



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

EMPLEO DE MASAS LÍQUIDAS RESONANTES PARA REDUCIR LA  
VIBRACIÓN INDUCIDA POR EL VIENTO EN EDIFICIOS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA  
SANJUANA TERESA RAMÍREZ ZÚÑIGA

TUTOR  
DR. ADRIÁN POZOS ESTRADA, INSTITUTO DE INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX. OCTUBRE 2017



## **Jurado Asignado**

Presidente: Dr. Orlando Javier Díaz López

Secretario: Dr. Roberto Gómez Martínez

Vocal: Dr. Adrián Pozos Estrada

1<sup>er</sup> Suplente: Dr. Jaime García Pérez

2<sup>da</sup> Suplente: Dra. Mabel Mendoza Pérez

Lugar donde se realizó la tesis: Instituto de Ingeniería, UNAM

Tutor de tesis

Dr. Adrián Pozos Estrada





## Resumen

En este trabajo se hace una revisión de la literatura sobre las masas líquidas resonantes (MLR) como posible mecanismo amortiguador para reducir la vibración provocada por el viento; el diseño de éstas se realiza identificando los parámetros óptimos y partiendo de las características dinámicas de la estructura.

Se analizan tres estructuras sensibles al viento: dos marcos, de uno y dos niveles, y un edificio de concreto reforzado de 15 niveles, de las cuales se obtienen sus características modales y se proponen MLR para disminuir su respuesta cuando son sometidas a los efectos dinámicos de viento turbulento, mediante la generación de señales con el programa *Génesis SimVT*.

La evaluación de la efectividad del sistema disipador de energía es mediante la función de densidad de potencia espectral (FDPE) de la aceleración registrada durante los análisis tiempo-historia con la ayuda de modelos de elementos finitos. Finalmente, los resultados obtenidos muestran que la eficiencia de las MLR utilizadas es buena; sin embargo, es necesario equipar los tanques de las MLR con algún tipo de dispositivo que aumente el nivel de amortiguamiento que éstas proporcionan a la estructura para mejorar su desempeño.

## Abstract

In this work, a literature review about tuned liquid dampers (TLD) is made to be used as a possible damping mechanism to reduce the vibration caused by the wind; the design of the TLD is made identifying the optimal parameters and starting from the dynamic characteristics of the structure.

Three wind-sensitive structures are analyzed: two frames, one and two stories, and a reinforced concrete building of 15 stories, obtaining its modal characteristics a TLD is proposed to reduce its response when subjected to the dynamic effects of turbulent wind, through the generation of signals with the public software “Génesis SimVT”.

The evaluation of the effectiveness of the energy dissipating system is made by the spectral power density function of the acceleration recorded during the time-history analysis with the help of finite element models. Finally, the results obtained show that the efficiency of the TLD used is good; however, it is necessary to equip the tanks of the TLD with some type of device that increases the level of damping that these provide to the structure to improve its performance.



*«Sin agua que beber moriríamos en cuestión de días; o peor aún,  
sin aire que respirar, pereceríamos en cuestión de minutos»*

Michael Guillen

## **Dedicatoria**

### **A Dios**

por nunca abandonarme e iluminar mi camino en todo momento

### **A mis padres, Rosalba y José**

de quienes he recibido todo y a quienes debo todo, solo puedo decir gracias infinitas porque no existen las palabras suficientes para retribuir un poco de lo mucho que he recibido de ustedes y especialmente gracias por su amor

### **A mi hermana, María**

por ser mi compañera de vida y ser para mí un ejemplo de dedicación y lucha constante

### **A mi hermano, Eduardo**

por ser mi cómplice y ser la chispa que ha llenado de alegría y ternura mi vida

### **A Christian**

por ser y por estar, por extenderme su mano siempre con una sonrisa, por compartir conmigo lo mejor de él y por tener las palabras perfectas cuando más las necesito

## Agradecimientos

A la *Universidad Nacional Autónoma de México*, casa de conocimiento, llena de historia y tradición, donde se albergan sueños y esperanza; gracias por la oportunidad de crecimiento y superación.

Al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología*, CONACYT, por la beca otorgada durante esta etapa.

Al *Instituto de Ingeniería*, por las facilidades y el espacio de trabajo otorgados durante el desarrollo de esta investigación.

Al *Dr. Adrián Pozos Estrada*, por ser el guía de esta tesis, por su apoyo y por la disposición de compartir sus conocimientos.

A los miembros del jurado, *Dr. Orlando Díaz*, *Dr. Jaime García* y *Dr. Roberto Gómez*, por sus acertados comentarios, los cuales permitieron enriquecer este trabajo.

De manera especial a la *Dra. Mabel Mendoza Pérez*, por su amistad, consejos y apoyo a lo largo de estos años.

Con gran admiración y profundo respeto, a mis maestros del posgrado, por el conocimiento compartido, anécdotas y enseñanzas de vida que me han regalado.

A mis compañeros de cubículo, por compartir su tiempo y conocimientos, y hacer amena mi estancia en el Instituto.

A *Raymundo Caballero*, por su amistad y apoyo, por ser una persona con gran calidad humana y su disposición de ayudar siempre a los demás.



# Índice general

	Página
<b>Índice de figuras</b> .....	xiii
<b>Índice de tablas</b> .....	xv
<b>Nomenclatura</b> .....	xvii
<b>Capítulo 1</b> Generalidades.....	1
1.1 Motivación.....	2
1.2 Objetivos.....	2
1.3 Justificación .....	3
1.4 Alcances y limitaciones .....	3
1.5 Organización del documento .....	4
<b>Capítulo 2</b> Masas líquidas resonantes en estructuras.....	5
2.1 Antecedentes.....	5
2.1.1 Tipos de MLR .....	6
2.1.2 Ventajas y desventajas.....	7
2.1.3 Estudios experimentales.....	7
2.1.4 Estructuras con MLR .....	8
2.2 Sistemas mecánicamente equivalentes .....	9
2.3 Proceso y parámetros de diseño .....	12
2.4 Vibraciones inducidas por el viento.....	15
<b>Capítulo 3</b> Correlación y análisis espectral.....	19
3.1 Antecedentes.....	19
3.1.1 Características de datos aleatorios .....	19
3.2 Función de correlación y correlación cruzada .....	20
3.3 Función de densidad de potencia espectral.....	21
3.4 Función de transferencia.....	22
<b>Capítulo 4</b> Descripción de la modelación matemática .....	25
4.1 Modelación numérica de MLR.....	25
4.2 Modelación estructural.....	30

	Página
4.3 Simulación de las fuerzas de viento .....	32
<b>Capítulo 5</b> Casos de estudio y análisis de los resultados.....	<b>33</b>
5.1 Marco de un nivel .....	33
5.1.1 Marco MC1 ante fuerzas armónicas .....	34
5.1.2 Marco MC1 ante fuerzas eólicas.....	36
5.2 Marco de dos niveles .....	37
5.3 Edificio de 15 niveles.....	39
5.4 Amortiguamiento equivalente.....	46
<b>Capítulo 6</b> Conclusiones y comentarios.....	<b>49</b>
<b>Referencias</b> .....	<b>53</b>



# Índice de figuras

	Página
Figura 2.1 Representación esquemática de la estructura con MLR sensible al viento .....	5
Figura 2.2 Tipos de MLR (a) de oleaje, y (b) tipo columna .....	6
Figura 2.3 Masa líquida resonante con pantallas disipadoras .....	11
Figura 2.4 Esquema del sistema MLR-estructura con y sin la analogía de MSR.....	11
Figura 3.1 Ensamble de funciones de un proceso aleatorio .....	19
Figura 3.2 Función de densidad espectral de uno y dos lados.....	21
Figura 4.1 Modelos de MLR de Sun <i>et al.</i> (1989) .....	25
Figura 4.2. Frecuencia natural de los modelos en ANSYS (versión 13, académica) .....	26
Figura 4.3 Segunda y tercera frecuencia del modelo de Sun <i>et al.</i> (1989).....	27
Figura 4.4 Primeros modos de los modelos MLR.E3 y MLR.4.....	28
Figura 4.5 Registro tiempo-historia de aceleraciones .....	29
Figura 4.6 Espectro de desplazamientos en función de la frecuencia.....	30
Figura 4.7 Características del marco de concreto M1N Rodríguez (2016).....	30
Figura 5.1 Características y modelo del marco MC1 .....	34
Figura 5.2 Primeras formas modales de las MLR .....	34
Figura 5.3 Respuesta del marco MC1 y del sistema MC1-MLR ante fuerzas armónicas ....	35
Figura 5.4 FDPE de la aceleración del MC1 y sistemas MC1-MLRa/MC1-MLRb .....	35
Figura 5.5 Historia de fuerzas de viento turbulento para el marco MC1.....	36
Figura 5.6 Respuesta del marco MC1 y sistemas MC1-MLR ante fuerzas eólicas.....	36
Figura 5.7 FDPE de la aceleración del MC1 y sistemas MC1-MLRa/MC1-MLRc.....	37
Figura 5.8 Propiedades y frecuencia fundamental del marco MC2.....	37
Figura 5.9 Historia de fuerzas de viento turbulento para el marco MC2.....	38
Figura 5.10 Respuesta del marco MC2 y sistema MC2-MLRd (primer y segundo nivel) ...	38
Figura 5.11 FDPE de la aceleración del MC2 y sistema MC2-MLRd.....	39
Figura 5.12 Características y modelo de la estructura E15.....	40
Figura 5.13 Formas modales del primer modo de las MLR.....	41
Figura 5.14 Distribución de las MLR para la estructura E15 .....	41
Figura 5.15 Historia de aceleraciones en nivel 15 del edificio E15 debidas al viento .....	42

	Página
Figura 5.16 Comportamiento del fluido en un tanque de la MLRe.....	42
Figura 5.17 Comportamiento del fluido en un tanque de las MLRf y MLRg.....	42
Figura 5.18 Historia de la fuerza cortante generada en las MLR .....	43
Figura 5.19 Aceleración al centro del edificio E15 y sistemas E15-MLR ante viento .....	43
Figura 5.20 Aceleración en la esquina del edificio E15 y sistemas E15-MLR ante viento...	44
Figura 5.21 FDPE de la aceleración al centro de E15 y sistemas E15-MLR .....	44
Figura 5.22 FDPE de la aceleración en la esquina de E15 y sistemas E15-MLR.....	45
Figura 5.23 Aceleración máxima y FDPE respecto a la altura del edificio.....	45

# Índice de tablas

	Página
Tabla 2.1 Alternativas para reducir la respuesta en edificios (Kareem <i>et al.</i> , 2007).....	16
Tabla 4.1 Frecuencias naturales del modelo de Sun <i>et al.</i> (1989).....	29
Tabla 4.2 Comparativa de los resultados del marco M1N Rodríguez (2016).....	32
Tabla 5.1 Características de las MLR para el marco MC1 .....	34
Tabla 5.2 Características de los elementos estructurales de E15.....	39
Tabla 5.3 Características de las MLR para el edificio E15 .....	40
Tabla 5.4 Amortiguamiento equivalente.....	47



# Nomenclatura

## Lista de abreviaciones

<i>A</i>	Unidad de medición angular
AGS	Estabilizador de giro activo
<i>ANSYS</i>	<i>Swanson Analysis Systems</i> , es un programa para simulación ingenieril basado en la teoría de elemento finito para estructuras y volumen finito para fluidos
ARMA	Modelo de Autoregresión y Media Móvil
CFE	Comisión Federal de Electricidad
E15	Edificio de concreto reforzado de 15 niveles
FD	Amortiguador por fricción
FDPE	Función de Densidad de Potencia Espectral
HMD	Amortiguador híbrido de masa
ISO	Organización Internacional para la Estandarización
<i>L</i>	Unidad de longitud
LD	Amortiguador de plomo
<i>M</i>	Unidad de masa
M1N	Marco de un nivel
MC1	Marco de concreto uno
MC2	Marco de concreto dos
mgl	Múltiples grados de libertad
MLR	Masa Líquida Resonante
MLR-C	Masa Líquida Resonante tipo Columna
MLR-O	Masa Líquida Resonante de Oleaje
MOC-DV	Manual de Obras Civiles Diseño por Viento
MSR	Masa Sólida Resonante
<i>N</i>	Unidad de fuerza Newton
NTC-DV	Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Viento
rms	Valor cuadrático medio
SD	Amortiguador de acero
<i>T</i>	Unidad de tiempo
TLD	<i>Tuned Liquid Damper</i> (MLR)
TMD	<i>Tuned Mass Damper</i> (MSR)
<i>U</i>	Unidad de medición
UNAM	Universidad Nacional Autónoma de México
VD	Amortiguador viscoso
VED	Amortiguador visco-elástico
$V^2$	Velocidad cuadrada

1gdl	Un grado de libertad
2D	Dos dimensiones
2gdl	Dos grados de libertad
3D	Tres dimensiones

## Lista de símbolos

$\hat{a}$	$[LT^{-2}]$	Aceleración pico
$\hat{a}_o$	$[LT^{-2}]$	Aceleración pico de la estructura (sin amortiguador)
$b$	$[L]$	Ancho del fluido en la MLR
$c_{eq}$	$[MT^{-1}]$	Coefficiente de amortiguamiento equivalente de la MLR
$C_s$	$[MT^{-1}]$	Coefficiente de amortiguamiento de la estructura principal
$C_1$	$[ ]$	Coefficiente de pérdida debido al uso de pantallas
$E(x)$	$[ ]$	Valor medio
$f_{MLR}$	$[T^{-1}]$	Frecuencia fundamental de la MLR
$f_n$	$[T^{-1}]$	Frecuencia natural de la estructura
$f^{opt}$	$[T^{-1}]$	Frecuencia óptima del movimiento de un fluido
$f_s$	$[T^{-1}]$	Frecuencia natural de la MSR
$F_y$	$[N]$	Fuerza horizontal
$f_w$	$[T^{-1}]$	Frecuencia natural del fluido
$g$	$[LT^{-2}]$	Aceleración de la gravedad
$g$	$[ ]$	Factor pico
$G(f)$	$[U^2T^{-1}]$	Función de densidad de potencia espectral (un lado)
$H(f)$	$[L]$	Función de transferencia
$h$	$[L]$	Profundidad media del fluido
$H(\tau)$	$[ ]$	Función de respuesta de un impulso unitario
$h^{opt}$	$[L]$	Altura media óptima del fluido
$K$	$[ ]$	Parámetro que relaciona las masas impulsiva y convectiva de un fluido
$k$	$[ ]$	Número del modo de vibrar del líquido
$k_{eq}$	$[NL^{-1}]$	Rigidez equivalente de la MLR
$k_s$	$[NL^{-1}]$	Rigidez de la MSR
$K_s$	$[NL^{-1}]$	Rigidez generalizada de la estructura principal
$L$	$[L]$	Longitud del fluido en la MLR
$m_A$	$[M]$	Masa equivalente del amortiguador
$m_{eq}$	$[M]$	Masa equivalente de la MLR
$m_k$	$[M]$	Masa efectiva al modo correspondiente aproximadamente igual a $m_{MLR}$
$m_{MLR}$	$[M]$	Masa efectiva de la MLR
$m_n$	$[M]$	Masa generalizada del modo correspondiente
$M_s$	$[M]$	Masa generalizada de la estructura principal
$m_w$	$[M]$	Masa total del fluido
$ns$	$[ ]$	Número de pantallas

*Nomenclatura*

$p(x)$	[ ]	Función de Distribución de Probabilidad
$R_{xx}(\tau)$	[ $U^2$ ]	Función de correlación
$R_{xy}(\tau)$	[ $U^2$ ]	Función de correlación cruzada
$S(f)$	[ $U^2 T^{-1}$ ]	Función de densidad de potencia espectral
$S_{xx}(f)$	[ $U^2 T^{-1}$ ]	Función de densidad de potencia auto-espectral (dos lados)
$S_{xy}(f)$	[ $U^2 T^{-1}$ ]	Función de densidad de potencia espectral cruzada (dos lados)
$t$	[ $T$ ]	Tiempo
$T$	[ $T$ ]	Tiempo de registro o periodo
$v$	[ $LT^{-2}$ ]	Velocidad de viento proporcionada
$x, y$	[ ]	Ejes coordenados
$\bar{x}, \langle x \rangle$	[ ]	Valor medio
$x_j$	[ $L$ ]	Localización respectiva a cada una de las pantallas
$x(t)$	[ ]	Variables dependientes del tiempo
$y_r$	[ $L$ ]	Desplazamiento relativo de la MLR equivalente
$Y_s$	[ $L$ ]	Desplazamiento lateral de la estructura principal

**Letras griegas**

$\Delta, \varepsilon$	[ ]	Parámetros
$\alpha, \beta$	[ ]	Coefficientes del amortiguamiento de Rayleigh
$\zeta$	[ ]	Cociente de amortiguamiento propio de una estructura
$\zeta_e$	[ ]	Cociente de amortiguamiento equivalente
$\zeta_{MLR}$	[ ]	Cociente de amortiguamiento correspondiente al movimiento del fluido
$\zeta_o$	[ ]	Cociente de amortiguamiento que posee el edificio
$\zeta^{opt}$	[ ]	Cociente de amortiguamiento óptimo en función de $\mu$
$\eta$	[ $L$ ]	Amplitud de onda
$\mu$	[ ]	Relación de masas
$\mu_{MLR}$	[ ]	Relación de masas tomando la masa efectiva de la MLR
$\mu_x$	[ ]	Media
$\nu_w$	[ $L^2 T^{-1}$ ]	Viscosidad cinemática del fluido
$\rho$	[ $ML^{-3}$ ]	Densidad del material
$\sigma_a$	[ ]	Desviación estándar de la aceleración
$\sigma_r$	[ ]	Desviación estándar de la respuesta de la estructura
$\tau$	[ $T$ ]	Desfase en el tiempo
$\phi$	[ ]	Valor de deflexión modal normalizado con la ubicación de la MLR
$\Omega$	[ ]	Relación de frecuencias
$\omega$	[ $AT^{-2}$ ]	Frecuencia angular equivalente de la MSR
$\omega_i, \omega_j$	[ $AT^{-2}$ ]	Frecuencia angular de los modos $i$ y $j$
$\omega_s$	[ $AT^{-2}$ ]	Frecuencia angular de la MSR





# Capítulo 1

## Generalidades

Diversos agentes han ocasionado que la vivienda horizontal sea parte de las prácticas constructivas del pasado, en México y en el mundo se apuesta, hoy día, por edificaciones verticales con fuentes de energía renovables; algunos factores que han desencadenado este hecho, son: el crecimiento acelerado de la población y la necesidad de espacios para desempeñar distintas actividades, los altos niveles de contaminación que llevan a la conservación de más áreas verdes, entre otras.

La construcción de edificios altos y esbeltos es una realidad gracias a las nuevas filosofías de diseño y a la aplicación de novedosas tecnologías en los materiales. En diversos códigos, normas o reglamentos de diseño, se toma como estado último la demanda sísmica; sin embargo, aunque la solicitud del viento suele no ser crítica en estados límite de falla es primordial tenerla en consideración para estados límite de servicio.

Fuerzas sísmicas o eólicas, pueden ocasionar daños estructurales, estados de incomodidad o pánico en las personas que se encuentran en el inmueble, o bien, situaciones de malestar que podrían llevar a desalojar el lugar debido a fuertes aceleraciones por viento, por lo que es necesario realizar un diseño que incluya tanto la seguridad estructural como el confort de los usuarios.

Los efectos eólicos cobran mayor relevancia en estructuras de gran altura, las cuales tienden a ser muy livianas y esbeltas, lo que ocasiona que tengan un bajo amortiguamiento estructural, si a lo anterior se suma una forma irregular, dichos efectos podrían incrementarse, ya que tienen una relación directa con la geometría.

Es importante no solo evaluar la carga inducida por el viento, sino también los cambios en las características dinámicas que se pueden producir de la interacción de la frecuencia de los vórtices desprendidos y las frecuencias naturales de vibración del sistema estructural. Es necesario examinar detalladamente los resultados para determinar si existe o no un buen funcionamiento del edificio ante tales sucesos, y si éste fuera el caso proponer alternativas que ayuden a un mejor desempeño.

La acción del viento puede generar en una estructura empujes y/o succiones, deformaciones, fatiga, daño en elementos de apoyo; como cimentación y anclas; vibración excesiva, por mencionar solo algunos. Además, si la estructura cuenta con una relación significativa de esbeltez implícitamente se tiene un incremento en la ductilidad y flexibilidad, por lo que los periodos de vibración deben ser revisados y analizados adecuadamente.

Existen diversas soluciones a los problemas antes mencionados, que van desde cambios arquitectónicos hasta equipar a la estructura con uno o varios dispositivos cuyo mecanismo contribuya a contrarrestar su respuesta. Una alternativa, poco utilizada pero eficiente, de acuerdo con diversos autores, es la colocación de una masa líquida resonante (MLR) o *tuned liquid damper* (TLD), por sus siglas en inglés.

Una MLR, es un amortiguador pasivo, que tiene como objetivo disminuir la respuesta de uno de los modos principales de vibración de la estructura, por medio de la perturbación o pequeño oleaje generado en el fluido, que se encuentra dentro del tanque que conforma la MLR, mismo que se produce por el movimiento del edificio. Este tipo de disipador de energía es un dispositivo económico y eficaz para modificar la respuesta de la estructura; generalmente el líquido empleado es agua por lo que el disipador puede ser utilizado como tanque de almacenamiento.

## **1.1 Motivación**

La ingeniería de vanguardia es una necesidad constante, pues en las principales ciudades de nuestro país actualmente se construyen edificios, puentes, monumentos y otros tipos de estructuras con características muy particulares; ya sea por su forma, dimensiones, ubicación, por mencionar algunas; lo que las convierte en estructuras singulares de análisis y que a su vez se traducen en nuevos retos, por ello, es esencial que éstas cumplan debidamente con el propósito para el cual fueron pensadas, por lo que es importante hacer investigación para proponer novedosas técnicas, procedimientos o dispositivos que permitan cumplir este fin.

La motivación principal de profundizar en el estudio de las masas líquidas resonantes (MLR) como sistemas disipadores de energía, es que en México y en otras partes del mundo, es escasa la investigación en este tipo de dispositivos dando prioridad a otros amortiguadores, como las MSR, y por lo tanto el uso de éstos es muy bajo, además representa una fuente innovadora de conocimiento; la finalidad es comprender el funcionamiento de éstos y obtener un dispositivo capaz de aminorar la respuesta de la estructura de una forma eficiente y económica.

La observación y comprensión del comportamiento de las MLR, para una correcta aplicación, permitiría un avance significativo en el uso de estos mecanismos en nuestro país, además de habilitar un nuevo campo de estudio para futuras investigaciones en éste y otros temas relacionados, ya que son diversas las áreas del conocimiento que se involucran en el análisis de estos sistemas.

Otro de los motivos principales para su estudio es que en México los efectos de viento son todavía poco considerados en comparación con los sísmicos, a pesar de las diversas situaciones que se han presentado, las cuales causaron daños tanto a elementos estructurales como a los no estructurales; estar preparados para evitar o aminorar el daño o cualquier tipo de acción que el viento pueda causar en la construcción es fundamental, para asegurar el buen funcionamiento de la estructura y el bienestar de las personas que hacen uso de ella.

## **1.2 Objetivos**

El objetivo principal es realizar la modelación de un edificio, con características sensibles al viento para someterlo a los efectos turbulentos de éste y equiparlo con una MLR, para

evaluar el sistema de amortiguamiento con base en la aceleración que se presenta en la estructura en cada uno de los casos, con la finalidad de comprender su funcionamiento y aplicarlo de una manera eficaz y efectiva.

Analizar la colocación de una o varias MLR en una estructura, que permita evaluar su desempeño como un sistema disipador de energía, mediante la determinación de parámetros óptimos de diseño expuestos en la literatura, a fin de proveer un planteamiento de solución que se traduzca en la aplicación práctica de las MLR como un dispositivo auxiliar para la mitigar la respuesta estructural.

Para realizar el análisis mencionado, primero se estudian estructuras de menor complejidad que ya están validadas por otros trabajos, para tomarlas como base de comparación y punto de partida en el desarrollo de éste.

### 1.3 Justificación

Como se ha planteado, la construcción vertical es un hecho en el mundo entero, este tipo de construcciones puede presentar altos periodos de vibración al estar sujetas a diferentes solicitaciones, tales como las fuerzas de viento, mismos que pueden estar fuera del rango permisible, por lo que el empleo de sistemas que ayuden a la estructura a mantener la respuesta deseada es una solución viable, dentro de estos sistemas se encuentran las MLR.

Las MLR se pueden emplear como tanques de almacenamiento y su implementación como amortiguador es novedosa; sin embargo, poco estudiada en nuestro país, por lo que abundar en el tema es de gran interés; para poder realizar aplicaciones certeras de este mecanismo.

Por otro lado, en el mercado se encuentran múltiples sistemas para la disipación de energía; sin embargo, en muchas ocasiones equipar una estructura con estos dispositivos incrementa sus costos a tal grado que en algunas edificaciones se opta por no hacer uso de los pisos donde se presentan vibraciones excesivas, por ello las MLR representan una propuesta para aprovechar los almacenamientos de agua en el caso de estructuras existentes, o bien considerar la colocación de éstas para futuras construcciones.

### 1.4 Alcances y limitaciones

Se modela un edificio con características sensibles al viento, que de acuerdo con el Manual de Obras Civiles de Diseño por Viento (MOC-DV, 2008), de la Comisión Federal de Electricidad (CFE), son aquellos cuya relación alto/ancho es mayor que cinco, o bien, su periodo fundamental es mayor que 1 s (o menor a 1 Hz).

Se determinan las características dinámicas de la estructura y del tanque que fungirá como MLR, para realizar un modelo numérico en el que se incluya el edificio con el amortiguador y evaluar el desempeño del dispositivo. La modelación de inmueble, de la MLR y el sistema MLR-estructura se realiza mediante un programa comercial, que emplea el método de los elementos finitos para su análisis.

En este trabajo no se incluye el diseño de las estructuras analizadas (marcos y edificio) para determinar la efectividad de las MLR, asimismo no se hace un diseño estructural del recipiente o depósito donde idealmente se almacena el fluido empleado como amortiguador (agua).

Se limita el uso de MLR con dispositivos adicionales, como pantallas, esferas u otros, debido a los alcances de modelación numérica con los que cuenta el programa computacional utilizado para realizar los análisis.

## **1.5 Organización del documento**

El documento se divide en seis apartados. En el primer capítulo de esta investigación, se plantea una breve introducción de las razones que justifican la aplicación de dispositivos de amortiguamiento en estructuras, así como los objetivos que se pretenden alcanzar en este trabajo.

En el segundo capítulo se presenta un resumen del estado del arte de las MLR, sus tipos y algunos estudios realizados en este tema, incluyendo los parámetros más importantes que se toman en consideración para el diseño de estos sistemas.

En el capítulo tercero se describen algunos conceptos de vibración aleatoria, utilizados para el desarrollo de esta tesis. Asimismo, en el capítulo cuarto se generaliza la descripción de los modelos matemáticos elaborados para la simulación del comportamiento de las estructuras y las MLR.

El capítulo quinto se centra en la explicación de los casos de estudio realizados, así como la revisión de los resultados obtenidos. Y finalmente, en el capítulo sexto se hace una evaluación general de los resultados y las metodologías empleadas, incluyendo algunas sugerencias para la continuación en futuras investigaciones relacionadas con ésta.

## Capítulo 2

# Masas líquidas resonantes en estructuras

### 2.1 Antecedentes

Como se muestra en la Figura 2.1, una MLR es un tanque rígido que posee un determinado volumen de agua principalmente (Fediw *et al.*, 1995), la cual, gracias al movimiento del líquido, puede ser empleada como un mecanismo reductor de la respuesta dinámica de la estructura, debido a que funciona como una masa secundaria, similar a una masa sólida resonante (MSR)<sup>1</sup>, que al introducirla al sistema estructural y sintonizarla de forma adecuada es capaz de absorber las vibraciones que se presentan.

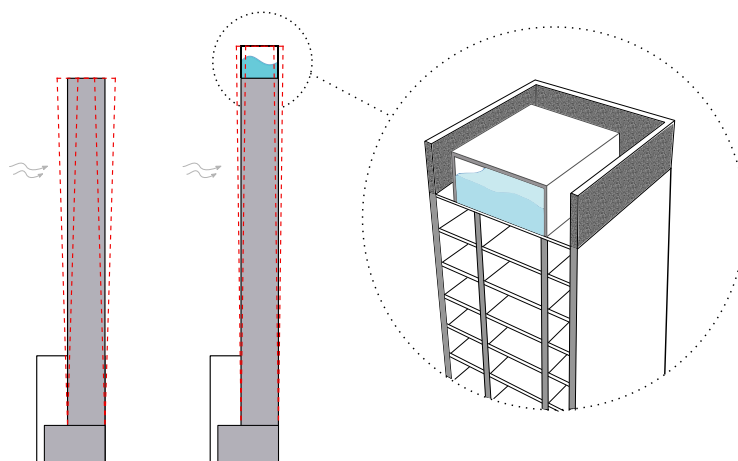


Figura 2.1 Representación esquemática de la estructura con MLR sensible al viento  
Modificada de <https://goo.gl/joIBLB>

De acuerdo con diversas investigaciones, las MLR tienen un eficiente desempeño en proporción al volumen del líquido empleado, mismo que depende de la altura y ubicación del o los tanques que se sumarán al edificio. Tamura *et al.* (1995) mencionan casos con una disminución del 50% en la aceleración de respuesta de la estructura y otros en los que se redujo hasta la tercera parte del valor total de la respuesta.

El estudio de las MLR comenzó en otras áreas de la ingeniería, tales como: la aeroespacial, la aeronáutica y la naval. Amortiguadores con líquido en movimiento, se han utilizado en satélites espaciales y embarcaciones marinas (Sun *et al.*, 1989). Abramson, Bauer, Modi y Sato fueron los primeros investigadores que sugirieron la aplicación de estos dispositivos en

---

<sup>1</sup> MSR masa sólida resonante o TMD (por sus siglas en inglés), es un disipador de vibraciones con un resorte y un amortiguador en paralelo para brindar rigidez y disipación de energía, la masa auxiliar empleada es del orden del 1% de la masa generalizada de la estructura (Warburton y Ayorinde, 1980).

estructuras que se encontraban desplantadas sobre el terreno, tales como torres y edificios (Sun *et al.*, 1995).

El *sloshing* o movimiento del líquido, es el principio fundamental de las MLR, ya que de las fuerzas resultantes de éste se puede mejorar la respuesta dinámica de la estructura. El problema fue estudiado por: Chester (1968) y Miles (1976) quienes lo aplicaron a la solución de problemas costeros, en el campo espacial Abramson (1966), también, Sogabe y Shibata en 1974 abundaron en el tema de la vibración del líquido debido a efectos sísmicos en tanques de almacenamiento (Sun, 1991).

Las primeras aplicaciones de las MLR ocurrieron en la década de los ochenta y se dieron a conocer como mecanismos de amortiguamiento inercial (Kareem, 1990).

### 2.1.1 Tipos de MLR

Las MLR se pueden dividir en dos categorías: amortiguadores de aguas poco profundas o aguas someras y amortiguadores de aguas profundas. Esta clasificación se basa en la relación de la elevación de la superficie del agua, en la dirección del movimiento y la altura o profundidad del fluido (Kareem, 1990).

Una clasificación más común, son las masas líquidas resonantes tipo columna (MLR-C) y las masas líquidas resonantes de oleaje (MLR-O), ver Figura 2.2a. Estas últimas son altamente prácticas, pues los tanques de agua existentes en el edificio pueden ser utilizados para crear un sistema interno de múltiples MLR.

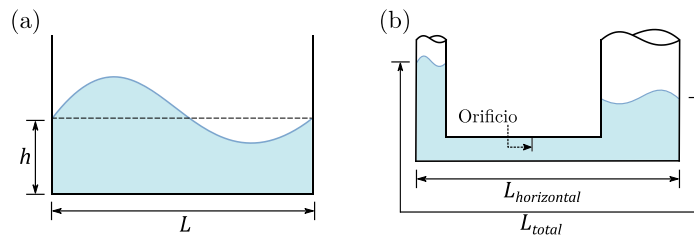


Figura 2.2 Tipos de MLR (a) de oleaje, y (b) tipo columna

Las MLR-C son también conocidas como vasos comunicantes por la forma en *u* del recipiente (ver Figura 2.2b) y gracias a ella es posible la oscilación del líquido dentro del contenedor. Este tipo de MLR cuenta, generalmente, con una reducción en su sección transversal en la parte central, que al sumarle la fricción interna del fluido con las paredes del contenedor se genera resistencia al movimiento dando como resultado una disipación en la energía lo que lleva a estabilizar el líquido.

Las MLR-O, generalmente de forma rectangular, aprovechan el movimiento del líquido, la amplitud y el rompimiento de las ondas para proporcionar amortiguamiento adicional a la estructura. Es importante mencionar que el exceso en la ruptura de olas puede conducir a problemas de pérdidas o derrames del líquido (Fediw *et al.*, 1995) lo que ocasionaría una alteración en el funcionamiento de la masa. Otra forma de aumentar la disipación de energía es mediante esferas flotantes de PVC, electrodos, o bien, por medio de pantallas disipadoras

o cuerpos deflectores; sin embargo, es posible que no toda la masa del fluido participe en este tipo de configuración.

### ***2.1.2 Ventajas y desventajas***

El empleo de estos amortiguadores, presenta algunas ventajas como: un menor costo inicial, fácil instalación y adaptabilidad, por lo que el mantenimiento requerido es mínimo, cualidad que justifica la preferencia que existe por estos dispositivos. Por otro lado, las MLR son efectivas para mitigar vibraciones tanto de baja (viento) como de larga (sismo) amplitud (Tait, 2004), y el ajuste con la frecuencia natural del sistema estructural se puede realizar de una forma sencilla, por lo que es posible realizar un reajuste en caso de ser necesario. Al ser un dispositivo del tipo pasivo no requiere ninguna fuente de energía externa, ventaja importante en caso de siniestro, además éste puede funcionar como tanque de almacenamiento, si en su interior se deposita agua.

Al emplear agua como líquido, el amortiguamiento es menor en comparación con el valor óptimo (Kaneko e Ishikawa, 1999), lo que representa la principal desventaja de estos dispositivos, debido a que no toda la masa de agua participa y la estructura cuenta con peso adicional sin ningún tipo de beneficio en el control de la respuesta. Además, el amplio espacio requerido para instalar la MLR adecuada a la estructura según su relación de masa debido a la baja densidad del agua (Tait, 2004). Aunado a lo anterior, el análisis de estos sistemas es altamente no lineal, característica que dificulta su estudio.

### ***2.1.3 Estudios experimentales***

Varios investigadores emprendieron experimentos con la finalidad de abundar en el tema de las MLR como sistema de control estructural. Dichos estudios han permitido representar y comprender el funcionamiento de estos dispositivos, y a su vez con los resultados obtenidos calibrar diversos modelos analíticos y/o numéricos que aproximan su comportamiento para verificar así su validez. Algunos de estos trabajos se resumen a continuación.

Modi y Welt (1988), investigan analítica y experimentalmente la disipación de energía debido al movimiento del líquido en amortiguadores con forma de rosca, tomando en cuenta los efectos no lineales y viscosos.

Sun (1991), en su tesis doctoral, ensaya MLR de forma rectangular, concluyendo que el coeficiente de amortiguamiento disminuye a medida que la relación de la profundidad del líquido aumenta.

Sun *et al.* (1995) realizan pruebas para medir el movimiento superficial del líquido contenido en MLR con forma rectangular, circular y anular, ante excitaciones armónicas, experimento con el que calibran su modelo equivalente para el análisis de las MLR como amortiguadores, y del cual se hace referencia más adelante.

Fediw *et al.* (1995) llevan a cabo dos estudios experimentales de manera conjunta, en el primero evalúan las características de las pérdidas cuando se colocan pantallas disipadoras, concluyendo que aumentar la relación de solidez de éstas genera un comportamiento más

lineal. El otro estudio se realiza con un modelo a escala 1:13, donde revisan el comportamiento de una MLR ubicada en un edificio de oficinas de 240 m de alto. Asimismo, desarrollan un procedimiento teórico, con base en la teoría lineal y demuestran la efectividad y buen funcionamiento del amortiguador. Estimando que la MLR se comporta de una manera eficiente si el amortiguamiento inherente está entre el 5% y 10% del amortiguamiento crítico.

Kaneko e Ishikawa (1999) confirman experimentalmente la propuesta de su modelo analítico, que describe la efectividad de las MLR con redes sumergidas para suprimir la vibración horizontal de la estructura. La disipación de la energía debido al movimiento del fluido bajo excitaciones armónicas la calculan por medio de la teoría de onda no lineal para aguas poco profundas. Las pruebas consisten en un tanque rectangular parcialmente lleno con una red, el cual colocan sobre una mesa vibradora y provocan una excitación horizontal, al comparar los resultados obtenidos con los calculados, mediante su modelo, encuentran una buena relación entre ambos.

Yalla (2001) presenta experimentos en los que considera el movimiento del fluido y el golpeteo de éste con las paredes del tanque, dichos experimentos son posibles gracias al uso de un prototipo de una MLR-C, las pruebas realizadas validan su propuesta analítica, unas funciones de impacto que describen con alta fidelidad el comportamiento del amortiguador.

Tait ha realizado diversos estudios experimentales en múltiples de sus investigaciones. En uno de ellos estudia una MLR sobre una mesa vibradora, donde agrega pantallas disipadoras para aumentar el amortiguamiento de las MLR y para comparar los resultados realiza los mismos análisis, pero sin el uso de pantallas. En 2008 desarrolla un modelo a escala de una MLR con pantallas disipadoras al que somete a excitaciones armónicas y aleatorias, para corroborar la propuesta de su modelo, al realizar las comparaciones correspondientes encuentra que éste aproxima adecuadamente el comportamiento de las MLR con pantallas disipadoras.

#### **2.1.4 Estructuras con MLR**

A pesar de la aceptación de las MLR como un dispositivo de control estructural, éstas no cuentan con el mismo nivel de aplicación e investigación que las MSR (Yu *et al.*, 1999). Existen países en los que su función es muy poco conocida, Japón es pionero en la implementación de MLR en estructuras, tales como torres de aeropuertos, edificios altos, torres de puentes atirantados, entre otras, para controlar principalmente la vibración ocasionada por el viento. Algunas aplicaciones concretas de estos mecanismos se enuncian a continuación.

En el año de 1987 en la torre del aeropuerto de Nagasaki, de 42 m de altura, se instalan 25 MLR, debido a que la componente vertical del viento había provocado desplazamientos mayores que la componente horizontal, 12 de estos dispositivos se encuentran en el cuarto de control y los otros 13 están distribuidos en los descansos de las escaleras; el agua de las masas aumenta 950 kg de peso a la torre. Análisis posteriores muestran una reducción del 35% en la respuesta estructural, con vientos de 20 m/s, concluyendo que el desempeño de las MLR es bueno, incluso ante velocidades altas de viento (Tamura *et al.*, 1995).



La torre del puente atirantado *Sakitama*, en su parte superior posee una MLR formada por cuatro tanques para mitigar la vibración (Kaneko e Ishikawa, 1999).

Con 149.35 m de altura *Shin-Yokohama Prince Hotel*, en Yokohama, Japón, cuenta con un sistema alternativo de MLR, ubicado en el último piso, que consiste en un conjunto de cilindros con capas intermedias y en cada una de ellas se encuentra una MLR. La masa del líquido es el 1% de la masa generalizada de la estructura. Diversos estudios han demostrado el buen funcionamiento de este sistema, con una reducción de la respuesta que alcanza el 50% para una velocidad del viento de 25 m/s; cuando la velocidad del viento aumenta la reducción de la aceleración es mayor (Tamura *et al.*, 1995).

*Yokohama Marine Tower* es una estructura con 101.3 m de altura, construida de acero y con sección transversal decagonal, cuenta también con un sistema cilíndrico con capas como MLR, con el cual la relación de amortiguamiento de la torre se ha incrementado siete veces (Tamura *et al.*, 1995).

La importante relación de esbeltez con la que cuenta el *One Wall Centre* en Vancouver, Canadá, de 150 m de alto, provocó que se equipara con MLR-C, siendo el primer edificio en el que se emplean este tipo de amortiguadores para garantizar el confort de los usuarios, en el piso 48 se encuentran dos MLR-C, con aproximadamente 200 m<sup>3</sup> de agua. El sistema además de dar solución a los problemas de vibración con los que contaba la estructura también generó un ahorro estimado de dos millones de dólares en su construcción, comparado con otro tipo de disipadores.

*Comcast Center* en Filadelfia, Estados Unidos, es un rascacielos de 297 m y 57 plantas, se ubica en una zona donde las velocidades de viento son de mediana a severa intensidad, haciéndolo vulnerable a tales efectos, para contrarrestarlos se coloca una MLR tipo columna de 1300 ton de agua en la parte superior del edificio, con la característica de ser la masa líquida más grande en el mundo.

Inaugurado en 2010, *One Madison* es un edificio de 189 m con 50 pisos, ubicado en el Distrito Flatiron de Manhattan en Nueva York, Estados Unidos; su importante relación de aspecto generó preocupación por las vibraciones que se pudieran presentar, tomándose la decisión de implementar una MLR en lo más alto de la estructura (Kareem *et al.*, 2007).

Una MLR-C con un equipo que permite ajustar el periodo del movimiento del líquido, se encuentra instalada en el *Hotel Cosima* de 26 pisos, en Tokio, Japón, misma que consiste en unas cámaras que comprimen y reducen la presión, este dispositivo tiene un peso total de 58 toneladas y un peso efectivo de 36 toneladas (Kareem *et al.*, 2007).

## **2.2 Sistemas mecánicamente equivalentes**

Debido a la complejidad del comportamiento del fluido de las MLR, se han utilizado aproximaciones semi-analíticas y/o numéricas para generar distintos modelos mecánicamente equivalentes. Graham y Rodríguez (1952) introducen el concepto de un modelo mecánico que produce fuerzas equivalentes desarrolladas por el movimiento del líquido (Tait, 2004).

Graham y Rodríguez, estudian la respuesta analítica del fluido empleando las ecuaciones lineales de la teoría potencial, posteriormente realizan una analogía del movimiento del líquido como una masa rígida y un conjunto de sistemas de ecuaciones masa-resorte, para dar lugar a las expresiones exactas para la masa y su posición. Housner, sobre las bases de la intuición física, propone una fórmula para la masa  $M_0$  y  $M_i$  ( $i=1, 2, 3\dots$ ) llamadas, respectivamente, masa impulsiva y masa convectiva; ésta fue considerada como una buena estimación relativa a la solución exacta de Graham y Rodríguez; sin embargo, recientemente, Li y Wang indican que Graham y Rodríguez no habían proporcionado las expresiones correctas de la ubicación de las masas equivalentes, por lo que desarrollaron una solución exacta del modelo equivalente y al compararlo con la solución de Graham y Rodríguez y la de Housner, los resultados muestran que la masa impulsiva ( $M_0$ ) considerada por Housner no genera una aproximación satisfactoria para sus aproximaciones complementarias (Li *et al.*, 2012).

Kareem (1990), propone un modelo que incluye el movimiento del fluido y el sistema estructural, mediante el cual el líquido es sustituido por masas concentradas con resortes y amortiguadores. Las características de este sistema se establecen por medio de la semejanza dinámica del movimiento del fluido con la teoría de flujo potencial.

En la literatura se exponen modelos que emplean una MSR para aproximar el comportamiento de una MLR; algunos ejemplos se mencionan a continuación. La analogía de la MSR se modela matemáticamente como un sistema de un grado de libertad (1gdl) y se define por la masa, la rigidez y el amortiguamiento de la MLR.

Sun *et al.* (1995), presentan un modelo en el que usan la analogía, considerando que la masa, la frecuencia y el amortiguamiento dependen de la amplitud, pero sin tomar en cuenta la energía de disipación equivalente.

Yu *et al.* (1999) representaron numéricamente una MLR como una MSR a través de un modelo de amortiguamiento y rigidez no lineal, parámetros que calibraron experimentalmente, demostrando que su propuesta caracteriza adecuadamente el rendimiento de la MLR para una amplia gama de amplitudes de excitación y determinaron que la energía disipada por el modelo es equivalente a la disipada por la MLR.

Tait en 2004 realiza la misma similitud de la MSR y la cantidad de energía disipada que Yu *et al.* (1999) mediante la masa, la rigidez y el coeficiente de amortiguamiento correspondiente a la MLR, bajo la premisa de que una MLR funciona análogamente a una MSR, con la excepción de que las características dinámicas inherentes no son lineales y por ello su evaluación es más difícil ante cargas dinámicas.

Nuevamente, Tait (2008) presenta un modelo lineal mecánicamente equivalente para definir la amplitud de la MSR bajo la teoría de flujo potencial, usando un desplazamiento variable y la relación lineal de amortiguamiento correspondiente al tipo de excitación que se aplica a la estructura, dicho modelo se ha adoptado para reducir la respuesta inducida por el viento (Pozos-Estrada, 2009).

Considerando una MLR como la mostrada en la Figura 2.3 y el sistema MLR-estructura de la Figura 2.4a, en el que la estructura principal se modela como un sistema de 1gdl,

cuando la estructura experimenta un movimiento horizontal también se genera movimiento del líquido en el tanque de la MLR, en el que si la amplitud de la onda ( $\eta$ ) es pequeña comparada con la profundidad media del fluido ( $h$ ), y si al colocar pantallas disipadoras no se afecta significativamente dicho movimiento y la presión en la superficie libre del fluido es constante se asume entonces un flujo potencial.

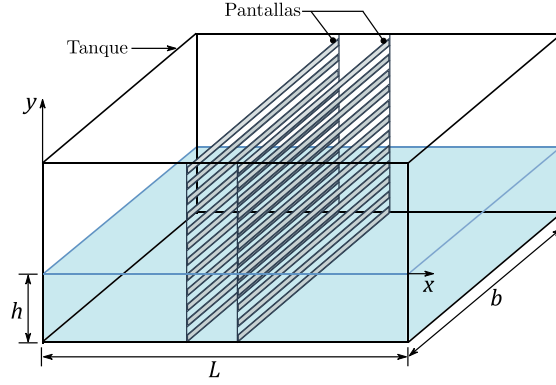


Figura 2.3 Masa líquida resonante con pantallas disipadoras  
Modificada de Pozos-Estrada (2009)

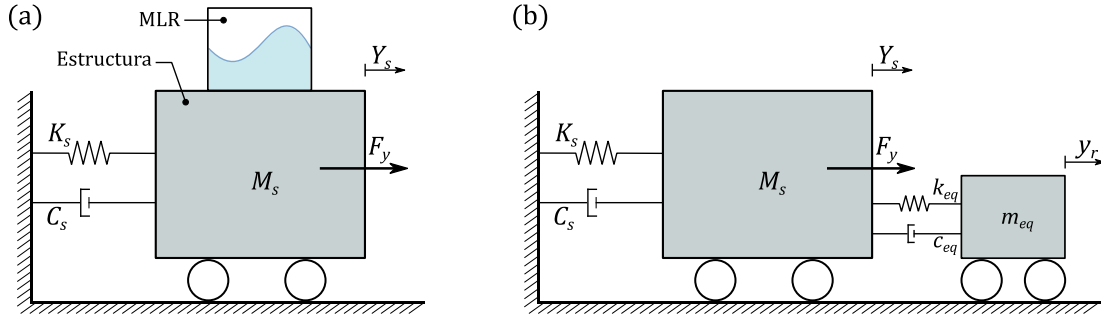


Figura 2.4 Esquema del sistema MLR-estructura con y sin la analogía de MSR  
Modificada de Pozos-Estrada (2009)

La MSR de amplitud equivalente, masa ( $m_{eq}$ ), rigidez ( $k_{eq}$ ) y amortiguamiento  $C_{eq}$  incluye los efectos la pantalla como se ilustra en la Figura 2.4b y se puede expresar como (Tait, 2008),

$$m_{eq} = \frac{8\rho bL^2}{\pi^3} \tanh\left(\frac{\pi h}{L}\right) \quad (2.1)$$

$$k_{eq} = \frac{8\rho bLg}{\pi^2} \tanh^2\left(\frac{\pi h}{L}\right) \quad (2.2)$$

$$C_{eq} = C_1 \frac{16\rho bL}{\pi^3} \sqrt{\frac{32}{\pi^3} \tanh^3\left(\frac{\pi h}{L}\right) \Delta\varepsilon \omega \sigma_r} \quad (2.3)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido;  $C_1$  coeficiente correspondiente(s) a la(s) pantalla(s);  $\omega$  es la frecuencia de la MSR;  $h$  profundidad media y  $L$  la longitud del fluido; y  $\sigma_r$  es la desviación

estándar del desplazamiento relativo entre la estructura y la MSR equivalente.  $\Delta$  y  $\Xi$  son parámetros que se obtienen mediante las ecuaciones (2.4) y (2.5), respectivamente.

$$\Delta = \frac{1}{3} + \frac{1}{\sinh(\pi h/L)^2} \quad (2.4)$$

$$\Xi = \sum_{j=1}^{ns} \sin\left(\frac{\pi x_j}{L}\right)^3 \quad (2.5)$$

$ns$  es el número de pantallas utilizadas en el tanque y  $x_j$  es la localización respectiva a cada una de las pantallas.

Al derivar los parámetros importantes se asume que el primer modo del movimiento del líquido es el que domina y que el coeficiente de amortiguamiento puede ser linealizado (Pozos-Estrada, 2009).

Es importante mencionar que los modelos equivalentes tienen limitaciones, como lo indica Tait (2004), pues no incluyen las propiedades no lineales dependientes de la amplitud de la MLR y en algunos de ellos no se toma en cuenta el efecto de dispositivos internos que aumenten el amortiguamiento.

### 2.3 Proceso y parámetros de diseño

El primer paso para el diseño de una MLR es decidir la ubicación del dispositivo, lo ideal es en donde se presentan los mayores desplazamientos, lo siguiente es determinar el volumen líquido necesario, considerando que la frecuencia natural del fluido en el contenedor sea aproximadamente igual a la frecuencia fundamental de vibración de la estructura, de tal forma que se sintonicen y la MLR entre en resonancia disipando parte de la energía, después se proponen las dimensiones del tanque con base en la cantidad de agua calculada.

El procedimiento anteriormente descrito parece ser sencillo de aplicar; sin embargo, definir de forma apropiada algunos de los parámetros que intervienen en el diseño de la MLR trae como resultado no solo la máxima reducción posible en la respuesta de la estructura, sino también una relación costo-beneficio adecuada, es decir un buen aprovechamiento del disipador. A continuación, se enuncian algunos de los parámetros más importantes en el diseño de MLR.

La relación entre la frecuencia fundamental de la MLR ( $f_{MLR}$ ) y de la frecuencia natural de la estructura ( $f_n$ ), es un parámetro importante que influye en el desempeño y/o comportamiento de la MLR. La descripción anterior se conoce como relación de sintonía o relación de frecuencias ( $\Omega$ ) y se obtiene mediante la ecuación (2.6).

$$\Omega = f_w/f_n \quad (2.6)$$

$f_w$  es la frecuencia natural del líquido y se considera que es igual a la frecuencia fundamental de la MLR, si las amplitudes de respuesta en el fluido son pequeñas comparadas con la profundidad media de éste, con base en la teoría de onda lineal.

Otro parámetro que interviene en el adecuado funcionamiento del sistema estructural-MLR es la relación de masas ( $\mu$ ), definida en (2.7),

$$\mu = \frac{\phi^2 m_A}{m_n} \quad (2.7)$$

donde  $m_n$  es la masa generalizada del modo correspondiente al que se desea sintonizar la MLR,  $m_A$  es la masa del amortiguador y  $\phi$  es el valor de deflexión modal normalizado con la ubicación del amortiguador, generalmente la MLR se localiza en la parte superior de la estructura por lo que la amplitud modal es igual a la unidad ( $\phi = 1$ ).

$m_{MLR}$  es la masa efectiva de la MLR, correspondiente a la masa convectiva del fluido, que contribuye al modo fundamental del movimiento del fluido y  $m_w$  es la masa total del líquido contenido en el tanque.

Con la ecuación (2.8) de la teoría de flujo potencial es posible aproximar la  $m_{MLR}$ , al suponer que  $m_{MLR} \approx m_k$  para  $k = 1$  (Graham y Rodríguez, 1952).

$$m_k = \frac{8 \tanh \left[ (2k-1)\pi \frac{h}{L} \right]}{\pi^3 (2k-1)^3 \left( \frac{h}{L} \right)} m_w \quad (2.8)$$

Tal como lo indica Tait (2008), el valor de  $m_w$  puede variar si se cambia el ancho del tanque o el número de tanques empleados como MLR. Por lo que es importante señalar que la relación  $\mu$ , se expresa considerando el total de la masa del líquido ( $m_w$ ). Al emplear la masa efectiva de la MLR para la relación de masas, se denota como se indica a continuación:

$$\mu_{MLR} = m_{MLR}/m_n \quad (2.9)$$

La relación de amortiguamiento inherente del movimiento del fluido en el tanque ( $\zeta_{MLR}$ ), es otro parámetro importante en la reducción de la respuesta estructural del sistema, el amortiguamiento que la MLR otorga a la estructura proviene de la disipación viscosa de las capas límite en las paredes sólidas del tanque y de la superficie libre del agua. Sun (1991) propone una expresión para estimar el  $\zeta_{MLR}$  de movimiento del fluido, con sustento en la teoría de onda lineal, para MLR con geometría rectangular sin dispositivos auxiliares que incrementen el amortiguamiento de la misma.

$$\zeta_{MLR} = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{\nu_w}{\pi f_w}} \left( 1 + \frac{h}{b} \right) \quad (2.10)$$

$$f_w = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi g}{L} \tanh \left( \frac{\pi h}{L} \right)} \quad (2.11)$$

donde  $h$  es la altura media del líquido,  $b$  corresponde al ancho del tanque,  $\nu_w$  es la viscosidad cinemática del fluido y  $f_w$  es la frecuencia fundamental del líquido, de la teoría de onda

lineal.  $f_w$  se especifica en la expresión (2.11), en la cual  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $L$  la longitud del tanque (Lamb, 1932).

Warburton (1982) propone una expresión para calcular el amortiguamiento óptimo ( $\zeta^{opt}$ ), ecuación (2.12), que es un parámetro óptimo de una MSR lineal para una determinada relación de masas ( $\mu$ ), en estructuras sujetas a excitación de ruido blanco.

$$\zeta^{opt} = \sqrt{\frac{\mu + \frac{3\mu^2}{4}}{4 + 6\mu + 2\mu^2}} \quad (2.12)$$

Debido a que no toda la masa de agua participa en la respuesta dinámica de la MLR, generar un valor de amortiguamiento óptimo para la estructura es complejo, por ello existen diferentes alternativas que permiten incrementarlo; una es recurrir al uso de un líquido con mayor viscosidad; sin embargo, en muchas ocasiones la MLR se usa como tanque de almacenamiento lo que complica el cambio, o bien llevar a cabo otro tipo de comparaciones que incluyan el costo y mantenimiento si se opta por realizar el cambio.

En tanques de almacenamiento bajo efectos dinámicos se considera que el movimiento o vibración del líquido tiene dos componentes: la masa impulsiva y la masa convectiva, la primera se mueve en sintonía con el contenedor, como si estuviera rígida y adherida a las paredes, y la segunda presenta un movimiento relativo al depósito y como resultado se generan ondas en la superficie del fluido (Graham y Rodríguez, 1952), ambas componentes se relacionan a través de la ecuación (2.13).

$$K = \frac{8L \tanh\left(\frac{\pi h}{L}\right)}{\pi^3 h} \quad (2.13)$$

Las MLR de este trabajo no cuentan con un mecanismo adicional que aumente el porcentaje de amortiguamiento que el fluido otorga a la estructura, por lo cual éstas no proporcionan un valor óptimo para la disipación de la respuesta, cabe señalar que las expresiones mostradas son válidas únicamente para geometrías rectangulares.

A pesar de que no se produce un valor de amortiguamiento óptimo con este tipo de MLR, es posible obtener otros parámetros como la frecuencia óptima ( $f^{opt}$ ), ecuación (2.14) propuesta por Tsai y Lin (1993), que también considera la analogía de la MLR como una MSR.

$$f^{opt} = \left( \frac{\sqrt{1-0.5\mu}}{1+\mu} + \sqrt{1-2\zeta^2} - 1 \right) - (2.375 - 1.034\sqrt{\mu} - 0.426\mu)\sqrt{\mu}\zeta^2 - (3.730 - 16.903\sqrt{\mu} + 20.496\mu)\sqrt{\mu}\zeta^2 \quad (2.14)$$

$\mu$  es la relación de masas,  $\zeta$  es el porcentaje de amortiguamiento estructural,  $f^{opt}$  relaciona la frecuencia de la MSR ( $f_s$ ) y la frecuencia modal de la estructura ( $f_n$ ). Al realizar las operaciones correspondientes se obtiene  $f^{opt}$  y con ello los parámetros como:

$$\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi \Omega f_n \quad (2.15)$$

$$k_s = \omega_s^2 m_s \quad (2.16)$$

donde  $\omega_s$  es la frecuencia angular de la MSR y  $k_s$  es la rigidez de la misma. La frecuencia de la MSR es la igual que la de la MLR, con los datos obtenidos, y bajo ciertas consideraciones se pueden inferir las dimensiones del tanque, longitud ( $L$ ) y ancho ( $b$ ), y estimar la altura óptima ( $h^{opt}$ ) aplicando la expresión (2.17).

$$h^{opt} = \frac{m}{\rho L b K} \quad (2.17)$$

donde  $m$  es la masa del fluido contenida en el tanque,  $\rho$  la densidad del agua, o bien del líquido a emplear y el parámetro  $K$  se define en la expresión (2.13).

En diversos estudios se ha encontrado que las MLR de aguas someras disipan una cantidad de energía considerable, gracias al rompimiento de las ondas, pero cuando las MLR tienen agua extremadamente superficial es necesario equipar la estructura con múltiples tanques para alcanzar la relación de masas deseada, traducándose en un mayor espacio para colocar las MLR. Por otro lado, la respuesta no lineal de las MLR se hace presente conforme se disminuye la relación entre la profundidad del agua y la longitud del tanque, haciendo que ésta sea menos despreciable en la respuesta de la MLR (Tait, 2004).

## 2.4 Vibraciones inducidas por el viento

Estudiar las vibraciones que se presentan en estructuras por diversos factores, como el viento, es importante, ya que en ocasiones éstas pueden llegar a ser excesivas o poco deseadas y provocar otro tipo de problemas, por lo que es conveniente determinar la forma por medio de la cual se revisarán. Den Hartog (1947) define la vibración como un movimiento periódico que se repite con todas sus particularidades durante cierto intervalo de tiempo, llamado periodo de vibración.

Para controlar las vibraciones es necesario fijar la respuesta que se desea obtener en la estructura, para los límites y el criterio bajo el cual se miden, ya sea desplazamiento, velocidad o aceleración. Generalmente, si se desea conocer los posibles daños estructurales, que pudieran suscitarse, se hace en función de la amplitud de la velocidad, mientras que la aceleración está más relacionada con el confort, ya que ésta es más perceptible por los seres humanos.

En el análisis de las vibraciones inducidas por el viento, destacan dos tipos de medición: la aceleración pico y la desviación estándar de la aceleración, rms (por sus siglas en inglés). La primera de éstas se asocia con la seguridad y la otra con algún tipo de incomodidad o malestar físico en las personas que hacen uso de la estructura, como mareos.

Las mediciones están relacionadas a través del factor pico ( $g$ ) para calcular la vibración inducida por el viento, tal como se indica en la ecuación siguiente:

$$\hat{a} = g\sigma_a(v) \quad (2.18)$$

donde  $\hat{a}$  es la aceleración pico,  $g$  el factor pico y  $\sigma_a$  es la rms de la aceleración para una velocidad ( $v$ ) de viento dada.

La manera de medir las vibraciones es una decisión complicada, pero gracias al desarrollo tecnológico hoy día existen diversas técnicas, que han facilitado tal tarea. Monitorear las estructuras se ha vuelto una práctica común, pues permite verificar el comportamiento dinámico supuesto en el diseño e incluso validar sistemas de amortiguamiento colocados en ellas (Tamura, 2007).

En la Tabla 2.1 se resumen algunas soluciones propuestas por Kareem *et al.* (2007) para mitigar o controlar las vibraciones que el viento causa en edificios o algunas otras estructuras.

Tabla 2.1 *Alternativas para reducir la respuesta en edificios (Kareem et al., 2007)*

Alternativa	Tipo	Objetivo	Observaciones
Diseño aerodinámico	Pasivo	Mejorar las propiedades aerodinámicas, reduciendo el coeficiente de la fuerza del viento	Esquinas redondeadas y/o aberturas en la estructura
Diseño estructural	Pasivo	Incrementar la masa reduciendo la relación aire/masa del edificio Aumentar la rigidez o frecuencia natural reduciendo la velocidad adimensional del viento	Elevación en los costos por la cantidad de material Muros, contravientos y/o elementos robustos
Mecanismos auxiliares de amortiguamiento	Pasivo	Materiales con propiedades disipadoras que incrementen el amortiguamiento de la estructura Colocar masas auxiliares para incrementar el nivel de amortiguamiento	SD, SJD, LD, FD, VED, VD
	Activo	Generar un control de las fuerzas de inercia para minimizar la respuesta Desarrollar un control de las fuerzas aerodinámicas reducir el coeficiente de la fuerza del viento y disminuir la respuesta Cambiar la rigidez para evitar la resonancia	AMD, HMD, AGS Rotor, jet y/o aletas aerodinámicas Variación en la rigidez activa

Por sus siglas en inglés, SD: Amortiguador de acero, SJD: Amortiguador de junta de acero, LD: Amortiguador de plomo, FD: Amortiguador por fricción, VED: Amortiguador visco-elástico, VD: Amortiguador viscoso, AMD: Amortiguador de masa activa, HMD: Amortiguador híbrido de masa, AGS: Estabilizador de giro activo

La importancia de vigilar las vibraciones radica principalmente en que éstas no afecten el desempeño de la estructura, porque como se mencionó pueden llegar a ser excesivas propiciando incomodidad y/o desconfianza en los ocupantes, por lo que establecer un estado de servicio es fundamental.

Diversas normas y reglamentos establecen algunos criterios para limitar las aceleraciones que genera el viento y cuidar la sensación de seguridad. Por ejemplo, la Organización Internacional para la Estandarización en su norma ISO 10137 (2007) proporciona una guía



para evaluar la capacidad de respuesta del ser humano ante los movimientos producidos por el viento en edificios y compararlos con unas curvas de percepción al movimiento.

En México, el MOC-DV (2008) fija que para edificios con frecuencias menores a 0.1 Hz, en su altura máxima el límite será  $0.015g$  para oficinas y para edificios residenciales de  $0.010g$ , siendo  $g$  la aceleración de la gravedad en  $m/s^2$ ; pero cuando la frecuencia de la estructura se acerca a 1 Hz, los valores anteriores se toman a la mitad.

Por su parte, las NTC-DV (2004) especifican que se debe revisar que las aceleraciones debidas a empujes dinámicos no sobrepasen  $0.040g$ . Una nota importante es que en el apartado de estructuras de acero se indica que la sensibilidad de una persona es mayor cuando la frecuencia se encuentra entre 2 y 8 Hz, para una aceleración alrededor de  $0.005g$ , en sistemas de piso vertical.



# Capítulo 3

## Correlación y análisis espectral

### 3.1 Antecedentes

Los registros tiempo-historia, empleados comúnmente en ingeniería, expresan una cantidad física de interés en función del tiempo, tales como desplazamiento, aceleración u otras. Por lo que los fenómenos que son representados con dichos registros no son deterministas, es decir, que cada registro tiempo-historia obtenido es único y poco probable que pueda ser replicado o previsto con exactitud, estos datos y el fenómeno que describen son llamados aleatorios.

#### 3.1.1 Características de datos aleatorios

Como se mencionó, un proceso es aleatorio ocurre cuando no es posible definirlo de una forma matemáticamente adecuada aún si se conoce la historia pasada del fenómeno, o bien el registro tiempo-historia no puede ser estimado con exactitud o dentro de un intervalo de confianza razonable (Bendat y Piersol, 1993).

En la Figura 3.1 se presenta un conjunto de funciones colectadas en un ensamble de todos los registros de una historia en el tiempo que pueden obtenerse durante un proceso aleatorio  $\{x(t)\}$ , mismo que puede representar una carga o la respuesta de una estructura.

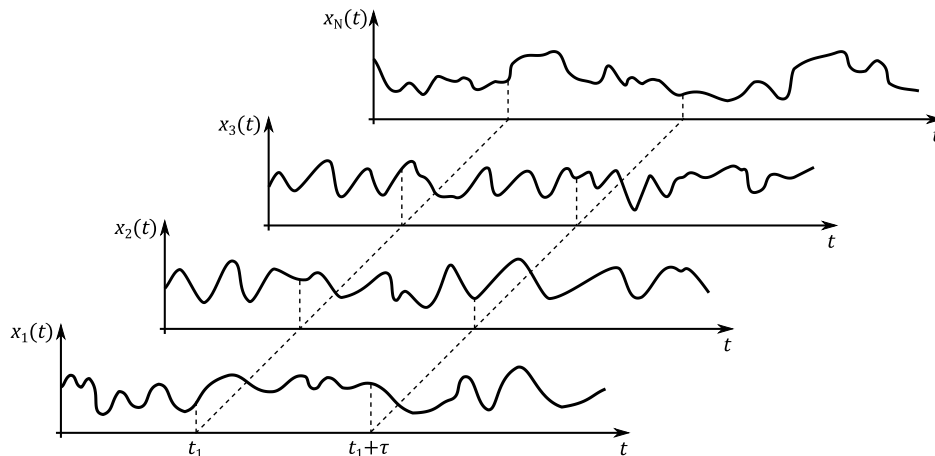


Figura 3.1 Ensamble de funciones de un proceso aleatorio  
Tomada de Bendat y Piersol (1993)

Es importante retomar algunos términos estadísticos básicos, que comúnmente describen un proceso aleatorio; como la media, valor cuadrático medio, entre otros.

La media o esperanza matemática corresponde al promedio de una función, como se indica en la ecuación (3.1), donde  $x(t)$  es un registro cualquiera del conjunto  $\{x(t)\}$ . O bien, puede

obtenerse a partir de las muestras del ensamble, mostradas en la Figura 3.1, al cortar los registros en el tiempo  $t_1$  de acuerdo con la expresión (3.2). Otras notaciones empleadas para referirse al valor medio ( $\mu_x$ ), son  $\bar{x}$ ,  $E(x)$  y  $\langle x \rangle$ .

El valor cuadrático medio, definido por (3.3), es el valor promedio de  $x_i^2(t_1)$  y se denota como  $\overline{x^2}$ ,  $E(x^2)$  y  $\langle x^2 \rangle$ .

$$\mu_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (3.1)$$

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t_1) \quad (3.2)$$

$$\psi_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (3.3)$$

$$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p(x) dx \quad (3.4)$$

En la ecuación (3.4) se indica otra característica estadística básica, la varianza o segundo momento central, correspondiente al valor medio cuadrático de la media, donde  $p(x)$  es la función distribución de probabilidad. La raíz cuadrada de la varianza es la desviación estándar; que junto con el valor medio son los parámetros más importantes que pueden caracterizar una distribución de probabilidad. Función que define que  $x$  sea menor o igual a un valor particular.

Por medio de la función de densidad de probabilidad es posible conocer la proporción de tiempo en la que  $x$  toma valores de un cierto intervalo. Sin embargo, no provee información sobre la tasa de cambio en  $x(t)$ ; por lo que, una descripción más completa se puede obtener mediante la función de correlación y la función de densidad de potencia espectral (FDPE), las cuales definen tiempos y frecuencias características.

### 3.2 Función de correlación y correlación cruzada

La función de correlación, también llamada función de autocorrelación, es frecuentemente utilizada en el procesamiento de señales, como fuerzas eólicas; y se define como la correlación cruzada de la señal consigo misma. Estadísticamente la función de correlación es el promedio del producto de  $x(t)$  y  $x(t + \tau)$ , donde  $\tau$  es un desfase de tiempo, como se muestra en (3.5).

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau) dt \quad (3.5)$$

Para el ensamble de funciones, la función de correlación se indica en (3.6).

$$R_{xx}(t_1, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t_1) x_i(t_1 + \tau) \quad (3.6)$$

La función de correlación cruzada, al igual que la función de autocorrelación, es una medida de la similitud entre dos señales tanto en forma como en ubicación temporal, describiendo además la evolución de esta similitud según varía  $\tau$ ; si se considera que  $x(t)$  y  $y(t)$  son series de datos, que pertenecen a una señal o función, la función de correlación cruzada es:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t + \tau) dt \quad (3.7)$$

Las funciones de autocorrelación o correlación cruzada son de gran utilidad, pues permiten identificar la frecuencia fundamental de la señal o señales en cuestión.

### 3.3 Función de densidad de potencia espectral

La función de densidad de potencia espectral (FDPE) muestra la variación de la energía de un proceso en función de su frecuencia, es decir, si se tienen dos registros tiempo-historia,  $x(t)$  y  $y(t)$ , que definen un proceso estacionario, éste queda caracterizado en el dominio de la frecuencia mediante la FDPE, que corresponde a la transformada de Fourier de la función de correlación entre ambos registros, como se describe a continuación:

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.8)$$

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.9)$$

para el caso donde  $x(t)$  y  $y(t)$  representan datos diferentes,  $S_{xy}(f)$  de la ecuación (3.8) es también conocida como función de densidad espectral cruzada o simplemente espectro cruzado. Si  $x(t) = y(t)$ , ver ecuación (3.9),  $S_{xx}(f)$  es la función de densidad autoespectral o autoespectro de  $x(t)$ .

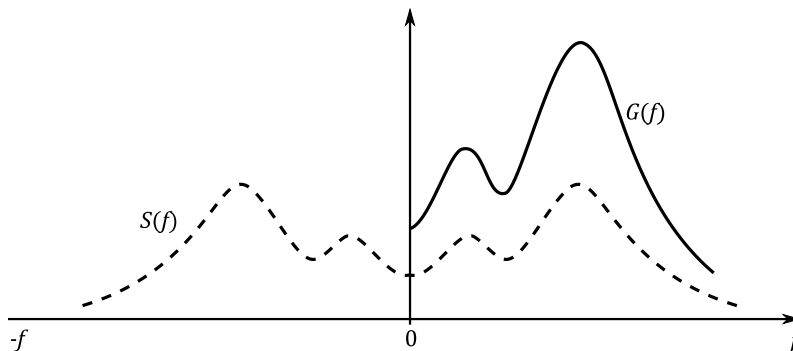


Figura 3.2 Función de densidad espectral de uno y dos lados  
Tomada de Bendat y Piersol (1993)

En estudios analíticos generalmente se emplean las FDPE de dos caras (ver Figura 3.2), pero en la práctica es más conveniente definir espectros de potencia de un solo lado, únicamente

para frecuencias positivas, debido a que frecuencias negativas carecen de significado físico, al menos para esta área de la ingeniería. Estos espectros pueden calcularse aplicando las ecuaciones (3.10) y (3.11).

$$\begin{aligned} G_{xy}(f) &= 2S_{xy}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau & f > 0 \\ G_{xy}(f) &= S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau & f = 0 \\ G_{xy}(f) &= 0 & f < 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} G_{xx}(f) &= 2S_{xx}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau & f > 0 \\ G_{xx}(f) &= S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau & f = 0 \\ G_{xx}(f) &= 0 & f < 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Es importante recalcar que la función de correlación es una función par que se encuentra en función del tiempo ( $\tau$ ) por lo que, al separar la integración en dos partes, el autoespectro está dado únicamente por la parte real de la transformada de Fourier reduciéndose a una transformada de coseno de Fourier, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$G_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos 2\pi f\tau d\tau = 4 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos 2\pi f\tau d\tau \quad (3.12)$$

la transformada inversa de Fourier de  $G_{xx}(f)$  es la función de correlación.

La potencia total, el área bajo la curva de la FDPE, es igual a la varianza de la señal del proceso y, por lo tanto:

$$\overline{x^2} = \int_0^{\infty} G_x(f) df = \sigma_x^2 \quad (3.13)$$

la ecuación anterior es válida para  $\bar{x} = 0$ . Las expresiones anteriores definen la propiedad más importante del espectro y también sugieren las dimensiones del espectro, ya que  $G_x(f)df$  debe tener dimensiones de  $\overline{x^2}$ .

### 3.4 Función de transferencia

Es posible hacer uso de la función de transferencia  $H(f)$  si se supone que existe una relación entre el sistema de fuerzas y el sistema de desplazamientos, al considerar que se trata de un sistema lineal e invariante.

Un sistema lineal e invariante está definido por dos funciones, la función de respuesta de un impulso unitario  $h(\tau)$  y su transformada de Fourier  $H(f)$ , donde  $h(\tau) = 0$  para  $\tau < 0$ , está dada por la expresión (3.14).

$$H(f) = \int_0^{\infty} h(\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.14)$$

y es llamada función de respuesta de la frecuencia; la cual es una función compleja de la frecuencia de excitación, números con parte real e imaginaria, como:

$$H(f) = H_R(f) - jH_I(f) \quad (3.15)$$

donde  $H_R(f) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cos 2\pi f\tau d\tau$  y  $H_I(f) = \int_0^{\infty} h(\tau) \sin 2\pi f\tau d\tau$ .

En términos de la frecuencia la función de respuesta es el producto de la transformada de Fourier del sistema de entrada (fuerza) por la función de transferencia  $H(f)$  (Ghiocel y Lungu, 1972). La relación entre la FDPE de la fuerza y la respuesta se define por:

$$S_y(f) = \frac{1}{k^2} S_p(f) |H(f)|^2 \quad (3.16)$$

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{f}{f_o}\right)^2\right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{f}{f_o}\right)^2} \quad (3.17)$$

$S_y(f)$  es la FDPE de la respuesta,  $S_p(f)$  la FDPE de la fuerza,  $k$  corresponde a la rigidez de la estructura y  $|H(f)|^2$  es como se indica en la ecuación (3.17), en la que  $f_o$  es la frecuencia fundamental de la estructura y  $\zeta$  el amortiguamiento de la misma.





## Capítulo 4

# Descripción de la modelación matemática

### 4.1 Modelación numérica de MLR

De acuerdo con la definición dada, una MLR consiste en un recipiente rígido (tanque) donde se almacena un fluido (agua), por lo que la primera etapa de este trabajo se centra en la construcción de un modelo matemático, elaborado en *ANSYS Mechanical APDL* (versión 13, académica), que represente adecuadamente el comportamiento de la MLR. La modelación inicial de la MLR corresponde a un ejemplo de la literatura, con el fin de comparar los resultados numéricos obtenidos con los modelos propuestos.

Sun *et al.* (1989) realizan estudios experimentales en una mesa vibradora ante excitación forzada, con la finalidad de observar el movimiento del líquido de la MLR y verificarlo numéricamente. Las pruebas se llevan a cabo con un tanque rectangular, de material acrílico de 0.5 cm de espesor, con una longitud de 59.0 cm y 33.5 cm de ancho, con una altura media de agua de 3.0 cm (ver Figura 4.1a).

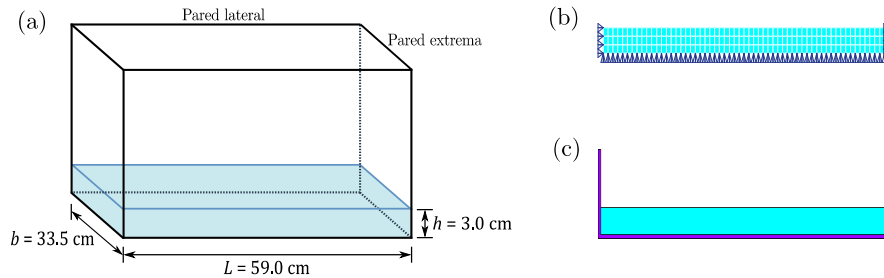


Figura 4.1 Modelos de MLR de Sun *et al.* (1989)

Las primeras propuestas se realizan en 2D, estableciendo el tipo de elementos, constantes y propiedades de los materiales. Para representar el agua se emplea: densidad de  $1000 \text{ kg/m}^3$ , módulo de compresibilidad de  $2.2 \times 10^9 \text{ Pa}$  y viscosidad de  $0.001 \text{ Pa s}$ .

En la Figura 4.1b se ilustra un primer modelo (MLR.E1), el cual únicamente representa el agua de la MLR mediante el elemento fluido *FLUID79*; restringiendo el desplazamiento en tres de sus lados para simular las paredes del recipiente que lo contiene.

De acuerdo con la información dada en el manual de referencia del programa, el elemento *FLUID79* se utiliza para modelar líquidos contenidos en recipientes que no tienen variación de flujo. Pueden incluirse los efectos de aceleración relacionados a problemas de deslizamiento, así como efectos de temperatura. Este elemento también es adecuado para calcular presiones hidrostáticas e interacción fluido-sólido (agua-tanque). Éste se define por cuatro nodos con 2gdl en cada uno de ellos (traslaciones).

La segunda etapa consiste en incluir las paredes del tanque (Figura 4.1c), el modelo MLR.E2 está compuesto por elementos *FLUID79* (agua) y *PLANE42* (acrílico). *PLANE42*

es un elemento en 2D, utilizado para representar estructuras sólidas, definido por cuatro nodos con 2gdl en cada uno (traslaciones). Para simular las paredes acrílicas del tanque se emplea un módulo de elasticidad de  $3.04 \times 10^6$  Pa, densidad de  $1190 \text{ kg/m}^3$  y coeficiente de Poisson de 0.33.

Para modelar adecuadamente la interacción entre el líquido y las paredes, es necesario incluir en el modelo elementos de contacto; sin embargo, la aplicación de éstos no es sencilla pues muchos de los problemas de contacto son no lineales, ya que generalmente presentan un estado de fricción, lo que podría dificultar la convergencia del modelo. Por otro lado, las superficies pueden entrar en contacto o no dependiendo de las cargas, el material, las condiciones de frontera y otros, por lo que es necesario realizar un análisis previo para observar las regiones de contacto, una vez que se identifican, éstas se definen por medio de pares de elementos (*CONTA* y *TARGE*), que comparten constantes reales.

*ANSYS* (versión 13, académica) clasifica de dos maneras los problemas de contacto: rígido-flexible y flexible-flexible, en el primero una o varias de las superficies tiene una mayor rigidez con respecto a la otra y el segundo caso corresponde cuando ambas superficies son deformables. Por otra parte, el programa especifica cinco modelos de contacto, de modo que además de definir las regiones de interacción es necesario indicar el tipo de contacto y el modelo a seguir.

En este trabajo, el problema de contacto ocurre cuando el agua se desliza por las paredes del tanque, siendo entonces del tipo superficie a superficie; para formar el par de contacto se utiliza *TARGE169* para las paredes del tanque y *CONTA172* para el agua.

*CONTA172* es un elemento aplicable a análisis bidimensionales, capaz de representar el contacto y el deslizamiento entre una superficie objetivo (*TARGE169*) y una superficie deformable, definida por éste, y se localizan en la superficie de los elementos sólidos bidimensionales con nodos intermedios, para este caso *PLANE42*.

En este estudio, es de interés conocer la frecuencia más baja en la que el líquido oscila, puesto que ésta es la que debe sintonizarse con la frecuencia natural de la estructura. La primera frecuencia del líquido ( $f_w$ ) se determina aplicando la ecuación (2.11). La MLR analizada tiene una frecuencia natural de 0.4578 Hz, con periodo natural de 2.18 s.

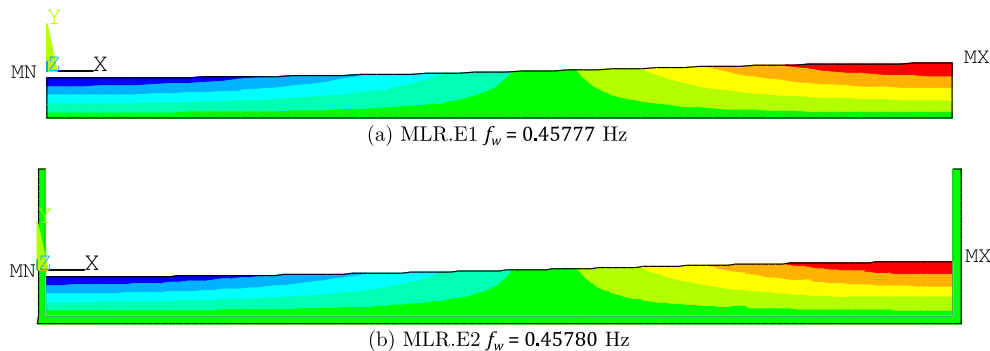


Figura 4.2. Frecuencia natural de los modelos en *ANSYS* (versión 13, académica)

En la Figura 4.2 se exponen las frecuencias naturales de los análisis realizados en *ANSYS* (versión 13, académica), para los modelos MLR.E1 y MLR.E2, como se observa las

frecuencias  $f_w$  son similares a la frecuencia calculada de acuerdo con Lamb (1932), concluyendo que ambos modelos aproximan adecuadamente el movimiento natural del líquido.

Aunque la frecuencia natural del fluido es la de mayor importancia en este trabajo es conveniente también realizar una comparativa más amplia en cuanto a las frecuencias subsecuentes. Siguiendo con la teoría de onda lineal éstas se obtienen como lo indica Blevins (2001) con la expresión (4.1).

$$f_i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{\pi}} \sqrt{\frac{i}{L} \tanh\left(\frac{\pi h i}{L}\right)} \quad (4.1)$$

donde  $i$  expresa el modo de vibrar del líquido ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ).

En la figura 4.3 se muestran las formas modales del fluido encontradas en ANSYS (versión 13, académica) para los modelos bidimensionales de la MLR.

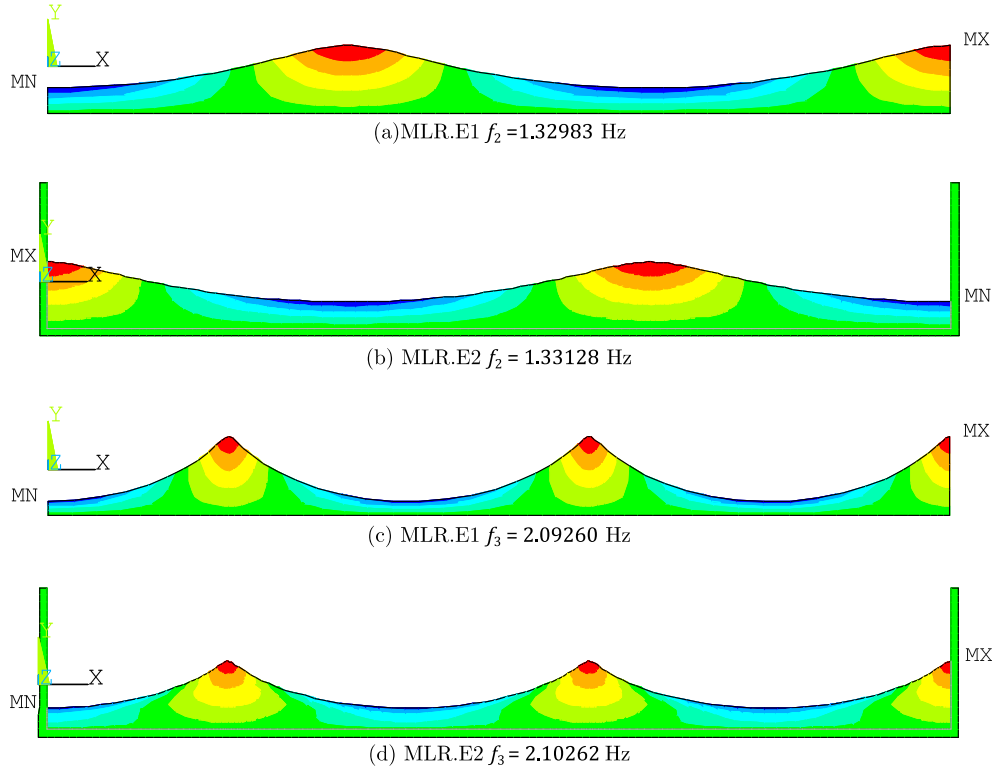


Figura 4.3 Segunda y tercera frecuencia del modelo de Sun *et al.* (1989)

Los resultados entre ambos modelos son similares, concluyendo que no incluir las paredes del tanque no afecta significativamente los resultados y ofrece la ventaja de un ahorro en tiempo computacional en el análisis del modelo.

Por último, en la Figura 4.4 se exponen dos modelos tridimensionales (MLR.E3 y MLR.E4), en el primero se representa el fluido y en el segundo se incluyen las paredes del tanque. El modelo MLR.E3 se hace bajo las mismas características que el modelo MLR.E1, es decir, restringen los desplazamientos en la frontera y usan las mismas características para

definir el elemento que representa el agua, con la diferencia de que en éste se utilizan elementos *FLUID80*.

El elemento *FLUID80* se define con ocho nodos, con 3gdl (traslaciones) en cada uno de ellos, éste es usado para simular fluidos contenidos en recipientes en 3D, siempre y cuando exista conservación de la masa del líquido; asimismo, se usa para modelar y calcular presiones hidrostáticas, además, es posible representar los efectos de aceleraciones bajo la condición de que no se produzcan desplazamientos importantes.

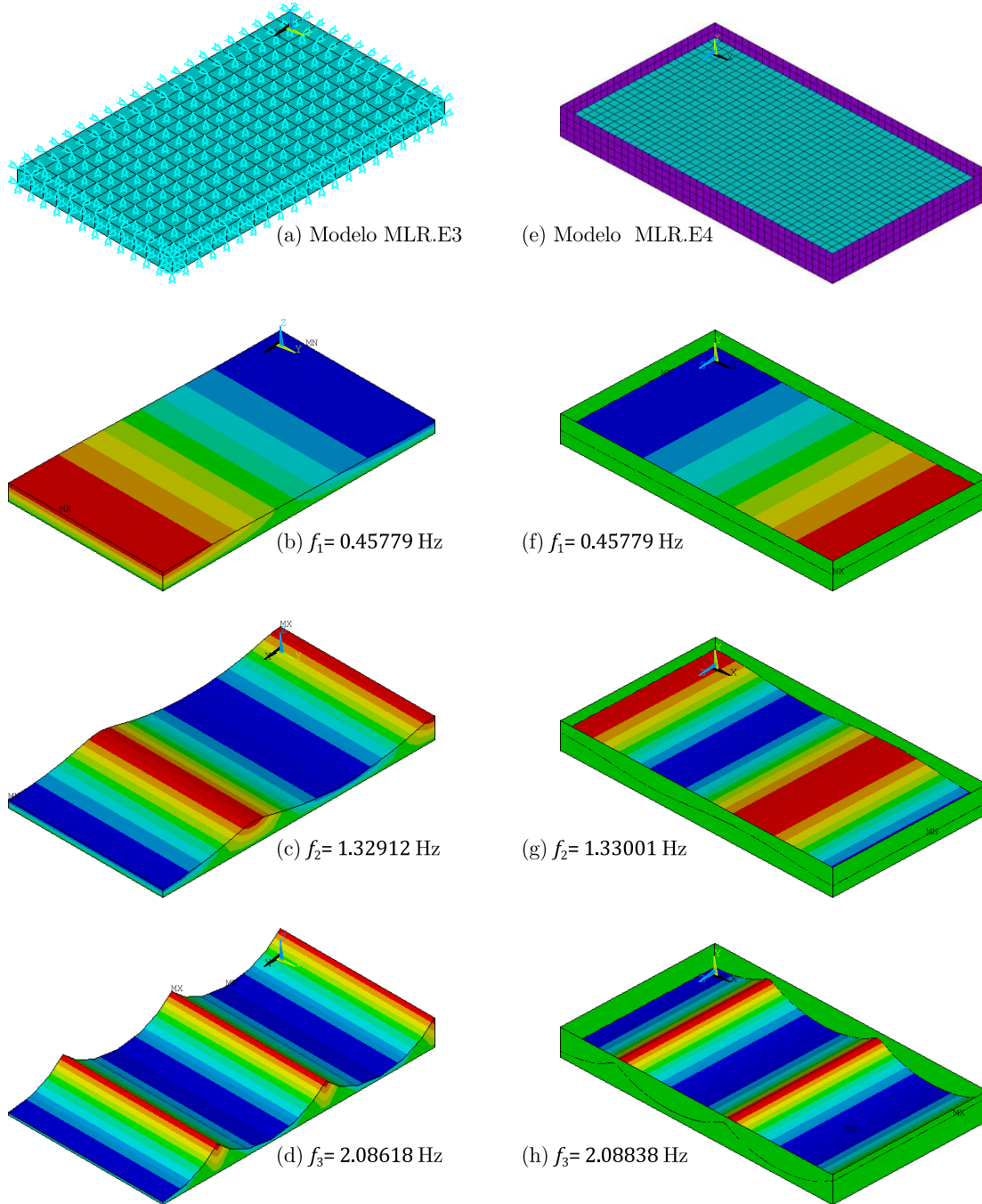


Figura 4.4 Primeros modos de los modelos MLR.E3 y MLR.4

El modelo MLR.E4 está formado por los elementos *FLUID80* y *SHELL181*, este último se emplea para representar las paredes del tanque, al igual que en el modelo MRL.E2 es necesario definir elementos de contacto que permitan un adecuado comportamiento entre el fluido y el recipiente, en este caso se utilizan *CONTAC174* y *TARGET170*.

En la Figura 4.4 se ilustran los modelos en 3D y sus primeras tres formas de vibrar obtenidas mediante un análisis modal con *ANSYS* (versión 13, académica), en ella se aprecia que la forma y las frecuencias que definen las MLR son similares y que los resultados son acordes con los obtenidos de los modelos en 2D.

En la Tabla 4.1 se resumen los valores numéricos de las frecuencias modales, para cada uno de los modelos realizados en *ANSYS* (versión 13, académica) y se comparan con los calculados por medio de la teoría de onda lineal. Se observa una variación mínima en los resultados, verificando que el modelo del fluido representa de forma adecuada el comportamiento del líquido y además permite un ahorro en tiempo de cálculo, y se concluye que realizar un modelo que incluya las paredes del tanque sí mejora la caracterización física, pero demanda un mayor tiempo de análisis.

Tabla 4.1 Frecuencias naturales del modelo de Sun et al. (1989)

Modo	Frecuencia natural $f_i$ (Hz)				
	Analítica	MLR.E1	MLR.E2	MLR.E3	MLR.E4
1	0.45780	0.45777	0.45780	0.45779	0.45779
2	1.32999	1.32983	1.33128	1.32912	1.33001
3	2.09483	2.09260	2.10262	2.08618	2.08838

Una comparación adicional del análisis modal y de los elementos empleados, se hace mediante un análisis tiempo-historia, excitando los modelos en su dirección longitudinal  $x$  con el registro de aceleraciones mostrado en la Figura 4.5, para obtener la historia de desplazamientos y calcular los espectros correspondientes, para cotejar los resultados encontrados en *ANSYS* (versión 13, académica).

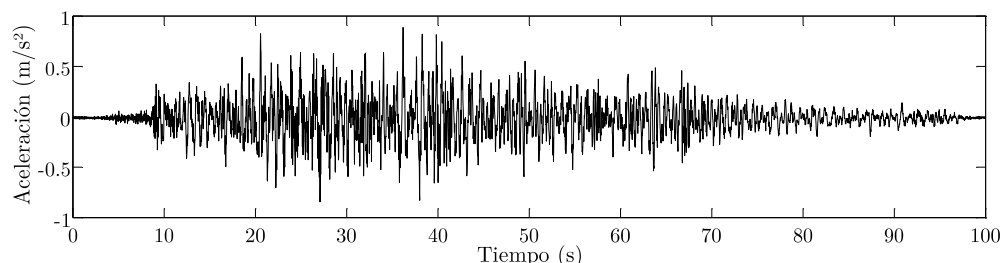


Figura 4.5 Registro tiempo-historia de aceleraciones

Los espectros de amplitudes de Fourier resultantes del procedimiento anterior se muestran en la Figura 4.6, en ella es posible identificar con facilidad las frecuencias de los primeros modos de vibrar del fluido y al compararlas con las obtenidas mediante los análisis realizados en *ANSYS* (versión 13, académica) se encuentra que coinciden satisfactoriamente, es decir, dichos modelos aproximan correctamente el comportamiento esperado de las MLR.

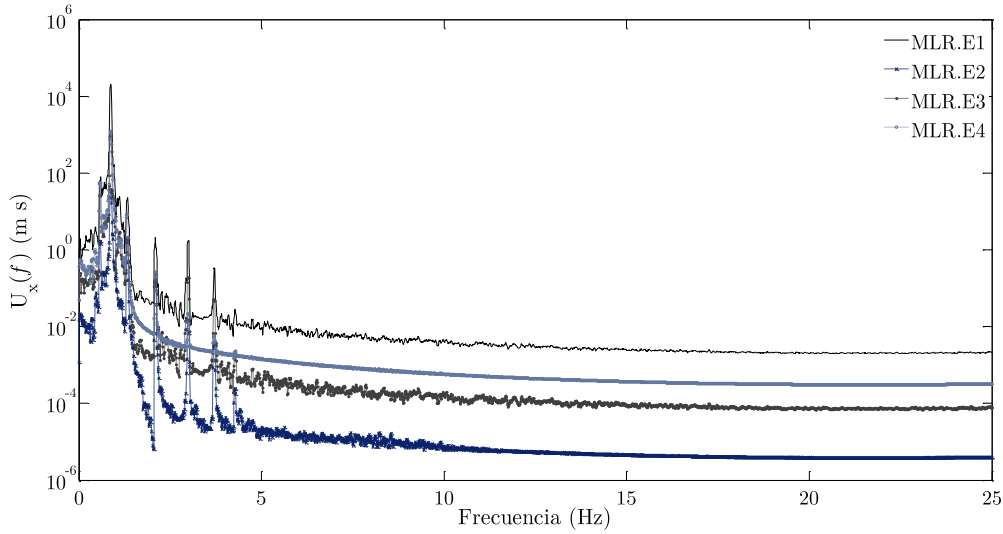


Figura 4.6 Espectro de desplazamientos en función de la frecuencia

De acuerdo con lo expuesto en esta sección, se cuenta con las bases para desarrollar los modelos de las MLR aplicables a este trabajo, es importante mencionar que dichos modelos se realizan simulando únicamente el fluido, ya sea bidimensional o tridimensionalmente, o bien, se especifica si se está haciendo alguna consideración adicional y si se incluye o no las paredes del contenedor en la simulación.

## 4.2 Modelación estructural

Otra parte esencial de este estudio es el correcto desarrollo de un modelo matemático que represente adecuadamente las características de la estructura a analizar, con el fin de sintonizarla con la MLR y reducir los efectos eólicos en ésta.

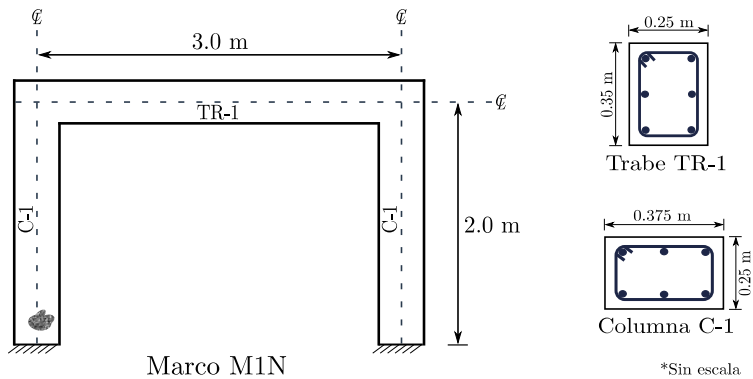


Figura 4.7 Características del marco de concreto M1N Rodríguez (2016)

Rodríguez (2016), realiza diversos análisis para predecir el desplazamiento máximo en marcos de concreto reforzado, para la calibración del modelo estructural se elige uno de estos marcos, con la diferencia de que no se incluye una curva esfuerzo-deformación que implemente el

módulo de elasticidad, sino que se establece un análisis elástico con un único valor. El modelo replicado es el marco de concreto M1N, que consta de un nivel y una crujía con un porcentaje de amortiguamiento del 5%, altura de entrepiso de 2.0 m y ancho de 3.0 m; la descripción anterior y las dimensiones de sus elementos se muestran en la Figura 4.7.

Las secciones que integran el marco M1N son dos columnas y una trabe, cuyas dimensiones se encuentran en la Figura 4.7. Los elementos TR-1 y C-1 están armados con seis varillas de 19 mm de diámetro (#6) y estribos del #3 a cada 15 cm.

El análisis a realizar es del tipo modal, con la finalidad de comparar el periodo fundamental y la frecuencia natural de la estructura con los resultados que presenta Rodríguez (2016). Una verificación más, se realiza al calcular los factores del amortiguamiento de Rayleigh, con base en el factor de participación de la masa, eligiendo las frecuencias de los modos con mayor participación. El método de Rayleigh establece que el amortiguamiento es proporcional a la masa y a la rigidez de la estructura, como se señala a continuación:

$$[c] = \alpha[m] + \beta[k] \quad (4.2)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son factores arbitrarios de proporcionalidad y  $[c]$ ,  $[m]$  y  $[k]$  son las matrices de amortiguamiento, masa y rigidez, respectivamente.

El cociente de amortiguamiento ( $\zeta_r$ ) que se presenta en el modo  $r$ , está dado por:

$$\zeta_r = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\omega_r} + \beta \omega_r \right) \quad (4.3)$$

Los factores  $\alpha$  y  $\beta$  se obtienen a partir de los coeficientes de amortiguamiento relativo de los modos  $i$  y  $j$ , que, al resolver el sistema de ecuaciones correspondiente para una misma razón de amortiguamiento crítico, se llega a:

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (4.4)$$

$$\beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (4.5)$$

$\omega_i$  y  $\omega_j$  son las frecuencias de los modos  $i$  y  $j$ , respectivamente.

Una descripción más detallada sobre el amortiguamiento de Rayleigh se encuentra en Tedesco *et al.* (1999).

El modelo del marco M1N se elabora en *ANSYS* (versión 13, académica) con elementos *BEAM3* y apoyos empotrados. *BEAM3* es un elemento uniaxial, con la capacidad de soportar cargas de tensión, compresión y flexión, consta de dos nodos y cada uno tiene 3gdl (dos traslaciones y una rotación); para su aplicación es necesario definir el área, momento de inercia y el espesor o altura de la sección, según sea el caso.

En el análisis modal realizado se obtiene que la frecuencia fundamental para el marco M1N es de 7.69 Hz con un periodo de 0.13 s y aplicando las ecuaciones (4.4) y (4.5), los

factores  $\alpha$  y  $\beta$  se muestran en la Tabla 4.2 (trabajo 2) misma en la que se realiza una comparativa con los resultados de Rodríguez (2016), trabajo 1. Los resultados son muy similares, con ligeras variaciones, mismas que se atribuyen a la diferencia en los valores del módulo de elasticidad utilizados.

Tabla 4.2 *Comparativa de los resultados del marco M1N Rodríguez (2016)*

Trabajo	T (s)	$\alpha$	$\beta$
1	0.125	4.512753	0.00020
2	0.130	4.539503	0.00022

Con lo anteriormente descrito, se cuenta con las herramientas para realizar análisis modales empleando únicamente el peso propio de la estructura.

### 4.3 Simulación de las fuerzas de viento

La aplicación de fuerzas sobre estructuras es una simplificación comúnmente empleada para simular los efectos que el viento pudiera tener sobre ésta, en este trabajo las fuerzas de viento se han simulado mediante el programa *Génesis SimVT* (Ortegón Esparza, 2017), el cual es un programa especializado en el cálculo de la respuesta ante viento, que emplea las normas y códigos de mayor importancia en México.

El programa sigue los procedimientos y consideraciones hechas en las NTC-DV (2004) y el MOC-DV (2008), también presenta un método analítico, que para aplicarlo es necesario contar con información previa como: el perfil de exposición del terreno, la velocidad del viento a 10 m de altura, entre otros. Ortégón Esparza y Pozos-Estrada (2016) recomiendan la aplicación del método analítico cuando se quiere especificar un coeficiente de arrastre distinto a los expuestos en la normatividad, o bien si se desea proveer a la estructura con diferentes velocidades en cada uno de sus grados de libertad.

Para generar las fuerzas de viento que actúan sobre la estructura se recurre al programa que simula las señales de la velocidad de viento turbulento para sistemas de múltiples grados de libertad (mgl), dichas señales se obtienen mediante el modelo de autorregresión y media móvil, ARMA (por sus siglas en inglés), usando la FDPE de Kaimal, puesto que es uno de los espectros más completos, ya que involucra una variación en la altura (Smiu y Scanlan, 1996). Para sistemas de 1gdl, el programa usa una suma de funciones senoidales con ángulos de fase aleatorios y presenta la opción de elegir el espectro de Von Kármán, Davenport, Harris o Kaimal (Ortegón Esparza, 2016).

En las referencias del programa se comprueba la validez de los resultados que otorga mediante la FDPE, y de acuerdo con ello, el programa simula de forma adecuada las fuerzas de viento que podrían actuar sobre la estructura de acuerdo con los códigos mencionados.



## Capítulo 5

# Casos de estudio y análisis de los resultados

Las estructuras que se presentan en este capítulo son hipotéticas, propuestas con la única finalidad de observar y revisar el desempeño de las MLR, como mecanismo reductor de la respuesta de la estructura, es importante mencionar que en éstas se considera amortiguamiento del 2%, comúnmente empleado en análisis por viento. Tanto en los marcos como en el edificio, el propósito es amortiguar el primer modo, o bien, el modo que exhiba una mayor participación modal.

En este trabajo se optó por estudiar los modelos (estructura y MLR) de forma independiente. Primero, se realiza un análisis modal, para conocer las características dinámicas de la estructura y proponer la MLR. Segundo, la estructura se somete a fuerzas, eólicas o armónicas, de donde se extrae un registro de aceleraciones, mismo que es usado para excitar la MLR y obtener las fuerzas que se generan en la superficie libre del líquido, así como el cortante de la masa del dispositivo, en otras palabras, las fuerzas de inercia, que reducen la vibración estructural, contrarias a las dinámicas que excitan la estructura (Tait, 2004). De forma resumida es el proceso para observar y evaluar el comportamiento de la estructura y del sistema estructura-MLR.

La descomposición del sistema puede justificarse con múltiples investigaciones realizadas a edificios o estructuras que cuentan con MLR, y que inicialmente no fueron pensadas con ésta, más bien al identificarse algunos problemas en su funcionamiento, como vibraciones importantes, se realizaron los análisis correspondientes para equiparla con una o varias MLR, empleando modelos a escala que obedecen al análisis dimensional.

Como ejemplo, Tait (2004) realiza experimentos en los que analiza una MLR, con escala 1:10 y frecuencia natural de 0.545 Hz, para un edificio con frecuencia de 0.172 Hz. Tait (2004) identifica las fuerzas que se desarrollan al excitar la MLR y las componentes de cada una de ellas, concluyendo que la estructura recibe una fuerza de reacción por parte de la MLR constituida por la fuerza inercial de ésta y la fuerza cortante resultante del movimiento de la superficie libre de agua, lo que respalda la división de los modelos.

### 5.1 Marco de un nivel

Las primeras pruebas se hacen a un marco de concreto de un nivel (MC1), cuyas dimensiones se señalan en la Figura 5.1a, compuesto por elementos columna de 37.5X25.0 cm y trabe de 25.0X35.0 cm. Se determina que la frecuencia natural del marco es de 1.41 Hz y la masa modal del primer modo es 1531.09 kg.

Posteriormente, el marco MC1 se somete a fuerzas de diferentes amplitudes, en dichas pruebas se utiliza el amortiguamiento de Rayleigh, descrito en el capítulo anterior, por medio

de las ecuaciones (4.4) y (4.5) y se determina que los factores  $\alpha$  y  $\beta$ , son igual a 0.2855 y 0.0003, respectivamente.

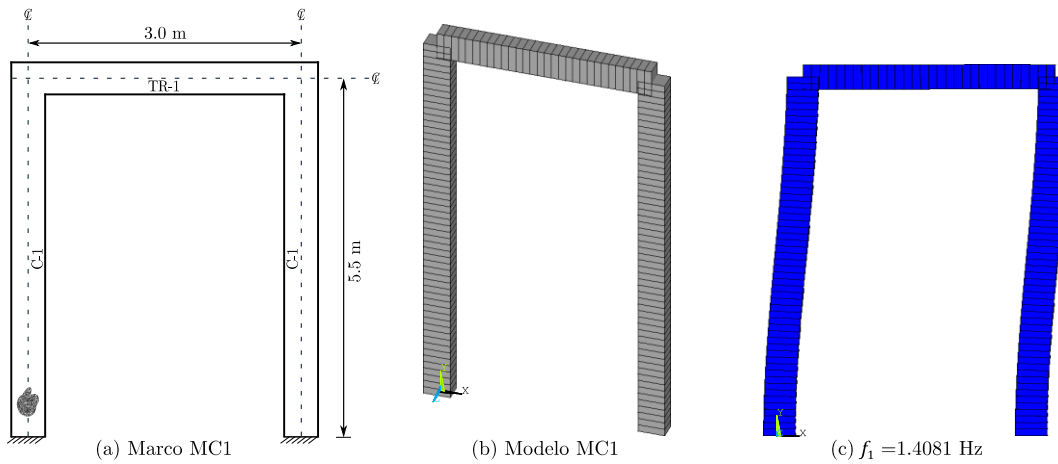


Figura 5.1 Características y modelo del marco MC1

### 5.1.1 Marco MC1 ante fuerzas armónicas

Al marco MC1 se le aplica a una fuerza senoidal de pequeña amplitud, mediante un análisis dinámico en *ANSYS* (versión 13, académica), la amplitud de la fuerza es de 50 N con una frecuencia de 1.4 Hz, para observar su respuesta y la disminución de ésta al incluir una MLR.

Se plantea que la MLR tenga una relación de masa del 1.0%, siguiendo esta condición se sugieren dos configuraciones de MLR, la primera donde la relación de masa se concentre en un solo tanque (MLRa) y la segunda distribuyendo el fluido en seis diferentes contenedores (MLRb). Las dimensiones, frecuencia natural y relación de frecuencias de las MLR se anotan en la Tabla 5.4 y en la Figura 5.2, se presentan las primeras formas modales del fluido; en estas masas se aprecia que el primer modo de vibrar del líquido tiene un comportamiento similar y de acuerdo al esperado.

Tabla 5.1 Características de las MLR para el marco MC1

Dispositivo	Largo ( $L$ )	Ancho ( $b$ )	Altura ( $h$ )	$f_1$ (Hz)	$\Omega$ (%)
MLRa	45.0	30.0	32.4	1.30	92.53
MLRb	30.0	15.0	6.0	1.20	85.49

\* $L$ ,  $b$  y  $h$  en cm

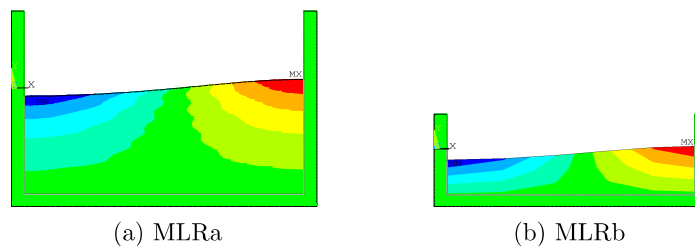


Figura 5.2 Primeras formas modales de las MLR

Al excitar cada una de las MLR con las aceleraciones del marco MC1 ante la fuerza armónica, se encuentran las fuerzas cortantes que los tanques transmiten al marco y finalmente se obtiene la respuesta del marco en conjunto con la MLR. La respuesta del marco y del sistema MC1-MLR se expone en la Figura 5.3.

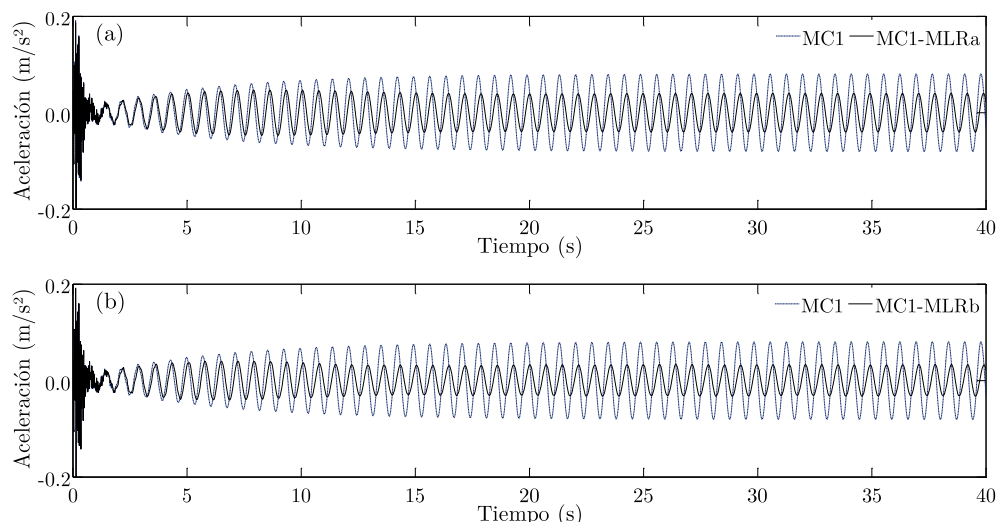


Figura 5.3 Respuesta del marco MC1 y del sistema MC1-MLR ante fuerzas armónicas

En la figura anterior, se aprecia una reducción en la respuesta debido a que las fuerzas con las que se ha excitado el marco son armónicas, pero cuando las señales son aleatorias o cuya amplitud es mayor no resulta factible realizar una comparativa similar, por lo que generalmente se emplea la FDPE. La representación gráfica de la FDPE, se muestra en la Figura 5.4, de la aceleración del marco cuando éste es excitado y cuando se le suma el efecto de cada una de las MLR; se identifica una disminución en la amplitud de la respuesta cuando la MLR se ha incorporan a la estructura, para la frecuencia en la que se sintonizaron.

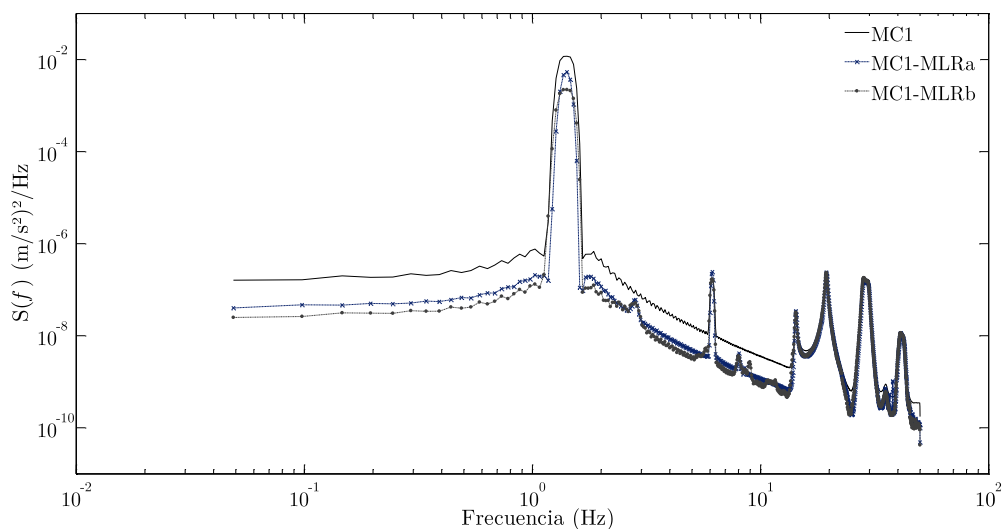


Figura 5.4 FDPE de la aceleración del MC1 y sistemas MC1-MLRa/MC1-MLRb

### 5.1.2 Marco MC1 ante fuerzas eólicas

Para el marco MC1, se realiza el mismo proceso, pero a diferencia del anterior en éste la señal es una fuerza eólica, representada en la Figura 5.5, que como ya se mencionó en el capítulo anterior se genera con el programa *Génesis SimVT* (Ortegón Esparza, 2017).

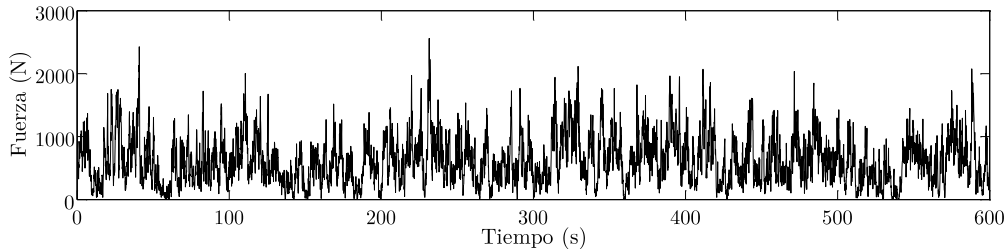


Figura 5.5 Historia de fuerzas de viento turbulento para el marco MC1

Para reducir la respuesta del marco ante la fuerza eólica, se proponen dos MLR con diferente relación de masa, la primera es la MLRa con una relación del 1%, usada en la sección anterior y cuyas dimensiones se describen en la Tabla 5.1, la segunda es la MLRc, para la cual se propone una relación de masas del 7%. La MLRc tiene una longitud de 0.8 m, ancho de 0.3 m y una altura media de agua de 0.412 m, la frecuencia fundamental del líquido es de 0.95 Hz con una relación de frecuencias de 67.44%.

Se presenta la historia de aceleraciones (ver Figura 5.6) de la respuesta del marco y cuando éste se ha equipado con la MLRa y la MLRc, respectivamente.

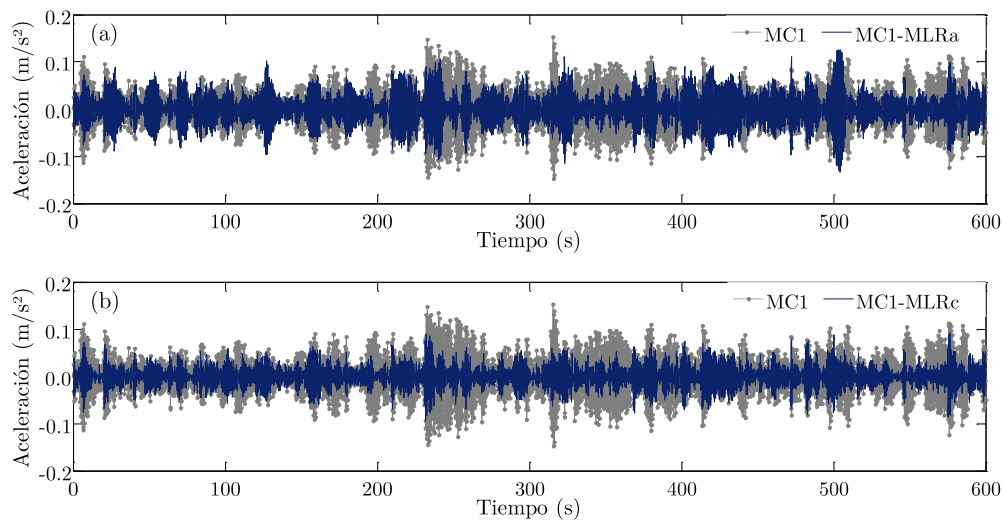


Figura 5.6 Respuesta del marco MC1 y sistemas MC1-MLR ante fuerzas eólicas

En la Figura 5.7 se muestra una comparativa de la FDPE de la aceleración de la estructura y de los sistemas marco-MLR, en dicha figura se observa que en la frecuencia fundamental del marco hay una disminución en la amplitud del espectro y que la mayor reducción se tiene con la MLRc; sin embargo, aunque ésta tiene una relación de masas del 7%, la caída en la amplitud no es significativamente buena, ya que es similar a la que se tiene con la MLRa,

aunque con pequeñas variaciones, de esta manera se comprueba la importancia de encontrar las relaciones óptimas, pues aunque la vibración en la estructura está disminuye no se equipa el marco con un amortiguador eficiente.

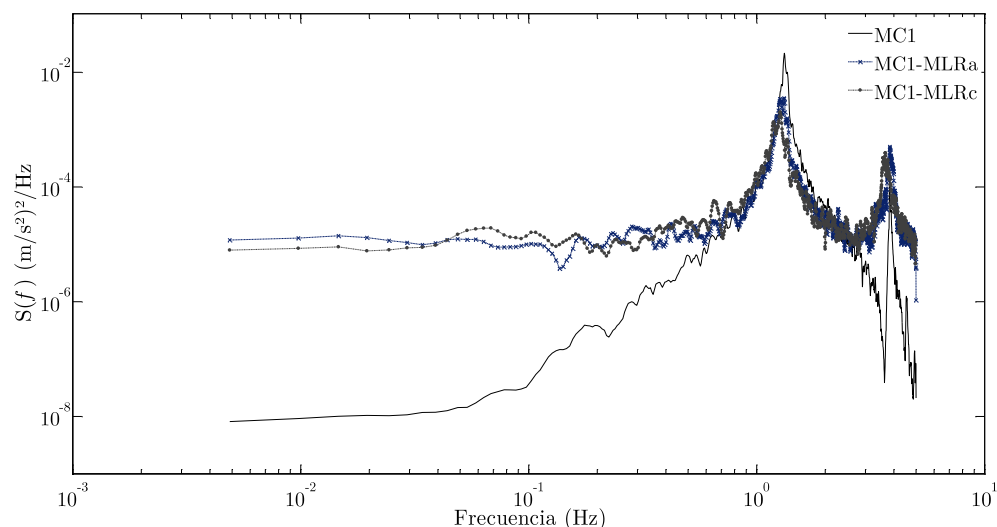


Figura 5.7 FDPE de la aceleración del MC1 y sistemas MC1-MLRa/MC1-MLRc

## 5.2 Marco de dos niveles

Un marco de dos niveles (ver Figura 5.8a) es excitado con fuerzas eólicas mostradas en la Figura 5.9, para el primer y segundo nivel, respectivamente; sin ningún tipo de dispositivo auxiliar para disminuir la respuesta; la misma prueba se hace incluyendo en el marco MC2 una MLR.

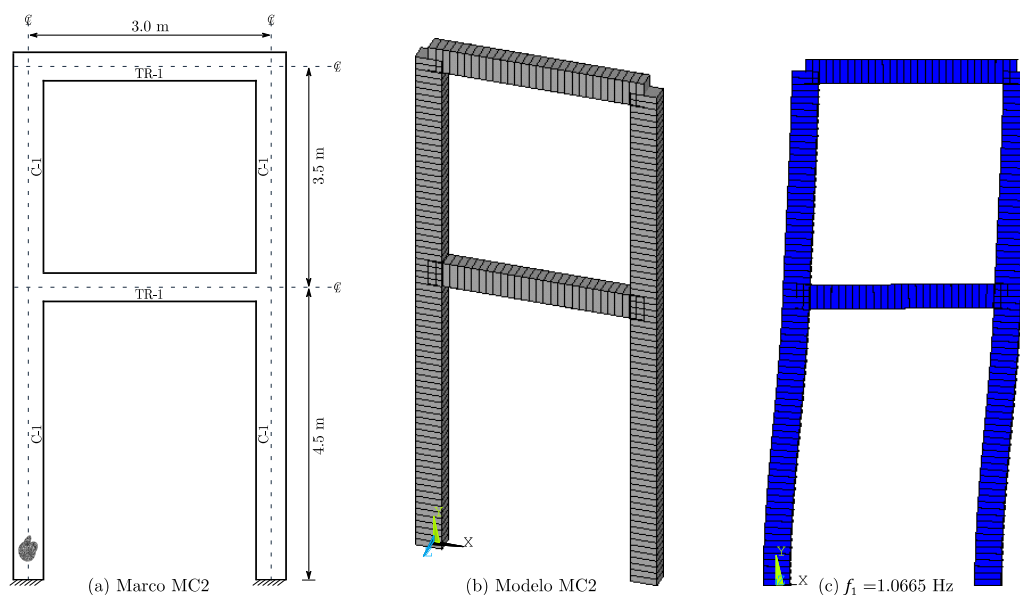


Figura 5.8 Propiedades y frecuencia fundamental del marco MC2

Para conocer las propiedades modales del marco MC2, se realiza un análisis modal, del cual se obtiene que la frecuencia natural de la estructura es 1.067 Hz (ver Figura 5.8c) y la masa modal del primer modo es de 1531.09 kg, con ello se propone un amortiguador (MLRd) con una relación de masas del 5%, conformado por un tanque de 1 m de longitud y altura media de agua de 0.5 m. Por medio de la teoría de onda lineal se determina que la frecuencia natural de la MLRd es de 0.77 Hz y al sintonizarla con el primer modo se tiene una relación de frecuencias de 72.64%.

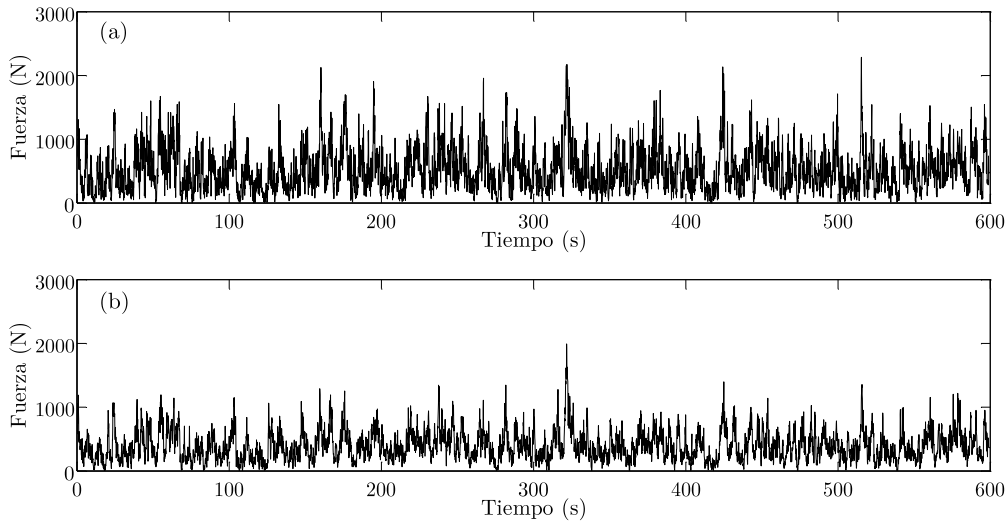


Figura 5.9 Historia de fuerzas de viento turbulento para el marco MC2

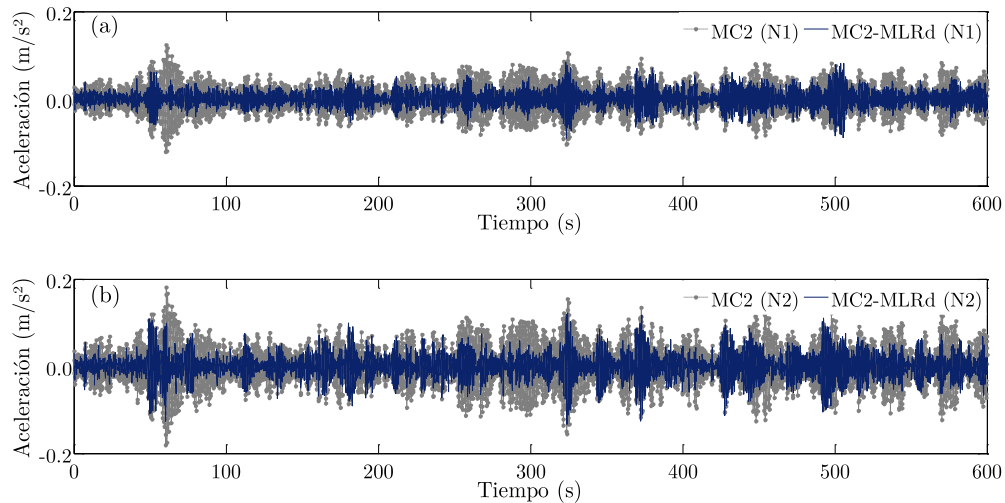


Figura 5.10 Respuesta del marco MC2 y sistema MC2-MLRd (primer y segundo nivel)

Al colocar sobre el marco MC2 las señales de viento turbulento, expuestas en la Figura 5.9, se obtienen los registros de aceleraciones de la Figura 5.10, para cada nivel, con el registro de la Figura 5.10b se excita la MLRd, ya que el amortiguador se coloca en la parte superior del marco, y se determinan las fuerzas que se desarrollan en el dispositivo, las cuales se espera que contrarresten los efectos del viento.

En la Figura 5.11 se muestra una comparativa de las respuestas del marco MC2 y del sistema MC2-MLRd mediante la FDPE, se observa que la frecuencia para la que se ha sintonizado la MLR presenta una reducción en la amplitud de la respuesta, tanto para el primero y segundo nivel.

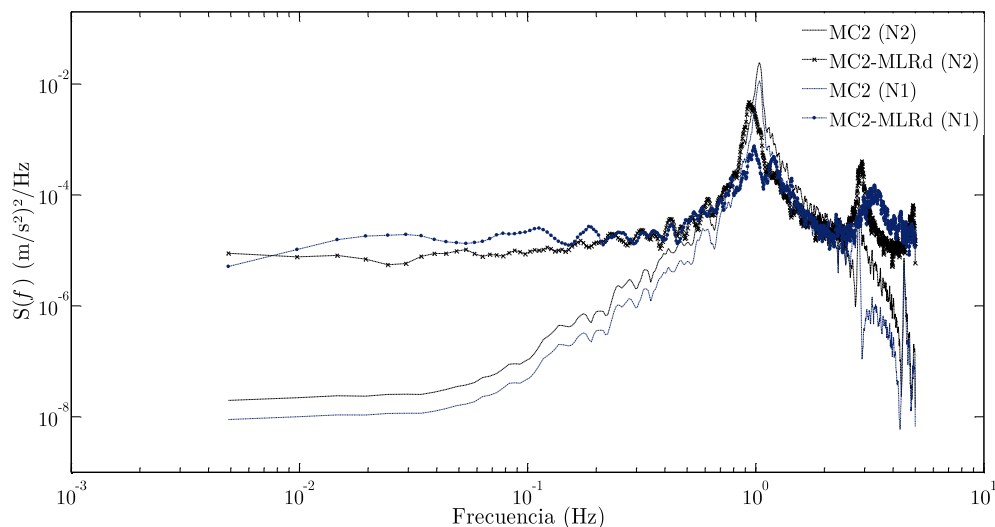


Figura 5.11 FDPE de la aceleración del MC2 y sistema MC2-MLRd

### 5.3 Edificio de 15 niveles

En esta sección se estudia un edificio de 15 niveles (E15) de concreto reforzado, como parte central de este trabajo, que idealmente se ubica en la ciudad de León, Guanajuato, México, sitio para el cual se estiman las fuerzas de viento. La estructura está formada por losas macizas de 12 cm de espesor, columnas y trabes, cuyas propiedades se presentan en la Tabla 5.2. La estructuración es a base de marcos con cinco crujías en los primeros tres niveles y a partir del cuarto nivel solo de tres, todos los marcos tienen una longitud de 4 m; verticalmente, los niveles cuentan con una altura de entrepiso de 3.6 m, excepto el primero cuya altura es de 5 m, dando un total de 55.4 m (ver Figura 5.12a).

Tabla 5.2 Características de los elementos estructurales de E15

Nivel	Columnas (m)	Trabes (m)
1 - 3	0.70 X 0.70	0.40 X 0.60
4 - 5	0.50 X 0.50	0.40 X 0.60
6 - 15	0.50 X 0.50	0.30 X 0.50

El modelo E15 (ver Figura 5.12b) está compuesto por elementos *BEAM4* y *SHELL181*, el primero de éstos es para columnas y trabes, y el segundo para las losas. El elemento *BEAM4* es similar al elemento *BEAM3*, con la diferencia de que éste es para tres dimensiones, mismo que permite analizar tensión, compresión, torsión y pandeo, se define por dos o tres nodos según la orientación y cuenta con 6gdl por cada nodo (tres traslaciones y tres rotaciones) y

al igual que el elemento *BEAM3* es necesario definir el área de la sección transversal y los momentos de inercia. Para modelar las losas se emplea un elemento finito tipo placa definido por cuatro nodos *SHELL181* de acuerdo con la formulación de Bathe y Dvorkin (1986), éste cuenta con 6gdl por cada nodo.

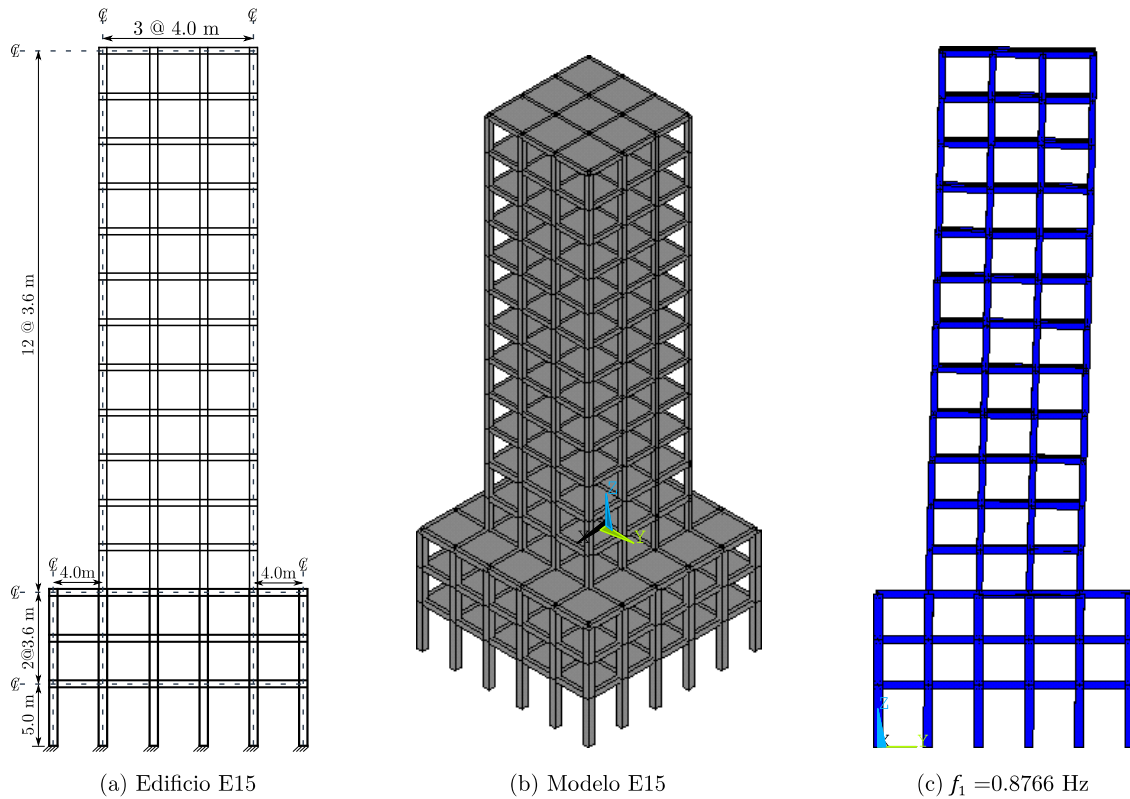


Figura 5.12 Características y modelo de la estructura E15

El MOC-DV (2008) presenta una clasificación de las estructuras de acuerdo a su respuesta ante la acción del viento, especificando que los edificios con una relación de esbeltez mayor a cinco o un periodo fundamental mayor a un segundo son sensibles a la turbulencia del viento, bajo la consideración de que éste tiene un comportamiento elástico lineal.

Los parámetros dinámicos del edificio se obtienen por medio de un análisis modal, al ser una estructura simétrica los dos primeros modos de vibrar son iguales, con una frecuencia de 0.876 Hz y un periodo fundamental de 1.142 s, con lo que se verifica que es una estructura sensible a los efectos del viento, la masa modal del primer modo es 848813.67 kg.

Tabla 5.3 Características de las MLR para el edificio E15

Dispositivo	Largo ( $L$ )	Ancho ( $b$ )	Altura ( $h$ )	$f_1$ (Hz)	No. tanques	$\Omega$ (%)	$\mu$ (%)
MLRe	60.0	60.0	12.0	0.85	197	97.10	1.0
MLRf	100.0	100.0	60.0	0.86	36	98.46	2.5
MLRg	100.0	100.0	60.0	0.86	72	98.46	5.0

\* $L$ ,  $b$  y  $h$  en cm



El edificio es sintonizado para el primer modo, ya que en éste se identifica el mayor factor de participación modal, además en los reglamentos se asume que la respuesta en edificios altos está dada por dicho modo, lo cual no siempre es correcto. Para contrarrestar los efectos eólicos se proponen tres diferentes MLR, variando la relación de masa, en la Tabla 5.3 se muestran las características de los tanques empleados como amortiguadores, en la Figura 5.13 se presenta la primera forma modal de éstos y en la Figura 5.14 se da una distribución representativa para los tanques que componen las MLR.

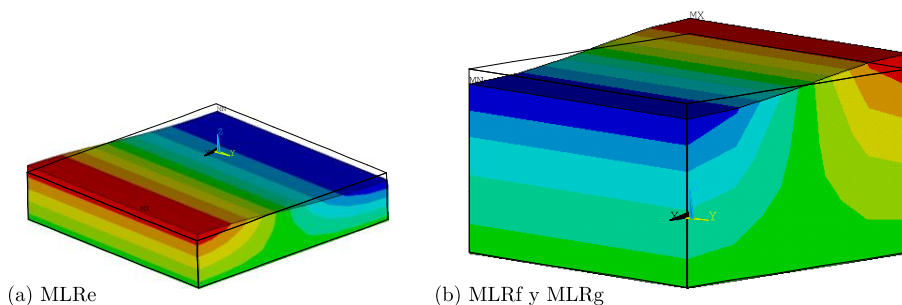


Figura 5.13 Formas modales del primer modo de las MLR

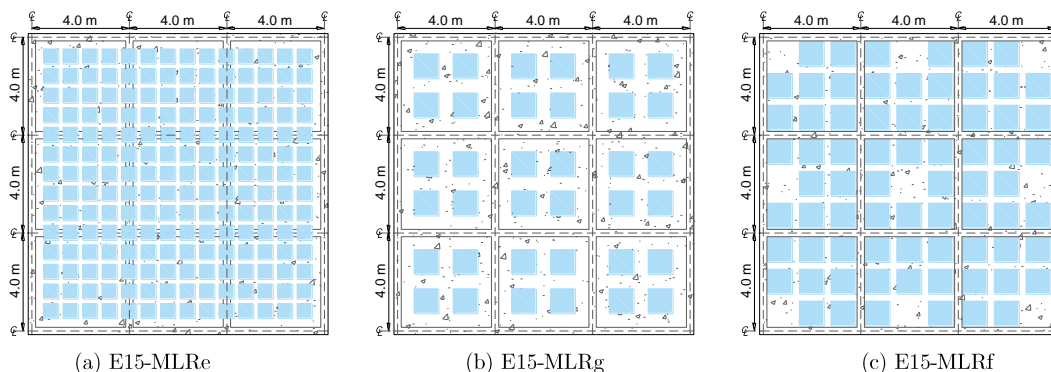


Figura 5.14 Distribución de las MLR para la estructura E15

Los amortiguadores de la Figura 5.14 se diseñan con la finalidad de reducir la respuesta en el edificio, las señales de las fuerzas eólicas con las que se ha excitado la estructura se obtienen con *Génesis SimVT* (Ortegón Esparza, 2017). Dichas señales se muestran por nivel, las cuales se distribuyen tributariamente en los nodos que conforman la estructura.

Con el análisis modal realizado por medio de las expresiones (4.4) y (4.5) se determinan los coeficientes  $\alpha=0.1832$  y  $\beta=0.0012$ , del método de Rayleigh para calcular el amortiguamiento de la estructura, dichos coeficientes son necesarios para llevar a cabo el análisis dinámico, al realizar este procedimiento con las fuerzas anteriormente mencionadas, se registran las historias de aceleración en cada nivel.

La Figura 5.15 corresponde a la aceleración del último piso de la estructura, con la que se ha excitado cada una de las MLR propuestas, lugar donde se pretende sean colocadas, en las Figura 5.16 y Figura 5.17 se observa el comportamiento de la superficie del líquido ante tal acción, en diferentes instantes de tiempo para uno de los tanques que integra las MLR; donde se aprecia un comportamiento similar a la primera forma modal, de acuerdo con los

resultados obtenidos este modo es el que contribuye en gran medida a la respuesta de las MLR y en consecuencia a la respuesta de la estructura.

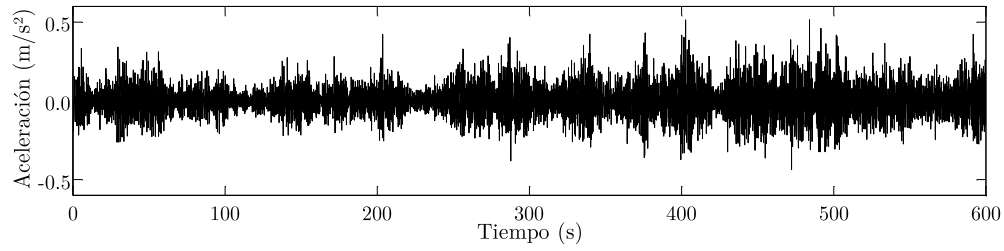


Figura 5.15 Historia de aceleraciones en nivel 15 del edificio E15 debidas al viento

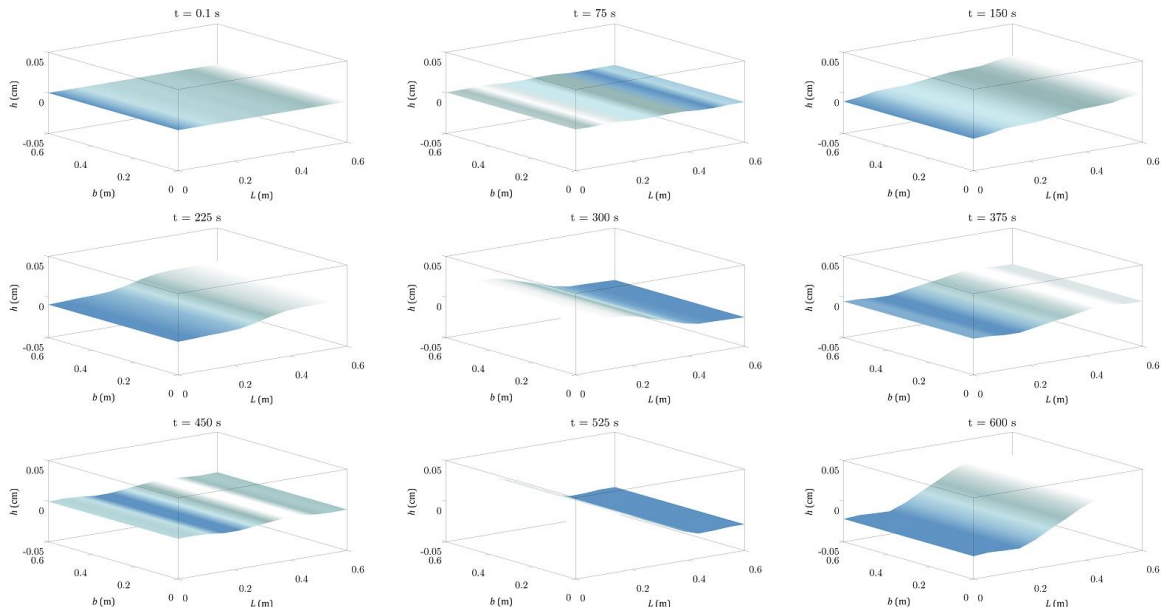


Figura 5.16 Comportamiento del fluido en un tanque de la MLRe

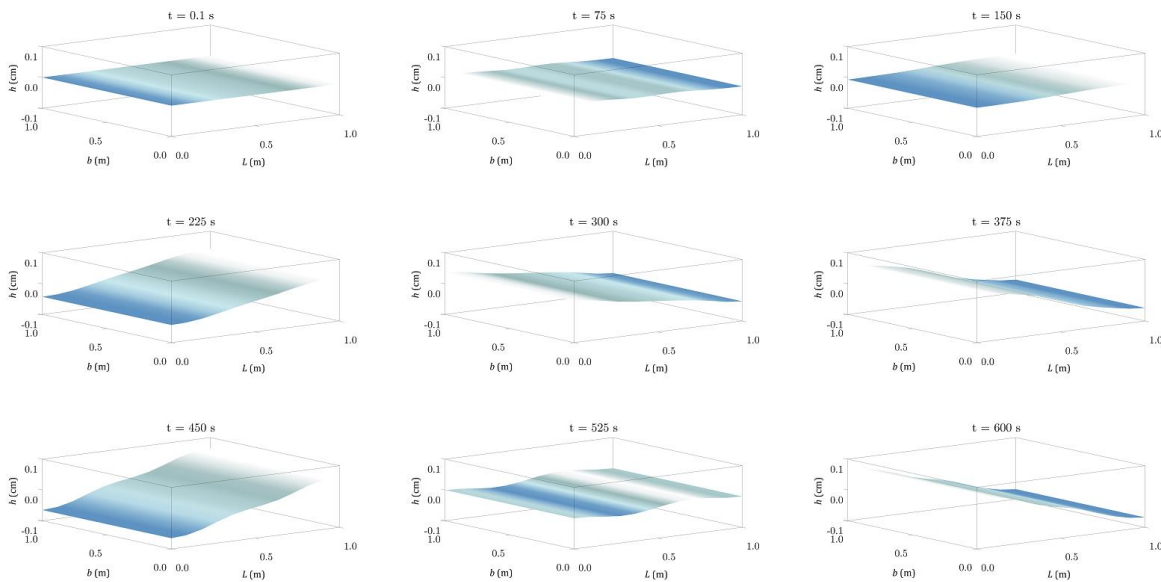


Figura 5.17 Comportamiento del fluido en un tanque de las MLRf y MLRg

Al excitar las MLR con la aceleración de la estructura se generan las fuerzas cortantes contrarias al movimiento, mencionadas con anterioridad, las cuales se espera contrarresten la respuesta de la estructura, el cortante total proporcionado por las MLR se muestra en la siguiente figura.

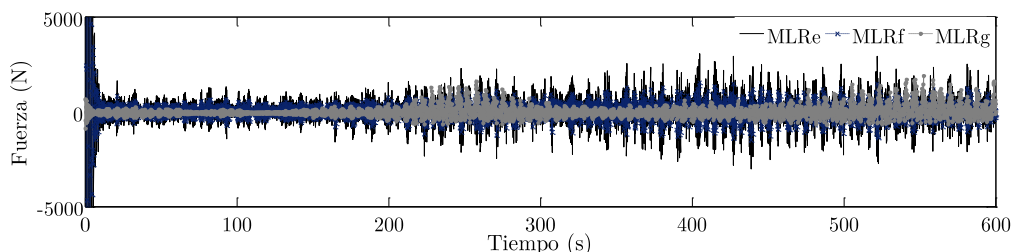


Figura 5.18 Historia de la fuerza cortante generada en las MLR

Con la historia de cortante generada en cada una de las MLR propuestas para el edificio, se realiza nuevamente un análisis dinámico, incorporando en él dichas fuerzas, distribuidas tributariamente de acuerdo con la configuración dada en la Figura 5.14.

A continuación, se observa una comparativa de las historias registradas de aceleración para un punto en el centro y un punto en la esquina del nivel 15, en las figuras 5.19 y 5.20, respectivamente, en este último análisis dinámico, es posible identificar una disminución de la aceleración en el último nivel de la estructura.

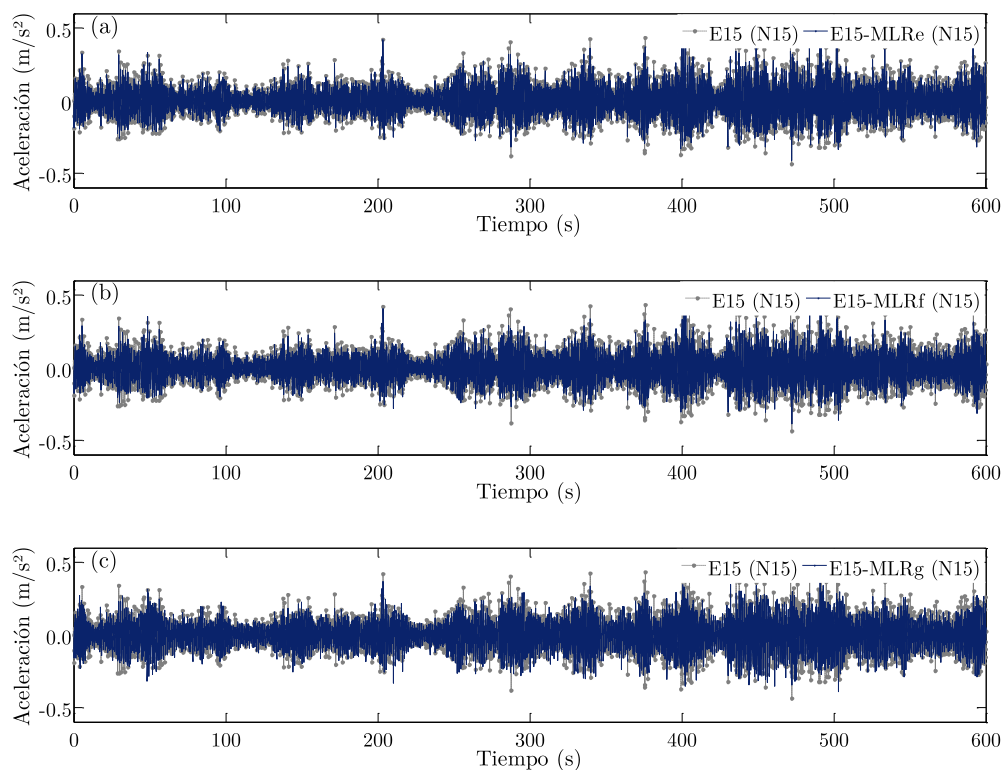


Figura 5.19 Aceleración al centro del edificio E15 y sistemas E15-MLR ante viento

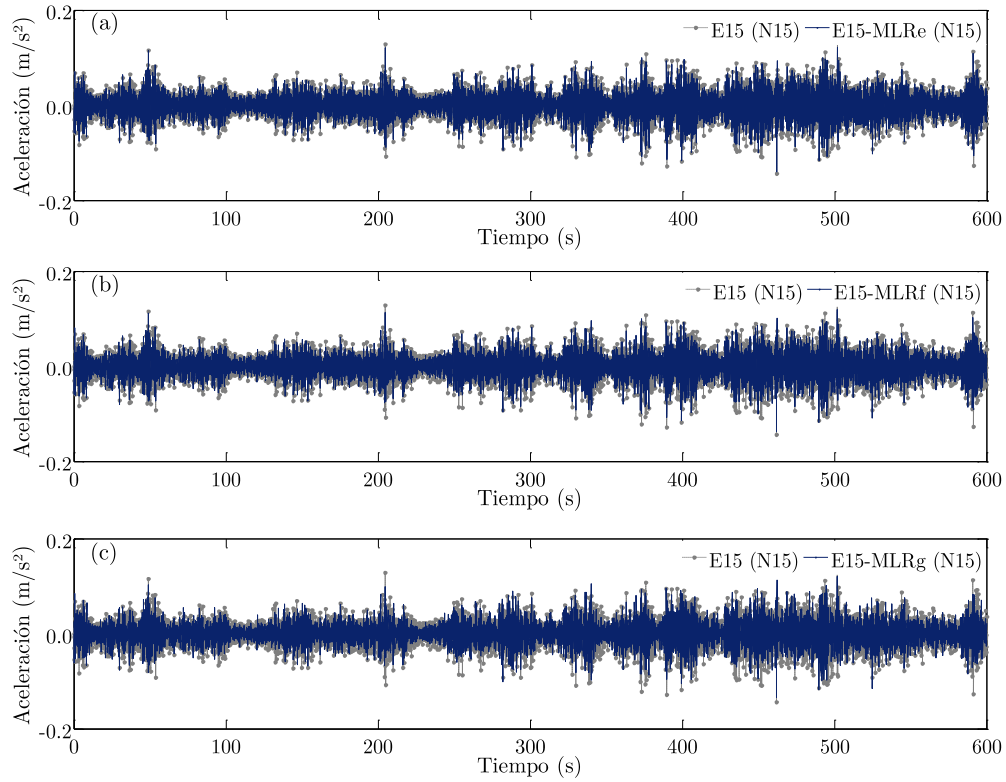


Figura 5.20 Aceleración en la esquina del edificio E15 y sistemas E15-MLR ante viento

En la Figura 5.21 y Figura 5.22 se presentan las FDPE de aceleración registrada en el centro y en la esquina de la estructura E15 y de los sistemas E15-MLRe, E15-MLRf y E15-MLRg, para el centro y la esquina, respectivamente, en el nivel 15 de ésta, que es donde se propone colocar las MLR. En ambas se distingue una disminución en la amplitud para la frecuencia en la cual se sintonizaron las MLR (0.876 Hz).

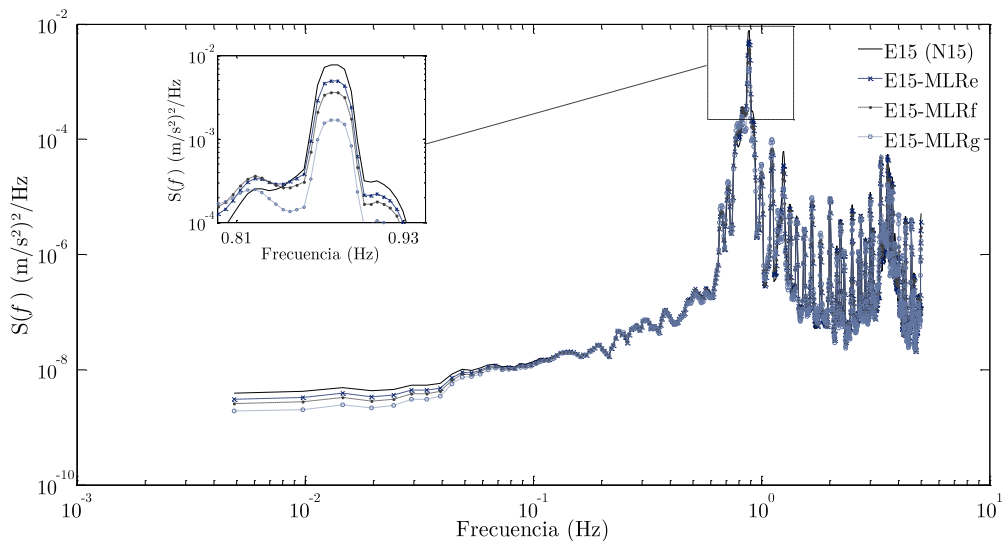


Figura 5.21 FDPE de la aceleración al centro de E15 y sistemas E15-MLR

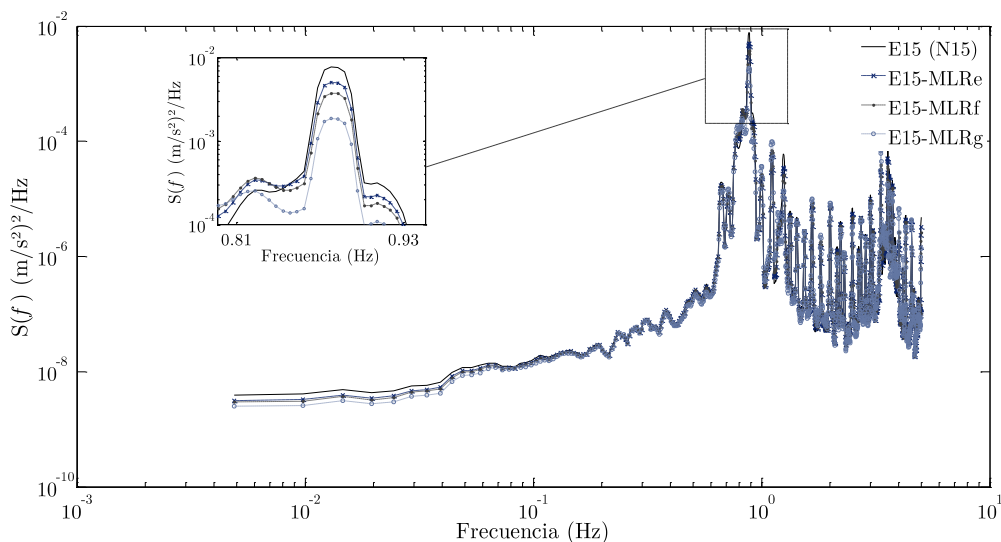


Figura 5.22 FDPE de la aceleración en la esquina de E15 y sistemas E15-MLR

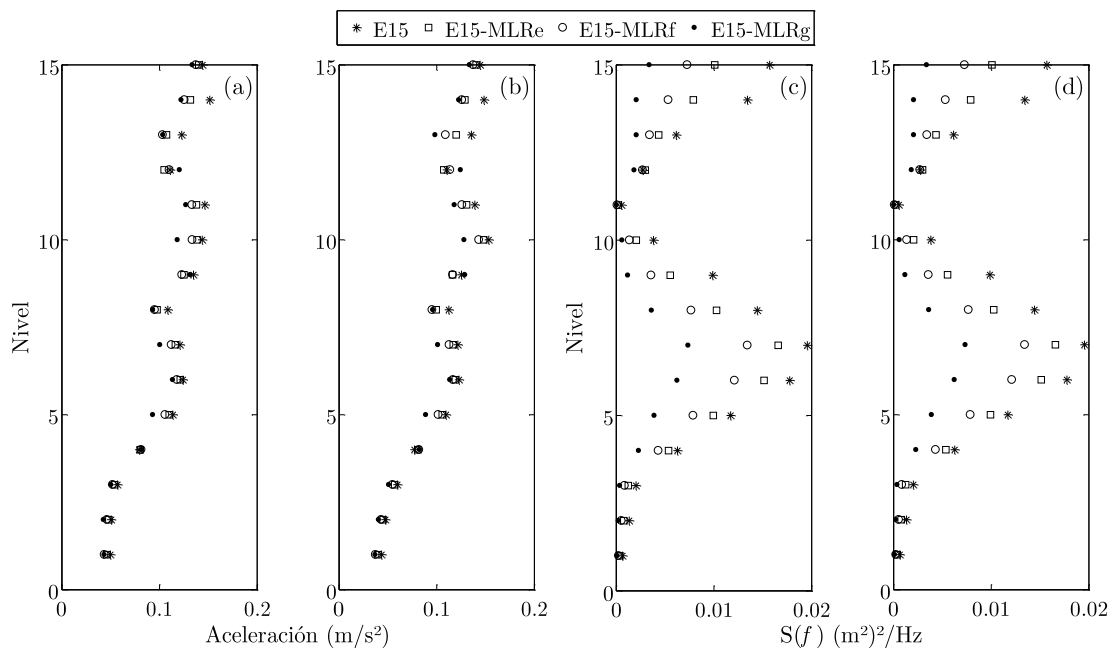


Figura 5.23 Aceleración máxima y FDPE respecto a la altura del edificio

En la Figura 5.21 y Figura 5.22 se observa un comportamiento similar entre los sistemas de MLR como en la estructura por sí sola, la menor amplitud de la respuesta se tiene con la MLRg, siendo ésta la que tiene una mayor relación de masa.

Al revisar los resultados de la aceleración se verifica una disminución en la respuesta de un 6.39%, 9.06% y 12.76% con las MLRe, MLRf y MLRg, respectivamente. Aunque la reducción a la que se llega no es la óptima, es importante mencionar que se logra únicamente usando las fuerzas de inercia generadas por el fluido y el movimiento de su superficie libre, sin ningún dispositivo que modifique este último parámetro y que permita un aumento en el amortiguamiento.

En la Figura 5.23 se muestra la variación de la aceleración para cada uno de los sistemas (a) para un punto en la esquina y (b) al centro de cada uno de los pisos del edificio, así como las diferencias en las amplitudes de la FDPE derivada de los registros de aceleraciones obtenidos en los análisis tiempo-historia, ubicados de igual manera que para las aceleraciones.

## 5.4 Amortiguamiento equivalente

El movimiento del fluido en la MLR proporciona fuerzas de inercia contrarias a las fuerzas dinámicas que excitan la estructura, de este modo se reduce la vibración estructural. Por tanto, este dispositivo modifica el comportamiento dinámico de la estructura y en consecuencia la frecuencia, dando como resultado una reducción en la magnitud de la respuesta, de tal forma que es posible comparar esta modificación con un incremento en el amortiguamiento efectivo (Tait, 2004).

El amortiguamiento efectivo es el parámetro con el que comúnmente se evalúa el rendimiento tanto de las MLR como de las MSR, estimando el porcentaje que se agrega a la estructura cuando se le incorpora algún dispositivo. Tait (2008) lo define como la cantidad adicional de amortiguamiento que se le añade al amortiguamiento estructural existente.

Vickery *et al.* (2001) coinciden en que el comportamiento del amortiguador puede ser evaluado mediante el amortiguamiento que éste adiciona a la estructura, definiéndolo como la cantidad de amortiguamiento adicional al sistema primario que dará como resultado una respuesta de este sistema de 1gdl igual a de uno de 2gdl. También estudian las ventajas y desventajas de sistemas no lineales de dos tipos: fricción en seco y velocidad cuadrada<sup>2</sup>, ante excitación aleatoria Gaussiana, frente a amortiguadores lineales de masa sólida mediante valores equivalentes del amortiguamiento, tratados como sistemas lineales. En dicho trabajo ellos presentan la expresión (5.1), con la cual es posible conocer la aceleración pico de la estructura, cuando a ella se le incorpora un sistema de control, con base al amortiguamiento equivalente que éste genera.

$$\hat{a} = \hat{a}_o / \sqrt{1 + \zeta_e / \zeta_o} \quad (5.1)$$

En la ecuación anterior  $\hat{a}$  corresponde a la aceleración pico del sistema estructura-amortiguador,  $\hat{a}_o$  es la aceleración pico de la estructura (sin amortiguador),  $\zeta_e$  es el amortiguamiento equivalente que el mecanismo proporciona a la estructura y  $\zeta_o$  indica el amortiguamiento que posee el edificio.

Al realizar una comparación de los sistemas disipadores de energía estudiados por Vickery *et al.* (2001) y considerar la expresión propuesta, es posible estimar el amortiguamiento equivalente ( $\zeta_e$ ) que las MLR proporcionan a las estructuras para las cuales se han diseñado.

---

<sup>2</sup> La velocidad cuadrada ( $V^2$ ) se asocia con el tipo de amortiguadores en los que existe flujo a través de un orificio o un tubo con paredes ásperas, como en el caso de las MLR-C.

En la Tabla 5.4 se presenta el porcentaje de amortiguamiento equivalente que las MLR otorgan a cada uno de los casos tratados en este trabajo, visto de otra manera es el porcentaje adicional al amortiguamiento estructural, con el que deberían contar dichas estructuras para tener una disminución en la respuesta similar a la obtenida con las MLR empleadas.

Tabla 5.4 *Amortiguamiento equivalente*

Estructura	Amortiguador	Tipo de señal	$\mu(\%)$	$\zeta_e(\%)$
MC1	MLRa	Armónica	1.00	4.71
MC1	MLRb	Armónica	1.00	7.91
MC1	MLRa	Eólica	1.00	2.98
MC1	MLRc	Eólica	7.00	4.90
MC2	MLRd	Eólica	5.00	3.27
E15	MLRe	Eólica	1.00	0.36
E15	MLRf	Eólica	2.50	0.51
E15	MLRg	Eólica	5.00	0.83

De los resultados mostrados en la tabla anterior se observa que en los marcos estudiados, la disminución en la respuesta es importante debido a que el porcentaje de amortiguamiento que se debería adicionar es mayor comparado con el que se le sumaría al edificio, ya que en éste las MLR están aportando menos del 1% en el incremento del amortiguamiento.





## Capítulo 6

# Conclusiones y comentarios

La aplicación de las MLR como mecanismo disipador de energía ante los efectos producidos por el viento resultan ser una herramienta eficiente, como sustento, en las referencias bibliográficas se enuncian numerosos casos de éxito, principalmente en Japón. Varias son las ventajas que éstas ofrecen, destacando su bajo costo de construcción y mantenimiento, además de su aprovechamiento para el desarrollo de otras actividades.

En este trabajo se presenta una breve síntesis sobre el estado del arte de estos dispositivos; sin embargo, es importante realizar diversas investigaciones analíticas y experimentales, que incluyan más criterios para el diseño de las MLR, incluso se realicen más y múltiples pruebas experimentales que permitan variar las condiciones de carga a las que se someterá la estructura, puntualizando las particularidades de ésta.

De no ser posible integrar pruebas experimentales para el diseño de las MLR, se recomienda el uso de herramientas computacionales que permitan representar de la mejor manera posible las condiciones reales de la estructura, así como del dispositivo, es decir, tratar de realizar un estudio integral en la mayor medida.

Tomar en cuenta los parámetros óptimos de diseño de las MLR, permite que este dispositivo tenga un mejor y adecuado funcionamiento, no solo para reducir la respuesta por viento sino también cualquier otro tipo de excitación que la estructura experimente.

Por otro lado, es conveniente trabajar en la conjugación de valores óptimos requeridos con las condiciones monetarias y de espacio, cuidando siempre la mejor relación costo-beneficio. Es importante resaltar que en este trabajo no se realiza ninguna valoración de este tipo, siendo otro aspecto que pudiera incluirse en futuros trabajos.

Aunque en este trabajo se promueve la aplicación de las MLR como sistema de apoyo para reducir la respuesta dinámica de una estructura, es conveniente evaluar qué tipo de amortiguador se adecua más a la estructura y sus necesidades, o si es posible complementar éste y otros dispositivos, tales como técnicas y/o procedimientos que ayudan con la reducción de las respuestas, sin habilitar a la estructura con mecanismos adicionales, haciendo referencia específicamente a aprovechar las condiciones aerodinámicas con las que cuente el edificio.

La aceleración registrada en las estructuras analizadas fue la medida base para estimar la vibración que se presenta ante la acción del viento y comparar su comportamiento, así como evaluar el desempeño de las MLR aplicadas, lo anterior al realizar una comparativa del valor de la amplitud registrada para la frecuencia en la que se sintoniza la MLR con la estructura, mediante la FDPE de cada una de las historias de los análisis efectuados.

Los primeros resultados de este trabajo muestran una disminución importante en la aceleración del marco MC1 ante fuerzas armónicas, se alcanza un 65% de reducción máxima. Cuando la amplitud de las fuerzas aumenta la reducción en el marco MC1 se ve más limitada;

sin embargo, con la MLRc se determina un decremento en la aceleración estructura del 46%. De la misma manera, al excitar con las señales de viento turbulento el marco MC2, se logra disipar la energía hasta en un 38%.

En los análisis realizados al edificio E15 se logra disminuir un 9.06% de la respuesta a la estructura para una relación de masa de 2.5%, mientras que para el doble de esta relación ( $\mu=5\%$ ) se resta un 12.76%, aunque desde un punto de vista más estricto la mejor reducción (6.39%) se logra con apenas una relación del 1%.

Con lo anterior se verifica que para una mayor relación de masa no se garantiza que la reducción en la respuesta incremente, por lo que es conveniente analizar diversos aspectos que permitan tener una mejor eficiencia. Por otro lado, las MLR usadas para el edificio están compuestas por varios tanques, una alternativa más de solución sería probar otro tipo de geometrías o dimensiones; así como revisar una redistribución de los tanques que componen las MLR, es decir, colocarlos en uno o varios de los niveles inferiores, tal como se ha hecho en otros trabajos expuestos en la literatura.

Retomando la cuestión de experimentar con otro tipo de tanques, es fundamental tener presente la cuestión de espacio, procesos constructivos y de mantenimiento, ya que en ocasiones para llegar a las relaciones de masa y frecuencia óptimas o deseadas, pueden ser necesarios tanques con grandes dimensiones.

Para obtener la respuesta esperada en la edificación mediante MLR, es fundamental no olvidar el diseño del recipiente donde se almacena el fluido y corroborar que éste sea capaz de resistir los empujes y movimientos generados en el líquido por el movimiento mismo de la estructura.

Los resultados aquí expuestos son considerando análisis independientes de las estructuras y las MLR, lo cual se justifica en investigaciones previas en las cuales se han diseñado MLR aplicando el mismo procedimiento con resultados favorables en su aplicación; sin embargo, resulta interesante realizar un modelo matemático y físico en el que se incluyan ambas partes y trabajen como el sistema que forman.

Una forma de aumentar el porcentaje de amortiguamiento que este sistema proporciona a las estructuras, es integrar dispositivos que incentiven el oleaje en la superficie libre del líquido, en otras palabras que modifiquen su comportamiento y éste sea aprovechado para generar una mayor disipación de energía; aunque para comprobar su efectividad y conocer su funcionamiento se recomienda una revisión amplia, primero entre el tanque y dichos accesorios para después incorporarlos a la estructura, debido a que son muchos los parámetros que intervienen y algunos no pueden ser controlados de forma estricta, haciendo que su validación se vuelva más compleja tanto experimental como matemáticamente.

Este estudio tiene como base la teoría de onda lineal, limitando el comportamiento hidrodinámico real del fluido, y por ende, es importante incluir otras teorías o modelos que lleven a una simulación más real. Ya que se tiene conocimiento de muchos de los fenómenos que se presentan en los fluidos, como: la separación de flujo, el oleaje, la turbulencia, etcétera.

El comportamiento de la estructura y el sistema estructura-MLR se compara con base en señales de fuerzas de viento turbulento, no obstante, otra forma de apreciar el

comportamiento y la efectividad de las MLR es someter el edificio ante señales que incluyan el desprendimiento de vórtices, pues la eficiencia de estos amortiguadores depende en gran medida de las características de la aceleración que lo afectan.

La aplicación de este sistema es prometedora y con buenos resultados, además, es posible dar un aprovechamiento adicional a los cuerpos de agua con los que cuenta el edificio y aunque se encuentra avalado por varias estructuras en distintas partes del mundo, reconocer las particularidades propias de nuestro país aún es una tarea larga, por lo que es necesario realizar mayor investigación en la aplicación de éste y otros tipos de disipadores de energía para ampliar la variedad de soluciones que pudieran darse a estructuras que presentan esta problemática y sobre todo tener un control y métodos de diseño definidos en las normas, que respalden la efectividad de éstos y especialmente la seguridad y bienestar de las personas que hacen uso de la estructura.



# Referencias

- Bathe, K. J. y Dvorkin, E. (1986), A formulation of general shell elements – the use of mixed interpolation of torsional components, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 22, pp. 697-722.
- Bendat, J. y Piersol, A. G. (1993), *Engineering applications of correlation and spectral analysis*, 2da Edición, John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, EUA.
- Blevins, R. D. (2001), *Formulas for natural frequency and mode shape*, Van Nostrand Reinhold Company, Nueva York, EUA.
- Comisión Federal de Electricidad (2008), *Manual de Obras Civiles: Diseño por Viento*, México.
- Den Hartog, J. P. (1947), *Mechanical vibrations*, 3ra Edición, McGraw-Hill, Nueva York, EUA.
- Fediw, A. A., Isyumov, N. y Vickery, B. J. (1995), Performance of a tuned sloshing water damper, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 57, pp. 237-247.
- Ghiocel, D. y Lungu, D. (1972), *Wind, snow and temperature effects on structures based on probability*, Abacus Press, Rumania.
- Graham, E. W. y Rodríguez, A. M. (1952), Characteristics of fuel motion which affect airplane dynamics, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 19, pp. 381-388.
- ISO 10137 (2007), *Bases for design of structures – Serviceability of buildings and walkways against vibrations*, International Organization for Standardization, Ginebra.
- Kaneko, S. e Ishikawa M. (1999), Modeling of tuned liquid damper with submerged nets, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 121, pp. 334-343.
- Kareem, A. (1990), Reduction of wind induced motion utilizing a tuned sloshing damper, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 36, pp. 725-737.
- Kareem A, Kijewski T, y Tamura, Y. (2007), Mitigation of motions of tall buildings with specific examples of recent applications, *Wind and Structures*, Vol. 2, pp. 201-251.
- Lamb, H. (1932), *Hydrodynamics*, The University Press, Cambridge, Inglaterra.
- Li, Y., Di, Q. y Gong Y. (2012), Equivalent mechanical models of sloshing fluid arbitrary-section aqueducts, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 41, pp. 1069-1087.
- Modi, V. J. y Welt, F. (1988), Damping of wind induced oscillations through liquid sloshing, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 30, pp. 85-94.
- NTC-DV (2004), *Normas técnicas complementarias para diseño por viento*, Reglamento de construcciones para el Distrito Federal, México, D.F.
- Ortegón Esparza, J. A. (2016), Programa para el análisis de edificios de cortante ante viento turbulento, *Tesis de maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Ortegón Esparza, J. A. y Pozos-Estrada, A. (2016), Programa para el análisis de edificios de

- cortante ante viento turbulento, *XX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Mérida, Yucatán.
- Pozos-Estrada, A. (2009), Reability of wind-sensitive buildings: a serviceability design consideration, *Tesis doctoral*, University of Western Ontario, London, Ontario, Canadá.
- Rodríguez, J. U. (2016), Empleo de redes neuronales artificiales para predecir el desplazamiento máximo de marcos de concreto reforzado inducido por eventos sísmicos, *Tesis de maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México.
- Smiu, E. y Scanlan, R. (1996), Wind effects on structures: fundamentals and applications to desing, 3ra Edición, John Wiley, Nueva York, EUA.
- Sun, L. (1991), Semi-analytical modeling of tuned liquid damper (TLD) with emphasis on damping of liquid sloshing, *Tesis doctoral*, University of Tokyo, Tokio, Japón.
- Sun, L. M., Fujino, Y., Chaiseri, P., y Pacheco, B. M. (1995), The properties of tuned liquid dampers using a TMD analogy, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 967-976.
- Sun, L. M., Fujino, Y., Pacheco, B. M., e Isobe, M. (1989), Nonlinear waves and dynamic pressures in rectangular tuned liquid damper (LTD) - simulation and experimental verification, *JSCE Structural Eng./Earthquake Eng.*, Vol. 6(2), pp. 251-262.
- Tait, M. J. (2004), The performance of 1-D and 2-D tuned liquid dampers, *Tesis doctoral*, University of Western Ontario, London, Ontario, Canadá.
- Tait, M. J. (2008), Modeling and preliminary design of a structure-TLD system, *Engineering Structures*, Vol. 30, pp. 2644-2655.
- Tamura, Y. (2007), Wind resistant design of tall buildings in Japan, *Electronic Journal of Structural Engineering*, 1<sup>st</sup> International Conference Modern Design, Construction and Maintenance of Structures, Hanoi, Vietnam.
- Tamura, Y., Fujii, K., Ohtsuki, T. Wakahara, T. y Kohsaka, R. (1995), Effectiveness of tuned liquid dampers under wind excitation, *Engineering Structures*, Vol. 17(9), pp. 609-621.
- Tedesco, J. W., McDougal, W. G. y Ross, C. A. (1999), *Structural dynamics: theory and applications*, Addison Wesley Longman, Inc., Menlo Park, California.
- Tsai, H. C. y Lin, G. C. (1993), Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 957-973.
- Vickery, B. J., Galsworthy, J. K. y Gerges, R. (2001), The behavior of simple non-linear tuned mass dampers, *6<sup>th</sup> World Congress of the Council on Tall Buildings and Urban Habitat*, Melbourne, Australia.
- Warburton, G. B. (1982), Optimum absorber parameters for various combinations or response and excitation parameters, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp. 381-401.
- Warburton, G. B. y Ayorinde, E. O. (1980), Optimum absorber parameters for simple systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 8, pp. 197-217.

*Referencias*

- Yalla, S. (2001), Liquid dampers for mitigation of structural response: theoretical development and experimental validation, *Tesis doctoral*, University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana.
- Yu, J. K., Wakahara, T. y Reed, D. A. (1999), A non-linear numerical model of tuned liquid damper, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, pp. 671-686.