



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA – SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

**SIMULACIÓN DINÁMICA DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO
USANDO EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
BENJAMÍN ZÚÑIGA SOLÍS

TUTOR
RAFAEL ESCARELA PÉREZ

CIUDAD DE MÉXICO, SEPTIEMBRE 2017

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Luis Miguel Castro González

Secretario: Dr. Frédéric Trillaud Pighi

Vocal: Dr. Rafael Escarela Pérez

1^{er.} Suplente: Dr. Daniel Guillen Aparicio

2^{d o.} Suplente: Dr. Juan Carlos Olivares Galván

Ciudad Universitaria, Ciudad de México.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Rafael Escarela Pérez

FIRMA

Dedicatoria:

A mis abuelitas Austreberta y Nerea, por sus pláticas, consejos pero sobre todo porque con hechos siempre demostraron que trabajando con el corazón se puede salir adelante.

A mis padres Hermelinda y Benjamín, porque siempre fueron mi apoyo y mi sustento, por su amor incondicional pero sobre todo por haber hecho de mí una persona de bien.

A mis hermanos Esaú y Beatríz, porque se han formado como personas de bien y cuando he necesitado de su apoyo, siempre han estado presentes.

A mis suegros Irma y Lorenzo, por el empuje que me dieron para lograr dar este importante paso.

A Sandra se que también para ti este camino ha sido difícil y cuando más desconcertado me he sentido, con tus palabras de aliento apareces como un rayo de luz en la penumbra y me ayudas a regresar al camino.

A mi hija Ariel, porque cuando te llevo a la escuela espero que en el futuro seas una persona de bien y eso me motiva a ser una persona de bien en el presente.

A mis amigos y familiares por su apoyo y sincera amistad.

Agradecimientos

*Agradezco al **Dr. Rafael Escarela Pérez**, por aceptarme como alumno y por ser un ejemplo de liderazgo y superación para todo su equipo de trabajo.*

*A la **Universidad Nacional Autónoma de México**, por permitirme ser estudiante en esta gran institución.*

*Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)**, por el apoyo otorgado mediante la beca de maestría de Agosto 2015 a Agosto 2017.*

*A mis **Profesores del posgrado de Ingeniería Eléctrica en Sistemas Eléctricos de Potencia** por compartir una parte de sus conocimientos.*

*A los **profesores del Área de Ingeniería Energética y Electromagnética IEE** de la Universidad Autónoma Metropolitana; su apoyo, orientación y motivación fueron de mucha ayuda para la realización de este trabajo.*

*A mis compañeros de la sección de **Sistemas Eléctricos de Potencia**, porque las experiencias que compartimos en el camino son enseñanzas para toda la vida.*

Resumen

Esta tesis presenta el análisis de un motor de inducción monofásico en dos dimensiones usando el Método de los Elementos Finitos (MEF). Se realizan simulaciones en el dominio de la frecuencia y en el dominio del tiempo a distintas condiciones de operación. La solución nos proporciona el par electromagnético, las pérdidas, el flujo magnético y la distribución del campo magnético en las diferentes regiones del motor, así como voltajes y corrientes en cada uno de los devanados.

Los resultados de las simulaciones en estado estable obtenidas con el MEF, son comparados con las simulaciones dinámicas en las cuales se analiza el comportamiento del Motor de Inducción Monofásico de Potencia Fraccionaria (MIMPF) a diferentes cargas. Además se da cuenta de las ventajas y desventajas del análisis del motor en el dominio de la frecuencia, con respecto a un análisis transitorio.

Abstract

This thesis presents the analysis of a single-phase induction motor in two dimensions using the Finite Element Method. Several simulations are performed in the frequency as well as time domain. The solutions offer the electromagnetic torque, the losses, magnetic flux and magnetic field distribution in different regions of the motor, as well as voltages and currents in the windings.

The results of the steady state simulations are obtained with the Finite Element Method and they are compared with the dynamic simulations in which the behavior of the single-phase induction motor of fractional power is analyzed during its start at different loads.

Índice general

Índice de figuras	v
Tablas	vii
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Motivación de la tesis	5
1.3. Objetivos	5
1.4. Hipótesis generales	6
1.5. Contribuciones de la tesis	6
1.6. Organización de la tesis	7
2. MODELO ELECTROMAGNÉTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO DE POTENCIA FRACCIONARIA	9
2.1. Introducción	9
2.2. Descripción del motor	10
2.2.1. Componentes de fuerza magnetomotriz del MIMPF	11
2.2.2. Motores de fase dividida	12
2.2.3. Motores monofásicos con capacitor	13
2.3. Circuito equivalente	15
2.4. Ecuaciones de Maxwell	18
2.4.1. Suposiciones del modelo	19
2.4.2. Ecuación de difusión no lineal para el motor de inducción	20
2.4.2.1. Formulación cuasi-3D	21
2.4.2.2. Ecuaciones de voltaje en conductores	23

ÍNDICE GENERAL

2.4.2.3. Ecuaciones para todo el dominio	26
2.5. Interconexión externa e interna del motor de inducción	26
2.5.1. Alimentación externa del motor de inducción	27
2.5.2. Interconexión en el rotor	27
2.6. El método de los elementos finitos	28
2.6.1. Descripción	28
2.6.2. Elementos finitos	29
2.7. Método de Galerkin: Conceptos básicos	31
3. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	33
3.1. Especificaciones físicas del devanado	33
3.1.1. Propiedades eléctricas del circuito acoplado	34
3.2. Especificaciones geométricas	35
3.3. Mallado de la geometría	36
3.4. Condiciones de frontera del modelo	38
3.5. Propiedades físicas del modelo	39
3.6. Definición de los conjuntos mecánicos del modelo	40
4. SIMULACIONES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	43
4.1. Introducción	43
4.2. Análisis en el dominio de la frecuencia	43
4.2.1. Cálculo de la posición inicial del rotor	44
4.2.2. Curva par-deslizamiento	45
4.2.3. Operación a plena carga	46
4.2.4. Prueba del motor en vacío	49
4.2.5. Prueba del motor a rotor bloqueado	50
4.3. Análisis en el dominio del tiempo	53
4.3.1. Simulación sin carga	53
4.3.2. Simulación con carga nominal	55
4.3.3. Campo magnético transitorio del MIMPF a plena carga	57
4.4. Análisis de resultados	58

ÍNDICE GENERAL

5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	61
5.1. Conclusiones	61
5.2. Perspectivas de Trabajos Futuros	61
A.	63
A.1. Onda de FMM Producida por la Máquina de Inducción Monofásica . . .	63
Referencias	67

ÍNDICE GENERAL

Índice de figuras

2.1. Motor de inducción de potencia fraccionaria.	10
2.2. Esquema de un motor de inducción monofásico.	12
2.3. Diagrama del motor de fase dividida.	13
2.4. Diagrama del motor de arranque por capacitor.	13
2.5. Diagrama del motor con capacitor permanente.	14
2.6. Diagrama del motor de capacitor doble.	14
2.7. Circuitos equivalentes para un MIMPF.	16
2.8. Circuito equivalente para el motor de inducción con capacitor permanente.	17
2.9. Vectores unitarios \mathbf{i} , \mathbf{j} y \mathbf{k} en la dirección x , y y z	22
2.10. Conductor sólido.	24
2.11. Fuente de voltaje monofásica que alimenta al motor de inducción de potencia fraccionaria.	27
2.12. Aproximación en tres dimensiones de la interconexión interna de las barras del rotor.	28
2.13. Elementos finitos triangulares.	30
2.14. Representación gráfica del mallado en un motor.	31
3.1. Diagrama del devanado del <i>MIMPF</i>	34
3.2. Circuito eléctrico del motor.	35
3.3. Núcleo magnético del estator.	36
3.4. Núcleo magnético del rotor.	36
3.5. Porción del rotor y estator con propiedades de mallado.	37
3.6. Mallado con 68.21 % de elementos con calidad excelente y 48572 nodos.	37

ÍNDICE DE FIGURAS

3.7. Mallado con 93.25 % de elementos con calidad excelente y 40868 nodos.	38
3.8. Técnica de caja infinita aplicada al modelo de la MIMPF.	39
3.9. Curva $B - H$ del acero eléctrico de grano no orientado (POSCO (2006)).	39
3.10. Definición de la banda móvil.	41
4.1. Par electromagnético contra posición angular.	44
4.2. Par electromagnético contra deslizamiento.	45
4.3. Pérdidas por efecto Joule en los devanados	47
4.4. Pérdidas por el método de Bertotti	48
4.5. Potencia absorbida por el motor	48
4.6. Potencia transmitida al eje	48
4.7. Líneas de campo magnético a deslizamiento nominal $s = 0.0833$	49
4.8. Densidad del campo magnético a deslizamiento nominal $s = 0.0833$	50
4.9. Distribución de corriente en las barras del rotor a deslizamiento nominal $s = 0.0833$	50
4.10. Densidad de flujo magnético en todo el dominio a un deslizamiento $s =$ 0.001	51
4.11. Corriente total en el estator en función del voltaje de alimentación.	51
4.12. Potencia absorbida por el motor en función del voltaje de alimentación.	52
4.13. Distribución de las líneas de campo magnético a un deslizamiento de $s = 1$	52
4.14. Par electromagnético sin carga.	54
4.15. Corriente en el devanado principal y auxiliar.	54
4.16. Velocidad bajo la condición sin carga.	55
4.17. Variación del par electromagnético a plena carga	55
4.18. Velocidad angular a plena carga	56
4.19. Corriente en el devanado principal y auxiliar.	56
4.20. Líneas de campo magnético en $t = 1 \text{ ms}$	57
4.21. Líneas de campo magnético en diferentes instantes de tiempo.	58
A.1. Curva par vs porcentaje de velocidad síncrona de un motor de inducción monofásico.	64

Tablas

3.1. Datos de los devandos.	34
3.2. Parámetros concentrados en el motor.	35
3.3. Parámetros para representar inductancia y resistencia en devanados y barras de la jaula de ardilla.	40
3.4. Asignación de conjuntos mecánicos de acuerdo a sus características físicas. 41	
4.1. Intervalo del par electromagnético calculado	44
4.2. Características del deslizamiento crítico para el motor	46
4.3. Características del MIMPF operando en condiciones de estado estable .	47
4.4. Resultados de simulaciones con el motor sin carga	59

Nomenclatura

Símbolo	Unidades	Descripción
A	[T-m]	Potencial magnético vectorial
<i>A</i>	[T-m]	Componente del potencial magnético vectorial en la dirección z
<i>a</i>	–	Coefficiente de reducción del devanado principal al auxiliar
B	[T]	Densidad de flujo magnético
<i>B_m</i>	[T]	Valor pico de la densidad de flujo magnético
<i>C_{f aux}</i>	[F]	Capacitor conectado en serie con el devanado auxiliar
CA	–	Corriente alterna
D	[C/m ²]	Densidad de flujo eléctrico
<i>d/dt</i>	–	Operador derivada
E	[V/m]	Intensidad de campo magnético
<i>F_{ag1}</i>	[A-vuelta]	Onda de fuerza magnetomotriz producida en el entrehierro
<i>F_{ag1}⁺</i>	[A-vuelta]	Onda de fuerza magnetomotriz hacia adelante producida en el entrehierro
<i>F_{ag1}⁻</i>	[A-vuelta]	Onda de fuerza magnetomotriz hacia atrás producida en el entrehierro
<i>f_{mm}</i>	[A-vuelta]	Fuerza magnetomotriz
<i>f_r</i>	[Hz]	Frecuencia del rotor
<i>f_{rb}</i>	[Hz]	Frecuencia inducida al rotor del campo hacia atrás
<i>f_s</i>	[Hz]	Frecuencia de la fuente
H	[A/m]	Intensidad de campo magnético
Hp	[Watts]	Caballos de potencia
<i>I_C</i>	[A]	Corriente que circula por la rama del capacitor
<i>I_{m+}</i>	[A]	Componente positiva de la corriente
<i>I_{m-}</i>	[A]	Componente negativa de la corriente
<i>I_f</i>	[A]	Corriente total que circula por un conductor filamentoario
<i>I_t</i>	[A]	Corriente total que circula por un conductor sólido
i, j, k	–	Vectores unitarios en las direcciones <i>x</i> , <i>y</i> , y <i>z</i>
J	[A/m ²]	Densidad superficial de corriente eléctrica
<i>Ke</i>	[Ws ^{1.5} /T ^{1.5} m ³]	Coefficiente de pérdidas en exceso
<i>Kh</i>	[Ws/T ² m ³]	Coefficiente de pérdidas por histeresis
<i>K_{w1a}</i>	[%]	Factor de apilamiento del devanado auxiliar
<i>K_{w1m}</i>	[%]	Factor de apilamiento del devanado principal
L	[H]	Inductancia de dispersión de cabezales en los devanados
<i>L_{er}</i>	[Ω]	Inductancia entre las barras del rotor
<i>L_{f aux}</i>	[H]	Inductancia de dispersión del devanado auxiliar
<i>L_{f princ}</i>	[H]	Inductancia de dispersión del devanado principal
<i>l</i>	[m]	Longitud de un conductor
<i>N_{aux}</i>	[Vueltas]	Número de vueltas del devanado auxiliar
<i>N_{princ}</i>	[Vueltas]	Número de vueltas del devanado principal

NOMENCLATURA

n	[rpm]	Velocidad asíncrona
n_s	[rpm]	Velocidad síncrona
$P_{Bertotti}$	[W]	Pérdidas calculadas por el método de Bertotti
P_{absor}	[W]	Potencia absorbida por el motor
$P_{clasicas}$	[W]	Pérdidas provocadas por corrientes de remolino
$P_{excedentes}$	[W]	Pérdidas por exceso en el hierro
$P_{Histeresis}$	[W]	Pérdidas provocadas por el fenómeno de histéresis
$P_{Joules,dev}$	[W]	Pérdidas por efecto Joule en los devanados del estator
$P_{Joules,rotor}$	[W]	Pérdidas por efecto Joule en las barras del rotor
P_{sal}	[W]	Potencia transmitida al rotor
p	–	Número de polos
R_{er}	[Ω]	Resistencia entre las barras del rotor
R_f	[Ω]	Resistencia total de un conductor filamentario
R_{faux}	[Ω]	Resistencia del devanado auxiliar del estator
R_{fprinc}	[Ω]	Resistencia del devanado principal del estator
R_t	[Ω]	Resistencia total de un conductor sólido
R_1	[Ω]	Resistencia del devanado del estator
R_2	[Ω]	Resistencia de la jaula de ardilla del rotor
R_3	[Ω]	Resistencia de la rama del capacitor
s	[%]	Deslizamiento
t	[segundos]	Tiempo
U_f	[V]	Caída de tensión de un conductor filamentario
U_t	[V]	Caída de tensión de un conductor sólido
V_s	[V]	Voltaje de la fuente
V_{l-n}	[V]	Voltaje de línea a neutro
X_1	[Ω]	Reactancia del devanado del estator
X_2	[Ω]	Reactancia de la jaula de ardilla del rotor
X_3	[Ω]	Reactancia de la rama del capacitor
X_φ	[Ω]	Reactancia de magnetización
\tilde{Z}_+	[Ω]	Impedancia que describe la componente hacia adelante
\tilde{Z}_-	[Ω]	Impedancia que describe la componente hacia atrás
ε	[C^2/Nm^2]	Permitividad eléctrica
ω_e	[Hz]	Velocidad angular eléctrica
θ_{ae}	[grados]	Ángulo eléctrico
μ	[H/m]	Permeabilidad magnética
μ_r	[H/m]	Permeabilidad relativa
μ_0	[H/m]	Permeabilidad del espacio libre
ρ_v	[C/m^3]	Densidad de carga volumétrica
σ	[S/m]	Conductividad eléctrica
∇	–	Operador nabla $\left(\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \right)$

NOMENCLATURA

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta la revisión bibliográfica sobre los trabajos reportados en la literatura acerca del estudio del motor de inducción de potencia fraccionaria con base en el MEF.

1.1. Antecedentes

La aparición de los primeros Motores de Inducción Monofásicos de Potencia Fraccionaria (MIMPF) fue en el año de 1890. Su uso principalmente era industrial, ya que permitía que las tareas a realizar fueran más rápidas, por ejemplo en la industria acera, de papel, industria textil y talleres (Lester (1915)). El MIMPF es el dispositivo que se usa actualmente en la industria por sus características de rendimiento que va desde fracciones de Hp y que llega hasta los 7.5 Hp, también por su bajo costo de mantenimiento. Debido a estas características el MIMPF ha inundado el mercado doméstico por su amplia utilización en bombas, licuadoras, lavadoras, ventiladores, entre otros usos. El uso generalizado de estos motores monofásicos es porque en los hogares se cuenta con un suministro monofásico de Corriente Alterna (CA), por otro lado presenta capacidades de rendimiento tan aceptables como las encontradas en máquinas trifásicas (Umans (2014), González & Barazarte (2013), Williamson & Smith (1999), Hrabovcova *et al.* (2010)).

El primer motor monofásico conocido es el de fase dividida, el cual fue construido por Nikola Tesla en 1893, el cual para funcionar debía ser impulsado de forma manual

(Lester (1915)). De 1893 a 1895 los motores de fase dividida de arranque propio hicieron su aparición. Su diseño se basaba en dos devanados de los cuales uno era utilizado para arranque y otro para operación. El devanado de arranque estaba conectado en serie a una resistencia y cuando el motor se encontraba en operación, el devanado de arranque se desconectaba de manera manual. Algunos motores después cambiaron la resistencia por un capacitor lo que incrementó el desplazamiento angular de la corriente. A principios de 1898 los motores se diseñaban con un motor externo conectado en serie, debido a la dificultad que representaba el par de arranque bajo. Otra alternativa utilizada fue la de conectar un embrague para incrementar dicho par o para bajar las cargas en caso de que fueran muy ligeras (Lester (1915)). Para 1927 se mejoró el par de arranque realizando arreglos en el devanado de arranque para llevarlo a velocidad nominal. Cabe destacar que todos los estudios del MIMPF eran realizados por métodos analíticos (Lauper (1927)).

El análisis mediante métodos analíticos es poco confiable, debido a que no toma en cuenta las propiedades magnéticas de los materiales que componen la estructura física del motor. Se obtuvo una mejor aproximación del comportamiento general del motor cuando aparecieron los primeros estudios de problemas electrostáticos y magnetostáticos resueltos por programas basados en el método de elementos finitos (Zienkiewicz *et al.* (1968), Silvester (1969), McDonald & Wexler (1972)).

El MEF es un procedimiento numérico para obtener soluciones en muchos de los problemas encontrados en ingeniería (Segerlind (1984)). El método está íntimamente ligado al desarrollo de la ingeniería y las ciencias computacionales. Generalmente en problemas electromagnéticos el MEF, se asocia con métodos variacionales o de residuales ponderados (Bastos & Sadowski (2003)). En el primer caso, el procedimiento numérico se establece usando una funcional (función de funciones) que será minimizada, mientras que en el segundo caso el método se establece directamente de la ecuación física que describe el problema. Para encontrar una solución práctica a problemas complejos, se opta por usar los métodos numéricos como herramienta de cálculo. El MEF proporciona una solución numérica aproximada la cual puede ser adaptable a problemas de campo electromagnético, mecánica, propagación de calor, entre muchas otras encontradas en distintos campos de la ingeniería.

Para 1982 S. Williamson y J. W. Ralph realizaron el estudio del MIMPF por medio del MEF tomando en cuenta fuentes de voltaje variantes en el tiempo, donde se incluyen problemas de saturación magnética de los materiales (Williamson & Ralph (1982)).

En 1990 el uso del MEF permitió obtener parámetros más adecuados del comportamiento del MIMPF ya que se toma en cuenta la geometría del motor y las propiedades no lineales de los materiales, aunque se encontraron algunas restricciones debido a la cantidad de cálculos que debía realizar. Para evitar esta problemática se utilizaron dos modelos, uno con el circuito equivalente de la máquina de inducción (Umans (2014)) con el fin de hacer el estudio en estado estable, pero para el análisis transitorio se usó un modelo de elementos finitos en dos dimensiones (S. Williamsom (1990)).

En (Williamson & Smith (1999)) se analizaron diferentes configuraciones de devanados en motores de jaula de ardilla de dos velocidades con capacitor. El propósito del trabajo era determinar un método unificado para predecir el funcionamiento en estado estable del motor.

En 2002 H. De Gersem y K. Hameyer basan su trabajo en comparar modelos analíticos encontrados en (Veinott & Martin (1986), Umans (2014)) contra modelos formulados por el MEF. Se realiza el análisis del campo magnético generado en el entrehierro de un motor trifásico y se compara con el campo magnético generado en el entrehierro de un motor de inducción monofásico. En este último se produce un campo en el entrehierro elíptico. Con la finalidad de separar las componentes rotacionales hacia adelante y hacia atrás se formulan dos modelos para el rotor. Los resultados que se obtienen son bastante satisfactorios proporcionando una herramienta de cálculo rápida para análisis en estado estable del MIMPF (De Gersem & Hameyer (2002)).

En 2007 Luigi Albertu, Nicola Bianchi, Silverio Bolognani realizan una comparación de métodos analíticos y el MEF (Umans (2014), Veinott & Martin (1986)) en motores de inducción monofásicos y trifásicos. El análisis consiste en analizar los motores en dos condiciones de operación uno sin carga, para determinar las pérdidas inherentes al sistema que se simulan como resistencias en el circuito equivalente y para determinar la saturación magnética de las laminaciones de hierro. El otro análisis es a rotor bloqueado y en esta parte se asume que las laminaciones son lineales, además se simula la máquina con varias frecuencias para obtener la dependencia de los parámetros en operación. Se realiza un análisis por MEF en dos dimensiones y en tres dimensiones donde se simula

el sesgo del rotor. Para una predicción rápida se toma el circuito equivalente, lo cual proporciona resultados experimentales satisfactorios. La ventaja que se obtiene con el MEF es que se toma en cuenta la saturación magnética de los materiales, corrientes de magnetización y se puede observar físicamente la distribución de la corriente (Alberti *et al.* (2007)).

Un estudio muy ilustrativo fue el presentado en 2010 por V. Hrabovcova, L. Kalamen, P. Sekerak, P. Rafajdus, donde se describen las ventajas del uso del motor de inducción (Umans (2014), González & Barazarte (2013), Williamson & Smith (1999), Hrabovcova *et al.* (2010)), debido a que el motor no genera par de arranque ya que sus campos rotatorios se encuentran en dirección opuesta. En este trabajo se hace un análisis para obtener las componentes de secuencia positiva y negativa cuando se encuentra en operación por medio del estudio de diferentes configuraciones en el devanado de arranque (Umans (2014)). Se elige la configuración del devanado de arranque con capacitor conectado de manera permanente para el modelado analítico, debido a que asemeja a una máquina de inducción bifásica por su distribución espacial en los devanados a 90° . Se utilizaron varios métodos experimentales para la determinación de parámetros los cuales fueron: el método clásico que se basa en el modelado de la máquina de inducción trifásica, el método Suhr's el cual se basa en hacer mediciones de potencia reactiva de entrada y de esta manera calcular la potencia reactiva de salida, el método bifásico donde se utiliza la configuración espacial de 90° y por último el MEF con el cual se obtiene la energía total almacenada en el circuito magnético. Varios métodos fueron utilizados y comparados en estado estable, se obtienen errores despreciables y se recomienda que pueden ser utilizados para fines de investigación con certeza. Las simulaciones realizadas con el MEF, se compararon con mediciones obtenidas en pruebas experimentales hechas a un motor en laboratorio, los resultados obtenidos fueron muy cercanos entre los métodos utilizados (Hrabovcova *et al.* (2010)).

En (Huangfu *et al.* (2014)) realizan el análisis de motores de inducción monofásicos y trifásicos, tomando en cuenta el efecto piel, pérdidas en el acero del núcleo, la no linealidad, características anisotrópicas y cambio de parámetros de carga.

El motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria desde su aparición tiene un problema intrínseco ya que no produce par de arranque por sí sólo, por lo que al principio, se tenía que hacer girar el eje de forma manual para que pudiera rotar. Varios

años después, entre 1893 y 1895, los investigadores resolvieron el problema instalando en la máquina devanados auxiliares y en algunos casos agregando capacitores para lograr mejores resultados al arranque y en operación. La introducción del MEF en el estudio de dispositivos electromagnéticos a principio de la década de los 80, cambio por completo la filosofía a cerca del estudio de máquinas eléctricas. El MEF es utilizado para obtener soluciones aproximadas con gran apego a la realidad del funcionamiento y operación de dispositivos electromagnéticos, utilizando métodos numéricos para reducir la complejidad de los cálculos.

1.2. Motivación de la tesis

El motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria es un dispositivo que a lo largo de la historia ha evolucionado ya que ofrece características de trabajo tan buenas como las de un motor trifásico (Umans (2014), González & Barazarte (2013), Williamson & Smith (1999), Hrabovcova *et al.* (2010)). Desde la perspectiva del diseño es importante conocer las características operativas de un motor de inducción monofásico. En ese sentido, el MEF proporciona resultados prácticos con gran detalle, que van desde la distribución del flujo magnético, densidad de campo magnético, comportamiento del voltaje y la corriente en el devanado principal y en el devanado auxiliar, par electromagnético, velocidad angular, potencia absorbida por la máquina, pérdidas en el núcleo y en el devanado. Además el análisis toma en cuenta la no linealidad del material magnético y las características físicas del motor como son geometría, parámetros físicos del devanado y voltaje suministrado. La ventaja de utilizar el MEF para el análisis de dispositivos electromagnéticos radica en que se pueden hacer pruebas en estado dinámico a diferentes cargas o las pruebas de corto circuito y circuito abierto con la ventaja de que los resultados son muy cercanos a la realidad.

1.3. Objetivos

Este trabajo tiene como objetivo el modelado, simulación y análisis de un MIMPF tipo jaula de ardilla, con geometría y parámetros físicos conocidos mediante el método de elementos finitos.

Los objetivos particulares de la tesis son:

- Analizar el motor de inducción en estado estable y transitorio usando el MEF.
- Realizar simulaciones dinámicas para observar el funcionamiento del MIMPF durante su arranque a diferentes cargas.

1.4. Hipótesis generales

- Se asume un modelo en dos dimensiones del sistema electromagnético, en el cual se pueden incorporar los efectos tridimensionales con modelos de parámetros concentrados.
- Se desprecia la carga libre.
- Los materiales magnéticos son isotrópicos.
- Se ignora el fenómeno de histéresis.

1.5. Contribuciones de la tesis

Las contribuciones del este trabajo de tesis son las siguientes:

1. Se propone el modelo de elementos finitos de un motor de inducción de potencia fraccionaria en 2D, en el cual se describen los detalles físicos tales como las ranuras del rotor y estator, la distribución de los devanados en el estator y la descripción de los materiales utilizados con los que se constituye el motor.
2. La solución del modelo proporciona una aproximación muy cercana al dispositivo real, por lo cual, la información es útil para construir dispositivos con las características del motor analizado.

1.6. Organización de la tesis

En el Capítulo 1 se presenta una breve reseña histórica sobre la aparición en la industria del motor de inducción de potencia fraccionaria, también se hace una reseña del Método de Elemento Finito y su aplicación para el estudio de estos dispositivos electromagnéticos. Además se presenta la motivación del trabajo.

En el Capítulo 2 se obtiene el modelo electromagnético del motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria por medio de las ecuaciones de Maxwell y sus relaciones constitutivas. Se describen circuitos externos que se adecuan a las características físicas del motor.

En el Capítulo 3 se describe el MEF aplicado al motor de inducción usando la ecuación de difusión no lineal y se describen las condiciones de frontera utilizadas en el modelo. Se construye la estructura geométrica del motor bajo estudio. Se especifican las condiciones del mallado y se asignan materiales a la estructura física de modelo.

En el Capítulo 4 se realizan varias simulaciones en el dominio del tiempo del motor de inducción de potencia fraccionaria y se presentan las gráficas de los valores obtenidos del campo magnético y la densidad de flujo magnético, también se presenta la curva par-deslizamiento característica de los motores de inducción. Se realizan dos simulaciones en el dominio del tiempo, una sin carga y otra a carga nominal y se presentan gráficas progresivas en el tiempo del campo magnético transitorio del motor de inducción. Se analizan resultados del motor sin carga, en el dominio de la frecuencia y el dominio del tiempo y se comparan las ventajas y desventajas de los métodos utilizados.

En el Capítulo 5 se exponen las conclusiones que se llegaron en este trabajo de tesis, así como las perspectivas de trabajos futuros.

1. INTRODUCCIÓN

Capítulo 2

MODELO ELECTROMAGNÉTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO DE POTENCIA FRACCIONARIA

2.1. Introducción

A continuación se describen las partes constitutivas y operativas del motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria. Se detalla la teoría del circuito equivalente propia de los motores de inducción monofásicos. Se pormenorizan las ecuaciones de Maxwell y sus relaciones constitutivas, las cuales en conjunto describen el funcionamiento de dispositivos electromagnéticos de baja frecuencia como lo es el MIMPF. Además se describen a profundidad las suposiciones bajo las que se obtiene el modelo electromagnético en dos dimensiones del motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria.

2.2. Descripción del motor

El motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria es el dispositivo electromagnético que se utiliza con mayor frecuencia en la industria (Umans (2014)). La frecuencia de su uso se debe a que presenta ventajas tales como (Veinott & Martin (1986)):

- La construcción del dispositivo es relativamente sencilla.
- Bajo costo de mantenimiento.
- Es fácil de operar.
- Trabaja con voltaje alterno monofásico.

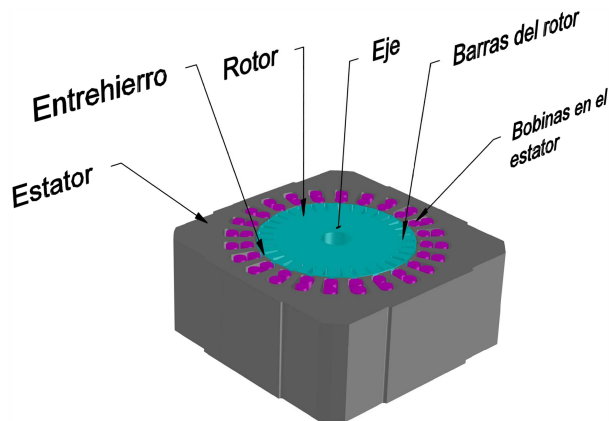


Figura 2.1: Motor de inducción de potencia fraccionaria.

El motor de inducción cuenta con una parte estática (estator) y una parte móvil (rotor). El estator aloja a los devanados principal y auxiliar dentro de ranuras equidistantes que se encuentran en la circunferencia interior del núcleo del estator. Este se construye con laminaciones ranuradas y apiladas. El rotor también se construye con laminaciones ranuradas y apiladas para formar un cilindro tipo jaula de ardilla el cual generalmente tiene barras de aluminio conectadas en cortocircuito. Entre el rotor y el estator se encuentra una separación llamada entrehierro como se puede apreciar en la Figura 2.1.

El motor de inducción, desde una perspectiva general, opera aplicando voltaje alterno directamente a los devanados del estator creando así un campo magnético en el entrehierro. Este campo generado comienza a girar a velocidad síncrona la cual está definida por:

$$n_s = \frac{120f_s}{p} \quad (2.1)$$

donde: f_s es la frecuencia que suministra la fuente, p es el número de polos del motor. Entonces el rotor comienza a girar en la misma dirección que gira el campo rotatorio del estator sólo que la velocidad del rotor tendrá una diferencia de velocidad con respecto a la velocidad síncrona. Esta diferencia de velocidades se denomina deslizamiento y está dado por:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (2.2)$$

Entonces, la velocidad del rotor puede ser expresada en términos del deslizamiento y la velocidad síncrona de la siguiente manera:

$$n = (1 - s)n_s \quad (2.3)$$

La frecuencia del rotor, producida por el movimiento relativo entre el campo rotatorio y el rotor, también puede quedar en términos del deslizamiento, tal que:

$$f_r = sf_s \quad (2.4)$$

El funcionamiento de un motor de inducción es similar al de un transformador, también se caracteriza porque puede transformar la frecuencia.

2.2.1. Componentes de fuerza magnetomotriz del MIMPF

Los motores de inducción monofásicos de rotor jaula de ardilla tienen devanados en el estator posicionados a 180 eléctricos en el espacio (ver Figura 2.2). Si la corriente del estator es variante en el tiempo de forma cosenoidal, la onda de fuerza magnetomotriz se puede describir como función del espacio y el tiempo mediante:

$$F_{ag1} = F_{\text{máx}} \cos(\theta_{ae}) \cos(\omega_e t) \quad (2.5)$$

Donde: θ_{ae} es el ángulo eléctrico y ω_e es la frecuencia eléctrica variante en el tiempo.

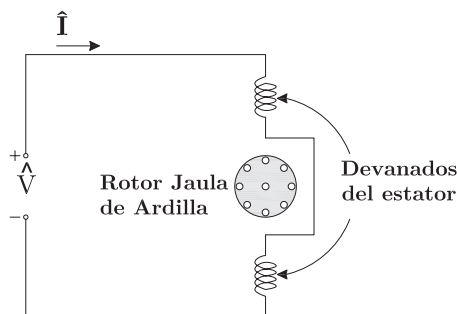


Figura 2.2: Esquema de un motor de inducción monofásico.

Si la corriente con la que se excita el motor es variante en el tiempo, la onda de fuerza magnetomotriz hacia adelante resultante está dada por (ver desarrollo de la ecuación (2.5) en el Apéndice A.1):

$$F_{ag1}^+ = \frac{1}{2} F_{\text{máx}} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \quad (2.6)$$

y la onda de fuerza magnetomotriz hacia atrás es:

$$F_{ag1}^- = \frac{1}{2} F_{\text{máx}} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t) \quad (2.7)$$

Por simetría es claro que el motor monofásico no puede producir par de arranque. Una manera ingeniosa para producir este par de arranque es la de simular una máquina bifásica la cual toma el nombre de motor de fase dividida y se clasifica de acuerdo a su método de arranque (Umans (2014)).

2.2.2. Motores de fase dividida

El motor de fase dividida tiene dos devanados en el estator, uno principal (devanado de trabajo) y otro auxiliar (devanado de arranque) que tiene una resistencia más alta que la del devanado principal. Los devanados se posicionan uno con respecto al otro a 90° eléctricos en el espacio (ver Figura 2.3). Cuando el motor es excitado por una corriente proporcionada por la fuente, la corriente que circula por el devanado auxiliar se adelanta con respecto a la corriente que circula por el devanado principal y el campo rotatorio resultante genera un par de arranque. El motor generalmente tiene un interruptor centrífugo conectado en serie con el devanado auxiliar, esto con el propósito de

que cuando el motor alcance el 75 % de la velocidad síncrona se desconecte y continúe operando sólo con el devanado principal. El motor de fase dividida tiene un par de arranque moderado con bajas corrientes.

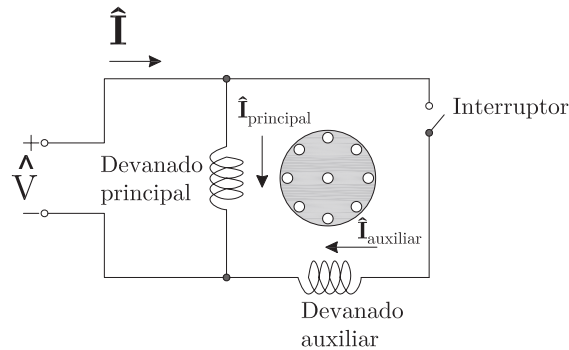


Figura 2.3: Diagrama del motor de fase dividida.

2.2.3. Motores monofásicos con capacitor

Con la utilización de capacitores en los motores es posible mejorar las condiciones de arranque y trabajo en un motor de inducción de fase dividida ((Veinott & Martin, 1986) (Umans, 2014)).

El *motor de arranque por capacitor*, es un motor de fase dividida en el cual se conecta un capacitor en serie con el devanado auxiliar. La presencia del capacitor ayuda a que el desplazamiento de la corriente se logre con mayor facilidad. En este motor también se desconecta el devanado auxiliar cuando el motor logra girar (ver Figura 2.4).

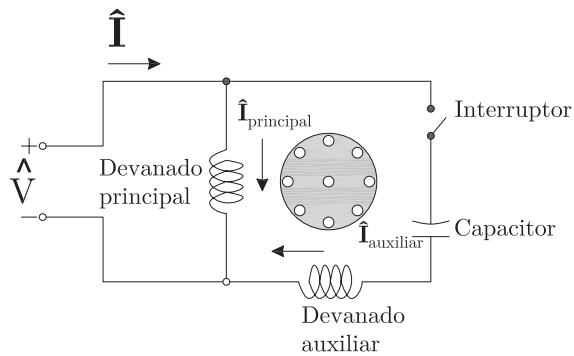


Figura 2.4: Diagrama del motor de arranque por capacitor.

2. MODELO ELECTROMAGNÉTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO DE POTENCIA FRACCIONARIA

El *motor de capacitor permanente de fase dividida* tiene la característica de que el devanado auxiliar nunca se desconecta, este tipo de máquinas son como bifásicas y de esta manera se reducen las pérdidas debidas a la onda de flujo hacia atrás (Umans (2014)). La frecuencia doble del estator también es eliminada dando mejor eficiencia al motor y con ello se tiene un motor menos ruidoso en operación estable (ver Figura 2.5).

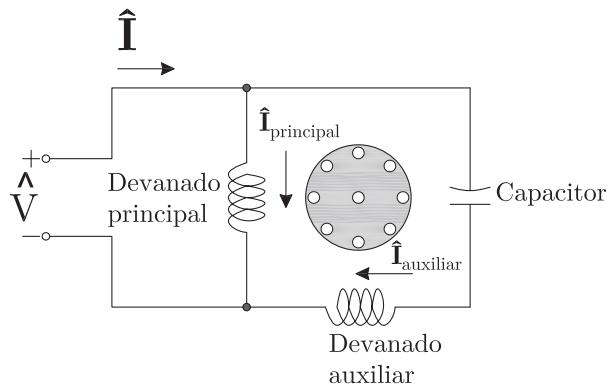


Figura 2.5: Diagrama del motor con capacitor permanente.

Por último, se describe al *motor de dos capacitores* en el que un capacitor se utiliza para mejorar las condiciones de trabajo y el otro se utiliza para el arranque. El capacitor que se utiliza para el arranque se encuentra conectado en paralelo con respecto al capacitor permanente, este capacitor se desconecta cuando alcanza su velocidad nominal (ver Figura 2.6).

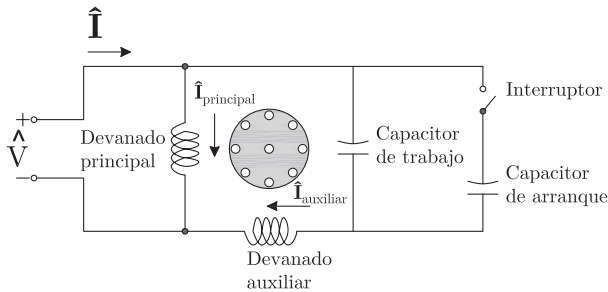


Figura 2.6: Diagrama del motor de capacitor doble.

El costo de los diferentes tipos de motores se relaciona con su construcción y funcio-

namiento, los motores de capacitor de arranque son los más económicos después siguen los de capacitor permanente, por último los más costosos son los de doble capacitor.

2.3. Circuito equivalente

Si se considera el caso cuando el rotor está bloqueado (deslizamiento $s = 1$) y se excita el devanado principal, entonces el motor es equivalente a un transformador con el devanado secundario en cortocircuito (ver Figura 2.7a). Si se descomponen las ondas de Fuerza Magnetomotriz (fmm) hacia adelante y hacia atrás cuando el rotor se encuentra estático, las amplitudes de estas ondas son igual a la mitad de la amplitud del campo pulsatorio. Si se descomponen los efectos del flujo del entrehierro en dos partes iguales pueden ser representados por el circuito equivalente que se muestra en la Figura 2.7b.

Ahora se considera que el motor está operando a velocidad nominal en dirección hacia donde se produce el campo de giro hacia adelante, con un deslizamiento s . Las corrientes inducidas en el rotor debido al campo que gira hacia adelante, origina una onda de fmm que viaja hacia adelante a la velocidad de deslizamiento con respecto al rotor y por lo tanto a velocidad síncrona con respecto al estator. La resultante de las ondas de giro origina una Fuerza Contraelectromotriz \hat{E}_{mf} en el devanado principal del estator. El efecto que produce el rotor visto desde el estator es igual al de un motor polifásico y se puede representar por medio de una impedancia $0.5R_2/s + j0.5X_2$ en paralelo con $j0.5X_\varphi$ como se observa en el circuito de la Figura 2.7c denotado por *adelante*. Mientras la velocidad del rotor con respecto al campo hacia adelante es igual a la ecuación (2.3), para el campo hacia atrás es $(2 - s)n_s$. Por lo tanto, se puede observar que la frecuencia inducida al rotor por parte del campo hacia atrás, para deslizamientos pequeños es casi dos veces el valor de la frecuencia,

$$f_{rb} = (2 - s)f_s. \quad (2.8)$$

El comportamiento del campo hacia atrás se esquematiza en la Figura 2.7c y está denotado por *atrás* (Veinott & Martin (1986)).

Hasta ahora se han considerado las pruebas realizadas cuando el motor opera sólo con el devanado principal y se incorpora el análisis del efecto que tiene la onda de fmm hacia atrás en la Figura 2.7c. Para analizar la contribución del devanado auxiliar con el

2. MODELO ELECTROMAGNÉTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO DE POTENCIA FRACCIONARIA

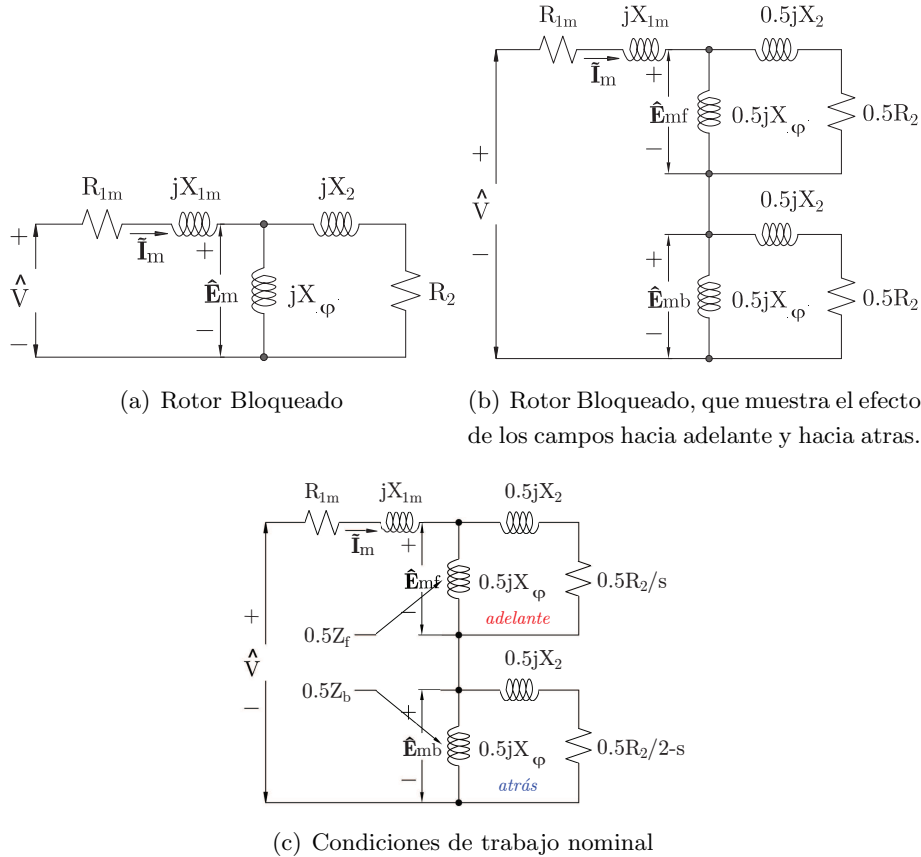


Figura 2.7: Circuitos equivalentes para un MIMPF.

capacitor conectado en serie, se incluye una rama donde se incorpora la conexión de la reactancia capacitiva X_c en serie con una impedancia que depende de la contribución de las resistencias R_1 y R_2 y del efecto que produce el rotor visto desde el estator (ver Figura 2.8).

Cuando el motor se pone en operación, el valor del voltaje en el devanado auxiliar tienen una magnitud baja con respecto al voltaje del devanado auxiliar, por lo que es posible reflejar el voltaje del devanado auxiliar en el devanado principal, dada por la siguiente relación (Boldea & Nasar (2000)):

$$a = \frac{N_{aux}}{N_{princ}} \frac{K_{w1a}}{K_{w1m}} = \frac{\text{Conductores efectivos devanado auxiliar}}{\text{Conductores efectivos devanado principal}} \quad (2.9)$$

Entonces para incluir el efecto del capacitor permanente de manera general, se incluye

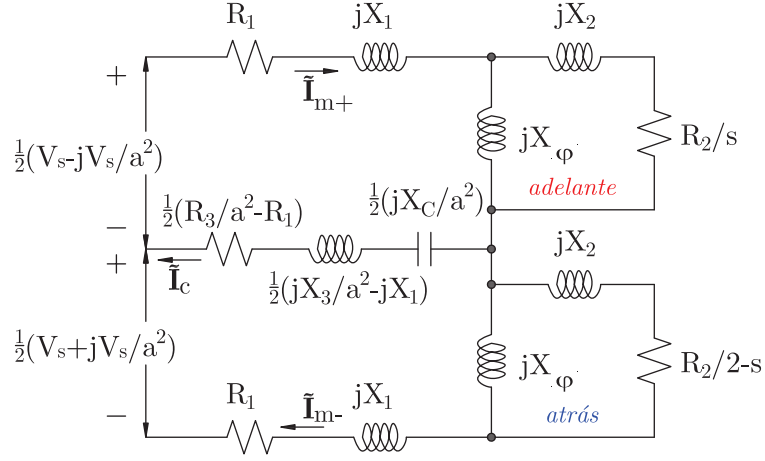


Figura 2.8: Circuito equivalente para el motor de inducción con capacitor permanente.

en el cálculo, el promedio de los devanados y el efecto del devanado principal para formar la impedancia \tilde{Z}_3 que se puede obtener de las siguientes ecuaciones:

$$R_3 a^2 - R_1 = 0 \quad (2.10)$$

$$X_3 a^2 - X_1 = 0 \quad (2.11)$$

De tal manera que las corrientes del devanado principal y auxiliar, dadas por $\tilde{I}_m = \tilde{I}_{m+} + \tilde{I}_{m-}$ se pueden representar mediante la ecuación (2.12),

$$\tilde{I}_C = j[\tilde{I}_{m+} - \tilde{I}_{m-}]/a \quad (2.12)$$

Por lo tanto, las impedancias que describen las componentes hacia adelante y hacia atrás, se definen por:

$$\tilde{Z}_+ = R_1 + jX_1 + \frac{jX_\varphi(jX_2 + R_2/s)}{R_2/s + j(X_\varphi + jX_2)} \quad (2.13)$$

$$\tilde{Z}_3^m = \Delta R_1 + j\Delta X_1 - \frac{j}{2a^2} X_c \quad (2.14)$$

$$\Delta R_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{R_3}{a^2} - R_1 \right); \Delta X_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{X_3}{a^2} - X_1 \right) \quad (2.15)$$

$$\tilde{Z}_- = R_1 + jX_1 + \frac{jX\varphi(jX_2 + R_2/(2-s))}{R_2/(2-s) + j(X\varphi + jX_2)} \quad (2.16)$$

Con base en las ecuaciones (2.13, 2.16 y 2.14), la solución del circuito equivalente del motor queda definido en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\tilde{V}_s(1-j/a)}{2} \\ \frac{\tilde{V}_s(1+j/a)}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_+ + \tilde{Z}_3^m & -\tilde{Z}_3^m \\ -\tilde{Z}_3^m & Z_- + Z_3^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_{m+} \\ \tilde{I}_{m-} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Resolviendo la ec. (2.17) es posible encontrar el valor de las corrientes hacia adelante \tilde{I}_{m+} y hacia atrás \tilde{I}_{m-} Boldea & Nasar (2000).

2.4. Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell son las leyes fundamentales del electromagnetismo que describen por completo los fenómenos electromagnéticos (Umans (2014) Sadiku (2003) William H. Hayt (2012)). Las ecuaciones de Maxwell en su forma diferencial son las siguientes:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.18)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.19)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.20)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad (2.21)$$

Las siguientes relaciones constitutivas, que describen las propiedades del medio que será analizado, son:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.24)$$

por último se define la permeabilidad magnética μ como:

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (2.25)$$

Donde: \mathbf{B} es la densidad de flujo magnético, \mathbf{D} es la densidad de flujo eléctrico, \mathbf{E} es la intensidad de campo eléctrico, \mathbf{H} es la intensidad de campo magnético, \mathbf{J} es la densidad superficial de corriente eléctrica, ρ_v es la densidad de carga volumétrica, μ_0 es la permeabilidad del espacio libre, μ_r es la permeabilidad relativa y ε es la permitividad eléctrica.

2.4.1. Suposiciones del modelo

Para el modelo electromagnético del motor de inducción en dos dimensiones se consideran las siguientes suposiciones:

1. La conductividad eléctrica σ es constante.
2. El modelo que se utiliza en este trabajo se plantea como un problema cuasi-estático, por lo que pueden despreciarse los términos relacionados con las corrientes de desplazamiento en la ecuación (2.19) ($\frac{d\mathbf{D}}{dt} = 0$).
3. El fenómeno de histéresis es ignorado, sin embargo, el efecto de saturación magnética del material es considerado en el modelo.
4. Se asume un material magnético isotrópico.
5. Se desprecia la carga libre $\rho_v = 0$ de la ecuación 2.21.
6. Se asume que la densidad de corriente en conductores filamentosos es uniforme sobre la sección transversal A_s del conductor.

2.4.2. Ecuación de difusión no lineal para el motor de inducción

La formulación $\mathbf{A} - V$ que se presenta a continuación permite establecer el acoplamiento entre circuitos eléctricos y las ecuaciones de campo magnético en el motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria.

Si se relaciona a la densidad de flujo magnético \mathbf{B} con el potencial magnético vectorial \mathbf{A} , como el rotacional del campo vectorial:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.26)$$

Sin embargo, para definir la ecuación anterior, debe cumplir con la propiedad de que, la divergencia del rotacional de un campo vectorial es cero:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad (2.27)$$

Entonces de esta manera se puede comprobar que la ec. (2.20) se satisface.

Ahora si se sustituye (2.26) en (2.18), entonces:

$$\nabla \times \left[\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.28)$$

Podemos observar que el lado izquierdo de la ec. (2.28), cumple con la identidad vectorial:

$$\nabla \times \nabla V = 0 \quad (2.29)$$

De las ecuaciones (2.28) y (2.29) es posible formalizar la expresión para el potencial eléctrico escalar V de la siguiente forma:

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla V \quad (2.30)$$

Si se sustituye (2.30) en la relación constitutiva relacionada con la intensidad de corriente \mathbf{J} :

$$\mathbf{J} = \sigma \left[-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \right] \quad (2.31)$$

Esta ecuación satisface la ley de conservación de la carga:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.32)$$

Las ecuaciones para el potencial magnético vectorial y para el potencial eléctrico escalar se obtienen al sustituir la ec. (2.31) en las ecuaciones (2.19) y (2.32):

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) + \sigma \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right] = 0 \quad (2.33)$$

$$\nabla \cdot \left(\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) + \nabla \cdot (\sigma \nabla V) = 0 \quad (2.34)$$

La unicidad de la solución requiere que se proporcione un valor a la divergencia del potencial magnético vectorial. Utilizando la norma de Coulomb,

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.35)$$

la solución de la ec. (2.33) y (2.34) proporciona el comportamiento electromagnético del motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria.

2.4.2.1. Formulación cuasi-3D

El motor de inducción de potencia fraccionaria es un dispositivo electromagnético tridimensional, pero el estudio de su comportamiento es válido en dos dimensiones tomando en cuenta algunas suposiciones. Por ejemplo, generalmente las bobinas en el estator se encuentran arrolladas en forma axial, por tanto su excitación también será en dirección axial, entonces se encuentra el problema de que el vector \mathbf{J} es perpendicular al plano bidimensional así como también el potencial magnético vectorial \mathbf{A} (Bastos & Sadowski (2003)). Por ello es que se analiza el motor mediante un modelo *cuasi-3D*, otra de las ventajas que presenta esta formulación es que se reducen el tiempo de cálculo y esfuerzo computacional (Mondragón (2013), Alavez (2011)).

Las componentes de \mathbf{A} y \mathbf{J} son de la siguiente forma:

$$\mathbf{A} = A\mathbf{k} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{J} = J\mathbf{k} \quad (2.37)$$

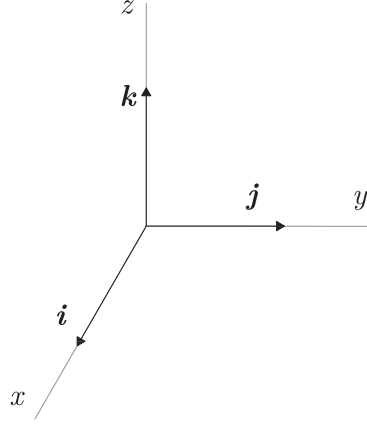


Figura 2.9: Vectores unitarios \mathbf{i} , \mathbf{j} y \mathbf{k} en la dirección x , y y z .

donde \mathbf{i} , \mathbf{j} y \mathbf{k} son los vectores unitarios en la dirección x , y y z (ver Figura 2.9). Con una aproximación *cuasi-3D* (2.33) se simplifica en la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right] = \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma \nabla V \quad (2.38)$$

Aplicando la norma de Coulomb de la ec. 2.35 y con la suposición que σ es constante, la ecuación 2.34 se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.39)$$

Una inspección de esta ecuación muestra que la primera derivada parcial de V debe ser una constante y que V varía linealmente en la dirección axial z como:

$$V = V_1 z + V_0 \quad (2.40)$$

El voltaje U en un conductor de longitud l se calcula con la siguiente expresión (Bastos & Sadowski (2003)):

$$U = \int_0^l -(\nabla V) dl = -V_1 l \quad (2.41)$$

La corriente total en un conductor se obtiene al integrar (2.31) sobre la sección transversal A_s del conductor. De la ec. (2.40) se tiene que, $\nabla V = V_1$, y de la ec. (2.41), $V_1 = -U/l$, entonces con la ec. (2.31) se puede calcular la corriente total en el conductor con la siguiente expresión:

$$I = \int_s J dA_s = - \int_s \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dA_s + \int_s \sigma \frac{U}{l} dA_s \quad (2.42)$$

Si se introduce en (2.42), la definición de resistencia en corriente directa, $R = l/(\sigma A_s)$, entonces (2.42) se puede escribir como:

$$I = \frac{U}{R} - \int_s \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dA_s \quad (2.43)$$

Finalmente, para conductores ya sea sólidos o filamentosos, se tienen las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right] - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \sigma \frac{U}{l} = 0 \quad (2.44)$$

$$U = RI + R \int_s \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dA_s \quad (2.45)$$

2.4.2.2. Ecuaciones de voltaje en conductores

Las máquinas eléctricas son de forma general un conjunto de ecuaciones de campo con un apropiado circuito magnético donde un flujo magnético interactúa con las corrientes y tiene la capacidad de generar fuerzas mecánicas (Bastos & Sadowski (2003)). Los modelos de campos electromagnéticos en dos dimensiones de motores de inducción tipo jaula de ardilla pueden dividirse en tres regiones :

- Región de conducción con conductores masivos (sólidos), donde las corrientes de remolino deben ser tomadas en cuenta, por ejemplo las barras del rotor.
- Región de conducción con conductores delgados (filamentosos), generalmente agrupados en bobinas, donde las corrientes de remolino pueden omitirse. En este

caso, la distribución espacial de las corrientes se considera uniforme en toda la sección transversal.

- Regiones libres de corriente: el núcleo laminado tanto del estator como del rotor, así como el entrehierro.

Conductores sólidos

Este tipo de conductores (de sección transversal S y longitud axial l) se utilizan en las barras del rotor jaula de ardilla (ver Figura 2.10).

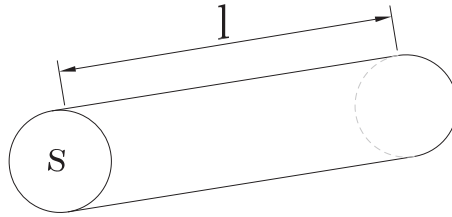


Figura 2.10: Conductor sólido.

Si se sustituye U por U_t (voltaje aplicado en cada una de las barras de la jaula de ardilla), I por I_t (la corriente total que circula por el conductor sólido) y R por R_t (es la resistencia del conductor) en las ecs. (2.44) y (2.45), se obtienen las ecuaciones para conductores sólidos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right] - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma \frac{U_t}{l} = 0 \quad (2.46)$$

$$U_t = R_t I_t + R_t \int_S \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS \quad (2.47)$$

En la ec.(2.47) se observa que, sobre un conductor sólido se relaciona la suma de la caída de tensión en la resistencia de corriente directa ($R_t I_t$) y la caída de tensión debido a las corrientes de remolino $R_t \int_S \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS$.

Conductores delgados o filamentosos

El devanado de cada una de las fases del estator de los motores de inducción de potencia fraccionaria se construye con conductores que pueden considerarse delgados o filamentosos, con un cierto número de vueltas N , sección transversal A_s , conectados

en serie. En este tipo de conductor, la densidad de corriente se considera uniforme sobre la sección transversal. Si se sustituye U por U_f (voltaje aplicado en el conductor filamentario), I por I_f (corriente que circula por el conductor filamentario) y R por R_f en las ecs. (2.44) y (2.45), se obtienen las siguientes ecuaciones para conductores filamentosos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right] - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \sigma \frac{U_f}{l} = 0 \quad (2.48)$$

$$U_f = R_f I_f + R_f \int_s \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds \quad (2.49)$$

Sustituyendo 2.49 en (2.48) se tiene que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right] - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{I_f}{s} + \frac{1}{s} \int_s \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} ds = 0 \quad (2.50)$$

Tomando en cuenta la suposición 6 presentada en la sección 2.4.1 se tiene:

$$\frac{1}{A_s} \int_s \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} dA_s = \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.51)$$

el cual se cancela con el tercer término del lado izquierdo de la ecuación (2.50). Esta ecuación se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right] + \frac{I_f}{A_s} = 0 \quad (2.52)$$

Suponiendo que la superficie total de la bobina es $S = A_s N$, se observa que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right] + \frac{N}{S} I_f = 0 \quad (2.53)$$

Ahora el voltaje total U_f en las terminales de la bobina se puede escribir como:

$$\begin{aligned} U_f &= N \frac{l}{\sigma A_s} I_f + N \frac{l}{\sigma A_s} \int A_s \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} dA_s \\ &= N \frac{l}{\sigma A_s} I_f + \frac{l}{s} N A_s \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \\ &= N \frac{l}{\sigma A_s} I_f + \frac{l}{A_s} S \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.54)$$

El primer término en la ec. (2.54) es la caída de voltaje en la resistencia de la bobina, $R_f = N \frac{l}{\sigma A_s}$. El segundo término es el voltaje inducido en la bobina. Se puede simplificar (2.54) al introducir R_f , tal que:

$$U_f = R_f I_f + Nl \frac{\partial A}{\partial t} \quad (2.55)$$

Finalmente, en la región de conductores delgados se resuelven las ecuaciones (2.53) y (2.55).

2.4.2.3. Ecuaciones para todo el dominio

De las subsecciones anteriores, se tiene que el conjunto de ecuaciones que describen el comportamiento de un dispositivo electromagnético que está constituido de materiales magnéticos, regiones libres de corriente y conductores sólidos y filamentosos, son:

$$\nabla \times (v \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\sigma}{l} U \mathbf{z} \quad (2.56)$$

$$U_t = R_t I_t + R_t \int_S \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} dS \quad (2.57)$$

$$U_f = R_f I_f + L \frac{dI_f}{dt} + Nl \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.58)$$

En la ec. (2.58) se ha introducido un término adicional, $L \frac{dI_f}{dt}$, con lo que se toma en cuenta el flujo de dispersión debido a los cabezales en los devanados.

2.5. Interconexión externa e interna del motor de inducción

Las condiciones de circuitos externos, necesarios para predecir de manera adecuada la operación del motor de inducción, no se incluyen directamente dentro del modelo de campo sino que se interconectan con este para obtener el modelo completo del motor.

2.5.1. Alimentación externa del motor de inducción

Los devanados del estator de un motor de inducción monofásico, se conectan a una fuente de alimentación monofásica a través de la resistencia e inductancia de dispersión en el devanado principal, en paralelo con la resistencia e inductancia de dispersión y el capacitor de arranque en el devanado auxiliar (ver Figura 2.11).

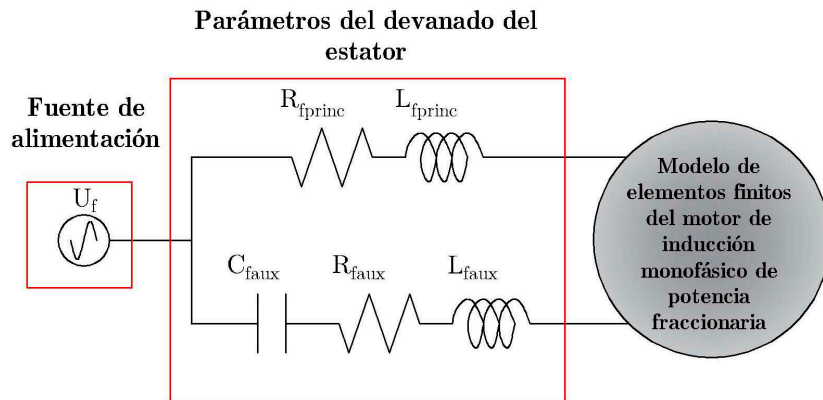


Figura 2.11: Fuente de voltaje monofásica que alimenta al motor de inducción de potencia fraccionaria.

2.5.2. Interconexión en el rotor

Los conductores del rotor también se interconectan a través de impedancias externas. En un rotor tipo jaula de ardilla, los conductores sólidos están en condición de cortocircuito a través de anillos al final de cada extremo de las barras y cuentan con una impedancia finita. En la Figura 2.12 se muestra el circuito equivalente del rotor. Las barras de la jaula de ardilla están representadas por los cubos rectangulares grises en la Figura 2.12, y pertenecen al dominio modelado por la ecuación 2.47. Las resistencias R_{er} que se muestran en la Figura 2.12 tienen el mismo valor y son incluidas para tomar en cuenta las secciones de los anillos en los extremos de la jaula que interconectan las barras. De forma similar, todas las inductancias L_{er} mostradas tienen el mismo valor y modelan, junto con las resistencias, las secciones de interconexión de las barras. La contribución de cada una de las resistencias de la sección entre barras del anillo de cortocircuito R_{er} a la resistencia efectiva de la jaula de ardilla, no sólo

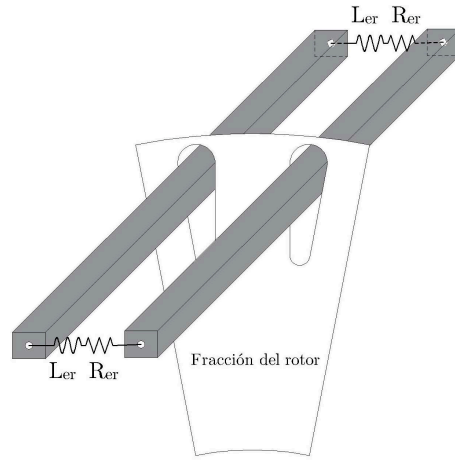


Figura 2.12: Aproximación en tres dimensiones de la interconexión interna de las barras del rotor.

depende de las dimensiones físicas del anillo, también depende del número de par de polos de la máquina y de la resistividad del material con el que se construye la jaula de ardilla. A diferencia de la inductancia L_{er} , que básicamente depende de la geometría del anillo de cortocircuito.

2.6. El método de los elementos finitos

En esta sección se muestra un enfoque práctico del MEF para el análisis de dispositivos electromagnéticos. En la sección 1.1 se dio una breve introducción de la aparición del MEF en el estudio de motores de inducción monofásicos de potencia fraccionaria.

2.6.1. Descripción

En la actualidad las simulaciones con el MEF juegan un papel muy importante en el análisis de dispositivos electromagnéticos, debido a que se pueden incorporar aspectos físicos con geometrías complejas, condiciones no lineales de los materiales, etc. Para este caso el MEF será usado para determinar el comportamiento de un MIMPF, con el objeto de determinar el campo magnético en el entrehierro y características de operación del motor.

El MEF puede ser subdividido en 5 pasos básicos (Segerlind (1984)).

1. Se discretiza la región. Esto incluye localizar y numerar los nodos, de preferencia especificar la coordenada de cada nodo.
2. Especificar la ecuación de aproximación. El orden de la aproximación debe ser especificado, ya sea, lineal o cuadrático y las ecuaciones deben ser escritas en términos de los valores nodales desconocidos.
3. Desarrollo de sistema de ecuaciones. Cuando se usa el método de Galerkin, la función ponderada para cada valor nodal desconocido es definido y la integral residual ponderada es evaluada. Esto da una ecuación para cada uno de los desplazamientos desconocidos.
4. Se resuelve el sistema de ecuaciones.
5. Se calculan las variables de interés.

2.6.2. Elementos finitos

En el MEF el dominio es subdividido o discretizado en pequeñas regiones llamadas *elementos finitos*. Existen diferentes tipos de elementos finitos disponibles:

1. **Elementos de 1^{er} orden** (lineales): Los potenciales se aproximan linealmente y los campos derivados de los potenciales son constantes (ver Figura 2.13a).
2. **Elementos de 2^o orden** (cuadráticos): Los potenciales se aproximan de manera cuadrática y los campos se aproximan linealmente. Para este trabajo de tesis se utilizan elementos finitos triangulares de segundo orden (ver Figura 2.13b).

El triángulo se usa como elemento básico gracias a que puede ser orientado arbitrariamente, divide el dominio solución en pequeños elementos y satisface los requerimientos de continuidad que envuelven los elementos adyacentes. A los puntos donde los triángulos se conectan entre sí, se les llama nodos. La agrupación de elementos que forman la geometría del dominio solución, se le llama malla. La calidad de una malla debe satisfacer que (Seegerlind (1984)):

- La variación en tamaño entre dos elementos adyacentes debe ser progresiva.

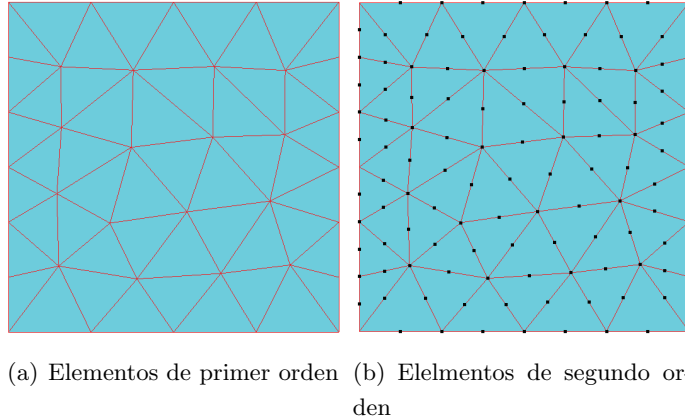


Figura 2.13: Elementos finitos triangulares.

- La densidad de los elementos en algunas regiones del dominio debe ser mayor conforme a las propiedades físicas del problema.
- Cuando los elementos son del tipo triangular, la existencia de ángulos obtusos se debe evitar debido a que (George (1992)):
 - * Deben ser regulares y se deben satisfacer las propiedades de su forma geométrica.
 - * Los elementos deben satisfacer características anisotrópicas.

La creación de una malla es una tarea crucial, esta debe ser adaptada a las propiedades físicas del problema considerado. Los motores tienen geometría regular y puede ser periódica, esto representa una ventaja para generar el mallado. Es adecuado generar divisiones más finas donde el campo tiene una variación más fuerte e ir aumentando gradualmente el tamaño de los elementos con respecto a donde el campo tiene menor variación. Por ejemplo, se debe tener un mallado más fino en el dominio del entrehierro, que es donde el campo tiene mayor variación y menos elementos hacia la periferia del estator y hacia el centro del rotor, con lo cual la variación del campo disminuye (Ver Figura 2.14).

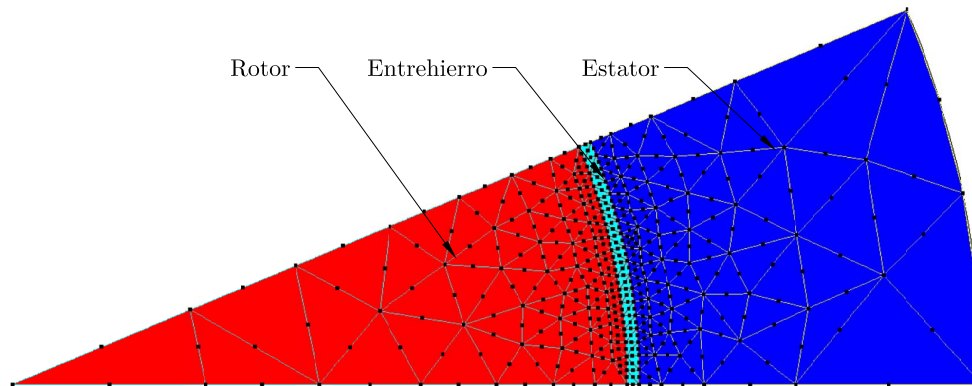


Figura 2.14: Representación gráfica del mallado en un motor.

2.7. Método de Galerkin: Conceptos básicos

El método de *Galerkin* es un método de residuales ponderados y se utiliza ampliamente en problemas electromagnéticos. Esta formulación en particular se usa para resolver la ecuación de difusión no lineal (2.44) la cual gobierna el comportamiento del motor de inducción que se considera en este trabajo.

Este método resuelve una integral y una solución aproximada se sustituye dentro de la ecuación diferencial la cual se multiplica por una función ponderada. El resultado de la integral invariablemente debe ser cero. La función de ponderación se selecciona de tal manera que sea la misma que la función de aproximación.

**2. MODELO ELECTROMAGNÉTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN MONOFÁSICO DE POTENCIA
FRACCIONARIA**

Capítulo 3

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Este capítulo presenta la construcción del modelo de elementos finitos del motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria con rotor jaula de ardilla. El modelo se realiza en el software de elementos finitos Altair (Altair Engineering (2016)). El modelo del motor es evaluado en el dominio de la frecuencia y el dominio del tiempo para conocer su comportamiento.

3.1. Especificaciones físicas del devanado

El motor que se considera este trabajo de tesis es un motor monofásico, sus características eléctricas son las siguientes:

- Potencia, 1/3 Hp
- Voltaje nominal, $V_{l-n} = 127$ V
- Frecuencia nominal, $f_e = 60$ Hz

Los devanados en el estator son de aluminio cuyos parámetros se muestran en la Tabla 3.1. La distribución de los devanados se muestra en la Figura 3.1.

Tabla 3.1: Datos de los devandos.

Parámetro	Valor	
Devanado principal	1-6	Paso
	31	Vueltas por polo
	2 grupos	Concéntricos por polo
Devanado auxiliar	4-9	Paso
	31	Vueltas
	2 grupos	Concéntricos por polo
Factor de relleno	62	%

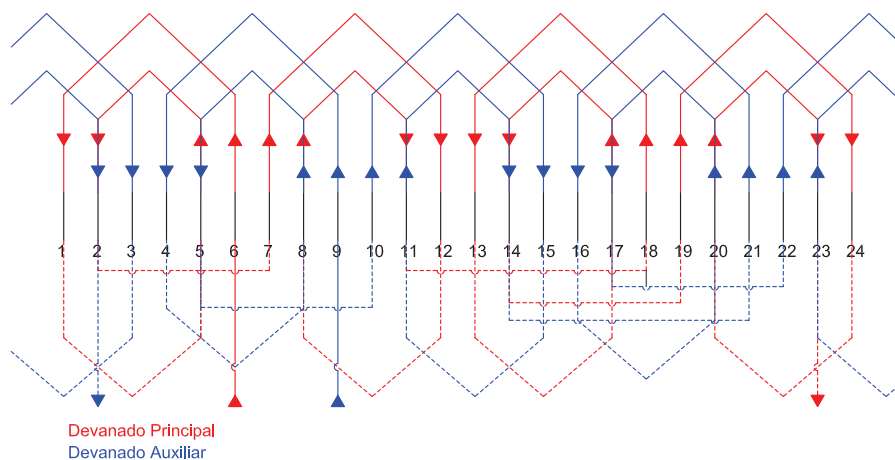


Figura 3.1: Diagrama del devanado del *MIMPF*.

3.1.1. Propiedades eléctricas del circuito acoplado

En sección describe los parámetros utilizados en el circuito eléctrico acoplado al modelo electromagnético, para considerar la inductancia y resistencia de los devanados principal y auxiliar, así como la inductancia y resistencia interbarras de la jaula de ardilla (ver sección 2.5.2). También se toma en cuenta la conductividad del aluminio de la jaula de ardilla y la capacitancia conectada en el circuito externo, ver Tabla 3.2.

Los valores de resistencias, inductancia y capacitancia del devanado principal y auxiliar, así como el valor de resistencia e inductancia inter-barras del anillo del rotor del motor se incorporan en el circuito externo que se interconecta con el modelo electromagnético (ver Figura 3.2).

Tabla 3.2: Parámetros concentrados en el motor.

Parámetro	Valor	Unidades
Resistencia devanado principal	5.7570	Ω
Resistencia devanado auxiliar	5.3203	Ω
Inductancia en cabezales dev. princ.	0.0021	H
Inductancia en cabezales dev. aux.	0.0018	H
Capacitor	$50E - 6$	F
Resistencia inter-barras del anillo	$1.294E - 5$	Ω
Inductancia inter-barras del anillo	$4.369E - 10$	H
Conductividad del aluminio	$236.25E5$	S/m

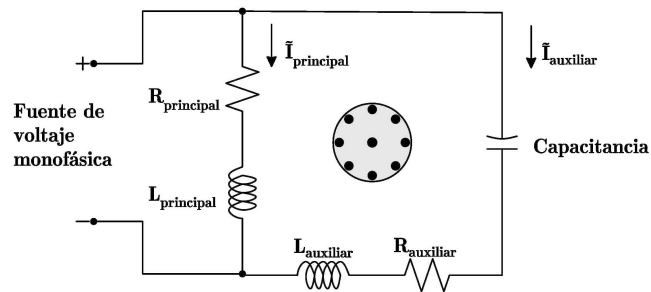


Figura 3.2: Circuito eléctrico del motor.

3.2. Especificaciones geométricas

A continuación se consideran las especificaciones geométricas del *MIMPF*.

- El estator cuenta con 24 ranuras (Ver Figura 3.3).
- Longitud exterior 108 mm x 108 mm.
- Diámetro interno del estator 70.08 mm.
- El rotor cuenta con 33 ranuras (Ver Figura 3.4).
- Diámetro externo del rotor 69.40 mm.

- Diámetro interno del rotor 12.80 mm.

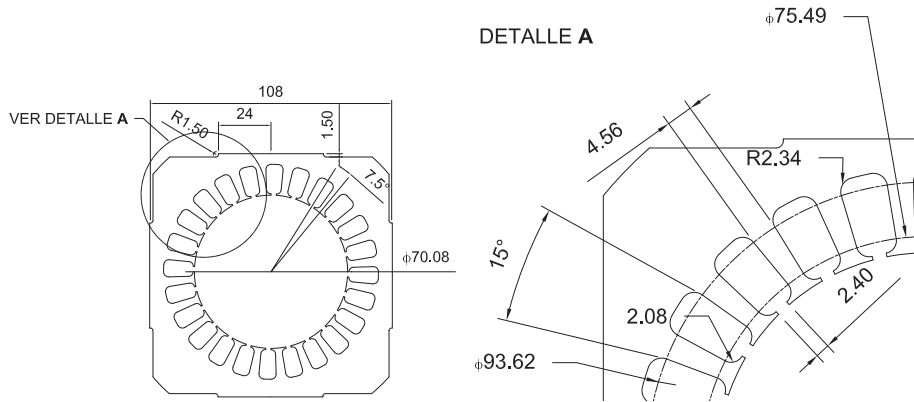


Figura 3.3: Núcleo magnético del estator.

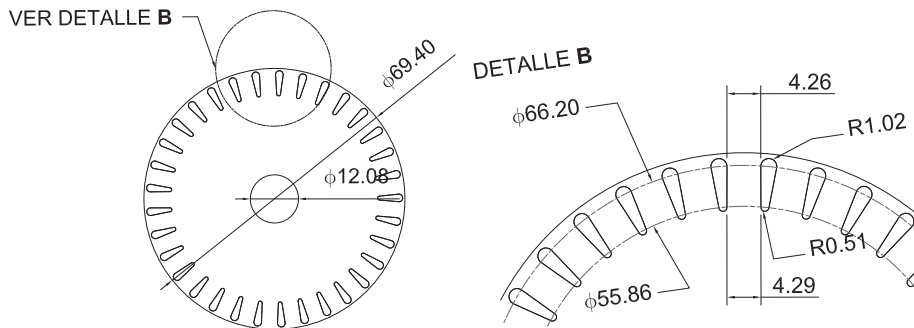


Figura 3.4: Núcleo magnético del rotor.

3.3. Mallado de la geometría

Cuando se genera una malla, el objetivo es que proporcione cálculos rápidos y eficientes evitando el uso de grandes recursos de cómputo.

Para generar un mallado más eficiente se deben tomar en cuenta restricciones que están implícitas en el modelo, tales como:

- **Geométricas:** El modelo en dos dimensiones precisa de interfaces que se puntualizan con mayor consideración, dependiendo de la zona donde el campo magnético tiene una variación más fuerte.

- **Físicas:** En las cuales se toma en cuenta las partes donde la variación del campo es más fuerte, por ejemplo, la densidad del mallado en el entrehierro.

Es posible considerar un segmento que sea simétrico con el rotor y estator. En esa porción se genera un mallado que servirá como base para generar el mallado de todo el MIMPF. La porción que se considera para generar el mallado, es la mitad de una ranura del rotor y una del estator (Ver Figura 3.5).

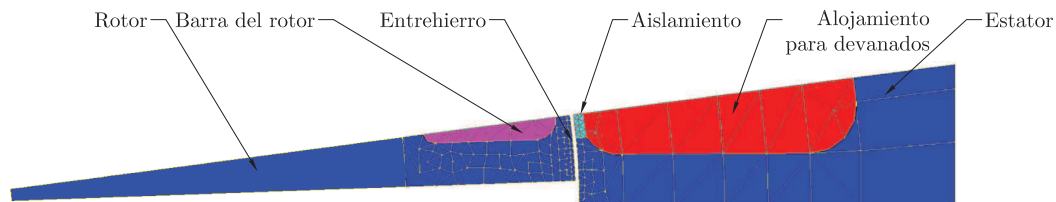


Figura 3.5: Porción del rotor y estator con propiedades de mallado.

Cuando se forma la estructura completa del motor es imprescindible observar que el mallado sea el adecuado para obtener resultados satisfactorios en la simulación del motor. El primer mallado que se obtuvo fue el que se muestra en la Figura 3.6.

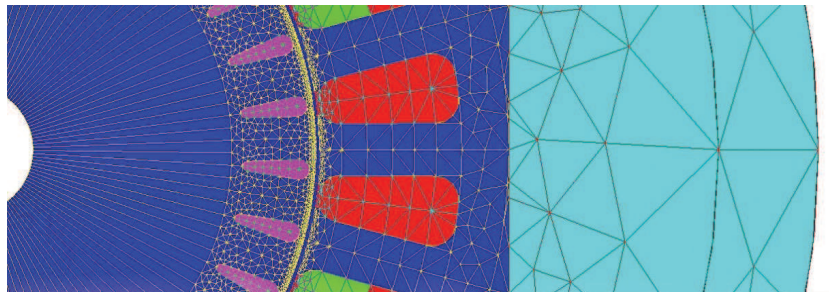


Figura 3.6: Mallado con 68.21 % de elementos con calidad excelente y 48572 nodos.

Aunque cumple con tener un mayor número de elementos cercanos al entrehierro, el mallado no es adecuado, entonces se opta por reducir el número de nodos y aumentar el porcentaje de los elementos (ver Figura 3.7). La malla de la Figura 3.7 fue la que se utilizó para realizar todas las simulaciones.

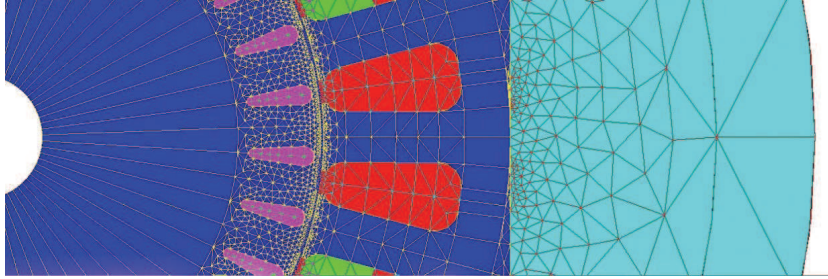


Figura 3.7: Mallado con 93.25 % de elementos con calidad excelente y 40868 nodos.

3.4. Condiciones de frontera del modelo

Cuando se hace la formulación de la Sección 2.4.2.3 se considera como incógnita al potencial magnético vectorial \mathbf{A} para todo el dominio donde se va a evaluar el campo electromagnético. Para resolver el problema mediante el MEF, se deben asignar condiciones de frontera en la parte exterior de la periferia del modelo.

Definir condiciones de frontera permite reducir el tiempo y esfuerzo de computo durante la simulación. En el modelo de elementos finitos del motor se utiliza una condición de frontera denominada caja infinita. Esta técnica permite limitar el tamaño del dominio de calculo de los elementos finitos dentro de dos circunferencias.

La primer circunferencia debe ser descrita al menos, a la misma distancia del diámetro exterior del motor, de manera que pueda tomar en cuenta el fenómeno electromagnético por completo sin afectar el funcionamiento del motor y los cálculos que se efectúan. En este trabajo de tesis, la caja infinita se describe a 5 mm de la circunferencia del estator.

La segunda circunferencia se sitúa de forma tal que, entre la primera y segunda circunferencia formen un disco superimpuesto como en la Figura 3.8, el cual se denomina caja infinita. El dominio descrito como caja infinita se vincula a un dominio de imagen a través de una transformación espacial. El uso de la caja infinita implica asumir un campo nulo al infinito (Altair Engineering (2016)).

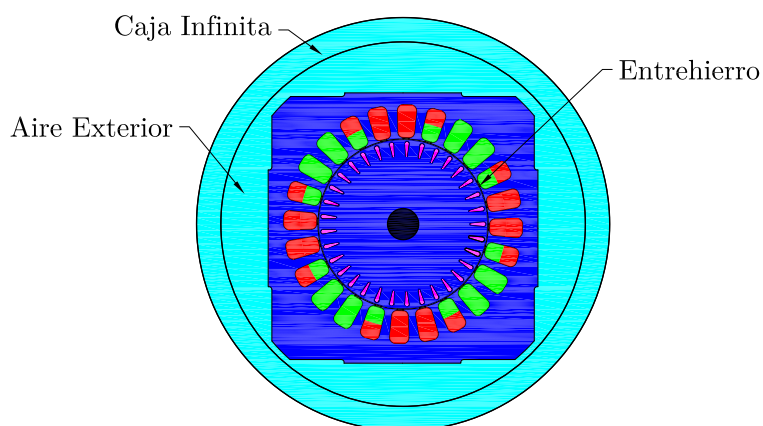


Figura 3.8: Técnica de caja infinita aplicada al modelo de la MIMPF.

3.5. Propiedades físicas del modelo

Las propiedades físicas de los materiales se deben especificar de acuerdo a la hipótesis 2.4.1.4 de este capítulo. El núcleo magnético del rotor y estator se constituyen de un material ferromagnético isotrópico no lineal laminado. El rotor y estator están fabricados de un acero eléctrico de grano no orientado el cual tiene una curva $B - H$ que se puede observar en la Figura 3.9.

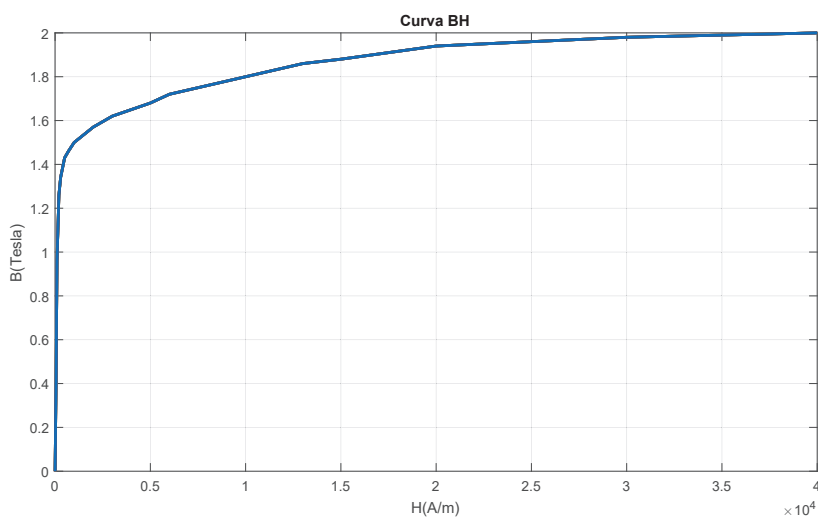


Figura 3.9: Curva $B - H$ del acero eléctrico de grano no orientado (POSCO (2006)).

Las pérdidas en los materiales magnéticos están asociados a la variación en el tiempo del campo magnético. Para tomar en cuenta estas pérdidas en el modelo electromagnético, se toma en cuenta los parámetros de la Tabla 3.3.

Tabla 3.3: Parámetros para representar inductancia y resistencia en devanados y barras de la jaula de ardilla.

Parámetro	Valor	Unidad
Pérdidas por histeresis (Kh)	106.159	Ws/T^2m^3
Pérdidas en exceso (Ke)	6.677	$Ws^{1.5}/T^{1.5}m^3$
Longitud axial	$49.5E-3$	m
Conductividad del núcleo	$18.867E5$	Ws^2/T^2m^3
Espesor en las laminaciones	0.5	mm

3.6. Definición de los conjuntos mecánicos del modelo

Los conjuntos mecánicos se utilizan para modelar la parte móvil y la parte fija del MIMPF, estos se definen a partir de un sistema de referencia el cual es denominado R_{REF} y se localiza en los ejes coordenados x , y y z situados a partir del origen. Aunque el modelo geométrico es definido en dos dimensiones, se utiliza el eje z como pivote para describir el movimiento de rotación del motor.

Los conjuntos mecánicos se definen de la siguiente manera:

- Conjunto mecánico fijo $R_{Estator}$, se define con respecto al sistema de referencia con las características de movimiento fijas.
- Conjunto mecánico móvil R_{Rotor} , se define con respecto al sistema de referencia con las características de movimiento de rotación con respecto al eje z .

Es importante observar que las regiones fijas y móviles, se encuentran separadas unas con respecto de otras por el entrehierro. Por lo tanto para obtener movimiento relativo entre ellas, se parte el entrehierro por la mitad y se asignan características del

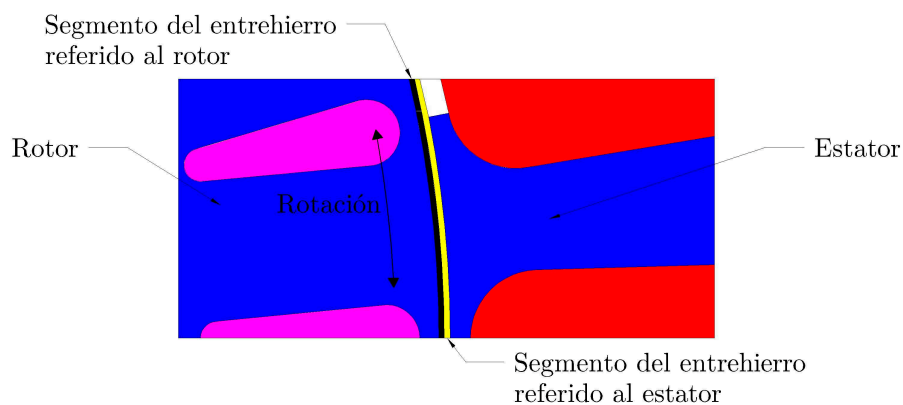


Figura 3.10: Definición de la banda móvil.

conjunto mecánico fijo al segmento referido al estator y características del conjunto mecánico móvil al segmento referido al rotor (ver Figura 3.10).

Por último para describir el movimiento en el dominio de elementos finitos, los conjuntos mecánicos son asignados a las regiones de acuerdo a sus características físicas (ver Tabla 3.4) (Altair Engineering (2016)).

Tabla 3.4: Asignación de conjuntos mecánicos de acuerdo a sus características físicas.

Partes fijas	Partes móviles
Estator	Rotor
Bobinas de los devanados principal y auxiliar	Eje
Caja infinita	Ranuras en el rotor
Sección del entrehierro referida al estator	Sección del entrehierro referida al rotor
Aire exterior	

3. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Capítulo 4

SIMULACIONES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1. Introducción

En este capítulo se presentan las simulaciones realizadas y se analizan los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos.

Se realizan análisis tanto en el dominio de la frecuencia como en el tiempo, para conocer el comportamiento electromagnético del MIMPF a diferentes condiciones de operación. Todas las simulaciones realizadas fueron llevadas a cabo con el software Flux de Cedrat (Altair Engineering (2016)).

4.2. Análisis en el dominio de la frecuencia

Se realiza un análisis en condiciones de estado estable del motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria, con el análisis se obtienen las características del motor para distintas condiciones de operación. A continuación se mencionan los diferentes tipos de análisis que se llevan a cabo:

1. Cálculo de la posición inicial del rotor.
2. Obtención de la curva par-deslizamiento.
3. Características del motor a carga nominal.

4. Prueba de rotor bloqueado.
5. Prueba en vacío.

4.2.1. Cálculo de la posición inicial del rotor

La siguiente simulación se realizó en estado estable, consiste en determinar el valor promedio del par electromagnético debido a la variación de este conforme cambia la posición del rotor. Este comportamiento se presenta debido a las ranuras tanto de estator y rotor que hace que cambie la reluctancia para cada posición y por lo tanto el valor del par. Para obtener el valor promedio del par electromagnético, el rotor se rota en un intervalo de 0° a 90° .

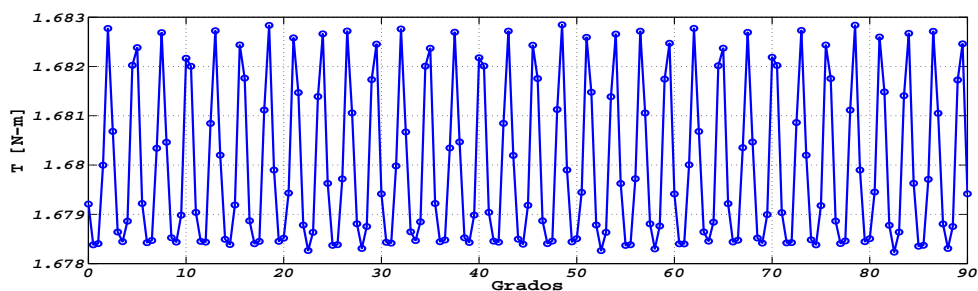


Figura 4.1: Par electromagnético contra posición angular.

Como se observa en la Figura 4.1, el par electromagnético tiene una variación oscilatoria con valor medio aproximado de 1.679 N-m. Este valor corresponde con una posición igual a 1.416° . El intervalo utilizado para obtener el valor medio aproximado, se muestra en la Tabla 4.1. Esta posición del rotor se utiliza en todas las simulaciones en el dominio de la frecuencia.

Tabla 4.1: Intervalo del par electromagnético calculado

	Par electromagnético [N-m]	Posición [Grados]
Valor máximo	1.682	1.5
Valor medio	1.679	1.416
Valor mínimo	1.678	1

4.2.2. Curva par-deslizamiento

Se realiza esta prueba para conocer la variación del par con respecto al deslizamiento. El rango de valores en por unidad que se le asignan al deslizamiento, son los siguientes:

- De 0.001 a 0.08333.
- De 0.08333 a 0.1233 con un paso 0.002.
- 0.1233; 0.15; 0.18; 0.2; 0.22; 0.25; 0.3; 0.4; 0.6; 0.8 y 1

Cuando el motor alcanza su velocidad nominal igual a 1650 *rpm* se tiene un par de 1.67819 *N-m* y la potencia mecánica en el eje del motor es igual a la potencia nominal $P_{sal} = 348.87$ *W*. La curva característica par-deslizamiento del motor en estudio se puede ver en la Figura 4.2.

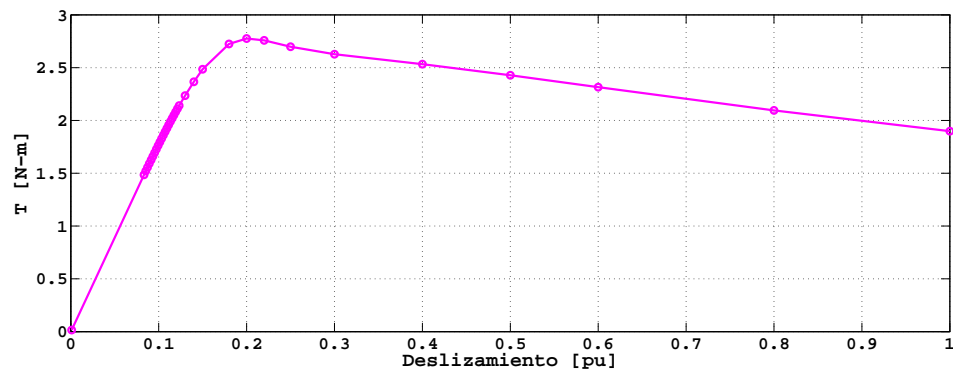


Figura 4.2: Par electromagnético contra deslizamiento.

Este cálculo ofrece la posibilidad de evaluar las siguientes características del motor:

- Los valores de la corriente y el par electromagnético correspondientes al arranque del motor y por lo tanto también a rotor bloqueado.
- El valor para el deslizamiento crítico y el par electromagnético crítico.

Tabla 4.2: Características del deslizamiento crítico para el motor

$s[pu]$	$T[N - m]$	$I_{aux}[A]$	$I_{main}[A]$
0.18	2.77	3.85	5.17

4.2.3. Operación a plena carga

Se calculan las pérdidas en el MIMPF a carga nominal, lo que permite calcular su eficiencia. Las diferentes pérdidas que se calculan son: por efecto Joule en los devanados del estator, en el núcleo ferromagnético y en la jaula de ardilla del rotor.

Se calcula la potencia absorbida por los devanados principal y auxiliar, estas se conocen como pérdidas por efecto Joule y se calculan de la siguiente manera:

$$P_{Joule,dev} = R_{aux}I_{aux}^2 + R_{princ}I_{princ}^2 \quad (4.1)$$

Donde: P_{Joule} pérdidas por efecto Joule, R_{aux} es la resistencia en el devanado auxiliar, I_{aux} corriente total que circula por el devanado auxiliar, R_{princ} es la resistencia en el devanado principal y I_{princ} corriente total que circula por el devanado principal.

Debido a que las barras del rotor forman un conductor sólido, es posible calcular la potencia absorbida por el conductor sólido, esta potencia esta relacionada directamente con el desplazamiento s del rotor con respecto al estator se calcula de la siguiente forma:

$$P_{Joule,rotor} = sP_e = s(P_{absorb} - P_{Joules,dev}).$$

Las pérdidas en el núcleo ferromagnético calculadas por el método de Bertotti (Altair Engineering (2016)), se compone por (de la Barrera *et al.* (2005)):

- Pérdidas por el fenómeno de histerésis $P_{Histeresis}$: Estas son proporcionales al área del ciclo de histéresis del material magnético y a la frecuencia que recorre dicho ciclo.
- Pérdidas dinámicas: Estas se componen por las pérdidas de corrientes de remolino y las pérdidas excedentes $P_{clasicas} + P_{excedentes}$

Asociando el conjunto de pérdidas al método de Bertotti, se tiene:

$$P_{Bertotti} = P_{Histeresis} + P_{clasicas} + P_{excedentes} \quad (4.2)$$

Las pérdidas por el método de Bertotti se detallan en la ecuación (4.3).

$$P_{Bertotti} = \underbrace{K_h B_m^2 f_s}_{P_{Histeresis}} + \underbrace{\frac{\pi^2 \sigma d^2}{6} (B_m f_s)^2}_{P_{clasicas}} + \underbrace{K_e (B_m f_s)^{3/2} 8.67}_{P_{excedentes}} \quad (4.3)$$

Los valores para K_h y K_e se encuentran en la Tabla 3.3. Donde: K_h es el coeficiente de pérdidas por histerésis, K_e es el coeficiente de pérdidas excedentes, σ es la conductividad del material, d es el grosor de la laminación, f_s es la frecuencia suministrada por la fuente y B_m es el valor pico de la densidad de flujo magnético.

La potencia transmitida al rotor se determina restando las pérdidas a la potencia total absorbida por el motor de la siguiente manera (Ver Figura 4.6): $P_{sal} = P_{absor} - P_{Joules,dev} - P_{Joule,rotor}$.

La eficiencia del motor se calcula por: $\eta = P_{sal} / (P_{absor} + P_{Bertotti})$.

En la Tabla 4.3, se muestran los resultados obtenidos de la simulación en el dominio de la frecuencia a deslizamiento nominal. Es posible visualizar la corriente que circula por cada uno de los devanados, así como las potencias de entrada, de salida, las pérdidas y el rendimiento del motor.

Tabla 4.3: Características del MIMPF operando en condiciones de estado estable

$s[pu]$	$n[rpm]$	$I_{aux}[A]$	$I_{main}[A]$	$P_{absor}[W]$	$P_{sal}[W]$	$P_{Bertotti}[W]$	$P_{Joule}[W]$	$\eta[\%]$
0.0833	1650	5.05	6.36	718.52	349.87	20.74	368.65	43.38

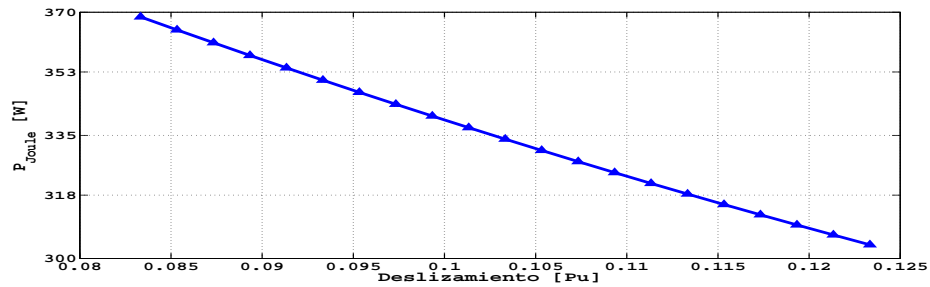


Figura 4.3: Pérdidas por efecto Joule en los devanados

Los valores calculados a diferentes deslizamientos de las pérdidas por efecto Joule se muestran en la Figura 4.3, se observa que a medida que el deslizamiento aumenta hacia

4. SIMULACIONES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

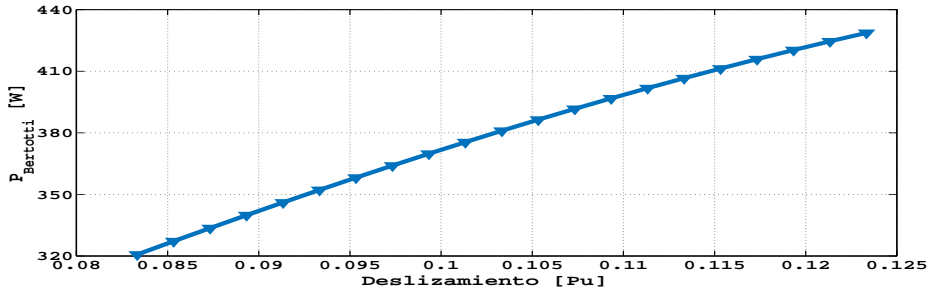


Figura 4.4: Pérdidas por el método de Bertotti

su valor crítico, las pérdidas por efecto Joule disminuye. Las pérdidas por el método de Bertotti muestran que el deslizamiento afecta directamente a las características del material ya que aumentan las pérdidas cuando se acerca a su valor crítico, como se muestra en la Figura 4.4.

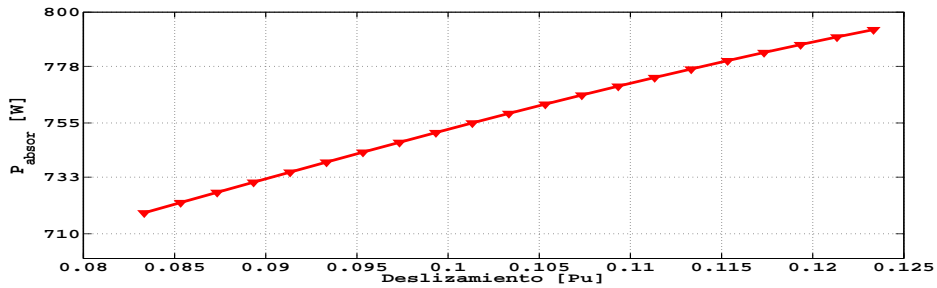


Figura 4.5: Potencia absorbida por el motor

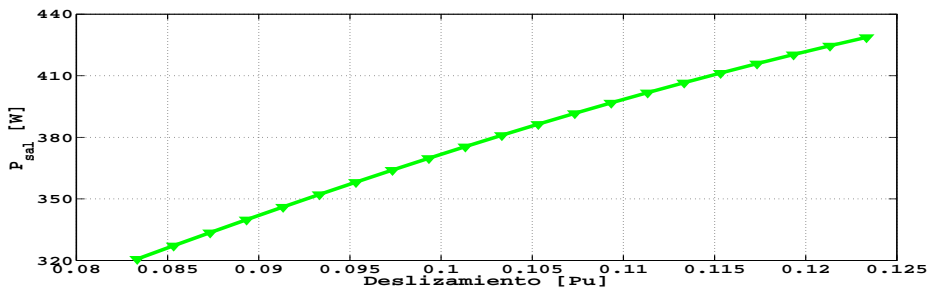


Figura 4.6: Potencia transmitida al eje

A partir de la curva de la Figura 4.5 se obtiene el valor de deslizamiento nominal

$s = 0.08333$ el cual corresponde a la potencia nominal del motor. Se observa que cuando el deslizamiento del motor aumenta, la potencia que absorbe también aumenta.

En la Figura 4.7, se muestra la distribución de las líneas de campo magnético cuando el motor opera a plena carga. Se pueden observar claramente los cuatro polos magnéticos de esta máquina.

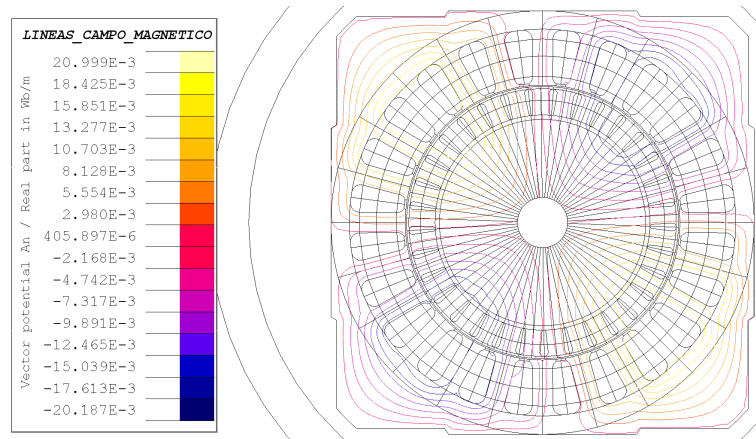


Figura 4.7: Líneas de campo magnético a deslizamiento nominal $s = 0.0833$.

En la Figura 4.8 se muestra la magnitud de la densidad de campo magnético en todo el dominio, los valores tienen un rango de 0 T hasta 1.908 T . Con estos valores se observa el motor llega a operar en puntos de saturación de la curva $B - H$ que se encuentra en la sección 3.5, con ello se puede tener bajo rendimiento del motor si se mantiene operando en esa zona.

La densidad de corriente inducida en las barras del rotor puede verse en la Figura 4.9. Para usos específicos, algunos rotores son sometidos a tratamientos térmicos especiales para que el rotor pueda incrementar la resistencia de las barras del rotor, con la finalidad de incrementar el par electromagnético Bethel (2016).

4.2.4. Prueba del motor en vacío

La prueba del motor en vacío se realiza alimentando los devanados a voltaje nominal (127 V) y a un deslizamiento $s = 0.001$. En esta condición de operación el motor opera a un valor muy cercano a la velocidad síncrona, hasta este punto alcanza una corriente

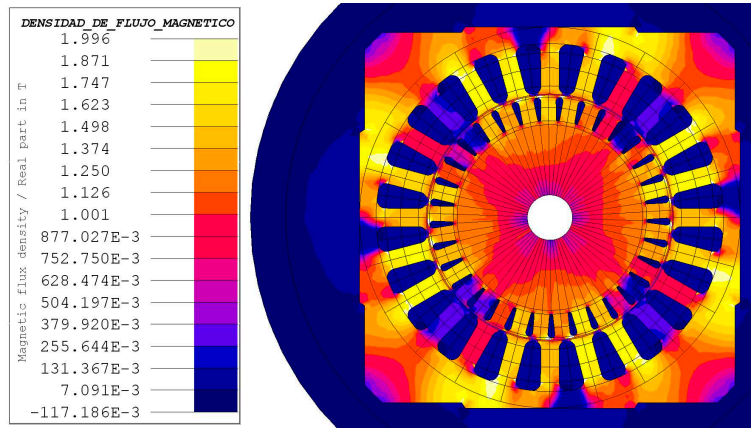


Figura 4.8: Densidad del campo magnético a deslizamiento nominal $s = 0.0833$.

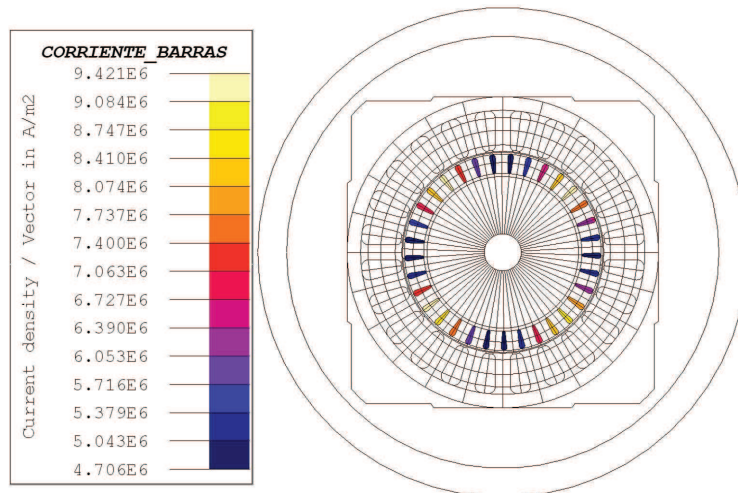


Figura 4.9: Distribución de corriente en las barras del rotor a deslizamiento nominal $s = 0.0833$.

total de 13.58 A que circula por los devanados. La magnitud de la densidad de flujo magnético se muestra en la Figura 4.10. Se observa que el campo magnético se concentra en su mayoría en el núcleo ferromagnético.

4.2.5. Prueba del motor a rotor bloqueado

Esta condición de operación corresponde a un deslizamiento unitario (el rotor está totalmente detenido). Cabe mencionar que para llevar a cabo esta prueba, se necesita

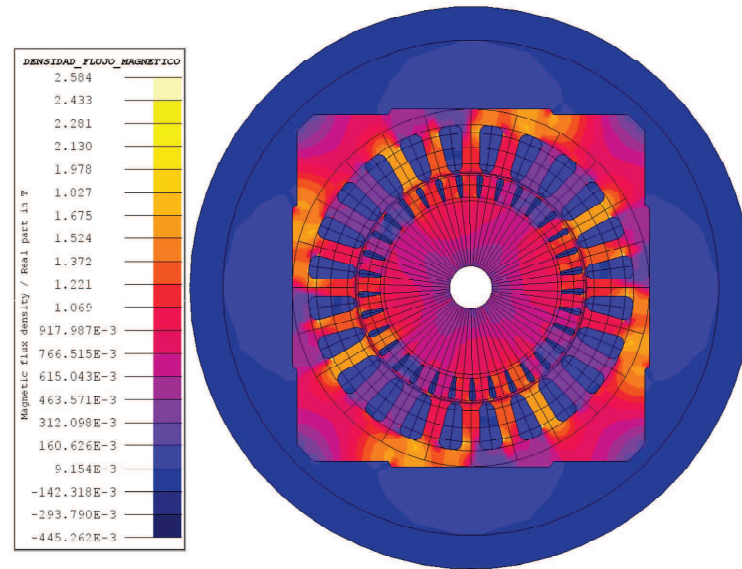


Figura 4.10: Densidad de flujo magnético en todo el dominio a un deslizamiento $s = 0.001$.

excitar los devanados a voltaje reducido y que el valor del voltaje se aumente en forma gradual hasta llegar a la corriente nominal en el devanado. Con base en la teoría del circuito eléctrico, este es el valor que se toma como referencia para los cálculos de la impedancia de la rama donde se encuentra el capacitor en el circuito equivalente (ver Figura 2.8) (Boldea & Nasar (2000)).

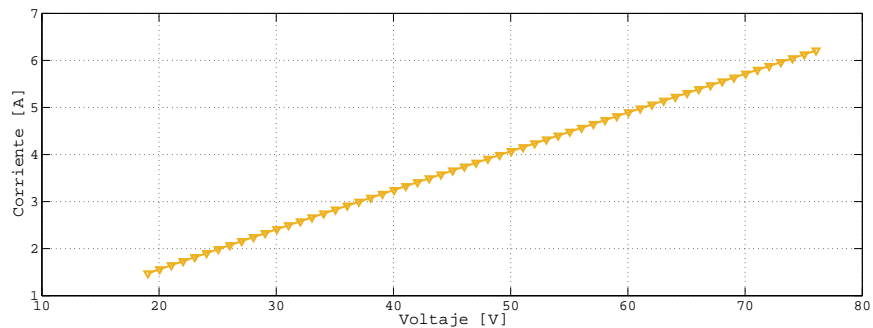


Figura 4.11: Corriente total en el estator en función del voltaje de alimentación.

Al valor de corriente nominal de 1.65 A, le corresponde una tensión aplicada de 20.60 V (ver Figura 4.11). La potencia que absorbe el motor a un deslizamiento $s = 1$,

4. SIMULACIONES Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

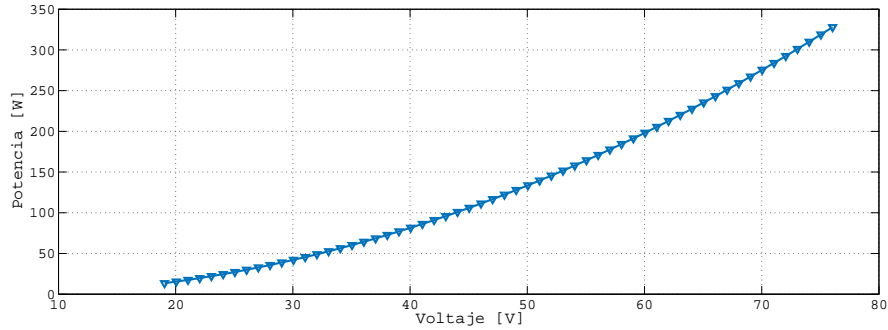


Figura 4.12: Potencia absorbida por el motor en función del voltaje de alimentación.

es de 262 W con una alimentación de 68.40 V (ver figura 4.12).

En el caso de rotor bloqueado, la frecuencia del rotor es la misma que la frecuencia de alimentación. Bajo esta condición de operación, las corrientes son de gran intensidad por lo que el campo magnético no penetra el rotor. A este fenómeno se le conoce como efecto pantalla. En la Figura 4.13 se observa que las líneas de campo magnético de mayor intensidad no penetran el núcleo del rotor de manera uniforme sino que se concentran en la superficie del rotor.

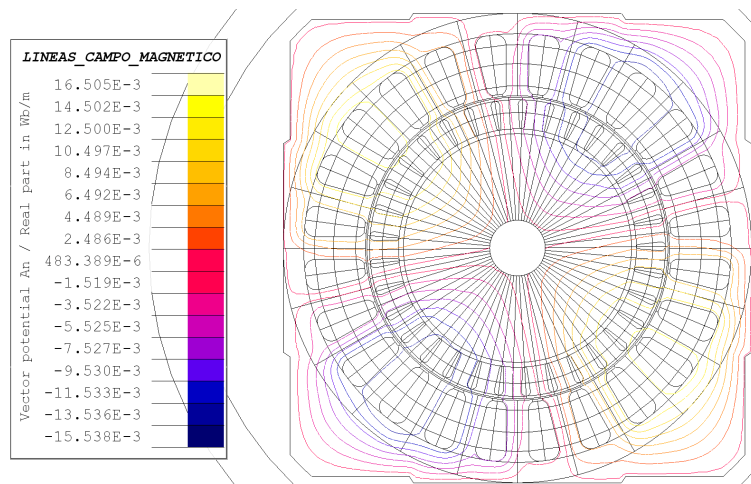


Figura 4.13: Distribución de las líneas de campo magnético a un deslizamiento de $s = 1$.

4.3. Análisis en el dominio del tiempo

En esta sección se realiza la simulación del motor en el dominio del tiempo a diferentes cargas. Se analizará la velocidad, par electromagnético y corrientes en los devanados del motor. Todas las simulaciones se llevan a cabo hasta 1 segundo, ya que el motor poco antes de ese lapso de tiempo alcanza su velocidad nominal.

Es importante seleccionar un paso de integración que capture de manera satisfactoria el comportamiento electromagnético del motor de inducción monofásico de potencia fraccionaria para distintas condiciones de operación. El paso de integración depende directamente del tiempo de cómputo, es decir, un paso de integración pequeño proporciona datos más precisos del problema, pero requiere un tiempo de cómputo mayor, lo cual hace que la simulación se prolongue por más tiempo. A diferencia de un paso de integración largo, donde los resultados se obtendrán en menor tiempo de cómputo, pero podría no calcular de forma precisa los fenómenos electromagnéticos. La frecuencia de alimentación es de 60 Hz, entonces se elige un paso de integración de 5×10^{-4} ms, con ello se realizan 32 simulaciones por período.

Las condiciones iniciales de la simulación transitoria son las siguientes:

- El motor en $t = 0$ s se encuentra detenido.
- La corriente de los devanados en $t = 0$ s es 0 A.
- El voltaje de la fuente es de 127 V.
- El potencial magnético vectorial en $t = 0$ s es cero.

4.3.1. Simulación sin carga

La primera simulación que se realizó en el dominio del tiempo, fue sin carga externa conectada al eje del rotor.

La Figura 4.14 muestra el comportamiento transitorio del par electromagnético desde el arranque hasta que alcanza su velocidad nominal, se observa que el par electromagnético alcanza su valor máximo de 3.4867 N-m en $t = 0.029$ s. El aumento súbito del par electromagnético en condiciones sin carga, provoca que las revoluciones en el

rotor sean valores muy cercanos a la velocidad síncrona. Por consecuencia después de $t = 0.094$ s el valor promedio del par electromagnético será de 0.057 N-m.

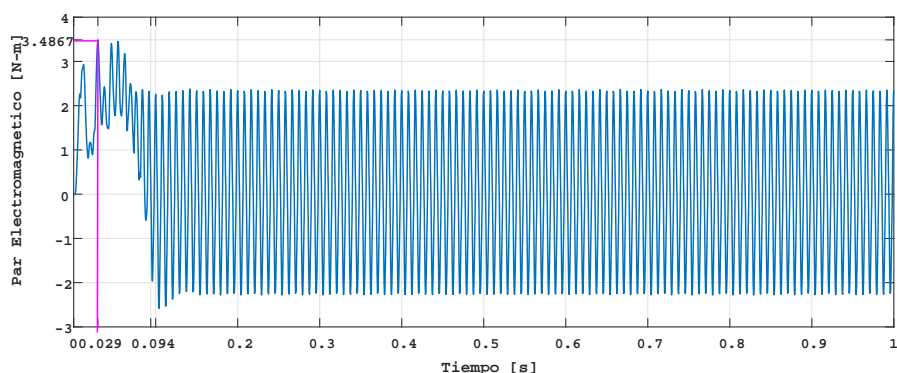


Figura 4.14: Par electromagnético sin carga.

Las corrientes del devanado principal y auxiliar se muestran en la Figura 4.15. La corriente de arranque en el devanado principal es de 16.91 A en $t = 0.006$, después de que alcanza su valor máximo la corriente de arranque se reduce gradualmente cuando el motor alcanza su velocidad nominal en $t = 0.029$ s. Por su parte, la corriente en el devanado auxiliar en $t = 0.006$ alcanza un valor de 0.826 A.

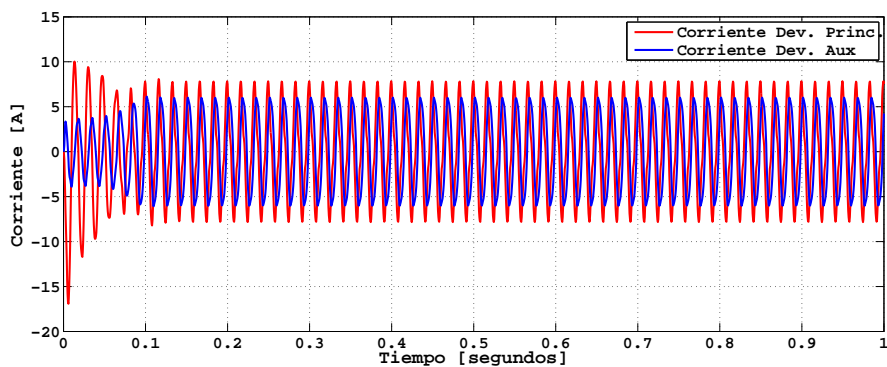


Figura 4.15: Corriente en el devanado principal y auxiliar.

En la Figura 4.16, se puede observar que el aumento de las revoluciones por minuto en el rotor se mantiene casi constante, desde el arranque hasta alcanzar una velocidad nominal promedio de 1778 rpm en $t = 0.094$ s.

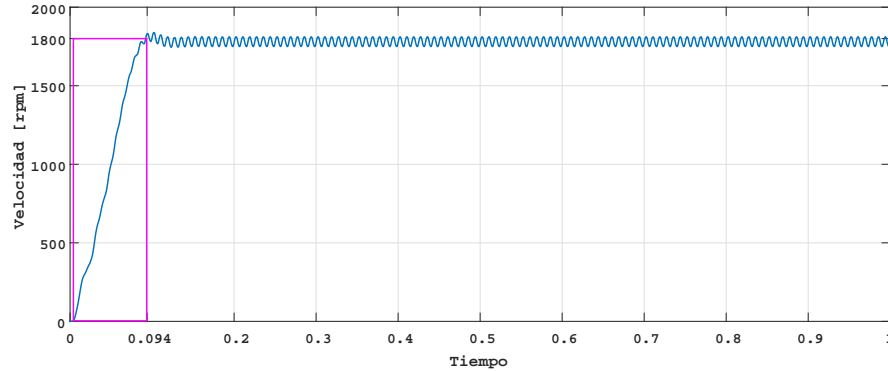


Figura 4.16: Velocidad bajo la condición sin carga.

4.3.2. Simulación con carga nominal

Para realizar esta simulación se impone un par de carga de 1.6 N-m a la máquina. Este valor de par corresponde con el valor nominal del motor.

En la Figura 4.17 se muestra la variación del par electromagnético desde el arranque hasta alcanzar una condición de estado estable. El par máximo de arranque es de 2.79 N-m (1.79 veces el valor del par nominal). Nótese que la condición de estado estable se alcanza en aproximadamente 0.6 s, con ello se asegura que podrá mantener en movimiento a la carga conectada al eje del motor.

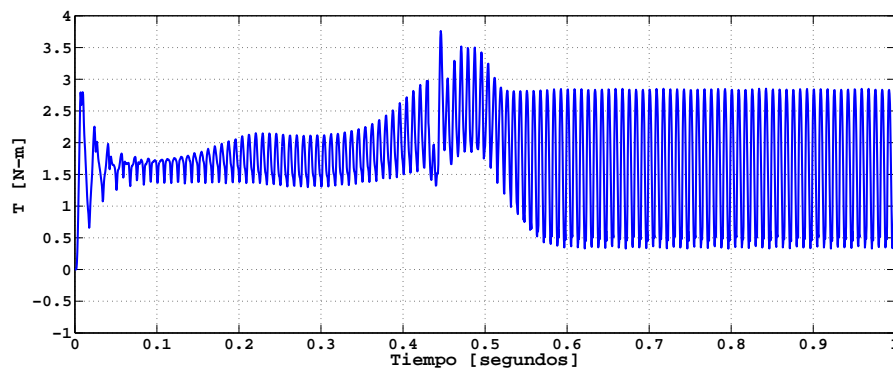


Figura 4.17: Variación del par electromagnético a plena carga

En la Figura 4.18 se muestra la variación de la velocidad angular del rotor, desde el arranque hasta que alcanza la velocidad nominal a plena carga. En el cuadro marcado

en la Figura 4.18, se observa que la velocidad presenta múltiples oscilaciones cuando la aceleración está en aumento, estas oscilaciones son provocadas por la interacción del campo magnético y la carga conectada al eje del motor. Después de 0.57 s la velocidad del motor se estabiliza hasta llegar a su estado estacionario.

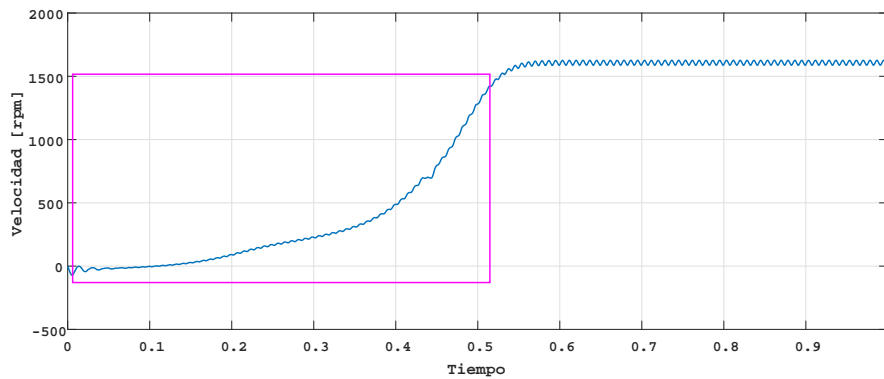


Figura 4.18: Velocidad angular a plena carga

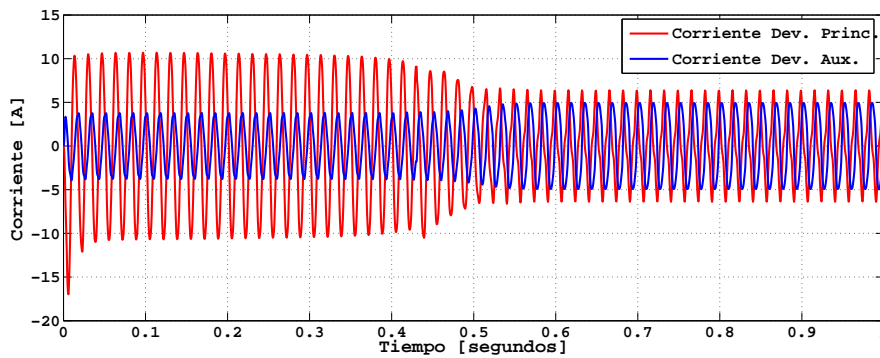


Figura 4.19: Corriente en el devanado principal y auxiliar.

En la figura 4.19 se observan las corrientes en el devanado principal y en el devanado auxiliar. La corriente de arranque en el devanado principal alcanza valores de 16.98 A en 0.6 s. La corriente en el devanado principal se mantiene con una magnitud de 9 A durante un periodo de 0.397 s. Cuando el motor alcanza su velocidad nominal, la corriente en el devanado principal se reduce a 6.49 A. La corriente de arranque máxima en el devanado auxiliar es de 3.88 A. Cuando el motor alcanza su velocidad nominal, el

devanado auxiliar mantiene valores de 4.77 A. Sumando los valores que se obtienen en la simulación de la corriente principal y auxiliar, en el instante cuando circula mayor corriente ellos, es posible indicar el valor mínimo de la protección del motor.

4.3.3. Campo magnético transitorio del MIMPF a plena carga

A fin de enfatizar la evolución de la penetración del campo magnético en el núcleo magnético del rotor, se presentan una serie de gráficas de líneas de campo magnético y densidad de flujo magnético en diferentes instantes de tiempo, desde el arranque del motor hasta una condición de estado permanente.

En la Figura 4.20 se muestran las líneas de campo magnético en un tiempo $t = 1$ ms cuando el deslizamiento es muy cercano a la unidad. Se puede observar que en este instante de tiempo las líneas de campo magnético no pueden penetrar el rotor sino que se mantienen en la periferia (a causa del efecto piel). A medida que aumenta

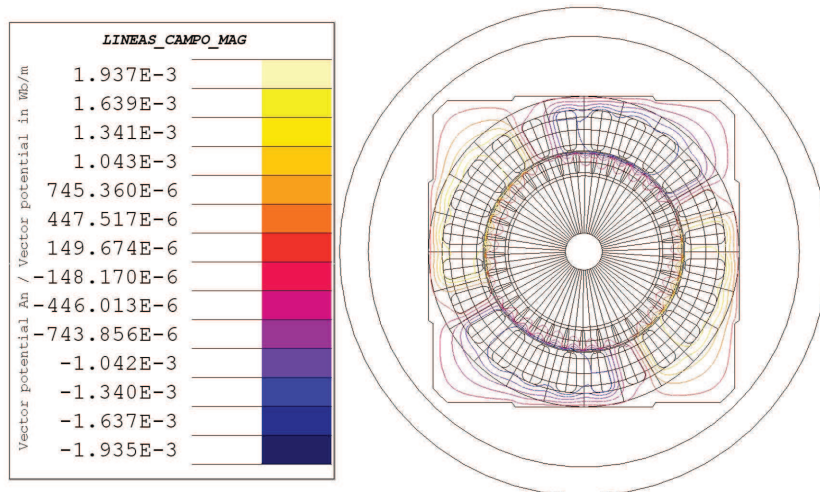


Figura 4.20: Líneas de campo magnético en $t = 1$ ms

la velocidad del motor, el deslizamiento disminuye y por lo tanto la magnitud de las corrientes se reducen y el campo magnético gradualmente penetra casi por completo al núcleo magnético del rotor (en $t = 1$ ms) hasta que lo hace por completo ($t = 678$ ms), tal y como se muestra en la Figura 4.21.

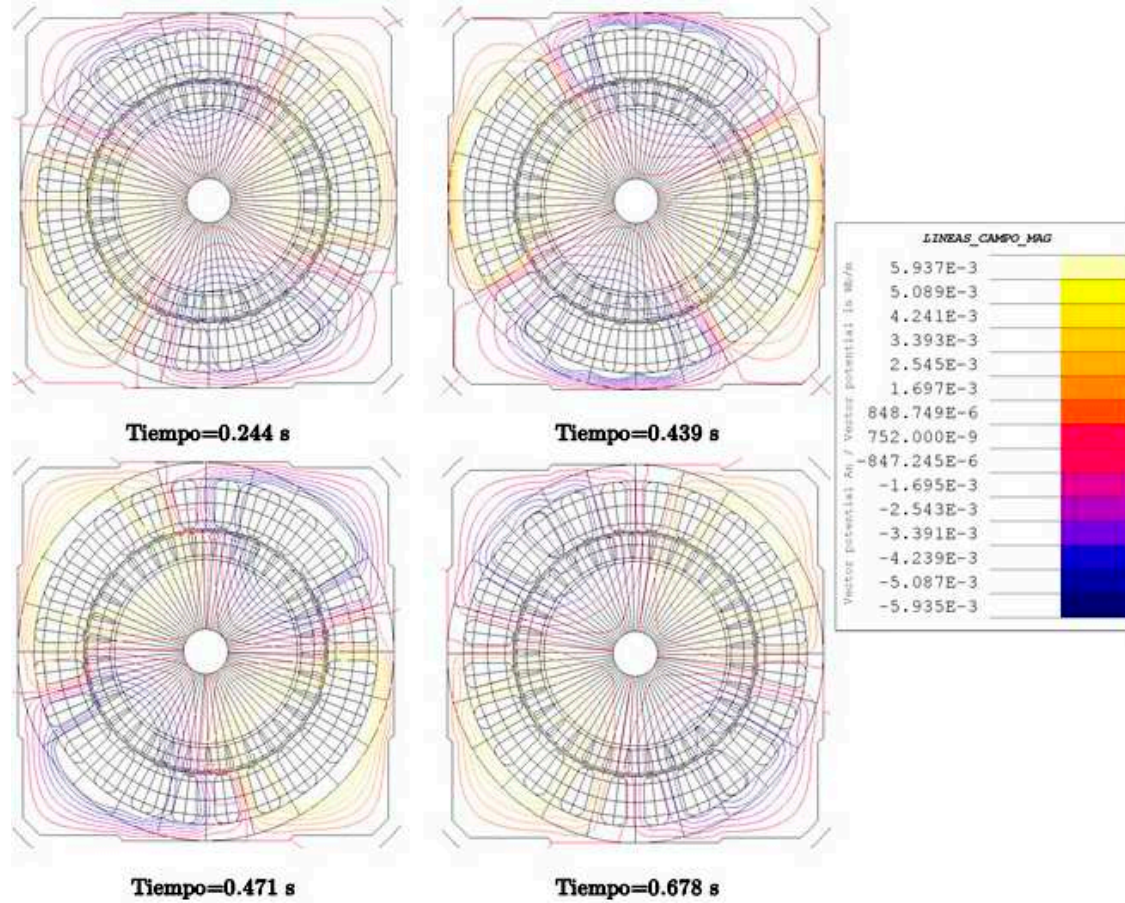


Figura 4.21: Líneas de campo magnético en diferentes instantes de tiempo.

4.4. Análisis de resultados

En esta sección se comparan los resultados de las simulaciones en el dominio de la frecuencia con las simulaciones en el dominio del tiempo cuando el motor opera a carga nominal. En la Tabla 4.4 se muestran las diferencias entre las dos simulaciones.

De los resultados reportados en la Tabla 4.4 se observa que se tiene una buena correspondencia entre los valores. En parte estas diferencias se pueden atribuir a que en el dominio de la frecuencia no se toman en cuenta las variaciones debidas a la posición relativa del rotor con respecto al estator.

De las distintas simulaciones que se realizaron tanto en el dominio de la frecuencia como en el tiempo se pueden denotar las siguientes ventajas y desventajas:

Tabla 4.4: Resultados de simulaciones con el motor sin carga

Tipo de análisis	Corr. Dev. Aux. [A]	Corr. Dev. princ. [A]	Par [N-m]
En la frecuencia	6.35	5.05	1.67
Transitorio	6.35	4.93	1.60
Diferencia en %	0	2.37	4.19

1. Ventaja en el dominio de la frecuencia

- Se obtienen características de operación a diferentes cargas en estado estable.
- Se obtienen valores promedio en estado estable del par de arranque, par máximo y par de carga promedio.

2. Desventajas en el dominio de la frecuencia

- No proporciona información del estado transitorio del motor.
- No toma en cuenta las armónicas espaciales en el entrehierro debido a las ranuras del núcleo magnético del rotor y el estator.

3. Ventajas en el dominio del tiempo

- Se puede analizar el comportamiento transitorio del motor desde el arranque hasta una condición de estado estable.
- Se obtiene el comportamiento transitorio del par electromagnético, posición angular del rotor, corrientes y voltajes de los devanados.
- Es posible determinar el tiempo de arranque con respecto a la carga suministrada al eje del motor.

4. Desventajas en el dominio del tiempo

- el tiempo de simulación es mucho mayor en comparación con las simulaciones en el dominio de la frecuencia.

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

5.1. Conclusiones

- Los resultados de las simulaciones en el dominio de la frecuencia permitieron obtener los valores nominales del motor, esto nos brinda un amplio panorama del funcionamiento en estado estable del motor para realizar posibles cambios para mejorar las condiciones de operación del motor.
- Las simulaciones en el tiempo muestran el comportamiento del motor en estado transitorio, el cual nos permite conocer las corrientes de arranque a diferentes cargas. Esta información, por ejemplo, se pueden utilizar para proponer un dispositivo de protección adecuado para las diferentes condiciones de operación.
- Es importante realizar simulaciones en el dominio del tiempo y de la frecuencia para determinar el funcionamiento del motor en un amplio rango de operaciones. Entonces, se puede utilizar el MEF para analizar motores de inducción, con la ventaja de disminuir la construcción de prototipos experimentales.

5.2. Perspectivas de Trabajos Futuros

A continuación se enuncian las perspectivas de trabajos futuros:

5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

- Con los resultados obtenidos proponer mejoras en el diseño físico del motor para mejorar la eficiencia.
- Simular y analizar una técnica de control aplicado a este tipo de motores.
- Simular un cortocircuito en el devanado estático cuando el motor se encuentra en operación.
- Analizar y simular la detección de fallas debido a barras rotas en la jaula de ardilla.

Apéndice A

A.1. Onda de FMM Producida por la Máquina de Inducción Monofásica

La distribución de la fuerza magnetomotriz cuando es excitada por una corriente senoidal variante en el tiempo a una frecuencia eléctrica ω_e :

$$i_a = I_a \cos(\omega_e)t \quad (\text{A.1})$$

la distribución de fuerza magnetomotriz es dada por:

$$F_{ag1} = F_{\text{máx}} \cos(\theta_{ae}) \cos(\omega_e)t \quad (\text{A.2})$$

Entonces al realizar la expansión de la ecuación A.2 usando la identidad trigonométrica¹ se puede reescribir de la siguiente forma:

$$F_{ag1} = F_{\text{máx}} \left[\frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} - \omega_{et}) + \frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} + \omega_{et}) \right] \quad (\text{A.3})$$

Se demuestra que la fuerza magnetomotriz de un devanado monofásico es expresado en dos ondas de fuerza magnetomotriz, cada una con amplitud igual que la otra y con rotación en direcciones opuestas llamadas hacia adelante y hacia atrás, están dadas por:

$$F_{ag1}^+ = \frac{1}{2} F_{\text{máx}} \cos(\theta_{ae} - \omega_{et}) \quad (\text{A.4})$$

¹ $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$

A.

$$F_{ag1}^- = \frac{1}{2} F_{\text{máx}} \cos(\theta_{ae} + \omega_{et}) \quad (\text{A.5})$$

En máquinas de inducción monofásica, se producen dos ondas de flujo magnético en el entrehierro las cuales producen par positivo y negativo de acuerdo a las ecuaciones A.4 y A.5, respectivamente. Cada una de las componentes son iguales en magnitud pero producen par en sentidos opuestos, por consecuencia el motor de inducción monofásico no es capaz de producir par de arranque por si solo.

Sí cuando la máquina está en operación y las ondas de flujo en el entrehierro hacia adelante y hacia atrás se mantienen iguales, el efecto de las componentes de campo hace que se produzcan características de par velocidad similares a las de un motor polifásico despreciando la impedancia de fuga, como se ilustra en la Figura A.1 por las curvas *f* y *b*.

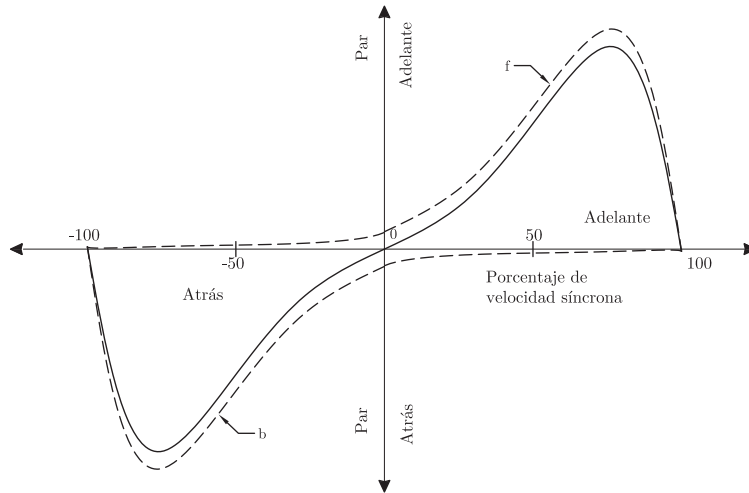


Figura A.1: Curva par vs porcentaje de velocidad síncrona de un motor de inducción monofásico.

Ahora, si se toman en cuenta condiciones reales de operación, se puede observar en la Figura A.1 que cuando el porcentaje de velocidad síncrona va aumentando con respecto a la onda de flujo hacia adelante, la onda de flujo hacia atrás disminuye. Por lo tanto en la región de operación nominal del motor, el par hacia adelante aumenta mientras que el par hacia atrás disminuye en mayor proporción con respecto al par hacia adelante.

La oposición de las ondas de flujo rotatorio y las ondas de la fuerza magnetomotriz, producen pulsaciones del par con el doble de la frecuencia en el estator. Estas pulsaciones hacen que el motor de inducción monofásico sea ruidoso, una forma para reducir dichas pulsaciones, es la de montar un devanado auxiliar en el estator, de esta manera se produce una onda de fuerza magnetomotriz parecida a la de los motores bifásicos.

A.

Referencias

- ALAVEZ, A.G. (2011). *Análisis de un Motor de Inducción Utilizando el Método del Elemento Finito*. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México. 21
- ALBERTI, L., BIANCHI, N. & BOLOGNANI, S. (2007). A rapid prediction of im performance using a combined analytical and finite element analysis. In *Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC'07. IEEE International*, vol. 1, 334–340, IEEE. 4
- ALTAIR ENGINEERING, I. (2016). *CAD package for electromagnetic and thermal analysis using finite elements*. 15 Chemin de Malacher - Inovalée 38246 Meylan Cedex FRANCE. 33, 38, 41, 43, 46
- BASTOS, J.P.A. & SADOWSKI, N. (2003). *Electromagnetic modeling by finite element methods*. CRC press. 2, 21, 22, 23
- BETHEL, N.P. (2016). *Análisis por Zonas de Falla*. 49
- BOLDEA, I. & NASAR, S.A. (2000). *The induction Machine Handbook*. CRC Press. 16, 18, 51
- DE GERSEM, H. & HAMEYER, K. (2002). Air-gap flux splitting for the time-harmonic finite-element simulation of single-phase induction machines. *IEEE transactions on magnetics*, **38**, 1221–1224. 3
- DE LA BARRERA, P., BOSSIO, G., SOLSONA, J. & GARCÍA, G. (2005). Evaluación y modelado de las pérdidas en el hierro de motores de inducción. *XI Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control, XI RPIC, Río Cuarto, Argentina*, 500–505. 46
- GEORGE, P.L. (1992). *Automatic mesh generation: applications to finite element methods*. John Wiley & Sons, Inc. 30
- GONZÁLEZ, G.G. & BARAZARTE, R.Y. (2013). Control de motores de inducción monofásicos por el método de orientación del campo. *Eleventh LACCEI Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI2013)*. 1, 4, 5
- HRABOVCOVA, V., KALAMEN, L., SEKERAK, P. & RAFAJDUS, P. (2010). Determination of single phase induction motor parameters. In *Power Electronics Electrical Drives Automation and Motion (SPEEDAM), 2010 International Symposium on*, 287–292, IEEE. 1, 4, 5
- HUANGFU, Y., WANG, S., QIU, J., ZHANG, H., WANG, G. & ZHU, J. (2014). Transient performance analysis of induction motor using field-circuit coupled finite-element method. *IEEE Transactions on Magnetics*, **50**, 873–876. 4
- LAUPER, F. (1927). The starting of single-phase induction motors. *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, **65**, 160–182. 2

REFERENCIAS

- LESTER, B. (1915). Fractional horse power motor load. *Presented at the 306th meeting of the American Institute of Electrical Engineers*,. 1, 2
- MCDONALD, B.H. & WEXLER, A. (1972). Finite-element solution of unbounded field problems. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **20**, 841–847. 2
- MONDRAGÓN, V.M.J. (2013). *Modelado de un Motor de Inducción con su Control de Velocidad usando el Método de Elemento Finito*. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México. 21
- POSCO (2006). *Electrical Steel*. POSCO Center 440, Teheran-ro, Gangnam-gu, Seoul, Korea. vi, 39
- S. WILLIAMSON, M.R., L. H. LIM (1990). Finite-element models for cage induction motor analysis. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 3
- SADIKU, M.N.O. (2003). *Elementos de Electromagnetismo Tercera Edición*. Oxford University Press. 18
- SEGERLIND, L.J. (1984). *Applied Finite Element Analysis*. John Wiley and Sons. 2, 28, 29
- SILVESTER, P. (1969). High-order finite element waveguide analysis (program descriptions. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 2
- UMANS, S.D. (2014). *Fitzgerald and Kingsley's Electric Machinery seventh edicion*. Mc Graw Hill. 1, 3, 4, 5, 10, 12, 13, 14, 18
- VEINOTT, C.G. & MARTIN, J.E. (1986). *Fractional and subfractional horsepower electric motors: available types, basic operating principles, selection, and maintenance*. McGraw-Hill Companies. 3, 10, 13, 15
- WILLIAM H. HAYT, J.Y.J.A.B. (2012). *Teoría Electromagnética octava edición*. Mc Graw-Hill. 18
- WILLIAMSON, S. & RALPH, J. (1982). Finite-element analysis for nonlinear magnetic field problems with complex current sources. *IEE Proceedings A-Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education-Reviews*, **129**, 391–395. 3
- WILLIAMSON, S. & SMITH, A. (1999). A unified approach to the analysis of single-phase induction motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, **35**, 837–843. 1, 3, 4, 5
- ZIENKIEWICZ, O., BAHRANI, A. & ARLETT, P. (1968). Numerical solution of 3-dimensional field problems. In *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 115, 367–369, IET. 2