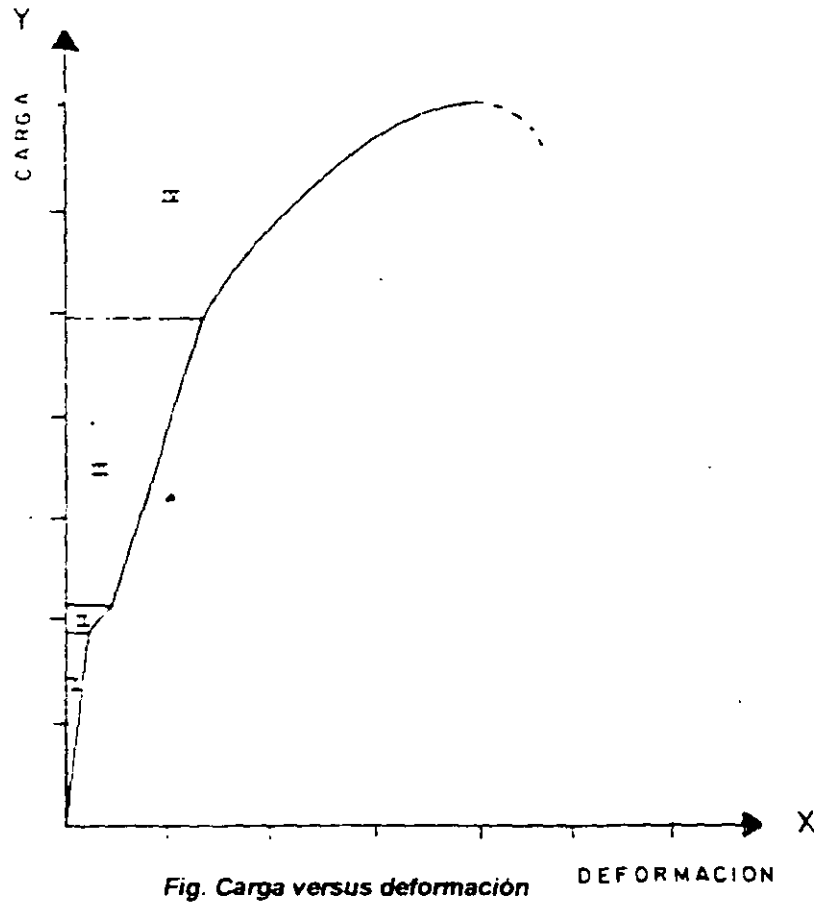
**Caso II.**

Los tornillos están muy cercanos a un borde y tienen una distancia al extremo  $L_e < 1.5d$  o únicamente existe un tornillo en la dirección de la fuerza, con cualquier distancia al extremo



## COMPORTAMIENTO DE JUNTAS HECHAS CON TORNILLOS DE ALTA RESISTENCIA

El comportamiento de una junta con tornillos de alta resistencia se puede visualizar mediante la observación de los resultados de una prueba carga-deformación en un espécimen típico.



**Zona I. Comportamiento lineal.** El tornillo soporta carga y se deforma, exhibiendo un comportamiento lineal

**Zona II. Fin del comportamiento elástico lineal.** Inicia en el instante en que se produce un deslizamiento de los tornillos con carga prácticamente constante y que esta controlado por el diámetro del agujero, al hacer contacto con los bordes

**Zona III Comportamiento lineal.** El tornillo soporta nuevamente carga y se reinicia el comportamiento elástico lineal..

**Zona IV. Comportamiento inelástico.** El tornillo soporta carga exhibiendo un comportamiento inelástico, que termina con la falla de la junta.

De acuerdo con el comportamiento descrito en la gráfica anterior, se tienen dos tipos de juntas: **Juntas por fricción y por aplastamiento.**

## RESISTENCIA DE TORNILLOS EN CORTANTE

*Tornillo en cortante simple*

**Estado limite: Fractura del tornillo**

$$\phi R_n = \phi m A_b F_v$$

donde

- $\phi$  = factor de reducción = 0.75
- $m$  = Número de planos de corte
- $A_b$  = área de la sección transversal del tornillo (cm<sup>2</sup>)

0.4F<sub>v</sub> si las roscas están incluidas en los planos de corte

0.5F<sub>v</sub> si las roscas están fuera de los planos de corte

F<sub>v</sub> = esfuerzo mínimo especificado de ruptura en tensión. Su valor se indica en la siguiente tabla:

Tornillos	F <sub>v</sub> (Kg/cm <sup>2</sup> , ksi, MPa)
A325 (NOM-H-124)-N ó A490 (NOM-H-123)-N	44, 120 MPa para diámetros de 13 mm (1.2") a 25 mm (1.0")
A325 (NOM-H-124)-X ó A490 (NOM-H-123)-X	50, 125, 125 para diámetros de 29 mm (1.18") y 38 mm (1.5") 10, 550, 150, 1,035

### NOTAS

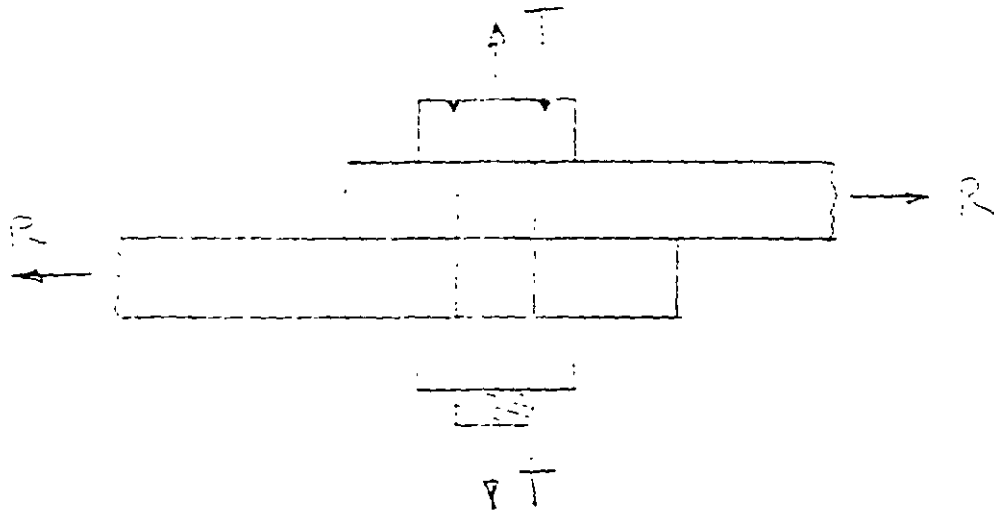
- Si en el diseño se supone que las roscas están incluidas en los planos de corte, en la designación de los tornillos deberá indicarse

**A325 (NOM-H-124)-N ó A490 (NOM-H-123)-N**

- Si en el diseño se supone que las roscas están excluidas de los planos de corte, la designación de los tornillos deberá incluir la siguiente indicación:

**A325(NOM-H-124)-X ó A490(NOM-H-123)- X**

## RESISTENCIA DE TORNILLOS EN TENSION Y CORTANTE COMBINADOS



*Tornillo en tension y cortante combinados*

**TABLE J3.5**  
Tension Stress Limit ( $F_t$ ), ksi  
Fasteners in Bearing-type Connections

Description of Fasteners	Threads Included In the Shear Plane	Threads Excluded from the Shear Plane
A307 bolts	$59 - 1.9f, \leq 45$	
A325 bolts	$117 - 1.9f, \leq 90$	$117 - 1.5f, \leq 90$
A490 bolts	$147 - 1.9f, \leq 113$	$147 - 1.5f, \leq 113$
Threaded parts A449 bolts over 1 1/2 diameter	$0.98F_t - 1.9f, \leq 0.75F_t$	$0.98F_t - 1.5f, \leq 0.75F_t$
A502 Gr. 1 nuts	$59 - 1.8f, \leq 45$	
A509 Gr. 2 nuts	$78 - 1.8f, \leq 60$	

**NOTA**

Las tablas anteriores están tomadas de las especificaciones AISC-ASD-89 y AISC-ASD-1989, AISC-RDF-2003. Las ecuaciones que aparecen en las tablas son similares a las de versiones anteriores con cambios pequeños.

$T_u$  = fuerza de tensión en el tornillo debido a las cargas factorizadas

$$T_u < \phi A_b F_t$$

$F_t$  = su valor se toma de las tablas anteriores

**Tabla 1.6.3.** Esfuerzos permisibles de tensión ( $F_p$ ) para sujetadores en conexiones por aplastamiento

Descripción del sujetador	Rosca dentro del plano de corte	Rosca fuera del plano de corte
Partes roscadas		
Tornillos A449, de 1/8" a 1/2" de diámetro	$0.43 F_u - 1.8 f_u \leq 0.33 F_u$	$0.43 F_u - 1.4 f_u \leq 0.33 F_u$
Tornillos A325	$3 870 - 1.8 f_u \leq 3 090$	$3 870 - 1.4 f_u \leq 3 090$
Tornillos A490	$4 780 - 1.8 f_u \leq 3 800$	$4 780 - 1.4 f_u \leq 3 800$
Remaches A502 Grado 1		$2 110 - 1.3 f_u \leq 1 620$
Remaches A502 Grado 2		$2 670 - 1.3 f_u \leq 2 040$
Tornillos A307		$1 830 - 1.8 f_u \leq 1 410$

**Tabla 5.3.5**

**ESFUERZOS DE TENSION NOMINALES ( $F_t$ ) PARA TORNILLOS O REMACHES EN JUNTAS POR APLASTAMIENTO (KG/CM<sup>2</sup>, MPa)**

Descripción de los elementos de unión	La rosca esta en el plano de corte	La rosca esta fuera del plano de corte
Tornillos A307	4150 - 2.5 $f_u$ , 3200 (410 - 2.5 $f_u$ , 310)	
Tornillos A325	8200 - 2.5 $f_u$ , 6300 (804 - 2.5 $f_u$ , 620)	8200 - 2.0 $f_u$ , 6300 (804 - 2.0 $f_u$ , 620)
Tornillos A490	10300 - 2.5 $f_u$ , 7900 (1010 - 2.5 $f_u$ , 775)	10300 - 2.0 $f_u$ , 7900 (1010 - 2.0 $f_u$ , 775)
Partes roscadas		
Tornillos A449 con diámetro mayor que 3/8" (12.7)	$0.98 F_u - 1.8 f_u$ , $0.75 F_u$	$0.98 F_u - 2.0 f_u$ , $0.75 F_u$
Remaches A502 Grado 1		4150 - 2.4 $f_u$ , 3200 (407 - 2.4 $f_u$ , 314)
Remaches A502 Grado 2		5500 - 2.4 $f_u$ , 4200 (540 - 2.4 $f_u$ , 412)

$R_u$  = fuerza cortante en el tornillo debido a las cargas factorizadas  
 $F_v$  = esfuerzo cortante en el tornillo debido a las cargas factorizadas

$$F_v = R_u / mA_b$$

$m$  = número de planos de corte  
 $A_b$  = área de la porción no roscada del tornillo  $\text{cm}^2$

Ejemplo

Dado un tornillo A490-X (H-123-X) de 25.4 mm (1") de diámetro y que trabaja en cortante simple

1. Si no hay tensión externa en el tornillo, es decir,  $T_u = 0$ , cual es la fuerza cortante máxima factorizada  $R_u$  que se permite en el tornillo?

$$R_u \leq \phi R_n = \phi mA_b(0.5F_u)$$

donde:

$\phi = 0.75$   
 $m = 1$  cortante simple  
 $A_b = 0.785 \times (2.54)^2 = 5.06 \text{ cm}^2$   
 $F_u = 10.550 \text{ Kg/cm}^2$  o  $1035 \text{ MPa}$

$$\phi R_n = 0.75 \times 5.06 \times 0.5 \times 10.550 = 20.036 \text{ Kg}$$

$$R_u = 20.0 \text{ Ton (44 kips)}$$

2. Si no hay cortante en el tornillo, es decir,  $R_u = 0$ , cual es la tensión máxima de diseño  $T_u$  que se permite en el tornillo?

$$T_u \leq \phi T_n = 0.75 \times 5.06 \times 0.75 \times 10.550 = 30.028 \text{ Kg}$$

$$\phi T_n = 30 \text{ Ton} = 66 \text{ kips}$$

3. Si el tornillo está sometido a una fuerza de tensión de diseño de  $T_u = 25 \text{ Ton}$ , cual es la fuerza cortante de diseño  $R_u$  que se permite en el tornillo?

$$F_v = T_u / \phi A_b = 25 \times 10^3 / (0.75 \times 5.06) = 6.588 \text{ Kg/cm}^2$$

De la Tabla L8-8 de las normas AISI-LRFD-1999

$$F_t = 10.335 - 1.5f_v \leq 7.945$$

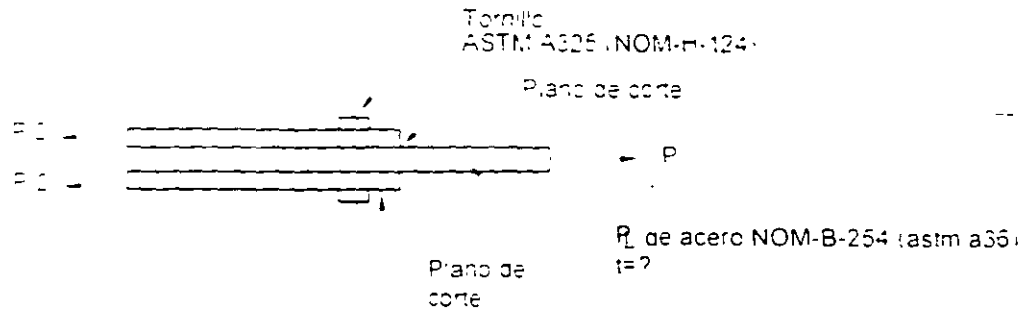
$$(147 - 1.5f_v \leq 113)$$

$$F_t = 10.335 - 1.5f_v = 7.945 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_v = (10.335 - 7.945) / 1.5 = 1.594 \text{ Kg/cm}^2$$

$$R_u \leq A_b f_v = 5.06 \times 1.594 = 8.065 \text{ Kg} = 8.1 \text{ Ton}$$

**Ejemplo.** Determinar el grueso necesario de la placa central de una conexión atornillada traslapada a cortante doble que se muestra en la figura para evitar que se presente el aplastamiento. Las placas que forman la junta son de acero NOM-B-254 (ASTM A36;  $F_u = 4\,080 \text{ Kg/cm}^2$  (58 ksi)) y el tornillo es ASTM A325 (NOM-H-124;  $F_u = 6\,440 \text{ Kg/cm}^2$  (630 Mpa (120 ksi))



**Fig. Conexión atornillada a cortante doble.**

**SOLUCION.**

De acuerdo con el inciso 5.3.13. **Resistencia al aplastamiento en los agujeros para tornillos**, Normas Técnicas Complementarias Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, 2003, la resistencia al aplastamiento en agujeros para tornillos de alta resistencia es

$$F_u R$$

$R$  = factor de reducción de la resistencia = 0.75 (adimensional)

$F_u$  = resistencia nominal al aplastamiento del material conectado y se determina como se indica abajo

Para un tornillo en una conexión con agujeros estándar, sobredimensionados o alargados cortos, independientemente de la dirección de la carga o con agujeros alargados largos paralelos a la dirección de la fuerza de aplastamiento, la deformación alrededor de los agujeros bajo cargas de servicio es una desviación de diseño

$$R = 1.2L + F_u + 2.4d \leq F_u$$

El grueso de la placa se determina con el segundo término de la expresión anterior

$$F_u R = 2.4 \times 0.75 \times d \leq F_u$$

donde

$d$  = diámetro nominal del tornillo (cm)

$t$  = grueso de la parte conectada crítica (cm)

$F_u$  = esfuerzo mínimo especificado de ruptura en tensión del material

conectado  $\text{Kg/cm}^2$ . Para placas de acero NOM-B-254 (ASTM A36)  $F_u = 4\,080$   $\text{Kg/cm}^2$  y  $F_y = 2\,530$   $\text{Kg/cm}^2$

$$R_n = 1.6 \times 4\,080 \, dt = 7\,344 \, dt \quad (1)$$

Resistencia de la junta atornillada a cortante doble

$$R = 2 A_s F_v$$

donde

$n$  = número 2 imbedidos planos de corte

$A_s$  = área nominal de la sección transversal del tornillo  $\text{cm}^2$

$F_v$  = resistencia a cortante =  $0.4F_u$

Para tornillos ASTM A325 (NOM-H-123)  $F_u = 8\,440$   $\text{Kg/cm}^2$

Luego

$$F_v = 0.4F_u = 0.4 \times 8\,440 = 3\,380 \, \text{Kg/cm}^2$$

Por lo tanto

$$R = 2 \times 0.785 \, dt \times 3\,380 = 5\,307 \, dt \quad (2)$$

Se igualan las ecuaciones 1 y 2

$$7\,344 \, dt = 5\,307 \, dt$$

Se divide entre el diámetro  $d$ , se despeja el grueso de la placa

$$t = 0.72d$$

### CONCLUSION

La placa central debe tener un grueso no menor de 0.72 veces el diámetro del tornillo para que el apastamiento no resulte crítico o no sea una consideración que se le deba dar.

Suponiendo que se utiliza un tornillo de alta resistencia ASTM A325 (NOM-H-123) de diámetro 5.4 in, el grueso de la placa central debe ser

$$t = 0.72 \times 5.4 \text{ in} = 3.94 \text{ cm es decir } t = 16 \text{ mm (5.8 in)}$$



**Ejemplo.** Una viga IPR IR o W 356x448 (14x30) esta conectada al patin de una columna IPR IR o W 203x462, (8x31) como se muestra en la figura. Se utilizan tres remaches ASTM A501 Grado 1, de 19 mm (3/4 in) de diametro para unir los angulos al alma de la viga y seis tornillos ordinarios NOM-H-118 (ASTM A307) de 19 mm (3/4 in) de diametro para conectar los angulos al patin de la columna. Determinar la reaccion permisible en el extremo de la viga. Todos los perfiles son de acero NOM-B-254 (ASTM A36  $F_y = 2530$  kg/cm<sup>2</sup> 250 MPa x 36 ksi).

PR IPR o W 203x462 (8x31)



IPR IR o W 356x448 (14x30)

Fig. Conexion trabe-columna del ejemplo

**SOLUCION.**

Se desea determinar la cantidad de que ocurra una falla por tension en la conexion. Como consecuencia se determinaran los valores por cortante y aplastamiento de los sujetadores.

Medida de los tornillos

$$d = 1.27 \text{ cm} \times 1.27 \text{ cm} = 1.61 \text{ cm}$$

El continuador se realiza la conexion remachada de los angulos APS o LD con el alma de la viga

Cortante

$$P_c = A_s N_s \text{ Planos de corte } \times N_o \text{ Sujetadores}$$

$$P_c = 1.05 \times 1.27 \times 6 \times 1.61 = 18 \text{ Ton}$$

Aplastamiento sobre el alma de la viga

$$P_c = F_y A_o N_o \text{ sujetadores} = 1.35 F_y d t N_o \text{ tornillos}$$

$$P_c = 1.35 \times 2530 \times 1.61 \times 0.69 \times 3 \times 10^3 = 13.5 \text{ Ton}$$

El aplastamiento de los remaches sobre los ángulos no es crítico pues el grueso de estos es mayor que el alma de la viga ( $t = 8 \text{ mm} > t_w = 6.8 \text{ mm}$ )

Conexión atornillada de los ángulos APS o LD contra el patin de la columna.

$$P_s = \tau \times A_s \times N_c \text{ sujetadores}$$

$$P_s = 1.055 \times 2.85 \times 6 \times 10^3 = 18 \text{ Ton}$$

El aplastamiento de los tornillos sobre los ángulos y de los tornillos sobre el patin de la columna no es crítico pues el grueso de cada uno de ellos es mayor que el grueso de alma de la viga ( $t = 6.8 \text{ mm}$ )

Por lo tanto, la reacción máxima permisible en el extremo de la viga es 18 Ton y esta limitada por el esfuerzo cortante de los tornillos

$$5/6P_2 = 28.8$$

$$P_2 = 28.8 \times 6/5 = 34.6 \text{ Ton}$$

Trayectoria 3-3

$$P = 1.52 (25 - 3 \times 2.54) 0.95 = 25.1 \text{ Ton}$$

$$1/2P_3 = 25.1$$

$$P_3 = 25.1 \times 2 = 50.2 \text{ Ton}$$

2. Placas laterales ( $t = 0.79 \text{ cm}$ )

$$P = 1.52 (25 - 3 \times 2.54) (2 \times 0.79) = 41.7 \text{ Ton}$$

$$P = 41.7 \text{ Ton}$$

2. Aplastamiento

$$P = F_t A_b = F_t d t x N_o \text{ remaches} = 1.35 F_y d t x N_o \text{ remaches}$$

$$P = 1.35 \times 2.530 \times 2.22 \times 0.95 \times 6 \times 10^{-3} = 43.2 \text{ Ton}$$

$$P_b = 43.2 \text{ Ton}$$

3. Cortante:

$$P_s = \tau A_s N_o \text{ planos de corte} \times N_o \text{ remaches}$$

donde

$$A_s = 4 d^2 = 0.785 \times 2.22^2 = 3.87 \text{ cm}^2$$

$$P_s = 1.055 \times 3.87 \times 2 \times 6 \times 10^{-3} = 49.0 \text{ Ton}$$

$$P_s = 49.0 \text{ Ton}$$

**CONCLUSIÓN :**

La fuerza máxima que puede soportar la junta remachada del ejemplo es  $P = 32.4 \text{ Ton}$ , y esta limitada por el desgarramiento de la placa central por tensión, a lo largo de la sección 1-1

En la Tabla No 3A Esfuerzos factorizados en tornillos AR Método DFCD(LRFD), para un tornillo ASTM A325 N, de 7/8 in (22.2 mm) de diámetro, de una junta por cortante,  $m = 1.0$ , se lee  $\phi R_n = 21.1$  kips = 9580 Kg., contra  $19\ 6/2 = 9.8$  Ton

### 3. Normas NTC-RDF-2003.

Vease Inciso 5.3.9

$$R = F_R A_b F_n$$

donde

$$F_R = 0.75$$

$$A_b = 3.87 \text{ cm}^2$$

$F_n$  se obtiene de la Tabla 5.3.2 de las normas

Para tornillos A325, cuando la rosca no está fuera de los planos de corte  $F_n = 3.380 \text{ Kg/cm}^2$

Luego

$$R = 0.75 \times 3.87 \times 3.380 \times 10^{-3} = 9.8 \text{ Ton (un plano de corte)}$$

Valor idéntico al obtenido con las Normas AISC-LRFD-1999.

**NOTA:**

Las tablas anteriores están tomadas de las especificaciones AISC-ASD-89, AISC-ASD-1989 y NTC-RDF-2003. Las ecuaciones que aparecen en las tablas son similares a las de versiones anteriores con cambios pequeños.

$T_u$  = fuerza de tensión en el tornillo debido a las cargas factorizadas

$$T_u < \phi A_b F_t$$

$F_t$  = Su valor se toma de las tablas anteriores

$R_u$  = fuerza cortante en el tornillo debido a las cargas factorizadas

$F_v$  = esfuerzo cortante en el tornillo debido a las cargas factorizadas

$$F_v = R_u / mA_b$$

$m$  = numero de planos de corte

$A_b$  = area de la porcion no roscada del tornillo

Ejemplo

**Dado un tornillo A490-X de 25.4 mm (1") de diámetro en cortante simple**

1 Si no hay tensión externa en el tornillo, es decir,  $T_u = 0$ , cual es la fuerza cortante máxima factorizada,  $R_u$ , que se permite en el tornillo?

$$R_u = \phi R_n = \phi mA_b(0.4F_u) = 0.75 \times 0.785 \times 2.54^2 \times 0.4 \times 10\,550 = 20\,036 \text{ Kg}$$

$$R_u = 20\,036 \text{ Kg}$$

2 Si no hay cortante en el tornillo, es decir  $R_u = 0$ , cual es la tensión máxima de diseño  $T_u$  que se permite en el tornillo?

$$T_u = \phi T_n = 0.75 \times 0.785 \times 2.54^2 \times 0.75 \times 10\,550 = 30\,055 \text{ Kg}$$

3 Si el tornillo está sometido a una fuerza de tensión de diseño de  $T_u = 25 \text{ Ton}$ , cual es la fuerza cortante de diseño  $R_u$  que se permite en el tornillo?

$$F_t = T_u / \phi A_b = 25 \times 10^3 / 0.785 \times 5.06 = 6\,588 \text{ Kg/cm}^2$$

De la Tabla J5-5 de las normas AISC-LRFD-1999

$$F_t = 10\,335 - 1.5f_u$$

Luego

$$F_t = 10\,335 - 1.5f_u = 6\,588 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_v = 10\,335 - 6\,588 / 1.5 = 2\,498 \text{ Kg/cm}^2$$

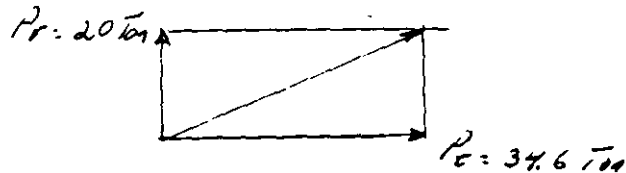
$$R_u < A_b f_v = 5.06 \times 2\,498 = 12\,490 \text{ Kg} = 12.5 \text{ Ton}$$

compararlos con los esfuerzos permisibles de las especificaciones AISC-ASD-1989 o especificaciones IMCA- 1987.

Area total de los sujetadores

$$\Sigma A_b = 8 \times 0.785 \times 2.22^2 = 31.00 \text{ cm}^2$$

Fuerzas actuantes en los sujetadores



Como la carga P actúa en el centro de gravedad del grupo de tornillos, las componentes de carga, de cortante y tensión, se distribuyen en la misma proporción en los tornillos que forman la junta

Calculo del esfuerzo cortante en cada sujetador,  $F_v$   
 Con  $P_v = 20 \text{ Ton}$

$$F_v = \frac{20 \cdot 10^3}{31.0} = 645 \text{ kg/cm}^2$$

Calculo del esfuerzo de tensión actuante en cada tornillo,  $F_t$   
 Con  $P_h = 34.6 \text{ Ton}$

$$F_t = \frac{34.6 \cdot 10^3}{31.0} = 1116 \text{ kg/cm}^2$$

La tensión mínima en tornillos ASTM A325 (NOM-H-118) es  $T = 17.7 \text{ Ton}$

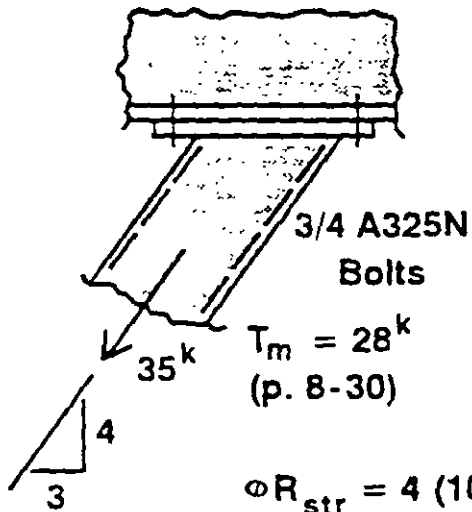
Se aplica la ecuación de interacción de la Tabla 1.5.2.1

$$F_v \leq 1230 \left( 1 - f_t \frac{A_b}{T} \right)$$

$$F_v = 1230 \left( 1 - 1116 \frac{3.87}{17700} \right) = 930 \text{ kg/cm}^2$$

Como  $f_v = 645 \text{ Kg/cm}^2$  es menor que el cortante permisible ( $F_v = 930 \text{ Kg/cm}^2$ ) y  $f_t = 1116 \text{ Kg/cm}^2$  es menor que el límite superior  $F_t = 3090 \text{ Kg/cm}^2$  (44 ksi), los valores calculados de  $f_v$  y  $f_t$  son correctos, están dentro de los límites estipulados en las especificaciones AISC-ASD-1989.

## Example:



$$T_u = 4/5 (35) = 28^k$$

$$V_u = 3/5 (35) = 21^k$$

$$\phi R_{str} = 10.4^k / \text{Bolt}^k \quad (\text{p. 8-30})$$

$$N_b = V_u / \phi R_{str} = 21 / 10.4 = 2.02$$

Try 4 Bolts

$$\phi R_{str} = 4 (10.4) [1 - T_u / 1.13 T_m N_b]$$

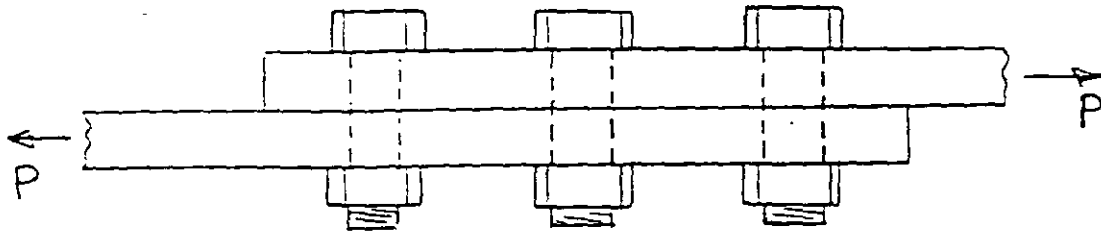
$$= 41.6 \{1 - [28 / 1.13 (28)(4)]\} = 32.4 > 21$$

ok

Slide 16

- This example illustrates the use of the interaction equation.
- Only slip and tension are considered in this example.

## CONEXIONES ATRONILLADAS POR CORTANTE



Dos consideraciones de diseño

- I Conexiones por aplastamiento
- II Conexiones críticas al deslizamiento

### CONEXIONES POR APLASTAMIENTO

#### APLICACIONES

- Las conexiones por aplastamiento se utilizan cuando las deformaciones debidas al deslizamiento no afectan la resistencia o las condiciones de servicio de la estructura
- La mayoría de las conexiones de estructuras para edificios sujetas a cargas estáticas con tamaños de agujeros estándar, pueden diseñarse como conexiones por aplastamiento

#### CRITERIO DE DISEÑO

Se verifica la resistencia al cortante de los tornillos bajo las cargas de diseño.

Se revisa la resistencia al aplastamiento bajo las cargas de diseño

Se revisa las distancias mínimas al borde y separación entre agujeros

#### NOTAS DE INSTALACIÓN

No se requiere ninguna preparación especial para las superficies de falla.

Los tornillos no están completamente tensionados. Se permite usar tornillos al "llegue"



## II. CONEXIONES AL DESLIZAMIENTO CRÍTICO

(Denominadas formalmente "Conexiones por fricción")

### APLICACIONES

Este tipo de conexión se utiliza cuando las deformaciones debidas al deslizamiento pueden afectar la resistencia o condiciones de servicio de la estructura

El diseñador deberá determinar si el deslizamiento es un estado limite de resistencia o de servicio

Deslizamiento como estado limite

Las deformaciones debido al deslizamiento causan deflexiones o vibraciones que son molestas para los ocupantes o causan daño a elementos no estructurales pero no ponen en riesgo la seguridad de la estructura.

Deslizamiento considerado como un estado limite de resistencia

Las deformaciones debidas al deslizamiento pueden ocasionar una falla estructural es decir pueden afectar la seguridad de la estructura

Ejemplos

Tornillos y soldaduras utilizadas en la misma conexión para tornillos y soldaduras que comparten carga los tornillos no deben deslizar.

Conexiones extremas en miembros armados en compresión (por ejemplo, dos ángulos) los componentes de la sección transversal se comportan como una unidad el deslizamiento debe evitarse en los extremos del miembro

Cuando se usan agujeros sobredimensionados o alargados ( con carga en la dirección del agujero) Las deformaciones debidas al deslizamiento pueden afectar la estabilidad de la estructura

Conexiones sujetas a cargas que producen fatiga

### CRITERIOS DE DISEÑO

A El deslizamiento es un estado limite de servicio

Se revisa el deslizamiento bajo cargas de servicio

Se verifica la resistencia del tornillo a cortante bajo cargas factorizadas

Se revisa la resistencia al aplastamiento bajo cargas de diseño

Se verifica las distancias al borde y separación entre agujeros.

B. El deslizamiento es un estado límite de resistencia

Se revisa el deslizamiento para las cargas de diseño

Se revisa la resistencia al aplastamiento bajo las cargas de diseño.

Se revisan las distancias al borde y espaciamiento entre agujeros

#### **NOTAS DE INSTALACIÓN**

Las superficies de falla deben prepararse (e inspeccionarse) de acuerdo con las suposiciones de diseño (Clase A, B o C)

Los tornillos deben tensionarse completamente (e inspeccionarse).

### EJEMPLO 1.15.2

¿Cuántos tornillos A325 de  $\frac{3}{4}$  pulg. en agujeros de tamaño estándar con cuerdas excluidas del plano de corte se requieren para la conexión tipo aplastamiento mostrado en la figura 1.6? Considere acero A36, distancias al borde  $> 1\frac{1}{2}d$  distancia centro a centro de agujeros  $> 3d$

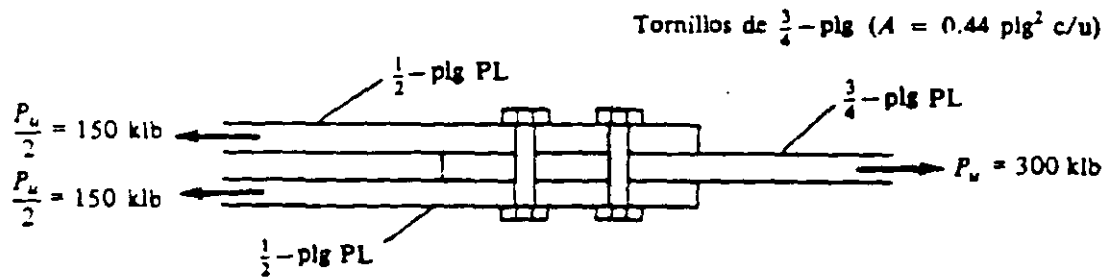


Figura 1.6

*Solucion.* Tornillos en cortante doble y aplastamiento sobre  $\frac{3}{4}$  pulg.:

Resistencia de diseño

$$A \text{ cortante por tornillo} = (0.65)(2)(0.44)(72) = 41.2 \text{ klb} \leftarrow$$

$$\text{Por aplastamiento por tornillo} = (0.75)(2.4)(3/4)(3/4)(58) = 58.7 \text{ klb}$$

$$\text{Numero de tornillos requeridos} = \frac{300}{41.2} = 7.3$$

Use 8 o 9 tornillos (dependiendo del arreglo)

Cuando se atornillan cubre placas a los patines de secciones W los tornillos deben tomar el cortante longitudinal en el plano ubicado entre las placas y los patines. El esfuerzo cortante longitudinal en la viga de la figura 1.7 resistido por un cubre placa y el patin del perfil W, puede determinarse con la expresion  $f_v = VQ/Ib$ . La fuerza cortante total a través del patin en 1 pulg. de longitud es igual a  $(b)(1.0)(VQ/Ib) = VQ/I$ .

La especificacion LRFD-E4 estipula una separación máxima permisible para tornillos usados en las placas externas de miembros armados; igual al espesor de la placa externa mas delgada multiplicado por  $127/\bar{F}_v$ , o bien 12 pulg.; rige el menor valor. El espaciamento de las parejas de dos tornillos por la fuerza cortante que debe tomarse por pulgada en una sección especifica. Los espaciamentos teóricos variarán de acuerdo con la variacion de la fuerza cortante externa a lo largo del claro.

### EJEMPLO 1.15.3

En una cierta sección de la viga con cubre placa mostrada en la figura 1 7, la fuerza cortante externa factorizada  $V_u$  es de 275 klb. Determine la separación requerida entre tornillos A325 de 7/8 pulg. usados en una conexión tipo aplastamiento. Suponga que se cumplen los requisitos de distancia al borde de centro a centro ( $1\frac{1}{2}d$  y  $3d$ ) y que las cuerdas en los tornillos están excluidas del plano de corte. El acero es A36.

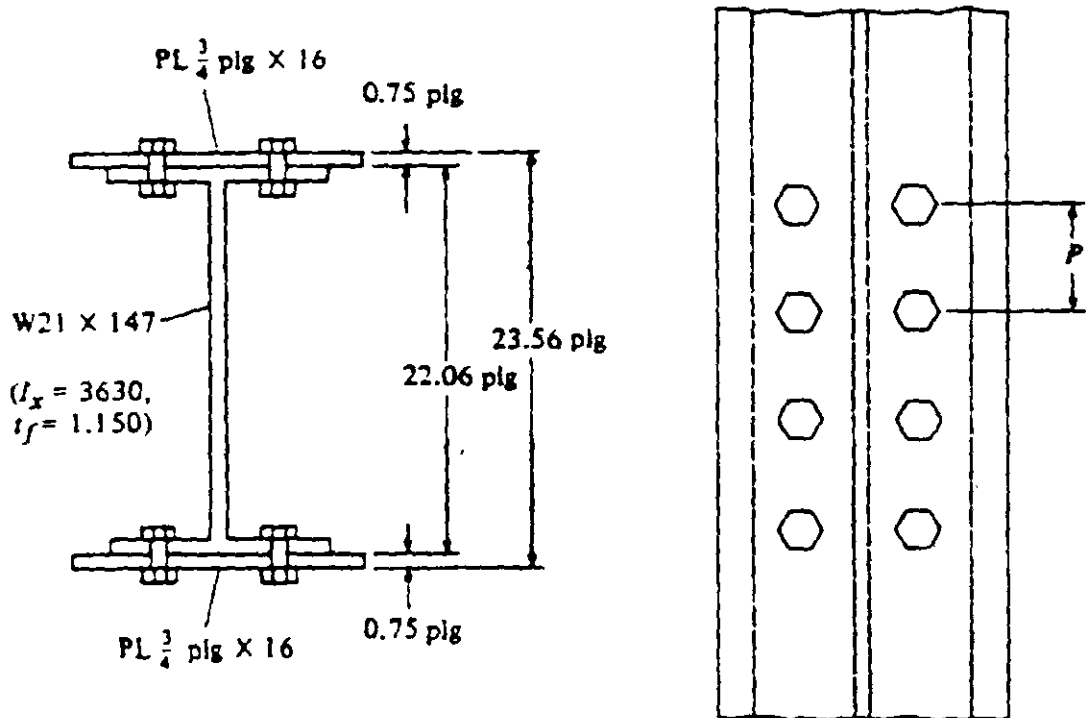


Figura 1 7

*Solucion.*

$$I_x = 3630 + (2)(16 \times 3/4)(11.405)^2 = 6752 \text{ pulg}^4$$

$$\text{Cortante factorizado por pulgada} = \frac{V_u Q}{I}$$

$$= \frac{(275)(16 \times 3/4 \times 11.405)}{6752} = 5.574 \text{ klb/pulg}$$

Tornillos en cortante simple y aplastamiento sobre 0.75 pulg.

$$\text{Por cortante para dos tornillos} = (2)(0.65)(0.6)(72) = 56.16 \text{ klb} \leftarrow$$

Este ejemplo presenta el diseño de una conexión tipo fricción para una junta traslapada. Primero se determina el número de tornillos requeridos para el estado límite de deslizamiento nulo por carga de servicio. Luego se calcula el número de tornillos requeridos para el estado límite por carga factorizada, suponiendo que se vence la resistencia al deslizamiento y que los tornillos quedan sujetos a corte y aplastamiento.

Se desea diseñar una conexión tipo fricción para las placas mostradas en la figura 1.9 para resistir las cargas axiales de servicio  $P_D = 30$  klb y  $P_L = 50$  klb usando tornillos A325 de 1 pulg de alta resistencia con cuerdas excluidas del plano de corte y con agujeros de tamaño estándar.  $L > 1\frac{1}{2}d$  y distancia centro a centro de tornillo  $> 3d$ .

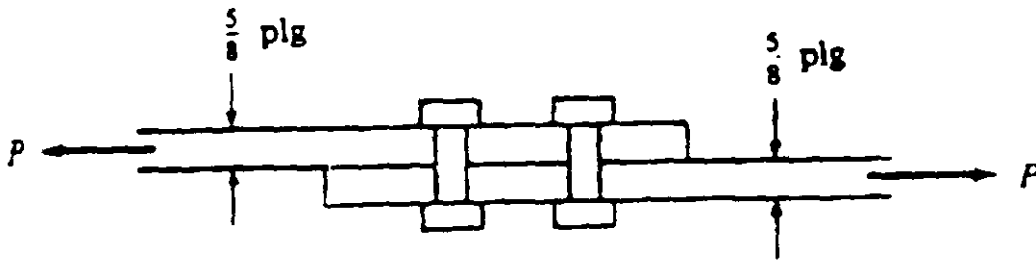


Figura 1.9

*Solucion*

Diseño de la conexión tipo fricción (carga de servicio)

Tornillos en cortante simple sin aplastamiento

Resistencia de un tornillo

$$\text{En cortante doble} = (\phi)(0.785)(17) = (1.0)(0.785)(17) = 13.35 \text{ klb}$$

$$\text{Número de tornillos necesarios} = \frac{80}{13.35} = 5.99 \text{ consideremos } 6$$

Diseño como conexión tipo aplastamiento (cargas factorizadas)

$$P_u = (1.2)(30) + (1.6)(50) = 116 \text{ klb}$$

Tornillo en corte simple y aplastamiento sobre 5/8 pulg.

$$\text{Resistencia de un tornillo en cortante doble} = (0.65)(0.785)(72) = 36.8 \text{ klb} \leftarrow$$

$$\text{Resistencia de aplastamiento de un tornillo} = (0.75)(2.4)(1.0)(5/8)(58) = 65.25 \text{ klb}$$

$$\text{Número de tornillos necesarios} = \frac{116}{36.8} = 3.5$$

Use 6 tornillos

### EJEMPLO 1.15.5

La conexión mostrada en la figura 1 10 está hecha con tornillos A325 de 7/8 pulg tipo aplastamiento en agujeros de tamaño estándar con las cuerdas excluidas del plano de corte. La viga y las placas de nudo son de acero A36. Revise.

- las resistencias a la tensión de la sección W y de las placas,
- la resistencia de los tornillos en cortante doble y aplastamiento y
- la resistencia del bloque de cortante de las áreas sombreadas de la sección W mostradas en la parte (b) de la figura

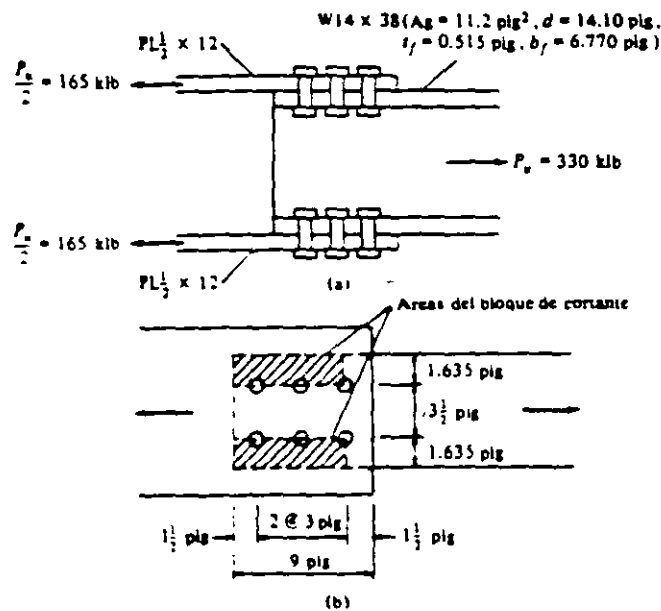


Figura 1 10

(a) Resistencia de diseño a tensión de la sección W

$$P_n = \phi_t F_t A_n = (0.9)(36)(11.2) = 362.9 \text{ klb} > 330 \text{ klb} \quad \text{Bien}$$

$$A_n = 11.2 - (4)(1)(0.515) = 9.14 \text{ pulg}^2$$

$$U = 0.85 \text{ ya que } b_f < 2/3 d$$

$$A_e = U A_n = (0.85)(9.14) = 7.77 \text{ pulg}^2$$

$$P_u = \phi F_u A_e = (0.75)(58)(7.77) = 338 \text{ klb} > 330 \text{ klb} \quad \text{Bien}$$

Resistencia de diseño a tensión de las placas de nudo

$$P_u = \phi F_u A_g = (0.9)(36)(1/2 \times 12)(2) = 388.8 \text{ klb} > 330 \text{ klb} \quad \text{Bien}$$

$$A_n \text{ de 2 placas} = [(1/2)(12) - (2)(1)(1/2)]2 = 10 \text{ pulg}^2 \leftarrow$$

$$0.85 A_e = (0.85)(1/2)(12)(2) = 10.2 \text{ pulg}^2$$

$$P_u = \phi F_u A_n = (0.75)(58)(10) = 435 \text{ klb} > 330 \text{ klb} \quad \text{Bien}$$

(b) Tornillos en cortante doble y aplastamiento sobre 1/2 pulg

Resistencia de diseño de los tornillos

$$\text{En cortante doble} = (0.65)(0.6)(72)(12) = 337 \text{ klb} > 330 \text{ klb} \quad \text{Bien}$$

Resistencia de diseño por aplastamiento

$$\text{De los tornillos} = (0.75)(2.4)(7.8)(1/2)(58)(12) = 548.1 \text{ klb} > 330 \text{ klb} \quad \text{Bien}$$

(c) Resistencia del bloque de cortante para la sección W

Fractura por tensión y fluencia por cortante

$$P_u = \phi [F_u A_n + 0.6 F_u A_v]$$

$$= 0.75 [(58)(1/2)(1.635 - 1/2 \times 1) + (0.6)(36)(7.1/2)(1/2)] 4$$

$$= 341.8 \text{ klb} > 330 \text{ klb} \quad \text{Bien}$$

Fractura por cortante y fluencia por tensión

$$P_u = \phi [F_u A_v + 0.6 F_u A_n] \text{ observese que hay } 2 \frac{1}{2} \text{ agujeros en el area neta del plano de corte mostrado en la figura 1.10b}$$

$$= 0.75 [(36)(1.635)(1/2) + (0.6)(58)(7.5 - 2.5 \times 1)(1/2)] 4$$

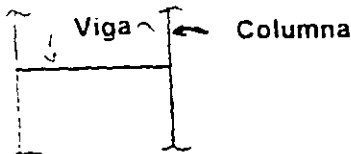
$$= 349 \text{ klb} > 330 \text{ klb} \quad \text{Bien}$$

## CONEXIONES EXTREMAS DE VIGAS.

Conexiones extremas de vigas

- Trabe -columna
- Viga a trabe

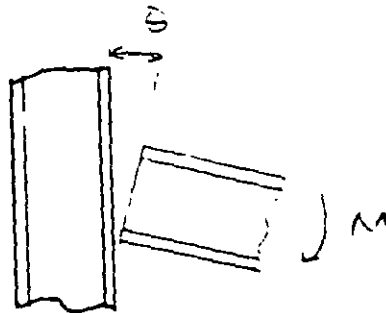
Para propósitos de análisis y diseño, las conexiones extremas de vigas se idealizan típicamente como



**Totalmente rígidas**

Comportamiento real!

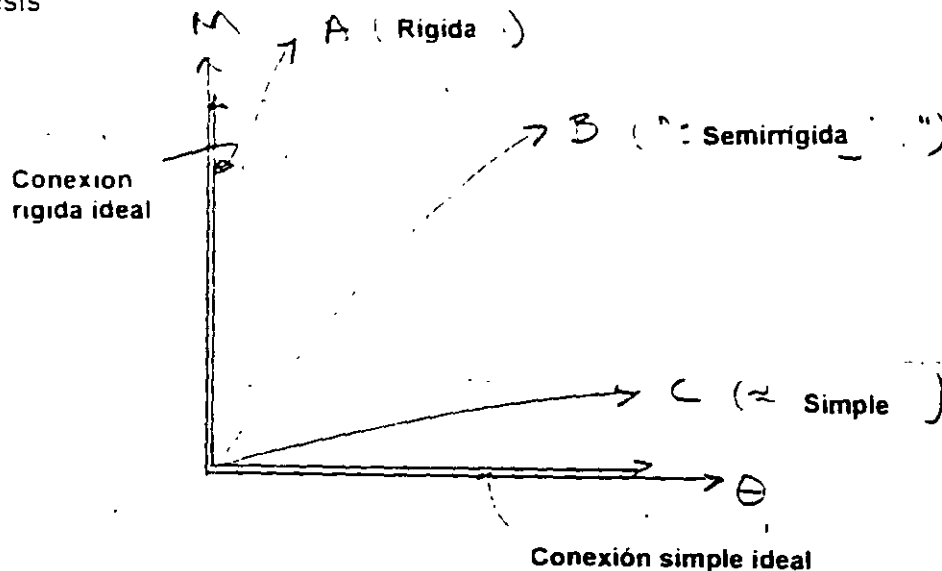
Generalmente entre conexiones totalmente rígidas y completamente articuladas



$M$  = Momento en el extremo de la viga

$\theta$  = Rotación relativa entre la viga y la columna

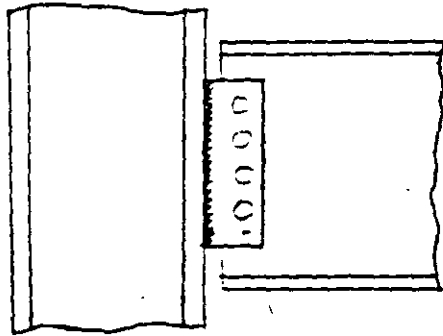
El diseño de una conexión debe procurar ser consistente con las suposiciones de análisis





En algunos casos el ángulo de asiento de la viga está atiesado. Se recomienda emplear un ángulo superior para dar estabilidad a la viga. El ángulo se atornilla o suelda a la columna.

### Conexión viga-columna con placa de cortante simple.



Placa sencilla

Soldada en taller a la columna y atornillada en campo al alma de la viga

La placa de cortante simple ha sustituido rápidamente a los ángulos como el elemento más común de conexiones extremas de vigas simples.

Nota

El M-AISC-LRFD-1993-VII ASD-1989 y LRFD-1993 contiene procedimientos de diseño de los diferentes tipos de conexión que se han presentado

### CONEXIONES A MOMENTO (CONEXIONES RIGIDAS)

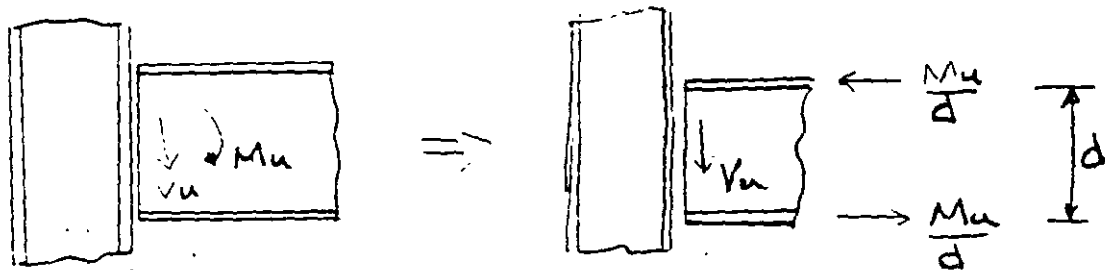
#### Requisitos de comportamiento

- Transmiten momento flexionante y cortante
- Permiten poca o ninguna rotación relativa entre la viga y la columna.

#### Suposiciones usuales de diseño

Los patines de la viga transmiten el momento flexionante

El alma de la trabe transmite el cortante



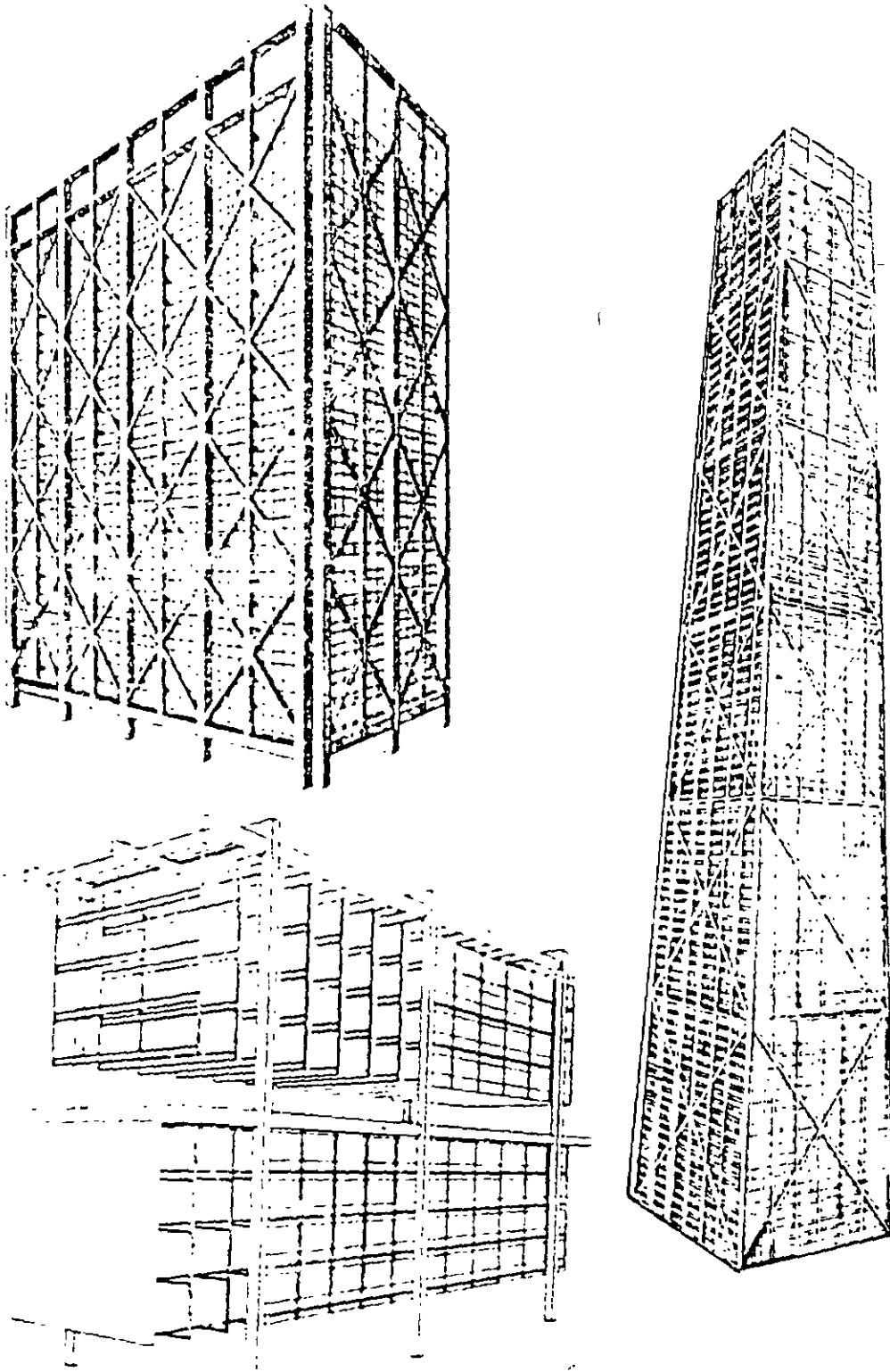
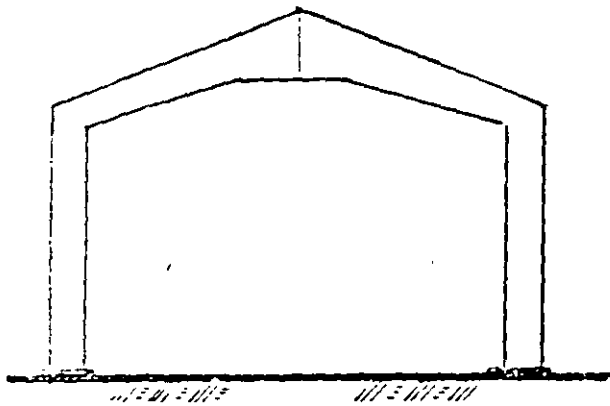
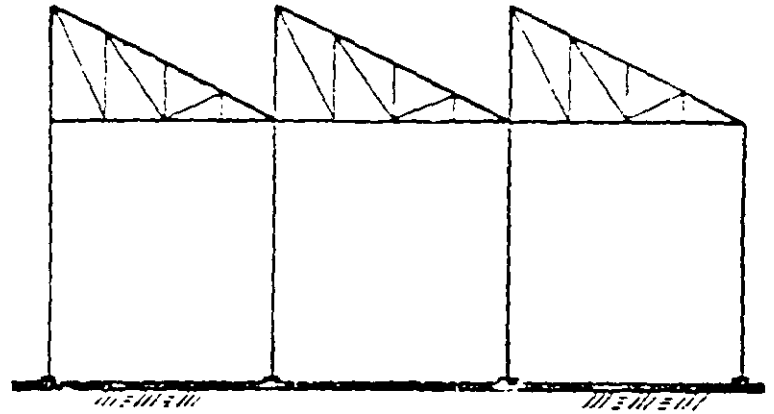


Fig. Campo de aplicación de las NTC-2002  
Estructuras de mediana y gran altura.

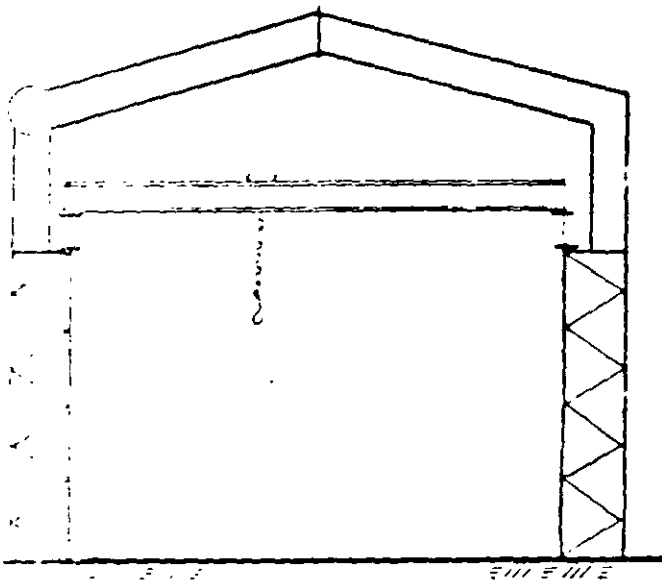
I. NAVES INDUSTRIALES CON Y SIN GRUA



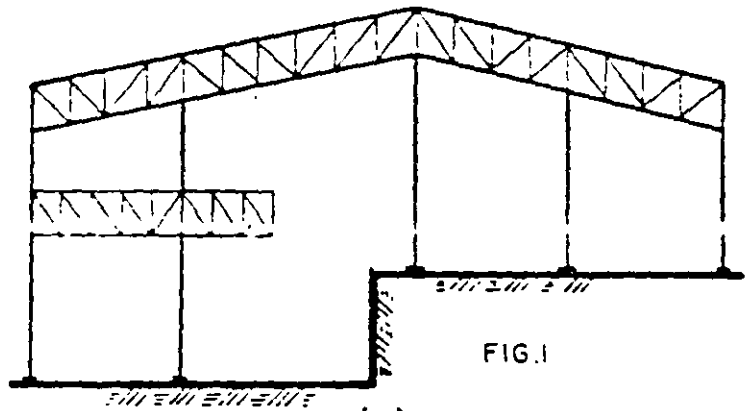
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. I

II. ESTRUCTURAS DE PROCESO

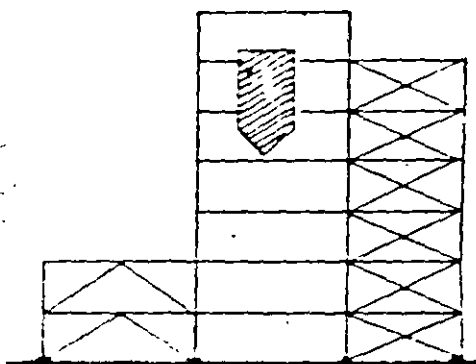
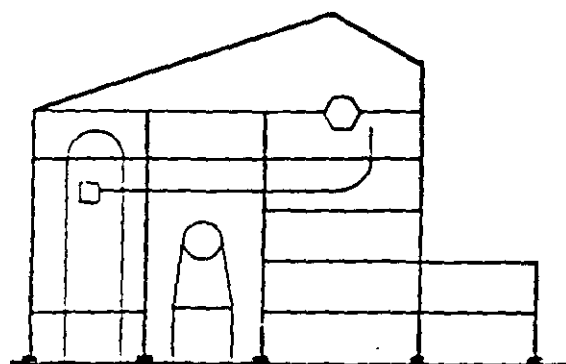
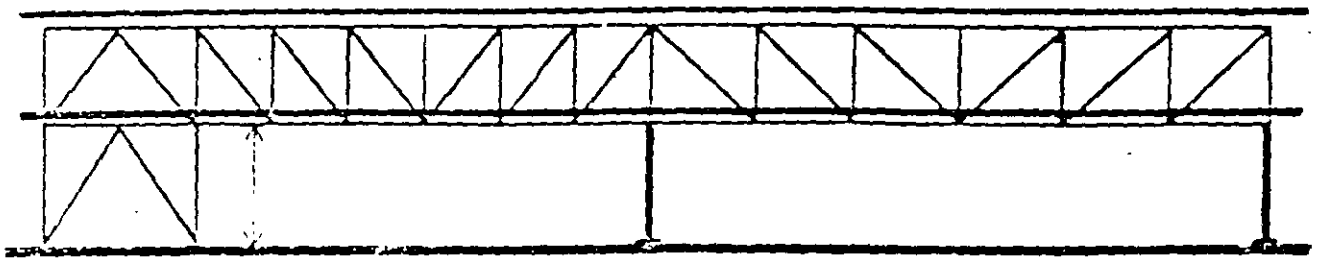


FIG. I

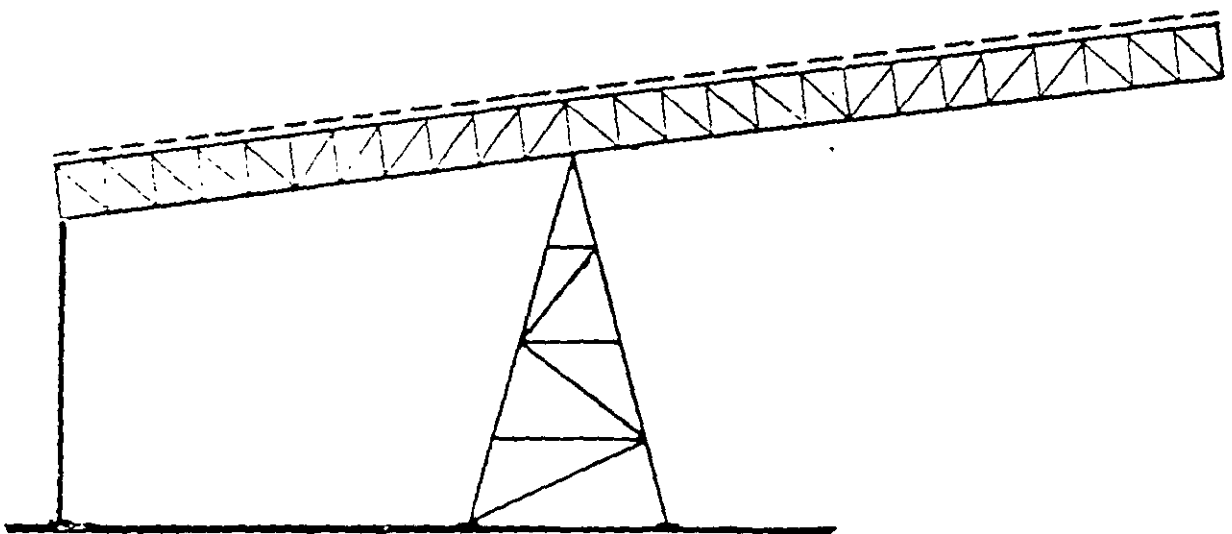


(b)

(17)

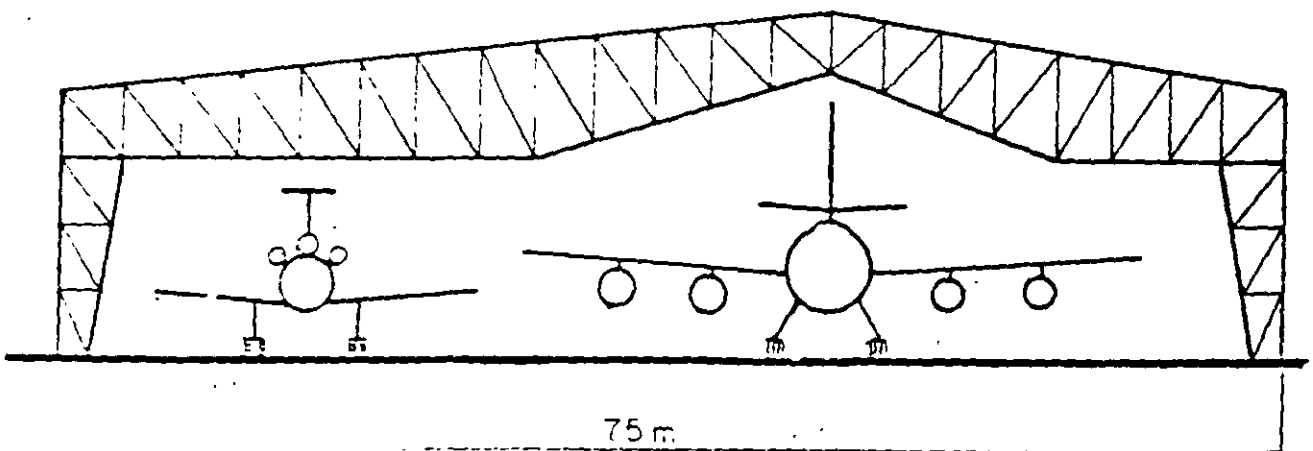


(a)

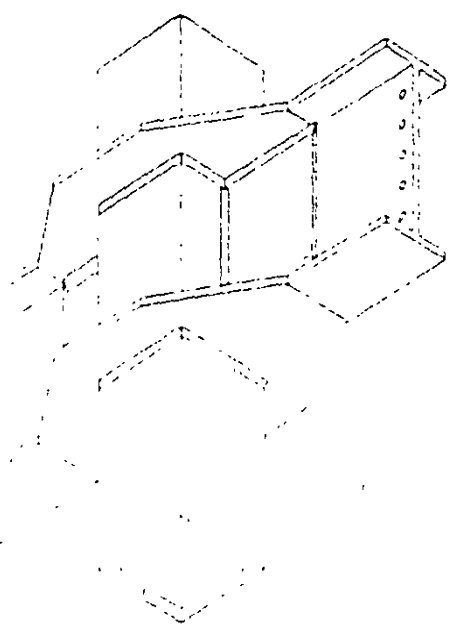


(b)

IV. ESTRUCTURAS DE GRANDES CLAROS



# CONEXIONES CONTINUAS VIGA - COLUMNA

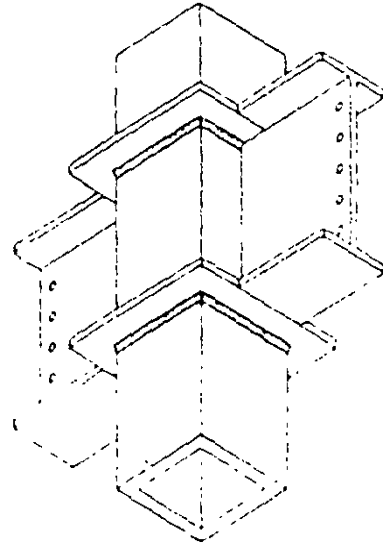


**DETALLE 29**

EN ESTA CONEXION, LAS PLACAS ATRAVIESAN LA COLUMNA PARA UNA CONTINUIDAD TOTAL Y AFIERAN LAS PAREDES DE LA COLUMNA. LOS BORNOS LLEGAN A LAS PLACAS, LOS EN-CLAVES Y LAS MUELLEN ESTAN MONTADAS EN LA CONEXION EN EL ALMA DE LA

**DETALLE 28**

PROPORCIONA UNA MAYOR RIGIDEZ A LA CONEXION CONTINUA DE TRABE A COLUMNA. LOS ATIESADORES SON EXTERNOS AL TUBO.

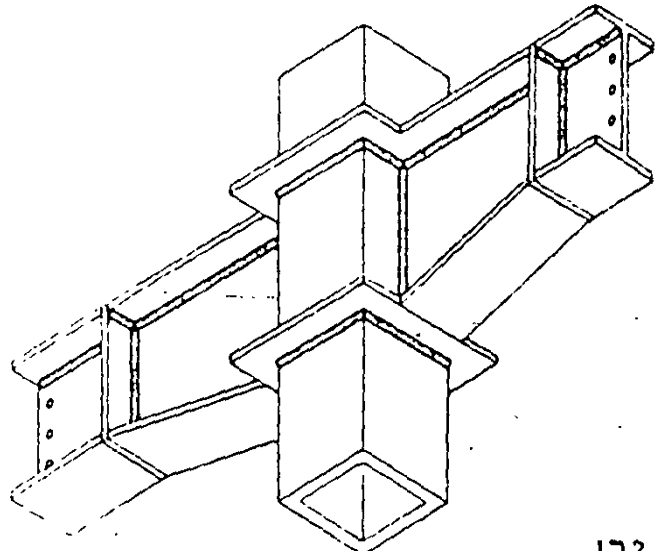


**DETALLE 30**

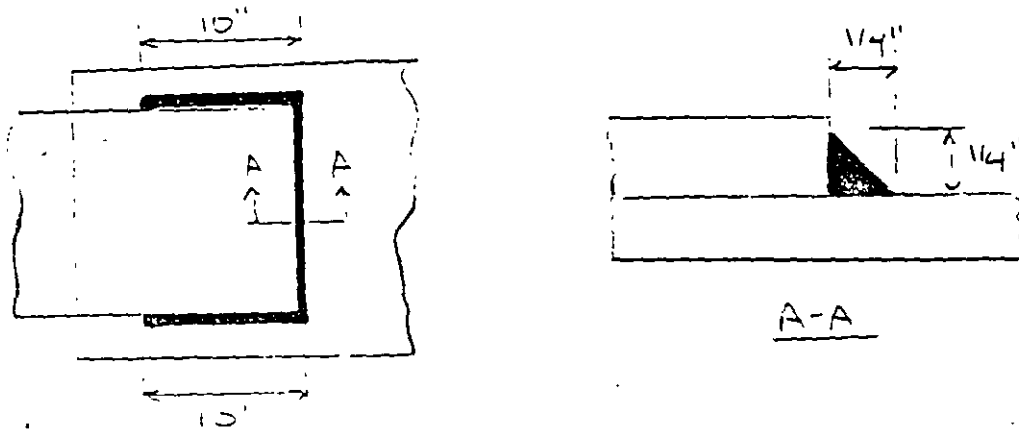
IGUAL AL DETALLE 29 EXCEPTO QUE LA VIGA LLEGA A LA COLUMNA EN EL ALMA, EL PATIN SUPERIOR LLEGA A TOPE CON LA PLACA SUPERIOR, EN TANTO QUE EL PATIN INFERIOR MONTA SOBRE LA PALCA INFERIOR.

**DETALLE 31**

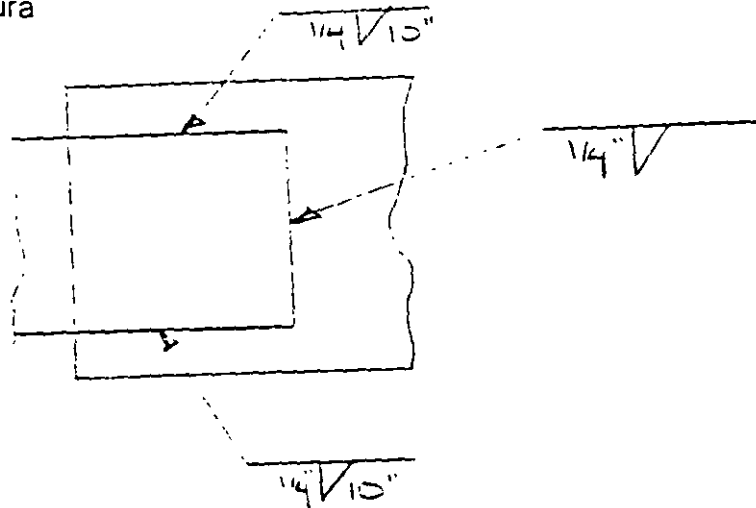
IGUAL AL DETALLE 29, EXCEPTO QUE EL APOYAMIENTO DEL MUNON INCREMENTA LA RIGIDEZ DE LA UNION



**Junta traslapada con soldaduras de filete de 6.4 mm (1/4 in)**

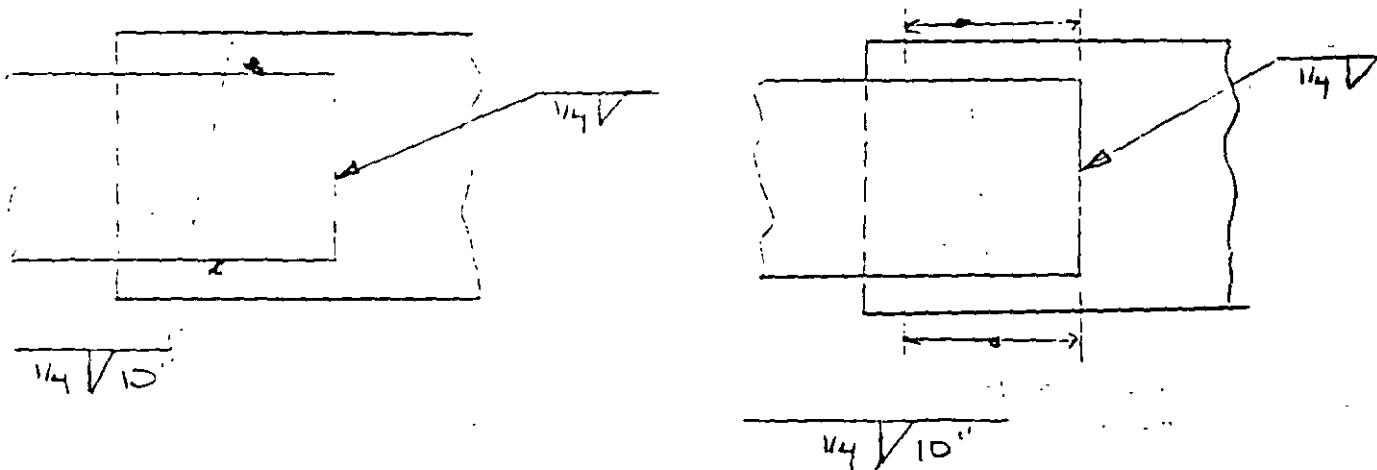


Simbolos de soldadura

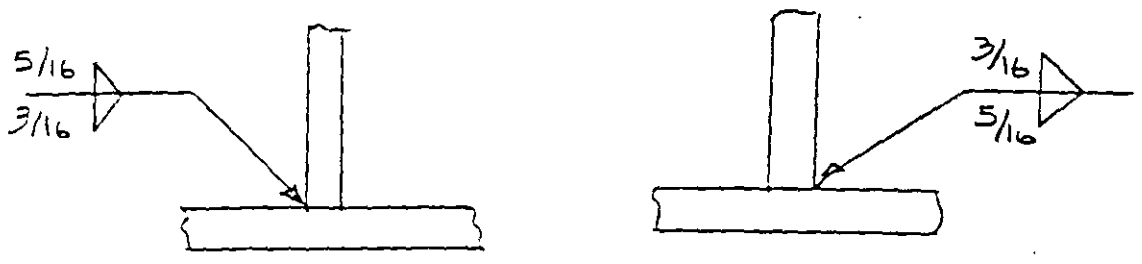


Cuando no se especifica longitud de soldadura, por lo tanto se trata de una soldadura continua en los tres bordes de la placa

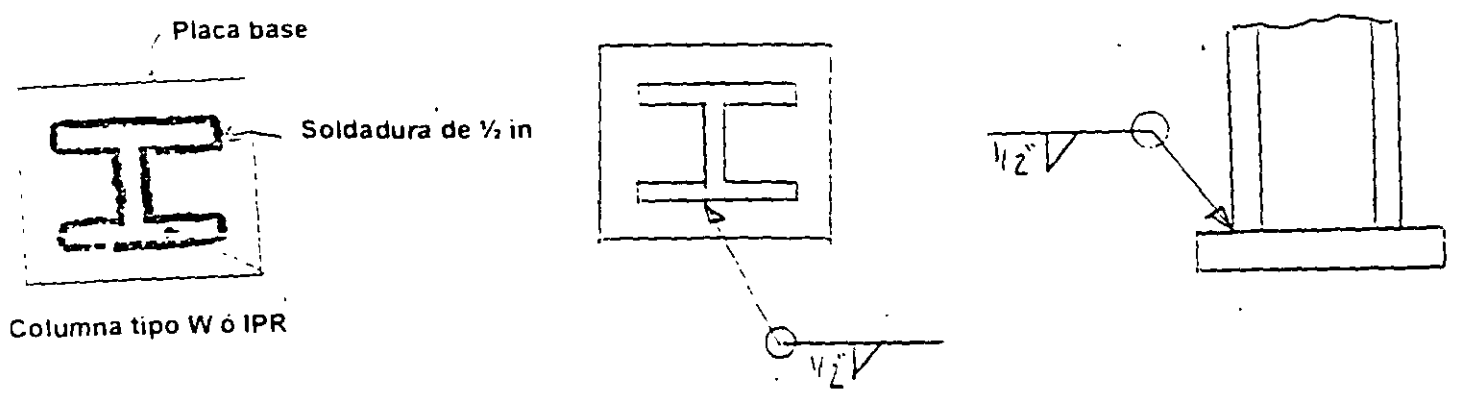
Otras manera de representar la soldadura:




Indica la posición exacta de cordones de soldadura de 25 mm de longitud.

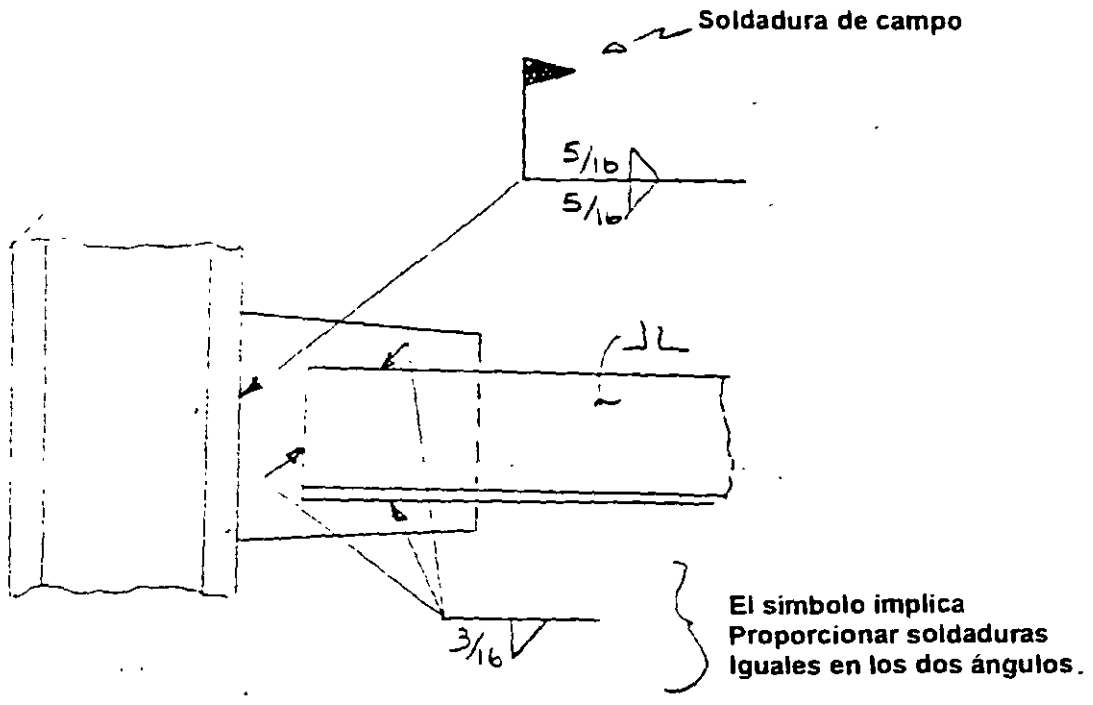


Columna tipo W, IPR ó IR conectada a una placa base mediante soldadura de filete de 13 mm (1/2 in)

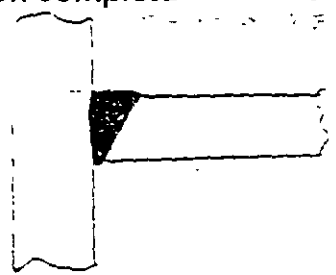


El simbolo  indica SOLDADURA TODO ALREDEDOR.

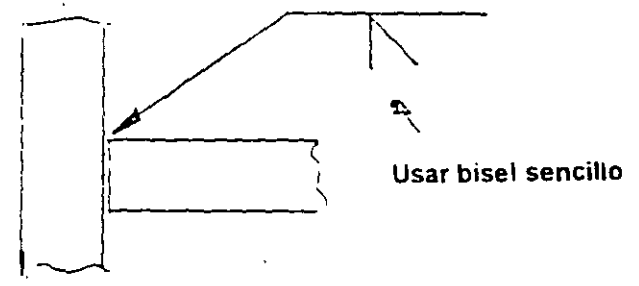
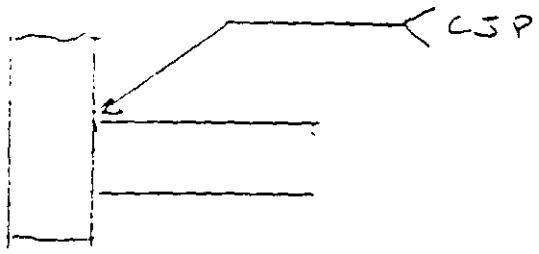
Conexión de un puntal formado por un par de ángulos a una columna, mediante placa de nudo



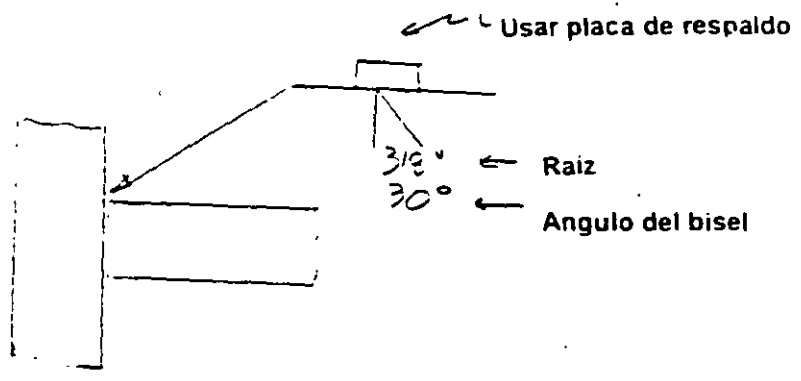
# Soldadura de penetración completa



Se tienen varias alternativas para mostrar esta soldadura



- Usa un bisel sencillo
- Usar placa de respaldo
- Abertura de raíz de 10 mm (3/8 in)
- Angulo de 30° para el bisel



# Soldadura de ranura de penetración parcial



3/8" → → 3/8" • Garganta efectiva de la soldadura



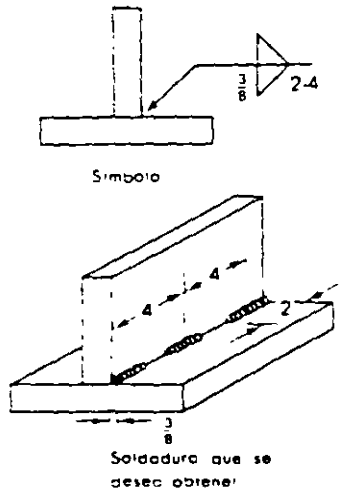
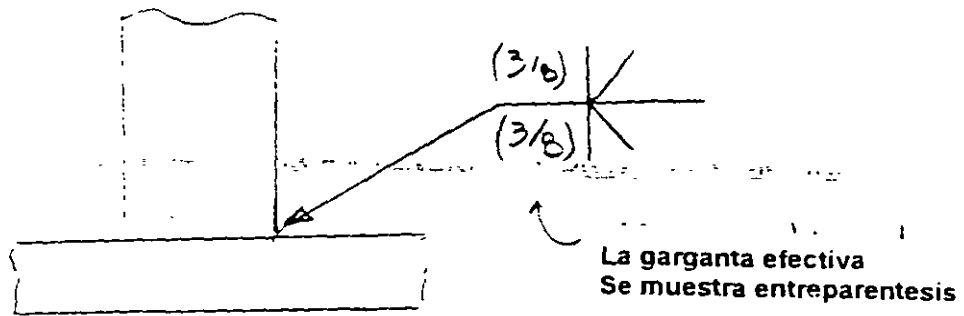


FIGURA 10-6. Las soldaduras están situadas en cada extremo, con el primer número indicando la longitud de la soldadura y el segundo mostrando el espaciado de las soldaduras de un centro a otro. La fracción (3/8) indica el tamaño del costado del filete, expresado en pulgadas.

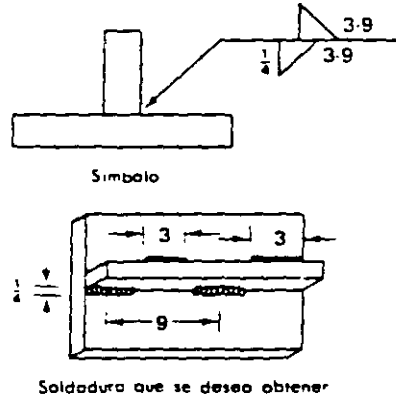
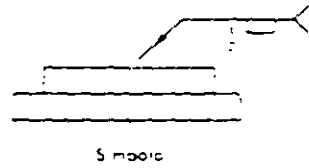
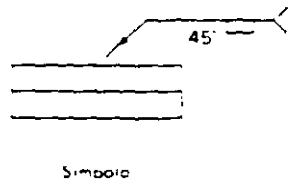


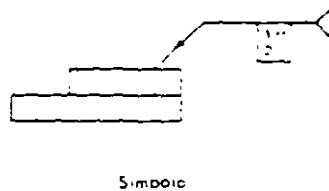
FIGURA 10-7. El "3" indica la longitud de la soldadura y el "9" denota el espaciado de centro a centro, expresado en pulgadas. La fracción (1/4) señala el tamaño del costado de la soldadura.



a. Diámetro de la soldadura de tapón



b. Ángulo de avellanado



c. Profundidad de llenado

FIGURA 10-9. Esquema de símbolos de soldaduras de tapón y de las soldaduras correspondientes que se desea obtener.

**Ejemplo.** Determinar, utilizando las normas AISC-ASD-89 o especificaciones IMCA, la carga de tensión máxima que puede soportar la conexión traslapada atornillada, formada por cuatro placas que se muestra en la figura. Las placas centrales son de 250x10 mm (10x 3/8 in) y la laterales son de 250x8mm (10x5/16 in), ambas de acero NOM-B-254 (ASTM A36,  $F_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2$ , 250 MPa ó 36 ksi). Los remaches son ASTM A501, Grado 2 (remaches de acero al carbón para uso general), de 22.2 mm (7/8 in) de diámetro.

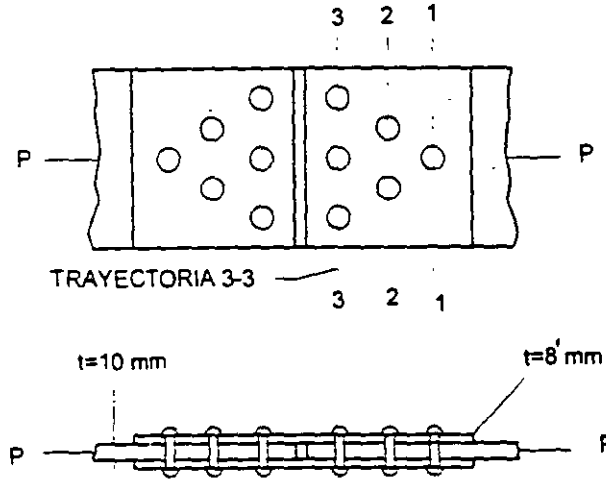
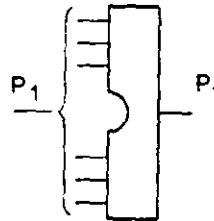


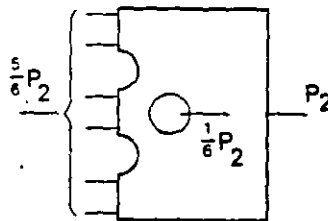
Fig. Junta traslapada atornillada

**SOLUCIÓN:**

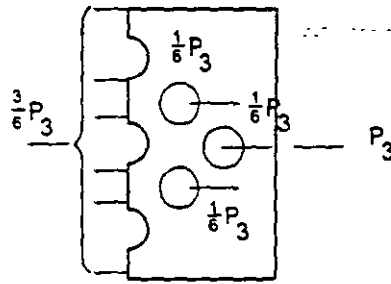
Se supone que cada remache soporta una parte igual de carga. En este caso, cada sujetador soporta  $1/6$  de la carga. La determinación de la carga de tensión permisible requiere el análisis de las trayectorias 1-1, 2-2 y 3-3 que se indican en la siguiente figura, ya que existen tres hileras de remaches.



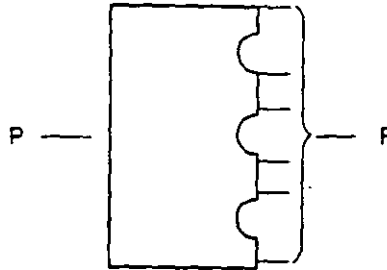
Trayectoria 1-1



Trayectoria 2-2



Trayectoria 3-3



Trayectoria 3-3  
(Placas laterales)

Los esfuerzos permisibles para los tres tipos de falla que pueden ocurrir (tensión, aplastamiento y cortante) en remaches o tornillos, se estipulan en las especificaciones de diseño del AISC-1978 y versiones anteriores; y son los siguientes :

Tipo de falla	Esfuerzo permisible (Kg/cm <sup>2</sup> )
Tensión	$F_t = 1\ 620$
Aplastamiento	$F_b = 1\ 230$ o $1.35 F_y$
Cortante	$\tau = 1\ 055$

**Tensión**

Se analizarán las cuatro trayectorias de falla indicadas anteriormente. La carga de tensión permisible, en Ton es:

$$P = F_t A_n = 0.6 F_y A_n \times 10^3 = 1.52 A_n$$

**1. Placas centrales (t = 0.95 cm)**

Trayectoria 1-1

$$P = 1.52 (25 - 2.54) 0.95 = 32.4 \text{ Ton}$$

**P = 32.4 Ton                      Rige**

Trayectoria 2-2

$$P = 1.52 (25 - 2 \times 2.54) 0.95 = 28.8 \text{ Ton}$$

## COMPORTAMIENTO DE JUNTAS HECHAS CON TORNILLOS DE ALTA RESISTENCIA

El comportamiento de una junta con tornillos de alta resistencia se puede visualizar mediante la observación de los resultados de una prueba carga-deformación en un espécimen típico.

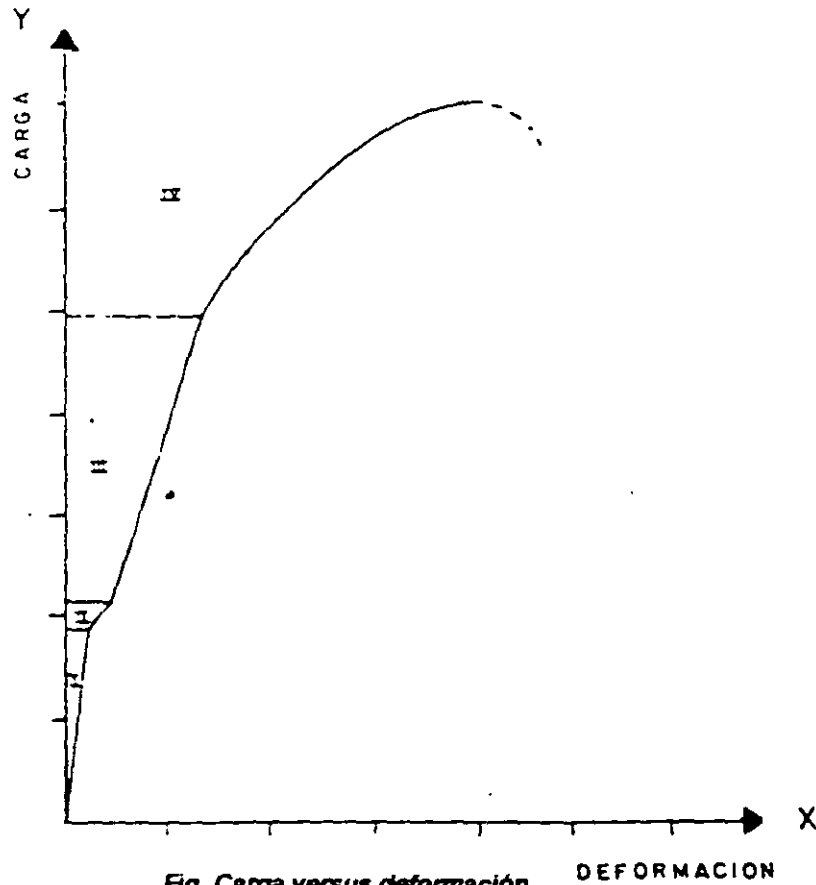


Fig. Carga versus deformación

**Zona I. Comportamiento lineal.** El tornillo soporta carga y se deforma, exhibiendo un comportamiento lineal.

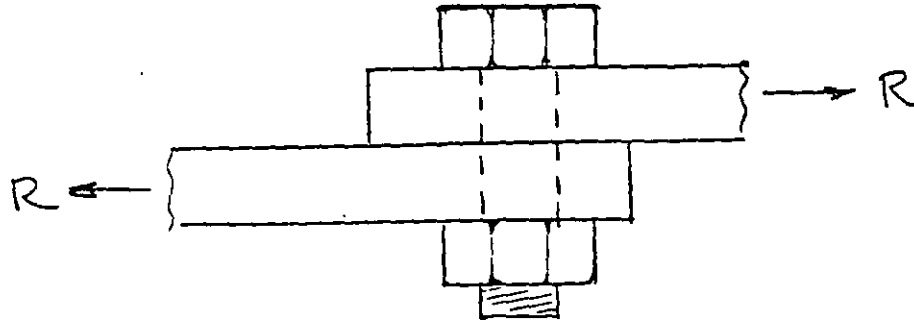
**Zona II. Fin del comportamiento elástico lineal!** Inicia en el instante en que se produce un deslizamiento de los tornillos con carga prácticamente constante y que está controlado por el diámetro del agujero, al hacer contacto con los bordes.

**Zona III Comportamiento lineal.** El tornillo soporta nuevamente carga y se reinicia el comportamiento elástico lineal..

**Zona IV. Comportamiento inelástico.** El tornillo soporta carga exhibiendo un comportamiento inelástico, que termina con la falla de la junta.

De acuerdo con el comportamiento descrito en la gráfica anterior, se tienen dos tipos de juntas: **Juntas por fricción y por aplastamiento.**

**Ejemplo.** Calcular, con las normas *AISC-ASD-1989*, *AISC-LRFD-1999* y *NTC-RDF-2003*, la resistencia de diseño en cortante de un tornillo ASTM A325 (*NOM-H-124*) de 22.2 mm (7/8 in) de diámetro, con las roscas incluidas en los planos de corte y que trabaja en cortante doble.



*Tornillo en cortante doble simple*

**SOLUCIÓN:**

**1. Especificaciones AISC-ASD-1989 o IMCA**

Véase Tabla 1.5.2.1 Esfuerzos permisibles en sujetadores

Para tornillos A325 cuando las roscas están dentro de los planos de corte, en la Tabla 1.5.2.1 se indica el cortante permisible en conexiones por aplastamiento.

$$F_v = 1\,480 \text{ Kg/cm}^2$$

$$R = F_v A_b = 1\,480 \times 3.87 = 5\,728 \text{ Kg} = 5.73 \text{ Ton}$$

En la Tabla N<sup>o</sup>2 A Esfuerzos permisibles en tornillos AR, Método DEP A325 para un tornillo A325 se indica  $R = 5\,720 \text{ Kg}$  (12.6 kips).

**2. Especificaciones AISC-LRFD-1999**

$$\phi R_n = \phi m A_b F_v$$

$$A_b = \pi/4 d^2 = 0.785 \times 2.22^2 = 3.87 \text{ cm}^2$$

$$m = 2 \text{ ( dos planos de corte)}$$

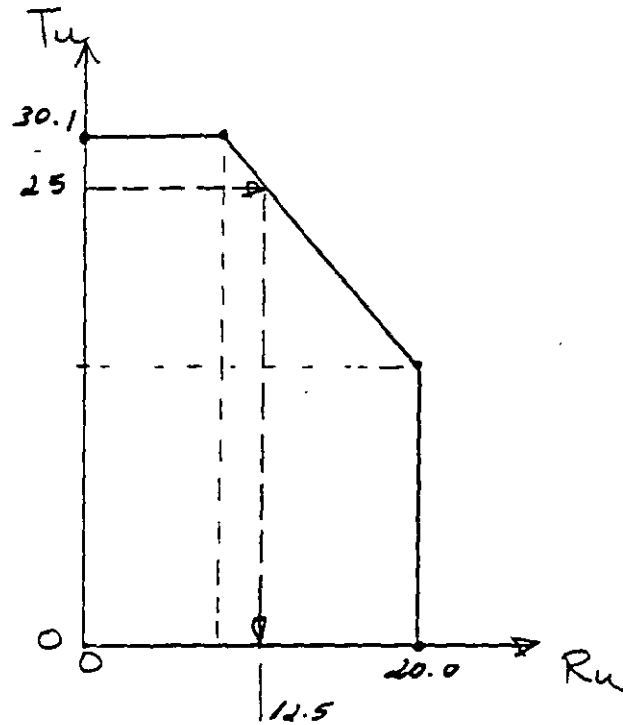
$$F_v = 0.40 F_u = 0.40 \times 8\,435 = 3\,374 \text{ Kg/cm}^2$$

Luego:

$$\phi R_n = \phi m A_b F_v = 0.75 \times 2 \times 3.87 \times 3\,374 \times 10^3 = 19.6 \text{ Ton (dos planos de corte)}$$

$$\phi R_n = 9.8 \text{ Ton (un plano de corte)}$$

En la figura siguiente se muestran los resultados obtenidos.



**ECUACIÓN ALTERNA PARA DETERMINAR LA RESISTENCIA  $R_u$  DE TORNILLOS SOMETIDOS A TENSIÓN Y CORTANTE COMBINADOS**

$$\left(\frac{T_u}{\phi T_n}\right)^2 + \left(\frac{R_u}{\phi R_n}\right)^2 \leq 1$$

donde:

$T_u$  = fuerza de tensión factorizada en el tornillo

$R_u$  = fuerza cortante de diseño en el tornillo

$\phi T_n$  = resistencia de diseño en tensión =  $\phi A_b F_t$

$\phi R_n$  = resistencia de diseño en cortante =  $\phi m A_b F_v$

**Ejemplo.** Un tornillo ASTM A490 (NOM-H-123) de 25.4 mm (1") de diámetro en cortante simple, con las roscas excluidas de los planos de corte, soporta una carga de tensión factorizada de 25 Ton. Cual es la fuerza cortante máxima de diseño,  $R_u$ , permitida en el tornillo?. La designación es:

**A490-X en cortante simple  
NOM-H-123-X en cortante simple**

**SOLUCIÓN:**

$T_u = 25$  Ton

$$\phi T_n = \phi A_b F_t = 0.75 \times 0.785 \times 2.54^2 \times 0.75 \times 10\,550 = 30\,055 \text{ Kg} = 30.1 \text{ Ton}$$

$$\phi R_n = \phi m A_b F_v = 0.75 \times 1.0 \times 5.06 \times 0.50 \times 10\,550 = 20\,018 \text{ Kg} = 20.1 \text{ Ton}$$

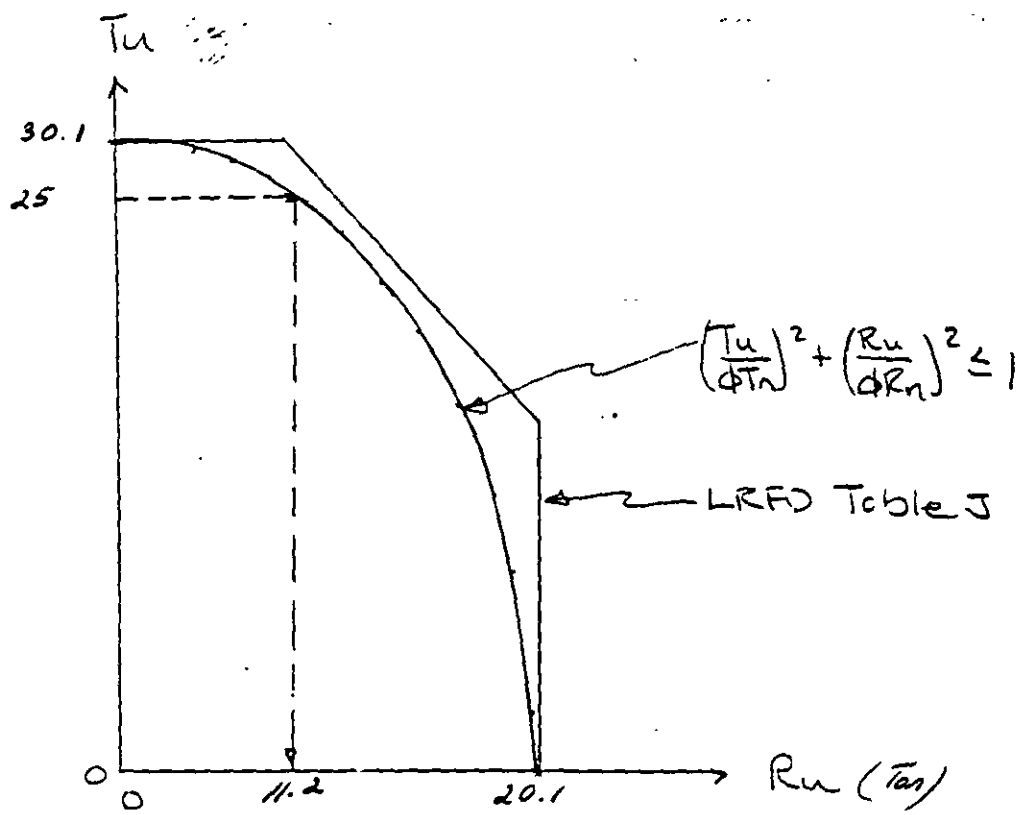
Se aplica la ecuación anterior.

$$\left(\frac{T_u}{\phi T_n}\right)^2 + \left(\frac{R_u}{\phi R_n}\right)^2 \leq 1.0$$

$$\left(\frac{25}{30.1}\right)^2 + \left(\frac{R_u}{20.1}\right)^2 \leq 1.0$$

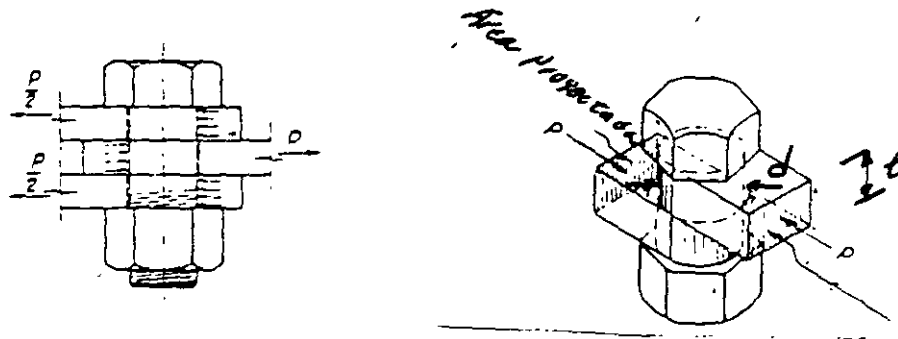
$$0.69 + \frac{R_u^2}{404} \leq 1.0$$

$$R_u = \sqrt{(1 - 0.69)404} = 11.2 \text{ Ton}$$





**APLASTAMIENTO PERMISIBLE EN AGUJEROS PARA TORNILLOS.  
ESPECIFICACIONES AISC-ASD-1989 O ESPECIFICACIONES IMCA.**



**Fig. Aplastamiento en tornillos**

Si la deformación alrededor de los agujeros, no es una consideración de diseño y la separación y la distancia al borde son adecuados, puede usarse la ecuación siguiente:

$$f_p = \frac{P}{A_b} = \frac{P}{\sum dt} \leq F_p = 1.5F_u$$

donde:

$F_p$  = Esfuerzo de aplastamiento permisible, Kg/cm<sup>2</sup>

$F_u$  = Esfuerzo mínimo especificado de ruptura en tensión de la parte conectada crítica, Kg/cm<sup>2</sup>

Esfuerzo actuante

$$f_p = P/A_b < P/\sum dt$$

donde

P = carga transmitida por el tornillo

$A_b = \sum dt$  = área total proyectada de aplastamiento entre las placas y los tornillos que resisten la carga P

d = diámetro del tornillo

t = grueso de la placa

Por lo tanto:

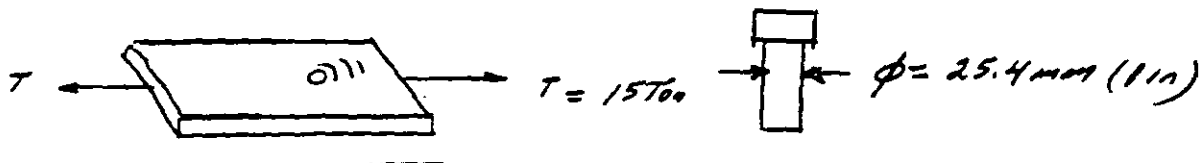
$$r = F_p \times \text{Área proyectada de aplastamiento del sujetador}$$

$$r = F_p \times \text{Diámetro del sujetador} \times \text{Grueso de la placa}$$

$$r = F_p dt = 1.5F_u dt$$

**Ejemplo:**

Placa de acero NOM-B-254 (ASTM A36), de 12.7 mm de grueso (1/2 in),  $F_u = 4080$  Kg/cm<sup>2</sup> (58 ksi ó 410 MPa), conectada con un tornillo ASTM A307 (NOM-H-118), de 25.4 mm (1 in) de diámetro.



$$f_p = \frac{T}{dt} = \frac{15 \times 10^3}{2.54 \times 1.27} = 4\,650 \text{ kg/cm}^2 < F_p = 6\,120 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_p = 15 \times 10^3 / 2.54 \times 1.27 = 4\,650 \text{ Kg/cm}^2 < F_p = 1.5 \times 4\,080 = 6\,120 \text{ Kg/cm}^2$$

$$r = 1.5 \times 4\,080 \times 2.54 \times 1.27 \times 10^{-3} = 19.7 \text{ Ton}$$

TENSIÓN PERMISIBLE EN TORNILLOS. TABLA J3.2. ,ESPECIFICACIONES ASD-1989 o TABLA 1.5.2.1, ESPECIFICACIONES IMCA.

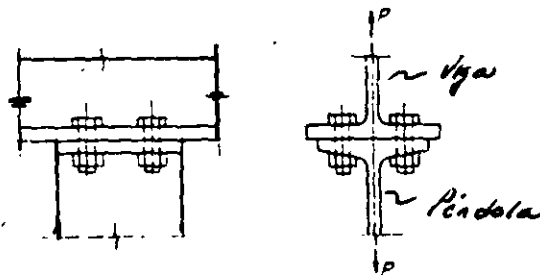


Fig. Tornillos en tensión

Para tornillos A307 (NOM-H-118)

$$F_t = 1\,410 \text{ Kg/cm}^2$$

$$r_t = F_t \times A_b$$

$F_t$  = Esfuerzo de tensión permisible,  $\text{Kg/cm}^2$

$A_b$  = Área de la sección transversal del vástago del tornillo,  $\text{cm}^2$

**Ejemplo.**

Suponiendo que en la conexión de la figura hay cuatro tornillos ASTM A307 (NOM-H-118) de 22.2 (7/8 in) de diámetro, determinar la carga permisible que soportan los tornillos.

DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO, SEGÚN NORMAS USUALES EN MÉXICO

□ Héctor Soto Rodríguez, FIC-UMSNH

$$A_b = 0.785 \times 2.22^2 = 3.87 \text{ cm}^2$$

El esfuerzo permisible de cada tornillo es:

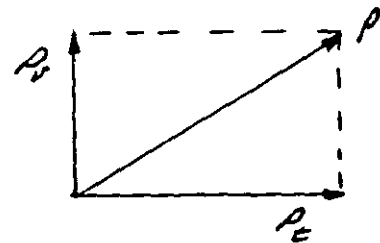
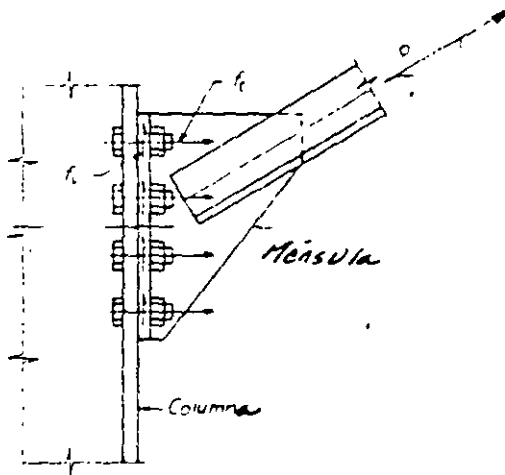
$$r_t = 1410 \times 3.87 \times 10^{-3} = 5.5 \text{ Ton}$$

Carga total permisible  $P_a$ .

La carga total permisible es la de los cuatro sujetadores de la junta.

$$P_a = 4r_t = 4 \times 5.5 = 22 \text{ Ton}$$

**TENSIÓN Y CORTANTE COMBINADOS EN CONEXIONES POR FRICCIÓN. ESPECIFICACIONES ASD-1989.**



Componentes de la fuerza P

Esfuerzos actuantes:

$$f_v = \frac{P_v}{\Sigma A_b}$$

$$f_t = \frac{P_t}{\Sigma A_b}$$

**Fig. Tornillos sometidos a tensión y cortante combinados**

**Ejemplo.**

La diagonal está sujeta a una carga de 40 Ton, los tornillos son ASTM A325 (NOM-H-124) de 22.2 mm (7/8 in) de diámetro y los agujeros son estándar. Calcular los esfuerzos actuantes de cortante y tensión en los sujetadores y

**Tabla. Factor de reducción de resistencia  $F_R$  para conexiones de deslizamiento crítico, diseñadas bajo cargas de diseño. NTC-RDF-2003, Inciso 5.3.11 a.**

Tipo de agujero	$F_R$ (Adimensional)
Estándar	1.0
Sobredimensionados y alargados cortos	0.85
Alargados largos transversales a la dirección de la carga	0.70
Alargados largos paralelos a la dirección de la carga	0.60

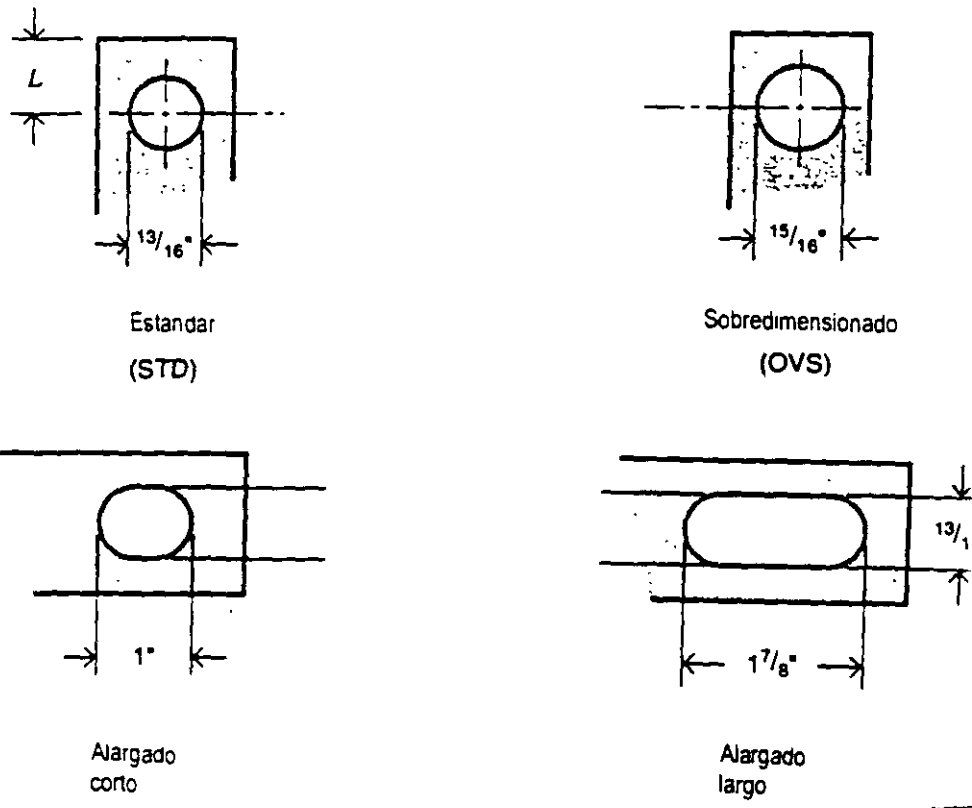


Fig. Diversos tipos de agujeros para tornillos de alta resistencia.

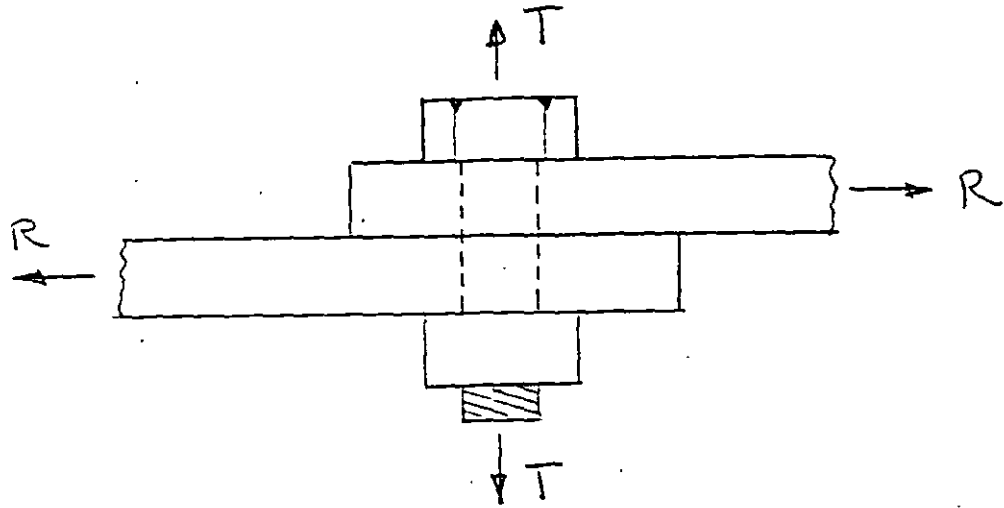
En la figura se muestran varios tipos de agujeros para un tornillo de alta resistencia de 19 mm (3/4 Pulg.). Las NTC reconocen los siguientes tipos de agujeros:

- Estándar
- Sobredimensionado
- Alargado corto
- Alargado largo

En la Tabla 5.3.3 de las NTC-2002 se indican los tamaños máximos de los agujeros que pueden usarse en juntas remachadas o atomilladas.

**Fig. Agujeros usuales en conexiones atomilladas o remachadas**  
5.3.4 Tamaño de los agujeros

**RESISTENCIA DE TORNILLOS EN TENSION Y CORTANTE COMBINADOS**



**TABLE J3.5**  
**Tension Stress Limit ( $F_t$ ), ksi**  
**Fasteners in Bearing-type Connections**

Description of Fasteners	Threads Included in the Shear Plane	Threads Excluded from the Shear Plane
A307 bolts	$59 - 1.9f_u \leq 45$	
A325 bolts	$117 - 1.9f_u \leq 90$	$117 - 1.5f_u \leq 90$
A490 bolts	$147 - 1.9f_u \leq 113$	$147 - 1.5f_u \leq 113$
Threaded parts A449 bolts over 1½ diameter	$0.98F_u - 1.9f_u \leq 0.75F_u$	$0.98F_u - 1.5f_u \leq 0.75F_u$
A502 Gr.1 nvets	$59 - 1.8f_u \leq 45$	
A502 Gr.2 nvets	$78 - 1.8f_u \leq 60$	

**Tabla. Coeficiente de deslizamiento medio,  $\mu$   
NTC-2003, Inciso 5.3.11a.**

<b>Clase</b>	<b>Superficie</b>	<b><math>\mu</math></b>
<b>A</b>	Superficie de acero sin pintar, libres de escama de laminado, o superficies con recubrimientos de clase A sobre acero limpiado con chorro de arena.	<b>0.33</b>
<b>B</b>	Superficies de acero sin pintar, limpiadas con chorro de arena, o superficies con recubrimientos de clase B sobre acero limpiado con chorro de arena.	<b>0.50</b>
<b>C</b>	Galvanizadas con superficie rugosa.	<b>0.35</b>

## 1.15 EJEMPLOS

### EJEMPLO 1.15.1

Determine la resistencia de diseño  $P_u$  de la conexión tipo aplastamiento mostrada en la figura 1.5. Considérese acero A36, tornillos A325 de 7/8 pulg., agujeros de tamaño estándar, cuerdas excluidas del plano de corte, distancias al borde  $> 1 \frac{1}{2} d$  distancias centro a centro de agujeros  $> 3d$ .

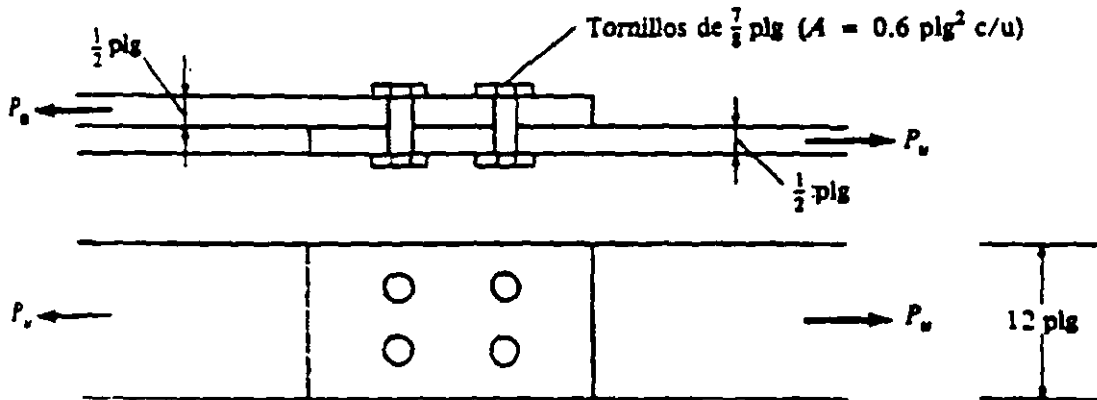


Figura 1.5

$$A_g = \left(\frac{1}{2}\right)(12) = 6.0 \text{ pulg}^2$$

$$A_n = 6.00 - (2)(1.0) \left(\frac{1}{2}\right) = 5.0 \text{ pulg}^2 = A_e$$

$$P_u = \phi_t F_y A_g = (0.9)(36)(6.0) = 194.4 \text{ klb}$$

$$P_u = \phi_t F_u A_e = (0.75)(58)(5.0) = 217.5 \text{ klb}$$

Resistencia de diseño de tornillos en cortante simple y aplastamiento sobre  $\frac{1}{2}$  pulg.

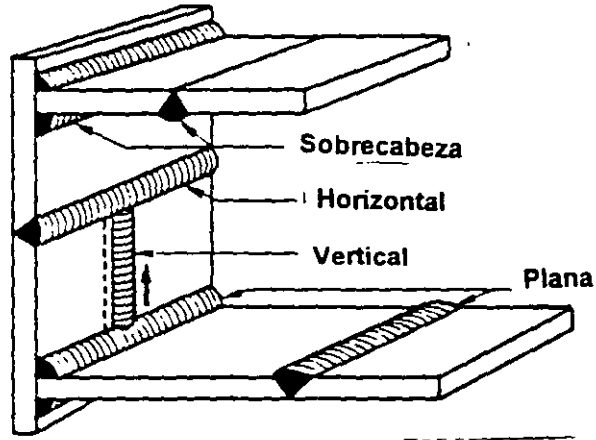
$$P_u = \phi (0.6)(72)(4) = (0.65)(0.6)(72)(4) = 112.3 \text{ klb} \leftarrow$$

$$P_u = \phi 2.4 d t F_u = (0.75)(2.4) \left(\frac{7}{8}\right) \left(\frac{1}{2}\right) (58)(4) = 182.7 \text{ klb}$$

$$P_u \text{ de diseño} = 112.3 \text{ klb}$$

## POSICIONES DE LA SOLDADURA

Desde el punto de vista que ocupa el soldador respecto a la junta, durante la colocación de las soldaduras, la soldadura puede ser:



**Plana.** El metal de aportación se deposita desde el lado superior de la junta, y la cara visible de la soldadura es aproximadamente horizontal.

**Horizontal** El metal de aportación se coloca sobre una superficie horizontal y contra otra vertical. En una soldadura de filete de lados iguales la inclinación de la cara exterior es de  $45^\circ$  y en una soldadura de penetración, su eje es una recta horizontal, y la cara exterior ocupa un plano vertical.

**Vertical** El eje de la soldadura es una recta vertical

**Sobrecabeza** El metal de aportación se coloca desde la parte inferior de la junta

La importancia de la posición en que se efectúa la soldadura estriba en su grado de dificultad.

### Recomendación:

La mayor parte de las soldaduras, tanto de taller y de campo, deben efectuarse en posición plana y se reduzcan a un mínimo o aún se eliminen las soldaduras sobrecabeza

### Rendimientos de soldaduras de acuerdo con su posición



## DESIGNACIÓN DE ELECTRODOS

Los electrodos para soldadura se identifican mediante las normas de la *American Welding Society, AWS* (Sociedad Americana de Soldadura).

Para fines de diseño, la propiedad del material más importante es la resistencia última a la tensión del metal de soldadura  $F_{EXX}$ . En las Normas AISC-ASD-1989, AISC-LRFD-1993 y NTC-RCDF-2001, se establece:

$$F_{EXX} = 4\ 220\ \text{kg/cm}^2\ (60\ \text{ksi})$$
$$4\ 920\ \text{kg-cm}^2\ (70\ \text{ksi})$$
$$5\ 600\ \text{kg-cm}^2\ (80\ \text{ksi})$$

$F_{EXX}$  = esfuerzo mínimo de ruptura en tensión del metal depositado,  $\text{Kg/cm}^2$ .  
La designación del electrodo depende del proceso de soldadura empleado:

SMAW (Shielded Metal Arc Welding)  
FCAW (Flux Cored Arc Welding)  
SAW (Submerged Arc Welding)  
GMAW (Gas Metal Arc Welding)

Significado de la designación de electrodos de acuerdo con el proceso SMAW:

EXXX

XX Resistencia última a la tensión del metal de soldadura, en ksi

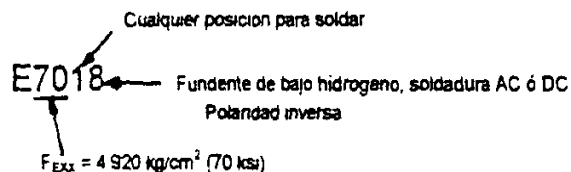
X Código de posición

1 = cualquier posición: plana, horizontal, vertical y sobrecabeza

2 = únicamente posición plana y horizontal

X Características del fundente: corriente alterna, corriente directa e información adicional.

Ejemplo:



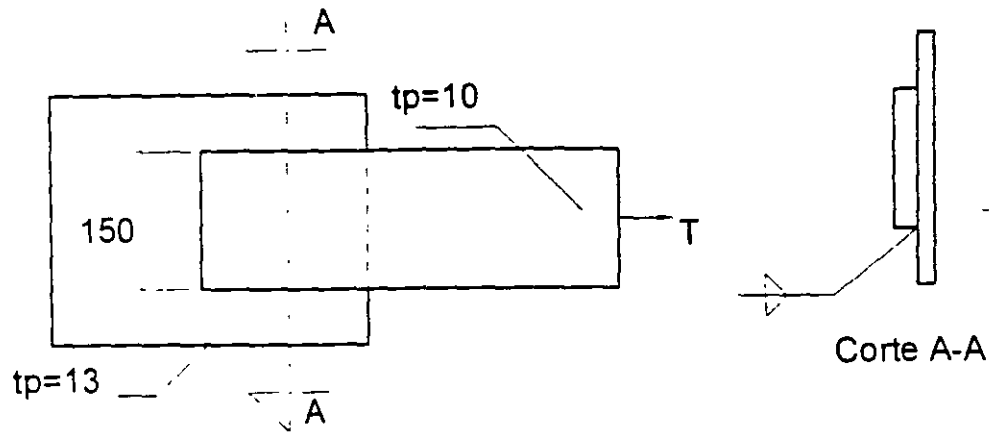
### Otros procesos (FCAW, SAW, etc.)

- Difiere la designación de los electrodos  
Véase Código de Soldadura Estructural, AWS

Para fines de diseño, el proceso de soldadura que se usará, en general no se conoce.

## Diseño de sujetadores según ASD-1989

**Ejemplo.** Diseñar la soldadura de filete de la junta traslapada que se muestra en la figura, para que resista una carga de tensión correspondiente a su capacidad permisible. Utilizar electrodos de la serie E 70XX (4 920 Kg/cm<sup>2</sup>, 483 MPa ó 70 ksi) y acero NOM-B-254 (ASTM A36,  $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ ).



**Fig. Junta traslapada del ejemplo**  
**Acotaciones en mm**

### SOLUCIÓN:

#### Capacidad permisible de la placa en tensión

Como no hay agujeros en la placa de 150x10 mm (6x3/8 in), la capacidad permisible se determina como sigue:

$$T = A F_t = bt (0.6F_y) = 15 \times 0.95 \times 0.6 \times 2.53 = 22 \text{ Ton}$$

#### Tamaño de la soldadura

$$t_{\max} = t_{\text{placa}} - 1.6 \text{ mm} = 10 - 1.6 = 8.4 \text{ mm} \left( \frac{5}{16} \text{ in} \right)$$
$$t_{\min} = 5 \text{ mm} \left( \frac{3}{16} \text{ in} \right)$$

Véase tabla 1.17.2a, Tamaño mínimo de soldaduras de filete e inciso 1.17.4 Tamaño máximo de soldaduras de filete, especificaciones IMCA o AISC-ASD-1989. Se propone soldadura de 6.4 mm (1/4 in)

#### Longitud de la soldadura

$$f_v = \frac{T}{0.707 a L}$$

Se despeja la longitud L de la expresión anterior

$$L = \frac{T}{0.707 a F_v}$$

donde:

T = fuerza de tensión, Kg

$F_v$  = esfuerzo cortante permisible =  $0.3F_{EXX} = 0.3 \times 4\,920 \text{ Kg/cm}^2 = 1\,475 \text{ Kg/cm}^2$

a = Tamaño de la soldadura = 6.4 mm (1/4 in)

$$L = \frac{22 \times 10^3}{0.707 \times 0.64 \times 1475} = 33 \text{ cm}$$

**Detallado de la junta**

Véase la Sección 1.17.7 Remates en extremos de soldadura de filete. Se usarán remates de soldadura de filete de longitud:

$$L = 2 \text{ tamaño nominal de la soldadura}$$

$$L = 2 \times 6.4 \text{ mm} = 13 \text{ mm}$$

La distancia perpendicular entre soldaduras de filete no será mayor que 200 mm. En este caso, la distancia es 150 mm

**Longitud de las soldaduras de filete**

Véase la Sección 1.17.4 Longitud de soldaduras de filete. Se depositarán dos soldaduras de filete longitudinales de 17 cm cada uno, incluyendo los remates:

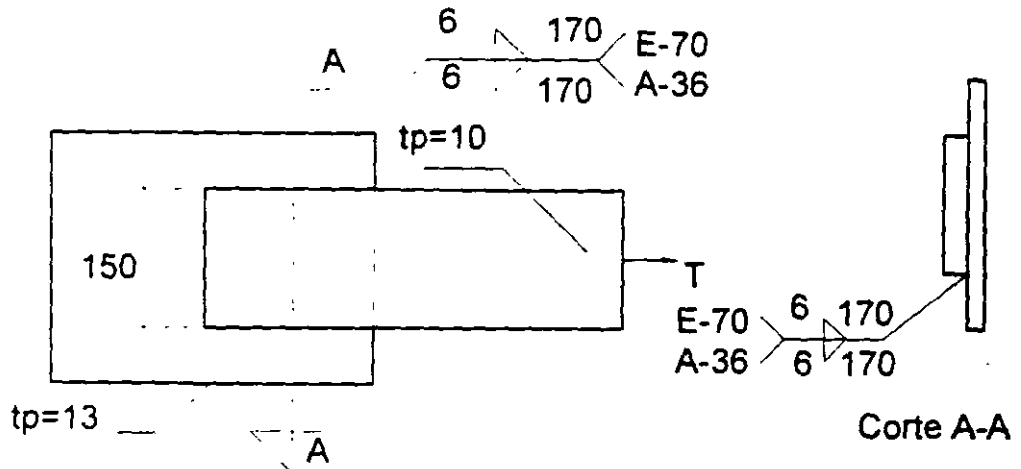
$$L = \frac{33}{2} = 16.5 \text{ cm} \quad \text{Usar } 17 \text{ cm}$$

La longitud de la soldadura de filete debe ser mayor que la distancia entre ellas, es decir:

$$L = 17 \text{ cm} > 15 \text{ cm} \quad \text{Correcto}$$

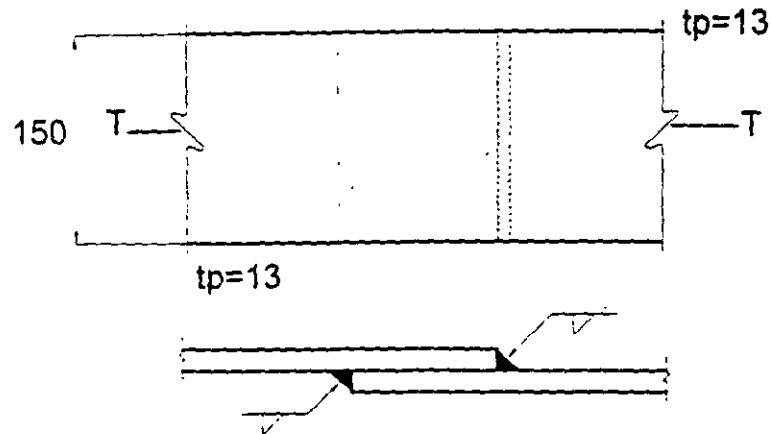
**Detallado de la junta**

En la siguiente figura se muestran los resultados de diseño de la junta traslapada del ejemplo.



**Fig. Detallado de la junta**  
Acotaciones en mm

**Ejemplo 2.** Diseñar la soldadura de filete necesaria para la junta traslapada que se muestra en la figura. La junta debe desarrollar la capacidad total de las placas, los electrodos son de la serie E 7018 (4 920 Kg/cm<sup>2</sup>, 483 MPa ó 70 ksi) y el acero NOM-254 (ASTM A36, F<sub>y</sub> = 2 530 Kg/cm<sup>2</sup>).



**Fig. Junta traslapada del ejemplo**  
**Acotaciones en mm**

**SOLUCIÓN:**

**Capacidad permisible de la placa en tensión**

La capacidad permisible en tensión se determina con la fluencia en el área total

$$T = A_t F_t = bt(0.6F_y) = 15 \times 1.27 \times 0.6 \times 2.53 = 29.4 \text{ Ton}$$

$$t_{\max} = t_{\text{placa}} - 1.3 \text{ mm o } 2.7 - 1.3 = 11.1 \text{ mm ( 7/16 in)}$$

$$t_{\min} = 5 \text{ mm ( 3/16 in)}$$

Se propone soldadura de filete de 10 mm (3/8 in)

**Longitud de la soldadura**

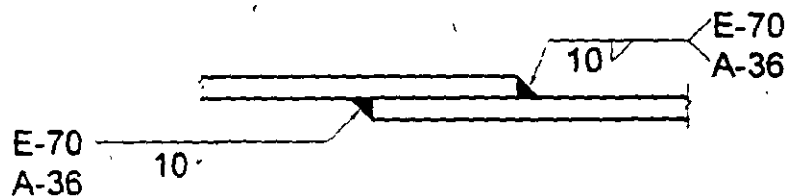
En este caso como la longitud está definida por el ancho de las placas, se determinará el tamaño de la soldadura.

$$t_{\text{nec}} = \frac{T}{0.707 LF_U} = \frac{29.4 \times 10^3}{0.707 \times 2 \times 15 \times 0.3 \times 4920} = 0.94 \text{ cm}$$

Se utilizará soldadura de filete de 10 mm (3/8 in).

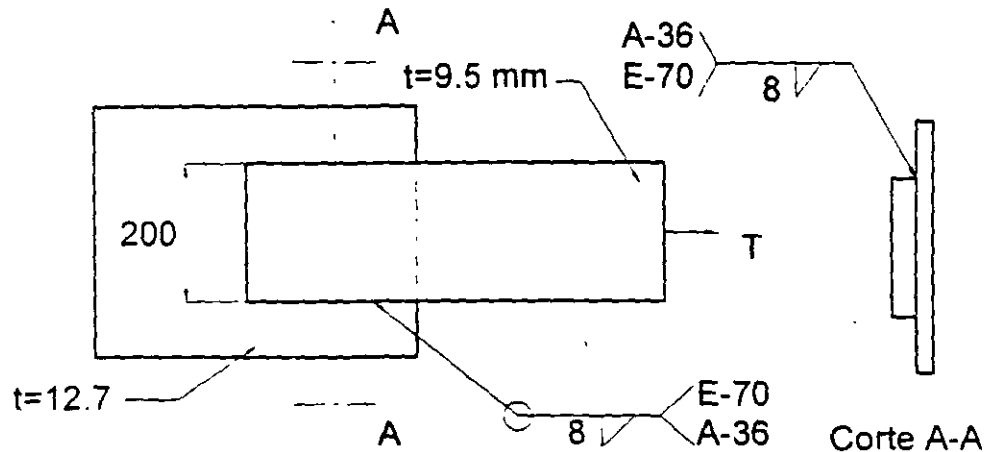
**Detallado de la junta**

En la siguiente figura se indican los resultados de diseño.



**Fig. Detallado de la junta**  
**Acotaciones en mm**

**Ejemplo.** Calcular, con las normas AISC-ASD-1989 o especificaciones IMCA, la carga que puede soportar la junta traslapada soldada que se muestra en la figura. El acero es NOM-B-254 (ASTM A36,  $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ ) y los electrodos son de la serie E 7018 ( $F_{EXX} = 4\,920\text{ Kg/cm}^2$ , 483 MPa ó 70 ksi).



**Fig. Junta en tensión**  
Acotaciones en mm

**SOLUCIÓN:**

**Capacidad de la soldadura de filete de 8 mm (5/16 in)**

Se determina la capacidad de la soldadura por centímetro lineal y considerando que las piernas son iguales.

$$C = \text{sen } 45^\circ t F_v = 0.707t (0.3 F_{EXX})$$

$$C = 0.707 \times 0.8 \times 0.30 \times 4\,920 = 824\text{ Kg/cm}$$

**Capacidad total de la soldadura de filete:**

$$C_T = 3 \times L \times \text{Capacidad de la soldadura}$$

$$C_T = 3 \times 20 \times 824 = 49\,440\text{ Kg} = 49.4\text{ Ton}$$

L = distancia perpendicular entre las soldaduras longitudinales de filete

**Capacidad de la placa en tensión**

$$C = A F_t = bt(0.6 F_y) = 20 \times 0.95 \times 0.6 \times 2.53 = 28.8\text{ Ton} < C_T = 49.4\text{ Ton}$$

**CONCLUSIÓN:**

La carga máxima que puede aplicarse a la junta traslapada del ejemplo es  $T_{max} = 28.8\text{ Ton}$ , que es menor que la capacidad total de la soldadura de filete completa (60 cm).

**Ejemplo ASD-4.** Diseñar, con las especificaciones AISC-ASD-89 o IMCA, la soldadura de filete para que desarrolle la capacidad total del ángulo de lados desiguales APS ó LD 102x76x 13(4x3x1/2in) de acero NOM-B-254 (ASTM A36,  $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ ) que se muestra en la figura. El lado mayor del ángulo es horizontal. La junta está sometida a variación repetida de esfuerzos por lo que es necesario evitar excentricidades entre la posición de la línea de acción de la tensión y la fuerza resistente de los filetes. Los electrodos son de la serie E 7018 ( $4\,920\text{ Kg/cm}^2$ ).

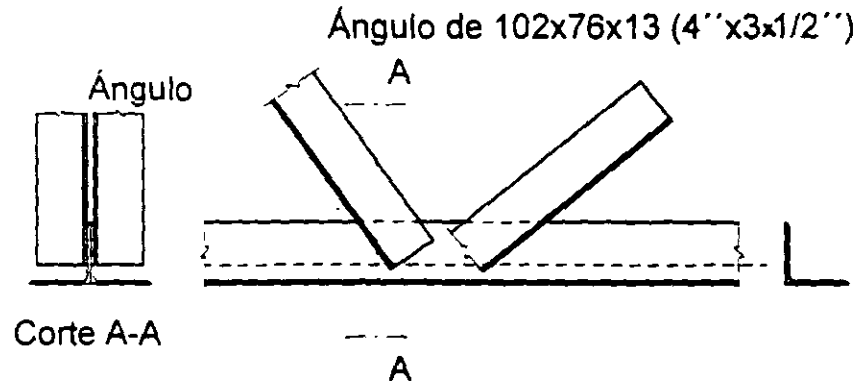


Fig. Ángulo en tensión

**SOLUCIÓN:**

**Capacidad del ángulo APS ó LD 102x76x13 mm (4x3x1/2in)**

$$T = A F_t = A (0.6F_y) = 20.96 \times 0.6 \times 2.53 = 31.9 \text{ Ton}$$

Reacciones en cada filete para evitar excentricidad

$$R_1 = 31.9 \times 6.28 / 10.16 = 19.7 \text{ Ton}$$

$$R_2 = 31.9 - 19.7 = 12.2 \text{ Ton}$$

**Tamaño de la soldadura**

$$t_{max} = 12.7 - 1.6 = 11.1 \text{ mm (7/16 in)}$$

$$t_{min} = 6.4 \text{ mm (1/4 in)}$$

Se utilizará soldadura de filete de 8 mm (5/16 in), que tiene una capacidad de:

$$q = 0.707 \times 0.79 \times 0.3 \times 4\,920 = 824 \text{ Kg/cm}$$

**Longitud de la soldadura**

$$L_1 = R_1 / \text{Capacidad soldadura} = \frac{19.7 \times 10^3}{824} = 24 \text{ cm}$$

$$L_2 = \frac{12.2 \times 10^3}{824} = 14.8 \text{ cm}$$

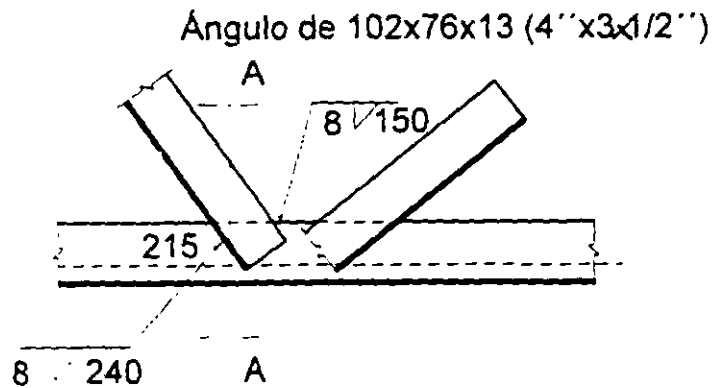
**Requisitos complementarios de diseño**

Longitud mínima de remates extremos =  $2 \times 3 = 6$  mm, usar 25 mm  
Distancia perpendicular entre soldaduras de filete = 200 mm < 400 mm  
Longitud de la soldadura de filete de menor tamaño = 150 mm > 100 mm

Bien  
Correcto  
Correcto

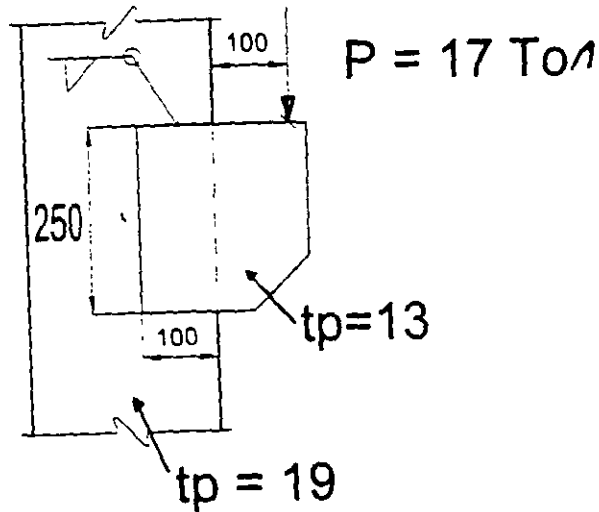
**Detallado de la soldadura**

En la siguiente figura se muestran los resultados del diseño de la junta.



**Fig. Detallado de la soldadura**  
**Acotaciones en mm**

**Ejemplo.** Diseñar, con las normas AISC-ASD-89 o IMCA, la soldadura de filete necesaria para la junta que se muestra en la figura. Utilizar electrodos de la serie E7018 (4 920 Kg/cm<sup>2</sup>, 483 MPa ó 70 ksi) y acero NOM-B-254 (ASTM A36).



**Fig. Junta del ejemplo**  
Acotaciones en mm

**SOLUCIÓN:**

Para diseñar la soldadura se considerará por el momento, que el tamaño de los cordones es de 10 mm (3/8 in). A continuación se determinarán las propiedades de la soldadura tratada como una línea, los esfuerzos actuantes correspondientes y posteriormente se ajustará el tamaño de la soldadura propuesto.

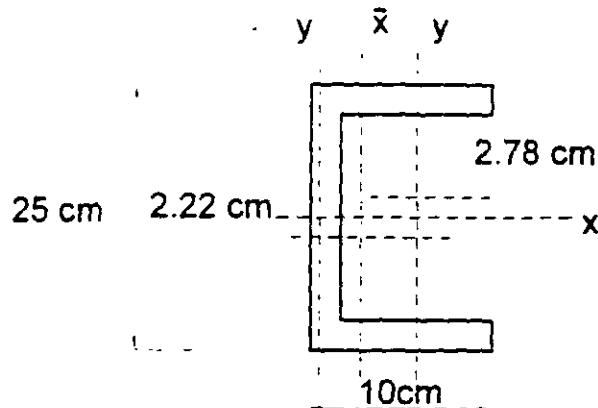
**Propiedades de la soldadura de filete tratada como una línea**

Área de la sección transversal

$$A = 2 \times 10 + 25 = 45 \text{ cm}^2$$

La junta funcionará para la combinación de torsión y cortante, por lo que se requiere determinar las propiedades  $I_x$ ,  $T_y$  y  $J$ .

Posición del centroide





### Diseño de miembros estructurales según AISC-ASD-1989

$$x = \frac{(2 \times 10 \times 5)}{45} = 2.22 \text{ cm}$$

Momentos de inercia alrededor de los ejes X-X y Y-Y

$$I_x = 2 \left( \frac{10 \times 1^3}{12} + 10 \times 12.5^2 \right) + \frac{1 \times 25^3}{12} = 4429 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{25 \times 1^3}{12} + 25 \times 2.22^2 + 2 \left( \frac{1 \times 10^3}{12} + 10 \times 2.78^2 \right) = 447 \text{ cm}^4$$

Constante de torsión  $J$

$$J = I_x + I_y = 4429 + 447 = 4876 \text{ cm}^4$$

### Esfuerzos en la soldadura de filete

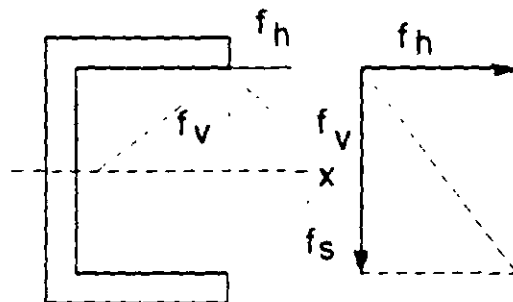
Por cortante directo

$$f_s = \frac{P}{A} = \frac{17 \times 10^3}{45} = 378 \text{ Kg/cm}^2$$

Por torsión

$$T = P e = 17000 (10 + 7.78) = 302260 \text{ Kg/cm}^2$$

El esfuerzo resultante es la suma vectorial de los esfuerzos de cortante directo y cortante por torsión.



$$f_v = \frac{T h}{J}$$

$$f_v = \frac{302260 \times 7.78}{4876} = 482 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_h = \frac{T V}{J} = \frac{302260 \times 7.78}{4876} = 775 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_r = \sqrt{(f_v + f_s)^2 + f_h^2}$$

$$f_r = \sqrt{(482 + 378)^2 + 775^2} = 1158 \text{ Kg/cm}^2$$

**Tamaño de la soldadura**

El tamaño necesario de la soldadura es:

$$\frac{f_r}{F} = \frac{1158}{1040} = 1.11 \text{ cm (7/16 in)}$$

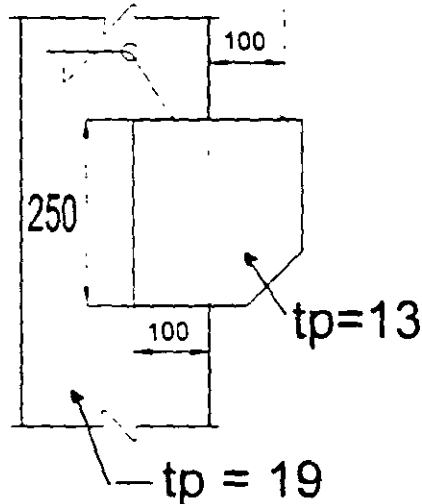
Se verifica si puede colocarse la soldadura

$$t_{\text{máx}} = 12.7 - 1.3 \text{ mm} = (7/16 \text{ in}) \quad \text{Correcto}$$

**Detallado de la junta**

En la siguiente figura se muestran los resultados de diseño de la junta del ejemplo.

$$P = 17 \text{ TON}$$



**Fig. Detallado de la junta**  
**Acotaciones en mm**

**Ejemplo.** Diseñar, con las normas AISC-ASD89o IMCA, la soldadura de filete de la mensula que se muestra en la figura. La mensula es un tramo de ángulo con un atiesador en el punto de aplicación de la carga concentrada. Se colocará soldadura únicamente en los lados del ángulo como se muestra en el detalle. Utilizar electrodos de la serie E7018 (4 920 Kg/cm<sup>2</sup>, 483 MPa o 70 ksi).

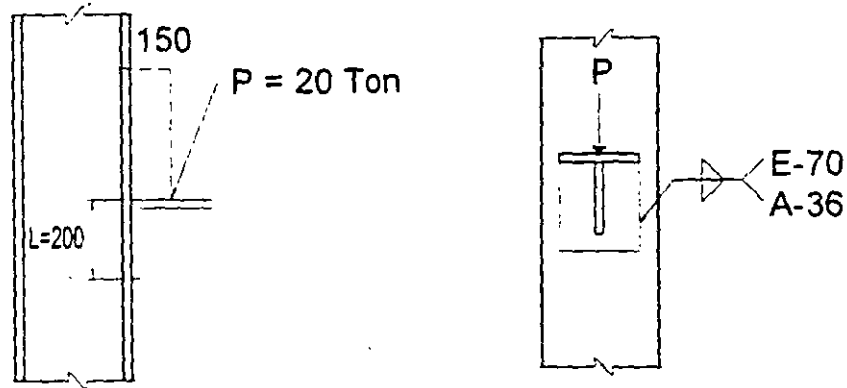


Fig. Junta a flexión y cortante  
Acotaciones en mm

**SOLUCIÓN:**

Para diseñar la soldadura se proponen soldaduras de filete de 10 mm (3/8 in) de tamaño, lo que permitirá calcular las propiedades de la soldadura tratada como una línea, los esfuerzos correspondientes y su tamaño definitivo.

Propiedades de un filete de soldadura

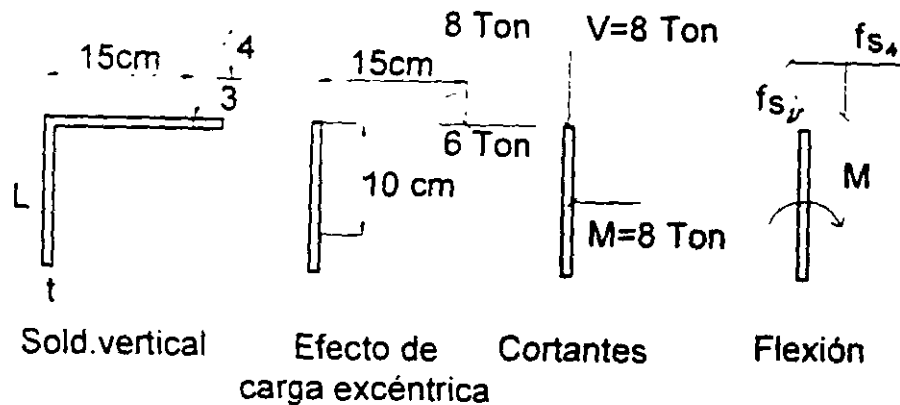
$$A = (1 \times 20) = 20 \text{ cm}^2$$

La soldadura de filete revisará para una combinación de esfuerzos de flexión y cortante, la carga que toma un filete individual es

$$P/2 = 20 / 2 = 10 \text{ Ton}$$

Momento flexionante

$$M = 8\,000 (15) - 6000(10) = 60\,000 \text{ Kg-cm}$$



### Esfuerzo por cortante directo

Producido por la componente vertical

$$f_s = \frac{P}{A} = \frac{8000}{20} = 400 \text{ Kg/cm}^2$$

Ocasionado por la componente horizontal

$$f_s = \frac{6000}{20} = 300 \text{ Kg/cm}^2$$

Esfuerzo máximo por flexión

$$\sigma = \frac{M_c}{I} = \frac{12 \times 60000 \times 10}{1 \times 10^3} = 900 \text{ Kg/cm}^2$$

### Esfuerzos combinados

$$f_r = \sqrt{(\sigma - f_s h)^2 + t_s v^2} = \sqrt{(900 - 300)^2 + 400^2} = 721 \text{ Kg/cm}^2$$

### Tamaño de la soldadura

El tamaño necesario de la soldadura es

$$\frac{f_r}{F} = \frac{721}{1040} = 0.69$$

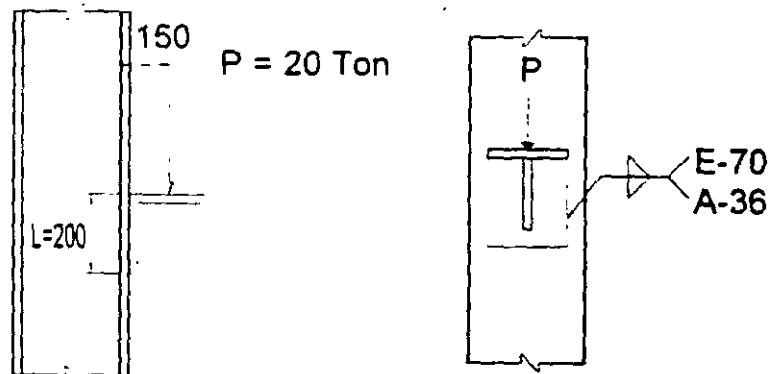
$$0.693(1/4) < 0.79 (5/16 \text{ in})$$

Se verifica si puede colocarse soldadura de 8 mm (5/16 in)

$$t_{\max} = 12.7 - 1.3 = 7/16 \text{ in} \quad \text{es adecuada}$$

### Detallado de la soldadura

En la siguiente figura se muestra el detallado de la soldadura de acuerdo con el diseño.



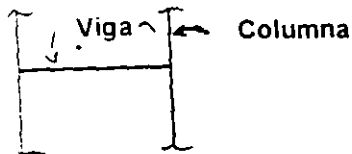
**Fig. Detallado de la junta**  
Acotaciones en mm.

## CONEXIONES EXTREMAS DE VIGAS.

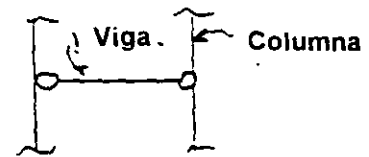
Conexiones extremas de vigas:

- Trabe -columna
- Viga a trabe

Para propósitos de análisis y diseño, las conexiones extremas de vigas se idealizan típicamente como:



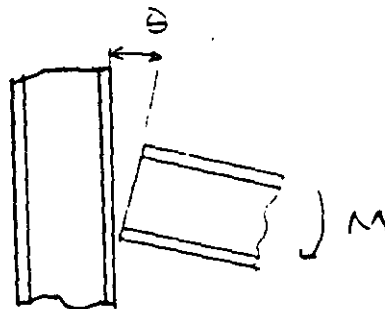
**Totalmente rígidas**



**Totalmente articuladas**

Comportamiento real

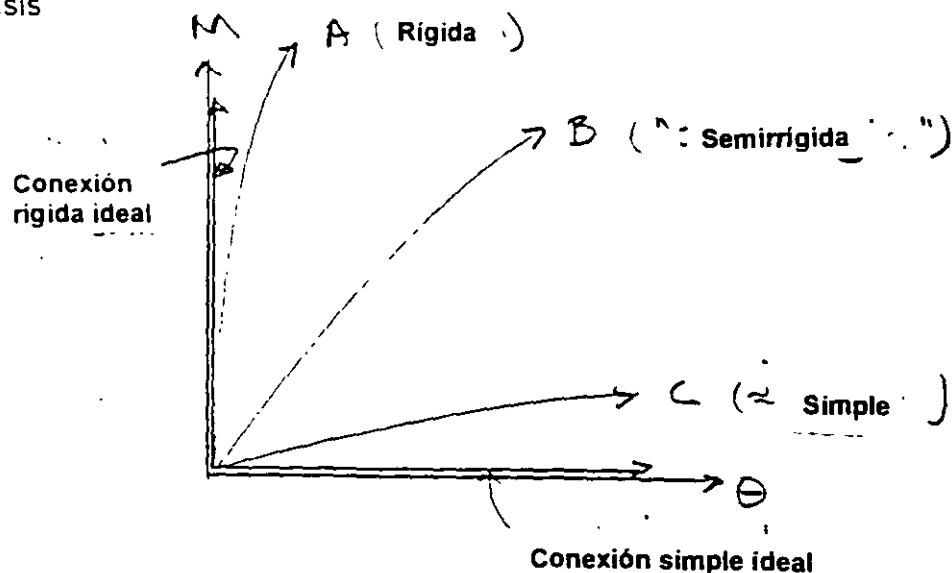
Generalmente entre conexiones totalmente rígidas y completamente articuladas



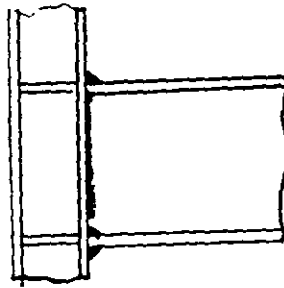
$M$  = Momento en el extremo de la viga

$\theta$  = Rotación relativa entre la viga y la columna

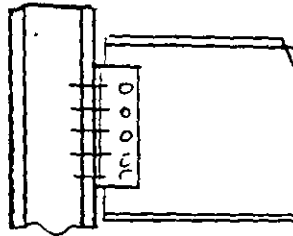
El diseño de una conexión debe procurar ser consistente con las suposiciones de análisis



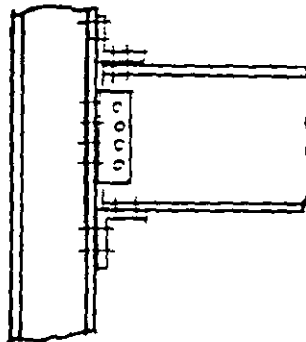
Ejemplos de conexiones trabe-columna



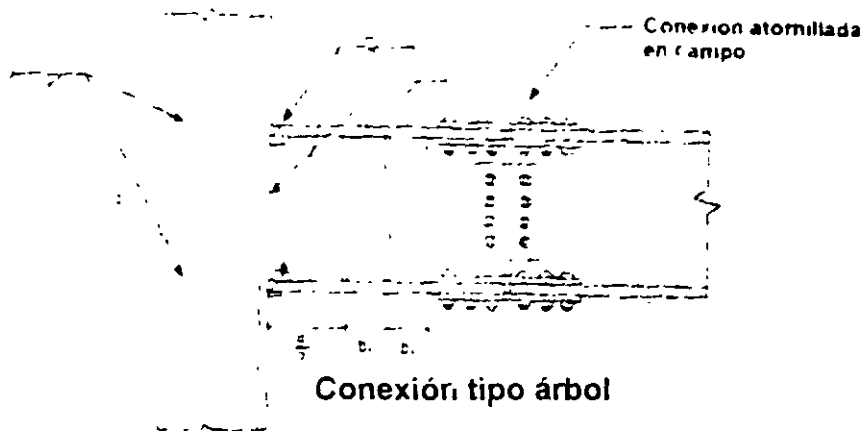
**Conexión soldada totalmente**  
(aproximadamente rígida)



**Conexión trabe-columna con ángulo**  
(aproximadamente articulada)



**Conexión con ángulos de asiento y placa de cortante**  
(conexión semirrígida)



**Conexión tipo árbol**

## CONEXIONES SIMPLES ("CONEXIONES ARTICULADAS")

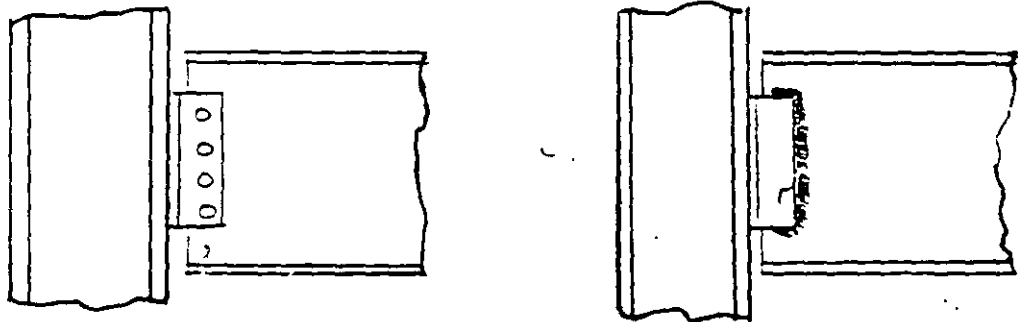
Suposición:

Las conexiones extremas de las vigas transmiten únicamente cortante (no momento flexionante)

Requisito de comportamiento:

La conexión debe proporcionar cierta **FLEXIBILIDAD**

Ejemplos de conexiones simples:



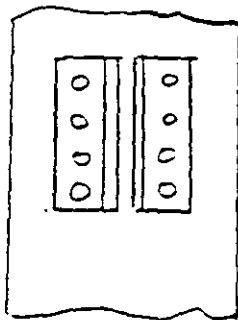
**Conexiones trabe-columna**

Ángulos en espalda

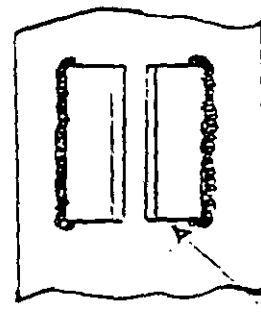
Atornillado o soldado a la viga

Atornillado o soldado a la columna

Conexión de ángulos a la columna



Atornillados a la columna



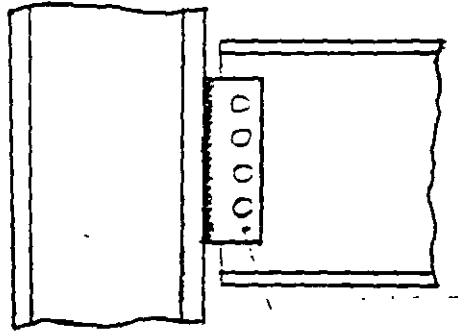
Soldados a la columna

No soldar los lados superiores e inferiores de los ángulos. Se coloca solamente soldadura en las esquinas (remates).

En conexiones trabe- columna, la flexibilidad es proporcionada por la flexión de los ángulos.

En algunos casos el ángulo de asiento de la viga está atiesado. Se recomienda emplear un ángulo superior para dar estabilidad a la viga. El ángulo se atornilla o suelda a la columna

### Conexión viga-columna con placa de cortante simple.



Placa sencilla

Soldada en taller a la columna y atornillada en campo al alma de la viga

La placa de cortante simple ha sustituido rápidamente a los ángulos como el elemento más común de conexiones extremas de vigas simples.

Nota.

El M-AISC-LRFD-1993-VII, ASD-1989 y LRFD-1993 contiene procedimientos de diseño de los diferentes tipos de conexión que se han presentado

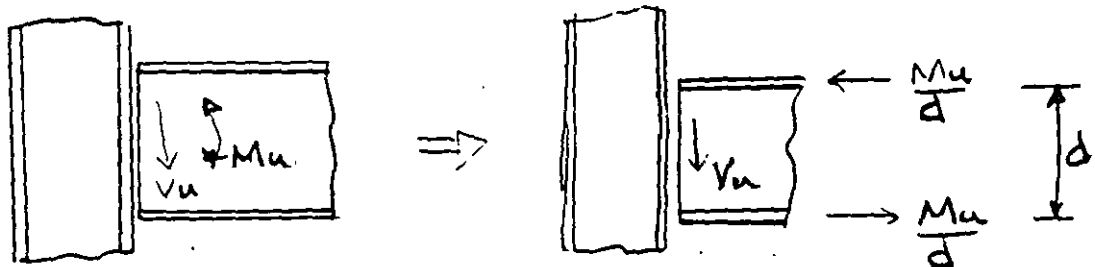
## CONEXIONES A MOMENTO (CONEXIONES RIGIDAS)

### Requisitos de comportamiento

- Transmiten momento flexionante y cortante
- Permiten poca o ninguna rotación relativa entre la viga y la columna.

### Suposiciones usuales de diseño

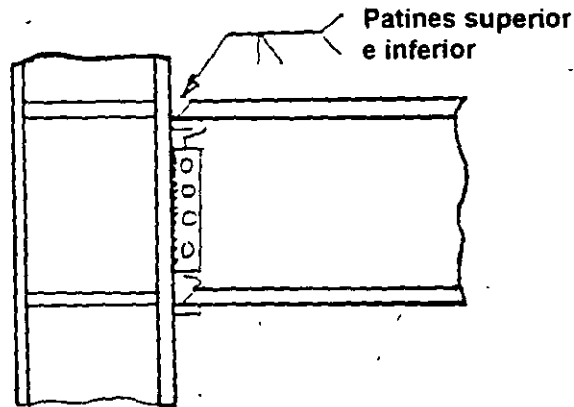
Los patines de la viga transmiten el momento flexionante  
El alma de la trabe transmite el cortante





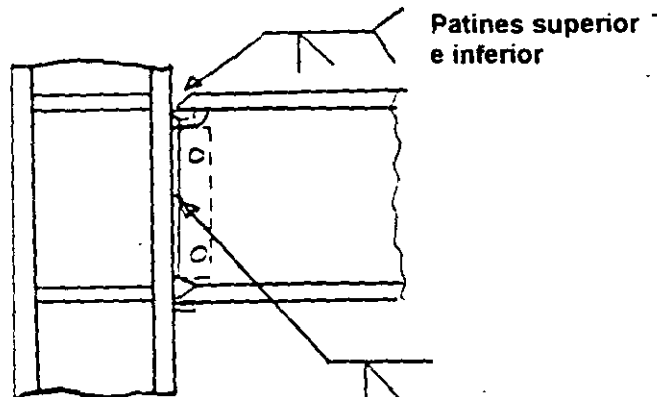
## Detalles típicos

### 1. Conexión soldada en patines

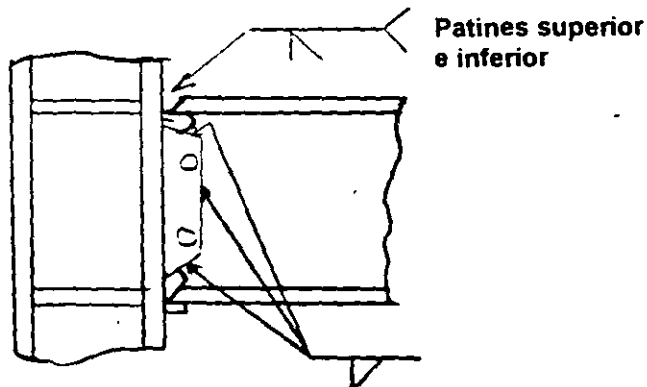


### Patines soldados y alma de la trabe atomillada

- Muy común en la práctica de diseño en los Estados Unidos de América
- Debe usarse con precauciones especiales, aún para estructuras ubicadas en zonas de poca frecuencia sísmica.
- Mostró un comportamiento inadecuado durante el sismo de Northridge, 1994.



Conexión totalmente soldada con el alma de la viga unida a la columna con soldadura de ranura de penetración completa.



Toda la conexión es soldada con el alma de la viga unida a la placa de cortante con soldadura de filete.

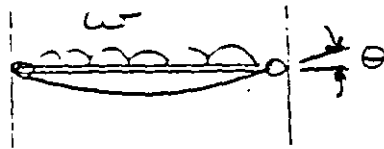
En conexiones trabe-columna, la flexibilidad es proporcionada por la flexión de los ángulos.



La flexión de los ángulos permite  $\theta$   
 Utilizar ángulos delgados para reducir el momento flexionante. En general se utilizan ángulos menores de 16 mm (5/8) in de grueso.

Nótese que generalmente la conexión no proporciona grandes rotaciones.

Ejemplo Conexión simple de una viga IPR, IR ó W 18x40 (457x 59.8), con un claro de 7.5m y que soporta una carga permisible uniformemente repartida de  $w = 4 \text{ ton/m}$  (2.7 k/ft)

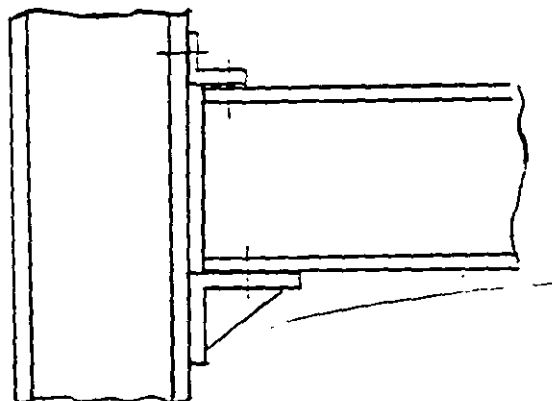


$$\theta = wL^3/24EI = 400 \times 75^3 / 24E \times 25473$$

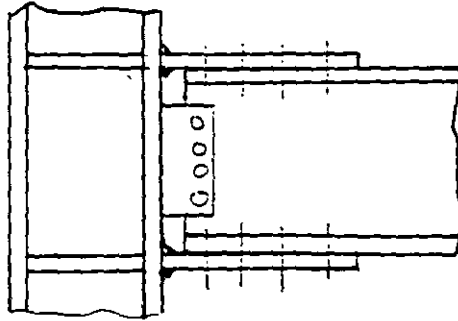
$$\theta = 0.014 \text{ rad} = 8^\circ$$

De esta manera, para una conexión extrema de una viga que se considera "simple", debe proporcionar generalmente flexibilidad para rotaciones pequeñas.

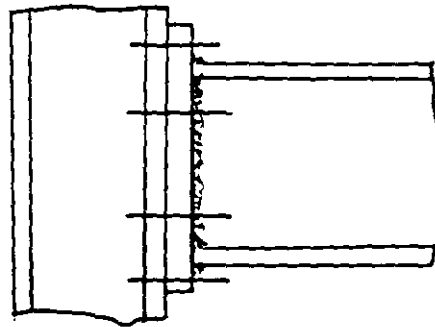
### Conexiones de vigas con asiento



2 Conexiones con placas en patines (*Flange Plates Connections*)



3 Conexión trabe-columna con placa de extremo (*End Plate Connections*)



**Ejemplo.** Un tubo circular OC 114x 8.56 mm (4.5x 0.337in) de acero NOM-B-254 (ASTM A254,  $F_y = 2\,530\text{ Kg/cm}^2$ , 250 MPa ó 36 ksi) de una estructura espacial está sometido a un esfuerzo de tensión axial de  $1500\text{ Kg/cm}^2$  como se indica en la figura. El tubo está unido a una placa plana con soldadura de filete todo alrededor. Determinar el tamaño de la soldadura de filete necesario para que resista la carga aplicada en el tubo. Utilizar electrodos de la serie E70XX ( $F_{EXX} = 4\,920\text{ Kg/cm}^2$ , 483 MPa o 70 ksi).

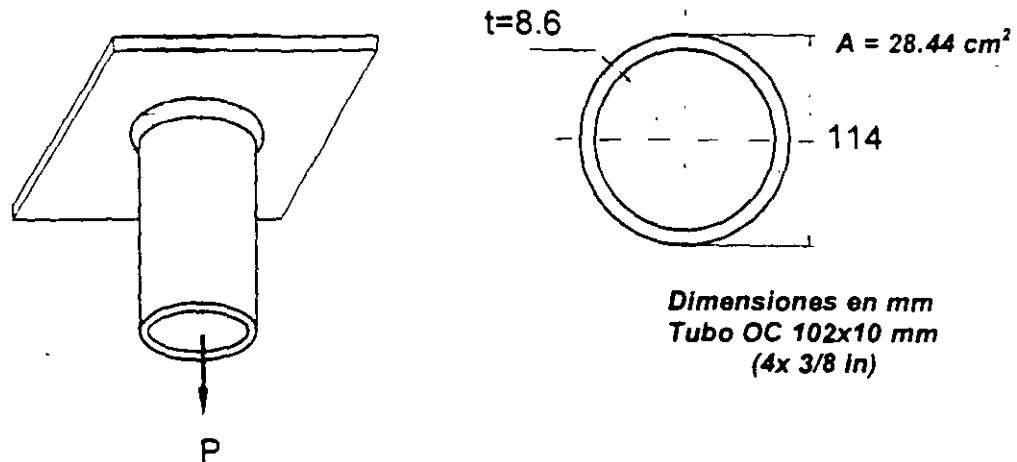


Fig. Tubo circular

**SOLUCIÓN:**

**Carga permisible del tubo**

De acuerdo con el *diseño por esfuerzos permisibles* (especificaciones IMCA o ASD-89), la carga máxima permisible que puede soportar el tubo es

$P = \text{área de la sección transversal} \times \text{esfuerzo permisible en tensión}$

$$P = A F_t = A (0.6F_y)$$

$$P = 28.44 \times 0.6 \times 2\,530 \times 10^{-3} = 43.2\text{Ton}$$

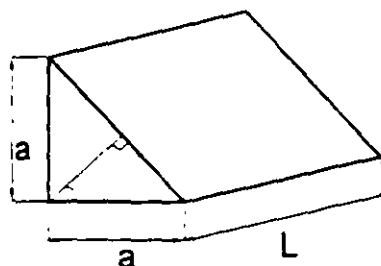
**Longitud de soldadura de filete**

La longitud de la soldadura de filete corresponde en este caso al perimetro del tubo.

$$L = \pi D = \pi \times 11.43 = 36.0\text{ cm}$$

**Capacidad de la soldadura de filete**

La capacidad de la soldadura de filete por centimetro lineal es;



$q = \text{garganta} \times \text{Longitud de la soldadura} \times 30 \text{ de la resistencia nominal a la tensión del metal de soldadura}$

$$q = \cos 45^\circ aL (0.3F_{Exx}) = 0.707 \times 1.0 \text{ cm} (0.30F_{Exx})^*$$

$$q = 0.707 \times 1.0 (0.30 \times 4920) a$$

$$q = 1044a \text{ Kg/cm} \quad (1)$$

Véase Tabla Esfuerzos permisibles en soldadura, página 144, M-IMCA.

En la expresión anterior:

a = pierna de la soldadura de filete de 1 cm de longitud.

La carga que debe soportar cada centímetro lineal de soldadura de filete es:

$$q = \frac{P}{L} = \frac{\text{Carga aplicada}}{\text{Longitud de la soldadura}}$$

$$q = \frac{43.2 \times 10^3}{36} = 1200 \text{ Kg/cm} \quad (2)$$

Se igualan las expresiones (1) y (2) y se despeja el tamaño de la soldadura

$$1044a = 1200$$

$$a = \frac{1200}{1044} = 1.15 \text{ cm} = 11.5 \text{ mm}$$

Utilizar  $a = 12.7 \text{ mm} (1/2 \text{ in})$

### CONCLUSIÓN:

Utilizar una soldadura de filete de 12.7 mm (1/2 in) todo alrededor como se muestra en la siguiente figura.

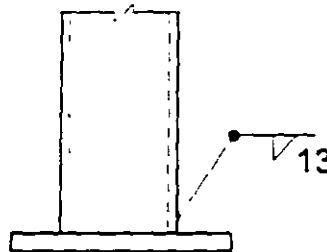


Fig. Detallado de la soldadura

*Commentary* to the Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Joints Using ASTM A325 or A490 Bolts (3).

Figure 1 shows a comparison of the bolt types for tests conducted by loading full-size bolts in tension. The reduction in ductility as bolt strength increases is readily apparent.

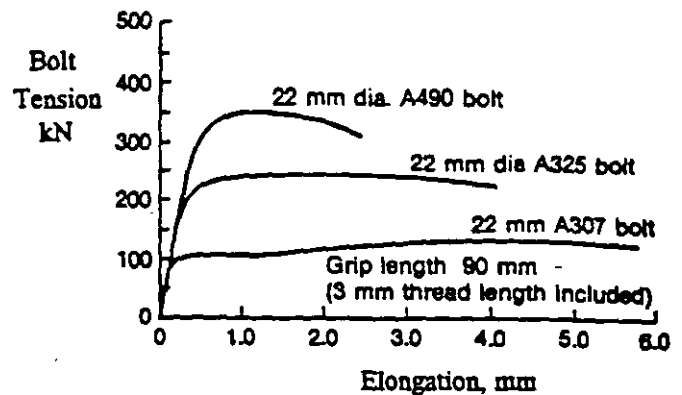


Figure 1 Comparison of Bolt Types (Direct Tension)

### TYPES OF JOINTS

The behavior of the fasteners can be described best in terms of how the joint works. Joints may be axially loaded, eccentrically loaded in-plane, or loaded in tension. In addition, certain situations combine axial force and shear, and in any of the loading cases the forces may be applied so as to produce fatigue in the fasteners.

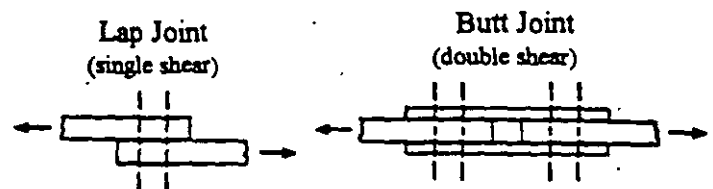


Figure 2 Joint Types - Axial Load

Although axially loaded joints may be complicated in appearance, they can always be resolved into one of two fundamental cases. These are the lap joint and the butt joint (see Figure 2). In one case there is a single shear plane or faying surface present, and in the other case there are two.

Bolts are installed in holes that are slightly greater than the nominal diameter of the bolt, usually 2 mm (1/16 in.) greater. (Oversize holes or slotted holes can also be used; their use is not being discussed here.) If the connected parts are free to slip as the axial load is applied, the joint can slip by an amount that is, theoretically, equal to two hole clearances. If the bolt has been installed by turning the nut on against the gripped material, then a pretension (preload) is introduced. This has the effect of providing a clamping force to the joint. Consequently, as the axial force is applied the load is carried initially by frictional resistance on the faying surfaces. Figure 3 illustrates this. If a connection is specifically designed so that slip does not occur, it is called a slip-critical connection.

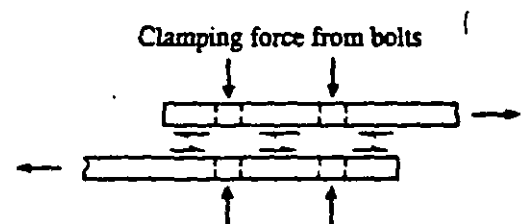


Figure 3 Slip-Critical Connection

Both laboratory tests and field measurements on multi-bolt joints indicate that the amount of slip that actually occurs in joints where the load exceeds the slip value is far less than the theoretical maximum slip. Inevitably, some bolts will be already in bearing from the time of first load, and typical joint slips are about one-half a hole clearance, that is, about 1 mm (1/32 in.).

# INSTALLATION, INSPECTION, AND BEHAVIOR OF HIGH-STRENGTH BOLTS

## INTRODUCTION

It is self-evident that the integrity of a steel structure is dependent, among other factors, upon the design of connections that are safe. It is also well known that the attractiveness of steel structures is dependent to a large degree upon the design of connections that are economical in their use of material and which will be economical to fabricate and erect.

The fastening elements most often used to make the connections in structural steelwork are bolts and welds: frequently, one type of fastener is used for shop fabrication (welding) and the other is used for field operations (bolting). Although the designer must be knowledgeable about both types, it is usually the case that the engineer is expected to be completely conversant with the installation, inspection, and structural behavior of bolts. Because of the complexity of welding procedures and inspection, the services of experts in those fields is usually required.

This paper is directed toward a description of the strength and behavior of high-strength bolts. In the interest of simplicity, the presentation will be linked to only one specification—the Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings of the AISC (1). Further detailed information can be obtained from a wide variety of published sources, but a good reference for many of the issues discussed herein is the "Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints", Second Edition, John Wiley and Sons, Inc. (2).

## TYPES OF BOLTS

### Ordinary or Common Bolts

So-called ordinary bolts (ASTM 307) can be used for temporary structures, lightly loaded structures, or for any location where it is known that vibration will not be a problem. They are installed with an ordinary ironworker's wrench (spanner wrench) and the level of preload that is thereby produced in the bolts is relatively low. The use of these bolts will be an economical solution for many applications. The ultimate strength of these low carbon steel bolts is 415 MPa (60 ksi). This distinguishes them from the high-strength bolts, which have an ultimate tensile strength at least twice as great.

### High-Strength Bolts

There are two strength levels of high-strength bolts in common use. These bolts are ASTM A325 and ASTM A490, and they have ultimate tensile strength levels of 830 MPa (120 ksi) and 1040 MPa (150 ksi), respectively. The A490 bolt is less ductile, more expensive to buy, and presents some other disadvantages as compared with the A325 bolt. For example, A325 bolts can be galvanized if necessary, but A490 bolts should not be galvanized because of the possibility of hydrogen embrittlement. Of course, the attraction of the A490 bolt is its greater capacity as compared with A325 bolts. Grade A325 bolts are made by heat-treating, quenching, and tempering medium carbon steel. A quenched and tempered alloy steel is used to manufacture A490 bolts. The governing specifications require that the heads of the bolts and the nuts be marked so as to uniquely identify the product. Details of these markings can be found in the

If it is not necessary that the joint be designed so that these small slips that might occur are prevented, then continued loading will bring more and more fasteners into bearing against the connected material as both the fasteners and the connected material deform. The load is now being carried by the mechanism of shear in the fasteners (along the shear surface shown in Figure 2) and by the equal and opposite forces in the plates (bearing).

Figure 4 shows the entire load range for a particular axially loaded joint. As the load was increased from zero, slip into bearing took place at a load level corresponding to an average bolt shear stress of about 180 MPa. After slip had occurred, elastic response continued for a while, but eventually yielding of the connected parts started to take place and the system softened until the ultimate load was reached.

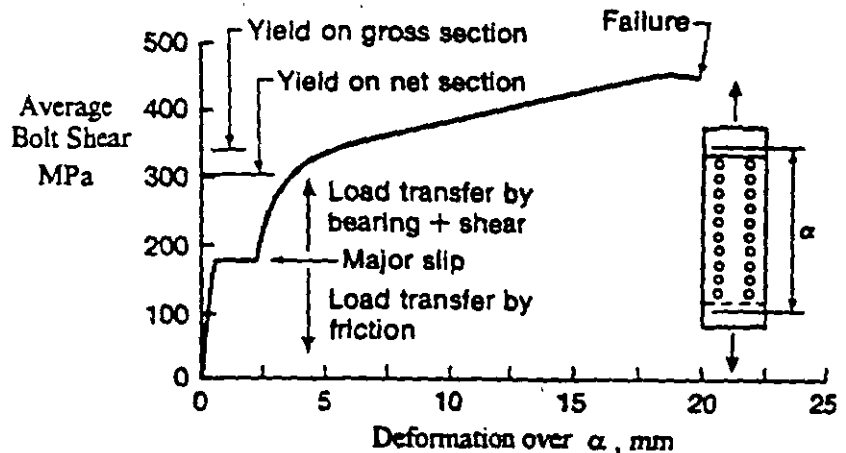


Figure 4 Overall Joint Behavior

## CONNECTOR OR JOINT STRENGTH

### Slip-Critical Connections

Slip-critical connections should be specified under the following conditions:

- Loading is repetitive and the force in the member changes from tension to compression (reverse cyclic loading). In this situation, a joint that is not slip-critical will work back and forth and fatigue by fretting can occur.
- When, if slip should occur, the resulting changes in geometry would have an effect on the performance of the structure. A steel-framed antenna dish would be an example of such a structure. In most building structures, the dead load of the members will usually bring the connected parts up against the bolts during the erection process: slip-critical connections are not necessary in cases like this.
- Where high-strength bolts and welds must share the load in a connection (new work only).

Note that if it is considered that slip must be prevented, the condition refers to the nominal load level, not to the factored load level. As was illustrated in Figure 4, it is expected that slip will have taken place by the time the ultimate resistance of the connection is reached.

The AISC Specification sets out permissible shear stresses for high-strength bolts in slip-critical connections. These are 117 MPa (17 ksi) and 145 MPa (21 ksi) for A325 and A490 bolts, respectively. It is important to recognize that, in a slip-critical connection, the bolts are never actually acting in shear—the use of shear stresses in this case is simply a matter of convenience.



for the designer. (Since shear stresses will be stipulated for bolts in bearing-type connections where the bolts are acting in shear, use of permissible shear stresses for bolts in slip-critical connections provides a consistent terminology.)

The slip resistance of an axially loaded bolted joint is the product of the clamping force provided by the bolts, the slip coefficient of the steel, and the number of faying surfaces. This apparently straightforward situation is affected by the fact that two of these quantities, the clamping force provided by the bolts and the slip coefficient of the steel, are not deterministic. Moreover, they tend to have an appreciable dispersion about their mean values. The shear stress values given in the Specification are the end product of an examination (see Ref. 2) that includes both typical mean values and coefficients of variation of the quantities involved and selects a slip probability level. Things are further complicated by the fact that bolts installed by different methods (e.g., turn-of-nut installation vs. calibrated wrench installation) will deliver different levels of clamping force. The values of 17 ksi and 21 ksi for A325 and A490 bolts, respectively, provide a slip probability level of about 5% when clean mill scale steel is present (slip coefficient of about 0.33) and a turn-of-nut installation is used. When a calibrated wrench installation is employed, the slip probability level for these same two permissible stress values is about 10%.

Joints designed to be slip-critical (a condition established under nominal loads) must also be checked to ensure that their factored resistance as a bearing-type joint is equal to or greater than the effect of the factored loads.

### Bearing-Type Connections

The designer should recognize that a slip-critical connection is not usually necessary. Thus, a bearing-type connection should be the usual design situation, that is, the bolt will be acting in shear and the plate or other connected material next to the bolt will be in bearing. Both capacities have to be examined and, in Load and Resistance Factor Design, they will be compared with the effect of the factored loads on the joint.

Figure 5 shows the response of a single fastener loaded in shear. Note that very little, if any, of the response can be described as linear. Tests have shown that the shear strength of the fastener is about 0.62 times the ultimate tensile strength of the bolt material. The rules for bolt shear capacity in the AISC Specification follow almost directly from this. The permissible shear stresses are 496 MPa (72 ksi) and 620 MPa (90 ksi) for A325 and A490 bolts, respectively. These values are 0.60 times the ultimate tensile strength of the bolt material. If the shear planes pass through the threads, then the permissible shear stress is adjusted downward to reflect the reduced cross-sectional area available.

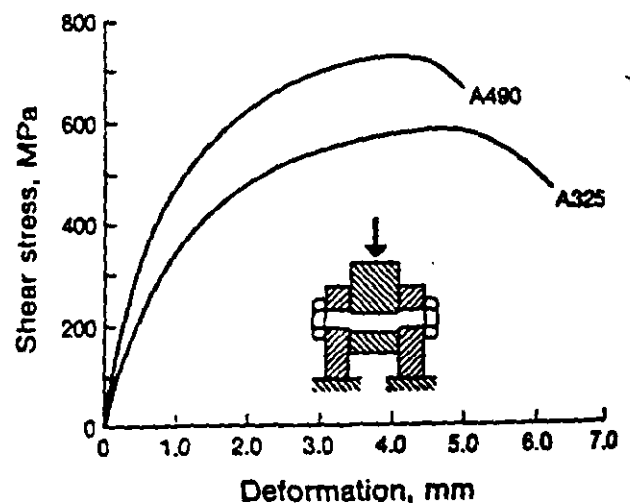


Figure 5 Shear Response of Bolts

Use of a resistance factor  $\phi = 0.65$  is specified for this case. This will be sufficient to provide an adequate margin of safety for the bolts in all joints whose length parallel to the direction of load is less than about 1300 mm (50 in.). At joint lengths exceeding this value, the permissible shear stresses must be reduced by 20%.

It is important to note that the shear strength of a high-strength bolt, that is, the shear area times 60% of the ultimate tensile strength of the bolt material, is independent of the pretension in the bolt. Many tests have shown that the pretension, obtained by the relatively small elongations introduced as the nut is turned on against gripped material, is nearly completely dissipated by the large shearing deformations that take place in the bolt by the time the ultimate shear load is reached. Thus, the need for introduction of a pretension in the bolt and inspection of that installation process should be critically examined when high-strength bolts are being used in a bearing-type connection. This will be discussed again later in the sections covering installation and inspection.

As mentioned earlier, the capacity of a bearing-type connection must also be established on the basis of the bearing capacity of the connected material. The rules provided in the AISC Specification reflect the results of tests. Since these issues reflect the capacity of the connected material, not the bolt, they will not be reviewed here. Likewise, although the designer is responsible for checking whether the tear-out of a block of material ("block shear") might control the design, that subject will not be reviewed herein.

### Bolts in Tension

A connection like that shown in Figure 6 places the bolts in tension. If the connected parts are relatively rigid, the force in each bolt can be calculated by simply dividing the factored load by the number of bolts present. However, if the parts are flexible, they deform as the load is applied and the force per bolt can be higher than this nominal value. This is the result of the prying action of the connected parts upon the bolt, and its effect can be significant. In either of these cases, the designer might also wonder if

the effect of the applied load is additive to the pretension in the fastener.

The last point will be examined first: do the applied force and the pretension force add? In a properly prepared joint, the connected parts are compacted and compressed by the preload supplied by the bolts. Thus, there is an initial tension in the bolt and an equal and opposite compressive force in the connected material. As external tensile load is applied, the bolt will undergo further elongation and the contact pressure between the plates will decrease. Using reasonable assumptions for the relative stiffnesses of the two components, it can be shown that the increase in bolt pretension will be less than about 10% and usually it is about 5%. This small difference between calculated load and actual load can easily be accommodated in the design rules. Once the compression in the connected parts reduces to zero, the situation changes dramatically, however. Now the only way for the external load to be carried is entirely by the fasteners, and this situation must exist until the bolt reaches its ultimate load.

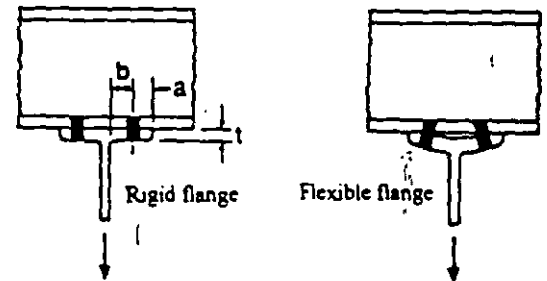


Figure 6 Bolts in Tension

Figure 7 shows this behavior. The initial load in the bolt is the pretension of the installed bolt. As external load is applied, the force in the bolt increases by only a small amount until the connected parts separate. After the parts have separated, the force in the bolt is equal to the applied external force, and this will continue until the bolt fractures.

The ultimate capacity of a high-strength bolt that is in a connection loaded in tension will be given simply by the product of the ultimate tensile strength of the bolt material and a cross-sectional area in the threaded region, the so-called "stress area". For most bolt diameters, the stress area is about 0.75 times the area of the bolt corresponding to its nominal diameter. The Specification therefore provides permissible tensile stresses that are 0.75 times the ultimate tensile strength of the bolt material. Thus, the designer can base calculations on the bolt cross-sectional area corresponding to the nominal bolt diameter. The Specification permissible values are 620 MPa (90 ksi) and 775 MPa (112.5 ksi) for A325 and A490 bolts, respectively.

A designer will simply use these permissible stresses (and a resistance factor  $\phi = 0.75$ ) to proportion the bolts in a tension connection, checking against the effect of the factored loads. It is required that bolts in a tension connection be pretensioned. This is not a strength requirement, but is a safeguard against excessive deformation of the joint at nominal load levels.

It was stated earlier that the possibility of prying action has to be examined. This is mentioned in the Specification, but no guidance is provided as to how the effect should be calculated. A description of the problem is given in Reference 2, where rules are provided that will enable the designer to make the necessary calculations.

The calculation of the prying action that might be present in connections where the bolts are acting in tension is important to the proper design of such connections. It is likewise of concern when the bolts in tension are also subject to fatigue loading. The case of fatigue is covered as follows.

### Bolted Joints in Fatigue

When an axially loaded bolted joint is loaded cyclically, the possibility of failure by fatigue must be considered. In a bearing-type connection, the fatigue failure will occur through the net section of the connected material. If a slip-critical connection has been used, the fatigue failure will usually occur on the gross cross-section, where it often occurs in the region where one part starts to overlap another. It is the result of fretting of these pieces. In neither of these cases do the bolts themselves fracture as a result of fatigue. The rules for fatigue life design are contained in Appendix K4 of the Specification.

In tension-type connections that are cyclically loaded, the bolts themselves are subject to fracture by fatigue. Their fatigue strength is very sensitive to the level of initial pretension in the bolts and

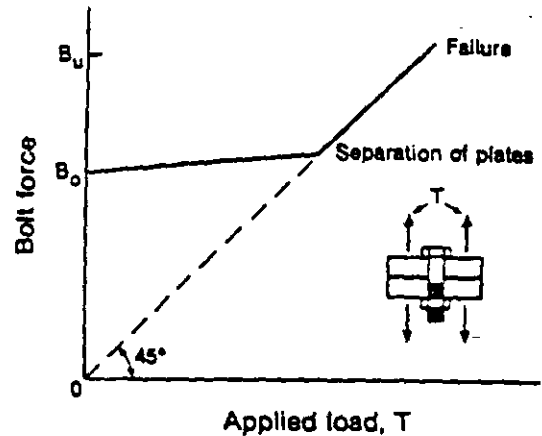


Figure 7 Force in Bolt vs. Applied Load

to the effect of prying action. The Specification recommends that prying action be kept small (by use of appropriate detailing) in this case. As a general rule, and where practicable, the designer should avoid the use of bolts in tension when fatigue is a consideration. The first choice should be to redesign the detail so as to put the bolts in shear, rather than in tension. If that is not possible, A325 bolts should be used in preference to A490 bolts (because of their greater ductility), the possibility of prying forces should be minimized, and considerable care should be taken to see that the bolts are properly installed and inspected.

### **INSTALLATION OF HIGH-STRENGTH BOLTS**

As has already been indicated, whether or not the high-strength bolts must be installed to a specific minimum tension depends upon the type of connection. Connections that have been designed as slip-critical depend upon the bolt preload to attain the expected capacity and the need to pretension the bolts in these joints is obvious. In order to limit the separation of parts in connections that place the bolts into tension, it is considered good practice to pretension these bolts as well. (However, in this case the pretension does not play a role in the strength of the connection.) Finally, the Specification (1) requires that the bolts in the column splices and certain girder splices of high-rise buildings be pretensioned. Of course, whether bolts are to be pretensioned or need only be installed to the snug-tight condition must be clearly identified on the design and erection drawings. If it is not required that the bolts be pretensioned, then installation simply means proper alignment of the parts followed by installation of the bolts to a snug-tight condition. This can usually be accomplished by an ironworker using a spud wrench, and it must result in firm contact of all the plies in the joint.

If it is necessary that the bolts be pretensioned, a preload that is a minimum of 0.70 times the ultimate tensile strength of the bolt must be attained. The methods of installation permitted by the Specification are turn-of-nut tightening, use of calibrated wrenches, or by means of a direct tension indicator. Each of these will be described briefly, in turn. The AISC Specification requires that the Specifications of the Research Council on Structural Connection (3, 4) be followed for the specifics of bolt installation.

In the turn-of-nut method, the parts must first be drawn together so that the material to be connected is in close contact. This can be done by installing a few fasteners and using them to bring the parts together. All of the remaining bolts should then be installed to the snug-tight condition. The full effort of a worker using a spud wrench or the first few impacts of an impact wrench are generally sufficient to draw the parts together. Fortunately, the exact location of "snug" is not critical to the final level of pretension. Following this, and starting from the most rigid part of the joint and working outward to the more flexible parts, each nut is given a prescribed part turn. In the usual case, this is one-half turn. Short bolts, long bolts, and other unusual cases require greater or lesser part turns. The RCSC Specifications can be consulted for these details (3, 4).

Figure 8 shows the preload that is produced by turn-of-nut installation. The bolt tension versus bolt elongation response is plotted in the top portion of the figure and the histogram at the bottom shows the bolt elongation at one-half turn for the twenty-four bolts in this large joint. The bolt pretension in the individual fasteners can be read by projecting upward from the histogram.

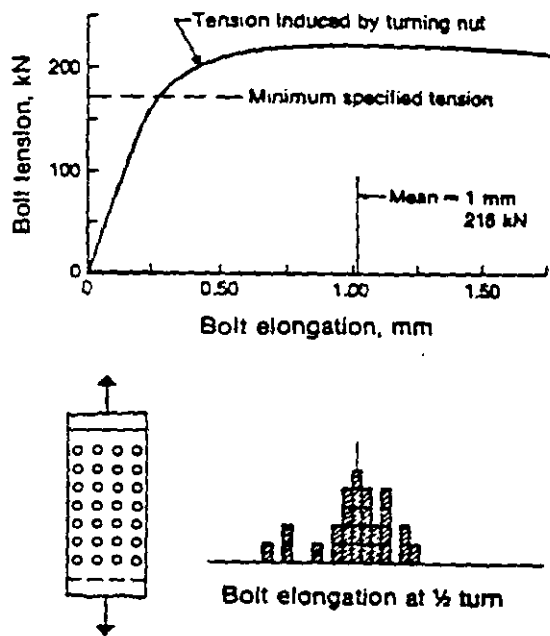


Figure 8 Bolt Pretension vs. Bolt Elongation

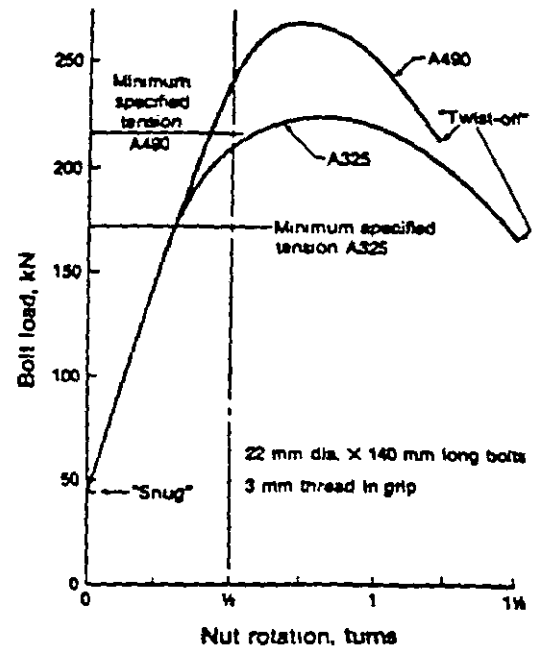


Figure 9 Bolt Pretension vs. Nut Rotation

Because the bolt tension vs. bolt elongation response is so flat over most of the range, the bolt loads in the twenty-four bolts are nearly the same in all cases. Thus, the method of installation gives relatively consistent values of pretension and all values are well in excess of the minimum prescribed pretension.

The only question that might arise as a result of this method of installation is whether an unintentional over-turning will give problems. For example, if one turn is put on instead of one-half turn, what are the consequences? Figure 9 displays the same information given in Figure 8 but it is put in terms of bolt load vs. nut rotation. It can be seen that twist-off of an A325 bolt will not occur until about 1-1/2 turns, that is, three times the installation value of one-half turn. Even at the point of twist-off, the pretension is about at the prescribed minimum value. The A490 bolts shown twisted off at about 1-1/4 turns, or 2-1/2 times the prescribed value. Over and above these observations, it can be observed that it is highly unlikely that nuts will be additionally turned after installation. Thus, if a bolt is installed to at least the desired turn-of-nut, it is likely to be a satisfactory installation as long as it has not twisted off.

Installation of bolts using the calibrated wrench method requires that the wrench to be used be adjusted to provide a pretension that is 5% in excess of the target value of 0.70 times the ultimate tensile strength of the bolt. This is accomplished by installing at least three bolts of a given grade, diameter, and length in a device capable of indicating bolt tension (e.g., a Skidmore-Wilhelm bolt load indicator). If a pneumatic wrench is used, for example, it will be adjusted to stall or "cut-out" at the prescribed bolt pretension as indicated on the calibrator. Washers must be used under the turned element (usually, the nut) in both the calibration test and with the bolts to be subsequently installed by this method in the structure. It is important to recognize that this method of attaining the bolt preload is a torque control method. If any of the relevant conditions that might affect torque change during the course of installation of the bolts, then the calibration process must be

repeated. As a minimum, the calibration procedure must be carried out at least once each working day.

Because the turn-of-nut method of installation is an elongation method of control and the calibrated wrench method is based on controlling the applied torque, the two methods do not necessarily produce the same bolt pretension. This is illustrated diagrammatically in Figure 10, where two lots of bolts having different mechanical properties are shown. If these bolts are installed by the calibrated wrench method, then the pretension can be expected to be about the same for both lots since the calibration is based on establishing a certain preload. On the other hand, if the turn-of-nut method is used, the average elongation of each lot of bolts will be about the same. Since Lot B is stronger than Lot A, this means that the bolt pretensions will be higher for Lot B than for Lot A. This difference in the two methods was mentioned earlier, in connection with slip-critical connections. It was observed that the slip probability for joints in which the bolts are installed by the calibrated wrench method is greater than that for joints in which the turn-of-nut method is used because the bolt pretensions in the latter case will be higher on average.

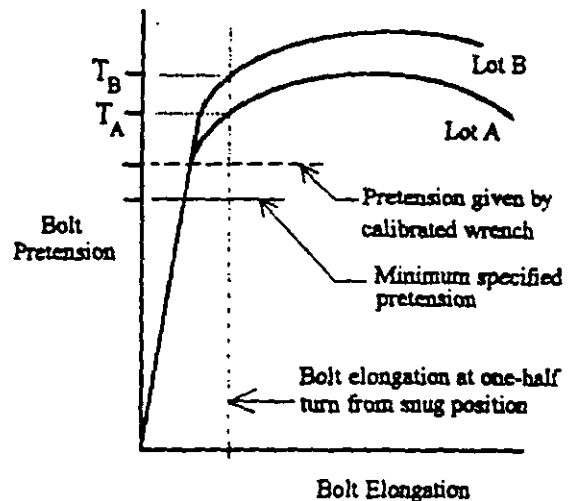


Figure 10 Influence of Tightening Method on Bolt Pretension

The calibrated wrench method of installation is perfectly acceptable, but it does require that the calibration and inspection process be carefully followed and that changes in conditions that affect the pretension (condition of the threads, condition of the washers, and changes in bolt diameter, length or lot) be recognized and accounted for. Because of the difference in apparent technology between the two methods, there is perhaps an implication that the calibrated wrench method is somehow superior to turn-of-nut installation. This is not the case.

Several types of proprietary fastening systems that establish bolt preload in ways other than those just described are available. These include Huck bolts, tension-control bolts, and the use of load-indicating washers. The Huck bolt uses an extension to the final bolt that is pulled with a special tool so as to break off at a predetermined force. A collar is swaged into place by the same tool in order to fulfill the role of a nut. The Huck installation is an elongation method of control. The use of load-indicating washers is likewise an elongation method of attaining bolt pretension. Standard A325 or A490 bolts are used in conjunction with special washers that have preformed protrusions on one of the flat faces. As the nut is turned on, the gap between these protrusions and the connected material decreases. The size of this gap, which is to be measured using feeler gages, can be calibrated to indicate the bolt pretension. The so-called tension-control bolt has a splined end that extends beyond the final bolt. An annular groove is present between this extension and the main body of the bolt. A special wrench, which has two coaxial chucks, holds the splined end while turning on a nut at the same time. At a predetermined torque, the annular groove will shear

off and the installation is complete. Obviously, installation of a tension-control bolt is by torque control. An advantage of this type of fastener is that installation can be done by one worker and the electrically-powered wrench used is light.

There is not much information about actual pretension levels when any of these proprietary systems are used. However, if the requirements of the Research Council on Structural Connections (3, 4) are followed, it can be expected that they will be satisfactory. A calibration procedure similar to that prescribed for calibrated wrenches should be employed.

### **FIELD STUDIES OF FASTENER PRETENSION**

Until relatively recently, measured values of bolt pretension came only from laboratory specimens. Advances in technology have made it possible to measure the pretension in bolts in field, however, and a recent study (5) provides some insight as to what pretensions actually exist in bolts installed under normal conditions.

The work was conducted by two groups of researchers, who worked independently but along similar lines. Team 1, located at the University of Toronto, measured bolt pretensions at six different sites in eastern Canada or eastern U.S.A. A variety of structures were examined, including a multi-storey building, short and medium-span bridges, stadiums, and an industrial plant. The specified methods of bolt installation included turn-of-nut and use of load-indicating washers. Both ASTM A325 and A490 bolts were included. At one site, galvanized A325 bolts were used. Team 2, located at the University of Alberta, measured bolt pretension at three different bridge sites in western Canada and only A325 bolts installed using the turn-of-nut method were involved. Unfortunately, at none of the sites were installations done using the calibrated wrench method. Full details of the studies must be obtained from the original source material (5), but a brief summary follows.

Table 1 gives the overall results obtained by Team 1, tabulated as the ratio of the measured bolt tension to the specified minimum tension. (The value in parentheses is the standard deviation of the mean value in each case.) The results show that the mean value of the ratio for all 232 bolts exceeded the specified minimum by about 15%. For A325 bolts only, 213 in number, the ratio was 1.16. The sample of A490 bolts was relatively small; here the ratio was 1.08. These values are consistent with those reported in the *Guide* (2), that is, they confirm the data that was based entirely on measurement of pretensions in joints made up in the laboratory.

TABLE 1  
Measured Tension / Specified Minimum Tension: Team 1—Overall Results

Grouping	Number of Bolts	$\frac{\text{Measured Tension}}{\text{Spec. Minimum Tension}}$
All Bolts	232	1.15 (0.16)
All A325 Bolts	213	1.16 (0.16)
All A490 Bolts	19	1.08 (0.08)

The effect of the method of installation is summarized in Table 2 for the Team 1 results. There is about an equal number of bolts in each of the three categories of turn-of-nut installation, direct tension indicator (load-indicating washer), and a category designated "sound." In this latter case, bolting crews installed the bolts to a level associated with the feel or the sound of the impact wrench; this level may have been established by first performing the snug plus turn procedure in a hydraulic bolt calibrator. This is not a method acknowledged by any specification, of course, but it does seem to be used frequently; turn-of-nut had been specified in the cases cited. It was also observed by Team 2 at some of their sites. It gave the largest value of the pretension ratio of the three methods.

**TABLE 2**  
Measured Tension / Specified Minimum Tension: Team 1—Effect of Method of Installation

Installation Category	Number of Bolts	$\frac{\text{Measured Tension}}{\text{Spec. Minimum Tension}}$
A325 Bolts, Galvanized, Turn-of-Nut Installation	75	1.12 (0.18)
A325 Bolts, Direct Tension Indicator	60	1.12 (0.13)
A325 Bolts, "Sound"	78	1.23 (0.15)

The results obtained by Team 1 were also broken down as a function of the type of structure. This examination indicated that the ratio of measured tension to specified minimum tension was significantly higher at bridge sites than at all non-bridge locations. The value of the ratio at bridge sites (56 bolts, all A325) was 1.24, while at non-bridges (176 bolts) it was 1.11. There is no objective way to establish why this is so, but it is likely that more care in both installation and in inspection of high-strength bolts is usually taken at bridge sites than at other locations. Perhaps this is because the need for slip-critical connections is clearly established for bridge structures. As well, access to joints is often better in bridges than it is in buildings.

The Team 2 study, which included only A325 bolts (104 in number) installed by the turn-of-nut method in bridges, gave a value of the ratio of measured tension to specified minimum tension of 1.30. If all the test results are taken together (that is, both teams) for this particular case of A325 bolts in bridges, then the mean value of the ratio is 1.27, with a standard deviation of 0.20.

The rules for the design of slip-critical connections that are now in force, AISC (1) and RCSC (3, 4), are based entirely on bolt pretensions measured in the laboratory. If we now compare those bolt pretensions with, for example, the pretensions measured in A325 bolts installed in bridges (the most common application for slip-critical connections), then the existing rules represent a slightly unconservative position (about 6%). This is not of any concern, considering the uncertainties in the other components of the issue. Of course, if the examination is widened to include non-bridge cases, then the degree of unconservatism will increase somewhat. Equally



important, there is no history of unsatisfactory performance in field joints designed to be slip-critical and assembled according to the Specification requirements.

## INSPECTION

The best method of inspection is for the inspector to ensure that the installation requirements of the Specification are being met as the bolts are being installed. Trying to determine bolt pretension after the installation has been completed is not only difficult and uncertain, it is time-consuming, costly, and tends to lead to disputes. It is preferable for all parties concerned that the installation procedures to be used be clearly outlined and then monitored for compliance.

In the case of connections in which the bolts are required to be snug-tight only, the installation requirement is simply that all plies in the joint be in firm contact. This can usually be attained by the full effort of a worker using a spud wrench or, if impact wrenches are being used, the first few impacts as the nut is spun onto the bolt. The level of pretension in the bolt, which will be relatively low, is not being monitored. Thus, the inspector need only ensure that the bolts are being tightened sufficiently to bring the connected plies into full contact. The Commentary to the RCSC Specification (4) points out that, although the plies will pull together in the majority of joints, in some cases there may not be complete contact throughout the joint. As long as the joint has been reasonably compacted, this is not cause for concern because the strength of the joint is independent of both the bolt pretension and the amount of contact area.

When the bolts are to be installed in bearing-type connections requiring pretensioned bolts (for example column splices in high-rise frames), in slip-critical connections, or in connections subject to direct tension, then installation must produce the requisite bolt pretension. The Specification of the RCSC (4, 5) require that for any of the methods of installation (turn-of-nut, calibrated wrench, or use of alternative design bolts), a representative sample of the bolts (but not less than three) be first installed in a device capable of indicating bolt tension (e.g., a Skidmore-Wilhelm bolt load indicator). In all cases, a load 5% greater than the target pretension must be attained in the calibrator.

The calibration process for turn-of-nut installation is intended to ensure that the snug-tight plus controlled turn (e.g., one-half turn for bolts whose length is up to four diameters) will produce the desired pretension in the bolt. Thus, the inspection process should center on this qualification procedure. The inspector should also observe that the installation of bolts in a given joint proceeds in a systematic way, by first snug-tightening the bolts from the most rigid part of the joint to the free edges and then tightening each bolt further by the prescribed amount of rotation. Sometimes an erector will match-mark the nut relative to the protruding end of the bolt after snug-tight, using a chalk or crayon. If this is done conscientiously, the subsequent part-turn can be easily identified by the inspector.

Use of a torque wrench to check pretension in a bolt installed by turn-of-nut is highly unreliable. To repeat, the best method of inspection is to observe the job site calibration process and to monitor the work in progress.

It has already been pointed out that installation of high-strength bolts by use of calibrated wrenches is a torque method. It is therefore sensitive to changes in conditions that affect torque, such as thread fit, quality of lubrication, dirt and grit on the job site, air pressure at the wrench,

and so on. It is essential, therefore, that the inspection process monitor the calibration procedure and be alert to changes in conditions that would require a new calibration.

In any installation requiring pretension, pretension values greater than those specified are not cause for rejection. It would be highly impractical to attempt to just reach the specified minimum values (plus 5%, according to the calibration procedure). Indeed, the rules that govern the design of slip-critical connections anticipate that bolt pretensions will be significantly greater than the specified minimum values (2). Most importantly, high levels of installed pretension in the bolts do not affect the strength of the bolts as external load is applied.

The Specification provides an arbitration procedure when there is a disagreement concerning the result of inspection of bolt tension following any of the prescribed methods of installation. Invoking this arbitration procedure is not desirable, however. It is greatly to be preferred that the inspection procedures outlined above, and as given in more detail in the Specifications (4, 5), be followed so that disputes do not arise. In the event that it must be used, it requires use of a torque wrench calibrated using bolts and installation conditions representative of those actually used in the joints to be inspected. Published or calculated values of pretension as a function of applied torque are highly unreliable and must not be used. Pretension variations of 30% for a given torque are not uncommon, even in bolts taken from the same lot, because the torque used to attain the pretension in a fastener is so sensitive to thread and other conditions. The test procedure is likely to be less reliable than the procedure originally used to carry out the installation, if that procedure was properly carried out.

#### REFERENCES

1. Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings, American Institute of Steel Construction, Chicago, September, 1986.
2. Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints", by G.L.Kulak, J.W.Fisher, and J.H.A. Struik, Second Edition, John Wiley and Sons, New York, 1987.
3. Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Joints Using ASTM A325 or A490 Bolts, Research Council on Structural Connections of the Engineering Foundation, June 8, 1988 (Available through the American Institute of Steel Construction, Chicago.)
4. Allowable Stress Design Specification for Structural Joints Using ASTM A325 or A490 Bolts, Research Council on Structural Connections of the Engineering Foundation, November 13, 1985 (Available through the American Institute of Steel Construction, Chicago.)
5. Field Studies of Bolt Pretension, by G.L.Kulak and P.C. Birkemoe, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 25, Nos 1 & 2, 1993.

**PLACAS DE CONEXION HORIZONTALES  
FUERZA AXIAL PERMISIBLE, T  
(Acero NOM-B-254: ASTM A36)**

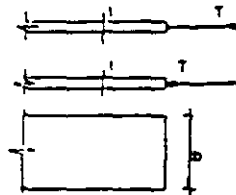
Ancho de placa b mm	Espesor de placa t mm											
	6.4	7.9	9.5	11.1	12.7	14.3	15.9	19.1	22.2	25.4	31.8	38.1
40	3.9	4.8	5.8	6.7	7.7	8.7	9.7	11.6	13.5	15.4	19.3	23.2
50	4.9	6.0	7.2	8.4	9.7	10.9	12.1	14.5	16.9	19.3	24.2	29.0
60	5.8	7.2	8.7	10.1	11.6	13.0	14.5	17.4	20.2	23.2	29.0	34.7
70	6.8	8.4	10.1	11.8	13.5	15.2	16.9	20.3	23.6	27.0	33.8	40.5
80	7.8	9.6	11.6	13.5	15.4	17.4	19.3	23.2	27.0	30.9	38.7	46.3
90	8.8	10.8	13.0	15.2	17.4	19.6	21.8	26.1	30.4	34.7	43.5	52.1
100	9.7	12.0	14.4	16.9	19.3	21.7	24.2	29.0	33.7	38.6	48.3	57.9
110	10.7	13.2	15.9	18.6	21.2	23.9	26.6	31.7	37.1	42.5	53.2	63.7
120	11.7	14.4	17.3	20.2	23.2	26.1	29.0	34.8	40.5	46.3	58.0	69.5
130	12.6	15.6	18.8	21.9	25.1	28.3	31.4	37.7	43.9	50.2	62.8	75.3
140	13.6	16.8	20.2	23.6	27.0	30.4	33.8	40.6	47.2	54.1	67.7	81.1
150	14.6	18.0	21.7	25.3	29.0	32.6	36.3	43.5	50.6	57.9	72.5	86.9
160	15.6	19.2	23.1	27.0	30.9	34.8	38.7	46.5	54.0	61.8	77.3	92.7
170	16.5	20.4	24.5	28.7	32.8	37.0	41.1	49.4	57.4	65.6	82.2	98.5
180	17.5	21.6	26.0	30.4	34.7	39.1	43.5	52.3	60.7	69.5	87.0	104.2
190	18.5	22.8	27.4	32.1	36.7	41.3	45.9	55.2	64.1	73.4	91.8	110.0
200	19.5	24.0	28.9	33.7	38.6	43.5	48.3	58.1	67.5	77.2	96.7	116.0
210	20.4	25.2	30.3	35.4	40.5	45.6	50.8	61.0	70.9	81.1	101.5	121.6
220	21.4	26.4	31.8	37.1	42.5	47.8	53.2	63.9	74.2	84.9	106.3	127.4
230	22.4	27.6	33.2	38.8	44.4	50.0	55.6	66.8	77.6	88.8	111.2	133.2
240	23.3	28.8	34.7	40.5	46.3	52.2	58.0	69.7	81.0	92.7	116.0	139.0
250	24.3	30.0	36.1	42.2	48.3	54.3	60.4	72.6	84.4	96.5	120.8	144.8
260	25.3	31.2	37.5	43.9	50.2	56.5	62.8	75.5	87.7	100.4	125.7	150.6
270	26.3	32.4	39.0	45.6	52.1	58.7	65.3	78.4	91.1	104.2	130.5	156.4
280	27.2	33.6	40.4	47.2	54.1	60.9	67.7	81.3	94.5	108.1	135.3	162.2
290	28.2	34.8	41.9	48.9	56.0	63.0	70.1	84.2	97.9	112.0	140.2	167.9
300	29.2	36.0	43.3	50.6	57.9	65.2	72.5	87.1	101.2	115.8	145.0	173.7
310	30.2	37.2	44.8	52.3	59.8	67.4	74.9	90.0	104.6	119.7	149.8	179.5
320	31.1	38.4	46.2	54.0	61.8	69.6	77.3	92.9	108.0	123.5	154.7	185.3
330	32.1	39.6	47.7	55.7	63.7	71.7	79.8	95.8	111.4	127.4	159.5	191.1
340	33.1	40.8	49.1	57.4	65.6	73.9	82.2	98.7	114.7	131.3	164.3	196.9
350	34.0	42.0	50.5	59.1	67.6	76.1	84.6	101.6	118.1	135.1	169.2	202.7
Dimm	3	5	5	5	5	6	6	6	8	8	8	8
Dimax	5	6	8	10	11	13	14	17	21	24	30	37

T fuerza de tension axial permisible, T

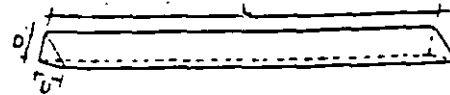
$T = 0.60 F_u A = 0.60 F_u b t$

b ancho de la placa, mm

t espesor de la placa, mm



**SOLDADURAS DE FILETE**  
**CAPACIDAD, T.**  
**(ELECTRODOS E70XX)**

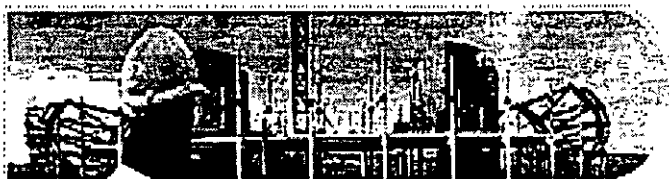


Long de sold L mm	Dimensión de soldadura D mm							long de sold L mm	Dimensión de Soldadura D mm						
	3	5	6	8	10	11	13		3	5	6	8	10	11	13
10	0.313	0.522	0.626	0.835	1.044	1.148	1.357	260	8.141	13.57	16.28	21.71	27.14	29.85	35.28
20	0.626	1.044	1.253	1.670	2.087	2.296	2.714	270	8.454	14.09	16.91	22.54	28.18	31.00	36.63
30	0.939	1.566	1.879	2.505	3.131	3.444	4.070	280	8.767	14.61	17.53	23.38	29.22	32.15	37.99
40	1.250	2.087	2.505	3.340	4.175	4.592	5.427	290	9.080	15.13	18.16	24.21	30.27	33.29	39.35
50	1.566	2.609	3.131	4.175	5.213	5.740	6.784	300	9.393	15.66	18.79	25.05	31.31	34.44	40.70
60	1.879	3.131	3.757	5.040	6.262	6.888	8.141	310	9.706	15.18	19.41	25.88	32.35	35.59	42.06
70	2.192	3.653	4.383	5.845	7.306	7.932	9.498	320	10.020	16.70	20.04	26.72	33.40	36.74	43.42
80	2.505	4.175	5.000	6.680	8.350	9.184	10.850	330	10.330	17.22	20.67	27.55	34.44	37.89	44.77
90	2.818	4.697	5.636	7.515	9.393	10.330	12.210	340	10.650	17.74	21.29	28.39	35.49	39.02	46.13
100	3.131	5.218	6.260	8.350	10.440	11.480	13.570	350	10.960	18.26	21.92	29.22	36.53	40.18	47.49
110	3.444	5.740	6.888	9.184	11.480	12.630	14.920	360	11.270	18.79	22.54	30.06	37.57	41.33	48.84
120	3.757	6.262	7.515	10.020	12.520	13.780	16.280	370	11.580	19.31	23.17	30.89	38.62	42.48	50.20
130	4.070	6.784	8.141	10.850	13.570	14.920	17.640	380	11.900	19.83	23.80	31.73	39.66	43.63	51.56
140	4.383	7.306	8.767	11.690	14.610	16.070	19.000	390	12.210	20.35	24.42	32.56	40.70	44.70	52.92
150	4.697	7.828	9.393	12.520	15.660	17.220	20.350	400	12.520	20.87	25.05	33.40	41.75	45.92	54.27
160	5.010	8.350	10.020	13.360	16.700	18.370	21.710	410	12.840	21.40	25.67	34.23	42.79	47.07	55.63
170	5.323	8.871	10.650	14.190	17.740	19.520	23.070	420	13.150	21.92	26.30	35.07	43.83	48.22	56.99
180	5.636	9.393	11.270	15.030	18.790	20.670	24.420	430	13.460	22.44	26.93	35.90	44.88	49.37	58.34
190	5.949	9.915	11.900	15.860	19.830	21.810	25.780	440	13.780	22.96	27.55	36.74	45.92	50.51	59.70
200	6.262	10.440	12.520	16.700	20.870	22.960	27.140	450	14.090	23.48	28.18	37.47	46.97	51.66	61.06
210	6.575	10.960	13.150	17.530	21.920	24.110	28.490	460	14.400	24.00	28.81	38.41	48.01	52.81	62.42
220	6.888	11.480	13.780	18.370	22.960	25.260	29.840	470	14.720	24.53	29.45	39.24	49.05	53.96	63.77
230	7.201	12.000	14.410	19.200	24.000	26.410	31.210	480	15.040	25.07	30.08	40.91	51.14	56.28	66.48
240	7.515	12.520	15.030	20.040	25.040	27.540	32.560	490	15.360	25.57	30.68	40.91	51.14	56.28	66.48
250	7.828	13.040	15.660	20.870	26.080	28.700	33.920	500	15.660	26.09	31.31	41.75	52.18	57.40	67.84
310	15.97	26.610	31.940	42.580	53.230	58.550	69.200	760	23.800	39.66	47.59	63.46	79.32	87.25	103.10
320	16.28	27.141	32.560	43.420	54.270	59.700	70.550	770	24.110	40.18	48.22	64.29	80.36	88.40	104.50
330	16.59	27.660	33.190	44.250	55.320	60.850	71.910	780	24.420	40.70	48.84	65.15	81.41	89.55	105.80
340	16.91	28.180	33.820	45.090	56.360	62.000	73.270	790	24.710	41.23	49.47	65.96	82.45	90.70	107.20
350	17.22	28.700	34.440	45.920	57.400	63.140	74.620	800	25.050	41.75	50.10	66.80	83.50	91.84	108.50
360	17.54	29.220	35.070	46.760	58.450	64.290	75.980	810	25.360	42.27	50.72	67.62	84.54	92.99	109.80
370	17.85	29.740	35.690	47.590	59.500	65.440	77.340	820	25.670	42.79	51.35	68.47	85.58	94.14	111.30
380	18.16	30.270	36.320	48.430	60.550	66.590	78.700	830	25.990	43.31	51.98	69.30	86.63	95.29	112.60
390	18.47	30.790	36.940	49.260	61.580	67.740	80.050	840	26.300	43.83	52.60	70.14	87.67	96.44	114.00
400	18.79	31.310	37.570	50.100	62.620	68.880	81.410	850	26.610	44.36	53.23	70.97	88.71	97.59	115.30
610	19.10	31.830	38.200	50.930	63.670	70.030	82.760	860	26.930	44.88	53.85	71.81	89.76	98.73	116.70
620	19.41	32.350	38.830	51.770	64.710	71.180	84.120	870	27.240	45.40	54.48	72.64	90.80	99.88	118.00
630	19.73	32.880	39.450	52.600	65.750	72.330	85.480	880	27.550	45.92	55.11	73.48	91.84	101.00	119.40
640	20.04	33.400	40.080	53.440	66.800	73.480	86.840	890	27.870	46.44	55.73	74.31	92.89	102.20	120.80
650	20.35	33.920	40.700	54.270	67.840	74.620	88.190	900	28.180	46.97	56.36	75.15	93.93	103.30	122.10
660	20.67	34.440	41.330	55.110	68.880	75.770	89.540	910	28.490	47.49	56.99	75.98	94.98	104.50	123.50
670	20.98	34.960	41.960	55.940	69.930	76.920	90.910	920	28.810	48.01	57.61	76.82	96.02	105.60	124.80
680	21.29	35.480	42.580	56.780	70.970	78.070	92.260	930	29.120	48.53	58.24	77.65	97.06	106.80	126.20
690	21.60	36.010	43.210	57.610	72.010	79.220	93.620	940	29.430	49.05	58.86	78.49	98.11	107.90	127.50
700	21.92	36.530	43.830	58.450	73.060	80.360	94.980	950	29.750	49.58	59.49	79.32	99.15	109.10	128.90
710	22.23	37.050	44.460	59.280	74.100	81.510	96.330	960	30.030	50.10	60.12	80.16	100.20	110.20	130.30
720	22.54	37.570	45.090	60.120	75.140	82.660	97.690	970	30.370	50.62	60.74	80.99	101.20	111.40	131.60
730	22.86	38.090	45.710	60.950	76.190	83.810	99.050	980	30.680	51.14	61.37	81.83	102.30	112.50	133.00
740	23.17	38.620	46.340	61.790	77.230	84.960	100.400	990	31.000	51.66	62.00	82.66	103.30	113.70	134.30
750	23.48	39.140	46.970	62.620	78.280	86.100	101.800	1000	31.310	52.18	62.62	83.50	104.40	114.80	135.70

$C = \text{sen } 45^\circ DL \text{ (} = 0.707 (DL) 0.30 \times 4.920 = 1.044 DL = 0.0104 DL$



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



...: Ingeniería de Civil

# CURSOS ABIERTOS

## DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS

APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA  
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
CA 110

TEMA

DISEÑO DE COLUMNAS SEGÚN LRFD

**EXPOSITOR: DR. RODOLFO VALLES MATTOX**  
**DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005**  
**PALACIO DE MINERÍA**

## DISEÑO DE COLUMNAS SEGÚN (LRFD)

## I.- MIEMBROS SIMÉTRICOS SUJETOS A FLEXIÓN Y FUERZA AXIAL.

## 1) Miembros simple y doblemente simétricos con flexión y torsión.

La interacción de flexión y tensión en perfiles simétricos se limita mediante las fórmulas H1-1a y H1-1b.

a) Para  $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left[ \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right] \leq 1.0 \quad (\text{H1-1a})$$

b) Para  $\frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2$

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left[ \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right] \leq 1.0 \quad (\text{H1-1a})$$

En donde:

- $P_u$  = Resistencia de tensión requerida, en Kg.
- $P_n$  = Resistencia de tensión nominal, determinada de acuerdo con lo indicado en la Sección D1, en Kg.
- $M_u$  = Resistencia de flexión requerida, determinada de acuerdo con las disposiciones de la Sección C2, en Kg - m.
- $M_n$  = Resistencia de flexión nominal, determinada de acuerdo con lo indicado en la Sección F1, en Kg - m.
- x = Subíndice que indica un símbolo se refiere a flexión alrededor del eje de mayor momento de inercia.
- y = Subíndice que indica que un símbolo se refiere a flexión alrededor del eje de menor momento de inercia.
- $\phi = \phi_t$  = Factor de resistencia para tensión = 0.90 (véase la Sección D1).
- $\phi_b$  = Factor de resistencia para flexión = 0.90.

Se podrá hacer un análisis más detallado de la interacción de flexión y tensión, en lugar de usar las fórmulas H1-1a y H1-1b.

## 2) Miembros simple y doblemente simétricos a flexión y compresión.

La interacción de flexión y compresión en perfiles simétricos se limita mediante las fórmulas H1-1a y H1-1b, en donde:

- $P_u$  = Resistencia requerida ante compresión, en Kg.
- $P_n$  = Resistencia nominal a la compresión, determinada de acuerdo con lo indicado en la Sección E2, en Kg.
- $M_u$  = Resistencia a la flexión requerida, determinada de acuerdo con lo dispuesto en la Sección C1, en Kg - m.
- $M_n$  = Resistencia a la flexión nominal, determinada de acuerdo con las disposiciones de la Sección F1, en Kg - m.
- x = Subíndice que indica que un símbolo se refiere a flexión alrededor del eje de mayor momento de inercia.

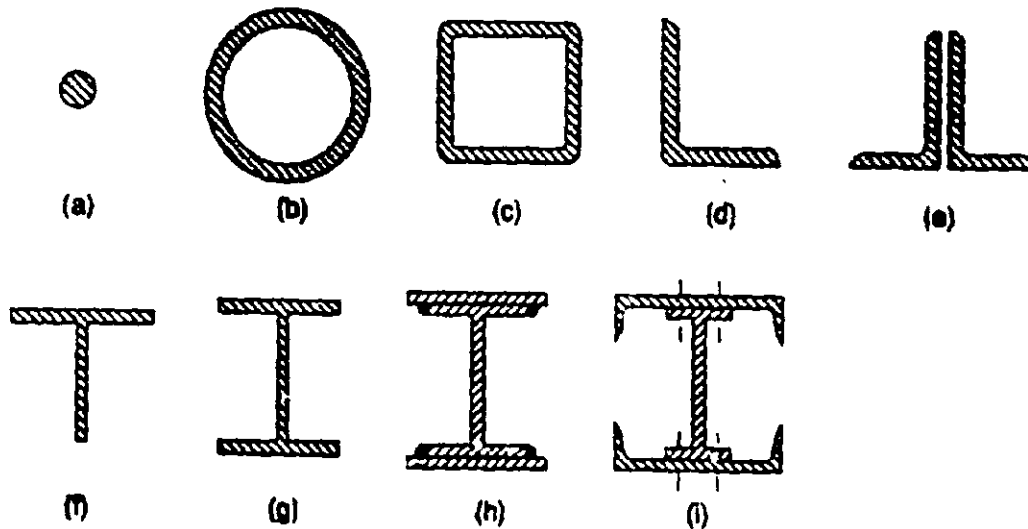
- $\gamma$  = Subíndice que indica que un símbolo se refiere a flexión alrededor del eje de menor momento de inercia.
- $\phi = \phi_c$  = Factor de resistencia para compresión. = 0.85 (véase la Sección E2).
- $\phi_b$  = Factor de resistencia para flexión = 0.90.

**II.- DISEÑO DE ELEMENTOS A COMPRESIÓN AXIAL.**

**1) ELEMENTOS DE LA TEORÍA DE LA INESTABILIDAD ELÁSTICA E INELÁSTICA.**

A diferencia de los elementos en tensión el problema de las estructuras metálicas es que debido a su esbeltez los miembros pueden pandearse, que es un fenómeno de estabilidad y no de resistencia, es un fenómeno que cuando ocurre generalmente causa colapsos en la estructura.

El AISC limita a que la relación de esbeltez  $\frac{KL}{r} < 200$



**FIGURA 1.1 SECCIONES TÍPICAS DE COLUMNAS O ELEMENTOS EN COMPRESIÓN**

**2) ECUACIÓN DE EULER**

En la fórmula de Euler para una columna larga, recta, cargada axialmente, homogénea y con extremos redondeados. Los ejes  $x$  y  $y$  se localizan según la figura como el momento flexionante en cualquier punto de la columna está dado por  $-Py$ , la ecuación de la curva elástica se escribe de la siguiente manera:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Py \tag{1}$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación (1) por  $2 \frac{dy}{dx}$  e integrando se obtiene

$$EI \int 2 \frac{dy}{dx} \frac{d}{dx} \frac{dy}{dx} = \int -2Py dy; \quad EI \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = Py^2 - C1 \tag{2}$$

Cuando  $y = \delta$ ,  $\frac{dy}{dx} = 0$ , y el valor  $C1$  es igual a  $P\delta^2$  por lo que

$$EI \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = Py^2 - P\delta^2 \tag{3}$$

La expresión anterior se puede escribir de la siguiente manera:

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = \frac{P}{EI} (y^2 - \delta^2) \tag{4}$$

$$\left( \frac{dy}{dx} \right) = \sqrt{\frac{P}{EI}} \sqrt{(y^2 - \delta^2)} \tag{5}$$

$$dy / \sqrt{(y^2 + P\delta^2)} = \sqrt{(P / EI)} dx \quad (6)$$

Integrando la expresión se obtiene:

$$\frac{\text{arc sen } y}{\delta} = \sqrt{\left(\frac{P}{EI}\right)} x + C2 \quad (7)$$

Cuando  $x = 0$  y  $y = 0$ ,  $C2 = 0$ . La curva elástica de la columna tiene la forma de una senoide expresada por la ecuación.

$$\frac{\text{arc sen } y}{\delta} = \sqrt{\left(\frac{P}{EI}\right)} x \quad (8)$$

Cuando  $x = L/2$ ,  $y = \delta$  se obtiene:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{L}{2} \sqrt{\left(\frac{P}{EI}\right)} \quad (9)$$

En esta expresión  $P$  es la carga crítica de pandeo que es la carga máxima que la columna puede soportar antes de volverse inestable. Despejando a  $P$  se obtiene:

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (10)$$

La carga inicial de Euler,  $P_e$ , es una carga que mantendrá justamente a la columna en la forma deformada que se muestra en la figura 1.2. En cualquier punto a lo largo de la columna el momento extremo aplicado  $Py$ , es igual al momento resistente interno,  $EI\phi$ , en donde  $\phi$  es la curvatura de la columna en el punto correspondiente.

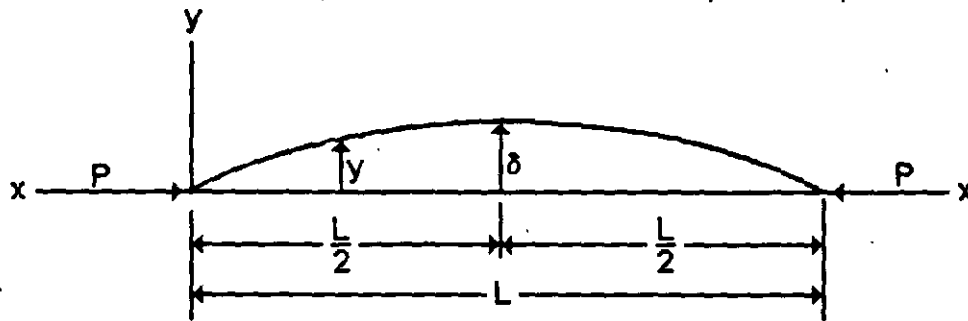


FIGURA 1.2 PERFIL PANDEADO DE UNA COLUMNA CON EXTREMOS ARTICULADOS

Dividiendo los dos lados de la ecuación (10) entre  $A$  y sustituyendo  $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ ;  $r^2 = \frac{I}{A}$   $\therefore I = Ar^2$ , siendo  $r$  el radio de giro de la sección transversal, se expresa la carga de pandeo en términos del esfuerzo de pandeo,  $F_e$ :

$$F_{cr} = F_e = \frac{P}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} \quad (11)$$



La ecuación anterior para ser aplicada a otras condiciones de extremo, como los libres o los empotrados, es necesario utilizar el factor de longitud efectiva  $K$ .

$$F_{cr} = F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \tag{12}$$

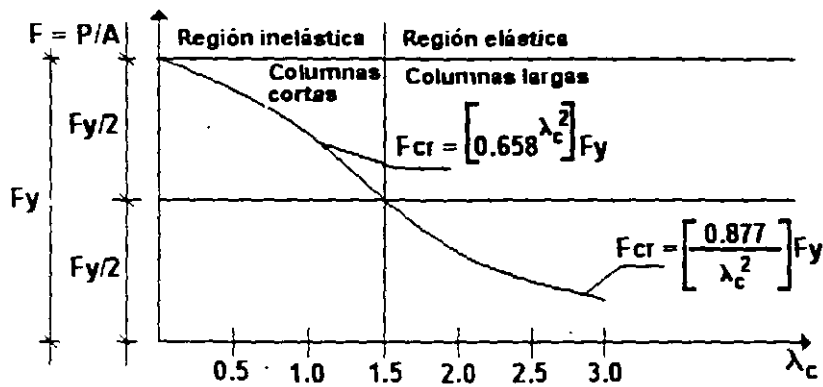
Al término  $(KL/r)$  se le denomina relación de esbeltez y es usado generalmente como un parámetro en cuyos términos se pueden expresar en forma gráfica o analítica

En el diseño de factor de carga y resistencia LRFD se normaliza el parámetro de esbeltez con respecto a la resistencia de fluencia del material.

$$\frac{F_{cr}}{F_y} = \frac{\pi^2 E}{F_y (KL/r)^2} \quad \text{Por definición} \quad F_{cr} = \frac{F_y}{\lambda_c^2}$$

$$\lambda_c^2 = \frac{F_y}{F_{cr}} = \left(\frac{KL}{r}\right)^2 \frac{F_y}{\pi^2 E} \quad \lambda_c = \frac{KL}{\pi r} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad \text{Parámetro de esbeltez}$$

Graficando el esfuerzo crítico



La resistencia a compresión será:

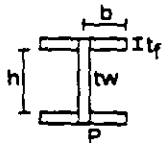
$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g$$

En una columna se debe revisar que no existan ni pandeo general de la barra ni pandeo local de los elementos que componen la sección.

TABLA B5.1

RELACIONES LÍMITES ANCHO-ESPESOR PARA ELEMENTOS EN COMPRESIÓN

ELEMENTOS NO ATIESADOS	DESCRIPCIÓN DEL ELEMENTO	RELACIÓN ANCHO-ESPESOR	RELACIONES LÍMITES ANCHO-ESPESOR		
			$\lambda_p$ (sección compacta)	$\lambda_r$ (sección no compacta)	
ELEMENTOS NO ATIESADOS	Patines de vigas laminadas de perfiles de sección I y canales en flexión	$b/t$	$0.38 \frac{E}{F_y}$ [c]		
	Patines de vigas soldadas o híbridas de perfiles de sección I en flexión.	$b/t$	SIN SISMO $0.38 \frac{E}{F_y}$	CON SISMO $0.31 \frac{E}{F_y}$	
ELEMENTOS ATIESADOS	Almas con flexión y compresión axial combinadas.	$h/t_w$	Para $P_u/\phi_b P_y \leq 0.125$ [c], [g] SIN SISMO	CON SISMO	$5.70 \frac{E}{F_y} \left(1 - 0.74 \frac{P_u}{\phi_b P_y}\right)$ [h]
			$3.76 \frac{E}{F_y} \left(1 - \frac{2.75 P_u}{\phi_b P_y}\right)$	$3.05 \frac{E}{F_y} \left(1 - \frac{1.54 P_u}{\phi_b P_y}\right)$	
			Para $P_u/\phi_b P_y > 0.125$ [c], [g] $1.12 \frac{E}{F_y} \left(2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y}\right) \geq 1.49 \frac{E}{F_y}$		
	Todos los otros elementos atiesados en compresión uniforme i. e., apoyados a lo largo de dos bordes.	$b/t$ $h/t_w$	NA		$1.49 \frac{E}{F_y}$
	Secciones circulares huecas	$D/t$	NA		$0.11 E/F_y$
En compresión axial.	NA		$0.31 E/F_y$		
	En flexión	$0.07 E/F_y$ [d]		$0.31 E/F_y$	
[a] Para vigas híbridas. usar el esfuerzo de fluencia del patín $F_{yf}$ en lugar de $F_y$ . [b] Supone el área neta de la placa en el agujero más ancho. [c] Supone una capacidad de rotación inelástica de 3 radianes. Para estructuras en zonas de alta sismicidad, una capacidad de rotación más grande debe ser requerida. [d] Para diseño plástico usar $0.045 E/F_y$ . [e] $F_y =$ El mayor de $(F_{yf} - F_r)$ o $F_{yw}$ . $\text{kg/cm}^2$ $F_r =$ Esfuerzo residual de compresión en el patín $= 700 \text{ kg/cm}^2$ para perfiles laminados. $= 1160 \text{ kg/cm}^2$ para perfiles armados soldados. [f] $\lambda = 4$ pero no menos que $0.35 \leq \lambda \leq 0.763$ $h/t_w$ [g] Para miembros con patines diferentes. usar $h_r$ en lugar de $h$ al comparar a $\lambda_p$ . [h] Para miembros con patines diferentes. ver Apéndice B5 I $F_y$ .					



$\frac{b}{t_f} = \frac{\text{ancho}}{\text{grueso}}$

Si dan valores mayores caen en perfiles delgados

FÓRMULAS DE DISEÑO RELACIONES ANCHO ESPESOR

	FLEXIÓN		COMPRESIÓN AXIAL	
	$\lambda_p = 0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 0.83 \sqrt{\frac{E}{F_L}}$	$\lambda_r = 0.56 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	$\lambda_p = 3.75 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 5.70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	$\lambda_p = 1.12 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.86 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.86 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
		$\lambda_r = 1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	$\lambda_p = 0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 0.95 \sqrt{\frac{E}{F_L \cdot k_c}}$	$\lambda_r = 0.64 \sqrt{\frac{E}{F_y \cdot k_c}}$	
		$\lambda_r = 0.56 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 0.64 \sqrt{\frac{E}{F_y \cdot k_c}}$	
	$\lambda_p = 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 5.70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	$\lambda_p = 1.12 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	$\lambda_p = 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 5.70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
		$\lambda_r = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
		$\lambda_r = 5.70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\lambda_r = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

Si la relación  $\lambda < \lambda_p$  La sección es compacta

$$\lambda = \frac{\text{ancho}}{\text{grueso}}$$

Si la relación  $\lambda_p < \lambda < \lambda_r$  La sección no es compacta.

Si la relación  $\lambda > \lambda_r$  Es un elemento esbelto en compresión, puede tener un pandeo local.

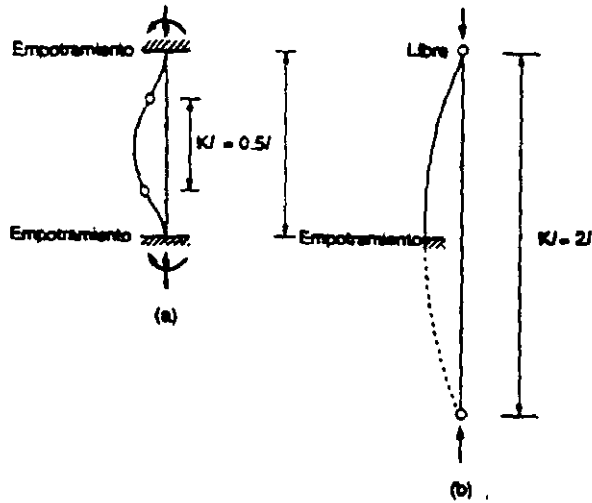
CONSTANTES RELACIÓN DE ELEMENTOS ANCHO GRUESO, EN FUNCIÓN DE Fy

Relación	Fy Ksi (Kg/cm <sup>2</sup> )					
	36 (2533)	42 (2956)	48 (3237)	50 (3519)	60 (4222)	65 (4574)
0.31 $\frac{E}{F_y}$	8.81	8.14	7.78	7.46	6.81	6.55
0.38 $\frac{E}{F_y}$	10.80	9.99	9.54	9.15	8.35	8.03
0.45 $\frac{E}{F_y}$	12.80	11.8	11.3	10.8	9.89	9.51
0.56 $\frac{E}{F_y}$	15.90	14.7	14.1	13.5	12.3	11.8
0.75 $\frac{E}{F_y}$	21.30	19.7	18.8	18.1	16.5	15.8
0.83 $\frac{E}{F_y}$	23.56	21.8	20.84	19.99	18.25	17.53
1.12 $\frac{E}{F_y}$	31.80	29.4	28.1	27	24.6	23.7
1.40 $\frac{E}{F_y}$	39.70	36.8	35.2	33.7	30.8	29.6
1.49 $\frac{E}{F_y}$	42.30	39.2	37.4	35.9	32.8	31.5
1.86 $\frac{E}{F_y}$	52.80	48.9	46.7	44.8	40.9	39.3
3.76 $\frac{E}{F_y}$	107	98.8	94.4	90.6	82.7	79.4
5.70 $\frac{E}{F_y}$	162	150	143	137	125	120
0.045 $\frac{E}{F_y}$	36.3	31.0	28.4	26.1	21.8	20
0.07 $\frac{E}{F_y}$	56.4	48.3	44.1	40.6	33.8	31.2
0.11 $\frac{E}{F_y}$	88.6	76.0	69.3	63.8	53.2	49.1
0.31 $\frac{E}{F_y}$	250	214	195	180	150	138

Nota. Los valores calculados son basados en unidades habituales americanas. Las unidades métricas dan los valor dentro de 1 por ciento de aquellos listados.  
 E = 2,040,730 kg/cm<sup>2</sup>

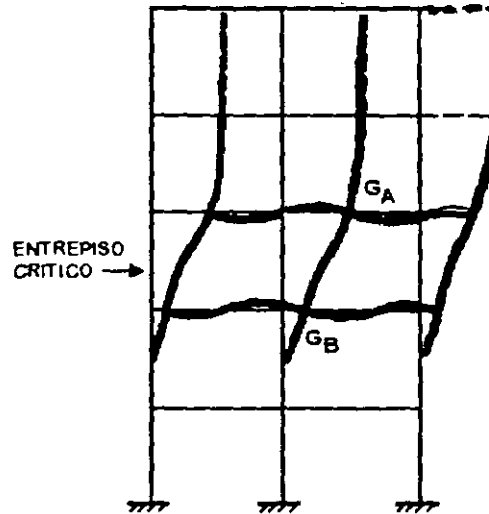
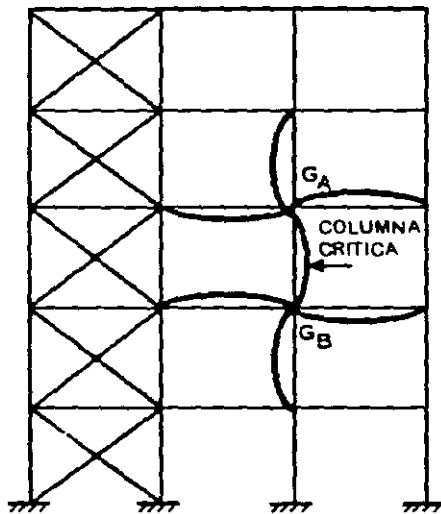
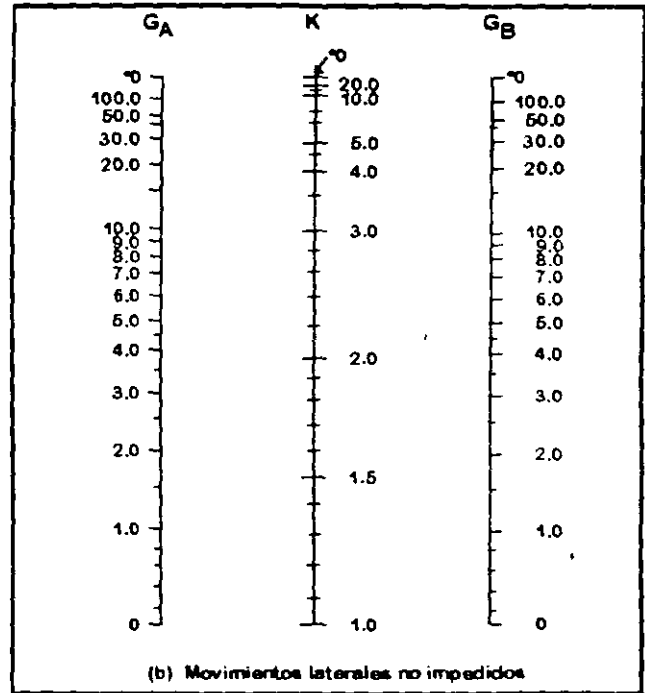
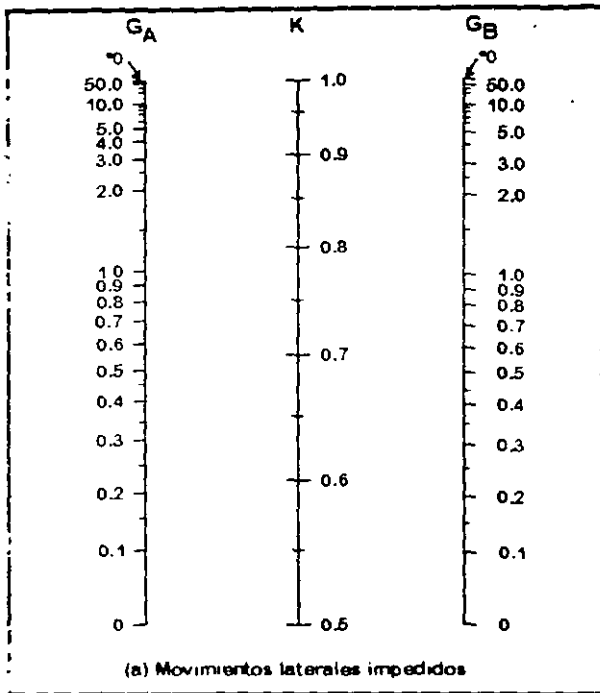
3) LONGITUDES EFECTIVAS DE PANDEO EN COLUMNAS AISLADAS Y FORMANDO PARTE DE MARCOS.

$r = \text{Radio de giro} = \sqrt{\frac{I}{A}}$        $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$        $F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$



La forma pandeada de la columna se muestra con línea de rayas.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	
Valor teórico de K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0	Valores recomendables para diseño
Valor recomendado para K cuando se está cerca de las condiciones ideales	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0	
Símbolos para las condiciones de extremo							
			Rotación impedida	Traslación impedida			
			Rotación libre	Traslación impedida			
			Rotación impedida	Traslación libre			
			Rotación libre	Traslación libre			



EN NUDOS

EN APOYOS

VALORES RECOMENDABLES PARA DISEÑO.

$$G_s = \frac{\sum \left( \frac{I}{L} \right)_{CR}}{\sum \left( \frac{I}{L} \right)_{TRA}}$$

$G_A = 1$  EMPOTRE

$G_A = 10$  ARTICULACIÓN

### III.- FLEXIÓN SIMPLE, MOMENTO ELÁSTICO Y PLÁSTICO.

La resistencia de las vigas a flexión depende de manera muy importante del soporte lateral del patín de compresión distinguiéndose básicamente 3 clases de soporte.

- 1.- Se supondrá que las vigas tienen soporte lateral continuo en sus patines de compresión.
- 2.- Luego se supondrá que las vigas están soportadas lateralmente en sus patines de compresión a intervalos cortos.
- 3.- Por último se supondrá que las vigas están soportadas en sus patines de compresión intervalos cada vez más grandes.

#### FLEXIÓN SEGÚN AISC (LFRD)

Según el AISC al ir incrementando la carga a una viga se van presentando distribuciones de esfuerzos como se muestra en la figura 6.5

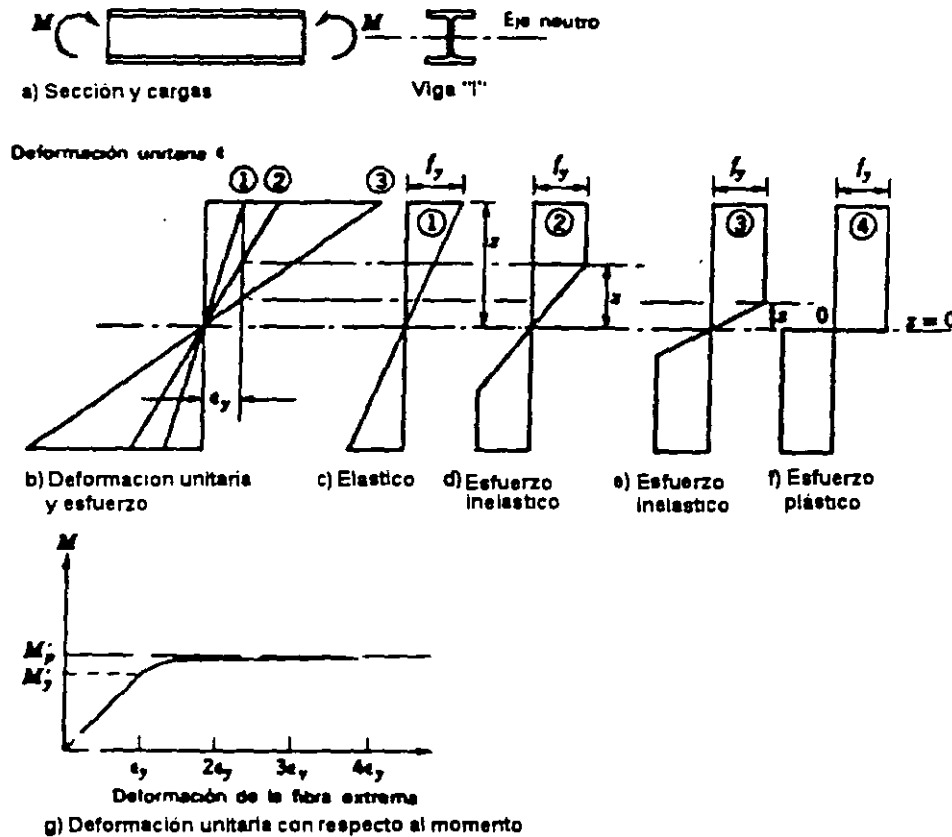


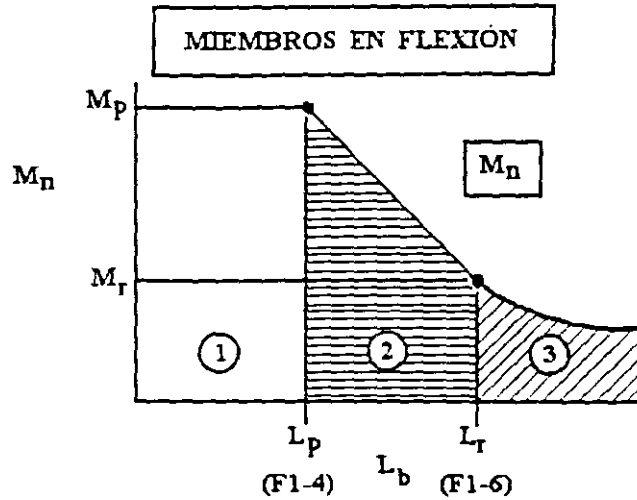
Figura IIIa Plastificación de una sección transversal con aumentos sucesivos del momento  $M$  y deformación  $\epsilon$  resultante

#### PANDEO LOCAL, ELEMENTOS ATIESADOS Y NO ATIESADOS.

Para evitar el pandeo local es necesario cumplir con que la relación ancho-grueso  $\lambda < \lambda_p$ , sección compacta.

$\lambda_p < \lambda < \lambda_r$ , sección no compacta y si  $\lambda > \lambda_r$ , la sección es esbelta vease tabla B5.1

ECUACIONES DE FLEXIÓN DEPENDIENDO DEL TRABAJO DE LA VIGA, MOMENTO PLÁSTICO, MOMENTO INELÁSTICO Y PANDEO ELÁSTICO POR TORSIÓN LATERAL



$\phi_b M_n$ : RESISTENCIA A LA FLEXIÓN  $\phi_b = 0.90$   
 (F1-5) (F-10)

Figura IIIb

RESISTENCIA NOMINAL A FLEXIÓN  $M_n$

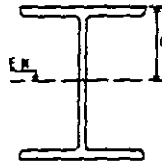
Zona ① Momento Plástico $L_b < L_p$	$M_n = M_p = Z_x F_y \leq 1.5 M_y$ (F1.1) $M_y = F_y S_x$ $\phi_b = 0.9$
Zona ② Momento Inelástico $L_p < L_b \leq L_r$	$M_n = C_b \left[ M_p - (M_p - M_r) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$ (F1-2) $M_r = F_r S_x$ $F_r = 705 \text{ Kg/cm}^2$ ; vigas laminadas $\phi_b = 0.9$ $F_r = 1160 \text{ Kg/cm}^2$ ; para secciones soldadas $F_L = (F_{cr} - F_r) \text{ ó } F_{yw}$
Zona ③ Pandeo Elástico por Torsión Lateral $L_b > L_r$	a) Para secciones I doblemente simétricas y canales. $M_n = M_{cr} = C_b \left[ \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left( \frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} \right] \leq M_p$ (F1-13) $M_n = M_{cr} = \frac{C_b S_x X_1 \sqrt{2}}{\left( \frac{L_b}{r_y} \right)} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 \cdot X_2}{2 \left( \frac{L_b}{r_y} \right)^2}} \leq M_p$ b) Para placas y secciones cajón simétricas. $M_{cr} = \frac{4'007.670 C_b \bar{J} A}{\left( \frac{L_b}{r_y} \right)}$ (F1-14)

- $Z_y$  = Modulo de la sección plástica con respecto al eje centroide menor (o y),  $\text{cm}^3$
- $Z_x$  = Modulo de la sección plástica con respecto al eje centroide mayor (o x),  $\text{cm}^3$
- $S_x$  = Modulo de la sección elástica con respecto al eje centroide mayor (o x),  $\text{cm}^3$
- $C_w$  = Constante de alabeo  $\text{cm}^6$



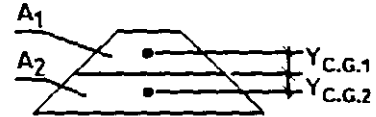
$J$  = Constante de torsión  $\text{cm}^4$

Módulo de sección elástico  $S_x = \frac{Ix}{C}$

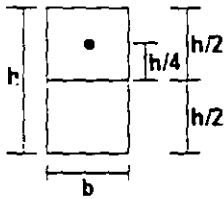


Módulo de sección plástica ( $Z$ )

El módulo de sección plástica divide a la sección en 2 partes de áreas iguales siendo entonces la suma de los momentos estaticos de estas areas respecto al centro de áreas de la sección el módulo de sección plastico



$$A_1 = A_2 \quad Z = A_1 Y_{C.G.1} + A_2 Y_{C.G.2}$$



$$S = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

$$Z = \left( \frac{bh}{2} \times \frac{h}{4} \right) \times 2 = \frac{bh^2}{4}$$

Las longitudes  $L_p$  y  $L_r$  se definen en la sección F1.2 de la especificación AISC LRFD como sigue:  
Para secciones de perfiles I y canales sometidos a flexión alrededor de su eje mayor

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_{cr}}} \quad (F1-4)$$

Parra vigas de barras rectangulares sólidas y cajones:

$$L_p = \frac{0.13 r_y E}{M_p} \sqrt{J A} \quad (F1-5)$$

donde:

- $r_y$  = Radio de giro con respecto al eje centroide menor (o y), cm.
- $A$  = Área de la sección transversal,  $\text{cm}^2$ .
- $J$  = Constante de torsión,  $\text{cm}^4$ .

La longitud limite lateralmente no arriostrada  $L_r$  y el momento de pandeo  $M_r$ , correspondiente se determinan como sigue.

- a) Para las secciones de perfiles en I, doble o uni-simétricas con el ala de compresión mayor que o igual al ala de tensión, y canales cargados en el plano del alma.

$$L_r = \frac{r_y X_1}{F_L} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 F_L^2}} \quad (F1-6)$$

$$M_r = F_L S_x \quad (F1-7)$$

$$\text{donde } X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} \quad (F1-8)$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left( \frac{S_x}{GJ} \right)^2 \tag{F1-9}$$

donde

- $S_x$  = Módulo de sección alrededor del eje mayor, en  $\text{cm}^3$
- $E$  = Módulo de elasticidad del acero =  $2040000 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$
- $G$  = Módulo de elasticidad al corte del acero =  $787054 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$
- $I_y$  = Momento de inercia alrededor del eje centroide (o y,  $\text{cm}^4$ )
- $C_w$  = Constante de alabeo,  $\text{cm}^6$ .
- $F_L$  =  $(F_{yf} - F_r)$  ó  $F_{vw}$  se toma el menor ( $\text{Kg/cm}^2$ ).  $F_r = 705 \text{ Kg/cm}^2$  vigas laminadas.  $1160 \text{ Kg/cm}^2$  para secciones soldadas.
- $F_{yf}$  = Esfuerzo de fluencia en el patin ( $\text{Kg/cm}^2$ )
- $F_{vw}$  = Esfuerzo de fluencia en el alma ( $\text{Kg/cm}^2$ )

b) Para placas y secciones cajón.

$$L_p = \frac{2 r_x E_x \sqrt{J A}}{M_r} \tag{F1-10}$$

$$M_r = F_{yf} S_x \tag{F1-11}$$

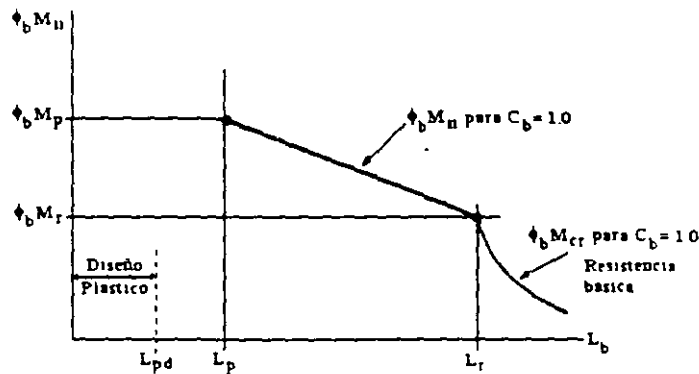


Figura 2 Determinación de la resistencia de diseño a la flexión  $\phi_b M_n$  ( $C_b = 1.0$ )

COEFICIENTE DE FLEXION  $C_b$ .

El coeficiente de flexión se define como:

$$C_b = \left[ 1.75 + 1.05 \frac{M_1}{M_2} + 0.3 \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \right] \leq 2.3$$

En donde  $M_1$  y  $M_2$  son los momentos de los segmentos no arriostrados de la viga en consideración, correspondientes al extremo más pequeño y al más grande respectivamente. Si las rotaciones debidas a los momentos de los extremos  $M_1$  y  $M_2$  están en dirección opuesta  $M_1/M_2$  es negativa; de otra forma,  $M_1/M_2$  es positiva. El coeficiente  $C_b$  es = 1,0 para mensulas no arriostradas y miembros en donde el momento dentro de parte del segmento no asegurado es mayor que o igual al momento del extremo del segmento más grande (p.ej. vigas sobre dos apoyos, donde  $M_1 = M_2 = 0$ ).

El coeficiente  $C_b$  da cuenta del efecto del gradiente de momento sobre el pandeo por torsión lateral. Las ecuaciones de capacidad de momento LRFD

$$C_b = \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$

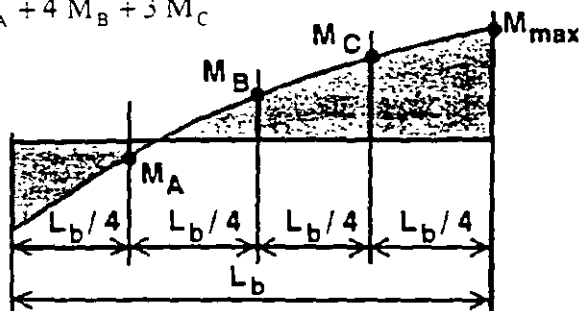
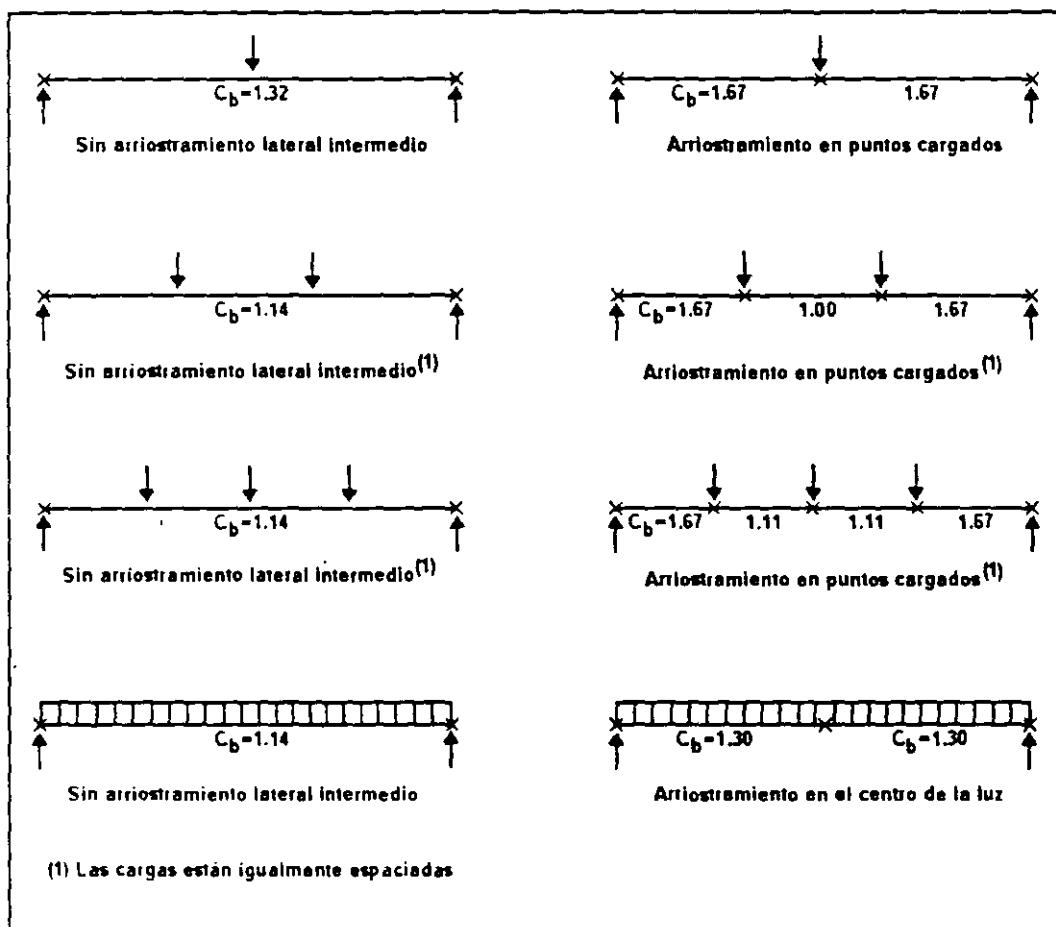


Figura 3



VALORES DE  $C_b$  PARA VARIOS CASOS

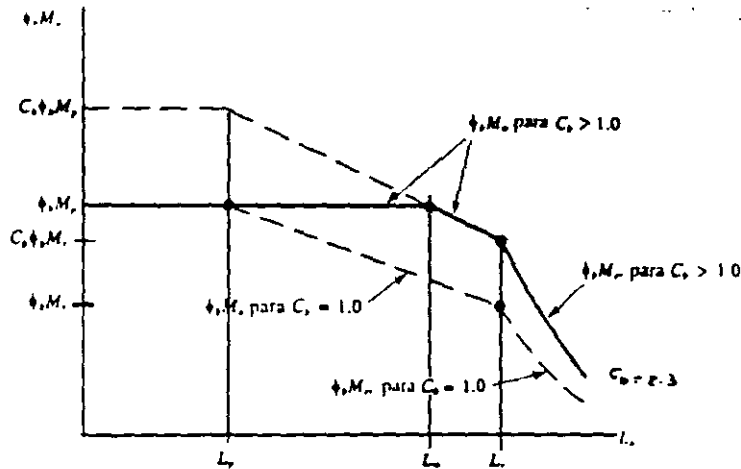


Figura 4 Determinación de la resistencia de diseño a la flexión  $\phi_b M_n$  ( $C_b > 1.0$ )

ELEMENTOS ESBELTOS EN COMPRESIÓN.

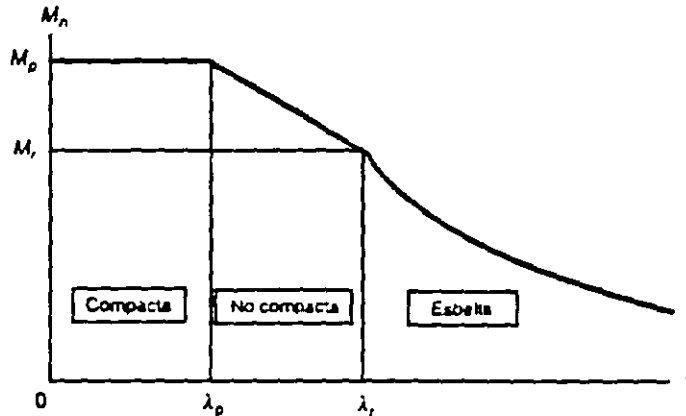


Figura 5 Clasificación de secciones transversales por pandeo local de placa.

Cuando  $\lambda$  excede de  $\lambda_r$  es una sección esbelta, entonces el  $M_n$  se calcula de la siguiente manera:

a) Para  $\lambda \leq \lambda_p$   $M_n = M_p$  (A-F1-1)

b) Para  $\lambda_p < \lambda < \lambda_r$ ; para el estado límite de pandeo lateral - torsional

$$M_n = C_b \left[ M_p - (M_p - M_r) \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] \leq M_p \quad (A-F1-2)$$

Para  $\lambda_p < \lambda < \lambda_r$ ; para el estado límite de pandeo local del patín

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \quad (A-F1-3)$$

c) Para  $\lambda > \lambda_r$ ; para el estado límite de pandeo lateral - torsional y pandeo local del patín.

$$M_n = M_{cr} = SF_{cr} \leq M_p \quad (A-F1-4)$$

**MOMENTOS DE PRIMER Y SEGUNDO ORDEN**

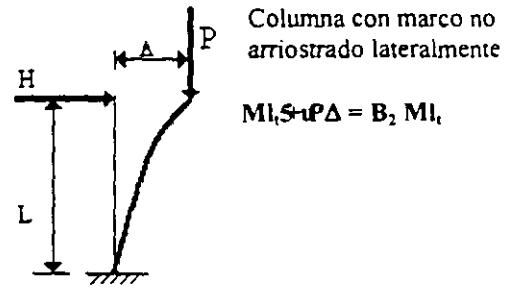
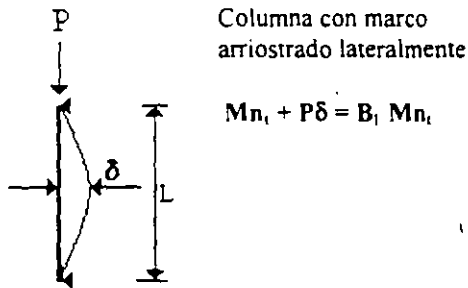
Si un elemento está sometido a momentos y carga axial de compresión, aparecerán en el momentos flexionantes y deflexiones laterales adicionales a las iniciales. Cuando analizamos un marco con alguno de los métodos elásticos comunes, los resultados se denominan momentos y fuerzas primarias o de primer orden. Aún si el marco está soportado lateralmente, se presentarán algunos momentos secundarios debidos a la flexión lateral en las columnas. Un efecto de segundo orden puede ser determinado por un análisis P-Δ, o bien las especificaciones LFRD. Proponen una amplificación para las cargas de gravedad y una amplificación para las cargas laterales.

Para diseñar las columnas  $M_u =$  resistencia a flexión requerida (basado en cargas factorizadas) incluyendo efectos de segundo orden

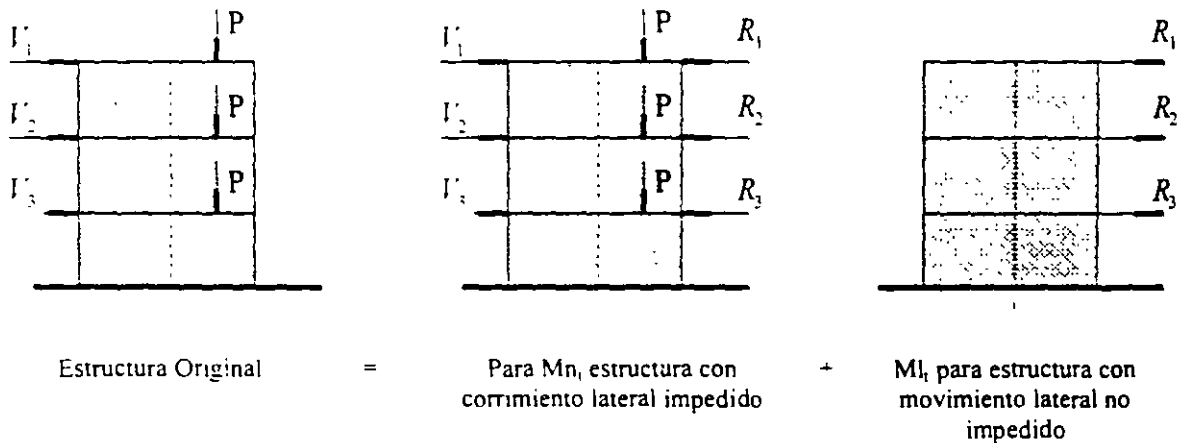
Estos efectos se pueden obtener con un paquete de computo como el SAP-2000 o STAAD III considerando que el análisis se realice considerando el efecto PΔ y así ya se tienen a los momentos amplificados, es decir, en este caso ya se considera que  $B_2 = 1.0$ .

Otro camino es amplificar los momentos en análisis convencionales elásticos según el AISC-LRFD es de la siguiente manera.

$$M_u = B_1 M_{n1} + B_2 M_{l1}$$



$B_1 =$  Magnifica el momento ( $M_{n1}$ ) para incluir el momento secundario. El momentos secundario P-Δ se incluye al multiplicar el momento primario ( $M_{l1}$ ) x  $B_2$ .



$$B_1 = \left[ \frac{C_m}{1 - \left( \frac{P_u}{P_{e1}} \right)} \right] \geq 1.0$$

[C1-2]

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2}$$

[C1-3]

$$P_{e1} = \frac{AgF_y}{\lambda_c^2} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left[ \frac{\Delta_{oh}}{\sum H L} \right]} \quad [C1-4]$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left[ \frac{\sum P_u}{\sum P_{e2}} \right]} \quad [C1-5]$$

El proyectista puede usar cualquiera de las 2 expresiones proporcionadas por LRFD para  $B_2$ , la primera contiene el índice de corrimiento lateral, por tanto, es más conveniente para el diseño práctico.

$\sum P_u$  = Representa la resistencia axial necesaria de todas las columnas del piso en cuestión.

$\frac{\Delta_{oh}}{L}$  = Representa el índice de corrimiento lateral del piso, en México se limita a 0.006 y 0.012 En Canadá se acepta hasta 0.0018.

$\sum H$  = Es la suma de todas las fuerzas horizontales del piso que producen  $\Delta_o h$ .

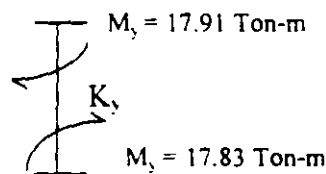
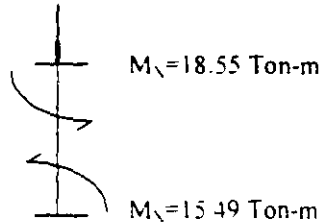
$C_m = 0.85$  = Para miembros con extremos restringidos y 1.0 para miembros no restringidos.

$P_{e1}$  = Resistencia al pandeo de Euler, con en factor K de longitud efectivo en el plano de flexión determinado de acuerdo con la sección C2.1 para con marco arriostrado  $P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$ .

**EJEMPLOS DE APLICACIÓN**

**Ejemplo (1)** Diseñar una columna de un marco metálico usando acero ASTM A-36, en donde además el análisis de los marcos se hicieron considerando el efecto P-Δ, es decir,  $B_2 = 1.0$ . Se consideraron movimientos laterales no impedidos

1 - Elementos mecánicos de la barra "últimos" carga vertical + sismo son los siguientes:



2.- Para cuando no se conoce la sección de la columna se propone utilizar la carga equivalente, y suponiendo un valor de  $\frac{K_y L}{r_y}$  entre 60 y 100, posteriormente se despeja  $r_y$ , y con el valor propuesto de  $\frac{K_y L}{r_y}$ , se obtiene de la tabla del AISC para acero A-36 o A-50 el valor  $\phi F_{cr}$ , y conocida la carga equivalente se puede obtener el área necesaria de la columna  $A = \frac{P_{eq}}{\phi F_{cr}}$ ; entonces se busca una sección que tenga un  $r_y$  y una A en cualquier manual de perfiles metálicos, es indispensable que sean similares los dos valores a los necesarios, de no ser así se debe proponer otro valor entre 60 y 100 y volver a despejar  $r_y$  y A, hasta que en el manual se encuentren valores similares.

Para obtener la carga equivalente en una sección I en la tabla 7.1 podemos obtener el valor de la siguiente manera: P en Ton, M en Ton-cm

Sustituyendo valores:

$P_{eq} = P + 0.045 M_x + 0.14 M_y$ ; (Carga equivalente para secciones I) TABLA 7.1 propuesta por el Ing. José Luis Flores Ruiz.

$$P_{eq} = 85 + 0.045 \times 1855 + 0.14 \times 1791 = 419.215 \text{ Ton}$$

$\frac{KL}{r_x} = 60$ ; aprox., conviene entre 60 y 100 en estructuras de edificios, en nuestro caso en el ejemplo supondremos el valor de 60.

Para  $\frac{KL}{r_x} = 60$ , el  $\phi F_{cr} = 1782.45$ , obtenido de la tabla 3-36 del AISC-LRFD

$$r_x = \frac{1.16 \times 350}{60} = 6.76 \text{ cm}$$

$$A = \frac{P_{eq}}{\phi F_{cr}} = \frac{419.215}{1782.45} = 235.19 \text{ cm}^2; \text{Área necesaria.}$$

Conocido  $r_x$  y el A se busca en el manual IMCA una sección que proporcione  $r_x = 6.76 \text{ cm}$  y  $A = 235.19 \text{ cm}^2$

3.- En base a lo anterior la sección propuesta  $W = 18 \times 119$  (IR 457 x 177.8 Kg/m) a revisar.

Datos obtenidos del Manual IMCA

A	=	226.5	cm <sup>2</sup>	I <sub>y</sub>	=	10.531	cm <sup>4</sup>	d	=	48.20	cm	J	=	441	cm <sup>4</sup>
I <sub>x</sub>	=	91.154	cm <sup>4</sup>	S <sub>y</sub>	=	736	cm <sup>3</sup>	tw	=	1.66	cm	C <sub>w</sub>	=	5'451.278	cm <sup>6</sup>
S <sub>x</sub>	=	3.785	cm <sup>3</sup>	Z <sub>y</sub>	=	1.132	cm <sup>3</sup>	bf	=	28.6	cm	F <sub>y</sub> =F <sub>yw</sub>	=	2.530	Kg/cm <sup>2</sup>
Z <sub>x</sub>	=	4.277	cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub>	=	6.8	cm	t <sub>f</sub>	=	2.69	cm				
r <sub>x</sub>	=	20	cm												

Considerando movimientos laterales no impedidos, se tiene:

$$K_x = 2.06 \qquad K_y = 1.16$$

4 - Compresión por carga axial

$$P_y = A f_y = 226.5 \times 2.530 = 573.045 \text{ Kg}$$

$$\phi P_y = 0.9 \times 573.045 = 515.740.5 \text{ Kg}$$

5.- Revisamos si la sección es o no compacta de la Tabla B5.1.

PATÍN

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{28.6}{2 \times 2.69} = 5.32 < 8.80 \therefore \text{La sección es compacta por el patin}$$

TABLA B5.1

$$\underbrace{0.38 \frac{E}{F_y} = 10.80}_{\text{SIN SISMO}} \text{ vs } \underbrace{0.31 \frac{E}{F_y} = 8.80}_{\text{CON SISMO}}$$

$$1.12 \frac{\overline{E}}{F_y} \left( 2.33 - \frac{P_u}{\phi P_y} \right) \geq 1.49 \frac{\overline{E}}{F_y} = 42.30$$

ALMA

$$\lambda = \frac{hc}{tw} = \frac{42.82}{1.66} = 25.8$$

$$\frac{P_u}{\phi P_y} < 0.125 = \frac{85.000}{515.740.5} = 0.165 > 0.125$$

31.80 (2.33 - 0.165) = 68.84 > 42.30. entonces tomamos 68.84 y como

68.84 > 25.8. La seccion es compacta por el alma

6 - Calculo de  $\lambda_c$ 

$$\lambda_{cx} = \left( \frac{KL}{r\pi} \right)_x \frac{F_y}{E} = \frac{2.06 \times 350}{20 \times \pi} \frac{2.530}{2'040,000} = 0.40$$

$$\lambda_{cy} = \left( \frac{KL}{r\pi} \right)_y \frac{F_y}{E} = \frac{1.16 \times 350}{6.8 \times \pi} \frac{2.530}{2'040,000} = 0.67; \text{ éste es el más desfavorable}$$

$$\lambda_c \leq 1.5 \quad F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$$

Por lo tanto

$$F_{cr_x} = (0.658^{0.40^2}) 2.530 = 2.366.12 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi F_{cr_x} = 0.85 \times 2.366.12 = 2.011.2 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_{cr_y} = (0.658^{0.67^2}) 2.530 = 2.097 \text{ Kg/cm}^2; \text{ se toma el menor esfuerzo}$$

$$\phi F_{cr_y} = 0.85 \times 2.097 = 1.782.45 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi P_n = A \phi F_{cr} = 226.5 \times 1.782.45 = 403.724 \text{ Ton}$$

COMPRESION POR FLEXIÓN  $M_x$  y  $M_y$ .

$$\frac{P_u}{\phi P_n} = \frac{85.000}{403.724} = 0.211 > 0.20 \therefore \text{ usamos la ecuación H1.1a}$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad M_u = B_1 M_{n1} + B_2 M_{11} \quad \text{Encontramos } B_1$$

$$C_m = 0.6 - 0.4 \left( \frac{M_1}{M_2} \right)$$



$$Cm_x = 0.6 - 0.4 \left( \frac{15.49}{18.55} \right) = 0.266$$

$$Cm_y = 0.6 - 0.4 \left( \frac{17.83}{17.91} \right) = 0.202$$

**CALCULAMOS LA CARGA CRITICA DE EULER**

$$Pe = \frac{AgFy}{\lambda c^2}$$

$$Pe_x = \frac{A_g F_y}{\lambda_{c_x}^2} = \frac{226.5 \times 2.530}{0.40^2} = 3'581.531.25 \text{ Kg}$$

$$Pe_y = \frac{A_g F_y}{\lambda_{c_y}^2} = \frac{226.5 \times 2.530}{0.67^2} = 1'276,553.80 \text{ Kg}$$

$$B_1 = \frac{Cm}{1 - \frac{Pu}{Pe}} \geq 1$$

$$B_{1,x} = \frac{0.266}{\left[ 1 - \frac{85.000}{3'581.531.25} \right]} = 0.272 \therefore = 1.0 ; \text{ como dá menor que uno, tomamos como base 1}$$

$$B_{1,y} = \frac{0.202}{\left[ 1 - \frac{85.000}{1'276.553.8} \right]} = 0.214 \therefore = 1.0$$

$B_{2,x}$  y  $B_{2,y} = 1$ , ya que se consideró en el análisis el efecto P-Δ

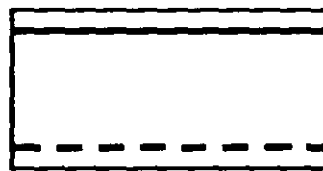
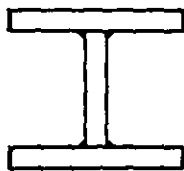
Tomando el momento más grande en la columna

$$M_{ux} = 1.0 ( 18.55 ) = 18.55 \text{ Ton-m}$$

$$M_{uy} = 1.0 ( 17.91 ) = 17.91 \text{ Ton-m}$$

Requisitos de sección compacta para flexión

b) Patines unidos continuamente al alma con soldadura.



**Soldadura corrida si puede ser compacta**  
Si cumple  $\lambda < \lambda_p$

**Soldadura interrumpida, no es compacta**  
Aunque cumpla  $\lambda < \lambda_p$

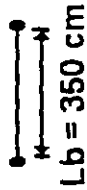
c) Pandeo del patin elementos no atiesados

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} \leq 0.38 \frac{E}{F_y} = \frac{28.6}{2 \times 2.69} = 5.32 < 10.80 \therefore \text{ cumple y la sección es compacta}$$

c) Pandeo del alma, elementos atiesados

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{42.82}{1.66} = 25.80 < 1.49 \frac{E}{F_y} = 42.30 \therefore \text{ cumple y la sección es compacta.}$$

d) Longitud libre sin arriostrar el patín en compresión.



$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 6.8 \sqrt{\frac{2040000}{2530}} = 339.84 \text{ cm} = 340 \text{ cm}$$

Como  $L_b > L_p$  Calculamos  $L_r$   
 $\frac{350}{340}$

$$J = 441 \text{ cm}^4$$

$$C_w = 5.451278 \text{ cm}^6$$

$$F_r = 706 \text{ Kg/cm}^2$$

$$G = 0.4E = 0.4 \times 2'040.000 = 816.000$$

$$F_{yw} = 2530 \text{ Kg/cm}^2$$

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJA}{2}} = \frac{\pi}{3.785} \sqrt{\frac{2'040.000 \times 816.000 \times 441 \times 226.5}{2}} = 239.321.96 \text{ Kg/cm}^2$$

$$X_2 = \frac{4C_w}{I_y} \left( \frac{S_x}{GJ} \right)^2 = \frac{4 \times 5.451.278}{10.531} \left[ \frac{3.785}{816.000 \times 441} \right]^2 = 0.000000229 \text{ ó } 2.29 \times 10^{-7} \text{ cm}^4 / \text{Kg}^2$$

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_L)} \sqrt{1 + \frac{X_2}{1 + X_2 (F_L)^2}} = \frac{6.8 \times 239.321}{1824} \sqrt{1 + \frac{X_2}{1 + X_2 (1824)^2}} = 1.361.16 \text{ cm } 13.61 \text{ m}$$

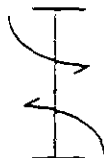
$$L_p < L_b < L_r = 3.4 < 3.5 < 13.61$$

**ZONA II**

$$\phi M_n = C_b \left[ \phi M_p - \phi b (M_p - M_r) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq \phi_r M_p$$

$$C_b = 1.75 + 1.05 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3$$

18.55



$$M_1 = 15.49$$

$$C_{b1} = 1.75 + 1.05 \left( \frac{15.49}{18.55} \right) + 0.3 \left( \frac{15.49}{18.55} \right)^2 = 2.84 \Rightarrow \text{se - pasa } \therefore 2.3$$

$M_2 = 17.91$



$$M_2 = 17.83$$

$$Cb_1 = 1.75 + 1.05 \frac{17.83}{17.91} + 0.3 \left( \frac{17.83}{17.91} \right)^2 = 3.09 \Rightarrow \text{se - pasa } \therefore 2.3; \text{ no puede ser más grande}$$

$$\phi_b M_p = \phi_b F_y Z_x$$

$$\phi_b M_{px} = 0.9 \times 2.530 \times 4.277 = 9'738.729 \text{ Kg-cm}$$

$$\phi_b M_{py} = 0.9 \times 2.530 \times 1.132 = 2'577.564 \text{ Kg-cm}$$

$$\phi_b M_r = \phi_b S_x F_L$$

$$F_L = F_c - F_t = 2530 - 705 = 1824 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi_b M_{rx} = 0.9 \times 3.785(1824) = 6'213.456 \text{ Kg-cm}$$

$$\phi_b M_{ry} = 0.9 \times 736(1824) = 1'208.217.60 \text{ Kg-cm}$$

SUSTITUYENDO

$$\phi M_{nx} = 2.3 \left[ 9'738.729 - (9'738.729 - 6'213.456) \left( \frac{350 - 340}{1.361 - 340} \right) \right] = 22'319.663 \text{ Kg-cm}$$

Como es mayor  $\phi M_{nx}$  va a ser igual a 9'738.729 Kg-cm

$$\phi M_{ny} = 2.3 \left[ 2'577.564 - (2'577.564 - 1'208.217.60) \left( \frac{350 - 340}{1.361 - 340} \right) \right] = 5'897.550 \text{ Kg-cm}$$

$$\phi_b M_{ny} = 2'577.564 \text{ Kg-cm}$$

Como es mayor tomamos  $(\phi_b M_{py})$  quedando.

5 - Revisión de la ecuación de interacción

$$\phi_c P_n + \frac{8}{9} \phi_r M_{nx} + \frac{8}{9} \phi_r M_{ny}$$

$$\frac{85.000}{403.724} + \frac{8}{9} \left( \frac{1'855.000}{9'738.729} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{1'791.000}{2'577.564} \right) = 0.211 + 0.169 + 0.617 = 0.997 < 1;$$

99.7 % de eficiencia  
**POR LO TANTO PASA**

**Ejemplo (2)** Revisión columna ( $c_2$ ): criterio AISC (LRFD), estructura del Grupo A,  $F_c = 1.5$ , la sección ya esta propuesta

1.- Columna sección "I" de PLS soldadas de acero NOM-B-254 (ASTM A-36).

Altura de la columna.  $L = 350 \text{ cm}$

2.- Elementos mecánicos "NO ÚLTIMOS".

	ESTÁTICA	SISMO X	SISMO Y
P	299.70 Ton	4.90 Ton	21.90 Ton
M <sub>x superior</sub>	7.06 Ton - m	63.8 Ton - m	-----
M <sub>x inferior</sub>	11.18 Ton - m	88.1 Ton - m	-----
M <sub>y superior</sub>	0.05 Ton - m	-----	31.1 Ton - m
M <sub>y inferior</sub>	0.19 Ton - m	-----	109.60 Ton - m

3 - Propiedades geometricas de la sección propuesta.

PERFI L	D cm	b <sub>f</sub> cm	t <sub>w</sub> cm	t <sub>r</sub> cm	A cm <sup>2</sup>	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm
C-2	80	60	2.54	4.4	706	830476	20762	23127	34.31	158493	5283	8031	15.0

4 - Compresion por carga axial.

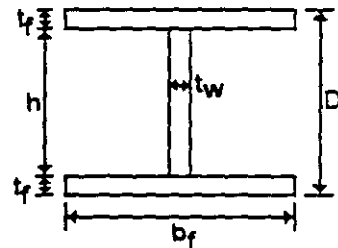
$$P_y = A f_y$$

$$P_y = 706 \times 2530 = 1786180 \text{ Kg} = 1786.18 \text{ Ton}$$

$$\phi P_y = 0.9 \times 1786.18 = 1607.56 \text{ Ton}$$

Condicion estática - sismo X

$$P_u = 1.1 \times [299.7 + 4.9 + 0.3(21.9)] = (311.7) \times 1.1 = 342.87 \text{ Ton (CV + S}_x + 0.3 S_y)$$



5 - Condiciones de sección compacta para miembros en compresión según tabla B1.5.

a) Patines.

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} \leq 0.31 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\lambda = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{60}{2 \times 4.4} = 6.8 \leq 0.31 \sqrt{\frac{2040000}{2530}} = 8.80; \text{ Cumple la sección en sus patines es "COMPACTA".}$$

b) Alma.

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_n} \leq 0.125 \quad \lambda = \frac{h}{t_w} \leq 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y} \left( 1 - \frac{2.75 P_u}{\phi_b P_n} \right)} \quad \text{ó} \quad 3.05 \sqrt{\frac{E}{F_y} \left( 1 - \frac{1.54 P_u}{\phi_b P_n} \right)}$$

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_n} > 0.125 \quad \lambda = \frac{h}{t_w} \leq 1.12 \sqrt{\frac{E}{F_y} \left( 2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_n} \right)} \geq 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\frac{P_u}{\phi_b P_n} = \frac{342.87}{1607.56} = 0.213 > 0.125$$

$$h = d - 2 t_r = 80 - 2(4.4) = 71.2 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{71.2}{2.54} = 28.03$$

$$1.12 \frac{\sqrt{2040000}}{2530} (2.33 - 0.213) = 66.37$$

$$1.49 \frac{\sqrt{E}}{F_y} = 42.30$$

28.03 < 42.30 < 66.37 ∴ el alma es "COMPACTA".

6.- Pandeo flexionante.

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (\text{LRFD E2-4})$$

$K_x = 0.97$  (caso a)       $K_y = 0.90$  (caso a) \*  
 $K_x = 3.48$  (caso b)       $K_y = 1.88$  (caso b) \*\*  
 \* Desplazamiento lateral impedido, caso a.  
 \*\* Desplazamiento lateral no impedido, caso b.

**DISEÑAMOS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL NO IMPEDIDO, CASO b.**

7.- Cálculo  $\phi_c P_n$ .

$$\lambda_{cx} = \frac{3.48 \times 350}{34.31 \times \pi} \sqrt{\frac{2530}{2040000}} = 0.398; \quad \frac{KL}{r_x} = 35.5 < 200$$

$$\lambda_{cy} = \frac{1.88 \times 350}{15.0 \times \pi} \sqrt{\frac{2530}{2040000}} = 0.492; \quad \frac{KL}{r_y} = 43.86 < 200$$

El esfuerzo crítico de pandeo será:

Si  $\lambda_c < 1.5$        $F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$ ; Pandeo inelástico.

Si  $\lambda_c > 1.5$        $F_{cr} = \left( \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_y$ ; Pandeo elástico.

Se toma el valor mayor de  $\lambda_c$ , por lo tanto se tiene un pandeo inelástico.

$$F_{cr} = (0.658^{10.492^2}) \times 2530 = 2286.23 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A = 0.85 \times 2286.23 \times 706 = 1371966.6 \text{ Kg} = 1371.97 \text{ Ton.}$$

8 - Compresión por flexión  $M_x$  y  $M_y$ .

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{342.87}{1371.97} = 0.249 > 0.2; \text{ Se aplica la siguiente fórmula.}$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0$$

En esencia la columna se debiera revisar para carga vertical únicamente, carga vertical y sismo en X y carga vertical y sismo en Y, es decir se deben diseñar tres columnas, y la condición que gobierna el diseño será la más desfavorable de las 3 que en este caso por lo obtenido en la carga equivalente será la condición estática más sismo en Y.

**CONDICIÓN SISMO X:**  $P_u = 1.1 \times (299.7 - 4.9 + 0.3 (21.9)) = 311.7 \times 1.1 = 342.87 \text{ Ton}$

DIRECCION X		DIRECCION Y	
$M_{supx}$	$= 7.06 - 63.8 = 70.86 \text{ Ton} \cdot \text{m}$	$M_{supy}$	$= 0.05 - 0.3 (31.1) = 9.38 \text{ Ton} \cdot \text{m}$
$M_{infx}$	$= 11.18 - 88.1 = 99.28 \text{ Ton} \cdot \text{m}$	$M_{infy}$	$= 0.19 - 0.3 (109.6) = 33.07 \text{ Ton} \cdot \text{m}$

**CONDICIÓN SISMO Y:**  $P_u = 1.1 \times [299.7 + 0.3 (4.9) + 21.9] = 323.07 \times 1.1 = 355.38 \text{ Ton}$

DIRECCION X		DIRECCION Y	
$M_{supx}$	$= 7.06 - 0.3 (63.8) = 26.2 \text{ Ton} \cdot \text{m}$	$M_{supy}$	$= 0.05 + 31.1 = 31.15 \text{ Ton} \cdot \text{m}$
$M_{infx}$	$= 11.18 + 0.3 (88.1) = 37.61 \text{ Ton} \cdot \text{m}$	$M_{infy}$	$= 0.19 - 109.6 = 109.79 \text{ Ton} \cdot \text{m}$

9.- Cálculo de los momentos  $M_{ux}$  y  $M_{uy}$ .

$$M_u = B_1 M_{nt} - B_2 M_{lt} \quad (\text{LRFD H1-2})$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{e1}}} \geq 1.0 \quad (\text{LRFD H1-3})$$

SISMO X		SISMO Y	
$C_{mx}$	$= 0.6 - 0.4 \left( \frac{70.86}{99.28} \right) = 0.31$	$C_{mx}$	$= 0.6 - 0.4 \left( \frac{26.20}{37.61} \right) = 0.32$
$C_{my}$	$= 0.6 - 0.4 \left( \frac{9.38}{33.07} \right) = 0.48$	$C_{my}$	$= 0.6 - 0.4 \left( \frac{31.15}{109.79} \right) = 0.48$

$$\text{Cálculo de } P_{e1} = \frac{Ag F_y}{\lambda_c^2}$$

$$P_{e1} = \frac{706 \times 2530}{(0.398)^2} = 11276104.14 \text{ Kg. Carga crítica de Euler}$$

$$P_{e2} = \frac{706 \times 2530}{(0.492)^2} = 7378957.63 \text{ Kg. Carga crítica de Euler.}$$

10 - Cálculo de  $B_1$

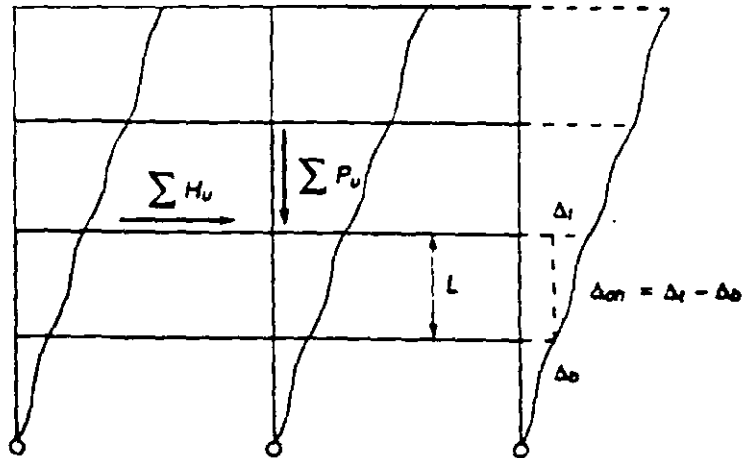
$$B_{1x} = \frac{0.31}{1 - \frac{342.87}{11276104}} = 0.31 \therefore 1.0$$

$$B_{1y} = \frac{0.31}{1 - \frac{355.38}{11276104}} = 0.32 \therefore 1.0$$

$$B_{1y} = \frac{0.48}{1 - \frac{342.87}{7378957}} = 0.48 \therefore 1.0$$

$$B_{1x} = \frac{0.48}{1 - \frac{355.38}{7378957}} = 0.48 \therefore 1.0$$

ii - Cálculo de  $B_2$ :  $B_2 = 1.0$  en un marco arriostrado cuando se analiza considerando el efecto P- $\Delta$ . En este ejemplo si calculamos  $B_2$



$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left[ \frac{\Delta_{oh}}{\sum H L} \right]} \quad (C1-4)$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left[ \frac{\sum P_u}{\sum P e_2} \right]} \quad (C1-5)$$

Donde:

- $\Delta_{oh}$  = Desplazamiento relativo del entrepiso.
- $L$  = Altura columna.
- $\sum P_u$  = La suma de la resistencia axial necesaria para todas las columnas del piso en cuestión.
- $\sum H$  = La suma de todas las fuerzas horizontales del piso que producen  $\Delta_{oh}$ .

Datos:

- $\left( \frac{\Delta_{oh}}{L} \right) = 0.0110 < \Delta_{adm} = 0.012$  h. según RC-DF
- $\sum P_u = 4800$  Ton.
- $\sum H = 579.2$  Ton. cortante sísmico en el edificio en el nivel considerado.

$$B_2 = \frac{1}{1 - 4800 \left[ \frac{0.011}{579.2} \right]} = 1.09$$

**MOMENTOS ÚLTIMOS DE DISEÑO (Ton-m)**

SISMO X					
DIRECCION X		DIRECCION Y			
$M_{ux}$	=	$[7.06(1.0)+63.8(1.09)] \times 1.1 = 84.26$ Ton-m	$M_{uy}$	=	$[0.05(1.0)-0.3(31.1)(1.09)] \times 1.1 = 11.24$ Ton-m
$M_{ux}$	=	$[11.18(1.0)+88.1(1.09)] \times 1.1 = 117.92$ Ton-m	$M_{uy}$	=	$[0.19(1.0)+0.3(109.6)(1.09)] \times 1.1 = 39.63$ Ton-m

SISMO Y					
DIRECCION X		DIRECCION Y			
$M_{ux}$	=	$[7.06(1.0)+0.3(63.8)(1.09)] \times 1.1 = 30.71$ Ton-m	$M_{uy}$	=	$[0.05(1.0)+31.1(1.09)] \times 1.1 = 37.34$ Ton-m
$M_{ux}$	=	$[11.18(1.0)-0.3(88.1)(1.09)] \times 1.1 = 43.98$ Ton-m	$M_{uy}$	=	$[0.19(1.0)+109.6(1.09)] \times 1.1 = 131.61$ Ton-m

12.- Flexión.

Longitud sin arriostrar del patin de compresión ( $L_b$ ) = 350 cm

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 15 \sqrt{\frac{2040730}{2530}} = 749.78 \text{ cm} > 350 \text{ cm} \therefore$$

Se tiene una flexión plástica. Zona 1.

**DIRECCIÓN X**

$$\phi_b M_n = \phi_b M_p ; \phi_b = 0.9$$

$$M_{px} = F_y Z_x \leq 1.5 M_y = 787.92 \text{ Ton-m}$$

$$M_{yx} = F_y S_x = 2530 \times 20762 = 52527860 \text{ Kg-cm} = 525.28 \text{ Ton-m}$$

$$1.5 M_{yx} = 1.5 \times 525.28 = 787.92 \text{ Ton-m}$$

$$M_{px} = 2530 \times 23127 = 58511310 \text{ Kg-cm} = 585.11 \text{ Ton-m} < 1.5 M_{yx} = 787.92 \text{ Ton-m}$$

$$\phi_b M_{nx} = 0.9 \times 585.11 = 526.60 \text{ Ton-m}$$

**DIRECCIÓN Y**

$$M_{yy} = F_y S_y = 2530 \times 5283 = 13365990 = 133.66 \text{ Ton-m}$$

$$1.5 M_{yy} = 1.5 \times 133.66 = 200.49 \text{ Ton-m}$$

$$M_{py} = F_y Z_y = 2530 \times 8031 = 20318430 = 203.18 > 200.49 \text{ Ton-m} \therefore \text{Tomamos } 200.49$$

$$\phi_b M_{ny} = 0.9 \times 200.49 = 180.44 \text{ Ton-m}$$

13 - Interacción, ecuación (H1.1a).

**Estático + Sismo X**

$$P_u = 342.87 \text{ Ton}; M_{ux} = 117.92 \text{ Ton-m}; M_{uy} = 39.63 \text{ Ton-m}; \phi_b M_{nx} = 526.60 \text{ Ton-m}; \phi_b M_{ny} = 180.44 \text{ Ton-m}$$

$$\frac{342.87}{1371.97} + \frac{8}{9} \left( \frac{117792000}{52660000} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{3963000}{18044000} \right) = 0.249 + 0.195 + 0.196 = 0.643 < 1.0 \therefore \text{E.B.}$$

64.3% DE EFICIENCIA

**Estático + Sismo Y**

$$P_u = 355.38 \text{ Ton}; M_{ux} = 43.98 \text{ Ton-m}; M_{uy} = 131.61 \text{ Ton-m}; \phi_b M_{nx} = 526.60 \text{ Ton-m}; \phi_b M_{ny} = 180.44 \text{ Ton-m}$$

$$\frac{355.38}{1371.97} + \frac{8}{9} \left( \frac{4398000}{52660000} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{13161000}{18044000} \right) = 0.259 + 0.074 + 0.648 = 0.981 < 1.0 \therefore \text{E. B.}$$



Fue más desfavorable la dirección Y. trabaja la columna al 98.1% en eficiencia, es decir, está correcta y optima la sección propuesta.

14.- Revisaremos la condición estática únicamente.

$$P_u = 1.5 \times 299.7 = 449.55 \text{ Ton}$$

ESTÁTICA					
DIRECCIÓN X		DIRECCIÓN Y			
$M_{ux}$	=	$[7.06(1.0)] \times 1.5 = 10.59 \text{ Ton-m}$	$M_{uy}$	=	$[0.05(1.0)] \times 1.5 = 0.075 \text{ Ton-m}$
$M_{ux}$	=	$[11.18(1.0)] \times 1.5 = 16.77 \text{ Ton-m}$	$M_{uy}$	=	$[0.19(1.0)] \times 1.5 = 0.285 \text{ Ton-m}$

$$P_u = 449.55 \text{ Ton}; M_{ux} = 16.77 \text{ Ton-m}; M_{uy} = 0.285 \text{ Ton-m}; \phi_b M_{nx} = 526.60 \text{ Ton-m}; \phi_b M_{ny} = 180.44 \text{ Ton-m}$$

$$\frac{449.55}{1371.97} + \frac{8}{9} \left( \frac{1677000}{52660000} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{28500}{18044000} \right) = 0.327 + 0.032 + 0.0015 = 0.3605 < 1.0 \text{ E.B.}$$

Para esta condición se tiene el 36% de eficiencia, por lo tanto dominó la condición estática + sismo en Y.

**Ejemplo (3)**

- 1.- Diseñar una columna "SECCIÓN CAJÓN", con relación  $b/t = 0.75$  a base de placas soldadas de Acero (ASTM A-50), estructura del Grupo B.  $26.27 \times 35.56$  cm.
- 2 - Altura de la columna  $H = 250$  cm
- 3 - Los movimientos laterales no son impedidos.
- 4 - Elementos mecánicos "no últimos".

	ESTÁTICA	SISMO X	SISMO Y
P	76 Ton	10 Ton	6 Ton
$M_x$ superior	15 Ton - m	20 Ton - m	-----
$M_x$ inferior	8 Ton - m	30 Ton - m	-----
$M_y$ superior	10 Ton - m	-----	5 Ton - m
$M_y$ inferior	8 Ton - m	-----	11 Ton - m

5.- De la tabla 7.1 aplicamos la carga equivalente para la sección cajón con relación  $b/h = 0.75$

$$P_{eq} = P + 0.055 M_x + 0.067 M_y$$

P en Ton. M en Ton-cm

a) Condición estática.

$$P_{eq} = 76 + 0.055 (1500) + 0.067 (1000) = 76 + 82.5 + 67 = 225.5 \text{ Ton}$$

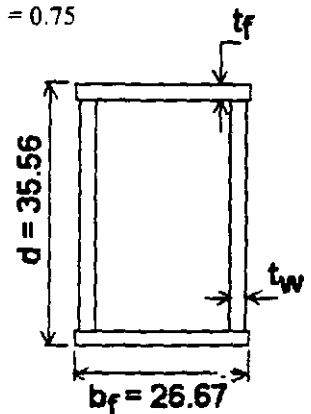
$$P_{eq_u} = 1.4 \times 225.5 = 315.7 \text{ Ton}$$

b) Condición estática más sismo X

$$P_{eq} = (76 + 10 + 0.3(6)) + 0.055 (800 + 3000) + 0.067 (800 + 0.3(1100))$$

$$P_{eq} = 87.8 + 209 + 75.71 = 372.51 \text{ Ton}$$

$$P_{eq_u} = 1.1 \times 372.51 = 409.761 \text{ Ton}$$



c) Condición estática más sismo Y.

$$P_{eq} = (76 + 0.3 (10) + 6) + 0.055 (800 + 0.3 (3000)) + 0.067 (800 + 1100)$$

$$P_{eq} = 85 + 93.5 + 127.3 = 305.8 \text{ Ton}$$

$$P_{eq_u} = 1.1 \times 305.8 = 336.38 \text{ Ton}$$

$$\text{Domina } P_{eq_u} = 409\,761 \text{ Ton Condición (E + S}_x\text{)}$$

6 - Selección de columna definitiva.

Valores DE Movimientos laterales no impedidos.

$$K_y = 1.71$$

$$K_x = 1.85$$

De la pagina 183. tabla A-1

$$r_{x_{aprox}} = 0.4 \times 35.56 = 14.22 \text{ cm}$$

$$r_{y_{aprox}} = 0.4 \times 26.67 = 10.66 \text{ cm}$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_x = \frac{1.85 \times 250}{14.22} = 35.52 < 200$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_y = \frac{1.71 \times 250}{10.66} = 40.10 < 200$$

$$\lambda_{c1} = \frac{KL}{r_1 \pi} = \frac{40.10}{\pi} \sqrt{\frac{3500}{2040000}} = 0.528 < 1.5$$

$$F_{cr} = \left(0.658^{(0.528)^2}\right) 3500 = 3113.56 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi F_{cr} = 0.85 \times 3113.56 = 2646.52 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A = \frac{409761}{2646.52} = 154.83 \text{ cm}^2$$

Buscamos una sección cajón con un  $r_x = 14.224 \text{ cm}$ ,  $r_y = 10.66 \text{ cm}$  y  $A = 155 \text{ cm}^2$

7.- Propiedades geométricas de la sección propuesta. 355.60. CA 175.15 Kg/m.

d cm	b <sub>f</sub> cm	t <sub>w</sub> cm	t <sub>f</sub> cm	A cm <sup>2</sup>	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	J cm <sup>4</sup>
35.56	26.67	1.91	1.91	223.13	39050	2196.29	2676.21	13.23	24658.49	1849.16	2180.32	1051	39088.89

$C_w = 0$  en secciones cajón.

8 - Compresión por carga axial

$$P_y = A f_y$$

$$P_y = 223.13 \times 3500 = 780955 \text{ Kg} = 780.955 \text{ Ton}$$

$$\phi P_y = 0.9 \times 780.955 = 702.86 \text{ Ton}$$

$$P_u = [76 - 10 + 0.3(6)] \times 1.1 = 96.58 \text{ Ton (CE - S}_x + 0.3 S_y)$$

9.- Condiciones de sección compacta para miembros en compresión según tabla B1.5.

a) Patines  $\lambda_p$ . N.A.

$$\lambda = \frac{bf}{tf} \leq \lambda_r = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 35.90$$

$$\lambda = \frac{bf}{tf} = \frac{26.67}{1.91} = 13.96 \leq 35.90 ; \text{ Cumple la sección en sus patines no es "COMPACTA".}$$

b) Alma  $\lambda_p$ . N.A.

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{35.36}{1.91} = 18.61 < \lambda_r = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 35.90 ; \text{ La sección en el alma no es "COMPACTA".}$$

10 - Pandeo flexionante

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (\text{LRFD E2-4})$$

**DISEÑAMOS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL NO IMPEDIDO.**

$$K_x = 1.85 \quad K_y = 1.71$$

11 - Calculo  $\phi_c P_n$ .

$$\lambda_{cx} = \frac{1.85 \times 250}{13.23 \times \pi} \sqrt{\frac{3500}{2040000}} = 0.46 ; \quad \frac{KL}{r_x} = 34.96 < 200$$

$$\lambda_{cy} = \frac{1.71 \times 250}{10.51 \times \pi} \sqrt{\frac{3500}{2040000}} = 0.536 ; \quad \frac{KL}{r_y} = 40.67 < 200$$

El esfuerzo crítico de pandeo será:

$$\text{Si } \lambda_c < 1.5 \quad F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y ; \text{ Pandeo inelástico.}$$

$$\text{Si } \lambda > 1.5 \quad F_{cr} = \left( \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_y ; \text{ Pandeo elástico.}$$

Se toma el valor mayor de  $\lambda_c$ , por lo tanto se tiene un pandeo inelástico.

$$F_{cr} = (0.658^{(0.536)^2}) \times 3500 = 3103.45 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A = 0.85 \times 3103.45 \times 223.13 = 588602.87 \text{ Kg} = 588.60 \text{ Ton.}$$

12.- Compresión por flexión  $M_x$  y  $M_y$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{96.58}{588.60} = 0.164 < 0.2: \text{ Se aplica la siguiente fórmula.}$$

$$\frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) + \left( \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (H1-1b)$$

En esencia la columna se debiera revisar para carga vertical únicamente, carga vertical y sismo en X y carga vertical y sismo en Y. Es decir se deben diseñar tres columnas, en nuestro caso no revisaremos la condición de carga vertical

CONDICIÓN SISMO X:  $P_u = 1.1 \times (76 + 10 + 0.3 (6)) = 96.58 \text{ Ton}$

DIRECCION X		DIRECCION Y			
$M_{supx}$	=	$15 + 20 = 35 \text{ Ton} \cdot \text{m}$	$M_{supy}$	=	$10 + 0.3 (5) = 11.5 \text{ Ton} \cdot \text{m}$
$M_{infx}$	=	$8 - 30 = 38 \text{ Ton} \cdot \text{m}$	$M_{infy}$	=	$8 + 0.3 (11) = 11.3 \text{ Ton} \cdot \text{m}$

CONDICIÓN SISMO Y:  $P_u = 1.1 \times [76 + 0.3 (10) + 6] = 93.5 \text{ Ton}$

DIRECCION X		DIRECCION Y			
$M_{supx}$	=	$15 - 0.3 (20) = 21 \text{ Ton} \cdot \text{m}$	$M_{supy}$	=	$10 + 5 = 15 \text{ Ton} \cdot \text{m}$
$M_{infx}$	=	$8 + 0.3 (30) = 17 \text{ Ton} \cdot \text{m}$	$M_{infy}$	=	$8 - 11 = 19 \text{ Ton} \cdot \text{m}$

13.- Cálculo de los momentos  $M_{ux}$  y  $M_{uy}$ .

$$M_u = B_1 M_{nt} - B_2 M_{lt} \quad (\text{LRFD H1-2})$$

$$B_1 = \left[ \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{cl}}} \right] \geq 1.0 \quad (\text{LRFD H1-3})$$

E + SISMO X		E + SISMO Y			
$C_{mx}$	=	$0.6 - 0.4 \left( \frac{35}{38} \right) = 0.23$	$C_{my}$	=	$0.6 - 0.4 \left( \frac{17}{21} \right) = 0.28$
$C_{my}$	=	$0.6 - 0.4 \left( \frac{11.3}{11.5} \right) = 0.20$	$C_{mx}$	=	$0.6 - 0.4 \left( \frac{15}{19} \right) = 0.28$

$$\text{Cálculo de } P_{cl} = \frac{Ag F_y}{\lambda_c^2}$$

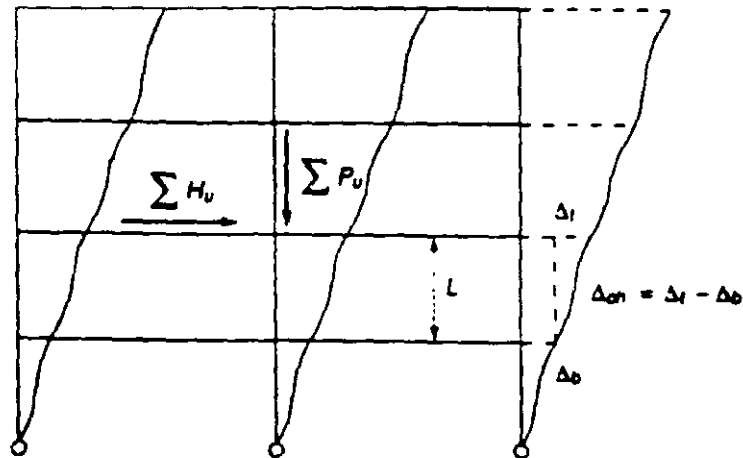
$$P_{c1} = \frac{223.13 \times 3500}{(0.46)^2} = 3690713 \text{ Kg} = 3690.71 \text{ Ton. Carga crítica de Euler.}$$

$$P_{c2} = \frac{223.13 \times 3500}{(0.536)^2} = 2718294 \text{ Kg} = 2718.29 \text{ Ton. Carga crítica de Euler.}$$

14 - Cálculo de  $B_1$

E + SISMO X	E + SISMO Y
$B_{1x} = \frac{0.23}{1 - \frac{96.58}{3690.71}} = 0.236 \therefore = 1.0$	$B_{1x} = \frac{0.28}{1 - \frac{93.50}{3690.71}} = 0.28 \therefore = 1.0$
$B_{1y} = \frac{0.20}{1 - \frac{96.58}{2718.29}} = 0.207 \therefore = 1.0$	$B_{1y} = \frac{0.28}{1 - \frac{93.50}{2718.29}} = 0.29 \therefore = 1.0$

15.- Cálculo de  $B_2$ .



$$B_2 = \frac{1}{1 - \Sigma P_v \left[ \frac{\Delta_{oh}}{\Sigma H L} \right]} \quad (C1-4)$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left[ \frac{\Sigma P_v}{\Sigma P_{e_2}} \right]} \quad (C1-5)$$

Donde:

- $\Delta_{oh}$  = Desplazamiento relativo = 2.75 cm del análisis del edificio
- $L$  = Altura columna = 250 cm
- $\Sigma P_v$  = La suma de la resistencia axial necesaria para todas las columnas del piso en cuestión.
- $\Sigma H$  = La suma de todas las fuerzas horizontales del piso que producen  $\Delta_{oh}$ .

Dátos:

$$\left( \frac{\Delta_{oh}}{L} \right) = \frac{2.75}{250} = 0.0110 < \Delta_{adm} = 0.012 \text{ h, según RC-GDF-93}$$

- $\Sigma P_v$  = 1016 Ton.
- $\Sigma H$  = 384 Ton, cortante sísmico en el edificio en el nivel considerado según análisis.

$$B_2 = \frac{1}{1 - 1016 \left[ \frac{0.011}{384} \right]} = 1.03$$

**MOMENTOS ÚLTIMOS DE DISEÑO (Ton-m)**

E + SISMO X					
DIRECCION X		DIRECCION Y			
$M_{ux}$	=	$[15(1.0) - 20(1.03)] \times 1.1 = 39.16$ Ton-m	$M_{uy}$	=	$[10(1.0) - 0.3(5)(1.03)] \times 1.1 = 12.69$ Ton-m
$M_{ux}$	=	$[8(1.0) - 30(1.03)] \times 1.1 = 42.79$ Ton-m	$M_{uy}$	=	$[8(1.0) + 0.3(11)(1.03)] \times 1.1 = 12.54$ Ton-m

E - SISMO Y					
DIRECCION X		DIRECCION Y			
$M_{ux}$	=	$[15(1.0) - 0.3(20)(1.03)] \times 1.1 = 23.29$ Ton-m	$M_{uy}$	=	$[10(1.0) - 5(1.03)] \times 1.1 = 16.66$ Ton-m
$M_{ux}$	=	$[8(1.0) - 0.3(30)(1.03)] \times 1.1 = 18.47$ Ton-m	$M_{uy}$	=	$[8(1.0) + 11(1.03)] \times 1.1 = 21.26$ Ton-m

16 - Flexión

Longitud sin arriostrar del patin de compresión ( $L_b$ ) = 250 cm

$$L_p = \frac{0.13 r_y E}{M_r} \sqrt{JA}$$

$$L_p = \frac{0.13 \times 10.51 \times 2040000}{5139318.6} \sqrt{39088.89 \times 223.13} = 1601.68 \text{ cm}$$

$$M_r = F_L S_x; F_L = (F_y - F_r) \text{ ó } F_{y, \text{max}} = 3500 \text{ Kg/cm}^2; F_r = 1160 \text{ Kg/cm}^2; F_L = (3500 - 1160) = 2340 \text{ Kg/cm}^2$$

$$M_r = F_L S_x; F_L = 2340 \times 2196.29 = 5139318.6 \text{ Kg-m} = 5139.3186 \text{ Ton-m}$$

Como:  $L_b < L_p$  ∴ Se tiene flexión plástica, por lo tanto cae en las fórmulas de zona 1.

$$M_{px} = F_y Z_x = 3500 \times 2676.21 = 9366735 \text{ Kg-cm} = 93.67 \text{ Ton-m} < 115.30 \text{ Ton-m}$$

$$M_{yx} = F_y S_x = 3500 \times 2196.29 = 7687015 \text{ Kg-cm}$$

$$1.5 M_{yx} = 11530522.5 \text{ Kg-cm} = 115.3 \text{ Ton-m}$$

$$\phi_b M_{nx} = 0.9 \times 93.67 = 84.30 \text{ Ton-m}$$

$$M_{yx} = F_y S_x = 3500 \times 1849.16 = 6472060 \text{ Kg-cm} = 64.72 \text{ Ton-m}$$

$$1.5 M_{yx} = 1.5 \times 64.72 = 97.08 \text{ Ton-m}$$

$$M_{py} = F_y Z_y = 3500 \times 2180.32 = 7631120 \text{ Kg-cm} = 76.31 \text{ Ton-m} < 97.08 \text{ Ton-m}$$

$$\phi_b M_{ny} = 0.9 \times 76.31 = 68.679 \text{ Ton-m}$$

17.- Interaccion. ecuacion (H1-1b).

E + Sismo X

$$Pu = 95.58 \text{ Ton}; M_{ux} = 42.79 \text{ Ton-m}; M_{uy} = 12.54 \text{ Ton-m}; \phi_b M_{nx} = 84.30 \text{ Ton-m}; \phi_b M_{ny} = 68.679 \text{ Ton-m}$$

$$\frac{95.58}{2 \times 588.60} + \left( \frac{4279000}{8430000} \right) + \left( \frac{1254000}{68679000} \right) = 0.082 + 0.507 + 0.183 = 0.772 < 1.0 \text{ ∴ E.B.}$$

77.2% Eficiencia

E - Sismo Y

$$\frac{Pu}{\phi P_n} = \frac{93.50}{588.60} = 0.159 < 0.2 : \text{usamos la ecuación (H1-1b)}$$

Pu=93.50 Ton: Mux=18.47 Ton-m; Muy=21.26 Ton-m;  $\phi_b M_{nx}$ =84.30 Ton-m ;  $\phi_b M_{ny}$ =68.679 Ton-m

$$\frac{93.5}{2 \times 588.6} + \left( \frac{1847000}{8430000} \right) + \left( \frac{2126000}{68679000} \right) = 0.079 + 0.219 + 0.309 = 0.608 < 1.0 \therefore \text{E.B}$$

60.8% Eficiencia

Fue más desfavorable la dirección X, trabaja la columna al 77.2% en eficiencia, es decir, está correcta la sección propuesta

18 - Revisaremos la condición estática únicamente.

$$Pu = 1.4 \times 76 = 106.4 \text{ Ton}$$

MOMENTOS ÚLTIMOS DE DISEÑO (TON - M)

ESTÁTICA					
DIRECCIÓN X		DIRECCIÓN Y			
M <sub>ux</sub>	=	[15(1.0)]x1.4 = 21.0 Ton-m	M <sub>uy</sub>	=	[10(1.0)]x1.4 = 14 Ton-m
M <sub>uy</sub>	=	[8(1.0)]x1.4 = 11.2 Ton-m	M <sub>ux</sub>	=	[8(1.0)]x1.4 = 11.2 Ton-m

$$\frac{Pu}{\phi P_n} = \frac{106.4}{588.6} = 0.18 < 0.2 : \text{usamos (H1-1b)}$$

Pu=106.4 Ton: M<sub>ux</sub>=21.0 Ton-m; M<sub>uy</sub>=14 Ton-m;  $\phi_b M_{nx}$ =84.3 Ton-m ;  $\phi_b M_{ny}$ =68.679 Ton-m

$$\frac{106.4}{2 \times 588.6} + \frac{8}{9} \left( \frac{2100000}{8430000} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{1400000}{6867900} \right) = 0.09 + 0.25 + 0.20 = 0.54 < 1.0 \therefore \text{E.B.}$$

Para esta condición se tiene el 54% de eficiencia. "SOBRADA" en esta condición.

+++++

**TABLA A-36**  
**ESFUERZO DE DISEÑO PARA MIEMBROS EN COMPRESIÓN DE ACERO CON UN ESFUERZO DE**  
**FLUENCIA ESPECIFICADO DE 2533Kg/cm<sup>2</sup>.**  
 $\phi_c = 0.85$  <sup>(a)</sup>

$\frac{kl}{r}$	$\Phi_c F_{cr}$ kg cm <sup>2</sup>	$\frac{kl}{r}$	$\Phi_c F_{cr}$ kg cm <sup>2</sup>	$\frac{kl}{r}$	$\Phi_c F_{cr}$ kg cm <sup>2</sup>	$\frac{kl}{r}$	$\Phi_c F_{cr}$ kg cm <sup>2</sup>	$\frac{kl}{r}$	$\Phi_c F_{cr}$ kg cm <sup>2</sup>
1	2153.32	41	1971.06	81	1524.21	121	996.44	161	579.15
2	2152.69	42	1962.62	82	1511.55	122	983.72	162	572.11
3	2252.62	43	1953.47	83	1498.18	123	971.11	163	565.07
4	2151.21	44	1945.03	84	1485.51	124	958.44	164	558.03
5	2150.51	45	1935.88	85	1472.14	125	945.77	165	551.70
6	2149.10	46	1926.03	86	1458.77	126	933.81	166	544.66
7	2147.69	47	1916.88	87	1445.40	127	921.14	167	538.33
8	2146.29	48	1907.73	88	1432.73	128	909.18	168	532.00
9	2144.17	49	1897.88	89	1419.36	129	896.51	169	525.66
10	2142.06	50	1888.03	90	1405.99	130	884.55	170	519.33
11	2139.95	51	1877.47	91	1392.62	131	872.59	171	513.70
12	2137.14	52	1867.62	92	1379.25	132	860.63	172	507.37
13	2134.32	53	1857.06	93	1365.88	133	848.66	173	501.74
14	2131.51	54	1847.21	94	1352.51	134	836.00	174	496.11
15	2127.99	55	1836.66	95	1339.14	135	824.03	175	490.48
16	2124.47	56	1825.40	96	1325.77	136	812.07	176	484.85
17	2120.95	57	1814.84	97	1312.40	137	800.11	177	479.22
18	2116.73	58	1803.58	98	1299.03	138	788.14	178	473.59
19	2112.51	59	1793.03	99	1285.66	139	776.88	179	468.66
20	2108.29	60	1781.77	100	1272.29	140	776.33	180	463.74
21	2104.06	61	1770.51	101	1258.92	141	755.07	181	458.11
22	2099.14	62	1758.55	102	1245.55	142	744.51	182	453.18
23	2094.21	63	1747.29	103	1232.18	143	733.96	183	448.26
24	1878.18	64	1736.03	104	1218.81	144	724.11	184	443.33
25	2083.66	65	1724.07	105	1205.44	145	714.26	185	438.41
26	2078.03	66	1712.10	106	1192.07	146	704.40	186	434.18
27	2072.40	67	1700.14	107	1178.70	147	694.55	187	429.26
28	2066.06	68	1688.18	108	1165.33	148	685.40	188	425.03
29	2060.43	69	1676.21	109	1151.96	149	676.26	189	420.11
30	2053.40	70	1663.55	110	1139.29	150	667.11	190	415.89
31	2047.06	71	1651.58	111	1125.92	151	658.66	191	411.66
32	2040.03	72	1638.92	112	1112.55	152	649.52	192	407.44
33	2033.69	73	1626.95	113	1099.88	153	641.07	193	403.22
34	2025.95	74	1614.29	114	1086.51	154	633.33	194	399.00
35	2018.92	75	1601.62	115	1073.85	155	624.89	195	394.78
36	2011.17	76	1588.95	116	1060.48	156	617.14	196	390.55
37	2003.43	77	1576.29	117	1047.81	157	609.40	197	387.04
38	1995.69	78	1563.62	118	1034.44	158	601.66	198	382.81
39	1987.95	79	1550.25	119	1021.77	159	593.92	199	379.29
40	1979.51	80	1537.58	120	1009.11	160	586.18	200	375.07

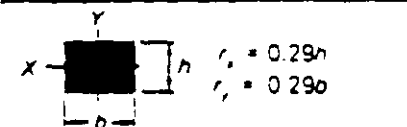
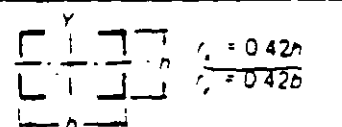
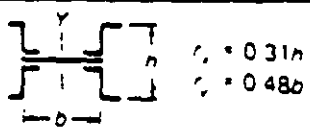
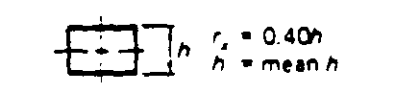
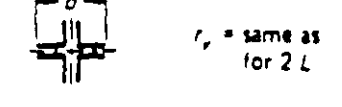
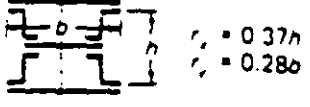
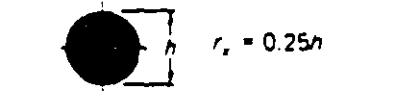
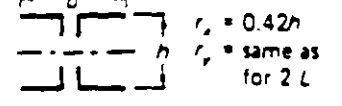
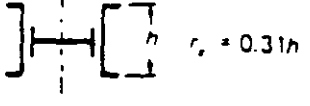
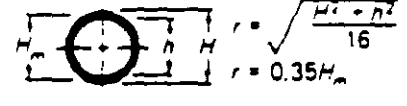
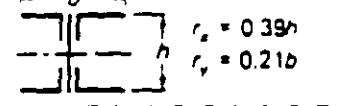
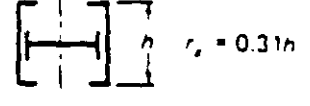
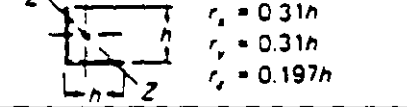
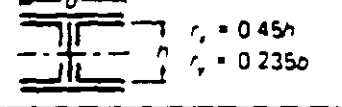
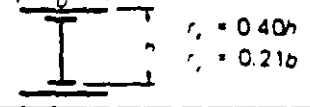
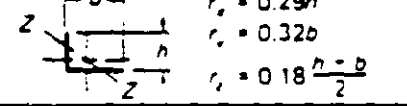
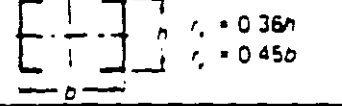
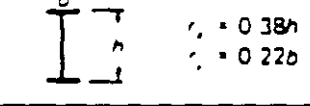
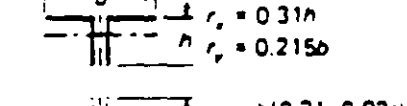
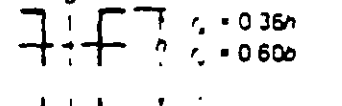
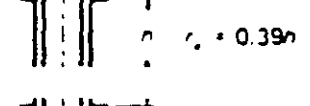
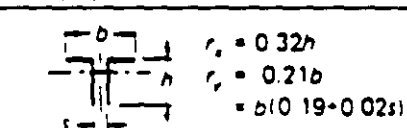
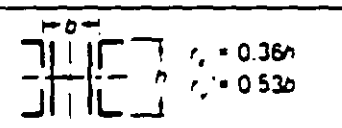
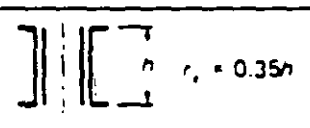
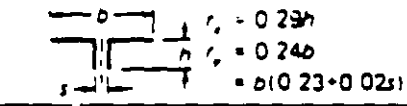
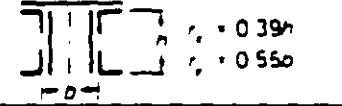
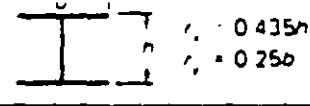
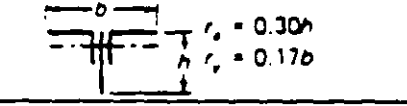
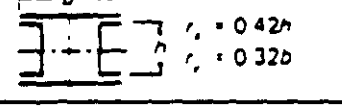
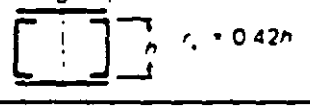
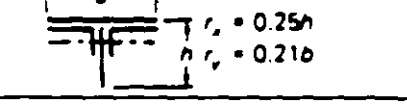
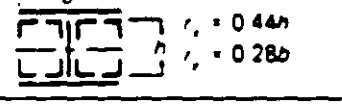
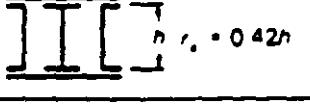
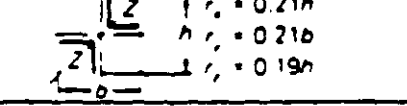
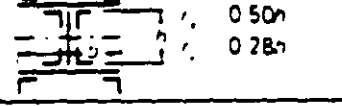
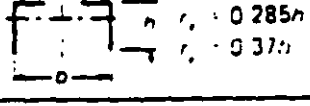
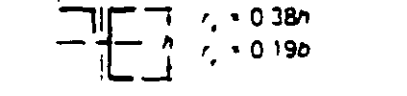
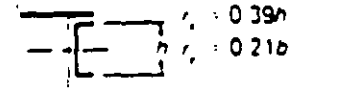
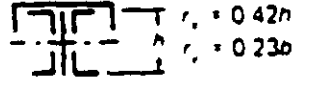


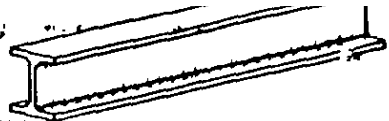
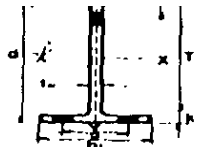
TABLA A-50  
 ESFUERZO DE DISEÑO PARA MIEMBROS EN COMPRESION DE ACERO CON UN ESFUERZO DE  
 FLUENCIA ESPECIFICADO DE 3519 kg/cm<sup>2</sup>,  $\phi_c = 0.85^{[a]}$

$\frac{kl}{r}$	$\phi_c F_{cr}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\frac{kl}{r}$	$\phi_c F_{cr}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\frac{kl}{r}$	$\phi_c F_{cr}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\frac{kl}{r}$	$\phi_c F_{cr}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\frac{kl}{r}$	$\phi_c F_{cr}$ kg/cm <sup>2</sup>
1	2990.73	41	2645.21	81	1851.43	121	1025.29	161	579.15
2	2990.02	42	2629.02	82	1829.62	122	1008.40	162	572.11
3	2988.61	43	2612.84	83	1807.10	123	992.22	163	565.07
4	2987.21	44	2595.95	84	1785.29	124	976.74	164	558.03
5	2985.10	45	2579.06	85	1763.47	125	961.25	165	551.70
6	2982.98	46	2562.17	86	1741.66	126	945.77	166	544.66
7	2980.17	47	2544.58	87	1719.84	127	931.00	167	538.33
8	2976.65	48	2526.99	88	1698.03	128	916.22	168	532.00
9	2973.13	49	2509.39	89	1676.21	129	902.14	169	525.66
10	2968.91	50	2491.10	90	1654.40	130	888.07	170	519.33
11	2964.69	51	2472.80	91	1632.58	131	874.70	171	513.70
12	2959.06	52	2454.51	92	1610.77	132	862.03	172	507.37
13	2954.13	53	2435.51	93	1588.95	133	848.66	173	501.74
14	2948.50	54	2416.51	94	1567.84	134	836.00	174	496.11
15	2942.17	55	2397.51	95	1546.03	135	824.03	175	490.48
16	2935.13	56	2377.80	96	1524.92	136	812.07	176	484.85
17	2928.10	57	2358.10	97	1503.10	137	800.11	177	479.22
18	2921.06	58	2338.40	98	1481.99	138	788.14	178	473.59
19	2912.61	59	2318.69	99	1460.88	139	776.88	179	468.66
20	2904.87	60	2298.99	100	1439.77	140	766.33	180	463.74
21	2895.73	61	2278.58	101	1418.66	141	755.07	181	458.11
22	2886.58	62	2258.17	102	1397.55	142	744.51	182	453.18
23	2877.43	63	2237.77	103	1377.14	143	733.96	183	448.26
24	2867.58	64	2216.66	104	1356.73	144	724.11	184	443.33
25	2857.02	65	2196.25	105	1335.62	145	714.26	185	438.41
26	2846.47	66	2175.14	106	1315.22	146	704.40	186	434.18
27	2835.21	67	2154.03	107	1294.81	147	694.55	187	429.26
28	2823.95	68	2132.91	108	1275.10	148	685.40	188	425.03
29	2812.69	69	2111.80	109	1254.70	149	676.26	189	420.11
30	2800.02	70	2089.99	110	1234.99	150	667.11	190	415.89
31	2788.06	71	2068.88	111	1215.29	151	658.66	191	411.66
32	2774.69	72	1413.73	112	1195.59	152	649.52	192	407.44
33	2762.02	73	2025.95	113	1175.88	153	641.07	193	403.22
34	2748.65	74	2004.14	114	1155.48	154	633.33	194	399.00
35	2734.58	75	1982.32	115	1135.07	155	624.89	195	394.78
36	2734.58	76	1960.51	116	1116.07	156	617.14	196	390.55
37	2705.73	77	1938.69	117	1097.07	157	609.40	197	387.04
38	2690.95	78	1916.88	118	1078.07	158	601.66	198	382.81
39	2676.17	79	1895.06	119	1060.48	159	593.92	199	379.29
40	2660.69	80	1873.25	120	1042.88	160	586.18	200	375.07

[a] Cuando la relacion ancho – espesor del elemento exceda  $\lambda_c$ , ver Apéndice B5.3.

TABLA A-1 RADIOS DE GIRO APROXIMADOS

 $r_x = 0.29h$ $r_y = 0.29b$	 $r_x = 0.42h$ $r_y = 0.42b$	 $r_x = 0.31h$ $r_y = 0.48b$
 $r_x = 0.40h$ $r_y = \text{mean } h$	 $r_x = \text{same as for 2 L}$ $r_y = \text{same as for 2 L}$	 $r_x = 0.37h$ $r_y = 0.28b$
 $r_x = 0.25h$	 $r_x = 0.42h$ $r_y = \text{same as for 2 L}$	 $r_x = 0.31h$
 $r_x = \sqrt{\frac{H^2 - t^2}{16}}$ $r_y = 0.35H_m$	 $r_x = 0.39h$ $r_y = 0.21b$	 $r_x = 0.31h$
 $r_x = 0.31h$ $r_y = 0.31h$ $r_z = 0.197h$	 $r_x = 0.45h$ $r_y = 0.235b$	 $r_x = 0.40h$ $r_y = 0.21b$
 $r_x = 0.29h$ $r_y = 0.32b$ $r_z = 0.18 \frac{h-b}{2}$	 $r_x = 0.36h$ $r_y = 0.45b$	 $r_x = 0.38h$ $r_y = 0.22b$
 $r_x = 0.31h$ $r_y = 0.215b$	 $r_x = 0.36h$ $r_y = 0.60b$	 $r_x = 0.39h$
 $r_x = b(0.21 - 0.02s)$ $r_y = b(0.19 - 0.02s)$	 $r_x = 0.36h$ $r_y = 0.53b$	 $r_x = 0.35h$
 $r_x = 0.29h$ $r_y = 0.24b$ $r_z = b(0.23 - 0.02s)$	 $r_x = 0.39h$ $r_y = 0.55b$	 $r_x = 0.435h$ $r_y = 0.25b$
 $r_x = 0.30h$ $r_y = 0.17b$	 $r_x = 0.42h$ $r_y = 0.32b$	 $r_x = 0.42h$
 $r_x = 0.25h$ $r_y = 0.21b$	 $r_x = 0.44h$ $r_y = 0.28b$	 $r_x = 0.42h$
 $r_x = 0.21h$ $r_y = 0.21b$ $r_z = 0.19h$	 $r_x = 0.50h$ $r_y = 0.28h$	 $r_x = 0.285h$ $r_y = 0.37h$
 $r_x = 0.38h$ $r_y = 0.19b$	 $r_x = 0.39h$ $r_y = 0.21b$	 $r_x = 0.42h$ $r_y = 0.23b$



# VALORES DE Lp y Lry MOMENTOS PLASTICOS EN ACERO A -36 y A -50



NOTA: Los perfiles suministrados en peso de fabricación estándar, por lo que no necesariamente concuerdan a un porcentaje de densidad.

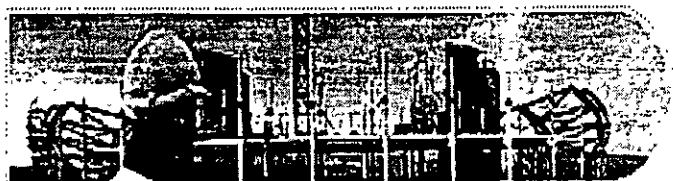
Perfil	h	b	t	t <sub>w</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>ry</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>ry</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>ry</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>ry</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>ry</sub>	L <sub>p</sub>	L <sub>ry</sub>	
152 x 136	170	136	10	6	4750 26	114 95	372 73	258060	345345	232254	70840	68310	61479	97 45	273 82	359040	480460
x 181	370	181	12	7	6598 91	114 95	434 22	344080	455400	309672	96140	93150	83368	97 45	306 66	478720	633600
x 240	920	240	14	8	10308 64	124 94	581 11	485760	633785	437184	141680	136620	127954	103 92	393 78	675840	881760
203 x 150	170	150	10	6	8253 48	104 95	309 00	368850	483780	330185	68310	64515	58064	88 98	236 20	310400	415840
x 194	370	194	12	7	11004 49	104 95	347 13	473110	614790	425799	85550	83490	75141	88 98	257 00	458240	655360
x 225	580	225	14	8	13917 42	109 95	384 49	564190	732435	507771	111320	106260	93634	93 21	278 98	784960	1019040
203 x 268	170	268	10	6	32736 83	154 93	512 19	705870	944955	635263	192280	189750	170775	131 35	373 26	962080	1314720
x 312	117	312	12	7	40618 84	159 93	578 41	845020	1130910	780518	235290	231495	206348	135 58	409 52	1175680	1573440
254 x 178	250	178	12	7	13733 83	99 95	297 99	521180	679305	469002	73370	68210	61479	84 74	229 67	725120	945120
x 223	420	223	14	8	18317 52	104 95	324 75	682680	857670	595754	98140	91080	81972	88 98	247 01	922240	1193280
x 253	670	253	16	9	22866 73	104 95	337 85	774180	1005675	696762	116380	110050	99050	88 98	252 41	1077120	1399200
x 285	990	285	18	10	27500 00	109 95	365 94	895620	1168860	806058	139150	132825	119543	93 21	269 55	1246080	1626240
254 x 329	1000	329	18	10	37567 06	169 92	525 85	1077780	1442100	870002	253000	246675	222008	144 08	391 71	1499520	2006400
x 385	1650	385	20	11	92306 89	174 92	578 85	1297890	1734315	1168101	311190	303600	273240	148 29	421 41	1805760	2412960
x 448	2580	448	22	12	112125 84	174 92	632 04	1516000	2015145	1366200	366850	356730	321057	148 29	449 89	2112000	2803680
305 x 211	290	211	12	7	21654 89	94 96	278 71	721050	925960	648945	78430	75900	68310	80 50	217 54	1003200	1288320
x 239	420	239	14	8	28027 50	94 96	298 85	832370	1062600	749133	93610	87285	78557	84 74	231 48	1158080	1478400
x 282	750	282	16	9	35348 55	104 95	320 77	1024850	1324455	922185	123970	117645	105881	88 98	244 80	1425600	1847720
x 328	1200	328	18	10	44292 55	109 95	350 35	1214400	1578720	1092960	151800	144210	129789	93 21	262 82	1689600	2196480
x 387	1250	387	18	10	162324 16	189 91	549 26	1543300	2075885	1388970	339020	333960	300564	161 01	417 51	2147200	2888160
x 445	1910	445	20	11	192413 34	194 91	591 47	1786180	2402235	1607562	397210	387090	348381	185 24	442 39	2485120	3342240
x 522	3080	522	22	12	236902 75	194 91	635 42	2122670	2834865	1910403	475640	462990	416691	165 24	485 20	2953280	3944160
305 x 598	3950	598	22	12	385752 83	244 89	818 11	2383260	3225750	2144934	695750	683100	614790	207 61	591 01	3315840	4488000
x 669	5450	669	24	13	441784 88	244 89	873 58	2681800	3612640	2413620	706830	703800	613347	207 61	620 66	3350800	5076560
x 744	7410	744	26	14	505296 13	249 88	956 28	3000580	4022700	2700522	868030	856260	778734	211 85	668 83	4147120	5596800
305 x 780	6580	780	24	13	646379 90	314 85	1108 22	3230810	4390618	2907729	1206810	1195420	1076683	268 83	785 86	4495040	6109880
x 865	8740	865	26	14	960011 65	319 88	1189 87	3582480	4850018	3224232	1348490	1332045	1198841	271 17	833 54	4964320	6747840
305 x 967	9070	967	28	15	1060066 23	384 82	1387 22	4012580	6464800	3611322	1829190	1810216	1629194	328 28	978 20	5582720	7803200
x 1069	12200	1069	30	16	1753786 44	384 82	1486 81	4478100	6058820	4030290	2039180	2015145	1813631	328 28	1032 63	6230400	8426880
x 1175	16000	1175	32	17	1960084 06	384 82	1605 83	4933500	6652935	4440150	2251700	2227865	2004899	328 28	1094 07	6864000	9255640
x 1297	11200	1297	34	18	2218023 82	384 82	1768 47	5472390	7395300	4925181	2504700	2470545	2232481	350 48	1272 98	7813780	10211520
x 1428	28600	1428	36	19	2531235 98	384 82	1894 68	6094770	8147865	5452933	2798180	2762780	2486464	350 48	1270 16	8470680	11336160
x 1680	38000	1680	38	20	2885484 72	384 82	2085 59	6798110	9108200	6118299	3114430	3068360	2750724	334 72	1386 64	9458240	12545280
x 1770	53700	1770	40	21	3337407 98	399 81	2358 98	7711440	10138445	6940298	3542000	3491400	3142260	338 86	1558 12	10728800	14107880
x 1850	77000	1850	42	22	3959466 17	399 81	2618 97	8672710	11567160	7985439	4063100	3992340	3593106	338 86	1718 09	12344840	16333440
305 x 211	290	211	12	7	21654 89	94 96	278 71	721050	925960	648945	78430	75900	68310	80 50	217 54	1003200	1288320
x 239	420	239	14	8	28027 50	94 96	298 85	832370	1062600	749133	93610	87285	78557	84 74	231 48	1158080	1478400
x 282	750	282	16	9	35348 55	104 95	320 77	1024850	1324455	922185	123970	117645	105881	88 98	244 80	1425600	1847720
x 328	1200	328	18	10	44292 55	109 95	350 35	1214400	1578720	1092960	151800	144210	129789	93 21	262 82	1689600	2196480
x 387	1250	387	18	10	162324 16	189 91	549 26	1543300	2075885	1388970	339020	333960	300564	161 01	417 51	2147200	2888160
x 445	1910	445	20	11	192413 34	194 91	591 47	1786180	2402235	1607562	397210	387090	348381	185 24	442 39	2485120	3342240
x 522	3080	522	22	12	236902 75	194 91	635 42	2122670	2834865	1910403	475640	462990	416691	165 24	485 20	2953280	3944160
305 x 598	3950	598	22	12	385752 83	244 89	818 11	2383260	3225750	2144934	695750	683100	614790	207 61	591 01	3315840	4488000
x 669	5450	669	24	13	441784 88	244 89	873 58	2681800	3612640	2413620	706830	703800	613347	207 61	620 66	3350800	5076560
x 744	7410	744	26	14	505296 13	249 88	956 28	3000580	4022700	2700522	868030	856260	778734	211 85	668 83	4147120	5596800
305 x 780	6580	780	24	13	646379 90	314 85	1108 22	3230810	4390618	2907729	1206810	1195420	1076683	268 83	785 86	4495040	6109880
x 865	8740	865	26	14	960011 65	319 88	1189 87	3582480	4850018	3224232	1348490	1332045	1198841	271 17	833 54	4964320	6747840
305 x 967	9070	967	28	15	1060066 23	384 82	1387 22	4012580	6464800	3611322	1829190	1810216	1629194	328 28	978 20	5582720	7803200
x 1069	12200	1069	30	16	1753786 44	384 82	1486 81	4478100	6058820	4030290	2039180	2015145	1813631	328 28	1032 63	6230400	8426880
x 1175	16000	1175	32	17	1960084 06	384 82	1605 83	4933500	6652935	4440150	2251700	2227865	2004899	328 28	1094 07	6864000	9255640
x 1297	11200	1297	34	18	2218023 82	384 82	1768 47	5472390	7395300	4925181	2504700	2470545	2232481	350 48	1272 98	7813780	10211520
x 1428	28600	1428	36	19	2531235 98	384 82	1894 68	6094770	8147865	5452933	2798180	2762780	2486464	350 48	1270 16	8470680	11336160
x 1680	38000	1680	38	20	2885484 72	384 82	2085 59	6798110	9108200	6118299	3114430	3068360	2750724	334 72	1386 64	9458240	12545280
x 1770	53700	1770	40	21	3337407 98	399 81	2358 98	7711440	10138445	6940298	3542000	3491400	3142260	338 86	1558 12	10728800	14107880
x 1850	77000	1850	42	22	3959466 17	399 81	2618 97	8672710	11567160								



803	109.9	217.0	204.83	185.14	1049630	14117400	8440442	2976230	1901700	2252290	209.20	841.34	4400000	11841000	17114500	20000000	27400000	34000000	41000000	48000000	55000000	62000000	69000000	76000000	83000000	90000000	97000000	104000000	111000000	118000000	125000000	132000000	139000000	146000000	153000000	160000000	167000000	174000000	181000000	188000000	195000000	202000000	209000000	216000000	223000000	230000000	237000000	244000000	251000000	258000000	265000000	272000000	279000000	286000000	293000000	300000000	307000000	314000000	321000000	328000000	335000000	342000000	349000000	356000000	363000000	370000000	377000000	384000000	391000000	398000000	405000000	412000000	419000000	426000000	433000000	440000000	447000000	454000000	461000000	468000000	475000000	482000000	489000000	496000000	503000000	510000000	517000000	524000000	531000000	538000000	545000000	552000000	559000000	566000000	573000000	580000000	587000000	594000000	601000000	608000000	615000000	622000000	629000000	636000000	643000000	650000000	657000000	664000000	671000000	678000000	685000000	692000000	699000000	706000000	713000000	720000000	727000000	734000000	741000000	748000000	755000000	762000000	769000000	776000000	783000000	790000000	797000000	804000000	811000000	818000000	825000000	832000000	839000000	846000000	853000000	860000000	867000000	874000000	881000000	888000000	895000000	902000000	909000000	916000000	923000000	930000000	937000000	944000000	951000000	958000000	965000000	972000000	979000000	986000000	993000000	1000000000
-----	-------	-------	--------	--------	---------	----------	---------	---------	---------	---------	--------	--------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------



FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



...: Ingeniería de Civil

# CURSOS ABIERTOS

## DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS

APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA  
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
CA 110

TEMA

DISEÑO DE COLUMNAS  
CAUSAS DE FALLA EN ESTRUCTURAS DE ACERO  
SUPERVISIÓN DE ESTRUCTURAS DE ACERO

**EXPOSITOR: DR. RODOLFO VALLES MATTOX**  
**DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005**  
**PALACIO DE MINERÍA**



## AISC DISEÑO FACTOR DE CARGA Y RESISTENCIA (LRFD)

### CAPÍTULO "H"

#### MIEMBROS SIMÉTRICOS SUJETOS A FLEXIÓN Y FUERZA AXIAL.

##### 1) Miembros simple y doblemente simétricos con flexión y torsión.

La interacción de flexión y tensión en perfiles simétricos se limita mediante las fórmulas H1-1a y H1-1b.

a) Para  $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left[ \frac{M_{ux}}{\phi_r M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{my}} \right] \leq 1.0 \quad (\text{H1-1a})$$

b) Para  $\frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2$

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left[ \frac{M_{ux}}{\phi_r M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{my}} \right] \leq 1.0 \quad (\text{H1-1a})$$

En donde.

- $P_u$  = Resistencia de tensión requerida, en Kg.
- $P_n$  = Resistencia de tensión nominal, determinada de acuerdo con lo indicado en la Sección D1, en Kg.
- $M_u$  = Resistencia de flexión requerida, determinada de acuerdo con las disposiciones de la Sección C2, en Kg - m
- $M_r$  = Resistencia de flexión nominal, determinada de acuerdo con lo indicado en la Sección F1, en Kg - m
- $x$  = Subíndice que indica un símbolo se refiere a flexión alrededor del eje mayor momento de inercia
- $y$  = Subíndice que indica que un símbolo se refiere a flexión alrededor del eje de menor momento de inercia.
- $\phi = \phi_c$  = Factor de resistencia para tensión (véase la Sección D1).
- $\phi_b$  = Factor de resistencia para flexión = 0.90.

Se podrá hacer un análisis más detallado de la interacción de flexión y tensión, en lugar de usar las fórmulas H1-1a y H1-1b.



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 4  
COL. SAN MIGUEL, CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MÉXICO, D.F.  
TELS. FAX 5515 1256 Y 5516-0835

2) Miembros simple y doblemente simétricos a flexión y compresión.

La interacción de flexión y compresión en perfiles simétricos se limita mediante las fórmulas H1-1a y H1-1b, en donde:

- $P_u$  = Resistencia requerida ante compresión, en Kg
- $P_n$  = Resistencia nominal a la compresión, determinada de acuerdo con lo indicado en la Sección E2, en Kg.
- $M_u$  = Resistencia a la flexión requerida, determinada de acuerdo con lo dispuesto en la Sección C1, en Kg - m.
- $M_n$  = Resistencia a la flexión nominal, determinada de acuerdo con las disposiciones de la Sección F1, en Kg - m
- $x$  = Subíndice que indica que un símbolo se refiere a flexión alrededor del eje de mayor momento de inercia
- $y$  = Subíndice que indica que un símbolo se refiere a flexión alrededor del eje menor momento de inercia.
- $\phi = \phi_c$  = Factor de resistencia para compresión, = 0.85 (véase la Sección E2)
- $\phi_b$  = Factor de resistencia para flexión = 0.90





**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 22  
COL. SAN MIGUEL, CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO D.F.  
TELEFONO: 5515-7256 Y 5516-0235

TABLA B5.1

RELACIONES LIMITES ANCHO-ESPESOR PARA ELEMENTOS EN COMPRESIÓN

DESCRIPCIÓN DEL ELEMENTO	RELACION ANCHO - ESPESOR	RELACIONES LIMITES ANCHO - ESPESOR	
		$\lambda_p$ (sección compacta)	$\lambda_r$ (sección no compacta)
Patines de perfiles I híbridas o vigas armadas soldadas a flexión	b/h	$\frac{545}{\sqrt{F_{y_r}}}$	$\frac{1358}{\sqrt{(F_{y_r} - 1160)/k_c}}$ [f]
Almas en flexión y compresión axial combinada	h/t <sub>w</sub>	Para $P_u/\phi_b P_y \leq 0.125$ [c] $\frac{5730}{\sqrt{F_y}} \left( 1 - \frac{2.75 P_u}{\phi_b P_y} \right)$ Para $P_u/\phi_b P_y > 0.125$ [c] $\frac{1600}{\sqrt{F_y}} \left( 2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \geq \frac{2120}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{8150}{\sqrt{F_y}} \left( 1 - 0.74 \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right)$ [g]
Patines de perfiles I (incluyendo secciones híbridas) y canales en flexión [a]	b/t	Sin sismo $\frac{545}{\sqrt{F_{y_r}}}$	Con sismo $\frac{436}{\sqrt{F_{y_r}}}$
Almas en combinación - Flexión y compresión axial	h/t <sub>w</sub>	Para $P_u/\phi_b P_y \leq 0.125$ [c] $\frac{5730}{\sqrt{F_y}} \left( 1 - \frac{2.75 P_u}{\phi_b P_y} \right)$ $\frac{4360}{\sqrt{F_y}} \left( 1 - \frac{1.54 P_u}{\phi_b P_y} \right)$ Para $P_u/\phi_b P_y > 0.125$ [c] $\frac{1600}{\sqrt{F_y}} \left( 2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right) \geq \frac{2120}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{8150}{\sqrt{F_y}} \left( 1 - 0.74 \frac{P_u}{\phi_b P_y} \right)$ [g]

- [a] - Para vigas híbridas, usar el esfuerzo de fluencia del patin  $F_{y_r}$  en lugar de  $F_y$ .
- [b] - Supone el área neta de la placa en el agujero más ancho.
- [c] - Supone una capacidad de rotación inelástica de 3. Para estructuras en zonas de alta sismicidad, una capacidad de rotación más grande debe ser requerida.
- [d] - Para diseño plástico usar  $1300/F_y$ .
- [e] -  $F_r$  = Esfuerzo residual de compresión en el patin.  
= 10 ksi para perfiles laminados  
= 16.5 ksi para perfiles armados soldados.
- [f] -  $K_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$  pero no menos que  $0.35 \leq K_c \leq 0.763$
- [g] - Para miembros de patines diferentes, ver apéndice B5.1.  $F_y$  es el esfuerzo mínimo de fluencia especificado del tipo de acero que se usa.



REVISION COLUMNA (C<sub>2</sub>): CRITERIO AISC (LRFD).

1.- Columna sección "I" de PLS soldadas de acero NOM-B-254 (ASTM A-36).

Altura de la columna L = 350 cm

2.- Elementos mecánicos.

	ESTÁTICA	SISMO X	SISMO Y
P	299.7 Ton	4.90 Ton	21.90 Ton
M <sub>x superior</sub>	7.06 Ton - m	63.8 Ton - m	-----
M <sub>x inferior</sub>	11.18 Ton - m	88.1 Ton - m	-----
M <sub>y superior</sub>	0.05 Ton - m	-----	31.1 Ton - m
M <sub>y inferior</sub>	0.19 Ton - m	-----	109.60 Ton - m

3 - Propiedades geométricas de la sección.

PERFIL	D cm	b <sub>f</sub> cm	t <sub>w</sub> cm	t <sub>f</sub> cm	A cm <sup>2</sup>	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm
C-2	80	61	2.54	4.4	706	830476	20762	23127	34.31	158493	5283	8031	15.0

4 - Compresión por carga axial

$$P_y = A f_y$$

$$P_y = 706 \times 2530 = 1786180 \text{ Kg} = 1786.18 \text{ Tm}$$

$$\phi P_y = 0.9 \times 1786.18 = 1607.56 \text{ Ton}$$

$$P_u = 299.7 + 4.9 + 0.3(21.9) = 311.7 \text{ Ton (CV + S}_x + 0.35 \text{ Y)}$$

5 - Condiciones de sección compacta para miembros en compresión según tabla B1.5.

a) Patines

$$\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{436}{\sqrt{F_y}}$$

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{60}{2 \times 4.4} = 6.8 \leq \frac{436}{\sqrt{2530}} = 8.67 : \text{Cumple la sección en sus patines es compacta.}$$



FLORES RUIZ  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 144  
COL. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO, D.F.  
TELS./FAX 5515 7256 y 5516-0935

b) Alma.

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_n} \leq 0.125 \quad \frac{h}{t_w} \leq \frac{4360}{\sqrt{F_y}} \left( 1 - \frac{1.54 P_u}{\phi_b P_n} \right)$$

$$\text{Para } \frac{P_u}{\phi_b P_n} > 0.125 \quad \frac{h}{t_w} \leq \frac{1600}{\sqrt{F_y}} \left( 2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_n} \right) \geq \frac{2120}{\sqrt{F_y}}$$

$$h = d - 2 t_f = 80 - 2(4.4) = 71.2 \text{ cm}$$

$$\frac{P_u}{\phi_b P_n} = \frac{311.7}{1607.56} = 0.19 > 0.125$$

$$\frac{h}{t_w} = \frac{71.2}{2.54} = 28.03$$

$$\frac{1600}{\sqrt{2530}} (2.33 - 0.19) = 68.07$$

$$\frac{2120}{\sqrt{2530}} = 42.14$$

$28.03 < 42.14 < 68.07 \therefore$  EL ALMA ES COMPACTA.

6 - Pandeo flexionante

$$\lambda_c = \frac{KL}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (\text{LRFD E2-4})$$

$$K_x = 0.97 \text{ (caso a)} \quad K_y = 0.90 \text{ (caso a)} \quad *$$

$$K_x = 3.48 \text{ (caso b)} \quad K_y = 1.88 \text{ (caso b)} \quad **$$

\* Desplazamiento lateral impedido.

\*\* Desplazamiento lateral no impedido.

DISEÑAMOS PARA DESPLAZAMIENTO LATERAL NO IMPEDIDO.



7 - Cálculo  $\phi_c P_n$

$$\lambda_{cr} = \frac{3.48 \times 350}{34.31 \times \pi} \sqrt{\frac{2530}{2040000}} = 0.398$$

$$\lambda_{cr} = \frac{1.88 \times 350}{15.0 \times \pi} \sqrt{\frac{2530}{2040000}} = 0.492$$

El esfuerzo crítico de pandeo será

Si  $\lambda_c < 1.5$        $F_{cr} = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$ : Pandeo inelástico.

Si  $\lambda > 1.5$        $F_{cr} = \left( \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) F_y$ : Pandeo elástico.

Se toma el valor mayor de  $\lambda_c$ .

$$F_{cr} = (0.658^{(0.492)^2}) \times 2530 = 2286.23 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A = 0.85 \times 2286.23 \times 706 = 1371966.6 \text{ Kg} = 1371.97 \text{ Ton.}$$

8 - Compresión por flexión  $M_x$  y  $M_y$ .

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{311.7}{1371.97} = 0.227 > 0.2. \text{ Se aplica la siguiente fórmula.}$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{my}} \right) \leq 1.0$$

Condición Sismo X.  $P_u = 299.7 + 4.9 + 0.3 (21.9) = 311.7 \text{ Ton - m}$

SISMO X		SISMO Y	
$M_{supx}$	= 7.06 + 63.8 = 70.86 Ton - m	$M_{supy}$	= 0.05 + 0.3 (31.1) = 9.38 Ton - m
$M_{infx}$	= 11.18 + 88.1 = 99.28 Ton - m	$M_{infy}$	= 0.19 + 0.3 (109.6) = 33.07 Ton - m



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 644  
COL. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO D.F.  
TELS./FAX 5515-7256 Y 5516 0835

Condición Sismo Y:  $P_u = 299.7 + 0.3 (4.9) + 21.9 = 323.07 \text{ Ton - m}$

SISMO X		SISMO Y	
$M_{supx}$	$= 7.06 + 0.3 (63.8) = 26.2 \text{ Ton - m}$	$M_{supy}$	$= 0.05 + 31.1 = 31.15 \text{ Ton - m}$
$M_{infx}$	$= 11.18 + 0.3 (88.1) = 37.61 \text{ Ton-m}$	$M_{infy}$	$= 0.19 + 109.6 = 109.79 \text{ Ton - m}$

9 - Cálculo de los momentos  $M_{ux}$  y  $M_{uy}$ .

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{l1} \quad (\text{LRFD H1-2})$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{c1}}} \geq 1.0 \quad (\text{LRFD H1-3})$$

SISMO X		SISMO Y	
$C_{mx}$	$= 0.6 - 0.4 \left( \frac{70.86}{99.28} \right) = 0.31$	$C_{my}$	$= 0.6 - 0.4 \left( \frac{26.20}{37.61} \right) = 0.32$
$C_{my}$	$= 0.6 - 0.4 \left( \frac{9.38}{33.07} \right) = 0.48$	$C_{mx}$	$= 0.6 - 0.4 \left( \frac{31.15}{109.79} \right) = 0.48$

Cálculo de  $P_{c1}$

$$P_{c1x} = \frac{706 \times 2530}{(0.398)^2} = 11276104.14 \text{ Kg: Carga crítica de Euler.}$$

$$P_{c1y} = \frac{706 \times 2530}{(0.492)^2} = 7378957.63 \text{ Kg: Carga crítica de Euler.}$$

10 - Cálculo de  $B_1$ .

$$B_{1x} = \frac{0.31}{1 - \frac{311.7}{11276104}} = 0.31 \geq 1.0$$

$$B_{1y} = \frac{0.31}{1 - \frac{323.07}{11276104}} = 0.32 \geq 1.0$$



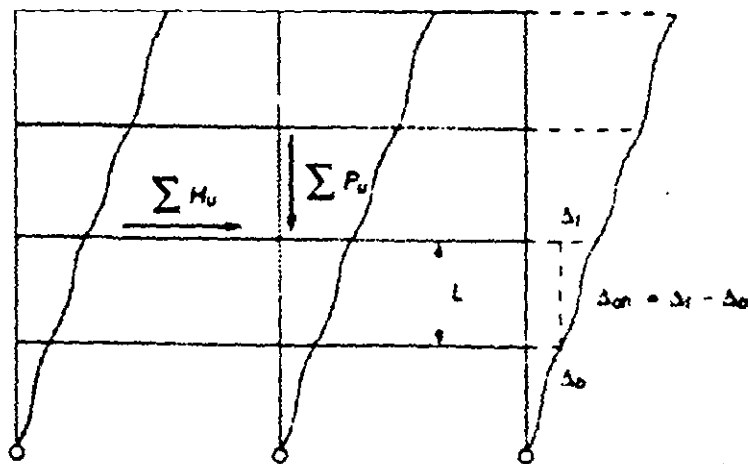
**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 14-A  
COL. SAN MIGUEL, CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MÉXICO, D.F.  
TELE-FAX 5515 7256 Y 5516-0835

$$B_{1x} = \frac{0.48}{1 - \frac{311.7}{7378957}} = 0.48 = 1.0$$

$$B_{1y} = \frac{0.48}{1 - \frac{323.07}{7378957}} = 0.48 \therefore 1.0$$

11.-Cálculo de  $B_2$ .  $B_2 = 1.0$  en un marco arriostrado



$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left[ \frac{\Delta_{or}}{\sum H L} \right]} \quad (C1-4)$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left[ \frac{\sum P_u}{\sum P_{e2}} \right]} \quad (C1-5)$$

Donde

- $\Delta_{or}$  = Desplazamiento relativo
- $L$  = Altura columna
- $\sum P_u$  = La suma de la resistencia axial necesaria para todas las columnas del piso en cuestión.
- $\sum H$  = La suma de todas las fuerzas horizontales del piso que producen  $\Delta_{or}$ .



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 14 -  
COL. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO D.F.  
TELE. FAX 55151256 Y 55163235

Datos:

$$\left( \frac{\Delta_{oh}}{L} \right) = 0.0110; \text{ ver tabla 4.}$$

$$\Sigma P_u = 4800 \text{ Ton}$$

$$\Sigma H = 579.2 \text{ Ton. ver tabla 4.}$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - 4800 \left[ \frac{0.010}{579.2} \right]} = 1.09$$

SISMO X					
DIRECCION X		DIRECCION Y			
$M_{ux}$	=	$7.06(1.0) + 63.8(1.09) = 76.60 \text{ Ton-m}$	$M_{uy}$	=	$0.05(1.0) + 0.3(31.1)(1.09) = 10.22 \text{ Ton-m}$
$M_{ux}$	=	$11.18(1.0) + 88.1(1.09) = 107.20 \text{ Ton-m}$	$M_{uy}$	=	$0.19(1.0) + 0.3(109.6)(1.09) = 36.09 \text{ Ton-m}$

SISMO Y					
DIRECCION X		DIRECCION Y			
$M_{ux}$	=	$7.06(1.0) + 0.3(63.8)(1.09) = 27.92 \text{ Ton-m}$	$M_{uy}$	=	$0.05(1.0) + 31.1(1.09) = 33.95 \text{ Ton-m}$
$M_{ux}$	=	$11.18(1.0) + 0.3(88.1)(1.09) = 39.99 \text{ Ton-m}$	$M_{uy}$	=	$0.19(1.0) + 109.6(1.09) = 119.65 \text{ Ton-m}$

12 -Flexión

Longitud sin armostrar del patin de compresión ( $L_p$ ) = 350 cm

$$L_p = \frac{2515 r_y}{\sqrt{F_y}} = \frac{2515 \times 15}{\sqrt{2530}} = 750.01 \text{ cm} > 350 \therefore$$

Se tiene un flexión plástica.

$$\phi_b M_n = \phi_b M_p : \phi_b = 0.9$$

$$M_p = F_y Z \leq 1.5 M_n = 787.92$$

$$M_{y_x} = F_y S_x = 2530 \times 20762 = 52527860 \text{ Kg - cm} = 525.28 \text{ Ton - m}$$

$$M_{p_x} = 2530 \times 23127 = 58511310 \text{ Kg - cm} = 585.11 \text{ Ton - m} < 1.5 M_{y_x}$$

$$\phi_b M_{n_x} = 0.9 \times 585.11 = 526.60 \text{ Ton - m}$$

$$M_{y_x} = F_y S_y = 2530 \times 5283 = 13365990 = 133.66 \text{ Ton - m}$$



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 14 -  
COL. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO D.F.  
TELS. FAX 5515 0256 Y 5516 0835

$$1.5 M_{y_v} = 1.5 \times 133.66 = 200.49 \text{ Ton} - \text{m}$$

$$M_{p_y} F_y Z_y = 2530 \times 8031 = 20318430 = 203.18 \therefore \text{Tomamos } 200.49 \text{ Ton} - \text{m}$$

$$\phi_b M_{n_x} = 0.9 \times 200.49 = 180.44 \text{ Ton} - \text{m}$$

13 -Interacción.

Sismo X

$$\frac{311.7}{1371.97} + \frac{8}{9} \left( \frac{10720000}{52660000} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{3609000}{18044000} \right) = 0.227 + 0.181 + 0.18 = 0.588 < 1.0 \therefore \text{E.B.}$$

Sismo Y

$$\frac{323.07}{1371.97} + \frac{8}{9} \left( \frac{3399000}{52660000} \right) + \frac{8}{9} \left( \frac{11965000}{18044000} \right) = 0.235 + 0.057 + 0.589 = 0.881 < 1.0 \therefore \text{E.B.}$$

Fue más desfavorable la dirección Y. trabaja la columna al 88.1% en eficiencia. es decir. está correcta





FLEXIÓN SEGÚN AISC (LFRD)

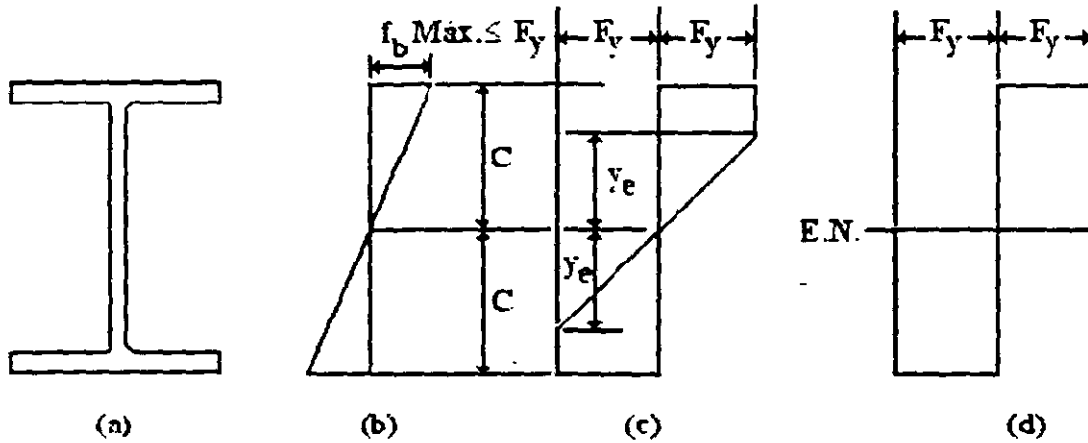
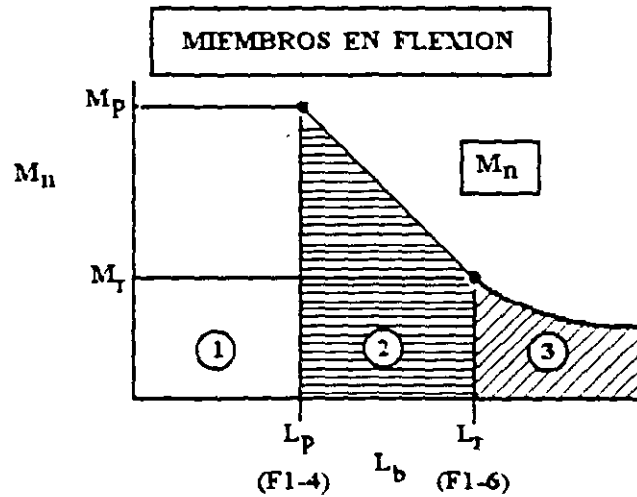


Figura Distribución del esfuerzo normal debido a flexión en los rangos elástico e inelástico

$\phi_b M_n$ . RESISTENCIA A LA FLEXIÓN:  $\phi_b = 0.90$



Zona 1 Momento Plástico	$M_n = M_p = Z_p F_y \leq 1.5 M_t$ $M_t = F_y S_x$
Zona 2 Momento Inelástico	$M_n = C_b \left[ M_p - B F_y (L_b - L_p) \right] \leq M_p$



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 634  
CO. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO D.F.  
TELS. FAX 5515-7256 Y 5516-0835

Zona 3 Pandeo Elástico por Torsión Lateral	$M_n = M_{cr} = C_b \left[ \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ + \left( \frac{\pi E}{L_b} \right)^2 I_y C_w} \right] \leq M_p$
$BF = \left( \frac{M_p - M_r}{L_r - L_p} \right)$	$M_r = S_x (F_c - F_t)$
$F_c = 705 \text{ Kg/cm}^2$ ; Vigas laminadas $F_t = 1160 \text{ Kg/cm}^2$ ; Vigas soldadas	

$Z_x$  = Módulo de la sección plástica con respecto al eje centroide menor (o y).  $\text{cm}^3$

$Z_y$  = Módulo de la sección plástica con respecto al eje centroide mayor (o x).  $\text{cm}^3$

$S_x$  = Módulo de la sección elástica con respecto al eje centroide mayor (o x).  $\text{cm}^3$

Las longitudes  $L_p$  y  $L_r$  se definen en la sec F1.2 de la especificación AISC LRFD como sigue:

Para secciones de perfiles I y canales sometidos a flexión alrededor de su eje mayor

$$L_r = \frac{2516 r_y}{\sqrt{F_c}} \quad (\text{F1-4})$$

Para vigas de barras rectangulares sólidas y cajones

$$L_r = \frac{264000 r_y}{M_r} \sqrt{J A} \quad (\text{F1-5})$$

donde:

$r_y$  = Radio de giro con respecto al eje centroide menor (o y). cm.

$A$  = Área de la sección transversal.  $\text{cm}^2$

$J$  = Constante de torsión.  $\text{cm}^4$

La longitud limite lateralmente no arriostrada  $L_r$  y el momento de pandeo  $M_r$  correspondiente se determinan como sigue



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 444  
COL. SAN ANJEL, CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO, D.F.  
TELS. FAX 5515 7256 Y 5516 0825

Para las secciones de perfiles en I, doble o uni-simétricas con el ala de compresión mayor que o igual al ala de tracción, y canales cargados en el plano del alma.

$$L_r = \frac{r_x X_1}{F_c - F_t} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (F_c - F_t)^2}} \quad (F1-6)$$

$$M_r = (F_c - F_t) S_x \quad (F1-7)$$

donde  $X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJ}{2}}$  (F1-8)

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_x} \left( \frac{S_x}{GJ} \right)^2 \quad (F1-9)$$

donde

E = Modulo de elasticidad del acero = 2040000 Kg/cm<sup>2</sup>

G = Módulo de elasticidad al corte del acero = 780000 Kg/cm<sup>2</sup>

I<sub>x</sub> = Momento de inercia alrededor del eje centroide (o y, cm<sup>4</sup>)

C<sub>w</sub> = Constante de alabeo, cm<sup>6</sup>

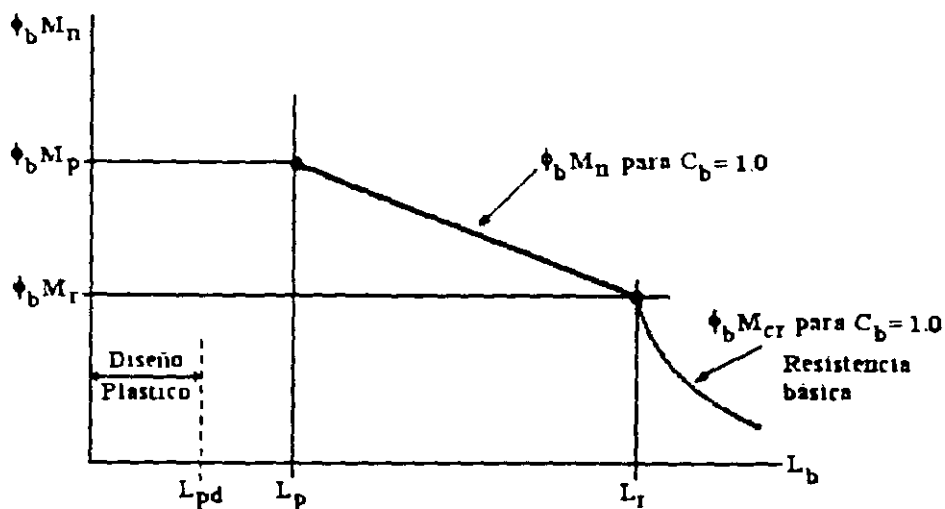


Figura Determinación de la resistencia de diseño a la flexión  $\phi_b M_n$  ( $C_b = 1.0$ )



FLORES RUIZ  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 411  
COL. SAN MIGUEL, CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO, D.F.  
TELS. FAX 5515 7256 Y 5516 0835

### COEFICIENTE DE FLECCIÓN $C_b$ .

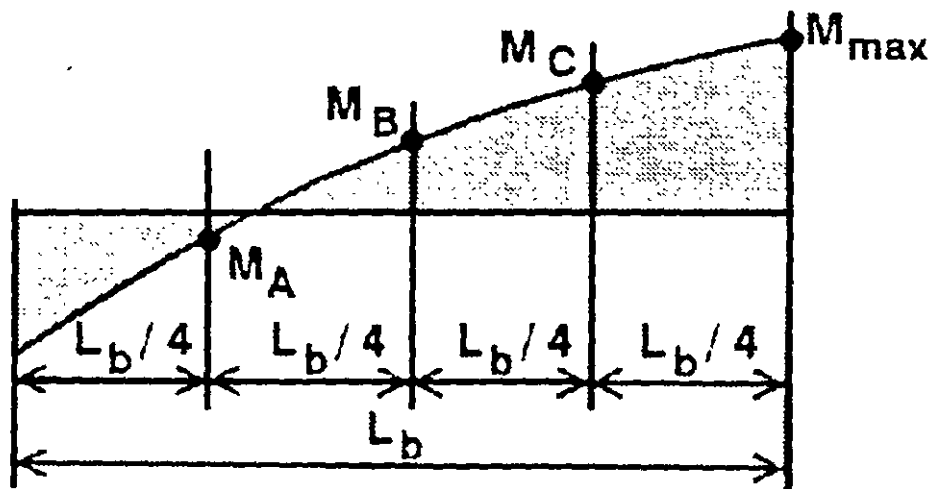
El coeficiente de flexión se define como.

$$C_b = \left[ 1.75 + 1.05 \frac{M_1}{M_2} + 0.3 \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \right] \leq 2.3$$

En donde  $M_1$  y  $M_2$  son los momentos de los segmentos no arriostrados de la viga en consideración, correspondientes al extremo más pequeño y al más grande respectivamente. Si las rotaciones debidas a los momentos de los extremos  $M_1$  y  $M_2$  están en dirección opuesta  $M_1/M_2$  es negativa; de otra forma,  $M_1/M_2$  es positiva. El coeficiente  $C_b$  es = 1.0 para ménsulas no arriostradas y miembros en donde el momento dentro de parte del segmento no asegurado es mayor que o igual al momento del extremo del segmento más grande (p.ej. vigas sobre dos apoyos, donde  $M_1 = M_2 = 0$ ).

El coeficiente  $C_b$  da cuenta del efecto del gradiente de momento sobre el pandeo por torsión lateral. Las ecuaciones de capacidad de momento LRFD.

$$C_b = \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$





FLORES RUIZ  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 74  
CD. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 14830 MÉXICO, D.F.  
TELEF. FAX 5611 7256 Y 5516 0337

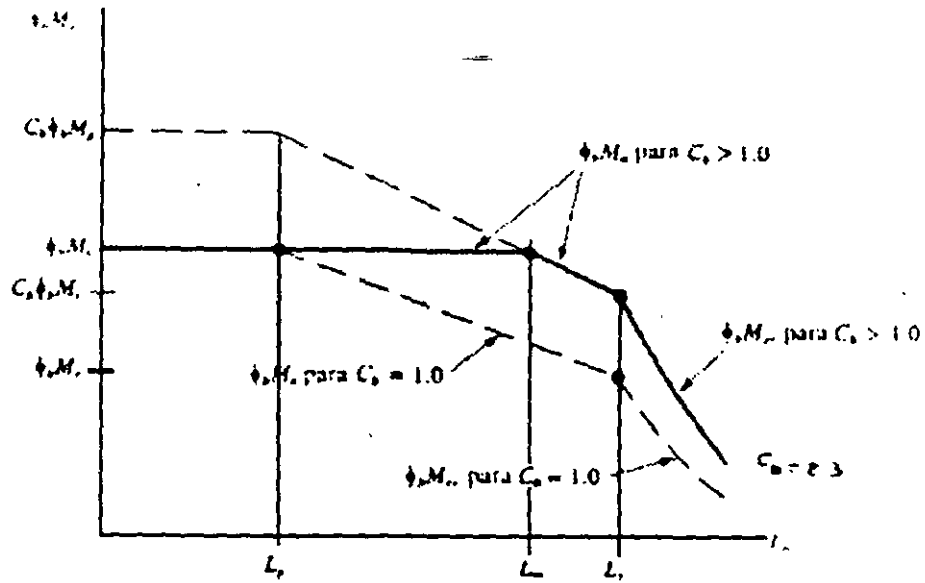


Figura Determinación de la resistencia de diseño a la flexión  $\phi_b M_n$  ( $C_b > 1.0$ )

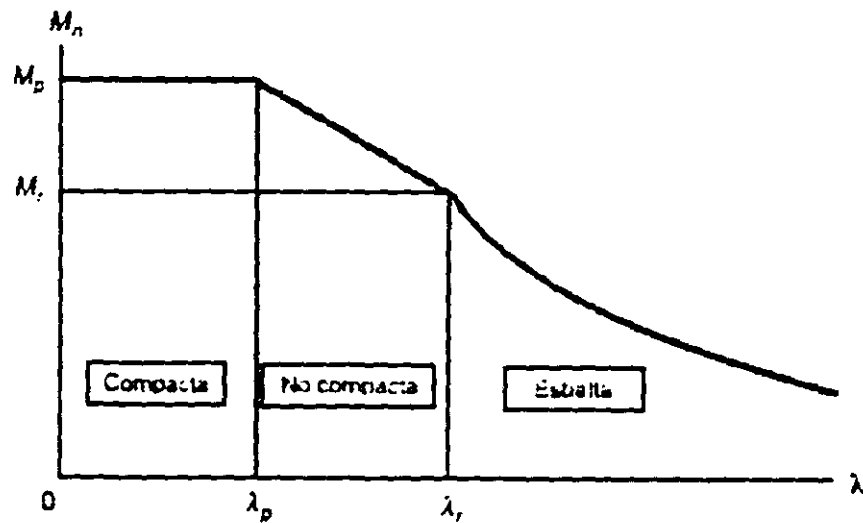


Figura Clasificación de secciones transversales por pandeo local de placa



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 44 -  
COL. SAN MIGUEL, CHAPULTEPEC  
C.P. 04500 MEXICO D.F.  
TELE. FAX 5515 7256 Y 5516-0235

$$\text{Si } \lambda \leq \lambda_p$$

$$M_n = M_p$$

$$\text{Si } \lambda_r < \lambda < \lambda_r$$

$$M_n = \left[ M_p - (M_p - M_r) \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] \leq M_r$$

$$\text{Si } \lambda > \lambda_r$$

$$M_n = M_{cr} = SF_{cr} \leq M_p$$

CORTANTE SEGÚN AISC (LRFD).

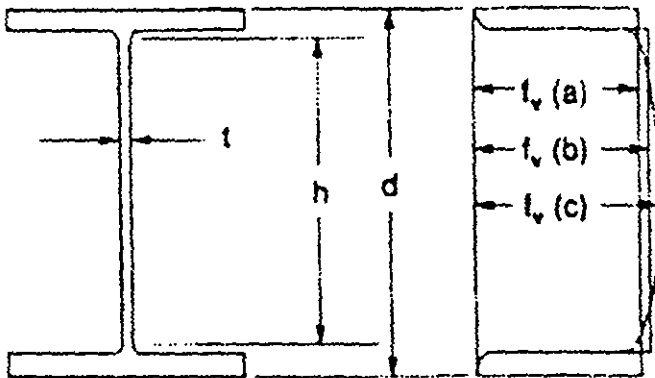


Figura Tres alternativas para estimar el esfuerzo cortante en el alma debido a flexión

$$(a) \quad f_v = \frac{V}{dt_w} \quad (\text{Vigas laminadas})$$

$$(b) \quad f_v = \frac{V}{ht_w} \quad (\text{Trabes armadas, capítulo 7})$$

$$(c) \quad f_v = \frac{VQ}{It} \quad (\text{Detalles dependientes del cortante o perfiles no estándar}).$$

DISEÑO POR CORTANTE.

Excepto en el caso de claros muy cortos, las vigas se seleccionan usualmente con base en su capacidad por flexión y luego se revisan por su capacidad a cortante. La capacidad de diseño por cortante es  $\phi V_n$ , donde  $\phi = 0.9$  y

$$V_n = 0.6 F_{vw} A_w$$



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 1111  
COL. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO D.F.  
TELS. +FAX 5515 7256 Y 5516 0835

Excepto para secciones transversales con almas muy esbeltas. Los términos  $F_{yw}$  y  $A_u$  son, respectivamente, el esfuerzo de fluencia del alma y el área del alma.

## AISC DISEÑO FACTOR DE CARGA Y RESISTENCIA.

### EJEMPLO 2.

Trabe Secundaria

T-S. El patin esta soportado lateralmente por el sistema de piso  $L_b = 0$ .

#### 2.1 CARGAS EN LA TRABE.

$$W_{DIS} = 650 \text{ Kg/m}^2. \quad \text{Grupo B. Acero A-36}$$

$$A_T = 3 \times 12 = 36 \text{ m}^2$$

$$W = 36 \times 0.65 = 23.4 \text{ Ton}$$

#### 2.2 MOMENTO FLEXIONANTE Y CORTANTE.

$$M = \frac{WL}{8} = \frac{23.4 \times 12}{8} = 35.1 \text{ Ton}$$

$$V = \frac{W}{2} = \frac{23.4}{2} = 11.7 \text{ Ton}, \quad V_u = 16.38 \text{ Ton}$$

$$M_u = 1.4 \times 35.1 = 49.14 \text{ Ton} - \text{m}$$

#### 2.3 DISEÑO POR FLEXIÓN

Resistencia de diseño por flexion

$$\phi_b M_n = \phi_b Z_x F_y = 0.9 Z_x F_y$$

Modulo de seccion plástico requerido.

$$Z_x = \frac{M_u}{\phi_b F_y} = \frac{4914000}{0.9 \times 2530} = 2158.10 \text{ cm}^3$$

$$W = 18 \times 65, (\text{IR } 457 \times 96.7 \text{ Kg/m}) \quad Z_x = 2179 \text{ cm}^3$$



**FLORES RUIZ**  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 444  
COL. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 11850 MEXICO D.F.  
TELS./FAX 5515 7256 Y 5516-0835

Aumentamos el pp de la viga.

$$W_T = W + W_{pp} = 23.4 + 0.0967 \times 12 = 24.56 \text{ Ton}$$

$$M = \frac{WL}{8} = \frac{24.56 \times 12}{8} = 36.84$$

$$M_u = 1.4 \times 36.84 = 51.576 \text{ Ton - m}$$

$$\phi_b M_n = 0.9 \times 2179 \times 2530 = 49.61 \text{ Ton - m}$$

Aumentamos la sección.

$$W = 18 \times 71. (\text{IR } 457 \times 105.3) \quad Z_x = 2373 \text{ cm}^3, \quad I_x = 48699 \text{ cm}^4$$

#### 2.4 REVISIÓN ANCHO GRUESO.

a) Patines

$$\frac{bf}{2t_f} = \frac{28.2}{2 \times 1.96} = 7.16 < 10.83 \therefore \text{La sección por los patines es compacta.}$$

$$\lambda_p = \frac{545}{\sqrt{F_c}} = \frac{545}{\sqrt{2530}} = 10.83$$

b) Alma

$$\frac{h}{t_w} = \frac{42.78}{1.22} = 35.06 < 106.16 \therefore \text{La sección por el alma es compacta.}$$

$$\lambda_p < \frac{5340}{\sqrt{F_c}} = \frac{5340}{\sqrt{2530}} = 106.16$$

$$\phi_b M_n = 0.9 \times 2376 \times 2530 = 5410152 \text{ Kg - cm} = 54.10 \text{ Ton - m} > 49.61 \therefore \text{E.B.}$$





FLORES RUIZ  
INGENIERO CONSULTOR

AV. PEDRO ANTONIO DE LOS SANTOS NO. 64 J  
COL. SAN MIGUEL CHAPULTEPEC  
C.P. 11853 MÉXICO D.F.  
TELS. FAX 5515 7256 Y 5516 0835

2.5 REVISION DE LA FLECHA: CON CARGAS DE SERVICIO.

$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{WL^4}{EI} = \frac{5}{48} \left( \frac{ML^2}{EI} \right) = \frac{5 \times 3699000 \times (1200)^2}{48 \times 2040000 \times 48699} = 5.58 \text{ cm}$$

$$W_1 = W + W_m = 23.4 + 0.1053 \times 12 = 24.66 \text{ Ton}$$

$$M = \frac{WL}{8} = \frac{24.66 \times 12}{8} = 36.99$$

$$\Delta_{adm} = \frac{L}{240} + 0.5 \text{ cm} = \frac{1200}{240} + 0.5 \text{ cm} = 5.5 \text{ cm}$$

2.6 REVISION DEL CORTANTE.

$$V = \frac{W}{2} = \frac{24.66}{2} = 12.33 \text{ Ton}$$

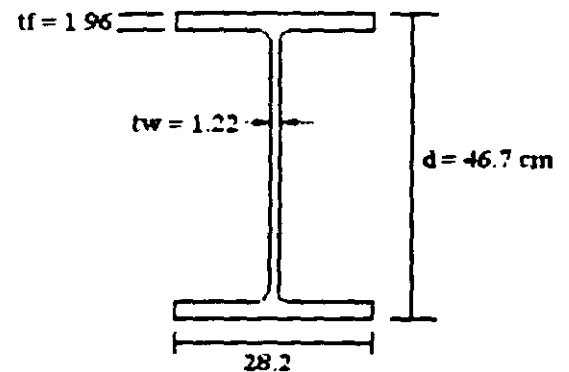
$$V_c = 1.4 \times 12.33 = 17.262 \text{ Ton} < 71.30 \therefore \text{Esta Bien.}$$

$$\phi V_n = 0.9 (0.6 F_v A_w)$$

$$h = 46.7 - 2 (1.96) = 42.78$$

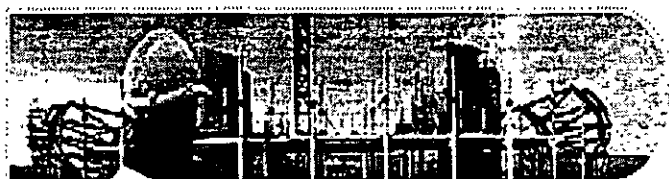
$$A_w = h t_w = 42.78 \times 1.22 = 52.19 \text{ cm}^2$$

$$\phi V_c = 0.9 (0.6 \times 2530 \times 52.19) = 71304.16 \text{ Kg} = 71.30 \text{ Ton}$$





FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA



...: Ingeniería de Civil

# CURSOS ABIERTOS

## DIPLOMADO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS

APLICACIÓN DE NORMAS Y  
ESPECIFICACIONES DE USO EN MÉXICO PARA  
EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO  
CA 110

TEMA

FALLAS TÍPICAS EN ESTRUCTURAS DE ACERO Y  
SUPERVISIÓN DE ESTRUCTURAS DE ACERO SEGÚN  
( AISC )

**EXPOSITOR: DR. RODOLFO VALLES MATTOX**  
**DEL 04 AL 15 DE JULIO DE 2005**  
**PALACIO DE MINERÍA**

**FALLAS**  
**TÍPICAS EN**  
**ESTRUCTURAS DE ACERO**  
  
**Y SUPERVISIÓN DE ESTRUCTURAS**  
  
**DE ACERO**  
  
**SEGÚN (AISC)**

**V.-FALLAS TIPICAS EN ESTRUCTURAS DE ACERO.**

Las estructuras como bodegas y edificios metálicos en México D. F. cuando se colapsan es por lo siguiente:

**1) GRANIZO.**

Que es una acción ambiental accidental. que es una sobrecarga que cuando no se considera en el proyecto estructural causa pandeos en los elementos y por tanto fallas o inclusive colapsos.

Las causas que provocan las fallas pueden ser:

- a) Generalmente es porque se tapan las bajadas de aguas pluviales.
- b) Porque no se considera el peso del granizo en el diseño estructural.
- c) Poca pendiente lo cual hace que no resbale el granizo y entonces se acumula en la techumbre.

**2) VIENTO.**

En zonas costeras las estructuras ligeras se colapsan o dañan por huracanes. De acuerdo con la clasificación de ciclones SAFFIR-SIMPSON, la depresión tropical tiene vientos menores a 63 kilómetros por hora; la tormenta tropical entre 63 y 118 y los huracanes mayores a 119 kilómetros por hora.

**CATEGORÍA DE HURACANES.**

Los huracanes se dividen en cinco categorías, según la intensidad de sus vientos:

I	II	III	IV	V
Van de 118.1 Km/hr	Van de 154.1 Km/hr	Van de 178.1 Km/hr	Van de 201.1 Km/hr	Van de 250.1 Km/hr
a	a	a	a	en
154.0 Km/hr	178 Km/hr	201.0 Km/hr	250.0 Km/hr	Adelante

El viento causá en techumbres succión (sub-presión), es decir, levanta a las estructuras venciendo el peso propio, por lo que es importante que el estructurista considere la inversión de esfuerzos y en zonas costeras de formación de huracanes, se puede pensar en hacer techumbres más pesadas, para equilibrar la succión y posibles presiones interiores que provoquen las fallas (como losas tipo contec o losacero con una capa de concreto ligero de 3 5 cm)

Las causas comunes en las fallas pueden ser:

- a) Separaciones grandes de largueros lo que hace que fallen o vuelen las láminas.
- b) Un diseño equivocado de las barras o elementos al provocar pandeos y ocurran fallas o colapsos parciales o totales.

**3) LETREROS ESPECTACULARES (VIENTO).**

Los letreros espectaculares pueden fallar también por viento (ráfaga).

Las causas pueden ser:

- a) Un diseño estructural deficiente.
- b) Secciones demasiado economicas

**4) TORNADOS.**

Los tornados se hallan entre los fenomenos naturales más violentos del planeta: cerca de mil tocan tierra en Estados Unidos, cada año más que en cualquier otro país, algunos son débiles y duran solo unos segundos, otros se precipitan por el paisaje durante más de una hora; pero pocos son destructivos. Por definición los tornados son columnas de aire que giran y se extienden desde las protuberantes nubes cúmulonimbos nadie a entendido por

completo la dinámica de los tornados, pero algunos ingredientes parecen esenciales para el brebaje del cual emergen estos torbellinos: aire calido y húmedo cerca del suelo, aire más frío arriba y vientos cortantes (o cizalla) que cambian de dirección y velocidad con la altura. Los tornados más destructivos se forman debajo de las entrañas de superceldas que son grandes tormentas eléctricas de larga duración cuyos vientos ya están en rotación.

Los tornados se clasifican de la siguiente manera:

ESCALA FUJITA			
Escala	Kph	Escala	Kph
F5 Increible	420-512	F2 Importante	182-253
F4 Devastador	333-419	F1 Moderado	117-181
F3 Severo	254-332	F0 Vendaval	64-116

Los daños que generan los tornados a su paso son mayúsculos por las grandes velocidades de viento, pero sobre todo, por los objetos pesados que levanta como animales o automóviles, objetos sueltos que se convierten en mortíferos proyectiles de alta velocidad.

En México prácticamente no se presentan tornados.

**5) CAMBIOS DE LA ESTRUCTURA METÁLICA.**

Al fabricar la estructura en ocasiones ocurre lo siguiente:

- a) Se llega a cambiar la geometría o secciones en obra contra las de proyecto de manera arbitraria en secciones menores.
- b) Se cambian las cargas colocando por ejemplo aire acondicionado o cambio de techumbre más pesada.
- c) Es común cambiar las conexiones buscando el fabricante la facilidad constructiva y esto no siempre es conveniente ya que no es posible sustituir el mismo trabajo estructural proyectado originalmente.

**6) SISMOS.**

En sismos arriba de 6.5 Richter ocurren daños en elementos no estructurales y estructurales.

Los colapsos de estructuras rígidas en general cuando fallan o se colapsan son por sismos intensos y es debido a falta de rigidez o resistencia o ambas de la estructura; las causas más comunes en las fallas o colapsos son por pandeos generales o locales. Muchas veces por el efecto de columna corta que provocan muros de pretilles o muros parciales no desligados correctamente de la estructura causan pandeos importantes y por tanto daños o hasta colapsos de las estructuras.

**7) INCENDIOS.**

También el fuego es causa de fallas en estructuras, las cuales causan daños y en algunas ocasiones son inclusive consideradas como pérdida total. El daño depende del material que esta contenido, como muebles, cortinas, papel, telas combustibles, pintura, etc. es decir, que tan flamables o inflamables y en que cantidad están, también incide en el daño, el tiempo de duración del incendio o sea que el cuerpo de bomberos llegue a tiempo y sea eficiente. También es importante la disipación del calor en base a la rotura de ventanas, así como también al enfriar bruscamente a los materiales con el agua estos sufren esfuerzos residuales importantes.

Como acciones preventivas los edificios deben tener extintores, sensores de humo y calor y además las estructuras metalicas se deben recubrir o pintar con materiales que retardan el daño por calor ( 2 a 4 h ).

En caso de requerir una protección antifuego a base de pintura esta deberá ser "ESMALTE INTUMESCENTE EPOXICO" de 12 a 16 mls que da una protección para 4 horas de fuego. En México lo surte SAFE GUARD FIRE, S.A. DE C.V.

---

Existen otros productos para proteger a las estructuras metálicas ante el fuego y esto es a base de recubrimientos como son:

- a) Fibras rociadas.
- b) Listones de yeso.
- c) Concreto ligero (vermiculita o perlita).
- d) Tableros de yeso (tabla roca).

#### 8) TERRORISMO.

Terrorismo es otra causa de falla por impacto, explosión o implosión, este tipo de fallas es muy difícil de prever.

#### 9) MONTAJE.

Cuando No hay un plan y proyecto de montaje adecuado , pero sobretodo, cuando se descuidan los contraventeos provisionales puede haber hasta colapsos o accidentes de trabajadores, lo anterior lo pueden generar asimetrías de cargas de montaje, lluvia, vientos o sismos , fallas de grúas por mal manejo, etc.

#### 10) ERROR DE CÁLCULO.

En proyectos estructurales los errores pueden ser múltiples y algunas veces muy trascendentes como el mal manejo de cargas o solicitaciones (considerar coeficientes sísmicos o vientos erróneos) , secciones erróneas ,el modelaje inapropiado de la estructura, la no interpretación correcta de los resultados, cambios de parte del dibujante (auto-cad) en planos respecto a datos proporcionados por el estructurista.

## PROGRAMA DE CERTIFICACION DE CALIDAD

---

---

**CERTIFICACIÓN DE CALIDAD  
INSPECCIÓN - EVALUACIÓN CHECK LIST**

No		CONCEPTO
1	<input type="radio"/>	MEMORIA
2	<input type="radio"/>	PLANOS ESTRUCTURALES
3	<input type="radio"/>	PLANOS DE TALLER
4	<input type="radio"/>	FABRICACIÓN
5	<input type="radio"/>	COLUMNAS
6	<input type="radio"/>	TRABES
7	<input type="radio"/>	CONEXIONES
8	<input type="radio"/>	SOLDADURA
9	<input type="radio"/>	TORNILLOS
10	<input type="radio"/>	MONTAJE
11	<input type="radio"/>	PINTURA ANTIFUEGO

CEDULA DE INSPECCIÓN Y EVALUACIÓN CHECK LIST

---

---

# CEDULA DE INSPECCIÓN Y EVALUACIÓN CHECK LIST

CATEGORIA : ACERO ESTRUCTURAL

TIPO : EDIFICACION

OBRA : \_\_\_\_\_  
UBICACIÓN : \_\_\_\_\_  
SUPERVISOR : \_\_\_\_\_  
SUP. EXTERNO: \_\_\_\_\_  
FECHA : \_\_\_\_\_

---

## PROGRAMA DE CERTIFICACION DE CALIDAD

---

### I N F O R M A C I Ó N G E N E R A L

EDIFICIO : \_\_\_\_\_  
UNIDAD : \_\_\_\_\_

PROYECTISTA : \_\_\_\_\_  
DIRECCION : \_\_\_\_\_ TEL : \_\_\_\_\_

CONTRATISTA : \_\_\_\_\_  
DIRECCION : \_\_\_\_\_ TEL : \_\_\_\_\_

CLIENTE : \_\_\_\_\_



DIRECC : \_\_\_\_\_ TEL : \_\_\_\_\_

INFORMACION DISPONIBLE

CONCEPTO	COMENTARIOS	SI	NO
PLANOS ARQUITECTONICOS _____	_____		<input type="checkbox"/>
PLANOS ESTRUCTURALES _____	_____		<input type="checkbox"/>
PLANOS DE TALLER _____	_____		<input type="checkbox"/>
ESTUDIO MEC DE SUELOS _____	_____		<input type="checkbox"/>
ESPECIFICACIONES DE CONSTRUCCIÓN _____	_____		<input type="checkbox"/>
MEMORIA DE CALCULO _____	_____		<input type="checkbox"/>

OBSERVACIONES

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

CONCEPTO : MEMORIA

<u>No</u>	<u>ARTICULO</u>	<u>COMENTARIOS</u>	<u>SI</u>	<u>NO</u>
Aprov1 ¿ Se incluye memoria descriptiva? ( E )	_____	_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aprov2 ¿ Se incluye indice. y contenido ( E ) de la memoria ?	_____	_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aprov3 ¿ Las hojas vienen numeradas ? ( E )	_____	_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aprov4 ¿ Contiene quien elaboró. \_\_\_\_\_    
 ( E )            revisó y aprobó ? \_\_\_\_\_

Aprov5 ¿ Contiene fechas de elaboración. \_\_\_\_\_    
 ( E )            revisión y aprobación ? \_\_\_\_\_

Aprov6 ¿ Contiene bibliografía , indicando \_\_\_\_\_    
 ( E )    el o los reglamentos de apoyo ? \_\_\_\_\_

Aprov7 ¿ Se incluyen datos de resistencia \_\_\_\_\_    
 ( E )    y rigidez de materiales usados ? \_\_\_\_\_  
           f c . E . Clase , etc.. especifique.  
           Tipo de acero A-36 u otro.

Aprov8 ¿ Se incluyen factores de carga y \_\_\_\_\_    
 ( E )            resistencia ? para fines de diseño. \_\_\_\_\_

Aprov9 ¿ Se incluyen datos de la estructura ? \_\_\_\_\_    
 ( E )    grupo , especifique. \_\_\_\_\_

No                      ARTICULO                      COMENTARIOS                      SI      NO

Aprov 10 ¿ Se incluye datos del suelo como \_\_\_\_\_    
 ( E )    tipo . Ft<sub>u</sub> , F.S , etc.. especifique. \_\_\_\_\_

Aprov 11 ¿ Los datos de cargas son claras ? \_\_\_\_\_    
 ( E )            cargas nominales y de diseño \_\_\_\_\_

Aprov 12 ¿ incluyen esquemas de áreas \_\_\_\_\_    
 ( E )            tributarias ? \_\_\_\_\_

Aprov 13 ¿ Los parámetros utilizados para \_\_\_\_\_

( E ) sismo. están indicados y son \_\_\_\_\_  
correctos ? especifique

Aprov14 ¿ El análisis se realizó empleando \_\_\_\_\_  
( E ) algún programa reconocido ? \_\_\_\_\_  
especifique

Aprov15 ¿ El diseño se realizó empleando \_\_\_\_\_  
( E ) algún programa reconocido ? \_\_\_\_\_  
especifique

Aprov16 ¿ Se incluyen las corridas de análisis \_\_\_\_\_  
( E ) y diseño, para su cabal \_\_\_\_\_  
comprensión ? \_\_\_\_\_

Aprov17 ¿ Las fzas sísmicas . rigideces . \_\_\_\_\_  
( E ) centros de torsión , etc... \_\_\_\_\_  
se calcularon a través de un \_\_\_\_\_  
programa ? especifique

Aprov18 ¿ De no ser así . se encuentran \_\_\_\_\_  
( E ) los cálculos correspondientes ? \_\_\_\_\_

Aprov19 ¿ En términos generales , se \_\_\_\_\_  
( E ) considera completa la memoria ? \_\_\_\_\_

**CONCEPTO :**

**PLANOS**

No

ARTICULO

COMENTARIOS

SI

NO

Aprov1 ¿ Están dibujados a mano ? \_\_\_\_\_  
( E ) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Aprov2 ¿ Están dibujados en Autocad ? \_\_\_\_\_  
( E ) especifique versión. \_\_\_\_\_

Aprov3 ¿ Son de 60cm x 90cm de tamaño ? \_\_\_\_\_  
( E ) especifique. \_\_\_\_\_

- Aprov4 ¿ Son planos en albanene ?  
 ( E ) especifique \_\_\_\_\_
- Aprov5 ¿ Se entregaron con respaldo en  
 ( E ) diskett de 3 1/2". \_\_\_\_\_
- Aprov6 ¿ El cuadro de referencia, contiene:  
 ( E ) titulo . obra . No de plano . \_\_\_\_\_  
 direcc. de obra y propietario ? \_\_\_\_\_
- Aprov7 ¿ Asi mismo datos como: quien dibujo  
 ( E ) diseño, revisó y aprobó ? \_\_\_\_\_
- Aprov8 ¿ Fecha, escala, revisiones, No de  
 ( E ) obra, No de archivo ? \_\_\_\_\_
- Aprov9 ¿ Incluyen las notas necesarias y  
 ( E ) especificaciones correspondientes ?  
 especifique \_\_\_\_\_

<u>No</u>	<u>ARTICULO</u>	<u>COMENTARIOS</u>	<u>SI</u>	<u>NO</u>
Aprov10	¿ Son las anteriores , claras y sin ( E ) ambigüedades ? especifique.	_____ _____ _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aprov11	¿ Se encuentran a escala los dibujos? ( E )	_____ _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aprov12	¿ Se indicó la escala en cada dibujo? ( E )	_____ _____ _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aprov13	¿ La calidad de dibujo es del tipo ( E ) estructural especifique?	_____ _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Aprov14 ¿ El acomodo de cortes y detalles \_\_\_\_\_  
 ( E ) es claro y lógico ? \_\_\_\_\_
- Aprov15 ¿ Existe correspondencia clara y \_\_\_\_\_  
 ( E ) lógica en la nomenclatura de \_\_\_\_\_  
 cortes y detalles ? \_\_\_\_\_
- Aprov16 ¿ Los planos contienen los cortes \_\_\_\_\_  
 y detalles necesarios para, la \_\_\_\_\_  
 cabal comprensión de lo que \_\_\_\_\_  
 se pide ? especifique. \_\_\_\_\_
- Aprov17 Tales cortes y detalles ¿ se \_\_\_\_\_  
 encuentran completos y bien \_\_\_\_\_  
 definidos ? especifique \_\_\_\_\_
- Aprov18 En términos generales se \_\_\_\_\_  
 considera la calidad de dibujo \_\_\_\_\_  
 ¿ buena ? especifique \_\_\_\_\_
- Aprov19 ¿ En términos generales se \_\_\_\_\_  
 consideran los planos completos \_\_\_\_\_  
 y legibles ? especifique. \_\_\_\_\_

PROGRAMA DE CERTIFICACION DE CALIDAD

RESULTADO DE EVALUACION

I. - SATISFACTORIO



INSATISFACTORIO



OBSERVACIONES

---



---



---



---



---



---



Los tornillos de alta resistencia basan su capacidad en la acción de apriete producida al ajustar el tornillo o la tuerca hasta producir una fuerza de tensión predeterminada, según se indica en la Tabla 6-1. Esta tensión se desarrolla al apretar la tuerca con llaves de torsión calibradas, o bien por el método del giro de la tuerca. Pueden usarse también llaves de impacto, las cuales deben ser de capacidad adecuada y con el suministro de aire suficiente para llevar a cabo el apriete requerido de cada tornillo en aproximadamente 10 seg. La especificación para Juntas Estructurales a base de Tornillos ASTM A325 o A490 fija los siguientes requisitos para los procedimientos de apriete:

Tabla 6-1 Tensión mínima en tornillos ( $T_b$ ). (Tabla J3.1 según AISC - LRFD)

DIAMETRO DEL TORNILLO		TENSION MINIMA DEL TORNILLO* EN TONELADAS METRICAS	
PLGS	mm	Tornillos A-325	Tornillos A-490
1/2	13	5.43	6.80
5/8	16	8.62	10.90
3/4	19	12.70	15.90
7/8	22	17.65	22.25
1	25	23.15	29.10
1 1/8	29	25.40	36.30
1 1/4	32	32.20	47.30
1 3/8	35	38.60	54.90
1 1/2	38	46.80	67.10

\*Igual a 0.7 de la resistencia mínima a la tensión de los tornillos, redondeadas a Ton como se determina en las especificaciones ASTM para A325 Y A490.

**Apriete con llaves calibradas.** Cuando se usan llaves calibradas para suministrar al tornillo la tensión especificada en la tabla 2-1, deben ajustarse de manera tal que la tensión inducida en el tornillo sea de 5 a 10% mayor que el valor en cuestión. Estas deben calibrarse cuando menos una vez por cada día de trabajo, apretando no menos de tres tornillos típicos de cada diámetro por instalar en un dispositivo capaz de indicar la tensión real del tornillo. Las llaves operadas mecánicamente deben ajustarse para que se detengan o dejen de funcionar al llegar a la tensión seleccionada; si se usan llaves manuales, debe anotarse la indicación de la torsión correspondiente a la tensión calibrada, para usarse en la instalación de todos los tornillos del lote probado. Cuando se mide la torsión las tuercas deben estar en movimiento de apriete. Cuando se usan llaves calibradas para instalar varios tornillos en una misma junta, deben volverse a apretar los que se colocaron inicialmente, ya que pueden aflojarse durante la colocación de los siguientes hasta lograr que todos queden apretados a la tensión especificada.

**Apriete por el método del giro de la tuerca.** Cuando se usa este método para suministrar la tensión especificada en la tabla 6-1, primeramente debe tenerse en condición de "apriete ajustado" una cantidad suficiente de tornillos para asegurar que todas las partes de la junta están en pleno contacto unas con otras. La condición de apriete ajustado se definirá como la que se obtiene con unos cuantos golpes de una llave de impacto o con el esfuerzo total de un hombre que use una llave de tuercas ordinaria. Enseguida de esta operación inicial, se colocarán tornillos en cada uno de los agujeros restantes, apretándolos hasta la condición de apriete ajustado. Deben entonces apretarse adicionalmente todos los tornillos de la junta, haciendo girar a la tuerca la cantidad especificada en la tabla 6-2, empezando a apretar los tornillos que estén colocados en la parte más rígida de la junta y progresando sistemáticamente.

Tabla 6-2 Rotación de la tuerca<sup>a</sup> a partir de la condición de apriete ajustado.

DISPOSICIÓN DE LAS CARAS EXTERIORES DE LAS PARTES ATORNILLADAS		
Ambas caras normales al eje del tornillo, o una cara normal al eje y la otra inclinada 1:20 (sin usar rondanas achaflanadas)		Ambas caras inclinadas 1:20 con respecto a la normal al eje del tornillo (sin usar rondanas achaflanadas)
Longitud del tornillo <sup>b</sup> no mayor de 8 diámetros u 8 plgs.	Longitud del tornillo <sup>b</sup> mayor de 8 diámetros u 8 plgs.	Para todas las longitudes de tornillos 1/4 de vuelta
1/2 vuelta	2/3 de vuelta	

<sup>a</sup>La rotación de la tuerca es la rotación relativa con respecto al tornillo, sin que importe a cuál de los dos (tuerca o tornillo) se le aplica el giro. La tolerancia en la rotación es de 1/6 de giro (60°) en más, y nada en menos. Para

tomillos pesados estructuralmente de cabeza hexagonal y rosca estándar de todos los tamaños y longitudes, y para tuercas hexagonales pesadas semiterminadas.

<sup>b</sup>La longitud del tornillo se mide desde la parte inferior

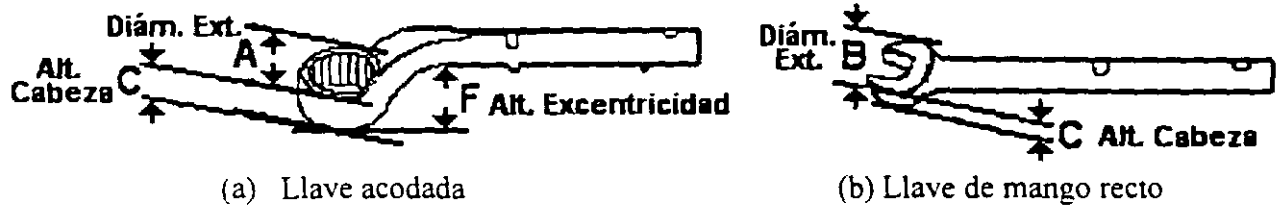


Fig. 6.2 LLAVES PARA TRABAJO PESADO / GOLPETEO

6.1 SUJETADORES AUTO CONTROLABLES DE APRIETE.

Existen en la actualidad dos tipos de dispositivos para auto-controlar el apriete de tornillos y así garantizar la tensión mínima en las tuercas y tornillos y son los siguientes:

1) INDICADOR DE TENSIÓN DIRECTA (ITD)

Es una rondana simple con capacidad de carga mecánica. Son manufacturadas con protuberancias en una cara, la cual se aplastan en una forma pronosticable de tensión en el tornillo. Se para de apretar al tornillo cuando las protuberancias se aplastan al punto donde un calibre metálico de prueba no puede ser insertado en el hueco entre la cabeza del tornillo y la superficie superior de el ITD, en ese momento se garantiza que el tornillo tiene la tensión requerida para un buen funcionamiento.

El sistema consiste solamente en comprimir las protuberancias y ya está hecho, así se mide únicamente la TENSIÓN EN EL TORNILLO. Este tipo de rondanas ITD ya se consiguen en México.

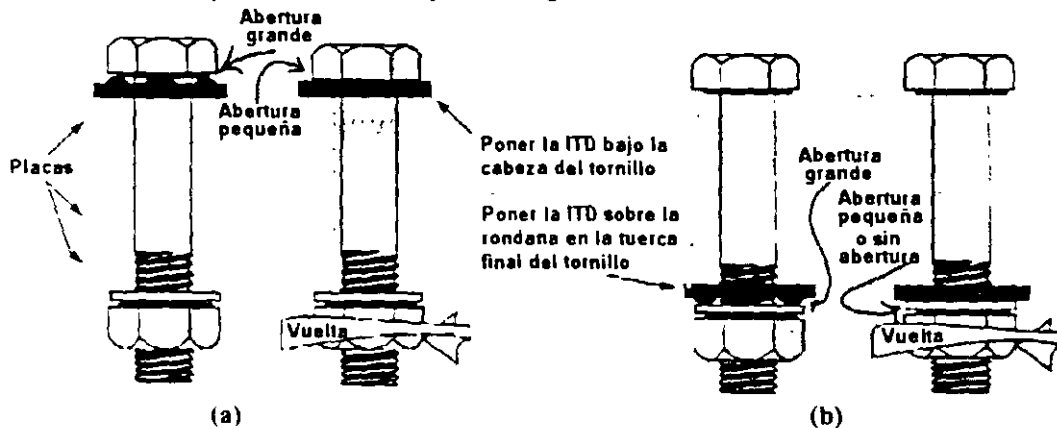


Fig. 6.5



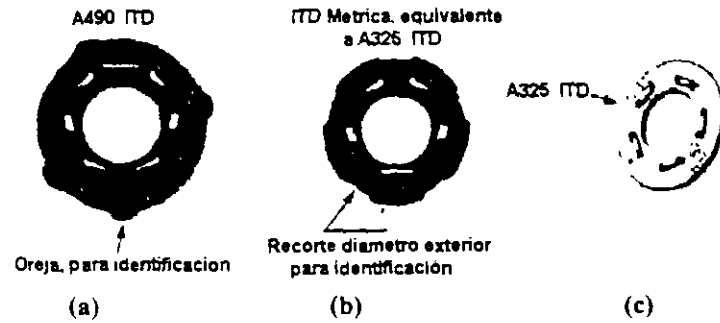
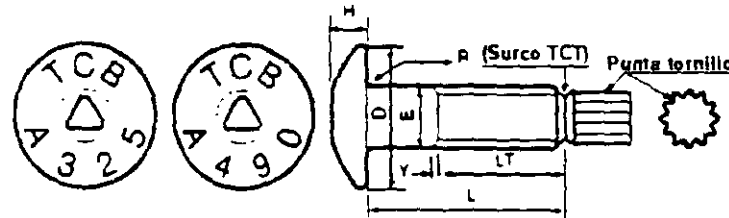


Fig. 6.6

2) TORNILLOS CON CONTROL DE TENSIÓN (TCT).

Se sabe que la tensión especificada ha sido alcanzada cuando la punta especial del tornillo se corta en el surco por lo que se tiene una inspección visual sencilla ya que cuando la punta se rompe la tensión en el tornillo es la correcta. Este tipo de tornillos ya se puede conseguir en México.



TCT = Tornillo control de torque.

Fig. 6.7 TORNILLOS CON TORQUE - CONTROL

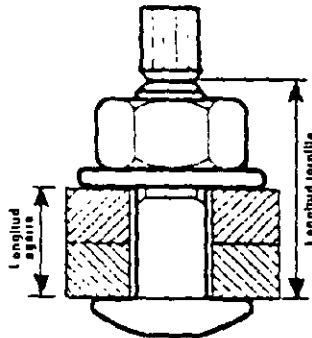


Fig. 6.8

Determinación de la longitud apropiada del tornillo			
Diámetro tornillo		L <sub>1</sub> = agarre + valores	
(pg)	(mm)	(pg)	(mm)
5/8	16	7/8	22
3/4	19	1	25
7/8	22	1 - 1/8	28.6
1	25	1 - 1/4	32

El costo de estos tornillos en el 2002 considerando a \$10.00 el dólar es el siguiente para tornillos ASTM A-325 y ANSI B18. 2.1

MEDIDA		PRECIO P/PIEZA	MEDIDA		PRECIO P/PIEZA	MEDIDA		PRECIO P/PIEZA
3/4 X	1"	\$19.27	7/8 X	2"	\$27.38	1 X	2"	\$40.23
3/4 X	2"	\$19.89	7/8 X	2"	\$28.53	1 X	2"	\$41.19
3/4 X	2"	\$20.51	7/8 X	2"	\$29.67	1 X	2"	\$42.14
3/4 X	2"	\$21.39	7/8 X	2"	\$31.07	1 X	2"	\$43.41
3/4 X	2"	\$22.01	7/8 X	3"	\$32.24	1 X	3"	\$44.44
3/4 X	3"	\$22.84	7/8 X	3"	\$33.47	1 X	3"	\$45.66
3/4 X	3"	\$23.75	7/8 X	3"	\$34.66	1 X	3"	\$46.97
3/4 X	3"	\$24.57	7/8 X	3"	\$35.62	1 X	3"	\$47.99
3/4 X	3"	\$25.44	7/8 X	4"	\$36.80	1 X	4"	\$49.09
3/4 X	4"	\$26.49	7/8 X	4"	\$39.30	1 X	4"	\$51.41
3/4 X	4"	\$28.26						

Otros diámetros y largos, solicitar cotización, precios no incluyen IVA, precios lab. D.F. la mercancía viaja por cuenta y riesgo del comprador.

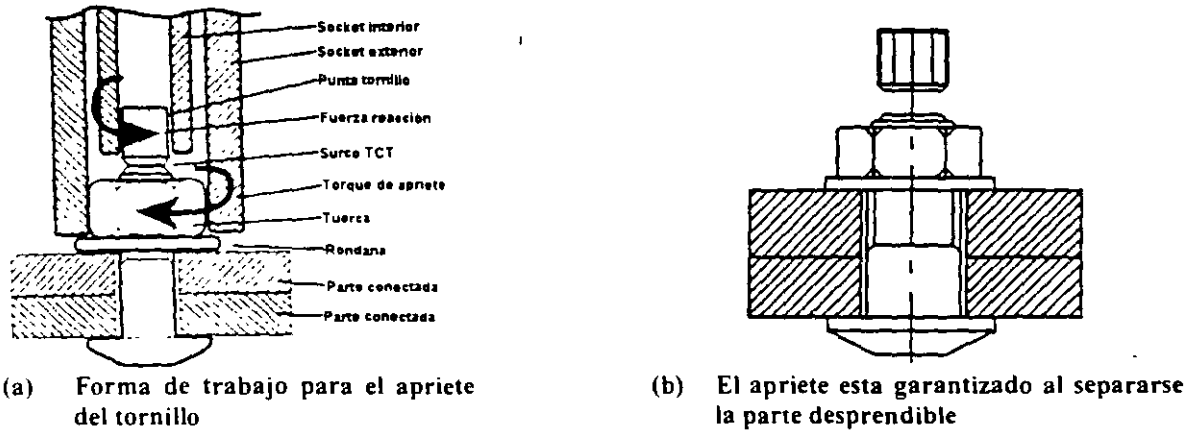


Fig. 6.9

VII CONEXIONES SOLDADAS, TIPOS DE SOLDADURA, ELECTRODOS, TIPOS DE JUNTAS

La soldadura eléctrica al arco se hace a base de calor fundiendo un metal de aportación llamado electrodo, el cual va a unir elementos llamados material base. Los tipos más comunes de soldadura son los siguientes:

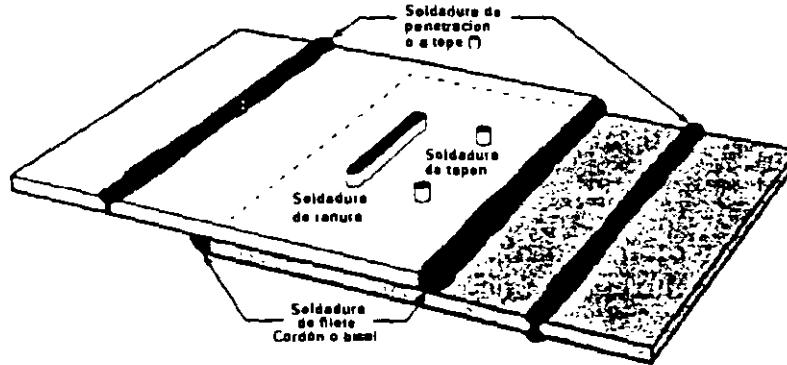


Figura 2.30 Tipos de soldadura

(\* ) El tipo de preparación de las placas "no aumenta la resistencia", del tipo penetración sólo es para obtener una mejor calidad de soldadura.

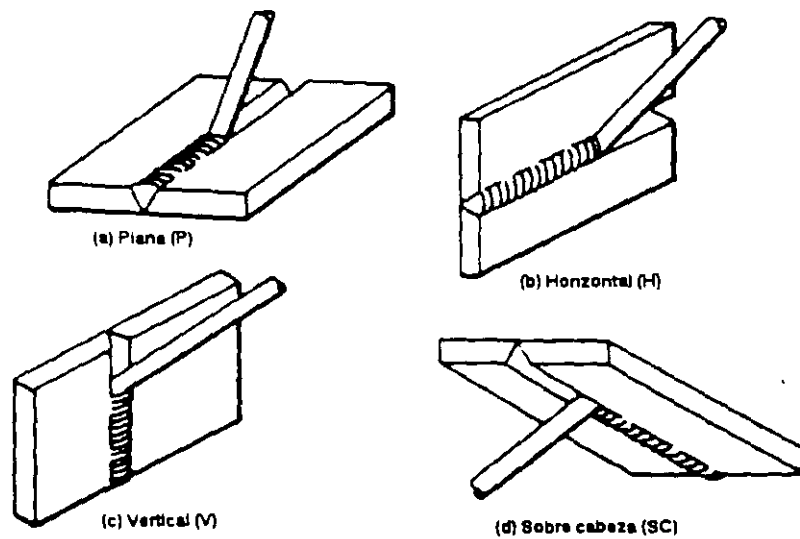


Figura 2.31 Posiciones para soldar

**PROCESOS DE SOLDADURA**

I.- Soldadura de arco (AW). Arc Weld.

- |   |  |
|---|--|
| I.1.- Soldadura con arco metálico y gas.<br>Electrogas.<br>Soldadura de arco con plasma.<br>Soldadura de arco metálico protegido (*) el más usado<br>Soldadura de arco de espárragos<br>Soldadura de arco sumergido<br>En serie | GMAW<br>GMAW-EG<br>PAW<br>SMAW<br>SW<br>SAW<br>SAW-B |
|---|--|

- |  |      |
|--|------|
| I.2.- Soldadura de arco con núcleo de fundente | FCAW |
|--|------|

II.- Procesos de soldadura.

- |   |                          |
|---|--------------------------|
| II.1.- Soldadura por resistencia (RW)<br>Soldadura por arco con presión<br>Soldadura por percusión<br>Soldadura de costura por resistencia<br>Soldadura de puntos por resistencia | FW<br>PEW<br>RSEW<br>RSW |
|---|--------------------------|

III.- Corte térmico (TC).

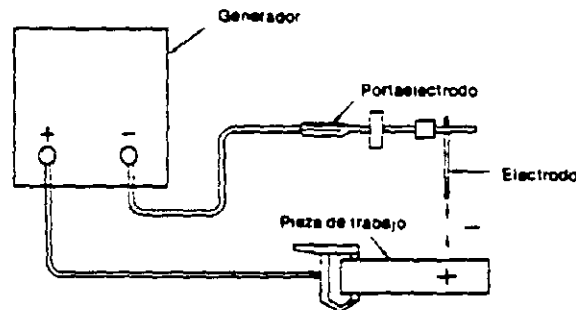
- |   |              |
|---|--------------|
| III.1.- Corte con oxígeno (OC)<br>Corte con gas combustible y oxígeno<br>Corte oxiacetilénico | OFC<br>OFC-A |
|---|--------------|

- |  |                    |
|--|--------------------|
| III.2.- Corte con arco (AC)<br>Corte con arco metálico<br>Corte con arco y plasma<br>Corte con arco metálico protegido | MAC<br>PAC<br>SMAC |
|--|--------------------|

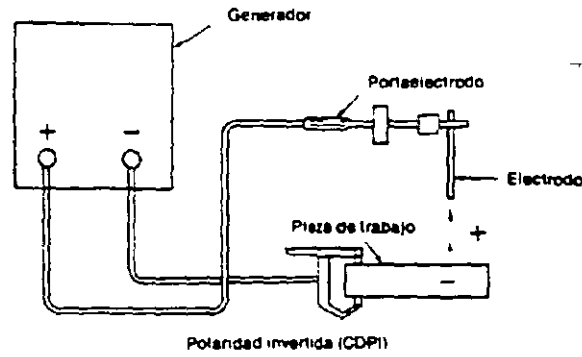
IV - Otros tipos de corte

- |  |            |
|--|------------|
| IV.1.- Corte con haz de electrones<br>Corte con haz de rayos laser | EBC<br>LBC |
|--|------------|

**TIPOS DE CORRIENTE EN SOLDADURA DE ARCO ELECTRICO**



Polaridad directa (CDPD)  
 (a) (Electrodo negativo)



(b) (Electrodo positivo)

Figura 2.32

MARCAS DE IDENTIFICACIÓN DE LOS ELECTRODOS DE ACERO AL CARBONO

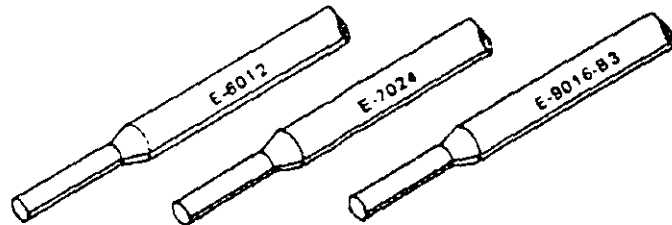


Figura 2.33

Tabla 2-10 Sistema AWS de dosificación de electrodos

DIGITO	SIGNIFICADO	EJEMPLO
Primeros dos o primeros tres	Resistencia minima a la tensión (alivio de esfuerzos)	E-60XX = 60,000 lb/pulg <sup>2</sup> (min.) E-110XX = 110,000 lb/pulg <sup>2</sup> (min.)
Anterior al último	Posición de aplicación	E-XX1X = todas las posiciones E-XX2X = horizontal y  E-XX3X = plana
Ultimo	Tipo de energía, tipo de escoria, tipo de arco, magnitud de la penetración, presencia de poivo de hierro en el recubrimiento	-

Tabla 2-11 Interpretación del último dígito en la clasificación de electrodos AWS

	ULTIMO DIGITO									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Tipo de energía	a	CA o CD Polaridad invertida	CA o CD	CA o CD	CA o CD	CD Polaridad invertida	CA o CD Polaridad invertida	CA o CD	CA o CD Polaridad invertida	
Tipo de escoria	b	Organica	Rutilo	Rutilo	Rutilo	Bajo hidrogeno	Bajo hidrogeno	Mineral	Bajo Hidrogeno	
Tipo de arco	Excavadora	Excavadora	Regular	Blando	Blando	Regular	Regular	Blando	Regular	
Penetración	c	Profunda	Regular	Ligera	Ligera	Regular	Regular	Regular	Regular	
Poivo de hierro en el recubrimiento	0 - 10%	Nada	0 - 10%	0 - 10%	30 - 50%	Nada	Nada	50%	30 - 50%	

a E-6010 es de CD, polaridad invertida: E-6020 es de CA o CD

b E-6010 es orgánica: E-6020 es mineral

c E-6010 es de penetración profunda, E-6020 es de penetración mediana o regular

Origen. Metals and How to Weld Them (Cleveland, Ohio: James F. Lincoln Arc Welding Foundation), p. 94

Nota: El prefijo "E" (a la izquierda de un número de 4 o 5 dígitos) significa electrodo para soldadura de arco.  
 Origen: Metals and How to Weld Them (Cleveland, Ohio: James F. Lincoln Arc Welding Foundation), p. 94

**TABLA 2-12  
 CLASIFICACIÓN DE LOS ELECTRODOS.**

CLASIFICACIÓN AWS-ASTM	TIPO DE RECUBRIMIENTO	POSICIONES PARA PRODUCIR SOLDADURAS SATISFACTORIAS	TIPO DE CORRIENTE
E-6010	Celulosa - Sodio	P.VH.SC	Continua. Polaridad, Inversa. (Polo Posi-tivo)
E-6011	Celulosa - Sodio	P.VH.SC	Alterna o continua polaridad inversa
E-6012	Titano - Potasio	P.VH.SC	Alterna o continua polaridad directa (polo -)
E-6013	Titano - Potasio	P.VH.SC	Alterna o continua cualquier polaridad
E-6020	Oxido de hierro	P.H-Filetes	Alterna o continua polaridad directa
E-6027	Polvo de hierro ox. hierro	P.H-Filetes	Alterna o continua polaridad directa
E-7014	Polvo de hierro y titania	P.V.H.SC	Alterna o continua cualquier polaridad
E-7015	Bajo hidrogeno y sodio	P.V.H.SC	Continua polaridad inversa
E-7018	Polvo de hierro. bajo hidr	P.V.H.SC	Alterna o continua polaridad inversa
E-7024	Polvo de hierro	H. Filetes. P	Alterna o continua cualquier polaridad

**TABLA 2-13  
 ELECTRODOS QUE FIJA LA NORMA SMAW SOLDADURA DE  
 ACERO METÁLICO PROTEGIDO**

ACERO ASTM Fy (Kg/cm <sup>2</sup> )		ELECTRODO Fy (F <sub>EXX</sub> ) (Kg/cm <sup>2</sup> )	PROPIEDADES DEL ELECTRODO Fu (Kg/cm <sup>2</sup> )	Fy MÍNIMO*		
				Lb/pg <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup>	
A-36	36(2530)	E-60XX 60.000: (4228)	72.800(5131)	Alargamiento 30 %	50.000	(3.522)
		E-70XX 70.000: (4933)	76.000(5356)		60.000	(4.227)
A-572	50(3500)	E-7015.16: (4933)	76.000(5356)		60.000	(4.227)
		E-7018.28: (4933)			60.000	(4.227)
A-588	50(3500)	E-7015.16: (4933)	76.000(5356)	60.000	(4.227)	
		E-7018.28: (4933)		60.000	(4.227)	

Cuando se abre un paquete de electrodos habrá que terminarlos de usar de no ser así los sobrantes deberán meterse a un horno, hasta su nuevo uso

**TABLA 2-14, AISC J2.3  
 TAMAÑO MÍNIMO EFECTIVO DE LA GARGANTA EN SOLDADURAS  
 DE PENETRACIÓN PARCIAL (SOLDADURA A TOPE)**

ESPESOR MAS GRUESO DE LAS PARTES UNIDAS EN MM.	ESPESOR MÍNIMO EFECTIVO DE GARGANTA EN MM.
Hasta 6 inclusive	1/4" 3 1/8"
Mas de 6 a 13	1/4" a 1/2" 5 3/16"
Mas de 13 a 19	1/2" a 3/4" 6 1/4"
Mas de 19 a 38	3/4" a 1 1/2" 8 5/16"
Mas de 38 a 57	1 1/2" a 2 1/4" 10 3/8"
Más de 57 a 150	2 1/4" a 6" 13 1/2"
Mas de 150	>6" 16 5/8"

**TABLA 2-15, AISC J2.4  
 TAMAÑO MÍNIMO EFECTIVO DE LA SOLDADURA DE FILETE.**

ESPESOR MAS GRUESO DE LAS PARTES UNIDAS EN mm.	TAMAÑO MÍNIMO DE LAS SOLDADURAS DE FILETE EN mm.
--	--

hasta 6 inclusive	$t \leq \frac{1}{4}$	5	1/8"
más de 6 a 13	$\frac{1}{4} \leq t \leq \frac{1}{2}$	5	3/16"
mas de 13 a 19	$\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{4}$	6	1/4"
más de 19	$t > \frac{3}{4}$	8	5/16"

### INSPECCIÓN DE LAS SOLDADURAS.

Para asegurarse de una buena soldadura en un trabajo determinado, deben seguirse tres pasos: 1) establecer buenos procedimientos de soldadura, 2) usar soldadores calificados, y 3) emplear inspectores competentes en el taller y en el campo.

Cuando se siguen los procedimientos establecidos por la AWS y la AISC para buenas soldaduras y cuando se utilizan los servicios de buenos soldadores (calificados), es seguro que se obtendrán buenos resultados: sin embargo, la seguridad absoluta sólo se tendrá cuando se utilicen inspectores capaces y calificados.

Para lograr una buena soldadura existe una serie de factores entre los que pueden mencionarse la selección apropiada de electrodos, corriente y voltaje; propiedades del metal base y de aportación; posición de la soldadura.

### INSPECCIÓN VISUAL.

Un factor que ayudará a los soldadores a realizar un mejor trabajo, es justamente la presencia de un inspector que ellos consideren que sabrá apreciar un buen trabajo cuando lo vea. Para hacer de un hombre un buen inspector, es conveniente que él mismo haya soldado y que haya dedicado bastante tiempo a observar el trabajo de buenos soldadores. A partir de esta experiencia, él será capaz de saber si un soldador está logrando la fusión y penetración satisfactoria. También debe reconocer buenas soldaduras en su forma, dimensiones y apariencia. Por ejemplo, el metal en una buena soldadura se aproximará a su color original después de enfriarse. Si se ha calentado demasiado, tendrá un tono mohoso o apariencia rojiza. Puede utilizar diversas escalas y escantillones para verificar las dimensiones y formas de la soldadura.

La inspección visual de un hombre capaz, probablemente dará una buena indicación de la calidad de las soldaduras, pero no es una fuente de información perfecta por lo que hace a la condición interior de la soldadura. Existen diversos métodos para determinar la calidad interna o sanidad de una soldadura. Estos métodos incluyen: tinturas penetrantes y partículas magnéticas, ensayos con ultrasonido y procedimientos radiográficos, los cuales permiten descubrir defectos internos tales como porosidades, faltas de fusión o presencia de escorias.

### LÍQUIDOS PENETRANTES.

Diversos tipos de tinturas pueden extenderse sobre las superficies de soldadura; estos líquidos penetrarán en cualquier defecto como grietas que se encuentren en la superficie y sean visibles; después de que la tintura ha penetrado en las grietas, se limpia el exceso de ésta y se aplica un polvo absorbente, el cual hará que la tintura salga a la superficie y revelará la existencia de la grieta, delineándola en forma visible al ojo humano. Una variante de este método consiste en usar un líquido fluorescente, que una vez absorbido se hace brillantemente visible bajo el examen con luz negra.

### PARTÍCULAS MAGNÉTICAS.

En este proceso, la soldadura por inspeccionar se magnetiza eléctricamente, los bordes de las grietas superficiales o cercanas a la superficie se vuelven polos magnéticos (norte y sur a cada lado de la grieta) y si se esparce polvo seco de hierro o un líquido con polvo en suspensión, el fantasma magnético es tal que queda detectada la ubicación, forma y aun tamaño de la grieta. La desventaja del método es que en caso de una soldadura realizada con cordones múltiples, el método debe aplicarse para cada cordón.

### PRUEBA ULTRASÓNICA.

En años recientes, la industria del acero ha aplicado el ultrasonido a la manufactura del acero: si bien el equipo es costoso, el método es bastante útil también en la inspección de soldadura. Las ondas sónicas se envían a través del material que va a probarse y se reflejan desde el lado opuesto de éste; la onda reflejada se detecta en un tubo de rayos catódicos; los defectos en la soldadura afectan el tiempo de transmisión del sonido y el operador puede leer el cuadro del tubo, localizar las fallas y conocer qué tan importantes son. Es necesario pedir interpretación de resultados.

**PROCEDIMIENTOS RADIOGRÁFICOS.**

Los métodos radiográficos, que son más costosos, pueden utilizarse para verificar soldaduras ocasionales en estructuras importantes. Mediante estas pruebas es posible realizar una buena estimación del porcentaje de soldaduras malas en una estructura. El uso de máquinas de rayos-X portátiles, donde el acceso no es un problema y el uso de radio o cobalto radioactivo para tomar fotografías, son métodos de prueba excelentes pero costosos. Resultan satisfactorios en soldaduras a tope (por ejemplo: soldadura de tuberías importantes de acero inoxidable en los proyectos de energía atómica) pero no son satisfactorios para soldaduras de filete, ya que las fotografías son difíciles de interpretar. Una desventaja adicional de estos métodos es el peligro de la radiactividad. Deben utilizarse procedimientos cuidadosos para proteger tanto a los técnicos como a los trabajadores cercanos. En el trabajo de las construcciones normales, este peligro posiblemente requiera la inspección nocturna cuando sólo unos pocos trabajadores se encuentren cerca del área de inspección. (Por lo general se requerirá una estructura muy grande o importante antes de que el uso extremadamente costoso del material radiactivo puede justificarse).

Una conexión soldada, bien hecha, puede resultar mucho más resistente (tal vez 1½ ó 2 veces) que las partes conectadas. Como consecuencia, **LA RESISTENCIA REAL ES MUCHO MAYOR QUE LA REQUERIDA POR LAS ESPECIFICACIONES.**

**FALLAS COMUNES EN LAS SOLDADURAS**

Fallas en soldaduras debidas a procedimientos o técnicas inadecuadas para la colocación del material de aportación (electrodo) o debidas a una limpieza incorrecta de la escoria que recubre cada cordón de soldadura antes de depositar la siguiente.

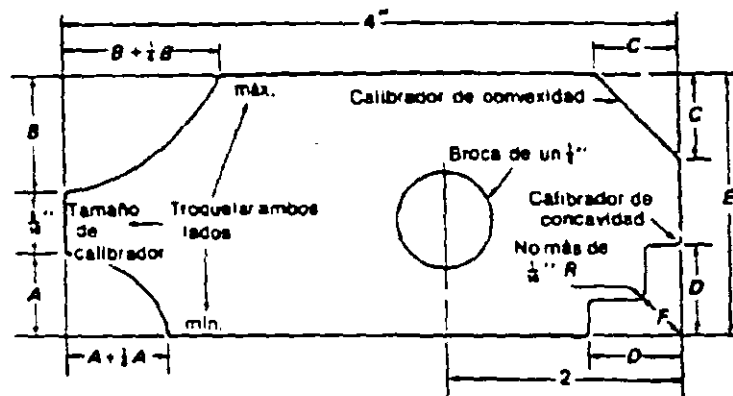


Figura 2.34 Calibrador de soldaduras de filete, únicamente

**CAUSAS Y REMEDIOS DE SOLDADURAS FALLADAS.**

Pueden aceptarse soldaduras que contengan pequeñas cantidades de poro o inclusiones de escoria de tamaño reducido, las que ocasionan reducciones tolerables en la resistencia estática y en la resistencia a la fatiga de las juntas, pero las inclusiones grandes y angulosas y las concentraciones de escorias o bolsas de gas en áreas reducidas constituyen defectos importantes.

FALLAS EN CUANTO AL SOLDADOR

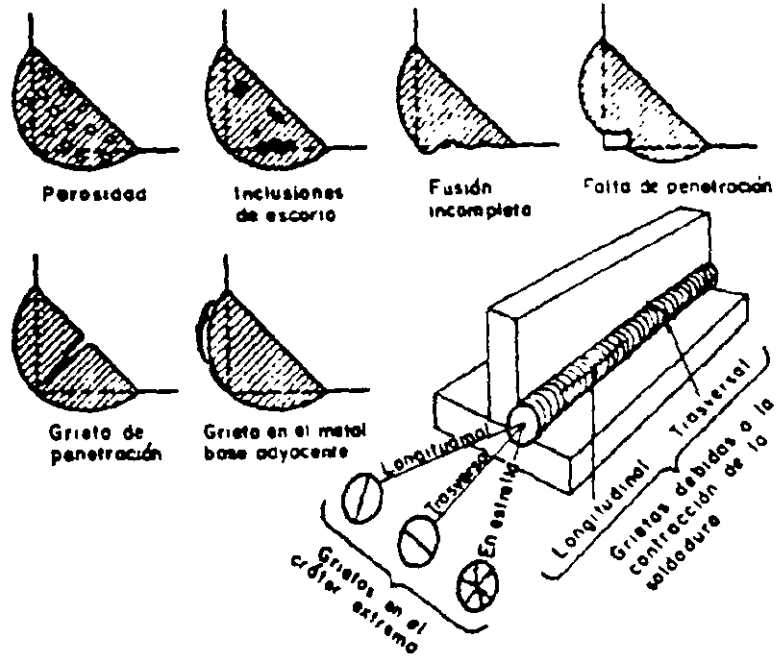


Figura 2.35

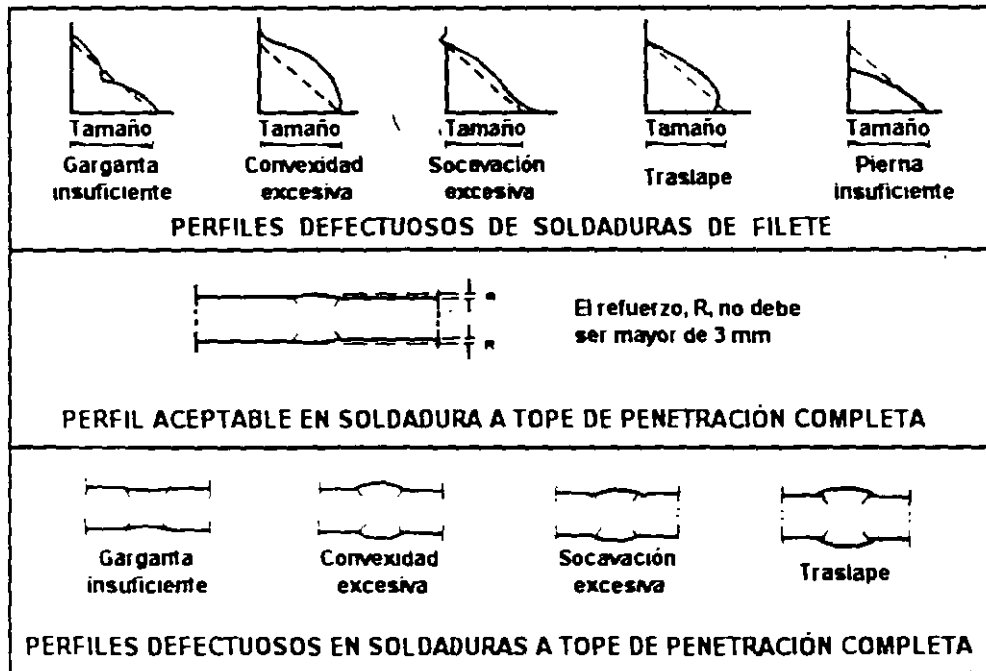


Figura 2.36

Las causas de la porosidad (P) pueden ser:

- 1.- Arco corto
- 2.- Charco insuficiente
- 3.- Metal base defectuoso

Remedios:

- 1.- Revisar las impurezas en el metal base
- 2.- Mantener el charco lo suficiente para eliminar los gases
- 3.- Usar corriente apropiada



4.- Electrodo inadecuado

- 4.- Mover el electrodo en zig – zag
- 5.- Usar el electrodo apropiado
- 6.- Mantener un arco mas largo

**Penetración incompleta (F.P.) falta de penetración causas:**

- 1.- Mucha velocidad
- 2.- Electrodo muy grande
- 3.- Corriente muy baja
- 4.- Preparación inadecuada

**Remedios**

- 1.- Usar suficiente corriente para asegurar penetración
- 2.- Mover el arco mas despacio
- 3.- Seleccionar el electrodo apropiado
- 4.- Dejar espacio libre en el fondo

**Soldadura agrietada causas:**

- 1.- Electrodo erróneo
- 2.- Tamaño de la soldadura en desbalance de las piezas
- 3.- Cordones defectuosos
- 4.- Preparacion ineficiente
- 5.- Union rígida

**Remedios**

- 1.- Precalear las piezas antes de soldar
- 2.- Evitar los cordones en cadena
- 3.- El tamaño de la soldadura debe ser ajustado al tamaño de las piezas

**Fusión incompleta (FF) falta de fusión causas:**

- 1.- Velocidad errónea
- 2.- Preparación defectuosa
- 3.- Electrodo inapropiado
- 4.- Selección de corriente errónea

**Remedios**

- 1.- Escoger cuidadosamente el tamaño y tipo de electrodo
- 2.- El zig-zag debe ser suficiente para fusionar ambos lados de la punta
- 3.- La corriente apropiada asegura buen deposito del metal y penetracion adecuada. No permitir que el metal depositado sobre salga de los bordes.

**Otros posibles defectos en soldaduras**

- |  |   |
|--|---|
| 1.- (CB) Corona baja                     | 12.- (RC) Rotura de cráter  |
| 2.- (CR) Concavidad en la raiz           | 13.- (RD) Rotura diagonal   |
| 3.- (DEL) Doble línea de escoria         | 14.- (RE) Refuerzo excesivo                                       |
| 4.- (DP) Desalineamiento de las placas   | 15.- (RL) Rotura longitudinal                                     |
| 5.- (DS) Desalineamiento de la soldadura | 16.- (RP) Rotura de placa   |
| 6.- (DT) Desalineamiento de los tubos    | 17.- (RT) Rotura transversal                                      |
| 7.- (IE) Inclusiones de escoria          | 18.- (S) Socavado en la orilla de la soldadura                    |
| 8.- (LE) Línea de escoria                | 19.- (SC) Socavadura entre cordones                               |
| 9.- (PC) Poro cilindrico                 | 20.- (SI) Socavado interno en uno o ambos lados del primer cordón |
| 10.- (PE) Penetración excesiva           | 21.- (SP) Socavadura en la placa                                  |
| 11.- (Q) Quemada a través de la raiz     |   |

**1) MEMORIA.**

En un proyecto estructural generalmente se elabora una memoria descriptiva y una memoria de cálculo.

**LA MEMORIA DESCRIPTIVA** su nombre lo indica en general se da una descripción del proyecto arquitectónico, una descripción del proyecto estructural, las sollicitaciones consideradas en el proyecto estructural como son: Cargas muertas y vivas, sismo con su respectivo coeficiente sísmico  $C$  en función del tipo de suelo donde va a estar edificada la obra y el factor de comportamiento sísmico  $Q$ , viento, granizo, asentamientos diferenciales, etc. El tipo de análisis el cual actualmente se hace con paquete de cómputo como el SAP-2000, STAAD III, STAAD-PRO, RAM ANALYSIS, etc. Estos paquetes pueden realizar análisis elásticos, análisis  $P-\Delta$  y análisis no lineal.

En la memoria descriptiva también se introducen las fórmulas de diseño básicas en flexión, cortante, torsión y fuerza axial tanto para concreto reforzado como para acero estructural en base a las Normas Técnicas Complementarias de Concreto y Acero o bien con AISC, el AISC y el AISI vigentes.

Es necesario se indiquen los desplazamientos tanto verticales como horizontales obtenidos en el análisis de la estructura y que estos sean menores a los permitidos en el Reglamento de Construcción vigente.

**LA MEMORIA DE CÁLCULO** es en realidad todo el trabajo de gabinete que se debe de hacer para poder realizar el análisis, el diseño estructural y por consiguiente las conexiones y todos los detalles necesarios constructivos que se utilizaron para elaborar el proyecto estructural ejecutivo.

## 2) PLANOS ESTRUCTURALES.

Los planos estructurales son los que nos van a servir de base para que en estructuras metálicas se puedan realizar los planos de taller, por lo tanto, deben de tener claridad en la indicación de los elementos, el tipo de secciones y las conexiones apropiadas para el trabajo estructural que fue contemplado en el análisis y diseño estructural.

## 3) PLANOS DE TALLER.

Los planos de taller son los dibujos que sirven para la fabricación de los elementos estructurales mostrados en los planos estructurales de diseño, sobretodo cuando su construcción en campo requiere de una adecuada precisión

Los planos de taller deben incluir la información necesaria para la fabricación de cada parte componente de una estructura, elementos estructurales, placas, anclas (si se especifica), tipo y tamaño de tornillos o remaches (si se especifica), tipo de electrodos y dimensiones de soldadura

Los planos de taller al elaborarse deben de contener lo siguiente:

- Los detalles de las piezas por fabricar, transportar y montar.
- La lista de materiales correspondiente a cada elemento estructural indicado convenientemente el elemento, pieza, dimensiones, peso unitario, peso parcial y peso total.
  - a) Unidades, tipo de materiales y especificaciones.
  - b) Numero y título del plano de diseño generador.
  - c) Numero del plano de montaje con el que deben ensamblarse y elegirse las piezas detalladas.
  - d) Numero del plano o de la lista donde aparezcan tornillos, electrodos, etc.
  - e) Número del plano o taller, fecha de elaboración, nombre y firma del diseñador y del revisor, título del plano.
  - f) Un sello de aprobación para fabricación y montaje.

## 4) FABRICACIÓN.

El objetivo es que sea lógica, segura y económica y depende de los recursos como son personal, instalaciones, equipo, herramienta, herramental (cables, polipastos, mesas de trabajo), material de consumo y equipo de seguridad.

Trabajos preliminares: plano de proyecto, planos de fabricación o taller, planos de montar, programación, suministro de materiales, sustitución de perfiles (si se requiere) y elaboración de plantillas.

Los pasos de un sistema de fabricación son:

Enderezado, se puede hacer con una prensa que trabaje el material a temperatura ambiente o bien calentar con soplete y golpear con marro, aunque esta forma no se recomienda, porque origina esfuerzos residuales en el elemento.

La segunda operación que se efectúa es el del trazo y se marca cualquier instrucción especial diferente al proceso de fabricación.

La tercera operación es el corte que se puede hacer con discos abrasivos, soldadura eléctrica o autogena o bien pantógrafo electrónico para cortes de alta precisión.

La cuarta es el punzado si es que se requieren taladros.

La quinta es el armado de elementos con puntos de soldadura o con tornillos.

La sexta, soldado definitivo de elementos.

La séptima es limpieza (cepillo de alambre, cincel y chiflón de arena).

La octava, pintura generalmente anticorrosiva a base de óxido de hierro.

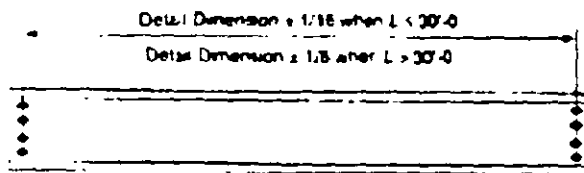
La novena, almacenamiento, embarque e inspección.

5) COLUMNS

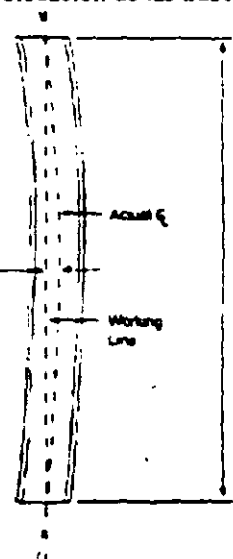
En la fabricación de columnas a base de placas o también en el suministro de perfiles laminados que se usan como columnas se tienen tolerancias de desviaciones del material así como tolerancias en la colocación de las columnas en el campo, dichas tolerancias las limitan las NTC-Estructuras Metálicas o el AISC.

6) TRABES.

En la fabricación de traveses a base de placas o también en el suministro de perfiles laminados que se usan como columnas se tienen tolerancias de desviaciones del material así como tolerancias en la colocación de las traveses en el campo, dichas tolerancias las limitan las NTC-Estructuras Metálicas o el AISC.



For length less than 45'-0"  
Tolerance :  $1/8 \times L' - 0 \pm 3/8$   
For length greater than 45'-0"  
Tolerance :  $3/8 + (1/8 \times \frac{L-45}{10})$



Notes  
1 Column ends finished with these ends perpendicular to the working line as shown here, not perpendicular to the actual C of the member.  
2 Column sections are usually finished by the mills without camber and can be so ordered. Beam sections used as columns should be ordered "without camber."

7) CONEXIONES.

2.1 CLASIFICACION DE LAS CONEXIONES RESISTENTES A MOMENTO.

	<b>ASD (DVA)</b>	<b>LRFD (DFCR)</b>
Rígida	Tipo I	Totalmente Restringida TR
Simple	Tipo II	Parcialmente Restringida PR
Semi-Rígida	Tipo III	Parcialmente Restringida PR

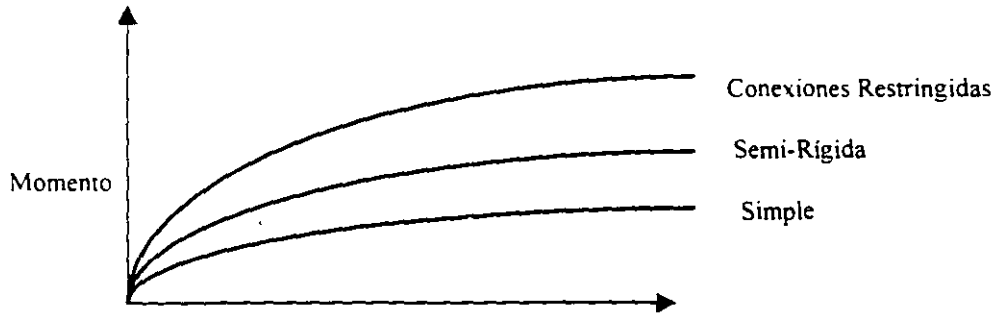
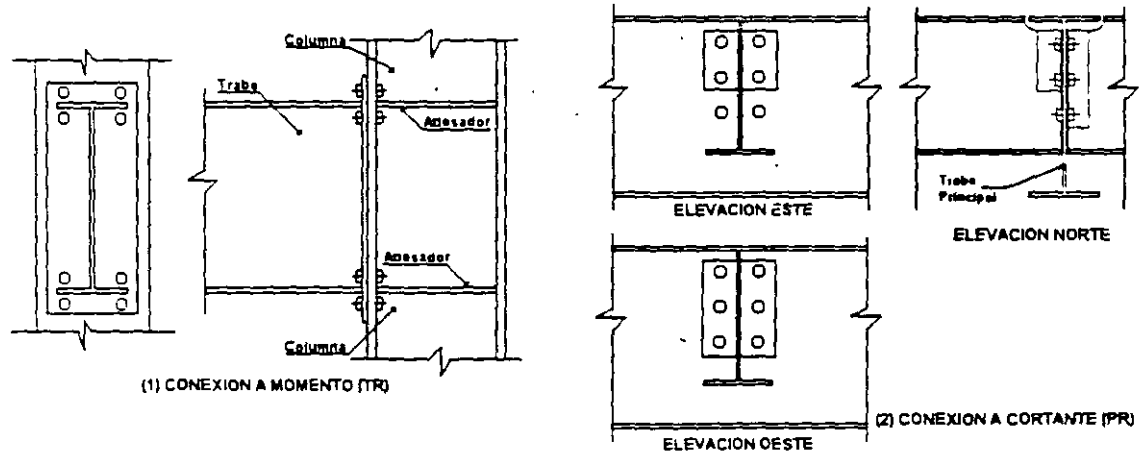
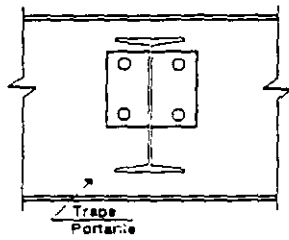


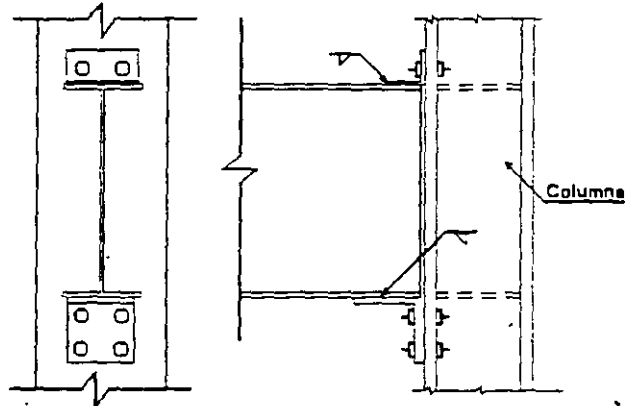
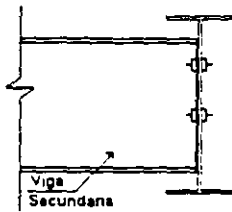
FIG. 2.1

2.1.1 CONEXIONES TÍPICAS

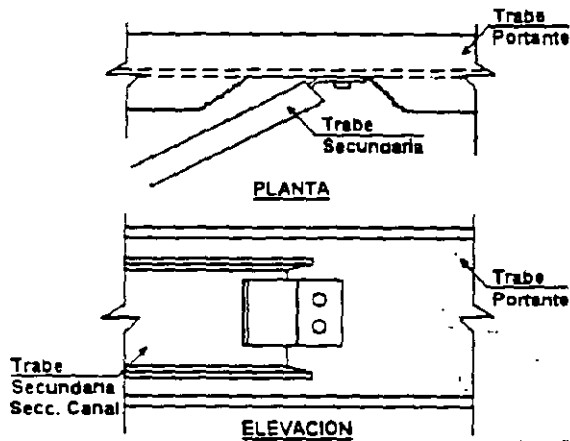




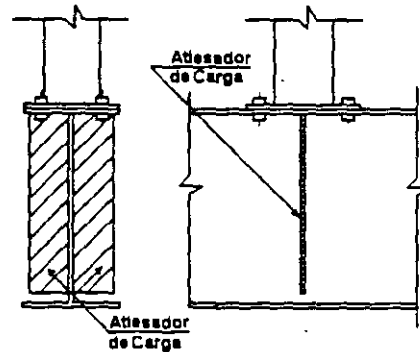
(3) CONEXION A CORTANTE (PR)



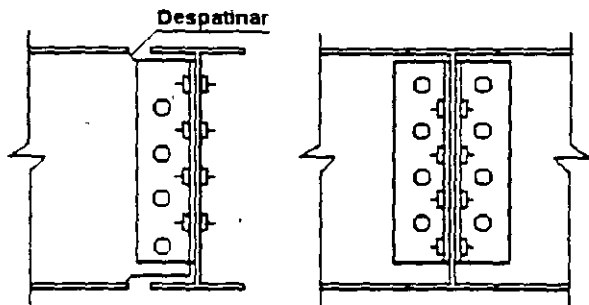
(4) CONEXION A MOMENTO (PR)



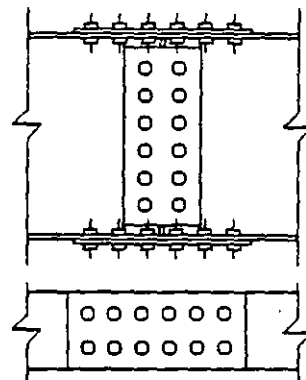
(5) CONEXION A CORTANTE (PR)



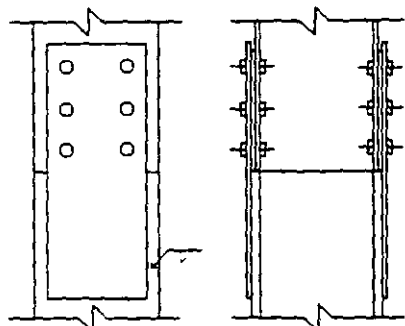
(6) UNION COLUMNA - TRABE (PR)



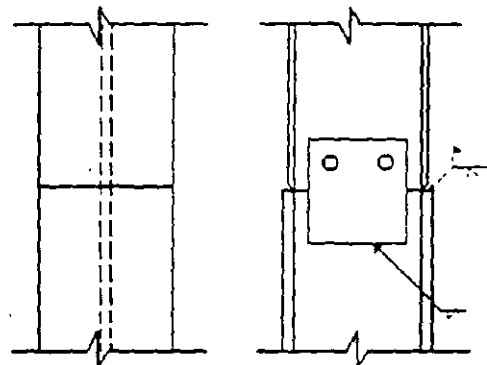
(7) CONEXION A CORTANTE (PR)



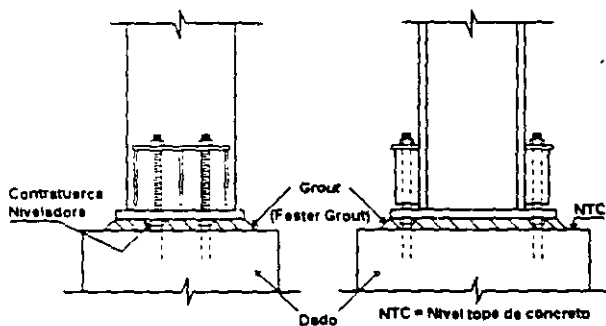
(8) EMPALME TRABE (TR)



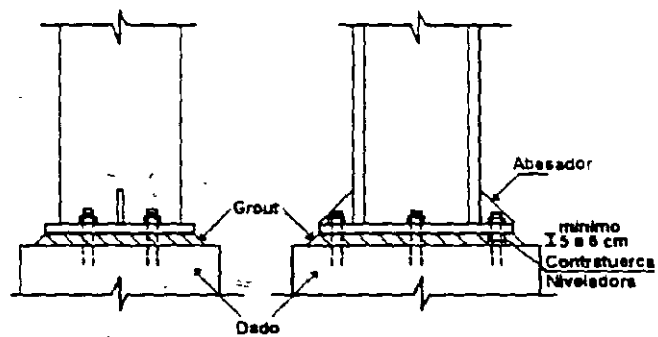
(9) EMPALME COLUMNA (TR)



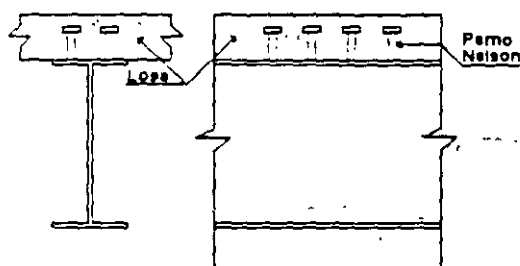
(10) EMPALME COLUMNA SOLDADA (TR)



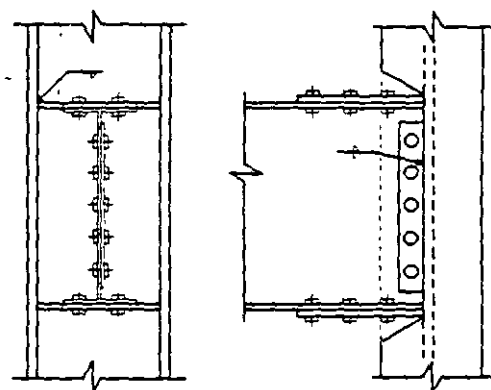
(11) BASE COLUMNA CON ATIESADORES (TR)



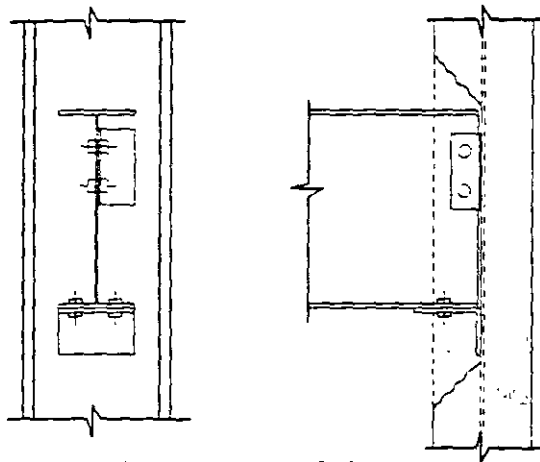
(11) BASE COLUMNA CON ATIESADORES (TR)



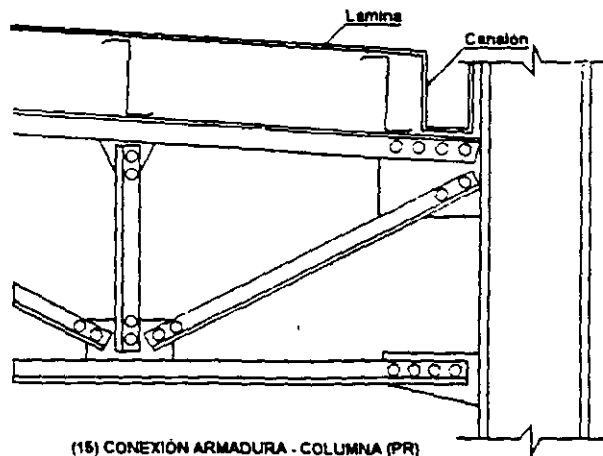
(12) CONECTORES (PERNOS) NELSON



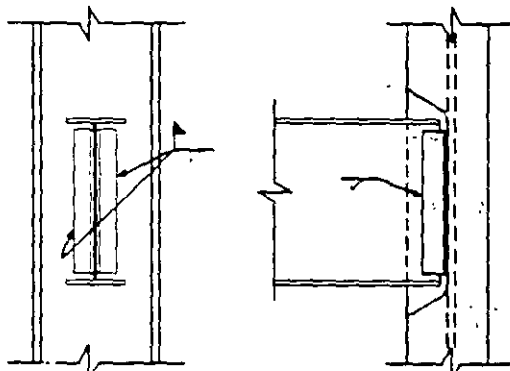
(13) CONEXION A CORTANTE Y MOMENTO (TR)



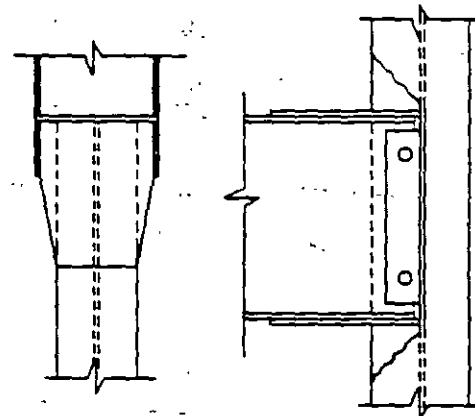
(14) CONEXION A CORTANTE (PR)



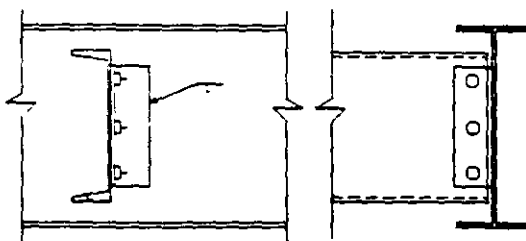
(15) CONEXIÓN ARMADURA - COLUMNA (PR)



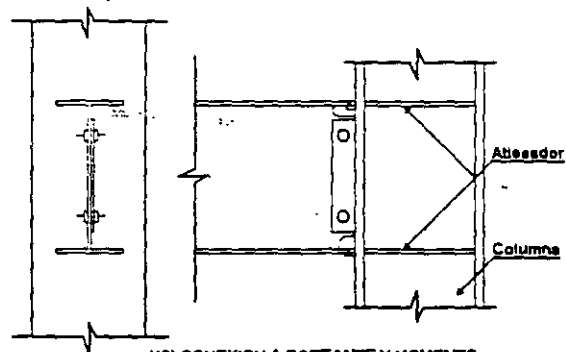
(16) CONEXION A CORTANTE (PR)



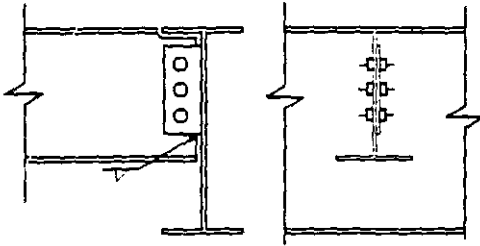
(17) CONEXION A MOMENTO CON CUBRE PLACAS (TR)



(18) CONEXION A CORTANTE



(19) CONEXION A CORTANTE Y MOMENTO



(20) CONEXION A CORTANTE ATORNILLADA Y SOLDADA (PR)

