



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**DISEÑO DE UN PROTOTIPO PARA
PROBAR MODELOS DE VIBRACIÓN
TORSIONAL**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO

PRESENTA

MARIO ALBERTO LAZCANO ARIZMENDI

DIRECTOR DE TESIS

M. I. ROGELIO DARIO GUTIERREZ CARRILLO



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017

AGRADECIMIENTOS

Quiero dedicar este trabajo a mis padres Mario Lazcano y Rosalva Arizmendi que sin su apoyo, enseñanza y comprensión no hubiera podido llegar hasta donde llego hoy en día y me han motivado a seguir el camino que se va forjando con cada logro conseguido.

A mis hermanos que siempre me han apoyado e incitado a perseverar en el alcance mis metas, porque me han acompañado en momentos buenos y en los no tanto, siempre aprendiendo lo que la vida nos enseña.

Le agradezco a mi director de tesis M.I. Rogelio Gutiérrez por haberme brindado la oportunidad de desarrollar este trabajo, por sus conocimientos, perseverancia y orientación que me ha compartido y que sin duda hacen sentirme en deuda por todo lo aprendido en el tiempo que ha durado este proyecto.

A la Facultad de Ingeniería por haberme abierto sus puertas y presentado a personas que han aportado conocimientos y experiencias en mi preparación académica y sobre todo amistades muy valiosas que van acompañándome a cada momento.

1. Introducción al proyecto	1
1.1 Planteamiento general del problema	1
1.1.1 Estado del arte.....	2
1.1.2 Deformación torsional.....	5
1.1.3 Ecuación de Movimiento.....	8
1.2 Declaración de la misión	9
1.2.1 Recopilación visual.....	11
1.2.2 Necesidades del dispositivo.....	17
1.3 Especificaciones del dispositivo.....	18
1.4 Objetivo general.....	18
2 Diseño conceptual del dispositivo	19
2.1 Aclaración del problema de diseño	19
2.2 Comparación de productos existentes.....	20
2.3 Árbol de clasificación de conceptos	26
2.4 Propuestas del concepto.....	33
2.5 Evaluación y selección del concepto	36
3 Arquitectura del sistema.....	39
3.1 Memoria técnica.....	39
3.1.1 Límites de funcionamiento del dispositivo	39
3.1.2 Rango de operación de las probetas	48
3.2 Componentes y su manufactura	64
3.3 Vista de conjunto	72
4 Análisis Experimental	75
4.1 Instrumentación	75
4.2 Dispositivo de medición Empleado para el análisis de torsión.....	76
4.3 Ensayo de torsión (Comprobación experimental)	82
Conclusiones.....	94
Bibliografía	96
Anexo 1	97
Anexo 2.....	113

Capítulo 1

1. INTRODUCCIÓN AL PROYECTO

“Si al comienzo una idea no parece absurda, entonces no hay esperanza para ella”

Albert Einstein

1.1 PLANTEAMIENTO GENERAL DEL PROBLEMA

Los conceptos de vibraciones han sido usados a través del tiempo en aplicaciones prácticas en donde la solución de problemas requiere modelar físicamente sistemas mecánicos. En muchos cursos de ingeniería los estudiantes tienen la dificultad de visualizar los conceptos teóricos y aunque los problemas de los libros de texto son útiles, los estudiantes tienen la dificultad de visualizar cuál es el significado físico de un problema matemático. Partiendo de esto se desarrollan metodologías experimentales en donde los estudiantes realizan arreglos físicos que les permitan obtener datos que se puedan comparar con cálculos analíticos y de este modo poder generar conclusiones sobre el por qué pueden existir ciertas diferencias con los resultados obtenidos, es así como el estudiante tendrá un mejor criterio dentro de su formación académica.

Se debe tener en cuenta que el ingeniero mecánico de hoy en día debe tener fuertes habilidades teóricas, computacionales y experimentales las cuales deben ser forjadas dentro de la estancia académica universitaria. Es por ello que las instalaciones de las aulas y sobre todo de los laboratorios deben de ser lo más completas posibles a fin de obtener mejores resultados en la educación.

En el caso de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) de acuerdo con su programa de estudios cuenta con espacios para las diferentes áreas, ya sea metal-mecánica, de diseño, termodinámica, de fluidos o dinámica, donde los alumnos van complementando los conocimientos teóricos con los prácticos. Por ello es necesario estar constantemente complementando los espacios de laboratorio con la intención de actualizar las pruebas que se realizan en cada una de las áreas, ver cuáles son sus necesidades en cuanto a dispositivos de prueba y con base en ello se pueda realizar una investigación y una propuesta para complementar los laboratorios de la Facultad.

Una de las metas del presente trabajo es desarrollar material didáctico dentro de las instalaciones del laboratorio de Vibraciones Mecánicas, actualizando los mecanismos de pruebas con los que se cuentan y crear nuevos modelos, siguiendo el plan de estudios de dicha materia.

Revisando el programa de estudios 2010 de la Facultad de ingeniería de la UNAM, en la carrera de Ingeniería Mecánica se imparte la asignatura de Vibraciones Mecánicas de manera optativa cuyo objetivo es crear antecedentes básicos para el diseño, análisis y prueba de las vibraciones en la maquinaria existente en la industria. Basándose en el contenido del curso, nos centraremos en los temas:

4.3 Vibración Torsional

5. Pruebas y análisis modal y experimental

Es necesario estudiar el fenómeno de las vibraciones torsionales con un grado de libertad y sin amortiguamiento, excluyendo las vibraciones por flexión y axial (Vibraciones longitudinales) para poder desarrollar un dispositivo que permita comprender las cargas a las que pueden someterse ejes de sección transversal circular y la rigidez que presentan los materiales.

Por otra parte, al diseñar un dispositivo para laboratorio que permita hacer pruebas de vibración torsional, se considera el desarrollo mismo de la práctica por lo que fue necesario revisar en manuales de laboratorio de otras universidades, las pruebas que se realizan asociadas a la torsión de barras.

1.1.1 Estado del arte

Se encontró que en la Universidad Autónoma de Nuevo León se imparte la carrera de Ingeniero Mecánico Electricista y dentro de su plan de estudios se lleva la materia de vibraciones mecánicas de manera obligatoria la cual incluye un laboratorio, y esta misma materia se imparte de manera optativa para la carrera de Ingeniero Mecánico Administrador.

Dentro del instructivo del laboratorio de vibraciones mecánicas I, en su práctica 1 “Determinación de parámetros básicos de sistemas vibratorios” en sus objetivos propone *realizar mediciones prácticas de los parámetros básicos utilizados en el área de vibraciones mecánicas como es la constante elástica en sistemas torsionales, utilizando un péndulo de torsión.* (Elizondo Garza, 1995)

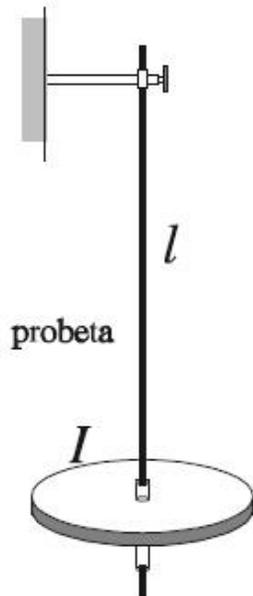
La prueba consiste en obtener la constante elástica torsional a partir de un disco suspendido por un alambre el cual está asegurado a un soporte rígido como se observa en la figura 1.1. Para obtener la constante elástica del alambre (k_t) se utiliza la relación:

$$k_t = \frac{\tau}{\theta} \quad (a)$$

Donde: τ = Par aplicado al sistema [N * m]

θ = Deformación angular el disco [radianes]

Se debe medir la fuerza aplicada, el radio de aplicación de la fuerza y con ello obtener el par aplicado para que junto con el desplazamiento angular se determine la rigidez del alambre.



En ese mismo manual, en la práctica 3 “Determinación de frecuencias naturales” se propone *determinar experimentalmente la frecuencia natural de diferentes modelos de sistemas vibratorios, y a partir de ésta determinar los momentos de inercia de masa respecto a sus centros de giro y gravedad, y las constantes de elasticidad*” (Elizondo Garza, 1995)

Dentro de su equipo a utilizar se encuentra nuevamente el péndulo de torsión y el desarrollo de la práctica consiste en generar un desplazamiento angular al disco para después soltarlo y registrar el tiempo que tarda en recuperar su posición de equilibrio mientras el sistema completa un cierto número de oscilaciones (ciclos).

Una vez obtenida la frecuencia natural, se debe medir la masa del péndulo y calcular el momento de inercia del disco y con la ecuación para obtener la frecuencia natural del péndulo torsional se determina la constante elástica torsional del alambre:

Figura 1.1. Péndulo de torsión. Fuente: Elizondo Garza, Fernando et al; *Instructivo de laboratorio de vibraciones mecánicas 1*, 3ª. Edición; pp: I-3

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{J_p}} \quad (b)$$

$$k_t = J_p (2\pi f_n)^2 \quad (c)$$

Dentro del proceso de diseño de este trabajo hay que establecer ciertos conceptos teóricos referentes a la vibración: (S. Rao, 2012)

Vibración: Movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo. Se relaciona con el estudio de movimientos oscilatorios de los cuerpos y las fuerzas asociadas con ellos. Por lo general, un sistema vibratorio incluye un medio para almacenar energía potencial (resorte), un medio para conservar energía cinética (masa) y un medio por el cual la energía se pierde gradualmente (amortiguador).

La cantidad de grados de libertad de un sistema vibratorio se determina a partir del mínimo de coordenadas independientes requerido para determinar por completo todas las partes de dicho sistema en cualquier instante de tiempo.

Vibración Torsional: Se refiere a la oscilación de un cuerpo rígido con respecto a un eje de referencia específico. En este caso, el desplazamiento del cuerpo se mide en función de una coordenada angular.

Vibración Libre: Sucede cuando un sistema vibra por sí mismo después de una perturbación inicial y ninguna fuerza externa actúa en el sistema.

Vibración Forzada: Surge cuando un sistema se somete a una fuerza externa repetitiva. Si la frecuencia de la fuerza externa coincide con una de las frecuencias naturales del sistema, ocurre una condición conocida como *resonancia*, y el sistema sufre oscilaciones peligrosamente grandes.

Vibración no amortiguada y amortiguada: Se considera vibración no amortiguada cuando no se pierde o disipa energía por fricción u otra resistencia durante la oscilación, de lo contrario, si existen pérdidas de este tipo, el sistema está amortiguado. Para muchos sistemas físicos, la cantidad de amortiguamiento es tan pequeña que puede ser ignorada en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería.

Resorte: Se le considera un tipo de eslabón mecánico con masa y amortiguamiento insignificantes. El tipo de resorte más común es el helicoidal, pero de manera general, cualquier cuerpo o miembro deformable, cable, barra, viga, flecha o placa, pueden considerarse como un resorte.

Amortiguamiento: Es la capacidad que tiene un sistema para convertir gradualmente la energía cinética en calor o sonido. Se les considera como elementos sin masa ni elasticidad y la fuerza de amortiguamiento existe sólo si hay velocidad relativa entre los dos extremos del amortiguador.

Constante de amortiguamiento Crítico (C_c): Se define como el valor de la constante de amortiguamiento C con la cual el radical de las raíces solución de la ecuación característica de la ecuación de movimiento se vuelve cero.

Relación de amortiguamiento (ζ): Es la correspondencia entre la constante de amortiguamiento y la constante de amortiguamiento crítico:

$$\zeta = \frac{C}{C_c} \quad (1)$$

Amortiguamiento viscoso: Ocurre cuando un sistema mecánico vibra en un fluido ya sea aire, gas, agua o aceite, entonces la energía se disipa debido a la resistencia ofrecida por el fluido, por ello la fuerza de amortiguamiento resulta proporcional a la velocidad del cuerpo vibratorio. La cantidad de energía disipada depende de muchos factores como el tamaño y forma el cuerpo vibratorio, la viscosidad del fluido y la frecuencia de vibración.

Amortiguamiento de Coulomb: Sucede cuando o cuando los componentes de un sistema se deslizan entre sí o sobre superficies secas. La fuerza de fricción actúa en dirección opuesta a la dirección de la velocidad. También se le conoce como amortiguamiento de fricción seca o constante, ya que la fuerza de amortiguamiento es independiente al amortiguamiento del desplazamiento y la velocidad, solo depende de la fuerza normal N que actúa entre las superficies deslizantes.

Movimiento Periódico: Movimiento que se repite en intervalos de tiempo iguales. El tipo más simple de este movimiento es el armónico el cual resulta de una vibración cuya aceleración es proporcional al desplazamiento y va dirigida hacia la posición media del sistema oscilante.

Ciclo: Se le denomina ciclo al hecho de completar un recorrido partiendo de una posición inicial estable y volver a ese mismo punto.

Semiciclo: Se le considera la mitad del recorrido de la forma de onda cuando completa un ciclo.

Amplitud: Es el máximo desplazamiento de un cuerpo vibratorio originado desde su posición de equilibrio.

Periodo de oscilación: Es el tiempo requerido para completar un ciclo de movimiento dentro del sistema y está simbolizado por la letra τ . Es igual al tiempo requerido para que el cuerpo vibratorio gire un ángulo de 2π :

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2)$$

Frecuencia de oscilación: Se define como la cantidad de ciclos por unidad de tiempo, está indicada por f .

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3)$$

Donde: ω es la frecuencia circular para distinguirla de la frecuencia de oscilación f . La variable ω simboliza la velocidad angular del movimiento cíclico; f se mide en ciclos por segundo [Hertz] y ω se mide en radianes sobre segundo [s^{-1}].

Frecuencia Natural f : Es la frecuencia con la cual oscila un sistema sin la acción de fuerzas externas después de una perturbación inicial.

1.1.2 Deformación torsional

Esfuerzo cortante torsional

Cuando un par de torsión o momento de torsión es aplicado a un elemento, este tiende a deformarlo a causa de una rotación sobre el eje longitudinal. La aplicación más común la representan los ejes sólidos o huecos empleados para transmitir potencia de un punto a otro. (Mott, Diseño de elementos de máquinas, 2006)

Cuando un eje macizo es sometido a un par de torsión, la superficie externa sufre la máxima deformación cortante unitaria y con eso el esfuerzo cortante torsional es máximo. Si el material es elástico se aplica la Ley de Hooke, $\tau = G\gamma$, dicho esfuerzo se calcula:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{Tc}{J} \quad (4)$$

Donde:

$\tau_{\text{máx}}$ = Esfuerzo cortante máximo en el eje

T = Par de torsión resultante que actúa en la sección transversal

J = Momento polar de inercia de área de la sección transversal

c = El radio exterior del eje

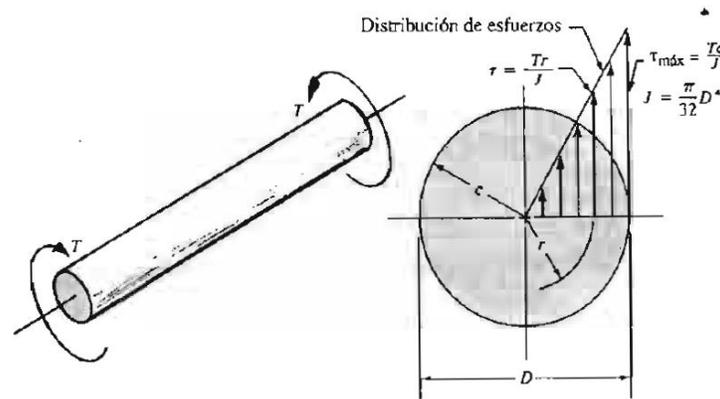


Figura 1.2. Distribución de esfuerzos de un eje macizo. Fuente: L. Mott Robert, P. E; *Diseño de elementos de Máquinas* 4ª Ed. pp 96.

La figura muestra que esta ecuación se basa en la variación lineal del esfuerzo torsional desde cero hasta el valor máximo de la superficie externa.

Deformación por torsión.

Cuando un eje se somete a un par de torsión, sufre un desplazamiento angular con respecto a los extremos de la barra, generando un ángulo de torsión el cual se calcula mediante:

$$\phi = \int_0^L \frac{T}{JG} dx$$

Considerando un material homogéneo; cuyo módulo de corte (G) es constante, lo mismo que la sección transversal del eje y el par de torsión externo, obtenemos:

$$\phi = \frac{TL}{JG} \quad (5)$$

Donde $\Phi = \text{Ángulo de torsión (radianes)}$
 $L = \text{Longitud del eje (m)}$
 $G = \text{Módulo de corte del material de estudio (Pa)}$
 $J = \text{Momento polar de inercia de área de la barra (Kg}\cdot\text{m}^2)$

De la ecuación anterior se obtiene el coeficiente de flexibilidad por torsión el cual nos queda como:

$$f_t = \frac{L}{GJ} \quad (6)$$

El cual su inverso nos genera el coeficiente de rigidez por torsión:

$$k_t = \frac{GJ}{L} \quad (7)$$

Entonces, para determinar la rigidez de barras sólidas de sección transversal circular se calcula el momento polar de inercia de área (J), el cual se obtiene como la integral de área:

$$J = \int_A \rho^2 dA = \int_0^c \rho^2 (2\pi\rho d\rho) = 2\pi \int_0^c \rho^3 d\rho$$

$$J = \frac{\pi}{2} c^4 \quad (8)$$

Diseño por esfuerzo cortante

Cuando se someten elementos a esfuerzos cortantes, el diseño debe someterse a la resistencia de cedencia a cortante en donde el material sufriría una significativa cantidad de deformación por cortante con poco o ningún aumento en la carga aplicada. Para este tipo de resistencia, una estimación que con frecuencia se utiliza es: (Mott, Resistencia de materiales aplicada, 1997)

$$S_{ys} = 0.5 S_y \quad (9)$$

Donde S_y es el valor del límite elástico a la tensión de los materiales y que se puede obtener directamente de tablas relacionadas con las propiedades mecánicas para materiales de ingeniería.

Esfuerzo Permisible.

Para diseñar un elemento estructural o mecánico es necesario limitar el esfuerzo en el material hasta un nivel que sea seguro. Para garantizarlo se requiere de elegir un esfuerzo permisible que restrinja la carga aplicada hasta un valor menor a la carga máxima que el elemento pueda soportar.

Un método para especificar la carga permisible consiste en usar un factor de seguridad, el cual es una razón de la carga de falla sobre la carga permisible. Aquí la carga de falla se determina mediante ensayos experimentales del material, y el factor de seguridad se selecciona con base en la experiencia.

La mayoría de los diseños que utilizan metales se basan en la resistencia a la cedencia (S_y), debido a que la mayoría de las teorías de fractura de los mismos muestran una relación entre el esfuerzo durante la falla y las propiedades de estos materiales. Además, estas propiedades casi siempre se reportan para materiales que se utilizan en diseño de ingeniería.

Se siguen los siguientes lineamientos para materiales dúctiles: (Mott, Diseño de elementos de máquinas, 2006)

N = 1.25 a 2.0. El diseño de estructuras bajo cargas estáticas, para las que tengan un alto grado de confianza en todos los datos del diseño.

N = 2.0 a 2.5. Diseño de elementos bajo cargas dinámicas con una confianza promedio en todos los datos de diseño. El valor más recomendado para trabajar.

N = 2.5 a 4.0. Diseño de estructuras estáticas bajo cargas dinámicas con incertidumbre acerca de las cargas, propiedades de los materiales, análisis de esfuerzos o el ambiente.

N = 4.0 o más. Diseño de estructuras estáticas o elementos de máquinas bajo cargas dinámicas con incertidumbre en cuanto a alguna combinación de cargas, propiedades del material, análisis de esfuerzos o el ambiente.

1.1.3 Ecuación de Movimiento

Cuando un cuerpo o sistema obtiene un desplazamiento inicial desde la posición de equilibrio y es lanzado, vibrará con una frecuencia circular (ω_n); y si esta frecuencia es conocida, entonces el periodo de vibración (τ), la frecuencia natural (f) y otras características de vibración pueden ser establecidas.

Los elementos que comprenden un sistema vibratorio son: elementos de inercia, elementos de rigidez y elementos de disipación, además de considerar las fuerzas y momentos externos que generan los desplazamientos y velocidades iniciales dentro del sistema.

Los elementos de inercia almacenan y liberan energía cinética, son caracterizados por una relación entre la fuerza aplicada y la respuesta correspondiente de aceleración. Los elementos de rigidez almacenan y liberan energía potencial, son asociados a la relación que se presenta entre la fuerza aplicada y la respuesta de desplazamiento. Mientras que los elementos de disipación y amortiguamiento son empleados para expresar las pérdidas de energía en el sistema, se les relaciona con la fuerza aplicada y la respuesta correspondiente de velocidad.

Para sistemas de un solo grado de libertad sometidos a movimiento rotacional, el principio del momento angular está dado por la ecuación: (Balanchandran, 2009)

$$M(t) = J_G \ddot{\theta} \quad (10)$$

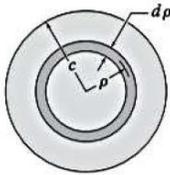


Figura 1.3. Elemento de área en forma de aro o anillo diferencial. Fuente: Hibbeler Russel C. *Mecánica de Materiales* 8va. ed. pp. 184.

Donde la variable θ describe el desplazamiento angular, J_G es el momento polar de masa del disco. De acuerdo al diagrama de cuerpo libre mostrado que involucra el momento de inercia, a ecuación de movimiento nos queda:

$$M(t) - k_t \theta - c_t \frac{d\theta}{dt} - J_G \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 \quad (11)$$

Donde el primer término se involucra los momentos o fuerzas externas actuando sobre el disco, el segundo involucra el momento de restauración asociado a la rigidez del eje, el tercero comprende las fuerzas de amortiguación y el último el momento de inercia del disco.

Con esto se tienen antecedentes para comenzar con la selección de variables a involucrar dentro de una prueba de vibración torsional, comenzando con el coeficiente de rigidez del material a prueba; el cual funcionaría como un resorte que se ofrece cierta resistencia al desplazamiento angular, de igual modo se involucran las frecuencias naturales que se pueden generar y con ello una serie de propiedades asociadas a la vibración ocasionada por la aplicación de un esfuerzo torsional.

1.2 DECLARACIÓN DE LA MISIÓN

Al tener claro que nuestra oportunidad de desarrollo se centra en el diseño de un dispositivo que permita realizar pruebas de vibración torsional para uso dentro del Laboratorio de la materia de Vibraciones Mecánicas dentro de la Facultad de Ingeniería y con la teoría de torsión antes mencionada se tienen las siguientes necesidades para la creación de dicho dispositivo:

- a) Considerar un sistema de vibración torsional libre con un grado de libertad
- b) Determinar el coeficiente de rigidez de la barra de estudio
- c) El dispositivo debe considerar una fuerza externa conocida
- d) Poder variar la longitud y el diámetro de las barras de estudio

e) Obtener la frecuencia natural del sistema y con ello el periodo y otras variables asociadas a la vibración

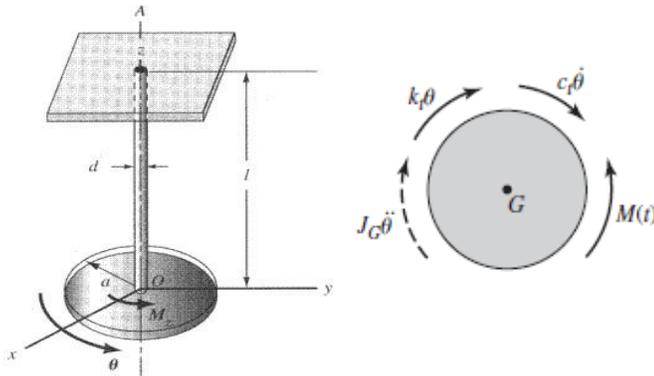


Figura 1.4. Diagramas de cuerpo libre de un disco en el plano normal del eje axial de rotación. Fuente: Balanchandran B. et al; Vibraciones 2ª. ed. pp.76.

Con base en las condiciones anteriores se comenzó a declarar la misión para el diseño del dispositivo de vibraciones torsionales solicitado. (Ulrich, 2013)

Tabla 1.1

Declaración de la misión.

Proyecto para diseñar un dispositivo que permite realizar pruebas de Vibración Torsional.	
Descripción	<ul style="list-style-type: none"> Dispositivo manual para realizar pruebas de torsión en barras sólidas circulares
Propuesta del valor	<ul style="list-style-type: none"> Familiarizar al alumno con las ecuaciones que gobiernan la vibración torsional Introducir a los alumnos al manejo e implementación de instrumentos de medición y análisis de datos
Metas clave	<ul style="list-style-type: none"> Generar planos de fabricación del prototipo Obtener el presupuesto para manufacturar el diseño Tener un prototipo funcional Complementar el laboratorio de dicha materia
Suposiciones	<ul style="list-style-type: none"> Mantener los esfuerzos por debajo del límite elástico No se presentan cargas axiales ni de flexión Las barras son rectas Transportable Longitud máxima de la barra 800 mm Diámetro máximo de la barra 12.7 mm Aplicar una fuerza de 9.81 N para generar el par de torsión
Involucrados	<ul style="list-style-type: none"> Alumnos de la Facultad de ingeniería UNAM Académicos de la Facultad de Ingeniería UNAM

1.2.1 Recopilación visual

Para generar un medio de información más abundante, se optó por observar algunos productos para revelar detalles acerca de las necesidades a cubrir por el dispositivo. (Ulrich, 2013)

Cabe mencionar que la observación fue totalmente pasiva al obtener videos directamente de internet, cuyo objetivo fue analizar el tipo de dispositivo utilizado y cómo funcionaba durante la prueba.

El primer video revisado fue conseguido del Colegio de Ingeniería para Mujeres *Gayatri Vidya Parishad* de la India: (B, 2011)

El objetivo de la prueba es: “*Determinar el Módulo de Rigidez para el cable dado usando el péndulo de torsión*”

Utilizan un péndulo torsional (figura 1.5) que se compone por los siguientes elementos:

- Soporte Universal de laboratorio
- Tuercas que sujetan el cable y el disco
- Disco de masa uniforme

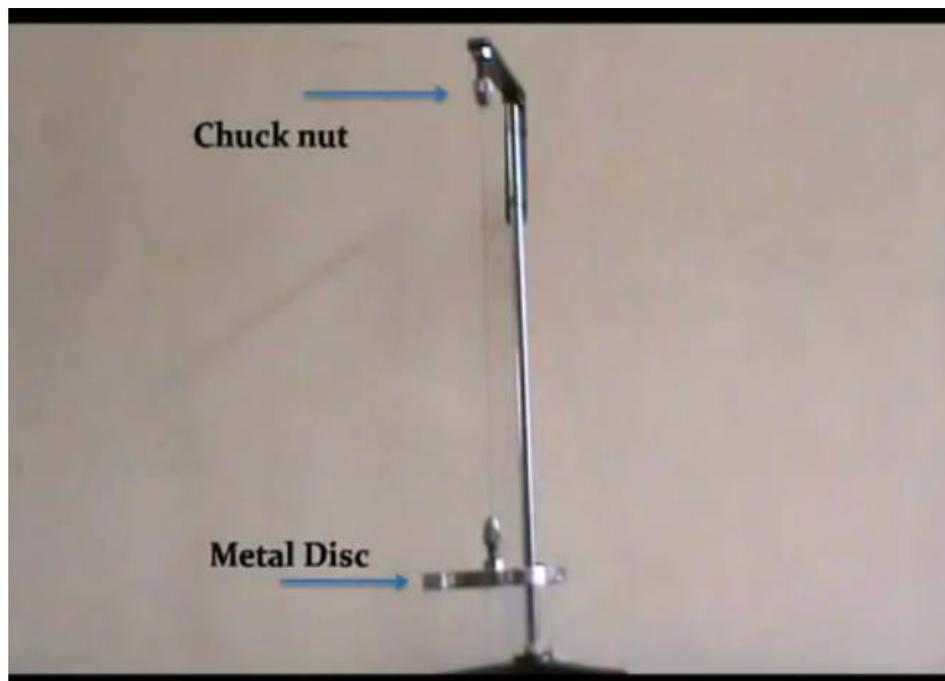


Figura 1.5. Configuración de la prueba: *Péndulo Torsional*. Fuente: Rajeshbabu, B; *Physics Lab Demo: Torsional Pendulum*; [Archivo de video]. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=P-eJIXZimmQ&t=13s>.

Procedimiento:

1. Miden la longitud existente entre los soportes del cable, es decir, la longitud que existe entre las tuercas de sujeción.
2. El cable junto con el disco está adaptado al soporte universal.
3. Generan un desplazamiento angular del disco.
4. Sueltan el disco y determinan el tiempo en que suceden 20 oscilaciones.

Para obtener el módulo de rigidez del cable, emplean la fórmula:

$$\eta = \left(\frac{8\pi MR^2}{2a^4} \right) \frac{l}{T^2} \quad [\text{Dinas} / \text{cm}^2]$$

Donde

- η = Módulo de rigidez del cable
- a = Radio del cable
- M = Masa del disco
- L = Longitud del péndulo (cable)
- R = Radio del disco
- T = Tiempo del periodo

Elementos externos involucrados:

- Micrómetro: Determinar el diámetro del cable
- Vernier: Determinar el diámetro del disco

Grafican la longitud del cable contra periodo de tiempo como se observa en la imagen, cuya pendiente establece el módulo de rigidez del cable dado (figura 1.6).

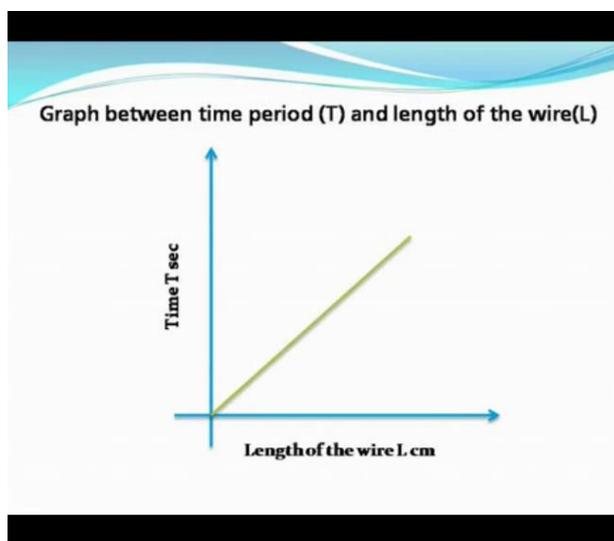


Figura 1.6. Gráfica de longitud del cable contra el periodo de tiempo. Fuente: : Rajeshbabu, B; *Physics Lab Demo: Torsional Pendulum*; [Archivo de video]. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=P-eJIXZimmQ&t=13s>.

El siguiente video fue proporcionado por alumnos de la Universidad Pahang de Malasia: (Irwansyah, 2013)

Objetivos:

- Determinar el valor de rigidez de una barra sólida a partir de los datos del experimento
- Determinar la velocidad de atenuación para diferentes pesas en un sistema torsional no amortiguado

Utilizan:

- Una estructura hecha con perfil de aluminio
- Volante de inercia fijado de manera horizontal
- Mandriles de sujeción
- Soportes fijados al volante para colocar masas
- Discos uniformes de masa conocida
- Barra de metal de 6 mm de diámetro
- Acelerómetro
- Interfaz de adquisición de datos y software para computadora

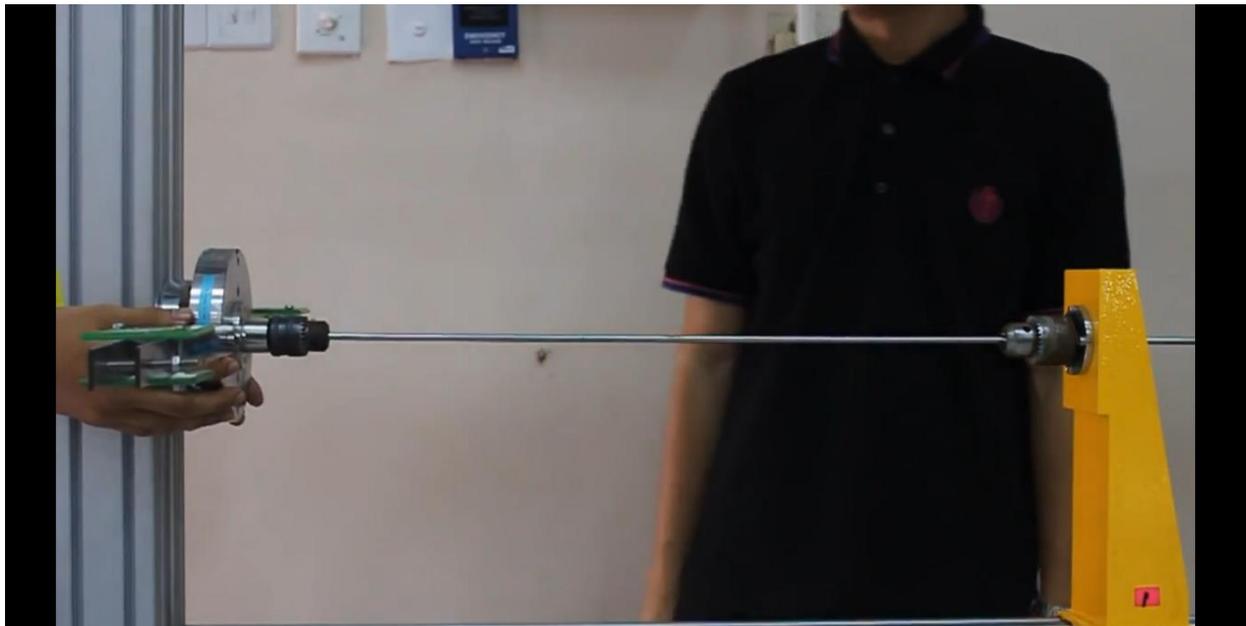


Figura 1.7. Configuración de la prueba: Análisis Torsional. Fuente: Irwansyah, Arifin; *Group 5 Mechanical Vibration Lab: TORSIONAL ANALYSIS*; [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=dRkJuVh9hF0>.

Procedimiento

1. Configuran el software para que el sensor genere información durante la prueba.

Para obtener el coeficiente de rigidez de la barra:

2. Miden la distancia del centro del mandril que gira libremente al centro donde se coloca la masa.
3. Miden la altura inicial, tomando de referencia una mesa, al centro donde se coloca la pesa.
4. Colocan una pesa de 100g y registran la nueva altura.
5. Repiten este paso con diferentes pesas hasta llegar a los 1000g.
6. Registran los datos en una tabla que contiene los valores de masa, peso, altura, la diferencia de altura que se genera conforme aumenta la masa, el ángulo obtenido y el par de torsión para cada masa colocada.
7. Grafican los datos del par de torsión contra el ángulo y hacen una regresión lineal para obtener la ecuación de la recta la cuya pendiente brindará el valor del coeficiente de rigidez de la barra.

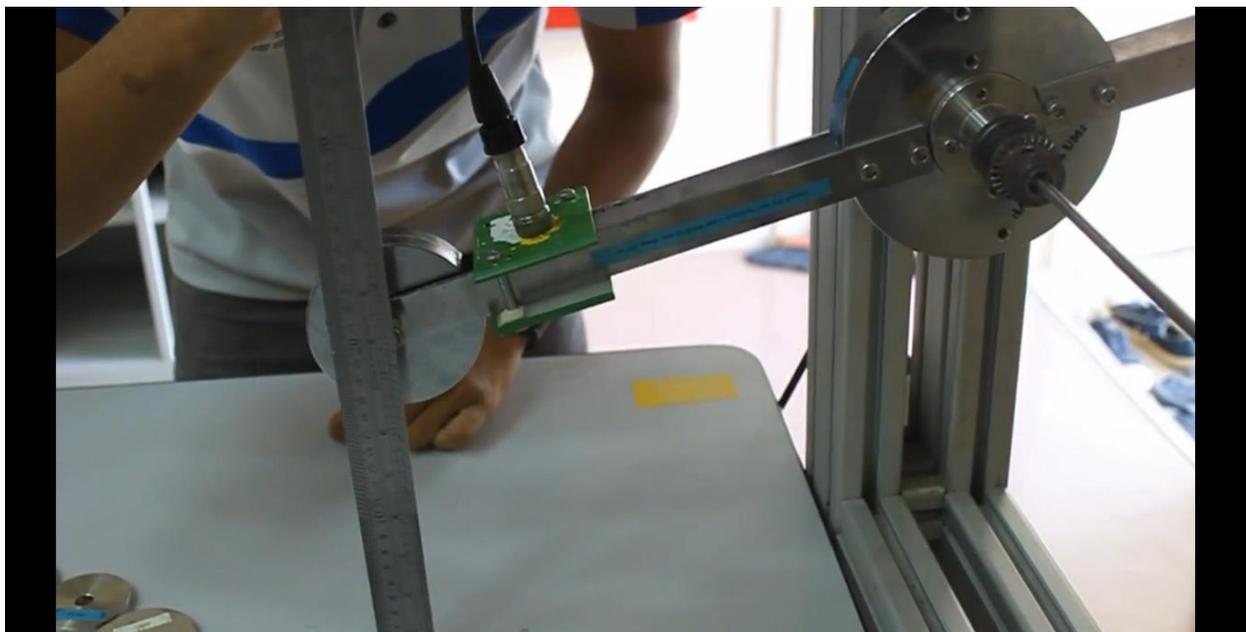


Figura 1.8. Ubicación del sensor. Configuración de las pesas y registro de alturas para el desarrollo de la prueba.

Fuente: Irwansyah, Arifin; *Group 5 Mechanical Vibration Lab: TORSIONAL ANALYSIS*; [Archivo de video].

Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=dRkJuVh9hF0>.

Para registrar la oscilación del sistema:

8. Establecen una altura vertical, con respecto a la mesa, a la cual liberarán el sistema.
9. Colocan dos masas con igual peso en los extremos del soporte del volante.
10. Se posicionan a la altura antes mencionada, y al generar un ángulo de torsión sobre la barra, el sistema se libera para que oscile hasta encontrar el equilibrio.
11. Registran los datos del periodo de oscilación y su tiempo para graficarlos y obtener la ecuación de la recta.
12. Repiten para diferentes masas

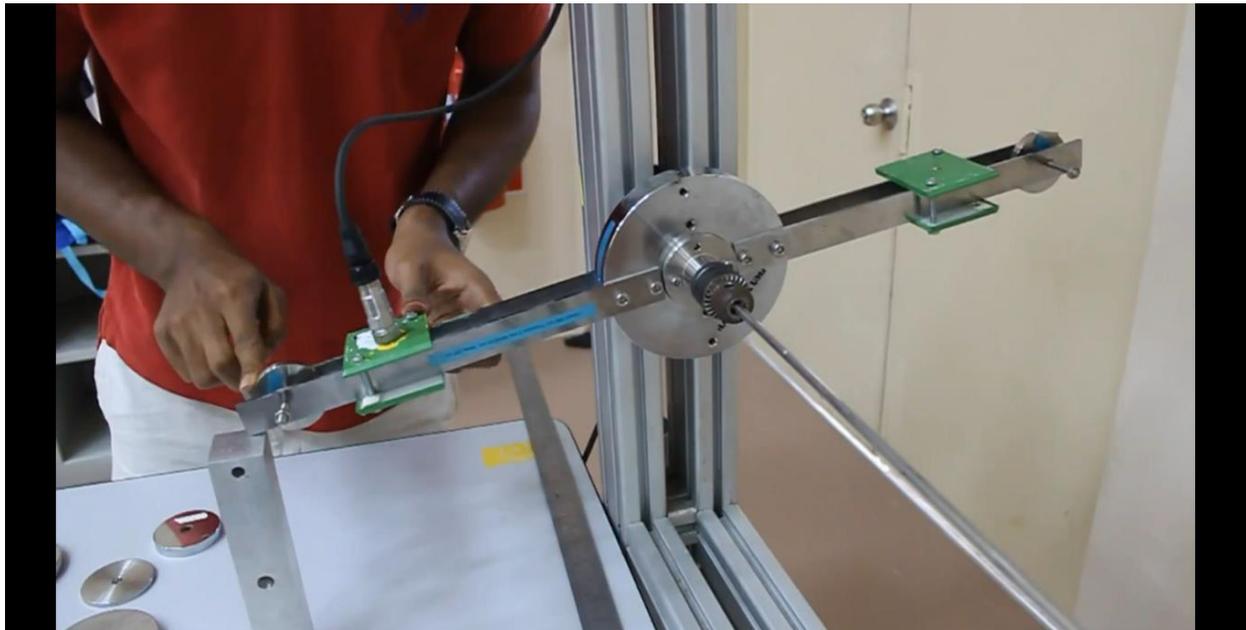


Figura 1.9. Configuración de las pesas y altura de inicio para la oscilación del sistema. Fuente: Irwansyah, Arifin; *Group 5 Mechanical Vibration Lab: TORSIONAL ANALYSIS*; [Archivo de video]. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=dRkJuVh9hF0>.

El último video fue obtenido de los laboratorios del Grupo de Investigación de Integridad Estructural Avanzada y Vibración (ASIVR, por sus siglas en inglés) de la Facultad de ingeniería mecánica de la Universidad Pahang de Malasia: (Hui & al, 2013)

Buscan la relación entre la velocidad de operación, la frecuencia de excitación y el par de torsión, así como la relación entre la frecuencia natural y el modo de vibración del eje en el sistema.

Sus objetivos:

- Determinar el valor de rigidez para un sistema de vibración torsional.
- Determinar la frecuencia natural, así como el periodo de oscilación del sistema.
- Comparar el valor de rigidez obtenido experimentalmente con el teórico.

Componentes:

- Barras de diferente diámetro (4, 6 y 8mm)
- Volante de inercia con soporte para colocar pesas
- Mandriles de sujeción para sujetar la barra
- Discos uniformes y de masa conocida
- Acelerómetro con interfaz de adquisición de datos

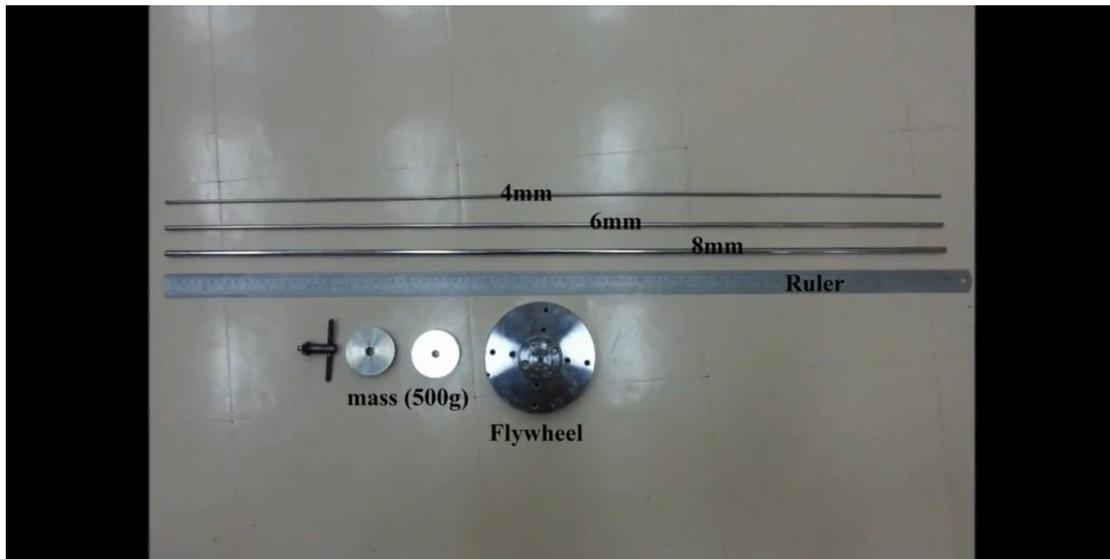


Figura 1.10. Materiales involucrados en la prueba: *Vibración Torsional*. Fuente: Hui, Leng Gan et al; *BM3553 MECHANICAL VIBRATIONS GROUP 5 M02B: TORSIONAL VIBRATIONS*; [Archivo de video]. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=e bm f A F d X R E o>

Procedimiento

1. Montan la barra de 4mm y colocan las pesas de 300g al volante de inercia.
2. Sincronizan la interfaz de adquisición de datos con el sensor y la computadora.
3. Muestran las ecuaciones asociadas a la rigidez del material, la frecuencia, el periodo y el coeficiente de amortiguación, todas particularizadas a la prueba.
4. Apuntan los datos previamente establecidos como la masa y el radio del volante, la longitud constante para todas las barras (970mm), la distancia de rotación de la pesa, además del módulo de corte de las barras.
5. Muestran los resultados de rigidez experimentales y teóricos obtenidos para cada barra y el porcentaje de error que se genera entre ambos valores.
6. Grafican los valores del par de torsión contra el ángulo que se produce y determinan la ecuación de la recta.
7. Hacen lo mismo ahora con los valores de la frecuencia natural y grafican valores de amplitud contra tiempo.



Figura 1.11. Arreglo de la barra durante la prueba. Fuente: Hui, Leng Gan et al; *BM3553 MECHANICAL VIBRATIONS GROUP 5 M02B: TORSIONAL VIBRATIONS*; [Archivo de video]. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=e bm f A F d X R E>.

1.2.2 Necesidades del dispositivo

Con la información obtenida al observar los dispositivos funcionando se detectaron los siguientes puntos del sistema a desarrollar:

- Tiene que existir una estructura que soporte a todo el sistema y que permita trabajar libremente durante la prueba.
- Contiene un par de elementos que sujetan la barra de prueba y que permiten variar el diámetro de la misma.
- Utiliza un volante de inercia con libre giro y afecta directamente a la barra cuando actúan las pesas.
- Se emplea un soporte fijado al volante que permite colocar pesas de diferente magnitud.
- Hay un elemento que se desplaza de manera lineal para ajustar la longitud durante la prueba.
- Se requiere de una instrumentación adecuada para recopilar datos durante el desarrollo de la práctica.

1.3 ESPECIFICACIONES DEL DISPOSITIVO

Con base en las necesidades a cubrir y la declaración de la misión del proyecto, las especificaciones que resultan para conocer el desplazamiento angular son:

Tabla 1.2
Requisitos del dispositivo.

Métrica	Unidad	Valor
Longitud máxima de la barra	mm	<800
Diámetro máximo de la barra	mm	<12.7
Fuerza externa aplicada	N	<9.81
Distancia del brazo de palanca	mm	<300

1.4 OBJETIVO GENERAL

El objetivo del presente trabajo es:

Diseñar un prototipo para realizar pruebas de vibración torsional en el laboratorio de Vibraciones Mecánicas de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

Este objetivo general comprende una serie de objetivos parciales que se detallan a continuación:

- Hacer una revisión de información actual en torno a la existencia de dispositivos destinados a generar pruebas de vibración torsional en barras sólidas.
- Generación de propuestas para el diseño del dispositivo a manufacturar.
- Determinar los materiales que se involucran en el diseño del dispositivo.
- Determinar una correcta instalación de los instrumentos que capten información durante la prueba de vibración torsional.
- Desarrollar una propuesta para el ensayo de torsión dentro del laboratorio de Vibraciones Mecánicas que permita obtener rigidez del material y frecuencias naturales del mismo

Para el desarrollo de este trabajo inicialmente se deben conocer las necesidades a cubrir por el dispositivo para que a partir de aquí se comience con un proceso de diseño. Estudiar el fenómeno de vibración torsional, las variables que se involucran y los medios físicos para poder generar dicho fenómeno, así como su correcta instrumentación para captar datos que permitan analizarse y compararse con los cálculos teóricos asociados.

Capítulo 2

2 DISEÑO CONCEPTUAL DEL DISPOSITIVO

“Diseñar (o idear) es formular un plan para satisfacer una necesidad”

Joseph E. Shigley, “Diseño en Ingeniería Mecánica”

2.1 ACLARACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO

La esencia fundamental de un proceso de diseño radica en identificar una o varias necesidades que se deben satisfacer cubriendo una secuencia lógica de pasos hasta obtener el resultado más óptimo y efectivo. Es importante mencionar que los problemas de diseño no tienen una sola respuesta y dependerá de ciertas restricciones en conjunto con la toma de decisiones para su solución.

En ingeniería, diseñar es aún el proceso en el que se utilizan principios científicos y métodos técnicos –matemáticos, conocimientos físicos o químicos, de dibujo o de cálculo, lenguaje común o especializado, etc.- para llevar a cabo un plan que resultará en la satisfacción de una cierta necesidad o demanda. (Shigley, 1985)

El desarrollo de productos se define como un proceso que resulta ser la secuencia de pasos o actividades a seguir para de este modo obtener un producto. Actualmente se dispone de un gran número de métodos y técnicas de ayuda al diseño. En función del criterio que se adopte, es posible realizar diferentes clasificaciones, ya sea si trata de diseñar nuevos productos o sea el caso de mejorar los ya existentes.

Comprendiendo que el objetivo de diseño es crear un dispositivo que genere deformación angular en barras sólidas circulares es conveniente descomponer el problema de la siguiente manera: (Ulrich, 2013)

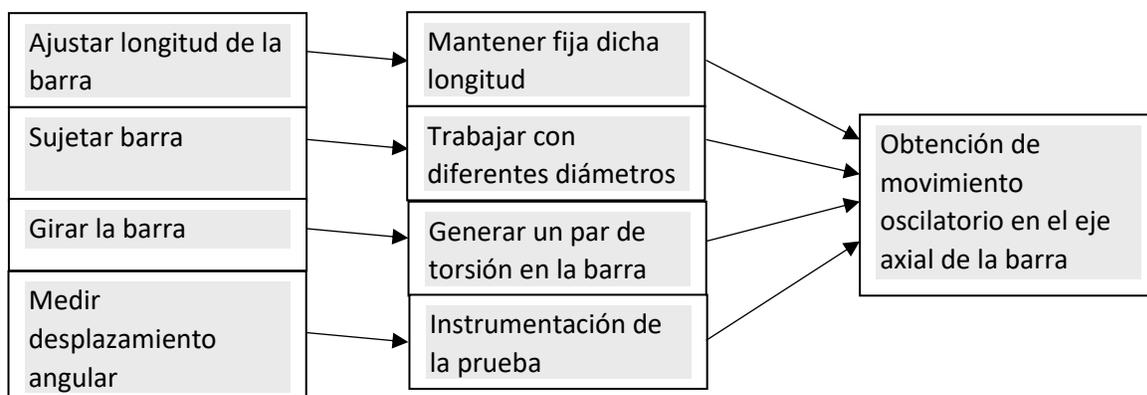


Figura 2.1. Diagrama funcional para Dispositivo de pruebas de torsión.

2.2 COMPARACIÓN DE PRODUCTOS EXISTENTES

Para comprender cómo determinar la rigidez de los materiales a través de la vibración torsional se realizó una búsqueda dentro del mercado enfocada en los equipos de laboratorio que permitan entender lo anterior. Se encontró que diversas marcas a nivel internacional cuentan con aparatos que pueden hacerlo.

En el caso de la marca GUNT Hamburg que es una empresa que desarrolla, produce y comercializa equipos que se utilizan en la formación técnica, cuenta con los siguientes dispositivos: (Hamburg, 2015)

TM 140 – APARATO PARA VIBRACIONES TORSIONALES

Es un experimento de mesa que permite el análisis de la resistencia a la torsión y vibración torsional, que permite tener arreglos de dos y tres masas (figura 2.2). Con ello permite:

- Determinar la resistencia a la torsión de una barra de acero.
- Conocer los momentos de inercia de las masas.
- Registrar el comportamiento de la oscilación ocasionada por la vibración torsional.
- Determinar la amortiguación en vibraciones por torsión.

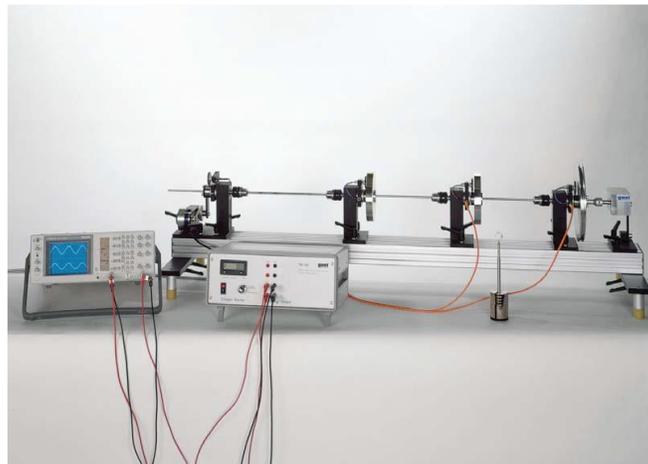


Figura 2.2. TM 140 Aparato para vibraciones torsionales. Fuente: GUNT Hamburg. (2016). *Equipos para la educación en ingeniería*. Recuperado de: <http://www.gunt.de/es/productos/mecanica-y-diseno-mecanico/dinamica-de-maquinas/vibraciones-en-las-maquinas/vibraciones-torsionales-libres-y-forzadas/040.14000/tm140/glct-1:pa-150:ca-45:pr-1363>

Utiliza una barra de acero inoxidable de 6mm de diámetro y una longitud de 1300mm, además de dos discos de masa de 2.7kg (D=150mm) y 4.8kg (D=228mm), utiliza frecuencias de excitación que van desde 1 hasta 20Hz y un amortiguador con un rango de entre 0.25 y 3.5 Nm

TM 150.02 – VIBRACIONES TORSIONALES LIBRES Y AMORTIGUADAS

Juego de ensayo que permite ver los efectos de una masa giratoria, la resistencia a la torsión de los materiales y medida de amortiguación sobre un oscilador por torsión (figura 2.3.). Este dispositivo permite:

- Ver el comportamiento de la frecuencia de resonancia de vibraciones torsionales.
- El efecto de la rigidez a la torsión, la masa giratoria y la amortiguación.



Figura 2.3. TM 150.02 Vibraciones torsionales libres y amortiguadas. Fuente: GUNT Hamburg. (2016). Equipos para la educación en ingeniería. Recuperado de: <http://www.gunt.de/es/productos/vibraciones-torsionales-libres-y-amortiguadas/040.15002/tm150-02/glct-1:pa-150:pr-1368>

Utiliza barras de acero inoxidable de 3mm, 5mm y 6mm de diámetro con una longitud de 800mm, además de dos discos de masa de 2.7kg (D=150mm) y 4.8kg (D=228mm) y mandriles de sujeción con un rango de abertura de 0.5 hasta 8.0mm.

TM 163 – MODELO DE VIBRACIÓN TORSIONAL

El dispositivo ofrece un bastidor montado a la pared con un mandril de sujeción fijo y otro móvil para poder ajustarse a diferentes longitudes de la barra de estudio (figura 2.4). Con esto permite:

- Determinar la duración de la oscilación de torsión en función de:
 - I. Longitud del eje de torsión.
 - II. Diámetro del eje de torsión.
 - III. Masa rotativa y su geometría.



Figura 2.4. TM 163 Modelo de vibración torsional. Fuente: GUNT Hamburg. (2016). *Equipos para la educación en ingeniería*. Recuperado de: <http://www.gunt.de/es/productos/mecanica-y-diseño-mecanico/dinamica/vibraciones/vibraciones-torsionales/040.16300/tm163/glct-1:pa-150:ca-19:pr-1376>



Figura 2.5. TM 164 Modelo de vibración torsional con resorte espiral. Fuente: GUNT Hamburg. (2016). *Equipos para la educación en ingeniería*. Recuperado de: http://www.gunt.de/index.php?option=com_gunt&task=gunt.list.category&lang=es&category_id=19&product_id=1377

Utiliza barras de aluminio de 2mm, 3mm, 4mm, 5mm y 6mm de diámetro con una longitud de 1100mm, además de un disco de masa con un diámetro de 160mm y un anillo de masa con $D_e = 160\text{mm}$ y un $D_i = 100\text{mm}$

TM 164 – MODELO DE VIBRACIÓN TORSIONAL CON RESORTE ESPIRAL

Se emplea un resorte espiral de acero laminado en frío, colocado en un eje con balero y soporte fijo. Sobre el eje asientan dos brazos opuestos entre sí que contiene masas rotativas con tornillos de fijación para poder manipular la longitud y con ello el momento de inercia, cuenta con una base para montar a la pared (figura 2.5). Este dispositivo permite:

- Determinar la rigidez de un resorte espiral.
- Determinar la frecuencia propia de un sistema de resorte espiral de masa rotativa:
 - I. Con modificación de la totalidad de la masa oscilante.
 - II. Con modificación de la distribución de masa.

Utiliza un resorte espiral con sección transversal de 10 x 1mm, una longitud de 800mm con un radio interior de 10mm y uno exterior de 50mm, pesas de 0.5kg, además el radio del brazo de la masa rotativa maneja un rango de 36 hasta 150mm.

Por otra parte, la firma TecEquipment que es una empresa que diseña, desarrolla y manufactura un amplio rango de productos para la educación ingenieril, presenta los siguientes dispositivos: (TecEquipment, 2015)

TM 16. APARATO UNIVERSAL DE VIBRACIÓN (figura 2.6)

Dentro de los experimentos permisibles se encuentran:

- Oscilación torsional con un solo rotor.
- Oscilación torsional de un solo rotor con amortiguación viscosa.

El primero estudia la oscilación de un eje giratorio (movimiento angular armónico simple).

Incluye:

- a) Tres ejes de diferente diámetro
- b) Dos volantes diferentes y pesos inerciales
- c) Abrazaderas para el eje

El segundo estudia cómo el aceite puede amortiguar las oscilaciones angulares de un eje. Incluye:

- a) Un amortiguador
- b) Tres ejes de diferente diámetro
- c) Contenedor de aceite
- d) Abrazaderas para sujetar las piezas a la estructura

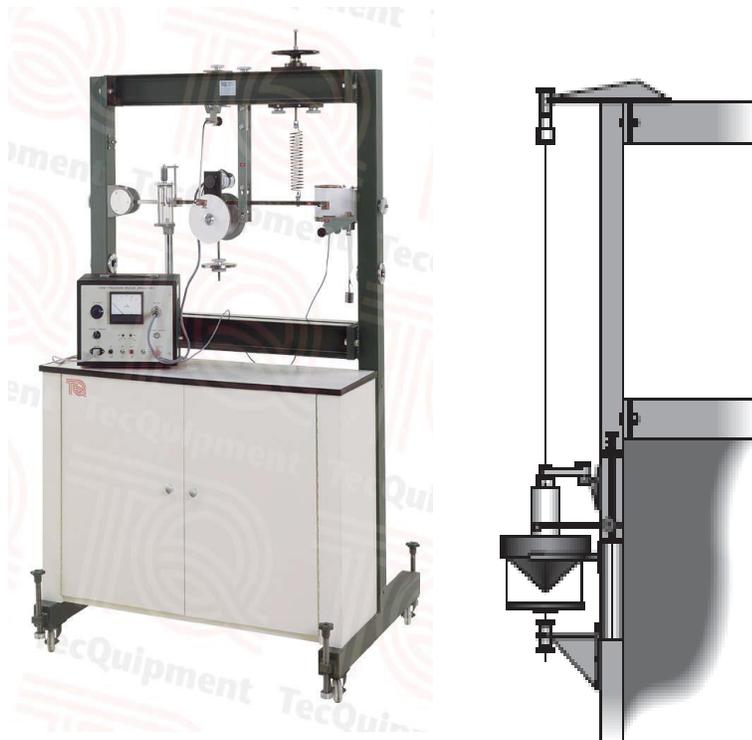


Figura 2.6. TM 16 Aparato Universal de Vibración. Fuente: TecEquipment Academia. (2016). *Ingeniería Británica*. Recuperado de: <https://www.tecequipment.com/universal-vibrations-apparatus>

TE 16. RIGIDEZ DE MATERIALES Y ESTRUCTURAS

Es un banco de montaje que permite realizar una variedad de pruebas para determinar la rigidez de los materiales (figura 2.7). Este banco nos permite:

- Investigar la rigidez de la flexión de diferentes materiales de una misma sección transversal (Módulo de Young/ coeficiente de rigidez).
- Investigar la rigidez de un material con diferente sección transversal geométrica.



Figura 2.7. TE 16 Rigidez de Materiales y Estructuras. Fuente: TecEquipment Academia. (2016). *Ingeniería Británica*. Recuperado de: <https://www.tequipment.com/stiffness-materials-structures>



Figura 2.8. Kit adicional para prueba de torsión. Fuente: TecEquipment Academia. (2016). *Ingeniería Británica*. Recuperado de: <https://www.tequipment.com/stiffness-materials-structures>

Con el uso del kit adicional para prueba de torsión (figura 2.8) se puede:

- Experimentar para encontrar la relación entre la desviación angular y las propiedades dimensionales de varillas y tubos (rigidez torsional), incluye:
 - a) Dos mandriles de sujeción para ensamblar a la estructura principal.
 - b) Gancho para colocar diferentes masas.
 - c) Tres barras circulares; un tubo de latón y varillas de latón y acero.

SM 1001. MÁQUINA DE PRUEBA DE TORSIÓN (30Nm)

Es un banco de pruebas que permite a los estudiantes hacer análisis de torsión sobre barras de diferentes materiales (figura 2.9). Esto nos permite:

- Determinar el módulo de rigidez (Módulo de corte) y el límite elástico (cuando se utiliza el torsiómetro opcional).
- Determinar el esfuerzo de fluencia máximo y mínimo para muestras de acero normalizadas.
- Comparación de las diferentes propiedades elásticas y plásticas de los materiales.



Figura 2.9. SM 1001 Máquina de prueba de torsión. Fuente: TecQuipment Academia. (2016). *Ingeniería Británica*. Recuperado de: <https://www.tecquipment.com/torsion-testing-machine-30-nm>

De igual modo las marcas como Edibon, Armfield y P.A. Hilton Ltd. Manejan equipos enfocados a la enseñanza en ingeniería muy similares a los antes mencionados y cuyos objetivos experimentales se centran en el análisis de barras con características muy particulares (diámetro y longitud) dependiendo de cada dispositivo.

Así mismo se investigó sobre las características de barras circulares que pueden ser utilizadas como probetas en el dispositivo a desarrollar.

Se obtuvo lo siguiente:

Tabla 2.1

Diámetros nominales para diferentes materiales

MATERIAL \ DIAM. (pulgadas)	3/32	1/8	5/32	3/16	7/32	1/4
ALUMINO 6061T-6		X	X	X		X
LATÓN C36000	X	X	X	X	X	X
COBRE C11000				X		X
ACERO INOXIDABLE 304						X
NYLAMID						
BRONCE						

MATERIAL \ DIAM. (pulgadas)	5/16	3/8	7/16	1/2	9/16	5/8
ALUMINO 6061T-6	X	X	X	X	X	X
LATÓN C36000	X	X	X	X	X	X
COBRE C11000	X	X	X	X		X
ACERO INOXIDABLE 304	X	X		X		X
NYLAMID		X		X		X
BRONCE				X		X

MATERIAL \ DIAM. (inch)	11/16	3/4	13/16	7/8	15/16	1
ALUMINO 6061T-6		X		X		X
LATÓN C36000	X	X	X	X	X	X
COBRE C11000		X		X		X
ACERO INOXIDABLE 304		X		X		X
NYLAMID		X				X
BRONCE		X		X		X

2.3 ÁRBOL DE CLASIFICACIÓN DE CONCEPTOS

Es conveniente tener una lista de elementos que puedan ser involucrados para el desarrollo del dispositivo, dependiendo de cada concepto dentro del sistema y someterlos a un proceso de evaluación y filtrado que ayude al desarrollo del modelo.

Esta selección de elementos se evaluará relativamente uno del otro dependiendo de la función de trabajo dentro del sistema. Dicha evaluación va en función de “mejor que” (+), “igual a” (0) o “peor que” (-) y al final introducir la suma de cada categoría y así tener una orientación más clara sobre los elementos a involucrar.

Para la sujeción de la barra se cuenta con las siguientes opciones:

A. Mandriles de sujeción.

Es un elemento que permite trabajar con diferentes medidas de brocas (o barras) y que cuenta con un buen sistema de agarre de material de trabajo. Este elemento puede trabajar a velocidades altas.



Figura 2.10. Mandril de sujeción. Fuente: Röhm Ibérica S.A. (2015).
Impulsado por la tecnología. Recuperado de:
<http://www.rohmiberica.com/web/productos?view=machine&uuid=f8436f68-c110-4411-a3dd-adc8be29f532>

B. Mordazas para taladro de banco

Es un elemento de apriete para sujetar piezas a presión, se mantienen fijas y dependiendo de su uso puede presentar complicaciones para adaptarse a otro sistema.



Figura 2.11. Mordazas para taladro de banco. Fuente Fuente: Röhm Ibérica S.A. (2015).
Impulsado por la tecnología. Recuperado de:
<http://www.rohmiberica.com/web/productos?view=machine&uuid=f8436f68-c110-4411-a3dd-adc8be29f532>

C. Nuez para unir en ángulo recto dos barras de media pulgada.

Elemento utilizado en laboratorios para sujetar otros materiales ya que posee un espacio para sujetar elementos rectangulares o cilíndricos con la ayuda de dos tornillos de sujeción.



Figura 2.12. Nuez utilizada en los soportes universales de laboratorio.
Fuente: 3B Scientific. (2015). *Tienda*. Recuperado de:
https://www.a3bs.com/nuez-universal-u13255,p_409_968.html

A continuación, se muestra la matriz de decisión para el elemento de sujeción adecuado:

Tabla 2.2

Matriz de decisión para elemento de sujeción.

Criterios de selección	Conceptos		
	A Mandril de sujeción	B Mordazas	C Nuez
Facilidad de manejo	+	+	+
Fácil de acoplar al modelo	0	-	0
Buen agarre de las barras	+	+	0
Durabilidad	+	+	+
Movimiento axial	+	-	-
Ligereza	0	-	0
Suma +	4	3	2
suma 0	2	0	3
Suma -	0	3	1
Evaluación neta	4	0	1
Lugar	1	3	2
Considerar?	si	no	no

Continuando con este proceso de inclusión de elementos se cuenta con los siguientes componentes para obtener movimiento angular:

A. Chumacera

Es un rodamiento montado que se utiliza para dar apoyo a un eje de rotación. Son fabricadas en diferentes materiales en función del trabajo al que sea sometida.



Figura 2.13. Chumacera de pared de 4 barrenos. Fuente: Grupo Agint, S.A. (2016). *Distribuidor de rodamientos*. Recuperado de: http://www.grupoagint.com/?page_id=7067

B. Polea

Rueda plana de metal que gira sobre su propio eje y transmite movimiento por medio de una banda o correa. Puede barrenarse para fijarle solera plana la cual sujetará a las pesas dentro del sistema.



Figura 2.14. Poleas tensoras. Fuente: ACDelco. (2016). *Distribuidor de accesorios y autopartes*. Recuperado de: <http://www.acdelco.mx/#/productos/poleas>

La matriz de decisión para los dos elementos de giro anteriores:

Tabla 2.3

Matriz de decisión para elemento de giro.

Criterios de Selección	Conceptos	
	A Chumacera	B Polea
Facilidad de manejo	+	+
Fácil de acoplar al modelo	+	0
Buen soporte para el eje	0	0
Durabilidad	+	+
Movimiento axial sin fricción	+	-
Transmite movimiento a la barra de estudio	0	+
Suma +	4	3
suma 0	1	2
Suma -	0	1
Evaluación neta	4	2
Lugar	1	2
Considerar?	Si	Combinar

Por otra parte, para poder trabajar con diferentes longitudes de barra, uno de los elementos de sujeción tiene que desplazarse de manera lineal en el sentido axial de la barra. Para ello se proponen los siguientes sistemas:

A. Guía lineal con rodillos

Guía con rodillos montado sobre un riel y que permite el acoplamiento de otros accesorios. No requiere de un segundo riel para su funcionamiento



Figura 2.15. Guía lineal de rodillos Fuente: SCHAEFFLER Iberia. (2016). *Productos*. Recuperado de:

http://www.schaeffler.es/content.schaeffler.es/es/branches/industry/food_packaging/products_food_packaging/linear_guidance/linear_guides.jsp

B. Sistema de guía lineal de perfil redondo

Riel de perfil de aluminio soportado en los extremos cuya guía se mueve con rodamientos de bola. Requiere de un doble riel para encontrar estabilidad o de otro perfil que impida la volcadura del elemento deslizando.



Figura 2.16. Guía lineal de perfil redondo. Fuente: THOMSON (2016). *Movimiento lineal optimizado*. Recuperado de: http://www.thomsonlinear.com/website/esm/esm/products/linear_guides/roundrail/1bx_endsupported.php

C. Perfil estructural de aluminio con bloque deslizando

Es un bloque que se coloca sobre un perfil de aluminio y que se desplaza sin necesidad de ningún tipo de rodamiento. No requiere de mantenimiento especial y cuenta con buena estabilidad.

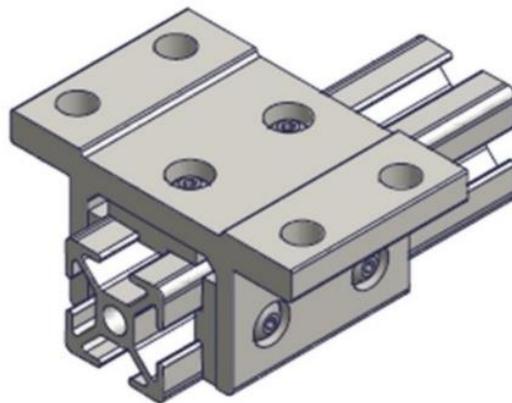


Figura 2.17. Perfil estructural de aluminio con bloque deslizando. Fuente: Parker Hannifin. (2016). *Productos*. Recuperado de: <http://ph.parker.com/us/en/industrial-profile-systems-special-and-linear-applications>

La matriz de decisión para los elementos de desplazamiento lineal quedó de la siguiente forma:

Tabla 2.4

Matriz de decisión para herramienta de desplazamiento lineal.

Criterios de selección	Conceptos		
	A	B	C
	Guía lineal con rodillos	Guía lineal de perfil redondo	Bloque deslizante
Facilidad de manejo	+	+	+
Fácil de acoplar al modelo	+	+	+
Permite adaptar accesorios	0	0	0
Durabilidad	+	+	+
Fácil mantenimiento	0	0	+
Se puede fijar a cierta distancia	-	-	+
Es estable	+	-	+
Suma +	4	3	6
suma 0	2	2	1
Suma -	1	2	0
Evaluación neta	3	1	6
Lugar	2	3	1
Considerar?	No	No	Si

Con la evaluación anterior de los elementos a emplear en el dispositivo a desarrollar, se ha dado paso a la elaboración de bosquejos que brinden soluciones alternativas para continuar con la manufactura del sistema.

2.4 PROPUESTAS DEL CONCEPTO

Se describen a continuación los conceptos considerados para el desarrollo del dispositivo de pruebas de torsión.

Concepto A. Polea

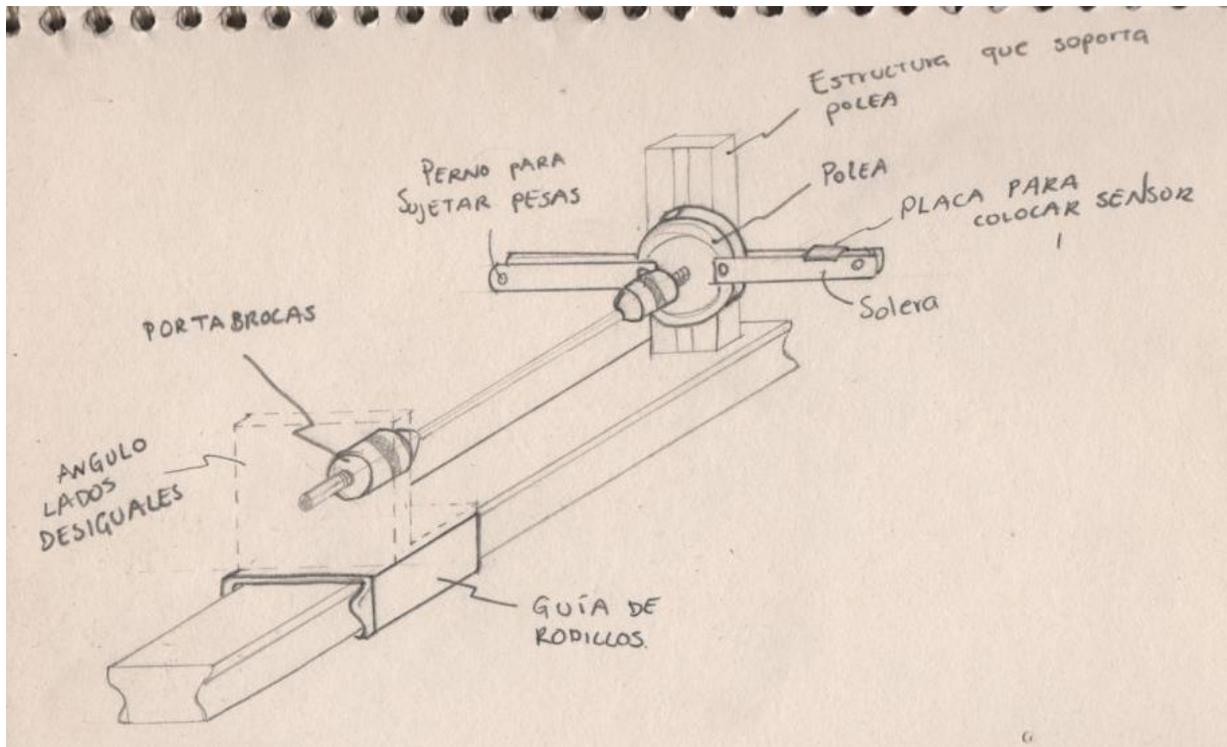


Figura 2.18. Bosquejo del Concepto A

Consta de una polea a la que se le adapta un mandril de sujeción y soleras por ambas caras de la polea las cuales sujetarán las pesas por medio de un perno o tornillo las cuales generarán movimiento angular que afectará a la barra de prueba. El sistema de la polea debe estar sujeto por un perfil estructural que a su vez está contenido en la guía lineal. Por su parte, el elemento deslizante de la guía contiene un perfil angular que soporta el mandril que se debe mantener estático.

Concepto B. Chumacera

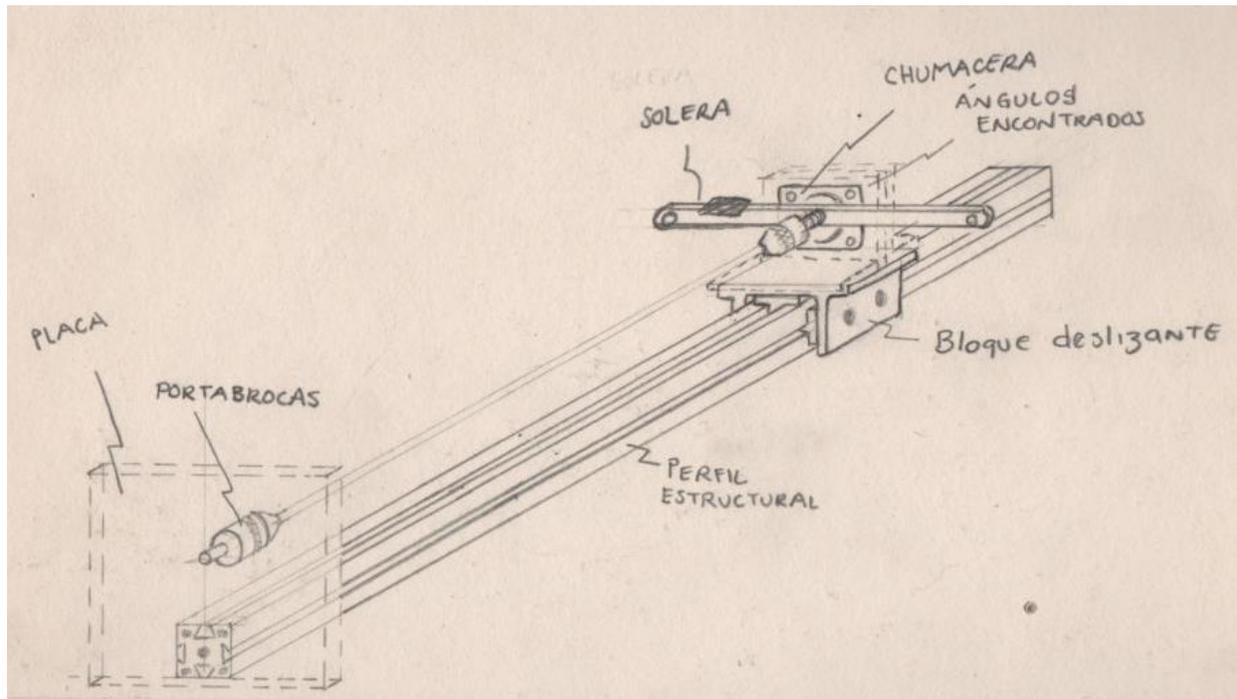


Figura 2.19. Bosquejo del Concepto B

Consta de una chumacera de pared la cual contiene un mandril y una solera en donde se colocan las pesas para generar el movimiento angular. La chumacera está soportada en dos perfiles angulares los cuales están montados en el bloque deslizable que corre a través del perfil estructural. En uno de los extremos del perfil se ubica una placa que contiene al mandril que se mantiene estático.

Concepto C. Riel Din

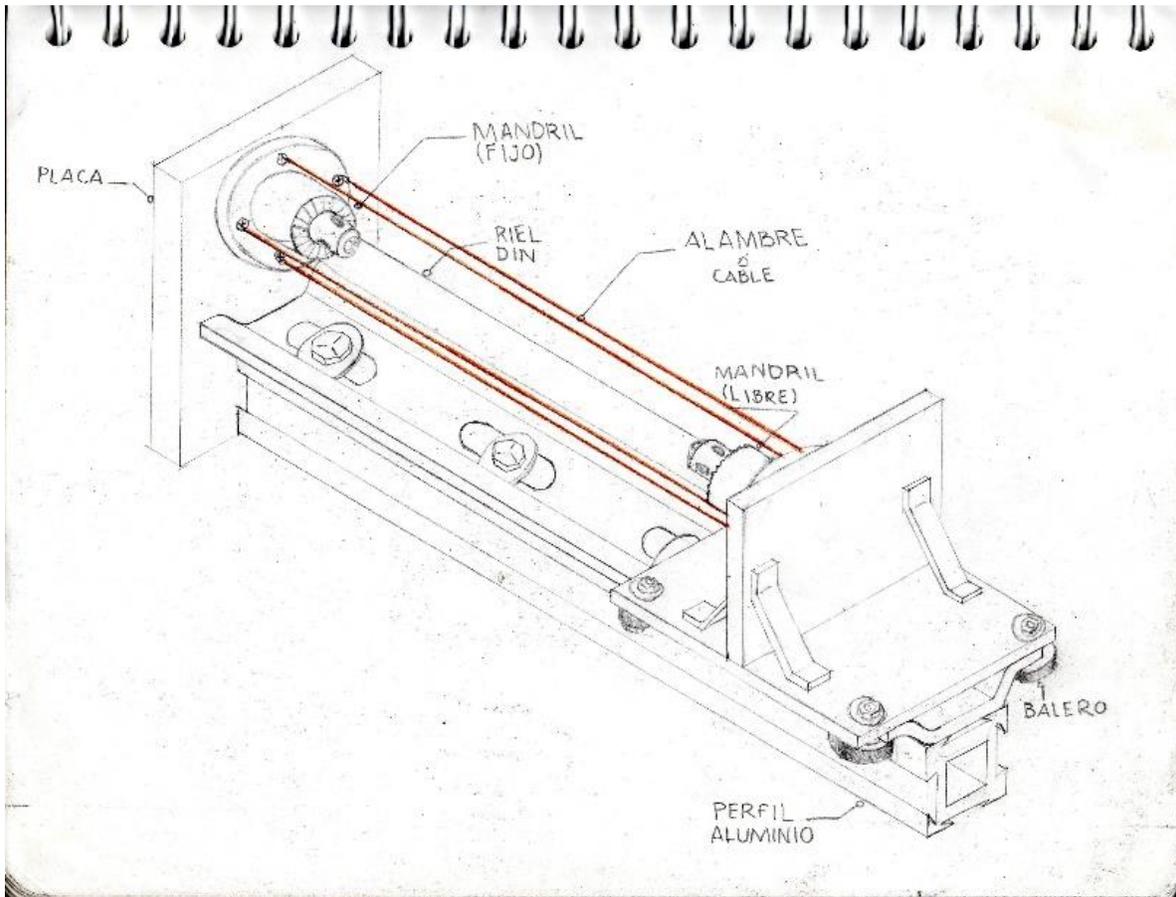


Figura 2.20. Bosquejo del Concepto C

Como se observa en la figura, se utiliza un perfil estructural sobre el cual se le monta un riel din en el cual desliza una lámina con ayuda de baleros, dicha lámina soporta una chumacera con un mandril encargados de generar el desplazamiento angular. En el otro extremo se tiene una placa que contiene al mandril estático.

Concepto D. Zoclo de aluminio

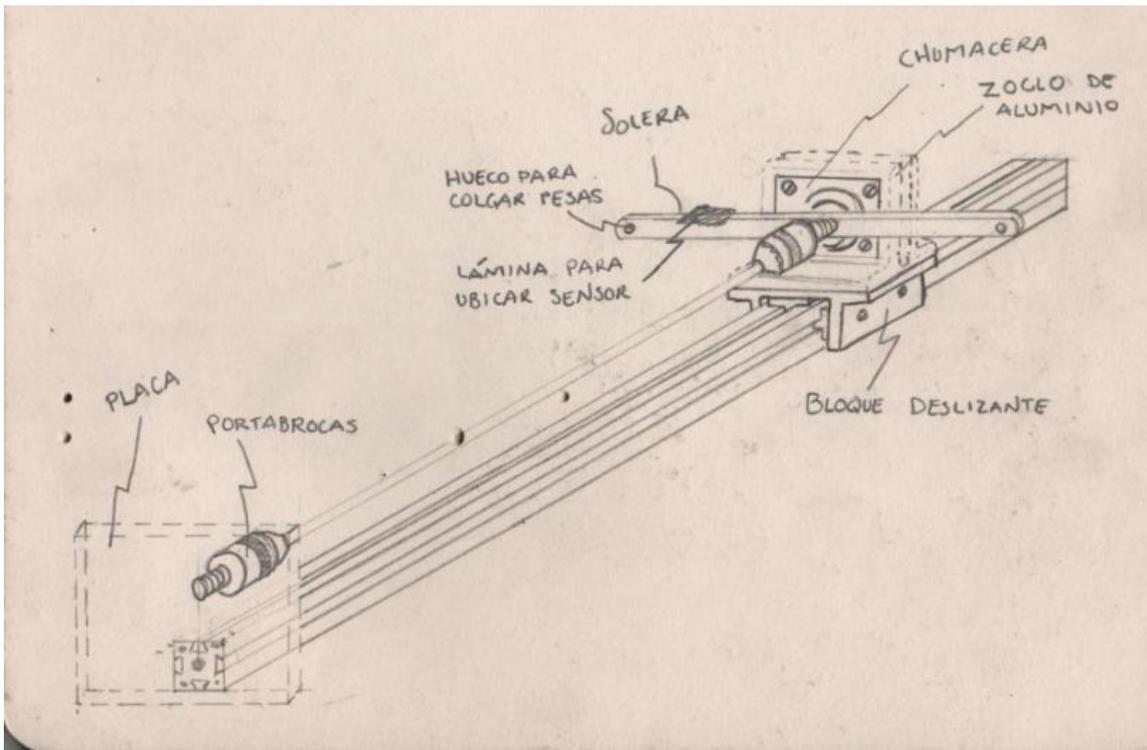


Figura 2.21. Bosquejo del Concepto D

Se compone de un perfil estructural de aluminio sobre el cual trabaja un bloque deslizable en el cual va montado un zoclo de aluminio que a la vez contiene una chumacera, un mandril y una solera donde se colocan pesas para generar el movimiento angular. En el otro extremo se tiene una placa que contiene el mandril estático.

2.5 EVALUACIÓN Y SELECCIÓN DEL CONCEPTO

Estos conceptos se evaluaron bajo un criterio de selección con asignación de 100 puntos porcentuales distribuidos según la importancia del criterio a evaluar, es necesario tener una escala del 1 al 5 donde uno es “muy malo” y 5 “muy bueno” para de este modo obtener una calificación ponderada al multiplicar el peso porcentual con la calificación de cada criterio para cada concepto.

Se establecieron cinco criterios, todos ellos divididos en subgrupos, sobre los que la selección de un concepto para desarrollar se basaría:

- Funcionalidad 30%
- Comodidad 20%
- Uso flexible 25%
- Facilidad de manufactura 15%
- Otros 10%

Tabla 2.5
Matriz de evaluación de conceptos.

Criterios de evaluación	Peso	Concepto A		Concepto B		Concepto C		Concepto D	
		Calificación	Evaluación Ponderada						
Funcionalidad	30								
Genera movimiento angular	15	3.5	52.5	4	60	4	60	4	60
Conserva su posición en el desplazamiento lineal	10	5	50	5	50	5	50	5	50
Sujeta las barras de modo confiable	5	4	20	4	20	4	20	4	20
Uso flexible	25								
Ajusta para diferentes barras	10	5	50	5	50	5	50	5	50
Emplea barras de diámetro nominales	10	5	50	5	50	5	50	5	50
Uso para derechos y zurdos	5	4	20	4	20	4	20	4	20
Comodidad	20								
Fácil de intercambiar y colocar pesas	10	4	40	4.5	45	4	40	4.5	45
Fácil de posicionar el sensor	10	4	40	4	40	3	30	4	40
Facilidad de manufactura	15								
Baja complejidad de piezas	10	4	40	4.5	45	4.5	45	4.5	45
Bajo número de pasos para ensamble	5	3	15	5	25	4	20	5	25
Otros	10								
Requiere poco mantenimiento	5	4	20	4.5	22.5	4	20	4.5	22.5
Fácil de intercambiar piezas	3	4	12	4	12	3.5	10.5	4.5	13.5
Mantiene una apariencia limpia	2	4	8	4.5	9	4	8	4.5	9
Evaluación total			417.5		448.5		423.5		450
Calificación			4		2		3		1

Con los resultados de la evaluación, se observa que el concepto D es el que cumple con las necesidades mostradas al inicio del proyecto y por ende es el dispositivo a considerar para este trabajo. Junto con este modelo, se desarrolló una estructura que soporte a todo el sistema sin que afecte el funcionamiento del mismo.

Capítulo 3

3 ARQUITECTURA DEL SISTEMA

“El ingeniero siempre se siente preocupado cuando sus planos empiezan a trocarse en piezas, en una máquina “viva”. ¿Qué resultará, qué aspecto tendrá? En los planos de impecable diseño todo puede saltar en su sitio, más en cuanto se hacen las piezas, atendiéndose al proyecto, en unos sitios no encajan, en otros funcionan mal”

Aleksandr Kótov

3.1 MEMORIA TÉCNICA

3.1.1 Límites de funcionamiento del dispositivo

La propuesta “D” mostrada al final del capítulo anterior cubrió las necesidades mostradas en un principio. De igual manera debemos conocer cuáles son las características máximas de trabajo con las que se puede operar dentro del sistema y para ello se calcularon los valores de rigidez máximos que se pueden obtener para las barras de prueba; así como su desplazamiento angular generado en cada prueba.

Es necesario corroborar que el diseño del brazo que genera la torsión va a soportar las cargas que se utilizarán durante las pruebas. El siguiente diagrama de cuerpo libre muestra la carga que actúa sobre el brazo:

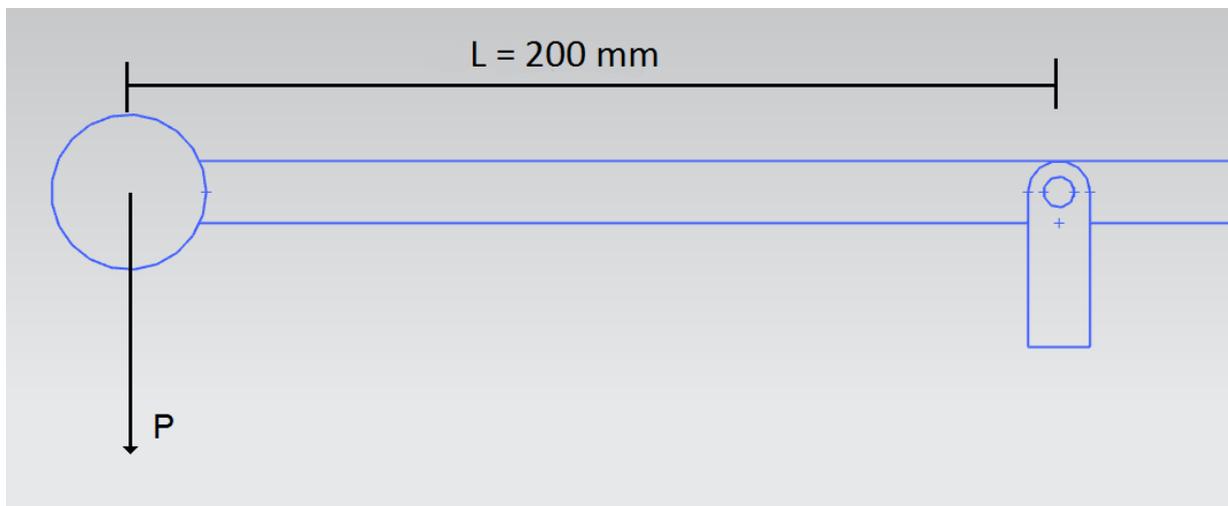


Figura 3.1. Diagrama de cuerpo libre para el brazo de torsión.

Por el diagrama mostrado, se consideró un esfuerzo tanto de flexión como de cortante para el brazo. Para el caso del esfuerzo de flexión, la carga P genera un momento interno (M) sobre el eje X que es ortogonal al eje neutro de la sección transversal del brazo. (Hibbeler & C., 2011)

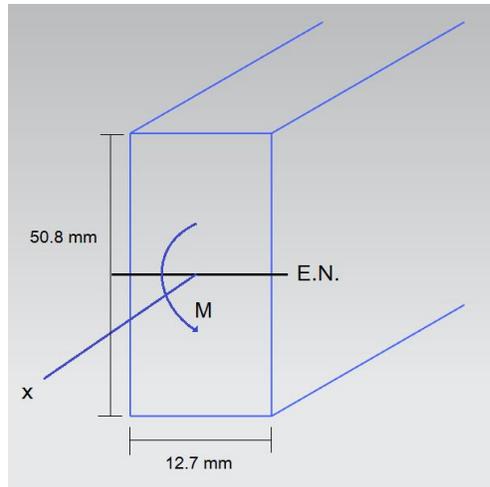


Figura 3.2. Esfuerzo de flexión para el brazo de torsión.

El esfuerzo de flexión queda como:

$$\sigma_f = \frac{Mc}{I} \quad (12)$$

Donde:

M = Momento generado debido a la carga P

c = Distancia más lejana a partir del eje neutro

I = Momento de Inercia del área de la sección transversal del brazo definida en este caso como: $\frac{1}{12} bh^3$

Considerando una carga P= 9.81 [N] y una longitud del brazo de 200 mm podemos obtener un Momento M= 0.200 (9.81) = 1.962 [N·m]

Sustituyendo los valores de c=0.0127 [m] y del momento de inercia de área de la sección transversal $I = \frac{1}{12} (0.0127)(0.0508)^3 = 1.38744 \times 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}$

$$\sigma_f = \frac{(1.962)(0.0254)}{1.3874 \times 10^{-7}} = 0.359186 \text{ [MPa]}$$

Asimismo, se requiere que el valor obtenido sea menor que el valor calculado como esfuerzo de diseño, este último esfuerzo se relaciona con el esfuerzo de cedencia para el material empleado en el brazo y un factor de seguridad N asociado a la ductilidad del material y la carga a la que se somete (se consideró un valor de 2.5).

El material utilizado es aluminio 1100 cuyo esfuerzo de cedencia resulta de $\sigma_y=24.1317$ [MPa]. El esfuerzo de diseño queda como:

$$\sigma_d = \frac{\sigma_y}{N} = \frac{24.1317}{2.5} = 9.65268 \text{ MPa} \quad (13)$$

Comparando ambos esfuerzos, tanto el de flexión como el de diseño, se observa que $\sigma_f < \sigma_d$ por lo que la propuesta de diseño del brazo de torsión es aceptable. Bajo esta situación es conveniente conocer la carga máxima que puede soportar el brazo antes de llegar al esfuerzo de cedencia. Para ello se maneja como incógnita el momento generado en el brazo y se igualan las ecuaciones de esfuerzos quedando:

$$\begin{aligned} \sigma_f &= \sigma_d & (14) \\ \frac{Mc}{I} &= \frac{\sigma_y}{N} \end{aligned}$$

Sustituyendo todos los valores y despejando el momento, nos queda:

$$M = \frac{24131700(1.38744 * 10^{-7})}{2.5(0.0254)} = 52.726 \text{ Nm}$$

Obteniendo la fuerza: $P = \frac{M}{L} = \frac{52.726}{0.2} = 263.632 \text{ N}$ (26.874 kg), la cual sería la carga máxima que podría soportar el brazo de torsión.

Continuando con el esfuerzo cortante que actúa sobre la sección transversal del brazo se tiene el siguiente diagrama:

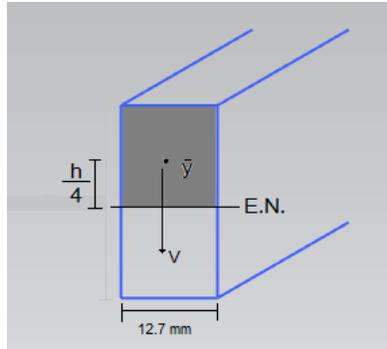


Figura 3.3. Esfuerzo cortante para el brazo de torsión.

Dicho esfuerzo se obtiene cuando existe una fuerza vertical actuando sobre la sección transversal del elemento. La ecuación para calcular dicho esfuerzo es la siguiente:

$$\tau = \frac{V Q}{I t} \quad (15)$$

En donde

V = Fuerza cortante vertical

Q = momento del área de la parte de la sección transversal alejada del eje neutro = $\bar{y} A_s$; donde \bar{y} = *centroide del área sombreada*;
 A_s = *área sombreada*

I = Momento de inercia de la sección transversal

t = Espesor de la sección transversal

Sustituyendo algebraicamente:

$$\tau = \frac{V \frac{h^2}{8} t}{\frac{1}{12} t h^3(t)} = \frac{3 V}{2 h t}$$

Considerando la carga máxima $P = 263.632$ [N] y el espesor del brazo de torsión queda:

$$\tau = 1.5 \left(\frac{263.632}{0.0508(0.0127)} \right) = 0.61295 \text{ MPa}$$

Este esfuerzo cortante igualmente debe compararse con un esfuerzo de diseño para cedencia bajo fuerza cortante. Para poder estimar el valor de resistencia a la cedencia a cortante se emplea la siguiente relación $\sigma_{ys} = 0.5 \sigma_y$, asociada con la teoría de falla del esfuerzo cortante máximo.

$$\tau_d = \frac{\sigma_{ys}}{N} = \frac{0.5 \sigma_y}{2.5} = \frac{\sigma_y}{5} \quad (16)$$

Dando el valor de $\sigma_y = 24.1317 \text{ MPa}$ resulta un valor de esfuerzo cortante de:

$$\tau_d = 4.826332 \text{ MPa}$$

Comparando los esfuerzos cortantes calculados, se observa que $\tau < \tau_d$, por lo que las dimensiones del brazo son aceptables.

Por otra parte, las pesas van a colgarse del brazo de torsión por un barreno de 7.9375 mm de diámetro situado a 200 mm del centro del brazo.

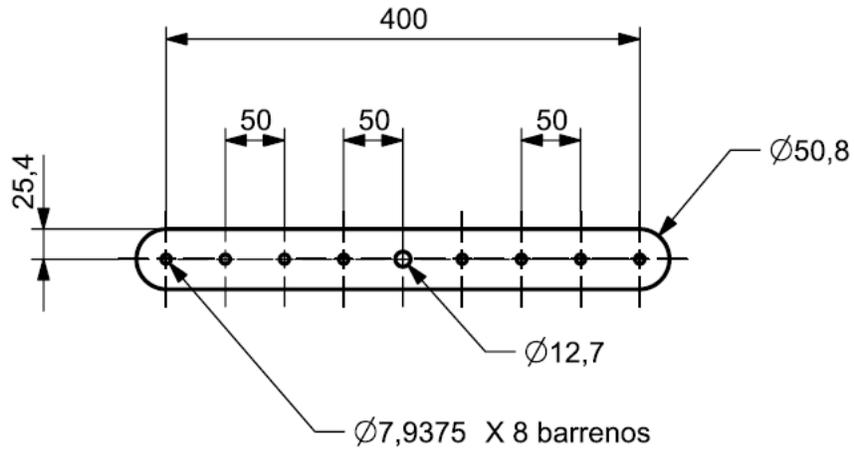


Figura 3.4. Ubicación de los barrenos para el brazo de torsión.

Sobre el barreno de 7.9375 mm se realizó el siguiente análisis de cargas:

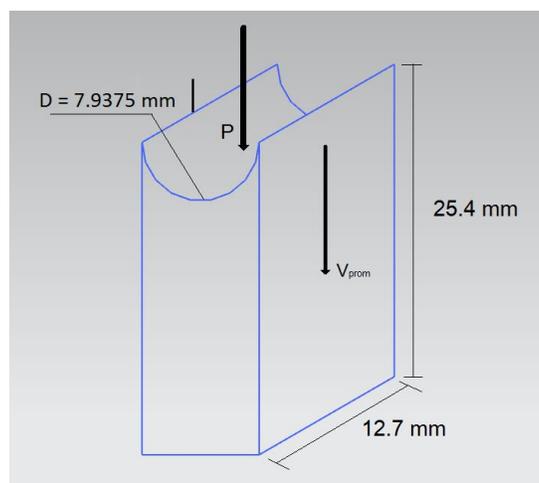


Figura 3.5. Distribución de cargas para los barrenos de 7.9375 mm de diámetro en el brazo de torsión.

Bajo las cargas mostradas P y V_{prom} se tiene que obtener un esfuerzo normal y otro cortante. Para ello se emplearon las formulas:

$$\sigma_N = \frac{P}{A} ; \tau = \frac{V_{prom}}{A}$$

De donde $P =$ carga máxima aplicada

$V_{prom} =$ la fuerza cortante distribuida en las caras laterales del barreno
 $= 0.5P$

$A =$ área de acción dependiendo de cada esfuerzo, en el caso del esfuerzo normal esta área es la sección horizontal de donde se ubica el barreno, mientras que para el esfuerzo cortante, se utiliza la sección vertical lateral del barreno.

Por lo tanto, se tienen los siguientes valores para cada uno de los esfuerzos:

$$\sigma_N = \frac{263.632}{(0.0079375)(0.0127)} = 2.615232768 \text{ MPa} < \sigma_d \quad (17)$$

$$\tau = 0.5 \frac{263.632}{(0.0254)(0.0127)} = 0.40863012 \text{ MPa} < \tau_d \quad (18)$$

Ambos valores resultan menores que los esfuerzos cortantes y de cedencia de diseño respectivamente, por lo que no hay problema alguno con el brazo de torsión.

Finalmente queda calcular la deflexión del brazo para conocer qué tanto afecta dicho valor en las medidas de ángulo obtenidas durante una prueba al momento de aplicar una carga. Para este caso se estableció un sistema de referencia x-v (donde v es el desplazamiento ocasionado por la carga) en el origen donde se aplica la fuerza P la cual genera un momento sobre el brazo de torsión como se parecía en el diagrama de cuerpo libre de la figura 3.6.

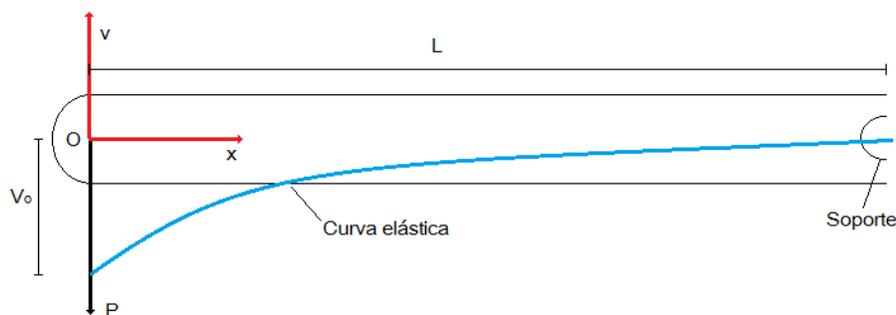


Figura 3.6. Diagrama de cuerpo libre de la deflexión del brazo de torsión.

El momento que se genera es $M = -Px$

Usando la ecuación de la curva elástica de una viga para deflexión ocasionada por el momento:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x) \quad (19)$$

Sustituyendo el momento que se genera e integrando ambas partes de la ecuación:

$$\begin{aligned} EI \int \frac{d^2v}{dx^2} &= -Px \\ EI \int \frac{dv}{dx} &= -P \frac{x^2}{2} + C_1 \\ EIv &= \frac{-Px^3}{6} + C_1x + C_2 \end{aligned}$$

Resultan dos constantes de integración cuyos valores se determinarán a partir de las siguientes condiciones de frontera:

1. La pendiente resulta ser cero cuando el valor de x es igual a la longitud del brazo de torsión, es decir:

$$\frac{dv}{dx} = 0 \quad \text{en} \quad x = L$$

2. No existe desplazamiento en v cuando el valor de x es igual a la longitud del brazo de torsión, esto debido a que en ese punto existe un soporte el cual impide dicho desplazamiento, es decir:

$$v = 0 \quad \text{en} \quad x = L$$

Aplicando las condiciones de frontera tenemos que:

$$\begin{aligned} EI(0) &= -\frac{PL^2}{2} + C_1 \\ C_1 &= \frac{PL^2}{2} \\ EI(0) &= -\frac{PL^3}{6} + \frac{PL^2}{2}(L) + C_2 \\ C_2 &= -\frac{1}{3}PL^3 \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores de las constantes de integración tenemos que:

- Para el ángulo de la pendiente:

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{1}{2}Px^2 + \frac{1}{2}PL^2$$

$$\theta = \frac{P}{2EI}[L^2 - x^2] \quad (20)$$

- Para el desplazamiento v :

$$EIv = \frac{-Px^3}{6} + \frac{PL^2}{2}x - \frac{1}{3}PL^3$$

$$v = \frac{P}{6EI}[-x^3 + 3L^2x - 2L^3] \quad (21)$$

Para conocer los valores máximos tanto del ángulo como del desplazamiento, éstas últimas ecuaciones se evalúan en el punto O ($x=0$), es decir, en el extremo donde se aplica la carga. Queda que:

$$\theta = \frac{PL^2}{2EI} \quad [rad] \quad v = -\frac{PL^3}{3EI} \quad [m]$$

Ingresando los valores anteriormente obtenidos:

- $P = 263.632 \text{ [N]}$
- $L = 0.2 \text{ [m]}$
- $I = \frac{1}{12}bh^3 = 1.38744 \times 10^{-7} \text{ [m}^4\text{]}$
- El módulo de Young para una aleación de aluminio es $E = 71.7 \text{ [GPa]}$

$$\theta = \frac{(263.632)(0.2^2)}{2(71.7 \times 10^9)(1.38744 \times 10^{-7})}$$

$$\theta = 5.3002234 \times 10^{-4} \text{ [rad]} \quad (0.03037^\circ)$$

$$v = -\frac{(263.632)(0.1996^3)}{3(71.7 \times 10^9)(1.38744 \times 10^{-7})}$$

$$v = -7.06698 \times 10^{-5} \text{ [m]} \quad (-0.0706698 \text{ mm})$$

Estos valores corresponden al ángulo y desplazamiento máximo cuando el sistema es sometido a la carga de 263.632 [N], pero al ser éste el valor máximo donde el material del brazo comienza a ceder, se recomienda utilizar cargas por debajo de la mencionada a fin de obtener un buen funcionamiento del modelo.

Por lo anterior se asegura que los valores tanto del ángulo de flexión como el de desplazamiento se reducirán generando mejores lecturas para el ángulo de torsión durante las pruebas.

Continuando con el análisis de cargas del dispositivo, es necesario conocer el esfuerzo cortante máximo para el eje que contiene al brazo de torsión y el mandril de sujeción (figura 3.7)

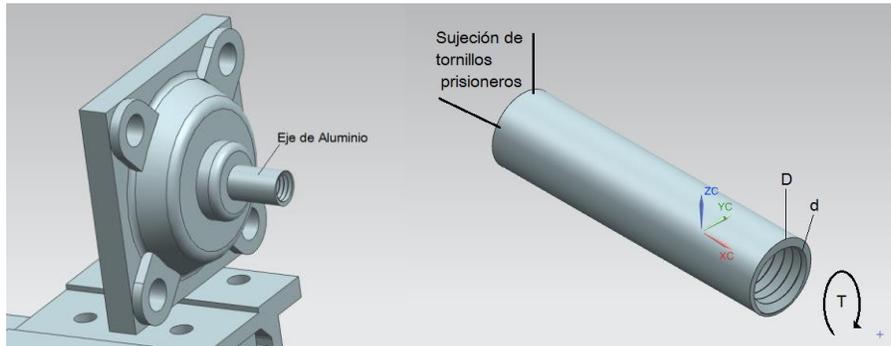


Figura 3.7. Eje de aluminio sometido a esfuerzos de torsión. Ilustración en Nx 10.

El material del eje es una aleación de aluminio 6061-T6 y se considera hueco a partir de donde es sujetado por los tornillos prisioneros de la chumacera, el esfuerzo de torsión se obtiene de la siguiente manera:

Para el Aluminio 6061-T6, el límite de cedencia (S_y) es de 270 [MPa] y el límite de cedencia debido a esfuerzos cortantes ($S_{ys} = 0.5S_y$) es de 135 [MPa]

Esfuerzo cortante de diseño (ecuación 16): $\tau_d = \frac{S_{ys}}{N}$, con $N = 2.5$

$$\tau_d = 54 \text{ MPa}$$

Para conocer el par máximo permisible bajo esfuerzo cortante, igualando la ecuación 4 con la 16:

$$\frac{Tc}{I_o} = \tau_d \quad (22)$$

Para ejes cilíndricos huecos: $I_o = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$, con $D = 0.0127 \text{ m}$ y $d = 0.009525 \text{ m}$

$$I_o = 1.74 \times 10^{-9}$$

$$T = \frac{\tau_d I_o}{c} = \frac{2 \cdot (54 \cdot 10^6) (1.74 \cdot 10^{-9})}{0.0127} = 14.84680129 \text{ [Nm]} \quad (23)$$

Determinando la fuerza permisible:

$$F = \frac{T}{L} = \frac{14.8468}{0.2} = 74.234 \text{ [N]} (7.567 \text{ kg}) \quad (24)$$

De manera general, el diseño debe trabajar con una carga menor que 74 [N] para garantizar el buen funcionamiento del sistema. Al mismo tiempo se cuenta con otra restricción similar para el caso de las barras de torsión que sean sometidas a prueba, es decir, se debe conocer el límite de cedencia para esfuerzos cortantes y en base a ello determinar la carga máxima a la que pueden ser sometidas sin obtener deformaciones plásticas permanentes o llegar a la fractura. Este valor máximo dependerá del tipo de material y geometría de la barra a prueba.

3.1.2 Rango de operación de las probetas

Para barras de aluminio 6061:

Su límite de cedencia (S_y) es de 270 [MPa] y el límite de cedencia debido a esfuerzos cortantes (S_{ys}) es de 135 [MPa] y con un factor de seguridad $N = 2$, se tiene:

$$\tau_d = \frac{S_{ys}}{2} = 67.5 \text{ MPa} \quad (16)$$

$$I_o = \frac{\pi}{32} (D^4) = 1.596227525 * 10^{-10} \text{ m}^4 \quad (8)$$

$$T = \frac{\tau_d \pi d^3}{16} = \frac{(67.5 * 10^6) * \pi * (0.0047625)^3}{16} = 1.43166 \text{ [Nm]} \quad (23)$$

$$F = \frac{1.431655}{0.2} = 7.158279 \text{ [N]} (0.7297 \text{ kg}) \quad (24)$$

Tabla 3.1

Par de torsión y fuerza máximos requeridos para barras de acero inoxidable de diferentes diámetros.

Diámetro (mm)	4.7625	6.35	7.9375	9.525
T (N·m)	1.43166	3.39355	6.62804	11.45325
F (N)	7.15828	16.96777	33.14018	57.26623
F (kg)	0.72969	1.729	3.378	5.837

El procedimiento mostrado es para obtener el par de torsión permisible para barras de sección transversal circular, y se debe de tomar en cuenta cuando se desee cambiar de material para asegurar que la barra se mantiene en la zona elástica y al mismo tiempo considerar la carga máxima que soporta todo al arreglo.

Continuando con el análisis dinámico que permita determinar los periodos y frecuencias de trabajo durante la prueba se involucra una barra de longitud L acomodada horizontalmente y montada con un resorte (barras de prueba sometidas a torsión) a la mitad de la misma; en los extremos se colocan las pesas de igual masa como se observa en la figura 3.8.

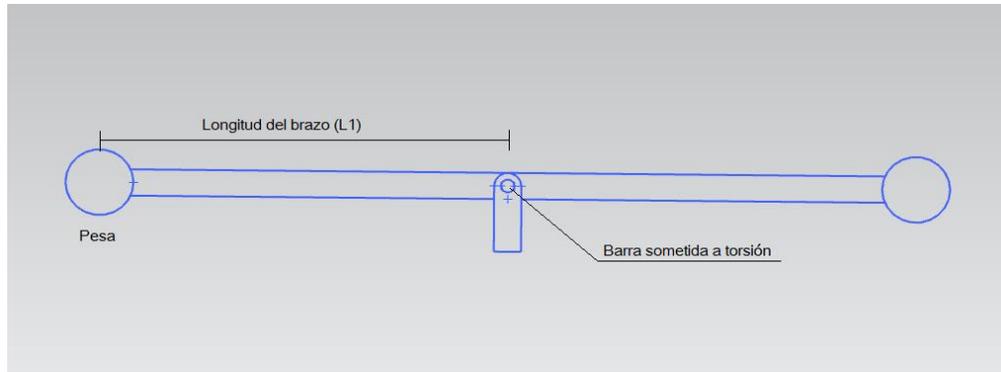


Figura 3.8. Arreglo de las pesas y el brazo de acción.

En este arreglo se debe realizar un desplazamiento angular que permita obtener oscilaciones en ausencia de cualquier otra fuerza y que buscará estabilizarse libremente. Siguiendo con este análisis se tiene el siguiente diagrama de cuerpo libre:

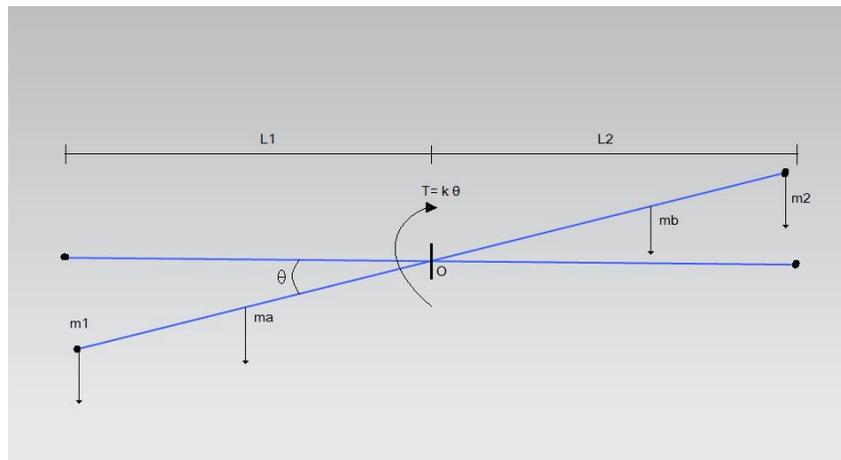


Figura 3.9. Diagrama de cuerpo libre del brazo de acción.

Como se observa en el DCL, existe un desplazamiento angular θ a partir del punto O respecto de la posición de equilibrio. Al liberar $m1$ esta se desplaza hacia el otro lado de la posición de equilibrio al igual que $m2$ para luego volver a la posición inicial completando una oscilación; esto ocurrirá hasta que el sistema logre su punto de equilibrio y la velocidad sea nula.

Ajustando este modelo a la ecuación de movimiento tenemos que existe al menos un elemento disipativo a considerar por lo que la ecuación de movimiento nos queda: (Balanchandran, 2009)

$$M - k_t \theta - c_t \dot{\theta} - J_o \ddot{\theta} = 0 \quad (11)$$

La conservación de movimiento a partir del punto O nos queda:

$$M = m_1 l_1 \cos \theta + m_a \frac{l_1}{2} \cos \theta - m_2 l_2 \cos \theta - m_b \frac{l_2}{2} \cos \theta \quad (25)$$

Sustituyendo todo lo anterior en la ecuación de movimiento:

$$m_1 l_1 \cos \theta + m_a \frac{l_1}{2} \cos \theta - m_2 l_2 \cos \theta - m_b \frac{l_2}{2} \cos \theta - k_t \theta - C_t \dot{\theta} - J_o \ddot{\theta} = 0$$

Las consideraciones que se tienen para el análisis son:

$$m_1 = m_2 = m$$

$$m_a = m_b = m'$$

$$l_1 = l_2 = l'$$

Nos queda:

$$ml' \cos \theta + m' \frac{l'}{2} \cos \theta - ml' \cos \theta - m' \frac{l'}{2} \cos \theta - k_t \theta - c_t \dot{\theta} - J_o \ddot{\theta} = 0 \quad (26)$$

Simplificando y multiplicando todo por -1:

$$k_t \theta + c_t \dot{\theta} + J_o \ddot{\theta} = 0 \quad (27)$$

Reacomodando la ecuación:

$$\ddot{\theta} + \left[\frac{c_t}{J_o} \right] \dot{\theta} + \left[\frac{k_t}{J_o} \right] \theta = 0 \quad (28)$$

Al ser una ecuación diferencial de segundo orden, lineal y de coeficientes constantes, su solución es:

$$\theta(t) = Ae^{st}$$

$$\dot{\theta}(t) = Ase^{st}$$

$$\ddot{\theta}(t) = As^2 e^{st}$$

Sustituyendo la solución en la ecuación principal:

$$As^2 e^{st} + \left[\frac{c_t}{J_o} \right] Ase^{st} + \left[\frac{k_t}{J_o} \right] Ae^{st} = 0 \quad (29)$$

$$Ae^{st} \left(s^2 + \left[\frac{c_t}{J_o} \right] s + \left[\frac{k_t}{J_o} \right] \right) = 0 \quad (30)$$

Cuyas raíces de la ecuación característica son:

$$s_{1,2} = \frac{-\frac{c_t}{J_o} \pm \sqrt{\left(\frac{c_t}{J_o}\right)^2 - 4\left(\frac{k_t}{J_o}\right)}}{2} = -\frac{c_t}{J_o} \pm \sqrt{\left(\frac{c_t}{2J_o}\right)^2 - \left(\frac{k_t}{J_o}\right)} \quad (31)$$

La solución general queda:

$$\theta(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

$$\theta(t) = A_1 e^{\left(-\frac{c_t}{J_o} + \sqrt{\left(\frac{c_t}{2J_o}\right)^2 - \left(\frac{k_t}{J_o}\right)}\right)t} + A_2 e^{\left(-\frac{c_t}{J_o} - \sqrt{\left(\frac{c_t}{2J_o}\right)^2 - \left(\frac{k_t}{J_o}\right)}\right)t} \quad (32)$$

Amortiguamiento crítico:

$$\left(\frac{c_c}{2J_o}\right)^2 - \left(\frac{k_t}{J_o}\right) = 0 \quad (33)$$

$$c_c = 2J_o \sqrt{\frac{k_t}{J_o}} \quad (34)$$

Considerando que $\omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_o}}$, la relación de amortiguamiento queda como:

$$\zeta = \frac{c_t}{2J_o \omega_n} \quad (35)$$

Con esta relación, la solución general queda como:

$$\theta(t) = A_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + A_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \quad (36)$$

Para el momento polar de inercia de todo el sistema, se contempla el brazo que genera torsión en conjunto con el mandril y el eje que soporta al mismo, además del momento polar de inercia del elemento que sufre la torsión, es decir, la barra que esté a prueba. Para todos los elementos, dicho valor, va a depender de la geometría de cada componente, así como del material del que estén hechos.

La ecuación final nos entrega la frecuencia natural de nuestro sistema torsional definido como:

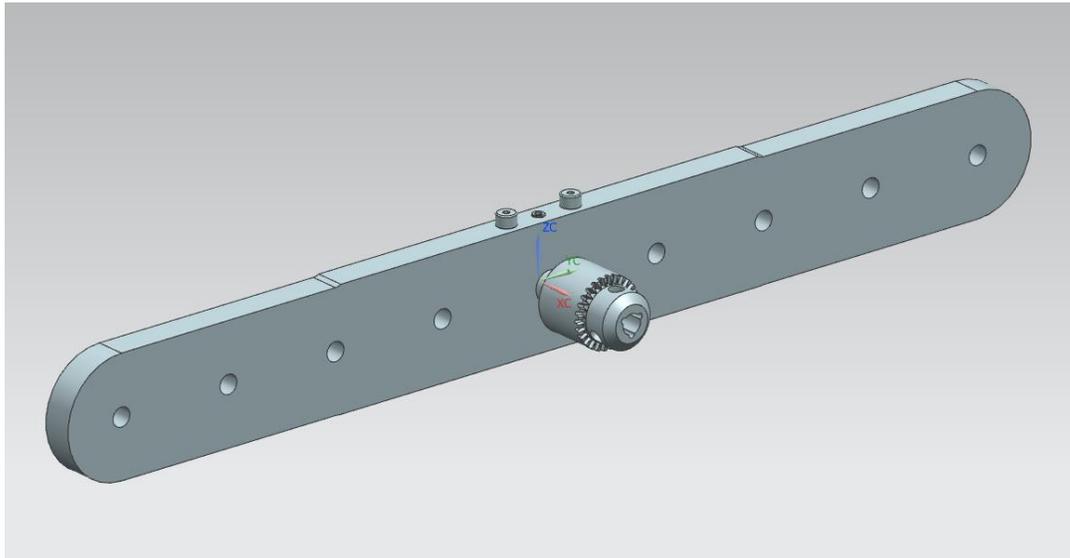
$$\omega_n = \left(\frac{k_t}{J_o}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (37)$$

Y el periodo, así como la frecuencia de vibración en ciclos por segundo son:

$$\tau_n = 2\pi \left(\frac{J_o}{k_t}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (38)$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k_t}{J_o}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (39)$$

Esta solución matemática está condicionada a que las pesas tengan la misma masa y el brazo que las contiene sea de un material homogéneo, el valor de rigidez del resorte dependerá de las dimensiones geométricas, así como del material de las barras de estudio. Por lo anterior es necesario conocer la masa del brazo por lo que se modeló en CAD para conocer ese valor. La figura 3.10 muestra las propiedades de la geometría diseñada para soportar las pesas y aplicar torsión sobre la barra en análisis.



```

=====
Detailed Mass Properties
Analysis calculated using accuracy of 0.990000000
Information Units kg - mm

Density = 0.000002978
Volume = 299337.611725710
Area = 73344.738521474
Mass = 0.891520431

First Moments
Mx, My, Mz = 3.816999077, 0.000172597, 0.188158906

Center of Mass
Xcbar, Ycbar, Zcbar = 4.281448799, 0.000193598, 0.211053948

Moments of Inertia (WCS)
Ix, Iy, Iz = 11879.125305942, 324.855596749, 11875.320743360

Moments of Inertia (Centroidal)
Ixc, Iyc, Izc = 11879.085594229, 308.473598955, 11858.978457212

Moments of Inertia (Spherical)
I = 12023.268825198
  
```

Figura 3.10. Propiedades del brazo de torsión en conjunto con mandril de sujeción y su eje. Ilustración en Nx 10.

El arreglo de la figura anterior muestra un momento polar de inercia de masa de $11879.125305942\text{kg}\cdot\text{mm}^2$

Este valor se determinó de manera experimental con el uso de un frecuencímetro y un acelerómetro colocado en el brazo de acción como se observa en el siguiente arreglo:



Figura 3.11. Arreglo de los sensores y brazo de torsión.

Se compararon los periodos entregados por ambos sensores para corroborar los datos obtenidos del acelerómetro. Se registró lo siguiente:

Frecuencímetro:

Frecuencia: 1.210 [Hz]

Periodo: 0.826446281 [s]

Acelerómetro:

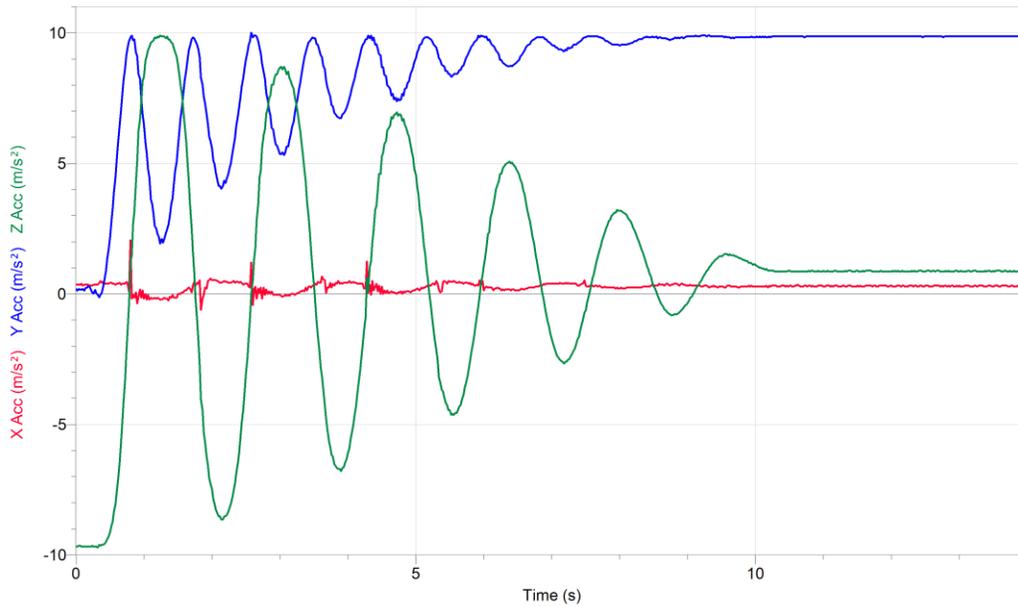


Figura 3.12. Gráficas de los datos obtenidos por el acelerómetro.

Se tomaron los valores de la aceleración en el eje Z donde se completaba el periodo de dicha función:

Tabla 3.2
 Datos del acelerómetro en el eje Z para determinar el periodo.

Tiempo [s]	Ac Z [m/s ²]	Δ tiempo
0.8	1.22057763	
2.6	0.517785553	1.8
4.3	0.108211363	1.7
5.96	0.406083501	1.66
7.56	0.108211363	1.6
9.1	0.070977346	1.54

El promedio de la diferencia de tiempo fue de: 1.66 [s]

Se observa que los periodos no son semejantes, esto debido al acomodo del frecuencímetro que registró la mitad del periodo del brazo de acción y para poder compararlos se debe multiplicar por 2 el periodo obtenido a partir de la frecuencia registrada por el frecuencímetro.

	Frecuencímetro	Acelerómetro
Periodo [s]	1.652892562	1.66
% error	0.43 %	

Utilizando el periodo obtenido a partir del acelerómetro y las ecuaciones del péndulo físico, el momento de inercia de masa del brazo de acción queda como:

$$I_b = \left(\frac{g T^2}{4\pi^2} - r \right) r m \quad (40)$$

Donde:

g = Aceleración debido a la gravedad (9.81 m/s²)

T = Periodo obtenido (1.66 s)

r = Distancia entre la pesa y el punto de giro (0.2 m)

m = masa de la pesa (0.1242 kg)

$$I_b = \left(\frac{9.81 (1.66)^2}{4\pi^2} - 0.2 \right) (0.2)(0.1242) = 0.01204093174 \text{ kg m}^2$$

Comparando este momento de inercia con el obtenido en NX 10:

	NX 10	Experimental
I [Kg mm ²]	11879. 125305942	12040.93174
% error	1.36%	

Con el periodo y el momento de inercia de masa obtenidos para el brazo de torsión se continuó a obtener el coeficiente de amortiguamiento para poder modelar la ecuación de amortiguamiento viscoso.

El sistema cuenta con amortiguamiento considerado viscoso debido a que el rodamiento de la chumacera está lubricado con grasa la cual contiene un aceite base. Para un sistema rotacional, la constante de amortiguamiento se define como: (FAG, 2016), (SKF, 2016)

$$C_t = \frac{M}{\omega_n} \quad (41)$$

Donde:

- M Par de torsión debido al rozamiento [N·m]
- ω Velocidad de giro o de las oscilaciones [rad/s]

En este caso, el par que se genera es debido al rozamiento que se origina en el rodamiento; depende de la carga que se le aplique al mismo, así como del tipo y tamaño del rodamiento, la velocidad de rotación y las propiedades del lubricante.

El par de rozamiento total se obtiene de la suma de un par M_0 , que es independiente de la carga aplicada sobre el rodamiento y otro par M_1 , que sí depende de la carga, entonces:

$$M = M_0 + M_1 + M_3 \quad (42)$$

Esta ecuación es válida si las superficies que ruedan entre sí están separadas por una película de lubricante.

El primer término (M_0) depende de las pérdidas hidrodinámicas originadas en el lubricante, la viscosidad cinemática y la cantidad de lubricante usada así como de a velocidad de rotación. Este valor se calcula como:

$$M_0 = 10^{-7} f_0 (vn)^{\frac{2}{3}} d_m^3 \quad (43)$$

Donde:

- M_0 Par independiente de la carga [N mm]
- f_0 Coeficiente que depende del tipo de rodamiento y su lubricación
- n Velocidad del rodamiento [rpm]
- v Viscosidad cinemática del aceite base de la grasa a temperatura de funcionamiento [mm^2/s]
- d_m Diámetro medio del rodamiento [mm]

El segundo término (M_1) que depende de la carga aplicada, se calcula como:

$$M_1 = f_1 P_1^a d_m^b \quad (44)$$

Donde:

- M_1 Par dependiente de la carga [N mm]
- f_1 Coeficiente que depende del tipo de rodamiento y de la carga aplicada
 $f_1 = 0.0007$
- P_1 Carga sobre el rodamiento que determina el rozamiento [N]
- d_m Diámetro medio del rodamiento
- a,b Exponentes que dependen del tipo de rodamiento. $a = b = 1$ para todos los rodamientos excepto los de rodillos a rótulas.

El último término (M_3) se asocia a las pérdidas por rozamiento generados por la obturación del rodamiento, se calcula como:

$$M_3 = \left(\frac{d+D}{f_3}\right)^2 + f_4 \quad (45)$$

Donde:

- M_3 Par de rozamiento de las obturaciones [N mm]
- d Diámetro del agujero del rodamiento [mm]
- D Diámetro exterior del rodamiento [mm]
- f_3, f_4 Coeficientes obtenidos de tabla ($f_3=20$ y $f_4=10$)

Si el rodamiento está obturado únicamente por un solo lado, usar: $0.5M_3$

Definido lo anterior, es necesario conocer las fuerzas que actúan sobre el rodamiento empleado, además de conocer las dimensiones del mismo para poder determinar el par de fricción total que resulta en el rodamiento.

En la figura 3.11 se observa el arreglo de la chumacera con el eje, el brazo de acción que genera la torsión y el mandril de sujeción fijado con un eje roscado.

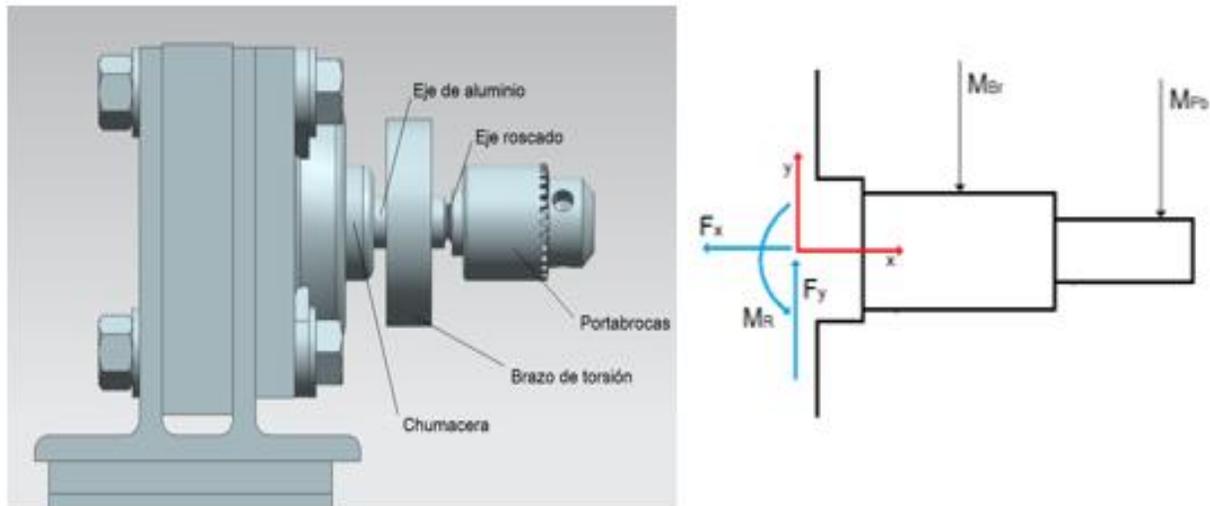


Figura 3.13. Arreglo y diagrama de cuerpo libre de chumacera, brazo de torsión y mandril de sujeción. Ilustración generada en Siemens Nx 10.

En el diagrama de cuerpo libre se establecieron las cargas a las que se somete el rodamiento las cuales son las siguientes:

M_{Br}	Masa de brazo de acción con tornillos	0.736 kg
M_{Me}	Masa de mandril y ejes	0.1313 kg

Estos valores se determinaron a partir de medirlos directamente en una báscula electrónica. Con ello se obtiene el valor F_y :

$$F_y = (M_{Br} + M_{Me})9.81 = 8.508213 \text{ N} \quad (46)$$

El valor de F_y se considera como la carga equivalente para la obtención del par de rozamiento del rodamiento (los valores del rodamiento tales como la dimensión del mismo, y los valores de carga que soporta se anexan al final de la investigación).

Por otra parte, el rodamiento viene lubricado con una grasa universal empleada en rodamientos de bolas con diámetro exterior menor o igual a 62 milímetros, el aceite básico de la grasa es jabón litio mineral y su viscosidad cinemática es de 100 mm^2/s (clasificación ISO VG 100).

Por todo lo anterior, el valor del par de rozamiento va en función de la velocidad angular que se genera, por lo tanto, se obtiene de la siguiente manera:

Rodamiento insertable UC201-08, obturación en ambos lados, basado en las series 60

Diámetro medio:	29.85 [mm]
Carga dinámica equivalente:	8.508213 [N]
Factor de cálculo (f_0):	13.1 [adimensional]
Viscosidad cinemática:	100 [mm^2/s]

Los valores obtenidos para el brazo de torsión son los siguientes:

Tabla 3.3

Valores obtenidos para el brazo de torsión.

θ_0 [rad]	1.57080	C_c [N m s/rad]	0.00721
T [s]	1.66	C [N m s/rad]	0.09115
ω [s^{-1}]	3.78505	ζ	0.07915
I_b [Kg m^2]	0.012041	ω_d [s^{-1}]	3.77318
K_t [N m]	0.17251	f_d [Hz]	0.60052
M [N m]	0.02731	T_d [s]	1.66522

La ecuación de amortiguamiento viscoso queda como:

$$\theta''[t] + 0.59914\theta'[t] + 14.32661\theta[t] = 0 \quad (28)$$

Cuya solución es:

$$\theta[t] = e^{-0.29957t}(1.57080\text{Cos}[3.77318t] + 0.12471\text{Sin}[3.77318t])$$

Su gráfica de aceleración queda como:

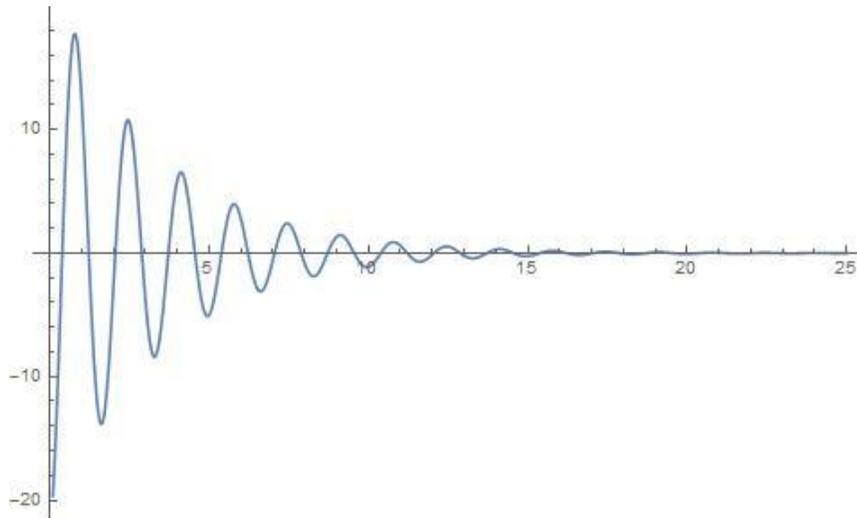


Figura 3.14. Gráfica de aceleración obtenida a partir de los datos obtenidos de la frecuencia y momento de inercia de masa del brazo de torsión.

Al comparar las gráficas obtenidas tanto experimental como teóricamente, se observa que no se asemejan ya que las envolventes de los datos experimentales mantienen una línea recta, mientras que las de la gráfica teórica son exponenciales, además de que los tiempos difieren, la experimental se estabiliza a los 10 segundos mientras que la teórica aún mantiene movimiento pasados 20 segundos.

Con lo observado, podemos deducir que se trata entonces de un amortiguamiento de Coulomb (o fricción seca) el cual involucra un par de torsión T de amortiguamiento constante cuya ecuación es: (S. Rao, 2012)

$$\ddot{\theta} + \frac{T}{J_0} \text{Sgn}[\dot{\theta}] + \omega^2\theta = 0 \quad (47)$$

Donde $\text{Sgn}[\dot{\theta}]$ se le conoce como función signo cuyo valor se define como 1 para $\dot{\theta} > 0$, -1 para $\dot{\theta} < 0$ y 0 para $\dot{\theta} = 0$.

Esta es una ecuación diferencial no lineal cuya solución requiere de métodos numéricos que involucren intervalos de tiempo con diferentes direcciones de movimiento donde las condiciones iniciales son:

$$x(t = 0) = x_0 \quad \dot{x}(t = 0) = 0$$

El movimiento cesa cuando $x_n \leq \frac{T}{k}$ ya que a fuerza de restauración ejercida por el resorte será menor que la fuerza de fricción. El número de semiciclos (r) antes de que el movimiento cese es:

$$r \geq \frac{1}{2} \left(\frac{k \theta_0}{T} - 1 \right) \quad (48)$$

La amplitud del movimiento al final del semiciclo r -ésimo es:

$$\theta_r = \theta_0 - r \frac{2T}{k} \quad (49)$$

Donde k es el coeficiente de rigidez del resorte. Con las ecuaciones anteriores y con los semiciclos conocidos a partir de la gráfica experimental ($r = 11$) podemos conocer T de la ecuación (48) quedando como:

$$T = \frac{k \theta_0}{2n+1} \quad (50)$$

La ecuación de amortiguamiento de Coulomb queda entonces como:

$$\theta''[t] + 0.97844 \text{Sign}[\theta'[t]] + 14.32661 \theta[t] = 0 \quad (47)$$

La solución numérica de la ecuación diferencial anterior se obtuvo mediante el uso de *Wolfram Mathematica* donde también se obtuvo su gráfica de aceleración:

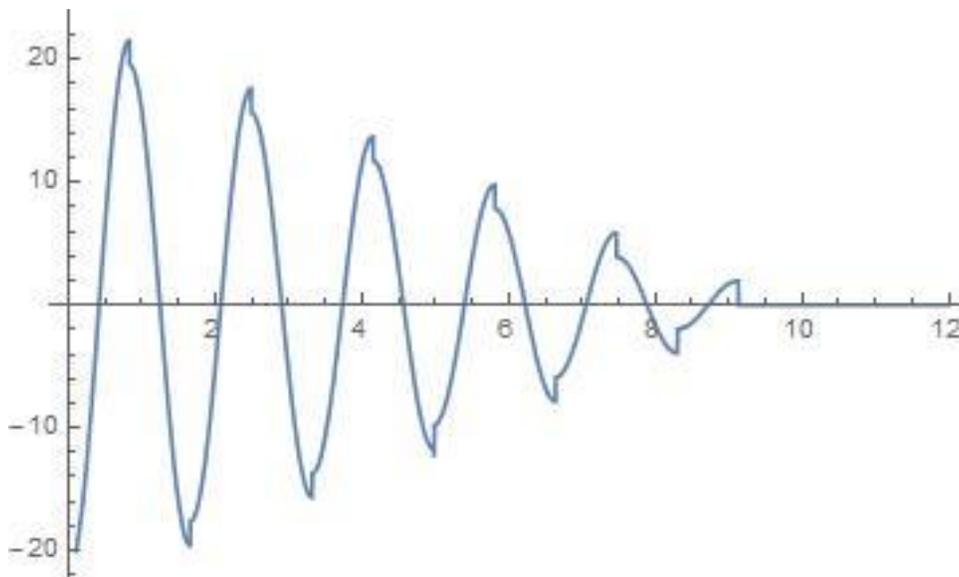


Figura 3.15. Gráfica de aceleración con amortiguamiento de Coulomb obtenida a partir de los datos obtenidos de la frecuencia circular y semiciclos del movimiento registrado experimentalmente.

Los saltos ocasionados en los valores pico de la gráfica se deben a que la solución a la ecuación diferencial no lineal es una aproximación numérica y debido al cambio de signo de la aceleración en esos puntos.

Podemos concluir que bajo las condiciones iniciales y al analizar el brazo de torsión como un péndulo, así como sus datos obtenidos (frecuencia, periodo, ángulo de salida...) se tiene un amortiguamiento de coulomb dominante, sin embargo, es necesario incluir el amortiguamiento viscoso dentro de la ecuación de movimiento para tener una aproximación más exacta a la solución del problema de vibración planteado para el dispositivo.

La ecuación que gobierna el movimiento de vibración quedó como:

$$\ddot{\theta} + [2\zeta\omega]\dot{\theta} + [\omega^2]\theta = -\frac{T}{J_0} \text{Sgn}[\dot{\theta}] \quad (51)$$

Cuya solución depende de las condiciones iniciales particulares para cada evento realizado.

Continuando con las ecuaciones que resultaron para conocer la frecuencia natural, el periodo y la frecuencia de vibración se obtuvo el siguiente análisis:

- Para barras redondas de aluminio 6061 con diámetro constante y longitud variable:

Diámetro: 4.7625 [mm]
 Densidad: 2700 [kg/m³]
 Par permisible: 1.431655 [Nm]
 Momento de inercia de área: 5.05056*10⁻¹¹ [m⁴]

El Momento de inercia de masa para una barra se obtuvo como:

$$I_{brr} = \frac{1}{2}mr^2 \quad (52)$$

$$m = \rho V \quad (53)$$

$$V = \pi r^2 L \quad (54)$$

$$I_{brr} = \frac{1}{2}(\rho\pi r^2 L)r^2 = \frac{1}{32}\rho\pi Ld^4 \quad (55)$$

Tabla 3.4

Ángulo de torsión, rigidez y momento de inercia de masa para barras de aluminio de diferente longitud

L [m]	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
Φ [rad]	0.74039	0.63462	0.52885	0.42308	0.31731
Kt [N·m/rad]	1.93364	2.25592	2.70710	3.38388	4.51184
J _b [kg·m ²]	0.000977	0.000838	0.000698	0.000558	0.000419

El momento polar de inercia total se obtiene de la suma del arreglo del mandril con la solera más el valor obtenido para la barra de estudio:

Tabla 3.5

Momento de inercia de masa de todo el sistema para barras de aluminio de diferente longitud.

L [m]	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
J [kg-m ²]	0.013018	0.01288	0.012739	0.012599	0.012459

Las frecuencias obtenidas son las siguientes:

Tabla 3.6

Velocidad angular y frecuencia natural para barras de aluminio de diferente longitud.

L [m]	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
ω [rad/s]	12.18736	13.23502	14.57748	16.38819	19.02919
f [Hz]	1.93968	2.10642	2.32008	2.60826	3.02859

Involucrando las ecuaciones para determinar el par de rozamiento del rodamiento:

Tabla 3.7

Frecuencia natural y velocidad de rodamiento para barras de aluminio de diferente longitud y diámetro constante (4.7625 mm).

L [m]	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
n [rpm]	116.38069	126.38515	139.20472	156.49567	181.71540

$$M_0 = (13.1 * 10^{-7})(100 * n)^{\frac{2}{3}}(29.83)^3 \quad (43)$$

Tabla 3.8

Pérdidas hidrodinámicas del lubricante para barras de aluminio de diferente longitud y diámetro constante (4.7625mm).

L [m]	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
M_0 [N mm]	17.89335	18.90464	20.16231	21.79913	24.08235

$$M_1 = f_1 P_1^a d_m^b \quad (44)$$

$$M_1 = (0.0007)(9.08387)(29.85) = 0.189807 \text{ Nmm}$$

$$M_3 = \left(\frac{d+D}{f_3}\right)^2 + f_4 \quad (45)$$

$$M_3 = \left(\frac{12.7 + 47}{20}\right)^2 + 10 = 18.091023 \text{ Nmm}$$

$$M = M_0 + M_1 + M_2 \quad (42)$$

Tabla 3.9

Par de rozamiento para barras de aluminio de diferente longitud y diámetro constante (4.7625mm).

L [m]	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
M [N mm]	36.99338	38.00467	39.26234	40.89916	43.18238

Finalmente, para obtener la constante de amortiguamiento C_t y el amortiguamiento crítico se tomaron las velocidades angulares obtenidas para cada longitud de barra:

Tabla 3.10

Velocidad angular, constantes de amortiguamiento viscoso (C_t) y crítico (C_c) y relación de amortiguamiento para barras de acero inoxidable de diferente longitud y diámetro constante (4.7625mm).

L [m]	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
ω [rad/s]	12.18736	13.23502	14.57748	16.38819	19.02919
C_t [Nms/rad]	0.00304	0.00287	0.00269	0.00249	0.00227
C_c [Nms/rad]	0.31732	0.34090	0.37141	0.41296	0.47420
ζ	0.00957	0.00842	0.00725	0.00604	0.00479

Se trata de un sistema vibratorio sub-amortiguado al corroborar que $\zeta < 1$, lo que nos lleva a obtener una frecuencia de vibración amortiguada de la siguiente manera:

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n \quad (56)$$

Tabla 3.11

Velocidad angular, periodo y frecuencia natural amortiguada para barras de aluminio de diferente longitud y diámetro constante (4.7625mm).

L [m]	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3
ω_d [rad/s]	12.18680	13.23455	14.57710	16.38789	19.02897
τ_d [s]	0.51557	0.47476	0.43103	0.38340	0.33019
f_d [Hz]	1.93959	2.10634	2.32002	2.60821	3.02856

3.2 COMPONENTES Y SU MANUFACTURA

Continuando con el bosquejo del concepto seleccionado para desarrollarse, se consideró un cambio sobre el diseño a fin de crear una configuración más óptima y con el menor desperdicio del material y se realizó una lista de todos los componentes involucrados en el diseño del dispositivo con la finalidad de definirlos y poder dimensionarlos.

La lista de elementos quedó de la siguiente forma:

- Perfil estructural de aluminio 40 x 40 mm
- Bloques deslizantes
- Zoclos de aluminio con relleno de Nylamid
- Chumacera de pared de 12.7mm
- Mandril de sujeción de 9.525 mm y barra de 12.7mm
- Brazo contenedor de pesas
- Soporte de piso para perfil estructural (patas niveladoras)
- Soporte angular para perfil estructural
- Tuerca T estándar y doble
- Tornillo cabeza redonda M8
- Tornillo cabeza cilíndrica M8 y M10

Los elementos involucrados en el diseño del dispositivo están basados en el estudio de mercado referente a los dispositivos que existen para realizar pruebas de torsión y en la recopilación visual sobre el desarrollo de dichas pruebas.

Además, se consideró trabajar en su mayor parte con aluminio al ser un metal muy ligero, durable, resistente a la corrosión, manejable para ensamblar, además de ofrecer una excelente relación de resistencia/peso.

PERFIL ESTRUCTURAL DE ALUMINO

Realizando una búsqueda referente al perfil estructural se encontró que la empresa *Parker Hannifin* cuenta con un sistema de perfiles industriales (IPS por sus siglas en inglés) y por ello ofrece una gran variedad de extrusiones de aluminio estructural para aplicaciones de bases, diseños de máquinas con movimiento lineal y otras aplicaciones industriales automatizadas. Cuentan con un catálogo que ofrece una variedad de perfiles estructurales con ranura en *T* cuya versatilidad lo hace adecuado para bases de maquinaria y bastidores estructurales (figura 3.4) además de accesorios de fácil adaptación dependiendo de las necesidades a cubrir. (Co., 2016)

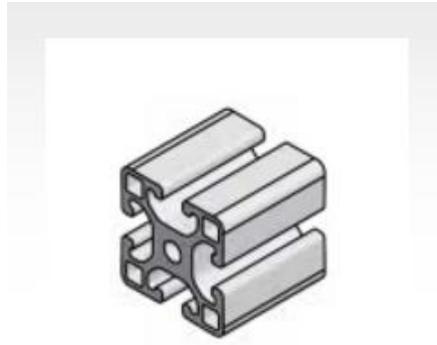
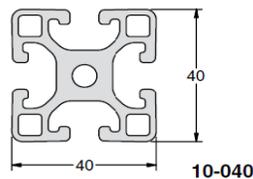


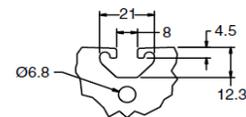
Figura 3.16. Perfil de Aluminio Estructural. Fuente:Parker Hannifin. (2016). *IPS. Perfiles extruidos*. Recuperado de: <http://ph.parker.com/mx/es/industrial-profile-systems-extrusion-profiles>

Se revisó el catálogo 1816-3/US de dicha empresa y del mismo se definió emplear un perfil estándar de la serie 40 con número de parte 10-040 el cual será útil para diseñar la base que soportará todo el sistema. Con la ranura tipo T que tiene en sus cuatro caras proporciona una gran variedad de opciones para montar accesorios que más adelante se describirán. Las dimensiones del perfil son las siguientes:

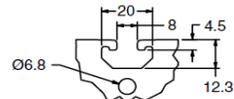
T-Slot Detail



Light



Standard



Heavy

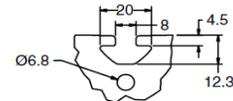


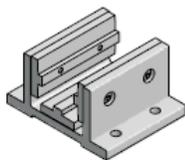
Figura 3.17. Dimensiones del perfil estructural estándar de aluminio series 40. Fuente: Parker Hannifin Corporation IPS Catálogo 1816-3/US; pp 18.

BLOQUE DESLIZANTE

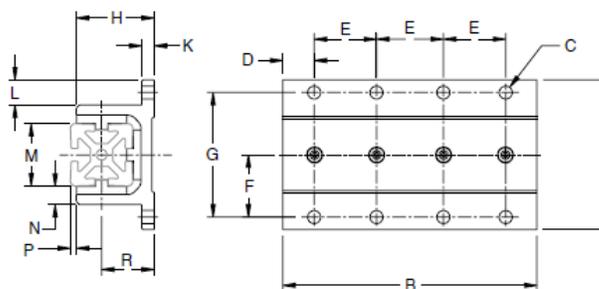
Este elemento es una opción para construir sistemas en donde el perfil pueda deslizarse o bien mantenerse fijo mientras el bloque realiza la acción. Están diseñados para cargas de compresión y para fijar cualquier accesorio o superficie con tornillos milimétricos M8. Cuenta con almohadillas de polietileno de ultra alto peso molecular (UHMW-PE) que encajan directamente en las ranuras del perfil estructural. Este polietileno ofrece una alta resistencia de impacto, excelente resistencia a la tracción además de una buena durabilidad y bajo coeficiente de fricción.

Las dimensiones del bloque modelo 30-4001 son las siguientes:

Double Flange 40 x 40 and 1.5" x 1.5"



30-4001
30-1503



Part #	A	B	C	D	E	F	G
30-4001	96	80	4xØ8.3	20	40	40	80
30-4008	96	160	8xØ8.3	20	40	40	80
Part #	H	K	L	M	N	P*	R
30-4001	50	8	16	40	12	4	34
30-4008	50	8	16	40	12	4	34

Figura 3.18. Dimensiones del bloque deslizante con doble pestaña. Fuente: Parker Hannifin Corporation IPS Catálogo 1816-3/US; pp 196.

Dentro de los accesorios de fijación que se pueden emplear en el bloque deslizante, se cuenta con una manija tipo estrella (figura 3.7) la cual impide el movimiento del bloque sobre el perfil estructural, requiere de un barreno de 9mm para montar este accesorio sobre una de las caras laterales del bloque.

Ordering Information

Description	Width (mm)	Depth (mm)	Part #	
			40/1.5" Series	28 Series
Ratcheting L-Handle	63	32.8	30-0011	30-0001
Star Handle	40	36.7	30-0015	30-0005



30-0015

Figura 3.19. Manija tipo estrella. Fuente: Parker Hannifin Corporation IPS Catálogo 1816-3/US; pp 201.

ZOCLO DE ALUMINIO

La principal aplicación de este componente consiste en el armado de barandales regularmente de cristal dentro del área de construcción de edificios y/o viviendas. Este elemento lo utilizaremos como soporte para la chumacera y se fijará al bloque deslizante. Se le colocará un relleno de nylamid para darle rigidez a la pieza al momento de montar la chumacera y demás elementos. Sus dimensiones son las siguientes:

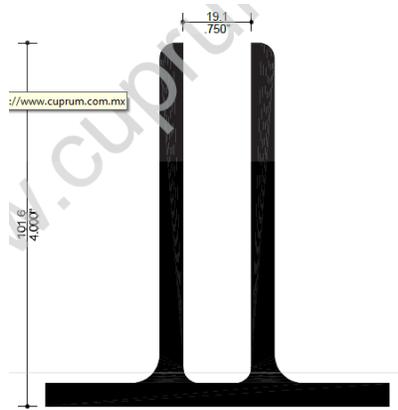
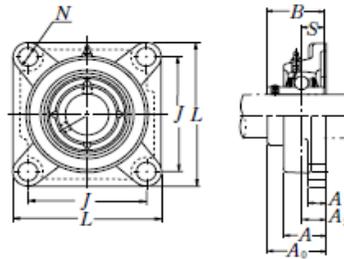


Figura 3.20. Dimensiones zoclo de barandal. Fuente: CUPRUM. (2016). *Pasamanos*. Disponible en internet: http://www.cuprum.com/archivos/cuprum/panorama/p_pasamanos.pdf

CHUMACERA

Este componente permite el giro del eje que contendrá el mandril, debe ir montado al zoclo de aluminio ya sea con tornillos milimétricos M10 o de 3/8", sus dimensiones son las siguientes:



Diám. Eje mm pulgadas	Designación soporte(*)	Dimensiones nominales										Tamaño tornillo mm pulgadas	Número de rodamiento
		mm pulgadas											
		L	J	A ₂	A ₁	A	N	A ₀	B	S			
12	UCF201D1	86	64	15	11	25.5	12	33.3	31	12.7	M10	UC201D1	
1/2	UCF201-008D1	33/8	233/64	19/32	7/16	1	15/32	15/16	1.2205	0.500	3/8	UC201-008D1	

Figura 3.21. Dimensiones Chumacera de pared 4 barrenos. Fuente: NSK. (2016). *Catálogo general*

MANDRIL DE 9.525 mm Y BARRA DE 12.7 mm CON CUERDA INTERNA

El mandril al ser un elemento definido, simplemente se conseguirá y se dimensionará para los planos de conjunto apoyándose en el programa *SIEMENS Nx 10*; lo mismo sucede con la barra que une el mandril con la chumacera y el brazo de acción, esta barra es de aluminio 6061-T6.

BRAZO DE ACCIÓN

Esta pieza debe ser maquinada a partir de una solera de aluminio de 1/2" x 2" de espesor y con longitud total de 450mm. Y debe ir sujeta con tornillos prisioneros de 5 mm al eje del mandril contenido en la chumacera. Se le hará un barreno de 12.7mm al centro y 8 de 9.525 mm a una distancia de 50mm entre ellos a partir del centro.

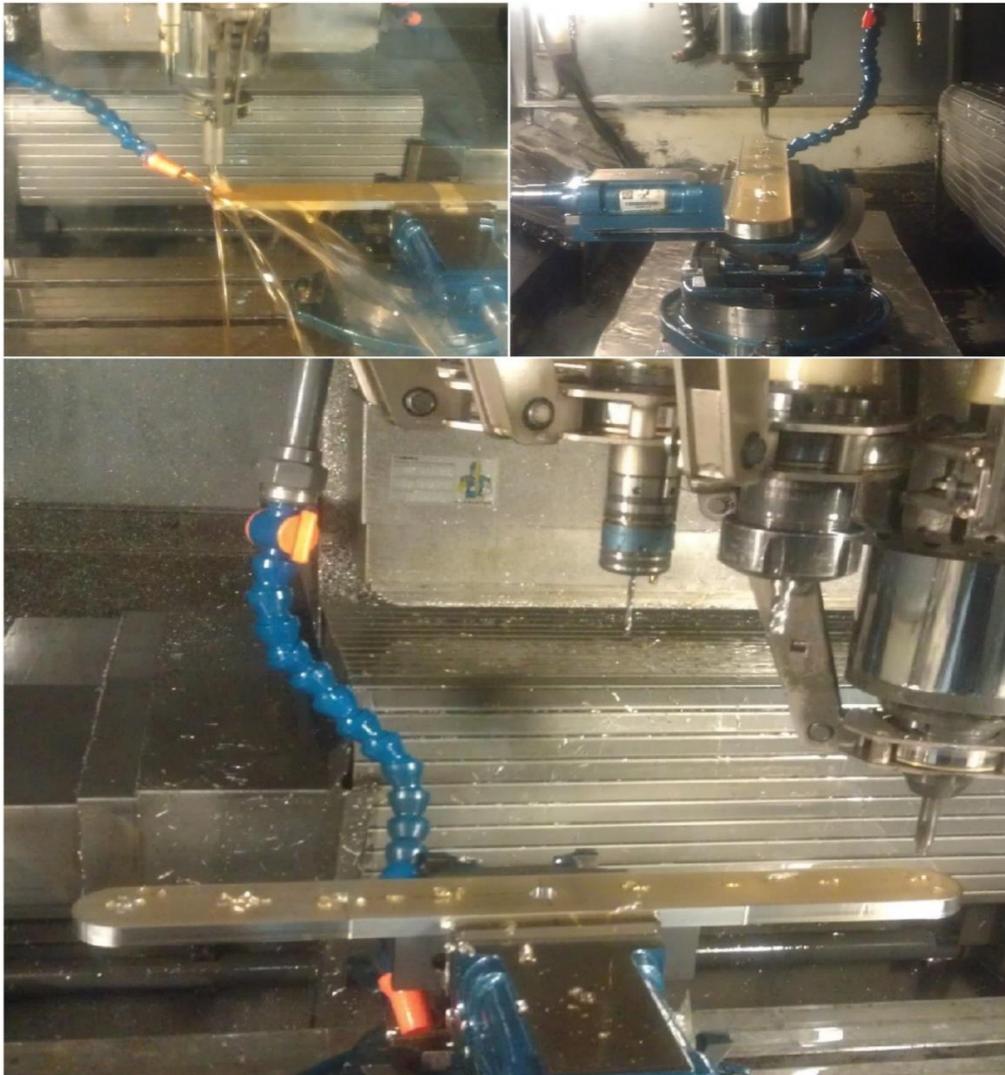


Figura 3.22. Manufactura del brazo de acción en máquina herramienta Chiron FZ 12 S.

SOPORTES DE PISO PARA PERFIL ESTRUCTURAL

Para apoyar a todo nuestro dispositivo se emplearon patas niveladoras con la finalidad de poder maniobrar accesiblemente y que estuviera correctamente apoyado al piso, el modelo de dicha pata es el 21-008 y cuenta con un desplazamiento angular de 15° sobre la horizontal (figura 3.16).

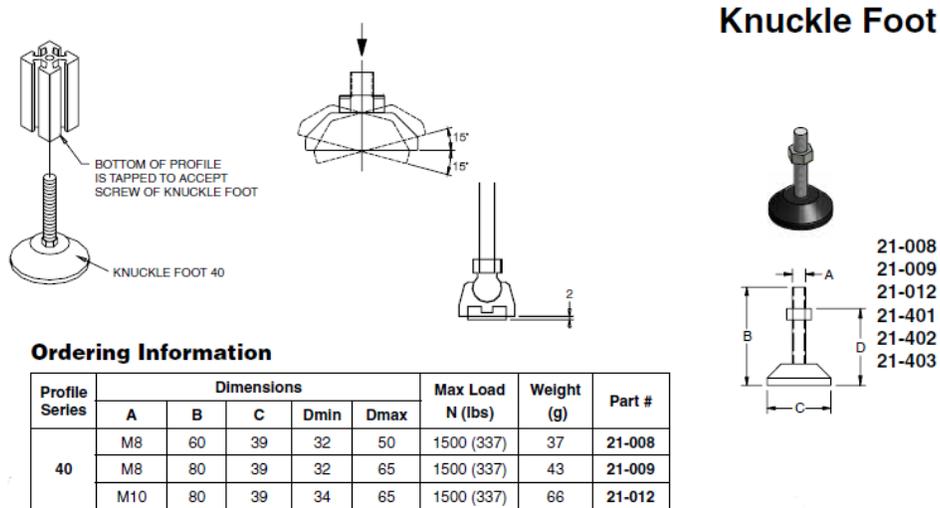


Figura 3.23. Dimensiones de pata niveladora. Fuente: Parker Hannifin Corporation IPS Catálogo 1816-3/US; pp 159.

SOPORTE ANGULAR PARA PERFIL ESTRUCTURAL

Este elemento proporciona una alta resistencia, una conexión angular exacta entre dos perfiles que impide la inmovilidad entre los mismos. El modelo de dicho soporte es el 20-4040M y sus dimensiones son las siguientes:

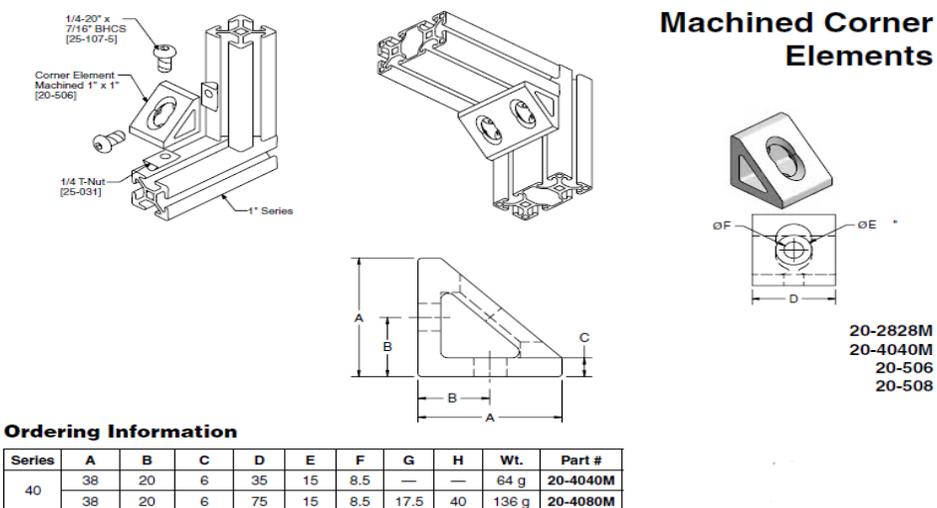


Figura 3.24. Dimensiones del soporte angular. Fuente: Parker Hannifin Corporation IPS Catálogo 1816-3/US; pp 109.

TORNILLO CABEZA REDONDA M8

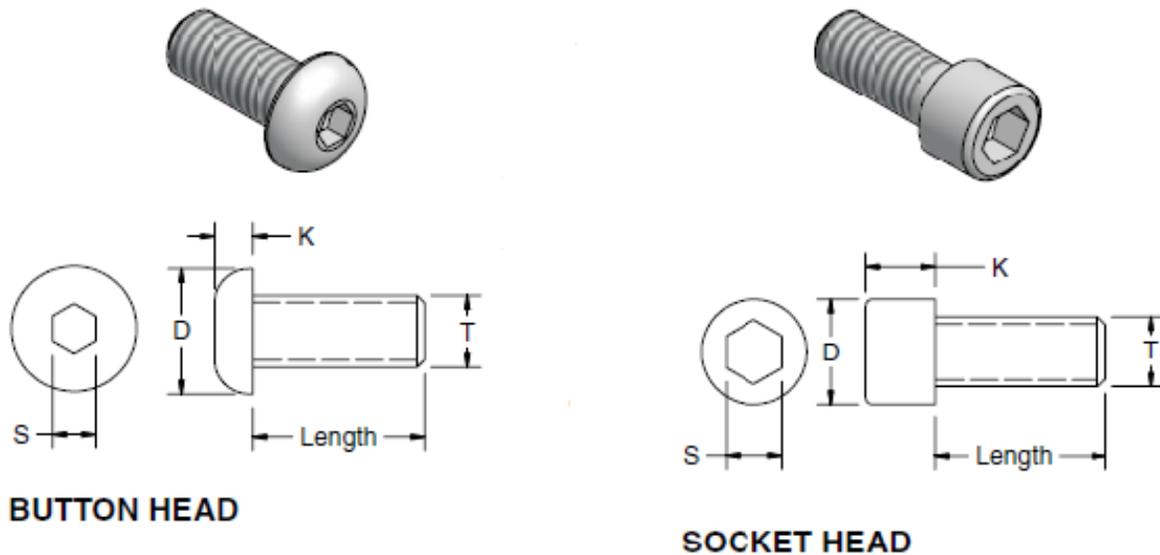
Este tornillo es el correspondiente para realizar todos lo ensambles entre el perfil estructural y demás accesorios junto con la tuerca estándar, es un tornillo milimétrico M8 x 16mm de largo de acero inoxidable.

Asimismo, se emplean tornillos M8 x 25.4mm de largo para fijar el zoclo de aluminio al bloque deslizante, con tuercas y arandela respectivamente.

TORNILLO CABEZA CILÍNDRICA Y M10

En este caso el tornillo de cabeza cilíndrica M10 se ocupa para fijar la chumacera de pared al zoclo de aluminio, debe llevar tuerca y arandelas, la medida de es M10x40mm.

Las dimensiones de los tornillos son las siguientes:



METRIC SCREW DIMENSIONS (mm)

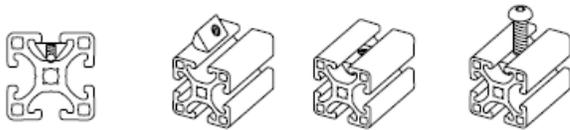
Thread	Button Head			Flat Head			Socket Head		
	D*	K*	S	D*	K	S	D*	K*	S
M3	5.7	1.65	2	6	1.7	2	5.5	3	2.5
M4	7.6	2.2	2.5	8	2.3	2.5	7	4	3
M5	9.5	2.75	3	10	2.8	3	8.5	5	4
M6	10.5	3.3	4	12	3.3	4	10	6	5
M8	14	4.4	5	16	4.4	5	13	8	6
M10	17.5	5.5	6	20	5.5	6	16	10	8

Figura 3.25. Dimensiones de tornillos milimétricos. Fuente: Parker Hannifin Corporation IPS Catálogo 1816-3/US; pp 90.

TUERCA T STÁNDAR Y DOBLE

Estas tuercas son para realizar los ensambles del perfil estructural y los demás elementos en todo el dispositivo, se colocan en las ranuras del perfil a cualquier distancia referida. La tuerca T estándar es la común en todo el dispositivo, el modelo es el 20-058;

mientras que la doble es para fijar los soportes de piso, el modelo de la tuerca t doble es el 20-050, las dimensiones de ambas son las siguientes:



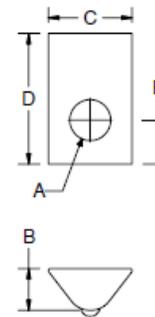
Standard T-nuts conveniently roll into profile T-slots at any location. The spring/ball locking feature keeps the T-nut in place in vertical applications.

T-Nuts St

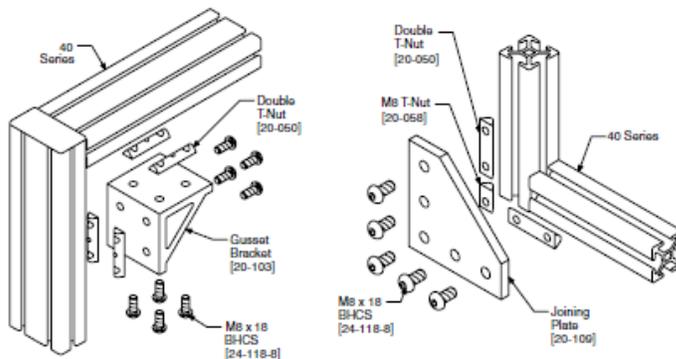
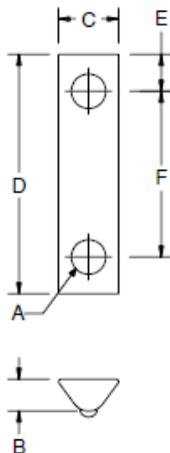
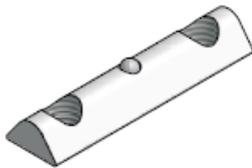


Ordering Information

Profile Series	Dimensions (mm)					Weight (g)	Color	Part #
	A	B	C	D	E			
40, 30, 1.5"	M4	7.3	13.8	23	7.5	11	C	20-051
	M5	7.3	13.8	23	7.5	11	C	20-052
	M6	7.3	13.8	23	5.5	11	C	20-056
	M6 SS	7.3	13.8	23	6.5	11	C	20-056SS
	M8	7.3	13.8	23	7.5	10	C	20-058



Double St



Ordering Information

Profile Series	Dimensions						Weight (g)	Part #
	A	B	C	D	E	F		
40, 30, 1.5"	M8	7.3	13.8	38	7	24	15	20-049
	M8	7.3	13.8	55	7.5	40	23	20-050
	5/16-18	0.287"	0.543"	2.165"	0.333"	1.50"	23	25-041

Figura 3.26. Dimensiones de tuerca T estándar y doble. Fuente: Parker Hannifin Corporation IPS Catálogo 1816-3/US; pp 83, 84.

3.3 VISTA DE CONJUNTO

Una vez dimensionadas todas las piezas, el ensamble final quedó de la siguiente manera:

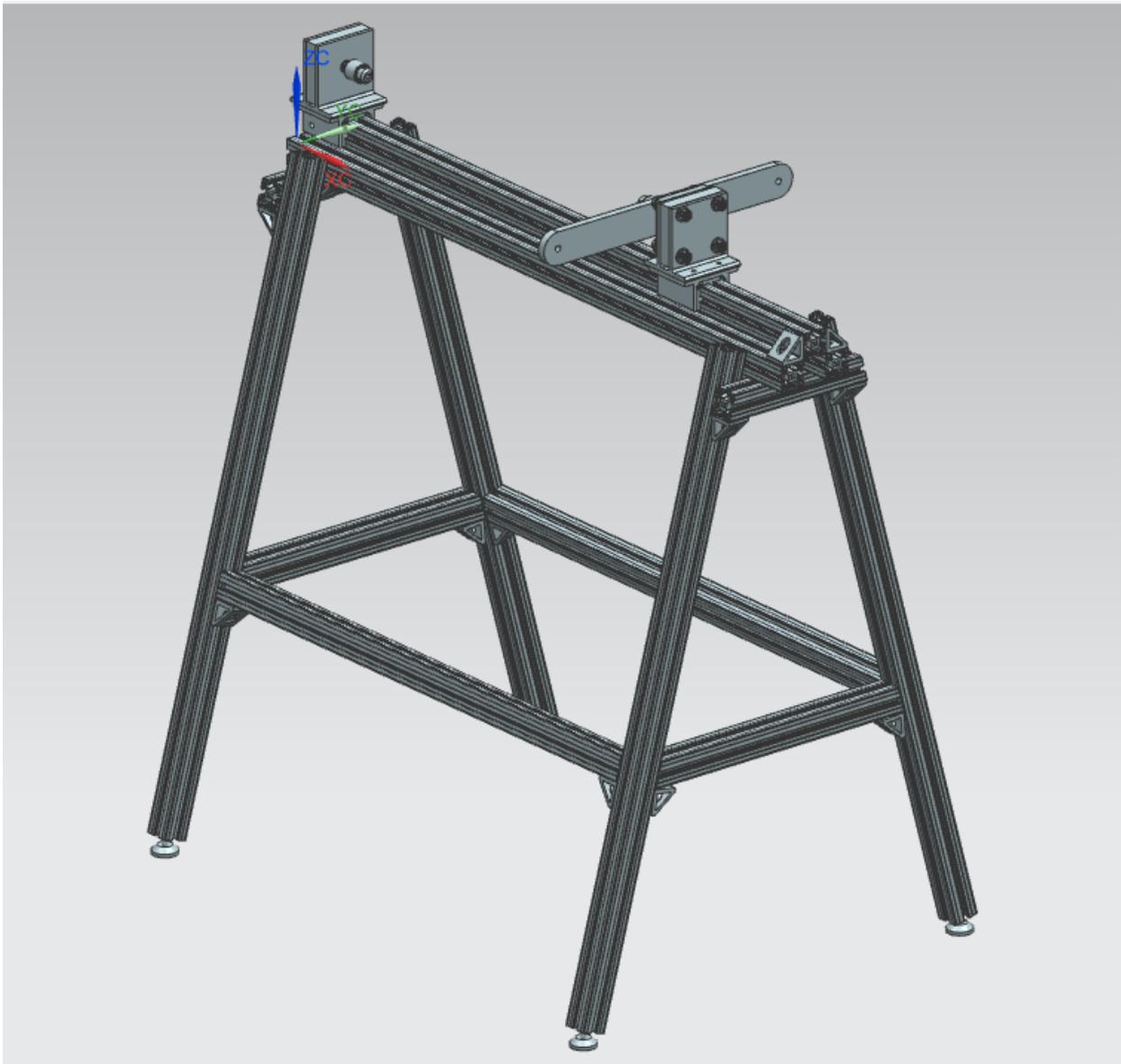


Figura 3.27. Diseño final. Todas las piezas modeladas en Siemens Nx 10.

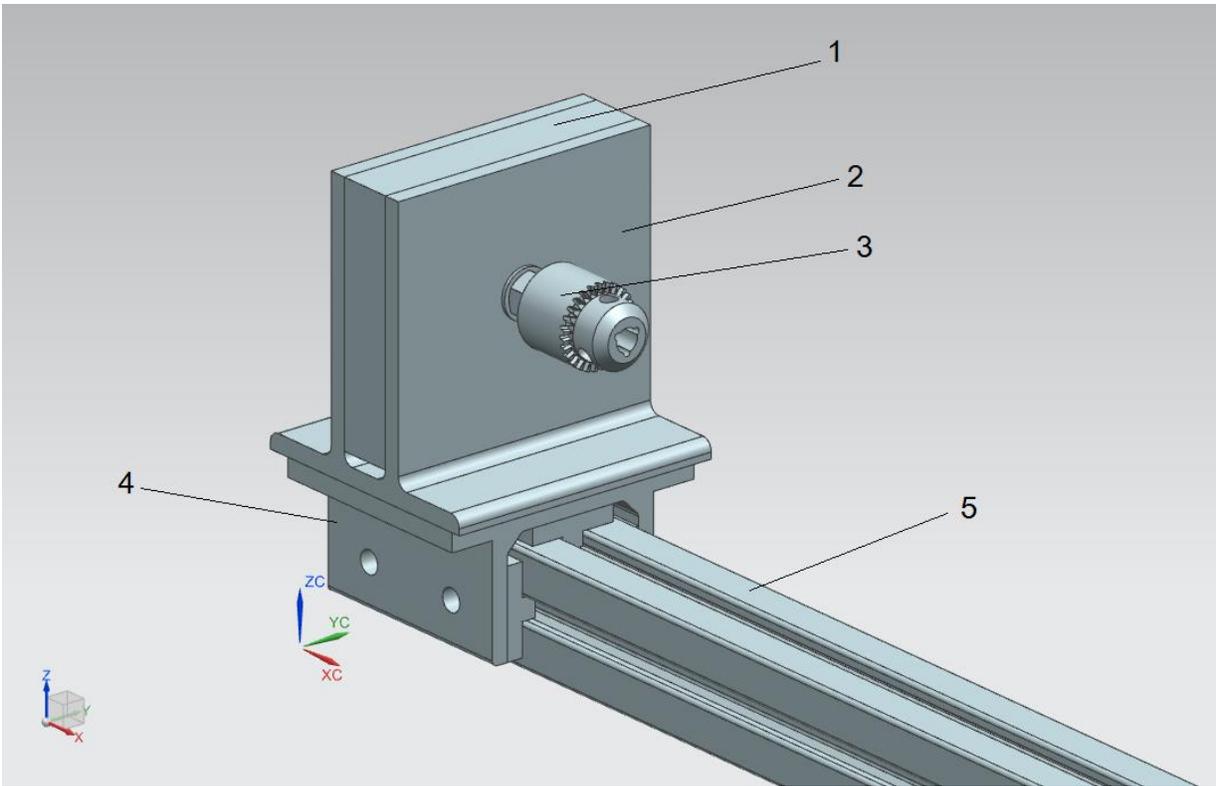


Figura 3.28. Vista del ensamble del mandril sujeción fijo. Piezas modeladas en Siemens Nx 10.

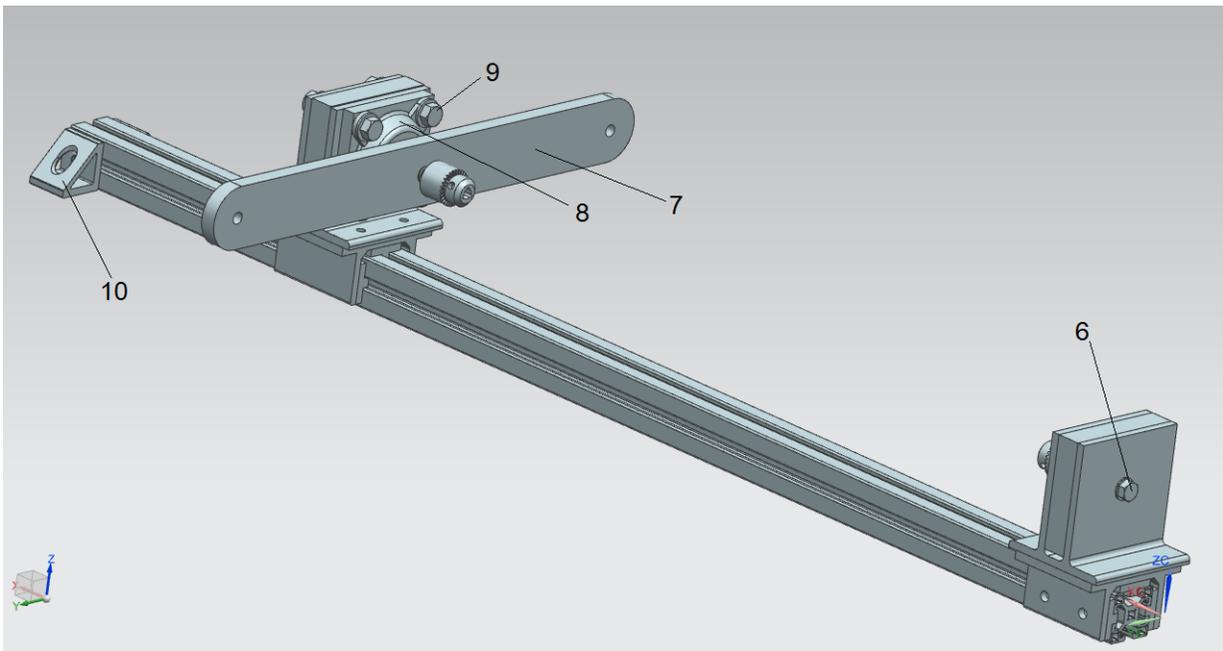


Figura 3.29. Vista del ensamble del mandril de sujeción móvil. Piezas modeladas en Siemens Nx 10.

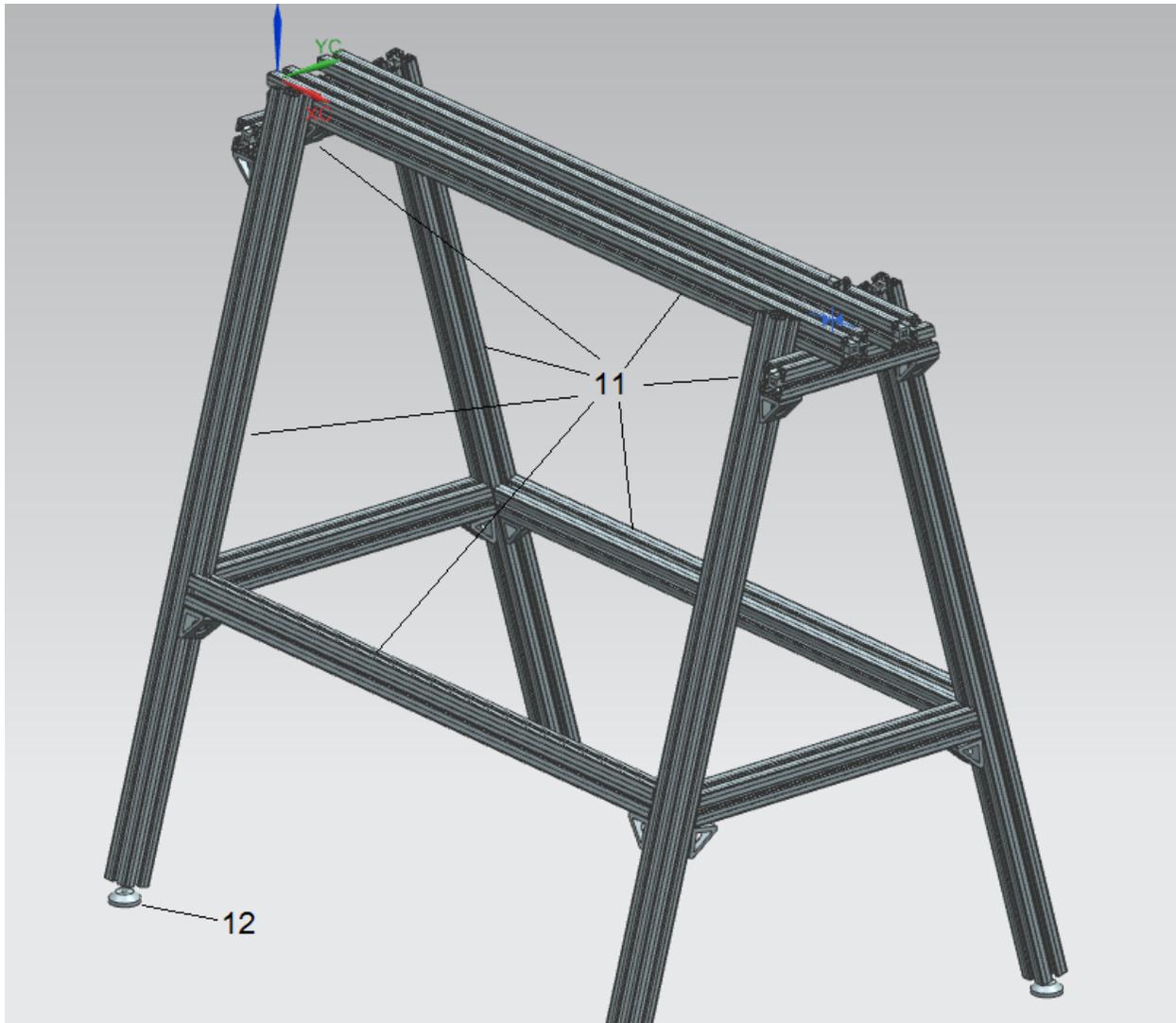


Figura 3.30. Vista del ensamble de la estructura. Piezas modeladas en Siemens Nx 10.

Las secciones mostradas muestran el acomodo de los siguientes elementos:

- | | |
|---|---|
| 1. Nylamid de 91mm x 100mm | 8. Chumacera de pared de diámetro 12.7mm |
| 2. Zoclo de aluminio | 9. Tornillos M10 con tuercas y arandelas |
| 3. Mandriles de sujeción | 10. Soporte angular para perfil estructural |
| 4. Bloque deslizante | 11. Estructura base del dispositivo |
| 5. Perfil estructural serie 40 | 12. Patas niveladoras |
| 6. Tornillo 3/8" para mandril de sujeción | |
| 7. Brazo de torsión (Aluminio 1100) | |

Capítulo 4

4 ANÁLISIS EXPERIMENTAL

“Si una foto vale 1 000 palabras, un prototipo vale 10 000”

Principio para la innovación en IDEO

4.1 INSTRUMENTACIÓN

Es común utilizar métodos experimentales para medir la respuesta de vibración de algún sistema ante una situación conocida que permita identificar dicha respuesta en función de su masa, rigidez y amortiguamiento.

El siguiente esquema muestra las características básicas para la medición de vibración: (S. Rao, 2012)

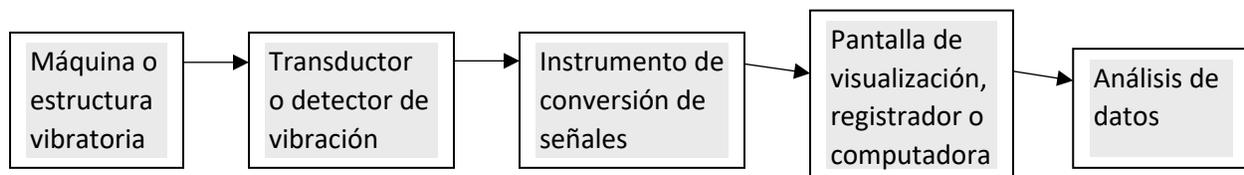


Figura 4.1. Esquema básico de medición de vibración.

El movimiento del cuerpo vibratorio se transforma en una señal eléctrica por medio de un transductor que por lo común es un dispositivo que convierte los cambios de cantidades mecánicas (desplazamiento, velocidad, aceleración o fuerza) en cantidades eléctricas (voltaje o corriente); que, al generar una señal muy débil para ser registrada, se emplea un instrumento de conversión de señales para amplificar la señal a un valor requerido. Esta salida es la que se muestra en pantalla para generar un registro de las mediciones y posteriormente hacer una interpretación de los datos obtenidos.

Las consideraciones para elegir el tipo de instrumento de medición para pruebas de vibración son:

- Los rangos esperados de las frecuencias y amplitudes.
- Los tamaños de la máquina o estructura involucrada.
- Las condiciones de operación de la máquina, equipo o estructura.
- El tipo de procesamiento de datos utilizados (visualización gráfica o almacenamiento del registro en forma digital para el procesamiento en computadora)

4.2 DISPOSITIVO DE MEDICIÓN EMPLEADO PARA EL ANÁLISIS DE TORSIÓN

Para poder tener registro del movimiento dinámico de la prueba, se consiguió un acelerómetro con interfaz y software de la marca *Vernier* ya que cuentan con una tecnología fácil de usar y muestran resultados consistentes y de alta calidad para ser implementados en laboratorios de aprendizaje.

Acelerómetro de 3 ejes Vernier

Este sensor consiste en 3 acelerómetros con rangos de -5 a +5 g montados en un bloque pequeño con las siguientes especificaciones:

Energía	30 mA @ 5 VDC
Para cada eje:	
• Rango	$\pm 49 \text{ m/s}^2$ ($\pm 5 \text{ g}$)
• Exactitud	$\pm 0.5 \text{ m/s}^2$ ($\pm 0.05 \text{ g}$)
• Respuesta de frecuencia	0-100 Hz

El procedimiento general para usar este acelerómetro es el siguiente:

1. Conectar el acelerómetro a la interfaz
2. Iniciar el programa de colección de datos
3. El programa identificará el sensor de manera automática y mostrará una configuración preestablecida para iniciar la toma de datos



Figura 4.2. Acelerómetro de 3 ejes. Fuente: *Vernier* (2016). *Productos / Sensores*. Recuperado de: <http://www.vernier.com/products/sensors/accelerometers/3d-bta/>

El sensor se colocó en la parte central del brazo de torsión a fin de aproximarlos al centro de gravedad del arreglo del brazo de torsión.

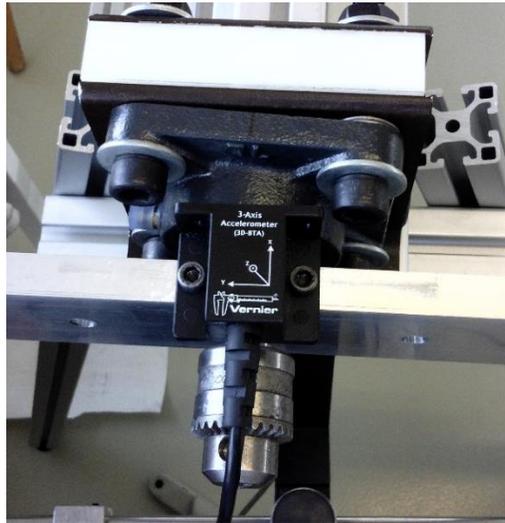


Figura 4.3. Ubicación del sensor en el ensayo de torsión.

Interfaz Vernier LabQuest Mini

Es una interfaz de colección de datos que puede usarse con una gran variedad de sensores. Tiene 3 canales analógicos y 2 digitales además de una entrada auxiliar de energía. Esta interfaz se conecta a la computadora mediante cable USB, mientras se inicia el programa compatible para juntar datos.

Esta interfaz puede ser usada con el programa LoggerPro en su versión 3.8.2 o más reciente, de igual manera existe el programa *LoggerLite* de libre descarga.



Figura 4.4. Interfaz LabQuest® Mini. Fuente: Vernier (2016). *Productos / Interfases*. Recuperado de: <http://www.vernier.com/products/interfaces/lq-mini/>

Programa LoggerLite

LoggerLite permite juntar y analizar datos empleando un sensor y una interfaz. Permite conectar diferentes tipos de sensores para una gran variedad de experimentos, no requiere calibrar o configurar el sensor y los datos obtenidos se muestran en tablas al igual que en gráficas.

Los datos mostrados se pueden guardar para poder continuar con otra colección de información y de ese modo generar múltiples pruebas para un mismo evento, así como calcular estadísticas, agregar texto, copiar y pegar gráficas u otros objetos en otros programas como Microsoft Word o Excel.

Pantalla

Cuenta con diferentes segmentos, donde cada uno tiene diferentes herramientas e información.

- Barra de menú

LoggerLite® cuenta con un menú ubicado en la parte superior de la ventana

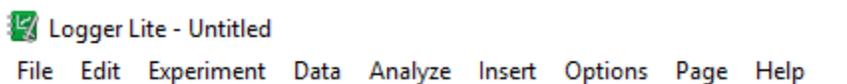


Figura 4.5. Barra de menú LoggerLite. Fuente: Vernier (2016). *Productos / Programas*. Recuperado de: <http://www.vernier.com/products/software/logger-lite/>

- Barra de herramientas

Aparece abajo del menú: permite el acceso rápido a algunas herramientas usadas en LoggerLite.



Figura 4.6. Barra de herramientas LoggerLite. Fuente: Vernier (2016). *Productos / Programas*. Recuperado de: <http://www.vernier.com/products/software/logger-lite/>

Tabla 4.1

Elementos de la barra de herramientas del programa Logger Lite.

Nuevo	Crea nuevo documento
Abrir	Abre un documento existente
Guardar	Guarda el documento activo
Imprimir	Imprime pantalla
Almacenar última serie	Permite la recuperación del último conjunto de datos

Páginas	Muestra los archivos en ejecución para elegir los datos de interés
Escala	Automáticamente ajusta la gráfica para incluir todos los puntos
Examinar	Entra en el modo examinar para cada uno de los puntos graficados
Estadísticas	Calcula estadísticas de un conjunto de datos
Predicción	Permite dibujar manualmente datos sobre una gráfica

Auto-escala y tasa de muestreo

El comando de auto-escala automáticamente ajusta los ejes de la gráfica para los datos obtenidos.

Para cambiar el tamaño de la tasa de muestreo:

Barra de menú > Experimento > Toma de datos (Ctrl + D)

Cambiar en:

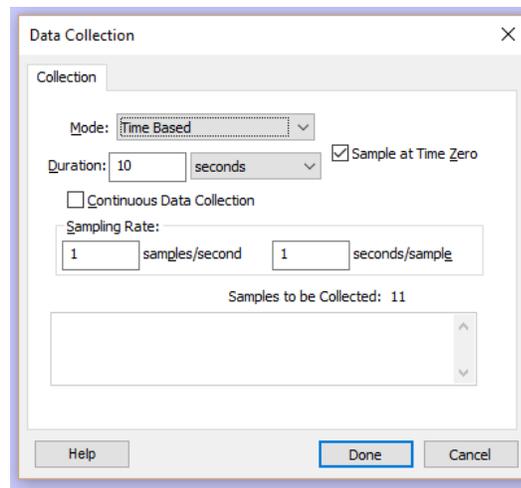


Figura 4.7. Cuadro de diálogo para modificar la toma de datos.
Fuente: Vernier (2016). *Productos / Programas*. Recuperado de:
<http://www.vernier.com/products/software/logger-lite/>

Modificar la duración para el tiempo de registro de datos para una prueba, así como la cantidad de muestras por unidad de tiempo que se desean obtener.

Para cambiar el color o título de la columna de los datos obtenidos:

- Doble click sobre la cabecera de la columna de datos deseada
- Sobre el cuadro de diálogo “opciones de columna manual” se puede modificar el nombre de la columna, su abreviatura y sus unidades.

En la pestaña “Opciones” de ese mismo cuadro de diálogo puede cambiar: el estilo, cuántos puntos deseas mostrar, el redondeo de las cifras decimales de los datos generados y el color a mostrar en datos y gráficas.

Almacenar toma de datos

Se debe pulsar el botón “Almacenar última serie” para guardar de manera temporal los valores mostrados en pantalla. Esto permite realizar otra colección de datos sin perder la anterior. Los primeros datos se muestran en la gráfica con líneas más delgadas.

Trabajando con Gráficas.

Los ajustes de los ejes se logran de dos modos:

- Dando click en “Autoescala”, donde ambos ejes se ajustan a la toma de datos.
- Manualmente: apuntando en los valores extremos hasta que salga una caja de edición y escribir el valor deseado para visualizar la gráfica. Aplica para ambos ejes.
- Se pueden manipular los ejes con el mouse según se desee:

Presionando cerca de un extremo del eje y el otro extremo se mantiene fijo.

Si se posiciona el cursor desde la mitad del eje, la gráfica se desplaza en la dirección deseada, por lo tanto, los extremos son móviles.

Elementos de Menú.

A continuación, se mencionan algunas funciones contenidas dentro el programa LoggerLite.

Menú Archivo

Tabla 4.2

Elementos de la pestaña: Archivo, en el menú del programa Logger Lite.

<i>Explorador de “Lab Quest”</i>	Abre un buscador de LabQuest que pueda ser usado para transferir archivos entre Lab Quest y Logger Pro
<i>Configurar página</i>	Abre el cuadro de diálogo para realizar una impresión
<i>Preferencias</i>	Este comando es para configurar las preferencias de Logger Lite
<i>Configuración de Sin título...</i>	Cambia las configuraciones de trabajo referidas al funcionamiento general de Logger lite para el archivo que está abierto

Menú Experimento

Tabla 4.3

Elementos de la pestaña: Experimento, en el menú del programa Logger Lite.

<i>Almacenar última serie</i>	Guarda los datos más recientes en una memoria temporal para poder seguir recogiendo más datos
<i>Borrar última serie</i>	Desecha los datos más recientes
<i>Conservar</i>	Permite almacenar un dato puntual para un tiempo determinado bajo la modalidad "Entry Mode"
<i>Configurar sensores</i>	Configuración de Logger Lite para un sensor en específico
<i>Toma datos</i>	Modifica la configuración para un experimento
<i>Calibrar</i>	Calibra el sensor conectad a la interface
<i>Cero</i>	Vuelve a la posición cero después de obtener un valor medido sin necesidad de calibrar

Menú Datos

Contiene funciones para borrar o almacenar datos.

Tabla 4.4

Elementos de la pestaña: Datos, en el menú del programa Logger Lite.

<i>Opciones colección datos</i>	Nombra o agrega comentarios en la configuración de datos
<i>Opciones de columna</i>	Edita una columna individualmente

Menú Analizar

Tabla 4.5

Elementos de la pestaña: Analizar, en el menú del programa Logger Lite.

<i>Examinar</i>	Muestra el valor puntual de una toma de datos en específico
<i>Estadísticas</i>	Calcula el máximo, mínimo y la media de un rango de datos seleccionados
<i>Leyenda</i>	Muestra el nombre y punto de símbolo para cada conjunto de datos

4.3 ENSAYO DE TORSIÓN (COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL)

Una vez que se tuvo completo el dispositivo, se continuó a realizar las pruebas que permitieran corroborar los datos numéricos obtenidos en el capítulo anterior. Se trabajó con dos barras redondas de aluminio con diámetro de 4.7625 mm y longitudes de 600 mm y de 300 mm respectivamente, bajo el arreglo mostrado en la figura 4.8.



Figura 4.8. Arreglo del dispositivo para prueba experimental.

Se buscó obtener el valor de rigidez, así como la frecuencia natural de cada una de las barras de la siguiente manera:

Rigidez

Con la ayuda del brazo de torsión, en uno de sus extremos se fueron agregando pesas gradualmente y midiendo la altura entre el brazo y el escritorio que se originó en cada cambio de masa con la finalidad de obtener una gráfica del momento de torsión contra el ángulo de desplazamiento. Haciendo una regresión lineal con los datos generados y encontrando la pendiente de la gráfica, podemos obtener el valor de rigidez de manera experimental.



Figura 4.9. Arreglo para determinar la rigidez experimental de barra redonda de aluminio.

Frecuencia natural

Luego de determinar la rigidez de la barra, se agregaron masas de igual peso en ambos extremos, se configuró el tamaño de la muestra para el sensor y se puso a oscilar el dispositivo al aplicar un desplazamiento inicial. Una vez obtenidos los datos, se determinó encontrar el periodo de oscilación y con el mismo determinar la frecuencia y poder compararla con los datos teóricos.

Se agregaron dos diferentes pesos con la finalidad de obtener diferentes frecuencias asociadas al momento de inercia de cada evento.

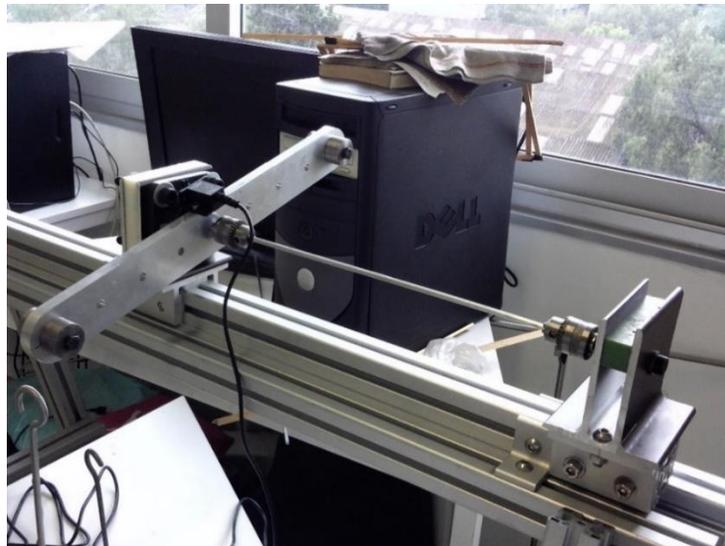


Figura 4.10. Arreglo para determinar la frecuencia experimental de la barra de aluminio.

Barra de aluminio con longitud de 300 milímetros

Determinando la rigidez:

Se obtuvo el siguiente registro conforme se aumentaba la masa.

Tabla 4.6

Datos obtenidos a partir de la masa agregada y la altura generada con el aumento de peso.

Masa [kg]	Peso [N]	Altura [m]	Δh [m]	θ [Rad]	M [N m]
0	0	0.335	0	0	0
0.1242	1.21840	0.321	0.014	0.07006	0.24368
0.2242	2.19940	0.311	0.024	0.12029	0.43988
0.3234	3.18433	0.302	0.033	0.16576	0.63451
0.4238	4.15748	0.294	0.041	0.20646	0.83150
0.5216	5.11690	0.286	0.049	0.24752	1.02338

Graficando el momento y el ángulo de desplazamiento

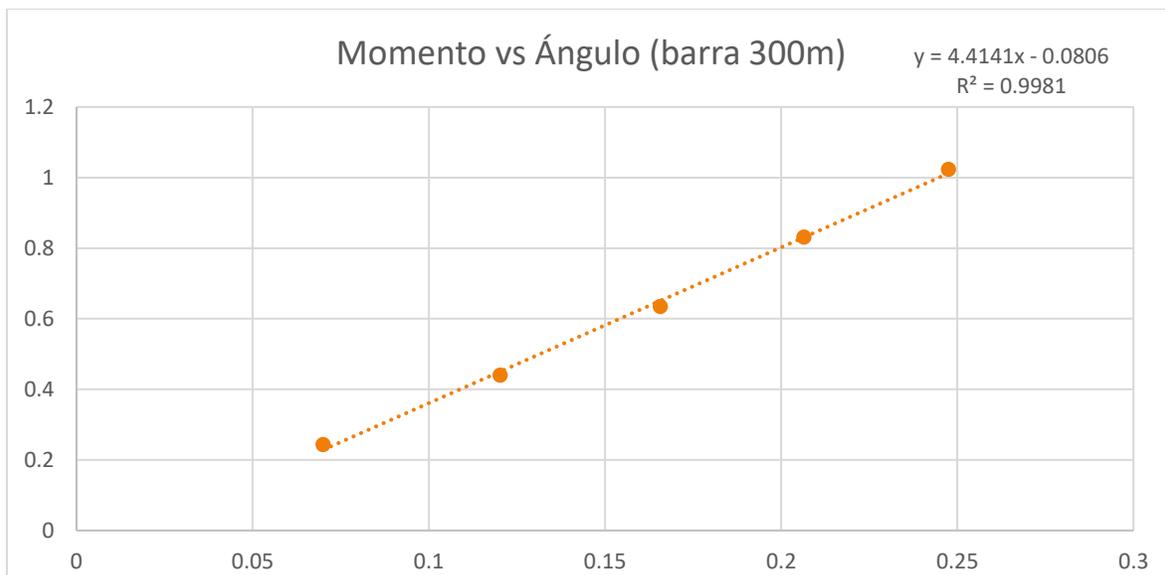


Figura 4.11. Regresión lineal de la gráfica Momento vs Ángulo de torsión.

Tomando el valor de la pendiente que se obtuvo a partir de la regresión lineal y comparándolo con el valor teórico:

	Experimental	Teórica
Rigidez	4.4141	4.5118
%Error	2.17	

Determinando la frecuencia:

Agregando masas de 124.2 gramos en cada uno de los extremos del brazo de torsión se obtuvo la siguiente gráfica para una muestra de 12 segundos con una velocidad de 50 muestras por segundo.

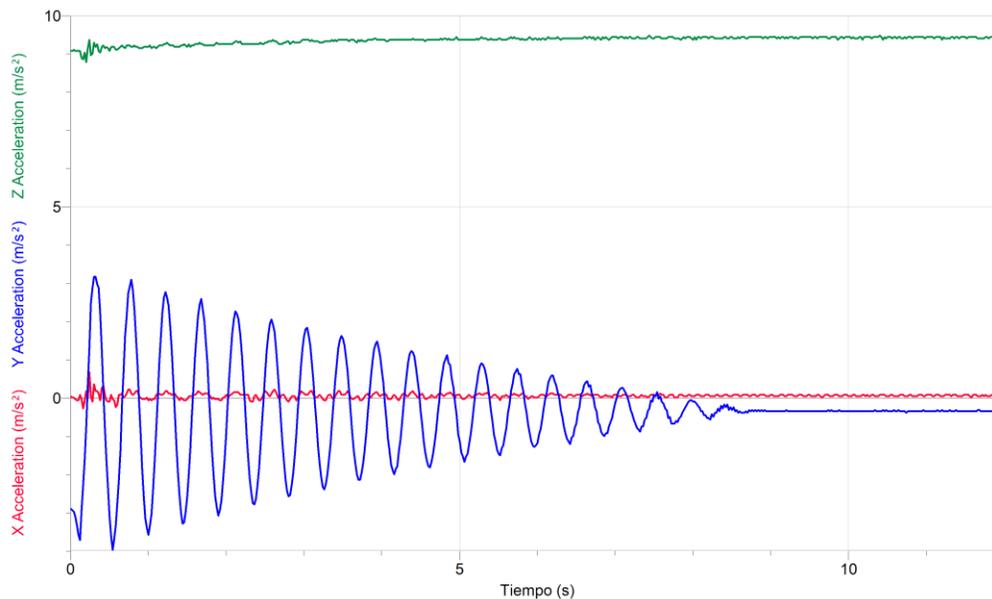


Figura 4.12. Gráfica de las aceleraciones obtenidas por el sensor con masas de 124.2 gramos.

Se tomaron los valores pico positivos de la aceleración en el eje Y donde se completaba el periodo de dicha función:

Tabla 4.7
 Datos del acelerómetro del eje Y para determinar el periodo

t	Ay	Δ tiempo			
0.32	3.17132		4.38	1.23429	0.44
0.78	3.09924	0.46	4.84	1.12618	0.46
1.22	2.77716	0.44	5.28	0.91221	0.44
1.68	2.59697	0.46	5.74	0.76805	0.46
2.12	2.27488	0.44	6.2	0.58787	0.46
2.58	2.05865	0.46	6.64	0.44372	0.44
3.04	1.84468	0.46	7.1	0.26578	0.46
3.48	1.62845	0.44	7.54	0.15767	0.44
3.94	1.4843	0.46	7.98	-0.05856	0.44
			8.44	-0.16442	0.46

El promedio de la diferencia de tiempo fue de: 0.45111 [s]

Los valores teóricos obtenidos para la prueba con masas de 124.2 gramos son los siguientes:

Tabla 4.8
Valores teóricos.

θ_0 [Rad]	0.27859		
K_t [N m]	4.5118	ζ	0.00479
J_o [Kg m ²]	0.02280	ω_d [s ⁻¹]	14.0657
ω [s ⁻¹]	14.0658	f_d [Hz]	2.23862
M [N m]	0.04318	τ_d [s]	0.44670
C_c [N m s/rad]	0.64153	r [semiciclos]	38
C [N m s/rad]	0.00307	T [N m]	0.01632

Comparando los valores de los periodos obtenidos experimental y teóricamente:

	Experimental	Teórica
Periodo	0.45111	0.44670
%Error	0.99	

Retomando la ecuación (51) y con los datos de la tabla anterior tenemos la ecuación de movimiento:

$$\theta''[t] + 0.13462 \theta'[t] + 197.84305 \theta[t] = -0.71582 \text{Sign}[\theta'[t]]$$

Su solución fue obtenida mediante el uso de *Wolfram Mathematica*, donde su gráfica de aceleración quedó:

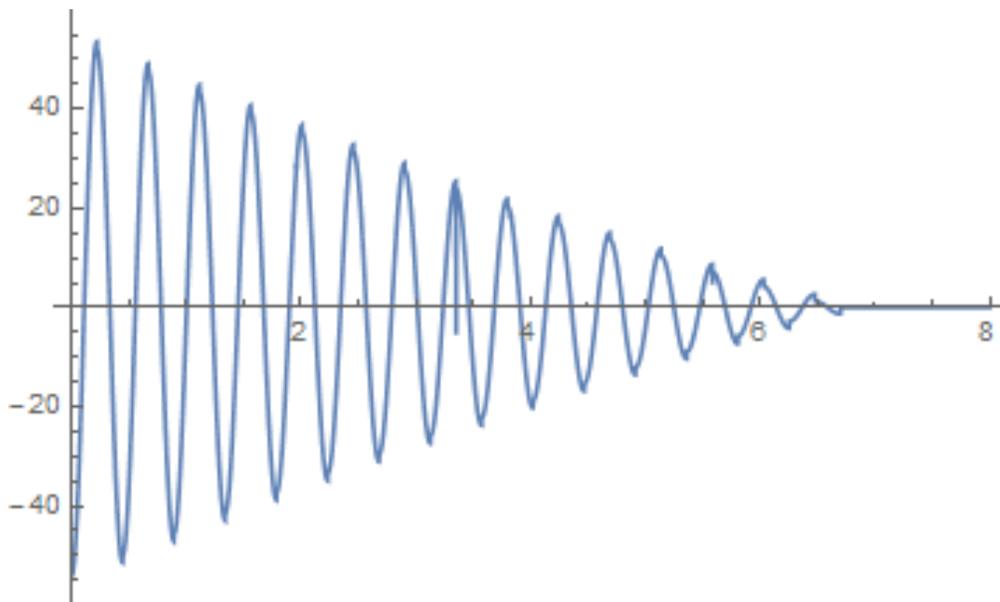


Figura 4.13. Gráfica de las aceleraciones obtenidas a partir de los datos teóricos de la prueba con barra de aluminio de 300mm y masas de 124.2 gramos.

Agregando una masa de 222.2 gramos se obtuvieron los siguientes datos:

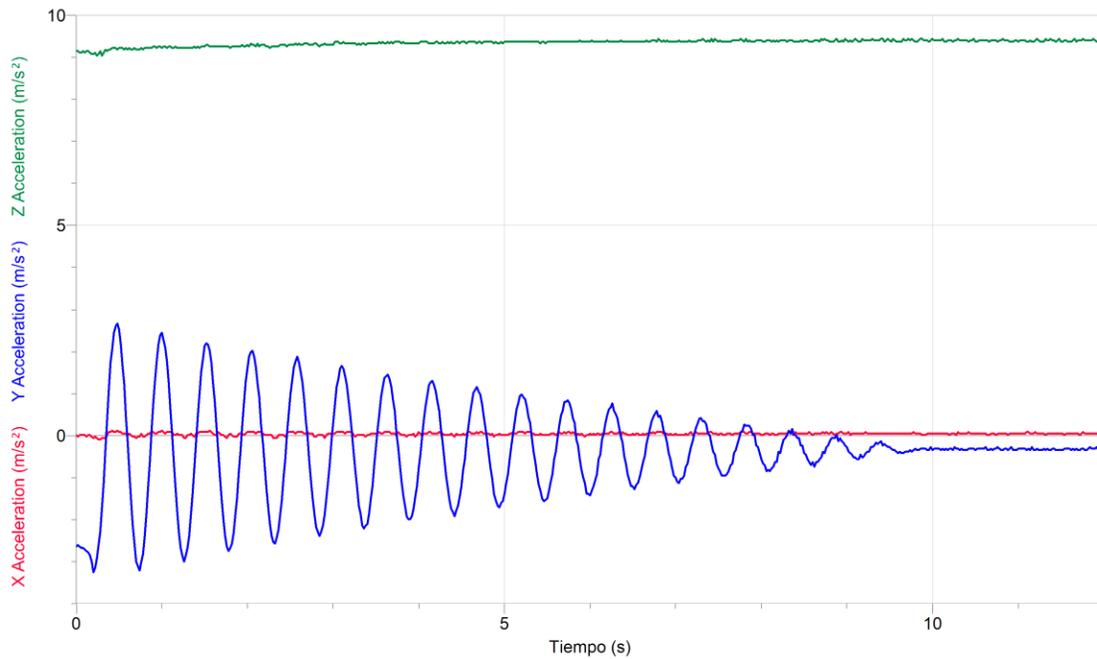


Figura 4.14. Gráfica de las aceleraciones obtenidas por el sensor con masas de 222.2 gramos.

Los valores pico positivos de la aceleración del eje Y son:

Tabla 4.9

Datos del acelerómetro del eje Y para determinar el periodo con masas de 222.2 gramos.

t	Ay	Δ tiempo
0.48	2.66904	
1	2.45507	0.52
1.52	2.20281	0.52
2.06	2.02262	0.54
2.58	1.88072	0.52
3.1	1.66449	0.52
3.64	1.44827	0.54
4.16	1.30637	0.52
4.68	1.16222	0.52
5.2	0.98203	0.52
5.72	0.80409	0.52
6.26	0.76805	0.54
6.78	0.58787	0.52
7.3	0.40993	0.52
7.8	0.26578	0.5
8.32	0.12163	0.52
8.88	0.01352	0.56
9.34	-0.16442	0.46

El promedio de la diferencia de tiempo fue de: 0.52118 [s]

Los valores teóricos obtenidos para la prueba con masas de 222.2 gramos son los siguientes:

Tabla 4.10
Valores teóricos.

θ_0 [Rad]	0.27859		
K_t [N m]	4.5697	ζ	0.00479
J_o [Kg m ²]	0.03068	ω_d [s ⁻¹]	12.1258
ω [s ⁻¹]	12.12597	f_d [Hz]	1.92989
M [N m]	0.04318	τ_d [s]	0.51817
C_c [N m s/rad]	0.74416	r [semiciclos]	36
C [N m s/rad]	0.00356	T [N m]	0.01722

Comparando los valores de los periodos obtenidos experimental y teóricamente:

	Experimental	Teórico
Periodo	0.52118	0.51817
%Error	0.58	

La ecuación de movimiento en esta prueba quedó de la siguiente manera:

$$\theta''[t] + 0.11606 \theta'[t] + 147.03571 \theta[t] = -0.56114 \text{Sign}[\theta'[t]]$$

La gráfica de aceleración de la solución a la ecuación quedó de la siguiente forma:

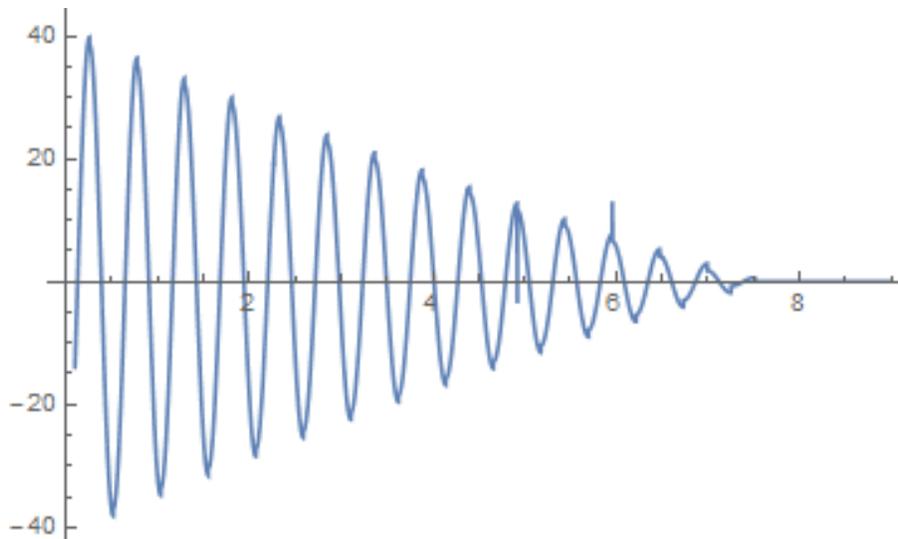


Figura 4.15. Gráfica de las aceleraciones obtenidas a partir de los datos teóricos de la prueba con barra de aluminio de 300mm y masas de 222.2 gramos.

Barra de aluminio con longitud de 600 milímetros

Determinando la rigidez:

Se generó el siguiente registro conforme se aumentaba la masa.

Tabla 4.11

Datos obtenidos a partir de la masa agregada y la altura generada con el aumento de peso.

Masa [kg]	Peso [N]	Altura [m]	Δh [m]	θ [Rad]	T [N m]
0	0	0.337	0	0	0
0.1242	1.21840	0.312	0.025	0.12533	0.24368
0.2242	2.19940	0.293	0.044	0.22181	0.43988
0.3234	3.18433	0.274	0.063	0.32046	0.63451
0.4238	4.15748	0.258	0.079	0.40607	0.83150
0.5216	5.11690	0.245	0.092	0.47800	1.02338

Graficando el momento y el ángulo de desplazamiento

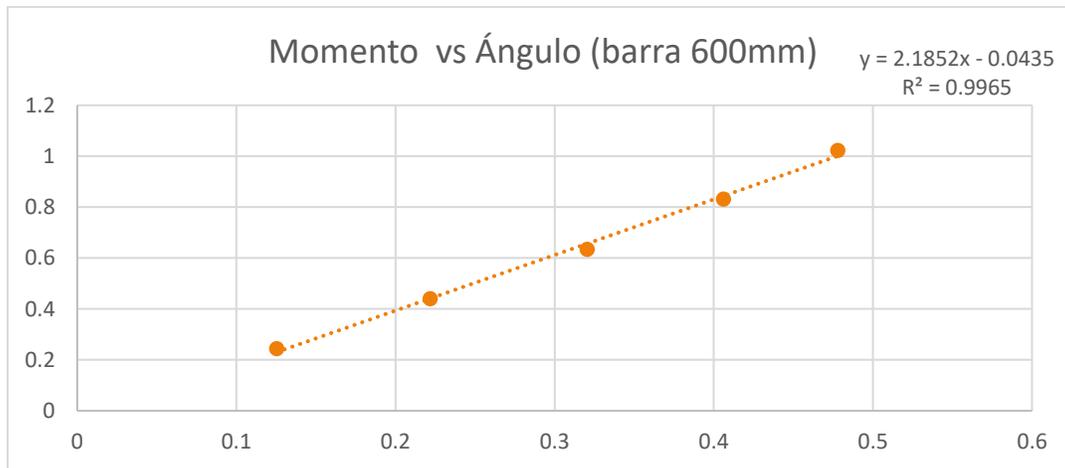


Figura 4.16. Regresión lineal de la gráfica Momento vs Ángulo.

Tomando el valor de la pendiente que se obtuvo a partir de la regresión lineal y comparándolo con el valor teórico:

	Experimental	Teórica
Rigidez	2.1852	2.2559
%Error	3.14	

Determinando la frecuencia:

Agregando masas de 124.2 gramos en cada uno de los extremos del brazo de torsión se obtuvo la siguiente gráfica para una muestra de 12 segundos con una velocidad de 50 muestras por segundo.

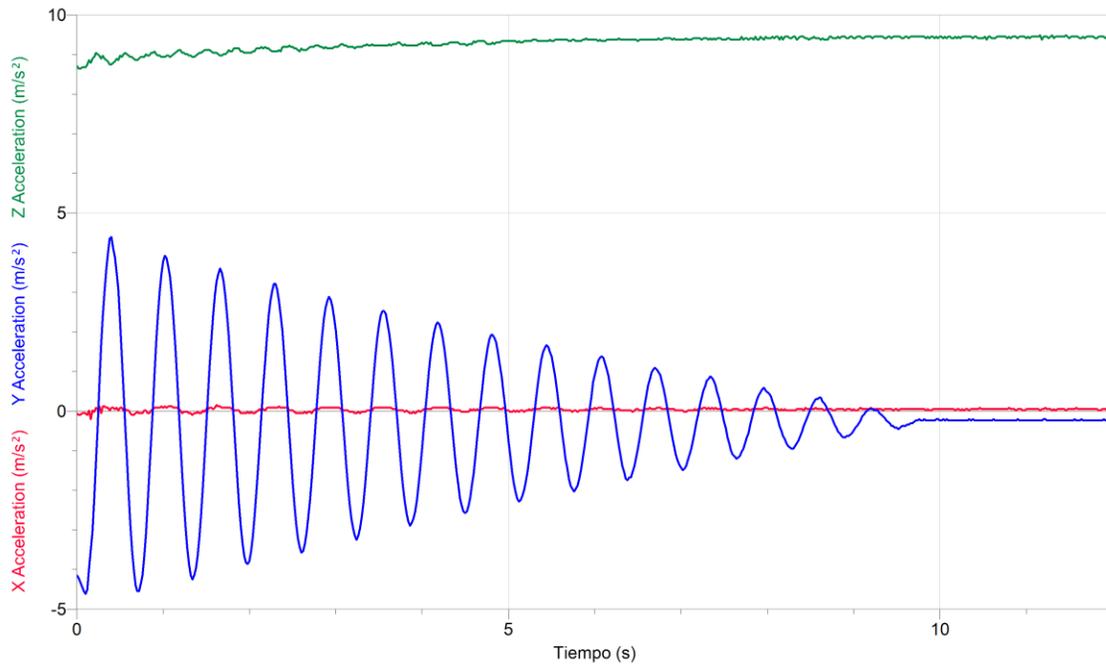


Figura 4.17. Gráfica de las aceleraciones obtenidas por el sensor con masas de 124.2 gramos.

Se tomaron los valores pico positivos de la aceleración en el eje Y donde se completaba el periodo de dicha función:

Tabla 4.12

Datos del acelerómetro del eje Y para determinar el periodo.

t	Ay	Δ tiempo
0.4	4.3921	
1.02	3.92586	0.62
1.66	3.60152	0.64
2.3	3.20736	0.64
2.92	2.88527	0.62
3.56	2.52489	0.64
4.18	2.23884	0.62
4.82	1.91676	0.64
5.44	1.66449	0.62
6.08	1.37844	0.64
6.7	1.09014	0.62
7.34	0.87617	0.64
7.96	0.58787	0.62
8.62	0.33785	0.66
9.2	0.04955	0.58

El promedio de la diferencia de tiempo fue de: 0.62857 [s]

Los valores teóricos obtenidos para esta prueba con masas de 124.2 gramos son los siguientes:

Tabla 4.13
Valores teóricos.

θ_0 [Rad]	0.48364		
K_t [N m]	2.25592	ζ	0.00842
J_o [Kg m ²]	0.02280	ω_d [s ⁻¹]	9.94569
ω [s ⁻¹]	9.94604	f_d [Hz]	1.58291
M [N m]	0.03800	τ_d [s]	0.63175
C_c [N m s/rad]	0.45363	r [semiciclos]	30
C [N m s/rad]	0.00382	T [N m]	0.01789

Comparando los valores de los periodos obtenidos experimental y teóricamente:

	Experimental	Teórica
Periodo	0.62857	0.63175
%Error	0.50	

La ecuación de movimiento en esta prueba quedó de la siguiente manera:

$$\theta''[t] + 0.16756 \theta'[t] + 98.92379 \theta[t] = -0.78431 \text{Sign}[\theta'[t]]$$

La gráfica de aceleración de la solución a la ecuación quedó de la siguiente forma

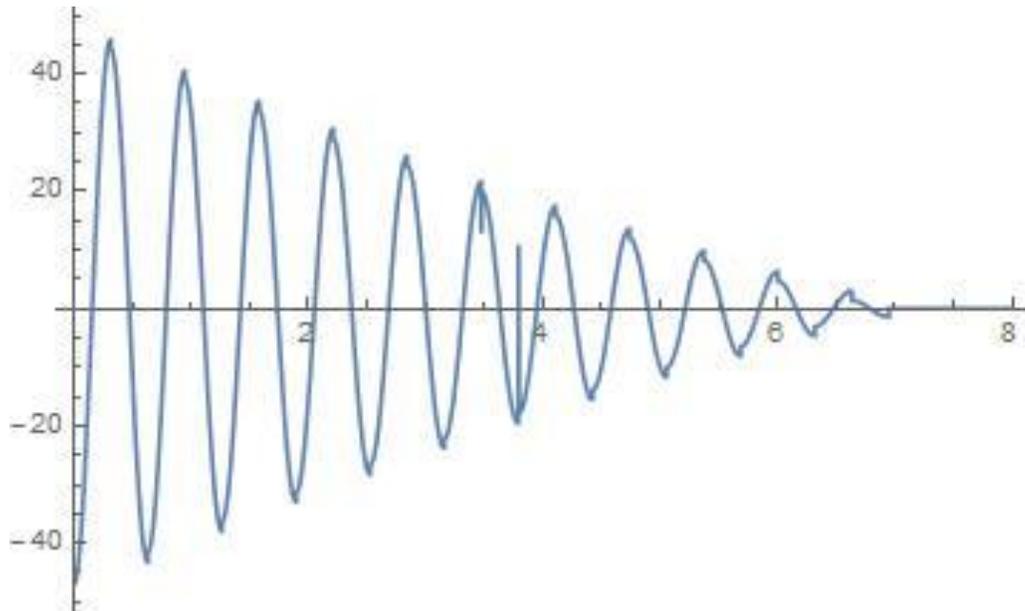


Figura 4.18. Gráfica de las aceleraciones obtenidas a partir de los datos teóricos de la prueba con barra de aluminio de 600 mm y masas de 124.2 gramos.

Agregando una masa de 222.2 gramos se obtuvieron los siguientes datos:

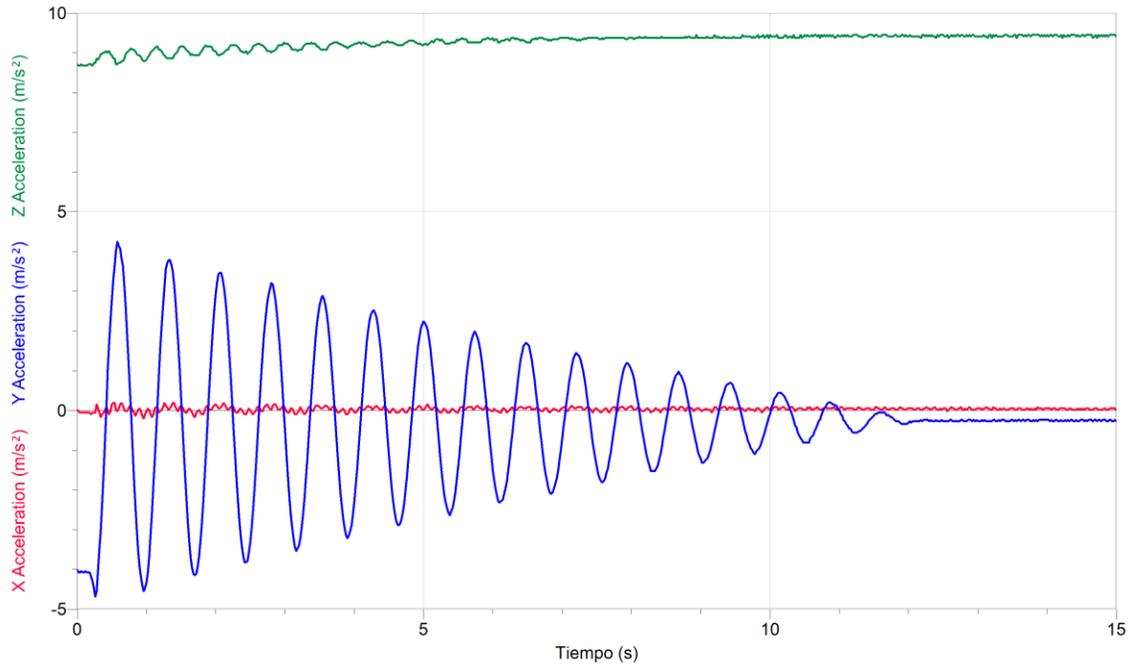


Figura 4.19. Gráfica de las aceleraciones obtenidas por el sensor con masas de 222.2 gramos.

Los valores pico positivos de la aceleración del eje Y son:

Tabla 4.14

Datos del acelerómetro del eje Y para determinar el periodo con masas de 222.2 gramos

t	Ay	Δ tiempo			
			5.74	1.98658	0.74
0.58	4.24794		6.48	1.70053	0.74
1.34	3.78171	0.76	7.2	1.44827	0.72
2.08	3.45962	0.74	7.94	1.19825	0.74
2.8	3.20736	0.72	8.68	0.98203	0.74
3.54	2.88527	0.74	9.44	0.69598	0.76
4.28	2.52489	0.74	10.14	0.44372	0.7
5	2.23884	0.72	10.86	0.1937	0.72

El promedio de la diferencia de tiempo fue de: 0.73429 [s]

Los valores teóricos obtenidos para esta prueba con masas de 222.2 gramos son los siguientes:

Tabla 4.15
Valores teóricos.

θ_0 [Rad]	0.48364	ζ	0.00842
K_t [N m]	2.25592	ω_d [s ⁻¹]	8.57405
J_o [Kg m ²]	0.03068	f_d [Hz]	1.36460
ω [s ⁻¹]	8.57435	τ_d [s]	0.73281
M [N m]	0.03800	r [semiciclos]	36
C_c [N m s/rad]	0.52620	T [N m]	0.01495
C [N m s/rad]	0.00443		

Comparando los valores de los periodos obtenidos experimental y teóricamente:

	Experimental	Teórico
Periodo	0.73429	0.73281
%Error	0.20	

La ecuación de movimiento en esta prueba quedó de la siguiente manera:

$$\theta''[t] + 0.16756 \theta'[t] + 98.92379 \theta[t] = -0.78431 \text{ Sign}[\theta'[t]]$$

La gráfica de aceleración de la solución a la ecuación quedó de la siguiente forma:

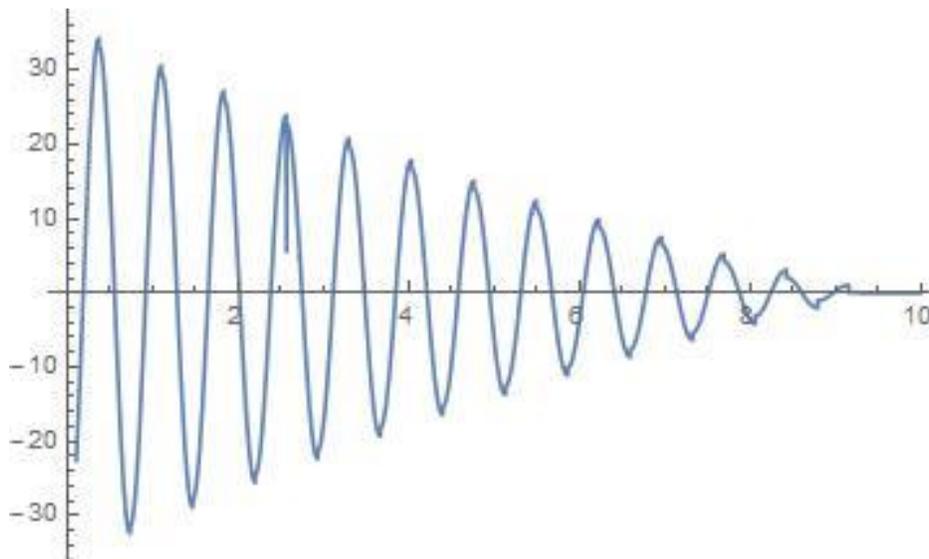


Figura 4.20. Gráfica de aceleración obtenida a partir de los datos teóricos de la prueba con barra de aluminio de 600mm y masas de 222.2 gramos.

CONCLUSIONES

Colaborar para complementar el laboratorio de Vibraciones Mecánicas de la Facultad de Ingeniería con el desarrollo de este trabajo marcó una gran importancia entre el diseño y los procesos de manufactura para obtener un prototipo funcional.

Seguir una metodología para el diseño de productos resultó esencial para llevar todo el proceso ya que hacer una comparación de productos relacionados influyó en la generación y selección del concepto dentro de la etapa de diseño y en consecuencia ir cumpliendo con los objetivos establecidos dentro del proyecto hasta llegar a la manufactura del dispositivo y poder realizar los ensayos correspondientes a la vibración por torsión.

En la etapa de manufactura se debe tener bien definidos los CADs, así como los planos de fabricación, además de tener un conocimiento previo de las herramientas involucradas en cada uno de los procesos a fin de reducir el costo y tiempo en la creación de los componentes del dispositivo. Tener errores en esta etapa puede tener como consecuencias volver a repetir procesos o un mal funcionamiento de todo el conjunto armado.

Para realizar las pruebas del dispositivo fue necesario conocer todos los elementos involucrados para crear un modelo matemático particular y encontrarle una solución que fuera lo más parecida a los resultados obtenidos de manera experimental. Inicialmente solo se consideró el modelo matemático del amortiguamiento viscoso el cual es una ecuación diferencial lineal de segundo orden cuya solución con los datos obtenidos de la primer prueba, que fue la de obtener el momento de inercia de masa del brazo de torsión, no se asemejaban con lo obtenido de manera teórica, estos datos (experimentales) mostraban mucha similitud con las gráficas que resultan de la solución a la ecuación de amortiguamiento de coulomb, se modeló su solución y el resultado fue más preciso al comparar las gráficas teórica y experimental.

Finalmente se optó por trabajar con un modelo matemático que resultó de la combinación entre ambos amortiguamientos (viscoso y de coulomb) que permitiera tener una buena aproximación con los resultados experimentales. La solución analítica al modelo de vibración para las pruebas (ecuación 51) resultó no tan simple, pues dicho modelo ocupó una ecuación diferencial no lineal donde su solución empleó métodos numéricos que involucraron la posición inicial, el cambio de signo de la velocidad y aceleración los cuales se vieron reflejados en las gráficas teóricas de cada prueba, saltos o discontinuidades en los valores máximos y mínimos, que a pesar de ello, el resultado fue muy cercano a lo reflejado de manera experimental.

Cabe mencionar que los valores de la frecuencia circular no se vieron afectados con la ecuación que se trabajó, es decir, su cálculo siempre fue del mismo modo $\omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_o}}$, los mismo fue para el coeficiente de rigidez, del momento de inercia de masa y de los valores que se obtuvieron a partir de la frecuencia circular.

Como se pudo observar en los resultados de las pruebas realizadas, para sistemas con un grado de libertad, un incremento en la rigidez o decremento en el momento de inercia de la masa ocasiona un aumento en la frecuencia natural y ésta disminuirá si la rigidez disminuye o el momento de inercia de la masa aumenta. Y un cambio en la frecuencia inevitablemente ocasiona modificaciones en los valores dependientes de la misma.

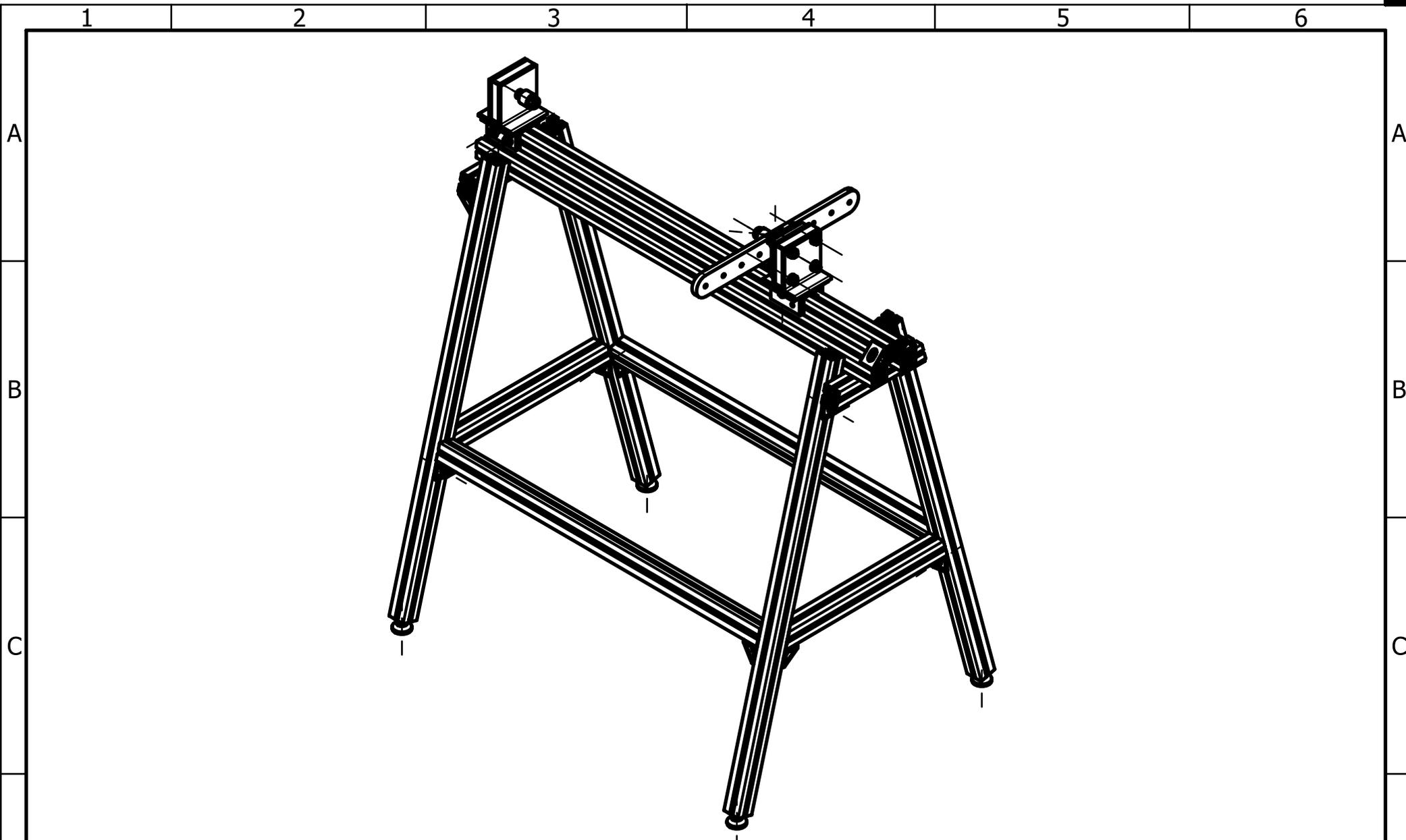
Se debe tener cuidado con los valores de operación del dispositivo tales como, esfuerzos de torsión y el ángulo de trabajo permisible de las barras de prueba, esto con la intención de no tener deformaciones plásticas en el material, lo que ocasionaría coleccionar datos que llevarían a un resultado diferente de lo propuesto en lo teórico.

Contribuir al aprendizaje en esta materia al cubrir uno de sus temas resulta benéfico para continuar en la línea de investigación dentro de la facultad de ingeniería en un área tan importante como lo son las vibraciones mecánicas.

BIBLIOGRAFÍA

- B, R. (2011, Octubre 5). *YouTube*. Recuperado de Rajeshbabu B: <https://www.youtube.com/watch?v=P-eJIXZimmQ&t=13s>
- Balanchandran, B. (2009). *Vibrations*. United States: Thomson (Cengage Learning).
- Co., P. H. (2016, Marzo 25). *IPS Structural Aluminum*. Recuperado de Parker-Motion Control Systems: https://www.parkermotion.com/products/IPS_Structural_Aluminum__7247__30_32_80_567_29.html
- Elizondo Garza, F. (1995). *Instructivo del laboratorio de vibraciones mecánicas 1*. Nuevo León, México: Fondo Universitario.
- FAG. (2016, Mayo 31). *catalogos/C-FAG*. Recuperado de Baleromex: <http://www.baleromex.com/catalogos/C-FAG.pdf>
- Hamburg, G. (2015, Diciembre 10). *Equipment for engineering education*. Recuperado de Gunt.de: <http://www.gunt.de/en/>
- Hibbeler, & C., R. (2011). *Mecánica de Materiales*. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Hui, L. G., & al, e. (2013, Mayo 21). *YouTube*. Recuperado de Hasinah Shariff: <https://www.youtube.com/watch?v=ebmfAFdXREo>
- Irwansyah, A. (2013, Mayo 19). *You Tube*. Recuperado de Arifin Irwansyah: <https://www.youtube.com/watch?v=dRkJuVh9hF0>
- Mott, R. L. (1997). *Resistencia de materiales aplicada*. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Mott, R. L. (2006). *Diseño de elementos de máquinas*. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- S. Rao, S. (2012). *Vibraciones Mecánicas*. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Shigley, J. E. (1985). *Diseño en Ingeniería Mecánica*. México: MCGRAW-HILL DE MÉXICO.
- SKF. (2016, Junio 5). *Documentos/SKF Catálogo General*. Retrieved from SKF: http://www.skf.com/binary/76-121486/10000_2-ES---Rolling-bearings.pdf
- TecQuipment. (2015, December 20). *Products*. Retrieved from Technical teaching equipment for engineering: <http://www.tecquipment.com/>
- Ulrich, K. (2013). *Diseño y desarrollo de productos*. México: Mc Graw Hill.

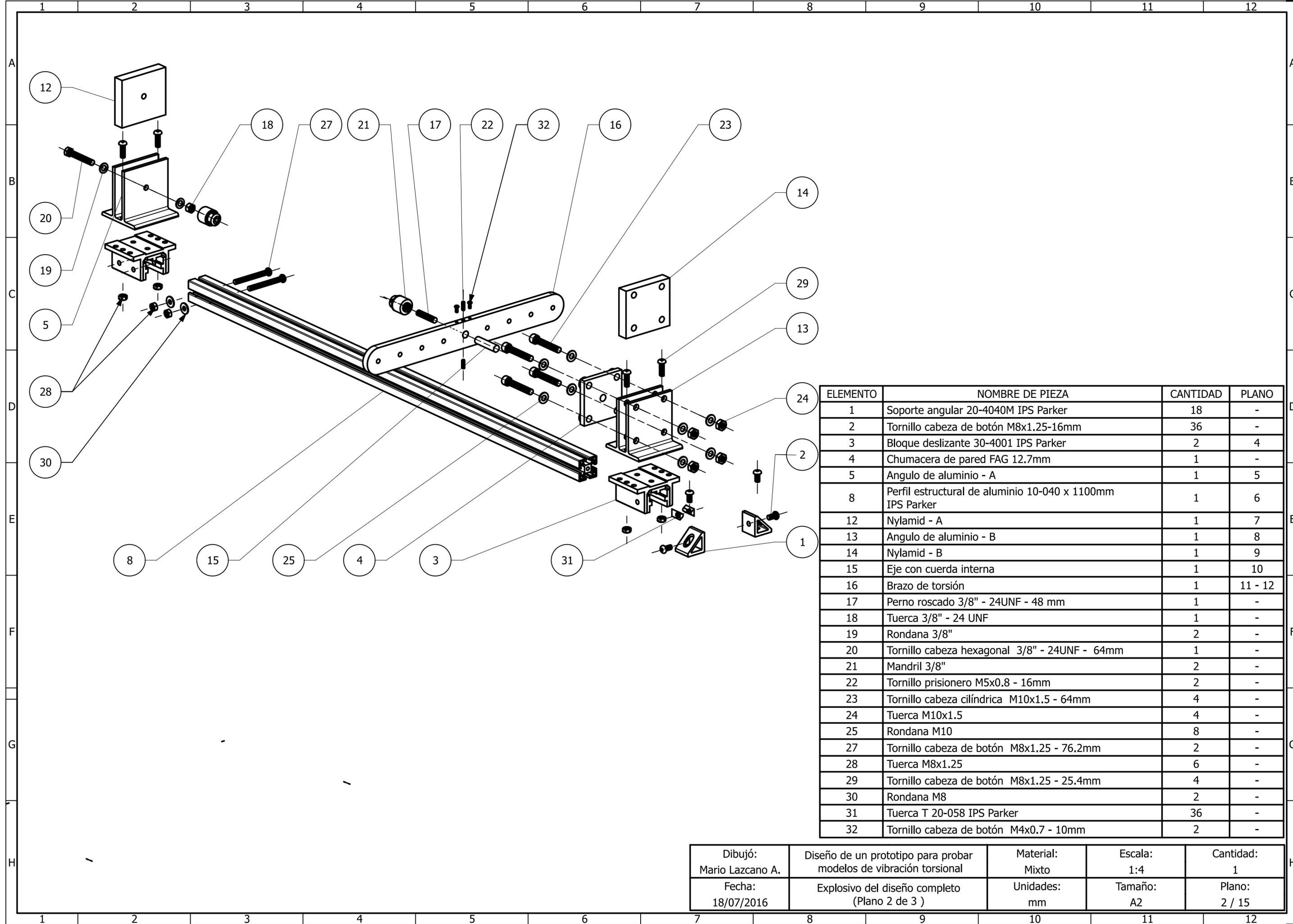
ANEXO 1



Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional	Material: Mixto	Escala: 1:10	Cantidad: 1
Fecha: 17/07/2016	Explosivo del diseño completo (Plano 1 de 3)	Unidades: mm	Tamaño: A4	Plano: 1 / 15

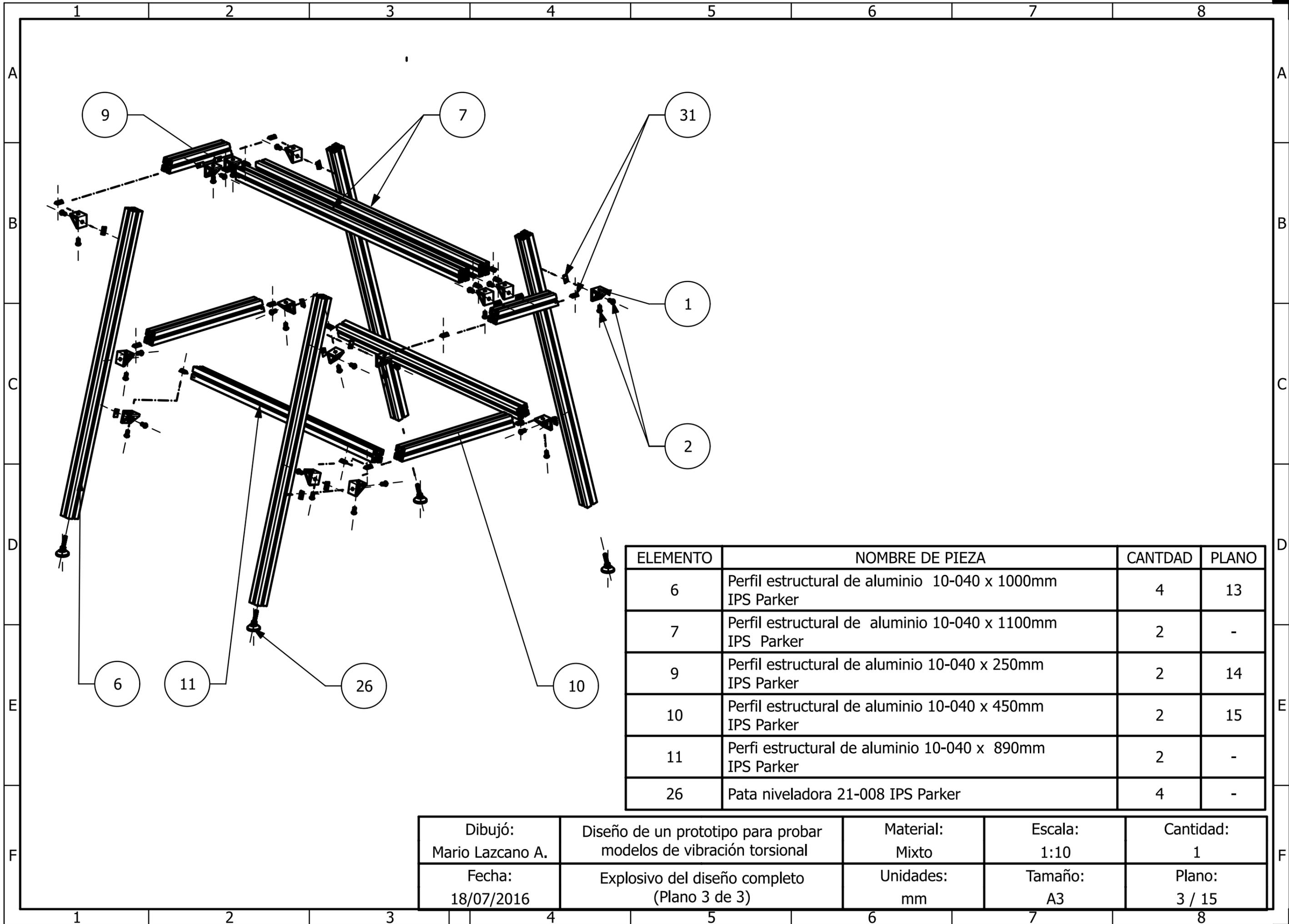
D

D



ELEMENTO	NOMBRE DE PIEZA	CANTIDAD	PLANO
1	Soporte angular 20-4040M IPS Parker	18	-
2	Tornillo cabeza de botón M8x1.25-16mm	36	-
3	Bloque deslizante 30-4001 IPS Parker	2	4
4	Chumacera de pared FAG 12.7mm	1	-
5	Angulo de aluminio - A	1	5
8	Perfil estructural de aluminio 10-040 x 1100mm IPS Parker	1	6
12	Nylamid - A	1	7
13	Angulo de aluminio - B	1	8
14	Nylamid - B	1	9
15	Eje con cuerda interna	1	10
16	Brazo de torsión	1	11 - 12
17	Perno roscado 3/8" - 24UNF - 48 mm	1	-
18	Tuerca 3/8" - 24 UNF	1	-
19	Rondana 3/8"	2	-
20	Tornillo cabeza hexagonal 3/8" - 24UNF - 64mm	1	-
21	Mandril 3/8"	2	-
22	Tornillo prisionero M5x0.8 - 16mm	2	-
23	Tornillo cabeza cilíndrica M10x1.5 - 64mm	4	-
24	Tuerca M10x1.5	4	-
25	Rondana M10	8	-
27	Tornillo cabeza de botón M8x1.25 - 76.2mm	2	-
28	Tuerca M8x1.25	6	-
29	Tornillo cabeza de botón M8x1.25 - 25.4mm	4	-
30	Rondana M8	2	-
31	Tuerca T 20-058 IPS Parker	36	-
32	Tornillo cabeza de botón M4x0.7 - 10mm	2	-

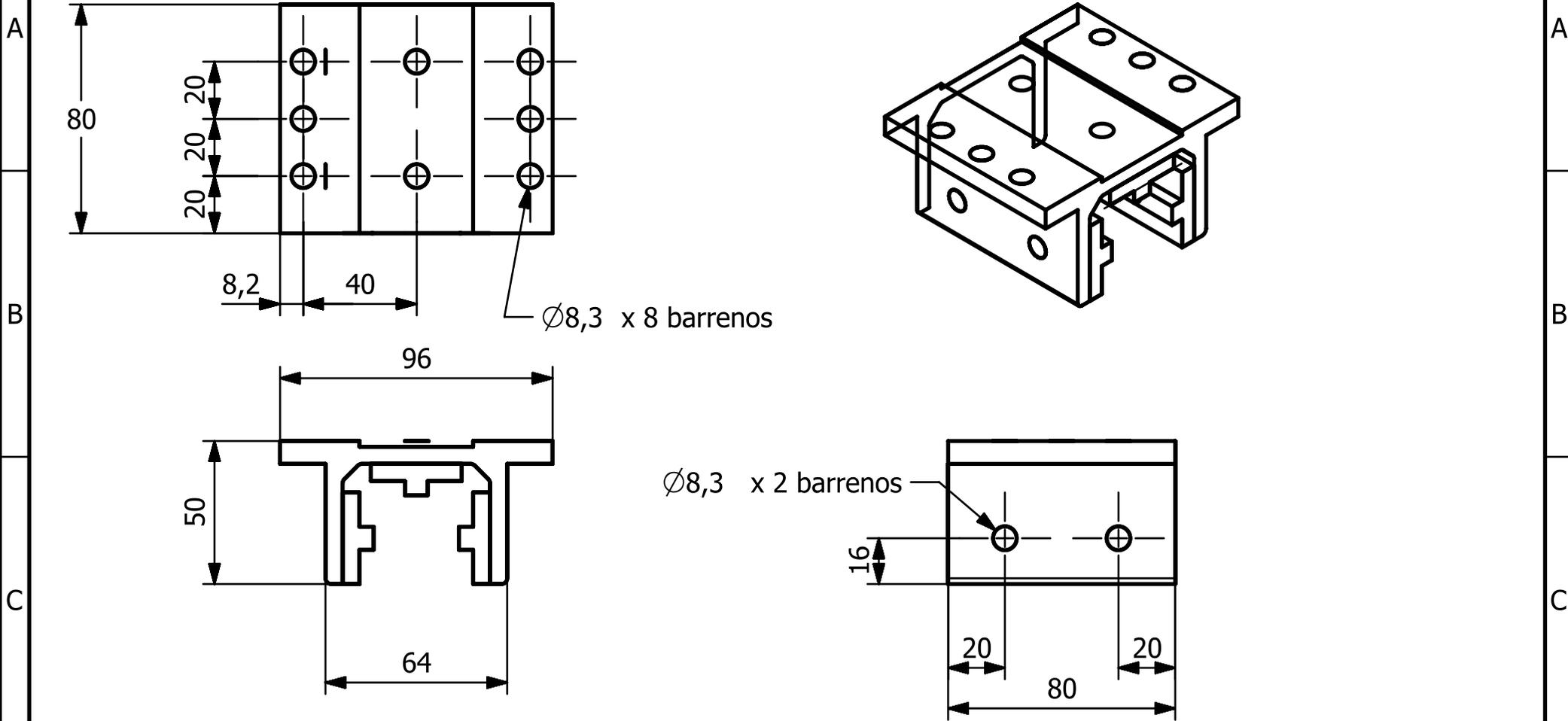
Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional	Material: Mixto	Escala: 1:4	Cantidad: 1
Fecha: 18/07/2016	Explosivo del diseño completo (Plano 2 de 3)	Unidades: mm	Tamaño: A2	Plano: 2 / 15



ELEMENTO	NOMBRE DE PIEZA	CANTIDAD	PLANO
6	Perfil estructural de aluminio 10-040 x 1000mm IPS Parker	4	13
7	Perfil estructural de aluminio 10-040 x 1100mm IPS Parker	2	-
9	Perfil estructural de aluminio 10-040 x 250mm IPS Parker	2	14
10	Perfil estructural de aluminio 10-040 x 450mm IPS Parker	2	15
11	Perfi estructural de aluminio 10-040 x 890mm IPS Parker	2	-
26	Pata niveladora 21-008 IPS Parker	4	-

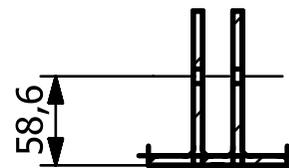
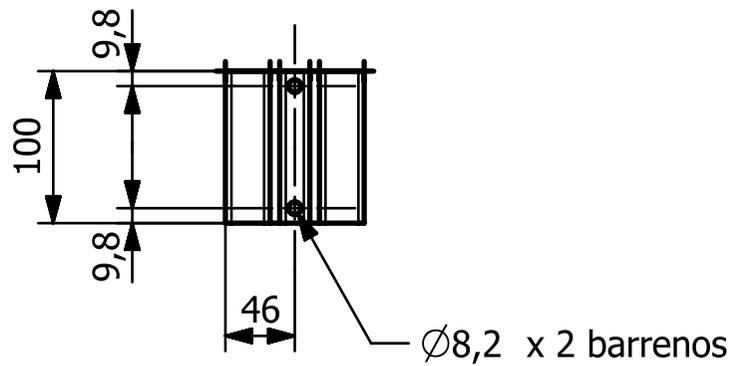
Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional	Material: Mixto	Escala: 1:10	Cantidad: 1
Fecha: 18/07/2016	Explosivo del diseño completo (Plano 3 de 3)	Unidades: mm	Tamaño: A3	Plano: 3 / 15

1 2 3 4 5 6

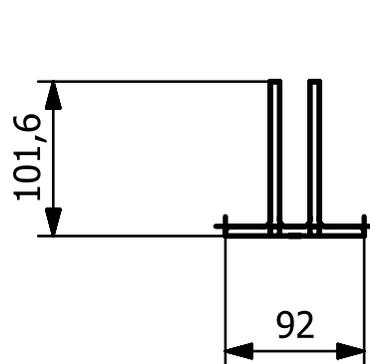
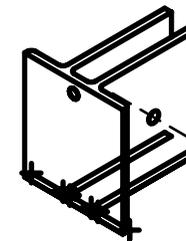


Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 19/07/2016	Bloque deslizante 30-4001 IPS Parker		Material: Aluminio anodizado
Unidades: mm	Escala: 1:2	Tamaño: A4	Plano: 4 / 15

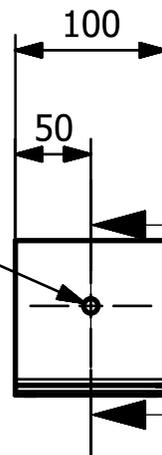
1 2 3 4 5 6



SECCIÓN A-A



Ø9,525

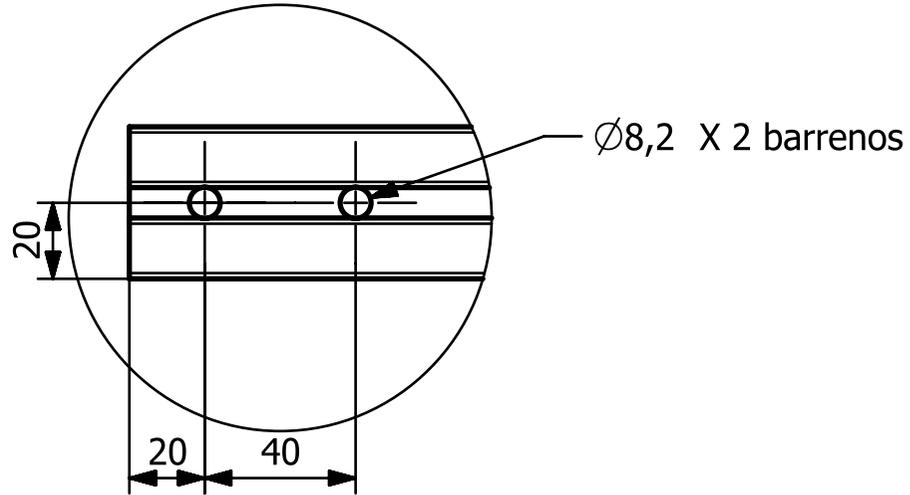


A

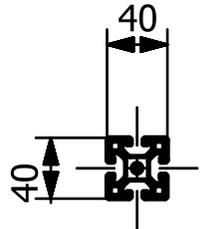
A

Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 19/07/2016	Angulo de aluminio - A		Material: Aluminio
Unidades: mm	Escala: 1:5	Tamaño: A4	Plano: 5 / 15

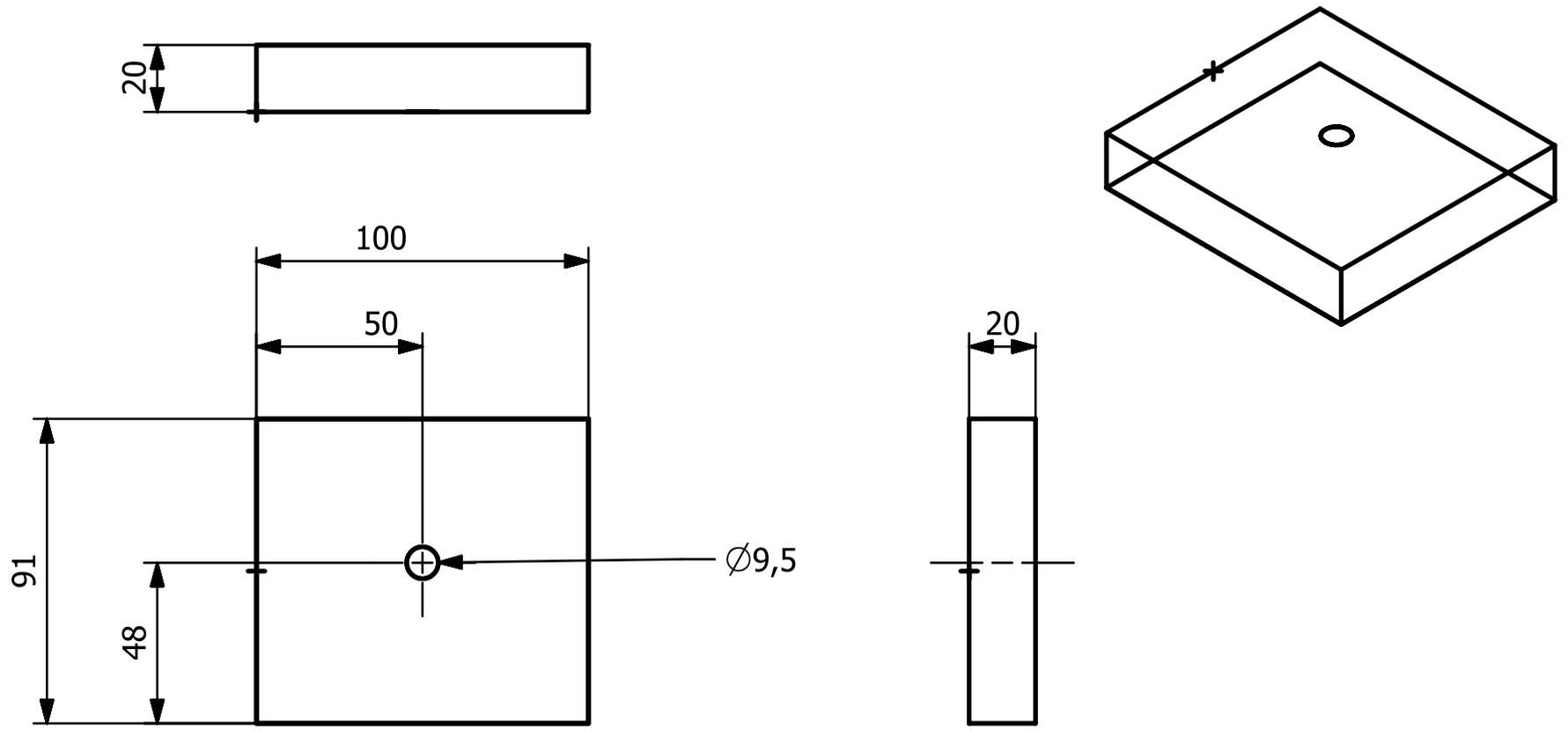
DETALLE A
ESCALA 1:2



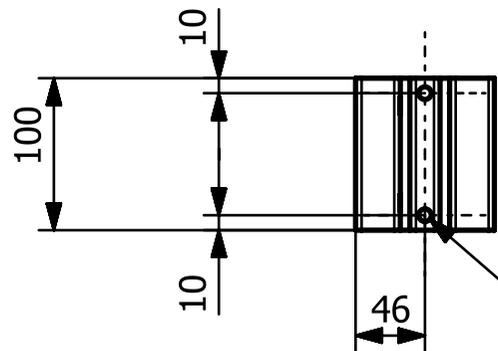
1100



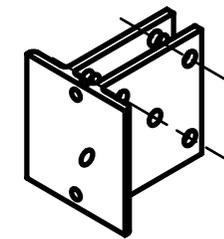
Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 19/07/2016	Perfil estructural de aluminio 10-040 x 1100mm IPS Parker		Material: Aluminio anodizado
Unidades: mm	Escala: 1:5	Tamaño: A4	Plano: 6 / 15



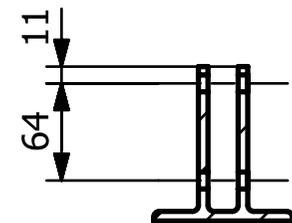
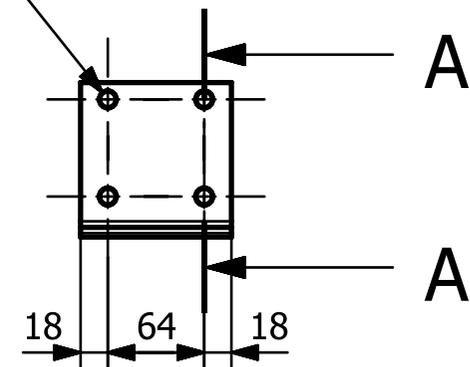
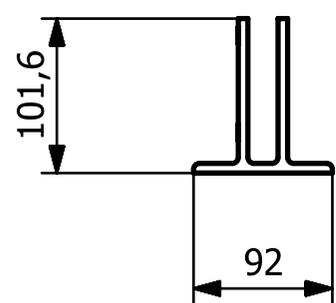
Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 19/07/2016	Nylamid - A		Material: Poliamida
Unidades: mm	Escala: 1:2	Tamaño: A4	Plano: 7 / 15



$\varnothing 8,33$ x 2 barrenos

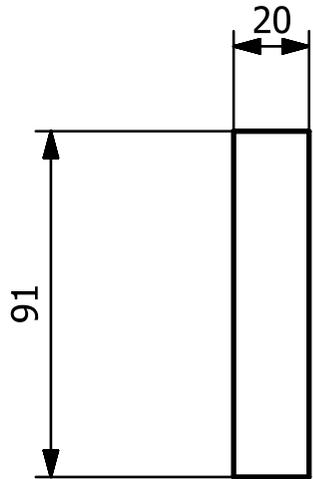
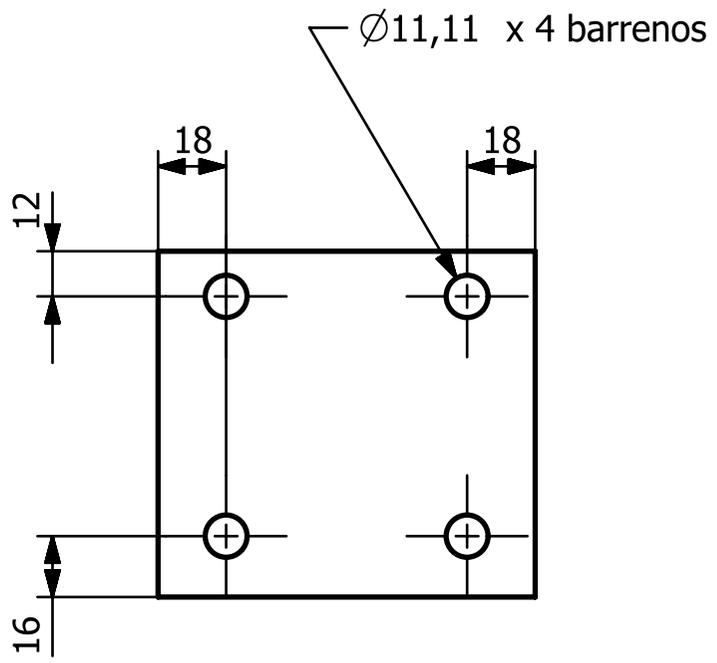
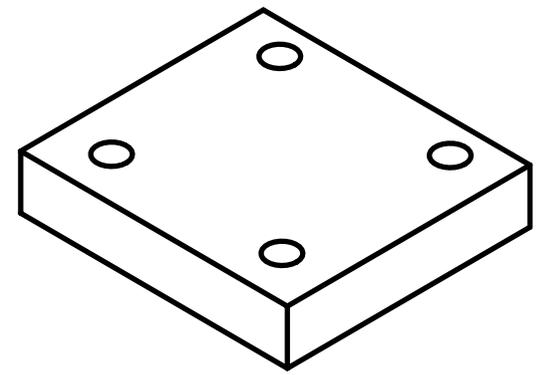
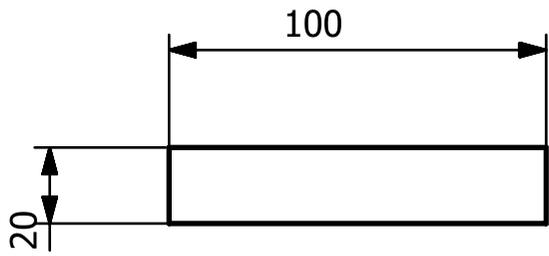


$\varnothing 11,11$ x 4 barrenos



SECCIÓN A-A

Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 20/07/2016	Angulo de aluminio - B		Material: Aluminio
Unidades: mm	Escala: 1:5	Tamaño: A4	Plano: 8 / 15

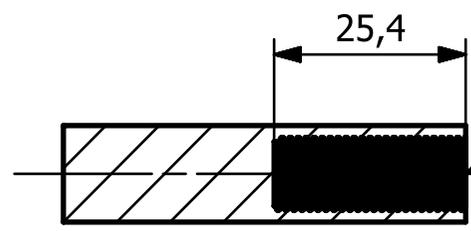


Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 20/07/2016	Nylamid - B		Material: Poliamida
Unidades: mm	Escala: 1:2	Tamaño: A4	Plano: 9 / 15

1 2 3 4 5 6

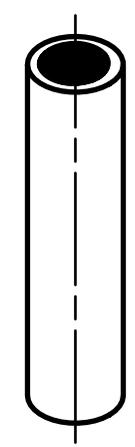
A

A



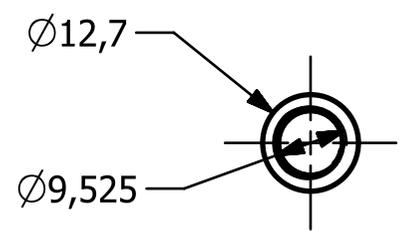
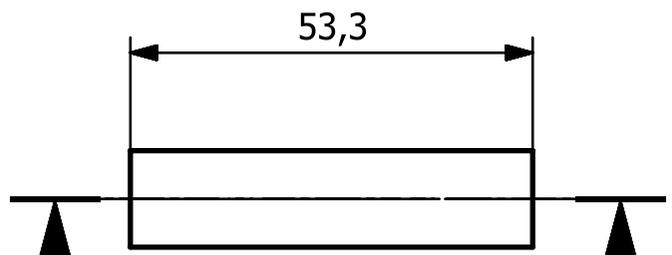
Rosca Fraccional UNF
 Diámetro mayor 9.525 mm
 Diámetro menor 8.33 mm
 Longitud 25.4 mm
 Paso 1.058 mm
 Angulo 60°
 Mano derecha

SECCIÓN A-A



B

B



C

C

A

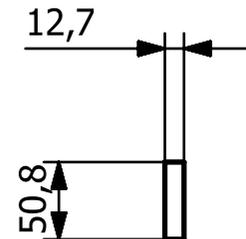
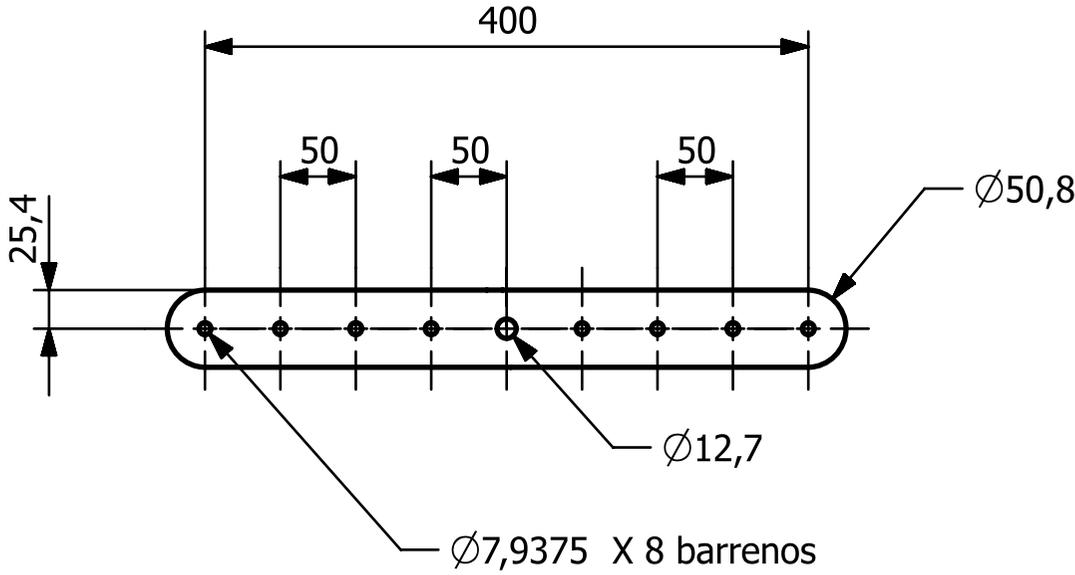
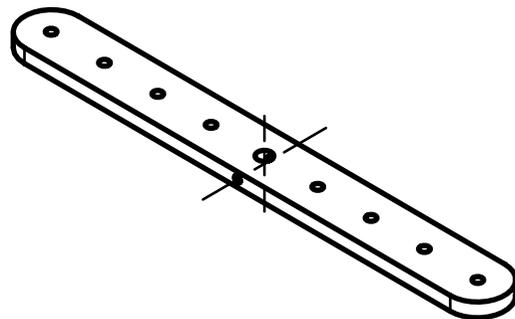
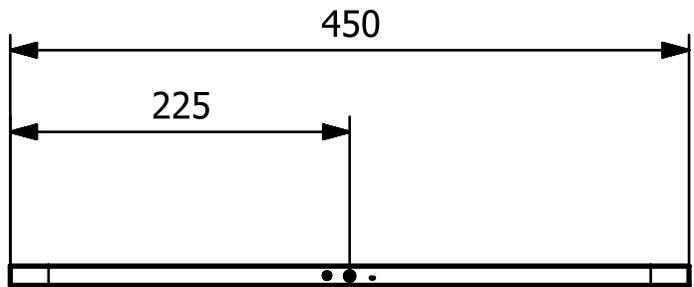
A

D

D

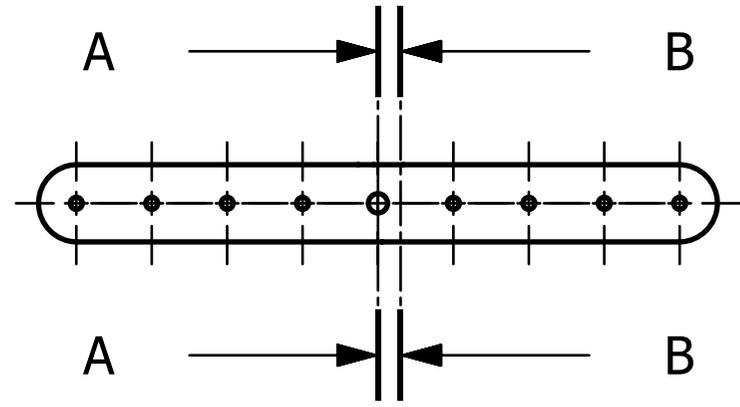
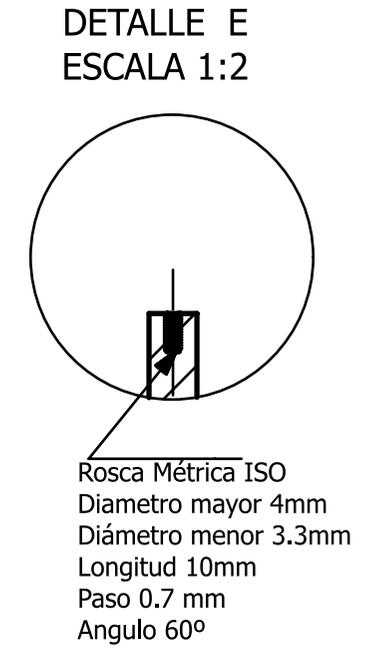
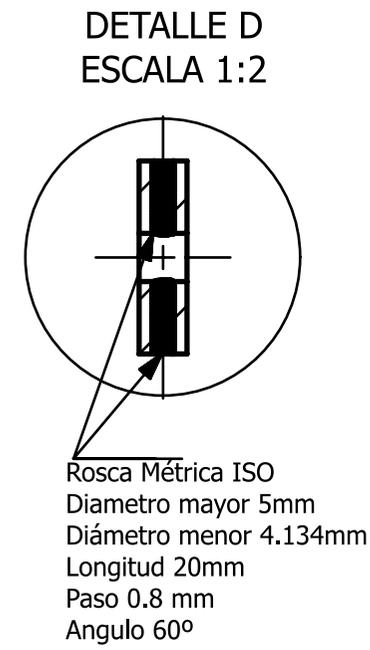
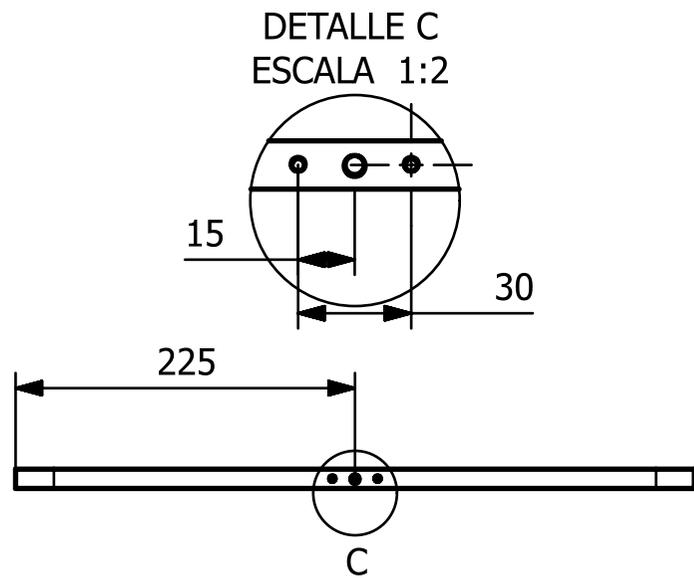
Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 20/07/2016	Eje con cuerda interna		Material: Aluminio 6061-T6
Unidades: mm	Escala: 1:1	Tamaño: A4	Plano: 10 /15

1 2 3 4 5 6



$\text{Ø}7,9375$ X 8 barrenos

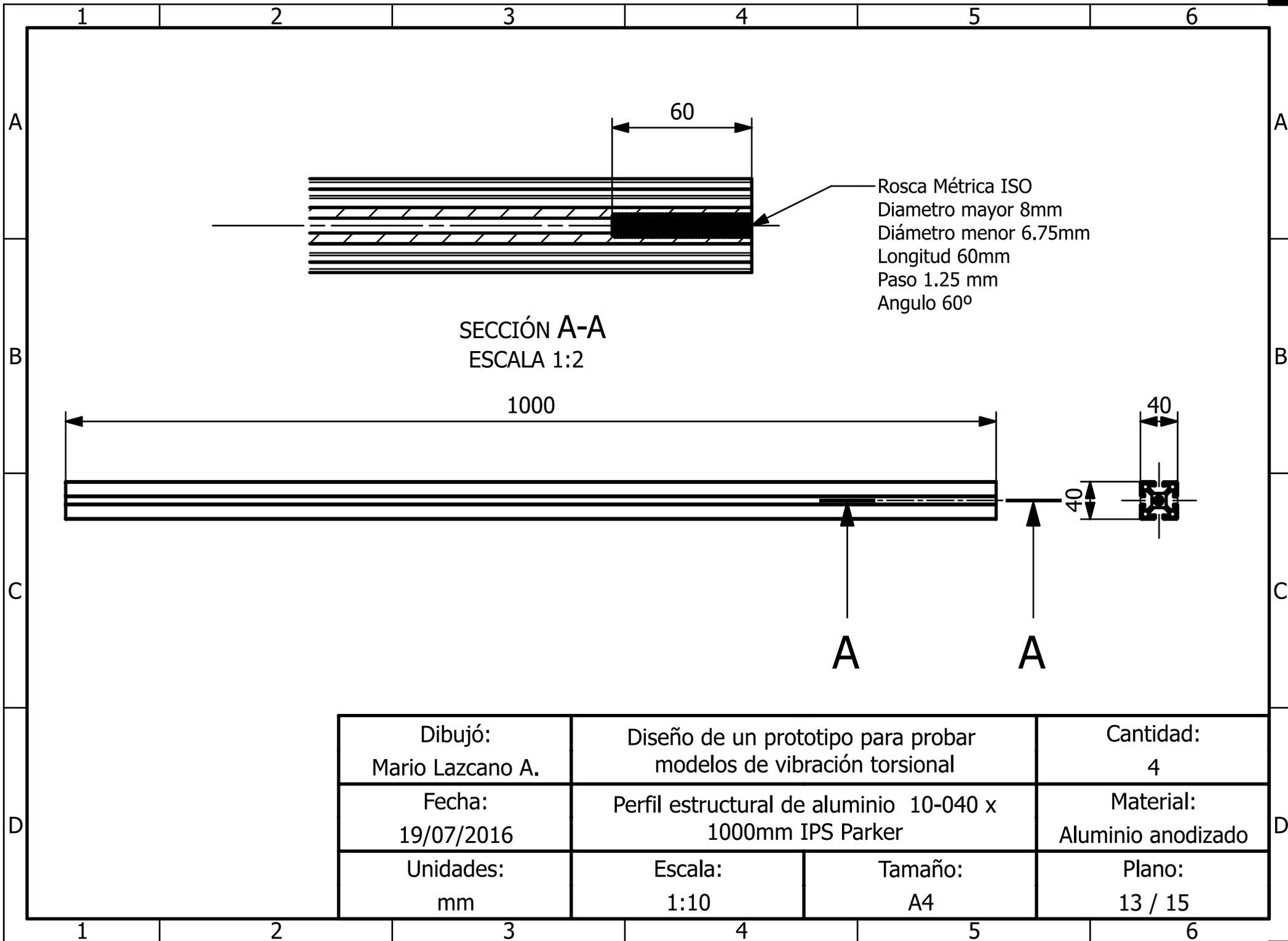
Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 20/07/2016	Brazo de torsión (Plano 1 de 2)		Material: Aluminio 1100
Unidades: mm	Escala: 1:5	Tamaño: A4	Plano: 11 / 15



SECCIÓN A-A

SECCIÓN B-B

Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 1
Fecha: 20/07/2016	Brazo de torsión (Plano 2 de 2)		Material: Aluminio 1100
Unidades: mm	Escala: 1:5	Tamaño: A4	Plano: 12 / 15



1 2 3 4 5 6

A

A

B

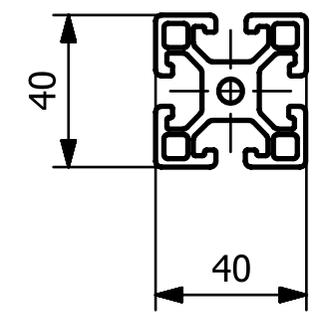
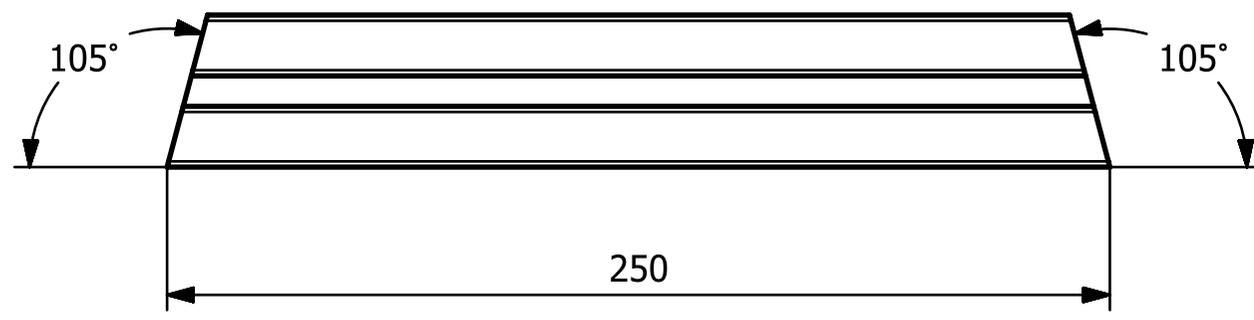
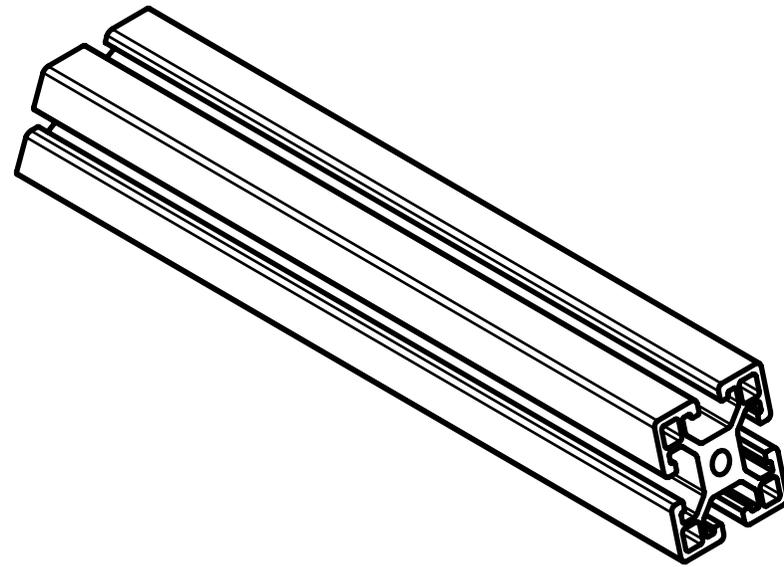
B

C

C

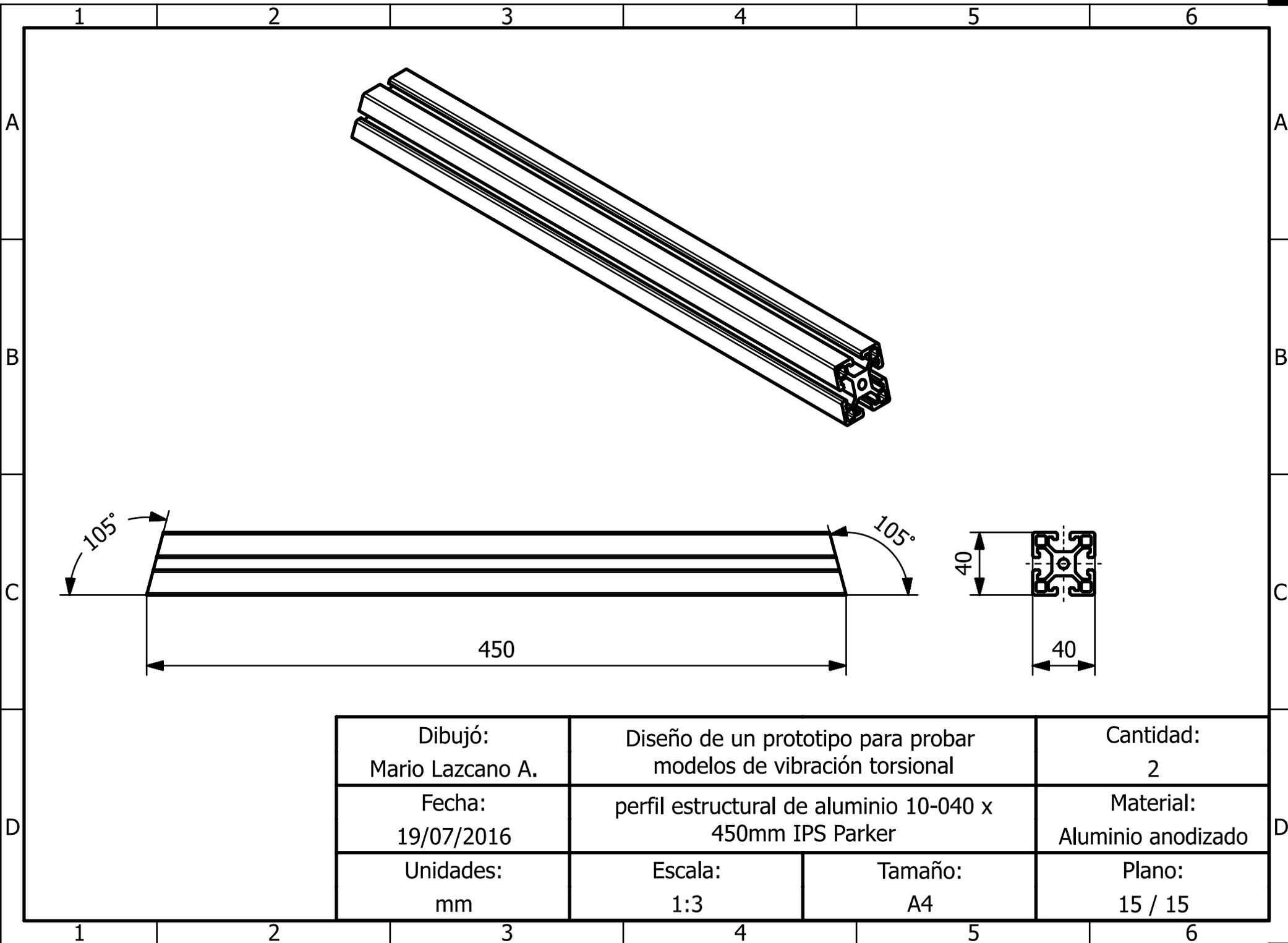
D

D



Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 2
Fecha: 19/07/2016	Perfil estructural de aluminio 10-040 x 250mm IPS Parker		Material: Aluminio anodizado
Unidades: mm	Escala: 1:2	Tamaño: A4	Plano: 14 / 15

1 2 3 4 5 6



Dibujó: Mario Lazcano A.	Diseño de un prototipo para probar modelos de vibración torsional		Cantidad: 2
Fecha: 19/07/2016	perfil estructural de aluminio 10-040 x 450mm IPS Parker		Material: Aluminio anodizado
Unidades: mm	Escala: 1:3	Tamaño: A4	Plano: 15 / 15

ANEXO 2

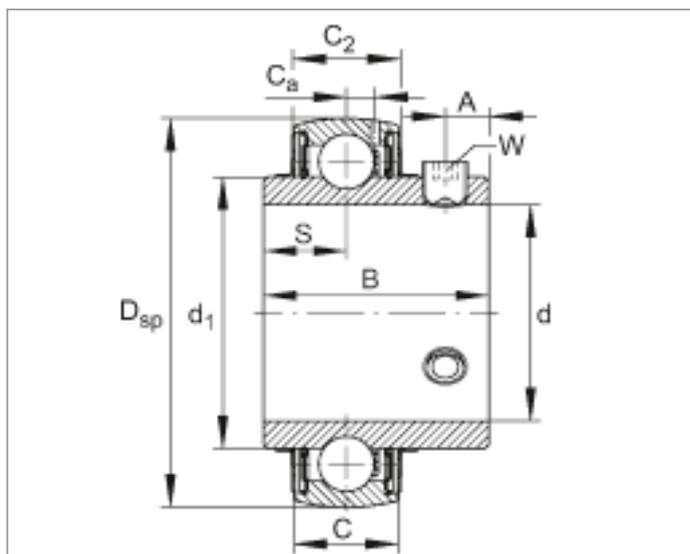
Rodamiento insertable UC201-08

(Serie UC)

anillo exterior esférico, fijación mediante tornillos
prisioneros, obturación RSR en ambos lados

Esta hoja de datos sólo es una vista general de medidas y capacidades de carga del producto seleccionado. Tenga en cuenta, sin falta, todas las indicaciones de estas páginas. Para muchos productos encontrará más información bajo el apartado "Descripción" del menú. Además puede solicitar amplio material de información a través de la Solicitud de catálogos (<http://www.fag.de/content.fag.de/en/mediathek/library/library.jsp>) o por teléfono +49 91 32 82 - 28 97.

d	12,7 mm
d	1/2 inch
DSF	47 mm
B	31 mm
A	5 mm
C	17 mm
C2	16,8 mm
Ca	4,2 mm
d1	27,56 mm
S	12,7 mm
W	1/8 inch
m	0,2 kg Peso
Cr	13600 N Capacidad de carga dinámica, radial
Cor	6600 N Capacidad de carga estática, radial
Cur	335 N Carga límite de fatiga, radial
fo	13,1 Factor de cálculo



Soportes UCF201-08 (Serie UCF)

Soportes-brida de cuatro agujeros, de fundición gris, con tornillos prisioneros en el anillo interior, obturaciones RSR

Esta hoja de datos sólo es una vista general de medidas y capacidades de carga del producto seleccionado. Tenga en cuenta, sin falta, todas las indicaciones de estas páginas. Para muchos productos encontrará más información bajo el apartado "Descripción" del menú. Además puede solicitar amplio material de información a través de la Solicitud de catálogos (<http://www.fag.de/content.fag.de/en/mediathek/library/library.jsp>) o por teléfono +49 91 32 82 - 28 97.

d	12,7 mm
d	1/2 inch
L	86 mm
U	33,3 mm
A	25,5 mm
A ₁	12 mm
A ₂	15 mm
B	31 mm
J	64 mm
N	12 mm
m	0,62 kg Peso
	F204 Descripción soporte
	UC201-08 Descripción rodamiento insertable

