1er

FORO

Facultad de Ingeniería
División de Ciencias Básicas

Memoria del
PRIMER FORO

"LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA INGENIEROS"

Análisis del estado actual de la enseñanza de las matemáticas en las facultades y escuelas de ingeniería, y la incorporación de la nueva tecnología para su reestructuración

29, 30 de noviembre y 1 de diciembre de 2001

Facultad de Ingeniería

Gerardo Ferrando
Director

Bernardo Frontana de la Cruz
Jefe de la División de Ciencias Básicas

Comisión Organizadora

Francisco Barrera García
Presidente

Érik Castañeda de Isla Puga

Marco Antonio Gómez Ramírez

Leda Speziale San Vicente

Juan Ursul Solanes

Alejandra Vargas Espinoza de los Monteros

1er- FORO

Facultad de Ingeniería
División de Ciencias Básicas

Memoria del
PRIMER FORO

"LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA INGENIEROS"

Análisis del estado actual de la enseñanza de las matemáticas en las facultades y escuelas de ingeniería, y la incorporación de la nueva tecnología para su reestructuración

29, 30 de noviembre y 1 de diciembre de 2001

Memoria del Primer Foro
"La Enseñanza de las Matemáticas para Ingenieros"
D.R. Universidad Nacional Autónoma de México
Cd. Universitaria 04510, México, D.F.
Dirección General de Estadística y Desarrollo Institucional
Impreso y hecho en México

ISBN 970-32-0062-1

ÍNDICE

SÍNTESIS

1^ER^ FORO: "LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA INGENIEROS"

DENTRO DEL 1^ER^ FORO "LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA INGENIEROS" QUE SE EFECTUÓ LOS DÍAS 29 Y 30 DE NOVIEMBRE Y 1 DE DICIEMBRE DE 2001 EN EL AUDITORIO "SOTERO PRIETO" DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, A TRAVÉS DE 36 PONENCIAS EN NUEVE MESAS, CON LA AUTORÍA SUMADA DE 55 PARTICIPANTES, DE 45 PONENTES, DURANTE 25 HORAS DE TRABAJO EFECTIVO, SE TRATARON LOS TEMAS:

"Valoración de la situación actual de la enseñanza de las matemáticas";

"Uso de la nueva tecnologla y métodos alternativos en la enseñanza de las matemáticas";

"Factibilidad del nuevo enfoque en la enseñanza de las matemáticas"; y

"Estrategias de acción hacia el cambio en la enseñanza de las matemáticas".

A continuación se presenta una síntesis por temas de las relatorías de las mesas.

El tema "Valoración de la situación actual de la enseñanza de las matemáticas" fue tratado en nueve ponencias (*"La asociación de conocimientos de matemáticas y de física"* por Oscar Rafael San Román Gutiérrez; *"Las matemáticas en la ingeniería"* por Rafael Iriarte Balderrama; *"Valoración de la situación actual de la enseñanza de las matemáticas"* por Orlando Zaldívar Zamorategui; *"La mecanización en contra de la comprensión y aplicación de las matemáticas en los cursos de física"* por Martín Bárcenas Escobar; *"¿Porqué mis alumnos aprenden fácilmente a... odiar álgebra lineal?* por Hugo Serrano Miranda; *"La problemática de las matemáticas en la enseñanza de la ingeniería en la FES Cuautitlán"* por Juan Contreras Espinosa, Luz Hernández Castillo y Juan Ramón Osorio Galicia; *"Educación tradicional y tecnología en la actualidad"* por Leda Speziale San Vicente; *"Reseña histórica sobre los apoyos didácticos utilizados en la enseñanza de las matemáticas en la Facultad de Ingeniería de la UNAM"* por Luis César Vázquez Segovia y Enrique Arenas Sánchez; y *"Análisis comparativo entre los programas de estudio de las asignaturas de matemáticas vigentes entre 1971 y 2001 para todas las carreras de licenciatura en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, para establecer su evolución"* por Juan Ursul Solanes) que fueron relatadas por María Cuairán Ruidiaz y Miguel Eduardo González Cárdenas.

En las ponencias se presentó una reflexión sobre la división que se da entre la enseñanza de las matemáticas y la física. Como diagnóstico, se señaló la falta de valoración de los cursos propedéuticos, la opinión desfavorable que los estudiantes tienen de ellos, y que las prácticas de laboratorio están desfasadas de lo que se enseña en clase. Con base en esto se propuso asociar los conceptos de matemáticas y física en los cursos que se imparten esos conocimientos, integrar la parte experimental como una actividad creativa esencial e impulsar la motivación del estudiante.

Mediante la representación de modelos, se presentó una analogía entre las matemáticas, la ingeniería, la tecnología y el hombre. En una segunda analogía se plantearon las distintas relaciones de los cuatro elementos organizándolos en la parte superior a cada uno de ellos, y se concluyó que sin hombre no hay ingeniería, ni matemáticas, ni tecnología; las matemáticas son el soporte de la ingeniería, no hay ingeniería sin tecnología, y arriba del ingeniero está el hombre, todos los elementos son importantes y deben ponerse en su justa medida, en su lugar correcto para que todos funcionen bien.

Se expuso que el reto de las instituciones que imparten carreras de ingeniería es proporcionar una formación integral de excelencia para el futuro profesional de la ingeniería. Con base en una valoración cuantitativa y cualitativa de la situación actual, se puntualizó que el profesor de matemáticas debe hacer uso de la didáctica para transmitir el conocimiento, lograr que se asimile y sobre todo que se aplique en la resolución de problemas mediante la construcción de modelos matemáticos, lo que es la razón de ser de las matemáticas en las ingenierías, los profesores deben planear los contenidos, métodos, recursos y procesos de evaluación para controlar las variables que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se concluyó que es necesario formar docentes jóvenes, actualizar y capacitar a los profesores avanzados, y generar planes de acción concretos bajo una estrategia perfectamente definida.

Mediante la presentación de los temarios de geometría analítica y de física experimental, se mostraron diversos ejemplos sobre la diversidad que hay entre la enseñanza de la física y de las matemáticas, así como la falta de coincidencia y la desvinculación de los temas. Se consideró que tanto a profesores como a alumnos corresponde la tarea de la integración del conocimiento y se señaló que no es necesario estandarizar la presentación de conceptos entre asignaturas ni homogeneizar terminología o simbología. Se propuso intercambiar experiencias y grupos entre los profesores que imparten asignaturas de física y de matemáticas.

Partiendo de una encuesta dirigida a alumnos, se reflexionó sobre la forma de enseñar el álgebra lineal y se aludió a la fragmentación de asignaturas que desarticulan contenidos y causan confusión en el alumno. Como conclusiones se presentaron citas de diversos autores, entre ellas se destacó la del Ing. Salinas Elorriaga: *"...la enseñanza de las matemáticas debe proporcionar al estudiante una instrucción sólida de los objetos matemáticos que emplea..."*.

Los problemas que ha tenido la FES Cuautitlán en la enseñanza de las matemáticas fueron referidos: en cuanto a los alumnos, de antecedentes y orientación vocacional; en los profesores, preparación deficiente y desconocimiento de aplicaciones; y en la Institución, planes y programas de estudio extensos y no actualizados. Como conclusiones se propusieron contemplar cursos de actualización y de didáctica para académicos, asesorías grupales e individuales para alumnos y la planeación Institucional para la Facultad.

Fue comentada la importancia del manejo adecuado del lenguaje, por parte del alumno, para expresar con claridad y fluidez su pensamiento; del cambio de actitud por parte del estudiante para aprender matemáticas, al cambiar la memorización y mecanización de conceptos por el análisis y razonamiento de los mismos; de la necesidad de poder vincular los conocimientos de una asignatura con otras; del uso de la tecnología como una herramienta pero que su abuso induce a no razonar; del obstáculo de los programas extensos; y dar oportunidad al alumno de razonar para ejercitar el intelecto.

El material didáctico de apoyo que profesores de la División de Ciencias Básicas han desarrollado y que existe para apoyar el aprendizaje de los alumnos fue mencionado y se comentó que su uso es escaso, dada la insuficiente difusión del material y la resistencia al cambio por parte de algunos profesores en el uso de la computadora como herramienta didáctica.

La inmutabilidad de los programas de estudio en sus contenidos y en los apoyos didácticos fue comentada, así como la necesidad de discutir los planes de estudio vigentes y cambiar los métodos tradicionales de enseñanza; de la importancia de utilizar software como apoyo didáctico y que los colegios de profesores y las autoridades tomen en cuenta las opiniones vertidas en el Foro en la próxima revisión de los programas.

El tema: "Uso de la nueva tecnología y métodos alternativos en la enseñanza de las matemáticas" fue tratado en 16 ponencias (*"Uso de la nueva tecnología y métodos alternativos en la enseñanza de las matemáticas"* por Orlando Zaldívar Zamorategui; *"Video educativo"* por Juan Castro Mora; *"Obstáculos, mediadores y actividades en la enseñanza de matemáticas en ingeniería"* por Patricia Balderas Cañas; *"Álgebra en línea"* por Itzel Hernández Serra, José Ángel González Torres y Luis Ángel Flores Aguario; *"La enseñanza de los métodos numéricos. De la formación tradicional* a *la enseñanza activa"* por Armando Aguilar Márquez, Frida León Rodríguez y Rogelio Ramos Carranza; *"Uso de las nuevas tecnologías para enseñar las aplicaciones de las matemáticas utilizando mapas conceptuales"* por Arturo Ocampo, Rafael Márquez y Juan Gastaldi; *"Experiencia en el uso de programas computacionales para enseñar matemáticas en ingeniería en la UNITEC"* por José Antonio Nava; *"Las calculadoras y las computadoras como apoyo en la enseñanza de las matemáticas"* por Heriberto Aguilar Juárez e Isabel Patricia Aguilar Juárez; *"Cómo alcanzar los objetivos de las asignaturas de matemáticas usando las calculadoras y MAPLE V"* por Isabel Patricia Aguilar Juárez y

Ángel Leonardo Bañuelos Saucedo; *"El aprendizaje de las matemáticas con base en un ambiente de representaciones dinámicas"* por Juan Manuel Estrada Medina y Enrique Arenas Sánchez; *"El uso de la nueva tecnología en la enseñanza de las matemáticas"* por Francisco Barrera García; *"El laboratorio de matemáticas un lugar para vincular la matemática, la física y la ingeniería"* por Pedro Luis Galindo; *"El aprendizaje de las matemáticas con base en las plataformas de psicopedagogía y de computación"* por Irene Patricia Valdez y Alfaro y Marco A. Gómez Ramírez; *"A la búsqueda del equilibrio en la utilización de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas"* por Erik Castañeda de Isla Puga; y *"Uso intensivo de herramientas de cómputo para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, una experiencia reciente en la Facultad de Ingeniería"* por Juan Ursul Solanes) que fueron relatadas por Gabriel Alejandro Jaramillo Morales, Luís Humberto Soriano Sánchez y Arturo D. Contreras Barrera.

El reconocimiento de que las matemáticas son uno de los factores imprescindibles para proporcionar una formación de excelencia al futuro profesional de la ingeniería y de que, aunque las nuevas tecnologías han enriquecido los recursos disponibles por el docente, no se debe eliminar el papel de guía y orientador que el maestro tiene dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se propone que a través de analizar las ventajas y desventajas de estas nuevas tecnologías, se pueda crear un programa de generación de dichos materiales de acuerdo con las especificaciones de los profesores con la finalidad de lograr un aprendizaje significativo en los alumnos.

Se estableció que la innovación de las técnicas didácticas grupales son necesarias en la impartición de las matemáticas para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje. Se propone, de acuerdo con la didáctica, que el docente se sirva de los medios que más "*lleguen*" a los alumnos para ayudarlos en los procesos de abstracción y se debe aprovechar la ventaja que el video tiene al dar contenido e imagen a las palabras, por lo que se debe incorporar este instrumento en la Facultad.

Los conceptos de la indagación e investigación educativa fueron motivo de reflexión, haciendo énfasis en que hay cuestiones centrales que resolver, y no pueden agotarse en una ponencia, tales como: ¿qué matemáticas enseñar?, ¿cuándo enseñarlas? Se propuso aclarar qué conceptos se tiene de lo que es creer, de lo que es saber y de lo que es conocer. Se mencionó que debe ampliarse la evaluación sumaria; agregar otras formas como el portafolios y la realización de proyectos.

El uso del sitio de internet *Álgebra en línea* ante la necesidad de nuevas herramientas, apoyo a los profesores de la asignatura en el proceso de enseñanza y apoyo a los alumnos en el proceso de aprendizaje mediante clases más dinámicas y un mejor uso de la computadora.

En torno a la asignatura *Métodos numéricos,* fue presentada una experiencia de trabajo en la FES Cuautitlán, refiriéndose la experiencia que se ha tenido al querer transitar de métodos tradicionales de impartir la asignatura a formas más activas con dos objetivos: la revisión constante de la asignatura y mostrar el estado actual de la enseñanza de los métodos numéricos. La idea central de esta forma de trabajo es combinar como recursos de aprendizaje, el pizarrón, los acetatos y la computadora, con reducción en el tiempo de formulación de métodos, resolviendo varios casos, con una participación activa y motivando a los alumnos hacia la investigación.

La utilización de mapas conceptuales y MATLAB fue considerada como una herramienta que permita al alumno aprender el uso de nueva tecnología para la enseñanza y el aprendizaje.

Utilizando programas computacionales para enseñar matemáticas en la UNITEC, se expuso que estos permiten al profesor interactuar con el estudiante favoreciendo aspectos importantes como la evaluación formativa y se señaló que el empleo de la nueva tecnología, debe cuidar el uso y diseño de estrategias que propicien el razonamiento y lleven al estudiante a construir esquemas mentales más complejos y enriquecidos, adaptando criterios de evaluación, complementándolos con lápiz y papel.

La importancia y valor didáctico de la nueva tecnologia se manifestó, en particular la de la computadora, haciendo énfasis en su aplicación con lineamientos didácticos con los que no se pierda el objetivo de su utilización: el aprendizaje significativo por parte de los estudiantes.

Se señaló que no se pueden negar las ventajas que representan el uso de las calculadoras, no obstante, se corre el riesgo de pensar que no es necesario aprender los conceptos, por lo tanto se propuso hacer que los alumnos aprendan, paralelamente con sus asignaturas, a utilizar la calculadora y herramientas de cómputo (paquetes de cómputo como MATEMÁTICA, MATLAB y otros), por lo que es necesario actualizar los métodos de enseñanza para aprovechar el potencial de la calculadora.

El uso de calculadoras dentro y fuera del aula se presentó como necesario, así como mostrar al alumno el manejo del software. Esto es fundamental en la formación de los alumnos, ya que en el lugar de trabajo van a encontrar una seria competencia, por ello se invitó a reflexionar sobre el hecho de prohibir el uso de paquetes como MAPLE V y se concluyó que la calculadora favorece la comprensión de problemas, pero el alumno debe analizar la solución e interpretarla.

Dos ejemplos sobre las dificultades de los estudiantes en Cálculo III fueron presentados. El primer obstáculo se refiere a lo limitado de los estudiantes para percibir la importancia del problema, el segundo es que el alumno no percibe la congruencia de ciertas magnitudes. Se concluyó que la polémica entre los defensores de la tecnología y los defensores del lápiz y papel, es un dilema falso; que los materiales de aprendizaje deben tener la característica de propiciar que los estudiantes construyan las conexiones entre variables, ya que hacer conexiones implica entender; que la tecnología ofrece la oportunidad de liberar al aprendiz de cálculos tediosos y abrumadores o de procesos rutinarios, para dedicarle más tiempo al aspecto del entendimiento conceptual de las ideas matemáticas; que las prácticas que los alumnos adquieren en el aula deben ser compatibles con las prácticas que necesitarán en el futuro; que el presente foro no debe verse sólo como un punto de llegada sino también de partida.

Fue comentada la problemática que representa la introducción del uso de las nuevas tecnologías en el proceso enseñanza-aprendizaje y se concluyó que la aplicación de las nuevas tecnologías en el proceso enseñanza-aprendizaje es un magnífico apoyo en la función docente, siempre y cuando estos recursos sean utilizados en forma tal que no se descuide la parte conceptual, evitando caer en el extremo de que los alumnos sean simples operarios de paquetes o programas. En esta modernidad se debe buscar un equilibrio entre manejo conceptual, empleo de nuevas tecnologías y aprendizaje significativo.

La ENEP Aragón presentó el desarrollo de un proyecto en el que se integran las matemáticas, la física y la ingeniería en un laboratorio donde se hace una simulación del problema, concluyendo que la reprobación de las asignaturas de matemáticas es debido al desconocimiento de su aplicación en el ámbito cotidiano; el laboratorio de matemáticas puede ser una alternativa para subsanar esta deficiencia.

A partir del constructivismo y la ayuda de la computadora como herramienta se planteó que puede obtenerse la motivación de los alumnos y propiciar un mejor aprendizaje; que la computadora permite dedicar mayor tiempo al análisis conceptual de los problemas y, a los alumnos, la construcción de sus conocimientos en la resolución de los problemas planteados. Se propuso que se hagan talleres obligatorios adicionales al plan de estudios en donde se resuelvan problemas con el uso de las nuevas tecnologías.

Un equilibrio en el uso de nuevas tecnologías dentro de la enseñanza de las matemáticas se debe buscar sin tener miedo de su empleo y sin caer en el extremo de basar toda la enseñanza en éstas. Se propuso que se conformen ante el Consejo Técnico grupos de trabajo que tengan capacidad de convocatoria y se escuchen las diversas opiniones para nombrar a las personas adecuadas para observar en el extranjero el equilibrio que se utiliza entre enseñanza y tecnología.

Se comentó que desde hace 30 años no ha cambiado el contenido ni el método de enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Que dado el orden lógico del temario, éste no se presta a discusión. Pero lo anterior está mal planteado ya que la asignatura está diseñada para la enseñanza y no para el aprendizaje, por lo que se desarrolló un grupo piloto con un nuevo sistema, utilizando nuevas tecnologías para el aprendizaje, cumpliendo con los objetivos aprobados en el plan de estudios y con otros nuevos adicionales, en donde los estudiantes resuelven fácilmente las ecuaciones diferenciales sin demérito en el aprendizaje de los conceptos fundamentales, haciendo una interpretación correcta de los resultados.

El tema "Factibilidad del nuevo enfoque en la enseñanza de las matemáticas" fue tratado en tres ponencias (*"Factibilidad del nuevo enfoque de la enseñanza en las matemáticas"*, por Alejandra Vargas Espinoza de los Monteros; *"Inclusión de la Geometría Fractal en los Cursos de Matemáticas Básicas"*, por Martín Bárcenas Escobar; y *"La Nueva Matemática"*, por Juan Velázquez Torres) que fueron relatadas por Pablo Medina-Mora Escalante.

La factibilidad del uso de algunas nuevas tecnologías (videos, videoconferencias, multimedia, Internet y software) en la enseñanza de las matemáticas en Ingeniería fue analizada. Esto se basó en la interrelación de las tecnologías, los alumnos y los profesores. Se propuso que en cada curso se incluyan una o dos prácticas, preferentemente en las etapas finales del semestre, donde se empleen productivamente estos medios.

Fue ubicada la Geometría Fractal en el contexto de las Matemáticas de los Sistemas Dinámicos y la Nueva Matemática, mostrando diversos ejemplos de fractales, así como de sus aplicaciones para modelar fenómenos en diversos campos. Se identificó las zonas de los programas vigentes de Álgebra, Geometría Analítica y Álgebra Lineal, en las que se podrían introducir contenidos de aprendizaje relacionados a los fractales.

Se señaló que el Álgebra Lineal "*es importantísima*" para múltiples y diversas aplicaciones y que "*es vital*" vincular esta asignatura con las diferentes asignaturas de matemáticas y física, pues existe un atraso de más de 50 años. También se presentó un análisis del peso que se le ha asignado a los contenidos de Álgebra Lineal en los últimos programas de estudio de la Facultad, observándose que hay una tendencia a la baja y que en otras instituciones, en la carrera de Ingeniero Físico, la enseñanza del Álgebra Lineal está en cero.

El tema "Estrategias de acción para el cambio en la enseñanza de las matemáticas" fue tratado en ocho ponencias (*"Enfoque interdisciplinario para la acción de la enseñanza en las matemáticas"* por Leticia Vázquez Barrera, Hugo Serrano Miranda y Guillermo Monsiváis Galindo; *"Estrategias complementarias para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática"* por Heriberto Aguilar Juárez, Martha Rosa del Moral Nieto y Yukihiro Minami Koyama; *"Estrategias de acción hacia el cambio en el aprendizaje y su evaluación"* por Pablo García y Colomé; *"Estrategias de acción hacia el cambio en la enseñanza de las matemáticas"* por Orlando Zaldívar Zamorategui; *"La enseñanza de la matemática en las escuelas y facultades en la UNAM. Lo que es y lo que debe ser"* por Luis Ramírez Flores; *"Propuesta para una reestructuración del sistema tradicional semestral con el fin de que el alumno tenga un aprovechamiento más efectivo de sus estudios"*, por Sara Ríos Dordelly y Ma. Sara Valentina Sánchez Salinas; *"Influencia del aprendizaje de matemáticas en el desempeño de los alumnos en cursos de fenómenos de transporte"* por J. A. Barrera Godínez, J. B. Hernández Morales y A. Ingalls Cruz; *"La actitud del profesor en la enseñanza de las matemáticas ante el desarrollo de la computación"* por Ricardo Martínez Gómez) que fueron relatadas por Yukihiro Minami Koyama.

Se hizo hincapié en la necesidad de realizar una reflexión sobre los problemas que se derivan de la fragmentación curricular y de la superespecialización en la enseñanza; en el hecho de que aunque se han realizado esfuerzos por incrementar la participación de los estudiantes en su aprendizaje y generar recursos didácticos actualizados, en general la enseñanza sigue siendo tradicional, es necesario promover un cambio en el método de enseñanza para que se involucren todos los sentidos en el aprendizaje, procurando una mayor vinculación teórica-práctica y estableciendo formulaciones integradoras del conocimiento en los alumnos, como en los Cursos intersemestrales interdisciplinarios "*Aplicación del Álgebra Lineal a la Física*", "*Triada Álgebra Lineal – Cálculo- Electromagnetismo*" y el "*Seminario Interdisciplinario sobre el Análisis de Fourier*"; se propuso promover el intercambio académico entre profesores, con objeto de analizar y discutir tanto la labor docente como los contenidos de las asignaturas.

Considerando el enfoque que propone Piaget sobre el aprendizaje de la matemática, el método de enseñanza holístico, la fisiología del cerebro y los métodos tradicionales que consideran preferentemente el desarrollo y estímulo del hemisferio izquierdo y descuida al hemisferio derecho, se propuso el empleo de modelos concretos para el aprendizaje de conceptos abstractos; la resolución de problemas con el empleo de ambos hemisferios cerebrales; resolución de problemas matemáticos aplicados a conceptos reales; el uso de la computadora como auxiliar para la enseñanza de la matemática, aunque la computadora no podrá sustituir al profesor, ni relevar al alumno de la necesidad de pensar.

Un nuevo paradigma del proceso enseñanza-aprendizaje basado en promover un espíritu libre y crítico, y en la transformación del alumno de pasivo a activo y del profesor de tradicional a consciente fue propuesto. Además se planteó un esquema de evaluación conjunta alumno–profesor, así como analizar la viabilidad de los llamados *"exámenes colegiados"*.

Se señaló la necesidad de analizar la situación actual en la Facultad de Ingeniería, en la que los alumnos no llegan suficientemente preparados a los cursos posteriores y sería un "suicidio" eliminar la seriación de materias actuales. Se propuso definir acciones concretas para el cambio, como puede ser el que los organizadores de este Foro se encarguen de promover reuniones académicas donde se analicen y se propongan acciones para mejorar la problemática en la enseñanza. Se concluyó que es de vital importancia conocer lo que se está haciendo, conocerse a sí mismo y el aprender a vivir.

Considerando que la matemática se enseña desde dos extremos: desde una perspectiva mecanicista y con el formalismo rígido definición-teorema-demostración y que ambos extremos son malos, pues cercenan la intuición del alumno para resolver problemas, se propuso enseñar pocos conceptos pero de calidad; que en los cursos se hagan alusiones a aspectos históricos del desarrollo de las matemáticas; que se les propongan a los estudiantes problemas cuya solución se pueda analizar desde diferentes puntos de vista; que se les señalen vías de investigación; que se promuevan entre ellos actividades artísticas, deportivas y culturales; y que se les dé ejemplo de valentía y honestidad.

Una reestructuración del Sistema tradicional semestral fue propuesta, para sustituirlo por uno de tiempo variable, con el fin de darle tiempo al alumno para que haga suyo el conocimiento y evitar que se sature de actividades en las dos últimas semanas del semestre, pues los cursos tendrían fechas de terminación diferentes. Se considera que esto eliminaría la necesidad de recursar asignaturas, reduciendo el período real de terminación de la carrera.

En los cursos de *"Fenómenos de transporte"* de la carrera de Ingeniero Químico Metalúrgico de la Facultad de Química se observa: un rechazo de los estudiantes, bajo promedio de calificaciones, elevados índices de reprobación, miedo y debido a la seriación los cursos, se convierten en un obstáculo para la titulación. Por lo que se diseñó y aplicó un cuestionario para evaluar los conocimientos matemáticos simples de éste, se concluyó que la calidad de los conocimientos de matemáticas de los estudiantes de química es baja, lo que explica algunos de los bajos indicadores de eficiencia de aprendizaje en los cursos de *"Fenómenos de transporte"*.

Se señaló que el avance de los equipos de cómputo, hardware y software, implica un cambio en los métodos de cálculo y hace necesario revisar los programas, el enfoque y las técnicas de enseñanza; los conocimientos de matemáticas son el fundamento de la ingeniería; los paquetes de cómputo para matemáticas son útiles en la parte operativa, y son cada día más complejos y fascinantes, pero los programas de computadora no sustituyen a las asignaturas de matemáticas, ya que sin éstas no sería posible aplicar aquéllos. Considerando esto se propuso que los programas vigentes se cumplan y se utilicen los equipos de cómputo para acelerar el ritmo de los cursos, por medio de tareas que involucren análisis y cálculos con computadora.

--- o ---

PONENCIAS

La Asociación de Conocimientos de Matemáticas y de Física

Oscar Rafael San Román Gutiérrez
Facultad de Ingeniería, UNAM

RESUMEN

Hacia el final de los cursos de cálculo el alumno es capaz de resolver integrales complicadas y de hacer análisis vectoriales exitosos. Sin embargo, al empezar a estudiar las materias de física como electricidad y termodinámica, estos conocimientos parecen haber desaparecido mágicamente, el alumno difícilmente es capaz de resolver una integral por sencilla que esta pueda parecer. La pregunta obligada es ¿Qué pasó? ¿Porqué la mayoría de los estudiantes que toman por primera vez las materias de física no son capaces de resolver ni siquiera las integrales mas sencillas? ¿Porqué no pueden realizar una interpolación lineal, si desde la preparatoria conocen y deben manejar la ecuación de una recta?, ¿Qué pasa con los conocimientos de materias como física experimental, donde se les plantean ecuaciones lineales como "modelos matemáticos" y al necesitar estos modelos, los más simples, no se reconocen como tales?.

En este trabajo se hacen comentarios sobre este tema y se sugiere la asociación de la física con la matemática para procurar reducir la tasa de olvido. Si bien este concepto no es nada original, al menos en los hechos este no parece considerarse como una posible mejora sobre la enseñanza tradicional, a pesar de que un buen número de estudiantes afirma que se olvidan de estos conocimientos porque "no los aplican".

INTRODUCCIÓN

Es frecuente observar que después de 3 años de estudiar inglés en secundaria, y dos o tres años en preparatoria, la mayoría de las personas no somos capaces de contestar ni siquiera las preguntas elementales que hacen los angloparlantes. ¿Por qué no sabemos lo que aprendimos, o porque no aprendimos?, ¿En donde quedaron todas esas horas de estudio?, ¿Qué es lo que está fallando? .

Así como nos preguntamos que es lo que pasó con el tiempo que dedicamos a aprender inglés sin éxito, también podemos preguntarnos algo similar con las ciencias básicas que aprendimos, pues con estas ocurre un fenómeno similar. Encuentro que los alumnos de las materias de matemáticas pueden resolver integrales complicadas, problemas de vectores y de ecuaciones, pero solo al momento de presentar los exámenes correspondientes, pues al llegar a las materias de física como electricidad o termodinámica la mayor parte de ellos ha olvidado como resolver hasta las integrales más sencillas, y ya ni hablar de los conceptos relacionados con el significado físico de los operadores vectoriales.

Las respuestas a las preguntas arriba escritas se prestan a tanta diversidad como personas opinen, pero en mi opinión, lo que es claro es que existen reglas naturales que rigen casi todo en nuestra vida, como aquellas que dicen " lo que no se usa, se pierde", o como aquella que afirma "lo que bien se aprende jamás se olvida". Con estos conocidos axiomas lógicos podemos tratar de construir un esquema, que si bien es empírico e incompleto, puede darnos pistas del porqué ocurre la alta tasa de olvido de conocimientos y la consecuente alta tasa de reprobación.

Dejando de lado la lista de razones económico-sociales para explicar el fracaso de muchos estudiantes, pondremos nuestra atención en los dos axiomas citados.

a) "*Lo que no* se usa, se *pierde*".- Es claro que lo que no utilizamos no lo desarrollamos y, como todo lo que no se usa, se deteriora y se pierde. Probablemente, este sea uno de los elementos más importantes que han sido prácticamente ignorados en nuestro desarrollo.

b) "*Lo que bien se aprende jamás se olvida*". Este segundo axioma, implica que el olvido a corto plazo se debe al "mal" aprendizaje. Esto nos lleva a la observación de los hábitos de los estudiantes, pero sobre todo al análisis de la "educación" que se provee desde los primeros años hasta la licenciatura; es claro que este mal aprendizaje se debe a que la "educación" no es del aprecio de los estudiantes, y debemos aceptar que no les falta razón, pues desgraciadamente son muchos los casos que hemos visto en los que se pide al alumno "aprenderse de memoria" cosas realmente absurdas, actividad que hacen hasta aprobar el examen y, pasado este, todo se va "a la basura", como si lo aprendido fuera una prenda de ropa que ya no tiene uso. Ni los padres, ni las autoridades, ni nadie se da por enterado del atentado contra la razón y contra la formación de los jóvenes. Los estudiantes pocas veces se atreven a decirnos frente a frente que no están de acuerdo con lo que se les enseña, ni mucho menos con la forma como lo hacemos.

EL ESTADO ACTUAL

El mal aprendizaje debido a la educación que algunos llaman "enciclopédica", donde el mero conocimiento es lo que importa y la aparente poca o nula utilidad de lo que se aprende, son las dos razones principales que producen el conocido resultado final: falta de motivación para seguir aprendiendo o para saber lo aprendido.

El problema no acaba aquí, también se observa que buena parte de los estudiantes que toman los cursos propedéuticos tienen una opinión desfavorable de los mismos. Estos cursos, instituidos en la Facultad de Ingeniería **temporalmente,** mientras se mejoraba el rendimiento de los estudiantes que entran a la Facultad, no tienen para cuando ser eliminados porque la situación sigue de mal a peor. Un exalumno me comentó el semestre anterior: "si al entrar al propedéutico no eres holgazán, ahí te haces". Esta dura opinión de por lo menos algunos estudiantes y los resultados de los exámenes posteriores a estos cursos, ponen una gran interrogación sobre lo que estamos enseñando y, sobre todo, sobre la forma como lo hacemos.

Respecto a las matemáticas, los estudiantes no encuentran uso inmediato a sus conocimientos y para cuando los empiezan a aplicar, ya olvidaron gran parte de ellos. En física se observa que en "Física Experimental" se usa la fórmula de estudiar muchos temas de física en un solo curso, dedicando de cuatro a cinco clases por tema, e insistiendo en la aplicación del "modelo matemático", el cual se obliga a que sea una recta. Aun así, al pedir al estudiante una interpolación lineal en una tabla de, digamos, presión contra temperatura, no reconoce el "modelo lineal" en el que tanto se le insistió. Al parecer este vistazo a marchas forzadas sobre los diferentes temas de física, tiene un beneficio muy limitado pues el estudiante encuentra el curso interesante y pierde el miedo a manejar los instrumentos, pero también resulta en una alta tasa de olvido. (Solo tres de mis 43 alumnos de termodinámica recordaban haber visto "algo" de termodinámica en Física Experimental).

En las prácticas de laboratorio, a excepción de algunos casos, frecuentemente se observa que están desligadas, o por lo menos desfasadas, de lo que se enseña en el pizarrón, y se limitan a reproducir una secuencia de pasos que no impactan al estudiante, por lo mismo, y no obstante que su impartición implica mayores recursos, mayores esfuerzos, más trabajo del profesor y de los alumnos, generalmente no son apreciados ni por los alumnos ni por los profesores, ni por las autoridades. Dado el poco aprecio generalizado, es a los profesores jóvenes a quienes se les "invita" a ser primero profesores de laboratorio y después de teoría.

La falta de motivación se confirma al preguntar su opinión a los estudiantes: al platicar informalmente con algunos alumnos, a quienes he preguntado su opinión de lo que se les enseña, comentan: "nos enseñan muchas cosas que nunca vamos a usar", y se preguntan: "si voy a estudiar computación ¿por qué me hacen estudiar termodinámica, o probabilidad?, ¿por qué no me enseñan más de mi carrera y menos de materias que no me serán útiles?". Hasta donde conozco, los programas de las materias de la División de Ciencias Básicas (DCB) poco se ocupan de explicar y aclarar a los estudiantes las razones por las que se les obliga a estudiar el tronco común de materias.

Puede que convenga que nos preguntáramos en el momento en que estamos en clase:

- ¿Los estudiantes saben que lo que les enseñamos **les es y les será** de utilidad?. Es probable muchos profesores no enfaticemos suficientemente este aspecto esencial para motivarlos.

- ¿Nos interesa que sepan el porqué están aprendiendo "nuestra materia", o consideramos que sólo se nos pide que la enseñemos por la salud de hacerlo, sin importarnos sus efectos en la demás materias?

Además, creo que hay dos preguntas que debemos contestar a los alumnos:

a) ¿Para qué nos enseñas todas esas matemáticas y toda esa física?

b) ¿Qué harás para motivarnos y lograr que nuestro aprendizaje sea efectivo, por lo menos a mediano plazo, y que harás para que no estemos esperando a que se acabe el curso para "tirar a la basura" los libros y los conocimientos de este semestre?.

PROPUESTA

En respuesta a estas últimas preguntas quisiera proponer un enfoque basado en **la asociación de los conceptos de matemáticas y de física**. Desde luego que esto no es ninguna novedad, pero es algo que solo es aplicado informalmente por algunos profesores que utilizan sus experiencias personales (que resultan muy efectivas), y por profesores que utilizan libros con "ejemplos de aplicación". Desgraciadamente estos ejemplos se presentan en forma dispersa y desconectados entre sí; los estudiantes los encuentran alejados de "su problema", que es aprobar el curso de matemáticas.

Considero que es necesario **elaborar cursos en los que se impartan los conocimientos de física y matemáticas simultáneamente, apoyando los unos en los otros**. En esta materia de fisicomatemáticas los conceptos de ambas materias se acoplarían unos a otros, poniendo en una página el concepto de física y en la página opuesta el de matemáticas. La **parte experimental** o práctica también debe ser **integrada al curso,** pero en una forma muy distinta a la actual, pues debe replantearse como **una actividad creativa esencial** y no debe considerarse como "premio de consolación para los profesores que no alcanzaron clase de teoría". La práctica debe ser reconocida con mayores créditos y especial aprecio particularmente por las autoridades. Además, la motivación del estudiante debe impulsarse por **visitas a fábricas** y laboratorios industriales. Nada los impresionará ni motivará más, que una visita a una fábrica.

Una integración de conocimientos de física y matemáticas a través de: concepto-desarrollo matemático–práctica de desarrollo e investigación y solución de problemas, será mucho más efectiva y placentera al estudiante que la partición actual de materias.

Posiblemente seamos nosotros los primeros que debemos iniciar un cambio de enfoque, con un aumento sustancial de las relaciones entre los departamentos, e iniciar este proyecto interdisciplinario. Desde luego que esto presenta un reto formidable, ya que una de las objeciones primeras de algunos profesores, es la consideración de que la matemática se enseña como una ciencia por su propio derecho, lo cual es totalmente válido, pero como los resultados lo demuestran, este enfoque ha sido poco efectivo en la Facultad de Ingeniería.

Por otro lado la implantación de visitas institucionales a fábricas representa una fuerte dificultad que resolver, no obstante, puede empezarse por una o dos visitas al semestre, al menos para algunos grupos, a industrias cercanas a la UNAM, con el acuerdo de los profesores de diferentes materias. Además, este programa de motivación debe incluir la realización de material audiovisual breve y de buena calidad, que muestre y promueva la aplicación de los conceptos que se enseñan en la DCB al diseño y desarrollo en ingeniería.

CONCLUSIONES

Se ha presentado una propuesta para cambiar el enfoque de la enseñanza de matemáticas de un sistema de materias autocontenido, con poca relación con la física, a una enseñanza asociada e integral de física y matemáticas, orientada hacia la utilización de los conceptos y a la motivación del estudiante mediante la generación de material audiovisual breve, de calidad y orientado a la aplicación de los conceptos básicos en la industria. La herramienta principal para motivar a los estudiantes a aprender deben ser las visitas institucionales a fábricas.

Por último me permito recordar lo que algún filósofo alguna vez dijo:

"Si sigo haciendo lo mismo, obtendré lo mismo".

--- o ---

LA MECANIZACIÓN EN CONTRA DE LA COMPRENSIÓN Y APLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS CURSOS DE FÍSICA

MARTÍN BÁRCENAS ESCOBAR
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
marba@citlalli.fi-c.unam.mx

RESUMEN

El mapa curricular del bloque de ciencias básicas para las carreras de ingeniería, muestra de manera organizada y lógica el conjunto de asignaturas de matemáticas básicas de acuerdo con su secuencia lógica de aplicación en las asignaturas de física, sin embargo algunas de ellas se cursan de manera simultánea con aquellas que harán uso o aplicación de sus contenidos, por razones de tiempo escaso o de irregularidad en el avance de los alumnos, lo que origina deterioro en el aprendizaje e integración del conocimiento y comprensión de los contenidos académicos de ambas disciplinas. En este trabajo se aborda la problemática de la falta de comprensión y de habilidad en aplicación de las matemáticas en los cursos de física. Se presentan algunas experiencias que denotan que los alumnos que cursan las carreras de ingeniería, en esta Facultad, en general mecanizan bien las operaciones matemáticas, pero que por lo regular no comprenden o no aplican de manera correcta la formación en matemáticas que van adquiriendo en sus cursos de matemáticas.

El mapa curricular del bloque de ciencias básicas para las carreras de ingeniería, muestra de manera organizada y lógica el conjunto de asignaturas de matemáticas básicas de acuerdo con su secuencia lógica de aplicación en las asignaturas de física, sin embargo algunas de ellas se cursan de manera simultánea con aquellas que harán uso o aplicación de sus contenidos, por ejemplo Física Experimental y Geometría Analítica. En Física iniciarán el uso del concepto de cantidades vectoriales y escalares (tema 2 y 3), de manera casi simultánea en Geometría estudian el tema de Álgebra Vectorial (tema 2). Sin embargo algo sucede con los alumnos y/o los profesores que tal pareciera que hablan de temas distintos. Por ejemplo suele suceder que en física prevalezca la representación gráfica de la "flecha-ángulo" y del método gráfico del paralelogramo para operar las cantidades vectoriales, mientras que en matemáticas el manejo es por parejas o ternas ordenadas, forma trinómica, vectores unitarios y las operaciones se realizan de manera analítica. Mientras que en física pueden ser literales *f* de fuerza, *v* de velocidad, *d* de desplazamiento o *p* de posición en matemáticas siempre son *x*, *y*, *z*. En matemáticas es común hablar de interpretaciones geométricas pero nunca de interpretaciones físicas y además es común que aunque sólo se hable de interpretación geométrica, casi nunca mencionan las unidades de medida que tendrían los vectores. Esto último aunque parece trivial, no lo es, pues generalmente nuestros alumnos en asignaturas de física por lo general omiten las unidades de medida de las cantidades físicas independientemente de que sean escalares o vectoriales. En algunas ocasiones los alumnos se molestan por tener el valor numérico correcto de la solución aunque omitan las unidades o simplemente las asignen sin razonar si los correspondientes, porque consideran injusto que se marque como errónea la respuesta, si teniendo el resultado numérico correcto lo demás no importa "*como en matemáticas*".

Otro ejemplo es que en Física Experimental se hace necesario utilizar el producto escalar y el producto vectorial, el primero es casi simultáneo a su estudio en Geometría Analítica y el segundo se utiliza posteriormente, en el tema 5 de física. Sin embargo parece que independientemente de su ubicación temporal en las asignaturas, los alumnos aún no han comprendido la diferencia entre ambos productos y mucho menos han asimilado o reflexionado acerca de ortogonalidad o paralelismo entre vectores. No obstante una vez que se ha planteado el producto y se han ubicando las componentes de los vectores en la posición "conocida" para efectuar el producto, los alumnos tienen suficiente rapidez para operar y proporcionar el resultado, por supuesto que sin las unidades correspondientes y cuando se aventuran dicen "metros cuadrados" (interpretación geométrica) aunque desde el planteamiento, el objetivo de realizar el producto sea obtener una fuerza o el trabajo mecánico.

Continuando con el mismo par de asignaturas mencionadas, en física se utiliza la recta y su ecuación para representar los cambios de una variable física con respecto de otra, desde tema 2 hasta tema 8. En geometría la recta se estudia en el tema 3 sin embargo algunos alumnos aún no han comprendido lo básico en relación con la recta. Algunos creen que todas las rectas tienen pendiente unitaria o ángulo de 45°, algunos otros, que toda recta pasa siempre por el origen, algunos más pierden o confunden la variable independiente y la dependiente si no se están asignadas las literales X y Y. Considero que al observar estas fallas, desde el curso de física, difícilmente estarán comprendiendo la ecuación vectorial o las ecuaciones paramétricas de la recta. Lo cual no los imposibilita para obtener dichas representaciones, si como supongo, aplican un algoritmo o "receta" aprendida de memoria.

Regresando al caso del Álgebra Vectorial, aún en el curso de Electricidad y Magnetismo del cuarto semestre, es común encontrar alumnos que tienen deficiencias en el manejo del álgebra de vectores, aún en operaciones simples como suma, resta, multiplicación por un escalar o los productos escalar y vectorial, sin embargo no es privativo de EyM, es común escuchar de profesores y alumnos que en los cursos de mecánica se tiene la misma observación acerca del conocimiento y comprensión del álgebra de vectores.

Para poder cursar Electricidad y Magnetismo (EyM) es necesario aprobar los cursos de Cálculo de I a III y puede decirse que es un curso donde será necesario aplicar prácticamente todas las habilidades, conocimiento y experiencia adquiridas en los cursos de matemáticas básicas. En esta asignatura, EyM, es común observar que nuestros alumnos no pueden o fallan al momento de pedirles que planteen la solución de algún problema, les cuesta mucho trabajo iniciar y con algún "tip" o ayuda inicial, algunos proceden de manera autónoma. Sin embargo la mayoría espera hasta que el profesor o algún compañero indique la operación a realizar, casi nos dicen a gritos "pídeme integrar, derivar, aplicar alguna transformación o efectuar la operación, pero no me pidas que te explique por qué o para qué". En general de nueva cuenta mecanizan bien pero aún no conceptualizan la herramienta que manejan, los propios alumnos comentan que en este caso conceptos como gradiente, divergencia, rotacional, etc. Son estudiados a la carrera por ser tema de finales del curso de Cálculo III y que por lo tanto no han tenido tiempo para conceptualizarlo del todo.

De lo anteriormente expuesto, me surgen algunas preguntas como las siguientes:

- ¿A quién corresponde la tarea de integración del conocimiento?

  Puede haber dos respuestas, en particular considero que la respuesta es única: ¡ a ambos! tanto a profesores como a los alumnos. En los primeros la tarea es conocer que temas son tratados en las asignaturas del mismo nivel o subsecuentes y plantear a los alumnos las formas distintas y las relaciones que existen entre el entorno y su materia, para los segundos insistirles en que parte de su formación consiste en integrar los conocimientos que van adquiriendo, buscar las relaciones entre las diferentes asignaturas que cursan.

- ¿Existe un tiempo común o promedio para la asimilación o comprensión de conceptos matemáticos?

  De la experiencia propia y de la consulta a especialistas en proceso enseñanza-aprendizaje, podemos decir que no, que cada estudiante tiene su propio ritmo, sus propios tiempos de asimilación y comprensión. De aquí que plantear una estandarización en cuanto al nivel de manejo y comprensión sea imposible, pero si en este momento nuestros alumnos en general mecanizan bien, el siguiente paso es que el número de estudiantes que acceden a la conceptualización sea mayor.

- ¿ Es necesario estandarizar la presentación de conceptos entre asignaturas o de homogeneizar la terminología o simbología?

  Considero que no es necesario, al contrario, homologar o uniformizar sería crear una visión muy corta, además de ser negativa para atender a la diversidad del proceso enseñanza aprendizaje. Mejor sería intercambiar experiencias de enseñanza-aprendizaje entre las academias de las diferentes asignaturas y las formas en que se presentan los conceptos, así como, el enfoque que se tiene en cada asignatura.

Finalmente tengo una propuesta para profesores de física y de matemáticas, intercambiemos grupos, esto es, los que impartimos cursos de física impartamos los cursos de profesores de matemáticas y viceversa. Considero que de esa manera podríamos entendernos los unos a los otros, empatía, para mejorar la impartición de física y de matemáticas, para la formación de ingenieros.

Referencias

- Programa de la asignatura Cálculo III
- Programa de la asignatura Electricidad y Magnetismo
- Programa de la asignatura Geometría Analítica
- Programa de la asignatura Física Experimental

--- o ---

Las Matemáticas en la Ingeniería

Rafael Iriarte Balderrama
Facultad de Ingeniería, UNAM
rafael@dctrl.fi-b.unam.mx

Al buen entendedor, pocas palabras, la ingeniería no existiría sin las matemáticas. A la inversa, la sentencia podría ser falsa, las matemáticas existen, independientemente de la ingeniería. Sin embargo, para los ingenieros, lo importante es convencerse, no de las matemáticas en sí mismas, sino de la aplicación de ellas. Las ***matemáticas aplicadas*** son las que han permitido lograr el desarrollo que ha alcanzado la ingeniería.

El objeto formal de la ingeniería es la mejora de la calidad de vida de la humanidad, su objeto material es la naturaleza. El término naturaleza es muy amplio, un primer acercamiento a su significado lo encontramos en el orden semántico que los diccionarios explican como el "*conjunto de seres y cosas que forman el universo y en los que **no** ha intervenido el hombre*". La realidad del universo no esta en duda, ni es motivo de nuestra atención en este ensayo, las caídas de agua "*naturales*" que existen en nuestro planeta, como por ejemplo, la bella cascada de la Tzaráracua en el estado de Michoacán, las infinidad de pequeños saltos de agua con los que cuenta el estado de Veracruz, o las impresionantes cataratas del Niágara, más allá de nuestras fronteras, han sido diferentes objetos materiales de estudio por parte de la ingeniería, en todas ellas su objeto formal prevalece, el cual es buscar una forma de utilizarlas para lograr una mejora en la calidad de vida de la humanidad. Referente a este ejemplo, surge una palabra muy comúnmente utilizada en Ingeniería Eléctrica, la de "*transductor*" que significa un instrumento capaz de modificar la energía potencial del agua, en la parte superior de la caída, en energía eléctrica, la cual no solo es de gran utilidad, sino necesaria para vivir en nuestros tiempos modernos. Un enfoque más pragmático sería entender a la naturaleza simplemente como la *física*, desde el punto de vista de *dinámica*, o la *física*, desde el punto de vista de *electricidad* o desde cualquier otro punto de vista, pero lo fundamental en todos ellos es que son simplemente *física* o bien, entendido desde un punto de vista más profundo, todos éstos enfoques se refieren a diferentes formas de estudiar las partes de un mismo "*todo*" llamado . . . naturaleza.

Por la razón expuesta anteriormente, los cursos de *física*, en sus diferentes formas, deben ser objeto de primordial interés en todas las universidades que ofrezcan los estudios de ingeniería de manera profesional, en cualquiera de sus ramas.

En la Facultad de Ingeniería, se cuenta varios cursos al respecto del tema, cuya finalidad es entender, de una manera más o menos profunda, la parte de la naturaleza que va a estar más en contacto con el futuro ingeniero.

Hasta ahora se ha hablado de ¿qué? estudia la ingeniería: *estudia a la física*, orientándola al beneficio del hombre, sin embargo, el objeto de nuestro interés no está aquí, sino en el ¿cómo? la estudiamos. La respuesta esta en las matemáticas, que es producto de la mente del hombre. Las matemáticas son el medio más poderoso que tiene el hombre para comprender al mundo que le rodea, pero no es la única, la simple observación de la naturaleza es también un medio para conocerla, ejemplo de lo anterior fueron las aportaciones realizadas por Benjamín Franklin o por Tomás Alva Edison. Sin embargo, es indiscutible que la aplicación de las matemáticas es lo que ha colocado a la ingeniería en el lugar que ocupa actualmente, este medio, las matemáticas, tiene principios muy antiguos, como el cálculo del número π, que data de civilizaciones previas a la griega o con el triángulo que cuenta con un ángulo recto, ya que hasta la fecha el número de veces que cabe el radio en la circunferencia sigue siendo el mismo que en las circunferencias del pasado, y de la misma forma, el teorema de Pitágoras se sigue cumpliendo con los triángulos rectángulos de nuestra época.

Los logros de la ingenieria a los que nos hemos referido en más de una ocasión son palpables y objetivos, a través de los aparatos tecnológicos, que día con día se amalgaman a nuestra vida cotidiana, el vehículo que nos traslada a nuestro centro de trabajo, el teléfono que nos comunica a distancia, el horno de microondas y el refrigerador que nos ayudan a proporcionarnos los alimentos adecuados que requerimos así como todos los demás equipos que en mayor o menor medida utilizamos en nuestra vida diaria han sido producto, todos ellos, de la aplicación de las matemáticas, para conocer las leyes de la termodinámica y de la mecánica y así construir el motor de combustión interna, del modelo propuesto por Maxwell para representar con sus ecuaciones a las ondas electromagnéticas que desde siempre han existido en la naturaleza o de las ecuaciones de la temperatura y la electricidad para aumentar y disminuir la primera a voluntad, en el horno y en el refrigerador respectivamente.

Pero las matemáticas solo están en la naturaleza en la medida que el hombre piense acorde a la realidad, acorde a la verdad, cuando asi lo hace, las matemáticas se reflejan en toda ella, pero la mente del hombre es de una potencialidad enorme, incluso para pensar más allá de lo que es real, ya que es capaz de pensar en contra de la realidad, es capaz de pensar en contra de su propia naturaleza, debido a algo que esta en su inteligencia que se llama: ***libertad***. Es necesario, entonces, que un ingeniero ordene su libertad matemática a la realidad, de otra manera su pensamiento matemático lo conduciría a aberraciones insostenibles dentro del mundo que le rodea, el mundo natural, la naturaleza o simplemente la física.

La educación no ha estado exenta a la revolución que ha causado la tecnología, en la actualidad existen dos medios que son aparentemente opuestos entre sí, que parecen estar en pugna, por un lado, están los tradicionalistas que piensan que las matemáticas deben conocerse y entenderse cabalmente para poder continuar el progreso de la ingeniería y por otro lado hay quienes piensan que la modernización tecnológica es el único camino para su progreso, la educación a distancia, las videoconferencias, los satélites, las materias virtuales y un sin número de novedades presentan un panorama de superación en materia educativa aunque en todos ellos el tema matemático o cualquier otro que se aborde da la apariencia de tener un carácter secundario.

Bajo este panorama conviene reflexionar y hacerlo sin la angustia que causa el hacer las cosas de prisa como es una premisa insoslayable del mundo de nuestros días, conviene tener la fortaleza para pensar con toda calma, desprendiéndose del miedo que nos causa los errores del pasado, sin el temor de ese nuestro presente efímero que lo aniquila el futuro que ya llega, detener el tiempo para analizar que ambas posturas son engañosas, volver al principio que rige a la ingeniería y que es a su vez su único fín: *"la mejora de la calidad de vida de la humanidad"*. Para ello debe hablarse de lo que es un ***medio*** y de lo que es un ***fin***. Todos los medios son válidos, en cuanto no transgredan los valores morales, para alcanzar un propósito, pero debe entenderse que los medios no son la finalidad sino un simple conducto lícito para alcanzar este fín. Tanto las matemáticas, por un lado, como el uso de la tecnología, por otro, son ambos simples medios para alcanzar la finalidad de la ingeniería, cuando los amantes de las matemáticas discuten sobre la inclusión o no, por ejemplo, del tema de Análisis Combinatorio en alguna asignatura formativa dentro del plan de estudios de ingeniería o sobre si se debe agregar o extender una materia de una área en particular, están tratando de perfeccionar el medio matemático, o cuando por el otro lado, los amantes de la tecnología discuten sobre la viabilidad de utilizar el internet o una red satelital para la impartición de un curso o de una conferencia, están, de igual manera, tratando de perfeccionar el medio tecnológico para alcanzar la misma finalidad.

Es necesario apreciar que el fín esta olvidado, lo que hay que decidir es cuál es el medio adecuado, aunque la respuesta sea "*ninguno*" porque si desconozco el fín para que quiero los medios. Lo que se busca nunca se va a encontrar en alguna posición polarizada, ni una educación para el ingeniero saturada de matemáticas, ni tampoco una educación para formar ingenieros operadores de tecnología. El caso particular de la ingeniería provoca especial confusión ya que es este profesionista el que se dedica al estudio de las matemáticas y es, a su vez, apasionado de la tecnologia.

La respuesta es simple, la ***justa medida*** es la respuesta correcta, partiendo de la base de tener la claridad de lo qué son los ***medios*** y de cuál es el ***fín*** de la ingeniería.

--- o ---

¿Por qué mis alumnos aprenden fácilmente a... odiar Álgebra Lineal?

Hugo Germán Serrano Miranda
Facultad de Ingeniería, UNAM

Desafortunadamente es poco conocido que los libros científicos más valiosos son aquellos en los que el autor claramente nos indica qué es lo que él no conoce; de un autor lo que más daña a sus lectores es encubrir los dificultades

Evariste Galois

Aclaraciones

Esta ponencia tiene por objeto invitar a hacer una autorreflexión acerca de la forma en que enseñamos a nuestros alumnos, la asignatura de Álgebra Lineal, los juicios que aqui expongo, inciden directamente en el programa de la materia aludida, en tanto que es instrumento teórico-práctico que sirve de orientador en el proceso de aprendizaje[1], los antecedentes y sobre todo, al material bibliográfico recomendado que, como algunos de ustedes saben, además de ser un apoyo tanto para profesores como para los alumnos, también marcan **la pauta, el ritmo, el tono y el volumen** con el que debe **marchar** el curso.

Parte de la respuesta al porqué un alumno puede llegar a odiar esta asignatura, es posible encontrarla en la formulación de los instrumentos de aprendizaje[2] de Álgebra Lineal, es decir, conocer un poco acerca de **cuáles deben ser los elementos teóricos** que explican **el cómo se da el fenómeno del aprendizaje en esta teoría lógico-formal,** así como también, **que factores intervienen en dicho fenómeno,** en otras palabras, entender una parte de porqué los alumnos pueden aborrecer Álgebra Lineal, implica entender la forma en que los alumnos aprenden esta asignatura y como influye en este aprendizaje, el programa de la asignatura, los materiales de apoyo como libros, apuntes, series etc.; la práctica y la forma de cómo se implementan los exámenes departamentales, los **antecedentes conceptuales tanto de los profesores** para impartir la materia, como de los alumnos al aprenderla, la actitud del profesor, etc., etc.

En esta ponencia, pretendo aportar algunos juicios de valor sobre las opiniones vertidas en una encuesta realizada hace aproximadamente 4 años, la encuesta se efectuó a varios de mis alumnos en las asignaturas de Estática, Cálculo III y Ecuaciones Diferenciales; que tuvieron dificultades al aprender (que no quiero decir acreditar) la asignatura de Álgebra Lineal.

El ejercicio indagatorio consistía de una sola pregunta, a saber: **¿Cuales son tus impresiones acerca de la asignatura de Álgebra Lineal?**; se aclaraba al encuestado que de acuerdo a como interpretara la pregunta(¿?), contestara lo que se le pegara la gana sin preocuparse por la forma del lenguaje escrito, pero eso sí, con la firmeza y la pasión acordes a lo que habían aprendido en la citada asignatura.

[1] Díaz Barriga, Ángel, *Un enfoque metodológico para la elaboración de programas escolares*, revista Perfiles Educativos, México. CISE, UNAM, Oct. Nov. Dic. No 10.

[2] De ninguna manera me refiero a los objetivos especificos elaborados a finales de los 70's, ni a las adiestradoras notas de sugerencias para impartir la asignatura elaboradas a mediados de los 80's; me refiero a los elementos básicos de un modelo de teoría del conocimiento.

Desde luego, estaré totalmente de acuerdo con ustedes, que este ejercicio será todo lo que pueda denominarse, pero no cubre los mínimos requisitos de lo que debe ser una encuesta, sin embargo, es interesante leer la opinión de ciertos alumnos acerca de esta asignatura, con toda la despreocupación posible y abiertamente, sin preguntas tendenciosa susceptible de interpretar al cobijo de los modelos estadísticos.

Con el ánimo de no incurrir en un **talk show** algebraico, debo decirles sinceramente que me reservo el derecho de no poder comentar con ustedes los resultados del "disque análisis" de dicha encuesta. A juzgar por el diseño de tan atropellado acopio de información, no es difícil adelantarles que hubo no pocos casos de opiniones temperamentales, algunas cargadas de cólera desenfrenada y en otros hasta mentadas sin hacer referencia directa a la madre. A pesar del tono especial de estos casos, con un poco de tolerancia y sensibilidad era posible detectar esa latente sinceridad y de buenos deseos potenciales para las nuevas generaciones, pues abundaban frases tales como: **deberían enseñarla de tal modo que..., si los maestros que la imparten tomaran en cuenta..., no se para que la dan si no le veo donde tenga aplicaciones..., A veces dudo si mi maestro conserva la cordura cuando expone la clase..., La materia está bien fumada...**

En fin, debo confesarles con toda honestidad que el resultado de la práctica de este ejercicio disparatado, me inspiró un sentimiento de identificación y solidaridad, y me trajo a la mente uno que otro amargo recuerdo, pues se me olvidaba que yo también fui alumno y tuve también mis descalabros con esta materia.

Breve bosquejo historico de la asignatura

Los contenidos de **Álgebra Lineal**, tal como la conocemos actualmente en la División de Ciencias Básicas (DCB), nació a partir de la fragmentación de la asignatura de **Álgebra**, la cual se impartía al inicio de los 70's, la nueva asignatura de Álgebra Lineal hereda por defecto, el apellido de la temática algebraica que tardíamente adoptaríamos, a finales de los 70's, como símbolo de modernidad.

Al respecto es preciso recordar que en el inicio de los 70's, la teoría de los sistemas lineales se estaba desarrollando intensamente en nuestra Facultad, y requería de las bases conceptuales del Álgebra Lineal aplicada a las ecuaciones diferenciales y los procesos de optimación, para poder abordar las asignaturas de Ingeniería de Control, Ingeniería de Sistemas, entre otras asignaturas, dato curioso, los administradores académicos de la materia de Control I, se asombraban de que en los exámenes departamentales no llegaban a pasar más del 2% de la totalidad de alumnos que cursaban dicha materia, se argumentaba que no sabían Álgebra Lineal, entre otras cosas. Sin embargo, hasta donde me he documentado, estas necesidades no fueron la verdadera causa por lo que se adoptó el nombre de Álgebra Lineal.

Para efectuar un breve análisis de los contenidos de la asignatura de Álgebra (la de 1973), es preciso referirse a los apuntes de esta asignatura publicados por primera vez, en edición rústica a mano, en 1973[3], estos apuntes los realizaron los profesores de aquella nostálgica sección de Matemáticas, perteneciente a la **Coordinación de Materias Propedéuticas del Edificio Anexo de la Facultad de Ingeniería**[4], cabe señalar que en esa época, se inicia la labor editorial de manera fructífera en esta entidad académica, pues se editó la mayoría de las asignaturas de matemáticas de ese entonces, tales como matemáticas I, matemáticas II, matemáticas III, matemáticas IV y métodos numéricos.

Los citados apuntes de Álgebra, reflejaba en gran medida la personalidad intelectual de los profesores autores, a saber: originalidad, capacidad de unificar lo diverso tomando como criterio aspectos conceptuales comunes; conocimiento y sentido de análisis, síntesis y argumentación en los desarrollos escritos; bibliografía congruente y equilibrada con la calidad de los temas; coherencia, integración temática y sobre todo la inteligencia de la brevedad: **como principio de respeto a la atención de los lectores, los apuntes de Álgebra contenían 150 páginas.**

---

[3] ÁLGEBRA, primera parte temas I al V, Sección de Matemáticas, Coordinación de Materias Propedéuticas, Facultad de Ingeniería, 1973

[4] Esta designación puede parecer peyorativa para algunos, sin embargo los calificativos EDIFICIO ANEXO y EDIFICIO PRINCIPAL obedecen a simples costumbres que tienen mucho de raíces populares y antropológicas y también de políticas de exclusión, por lo tanto es difícil erradicarlas por decretos administrativos. En fin, me refiero a las instalaciones por su situación geográfica y por la costumbre de tanto oír y convivir con el término.

Por otro lado cubría una gama de contenidos que, bajo la óptica actual de nuestros programas de matemáticas, podrían parecer tópicos aparentemente dispersos; sin embargo los profesores que escribieron las citadas notas, tuvieron la sensibilidad didáctica de unificar toda esa aparente dispersión, tomando como eje el concepto categórico y sustancial: **la noción de espacio vectorial**, concepto que constituye la columna vertebral del Álgebra Lineal, sin lugar a dudas, la inteligencia y sensibilidad pedagógica son los rubros que guían el aspecto central y metodológico de los contenidos que tenía esa disciplina, a fin de poder dar consistencia y fundamento con otras asignaturas posteriores.

Álgebra Lineal (la de 1973) no era nada fácil, pues agrupaba en su seno gran parte de la temática actual que contienen las asignaturas de: **Álgebra Lineal y Álgebra**; todavía más, esta asignatura -de nuevo me refiero a **Álgebra**, la de 1973-, tenía asignadas 4.5 horas a la semana, estaba ubicada en el primer semestre y por lo tanto no tenía antecedentes inmediatos, los cursos propedéuticos no se vislumbraban como "proyecto académico remedial" y las asesorías, se empezaban a impartir con **¡ayudantes de servicio social!**

En enero de 1975, trece profesores de matemáticas, sustituyen los apuntes de Álgebra de antaño, por otros "más funcionales y acordes al programa", los nuevos apuntes llamados **"Apuntes de Álgebra"**, con 463 páginas en su haber, de indudable calidad académica, pero que sacrifican notoriamente la sustancial forma didáctica de los apuntes antecesores; desde luego, cabe aclarar que ahora el objetivo del curso ha sido modificado[5], pues se pretende incorporar en el presente curso, algunos tópicos de Álgebra Superior y Álgebra Lineal, por lo que ahora existe la necesidad de sustituir el discurso temático[6] del curso antiguo, por otro que, **obedezca a distinguir** y **por lo tanto a separar** los temas de:

- estructuras algebraicas,
- números complejos,
- polinomios,
- sistemas de ecuaciones y, sucesiones y series

A partir de este momento, los conceptos de estos cuatro temas tendrán mucho que ver con el Álgebra Superior[7], y poco que ver con una **manera integrada** de relacionarlos con el tema de **los espacios vectoriales.**

Estos **Apuntes de Álgebra (1975)**, no durarán mucho, después de someterse a rigurosa revisión se decide modificar su contenido y en el año de 1981 se dan a conocer los **Apuntes de Álgebra (primera parte)** y posteriormente en 1985 la parte complementaria, a la que se le llamó **Álgebra lineal**, es esta obra consagrada de dos tomos y 860 páginas, la que se ha perpetuado como libro de texto durante 18 años en promedio, en el mejoramiento y adición de temas de esta obra, participan únicamente dos profesores de tiempo completo de esa época: Eduardo Solar González y Leda Speziale de Guzmán.

Mí particular punto de vista, es que esta obra **de dos tomos en realidad no constituyen apuntes, más bien son auténticos libros hechos y derechos** en la extensión de la palabra, a juzgar por los contenidos, indudablemente que es una obra buena, aceptable por casi todos los profesores que imparten la asignatura, y que puede competir con cualquier libro extranjero conocido, a nivel de licenciatura que trate sobre este tema.

---

[5] El prólogo de estos apuntes es evidente: ***Estos apuntes desarrollan, en forma detallada, el programa actual del curso de Álgebra...***, por otro lado continúa con relación al objetivo del curso: ***...propiciar en los alumnos el aprendizaje de algunos tópicos de Álgebra superior y Lineal...***, de este modo quede claro la distinción entre "superior" y "lineal", (la ironía es mía).

[6] Aún cuando el contenido de los temas cambie ligeramente y el orden sea cambiado.

[7] Probablemente esta sea la primera figura que marcará en lo venidero, la aberrante linea de definir una "correspondencia biyectiva" entre los contenidos y la temática de los programas de las asignaturas de la División de Ciencias Básicas, con los contenidos y la temática de libros comerciales consagrados tales como los "chaums" los "Socosquis", entre otros.

¿Cuáles pueden ser las posibles objeciones que presenta esta obra?, en primer lugar surge por la necesidad de atender el resultado de fragmentar el curso de Álgebra de 1975, por dos asignaturas, la de Álgebra[8] y la de Álgebra Lineal lo que hace que sea necesario separar los conceptos que anteriormente tenían alguna unidad didáctica en una asignatura por otros que no lo tienen, es más, la obra puede apoyar simultáneamente a dos cursos paralelos totalmente disjuntos sin ocasionar, aparentemente, ninguna molestia didáctica.

Por otro lado es importante resaltar en esta obra que, para poder adquirir los antecedentes previos al estudio de los espacios vectoriales, del curso de Álgebra lineal, se tienen que leer (que no quiero decir asimilar o aprender) 109 definiciones, 141 teoremas, 4 lemas y 2 corolarios; por otro lado, en todas estas páginas llenas de discurso axiomático, que no dudo que sea necesario desde la perspectiva formal, no existe ninguna mención a aplicaciones sencillas de alguna disciplina física, que estén al alcance de los alumnos, probablemente no sea necesario, en virtud que el programa no alude a este aspecto de manera clara y directa.

En la citada obra, correspondiente a la primera parte de Álgebra; los sistemas de los números reales y de los números complejos, así como también las álgebras de los polinomios y los tópicos de las sucesiones y series, ya no tienen nada que ver conceptualmente de manera directa con las estructuras algebraicas y los espacios vectoriales, ahora tendrán que mencionarse, con otra estructura y a través de ejemplos, en el curso posterior de Álgebra Lineal.

Los resultados obtenidos:

Las fragmentaciones irreflexivas[9] en las asignaturas de matemáticas ocasionan, irremediablemente, ruptura didáctico-pedagógica, traen como efecto colateral el aumento de horas en la curricula de asignaturas que se imparten en la DCB, lo que quiere decir aumento de créditos, aumento de las estructuras burocráticas, aumento de las instalaciones (salones), problemas de reubicación en las definitividades de los maestros, entre otras cosas que son ni más ni menos, **aspectos administrativos.**

Las fragmentaciones en las asignaturas causan confusión en el alumno, por ejemplo, no sabe a cuál Álgebra recurrir cuando quiere referirse a cierto concepto, si al Álgebra a secas o al Álgebra con apellido, lea cuidadosamente el sincero discurso de este alumno ¿el producto interno de polinomios?, ¡se ve en Álgebra Lineal¡, el que se efectúa a los numeritos separados con comas y entre paréntesis ese se llama producto punto y se ve... a caray, no me acuerdo si en Álgebra o Geometría Analítica.

LO QUE MUCHAS VECES OMITIMOS EN LA ENSEÑANZA DE "LAS DOS ÁLGEBRAS" Y EN LA "GOEMETRÍA ANALÍTICA"

Cualquier programa de asignatura debe formularse, partiendo por un lado, del diagnóstico de las demandas y los requerimientos de la sociedad, tanto para el presente como para el futuro, y por otro, de las necesidades conocimientos y formas de aprender que tiene el alumno[10]. Inevitablemente, los problemas que se le presentan al alumno que estudia ingeniería, requiere para sus soluciones, de la obra abstracta del matemático.

En este sentido, la enseñanza del Álgebra Lineal debería **partir de lo concreto** para tomar las ideas generales y conducir al alumno **a la abstracción**, la enseñanza de esta asignatura también debería tener como finalidad

[8] Si algo tiene de absurdo la acción de fragmentar en dos partes la asignatura de Álgebra, es dejarle el mismo nombre a una de sus partes, con un poco de imaginación se le hubiera llamado "Breve introducción a los tópicos de Álgebra Superior", de esta manera se tiene linaje, elegancia y distinción.

[9] Jamás se han dado a conocer los promotores intelectuales de esta política académica, a juzgar por la magnitud de la acción, sin embargo es un hecho que los profesores nunca participaron en las fundamentaciones de la actualización de los planes de estudio de 1993, para corroborar esta afirmación, es muy instructivo la lectura de la página 31 del documento Actualización de Planes de Estudio de las carreras que se imparten en la Facultad de Ingeniería, a fin de que quede claro como la UPADI y los talleres internacionales definen sus políticas para fundamentar dichos cambios, en este documento se expresa con detalle la metodología, las estrategias y las acciones que definieron los cambios en las asignaturas de la DCB.

[10] Puebla Cadena Margarita, Para elaborar un programa de materia, «Educación», Revista de Ingeniería, No 3, 1984

acostumbrarlo a "saber observar"[11], dar a entender al profesor que debe siempre tener presente que los entes sobre los cuales trabaja, tienen sus propias raíces en lo concreto, es decir en una geometría básica de lo concreto: **La geometría euclidiana**, eso sí, vigilando siempre que la asignatura no se reduzca a una superficial y episódica **"lección de cosas".**

Llevar poco a poco a los alumnos del mundo de las **cualidades**, al mundo de las **cantidades**, y recíprocamente, dos procesos que no deben considerarse aisladamente, porque en el quehacer ingenieril, **no existe un ascenso a lo abstracto y una total separación de lo concreto**, y no hay, por otra parte, una inclinación, una adaptación de símbolos y fórmulas para la resolución de fenómenos concretos dejando aparte las leyes del pensamiento, y la visión general del fenómeno mismo.

En suma **la educación científica de los ingenieros** debe tener como finalidad hacer pasar de las **cosas que nos rodean, a un conocimiento objetivo** acompañado de juicios serenos. Debe ser un continuo ascenso en el arte de "saber observar", es decir en el sentido de que este saber observar nos ofrece la oportunidad de un descubrimiento pedagógico, el que dirige a una construcción abstracta poniendo énfasis en lo cualitativo, analizando lo concreto, tomar analogías y diferencias, agrupando cosas semejantes, separando las clases de objetos, construyendo, sintetizando[12]

Reunir en grupos desiguales de asignaturas, como lo son los cursos de Álgebra, Álgebra Lineal y Geometría Analitica, **las cosas iguales**, la idea de concebir a **la igualdad desde el punto de vista más amplio,** que permite apartar, las apariencias superficiales en cada una de estas asignaturas sin necesidad de clasificaciones artificiales.

Las dos Álgebras y la Geometría Analítica están, muchas veces, más cercanas a lo concreto, desafortunadamente la fragmentación y la desarticulación de sus contenidos, parecen fríos y lejanos de la compleja realidad del mundo que nos rodea.

"EL SILENCIO DE LOS INOCENTES" PREGUNTAS EN EL CONTEXTO DEL ALGEBRA LINEAL

Desde luego que el análisis y las posibles respuestas formuladas a la pregunta que da el nombre a esta ponencia: **¿porqué mis alumnos aprenden a odiar álgebra lineal?,** no está fundamentada en los resultados del citado experimento referente a la encuesta realizada a mis alumnos, sin embargo, conviene aclarar que mi conjetura acerca de porqué los alumnos aprenden a odiar Álgebra Lineal, debo aceptar que en realidad **lo que odian es otra cosa menos la asignatura en sí**, tienen el derecho de aborrecer con justificada razón, porque están totalmente desmotivados, pareciera que estudiaran en un mundo Kafkiano, pues en la medida en que resuelven una gran cantidad de ejercicios de las series y se preparan para los exámenes, **menos entienden los enunciados y los conceptos que se plantean**, el siguiente ejemplo es muy representativo de la perversa intención [13] en la que se pretende que el alumno entre al **Castillo de Kafka**:

"**Si S** es un espacio vectorial sobre un campo *k*, entonces los elementos de **S** tienen **magnitud, dirección y sentido**". El profesor que ya ha impartido esta asignatura no dudará en contestar : **¡No forma un espacio vectorial!**, pero el alumno que desde la secundaria, la preparatoria y en algunos cursos de Física en los primeros semestres de nuestra Facultad, ha estudiado hasta el cansancio esta noción asociada a las cantidades físicas, ¡del mundo real!, ahora tiene que dejar de pensar en esta humilde definición, por la sencilla razón de que no están definidas **dos desdichadas operaciones** y que por lo tanto no es posible verificar si se cumplen los diez axiomas que caracterizan formalmente este concepto.

---

[11] Association for the Advancement of Science(1989), *Science for all Americans Project 2061,* EU.

[12] Síntesis en el sentido etimológico, como integrar el conjunto, reagrupar, construir.

[13] Ejemplo que se bosqueja en un documento de la coordinación de matemáticas, *llamado A los profesores de Álgebra* con motivo de dos reuniones celebradas en 1975 con profesores de la citada disciplina, en donde se señala como confeccionar objetivos especificos, época en donde estuvo muy de moda este modelo de enseñanza conductista, y que por cierto, tenía por lo menos una ventaja, se aprendía a redactar ciertas conductas observables(¿?) que debían mostrar los alumnos, poniendo énfasis en la destreza del uso de ciertos verbos previamente seleccionados.

En estas condiciones, el alumno ya se dio cuenta que su experiencia básica no puede ser un apoyo seguro, y mucho menos tomado en cuenta para el aprendizaje formal del álgebra lineal; toda aquella filosofía fácil sostenida en un sensualismo más o menos franco se derrumba totalmente, por eso es que el alumno tiene razón en **aborrecer ciertas estructuras matemáticas,** porque en la mayoría de los casos **dado que el programa no marca las circunstançias reales de este problema,** su profesor no tiene porqué aclararle al alumno, esta ambigüedad que ahora le invade, y por lo tanto tiene que aceptar esta dualidad de significados, por razones estratégicas asociadas al bárbaro principio de autoridad académico o al aprendizaje irreflexivo que fomenta el sistema finito de números relacionados con las calificaciones. El alumno aprende a dar una respuesta de vector, de acuerdo al maestro que le haga la pregunta: Magnitud, dirección y sentido si el profesor es de física, o una larga letanía de 10 axiomas si el profesor es de matemáticas, inteligentísimo recurso: **de acuerdo al vector es la pedrada.**

También ya se dio cuenta de que su pobre imaginación debe trabajar a pesar de las oposiciones de la experiencia... por eso también **odia estas situaciones**, pues tiene que reconocer que no es fácil desprenderse de las maravillas que puede ofrecerle la realidad sobre todo cuando ésta le ha otorgado su confianza: **Fuerza** es toda acción de un **cuerpo sobre otro**, que modifica el estado mecánico de ambos, y que puede representarse por una **flecha** que denote tres cosas: su tamaño, **la magnitud**; el segmento rectilíneo, **la dirección** y la punta de la cabeza, **su sentido**. A esta flecha le llamaremos de ahora en adelante **vector fuerza**, ante esta situación, un alumno que ya haya estudiado Álgebra Lineal, opinará en silencio: ¿shh ya...apoco una chinche flecha cumple con 10 axiomas?

Muchos profesores de matemáticas, inclusive que hoy son coordinadores e imparten varias asignaturas en esta División, que cursaron esta asignatura estarán de acuerdo conmigo que el eje bajo el cual se sustentaba las bases conceptuales de esta asignatura lo constituía: **el concepto de grupo, de campo y anillo; inclusive la definición de espacio vectorial**, conviene recordar la forma en que se definía el concepto de espacio vectorial en aquellos apuntes de Álgebra editados en 1973, en lo personal me parece al menos original por la forma, conviene citarla textualmente:

- *Definición*

  Sea **C** un campo cualquiera, y sea **V** un conjunto no vacío en el cual se definen las operaciones de adición y multiplicación por un escalar. Se dice **V** que es un espacio vectorial sobre **C** lo indicamos con **V(C)**, si los elementos de **V** satisfacen los tres axiomas siguientes:

Axioma 1 "**V** Forma un grupo abeliano con respecto a la adición", esto implica que:

a) si **a**, **b** y c $\in$ **V**, entonces **a+b** $\in$ **V** (cerradura)

b) $\forall$ a, b y c $\in$ **V** se cumple que:

$(a+b)+c = a+(b+c)$ (asociatividad)

c) Existe un elemento de **V**, al cual llamaremos "vector cero" y lo representaremos con **0** tal que para toda a que pertenezca a **V** se tenga :

$\mathbf{0+a = a+0 = a}$

d) Para cada elemento **a** $\in$ **V**, existe **–a** que $\in$ **V** tal que :

$\mathbf{-a+a=0}$

e) $\forall$ **a** y **b** $\in$ **V** se cumple que **a+b** = **b+a** (conmutatividad)

Axioma 2 Existe una función **f: CxV** $\rightarrow$ **V**, llamada "multiplicación por un escalar", es decir que:

$\forall\ \alpha\in\mathbf{C}$ y $\mathbf{a}\in\mathbf{V}$, se tiene que $\alpha\mathbf{a} \in \mathbf{V}$

Axioma 3 La multiplicación por un escalar obedece a las siguientes leyes:

a) $\forall\ \alpha,\ \beta \in \mathbf{C}$ y $\mathbf{a} \in \mathbf{V}$; $(\alpha+\beta)\mathbf{a} = \alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{a}$

b) $\forall\ \alpha \in \mathbf{C}$ y $\mathbf{a},\ \mathbf{b} \in \mathbf{V}$; $\alpha(a+b) = \alpha\mathbf{a}+\alpha b$

c) $\forall\ \alpha,\ \beta \in \mathbf{C}$ y $\mathbf{a} \in \mathbf{V}$; $\alpha(\beta\mathbf{a}) = \alpha\beta(\mathbf{a})$

d) Si v es el elemento unidad de C:
$\forall\ \mathbf{a} \in \mathbf{V}$; $v\mathbf{a} = \mathbf{a}$

Esta definición no tiene nada del otro mundo, inclusive se muestra la referencia[14] de donde se tomó, entonces ¿qué tiene de novedoso esta definición?, simple y sencillamente aspectos didácticos de señalar antecedente-consecuente:

1. Retomar las ideas inmediatamente vistas, a saber, *el concepto de campo correspondiente al tema de estructuras algebraicas dentro de una definición*, que a mi juicio, es muy importante por cuestiones de didáctica y metodología: ***incorporar siempre lo nuevo a partir de lo ya visto, pero también señalarlo ¡Para el alumno este aspecto no es trivial ni evidente!***[15]
2. El agrupamiento a partir de **tres axiomas que a su vez agrupan a otros axiomas**, obedece a un criterio impuesto por la razón citada en el punto anterior además de imponer orden y sencillez pedagógica, sin embargo las razones **formales no son prioritarias,** pues de otra forma no se hubiera incorporado de manera sencilla el concepto de **anillo** ni las propiedades de las operaciones de **la suma** y **la multiplicación** en los axiomas 1, 2 y 3 respectivamente
3. El concepto de **producto cartesiano**, se incorpora en el axioma 3, a fin de retomar el concepto de función, el cual se generalizará en temas posteriores

La totalidad de libros que se recomiendan en la **actual** asignatura de Álgebra Lineal definen las propiedades del espacio vectorial a partir de las diez propiedades sin mencionar ni establecer la mínima relación con los conceptos vistos con anterioridad.

Las objeciones que se le pueden poner a las definiciones es que se dan descripciones previas, es necesario incurrir en esta práctica, si cualquier cosa está clara para mí, esto no significa que yo pueda definirla, sino que solo pueda describirla; puedo decir, con precisión, como está hecha, pero no que cosa es, es necesario poner en práctica la intuición, en el sentido de construcción, y ninguna instrucción es verdadera y educativa sino proviene de la actividad de los alumnos.

Los problemas reales que exigen una solución matemática, se pueden distinguir por dos grupos:

- Los que tienen su origen en las necesidades impuestas por la vida diaria (internas por necesidades prácticas)
- Los que provienen de la observación del mundo que nos rodea (externas por la observación de los fenómenos que nos rodean)

Estos problemas pueden decirse que son dos "interpretaciones fundamentales" de la palabra realidad, y es aquí donde debe de iniciar el proceso de aprendizaje del Álgebra lineal en los alumnos, es precisamente de estos aspectos donde deben construirse las principales nociones categóricas tales como vector, combinación lineal, espacio vectorial, transformación a fin de que su abstracción[16] sea **didácticamente fundamentada y entendida de una manera sencilla**.

[14] Los apuntes citan la referencia, con la "debida y obligada humildad científica" : Dennis B. Ames, *Fundamentals of Linear Algebra*, International Textbook Company, Scranton Pennsylvania USA, 1970.

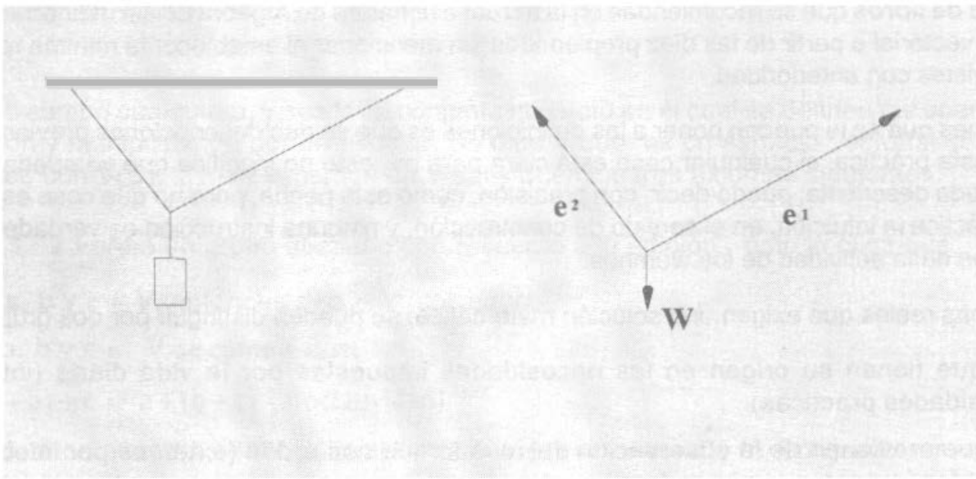
[15] Pestalozzi es claro en este aspecto que muchas veces omitimos: "si un concepto es claro para mí, esto no significa que con palabras yo pueda hacerlo claro para ti"

Uno de los conceptos más importantes de espacio vectorial, por la vía sintética, es decir constructiva, se puede llegar a la noción abstracta de vector, el siguiente ejemplo puede ser muy aleccionador para quitarle la frialdad a este elemento conceptual, a partir de un hecho cotidiano.

- un coche viaja a 60 km/h ($\alpha \in R$)
- un coche viaja a 60 km/h por la avenida los Insurgentes (introducción de elementos auxiliares geométricos)
- un coche viaja a 60 km/h por la avenida los Insurgentes, hacia Tlaltelolco (introducción de elementos auxiliares geométricos)
- un coche viaja a 60 km/h por la avenida de los Insurgentes, hacia el norte con rumbo a Tlaltelolco insurgentes (introducción de elementos auxiliares geométricos para completar el producto (α**v**, $\alpha \in R$ y $v \in V$, por lo tanto α**v** $\in V$)
- un coche viaja hacia Tlatelolco por la avenida de los Insurgentes y justo cuando cruza la avenida Reforma, lleva una rapidez de 60 km/h desde ciudad universitaria con rumbo hacia Tlatelolco (introducción de elementos auxiliares geométricos para distinguir dos elementos de distintos espacios vectoriales, velocidad y posición)

Introduciendo las operaciones de suma de vectores y producto de un vector por un escalar, pueden hacerse construcciones analíticas del concepto de combinación lineal, a partir del concepto de velocidad relativa, combinaciones de efectos de rotación y de translación de un cuerpo.

Otro ejemplo que puede ser instructivo para construir analíticamente, el concepto de combinación lineal, por analogía al caso del ejemplo anterior es el clásico ejemplo de la obtención de las tensiones en los cables que sostienen al cuerpo de peso W.



$$W = \alpha e_1 + \beta e_2$$

[18] Sin embargo, es necesario considerar algunos otros elementos auxiliares, tales como la noción intuitiva de número real y las leyes de composición de suma diferencia, multiplicación y división, que se estudiaron en primaria. Es necesario destacar que en esta parte, aunque no están definidas completamente las leyes de composición de la resta y la división, el hecho de que puedan sustentarse a partir de los teoremas $(-1)v = -v$, y $(ab)v = a(bv)$, no causa mayor incomodidad a los alumnos, sin embargo, es de justicia por respeto a la formalidad axiomática, explicarle al alumno estos detalles: **muchos teoremas, aparentemente triviales, justifican desde la perspectiva axiomática,** el empleo de ciertas operaciones que realizamos todos los días en nuestra actividad cotidiana...aunque nos importe poco.

En este ejemplo los escalares α y β y los vectores unitarios e_1 y e_2, , aparte de caracterizarlos como escalares y vectores, es decir como elementos de un campo y de un espacio vectorial, adquieren propiedades cuantitativas y cualitativas, los escalares por ejemplo serán cantidades físicas "tantos Newtons de Fuerza de tensión" y los vectores entidades meramente abstractas que definen la orientación de la cantidad física, es decir proporcionan la dirección y sentido.

De esta forma, la caracterización vectorial de una cantidad física a partir de las ideas primitivas de magnitud, dirección y sentido[17]; cobran un verdadero sentido didáctico para poder generalizar y culminar con la idea abstracta de espacio vectorial.

Conclusiones Prestadas

Sirvan las siguientes citas a manera de conclusiones para esta ponencia:

> Todavía existen profesores que siguen la letra del programa sin poner el espíritu, estos profesores(¿?) muestran una deplorable tendencia hacia la abstracción a costa de la intuición, para ellos es mucho más fácil enseñar a manipular conceptos abstractos, que hacer ver realidades ocultas por sus abstracciones.
>
> *Víctor Rouro*

> El Álgebra aunque sea muy útil por sí misma, no debe hacerse jamás sin una motivación procedente de otra parte de las matemáticas. Debe limitarse a desarrollar las herramientas que necesitan las demás ramas de las matemáticas para la resolución de sus problemas particulares.
>
> *Kronecker y Chevalley*

> En nuestra Facultad (Ingeniería UNAM), la enseñanza de las matemáticas en cualquier nivel, deben proporcionar al estudiante una intuición sólida de los objetos matemáticos que emplea, no seguir este precepto, significa a todas luces incurrir en una actitud bárbara y perniciosa.
>
> *Ing. Esteban Salinas Elorriaga*

> No me explico porqué se insiste en la estúpida forma de clasificar a las matemáticas en virginales y aplicadas, creo que las que realmente vale la pena estudiar son aquellas que tienen cabida en aplicaciones de problemas físicos, los matemáticos que trabajan en ese campo están obligados a resolverlos... los matemáticos puros no tienen absolutamente nada que ver aquí ya que pueden crear y resolver sus propios problemas
>
> *Anónimo*

> Los matemáticos puros son capaces de encontrar la dificultad en una solución, pero los matemáticos aplicados son capaces de encontrar la solución en una dificultad
>
> *Morris Kline*

> Hay que adaptar la enseñanza no a la lógica de las matemáticas, sino más bien a los progresos de la creencia, recuerden que la lógica es la higiene del matemático y los grandes problemas reales que hay que resolver en la humanidad apoyados en gran parte por élla, son el pan de cada día de los ingenieros
>
> *Andre Weil*

> El espíritu de los chamacos del Anexo debe formarse, reformando una gran cantidad de matemáticas inútiles que les enseñan.
>
> *Comentario de un profesor en la sala de profesores del Edificio Principal*

---

[17] En el estudio de los sistemas de fuerzas, los postulados básicos de la Estática, y la ley del paralelogramo, contienen implícitamente los diez axiomas que caracterizan a un espacio vectorial.

La única intuición legítima es de carácter psicológico y es la intuición de la inhibición

Gastón Bachellard

Aprenderse todo de memoria en este negocio del Álgebra Lineal, es igualito que hacer el amor de memoria con alguien a quien no le distingues el sexo: *así de abstracto y depravado puede ser este aprendizaje.*

hgsm

♫ ...Pero ten presente, y de acuerdo a la experiencia, que tan sólo se odia lo querido ♫

Canción que interpretaba Estelita Núñez a finales de los 60's

--- o ---

VALORACIÓN DE LA SITUACIÓN ACTUAL DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

ORLANDO ZALDÍVAR ZAMORATEGUI
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
zazor1@fi-b.unam.mx

RESUMEN

Para realizar una valoración real de la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es necesario establecer un diagnóstico con variables y características específicas. Por esta razón, es importante saber si los estudiantes de ingeniería tienen aprendizajes significativos en el área de matemáticas. Con esto, podemos determinar qué tipo de profesionales de la ingeniería se están formando en nuestra facultad. Los aprendizajes significativos en el ámbito de las matemáticas por parte de los alumnos son un aspecto sobre el cual se pueden aplicar diferentes métricas, dependiendo del enfoque.

INTRODUCCIÓN

Las instituciones de educación superior del área de la ingeniería tienen el reto de proporcionar una formación integral de excelencia al futuro profesional de la ingeniería. Para lograr este objetivo resulta indispensable que el estudiante del área tenga una formación profunda en las ciencias básicas. Esta solidez le permitirá estar vigente y ser creador o generador de nuevas tecnologías.

En este sentido, las matemáticas son un factor determinante en la formación del futuro ingeniero, donde los niveles de conocimiento, comprensión, así como su manejo, son objetivos de aprendizaje indispensables.

El logro de estos objetivos está en función de los procesos de enseñanza-aprendizaje que se aplican en las instituciones de educación superior. Resulta de vital importancia tener bajo control el mayor número de factores que intervienen en este proceso, entre los cuales encontramos a los profesores, la didáctica específica de las asignaturas del área, los recursos didácticos, sumados a otros que inciden, en mayor o menor grado, en los resultados y en el aprovechamiento por parte de los alumnos.

VALORACIÓN DE LA SITUACIÓN ACTUAL

Para realizar una valoración real de la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es necesario establecer un diagnóstico con variables y características específicas. Por esta razón, es importante saber si los estudiantes de ingeniería tienen aprendizajes significativos en el área de matemáticas. Con esto, podemos saber qué tipo de profesionales de la ingeniería se están formando en las instituciones de educación superior, concretamente, en nuestra facultad. Los aprendizajes significativos en el ámbito de las matemáticas por parte de los alumnos, son un aspecto sobre el cual se pueden aplicar diferentes métricas, dependiendo del enfoque.

La valoración debe ser cuantitativa y cualitativa. De acuerdo con los datos estadísticos, las asignaturas del área de matemáticas presentan un relativo alto índice de reprobación. Del análisis de estos mismos datos se observa una mejora continua en el número de alumnos que aprueban las asignaturas. Este es un indicador que no puede dejarse de lado. Sin embargo es preciso analizar también los mecanismos de estas evaluaciones. Para cubrir ciertas deficiencias, se están tomando algunas medidas como cursos propedéuticos, tutorías y asesorías.

Desde el punto de vista cualitativo, algunos profesores de las asignaturas consecuentes informan que el alumno no maneja ciertos conceptos matemáticos, lo cual dificulta el avance de los mismos. Esto tiene mucho que ver con lo que denomino aprendizaje significativo.

Los profesores, elemento fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje, juegan un rol muy important ya que ellos realizan su papel de guias y orientadores. Pero, ¿hasta qué grado están capacitados pa hacerlo? Así mismo, la didáctica, las metodologías y los recursos deben ser los más adecuados. Resul indispensable que los profesores dominen no solamente los conceptos propios de su área, sino todos lo aspectos que intervienen dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Otra pregunta que debemos hacernos es: ¿Quienes están haciendo docencia en matemáticas para la ingenierías, están realmente preparados para ello? Si la respuesta es negativa, las instituciones debe instrumentar programas de formación de profesores que, independientemente del dominio de su área, tenga las capacidades para realizar docencia.

Considero que la enseñanza de las matemáticas en nuestra facultad presenta varios problemas de fondo. E necesario hacer un análisis de la problemática, para diseñar acciones concretas con el fin de superarla Ésta debe ser una meta del Foro.

ENFOQUE HISTÓRICO Y DETERMINACIÓN DE LA IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS

La importancia que han tenido las matemáticas en la formación de los individuos ha sido tratada a lo largo d la historia de diferentes maneras. El filósofo Bertrand Russell, al referirse a la naturaleza abstracta de la matemáticas, dice: "Las matemáticas son aquella materia en la que no sabemos de qué estamos hablanc ni si lo que decimos es verdad". Con esta descripción Russell expresa la independencia que existe entre la matemáticas y los fenómenos. Sin embargo, un profesor de matemáticas en el nivel superior para un carrera de ingeniería, debe buscar elementos para no hacer tan abstractas a las matemáticas y sobre tod buscar su dominio y aplicación por parte del alumno.

Por otro lado, Mina Rees en la publicación "The mathematics teacher" al referirse a las matemática contemporáneas llega a los siguientes enunciados:

1. Las matemáticas son un lenguaje que debe aprenderse, y debemos aprender sus técnicas si queremos usar este lenguaje.
2. Las matemáticas son, a la vez, inductivas y deductivas, pero la imaginación es totalmente indispensable para su desarrollo.
3. Las matemáticas crecen por acumulación, las nuevas formas se crean a veces por la intuición, y a veces por el formalismo lógico.
4. Las demostraciones y justificaciones dependen de la lógica habitual, pero el matemático es libre de modificar esta lógica si lo necesita.
5. Las fuentes de la invención matemática residen a veces en las propias matemáticas y otras veces en las realidades del mundo que nos rodea.
6. El proceso de abstracción y de axiomatización ha servido simultáneamente para profundizar en los problemas de fundamentos y para elevar una soberbia superestructura.
7. Los resultados obtenidos por las matemáticas puras en el pasado y en el presente han proporcionado a los científicos la base conceptual para la comprensión y la descripción del mundo físico.

Otro teórico de las matemáticas, René Thom, ha dicho que el lenguaje matemático es "un maravillos instrumento de descubrimiento".

Y en relación con la comunicación y la didáctica de las matemáticas, Georges Glaeser, distingue tre concepciones: impresionista, expositiva y dinámica.

Tan importantes son las matemáticas que la **UNESCO** declaró al año 2000 como **Año Mundial de la Matemáticas,** teniendo entre otro los siguientes objetivos: determinar los grandes desafíos matemáticos d siglo XXI, proclamar a las matemáticas como una de las claves fundamentales para el desarrollo e impulsar la presencia sistemática de esta ciencia en la llamada sociedad de la información.

De esta forma se dice, de manera explícita, que "las matemáticas son una de las máximas expresiones de la inteligencia humana y un magnífico ejemplo de la belleza de las creaciones intelectuales, contribuyen de manera eficaz a la formación científica mediante procesos de abstracción y deducción, proporcionan un lenguaje riguroso necesario en el desarrollo de todas las ciencias, constituyen un eje central de la cultura, resultan fundamentales para el desarrollo y el progreso de los pueblos y se convierten en uno de los ámbitos más adecuados para la cooperación entre todos los pueblos por su lenguaje y valor universales".

LAS MATEMÁTICAS EN LA INGENIERÍA

Por lo que corresponde a la relación de las matemáticas con la ingeniería, ésta resulta evidente. Para el modelado de los sistemas, el establecimiento de los procedimientos, la representación de los fenómenos, la respuesta de los sistemas a determinados valores en las entradas, etc., resulta indispensable el manejo de conceptos matemáticos. En este sentido, las matemáticas en ingeniería tienen amplia contribución al desarrollo tecnológico y científico debido a que es la herramienta fundamental del ingeniero. Así, las matemáticas son el lenguaje de las ciencias y de las ingenierías, resultando vitales para su desarrollo y aplicación.

Podemos distinguir de manera general tres concepciones en la comunicación de las ideas matemáticas, es decir, tres formas de transmitir los contenidos matemáticos a los alumnos: la pedagogía impresionista, la pedagogía expositiva y la pedagogía dinámica.

Los resultados que se obtienen dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas dependen en gran medida del profesor, tanto desde el punto de vista pedagógico, como de conocimientos y aplicaciones. Es necesario hacer un análisis que involucre varios factores: conocimientos, habilidades, aptitudes, actitudes de los profesores y no solamente aspectos de didáctica específica. Para que un profesional se dedique a la docencia, es importante que los profesores hayan tenido una amplia formación en matemáticas y que demuestren un dominio más allá de los aspectos tratados en la teoría.

Asi, el profesor debe tener una sólida formación en matemáticas, poseer la didáctica de la misma y contar con una amplia experiencia en la aplicación de los conceptos matemáticos en la solución de problemas en la ingeniería.

LAS MATEMÁTICAS DENTRO DEL PLANO CURRICULAR

En lo que respecta al plano curricular y contenidos, podemos decir que los contenidos de las asignaturas de matemáticas deben cubrir todos aquellos aspectos que resultan fundamentales e indispensables para la construcción de las ciencias de la ingeniería e ingeniería aplicada, de cada modalidad.

La determinación de los contenidos es una tarea previa, pero que requiere una revisión y actualización periódica, en la cual debe tomarse en cuenta la opinión de los profesores de las asignaturas consecuentes. No es muy difícil hacer programas para la enseñanza en las aulas; lo que sí resulta problemático es llevarlos a la práctica.

Hay algunos profesores que piensan y opinan que es necesario incrementar los contenidos de matemáticas. No están del todo equivocados. Sin embargo, yo considero que los contenidos actuales están bien, siempre y cuando se cubran en su totalidad. Pero sobre todo, que los alumnos adquieran el conocimiento matemático, lo dominen y además lo sepan aplicar en la solución de cualquier tipo de problema donde sea factible el uso de las matemáticas. Creo que en todas las áreas se puede aplicar.

Nosotros como maestros, no debemos perder de vista que, basándonos en lo expresado por Gustave Choquet, el pensamiento matemático avanza por ciclos, cada uno de los cuales se descompone en cuatro fases: observación, matematización, deducción y aplicación. Así, nuestra labor como profesores consiste en desarrollar el pensamiento matemático del alumno.

El fin último de la enseñanza de las matemáticas, en cualquier nivel, es sin duda conseguir dar al estudiante una "intuición" sólida de los objetos matemáticos que maneja.

LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

Otro aspecto importante consiste en hacer atractivo el proceso de enseñanza en las matemáticas; no podemos caer en casos en los cuales, ésta, la enseñanza, se convierta en un proceso aburrido. Habremos perdido varios puntos a favor.

Considero que un error que se ha presentado en la enseñanza de las matemáticas corresponde a la insistencia excesiva en los ejercicios y problemas que no tienen relación con aspectos específicos de las ingenierías.

Esto nos lleva a considerar la necesidad de presentar a los alumnos ejercicios de aplicación y bien seleccionados, para que el mismo alumno tenga la oportunidad de aprender de modo activo e independiente.

¿Qué sucede cuando se hace la inclusión equivocada y sistemática de ejemplos de "aplicaciones de las matemáticas", es decir, de la resolución de problemas ajenos a las matemáticas mediante el uso de herramientas matemáticas? Esto puede tener algunas tendencias peligrosas, si lo único que hacemos es sustituir los ejercicios, numerosos y no muy formativos. En mi opinión, las matemáticas deberían aplicarse sobre todo en situaciones tan reales como sea posible, en dominios exteriores a ellas, en los que aparece un problema "de verdad" para cuya solución es necesario el uso del método matemático o bien el de una teoría matemática previamente conocida. No hay que hacerse la ilusión de que sea posible sustituir este tipo de problemas por otros planteados dentro de una serie de lecciones de matemáticas.

De esta manera, la resolución de problemas sirve para desmitificar las matemáticas, ya que permite al alumno experimentar, descubrir y crear, además de proporcionarle cierta autonomía en la construcción de su propio pensamiento. La habilidad para resolver problemas puede ser desarrollada en el alumno a través de la construcción de modelos, tan usuales en ingeniería.

La razón de ser de las matemáticas en el caso de las ingenierías consiste en la posibilidad de construir modelos matemáticos para poder resolver problemas. Y la ingeniería está precisamente para resolver problemas.

Debemos tener especial cuidado cuando nosotros como profesores de matemáticas, pretendemos dar a nuestros alumnos aplicaciones de cálculo diferencial o de la teoría de probabilidades a problemas de física, por ejemplo. Pero, ¿qué sucede cuando nuestros alumnos no encuentran nada parecido en las siguientes asignaturas, tanto de ciencias de la ingeniería como de ingeniería aplicada, y si sucede lo mismo en otros temas de otras materias de matemáticas? El espíritu crítico de los alumnos les hará pensar que nuestras afirmaciones sobre la importancia de las matemáticas para los otros dominios de la ingeniería o de la actividad humana estaban equivocadas.

El problema se presenta en los profesores de semestres iniciales y de avanzados. Ya tocamos el primero. Pero ¿qué pasa con el profesor de los semestres avanzados que no hace uso de los conocimientos matemáticos que tienen sus alumnos para la solución de problemas propios de su asignatura? El alumno se queda con la idea de que lo que aprendió no sirve para nada. Craso error, pero ahí el culpable no es el alumno sino el profesor quien no sabe cómo utilizar esos conocimientos, porque tal vez no tiene la habilidad para ello.

Es responsabilidad nuestra hacer entender al alumno que gracias, y no a pesar, al carácter abstracto de la matemática, le permite intervenir en prácticamente cualquier situación como instrumento y como método de razonamiento.

A fin de cuentas lo que pretendemos es desarrollar en los estudiantes habilidades para resolver problemas. El punto consiste en determinar el cómo.

Así, una meta consiste en conseguir una buena asimilación de las estructuras matemáticas, haciéndolas operativas. Éstos son dos fines educativos importantes de las matemáticas.

LOS PROFESORES EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA

Ahora, surge la pregunta evidente: ¿Qué piensan nuestros maestros en relación con las matemáticas? Es tiempo de formularla.

Es condición a priori que el profesor domine de manera absoluta el tema, así como sus aplicaciones, ya que esto le permitirá el manejo de enunciados precisos y rigurosos al momento de desarrollar, presentar y tratar los temas con el alumno, para que, después de un periodo de comprensión primero superficial y después formal, se pueda llegar a una comprensión, dominio, manejo y aplicación de los conceptos matemáticos en la solución de problemas.

Algo que puede resultar contraproducente, es el manejo excesivo inicial de conceptos abstractos, ya que esto puede generar confusión en el alumno. Tampoco es válido el lado opuesto, es decir manejar los conceptos de una manera simplista y sin rigor matemático.

Para el logro de los objetivos, no sólo en matemáticas, sino en cualquier otra área del conocimiento, es necesario que las actividades de docencia estén sustentadas en las siguientes acciones: Planeación del proceso enseñanza-aprendizaje; definición de contenidos; métodos y recursos didácticos; aplicación de los conocimientos; evaluación; etc.

Como se observa, la actividad docente involucra una etapa de preparación y planeación a fondo de las actividades propias de la enseñanza. En ingeniería resulta sumamente usual la planeación de las actividades para la realización de proyectos, es decir, es conveniente el manejo sistemático de la acción docente. De esta manera se conocerán a detalle prácticamente todas las actividades a realizar. Si no somos capaces de planear las labores de docencia, difícilmente podremos tener control sobre ellas y, en consecuencia, dejaremos factores fuera de nuestro dominio, lo cual repercutirá en un aprendizaje no adecuado en nuestros alumnos.

LOS ALUMNOS DENTRO DEL PROCESO

Por otra parte, debemos tener un conocimiento previo de las características de los estudiantes, con el fin de adecuar, que no es lo mismo que minimizar, los objetivos de aprendizaje.

En consecuencia, resulta indispensable que el profesor realice un examen exploratorio o de diagnóstico al momento de iniciar el semestre, para que conozca la situación en la que llegan sus alumnos y, si lo considera conveniente, llevar a cabo una sesión corta de regularización.

FORMACIÓN DE PROFESORES

En caso de que exista escasez de profesores competentes de matemáticas no debe recurrirse a reducir los niveles de exigencia en las universidades, sino, por el contrario, elevarlos.

Realizar reuniones periódicas con los profesores, tanto de materias antecedentes como consecuentes, con el fin de conocer de manera directa cómo están llegando los alumnos a esas asignaturas, para hacer los ajustes necesarios.

Crear dos programas. Uno para la formación de los nuevos profesores. Por un lado, que dentro de la currícula de las maestrías se incluyan asignaturas que involucren la didáctica de las matemáticas y otras asignaturas, recursos didácticos con tecnología educativa, etc. Si uno de los objetivos de las maestrías es formar profesionales que se dediquen a la docencia, ésta debe ser una actividad prioritaria que ha de ser atendida a la brevedad. Por otra parte, que sea la misma facultad u otra instancia, la que se crea conveniente, la que imparta cursos de docencia en áreas específicas. El segundo programa sería para actualizar a los profesores que ya están ejerciendo la docencia.

CONCLUSIÓN

Debemos tomar conciencia de la realidad y llevar a cabo una valoración de la situación actual de la enseñanza de las matemáticas en la Facultad de Ingeniería. A partir de los resultados que se obtengan, generar planes concretos de acción bajo una estrategia perfectamente definida. Este proceso debe ser constante y con retroalimentación para seguir adelante.

El proceso debe incluir la revisión de recursos, instalaciones, creación de grupos colegiados, donde una de sus tareas principales, sea la valoración continua de la enseñanza de las matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Cabero Almenara, Julio. *Tecnología educativa*. Madrid, Síntesis, 1999.
- Kilpatrick, Jeremy. *Educación matemática* e *investigación.* Madrid, Síntesis, 1994
- Piaget, J; Choquet, G; Dieudonné J; Thom R y otros. *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Madrid, Alianza, 1986
- Sanjurjo, Liliana Olga; Vera María Teresita. *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior.* Argentina, Homo Sapiens, 1998
- Zaldívar Zamorategui, Orlando. *Apuntes de Ingeniería de Programación*. México, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2000.

--- o ---

LA PROBLEMÁTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA EN LA FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN

J. JUAN CONTRERAS ESPINOSA
J. LUZ HERNÁNDEZ CASTILLO
RAMÓN OSORIO GALICIA

ANTECEDENTES

En 1971, la solicitud para el primer ingreso al bachillerato en la UNAM, excedía en mucho su capacidad instalada, tanto en infraestructura como en recursos humanos, ya que solo existían 13,000 plazas y la demanda ascendía a 30,000. Para atender esta problemática, la UNAM, durante el rectorado del Dr. Pablo González Casanova, integra la primera Comisión de Planeación Universitaria la cual propone la creación de los CCH (Colegio de Ciencias y Humanidades) en el marco del programa de descentralización de la UNAM. En mayo de 1973, la ANUIES (Asociación Nacional de Universidades e Institutos de Educación Superior), formula un documento sobre las necesidades de la enseñanza superior, entre las cuales se destaca la incapacidad previsible para el año de 1974, de atender a la primera generación de egresados del CCH. Para resolver esta problemática, se formularon dos estrategias, por un lado, fortalecer las universidades estatales y por otro, la creación de nuevas instituciones en el área metropolitana.

En este contexto, el Consejo Universitario de la UNAM aprueba la creación de las Escuelas Nacionales de Estudios Profesionales, ENEP, el 19 de febrero de 1974, con base en un documento elaborado por la Comisión Técnica de Proyectos Universitarios, en el que se analiza la dificultad de dar cabida a cinco veces más la capacidad original de Ciudad Universitaria.

Estas Escuelas se conciben como Unidades Multidisciplinarias, con estructura matricial departamento-carrera, donde el departamento debe ser el responsable de organizar y supervisar el trabajo del personal académico y, se integrarán por áreas de conocimiento, mientras que la coordinación, debe establecer las metas educativas, evaluarlas y retroalimentar el proceso educativo a fin de mantener una mejora continua. Estas escuelas ofrecerían diversas licenciaturas, que por diferentes que parecieran, deberían fomentar el trabajo multidisciplinario a través de proyectos comunes y de la interacción departamento-carrera.

La Escuela Nacional de Estudios Profesionales Cuautitlán inicia sus labores en abril de 1974, siendo la primera Unidad Multidisciplinaria de la UNAM y dentro de las licenciaturas que ofrece se encuentran las siguientes: **Ingeniero Químico**, Químico, Químico Farmaco Biólogo, Medico Veterinario Zootecnista, Licenciado en Contaduría, Licenciado en Administración e **Ingeniero Mecánico Electricista**, posteriormente iniciaron las carreras de **Ingeniero en Alimentos** e **Ingeniero Agrícola**.

ESTRUCTURA DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

El departamento de Matemáticas está formado por cuatro secciones las cuales son:

- Sección de Sistemas Matemáticos Continuos (Análisis Matemático).
- Sección de Sistemas Matemáticos Discretos (Álgebra).
- Sección de Sistemas Matemáticos Computacionales y de Optimización (Computo e Investigación de Operaciones).
- Sección de Sistemas Matemáticos Probabilísticos (Estadística).
- El Departamento de Matemáticas daba servicio a todas las carreras que en ese tiempo se ofrecían en la ENEP Cuautitlán.

Subáreas de conocimiento de cada sección:

- √ Área de álgebra: que involucra las matemáticas básicas, álgebra lineal, matemáticas financieras y geometría analítica.
- √ Área de análisis matemático: Que incluye el cálculo diferencial e integral, el cálculo vectorial con cálculo multivariable y las ecuaciones diferenciales.
- √ Área de estadística: que involucra la estadística descriptiva, inferencia estadística, diseño de experimentos y control estadístico de calidad.
- √ Área de cómputo e investigación de operaciones: que aloja las asignaturas de lenguajes de programación, métodos numéricos y programación lineal.

Para la mayoría de las carreras, las matemáticas han sido consideradas una herramienta o la infraestructura académica que servirá de apoyo a las distintas asignaturas tanto básicas como de orientación profesional en las áreas Químico-Biológicas como Académico-Administrativas, Sociales inclusive, Agropecuarias y no se diga las del área Físico Matemáticas y las Ingenierías.

A continuación se mencionan algunas carreras de las orientaciones expuestas que utilizan las matemáticas: Biología, Economía, Periodismo, Arquitectura, Ingenierías y en particular de las carreras que se ofrecían al inicio de las actividades de la Facultad todas ellas al menos tienen un curso de matemáticas en su plan de estudios.

Además de ser una gran herramienta para la solución de los distintos problemas que se plantean en los programas y planes de estudio aludidos, las matemáticas sirven también para que los futuros profesionistas, puedan tomar decisiones en la solución de problemas no necesariamente del área que nos ocupa, sino también en sus estudios profesionales y en su desarrollo profesional.

Dentro de los estudios de matemáticas que en la Facultad en los distintos niveles se han venido ofreciendo, se han percibido los problemas que afectan el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas; los cuales se dividieron en cuatro grandes grupos: **alumnos, profesores, programas de las asignaturas e institucionales**. A continuación se desglosan estos:

Problemas relacionados con los alumnos

a) Excesivo tiempo de transportación para llegar a la Facultad y el viaje de regreso.

b) Deficiencia en los métodos de estudio.

c) Carencia en hábitos de estudio.

d) Desconocimiento de su papel en el proceso enseñanza aprendizaje.

e) Alumnos con recursos económicos insuficientes.

f) Alumnos que trabajan.

g) Preparación previa distinta de cada alumno.

h) Deficiencia en los antecedentes académicos.

i) Diferencia de intelecto.

j) Heterogeneidad en su preparación previa debido a las diferentes escuelas de procedencia.

k) Deficiente orientación vocacional: mala orientación vocacional falta de interés (motivación).

l) Fallas de personalidad en algunos casos: problemas de personalidad.

Problemas relacionados con los profesores

a) Deficiente impartición de clases:

- a.1) Deficiente conocimiento de la asignatura.
- a.2) Falta de didáctica.
- a.3) Falta de experiencia docente.

a.4) Desconocimiento de la aplicación de las matemáticas en el área donde las imparte.

a.5) Preparación deficiente de las clases.

a.6) Falta de interés del profesor por su trabajo.

b) Deficiente comunicación en el intercambio de experiencias académicas entre profesores.

c) Diferentes criterios de evaluación.

Problemas relacionados con los programas de estudio

a) Programas mal estructurados.

b) Programas muy extensos para los tiempos asignados a algunos cursos de matemáticas.

c) Falta de actualización de los programas de algunas asignaturas.

d) No existe congruencia entre los temas de algunas asignaturas.

f) Los temas de algunas asignaturas no tienen una secuencia lógica dentro de sus programas.

g) Faltan temas dentro de los programas de algunas asignaturas.

h) Carencia de recomendaciones sobre la bibliografía correspondiente a los temas de algunas asignaturas.

i) Faltan recomendaciones sobre el tiempo que debe dedicarse a cada tema de algunas asignaturas.

j) Sobran temas en los programas de algunas asignaturas.

k) Carencia de objetivos de aprendizaje.

l) El objetivo fijado para algunas asignaturas no concuerda con el contenido de las mismas.

m) Carencia de objetivos de aprendizaje en algunas asignaturas de matemáticas.

n) Deficiente estructuración de los planes de estudio.

o) Mala ubicación de las asignaturas de matemáticas en los programas de estudio, de algunas carreras.

p) Repetición de temas. Los programas de diferentes asignaturas de matemáticas, de una misma carrera, contienen los mismos temas.

q) Existen asignaturas con programas no adecuados para algunas carreras.

Problemas relacionados con la institución

a) Aprovechamiento deficiente de los recursos de la FES-C.

b) Los tamaños de los grupos son inadecuados.

c) Falta de revisión periódica de los planes de estudio.

d) Mala ubicación del personal docente.

e) El personal de intendencia no cumple satisfactoriamente con sus obligaciones y las autoridades toleran su irresponsabilidad.

f) No se forman grupos para alumnos irregulares en algunas carreras.

g) Deficiente selección de los alumnos que ingresan a la UNAM y en particular a la FES-C.

h) Deficiente organización de las actividades académicas.

i) Deficiencia de estadisticas del proceso enseñanza-aprendizaje.

j) Deficiencia de programas para proporcionar la superación académica de los profesores.

k) Las autoridades no sancionan a los alumnos por actos indebidos.

ACCIONES Y PROPUESTAS DE SOLUCIÓN

Como se puede observar los problemas son múltiples y en algunos casos se han podido resolver, a través de las siguientes actividades, en un contexto general para cada rubro de los problemas enunciados.

Problemas relacionados con los alumnos

Paulatinamente se ha dado solución al problema de transporte ya que, se ha incrementado el número de líneas de autobuses que dan servicio a la región en donde está ubicada la FES Cuautitlán, las vías de comunicación han mejorado en gran medida y la población estudiantil en la mayoría de los casos vive en la parte norte de la zona metropolitana.

En el aspecto académico, se han emprendido las siguientes acciones:

- Cursos:
  - Cursos de antecedentes de matemáticas.
  - Cursos de preparación para examen extraordinario.
  - Cursos remediales en asignaturas de alto índice de reprobados.
  - Cursos sobre tópicos de las asignaturas de alto índice de reprobados.
- Asesorías:
  - Individuales
  - Para grupos
- Se han ofrecido películas, conferencias, platicas, concursos, olimpiadas de matemáticas.
- En algunas asignaturas se han establecido los exámenes departamentales.
- Se han incrementado los recursos audiovisuales para el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas.
- Se otorgan becas de apoyo económico para alumnos de alto rendimiento académico, las cuales cubren un escaso porcentaje de alumnos.

Y otras actividades académicas para la solución de esta problemática, sin embargo es necesario mencionar que la Interdisciplina es un factor importante que puede favorecer el intercambio de opiniones a través de distintos foros para la solución de los problemas.

Solución a problemas relacionados con los profesores

- Se han ofrecido cursos de didáctica, didáctica general y elaboración de objetivos.
- Se ha ofrecido el diplomado en formación docente.
- Se han organizado seminarios sobre temas de algunas asignaturas de matemáticas, con el objeto de homogeneizar criterios y actualizar al personal académico.
- Se han ofrecido cursos sobre algunas asignaturas de matemáticas, con el objeto de preparar al personal académico de nuevo ingreso y actualizar al personal académico ya existente.
- La mayor parte del personal académico ha realizado estudios de posgrado, en Matemática Educativa ó Pedagogía ó Computación ó Contaminación Ambiental ó Ing. Metal Mecánica.
- En algunas asignaturas se han establecido los exámenes departamentales.
- Se ofrecerá en corto tiempo el diplomado en Matemáticas Activas.
- Se ha ubicado al personal académico preferentemente en sus áreas de conocimiento profesional, para el desempeño de la labor docente.
- Se han incrementado los recursos audiovisuales y computacionales para el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

- Con el programa de primas para el desempeño docente, se ha incrementado el interés del profesor por su trabajo.

Solución a problemas relacionados con los programas de estudio

- Se han revisado y actualizado algunos planes y programas de estudio, por ejemplo Ingeniero Mecánico Electricista e Ingeniero Químico.
- Es importante destacar que en las revisiones de los planes y programas de estudio se actualizan los programas de todas las asignaturas.
- Está en proceso la revisión de algunos planes y programas de estudio.
- Se ha mejorado la planeación académica de la FES-Cuautitlán.
- Se han preparado los programas de las asignaturas, con una estructura adecuada.
- Aunque se han hecho ajustes en los tiempos asignados a algunos programas, no es suficiente el tiempo para cubrir los contenidos de estos en un 100%.

Solución a problemas relacionados con la institución

- Se ha reducido gradualmente el tamaño de los grupos, mejorando el proceso enseñanza aprendizaje.
- Se ha mejorado la planeación académica de la FES-Cuautitlán.
- Se ha mejorado el uso de los recursos y se han incrementado y actualizado los recursos audiovisuales y computacionales.
- Se han revisado y actualizado algunos planes y programas de estudio, por ejemplo Ingeniero Mecánico Electricista e Ingeniero Químico.
- Se ha ubicado al personal académico preferentemente en sus áreas de conocimiento profesional, para el desempeño de la labor docente.
- Se ha mejorado el trabajo desarrollado por el personal de intendencia con las obligaciones que tiene con la Universidad.
- La Institución se ha preocupado por la superación académica de su personal y ha promovido entre otras actividades: cursos, estancias, conferencias, seminarios, congresos.

Problemas en los que la FES Cuautitlán no puede dar solución de fondo

- *Problemas relacionados con los alumnos.*

  a) Alumnos con recursos económicos insuficientes.

  b) Alumnos que trabajan.

  c) Preparación previa distinta de cada alumno.

  d) Deficiencia en los antecedentes académicos.

  e) Diferencia de intelecto.

  f) Heterogeneidad en su preparación previa debido a las diferentes escuelas de procedencia.

  g) Deficiente orientación vocacional: mala orientación vocacional falta de interés (motivación).

  h) Fallas de personalidad en algunos casos: problemas de personalidad.

- *Problemas relacionados con la institución*

  a) Deficiente selección de los alumnos que ingresan a la UNAM y en particular a la FES-C.

  b) Deficiencia de estadísticas del proceso enseñanza-aprendizaje.

A pesar de los esfuerzos por evitar que se presente un mal aprovechamiento académico por parte de los alumnos, la marcada deserción de la comunidad estudiantil y obtener una mayor eficiencia terminal, a continuación se relacionan las asignaturas de mayor índice de reprobados del área de matemáticas y como dato complementario algunas de otras áreas, de la carrera de Ingeniero Mecánico Electricista.

Asignaturas con mayor índice de reprobados de Matemáticas de la carrera de IME

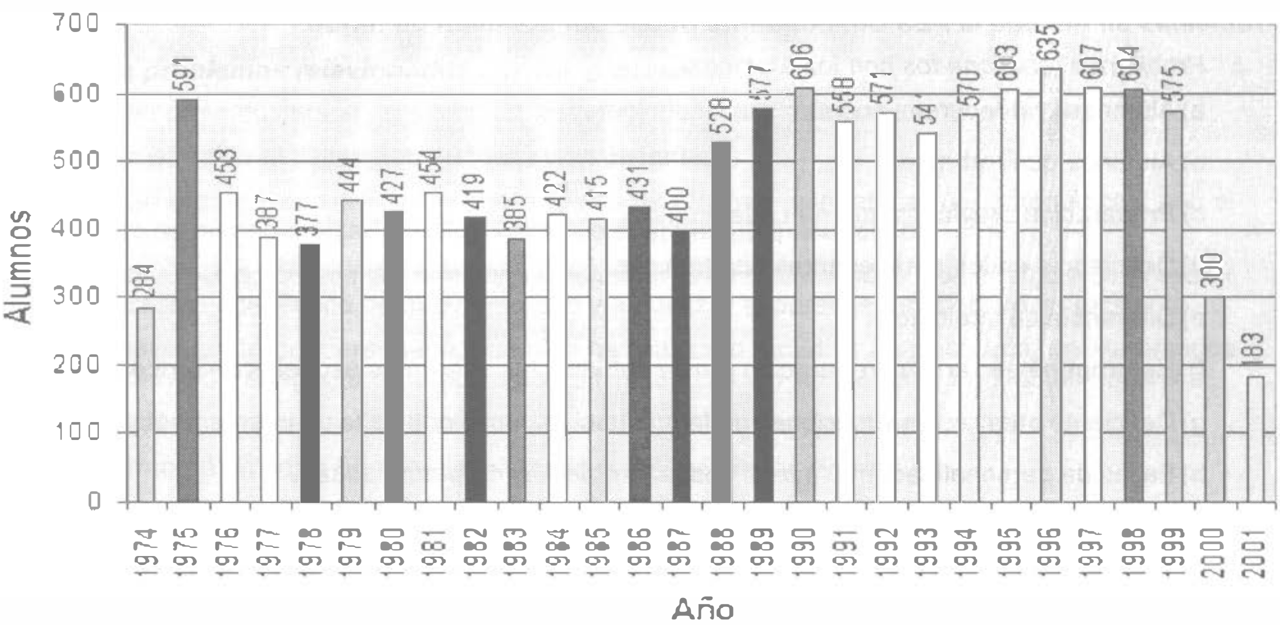
- Álgebra
- Cálculo Diferencial e Integral
- Geometría Analítica

Asignaturas con mayor índice de reprobados en otras áreas de la carrera de IME

- Amplificación de Señales
- Dinámica
- Dinámica de Sistemas Físicos
- Diseño Lógico
- Dispositivos Electrónicos
- Máquinas Síncronas
- Técnicas de Evaluación Económica
- Teoría Electromagnética
- Termodinámica
- Transformadores y Motores de Inducción

A continuación se muestran las graficas del comportamiento estudiantil de la carrera de IME, las cuales destacan datos estadísticos de suma importancias contemplados en presente ponencia y algunos más como complemento a esta.

Comportamiento de la población Estudiantil de Nuevo Ingreso de la Carrera de IME de 1974 a la fecha.



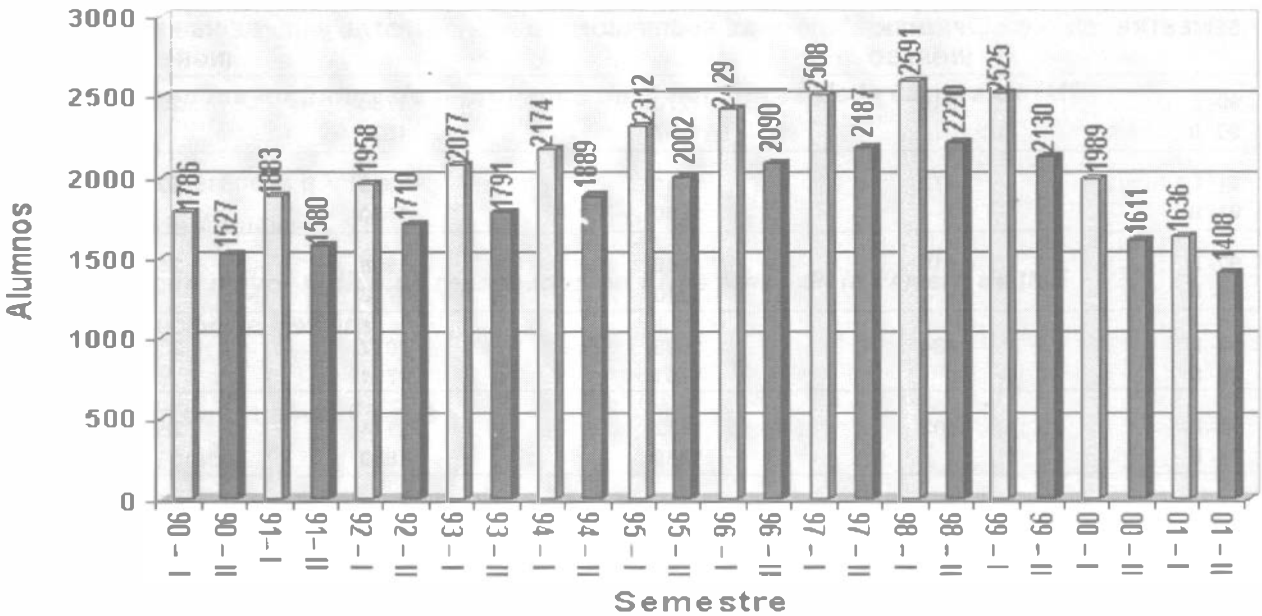
Muestra de la estadística de inscripción de la Carrera de IME del semestre 90-I al semestre 01-II.

SEMESTRE	PRIMER INGRESO	REINSCRIPCIÓN	TOTAL	REINS-PRIMER INGRESO
90- I	516	1270	1786	259
90- II		1257	1527	
91- I	472	1411	1883	303
91- II		1580	1580	
92- I	510	1448	1958	248
92- II		1710	1710	
93- I	484	1593	2077	286
93- II		1791	1791	
94- I	502	1672	2174	285
94- II		1889	1889	
95- I	541	1771	2312	310
95- II		2002	2002	
96- I	596	1833	2429	339
96- II		2090	2090	
97- I	597	1911	2508	321
97- II		2187	2187	

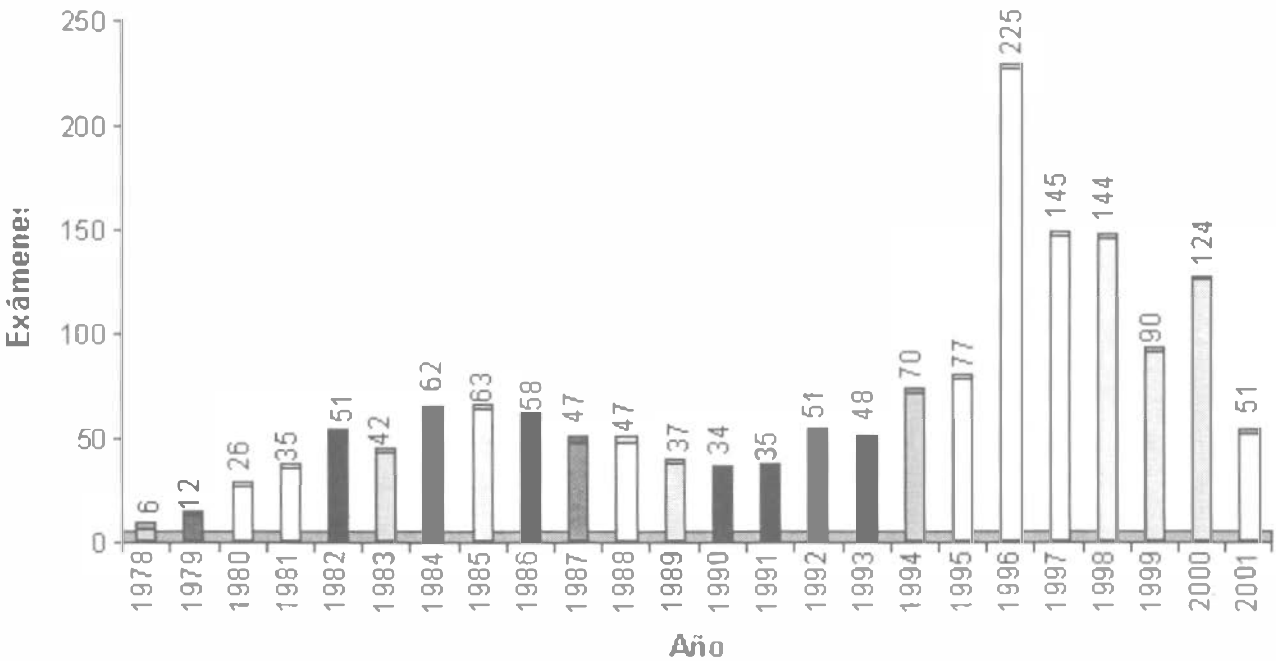
Muestra de la estadística de inscripción de la Carrera de IME del semestre 90-I al semestre 01-II.

SEMESTRE	PRIMER INGRESO	REINSCRIPCIÓN	TOTAL	REINS-PRIMER INGRESO
98-I	604	1987	2591	371
98-II		2220	2220	
99-I	575	1950	2525	395
99-II		2130	2130	
00-I	300	1689	1989	378
00-II		1611	1611	
01-I	183	1453	1636	228
01-II		1408	1408	
TOTAL	5880	41863	48013	3723

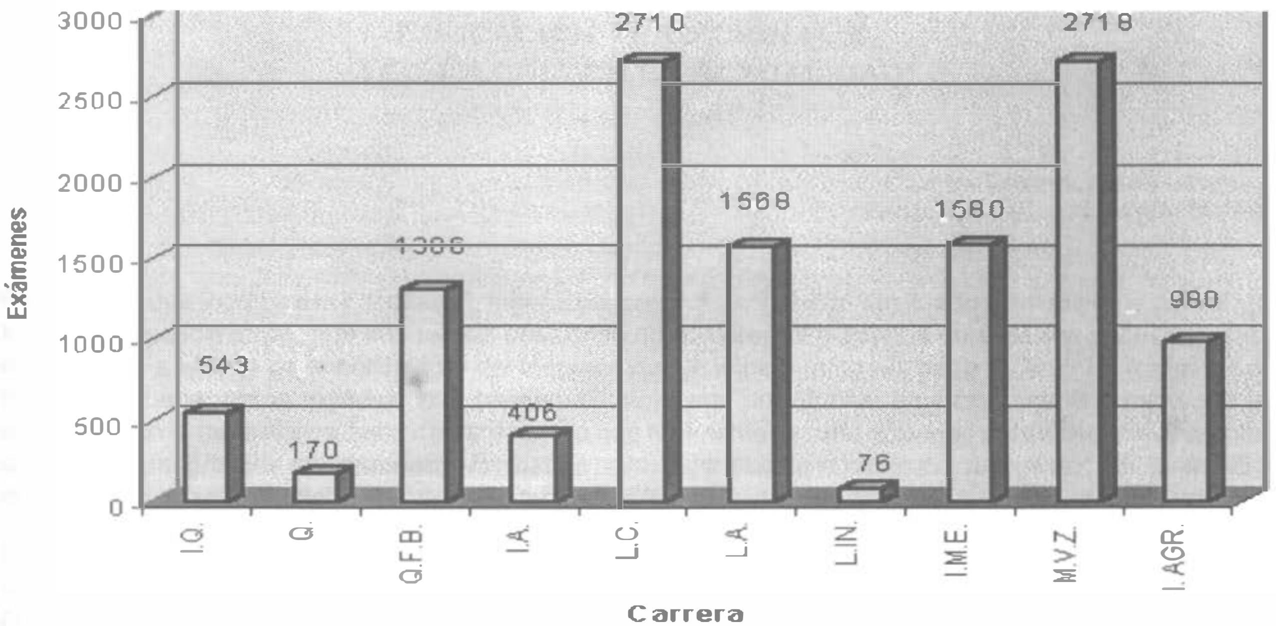
Muestra estadística de inscripción de primer ingreso y reingreso de la carrera de IME del sem. 90-I al sem. 01-II.



Estadística General de Titulación de la Carrera de IME de 1978 a la fecha.



Estadística General de Titulación de 1978 a la fecha para todas las Carreras de la FES-C.



--- o ---

EDUCACIÓN TRADICIONAL Y TECNOLOGÍA EN LA ACTUALIDAD

LEDA SPEZIALE SAN VICENTE
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

El estudiante que ingresa a la Facultad de Ingeniería, con frecuencia está habituado a estudiar memorizando fórmulas y procedimientos que en muchas ocasiones no comprende ni conoce de ellos sus bases teóricas; esto, aunado a la falta de conocimiento del lenguaje que le impide tanto pensar y razonar en forma clara, fluida y ordenada, como expresar sus pensamientos, y aun sus dudas, en forma precisa, hace que el aprendizaje de la matemática, lejos de parecerle lo que realmente es: una actividad del intelecto interesante, divertida, útil y sobre todo **enormemente formativa** para el ejercicio de la profesión de ingeniería en cualquiera de sus ramas; le resulta, dicho aprendizaje, tedioso, difícil e incierto respecto a su utilidad en el futuro.

Por una parte, es importante insistir en que el estudio de la matemática requiere de manera fundamental, del conocimiento y manejo adecuado del lenguaje. Pensamos con palabras y la matemática es actividad del pensamiento. Sin el lenguaje apropiado es imposible comprender las definiciones precisas de los conceptos, ni tampoco razonar ni entender los procesos matemáticos con claridad y fluidez.

Por otra parte, es un reto para los profesores que participamos en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas para ingenieros, el lograr que el estudiante de nivel superior se convenza de lo necesario que es un cambio en sus hábitos de estudio: de memorización a comprensión; de tratar de resolver **muchos** problemas **tipo** por repetición de un procedimiento a resolver **pocos** ejemplos, pero, en cada uno, detenerse a analizar cada paso, preguntándose si es posible resolver el mismo problema de otra manera, en caso de serlo, cuál es más conveniente, el porqué de esa conveniencia, cómo cambiaría el método de resolución si alguna información o dato cambiara y los distintos pasos a seguir en este caso. En resumen, hacer de cada ejemplo un verdadero estudio y análisis lo más profundo posible. El día que los alumnos estudien de esa manera, estarán realmente aprendiendo matemática, les parecerá útil, agradable, interesante, sentirán que ellos la están inventando y con ella adquirirán las herramientas indispensables para entender, asimilar y aplicar tanto las tecnologías actuales, como los fuertes cambios que se están presentando y seguirán presentándose en las tecnologías.

Un caso notorio de la mecanización sin comprensión se percibe en el estudio, por parte de los alumnos, de la demostración por inducción matemática que, generalmente, se trata en las primeras semanas de clases en las escuelas de ingeniería. Esta demostración, aplicable sólo a expresiones que involucran a una variable cuyo dominio es el conjunto de los números naturales, requiere del conocimiento y comprensión de los Postulados de Peano, que constituyen una forma de definir al mencionado conjunto de los naturales. De estos postulados, al quinto suele llamársele "Principio de Inducción" ya que en él está basada la demostración. Pero, los estudiantes raras veces han entendido ese postulado, sólo memorizan con gran esfuerzo y sin frutos a futuro, los pasos realizados en los ejemplos vistos en clase o en los presentados en los libros de texto. Con eso, que ellos llaman **estudio**, tal vez logran su objetivo inmediato que es aprobar el examen pero, no **han** obtenido el objetivo real de esta pequeña parte de la matemática: 1° poder, como resultado de diferentes observaciones de un fenómeno, plantear una proposición e investigar si ella es válida para todos los valores naturales de la variable o sólo para algunos que son los correspondientes a las observaciones y, 2° desarrollar la capacidad de ingenio para aislar la hipótesis de inducción en la proposición relativa al valor siguiente.

Debemos preguntarnos por qué es tan difícil lograr el cambio de hábitos en los estudiantes. Yo creo que las razones son varias: una es la natural resistencia al cambio que tiene el ser humano; otra, muy importante, es lo difícil que resulta elaborar exámenes (en general instrumentos de evaluación del aprendizaje) con reactivos originales, diferentes a los presentados en la mayoría de los textos, sin que resulten demasiado complicados y laboriosos con lo cual, aun sin desearlo, propiciamos que el estudiante memorice los problemas "tipo" sin entenderlos ni asimilar el porqué ni el para qué del contenido matemático involucrado en esos problemas tipo. Esta situación provoca que el **seudoestudio** sea inútil, tiempo perdido, ya que con frecuencia, pronto se olvidará y sin haberlo utilizado. Otra razón es, quizá, que los programas de la mayoría de las asignaturas de matemáticas son muy ambiciosos, demasiado extensos en contenidos, y el tiempo que se dispone para cubrirlos es demasiado corto. Tal vez, sería más conveniente tener menos temas, sólo los fundamentales para la licenciatura, y desarrollarlos con mayor profundidad, propiciando que los estudiantes razonen, analicen sus antecedentes, así como la relación entre los diferentes temas de la asignatura y los de otras asignaturas, . para esto es necesario mayor tiempo, sin embargo, es un tiempo mejor aprovechado; para los alumnos, el aprendizaje resultaría más interesante, más útil y más formativo. Con programas muy extensos y disponiendo de poco tiempo, se induce a los profesores poco responsables, a no cubrir todos los temas (pésimo para los estudiantes), o a impartirlos como una **colección de recetas** que, para los alumnos no es mejor que lo anterior y resulta muy aburrido.

En alguna ocasión me comentaron que para un ingeniero es muy importante el conocimiento de "las matemáticas superiores", en ese momento respondí, y lo sigo pensando ahora, que es **más** importante conocer y entender muy bien "las matemáticas inferiores".

El conocimiento de la tecnología moderna y de sus instrumentos (desde la calculadora más sencilla hasta las computadoras más sofisticadas), así como su uso oportuno y adecuado en la actualidad es indispensable para el ejercicio de la profesión de un ingeniero. El estudiante debe empezar a adquirir este conocimiento desde los primeros semestres de su carrera. Sin embargo, el equilibrio entre la formación teórica de conceptos y el empleo de instrumentos es muy importante.

La herramienta **fundamental** en toda profesión y más aún, en la de cualquier rama de la ingeniería es el **ingenio**, la capacidad de razonamiento lógico y congruente. El estudio de la matemática, de sus bases, sus conceptos (los mismos que se han manejado esencialmente por decenas de años) es una manera de ejercitar la capacidad, tanto de entendimiento y comprensión, como del alcance y limitaciones de las tecnologías modernas. La comprensión de la matemática se basa en el desarrollo y análisis de las diferentes etapas de un procedimiento. El abuso, desde los primeros niveles de la formación, de los instrumentos que producen resultados rápidos y fáciles, induce al estudiante a no razonar, a insistir en su "método de estudio" basado en la repetición.

El abuso en el empleo de una simple calculadora ocasiona que el estudiante pierda la noción de lo que está calculando. Suele suceder que al efectuar una operación aritmética en la calculadora se proporciona la información errónea, si no se tiene una idea aproximada del resultado, **no** se percibe el error ni se corrige. La idea aproximada se obtiene cuando se conocen las *propiedades* de las operaciones y al menos algunas veces se ha reflexionado respecto a ellas. Por consiguiente es indispensable que en clase se efectúen problemas en los que, sin calculadora ni otro instrumento, se obtenga un resultado aproximado para que el estudiante adquiera criterio sobre lo que está haciendo y no confíe *ciegamente* en los instrumentos manejados por un ser humano con la inherente posibilidad de error.

--- o ---

RESEÑA HISTÓRICA SOBRE LOS APOYOS DIDÁCTICOS UTILIZADOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNAM

ENRIQUE ARENAS SÁNCHEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
earenass@hotmail.com

LUIS CÉSAR VÁZQUEZ SEGOVIA
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
cesar_v_segovia@correo.unam.mx

RESUMEN

Desde hace más de treinta años el personal académico de la División de Ciencias Básicas, de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, ha desarrollado diferentes tipos de materiales para apoyar el aprendizaje de sus alumnos.

La presente ponencia tiene como objetivo mostrar algunos de los materiales que se han elaborado a lo largo del tiempo para apoyar a las asignaturas de matemáticas básicas como son: Modelos y Prototipos, audiocasetes, Cuadernos de ejercicios, programas tutoriales, simuladores y vídeos.

A lo largo del tiempo en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, el personal académico y las autoridades se han preocupado por contar con los recursos didácticos necesarios, para transmitir el conocimiento.

Es conveniente recordar, que uno de los principales objetivos de la enseñanza es ampliar el campo de experiencia del estudiante.

El ser humano adquiere el conocimiento mediante la realización de actividades como análisis, síntesis, generalización y abstracción; a través de una interacción de estímulos externos y de condiciones internas. Los sentidos de la vista, el oído y el tacto juegan un papel relevante en el aprendizaje.

Un ambiente ideal para que el proceso enseñanza - aprendizaje se realice adecuadamente debe incluir una aula bien iluminada, ventilada, y agradable, además de contar con los avances tecnológicos tales como:

- Cañón de proyección con computadora
- Videocasetera
- Computadoras en cantidad suficiente
- Material didáctico necesario

En la mayoría de las instituciones no es posible contar con este ambiente y los recursos didácticos al 100%, situación que repercute en una desmotivación del personal académico.

Sin embargo esta situación no debe ser un obstáculo para que el proceso de transmisión de conocimientos se realice, se debe considerar como una oportunidad para utilizar la creatividad y con los recursos que se tengan disponibles diseñar los materiales didácticos necesarios para apoyar la actividad docente y optimar las condiciones en el aula.

Para la elaboración de material didáctico es necesario que el personal que intervenga en su preparación conozca perfectamente el concepto que se desea presentar y se apoye en un grupo de trabajo que maneje las nuevas *tecnologías, para lograr una mejor transmisión del conocimiento.*

En la División de Ciencias Básicas (DCB) de la Facultad de Ingeniería, UNAM, desde hace tiempo se trabaja en la elaboración de materiales didácticos y a la fecha se cuenta entre otros con:

MODELOS

Para la asignatura de Geometría Analítica se tienen modelos en acrílico, madera y papel, en los que se muestran: representaciones del espacio de dimensión tres con sus correspondientes octantes, el sistema de coordenadas polares y esféricas.

Uno de estos modelos se utiliza para presentar los conceptos de plano y recta y sus relaciones entre ellos. Este material es un apoyo para la presentación de los conceptos de paralelismo, perpendicularidad y ángulo entre planos, entre rectas y entre rectas y planos. También este modelo auxilia en la presentación del concepto de recta de intersección entre dos planos y punto de intersección entre una recta y un plano.

AUDIOCASETES

Existe actualmente un audiocasete para el subtema de Polinomios, el cual forma parte de la asignatura Álgebra que se imparte en esta Facultad.

El audiocasete contiene los conceptos básicos de polinomios y viene acompañado de un complemento impreso que contiene información de apoyo al casete; de tal manera que el estudiante puede conocer, estudiar y recordar los conceptos básicos de polinomios casi en cualquier lugar, utilizando los audífonos con los cuales escuchan su música predilecta y aprovechando los tiempos de transporte de la escuela a su casa y viceversa, el tiempo entre clases, etc.

CUADERNOS DE EJERCICIOS

Se dice que para aprender matemáticas es necesario hacer muchos ejercicios y después hacer más ejercicios.

Con el objeto de realimentar el aprendizaje y la seguridad de los estudiantes se elaborarán cuadernos de ejercicios.

El estudiante que emplea este recurso puede aprender a identificar el problema, examinar los datos proporcionados y generar una solución.

Actualmente en la División de Ciencias Básicas, existe y se están preparando obras que apoyen a las diversas asignaturas que se imparten en ella.

En general los cuadernos de ejercicios son una colección de ejercicios cuya resolución es presentada paso a paso hasta llegar a la solución y otra colección de ejercicios con solución para que el estudiante los resuelva y se autoevalúe.

Series de ejercicios. Están formadas por un conjunto de ejercicios propuestos de nivel similar al utilizado en los exámenes departamentales. Estas series tienen la peculiaridad de ser diferentes semestre a semestre con el fin de evitar en lo posible que los alumnos recopilen las soluciones del semestre anterior, lo anterior es posible al contar con un banco de reactivos previamente capturados y clasificados.

Sólo en algunas de las asignaturas del área de Matemáticas Básicas se elabora dicho material.

ENSEÑANZA ASISTIDA POR COMPUTADORA

Computadoras personales.- Otro recurso es utilizar una computadora personal para presentar, realimentar y evaluar los conceptos de las asignaturas que se imparten.

La ventaja del uso de computadora es su naturaleza interactiva.

En general esta actividad se realiza con un profesor y uno o más estudiantes interesados en la elaboración de este tipo de material, con el objetivo de preparar un material acorde con las necesidades de los alumnos y con los recursos con que cuenta la institución.

Programas tutoriales

En este campo existen y se están elaborando programas tutoriales para apoyar el aprendizaje, entre otros se cuenta: el tutorial de espacios vectoriales para la asignatura de Álgebra Lineal, otro de Matrices y Determinantes para Álgebra; en 1997 se concluyó un trabajo de tesis "Aplicaciones de Multimedios y Tutoriales en la enseñanza del tema de Matrices y Determinantes" que consiste en programa de computadora que permite al personal académico elaborar tutoriales en un ambiente Windows y un ejemplo de aplicación que corresponde al tema de Matrices y Determinantes.

Simuladores

Otra opción utilizando la computadora es la elaboración de simuladores, actualmente en la DCB se cuenta con un simulador de superficies, tema que se imparte en la asignatura Geometría Analítica, en el cual se presenta un menú con ejemplos de superficies previamente programadas y permite visualizar la superficie cambiando la posición del observador. El programa está diseñado de tal manera que permite simular en una pantalla de computadora una superficie en tres dimensiones.

Videos

Otro recurso es la elaboración de videos en donde, con el apoyo de imágenes, gráficas y la presencia del profesor, se hace la presentación de diversos temas, de modo que pueda ser reproducida en cualquier momento.

En los párrafos anteriores se ha listado los trabajos realizados para apoyar las asignaturas de matemáticas, pero que ha pasado con estos esfuerzos.

El recurso más utilizado es el cuaderno de ejercicios; con el cual el profesor se apoya para asignar tareas a sus alumnos y por otra parte los estudiantes tienen en este material una gran colección de ejercicios para practicar por su cuenta.

En lo que se refiere a los demás materiales presentados han sido utilizados por pocos profesores. Se requiere difundir los materiales y apoyar el uso de nuevas tecnologías.

Es necesario preparar actividades para profesores en donde se les muestre el material y se le enseñe en caso de ser necesario el uso de: el equipo de cómputo, paquetes didácticos elaborados por la institución, el software comercial, etc.

En adición a lo anterior se propone la elaboración de práctica por asignatura empleando paquetes de cómputo comerciales. El objetivo de esta exposición es motivar a estudiantes, personal académico e instituciones para elaborar y utilizar material didáctico acorde con las condiciones y recursos de cada institución.

Asimismo pretende solicitar el apoyo de las instituciones y organismos involucrados para que profesores y estudiantes cuenten con el tiempo y recursos materiales para llevar a cabo estas actividades.

--- o ---

ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS VIGENTES ENTRE 1971 Y 2001 PARA TODAS LAS CARRERAS DE LICENCIATURA EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNAM, PARA ESTABLECER SU EVOLUCIÓN

JUAN URSUL SOLANES
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
<ursul@servidor.unam.mx>

RESUMEN

La hipótesis de la que parte este análisis es que los cambios dados a los programas de estudios de las asignaturas relacionadas con las matemáticas en las carreras de licenciatura de la Facultad de Ingeniería **no han cambiado sustancialmente**, ni en sus contenidos ni en el tipo de apoyos didácticos y muy poco en apoyos bibliográficos.

La ponencia presenta **una comparación directa** entre el conjunto de conocimientos establecidos, así como todas las variables didácticas y pedagógicas establecidas en los programas de estudio vigentes entre 1971 y 2001, sin estudiar su evolución ni pretende explicarla. No pretende cuestionar si son pertinentes para las carreras de ingeniería.

La comparación de los programas se contrasta con **el estado de las herramientas de cómputo** (incluyendo computadoras, calculadoras científicas y las redes como Internet) consideradas exclusivamente en su función de apoyo didáctico para la enseñanza de las asignaturas de matemáticas.

ANTECEDENTES

Con la profunda reforma a la función docencia que realizara en 1967 el Ing. Javier Barros Sierra al modificar los reglamentos generales de Estudios Técnicos y Profesionales, Inscripciones y Exámenes transformando el ciclo escolar de anual a semestral, eliminando los conceptos de límites (3, 5 y 10 reprobadas para ser dado de baja), haber - de hecho - quitado las calificaciones reprobatorias de los promedios, haber flexibilizado el ingreso cambiando límites de exigencia estrictamente académica por concursos de ocupación contra cupos máximos siendo ocupadas las primeras plazas por aspirantes provenientes de nuestro bachillerato universitario (9 planteles de la Escuela Nacional Preparatoria, exclusivamente), con esa reforma la universidad acelera su cambio para convertirse en una institución de masas.

Con un lamentablemente sangriento fin a un movimiento estudiantil nacional de 1968 que exigía cauces para expresar sus aspiraciones democráticas, la Facultad de Ingeniería se encuentra en 1971 y 1972 revisando los contenidos de sus planes de estudio bajo la atinada dirección del Dr. Juan Casillas, quien años después sería Rector de la Universidad Autónoma Metropolitana que estaba en esos tiempos naciendo.

En dichas revisiones muy poco se cambió en las asignaturas que entonces constituían un real tronco común de todas las carreras que se impartían en nuestra facultad y que eran coordinadas por el Departamento de Materias Propedéuticas.

En este trabajo presento todas las asignaturas relacionadas con las matemáticas orientadas a la formación de los aspirantes a ingenieros de la década de los años setenta. Cabe aclarar que dada la confianza depositada en el autor por parte de las autoridades de aquellos años inicié mi carrera docente - aun antes de concluir formalmente mis estudios - como profesor de Matemáticas II el 1° de marzo de 1971.

LA COMPARACIÓN

Lo primero que puedo constatar al revisar el documento sintético aprobado por el Consejo Universitario el 20 de octubre de 1972 es que las autorizaciones iban tan despacio como en la actualidad, en aquella Institución de educación superior, pues el Consejo Técnico de la Facultad había aprobado las modificaciones en diciembre de 1971.

Como se puede observar en las tablas comparativas del ANEXO, en 1972 había 7 asignaturas relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas (a saber: una Álgebra, cuatro Matemáticas, una Métodos Numéricos y una Probabilidad y Estadística) con un total de 63 créditos que por ser asignaturas exclusivamente teóricas representaban 126 horas a la semana repartidos en los cuatro primeros semestres de todas las carreras.

Todas eran explícitamente teóricas y obligatorias. Había una excepción en el caso de Métodos Numéricos en la cual se enseñaba lenguaje FORTRAN de programación y por lo tanto requería de utilizar tarjetas perforadas para procesar programas elementales que respondían a los algoritmos de solución numérica dejados como tareas a los alumnos.

El equipo que entonces utilizábamos los pocos universitarios interesados en el cómputo era una Bourroughs 5500 radicada en el CIMASS. Era un equipo central con un solo procesador, con sólo lectura por tarjetas perforadas de 80 caracteres y los resultados se obtenían en hojas de papel de 160 caracteres de ancho en impresoras rápidas. Basta recordar que en un momento que dicho equipo fue el único en la Universidad y en él confluíamos tanto investigadores, profesores, alumnos como empleados administrativos. En él se sacaba simultáneamente la nómina, las primeras inscripciones, las investigaciones de los institutos y los trabajos en FORTRAN, COBOL y ALGOL de profesores y alumnos.

Por supuesto que no habían terminales remotas (1980), ni computadoras personales (1984), ni procesadores de palabra (1981), ni hojas de cálculo (1986), ni mucho menos software dedicado a matemáticas como MAPLE, MATEMATICA o DERIVA (1990). Había solo los primeros intentos de Programas Estadísticos (SPSS). Mucho menos no se concebían las redes (como INTERNET) ni en los laboratorios de investigación más avanzada (en México, al menos).

Respecto al cálculo científico portátil el uso intensivo se centraba entonces en las reglas de cálculo, sin embargo en México en 1969 yo pude comprar una calculadora científica rudimentaria de marca NESA (Novedades Electrónicas S.A.) modelo conocido como REGLA DE CÁLCULO ELECTRÓNICA, que por supuesto fue inmediatamente prohibida por bastantes profesores por que impedía pensar bien en el resultado a diferencia de las reglas comunes que obligaban a definir correctamente donde iba el punto. No importaba, si un coseno podía calcularse con diez cifras significativas en ves de los errores del 8 % de las reglas (dicho error era si la regla era del tamaño estándar y sólo cuando salía la regleta por la derecha, porque si salía por la izquierda el error era mayor, considerando también la deficiencia óptica del usuario). En los años setenta se ofrecieron un sinnúmero de calculadoras científicas como la serie 20 de HP y la serie 40 de TI. En la década de los ochenta surgieron las calculadoras programables como la 58 y 59 de TI y la 41 de HP. Tenían medios magnéticos y de comunicación elementales pero lo más importante es que ya ofrecían paquetes de resolución de problemas de ingeniería en los más diversos formatos, chips, barras ópticas, etc.

ANÁLISIS COMPARATIVO ELEMENTAL

Si observamos el ANEXO nuevamente hoy las matemáticas para ingenieros han ampliado en cobertura y profundidad, a saber son 11 asignaturas (en vez de 7, hace casi 30 años) con 85 créditos asociados (en vez de 63) que representan 170 horas por semana (en vez de 126) a lo largo de los cinco primeros semestres (en vez de los cuatro primeros). Los alumnos sin duda están hoy mejor preparados en la cobertura de los conocimientos científicos, porque muchos contenidos que sólo manejaban los matemáticos de la Facultad de Ciencias hace 30 años hoy tienen sentido sobre todo para las carreras que se han expandido más aceleradamente como las relativas a electrónica, computación y telecomunicaciones aunque esta revolución de la información se ha metido con todas las carreras de ingeniería, sin duda.

Pero si observamos detenidamente seguimos enseñando dichas asignaturas igual que hace treinta años.

El formato no ha evolucionado absolutamente en nada. Sigue siendo la clase con gis, borrador y pizarrón verde (o plumón, borrador y pizarrón blanco). Ha habido algunos intentos no continuados de exponer la clase con medios audiovisuales un poco más elaborados como el retroproyector y la filimina. Algunos profesores más interesados ocasionalmente utilizan alguna proyección en Power Point.

Pero prácticamente nadie se aventura a utilizar como elemento didáctico el uso intensivo y obligatorio (como parte integrante del programa de estudios) de las nuevas calculadoras gráficas-programables como la HP49G que tienen poderosas funciones como la derivación, integración, transformaciones de Laplace en código simbólico, además de un número inmenso de aplicaciones estadísticas y numéricas.

No se hable del uso corriente y explícito de MAPLE, o MATEMATICA, o DERIVA para la resolución de todo tipo de problema matemático. Baste decir que en el Instituto de Matemáticas de la UNAM (como todos los del mundo) el uso de este tipo de software es indispensable para la investigación matemática de frontera.

Parece que estamos todavía a años luz de utilizar de forma cotidiana los poderosos buscadores en INTERNET como GOOGLE que nos llevan a los cientos de portales desarrollados en las universidades norteamericanas y europeas que resuelven con ventanas TODOS y quiero ser enfático, ABSOLUTAMENTE TODOS los problemas de ingeniería que un alumnos puede necesitar durante su carrera de licenciatura.

Tal parece que para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, el mundo sigue siendo el mismo que hace treinta años y que no hay otra forma de lograr algo que muchas veces se nos olvida, y es el APRENDIZAJE motivado de unos alumnos que la mayoría de ellos tiene clave de e-mail para comunicarse con otros humanos en SINGAPUR o en NEPAL o en ISRAEL y no digamos con la REPÚBLICA CHECA o SEATLE, que hace varios años juegan, investigan y leen sobre equipos de cómputo o juegos como NINTENDO, SEGA o GAME BOY. Que utilizan la red para encontrar pareja, para jugar PARCHIS o para hacer NEGOCIOS.

Sin embargo, a pesar de lo anterior, el alumnos no puede ser capaz de aprender utilizando estos medios, según la opinión de algunos profesores, porque se puede volver un "MECANICISTA" o "RECETERO". Me niego rotundamente a pensar que nuestros alumnos sean menos inteligentes que nosotros y que no sean capaces de aprender distinguiendo entre el fondo y la forma.

Estoy convencido que se debe impulsar una reforma profunda en la forma como estamos enseñando las matemáticas para ingenieros. Se debe considerar en el diseño curricular no sólo los contenidos sino qué medios tenemos a nuestro alcance, qué técnicas pedagógicas podemos utilizar, qué perfil de alumno tenemos en nuestros salones, con qué métodos de educación a distancia disponemos para reforzar el aprendizaje escolarizado y sobre todo un cambio de mentalidad y actitud en todos los aspectos centrado antes en el APRENDIZAJE que en la ENSEÑANZA. Ahí radica, según mi parecer, la clave de la discusión.

ANEXO

Plan de Estudios de Ingeniero Geofísico aprobado por Consejo Universitario el 20 de octubre de 1972 al 9 de julio 1998.

1971 Asignatura	Programa	2001 Asignatura	Programa
Álgebra (9)	Sistemas algebraicos. Espacios vectoriales. Números complejos. Espacio vectorial de los polinomios. Espacio vectorial de funciones. Transformaciones lineales. Sistemas de ecuaciones lineales simultáneas. Matrices y determinantes. Sucesiones y series.	Álgebra (9)	Números reales. Números complejos. Polinomios. Sistemas de ecuaciones lineales. Matrices y determinantes. Estructuras algebraicas.
		Algebra Lineal (6)	Espacios vectoriales. Espacios con producto interno. Transformaciones lineales.
Matemáticas I (9) (Geometría Analítica y Cálculo Integral).	Segmentos dirigidos y espacios cartesianos. El plano y la recta. Ecuaciones polares. Superficies. Integral definida e indefinida. Métodos de integración.	Geometría Analítica (6)	Sistemas de referencia. Álgebra vectorial. La recta y el plano. Curvas. Superficies
		Cálculo II (9)	Las integrales definida e indefinida. Funciones logaritmo y exponencial. Métodos de integración y aplicaciones. Funciones escalares de dos o más variables. Derivación y diferenciación de funciones escalares de dos o más variables.
Matemáticas II (9) (Cálculo diferencial)	Variables y funciones. Límites y continuidad. Derivada y primeras fórmulas de derivación. Derivadas de funciones trascendentes. Derivadas de orden superior. Aplicaciones de la derivada. Variación de funciones. La diferencial y sus aplicaciones.	Cálculo I (9)	Funciones. Límites y continuidad. La derivada y alguna de sus aplicaciones. Variación de funciones. Sucesiones y series.
Matemáticas III (9) (Campos vectoriales)	Derivación y diferenciación de funciones de varias variables. Campos vectoriales. Máximos y mínimos para funciones de dos variables independientes. Integrales curvilíneas. Integrales múltiples.	Cálculo III (9)	Extremos para funciones de dos o más variables. Funciones vectoriales. Integrales de línea. Integrales múltiples.
Matemáticas IV (9) (Ecuaciones diferenciales)	Conceptos diferenciales. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas y no homogéneas con coeficientes constantes. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Transformada de Laplace. Solución numérica de ecuaciones diferenciales. Ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden.	Ecuaciones Diferenciales (9)	Ecuaciones diferenciales. Ecuaciones diferenciales de primer orden. Ecuaciones diferenciales lineales. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Transformada de Laplace. Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales.
		Matemáticas Avanzadas (6)	Variable compleja. Análisis de Fourier.

Métodos Numéricos (9)	Computadoras digitales. Elementos de un superlenguaje algebraico. Fortran. Solución numérica de ecuaciones. Sistemas de ecuaciones lineales. Aproximación polinomial.	Métodos Numéricos (9)	Aproximaciones numéricas y errores. Solución numérica de ecuaciones algebraicas y trascendentes. Solución numérica de sistemas de ecuaciones lineales. Interpolación, derivación e integración numéricas. Solución numérica de ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales. Solución numérica de ecuaciones en derivadas parciales.
Probabilidad y Estadística (9)	Probabilidad. Distribuciones teóricas de una variable. Distribución empírica de una variable. Muestreo. Estimación y decisiones. Muestras pequeñas. Regresión y correlación.	Probabilidad (7)	Conceptos básicos. Fundamentos de la teoría de la probabilidad. Variables aleatorias. Variables aleatorias conjuntas. Modelos analíticos de fenómenos aleatorios discretos. Modelos analíticos de fenómenos aleatorios continuos.
		Estadística (6)	Conceptos básicos de estadística. Estadística descriptiva. Conceptos básicos de la inferencia estadística. Distribuciones muestrales. Estimación puntual de parámetros poblacionales. Estimación de parámetros por intervalos de confianza. Pruebas de hipótesis. Regresión y correlación.

--- o ---

USO DE LA NUEVA TECNOLOGÍA Y MÉTODOS ALTERNATIVOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

ORLANDO ZALDÍVAR ZAMORATEGUI
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
zazor1@fi-b.unam.mx

RESUMEN

A través del uso de tecnologías y métodos adecuados, se generan nuevas situaciones por medio de las cuales el alumno construye un conocimiento matemático más significativo. Las nuevas tecnologías han venido a enriquecer los recursos didácticos que influyen directamente en el proceso educativo. Es necesario hacer el recuento de las nuevas tecnologías y métodos alternativos para que el docente tenga un panorama más amplio y maneje alternativas didácticas en función de los objetivos de aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

Es importante tener presente el papel que juegan la tecnología y los métodos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Dentro de la didáctica y las metodologías para los docentes, e incluso para la autoformación, resulta altamente significativo el uso de nuevas tecnologías que ejercen diferentes roles dentro del proceso, según el enfoque correspondiente. Evidentemente la tecnología viene a romper viejas barreras que impiden, en muchos casos, que diversos conceptos y aplicaciones matemáticas, resulten comprensibles para el alumno. No basta adquirir el conocimiento matemático, es determinante comprenderlo y para el caso de las ingenierías, su aplicación resulta indispensable. A través del uso de tecnologías y métodos adecuados, se generan nuevas situaciones por medio de las cuales el alumno construye un conocimiento matemático más significativo. Las nuevas tecnologías han venido a enriquecer los recursos didácticos que influyen directamente en el proceso educativo.

Es necesario hacer el análisis, el estudio y la revisión de las nuevas tecnologías y métodos alternativos para que el docente tenga un panorama más amplio y maneje alternativas didácticas en función de los objetivos de aprendizaje. Hablar de sistemas interactivos donde el alumno tenga el control de los mismos para analizar y entender los conceptos matemáticos, es un aspecto sumamente importante. No cabe duda que la nueva tecnología y los métodos alternativos enriquecen sustancialmente la labor del docente. Los métodos deben hacer referencia a los procesos deductivos e inductivos y a partir de ellos crear un espectro metodológico más amplio, el cual se puede precisar.

ENFOQUE METODOLÓGICO

Para la comunicación de las ideas matemáticas podemos distinguir tres diferentes concepciones, es decir, tres formas de transmitir los contenidos matemáticos a los alumnos: la pedagogía impresionista, la pedagogía expositiva y la pedagogía dinámica.

Así, podemos hablar de la teoría constructivista, la teoría instructivista, la investigación-acción, estructuralismo, técnica basada en la solución de problemas, etc. Los beneficios que se obtengan al aplicarlos estarán en función de la capacidad que se tenga en su manejo y adecuación. Los aspectos de graficación, modelado, simulación y otros en ingeniería, son más sencillos de explicar, comprender y aplicar con el uso de los recursos adecuados. De acuerdo con este universo, la nueva tecnología puede ser un agente de cambio o convertirse en un obstáculo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Su dominio por parte del docente es indispensable. Las nuevas tecnologías involucran sistemas de simulación y modelado, manejo y comprensión de diferentes fenómenos, software adecuado, sistemas computacionales, sistemas de comunicaciones, correo electrónico, internet, sistemas multimedia y virtual, educación a distancia, etc., que sin el apoyo de estos recursos difícilmente el alumno llega a comprender la problemática propia del área de conocimiento. Las nuevas tecnologías le permiten al estudiante tener experiencias matemáticas que enriquecen su formación. No puedo imaginarme a la enseñanza de geometría analítica o cálculo, sin el apoyo de un software para la graficación de funciones, por ejemplo. Así, para los estudiantes de ingeniería es indispensable desarrollar un pensamiento geométrico para lograr la intuición espacial. El uso de tutoriales y otros elementos computacionales, enriquecen también la labor docente.

Por lo tanto, el equipo formado por el profesor, la metodología, la tecnología y el estudiante puede cambiar ciertos enfoques con beneficios directos, primero en el proceso didáctico y, en consecuencia, en el manejo del concepto matemático. Es evidente que la tecnología educativa por sí sola no podrá dar sustento al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; pero es factible esperar mejores resultados con ella que sin ella. No perdamos de vista que el profesor sigue siendo el guía del proceso, pero la tecnología también ayuda.

LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS

El uso de las nuevas tecnologías puede enriquecer el trabajo docente. Por una parte facilitan el trabajo mecánico y de cálculo numérico, por ejemplo, que en ocasiones roba tiempo, el cual puede ser aprovechado de una mejor manera. Sin embargo, tal vez por desconocimiento no hemos sabido usar los recursos computacionales y de comunicación en las actividades docentes.

Es cierto el hecho de que se requiere un esfuerzo adicional por parte de los profesores para adaptar las nuevas tecnologías a sus actividades docentes, pero también es cierto de que si conociesen a fondo los beneficios que esto les traerá, tal vez ya no lo piensen tanto y acepten el reto de innovar. En este sentido la facultad les puede proporcionar diferentes servicios. Uno, quizás, el primero dar a conocer las ventajas y desventajas de las nuevas tecnologías. Segundo, proporcionar el material existente en especial software, tutoriales, etc. Y si el profesor así lo considera, puede solicitar la capacitación para generar su propio material y si no tiene tiempo para ello que una unidad de la facultad se encargue de hacerlo. Considero que se puede implementar todo un programa para la generación de material de acuerdo con las especificaciones de los profesores. O que el mismo profesor se capacite para hacerlo.

PROPUESTA PARA SU REALIZACIÓN

¿Cómo lograr este objetivo? Una forma de lograrlo es que los alumnos de ingeniería en computación, por citar una opción, dentro de sus proyectos, seminarios, trabajos de tesis o servicio social, desarrollen este tipo de material. Se podrían crear grupos multidisciplinarios integrados por ingenieros, profesores, pedagógos, diseñadores gráficos, alumnos, etc. El beneficio sería múltiple, ya que, en primera instancia se desarrollarían los sistemas necesarios, es decir, se daría solución a un problema específico de ingeniería; el alumno pondría en práctica sus conocimientos para el desarrollo de proyectos; si el producto es de calidad, serviría como trabajo de tesis; adquisición de conocimientos y experiencias; etc.

Con algunos procesos automatizados, el profesor y sus alumnos podrán dedicar más tiempo al análisis y diseño, que son a fin de cuentas, el meollo del asunto para encontrar las soluciones a los problemas propios de la ingeniería. Así, las nuevas tecnologías se convierten en recursos para incrementar la creatividad.

La aplicación de nuevas tecnologías enriquece los recursos didácticos disponibles para el profesor, ya que por medio de ellos presentaría y explicaría de manera gráfica algunos conceptos que, de otra manera, serían muy abstractos para el alumno. Por otra parte, la comprobación y simulación de diferentes fenómenos son manejados y presentados de acuerdo con lo que se pretenda demostrar. El profesor y el alumno lograrían cierta independencia para la confirmación o reforzamiento conceptual. Los dos tendrían la posibilidad de trabajar en tiempos distintos y los logros de aprendizaje serían mejores. Con estos recursos la participación sería más activa y creativa por parte de los dos. El alumno tendría un laboratorio basado en software, por ejemplo, donde pondría a prueba sus conocimientos o los reforzaría y lograría aplicaciones en problemas simulados. Con esto, el alumno pondría en práctica sus conocimientos, experimentaría, probaría hipótesis, demostraría si su razonamiento es válido o no, y obtendría conclusiones más sólidas. Estaría construyendo su propio conocimiento.

Si así se quiere ver, se lograría cierta individualización del proceso de enseñanza-aprendizaje en el alumno, lo que traería como consecuencia para él un incremento en su motivación, interactividad, dinamismo y creatividad. De alguna manera el alumno ajustaría ciertas actividades de reforzamiento, aclaración de dudas, planteamiento de nuevas hipótesis, de acuerdo con su propia iniciativa y situación personal.También el alumno aprendería a aprender.

Para lograr lo anterior, es necesario desarrollar una cultura computacional para explotarla al máximo. Sin embargo, es indispensable que el profesor conozca las ventajas y desventajas de las nuevas tecnologías. No es posible su aplicación en todos los casos.

PRECISAR ALCANCES Y RIESGOS

Los extremos son malos, ya que si se pretende sustituir la actividad del profesor con una "enseñanza virtual" entonces seguro estoy de que los resultados que se obtengan no serán los adecuados.

Las nuevas tecnologías deben estar en función de los métodos que use el profesor para el desarrollo de sus estrategias docentes.

Considero que las nuevas tecnologías y la enseñanza de las matemáticas tienen una relación natural. Unas son producto de las otras. Nuestros laboratorios de cómputo podrían convertirse en verdaderos sitios donde los alumnos pusieran en práctica sus conocimientos matemáticos para llevar a cabo una serie de acciones, como simulaciones, pruebas, hipótesis, etc.

Por otra parte, los materiales estarían a disposición de los alumnos en discos compactos o en la red. El uso de las nuevas tecnologías vendría a sumarse a las bibliotecas, asesorías, tutorías, etc., que actualmente funcionan en nuestra facultad.

No es necesario crear laboratorios específicos de apoyo a la enseñanza de las matemáticas; simplemente usemos los que ya existen, pero dotémoslos del suficiente material para que los profesores y alumnos los exploten al máximo. Por otra parte, la mayor parte de nuestros alumnos ya cuentan con un acceso seguro a equipo de cómputo, ya sea porque lo tienen en casa o en algún otro lugar de manera directa. Ya no existe carencia de equipo computacional.

No debemos perder de vista que las nuevas tecnologías son un auxiliar en los procesos de enseñanza-aprendizaje y que su uso no debe tomarse en lugar de una formación sólida en las ciencias básicas, en este caso, en matemáticas. Tampoco debemos considerar a las nuevas tecnologías como un sustituto del profesor, pero sí como un aliado más.

Con el uso de nuevas tecnologías es posible facilitar el análisis y la consolidación de conceptos matemáticos, para su posterior aplicación a situaciones concretas.

Los nuevos materiales basados en computadora, deben no solamente ser expositivos o presentar ejercicios donde el alumno ponga en práctica los conocimientos adquiridos, sino que debe ser un tutor o asesor que le brinde cierta ayuda, asesoría, retroalimentación, y que lo guíe adecuadamente para que el propio alumno llegue a la solución. No hacer esto, resulta frustrante para el alumno, en lugar de motivante. Por esto, los materiales deben cubrir ciertos requisitos didácticos. No cualquier software es útil, algunos sólo estorban.

Así, a una computadora la podemos ver como un elemento presentador de aspectos concretos sobre algún tema de matemáticas; también puede realizar las funciones de asesor o tutorial con todas las acciones que esto encierra. No podemos dejar de lado lo que ya se ha comentado, en el sentido de que la computadora presenta situaciones en las cuales el alumno practica y aplica los conceptos en la solución de problemas concretos. De manera colateral, el profesor ve al recurso computacional como un auxiliar para cuestiones de administración en el desarrollo de su actividad docente.

A la computadora se le debe ver como una aliada en dos aspectos: como un recurso en la enseñanza asistida por computadora. Por otro lado, desde el punto de vista de la programación como tal, tiene cierto valor instrumental y como elemento para desarrollar habilidades mentales.

Esto es muy importante, ya que la computadora es un elemento indispensable para el entendimiento de procesos ya que nos permite elaboración de modelos para formular soluciones a problemas dados. El modelado matemático es un objetivo en la enseñanza de las matemáticas.

Por otra parte, la mayor parte de las actividades del ingeniero en su vida profesional involucra el uso de nuevas tecnologías, ¿por qué no ponerlo en contacto con ellas desde ahora?

CONCLUSIÓN

Las nuevas tecnologías y los métodos alternativos en la enseñanza de las matemáticas son aspectos muy importantes que deben ser tomados en cuenta dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

- Cabero Almenara, Julio. *Tecnología educativa.* Madrid, Síntesis, 1999.
- Kilpatrick, Jeremy. *Educación matemática e investigación.* Madrid, Síntesis, 1994
- Piaget, J; Choquet, G; Dieudonné J; Thom R. y otros. *La enseñanza de las matemáticas modernas.* Madrid, Alianza, 1986
- Sanjurjo, Liliana Olga; Vera, María Teresita. *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior.* Argentina, Homo Sapiens, 1998
- Zaldívar Zamorategui, Orlando. *Apuntes de Ingeniería de Programación.* México, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2000.

--- o ---

VIDEO EDUCATIVO

JUAN CASTRO MORA
ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
CCH - SUR UNAM

La innovación del uso técnicas didácticas, grupales y de materiales de apoyo se hacen necesarias para la impartición de la Matemática con el fin de hacer más significativa, ágil y creativa esta materia con lo que se facilitará el proceso de enseñanza-aprendizaje de las partes involucradas.

La Matemática al igual que todas las demás materias formativas contempladas en los nuevos planes de estudio del bachillerato universitario tienden a sufrir algunos cambios es por eso, que contemplo la posibilidad de crear vídeos educativos que traten de los temas de las unidades concernientes al programa de Matemáticas del Programa de Estudios Actualizado (PEA).

Aunque el video es un medio habitual desde hace años en los diferentes ámbitos de la vida de las personas, su constante evolución técnica justifica sobradamente su inclusión dentro del aparato de nuevas tecnologías. El uso del video se incrementó de forma notable durante los últimos años, y aunque de forma temporal los ordenadores centraron la atención en el terreno de los recursos didácticos, sigue siendo uno de los medios más utilizados y con mayores posibilidades en la formación, a lo que se une su relativo bajo costo tanto al nivel de producción como de equipos. El video ofrece las ventajas de que propicia la enseñanza individualizada, no porque pueda ser posible la interacción individual medio-sujeto, sino más bien, por poder diseñar tratamientos específicos de mensajes adaptados a las características cognitivas de los alumnos.

Se trata de emplear un video previamente elaborado, que sirva de apoyo o de complemento de los contenidos mostrando una información que el alumno debe asimilar o reflexionar. Esta utilización del video supone una alternativa al empleo de diapositivas o películas de cine.

El video en esta modalidad debe aportar algo más que una mera información que podría quedar reflejada con la misma calidad en un soporte escrito y sería igualmente eficaz para el aprendizaje. El vídeo debe motivar y aprovechar las imágenes para comunicar. Hay que tener presente que un video bien diseñado y producido puede aumentar la credibilidad de un programa de formación y favorecer el aprendizaje; un video de mala calidad puede ser perjudicial y crear más problemas que beneficios en el aula.

Una buena didáctica nos aconseja servirnos de los medios que más llegan a los alumnos. Debemos dejar de lado un cierto prejuicio respecto a este medio de comunicación. Otro punto a favor del uso del vídeo en la enseñanza es el convencimiento de que la pedagogía es la ciencia cuya finalidad es ayudar a los alumnos en su proceso madurativo. Y, ya que uno de los aspectos que definen al ser humano es su poder de abstracción, la escuela tiene, pues, como función primordial desarrollar esta capacidad. El video nos ofrece la ventaja de dar contenido, de dar imagen a las palabras, por este motivo quiero insistir en la incorporación de este instrumento en la escuela.

DIDÁCTICA DE LA MATERIA

La presente didáctica apoya a la tercera unidad de Matemáticas 1 del Programa de Estudios Actualizado PEA. Tiene como finalidad dotar al alumno de una herramienta útil y moderna que le permite reforzar los conocimientos adquiridos en el salón de clases, para la solución de sistemas de ecuaciones lineales de 2 x 2, es de fácil acceso ya que solo tiene que introducirlo a la vídeo – cassetera y verlo las veces que sea necesario para su completa comprensión del método.

El video cuenta con planteamientos de problemas y un método de resolución por Igualación para resol ecuaciones simultáneas de 2 x 2. Se sugiere que el alumno resuelva en su cuaderno simultáneamente ejemplos que visualice en el video varías veces, con objeto de que maneje los conceptos teóricos necesari

PRESENTACIÓN DIDÁCTICA

Sesión 1

- ➲ Uso del video didáctico
- ➲ Comprobar resultados obtenidos en el cuaderno

Sugerencias para el Profesor

a) Antes de iniciar el tema de sistemas de ecuaciones lineales

- Actividades extraclase
  - √ *Problemas Planteados*
  - √ *Preguntas Dirigidas*
  - √ *Investigar Conceptos Teóricos*

√ *Problemas Planteados*

1. El costo de 10 Kg de papas y de 4 Kg de manzanas es de $61.60, en tanto que 4 Kg de papas y 8 Kg de manzanas es de $68.80 ¿Cuánto cuesta el Kg de papa y cuánto el de manzanas?
2. Un tendero vende café Brasileño a $350.00 el Kg y café Colombiano a $595.00 el Kg ¿Cuántos Kg de cada tipo de café debe mezclar para obtener una mezcla de 50 Kg que pueda vender a $497.00 el Kg?
3. Un hacendado compró 7 caballos y 4 vacas por $5,140.00 y más tarde, a los mismos precios compró 8 vacas y 9 caballos por $8,180.00. Hallar el costo de una vaca y de un caballo.
4. La entrada a un cine entre niños y adultos fue de 120 boletos vendidos, si el precio del boleto de niño es de $10.00 y el de adulto de $15.00 y el total de lo recaudado ese día fue de $1,560.00 ¿Cuantos boletos de niño y de adulto se vendieron?
5. Cinco trajes y 3 sombreros cuestan $4,180.00 y 8 trajes y 9 sombreros cuestan $6,940.00 Hallar el precio de cada uno de dichos artículos.

√ *Preguntas Dirigidas*

¿Qué tipo de ecuaciones implica el planteamiento de los problemas?

¿Las dos ecuaciones forman un sistema de ecuaciones?

¿Es posible encontrar la solución?

¿La intersección es el conjunto solución?

¿El sistema tiene solución única, infinitas soluciones o son sistemas incompatibles?

√ *Conceptos Teóricos*

Que se expliquen conceptos conocidos como:

- Que es una variable.
- Que es un coeficiente.
- Que es una ecuación lineal.

- Que es una solución, etc.

  a) Trabajos en equipo.

  Resolución de problemas

  Preguntas abiertas y presentación del video, participación individual, problemas tipo para la identificación de datos, trabajos en equipo.

√ *Preguntas Abiertas*

¿ Pueden ser resueltos los problemas por otros medios?

¿ Conoce el alumno algún programa de video, computadora o calculadora que resuelva este tipo de problemas?

√ *Probelmas Tipo para Trabajos en Equipo*

Que el alumno entregue como reporte la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales de 2 x 2 por el método de igualación.

$$\begin{cases} 3x - y = 9 \\ -4x - y = -5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + y = -10 \\ 6x - 3y = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ -7x + 8y = -6 \end{cases}$$

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

1. Álgebra Elemental. 3ª Edición. Allen R. Ángel. Edit. Prentice Hall.

2. Álgebra y Trigonometría con Geometria Analítica. Swokowsky & Cole. Edit.Thomson.

3. Álgebra. Lehmann H. Charles. Edit. Limusa.

4. Álgebra. 2ª edición. Sobel A. Max., Lerner Norbert. Edit. Prentice Hall.

5. Matemáticas para futuros Ingenieros, tomo II. E. Buendía C.

6. Matemáticas I. Pulido Ch. Antonio. Editorial Nueva Imagen.

--- o ---

Obstáculos, Mediadores y Actividades en la Enseñanza de Matemáticas en Ingeniería

Patricia E. Balderas Cañas
División de Estudios de Posgrado
Facultad de Ingeniería, UNAM

INTRODUCCIÓN

Durante más de una década diversas investigaciones educativas han documentado la problemática de lo que se conoce en educación matemática como "obstáculo epistemológico" (NCTM, 1992). Debido a la vigencia e importancia que tiene para la docencia la comprensión y el conocimiento de esa problemática, en este trabajo se hace un análisis teórico y empírico de algunos ejemplos, que pueden tener similitudes con otros espacios educativos relacionados con el aprendizaje de la matemática, particularmente del cálculo, álgebra lineal, probabilidad o estadística, basado en los sistemas de representación de medios computacionales.

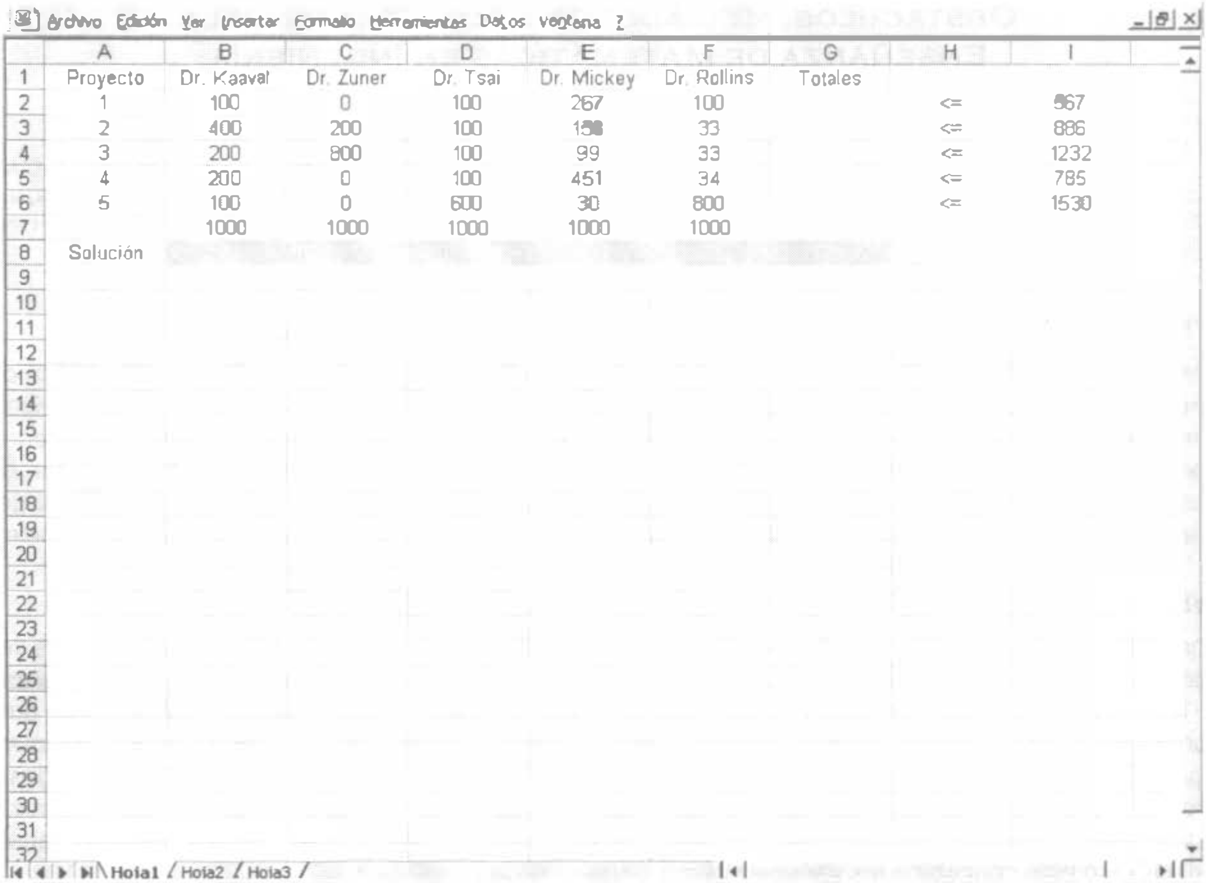
INVESTIGACIÓN DEL APRENDIZAJE DE ALGUNOS CONCEPTOS BÁSICOS

Sobre el aprendizaje del concepto de variable, que es parte de la base conceptual de las cuatro ramas de las matemáticas mencionadas y en contraposición con el concepto de desconocida, las investigaciones realizadas por Trigueros, Ursini y Lozano sugieren que el origen de las dificultades se encuentra en la forma en que se aborda ese concepto (Trigueros, *et al*, 2000). Algunas de las dificultades que se encontraron con estudiantes de posgrado cuando resolvían problemas de programación lineal aplicados a asignación de actividades con ayuda de hojas de cálculo, tienen que ver con que su concepto de variable es restringido, es decir, los estudiantes manejaron un concepto de indeterminada que les impidió reconocer restricciones a las variables de decisión o bien concebir a las variables como elementos de una matriz.

Obsérvese por ejemplo el planteamiento de un estudiante cuando se le solicita el plan de asignación de proyectos que maximiza las preferencias ofertadas de los investigadores participantes[1]. La ausencia de restricciones a las variables de decisión (celdas B8 a F8, figura 1) es un indicador de que la concepción que utiliza es de indeterminada más que de variable.

[1] Problema tomado de Hillier, F. *et.al.* (2000) Introduction to Management Science, 198.

Figura 1
Planteamiento de un problema de asignación de tareas en hoja de cálculo realizado por un estudiante.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Proyecto	Dr. Kaaval	Dr. Zuner	Dr. Tsai	Dr. Mickey	Dr. Rollins	Totales		
2	1	100	0	100	267	100		<=	567
3	2	400	200	100	15[illegible]	33		<=	886
4	3	200	800	100	99	33		<=	1232
5	4	200	0	100	451	34		<=	785
6	5	100	0	600	30	800		<=	1530
7		1000	1000	1000	1000	1000			
8	Solución								

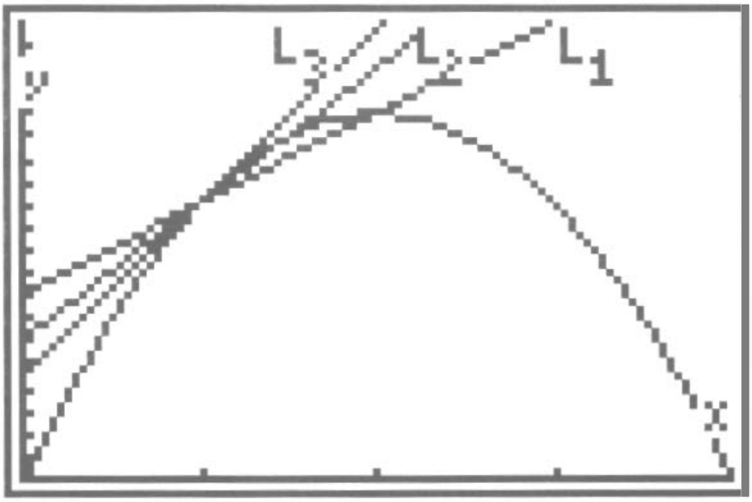
En cálculo, otros estudios con estudiantes preuniversitarios y universitarios documentan algunas dificultades que se presentan durante el aprendizaje de la derivada, entendida ésta como razón de cambio instantáneo. Nótese el énfasis en cambio instantáneo y no en razón instantánea, sutileza que conlleva un obstáculo en si, aceptar la comparación entre cambios acumulados y cambios totales (Thompson, 1994; Balderas, 1998). O bien, el aprendizaje de la noción numérica de límite como obstáculo para entenderlo como un proceso (Tall y Vinner, 1981). Un ejemplo dentro de esta problemática se encontró en las respuestas de estudiantes de bachillerato al resolver actividades con calculadoras avanzadas diseñadas para el aprendizaje del concepto de derivada (Balderas, 1998). Con relación al cálculo de los valores de la pendiente *m* de una recta secante a una curva, para distintos valores de la variable *h*, concentrados en un arreglo tabular, se plantearon preguntas como las siguientes:

> ***Cuestiones***: ¿Se aproxima el valor de la pendiente ***m***, de cada secante, hacia algún cierto número cuando el valor absoluto de ***h*** se hace cada vez más pequeño y P_2 se acerca a P_1? ¿A cuál ? ¿Por qué?
>
> ***Respuesta de un alumno:*** La pendiente se acerca a 8. Porque en ese punto la *h* es cero. O sea, no hay representación de tiempo, y es la tangente que toca.

Una de las representaciones gráficas que manejaron los alumnos con calculadoras avanzadas TI-82 para responder las cuestiones anteriores se muestra en la Figura 2. Cada recta secante se generó mediante un valor particular de *h*.

Figura 2

Gráfica generada por un alumno en una calculadora TI-82



La respuesta anterior sugiere que la anulación del incremento anula el tiempo, lo que indica una dificultad para aceptar la proporción de incrementos o acumulaciones como una rapidez de cambio instantáneo.

Respecto al aprendizaje del concepto de probabilidad condicional (Ávila, 2000) encontró que los alumnos tienen dificultades para aceptar que un suceso posterior pueda ser condición para uno anterior (Ávila, 2000). O simplemente, que la relación entre las probabilidades conjunta y condicional no es evidente. Véase por ejemplo las respuestas de dos alumnos de quinto semestre de ingeniería, a las cuestiones 1 y 2 siguientes.

Cuestión 1: De acuerdo con los datos de la tabla, si se recibe una queja de un cliente, ¿cuál es la probabilidad de que la queja sea por una falla mecánica del artículo dado que se hace durante el período de garantía?

	Razones de la queja			
Período en el que se recibe la queja	Falla Eléctrica	Falla Mecánica	Defectos de Presentación	Totales
Durante el periodo de garantía	15%	18%	30%	63%
Después del período de garantia	10%	20%	7%	37%
Totales	25%	38%	37%	100%

Respuesta Alumno 1:

Sea X la variable aleatoria que representa el período

X = {durante el período, después del período }

Sea Y la variable aleatoria que representa la razón

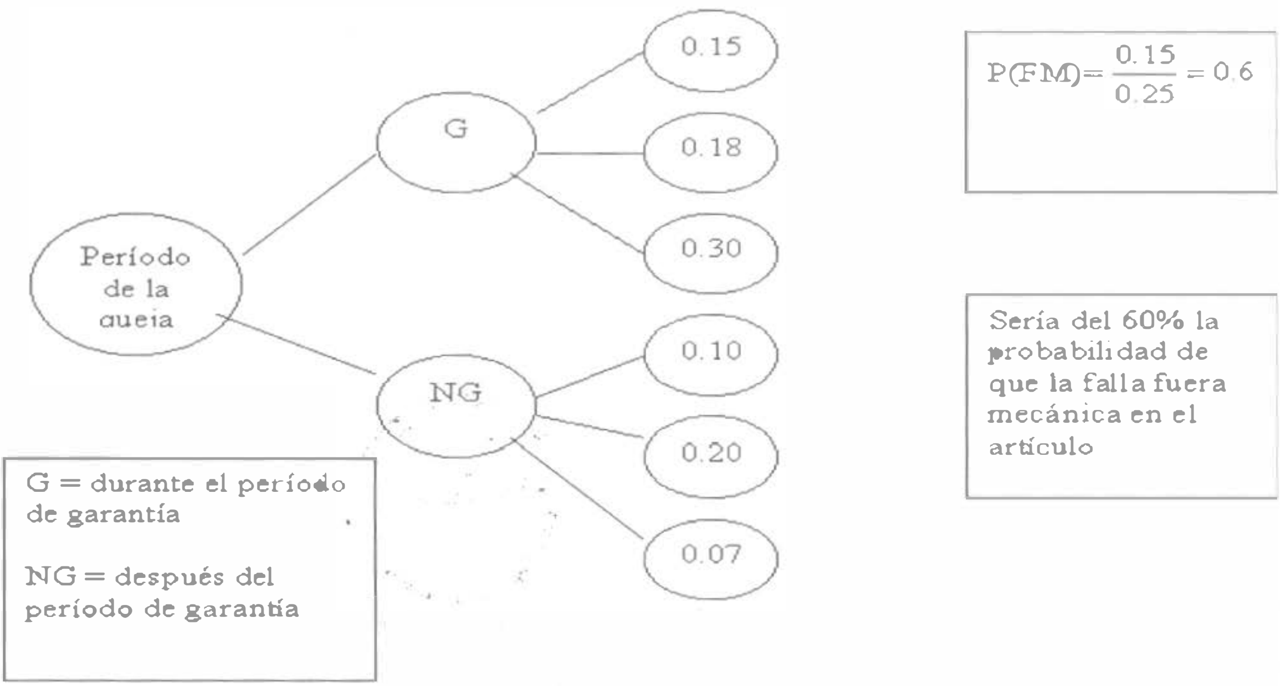
Y = { falla eléctrica, falla mecánica, defectos de producción}

P(X= defectos y Y = durante el período) = 0.32

Cuestión 2: Elabore un árbol de probabilidad con los datos de la tabla para responder la siguiente cuestión: Si se recibe una queja de un cliente, ¿cuál es la probabilidad de que la queja sea por una falla mecánica del artículo dado que se hace durante el período de garantía?

	Razones de la queja			
Periodo en el que se recibe la quejas	Falla Eléctrica	Falla Mecánica	Defectos de Presentación	Totales
Durante el período de garantía	15%	18%	30%	63%
Después del período de garantía	10%	20%	7%	37
Totales	25%	38%	37%	100%

Respuesta Alumno 2:



De las respuestas observamos que los alumnos referidos no utilizan espontáneamente y de manera correcta los árboles de probabilidad, conclusión que coincide con lo encontrado por (Ávila, 2000).

IMPLICACIONES PARA LA DOCENCIA Y LA EVALUACIÓN

La problemática común a los ejemplos mencionados estriba en la formación de obstáculos durante el aprendizaje (obstáculos epistemológicos) para apropiarse del conocimiento matemático correcto mediante la resolución de actividades de aprendizaje apoyadas en representaciones computacionales (Balderas, 1998, 2000; Campos y Balderas, 2000; Jenlink, P., 2001). Esta problemática debe de tomarse en cuenta en el diseño de programas de estudios y de planes de clase; así como, en el diseño de instrumentos de evaluación continua (portafolios, Keeler, 1997) y sumaria (exámenes).

REFERENCIAS

- Ávila, R. (2001) Hacia una apropiación operatoria de la estocástica: el caso de la probabilidad condicional. Tesis doctoral. México, CINVESTAV.
- Balderas, P. (1998) La representación y el razonamiento visual en la enseñanza de la matemática. Tesis doctoral. México. UNAM.
- Campos, M.A. y Balderas, P. (2001) Las representaciones como fundamento de una didáctica de las matemáticas. Pontificia Universidad de Chile. *Pensamiento Educativo*, (27), 169-194
- Hillier, F., Hillier, M. y Lieberman, G. (2000) Introduction to Management Science. A. Modeling and Case Studies Approach with Spreadsheets. New York: McGraw-Hill Higher Education.
- NCTM (1992) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York.
- Keeler, C. M. (1997) Portfolio Assessment in Graduate Level Statistics Courses. En I. Gal y J.B. Garfield (eds.) *The Assessment Challenge in Statistics Education*. Amstterdam:IOS Press.
- Jenlik, P. M. (2001) Activity Theory and the Design of Educational Systems: Examining the Mediational Importance of Conversation. *Systems Research and Behavioral Science*, (18).
- Tall, D. y Vinner, S. (1981) Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics* (12).
- Thompson, P. (1994) Images of rate and operational understanding of the fundamental theorem of calculus. *Educational Studies in Mathematics*, (26).
- Trigueros, M. et.al. (2000) La conceptualización de la variable en la enseñanza media. *Educación Matemática*. México, (12), 2.

--- o ---

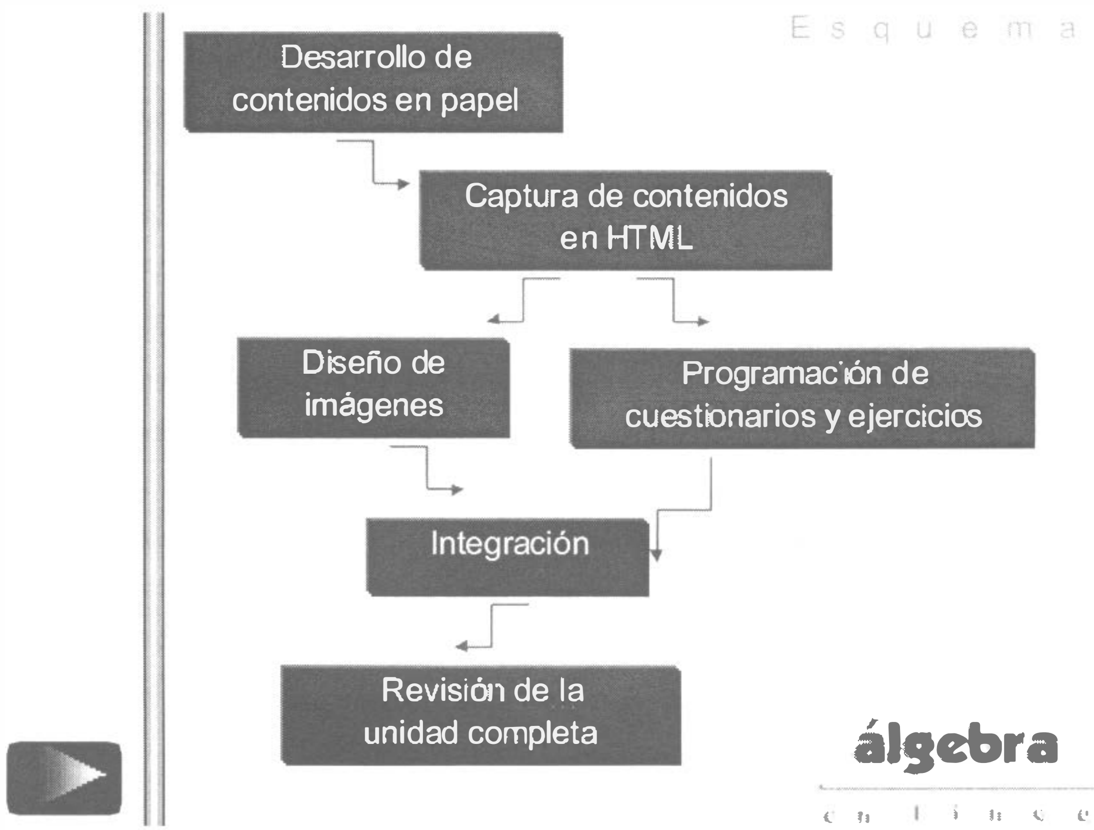
ÁLGEBRA EN LÍNEA

ITZEL HERNÁNDEZ SERRA (DISEÑO)
LUIS ANGEL FLORES AGUARIO (CONTENIDOS)
JOSÉ ANGEL GONZÁLEZ TORRES (PROGRAMACIÓN)
DIRECCIÓN GENERAL DE SERVICIOS DE
CÓMPUTO ACADÉMICO, UNAM

ÁLGEBRA

Álgebra en Línea surge por:

- Necesidad de nuevas herramientas.
- Apoyar a los profesores de la asignatura en el proceso de enseñanza.
- Apoyar a los alumnos en el proceso de aprendizaje.



CONTENIDOS

Interdisciplinariedad en la elaboración del curso

- Participación académica
- Participación pedagógica
- Participación tecnológica
- Participación de diseño
- Participación de comunicación

PEDAGOGÍA

Perspectivas sobre la Inclusión de las Computadoras

- *Apologética*
  - Atribuye a la tecnología efectos infinitamente positivos.
  - La tecnología es facilitadora de la vida del hombre.
- *Apocalíptica*
  - La tecnología no aporta ningún beneficio a la sociedad.
  - Instrumento de dominación y explotación

El Papel de la Computadora

- La computadora es simplemente un recurso útil para apoyar al maestro y al alumno.
- Puede ser integrada además como una nueva motivación en el chico, al utilizar Internet y navegar por él.

El Papel del Docente

- Abordar y controlar las distintas situaciones que se presentan en el Laboratorio de Cómputo.
- Circular por los distintos grupos de trabajo mientras se da la interacción alumno/computadora.
- Estimular la colaboración en la realización de la tarea, interviniendo y moderando la clase.

Elementos Importantes de su Éxito

- El tipo de aplicación y el entorno cultural en el momento de utilización.
- Tratamiento adecuado de los errores.
- El estilo de enseñanza y del docente en la integración de la enseñanza.
- El interés de los alumnos y la motivación que se les proporcione.
- La cantidad de computadoras disponibles.

Efectos del uso de la Computadora

- Los efectos de las computadoras dentro del ambiente educativo no son automáticos, sino que deben ser cultivados mediante el diseño apropiado de las tecnologías y de sus entornos culturales.

El Estilo de Enseñanza del Docente

- Los efectos también dependen del estilo de enseñanza que propicie el profesor dentro del aula.
- El profesor debe planear con anticipación las posibles situaciones que pudieran darse durante la aplicación, (lentitud de la red, desconfiguración del equipo, etc.).

El interés de los alumnos y la Motivación que se les propone

- Los efectos que las computadoras propicien también dependerán de la motivación que éstos tengan al inicio y durante el proceso.
- En el caso particular de las Matemáticas es muy frecuente que los alumnos sientan desagrado por esta materia, por lo que el profesor debe buscar algunas estrategias que ayuden a eliminar esta mala concepción y tratar de que los alumnos se interesen poco a poco en ella.

La Cantidad de Computadoras Disponibles

- La cantidad y funcionalidad de las computadoras disponibles, influirá de manera determinante en el avance que los alumnos logren alcanzar.
- Tomando en cuenta que en ocasiones el equipo de cómputo puede presentar fallas, el docente deberá estar preparado para implementar otras actividades que complementen el aprendizaje.

DISEÑO GRÁFICO

Planteamiento del problema:

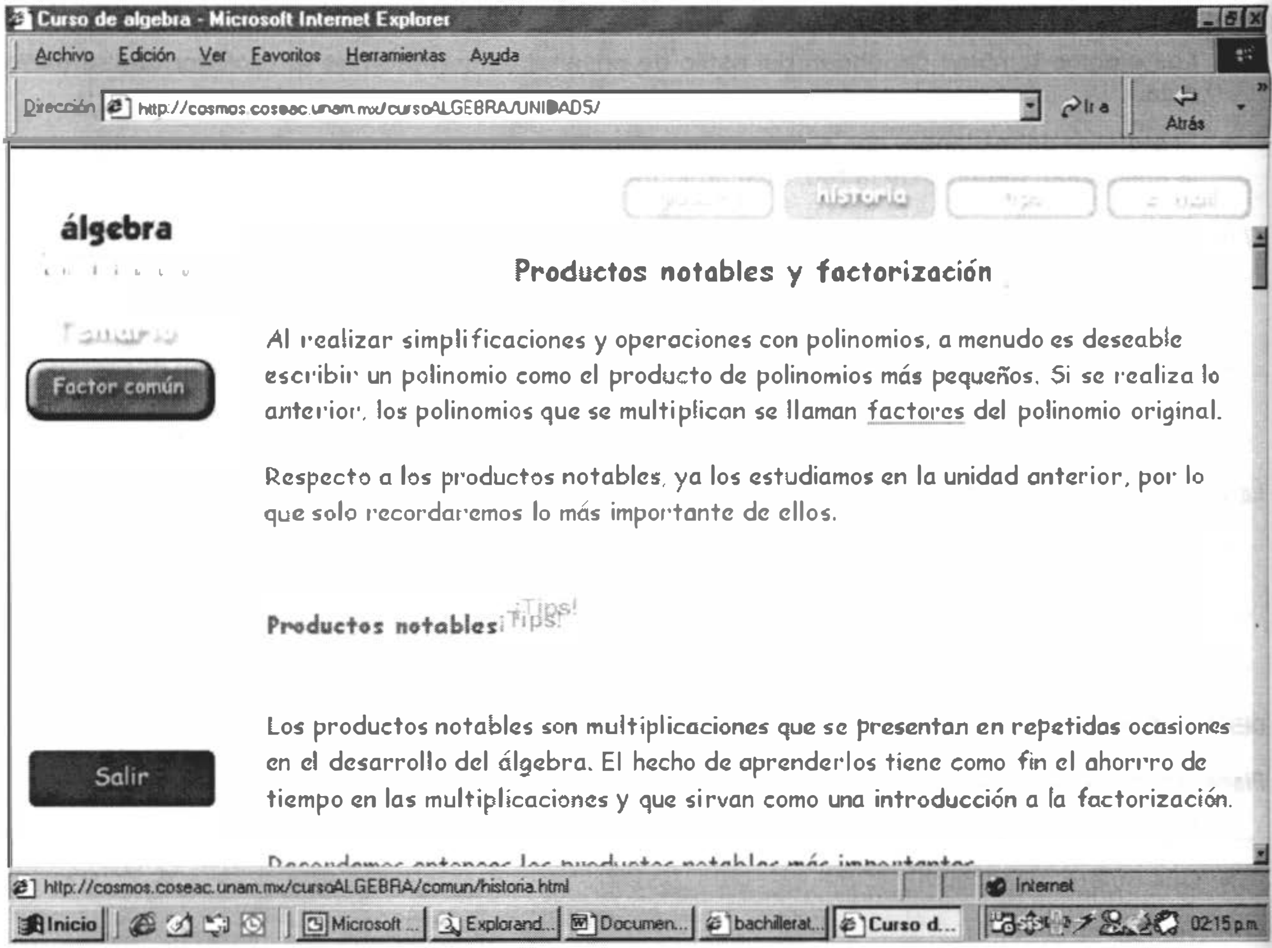
- Objetivo del sitio.
- Qué quiero comunicar.
- Tipo de usuario.
- Estructura y navegación del sitio.
- Qué colores voy a utilizar.
- Qué tipo de imágenes se usarán.

Desarrollo:

- Realización de encuestas para determinar colores, texturas y fuentes.

Resultados:

- Fondo con textura.
- Contraste de color, colores llamativos y de moda.
- Fuente tipográfica tipo Comic.
- Un sitio informal.



PROGRAMACIÓN

Información para el Alumno

1. Secuencialidad.
2. Evaluación de Cuestionarios y Ejercicios.
3. Registro de avance.

1. Secuencialidad

- El alumno debe seguir los temas según están planeados en el temario de la ENP. No puede pasar a la siguiente unidad si no ha completado la anterior.

2. Evaluación de Cuestionarios y Ejercicios

- Al integrar la evaluación en cada página, el alumno tiene una respuesta inmediata y puede determinar su nivel de conocimientos.

3. Registro de Avance

- De esta forma, el alumno puede continuar con el curso desde cualquier lugar, el laboratorio de la escuela, su casa o un cybercafé.

Información para el Profesor

1. Revisión de contenidos.
2. Administración por parte del profesor.

1. Revisión de Contenidos

- Desde aquí el profesor tiene acceso a todos los contenidos para poder planear su clase presencial integrando el software.

2. Administración por parte del profesor

- Este módulo le permite al profesor, seleccionar los temas que desea que revisen sus alumnos, e incluso omitir cuestionarios y ejercicios si así lo considera conveniente.

CONTENIDOS

Elementos didácticos de cada unidad temática.

- Teoría.
- Ejemplos básicos.
- Ejemplos avanzados.
- Ejercicios interactivos (cuestionarios por tema).
- Tips.
- Ejercicios interactivos (Ejercicios por cada unidad temática).
- Ligas.
- Aclaración de dudas.

Diseño: Itzel Hernández Serra

lheserra@servidor.unam.mx

Tecnología: José Ángel González Torres

angelgt@servidor.unam.mx

Contenidos: Luis Ángel Flores Aguario

angelafa@servidor.unam.mx

URL del curso:

http://cosmos.coseac.unam.mx/cursoALGEBRA

--- o ---

La Enseñanza de los Métodos Numéricos. De la Formación Tradicional a la Enseñanza Activa

Armando Aguilar Márquez*
Frida León Rodríguez*
Rogelio Ramos Carranza **
Facultad de Estudios
Superiores Cuautitlán, UNAM

OBJETIVO

Presentar a la comunidad de docentes en la ingeniería el estado actual en la enseñanza de los métodos numéricos en las carreras de la FES-CUAUTITLÁN.

En general pretendemos establecer los fundamentos matemáticos básicos requeridos por el cómputo científico relacionados con los métodos numéricos, conjuntamente con la programación para su aplicación a problemas reales de la Ingeniería.

METAS

A través de las actividades realizadas con el uso de las nuevas tecnologías pretendemos motivar a la reflexión y la creatividad, propiciar la vinculación entre la teoría y la práctica, incorporar innovaciones tecnológicas, mejorar los modelos educativos, fomentar la vinculación entre docencia e investigación, disminuir los índices de reprobación, aumentar la eficiencia terminal, multiplicar los canales de orientación educativa, elevar los niveles de aprovechamiento y participación en actividades académicas de los alumnos.

INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente los métodos numéricos se habían impartido en el aula haciendo uso únicamente del pizarrón. Los métodos numéricos como parte de las ciencias básicas, tienen contenidos programáticos tan amplios que los últimos temas no se cubren con la profundidad requerida; Aun más, históricamente hablando, por los años 70's no se tenía como antecedente la asignatura de Computadoras y Programación; entonces, se incluían algunos de los temas de esta asignatura. "Vaya labor de nuestros profesores". Así, como antes, hasta mediados de los 90's presentábamos el método en el aula, construyendo su formulación matemáticamente y dejábamos al alumno la ejecución del método con el uso de la computadora.

PLANTEAMIENTO

Tal vez uno de los principales problemas que enfrentamos en la formación de ingenieros en la enseñanza de los métodos numéricos, sea la amplia variedad de temas que contiene, aunado al tiempo del que disponemos para presentar todo el contenido programático, de manera que hemos observado que el alumno requiere de un entrenamiento más consistente en cada uno de los temas. Por lo tanto, nosotros presentamos la forma en la que el alumno puede alcanzar el mencionado entrenamiento, valiéndose del uso de la computadora.

* Profesores de Carrera Titulares "C" de la FES-C UNAM

** Profesor de Carrera Asoc. "A" de la FES-C UNAM, Tels. 5623 1890 y Fax 5623 1886 e-mail egor1131@servidor.unam.mx

CONTENIDO

Describimos a continuación lo que nosotros proponemos para resolver el problema planteado.

Haciendo uso del laboratorio de cómputo, contamos ahora con una sala con computadoras personales, un pizarrón, una pantalla para proyección de diapositivas y un cañón para proyectarlas a través de la computadora, además de un proyector de acetatos.

Al presentar cada uno de los métodos contando con estos medios, reducimos el tiempo de presentación, podemos regresar fácilmente a algún aspecto, etapa o paso de la formulación y explicar en caso necesario; ahorramos el espacio requerido a diferencia de cuando usamos el pizarrón clásico o tradicional en el cual una vez borrada alguna parte del proceso ya no podemos regresar tan fácilmente lo que representa más tiempo del que nos toma una representación con la nueva tecnología.

A continuación cargamos a la computadora el programa del método correspondiente, el cual ha sido elaborado por expertos del cómputo científico y se ejecutará paso a paso para observar cada uno de los cálculos que encierra el proceso.

En una sesión de una hora y media habremos presentado el algoritmo del método y realizado el cálculo de por lo menos tres casos.

Esta serie de actividades ha sido apoyada a través de la participación en diplomados, cursos y talleres, seminarios, intercambios y estancias, así como con la elaboración de notas, cuaderno de ejercicios, manuales de prácticas, software, banco de reactivos para exámenes y la participación en la revisión de planes y programas de estudio en las carreras que se imparten en la FES-C.

CONCLUSIONES

Las nuevas tecnologías nos permitirán entonces, eliminar una serie de factores que tienen que ver con el tiempo requerido para desarrollar todos los temas de la asignatura Métodos Numéricos de manera consistente y robusta sin dejar de aclarar las dudas que los alumnos tengan presentando los repasos con mucha mayor facilidad, además de dejarlos en una posición mucho más cercana a lo que se utiliza actualmente en la industria de la actualidad.

--- o ---

Uso de las Nuevas Tecnologías para Enseñar las Aplicaciones de las Matemáticas Utilizando Mapas Conceptuales

Arturo Ocampo, Rafael Márquez, Juan Gastaldi
ENEP Aragón, UNAM
aoa@servidor.unam.mx
ramr@super.unam.mx
gastaldi@servidor.unam.mx

PROBLEMÁTICA

Actualmente las nuevas tecnologías hacen que el ser humano este inmerso en un mundo lleno de información, y de acuerdo a su interés por obtener conocimiento de algún tema en específico, comienza a navegar en la super carretera de la información y después de un buen rato, si es que no se desespera antes o se pierde, encuentra un indicio de lo que busca, en ese momento entonces, intenta escalar en sus procesos mentales para llegar al concepto de noción, y evaluar si es lo que realmente necesita.

La red mundial Internet, en conjunto con la WWW (World Wide Web), han hecho que una cantidad cada vez mayor de información esté disponible para cualquier persona en cualquier lugar, con acceso a una computadora conectada a la red. Sin embargo, la organización de esta información, y las herramientas disponibles para navegar a través de ella no proveen un ambiente adecuado para la búsqueda de información, y mucho menos para el aprendizaje. Al navegar por las páginas de la WWW, el usuario pocas veces tiene un modelo apropiado de la organización de estas páginas, y al seleccionar las ligas o enlaces, frecuentemente no tiene idea de cuál va a ser el contenido de la página destino. En general, las páginas de WWW no difieren mucho en su contenido y estructura de las páginas en papel, a pesar de ser complementadas con enlaces (sin semántica) conectándolas entre ellas. Igualmente, al utilizar páginas de WWW como base para la creación de cursos de educación a distancia, el resultado usualmente es una página de contenido o índice, con enlaces a módulos o "capítulos" que consisten de una secuencia de páginas. Esta imitación de la estructura de un libro de texto no aprovecha verdaderamente la flexibilidad que ofrecen las nuevas tecnologías.

Con este trabajo de investigación proponemos el uso de modelos de conocimiento, basados en mapas conceptuales, por medio del software de computadora **CmapTool**[1], que genere un ambiente de multimedia, que pueda ser utilizado tanto por estudiantes como por profesores, para demostrar gráficamente su conocimiento sobre un tema específico y así fomentar el uso razonable de las nuevas tecnologías, con fundamentos pedagógicos que ayuden al proceso enseñanza - aprendizaje. La herramienta de software, que se usa esta basada en un enfoque constructivista del aprendizaje, permitiendo al usuario realizar sus propios mapas conceptuales, y conectarlos entre sí, mediante enlaces con semántica, complementando las proposiciones con otros medios como imágenes, video, fotos, gráficos, texto, páginas de WWW, etc.

ANTECEDENTES

La "ciencia cognitiva", tal como se entiende hoy, nació simultáneamente con la Inteligencia Artificial (I.A.) en la Reunión del Darmouth College y el Simposio sobre Teoría de la Información del M.I.T. en 1956, aunque el

[1] Concep Map Tools. Ver 2.9, Institute for Human and Machine Cognition. The University West of Florida.

término fue acuñado solamente por Bobrow y Collins en 1975 con la publicación de su libro "Studies in Cognitive Science". Desde entonces se han obtenido muchas aportaciones, tanto en las ciencias cognitivas como en la I.A. En 1962, Douglas Engelbart (1) en el curso del desarrollo del proyecto 'Augmented Human Intellect' del Stanford Research Institute, proyectó desarrollar herramientas que aumentasen las capacidades y productividad humanas. Este fue el primer gran proyecto de desarrollo de software en áreas tales como automatización de oficinas y procesamiento de textos. Este proyecto ofreció el diseño de las siguientes técnicas e instrumentos, que hoy nos parecen comunes y simples, pero que en aquellos momentos representó la creación de nuevos entornos operativos en la informática: Edición bidimensional, El ratón o mouse, Disposición de ventanas múltiples en una misma pantalla, Procesamiento de esquemas e ideas, Sistema de ayuda integrados y Correo electrónico.

El sistema NLS (oN-Line System), basado en las ideas originales de Vannevar Bush de trasladar el asociacionismo de la mente humana al ordenador (ideas teóricas, ya que no existía la tecnología necesaria para su implementación). NLS tenía varias características de hipertexto a pesar de que no fue desarrollado como un sistema de hipertexto. Empezó siendo un instrumento experimental cuyo objetivo era cubrir las necesidades de cualquier trabajo de investigación, almacenando diversos documentos en una especie de "revista" compartida con inclusión de referencias a otros documentos en sus propios textos, construir jerarquías de información, y colaborar con otros usuarios en el desarrollo de la documentación. NLS puede ser considerado como el primer sistema de hipertexto en funcionamiento. La estructura principal de la organización de los nodos en este sistema era la jerárquica, reflejando así la estructura de la mayor parte de la documentación técnica, pero también permitía el establecimiento de enlaces entre diferentes niveles y ficheros. Con el paso del tiempo y posteriores desarrollos, NLS se ha convertido en el sistema de hipertexto. En 1965 Theodor Nelson acuñó el término hypertext, definiéndolo de la siguiente manera:

> "por hipertexto entiendo escritura no secuencial. La escritura tradicional es secuencial por dos razones. Primero, se deriva del discurso hablado, que es secuencial, y segundo, porque los libros están escritos para leerse de forma secuencial ...... sin embargo, las estructuras de las ideas no son secuenciales. Están interrelacionadas en múltiples direcciones. Y cuando escribimos siempre tratamos de relacionar cosas de forma no secuencial"

El proyecto denominado XANADU (lugar mágico de la memoria literaria, tal como aparece en el poema "Kubla Khan" de Samuel Taylor Coleridge), tenía como objetivo principal la construcción de un servidor de hipertexto que permitiera almacenar y enlazar toda la literatura mundial, siendo accesible desde cualquier terminal de usuario. Éstos podrían integrar cualquier pieza informativa recuperada en el sistema en sus propios documentos, los cuales a su vez, pasarían a formar parte de la red universal (algo muy parecido a nuestro actual World Wide Web).

Actualmente existen en el mercado muchos sistemas de hipertexto, que se caracterizan por ser aplicaciones informáticas que integran módulos muy diversos, pero con características comunes, como describe Conklin (2), destacando una en particular la cual dice:

> "La base de información puede ser consultada de tres formas: Siguiendo las ligaduras y abriendo ventanas caracteres, descriptores o atributos y Navegando por el hiperdocumento utilizando la función BROWSER que visualiza gráficamente la red. El BROWSER es un componente importante de los sistemas de hipertexto, en la medida que permite un tipo de consulta especial, que ha recibido el nombre de navegación, por la cual el usuario tiene la impresión de navegar por las diversas "piezas" de información con entera libertad, saltando de una a otra a tenor de los nuevos intereses que le van surgiendo durante la consulta. El BROWSER se presenta a menudo en forma de **mapas conceptuales** o grafos, representando gráficamente los nodos por iconos o cajas rotuladas y las ligaduras que los unen por rectas continuas o líneas diversas para distinguir los diferentes tipos de ligaduras. De esta forma el usuario dispone de un panorama gráfico sintético del conjunto del hiperdocumento."

Esta característica que menciona Conklin es muy técnica, al igual que todo su trabajo, y la puntualizó para mostrar la relación que existe entre lo que el llama BROWSER, que no es más que un navegador, o mejor conocido como "Explorer" de Microsoft y el término de mapas conceptuales. Ésto quiere decir, que los mapas conceptuales se ligan con el hipertexto para describir una forma de esquema o guía gráfica que el usuario utiliza para cambiar de un documento a otro. Es importante mencionar que ya se han hecho trabajos en la Universidad de Stanford, para demostrar que en este proceso de navegación, se puede medir la organización del conocimiento proposicional o declarativo del sujeto, para evaluar su aprovechamiento en ciencias, al plasmar en un mapa conceptual la organización de su conocimiento en un tópico específico (3).

MAPAS CONCEPTUALES

Los mapas conceptuales, desarrollados por Novak (4), se usan como un medio para la descripción y comunicación de conceptos dentro de la teoría de asimilación, una teoría del aprendizaje que ha tenido una enorme influencia en la educación (5). La teoría está basada en un modelo constructivista de los procesos cognitivos humanos. El mapa conceptual es la principal herramienta metodológica de la teoría de asimilación para determinar lo que el estudiante ya sabe. En ambientes educativos, los mapas conceptuales han ayudado a personas de todas las edades a examinar los más variados campos de conocimiento.

El mapa conceptual es una representación gráfica de un conjunto de conceptos y sus relaciones sobre un dominio específico de conocimiento, construida de tal forma que las interrelaciones entre los conceptos son evidentes. En este esquema, los conceptos se representan como nodos rotulados y las relaciones entre conceptos como arcos rotulados conectándolos. De esta forma, los mapas conceptuales representan las relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones o frases simplificadas: dos o más conceptos ligados por palabras para formar una unidad semántica. La Figura 1 muestra un mapa conceptual sobre plantas creado por un niño. Por convención, las ligas se leen de arriba hacia abajo a menos que incluyan una punta de flecha.

Las mapas conceptuales son usados para ayudar a los estudiantes a "aprender cómo aprender" haciendo evidentes las estructuras cognitivas y el conocimiento auto-construido. Dada la diversidad de usuarios, desde niños hasta científicos, los mapas pueden ser muy sencillos, como en el caso de la Figura 1, o pueden llegar a ser muy complejos. Por ejemplo, la Figura 2 muestra el mapa conceptual preliminar desarrollado como resultado de entrevistas a científicos de la NASA sobre Astrobiología, con el objetivo de definir la nueva ciencia. Los mapas conceptuales son utilizados también como herramienta en el proceso de adquisición de conocimiento en el desarrollo de sistemas expertos (6).

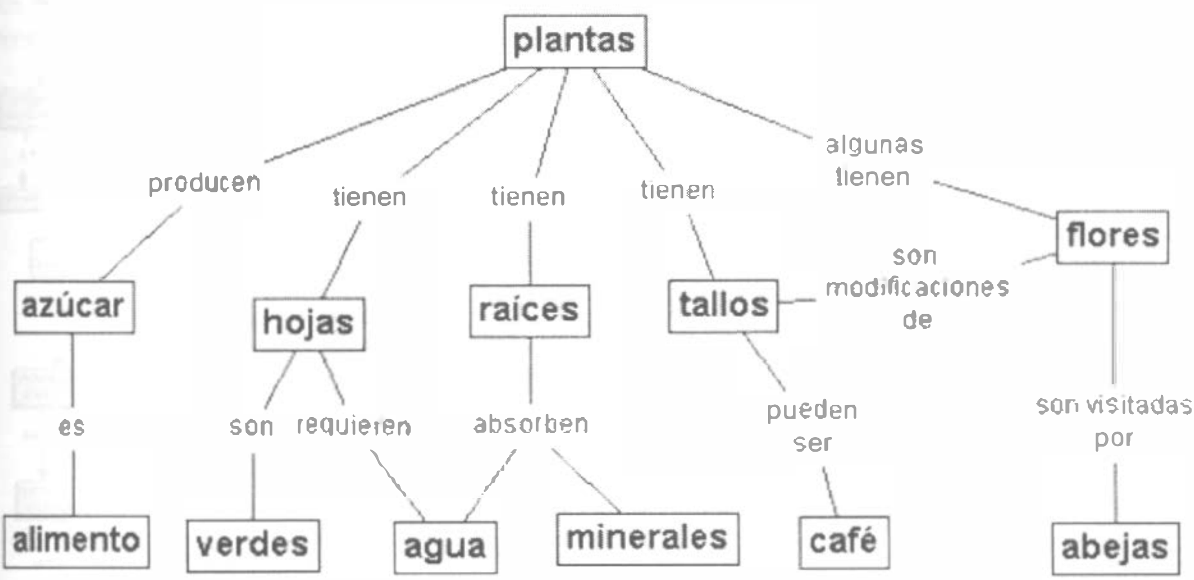


Figura 1. Mapa conceptual sobre plantas.

Otra característica importante de los mapas conceptuales es la inclusión de ligas cruzadas "cross-links". Éstas son relaciones (proposiciones) entre los conceptos en dominios diferentes del mapa de concepto. Las ligas cruzadas ayudan que nosotros veamos cómo algunos dominios del conocimiento representados en el mapa se relaciona con otro concepto. Para la creación de nuevo conocimiento, las ligas cruzadas representan a menudo saltos creativos por parte del productor de conocimiento. Hay dos rasgos de mapas de concepto que son importantes en la facilitación de pensamiento creativo: la estructura jerárquica que se representa en un mapa y la habilidad para buscar y caracterizar ligas cruzadas.

Si tomamos en cuenta, la idea fundamental en la psicología cognoscitiva de Ausubel (7), que el aprendizaje tiene lugar por la asimilación de nuevos conceptos y proposiciones que se van armando de acuerdo con lo ya aprendido. Por consiguiente, estructurar cuerpos grandes de conocimiento requiere una sucesión ordenada de iteraciones entre la memoria de trabajo y la memoria a largo plazo, para que se pueda recibir un nuevo conocimiento (8).

Como se puede apreciar en las Figuras 1 y 2, los mapas conceptuales son un magnífico medio para representar y organizar conocimiento. Aprovechando esta cualidad, se han desarrollado herramientas de software que permiten utilizar los mapas conceptuales como una interfaz elegante y fácil de comprender para navegar en un sistema de multimedia. La Figura 3 muestra un modelo construido por un niño que utiliza mapas para organizar imágenes, video, y texto. Relaciones de generalización y especialización entre los conceptos conllevan a una organización jerárquica de mapas conceptuales. Al hacer el modelo accesible en Internet, éste se vuelve navegable por otros estudiantes, maestros, y usuarios de la red en general.

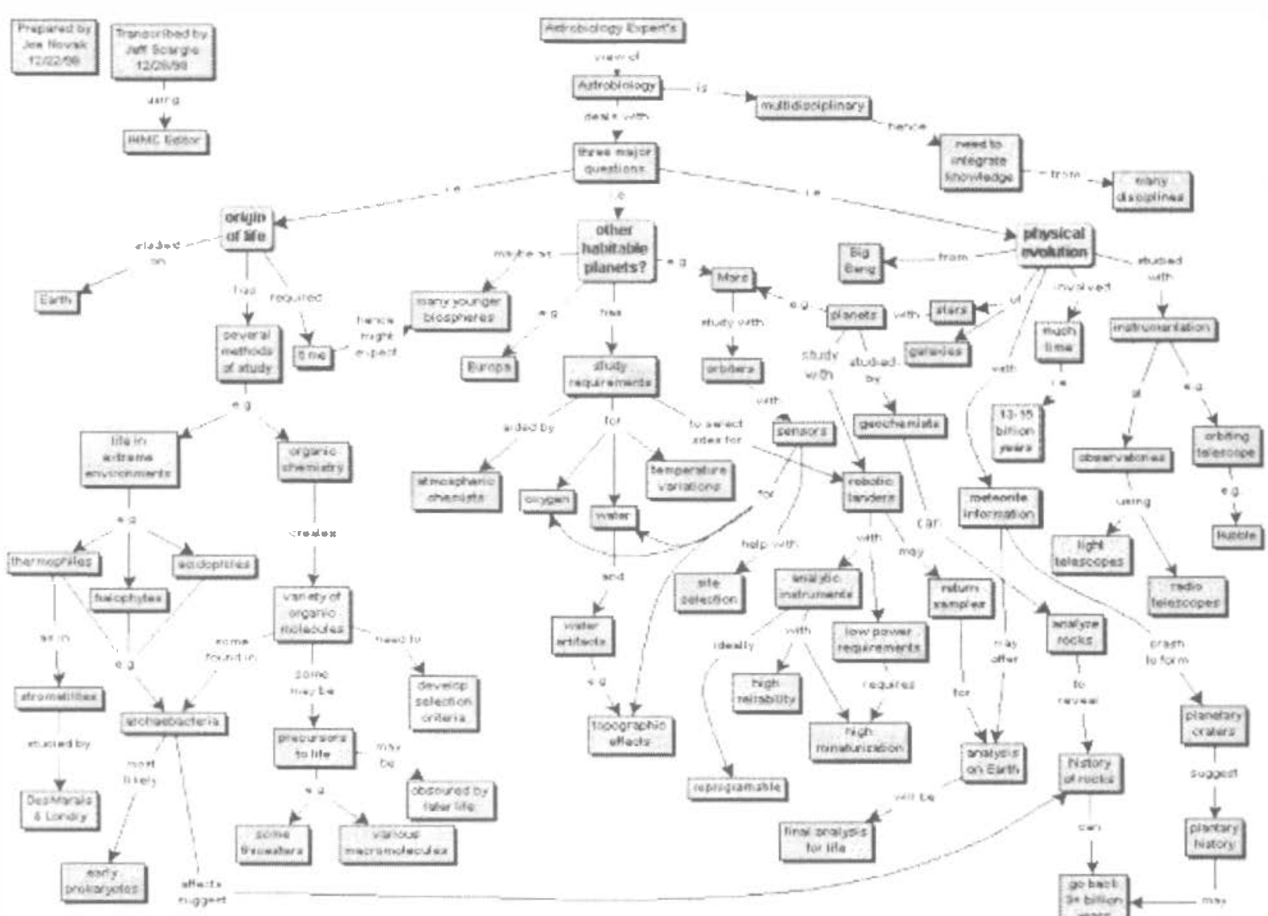


Figura 2. Mapa conceptual preliminar sobre Astrobiología, ciencia que estudia el origen y la evolución de la vida en el universo.

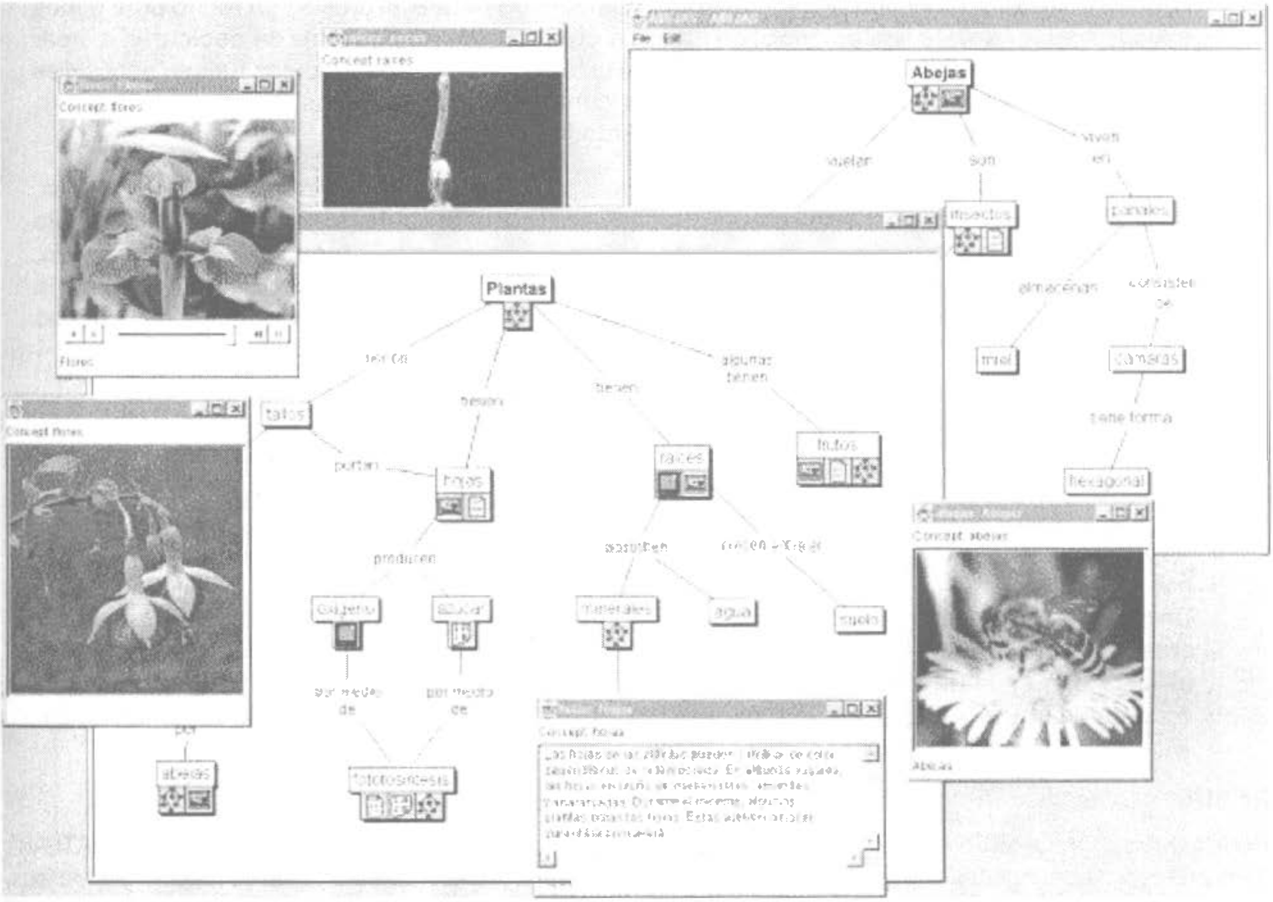


Figura 3. Mapas conceptuales como medio para navegar por un ambiente de multimedia sobre plantas.

En los trabajos de Cañas (9) se presentan una serie de ideas sobre cómo podría mejorarse mediante la tecnología computacional algunos aspectos de la educación a distancia. Por ejemplo:

a) *Organización no lineal de cursos.* La mayoría de los cursos que han sido transformados a versiones en-línea son simples adaptaciones de los libros de texto o los apuntes del profesor, con algunas ligas aprovechando la facilidad que ofrece el sistema de hipertexto del WWW. Las páginas del WWW, aún con sus enlaces, siguen una estructura lineal. Por lo general se tiene una página con el índice o contenido, y ligas a las páginas de los diferentes temas. Cada tema se implementa como una secuencia de páginas.

   La tecnología actual presenta oportunidades para crear ambientes más poderosos que una secuencia de páginas de Web. Los mapas conceptuales, como se mostró en la Figura 3, permiten al estudiante navegar a través de los mapas y los medios según su interés, el tópico que está investigando, la pregunta que está tratando de contestar, o simplemente el orden en que desea estudiar el tema. No existe una secuencia predispuesta para la navegación, como en el caso de un texto lineal. El estudiante puede navegar a través de la jerarquía de mapas hasta un nivel tan profundo como desee y lo permita la subordinación de los mapas. Esto es imposible de lograr mediante un libro de texto. La tecnología nos permite liberarnos de esa estructura lineal.

b) *Una organización más modular de los temas.* Especialmente a nivel de bachillerato universitario y de secundaria, los cursos generalmente se encuentran enmarcados dentro de la estructura del libro de texto, el profesor difícilmente puede desviarse de esa secuencia de capítulos. El libro de texto se vuelve entonces una enorme limitación para el profesor. La tecnología puede ayudar a superar esta limitación. Si en lugar de crear cursos, los autores se dedicaran a crear "módulos", unidades independientes que tratan un solo tema, y esos módulos fuesen accesibles vía Internet, el profesor podría organizar su curso tomando módulos de diversas fuentes, escritos por diferentes profesores, de universidades distintas.

Los mapas conceptuales son un mecanismo ideal para la creación de módulos independientes. Cada mapa, por definición, expresa el conocimiento sobre un contexto específico. Un conjunto de mapas relacionados puede reunir el contenido de un tema. Estos mapas, por supuesto, tendrán ligas o enlaces a mapas de otros temas. Sin embargo, esta relación no se debe a la secuencia del curso, sino al contenido. El módulo del tema se convierte en una unidad independiente.

c) *Re-utilización de módulos en diferentes cursos.* Hay temas que se repiten una y otra vez en diferentes cursos. Por ejemplo, "inferencia estadística" puede encontrarse como parte de un curso introductorio de estadística, un curso de diseño de experimentos, o un curso de toma de decisiones como parte de un programa de maestría en administración de empresas. Actualmente, lo más probable es que para cada uno de esos cursos, el libro de texto incluya un capítulo o sección sobre inferencia estadística.

Un módulo independiente sobre inferencia estadística, con ligas a otros módulos relacionados, creado por un experto en el tema, y representado por medio de mapas conceptuales, podría utilizarse en cada uno de estos cursos. Para cada uno de ellos, una liga al módulo permitiría a los estudiantes navegar por los mapas, independientemente del curso que están tomando.

RESULTADOS

Planteamiento del problema. Se requiere impartir un curso de aplicación y operación del Software "MATLAB", a los profesores de Ingeniería de la ENEP-Aragón, para utilizarlo en las materias del área físico-matemáticas. La duración del curso debe ser de cinco sesiones de 2 hrs., lo que da un total de 10 hrs de capacitación. El estudio de este Software involucra muchas horas de estudio y práctica, por lo que se busca la manera de optimizarlo al máximo y obtener el mayor aprovechamiento posible.

Solución. Se propone diseñar el curso sobre la base del modelo de tesis de maestría "Los Mapas Conceptuales como herramienta de aprendizaje: Desarrollo de un Sistema Informatico", que está desarrollando actualmente el autor que escribe este articulo, utilizando cMapTool-Programa para diseñar mapas conceptuales. Y manejar un procedimiento que llevan al sujeto a aprender de forma interna, de acuerdo con un modelo propuesto que el autor llama "poliedro" por tener cuatro aspectos fundamentales: Comunicación, Base Documental, Aprendizaje de tipo Cognitivo e Instrumento de Manipulación, (ver figura 4, 6 y 8) para establecer la relación de aprendizaje entre el sujeto y la computadora.

Después de desmenuzar la información del software de MATLAB (Conceptos, Funciones, Aplicaciones y Salidas). Se comienza por familiarizar al sujeto con la herramienta de aprendizaje que va a utilizar durante el curso.

Figura 4. Poliedro enfocado al aspecto de comunicación.

√ Primero se deja al usuario que navegue por el brawser de IHMC (Concept Map), hasta que encuentre en el medio de ***comunicación*** (Servidor WEB), la información que busca, como se muestra en la figura 5.

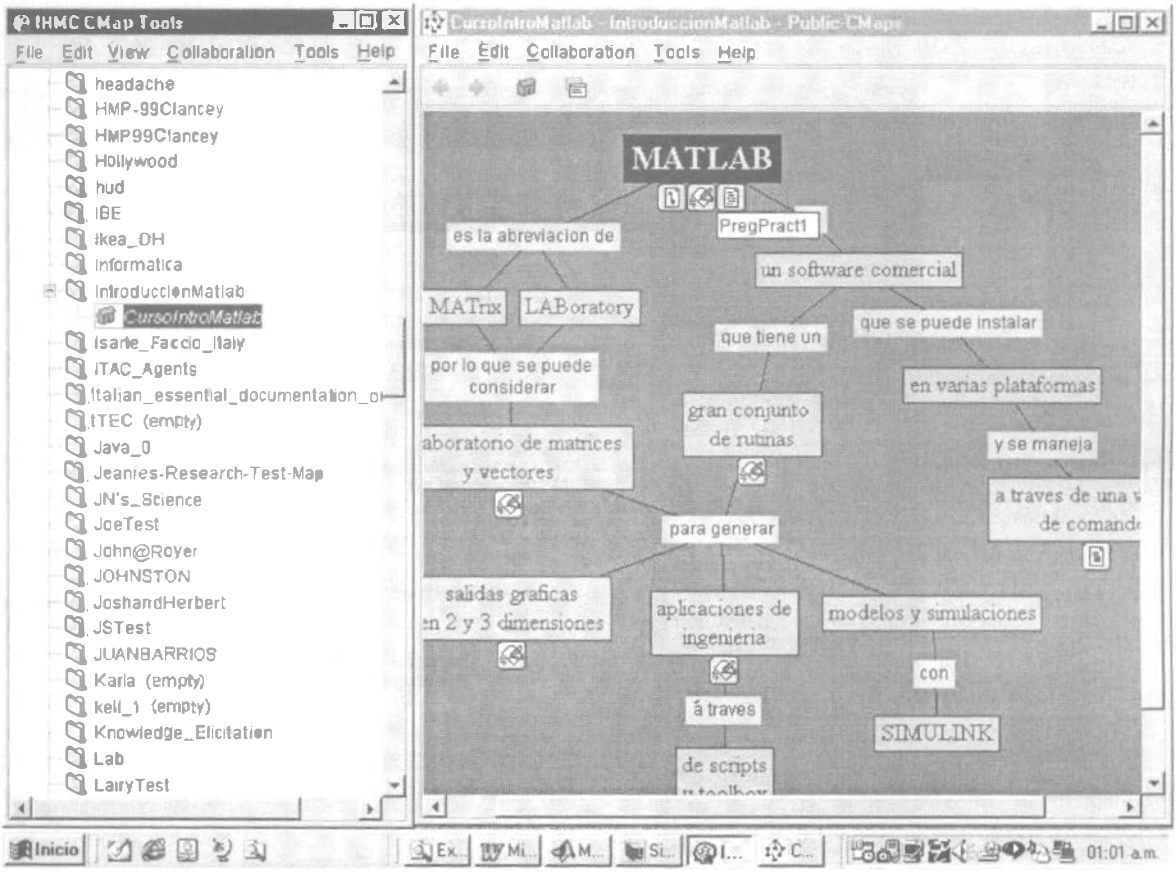


Figura 5. El usuario navega con el brawser de IHMC hasta encontrar el tema que le interesa.

√ El usuario lee el mapa conceptual percibiendo que existe mas **información** detrás de una entidad y selecciona el tipo de información al cual desea accesar: audio, video, texto, otro mapa conceptual, o una liga URL a una página de hipertexto. Consideramos que en este momento el usuario se encuentra en la segunda fase del poliedro (Figura 6), donde se interesa

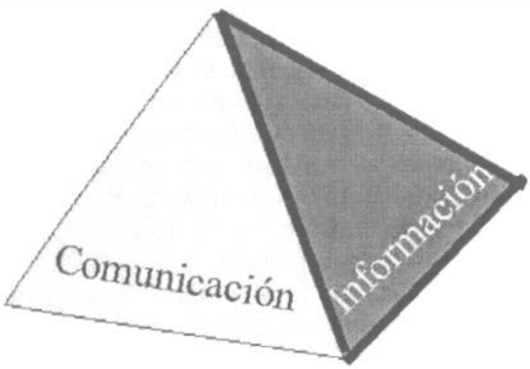


Figura 6. Poliedro enfocado al aspecto de Información.

por la información que contienen los documentos ligados en el mapa, de tal forma que él selecciona el medio que más le agrade de acuerdo a su interés (ver Figura 7).

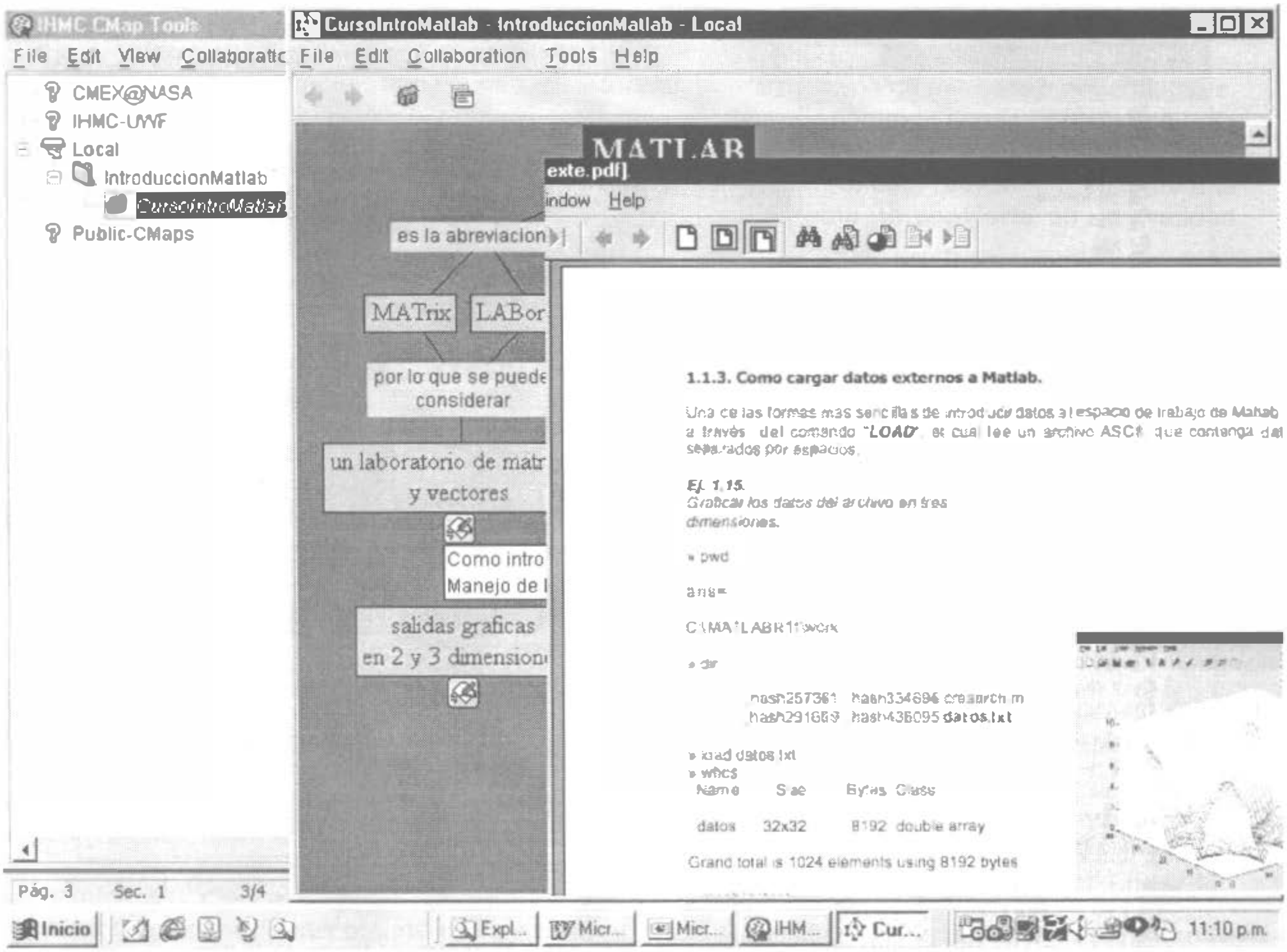


Figura 7. El usuario accesa a la información detallada ligada a través del Mapa Conceptual.

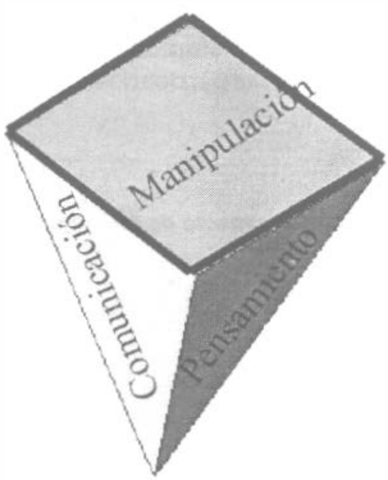


Figura 8. Poliedro enfocado al aspecto de manipulación.

√ En cuanto se localiza la información de interés el alumno procede a la **manipulación** mecánica copiando los ejercicios que vienen en el manual con un simple Copy-Paste al ambiente de trabajo de Matlab, e interpretar los resultados. En este momento el alumno se empieza a hacer algunas preguntas como: ¿Qué sucede si multiplico una matriz por una constante? o ¿Se puede hacer operaciones con números complejos? Y en ese momento entonces, entra en acción el instructor indicando donde puede encontrar esa información dentro del mapa conceptual o en su defecto corregir la interpretación que hace el alumno. Consideramos que en esta etapa el alumno se encuentra en un umbral listo para pasar a la parte cognitiva.

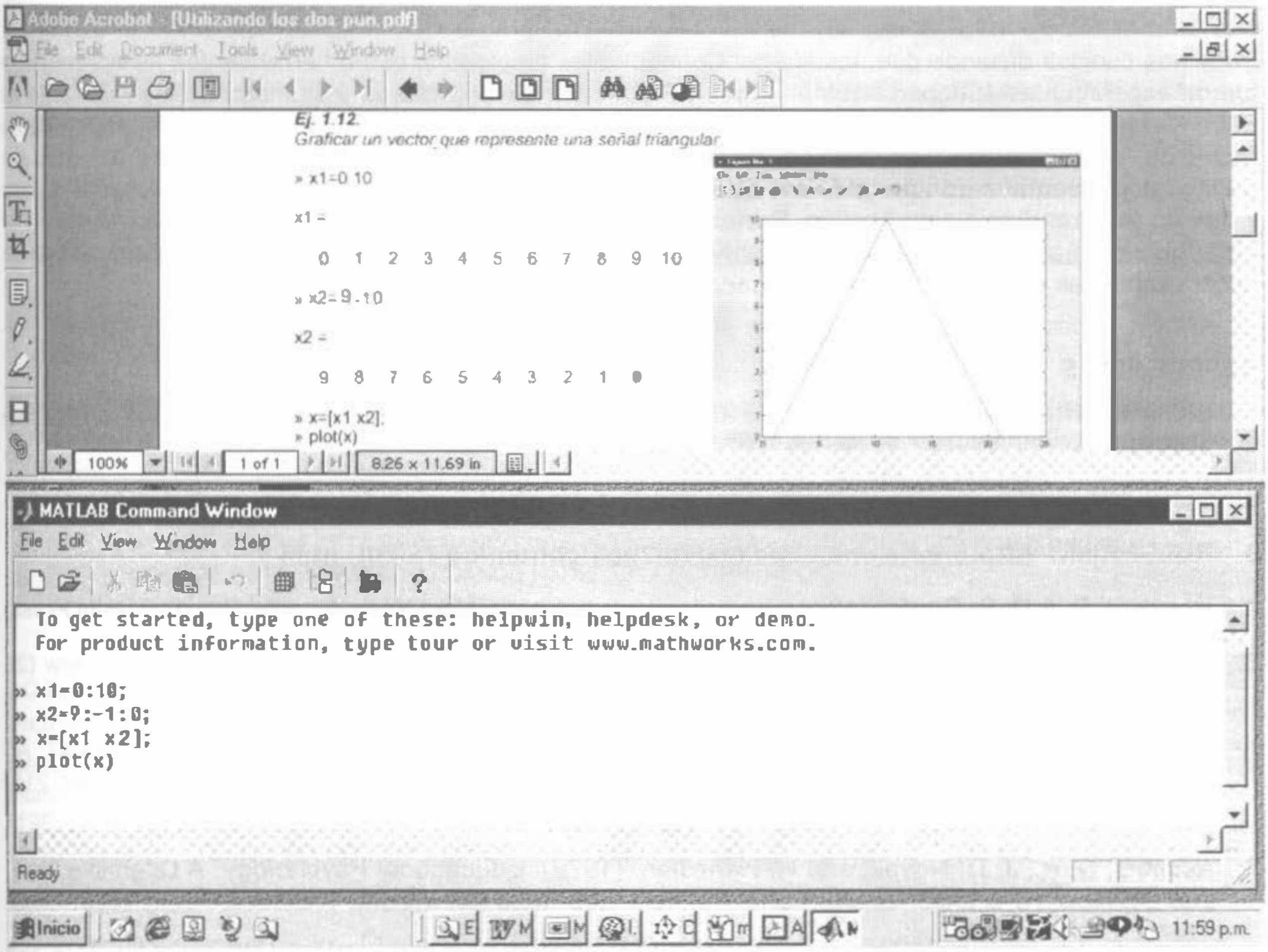


Figura 9. El usuario manipula el software y los datos, para comprobar lo que dice la información.

√ Después de que el usuario sabe manipular la herramienta, el instructor audazmente empieza a lanzar preguntas: *¿Quién me dice, cómo puedo generar tres periodos de la señal anterior?* Y si el alumno entendió el ejemplo, entonces fácilmente podrá manipular los datos para llegar a contestar la pregunta acertadamente. El profesor lanza 2 o tres preguntas similares y cuando empieza a ver el animo de los alumnos, es el momento propicio para dejarles un ejercicio o actividad que ya no tienen que copiar del manual.

Figura 10. Relación de aprendizaje entre el sujeto y la computadora a través de Mapas conceptuales

CONCLUSIONES

Podemos concluir diciendo que, los Mapas Conceptuales empleados como herramientas de aprendizaje fueron experimentados impartiendo un curso de Matlab a los profesores y alumnos de ingeniería de la ENEP-Aragón, en la cual establecimos una relación entre el sujeto y la computadora, ejercitando cuatro aspectos: comunicación, información, manipulación y pensamiento. Estas cuatro caras del modelo pedagógico se enfatizaron de tal forma que se presentó un aspecto a la vez, para no saturar al sujeto y guiarlo al aprendizaje significativo. Ponemos a disposición el material que se encuentra el servidor http://public-cmaps.coginst.uwf.edu/cmaps/IntroduccionMatlab.html como ejemplo de lo que se puede hacer usando las nuevas tecnologías aplicadas en la enseñanza de las matemáticas.

REFERENCIAS

1. BIOGRAPHICAL SKETCH: Douglas C. Engelbart **http://sloan.stanford.edu/mousesite/dce-bio.htm**

2. CONKLIN, J. 'Hypertext: An Introduction and Survey'. IEEE Computer, September 1987. p.17-41.

3. RUIZ-PRIMO: **http://redie.ens.uabc.mx/vol2no1/contenido-ruizpri.html**

4. Novak, J. D. & D. B. Gowin. (1984). Learning How to Learn. New York: Cambridge University Press.

5. Ausubel, D. P, J. D. Novak, & H. Hanesian (1978). Educational Psychology: A Cognitive View (2a edición). New York: Holt, Rinehart & Winston. Reimpreso, 1986. New York: Warbel & Peck.

6. Ford, K. M., A. J. Cañas, J. Jones, H. Stahl, J. Novak & J. Adams-Webber. (1991). ICONKAT: An Integrated Constructivist Knowledge Acquisition Tool, Knowledge Acquisition Journal, 3, pp. 215-236.

7. Ausubel, D. P., J. D. Novak, and H. Hanesian. (1978). Educational Psychology: A Cognitive View 2nd ed. New York: Holt, Rinehart and Winston. Reprinted, New York: Warbel & Peck, 1986.

8. Anderson, O. R. (1992). Some interrelationships between constructivist models of learning and current neurobiological theory, with implications for science education. Journal of Research in Science Teaching, 29(10), 1037-1058.

9. Cañas, A. J. (1998). Algunas Ideas sobre la Educación y las Herramientas Computacionales Necesarias para Apoyar su Implementación, Memoria del IX Congreso Internacional sobre Tecnología y Educación a Distancia, San José, Costa Rica. Reimpreso en Red: Educación y Formación Profesional a Distancia, Ministerio de Educación, España (1999).

10. Constructivismo y aprendizaje significativo. Elaboración de Mapas Conceptuales. Jesús Farfan Hernández. (Lecturas Básicas).

11. http://cmap.coginst.uwf.edu

--- o ---

Experiencia en el uso de Programas Computacionales para Enseñar Matemáticas en Ingeniería en la UNITEC

José Antonio Nava Rodríguez

La principal preocupación del docente es siempre lograr la mayor eficiencia en la transmisión de los conocimientos.

La complejidad del proceso enseñanza – aprendizaje nos invita a abordar el problema desde diversos aspectos y uno de ellos es el uso de nuevas tecnologías que faciliten el aprendizaje de las matemáticas en ingeniería, mediante el uso de programas tutoriales, que permitan la interacción del profesor con los alumnos desde una nueva perspectiva, que rompa con el paradigma de los procesos tradicionales de la enseñanza.

> "DECIR QUE SE ESTÁ ENSEÑANDO CUANDO NADIE ESTÁ APRENDIENDO ES COMO DECIR QUE SE ESTÁ VENDIENDO CUANDO NADIE ESTÁ COMPRANDO"
>
> JOHN DEWEY (1934)

¿Cómo se relaciona el proceso de enseñanza - aprendizaje con la visualización y el uso de tecnología?

Dentro del contexto de las actuales teorías del aprendizaje, el constructivismo se plantea cómo guiar al alumno en la construcción de sus esquemas, partiendo de sus conocimientos previos. Herscovics y Bergeron (1984), proponen un modelo de "Entendimiento" el cual comprende 4 etapas en la construcción del conocimiento: 1.Entendimiento intuitivo, 2.Entendimiento procedural, 3.Abstracción matemática y 4.formalización.

1. Entendimiento intuitivio.- El alumno está en este nivel, cuando sus conocimientos matemáticos son de tipo informal, basados únicamente en percepciones visuales.

2. Entedimiento de los procesos.- En este nivel, el alumno puede relacionar su entendimiento intuitivo y emplearlo para la adquisición de procesos matemáticos.

3. Abstracción matemática.- El alumno alcanza este nivel, cuando es capaz de separar los elementos importantes de lo concreto y los procedimientos, ya sea para hacer generalizaciones o para construir invariantes.

4. Formalización.- En este nivel el alumno comprende la necesidad de las definiciones formales y el uso del simbolismo matemático y puede proponer axiomas y a partir de ellos deducir demostraciones matemáticas.

En matemáticas muchos conceptos y procesos podrían ligarse a interpretaciones visuales según Eisenberg y Dreyfus (1989), lo que ha generado diversas investigaciones en relación con el potencial didáctico de la visualización, la forma como ésta podría favorecer al aprendizaje y bajo qué condiciones utilizarla. Para Bishop (1989), la visualización es un proceso mental interno y por tanto muy particular de cada individuo, pero que puede estimularse y esto corresponde a la enseñanza, la cual puede valerse de materiales manipulativos como la computadora que ayuden al proceso de la visualización.

Por su parte Bárbara Moses (1982), propone que la visualización podría utilizarse como una forma diferente de conducir el razonamiento, que involucra sensación, imaginación y manipulación mental de los objetos y que podría facilitar el proceso de solución de problemas. Esta visualización implica que el profesor induzca a los estudiantes a formarse una imagen del problema, a describirlo con sus propias palabras, creando una imagen o modelo tridimensional e incluso darle movimiento a la situación del problema. Por otra parte, dice que el profesor deberá ayudar al estudiante mediante preguntas, a desarrollar su creatividad y flexibilidad de pensamiento. Asegura que la creación de una imagen de la situación de un problema es básica para lograr la generalización y asimilación del conocimiento. Aquí también puede intervenir la computadora como un poderoso auxiliar.

Por otro lado Eisenberg y Dreyfus (1989) citan a Bishop, quien dijo que <<la representación visual es de valor para todos los estudiantes y en todos los aspectos del currículum de matemáticas >>. Eisenberg y Dreyfus consideran que aún no se han contestado preguntas importantes respecto a si verdaderamente la visualización tiene influencia positiva en la generalización y en la abstracción y si la tiene, cómo y con qué profundidad debe utilizarse.

Por lo que toca al uso de la computadora, Bishop (1989) dice que ésta ha desempeñado un papel importante en los trabajos de investigación relativos a la VISUALIZACIÓN, arrojando resultados positivos que parecen indicar que el poder generar y manipular imágenes en la computadora estimula las habilidades de visualización mental e incluso la comprensión de ideas algebraicas. No obstante lo anterior, parecen existir dificultades de tipo epistemológico que aún no se han investigado como pueden ser: el pensamiento inflexible, imagen rígida, etc., sin embargo recomienda "enfatizar las representaciones visuales en todos los aspectos de las matemáticas escolares". Bishop (1989, p.14)

Actualmente los programas que grafican (como MATLAB, MAPLE, MATHEMATICA, etc.), representan una buena opción para el manejo de diagramas, gráficas y figuras en tercera dimensión. El problema estriba en que el uso de las herramientas tecnológicas debe ser adecuado al diseño de las estrategias de enseñanza, de tal modo que propicien el razonamiento y la aplicación del potencial de conocimientos de los alumnos, ayudándolos a lograr esquemas más ricos, más estructurados e interrelacionados.

Fernando Hitt Espinosa (1996) considera que la visualización de conceptos en la escuela (ángulo, ángulo exterior, variable, ecuación, etc.) es de suma importancia ya que contribuye de manera directa en la adquisición de conocimientos y que por ello existe la preocupación de que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de la matemática apoyándose en el uso de la computadora.

Hitt Espinosa considera que el sistema educativo debe situarse en la promoción de nuevas metodologías de la enseñanza de las matemáticas, nuevos materiales educativos (libros de texto, software, etc.) y uso reflexivo y creativo de la tecnología existente ya que a través de la simulación se estará construyendo un puente entre las ideas intuitivas que tenga un alumno y los conceptos formales y para ello la computadora es un elemento imprescindible en la enseñanza de las matemáticas. En un ambiente de trabajo como el anterior, se hace necesario formar al nuevo profesor de matemáticas y crearle una infraestructura permanente de apoyo a las actividades académicas que realiza, de tal forma que contemple la producción de materiales innovadores y la experimentación educativa.

Por lo anterior, los docentes tendríamos que fortalecer nuestros propios procesos de visualización y actualizarnos en cuanto a herramientas tecnológicas, investigando los resultados que cada tipo de material educativo reporte y buscar la diversidad de programas para emplearlos en la enseñanza, sin perder de vista el objetivo de facilitar el proceso de aprendizaje, incidiendo en los procesos de asimilación y acomodación para proporcionar aprendizajes de mayor calidad.

Tocante a que las evidencias de aprendizaje tienen que ver con el proceso de evaluación, entonces la adaptación tendrá que reflejar lo que bajo estas técnicas y concepciones constructivistas deseamos alcanzar. Existen criterios de evaluación promulgados por organismos internacionales, pero el diseño de las pruebas, actividades escolares y extraescolares están aún en su fase de desarrollo y experimentación.

Swan (1993) señala que los criterios de evaluación y normas de enseñanza son un reflejo de lo que la sociedad desea en cuanto al currículum escolar y que estos parámetros deben guiar el diseño de reactivos. No obstante lo anterior, habría que sensibilizar a los docentes en cuanto a los nuevos enfoques de la enseñanza, a sus bondades y a la necesidad de actualizar las formas tradicionales de evaluación que como dice Hitt Espinosa (1996) <<la evaluación de los procesos realizados por un alumno en un contexto de papel y lápiz, puede ser ahora complementada en un ambiente de papel, lápiz y computadora>>.

El uso de las matemáticas ha sufrido cambios en la última década; el empleo de las computadoras para procesar información, los cambios tan rápidos en la tecnología y la ampliación de las áreas, donde, se utilizan las matemáticas ha provocado un cambio en las mismas matemáticas, lo cual nos indica que debemos cambiar los modelos de la docencia y el rol que desempeñamos conjuntamente con los estudiantes. El uso de la tecnología en la docencia ha producido cambios tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas.

Los programas educativos de computación han permitido a los estudiantes trabajar indívidualmente y desarrollar sus propias investigaciones, comprobar sus ideas y sus resultados, transformando el ambiente de la clase tradicional de matemáticas en un laboratorio, en el cual, los docentes y los estudiantes se convierten en compañeros naturales en el desarrollo de ideas y en la resolución de problemas matemáticos.

Consideramos que el empleo de la computadora puede traer como consecuencia el abatimiento del alto indice de reprobación de materias de matemáticas y física, dado que el estudiante con el apoyo docente y con el uso de la computadora, integrará su conocimiento en forma más significativa y con ello puede mejorar su estructura cognitiva, lo cual le facilitará hacer transferencias y aplicaciones hacia otras áreas del conocimiento.

La posibilidad que ofrece el uso de la computadora al manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples sistemas de representación, (Bruce, J.W., et al (1992), Dubinsky, E., Tall David (1990), Heid, M. Kathleen (1992), Kaput, J. J. (1992), Morris, Richard (1992), Wolfran Research (1992), etc.), está abriendo espacios para que el estudiante viva nuevas experiencias dentro del mundo de las matemáticas (difícilmente de lograr en medios tradicionales como el borrador, pizarrón y gis), y le permita manipular directamente los objetos matemáticos en un ambiente de exploración.

Estas experiencias apuntan en la dirección de poder servir, si se toman en cuenta los complejos contenidos de la matemática y la complejidad de los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas, pero sobre todo el papel que deben jugar los encargados de diseñar el currículo y el de los docentes al diseñar e implementar sus estrategias didácticas para aprovechar el uso cada vez más frecuente de la computadora, creando con ello espacios en los que el alumno construya su conocimiento matemático bajo la orientación del docente

Consideramos que el principal aporte del uso de tecnología para enseñar matemáticas en ingeniería consiste en la interacción que se logra entre el docente, el alumno y la computadora y esto está cambiando la visión del proceso enseñanza – aprendizaje y con ello se está cambiando el paradigma de la clase tradicional.

> "Los grandes descubrimientos resuelven grandes problemas, pero en la solución de cualquier problema hay un poco de descubrimiento. El problema puede ser modesto; pero si desafía a la curiosidad y se ponen en juego las facultades inventivas de una persona, y ésta lo resuelve por sus propios medios, podrá experimentar la tensión y disfrutar el triunfo del descubrimiento."
>
> *George Polya*

Bibliografía:

1. Aebli, H. *Doce formas básicas de enseñar. Una didáctica basada en la Psicología.* Ediciones Narcea S. A. Madrid, 1995.

2. Aleksandrov, A. D., et al. *La matemática, su contenido, métodos y significado.* Editorial Alianza Universidad. Madrid, 1979.

3. Balachff, N., Kaput, J.J. Computer based learning environments in mathematicas. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, C. Laborde (eds., 1996). International handbook of mathematics education. Dordrecht: Klwer, pp. 459 – 501.

4. Balderas, C. P. E. Representaciones y procesos cognoscitivos en la enseñanza de la matemática con recursos tecnológicos. Proyecto de investigación sobre procesos cognoscitivos del aprendizaje basado en representaciones matemáticas y uso de tecnología. UACPYP – CCH, UNAM. México, 1994.

5. Bishop, A. Review of Research on Visualization in Mathematics Education. Massachusetts, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, vol. 11, Nº 1, winter 1989, pp. 1-5.

6. Bruce, J.W., et al. Microcomputers and mathematics. Cambridge University Press, 1990.

7. Cárdenas, M.A., et al. *Cuaderno de prácticas de matemáticas IV.* Editorial Eduvem. México, 1997.

8. Carrillo, A., Llamas. *Derive. Aplicaciones matemáticas para PC.* Ed. Addison-Wesley Iberoamericana. México, 1995.

9. Clime News. Special Microworlds Section (s.l.), vol. 2, Nº 2, abril, 1989, pp. 8-9.

10. Courant R. y Robins H. *¿Qué es la matemática?*. Ed. Aguilar. México, 1998.

11. Dubinsky, E., Tall, D. Advanced mathematical Thinking and computer. En David Tall (ed) Advanced Mathematic Thinking, Mathematics Education Library. Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 1991.

12. Heid, M. Kathleen. Transformation of learning of algebra and calculus vía computer tools. 7th International Congress on Mathematical Education. Microconference on calculators and computers. Quebec, Canada, 1992.

13. Hercovics, N., Bergeron, J. A Constructivist vs a formalist Approach in the Teaching of Mathematics. PME 8TH Confeence, pp. 190-196. 1984.

14. Hitt, E. F. Intuición primera versus Pensamiento Analítico: Dificultad en el paso de una Representación Gráfica a un contexto real y viceversa. En Revista Educación Matemática., vol. Nº 1. México, abril 1995.

15. Kaput, James J. Technology and Mathematics Education. Handbook of Research on Mathematics Teaching an Learning. Douglas A. Grows (ed) A protect on NCTM, 1992.

16. Martínez, Cruz Armando M. Uso de tecnología en el aula. Experimentos con el CBL; UACPYP-CCH, UNAM. México, 1996.

17. Morris, Richard. Computer Experiments in a course for Mathematics Teachers. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching. Vol. 11, Nº 1, pp. 13-18. 1992.

18. Moses, B. Visuslization: a Problem-Solving Approach. Canada, Math Monograph, Nº 7, abril, pp. 61-66.

19. Nakamura, Shoichiro. *Análisis Numérico y Visualización Gráfica con Matlab.* Ed. Prentice Hall Hispanoamericana, S. A. México, 1997.

20. NCTM. *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática.* Ed. Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES". España, 1990.

21. Ruthven, K. Calculators in the mathematics curriculum: the scope of personal computational Technology. Dordrecht:.Kluwer, pp. 435-468.

Por su atención muchas gracias.

--- o ---

Las Calculadoras y las Computadoras como apoyo en la Enseñanza de las Matemáticas

Heriberto de Jesús Aguilar Juárez
Isabel Patricia Aguilar Juárez
Facultad de Ingeniería, UNAM

INTRODUCCIÓN

No se puede negar la penetración que los medios de cómputo electrónico: calculadoras y computadoras, han tenido en nuestra forma de trabajar y de vivir, desde que su distribución alcanzó el nivel comercial y la gente aprendió a utilizar los paquetes de software para aplicaciones, tanto comunes, como especializadas. No sería sensato intentar evadirse de este signo de los tiempos y aferrarse a metodologías de trabajo menos eficientes y hoy en día anacrónicas. Menos aún debería el docente intentar disuadir a sus alumnos del uso de estos productos de la tecnología que, bien utilizados, habrán de facilitarles su trabajo e incrementar su eficiencia. Por el contrario, les haría un gran servicio si les enseñara a utilizar dichos medios correcta y eficientemente, y a apreciarlos en su justo valor. En esta ponencia analizamos la importancia que tiene para el profesional de la ingeniería el mantenerse actualizado en el uso de estas tecnologías, y la necesidad de que el docente adecue sus métodos de enseñanza, a fin de sacar partido de ellas en beneficio de la calidad de los aprendizajes en la escuela de ingeniería. También presentamos algunos ejemplos particulares para comunicar mejor nuestra propuesta.

CALCULADORAS Y COMPUTADORAS

La posibilidad que ofrecen al hombre las calculadoras y las computadoras electrónicas, de liberarse de largos y engorrosos procesos de operaciones aritméticas repetitivas, llevadas a cabo manualmente o con la ayuda de instrumentos que hoy resultan rudimentarios, para ocupar su mente en operaciones más creativas e interesantes, repercute, o al menos puede repercutir, en un incremento de la productividad y la eficiencia profesional del ingeniero y de muchos otros profesionistas. El beneficio será mayor, entre mayor sea la destreza del individuo para utilizar dichas herramientas de manera eficiente. Esto incluye, por supuesto, la capacidad por parte del usuario de interpretar correctamente los resultados "fríos" que arroja el instrumento, y de identificar las limitaciones que cada procedimiento automatizado de procesamiento pudiera tener, sobre todo si no ha sido él mismo el programador. Paradójicamente, estos mismos recursos liberadores del intelecto del hombre pueden hacerlo dependiente, hasta el extremo de no ser capaz de resolver la operación más simple si no dispone de ellos en un momento dado.

Se ha convertido en un lugar común la opinión de que el uso de la calculadora atrofia la capacidad de las personas, sobre todo de los jóvenes, de realizar procesos matemáticos en forma independiente. A este respecto, nosotros pensamos que el profesor de matemáticas (en los diversos niveles educativos) puede contribuir en gran medida a que eso no suceda. Él puede, y creemos que debe, exigir de sus alumnos el desarrollo de las habilidades matemáticas básicas que les proporcionen el mayor grado posible de independencia intelectual. Y es que, aparte de la agilidad mental que proporcionan el cálculo numérico y el álgebra, la capacidad de realizar tales operaciones le permite al usuario de la calculadora o la computadora verificar la correcta operación del instrumento o del programa, simplemente efectuando, a manera de prueba, algún cálculo o serie de cálculos representativos de la tarea que el aparato habrá de realizar, solo que suficientemente sencillos y breves como para que se puedan realizar a mano. Pero si el usuario no es capaz de llevar a cabo por sí mismo estas operaciones, entonces sí que está a merced del instrumento. Su única opción será confiar ciegamente en él.

Otro riesgo que habrá que sortear en relación con el uso de las calculadoras por parte de los estudiantes, se deriva de la manera en que estos dispositivos expresan la notación científica para las cantidades, es decir, la notación en potencias de 10. El hecho de que la base de tales potencias, el 10, a menudo no se muestre de manera explícita en las expresiones (por ejemplo, la cantidad 5×10^{-2} se expresa como 5 E-02) induce al estudiante a confundir una cantidad como 5×10^{-2} con 5^{-2}. No pocos estudiantes piensan que estas dos cantidades son iguales. Más aún, tienen problemas para introducir en su calculadora cantidades como 10^{-2}, si no ven esta cantidad expresada en la forma 1×10^{-2}. No creemos sin embargo que la presencia de tales riesgos justifique intentar evitar el uso de las calculadoras y la computadora por parte de los estudiantes en etapas tempranas de su educación. Pensamos, más bien, que para evitar estas confusiones, los cursos de matemáticas deben poner especial cuidado en lograr que el estudiante comprenda perfectamente el significado de las expresiones que involucran exponentes, y enseñar la notación científica tan pronto como sea posible, tal vez mucho más temprano ahora, que lo que se hacía antes.

No podemos dejar de señalar que algunas personas suponen que el contar con una buena calculadora programable y un surtido amplio de programas de biblioteca para llevar a cabo determinados procedimientos matemáticos puede eximir al usuario del equipo de la necesidad de conocer, y entender bien él mismo, dichos procedimientos. Esto es un error que, quien así piensa, pronto descubre, con la correspondiente frustración y consecuencias indeseables. Conocemos, por ejemplo, el caso de un estudiante de estadística que, contando en su calculadora con las rutinas necesarias para efectuar una amplia gama de pruebas de hipótesis, consideró innecesario empaparse él mismo en la teoría y las técnicas involucradas en tales procedimientos. Cuando, en un examen, se vio en la necesidad de efectuar una prueba específica, a pesar de contar con el recurso de su calculadora, no fue capaz de seleccionar la prueba adecuada, y reprobó. Si bien no es conveniente subestimar los recursos que ofrecen los dispositivos de cómputo electrónicos, no identifiicar sus limitaciones puede tener consecuencias nefastas. Una vez más, es labor del educador enseñar a sus alumnos que tales dispositivos son un ayuda valiosa en manos del usuario que conoce el problema que debe resolver y las estrategias para lograrlo. Pero los dispositivos no pueden por sí mismos identificar ni resolver el problema.

LAS CALCULADORAS Y LA COMPUTADORA COMO AUXILIARES EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Ciertas aplicaciones posibles de las computadoras en los procesos de enseñanza-aprendizaje son evidentes y se encuentran funcionando ya en muchas escuelas de ingeniería. Es el caso, por ejemplo, de contar con material didáctico como bancos de ejercicios y problemas para un curso específico en internet y, por lo tanto a disposición de los alumnos del curso en el momento que los requieren. También la posibilidad de comunicación extraclase con el profesor por medio del correo electrónico a menudo resulta útil para las partes involucradas en el proceso. Sin embargo, a estas aplicaciones generales se pueden sumar innumerables aplicaciones específicas, adecuadas a los requerimientos de cada curso en particular. La aplicación inteligente y oportuna de este tipo de recursos puede muchas veces facilitar el aprendizaje e incrementar sensiblemente su calidad. El uso de paquetes para aplicaciones matemáticas como Mathematica, MatLab y otros, por ejemplo los orientados a la estadística, ofrecen amplísimas posibilidades de apoyo al aprendizaje de los conceptos y los métodos matemáticos, y únicamente requieren para su utilización de una computadora personal como las que tenemos en muchos de nuestros laboratorios de cómputo.

Tenemos la experiencia de que es posible y aun fácil, para cualquier estudiante de ingeniería, aprender en forma paralela con los conceptos y métodos de cualquiera de sus cursos de matemáticas, técnicas computarizadas, como las que ofrecen los paquetes mencionados, para apoyar y complementar su aprendizaje. Se dispone, por ejemplo, de la posibilidad de efectuar operaciones numéricas y simbólicas que pueden servir como comprobación de las operaciones realizadas como ejercicio por el estudiante, o como un medio ágil para obtener información requerida en el curso de la resolución de problemas complejos. En este último sentido, podríamos mencionar como ejemplo típico, la obtención rápida de las raíces reales y complejas de una ecuación polinomial, la cual bien podría ser la ecuación característica de algún sistema físico o de una matriz hessiana, en un problema de máximos y mínimos. La obtención numérica de soluciones no asequibles por medios analíticos, para determinados problemas, por ejemplo, ciertas integrales definidas, o ciertas ecuaciones diferenciales, etc., abre la posibilidad de extender los métodos matemáticos más allá de los límites propios de los procedimientos puramente analíticos.

La posibilidad de generar representaciones gráficas relacionadas con funciones de diversos tipos: escalares, vectoriales, complejas, etc., facilita la visualización del comportamiento de dichas funciones, ya sea en forma global, o en torno a puntos de interés particular, y el análisis de sus características. Con frecuencia, este tipo de análisis sirve como punto de partida para un estudio analítico riguroso, por ejemplo de la continuidad o la derivabilidad en ciertos puntos, o bien para lograr una mejor comprensión de los resultados producto de un análisis riguroso. La posibilidad de obtener fácilmente transformadas integrales, como la de Fourier, ya sea de manera simbólica o numérica, facilita la exploración empírica de las características generales y particulares de este tipo de transformaciones, introduciendo modificaciones sistemáticas en las propiedades de las funciones a transformar y observando los efectos en la transformada, de dichas modificaciones. Cabe señalar que este tipo de estudio sería sumamente difícil de lograr sin el recurso de técnicas computarizadas, dada la enorme cantidad de trabajo que requeriría y el tiempo que consumiría.

Así pues, al tiempo que el alumno aprende cálculo diferencial e integral, bien puede aprender a calcular derivadas e integrales simbólica y numéricamente, por medio de paquetes como los mencionados arriba. Asimismo puede aprender a generar gráficas de funciones y a extraer de ellas información útil. Junto con su curso de álgebra superior podría aprender a usar los paquetes de software para realizar operaciones con números complejos, resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones, calcular determinantes, invertir matrices, etc. En el curso de ecuaciones diferenciales, el estudiante bien podría, y seguramente encontraría muy interesante, aprender a obtener soluciones y familias de soluciones de ecuaciones diferenciales, y generar representaciones gráficas de ellas. Al lado de los temas de la geometría analítica podría generar representaciones de curvas y superficies. Con la teoría de las funciones de variable compleja podría aprender a representar tales funciones por medio de aplicaciones (o mapeos) y, en paralelo con el Análisis de Fourier, podría aprender a usar las utilerías correspondientes de los paquetes mencionados u otros. Está claro que los usos que se pueden dar a estas herramientas, con fines didácticos, son sumamente variadas, y dependen en gran medida de la creatividad de profesores y alumnos.

Al final de esta ponencia, como apéndice, se presentan, a manera de ejemplo, algunas aplicaciones sencillas de las utilerías de la calculadora HP 49G, en la resolución de problemas matemáticos.

Con el fin de evitar una visión distorsionada por parte del estudiante de ingeniería, en relación con los métodos analíticos que aprende en sus cursos de matemáticas, los cuales son casi siempre más difíciles de dominar y manejar que las técnicas computarizadas correspondientes, se debe poner especial esmero en enseñar al alumno a distinguir entre una solución analíticamente obtenida (tal vez en términos de literales) para un problema dado, la cual en realidad representa una solución de carácter general para un cierto tipo de problema matemático, y una solución obtenida numéricamente para un problema específico, cuya validez se restringe a ese problema en particular. Cada una de estas soluciones tiene, pues, su valor de utilidad, pero por lo regular, la numérica no puede sustituir por completo a la analítica. Así pues, el estudiante no debería rechazar los métodos analíticos, guiado por la impresión equivocada de que los numéricos pudieran reemplazarlos. Una clara comprensión de los unos y los otros, y de sus respectivos terrenos de aplicación, así como de sus limitaciones, le permitirá darse cuenta de que no es así.

EL USO DE LA CALCULADORA O LA COMPUTADORA EN LOS EXÁMENES DE MATEMÁTICAS

La evaluación es inherente a cualquier proceso de enseñanza-aprendizaje. Surge por ello la cuestión acerca de la pertinencia de permitir el uso de calculadoras o incluso la computadora en las actividades de evaluación, y en particular, en los exámenes. No parece debatible el hecho de permitir e incluso alentar el uso de la computadora para trabajos con valor en la evaluación, llevados a cabo fuera del aula, por ejemplo, proyectos. En cambio, sí resulta controversial el permitir el uso de calculadoras en los exámenes dentro del aula, sobre todo si las calculadoras permitidas tienen la capacidad de almacenar en su memoria cantidades grandes de información, como formularios o hasta fragmentos de las notas de clase. En relación con esta cuestión, nosotros consideramos que, siendo la calculadora y la computadora elementos importantes dentro de los trabajos del curso, como proponemos que lo sean, pueden, y en muchos casos deben, estar presentes en los trabajos que se llevan a cabo con fines específicos de evaluación, como los exámenes. El problema de falta de control sobre la información contenida en las calculadoras utilizadas en el examen, se puede resolver en diversas formas. Desde facilitarle a cada estudiante una calculadora, propiedad de la institución educativa, en calidad de préstamo para que sea utilizada en el examen, hasta restringir el tipo de calculadoras permitidas para un examen dado. Sin embargo, ninguna de estas acciones es necesaria cuando el instrumento de evaluación está diseñado para detectar y medir la comprensión alcanzada de determinados conceptos o las habilidades desarrolladas como producto del curso, y no aprendizajes de tipo memorístico. Como esa es la situación más frecuente en los cursos de matemáticas, es de esperarse que en muchos de los exámenes pueda permitirse el uso de calculadoras sin restricciones. El uso de la computadora en un examen se hace posible si éste se lleva a cabo en un salón equipado con las computadoras necesarias.

CONCLUSIONES

La enseñanza de las matemáticas para ingenieros, como muchas otras esferas de la educación, tiene en las técnicas de la computación electrónica una amplia gama de oportunidades, muchas de ellas todavía no explotadas en toda su potencialidad. Quienes participamos en la formación de ingenieros nos encontramos ante el reto de actualizarnos y actualizar nuestros métodos de enseñanza, si es que no lo hemos hecho aún, para aprovechar esas oportunidades que nos ofrece la tecnología actual, en beneficio de nuestra tarea y de la profesión misma de la ingeniería.

BIBLIOGRAFÍA

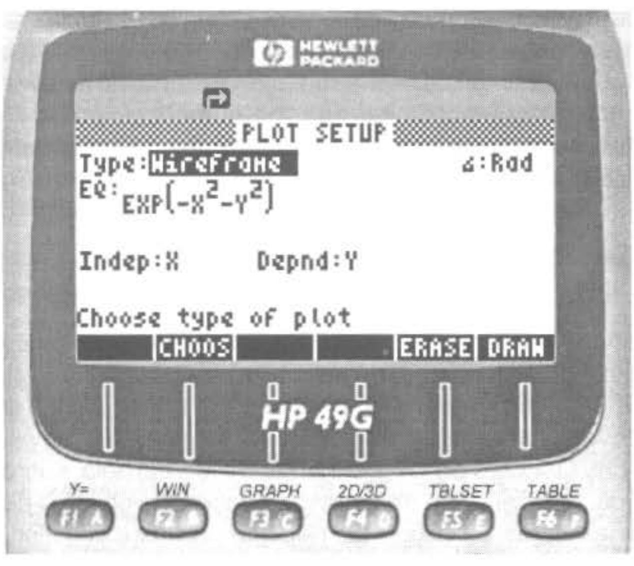
- Wolfram, S., *The Mathematica Book*, Fourth Edition, Wolfram Media / Cambridge University Press, USA,1999.
- Shaw, W. T. and Tigg, J., *Applied Mathematica*, Addison-Wesley, Readding, Massachusetts, 1994.

APÉNDICE

Algunas Aplicaciones de la Calculadora HP 49G, de Interés en Matemáticas

Obtención de la gráfica de la función

$$f(x, y) = e^{(-x^2 - y^2)}$$

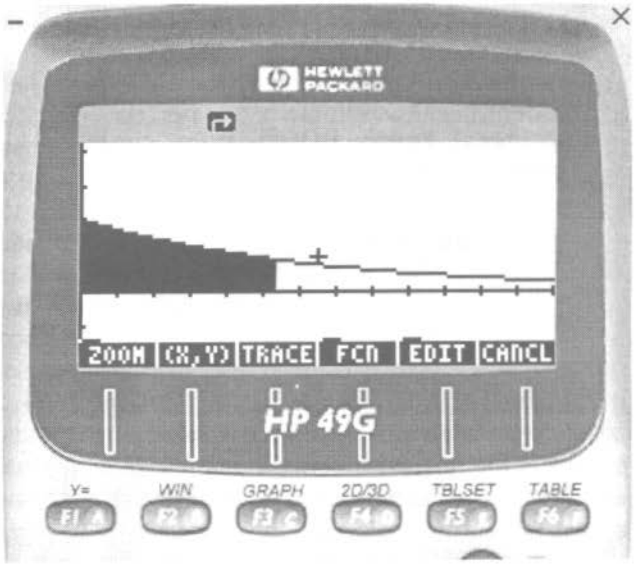


Generación de un mapa de curvas de nivel para la función f(x, y) = $x^2 - y^2$

Cálculo de la integral definida

$$\int_0^{1.23} e^{-x}\,dx$$

para determinar la probabilidad de que una variable aleatoria con distribución exponencial con parámetro 1 tome valores entre cero y 1.23



Desarrollo de una prueba de hipótesis de dos colas sobre la media de una población de la cual se desconoce la varianza.

El estadístico usado es un estadístico T con distribución t-student con 49 grados de libertad y la prueba se realizó con un 5% de significancia.

--- o ---

CÓMO ALCANZAR LOS OBJETIVOS DE LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS USANDO LAS CALCULADORAS Y MAPLE V

ISABEL PATRICIA AGUILAR JUÁREZ, A. LEONARDO BAÑUELOS SAUCEDO
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

El estudio de las matemáticas y en particular del cálculo es y ha sido desde siempre, fundamental en la formación del ingeniero, no solamente por las habilidades matemáticas que permiten al estudiante desarrollar proyectos de ingeniería, sino por la sólida formación de la capacidad de razonamiento y abstracción. Esta característica peculiar de las matemáticas hace de ellas una disciplina difícil de cultivar. No todos tenemos la capacidad de abstracción suficiente para lograr comprender algunos conceptos o visualizar mentalmente comportamientos hasta cierto punto complejos; es por esto que las calculadoras o los programas de cálculo simbólico como Maple V, pueden ser de gran utilidad en el proceso enseñanza-aprendizaje de estas asignaturas.

Aunado a lo anterior, los métodos de solución de problemas en varios de los campos de las matemáticas suelen ser variados tanto en su desarrollo como en su grado de dificultad, por lo que no es posible dominarlos en muy poco tiempo. Así, tradicionalmente muchos profesores ponen especial énfasis en sus cursos en intentar lograr el dominio de las técnicas por parte de sus alumnos, lo cual puede ser importante, pero limita el tiempo disponible para desarrollar en ellos otras habilidades tales como el planteamiento y análisis de los problemas así como el análisis de los resultados obtenidos y las conclusiones y decisiones a tomar con base en tales resultados.

Consideramos que es muy importante, fundamental, como parte de esa formación integral de los alumnos para tener éxito en el desempeño profesional, enseñarlos a aprovechar la tecnología actual, tanto para ayudar a la comprensión como para generar resultados con rapidez y precisión. Nos estamos refiriendo al uso tanto de calculadoras (programables, graficadoras, etc.) que tenga a su alcance, como a equipo de cómputo y programas desarrollados con fines específicos, de manera que su formación esté actualizada y que desarrolle al mismo tiempo, la capacidad de actualizarse en todos lo sentidos. Esta actualización, desde luego, implica que aún los objetivos de nuestras asignaturas sean un tanto dinámicos, para que no sólo permitan incorporar constantemente estos aprendizajes, sino que los fomenten.

Actualmente por ejemplo, consideramos que algunos de los objetivos que podemos leer en los temarios de ciertas de nuestras asignaturas, pueden ser fácilmente rebasados con el uso de algunas calculadoras con que ya algunos de los alumnos cuentan, como pueden ser la HP49G, algunas Casio, o Texas Instruments en las que además de los programas de que disponen ya desde su fabricación, es posible instalarles programas tan sencillos como DERIVE, que les permiten realizar por lo menos un análisis básico de funciones, como puede ser su gráfica, raíces, y en el peor de los casos, aproximaciones de máximos o mínimos relativos. Tal es el caso del objetivo del tema I de la asignatura Cálculo III que a la letra dice: "*El alumno será capaz de identificar los máximos y los mínimos de funciones de dos o más variables y los relacionará con algunos conceptos elementales de la optimación en la solución de problemas de ingeniería, con lo cual empezará a comprender la importancia de la optimación en el ejercicio profesional*". Este objetivo puede alcanzarse con mayor facilidad al utilizar calculadoras programables o bien programas tales como Maple V, Mathematica o Matlab entre otros. Con el uso de Maple V, la operatividad en los problemas de máximos y mínimos se reduce considerablemente; de manera que es posible darle un mayor énfasis a la formulación y al análisis e interpretación de los resultados. Asimismo, el uso de las computadoras con los programas de matemáticas adecuados puede proporcionar una alternativa didáctica al explicar la metodología o procedimiento a desarrollar.

Considérese por ejemplo la condición para encontrar puntos críticos de una función de dos variables independientes $z=f(x,y)$, la cual es $\nabla f=0$. Esta condición se puede ilustrar con facilidad utilizando Maple V trazando las curvas de nivel y asociándolas con la gráfica de la función, mostrar diversos vectores gradientes (lo cual constituye un campo vectorial) que permiten precisar el comportamiento de dicha función, así como visualizar fácilmente resultados importantes tales como la ortogonalidad del gradiante con la curva de nivel [Figuras 1 a 4].

No negamos, desde luego, la importancia tan grande que tienen el proceso de abstracción y asimilación de conceptos, la comprensión y conocimiento de las técnicas de solución de problemas, y por tanto la capacidad de realizarlos de forma manual. Lo que proponemos, por el contrario, es hacer esos aprendizajes más eficientes apoyándonos en la tecnología como lo comentamos antes. Por ello, retomando el tema I de la asignatura Cálculo III, proponemos que después de deducir y realizar ejemplos sencillos que ilustren la metodología que se debe seguir para encontrar los puntos críticos de la función y determinar su naturaleza, se pueden realizar ejemplos más complicados utilizando calculadoras o computadoras en los cuales el alumno pueda repasar la metodología, y al mismo tiempo observar diversas aplicaciones de los conceptos que está aprendiendo. Estos apoyos permiten mostrar diversas posibilidades de aplicación o variaciones del método que han aprendido.

La complejidad de las funciones presentadas, cuando se apoya la solución en las más modernas herramientas disponibles, ya no es importante, lo que permite analizar situaciones que estén más apegadas a la realidad, o bien, analizar el comportamiento bajo distintas variaciones en la función. Por otro lado, una vez estudiada la metodología para las funciones de dos variables, la generalización a tres o más variables puede hacerse por asociación, con la ventaja de que será la computadora o la calculadora la que realice las operaciones adicionales que implican el estudiar funciones de más variables. De esta forma el problema de una función de cuatro variables, en la que se requieren cuatro derivadas parciales para obtener el gradiente y la resolución de un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, generalmente no lineal, para determinar los puntos críticos, con la computadora puede ser resuelto en segundos. Evidentemente el alumno no debe perder el conocimiento algebraico para llegar a la solución por sí solo, pero resolver en clase o de tarea un sistema así no contribuye prácticamente en nada al objetivo que se persigue en la asignatura.

Análisis de la función $f(x,y)=(x^2+3y^2)e^{1-x^2-y^2}$

Figura 1.
Gráfica de la función

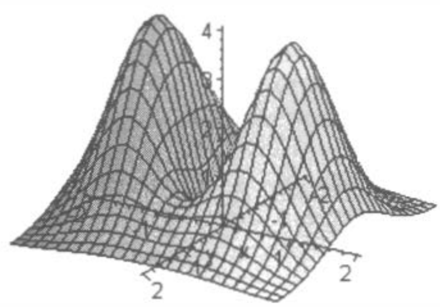


Figura 2.
Curvas de nivel.

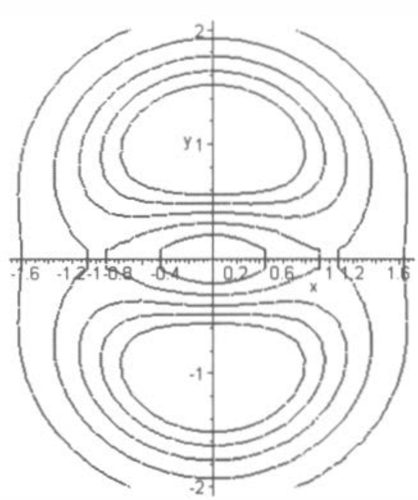


Figura 3.
Curvas de nivel y dirección de los gradientes.

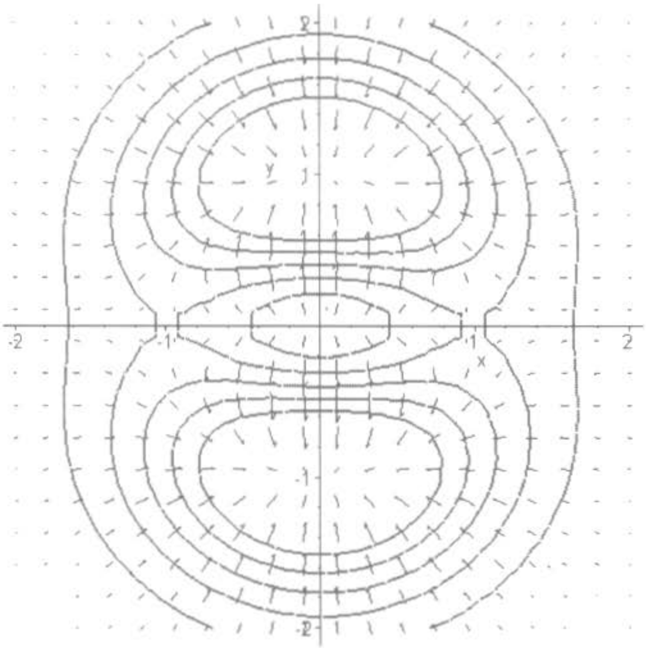
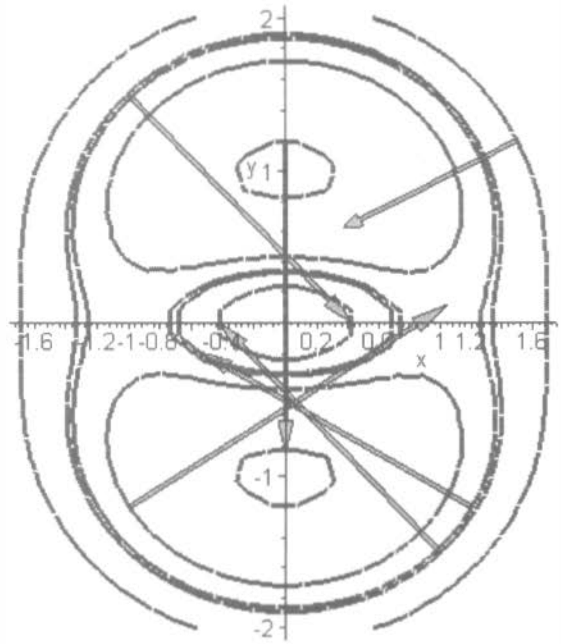


Figura 4.
Curvas de nivel y gradientes a escala real.



El método de los multiplicadores de Lagrange también puede ilustrarse con una computadora o una calculadora que trace gráficas, y después de estudiarlo el anclarlo con el método para los máximos y mínimos libres resulta bastante sencillo e inclusive permitiría una interpretación de los multiplicadores de Lagrange.

En el apéndice se muestra un programa en Maple V para obtener los puntos críticos de una función de dos variables, lo único que debe hacerse es introducir la función y el programa calcula las derivadas parciales, resuelve el sistema de ecuaciones, elimina las raíces complejas, obtiene el hessiano y lo valúa en los puntos críticos y finalmente determina la naturaleza de los puntos críticos, clasificándolos en máximos, mínimos o puntos silla. Los resultados más significativos son los siguientes:

La función es:

$$f := (x^2 + 3y^2)\,\mathbf{e}^{(1 - x^2 - y^2)}$$

Las derivadas parciales son:

$$fx := \frac{\partial}{\partial x} f = 2x\,\mathbf{e}^{(1 - x^2 - y^2)} - 2(x^2 + 3y^2)\,x\,\mathbf{e}^{(1 - x^2 - y^2)}$$

$$fy := \frac{\partial}{\partial y} f = 6y\,\mathbf{e}^{(1 - x^2 - y^2)} - 2(x^2 + 3y^2)\,y\,\mathbf{e}^{(1 - x^2 - y^2)}$$

Los puntos críticos son:

$$P1 := [0, 1.] \qquad P2 := [1., 0] \qquad P3 := [-1., 0] \qquad P4 := [0, 0] \qquad P5 := [0, 1.]$$

La matriz hessiana, valuada en los puntos críticos es:

$$H1 := \begin{bmatrix} -4.\,\mathbf{e}^0 & 0 \\ 0 & -12.\,\mathbf{e}^0 \end{bmatrix} \qquad H2 := \begin{bmatrix} -4.\,\mathbf{e}^0 & 0 \\ 0 & 4.\,\mathbf{e}^0 \end{bmatrix}$$

$$H3 := \begin{bmatrix} -4.\,\mathbf{e}^0 & 0 \\ 0 & 4.\,\mathbf{e}^0 \end{bmatrix} \qquad H4 := \begin{bmatrix} 2\,\mathbf{e} & 0 \\ 0 & 6\,\mathbf{e} \end{bmatrix}$$

$$H5 := \begin{bmatrix} -4.\,\mathbf{e}^0 & 0 \\ 0 & -12.\,\mathbf{e}^0 \end{bmatrix}$$

Y los resultados son:

Punto, [0, -1., 3.], *Naturaleza*,"Máximo relativo"

Punto, [1., 0, 1.], *Naturaleza*,"Punto silla"

Punto, [-1., 0, 1.], *Naturaleza*,"Punto silla"

Punto, [0, 0, 0], *Naturaleza*,"Mínimo relativo"

Punto, [0, 1., 3.], *Naturaleza*, "Máximo relativo"

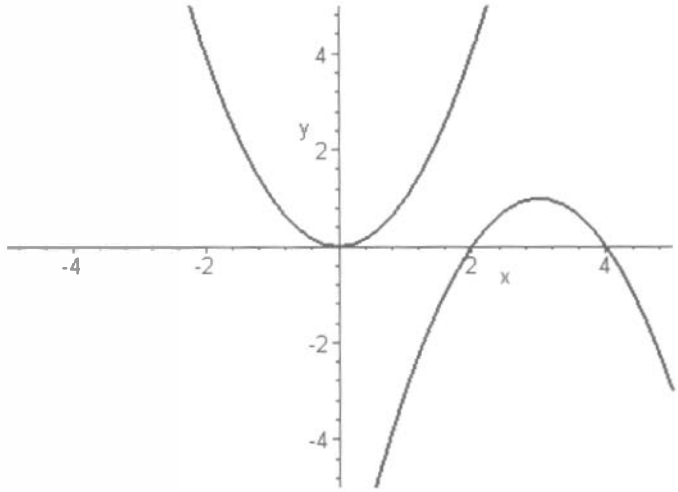
Otro punto a favor del uso de las herramientas mencionadas es el tiempo de solución. Para un problema del tipo del presentado antes es mucho menor, lo que permite concentrarse ahora en la formulación o planteamiento de la función, así como realizar un análisis de sensibilidad de dicha función, esto es, analizar el comportamiento de los máximos y mínimos a variaciones en los coeficientes de la función original.

Un ejemplo interesante puede ser el del cálculo de la distancia entre dos curvas planas.

Considérense los cursos de dos ríos en cierta región, los cuales se pueden representar por parábolas de ecuaciones $y=x^2$ y $y=-x^2+6x-8$. Se desea construir un canal rectilíneo que una dichos ríos. Determinar la longitud mínima para el canal, así como las coordenadas de los puntos en cada río.

Este problema debe resolverse con multiplicadores de Lagrange, pero la formulación lleva a un sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas; sin embargo, la solución con Maple V, es relativamente sencilla, y se puede interpretar la solución proporcionada por el programa.

La gráfica de las parábolas es:



Planteando como función objetivo al cuadrado de la distancia,

F.O. min $D=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

s.a $\qquad g_1(x_1,y_1)=y_1-x_1^2=0$

$\qquad g_2(x_2,y_2)=-x_2^2+6x_2-y_2-8=0$

donde (x_1,y_1) son las coordenadas del punto donde se construye el canal sobre el río descrito por $y=x^2$ y (x_2,y_2) las coordenadas para el rio descrito por $y=-x^2+6x-8$

La ecuación de Lagrange queda

$L=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+\lambda_1(y_1-x_1^2)+\lambda_2(-x_2^2+6x_2-y_2-8)$

De donde, al utilizar Maple V se obtiene:

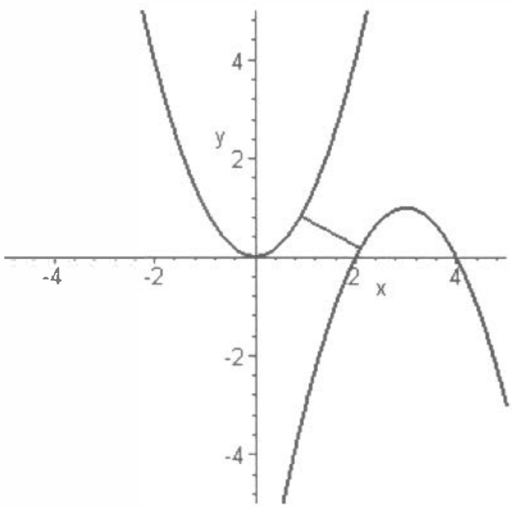
$$\left\{y_2=-\frac{1}{4}6^{\left(\frac{2}{3}\right)}+1,\ x_2=-\frac{1}{2}6^{\left(\frac{1}{3}\right)}+3,\ y_1=\frac{1}{4}6^{\left(\frac{2}{3}\right)},\ x_1=\frac{1}{2}6^{\left(\frac{1}{3}\right)}\right\}$$

y la distancia es

[redacted] $:=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}6^{\left(\frac{2}{3}\right)}+1\right)^2+\left(6^{\left(\frac{1}{3}\right)}-3\right)^2}$

Es decir, la distancia es aproximadamente 1.350169 unidades.

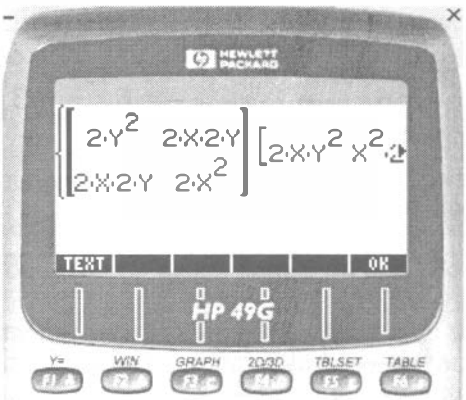
La gráfica que representa esta situación, también generada por MAPLE V es la siguiente:



En la misma asignatura, pero en el tema II (Funciones Vectoriales), los conceptos de curvatura y torsión de una función vectorial de variable escalar, así como la divergencia y el rotacional de un campo vectorial también puede ilustrarse con mayor facilidad, en el tema III, (Integrales de línea) la interpretación de trabajo de un campo de fuerzas puede realizarse con facilidad al dibujar el campo vectorial de fuerzas y la trayectoria de la partícula, con lo cual es posible, en ejemplos sencillos, que el alumno identifique e interprete si el resultado debe ser positivo o negativo. En el tema IV, Integrales múltiples, las regiones de integración pueden visualizarse con mayor facilidad a través de Maple V, y la realización de las integrales puede hacerse de forma prácticamente automática.

Hasta el momento hemos mostrado únicamente algunos ejemplos con relación a la posible aplicación de MAPLE V, del cual no es fácil disponer en un salón de clases normal, sin embargo, las calculadoras pueden también ser aprovechadas. Una calculadora HP49G cuyo costo en el mercado se está reduciendo, es capaz de hacer cálculos un tanto complejos con una simple instrucción. Con esta calculadora es factible calcular analíticamente la derivada de una función real de variable real con la misma facilidad que obtener la matriz Hessiana de una función real de variable vectorial.

Considérese por ejemplo la función $f(x,y) = x^2y^2$. Introduciendo a la calculadora la instrucción HESS(x^2y^2, [x,y]), automáticamente proporciona tanto la matriz Hessiana como el vector gradiente. Solamente es necesario evaluar los resultados en el punto de interés.

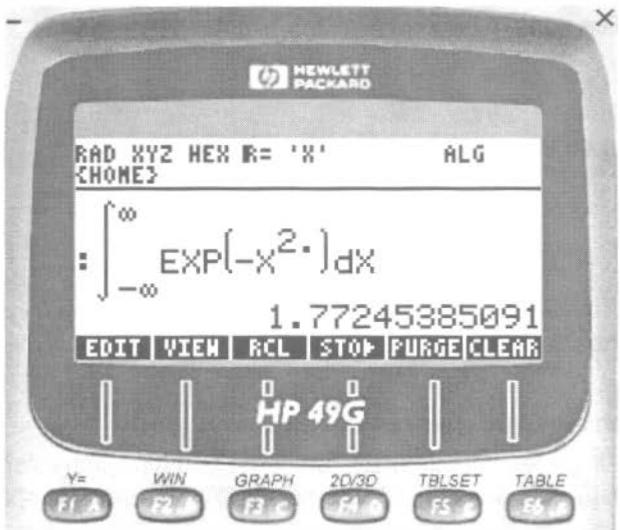


Como se puede ver, esto no representa para el alumno ningún reto adicional, ni requiere ningún conocimiento de cálculo.

Si pensamos en una función real de variable real, considérese ahora el problema de determinar el valor de la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx$$

la cual sabemos que se puede resolver de manera analítica utilizando un cambio a coordenadas polares. En la calculadora, basta con saber introducir la expresión para obtener de manera casi inmediata el resultado correcto de la integral.



Así como estos sencillos ejemplos, se puede mostrar que el potencial de este tipo de calculadoras es mucho más amplio de lo que hemos mencionado. Es capaz de derivar implícitamente, calcular integrales con límites infinitos, integrales con límites variables, calcular Transformadas de Fourier, etc., aunque las funciones utilizadas aquí son sencillas, con el fin de mostrar fácilmente las pantallas de salida.

Sin embargo, lo que estos aparatos no pueden hacer es verificar la congruencia de los resultados. No son capaces de analizar los puntos de discontinuidad de una función (aunque apoyan, mediante la construcción de la gráfica, y tal vez en funciones de varias variables la construcción de las curvas de nivel), ni identificar el tipo de metodología que se debe utilizar para resolver un problema específico. Estos problemas, así como la obtención de conclusiones y la toma de decisiones corresponde resolverlos al usuario (en este caso el alumno), lo cual requiere un conocimiento profundo de los conceptos involucrados.

Ahora, si pensamos en el problema de la evaluación del aprendizaje de los alumnos e intentamos basarlo, aún cuando sólo sea parcialmente, en exámenes que tienen como objetivo la solución de una serie de ejercicios, es claro que no sería representativo para un alumno que disponga de una calculadora de este estilo, y también nos parece claro que el limitar su uso es equivalente a limitar su aprendizaje, desmotivarlo para la utilización de tales herramientas, y por tanto ponerlo en desventaja con profesionistas egresados de otras instituciones.

En conclusión, consideramos que antes que resultar nociva la utilización de calculadoras y programas de cómputo actualizados, puede favorecer la consecución de una formación más sólida si va de la mano con objetivos y técnicas de enseñanza acordes con estas tecnologías, así como con las necesidades del mundo real.

Apéndice

Máximos y Mínimos

Auxiliar en la obtención de Máximos y mínimos de funciones de dos variables

A. Leonardo Bañuelos S.

I. Patricia Aguilar Juárez

(Se activan las librerías necesarias)

> with(plots):with(linalg):

Debe introducir la función. Por ejemplo: f := x^2+y^2;

> f:=(x^2+3*y^2)*exp(1-x^2-y^2);

Las primeras derivadas parciales son:

> fx:=Diff('f',x)=diff(f,x);

> fy:=Diff('f',y)=diff(f,y);

El sistema que debe resolverse es:fx;

> ec1:=rhs(fx)=0;

> ec2:=rhs(fy)=0;

La solución del sistema es:

> sols:=evalf(solve({ec1,ec2},{x,y}));

El número de soluciones encontradas para el sistema es:

> num_t:=nops({sols});

puesto que solamente interesan las soluciones reales se tiene:

> for i from 1 by 1 to num_t do if (type(rhs(sols[i][1]), realcons) and type(rhs(sols[i][2]), realcons))=true then sols_r.i:={lhs(sols[i][1])=rhs(sols[i][1]),lhs(sols[i][2])=rhs(sols[i][2])} else sols_r.i:="compleja" fi od:

> sols2:=seq(sols_r.i,i=1..num_t);

> sols3:= ({sols2} minus {"compleja"});

> num_r:=nops(sols3);

> for i from 1 to num_r do if lhs(sols3[i][1])=x then x.i:=rhs(sols3[i][1]); y.i:=rhs(sols3[i][2]) else y.i:=rhs(sols3[i][1]); x.i:=rhs(sols3[i][2]) fi od;

Los puntos críticos son:

> for i from 1 to num_r do P.i:= [(x.i,y.i)] od;

Las segundas derivadas parciales son:

> fxx:=Diff(f,x,x)=simplify(diff(f,x,x));

> fyy:=Diff(f,y,y)=simplify(diff(f,y,y));

> fxy:=Diff(f,x,y)=simplify(diff(f,x,y));

La matriz hessiana es:

> H:=hessian(f,[x,y]);

Y valuando la matriz hessiana en cada uno de los puntos críticos se tiene:

> for i from 1 to num_r do H.i:=subs(x=x.i,y=y.i,evalm(H)) od;

Y los valores característicos de las matrices hessianas son:

> for i from 1 to num_r do lambda.i.1:=simplify(eigenvalues(H.i)[1]);lambda.i.2:=simplify(eigenvalues(H.i)[2]) od;

Por lo que la naturaleza de los puntos es:

> for i from 1 to num_r do if (evalf(lambda.i.1)>0 and evalf (lambda.i.2) > 0) then nat.i:="Mínimo relativo" elif

(evalf (lambda.i.1)<0 and evalf(lambda.i.2)<0) then nat.i:="Máximo relativo" elif ((evalf (lambda.i.1)<0 and evalf(lambda.i.2)>0) or (evalf(lambda.i.1)>0 and evalf(lambda.i.2)<0)) then nat.i:="Punto silla" else nat.i:="El criterio no decide" fi od;

> for i from 1 to num_r do 'Punto ',[x.i,y.i,simplify(subs(x=x.i,y=y.i,f))], ' Naturaleza ', nat.i od;

La gráfica de la función es:

> plot3d(f,x=-2..2,y=-2.. 2,axes=normal);>

--- o ---

El Aprendizaje de las Matemáticas con Base en un Ambiente de Representaciones Dinámicas

Enrique Arenas
earenass@hotmail.com
Juan Estrada
estrada@servidor.unam.mx

INTRODUCCIÓN

¿Qué tipo de actividades promueven en los estudiantes un pensamiento o razonamiento covariacional el cual es una base para el entendimiento del cálculo?

Los estudiantes al inicio de un curso de cálculo a menudo revelan el siguiente tipo de dificultades. Por ejemplo, cuando se les pide que formulen un problema a partir de la información dada: de una pieza de lámina de forma rectangular de 15 x 30 cm; construir un canal para el paso del agua de lluvia doblando las paredes formando un ángulo recto. La mayoría de los pupilos no reconocen que la situación involucra una variación simultánea de cantidades; por ello los problemas que la mayoría plantea son del siguiente tipo:

- "¿De cuantos centímetros deben ser las paredes del canal para soportar un flujo de 20 litros?"
- "¿Qué altura deben tener las paredes si se desea que el área de la base sea 5000 cm ^{2} ?"
- "¿Cuál será el ancho final de la hojalata si la altura de cada una de las paredes es de 2.5 cm?"

En una primera fase, no identifican la variación de cantidades, a pesar de que se trazan varias figuras y se muestran diferentes secciones del canal, con el propósito de llamar la atención de los alumnos sobre la variación del área de la sección:

Dicho con otras palabras, no ven la variación simultánea del ancho y la altura del canal y en consecuencia no se percatan de la variación del área de la sección, la cual es una componente relevante para entender la situación. Reconocer este aspecto podría conducirlos a formular un problema de optimización. Otro tipo de dificultad que guarda relación con la anterior, es la que aparece en el contexto del análisis del comportamiento de una función con el fin de trazar la gráfica. En esta circunstancia, un alumno expresó: "Prof. si una función es creciente en un intervalo, entonces la función no puede tener un punto de inflexión en este intervalo". Al parecer, los alumnos tiene una imagen global de la propiedad creciente de una función, dejan de lado, el análisis de los cambios en la tendencia de la función. No se dan cuenta, que en un punto de inflexión se produce un cambio en dicha tendencia (ej. La razón de cambio pasa de un incremento a una disminución o viceversa).

Thompson (1994) señala que estas dificultades que exhiben los alumnos en los cursos de cálculo se explican por una falta de coordinación de imágenes. Una imagen para el autor es un tipo de conocimiento que está constituido por fragmentos coordinados de experiencias (cinestésicos, tocar, ver, oir) y son parecidas a un conocimiento figural o metafórico y que tienden a ser altamente idiosincráticas. Pero estas imágenes no siempre están coordinadas. Es el caso de una desconexión entre dos variables que cambian simultáneamente. Es decir, la inhabilidad para imaginar lo que le está sucediendo a una variable (¿Su razón de cambio se incremente o disminuye?) mientras la otra recorre un dominio. Además de lo anterior, un punto sustancial, es que los alumnos tampoco poseen un concepto robusto de la tasa de cambio de una función y de acumulación y su comprensión de su relación que se realiza a través del teorema fundamental del cálculo. La solidez de estos conceptos son básicos para el entendimiento del cálculo y para la resolución de problemas que involucran covariación, límite y acumulación.

Bajo estas consideraciones, el propósito del trabajo es presentar una propuesta[1] de un conjunto de actividades para favorecer en los alumnos un pensamiento covariacional. El cual se asume como fundamental para el entendimiento del cálculo y la resolución de problemas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LAS ACTIVIDADES

La propuesta está dirigida a estudiantes que cursan la asignatura cálculo I en la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Algunos de los objetivos particulares de las actividades que presentamos a continuación son: a) favorecer una imagen dinámica y coordinada de cantidades que varían simultáneamente, b) una imagen coordinada de acumulación de una cantidad mientras otra cantidad recorre un dominio, c) fortalecer el concepto del valor de cambio (tasa) de una cantidad, d) una imagen coordinada entre el valor de cambio de una función y acumulación (el teorema fundamental del cálculo), e) estimular una habilidad para interpretar y representar gráficamente cantidades que varían simultáneamente en diversos contextos (geométrico, físico, vida real).

Una característica en esta propuesta es que se introduce la tecnología para representar dinámicamente algunas actividades(¿las dificultades que revelan los educandos en un contexto de papel y lápiz se vuelven a manifestar –o surgen nuevas- cuando la misma tarea se presenta en un ambiente dinámico?). Pero también se emplean otro tipo de recursos didácticos: solicitar a los alumnos que proporcionen explicaciones de su razonamiento cuando llevan a cabo este tipo de tareas. Tampoco se dejan de lado actividades en un contexto de lápiz y papel. Todos estos escenarios son importantes para promover los cambios deseados.

MARCO CONCEPTUAL

Un concepto importante en los estudios de Piaget (1967) es el de imagen. La imagen no es una representación estática o una fotografía de un objeto, sino el resultado de las acciones que un individuo realiza sobre un objeto, es decir, son las acciones sobre el objeto las que son interiorizadas por el sujeto para construir una imagen del objeto. Sin embargo, esta imagen no va al parejo con las acciones: "...[pero] la imagen no puede ir al paso con las acciones, debido a operaciones desiguales, tales acciones no son coordinadas una con la otra" (Piaget op.cit, p.265, citado en Thompson 1994). Esta observación ayuda a entender acerca de la naturaleza de las dificultades que muestran los alumnos cuando son expuestos a situaciones que involucran una variación simultánea de cantidades. Por ejemplo, cuando se les pide establecer una relación matemática funcional entre las cantidades que aparecen involucradas (ej. Expresar el área de una sección de un recogedor de basura en términos de un solo parámetro cuando involucra la variación simultánea de tres magnitudes o expresar el volumen de agua que está entrando en un recipiente de forma cónica invertida en función de un solo parámetro cuando está involucrada la variación simultánea de dos magnitudes).

En este contexto, Thompson (1994) afirma que el bajo desempeño de los estudiantes en los cursos de cálculo en Norteamérica, sugieren una falta de entendimiento de conceptos como el de tasa de cambio, un raquítico desarrollo y deficiente coordinación en la imagen de covariación funcional. En esta misma línea, Carlson *et al* (2001) estudió los efectos de materiales curriculares que fueron empleados durante un semestre con estudiantes universitarios en un curso de cáculo. El propósito de estas tareas fue para desarrollar un razonamiento covariacional. También exploró el papel de esta capacidad en la adquisición de los conceptos de límite y acumulación. La experiencia realizada reporta resultados alentadores en los avances de los alumnos.

---

[1] Este conjunto de actividades forman parte de una investigación. La siguiente etapa será documentar los posibles cambios en los estudiantes expuestos a este tipo de actividades

Los materiales tenían las siguientes características: "Cada actividad contenía un conjunto de sugerencias que estimulaban a los estudiantes a coordinar una imagen de dos variables que cambiaban y atender y representar la manera en la cual las variables independiente y dependiente cambiaban una con relación a la otra" (p.147).

Una diferencia importante de la presente propuesta con la de Carlson, es que nosotros introducimos la tecnología para representar dinámicamente la covariación, ya que, consideramos importante documentar lo que sucede cuando la interacción se presenta en este tipo de ambiente.

Para observar los procesos de razonamiento de los alumnos las autoras, utilizaron las siguientes categorías:

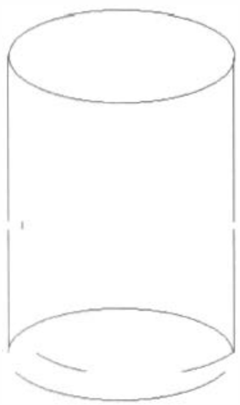
- MA1) Una imagen de dos variables que cambian simultáneamente.
- MA2) Una coordinación frágil de una imagen de cómo las variables están cambiando una con respecto a la otra (ej., aumentando, disminuyendo).
- MA3) Una imagen de la cantidad de cambio de una variable mientras se consideran cambios en cantidades discretas de la otra variable.
- MA4) Una imagen de tasa/pendiente para intervalos contiguos del dominio de una función.
- MA5) Una imagen de la tasa del cambio continuo sobre el dominio.

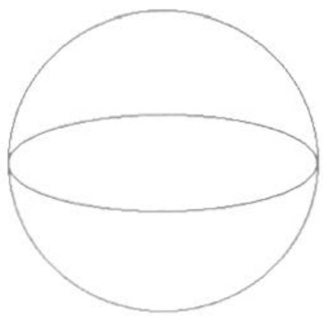
Este marco sirvió como un elemento para el diseño de algunas actividades que se presentan a continuación.

TIPO DE ACTIVIDADES

√ ***Tipo A:***

Se proporcionan recipientes de diversas formas (embudo, cónica, cilíndricas, cántaro de agua, esféricas, etc.) que se llenan de agua con una tasa constante a través de un orificio. Por ejemplo, se proporciona uno de forma cilíndrica y otro de forma esférica.





Tarea de los estudiantes. Dibujar una gráfica para cada evento que represente la variación de la altura del nivel del agua conforme se llena en cada recipiente. Luego se les solicita que tracen una gráfica de volumen contra la altura y que comparen dichas gráficas. Finalmente se les pide que tracen una gráfica que represente la rapidez de cambio de la altura respecto al tiempo. También se les pide que proporcionen una explicación del razonamiento que les sirvió de apoyo para construir las gráficas.

Objetivo de las actividades. En general estas tienen como propósito que sean los propios estudiantes los que hagan las conexiones. En esta fase inicial también se pretende observar que tiene en mente cuando hablan de que algo está cambiando o acumulando. Si exhiben una falta de coordinación, qué tipo de ideas o imágenes o conceptos ponen en juego cuando tratan de resolver dichas tareas. Esto permitirá detectar patrones o dificultades en los estudiantes y ponerles atención para su corrección en las subsecuentes actividades.

√ ***Tipo B:***

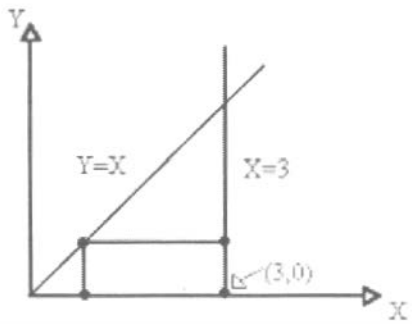
Proporcionar diferentes gráficas y descripciones verbales de un evento covariacional. Por ejemplo: Hacer una correspondencia entre las gráficas y las descripciones que se dan a continuación:

a) Empezando desde el reposo y ganando gradualmente rapidez, para luego empezar a disminuir.
b) Empezando rápidamente al principio y disminuyendo lenta y gradualmente hasta el reposo, para luego aumentar la rapidez gradualmente.
c) Empezar desde el reposo y perdiendo gradualmente rapidez para luego aumentar rápidamente.

Objetivo: Identificar covariación en un contexto verbal.

√ ***Tipo C:***

Animación en la pantalla de una computadora de figuras geométricas (ej. un rectángulo inscrito en la región triangular formada por dos rectas y el eje **x** donde uno de los vértices del rectángulo se encuentra en una de las rectas y se mueve sobre esta generando diferentes rectángulos -¿qué sucede con el área, el perímetro?-)



Tarea de los estudiantes: Identificar las componentes que varían simultáneamente.

Objetivo: Coordinar imágenes geométricas.

√ ***Tipo D:***

Seleccionar problemas de un libro de texto de Cálculo. Por ejemplo, el problema de una escalera recargada sobre una pared cuya base de apoyo se encuentra a una cierta distancia de la pared.

Tarea de los estudiantes: Determinar la rapidez con que está cambiando el ángulo formado por la escalera y la superficie, si el pie de la escalera se separa con una rapidez de 0.1 cm/s. Hacer una representación gráfica de la situación.

Objetivo: Promover conexiones y resolución de problemas.

√ ***Tipo E:***

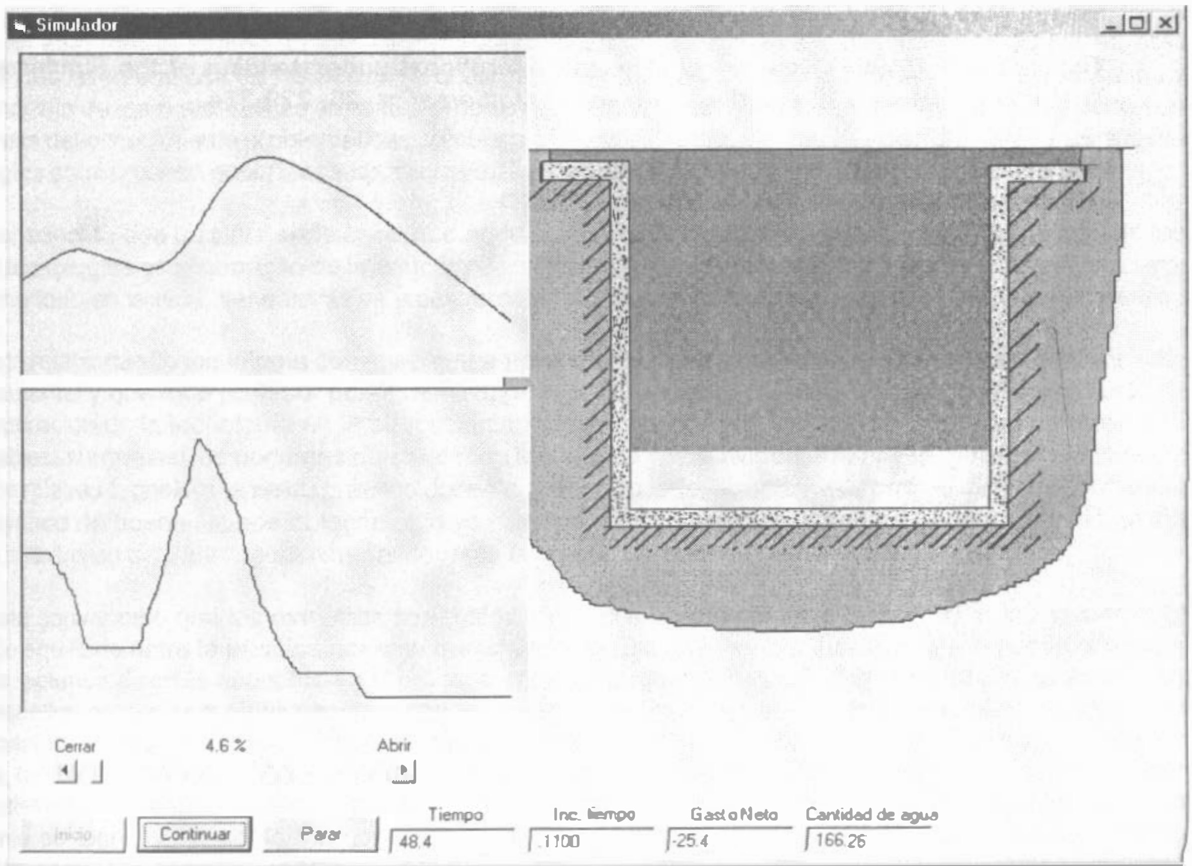
Seleccionar problema de un libro de texto de Física. Por ejemplo, una polea que sostiene en sus dos extremos dos cuerpos de pesos iguales. Donde cualquier desplazamiento de uno hace que cambie la altura del otro.

Tarea de los estudiantes: Trazar una gráfica de la variación de la altura de uno con respecto a la variación de la altura del otro.

Objetivo: Promover conexiones en una situación diferente (Física).

√ ***Tipo F:***

Los alumnos trabajan en una computadora en donde se simula el llenado de un tanque de agua mediante las acciones sobre una llave que introduce o desaloja agua, pero al mismo tiempo otra llave que no se manipula, desaloja agua con un flujo constante. Al mismo tiempo que el estudiante realiza estas operaciones se va generando simultáneamente una gráfica que represente el volumen de agua contenido en el tanque y por otro lado, la gráfica de la manipulación de la llave.



Tarea de los estudiantes: Esta actividad tiene varias fases, por ejemplo, a) Se pide a los alumnos que propongan una gráfica que representen la variación del volumen respecto al tiempo, b) Se proporciona una gráfica y se pide a los alumnos que hagan una descripción verbal de la gráfica en términos de la manipulación de cerrar o abrir la llave, teniendo en cuenta que una llave desaloja agua con un flujo constante, c) Se proporciona una gráfica que representa la acumulación del *gasto*, se pide también que den una explicación de la gráfica en términos de la manipulación de la llave.

Finalmente, se les solicita que con base en la gráfica de la acumulación construyan la gráfica del volumen contenido en el tanque.

Un punto importante en la actividad anterior es promover una imagen dinámica y coordinada sobre el significado de un punto de inflexión.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carlson, M. (2001). An investigation of covariational reasoning and its role in learning the concepts of limit and accumulation. In Speiser, R; Maher, C; Walter, Ch. (Eds.), *Proceedings of the Annual Meeting of the Psychology of Mathematics Education North America. Vol 2,* Snowbird, Utah PME-NA XXIII.
- Piaget, (1967). *The Child's Concept of Space*, W. W. Norton, New York.
- Thompson, P, (1994). Images of rate and operational understanding of the Fundamental Theorem of Calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 229-274.

--- o ---

EL USO DE LA NUEVA TECNOLOGÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

FRANCISCO BARRERA GARCÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

Los avances de la ciencia y la tecnología se han venido dando, sobre todo en las últimas décadas, en forma vertiginosa, muchas veces más rápido de lo que un individuo, incluso con preparación profesional, puede visualizar, aún tratándose del área específica de su especialidad. Estos avances son todavía más sorprendentes y espectaculares cuando se dan en contextos que no están en nuestra esfera de competencia. Tal vez uno de los fenómenos más espectaculares que se han venido dando en los últimos años es la introducción generalizada de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en todos los ámbitos de nuestras vidas. Es así que el uso de las computadoras, los satélites, la telefonía celular, el Internet, etc. están cambiando nuestra manera de hacer las cosas: de trabajar, de divertirnos, de relacionarnos y evidentemente de aprender.

Si bien en este foro el interés se centra en la enseñanza de las matemáticas y en lo particular en esta ponencia me referiré al uso de las nuevas tecnologías, es preciso decir que a pesar de que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas tiene sus propias particularidades, es evidente también que comparte con otras áreas del conocimiento problemáticas comunes cuando se trata de la introducción del uso de las nuevas tecnologías en el proceso enseñanza-aprendizaje. A esta problemática común es a la que haré referencia.

El primer aspecto que quisiera señalar es que no todo resulta ser ventajoso cuando se trata del uso de las nuevas tecnologías en el contexto de la educación, aunque en un principio esto pudiera parecer así, es claro, que como todo en la vida, tiene ventajas y desventajas. Posteriormente haré mención de algunas de ellas.

Si se está relacionando tecnología con enseñanza-aprendizaje resulta importante resaltar que de esta triada, lo fundamental y que todo profesor persigue, es lograr el aprendizaje en sus alumnos. En este contexto de la incorporación de la tecnología en la educación se presentan también los extremos que siempre resultan indeseables, surgen así los docentes que padecen tecnofobia y que evidentemente se resisten a toda costa al uso de nuevas tecnologías en su práctica docente, y por otro lado, aquéllos que promueven la tecnofilia, tal vez creyendo de buena fe, que la tecnología va a resolver todos los problemas de la educación, llegando incluso al extremo de tratar de eliminar al docente en lo que se conoce como educación virtual.

Si se está convencido que los extremos son malos, entonces el reto consiste en buscar el punto medio, el punto de equilibrio entre la práctica docente tradicional y el uso de la nueva tecnología que puede, sin lugar a dudas, potenciar ciertos aspectos en el proceso enseñanza-aprendizaje. Si de matemáticas hablamos, en todos aquellos procesos repetitivos y laboriosos que implican un gran número de operaciones, es claro que las calculadoras programables o las computadoras son realmente indispensables, y si de conceptos teóricos se trata, también la tecnología puede ser de gran utilidad; sin embargo, en este aspecto tendremos que ser más cautelosos y debemos cerciorarnos de que el objetivo fundamental, esto es, el aprendizaje del concepto realmente se logre, y no conformarnos con ver el manejo con soltura de nuestros alumnos de la parte operativa, o bien, verlos operar el paquete o la computadora también con gran soltura, donde pueden generar bonitas gráficas, resolver integrales muy complicadas, etc. pero lo único que saben hacer es apretar teclas. En este sentido, si la tecnología no se utiliza adecuadamente, entonces estos recursos, lejos de beneficiar, pueden perjudicar el proceso enseñanza-aprendizaje. Los profesores enseñan a manejar un paquete o programa y los alumnos aprenden justamente esto, operar programas, y no los aspectos conceptuales. Así pues, nos damos cuenta que la tecnología no es más que un instrumento que nos puede ayudar a dar mejor o peor nuestras clases.

Si lo que pretendemos es impulsar el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas, o en general el uso de ellas en el proceso enseñaza-aprendizaje, es necesario meternos a revisar cuidadosamente las características y potencialidades de todas y cada una de estas tecnologías para poder sacar el mejor provecho de ellas; sin embargo, en ocasiones, es necesario retroceder unos pasos, darnos el tiempo necesario para tomar perspectiva, no perdernos en lo denso del follaje, definir con precisión la dirección que queremos tomar y hasta dónde queremos llegar, todo ello con el fin de tomar la mejor decisión y emplear en forma óptima la tecnología en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Son varias las opciones que se tienen en cuanto a tecnologías a utilizar en el proceso enseñanza-aprendizaje y en cuanto a software se refiere (programas, paquetes, etc.) las posibilidades son muchísimas, y por si fuera poco, si a esto le agregamos todo el potencial que el Internet nos ofrece en cuanto al manejo de información, es evidente que acceder a la información no representará ningún problema, sino que el verdadero problema será precisamente la gran variedad de posibilidades dentro de las cuales tenemos que elegir, esto es, la gran cantidad de paja entre la que tenemos que elegir el grano; sin embargo, lograr el aprendizaje entre nuestros alumnos es mucho más que llenarlos de información. La educación es más que poseer información: es también conocimiento y sabiduría, hábitos y valores. Es frecuente confundir información con conocimiento. El conocimiento implica *información interiorizada y adecuadamente integrada en las* estructuras cognitivas del individuo. Hay información que puede ser convertida en conocimiento, siempre que el sujeto realice el esfuerzo de comprenderla, interiorizarla y hacerla suya. En este sentido, si no regulamos adecuadamente la cantidad de información que queremos transmitir a nuestros alumnos, corremos el riesgo de saturarlos y que todo quede a nivel informativo y se logre poco aprendizaje.

La práctica docente indudablemente se verá modificada con la introducción de la nueva tecnología y es necesario que el profesorado adopte una actitud positiva, de disposición al cambio, de lo contrario ese tránsito hacia la modernidad podría convertirse en un verdadero fracaso con repercusiones negativas tanto para alumnos como para nuestra Facultad. Ante esto, surge la pregunta ¿Cómo inducir a los docentes que no tienen interés o incluso sienten cierta adversión por el uso de la computadora en su actividad docente, a adoptar los nuevos modelos de enseñanza-aprendizaje basados en el uso de las nuevas tecnologías? Este es un reto quizá más fuerte que el lograr todo el equipamiento necesario en nuestra Facultad para dar ese paso hacia la modernidad en la práctica docente. Evidentemente un camino que nos permite avanzar en este sentido es la creación de un programa permanente de formación y capacitación del profesorado que los adiestre de manera suficiente par el manejo de los diferentes medios y les permita utilizarlos con seguridad y soltura frente a sus alumnos.

El uso de las nuevas tecnologías en el proceso enseñanza-aprendizaje es, sin lugar a dudas, un magnífico apoyo en la función docente, siempre y cuando, estos recursos sean utilizados de forma tal que no se descuide la parte conceptual y se evite caer en el extremo donde los alumnos sean simples operarios de paquetes o programas. Busquemos en esta modernización un adecuado equilibrio entre manejo conceptual, uso de nuevas tecnologías y aprendizaje significativo.

--- o ---

EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS UN LUGAR PARA VINCULAR LA MATEMÁTICA, LA FÍSICA Y LA INGENIERÍA

PEDRO LUIS CRUZ GALINDO
UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL DE
ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGÓN

Resumen

En el presente trabajo se propone una estrategia didáctica que tiene la finalidad de integrar los conocimientos de Matemáticas, Física e Ingeniería, aplicando nuevas tecnologías.

Para tal fin se crea un Laboratorio de Matemáticas en el que a través de prácticas diseñadas, el alumno pueda encontrar la integración de los conocimientos que ha ido adquiriendo a lo largo de su carrera.

Introducción

En primer lugar quiero aclarar por qué se eligió el tema de Ecuaciones Diferenciales como punto de partida del proyecto, la razón es que la materia de Ecuaciones Diferenciales la imparto desde hace más de dieciocho años, en las carreras de Ingeniería (Mecánica Eléctrica, Civil y en Computación) de la Escuela Nacional de Estudios Profesionales "Aragón" de la UNAM, con esto quiero decir que estoy bastante familiarizado con ella, y que conozco muy de cerca los problemas que hay en la enseñanza de esta materia, así como las aplicaciones desde un punto de vista real y teórico.

Por otro lado en las carreras de ingeniería las estadísticas muestran el alto índice de alumnos reprobados en las materias de matemáticas, uno de los factores que más influyen en esta problemática lo encontramos en la forma tradicional de abordar los temas, los cuales se encuentran totalmente desvinculados de la propia ingeniería. Esta situación a la larga repercute en una deficiente habilidad para modelar problemas de ingeniería durante la vida profesional del egresado.

La falta de integración de los conocimientos de matemáticas con los de las materias propias de ingeniería que durante su carrera cursó el alumno lo llevan a esta problemática, creándole confusión y propiciando que subestime la importancia de las matemáticas en su carrera.

En este punto cabe hacerse el siguiente cuestionamiento: *¿Son las Matemáticas en las carreras de Ingeniería sólo una herramienta que informa?*. Al reflexionar sobre esta pregunta seguramente descubriremos (profesores y alumnos) que las matemáticas también son ***formativas***, aunque en Ingeniería la matemática no es una meta por sí misma.

Justificación del Contexto General

Nuestras concepciones matemáticas se formaron como resultado de un prolongado proceso social e intelectual, cuyas raíces se esconden en el remoto pasado[1]. Pensando en lo anterior sabemos que las matemáticas que se requieren en las escuelas de ingeniería históricamente tenían su origen dentro del contexto del área de conocimiento en donde se le necesitaba. Al pasar el tiempo se perdió el contexto general y los libros que tratan los temas de matemáticas que requiere el ingeniero, se presentan desvinculados de la realidad, como si fueran conocimientos acabados con una formalidad y un rigor matemático extremadamente abstracto, los cuales le son sumamente ajenos a los estudiantes.

Parece ser que olvidamos el hecho de que las matemáticas a través de la historia se desarrollaron por su propio valor, pero esto no quiere decir que se tenga que perder la conexión entre la teoría y la práctica. Las matemáticas, a los ojos de todos los grandes matemáticos, desde Descartes hasta Leibniz, constituían la clave para la mecánica y, al mismo tiempo, la clave para el entendimiento de la naturaleza. La matemática no sólo llegó a ser el modelo de toda la ciencia, sino que proporcionó también la clave de los inventos.

Hasta el siglo XIX los conocimientos que se recibían en las escuelas estaban integrados debido a la relación que existía entre ellos, pero esa interrelación se perdió cuando las ciencias avanzaron por sí mismas; para la matemática este problema se magnificó por el avance tremendo que tuvo y comenzaron a aparecer textos de matemáticas que no contenían aplicaciones, en vez de éstas se profundizaba en la parte teórica.

Hasta los años setentas y ochentas aparecen textos de matemáticas para ingenieros en donde se encuentran aplicaciones de matemáticas en la ingeniería.

La Propuesta Didáctica

Uno de los problemas principales al que nos enfrentamos cuando impartimos un curso de matemáticas es, sin duda, el número de horas limitado que se tienen durante el semestre para cubrir el temario completo. De este cuestionamiento nace la idea de crear un espacio llamado *Laboratorio de Matemáticas* en donde se pueda atacar la desvinculación de la matemática con las aplicaciones reales, donde se trabaje la integración de los conocimientos, donde se cumpla uno de los objetivos principales del ingeniero ¿Cómo resolver problemas?. Por otro lado este laboratorio debe tener peso curricular y debe ser independiente de cualquier materia en particular, su carácter debe ser general y de uso multidisciplinario, en el cual puedan acudir alumnos de cualquier semestre.

Para lograr esto, partimos del desarrollo de algunos problemas y situaciones propias de la ingeniería desde un contexto general, haciendo uso de las nuevas tecnologías para el análisis de sus soluciones, es decir, se trabaja de acuerdo a las necesidades y ritmo que marquen los mismos alumnos dependiendo del semestre en el que se encuentren, esto se debe a que las necesidades son diferentes para cada grupo y están marcadas por los cursos básicos de la ingeniería y propios de la ingeniería que se hayan cubierto, esto no implica que sea un curso mecánico o meramente informativo, los elementos con los que se cuente en cada caso suponemos que estarán determinados por la forma como el profesor imparta o haya impartido los temas. En este punto encontramos el carácter **formativo** que le queremos dar y para encontrar mejores resultados observamos que dependerá en gran medida del profesor, de su formación y experiencia (los programas de estudio no indican por ningún lado el carácter formativo de la matemática, pero tampoco que sea o no de tipo operativo).

Cada problema lo abordaremos desde un contexto general, situación que no es fácil de lograr, pero al presentar aplicaciones que sean de su carrera, los alumnos se ven favorecidos, se motivan, le encuentran sentido a los cursos de matemáticas que reciben o recibieron, entienden por qué se les imparten, y cómo y dónde los aplicará.

Se dan cuenta de que las matemáticas toman un sentido durante sus estudios y vida profesional y se podrán enfrentar al modelado de problemas que son propios de su carrera.

Etapas en que se divide el diseño de un problema desde el punto de vista de un contexto general, con aplicación de las nuevas tecnologías

1. Planteamiento del problema.
2. Selección de las variables y de las constantes asociadas al problema.
3. Determinación del modelo matemático.
4. Solución matemática del problema.
5. Determinación de la solución requerida por el problema, con base en las condiciones dadas.

6. Interpretación de la solución en términos del problema.

7. Simulación del problema utilizando software especializado (MATLAB).

Analizando las etapas en que se divide el diseño de un problema, se puede observar que el problema no puede ser cualquiera, debido que no siempre es factible asociarle un modelo matemático, debe ser un problema real que tenga que ver con el área de estudio del alumno. A este tipo de problemas dada su naturaleza se le puede interpretar su solución y con la ayuda de las nuevas tecnologías el análisis de los resultados se puede hacer en forma más detallada y minuciosa , modificando algunos parámetros o variables en forma casi automática, del problema en estudio.

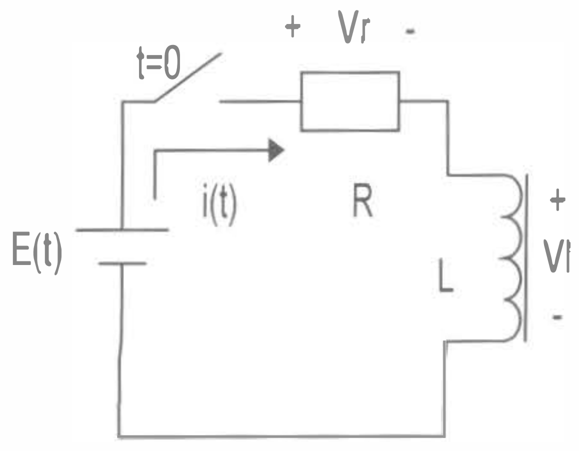
En muchos casos se requieren evaluar los resultados en forma gráfica, proceso muy difícil de realizar manualmente, en nuestro caso con la ayuda de la computadora y el software utilizado lo podremos hacer cuantas veces sea necesario, modificando, como se comentó anteriormente las variables o parámetros del problema, esta situación nos da una gran ventaja y nos permite analizar el problema en forma exhaustiva.

Ejemplo

A continuación se presenta un problema que muestra las etapas anteriormente mencionadas, dentro de un contexto general aplicando el uso de la computadora y del programa MATLAB.

1. Planteamiento del problema.

Circuito R-L con voltaje constante.



Vamos a ver el comportamiento de la corriente a través de un inductor cuya inductancia es L, cuando esta corriente eléctrica es obligada a pasar por una resistencia de valor R. Para tal propósito se tiene un circuito en el cual un inductor totalmente descargado, está conectado en serie con una resistencia, a las terminales de una fuente de voltaje constante E.

En este caso se tiene un circuito real, el más simple que contiene un inductor.

2. Selección de las variables y de las constantes asociadas al problema.

Para nuestro problema supondremos conocidas las siguientes constantes:

R, L y E. El tiempo y la corriente en el inductor serán variables.

3. Determinación del modelo matemático.

En esta etapa se deben plantear las ecuaciones que definen el comportamiento físico para cada uno de los elementos que forman el sistema, así como las ecuaciones de equilibrio, considerando los principios físicos.

Para nuestro problema tenemos las siguientes relaciones que se cumplen al cerrar el interruptor para todo tiempo **t**.

$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}............(1)$$

$$v_R(t) = Ri(t)..............(2)$$

$$i_R(t) = i_L(t) = i(t).......(3)$$

$$v_R(t) + v_L(t) = E.......(4)$$

v_R y v_L representan la caída de voltaje en la resistencia y en el inductor respectivamente.

i_R e i_L representan la corriente en la resistencia y en el inductor respectivamente.

La ecuación (1) nos da la relación que hay entre el voltaje y la corriente dentro de un circuito magnético (ver la Ley de Faraday). La (2) es la formulación de la Ley de Ohm, la que determina la caída de voltaje en la resistencia.

Las relaciones (3) y (4) son consecuencia de las Leyes de Kirchhoff, en nuestro problema son las ecuaciones de equilibrio.

Las unidades para cada una de las variables y constantes son:

$v_L(t), v_R(t)$ están dadas en volts; $i_L(t), i_R(t)$ e $i(t)$ están dadas en amperes; R en omhs; L en henrys y **t** en segundos.

Sustituyendo (1), (2) en (4) obtenemos:

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = E$$

Si consideramos la forma normal de la ecuación resulta entonces:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E}{L}$$

Que es el modelo matemático que representa el comportamiento de nuestro circuito en estudio para todo tiempo t.

4. Solución matemática del problema.

El modelo matemático obtenido es una ecuación diferencial en donde la incógnita es $i_L(t)$ la corriente del inductor que varia con el tiempo.

Para encontrar la solución de esta ecuación podemos proceder aplicando el procedimiento que se conoce como "Separación de Variables" o como la ecuación diferencial resultó ser una ecuación lineal de primer orden no homogénea, podemos aplicar la solución general para este tipo de ecuaciones.

Sabemos que una ecuación diferencial lineal de primer orden no homogénea tiene la siguiente forma general.

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$$

y su solución esta dada por:

$$y(x) = Ce^{-\int p(x)dx} + e^{-\int p(x)dx} \int e^{\int p(x)dx} q(x)dx$$

Esta solución se obtiene por el método de Variación de Parámetros.

Si aplicamos esto a nuestra ecuación del problema podemos obtener la solución.

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{E}{L}$$

Sustituyendo en la solución general:

$$i(t) = Ce^{-\int \frac{R}{L}dt} + e^{-\int \frac{R}{L}dt} \int e^{\int \frac{R}{L}dt} \frac{E}{L} dt$$

Calculando las integrales obtenemos finalmente:

$$i(t) = Ce^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$$

Que es la solución general de la ecuación diferencial.

5. *Determinación de la solución requerida por el problema con base en las condiciones dadas.*

Como el inductor está totalmente descargado al inicio del problema, lo que se tiene es que en $t = 0$ la corriente era cero, es decir, $i(0) = 0$. Esta condición es llamada condición inicial.

Si sustituimos esta condición inicial en la solución general, se obtiene

$$i(0) = 0 = Ce^{-\frac{R}{L}0} + \frac{E}{R}$$

$$C = -\frac{E}{R}$$

Sustituyendo el valor de esta constante C en la solución general, obtenemos.

$$i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

(Recordar que $i_L(t) = i(t)$)

Por lo tanto

$$i_L(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

A esta solución se le llama la solución para la condición inicial o solución particular de la ecuación para la condición inicial dada.

6. *Interpretación de la solución* en *términos del problema.*

Si observamos la solución

$$i_L(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

se ve que físicamente esta expresión sólo tiene sentido para tiempos mayores o iguales a cero, es decir, para $t \geq 0$.

Si hacemos que t se haga muy grande tendremos

$$\lim_{t\to\infty} i_L(t) = \frac{E}{R}(1-0) = \frac{E}{R}$$

Es decir, la corriente final en el inductor, será $\frac{E}{R}$.

La diferencia de potencial en el inductor será igual a E, el voltaje de la fuente. Desde el punto de vista teórico para alcanzar la corriente total, al inductor le tomaría un tiempo infinito. Esto, en la práctica, no es cierto.

Si analizamos la solución, se observa que el factor $\frac{E}{R}$ es constante, el valor de $i_L(t)$ depende del cociente $t\frac{R}{L}$. Al valor $\frac{L}{R} = \tau$, expresado en segundos, recibe el nombre de constante de tiempo. Es decir una constante de tiempo es igual a $\frac{L}{R}$ segundos.

Transcurrida una constante de tiempo, se tiene que $i_L(\tau) = \frac{E}{R}(1-e^{-1}) = 0.632\frac{E}{R}$, puesto que $\frac{E}{R}$ es la corriente final total, se observa que transcurrida una constante de tiempo se tendrá el 63.2% de su corriente final. Esta independencia del voltaje justifica el nombre de constante de tiempo.

Al transcurrir 2, 3, 4 y 5 constantes de tiempo tendríamos:

$$i_L(2\tau) = \frac{E}{R}(1-e^{-2}) = 0.865\frac{E}{R} \qquad 85\%$$

$$i_L(3\tau) = \frac{E}{R}(1-e^{-3}) = 0.950\frac{E}{R} \qquad 95\%$$

$$i_L(4\tau) = \frac{E}{R}(1-e^{-4}) = 0.982\frac{E}{R} \qquad 98.2\%$$

$$i_L(5\tau) = \frac{E}{R}(1-e^{-5}) = 0.993\frac{E}{R} \qquad 99.3\%$$

Al llegar a cinco constantes de tiempo se tendría el 99.3% de la corriente final que para fines prácticos, se considera que el inductor alcanzó su carga total.

Con esto podemos concluir que, el tiempo que tarda un inductor en cargarse, depende de la resistencia y la inductancia del circuito, no del voltaje que suministre la fuente.

De lo anterior podemos concluir también lo siguiente:

Si se mantiene R constante y se reduce L, la razón L/R disminuye y se reduce el tiempo de elevación de cinco constantes de tiempo.

La razón L/R tiene siempre algún valor numérico, aún cuando puede ser muy pequeño en algunos casos. Por esta razón, la corriente que pasa por el inductor no puede cambiar instantáneamente. De hecho, la inductancia de una red es una medida de cuánto se opondrá a un cambio en la corriente de la red. Cuanto mayor sea la inductancia, tanto mayor será la constante de tiempo y se requerirá un periodo mas prolongado para que alcance su valor final.

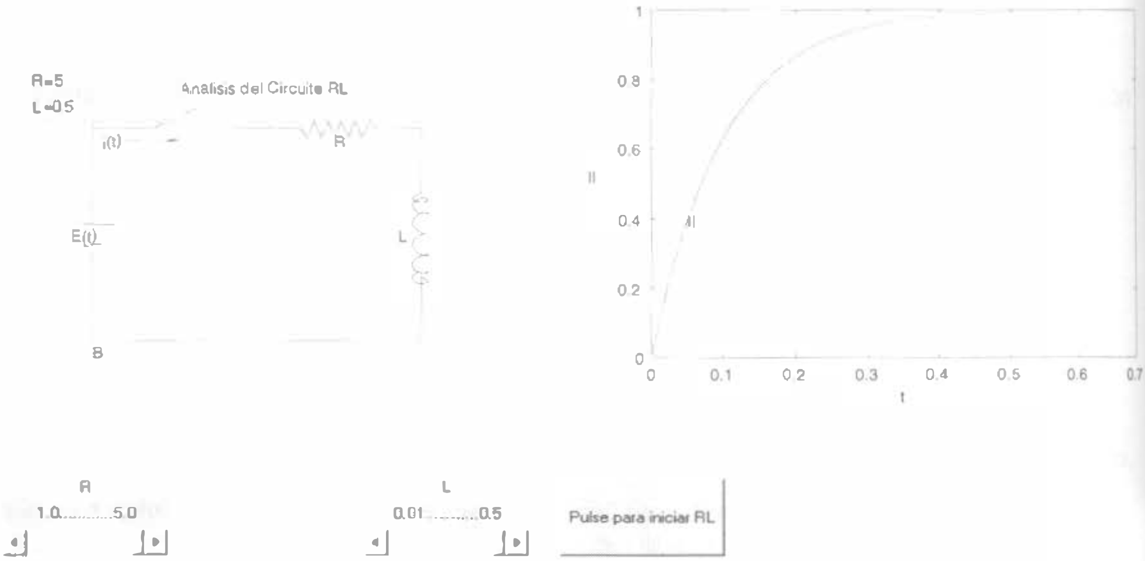
7. Simulación del problema utilizando software especializado (MATLAB).

Para la simulación de nuestro problema se utilizan varios programas hechos previamente en MATLAB construidos expresamente para este tipo de problemas (MATLAB se puede considerar como un lenguaje de programación, como Fortran o C, aunque sería difícil describirlo en unas cuantas palabras y no es propósito del presente trabajo) en un futuro se pretende que los alumnos y los profesores de las diferentes áreas realicen y utilicen todo el potencial de este paquete, así como todas las cajas de herramientas o toolbox existentes en él (SIMULINK, CONTROL SYSTEM TOOLBOX, STATEFLOW).

Por otro lado el propósito de esta etapa es ofrecer al estudiante la oportunidad de tener una forma de análisis más profunda de los problemas a los que se enfrenta, interactuando visual y gráficamente (como punto de arranque del proyecto), teniendo la ventaja de poder comprobar en forma exhaustiva cada afirmación teórica a la que se enfrenta.

Para resolver nuestro ejemplo utilizamos como se mencionó anteriormente, una serie de rutinas para dibujar circuitos, para resolver ecuaciones diferenciales (se utilizó el método de Runge-Kutta), para interaccionar visual y gráficamente con la computadora se utilizo la Interfaz Gráfica realizando los programas correspondientes.

Los resultados que obtuvimos son los siguientes.



En la gráfica (vista de la pantalla) se aprecian tres controles en la parte baja, los dos primeros nos sirven para modificar los valores de la resistencia R y de la inductancia L, el tercer control es un botón para calcular la solución de circuito cada que se cambien los valores de R y L, en la esquina superior izquierda se muestran los valores que toman las constantes R y L. La gráfica de la derecha de la pantalla muestra la solución gráfica de la corriente en el inductor cada que se calcula, esto sucede cada que se modifican los valores de R y L, del otro lado a la misma altura se muestra la figura del circuito en estudio.

Con este procedimiento podemos comprobar las afirmaciones dadas en el punto (6). Es importante decir que se cuenta con una secuencia didáctica muy detallada (Práctica de laboratorio) para lograr los objetivos planteados.

Conclusiones

Uno de los factores de la falta de motivación y el gran número de reprobados en las carreras de ingeniería en las materias de matemáticas, tiene su justificación en el desconocimiento que muestran tanto alumnos como profesores de la aplicación real de este tipo de materias, situación que pone en un grado muy bajo el desempeño escolar y desmotiva el estudio de las matemáticas.

Sería muy adecuado que los profesores encargados de impartir los cursos de matemáticas en las carreras de ingeniería incursionaran en el estudio de las áreas de conocimiento propios de cada especialidad, esto los llevaría al conocimiento de las aplicaciones reales y por consecuencia a un diseño adecuado de los ejemplos que abordarían en clase, ganando con esto la preparación del futuro ingeniero en el modelado de los fenómenos con que se va a enfrentar en su vida profesional.

Para lograr la integración de los conocimientos desde un punto de vista de contexto general, es importante que se cree un espacio *Laboratorio de matemáticas* con un peso curricular, independiente de cualquier materia en particular, que tenga un carácter general, en donde alumnos y profesores discutan y planteen soluciones a una serie de problemas dados en ingeniería, donde se haga y se propicie la construcción del conocimiento.

Estudiar a las matemáticas desde un punto de vista integral, conlleva la integración de los conocimientos de la Fisica, la Matemática y la Ingeniería.

El uso de las nuevas tecnologías permite al alumno descubrir algunos conceptos que de otra manera sería difícil o imposible observar; por medio del análisis visual se comprenden mejor algunos aspectos de las matemáticas y se hacen más asequibles, este hecho es bien conocido, ya que en el pasado hacer un estudio gráfico de un problema resultaba muy complicado y tedioso o estaba extremadamente limitado a pequeños esbozos solamente.

La computadora y el software especializado permiten hacer un estudio tan profundo como se quiera de los problemas de ingeniería, dada la rapidez de los cálculos, los resultados gráficos y los procedimientos sistemáticos, por citar sólo algunos.

Bibliografía

[1] Dirck, J. Struik, Historia concisa de las matemáticas, IPN, México,1980.

[2] S.Mochón, Modelos matemáticos: los puentes entre las matemáticas y el mundo real. Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México, 1997.

[3] Roberto L. Boylestad, Análisis introductorio de circuitos. Edit. Trillas,México, 1982.

[4] Yves Chevallard, Estudiar matemáticas el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. SEP, México,1998.

[5] Victor Gerez Greiser y M.A.Murray Lasso, Teoría de sistemas y circuitos. Edit. Representaciones y servicios de ingeniería, S.A.,México, 1972.

[6] Boyce Diprima, Ecuaciones Diferenciales. Edit. Limusa, México,1974.

[7] Derrick/Grossman, Ecuaciones diferenciales con aplicaciones. Edit. Fondo educativo interamericano, México, 1984.

[8] Lev M. Fridman, Metodología para resolver problemas de matemáticas. Edit. Grupo editorial Iberoamericano, México, 1995.

[9] Blum, Numerical Análisis, computation theory and practice. Edit. Adison Wesley, USA, 1972.

[10] Huelsman, Basic circuit theory with digital computations. Edit.Pretince hall, México, 1980.

[11] Charles A desoer, Basic Circuit Theory. Edit. Mc Graw Hill, Inter,1983.

[12] The Mathworks Inc. Manuales de MATLAB.

--- o ---

El Aprendizaje de las Matemáticas con Base en las Plataformas de Psicopedagogía y de Computación

Marco Antonio Gómez Ramírez
Irene Patricia Valdez y Alfaro

RESUMEN

El propósito de esta presentación es de divulgar y propiciar las reflexiones de los profesores, sobre la aplicación del conocimiento psico-pedagógico a la práctica docente, en particular el constructivismo como una alternativa para mejorar el aprendizaje de los alumnos de las ciencias básicas.

Se describen en forma breve tres corrientes del constructivismo: Piaget, Ausubel y Vigostky, y se ejemplifica la aplicación de estos conceptos a través de un programa interactivo en Maple para el análisis del tema simetría en Geometría del espacio.

PRESENTACIÓN

El constructivismo en esencia concede gran importancia a la estructura y organización del conocimiento del alumno y no sólo a su comportamiento, por ello, su aplicación puede reducir el conflicto que se presenta cuando los alumnos acceden a los estudios de licenciatura, donde los contenidos que se ofrecen son más formales y por ende con menor relación a la vida cotidiana, provocando un desequilibrio con respecto a la actividad habitual que realizaban como alumnos a nivel bachillerato.

El constructivismo parte de los siguientes principios:

1) Iniciar del nivel de desarrollo académico del alumno.
2) Posibilita que los alumnos realicen aprendizajes significativos por sí solos.
3) La modificación de esquemas de conocimientos del alumno a través de relacionar el nuevo conocimiento con los ya existentes en el alumno.

El constructivismo toma en cuenta la idea de que el conocimiento no es una copia de la realidad, sino que el alumno se construye así mismo en todos sus aspectos cognitivo, social y afectivo a través de su relación con el medio que lo rodea.

Corrientes constructivistas

El constructivismo no es un termino unívoco y puede hablarse de diferentes propuestas, en este caso presentaremos la de tres autores: Ausubel, Piaget y Vigostky.

Piaget establece que la inteligencia atraviesa por fases cualitativamente distintas que van de lo concreto a lo formal, que cuando se pasa de una fase a otra es por que se adquieren nuevos conocimientos, lo que implica una modificación de la estructura conceptual del sujeto que aprende. La teoría piagetiana postula que lo que cambia a lo largo del desarrollo cognitivo son las estructuras del conocimiento y que se mantiene constante un mecanismo de adquisición del conocimiento que implica asimilación y adaptación del nuevo conocimiento, el primero se refiere a la incorporación de un nuevo conocimiento a la estructura que ya posee el alumno y el segundo a la modificación de dicha estructura ante la presencia de nuevos conocimientos.

Desde el punto de vista cognitivo puede identificarse memoria con conocimiento. Así para que un concepto pase a formar parte de nuestro bagaje de conocimientos es preciso que nos acordemos de él, por lo tanto nuestra memoria a largo plazo es como la memoria permanente de una computadora, es decir, posee todos los conocimientos de que disponemos los seres humanos y que vamos adquiriendo a lo largo de nuestra experiencia. Sin embargo, para que la información pase a formar parte de nuestra memoria a largo plazo, debe pasar por la memoria a corto plazo, aplicarse el conocimiento y mostrar la utilidad para quedarse en la memoria permanente, lo mismo que una computadora.

Tradicionalmente los estudios cognitivos han mantenido que la memoria a corto plazo de los seres humanos tienen una capacidad limitada, veinte o treinta segundos de retención, de cinco a ocho elementos informativos completamente nuevos.

¿Cómo conseguir que la gran cantidad de información que el alumno recibe diariamente durante sus clases, pase a formar parte de la memoria permanente? Evidentemente se requiere mejorar las estrategias para hacer que dicha información se mantenga en la mente y pueda relacionarse con la información que ya posee el alumno.

El conocimiento previo que tiene un alumno sobre un tema determinado influye decisivamente en la manera que se procesa la información nueva sobre el tema.

Se recomienda no sobrecargar el sistema cognitivo y además enseñarles a establecer nexos entre la información nueva y la que ya se conoce.

Ausubel establece que el conocimiento se transmite en cualquier situación de aprendizaje y que debe estar estructurado no sólo en si mismo, sino con respecto al conocimiento que ya posee el alumno, aquí se enfatiza que el nuevo conocimiento deberá quedar asentado sobre los conocimientos que ya tiene el sujeto que aprende.

La mayor aportación de este autor es la concepción de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para el sujeto que aprende y dicha significatividad esta relacionada con la existencia de relaciones entre el conocimiento nuevo y los que ya posee el alumno.

Comprender y aprender

La adquisición de conocimientos debe basarse en el establecimiento de relaciones significativas entre la nueva información y la que ya posee, es decir, la comprensión, sin embargo, las instituciones escolares pretenden que no solamente se comprendan los contenidos sino que se usen y apliquen con eficacia en distintas situaciones, lo que lleva a que el profesor debe planear experiencias de aprendizaje para el alumno, de tal forma que le sean significativos los conocimientos a adquirir.

Se recomienda que la enseñanza expositiva no tiene que asociarse necesariamente a un tratamiento pasivo y sin significado por parte del alumno, se puede realizar una enseñanza expositiva que tenga en cuenta las ideas previas del alumno y que al mismo tiempo puede proporcionarlles instrumentos eficaces para el cambio conceptual.

Vigostky destaca la importancia de la interacción social a través de su concepto de "zona de desarrollo próximo" establece, que las posibilidades cognitivas de un individuo no se agotan en lo que puede hacer por sí mismo, sino también con la ayuda de otros individuos más capaces. Ya se ha demostrado de manera clara la importancia que tiene la interacción social para favorecer los procesos de aprendizaje, por ejemplo, a través de la discusión y el intercambio de opiniones, lo que significa aprovechar una fuerza propia del acto educativo.

Comprensión y motivación

La motivación es una componente del aprendizaje que a veces se menosprecia, sin embargo, resulta tan esencial que sin esa componente no puede darse realmente el aprendizaje, es decir, que el ser humano necesita una fuerza motivacional para mantenerse en el tiempo durante el proceso de aprendizaje.

Si pensamos en la actividad diaria de un alumno, podemos observar que pasa gran parte de su tiempo adquiriendo información mediante la lectura y comprensión de textos, ello requiere de un esfuerzo cognitivo, hacer uso de la atención, de la memoria y del razonamiento, implica sostener una actividad mental durante cierto periodo de tiempo con una dosis aceptable de motivación.

La mayor aportación de Vigostky es que "el conocimiento es un producto de la interacción social y de la cultura" estableciendo que los procesos psicológicos superiores (comunicación, lenguaje, razonamiento, etc.) se adquieren primero en un contexto social y luego se internalizan, otra aportación fue la de "zona de desarrollo próximo" que puede traducirse en la diferencia del nivel real de desarrollo, determinando por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado por la capacidad de resolver un problema con apoyo de una persona experta.

Se recomienda planear la adquisición de conocimientos por parte del alumno de tal manera que estos estén cercanos a la zona próxima de desarrollo de ellos, para que mediante un esfuerzo mental y apoyándose en conocimientos previos los pueda alcanzar.

Constructivismo y aprendizaje

El aprendizaje es un proceso constructivo interno, por lo tanto el profesor deberá tomar en cuenta que no basta la presentación de información, sino que es necesario que el alumno la construya mediante su propia experiencia interna. En este sentido, la enseñanza debería plantearse como un conjunto de acciones dirigidas a favorecer el proceso constructivo del alumno. Por ello es importante que el profesor ponga atención en las concepciones de los alumnos, tanto en las que posee antes de dar inicio al proceso de aprendizaje como en las que irán generándose durante el mismo. Esto implica un estilo de enseñanza muy distinto del que se ha practicado tradicionalmente.

PLANTEAMIENTO

La mejor manera de enseñar las ciencias básicas, no es cuestión fácil de abordar, se requiere una estructura previa de conocimientos en los alumnos, así como habilidades y actitudes específicas que les permitan abordar con éxito nuevos conocimientos. Por otra parte, las estructuras mentales que se han desarrollado desde la educación básica través de un sistema educativo que no favorece el desarrollo de habilidades intelectuales en el alumno, aunado a la falta de conocimientos antecedentes, dificultan el aprendizaje cabal de las asignaturas de las ciencias básicas, la comprensión de conceptos abstractos, el desarrollo de la imaginación, etc., por dar un ejemplo, habremos oído comentar a profesores de Geometría que los alumnos "traen la mente plana", y en efecto, se observa que el paso de la Geometría en dos dimensiones a la Geometría del espacio (tres dimensiones) es un cambio que no se asimila con facilidad, ¿qué profesor no ha tenido dificultad para que sus alumnos imaginen el cruce de dos rectas en un sistema de tres dimensiones dibujando en el pizarrón y ni que decir cuando se trata de dibujar una superficie alabeada por medio de rectas o un paraboloide hiperbólico?

El uso de la computadora como una herramienta de apoyo al aprendizaje proporciona un amplio abanico de posibilidades para ilustrar al alumno el comportamiento de modelos matemáticos, fenómenos físicos, realizar simulaciones, efectuar evaluaciones, entre otras, así como permitir que practique los contenidos que especifica el programa de la asignatura manipulando el conocimiento adquirido.

La computadora como un elemento de apoyo didáctico.

El constructivismo sostiene que el aprendizaje es significativo cuando el alumno involucra todos sus sentidos y se le ofrece la oportunidad de participar activamente en el proceso enseñanza-aprendizaje. Así el profesor debe diseñar previamente las experiencias de aprendizaje, para brindar al alumno la oportunidad de practicar el contenido, aprender haciendo y construyendo, de tal forma que obtenga el conocimiento y además satisfacción al realizar las actividades correspondientes. Así, la computadora es un valioso recurso que al utilizarse de manera adecuada favorece que el profesor se convierta en un "facilitador" del aprendizaje. El uso de la computadora es particularmente un elemento motivador para el alumno.

Aplicaciones didácticas de la computadora

La computadora puede utilizarse de diversas formas como apoyo para la enseñanza, entre ellas se pueden citar las siguientes:

a) ***Tutoriales*** que simulan un dialogo entre la computadora y el alumno, presentando el material audiovisual, proponiendo ejercicios y preguntas para que el alumno verifique lo aprendido.

b) ***Entrenamiento***, el reforzamiento de los conceptos a través de la repetición y práctica de ejercicios en computadora.

c) ***Simuladores***, ilustran el comportamiento de algún sistema fisico o modelo matemático al introducir diversos valores de los parámetros involucrados.

d) ***Herramienta***, el alumno aprende con la computadora apoyándolo en las actividades escolares cotidianas, tales como el uso de una hoja de cálculo, buscar información en Internet o presentar gráficos difíciles de dibujar.

¿Cómo ayuda la computadora al impartir temas de Ciencias Básicas?

La computadora es una herramienta útil para apoyar al profesor en la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje, puede procesar gran cantidad de información, permitiendo dedicar mayor tiempo al análisis conceptual de los problemas, así como observar (y comentar) cómo se comportaría cada una de las alternativas de solución a un problema específico y cómo afectarían los cambios a un sistema. Por otro lado, la visualización en pantalla de gráficos animados y esquemas que en el pizarrón el alumno difícilmente logra abstraer, es un importante apoyo didáctico.

En el aspecto motivacional se ha observado una mejor disposición hacia el aprendizaje y una avidez en los alumnos por explorar nuevos conocimientos (¿qué pasa si hago esto, qué sí le cambio la dimensión, y si no le doy este dato?).

La experiencia particular es que llevar al alumno a practicar en una computadora es una buena estrategia de motivación y propicia un mejor aprendizaje. Como muestra, motivado por el alto índice de reprobación en la asignatura Geometría Analítica (tres dimensiones) se ha ensayado la impartición de ciertos conceptos de la asignatura a través de programas interactivos que les permitan a los alumnos visualizar las relaciones geométricas entre puntos, rectas, plano y curvas. Los resultados han sido sumamente satisfactorios.

Un punto importante que no debemos dejar de comentar es el que se refiere a los obstáculos encontrados al impartir temas de las asignaturas con apoyo de las computadoras. Los alumnos generalmente forman un grupo sumamente heterogéneo en cuanto a conocimientos y habilidades previas, por lo que al pedirles que manipulen la computadora, en ocasiones se pierde algo de tiempo al tener que instruir previamente al alumno en el uso de la computadora misma. Sin embargo, estos no son obstáculos infranqueables, los autores de este trabajo proponemos que la institución organice "Talleres de resolución de problemas con computadora", éstos pueden organizarse para alumnos de un mismo semestre y resolver problemas de todas las asignaturas correspondientes a ese semestre, de acuerdo a los avances programados de las asignaturas; lo anterior con el fin de que los alumnos adquieran esa destreza y habilidad tanto de resolver problemas, como que sepan usar esas herramientas que hoy son prácticamente indispensables.

CONCLUSIONES

La introducción de conceptos psicopedagógicos que propone el constructivismo nos lleva a un estilo en el que es importante conocer lo que está en la mente del alumno durante todo el proceso de adquisición de conocimiento y no sólo con motivo de las evaluaciones, ello implica cambiar el paradigma de la educación, centrando la actividad en el alumno y su aprendizaje, lo que se traduce en participación dinámica del alumno en su propio aprendizaje, aunado a lo anterior el apoyo de la computadora en el proceso enseñanza-aprendizaje amplia las posibilidades de obtener un aprendizaje significativo por parte de los alumnos, además de estimular las habilidades necesarias para el aprendizaje permanente e independiente del alumno.

BIBLIOGRAFÍA

1. Carretero, M. y García Madruga, J. A. (Compa)
"LECTURAS DE PSICOLOGÍA DEL PENSAMIENTO"
Alianza, Madrid, 1984

2. Klausmeier, H. J. Y Goodwin W.
"PSICOLOGÍA EDUCATIVA"
Harla, México, 1990

3. PENAGOS, S. C. "EDUCACIÓN Y COMPUTADORAS"
Revista Nueva Época, No. 42, de diciembre de 1997

--- o ---

A la Búsqueda del Equilibrio en la Utilización de la Tecnología Nueva en la Enseñanza de las Matemáticas

Érik Castañeda De Isla Puga

El avance tecnológico en el siglo XX fue vertiginoso y, todo parece indicar, seguirá siendo sumamente acelerado. Es posible que la comercialización de la computadora haya desencadenado estos avances. En el pasado pocas personas podían vanagloriarse de haber leído todos los libros editados en la época, pero en la actualidad no sólo esto es imposible sino que no existe ser humano que pueda alcanzar los más recientes descubrimientos en las novedades computacionales. Es frustrante que se compre un equipo con lo más adelantado y que, cuando mucho, un mes después ya le digan a la persona que su equipo está obsoleto, o cuando menos atrasado. Todo esto tiene una relación directa con la labor docente. Es extremadamente complicado determinar los conceptos que hemos de enseñar a nuestros estudiantes para que se conviertan en ingenieros capaces de resolver los problemas de nuestro País con los recursos más adecuados, sin que estos conceptos sean atrasados o que los conduzcan a una dependencia con países más adelantados, los *creadores* de la tecnología. Esto es lo que he llamado el *equilibrio* deseado para la utilización racional de los recursos tecnológicos.

Es común que cuando se presenta una nueva situación a una persona, la primera reacción sea de rechazo si la aceptación trae consigo un esfuerzo; sin embargo, sí se acepta el cambio y, sobre todo, se domina, puede entonces revertirse la forma de actuar de la persona y ahora intentará imponer ésta a otras personas que rechazarán el cambio. Esto se ve claramente con los cambios tecnológicos. Cuando surge una innovación, por ejemplo **el correo electrónico,** al conocer alguno de esta maravilla, quizás su primer comentario es de rechazo. Esgrimirá que tiene suficiente con los medios de comunicación tradicionales, como el correo normal, el teléfono, etc. Sin embargo, si esta persona es capacitada para utilizar el correo electrónico, al dominarlo, ya no se resistirá sino que es posible que se vaya al otro extremo y no querer usar más los otros medios y tratar de que otras personas hagan lo mismo. Si tiene un poco de autoridad sobre otros, lo más probable es que imponga el uso de este nuevo correo. Esta situación descrita de manera simplista, puede tener consecuencias deplorables si se trata de una imposición en el ámbito académico. Es innegable que las *calculadoras electrónicas*, ahora tan comunes, siguen siendo una herramienta extraordinaria. Cuando estudiaba mis asignaturas de la Facultad, contábamos con la regla de cálculo para efectuar las operaciones aritméticas. Si se requería de mayor aproximación, como en el caso de topografía, era necesario utilizar tablas para los valores trigonométricos y *a mano* todas las demás operaciones, como adiciones o multiplicaciones. Veíamos con envidia a los afortunados compañeros que poseían en su casa o que podían tener acceso a una calculadora de esa época, aquellas que tenían una manivela con la que se movían rodillos. Lógicamente, cuando llegaron las primeras calculadoras electrónicas, con la posibilidad únicamente de efectuar las cuatro operaciones fundamentales, las veíamos como tesoros inapreciables. Ya es historia el explosivo desarrollo que tuvieron estas herramientas. Me voy a referir a dos situaciones relativas a ellas: la primera es una anécdota en la oficina en donde trabajaba. Un compañero, ingeniero joven también entonces, adquirió una calculadora HP-25. Para aquellos que la hayan conocido, sabrán que se trataba de unas de las primeras calculadoras programables. Podían programarse alrededor de veinte pasos, lo que equivalía a tener en la memoria la secuencia de una fórmula, quizás no muy grande. Ni soñar todavía con memoria permanente. Cada vez que se apagaba la calculadora se borraba la memoria, así que había que reprogramarse al prenderla. Aun con esas limitaciones, la calculadora la veíamos como una maravilla. Mi compañero se dio a la tarea de programar la expresión que permitía obtener una orientación en un estudio topográfico. En ese entonces, para lograr la aproximación requerida, se usaban unas hojas en donde se anotaban los datos de campo, se seguían unos pasos especificados, para los que se tenía que utilizar tablas con un número considerable de cifras significativas. Entre estas tablas se tenían las de logaritmo seno o logaritmo coseno. Todo esto con el único objetivo de alcanzar esa aproximación aprovechando propiedades de los logaritmos para sumar en vez de multiplicar o restar en lugar de dividir; es bien sabido que se tiene más error en las segundas operaciones que en las primeras. Pues bien, el jefe de la oficina al tener los resultados del trabajo y no recibir las formas sino sólo los resultados de la orientación, exigió las multicitadas formas. Se le explicó y se le mostró la calculadora. El ingeniero montó en cólera y el asunto llegó hasta autoridades muy altas pues la negación al cambio alcanzó extremos desagradables. Finalmente no logramos la aceptación del empleo de la calculadora. Claro que el tiempo obligó a aceptar esas calculadoras y las que siguieron pero esta es una muestra de lo que puede pasar con alguien que se resiste al cambio y tiene autoridad. Ese es un extremo.

El otro extremo lo podemos tener si a un niño desde la primaria le proporcionamos una calculadora para evitarle el trabajo de hacer sus operaciones fundamentales, las cuales todavía no aprende. El argumento podría ser que al existir estas herramientas, ¿para qué tiene que aprender a hacerlas *a mano*? Obviamente le estamos haciendo un daño en vez de ayudarlo. Es un extremo pero quizás no está muy lejos de la realidad. ¿Cuántos de nuestros alumnos se ven inermes si se les obliga a hacer un examen sin calculadora? Por supuesto, cuando abandonamos la regla de cálculo, los que se oponían argumentaban que con ella se aprendía a *tener una idea del valor al que se debía llegar*. En parte era cierto pues con la necesidad de colocar el punto decimal, se tenía que conocer el orden del resultado; sin embargo, las calculadoras nos ahorran esa determinación del lugar en donde debe estar el punto decimal, pero el tener idea del orden del resultado puede y debe lograrse por otros medios y no aferrarnos a un instrumento que fue de mucha ayuda pero que cayó en la obsolescencia.

Estas reflexiones las hago porque estamos otra vez en disyuntivas similares. Hasta dónde debemos aceptar los cambios y a partir de cuándo. Vamos a suponer que se modifican los planes y programas de estudio y se decide que, dado que existen paquetes de computación que permiten obtener el producto escalar o el producto vectorial de dos vectores, se quita de los programas respectivos la enseñanza de esas operaciones; sólo se mencionan y se enseña a los estudiantes el uso del paquete para la obtención de los resultados. Al continuar con sus estudios, los alumnos llegarían al Cálculo. Allí se les presentaría el operador nabla, el cual es de tipo vectorial y puede aplicarse a una función escalar, con lo que se obtiene un vector llamado gradiente; o puede aplicarse a una función vectorial en forma de producto escalar, obteniéndose la divergencia; o puede aplicarse en forma de producto vectorial para tenerse el rotacional, pero el alumno no sabría multiplicar, sólo sabría usar un paquete y éste no acepta los símbolos. Sigamos con la suposición de que el paquete acepta los símbolos. El alumno aplica el paquete y ve el gradiente, la divergencia y el rotacional que le da como resultado el paquete. Como continuación, el estudiante llega, por ejemplo a hidráulica. Allí tendrá que aprender los conceptos de derivadas direccionales de campos vectoriales. De nueva cuenta supongamos que ya se cuente con un paquete sofisticado que le resuelva el problema sin tener que efectuar operaciones. *Así* continuaría su *formación* hasta llegar a ser ingeniero. Ahora supongamos que al llegar al lugar de trabajo, la oficina que lo contrata no tiene el paquete que él aprendió a usar. El paquete de la empresa es posiblemente más sofisticado pero el nuevo ingeniero no lo conoce. Para su empleo tendría que conocer la teoría en la que se basa o que alguien le enseñe a usarlo. Pregunto ¿eso es ingeniería?

Vayamos ahora al otro extremo. A pesar de los avances tecnológicos, supongamos que los nuevos planes y programas de estudio se elaboraran con la idea de que el uso de nuevas herramientas inhibe el aprendizaje, así que el alumno no conocería el empleo de éstas durante toda su carrera. Al egresar se encontraría que casi todo el trabajo que se le va a presentar lo debe elaborar con herramientas que él desconoce. Cualquier trabajador con un mínimo de experiencia lo superaría en este manejo. Obviamente los egresados estarían en desventaja con otros ingenieros de otras instituciones, quizás hasta con egresados de escuelas para técnicos.

En resumen, los planes y programas de estudio deberán elaborarse buscando el equilibrio y deberán prever la adaptación continua, según se vayan presentando los adelantos tecnológicos. En lo personal creo que las asignaturas de las ciencias básicas, cuando menos en sus primeros temas, deben comprender todo el aspecto teórico requerido por los futuros ingenieros. Quizás hasta reforzarlo. Conviene dirigir una mirada hacia los países con una ingeniería de primer nivel. No me refiero solamente a los Estados Unidos. Ellos no crean su ingeniería, en general la compran. En cualquier lugar del mundo en donde surge un ingeniero con talento, ellos le ofrecen su apoyo no solo económico sino hasta la nacionalidad. En términos generales los ingenieros que destacan en Estados Unidos no son oriundos de ese lugar. Me refiero a otros paises como

Francia, Alemania, Japón, Canadá, etc. Lugares en donde se han tenido los más recientes avances. Por ejemplo, la red de redes, o como se le conoce, *la autopista de la información*, surgió en Europa hace ya más de una década. Es allí donde debemos conocer lo que se les está enseñando y cómo se les está enseñando. En lo que respecta a las ciencias de la ingeniería. Mi idea es que los profesores deben enseñar los conceptos apoyándose en lo teórico de las ciencias básicas. En muchos casos, sólo se les menciona que tal o cual resultado se obtiene de una ecuación diferencial, sin siquiera presentarla y analizarla, para ver en qué hipótesis se basó. Finalmente, los profesores de las asignaturas de la ingeniería aplicada deberían apoyarse en lo anterior y presentar no sólo los manuales o paquetes, sino analizarlos. El estudiante debe aprender su uso, pero también debe conocer sus alcances y limitaciones. Es más, lo ideal es que el ingeniero pueda crear sus propias herramientas tecnológicas o adaptar las que ya existen a los casos que se les presentan.

Finalmente, lo que presento son ideas, pero es muy sencillo hablar de los problemas, lo difícil es resolverlos. Propongo que el H. Consejo Técnico de esta Facultad, o los respectivos cuerpos colegiados de otras instituciones de enseñanza de la ingeniería, formen grupos interdisciplinarios que se den a la tarea de buscar ese equilibrio. Podría no ser un solo grupo. Quizás uno por las ciencias básicas, otro por las ciencias de la ingeniería y otro más por las de la ingeniería aplicada. Con autoridad suficiente para convocar a sus miembros, subdividir la tarea, posiblemente por asignaturas o grupos de asignaturas afines y finalmente para decidir sobre sus conclusiones. En resumen, yo no sé cuál es el equilibrio pero estoy seguro que no existe una persona que lo conozca. Hay que unir esfuerzos e ideas y las comisiones que propongo deben estar conformadas por personas de diversas filiaciones, ideas y tendencias. Solamente así podrá tenerse la concepción precisa de ese equilibrio.

--- o ---

Uso intensivo de herramientas de cómputo para el aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales: una experiencia reciente en la Facultad de Ingeniería

Juan Ursul Solanes
Facultad de Ingeniería, UNAM

RESUMEN

Dado que el programa de estudios de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales (antes Matemáticas IV) no **se ha modificado sustancialmente** sobre todo en lo que se refiere a la forma de alcanzar los objetivos del aprendizaje de los alumnos en los últimos 35 años (desde que se cambiaron los ciclos anuales por semestrales, 1967), el autor de la ponencia presenta una experiencia muy reciente con un grupo piloto.

El planteamiento del experimento propone un nuevo diseño curricular que **considera exclusivamente los objetivos de aprendizaje** del programa de la asignatura que el Consejo Técnico aprobó el 24 de noviembre de 1994 y revisó el 9 de julio de 1998 y que el CAACFMI aprobó los días 8 de noviembre y 6 de diciembre de 1995, y 30 enero de 1996 y que **modifica sustancialmente** toda la estructura del programa.

La hipótesis en la que se basa este cambio es que las herramientas modernas (calculadoras con capacidades gráficas y manejo de expresiones matemáticas, computadoras con Maple V® o Matemática ® e Internet) **determinan profundamente** el contenido de la asignatura y el aprendizaje se puede lograr con un perfecto equilibrio entre los conocimientos teóricos, la utilidad práctica en ingeniería y la capacidad poderosa de las herramientas descritas.

ANTECEDENTES

La asignatura de ECUACIONES DIFERENCIALES es notable porque desde hace más de treinta años no ha cambiado ni en contenido y mucho menos en la forma de impartirla. Es sorprendente que los temas básicos son literalmente los mismos. De una observación rápida al programa de estudios de la antecesora MATEMÁTICAS IV en 1972 podemos constatar que los temas siguen siendo los mismos incluso en el mismo orden excepto que en ese año había un tema de métodos numéricos que hoy no aparece al haber pasado a la asignatura correspondiente.

Si se estudia con detalle, desde el punto de vista de la enseñanza, como está organizado el programa de estudios parece seguir una lógica indiscutible, pues después de un tema inicial sobre conceptos generales y definiciones fundamentales, los demás temas presentan la resolución de las ecuaciones diferenciales de las de primer orden a las de orden superior y de las más simples a las más complicadas tomando como base, ficticia, la supuesta evolución que esta rama de las matemáticas tuvo en el pensamiento humano.

Toda la bibliografía tiene esta misma propuesta lo que nos lleva necesariamente a pensar que así debe impartirse la asignatura sin discusión alguna. Cuando analizamos los resultados del aprendizaje de nuestros alumnos aparece una contradicción patente pues aun cuando la asignatura no tiene una gran cantidad de conceptos nuevos pues más bien es una combinación de conceptos presentados en las asignaturas antecedentes les resulta muy difícil a los alumnos apropiarse de ella, de hacerla suya.

Ahondando en este concepto también entre el profesorado existe una creencia más o menos aceptada que es una asignatura "peligrosa" por tener muchos túneles sin salida o sea problemas que ponen en entredicho la "sabiduría" del profesor. Existen pues algunos caminos por los que los profesores que la imparten por primera vez resultan verdaderas trampas a su inteligencia. Puedo afirmar que es una asignatura "temida" por muchos colegas.

De lo anterior hace años que propongo un cambio profundo a la forma cómo se imparte la asignatura cuestionando que la forma como está organizada no es la mejor y es posiblemente la menos adecuada para el aprendizaje de nuestros alumnos. En este semestre presenté una petición formal a la Coordinación para experimentar un programa organizados de forma totalmente distinta orientado casi exclusivamente hacia el aprendizaje de los alumnos. Dicha organización del conocimiento está basado solo en los objetivos del programa vigente, se le añadieron nuevos objetivos de aprendizaje propuestos por los mismos alumnos y se pretende aprovechar al máximo el uso de tecnologías de la información como herramientas poderosas para la resolución de las ecuaciones diferenciales.

LA PROPUESTA

La nueva propuesta tiene como características principales:

1. Se sostiene la teoría matemática de la asignatura. Se presentan todos los conceptos matemáticos rigurosos y si es posible se refuerzan algunos de otras asignaturas pero indispensables para el desarrollo de la materia de estudio.
2. Se organiza la asignatura partiendo de la creencia personal de que las ecuaciones de primer orden no son necesariamente las más sencillas de aprender. Después del primer tema de conceptos generales se estudian inmediatamente las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior a uno. Después de dominar éstas (incluida la Transformada de Laplace y los Sistemas) se verán las ecuaciones de primer orden poco antes del tema de las ecuaciones en derivadas parciales y la Serie Trigonométrica de Fourier.
3. Se eliminan la mayoría de los métodos manuales que siendo muchos de ellos redundantes no aportan nada al aprendizaje, en mi punto de vista (más del 40 % del tiempo del total del programa está dedicado a estos métodos). Son sustituidos por horas de laboratorio de computadoras en concreto con software dedicado al desarrollo matemático como Maple V o algún otro. Se fomenta más la experimentación que estos paquetes especializados propician en vez del "recetismo" al que conducen los métodos tradicionales.
4. Se hace énfasis en la interpretación de los problemas y el planteamiento de los modelos matemáticos de resolución.
5. Se dedica más tiempo a la interpretación de los resultados y a la comprensión profunda de las soluciones apoyándose con representaciones gráficas dibujadas en computadora.
6. Se trata de sustituir la memorización sin sentido por el razonamiento complejo y de interpretación orientada a la ingeniería más que a un simple ejercicio intelectual abstracto.
7. Se pretende promover la más alta motivación en los alumnos al acercarlos a las herramientas más próximas a su cotidianidad y formas de expresión.

RESULTADOS

Los primeros resultados muestran lo siguiente:

1. Parece haber una mayor asistencia al curso respecto a semestres anteriores dado el interés patente por el aprendizaje vía la computadora.
2. La respuesta a las tareas ha sido mejor que ocasiones anteriores.
3. Parece interesar más a las alumnas que a los alumnos pues tienen mejor participación que los varones.
4. Existen inquietudes y preguntas más profundas que en semestres anteriores y hay más consultas directas al profesor vía e-mail. (es importante hacer notar que el 90 % de los alumnos del grupo manejan claves e-mail cotidianamente).

NOTA FINAL

Con el carácter de demostración se presentarán dos alumnos del grupo piloto utilizando Maple V en la resolución de problemas de ecuaciones diferenciales lineales propuestos directamente por el público.

ANEXO

Matemáticas IV

(Ecuaciones diferenciales)

1972.

- Conceptos diferenciales.
- Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
- Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas y no homogéneas con coeficientes constantes.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
- Transformada de Laplace.
- Solución numérica de ecuaciones diferenciales.
- Ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden.

Ecuaciones Diferenciales

1998

- Ecuaciones diferenciales.
- Ecuaciones diferenciales de primer orden.
- Ecuaciones diferenciales lineales.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
- Transformada de Laplace.
- Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales.

--- o ---

Factibilidad del Nuevo Enfoque en la Enseñanza de las Matemáticas

Alejandra Vargas Espinoza de los Monteros
Facultad de Ingeniería, UNAM
mitvar@hotmail.com.mx

OBJETIVO

Exponer algunas de las diferentes tecnologías para la enseñanza de las matemáticas, requerimientos de instalación para implementar algunas de éstas tecnologías e invitar al cambio en la enseñanza de las matemáticas para ingenieros.

La ponencia está divida en 4 puntos:

- Las diferentes tecnologías modernas para exponer y obtener resultados satisfactorios en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes en ingeniería. Equipo necesario para complementar la enseñanza aplicando las diferentes tecnologías.
- La posibilidad de que los alumnos utilicen y apliquen las diferentes tecnologías.
- La actitud de los profesores frente a las nuevas tecnologías.

En los tiempos modernos la tecnología ha avanzado de manera muy acelerada, lo que implica un cambio constante en el enfoque de la vida. La docencia no se puede quedar atrás por lo que hay que empatarla de acuerdo a los cambios.

TECNOLOGÍAS

A continuación se presentan algunas de las diferentes tecnologías que se pueden aplicar para trabajar dentro y fuera del aula:

- **Video**. El video es una tecnología no tan moderna que sirve como apoyo para la presentación de algunos temas reforzando la explicación dada en clase, de esta manera puede lograrse en una película incluir la presentación de algunos ejemplos que reflejen la aplicación de la materia o del tema en algún campo de trabajo, con el fin de despertar el interés por el estudio de las matemáticas reflejando su importancia y aplicación en la vida profesional.

  Para aplicar esta tecnología se requiere de una sala destinada a este fin con sillas colocadas a diferentes niveles para que todos los asistentes puedan observar con claridad la proyección, la sala debe contar con un buen sonido ya que de no ser así, se perderá la atención de los alumnos además de necesitarse un aparato reproductor de cintas de video y pantalla para proyectar la película.

  Es recomendable seleccionar material que tenga una duración máxima de media hora, para que el contenido sea captado en su totalidad, además de elegir temas y proyecciones interesantes. También es conveniente al final de la proyección intercambiar opiniones haciendo preguntas concretas acerca de la proyección y de ser posible realizar algunos ejercicios del tema tratado dejando tarea para casa.

- **Videoconferencia**. Esta tecnología es relativamente nueva, comenzó utilizándose en empresas que tienen relaciones con entidades extranjeras ahorrándose así los traslados y viajes de los ejecutivos pero, sobre todo ahorrando tiempo al poder establecer una comunicación directa con grupos de personas ubicadas en diferentes lugares del planeta.

En las instituciones dedicadas a la enseñanza de las matemáticas se cuenta con profesores que son expertos en la materia, que además de haber desarrollado un sistema de enseñanza que conduce a un verdadero aprendizaje, despiertan el interés por las matemáticas y sus aplicaciones. A través de videoconferencias dichos profesores pueden impartir conferencias-clase que pueden ser vistas por alumnos y profesores ubicados en instituciones lejanas, enriqueciéndose con la experiencia de éstos profesores sin la necesidad de trasladarse a un lugar en especial.

Para trabajar con esta tecnología es necesario contar con una cámara de video para captar y transmitir imágenes entre las diferentes sedes; un monitor o una televisión para observar a las instituciones donde se está recibiendo la imagen y de esta manera, poder establecer una verdadera comunicación en el sentido visual y auditivo, con la gran ventaja de poder contestar preguntas en el momento en que surjan éstas.

El principal inconveniente es el costo del equipo necesario además de que el canal de comunicación debe contar con un ancho de banda adecuado para que la transmisión sea efectuada de manera adecuada.

- **Multimedia.** Mediante esta tecnología es posible apoyar la enseñanza de las matemáticas utilizando un equipo de cómputo. Los CD's pueden contener desde ejercicios resueltos hasta temas completamente desarrollados que incluyan teoría, gráficas y ejercicios.

  Las ventajas de multimedia consisten en poder almacenar grandes cantidades de información en un solo disco pudiéndose combinar imágenes y sonido logrando atraer la atención de los alumnos y por otro lado, poder consultar el material en el momento y lugar deseados cuantas veces se desee.

  Para utilizar esta tecnología es necesario contar con un equipo de cómputo que contenga un dispositivo de grabación y lectura de CD's para poder leer y grabar los discos compactos incluyendo bocinas para escuchar el sonido incluido en ellos.

- **Internet**. Por medio de esta tecnología tan de moda actualmente se puede tener acceso a información relacionada con diferentes temas, también se puede crear una página dedicada exclusivamente a presentar información sobre el tema que se esté mostrando en clase o colocando artículos de interés relacionados con la exposición y también bibliografía complementaria o nueva que auxilie en el correcto entendimiento del tema.

  Probablemente la principal ventaja del uso de la red consista en establecer de manera remota comunicación con los alumnos a través de correo electrónico para que, casi en cualquier momento resolverles alguna duda o recibir sus comentarios respecto al desarrollo de la clase y su aprovechamiento en la misma.

  Los requerimientos mínimos necesarios para poder tener acceso a la red consiste en equipo de cómputo que tenga las siguientes características:

Equipo Mínimo	Observaciones
Computadora con procesador Intel Celeron o Pentium	Este procesador permite navegar sin problemas.
Monitor de alta resolución a color	Permite disfrutar fotografiias, videos y el diseño de las páginas que se encuentran disponibles en la red.
MODEM de 56 Kbps	Hace posible que la computadora se comunique con otras por medio de la linea telefónica a una velocidad de 56 kilo baudios por segundo.
Línea telefónica	Indispensable para conectarse a la red. Puede ser la misma que se usa diariamente o instalar una exclusiva para la computadora.
Bocinas	Pueden ser externas o internas y permiten disfrutar de los efectos sonoros de las páginas.

- **Software de computadora hecho para matemáticas.** Existen diferentes paquetes hechos a base de algoritmos matemáticos diseñados para facilitar procesos u operaciones matemáticas que son capaces de resolver derivadas, integrales, ecuaciones diferenciales, sistemas de ecuaciones, etc., hasta graficar funciones en el espacio tridimensional. Esto permite ahorrar tiempo para obtener el resultado de alguna operación compleja o visualizar más detalladamente una gráfica al poder girarla en diferentes sentidos.

  Los requerimientos básicos para trabajar con este software son:

Paquetes Matemáticos	*Equipo Mínimo*	*Observaciones*
MapleV Matemática Matlab otros	Computadora con procesado Intel Celeron o Pentium Monitor de alta resolución a color.	Este procesador permite trabajar sin problemas y con respuesta rápida. Permite visualizar las gráficas en colores, con la ventaja de poder distinguir las diferentes líneas que generan una gráfica en tres dimensiones con colores diferentes.

Una vez presentadas algunas de las tecnologías que se pueden utilizar para enriquecer la enseñanza de las matemáticas, es importante analizar que tan factible es aplicarlas en la Facultad de Ingeniería.

La siguiente información se ha conjuntado únicamente para la División de Ciencias Básicas en donde se cuenta con un laboratorio para la docencia con las siguientes características:

Equipo	*Características*	*Internet*	*Servicio*
96 computadoras divididas en dos salas	Procesador desde pentium a pentium II. Capacidad desde 1GB a 40 GB 46 cuentan con lector de CD cañón, conectadas en red	Sí todas	De lunes a sábado con un total de 68.5 horas/semana

Éste laboratorio atiende a los diferentes Departamentos que conforman a la División

Departamento	*Número de grupos*	*Horas/semana*
Matemáticas Básicas	160	22.5
Matemáticas Aplicadas	73	14
Mecánica	88	19.5
Física y Química	90	22.5
TOTAL	411	78.5

La utilización principal del Laboratorio es para las materias de matemáticas, en él se encuentra instalado el software necesario para aplicar esta tecnología en las diferentes asignaturas.

Lo deseable sería diseñar una o dos prácticas al semestre para cada asignatura en donde se explotara este recurso y se concretara con ejemplos la teoría aprendida en el aula.

Por otra parte, en lo que respecta a las otras tecnologías:

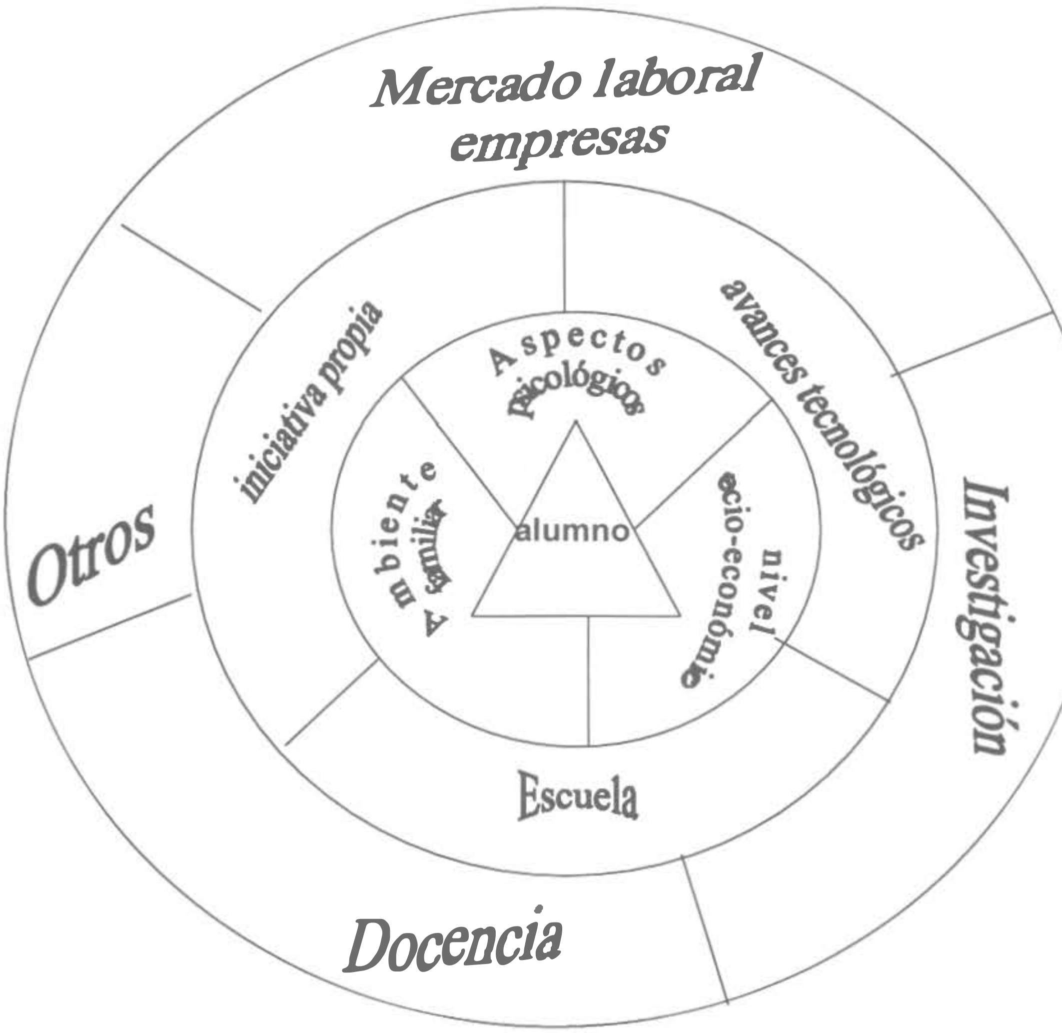
- Se cuenta con una videoteca que tiene alrededor de 25 películas hechas en la década de los 80's con diferentes tópicos de matemáticas y una sala de proyección para las mismas, que no es lo suficientemente adecuada para este fin.
- Hasta el momento no se cuenta con equipo para realizar videoconferencias.

- No se ha desarrollado ningún CD que contenga material de matemáticas.
- Se tiene una página de la División en Internet que liga a los diferentes Departamentos y a sus correspondientes coordinaciones, en donde cada una de ellas tiene diferentes tópicos de información incluyendo series de ejercicios y correo electrónico para recibir comentarios y sugerencias. La dirección de la página es http://dcb.fi-c.unam.mx .

ALUMNOS

Para los alumnos aspirantes a ser profesionales de la Ingeniería, los primeros semestres de las materias curriculares comprenden en su mayoría asignaturas de matemáticas, se pretende desarrollar en ellos además del aprendizaje de las matemáticas en sí, la capacidad analítica y lógica que se obtiene al desarrollar el trabajo con éstas materias, lo que les será de gran utilidad en su vida profesional.

Se puede hablar entonces de las influencias externas e internas que intervienen en el ánimo de estos estudiantes y que los obligan a prepararse cada día con más calidad y dominio de la tecnología, para que, en el momento en el que una vez egresados de la escuela se incorporen al mercado laboral, a la investigación, a la docencia o cualquier otra actividad con recursos que los hagan más competitivos elevando así el prestigio de la Universidad.



Los factores externos que motivan al alumno a prepararse cada vez más para ser más competitivos una vez que egresen de la escuela y se incorporen a la población económicamente activa están determinados por los requerimientos del país, que involucra al mercado laboral en empresas privadas y del gobiemo, por la necesidad de incrementar la investigación, por la demanda de docentes capacitados u otro rubro.

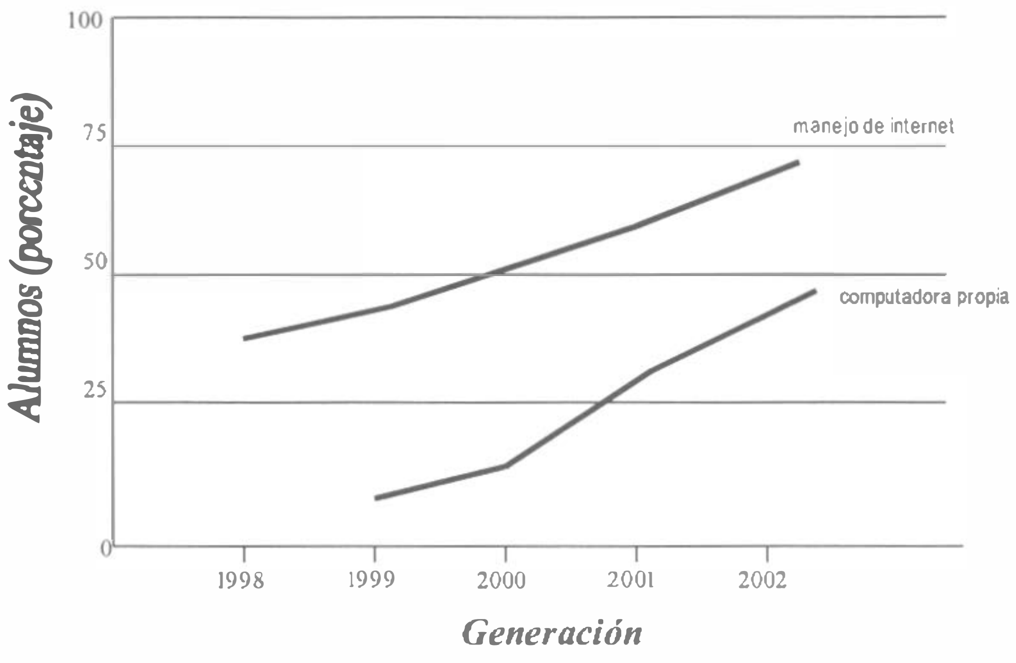
Su competitividad parte del hecho de que el alumno desde los primeros semestres de la carrera se relacione con las diferentes tecnologías predominantes en el mercado, de esta manera además de adquirir la habilidad en el uso de éstas tecnologías obtendrá seguridad al salir a competir en el mercado laboral.

De la mano con el punto anterior están los recursos que la escuela proporciona, como implementar algunas prácticas para desarrollarse en algún paquete matemático dentro de clase, organizar la asistencia a videos sobre algunos temas que refuercen el aprendizaje, y en general desarrollar trabajos que involucren a las diferentes tecnologías con el fin de proporcionarle al alumno la mayor experiencia posible en el tiempo de asistencia a la Facultad.

Un último aspecto que puede ser el más relevante, es la iniciativa propia motivo por el cual el estudiante está en la Facultad, es su deseo de realizar una carrera por la cual siente vocación, el motor que motiva su aprendizaje. Para que esta motivación dé resultados positivos, intervienen influencias de carácter personal que distinguen a cada alumno, como pueden ser los aspectos psicológicos que hacen la personalidad y nivel de autoestima , el ambiente familiar en el que vive y no menos importante el nivel socio-económico en el que se desenvuelve y que le permite en un momento dado contar con alguna herramienta tecnológica moderna dentro de su hogar.

En nuestra Facultad, en el Departamento de Coordinación Educativa, se realiza una encuesta socio-demográfica cuando los estudiantes ingresan a la Facultad, que revela algunas de las características de la población estudiantil a través de preguntas de fácil respuesta. En dicha encuesta hay preguntas relacionadas con el uso de la tecnología como son: si se posee computadora personal, si se tiene acceso a Internet o la paquetería que se maneja.

Los resultados de dicho estudio en el punto de tecnología se presentan en la siguiente gráfica



Como se puede observar la tendencia mostrada indica que cada vez son más los alumnos que poseen computadora personal y utilizan los servicios de Internet, lo que hace factible por parte de los alumnos la aplicación de al menos ésta tecnología, aunque es importante cuestionar si el equipo que poseen los alumnos cubre los requisitos mínimos para trabajar con algún paquete de matemáticas.

PROFESORES

En cuanto a los profesores como base fundamental del proceso de enseñanza aprendizaje. Es en nosotros en quienes recae la responsabilidad como principales impulsores del progreso de los alumnos a través de la transmisión no sólo de conocimientos académicos sino también de valores, sentimientos y principios que hagan de nuestros alumnos seres con iniciativa, inquisitivos, activos, seguros de sí mismos al respetar sus ideas, que amen a su país y deseen dejar en alto el nombre de la Institución que les formó.

Se debe ser muy cuidadoso al utilizar la tecnología, ya que el abuso en el uso de la misma puede llevar a resultados poco satisfactorios en el aprendizaje lo que a la larga llevaría a formar ingenieros con poco ingenio.

Se debe tener en cuenta que la relación más importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje es la comunicación directa entre el alumno y el profesor y que ninguna tecnología puede sustituir a esa relación.

Para aplicar cambios en la enseñanza utilizando diferentes tecnologías es importante distinguir algunos factores:

Consideraciones	*Implicaciones*
➢ **Gran cantidad de profesores de asignatura**	➢ Constantes cambios en la plantilla de profesores
➢ **Carga de trabajo fuera de la Facultad**	➢ Poco tiempo de permanencia en la escuela
	➢ Buscar contar con recursos dedicados a la capacitación, horarios flexibles y adecuados para los profesores de asignatura
➢ **Cambios constantes en la tecnología**	➢ Recursos de infraestructura escolar limitados

Para lograr un cambio satisfactorio en la enseñanza es conveniente hacer varios compromisos:

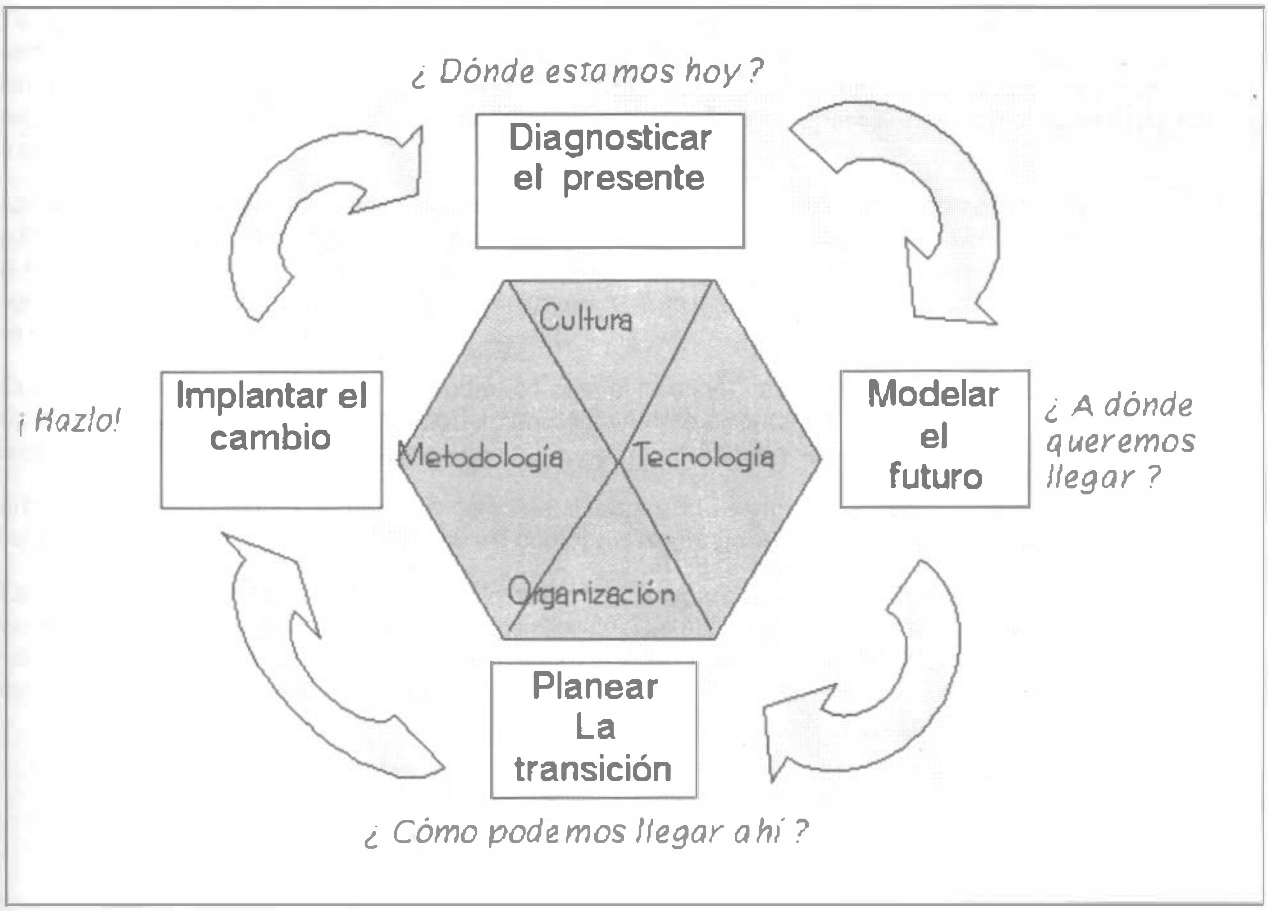
- ➢ Asumir la responsabilidad de la transmisión y asimilación del conocimiento buscando la técnica más adecuada.
  - ✓ Transformar las capacidades a través del tiempo de nuestro grupo de alumnos para hacerlo más productivo.
  - ✓ Mejorar la calidad de nuestro trabajo.
  - ✓ Utilizar los recursos disponibles a nuestro alcance para mejorar la calidad de la enseñanza.

Los resultados que se pueden esperar bajo este esquema son: dar al alumno elementos nuevos en su aprendizaje y con esto involucrarlo desde el inicio de su carrera en la exploración de los recursos a su alcance, desarrollar su creatividad, iniciativa y autoestima, además de elevar el nivel de aprovechamiento en la asignatura por parte de los alumnos y en el mejor de los casos reducir el índice de reprobación.

CONCLUSIONES

Para hacer factible todo lo anteriormente expuesto es necesario diseñar una estrategia, para implementar el cambio sobre bases sólidas, sin improvisaciones que a la larga resultarían fracasos, se debe tomar en cuenta lo siguiente:

- Dar prioridad a la capacitación de los profesores, porque son la base y en muchas ocasiones ejemplo para la formación de los alumnos.
- Hacer una valoración detallada de los servicios que ofrece la facultad, las condiciones en las que se encuentran y si éstos son suficientes para dar un servicio satisfactorio a los profesores y sus alumnos.
- Diseñar alguna práctica que involucre el uso de alguna tecnología e
- Involucrarla en el aula pudiendo tomar algunos grupos para trabajar con ellos de manera experimental y observar los resultados obtenidos.



--- o ---

INCLUSIÓN DE LA GEOMETRÍA FRACTAL EN LOS CURSOS DE MATEMÁTICAS BÁSICAS

MARTÍN BÁRCENAS ESCOBAR
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
marba@citlalli.fi-c.unam.mx

Introducción

Tendemos a pensar que si se varían las condiciones iniciales de un sistema un poquito, el resultado final será básicamente el mismo, o por lo menos eso nos dice nuestra experiencia matemática al redondear un número de 3 a 2 decimales. Pero nada más lejos de la realidad. La aplicación de las matemáticas a fenómenos naturales no consiste en acarrear un decimal de menos en un par de operaciones sino en cientos de miles y/o millones de cálculos.

Los sistemas dinámicos, son sistemas que varían con el paso del tiempo, tales como la teoría maltusiana de población y recursos, la meteorología, los sismos, los movimientos que efectúa un chorro de café humeante al entrar en contacto con la leche de una taza (mecánica de fluidos), el giro impredecible de una noria de agua cuando su caudal es inusitadamente acelerado, la gran mancha de Júpiter, las fluctuaciones económicas de los precios, etc.

Es en los sistemas dinámicos donde podemos usar el término "caos" y donde una variación mínima de las condiciones iniciales supone un comportamiento totalmente distinto del esperado por parte del sistema. Es decir, que un sistema podrá ser caótico cuando su comportamiento sea impredecible.

El caos es determinista al estudiar uno de estos sistemas, si se trata en su globalidad. No podrá predecir el estado futuro del mismo, pero sí modelar su comportamiento general.

Estos sistemas pueden comportarse de diferentes formas, pero muchos de ellos tras suficientes iteraciones de las funciones que los determinan, su función tiende a estabilizarse en uno o más valores. Este conjunto de valores para los cuales la función f(x) se estabiliza cuando el número de iteraciones tiende a infinito (∞), se denomina "atractor". En general podemos decir que los sistemas caóticos son:

Deterministas	Siguen reglas que pueden resumirse en una serie de funciones
Sensibles	A las condiciones iniciales ya que un cambio mínimo en sus condiciones iniciales puede provocar un cambio totalmente inesperado
Simples	No en cuanto a su comportamiento sino en cuanto a las funciones que los determinan

Tiende a confundirse Caos y Fractales. Son dos términos que suelen venir aparejados en las publicaciones, sin hacer distinciones o mezclando conceptos. No son sinónimos y tienen comportamientos distintos, a pesar de compartir una formulación sencilla y que ciertos fenómenos caóticos tengan una estructura fractal (atractor).

Caos	Fractales
Dependencia sensitiva de las condiciones iniciales	Recursividad infinita
Impredicibilidad	Autosemejanza, invariablemente de la escala
Definido por ecuaciones deterministas	Muchos fractales no son caóticos

Los sistemas dinámicos son la base del caos y de los atractores, debemos sumergirnos en ellos para comprender el concepto de "caos" y de "atractor". Un sistema dinámico es un sistema matemático que estudia procesos en movimiento y que podemos encontrar por doquier en la Naturaleza y en nuestra sociedad:

Ciencia	
Economía	Distribución de rentas
Demografía	Crecimiento de población
Física	Mecánica de fluidos
Astronomía	Órbitas estelares

Estos sistemas dinámicos pueden simularse en una computadora e incluso con una simple calculadora científica, si se conocen las ecuaciones que los rigen.

Breve Reseña Histórica

A comienzos del siglo XX, surgió en matemáticas la necesidad de estudiar estructuras geométricas que hasta entonces eran consideradas como curiosidades. Personas como Cantor, Koch, Hilbert Hausdorff entre otros, sin saberlo fueron precursores de algo más importante que los fractales, el mayor problema que se tenía a la hora de estudiar estos tipos de conjuntos era que no se tenía la herramienta matemática necesaria para abordar el problema.

La creación del Polvo o Conjunto de Cantor comienza con un segmento de recta. A continuación se quita el tercio central y así sucesivamente en los restantes segmentos, obteniendo a las pocas iteraciones un conjunto de puntos que recibe el nombre de "polvo de Cantor", en honor al matemático Georges Cantor que en 1883 lo descubrió.

Gaston M. Julia participó de forma activa en la 1ª Guerra Mundial, perdiendo su nariz y viéndose sometido a una interminable serie de operaciones faciales, que finalmente le obligaron a llevar una capucha negra que le cubría la zona afectada durante el resto de sus días. Fue en sus largas estancias en los hospitales donde llevó a cabo sus teorías y estudios matemáticos. Publicó en 1918 la obra "Mémoire sur l'iteration des fonctions rationelles" que le supuso el respeto y consagración en el ámbito académico. Contaba solamente con 25 años, ganando con su publicación el "Grand Prix de l'Académie des Sciences". La teoría fractal de Mandelbrot es un estudio basado en el conjunto de Julia creado por Gaston Julia, al que Mandelbrot le dio un aspecto visual, generando así el interés por el tema incluso en el ámbito no académico.

El matemático Edward Lorenz usaba su computadora para desentrañar la maraña matemática que él mismo había creado con sus doce ecuaciones para predecir el tiempo atmosférico en el Massachusetts Institute of Technology (MIT). Era el año 1960 y su pasión por el pronóstico atmosférico le vino durante la 2ª Guerra Mundial. Tras su graduación en Matemática Pura en el Dartmouth College en 1938 participó en la contienda diagnosticando el tiempo para las fuerzas aéreas. Transcurrida la guerra, optó por dedicar sus esfuerzos matemáticos aplicándolos a la metereología.

La predicción del tiempo se debía regir por ecuaciones, al igual que las órbitas de los planetas, satélites y galaxias, quizá más complicadas pero ecuaciones al fin y al cabo. Para ello escogió 12 funciones, unas establecían el vínculo entre velocidad y viento, otras entre presión y temperatura y así unas cuantas variables más. No le promovía un interés meramente físico sino también matemático.

Su trabajo fue de boca en boca por el MIT, llegando a tal punto que se organizaban apuestas sobre los pronósticos que darían las ecuaciones de Lorenz. En 1961, Lorenz cansado de observar ese vaivén numérico salido de la impresora de su computadora, intentó atajar partiendo de una sucesión anterior pero al traspasar los dígitos sólo tecleó 3 en vez de los 6 originales, esperando que el comportamiento no cambiaría. Los resultados obtenidos trajeron de cabeza a Lorenz pues no eran los esperados y revisó el software y hardware hasta darse cuenta finalmente, que el error lo cometió al truncar el valor inicial de la función cambiando la entrada de 0,506127 a 0,506. No creyó que una variación tan pequeña pudiera comportar un cambio tan radical de la función al cabo de unas cuantas iteraciones. El modelo de Lorenz no es una representación realista de un fenómeno metereológico en particular, pero resulta un impresionante ejemplo de cómo un simple conjunto de ecuaciones no lineales puede generar un comportamiento sumamente complejo. Su publicación en 1963 marcó el inicio de la teoría del caos y el atractor del modelo, conocido desde entonces como atractor de Lorenz o de mariposa, se convirtió en el atractor extraño más popular y ampliamente estudiado.

A Michel Hénon físico francés nacido en París en 1931, se le debe uno de los atractores extraños más reveladores y simples. Durante su tesis doctoral en 1960 empezó a trabajar con el tema de cúmulos globulares y las consecuencias de la llegada de una tercera estrella a un sistema binario, que desencadenaron en lo que Hénon bautizó como "colapso gravotérmico". Trabajaba en el Instituto de Astrofísica de París, cuando 5 años más tarde de que Lorenz diera a conocer sus trabajos, Hénon descubría un sistema dinámico capaz de explicar las oscilaciones sufridas por ciertos entes astronómicos que se desviaban ligeramente de la trayectoria elíptica predicha por las leyes que rigen la Astronomía. El sistema ideado por Hénon es de una simplicidad aplastante, y aún ahora, los matemáticos se maravillan al contemplar su sistema de ecuaciones y ver los sorprendentes resultados que con él se obtienen. Se diría que son necesarias docenas de variables matemáticas para obtener un resultado parecido, pero Hénon con sólo 2 ecuaciones de 2 variables lo consiguió.

Se considera a Benoît Mandelbrot como El "Padre de los Fractales", nace en Varsovia en el año 1924. El término 'fractal' lo acuñó Mandelbrot al hojear un diccionario de latín de su hijo al fusionar las palabras fractus (romper) + fracture (fractura), dando pues una función doble (sustantivo/adjetivo) a su creación. Fue en la IBM donde se fraguó la teoría de la Geometría Fractal, tan bellamente representada por el conjunto de Mandelbrot.

Mandelbrot vio reflejarse en el conjunto de Cantor los errores aparentemente desordenados de las lineas de datos de IBM. Vio que era una muestra de tiempo fractal y que extendiendo esta teoría a otros campos, la importancia del término fractal ganaría la partida frente a los matemáticos ortodoxos que pensaban en la geometría euclídea como forma ideal de belleza y como piedra filosofal sobre la que giraba las matemáticas y físicas modernas. En 1980 Mandelbrot descubrió el principio organizativo de los Conjuntos de Julia. Ideó una forma fractal que servía de índice para los infinitos Conjuntos de Julia **(z^2+c)**. Este conjunto único lleva su nombre: El Conjunto de Mandelbrot. Dentro de los infinitos conjuntos posibles de Julia, sólo existen dos clases importantes: o bien toda la figura forma una estructura conectada, siempre conexa; o bien está fragmentada en un número infinito de partes que forman una nube de puntos.

Benoît Mandelbrot fue uno de tantos otros visionarios del caos y de los fractales, que tuvo la suerte de ver realizados sus sueños al materializar su engendro matemático y hacerle corresponder una realidad perteneciente a la naturaleza. Esto es lo único que lo distingue de otros matemáticos que ya en el siglo XIX se topaban con cualidades paradójicas e incomprensibles de ciertos objetos surgidos de sus pasatiempos y quehaceres matemáticos y todo ello gracias a una herramienta que le sirvió para tal fin a Mandelbrot: la computadora. Y es que a Mandelbrot le sobraban computadoras ya que trabajaba en la IBM y disponía a su alcance de una gran cantidad de recursos informáticos.

Algunas aplicaciones

La **complejidad** asociada a los sistemas vivos vistos como redes autoorganizadoras, cuyos componentes están interconectados y son interdependientes, ha sido expresada repetidamente de una u otra forma a lo largo de la historia de la ciencia y la filosofía. Sin embargo, modelos que detallen dichos sistemas autoorganizadores sólo se han podido formular recientemente con ayuda de herramientas matemáticas nuevas, capaces de permitir el diseño de modelos para la interconectividad no lineal característica de las redes. El descubrimiento de estas "matemáticas de la complejidad" se va reconociendo cada vez más como una de las aportaciones más importantes del siglo XX. No existe aún un nombre definitivo para estas matemáticas y el término "teoría de los sistemas dinámicos" es quizá el más usado, cabe resaltar que esta teoría no es una teoría de fenómenos físicos, sino una teoría matemática, cuyos conceptos y técnicas se aplican a un amplio espectro de fenómenos. Lo mismo se puede decir de la teoría del caos y de la teoría de fractales, que son importantes ramas de la teoría de los sistemas dinámicos.

No podemos dejar de tener presente, que las matemáticas, al igual que todas las ciencias, intenta reproducir el entorno que nos rodea mediante modelos, estos modelos son tan perfectos que es difícil que el modelo se ajuste a la realidad, siempre hay errores e imperfecciones. Los objetos fractales son abundantemente encontrados en procesos físicos o químicos como la cristalización, descargas eléctricas, movimiento de pequeñas partículas en gases, etc. El primer modelo de fractal y que podemos ver en la naturaleza es el llamado crecimiento fractal. Este crecimiento se origina principalmente en algas, musgos, árboles, e incluso en nuestro cuerpo, aunque parezca asombroso, el sistema de transporte de la sangre por los pulmones es considerado como un objeto fractal y esta siendo estudiado desde éste punto de vista. Y no sólo es este punto de nuestro cuerpo donde podemos verificar la existencia de fractales, los latidos del corazón, no son uniformes, eso todos lo sabemos, lo que no sabemos, es que el ritmo cardiaco puede ser considerado un fractal. Un ejemplo interesante de aplicación, es el de investigadores que tratan de "unir" polímeros con silicio, una unión de materiales opuestos, pues mientras el silicio consta de cristales ordenados, los polímeros constan de largas cadenas caóticas. El resultado de esa unión en el campo de los dispositivos electrónicos tendrá una flexibilidad maravillosa, será menos costosa su manufactura y en consecuencia será accesible a muchas personas. Del manejo del orden y el desorden al mismo tiempo se podría acuñar un término nuevo, que podría ser "ingeniería del caos".

Pero no solamente en el campo de las ciencias experimentales tiene cabida el concepto de fractal, estos han sido utilizados en el cine para representar planetas, estrellas, montañas, cielos y distintos paisajes, debido a que con poca información, y unos rápidos cálculos se puede generar todo un mundo nuevo. Ultimamente,los fractales también han sido utilizados en informática para reproducir algoritmos de compresión de datos.

Propuesta

Una primera aproximación para la introducción de la geometría fractal en los cursos de matemáticas básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNAM es a través de las asignaturas de Geometría Analítica y/o Álgebra. En el curso de álgebra por ejemplo se estudian los números y el orden en los que éstos están establecidos, así el primer conjunto de números que se estudian son los números naturales, después siguiendo el orden de inclusión nos encontramos los siguientes conjuntos, enteros, racionales y reales. Aquí se podría introducir el conjunto de Cantor y como se construye. Posteriormente se estudian los números complejos. La introducción de los números complejos en las matemáticas se puede abordar de forma distinta, utilizando conceptos analíticos, topológicos, vectoriales, etc. Introducir aquí los conjuntos de Julia y el de Mandelbrot como casos particulares de interés. Tanto álgebra como geometría analítica dan el soporte analítico y el soporte vectorial, pero el soporte topológico no lo tenemos incorporado. Me atrevo a sugerir que a manera de introducción se incorpore un tema adicional en geometría analítica, que pudiera denominarse "geometría no Euclidiana" o de plano "Topología", donde se dé una introducción a la geometría propuesta por Poincaré. La topología es una geometría en la que todas las longitudes, ángulos y áreas pueden ser distorsionados a voluntad. Así un triángulo puede ser transformado en continuidad en un rectángulo, éste en un cuadrado y éste en un círculo, debido a estas transformaciones continuas, la topología es conocida popularmente como la "geometría elástica". Poincaré utilizaba los conceptos topológicos para analizar las características cualitativas de problemas dinámicos complejos y sin proponérselo sentaba las bases para las matemáticas de la complejidad que emergerían un siglo después.

De lo anterior surge la necesidad de incorporar conceptos tales como dimensión topológica y espacios matemáticos abstractos, en particular para el tema que nos ocupa el "espacio fase" (phase space). Las técnicas matemáticas que han permitido a los investigadores el descubrimiento de patrones ordenados en sistemas caóticos a lo largo de las tres últimas décadas, se basan en el enfoque topológico de Poincaré y están íntimamente ligadas al desarrollo de las computadoras. Con estas técnicas nuevas las ecuaciones no lineales pueden ser resueltas con cualquier nivel de aproximación. Como primera propuesta, sujeta a discusión de la academia de matemáticas, podría introducirse en la asignatura de Algebra Lineal, una introducción a espacios matemáticos abstractos y el concepto de dimensión topológica, después de espacios vectoriales.

Un par de temas que habría que reintroducir, puesto que ya antes formaban parte de los programas de matemáticas básicas, son el de sucesiones y el de series, pues para la geometría fractal es importante estudiar la sucesión iterada y saber si tiene limite o no.

La propuesta anterior es sólo un punto de arranque para la discusión académica con los profesores de matemáticas básicas de ingeniería, es sólo una pincelada de cómo se podría iniciar la introducción de conceptos básicos relacionados con la geometría fractal. NO hago mención en este trabajo a las modificaciones que con respecto a las ciencias experimentales (física y química) se tendrían que introducir. En el Congreso Nacional Copei 2001 "Prospectiva de la Ingeniería al 2025", efectuado en la ciudad de Aguascalientes, Ags. en septiembre de este año, se puede ver mi propuesta del bloque de ciencias básicas en prospectiva al 2025, para tener una idea más generalista de los cambios que habría que introducir al nivel de las asignaturas curriculares para la formación de ingenieros.

Referencias

- "El fin de las certidumbres", Ilya Prigogine, Ed. Andrés Bello, Chile 1996.
- "CAOS. La creación de una ciencia", James Gleick, Ed. Seix Barral, España 1998.
- "La geometría fractal de la naturaleza", Benoît Mandelbrot, Ed. Tusquets, Barcelona, España 1997.
- CONGRESO NACIONAL COPEI 2001"Prospectiva de la ingeniería al 2025", 12 - 15 de septiembre Aguascalientes, Ags., **Prospectiva del bloque de Ciencias Básicas para las carreras de Ingeniería al 2025,** Ing. Martín Bárcenas Escobar.

RESUMEN

A comienzos del siglo XX, surgió en matemáticas la necesidad de estudiar estructuras geométricas que hasta entonces eran consideradas como curiosidades y anecdóticas. Gente como Koch, Cantor, Hilbert y Hausdorff, sin saberlo fueron los precursores de algo más importante que los fractales, el mayor problema que se tenía a la hora de estudiar estos tipos de conjuntos, era que no se tenía la herramienta matemática necesaria para abordar el problema, hasta que en 1919, Hausdorff, creó un concepto totalmente revolucionario, un nuevo concepto que hablaba de algo muy antiguo, en concreto reintrodujo la definición de *dimensión* .

En el presente trabajo se proporciona un bosquejo histórico y de aplicación de la Geometría Fractal, así como algunas de las características principales que, desde el punto de vista del autor, dan la pauta para proponer la inclusión de dicha Geometría en los cursos regulares de matemáticas básicas para ingeniería. Se hace una propuesta concreta para iniciar la introducción y el posterior desarrollo de esta geometría fractal en los cursos de matemáticas.

--- o ---

ÁLGEBRA LINEAL: LA NUEVA MATEMÁTICA

JUAN VELÁZQUEZ TORRES

La matemática actual se caracteriza por el predominio del Álgebra, y se habla cada vez más de la algebrización de todas las ramas de la tradicional matemática. Esta tendencia se origina en los trabajos de Galois para dar solución al problema de determinar las raíces de las ecuaciones algebraicas, de donde surgió la noción de grupo. Mientras adquiere gran desarrollo la teoría de grupos y se extiende a la teoría de anillos y campos, aparece la noción de **"ley de composición"**, cuya aplicación a los nuevos entes matemáticos amplía considerablemente el campo del Álgebra. El primero de estos entes matemáticos es el vector, que si bien era utilizado por científicos desde fines del siglo XVII, no tuvo repercusión entonces entre los matemáticos. Es hasta finales del siglo XIX cuando los vectores, y sus sucesores los tensores, con el auxilio de los recursos del análisis matemático, encuentran importantes aplicaciones en diversos campos de la física y contribuyen a la creación de las nuevas álgebras. Más tarde se fortalece la teoría de grupos y otras herramientas matemáticas y aparecen en el escenario las matrices. Éstas junto con los vectores constituyen el germen de lo que hoy conocemos como Álgebra Lineal.

Con el uso de nuevas matemáticas como el Álgebra Lineal, es impresionante el cambio, que en la primera mitad del siglo XX, experimentó la matemática tanto en sus temas como en sus conceptos.

En la actualidad el Álgebra Lineal se ha constituido con una teoría matemática de generalizaciones y nuevos métodos de análisis, y se ha convertido en una herramienta importantísima en diversos campos de la industria y la investigación.

Algunos ejemplos que muestran la aplicación del Álgebra Lineal son:

1) En Ingeniería Geofísica, existe el problema del Pronóstico numérico del tiempo; algunos modelos cuyo objetivo es la predicción a corto y largo plazo utilizan Álgebra Lineal para obtener sus resultados.

2) La investigación de operaciones que es un problema de asignación de recursos se fundamenta fuertemente en el Álgebra Lineal.

3) En la investigación de materiales, en los últimos años se han desarrollado una gran variedad de reómetros. Estos equipos permiten someter materiales a diversas condiciones de flujo mediante el empleo de diferentes geometrías.

   Con ellos es posible simular estados de deformación similares a los que se presentan en los procesos industriales, de este modo es posible predecir el comportamiento de los fluidos en condiciones de trabajo. Por medio de la caracterización reológica se establecen estándares de calidad tanto en la producción como en los productos finales.

4) En Ingeniería de Telecomunicaciones el problema de obtener cada vez mejores señales de audio y video se ha convertido en un problema de particular importancia. Dentro del mercado las señales digitales son el atractivo para el público en general y cada vez un número mayor de personas, adquieren paquetes que contienen este tipo de señales.

5) En robótica el manejo de los grado de libertad en el diseño de un juguete es de vital importancia.

6) Los sistemas de control de un transbordador espacial son absolutamente críticos durante el vuelo. Matemáticamente, las señales de entrada y salida de un sistema de control son funciones. Es importante, para las aplicaciones que las señales puedan sumarse y multiplicarse por escalares.

7) En cristalografía, la descripción de una red cristalina es mejor si se escoge una base $[u, v, w]$ para IR^3 que corresponden a tres aristas adyacentes de una celda unitaria de cristal. Una red completa se construye aplicando varias copias de una celda unitaria.

8) En el estudio Geodésico Nacional de los Estados Unidos en 1974, cuando se propuso actualizar el nivel de referencia norteamericano (NAD) –una red con 268 000 puntos de referencia cuidadosamente medidos y marcados que abarcan todo el continente de América del Norte arriba del istmo de Panamá, junto con Groelandia, Hawai, las Islas Vírgenes, Puerto Rico y otras islas del Caribe– se resolvieron grandes sistemas de ecuaciones lineales.

9) La telemática, la inteligencia artificial o la percepción remota difícilmente se pueden concebir sin Álgebra Lineal en sus modelos matemáticos.

Es de vital importancia incorporar cuanto antes el Álgebra Lineal a las diferentes asignaturas, para lograr una visión integral de la matemática. Pero algo todavía más importante, es que la integración no sólo debe hacerse entre las asignaturas de matemáticas, sino entre las asignaturas de Física y Matemáticas. Los vínculos entre éstas deberán establecerse inmediatamente, si queremos tener verdaderos avances en tecnología e investigación.

En la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, se han hecho en los últimos años, cursos que reflejan el interés de algunos profesores por romper barreras y mostrar las diferentes posibilidades en que la interrelación de conocimientos pueden presentarse. Se cita a continuación el nombre de cursos que han sido impartidos en esta División y que corroboran lo anterior.

- Introducción a los Espacios Hilbert.
- Introducción a las Ondeletas.
- La Triada: Álgebra Lineal – Cálculo – Electromagnetismo. Parte I
- La Triada: Álgebra Lineal – Cálculo – Electromagnetismo. Parte II
- Vínculos entre las asignaturas de matemáticas básicas. Parte I
- Vínculos entre las asignaturas de matemáticas básicas. Parte II

Me preocupa que nos encontremos en un tiempo, en el que apenas estamos descubriendo la nueva matemática y los vínculos que puedan hacerse entre los diversos campos de la Física y la Matemática, cuando en paises desarrollados como Francia o Alemania esto ya se ha hecho desde hace más de 3 décadas.

Para no ir tan lejos, basta con observar como las asignaturas de Geometría Analítica y Álgebra Lineal, importantísimas actualmente en la formación de un ingeniero, solo tienen asignadas 3.0 horas por semana y que nuestra misma Facultad haya en un momento dado disminuido el número de horas de Álgebra Lineal de 4.5 horas a 3.0 horas, esto es una muestra evidente de un retroceso dentro del contexto actual de la Ingeniería.

Espero que cuando se trabaje en una verdadera reestructuración no sucedan cosas como las que se encuentran, por ejemplo, en los planes de estudio de la Licenciatura en Ingeniería Física que se imparte en las siguientes universidades.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

En el plan de estudios de esta Universidad no se contemplan las asignaturas de Álgebra, Álgebra Lineal y Geometría Analítica fundamentales en la formación tanto de un físico como de un ingeniero. Existe una tendencia mayor a la formación físico matemática respecto a la formación en alguna área de la Ingeniería. Las áreas a las que puede enfocarse un estudiante de esta carrera son:

a) Energía
b) Tecnología de materiales
c) Instrumentación y equipo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE IBEROAMERICANA

El plan de estudios de esta Universidad contiene un alto porcentaje de asignaturas físico-matemáticas y un reducido número de asignaturas enfocadas a las ramas de física de materiales y energía; no contiene la asignatura Geometría Analítica. De acuerdo a ésto existe poca diferencia entre el plan de estudios de la licenciatura en Física que se imparte en la Facultad de Ciencias de la UNAM y el plan de estudios de la licenciatura Ingeniería Física que se imparte en la Universidad Iberoamericana.

Este plan de estudios muestra una formación sólida en Física y Matemáticas del Ingeniero Físico de esta Universidad.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN

Este plan de estudios presenta una fuerte influencia del plan de estudios de la Universidad Iberoamericana, por tanto, contiene un alto porcentaje de asignaturas físico-matemáticas y un reducido número de asignaturas en las áreas de:

a) Ciencias y tecnología de materiales
b) Energía
c) Instrumentación y equipo

No contiene las asignaturas de Geometría Analítica y Álgebra Lineal. Como en los anteriores planes de estudio, aquí se dista mucho de un equilibrio entre la Física y la Ingeniería.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

Este plan de estudios se imparte en ocho semestres y no contiene las asignaturas de Geometría Analítica, Álgebra Lineal, Química y Matemáticas Avanzadas. El tiempo de duración no es suficiente para que el estudiante adquiera un nivel adecuado de conocimientos que le permita resolver satisfactoriamente situaciones o problemas tanto en el área físico-matemática o alguna rama de la ingeniería.

No presenta este plan de estudio una formación adecuada en áreas de Ingeniería.

COMENTARIOS

Ninguno de los planes de estudio incluye la asignatura de Geometría Analítica que es importante en la formación de un profesionista que se dedica a la Física, la Matemática o la Ingeniería.

Algunos de ellos tampoco incluyen la asignatura Álgebra Lineal importante en problemas de investigación en las áreas físico-matemáticas e Ingeniería.

Los planes de estudio no muestran un equilibrio entre la parte físico-matemáticas y la parte de Ingeniería.

En la Facultad de Ingeniería no se imparte esta licenciatura (aunque está en proyecto), sin embargo el número de horas asignadas a las materias de Geometría Analítica y Álgebra Lineal resultan insuficientes para mostrar a los alumnos los verdaderos alcances de estas asignaturas.

Por otro lado, de repente nos vemos envueltos por esta inercia de pensar más en las computadoras, que en un verdadero proceso de reestructuración basado en un profundo análisis de los objetivos, contenidos y tiempos de los programas y planes de estudio. Si bien es cierto que los nuevos programas deben contemplar el uso de las computadoras, éstas no deben convertirse en la herramienta principal del proceso enseñanza-aprendizaje. Éste es tan rico y los recursos didácticos tan variados que reducir la enseñanza de las matemáticas a una simple computadora resulta demasiado pobre. Percibo que estamos tan impresionados por las nuevas computadoras y el INTERNET que el verdadero objetivo de la enseñanza está siendo olvidado. Con respecto a esto quiero comentar la experiencia a nivel medio básico hace algunos años.

Hace 20 años el uso de las computadoras a nivel secundaria y preparatoria llevó a pensar en una revolución educativa e inclusive a una sustitución del profesor, además los cursos de enseñanza asistida por computadora proliferaron. La realidad es que han pasado muchos años, existen mejores computadoras, pero la educación en matemáticas no ha cambiado, por el contrario tal parece que en un pais tercermundista no cabe la buena enseñanza de las matemáticas.

Hoy sucede algo similar, la aparición de INTERNET impresiona a tal grado de pensar que esto revolucionará la educación y perdemos de vista lo más importante "el fortalecimiento de las Ciencias Básicas". Como mencioné anteriormente los países desarrollados ya lo han hecho desde hace muchos años.

El ingeniero actual debe contemplar la nueva matemática, convencerse de que el Álgebra Lineal, hoy por hoy es una herramienta indispensable en su desarrollo profesional. Un ingeniero en potencia será aquel que logre acompañar la nueva matemática con las tecnologías actuales y la física moderna.

--- o ---

Enfoque Interdisciplinario para la Acción de la Enseñanza en las Matemáticas

Leticia Vázquez Barrera
Hugo Germán Serrano Miranda
Guillermo Monsiváis Galindo

Introducción

Convencidos de la importancia de propiciar la unidad conceptual y evitar la fragmentación y divorcio en la enseñanza de los contenidos de las asignaturas de Matemáticas, en la División de Ciencias Básicas (DCB). Pretendemos con esta ponencia, dar a conocer y promover el trabajo académico interdisciplinario entre profesores, tomando como referente una experiencia que hemos puesto en práctica, durante los últimos tres años.

La experiencia citada puede constituir una alternativa de trabajo docente, que dé sentido y enriquezca el intercambio académico entre profesores de la DCB y otras Divisiones de la Facultad. El análisis y discusión conceptual así como la confrontación académica madura entre los profesores, entre otras cosas, contribuyen a mejorar la docencia en nuestra Facultad y el aprendizaje de nuestros alumnos.

El eje bajo el cual se enmarca esta propuesta es la búsqueda constante de relaciones entre aspectos teóricos y los de aplicación de una disciplina, así como también entre los contenidos de diferentes asignaturas.

Antecedentes

En el inicio de cualquier carrera que se estudia en la Facultad de Ingeniería, los contenidos de las asignaturas en los primeros cuatro semestres son, en su mayoría, notoriamente teóricos, abstractos y con pocas aplicaciones que vinculen los elementos conceptuales básicos con situaciones prácticas que permitan facilitar los aprendizajes.

Aunado a este problema, la tendencia a incrementar el número de asignaturas en Ciencias Básicas, ha contribuido a una excesiva fragmentación de las disciplinas, siendo las asignaturas de matemáticas las que más muestran este proceso que, a nuestro juicio, es poco deseable.

Con relación a las actividades de Formación Docente, ha sido una tradición que los Departamentos de la DCB organicen e implementen cursos y seminarios intersemestrales, acordes a necesidades académicas muy particulares, exclusivas a los contenidos de una sola asignatura, o sólo a los aspectos necesarios para la impartición de prácticas de laboratorio; con la consecuente ausencia en dichos cursos, de profesores que imparten otras asignaturas.

Evitar la fragmentación y divorcio entre los contenidos de las asignaturas de la División de Ciencias Básicas, implica evitar en los estudiantes, la asimilación sumaria de contenidos aprendidos y guardados en compartimentos aislados de asignaturas aparentemente desvinculadas.

Consideramos que es necesaria una estrategia de enseñanza y aprendizaje diferente a la que se practica tradicionalmente. Del mismo modo, creemos que la formación de los profesores debe ir en concordancia con este cambio.

La enseñanza de las matemáticas y ¿Por qué cambiar?

La convocatoria a este Foro lleva implícita la propuesta de cambio en la enseñanza de las matemáticas en la DCB, por lo que comenzaremos por preguntarnos cómo es esta enseñanza, y por identificar qué es lo que se debe conservar y qué es lo que se debe modificar de esta práctica.

Si preguntáramos a los alumnos ¿cómo enseña su profesor? Seguramente encontraríamos respuestas como: es buena onda, sí se le entiende, es exigente, no enseña bien, se equivoca al exponer, o sabe mucho pero no enseña bien. Por otra parte, suelen referirse a lo que va a exigir en tareas, series, ejercicios, número de exámenes y parámetros de puntuación que tomará en cuenta al calificar.

En todos estos casos sólo aluden a la actitud del profesor, al dominio de su materia o a la carga de trabajo que exigirá y las formas de calificar; sin reparar en la forma particular en que el profesor le enseña las matemáticas. La cual no difiere mucho de la manera en que se la enseñaron a él sus profesores y a la manera en que se ha enseñado tradicionalmente, a saber:

- El profesor presenta un concepto.
- Describe en el pizarrón el desarrollo central del tema, mediante la simbología matemática especifica.
- Pone ejercicios o problemas en que se aplica lo descrito por él y en esa medida justifica y da validez a los conceptos.

En algunos casos, además de lo anterior, promueve la participación del grupo:

- Mediante la formulación de dudas, comentarios y preguntas.
- Pasando a un estudiante al pizarrón a resolver un ejercicio.

O mejor aún, mediante la exposiciones de algún tema, por los alumnos, y utilizando eventualmente algún recurso didáctico, pero, desde luego, sin salirse del desarrollo puntual y exclusivo de lo señalado en el programa.

En conclusión, aún cuando existen algunos esfuerzos por diseñar estrategias participativas y utilizar recursos didácticos, podríamos decir que la enseñanza sigue siendo predominantemente tradicional.

En la actualidad existen tres aspectos fundamentales que nos obligan a repensar la enseñanza de las matemáticas para poder modificarla:

- Mayor conocimiento de los procesos intelectuales involucrados en el aprendizaje.
- Las aportaciones que ofrecen las nuevas tecnologías a la educación.
- Las últimas modificaciones realizadas al Plan de Estudios, en lo que respecta a las asignaturas de Ciencias Básicas.

El conocimiento y principios acerca del aprendizaje que nos aportan las teorías psicológicas y pedagógicas, tales como la de construcción del conocimiento y la del reforzamiento, nos permiten diseñar estrategias, técnicas y sugerencias acerca del manejo de condiciones que favorecen el aprendizaje.

Entre otras ideas importantes que se derivan de estos conocimientos podemos mencionar las siguientes:

- Un estudiante sólo puede mantener su atención sobre el objeto de aprendizaje un tiempo relativamente corto,
- el hecho comprobado de que mientras más sentidos se involucren en el proceso, mejor será el aprendizaje,
- la necesaria vinculación teoría-práctica para fortalecer la formación del estudiante y
- que los aprendizajes en los niveles superiores requieren de formulaciones integradoras, etc.

Por otra parte, las aportaciones de las nuevas tecnologías a la educación constituirán un recurso muy importante en la medida en que se propicie la transformación de la información a conocimientos útiles y éstos a posibles aprendizajes significativos. Asimismo, por el potencial didáctico que ofrecen para:

- Introducir,
- complementar y
- consolidar

...el aprendizaje formal de nuestros alumnos.

Finalmente, por lo que respecta a las últimas modificaciones del Plan de Estudios, sólo comentaremos que de alguna manera, el establecimiento de sus tres bloques : Ciencias Básicas, Ciencias de la Ingeniería y Aplicaciones de la Ingeniería, ha impactado sustancialmente la enseñanza en Ciencias Básicas, en tanto que, esto ha reforzado su carácter teórico-abstracto por una parte, y ha limitando de alguna manera la posibilidad del desarrollo de aplicaciones.

Por otra parte, el aumento de algunas asignaturas y la fragmentación de otras, ha propiciado la superespecialización de las asignaturas, ocasionando que la actividad docente de los profesores se circunscriba exclusivamente al conocimiento y dominio puntual de los contenidos de su programa de asignatura. Perdiendo de vista lo que sus alumnos aprenden en otras materias, y el nivel en que lo aprenden.

El desconocimiento de las relaciones antecedentes, puede ocasionar que el profesor exija a los estudiantes que conozcan temas que no han visto, o bien, que desarrolle conceptos en clase que resulten repetitivos para los alumnos. También se imposibilita la utilización en clase de los conceptos previos, lo cual es grave ya que estos son muy importantes para "anclar" los contenidos a impartir.

El desconocimiento de los contenidos y profundidad en que serán vistos en las asignaturas subsecuentes, limita las posibilidades de que el profesor logre imprimir a su asignatura el enfoque adecuado y desarrolle o al menos haga mención de aplicaciones futuras, las cuales son necesarias para un aprendizaje significativo.

Finalmente, la especialización del docente por asignaturas, empobrece los alcances de una clase y limita la posibilidad del profesor para apoyar los procesos de integración de lo aprendido en sus estudiantes, así como su esfuerzo por encontrar sentido en lo que aprende.

Experiencia interdisciplinaria

Desde hace 30 años en la Facultad de Ingeniería se han venido impartiendo cursos intersemestrales de formación docente para los profesores. Tradicionalmente el enfoque de estos cursos ha sido demasiado especializado y dirigido a profesores pertenecientes a disciplinas comunes.

Sin embargo, a partir de 1998 un grupo de profesores de diferentes asignaturas de la DCB, conscientes de que interdisciplina debe ser el rasgo sobresaliente en los contenidos de los futuros planes de estudio y que por consiguiente la actividad docente debe tomar en cuenta este aspecto, decidió dar impulso a una dinámica interdisciplinaria a algunos de los cursos de formación docente. Aportando ciertos rasgos novedosos en la metodología.

El objetivo de estos cursos es:

- Promover el intercambio académico e interdisciplinario de profesores de la División de Ciencias Básicas y de otras Divisiones de la Facultad, a través de una serie de actividades tendientes a promover el análisis y la discusión de temas de una determinada asignatura y su correspondiente relación con otras.

- La confrontación académica y el enriquecimiento mutuo a través del intercambio de experiencias entre los profesores, con el fin de contribuir a mejorar la docencia en nuestra Facultad.

Con base en estas ideas se han llevado a cabo tres Seminarios: ***"Aplicaciones del Álgebra Lineal en la Física, Parte 1"***, que se realizó en junio y julio de 1998, con buena aceptación y la participación de nueve profesores de física y doce de matemáticas. ***"La Triada Álgebra Lineal-Cálculo-Electromagnetismo"***, que se realizó en enero de 1999, con la asistencia y participación de ocho profesores de física y ocho de matemáticas. ***"Interdisciplinario de Análisis de Fourier"***, de reciente realización, con la participación de 19 profesores, de diferentes Divisiones, Departamentos y asignaturas.

Las matemáticas han sido el tema recurrente en estos seminarios, y hemos detectado que hay temas muy importantes de algunos contenidos de las asignaturas de Álgebra Lineal, Matemáticas Avanzadas y Cálculo III entre otras que bien podrían ser de gran utilidad en otras asignaturas, pero que a pesar de ello, no se les ha dado la importancia debida.

El papel de la interdisciplina en estos seminarios es muy importante pues remedia el defecto que de manera natural se da como resultado de la especialización de los cursos, así como el que se deriva del hecho de que la mayoría de los libros, no contemplan un enfoque que unifique los conceptos de las asignaturas anteriormente citadas.

El Seminario involucra dos momentos formativos: durante la preparación y diseño del Seminario y durante su realización. En ambos casos, prevalece una metodología participativa y constructiva, que combina la inducción y la deducción en la aproximación conceptual y enfatiza la búsqueda de relaciones, tanto entre aspectos teóricos y los de aplicación de una disciplina, como entre contenidos de diferentes asignaturas.

Uno de los logros de estos seminarios es la promoción de la superación del personal académico, que tanto profesores de matemáticas, como los de física y química, propongan temáticas que sean afines a todos, propiciar que la formación del alumno no sea fragmentada y que incluya en su estudio, además de la síntesis su correspondiente análisis.

Beneficios en la formación intelectual de nuestros alumnos

El objetivo final de esta propuesta, pretende lograr repercusiones en la formación de nuestros alumnos con implicaciones en los siguientes aspectos :

- La integración de los conocimientos adquiridos en cierta asignatura con las correspondientes consecuentes, inclusive, que valoren los conocimientos antecedentes desde otra perspectiva más amplia y general que les permita enriquecer su raciocinio y capacidad de pensamiento abstracto.

- El cuestionamiento permanente y pensamiento inquisitivo que les permita resolver adecuadamente problemas teóricos y prácticos, teniendo en cuenta el conjunto global de conceptos y recursos que estén a su alcance.

- Que sean capaces de comprender y poner en práctica, acorde a su nivel, la relación que existe entre las matemáticas puras y las disciplinas de la ingeniería.

- Con base en lo anterior, es muy importante generar las expectativas a futuro donde el conocimiento abstracto puede cobrar su materialización en trabajos de alto nivel y creatividad que necesariamente motivan a nuestros estudiantes.

Ciudad Universitaria, D.F., a 19 de noviembre de 2001

--- o ---

ESTRATEGIAS DE ACCIÓN HACIA EL CAMBIO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

ORLANDO ZALDÍVAR ZAMORATEGUI
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
zazor1@fi-b.unam.mx

Resumen

Es necesario que las estrategias de acción orientadas hacia el cambio en la enseñanza de las matemáticas, estén contempladas dentro de un proyecto perfectamente estructurado.

Introducción

La didáctica de las matemáticas involucra una serie de elementos que intervienen directamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Dentro de estos elementos podemos citar: la metodología, los recursos didácticos, las técnicas de enseñanza y, lo más importante, el profesor y el alumno. Los enfoques están en función de los elementos mencionados y otros más. Así, entre las tendencias didácticas del proceso enseñanza-aprendizaje tenemos, por citar algunos: el verbalismo, el mecanicismo, el empirismo, la teoría constructivista, la teoría instructivista, la investigación-acción, el estructuralismo, la técnica basada en la solución de problemas, métodos inductivos, métodos deductivos, etc.

Lo que se persigue es lograr que el alumno adquiera o desarrolle aprendizajes significativos, es decir, que adquiera el conocimiento, lo comprenda y lo aplique en la solución de problemas: que haga suyo el conocimiento. Obviamente, esto trae consigo una formación integral del individuo, concretamente en su área de especialidad. Es importante que el alumno esté involucrado dentro de un proceso reflexivo para que construya su propio conocimiento. Pero en éste, como en otros procesos, resulta indispensable el papel del profesor.

De acuerdo con los diferentes enfoques teóricos, el logro de los objetivos de aprendizaje en matemáticas está en función de que el alumno construya sus conceptos y los aplique en situaciones concretas. Obviamente, esto requiere de una planeación en las actividades de enseñanza-aprendizaje.

Panorama actual

La División de Ciencias Básicas (DCB) es la que realiza las funciones de docencia para las asignaturas del área de matemáticas. De acuerdo con los datos estadísticos se observa una mejora continua en el número de alumnos que aprueban las asignaturas. Este es un indicador que no puede dejarse de lado.

En la DCB se imparten alrededor de 21 asignaturas. Entre grupos de teoría, laboratorios curriculares, laboratorio abierto de mecánica, talleres de ejercicios y asesorías, se programan más de 700 grupos cada semestre. En general, la DCB cubre con las asignaturas impartidas aproximadamente el 33% de los créditos de cada una de las carreras que imparte la Facultad de Ingeniería. En números cerrados, la DCB atiende cada semestre a poco más del 60% de los alumnos inscritos en la facultad.

Su personal académico está integrado por profesores de carrera (el menor porcentaje), profesores de asignatura (el porcentaje mayor), técnicos académicos y ayudantes de profesor, los cuales suman en total casi 330 profesionales de la educación.

Entre las asignaturas que están incluidas en este estudio se encuentran las siguientes: Algebra, Algebra lineal, Cálculo I, Cálculo II, Cálculo III, Ecuaciones diferenciales, Estadística, Geometría analítica, Geometría descriptiva, Matemáticas avanzadas, Probabilidad y otras, así como las asignaturas de ciencias de la ingeniería e ingeniería aplicada propias de cada carrera.

Los cursos propedéuticos que actualmente se imparten incluyen: Algebra, Geometría y trigonometría, Geometría analítica plana, Cálculo y Técnicas para el estudio.

Estrategia a seguir

Primero es indispensable hacer una diagnóstico de la situación actual. Resulta indispensable crear un plan con objetivos, metas y actividades concretas. Obviamente todo el conjunto de acciones estará orientado hacia el establecimiento de las estructuras operativas y la consecución de los logros. Realizar un proceso de análisis y diseño de las acciones a desarrollar. Es importante resaltar el papel del profesor como elemento guía y facilitador de acciones. De manera complementaria, pero no menos importante, analizar la conveniencia y, en su caso, hacer uso de las tecnologías más adecuadas para tal fin, sin perder de vista que éstas son sólo uno de los factores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Otro aspecto es la generación de materiales de apoyo para profesores y alumnos. Para el caso de los aprendizajes significativos, quizás resulte necesario hacer una revisión de los contenidos de las asignaturas relacionadas con matemáticas para generar las acciones que se juzguen convenientes; incrementar la aplicación de los conocimientos en la solución de problemas reales de la ingeniería. Por parte del alumno, es necesario tener un conocimiento pleno del mismo. A través de exámenes de diagnóstico conocer el estado real de sus antecedentes y generar acciones correctivas o remediales. Como acción complementaria, es prudente establecer un fuerte contacto con las escuelas del nivel medio superior para realizar las acciones y adecuaciones que se juzguen convenientes. También es necesario mejorar o crear en el alumno sus métodos de estudio.

Un aspecto que debe tomarse muy en cuenta, ya que resulta determinante es la formación y actualización de los profesores. Por otra parte, debe realizarse investigación en didáctica de las matemáticas, pero con un enfoque práctico.

Tal vez en algunos casos sea necesario hacer una reorganización de los contenidos de las matemáticas con el fin de fortalecerlas; cambiar el enfoque; etc.

Todo lo que se implemente debe ser producto de un verdadero estudio.

Puntos concretos

Primero se debe realizar un diagnóstico y evaluación de la situación actual.

No se puede tomar ninguna medida si no se ha hecho un verdadero diagnóstico de la situación actual. Se estaría bordando en el aire.

Es posible que se llegue a la conclusión de que no se requiere hacer ningún cambio, ya que estamos bien. Será necesario hacer la demostración de esta premisa. En caso contrario, propongo que se proceda a realizar lo siguiente:

Lo que se piense implementar debe ser el producto de un verdadero proceso de trabajo, donde participen los interesados y debe crearse una estrategia integradora y coherente. El propósito general de esta estrategia debe ser aumentar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas dentro de la formación de los ingenieros.

Para ésto, debe crearse un grupo colegiado que se encargue de la organización, establecimiento de planes y programas concretos de acción y definir los objetivos y las actividades. Formular objetivos y acciones específicas que alcancen las metas de calidad que se propongan.

Considero que entre los factores que intervienen en la calidad de la enseñanza de las matemáticas, están los siguientes:

- Los planes y programas de estudio
- Características de maestros y alumnos
- Los contenidos de las asignaturas
- Las técnicas y métodos de enseñanza

- Los recursos didácticos
- La investigación y su relación con la enseñanza
- Las asesorías y tutorías específicas del área
- Las aulas, los laboratorios, las bibliotecas y las instalaciones en general
- Elementos que integran el ambiente que rodea al proceso de enseñanza-aprendizaje, tales como las relaciones humanas, las actitudes, los valores, etc.

Para ésto, es indispensable determinar lo siguiente:

- Realizar un proceso constante de evaluación de los alcances y logros.
- Determinar áreas específicas de acción y competencia.
- Estudiar los métodos que actualmente se emplean en la enseñanza de las matemáticas en la Facultad de Ingeniería, analizando las ventajas y desventajas de cada uno de ellos.
- Proponer la adecuación de métodos que presenten mayor probabilidad de éxito para mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje en los alumnos.
- Crear un programa para la formación y actualización de profesores en las áreas específicas.
- Incrementar las actividades de investigación y experimentación en nuestros alumnos.
- Lograr un balance entre el dominio de la asignatura y las capacidades didácticas y pedagógicas para su impartición.
- Fortalecer la investigación orientada hacia la docencia en matemáticas.
- Reorientar los estudios de posgrado hacia la docencia e investigación en matemáticas para las ingenierías.

Planeación de la actividad docente

Para el logro de los objetivos, no sólo en matemáticas, sino en cualquier otra área del conocimiento, es necesario que las actividades de docencia estén sustentadas en las siguientes acciones: Planeación del proceso enseñanza-aprendizaje; definición de contenidos; métodos y recursos didácticos; aplicación de los conocimientos; evaluación; etc.

Planeación. Establecer metas, objetivos generales y específicos que involucren aprendizajes significativos.

Contenidos. Revisión de contenidos en función de: una amplia cultura en matemáticas y que se cubran los requerimientos propios de cada ingeniería. Es indispensable establecer la secuencia de antecedente-consecuente de las asignaturas.

Métodos didácticos. Determinar la o las metodologías más adecuadas para cada objetivo de aprendizaje.

Recursos didácticos. Hacer uso de la tecnología educativa que permita explotar al máximo las capacidades del docente y del alumno.

Aplicación. Adicional a la adquisición del conocimiento puramente matemático, se deben manejar ejemplos o situaciones reales, en las cuales el alumno aplique los conocimientos adquiridos.

Evaluación. Este proceso debe ser continuo, abarcando el dominio del concepto matemático, comprensión, manejo y aplicación.

Como se observa, la actividad docente involucra una etapa de preparación y planeación a fondo de las actividades propias de la enseñanza. En ingeniería resulta sumamente usual la planeación de las actividades para la realización de proyectos, es decir, es conveniente el manejo sistemático de la acción docente. De esta manera se conocerán a detalle prácticamente todas las actividades a realizar. Si no somos capaces de planear las labores de docencia, difícilmente podremos tener control sobre ellas y, en consecuencia, dejaremos factores fuera de nuestro dominio, lo cual repercutirá en un aprendizaje no adecuado en nuestros alumnos.

Formación de profesores

En caso de que exista escasez de profesores competentes de matemáticas no debe recurrirse a reducir los niveles de exigencia en las universidades, sino, por el contrario, elevarlos.

Para lograr mejoras en este sentido, debe buscarse la promoción de profesores jóvenes, con estudios de posgrado en el área y con una especialización en aspectos didácticos. Por otra parte, debe profesionalizarse la docencia, para que sea un incentivo realizar labores de enseñanza y que no sea ésta una última actividad laboral o complementaria. Obviamente, esto involucra mejores condiciones de trabajo y percepciones. Sin estas modificaciones, resulta difícil lograr cambios en los procesos educativos.

Realizar reuniones periódicas con los profesores, tanto de materias antecedentes como consecuentes, con el fin de conocer de manera directa cómo están llegando los alumnos a esas asignaturas, para hacer los ajustes necesarios. Considero que este tipo de reuniones deben hacerse con la mejor de las intensiones, para saber, por una parte, cuáles son las necesidades matemáticas que requieren los maestros de los semestres subsecuentes. Por otra parte, aquí se pueden precisar nuevos requerimientos en los jóvenes, para hacer los ajustes necesarios en los contenidos temáticos de cada asignatura. Ojalá pudiera hacerse este tipo de reuniones. El Foro es un buen ejercicio.

Crear dos programas. Uno para la formación de los nuevos profesores. Por un lado, que dentro de la currícula de las maestrías se incluyan asignaturas que involucren la didáctica de las matemáticas y otras asignaturas, recursos didácticos con tecnología educativa, etc. Si uno de los objetivos de las maestrías es formar profesionales que se dediquen a la docencia, ésta debe ser una actividad prioritaria que ha de ser atendida a la brevedad. Por otra parte, que sea la misma facultad u otra instancia, la que se crea conveniente, la que imparta cursos de docencia en áreas específicas. El segundo programa sería para actualizar a los que ya están ejerciendo la docencia.

Así como se proponen reuniones con los profesores de las materias consecuentes, es necesario fortalecer la comunicación con los profesores del bachillerato, para hacer los ajustes necesarios, ya sea en contenidos o en métodos. Siempre es mejor tomar medidas preventivas y no correctivas.

Debemos tomar conciencia de la realidad. No valen soluciones a medias porque este tipo de soluciones lo único que hace es mitigar los síntomas. Seamos realistas, nuestros alumnos pueden salir mejor preparados. Presentemos soluciones reales para problemas que están detectados desde hace tiempo. Si no lo hacemos ahora, mañana será demasiado tarde. Dejemos a un lado las soluciones complacientes que no conducen a nada. Si la solución está en los profesores, yo soy el primero en aceptarlo, trabajemos con ellos. Vamos primero a formarlos, a capacitarlos, a darles elementos y recursos para salir adelante, cambiemos los niveles de exigencia, tanto a los profesores como a nuestros alumnos.

De manera complementaria se debe proceder a revisar recursos, instalaciones, crear grupos colegiados, donde una de sus tareas principales, sea la valoración continua de la enseñanza de las matemáticas.

De hecho, la Facultad de Ingeniería en su plan y programa de desarrollo ha tomado en cuenta esta situación.

Enfoque global y conclusión

El objetivo de las instituciones de educación superior del área consiste en formar a los profesionales de la ingeniería. Así, las instituciones de educación superior tienen el reto de proporcionar una formación integral de excelencia al futuro profesional de la ingeniería, estructurada en una formación profunda proporcionada por las ciencias básicas, para permanecer vigentes y ser creadores o generadores de nuevas tecnologías. Para lograr lo anterior, las matemáticas son un factor determinante en la formación de los estudiantes de ingeniería, donde los niveles de conocimiento, comprensión, así como su manejo, son objetivos de aprendizaje indispensables.

La enseñanza de las matemáticas para ingenieros es un tema muy importante ya que la formación que los alumnos adquieren como consecuencia de este proceso, resulta determinante.

En este sentido debemos lograr en nuestros alumnos aprendizajes significativos, para llegar a obtener una formación integral, tomando en cuenta aspectos como: creatividad, actividad mental, razonamiento lógico, actuar reflexivo, etc.

El profesor debe asumir su papel de guia dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Y el alumno debe también adquirir el compromiso.

Por otra parte, considero que es más adecuado tratar esta problemática como todo un sistema, donde el proceso de enseñanza-aprendizaje resulta más representativo.

En este proceso intervienen varios factores. Los llamados internos hacen referencia a: el profesor, el alumno, los métodos, los recursos didácticos, etc. Los externos están representados por las condiciones propias del alumno: cuestiones socioeconómicas, culturales, psicológicas, etc.

Es necesario ver este problema como un todo, donde cada uno de los actores debe cumplir con su responsabilidad.

Considero que el alumno, como resultado del proceso educativo debe lograr tres metas: tener una visión de futuro, elevar su autoestima y aprender a vivir.

Que bueno que existe el interés por realizar un trabajo teórico y metodológico sobre la problemática que encierra la enseñanza de las matemáticas. Que de este esfuerzo se obtengan buenos resultados para mejorar nuestra labor docente.

Bibliografía

- Cabero Almenara, Julio. *Tecnología educativa.* Madrid, Síntesis, 1999.
- Kilpatrick, Jeremy. *Educación matemática e investigación.* Madrid, Síntesis, 1994.
- Piaget, J.; Choquet, G.; Dieudonné, J.; Thom, R. y otros. *La enseñanza de las matemáticas modernas.* Madrid, Alianza, 1986.
- Sanjurjo, Liliana Oiga; Vera Maria Teresita. *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior.* Argentina, Homo Sapiens, 1998.
- Zaldívar Zamorategui, Orlando. *Apuntes de Ingeniería de Programación.* México, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2000.

--- o ---

Estrategias de Acción Hacia el Cambio en el Aprendizaje y su Evaluación

Pablo García y Colomé
Facultad de Ingeniería, UNAM

"LA MATEMÁTICA TRADICIONAL ENSEÑA A CALCULAR; LA MATEMÁTICA MODERNA DEBE ENSEÑAR A PENSAR Y A CREAR"

"EN LA ACTUALIDAD, LOS ALUMNOS NO TIENEN TIEMPO PARA PENSAR NI PARA APRENDER A PENSAR. LAS ESTRUCTURAS SON RÍGIDAS Y DEJAN POCO MARGEN DE ACCIÓN"

"LAS MATEMÁTICAS TOCAN ESTRUCTURAS PSICOLÓGICAS PROFUNDAS"

"EL DOMINIO DEL LENGUAJE MATEMÁTICO EJERCE UN EFECTO TERAPÉUTICO"

"SE PUEDE HABLAR DE UNA RELACIÓN PROFUNDA ENTRE EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y LA PERSONALIDAD"

"SE PUEDE DECIR QUE TAL VEZ EN EL LADO IZQUIERDO DEL CEREBRO HUMANO ESTÁ LA CAPACIDAD PARA CALCULAR, MIENTRAS QUE EN EL LADO DERECHO EXISTE LA CAPACIDAD PARA PENSAR LÓGICAMENTE"

"TENEMOS QUE UTILIZAR EL CEREBRO DE LA IZQUIERDA Y EL DE LA DERECHA"

"PERO *HAY UNA RETICENCIA PARA PENSAR*. LOS ESTUDIANTES PREFIEREN A VECES UN CURSO HECHO, PARA PODER REPETIRLO EXACTAMENTE, PARA PODER ADQUIRIR UNA HABILIDAD SIN MUCHO ESFUERZO. PERO POCOS QUIEREN PENSAR. CLARO, CON EL CÚMULO DE COSAS QUE SE LES IMPONEN, NO SE LES DEJA A LOS ESTUDIANTES EL TIEMPO PARA PENSAR. Y AQUEL QUE SE ATREVE A HACERLO CORRE EL RIESGO DE SER SANCIONADO, PORQUE NO REPITE EXACTAMENTE LO QUE LE TRANSMITIERON"

"¿CUÁNTOS PROFESORES NO REPRIMEN AL ESTUDIANTE POR APLICAR UN CONOCIMIENTO DE OTRA FORMA A LA QUE ELLOS ENSEÑARON?

HACIA UN NUEVO PARADIGMA

"ANTES DE HABLAR DE NUEVAS TECNOLOGÍAS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS, DEBERÍAMOS CUESTIONARNOS COMO DOCENTES, COMO SUJETOS DE CAMBIO, COMO SUJETOS DE APRENDIZAJE, COMO SUJETOS DE SENCILLEZ."

El aprendizaje de las matemáticas para estudiantes de ingeniería debe considerar un nuevo paradigma cuyos elementos esenciales son: el aprendizaje para toda la vida; el aprender a aprender, aprender a emprender y aprender a ser; el reconocimiento de que el proceso educativo puede desarrollarse en diversos lugares formales e informales; y el diseño de nuevas modalidades educativas con los alumnos y el profesor como actores centrales.

Formación crítica. ¿De qué acusó el tribunal a Sócrates en la Grecia Clásica? De alterar a las nuevas generaciones. Y, ¿cómo las alteraba? No dejando que los jóvenes se contentaran con las convicciones que circulaban por la ciudad. Y, ¿cómo introducía en su ánimo la inquietud, la duda? Preguntando. Con sus interrogantes y sus diálogos candorosos, sacudía los fundamentos sobre los que descansaban las seguridades atenienses.

Según Platón, Sócrates cuestionaba los actos más obvios y las ocurrencias, a primera vista, más correctas. Fue un educador crítico en su tarea educadora y al procurar despertar el sentido crítico en sus educandos.

Platón cuenta cómo quienes estaban "atados" de espaldas a la luz, estaban dispuestos a aislar a los pocos que habiéndose liberado y que contemplaban las cosas a plena luz, venían para liberar a los demás a su vez.

En el círculo socrático nació la palabra filosofía para designar el deseo incontenible, como el del enamorado, de abrazar la comprensión saciadora.

Es sabido y comprobado que la mayoría prefiere la seguridad de lo establecido a la libertad y el riesgo de la búsqueda. La razón crítica roba confianza y certeza a base de otorgar autonomía y atrevimiento. Pareciera que los hombres no quieren ser libres sino que sólo apetecen ir cambiando de dueño. Quienes se aventuran por los cambios tienen pocos aliados, tibios y temerosos; en cambio, quienes desean que todo se conserve como está, tienen aliados poderosos, capaces de destruir con tal de conservar su poder y posesiones.

El espíritu crítico nace del reconocerse sencillo y de rechazar la pobreza racional. El crítico es un hambriento, un apasionado del saber que no posee.

El ser crítico amará la duda, no para instalarse en ella, sino como medio para impulsar su voluntad a la búsqueda de la verdad, nunca alcanzable y siempre a perseguir.

En síntesis, y hablando de la educación, se trata de formar estudiantes y profesores con un espíritu libre y critico, esto es, capaces y dispuestos a cuestionar, a sugerir, a proponer, a crear, a imaginar y a crecer en la sencillez.

Hay que entender y practicar la dialéctica entre la enseñanza y el aprendizaje, que se entiende como la ruptura ante un modelo estereotipado de maestro que sólo enseña y un modelo estereotipado de estudiante que sólo aprende. Ya que en un momento el maestro aprende y enseña y el alumno enseña y aprende. Se ha hecho alarde de la memoria dando en el proceso una enorme cantidad de información y se ha truncado con ello la creatividad, la imaginación, la fantasía, la emoción y, por ende, la formación.

Aprender no significa recepción ni repetición mecánica, sino que el sujeto actúe sobre el objeto de conocimiento, a efecto de apropiarse de él y transformarlo.

Aprender es utilizar como formas básicas del pensamiento, el análisis orientado por la síntesis que permite profundizar y ampliar el conocimiento. Es la elaboración de conceptos y juicios generales de las particularidades concretas de los fenómenos y el poder penetrar en la esencia de los mismos.

Aprender es introducir el conocimiento dentro del contexto psicológico, cultural, económico y social del individuo, transformarlo y sacar su esencia, acompañada de lo más bello que exista en el interior de su ser.

El aprendizaje nunca es "fin" sino punto de partida para otros aprendizajes. Implica la concreción de productos.

En el proceso educativo hay que dejar de considerar a los alumnos como objetos de enseñanza y reconocerlos como sujetos de aprendizaje.

El aprendizaje es el momento en el que se introduce la creación de la teoría en la práctica. Es un momento dialéctico que proporciona los instrumentos necesarios para la investigación de la realidad para transformarla, y es también la consolidación de una teoría. Se trata de que ambas, creación del conocimiento y aplicación para transformar, estén siempre en movimiento y desarrollo.

Es importante considerar que entre más cercana sea la relación entre el alumno y el objeto de estudio en el proceso de percepción y apropiación del conocimiento, mayor será la posibilidad de que desarrolle un aprendizaje consistente que implique la transformación esperada en él y en su realidad.

Promover aprendizajes significativos implica que respondan a exigencias y necesidades concretas, tanto en el ámbito personal como social.

El aprendizaje se da cuando se unen la teoría y la práctica. Es el momento dialéctico que proporciona los instrumentos necesarios para la investigación de la realidad, para transformarla, y conduce a la consolidación de una nueva teoría, y ambas deben estar siempre en movimiento y desarrollo.

Un estudiante aprende cuando se plantea dudas, formula hipótesis, retrocede ante ciertos obstáculos, arriba a conclusiones parciales, siente temor ante lo desconocido, manipula objetos.

Un estudiante aprende cuando tiene que, quiere y puede, explicar a otros, y así verifica en una práctica solidaria su aprendizaje.

La estructura para el aprendizaje requiere de un marco institucional, un docente motivado y un estudiante motivado.

Aprender para ser. Si los estudiantes pueden conocer, identificar y analizar lo que la educación tradicional hace con ellos, y si pueden participar en la construcción de una educación en la que puedan ser ellos mismos sujetos de su propia historia académica y social; si pueden soñar sueños posibles, podrán transformar su práctica y transformarse en ellos mismos. Si los profesores les hablan con palabras ajenas, las deben analizar, transformar y hacerlas propias. Así podrán hacer el relato de la historia del encuentro consigo mismos, de su lucha para cambiar de actitud en el aula y para tomar en serio eso de ser y de ser un profesional en su preparación y en su formación.

LAS MATEMÁTICAS FÁCILES DE SEGUIR, DE COMPRENDER Y DE RECORDAR

Uno de los principales elementos para la eficiencia de un profesor de matemáticas, es decir, para lograr que sus estudiantes aprendan esta ciencia, son la organización y la claridad de la clase. Y para lograr esto se consideran las siguientes estrategias:

ESTRUCTURACIÓN. El profesor debe:

- Considerar para cada tema o subtema una introducción, la parte principal y una conclusión;
- Enunciar y repetir cuando sea necesario, los objetivos de cada clase;
- Adelantar lo que hará o el resultado al que llegará;
- Señalar cuando termina algo o cuando liga dos conocimientos;
- Expresar claramente los procedimientos que sigue al demostrar o desarrollar;
- Ubicar el tema desarrollado en el contexto del capítulo o de la asignatura.

ESTIMULACIÓN DEL INTERÉS EN EL TEMA A ENSEÑAR. El profesor debe:

- Motivar constantemente, ya sea con la utilización futura del concepto tratado o bien con aplicaciones relacionadas o con otros factores relevantes para los alumnos;
- Motivar para el aprendizaje de un determinado concepto, haciendo ver su relevancia en temas o asignaturas posteriores;
- Referir aspectos históricos del tema tratado, como anécdotas de sus descubrimientos.

BUENA PRESENTACIÓN ORAL. El profesor debe:

- Hablar con claridad, es decir, con volumen apropiado y variado, velocidad adecuada y articulación clara, para mantener la atención y dar énfasis cuando se requiera;
- Utilizar un lenguaje simple, no demasiado informal;
- Hacer una presentación entusiasta, llena de vida, con dramatización, buen humor y bromas;
- Hacer pausas donde aliente de manera entusiasta las preguntas o reflexiones;
- Evitar señales de duda.

BUENA PRESENTACIÓN VISUAL. El profesor debe:

- Realizar una presentación físicamente dinámica;
- Llevar a cabo un buen manejo del pizarrón con escritura clara y grande, organización y distribución, modelos gráficos atractivos, limpieza y oportunidad para que todos vean;
- Utilizar materiales visuales que van desde gráficas y tablas, hasta acetatos y la computadora.

FIJACIÓN. El profesor debe:

- Identificar en la mente del alumno los antecedentes inmediatos del tema a tratar y la comprensión de los mismos;
- Realizar un repaso breve, ya sea general o específico de alguna herramienta necesaria y vista con anterioridad;
- Interrelacionar conceptos ya tratados con los nuevos a desarrollar;
- Efectuar comparaciones y contrastes con conocimientos anteriores o futuros;
- Explicar conceptos de diferentes formas o con preguntas guía a los alumnos para que ellos definan lo tratado y lo asimilen en su lenguaje;
- Estimular la imaginación del alumno alentándolo a construir fuera del pizarrón ideas y conceptos diversos.

SECUENCIA. El profesor debe:

- Llevar un cierto orden de acuerdo a ciertas bases y se recomienda ir de lo conocido a lo desconocido, de lo fácil a lo más difícil y de lo concreto a lo abstracto;
- Tener coherencia en los temas y el uso adecuado de transiciones;
- Evitar errores y en caso de haberlos, reconocerlos y corregirlos con prontitud.

ETAPAS PARA LAS EXPLICACIONES RACIONALES. El profesor debe:

- Explicar a sus alumnos el porqué de la selección de temas, problemas y estrategias;
- Explicar el significado o conclusión de cada tema tratado.

SENSITIVIDAD CON LOS ALUMNOS. El profesor debe:

- Interesarse por los problemas de sus alumnos;
- Percibir si se le está comprendiendo;
- Saber cuando los alumnos se aburren o están confundidos;
- Anticipar las dificultades;
- Motivar a la participación;
- Percibir el deseo de los alumnos de preguntar;
- Entender rápidamente lo que comenta o pregunta el alumno;
- Ser cuidadoso y preciso al responder preguntas;
- Relacionar los temas con las vidas y vivencias de los alumnos;
- Conservar un paso acorde con la mayoría.

IDENTIFICACIÓN DE LO QUE SE DEBE RECORDAR. En una clase de una hora se expresan alrededor de 5,000 palabras, por lo que es difícil de comprender y recordar, por lo que el profesor tiene que motivar y ayudar para la identificación de los aspectos más importantes. Para ello, el profesor debe:

- Llamar la atención elevando la voz;
- Escribir en el pizarrón lo importante;
- Utilizar términos como "importante", "fundamental", "esencial", "crítico", "interesante";
- Repetir con las mismas o diferentes palabras;
- Utilizar frases como "deberán recordar que...", "por supuesto, sabemos que...", "observen que..."

FORMULACIÓN DE RESÚMENES. El profesor debe:

- Hacer resúmenes generales al término de la clase;
- Hacer resúmenes breves intermedios.

HERRAMIENTAS PARA RECORDAR. El profesor debe proporcionar instrumentos para organizar el material recién aprendido de tal modo que pueda almacenarse en la memoria y ser recordarlo fácilmente. Esto se logra con:

- Herramientas mnemotécnicas;
- Procedimientos en forma de algoritmos;
- Al diferenciar diferentes casos de un mismo tema;
- Al asignar títulos a procedimientos o algoritmos.

Como se observa, para ser claro y organizado en su cátedra, el profesor no debe transmitir el material en forma simple y llana, sino que debe hace muchas cosas alrededor de éste, para que sea fácil de seguir, comprender y recordar.

APRENDIZAJE COOPERATIVO

Aquí se hablará del trabajo en equipo, de sus grandes ventajas y beneficios en la formación de los estudiantes y como un elemento valioso en el aprendizaje significativo del conocimiento.

La integración del equipo de trabajo no quiere decir homogeneización, uniformidad o desaparición de la individualidad. Se considera que la mayor riqueza del grupo se da cuando existe una heterogeneidad en cuanto a sus miembros y una mayor homogeneidad en los objetivos de aprendizaje.

En el equipo no se pierde individualidad sino el individualismo se reemplaza por la cooperación.

Los problemas que se dan en los equipos de trabajo pueden ser experiencias de aprendizaje. Se viven grandes conflictos en ellos, debido entre otras cosas, a la heterogeneidad de personalidades que los conforman; se tienen tanto caracteres como ideas muy diferentes. Pero a medida que transcurra el tiempo, se irán integrando, conociendo y considerando cada vez más.

No obstante que los integrantes de un equipo de trabajo tienen diferentes ideologías, formas de ser y comportarse, en el compromiso que asumen para realizar un determinado trabajo, logran poner ideas en común en la búsqueda de un criterio homogéneo. Para los estudiantes esto significa que si se lo proponen se pueden encontrar formas nuevas de trabajo, lejos de la manipulación, del intento de dominar e imponer criterios únicos, es decir, que se puede trabajar armónicamente, considerando las formas individuales de pensar y ser.

La situación grupal es una experiencia múltiple, ya que el individuo no sólo adquiere aprendizaje intelectual relacionado con el objeto de conocimiento sino que, además, tiene la oportunidad de sostener una confrontación de sus marcos de referencia. Esto le permite rectificar o ratificar constantemente sus propios fundamentos teóricos, así como algunas pautas de su conducta e interpretaciones de la realidad.

Uno de los principales aspectos que deben considerar los integrantes de un equipo de trabajo es el hecho de hablar con la verdad, así como el reconocimiento, por parte de ellos, de sus talentos y defectos, virtudes y limitaciones, potencialidades y debilidades. La mentira daña a quien la expresa y puede lastimar a los demás integrantes.

En el grupo se da la pertenencia, la comunicación y la participación, es un espacio de reflexión, y constituye una maravillosa fuente de experiencia.

Con el equipo se puede también acceder, aspecto de gran trascendencia, al crecimiento integral de sus integrantes, a través de actividades deportivas y de recreación.

Existen técnicas utilizadas para alentar y propiciar el trabajo en equipo, en la búsqueda de que cada integrante del mismo se preocupe y ocupe de su aprendizaje y del de los demás. Se presenta aquí una de ellas, producto de la experiencia y de la consulta continua sobre nuevas metodologías al respecto.

Método para trabajar en equipos de aprendizaje compartido. Se elige un tema de la asignatura y el profesor dedica dos clases en plantear los objetivos de aprendizaje del mismo, resaltar sus aspectos esenciales, recomendar bibliografías al respecto, y divide el tema en seis subtemas. Después se forman equipos con seis integrantes y a cada integrante de los equipos se le asigna un número del uno al seis. Se les da un periodo de tiempo para que preparen, de manera autodidacta, pero basados en las breves exposiciones del profesor, el subtema correspondiente a su número y se les dice que tienen la obligación de estudiarlo y preparar su explicación para sus compañeros. También se exhorta a todos a leer sobre los otros subtemas sin descuidar el propio. Se fija un sábado para trabajar el método, día en el que se realizan las siguientes actividades (el horario puede ser ajustado por profesor y estudiantes):

- 08:00 a 11:00 horas. Cada integrante cuenta con 20 minutos para explicar a sus compañeros de equipo el subtema que le fue asignado y que preparó. Y al terminar cada uno, se tienen diez minutos para comentarios, preguntas y descanso.
- 11:00 a 11:30 horas. Se reúnen en seis mesas los encargados de cada subtema y se encargan de repasar el mismo y complementar e intercambiar información.
- 11:30 a 12:00 horas. Se da un descanso general en el que se invita a los equipos que permanezcan unidos en la actividad de reposo y/o recreación que decidan.

> 12:00 a 13:30 horas. Cada integrante de los equipos, en 10 minutos, complementa la información de su subtema con lo que aprendió en la reunión correspondiente. Y al concluir cada uno se tiene 5 minutos para comentarios, preguntas y descanso.

> 13:30 a 15:00 horas. Se aplica un examen por equipos de todo el tema en estudio y se alienta la participación de todos los integrantes en su discusión y resolución. Los reactivos del examen son a manera de ejercicios que propicien la discusión, el planteamiento de alternativas de solución y la solución.

La experiencia en este método permite ver que los estudiantes se vuelven corresponsables con el profesor de su aprendizaje, además de que se comprometen en el aprendizaje propio y en el de sus demás compañeros de equipo.

TEMAS A INVESTIGAR Y EXPONER CON EQUIPOS DE TRABAJO

En el proceso de aprendizaje de las matemáticas juega un papel muy importante el trabajar en equipos para realizar proyectos de investigación, cuando esto sea factible. Con esto se verá la amplia gama en la comprensión e interpretación de diferentes conceptos de las matemáticas, lo que enriquecería el horizonte de estudiantes y profesor.

Como ilustración se presenta el siguiente proyecto, que al ser aplicado, ha influido de manera notable en la comprensión de los conceptos matemáticos que tienen que ver con el estudio de los máximos y mínimos de una función en el estudio del Cálculo.

PROYECTO EJEMPLO. Los envases comúnmente utilizados para leche y jugos son paralelepípedos rectangulares. Se pide a los alumnos que investiguen si sus dimensiones están ligadas al costo mínimo del material utilizado en su construcción o si intervienen otros aspectos como la ergonomía o la facilidad para guardarlos.

El trabajo en equipos, en proyectos como éste, propicia el aprendizaje, la relación e interacción de y entre los estudiantes, la responsabilidad compartida y la integración del conocimiento en su realidad. También se ha dado el caso de equipos que aconsejan a los productores o cuando menos les entregan, a raíz de un compromiso previo de ambas partes, cuáles son las dimensiones reales –y posiblemente ideales o no prácticas, por determinadas razones- que conducen al costo mínimo.

PRÁCTICA VIRTUAL

En el proceso del aprendizaje y de su evaluación, se recomienda el uso de la computadora para realizar entre otras, las siguientes acciones:

> Comunicación vía correo electrónico entre el profesor y sus alumnos sobre temas matemáticos, que pueden ser las series de ejercicios, dudas sobre éstas o sobre otros problemas relacionados con la asignatura.

> Comunicación via correo electrónico entre el profesor y sus alumnos sobre dudas y preguntas sobre lo tratado en clase. Esto se daría de manera más libre y fácil dado que no es "cara a cara".

> Comunicación vía correo electrónico entre el profesor y sus alumnos sobre aspectos históricos de las matemáticas, relacionados o no con la asignatura.

> Comunicación vía correo electrónico entre el profesor y sus alumnos sobre temas filosóficos, de actualidad, culturales y existenciales. Ésta es una magnífica oportunidad para propiciar la relación y el intercambio de experiencias de vida.

> Tareas del profesor sobre aplicaciones de la computadora en la comprensión e ilustración de conceptos analizados en clase. Tal es el caso, entre muchos, de gráficas de funciones, representación de las mismas a través de sus curvas de nivel, continuidad de funciones, y programas para realizar cálculos diversos.

EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Hay que entender claramente y entonces actuar en consecuencia, que evaluar es un proceso continuo y en cambio calificar es simplemente dar una cifra al desarrollo de cierta habilidad, por lo que forma parte de ese proceso, pero no es el proceso en sí.

Es frecuente y sabido que en las formas de calificar tradicionales entran aspectos subjetivos insalvables; por ejemplo la problemática temporal o permanente en la que puede estar inmerso el profesor, como podría ser su consciente o inconsciente rechazo a ciertas formas de vestir, hablar o incluso el color de la piel o el género de sus alumnos. Lo mismo se daría en los estudiantes y para ilustrar esto considérese la posibilidad de que antes del examen, el alumno vivió alguna experiencia familiar o personal que afectó seriamente su desempeño.

Al evaluar el aprendizaje de sus alumnos, el profesor debe tomar en cuenta su subjetividad, y asumirla, hacerla consciente para que no influya a la hora de calificar. Así por ejemplo, la desvalorización del profesor, esto es, una baja en su autoestima, podría incidir significativamente al momento de evaluar.

El profesor no puede calificar el aprendizaje de sus alumnos durante un periodo escolar con tres exámenes de habilidades más que de conocimientos, porque no estaría evaluando realmente si aprendieron.

Hay que recordar que es tristemente célebre que para muchos "docentes", su valor reside en su "poder" para otorgar una calificación. Antes que pensar en el futuro, hay que consolidar un presente que permita diseñar mejor el porvenir. Y para ello, hay que hacer muchas cosas y reflexionar muchas cosas. Se podría empezar quitando a todos los profesores ese "poder" que da la calificación y que en muchas ocasiones inhibe la participación del estudiante; le impide cuestionar al docente, participar activamente en clase, pensar y reflexionar sobre lo que se le dice y explica, para que pueda hacer suyo el conocimiento, meterlo en su realidad y transformarlo, siendo todo esto lo que significaría aprender.

Para lograr esto, se podrían instrumentar e implantar nuevos esquemas de evaluación del aprendizaje, audaces, dinámicos, futuristas, encaminados a la formación de mujeres y hombres, profesores y estudiantes, activos y no pasivos, valientes y no temerosos, aprendedores y emprendedores, capaces de crear e innovar, libres para cuestionar y transformar.

Uno de esos esquemas de evaluación del aprendizaje podría ser el siguiente:

Cada vez que se terminara un periodo escolar, por ejemplo para una asignatura de matemáticas, profesor y alumnos participarían, de manera entusiasta, formal, comprometida y responsable, en una evaluación del aprendizaje que considerara:

- Exámenes para medir las habilidades de los estudiantes, lo que tendría un peso del 20% en la calificación final y que sería prerrogativa del profesor su asignación.
- Una autoevaluación por parte de cada estudiante, en la que determinaría, en libertad, su aprendizaje, lo que tendría un peso del 20% en la calificación final y sería prerrogativa del alumno su asignación.
- Un trabajo de investigación que tuviera que desarrollarse por equipos y a lo largo del curso. Esto tendría un peso del 20% en la calificación final y sería determinado por ambos protagonistas, profesor y estudiante.
- Series de ejercicios para cada tema de la asignatura, que sin ser muy largas, hicieran posible el adquirir la destreza en la aplicación del conocimiento. Tendrían un peso del 20% en la calificación final y su asignación seria prerrogativa del profesor.
- La participación del alumno en su equipo de trabajo y en las diversas actividades de la clase. Esto tendría un peso del 20% en la calificación final y sería acordado por profesor y alumno.

Para ayudarse en este proceso compartido de evaluación, que quita "poderes" y busca la superación continua, el profesor y el alumno podrían auxiliarse de un cuestionario que ambos podrían contestar y que contendría las siguientes interrogantes:

- ¿Se plantearon los objetivos del curso y se cumplieron a satisfacción de las partes?.
- ¿En que temas se logró alentar la reflexión, la creación y la transformación, y en cuáles sólo se trabajó de manera mecánica?.
- ¿Investigó el alumno algo adicional sobre la asignatura y sobre su carrera?.
- ¿Qué acontecimientos más sobresalientes vivió el alumno durante el curso?.

Un 100% de evaluación del aprendizaje muy discutido, muy académico, muy de dos seres humanos que interactúan en un proceso de aprendizaje que pretende mejorarlos a ambos, hacerlos crecer y transformarse continuamente. ¿Por qué no entrarle?

En la Facultad de Ingeniería, en su División de Ciencias Básicas, donde se imparten las asignaturas de matemáticas, existe la tradición de los "célebres" exámenes, antes departamentales, hoy colegiados y siempre polémicos. Se concibieron para que uniformaran a los profesores y "obligaran" a éstos a abarcar completos los programas de estudio. El fin puede ser, en parte bueno y en parte atentatorio de la libertad de cátedra, que incluye la evaluación del aprendizaje. Algunas de sus fallas:

- Son restringidos, ya que encierran el conocimiento en un "cuadro" en lugar de abrirlo al infinito.
- Evalúan habilidad mas no aprendizaje significativo.
- Hacen homogéneo y pobre, lo que en sí mismo es heterogéneo y rico.
- No alientan la vida académica sino que la compactan.
- Trauman a muchos alumnos estudiosos porque a las asesorías psicopedagógicas van y se quejan de ellos, quienes manifiestan que estudian y que no pueden con ellos.
- Pareciera que son elementos que en el peor de los casos frustran los estudios de quienes pudieran haber llegado a ser buenos ingenieros.
- Detienen en Ciencias Básicas –lo que no necesariamente es producto de la justicia-, a un considerable número de alumnos lo que ocasiona que las divisiones profesionales cuenten con muy pocos estudiantes.
- Pueden estar muy "cargados" de la subjetividad de quienes los elaboran, en algunos casos positiva y en otros negativa.
- Se convierten en exámenes "imposibles" de acreditar para quienes por diversas circunstancias ya utilizaron sus dos inscripciones, o para quienes regresan después de algún tiempo a querer, lo que es muy loable y debería ser apoyado, terminar sus estudios y titularse.
- Provocan la simulación, por lógico temor de profesores nuevos que, sin estar de acuerdo con ellos, los deben aplicar ante posibles represalias. También sucede que muchos profesores, o no los toman en cuenta a pesar de aplicarlos, o cambian varios de sus reactivos a la hora de su aplicación.
- Constituyen, para muchos profesores, el único elemento para evaluar el aprendizaje, lo que puede traducirse en errores de trascendencia en la vida de los estudiantes.
- En ocasiones, la redacción de los reactivos no es clara, por lo que se vuelve incomprensible, o no se miden adecuadamente los tiempos, lo que hace que al estudiante le resulte imposible concluir y lo mete en una dinámica de nervios que lo "bloquea" y frustra.

- En ocasiones se presentan problemas con un grado de dificultad demasiado alto, quizás porque quien los plantea tiene tanto tiempo de hacerlo y tantos conocimientos que ya perdió de vista lo que es "fácil o difícil".
- Se han dado casos en los que el reactivo no es construido de forma adecuada y su contenido deforma en lugar de formar.
- A veces consideran conocimientos antecedentes los que es sabido que no son tratados o si lo son, es de manera superficial, por profesores de asignaturas anteriores.

¿Por qué no realizar un "magno" seminario en el que, con la participación abierta de profesores y estudiantes se analizara la factibilidad y pertinencia de estos exámenes? ¿Qué tal si el tiempo dedicado a plantearlos, escribirlos y aplicarlos se emplea mejor en tener más vida académica con los profesores, que pudiera considerar investigaciones sobre el tratamiento de los temas, publicaciones colegiadas con ellos, interacción con otras instituciones de educación superior, y otras?.

ACTITUD DE LOS PROFESORES

Hay profesores que se "recargan" en su experiencia sin ponerse a pensar que no son los mismos los estudiantes de hace diez años que los de ahora; por otro lado, hay quienes no cuestionan su práctica docente, la que puede estar alienada por seguir la línea de grupos hegemónicos; a veces caen en el empirismo al sustentar sus interpretaciones en el sentido común, sin buscar teorías que les ayuden a explicar los procesos del aprendizaje; muchos dicen dominar su asignatura sin pensar en si la forma en que la imparten es la óptima; hay profesores que evalúan al grupo y no se evalúan ellos mismos, o que caen en estereotipos muy dudosos como: "Si reprueba a muchos es exigente y si es exigente es buen profesor"; también hay quienes acaparan la palabra toda la clase y después pretextan que no hay tiempo para participaciones; hay docentes paternalistas que piensan que sin ellos sus estudiantes se perderían, que consideran a cada uno de ellos como alguien a quien deben llevar de la mano; y hay quienes piensan que poseen un conocimiento único y acabado, logrando la total dependencia del estudiante; los hay autoritarios que se ubican arriba y a sus estudiantes abajo y aseguran que no tienen nada que aprender de sus alumnos, que sólo se dedican a impartir clase y nunca hablan con sus alumnos, y son inflexibles en los exámenes y en las calificaciones; y los hay deterministas y conductistas, que etiquetan a los alumnos, no admiten una posibilidad de cambio y los cuestionan y critican constantemente sin cuestionar ni criticar su propia práctica.

Al hablar de la actitud de los profesores, habría que comenzar por recomendar que se de tanta importancia al estudiante en cuanto tal, con sus conflictos, motivaciones, intereses y problemas, como a las metas de su aprendizaje.

El docente se debe concebir como orientador del proceso del aprendizaje, como un planificador de actividades de aprendizaje que posibiliten experiencias significativas en los alumnos. Implica también que debe insistir sobre el papel activo del alumno y del grupo en las situaciones de aprendizaje.

Las actividades del docente deben respetar las características de un proceso de aprendizaje, que sin duda no parte de "cero" sino que debe estar precedido por la historia personal de cada sujeto y en especial por su extracción social.

Los profesores deben estar siempre dispuestos y abiertos a la posibilidad del cambio, de la revolución interna. Cuestionar las propias certezas no es una tarea fácil: Implica "desestructurar" la seguridad que proporciona el ver claro, lo cual significa asumir que las propias interpretaciones pueden ser parciales o incluso erróneas.

El profesor debe recuperar la diferencia, categoría olvidada ante las tendencias hegemónicas de la uniformidad, de la unidimensionalidad. No pueden construir perfiles, modelos o tipos de alumnos. Cada uno es único de frente a su aprendizaje, con todo su bagaje psicológico, cultural, económico y social.

Todo profesor debe recibir a los estudiantes hablándoles de las finalidades de la asignatura, de la forma de trabajo en clase y de los requisitos para acreditar el curso. Y comentarles que la base del trabajo de todos –

los objetivos del curso- girará en torno a un proceso educativo de elaboración de conocimientos, un proceso que vaya permitiendo conocer mejor lo ya estudiado y trabajar los nuevos conocimientos, vinculándolos con el contexto académico y social, para así entender el papel que deben asumir como sujetos (nunca más objetos) insertos en una determinada realidad académica y social.

El trabajo en clase debe ser individual y colectivo. El profesor debe proporcionar apoyo teórico, o sea, los contenidos, pero con la intención de que los estudiantes los manejen en forma distinta a lo que tradicionalmente han estado acostumbrados.

La figura de autoridad del profesor debe pasar a segundo plano. Y eso lo logra el docente al comprender y asumir que él es también sujeto de aprendizaje y por lo tanto, de cambio, de revolución individual, sea cual sea su edad, principios, valores e ideas.

Lo que debe hacer el profesor, de frente a un nuevo escenario en el aprendizaje, es poner en tela de juicio su propia autoridad y propiciar una relación horizontal, con lo que lograría que los estudiantes dejen de ser pasivos y dependientes únicamente de la "verdad" del profesor. Así tendrían iniciativa sin temer la desaprobación del profesor y sin tener que permanecer sentados y escuchando sus exposiciones, y se atreverían a cuestionar su anterior rol, lo que les permitirá tomar conciencia de que el profesor no posee todo el saber y de que pueden cuestionarlo, con lo que se logran espacios democráticos en el aula. Sin embargo, para que los estudiantes se animen a exponer sus propias opiniones, sin ver al profesor como a su eminencia, al ser supremo que desconoce la historia personal y social de sus estudiantes, el docente debe interesarse por ellos más allá de la academia fría, e invitarlos a preguntar, dudar y a crear, así como desafiarlos a asumirse como sujetos pensantes y críticos.

El profesor debe generar constantemente en clase un ejercicio permanente de duda en cada uno de sus estudiantes, debe alentarlos a construir conocimientos, debe lograr estudiantes más analíticos y críticos, que sepan encontrar respuesta a las interrogantes por ellos planteadas, lo que hará surgir nuevas preguntas en una especie de cadena que permita elaborar un pensamiento propio.

El profesor debe ver al estudiante en su totalidad, objetiva y subjetivamente, esto es, comprenderlo en sus circunstancias concretas, en todo el entorno y contexto en el que vive y desarrolla su labor académica.

VIDA ACADÉMICA

Aquí se presentan fenómenos que *han ocurrido* y que *aún* hoy *día desalientan la vida académica y también* se expresan reflexiones y recomendaciones para activarla, "alimentarla" y lograr que incida en el aprendizaje de los estudiantes.

En la enseñanza tradicional, el profesor asume su papel de autoridad ya que es él quien tiene el poder: él sólo puede exponer su verdad. Y a los estudiantes les corresponde el papel de receptores de conocimientos, pues su función es permanecer sentados escuchando al profesor.

Las palabras de los profesores han sido incuestionables. Han sido conocimiento transmitido sin tomar en cuenta la vinculación con el contexto social de los estudiantes. Conocimiento recibido en forma pasiva por éstos, como palabras muchas veces vacías de contenido, como abstracciones que hay que memorizar para acreditar las asignaturas. La cotidianidad en el salón de clases puede sintetizarse en tres aspectos que se unen entre sí: la transmisión pasiva de contenidos, en cuyo entorno giran las expectativas de los estudiantes (acreditar las asignaturas), la dificultad para desarrollar su capacidad creativa (elaborar conocimientos) y la desarticulación entre texto (contenidos teóricos) y contexto.

Habría que comenzar por analizar la cultura generada por la transmisión de conocimientos para estar en posibilidades de decretar la desaparición de la transmisión unilateral de contenidos: esa transmisión fría, autoritaria, omnipotente (que muchas veces sólo genera la cultura de las fotocopias) sin contexto social. Se tendría que anunciar la construcción de una utopía crítica, que dejara sentir su aroma y que alentara a profesores y estudiantes a anunciar otra forma de apropiarse de los conocimientos, en la cual ambos protagonistas del proceso de aprendizaje pudieran rehacer su rostro, su historia, su papel constructor y transformador de su práctica, de su mundo, de un mundo distinto, iluminado por la búsqueda y la esperanza, donde los nuevos contenidos estuvieran insertos en una nueva dinámica transformadora de la realidad, en beneficio de los más.

Hay que caminar el largo y arduo camino para concederles la palabra a los estudiantes, ir por el rescate del salón de clases, de sus bancas moviéndose continuamente, emprender un trabajo pedagógico que le diga adiós a la solitaria transmisión de contenidos en el aula, desafiando a los estudiantes para que, junto con el profesor, se acerquen cada vez más a la construcción de un pensamiento propio y compartido.

No se puede olvidar que en el salón de clases el encuentro entre profesor y estudiantes está cargado de una historia silenciosa de confrontación y lucha, en la que los estudiantes no han tenido rostro, y sólo han sido recipientes donde se intenta depositar saberes.

El salón de clases ya no puede seguir siendo el lugar privilegiado para la transmisión de conocimientos: se hace necesario rescatar lo cotidiano y la teoría que se da en él para llenarlo de realidad. Hay que generar las condiciones propicias para un nuevo encuentro entre profesor, conocimiento y estudiantes, encuentro que le de rostro a la apropiación de conocimientos en los estudiantes, una nueva palabra que se uniera al mundo para transformarlo.

El sistema educativo actual está lleno de vicios que se han ido acumulando desde la primaria, pasando por la secundaria, el bachillerato y la educación superior. En todo este peregrinar, a los estudiantes se les ha tratado como objetos, como números, como piezas de ajedrez, siempre inmersas en el mismo juego, adoptando el mismo papel que se les ha impuesto. Ya es hora del cambio, de la transformación de la realidad educativa que hasta ahora se ha manejado.

Resulta difícil para muchos, el aceptar a los estudiantes como sujetos creadores y constructores de su propio pensamiento, de su propia realidad. Debemos dejarlos caminar por ellos mismos, con la asesoría del profesor, sabiendo que pueden trastabillar, desequilibrarse, pero que al mismo tiempo pueden y son capaces de ver el amanecer de ellos mismos, de despertar y darse cuenta de que forman parte de un devenir: el de ellos, el de sus familias, el de su ciudad, el de su país.

No se puede esperar que los cambios se den espontáneamente, como pasar de la dependencia a la autonomía, menos aún cuando todos los esquemas y sistemas de enseñanza propician la dependencia. Los cambios deben propiciarse paulatinamente.

Cuando al estudiante se le dan sólo contenidos seleccionados previamente sin que tenga la más mínima posibilidad de conocer por lo menos los criterios para tal selección, cuando se les exige a lo largo de toda su vida de estudiantes una determinada forma de trabajar, de comportarse, de pensar, se forma entonces un estudiante dependiente, sumiso, sin creatividad. El resultado de este proceso a primera vista es de gran comodidad para los docentes y para la institución, debido a que se logra una uniformidad en el pensamiento, en la forma de ser y de comportarse en la escuela. Al mismo tiempo se obtiene como resultado el hecho de que los estudiantes no son capaces de poner en tela de juicio el proceso educativo, de cuestionar, de criticar, de proponer, de crear algo nuevo, diferente.

Por el contrario, si existen profesores con propuestas de trabajo alternativas, en donde el eje educativo se convierte en eje de reflexión y de análisis, los estudiantes pueden vivir desde la belleza hasta el desconcierto que en un primer momento provoca el verse y asumirse como sujetos creadores de pensamientos nuevos y no repetidores de información.

Hay que provocar en los estudiantes el entusiasmo contra el desánimo, el compromiso contra la apatía, el optimismo contra la confusión y el pesimismo; para así lograr jóvenes que intervengan en el rumbo de su propio contexto, creadores, críticos, hacedores y transformadores, empezando por su salón de clases.

Un proceso educativo que logre todo esto sin duda dejará más enseñanzas y satisfacciones que las que quedan (si es que quedan) después de sólo escuchar, sacar fotocopias, repetir y decir lo que los profesores quieren escuchar. Se trata de lograr estudiantes que logren ser ellos mismos y esto significará que habrán aprendido a ser.

Un proceso educativo que logre todo esto propiciará un ambiente de confianza y libertad, que aliente la formación plena de hombres y mujeres, profesionales de una ingeniería comprometida con el mejoramiento de la calidad de la vida en este país.

REFLEXIÓN FINAL

No todo se resuelve con técnicas de enseñanza. Algunas corrientes innovadoras en la enseñanza pretenden encontrar el secreto para alcanzar los nuevos paradigmas de la educación, en la utilización de técnicas modernas de enseñanza y, entonces las instituciones, en lugar de preocuparse por la formación de profesores como seres humanos que alienten el aprendizaje significativo, libre, cuestionador y crítico, que no se atengan a la sóla transmisión de información y el "poder" que les da la calificación, y que consideren que en el proceso educativo también ellos son sujetos del aprendizaje, pueden caer en la tentación de pensar que la formación de profesores consiste tan sólo en la capacitación para utilización de la nueva tecnología.

Si queremos una Nación desarrollada, con equidad y justicia social, con calidad y dignidad en la existencia de todos, debemos, en lo que a la educación se refiere, trabajar por la transformación del alumno pasivo al alumno activo, motivado y emocionado; por la transformación del profesor autoridad y poseedor de la verdad absoluta, al profesor activo, emocionado y dispuesto a emprender con sus alumnos la hermosa aventura del aprendizaje mutuo y significativo; por la transformación del salón de clase rígido e inmóvil, por un aula soleada llena de preguntas, de diálogos y de seres vivos; por la transformación de un país pobre, injusto y subdesarrollado, en un país en desarrollo, con igualdad, justicia y vida digna para todos.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todos quienes me influenciaron con sus escritos, fascinantes discusiones y trascendentes intercambios de experiencias como docentes. Resultaría muy difícil nombrarlos a todos. Si llegan a leer esto, les pido que comprendan que lograron en mí la reflexión profunda y el cambio, lo que seguramente fue su objetivo al escribir o al hablar conmigo. En especial le doy las gracias a Ana mi hermana por su ayuda y apoyo, por su sencillez, su sabiduría y su amor a mí, el que es plenamente correspondido. Y por supuesto a la Facultad de Ingeniería y a la querida UNAM, que hizo posible, con lo que me dio, lo que como docente he logrado y que sigo y seguiré cuestionando.

--- o ---

ESTRATEGIAS COMPLEMENTARIAS PARA FACILITAR EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

H. AGUILAR JUÁREZ
M. R. DEL MORAL NIETO
Y. MINAMI KOYAMA
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS CON EL USO DE LOS DOS *HEMISFERIOS CEREBRALES*

A lo largo de la historia humana, encontramos que muchos personajes curiosos han dedicado su vida al descubrimiento de los componentes y funciones del cuerpo humano. Así encontramos que desde la civilización griega hasta nuestros días hay infinidad de aportaciones que nos indican que el proceso de aprendizaje se realiza en el ***CEREBRO***. Para enmarcar y fundamentar este trabajo presentamos la descripción de los componentes anatómicos, neurológicos y fisiológicos del cerebro que nos muestran una relación con el aprendizaje.

Datos anatómicos, neurológicos y fisiológicos

La descripción anatómica del cerebro humano nos muestra que es el órgano más voluminoso del encéfalo, se encuentra en la parte anterior y superior del cráneo, arriba del tallo cerebral, arriba y adelante del cerebelo; tiene una forma ovoidea y su superficie presenta salientes, llamadas circunvoluciones[1] o surcos, algunos de estos son más profundos y reciben el nombre de fisuras (cisuras). Las fisuras son[2] (ver figura 1):

a) la fisura longitudinal (cisura interhemisférica) que divide al cerebro en dos *hemisferios cerebrales*: derecho e izquierdo, unidos por un conjunto de fibras transversales llamado cuerpo calloso;

b) el surco central (cisura de Rolando);

c) el surco lateral (cisura de Silvio);

d) el surco occipital transverso (cisura perpendicular externa);

e) la fisura transversa.

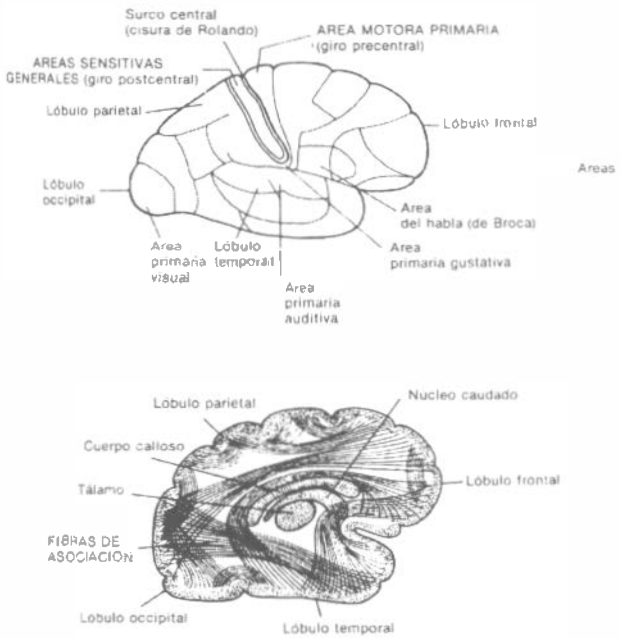


Figura 1. Vistas lateral y seccional del cerebro (del libro Ciencias de la Salud).

1 Higashida Hirose Bertha Y., Ciencias de la Salud, Segunda Edición, McGraw-Hill, México, 1994, pp.125-129.

2 Ibid.

Estos surcos dividen a cada *hemisferio* en lóbulos: frontal, temporal, parietal y occipital, como se muestra en la figura 2.

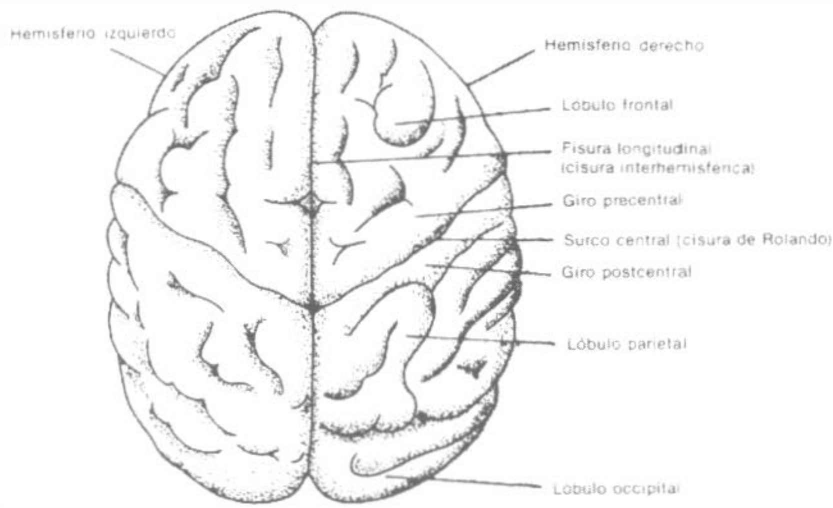


Figura 2. Vista superior del cerebro (del libro Ciencias de la Salud).

En el cerebro se encuentran dos sustancias: la sustancia gris, que forma una capa superficial llamada *corteza cerebral*, y la sustancia blanca, que está formada por fibras que siguen diferentes direcciones:

a) las fibras de *asociación* llevan sus impulsos de una parte a otra del mismo *hemisferio*;

b) las fibras *comisurales* llevan impulsos de un *hemisferio* a otro;

c) las fibras de *proyección*, forman los tractos ascendentes y descendentes que llevan los impulsos al tallo cerebral y a la médula espinal.

La característica principal de la *corteza cerebral* es la habilidad de detectar y hacer patrones del sentido de las cosas, descifrando datos, reconociendo relaciones y organizando la información.

La corteza cerebral tiene cuatro áreas dominantes[3] y cada una tiene una función diferente:

a) lóbulo frontal: (área motora) encargado de resolver problemas, realizar el proceso de planeación y en donde reside la personalidad;

b) lóbulo parietal: recepción de la información sensorial, que permite reconocer el tamaño, forma, peso y textura de los objetos, la posición de nuestro cuerpo e integrar los estímulos sensitivos;

c) lóbulo occipital: área de la visión;

d) lóbulo temporal: audición, lenguaje y algunos aspectos de la memoria.

Los sentidos del gusto y del olfato se encuentran en la profundidad del surco lateral y el lóbulo temporal.

El tejido que conforma al cerebro y a todos sus componentes se llama tejido *nervioso*, que a su vez está compuesto por cientos de miles de células llamadas neuronas, las cuales tienen ramificaciones que reciben el nombre de dendritas y axones. Las dendritas se encargan de hacer conexiones con otras neuronas y los axones pasan la información. Los axones están cubiertos con una sustancia llamada *mielina*, que actúa como aislante del axón y preservador de la neurona y el área neuronal, haciendo que lo aprendido sea permanente.

[3] Chusid, Joseph y McDonald, J. J., Neuroanatomía Correlativa y Neurología Funcional, El Manual Moderno, S. A., México, 1968, pp. 1-66.

Este proceso de preservación que es llamado mielinización, es considerado el ciclo triple de habilidades en el aprendizaje (Harvard Center for Cognitive Studies)[4]. La primera parte del ciclo es una visión general o global, en que se piensan ideas, deseos y se predice. La segunda es la relación y la complementación de la información en que se realiza un proceso analítico complementario, se afinan los conceptos. En la tercera, la práctica y sus variantes, se transfiere el conocimiento a la vida cotidiana y a todas las áreas de la existencia humana.

La conexión entre las dendritas se llama *sinapsis*. Cuando una célula envía un mensaje a otra, lo hace a través de reacciones químicas. Al recibir el material químico (neurotransmisor), la célula receptora manda una señal eléctrica a través del axón. Los neurotransmisores son sustancias químicas entre las que se encuentran la acetilcolina, la adrenalina y la histamina. Se piensa que gracias a estas sinapsis y al incremento de ellas con otras terminales nerviosas es que se logra la memorización. El aprendizaje es considerado actualmente como una reacción química en la que intervienen el sodio y el potasio en la interacción dendrítica.

Los nutrientes necesarios para el buen funcionamiento del cerebro son: agua, tiroxina, selenio, boro, vitamina B, fructuosa y ácidos grasos, entre otros. Estos nutrientes se encuentran en alimentos como el pescado, huevo, germen de trigo y nueces.

Adentrándonos en el aprendizaje se encuentra que el *hemisferio derecho* procesa conjuntos, combina partes para integrar el todo, además de los aprendizajes aleatorios como: ritmos, imágenes, color, reconocimiento de caras, patrones, mapas y dimensiones. Es el de la intuición, la capacidad creadora, los sueños y la imaginación. El *hemisferio izquierdo* (analítico) procesa listas y secuencias, es lógico, se encarga de las palabras, el razonamiento, los números, el pensamiento lineal y el análisis. El *hemisferio derecho* controla el lado izquierdo del cuerpo y el *hemisferio izquierdo* el lado derecho[5].

La actividad cerebral se puede detectar a través de sus fenómenos eléctricos. El cerebro produce finas ondas eléctricas, las cuales viajan a través de sus estructuras, las células nerviosas. Se producen con diferentes frecuencias y pueden ser medidas con un aparato médico llamado electroencefalógrafo, adhiriendo unos electrodos muy sensibles al cráneo.

Las ondas más comunes son: las *beta* que se producen fundamentalmente en el estado de alerta y son las de la actividad consciente, las del pensamiento lógico, las del análisis; son ondas de acción.

Las ondas *alfa* son las que se producen cuando las personas están alerta pero relajadas o meditando, y permiten que el cerebro descanse y aprenda mejor; son las ondas del *soñar despierto,* las de la imaginación, la inspiración y rápida asimilación de hechos. Permite introducirnos a nuestro propio subconsciente.

Las ondas *theta* se producen en las fases iniciales de sueño y al despertar. También se relacionan con las sensaciones y los estados que permiten registrar información en nuestro cerebro.

Las ondas *delta* son generadas en el sueño profundo. Hay que aclarar que estas ondas cerebrales pueden estar presentes en todo momento, pero algunas de ellas predominan sobre las otras[6].

El cerebro humano es único, ninguna persona tiene un cerebro igual. Éste contiene la información de experiencias, creencias, modelos, datos, etc. Cada cerebro tiene diferencias en su fisiología, conducción neuronal, balance bioquímico. El cerebro no es una estructura fija en su acción, sino por el contrario, tiene la habilidad de pensar y aprender permanentemente cuando lo ejercitamos física (a través del ejercicio corporal) y mentalmente.

La estimulación cerebral se logra con experiencias multisensoriales, novedades o retos. El cerebro se enriquece con una adecuada nutrición, estímulos sociales positivos y retroalimentación en el medio ambiente del aprendizaje.

[4] Kasuga L. y otros, Aprendizaje Acelerado, Ed. Tomo, S.A., México, 1998, p. 21.

[5] Ibid, p. 27.

[6] Ganong William F., Manual de Fisiología Médica, Ed. El Manual Modemo, S. A., México, 1976.

Los proveedores de información al cerebro son los cinco sentidos: vista, oído, tacto (kinestesia o movimiento), olfato y gusto, los cuales permiten el contacto con el medio y son la parte inicial del aprendizaje. Si hablamos de un aprendizaje formal, estaremos atendiendo a los sentidos de la vista, el oído, y el tacto (kinestésico).

Con respecto al aprendizaje de las matemáticas, las investigaciones sugieren que nuestras habilidades básicas para aprenderlas, así como el lenguaje y los modelos físicos, pueden estar colocados desde el nacimiento en nuestro cerebro.

Howard Gardner[7] describe que el origen de esta capacidad se encuentra en la confrontación con el mundo de los objetos, en su ordenación, reordenación y en la evaluación de su cantidad.

El investigador más importante del pensamiento lógico-matemático fue Jean Piaget[8]. Descubrió que en la primera instancia para que este pensamiento se desarrolle, el sujeto debe accionar sobre el propio mundo. Así la persona en sus primeros años de vida, se desarrolla intelectualmente con la influencia social y con el desarrollo espontáneo o psicológico, como lo llama Piaget simplemente.

Piaget mostró en forma muy atinada los orígenes de la inteligencia lógico-matemática en las actividades infantiles sobre el mundo físico; la importancia del descubrimiento del número; la gradual transición desde la manipulación física de los objetos hasta las transformaciones interiorizadas de las actividades; el significado de las relaciones entre las actividades mismas, y la especial naturaleza de estructuras superiores del desarrollo en que el individuo comienza a trabajar con declaraciones hipotéticas, y a explorar las relaciones e implicaciones que se obtienen entre esas declaraciones. Por lo tanto, el sujeto podrá comprobar y demostrar su razonamiento lógico-matemático a través de imágenes, del lenguaje verbal, del lenguaje escrito, de esquemas, símbolos o modelos físicos.

En cuanto al conocimiento de la lógica y la matemática tenemos las declaraciones de estudiosos como Willard Quince, Whitehead y Rusell, mencionados por Gardner[9], quienes argumentan que la lógica y la matemática han tenido historias distintas, pero en tiempos recientes se han aproximado entre sí;

> "La consecuencia es que ahora es del todo imposible establecer una linea entre ambas: de hecho, las dos son una. Difieren como el hombre y el niño: la lógica es la juventud de las matemáticas y las matemáticas son el estado lógico de la lógica".[10]

Gardner, menciona que con observaciones y objetos en el mundo material, el individuo se aproxima a sistemas formales cada vez más abstractos, cuyas interacciones son cuestiones de lógica en vez de la observación empírica.

¿Por qué proponemos una enseñanza holística[11] de las matemáticas que desarrolle las habilidades de ambos *hemisferios cerebrales*? Hagamos la siguiente comparación del funcionamiento del cerebro con el procesador de una computadora[12].

---

[7] Gardner Howard, Estructuras de la Mente. La teoría de las inteligencias múltiples, Segunda Edición, Ed. Fondo de Cultura Económica, México, pp. 167-210.

[8] Piaget Jean, Problemas de Psicología Genética, Tr. Miguel A. Quintanilla, Segunda Edición, Ed. Ariel, Barcelona, 1976.

[9] Op. Cit., Gardner, p. 174.

[10] Ídem.

[11] Holístico: deriva del termino griego *holos* que significa todo; el holismo es una filosofía que considera al sujeto como un todo, como una unidad y no un conjunto de partes. En este sentido, intenta llevar las dimensiones emocionales, sociales, físicas y espirituales de las personas en armonía.

[12] Esta información sobre los componentes de la computadora se tomó de Microsoft Corporation.

La unidad central de la computadora conocida como CPU[13] lo conforma un chip (circuito integrado electrónico) o una serie de chips denominado microprocesador, que incorpora un sistema de circuitos. En estos chips se realizan cálculos aritméticos y lógicos que temporizan y controlan las operaciones de los demás elementos del sistema.

Los microprocesadores están compuestos de cuatro secciones funcionales:

a) una unidad aritmética/lógica proporciona al chip su capacidad de cálculo y permite la realización de operaciones aritméticas y lógicas;

b) los registros son áreas de almacenamiento temporal que contienen datos, realizan un seguimiento de las instrucciones y conservan la ubicación y los resultados de dichas operaciones;

c) la sección de control tiene tres tareas principales: temporiza y regula las operaciones de la totalidad del sistema informático; su decodificador de instrucciones lee las configuraciones de datos en un registro designado y las convierte en una actividad, como podría ser sumar o comparar;

d) la unidad interruptora indica en qué orden utilizará la CPU las operaciones individuales y regula la cantidad de tiempo de CPU que podrá consumir cada operación.

Otro elemento importante en un microprocesador es su bus interno, una red de líneas de comunicación que conecta los elementos internos del procesador y que también lleva hacia los conectores externos que enlazan al procesador con los demás elementos del sistema informático. Los tres tipos de bus de la CPU son: el de control que consiste en un conjunto de líneas que detectan las señales de entrada y de otro que transmite señales de control desde el interior de la CPU; el bus de dirección, un grupo de líneas unidireccionales que salen desde el procesador y que gestionan la ubicación de los datos en las direcciones de la memoria; y el bus de datos, un conjunto de líneas de transmisión bidireccional que leen los datos de la memoria y escriben nuevos datos en ésta.

Como podemos observar, tanto la computadora como el cerebro tienen una unidad central, lo conforman varios sistemas que se interconectan y se comunican entre ellos, realizan operaciones lógico-matemáticas y tienen memoria. ¿Cuáles son las diferencias? Una es la posibilidad que tiene el cerebro de sustituir la función de un tejido cuando éste ha sido dañado por el mismo organismo; otra, la posibilidad de crear por sí mismo imágenes, arte, sentimientos y emociones, siendo éstas últimas de suma importancia para el aprendizaje. La computadora no puede sustituir sus circuitos dañados, y procesa únicamente aquello para lo que ha sido programada.

MÉTODOS DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE HOLÍSTICOS

Actualmente se sabe que se usan ambos *hemisferios cerebrales* al mismo tiempo en casi todas las actividades cotidianas, y sólo varía el grado en que se usan. Ninguno de los *hemisferios cerebrales* es más importante que el otro; el pensamiento efectivo requiere de ambos.

La mente tiene una capacidad casi ilimitada: si desarrollamos mediante control consciente centros cerebrales que nos permitan desarrollar todas sus habilidades, estaremos potenciando su actividad de manera inimaginable. Algunos investigadores consideran que la capacidad creadora del cerebro puede ser ilimitada, pero para ello tenemos que aprender a aprender. Tenemos que disfrutar lo que aprendemos y utilizar simultáneamente la mente lógica, el cuerpo y la mente creadora.

[13] CPU: Unidad Central de Procesamiento, por sus siglas en inglés.

Los métodos de enseñanza holísticos pretenden que el individuo utilice los dos *hemisferios cerebrales* y que aproveche ambas capacidades al mismo tiempo para que haya un despliegue de toda su potencialidad de desarrollo.

Cuando la información es presentada a través de todos los sentidos, los estudiantes hacen sus propias conexiones entre lo que se tiene que aprender y lo que ya se tiene entendido, logrando el proceso de aprendizaje.

Algunas técnicas que estimulan la enseñanza a través del *hemisferio derecho*, incluyen el pensamiento visual, la fantasía, el evocativo, las metáforas, la experimentación, la manipulación de materiales, la simulación, el aprendizaje multisensorial y el uso de la música.

En la actualidad, la educación se preocupa por el *qué* y no por el *cómo*: no considera que cada uno de nosotros piensa y procesa la información en diferente forma. Algunas personas visualizan fácil y claramente, otras tienen dificultad para producir una imagen visual clara. El pensamiento lineal, analítico, es fácil para algunas personas, pero difícil para otras.[14]

Una de las acciones que puede realizar el maestro es la de identificar en sus alumnos cómo aprenden y resuelven problemas en lo individual, cómo desarrollan el uso correcto de sus operaciones cognitivas, tales como la captación, la memoria, la evaluación, la producción convergente y divergente. Por otra parte, es fundamental que los alumnos conozcan sus estilos de aprendizaje[15] y desarrollen la consciencia de sus propios procesos de pensamiento, de modo que con mayor autonomía elijan sus estrategias de aprendizaje. Entre mayor sea el número de herramientas de pensamiento y aprendizaje que demos al alumno, mayor será su posibilidad de éxito.

El trabajo cerebral simultáneo asegurará la transferencia de significados cognitivos a otras áreas y situaciones. Se deben desarrollar actitudes de confianza en sí mismo, de autoestima y de motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas.

EL EMPLEO DE MODELOS CONCRETOS PARA EL APRENDIZAJE DE CONCEPTOS ABSTRACTOS

Uno de los recursos que se puede utilizar para estimular en forma deliberada la participación intensa de ambos *hemisferios cerebrales* en el aprendizaje de las matemáticas consiste en asociar los conceptos matemáticos abstractos con situaciones o hechos concretos. Los siguientes ejemplos ilustran esta posibilidad para algunos conceptos tomados del cálculo vectorial, los cuales se relacionan con fenómenos físicos comunes y bien conocidos por cualquier persona.

Un *campo vectorial* en R^n es una función $\mathbf{F}: A \subset R^n \rightarrow R^n$ que asigna a cada punto $\mathbf{x}$ en su dominio A, un vector $\mathbf{F}(\mathbf{x})$.[16]

El concepto de *campo vectorial* se ilustra gráficamente en los casos en que n = 2 ó n = 3, seleccionando algunos puntos del dominio de la función, y trazando a partir de cada uno de ellos una flecha que represente al vector asociado con ese punto por medio de la función.

---

[14] Op. Cit., Kasuga, p. 34.

[15] *Inventario de BARCH*. Instrumento psicopedagógico, autoaplicable, que nos permite identificar nuestro estilo de aprendizaje.

[16] Marsden, J. E. y Tromba, A. J., Cálculo Vectorial, Tercera Edición, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, Delaware, 1991, p. 211.

Por ejemplo, para el *campo vectorial* en R^2 dado por la expresión F(x, y) = xi + (x + y)j se tiene que el vector asociado con el punto (1, 1) es

$$F(1, 1) = (1)i + (1 + 1)j = i + 2j .$$

En la tabla 1 se presentan los vectores asociados con varios puntos del dominio de este *campo vectorial* y en la figura 3 se muestra su representación gráfica. La figura 4 ilustra la representación gráfica del campo vectorial en R^3: F(x, y, z) = xj .

Tabla 1. Algunos valores del campo vectorial F(x, y) = xi + (x+y)j.

(x, y)	F(x, y)
(-1, -1)	- i - 2j
(1, -1)	i
(-1, 1)	- i
(1, 1)	i + 2j

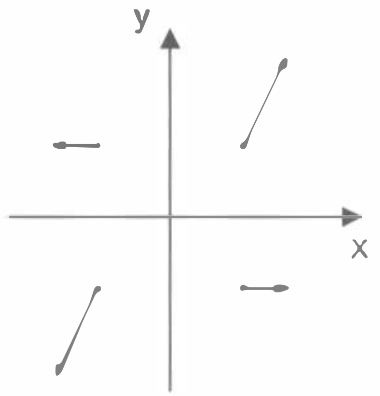


Figura 3. Representación gráfica del campo F(x, y) = xi + (x+y)j.

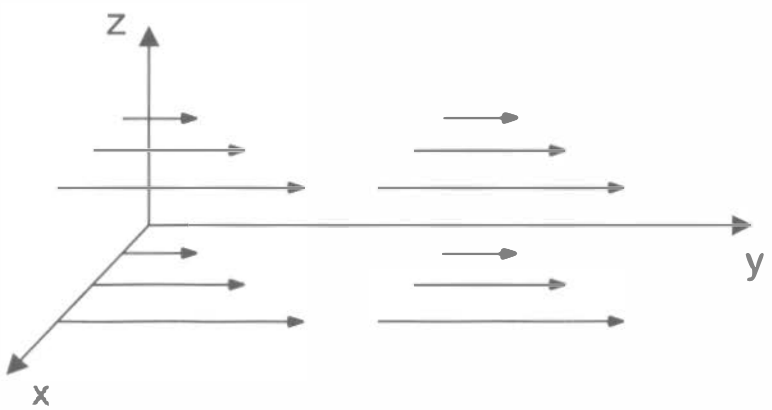


Figura 4. Representación gráfica del campo F(x, y, z) = xj.

La representación gráfica de un *campo vectorial* constituye la asociación de una imagen concreta con el concepto abstracto de *campo vectorial*. Esta noción se puede asociar además con el concepto físico de un *campo de velocidades* que se maneja en la mecánica de fluidos. Así, por ejemplo, la distribución de velocidades en la superficie del agua que fluye a través de un canal (figura 5) se puede representar analíticamente por medio de un campo vectorial en el plano x-y.

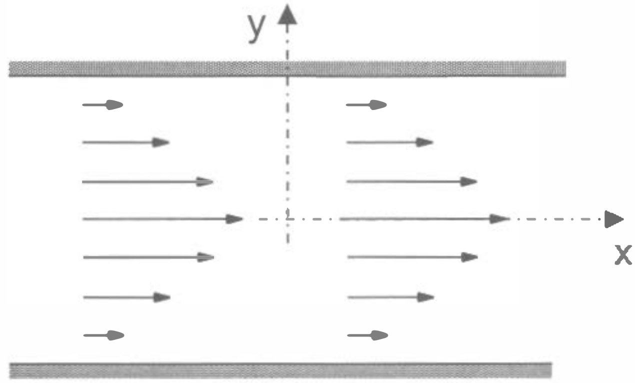


Figura 5. Campo de velocidades en la superficie del agua, en un canal.

La variación de la velocidad del agua en un canal, con la profundidad, se puede estudiar experimentalmente con ayuda del molinete hidráulico que se representa de manera esquemática en la figura 6. Impulsada por la velocidad del líquido, gira la hélice y, al hacerlo, envía señales luminosas a un contador que se halla dentro del cuerpo fuselado del instrumento. Una vez calibrado, éste indica la velocidad del líquido en el punto en que se encuentra colocado, cuya profundidad se determina con ayuda de la barra graduada que le sirve de soporte. La distribución de velocidades, como la que se muestra en la figura 7, se puede modelar analíticamente mediante un *campo vectorial* en el plano x-z.

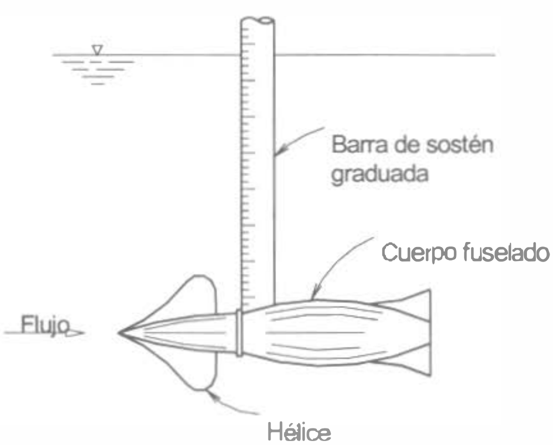


Figura 6. Molinete hidráulico.

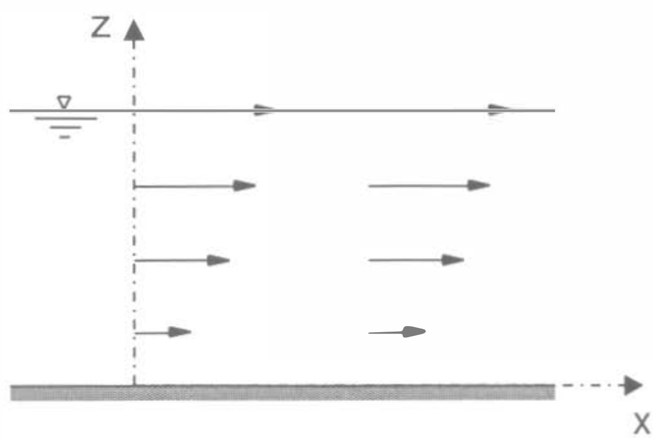


Figura 7. Campo de velocidades en una sección longitudinal de un canal.

El rotacional de un *campo vectorial* es otro concepto al que se puede dar una interpretación física sencilla. Si **F** es un campo vectorial en R^3, definido en coordenadas cartesianas por medio de una expresión del tipo:

$$F(x, y, z) = F_1(x, y, z)\,\mathbf{i} + F_2(x, y, z)\,\mathbf{j} + F_3(x, y, z)\,\mathbf{k}\,,$$

con primeras derivadas parciales continuas, el rotacional de **F**, que se denota por rot **F**, se define como sigue:

$$\mathrm{rot}\mathbf{F} = \left(\frac{\partial F_3}{\partial y} - \frac{\partial F_2}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial F_1}{\partial z} - \frac{\partial F_3}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y}\right)\mathbf{k}\,.$$ [17]

Esta definición es válida también para *campos vectoriales* en R^2. En este caso se toma $F_3(x, y, z) = 0$ y se aplica la definición anterior.

Si el *campo vectorial* F representa el campo de velocidades de un fluido, el rotacional de **F** representa la *vorticidad* de dicho campo, en el sentido que ilustra el ejemplo siguiente.

Sea $\mathbf{F}(x, y) = \left[1 - (y - 4)^2 / 16\right]\mathbf{i}$, para $0 \le y \le 8$, el campo de velocidades, en m/s en la superficie del agua que fluye por un canal recto de 8 m de ancho. (Véase la figura 9, más adelante).

La tendencia de un *campo de velocidades* como éste a formar vórtices o remolinos (vorticidad) se puede explorar experimentalmente con la ayuda de un pequeño rodete flotador (por ejemplo, de corcho), como el que se presenta en la figura 8. Cuando éste se coloca en algún punto sobre la superficie del agua del canal, la rotación del rodete es un indicador de la vorticidad del flujo en ese punto.

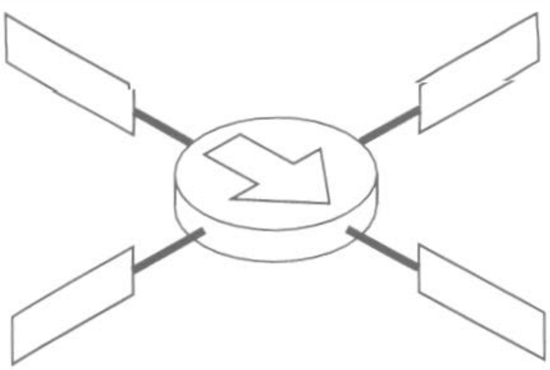


Figura 8. Rodete para explorar la voticidad de un flujo.

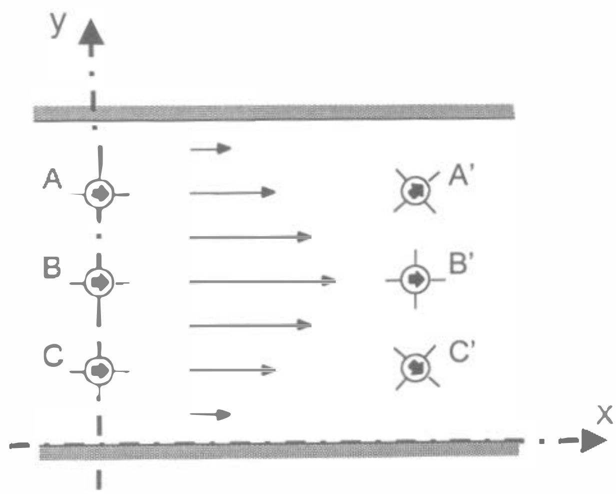


Figura 9. Exploración de la vorticidad del flujo en un canal por medio de un rodete flotador.

[17] Op. Cit., Marsden y Tromba, p. 220.

La figura 9 representa el *campo de velocidades* F(x, y) en el canal de nuestro ejemplo. No es difícil prever que si el rodete se coloca en algún punto del centro del canal, como el B de la figura, y se le deja mover llevado por la corriente, el rodete se desplazará a lo largo del eje x, sin rotar, debido a la simetría lateral de las velocidades que impulsan sus aspas. En cambio, si el rodete se coloca en puntos como el A o el C, el desplazamiento del instrumento hacia los puntos A' y C' irá acompañado de una rotación en sentido antihorario y horario, respectivamente, como se indica en dicha figura.

Los resultados anteriores, producto de la inspección cualitativa de la distribución de velocidades en el esquema del campo, son congruentes con los valores de rot F en los puntos A, C y E, calculados a partir de la expresión analítica de **F**(x, y) y la definición del *rotacional*. La tabla 2 resume estos resultados, junto con nuestras observaciones cualitativas acerca de la vorticidad, las cuales constituyen una interpretación física concreta del concepto matemático de *rotacional*.

Tabla 2. Comparación de los valores del rotacional para un campo de velocidades, con la vorticidad previsible de éste.

Punto	rot F(x, y) = [(y - 4) / 8] **k**	***Vorticidad (Rotación del rodete)***
A (0, 6)	(1/4) **k**	En sentido antihorario
B (0, 4)	**0**	No hay
C (0, 2)	-(1/4) **k**	En sentido horario

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE QUE INVOLUCRA EL FUNCIONAMIENTO SIMULTÁNEO DE LOS DOS *HEMISFERIOS CEREBRALES*

Otra de las ideas que proponemos se refiere a la importancia del proceso de resolución de problemas, para propiciar el desarrollo de habilidades intelectuales que involucran a los dos *hemisferios cerebrales*. Recordemos que desde el punto de vista neurofisiológico, mientras más interconexiones neuronales se produzcan en el proceso de aprendizaje, éste será más sólido y significativo para el individuo.

Para resolver un problema, es necesario primero leer detenidamente su enunciado, y entender a plenitud qué es lo que se solicita. Aquí interviene más que nada el *hemisferio izquierdo*. Posteriormente, es muy recomendable plasmar con figuras y dibujos los conceptos principales involucrados, con lo que puede lograrse la concretización de las ideas. Esta actividad corresponde al *hemisferio derecho*. Enseguida, se buscan las posibles soluciones y estrategias para resolverlo, hasta encontrar el procedimiento más adecuado; en este proceso intervienen los dos *hemisferios*.

Los estudios de A. Gervais[18] confirman la participación de ambos *hemisferios* durante la resolución de problemas matemáticos. Es por ello que consideramos muy conveniente incidir en el tratamiento de las estrategias para la resolución de problemas, en aras de obtener un aprendizaje más sólido de las matemáticas.

[18] Gervais A., Complex Math for a Complex Brain, Science News 121, enero 1982.

Exponer claramente en clase cómo se resuelve un determinado problema, no es suficiente para lograr que el alumno aprenda a resolver problemas similares. Aquí podemos citar a O. Riverón y otros[19], quienes afirman que:

> "Muchos docentes presentan a los estudiantes un contenido acabado, con el cual esperan que ellos usen ese conocimiento para encontrar la solución de los problemas propuestos. Se asume que los alumnos, luego de conocer dicho contenido, están capacitados para resolver diversos problemas. La realidad es que muchos de ellos tienen dificultades en la aplicación de los contenidos estudiados."

Con base en lo anterior, consideramos que para aprender a resolver un problema por si mismo, es necesario que el estudiante:

a) identifique el uso de una estrategia en particular;

b) discuta la estrategia detalladamente de manera descriptiva; y

c) logre un apropiado grado de entrenamiento para su uso.

Algunas estrategias de aprendizaje que podrían coadyuvar al desarrollo de algunas habilidades para resolver problemas en los alumnos, son las siguientes:

a) resolver problemas nuevos en clase, con objeto de mostrar a los estudiantes las decisiones tomadas durante el proceso de su resolución;

b) propiciar el intercambio de ideas entre estudiantes a la hora de resolver problemas en clase, con la finalidad de discutir la destreza y deficiencias mostradas por ellos en dicho proceso; el profesor debe proveer algunas direcciones que sean de valor para la discusión;

c) dividir la clase en pequeños grupos que discutan los problemas; el papel del profesor es elaborar preguntas que ayuden a los estudiantes a reflexionar en lo que están haciendo.

Por otro lado, conviene hacer notar que el proceso de resolución de problemas está íntimamente ligado al concepto de creatividad. M. Rodríguez[20] menciona que en el proceso innovador se requiere desarrollar las siguientes fases:

i) Fase lógica

    Formulación del problema
    Recopilación de datos
    Búsqueda de soluciones

ii) Fase intuitiva

    Medida
    Maduración y aclaración
    Iluminación

iii) Fase crítica

    Examen del descubrimiento
    Verificación

---

[19] Riverón P. O., Martín A. J. A. y González C. L., Resolución de problemas: una alternativa didáctica en el aprendizaje de las Matemáticas, p. 3.

[20] Rodríguez E. M., Creatividad para resolver Problemas. Principios y Técnicas, Pax México, México, 1997, pp. 8-9.

Según el mismo autor, la fase intuitiva es la más importante, pues no es difícil encontrar gente capacitada en el desarrollo de las fases lógica y crítica, en las cuales se requiere que el individuo lleve a cabo sistemáticamente las actividades mencionadas arriba, pero pocos son capaces de lograr la *iluminación* que es la culminación de la fase intuitiva.

Con base en lo anterior, para enseñar a resolver problemas, es importante incidir en la formación de la habilidad de aprovechar las fuerzas del inconsciente, como podemos constatarlo en el discurso de M. Rodríguez[21] con respecto a la iluminación, quien afirma que es una etapa íntimamente ligada con la incubación de ideas, la cual implica:

> ". . . la digestión inconsciente de las ideas; es un periodo silencioso, aparentemente estéril, pero en realidad de intensa actividad; . . .".

Para alcanzar la iluminación durante la resolución de un problema, proponemos un procedimiento más o menos fácil de ponerlo en práctica, que consiste en proponerse con claridad los objetivos y analizar los detalles inherentes a dicho problema durante un intervalo de tiempo reducido, y luego "abandonarlos en el humus de la psique". Luego de este proceso, que corresponde justamente a la incubación, el inconsciente trabaja sobre el problema sin necesidad de hacerlo conscientemente, y cuando encuentra la solución, lo comunica al consciente. Es en ese momento cuando se da la iluminación. Es muy importante alternar la meditación con periodos de relajamiento, y saber "parar la máquina y desenchufarla".

Consideramos que la idea de *aprender divirtiéndose* puede aplicarse en este caso con la ejecución de algunos videojuegos para computadora, como el *Buscaminas* y el *Soko-ban*, que propician la formación de habilidades intelectuales de implicación geométrica y lógica a la vez, y que pueden generar el aprendizaje del establecimiento de estrategias para la resolución de problemas.

Aquí creemos conveniente mencionar la importancia que tienen ciertos juegos, como los arriba citados, y el deporte para el desarrollo intelectual, y los cuales están subestimados por la mayoría de las personas, y que incluso llegan a pensar que perjudican al aprendizaje académico. Como comentamos anteriormente en la fundamentación de esta ponencia, una buena condición física incide en una mejor oxigenación de las células cerebrales, lo cual a su vez facilita la producción de conexiones sinápticas en el cerebro, de tal manera que prepara al individuo para llevar a cabo una actividad intelectual intensa, además de incidir en el incremento de su poder de concentración.

Para propiciar la aplicación práctica de las habilidades de resolución de problemas en nuestros alumnos, proponemos que en las tareas y los ejercicios que les encargamos, incluyamos problemas novedosos que requieran algún pequeño proceso creativo, y no sólo dejarles muchos problemas del mismo tipo, los cuales propician en ellos una mecanización de los procedimientos de resolución. Aquí no queremos dar a entender que esté mal dejar este último tipo de tareas, sino que deseamos hacer notar que lograr el equilibrio entre ejercicios rutinarios y creativos, es lo más adecuado para el aprendizaje de las matemáticas por parte de nuestros alumnos.

SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS APLICADOS A CONCEPTOS REALES

Muchos de los conceptos matemáticos que el estudiante de ingeniería debe aprender, encuentran su aplicación en el análisis y modelado de problemas físicos. Estos proporcionan interpretaciones concretas de los conceptos matemáticos abstractos, y su consideración en los cursos de matemáticas puede ser un recurso didáctico valioso, de acuerdo con la propuesta de esta ponencia.

---

[21] Rodríguez E. M., Manual de Creatividad. Los procesos psíquicos y el desarrollo, Trillas, México, 1987, pp. 40-41.

Para que este objetivo se cumpla, sin embargo, los problemas deben seleccionarse cuidadosamente a fin de que reúnan los siguientes requisitos:

a) hallarse lo suficientemente próximos a las vivencias del estudiante, quien probablemente no ha cursado aún las materias de física del nivel licenciatura;

b) no requerir para su explicación y comprensión un tiempo y un esfuerzo tan grandes que se corra el riesgo de perder de vista el tema central del curso, esto es, las matemáticas.

No se debería confundir el objetivo que tiene en nuestra propuesta el abordar aplicaciones físicas. Éste es, simplemente, el de estimular el *hemisferio derecho* del cerebro para facilitar el aprendizaje de las matemáticas. No se trata, en modo alguno, de adelantarse a los cursos de física o de ciencias de la ingeniería. Ese no es el objetivo.

Entre las aplicaciones físicas sencillas que se prestan para apoyar el aprendizaje, por ejemplo de los temas de cálculo vectorial, se citan a continuación.

- Densidades lineales, superficiales y volumétricas de masa y de carga eléctrica, y distribuciones de temperatura (funciones reales de varias variables).
- Ecuación de movimiento de una partícula (funciones vectoriales de una variable real).
- Campos de velocidades y de fuerza gravitacional, eléctrica o magnética (campos vectoriales).
- Trabajo y energía de una partícula (integrales de línea).
- Centroides, momentos de inercia, y empujes hidrostáticos (integrales dobles y triples).
- Flujo volumétrico y gasto másico (integrales de superficie).

De igual manera, consideramos que se pueden encontrar aplicaciones similares a las anteriores para otras asignaturas de matemáticas.

EMPLEO DE LA COMPUTADORA COMO ELEMENTO AUXILIAR PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Una de las tecnologías que más auge ha tenido en los últimos años es el de la computadora personal. Año tras año, los equipos de cómputo van mejorando sustancialmente, al incrementar su velocidad de procesamiento y su capacidad de almacenamiento; los programas de aplicación son cada vez más versátiles e interactivos, y cada vez resuelven mejor las necesidades de los usuarios. La red internacional de información, o *Internet*, como se le conoce más comúnmente, está presente cada vez con mayor frecuencia en nuestras labores académicas.

Ante esta situación, podríamos llegar a la conclusión de que el futuro de las instituciones de educación superior dependería de su capacidad de explotar la tecnología de cómputo para la docencia. Desde nuestro punto de vista particular, esta conclusión es errónea. Creemos que la computadora no podrá sustituir la labor de un buen profesor, al menos en el mediano plazo. Consideramos que el aprendizaje de las habilidades y las actitudes por parte del alumno, no lo podrá propiciar una máquina mejor de como lo puede efectuar un profesor medianamente consciente de su labor docente.

Lo que sí se puede aprovechar muy bien, es la capacidad que tienen las computadoras para realizar operaciones repetitivas muy rápidamente, y la facilidad con que pueden dibujar gráficas. Estas características pueden emplearse con bastante eficacia para la visualización de algunos conceptos matemáticos, que difícilmente podría realizarse en el pizarrón.

Por ejemplo, el concepto de aproximación funcional por medio de polinomios de Taylor, puede entenderse muy bien con el auxilio de una computadora personal y el programa MatLab. En la figura 10 se muestran cuatro gráficas en las que se ilustran la función **y = cos(x)** junto con el polinomio de grado **n** que mejor se le ajusta en el punto **x = p/2** . Se puede observar que en la medida en que crece el orden del polinomio, en esa misma medida éste se parece más a la función original.

Para este caso particular, el polinomio de Taylor es de la forma:

$$p(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^i}{(2i-1)!}(x-\frac{\pi}{2})^{2i-1},$$

expresión que es muy engorrosa evaluar para valores de n más o menos grandes, y más aun el dibujar su gráfica correspondiente.

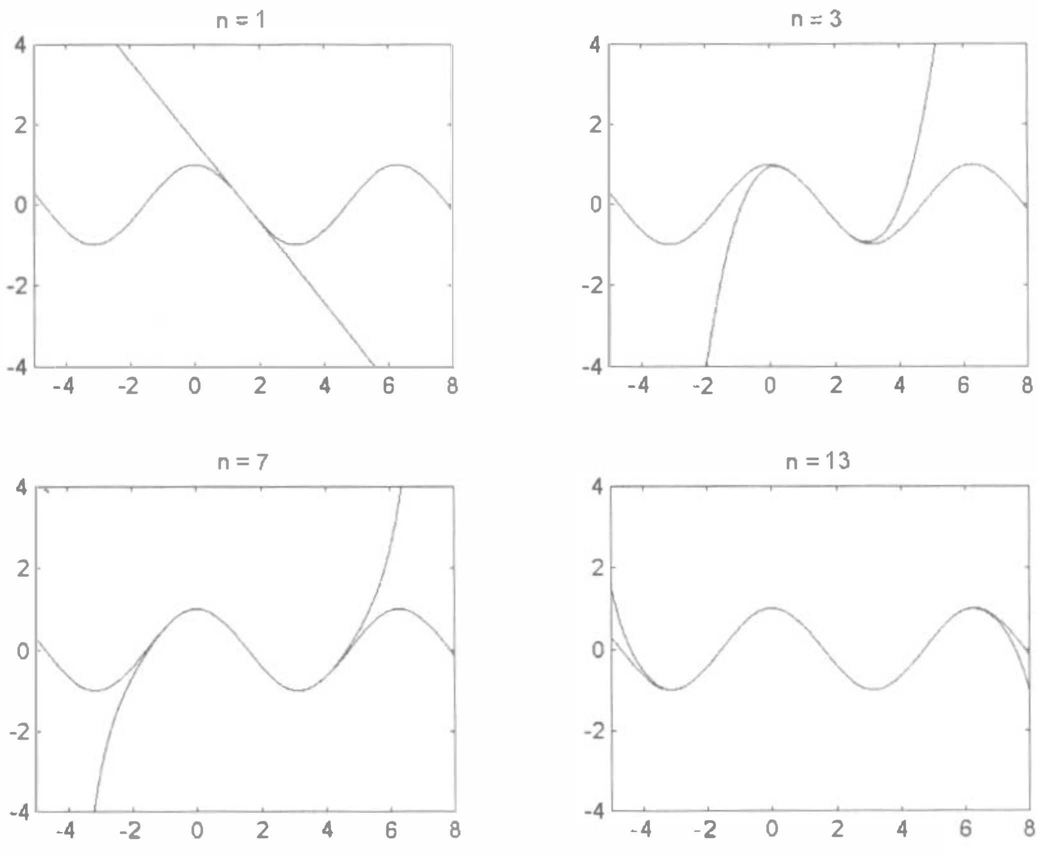


Figura 10. Gráficas comparativas de la función **y = cos(x)** y los respectivos polinomios de Taylor de grado n , obtenidos con MatLab.

Queremos hacer énfasis en que la visualización de conceptos corresponde a una operación mental del *hemisferio derecho*, lo cual se complementa muy adecuadamente a la abstracción que implica la idea de la aproximación funcional mencionada, cuyo tratamiento se lleva a cabo básicamente en *el hemisferio izquierdo* del cerebro. Con esto, deseamos reforzar la idea de la importancia que tiene el funcionamiento simultáneo de ambos *hemisferios cerebrales* para el aprendizaje de la matemática.

CONCLUSIONES

En el nivel Educativo Superior continuamos enseñando matemáticas en forma tradicional. Consideramos que los estudiantes deben realizar la abstracción propia de los conceptos matemáticos casi de manera *natural*, y olvidamos que algunos alumnos no han logrado esa madurez intelectual, lo cual tiene como resultado la incapacidad de aprender los contenidos matemáticos y la realización de las operaciones matemáticas.

Aun cuando ambos *hemisferios cerebrales* intervienen en el aprendizaje de las matemáticas, como en cualquier otro aprendizaje, a menudo los procedimientos que se emplean en su enseñanza únicamente estimulan de manera deliberada a uno de los dos: el izquierdo. Existen evidencias de que la estimulación simultánea de ambos *hemisferios* facilita y vuelve más eficiente el proceso de aprendizaje.

Si queremos estimular a los alumnos con la enseñanza de las matemáticas para un aprendizaje significativo, debemos pensar en una estrategia que permita la ejercitación de ambos *hemisferios cerebrales* en los estudiantes.

Una forma para corregir las dificultades de comprensión, y por lo tanto de aprendizaje de las matemáticas, es a través de demostraciones y ejercicios que involucran tanto al razonamiento lógico como a la imaginación, así como analogías y representaciones físicas que estimulan los diferentes canales de aprendizaje del alumno.

Para propiciar en los alumnos la formación de habilidades en la resolución de problemas, es importante mostrarles las estrategias que intervienen para ello, dedicando tiempo a su discusión y a su aplicación por parte de ellos, hasta que logren un cierto grado de dominio.

El deporte es una actividad importante que se debe considerar en todo método de aprendizaje holístico. Prepara al individuo para la realización de esfuerzos intelectuales intensos, y mejora su poder de concentración.

Existen diversas actividades que permiten estimular ambos *hemisferios cerebrales* durante el proceso enseñanza - aprendizaje. En esta ponencia hemos descrito algunos de ellos a manera de ejemplo, pero hay más y, desde luego, se pueden generar muchos más, tantos como la creatividad y el ingenio del profesor sean capaces de producir.

Por lo que se refiere a la computadora, es imprescindible enfatizar que ésta no podrá sustituir la labor del profesor en el trabajo docente ni relevar al alumno de la necesidad de pensar. La utilización de la tecnología de cómputo no debe ser el elemento central de aprendizaje, sino una herramienta para la realización de operaciones repetitivas, siempre teniendo en cuenta que el fundamento de dichas operaciones debe ser asimilado previamente por el alumno.

BIBLIOGRAFÍA

1. Chusid Joseph G. y McDonal J.J., Neuroanatomía Correlativa y Neurología Funcional, Ed. El Manual Moderno, México, 1968.
2. Gardner Howard, Estructuras de la Mente. La Teoría de las Inteligencias Múltiples, Segunda Edición, Ed. Fondo de Cultura Económica, México, 1993.
3. Ganong William F., Fisiología Médica, Tr. Guillermo Aguiano, Ed. El Manual Moderno, México, 1976.
4. Higashida H. Berta Y., Ciencias de la Salud, Segunda Edición, Ed. McGraw-Hill, México, 1994.
5. Kasuga Linda, Gutiérrez de Muñoz C. y Muñoz H., Aprendizaje Acelerado, Ed. Tomo, S.A., México, 1998.

6. Marsden J. E. y Tromba A. J., Cálculo Vectorial, Tercera Edición, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, Delaware, 1991.

7. Piaget Jean, Problemas de Psicología Genética, Ed. Ariel, Barcelona, 1976.

8. Riverón P. O., Martín A. J. A. y González C. I., Resolución de problemas: una alternativa didáctica en el aprendizaje de las Matemáticas.

9. Rodríguez E. M., Creatividad para resolver Problemas. Principios y Técnicas, Pax México, México, 1997.

10. Rodríguez E. M., Manual de Creatividad. Los procesos psíquicos y el desarrollo, Trillas, México, 1987.

--- o ---

La Enseñanza de la Matemática en las Escuelas y Facultades en la UNAM. Lo que es y lo que debe ser

Luis Ramírez Flores
Escuela Nacional de
Estudios Profesionales Aragón

INTRODUCCIÓN

"Siempre hay gente que asemejándose a los escolásticos medievales, empieza la enseñanza con las ideas más generales defendiendo este método como si fuera únicamente científico. Entre tanto esta sugerencia tampoco es cierta, pues, enseñar científicamente significa instruir a un ser humano a pensar científicamente y no aturdirlo desde el mismo principio con una sistematización fría aunque tuviera ésta el aspecto científico".

Félix Klein (1849-1922)

En mi experiencia personal como docente de esta institución y particularmente al serlo en las carreras de ingeniería mecánica y computación, observo tendencias muy marcadas al enseñar la matemática. Por un lado tenemos que un buen número la enseña en una especie de "empirismo", si es que vale esta expresión. Por el otro tenemos uno reducido que la ve desde el formalismo extremo "Definición-Teorema-Demostración", pocos, de verdad pocos en una situación intermedia.

Se nos olvida que debe existir un punto de equilibrio pues la historia nos dice que nunca los extremos han sido buenos. Deseo, entonces, centrar mi atención en lo más común, lo que ocurre en la mayoría de los casos.

En general, repito, se enseña la matemática a partir de reglas a manera de recetas de cocina, con lo cual la creatividad es cercenada sin dejar oportunidad de desarrollar la intuición que llevaría a nuestros alumnos a la madurez intelectual. Como consecuencia, y con esquemas similares en las otras asignaturas de la currícula, nos encontramos con un panorama desolador. Nuestros alumnos son inseguros al aplicar los ricos conocimientos que se debían adquirir en la carrera. Después de todo qué debería ser un ingeniero, sino alguien con la capacidad para resolver los problemas que la sociedad le plantea.

Considero, como principio básico, que nuestros docentes, debían tomar lo anterior en consideración de manera seria. Hay un refrán que con frecuencia menciono a mis alumnos, este vale también para el caso "cuando tu puedas explicar un concepto con palitos y bolitas, es en esa medida, que tú has entendido dicho concepto, si no es así, significa que tú tampoco lo has aprendido correctamente".

¿Pero qué ocurre en una clase con el profesor, según mi punto de vista?

El profesor es de matemáticas, la clase de álgebra, el tema raíces de un polinomio, caso tercer grado.

Considere la ecuación:

$$x^3 - 3x^2 - 5x + 7 = 0$$

Observando el término independiente (7), sus divisores enteros son ± 1 y ± 7, como las raíces enteras, si las tiene, son divisores del término independiente, se procede vía, ensayo-error, ver cual de ellos es raíz. Calculando, vemos que $x = 1$ es raíz, luego $x - 1$ es factor, al dividir $x^3 - 3x^2 - 5x + 7 = 0$ por $x - 1$, se obtiene $x^2 - 2x - 7$, resolviendo esta ecuación de segundo grado, se obtienen las raíces $x = 1 + \sqrt{8}$ y $x = 1 - \sqrt{8}$, con lo cual el problema está resuelto.

Alguien va un poco más lejos, y aplica el algoritmo de Tartaglia-Cardano:

$$x^3 - 3x^2 - 5x + 7 = 0$$

Haciendo el cambio de variable $x = y - {-3}/{3} = y + 1$, para obtener un polinomio de tercer grado que carezca del término cuadrático, se obtiene:

$$y^3 - 8y = 0$$

Cuyas raíces son $y = 0, \sqrt{8}, -\sqrt{8}$, al sustituirlas en $x = y + 1$, se obtienen nuevamente las raíces ya conocidas.

Con esto ya pueden resolver cualquier ecuación de tercer grado. Hagan el mayor número de ejercicios seguro uno de estos viene en el examen ...

Otro profesor, matemáticas, la clase ecuaciones diferenciales, el tema, ecuaciones diferenciales de primer orden y de variables separables.

Considere la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = y(1 - y)$$

Se desea encontrar la solución general.

Como se "ve" claramente ésta es del tipo mencionado, luego

$$\frac{1}{y(1-y)} = \frac{1}{y} + \frac{1}{1-y}$$

Y entonces

$$\int\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{1-y}\right)dy = \int dx$$

De donde, después de algunos pasos

$$y = \frac{c}{e^{-x} + c}$$

Ahora resuelvan, las que vienen en la guía de manera análoga. Veamos ahora ecuaciones diferenciales de primer orden no homogéneas ... (Tema visto)

¿y?

Después las van a aplicar en otras asignaturas. Después , Después, ..., ¿cuándo?

Yo creo, que deben plantearse los problemas desde otra perspectiva. Por ejemplo, para el primer profesor:

Una esfera de dos pies de diámetro está hecha de un tipo de madera. Un pie cúbico de la cual pesa dos tercios de lo que pesa un pie cúbico de agua (gravedad especifica). Encuentre con cuatro decimales la profundidad ***h***, a la cual flota la esfera en agua tranquila.

En principio, hacer un dibujo que muestre la situación, después narrar la frase "Eureka" de Arquímedes[1], así como una semblanza del mismo, posteriormente explicar porqué usando volúmenes de sólidos de revolución, se obtiene que el volumen de la porción sumergida se da según:

$$Vx = \pi \int_0^h \left(2rx - x^2\right)dx = \pi h^2\left(r - \tfrac{1}{3}h\right)$$

Con lo cual

$$\pi h^2\left(r - \tfrac{1}{3}h\right) = \tfrac{4}{3}\pi(1)^3\,\tfrac{2}{3}$$

Es decir

$$h^3 - 3h^2 + \frac{8}{3} = 0$$

Obviamente, los métodos explicados antes, son poco prácticos, entonces se debe recurrir al algoritmo de Newton-Rapson (se debe explicar como llegar a dicho algoritmo). Aplicándolo, tenemos:

$$h_{n+1} = h_n - \frac{h_n^3 - 3h_n^2 + \tfrac{8}{3}}{3h_n^2 - 6h_n} \qquad h_0 = ?$$

[1] Principio de Arquímedes: Sobre un cuerpo sumergido en un líquido, como resultado de la presión hidrostática actúa una fuerza que va dirigida verticalmente hacia arriba, y cuya magnitud es igual al agua que desaloja el cuerpo.

Debe explicarse, porqué se deben dar condiciones iniciales razonables.

Tomando $h_0 = 1.5$, se obtienen tres raices, -0.8339, 1.2260 y 2.6069 pies. Claramente se tienen que discutir los resultados y escoger el apropiado, es decir, explicar que significa excluir la primera y tercera y porque es razonable la segunda. Pero no acaba el problema, supongamos ahora que la densidad de la madera es a, con $0 \leq a \leq 1$. ¿Qué sucede si ?, ¿Qué si $a = 0$?, ¿Qué si $a = 1$?, etc. Simulando con computadora. ¿Vale el proceso inverso?, ¿Ayudará a construir flotadores para tinácos?, etc.

Veamos una alternativa para el segundo profesor:

Cuando una población grande tiene un crecimiento no controlado (hay espacio y comida suficientes), es adecuado el modelo de Malthus. Sin embargo si una parte de la población es "eliminada" o hay disminución en la comida, el crecimiento exponencial no es válido, es decir, falla el modelo.

$$\frac{dP(t)}{dt} = aP(t), \; P(t) = P_0 \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; \textbf{(1)}$$

Pues la tasa de crecimiento de la población empieza a decrecer, cuando la población es grande. La manera de tomar en cuenta esta posibilidad, es agregar un segundo termino en la ecuación **(1)**. Este término debe tener solamente un efecto pequeño, cuando la población es pequeña, debe hacer decrecer la tasa de crecimiento cuando la población es grande. Esto es:

$$\frac{dP(t)}{dt} = aP(t) - \varepsilon P^2(t), \; P(t) = P_0 \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; \textbf{(2)}$$

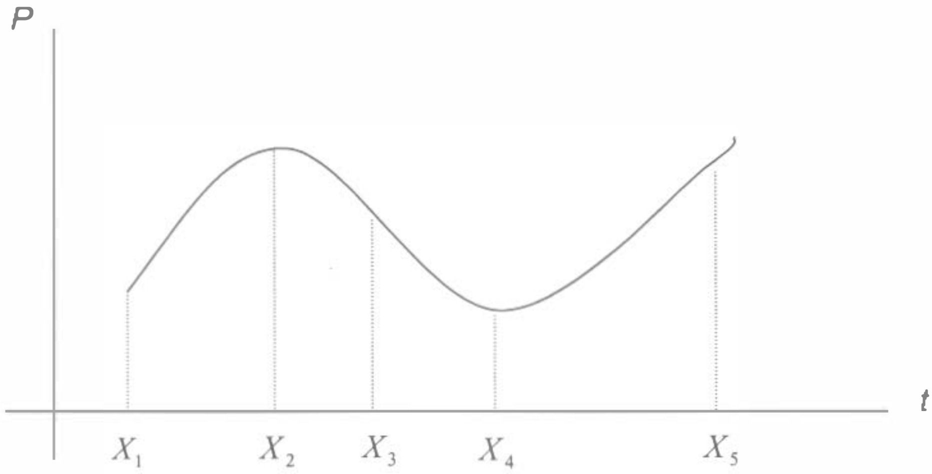
donde a y ε son constantes positivas. Normalmente ε es mucho más pequeña que a, (de donde a/ε es grande) y $P_0 < a/\varepsilon$. Esta ecuación **(2)**, es llamada ecuación logística.

La ecuación **(2)** la podemos rescribir como:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - \varepsilon P), \; P(t) = P_0$$

comparándola con la ecuación diferencial, vemos la semejanza.

Es necesario hacer notar, que no siempre es posible integrar ecuaciones diferenciales, es decir, no siempre se puede encontrar una forma cerrada, en otras no se puede despejar a la variable dependiente, y en otras, es más interesante, graficar en lo que se conoce como espacio fase. Para ello hay que recordar la interpretación geométrica de la primera y segunda derivada de una función derivable. Veamos la gráfica siguiente.



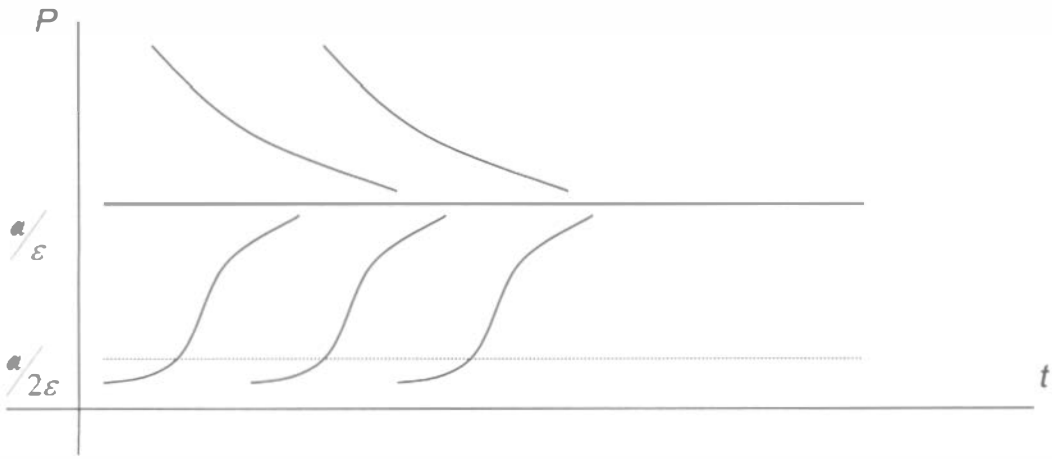
En (X_1, X_2), $P' > 0$, $P'' < 0$, en $X_2; P' = 0$

En (X_2, X_3), $P' < 0$, $P'' < 0$, en $X_3; P'' = 0$

En (X_3, X_4), $P' < 0$, $P'' > 0$, en $X_4; P' = 0$

En (X_4, X_5), $P' > 0$, $P'' > 0$

Aplicando esta técnica a la ecuación **(2)** se obtiene:



Analizando la gráfica se obtiene información muy interesante, como por ejemplo que en $P = a/\varepsilon$, tenemos un punto de equilibrio, que es asintóticamente estable, este también se le llama población límite (lo que permite el medio). En la actualidad, se publican muchos artículos donde se sigue investigando, (atractores extraños, caos, fractales, etc.) "todo un garbanzo de a libra".

Pero este modelo no termina, con poblaciones. En mecánica de filuidos, ecuaciones como la (2) rige la evolución de una pequeña perturbación y persiste P en flujo laminar de un fluido. Por ejemplo, si se cumple dicha ecuación, en ciertas condiciones, entonces se amortigua la perturbación y persiste el flujo laminar. En caso contrario, la Perturbación crece y el flujo laminar se fragmenta en uno turbulento. Y a/ε se le llama amplitud crítica (aquí esta inmersa otra teoría matemática, catástrofes). Los investigadores desean mantener el nivel de perturbación en un túnel de viento lo suficientemente bajo de modo que se puedan estudiar el flujo laminar sobre un perfil aerodinámico.

En resumen, en la enseñanza de la matemática en las carreras de ingeniería nos debe interesar como docentes los siguientes aspectos:

1. Pocos conceptos de calidad en lugar de muchos carentes de ella.
2. Buscar problemas a manera de introducción de conceptos donde se puedan mencionar aspectos como:
   a) Historia del problema.
   b) Personajes involucrados en su solución.
   c) Anécdotas, si las hay, con relación al problema.
   d) Aplicación concreta.
   e) Semejanza con otros modelos.
   f) Bibliografía afín.
3. A partir del análisis matemático encontrar la solución o soluciones atacando el problema desde diversos ángulos. Encontrando además los alcances y las limitaciones del mismo.
4. En la medida de lo posible señalar vías de investigación para una posible tesis profesional futura.
5. Aceptar las carencias y deficiencias que de manera natural surgieran tanto en lo personal como en el grupo pues debemos entender que esto es un proceso, es algo indivisible, es un todo, en fin ser concientes de que nuestras limitantes no necesariamente implican las de nuestros alumnos.
6. Entender y hacer entender que los fenómenos naturales son en extremo complejos y que en muchas ocasiones podemos usar una herramienta muy poderosa como lo es la computadora, pero es solo eso, una herramienta que facilita cálculos engorrosos.
7. Recomendar con frecuencia actividades artísticas y culturales predicando con el ejemplo.
8. VALENTÍA, HONESTIDAD Y HUMILDAD.

Deseo despedirme mencionando un párrafo de Franccesco Severi, en su libro Lecciones de Análisis Volumen II.

"...ya he dicho que el objeto es doble: Contribuir a conservar el nivel matemático de nuestros mejores técnicos para que la divina luz de la intuición, armada de poderosos medios abstractos, pueda iluminar las dificultades de la aplicación, por una parte y por la otra ganar para la ciencia pura alguna nueva energía que se salve de la temida decadencia, que más tarde habría de apoderarse también de la técnica".

Gracias.

--- o ---

PROPUESTA PARA UNA REESTRUCTURACIÓN DEL SISTEMA TRADICIONAL SEMESTRAL CON EL FIN DE QUE EL ALUMNO TENGA UN APROVECHAMIENTO MÁS EFECTIVO DE SUS ESTUDIOS

SARA RÍOS DORDELLY
SARA SÁNCHEZ SALINAS

Resumen

En este artículo se propone a la comunidad docente de la Facultad de Ingeniería reestructurar el sistema semestral tradicional. Se sugiere cambiarlo por uno de tiempo variable en donde la meta principal sea que el alumno tenga un aprovechamiento más efectivo de sus estudios. En el sistema tradicional, el cual se ha seguido inercialmente, el año escolar se divide en dos semestres, aunque, a decir verdad, recientemente ya no son dos sino casi tres los que se cursan en un año. Con esta medida parece ser que se quiere optimizar el tiempo, sin meditar que el aprovechamiento del alumno está disminuyendo considerablemente. La propuesta de un sistema de tiempo variable consiste en eliminar los semestres de tiempo rígido en los que, se termine de ver o no el programa de la asignatura el curso se da por concluido. El cambio será por asignaturas de tiempo variable que terminarán cuando el programa sea visto con cierto detalle y estudiado por completo. Esta propuesta implica que cada asignatura terminará a diferente fecha. Los más conservadores dirán que el tiempo de duración de las careras se extenderá, pero no! Si los estudiantes pueden seguir mejor un curso que se imparte con más detalle, ya no tendrán que repetir esas asignaturas que casi siempre son cursadas dos o más veces, de esta manera el tiempo total de permanencia en la facultad se reducirá y con la ventaja de que el estudiante terminará la carrera mejor preparado. Con esta medida se pretende mejorar el aprovechamiento del alumno y asi disminuir la deserción y el número de estudiantes reprobados. Esta es un propuesta que tiene que ser madurada aún más y quizás todavía no estemos totalmente preparados para llevarla a cabo de inmediato pero es momento de comenzar a pensar en el cambio.

INTRODUCCIÓN

Desde siempre en México, el sistema de enseñanza ha sido el de cursar un cierto número de materias en un periodo rígido de tiempo. En la UNAM, en las últimas décadas, este sistema tradicional se ha seguido inercialmente. El año escolar se divide en dos semestres por año, aunque, a decir verdad, recientemente ya no son dos sino casi tres los semestres que se cursan en un año. Con esta medida parece ser que se pretende optimizar el tiempo, sin importar que el aprovechamiento de los alumnos esté disminuyendo considerablemente. El resultado evidente de este sistema tradicional es que los estudiantes al terminar los créditos correspondientes de sus carreras se convierten en profesionistas con una preparación deficiente y un futuro incierto poco prometedor tanto para el egresado como para el país.

El concepto de extensión del programa está basado en el supuesto de que todo lo que se enseña se aprende y todo lo que se presenta si asimila, aseveración totalmente falsa (Rogers, 1983)

Los Objetivos que se persiguen al proponer este nuevo sistema son:

1.- Facilitar el aprendizaje del alumno.

2.- Mejorar el rendimiento del alumno.

3.- Disminuir la deserción de los estudiantes.

4.- Evitar que los alumnos se saturen de trabajo las dos últimas semanas de cada semestre.

5.- Disminuir el periodo real de terminación de la carrera.

Planteamiento del Problema

Un programa de estudios es una formulación hipotética de los aprendizajes, que se pretende lograr en una unidad didáctica de las que componen el plan de estudios. En todo programa es importante también considerar el tiempo que se cuenta para desarrollar el trabajo docente y las condiciones en que éste se llevará a cabo: "el programa escolar debe ser concebido como una propuesta mínima de aprendizajes relativos a un curso particular" (pansza et al, 1986).

La labor del profesor es propiciar experiencias significativas, asesorar, guiar y estimular al alumno para que logre dar la respuesta adecuada a esas experiencias que, transformando al estudiante, se conviertan en un aprendizaje (Moreno, 1990).

El profesor de cualquier asignatura se enfrenta a diversos problemas; uno de los cuales es que los alumnos no tienen adecuados hábitos de estudio, ni disciplina y por si fuera poco conocimientos deficientes de cursos previos. Todo esto debido en parte a que no es suficiente el tiempo con que se cuenta para ver los programas de algunas asignaturas.

Cuando los estudiantes llevan por primera vez una materia como Álgebra Lineal su desconcierto es tan grande debido a que están acostumbrados a mecanizar, lo cual no es aplicable en asignaturas que requieren de razonamiento, que puede llevarlos a decisiones tan drásticas como abandonar la carrera, la asignatura o simplemente a negarse a estudiarla, asumiendo entonces, una actitud totalmente apática, especialmente si se encuentra con un profesor que él considere "exigente". Estas reacciones se deben a que no hay suficiente tiempo para que los alumnos maduren los conceptos que se ven en clase.

Cada vez es más frecuente que los estudiantes de ingeniería terminen la carrera con una preparación deficiente. Es tiempo de ser honestos y aceptar objetivamente que con el sistema actual:

1.- la mayoría de los alumnos no estudian los temas que no se vieron en clase.

2.- la mayoría de los estudiantes no saben ni estudiar ni ser independientes.

3.- la mayoría de los estudiantes no terminan la carrera de ingeniería en cinco años como se tiene contemplado en el programa de estudios. Una gran mayoría la terminan en 7 años o más.

4.- la preparación de la mayoría de los estudiantes es deficiente lo cual les impide ser competitivos en el campo laboral. Frecuentemente terminan trabajando en actividades que no tienen nada que ver con la ingeniería.

5.- la mayoría de los estudiantes no satisfacen las demandas del crecimiento del país pues no son capaces de dar soluciones a los problemas existentes en sociedades en vías de desarrollo.

HIPÓTESIS

La facilitación del aprendizaje es una actividad que puede formular respuestas constructivas, cambiantes y flexibles a algunas problemáticas más profundas que enfrenta el hombre moderno. Si los estudiantes tienen oportunidad de madurar los conocimientos adquiridos en las aulas su preparación será más adecuada al campo laboral, terminarán la carrera mejor preparados y en menos tiempo además se optimizarán los recursos económicos y humanos de la Facultad.

JUSTIFICACIÓN

El alumno posee una estructura cognoscitiva, compuesta a partir de sus características personales (genéticas) y de sus conocimientos anteriores, tanto los que ha adquirido estudiando como los que ha adquirido por experiencias en su vida diaria (Bleger, 1979).

Es a partir de su estructura mental (cognoscitiva), que el alumno se relaciona con el conocimiento, de ahí la importancia de poseer conocimientos anteriores sólidos.

Lo anterior indica que no se puede aprender algo que no se relacione de algún modo con el esquema que posee el alumno.

El alumno debe realizar activamente una serie de procesos para poder apropiarse del conocimiento. Para que la nueva información que adquiera el alumno sea significativa debe tomarse en cuenta el esquema referencial del mismo, es decir el conjunto de conocimientos previos que posee respecto a la materia que se encuentra cursando. El alumno al obtener el conocimiento de la materia modificará su esquema referencial enriqueciéndolo e incorporándole el contenido de la misma (Díaz, 1980).

Lo anterior sugiere al profesor proponer actividades que:

a) Introduzcan los nuevos temas a partir de los conocimientos anteriores, para lo cual conviene que el alumno realice una síntesis inicial del tema que se verá en clase. Al llegar a ésta él podrá hacer presente y recordar lo que plasmó en el resumen al escuchar el tema del resumen en la voz del profesor.

b) Favorezcan y permitan analizar y operar con la información recibida. Se trata de promover un manejo activo de la información por parte del alumno.

c) Propicien en el alumno una nueva síntesis que incluya los conocimientos anteriores que poseía más la nueva información ya trabajada por él. Esta sería una síntesis final que podría ser entregada en la siguiente clase como tarea.

¿Sabemos realmente cómo lograr facilitar el aprendizaje? Aunque poseemos un vasto conocimiento sobre las condiciones que estimulan un aprendizaje significativo no es frecuente ponerlas en práctica porque significaría un enfoque revolucionario de la educación y las rebeliones no son para los tímidos y los nuevos enfoques no se pueden aplicar si no hay el tiempo necesario.

La iniciación del aprendizaje no depende de las cualidades del líder, de su conocimiento erudito de la materia, de la planificación del currículum, del uso de materiales audiovisuales, de la aplicación programada, de la abundancia de libros, aunque todos los elementos constituyan recursos útiles. La facilitación de un aprendizaje significativo depende de ciertas actitudes que se revelan en la relación personal entre el facilitador y el alumno.

Consideramos que entre las principales tareas de los profesores está la de desarrollar la capacidad del estudiante para la investigación y el auto-aprendizaje. Estamos convencidas de que lo que mejor se aprende es lo que uno descubre por sí mismo y lo que más uno aprecia es lo que nos ha costado a nosotros mismos esfuerzo y dedicación. El profesor debe tener, además de conocimientos de la asignatura una gran capacidad para mantener la atención del estudiante ya que el aprovechamiento de éste, depende en gran medida de la "cantidad" de atención que ponga a la explicación del profesor. Creemos que no importa tanto qué tanto sepa el profesor de la asignatura como qué tanto compromiso pueda establecer con el estudiante, ya que si a la hora de la clase el estudiante no pone atención y posteriormente tampoco intentará ponerse al corriente en el tema, de poco servirán los conocimientos del profesor (Rodríguez, 1977). Con esto no queremos decir que los conocimientos del profesor en la asignatura deban de ser pobres, sus conocimientos deben ser muy buenos pero la habilidad que tenga para motivar al estudiante debe ser mucho mayor. Para llevar a cabo estas acciones se requiere de tiempo.

El profesor debe poder permitir que el estudiante tenga tiempo de digerir los conceptos que se explican durante la clase para evitar que el estudiante se pierda y disminuya su interés. Si el estudiante tiene tiempo de meditar y analizar los conceptos que se explican en clase, posteriormente la clase de teoría y la de ejercicios será realmente provechosa y por consiguiente, su rendimiento general en la materia será mayor. Si los semestres son demasiado cortos o son partidos por la mitad para dar vacaciones no se puede esperar que el rendimiento de los estudiantes sea bueno. En el primer caso el estudiante no alcanzará a estudiar y en el segundo caso al regresar de las vacaciones ya habrá olvidado lo que había aprendido antes de irse de vacaciones.

La falta de madurez de los estudiantes los hace inscribirse en demasiadas asignaturas, pensando que podrán aprobarlas con el mínimo de esfuerzo. El papel del profesor, es hacerle ver al estudiante que el éxito de su carrera dependerá de la calidad de sus conocimientos y no del tiempo en que la concluya. La base del estudio es la disciplina y la constancia. Desafortunadamente, con el sistema actual no hay tiempo suficiente para orientar particularmente a cada uno de los alumnos, además los grupos son demasiado grandes para que el profesor pueda poner verdaderamente atención a la problemática de cada uno de sus alumnos.

Para un estudiante promedio, el aprender asignaturas como álgebra lineal al ritmo que el sistema tradicional marca, puede representar (en carga de trabajo) el equivalente a cursar dos asignaturas en lugar de sólo una y ellos no están dispuestos a aceptar este reto. Definitivamente no se gana nada ignorando esta realidad, lo mejor es planear estrategias que sirvan para inducir a los estudiantes a estudiar disciplinadamente (Abasgoitia, 1990).

El estudiante, en general, busca la técnica más sencilla para aprobar la materia aunque no adquiera los conocimientos esenciales. La manera tradicional de lograr ese objetivo es la de mecanizar los problemas. Entonces, buscan los problemas "tipo" que les evite la necesidad de estudiar la teoría ya que según dicen "no alcanza el tiempo". En Álgebra Lineal como en otras asignaturas esta técnica no funciona, lo malo es que para cuando ellos lo descubren ya es demasiado tarde.

Finalmente el profesor, creemos que de cualquier asignatura, se enfrenta a dos situaciones:

a) ignorar que se da cuenta que los alumnos no le siguen el ritmo porque no estudian y por lo tanto ya perdieron el hilo de la clase y así continuar con el programa establecido porque no hay TIEMPO que perder pues se acaba el semestre, o

b) detenerse y tratar de poner al corriente al menos a los estudiantes que tengan un poco de interés, aunque para conseguir esto se requiera de mas TIEMPO.

El seguir cualquiera de estas dos situaciones creemos que no es ético, pues en la primera no hay seguimiento por parte de los alumnos y la segunda porque solo ver una parte del programa y no concluirlo afecta a los alumnos ya que el conocimiento que obtendrán de la asignatura será deficiente y repercutirá en las asignaturas subsecuentes.

El éxito de formar y orientar a los estudiantes, está vinculado directamente con el poder del profesor de generar entusiasmo, compromiso y confianza. El mundo se hace con infinitas conversaciones ya que gran parte del rendimiento del estudiante tiene que ver con la forma de dialogar y de relacionarse. El desafío del profesor implica una innovación permanente a la cual, en ocasiones, también se resiste. Sin embargo si no hay TIEMPO cómo se podrá dialogar y convencer a los alumnos de esforzarse por ser mejores.

Los espacios emocionales de los estudiantes son puntos clave en su rendimiento. Hay que trabajar en entornos que promuevan su creatividad, su aprendizaje y su compromiso, pero si no hay TIEMPO, ¿cómo?. Esto, generalmente no lo enseñamos en la universidad sin embargo las instituciones que no generen capacidad de aprendizaje, innovación y sobre todo autonomía en sus estudiantes no van a poder mañana rendir profesionistas capaces y competitivos.

El profesor que imparte una asignatura por la satisfacción de transmitir algo de su experiencia y por el placer de poner un granito de arena en la formación de los futuros profesionistas mostrará su interés al preparar cada clase que imparta, asistirá a cursos de actualización, intercambiará dudas, ideas y métodos didácticos con otros profesores tanto de la asignatura que imparte como de asignaturas complementarias, pero requiere de TIEMPO para introducir en sus grupos sus nuevas teorías.

Los profesores deben ser capaces de transformar un grupo, incluyendo el profesor mismo, en una comunidad de aprendizaje. Liberar la curiosidad permitir que los estudiantes evolucionen según sus propios intereses, desatar el sentido de indagación, abrir todo a la pregunta y a la exploración, reconocer que todo está en proceso de cambio, aunque nunca lo logre de manera total, constituye una experiencia grupal inolvidable. En este contexto surgen verdaderos estudiantes, gente que aprende realmente, científicos, alumnos y profesionistas creativos, la clase de personas que pueden vivir en un delicado pero cambiante equilibrio entre lo que saben en la actualidad y los mudables y fluidos problemas del futuro.

No muchos profesores toman en cuenta la problemática académica que viven los alumnos y sus necesidades. El objetivo principal al impartir una clase es que el alumno alcance el conocimiento adecuado y esa tarea requiere de muchas otras cosas, además de un buen conocimiento de la materia por parte del profesor. Por otro lado, el estudiante que está acostumbrado a la indiferencia de sus profesores, se desconcierta y desconfia cuando se topa, con uno cuya actitud es de interés hacia el alumno.

Ser profesor, en general, es ser un orientador de los métodos de estudio y aprendizaje más que un transmisor de conocimientos. Ser profesor de álgebra lineal es ser un estratega lleno de paciencia que tenga la habilidad de mantener la motivación del estudiante, lo cual no es fácil de lograr.

METODOLOGÍA

Para implantar los cursos de tiempo variable se propone hacer lo siguiente:

Analizar cuidadosamente los programas de cada asignatura para determinar el tiempo adecuado de cada una de ellas que permita que el profesor profundice y termine de ver el programa.

Se haría un consenso entre los profesores de cada asignatura para determinar el tiempo óptimo en que el programa sea visto completamente. La forma de evaluación podría continuar de la manera tradicional.

Cada asignatura podrá terminar en diferente fecha, pero no así los grupos de cada asignatura.

Se buscará que el tiempo que se le asigne a cada asignatura sea adecuado a todos los profesores para que todos completen el programa.

Los alumnos podrán inscribirse a una nueva asignatura tan pronto acrediten el antecedente.

Al terminar las asignaturas en diferente fecha, los estudiantes tendrán su carga de trabajo más distribuida. Al no tener que presentar varios exámenes en la misma semana el estudiante podrá dedicarle a cada materia un tiempo específico que seguramente le ayudará a concentrarse mejor en sus asignaturas.

Como siempre, el alumno tendrá opción de cursar las materias que él decida (tomando en cuenta la seriación). Se establecerá un calendario en el que se especifique en qué semana se inicia cada materia y la duración en semanas de la misma. Así el estudiante podrá armar un horario que termine escalonadamente.

Deberá evitarse que los cursos sean interrumpidos por periodos vacacionales.

Deberá evaluarse la posibilidad de que los periodos vacacionales también sean variables. Si los profesores que imparten las asignaturas necesitan tomar vacaciones a una fecha determinada deberán especificarlo para que no sean programados en asignaturas que se estarán cursando en esos periodos.

Al aprobar una asignatura el alumno obtendrá una boleta con la que se podrá inscribir a las asignaturas subsecuentes.

En lugar de un número de sortea se usará su calificación como ficha de inscripción. A mayor calificación mayor será su posibilidad de inscribirse en el grupo que mejor le acomode ya que se les otorgará prioridades en las inscripciones.

Las inscripciones serían por computadora.

Se diseñaría un software que permita a los alumnos inscribirse vía computadora. Si el alumno no tiene su propia computadora podría utilizar las computadoras del centro de cómputo.

Debería formarse una plantilla de profesores de asignatura "suplentes" que estén dispuesto a trabajar en este nuevo sistema. Esto es con el fin de tener suficientes profesores suplentes que estén bien preparados para dirigir un grupo.

Los profesores que estén interesados en impartir clases en la Facultad de Ingeniería deberán tomar algunos cursos de preparación tanto de la asignatura como de la forma de impartir la clase.

Los profesores suplentes deberán estar preparados para que las fechas de sus vacaciones sean movibles.

CONCLUSIONES

No se deben sacrificar oportunidades de aprendizaje por causas administrativas o por periodos de descanso. El país requiere profesionistas bien preparados con conocimientos firmes capaces de aceptar cualquier reto o dar solución a problemas de difícil solución para lo cual se debe poder terminar de ver los programas con la profundidad requerida en Ingeniería.

REFERENCIAS

Abasgoitia E. y Rodríguez A., Actividades de aprendizaje. Curso para tutores del SAFYL. Documento de trabajo No. 3 Unidad de Asesoria Pedagógica. Facultad de Filosofía y Letras. UNAM, 1990.

Bleger J., Psicología de la conducta. Ed. Paidos. Buenos Aires, 1979.

Díaz Barriga A. Notas para reconstrucción de objetivos de aprendizaje. 1980. CISE-UNAM.

Díaz A., Un enfoque metodológico para la elaboración de programas escolares. En revista Perfiles Educativos. México. CISE. UNAM. Oct.-Nov.-Dic. No. 10.

Moreno M., Didáctica, Fundamentación y Práctica. Segunda edición. Editorial Progreso, S.A., 1990.

Pansza M., Pérez E. y Morán P., Operatividad de la didáctica volumen II. Ediciones Gernika, S.A., 1986.

Rodríguez A., El proceso de aprendizaje en el nivel universitario. En la revista Colección Pedagógica No. 2. Centro de Estudios Educativos, Universidad Veracruzana, Jalapa, 1977.

Rogers C., Libertad y creatividad en la educación. Editorial Paidos, México. 1983 Boletín de Difusión de Cálculo y Análisis. Año 1, No. 4 Ciudad. Universitaria, junio de 1995.

--- o ---

Influencia del aprendizaje de matemáticas en el desempeño de los alumnos en cursos de fenómenos de transporte

J. A. Barrera Godínez, J. B. Hernández Morales y A. Ingalls Cruz
Facultad de Química, UNAM
barrerag@servidor.unam.mx
bernie@servidor.unam.mx
ingalls@sevidor.unam.mx

Resumen

El aprendizaje de la ingeniería y su práctica involucra el uso de las matemáticas. Durante la enseñanza de la ingeniería, el profesor invoca conceptos matemáticos, tales como: función, derivada, integral, vector, ecuación diferencial, etc. La calidad de estos conocimientos matemáticos, los cuales pueden no haber sido aprendidos, o aprendidos erróneamente, por los estudiantes, influye en la calidad y la cantidad de los conocimientos ingenieriles que se adquieren en los cursos formativos de las carreras de ingeniería. En este trabajo se analiza la relación existente entre la calidad de ciertos conocimientos matemáticos particulares que poseen los estudiantes y su desempeño durante los cursos relacionados con el área de fenómenos de transporte. Como parte de la metodología, se seleccionó al conjunto de conocimientos matemáticos relevantes para el aprendizaje de conceptos fundamentales en los cursos de Transporte de Energía (TE), Transporte de Masa (TM) y Análisis de Procesos Metalúrgicos (APM), pertenecientes al plan de estudios vigente de la carrera de Ingeniería Química Metalúrgica (IQM), que se imparte en la Facultad de Química de la UNAM. Se elaboró un examen diagnóstico con el objetivo de determinar la cantidad y la calidad de los conocimientos matemáticos relevantes que poseen los alumnos al inicio de los cursos de TE, TM y APM. Los resultados encontrados, durante el diagnóstico y el desempeño de los estudiantes en el curso, se discuten a la luz del impacto que tienen las matemáticas en la formación de nuestros ingenieros. Finalmente, en este trabajo también se exponen las posibles soluciones a la problemática encontrada y algunas estrategias de cambio en la enseñanza de las matemáticas para los ingenieros metalúrgicos.

Introducción

La Facultad de Química ofrece la carrera de Ingeniería Química Metalúrgica, con una duración de 9 semestres, comprendiendo 442 créditos a través de 25 asignaturas teóricas y 24 teórico prácticas, y un tronco común de tres semestres. Las asignaturas relacionadas con las matemáticas se agrupan en la categoría de materias básicas, además de que también existen las formativas y las profesionalizantes. El Plan de Estudios incluye una seriación en bloques trimestrales para garantizar que los alumnos aprueben todas las materias básicas antes de cursar los otros dos grupos de materias. Además, existe una seriación particular para cada asignatura que garantiza que se tengan los conocimientos previos antes de cursarla. En el último semestre se realiza un proyecto que frecuentemente desemboca en el tema de tesis, requisito con el cual se alcanza el título de Ingeniero Químico Metalúrgico. Los cursos obligatorios de matemáticas en el primer semestre son: Cálculo de función de una variable (CFV) y Álgebra (ALG). En el 2° semestre, Cálculo de función de varias variables (CFVV) y Ecuaciones diferenciales (ED). En el tercer semestre Estadística (EST), Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) y Programación y computación (PyC). En el 4° semestre se cursa Métodos numéricos (MN).

Los cursos restantes del plan de estudios se clasifican en descriptivos e ingenieriles. En los cursos descriptivos, se exige que los estudiantes alcancen sólo un nivel de conocimiento metalúrgico de *comprensión*, por lo que se tiene una escasa aplicación de conocimientos matemáticos y una mínima práctica en la resolución de problemas. La memorización de conceptos y la descripción de los procesos es frecuente y las técnicas de enseñanza son convencionales. La evaluación se realiza esencialmente por medio de cuestionarios.

Los cursos ingenieriles comprenden: dos Termodinámicas metalúrgicas (TM-I y TM-II), Balances de materia y energía (BME), Dinámica de fluidos (DF), Transporte de energía (TE), Transporte de masa (TM), Fundamentos de optimización y simulación (FOS) y Análisis de los procesos metalúrgicos (APM). El nivel de conocimiento matemático que los estudiantes deben poseer para estos cursos es de *aplicación*. En estos cursos, los conceptos ingenieriles se enseñan al alumno en lenguaje matemático. Los conceptos de derivada, integral, máximo, mínimo, las técnicas de resolución de ecuaciones y en general la abstracción matemática se aplican a lo largo de estos cursos durante la enseñanza y la evaluación. Algunos de estos cursos llevan asociada una clase de Resolución de Problemas, con evaluación. En estos cursos, tanto la evaluación como la enseñanza se efectúan por medio de la resolución de problemas cuantitativos, comúnmente de solución única. Estos problemas generalmente involucran: (1) la deducción de una o más ecuaciones diferenciales (ordinarias o parciales) que describen al fenómeno, (2) el establecimiento de las condiciones y restricciones particulares del problema, y (3) su solución matemática. Además del uso intensivo de las matemáticas, estos cursos requieren de la *aplicación* de criterios metalúrgicos que simplifican la naturaleza matemática del problema o proceso y que se basan en los conocimientos aprendidos en las materias descriptivas. Es claro que las matemáticas juegan un papel importante en la formación de los estudiantes, ya que es el lenguaje con el que se describen cuantitativamente los procesos y se aplican para predecir su comportamiento.

Justificación

A partir de nuestra experiencia durante la impartición de las materias ingenieriles hemos observado que las deficiencias y limitaciones en el manejo de las matemáticas inciden considerablemente en el aprendizaje de estas materias. Sin embargo, la relación entre el manejo de las matemáticas y el aprendizaje de la materias ingenieriles no ha sido cuantitativamente establecida. Esto es importante debido a que quizás sea parte de la explicación al por qué los cursos que involucran la aplicación del lenguaje matemático tienen elevados índices de reprobación, son considerados por los estudiantes como difíciles y disminuyen el índice de titulación de la carrera de Ingeniero Químico Metalúrgico en la Facultad de Química de la UNAM.

Objetivo

Como una primera etapa, el objetivo de este trabajo es evaluar cuantitativamente el nivel de aplicación de las matemáticas de la población estudiantil que actualmente cursa materias ingenieriles de la carrera de Ingeniería Química Metalúrgica de la Facultad de Química de la UNAM.

Metodología

La metodología empleada consistió en cuantificar las habilidades matemáticas que poseen los estudiantes que cursan las materias siguientes: Transporte de Energía (5° semestre), Transporte de Masa (6° semestre) y Análisis de Procesos Metalúrgicos (9° semestre). Los reactivos en la evaluación de las habilidades matemáticas se seleccionaron en base a su incidencia directa en el aprendizaje de conceptos ingenieriles. Por ejemplo, el concepto de velocidad promedio en un ducto involucra en su definición la aplicación del *teorema del valor medio*, la *integración definida*, y el *concepto de función*. Si se muestra que éstos conceptos matemáticos están ausentes o son erróneos, es de esperarse que el estudiante esté limitado para aplicar el concepto de velocidad promedio en problemas de fenómenos de transporte en procesos metalúrgicos, por lo que probablemente no resolverá cuantitativamente los problemas que involucren el concepto de la velocidad promedio y le será difícil aprender el concepto de flujo o caudal, lo cual limitará seriamente su aprendizaje en los cursos ingenieriles, además de causar bajas calificaciones en los mismos.

Para cuantificar las habilidades matemáticas de los estudiantes se aplicó un cuestionario. Los conocimientos matemáticos evaluados en el cuestionario fueron seleccionados con base en su incidencia en el aprendizaje de los fenómenos de transporte que se imparten en la carrera. Esta relación se muestra en la Tabla 1. De acuerdo con esta selección, se elaboró un cuestionario de doce preguntas, que se aplicó en los cursos de fenómenos de transporte: TE, TM, y APM. En el Apéndice 1, se anexa el cuestionario.

Resultados y Discusión de Resultados

El cuestionario se aplicó a los estudiantes inscritos en TE, TM y APM, que fueron 25, 26 y 11, respectivamente. Cabe mencionar que la matrícula de la carrera de I.Q.M. es pequeña (el número promedio de estudiantes de nuevo ingreso a la carrera entre 1993 y 2000 es de 85), por lo que la muestra utilizada puede considerarse representativa.

Para evaluar las respuestas a las preguntas del cuestionario se establecieron tres niveles de conocimiento: *erróneo* (cuando la respuesta denota una confusión evidente en el conocimiento matemático involucrado); *parcial* (cuando la ejecución fue insatisfactoria por obtenerse una respuesta imprecisa o incompleta); y *completo* (cuando la respuesta fue completa y acertada). Cuando el estudiante no contestó se dio esta anotación. Esta ausencia de respuesta puede tener varias interpretaciones que salen del objetivo de este trabajo. Debe aclararse que la pregunta número 8 se consideró que tiene 2 partes: 8a (evaluación de una integral que resulta en logaritmo natural) y (2) 8b (propiedades de los logaritmos).

En las Figuras 1 a 3, se muestra la distribución de frecuencias de las calificaciones resultantes para cada una de las preguntas, para cada materia. La eficiencia en la aplicación de conocimientos matemáticos, en cada materia, se estimó sumando el número total de respuestas completas y calculando el porcentaje con respecto al número total de respuestas posibles. Estos resultados se muestran en las Figuras 4 a 6. En todas las gráficas, las preguntas y respuestas fueron reordenadas con objeto de agruparlas de acuerdo al curso de matemáticas involucrado. Las preguntas de la 8a a 12 corresponden a Álgebra, de la 4 a la 11 a Cálculo diferencial e integral, la 9 a Ecuaciones diferenciales ordinarias y la 10 a ecuaciones diferenciales parciales.

Comparando los grupos en base a las frecuencias particulares por pregunta, se observa que los estudiantes tienen un conocimiento equivalente entre los cursos de TE y TM; que es inferior al encontrado en APM. La similitud encontrada entre TE y TM, se puede deber a que TM sigue inmediatamente a TE, y/o a que hay un número significativo de estudiantes cursando TM que no han aprobado TE, es decir, a los que les fue permitido "romper" la seriación. Dado que los cursos están seriados no hay mucha diferencia en la cantidad de conocimientos adquiridos por los estudiantes a lo largo de un semestre. Cuando los estudiantes "rompen" la seriación y se inscriben en TM sin haber cursado o aprobado TE, evitan adquirir o readquirir conocimientos matemáticos que se practican en TE. Una de las posibles explicaciones a porque en APM se alcanzan frecuencias superiores de conocimiento óptimo en diversas preguntas respecto a TM o TE, puede deberse a que los estudiantes han cursado y aprobado todos los cursos antecedentes de la materia, los cuales incluyen tanto a TE como a TM y a la mayoría de los cursos de la carrera. Es posible que al haber cursado todos esos cursos, los estudiantes hayan alcanzado un mayor dominio de los conceptos matemáticos requeridos en los mismos. También, es posible que siendo dos materias con un bajo índice de aprobación, estas se hayan convertido en filtros para la matrícula estudiantil causando que solo los estudiantes con un adecuado dominio de las matemáticas puedan inscribirse en APM.

También se observa que hay una ligera mejoría en los conocimientos de cálculo diferencial e integral en los *estudiantes cursando APM respecto a los inscritos en TE o TM, pero no en álgebra. La explicación* a este resultado puede ser similar a la encontrada para las mayores frecuencias de conocimiento óptimo en APM que en TE y TM. En los cursos de TE, TM y FOS, se practican y utilizan los conceptos de derivada e integral con mucha frecuencia, por lo que es de esperarse una ligera mejora en estos conocimientos al cursar estas materias.

Se observa que las frecuencias de las respuestas completamente equivocadas son también muy elevadas. Esto quiere decir que los estudiantes alcanzaron a aprender aberrantemente los conceptos matemáticos. Esto es peor aún que el carecer de conocimiento, porque el individuo manifestará poseer el conocimiento, probablemente rechazará el volver a aprenderlo correctamente y finalmente su desempeño profesional podría ser catastrófico para la sociedad.

Las frecuencias de respuestas completas fueron inferiores al 50 % en todos los cursos. Esto quiere decir que nuestros alumnos poseen menos de un 50 % del conocimiento matemático requerido para aprender los fenómenos de transporte. Esta carencia de habilidades necesariamente mermará su capacidad para el aprendizaje de los conceptos de fenómenos de transporte, y la resolución de problemas en general.

En vista de los resultados aquí obtenidos es claro que se debe realizar un seguimiento longitudinal de los estudiantes desde su ingreso a la carrera hasta unos años después de haber iniciado su vida profesional, en la búsqueda de la determinación de la extensión del impacto que efectivamente tienen las matemáticas en el ejercicio profesional de la Ingeniería Metalúrgica. Por lo pronto es urgente la implementación de medidas interdepartamentales (Depto. de Matemáticas y Depto. de Ingeniería Metalúrgica de la Facultad de Química) que mejoren el conocimiento matemático que poseen los alumnos de esta carrera. Es posible que el uso de nuevas herramientas y tecnologías en la enseñanza de las matemáticas coadyuven a la solución de esta problemática. Este trabajo es así una referencia para futuras evaluaciones de la enseñanza de las matemáticas en la carrera de Ingeniería Química Metalúrgica.

Conclusiones

La calidad del conocimiento matemático presentado por los alumnos inscritos en los cursos de TE, TM y APM es inferior al 45 %, considerando las frecuencias de preguntas básicas con respuestas completas encontradas en cuestionarios que evaluaron conceptos como: funciones, álgebra, derivadas, integrales y nociones de ecuaciones diferenciales. Esta carencia de habilidades necesariamente mermará su capacidad para el aprendizaje de los conceptos de fenómenos de transporte, la resolución de problemas en general, y su desempeño en la vida profesional.

Bibliografía

1. D.R. Geiger y G.H. Poirier. **Transport Phenomena in Materials Processing**. The Minerals, Metals and Materials Society, Warrendale, Pa.,1994.
2. R.I.L. Guthrie. **Engineering in Process Metallurgy**. Oxford Science Publications. 1992.
3. D.R. Gaskell. **An Introduction to Transport Phenomena in Materials Engineering**. Mc Graw-Hill, 1992.
4. J.R. Welty, C. E. Wicks y R.E. Wilson. **Fundamentos de Transferencia de Momento, Calor y Masa**. Limusa, traducido de la 2ª. ed., México, 1982.
5. F. Kreith y W.Z. Black. **La Transmisión del Calor. Principios Fundamentales.** Editorial Alhambra, S.A., traducido de la 1ª. ed., 1983.
6. M.N. Özisik. **Heat Conduction**. John Wiley & Sons, New York, 1980.

Tabla 1 Relación de los conocimientos matemáticos y los conceptos de fenómenos de transporte.

Conocimiento matemático y curso en el que se imparte.	***Concepto de fenómenos de transporte [1-6] donde se aplica el conocimiento matemático.***
Solución de ecuaciones algebraicas (ALG)	Diversos aplicables para la resolución de problemas
1ª derivada como pendiente y variación (CFV)	Gradiente de propiedad de transporte
Función (ALG) Teorema de valor medio (CFV) Integración definida (CFV)	Velocidad promedio en un ducto Coeficiente promedio de transferencia de calor
Función y dependencia (ALG) 1ª derivada, total o parcial (CFVV) Vector (ALG y física)	Flux de propiedad de transporte Condiciones a la frontera
1ª y 2ª derivadas (CFVV)	Verificación de soluciones a ecuaciones diferenciales
Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias (ED)	Enfriamiento newtoniano
Solución de ecuaciones diferenciales parciales (EDP)	*Determinación de perfiles de velocidad, presión,* temperatura y/o concentración que varían con el tiempo

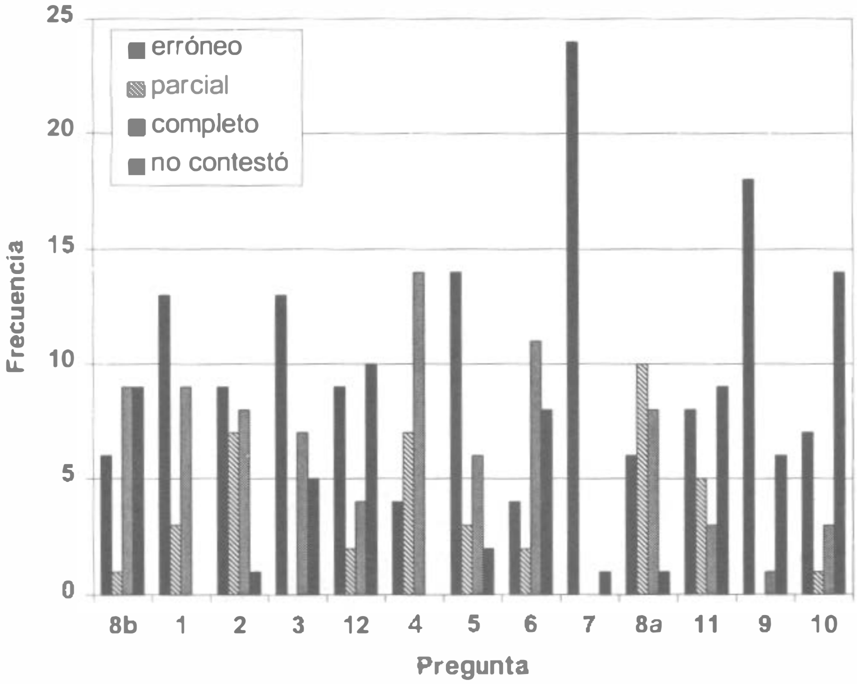


Figura 1. Frecuencias de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Transporte de Energía al Cuestionario.

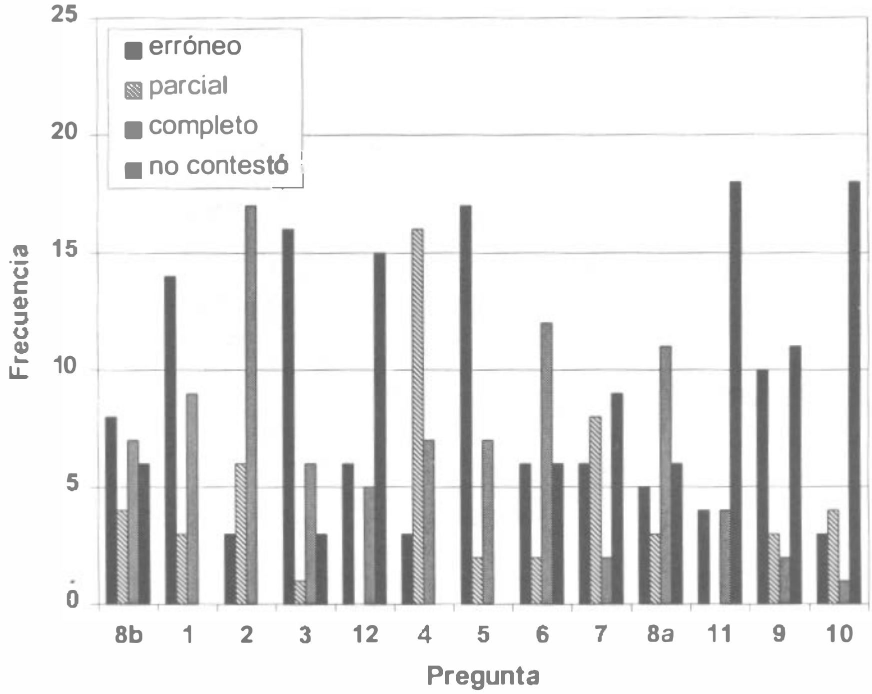


Figura 2. Frecuencias de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Transporte de Masa al Cuestionario.

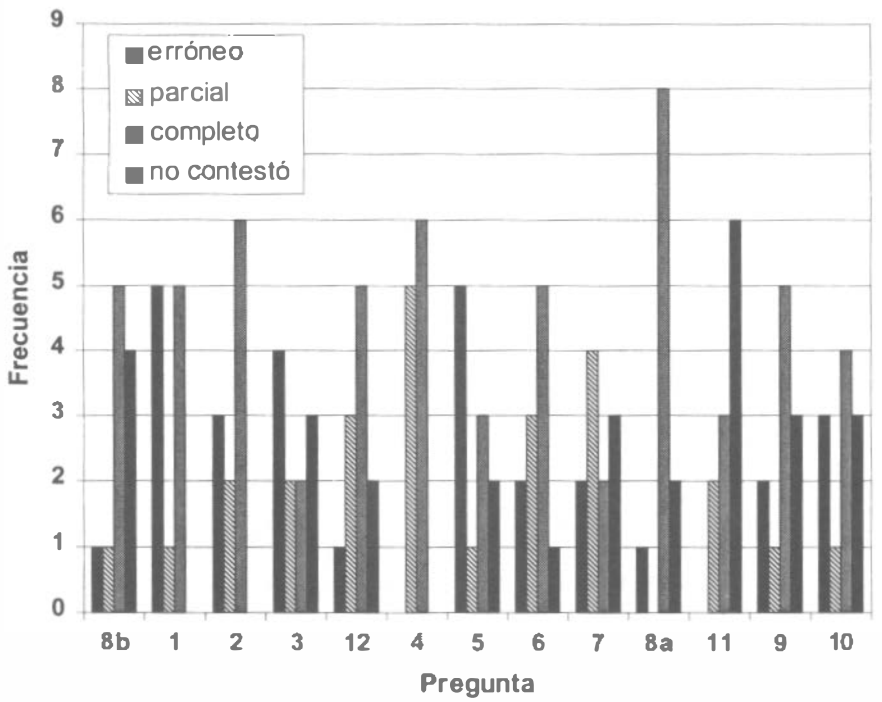


Figura 3. Frecuencias de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Análisis de Procesos Metalúrgicos al Cuestionario.

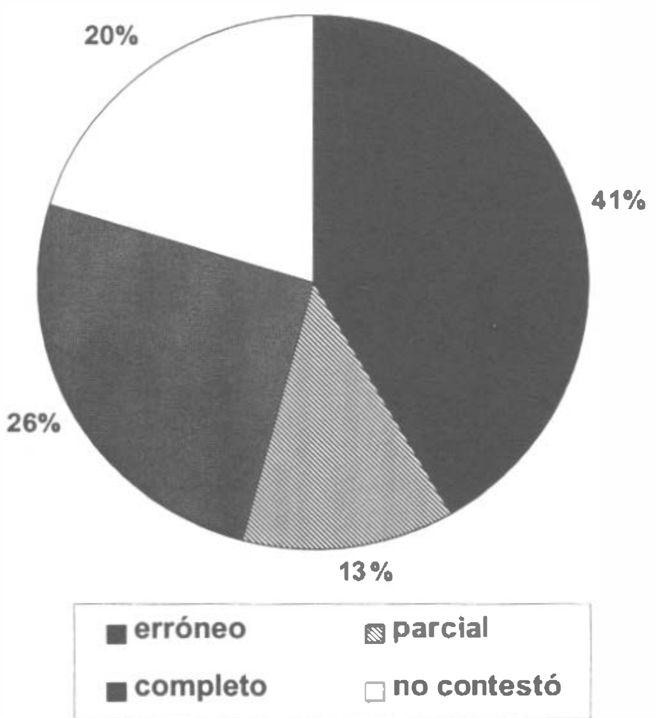


Figura 4. Distribución de los totales de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Transporte de Energía.

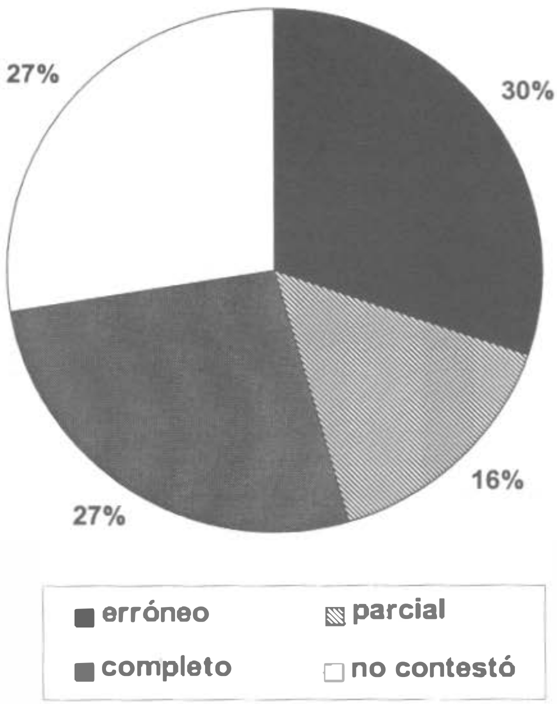


Figura 5. Distribución de los totales de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Transporte de Masa.

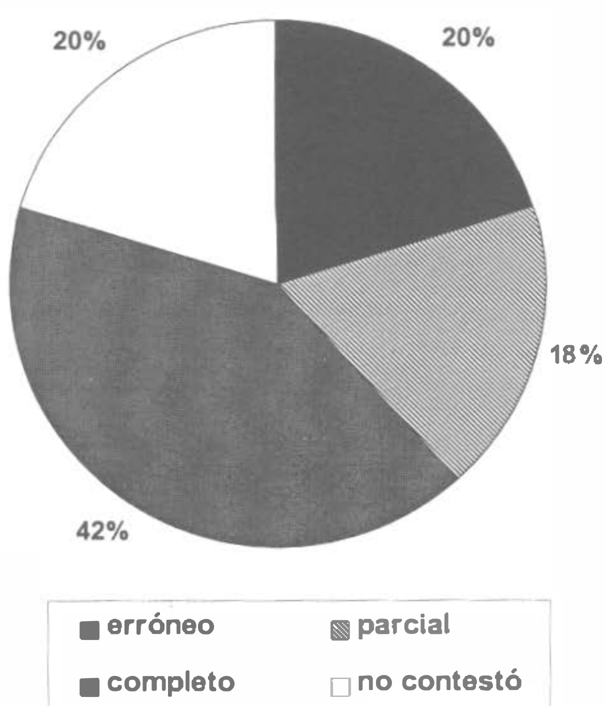


Figura 6. Distribución de los totales de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Análisis de Procesos Metalúrgicos.

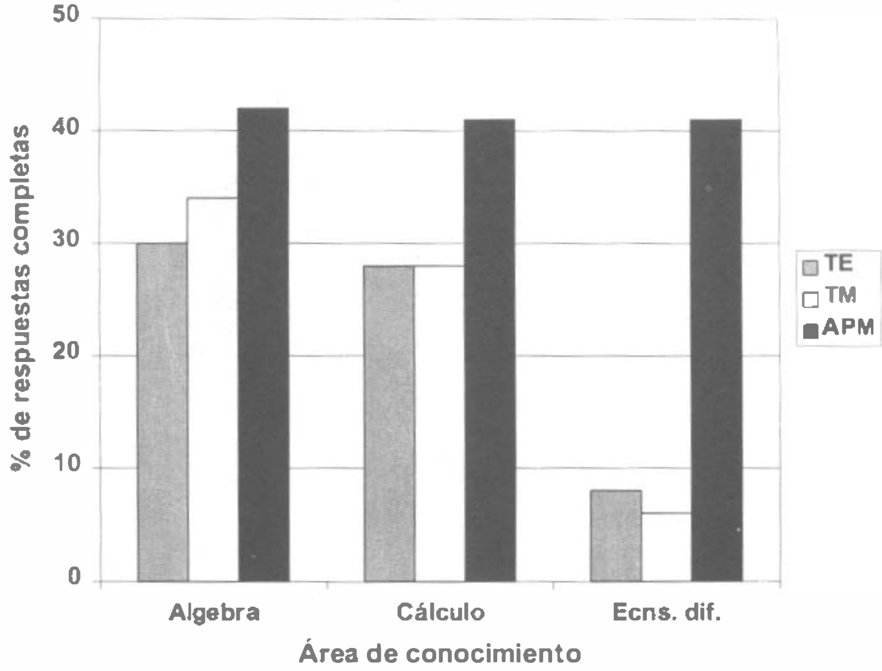


Figura 7. Distribución de los totales de las calificaciones a las respuestas dadas por todos los alumnos participantes, agrupadas por área de conocimiento matemático.

Apéndice 1. Enunciado del cuestionario.

1. Un campo escalar varía con el tiempo y la posición de acuerdo a: $T(x,t) = ax + bxt$. ¿Cuál(es) es(son) la(s) variable(s) dependiente(s)? ¿Cuál(es) es(son) las(s) variable(s) independiente(s)?

2. Despeja X de la siguiente ecuación:

$$\pi = \frac{\frac{4}{X} + \frac{5}{Y}}{1 - \frac{3}{\pi} - \frac{6}{X}}$$

3. Realiza la siguiente división: $\dfrac{a^4 - b^4}{a - b}$

4. Dada la función $f(x) = 15 + 0.25x^{1/3}$, escribe su primera y segunda derivadas. Evalúa cada una en $x = 8$.

5. ¿Cuál de las dos funciones tiene una mayor pendiente en $x = 8$?: $f(x) = 2 + 3x^{1/3}$ ó $g(x) = 10.5 + 4x^{1/2}$.

6. Dada la función $f(x,y) = axy + b(x + y^2)$. Calcula $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\substack{x=1 \\ y=2}}$.

7. La función está dada por la ecuación siguiente: $f(x) = 15 + 0.25x^{1/2}$. Calcula el valor promedio de $f(x)$ en el rango de 1 a 4.

8. Dada la función $g(r,l) = -\frac{1}{2\pi rl}$, calcula $\int^{10} g(r,l)\partial r$.

9. Un campo escalar $U(x,t)$ varía con el tiempo y la posición, y está regido por la ecuación

$$A\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial U}{\partial t}$$

(a) Lista todas las características que definen a esta ecuación. (b) Menciona un método de solución aplicable a esta ecuación. (c) Resuelve la ecuación.

10. El cambio de una variable escalar con el tiempo está regido por: $A\frac{dY(t)}{dt} = BY(t)$.

(a) Lista todas las características que definen a esta ecuación. (b) Menciona un método de solución aplicable a esta ecuación. (c) Resuelve la ecuación.

11. La componente x de un campo vectorial varía con la posición de acuerdo con la expresión siguiente: $W_x = ax^2 + bx + c$. Determina la posición del valor máximo de W_x.

12. Un microempresario invirtió 10,400 millones de pesos en un pequeño negocio que tiene dos plantas. Las ganancias obtenidas con la primera planta resultaron en un dividendo del 6%; mientras que, en la segunda planta se obtuvieron 6.5% de dividendos. Si la ganancia total bruta del inversionista fue de 654 millones de pesos. ¿Cuánto invirtió en cada planta?

--- o ---

La Actitud del Profesor en la Enseñanza de las Matemáticas ante el Desarrollo de la Computación

Ricardo Martínez Gómez

Es indudable que la actitud de los profesores respecto al vertiginoso avance de la tecnología en computación es de apertura a los cambios, crítica para poder distinguir lo significativo para el campo de la ingeniería de lo intrascendente, pragmática para poder estar en la vanguardia del desarrollo tecnológico, sin dejar de lado la base teórica que es cimiento de la ciencia y el quehacer de la ingeniería.

Desde hace varias décadas el avance en los equipos de computación tanto en el hardwere como en el softwere han permitido un desarrollo importante en el proceso de cálculo.

La solución de diferentes problemas de cálculo simbólico o numérico con computadoras cada vez más rápidas, con mayor capacidad de memoria y programas más sofisticados hacen necesario revisar los temarios de las asignaturas el enfoque que deben tener éstos, y las técnicas de enseñanza para aprovechar de la mejor manera las ventajas de la computación.

Sin embargo es muy importante no olvidar que son los fundamentos matemáticos la base teórica de diferentes temas de las ciencias de la ingeniería.

Los conceptos del cálculo son utilizados en asignaturas como Mecánica de materiales por ejemplo:

- √ La fórmula de la flexión elástica.
- √ Torsión en barras y tubos circulares.
- √ Esfuerzo cortante y deformación en flechas circulares en el rango inelástico.
- √ Pandeo en barras de sección asimétrica.

En problemas de mecánica como:

- √ Momentos y productos de inercia .
- √ Momentos estáticos.
- √ Centros de masa.
- √ Centros de gravedad.
- √ Centroides

Resistencia de materiales como:

- √ Esfuerzo cortante.
- √ Momento flector.
- √ Deformación de vigas.
- √ Vigas estáticamente indeterminadas.

El estudio del cálculo vectorial para la adecuada comprensión de los temas de transferencia de calor, mecánica de filuidos.

Las ecuaciones diferenciales necesarias para el desarrollo teórico de asignaturas como cinemática , dinámica, mecánica de fluidos, mecánica del medio continuo, mecánica de materiales e ingeniería de control.

Cómo utilizar estos programas y que recomendarles a los alumnos

Con todas las posibilidades que se tienen en los programas de computación, es fácil caer en la tentación de menospreciar el estudio de los temas tradicionales de matemáticas debido a que todo lo hace ya la computadora y ésto es una falacia, por que es necesario tener una base sólida en estos temas para poder aprovechar, con conocimiento de causa, las características teóricas de estas asignaturas en temas de la ciencia de la ingeniería.

Es muy importante tener en cuenta que estos programas de computadora no substituyen los temas de cálculo, álgebra, geometría analítica, álgebra lineal, cálculo avanzado, variable compleja, etc.

Un alumno que no tenga un verdadero dominio de los temas de matemáticas difícilmente podrá aplicar las bondades de los programas de computadora a la solución de problemas de ingeniería.

Por otro lado los programas y equipos de computación son de mucha utilidad en cuanto a la parte operativa.

Los paquetes cada vez más sofisticados que brindan una gama más amplia de cálculos

Día con día los programas de matemáticas para computadora son más complejos, más completos y fascinantes, en cuanto a las opciones de trabajo que brindan.

- √ En el área de cálculo: determinación de límites, derivadas ordinarias o parciales, integrales ordinarias, dobles o triples
- √ Gráficas y gráficas animadas en dos y tres dimensiones
- √ Cálculos con matrices, sumas de matrices, multiplicación de matrices, multiplicación de un escalar por una matriz, solución de ecuaciones matriciales
- √ Números complejos: Operaciones con ellos, raíces de números complejos, funciones sobre el campo de los números complejos, módulo, argumento, parte real e imaginaria
- √ Aplicaciones de álgebra lineal
- √ Geometría analítica
- √ Ecuaciones diferenciales
- √ Estadística
- √ Simuladores

La contribución a la clase

La contribución de estos equipos al desarrollo de las clases es el incremento del ritmo de la clase debido a una presentación más clara, más amplia, más versátil en la presentación de los ejercicios, favoreciendo clases con un mayor contenido teórico al disponer de mayor tiempo, porque los ejercicios se van presentando con mayor facilidad, dando la oportunidad de buscar ejercicios que promuevan el desarrollo intelectual del alumno, así como ejercicios numéricos que promuevan el manejo de los programas de computadora.

Tareas con ejercicios de análisis y cálculos de computación

Es importante estar consciente de los alcances de los programas de computadora, que los alumnos pueden adquirir, porque sería posible que al diseñar una tarea, ésta no cumpliera con su objetivo si la computadora lo pudiera resolver sin la participación substancial del alumno. Esto obliga a buscar los ejercicios unos de análisis y otros para la aplicación de la computadora que promuevan un mayor desarrollo del alumno en las diferentes facetas necesarias para convertir a éste en un ingeniero. Es decir utilizar todos los elementos para alcanzar los más altos niveles de realización.

El amplio desarrollo de estos programas los convierten en una herramienta muy útil para la comprensión, estudio y aplicación de las asignaturas de la ingeniería aplicada, donde los conceptos presentados y analizados gracias a una amplia variedad de respuestas obtenidas al modificar los parámetros en un problema particular, permiten el estudio de diferentes situaciones que dan la posibilidad de obtener diseños mejor terminados.

Cuando se tiene un cierto sistema y su representación matemática (una ecuación diferencial) la computadora puede dar la solución de ésta. Si se cambian algunos elementos del sistema , modificando consecuentemente la ecuación diferencial se puede hacer que la computadora la resuelva tantas veces como se considere necesaria y ésto dará un perfil de comportamiento de algún parámetro determinado y asl se puede hacer para cada parámetro involucrado.

--- 0 ---

Relatorías

MESA 1

VALORACIÓN DE LA SITUACIÓN ACTUAL DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: ADRIANA CAFAGGI FÉLIX
RELATOR: MARÍA CUAIRÁN RUIDÍAZ

- *"La asociación de conocimientos de matemáticas y de física"*

  Ponente: Oscar Rafael San Román Gutiérrez

  La ponencia presenta una reflexión sobre la división que se da entre la enseñanza de las matemáticas y la física, para ello parte de la pregunta: ¿dónde quedan los conocimientos que aprendemos?. Como diagnóstico, el ponente señala la falta de valoración de los cursos propedéuticos y la opinión desfavorable que los estudiantes tienen de ellos, debido a que actualmente no encuentran un uso inmediato a sus conocimientos o a que cuando los requieren, ya los olvidaron. Por otra parte, las prácticas de laboratorio están desfasadas de lo que se enseña en clase. Considerando los axiomas: "Lo que no se usa se pierde" y "Lo que bien se aprende jamás se olvida", se establecen las siguientes propuestas: Asociar conceptos de matemáticas y física en los cursos en los que se imparten esos conocimientos, integrar la parte experimental como una actividad creativa esencial e impulsar la motivación del estudiante. Una integración de conceptos a través de desarrollos matemáticos, prácticas, investigación y solución de problemas será más efectiva y placentera al estudiante que la forma en la que se imparte actualmente. En resumen, se propone un cambio de enfoque.

- *"Las matemáticas en la ingeniería"*

  Ponente: Rafael Iriarte Balderrama

  Mediante la representación de modelos, el expositor presenta una primera analogía entre cuatro entes aislados: las matemáticas, la ingeniería, la tecnología y el hombre. En una segunda analogía plantea distintas relaciones de los cuatro elementos organizándolos según lo haría cada uno de ellos: el matemático colocaría en la parte superior a las matemáticas; el ingeniero, a la ingeniería; el tecnócrata, a la tecnología. Al girar estos modelos y "ponerlos de cabeza", se aprecia que las letras "I" de Ingeniería y "H" de hombre permanecen iguales. Esto se podría interpretar que sin hombre no hay ingeniería, ni matemáticas, ni tecnología; que las matemáticas son el soporte de la ingeniería, que no hay ingeniería sin tecnología, y que arriba del ingeniero está el hombre. La conclusión de este juego de modelos es que todos los elementos son importantes y que deben ponerse en su justa medida y en su lugar correcto para que todos funcionen bien. La propuesta que se plantea es el orden.

- *"Valoración de la situación actual de la enseñanza de las matemáticas"*

  Ponente: Orlando Zaldivar Zamorategui

  El ponente expuso que el reto de las instituciones de educación superior que imparten carreras de ingeniería es proporcionar una formación integral de excelencia para el futuro profesional de la Ingeniería. Con respecto a una valoración cuantitativa de la situación actual, indicó que las matemáticas tienen un alto índice de reprobación; sobre la valoración cualitativa, señaló que se refiere al grado de preparación con que llegan los alumnos, o si el propio profesor logra en ellos aprendizajes significativos. El profesor de matemáticas debe hacer uso de la didáctica para transmitir el conocimiento, lograr que se asimile y sobre todo que se aplique en la resolución de problemas, la cual, mediante la construcción de modelos matemáticos, es la razón de ser de las matemáticas en las ingenierías. Los profesores deben planear los contenidos, métodos, recursos y procesos de evaluación para controlar las variables que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje. De esta valoración se concluye que es necesario formar docentes jóvenes y actualizar y capacitar profesores avanzados, así como generar planes concretos de acción bajo una estrategia perfectamente definida.

- *"La mecanización en contra de la comprensión y aplicación de las matemáticas en los cursos de física"*

  Ponente: Martín Bárcenas Escobar

  Mediante la presentación de los temarios de geometría analítica y física experimental, el ponente mostró diversos ejemplos sobre la diversidad que hay entre la enseñanza de la física y de las matemáticas, así como la falta de coincidencia y la desvinculación de los temas. Consideró que tanto a profesores como a alumnos corresponde la tarea de la integración del conocimiento y señaló que no es necesario estandarizar la presentación de conceptos entre asignaturas ni homogeneizar terminología o simbología. Aporta la propuesta de intercambiar experiencias, e intercambiar grupos entre los profesores que imparten asignaturas de física y de matemáticas.

- *"¿Por qué mis alumnos aprenden fácilmente a... odiar álgebra lineal?*

  Ponente: Hugo Serrano Miranda

  El ponente reflexionó sobre la forma de enseñar el álgebra lineal, partiendo de una encuesta dirigida a alumnos, en la que preguntó cuáles eran sus impresiones acerca de esta asignatura. Después de presentar un bosquejo histórico de la materia y referirse a notas y libros que la apoyan, aludió a la fragmentación de asignaturas que desarticulan contenidos y causan confusión en el alumno. Como conclusiones presentó citas de diversos autores, entre ellas destacó la siguiente del Ing. Salinas Elorriaga: "...la enseñanza de las matemáticas debe proporcionar al estudiante una institución sólida de los objetos matemáticos que emplea..."

  En la sesión de preguntas y respuestas, se comentó que el álgebra lineal es el eje integrado de conceptos y de las asignaturas que se imparte, asimismo que es una herramienta de integración. Por otra parte, se propuso establecer un programa de formación para docentes, de manera que se evite la improvisación de profesores; se mencionó que precisamente la función del nuevo Centro de Docencia, a cargo de Sánchez Mejía, es la formación de docentes.

  A la pregunta sobre qué se entiende por tecnología e ingeniería, se respondió que la tecnología es el resultado de la ingeniería, que ésta tiene por objeto hacer más fácil la vida del hombre y que las matemáticas son la herramienta de la tecnología y la ingeniería.

  Por último, se recomendó que los profesores fueran más abiertos a los planteamientos de los alumnos, ya que finalmente el conocimiento se construye entre todos y los maestros también aprenden de los alumnos, en síntesis que es necesario humanizar la enseñanza de las matemáticas.

MESA 2

VALORACIÓN DE LA SITUACIÓN ACTUAL DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: ALBERTO TEMPLOS CARBAJAL
RELATOR: MIGUEL EDUARDO GONZÁLEZ CÁRDENAS

Debido a que los expositores de la ponencia: *"Propuesta metodológica para la enseñanza de las matemáticas en escuelas de ingeniería"* no se presentaron, Juan Contreras Espinoza presentó la ponencia: *"La problemática de las matemáticas en la enseñanza de la ingeniería en la FES Cuautitlán"*. En este trabajo se hace referencia a los problemas que ha tenido la institución mencionada en la enseñanza de las matemáticas. Los problemas los identificó en los profesores, en los alumnos y a nivel institución; entre otros se mencionaron: En los alumnos: deficiencia de métodos y hábitos de estudio, falta de conocimientos, antecedentes y de orientación vocacional. En los profesores: preparación deficiente y desconocimiento de aplicaciones. Y en la institución: Planes y programas de estudio extensos y no actualizados. Las propuestas de solución contemplan cursos de actualización y de didáctica para académicos; asesorías grupales e individuales para alumnos y la planeación académica. Algunos problemas por resolverse son los aspectos económicos y la heterogeneidad en la preparación de los alumnos.

Leda Speziale San Vicente en su ponencia: ***"Educación tradicional y tecnología en la actualidad"*** menciona la importancia del manejo adecuado del lenguaje por parte del alumno para expresar con claridad y fluidez su pensamiento, y un cambio de actitud por parte del estudiante para aprender matemáticas; que consiste en ir de la memorización y mecanización de conceptos al análisis y razonamiento de los mismos. El alumno debe ir más allá de resolver problemas tipo, debe tener la capacidad de vincular los conocimientos de una asignatura con otras. La tecnología es una herramienta pero el abuso de ésta induce también a no razonar. Además plantea que algunos programas de asignatura son extensos y el tiempo es un obstáculo; generalmente no es posible cubrir todos los temas. En su opinión es mejor revisar menos temas y dar oportunidad al alumno de razonar y de ejercitar el intelecto.

En la ponencia: ***"Reseña histórica sobre los apoyos didácticos utilizados en la enseñanza de las matemáticas en la Facultad de Ingeniería de la UNAM"***, Luis César Vázquez Segovia menciona el material didáctico de apoyo que profesores de la División de Ciencias Básicas han desarrollado para apoyar el aprendizaje de los alumnos de la institución referida. El material contempla maquetas y modelos para diversas asignaturas, cintas de audio y video, cuadernos y series de ejercicios, y enseñanza asistida por computadora por medio de simuladores y programas tutoriales. El material existe, sin embargo se utiliza poco, dada la poca difusión del material y la resistencia al cambio por parte de algunos profesores en el uso de la computadora como herramienta didáctica.

Juan Ursul Solanes en su ponencia: ***"Análisis comparativo entre los programas de estudio de las matemáticas vigentes entre 1971 y 2001 para todas las carreras de licenciatura en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, para establecer su evolución"***, habla de la inmutabilidad de los programas de estudio de las asignaturas en sus contenidos y en los apoyos didácticos. Enfatiza la utilización de software para apoyo didáctico y en la necesidad de cambio en los métodos tradicionales de enseñanza. Uno de los objetivos de la ponencia es el de abrir la discusión de los planes y programas de estudio vigentes y que los colegios de profesores y las autoridades tomen en cuenta las opiniones vertidas en este foro en la próxima revisión de éstos.

MESA 3

USO DE LA NUEVA TECNOLOGÍA Y MÉTODOS ALTERNATIVOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: ENRIQUE DEL VALLE TOLEDO
RELATOR: GABRIEL ALEJANDRO JARAMILLO MORALES

- *"Uso de la nueva tecnología y métodos alternativos en la enseñanza de las matemáticas"*

  Ponente: Orlando Zaldívar Zamorategui.

  En este trabajo se parte del objetivo central de esta Facultad: el proporcionar una formación de excelencia al futuro profesional de la ingeniería. Se reconoce que las matemáticas son uno de los factores imprescindibles en dicha formación.

  Se establece que aunque las nuevas tecnologías han enriquecido los recursos disponibles por el docente y que con éstos se propicia que el estudiante adquiera experiencias nuevas en la generación de su conocimiento, no se debe eliminar el papel de guía y orientador que el maestro tiene dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Propone que a través de analizar las ventajas y desventajas de estas nuevas tecnología, se pueda crear un programa de generación de dichos materiales de acuerdo con las especificaciones de los profesores con la finalidad de aportar todo lo posible para lograr en nuestros alumnos un aprendizaje significativo.

- *"Video educativo"*

  Ponente: Juan Castro Mora.

  Se establece que la innovación de las técnicas didácticas grupales son necesarias en la impartición de las matemáticas para hacer más significativa, ágil y creativa esta materia y con esto facilitar el proceso enseñanza aprendizaje. Se busca emplear un video elaborado previamente que sirva de apoyo o complemento de los contenidos, mostrando una información que el alumno debe asimilar o reflexionar. Esta forma de utilización del video supone una opción adicional al empleo de las diapositivas o películas de cine. Se propone, de acuerdo con la Didáctica, que el docente se sirva de los medios que más lleguen a los alumnos para ayudar a los alumnos en su proceso de maduración y en el desarrollo de su capacidad de abstracción; se debe aprovechar la ventaja que el video tiene al dar contenido e imagen a las palabras e incorporar este instrumento en la escuela.

- *"Obstáculos, mediadores y actividades en la enseñanza de matemáticas en ingeniería"*

  Ponente: Patricia Balderas Cañas.

  En el trabajo se tocan conceptos de la indagación e investigación educativa. Se mencionan tres mundos en el proceso educativo: el mundo real, de los objetos físicos, el mundo de los que aprenden y el del cuerpo de conocimientos. Se hace énfasis en no descuidar los aspectos heurísticos, es decir de inventiva que se presentan en los actores del proceso educativo. Se afirma que hay cuestiones centrales que resolver, y que no pueden agotarse en esta presentación, tales como: ¿qué matemáticas enseñar?, ¿cuándo enseñarlas? y ¿con qué enseñarlas?. Se propone aclarar qué conceptos se tiene de lo que es creer, de lo que es saber y lo que es conocer. Se menciona que debe ampliarse la evaluación del aprendizaje que se realiza, además de la evaluación sumaria, agregar otras formas como el portafolios y la realización de proyectos.

- *"Álgebra en línea"*

  Ponentes: Itzel Hernández Serra.
  Angel González Torres.
  Luis Angel Flores.

  La propuesta contenida en este trabajo surge por cuestiones tales como: necesidad de nuevas herramientas, apoyo a los profesores de la asignatura en el proceso de enseñanza y apoyo a los alumnos en el proceso de aprendizaje. Se describe el proceso que se sigue en la producción de este material, el cual se inicia desde el desarrollo de contenidos en papel, captura de dichos contenidos para el diseño de imágenes y la programación de cuestionarios y ejercicios, los cuales se integran y se someten a una revisión de la unidad completa.

  Se comenta que cuando se emplea este recurso, el profesor del grupo ayuda a los alumnos, aborda y controla las situaciones, circula por los distintos grupos de trabajo cuando los alumnos interactúan con la computadora. En el trabajo se resalta que se buscan clases más dinámicas y un mejor uso de la computadora; se subraya la necesidad de que el alumno cuente con equipo de cómputo suficiente.

  Se hace énfasis en que en la realización de este trabajo fue muy importante la parte de programación y que el contenido de matemáticas fue tomado de los programas de la Escuela Nacional Preparatoria y se agrega que el alumno, al contar con Álgebra en Línea (el sitio) puede revisar los contenidos desde cualquier parte ya que tiene una dirección electrónica para hacerlo.

Al término de las presentaciones se plantearon las preguntas y respuestas siguientes:

- Juan Ursul Solanes.

  Expresa que a él le importa extender el estudio de los alumnos fuera del aula aunque percibe que el profesor se debe adaptar a la página, en el caso de la ponencia ***"Álgebra en Línea"*** y no ve que la "página" se adapte al profesor; pregunta si se buscó adaptar la "página" a la opinión de los docentes; agrega que le hubiera gustado ver el programa funcionando dentro de la presentación de la ponencia.

  El expositor de la ponencia ***"Álgebra en línea"*** responde que si se consultó a los docentes para realizar este trabajo, que no se pudo presentar el programa funcionando por lo limitado del tiempo de exposición y agrega que actualmente esta opción "Álgebra en línea" es empleada por 25 profesores de la Escuela Nacional Preparatoria.

- Luis García.

  Comenta en relación con las ponencias ***"Álgebra en línea"*** y ***"Video educativo"*** que ve un abismo en los conceptos, al contemplar, por parte del que aprende, lo que otro hace y así poder aprenderlo. Es de la opinión que el alumno que aprende matemáticas requiere de un maestro que guíe este proceso.

  Agrega que percibe una gran distancia entre la investigación educativa y la práctica docente.

- Patricia Balderas Cañas.

  Para contribuir en la respuesta, Patricia Balderas indica que su posición es que hay diversidad individual, diferentes maneras de estudiar y diferentes maneras de aprender; agrega que se debe certificar lo que el alumno ha aprendido y agrega que: en línea no se ve muy fácil de realizarlo, ni muy confiable. Además comenta que a través de Foros, como éste, tanto de carácter nacional como internacional y a través de la red se difunden conocimientos y resultados de investigaciones.

- Hugo Serrano Miranda.

  El profesor pregunta cómo influye el problema epistemológico mencionado por Patricia Balderas y respecto a la trascendencia del concepto de límite, en matemáticas.

- Patricia Balderas.

  Ella comenta que el obstáculo epistemológico se presenta en el individuo (no en la ciencia) y que tomando el caso de los límites, considera que es un concepto esencial para entender aplicaciones de matemáticas más avanzadas.

MESA 4

USO DE LA NUEVA TECNOLOGÍA Y MÉTODOS ALTERNATIVOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: SILVINA HERNÁNDEZ GARCÍA
RELATOR: CLAUDIA LORETO MIRANDA

En la primera ponencia se presentó una experiencia de trabajo en la FES Cuautitlán en torno a la asignatura métodos numéricos, refiriendo la experiencia que se ha tenido al querer transitar de métodos tradicionales de impartir la asignatura a formas más activas.

Se mencionó que el papel de los recursos computacionales en la actualización de la enseñanza de esta asignatura persigue dos objetivos: la revisión constante de la asignatura y mostrar el estado actual de la enseñanza de los métodos numéricos.

La forma en que se plantea el trabajo consiste en: presentar el método a estudiar, plantear casos de estudio, y la resolución y formulación de éstos, con el apoyo de la computadora.

La idea central de esta forma de trabajo es combinar como recursos de aprendizaje, el pizarrón, los acetatos y la computadora, pretendiendo de esta forma lograr que el proceso Enseñanza Aprendizaje sea más activo.

Esta forma de trabajo representa las siguientes ventajas:

- √ *Reducción del tiempo de formulación de métodos.*
- √ *Permite resolver varios casos.*
- √ *Propicia una participación activa, y motivación hacia la investigación.*

En la segunda ponencia se abordó la utilización de Mapas conceptuales como una herramienta que permita al alumno aprender la utilización de Nueva Tecnología para la Enseñanza y el Aprendizaje.

Se parte del supuesto de que la utilización de MATLAB puede propiciar aprendizajes significativos, si se apoya además en una herramienta de trabajo y representación como son los mapas conceptuales, que al utilizar hipertextos proporciona una herramienta visual que sintetiza información.

El mapa conceptual propuesto permite al estudiante conocer qué es MATLAB, y aprender a manejarlo y manipularlo al mismo tiempo.

En la tercera ponencia, se expuso una experiencia utilizando programas computacionales para enseñar matemáticas en UNITEC.

Se parte del supuesto de que el uso de estos programas permite al profesor interactuar con el estudiante favoreciendo aspectos importantes como la evaluación formativa.

La representación visual a través de este medio tiene gran valor en el aprendizaje de las matemáticas, ya que estimula el desarrollo de habilidades de visualización mental.

El uso de la nueva Tecnología, debe cuidar el uso y diseño de estrategias que propicien el razonamiento y lleven al estudiante a construir esquemas mentales más complejos y enriquecidos.

El uso de la nueva tecnología requiere de un proceso creativo y reflexivo de trabajo por parte de profesores y estudiantes, adaptando criterios de evaluación y complementándolos con lápiz papel.

Se insistió en la importancia de la formación consistente del profesorado para la utilización de manera adecuada de estas herramientas educativas.

En las tres presentaciones se coincidió en la importancia y valor didáctico de la Nueva Tecnología, en particular la computadora, haciendo énfasis en su utilización con lineamientos didácticos con los que no se pierda el objetivo de su utilización: el aprendizaje significativo por parte de los estudiantes.

MESA 5

USO DE LA NUEVA TECNOLOGÍA Y MÉTODOS ALTERNATIVOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: FRANCISCO SORIA
RELATOR: LUIS HUMBERTO SORIANO SÁNCHEZ

➢ *"Las calculadoras y las computadoras como apoyo en la enseñanza de las matemáticas"*

Ponentes: Heriberto Aguilar Juárez.
Isabel Patricia Aguilar Juárez.

El primero en tomar la palabra fue Heriberto Aguilar Juárez, señalando que no se puede negar las ventajas que representan el uso de las calculadoras, entre las cuales se puede mencionar la rapidez en el procesamiento; no obstante, se corre el riesgo de pensar que no es necesario aprender los conceptos.

La propuesta que hacen es:

Hacer que los alumnos aprendan, paralelamente con sus asignaturas, a usar la calculadora y herramientas de cómputo (esto es, a usar paquetes de cómputo como matemática, matlab y otros).

Como ejemplo, el doctor mencionó que en los cursos de álgebra se puede aprender por este medio a operar con números complejos, con matrices y con determinantes.

A continuación, tomó la palabra Isabel Patricia Aguilar Juárez para mencionar algunas de las bondades de la calculadora HP 49G. Por ejemplo, se puede representar gráficamente una función, "seguir" dicha gráfica con el cursor para así conocer sus valores máximos y mínimos.

También, Isabel Aguilar señaló que mediante la calculadora se pueden efectuar cálculos que tienen un elevado grado de dificultad. Mencionó que, por ejemplo, en estadística resulta muy difícil el uso de la calculadora para hacer pruebas de hipótesis y construir pruebas de confianza.

Isabel Aguilar puso especial énfasis en los siguientes puntos:

- La finalidad no es eliminar la enseñanza de las técnicas de cálculo.
- Siempre es importante saber qué se está haciendo e interpretar los resultados obtenidos.
- No basta la calculadora para aprender estadística.

Su propuesta es:

Enseñar a los alumnos a usar la calculadora y paquetes de cálculo.

Las ventajas son:

Se gana tiempo, mismo que se puede aprovechar para reforzar la conceptualización.

Para terminar su participación, la maestra formuló y respondió las siguientes dos preguntas:
¿Es válido o no usar estas tecnologías? Su respuesta fue que sí.

¿Es válido que el alumno use la calculadora en el salón de clase? Su respuesta fue que sí, pero que es necesario diseñar exámenes apropiados de modo que la calculadora sea un apoyo y no obstaculice la evaluación.

Finalmente, Heriberto Aguilar Juárez señaló que hay que actualizar los métodos de enseñanza para aprovechar el potencial de la calculadora.

- *"Cómo alcanzar los objetivos de las asignaturas de matemáticas usando las calculadoras y MAPLE V"*

Ponentes: Isabel Patricia Aguilar Juárez.
Angel Leonardo Bañuelos Saucedo.

Isabel Aguilar inició su presentación señalando que es necesario usar calculadoras en el aula y que, fuera de ella, hay que mostrarle al alumno cómo se maneja el software. Esto es fundamental en la formación de los alumnos ya que en el lugar de trabajo van a encontrar una muy seria competencia. Isabel Aguilar presentó algunos ejemplos de qué ventajas se tienen con el uso de las calculadoras.

A continuación, Angel Leonardo Bañuelos tomó la palabra para señalar que hay que ir al laboratorio a usar **MAPLE V**, que este paquete no es nuevo (data de los 80's) y que, cuando él era estudiante, no estaba prohibido su uso; en cambio ahora sí lo está. Invitó a reflexionar al respecto.

Después, Angel Leonardo Bañuelos presentó un ejemplo de cómo conocer los valores máximos y mínimos de una función de dos variables por medio de la calculadora. Señaló que basta graficar para hacer el análisis; esto debe ser interpretado por los alumnos. Finalmente, hizo una breve comparación de lo que se puede hacer con una calculadora y lo que se puede hacer con **MAPLE V**.

Para terminar, Isabel Aguilar Juárez estableció la siguiente conclusión:

La calculadora favorece la comprensión de problemas, pero el alumno debe analizar la solución e interpretarla.

- *"El aprendizaje de las matemáticas con base en un ambiente de representaciones dinámicas"*

Ponentes: Juan Manuel Estrada Medina.
Enrique Arenas Sánchez.

Juan Manuel Estrada inició la presentación planteando una serie de preguntas como:

¿Qué tipo de aprendizajes deseamos promover?

¿Qué estilo de pensar y de razonar deseamos promover?

¿Podrían las tecnologías ser un medio para ampliar estas formas de pensar?

A continuación, Juan Manuel Estrada presentó dos ejemplos sobre las dificultades de los estudiantes en Cálculo III. Como primer obstáculo, mencionó lo limitado de los estudiantes para percibir la importancia del problema. Como segundo problema señaló que el alumno no coordina ciertas magnitudes.

Juan Manuel Estrada mencionó la siguiente cita de Jean Piaget:

"Hay situaciones donde hay dos variables. El alumno no coordina qué sucede simultáneamente con las dos variables"

Las conclusiones son:

- La polémica entre los defensores de la tecnología y los defensores del lápiz y papel, es un falso dilema.

- Todos los escenarios (papel y lápiz, comunicación verbal, tecnología, etc.) deben considerarse para robustecer los aprendizajes.
- Los materiales de aprendizaje deben tener la característica de promover que los mismos estudiantes construyan las conexiones, ya que hacer conexiones implica entender.
- La tecnología ofrece la oportunidad de liberar al aprendiz de cálculos tediosos y abrumadores o de procesos rutinarios, para dedicarle más tiempo al aspecto del entendimiento conceptual de las ideas matemáticas.
- Las prácticas que los alumnos adquieren en el aula (entendidas en un sentido amplio como las formas de pensar y razonar), deben ser compatibles con las prácticas que necesitarán en el futuro.
- El presente foro no debe verse sólo como un punto de llegada sino también de partida, ya que han aflorado problemas y diversos puntos de vista que deben ser contemplados y profundizados en una nueva agenda de discusión. Por ello, se propone darle continuidad a la discusión.

La propuesta es:

- Proponer a los estudiantes un conjunto de actividad en las cuales usen lápiz, papel y computadora para que el alumno construya conexiones entre variables, lo que es fundamental para el aprendizaje.
- Proponer actividades que los alumnos puedan desarrollar con la computadora.

➢ *"El uso de la nueva tecnología en la enseñanza de las matemáticas"*

Ponente: Francisco Barrera García.

Francisco Barrera inició su presentación señalando que tal vez uno de los fenómenos más espectaculares que se han venido dando en los años más recientes es la introducción generalizada de las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación en todos los ámbitos de nuestras vidas. Es así como el uso de las computadoras, los satélites, el internet, etc., están cambiando nuestra forma de hacer las cosas: de trabajar, de divertirnos, de relacionarnos y, evidentemente, de aprender.

A continuación, Francisco Barrera hizo referencia a la problemática que representa la introducción del uso de las nuevas tecnologías en el proceso enseñanza-aprendizaje. Los extremos son malos, así como hay docentes que padecen "tecnofobia", también hay quiénes han llegado incluso al extremo de tratar de eliminar al docente por medio de la llamada "educación virtual".

El reto consiste, entonces, en buscar el justo medio, el punto de equilibrio entre la práctica docente, tradicional y el uso de la nueva tecnología. Para ello, hay que tener presentes los siguientes aspectos.

- La tecnología puede ser de gran utilidad pero hay que ser cautelosos, no hay que enfocarnos al aspecto operativo, ya que entonces su uso puede ser perjudicial.
- La tecnología es un instrumento que, según el uso que se le dé, puede ayudar o perjudicar.
- Nuestro deber como docentes es formar, no informar.
- Hay información que puede ser convertida en conocimiento, siempre y cuando el sujeto haga el esfuerzo por comprenderla, interiorizarla y hacerla suya.
- No se debe descuidar la parte conceptual.

Francisco Barrera formuló la pregunta: ¿cómo se puede inducir a los docentes a adoptar los modelos de enseñanza-aprendizaje basados en las nuevas tecnologías?. Él mismo respondió que el docente debe estar abierto al cambio, que hay que formarlo y capacitarlo.

Conclusión:

El uso de las nuevas tecnologías en el proceso enseñanza-aprendizaje es, sin lugar a dudas, un magnífico apoyo en la función docente, siempre y cuando estos recursos sean utilizados en forma tal que no se descuide la parte conceptual y se evite caer en el extremo de que los alumnos sean simples operarios de paquetes o programas. En esta modernidad se debe buscar un equilibrio entre manejo conceptual, uso de nuevas tecnologías y aprendizaje significativo.

Sesión de preguntas y respuestas

Un alumno hizo las siguientes dos preguntas:

¿Cuál es la propuesta para evitar los problemas de operación?

¿Cuál es la propuesta para que no seamos nada mas usuarios?

A la primera pregunta, Heriberto Aguilar Juárez respondió que el usuario debe ser capaz de verificar. Esto es, debe tener idea del resultado que debe esperar. A la segunda pregunta respondió que hay que preparar al estudiante para pensar y para que sepa utilizar la herramienta, no para que dependa de ella.

Lydia de la Vega, exestudiante de esta Facultad preguntó:

¿Hasta dónde es válido cambiar las clases tradicionales?

Isabel Aguilar Juárez respondió que no se trata de eliminar, sino de trabajar en paralelo.

Un profesor cuyo nombre no se escuchó con claridad preguntó:

¿Se ha pensado dejar un espacio para capacitar en el uso de las nuevas tecnologías?

Francisco Barrera respondió que una de las finalidades de estar aquí reunidos es la de buscar alternativas, buscar opciones.

Una persona que no se identificó preguntó:

¿Por qué las herramientas mostradas no se producen en Latinoamérica?

¿Producirá algún día la Facultad de Ingeniería una herramienta de este tipo?

Enrique Arenas contestó que esta situación se debe a falta de apoyo, y que el programa que trajeron fue hecho por ellos mismos, pero les faltó tiempo para mostrarlo.

José Antonio Nava, profesor de esta Facultad, preguntó a Isabel Aguilar Juárez y Angel L. Bañuelos.

¿Han hecho algún estudio para saber si han logrado sus objetivos?

Angel Leonardo Bañuelos respondió que a profundidad, no; que lo han hecho de manera parcial y sólo en algunos grupos de algunas asignaturas.

Bernardo Frontana de la Cruz, jefe de la División de Ciencias Básicas de esta Facultad pidió la palabra para señalar, respecto a la pregunta de José Antonio Nava, que se tienen estadísticas del aprovechamiento escolar que datan de 1971 a la fecha, mismas que sirven para ver, por ejemplo, cómo impactó la seriación, el problema de 1999, etc., y que éstas están a la disposición de todos los profesores.

MESA 6

USO DE LA NUEVA TECNOLOGÍA Y MÉTODOS ALTERNATIVOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: ADOLFO MILLÁN NÁJERA
RELATOR: ARTURO CONTRERAS BARRERA

- *"El laboratorio de matemáticas un lugar para vincular la matemática, la física y la ingeniería"*

  Ponente: Pedro Luis Galindo.

  En esta ponencia se planteó que en la ENEP Aragón se desarrolla un proyecto en el que integren las matemáticas, la física y la ingeniería. Para ello se desea establecer un laboratorio en donde se plante un problema y se vea el aspecto de las matemáticas, el aspecto de la física, el de la física con la realidad y todos los aspectos entre sí, para posteriormente hacer una simulación del problema.

  Se presentó un ejemplo donde se puede relacionar el aspecto matemático con la expresión de un fenómeno físico, después con un programa Matlab se hizo un programa en el que se simuló el fenómeno estudiado.

  Como conclusiones se presentó que:

  - La reprobación de las asignaturas de matemáticas es debido al desconocimiento de su aplicación en el ámbito cotidiano.
  - El laboratorio de matemáticas puede ser una alternativa para subsanar esta deficiencia.

- *"El aprendizaje de las matemáticas con base en las plataformas de psicopedagogía y de computación"*

  Ponentes: Irene Patricia Valdéz y Alfaro.
  Marco A. Gómez Ramírez.

  En esta ponencia se plantea que a partir del constructivismo y con la ayuda de la computadora como herramienta se obtiene como resultado la motivación de los alumnos y propicia un mejor aprendizaje; que la computadora es una herramienta útil para apoyar al profesor en su proceso de enseñanza; que permite dedicar mayor tiempo al análisis conceptual de los problemas; permite a los alumnos la construcción de sus conocimientos y así la resolución de los problemas planteados.

  Se propuso que, sin estar incluido dentro del programa de las asignaturas o del mapa curricular, se hagan talleres obligatorios adicionales al plan de estudios en donde se resuelvan problemas con el uso de las nuevas tecnologías, tal vez con un valor de un crédito.

  Se concluyó que:

  - Se deben incluir conceptos psicopedagógicos en la enseñanza.
  - En el caso del constructivismo el uso adecuado de la computadora es un factor motivador del aprendizaje.

- *"A la búsqueda del equilibrio en la utilización de la tecnología nueva en la enseñanza de las matemáticas"*

  Ponente: Érik Castañeda De Isla Puga.

  En esta ponencia se planteó que se debe buscar un equilibrio en el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas; si uno se inclina hacia el extremo de basar toda la enseñanza en las nuevas tecnologías, se estará equivocado y si uno se inclina hacia el extremo de no usar para nada las nuevas tecnologías, también se estará equivocado, lo correcto será el justo medio.

También se planteó que con respecto a las nuevas tecnologías existe una cuestión de actitudes: Cualquier cambio lleva a las personas a su rechazo, y este será proporcional al esfuerzo que representa. Pero cuando se acepta o se tiene que dar el cambio, entonces el rechazo se transforma hacia el dominio.

Se propuso que:

- Se utilicen las nuevas tecnologías y que no se tenga miedo al uso de tecnologías desconocidas.
- Que al no existir un justo equilibrio que se pueda definir como tal, ante el Consejo Técnico se conformen grupos de trabajo, que incluyan las diversas tendencias, donde se escuchen las diferentes opiniones que existen, que tengan capacidad de convocatoria y que nombren a las personas adecuadas para que se vea que se hace en el extranjero (no en EUA ya que ahí no se desarrolla tecnología de punta, ellos la compran) y se observe el equilibrio que se usa en esos países.

➢ *"Uso intensivo de herramientas de cómputo para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, una experiencia reciente en la Facultad de Ingeniería"*

Ponente: Juan Ursul Solanes.

En esta ponencia se planteó que desde hace 30 años no ha cambiado el contenido ni el método de enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Que dado el orden lógico del temario, este no se presta a discusión. Pero que lo anterior está mal planteado ya que la asignatura está diseñada para la enseñanza y no para el aprendizaje.

Ante lo anterior, este semestre se solicitó autorización para desarrollar un grupo piloto con un nuevo sistema, utilizando nuevas tecnologías para el aprendizaje, pero cumpliendo con los objetivos aprobados en el plan de estudios, y con objetivos nuevos adicionales.

Se demostró prácticamente como con el uso del programa Maple, los estudiantes resuelven fácilmente las ecuaciones diferenciales sin demérito en el aprendizaje de los conceptos fundamentales, haciendo una interpretación correcta de los resultados.

Se propuso:

- Sostener la teoría de la asignatura.
- Organizar la asignatura partiendo de los conceptos básicos a las ecuaciones de orden superior y después a las de primer orden. Ya que de esta manera se facilita el aprendizaje por parte de los alumnos.
- Dejar de lado la mayoría de los métodos manuales propuestos en el programa y en su lugar desarrollar aptitudes en cómputo, alejándose del "recetismo".
- Dar énfasis a la interpretación de los problemas y al planteamiento de los modelos matemáticos de resolución.
- Dedicar más tiempo a la interpretación de los resultados y a la comprensión de las soluciones apoyándose en los resultados obtenidos en la computadora.
- Inducir la sustitución de la memorización por el razonamiento complejo y de interpretación orientada a la ingeniería más que un simple ejercicio intelectual abstracto.

A la fecha se han obtenido los siguientes resultados:

- Mayor constancia por parte de los alumnos.
- Respuesta positiva a la entrega de tareas.
- Un interés mayoritario por parte de las mujeres en comparación con los hombres.

- Más y mejores preguntas.
- Mayor interacción a través del e-mail.

Al final lo que se evaluará a los alumnos es el aprendizaje y dominio de los conceptos básicos y la interpretación adecuada de los resultados.

Sesión de preguntas y respuestas

Durante esta sesión se planteó que:

- Las evaluaciones deben ser diferentes a como se hacían antes ya que ahora se pueden usar herramientas potentes y se deben enfocar a la interpretación.
- Que es bueno que se haga un examen para que se use la computadora en su resolución, siendo Juan Ursul Solanes el pionero en esta innovación.
- Que no se deben hacer problemas para que se use la computadora, sino problemas y que sea el estudiante el que decida si usa solo lápiz y papel o usa la computadora.
- Que las evaluaciones se harán igual que cuando se hace con métodos manuales, pero el grupo piloto de Juan Ursul lo hará fácilmente con la ayuda de la computadora y en menor tiempo.
- Se deben enseñar los fundamentos de las matemáticas para que los alumnos ante la ausencia de herramientas electrónicas sean capaces de dar solución a los problemas planteados.
- Que en este momento no se busca que haya más alumnos aprobados, sino que se busca que los alumnos que aprueben, salgan mejor preparados para resolver ecuaciones y con una mente más abierta.
- Que el uso de la computadora no reemplaza la enseñanza de los conceptos básicos y los métodos de solución, sino que es una herramienta adicional.
- Que las nuevas tecnologías son una herramienta y que se deben incluir en el nuevo plan de estudios para no quedar obsoletos ante el avance de otros países.
- Que no sólo se forman ingenieros para resolver problemas, sino también para que dado el caso sean líderes, dirigentes, etc., y puedan resolver los problemas de la más diversa naturaleza.

Conclusiones Generales

- Se debe enseñar la aplicabilidad de las matemáticas y no sólo el aspecto intelectual de las mismas.
- Se deben incluir conceptos psicopedagógicos en la enseñanza de las matemáticas.
- La computadora es una herramienta poderosa que apoya el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- La computadora libera tiempo al facilitar la solución de ecuaciones y permite dedicarse más al análisis conceptual de los problemas.
- Se debe encontrar el justo medio en el uso de nuevas tecnologías para la enseñanza de las matemáticas.
- Se debe perder el miedo al uso de nuevas tecnologías desconocidas.
- Dejar de lado los métodos manuales que solo dificultan y desalientan a los alumnos y en su lugar fomentar las habilidades en cómputo.
- No dejar de enseñar los conceptos básicos, la interpretación de los problemas y el planteamiento de los modelos de resolución.
- El uso de nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas ha sido recibida positivamente por los alumnos, mejorando su aprendizaje y preparándose mejor.
- El uso de nuevas tecnologías en la enseñanza debe quedar incluido en los planes de estudio de la Facultad de Ingeniería.

MESA 7

FACTIBILIDAD DEL NUEVO ENFOQUE EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: RODOLFO SOLÍS UBALDO
RELATOR: PABLO MEDINA-MORA E.

El moderador, Rodolfo Solís Ubaldo, dio comienzo a la sesión a las 13:08 h, con la presencia de los tres expositores programados y treinta asistentes (a los pocos minutos, el número de asistentes aumentó a sesenta, número que permaneció fijo hasta el final de la sesión).

- *"Factibilidad del nuevo enfoque de la enseñanza de las matemáticas"*

  Ponente: Alejandra Vargas Espínoza de los Monteros

  Presentó un conjunto de elementos para analizar la factibilidad y elaborar propuestas para el uso de algunas nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas en nuestro contexto. La organización de la presentación se basó en la interrelación de: las tecnologías, los alumnos y los profesores. La expositora describió diferente tecnologías, señalando sus requerimientos, cuidados y ventajas; en particular las siguientes: vídeos, vídeoconferencias, multimedia, *internet* y *software* de matemáticas. Para analizar la factibilidad de su aplicación, en nuestro contexto, se delineó un contraste entre la oferta, en términos del Laboratorio de Cómputo Asociado a la Docencia, el número y características de los sistemas de computadoras en servicio, entre otros, y la demanda real y potencial en términos de las asignaturas de Ciencias Básicas. En cuanto a los alumnos, futuros desarrolladores de estas tecnologías, la expositora señaló algunos factores que determinan su aprendizaje, desde los que tienen que ver con el mercado laboral y las necesidades de investigación y docencia, pasando por el indispensable contacto que deben tener con los avances recientes, hasta el "más relevante", su iniciativa propia, su motivación. Y en cuanto a los profesores, considerando que son muchos, que se enfrentan a cambios constantes y a cargas elevadas, la implicación es priorizar su capacitación en estas tecnologías. Finalmente, la Ingeniera formuló la viabilidad de que en cada curso se incluyan una o dos prácticas, preferentemente en las etapas finales del semestre, en las que se empleen productivamente estos medios.

- *"Inclusión de la geometría fractal* en *los cursos de matemáticas básicas"*

  Ponente: Martín Bárcenas Escobar

  Comenzó por advertir que su ponencia está relacionada con otra, elaborada por él mismo, siendo que mientras en esta se plantea un horizonte de dos o tres años, en aquella se realiza una prospectiva a veinticinco años y ofreció a los asistentes conocer la otra ponencia. Dicho lo anterior, pasó a ubicar a la Geometría Fractal en el contexto de las Matemáticas de los Sistemas Dinámicos y la Nueva Matemática, afirmando que no todos los modelos son complejos e ilustró alguno que es simple. A continuación identificó las diferencias entre las nociones de <<caos>> y <<fractal>> y mostró diversos ejemplos de fractal, así como de sus aplicaciones para modelar fenómenos en diversos campos. Para terminar identificó las zonas de los programas vigentes de Álgebra, Geometría Analítica y Álgebra Lineal en la que se podrían introducir contenidos de aprendizaje relacionados a los fractales y concluyó su ponencia calificándola como una "pincelada" para comenzar a discutir cómo introducir la Geometría Fractal en la enseñanza de las matemáticas para ingenieros.

- *"Álgebra Lineal: La Nueva Matemática"*

  Ponente: Juan Velázquez Torres

  Comenzó por señalar que el Álgebra Lineal "es importantísima" para múltiples y diversa aplicaciones. Para caracterizar a esta disciplina se remontó a finales del siglo XIX, al surgimiento de esos entes, denominados <<vector>> y <<tensor>> y luego el otro llamado <<matriz>>, los que constituyeron el germen, la plataforma fundamental, de la revolución científica, de la Física de principios del siglo XX. Atrás de múltiples y diversas realizaciones de la actualidad está la maravillosa Álgebra Lineal. Dicho lo anterior, el ponente afirmó que "es vital" vincular esta asignatura con las diferentes asignaturas de matemáticas y física, que es urgente hacerlo ya, pues afirmó que llevamos un atraso de más de 50 años. Citó seis experiencias recientes, de formación académica de profesores de Ciencias Básicas, en las que se ha marcado esta necesidad. Y remató que no se observa una disposición al cambio. El expositor también presentó un análisis del peso que se le ha asignado a los contenidos de Álgebra Lineal en los últimos programas de estudio de la Facultad, observando que hay una disminución, una tendencia a la baja. Señaló también que en otras instituciones, en la carrera de Ingeniero Físico, la enseñanza del Álgebra Lineal está en cero. Por último, el profesor apuntó que hace 18 años, con la introducción en las secundarias de la *Comodore 64*, se pensó que la computación iba a revolucionar la enseñanza de las matemáticas y que lo que hoy se observa es que impera una tendencia a usar la nueva tecnología sin fundamentos.

En la formulación de preguntas y comentarios se expresaron diversas ideas asociadas a temas abordados en sesiones anteriores, entre otras: la elevada carga de los programas de estudio, la necesidad de definir el momento de aprendizaje oportuno para incluir nuevos enfoques y contenidos más desarrollados, así como la deseabilidad de fortalecer y extender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, eliminando las "divisiones estancas" y apuntando hacia los conceptos y herramientas que necesita el ingeniero, que necesita México. Se formularon así asignaturas (con mayor énfasis Álgebra, Álgebra Lineal y Física) y entre niveles, se formuló incluso la idea de trasladar contenidos actuales de matemáticas y física al bachillerato, y vincularse más y mejor con los posgrados y confirmar –como se dijo que lo dijo un ingeniero– que es inconcebible un ingeniero sin las bases que brinda el Álgebra Lineal. !Ay, pero no obstante esta asignatura va "a la baja", el odio que motiva(mos) por ella no va a la baja!. Por supuesto que hay que defenderla y extenderla, hay que hacerlo, la nueva tecnología ayuda, los alumnos si están listos, el mercado de trabajo así lo exige, hay muchas manera de hacerlo, no desalentemos ninguna.

MESA 8

ESTRATEGIAS DE ACCIÓN HACIA EL CAMBIO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: CARLOS SÁNCHEZ MEJÍA
RELATOR: YUKIHIRO MINAMI KOYAMA

- *"Enfoque interdisciplinario para la acción de la enseñanza en las matemáticas"*

Ponentes: Leticia Vázquez Barrera.
Hugo Serrano Miranda.
Guillermo Monsiváis Galindo.

En la ponencia se hace hincapié en la necesidad de realizar una reflexión sobre los problemas que se derivan de la fragmentación curricular y de la superespecialización en la enseñanza.

Aunque se han hecho esfuerzos por incrementar la participación de los estudiantes en su aprendizaje y en generar recursos didácticos actualizados, en general la enseñanza sigue siendo tradicional.

Entonces, es necesario promover un cambio en el método de enseñanza considerando:

- que mientras más sentidos se involucren en el aprendizaje, es mejor;
- la necesidad de procurar una mayor vinculación teórica-práctica;
- el establecimiento de formulaciones integradoras del conocimiento en los alumnos.

Los autores considerar que las nuevas tecnologías son un recurso importante, que constituyen un potencial didáctico para introducir, complementar y consolidar el conocimiento.

A continuación, opinan que la superespecialización del Plan de Estudios se presenta debido a que los profesores conocen y dominan puntualmente los temas, y desconocen las relaciones entre las asignaturas, por lo cual se propician la repetición innecesaria de contenidos, los enfoques inadecuados y la falta de integración del conocimiento.

En esta ponencia se propone promover el intercambio académico entre profesores, con objeto de analizar y discutir tanto la labor docente como los contenidos de las asignaturas.

Comentaron que ya se han tenido experiencias previas sobre el particular, como los Cursos intersemestrales interdisciplinarios denominados "Aplicación del Álgebra Lineal a la Física", "Triada Álgebra Lineal --Cálculo– Electromagnetismo" y el "Seminario interdisciplinario sobre el Análisis de Fourier".

- *"Estrategias complementarias para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática"*

Ponentes: Heriberto Aguilar Juárez.
Martha Rosa del Moral Nieto.
Yukihiro Minami Koyama.

Esta ponencia se basa en tres aspectos principales:

- el enfoque que propone Piaget sobre el aprendizaje de la matemática, en la que se propone que un sujeto logra el razonamiento lógico–matemático por medio de la manipulación del mundo físico, hasta llegar a realizar la abstracción;

- el método de enseñanza holístico, que toma en cuenta los diferentes estilos de aprendizaje (visual, auditivo, táctil-kinestésico), y el desarrollo de habilidades intelectuales simultáneamente en los dos hemisferios cerebrales, buscando potenciar la capacidad de aprendizaje;
- la fisiología del cerebro, órgano principal empleado en el aprendizaje.

Los métodos tradicionales considerar preferentemente el desarrollo y estímulo del hemisferio izquierdo, que trata entes abstractos como las palabras, los números y el análisis, y descuida al hemisferio derecho, donde se procesan las imágenes, los hechos concretos y la creatividad.

En la ponencia se proponen estrategias para propiciar el funcionamiento simultáneo de ambos hemisferios, como son:

- el empleo de modelos concretos para el aprendizaje de conceptos abstractos;
- la resolución de problemas con el empleo de ambos hemisferios cerebrales;
- resolución de problemas matemáticos aplicados a conceptos reales;
- la computadora como auxiliar para la enseñanza de la matemática.

Entre las conclusiones importantes de esta ponencia destacan:

- la falta de habilidad por parte de los alumnos para realizar abstracciones, para lo cual se propone la estimulación simultánea de ambos hemisferios, y así facilitar el aprendizaje;
- que el deporte es una actividad que prepara al individuo para la realización de esfuerzos intelectuales;
- que la computadora no podrá sustituir al profesor, ni relevar al alumno de la necesidad de pensar.

➢ *"Estrategias de acción hacia el cambio en el aprendizaje y su evaluación"*

Ponente: Pablo García y Colomé.

En esta ponencia el autor propone establecer un nuevo paradigma del proceso enseñanza-aprendizaje basado en:

- promover un espíritu libre y crítico;
- la necesidad de organización y claridad en las clases;
- la importancia de propiciar la motivación de los alumnos en su propio aprendizaje;
- la importancia de cuidar la expresión tanto oral como escrita por parte del profesor;
- procurar la fijación del conocimiento en los alumnos, y el desarrollo de la creatividad;
- la secuenciación en la enseñanza, de lo conocido a lo desconocido, de lo fácil a lo difícil, de lo concreto a lo abstracto;
- tener sensitividad con los alumnos;
- la importancia de identificar el contenido a aprender, de formular resúmenes, de propiciar el aprendizaje cooperativo, y de recomendar los trabajos de investigación por equipo.

El autor propone un esquema de evaluación conjunta alumno–profesor, así como analizar la viabilidad de los llamados "exámenes colegiados".

Asimismo, considera que no todo se resuelve con el uso de nuevas tecnologías, y que es importante transformar al alumno de pasivo a activo, y al profesor de tradicional a consciente.

- *"Estrategias de acción hacia el cambio en la enseñanza de las matemáticas"*

  Ponente: Orlando Zaldívar Zamorategui.

  En esta ponencia se menciona la necesidad de analizar la situación actual en la Facultad de Ingeniería, en la que los alumnos no llegan suficientemente bien preparados a los cursos posteriores.

  Se cuestiona qué estamos haciendo y cómo lo estamos haciendo, y si los profesores conocen el manejo de alumnos adolescentes y están suficientemente bien capacitados.

  En caso de que sea necesario cambiar, considera que es importante conocer la opinión tanto de los profesores como de los alumnos.

  Asimismo, comenta que sería un "suicidio" eliminar la seriación de materias actuales.

  Propone definir acciones concretas para el cambio, como puede ser el que los organizadores de este Foro se encarguen de promover reuniones académicas en la que se analicen y se propongan acciones para mejorar la problemática en la enseñanza.

  Concluye mencionando que es de vital importancia conocer lo que se está haciendo, conocerse a sí mismo y el aprender a vivir.

Sesión de Preguntas y Respuestas

1. Martín Bárcenas: qué propuesta diferente se puede hacer para evaluar y calificar a los alumnos.

   Pablo García propuso el siguiente esquema de evaluación:

   Exámenes para medir habilidades, 20%;

   Autoevaluación responsable por parte de los alumnos, 20%;

   Trabajo de investigación por equipo, 20%;

   Serie de ejercicios, 20%;

   Participación de los alumnos, 20%.

   Comentó que la autoevaluación del alumno será válida en la medida en que se propicie la libertad con responsabilidad en ellos, y llegar a dicha libertad responsable es parte del proceso educativo.

2. Martín Bárcenas: cuál es la propuesta concreta sobre la interdisciplinariedad, tanto horizontal como vertical.

   Leticia Vázquez mencionó que ha habido acciones verticales como el último Seminario sobre Análisis de Fourier, en el que se involucraron profesores de diversas asignaturas de varias Divisiones de la Facultad.

3. Juan Ursul: cómo se puede relacionar el uso de los dos hemisferios en un exámen.

   Heriberto Aguilar comentó que un examen desde el punto de vista de metodologías holísticas, requiere de la lectura de los enunciados, que es una función predominantemente del hemisferio izquierdo, la esquematización del problema con figuras y diagramas, en la que interviene el hemisferio derecho, y la propia resolución aplicando una estrategia adecuada, en la que intervienen ambos.

4. Se preguntó que cómo responden los alumnos a los exámenes.

   Martha Rosa del Moral mencionó que los alumnos en algunos casos no entienden los enunciados, y en otros tienden a usar fórmulas sin analizar el problema ni establecer alguna estrategia para su resolución.

5. Víctor Sánchez: el nivel académico de los alumnos de la Facultad es similar al del alumnos de las universidades de Estados Unidos de América.

   Heriberto Aguilar mencionó que influye el nivel económico, sobre todo en el equipamiento de los laboratorios en el posgrado. A nivel licenciatura es bastante similar al que tenemos en la Facultad de Ingeniería.

6. Un alumno considera que el nivel de los alumnos de bachillerato es bajo, por lo que propone una mayor vinculación de alumnos y profesores de la Facultad con los de la Preparatoria y los CCHs.

   Orlando Zaldívar le informó que la División de Ciencias Básicas se ha preocupado por la vinculación con el bachillerato, y que en los semestres de primer ingreso destina una buena parte de sus recursos a la impartición de los cursos propedéuticos.

7. Hugo Serrano: qué puede llevarse a cabo para promover entre los profesores tanto el deporte como actividades culturales como la música.

   Yukiro Minami respondió que es necesario formalizar estas actividades de tal forma que pueda programarse tanto su organización como su desarrollo.

MESA 9

ESTRATEGIAS DE ACCIÓN PARA EL CAMBIO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MODERADOR: RICARDO PADILLA VELÁZQUEZ
RELATOR: HERIBERTO AGUILAR JUÁREZ

- *"La enseñanza de la matemática en las escuelas y facultades en la UNAM. Lo que es y lo que debe ser"*

  Ponente: Luis Ramírez Flores

  La matemática se enseña desde dos extremos importantes: 1. Desde una perspectiva mecanicista y 2. Con el formalismo rígido definición-teorema-demostración. Ambos extremos son malos, ya que cercenan la intuición del alumno para resolver problemas (se presentaron varios ejemplos del tipo de problemas que se sugiere utilizar en los cursos). Se propone que se enseñen pocos conceptos pero de calidad; que en los cursos se hagan alusiones a aspectos históricos del desarrollo de las matemáticas, y que se les propongan a los estudiantes problemas cuya solución se pueda analizar desde diferentes puntos de vista. Que se les señalen vías de investigación, que se promuevan entre ellos actividades artísticas, deportivas y culturales y que se les dé ejemplo de valentía y honestidad.

- *"Propuesta para una reestructuración del sistema tradicional semestral con el fin de que el alumno tenga un aprovechamiento más efectivo de sus estudios"*.

  Ponentes: Sara Ríos Dordelly
  Ma. Sara Valentina Sánchez Salinas

  Se propone una reestructuración del Sistema tradicional semestral, para sustituirlo por uno de tiempo variable, con el fin de darle tiempo al alumno para que haga suyo el conocimiento y evitar que el alumno se sature de actividades en las dos últimas semanas del semestre, pues los cursos tendrían fechas de terminación diferentes. Se considera que esto eliminaría la necesidad de recursar asignaturas, reduciendo el período real de terminación de la carrera. La problemática actual consiste en que la mayoría de los estudiantes no están preparados para ser autodidactas y creen que estudiar es mecanizar, no terminan sus estudios en cinco años y su preparación es deficiente. Se proponen como prácticas correctivas: Proponerles lecturas a los alumnos, realizar resúmenes de entrada y salida, buscar la vinculación de las asignaturas y concientizarlos de la importancia que tiene su preparación. Para esto se requiere determinar el tiempo adecuado para cada una de las asignaturas, entregar boletas de calificación a los alumnos para que se les autorice su inscripción a materias consecuentes. Los profesores tomarían cursos de preparación sobre los contenidos de su materia y sobre el nuevo sistema. No se deben sacrificar oportunidades de aprendizaje por dificultades administrativas.

- *Ponencia: "Influencia del aprendizaje de matemáticas en el desempeño de los alumnos en cursos de fenómenos de transporte"*

  Ponentes: J.A. Barrera Godínez*
  J. B. Hernández Morales
  A. Ingalls Cruz.

  La carrera de Ingeniero Químico Metalúrgico de la Facultad de Química de la UNAM contempla en su plan de estudios ocho cursos de matemáticas entre los cuales suman 60 créditos. En los cursos de fenómenos de transporte se observa: un rechazo de los estudiantes, de bajo promedio de calificaciones, elevados índices de reprobación, miedo, y que, debido a la seriación, los cursos se convierten en un obstáculo para la titulación. Se diseñó y aplicó un cuestionario para evaluar los conocimientos matemáticos simples pero que inciden en el estudio de los fenómenos de transporte, el cual no requiere uso de calculadora. Los resultados obtenidos revelan que solo un 26% de estudiantes entregó un examen completo y correcto. De la investigación se concluye que la calidad de los conocimientos de matemáticas de los estudiantes de química es baja, y se explican algunos de los indicadores de eficiencia de aprendizaje en los cursos de fenómenos de transporte.

> *"La actitud del profesor en la enseñanza de las matemáticas ante el desarrollo de la computación"*

Ponente: Ricardo Martínez Gómez.

El avance de los equipos de cómputo, hardware y software, implica un cambio en los métodos de cálculo y hace necesario revisar los programas, el enfoque y las técnicas de enseñanza. Los conocimientos de matemáticas son el fundamento de la ingeniería. Algunas de las asignaturas que los ocupan son Transferencia de Calor, Mecánica de Fluidos, Mecánica de Sólidos, etc. La proliferación de las herramientas de cómputo conlleva el riesgo de que se menosprecie el estudio de los conceptos básicos de matemáticas. Sin embargo, los programas de computadora no sustituyen a las asignaturas de matemáticas, ya que sin éstas no sería posible aplicar aquellos. Los paquetes de cómputo para matemáticas son útiles en la parte operativa, y son cada día más complejos y fascinantes. Se propone que los programas vigentes se cumplan y que se utilicen los equipos de cómputo para acelerar el ritmo de los cursos, por medio de tareas que involucren análisis y cálculos con computadora.

Preguntas, respuestas y comentarios

¿Se prohibe el uso de la calculadora en el examen que se aplica a los alumnos de fenómenos de transporte?

√ No se requiere.

¿Qué piensan de la piratería de software?

√ No es necesaria. Las versiones estudiantiles de paquetes como MatLab son bastante económicas.

¿Cómo logran en Aragón que los alumnos se interesen en los problemas de matemáticas?

√ Se seleccionan problemas con muchas variantes, que provoquen a los alumnos, lo mismo a dos que a ochenta.

¿Cómo abordan, en el curso de Ecuaciones Diferenciales, el problema de los puntos singulares?

√ Se llevan las ecuaciones al plano fase, para entenderlas ahí.

¿Por qué no se han podido incluir temas como el de ondoletas, teoría del caos, fractales y mecánica estadística en los cursos de ciencias básicas de nuestra facultad?

√ Porque el tratamiento que se les ha dado a las asignaturas de Ciencias Básicas ha sido de menosprecio por parte de las divisiones terminales.

* Presentó ponencia

La edición, corrección ortográfica y de estilo, estuvo a cargo de la Dirección General de Estadística y Desarrollo Institucional (DGEDI).

Edición por Computadora

Ma. de Lourdes Cruz Cuevas
Inés A. Jiménez Martínez

Revisión y Correción de Estilo

Ma. Teresa Ramírez Plancarte
Landy Villanueva Martínez

Responsable de Edición

Elizabeth Hortube Gutiérrez

Responsable de la Publicación

Beatriz Reyes Retana Valdés

ISBN 970-32-0062-1